



HAL
open science

Modélisation du trafic, des déplacements sur un réseau et de l'accessibilité aux activités grâce au transport

Fabien Leurent

► **To cite this version:**

Fabien Leurent. Modélisation du trafic, des déplacements sur un réseau et de l'accessibilité aux activités grâce au transport. Autre. Université Paris Dauphine - Paris IX, 2006. tel-00348286

HAL Id: tel-00348286

<https://theses.hal.science/tel-00348286v1>

Submitted on 18 Dec 2008

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

DEMANDE D'HABILITATION A DIRIGER DES RECHERCHES

NOM : LEURENT

Prénom : Fabien

Nom du Coordinateur : Bernard ROY

Section CNU : N°27, Informatique (spécialité Recherche Opérationnelle)

Titre des travaux : **Modélisation du trafic, des déplacements sur un réseau et de l'accessibilité aux activités grâce au transport**

Résumé :

Mes travaux de recherche ont pour sujet unificateur : les déplacements et les réseaux de transport ; et ils ont été traités par une approche unique, la modélisation physico-économique à caractère mathématique et algorithmique.

Une telle modélisation comporte quatre aspects : un contenu sémantique, à caractère physique ou économique ; une formulation mathématique ; un solveur technique ; un aspect empirique (météorologie, statistique, économétrie).

Les disciplines mises en œuvre sont variées : théorie des réseaux, optimisation, informatique algorithmique, probabilités et statistiques, et aussi économie, socio-économie et physique du trafic. Mes contributions théoriques concernent la théorie des réseaux, l'économie du transport et la physique du trafic.

Mes travaux se répartissent en quatre thèmes :

A. La mesure et la modélisation du trafic. Au niveau local d'une route, j'ai analysé la relation entre flux et vitesse en mettant en cohérence l'analyse désagrégée, probabiliste au niveau du mobile individuel ; et l'analyse macroscopique en termes de flux et de distribution statistique des temps.

B. La modélisation des réseaux et des cheminements. L'équilibre entre offre de transport et demande de déplacement conjugue une dimension spatiale - topologique, une dimension temporelle, et une dimension comportementale - économique. Les enjeux de modélisation concernent : la représentation de l'offre et la demande ; la formulation et les propriétés d'existence - unicité - stabilité ; les algorithmes. Je me suis intéressé à la diversité des comportements ; et à la modélisation fine de l'offre et à la dimension temporelle.

C. L'analyse socio-économique des déplacements. Je me suis intéressé à l'usage de divers moyens de transport et à la prospection de leur clientèle potentielle ; au choix d'horaire de déplacement ; aux caractéristiques à la fois économiques et dynamiques de la congestion.

D. La distribution spatiale des déplacements et des activités. Je me suis intéressé d'une part à l'observation des flux par relation origine-destination (O-D) et à l'inférence statistique des matrices O-D ; et d'autre part, à la justification microéconomique des déplacements en raison de la localisation et de l'utilité des activités.

Date : 20 septembre 2005

Signature :



Destinataires : MM. Bernard Roy, Michel Minoux, Michael Florian, André de Palma, Daniel Vanderpooten, Guy Cohen

Objet : mémoire d'HDR

SOMMAIRE

I.	Introduction.....	1
I.A	Résumé de mon parcours professionnel	1
I.B	Motivation de la demande.....	2
I.C	Disciplines et intérêts de recherche	2
I.D	Publications.....	3
I.E	Expérience et activité d'encadrement.....	4
I.F	Expérience et activité de formation	4
I.G	Contenu du mémoire.....	4
II.	Activités de recherche.....	5
II.A	Mesure et modélisation du trafic	6
II.A.0	Préliminaires.....	6
II.A.1	Problématiques de mes recherches	7
II.A.2	Analyse désagrégée de la congestion routière	7
II.A.3	Modèle microscopique du trafic routier en section courante	10
II.A.4	Position statistique de la méthode du véhicule flottant	11
II.A.5	Analyse probabiliste des temps de trajet.....	12
II.A.6	Modélisation et mesure de la capacité d'écoulement.....	18
II.A.7	Écoulement dynamique du trafic routier.....	22
II.A.8	Synthèse de mon approche	26
II.B	Modélisation des réseaux et des cheminements	28
II.B.0	Préliminaires.....	28
II.B.1	Problématiques de mes recherches	30
II.B.2	Algorithmes d'équilibrage statique.....	30
II.B.3	Modèle bicritère prix-temps	32
II.B.4	Modèle logit d'affectation	37
II.B.5	Modèles mixtes bicritère et logit	39
II.B.6	Modèles pour les TC et la plurimodalité.....	41
II.B.7	Théorie du réseau de services.....	44
II.B.8	Modèle dynamique d'affectation	48
II.C	Analyse socio-économique des déplacements.....	53
II.C.0	Situation	53
II.C.1	Analyse d'usage et prospection de la demande.....	53
II.C.2	Sur le choix d'horaire de déplacement.....	55
II.C.3	Économie dynamique de la congestion.....	57

II.D	Distribution spatiale des déplacements et des activités	61
II.D.0	En préambule.....	61
II.D.1	Estimation de matrices origine-destination.....	61
II.D.2	L'accessibilité aux activités.....	66
III.	Encadrement et animation.....	71
III.A	Encadrement de thèses.....	71
III.A.1	Modélisation Trafic-Réseaux-Cheminements.....	71
III.A.2	Analyse socio-économique des déplacements	73
III.A.3	Distribution spatiale des déplacements et des activités.....	74
III.B	Animation scientifique.....	74
III.B.1	Animation du séminaire inter-laboratoire FIESTA.....	74
III.B.2	Présidence d'un comité de l'Association Mondiale de la Route	74
III.B.3	Animation de manifestations scientifiques	75
III.B.4	Activité de référé.....	75
III.B.5	Jurys de thèse	75
III.C	Management d'équipes et de projets d'ingénierie	76
III.C.1	Responsabilité d'équipes d'ingénierie au Sétra	76
III.C.2	Pilotage de projets d'ingénierie	76
III.C.3	Animation de l'Atelier Stratégique Transport.....	77
III.D	Encadrement, direction et tutorat de stages	77
IV.	Activités de formation	79
IV.A	Formation initiale à l'ENPC	79
IV.B	Formation continue.....	79
IV.C	Ingénierie pédagogique.....	80
V.	Curriculum-Vitae.....	81
	Expérience professionnelle	81
	Formation	81
	Compétences techniques	81
	Langues	81
	Divers	81
VI.	Liste de publications	82
VI.A	Ouvrages particuliers	82
VI.B	Articles dans revues internationales à comité de lecture	82
VI.C	Articles dans revues sans comité de lecture.....	83
VI.D	Contribution à des ouvrages	83
VI.E	Communications dans des conférences internationales.....	84
VI.F	Rapports de recherche et rapports techniques.....	85
VI.G	Documents de travail à valoriser	86
VII.	Sélection de travaux.....	87

I. Introduction

Ce mémoire est déposé par Fabien Leurent à l'Université de Paris-Dauphine, en vue d'obtenir l'habilitation à diriger des recherches, dans la section Informatique (section 27) en spécialité de Recherche Opérationnelle.

Le mémoire se compose de la présente partie introductive ; d'une partie principale qui expose mes travaux de recherche ; et de deux parties complémentaires qui évoquent, pour l'une, mon expérience de l'encadrement et de l'animation ; et pour l'autre, mes activités de formation. Sont annexés, un curriculum vitae, la liste de mes publications, et parmi celles-ci une liste choisie des publications qui sont jointes au mémoire.

La suite de cette introduction indique les circonstances de ma demande d'HDR, et résume mes activités de recherche, d'encadrement et de formation.

I.A Résumé de mon parcours professionnel

En tant qu'ingénieur des Ponts et Chaussées au Ministère des transports, j'ai eu trois affectations successives. La première à l'Inrets de 1991 à 2000, en tant que chercheur au Département d'Economie et Sociologie des Transports : je me suis investi dans la modélisation des déplacements sur un réseau, avec notamment une thèse soutenue en 1997 à l'ENPC et intitulée : *Analyse et mesure de l'incertitude dans un modèle de simulation, les principes, une méthode et le cas de l'affectation bicritère du trafic*. J'ai également traité de mesure du trafic, et d'analyse socio-économique de la mobilité pour les voyageurs en milieu urbain, avec plusieurs recherches finalisées pour le compte du Ministère ou d'entreprises.

Dans ma deuxième affectation, au Sétra de 2000 à 2004, j'ai occupé trois postes successifs aux responsabilités managériales croissantes. D'abord chef de projet Transport-Trafic sur des sujets à fort caractère méthodologique appliquant la modélisation à la planification des réseaux et à la gestion du trafic. Puis chef d'un département d'études Transport – Environnement - Conception routière - Systèmes d'information de 40 ingénieurs et techniciens supérieurs. Enfin, adjoint Transport – Programmation - International au chef d'un centre de 120 ingénieurs et techniciens supérieurs. J'ai redéfini l'organisation et l'activité des équipes Transport au Sétra ; plus largement, j'ai exprimé la stratégie d'évolution pour les équipes Transport du Réseau Scientifique et Technique dans le Ministère, et mis en œuvre des chantiers déterminants pour cette évolution.

La troisième affectation a débuté en septembre 2004, en tant qu'enseignant-chercheur à l'ENPC au laboratoire Ville-Mobilité-Transport, créé en 2003 conjointement avec l'Inrets et l'UMLV. J'y suis responsable de l'axe de recherche Modélisation Offre-Demande et Economie des Réseaux. Le laboratoire et mon axe sont en plein développement, et à la mi-2005 je co-encadre déjà trois doctorants plus deux thèses en démarrage.

I.B Motivation de la demande

Durant quinze années, j'ai mené à bien un ensemble de projets de recherche et d'ingénierie, en les réalisant directement ou en les dirigeant. Ces travaux ont pour sujet unificateur : les déplacements et les réseaux de transport ; et ils ont été traités par une approche unique, la modélisation physico-économique à caractère mathématique et algorithmique.

Je désire ardemment que l'Université reconnaisse ma compétence, en me décernant l'Habilitation à Diriger des Recherches. L'HDR me serait particulièrement utile dans ma mission au LVMT, afin de former par et à la recherche, des étudiants en recherche opérationnelle et transport. J'envisage cette mission sur une durée longue, au minimum cinq années mais plus vraisemblablement dix voire quinze années.

I.C Disciplines et intérêts de recherche

Dans ma thèse, j'ai défini et expérimenté un « modèle structurel » pour un modèle de simulation, en quatre aspects :

- l'aspect sémantique concerne la représentation et sa signification, globalement ou par éléments. Il relève de la physique, de l'économie ou de l'analyse systémique.
- L'aspect formel concerne l'expression d'une représentation qualitative en langage symbolique et logique, et sa reformulation pour la rattacher à une catégorie de problème mathématique et ainsi disposer de propriétés formelles telles que l'existence, l'unicité, la stabilité des résultats du modèle. Il relève des mathématiques appliquées.
- L'aspect technique concerne la production d'une solution par un dispositif de résolution, un solveur. Il relève de la physique (simulation analogique) ou de l'informatique (simulation numérique).
- L'aspect empirique concerne la relation entre la réalité (ou une image de la réalité) et le modèle, par la spécification concrète des inputs, des fonctions de dépendance. Il relève de la métrologie, des statistiques et de l'économétrie.

Ces quatre aspects sont manifestes dans la structure classique des communications scientifiques en recherche opérationnelle : d'abord une partie qualitative qui expose et justifie le modèle sémantique ; puis une analyse mathématique pour poser le modèle formel ; ensuite un dispositif de simulation, solveur technique ; enfin une application numérique qui correspond à l'aspect empirique.

Mon modèle structurel met en lumière la diversité et la complémentarité des aspects sémantique, formel, technique et empirique, qui concourent au modèle de simulation.

Tous mes travaux de recherche traitent d'un ou plusieurs de ces aspects. Ils relèvent ainsi de disciplines variées : théorie des réseaux, optimisation, informatique algorithmique, probabilités et statistiques, et aussi économie, socio-économie et physique du trafic. Mes contributions théoriques concernent la théorie des réseaux, l'économie du transport et la physique du trafic ; je n'ai fait qu'appliquer les autres théories.

Au-delà des disciplines, mes travaux se répartissent en quatre thèmes :

- A. *La mesure et la modélisation du trafic*, principalement routier mais aussi en transport collectif. Au niveau local d'une route ou d'un axe de transport considéré isolément, j'ai analysé la relation entre flux et vitesse en recherchant la cohérence de l'analyse désagrégée, probabiliste au niveau des mobiles individuels ; et de l'analyse macroscopique en termes de flux et de distribution statistique des temps.
- B. *La modélisation des réseaux et des cheminements*. La structure de réseau constitue une dimension spatiale, qui se croise avec la dimension temporelle et la dimension comportementale induite par la diversité des mobiles en déplacement et qui opèrent des choix d'itinéraire, de mode, d'horaire de départ etc. La superposition des choix individuels (la demande de déplacement) induit un état macroscopique (l'offre) qui détermine les conditions de déplacement et donc les choix. Ainsi l'offre et la demande s'ajustent mutuellement, ce qui débouche idéalement sur un équilibre, avec pour enjeux de modélisation : une formulation, des propriétés d'existence-unicité-stabilité, des algorithmes. Je me suis intéressé spécialement à la diversité des comportements, et plus récemment à la modélisation fine de l'offre et à la dimension temporelle.
- C. *L'analyse socio-économique des déplacements*. Les déplacements sont effectués par des acteurs humains pour des motifs d'ordre économique ou social, et en général selon un comportement économique. Leur analyse socio-économique concerne leurs motifs (activités aux lieux d'origine et de destination) ; leurs circonstances selon le lieu, le temps ; et leurs déterminants démographiques, sociaux, économiques. Elle consiste à identifier et caractériser des classes de déplacements vis-à-vis des déterminants et des comportements, en surmontant l'anecdote de chaque situation particulière. Dans ce courant, je me suis intéressé à l'usage de divers moyens de transport et à la prospection de leur clientèle potentielle ; au choix d'horaire de déplacement ; aux caractéristiques à la fois économiques et dynamiques de la congestion.
- D. *La distribution spatiale des déplacements et des activités*. Un déplacement permet à son auteur d'enchaîner des activités distantes. Ainsi la réalisation des activités motive les déplacements : en termes économiques, la demande de transport dérive de la demande pour les activités. En termes physiques, la structure spatiale et temporelle des déplacements découle de celle des activités. Je me suis intéressé d'une part à l'observation des flux par relation origine-destination (O-D) et à l'inférence statistique des matrices O-D ; et d'autre part, à la justification microéconomique des déplacements en raison de la localisation et de l'utilité des activités.

I.D Publications

Mes quatre ouvrages principaux sont : ma thèse (1997), les rapports de recherche Inrets *Modèles Désagrégés du Trafic* (2001) et *La capacité de circulation* (2005) ; et le livre *Structures de Réseau et Modèles de Cheminement* (Lavoisier Tec et Doc, 2005).

Dans des revues à comité de lecture, j'ai publié deux articles dans *Transportation Research Part B – Methodological* ; trois dans *Transportation Research Review* ; trois dans *Recherche Transport Sécurité* ; et un dans les *Cahiers Scientifiques du Transport*.

A cela s'ajoutent de nombreuses communications dans des conférences internationales : en particulier la Conférence Européenne des Transports et le groupe de travail Transport de l'Association Européenne de Recherche Opérationnelle ; et au niveau national au Séminaire Inrets-ENPC sur la modélisation du trafic. Depuis 1999 j'ai présenté ainsi mes résultats les

plus originaux, de préférence aux revues afin de concentrer mon effort de rédaction sur les ouvrages mis en exergue.

I.E Expérience et activité d'encadrement

J'ai déjà évoqué mes responsabilités d'encadrement au Sétra. Actuellement je co-encadre trois thèses en cours et deux en lancement, qui s'inscrivent dans les thèmes cités. De plus j'ai dirigé une dizaine de stages de DEA ou de fin d'études d'ingénieurs. Enfin j'ai dirigé ou piloté un bon nombre de projets complexes d'ingénierie, à la frontière de la recherche.

Concernant l'animation de manifestations et de groupes, j'ai organisé deux conférences scientifiques internationales. Je préside un comité international en économie des transports ; j'anime un séminaire inter-laboratoires en économie des transports, et un groupe ministériel pour l'évolution stratégique des études de transport.

I.F Expérience et activité de formation

J'assure actuellement trois enseignements à l'ENPC en formation initiale d'ingénieurs : un module de modélisation des déplacements ; un autre spécialisé pour le fret ; et une introduction aux méthodes d'ingénierie en transport.

J'ai donné des formations continues sur les mêmes sujets, pour le compte de Ponts-Formation-Edition, et de la Commission Européenne (dans un programme PHARE, deux appels d'offre remportés en association avec la Sétéc).

De plus j'ai assuré l'ingénierie pédagogique de plusieurs formations attractives au plan national : conception du mastère Fret et Intermodalité de l'ENPC ; conception et organisation d'un module de PFE ; conception et commande d'un cycle de formation aux techniques ferroviaires (réalisé par PFE).

I.G Contenu du mémoire

La partie II, centrale, décrit mes travaux de recherche, rangés selon les thèmes déjà présentés :

- A. La mesure et la modélisation du trafic
- B. La modélisation des réseaux et des cheminements
- C. L'analyse socio-économique des déplacements
- D. La distribution spatiale des déplacements et des activités.

La partie III évoque mes actions d'encadrement.

La partie IV indique mes actions de formation.

La partie V donne un curriculum vitae.

En partie VI se trouve la liste de mes publications et communications, par type et par ordre chronologique.

Enfin la partie VII répertorie les documents joints en appui au présent mémoire.

II. Activités de recherche

Cette partie centrale décrit les travaux de recherche que j'ai menés, en évoquant pour chacun d'eux : le sujet, ma problématique, la reprise d'hypothèses pré-existantes et la position d'hypothèses choisies, les méthodes de traitement et les résultats obtenus.

La présentation est structurée selon le thème et non selon la discipline. Quatre sous-parties numérotées de A à D abordent successivement les quatre grands thèmes :

- A. La mesure et la modélisation du trafic
- B. La modélisation des réseaux et des cheminements
- C. L'analyse socio-économique des déplacements
- D. La distribution spatiale des déplacements et des activités.

L'ordre des thèmes va des aspects physiques et locaux, jusqu'aux aspects économiques et généraux, avec une logique cumulative : les aspects physiques locaux sont incorporés dans les modèles de réseaux, sur lesquels repose l'analyse économique.

Chaque sous-partie est structurée selon le plan suivant :

- d'abord une introduction au thème, pour survoler les enjeux et les origines des questionnements, pour décrire l'état de la pratique et l'état de la recherche ; ou même leur progression dans le temps, en marquant les étapes du développement. La jeunesse du transport en tant qu'objet scientifique, permet une telle approche chronologique sans trop de longueur.
- puis l'exposé de ma problématique ; j'ai distingué les intérêts de recherche qui conditionnent une finalité, et la problématique qui déjà dégage un ordre des causes et des conséquences et donc conditionne l'approche et les méthodes.
- puis une série de paragraphes traitant chacun un sous-thème ;
- enfin une synthèse de mon approche et des perspectives de prolongement. Les enseignements sont tirés, au plan empirique des résultats d'application, ou au plan plus théorique des modèles obtenus et transférables, ou au plan méthodologique en ce qui concerne l'approche de recherche.

Il s'agit là d'un plan indicatif, soumis à des adaptations locales pour la commodité de l'exposé.

II.A Mesure et modélisation du trafic

II.A.0 Préliminaires

En transport de personnes ou de fret, le *trafic* est un ensemble de *mobiles* (véhicules, voyageurs etc) en déplacement, que l'on peut analyser de manière soit agrégée, soit désagrégée au niveau du mobile individuel qui parcourt un *arc* (section de route dans un sens) en un certain temps.

Au niveau agrégé, on considère un ensemble de mobiles qui traversent un arc, avec trois variables d'état : le *débit* x , la concentration spatiale ou *densité* ρ , et la *vitesse* moyenne v : typiquement x est compté en véh/h (ou uvp/h pour des unités de voitures particulières), ρ en véh/km et v en km/h, et les trois variables sont mesurées ou modélisées conjointement en un point d'une route, en fonction du temps d'horloge.

Au niveau désagrégé – individuel - microscopique, les mobiles sont impliqués dans des interactions élémentaires : parfois un mobile en gêne d'autres en les ralentissant ; les situations de gêne sont d'autant plus fréquentes que le débit est plus important ; ce sont des congestions élémentaires.

Au niveau agrégé - macroscopique, en régime stationnaire, la vitesse v et le débit x dépendent de la densité ρ ; de manière décroissante pour v , de manière d'abord croissante puis décroissante pour $x = \rho.v$. Le débit maximal, atteint pour la densité critique, est appelé la capacité d'écoulement de l'arc. La diversité des régimes stationnaires, en fonction de la densité, constitue le mécanisme de la congestion, la loi d'état de la route, appelée son diagramme fondamental (du trafic). Quand la densité excède la densité critique, on dit que l'état de trafic est saturé : c'est ce que les usagers de la route appellent familièrement un « bouchon » de trafic.

On peut articuler la théorie du trafic autour de trois grands courants d'idées :

1) *la spécification et la mesure du diagramme fondamental* : la relation $v = F(\rho)$ et en particulier la capacité d'écoulement. Ce courant remonte à l'ingénieur américain Greenshield dans les années 1930, et il procède par l'ajustement d'une fonction spécifiée F à des observations conjointes de la vitesse et de la densité.

2) *la modélisation hydrodynamique du trafic* le long d'un arc, pour traiter les régimes transitoires. Lighthill et Whitham en 1955, et parallèlement Roberts en 1956, ont fondé les modèles du 1^{er} ordre en ajoutant, à la définition de la vitesse et au diagramme fondamental, l'équation de conservation $\frac{\partial \rho}{\partial h} + \frac{\partial x}{\partial s} = 0$ aux dérivées partielles selon la position s et le temps d'horloge h . Au début des années 1970, ont été proposés des modèles dits du second ordre qui remplacent l'équation du diagramme fondamental par une équation d'évolution pour la vitesse. Depuis 1995 un débat scientifique s'est animé à ces sujets, avec de nombreuses contributions (Daganzo, Lebacque, Helbing, Bovy et Hoogendoorn, Rasle et Aw...).

3) *la modélisation microscopique et probabiliste du trafic* : d'abord par des lois de poursuite entre deux véhicules (dans les années 1950, Pipes, Reuschell, Hermann...) ; puis par des modèles probabilistes en section courante (dans les années 1950-1960, Tanner, Yeo, Newell, Gali, Epstein, Gustavson...) ou pour la traversée d'une jonction (Wardrop, Webster, Kimber...). Depuis les années 1980-1990 ce sont surtout les temps intervéhiculaires et la

formation des pelotons qui ont été étudiés de manière analytique (Buckley dès les années 1960, puis Cowan, Lutinen), tandis que de nombreux logiciels ont été développés pour la simulation informatique.

Les ingénieurs du trafic utilisent ces concepts et ces modèles dans deux types d'applications. Le premier type concerne la planification d'un réseau : les modèles de capacité pour les routes et les jonctions permettent d'évaluer la capacité circulatoire du réseau, et de détecter d'éventuels besoins de re-dimensionnement. De plus les diagrammes fondamentaux ou du moins les lois débit-vitesse, servent à prédire le temps de parcours en fonction des débits, et à évaluer les différences de temps entre deux scénarios d'aménagement du réseau.

Le second type d'applications concerne l'exploitation courante d'un réseau : les modèles hydrodynamiques servent à prédire l'apparition, la propagation et la dissipation d'éventuels bouchons. La prévision est opérée en temps différé pour anticiper des crues de trafic ou les effets de travaux programmés, ou en temps réel en cas de perturbations (ex. un incident qui réduirait localement le nombre des voies de circulation).

II.A.1 Problématiques de mes recherches

Mes intérêts de recherche sur ce thème, sont de relier le niveau microscopique désagrégé au niveau macroscopique agrégé ; et de relier le niveau ponctuel d'une position le long d'un arc, au niveau élémentaire d'un arc considéré dans sa totalité (lumped).

Ces intérêts se manifestent dans trois problématiques complémentaires :

1. modéliser l'hétérogénéité du flot : non seulement l'hétérogénéité des périodes pour le trafic sur un arc, mais encore et surtout, au cours d'une période en régime stationnaire, l'hétérogénéité due aux divers types de mobiles, à leur comportement routier spécifique.
2. établir les propriétés statistiques de certaines variables de trafic, et notamment le temps de trajet sur un itinéraire.
3. formuler et traiter un modèle hydrodynamique d'écoulement, suffisamment simple pour servir aux modèles de réseau évoqués au §B.

La suite de cette section comprend deux paragraphes A2 et A3 pour la 1^{ère} problématique ; deux autres A4 et A5 pour la deuxième ; et deux A6 et A7 pour la troisième.

II.A.2 Analyse désagrégée de la congestion routière

II.A.2.a Indicateurs synthétiques de la congestion routière

Dans le *Highway Capacity Manual* de 1985, référence internationale des ingénieurs de trafic, la règle de dimensionnement pour une route était de fixer la capacité égale à 140% du débit de la 30^{ème} heure la plus circulée dans l'année. Or la forme croissante puis décroissante de la relation entre le débit et la densité, fait qu'une heure très circulée n'est pas forcément une heure très congestionnée.

Telle a été l'origine de ma recherche sur des indicateurs infraéconomiques des conditions de circulation sur un réseau routier, en 1993 : déterminer des indicateurs physiques, presque économiques, pour caractériser la congestion, à divers degrés d'agrégation selon les périodes et les lieux. J'ai élaboré une méthode applicable à un réseau équipé de capteurs locaux du

débit et de la densité, ou de manière équivalente du débit et de la vitesse, et composée de trois étapes :

1. au niveau local d'un capteur, ranger les heures de l'année par ordre croissant de la qualité de service (vitesse croissante ou densité décroissante), et considérer le fractile à 5% ou à 10% soit approximativement la 430^{ème} ou la 860^{ème} heure : ces périodes représentent l'état du trafic sur une base temporelle plus significative que 30 heures. Leurs qualités de service et leurs débits permettent de jauger l'intensité locale de la congestion.
2. toujours au niveau local, calculer des indicateurs synthétiques : le *temps unitaire moyen* des véhicules ; le *débit moyen en véhicules gênés* (circulant en densité élevée) ; et la *capacité perdue*, écart entre la capacité et le débit écoulé en cas de saturation. Ces indicateurs opèrent une agrégation temporelle.
3. totaliser dans l'espace, sur tout ou partie du réseau, chacun des indicateurs de l'étape précédente. On obtient ainsi des indicateurs synthétiques consistants vis-à-vis de la théorie du diagramme fondamental, et qui caractérisent l'état global de la congestion.

J'ai appliqué la méthode au boulevard périphérique de Paris, pour toutes les heures de l'année 1992, aux données issues de 140 capteurs : Cf. l'article paru dans RTS en 1996 (FL 96a).

II.A.2.b L'interaction entre véhicules légers et poids lourds

Les indicateurs précédents conviennent pour un flot homogène en vitesse, sans grande diversité entre des types de véhicules automobiles : c'est la situation classique en milieu urbain. Mais en milieu interurbain, au moins en Europe, les véhicules légers et les poids lourds ont des vitesses limites bien distinctes, qui sont intégrées à la conception des véhicules avec des rapports masse/puissance spécifiques. Aussi existe-t-il des situations de trafic sans saturation, où les poids lourds (PL) sont à peine ralentis, alors que les véhicules légers (VL) subissent un net ralentissement du fait de leurs interactions avec les PL, dans des événements de ralentissement d'autant plus pénalisants que chaque type est davantage présent sur la route.

Pour mesurer la gêne causée aux VL par les PL, j'ai élaboré la méthode suivante, basée sur des mesures locales et par période du débit en VL x_{VL} , du débit en PL et de leurs vitesses moyennes respectives (¹) :

- par période h , calculer le temps unitaire moyen des VL, $t_{VL}(h)$
- sur un ensemble de périodes, calculer le temps VL hors saturation $T_{VL}^{fluide} = \sum_{h \text{ non-saturée}} x_{VL}(h).t_{VL}(h)$ et le retard $R_{VL}^{fluide} = T_{VL}^{fluide} - X_{VL}^{fluide} / v_{VL0}$ avec $X_{VL}^{fluide} = \sum_{h \text{ non-saturée}} x_{VL}(h)$ et v_{VL0} la vitesse libre des VL, et le retard VL en saturation $R_{VL}^{saturé}$ en adaptant l'indice de sommation.

¹ Les vitesses des classes sont égales à la vitesse moyenne en régime saturé ; en régime non saturée, si seule la vitesse moyenne est connue, on peut affecter aux PL la vitesse critique qui est proche de leur vitesse limite en interurbain, et en déduire la vitesse moyenne des VL

- Comparer les deux retards. De plus l'indicateur $(X_{VL}^{fluide} - v^* T_{VL}^{fluide}) / (v_{VL0} - v^*)$ avec v^* la vitesse VL à la capacité, s'interprète comme la proportion du temps passé par les VL en état ralenti, bien qu'en régime de trafic non saturé.
- Totaliser les retards VL par axe ou par réseau, en pondérant par les longueurs de section associées à chaque poste de mesure.

Ces indicateurs ont servi à montrer que, sur le corridor autoroutier en Vallée du Rhône, A7 de Lyon à Avignon, les périodes non saturées occasionnent les 2/3 des retards des VL, en dépit de l'importante médiatisation donnée aux saturations lors des grandes migrations estivales. De plus l'indicateur de proportion gênée du temps a pris des valeurs élevées (au-delà de 40% et souvent 70%) pour des vitesses moyennes de 105-115 km/h jugées auparavant satisfaisantes par les exploitants autoroutiers : il a permis de détromper cette impression intuitive.

La méthode et le constat sont rapportés dans la communication Atec 2005 (SDL 05). Les indicateurs font désormais partie de la méthode ministérielle pour le diagnostic de la congestion routière.

II.A.2.c Prévision des temps perdus et de la saturation

Pour prédire l'évolution à moyen ou long terme des indicateurs de congestion, une simple projection ou régression paraît insuffisante, en raison de sévères non-linéarités : mieux vaut modéliser la structure statistique du trafic par périodes élémentaires, en termes de répartition horaire dans une année, et faire des hypothèses explicites pour l'évolution de cette structure.

Dans ce but j'ai développé le modèle de prévision suivant, applicable à un arc :

- Décomposer l'année en deux populations statistiques d'heures : les heures diurnes d'une part, et les heures nocturnes d'autre part.
- Dans chaque population d'heures, modéliser la distribution du débit tous véhicules, par une distribution log-normale, en tronquant les heures saturées.
- Pour le modèle log-normal tronqué, en supposant un taux constant de PL, une vitesse PL constante, et une fonction puissance pour le retard VL, on obtient une formule analytique pour le retard VL moyen, et une autre pour la variance des temps VL.
- On traite à part la partie saturée, le plus simple étant de fixer forfaitairement le retard VL moyen dans une heure saturée.
- On spécifie des hypothèses d'évolution temporelle en dosant les paramètres de la distribution log-normale, ou de manière équivalente deux paramètres l'un de débit moyen et l'autre de proportion d'heures saturées.

