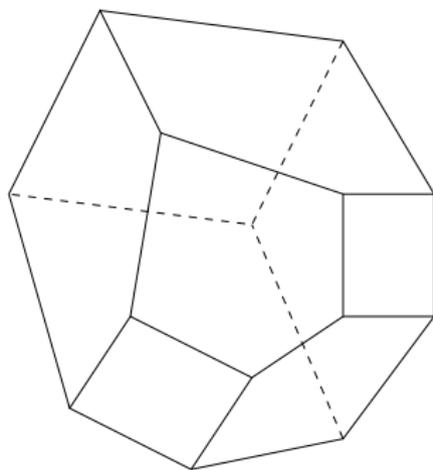


Catégorification d'algèbres amassées antisymétrisables

Laurent Demonet

18 novembre 2008



2001 (Fomin et Zelevinsky) : algèbres amassées (cadre combinatoire pour les bases canoniques et la positivité totale)

2001 (Berenstein, Fomin et Zelevinsky) : exemples

2001 (Fomin et Zelevinsky) : algèbres amassées (cadre combinatoire pour les bases canoniques et la positivité totale)

2001 (Berenstein, Fomin et Zelevinsky) : exemples

2003 (Marsh, Reineke, Zelevinsky)

2004 (Buan, Marsh, Reineke, Reiten, Todorov)

2004 (Caldero, Chapoton)

2004 (Geiß, Leclerc, Schröer)

2007 (Palu)

2007 (Dehy, Keller)

2007 (Fu, Keller)

} catégorification

1 Algèbres amassées

- Grassmannienne des plans
- Définitions
- Groupes unipotents

2 Catégorification G -équivariante

- Catégorie équivariante
- Groupe agissant sur un carquois
- Sous-catégories rigides stables maximales
- Mutations
- Matrices d'échange
- Caractères d'amas
- Applications

Algèbres amassées

Grassmannienne des plans

Catégorification d'algèbres
amassées antisymétrisables

Laurent Demonet

$$\mathrm{Gr}_2(\mathbb{C}^6) = \{\text{plans de } \mathbb{C}^6\}.$$

Algèbres amassées

Grassmannienne des plans

Définitions

Groupes unipotents

Catégorification

G -équivariante

Catégorie équivariante

Groupe agissant sur un carquois

Sous-catégories rigides stables maximales

Mutations

Matrices d'échange

Caractères d'amas

Applications

Algèbres amassées

Grassmannienne des plans

Catégorification d'algèbres
amassées antisymétrisables

Laurent Demonet

Algèbres amassées

Grassmannienne des plans

Définitions

Groupes unipotents

Catégorification

G-équivariante

Catégorie équivariante

Groupe agissant sur un carquois

Sous-catégories rigides stables maximales

Mutations

Matrices d'échange

Caractères d'amas

Applications

$$\mathrm{Gr}_2(\mathbb{C}^6) = \{\text{plans de } \mathbb{C}^6\}.$$

$$\mathrm{Gr}_2(\mathbb{C}^6) \hookrightarrow \mathbb{P}\left(\mathbb{C}^{\binom{6}{2}}\right)$$

$$\left\langle \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \\ y_5 \\ y_6 \end{pmatrix} \right\rangle \mapsto \left(\Delta_{ij} = \begin{vmatrix} x_i & y_i \\ x_j & y_j \end{vmatrix} \right)_{1 \leq i < j \leq 6}$$

Algèbres amassées

Grassmannienne des plans

Catégorification d'algèbres
amassées antisymétrisables

Laurent Demonet

Algèbres amassées

Grassmannienne des plans

Définitions

Groupes unipotents

Catégorification

G-équivariante

Catégorie équivariante

Groupe agissant sur un carquois

Sous-catégories rigides stables maximales

Mutations

Matrices d'échange

Caractères d'amas

Applications

$$\mathrm{Gr}_2(\mathbb{C}^6) = \{\text{plans de } \mathbb{C}^6\}.$$

$$\mathrm{Gr}_2(\mathbb{C}^6) \hookrightarrow \mathbb{P}\left(\mathbb{C}^{\binom{6}{2}}\right)$$

$$\left\langle \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \\ y_5 \\ y_6 \end{pmatrix} \right\rangle \mapsto \left(\Delta_{ij} = \begin{vmatrix} x_i & y_i \\ x_j & y_j \end{vmatrix} \right)_{1 \leq i < j \leq 6}$$

$$1 \leq i < j < k < l \leq 6 \Rightarrow \Delta_{ik} \Delta_{jl} = \Delta_{ij} \Delta_{kl} + \Delta_{il} \Delta_{jk}.$$

Algèbres amassées

Grassmannienne des plans

Catégorification d'algèbres
amassées antisymétrisables

Laurent Demonet

Algèbres amassées

Grassmannienne des plans

Définitions

Groupes unipotents

Catégorification

G -équivariante

Catégorie équivariante

Groupe agissant sur un carquois

Sous-catégories rigides stables maximales

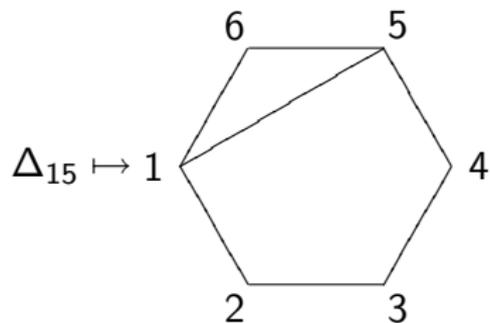
Mutations

Matrices d'échange

Caractères d'amas

Applications

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{coordonnées} \\ \text{de Pluck er} \end{array} \right\} \leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{côtés et diagonales} \\ \text{d'un hexagone} \end{array} \right\}$$



Algèbres amassées

Grassmannienne des plans

Catégorification d'algèbres
amassées antisymétrisables

Laurent Demonet

Algèbres amassées

Grassmannienne des plans

Définitions

Groupes unipotents

Catégorification

G -équivalente

Catégorie équivariante

Groupe agissant sur un carquois

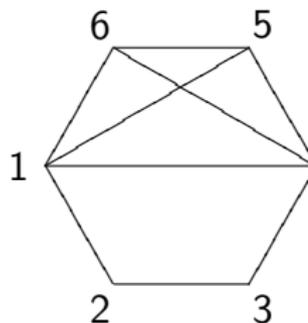
Sous-catégories rigides stables maximales

Mutations

Matrices d'échange

Caractères d'amas

Applications


$$1 \quad 4 : \Delta_{15}\Delta_{46} = \Delta_{14}\Delta_{56} + \Delta_{16}\Delta_{45}$$

Algèbres amassées

Grassmannienne des plans

Catégorification d'algèbres amassées antisymétrisables

Laurent Demonet

Algèbres amassées

Grassmannienne des plans

Définitions

Groupes unipotents

Catégorification

G -équivariante

Catégorie équivariante

Groupe agissant sur un carquois

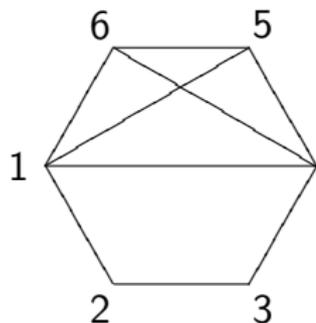
Sous-catégories rigides stables maximales

Mutations

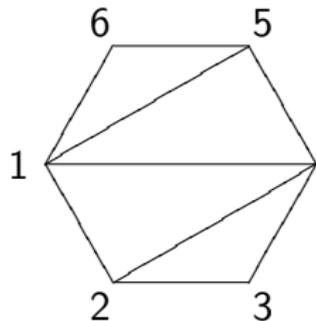
Matrices d'échange

Caractères d'amas

Applications



$$1 \quad 4 : \Delta_{15}\Delta_{46} = \Delta_{14}\Delta_{56} + \Delta_{16}\Delta_{45}$$



$\Delta_{14}, \Delta_{24}, \Delta_{15}, \Delta_{12}, \Delta_{23}, \Delta_{34},$
 $1 \quad 4 : \Delta_{45}, \Delta_{56}$ et Δ_{16} sont algébriquement indépendantes.

Algèbres amassées

Grassmannienne des plans

Catégorification d'algèbres
amassées antisymétrisables

Laurent Demonet

Algèbres amassées

Grassmannienne des plans

Définitions

Groupes unipotents

Catégorification

G -équivariante

Catégorie équivariante

Groupe agissant sur un carquois

Sous-catégories rigides stables maximales

Mutations

Matrices d'échange

Caractères d'amas

Applications

- Variables d'amas de $Gr_2(\mathbb{C}^6)$: coordonnées de Plücker ;

Algèbres amassées

Grassmannienne des plans

Catégorification d'algèbres
amassées antisymétrisables

Laurent Demonet

Algèbres amassées

Grassmannienne des plans

Définitions

Groupes unipotents

Catégorification

G -équivariante

Catégorie équivariante

Groupe agissant sur un carquois

Sous-catégories rigides stables maximales

Mutations

Matrices d'échange

Caractères d'amas

Applications

- Variables d'amas de $Gr_2(\mathbb{C}^6)$: coordonnées de Plücker ;
- Amas de $Gr_2(\mathbb{C}^6)$: triangulation d'un hexagone ;

Algèbres amassées

Grassmannienne des plans

Catégorification d'algèbres
amassées antisymétrisables

Laurent Demonet

Algèbres amassées

Grassmannienne des plans

Définitions

Groupes unipotents

Catégorification

G -équivalente

Catégorie équivariante

Groupe agissant sur un carquois

Sous-catégories rigides stables maximales

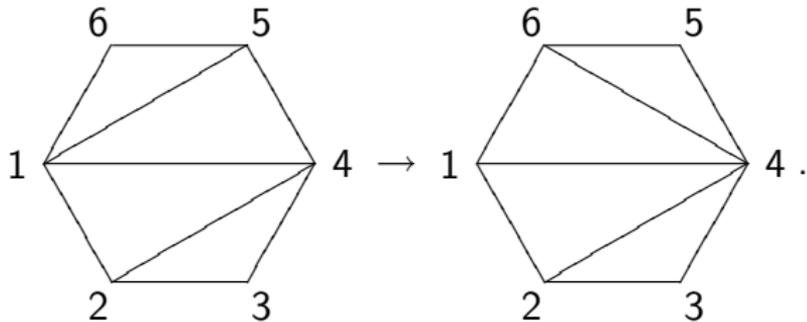
Mutations

Matrices d'échange

Caractères d'amas

Applications

- Variables d'amas de $Gr_2(\mathbb{C}^6)$: coordonnées de Plücker ;
- Amas de $Gr_2(\mathbb{C}^6)$: triangulation d'un hexagone ;
- Mutation :



Algèbres amassées

Grassmannienne des plans

Catégorification d'algèbres
amassées antisymétrisables

Laurent Demonet

Algèbres amassées

Grassmannienne des plans

Définitions

Groupes unipotents

Catégorification

G -équivariante

Catégorie équivariante

Groupe agissant sur un carquois

Sous-catégories rigides stables maximales

Mutations

Matrices d'échange

Caractères d'amas

Applications



Algèbres amassées

Grassmannienne des plans

Catégorification d'algèbres
amassées antisymétrisables

Laurent Demonet

Algèbres amassées

Grassmannienne des plans

Définitions

Groupes unipotents

Catégorification

G -équivariante

Catégorie équivariante

Groupe agissant sur un carquois

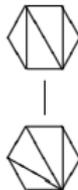
Sous-catégories rigides stables maximales

Mutations

Matrices d'échange

Caractères d'amas

Applications



Algèbres amassées

Grassmannienne des plans

Catégorification d'algèbres
amassées antisymétrisables

Laurent Demonet

Algèbres amassées

Grassmannienne des plans

Définitions

Groupes unipotents

Catégorification

G -équivariante

Catégorie équivariante

Groupe agissant sur un carquois

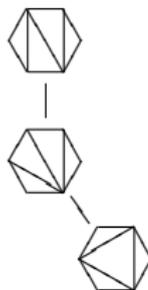
Sous-catégories rigides stables maximales

Mutations

Matrices d'échange

Caractères d'amas

Applications



Algèbres amassées

Grassmannienne des plans

Catégorification d'algèbres
amassées antisymétrisables

Laurent Demonet

Algèbres amassées

Grassmannienne des plans

Définitions

Groupes unipotents

Catégorification

G -équivariante

Catégorie équivariante

Groupe agissant sur un carquois

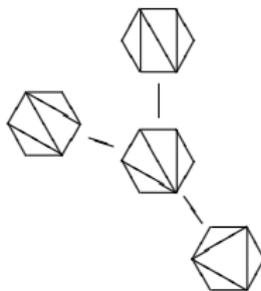
Sous-catégories rigides stables maximales

Mutations

Matrices d'échange

Caractères d'amas

Applications



Algèbres amassées

Définitions

Catégorification d'algèbres
amassées antisymétrisables

Laurent Demonet

Algèbres amassées

Grassmannienne des plans

Définitions

Groupes unipotents

Catégorification

G -équivariante

Catégorie équivariante

Groupe agissant sur un carquois

Sous-catégories rigides stables maximales

Mutations

Matrices d'échange

Caractères d'amas

Applications

Soient $m, n \in \mathbb{N}^*$ avec $m \geq n$. Soit $\mathcal{F} = \mathbb{C}(X_1, \dots, X_m)$.

Algèbres amassées

Définitions

Catégorification d'algèbres
amassées antisymétrisables

Laurent Demonet

Algèbres amassées

Grassmannienne des plans

Définitions

Groupes unipotents

Catégorification
 G -équivariante

Catégorie équivariante

Groupe agissant sur un carquois

Sous-catégories rigides stables maximales

Mutations

Matrices d'échange

Caractères d'amas

Applications

Soient $m, n \in \mathbb{N}^*$ avec $m \geq n$. Soit $\mathcal{F} = \mathbb{C}(X_1, \dots, X_m)$.

Définition

Une *graine* est un couple (\mathbf{x}, B) où

- $\mathbf{x} = \{x_1, \dots, x_m\} \subset \mathcal{F}$ est une base de transcendance de \mathcal{F} ;
- $B \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{Z})$ dont les n premières lignes forment une matrice antisymétrisable.

