



HAL
open science

Etude des propriétés mécaniques et acoustiques d'un milieu granulaire sous chargements cycliques

Amandine Miksic

► **To cite this version:**

Amandine Miksic. Etude des propriétés mécaniques et acoustiques d'un milieu granulaire sous chargements cycliques. Acoustique [physics.class-ph]. Université Paris-Est, 2008. Français. NNT: . tel-00350277v1

HAL Id: tel-00350277

<https://theses.hal.science/tel-00350277v1>

Submitted on 9 Jan 2009 (v1), last revised 1 Apr 2010 (v2)

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Thèse de Doctorat présentée pour obtenir le titre de
Docteur de l'Université Paris-Est
Spécialité : Physique

Ecole doctorale :
Information, Communication, Modélisation et Simulation (ICMS)

Présentée et soutenue publiquement le 18 septembre 2008 par

Amandine MIKSIC

**Étude des propriétés mécaniques et acoustiques
d'un milieu granulaire sous chargements cycliques**

Devant le jury composé de

M. Pierre Evesque, Directeur de recherche CNRS (LMSSMat) Ecole Centrale Paris, Rapporteur

M. Pierre-Yves Hicher, Professeur (GeM) Ecole Centrale Nantes, Rapporteur

M. Xiaoping Jia, Professeur (LPMDI) Université Paris-Est, Directeur de thèse

M. Guy Bonnet, Professeur (LMSME) Université Paris-Est, Co-Directeur de thèse

M. Jean-Noël Roux, Ingénieur des Ponts & Chaussées (LMSGC) Université Paris Est, Invité

M. Pierre Mills, Professeur (LPMDI) Université Paris-Est, Invité

Remerciements

Au terme de ma thèse, je tiens à remercier tous ceux qui, de près ou de plus loin, ont contribué à sa réalisation et m'ont aidée pendant ces années. Je souhaite aussi saluer toutes les personnes avec qui j'ai pu collaborer pour mes autres activités en tant que doctorante.

Je remercie chaleureusement Pierre Evesque et Jean-Noël Roux pour leur examen attentif et pertinent de ce manuscrit de thèse, ainsi que Pierre-Yves Hicher pour avoir également accepté de présider ce jury. Je leur suis très reconnaissante de s'être penchés sur ce travail avec autant d'entrain et de curiosité. Leurs discussions et conseils concernant nos interprétations resteront précieux. Je souhaite également remercier vivement Pierre Mills pour s'être intéressé à ma thèse. Merci également pour sa présence et ses remarques lors des présentations faites, en particulier lors du GdR « Milieux granulaires » en mai 2007.

Après ces quatre années, je me dois de remercier mon directeur de thèse, Xiaoping Jia, pour sa grande exigence et sa motivation pour mon travail. Il m'a appris le métier de chercheur et transmis son enthousiasme pour la « Science en marche ». Je lui suis reconnaissante de m'avoir fait bénéficier de ses connaissances et de ses conseils, ainsi que de m'avoir encadrée au jour le jour. Je suis également heureuse d'avoir pu faire de l'enseignement grâce à lui à travers le monitorat qu'il a réussi à m'obtenir. Cette expérience d'enseignement en parallèle de la recherche a été pour moi très formatrice et enrichissante.

Je tiens à remercier sincèrement Guy Bonnet, Professeur et directeur du Laboratoire de Mécanique (LaM) à Marne-la-Vallée, qui a accepté de codiriger ma thèse. Il s'est intéressé à mon travail et y a investi une partie de son temps, à travers d'efficaces discussions, particulièrement sur la mécanique des milieux granulaires. Ses idées, sa vision synthétique et sa rigueur m'ont toujours permis de mieux avancer après nos entretiens. Mon travail a sans cesse été fortement amélioré grâce à ses critiques constructives et judicieuses.

Cette thèse a été réalisée au sein du Laboratoire de Physique des Milieux Divisés et des Interfaces à l'Université Paris-Est. Je remercie d'abord Michèle Adler, directrice du LPMDI, pour m'avoir accueillie et permis de réaliser cette thèse au sein du laboratoire. Je lui exprime ici ma gratitude pour m'avoir permis de finir mon travail dans de bonnes conditions grâce à un poste de demi-ater jusqu'à la rentrée 2008. Sa sollicitude et ses conseils avisés, ainsi que ceux de Bernard Prunet-Foch, m'ont été bénéfiques. Je leur souhaite à tous deux une bonne continuation après toutes ces années au service de la Recherche et de la Science. Ils resteront pour moi des exemples de réussite.