Ce modèle a été appliqué à l'autoroute A7 en Vallée du Rhône pour les années 1997 et 2002, et communiqué à la conférence ETC 2004 (LSD 04). Un constat marquant de l'application, est que la forte croissance du trafic (5% annuel sur les cinq années observées) touche exclusivement les heures diurnes, contrairement aux glissements temporels observés en milieu urbain : cela confirme l'intérêt de bien saisir la structure temporelle du trafic.

II.A.3 Modèle microscopique du trafic routier en section courante

Afin d'appréhender la congestion, plus profondément que par des indicateurs synthétiques, j'ai modélisé le trafic routier en régime non saturé, pour un arc isolé, au niveau microscopique des véhicules individuels.

Le modèle combine des principes physiques et des principes probabilistes :

- Le cas de base concerne la circulation sur une route à deux voies et deux sens de circulation, de deux classes de véhicules : les mobiles naturellement lents appelés les camions, et ceux naturellement rapides appelés les voitures.
- Un mobile d'une classe prend localement son état de vitesse dans un ensemble discret à une ou deux valeurs : un seul état pour un camion, deux états respectivement naturel et ralenti pour une voiture.
- Pour une voiture dans un état donné, le changement d'état est subordonné à l'évolution de son environnement proche de circulation. Depuis l'état rapide, le rattrapage d'un camion combiné au passage d'un mobile en sens opposé, provoque le ralentissement. En état ralenti, la fin du croisement combinée à un créneau libre suffisant sur la voie du sens opposé, permet de revenir à la vitesse naturelle.
- Les paramètres cinématiques des voitures, les tailles et les vitesses naturelles de chaque classe dans chaque sens, les marges de sécurité, déterminent la taille des créneaux libres nécessaires au dépassement d'une part en état rapide, d'autre part en état ralenti. C'est la partie physique du modèle.
- Sous l'hypothèse de flux poissonniens pour chaque classe, on obtient des formules analytiques pour chaque taux de transition entre deux états de vitesse pour la classe des voitures. On fait alors l'hypothèse supplémentaire d'un modèle markovien à deux états pour tout mobile rapide. C'est la partie probabiliste du modèle ⁽²⁾.

On obtient alors des formules analytiques pour, conditionnellement à un état initial, le temps moyen et la variance du temps sur une distance donnée ; et pour les probabilités stationnaires des états.

Dans ce cadre d'hypothèses, l'écart-type du temps de parcours est proportionnel (à la longue) à la distance parcourue. Les formules analytiques facilitent l'investigation systématique des relations entre les classes de mobiles.

Les deux hypothèses probabilistes de flux poissonnien et d'état markovien, suffisent pour le cas de base à deux classes dans un sens et une en sens opposé. Le modèle s'étend à d'autres situations :

- Deux voies en deux sens avec deux classes par sens,
- Deux voies à sens unique avec trois classes dont deux de voitures,
- Trois voies et deux sens.

² L'hypothèse des flux poissonniens détermine les intervalles libres dans le trafic et donc les probabilités de transition. Celle du modèle markovien est bien distincte : elle « permet » d'utiliser les taux de transition à partir de probabilités d'état : mais elle enfreint le réalisme physique car un dépassement nécessite un espace minimum, sans réelle possibilité pour un nouvel et immédiat changement d'état

- La voie unique se traite avec un seul type de transition pour deux classes ; le cas à n classes se traite bien aussi.

La clef de chaque extension, est de considérer pour chaque classe de voitures les débits respectivement naturel ou ralenti, dans les formules des taux de transition. Comme le débit ralenti est le débit total de la classe multiplié par la probabilité de l'état ralenti, on obtient un système d'équations entre les probabilités stationnaires, à résoudre numériquement (le solveur d'un tableur suffit).

J'ai publié ce modèle en français (FL 01a §10, FL 04a) et au Transportation Research Forum (FL 02a).

II.A.4 Position statistique de la méthode du véhicule flottant

Découverte dès 1863 par l'ingénieur des Ponts et Chaussées Laterrade afin que des « compteurs » ambulants dénombrent le trafic routier de l'époque (alors en colliers/jour), et réinventée en 1956 par Wardrop et Charlesworth, la méthode du véhicule flottant repose sur un véhicule témoin au sein du flot, qui dépasse et se laisse dépasser en dénombrant les véhicules moins rapides (n^-) et les véhicules plus rapides (n^+).

Sur une section de longueur L , en régime stationnaire le débit x , la densité ρ et la vitesse moyenne u du véhicule flottant vérifient la relation

$$n^+ - n^- = L(x/u - \rho).$$

La formule est utilisée dans divers protocoles de mesure :

- Si x est mesuré de manière exogène, la mesure de n^+ , n^- et u donne la densité ρ et partant la vitesse moyenne du flot, $v_S = x/\rho$ (indice S pour la moyenne d'espace).
- En ajustant u de manière à équilibrer n^+ et n^- , on obtient directement v_S .
- Avec un parcours en sens direct et un autre en sens opposé, on obtient à la fois x et ρ .

Entre autres extensions de formules dues à Wardrop (FL 04b), j'ai donné le cadre statistique suivant à la méthode du véhicule flottant (FL 01a § 13B2) :

- Supposons que le flot présente une distribution temporelle des vitesses « de croisière » des véhicules, selon une fonction de répartition $F_T(y)$. La distribution spatiale a une fonction de répartition $F_S(y)$.
- Le flux des véhicules qui doublent le véhicule flottant a une intensité spatiale $\rho^+ = x.[F_S(u)/v_S - F_T(u)/u]$.
- Le flux des véhicules dépassés par le véhicule flottant, a une intensité spatiale $\rho^- = x.[(1 - F_S(u))/v_S - (1 - F_T(u))/u]$.

- Si ces flux sont poissonniens et indépendants, alors n^+ (resp. n^-) est une variable de Poisson d'intensité $L\rho^+$ (resp. $L\rho^-$) et le couple (n^+, n^-) a pour densité de probabilité, $f(n^+, n^-) = e^{-L\rho^+} \frac{(L\rho^+)^{n^+}}{n^+!} e^{-L\rho^-} \frac{(L\rho^-)^{n^-}}{n^-!}$.
- Des paramètres Θ des répartitions F_T et F_S peuvent être estimés par la méthode du maximum de vraisemblance, connaissant n^+ et n^- , en maximisant la log-vraisemblance $\Lambda(\Theta) = \ln f(n^+, n^-)$. On peut incorporer l'estimation du débit en ajoutant à la log-vraisemblance un terme $-xH + N \ln(xH)$ pour N véhicules comptés durant H .
- La méthode du maximum de vraisemblance fournit notamment une approximation de la variance des estimateurs, pour Θ (ou aussi pour x) et par propagation pour toute combinaison algébrique de ces paramètres.
- En particulier, si les vitesses temporelles suivent une distribution log-normale $\text{LN}(m, s)$, alors les vitesses spatiales suivent une distribution log-normale $\text{LN}(m+s^2, s)$ et il suffit d'estimer les deux paramètres m et s pour caractériser les deux distributions.

Au total, les hypothèses de mon modèle microscopique de trafic ont inspiré un cadre statistique puissant pour une méthode éprouvée au plan technique.

II.A.5 Analyse probabiliste des temps de trajet

II.A.5.a La variabilité des temps, une problématique longtemps négligée

La modélisation du trafic se concentre sur la vitesse moyenne du flot en un point, éventuellement en distinguant des classes de mobiles. La variabilité des vitesses ponctuelles, de même que celle des temps d'itinéraire, a été bien sûr reconnue, parfois intégrée à des mesures ou à des modèles (Cf. la formule de Wardrop entre les vitesses moyennes de temps et d'espace), mais n'avait pas fait elle-même l'objet de modèles explicatifs.

Or de tels modèles se révèlent nécessaires dans certaines applications : la rénovation des relations débit-vitesse utilisées dans les études de planification routière au ministère français des transports, de 1998 à 2001, m'a donné l'occasion de développer un système de modèles pour la distribution statistique des temps d'itinéraire.

Ce système de modèles est décrit dans les prochains paragraphes :

- Avec un inventaire de quatre sources de variabilité dans les temps d'itinéraire (§b) : état macroscopique, fluctuations microscopiques, allures individuelles, arrêt hors flot.
- L'influence de l'état macroscopique (§c).
- Les allures individuelles et les aléas microscopiques de circulation (§d).
- Le modèle d'arrêt (§e).
- L'assemblage des hypothèses relatives à chaque source de variabilité, en un modèle du temps de trajet (§f).
- Des méthodes pour l'estimation statistique (§g).

- L'application aux autoroutes interurbaines en France (§h).
- Enfin, les enseignements, les limitations et les prolongements (§i).

Chaque bloc de modélisation a fait l'objet de communication et de débat scientifiques dans des forums de recherche, tant au niveau national français dans le cadre du séminaire Inrets-ENPC de Modélisation du Trafic (FL 03a-b, 04a-c), qu'au niveau international : groupe européen de recherche opérationnelle appliquée aux transports (EWGT de l'association EURO : FL 00a, 02d), meeting 2002 du TRB américain (FL 02a). De plus j'ai produit un ouvrage de récapitulation (FL 01a) sous la forme d'un rapport *Outils et Méthodes* de l'Inrets, et contribué à un rapport technique du Sétra qui détaille les résultats et l'influence du relief et de l'effet jour-nuit (LS 01).

II.A.5.b Un diagnostic des sources de variabilité

Pour inventorier les causes, les sources de variabilité des temps d'itinéraire, deux enseignements peuvent être tirés du modèle microscopique de trafic :

1. l'état macroscopique du trafic en termes de débits (en régime non-saturé), détermine le temps moyen de parcours sur un itinéraire pour une classe de mobiles.
2. à itinéraire, état macroscopique et classe de mobile fixés, le temps de parcours est une variable aléatoire, avec un écart-type non nul. Cette variabilité provient des fluctuations de l'environnement microscopique de chaque mobile, conditionnellement à l'état macroscopique, et indépendamment du comportement de circulation qui obéit à des règles invariables dans la classe.

De plus, au-delà du modèle microscopique :

3. parmi les mobiles, les comportements sont variés et relèvent vraisemblablement d'une variété de classes. J'ai posé une hypothèse de distribution des allures individuelles : à savoir que, dans un type de mobiles (ex. les voitures, ou les camions), chaque mobile témoigne et conserve une certaine préférence individuelle pour la rapidité, appelée son allure. Au niveau agrégé, on suppose que l'allure est une variable ordinale, distribuée statistiquement dans la population des déplacements effectués par les mobiles du type sur l'itinéraire concerné durant une période de durée suffisante, cela pour tout état macroscopique de trafic.
4. au cours d'un itinéraire à la longueur non négligeable, certains mobiles effectuent des arrêts hors du flot, qui comptent dans leur temps d'itinéraire. La durée passée en arrêt hors flot par un mobile sur un itinéraire constitue son temps d'arrêt, disjoint du temps de parcours proprement dit. Le temps de trajet totalise le temps de parcours et le temps d'arrêt. La variabilité du temps d'arrêt contribue à celle du temps de trajet.

II.A.5.c L'état macroscopique conditionne le temps de parcours

L'état macroscopique de trafic, noté M , est décrit localement par des variables de trafic macroscopiques : le débit en VL, x_V , et le débit en PL, x_C , qui sont exogènes au modèle de congestion.

Celui-ci a pour variables endogènes : le temps unitaire moyen des VL, τ_V , celui des PL, τ_C , éventuellement aussi l'écart-type unitaire des temps VL, σ_V et celui des PL, σ_C .

Cette description macroscopique locale convient pour les régimes non-saturés. Au niveau d'un itinéraire parcouru dans un déplacement, l'état macroscopique est la séquence des états macroscopiques locaux rencontrés aux moments de passage.

II.A.5.d Allures individuelles et aléas de circulation

Dans une population de trajets d'une classe de mobiles c , sur un itinéraire P et avec un même état macroscopique M , il subsiste deux sources de variabilité :

- la diversité des préférences individuelles pour la rapidité : nous supposons que chaque mobile conserve une allure α au cours de son trajet, allure qui est un index ordinal dans une distribution d'allures pour cette population de trajets, avec une fonction de répartition.
- La diversité des aléas microscopiques de circulation, notés ω , qui sont les fluctuations résiduelles du trafic à M fixé, en raison des interactions élémentaires entre les mobiles.

Pour délimiter les contributions respectives de ces sources à la dispersion des temps de parcours t_{Pc} , en fonction de la distance parcourue, j'ai supposé :

- que M se conserve durant un déplacement sur l'itinéraire : homogénéité temporelle et homogénéité spatiale.
- Que par allure α , la vitesse locale est un processus ergodique : donc les aléas de lieux traversés successivement, tendent à se compenser mutuellement.

En conséquence, le rôle des aléas microscopiques décroît en fonction de la distance, qui privilégie progressivement la distribution des allures en ce qui concerne la dispersion des temps de parcours. A P et M fixés, sur longue distance l'écart-type de t_{Pc} tend à être proportionnel à la distance. Sur un itinéraire long il se décompose additivement entre des sous-sections.

On note cela $\sigma_{PMc} = \sum_{a \in P} \sigma_{aMc}$ et $\sigma_{aMc} \approx L_a \sigma_{0Mc}$, pour l'écart-type $\sigma_{P(Mc)}$ du temps de parcours $t_{P(Mc)}$ et celui $\sigma_{a(Mc)}$ du temps de parcours $t_{a(Mc)}$ par arc a de longueur L_a , avec $\sigma_{0(Mc)}$ un écart-type unitaire.

II.A.5.e Modèle d'arrêt

A itinéraire P , classe de mobiles c , allure α et aléas ω fixés, le temps d'arrêt t_A est une variable aléatoire modélisée comme la durée totale, pour un nombre aléatoire d'arrêts v , des durées des arrêts élémentaires $(\delta_i)_{i=1..v}$.

A partir d'hypothèses sur le nombre d'occurrences v , la durée élémentaire δ , et leur indépendance mutuelle (ainsi que des durées élémentaires i.i.d.), on obtient des propriétés statistiques pour le temps d'arrêt $t_A = \sum_{i=1}^v \delta_i$.

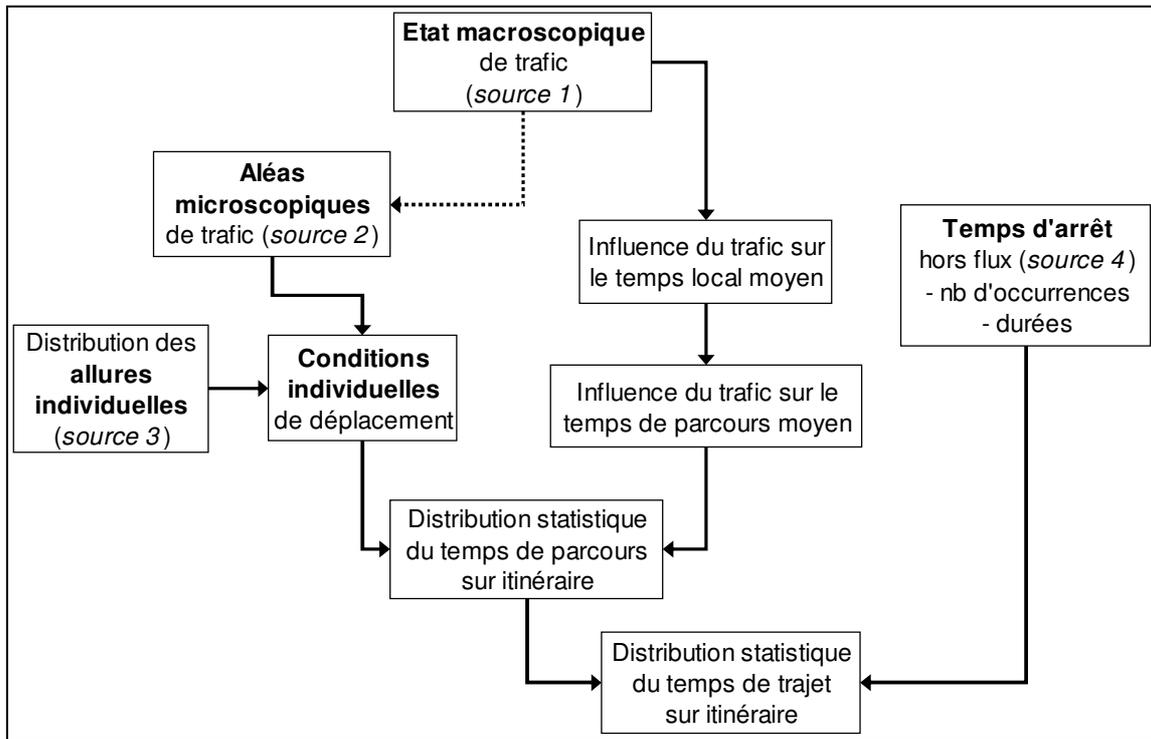
J'ai considéré en particulier une distribution de Bernoulli de paramètre η (probabilité d'arrêt pour un trajet) pour v , et une distribution exponentielle de paramètre λ décalée de r pour δ . En supposant un temps de parcours $t_P \approx N(\mu, \sigma^2)$, et l'indépendance des temps de parcours et d'arrêt, j'ai obtenu la formule analytique suivante pour la densité de probabilité f_T du temps de trajet $t_T = t_P + t_A$:

$$f_T(t) = \frac{1-\eta}{\sigma} \phi\left[\frac{t-\mu}{\sigma}\right] + \lambda \eta e^{-\lambda(t-r-\mu)+\sigma^2\beta^2/2} \Phi\left[\frac{t-r-\mu}{\sigma} - \sigma\lambda\right]$$

avec $\Phi(t) = \int_{-\infty}^t \phi(u) du$ pour $\phi(u) = \exp(-u^2/2) / \sqrt{2\pi}$.

II.A.5.f Assemblage en modèle du temps de trajet

La figure jointe récapitule l'architecture du système de modèles conduisant à la distribution statistique du temps de trajet.



Formation du temps de trajet et sources de variabilité.

En reprenant la formule précédente de densité :

- les paramètres du modèle d'arrêt sont η la probabilité d'arrêt dans un déplacement, r la durée minimale d'un arrêt et λ le paramètre de l'exponentielle.
- La moyenne μ de t_P est une fonction $\bar{t}_{Pc} = \sum_{a \in P} L_a \tau_{ac}(M)$ avec τ_{ac} la fonction de temps unitaire qui capture la congestion.
- L'écart-type σ de t_P est une fonction $\sigma_{Pc} = \sum_{a \in P} L_a \sigma_{ac}(M)$ avec σ_{ac} la fonction d'écart-type du temps unitaire.

Pour la suite on rassemble dans un vecteur Θ les paramètres du temps de parcours et (η, r, λ) du temps d'arrêt.

II.A.5.g Estimation statistique

Des paramètres Θ du temps de trajet peuvent être estimés à partir d'observations de l'état macroscopique et du temps de trajet sur l'itinéraire, pour diverses (³) valeurs de l'état macroscopique.

La formule de densité de t_T sert à exprimer la vraisemblance d'une observation individuelle (M, t) . Pour un ensemble d'observations individuelles, supposées indépendantes, la fonction de vraisemblance est le produit des vraisemblances individuelles. La connaissant, on peut appliquer la méthode du maximum de vraisemblance pour estimer les paramètres.

Dans le cas d'observations très nombreuses sur un itinéraire, j'ai aussi utilisé des regroupements par tranche de débit en VL et de débit en PL pour M , en prenant en compte dans chaque tel groupe les déciles du temps de trajet.

II.A.5.h Application aux autoroutes interurbaines en France

Le système de modèles, et les méthodes d'estimation statistique, ont été développés en réponse à un enjeu opérationnel pour le Sétra et les études de planification au ministère : estimer les fonctions de temps de parcours moyen sur les autoroutes interurbaines en France, pour renouveler celles datant de la décennie 1970.

En notant x_V le débit en VL, x_C le débit en PL et $x_{uvp} = x_V + 2.5x_C$ le débit en uvp, nous avons retenu les formules suivantes de type BPR pour le temps unitaire de parcours :

- $\tau_V = \tau_{V0} [1 + \gamma_V (\frac{x_{uvp}}{K})^{\alpha_V}]$ en moyenne pour les VL, avec trois paramètres τ_{V0} de temps libre par unité de distance, γ_V tel que $\tau_{V0}(1 + \gamma_V)$ est le temps critique, et α_V un coefficient de sensibilité au niveau de trafic.
- $\tau_C = \tau_{C0} [1 + \gamma_C (\frac{x_{uvp}}{K})^{\alpha_C}]$ en moyenne pour les PL.

Le paramètre K de capacité a été fixé en application du modèle présenté au §6 : $K = f\kappa_1$ avec f le nombre de files et $\kappa_1 = 1750$ uvp/h.

Les valeurs suivantes ont été estimées, à partir d'un lot d'itinéraires et de quelques millions d'observations individuelles :

- temps de parcours unitaire moyen des VL : temps libre diurne $\tau_{V0} = 0.46$ mn/km donc une vitesse libre de 135 km/h, pour les sites sans relief marqué. Hors relief $\gamma_V = 0.4$. Des paramètres de forme $\alpha_V = 4$ pour une autoroute à 2x2 voies, $\alpha_V = 6$ pour une autoroute à 2x3 voies.
- temps de parcours unitaire moyen des PL : temps libre diurne $\tau_{C0} = 0.67$ mn/km donc une vitesse libre de 90 km/h. Hors relief $\gamma_C = 0.1$. Paramètre de forme $\alpha_C = 1$.

De plus, concernant la dispersion des temps de parcours :

³ si l'on ne connaissait pas explicitement les variations de l'état macroscopique, on pourrait encore estimer les paramètres du temps d'arrêt avec alors une distribution du temps de parcours, qui ne serait plus conditionnelle à l'état macroscopique. Le désavantage serait que l'hypothèse gaussienne tiendrait une place plus importante

- sur section longue (au moins quelques km), l'écart-type du temps de parcours des VL est proportionnel à la distance avec un coefficient d'environ 0.045 mn/km.
- Pour les PL, le coefficient de proportionnalité n'est que de 0.035 mn/km.

Enfin, concernant les temps d'arrêt hors flot des VL :

- Le paramètre η , qui mesure la fréquence relative d'arrêt, dépend de l'itinéraire proportionnellement au temps de parcours : la cadence d'arrêt t_p / η est comprise entre 1.5 et 2.5 heures, soit environ un arrêt toutes les deux heures, conformément d'ailleurs aux recommandations pour la sécurité routière.
- La durée moyenne d'un arrêt (paramètre $1/\lambda$ dans le cas exponentiel avec $r = 0$) varie de 8 à 20 mn selon l'itinéraire étudié.

Pour les PL, il a fallu utiliser une méthode robuste censurant les temps de trajet trop élevés, car les circonstances d'arrêt varient davantage (repos réglementaires, arrêts nocturnes).

II.A.5.i Enseignements, limitations et prolongements

Les enseignements empiriques vont au-delà des objectifs initiaux assignés à l'application : non seulement les fonctions de temps moyen ont été spécifiées et estimées pour les VL et les PL, mais de plus on a obtenu une connaissance statistique de la distribution des temps de parcours, et des temps d'arrêt. Autre résultat connexe : dans la variance des vitesses locales mesurées par un capteur, par type de véhicule et à état macroscopique fixé, la distribution des allures compte pour la moitié dans le cas des VL (un tiers dans le cas des PL) et les aléas microscopiques pour le reste.

Le système de modèles constitue une contribution théorique à l'analyse du trafic, transférable à d'autres sites d'application.

Au plan méthodologique, les enseignements sont :

- encore une fois, l'intérêt de bien distinguer les aspects physiques et les aspects probabilistes.
- Les variabilités ont fait l'objet d'un inventaire poussé, d'une décomposition qualitative en quatre sources.
- Seule cette décomposition a permis ensuite la reconstruction physico-probabiliste, avec des hypothèses variées qui ne se justifient qu'au lieu précis où on les dispose dans l'architecture du modèle.

Parmi les limitations de ce modèle, j'en mentionnerai trois :

- pour un mobile routier : d'éventuelles sautes d'humeur du conducteur, ou un changement de conducteur à l'occasion d'un arrêt, entre autres causes, peuvent induire un changement d'allure au cours du trajet. La conséquence serait, par rapport à l'hypothèse d'invariance de l'allure individuelle, une moindre dispersion des vitesses de croisière : et sur très longue distance, une atténuation lente et progressive du rapport entre l'écart-type du temps de parcours et la distance (toujours à type de mobile et état macroscopique fixés).
- Des ruptures fréquentes dans l'itinéraire, c'est-à-dire des arcs trop petits pour être traités comme des sous-sections longues. Cela n'infirmait pas la décomposition

additive de l'écart-type σ_P du temps de parcours, mais nécessiterait de déterminer arc par arc l'écart-type σ_a .

- Les variations locales de l'infrastructure routière, en termes de sinuosité, pente voire nombre de voies et modalités d'exploitation. Cela infirmerait l'homogénéité spatiale supposée pour le processus des aléas microscopiques de trafic. On peut cependant penser que les aléas continueraient à se compenser, d'après une analyse sans homogénéité spatiale pour mon modèle microscopique du trafic en section courante (FL 01a §10I3).

Je recommanderais les prolongements suivants :

- application du modèle aux autres types de route, en milieu interurbain voire aussi en milieu urbain. Si le modèle ne suffisait pas à représenter certains aspects physiques spécifiques, alors c'est l'approche qu'il faudrait transférer.
- Utiliser la description statistique du temps de trajet, dans les méthodes d'estimation dynamique des matrices origine-destination de flux

II.A.6 Modélisation et mesure de la capacité d'écoulement

La théorie du diagramme fondamental définit la capacité d'écoulement d'un arc routier, comme le débit maximal. Au-delà de cette simplicité apparente, le concept de capacité est plus complexe en trafic que dans la théorie des files d'attente :

- La structure du flot, sa composition par types de véhicules, varie en général au fil du temps. Des structures distinctes donnent une signification physique distincte au concept de véhicule moyen. Pour traiter ce phénomène, on choisit un type de référence : la voiture particulière ; et l'on « convertit » les nombres des autres véhicules en unités de voiture particulière (uvp) à l'aide d'un coefficient d'équivalence au regard, justement, de la capacité, exprimée désormais en uvp par unité de temps.
- Surtout, par opposition à la théorie des files d'attente, la charge de trafic apportée par chaque mobile, varie en fonction de la vitesse : non seulement l'emprise propre au mobile (longueur divisée par la vitesse), mais aussi la marge de sécurité vis-à-vis du mobile précédent. Ce phénomène d'adaptation appelle une modélisation spécifique.

II.A.6.a Etat de la pratique et de la recherche

Les ingénieurs du trafic utilisent des capacités en uvp par unité de temps, indépendantes de la vitesse, et mesurées suivant des méthodes largement intuitives :

- La méthode du débit maximal parmi un ensemble d'observations du flot par périodes de durée identique.
- La méthode du N-ième débit le plus fort, très proche de la précédente.
- D'après un histogramme des débits par périodes, le second mode qui doit correspondre à la moyenne des saturations.

Parfois on utilise un modèle semi-poissonien dû à Buckley en 1968, basé sur la distinction entre des entités « véhicules plus marge avant » d'une part, et des « lacunes de trafic » d'autre part : les durées des entités et des lacunes suivent des distributions statistiques spécifiques. La distribution des durées des entités a pour valeur moyenne, l'inverse de la capacité. La durée

de la marge avant plus celle de l'éventuelle lacune précédente, constituent le temps inter-véhiculaire.

Depuis la contribution de Buckley, un courant de recherche s'est concentré sur la spécification du temps inter-véhiculaire, avec notamment Cowan puis Lutinen et récemment l'équipe de Piet Bovy à Delft qui a distingué plusieurs classes de véhicules. Mais aucun n'a considéré la relation vitesse-capacité.

Depuis les années 1990 un second courant est apparu : certains modélisateurs hydrodynamiques du trafic ont reconnu que chaque état saturé, avec sa vitesse, est un état capacitif. Certains ont même pris en compte plusieurs classes de véhicules. Mais ils n'ont pas analysé la charge de trafic due à un mobile individuel, ni considéré les aspects statistiques pour la mesure de la capacité.

II.A.6.b Problématique choisie

J'ai voulu combiner et mettre en synergie les deux courants de recherche, tout en fournissant des méthodes simples destinées aux praticiens.

Précisément, ma problématique est de modéliser la charge individuelle de trafic, en fonction des types de mobiles et de la vitesse ; et d'analyser les conditions de service pour caractériser les régimes capacitifs de circulation, et par conséquent la capacité. En régime capacitif les considérations statistiques sont plus simples que pour une file d'attente non saturée, puisqu'il s'agit uniquement d'un processus de renouvellement et non de l'interaction entre un processus d'arrivées et un processus de services.

Dans la suite de cette section, sont exposés :

- Au §c le modèle de base, le plus simplifié, pour la charge individuelle de trafic, et la condition du *régime continu stable* spécifiée afin d'isoler un régime capacitif à vitesse constante.
- Au §d le cas de deux classes de mobiles est développé, afin de manifester la dépendance des marges de sécurité envers non seulement la vitesse mais aussi les classes.
- Au §e le modèle est étendu, successivement, aux files multiples, au serveur intermittent, au serveur à garantie de fiabilité.
- Au §f, des méthodes d'estimation statistique : soit désagrégées afin de départager les composantes de la charge individuelle de trafic ; soit agrégées pour déterminer simplement la capacité. En particulier la méthode du débit moyen par tranche de vitesse, est élémentaire et très opérationnelle.
- Le §g pointe les biais associés aux méthodes pratiques antérieures, grâce à mon modèle et à une approximation statistique.
- Le §h donne les résultats d'une application aux autoroutes interurbaines en France.
- Le §i indique les prolongements réalisés ou potentiels.

J'ai présenté ces travaux au Séminaire Inrets-Enpc de modélisation du trafic début 2002 (FL 04d), et publié un rapport de recherche Inrets fin 2005 (FL 05b).

II.A.6.c Le modèle de base

Pour un arc pendant une période stable, la vitesse d'écoulement révèle le régime saturé ou non-saturé. En régime saturé (ou continu), si les vitesses individuelles sont quasi-uniformes (i.e. stabilité du régime continu), la capacité est une fonction de la vitesse et des proportions des classes. En régime non-saturé, il subsiste des intervalles libres entre certains mobiles : aux vitesses correspondantes la capacité n'est pas définie.

Soit i un mobile individuel de longueur ℓ_i . Quand il circule à la vitesse v_i , il impose au point de passage une charge propre ℓ_i/v_i et une marge de précaution $m_v(i)$, soit une charge individuelle complète $y_i = m_v(i) + \ell_i/v_i$.

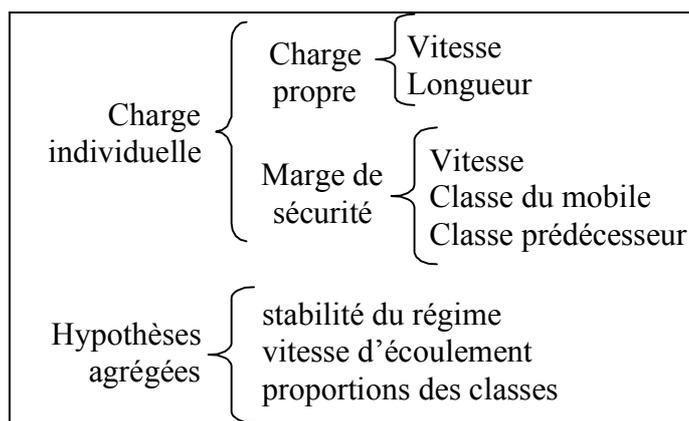
La charge individuelle y_i est égale ou inférieure à la durée $\delta_i = t_i - t_{i-1}$ écoulée entre les derniers instants de présence du mobile i et de son prédécesseur $i-1$: $y_i = \delta_i$ si i est gêné par $i-1$, ou $y_i \leq \delta_i$ en l'absence de gêne. Dans ce cas $\delta_i - y_i$ est un intervalle libre entre les deux mobiles, une « lacune ».