Algèbres amassées

Définitions

Catégorification d'algèbres
amassées antisymétrisables

Laurent Demonet

Algèbres amassées

Grassmannienne des plans

Définitions

Groupes unipotents

Catégorification

G-équivalente

Catégorie équivariante

Groupe agissant sur un carquois

Sous-catégories rigides stables maximales

Mutations

Matrices d'échange

Caractères d'amas

Applications

Définition

Soient (\mathbf{x}, B) une graine dans \mathcal{F} et $i \in \llbracket 1, n \rrbracket$. On définit $\mu_i(\mathbf{x}) = \mathbf{x}'$ où

$$\begin{cases} x'_j = x_j & \text{si } j \neq i \\ x'_i = \frac{1}{x_i} \left(\prod_{b_{\ell i} > 0} x_\ell^{b_{\ell i}} + \prod_{b_{\ell i} < 0} x_\ell^{-b_{\ell i}} \right) & \text{sinon.} \end{cases}$$

On définit aussi $\mu_i(B) = B'$ où

$$\begin{cases} b'_{j\ell} = -b_{j\ell} & \text{si } i \in \{j, \ell\} \\ b'_{j\ell} = b_{j\ell} + \frac{b_{ji}|b_{i\ell}| + |b_{ji}|b_{i\ell}}{2} & \text{sinon.} \end{cases}$$

On note $\mu_i(\mathbf{x}, B) = (\mu_i(\mathbf{x}), \mu_i(B))$, $(\mathbf{x}, B) \rightarrow_i \mu_i(\mathbf{x}, B)$.

Algèbres amassées

Définitions

Catégorification d'algèbres
amassées antisymétrisables

Laurent Demonet

Algèbres amassées

Grassmannienne des plans

Définitions

Groupes unipotents

Catégorification

G -équivariante

Catégorie équivariante

Groupe agissant sur un carquois

Sous-catégories rigides stables maximales

Mutations

Matrices d'échange

Caractères d'amas

Applications

Lemme

Si (\mathbf{x}, B) est une graine, alors $\mu_i(\mathbf{x}, B)$ est aussi une graine. De plus $\mu_i(\mu_i(\mathbf{x}, B)) = (\mathbf{x}, B)$.

Algèbres amassées

Définitions

Catégorification d'algèbres
amassées antisymétrisables

Laurent Demonet

Algèbres amassées

Grassmannienne des plans

Définitions

Groupes unipotents

Catégorification

G -équivariante

Catégorie équivariante

Groupe agissant sur un carquois

Sous-catégories rigides stables maximales

Mutations

Matrices d'échange

Caractères d'amas

Applications

Lemme

Si (\mathbf{x}, B) est une graine, alors $\mu_i(\mathbf{x}, B)$ est aussi une graine. De plus $\mu_i(\mu_i(\mathbf{x}, B)) = (\mathbf{x}, B)$.

Si (\mathbf{x}, B) est antisymétrique, $\mu_i(\mathbf{x}, B)$ l'est aussi.

Algèbres amassées

Définitions

Catégorification d'algèbres
amassées antisymétrisables

Laurent Demonet

Algèbres amassées

Grassmannienne des plans

Définitions

Groupes unipotents

Catégorification
G-équivariante

Catégorie équivariante

Groupe agissant sur un carquois

Sous-catégories rigides stables maximales

Mutations

Matrices d'échange

Caractères d'amas

Applications

Lemme

Si (\mathbf{x}, B) est une graine, alors $\mu_i(\mathbf{x}, B)$ est aussi une graine. De plus $\mu_i(\mu_i(\mathbf{x}, B)) = (\mathbf{x}, B)$.

Si (\mathbf{x}, B) est antisymétrique, $\mu_i(\mathbf{x}, B)$ l'est aussi.

Définitions

- $(\mathbf{x}', B') \equiv (\mathbf{x}, B) \Leftrightarrow (\mathbf{x}, B) \rightarrow \cdots \rightarrow (\mathbf{x}', B')$;

Algèbres amassées

Définitions

Catégorification d'algèbres
amassées antisymétrisables

Laurent Demonet

Algèbres amassées

Grassmannienne des plans

Définitions

Groupes unipotents

Catégorification
G-équivariante

Catégorie équivariante

Groupe agissant sur un carquois

Sous-catégories rigides stables maximales

Mutations

Matrices d'échange

Caractères d'amas

Applications

Lemme

Si (\mathbf{x}, B) est une graine, alors $\mu_i(\mathbf{x}, B)$ est aussi une graine. De plus $\mu_i(\mu_i(\mathbf{x}, B)) = (\mathbf{x}, B)$.

Si (\mathbf{x}, B) est antisymétrique, $\mu_i(\mathbf{x}, B)$ l'est aussi.

Définitions

- $(\mathbf{x}', B') \equiv (\mathbf{x}, B) \Leftrightarrow (\mathbf{x}, B) \rightarrow \cdots \rightarrow (\mathbf{x}', B')$;
- *amas* : \mathbf{x}' tel que $\exists B', (\mathbf{x}', B') \equiv (\mathbf{x}, B)$;

Algèbres amassées

Définitions

Catégorification d'algèbres
amassées antisymétrisables

Laurent Demonet

Algèbres amassées

Grassmannienne des plans

Définitions

Groupes unipotents

Catégorification
 G -équivariante

Catégorie équivariante

Groupe agissant sur un carquois

Sous-catégories rigides stables maximales

Mutations

Matrices d'échange

Caractères d'amas

Applications

Lemme

Si (\mathbf{x}, B) est une graine, alors $\mu_i(\mathbf{x}, B)$ est aussi une graine. De plus $\mu_i(\mu_i(\mathbf{x}, B)) = (\mathbf{x}, B)$.

Si (\mathbf{x}, B) est antisymétrique, $\mu_i(\mathbf{x}, B)$ l'est aussi.

Définitions

- $(\mathbf{x}', B') \equiv (\mathbf{x}, B) \Leftrightarrow (\mathbf{x}, B) \rightarrow \cdots \rightarrow (\mathbf{x}', B')$;
- *amas* : \mathbf{x}' tel que $\exists B', (\mathbf{x}', B') \equiv (\mathbf{x}, B)$;
- *variable d'amas* : élément d'un amas ;

Algèbres amassées

Définitions

Catégorification d'algèbres
amassées antisymétrisables

Laurent Demonet

Algèbres amassées

Grassmannienne des plans

Définitions

Groupes unipotents

Catégorification

G -équivariante

Catégorie équivariante

Groupe agissant sur un carquois

Sous-catégories rigides stables maximales

Mutations

Matrices d'échange

Caractères d'amas

Applications

Lemme

Si (\mathbf{x}, B) est une graine, alors $\mu_i(\mathbf{x}, B)$ est aussi une graine. De plus $\mu_i(\mu_i(\mathbf{x}, B)) = (\mathbf{x}, B)$.

Si (\mathbf{x}, B) est antisymétrique, $\mu_i(\mathbf{x}, B)$ l'est aussi.

Définitions

- $(\mathbf{x}', B') \equiv (\mathbf{x}, B) \Leftrightarrow (\mathbf{x}, B) \rightarrow \cdots \rightarrow (\mathbf{x}', B')$;
- *amas* : \mathbf{x}' tel que $\exists B', (\mathbf{x}', B') \equiv (\mathbf{x}, B)$;
- *variable d'amas* : élément d'un amas ;
- *algèbre amassée* : $\mathcal{A}(\mathbf{x}, B) = \mathbb{C}[\text{variables d'amas}]$;

Algèbres amassées

Définitions

Catégorification d'algèbres
amassées antisymétrisables

Laurent Demonet

Algèbres amassées

Grassmannienne des plans

Définitions

Groupes unipotents

Catégorification

G -équivariante

Catégorie équivariante

Groupe agissant sur un carquois

Sous-catégories rigides stables maximales

Mutations

Matrices d'échange

Caractères d'amas

Applications

Lemme

Si (\mathbf{x}, B) est une graine, alors $\mu_i(\mathbf{x}, B)$ est aussi une graine. De plus $\mu_i(\mu_i(\mathbf{x}, B)) = (\mathbf{x}, B)$.

Si (\mathbf{x}, B) est antisymétrique, $\mu_i(\mathbf{x}, B)$ l'est aussi.

Définitions

- $(\mathbf{x}', B') \equiv (\mathbf{x}, B) \Leftrightarrow (\mathbf{x}, B) \rightarrow \cdots \rightarrow (\mathbf{x}', B')$;
- *amas* : \mathbf{x}' tel que $\exists B', (\mathbf{x}', B') \equiv (\mathbf{x}, B)$;
- *variable d'amas* : élément d'un amas ;
- *algèbre amassée* : $\mathcal{A}(\mathbf{x}, B) = \mathbb{C}[\text{variables d'amas}]$;
- *monôme d'amas* : produit d'éléments d'un amas.

Algèbres amassées

Définitions

Catégorification d'algèbres
amassées antisymétrisables

Laurent Demonet

Algèbres amassées

Grassmannienne des plans

Définitions

Groupes unipotents

Catégorification
 G -équivariante

Catégorie équivariante

Groupe agissant sur un carquois

Sous-catégories rigides stables maximales

Mutations

Matrices d'échange

Caractères d'amas

Applications

Lemme

Si (\mathbf{x}, B) est une graine, alors $\mu_i(\mathbf{x}, B)$ est aussi une graine. De plus $\mu_i(\mu_i(\mathbf{x}, B)) = (\mathbf{x}, B)$.

Si (\mathbf{x}, B) est antisymétrique, $\mu_i(\mathbf{x}, B)$ l'est aussi.

Définitions

- $(\mathbf{x}', B') \equiv (\mathbf{x}, B) \Leftrightarrow (\mathbf{x}, B) \rightarrow \cdots \rightarrow (\mathbf{x}', B')$;
- *amas* : \mathbf{x}' tel que $\exists B', (\mathbf{x}', B') \equiv (\mathbf{x}, B)$;
- *variable d'amas* : élément d'un amas ;
- *algèbre amassée* : $\mathcal{A}(\mathbf{x}, B) = \mathbb{C}[\text{variables d'amas}]$;
- *monôme d'amas* : produit d'éléments d'un amas.

Conjecture (Fomin-Zelevinsky)

Les monômes d'amas sont linéairement indépendants.

Algèbres amassées

Groupes unipotents

Catégorification d'algèbres
amassées antisymétrisables

Laurent Demonet

Algèbres amassées

Grassmannienne des plans

Définitions

Groupes unipotents

Catégorification

G -équivariante

Catégorie équivariante

Groupe agissant sur un carquois

Sous-catégories rigides stables maximales

Mutations

Matrices d'échange

Caractères d'amas

Applications

$$\tilde{N} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & * & * & * \\ 0 & 1 & * & * \\ 0 & 0 & 1 & * \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\} \quad (\text{type } A_3)$$

Algèbres amassées

Groupes unipotents

Catégorification d'algèbres
amassées antisymétrisables

Laurent Demonet

Algèbres amassées

Grassmannienne des plans

Définitions

Groupes unipotents

Catégorification

G -équivalente

Catégorie équivariante

Groupe agissant sur un carquois

Sous-catégories rigides stables maximales

Mutations

Matrices d'échange

Caractères d'amas

Applications

$$\tilde{N} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & * & * & * \\ 0 & 1 & * & * \\ 0 & 0 & 1 & * \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\} \quad (\text{type } A_3)$$

$$\begin{aligned} N &= \left\{ M \in \tilde{N} \mid {}^t M \Phi M = \Phi \right\} \quad (\text{type } C_2) \\ &= \left\{ M \in \tilde{N} \mid M = \Phi^{-1} {}^t M^{-1} \Phi \right\} \end{aligned}$$

$$\text{où } \Phi = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Algèbres amassées

Groupes unipotents

Catégorification d'algèbres
amassées antisymétrisables

Laurent Demonet

Un amas dans $\mathbb{C}[\tilde{N}]$:

$$\begin{array}{c} \left| \begin{array}{cccc} 1 & \cdot & \cdot & \cdot \\ & 1 & \bullet & \bullet \\ & & \bullet & \bullet \\ & & & 1 \end{array} \right|, \quad \left| \begin{array}{cccc} 1 & \cdot & \bullet & \cdot \\ & 1 & \cdot & \cdot \\ & & 1 & \cdot \\ & & & 1 \end{array} \right|, \quad \left| \begin{array}{cccc} 1 & \cdot & \cdot & \cdot \\ & 1 & \bullet & \cdot \\ & & 1 & \cdot \\ & & & 1 \end{array} \right| \\ \\ \left| \begin{array}{cccc} 1 & \bullet & \bullet & \bullet \\ & \bullet & \bullet & \bullet \\ & \bullet & \bullet & \bullet \\ & & & 1 \end{array} \right|, \quad \left| \begin{array}{cccc} 1 & \cdot & \cdot & \bullet \\ & 1 & \cdot & \cdot \\ & & 1 & \cdot \\ & & & 1 \end{array} \right|, \quad \left| \begin{array}{cccc} 1 & \cdot & \bullet & \bullet \\ & 1 & \bullet & \bullet \\ & & 1 & \cdot \\ & & & 1 \end{array} \right| \end{array}$$

Algèbres amassées

Grassmannienne des plans

Définitions

Groupes unipotents

Catégorification

G -équivalente

Catégorie équivariante

Groupe agissant sur un carquois

Sous-catégories rigides stables maximales

Mutations

Matrices d'échange

Caractères d'amas

Applications

Algèbres amassées

Groupes unipotents

Catégorification d'algèbres
amassées antisymétrisables

Laurent Demonet

Exemple de mutation :

$$\begin{array}{c}
 \left| \begin{array}{cccc} 1 & \cdot & \cdot & \cdot \\ & 1 & \bullet & \bullet \\ & & \bullet & \bullet \\ & & & 1 \end{array} \right| \times \left| \begin{array}{cccc} 1 & \bullet & \bullet & \cdot \\ & \bullet & \bullet & \cdot \\ & & 1 & \cdot \\ & & & 1 \end{array} \right| \\
 \\
 = \left| \begin{array}{cccc} 1 & \cdot & \cdot & \cdot \\ & 1 & \bullet & \cdot \\ & & 1 & \cdot \\ & & & 1 \end{array} \right| \times \left| \begin{array}{cccc} 1 & \bullet & \bullet & \bullet \\ & \bullet & \bullet & \bullet \\ & \bullet & \bullet & \bullet \\ & & & 1 \end{array} \right| + \left| \begin{array}{cccc} 1 & \cdot & \bullet & \bullet \\ & 1 & \bullet & \bullet \\ & & 1 & \cdot \\ & & & 1 \end{array} \right|
 \end{array}$$