Un merci reconnaissant à l'équipe qui travaille sur les milieux granulaires. Je remercie Yacine Khidas et Vincent Langlois pour les discussions scientifiques que j'ai pu avoir avec eux, ainsi que pour leurs approches et leurs connaissances complémentaires sur les ondes et la mécanique de ces milieux. Merci aussi pour les ouvrages bien utiles que j'ai pu leur emprunter régulièrement. Merci spécialement à Thomas Brunet qui m'a fait partager son expérience de doctorant, mais aussi ses goûts musicaux, dans notre bureau. Son enthousiasme et sa forte motivation pour le métier de chercheur ont été très positifs pour moi. Je lui souhaite de continuer à réussir dans la recherche aussi bien qu'il l'a fait pendant sa thèse.

Je voudrais particulièrement remercier Jérôme Laurent, le responsable SEII du LPMDI. Ayant lui-même une grande charge de travail avec son activité de recherche pour son mémoire d'ingénieur et son rôle irremplaçable au sein du laboratoire, il réussit à rester patient et disponible pour chacun. Son étude par résonance acoustique du comportement non-linéaire des milieux granulaires équivaut à un travail de thèse qu'il a su effectuer en parallèle avec son emploi. Son aide m'a été très précieuse, sur les multiples et diverses difficultés rencontrées aussi bien dans le domaine informatique que dans les activités connexes et expérimentales. Un grand merci et une bonne continuation pour la suite.

Cette thèse expérimentale n'aurait pu être réalisée sans la participation de David Hautemayou, responsable de l'atelier mécanique jusqu'en décembre 2007. La presse manuelle que j'ai utilisée en premier est l'une de ses nombreuses réalisations au sein du laboratoire ; la cellule oedométrique adaptée au montage et employée pour toutes les expériences en est une autre. Je tiens à le remercier chaleureusement pour ses qualités techniques et humaines. Sa sagesse face à différents problèmes et ses conseils m'ont bien aidée. Je souhaite aussi le remercier pour l'utile formation de secourisme qu'il nous a proposée. Je salue également Hubert Sizun qui travaille maintenant à l'atelier et a su si bien s'intégrer dans le laboratoire, grâce à son efficacité et à sa gentillesse.

Merci chaleureusement aux autres membres permanents du laboratoire, qui ont su rendre les pauses à la fois agréables et intéressantes. Les longues journées de travail n'ont pu rester efficaces qu'en aménageant avec eux ces courts moments de repos, mais aussi de discussions scientifiques variées et enrichissantes. Merci en particulier à Anne-Laure, Florence et Julien pour leur bonne humeur et leur patience devant mes nombreuses questions. Le laboratoire a également été le lieu du partage des connaissances : un merci particulier pour Elise Lorenceau-Bossy qui nous a proposé tout au long de ces années des séminaires tous plus intéressants les uns que les autres.

Je ne saurais oublier les autres étudiants du laboratoire, les doctorants qui m'ont précédée comme ceux qui m'ont suivie, avec lesquels j'ai pu partager de nombreuses idées, ainsi que la découverte des activités de recherche et de la vie au laboratoire. Un grand merci à Max, Christelle et Sébastien pour avoir partagé leurs expériences en tant que thésards. Bon courage à Rémi, Nicolas, Kévin, Aline, Carole et Tayeb pour leurs propres travaux et la fin de leurs thèses. Et bonne continuation à Guillaume, qui a choisi une autre voie. Un merci spécial à Adélaïde et Kapil pour leur sympathie et leur précieuse aide en anglais.

La recherche n'a pas été la seule activité lors de ce doctorat. J'ai aussi eu une charge d'enseignement pour le monitorat, qui m'a amené à côtoyer de nombreuses personnes que je souhaite saluer ici. Je voudrais surtout remercier Luc Chevalier et toute son équipe, au Laboratoire de Mécanique de Marne-la-Vallée, pour leur efficace et agréable collaboration en Mécanique. Je salue aussi Lidia Andric et François Lique avec lesquels j'ai pu collaborer en cours et TD.