J'ai défini le *régime continu stable* (RCS) en un point d'une route et pendant une période de durée H , par l'ensemble des trois conditions suivantes :

- 1- des mobiles sans intervalles libres intermédiaires, i.e. en régime saturé.
- 2- avec une vitesse uniforme (ou presque).
- 3- avec une stabilité des types de mobiles tout au long de la période.

Comme les charges individuelles sont des durées, elles admettent une fonction de répartition cumulée $Y(z) = \Pr\{i : y_i \leq z\}$, une valeur moyenne $E[y]$ et une variance $V[y]$. En RCS on vérifie $E[y] = E[m_v] + E[\ell]/v$.

La *capacité d'une file de circulation*, dans une période de durée H , est définie comme le *débit moyen* en mobiles écoulables pendant la période en RCS : notée κ_v . En théorie $\kappa_v = 1/E[y]$.



Modèle microscopique de la charge de trafic.

II.A.6.d Cas à deux classes de mobiles

Afin de manifester simplement en quoi influe la diversité des mobiles dans la charge individuelle, j'ai développé le cas de deux classes de mobiles, en privilégiant la variabilité inter-classe et en négligeant celle intra-classe.

Dans la formule $y_i = m_v(i) + \ell_i/v_i$, à v_i homogène les classes c se distinguent par :

- des longueurs intrinsèques $\ell_c = E[\ell_i | i \in c]$.
- Des marges de sécurité $m_v(i)$: par classe, à vitesse donnée la marge varie surtout en fonction de la classe du mobile prédécesseur dans la file.

Dans la charge moyenne $E[y]$ inverse de la capacité κ_v , à v constante on exprime $E[\ell] = \sum_c \pi_c \ell_c$ à l'aide des proportions π_c des classes. Mais pour $E[m_v]$ il faut connaître aussi l'ordre des mobiles, ou mieux, la succession des classes de mobiles.

Ainsi la structure probabiliste de la succession entre les classes de mobiles : alternance et composition des « pelotons » de chaque classe, joue un rôle déterminant. En première approche, on peut supposer une distribution géométrique pour la taille des pelotons d'une classe donnée.

Intérêt supplémentaire : le modèle à deux classes capture l'essentiel de la variabilité pour le trafic routier (VL-PL) comme pour le trafic ferroviaire (trains de voyageurs ou de fret).

II.A.6.e Sophistications du modèle

J'ai considéré trois extensions au modèle de base (flux homogène, saturé, non interrompu) : à savoir la multiplicité des files ; l'intermittence du serveur ; la garantie de fiabilité.

La multiplicité des files se traite par superposition des capacités de chaque file, chacune avec sa structure de trafic : si les files sont « perméables » les unes aux autres alors vraisemblablement leurs vitesses s'homogénéisent, de même que leur structure interne de trafic en l'absence de régulation contraire.

L'intermittence du serveur signifie une alternance de phases de disponibilité et d'interruption : si chaque phase est suffisamment longue par rapport à une charge individuelle, la capacité du serveur intermittent est le produit de la capacité ininterrompue, par la proportion de disponibilité, à quelques pourcents près pour intégrer l'effet sur les mobiles des transitions entre les phases.

Enfin j'ai défini la garantie de fiabilité à propos de l'exploitation des transports guidés, pour un opérateur qui veut faire circuler des convois aux vitesses naturelles distinctes, sur une voie d'une longueur donnée, sans craindre de rattrapage qui engendrerait des retards pour les convois les plus rapides. Le traitement consiste à adapter la notion de marge de sécurité, pour y inclure des marges prévenant le rattrapage. Cela relaxe l'hypothèse d'une vitesse uniforme pour les mobiles en régime capacitif, on plutôt, en transport guidé on préfère une notion virtuelle de capacité à une notion concrète...

II.A.6.f Méthodes d'estimation statistique

Deux approches sont possibles pour estimer statistiquement la capacité.

D'une part une approche directe pour estimer κ_v , en observant des régimes saturés stables groupés par tranche de vitesse v et de structure du trafic (proportion de PL dans le cas du trafic routier). Dans un groupe, les débits observés constituent un échantillon d'une population de moyenne κ_v, π . En particulier, la moyenne empirique d'échantillon est un estimateur de la capacité : c'est la méthode du *débit moyen par tranche de vitesse*.

D'autre part une approche indirecte, désagrégée : en observant chaque élément ℓ_i et $m_v(i)$ en fonction de la classe du mobile précédent : par recombinaison on en tire $E[y]$ et

$\kappa_{v,\pi} = 1/E[y]$. Cela nécessite une observation fine du trafic, au niveau individuel de chaque mobile.

II.A.6.g Evaluation des méthodes intuitives d'estimation

Dans ce cadre statistique, il apparaît que les définitions empiriques antérieures sont biaisées :

- les méthodes de débit maximal et de fractile des débits, surestiment d'autant plus la capacité que les observations sont plus nombreuses ! J'ai modélisé leurs biais, en approchant par une variable de Gumbel la distribution (approximativement poissonnienne) du débit en période saturé.
- l'ajustement d'une fonction vitesse-débit peut produire un débit critique différent de la véritable capacité maximale.
- le second mode d'une distribution de débits résulte du mélange des conditions exogènes d'écoulement, et non de la capacité maximale : biais négatif.
- la méthode usuelle d'estimation du modèle semi-poissonien, présente un biais positif en faveur des capacités fortes, par sélection de pelotons selon un critère de débit fort et non de vitesse stable.

II.A.6.h Applications et prolongements

Le modèle désagrégé et la méthode du débit moyen par tranche de vitesse, ont été appliqués par le Sétra en 2001 pour mesurer la capacité des autoroutes interurbaines en France (Leurent et Simonet, 2001), ainsi que le coefficient d'équivalence d'un poids lourd en véhicules légers.

Une application aux voies rapides urbaines de l'agglomération nantaise, a été réalisée par Gérard Louah au Cété de l'Ouest en 2004.

Ces applications au trafic routier montrent qu'en régime saturé stable, les fluctuations aléatoires du flux justifient à elles seules l'étalement des points (vitesse, débit) observés par période. J'ai relevé et justifié le fait suivant en trafic routier : la marge de sécurité dépend fortement des classes du mobile et de son prédécesseur : selon qu'une voiture suit une autre voiture ou un camion, sa marge de sécurité varie du simple au double.

Parmi les prolongements déjà effectués, je peux mentionner :

- une méthode de mesure pour le coefficient d'équivalence entre les types de véhicules. La méthode comporte une mesure de précision, ce qui constitue une première sur ce sujet.
- Une formulation probabiliste rigoureuse pour le temps-intervéhiculaire dans le cas de plusieurs classes de trafic, et au passage, la correction d'hypothèses erronées dans des travaux récents à l'université de Delft.

II.A.7 Ecoulement dynamique du trafic routier

Le diagramme fondamental entre débit et vitesse, tant dans sa branche non-saturée (vitesse en fonction du débit) que dans sa branche saturée (capacité en fonction de la vitesse), est par essence statique ; chaque point du diagramme représente un état stationnaire du trafic. De fait, l'évolution est un phénomène dynamique, avec éventuellement des états stationnaires mais plus souvent des régimes transitoires. C'est le sujet des modèles dynamiques de trafic.

II.A.7.a Etat de la recherche ⁽⁴⁾

Dans les préliminaires, j'ai évoqué les modèles hydrodynamiques basés sur des équations aux dérivées partielles.

Depuis 1995 la communauté scientifique a longuement débattu des équations à considérer, sans remettre en cause :

- la logique input-output des modèles : qui uniformément partent d'une distribution initiale de la densité le long de l'arc, et d'edp invariantes le long de l'arc.
- Les algorithmes de résolution : sont appliqués couramment, le schéma de Lax-Milgram ou celui de Godunov, avec des pas de temps et d'espace qui, malheureusement, sont bien inférieurs aux échelles physiques spécifiques du trafic routier...

II.A.7.b Problématique : formuler et résoudre un modèle hydrodynamique « essentiel »

Pour moi le noyau essentiel d'un modèle hydrodynamique de trafic est :

- de traiter un arc orienté, au cours d'une période H .
- d'avoir pour inputs les profils temporels du volume entrant, de la capacité en sortie et du temps minimum de traversée (temps en l'absence de congestion).
- De produire en output, les profils temporels du volume sortant, et du temps effectif de traversée.
- D'explicitier toute condition de non-dépassement et tout mécanisme de dépassement.

Le noyau ainsi spécifié est essentiel pour intégrer le modèle hydrodynamique d'un arc considéré isolément, dans un modèle dynamique d'affectation du trafic, tel qu'exposé au §B8 : cela permet de décentraliser la simulation de l'écoulement au niveau de chaque arc.

Ma problématique a été :

- de formuler clairement un tel modèle (§c).
- d'explicitier l'extension spatiale d'une éventuelle file d'attente, et aussi les relations entre plusieurs classes de mobiles (§d).
- de spécifier des algorithmes événementiels, à la complexité informatique très réduite si l'on se concentre sur les « grands événements » que sont la saturation et la désaturation (§e).

Le résultat principal est un modèle facile à discuter et qui ainsi permet de poser des questions scientifiques fortes, auparavant voilées par des complications peut-être superfétatoires (§f).

D'autres chercheurs ont eu des problématiques voisines : j'en ferai mention au fil de l'exposé.

⁴ je dois aussi rappeler l'existence des simulateurs microscopiques de trafic, dont l'usage augmente constamment depuis une dizaine d'années

II.A.7.c Formulation d'un modèle hydrodynamique essentiel

La précision et la concision jouent un rôle considérable dans la formulation d'un modèle : dans la conception ce rôle est moindre que la pertinence des concepts à saisir ; mais il devient prépondérant lorsqu'il s'agit de combiner plusieurs modèles.

Voici les concepts et les notations pour mon modèle hydrodynamique d'un arc a :

- pour le temps d'horloge, des instants $h \in H$ période d'analyse, avec un instant initial h_0 .
- Volume entrant : profil temporel $X_a^+(h)$ du nombre cumulé de mobiles entrés sur l'arc.
- Volume sortant : profil temporel $X_a^-(h)$ du nombre cumulé de mobiles sortis de l'arc.
- Capacité cumulée en sortie : profil temporel $K_a(h)$.
- Temps minimum de traversée : $t_{a0}(h)$ pour une entrée à h sur l'arc a .
- Temps effectif de traversée : $t_a(h)$.
- Horaire minimum libre de sortie $H_{a0}^+(h) = h + t_{a0}(h)$.
- Horaire ultime libre d'entrée $H_{a0}^-(\bar{h}) = \sup\{h : H_{a0}^+(h) \leq \bar{h}\}$.
- Horaire minimum effectif de sortie $H_a^+(h) = h + t_a(h)$.
- Horaire ultime effectif d'entrée $H_a^-(\bar{h}) = \sup\{h : H_a^+(h) \leq \bar{h}\}$.

L'objet du modèle est, connaissant en input X_a^+ , K_a et t_{a0} , d'en déduire en output X_a^- et t_a . Les fonctions H_{a0}^+ et H_{a0}^- , H_a^+ et H_a^- , servent d'intermédiaires.

Les formules sont :

$$X_a^-(h) = \inf_{s \in [0, h-h_0]} X_a^+[H_{a0}^-(h-s)] + K_a(h) - K_a(h-s) + \Delta_{a0} \text{ pour le volume sortant } (\text{5})$$

$$X_a^-(h + t_a(h)) = X_a^+(h) \text{ pour le temps effectif de traversée.}$$

La désignation par des exposants Plus pour ce qui tient à l'entrée, et Moins pour ce qui est relatif à la sortie, facilite la liaison entre les variables de même nature respectivement en début et en fin de traversée.

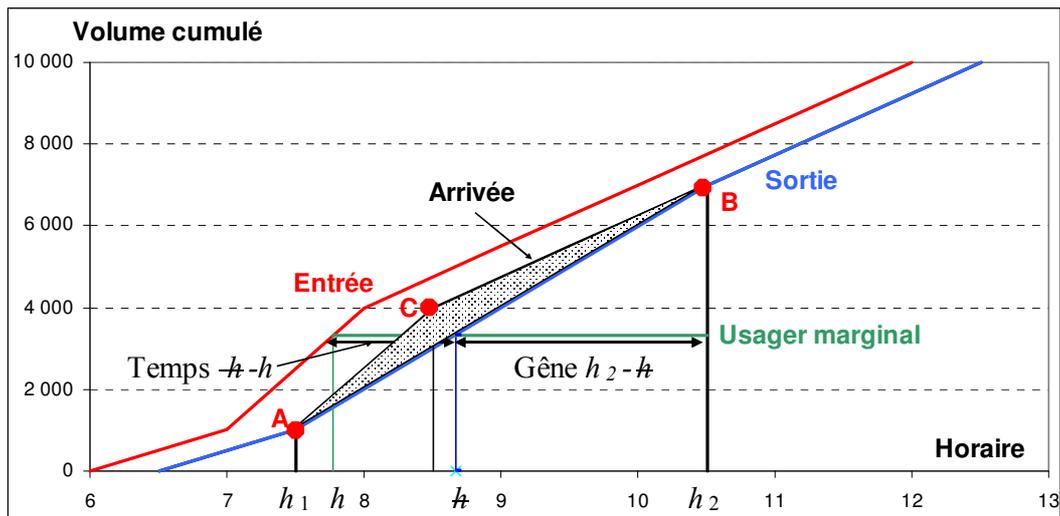
Le cas échéant, les notations peuvent être particularisées par classe u de trafic, en ajoutant un u en indice.

Cette formulation incorpore des K_a et t_{a0} générales, à la différence des formulations antérieures en hydrodynamique comme en trafic, avec la restriction courante à K_a linéaire et t_{a0} constant. Les évolutions de t_{a0} sont justifiées en particulier pour les périodes de transition entre le jour et la nuit.

⁵ l'équation du volume sortant, résulte de la conjonction des deux contraintes suivantes sur le volume sortant :

- $[X_a^-(h)]_{h_1}^{h_2} \leq [X_a^+(H_{a0}^-(h))]_{h_1}^{h_2}$ en raison du délai de propagation

- et $[X_a^-(h)]_{h_1}^{h_2} \leq [K_a(h)]_{h_1}^{h_2}$ effet de la contrainte de capacité



Propagation du volume et contrainte de capacité.

En trafic, la formulation originelle remonte à 1965 par AD May. Ensuite les variables cumulées ont été longtemps dédaignées par les théoriciens, jusqu'à ce que Newell les relance en 1993. Entre 1995 et 2000, Daganzo *et al* à Berkeley et Kuwahara et Akamatsu au Japon, ont formulé des modèles équivalents au cas restreint, et de même Bellei *et al* en 2002-2003. J'ai publié ma formulation en 2003 (FL 03c).

II.A.7.d Sophistications du modèle

Dans la formulation précédente, on peut déduire une formule pour le « stock vertical » des mobiles qui sont virtuellement arrivés à la sortie mais qui, en raison de la contrainte de capacité, attendent leur tour pour sortir. La virtualité de l'arrivée tient au fait qu'en présence d'une file d'attente, celle-ci remonte en amont de la sortie : aussi la file d'attente réelle, « horizontale », concerne davantage de mobiles que la file d'attente verticale.

Pour expliciter la file d'attente horizontale, j'ai modélisé son évolution par des ondes de saturation ou de dé-saturation. La variable d'intérêt est la position $s_a^*(h)$ du front d'onde à l'instant h , avec la vitesse de propagation $v_a^*(h) = \dot{s}_a^*$.

Cette explicitation est essentielle dans le cas de plusieurs classes de trafic, si les mobiles de classes distinctes peuvent se dépasser en régime non-saturé mais pas en régime saturé : la condition First In-First Out ne vaut qu'à l'intérieur d'une classe, ou entre classes, que pour les portions parcourues en saturation.

En 2004 (FL 04e) j'ai indiqué comment calculer la vitesse de propagation pour un nombre quelconque de classes de trafic, en combinant la conservation du volume de chaque classe, et l'unicité de la file d'attente donc de sa vitesse de propagation.

II.A.7.e Algorithmes événementiels

La formulation est exprimée en temps h continu, et non discrétisé comme l'ont fait les autres chercheurs présents sur le sujet. Pour calculer les évolutions, mon option est de traiter explicitement les événements dus à des variations dans les inputs : cela englobe les grands événements de saturation, de dé-saturation, et les inflexions de la congestion.

Ainsi, dans le cas où le volume entrant cumulé, la capacité cumulée et le temps minimum sont des fonctions affines par morceaux, le nombre d'événements à traiter est limité par la somme

des ruptures de pente dans les données d'entrée, avec pour chaque événement un nombre $O(\text{Nb classes})$ d'opérations.

La complexité informatique totale est très inférieure à la résolution d'edp par maillage en temps et en espace ; et largement inférieure aux résolutions discrétisées prônées par l'équipe romaine Bellei *et al.*

II.A.7.f Bilan, limitations et prolongements

Mon modèle hydrodynamique exprime les aspects essentiels de manière simple. Les algorithmes associés sont efficaces et peu coûteux.

Parmi les limitations, je citerais :

- dans le traitement de la file d'attente horizontale, l'absence de distinction entre la capacité en sortie et la capacité courante qui conditionne localement le stockage.
- Actuellement la congestion en deçà de la saturation n'est pas représentée.
- Les variations ou perturbations internes sont inaccessibles, sauf à distinguer plusieurs arcs. Un remède pourrait être de segmenter dynamiquement les arcs.

Les prolongements éventuels, hormis la levée des limitations, concernent :

- le traitement des jonctions : le cas de jonctions régulées paraît simple, contrairement au cas des jonctions non régulées, avec ou sans priorité.
- La confrontation à d'autres modèles hydrodynamiques.

II.A.8 Synthèse de mon approche

Mes modèles microscopiques du trafic en section courante pour le régime non saturé, et de la capacité pour le régime saturé, débouchent sur des concepts et des formules macroscopiques. De même le modèle probabiliste du temps de trajet, débouche sur des propriétés statistiques macroscopiques. Ils constituent ainsi des liaisons entre le niveau microscopique et le niveau macroscopique.

En sens réciproque, le modèle d'écoulement dynamique traite des variables macroscopiques, dont on peut déduire certaines variables au niveau individuel tel le temps de traversée.

L'autre liaison recherchée, entre le niveau ponctuel et le niveau élémentaire d'un arc, est assurée à la fois par le modèle microscopique de trafic et par le modèle du temps de trajet, qui font passer d'une position ponctuelle à une distance parcourue.

Les disciplines utilisées sont :

- d'une part, la physique : cinématique des mobiles, et hydrodynamique, dans chaque cas à un niveau assez élémentaire.
- D'autre part les probabilités et la statistique : les probabilités pour passer du microscopique au macroscopique par agrégation ⁽⁶⁾ ; et la statistique pour assurer la liaison entre la théorie et l'expérience.

⁶ la théorie de la mesure, serait mieux dénommée « théorie de l'agrégation »

Les modèles résultent du croisement des disciplines, grâce à une combinaison intime d'hypothèses relatives chacune à une discipline. Les modalités de combinaison nécessitent un examen circonspect, un jugement de cohérence qui relève plus de l'art de l'architecte, que de la science.

Enfin mes travaux sur d'une part la variabilité du trafic et des temps, et d'autre part la modélisation hydrodynamique de l'écoulement, m'incitent à prôner l'ouverture d'un débat scientifique, qui traiterai des questions suivantes :

- quels caractères macroscopiques sont les plus importants ? Quels phénomènes ou quelles circonstances nécessitent une description très fine et exhaustive ? Dans quelles situations une description simplifiée, en termes de volumes entrants et de temps de traversée, suffirait-elle ?
- les variations et les aléas dans le fonctionnement d'un réseau routier, n'infirmant-ils pas la description locale fine de l'état du trafic dans les modèles à edp ? Quels caractères à portée plus longue leur résistent mieux ? En particulier, pour le régime non-saturé le caractère essentiel pourrait être non pas l'influence du débit sur la vitesse, mais plutôt la composition du flot par types de véhicules.
- Comment décrire de façon robuste un état de trafic sur un réseau, et son évolution ? On mesure surtout, des profils temporels locaux du débit et de la vitesse moyenne du flot. En identifiant les mobiles en deux points, on peut accéder aussi à des variables « bipolaires » comme le temps de trajet individuel. En revanche il est excessivement rare de disposer d'une connaissance exhaustive de la densité du trafic le long d'un axe, surtout avec les pas de temps et d'espace utilisés dans les méthodes de résolution numérique.

II.B Modélisation des réseaux et des cheminements

II.B.0 Préliminaires

II.B.0.a L'équilibre entre l'offre de transport et la demande de déplacement

Un modèle des flux et des cheminements sur un réseau de transport, représente l'usage de l'offre (infrastructures, services) par la demande de déplacements (voyageurs, fret), et donc l'utilité du réseau pour ses clients.

Le niveau d'analyse privilégié est celui du déplacement depuis un lieu d'origine jusqu'à un lieu de destination : sur cette *relation origine-destination* (O-D) chemine un *acteur économique*, l'auteur du déplacement, qui effectue des choix économiques : l'itinéraire ; le mode si le réseau est plurimodal ; éventuellement l'horaire de départ etc. En modélisant tous les déplacements qui traversent le réseau, et en affectant chacun d'eux à un itinéraire, pour chaque arc on obtient le flux qui le traverse, et pour ce flux on connaît la structure spatiale et la structure économique des déplacements qui le composent.

Pour représenter les choix, on modélise du côté de l'offre les options de choix : les moyens de transport, autrement dit les itinéraires caractérisés par le coût total des arcs qu'ils enchaînent. Le coût peut être financier, temporel, ou d'inconfort, d'insécurité etc : classiquement on agrège ces composantes en un coût généralisé, en pondérant le temps par un arbitrage prix-temps et de même pour les autres composantes. Du côté de la demande, on modélise les déplacements par relation O-D (donc en structure spatiale) : en termes de volume, d'arbitrages économiques, éventuellement de niveau d'information.

Les choix microéconomiques des demandeurs, induisent des flux sur le réseau, qui à leur tour induisent les temps de transport en raison du mécanisme de congestion ; comme la demande réagit aux temps, un équilibre s'instaure entre l'offre et la demande.

II.B.0.b Les dimensions sémantiques des problèmes d'affectation

Un tel modèle d'équilibre offre – demande sur un réseau, également appelé *modèle d'affectation du trafic sur un réseau*, combine les dimensions suivantes :

- la topologie de graphe, la structure de réseau, constitue une dimension spatiale.
- La demande a non seulement une structure spatiale qui conforte la dimension spatiale, mais encore une structure économique : diversité des motifs de déplacement, des arbitrages économiques entre les aspects du coût généralisé, disposition d'information...
- Eventuellement on explicite le temps d'horloge, ce qui ajoute une dimension temporelle. On obtient alors un modèle d'affectation dynamique. Comme la congestion a elle-même une portée temporelle, la notion d'équilibre prend une complexité spécifique.

II.B.0.c Teneur scientifique de la modélisation

La modélisation de l'équilibre offre – demande concerne :

- la portée du modèle aux plans physique et économique, selon les dimensions « sémantiques » déjà mentionnées. On recherche la pertinence sémantique du modèle.

- La formulation mathématique, pour exprimer un modèle sémantique sous la forme d'un problème mathématique type, afin de déterminer les propriétés formelles : existence, unicité, stabilité de l'équilibre. Les principaux types de formulation sont ici des problèmes d'optimisation, des inéquations variationnelles et des problèmes de point fixe.
- La conception d'algorithmes efficaces, capables de dominer la complexité d'abondance due aux nombres d'arcs, de relations O-D, de segments de comportement, de périodes temporelles.

II.B.0.d Etat de la pratique

Un modèle d'affectation du trafic sert aux applications opérationnelles suivantes :

- le diagnostic du réseau de transport : offre, usage, demande. Cela dans une situation observée ou hypothétique. De fait le modèle intègre des informations issues de sources diverses, il les met en cohérence, et même en synergie quand il permet de remplacer des informations manquantes, par généralisation ou par « résonance ».
- la planification du réseau, en simulant divers états d'offre et de demande. Pour l'offre on peut spécifier les infrastructures, les services, les mesures de gestion (tarification, restriction d'accès de certains arcs à certaines classes de demande...).
- parfois l'optimisation de l'offre et de son exploitation, par couplage avec un modèle « optimiseur » chargé, par exemple, de régler les capacités de certains carrefours, ou de dimensionner les capacités de certaines routes, ou d'ajuster des fréquences de desserte.

Dans une étude, le modèle est appliqué grâce à un logiciel spécialisé de simulation, qui non seulement permet la résolution numérique, mais aussi comporte une interface graphique pour éditer les diverses informations en entrée ou en sortie.

II.B.0.e Progression de la recherche

Les modèles d'affectation du trafic sont apparus dans les années 1950, avant même la découverte des algorithmes de plus court chemin : à cette époque des opérateurs spécifiaient « manuellement » les itinéraires par relation O-D ; et l'ordinateur servait à coder les données et calculer la répartition entre itinéraires selon des règles macroéconomiques, dénuées d'interprétation microéconomique.

A la fin des années 1950 et dans les années 1960 sont apparus les algorithmes de plus court chemin, les formulations d'équilibre comme des problèmes d'optimisation convexes, des modèles de congestion, et des algorithmes d'équilibrage par itérations successives.

La décennie 1970 a vu la formulation d'équilibres sophistiqués, avec des coûts incertains, ou plusieurs modes de transport. La décennie 1980 a surtout innové pour les transports collectifs (TC), avec les notions d'hyperchemin, de chaîne (séquence de nœuds de choix).

Au début de la décennie 1990, l'affectation bicritère avec une distribution d'arbitrages prix-temps a été développée.

Depuis 1995 l'essentiel de la recherche porte sur l'affectation dynamique du trafic : pour intégrer des modèles hydrodynamiques d'écoulement, ou des simulateurs microscopiques, aux choix de la demande de déplacement, dans le cadre de l'affectation du trafic sur un réseau.

II.B.1 Problématiques de mes recherches

Sur ces sujets, je me suis intéressé à :

- Raffiner la représentation pour améliorer le réalisme et la pertinence. Du côté de la demande, j'ai modélisé des arbitrages prix-temps distribués (affectation bicritère), l'élasticité du volume au coût généralisé, divers niveaux d'information, des choix dynamiques. Du côté de l'offre, j'ai modélisé les services discrets (comme en TC) en explicitant les aspects de disponibilité ; la plurimodalité ; la contrainte de capacité et les aspects dynamiques, en liaison avec le modèle hydrodynamique d'écoulement.
- Donner une formulation aux modèles ainsi composés. J'ai formulé l'affectation bicritère en dimension infinie et mieux en dimension finie ; établi l'existence et les propriétés d'unicité de l'équilibre, et mené l'analyse de sensibilité. Pour le modèle logit qui considère des incertitudes et donc des niveaux d'information, j'ai clarifié et rendu rigoureuse la formulation de l'équilibre. Pour les modèles plurimodaux j'ai donné une formulation algorithmique en termes de cheminement. Enfin j'ai formulé un modèle d'affectation dynamique en problème de point fixe.
- Donner des méthodes de résolution. Je me suis particulièrement intéressé aux algorithmes de recherche et de chargement pour diverses structures de cheminement (itinéraires, chaînes, hyperchemins, faisceaux de chemins) ; et aux algorithmes d'équilibrage de l'offre avec la demande.

Dans la suite, sont évoqués :

- Des algorithmes d'équilibrage pour les modèles statiques (§2).
- Les contributions au modèle bicritère (§3).
- Les contributions au modèle logit (§4).
- Ensuite la combinaison des hypothèses prix-temps et logit (§5).
- Les modèles pour les TC et la plurimodalité (§6).
- La théorie du réseau de services, conçue pour traiter algorithmiquement des problèmes génériques de cheminement complexe (§7).
- Mon modèle d'affectation dynamique « simplifiée » (§8).

II.B.2 Algorithmes d'équilibrage statique

Les choix d'itinéraire effectués par les demandeurs de déplacement, mettent l'offre de transport sous pression, du fait de la congestion. Les itinéraires « naturellement les plus rapides », au fur et à mesure qu'ils se remplissent, deviennent moins avantageux, et d'autres itinéraires deviennent alors compétitifs.

Pour équilibrer l'offre et la demande, la méthode historique est la méthode des combinaisons convexes, qui procède par itérations. Une itération se compose des tâches suivantes :

- sur la base d'un état courant des flux par arcs, donc un état courant de l'usage du réseau par la demande, on déduit l'état correspondant de l'offre à l'aide des fonctions de temps de parcours : le résultat est un vecteur des temps « courants » par arcs.

- Alors on affecte la matrice O-D des flux, aux plus courts chemins qui résultent des temps courants. On obtient un vecteur des flux par arcs, qui est l'état auxiliaire de l'usage.
- On combine l'état courant et l'état auxiliaire des flux des arcs, par une combinaison convexe, afin d'obtenir le nouvel état courant utilisable pour la suite.

Le coefficient de combinaison convexe peut être déterminé par diverses règles. La méthode présente deux caractéristiques importantes :

- 1) elle traite surtout des variables par arcs, pour les flux comme pour les temps. Des itinéraires sont utilisés mais pas conservés, on dit qu'il n'y a *pas d'explicitation des itinéraires*.
- 2) Les itinéraires chargés à une itération, comptent pour une proportion qui est réduite progressivement mais lentement au fil des itérations suivantes. Au cours d'une application, il peut apparaître des chemins antagonistes dont la superposition comporte des cycles, qui à l'équilibre devraient disparaître. C'est le phénomène du *cyclage*.

En pratique, de 100 à 500 itérations sont nécessaires pour procurer une convergence acceptable, dans une application du modèle basique à un réseau routier urbain.

II.B.2.a Expliciter implicitement les itinéraires

Dans le cas du modèle logit évoqué plus loin, j'ai donné (FL 94b, 95b, 97b) le moyen de considérer à chaque itération le même ensemble d'itinéraires, quasiment sans surcoût de calcul car les itinéraires sont énumérés de manière générique et très économique (structure d'hyperchemin).

De plus, ce modèle exclut par construction le cyclage. C'est pourquoi sa résolution par la méthode classique d'équilibrage devient très efficace : en une trentaine d'itérations très rapides, on obtient un niveau de convergence excellent, limité seulement par la précision des nombres flottants sur microordinateur.

II.B.2.b Transvaser du flux d'un itinéraire à un autre

Pour le modèle d'affectation statique de base (homogène et déterministe), pour divers modèles logit et pour le modèle bicritère, j'ai appliqué un algorithme d'équilibrage par transvasement : par relation O-D on explicite les itinéraires, et à chaque itération on traite chaque relation en transvasant du flux depuis les itinéraires les plus coûteux, vers les moins coûteux, jusqu'à égaliser les coûts ou vider les itinéraires trop coûteux.

Cet algorithme se révèle très efficace en nombre d'itérations ; cinq suffisent. En contrepartie il est gourmand en ressources de calcul, notamment la taille en mémoire. Aux conditions microinformatiques de 1995, il était plus rapide que la méthode classique pour des réseaux à 2 000 arcs et 100 zones de demande (FL 95a, 96b).