Algèbres amassées

Grassmannienne des plans

Définitions

Groupes unipotents

Catégorification

G -équivalente

Catégorie équivariante

Groupe agissant sur un carquois

Sous-catégories rigides stables maximales

Mutations

Matrices d'échange

Caractères d'amas

Applications

Algèbres amassées

Groupes unipotents

Catégorification d'algèbres
amassées antisymétrisables

Laurent Demonet

Un amas dans $\mathbb{C}[N]$:

$$\left| \begin{array}{cccc} 1 & \cdot & \cdot & \cdot \\ & 1 & \bullet & \bullet \\ & & \bullet & \bullet \\ & & & 1 \end{array} \right| = \left| \begin{array}{cccc} 1 & \cdot & \bullet & \cdot \\ & 1 & \cdot & \cdot \\ & & 1 & \cdot \\ & & & 1 \end{array} \right| , \quad \left| \begin{array}{cccc} 1 & \cdot & \cdot & \cdot \\ & 1 & \bullet & \cdot \\ & & 1 & \cdot \\ & & & 1 \end{array} \right|$$

$$\left| \begin{array}{cccc} 1 & \bullet & \bullet & \bullet \\ & \bullet & \bullet & \bullet \\ & \bullet & \bullet & \bullet \\ & & & 1 \end{array} \right| = \left| \begin{array}{cccc} 1 & \cdot & \cdot & \bullet \\ & 1 & \cdot & \cdot \\ & & 1 & \cdot \\ & & & 1 \end{array} \right| , \quad \left| \begin{array}{cccc} 1 & \cdot & \bullet & \bullet \\ & 1 & \bullet & \bullet \\ & & 1 & \cdot \\ & & & 1 \end{array} \right|$$

Algèbres amassées

Grassmannienne des plans

Définitions

Groupes unipotents

Catégorification

G -équivariante

Catégorie équivariante

Groupe agissant sur un carquois

Sous-catégories rigides stables maximales

Mutations

Matrices d'échange

Caractères d'amas

Applications

Catégorie
triangulée ou exacte
2-Calabi-Yau

catégorification
(MRZ, BMRRT, GLS)

caractère d'amas
(CC, CK, GLS, FK)

Algèbre amassée
antisymétrique

Catégorie
triangulée ou exacte
2-Calabi-Yau

catégorification
(MRZ, BMRRT, GLS)

caractère d'amas
(CC, CK, GLS, FK)

Algèbre amassée
antisymétrique

Catégorie exacte
2-Calabi-Yau
munie d'une action
d'un groupe fini

catégorification

caractère d'amas

Algèbre amassée
antisymétrisable

Catégorification G -équivariante

Définitions

Catégorification d'algèbres
amassées antisymétrisables

Laurent Demonet

Soit k un corps algébriquement clos et \mathcal{C} une k -catégorie. Soit G un groupe fini.

Algèbres amassées

Grassmannienne des plans

Définitions

Groupes unipotents

Catégorification
 G -équivariante

Catégorie équivariante

Groupe agissant sur un carquois

Sous-catégories rigides stables maximales

Mutations

Matrices d'échange

Caractères d'amas

Applications

Catégorification G -équivariante

Définitions

Catégorification d'algèbres
amassées antisymétrisables

Laurent Demonet

Algèbres amassées

Grassmannienne des plans

Définitions

Groupes unipotents

Catégorification
 G -équivariante

Catégorie équivariante

Groupe agissant sur un carquois

Sous-catégories rigides stables maximales

Mutations

Matrices d'échange

Caractères d'amas

Applications

Soit k un corps algébriquement clos et \mathcal{C} une k -catégorie. Soit G un groupe fini.

Définition (catégorie $\mathbf{G} = \text{mod Fun}(G)$)

- objets simples : $\{\mathbf{g} \mid g \in G\}$;
- morphismes : $\text{Hom}_{\mathbf{G}}(\mathbf{g}, \mathbf{h}) = k^{\delta_{gh}}$;
- produit tensoriel : $\mathbf{g} \otimes \mathbf{h} = \mathbf{gh}$.

Catégorification G -équivariante

Définitions

Catégorification d'algèbres
amassées antisymétrisables

Laurent Demonet

Algèbres amassées

Grassmannienne des plans

Définitions

Groupes unipotents

Catégorification
 G -équivariante

Catégorie équivariante

Groupe agissant sur un carquois

Sous-catégories rigides stables maximales

Mutations

Matrices d'échange

Caractères d'amas

Applications

Soit k un corps algébriquement clos et \mathcal{C} une k -catégorie. Soit G un groupe fini.

Définition (catégorie $\mathbf{G} = \text{mod Fun}(G)$)

- objets simples : $\{\mathbf{g} \mid g \in G\}$;
- morphismes : $\text{Hom}_{\mathbf{G}}(\mathbf{g}, \mathbf{h}) = k^{\delta_{gh}}$;
- produit tensoriel : $\mathbf{g} \otimes \mathbf{h} = \mathbf{gh}$.

Définition (action de G sur \mathcal{C})

Structure de catégorie \mathbf{G} -module sur \mathcal{C} .

Catégorification G -équivariante

Catégorie équivariante

Catégorification d'algèbres
amassées antisymétrisables

Laurent Demonet

Définition (objet équivariant (X, ψ))

$X \in \mathcal{C}$; $(\psi_g)_{g \in G}$ avec $\psi_g : \mathfrak{g} \otimes X \rightarrow X$.

Algèbres amassées

Grassmannienne des plans

Définitions

Groupes unipotents

Catégorification

G -équivariante

Catégorie équivariante

Groupe agissant sur un carquois

Sous-catégories rigides stables maximales

Mutations

Matrices d'échange

Caractères d'amas

Applications

Catégorification G -équivariante

Catégorie équivariante

Catégorification d'algèbres
amassées antisymétrisables

Laurent Demonet

Définition (objet équivariant (X, ψ))

$X \in \mathcal{C}$; $(\psi_g)_{g \in G}$ avec $\psi_g : \mathfrak{g} \otimes X \rightarrow X$.

$$\begin{array}{ccc} \mathfrak{g} \otimes (\mathfrak{h} \otimes X) & \xrightarrow{\text{Id}_{\mathfrak{g}} \otimes \psi_{\mathfrak{h}}} & \mathfrak{g} \otimes X \\ \alpha \uparrow & & \psi_{\mathfrak{g}} \downarrow \\ \mathfrak{gh} \otimes X & \xrightarrow{\psi_{\mathfrak{gh}}} & X \end{array}$$

Algèbres amassées

Grassmannienne des plans

Définitions

Groupes unipotents

Catégorification
 G -équivariante

Catégorie équivariante

Groupe agissant sur un carquois

Sous-catégories rigides stables maximales

Mutations

Matrices d'échange

Caractères d'amas

Applications

Catégorification G -équivariante

Catégorie équivariante

Catégorification d'algèbres
amassées antisymétrisables

Laurent Demonet

Algèbres amassées

Grassmannienne des plans

Définitions

Groupes unipotents

Catégorification
 G -équivariante

Catégorie équivariante

Groupe agissant sur un carquois

Sous-catégories rigides stables maximales

Mutations

Matrices d'échange

Caractères d'amas

Applications

Définition (objet équivariant (X, ψ))

$X \in \mathcal{C}$; $(\psi_g)_{g \in G}$ avec $\psi_g : \mathfrak{g} \otimes X \rightarrow X$.

$$\begin{array}{ccc} \mathfrak{g} \otimes (\mathfrak{h} \otimes X) & \xrightarrow{\text{Id}_{\mathfrak{g}} \otimes \psi_{\mathfrak{h}}} & \mathfrak{g} \otimes X \\ \alpha \uparrow & & \psi_{\mathfrak{g}} \downarrow \\ \mathfrak{gh} \otimes X & \xrightarrow{\psi_{\mathfrak{gh}}} & X \end{array}$$

Définition (morphisme f de (X, ψ) dans (Y, χ))

$$\begin{array}{ccc} \mathfrak{g} \otimes X & \xrightarrow{\psi_{\mathfrak{g}}} & X \\ \text{Id}_{\mathfrak{g}} \otimes f \downarrow & & f \downarrow \\ \mathfrak{g} \otimes Y & \xrightarrow{\chi_{\mathfrak{g}}} & Y \end{array}$$

Catégorification G -équivariante

Catégorie équivariante

Catégorification d'algèbres
amassées antisymétrisables

Laurent Demonet

On suppose désormais que \mathcal{C} est

Algèbres amassées

Grassmannienne des plans

Définitions

Groupes unipotents

Catégorification

G -équivariante

Catégorie équivariante

Groupe agissant sur un carquois

Sous-catégories rigides stables maximales

Mutations

Matrices d'échange

Caractères d'amas

Applications

Catégorification G -équivariante

Catégorie équivariante

Catégorification d'algèbres
amassées antisymétrisables

Laurent Demonet

On suppose désormais que \mathcal{C} est

- exacte,

Algèbres amassées

Grassmannienne des plans

Définitions

Groupes unipotents

Catégorification

G -équivariante

Catégorie équivariante

Groupe agissant sur un carquois

Sous-catégories rigides stables maximales

Mutations

Matrices d'échange

Caractères d'amas

Applications

Catégorification G -équivariante

Catégorie équivariante

Catégorification d'algèbres
amassées antisymétrisables

Laurent Demonet

On suppose désormais que \mathcal{C} est

- exacte,
- Hom-finie,

Algèbres amassées

Grassmannienne des plans

Définitions

Groupes unipotents

Catégorification

G -équivariante

Catégorie équivariante

Groupe agissant sur un carquois

Sous-catégories rigides stables maximales

Mutations

Matrices d'échange

Caractères d'amas

Applications

Catégorification G -équivariante

Catégorie équivariante

Catégorification d'algèbres
amassées antisymétrisables

Laurent Demonet

Algèbres amassées

Grassmannienne des plans

Définitions

Groupes unipotents

Catégorification
 G -équivariante

Catégorie équivariante

Groupe agissant sur un carquois

Sous-catégories rigides stables maximales

Mutations

Matrices d'échange

Caractères d'amas

Applications

On suppose désormais que \mathcal{C} est

- exacte,
- Hom-finie,
- Krull-Schmidt,

Catégorification G -équivariante

Catégorie équivariante

Catégorification d'algèbres
amassées antisymétrisables

Laurent Demonet

Algèbres amassées

Grassmannienne des plans

Définitions

Groupes unipotents

Catégorification
 G -équivariante

Catégorie équivariante

Groupe agissant sur un carquois

Sous-catégories rigides stables maximales

Mutations

Matrices d'échange

Caractères d'amas

Applications

On suppose désormais que \mathcal{C} est

- exacte,
- Hom-finie,
- Krull-Schmidt,
- de Frobenius.

Catégorification G -équivariante

Catégorie équivariante

Catégorification d'algèbres
amassées antisymétrisables

Laurent Demonet

Algèbres amassées

Grassmannienne des plans

Définitions

Groupes unipotents

Catégorification
 G -équivariante

Catégorie équivariante

Groupe agissant sur un carquois

Sous-catégories rigides stables maximales

Mutations

Matrices d'échange

Caractères d'amas

Applications

On suppose désormais que \mathcal{C} est

- exacte,
- Hom-finie,
- Krull-Schmidt,
- de Frobenius.

On suppose de plus que

- car k ne divise pas $\#G$,

Catégorification G -équivariante

Catégorie équivariante

Catégorification d'algèbres
amassées antisymétrisables

Laurent Demonet

Algèbres amassées

Grassmannienne des plans

Définitions

Groupes unipotents

Catégorification
 G -équivariante

Catégorie équivariante

Groupe agissant sur un carquois

Sous-catégories rigides stables maximales

Mutations

Matrices d'échange

Caractères d'amas

Applications

On suppose désormais que \mathcal{C} est

- exacte,
- Hom-finie,
- Krull-Schmidt,
- de Frobenius.

On suppose de plus que

- car k ne divise pas $\#G$,
- l'action est exacte.

Catégorification G -équivariante

Catégorie équivariante

Catégorification d'algèbres
amassées antisymétrisables

Laurent Demonet

Algèbres amassées

Grassmannienne des plans

Définitions

Groupes unipotents

Catégorification
 G -équivariante

Catégorie équivariante

Groupe agissant sur un carquois

Sous-catégories rigides stables maximales

Mutations

Matrices d'échange

Caractères d'amas

Applications

On suppose désormais que \mathcal{C} est

- exacte,
- Hom-finie,
- Krull-Schmidt,
- de Frobenius.

On suppose de plus que

- car k ne divise pas $\#G$,
- l'action est exacte.

Notation

$$\text{Add}(\mathcal{C}) = \{ \mathcal{T} \subset \mathcal{C} \text{ additive, pleine, stable par isomorphisme et par facteur direct} \}$$

Catégorification G -équivariante

Catégorie équivariante

Catégorification d'algèbres
amassées antisymétrisables

Laurent Demonet

Algèbres amassées

Grassmannienne des plans

Définitions

Groupes unipotents

Catégorification
 G -équivariante

Catégorie équivariante

Groupe agissant sur un carquois

Sous-catégories rigides stables maximales

Mutations

Matrices d'échange

Caractères d'amas

Applications

Exemple

Si \mathcal{C} est la catégorie des k -espaces vectoriels,
 $\mathcal{C}G \simeq \text{mod } k[G]$.

Catégorification G -équivariante

Catégorie équivariante

Catégorification d'algèbres
amassées antisymétrisables

Laurent Demonet

Algèbres amassées

Grassmannienne des plans

Définitions

Groupes unipotents

Catégorification
 G -équivariante

Catégorie équivariante

Groupe agissant sur un carquois

Sous-catégories rigides stables maximales

Mutations

Matrices d'échange

Caractères d'amas

Applications

Exemple

Si \mathcal{C} est la catégorie des k -espaces vectoriels,
 $\mathcal{C}G \simeq \text{mod } k[G]$.