Enfin toutes ces années n'auraient été possibles sans l'enthousiasme et le soutien constant de mon entourage. Tout d'abord Vincent, ma chère moitié : merci à mon ingénieur préféré d'avoir su composer avec mes moments de passion aussi bien que de désespoir pendant ces longues années. Un clin d'oeil particulier à ma physicienne de mère et à mon père qui ont su me donner depuis 27 ans la curiosité et le goût pour les sciences. Enfin je salue Mamette, Thomas, Sylvie, Alexandre et Dominique, François et aussi leurs familles qui me sont chères. Je les remercie d'être venus le jour de ma soutenance ; leur présence m'a fait grand plaisir.

Table des matières

Introduction générale.....	6
I Caractérisation du milieu granulaire sec confiné par propagation d'ondes ultrasonores	10
I.1 Milieux granulaires denses désordonnés	10
I.1.1 Origine du désordre.....	10
I.1.2 Distribution des forces dans un milieu granulaire	10
I.1.3 Caractérisation des réseaux de forces	12
I.2 Propagation des ondes dans un milieu granulaire.....	15
I.2.1 Ondes cohérentes et ondes diffusées	15
I.2.2 Mesure de la vitesse de propagation des ondes cohérentes	16
I.2.3 Dépendance de la vitesse d'onde avec la contrainte.....	17
I.3 Modélisation : de la micro-mécanique des contacts à l'approche des milieux effectifs	18
I.3.1 Théorie de Hertz-Mindlin	18
I.3.2 Propagation d'une onde élastique le long d'une chaîne de billes...	22
I.3.3 Propagation d'ondes élastiques dans un milieu effectif	23
I.4 Quelques notions sur l'essai oedométrique et la viscoélasticité	28
I.4.1 Rappels des constantes d'élasticité dans un milieu isotrope	28
I.4.2 Essai oedométrique	30
I.4.3 Critère de rupture de Mohr-Coulomb	32
I.4.4 Modèles phénoménologiques de milieux visco-élastiques.....	36
I.5 Conclusion	41
II Propriétés mécaniques et acoustiques d'un milieu granulaire sous chargement cyclique	43
II.1 Préparation des essais	43
II.1.1 Milieu granulaire choisi : caractéristiques des billes de verre.....	43
II.1.2 Préparation de l'empilement et fraction volumique de solide.....	44
II.1.3 Presse utilisée pour contraindre le milieu	45
II.1.4 Acquisition du signal acoustique	47
II.2 Etude d'un seul cycle de charge/décharge	50
II.2.1 Présentation des essais et reproductibilité	50
II.2.2 Influence du niveau de contrainte atteint.....	56
II.2.3 Influence de l'état d'usure des billes	61
II.2.4 Sensibilité au taux de déformation.....	63
II.3 Etude de cycles successifs de charge/décharge	66
II.3.1 Présentation des essais et terminologie utilisée	66
II.3.2 Résultats à amplitude constante	68
II.3.3 Influence de la vitesse de chargement	71

II.4 Etude de cycles à différents niveaux de contrainte.....	74
II.4.1 Essais de boucles de faible amplitude.....	74
II.4.2 Hystérésis et pente des petites boucles	76
II.4.3 Effet de la vitesse et de l'amplitude.....	77
II.5 Analyse et discussion : comparaison théorie/résultats expérimentaux	79
II.5.1 Ecart avec l'élasticité de Hertz	79
II.5.2 Tassement progressif avec les cycles et durcissement du milieu ...	87
II.5.3 Recrutement des contacts par réarrangement irréversible des grains	91
II.5.4 Détermination de la déformation grâce au module élastique	98
II.5.5 Ecart entre pente de la courbe mécanique et le module élastique	103
II.6 Conclusion	107
III Evolution temporelle d'un milieu granulaire confiné sous charge	109
III.1 Objectif et état de l'art.....	109
III.1.1 Objectif de notre étude.....	109
III.1.2 Etudes sur le fluage et la relaxation	109
III.1.3 Vieillissement.....	111
III.2 Présentation des deux types d'essais réalisés.....	113
III.2.1 Tests de relaxation : diminution de la contrainte à déformation fixe	113
III.2.2 Tests de fluage : augmentation de la déformation sous contrainte constante.....	115
III.2.3 Comparaison des ordres de grandeurs	117
III.3 Influence de divers paramètres sur le vieillissement.....	118
III.3.1 Durée d'attente.....	118
III.3.2 Contrainte initiale ou de confinement.....	121
III.3.3 Taux de déformation imposé à la charge	125
III.3.4 Etat d'usure des billes utilisées.....	128
III.3.5 Récapitulatif des tendances observées	131
III.4 Discussion et compréhension des mécanismes	132
III.4.1 Discussion des résultats obtenus.....	132
III.4.2 Approche logarithmique avec un temps caractéristique.....	135
III.4.3 Modèle du solide de Zener.....	146
III.4.4 Comportement du milieu en deux temps	149
III.5 Conclusion	152
Conclusion générale	152
Annexes.....	157
Bibliographie.....	161