A travers l'enjeu opérationnel de rapidité d'exécution, la teneur scientifique est d'ordre algorithmique : réduire au strict minimum la complexité informatique des calculs. Notamment le transvasement d'un chemin à un autre a été programmé en excluant les sections communes, donc en s'attaquant exclusivement aux cycles élémentaires.

II.B.2.c Équilibre sous contrainte de capacité

Dans les modèles statiques d'affectation, la congestion est représentée surtout par des relations temps-débit. Dès les années 1960, certains chercheurs ont ajouté à la formulation, des contraintes de capacité sur les flux des arcs.

Il a fallu attendre Daganzo en 1977 pour disposer d'un algorithme rigoureux de résolution : en l'occurrence, une méthode de combinaison convexe entre des flux admissibles, à partir d'un flot initial admissible obtenu en pénalisant fortement les temps des arcs contraints.

De mon côté, j'ai résolu le problème à contraintes de capacité, pour divers modèles de demande, par un algorithme de lagrangien augmenté (FL 95c, 96c). Avec une vingtaine d'itérations externes représentant chacune un équilibrage (lui-même avec des itérations internes), on obtient une convergence satisfaisante, sous réserve que l'équilibrage soit suffisamment précis. A cet égard l'équilibrage par transvasement se révèle très utile.

Dans le cas du modèle d'affectation logit à contraintes de capacité, j'ai appliqué alternativement un algorithme de sous-gradient (méthode de Polyak) au problème dual (FL 94b) : la convergence est plus lente au début mais très rapide après 15 itérations. Une approche mixte primale puis duale, serait la meilleure solution.

II.B.2.d Sur la résolution des modèles à demande « raffinée »

J'ai expérimenté plusieurs algorithmes d'équilibrage, chacun pour plusieurs modèles de demande : basique (monoclasse, homogène, déterministe) ou raffiné : classes multiples, distribution des arbitrages prix-temps, perception logit ou probit des coûts. Pour cela j'ai développé un logiciel approprié, dénommé MARS pour Modèles d'Affectation Routière Statique (FL 95c).

Un enseignement fort de ces expériences, est que les modèles où la demande est raffinée (prix-temps, logit) sont plus faciles à équilibrer que le modèle basique, parfois avec un avantage surprenant. La raison de ce paradoxe apparent, est que le modèle raffiné de demande, par essence, répartit davantage les flux entre les itinéraires concurrents, réduisant ainsi l'importance relative de la congestion dans l'équilibre entre itinéraires.

II.B.3 Modèle bicritère prix-temps

II.B.3.a Circonstances

En affectation du trafic, le modèle basique de demande représente, par relation O-D, une seule classe de déplacements, avec un comportement homogène. Le coût généralisé d'un chemin pour un demandeur comprend notamment le prix et le temps pondéré par un unique arbitrage prix-temps (APT⁷).

Dans les problèmes de tarification, où les itinéraires sont différenciés à la fois en qualité de service (temps, confort) et en prix, l'APT est par nature le principal déterminant des choix économiques d'itinéraire : il convient de le modéliser avec sa distribution dans la population de déplacements.

⁷ la plupart des auteurs disent encore « valeur du temps » pour le coefficient d'arbitrage entre prix et temps. Je préfère APT qui est une expression bien moins ambiguë

Une modélisation possible est de distinguer N classes, chacune avec son APT : c'est l'approche discrète. La complexité informatique est multipliée par N , et il faut pour chaque simulation de scénario, déterminer les APT des classes, à partir d'hypothèses d'évolution sur la distribution statistique.

J'ai choisi de développer une approche continue pour l'affectation prix-temps ou bicritère. Dans la suite, sont évoqués :

- l'état extérieur de la recherche (§b).
- les formulations en dimension infinie (§c).
- les formulations en dimension finie (§d).
- les algorithmes (§e).
- l'analyse de sensibilité associée à la formulation en dimension finie (§f).
- les conséquences opérationnelles de mes travaux (§g).
- et enfin des enseignements scientifiques (§h).

II.B.3.b Etat extérieur de la recherche

Les premiers modèles bicritères ont servi à simuler le choix du mode de transport interurbain de voyageurs : en Californie dans les années 1950, et en France depuis les années 1960. Ces applications traitaient deux ou trois modes aux prix faciles à ordonner, sans congestion.

A la conférence ISTTT de 1971, le chercheur japonais Hoshino a présenté une formulation par un système d'équations en dimension finie : chaque équation reliant un arbitrage de basculement entre deux itinéraires, à la proportion correspondante selon la fonction de répartition des arbitrages. Mais l'obtention et la résolution des relations n'étaient pas systématiques, ni le classement des itinéraires.

En 1975, pour des problèmes de télécommunications, Michel Minoux a conçu des algorithmes de recherche systématique des itinéraires efficaces, i.e. ceux qui sont optimaux pour au moins un APT : d'une part une méthode par dichotomie récursive sur la distribution des APT ; d'autre part un algorithme de cheminements généralisés, beaucoup plus efficace. En 1979 Dial a redécouvert l'algorithme dichotomique pour des problèmes de transport.

En France à la fin des années 1980, l'étude de projets d'autoroutes urbaines à péage a conduit Barbier St Hilaire de l'Inrets, à combiner un algorithme de simplexe paramétrique pour la recherche des chemins efficaces, avec un mécanisme de chargement itératif des flux O-D sur le réseau.

Ainsi, au début des années 1990 le modèle était reconnu et utilisé, mais sans formulation rigoureuse, ni consensus concernant les algorithmes.

II.B.3.c Formulations en dimension infinie

Par exception au dernier propos, Stella Dafermos avait formulé en 1981 une inéquation variationnelle en dimension infinie exprimant les conditions d'optimalité pour chaque APT : mais son document de travail n'a été exhumé qu'en 1996 par Dial.

La formulation en dimension infinie constitue de fait l'approche naturelle pour l'affectation bicritère. Pour chaque arbitrage α présent sur une relation O-D i avec un volume élémentaire

$\delta q_{i\alpha}$, le choix entre des itinéraires r de prix P_r et de temps T_r est exprimé par des conditions sur les flux $f_{r\alpha}$ affectés aux itinéraires :

$$\forall r \in i, \text{pp en } \alpha, \sum_{r \in i} f_{r\alpha} = \delta q_{i\alpha}$$

$$f_{r\alpha} \geq 0, P_r + \alpha T_r \geq u_{i\alpha}, f_{r\alpha} \cdot (P_r + \alpha T_r - u_{i\alpha}) = 0$$

avec $u_{i\alpha}$ une variable duale qui à l'équilibre représente le coût généralisé optimal pour l'APT α sur la relation O-D i .

De mon côté, j'ai exprimé ce problème de complémentarité non linéaire en 1992. Dans le cas où $T_r = \sum_{a \in r} t_a(x_a)$ avec $x_a = \sum_i \sum_{r \in i \cap a} \int_{\alpha} f_{r\alpha}$ (⁸), je l'ai associé à un problème d'optimisation dont il constitue les conditions de Kuhn-Tucker (FL 93b) ; ce problème est convexe si les fonctions t_a sont croissantes. Sous les hypothèses de flux bornés et de fonctions continues, il existe un équilibre, et la convexité assure qu'à l'équilibre les flux des arcs sont uniques si en ce point la fonction de temps de parcours t_a correspondante est strictement croissante.

II.B.3.d Formulations en dimension finie

La formulation en dimension finie est moins directe au plan mathématique, mais plus avantageuse en termes de raisonnement économique et de résolution technique.

Au lieu de considérer tous les APT, on se concentre sur certaines valeurs, les arbitrages de basculement par paires d'itinéraires « voisins en prix et en temps ». En fonction de l'APT, chaque itinéraire r a un coût généralisé $G_r(\alpha) = P_r + \alpha T_r$ qui est une fonction affine de α avec une pente T_r et une ordonnée à l'origine P_r .

Quand deux fonctions de coût généralisé se rencontrent, au point de croisement l'arbitrage α^* vérifie $P_1 + T_1 \cdot \alpha^* = P_2 + T_2 \cdot \alpha^*$ donc $\alpha^* = (P_2 - P_1) / (T_1 - T_2)$: cette valeur marque le basculement entre un domaine où le premier itinéraire est plus économique que le second, cela pour les $\alpha \leq \alpha^*$ si $P_1 < P_2$, et un autre domaine complémentaire où le second itinéraire coûte moins cher que le premier, ceci pour les $\alpha \geq \alpha^*$ quand $P_1 < P_2$. S'il n'y a que deux itinéraires, alors le premier reçoit une proportion de trafic

$$p_1 = \Pr\{\alpha \leq \alpha^*\} = H_i(\alpha^*)$$

en notant H_i la fonction de répartition des APT sur la relation O-D i .

Avec plusieurs chemins r efficaces (optimaux pour au moins un APT) rangés par ordre de prix croissant,

$$p_r = \Pr\{\alpha \in [\alpha_{r-1}^*; \alpha_r^*]\} = H_i(\alpha_r^*) - H_i(\alpha_{r-1}^*)$$

On formule ce principe de répartition de la manière suivante, pour une relation O-D i de volume q_i et de fonction de répartition H_i pour les APT :

⁸ je néglige d'explicitier la fonction de répartition sous l'intégrale

- ranger les chemins r en m_i classes isoprix m , par ordre croissant de prix.
- A la classe isoprix m , associer un flux intrinsèque q_i^m et un flux cumulé $Q_i^m = \sum_{n \leq m} q_i^n$.
- L'idée est de relier Q_i^m et $q_i H_i(\alpha_{i,m}^*)$, $\alpha_{i,m}^*$ séparant la classe m et la classe $m+1$. On reformule $\alpha_{i,m}^* = H_i^{-1}(Q_i^m / q_i)$: c'est la définition « côté demande » de l'arbitrage de basculement.
- Du côté de l'offre, la condition de basculement est $P_m + \alpha_m^* T_m = P_{m+1} + \alpha_{m+1}^* T_{m+1}$ soit $T_i^m = T_i^{m+1} + (P_i^{m+1} - P_i^m) / \alpha_{i,m}^*$. On combine $T_i^m = T_i^{m+1} + (P_i^{m+1} - P_i^m) / H_i^{-1}(Q_i^m / q_i)$.
- Associons à l'itinéraire r de classe isoprix m la fonction d'impédance $I_r = T_r + \sum_{n=m(r)}^{m_i-1} (P_i^n - P_i^{n+1}) / H_i^{-1}(Q_i^n / q_i)$.
- Le problème de complémentarité non linéaire, pour le vecteur des flux $\mathbf{f} = (f_r)_r$ et la fonction $\mathbf{I}(\mathbf{f}) = (I_r)_r$, est équivalent à la répartition bicritère prix-temps entre les itinéraires concurrents.
- $I_r - T_r = \frac{\partial \tilde{J}}{\partial f_r}$ pour $\tilde{J} = \sum_{i \in I_{OD}} q_i \sum_{m \in i} P_i^m [F_i(\frac{Q_{i,m}}{q_i}) - F_i(\frac{Q_{i,m-1}}{q_i})]$ si $F_i(x) = \int_0^x \frac{dt}{H_i^{-1}(t)}$.
- S'il existe un potentiel J dont dérivent les T_r , notamment quand $T_r = \sum_{a \in r} t_a(x_a)$ avec alors $J = \sum_{a \in A} \int_0^{x_a} t_a(u) du$, alors $I_r = \partial(J + \tilde{J}) / \partial f_r$ et l'équilibre bicritère est la solution du problème de minimiser la fonction objectif $J + \tilde{J}$.

La fonction bicritère \tilde{J} est convexe, de même que J si les fonctions $t_a(x_a)$ sont croissantes. Les propriétés d'existence d'un équilibre, d'unicité pour les flux des arcs là où $t_a(x_a)$ est strictement croissante, sont acquises comme dans la formulation en dimension infinie. De plus il y a unicité de la répartition entre les classes isoprix de chemins.

On peut modéliser l'élasticité du volume q_i au coût généralisé moyen $\bar{G}_i = \int G_i^*(\alpha) dH_i(\alpha)$ (où $G_i^*(\alpha) = \min_{r \in i} G_r(\alpha)$) selon une fonction de demande $q_i = D_i(\bar{G}_i)$: il "suffit" d'ajouter le terme $-D_i^{-1}(q_i) + P_i^{m_i} F_i(1) + \sum_{n=1}^{m_i-1} (P_i^n - P_i^{n+1}) \cdot (F_i(\frac{Q_i^n}{q_i}) - \frac{Q_i^n / q_i}{H_i^{-1}(Q_i^n / q_i)})$ à la fonction d'impédance. Plus simplement, dans la formulation extrémale il suffit d'ajouter à la fonction objectif le terme $-\sum_{i \in I_{OD}} \int_0^{q_i} D_i^{-1}(\theta) d\theta$.

J'ai publié la formulation extrémale en 1993 (FL 93a, 94a) et la généralisation par une inéquation variationnelle en 1996 (FL 96c).

II.B.3.e Sur les algorithmes

En s'appuyant sur un algorithme de recherche bicritère exhaustif (énumérant tous les chemins efficaces), Dial (1996) et Marcotte et Tanguay (1996) ont appliqué la méthode des

combinaisons convexes sous la variante de Frank-Wolfe (à chaque itération, le coefficient de combinaison est choisi de manière à minimiser la fonction objectif locale).

De mon côté j'ai proposé en 1993 une méthode de combinaison convexe avec, à chaque itération, recherche et chargement d'un seul itinéraire par relation O-D, l'itinéraire efficace pour un APT tiré au hasard (FL 93a). La convergence est démontrée mais lente : en contrepartie la programmation est très simple à partir du modèle basique d'affectation statique.

Alternativement, j'ai proposé un algorithme de transvasement (FL 95a) : Cf §2.

Ma recommandation actuelle est de combiner une recherche bicritère exhaustive, par un algorithme de simplexe paramétrique, ou de cheminement généralisé à la Minoux, ou atomique Cf §7 ; avec pour l'équilibrage, une méthode de combinaison convexe selon des coefficients pré-déterminés (de type $1/(A+Bk)$ à l'itération k). En effet l'énumération des itinéraires, jointe à la propriété d'unicité, permet d'obtenir une très bonne précision en une trentaine d'itérations.

II.B.3.f Analyse de sensibilité associée à la formulation en dimension finie

Afin d'analyser la sensibilité et la propagation des erreurs exogènes dans l'affectation bicritère, j'ai appliqué la méthode d'analyse de sensibilité pour la solution d'une inéquation variationnelle, due à Tobin en 1986 et étendue par Tobin et Friesz en 1988 aux problèmes d'affectation (avec des propriétés restreintes d'unicité).

Le principe est de calculer les dérivées partielles des variables endogènes y_i^* par rapport à des perturbations ε_j dans les variables exogènes x_j : la matrice $[\partial y_i^* / \partial x_j]_{i,j}$ permet de prédire l'influence δy^* sur la solution y^* , d'un vecteur de perturbation $\delta \varepsilon$. Quand la dépendance endogène-exogène se formule $F(y, x) = 0$, alors $\delta y^* = [\nabla_y F]^{-1} [-\nabla_x F] \cdot \delta \varepsilon$. Dans le cas de l'affectation, F est constitué principalement par les fonctions d'impédance $[I_r]_r$.

Dans (FL 98b) j'ai considéré les variables exogènes suivantes :

- les volumes O-D.
- deux paramètres de la distribution des APT : la moyenne et l'écart-type de la loi des logarithmes naturels, dans le cas d'une distribution log-normale.
- Les paramètres de la fonction temps-débit.

Les variables endogènes sont les flux des itinéraires, ainsi que les variables duales associées aux contraintes de volume O-D (variables qui à l'équilibre sont égales aux coûts généralisés moyens).

Pour obtenir la matrice de sensibilité, un calcul intermédiaire est l'inversion de la matrice $\nabla_y F$, dont la complexité informatique s'élève au cube du nombre de chemins. Ce coût limite l'application de la méthode à quelques centaines de relations O-D, pour quelques milliers d'itinéraires.

II.B.3.g Conséquences opérationnelles de mes travaux

Dans une application opérationnelle à une étude routière interurbaine (projet d'autoroute A61 entre Bordeaux et Pau via Langon), j'ai montré :

- que pour des valeurs typiques des incertitudes exogènes, l'incertitude sur le trafic prévu pour une route à péage atteint 10% (en dispersion relative).
- Que l'incertitude sur les volumes O-D produit 80% de la variance totale.
- Que l'incertitude sur la distribution des APT a un rôle mineur : notamment parce que les incertitudes sur les deux paramètres de forme, tendent à se compenser. La modélisation en distribution rend la prévision très robuste.

Durant mon affectation au Sétra, j'ai dirigé le renouvellement du modèle ministériel de prévision du trafic, en faisant remplacer l'ancien modèle logit logarithmique par un modèle prix-temps à demande élastique, équilibré par la méthode des combinaisons convexes, avec une recherche exhaustive des itinéraires efficaces assurée par un algorithme « atomique » (Cf. le réseau de services au §7). Désormais ce modèle sert à étudier les projets de grande liaisons interurbaines (Vallée du Rhône, sillon lorrain, liaison Lyon-St Etienne).

II.B.3.h Enseignements scientifiques

La communauté scientifique développe des concepts puissants : formulations mathématiques et algorithmes, pour traiter des modèles du trafic sur un réseau. Une sophistication de la représentation physico-économique, nécessite une évolution de la formulation mathématique, en conservant les notions de la représentation antérieure et en les complétant.

Un modèle sémantique (physico-économique) peut recevoir plusieurs formulations mathématiques, dont chacune bénéficie de propriétés formelles particulières : a priori si le modèle sémantique est le même, alors les propriétés formelles de diverses formulations doivent être compatibles. L'établissement des propriétés d'existence et d'unicité, est une contribution déterminante des mathématiques appliquées à la modélisation.

II.B.4 Modèle logit d'affectation

II.B.4.a Objectif du modèle logit

Le modèle logit d'affectation permet de répartir un volume O-D q_i entre des itinéraires concurrents r en fonction des coûts généralisés G_r , de la manière suivante :

$$\frac{f_r}{q_i} = \frac{\exp(-\theta.G_r)}{\sum_{r' \in I} \exp(-\theta.G_{r'})}$$

avec $\theta \geq 0$ un paramètre de concentration : plus θ est fort plus le volume se concentre sur les plus courts itinéraires, tandis qu'un θ nul entraîne l'équirépartition.

La théorie de l'utilité aléatoire du consommateur, fournit une interprétation microéconomique à la répartition logit. Supposons que dans la population des usagers, chacun perçoive l'utilité d'un itinéraire comme une variable aléatoire

$$U_r = -G_r + \xi_r$$

avec les ξ_r des variables aléatoires de Gumbel i.i.d. d'écart-type $\sigma = \pi/(\theta\sqrt{6})$.

Alors $\Pr\{U_r = \max_{r'} U_{r'}\}$ est égale à l'expression de f_r/q_i , ce qui signifie que chaque itinéraire a pour part de marché, la probabilité qu'il soit plus utile que les autres, donc optimum au sens du consommateur.

Pour l'analyste, le modèle logit d'affectation présente les atouts suivants :

- les conséquences d'éventuelles imprécisions dans la représentation de l'offre, sont atténuées,
- on représente explicitement une imprécision dans la perception des usagers : le paramètre θ mesure non seulement la concentration sur les itinéraires les plus courts, mais aussi la précision de l'information dont les usagers disposent quant aux coûts.

II.B.4.b Progression de la recherche

En 1971, l'américain Dial a donné des algorithmes simples et très efficaces pour affecter le trafic aux itinéraires selon la formule logit : son algorithme d'affectation exponentielle a la même complexité que le chargement du trafic aux plus courts itinéraires dans le modèle statique de base.

En 1976 les canadiens Florian et Fox ont mis en évidence l'interprétation microéconomique, en liaison avec la contribution fondatrice de McFadden en 1973 pour le modèle logit multinomial.

En 1981 le français Fonlupt publie un modèle logit « local » avec une répartition entre les arcs issus d'un même nœud : cela induit des cycles dans les chemins. Ce modèle a été redécouvert par le japonais Akamatsu en 1993.

En 1987, Fisk (Nouvelle-Zélande) a formulé un modèle logit incorporant la congestion, en rajoutant un terme entropique $\hat{J} = \frac{1}{\theta} \sum_{i \in I_{OD}} \sum_{r \in i} f_r \ln(f_r / q_i)$ à la fonction objectif du modèle de base, $J = \sum_{a \in A} \int_0^{x_a} t_a(u) du$.

II.B.4.c Position rigoureuse de la formulation primale

Fisk combinait sa formulation mathématique, avec les algorithmes de Dial pour la recherche et le chargement des itinéraires. Or ces algorithmes traitent un ensemble de chemins, définis par une propriété caractéristique : chaque nœud de l'itinéraire doit être plus proche de la destination que le précédent, la proximité étant mesurée en coût généralisé.

En présence de congestion, le coût généralisé varie, et avec lui l'ensemble des chemins considérés, ce qui invalide l'algorithme d'équilibrage et son résultat.

J'ai détecté ce problème, et l'ai résolu en fixant la définition des chemins candidats au chargement : l'analyste peut spécifier un ensemble quelconque s'il sait l'énumérer et aussi répartir dessus le trafic conformément à la formule logit. Une solution simple est de fixer des coûts de référence, invariables, pour mesurer la proximité à la destination : cela permet d'adapter simplement l'algorithme de Dial (FL 94b, 95b, 97b).

De plus, j'ai modélisé l'élasticité du volume de demande au coût généralisé composite $\tilde{G}_i = -E[\max_{r \in i} U_r] = \frac{-1}{\theta} \ln \sum_{r \in i} \exp(-\theta G_i)$ (FL 94b).

J'ai aussi donné un moyen pour mesurer la convergence de l'algorithme d'équilibrage. Dans le modèle de base, à l'itération k on mesure la fonction objectif de l'état courant, $J(\mathbf{x}_k)$ et aussi une borne inférieure qui utilise l'état auxiliaire \mathbf{y}_k (et nécessite la convexité) : à savoir $J(\mathbf{x}_k) + \nabla J(\mathbf{x}_k) \cdot (\mathbf{y}_k - \mathbf{x}_k)$. Dans le cas logit, l'évaluation de $\hat{J}(\mathbf{x}_k)$ est rédhibitoire, de même

que celle de $\nabla(J + \widehat{J})(\mathbf{x}_k) \cdot (\mathbf{y}_k - \mathbf{x}_k)$; en revanche j'ai trouvé une autre borne inférieure facile à évaluer, $J(\mathbf{x}_k) + \nabla J(\mathbf{x}_k) \cdot (\mathbf{y}_k - \mathbf{x}_k) + \widehat{J}(\mathbf{y}_k)$.

II.B.4.d Programme dual et algorithme de sous-gradient

J'ai formulé le programme dual du modèle logit à demande élastique et contraintes de capacité, de la manière suivante (FL 94b), en fonction d'un vecteur $\mathbf{u} = (u_a)_{a \in A}$ de variables duales pour chaque arc a . On note $\tilde{t}_a^{-1}(u) = \max(t_a^{-1}(u); \kappa_a)$ une fonction réciproque de temps de parcours tronquée à la capacité κ_a qui contraint le débit x_a de l'arc. Il s'agit de maximiser la fonction libre, où $G_i(\mathbf{u}) = -\frac{1}{\theta} \ln \sum_{r \in i} \exp(-\theta T_r)$ et $T_r = \sum_{a \in r} u_a$:

$$Z(\mathbf{u}) = -\sum_{a \in A} \int_{t_a(0)}^{u_a} \tilde{t}_a^{-1}(x) dx + \sum_{i \in I_{OD}} \int_0^{G_i(\mathbf{u})} D_i(g) dg.$$

L'obtention s'est faite selon la méthode classique, en exploitant les conditions de Kuhn-Tucker de la formulation primale par rapport aux variables duales, en déterminant par intégration la fonction objectif duale.

La formulation duale n'a pas apporté de propriété formelle supplémentaire concernant l'existence et l'unicité de l'équilibre, déjà acquises avec la formulation primale. Toutefois la fonction objectif duale est continûment différentiable par rapport à ses variables. Cela m'a servi à investiguer les propriétés de convergence pour un algorithme de sous-gradient (méthode de Polyak) appliqué par Fukushima en 1984 au modèle basique d'affectation. Dans le cas du modèle logit, la continue différentiabilité entraîne que le sous-gradient est en fait un gradient, ce qui devrait favoriser la compétitivité de la méthode.

Sur quelques expériences numériques, j'ai constaté que la convergence peut être obtenue avec une bonne efficacité, mais au prix d'un réglage circonspect pour le pas de montée. Comme la méthode des combinaisons convexes est exceptionnellement efficace pour le modèle logit, en pratique il est vraisemblablement plus robuste de résoudre le programme primal, avec un schéma de lagrangien augmenté pour intégrer les contraintes de capacité.

II.B.5 Modèles mixtes bicritère et logit

Les modèles d'affectation bicritère d'une part, logit de l'autre, combinent une représentation topologique identique pour l'offre, et pour la demande des représentations économiques bien distinctes, quoique chacune associée à une modélisation probabiliste : répartition des APT côté bicritère, utilité aléatoire côté logit.

Dans un cadre plus général d'utilité aléatoire, où l'incertitude porte à la fois sur une perturbation ξ_r et sur les arbitrages α_s des attributs X_{rs} de l'option r , on peut réunir les deux modèles avec pour formule d'utilité

$$U_r = (\sum_s \alpha_s X_{rs}) + \xi_r$$

Dans mon logiciel d'affectation MARS (FL 95c), j'ai permis d'associer de telles fonctions d'utilité aux itinéraires, par relation O-D, avec :

- un nombre quelconque d'arbitrages α_s avec un choix de répartitions statistiques,

- des perturbations ξ_r à spécifier globalement au niveau des itinéraires (modèle logit) ou localement au niveau des arcs (modèle probit : $\xi_r = \sum_{a \in r} \beta_a \varepsilon_a$ pour des VA locales ε_a pondérées par des coefficients β_a).

Un tel modèle s'applique en combinant une recherche d'itinéraire optimal par tirage aléatoire, avec la méthode des combinaisons convexes pour équilibrer en cas de congestion.

En parallèle les économètres ont développé le sujet : j'indique ci-après la progression scientifique (§a), avant d'évoquer ma contribution à une application opérationnelle (§b) et de signaler une formule analytique simple obtenue pour un choix binaire (§c).

II.B.5.a Un sujet de recherche devenu d'actualité

En économétrie les modèles à coefficients distribués sont relativement anciens, avec d'importantes contributions dès la fin des années 1950 : il y a eu quelques applications à la demande de transport, Quandt en 1956, Candel et Dunbar en 1980.

La théorie de l'utilité aléatoire et les modèles de choix discret ont été développés grâce à la coopération entre deux milieux de recherche : les modélisateurs de la demande de transport, et les économètres. Le grand essor des modèles de choix discrets depuis la décennie 1970, a été causé par l'interprétation microéconomique de McFadden, et le modèle logit hiérarchique de Ben-Akiva.

En 1991, Ben-Akiva a été sollicité par la société Cofiroute pour modéliser le trafic d'un projet d'autoroute urbaine à péage, avec une distribution d'APT : l'ingénieur Jen Delons et lui ont alors spécifié un modèle prix-temps binaire, avec une perturbation logit des coûts d'itinéraire. Cette contribution a véritablement lancé le sujet des modèles d'utilité aléatoire à coefficients distribués, souvent appelés « mixed logit » par métonymie ; et parallèlement, au plan économétrique, les méthodes d'estimation par simulation, et la quasi-vraisemblance.

II.B.5.b L'étude du tunnel Prado-Carénage à Marseille

Le tunnel Prado-Carénage, long de 2 ½ km, passe sous le centre ville de Marseille et permet aux automobilistes en transit d'économiser une dizaine de minutes (gain de temps médian) au prix de 1.5 € le passage, à la mise en service fin 1993. En France, il constituait la 1^{ère} expérience d'autoroute urbaine à péage : c'est pourquoi un ensemble d'enquêtes ont été menées en 1995 pour mesurer la distribution des APT des automobilistes à Marseille.

Les traitements ont été réalisés par une équipe du Certu, du Cété Méditerranée, de Cofiroute (Delons) et de l'Inrets (moi-même) : Cf le rapport (Certu, 1996).

Voici les éléments de ma contribution (FL 98a, 98d) :

- une analyse qualitative et quantitative des incertitudes sur le coût d'itinéraire, afin d'évaluer la plausibilité d'hypothèses sur la distribution de perturbations ξ_r sur le coût généralisé.
- l'estimation par maximum de vraisemblance, de modèles à coefficient distribué (Dirac, ou log-normal, ou log-logistique, ou uniforme) et avec une erreur aléatoire (nulle, ou Gumbel, ou logit).
- La comparaison des modèles, avec notamment le test du ratio de vraisemblance pour un modèle restreint. Ainsi j'ai montré que le modèle logit à APT ponctuel a une probabilité critique $< 10^{-4}$ comparé au logit à APT log-normal.

- L'établissement d'intervalles de confiance pour l'estimation des moments de l'APT, par propagation de l'incertitude d'estimation sur les paramètres de leur distribution.
- L'obtention de formules analytiques simples pour un choix binaire, signalées ci-après.

II.B.5.c Formules analytiques pour un choix binaire simple

Soit un choix entre deux options $r \in \{0, 1\}$, chacune caractérisée par un temps T_r et un prix P_r . Les consommateurs ont pour fonction d'utilité, avec α l'APT :

$$U_r = -P_r - \alpha T_r + \xi_r$$

Notons $\Delta P = P_1 - P_0$, $\Delta T = T_1 - T_0$ et $\varepsilon = \xi_1 - \xi_0$. La probabilité de choisir l'option 0 est

$$\begin{aligned} \Pr\{U_0 \geq U_1\} &= \Pr\{\varepsilon \leq \Delta P + \alpha \Delta T\} \\ &= \int \Pr\{\varepsilon \leq \Delta P + \alpha \Delta T \mid \alpha\} dH(\alpha) \\ &= \int Z(\Delta P + \alpha \Delta T) dH(\alpha) \end{aligned}$$

avec H la fonction de répartition de α et Z celle de ε . Lorsque α est distribué uniformément sur $[A, B]$, alors, en notant \tilde{Z} une primitive de Z ,

$$\Pr\{U_0 \geq U_1\} = \frac{1}{(B-A)\Delta T} \left[\tilde{Z}(\Delta P + \alpha \Delta T) \right]_A^B$$

Dans le cas logit où les ξ_r sont i.i.d. Gumbel de paramètre θ , $\tilde{Z}(x) = x + \frac{1}{\theta} \ln(1 + e^{-\theta x})$. Pour le cas probit où les perturbations sont gaussiennes, le traitement suit les mêmes lignes avec une fonction \tilde{Z} basée sur la fonction de répartition Φ .

Ainsi l'on dispose de *formules simples* pour analyser un choix binaire avec un modèle logit mixte. J'insiste ici sur l'importance de telles formules, *qui rendent un modèle immédiatement disponible* pour l'analyste, en l'affranchissant de toute contrainte logicielle ou économique.

Dans l'application au tunnel Prado-Carénage, il n'est pas apparu de différence significative entre les diverses distributions à deux paramètres testées pour les APT : il paraît donc judicieux de modéliser une distribution uniforme, au moins en première approche.