Proposition

La catégorie équivariante $\mathcal{C}G$ est

- *k -additive exacte, Hom-finie,*
- *Krull-Schmidt,*
- *de Frobenius.*

Catégorification G -équivariante

Catégorie équivariante

Catégorification d'algèbres
amassées antisymétrisables

Laurent Demonet

Algèbres amassées

Grassmannienne des plans

Définitions

Groupes unipotents

Catégorification
 G -équivariante

Catégorie équivariante

Groupe agissant sur un carquois

Sous-catégories rigides stables maximales

Mutations

Matrices d'échange

Caractères d'amas

Applications

Exemple

Si \mathcal{C} est la catégorie des k -espaces vectoriels,
 $\mathcal{C}G \simeq \text{mod } k[G]$.

Proposition

La catégorie équivariante $\mathcal{C}G$ est

- *k -additive exacte, Hom-finie,*
- *Krull-Schmidt,*
- *de Frobenius.*

Proposition

Si $H \triangleleft G$, il y a une équivalence de catégories

$$\mathcal{C}G \simeq (\mathcal{C}H)(G/H).$$

Catégorification G -équivariante

Catégorie équivariante

Catégorification d'algèbres
amassées antisymétrisables

Laurent Demonet

Algèbres amassées

Grassmannienne des plans

Définitions

Groupes unipotents

Catégorification

G -équivariante

Catégorie équivariante

Groupe agissant sur un carquois

Sous-catégories rigides stables maximales

Mutations

Matrices d'échange

Caractères d'amas

Applications

$$Q = 1 \leftarrow 2 \rightarrow 1' \quad G = \mathbb{Z}/2\mathbb{Z}$$

Catégorification G -équivariante

Catégorie équivariante

Catégorification d'algèbres
amassées antisymétrisables

Laurent Demonet

Algèbres amassées

Grassmannienne des plans

Définitions

Groupes unipotents

Catégorification

G -équivariante

Catégorie équivariante

Groupe agissant sur un carquois

Sous-catégories rigides stables maximales

Mutations

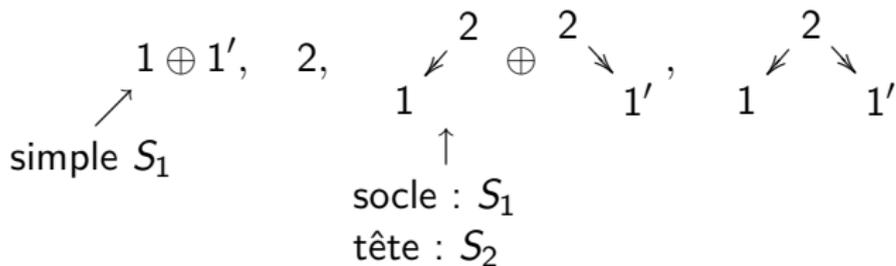
Matrices d'échange

Caractères d'amas

Applications

$$Q = 1 \leftarrow 2 \rightarrow 1' \quad G = \mathbb{Z}/2\mathbb{Z}$$

X avec $(X, \psi) \in (\text{mod } kQ)G$ indécomposable :



Catégorification G -équivariante

Catégorie équivariante

Catégorification d'algèbres
amassées antisymétrisables

Laurent Demonet

Définition (catégorie 2-Calabi-Yau)

$$\mathrm{Ext}_{\mathcal{C}}^1(X, Y) \simeq \mathrm{Ext}_{\mathcal{C}}^1(Y, X)^*.$$

Algèbres amassées

Grassmannienne des plans

Définitions

Groupes unipotents

Catégorification
 G -équivariante

Catégorie équivariante

Groupe agissant sur un carquois

Sous-catégories rigides stables maximales

Mutations

Matrices d'échange

Caractères d'amas

Applications

Catégorification G -équivariante

Catégorie équivariante

Catégorification d'algèbres
amassées antisymétrisables

Laurent Demonet

Algèbres amassées

Grassmannienne des plans

Définitions

Groupes unipotents

Catégorification
 G -équivariante

Catégorie équivariante

Groupe agissant sur un carquois

Sous-catégories rigides stables maximales

Mutations

Matrices d'échange

Caractères d'amas

Applications

Définition (catégorie 2-Calabi-Yau)

$$\mathrm{Ext}_{\mathcal{C}}^1(X, Y) \simeq \mathrm{Ext}_{\mathcal{C}}^1(Y, X)^*.$$

Définition (action 2-Calabi-Yau)

$$\begin{array}{ccc} \mathrm{Ext}_{\mathcal{C}}^1(X, Y) & \xrightarrow{\mathfrak{g} \otimes -} & \mathrm{Ext}_{\mathcal{C}}^1(\mathfrak{g} \otimes X, \mathfrak{g} \otimes Y) \\ \downarrow c & & \downarrow c \\ \mathrm{Ext}_{\mathcal{C}}^1(Y, X)^* & \xleftarrow{(\mathfrak{g} \otimes -)^*} & \mathrm{Ext}_{\mathcal{C}}^1(\mathfrak{g} \otimes Y, \mathfrak{g} \otimes X)^* \end{array}$$

Catégorification G -équivariante

Catégorie équivariante

Catégorification d'algèbres
amassées antisymétrisables

Laurent Demonet

Algèbres amassées

Grassmannienne des plans

Définitions

Groupes unipotents

Catégorification
 G -équivariante

Catégorie équivariante

Groupe agissant sur un carquois

Sous-catégories rigides stables maximales

Mutations

Matrices d'échange

Caractères d'amas

Applications

Définition (catégorie 2-Calabi-Yau)

$$\mathrm{Ext}_{\mathcal{C}}^1(X, Y) \simeq \mathrm{Ext}_{\mathcal{C}}^1(Y, X)^*.$$

Définition (action 2-Calabi-Yau)

$$\begin{array}{ccc} \mathrm{Ext}_{\mathcal{C}}^1(X, Y) & \xrightarrow{\mathfrak{g} \otimes -} & \mathrm{Ext}_{\mathcal{C}}^1(\mathfrak{g} \otimes X, \mathfrak{g} \otimes Y) \\ \downarrow c & & \downarrow c \\ \mathrm{Ext}_{\mathcal{C}}^1(Y, X)^* & \xleftarrow{(\mathfrak{g} \otimes -)^*} & \mathrm{Ext}_{\mathcal{C}}^1(\mathfrak{g} \otimes Y, \mathfrak{g} \otimes X)^* \end{array}$$

Proposition

Si \mathcal{C} est 2-Calabi-Yau et si l'action de G est 2-Calabi-Yau, alors $\mathcal{C}G$ est 2-Calabi-Yau.

Catégorification G -équivariante

Catégorie équivariante

Catégorification d'algèbres
amassées antisymétrisables

Laurent Demonet

Algèbres amassées

Grassmannienne des plans

Définitions

Groupes unipotents

Catégorification
 G -équivariante

Catégorie équivariante

Groupe agissant sur un carquois

Sous-catégories rigides stables maximales

Mutations

Matrices d'échange

Caractères d'amas

Applications

Si Q est un carquois,

$$\begin{cases} \overline{Q}_0 = Q_0 \\ \overline{Q}_1 = Q_1 \amalg Q_1^* \end{cases}$$

où, pour $q \in Q_1$, $s(q^*) = t(q)$ et $t(q^*) = s(q)$.

Catégorification G -équivariante

Catégorie équivariante

Catégorification d'algèbres
amassées antisymétrisables

Laurent Demonet

Algèbres amassées

Grassmannienne des plans

Définitions

Groupes unipotents

Catégorification
 G -équivariante

Catégorie équivariante

Groupe agissant sur un carquois

Sous-catégories rigides stables maximales

Mutations

Matrices d'échange

Caractères d'amas

Applications

Si Q est un carquois,

$$\begin{cases} \overline{Q}_0 = Q_0 \\ \overline{Q}_1 = Q_1 \amalg Q_1^* \end{cases}$$

où, pour $q \in Q_1$, $s(q^*) = t(q)$ et $t(q^*) = s(q)$.

Définition

L'algèbre préprojective Λ_Q de Q est $\mathbb{C}\overline{Q}/(r)$ où

$$r = \sum_{q \in Q_1} (qq^* - q^*q).$$

Catégorification G -équivariante

Catégorie équivariante

Catégorification d'algèbres
amassées antisymétrisables

Laurent Demonet

Algèbres amassées

Grassmannienne des plans

Définitions

Groupes unipotents

Catégorification
 G -équivariante

Catégorie équivariante

Groupe agissant sur un carquois

Sous-catégories rigides stables maximales

Mutations

Matrices d'échange

Caractères d'amas

Applications

Si Q est un carquois,

$$\begin{cases} \overline{Q}_0 = Q_0 \\ \overline{Q}_1 = Q_1 \amalg Q_1^* \end{cases}$$

où, pour $q \in Q_1$, $s(q^*) = t(q)$ et $t(q^*) = s(q)$.

Définition

L'algèbre préprojective Λ_Q de Q est $\mathbb{C}\overline{Q}/(r)$ où

$$r = \sum_{q \in Q_1} (qq^* - q^*q).$$

Proposition

$\text{mod } \Lambda_Q$ est 2-Calabi-Yau.

Catégorification G -équivariante

Catégorie équivariante

Catégorification d'algèbres
amassées antisymétrisables

Laurent Demonet

Algèbres amassées

Grassmannienne des plans

Définitions

Groupes unipotents

Catégorification
 G -équivariante

Catégorie équivariante

Groupe agissant sur un carquois

Sous-catégories rigides stables maximales

Mutations

Matrices d'échange

Caractères d'amas

Applications

Proposition

Le foncteur d'oubli $F : \mathcal{C}G \rightarrow \mathcal{C}, (X, \psi) \mapsto X$ admet un adjoint $-[G] : \mathcal{C} \rightarrow \mathcal{C}G$ tel que

$$F(X[G]) = \bigoplus_{\mathfrak{g} \in G} \mathfrak{g} \otimes X.$$

Catégorification G -équivariante

Catégorie équivariante

Catégorification d'algèbres
amassées antisymétrisables

Laurent Demonet

Algèbres amassées

Grassmannienne des plans

Définitions

Groupes unipotents

Catégorification

G -équivariante

Catégorie équivariante

Groupe agissant sur un carquois

Sous-catégories rigides stables maximales

Mutations

Matrices d'échange

Caractères d'amas

Applications

Proposition

Le foncteur d'oubli $F : \mathcal{C}G \rightarrow \mathcal{C}$, $(X, \psi) \mapsto X$ admet un adjoint $-[G] : \mathcal{C} \rightarrow \mathcal{C}G$ tel que

$$F(X[G]) = \bigoplus_{g \in G} \mathfrak{g} \otimes X.$$

Pour tout $i \in \mathbb{N}$, on a $\text{Ext}_{\mathcal{C}}^i(X, FY) \simeq \text{Ext}_{\mathcal{C}G}^i(X[G], Y)$.

Catégorification G -équivariante

Catégorie équivariante

Catégorification d'algèbres
amassées antisymétrisables

Laurent Demonet

Algèbres amassées

Grassmannienne des plans

Définitions

Groupes unipotents

Catégorification
 G -équivariante

Catégorie équivariante

Groupe agissant sur un carquois

Sous-catégories rigides stables maximales

Mutations

Matrices d'échange

Caractères d'amas

Applications

Proposition

Le foncteur d'oubli $F : \mathcal{C}G \rightarrow \mathcal{C}$, $(X, \psi) \mapsto X$ admet un adjoint $-[G] : \mathcal{C} \rightarrow \mathcal{C}G$ tel que

$$F(X[G]) = \bigoplus_{\mathfrak{g} \in G} \mathfrak{g} \otimes X.$$

*Pour tout $i \in \mathbb{N}$, on a $\text{Ext}_{\mathcal{C}}^i(X, FY) \simeq \text{Ext}_{\mathcal{C}G}^i(X[G], Y)$.
 Y indécomposable est facteur direct de $(FY)[G]$.*

Catégorification G -équivariante

Catégorie équivariante

Catégorification d'algèbres
amassées antisymétrisables

Laurent Demonet

Algèbres amassées

Grassmannienne des plans

Définitions

Groupes unipotents

Catégorification
 G -équivariante

Catégorie équivariante

Groupe agissant sur un carquois

Sous-catégories rigides stables maximales

Mutations

Matrices d'échange

Caractères d'amas

Applications

Proposition

Le foncteur d'oubli $F : \mathcal{C}G \rightarrow \mathcal{C}$, $(X, \psi) \mapsto X$ admet un adjoint $-[G] : \mathcal{C} \rightarrow \mathcal{C}G$ tel que

$$F(X[G]) = \bigoplus_{g \in G} \mathfrak{g} \otimes X.$$

*Pour tout $i \in \mathbb{N}$, on a $\text{Ext}_{\mathcal{C}}^i(X, FY) \simeq \text{Ext}_{\mathcal{C}G}^i(X[G], Y)$.
 Y indécomposable est facteur direct de $(FY)[G]$.*

Proposition

$\mathcal{C}G$ est une catégorie mod $k[G]$ -module.

Catégorification G -équivariante

Catégorie équivariante

Catégorification d'algèbres
amassées antisymétrisables

Laurent Demonet

Algèbres amassées

Grassmannienne des plans

Définitions

Groupes unipotents

Catégorification
 G -équivariante

Catégorie équivariante

Groupe agissant sur un carquois

Sous-catégories rigides stables maximales

Mutations

Matrices d'échange

Caractères d'amas

Applications

Proposition

Le foncteur d'oubli $F : \mathcal{C}G \rightarrow \mathcal{C}$, $(X, \psi) \mapsto X$ admet un adjoint $-[G] : \mathcal{C} \rightarrow \mathcal{C}G$ tel que

$$F(X[G]) = \bigoplus_{g \in G} \mathfrak{g} \otimes X.$$

*Pour tout $i \in \mathbb{N}$, on a $\text{Ext}_{\mathcal{C}}^i(X, FY) \simeq \text{Ext}_{\mathcal{C}G}^i(X[G], Y)$.
 Y indécomposable est facteur direct de $(FY)[G]$.*

Proposition

$\mathcal{C}G$ est une catégorie mod $k[G]$ -module.

Proposition

$$\begin{array}{c} \{\mathcal{T} \in \mathfrak{Add}(\mathcal{C}) \text{ } G\text{-stables}\} \\ \xleftarrow[-[G]]{F} \{\mathcal{T} \in \mathfrak{Add}(\mathcal{C}G) \text{ mod } k[G]\text{-stables}\} \end{array}$$

Catégorification G -équivariante

Groupe agissant sur un carquois

Catégorification d'algèbres
amassées antisymétrisables

Laurent Demonet

Soit Q un carquois.