Introduction générale

Un matériau granulaire est une assemblée de particules discrètes dont la taille peut être variable, mais supérieure à $1\mu\text{m}$: des fines poudres (taille des particules $\sim 10^{-6}$ m) compactées composant les cachets d'aspirine, en passant par les dunes du désert (grains de sable $\sim 10^{-4}$ m) jusqu'au ballast des voies ferrées (graviers $\sim 10^{-1}$ m). La définition étant large, elle englobe des milieux différents et présents dans un panel très large d'activités. Les milieux granulaires composent notre environnement immédiat et leurs champs d'utilisation présentent une grande diversité. Ces milieux sont présents aussi bien dans la nature (sable, terres) que dans l'industrie : sous forme de grains dans l'agro-alimentaire (riz, café...), de granulés dans l'industrie pharmaceutique (pilules, cachets) ou même dans le domaine de la construction. Ainsi, le traitement de matières granulaires, il y a une dizaine d'années, représentait environ 10 milliards de tonnes par an [Dur97]. La production de charbon représentait alors 3,5 milliards de tonnes, 1 milliard de tonnes pour le tonnage des sables et graviers, et autant pour les ciments et matériaux de construction. Par exemple, 1km de voie ferrée représente environ 10 000 tonnes de matériaux granulaires alors qu'1km d'autoroute utilise 30 000 tonnes de granulats. Actuellement, il faut produire chaque jour 1 million de tonnes de granulats sur l'ensemble du territoire pour répondre à la demande de l'économie de notre pays [Gab05]. Le traitement de la matière en grain mobilisant à peu près 10 % des moyens énergétiques mis en œuvre sur la planète, les progrès réalisés dans ce domaine entraînent des répercussions économiques considérables.

En dépit d'une simplicité apparente, les milieux granulaires suscitent de nombreux défis sur le plan fondamental. En effet, qu'il s'agisse de sable, de neige ou de sucre en poudre, ces matériaux présentent des propriétés particulières, puisqu'ils peuvent se trouver dans chacun des trois états de la matière. Les milieux granulaires peuvent se comporter comme des solides, des liquides, voire des gaz. Un tas de sable représente un solide, si la pente du tas est inférieure à l'angle de repos. La statique de l'empilement et la répartition des efforts dans le milieu sont de larges sujets d'études. Au XVIII^e siècle, Coulomb fut le premier à s'intéresser à l'équilibre des talus et la stabilité des édifices de pierres [Dur97]. Ensuite, un granulaire en écoulement se comporte comme un liquide lors d'une avalanche, ce qui entraîne des problèmes de ségrégation ou de mélange [Eve91]. Reynolds vers 1885 introduisit la notion de dilatance et, 70 ans plus tard, le nombre de Bagnold permit de mieux caractériser les écoulements [Bag41]. De nombreux articles récents traitent également des problèmes de liquéfaction d'un sable, en relation avec les propriétés et la structure initiale de ce milieu [Ben04]. Enfin, les grains de la fine pluie qui percutent le tas de sable en formation sous une trémie peuvent être comparés aux molécules d'un gaz animés de mouvements erratiques. De même, un milieu granulaire subissant une sollicitation extérieure telle qu'une forte vibration présente un mode dans lequel les particules ne se rencontrent qu'à l'occasion de chocs de courte durée ; les particules sont donc fortement dispersées et le milieu peut alors s'apparenter à un gaz. Ces trois états différents de la matière présentent de nombreux intérêts et sont les grands axes de la physique des milieux granulaires [Jae96]. Le comportement variable des matériaux granulaires rend extrêmement difficile le fait de concevoir une théorie générale valable pour tous les phénomènes observés.