II.B.6 Modèles pour les TC et la plurimodalité

Les modes collectifs de transport fournissent des services d'acheminement, à l'intérieur d'un véhicule, entre des stations de montée et des stations de descente. En une station, le mode n'est disponible qu'aux moments où un véhicule est présent et proche de partir. L'utilisateur subit des inconforts et des incertitudes à deux niveaux, le niveau des véhicules et le niveau des voyageurs (ou chargements). Enfin l'accomplissement d'un déplacement depuis l'origine jusqu'à la destination nécessite d'accéder au mode, et souvent de faire une correspondance entre deux moyens de TC.

Tous ces aspects spécifiques aux TC représentent des défis stimulants pour les modélisateurs du trafic sur un réseau. Avant d'indiquer les problématiques de mes recherches à ce sujet (§b), je baliserai la progression de la modélisation (§a) : puis j'évoquerai mes contributions à la modélisation de la disponibilité (§c), du confort et de la qualité de service (§d), et des cheminements plurimodaux (§e).

II.B.6.a Progression de la modélisation

Les premiers modèles d'affectation du trafic sur un réseau de TC sont apparus dans les années 1960, leur spécificité étant un codage spécifique afin de combiner les lignes sur les éventuelles portions communes de leurs itinéraires. Dans les années 1970, la combinaison des fréquences pour des lignes alternatives entre deux nœuds de choix, a été modélisée rigoureusement par Chriqui et Robillard ; le cheminement d'origine à destination a été modélisé par LeClerq comme une *chaîne*, ensemble de chemins passant par les mêmes nœuds de choix, plutôt que par un itinéraire simple.

Les années 1980 ont apporté des progrès décisifs : Spiess et Florian ont élargi la combinaison des lignes à toutes les possibilités sur un réseau, pas seulement les tronçons communs, grâce à la notion d'*hyperchemin* ⁽⁹⁾ ; de manière très remarquable, les problèmes de recherche et de chargement d'un hyperchemin présentent la même complexité informatique que pour un plus court chemin. De plus ils ont donné un premier traitement de la congestion en TC, avec des fonctions de temps de parcours sur les arcs.

Depuis environ 1995, le concept d'hyperchemin a été abondamment appliqué pour modéliser des cheminements plurimodaux, qui combinent des modes en série et en parallèle, d'autant plus que le cheminement en hyperchemin s'interprète comme le choix local, en un nœud courant, du prochain arc vers la destination, en fonction d'une information dynamique : or désormais les exploitants savent de mieux en mieux produire et diffuser l'information dynamique.

II.B.6.b Problématique choisie

Je me suis intéressé, d'une part à présenter rigoureusement les concepts de chaîne et d'hyperchemin, en délimitant leur portée et en explorant leur champ d'application ; et d'autre part à développer la modélisation de la disponibilité des modes, du confort en TC, des cheminements plurimodaux : en fonction des coûts, des incertitudes et de l'information dynamique.

Ces développements sont évoqués aux prochains paragraphes ; ils consistent en :

- des modélisations qualitatives : position d'hypothèses, sélection de notions-inputs et de notions-outputs, expression des relations logiques conduisant des inputs aux outputs.
- Des algorithmes qui traduisent quantitativement les modèles qualitatifs.
- Mais je n'ai pas encore donné de formulation mathématique en problème type de recherche opérationnelle, comme ont pu le faire Spiess et Florian dans leur article de 1989 sur l'affectation du trafic aux hyperchemins en TC.

Les concepts de chaîne et d'hyperchemin, font l'objet d'une présentation systématique dans mon ouvrage *Structures de réseau et modèles de cheminement* (FL 05a) aux chapitres 6B-D et 8C-D : ils appellent ici quelques brefs commentaires :

- concernant le coût moyen associé à une chaîne, il paraît difficile de concilier d'une part le calcul rigoureux du coût de correspondance entre deux maillons partageant

⁹ sous-graphe connexe acyclique dirigeant vers un nœud de destination, avec en chaque nœud n non terminal une distribution discrète de probabilité sur les arcs sortants éléments du sous-graphe

certaines lignes, et d'autre part la progression arc par arc et sans mémoire dans la recherche de chaîne optimale.

- Il y a deux notions de coût pour un hyperchemin. D'une part le coût simple, moyenne des coûts des chemins qui composent l'hyperchemin, pondérée par leur probabilité respective qui est elle-même le produit des probabilités locales des arcs qui les composent. D'autre part le coût mutualisé, au sens qu'aux nœuds de choix la disponibilité de plusieurs modes permet de réduire l'attente et donc le coût moyen. De nombreuses confusions ont eu lieu à cet égard parmi les chercheurs, au préjudice de la mutualisation qui pourtant est la finalité même du cheminement en hyperchemin.
- Les chaînes et les hyperchemins sont transposables aux transports individuels, en particulier en milieu routier interurbain où les grands itinéraires sont assez homogènes en aménagement et en signalisation, de manière comparable aux lignes de TC : de plus la signalisation de direction correspond naturellement au principe de cheminement vers la destination dans un hyperchemin.

II.B.6.c Modélisation de la disponibilité

Pour combiner des sections parallèles de lignes, à partir d'une station commune d'entrée, le modèle classique est d'associer à chaque ligne un intervalle de coûts jusqu'à la station commune de sortie :

- le coût inférieur est le coût moyen en cas de disponibilité quand le voyageur arrive à la station d'entrée,
- le coût supérieur, est le coût moyen en cas d'indisponibilité. Il comprend le coût inférieur plus un coût d'attente.

On retient le mode de plus faible coût inférieur, ainsi que les autres modes dont l'intervalle rencontre celui du mode « minimal ».

En fait une telle combinaison, repose sur une hypothèse implicite : à savoir qu'à l'arrivée du voyageur, aucun mode n'est disponible sauf ceux qui le sont continuellement, notamment la marche.

Cela entraîne deux effets pervers :

- dans certaines situations, seul un mode continuellement disponible est choisi dans le modèle, alors que si à son arrivée le voyageur trouvait un service de bus, il se démènerait pour le prendre.
- Le coût moyen ainsi modélisé est en fait conditionnel à une situation non exhaustive, il diffère du coût moyen véritable.

Pour résoudre ce problème, il suffit de considérer explicitement les cas de disponibilité des modes à disponibilité partielle : et ensuite, de mélanger les différents cas, en fonction des taux de disponibilité (FL 05a §6B).

II.B.6.d Modélisation du confort et de la qualité de service (communication publiée en janvier 2006 au congrès ATEC)

Spiess et Florian en 1989 ont modélisé le confort de voyageurs en TC urbain, par des fonctions de coût d'inconfort croissantes en fonction de la charge de la ligne, cela tronçon par tronçon.

D'autres chercheurs ont ensuite relié la fréquence réelle de desserte, au niveau de flux.

Cependant le remplissage des places par type Assis ou Debout, n'avait pas été représenté, alors qu'un voyageur assis peut récupérer du temps (lecture) et surtout évite la compression éventuelle des voyageurs debout.

J'ai modélisé l'occupation de chaque type de place, ainsi que la priorité d'accès aux places assises dont les voyageurs debout qui continuent la ligne au-delà de la prochaine station, disposent sur ceux qui monteront ensuite.

Le principe est d'associer un coût par tronçon de ligne au mode assis, et un autre coût plus grand au mode debout. Pour chaque couple entrée-sortie de stations, le voyageur accède à un « mode de service » qu'il subit et choisit partiellement. La répartition entre les modes de service est aléatoire.

J'ai indiqué comment calculer, par ligne, le coût moyen par entrée-sortie, et la variance du coût : la complexité informatique est le carré du nombre de stations. Pour calculer les modes de service et leurs proportions respectives, la complexité est le cube du nombre de stations.

Dans une affectation, les coûts conditionnés par la charge de trafic sont calculés par ligne, avant de servir à la recherche du cheminement optimal.

II.B.6.e Sur les cheminements plurimodaux

La disponibilité de plusieurs modes de transport sur un territoire, rend possible la multimodalité (usage d'un mode ou un autre parmi plusieurs disponibles entre deux nœuds de choix), et l'intermodalité (enchaînement consécutif de modes distincts).

Dans (FL 05a §8D) j'ai proposé une représentation générique pour les modes de transport, comprenant :

- aux nœuds desservis, le taux de disponibilité et la fréquence de desserte.
- Par arc desservi, le coût et le temps de traversée, le temps de séjour au sommet final.

Cette représentation permet d'affecter le trafic à des chaînes plurimodales optimales, ou à des hyperchemins plurimodaux optimaux, sous réserve d'hypothèses complémentaires quant aux dépendances entre les services aux mêmes nœuds.

Une autre solution (FL 05a §8B) est de dissocier la recherche du *treillis d'exploitation* (i.e. la structure topologique d'un hyperchemin, sans les proportions), et le chargement de ce treillis par la demande. Le treillis d'exploitation exprime des possibilités robustes de cheminement et aussi la signalisation donnée sur le réseau : sa définition explicite paraît du devoir de l'exploitant. Le chargement du treillis peut quant à lui intégrer le comportement des usagers en fonction des coûts et des incertitudes.

II.B.7 Théorie du réseau de services

Pour moi, une théorie est une construction logique, un corpus d'hypothèses et de déductions : la combinaison des hypothèses peut induire, par déduction, des propriétés renforcées. La distinction entre une théorie et un modèle, tient principalement à ce que l'approche théorique privilégie la déduction ; tandis que l'approche modélisatrice privilégie la représentation.

La théorie du réseau de services s'applique à divers modèles de cheminement et d'optimisation sur un réseau : elle nécessite et met en œuvre certaines propriétés structurelles d'ordre local, pour déduire des propriétés globales et des procédés généraux de résolution.

Dans cette section, j'évoque :

- d'abord la finalité de la théorie du réseau de services : transporter sur un réseau les composants d'un problème d'optimisation relatif aux chemins (§a).
- les théories parentes : programmation dynamique, cheminements généralisés (§b).
- le contenu de la théorie : l'axiomatique des concepts et les théorèmes pour exploiter la récursivité et la généralité (§c).
- les algorithmes atomiques pour résoudre récursivement et génériquement des problèmes sophistiqués de cheminement sur un réseau (§d).
- la manière de traiter certains problèmes de *plus court chemin* (PCC) : sous contrainte de budget ; avec un budget et des coûts variables ; avec des contraintes de séjour aux nœuds et d'accès aux arcs ; le PCC dynamique ; le PCC bicritère (§e).

Je termine par un bilan (§f).

II.B.7.a Finalité de la théorie du réseau de services

La théorie du réseau de services est destinée aux problèmes de plus court chemin sous contraintes : un service associe un chemin sur un réseau-support, et une qualification physique ou économique.

La théorie représente les éléments constitutifs d'un problème d'optimisation : un domaine, des contraintes et une propriété caractéristique souvent d'optimalité. Elle les associe à des chemins sur un réseau. Lorsque les contraintes et la propriété caractéristique sont récursives, alors on les propage via le réseau, ou mieux on les transporte ; et réciproquement la structure de réseau sert à déterminer récursivement des solutions.

De plus la théorie peut représenter conjointement un ensemble de problèmes plutôt qu'un seul, afin de les traiter génériquement, en bénéficiant d'économies d'envergure.

II.B.7.b Sur les théories parentes

Il existe essentiellement deux théories pour représenter et traiter des problèmes sophistiqués de cheminement sur un réseau : la programmation dynamique due à Richard Bellman (1957) ; et les cheminements généralisés dus à Michel Minoux (1975).

En programmation dynamique, on représente des états physiques ou économiques liés les uns aux autres par des (mécanismes de) transitions, à l'aide d'un réseau d'états : en chaque nœud un potentiel (éventuellement vectoriel) caractérise un état particulier. Pour déterminer un état optimal, on parcourt le réseau en utilisant deux axiomes, l'un de décomposition en série, l'autre de composition en parallèle : c'est l'algorithme de programmation dynamique (algorithme de Bellman).

La théorie des cheminements généralisés combine la topologie de réseau à un caractère algébrique : à chaque nœud est associé une variable d'état qui appartient à un monoïde commutatif, et à chaque arc est associée une transition, endomorphisme du monoïde. Les transitions relèvent d'un dioïde distributif : il s'agit de résoudre un système linéaire dans ce dioïde, dont la matrice est constituée des transitions entre les nœuds du réseau. Par consolidation dans un cheminement progressif, on obtient une solution du système linéaire. Ce formalisme permet d'exprimer élégamment des problèmes variés de chemin optimal, et de les résoudre par des algorithmes à la Ford-Bellman ou à la Dijkstra.

Evidemment ces deux théories sont apparentées, ainsi qu'à la théorie du réseau de services qui s'en distingue :

- par rapport à la programmation dynamique, des états plus structurés dont la qualification peut aller au-delà d'une fonction de potentiel pour évaluer l'optimalité. De plus, les algorithmes du réseau de services construisent dynamiquement les états, alors que l'algorithme de programmation dynamique traite des états codés initialement, de manière statique.
- contrairement aux cheminements généralisés, la description n'est pas algébrique mais fonctionnelle. On se concentre sur les propriétés structurelles de récursivité, sans faire d'hypothèses quant aux propriétés algébriques des solutions.

II.B.7.c Contenu de la théorie

La théorie du réseau de services a pour objets :

- un ensemble H d'états, dont les sous-ensembles sont des portées η : pour traiter génériquement des séries de problèmes.
- Des services itinéraire – portée $s = (r, \eta)$.
- Une fonction de potentiel Ψ sur les services, pour donner une qualification physico-économique.
- Une assertion logique V sur les services, afin d'exprimer la compatibilité ou non vis-à-vis des contraintes.
- Une propriété logique W sur les services, pour exprimer un caractère d'optimalité.

Les services sont définis récursivement sur le réseau. Si V est récursive, un problème de PCC contraint sur le réseau originel, équivaut à un problème libre sur le réseau de services, dont la topologie internalise V .

Quand de plus Ψ et W sont récursives, on peut représenter un service par un atome

[nœud, portée, potentiel, arc d'accès, pointeur sur atome en amont].

Les atomes se composent en un faisceau, moyen efficace de codification récursive.

Quand les problèmes de PCC sont solubles, il existe un faisceau qui organise les solutions optimales.

Si de plus la récursivité de Ψ et W se combine avec un caractère markovien, alors de telles solutions optimales s'organisent en un faisceau optimal récursif, sans double accès à un même état.

II.B.7.d Algorithmes atomiques

Sous les hypothèses récursive et markovienne, on peut résoudre génériquement des problèmes sophistiqués de PCC par des algorithmes de recherche, dits *atomiques* car on élabore progressivement un faisceau d'atomes. Ces algorithmes reprennent les principes classiques :

- d'énumération de chemins – candidats,
- de sélection du meilleur candidat.

J'ai donné un algorithme atomique à la Dijkstra, qui utilise une partie du potentiel Ψ comme fil conducteur pour le cheminement. Et aussi un algorithme atomique à la Ford-Bellman, qui recherche les services efficaces par ordre croissant du nombre d'arcs depuis l'origine.

II.B.7.e Problèmes traités

J'ai appliqué la théorie du réseau de services aux problèmes suivants de cheminement :

- le PCC en temps sous contrainte de coût. Un service se confond avec un itinéraire. L'assertion V teste que l'itinéraire a le bon nœud d'origine et est élémentaire. Le potentiel $\Psi = (\text{coût}, \text{temps})$. La propriété d'optimalité W est que l'itinéraire soit le plus court en temps parmi ceux de coût supérieur ou égal au sien.
- Traitement similaire pour le PCC en temps sous contrainte de coût, avec par arc un temps variable avec le coût de traversée (en sens croissant).
- Le PCC en temps à contraintes de plages d'accès aux arcs et de plages de séjour dans les nœuds. Pour cela on définit un nœud – serveur du réseau de services, comme un triplet $[n, \hat{m}, \bar{m}]$ avec \hat{m} l'instant initial et \bar{m} l'instant final du créneau $[\hat{m}, \bar{m}]$ de présence au nœud n . Ce problème correspond notamment à la recherche d'un sillon ferroviaire pour un convoi supplémentaire (déjà traité par Minoux avec les cheminements généralisés).
- Le PCC dynamique : pour chaque instant d'une plage temporelle, recherche d'un PCC en temps ou en coût. J'ai modélisé des portées – intervalles $\eta = [h_1, h_2]$, un potentiel résumé $[H_1, H_2, R_1, R_2]$ avec H_1 et H_2 les instants de sortie du service qui correspondent aux instants d'entrée h_1 et h_2 , et R_1 et R_2 des coûts auxiliaires de sortie aux instants H_1 et H_2 . Un coût auxiliaire R_k se compose du coût de traversée compte tenu de l'instant initial, et d'un coût d'attendre à l'origine jusqu'à l'instant du départ. La partie R_1 du potentiel Ψ sert de fil conducteur dans l'algorithme atomique à la Dijkstra.
- La recherche bicritère prix – temps de PCC : l'algorithme atomique à la Ford-Bellman correspond à l'algorithme Ford-Bellman-Minoux pour les cheminements généralisés. L'algorithme atomique à la Dijkstra est applicable là aussi ; le choix du prix comme critère de fil conducteur, simplifie grandement les tests d'efficacité des chemins.

De plus un faisceau d'atomes se prête naturellement bien au problème de chargement des services qu'il décrit : pour l'affectation dynamique, ou pour l'affectation bicritère etc.

II.B.7.f Bilan et perspectives

La théorie du réseau de services constitue un cadre pour formaliser et traiter un modèle de cheminement optimal sous contrainte. Elle aide à reconnaître les composantes essentielles d'un problème d'optimisation sous contraintes, associé à un réseau ; et à identifier et utiliser les propriétés essentielles de récursivité, ainsi que de généralité le cas échéant.

Elle ne substitue pas aux théories parentes, mais plutôt elle en est complémentaire. En particulier l'algorithme à la Dijkstra pour le problème de PCC dynamique, manifeste bien la distinction par rapport aux cheminements généralisés.

J'ai publié cette théorie dans mon livre *Structures de réseau et modèles de cheminement* (FL 05a §7D).

II.B.8 Modèle dynamique d'affectation

II.B.8.a Objet de recherche

En transport de mobiles, le passage par un réseau nécessite une durée non négligeable, durant laquelle les conditions de déplacements peuvent évoluer. Un modèle dynamique d'affectation explicite la dimension temporelle en plus de la dimension spatiale, topologique du réseau, et de la dimension économique induite par les comportements des usagers. Le croisement des dimensions, produit des effets complexes inattendus pour les physiciens : ainsi les décisions économiques intègrent le facteur temps, contrairement aux lois naturelles. C'est pourquoi la dimension temporelle se révèle complexe à modéliser.

Dans ce qui suit :

- je résume le développement de la recherche (§b).
- j'indique ma problématique (§c).
- j'évoque mes contributions : une analyse structurelle (§d), une formulation concise (§e), des algorithmes efficaces (§f)
- des résultats opérationnels (§g), obtenus conjointement avec mon doctorant HD Mai.

II.B.8.b Développements et options de recherche

Les modèles dynamiques d'affectation, qui représentent un réseau et la dimension temporelle, se divisent en trois grandes familles : les modèles sans choix individuel d'itinéraire ; les simulateurs microscopiques ou mésoscopiques, enfin les modèles analytiques d'affectation dynamique, où se situe ma contribution.

Les modèles sans choix individuel d'itinéraire sont les plus anciens, dès 1965 : la plupart se contente de répartir le trafic sortant d'un arc entre les prochains arcs, selon des proportions fixées a priori. Les autres postulent un état optimal du système de transport, par la minimisation d'un coût global : tout comme si chaque déplacement suivait un itinéraire déterminé par un superviseur central. Ces modèles servent surtout pour le contrôle du trafic sur un corridor ou un réseau restreint.

Les simulateurs microscopiques (par mobile individuel) ou mésoscopiques (paquets de mobiles et certains traitements macroscopiques), ont été conçus d'abord pour une jonction ou un petit groupe de carrefours (années 1970-1980), puis leur portée a été progressivement étendue à des réseaux de taille toujours plus grande. Ils représentent finement les situations microscopiques, et les comportements de conduite par des règles de progression, suivi, dépassement, croisement, arrêt, attente. Les choix économiques d'itinéraire, voire même d'horaire de départ, peuvent être modélisés à l'origine du déplacement, éventuellement adaptés en cours de route. Les simulateurs peuvent faire l'objet de processus d'ajustement par répétition des périodes, pour simuler la capitalisation d'expérience par les usagers : ajustement comparable à un mécanisme d'équilibrage. Ces modèles constituent des instruments irremplaçables de simulation, surtout par couplage avec une bonne imagerie de synthèse. Mais ils ne permettent guère l'établissement de propriétés formelles : en particulier leur sensibilité n'est pas encore contrôlée.

Les modèles analytiques d'affectation dynamique s'inspirent profondément de l'affectation statique et du paradigme de l'équilibre offre-demande en raison des choix individuels d'itinéraires. Dans les années 1990, les problèmes de plus court chemin dynamique, et de chargement continu du réseau, ont fait l'objet de diverses formulations et algorithmes : ils

constituent des homologues dynamiques aux problèmes de chemin optimal et de chargement statique sur un réseau. L'équilibre dynamique entre l'offre et la demande a été formulé comme une inéquation variationnelle, d'abord avec des fonctions de coût quasi-statiques (temps de traversée fonction du nombre de véhicules présents sur l'arc à l'instant d'entrée : Friesz et al en 1993, Ran et Boyce en 1994), puis en explicitant les phénomènes de retenue (Cell Transmission Model de Daganzo en 1995 ; Kuwahara et Akamatsu 1996 etc). Cependant les applications numériques rapportées restent très en deçà de l'enthousiasme des modélisateurs : plusieurs milliers d'itérations seraient nécessaires pour équilibrer un réseau à quelques arcs et deux relations O-D !

J'interprète cela, non pas comme un gage d'impossibilité technique et d'inadéquation de l'approche ; mais plutôt, comme un effet de la grande complexité du problème, qui pourrait n'être maîtrisée qu'avec des moyens spécifiques et très affûtés (formulation, algorithme).

II.B.8.c Problématique choisie

Mon approche est d'exprimer et formuler très concisément un modèle d'affectation dynamique essentiel :

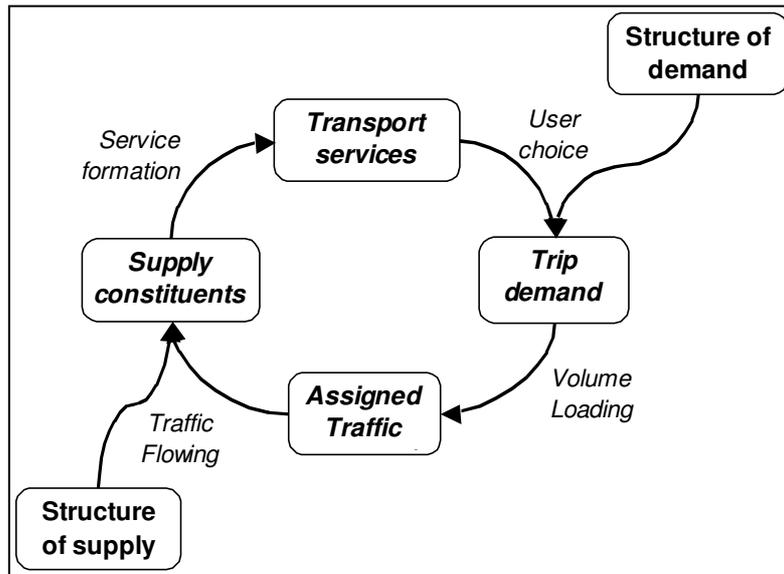
- exprimer un noyau essentiel : modéliser la dimension topologique, la dimension temporelle, les aspects économiques ; avec à la croisée des dimensions, le mécanisme de congestion : la propagation dans le temps et sur le réseau des files d'attente.
- Simplifier le modèle autour de ce noyau essentiel.
- Structurer le modèle, en m'inspirant de l'affectation statique.
- Donner une formulation mathématique concise, en réduisant le nombre de variables et d'équations, en explicitant le concept d'itinéraire.
- Spécifier des algorithmes efficaces, qui traitent génériquement les itinéraires.

II.B.8.d Analyse qualitative et structuration par blocs

J'ai distingué quatre blocs de modélisation dans l'affectation du trafic sur un réseau, qu'elle soit statique ou dynamique :

- la *formation des services* d'acheminement : itinéraires dans le cas statique ; couples itinéraire-horaire de départ, dans le cas dynamique. La formation des services a pour input, les caractéristiques locales de l'offre ; et pour output, les caractéristiques origine-destination des services efficaces.
- Le *choix des usagers*, des demandeurs : chacun choisit le service optimal selon ses préférences individuelles. Ce choix a pour input, les caractéristiques des services ; et pour output, les flux affectés aux services.
- Le *chargement du volume* sur le réseau, en fonction de la topologie des services et aussi de leur chronologie dans le cas dynamique. Le chargement a pour input, les volumes des services ; et pour output, les volumes des arcs.
- L'*écoulement du trafic* sur chaque arc, avec en input le flux entrant dans l'arc et les caractéristiques de l'écoulement ; et en output, le flux sortant et surtout le temps effectif de traversée.

Ces blocs sont enchaînés les uns aux autres par les variables qu'ils partagent en input ou en output : Cf. la figure jointe.



Structure du modèle d'affectation.

L'enchaînement est circulaire, ce qui exprime l'ajustement de la demande à l'offre et réciproquement, avec idéalement un équilibre offre-demande.

II.B.8.e Une formulation concise

J'ai forgé les notations suivantes pour les variables de l'affectation dynamique :

- arcs $a \in A$.
- Services $s = (r, h) \in S = R \times H$: r itinéraire, h instant d'entrée.
- Volumes cumulés X_a^+ entrant dans l'arc a , X_a^- en sortant ; X_r^+ entrant dans le chemin r , X_r^- en sortant. Le volume est cumulé selon l'horaire h , éventuellement aussi selon d'autres index notamment l'arbitrage prix-temps β ou la préférence temporelle η (horaires de départ).
- Temps effectifs de traversée t_a et t_r .
- Horaires de sortie $H_a^+(h) = h + t_a(h)$ et $H_r^+(h) = h + t_r(h)$.
- Horaires d'entrée $H_a^-(h) = \sup\{h : H_a^+(h) \leq h\}$ et H_r^- .
- Eventuellement, des prix de traversée p_a , p_r .
- $r > a$ partie de r strictement en amont de l'arc a : ainsi $H_r^+(h) = H_{r < a}^+(H_a^+(H_{r > a}^+(h)))$.

La formation des services se formule :

$$t_r(h) = \sum_{a \in r} t_a(h + t_{r > a}(h))$$

$$p_r(h) = \sum_{a \in r} p_a(h + t_{r > a}(h))$$

Le choix des usagers se formule

$$\begin{aligned} \delta X_r^+(h) &\geq 0 \\ \sum_{r \in i} \delta X_r^+(h) &= \delta Q_i(h) \\ G_r(h, \beta) &\geq u_{ih\beta} \\ \delta X_r^+(h) \cdot (G_r(h, \beta) - u_{ih\beta}) &= 0 \end{aligned}$$

Le chargement du volume se formule

$$[X_a^+(h)]_{h_1}^{h_2} = [\sum_{r \in a} X_r^+(H_{r>a}^-(h))]_{h_1}^{h_2}$$

en ajoutant éventuellement des index β ou η .

L'écoulement du trafic se formule, dans le cas d'un modèle hydrodynamique d'écoulement à file d'attente verticale tel qu'au §A7 avec une capacité cumulée K_a et un temps minimum de traversée t_{a0} , avec un décalage permanent Δ_{a0} hérité de l'état initial :

$$\begin{aligned} X_a^-(h) &\leq \inf_{s \in [0, h-h_0]} X_a^+[H_{a0}^-(h-s)] + K_a(h) - K_a(h-s) + \Delta_{a0} \quad (10) \\ X_a^-(h+t_a(h)) &= X_a^+(h) \end{aligned}$$

Les quatre blocs se résument en

$$\begin{cases} (t_S, p_S) = F_S(t_A, p_A) \\ X_S^+ \in F_U(t_S, p_S, Q_I) \\ X_A^+ = F_L(X_S^+, t_S) \\ t_A^+ \in F_T(X_A^+, K_A, t_{A0}) \end{cases}$$

et l'enchaînement se formule en problème de point fixe

$$X_A^+ \in F_{tot}(X_A^+)$$

Le résumé des quatre blocs constitue la formulation concise du modèle d'affectation dynamique. Evidemment chaque bloc du modèle peut faire l'objet de sophistications ; cependant le résumé demeure inchangé, à son degré d'abstraction.

II.B.8.f Des algorithmes efficaces

Pour équilibrer l'offre et la demande, mon choix de base est la méthode des combinaisons convexes, en raison de sa simplicité, et de son très bon comportement pour les affectations statiques logit et bicritère. Or celles-ci présentent avec l'affectation dynamique une analogie importante : à chaque itération, le trafic de l'état auxiliaire est réparti entre plusieurs itinéraires pour une même relation origine-destination.

La recherche du plus court chemin dynamique est effectuée depuis chaque sommet d'origine, par un algorithme atomique à la Dijkstra, présenté ci-après à propos du réseau de services. Cet

¹⁰ l'équation du volume sortant, résulte de la conjonction des deux contraintes sur la sortie du volume : $[X_a^-(h)]_{h_1}^{h_2} \leq [X_a^+(H_{a0}^-(h))]_{h_1}^{h_2}$ et $[X_a^-(h)]_{h_1}^{h_2} \leq [K_a(h)]_{h_1}^{h_2}$

l'algorithme traite génériquement les itinéraires, ou plutôt les *sillons* au sens du transport guidé, car à chaque position est associé un intervalle d'instant réservés au passage : le créneau temporel. Les sillons sont codés récursivement par un faisceau d'atomes : chaque atome représente le passage par un arc pendant un créneau temporel, et indique le routage en amont grâce à un pointeur sur l'atome prédécesseur. Grâce à la récursivité, le codage est limité au strict minimum. A chaque étape dans l'algorithme de Dijkstra, un sillon efficace est identifié.

Le choix des usagers est traité entre la recherche et le chargement : par zone d'origine, pour chaque zone de destination on partage le trafic entre les itinéraires efficaces déterminés lors de la recherche, suivant les principes de comportement économique. La partie du trafic affectée à un itinéraire, est chargée sur son atome final.

Pour le chargement du flot, les flux des itinéraires sont affectés aux arcs traversés afin d'obtenir par totalisation les profils temporels des volumes entrants dans les arcs. L'algorithme de chargement utilise, pour chaque sommet d'origine, le faisceau des sillons optimaux : on parcourt le faisceau dans le sens du retour des destinations vers l'origine, en traitant les atomes dans l'ordre inverse de leur hauteur (nombre de prédécesseurs). Le traitement d'un atome consiste à charger sur l'arc, le flux d'atome constitué auparavant par transmission depuis l'aval sans distinction de destination ; et à propager ce flux d'atome sur l'atome amont. Ainsi l'algorithme de chargement en faisceau constitue l'homologue dynamique de l'algorithme de chargement en arbre, dû à Dial pour l'affectation statique.

L'algorithme d'écoulement du trafic, est appliqué à chacun des arcs : la séparation des arcs constitue une décentralisation. Selon le modèle hydrodynamique d'écoulement retenu, on utilise l'algorithme dédié : Cf §A7.