Algèbres amassées

Grassmannienne des plans

Définitions

Groupes unipotents

Catégorification
 G -équivariante

Catégorie équivariante

Groupe agissant sur un carquois

Sous-catégories rigides stables maximales

Mutations

Matrices d'échange

Caractères d'amas

Applications

Catégorification G -équivariante

Groupe agissant sur un carquois

Catégorification d'algèbres
amassées antisymétrisables

Laurent Demonet

Soit Q un carquois. G fini agit sur kQ en stabilisant $\{e_i \mid i \in Q_0\}$.

Algèbres amassées

Grassmannienne des plans

Définitions

Groupes unipotents

Catégorification
 G -équivariante

Catégorie équivariante

Groupe agissant sur un carquois

Sous-catégories rigides stables maximales

Mutations

Matrices d'échange

Caractères d'amas

Applications

Catégorification G -équivariante

Groupe agissant sur un carquois

Catégorification d'algèbres
amassées antisymétrisables

Laurent Demonet

Soit Q un carquois. G fini agit sur kQ en stabilisant $\{e_i \mid i \in Q_0\}$.

$$Q_{G,0} = \bigcup_{i \in X_0} \{i\} \times \text{irr}(G_i)$$

$$(X_0 = \{\text{représentants de } Q_0/G\} \quad G_i = \text{Stab}(e_i))$$

Algèbres amassées

Grassmannienne des plans

Définitions

Groupes unipotents

Catégorification

G -équivariante

Catégorie équivariante

Groupe agissant sur un carquois

Sous-catégories rigides stables maximales

Mutations

Matrices d'échange

Caractères d'amas

Applications

Catégorification G -équivariante

Groupe agissant sur un carquois

Catégorification d'algèbres
amassées antisymétrisables

Laurent Demonet

Algèbres amassées

Grassmannienne des plans

Définitions

Groupes unipotents

Catégorification

G -équivariante

Catégorie équivariante

Groupe agissant sur un carquois

Sous-catégories rigides stables maximales

Mutations

Matrices d'échange

Caractères d'amas

Applications

Soit Q un carquois. G fini agit sur kQ en stabilisant $\{e_i \mid i \in Q_0\}$.

$$Q_{G,0} = \bigcup_{i \in X_0} \{i\} \times \text{irr}(G_i)$$

$$(X_0 = \{\text{représentants de } Q_0/G\} \quad G_i = \text{Stab}(e_i))$$

$\{(i, r) \rightarrow (j, r')\} = \text{base de}$

$$\bigoplus_{(g,h) \in F_{ij}} \text{Hom}_{\text{mod } k[G_{gi,hj}]}((g \cdot r)|_{G_{gi,hj}} \otimes A_{gi,hj}, (h \cdot r')|_{G_{gi,hj}})$$

$$(A_{gi,hj} = \langle gi \rightarrow hj \in Q_1 \rangle)$$

Catégorification G -équivariante

Groupe agissant sur un carquois

Catégorification d'algèbres
amassées antisymétrisables

Laurent Demonet

Algèbres amassées

Grassmannienne des plans

Définitions

Groupes unipotents

Catégorification

G -équivariante

Catégorie équivariante

Groupe agissant sur un carquois

Sous-catégories rigides stables maximales

Mutations

Matrices d'échange

Caractères d'amas

Applications

Q	G	Q_G
	$\mathbb{Z}/2\mathbb{Z}$	
	\overline{D}_6	

Catégorification G -équivariante

Groupe agissant sur un carquois

Catégorification d'algèbres
amassées antisymétrisables

Laurent Demonet

Algèbres amassées

Grassmannienne des plans

Définitions

Groupes unipotents

Catégorification

G -équivariante

Catégorie équivariante

Groupe agissant sur un carquois

Sous-catégories rigides stables maximales

Mutations

Matrices d'échange

Caractères d'amas

Applications

Théorème (Reiten, Riedtmann ; Reiten, Van den Bergh ; D.)

- $(\text{mod } kQ)G \simeq \text{mod } k(Q_G) ;$

Catégorification G -équivariante

Groupe agissant sur un carquois

Catégorification d'algèbres
amassées antisymétrisables

Laurent Demonet

Algèbres amassées

Grassmannienne des plans

Définitions

Groupes unipotents

Catégorification

G -équivariante

Catégorie équivariante

Groupe agissant sur un carquois

Sous-catégories rigides stables maximales

Mutations

Matrices d'échange

Caractères d'amas

Applications

Théorème (Reiten, Riedtmann ; Reiten, Van den Bergh ; D.)

- $(\text{mod } kQ)G \simeq \text{mod } k(Q_G) ;$
- $(\text{mod } \Lambda_Q)G \simeq \text{mod } \Lambda_{Q_G} ;$

Catégorification G -équivariante

Groupe agissant sur un carquois

Catégorification d'algèbres
amassées antisymétrisables

Laurent Demonet

Algèbres amassées

Grassmannienne des plans

Définitions

Groupes unipotents

Catégorification
 G -équivariante

Catégorie équivariante

Groupe agissant sur un carquois

Sous-catégories rigides stables maximales

Mutations

Matrices d'échange

Caractères d'amas

Applications

Théorème (Reiten, Riedtmann ; Reiten, Van den Bergh ; D.)

- $(\text{mod } kQ)G \simeq \text{mod } k(Q_G) ;$
- $(\text{mod } \Lambda_Q)G \simeq \text{mod } \Lambda_{Q_G} ;$

- Si $Q = \begin{array}{c} \alpha \\ \curvearrowright \\ 1 \\ \curvearrowleft \\ \beta \end{array}$ et $G \subset \text{SL}(\mathbb{C}\alpha \oplus \mathbb{C}\beta)$ est fini alors

$(\Lambda_Q)G \simeq \Lambda_\Delta$ où Δ est le diagramme de Dynkin affine correspondant à G dans la correspondance de McKay.

Catégorification G -équivariante

Groupe agissant sur un carquois

Catégorification d'algèbres
amassées antisymétrisables

Laurent Demonet

Algèbres amassées

Grassmannienne des plans

Définitions

Groupes unipotents

Catégorification
 G -équivariante

Catégorie équivariante

Groupe agissant sur un carquois

Sous-catégories rigides stables maximales

Mutations

Matrices d'échange

Caractères d'amas

Applications

$$Q = 1 \leftarrow 2 \rightarrow 1' \quad G = \mathbb{Z}/2\mathbb{Z}$$

$$Q_G = 2_- \rightarrow 1 \leftarrow 2_+$$

Catégorification G -équivariante

Groupe agissant sur un carquois

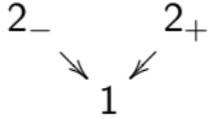
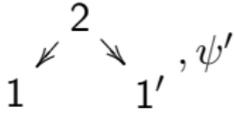
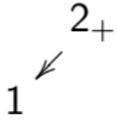
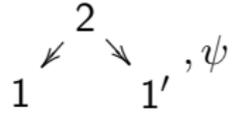
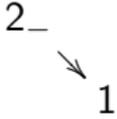
Catégorification d'algèbres
amassées antisymétrisables

Laurent Demonet

$$Q = 1 \leftarrow 2 \rightarrow 1' \quad G = \mathbb{Z}/2\mathbb{Z}$$

$$Q_G = 2_- \rightarrow 1 \leftarrow 2_+$$

$X \in (\text{mod } kQ)G$ indécomposable :

$1 \oplus 1'$	1
2, Id	2_+
2, $-\text{Id}$	2_-
	
	
	

Algèbres amassées

Grassmannienne des plans

Définitions

Groupes unipotents

Catégorification

G -équivariante

Catégorie équivariante

Groupe agissant sur un carquois

Sous-catégories rigides stables maximales

Mutations

Matrices d'échange

Caractères d'amas

Applications

Catégorification G -équivariante

Sous-catégories rigides stables maximales

Catégorification d'algèbres
amassées antisymétrisables

Laurent Demonet

Algèbres amassées

Grassmannienne des plans

Définitions

Groupes unipotents

Catégorification

G -équivariante

Catégorie équivariante

Groupe agissant sur un carquois

Sous-catégories rigides stables maximales

Mutations

Matrices d'échange

Caractères d'amas

Applications

Définition (sous-catégorie rigide stable maximale)

$\mathcal{T} \in \mathcal{Add}(\mathcal{C})$ (resp. $\in \mathcal{Add}(\mathcal{C}G)$) est rigide G -stable
(resp. mod $k[G]$ -stable) maximale si

Catégorification G -équivariante

Sous-catégories rigides stables maximales

Catégorification d'algèbres
amassées antisymétrisables

Laurent Demonet

Définition (sous-catégorie rigide stable maximale)

$\mathcal{T} \in \mathcal{A}dd(\mathcal{C})$ (resp. $\in \mathcal{A}dd(\mathcal{C}G)$) est rigide G -stable
(resp. mod $k[G]$ -stable) maximale si

- $\forall X, Y \in \mathcal{T}, \text{Ext}_{\mathcal{C}(\mathcal{C}G)}^1(X, Y) = 0$;

Algèbres amassées

Grassmannienne des plans

Définitions

Groupes unipotents

Catégorification

G -équivariante

Catégorie équivariante

Groupe agissant sur un carquois

Sous-catégories rigides stables maximales

Mutations

Matrices d'échange

Caractères d'amas

Applications

Catégorification G -équivariante

Sous-catégories rigides stables maximales

Catégorification d'algèbres
amassées antisymétrisables

Laurent Demonet

Définition (sous-catégorie rigide stable maximale)

$\mathcal{T} \in \mathcal{Add}(\mathcal{C})$ (resp. $\in \mathcal{Add}(\mathcal{C}G)$) est rigide G -stable
(resp. mod $k[G]$ -stable) maximale si

- $\forall X, Y \in \mathcal{T}, \text{Ext}_{\mathcal{C}}^1(\mathcal{C}G)(X, Y) = 0$;
- $\mathbf{G} \otimes \mathcal{T} = \mathcal{T}$ (resp. mod $k[G] \otimes \mathcal{T} = \mathcal{T}$);

Algèbres amassées

Grassmannienne des plans

Définitions

Groupes unipotents

Catégorification

G -équivariante

Catégorie équivariante

Groupe agissant sur un carquois

Sous-catégories rigides stables maximales

Mutations

Matrices d'échange

Caractères d'amas

Applications

Catégorification G -équivariante

Sous-catégories rigides stables maximales

Catégorification d'algèbres
amassées antisymétrisables

Laurent Demonet

Algèbres amassées

Grassmannienne des plans

Définitions

Groupes unipotents

Catégorification

G -équivariante

Catégorie équivariante

Groupe agissant sur un carquois

Sous-catégories rigides stables maximales

Mutations

Matrices d'échange

Caractères d'amas

Applications

Définition (sous-catégorie rigide stable maximale)

$\mathcal{T} \in \mathcal{Add}(\mathcal{C})$ (resp. $\in \mathcal{Add}(\mathcal{C}G)$) est rigide G -stable
(resp. mod $k[G]$ -stable) maximale si

- $\forall X, Y \in \mathcal{T}, \text{Ext}_{\mathcal{C}}^1(\mathcal{C}G)(X, Y) = 0$;
- $\mathbf{G} \otimes \mathcal{T} = \mathcal{T}$ (resp. mod $k[G] \otimes \mathcal{T} = \mathcal{T}$);
- \mathcal{T} est maximale pour ces propriétés.

Catégorification G -équivariante

Sous-catégories rigides stables maximales

Catégorification d'algèbres
amassées antisymétrisables

Laurent Demonet

Algèbres amassées

Grassmannienne des plans

Définitions

Groupes unipotents

Catégorification

G -équivariante

Catégorie équivariante

Groupe agissant sur un carquois

Sous-catégories rigides stables maximales

Mutations

Matrices d'échange

Caractères d'amas

Applications

Définition (sous-catégorie rigide stable maximale)

$\mathcal{T} \in \mathcal{A}dd(\mathcal{C})$ (resp. $\in \mathcal{A}dd(\mathcal{C}G)$) est rigide G -stable
(resp. mod $k[G]$ -stable) maximale si

- $\forall X, Y \in \mathcal{T}, \text{Ext}_{\mathcal{C}}^1(\mathcal{C}G)(X, Y) = 0$;
- $\mathbf{G} \otimes \mathcal{T} = \mathcal{T}$ (resp. mod $k[G] \otimes \mathcal{T} = \mathcal{T}$);
- \mathcal{T} est maximale pour ces propriétés.

Proposition

$$\left\{ \mathcal{T} \in \mathcal{A}dd(\mathcal{C}) \text{ rigides } G\text{-stables maximales} \right\} \\ \xleftarrow[-[G]]{F} \left\{ \mathcal{T} \in \mathcal{A}dd(\mathcal{C}G) \text{ rigides mod } k[G]\text{-stables max.} \right\}$$

Catégorification G -équivariante

Mutations

Catégorification d'algèbres
amassées antisymétrisables

Laurent Demonet

Algèbres amassées

Grassmannienne des plans

Définitions

Groupes unipotents

Catégorification
 G -équivariante

Catégorie équivariante

Groupe agissant sur un carquois

Sous-catégories rigides stables maximales

Mutations

Matrices d'échange

Caractères d'amas

Applications

Définition (G -boucle et G -2-cycle)

Si $\mathcal{T} \in \mathcal{A}dd(\mathcal{C})^G$,

- G -boucle : $X \rightarrow \mathfrak{g} \otimes X$ irréductible ;

Catégorification G -équivariante

Mutations

Catégorification d'algèbres
amassées antisymétrisables

Laurent Demonet

Algèbres amassées

Grassmannienne des plans

Définitions

Groupes unipotents

Catégorification

G -équivariante

Catégorie équivariante

Groupe agissant sur un carquois

Sous-catégories rigides stables maximales

Mutations

Matrices d'échange

Caractères d'amas

Applications

Définition (G -boucle et G -2-cycle)

Si $\mathcal{T} \in \mathcal{Add}(\mathcal{C})^G$,

- G -boucle : $X \rightarrow \mathfrak{g} \otimes X$ irréductible ;
- G -2-cycle : $X \rightarrow Y \rightarrow \mathfrak{g} \otimes X$ irréductibles.