Dans ce travail de thèse, nous avons choisi de nous intéresser à l'état « solide », à travers l'étude d'un empilement granulaire désordonné, confiné et sous contrainte. Les sols de fondation et les structures de certains ouvrages de génie civil sont souvent constitués de matériaux granulaires (sables, graviers, ...). Il s'agit de conglomérats de grains solides macroscopiques mis en contact par une charge de confinement extérieure. A cause des propriétés de désordre et de non linéarité des interactions entre les grains, les matériaux granulaires présentent un comportement dont les mécanismes à l'échelle fine peuvent être complexes. Dans le cas de l'empilement des grains rigides non cohésifs, le champ des

contraintes résultant est en effet extrêmement hétérogène, à cause de la formation de chaînes de forces à une échelle mésoscopique. Le comportement mécanique du milieu (statique et dynamique) dépend fortement de ces réseaux de contact. Jusqu'à présent, l'étude de ce comportement est généralement réalisée par des essais mécaniques permettant d'imposer des états de contraintes homogènes (autant que faire se peut) aux matériaux.

Toutefois, leur exploitation peut être considérablement améliorée si, au cours de ces essais, des mesures acoustiques permettant de caractériser les propriétés viscoélastiques instantanées et de suivre l'évolution structurale du milieu sont réalisées. En effet, les expériences réalisées au LPMDI montrent que la propagation des ondes ultrasonores fournit une méthode d'investigation originale et non intrusive des réseaux de contacts au sein d'un milieu granulaire. Ainsi cette thèse porte sur « l'étude expérimentale des propriétés mécaniques et acoustiques de milieux granulaires sous chargements cycliques ». L'objectif est l'étude du comportement d'un milieu granulaire au cours d'un chargement oedométrique en utilisant les ondes acoustiques comme moyen d'analyse. L'utilisation systématique de ces ondes lors des essais mécaniques devrait nous permettre une meilleure compréhension du comportement élasto-visco-plastique du milieu granulaire.

Le mémoire est composé de trois chapitres. Le chapitre I a pour objectif de poser les bases de notre étude. A l'intérieur d'un milieu granulaire dense et désordonné, il existe donc un réseau des forces entre les grains en contact. L'observation directe et l'étude quantitative du réseau des contacts et de la répartition des contraintes au sein d'un milieu granulaire, en particulier dans le cas 3D, sont délicates. L'intérêt de la méthode acoustique sera souligné. Après une description des deux modes de propagation des ondes ultrasonores dans ces milieux hétérogènes, nous traiterons du problème inverse qui consiste à caractériser les propriétés élastiques à l'aide des ondes "cohérentes" de grande longueur d'onde. La vitesse de propagation de ces ondes évolue en fonction de la contrainte appliquée sur le milieu. Pour calculer cette vitesse, il faut connaître le temps de vol - instant d'arrivée de l'onde transmise sur le récepteur. Nous verrons que la mesure de cet instant, sur le signal acoustique observé à l'oscilloscope, est délicate et comment nous y avons remédié.

Malgré la complexité des matériaux granulaires, certains phénomènes fondamentaux peuvent être modélisés de manière simple. La théorie de Hertz donne l'écrasement élastique de deux billes sphériques comprimées l'une contre l'autre par une force normale à la surface de contact. Ce modèle permet une première compréhension de la physique au niveau des grains eux-mêmes et sert de base pour le calcul de la vitesse de propagation d'une onde élastique le long d'une chaîne de bille. La théorie des milieux effectifs, qui introduit la notion de coordinance, fait ensuite le lien entre les différentes échelles impliquées dans les milieux granulaires. Une relation entre la vitesse de propagation des ondes et la contrainte macroscopique appliquée sur l'échantillon peut alors être obtenue.