II.B.8.g Tests opérationnels

Grâce à HD Mai, doctorant que je dirige, un prototype du modèle a été programmé en langage Scilab. Nous avons :

- programmé deux mesures de convergence : l'une « naïve » mesurant l'écart entre les flux par arcs de deux itérations successives ; l'autre « rigoureuse » mesurant l'écart de dualité de la quasi-inéquation variationnelle déduite du problème de point fixe.
- Sur un réseau de 15 arcs avec 6 relations O-D et deux épisodes successifs de saturation, testé la convergence de l'algorithme d'équilibrage. En pratique 100 ou 200 itérations permettent d'obtenir un très bon niveau de convergence, selon les suites choisies pour les coefficients de combinaison convexe. Ces résultats très prometteurs sont en attente de confirmation sur des grands réseaux, avec un code compilé.
- Montré que la mesure naïve de convergence est très insuffisante voire parfois inopérante : elle prend des valeurs très petites alors que l'équilibre n'est pas atteint.
- Investigué les effets de la discrétisation temporelle. Lorsque le nombre d'itérations augmente, et donc le nombre de va-et-vient dans les interactions entre les arcs et les relations O-D, les profils temporels de certaines variables deviennent par endroits très densément maillés avec une prolifération de segments. Pour limiter la prolifération Mai a spécifié une taille minimum de segment temporel, et des règles d'agrégation. Plusieurs valeurs ont été testées pour le paramètre de taille, de 1 à 10 min pour une période simulée de 24 h : en deçà de 3 min la différence avec l'équilibre calculé sans agrégation, est très minime.

J'ai publié ce modèle en 2003 (FL 03c) (plus un article en soumission FL 03d).

II.C Analyse socio-économique des déplacements

II.C.0 Situation

Les thèmes A et B privilégient la représentation « réaliste » du système de transport et des déplacements, au plan physique et au plan du comportement économique. Ce thème C regroupe des applications économiques de la modélisation, très dépendantes du réalisme. Les applications ont été le fruit de diverses circonstances, bien davantage que le résultat d'une démarche méthodique.

Sont évoqués successivement :

- 1) l'analyse d'usage et la prospection de la demande.
- 2) Le choix d'horaire de déplacement.
- 3) L'analyse économique dynamique de la congestion.

II.C.1 Analyse d'usage et prospection de la demande

Les enquêtes mentionnées au §B0 révèlent, au-delà des origines et destinations des déplacements, bien d'autres aspects de la demande de transport : caractères démographiques (âge, sexe, niveau de formation), caractères sociaux (composition des ménages, activité professionnelle), caractères économiques (revenu, équipement en moyens de transport) etc.

La richesse en est telle que les analyses restent toujours partielles. Cependant, par sédimentation, une connaissance d'ensemble se constitue et permet de répondre à des questions aussi opérationnelles que la prospection de clientèle pour un nouveau service.

Pour ma part, j'ai mené notamment :

- Des recherches sur la mobilité urbaine des voyageurs, à partir d'enquêtes de déplacements auprès des ménages (§a).
- La prospection de clientèle pour des voitures électriques en libre service urbain (§b).
- La prospection de report modal du fret routier vers une autoroute ferroviaire (§c).

II.C.1.a Recherches sur la mobilité urbaine des voyageurs

J'ai réalisé deux recherches successives pour le compte de la Direction Régionale de l'Équipement d'Île de France, entre 1993 et 1995. Dans chaque cas la méthode a été d'exploiter l'Enquête Globale de Transport de voyageurs de 1991-92.

La première recherche (LP 95a) a établi un panorama de la mobilité urbaine des franciliens, avec des éclairages innovants sur :

- La structure des distances parcourues, par motif de déplacement, par mode de transport, par relation géographique, par catégorie socio-professionnelle.
- Les invariants de la mobilité quotidienne. Si le nombre moyen de déplacements par personne et par jour, environ 3.5, est stable dans le temps pour l'agglomération francilienne (et proche dans les autres agglomérations françaises), il ne résiste pas à la

segmentation selon la catégorie socio-professionnelle, ou selon la tranche d'âge, ou selon le caractère central ou périphérique du domicile. J'ai montré que le nombre journalier moyen par personne de boucles hors du domicile, est très stable à 1.4 et résiste à toutes les segmentations, excepté une baisse de 20% pour les personnes âgées qui résident en périphérie.

- L'intermodalité des déplacements et les articulations entre les modes de transport : 20% des déplacements journaliers s'effectuent en TC soit 6 millions par jour, avec pour chacun des rabattements dont j'ai analysé les modes et les distances, et pour beaucoup des correspondances et autres ruptures de charge entre lignes du même mode.
- Le stationnement : étude du remplissage au cours de la journée, par type de place et par département de destination ; offre et usage du stationnement payant, qui représente seulement 3% du total francilien mais joue un rôle crucial à Paris et dans les Hauts de Seine.

La seconde recherche a porté sur la constitution des groupes en déplacement, et sur les déplacements pour motif d'accompagnement qui constituent 20% des déplacements des conducteurs automobiles (LP 95b).

II.C.1.b Prospection de clientèle pour des voitures en libre service urbain

Pour le compte du groupement PRAXITELE associant un opérateur de transport (CGFTE devenu depuis CONNEX), un constructeur d'automobiles (Renault), un fournisseur d'électricité (EDF) et deux instituts de recherche (Inria et Inrets), j'ai établi un diagnostic prospectif de la clientèle à attendre pour un libre service de voitures électriques en milieu urbain : critères qualitatifs du choix et conséquences pour la conception du système ; enveloppe quantitative du trafic sous deux hypothèses de tarification, et structure socio-économique (LP 94 et PDDL 94).

La méthode a été basée sur l'Enquête Globale de Transport de voyageurs en Ile de France :

- En supposant l'implantation du libre service sur une certaine zone, j'ai identifié les déplacements susceptibles d'être concernés et donc les individus.
- J'ai défini des critères de mode de transport, de motif, d'horaire, de groupe en déplacement et de catégorie socio-professionnelle, pour filtrer les déplacements éventuellement concernés et déterminer les candidats favorables au libre service.

Le résultat a contribué à dimensionner le nombre de stations-relais et de véhicules, pour une expérience d'implantation à St Quentin en Yvelines en 1997.

II.C.1.c Prospection de trafic pour une autoroute ferroviaire de fret

En France, le développement soutenu du trafic routier de fret incite à dynamiser les modes alternatifs. Parmi les solutions envisagées, l'autoroute ferroviaire a pour objectif d'offrir au transporteur routier, sur un grand corridor très fréquenté, un service de navette à l'accès optimisé et avec un temps de manutention et transport, compétitif avec celui via la route.

J'ai dirigé l'étude du report potentiel du fret routier vers une autoroute ferroviaire de Dijon à Perpignan, sur le corridor Rhône-Languedoc, selon la méthode suivante :

- Reprise d'un modèle d'affectation routier à l'échelle nationale ; modélisation de l'autoroute ferroviaire comme une séquence d'arcs aux durées déduites d'hypothèses

sur la vitesse de circulation, les modalités d'accès et les fréquences de desserte ; et aux tarifs fixés selon une politique commerciale. Cette adaptation d'un modèle routier est possible car le service en question constitue seulement une ligne de réseau ; on pourrait simuler de même une autoroute maritime.

- Distinction de deux classes de demande, selon que serait chargé sur le train, soit l'ensemble du poids lourd (chargement et remorque, chauffeur et tracteur), soit seulement la remorque ce qui réduit les coûts d'immobilisation et donc améliore la compétitivité de l'autoroute ferroviaire dans un arbitrage entre le prix et le temps.
- Simulation de scénarios d'offre diversifiés en fréquence, tarifs, vitesse de circulation.
- Analyse des arborescences (chevelus) pour certaines sections de l'axe, afin d'appréhender la structure spatiale de la demande pour ce service.

Les résultats sont prometteurs, avec des trafics variant, selon les simulations, de 0 à 200% du trafic en poids lourds sur l'axe autoroutier A7-A9. Au tarif couvrant les coûts d'exploitation, et dans le cas des remorques seules, le service pourrait capter 20% du trafic autoroutier. Les actions d'accompagnement à prévoir seraient d'une part, l'information sur l'accès au service ; et d'autre part, une facilitation du « marché de la remorque », à l'emport en chaque gare, de manière que les transporteurs routiers puissent équilibrer leurs acheminements en amont et en aval.

Cette étude a été présentée au congrès 2005 de l'Atec (DCL 05).

II.C.2 Sur le choix d'horaire de déplacement

William Vickrey dans les années 1960, et plus largement la communauté scientifique depuis les années 1980, ont modélisé l'horaire de départ d'un déplacement comme l'objet d'un choix économique, surtout pour les voyageurs en milieu urbain à l'heure de pointe du matin.

A ce sujet, j'ai modélisé le choix d'horaire de départ en fonction d'un horaire-cible d'arrivée et des variations dynamiques et aléatoires du temps de parcours (§a) ; et j'ai donné un modèle bayésien pour le processus d'apprentissage du temps de parcours (b).

II.C.2.a Choix d'horaire de départ en présence d'incertitude

L'objectif du modèle est d'analyser et hiérarchiser les facteurs qui déterminent le choix de l'horaire de départ h pour le déplacement d'un voyageur. On suppose qualitativement que le déplacement engendre un coût de quitter l'origine $C_O(h)$, un coût d'arriver à la destination à l'instant h' , $C_A(h', h_C)$ qui tient compte d'un horaire cible d'arrivée h_C , et un coût de transport résultant du tarif P_h et du temps de parcours t_h . Pour un arbitrage prix-temps α_T , le coût global se formule alors

$$G(h) = C_O(h) + C_A(h + t_h, h_C) + P_h + \alpha_T t_h.$$

On suppose encore :

- Que le temps de parcours t_h est une variable aléatoire,
- Qu'au moment du choix, le voyageur connaît la structure statistique des t_h ultérieurs.

- Que le voyageur est rationnel et choisit de partir à l'heure h^* qui minimise $E[G(h)]$ l'espérance du coût moyen.

En donnant des spécifications particulières aux termes de coût, j'ai obtenu des formules analytiques pour l'heure optimale de départ. Ces formules révèlent le rôle de chaque facteur.

La formule la plus simple est obtenue en spécifiant un coût d'arrivée

$$G_A(h, h_C) = K + \beta'(h + t_h - h_C)^+ + \beta(h_C - h - t_h)^+$$

et un temps de parcours t_h distribué selon une loi exponentielle de paramètre λ_h décalée de r_h : ainsi $E[t_h] \equiv \bar{t}_h = r_h + 1/\lambda_h$. Si $\lambda_h = \lambda$ est constant, alors l'heure optimale est

$$h^* = h_C - r + \frac{1}{\lambda} \ln \frac{\beta(1 + \dot{t}) - \dot{C}_O - \dot{P} - \alpha_T \dot{t}}{(\beta + \beta')(1 + \dot{t})}.$$

Cette formule est explicite quand \dot{C}_O , \dot{P} , α_T , β , β' et \dot{t} sont constants. Elle intègre les effets des divers paramètres, depuis l'heure cible jusqu'aux paramètres de la distribution du temps de parcours, en passant par le tarif différentiel \dot{P} , les coûts marginaux d'avance β , de retard β' , et les coûts différentiels d'origine \dot{C}_O et de transport \dot{t} . En particulier on constate le rôle décisif de \dot{t} la dérivée du temps moyen.

J'ai publié ce modèle dans (FL 01a §13E3) et (FL 04c).

II.C.2.b Un modèle bayésien pour l'apprentissage du temps de parcours

Dans le modèle précédent, on suppose que le voyageur connaît la structure statistique du temps de parcours, pour chaque heure de départ. Dans la réalité, une telle connaissance n'est pas disponible a priori : par répétition et apprentissage, le voyageur constitue progressivement un capital d'information qui demeure empreint de subjectivité.

En vue d'études comportementales, j'ai développé un modèle bayésien d'apprentissage dans lequel :

- La connaissance a priori est une distribution gaussienne avec une moyenne distribuée selon une loi gaussienne conditionnée par la variance, et un écart-type distribué gamma-inverse.
- Une réalisation apporte une connaissance complémentaire, entachée d'incertitude dans la mesure subjective du temps réalisé, et donc représentée par une distribution gaussienne.

Après application de la règle de Bayes pour incorporer l'information apportée par la réalisation, la connaissance a posteriori est encore une distribution gaussienne avec des moments distribués gaussien pour la moyenne et gamma-inverse pour l'écart-type.

Un tel modèle est classique en analyse bayésienne. Ma contribution originale a été de l'appliquer au choix d'heure de départ, et de fournir des formules analytiques pour les moments de la distribution du temps de parcours, en fonction des hyperparamètres (paramètres des distributions des moments) : Cf. (FL 04c).

A mon avis, un tel modèle bayésien trouverait sa meilleure application opérationnelle chez un exploitant de réseau routier ou un fournisseur d'information dynamique de trafic, désireux de

capitaliser les mesures de trafic. L'adaptation serait de commencer par décrire l'état macroscopique, et conditionnellement à celui-ci, d'appliquer le modèle pour la succession des horaires dans une période.

II.C.3 Economie dynamique de la congestion

Dans les grandes agglomérations des pays industrialisés, l'urbanisation en périphérie et la motorisation automobile se développent conjointement : l'urbanisation car les populations actuelles ou nouvelles de l'agglomération recherchent davantage d'espace résidentiel et à moindre coût qu'en centre ville ; la motorisation car l'automobile est sans rivale ou presque dans la desserte de zones peu denses et éloignées du centre. Comme la ville est un système d'échanges, il en résulte une pression accrue sur le réseau viaire en zone centrale. Or celui-ci fait désormais l'objet de politiques de déplacement, dans lesquelles la capacité viaire soit augmente faiblement, soit, plus souvent, décroît afin justement de modérer le trafic.

Ces évolutions de la demande et de l'offre concourent pour développer l'emprise de la congestion sur le réseau viaire. Certaines politiques comportent une part de tarification, à un niveau établi en fonction des coûts sociaux induits par un déplacement sur le système de transport, et accompagnée de contreparties notamment en faveur des TC.

En bref, l'analyse de la congestion couvre d'importants enjeux socio-économiques, et devrait servir à éclairer les politiques de déplacement. Au-delà du diagnostic factuel, d'ordre surtout physique évoqué au §A2, une analyse économique est nécessaire pour discerner les causes et les conséquences, pour relier correctement celles-ci à celles-là en explicitant suffisamment le mécanisme de la congestion. L'objectif à terme est de disposer de modèles réalistes des causes et des conséquences, capables de simuler raisonnablement divers scénarios et politiques de transport.

Dans ce qui suit, je dresse un état de la pratique (§a) et de la recherche (§b), avant de poser ma problématique (§c). J'évoque ensuite mes résultats : explicitation du coût social de manière dynamique dans le cas d'un arc (§d) ; extension aux relations entre des classes de trafic, aux files d'attente horizontales, et à la totalité d'un déplacement (§e). Finalement je tire un bilan et des perspectives (§f).

II.C.3.a Etat de la pratique

En milieu urbain, la gestion de la circulation automobile, du stationnement et des modes non automobiles (TC, deux roues, marche) ; la gestion de l'urbanisme (affectation des sols, densité d'occupation) : constituent autant de leviers sur la congestion. Une politique particulière actionne chaque levier dans un sens (ex. corseter la circulation automobile) ou dans l'autre (augmenter la capacité) ou le laisse inchangé, en vue d'établir un compromis d'ensemble.

Sans entrer dans un débat, on peut constater que les décisions prises sont rarement ou très partiellement éclairées à l'aide d'un modèle de simulation. Les rares applications servent :

- à mesurer la faisabilité d'une politique face à certaines contraintes particulières : par exemple l'absence de grave dysfonctionnement sur un axe où l'on envisage de donner une priorité à la circulation des bus. Il s'agit alors d'une simulation de la circulation, locale, statique ou quasi-statique (par simulation microscopique à conditions macroscopiques constantes), sans évaluation d'une utilité socio-économique.

- Pour certaines grandes agglomérations, des modèles de la mobilité prennent en compte les caractéristiques des modes de déplacement et même du stationnement (ex. modèle Impact de la RATP) : mais seulement du côté de la demande, sans modélisation de l'usage-remplissage de la circulation et du stationnement.

En milieu interurbain, l'évaluation socio-économique tient une grande place dans la sélection des investissements : les temps passés et donc certains effets de congestion sont incorporés (négativement) dans une utilité globale. Les modèles de simulation associés restent encore statiques : ils traitent mal la saturation qui est la forme la plus grave de congestion.

En contrepoint de ce tableau, il faut mentionner les systèmes de gestion du trafic routier urbain, en temps réel ou non : dont les actions de contrôle visent à réduire le temps total passé localement sur les branches d'un carrefour, ou sur un sous-réseau structurant.

II.C.3.b Situation de la recherche

Dès les années 1960, les chercheurs ont perçu l'importance des aspects dynamiques de la congestion : May a modélisé une file d'attente verticale en section courante, et peu après Vickrey a complété ce modèle par une analyse microéconomique de l'interaction entre le coût de congestion et le choix de l'horaire de départ.

Dans les années 1970, les traficiens ont adapté la théorie du contrôle optimal au problème de gérer le trafic, ce qui a permis l'essor des premiers systèmes opérationnels. De leur côté, les économistes ont distingué la diversité des périodes selon la charge de trafic et indiqué comment le trafic de chaque période devrait contribuer au financement du développement de la capacité, en fonction du coût social causé par l'unité marginale de trafic. A l'interface de l'ingénierie du trafic et de l'économie, le développement de l'analyse des choix discrets a permis de modéliser le choix modal des usagers en intégrant les caractéristiques des modes et parfois aussi du stationnement.

Ensuite les économistes se sont concentrés sur le choix d'horaire de départ, étudié de manière analytique sur un arc dans les années 1980 puis par simulation informatique sur des réseaux, depuis la décennie 1990. Plus récemment, la problématique de l'équité a émergé pour veiller : à l'accessibilité des moins riches au transport ; à la contribution des usagers au financement du système, via la tarification ; à la juste répartition des recettes de tarification.

Cependant des questions importantes restent quasiment inexplorées :

- quel est le coût de congestion, pour un déplacement considéré dans son intégralité et pas seulement sur un arc ?
- comment modéliser conjointement la circulation et le stationnement, à l'échelle d'un réseau urbain ?

II.C.3.c Problématique choisie

A ce sujet mon intérêt de recherche est de mettre la modélisation physico-économique au service de l'analyse socio-économique, en explicitant un réalisme physique suffisant et en tirant les conséquences économiques pertinentes pour éclairer des politiques de transport.

Ma problématique est de modéliser finement le coût individuel et le coût social, associés à un déplacement individuel, en cohérence avec une description réaliste de l'état du réseau et de son évolution au cours d'une période enveloppante. Les exigences de réalisme portent sur la distinction de plusieurs classes de trafic ; et sur la propagation des files d'attente.

Pour cela je m'appuie sur les modèles hydrodynamiques d'écoulement évoqués au §A7, et sur le modèle d'affectation dynamique présenté au §B8.

II.C.3.d Le coût social de la congestion

En modélisant la congestion sur un arc par une file d'attente verticale, on peut d'abord évaluer le coût individuel subi par un déplacement selon son horaire d'entrée : c'est l'équivalent monétaire du temps passé, pour l'auteur du déplacement. Au §A7 j'ai indiqué comment le calculer.

De plus on peut évaluer le coût social de congestion, imposé par ce déplacement aux autres usagers, qui est l'équivalent monétaire du retard total dû au passage.

L'utilisateur u entré à h occupe la capacité de l'arc au moment h_u de sa sortie, pendant une durée $\delta h = y_{au} / \kappa_a$ rapport de sa charge individuelle de trafic, y_{au} , à la capacité (en débit) κ_a . Tout autre usager passant derrière lui en saturation, pourrait en son absence sortir δh plus tôt : il y a $X_a^-(h^*) - X_a^-(h_u)$ tels usagers, h^* notant l'horaire de la désaturation qui suit h_u . En notant α l'APT moyen des suiveurs, le coût social de congestion s'exprime donc

$$\begin{aligned} \gamma_{au}(h) &= \alpha \cdot \frac{y_{au}}{\kappa_a} \cdot [X_a^-(h^*) - X_a^-(h_u)] \\ &= \alpha \cdot y_{au} \cdot (h^* - h_u) \text{ si la capacité } \kappa_a \text{ est constante} \end{aligned}$$

L'écart $h^* - h_u$ est particulièrement simple à illustrer sur un diagramme de X_a^+ , X_a^- et ΔK_a en fonction de l'horaire h : c'est le prolongement naturel de l'analyse par May en 1965 de la file d'attente verticale (FL 05d). J'ai aussi évalué le gain d'une unité supplémentaire de capacité cumulée, gain d'autant plus fort qu'il survient plus tôt compte tenu du terme $h^* - h_u$.

II.C.3.e Extensions : multiclasse, file d'attente verticale, effets de réseau

L'analyse précédente convient pour une seule classe de trafic (charges y identiques) sur un arc isolé. En présence de plusieurs classes c de trafic, on doit préciser le coût social en explicitant les volumes sortants X_a^- et les APT α_c moyens des classes :

$$\begin{aligned} \gamma_{auc}(h) &= \frac{y_{au}}{\kappa_{a,uvp}} \alpha_c \cdot [X_{ac}^-(h^*) - X_{ac}^-(h_u)] \text{ sur la classe cible } c, \\ \gamma_{au}(h) &= \sum_c \gamma_{auc}(h) \text{ sur l'ensemble du trafic} \end{aligned}$$

et aussi, en attribuant à l'utilisateur marginal son véritable horaire de sortie qui dépend non seulement de son horaire d'entrée mais aussi de sa classe.

Cela nécessite *au minimum* le modèle hydrodynamique d'écoulement multiclasse à file d'attente horizontale, évoqué au §A7.

Pour passer d'un arc isolé à l'intégralité d'un déplacement sur un réseau, j'ai proposé la méthode suivante :

1. calculer une affectation dynamique du trafic sur le réseau. On peut utiliser pour cela, entre autres, le modèle d'affectation dynamique présenté au §B8, avec éventuellement le modèle hydrodynamique d'écoulement évoqué au §A7.

2. parmi les résultats, relever les fonctions X_{ac}^+ , X_{ac}^- , t_{ac}^+ et H_{ac}^- pour tout arc a et toute classe c d'usagers.
3. sur chaque arc a du réseau, calculer les fonctions $\gamma_{auc}(h)$ par classes d'usagers cause-cible (u, c) et par horaire d'entrée h .
4. Par chemin r , classes (u, c) et horaire de départ h , évaluer le coût social de congestion par

$$\gamma_{ruc}(h) = \sum_{a \in r} \gamma_{auc}[h + t_{u,r>a}(h)]$$
 la fonction $t_{u,r>a}(h)$ désignant le temps de traverser la partie $r>a$ de l'itinéraire r strictement en amont de a . Ces calculs peuvent être menés avec le bloc de formation des services dans mon modèle d'affectation dynamique. Calculer aussi un coût interclasse $\Gamma_{ruc}^{(H)} = \int_{h \in H} \gamma_{ruc}(h) dX_{ru}^+(h)$: calcul à effectuer à la charnière des blocs Choix des usagers et Chargement du volume, dans mon modèle.
5. par relation O-D i et classes (u, c) , évaluer le coût de congestion $\Gamma_{iuc}^{(H)} = \sum_{r \in i} \Gamma_{ruc}^{(H)}$.

J'ai publié ces extensions à la conférence ETC'05 (FL 05f), en indiquant aussi comment distinguer les impacts selon la classe touchée, et comment traiter la propagation de la saturation entre des arcs successifs.

II.C.3.f Bilan et perspectives

Mes résultats suffisent pour les coûts de déplacement en milieu routier interurbain, où l'on peut négliger le stationnement (¹¹). Une transposition au milieu urbain nécessiterait d'explicitier les divers modes de stationnement, leurs coûts, les durées de leur usage : cela au niveau d'une boucle de déplacements et non plus d'un déplacement isolé.

Concernant les TC urbains, une analyse parente est en cours (FL 06a), appuyée sur le modèle du confort et de la qualité de service évoqué au §B6.

Parmi les perspectives d'application et de développement, je recommanderais :

- tout d'abord de rendre le modèle dynamique opérationnel à grande échelle, avec un logiciel informatique puissant et non un simple prototype.
- De prospector les coûts de développement de la capacité, pour le gestionnaire de réseau. Actuellement le débat économique porte trop exclusivement sur la responsabilité des usagers dans la congestion, pas assez sur le défaut d'offre et la responsabilité du gestionnaire de l'offre.
- D'appréhender les effets de réseau pour les opérations de contrôle d'accès.
- De concevoir des actions tarifaires non plus uniquement au niveau local d'un arc, mais plus globalement, par grandes relations O-D.
- De concevoir des serveurs d'information dynamique de trafic, qui indique aux usagers, non seulement une prévision du coût individuel, mais aussi une prévision du coût social. Et qui leur permette de s'orienter, d'adapter leur choix d'itinéraire ou d'horaire en fonction de ces deux critères et pas seulement le leur propre.

¹¹ encore que le stationnement au cours de déplacements longs, sur des aires de services durant des grandes migrations, pourrait mériter une étude circonstanciée

II.D Distribution spatiale des déplacements et des activités

II.D.0 En préambule

Dans l'affectation du trafic sur un réseau, la matrice O-D des flux exprime la structure spatiale des déplacements ; elle conditionne la charge du réseau et par conséquent la qualité de service et l'utilité procurée à chaque déplacement individuel. Le cumul des utilités individuelles sur les divers mobiles composant le flux, constitue le surplus des consommateurs, qui à son tour conditionne l'opportunité d'un investissement sur le réseau.

Ainsi la matrice O-D des flux tient une place déterminante, qui en fait un objet privilégié de connaissance, au travers des modèles de distribution spatiale du trafic. Il existe deux types de modèles de distribution, selon leur nature empirique ou économique :

- Modèles empiriques par assemblage d'observations des relations origine-destination ; par inférence ou estimation statistique à partir d'observations diverses.
- Modèles économiques pour déduire les flux O-D à partir d'hypothèses relatives aux zones d'origine et de destination, et aux caractéristiques du transport. Dans cette catégorie on peut encore distinguer les modèles macroéconomiques, notamment le modèle gravitaire et le modèle des opportunités, et les modèles microéconomiques notamment les modèles de choix discret et les modèles d'accessibilité aux activités.

Evidemment les modèles économiques se prêtent à une estimation statistique, à la croisée des deux approches empirique et économique.

Je me suis intéressé aux deux types de modèles : c'est pourquoi j'évoque successivement l'estimation de matrices O-D (§1), et l'accessibilité aux activités (§2).

II.D.1 Estimation de matrices origine – destination

Je commencerai par situer l'état de la pratique (§a) et l'état de la recherche (§b), avant d'indiquer ma problématique (§c) et d'évoquer mes contributions :

- La qualification statistique des estimateurs des volumes O-D (§d).
- L'inférence d'une matrice O-D par maximum d'entropie généralisée (§e).
- Un traitement dual du problème entropique (§f).

Je terminerai par un bilan du sujet et quelques perspectives de prolongement (§g).

II.D.1.a Etat de la pratique

La mesure des volumes O-D est une question déjà ancienne : posée par des ingénieurs des Ponts et Chaussées au XIX^{ème} siècle pour les flux routiers et ferroviaires de l'époque. Plus près de nous dans le temps, aux Etats-Unis dans les années 1920 apparaissent les enquêtes en bord de route, par interview des conducteurs pour connaître leur origine, destination, motif et autres circonstances de déplacement. Ces enquêtes constituent encore le dispositif de base sur le réseau routier interurbain français.

Dans les années 1950 se répand la technique des enquêtes-ménages : en temps différé les individus enquêtés décrivent leurs déplacements d'une journée, notamment en termes de lieux

d'origine et de destination. On en déduit une matrice O-D par grandes zones sur le territoire concerné, et surtout les émissions et les réceptions de chaque zone, qui constituent les marges de la matrice O-D.

On peut combiner ces marges à une connaissance antérieure ou forfaitaire de la matrice afin d'obtenir une matrice plausible : c'est l'algorithme bi-proportionnel (appelé aussi Furness, Fratar, RAS) qui reste un outil de base pour les praticiens-traficants.

Dans les années 1960, le chercheur anglais Wilson interprète la méthode bi-proportionnelle comme un algorithme pour le problème de maximiser l'entropie associée à la répartition du volume entre les relations O-D, sous les contraintes de marges. Son collègue Murchland utilise alors des résultats d'affectation (surtout les proportions des divers itinéraires sur chaque O-D) pour valoriser des comptages par arcs du débit, par un algorithme multi-proportionnel qui généralise la méthode bi-proportionnelle (dans laquelle les marges sont des comptages particuliers).

Ces produits de recherche sont devenus classiques.

Dans une application, le traficant doit souvent combiner plusieurs types d'enquêtes et d'observations : par exemple, coupler une enquête-ménages pour les flux internes à un périmètre, avec un système « en cordon » d'enquêtes en bord de route pour les flux d'échanges ou de transit.

II.D.1.b Etat de la recherche

La recherche, plus récente que la pratique, l'a rattrapée dans les années 1960 avec les contributions de Wilson et Murchland. Dès les années 1970 elle a pris de l'avance, surtout depuis 1990 avec les modèles dynamiques.

Dans la décennie 1980 deux innovations sont remarquables :

- Spiess donne une qualification statistique aux volumes O-D et aux comptages : en supposant des distributions poissonniennes il formule un problème d'estimation des volumes O-D par maximisation de la vraisemblance associée aux comptages. La méthode a été implémentée dans le logiciel commercial Emme/2, et sous une forme dérivée, dans le logiciel TRIPS devenu ensuite CUBE. Sur le même principe d'autres chercheurs ont étudié des distributions gaussiennes, des estimateurs de moindres carrés, et même une approche bayésienne (Mike Maher).
- L'estimation de matrice O-D, par inférence entropique ou estimation statistique standard, a été modélisée conjointement avec l'affectation du trafic aux itinéraires, ce qui permet de prendre en compte la congestion en toute cohérence.

Depuis les années 1990 deux problématiques dominent :

- l'usage de diverses sources d'information, en particulier l'identification de plaques minéralogiques en circulation ou au stationnement, ou la localisation de téléphones portables.
- Les modèles dynamiques d'affectation et distribution empirique : où s'ajoute une dimension temporelle à la propagation sur le réseau. Cela pour des applications en temps réel ou en temps différé.

Toutes ces innovations sont encore loin d'être banalisées en pratique.

Les approches scientifiques impliquées sont principalement :

- les probabilités et la statistique.
- La recherche opérationnelle pour la formulation de modèles d'estimation : expression des liaisons entre les variables de volume O-D et les observations ; expression du couplage entre la distribution et l'affectation.
- L'algorithmique pour la résolution des formulations.

II.D.1.c Ma problématique

J'ai traité deux problématiques distinctes :

- d'une part, au lieu de postuler la distribution statistique des volumes O-D, j'ai cherché à qualifier statistiquement les estimateurs des volumes constitués à partir d'un certain type d'observations : les enquêtes en-route (qui incluent celles en bord de route).
- D'autre part, mieux connaître les méthodes entropiques : concevoir d'autres méthodes de résolution que l'algorithme multi-proportionnel ; et surtout, rechercher une interprétation et une qualification statistiques pour les volumes O-D obtenus par inférence entropique, grâce à la théorie du maximum d'entropie généralisée récemment développée en économétrie.

II.D.1.d Propriétés statistiques des estimateurs des volumes O-D

Un traficien qui dispose à la fois de comptages et d'enquêtes aux O-D sur un ensemble d'arcs dans un réseau, peut reconstituer la matrice de volumes O-D de la manière suivante :

- pour chaque relation, identifier les itinéraires plausibles.
- Sur chaque itinéraire plausible, si en un arc de l'itinéraire on dispose à la fois d'un comptage et d'une enquête aux O-D, alors on estime le volume O-D partiel comme le produit du volume décompté sur l'arc, par la proportion de la relation O-D telle qu'enquêtée au sein du volume.
- La somme des volumes O-D partiels, constitue le volume O-D recherché.