Catégorification G -équivariante

Mutations

Catégorification d'algèbres
amassées antisymétrisables

Laurent Demonet

Définition (G -boucle et G -2-cycle)

Si $\mathcal{T} \in \mathcal{A}dd(\mathcal{C})^G$,

- G -boucle : $X \rightarrow \mathfrak{g} \otimes X$ irréductible ;
- G -2-cycle : $X \rightarrow Y \rightarrow \mathfrak{g} \otimes X$ irréductibles.

(définitions similaires dans $\mathcal{C}G$)

Algèbres amassées

Grassmannienne des plans

Définitions

Groupes unipotents

Catégorification

G -équivariante

Catégorie équivariante

Groupe agissant sur un carquois

Sous-catégories rigides stables maximales

Mutations

Matrices d'échange

Caractères d'amas

Applications

Catégorification G -équivariante

Mutations

Catégorification d'algèbres
amassées antisymétrisables

Laurent Demonet

Algèbres amassées

Grassmannienne des plans

Définitions

Groupes unipotents

Catégorification

G -équivariante

Catégorie équivariante

Groupe agissant sur un carquois

Sous-catégories rigides stables maximales

Mutations

Matrices d'échange

Caractères d'amas

Applications

Définition (G -boucle et G -2-cycle)

Si $\mathcal{T} \in \mathcal{A}dd(\mathcal{C})^G$,

- G -boucle : $X \rightarrow \mathfrak{g} \otimes X$ irréductible ;
- G -2-cycle : $X \rightarrow Y \rightarrow \mathfrak{g} \otimes X$ irréductibles.

(définitions similaires dans $\mathcal{C}G$)

Lemme

$\mathcal{T} \in \mathcal{A}dd(\mathcal{C}G)^{\text{mod } k[G]}$ n'a pas de mod $k[G]$ -boucle
 $\Leftrightarrow FT$ n'a pas de G -boucle.

$\mathcal{T} \in \mathcal{A}dd(\mathcal{C}G)^{\text{mod } k[G]}$ n'a pas de mod $k[G]$ -2-cycle
 $\Leftrightarrow FT$ n'a pas de G -2-cycle.

Catégorification G -équivariante

Mutations

Catégorification d'algèbres
amassées antisymétrisables

Laurent Demonet

Algèbres amassées

Grassmannienne des plans

Définitions

Groupes unipotents

Catégorification
 G -équivariante

Catégorie équivariante

Groupe agissant sur un carquois

Sous-catégories rigides stables maximales

Mutations

Matrices d'échange

Caractères d'amas

Applications

On suppose que tout projectif P de \mathcal{C} admet une quasi-approximation rigide à gauche.

Catégorification G -équivariante

Mutations

Catégorification d'algèbres
amassées antisymétrisables

Laurent Demonet

Algèbres amassées

Grassmannienne des plans

Définitions

Groupes unipotents

Catégorification
 G -équivariante

Catégorie équivariante

Groupe agissant sur un carquois

Sous-catégories rigides stables maximales

Mutations

Matrices d'échange

Caractères d'amas

Applications

On suppose que tout projectif P de \mathcal{C} admet une quasi-approximation rigide à gauche.

Théorème

Supposons qu'il existe $\mathcal{T}_0 \in \mathcal{A}dd(\mathcal{C}G)$ (f.e.) rigide mod $k[G]$ -stable maximale sans mod $k[G]$ -boucle. Alors $\forall \mathcal{T} \in \mathcal{A}dd(\mathcal{C}G)$ rigide mod $k[G]$ -stable maximale,

- \mathcal{T} n'a ni mod $k[G]$ -boucle, ni mod $k[G]$ -2-cycle ;
- \mathcal{T} est rigide maximale.

Le même résultat est vrai pour \mathcal{C} .

Catégorification G -équivariante

Mutations

Catégorification d'algèbres
amassées antisymétrisables

Laurent Demonet

Algèbres amassées

Grassmannienne des plans

Définitions

Groupes unipotents

Catégorification
 G -équivariante

Catégorie équivariante

Groupe agissant sur un carquois

Sous-catégories rigides stables maximales

Mutations

Matrices d'échange

Caractères d'amas

Applications

Théorème

Soient $\mathcal{T}_0 \in \text{add}(\mathcal{C}G)^{\text{mod } k[G]}$ et $X \notin \mathcal{T}_0$
indécomposable non projectif tels que
 $\text{add}(\mathcal{T}_0, k[G] \otimes X)$ soit rigide mod $k[G]$ -stable
maximal. $\exists ! 0 \rightarrow X \xrightarrow{f} T \xrightarrow{g} Y \rightarrow 0$ telle que

- f est une \mathcal{T}_0 -approximation minimale à gauche ;

Catégorification G -équivariante

Mutations

Catégorification d'algèbres
amassées antisymétrisables

Laurent Demonet

Algèbres amassées

Grassmannienne des plans

Définitions

Groupes unipotents

Catégorification
 G -équivariante

Catégorie équivariante

Groupe agissant sur un carquois

Sous-catégories rigides stables maximales

Mutations

Matrices d'échange

Caractères d'amas

Applications

Théorème

Soient $\mathcal{T}_0 \in \text{add}(\mathcal{C}G)^{\text{mod } k[G]}$ et $X \notin \mathcal{T}_0$
indécomposable non projectif tels que
 $\text{add}(\mathcal{T}_0, k[G] \otimes X)$ soit rigide mod $k[G]$ -stable
maximal. $\exists ! 0 \rightarrow X \xrightarrow{f} T \xrightarrow{g} Y \rightarrow 0$ telle que

- f est une \mathcal{T}_0 -approximation minimale à gauche ;
- $Y \notin \mathcal{T}_0$ est un indécomposable non projectif tel que $\text{add}(\mathcal{T}_0, k[G] \otimes Y)$ soit rigide mod $k[G]$ -stable maximale.

Catégorification G -équivariante

Mutations

Catégorification d'algèbres
amassées antisymétrisables

Laurent Demonet

Algèbres amassées

Grassmannienne des plans

Définitions

Groupes unipotents

Catégorification
 G -équivariante

Catégorie équivariante

Groupe agissant sur un carquois

Sous-catégories rigides stables maximales

Mutations

Matrices d'échange

Caractères d'amas

Applications

Définition

$$\mu_{\overline{X}}(\text{add}(\mathcal{T}_0, k[G] \otimes X)) = \text{add}(\mathcal{T}_0, k[G] \otimes Y)$$

Catégorification G -équivariante

Mutations

Catégorification d'algèbres
amassées antisymétrisables

Laurent Demonet

Algèbres amassées

Grassmannienne des plans

Définitions

Groupes unipotents

Catégorification
 G -équivariante

Catégorie équivariante

Groupe agissant sur un carquois

Sous-catégories rigides stables maximales

Mutations

Matrices d'échange

Caractères d'amas

Applications

Définition

$$\mu_{\overline{X}}(\text{add}(\mathcal{T}_0, k[G] \otimes X)) = \text{add}(\mathcal{T}_0, k[G] \otimes Y)$$

Proposition

$$\mu_{\overline{Y}}(\mu_{\overline{X}}(\text{add}(\mathcal{T}_0, k[G] \otimes X))) = \text{add}(\mathcal{T}_0, k[G] \otimes X)$$

Catégorification G -équivariante

Mutations

Catégorification d'algèbres
amassées antisymétrisables

Laurent Demonet

Algèbres amassées

Grassmannienne des plans

Définitions

Groupes unipotents

Catégorification
 G -équivariante

Catégorie équivariante

Groupe agissant sur un carquois

Sous-catégories rigides stables maximales

Mutations

Matrices d'échange

Caractères d'amas

Applications

Définition

$$\mu_{\overline{X}}(\text{add}(\mathcal{T}_0, k[G] \otimes X)) = \text{add}(\mathcal{T}_0, k[G] \otimes Y)$$

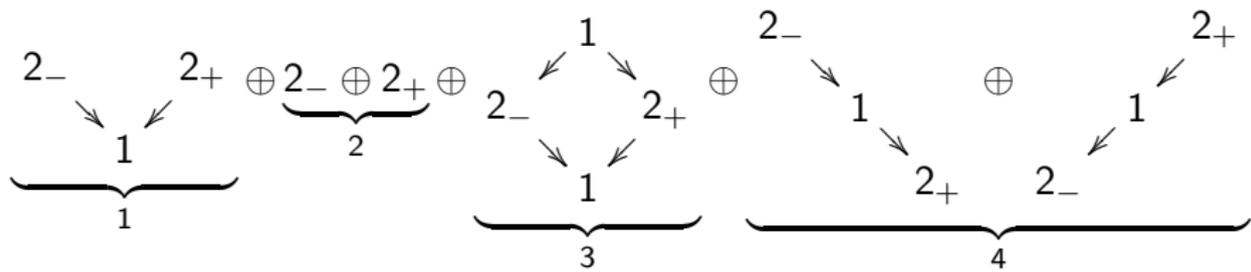
Proposition

$$\mu_{\overline{Y}}(\mu_{\overline{X}}(\text{add}(\mathcal{T}_0, k[G] \otimes X))) = \text{add}(\mathcal{T}_0, k[G] \otimes X)$$

Proposition

$$0 \rightarrow X \rightarrow T \rightarrow Y \rightarrow 0 \quad 0 \rightarrow Y \rightarrow T' \rightarrow X \rightarrow 0$$

$$\text{add}(T) \cap \text{add}(T') = \{0\}$$



$\left(\quad \right)$

$$\underbrace{\begin{array}{c} 2_- \quad 2_+ \\ \swarrow \quad \searrow \\ 1 \\ \underbrace{\hspace{1.5cm}} \\ 1 \end{array}}_1 \oplus \underbrace{\begin{array}{c} 2_- \oplus 2_+ \\ \underbrace{\hspace{1.5cm}} \\ 2 \end{array}}_2 \oplus \underbrace{\begin{array}{c} 1 \\ \swarrow \quad \searrow \\ 2_- \quad 2_+ \\ \swarrow \quad \searrow \\ 1 \\ \underbrace{\hspace{1.5cm}} \\ 3 \end{array}}_3 \oplus \underbrace{\begin{array}{c} 2_- \quad 2_+ \\ \swarrow \quad \searrow \\ 1 \\ \swarrow \quad \searrow \\ 2_+ \quad 2_- \\ \underbrace{\hspace{3.5cm}} \\ 4 \end{array}}_4$$

$$0 \rightarrow \begin{array}{c} 2_- \quad 2_+ \\ \swarrow \quad \searrow \\ 1 \end{array} \rightarrow \begin{array}{c} 1 \\ \swarrow \quad \searrow \\ 2_- \quad 2_+ \\ \swarrow \quad \searrow \\ 1 \end{array} \oplus 2_- \oplus 2_+ \rightarrow \begin{array}{c} 1 \\ \swarrow \quad \searrow \\ 2_- \quad 2_+ \end{array} \rightarrow 0$$

$$\left(\begin{array}{c} \\ \\ \\ \end{array} \right)$$

$$\underbrace{\begin{array}{c} 2_- \quad 2_+ \\ \swarrow \quad \searrow \\ 1 \end{array}}_1 \oplus \underbrace{2_- \oplus 2_+}_2 \oplus \underbrace{\begin{array}{c} 1 \\ \swarrow \quad \searrow \\ 2_- \quad 2_+ \\ \swarrow \quad \searrow \\ 1 \end{array}}_3 \oplus \underbrace{\begin{array}{c} 2_- \quad 2_+ \\ \swarrow \quad \searrow \\ 1 \quad 2_+ \\ \swarrow \quad \searrow \\ 2_- \quad 2_+ \end{array}}_4$$

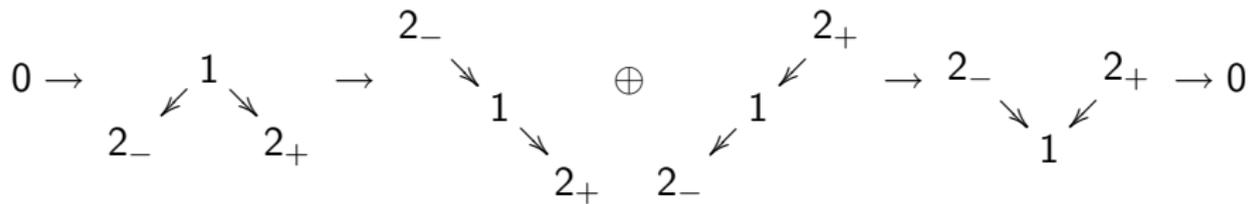
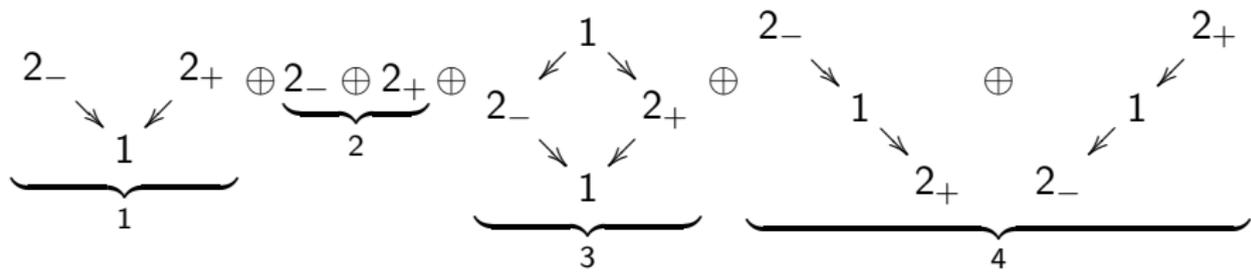
$$0 \rightarrow \begin{array}{c} 2_- \quad 2_+ \\ \swarrow \quad \searrow \\ 1 \end{array} \rightarrow \begin{array}{c} 1 \\ \swarrow \quad \searrow \\ 2_- \quad 2_+ \\ \swarrow \quad \searrow \\ 1 \end{array} \oplus 2_- \oplus 2_+ \rightarrow \begin{array}{c} 1 \\ \swarrow \quad \searrow \\ 2_- \quad 2_+ \end{array} \rightarrow 0$$