Enfin les notions de mécanique indispensables pour notre étude seront rappelées, dans le cas d'un milieu isotrope continu, et appliquées au cas particulier des essais oedométriques. Le cas de la plasticité est évoqué à travers le critère de Mohr-Coulomb (le plus simple), qui donne une condition sur les contraintes uniquement. L'aspect viscoélastique d'un solide est enfin présenté à travers les modèles de Kelvin-Voigt et de Zener. Dans le cas de sollicitations périodiques, ces modèles donnent des relations entre la contrainte et la déformation par le biais d'un module élastique complexe dépendant d'un ou plusieurs temps caractéristiques.

Dans le chapitre II, nous nous intéresserons au comportement mécanique du milieu granulaire lors de chargements quasi-statiques en grande déformation (ϵ de presque 10^{-2}). La préparation des échantillons, le dispositif expérimental utilisé et les conditions d'expériences seront d'abord précisés, et nous insisterons sur la reproductibilité des expériences. Les résultats seront présentés par les courbes de la déformation axiale et de la vitesse de propagation des ondes en fonction de la contrainte axiale, et l'aire de la boucle « déformation-contrainte axiales », liée à la dissipation d'énergie, sera donnée. Dans une première partie, des cycles simples de charge/décharge permettront d'étudier le comportement mécanique du

milieu granulaire et l'évolution de la vitesse des ondes acoustiques. Nous testerons l'influence de divers paramètres de contrôle : l'amplitude ainsi que la vitesse (taux de déformation) de chargement, mais aussi l'état d'usure des billes. L'étude des cycles successifs de charge/décharge à amplitude constante fera l'objet d'une seconde partie. On observera une augmentation de la vitesse d'ondes ainsi qu'un tassement progressif du milieu avec le nombre de cycles. Ceux-ci dépendent également de la vitesse à laquelle les tests sont effectués. Des essais de cycles de plus faibles amplitudes (déformation de quelques 10^{-4}) à divers niveaux de contrainte seront exposés dans une troisième partie. La pente moyenne des petites boucles faites par les courbes mécaniques sont assimilées à une raideur moyenne du milieu et l'aire montre que la dissipation n'est pas négligeable. Si l'amplitude des cycles joue un rôle important, l'effet de la vitesse de chargement semble limité.

L'interprétation des résultats et la discussion seront réalisées à l'aide différents modèles. Nous chercherons l'origine de l'écart observé entre les lois de puissance prévues par la théorie de Hertz et celles obtenues sur les courbes expérimentales. L'influence d'une viscosité éventuelle et l'origine de la déformation plastique observée seront discutées. La mobilisation des contacts dans le milieu sera abordé à travers différentes approches. Le modèle d'un empilement régulier de sphères (présenté dans le 1^{er} chapitre) permet de calculer le nombre de coordination. Celui-ci dépend du cube de la vitesse des ondes ultrasonores et de l'inverse de la racine carré de la contrainte appliquée sur l'échantillon. La part de déformation élastique sera quant à elle estimée par une méthode d'intégration par rapport à la contrainte, utilisant la vitesse de propagation des ondes dans le milieu. Enfin, le rapport du module élastique dynamique, procuré par la méthode acoustique, sur la pente des courbes mécaniques, assimilables à une raideur lors de la décharge, est de l'ordre de 10. Nous nous demanderons d'où provient un écart si important.

Le chapitre III traitera de l'évolution temporelle du milieu granulaire à travers des essais de fluage et de relaxation. La relaxation est la diminution de la contrainte lorsque la déformation du milieu est fixée, alors que le fluage correspond à l'augmentation de la déformation quand la contrainte imposée reste constante. Ces deux types d'essais seront détaillés et mis en parallèle pour être comparés. Dans les deux cas, la vitesse des ondes croît avec la durée des essais, ou encore appelée « temps d'attente », qu'il soit de quelques secondes ou d'une heure. Divers paramètres de contrôle, comme ceux testés dans le chapitre II, influencent l'évolution du milieu. On observe des tendances similaires pour les cas de fluage ou de relaxation. Une diminution de la vitesse de chargement ainsi qu'un état d'usure important des billes réduisent l'évolution des variables. La contrainte (initiale pour la relaxation ou celle de confinement du fluage) a des effets différents sur les variations relatives de la vitesse d'onde ou de la variable (ϵ ou σ).