En résumé, le traficien établit pour chaque relation O-D une *coupe* du réseau à partir des postes enquêtés. Cela soulève plusieurs questions :

- comment identifier une telle coupe ?
- entre des coupes alternatives, comment choisir au mieux ?
- quelles sont les propriétés statistiques de l'estimateur ainsi constitué pour un volume O-D ?

J'ai exprimé ces questions, pour les résoudre grâce à la méthode constructive suivante (FL 02b) :

- en chaque poste de mesure, le comptage et l'enquête aux O-D produisent deux estimateurs l'un de volume d'arc l'autre de proportion, en général indépendants, aux propriétés connues sous des hypothèses standard (Poisson et Bernoulli respectivement). Donc on déduit la moyenne et la variance de l'estimateur du volume partiel, par des formules classiques pour le produit de variables aléatoires indépendantes. Cet estimateur est sans biais si les mesures sont sans biais.

- Sur une coupe, l'estimateur du volume O-D global est la somme des estimateurs des volumes partiels, ces derniers étant indépendants en général : on obtient aisément la moyenne et la variance de l'estimateur somme.
- La meilleure coupe est celle qui donne la meilleure précision, autrement dit la moindre variance d'estimation.
- En associant à tout arc du réseau, une capacité infinie en l'absence d'enquête, ou finie et égale à la variance de l'estimateur du volume partiel en cas d'enquête, l'identification et la sélection d'une coupe optimale, constituent un problème de flot maximal – coupe minimale sur le réseau ainsi valué.

La méthode a été appliquée avec succès par des bureaux d'études : d'une part en région Aquitaine, d'autre part en Martinique.

De plus j'ai indiqué comment combiner de manière optimale des observations redondantes séquentiellement : par mélange bayésien. Mais je n'ai pas trouvé un algorithme systématique.

II.D.1.e Inférence par maximum d'entropie généralisée

En physique et en économie, le principe du maximum d'entropie est devenu la méthode classique pour résoudre un problème « mal posé », au sens que les observations sont en nombre insuffisant pour déterminer les inconnues.

En transport, dès 1967 Wilson a exprimé l'entropie d'une matrice O-D de flux $[q_i]_{i \in I}$ sous la forme $H(q) = -\sum_{i \in I} q_i \ln(q_i)$: disposant d'observations $v_t = \sum_{i \in I} X_{ti} q_i$ linéaires en fonction des flux et de coefficients connus X_{ti} , la maximisation de l'entropie sous contrainte de satisfaire aux observations, produit une matrice O-D unique.

Il s'agit là d'une inférence et non d'une estimation statistique, et les résultats n'ont pas de propriétés statistiques particulières. Au début des années 1990, une équipe de Berkeley (Judge, Golan *et al*) a défini le principe du maximum d'entropie généralisée, comme une méthode d'estimation pouvant éventuellement servir à l'inférence :

- il s'agit de recouvrer des paramètres θ_i
- pour cela on exprime chaque paramètre θ_i comme la combinaison convexe de m_i « sites » z_{ik} pondérés par des proportions p_{ik} : $\theta_i = \sum_{k=1}^{m_i} p_{ik} z_{ik}$
- l'entropie généralisée du paramètre θ_i est $H_i = -\sum_{k=1}^{m_i} p_{ik} \ln(p_{ik})$
- le principe est de maximiser l'entropie généralisée globale $\sum_i H_i$ sous les contraintes d'observation, de non négativité $p_{ik} \geq 0$ et de normalisation $\sum_{k=1}^{m_i} p_{ik} = 1$
- on prend en compte des erreurs d'observation, en décrivant le terme d'erreur de la même manière qu'un coefficient et en prenant en compte son entropie généralisée
- pour chaque paramètre θ_i , la variance de l'estimateur $\bar{\theta}_i = \sum_{k=1}^{m_i} p_{ik} z_{ik}$ est formulée par $\sum_{k=1}^{m_i} p_{ik} (z_{ik} - \bar{\theta}_i)^2$.

Dans les conditions classiques d'un problème d'estimation bien posé, i.e. quand les observations sont plus nombreuses que les paramètres, alors le résultat de la méthode constitue un estimateur, asymptotiquement sans biais et efficace. Diverses applications numériques montrent même une précision empirique bien supérieure à la prédiction théorique. Il existe divers raffinements : pondération des paramètres ; connaissance antérieure \tilde{p}_{ik} des distributions discrètes à prendre en compte dans une entropie croisée $I(p : \tilde{p}) = \sum_{i,k} p_{ik} \ln(p_{ik} / \tilde{p}_{ik})$ ce qui revient à une approche bayésienne etc.

La résolution numérique privilégiée, pour des contraintes égalité, consiste à leur associer des variables duales λ_t , et à résoudre le programme dual qui est convexe sur les λ_t et libre de toute contrainte.

J'ai appliqué cette méthode à la distribution spatiale du trafic, en considérant chaque volume O-D q_i comme un paramètre θ_i (FL 97c), en vue principalement d'obtenir la variance de l'inférence :

- j'ai programmé un code pour poser et résoudre un problème d'estimation/inférence par maximum d'entropie généralisée ou minimum d'entropie généralisée croisée, avec ou sans incertitudes dans les observations, avec des observations égalité ou inégalité. Le programme comporte un algorithme de Newton pour résoudre le programme dual en cas d'observations-égalités ; et un algorithme primal par lagrangien augmenté pour traiter aussi les contraintes inégalité, ou les problèmes de très grande dimension (plusieurs milliers d'observations) : Cf. le document (FL 97f).
- sur une application numérique de petite taille, les flux inférés sont très proches du modèle d'entropie simple.
- La mesure de la variance, montre que l'écart-type d'inférence augmente avec la moyenne d'inférence, mais de manière sub-linéaire.

Diverses expériences numériques sur d'autres problèmes me laissent croire que l'entropie généralisée est un principe extrêmement puissant et robuste, applicable en transport à bien d'autres problèmes que la distribution spatiale du trafic.

II.D.1.f Traitement dual du modèle entropique

M'inspirant du traitement dual pour l'entropie généralisée, j'ai donné une formulation et une résolution duales pour le problème de maximiser l'entropie simple d'une matrice O-D de flux, soumis à des contraintes de comptage parmi lesquelles au minimum un jeu de marges, disons en ligne (contraintes d'émissions des zones).

Le principe est de considérer chaque volume O-D q_i d'origine o et de destination d , comme la part $q_i = E_o p_{od}$ du volume E_o émis par l'origine : alors les contraintes d'émission se ramènent à des contraintes de normalisation $\sum_d p_{od} = 1$.

A chaque autre contrainte de forme $v_t = \sum_i X_{ti} q_i$, incluant éventuellement des contraintes de réception aux destinations, est associée une variable duale λ_t . Le programme dual est un programme de minimisation en fonction des λ_t , programme convexe et libre.

Une résolution par l'algorithme de Newton converge en quelques itérations, en gagnant au moins deux décimales de précision à chaque itération (sur les cas testés). Mais en temps de

calcul la méthode primale reste la plus efficace, car l'algorithme multi-proportionnel est à la fois très rapide et suffisamment précis (il peut d'ailleurs être interprété comme un algorithme à la Gauss-Seidel sur l'ensemble des variables duales, y compris celles associées aux contraintes d'émission).

II.D.1.g Bilan et perspectives

Les trois recherches rapportées ici, éclairent la question de l'estimation d'une matrice O-D de flux :

- l'analyse statistique des sources d'observation, permet d'établir des propriétés statistiques pour un estimateur de volume. Cette recherche pourrait être étendue aux sources d'observation autres que les enquêtes en-route.
- En utilisant l'entropie généralisée au lieu de l'entropie simple, on peut recouvrer une variance d'inférence toujours bienvenue en l'absence d'autres indications. Le prix à payer est un surcroît de calcul.
- L'algorithme multi-proportionnel reste la méthode de référence.

Je recommanderais deux pistes de développement :

- D'appliquer en parallèle l'entropie généralisée, et l'analyse statistique des sources d'observations, afin de confronter les résultats sur la moyenne et la variance des estimateurs.
- Appliquer l'entropie généralisée conjointement avec un modèle économique prédisant des volumes \hat{q}_i , en utilisant les \hat{q}_i pour fixer les sites z_{ik} puis la maximisation d'entropie pour obtenir les proportions p_{ik} et donc ajuster les prévisions aux observations. A investiguer aussi, l'estimation par maximum d'entropie généralisée pour des paramètres A internes à $\hat{q}_i = F_i(A, X_i)$.

Du côté des applications, ce sujet rencontre l'enjeu opérationnel de la précision des études de trafic. Il pourra passer dans la panoplie d'outils des praticiens, dès que les commanditaires des études prendront conscience de tout l'intérêt de mesurer la qualité d'une information.

II.D.2 L'accessibilité aux activités

II.D.2.a Sur les modèles économiques de distribution spatiale

Les déplacements, et donc le système de transport, sont justifiés par la répartition des activités socio-économiques dans le territoire. Réciproquement, la plupart des activités sont localisées en raison de la desserte du territoire choisi, et du coût foncier ou immobilier qui lui-même est lié à la qualité de la desserte.

Ces relations, qualitativement bien connues, restent encore trop peu modélisées. La plupart des applications utilisent un modèle gravitaire : dans lequel chaque volume O-D dépend de variables caractéristiques de la zone d'origine et de la zone de destination, et des caractéristiques du transport de l'une à l'autre zone. Les variables caractéristiques des zones expriment de manière macroéconomique l'attractivité des zones : par exemple le nombre d'habitants, le nombre d'emplois, les surfaces commerciales etc, éventuellement par catégorie. Les caractéristiques du transport sont modélisées au travers d'une impédance, fonction décroissante du coût, de la distance, du temps.

En 1983 Anas a modélisé le choix de destination à partir d'une origine, comme un choix discret en théorie de l'utilité aléatoire du consommateur : une conséquence remarquable est que le trafic, émis par la zone d'origine, se partage entre les destinations selon une formule gravitaire. Mais cette interprétation microéconomique concerne uniquement le comportement de choix, sans donner de recommandation quant au contenu de la fonction d'utilité à associer à une destination... Elle a servi aux praticiens pour formuler des modèles gravitaires diversifier, et pour en estimer les paramètres de manière désagrégée par la méthode du maximum de vraisemblance.

II.D.2.b Problématique : une analyse microéconomique du choix de destination

Pour moi, une analyse microéconomique du choix de destination doit représenter explicitement :

- Le surplus brut de chaque activité pour un client potentiel.
- L'état d'occupation d'une activité, occupée ou vacante : car une activité occupée n'est pas disponible pour d'autres clients que l'occupant.
- Le choix d'une activité par chaque client, selon un comportement économique individuel et rationnel.

J'ai été en partie précédé sur cette voie par deux chercheurs, le français Jean-Gérard Koenig et l'australien Cochrane, qui ont indépendamment et simultanément en 1975, conçu le même modèle microéconomique du choix de destination : à partir d'hypothèses sur l'utilité de chaque activité pour chaque consommateur, et sur les coûts de transport, ils retrouvent une répartition gravitaire, complétée par une fonction de surplus des consommateurs qui peut servir à l'évaluation socio-économique.

Dans ce qui suit, je résume d'abord le modèle de Cochrane-Koenig et j'en critique les hypothèses (§c) ; puis j'évoque mon modèle AVA d'accessibilité aux activités vacantes, qui clarifie la notion de surplus d'une activité pour un consommateur et qui représente l'état d'occupation de chaque activité (§d). Enfin je tire un bilan et des perspectives (§e).

II.D.2.c Le modèle de Cochrane-Koenig, et une revue critique

Le modèle de Cochrane-Koenig repose sur les hypothèses suivantes :

- le territoire est divisé en zones de demande.
- chaque zone de destination, d , offre A_d activités.
- Dans chaque zone d'origine, o , il y a X_o consommateurs d'activité qui sont potentiellement clients des zones de destination.
- Pour chaque consommateur, l'utilité brute d'une activité est donnée par une variable aléatoire. On suppose que le consommateur choisirait dans chaque zone l'activité d'utilité maximale, ce qui constitue l'utilité brute de cette zone de destination ; et qu'il choisit parmi les zones celle d'utilité nette maximale, ce qui correspond à une activité. L'utilité nette retrace à l'utilité brute le coût du transport.

Connaissant la distribution de l'utilité des activités, si chaque zone compte un nombre importants d'activités alors on peut approcher l'utilité maximale par une variable de Gumbel. De même l'utilité nette inter-zonale maximale suit approximativement une loi de Gumbel.

Les auteurs en déduisent :

- pour une zone d'origine, les proportions des zones de destination : formule gravitaire.
- Encore par zone d'origine, une formule « simple » pour l'utilité nette moyenne, appelée *accessibilité de la zone d'origine au marché des activités*.
- L'utilité nette globale des origines, obtenue en totalisant les accessibilités pondérées par les effectifs de consommateurs, représente le surplus net de la demande de transport.

La congestion d'une zone de destination peut être intégrée en pénalisant l'utilité nette par une variable duale, interprétée comme le multiplicateur de Lagrange associé à la contrainte sur le nombre d'activités dans la zone, dans une formulation (primale-duale en inéquation variationnelle) des choix individuels.

Cet édifice considérable d'hypothèses, a longtemps défié les tentatives critiques.

En voici une revue critique personnelle, sous la forme d'une reformulation brutale des hypothèses :

- une activité n'a pas d'utilité brute fixe, qui soit commune à tous les consommateurs : chaque consommateur évalue l'utilité d'une activité comme un tirage aléatoire dans une distribution.
- Cette distribution est commune à toutes les activités, dans toutes les zones, et pour tous les consommateurs ! Ce qui paraît difficile à justifier...
- Entre deux activités distinctes, l'ordre d'évaluation varie constamment selon le consommateur, sans tendance générale. Or un emploi bien payé, toutes choses égales par ailleurs, paraît toujours préférable à un emploi mal payé...
- L'état d'occupation d'une activité n'est pas représenté. Même si une activité est choisie par un consommateur, elle continue de contribuer à la maximisation de l'utilité pour les autres consommateurs.
- La réintégration a posteriori de la congestion d'une destination, par l'intermédiaire d'une pénalité appliquée à toutes les activités occupées ou non, paraît difficile à justifier.

Ces points d'achoppement ont motivé les hypothèses de mon modèle d'accessibilité évoqué ci-après.

II.D.2.d Le modèle AVA d'accessibilité aux activités vacantes

Le modèle AVA (Accessibility to Vacant Activities) a pour objet l'utilité et l'occupation des activités, ainsi que leur choix par des clients localisés qui maximisent l'utilité nette après déduction du coût de transport.

Voici le corpus des hypothèses :

1. chaque activité est localisée dans une zone de destination et présente une utilité brute particulière, invariable. Elle n'a pas d'autres caractères.
2. chaque zone de destination d rassemble A_d activités, dont les utilités brutes sont résumées par la fonction de répartition H_d .

3. chaque zone o d'origine contient X_o consommateurs d'activité.
4. un consommateur marginal compare les activités en fonction de leur utilité nette, en déduisant le coût de transport de l'utilité brute ; et choisit l'activité d'utilité nette maximale parmi les activités vacantes.

Ainsi, conditionnellement à une zone de destination, le consommateur marginal préfère l'activité d'utilité brute maximale parmi les activités vacantes : notons cette utilité \tilde{v}_d pour la zone d . Entre les zones de destination, selon sa zone o d'origine, le consommateur choisit l'activité vacante optimale dans la zone d qui maximise l'utilité nette $\tilde{v}_d - G_{od}$ avec G_{od} le coût du transport.

Pour résoudre le modèle, soit T_d le nombre d'activités occupées en zone d : le principe est d'accorder T_d qui est une variable de demande d'activité, avec l'offre d'activité, en raison du comportement des consommateurs. Si une proportion T_d / A_d d'activités sont occupées en zone d , comme les consommateurs ont choisi ce qu'il y avait de meilleur pour eux, cette proportion correspond aux activités de plus forte utilité brute dans la zone, et donc à $1 - H_d(\tilde{v}_d)$. Réciproquement on en déduit que $\tilde{v}_d = H_d^{-1}(1 - T_d / A_d)$: nous avons ainsi relié la meilleure utilité brute vacante aux variables de flux. Remarquons que ce traitement respecte par construction le statut d'occupation des activités, puisque chaque activité est mise en correspondance univoque avec un consommateur.

Plus précisément, soient encore T_{od} le nombre d'activités occupées en zone d par des clients originaires de o , u_o une variable duale associée à la contrainte $\sum_d T_{od} = X_o$ d'émission de la zone o , et μ_d une variable duale associée à la contrainte de réception $T_d \leq A_d$ de la zone d .

Le comportement des demandeurs et l'état d'occupation des zones, est exprimé par le système d'équations et inéquations suivant :

($\sum_o T_{od} = T_d$ traité purement comme une contrainte de définition)

$$\sum_d T_{od} = X_o$$

$$H_d^{-1}(1 - T_d / A_d) - G_{od} - \mu_d \leq u_o, T_{od} \geq 0, T_{od} \cdot (H_d^{-1}(1 - T_d / A_d) - G_{od} - \mu_d - u_o) = 0$$

$$T_d \leq A_d, \mu_d \geq 0, \mu_d (T_d - A_d) = 0$$

A l'équilibre, la variable duale u_o vérifie

$$\begin{aligned} u_o &= \max\{H_d^{-1}(1 - T_d / A_d) - G_{od} - \mu_d : d \in D\} \\ &= \max\{H_d^{-1}(1 - T_d / A_d) - G_{od} : d \in D, T_d < A_d\} \end{aligned}$$

car les μ_d pénalisent les destinations pleines jusqu'à en abaisser l'utilité minimale au niveau de la meilleure activité vacante.

La variable u_o mesure la meilleure utilité nette d'une activité vacante, pour un client localisé en o : c'est l'*accessibilité aux activités vacantes*.

On peut montrer aussi que ces conditions d'équilibre sont les conditions d'optimalité de la fonction objectif $J(T_{od}) = \sum_d [A_d \eta_d (1 - \frac{T_d}{A_d}) - \sum_o T_{od} G_{od}]$ avec $\eta_d(x) = \int_x^1 H_d^{-1}(\theta) d\theta$ sous les contraintes $T_{od} \geq 0$, $\sum_d T_{od} = X_o$, $T_d \leq A_d$ et avec les contraintes de définition $\sum_o T_{od} = T_d$. Les fonctions H_d^{-1} sont croissantes, donc les fonctions η_d sont concaves et J aussi, ce qui assure l'unicité de l'équilibre ; l'existence étant acquise si les H_d^{-1} sont continues.

Dans le cas de répartitions exponentielles $H_d(v) = 1_{\{v \geq m\}} [1 - \exp(-\lambda(v - m))]$, en l'absence de saturation des destinations les trafics de deux relations issues d'une même origine vérifient

$$\frac{T_{od}}{T_{od'}} = \frac{A_d \exp(-\lambda G_{od})}{A_{d'} \exp(-\lambda G_{od'})}$$

soit encore le modèle gravitaire.

Ainsi le modèle AVA bénéficie d'une interprétation microéconomique consistante, et de bonnes propriétés formelles. On modélise facilement l'élasticité de la demande à l'accessibilité, en ajoutant une liaison $X_o = D_o(u_o)$.

Une comparaison numérique avec le modèle de Cochrane-Koenig, à données assurant l'identité des formules de répartition, montre que le modèle C-K surestime dangereusement l'utilité socio-économique de scénarios de croissance simultanée de l'offre et de la demande.

En 1999 j'ai publié ce modèle à la conférence ETC de 1999 (FL 99a), et au séminaire Inrets-Enpc de modélisation du trafic (FL 02c).

II.D.2.e Perspectives et pistes de prolongements

Les hypothèses du modèle AVA peuvent à leur tour être critiquées : notamment, dans la réalité certaines activités ne sont pas limitées à un seul client et même gagnent à être menées à plusieurs. Mais je suis convaincu que l'explicitation de l'état d'occupation est un grand progrès pour des motifs importants d'activité : travail, certains motifs d'achat et d'affaires personnelles.

Les développements en perspective incluent :

- Une atténuation du remplissage prioritaire et exhaustif des activités les plus utiles, en modélisant une probabilité de remplissage liée au niveau d'utilité.
- Un approfondissement de la compétition entre les clients pour obtenir les activités : un client marginal a plutôt un processus dynamique de recherche d'activité, avec une certaine intensité temporelle dans l'exploration des activités vacantes.

Au plan méthodologique, je retiens là encore que la combinaison d'hypothèses microéconomiques et d'hypothèses statistiques d'agrégation, est un exercice périlleux : les risques sont d'interpréter certains éléments de la représentation d'ensemble, de manière imparfaite ou même grossièrement erronée. La théorie de l'utilité aléatoire du consommateur offre malencontreusement un terrain propice à de telles (més)aventures. Autre désavantage, elle considère un individu représentatif qui ne permet guère de distinguer le « client moyen » du « client marginal ».

III. Encadrement et animation

Dans cette partie, je résume mes activités d'encadrement de doctorant ou de chargé d'études ; de management d'équipe ou de projet ; d'animation scientifique et technique.

Ces activités contribuent toutes au partage et à la transmission des connaissances ; à leur capitalisation (¹²) et à leur développement ; à l'éducation scientifique des personnes qui portent les connaissances.

Le plan d'exposé est le suivant :

- A. Encadrement de thèses de doctorat : résumé de cinq sujets en cours d'encadrement.
- B. L'animation scientifique : animation de groupes, organisation de conférences, refereeing pour des revues, jury de thèses.
- C. Le management d'équipes et de projets d'ingénierie : expérience acquise principalement durant mon affectation au Sétra.
- D. Le tutorat sur des stages de DEA ou de fin d'études d'ingénieur, en mentionnant seulement les occasions récentes.

III.A Encadrement de thèses

J'évoque ici les thèses de doctorat en cours ou en lancement à l'été 2005, que je co-encadre : je reprends l'ordre de mes grands thèmes de recherche.

III.A.1 Modélisation Trafic-Réseaux-Cheminements

Deux sujets se situent à la charnière de la modélisation du trafic et de la modélisation des réseaux : l'un porte sur l'affectation dynamique du trafic routier donc aussi sur l'écoulement dynamique ; l'autre traite les cheminements sur un réseau plurimodal, et en particulier le trafic en transports collectifs et la modélisation de la qualité de service.

III.A.1.a Affectation dynamique du trafic routier

Fin 2003, l'étudiant vietnamien Hai-Dang Mai a entrepris une thèse de doctorat de l'ENPC intitulée : *Outils et conditions pour l'application pratique d'un modèle d'affectation dynamique du trafic routier.*

J'en assure la direction scientifique, conjointement avec Jean Laterrasse professeur à l'UMLV et directeur du LVMT ; après avoir dirigé le stage de DEA de HD Mai préparatoire à la thèse : *Programmation d'un modèle d'affectation dynamique du trafic.*

La thèse, financée par le Sétra, a pour enjeux :

¹² qui comporte une bonne part de débroussaillage !

- L'enjeu scientifique de l'affectation dynamique du trafic sur un réseau : saisir les caractères proprement dynamiques du trafic, les bouchons et leurs caractères transitoires, leurs effets sur les horaires de déplacement et les choix d'itinéraire.
- Un enjeu opérationnel à portée générale : tester la praticabilité d'un modèle d'affectation dynamique. Cela recouvre, la calculabilité d'un problème de grande dimension ; l'élaboration des données d'input ; l'exploitation raisonnée des résultats, plus abondants que dans l'affectation statique.
- Un enjeu opérationnel particulier : modéliser le trafic sur le corridor interurbain majeur en France : en sens nord-sud du côté continental, l'axe Vallée du Rhône-Languedoc et les itinéraires parallèles via les Alpes (A51) et via le Massif Central (A75).

Les objectifs sont :

- Une revue des modèles d'affectation dynamique, et un état des pratiques.
- L'élaboration de matrices origine-destination dynamiques.
- Le traitement de l'étude de trafic sur le corridor nord-sud.
- La modélisation de certaines actions de gestion du trafic : régulation de capacité ; signalisation ; tarification.

III.A.1.b Cheminement sur un réseau plurimodal

A l'été 2005, l'étudiant chinois Kai-Sheng Liu a effectué sous ma direction scientifique et à la RATP dans l'équipe Etudes et Modélisation, un stage d'initiation à la recherche sur le sujet suivant : modélisation des cheminements multimodaux sur le réseau de TC francilien.

Le stage a permis :

- De clarifier la représentation des services de TC dans l'affectation du trafic : le codage des lignes et des missions à plusieurs niveaux depuis l'interface utilisateurs jusqu'au code de calcul ; le regroupement des tronçons communs à plusieurs lignes, sous deux formes alternatives (trons communs ou lignes fictives) cela préalablement à l'affectation.
- D'améliorer grandement (facteur 20 en temps de calcul) l'efficacité de la recherche de plus court chemin, en gérant par un heap binaire (variante de Johnson) la recherche du nœud de coût minimal dans l'algorithme de Dijkstra.
- De préciser les potentialités de modélisation ouvertes par les hyperchemins, par rapport aux tronçons communs des lignes, et à des multichemins qui n'assemblent les itinéraires qu'au niveau de la relation origine-destination.

Kai-Sheng Liu va entreprendre une thèse de doctorat afin de poursuivre le sujet. Les objectifs assignés sont :

- D'implanter l'affectation par hyperchemins dans un programme opérationnel, à tester sur le cas de l'Ile de France.
- D'estimer les paramètres de coût généralisé et d'hyperchemin, qui régissent la répartition du trafic entre les itinéraires et notamment entre les sous-modes de TC et aussi la marche et l'automobile.

- Cela nécessite une modélisation statistique de la vraisemblance de ces paramètres, à partir de l'observation fragmentaire des itinéraires dans l'Enquête Globale de Transports de voyageurs en Ile de France.

Concernant la modélisation du coût généralisé, il est prévu d'expliciter le confort et la qualité de service en TC, ce qui rejoint le thème de mesure et modélisation des TC.

III.A.2 Analyse socio-économique des déplacements

III.A.2.a Tarification des TC urbains

Fin 2004, la normalienne Anne-Elise Agenais a entrepris une thèse de doctorat : *Analyse prospective de la tarification des TC en Ile de France*.

Je participe à l'encadrement scientifique de cette thèse, conjointement avec les professeurs Jean Laterrasse et Jean-Pierre Orfeuill, et avec Claire Spitzmuller de la RATP.

Les enjeux sont :

- De bien distinguer les motivations économiques (efficacité de la production, couverture des coûts par les recettes), des motivations commerciales (part de marché) et les motivations sociales (équité), ainsi que les compromis retenus ou possibles.
- De prospecter largement les évolutions potentielles du système de tarification : innovation dans le dispositif technologique ; restructuration spatiale, modulation temporelle, personnalisation en fonction des lieux fréquentés, fidélisation...

AE Agenais a d'ores et déjà éclairci :

- La question des coûts de production, par sous-mode de TC et par couronne géographique.
- La structure tarifaire actuelle, les motivations par le facteur de distance, la délimitation des zones.

III.A.2.b Scénarios d'urbanisation : élaboration et évaluation

Fin 2004 l'étudiant Thierno Aw a entrepris une thèse de doctorat : *Elaboration et évaluation de scénarios de développement urbain pour Marne la Vallée*, ville nouvelle en Ile de France.

Je co-encadre cette thèse avec Jean Laterrasse.

Les objectifs assignés sont :

- De concevoir des scénarios contrastés d'urbanisation. La ville nouvelle continue de croître : +30% de population et d'emploi de 1995 à 2007, et encore +30% attendus entre 2007 et 2020. Il s'agit de proposer plusieurs structures spatiales et formes urbaines pour accueillir les activités supplémentaires, en cohérence avec le système de transport et ses potentialités d'évolution.
- D'évaluer ces scénarios à l'aide d'un modèle de trafic. Il s'agit de choisir un modèle sensible à la fois aux évolutions de l'urbanisation et de l'offre de transport, et aussi aux effets d'inertie dans la localisation résidentielle et les lieux d'emplois.
- L'évaluation ne se résume pas à une simple mesure de rentabilité socio-économique. Elle nécessite des indicateurs ciblés pour les aspects économiques, sociaux,

environnementaux. La conception et la sélection d'indicateurs signifiants, font partie du programme de thèse.

III.A.3 Distribution spatiale des déplacements et des activités

III.A.3.a Modélisation des choix de destination et de mode

A l'été 2005, l'étudiant espagnol Felipe Garcia-Castello a effectué sous ma direction et à la RATP dans l'équipe Etudes et modélisation, un stage de fin d'études d'ingénieur de l'Université de Valence. Le sujet a été, la *modélisation désagrégée des déplacements des résidents franciliens*.

Fin 2005, F Garcia-Castello entreprend une thèse de doctorat, co-encadrée par Jean Laterrasse et moi-même, avec du côté de la RATP Catherine Saut (convention CIFRE) : pour contribuer au modèle Impact de la RATP, et, au plan scientifique :

- Elucider les relations entre le choix du mode de transport et le choix de destination, par motif de déplacement.
- Modéliser l'univers de choix de destination, de manière non plus intuitive, mais surtout microéconomique et consistante. Les modèles de choix discret actuellement retenus proviennent du choix modal, dans lequel les options sont constituées par un éventail de modes relativement faciles à structurer. Pour le choix de destination, il convient de modéliser plus spécifiquement la structure spatiale des destinations.
- Formuler et estimer un modèle du choix conjoint de mode et de destination, à partir des observations dans l'Enquête Globale de Transport de voyageurs.

III.B Animation scientifique

III.B.1 Animation du séminaire inter-laboratoire FIESTA

Fin 2004 j'ai mis en place le *Forum Interdisciplinaire en Economie Spatiale, Transport et Aménagement* (FIESTA) en y conviant les laboratoires ENPC ou apparentés qui traitent de ces sujets : le CERAS (plongé depuis dans PSE), le CIRED, le LATTIS, le CRETEIL et le LVMT. Sur un rythme mensuel, des conférences à haut niveau sont données de manière accessible, et suscitent d'excellentes discussions. A la rentrée de 2005 l'expérience sera capitalisée pour approfondir les collaborations entre les laboratoires.

III.B.2 Présidence d'un comité de l'Association Mondiale de la Route

Depuis 2004 je préside le comité technique 1.1 *Economie des réseaux routiers* de l'Association Mondiale de la Route (AIPCR-PIARC) : association bientôt centenaire destinée à la capitalisation et au partage des connaissances entre les pays (aujourd'hui 108 pays membres). Mon comité, mandaté pour 4 ans, comprend 40 membres : essentiellement des ingénieurs-économistes, des professeurs d'économie en université, et des managers-économistes en administration routière. Trois thèmes sont traités durant le cycle de travail 2004-2007 :

- évaluation économique des aspects intermodaux et multimodaux dans les systèmes de transport.

- Aspects économiques de la tarification, pour divers dispositifs techniques.
- Impacts économiques et environnementaux du transport : caractérisation, si possible quantification et parfois monétarisation.

Les membres partagent la meilleure expertise disponible dans leur pays. La variété des contextes ouvre aux uns et aux autres des perspectives nouvelles, et débouchent le plus souvent sur des mises en complémentarité au sein d'approches larges et robustes. Parfois aussi sur des débats stimulants qui méritent d'être prolongés sous la forme de recherches spécifiques.