$$\left(\begin{array}{c} \\ \\ 1 \end{array} \right)$$

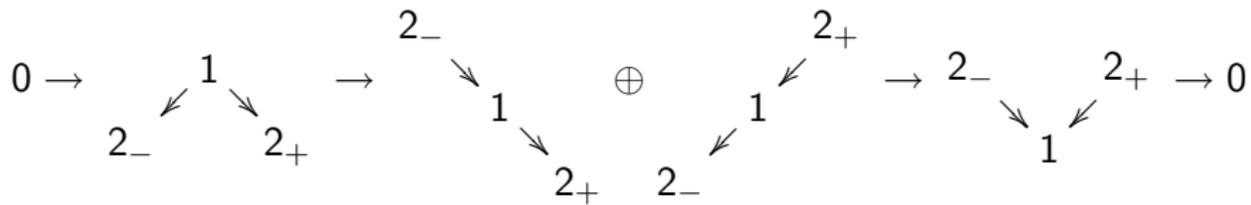
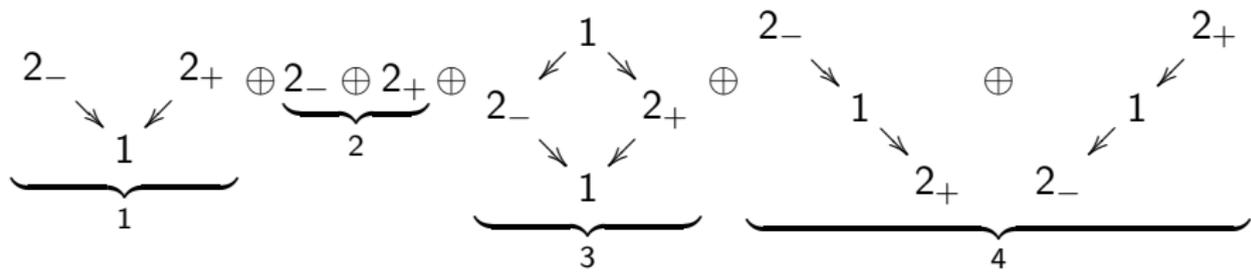
$$\underbrace{\begin{array}{c} 2_- \quad 2_+ \\ \swarrow \quad \searrow \\ 1 \end{array}}_1 \oplus \underbrace{\begin{array}{c} 2_- \oplus 2_+ \\ \oplus \\ 2 \end{array}}_2 \oplus \underbrace{\begin{array}{c} 1 \\ \swarrow \quad \searrow \\ 2_- \quad 2_+ \\ \swarrow \quad \searrow \\ 1 \end{array}}_3 \oplus \underbrace{\begin{array}{c} 2_- \quad 2_+ \\ \swarrow \quad \searrow \\ 1 \quad 2_+ \\ \swarrow \quad \searrow \\ 2_- \quad 2_+ \end{array}}_4$$

$$0 \rightarrow \begin{array}{c} 2_- \quad 2_+ \\ \swarrow \quad \searrow \\ 1 \end{array} \rightarrow \begin{array}{c} 1 \\ \swarrow \quad \searrow \\ 2_- \quad 2_+ \\ \swarrow \quad \searrow \\ 1 \end{array} \oplus 2_- \oplus 2_+ \rightarrow \begin{array}{c} 1 \\ \swarrow \quad \searrow \\ 2_- \quad 2_+ \end{array} \rightarrow 0$$

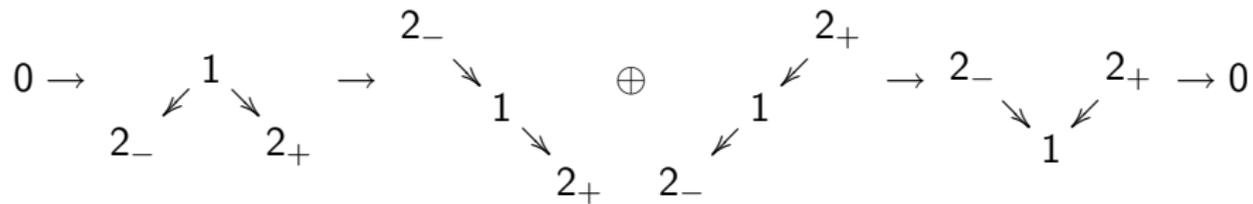
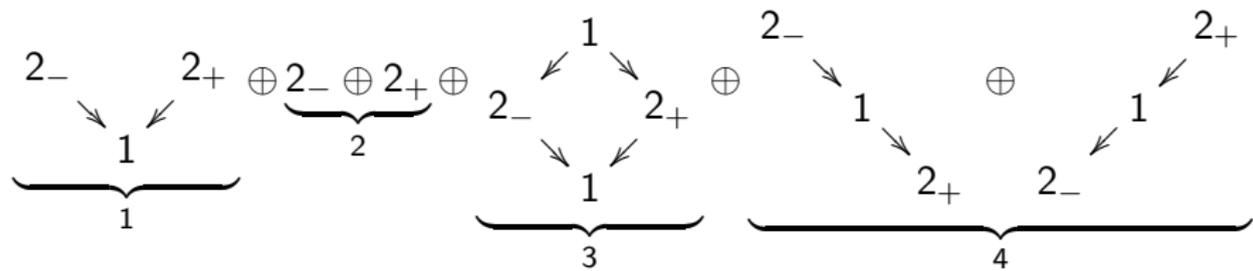
$$\left(\begin{array}{c} 1 \\ 1 \end{array} \right)$$



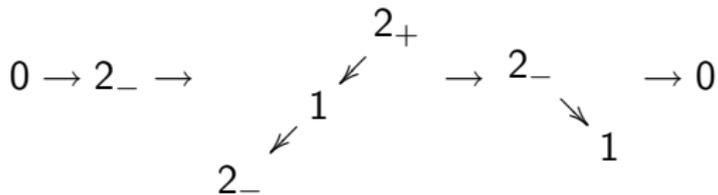
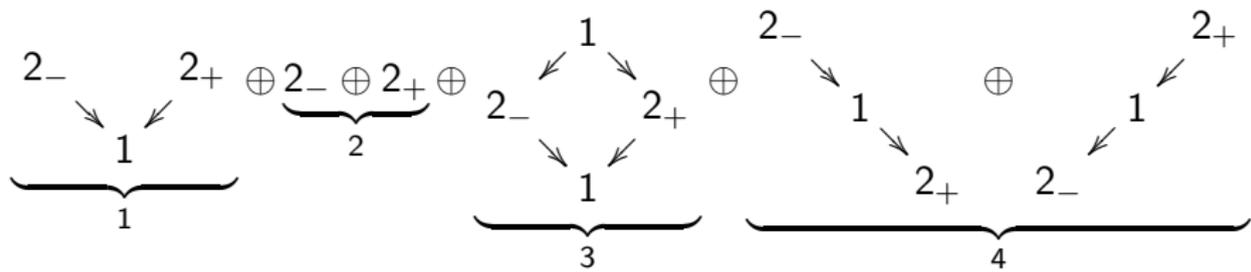
$$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$



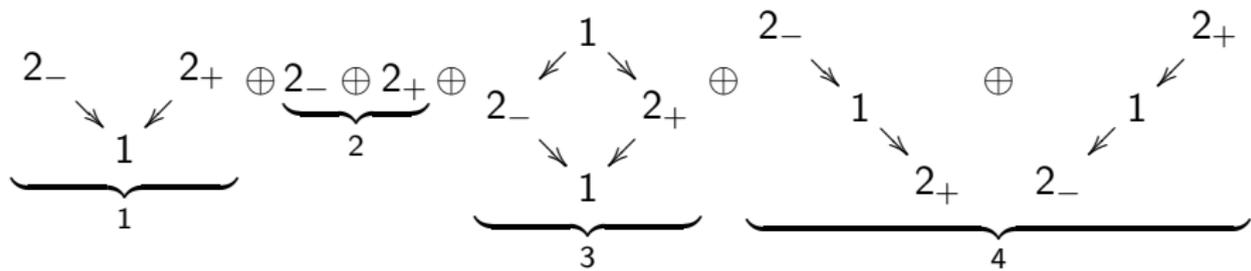
$$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$



$$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$



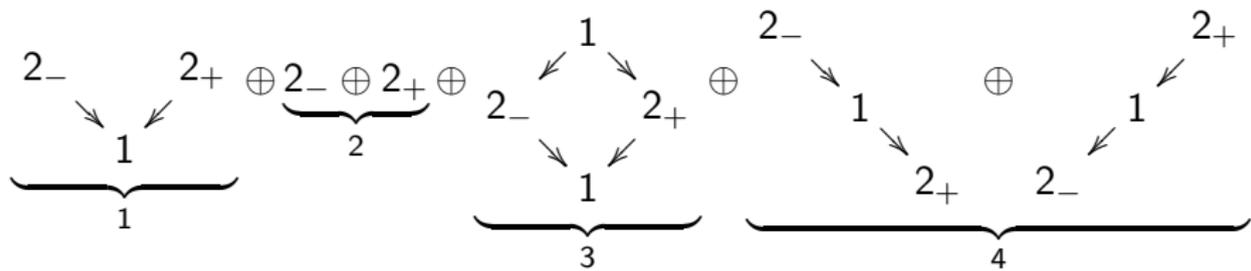
$$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$



$$0 \rightarrow 2_- \rightarrow 2_- \rightarrow 2_+ \rightarrow 2_- \rightarrow 0$$

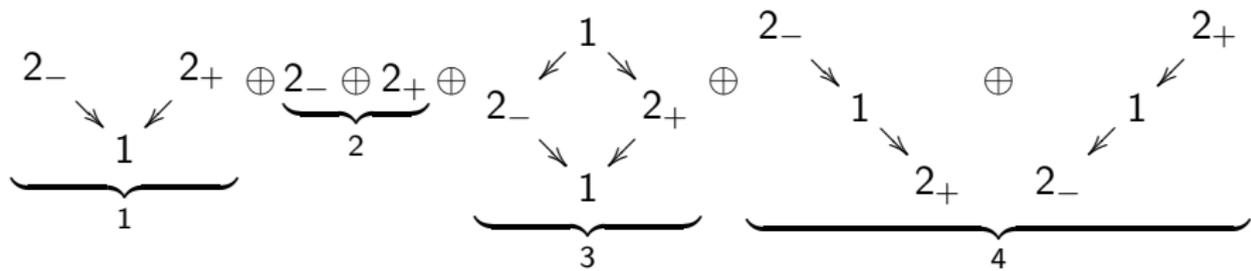
$\searrow 1 \quad \searrow 1 \quad \swarrow 1$

$$\begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 1 & \\ 1 & \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$



$$0 \rightarrow 2_- \xrightarrow{\quad} 2_- \xrightarrow{\quad} 2_+ \rightarrow 2_- \rightarrow 0$$

$$\begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$



$$0 \rightarrow 2_- \rightarrow 2_- \rightarrow 2_+ \rightarrow 2_- \rightarrow 0$$

$\searrow \quad \swarrow$
 1

$\searrow \quad \swarrow$
 1

$$\begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

Proposition

$$B(\mu_{\bar{X}}(T)) = \mu_{\bar{X}}(B(T))$$

Catégorification G -équivariante

Mutations

Catégorification d'algèbres
amassées antisymétrisables

Laurent Demonet

Algèbres amassées

Grassmannienne des plans

Définitions

Groupes unipotents

Catégorification
 G -équivariante

Catégorie équivariante

Groupe agissant sur un carquois

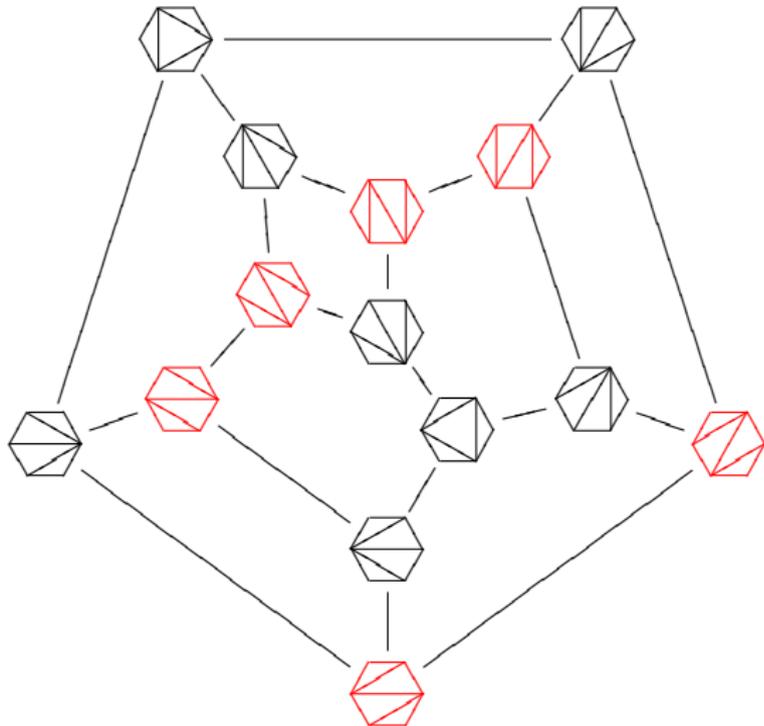
Sous-catégories rigides stables maximales

Mutations

Matrices d'échange

Caractères d'amas

Applications



Catégorification G -équivariante

Caractères d'amas

$$n = \#\{\text{facteurs mod } k[G]\text{-stables indécomposables de } \mathcal{T}\}$$

Catégorification d'algèbres
amassées antisymétrisables

Laurent Demonet

Théorème

$$\exists \mathcal{C} G / \text{mod } k[G] \rightarrow \mathbb{C}(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

$$\bar{X} \mapsto P_{\bar{X}}$$

telle que $P_{\bar{X} \oplus \bar{Y}} = P_{\bar{X}} P_{\bar{Y}}$ et si

$$0 \rightarrow X \rightarrow Z \rightarrow Y \rightarrow 0 \quad \text{et} \quad 0 \rightarrow Y \rightarrow Z' \rightarrow X \rightarrow 0$$

sont des suites de mutation, alors $P_{\bar{X}} P_{\bar{Y}} = P_{\bar{Z}} + P_{\bar{Z}'}$.