L'origine du vieillissement observé des propriétés d'élasticité du matériau sera discutée et une comparaison avec les résultats classiques obtenus dans les sols et autres milieux divisés sera effectuée. Puis quelques modèles de comportement seront utilisés pour aider à la compréhension de la physique et la recherche d'un éventuel temps caractéristique de la réponse mécanique du milieu granulaire. En particulier, le modèle de Zener prévoit une variation en exponentielle décroissante du temps qui semble s'appliquer assez bien au début des essais, alors qu'une évolution plutôt logarithmique paraît mieux adaptée aux temps longs.

Chapitre I : Caractérisation du milieu granulaire sec confiné par propagation d'ondes ultrasonores 10

I.1 Milieux granulaires denses désordonnés.....	10
I.1.1 Origine du désordre.....	10
I.1.2 Distribution des forces dans un milieu granulaire	10
I.1.3 Caractérisation des réseaux de forces	12
I.2 Propagation des ondes dans un milieu granulaire	15
I.2.1 Ondes cohérentes et ondes diffusées	15
I.2.2 Mesure de la vitesse de propagation des ondes cohérentes	16
I.2.3 Dépendance de la vitesse d'onde avec la contrainte.....	17
I.3 Modélisation : de la micro-mécanique des contacts à l'approche des milieux effectifs	18
I.3.1 Théorie de Hertz-Mindlin	18
I.3.2 Propagation d'une onde élastique le long d'une chaîne de billes... ..	22
I.3.3 Propagation d'ondes élastiques dans un milieu effectif	23
I.4 Quelques notions sur l'essai oedométrique et la viscoélasticité ..	28
I.4.1 Rappels des constantes d'élasticité dans un milieu isotrope	28
I.4.2 Essai oedométrique	30
I.4.3 Critère de rupture de Mohr-Coulomb	32
I.4.4 Modèles phénoménologiques de milieux visco-élastiques.....	36
I.5 Conclusion	41

I Caractérisation du milieu granulaire sec confiné par propagation d'ondes ultrasonores

I.1 Milieux granulaires denses désordonnés

I.1.1 Origine du désordre

Les assemblages granulaires sont des arrangements aléatoires de grains frottants et il existe un désordre géométrique dans ces milieux [Jae96] [Mue98]. Lors d'un chargement, ce dernier induit une répartition désordonnée des efforts intérieurs. Dans un empilement de sphères identiques, les positions des centres des sphères sont désordonnées, à moins qu'une préparation spéciale soit appliquée ou qu'il existe des forces interparticulaires (forces de Van der Waals) en dehors du contact frictionnel entre sphères dures. Cela est dû au fait que la structure de base d'un empilement 3D de sphères est un tétraèdre, ce qui entraîne une structure locale icosaédrique avec cinq plans de symétrie, connue pour être incompatible avec l'ordre cristallin. Il y a ainsi un écart entre l'ordre maximal obtenu dans un cristal ayant une compacité de 0,74 (cristal cubique à faces centrées ou hexagonal compact) et celui d'un empilement de sphères identiques dures déposées de manière aléatoire.

Ces empilements désordonnés peuvent alors atteindre une compacité maximale de $0,635 \pm 0,005$. Cet état compact est désigné par l'abrégié « RDP » ou « RCP » [Ber83] (en anglais : random dense ou close packing). Il existe également des états plus lâches et l'empilement le moins compact est abrégé par « RLP » (random loose packing). D'après Onoda et Liniger [Ono90], l'état RLP correspond à l'empilement le plus lâche de sphères uniformes non-cohésives et est relatif à des empilements minimums où les contraintes hydrostatiques et de cisaillement sont couplées. Cet état est obtenu expérimentalement par les auteurs en faisant tendre la force gravitationnelle effective vers zéro, en plongeant des billes de verre dans un liquide dont la densité peut être ajustée (mélange toluène/di-iodométhane). La valeur de compacité minimum serait alors de $0,555 \pm 0,005$ [Ono90]. De plus, si le désordre existe pour un empilement de sphères identiques, les grains réels ne sont jamais vraiment d'une taille unique, ce qui accroît encore le désordre géométrique dans les milieux granulaires.