III.B.3 Animation de manifestations scientifiques

Dans mes fonctions pour l'AIPCR, j'ai présidé le comité scientifique et piloté l'organisation d'un Séminaire international sur la *Tarifification routière : financement, équité et régulation*, tenu à Cancun (Mexique) du 11 au 13 avril 2005. Le programme, de 22 communications soit scientifiques soit orientées vers la maîtrise d'ouvrage, a rencontré les intérêts techniques de 150 participants venus de 27 pays.

Moins récemment, j'ai co-organisé et animé, avec Florence Boillot et Neila Bhourri de l'Inrets, le meeting annuel du groupe de travail Transport de l'Association européenne de recherche opérationnelle (EURO) tenu à Paris en novembre 1993.

La fonction d'organisation revient à assurer que la qualité scientifique et la convivialité fassent bon ménage ! La logistique conditionne la convivialité. Pour moi, la partie la plus intéressante de l'organisation est l'orientation des sujets, puis le regroupement des contributions sélectionnées en thèmes qui susciteront des séances fructueuses joignant des bons échanges à de bons exposés.

III.B.4 Activité de référé

J'ai servi de référé pour une dizaine d'articles proposés aux revues *Transportation Research*, *EJOR* et *RTS*.

Le travail obscur du référé est un service rendu tant aux auteurs qu'à la communauté scientifique : séparer le bon grain de l'ivraie, encourager ce qui mérite d'être publié, expliquer ce qui ne le mérite pas et, parfois, le justifier longuement.

III.B.5 Jurys de thèse

J'ai participé en tant qu'examineur à deux jurys de thèse en modélisation du trafic routier : pour Vincent Henn et Stéphane Chanut, tous deux du LICIT.

La mission d'examineur de thèse est agréable : face à un jeune esprit investi sur un sujet pointu, suivre son avancée, apprécier ses découvertes, et lui signaler des perspectives ou des lacunes ou des contributions-phares à bien exploiter.

III.C Management d'équipes et de projets d'ingénierie

III.C.1 Responsabilité d'équipes d'ingénierie au Sétra

Dans mon affectation au Sétra, j'ai été successivement chef d'un département *Politique et études routières* composé de cinq équipes d'ingénierie, puis adjoint au chef du centre *Sécurité-Transport-Route* regroupant trois départements dont le mien. Dans ces missions d'encadrement, j'ai pu découvrir :

- qu'il faut à la fois piloter en temps réel ; et orienter vers des objectifs à long terme selon une stratégie à moyen terme.
- Le pilotage en temps réel porte sur la vie des projets : il appartient au manager de formuler les objectifs en discernant et en expliquant les enjeux ; de stimuler cette vie ; d'encourager souvent et de freiner parfois ; de veiller au bon financement et à la conformité administrative ; et de rendre compte à des « clients » extérieurs (en l'occurrence des directions d'administration centrale).
- Le pilotage en temps réel, c'est aussi la responsabilité administrative et humaine : gérer l'intendance et mettre les moyens à disposition des équipes ; gérer les ressources humaines (je préfère dire : rendre aux hommes le service d'autorité) directement pour les chefs d'équipe, ou à travers eux pour les autres membres du service, en veillant à leur équilibre professionnel, à leur motivation et à la juste récompense de leurs services (dans la mesure des possibilités administratives...).
- Les orientations et la stratégie sont à définir précisément, la plupart du temps de manière collégiale car les responsabilités sont partagées : ce sont là des missions qui incombent en priorité au conseil d'orientation et au comité directeur, relayés par le directeur et l'encadrement. Ils doivent inspirer l'activité au quotidien, et sans cesse être retransmis aux équipes.

III.C.2 Pilotage de projets d'ingénierie

Au Sétra j'ai piloté plusieurs projets d'ingénierie sur des sujets de ma compétence :

- renouvellement du modèle ministériel de prévision du trafic routier interurbain : en remplaçant le logiciel « maison » conçu dans les années 1970, par un logiciel du commerce sélectionné rigoureusement et dûment adapté aux besoins du ministère en matière de modélisation (prix-temps) et en évaluation socio-économique, et apte à traiter plusieurs modes.
- Application du nouveau modèle à des prévisions de trafic : Vallée du Rhône, liaison Lyon-St Etienne, sillon lorrain, les deux dernières multimodales ce qui a représenté une première dans le réseau technique du ministère.
- Renouvellement des fonctions de temps de parcours, pour les autoroutes, pour les routes nationales.
- Comparaison internationale de plate-formes d'intermodalité pour le fret.
- Analyse des Contrats de Plan Etat Région : dispositions prévues pour développer les réseaux ferroviaires, et diagnostic des besoins d'études.

Sur d'autres projets plus nombreux, en faisant abstraction de mon éventuelle compétence technique, j'ai présidé un comité de pilotage ou un comité technique afin de cadrer la production et de veiller au bon avancement.

III.C.3 Animation de l'Atelier Stratégique Transport

Depuis la fin 2002 jusqu'à la fin 2005 où je passe le relais, j'ai animé un atelier regroupant les chefs des départements d'études en transport du Sétra, du Certu et des huit Centres d'Etudes Techniques de l'Equipement, afin de formuler et si possible lancer la stratégie d'évolution du Réseau Scientifique et Technique en matière d'études de transport. Formuler, au sens que l'atelier fait exprimer les besoins par des commanditaires (directeurs d'administration centrale, de service extérieur, responsables techniques en collectivités locales...), puis les ordonne en fonction du potentiel de production et des possibilités à court terme d'évolution voire de transformation.

L'atelier a hiérarchisé les besoins, défini cinq grands chantiers et accompagné leur mise en œuvre, celle-ci étant impulsée par le Sétra et le Certu conformément à leur mission de tête de réseau.

III.D Encadrement, direction et tutorat de stages

J'ai assuré l'encadrement quotidien, la direction technique ou le tutorat pédagogique d'une série de stages de DEA ou de fin d'études d'ingénieurs.

Voici une liste d'étudiants, avec le sujet et les circonstances : liste réduite aux occasions les plus récentes.

Felipe Garcia-Castello (2005). *Modélisation désagrégée des déplacements des résidents franciliens : revue du modèle Impact de la RATP*. Projet de fin d'études de l'ENPC (sous mon encadrement).

Ishak Hbiak (2005) *Congestion et évaluation socio-économique*. Stage de DEA Transport ENPC-Paris XII (sous mon encadrement).

Chao-Fu Yeh (2005) *Modélisation du confort en transport collectif urbain de voyageurs*. Stage de DEA Transport ENPC-Paris XII (sous mon encadrement).

Fabien Hersen (2005) *Conception et application d'une méthode de prévision du trafic aérien entre un panel de pays cibles et l'Europe*. Projet de fin d'études de l'ENPC (sous mon tutorat).

Pascaline Cousin (2005). *Conception et implémentation d'un modèle de transport pour la ville de Naples*. Projet de fin d'études de l'ENPC (sous mon tutorat).

Eric Ladegaillerie (2005). *Prévision de trafic pour le réaménagement du quartier Mergellina à Naples*. Projet de fin d'études de l'ENPC (sous mon tutorat).

Nicolas Coulombel (2004) *Rôle de l'observation et de la modélisation des déplacements pour les collectivités locales*. Stage de découverte de 4 mois, en tant qu'ingénieur-élève des Ponts et Chaussées (sous ma direction).

Jérémy Nègre (2004) *Modélisation du choix modal dans l'agglomération rémoise ; Analyse technico-économique de la ligne de bus à grande capacité Transmilénio à Bogota*. Projet de fin d'études de l'ENPC (sous mon tutorat).

Hai-Dang Mai (2003). *Programmation d'un modèle d'affectation dynamique du trafic*. Stage de DEA Transport ENPC-Paris XII (sous mon encadrement).

Denis Masure (2003) *Modélisation des cheminements en transport collectif dans le modèle Cube-Voyager et confrontation aux besoins de la RATP*. Projet de fin d'études de l'ENPC (sous mon tutorat).

Pierre Samblat (2003) *Etat de l'art international des méthodes de prévision macroéconomique du trafic*. Stage de fin d'études de l'ENTPE (sous ma direction).

IV. Activités de formation

La formation, initiale ou continue, est destinée à transmettre des savoirs et des savoir-faire :

- un enseignement de formation initiale s'adresse à des élèves spécialement entraînés à assimiler, au sein d'un parcours global.
- La formation continue apporte des fragments, en introduction ou en complément, à des professionnels du sujet.

J'assure actuellement plusieurs enseignements en formation initiale (§A). J'ai donné des formations continues (§B), et aussi contribué à l'ingénierie pédagogique tant de formations initiales que de formations continues (§C).

IV.A Formation initiale à l'ENPC

A l'ENPC, en 3^{ème} année du cursus d'élève-ingénieur (dominante Ville-Environnement-Transport), j'enseigne un cours de *Modélisation de la demande de transport*, en liaison avec mes thèmes de recherche B-D.

J'enseigne une version adaptée de ce cours dans le cadre du Mastère Transport et Développement Durable commun à l'ENPC, Polytechnique et l'Ecole des Mines. Le public est très international, avec dans la promotion 2004-2005 des Brésiliens, Japonais, Coréens du Sud, Russes, une Argentine et un Français. L'adaptation consiste en une moindre formalisation, et une prise en compte spécifique des pays très étendus (rôles des modes aériens et maritimes) et des besoins du développement.

Dans le Mastère Fret et Intermodalité de l'ENPC, j'enseigne un cours de *Modélisation des services et de la demande en transport de fret*. La population d'élèves se compose d'ingénieurs et attachés-économistes du ministère ; et venant du secteur privé, d'économistes et de géographes. Une moitié des élèves disposent déjà d'une expérience professionnelle significative.

Enfin, en 2^{ème} année du cursus d'élève-ingénieur à l'ENPC, au sein d'un module d'approfondissement Transport et Développement Durable, j'assure un module de quatre séances consacré à un *Panorama des méthodes en ingénierie et en gestion du transport*.

Je retiens de ces enseignements, l'envie d'apprendre et de comprendre des étudiants, envie particulièrement vive à l'ENPC. Et corollairement, l'exigence des élèves pour un enseignement structuré, consistant, et en prise directe avec la pratique professionnelle et les besoins de la société. Enfin, certains cours donnent une tribune pour recruter des doctorants !

IV.B Formation continue

Fin 2001, au titre du Sétra j'ai coordonné une session de trois journées sur l'*observation et la modélisation des déplacements*, à destination des ingénieurs et des attachés-économistes du ministère. J'y ai assuré la moitié des cours.

En 1999, en association avec la société Séttec-Economie, j'ai remporté deux appels d'offre de la Commission Européenne au titre du programme PHARE : destiné à mettre à niveau les pays d'Europe Centrale et Orientale. J'ai ainsi monté deux modules chacun de cinq journées, mi-théoriques et mi-pratiques avec des travaux dirigés informatiques ; et j'ai enseigné leur partie théorique :

- sur la modélisation des déplacements : trois sessions « régionales » pour former au total 70 ingénieurs de 14 pays.
- Sur l'observation des déplacements et l'exploitation des données : une session « centralisée » pour 40 ingénieurs de ces pays.

En 1995-1996, j'ai co-organisé avec Lionel Clément du Certu une formation de trois journées sur la *Modélisation des déplacements*, pour le compte de l'organisme Ponts-Formation-Edition (filiale de l'ENPC). J'ai assuré personnellement 8 heures de formation. Après deux années de rodage, j'ai passé le relais et la formation est pérenne.

IV.C Ingénierie pédagogique

J'ai mentionné ma contribution à l'ingénierie de modules de formation continue, en mesure et modélisation des déplacements. J'ai contribué aussi à deux opérations de plus grande ampleur :

L'une en 2001-2002 : la conception du *Mastère Fret et Intermodalité*, conjointement avec François Perdrizet directeur des affaires scientifiques et techniques au ministère, et Patrice Salini alors à l'Inrets. Nous avons exprimé les besoins de l'administration et du secteur privé ou parapublic, en enquêtant un panel de décideurs, pour une formation qualifiante à la connaissance du fonctionnement et à l'analyse technico-économique des modes de transport et de leurs articulations. Nous avons conçu un programme de formation, décliné ensuite en modules : et confié l'organisation à l'ENPC et l'animation à Patrick Niérat de l'Inrets. Cette formation tient d'ores et déjà une place importante dans le cursus de cadres techniques du ministère, et les services tirent grand profit des élèves formés qu'ils commencent à recevoir.

L'autre en 2003-2004 : la conception d'un cycle de formation continue au transport ferroviaire, dans ses dimensions techniques, commerciales et économiques : cycle de cinq modules chacun de deux ou trois journées, traitant successivement :

- du système ferroviaire, de son organisation et de son économie.
- De l'infrastructure et ses systèmes techniques.
- Du matériel roulant et ses technologies.
- De la gestion du trafic.
- Des marchés et de la gestion commerciale.

Au titre du Sétra, après une spécification détaillée j'ai fait un appel d'offres et retenu la proposition de PFE. Deux sessions ont permis de former 60 cadres du ministère, des collectivités locales et même de la SNCF et de RFF. La formation est pérenne, et déjà PFE en a tiré des modules commercialisés auprès d'autres publics.

V. Curriculum-Vitae

Fabien LEURENT

Ingénieur en Chef des Ponts et Chaussées
Nationalité française
Né en 1966. Marié, un enfant

ENPC - LVMT
19 rue Alfred Nobel, Cité Descartes
Champs sur Marne, 77 455 Marne la Vallée
Tel 01 64 15 21 11. Fax 01 64 15 21 40
fabien.leurent@mail.enpc.fr

Expérience professionnelle

Depuis 2004 au LVMT (Laboratoire Ville-Mobilité-Transport), enseignant-chercheur ENPC, chargé du pôle Modélisation offre-demande et économie des réseaux

2000-04, Sétra (Service d'Etudes Techniques des Routes et Autoroutes)

- 2003-04 *adjoint au chef du Centre Sécurité, Transport et Route (120 agents dont 16 A+ et 55 A): ingénierie Transport, Environnement, Conception et construction des routes, Exploitation et sécurité routières, Systèmes d'information*
- 2002-03 *chef du département Politique et Etudes Routières : ingénierie Transport, Environnement, Conception des Routes, Systèmes d'information. Responsable de 40 agents dont 6 A+ et 20 A, et gestion d'un budget d'études extérieures de 10 M€/an.*
- 2000-01 : *chef de projet pour le renouvellement du modèle national de planification routière, pour les études sur les temps de parcours et la capacité routière*

1991-2000, Chercheur à l'INRETS (Département Economie-Sociologie des Transports)

- *Développement de modèles pour la planification du transport (affectation, distribution). Prix Neil Mansfield du PTRC (1996)*
- *Analyse des comportements urbains de déplacements*
- *Expertises pour le secteur public (DREIF, Sétra, CERTU, DRAST) et privé (SETEC) ; Animation de conférences, séminaires et formations (ENPC, PHARE)*

1989-91, Responsable des études de trafic de la société COFIROUTE

Formation

1997 Docteur de l'ENPC (spécialité Transport) : thèse *Analyse et Mesure de l'Incertitude dans un Modèle de Simulation*, aspects sémantiques, formels, techniques et empiriques

1991 Ingénieur ENPC. Lauréat du 7ème institut d'été de l'Association Européenne de RO

1988 Ingénieur de l'Ecole Polytechnique (promotion 1985)

1983 Premier prix du Concours Général d'Histoire

Compétences techniques

Développement et conduite de projets d'ingénierie et de recherche

Recherche opérationnelle (modélisation, optimisation). Informatique (analyse, développement de logiciel). Probabilités et statistiques.

Langues

Anglais courant. Rudiments d'allemand et d'espagnol

Divers

Animateur de la réflexion stratégique *Etudes de transport* au ministère chargé des transports

Association mondiale de la route (AIPCR) : président du comité technique *Aspects économiques des réseaux routiers*

VI. Liste de publications

VI.A Ouvrages particuliers

- (FL 97a) Leurent, F. (1997) *Analyse et mesure de l'incertitude dans un modèle de simulation : les principes, une méthode, et l'exemple de l'affectation bicritère du trafic*. Thèse de l'ENPC, Paris, France.
- (FL 01 a) Leurent, F. (2001) *Modèles Désagrégés du Trafic*. Rapport INRETS Outils et Méthodes #10. INRETS, Arcueil, France.
- (FL 05a) Leurent, F (2005) *Structures de réseau et modèles de cheminement*. Collection Tec et Doc. Lavoisier, Cachan, France.
- (FL 05b) Leurent, F (2005) *La capacité d'écoulement du trafic : un modèle désagrégé et des méthodes de mesure*. Rapport de recherche INRETS. Lavoisier, Cachan, France.

VI.B Articles dans revues internationales à comité de lecture

- (FL 93a) Leurent, F. (1993). Cost versus Time Equilibrium over a Network. *Eur. J. of Oper. Res.*, Vol. 71, pp. 205-221.
- (FL 94a) Leurent, F. (1994). Cost versus Time Equilibrium over a Network. *Transportation Research Record*, Vol. 1443, pp. 84-91.
- (FL 95a) Leurent, F.M. (1995). Un algorithme pour résoudre plusieurs modèles d'affectation du trafic : la méthode d'égalisation par transvasement. *Les Cahiers Scientifiques du Transport*, Vol. 30, pp. 31-49.
- (FL 95b) Leurent F (1995) Contributions to logit assignment model, *Transportation Research Record*, Vol. 1493, pp. 207-212.
- (FL 96a) Leurent, F. (1996). Indicateurs Infraéconomiques des Conditions de Circulation sur un Réseau Routier. *Recherche Transport Sécurité*, Vol. 51, pp. 3-14.
- (FL 97b) Leurent F (1997) Curbing the computational difficulty of the logit equilibrium assignment model. *Transportation Research B*, Vol. 31(4), pp. 315-326.
- (FL 98a) Leurent F (1998) Les valeurs du temps des automobilistes à Marseille en 1995. *Recherche Transport Sécurité*, Vol. 60, pp. 19-35.
- (FL 98b) Leurent, F. (1998) Sensitivity and error analysis of the dual criteria traffic assignment model. *Transportation Research B*, Vol. 32, pp. 189-204.
- (FL 02a) Leurent, FM (2002) Analytic, microscopic model of traffic flow and travel time. *Transportation Research Record* Vol. 1802, pp. 233-238.
- (FL 05c) Leurent F (2005) Une analyse probabiliste des temps de trajet routiers. *Recherche Transport Sécurité*, Vol. 88.

VI.C Articles dans revues sans comité de lecture

- (FL 05d) Leurent, F (2005) A dynamic traffic model for the economic analysis of congestion. *Routes/Roads*, 325, pp. 46-53.
- (FL 05e) Leurent, F, Minard V and Mange E (2005) Road Pricing, Financing, Regulation, and Equity: a Summary of the PIARC Seminar in Cancun, Mexico. *Routes/Roads*, 326, pp. 36-45.

VI.D Contribution à des ouvrages

- (FL 96b) Leurent, F.M. (1996). Path storing equilibrium algorithms for several traffic assignment models. In *Applications of Advanced Technologies on Transportation Engineering*, Stephanedes Y.J. and Filippi F. (eds), pp. 633-638. ASCE, New York.
- (FL 96c) Leurent, F.M. (1996). The Theory and Practice of a Dual Criteria Assignment Model with a Continuously Distributed Value-of-Time, in *Transportation and Traffic Theory*, Lesort J.B. (ed), pp. 455-477. Pergamon, Exeter, England.
- (FL 98c) Leurent, F. (1998) *Multicriteria assignment modeling: making explicit the determinants of mode or path choice*. In Marcotte, P. and Nguyen, S. (eds) *Equilibrium and Advanced Transportation Modeling*, Kluwer, pp. 53-174.
- (FL 02b) Leurent F (2002) *Estimer un modèle de distribution spatiale avec des enquêtes en-route*. In Aron M, Boillot F and Lebacque JP (eds) *Modélisation du trafic, actes du groupe de travail 1999*. Actes INRETS #83, pp. 85-102. INRETS, France.
- (FL 02c) Leurent F (2002) *L'accessibilité aux activités vacantes, un modèle pour l'utilité socio-économique du transport*. In Aron M, Boillot F and Lebacque JP (eds) *Modélisation du trafic, actes du groupe de travail 1999*. Actes INRETS #83, pp. 111-136. INRETS, France.
- (FL 03a) Leurent F (2003) *Analyse probabiliste des temps de parcours routiers*. In Aron M, Boillot F and Lebacque JP (eds) *Modélisation du trafic, actes du groupe de travail 2000*. Actes INRETS #89, pp. 9-26. INRETS, France.
- (FL 03b) Leurent F (2003) *Allures individuelles et aléas de circulation*. In Aron M, Boillot F and Lebacque JP (eds) *Modélisation du trafic, actes du groupe de travail 2000*. Actes INRETS #89, pp. 27-48. INRETS, France.
- (FL 04a) Leurent F (2004) *Un modèle probabiliste pour les interactions entre les véhicules et les temps de parcours*. In Aron M, Boillot F and Lebacque JP (eds) *Modélisation du trafic, actes du groupe de travail 2001*. Actes INRETS #90, pp. 27-60. INRETS, France.
- (FL 04b) Leurent F (2004) *Propriétés statistiques du temps d'itinéraire, et généralisation de deux formules de Wardrop*. In Aron M, Boillot F and Lebacque JP (eds) *Modélisation du trafic, actes du groupe de travail 2001*. Actes INRETS #90, pp. 61-82. INRETS, France.
- (FL 04c) Leurent F (2004) *L'information dynamique sur les temps de parcours : position statistique, effet sur le choix d'horaire, mécanisme d'apprentissage*. In Aron M, Boillot F and Lebacque JP (eds) *Modélisation du trafic, actes du groupe de travail 2001*. Actes INRETS #90, pp. 129-148. INRETS, France.
- (FL 04d) Leurent F (2004) *Un modèle de la capacité d'écoulement et une méthode de mesure*. In Aron M, Boillot F and Lebacque JP (eds) *Modélisation du trafic, actes du groupe de travail 2002*. Actes INRETS #97, pp. 9-30. INRETS, France.

VI.E Communications dans des conférences internationales

- (FL 93b) Leurent, F. (1993). Modelling Elastic, Disaggregate Demand. In Papageorgiou M. (ed), *Proceedings of the First Meeting of the Euro Working Group on Urban Traffic and Transportation*. Technical University of Munich, Munich.
- (FL 94b) Leurent, F. (1994). Logit-based equilibrium traffic assignment with elastic demand, capacity constraints and an efficient dual algorithm. In Boilot F, Bouhri N and Leurent F (eds), *Proceedings of the Second Meeting of the Euro Working Group on Urban Traffic and Transportation*. INRETS, Arcueil, France.
- (PDTL 94) Parent Michel, Dumontet François, Texier Pierre-Yves and Leurent Fabien. *Design and Implementation of a Public Transportation System Based on Self-Service Electric Cars*. IFAC/IFORS Congress. Tianjin, China. Aug. 1994.
- (FL 95b) Leurent, F.M. (1995). The practice of a dual criteria assignment model with continuously distributed values-of-time, *Proceedings of the 23rd European Transport Forum: Transportation Planning Methods*, **E**, 117-128, PTRC, London.
- (FL 96d) Leurent, F.M. (1996). An analysis of modeling error, with application to a traffic assignment model with continuously distributed values of time, *Proceedings of the 24th European Transport Forum: Transportation Planning Methods*, **D1**, PTRC, London.
- (FL 97c) Leurent, F. (1997) Generalized Entropy Maximization and its Applications to Transport Planning. *Proceedings of the 25th European Transport Forum*, **E**. PTRC, London.
- (FL 98d) Leurent, F. (1998) The distribution of Car Drivers' Values-of-Time in Marseilles. *Proceedings of the 26th European Transport Forum*, **E**. PTRC, London.
- (FL 99a) Leurent, F (1999) *Accessibility to Vacant Activities: a Novel Model of Destination Choice*. Proceedings of the '99 European Transport Conference. PTRC, London.
- (FL 00a) Leurent F (2000) A model of travel and stop times, with application to the estimation of travel time functions. In *Proceedings of the 7th Meeting of the EURO Working Group on Transportation*. University of Roma, Roma, Italy.
- (FL 02d) Leurent F (2002) Probabilistic properties of Path Travel Times. In *Proceedings of the 9th Meeting of the EURO Working Group on Transportation*. University of Bari, Bari, Italy.
- (FL 03c) Leurent, F (2003) *On network assignment and supply-demand equilibrium: an analysis framework and a simple dynamic model*. Proceedings of the '03 European Transport Conference. PTRC, London.
- (FL 04e) Leurent F (2004). *The multiclass flowing problem in a dynamic traffic assignment model*. Paper presented at the 2004 European Transport Conference, Strasbourg, October. CD Rom Edition, PTRC, London.
- (LSD 04) Leurent F, Simonet T and Danzanvilliers P (2004). *Realistic Congestion Indicators for Long Periods*. Paper presented at the 2004 European Transport Conference, Strasbourg, October. CD Rom Edition, PTRC, London.
- (DCL 05) Danzanvilliers P, Carpentier S et Leurent F (2005). *L'intermodalité dans les études de planification des transports en milieu interurbain*. Congrès ATEC 2005, édition sur CD Rom. ATEC, Paris.
- (SDL 05) Simonet T, Danzanvilliers P et Leurent F (2005). *Congestion routière et gêne à l'usager en milieu interurbain*. Congrès ATEC 2005, édition sur CD Rom. ATEC, Paris.

- (FL 05f) Leurent F (2005). *The network cost of congestion: analysis and computation of marginal social cost disaggregated by O-D pair and departure time*. Paper presented at the 2005 European Transport Conference, Strasbourg, October. CD Rom Edition, PTRC, London.
- (LA 05) Leurent F, Aguiléra V (2005). An atomic Dijkstra algorithm for shortest paths in traffic assignment. In *Proceedings of the 12th Meeting of the EURO Working Group on Transportation*. University of Poznan, Poland.

VI.F Rapports de recherche et rapports techniques

- (FL 93c) Leurent, F (1993) *Indicateurs infraéconomiques des conditions de circulation sur un réseau routier*. INRETS Research Report #167. INRETS, Arcueil, France.
- (LP 94) Leurent, F. et Polacchini, A. (1994). *Prospection d'une clientèle potentielle pour la voiture en libre service urbain*. Rapport sur contrat PRAXITELE. INRETS, Arcueil.
- (FL 95c) Leurent, F. (1995). *Une Boîte-à-Outils pour opérer diverses affectations statiques du Trafic Routier*. INRETS Research Report #198. INRETS, Arcueil, France.
- (FL 95d) Leurent, F (1995). *Comparaison de deux modèles d'affectation du trafic*. Rapport sur convention Sétra. INRETS, Arcueil.
- (LP 95a) Leurent, F. et Polacchini, A. (1995). *Quelques éclairages sur la mobilité des Franciliens*. Rapport sur convention DREIF. INRETS, Arcueil.
- (LP 95b) Leurent, F. et Polacchini, A. (1995). *L'accompagnement dans la mobilité des Franciliens*. Rapport sur convention DREIF. INRETS, Arcueil.
- (FL 96) Leurent F (1996) *Portée et limites des modèles de trafic*. Rapport sur convention DRAST. INRETS, Arcueil.
- (LP 96) Leurent, F. et Polacchini, A. (1996). *Sur le choix du mode de transport par les voyageurs en milieu urbain*. Rapport sur convention DREIF. INRETS, Arcueil.
- (FL 97d) Leurent, F. (1997) *Intégrer les choix de destination et d'itinéraire*. Rapport sur convention DREIF. INRETS, Arcueil.
- (FL 98e) Leurent, F. (1998) *Représentation des déplacements dans l'agglomération rennaise*. Rapport sur convention DTT. INRETS, Arcueil.
- (FL 99b) Leurent F (1999) *Calcul de deux modèles d'affectation*. Rapport sur convention Sétra. INRETS, Arcueil.
- (FL 00b) Leurent, F. (2000) *Matrices origine-destination en milieu interurbain*. Rapport sur convention DTT. INRETS, Arcueil.
- (LS 01) Leurent F, Simonet T (2001) *Fonctions temps-débit sur les autoroutes interurbaines*. Rapport technique Sétra. Sétra, Bagneux, France.

VI.G Documents de travail à valoriser

- (FL 97e) Leurent F (1997) Estimer un modèle de choix discret par le principe du maximum d'entropie généralisée. Note de travail 97.1. INRETS, Arcueil.
- (FL 97f) Leurent F (1997) Un programme pour l'estimation par maximum d'entropie généralisée. Note de travail 97.2. INRETS, Arcueil.
- Leurent F (2002) *Un modèle dynamique d'équilibre entre l'offre et la demande sur un réseau de transport*. Document de travail SETRA. SETRA, Bagnoux, France.
- (FL 03d) Leurent FM (2003) Dynamic traffic assignment and supply-demand equilibrium: a theoretical framework and an analytical model with queuing. *Working paper submitted for publication to Transportation Research*. Sétra, Bagnoux, France.

VII. Sélection de travaux

- (FL 93a) Leurent, F. (1993). Cost versus Time Equilibrium over a Network. *Eur. J. of Oper. Res.*, Vol. 71, pp. 205-221.
- (FL 97a) Leurent F (1997) *Analyse et mesure de l'incertitude dans un modèle de simulation. Les principes, une méthode et le cas de l'affectation bicritère du trafic*. Thèse de l'ENPC, spécialité Transport. ENPC, Paris.
- (FL 97b) Leurent F (1997) Curbing the computational difficulty of the logit equilibrium assignment model. *Transportation Research B*, Vol. 31(4), pp. 315-326.
- (FL 98b) Leurent, F. (1998) Sensitivity and error analysis of the dual criteria traffic assignment model. *Transportation Research B*, Vol. 32, pp. 189-204.
- (FL 98c) Leurent, F. (1998) *Multicriteria assignment modeling: making explicit the determinants of mode or path choice*. In Marcotte, P. and Nguyen, S. (eds) *Equilibrium and Advanced Transportation Modeling*, Kluwer, pp. 153-174.
- (FL 99a) Leurent, F (1999) *Accessibility to Vacant Activities: a Novel Model of Destination Choice*. Proceedings of the '99 European Transport Conference. PTRC, London.
- (FL 01a) Leurent, F. (2001) *Modèles Désagrégés du Trafic*. Rapport INRETS Outils et Méthodes #10. INRETS, Arcueil, France.
- (FL 03c) Leurent, F (2003) *On network assignment and supply-demand equilibrium: an analysis framework and a simple dynamic model*. Proceedings of the '03 European Transport Conference. PTRC, London.
- (FL 03d) Leurent FM (2003) Dynamic traffic assignment and supply-demand equilibrium: a theoretical framework and an analytical model with queuing. *Working paper submitted for publication to Transportation Research*. Sétra, Bagneux, France.
- (FL 04e) Leurent F (2004). *The multiclass flowing problem in a dynamic traffic assignment model*. Paper presented at the 2004 European Transport Conference, Strasbourg, October. CD Rom Edition, PTRC, London.
- (FL 05a) Leurent, F (2005) *Structures de réseau et modèles de cheminement*. Collection Tec et Doc, Lavoisier, Cachan, France. **Parution prévue fin 2005**.
- (FL 05b) Leurent F (2002) *La capacité de circulation : modèle désagrégé et méthodes de mesure*. Rapport de recherche INRETS en projet, 83 pages. **Parution prévue fin 2005**.