Algèbres amassées

Grassmannienne des plans

Définitions

Groupes unipotents

Catégorification
 G -équivariante

Catégorie équivariante

Groupe agissant sur un carquois

Sous-catégories rigides stables maximales

Mutations

Matrices d'échange

Caractères d'amas

Applications

Catégorification G -équivariante

Caractères d'amas

$$n = \#\{\text{facteurs mod } k[G]\text{-stables indécomposables de } \mathcal{T}\}$$

Catégorification d'algèbres
amassées antisymétrisables

Laurent Demonet

Théorème

$$\exists \mathbb{C}G / \text{mod } k[G] \rightarrow \mathbb{C}(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

$$\bar{X} \mapsto P_{\bar{X}}$$

telle que $P_{\bar{X} \oplus \bar{Y}} = P_{\bar{X}} P_{\bar{Y}}$ et si

$$0 \rightarrow X \rightarrow Z \rightarrow Y \rightarrow 0 \quad \text{et} \quad 0 \rightarrow Y \rightarrow Z' \rightarrow X \rightarrow 0$$

sont des suites de mutation, alors $P_{\bar{X}} P_{\bar{Y}} = P_{\bar{Z}} + P_{\bar{Z}'}$.

Corollaire

$\mathcal{T} \mapsto (\{P_{\bar{X}} \mid X \in \text{ind}(\mathcal{T})\}, B(\mathcal{T}))$ commute avec μ .

Algèbres amassées

Grassmannienne des plans

Définitions

Groupes unipotents

Catégorification
 G -équivariante

Catégorie équivariante

Groupe agissant sur un carquois

Sous-catégories rigides stables maximales

Mutations

Matrices d'échange

Caractères d'amas

Applications

Catégorification G -équivariante

Caractères d'amas

Catégorification d'algèbres
amassées antisymétrisables

Laurent Demonet

Algèbres amassées

Grassmannienne des plans

Définitions

Groupes unipotents

Catégorification
 G -équivariante

Catégorie équivariante

Groupe agissant sur un carquois

Sous-catégories rigides stables maximales

Mutations

Matrices d'échange

Caractères d'amas

Applications

$$n = \#\{\text{facteurs mod } k[G]\text{-stables indéc. de } \mathcal{T}\}$$

Théorème

$$\exists \mathcal{C} G / \text{mod } k[G] \rightarrow \mathbb{C}(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

$$\bar{X} \mapsto P_{\bar{X}}$$

telle que $P_{\bar{X} \oplus \bar{Y}} = P_{\bar{X}} P_{\bar{Y}}$ et si

$$0 \rightarrow X \rightarrow Z \rightarrow Y \rightarrow 0 \quad \text{et} \quad 0 \rightarrow Y \rightarrow Z' \rightarrow X \rightarrow 0$$

sont des suites de mutation, alors $P_{\bar{X}} P_{\bar{Y}} = P_{\bar{Z}} + P_{\bar{Z}'}$.

Corollaire

$\mathcal{T} \mapsto (\{P_{\bar{X}} \mid X \in \text{ind}(\mathcal{T})\}, B(\mathcal{T}))$ commute avec μ .

Théorème

Les monômes d'amas sont linéairement indépendants.

$$\begin{array}{c} 2_- \\ \searrow \\ 1 \\ \swarrow \\ 2_+ \end{array} \mapsto \begin{vmatrix} 1 & \cdot & \cdot & \cdot \\ & 1 & \bullet & \bullet \\ & & \bullet & \bullet \\ & & & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & \cdot & \bullet & \cdot \\ & 1 & \cdot & \cdot \\ & & 1 & \cdot \\ & & & 1 \end{vmatrix}$$

$$2_-, 2_+ \mapsto \begin{vmatrix} 1 & \cdot & \cdot & \cdot \\ & 1 & \bullet & \cdot \\ & & 1 & \cdot \\ & & & 1 \end{vmatrix}$$

$$\begin{array}{c} & & 1 & & \\ & \swarrow & & \searrow & \\ 2_- & & & & 2_+ \\ & \searrow & & \swarrow & \\ & & 1 & & \end{array} \mapsto \begin{vmatrix} 1 & \bullet & \bullet & \bullet \\ & \bullet & \bullet & \bullet \\ & \bullet & \bullet & \bullet \\ & & & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & \cdot & \cdot & \bullet \\ & 1 & \cdot & \cdot \\ & & 1 & \cdot \\ & & & 1 \end{vmatrix}$$

$$\begin{array}{c} 2_- \\ \searrow \\ 1 \\ \searrow \\ 2_+ \end{array}, \begin{array}{c} 2_+ \\ \swarrow \\ 1 \\ \swarrow \\ 2_- \end{array} \mapsto \begin{vmatrix} 1 & \cdot & \bullet & \bullet \\ & 1 & \bullet & \bullet \\ & & 1 & \cdot \\ & & & 1 \end{vmatrix}$$

Catégorification G -équivariante

Caractères d'amas

Catégorification d'algèbres
amassées antisymétrisables

Laurent Demonet

Algèbres amassées

Grassmannienne des plans

Définitions

Groupes unipotents

Catégorification
 G -équivariante

Catégorie équivariante

Groupe agissant sur un carquois

Sous-catégories rigides stables maximales

Mutations

Matrices d'échange

Caractères d'amas

Applications

$$\mathbb{C}[\tilde{M}] \left(\begin{array}{cc|c} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 \\ \hline 1 & 1 & 0 \\ \hline 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ \hline -1 & -1 & 1 \end{array} \right)$$

Catégorification G -équivariante

Caractères d'amas

Catégorification d'algèbres
amassées antisymétrisables

Laurent Demonet

Algèbres amassées

Grassmannienne des plans

Définitions

Groupes unipotents

Catégorification
 G -équivariante

Catégorie équivariante

Groupe agissant sur un carquois

Sous-catégories rigides stables maximales

Mutations

Matrices d'échange

Caractères d'amas

Applications

$$\mathbb{C}[\tilde{M}] \quad \mathbb{C}[M]$$
$$\left(\begin{array}{cc|c} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 \\ \hline 1 & 1 & 0 \\ \hline 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ \hline -1 & -1 & 1 \end{array} \right) \quad \left(\begin{array}{cc} 0 & -2 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{array} \right)$$

Catégorification G -équivariante

Applications

Catégorification d'algèbres
amassées antisymétrisables

Laurent Demonet

Algèbres amassées

Grassmannienne des plans

Définitions

Groupes unipotents

Catégorification

G -équivariante

Catégorie équivariante

Groupe agissant sur un carquois

Sous-catégories rigides stables maximales

Mutations

Matrices d'échange

Caractères d'amas

Applications

Catégorification des algèbres amassées de coordonnées

des sous-groupes de groupes unipotents

$$N(w) = N \cap (w^{-1}N_w) \quad \text{et} \quad N^w = N \cap (B_w B_-)$$

où N est un sous-groupe unipotent d'un groupe de Lie de type B_n , C_n , F_4 ou G_2 et w un élément (adaptable) du groupe de Weyl correspondant.

Catégorification G -équivariante

Applications

Catégorification d'algèbres
amassées antisymétrisables

Laurent Demonet

Algèbres amassées

Grassmannienne des plans

Définitions

Groupes unipotents

Catégorification

G -équivariante

Catégorie équivariante

Groupe agissant sur un carquois

Sous-catégories rigides stables maximales

Mutations

Matrices d'échange

Caractères d'amas

Applications

Catégorification des algèbres amassées de coordonnées

des sous-groupes de groupes unipotents

$$N(w) = N \cap (w^{-1}N_w) \quad \text{et} \quad N^w = N \cap (B_w B_-)$$

où N est un sous-groupe unipotent d'un groupe de Lie de type B_n , C_n , F_4 ou G_2 et w un élément (adaptable) du groupe de Weyl correspondant.

des variétés de drapeaux partiels

- de sous-espaces isotropes pour une forme bilinéaire symétrique non dégénérée en dimension impaire (B_n);

Catégorification G -équivariante

Applications

Catégorification d'algèbres
amassées antisymétrisables

Laurent Demonet

Algèbres amassées

Grassmannienne des plans

Définitions

Groupes unipotents

Catégorification

G -équivariante

Catégorie équivariante

Groupe agissant sur un carquois

Sous-catégories rigides stables maximales

Mutations

Matrices d'échange

Caractères d'amas

Applications

Catégorification des algèbres amassées de coordonnées des sous-groupes de groupes unipotents

$$N(w) = N \cap (w^{-1}N_+w) \quad \text{et} \quad N^w = N \cap (B_+wB_+)$$

où N est un sous-groupe unipotent d'un groupe de Lie de type B_n , C_n , F_4 ou G_2 et w un élément (adaptable) du groupe de Weyl correspondant.

des variétés de drapeaux partiels

- de sous-espaces isotropes pour une forme bilinéaire symétrique non dégénérée en dimension impaire (B_n);
- de sous-espaces isotropes pour une forme bilinéaire antisymétrique non dégénérée (C_n);

Catégorification G -équivariante

Applications

Catégorification d'algèbres
amassées antisymétrisables

Laurent Demonet

Algèbres amassées

Grassmannienne des plans

Définitions

Groupes unipotents

Catégorification
 G -équivariante

Catégorie équivariante

Groupe agissant sur un carquois

Sous-catégories rigides stables maximales

Mutations

Matrices d'échange

Caractères d'amas

Applications

Catégorification des algèbres amassées de coordonnées des sous-groupes de groupes unipotents

$$N(w) = N \cap (w^{-1}N_w) \quad \text{et} \quad N^w = N \cap (B_w B_-)$$

où N est un sous-groupe unipotent d'un groupe de Lie de type B_n , C_n , F_4 ou G_2 et w un élément (adaptable) du groupe de Weyl correspondant.

des variétés de drapeaux partiels

- de sous-espaces isotropes pour une forme bilinéaire symétrique non dégénérée en dimension impaire (B_n);
- de sous-espaces isotropes pour une forme bilinéaire antisymétrique non dégénérée (C_n);
- en type G_2 et F_4 .

Catégorification G -équivariante

Applications

Catégorification d'algèbres
amassées antisymétrisables

Laurent Demonet

Algèbres amassées

Grassmannienne des plans

Définitions

Groupes unipotents

Catégorification
 G -équivariante

Catégorie équivariante

Groupe agissant sur un carquois

Sous-catégories rigides stables maximales

Mutations

Matrices d'échange

Caractères d'amas

Applications

On classifie les algèbres amassées de variétés de drapeaux partiels de type d'amas fini :

Cas de type fini :

- droites de \mathbb{C}^{2n} (type d'amas $(A_1)^{n-1}$);

Catégorification G -équivariante

Applications

Catégorification d'algèbres
amassées antisymétrisables

Laurent Demonet

On classifie les algèbres amassées de variétés de
drapeaux partiels de type d'amas fini :

Cas de type fini :

- droites de \mathbb{C}^{2n} (type d'amas $(A_1)^{n-1}$);
- droites isotropes pour une f.b.s.n.d. de \mathbb{C}^{2n+1}
(type d'amas $(A_1)^{n-1}$);

Algèbres amassées

Grassmannienne des plans

Définitions

Groupes unipotents

Catégorification
 G -équivariante

Catégorie équivariante

Groupe agissant sur un carquois

Sous-catégories rigides stables maximales

Mutations

Matrices d'échange

Caractères d'amas

Applications

Catégorification G -équivariante

Applications

Catégorification d'algèbres
amassées antisymétrisables

Laurent Demonet

On classifie les algèbres amassées de variétés de drapeaux partiels de type d'amas fini :

Cas de type fini :

- droites de \mathbb{C}^{2n} (type d'amas $(A_1)^{n-1}$);
- droites isotropes pour une f.b.s.n.d. de \mathbb{C}^{2n+1} (type d'amas $(A_1)^{n-1}$);
- drapeaux isotropes complets pour une f.b.s.n.d. de \mathbb{C}^5 ou pour une f.b.a.n.d. de \mathbb{C}^4 (type d'amas $B_2 = C_2$);

Algèbres amassées

Grassmannienne des plans

Définitions

Groupes unipotents

Catégorification
 G -équivariante

Catégorie équivariante

Groupe agissant sur un carquois

Sous-catégories rigides stables maximales

Mutations

Matrices d'échange

Caractères d'amas

Applications

Catégorification G -équivariante

Applications

Catégorification d'algèbres
amassées antisymétrisables

Laurent Demonet

On classifie les algèbres amassées de variétés de
drapeaux partiels de type d'amas fini :

Cas de type fini :

- droites de \mathbb{C}^{2n} (type d'amas $(A_1)^{n-1}$);
- droites isotropes pour une f.b.s.n.d. de \mathbb{C}^{2n+1}
(type d'amas $(A_1)^{n-1}$);
- drapeaux isotropes complets pour une f.b.s.n.d.
de \mathbb{C}^5 ou pour une f.b.a.n.d. de \mathbb{C}^4 (type d'amas
 $B_2 = C_2$);
- sous-espaces isotropes maximaux pour une
f.b.s.n.d. de \mathbb{C}^7 (type d'amas C_3);

Algèbres amassées

Grassmannienne des plans

Définitions

Groupes unipotents

Catégorification
 G -équivariante

Catégorie équivariante

Groupe agissant sur un carquois

Sous-catégories rigides stables maximales

Mutations

Matrices d'échange

Caractères d'amas

Applications

Catégorification G -équivariante

Applications

Catégorification d'algèbres
amassées antisymétrisables

Laurent Demonet

Algèbres amassées

Grassmannienne des plans

Définitions

Groupes unipotents

Catégorification
 G -équivariante

Catégorie équivariante

Groupe agissant sur un carquois

Sous-catégories rigides stables maximales

Mutations

Matrices d'échange

Caractères d'amas

Applications

On classifie les algèbres amassées de variétés de drapeaux partiels de type d'amas fini :

Cas de type fini :

- droites de \mathbb{C}^{2n} (type d'amas $(A_1)^{n-1}$);
- droites isotropes pour une f.b.s.n.d. de \mathbb{C}^{2n+1} (type d'amas $(A_1)^{n-1}$);
- drapeaux isotropes complets pour une f.b.s.n.d. de \mathbb{C}^5 ou pour une f.b.a.n.d. de \mathbb{C}^4 (type d'amas $B_2 = C_2$);
- sous-espaces isotropes maximaux pour une f.b.s.n.d. de \mathbb{C}^7 (type d'amas C_3);
- sous-espaces isotropes maximaux pour une f.b.a.n.d. de \mathbb{C}^6 (type d'amas B_3).