I.1.2 Distribution des forces dans un milieu granulaire

Le désordre inhérent au réseau des contacts a pour conséquence directe la forte hétérogénéité locale de la répartition des efforts au sein du milieu [Mue98]. Par ailleurs, que l'empilement soit régulier ou non, il existe toujours un désordre des forces de contact lié au frottement solide-solide entre grains. Au niveau microscopique, à l'intérieur d'un empilement granulaire comprimé, les forces sont transmises par les contacts entre les particules. Sous un chargement graduel, les grains sont légèrement déplacés, ce qui change les contacts entre eux et les charges locales qu'ils supportent. Les expériences réalisées par Liu et al. [Liu96] révèlent que, dans un milieu granulaire sous compression, les contraintes sont transmises, principalement dans la direction du chargement extérieur, le long des chaînes de forces. Ces chaînes présentent des bifurcations et des branchements au niveau des grains et forment ainsi un réseau complexe dans l'échantillon, qui peut être considéré comme un réseau de percolation.

Si la charge extérieure augmente, de plus en plus de chaînes de forces apparaissent, qui subissent des changements erratiques [Mak00]. Ceci a lieu jusqu'à ce que le système atteigne un état de saturation, lorsque toutes les particules subissent des charges comparables. Le système se comporte alors comme un matériau global « en volume » [Hid02]. Les comportements quasi-statiques et dynamiques d'un milieu granulaire sont donc intrinsèquement liés à la structure de l'empilement et au réseau des forces de contacts.

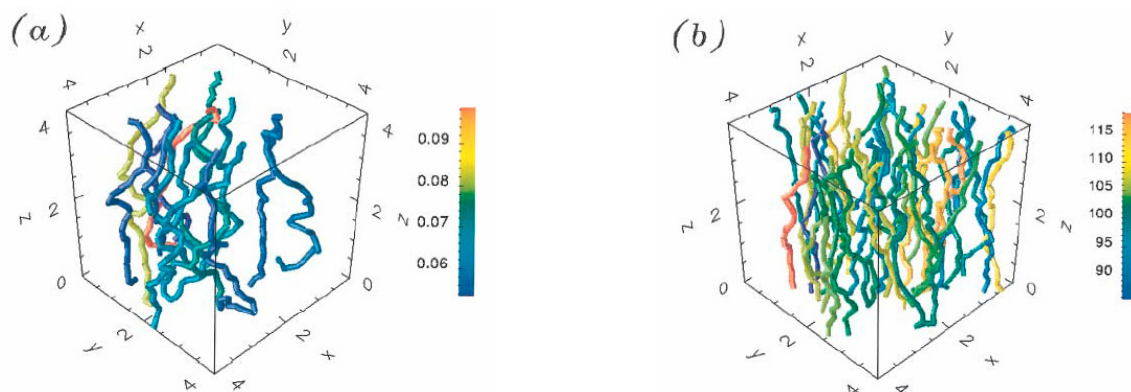


Figure I.1.2_1 : Simulation numérique de Makse et al [Mak00] : augmentation du nombre de chaînes de forces et de la charge supportée avec le chargement extérieur (a) 21kPa et (b) 100MPa ; Le code de couleurs correspond à la force totale subie par la chaîne

La distribution hétérogène des forces de contacts [Dan57] est une mise en évidence directe de l'échelle mésoscopique dans les milieux granulaires. Des études par simulations numériques réalisées par Radjai et al en 1996 [Rad96] et 1999 [Rad99] montrent le caractère bimodal de la transmission des efforts à cette échelle. Les contacts interparticulaires forment deux réseaux complémentaires : un « faible » qui subit des forces de valeurs inférieures à la moyenne, et un « fort » qui supporte au contraire des efforts supérieurs à la force moyenne. Ces deux réseaux présentent des comportements relativement différents. Le réseau fort est formé de chaînes de force continues, qui traversent le milieu dans la direction principale d'application de l'effort extérieur. Au contraire, les directions des forces du réseau dit « faible » sont aléatoires. De plus, la totalité des contraintes de cisaillement est supportée par le réseau fort, alors que le réseau faible contribue seulement à la pression moyenne dans l'empilement granulaire.

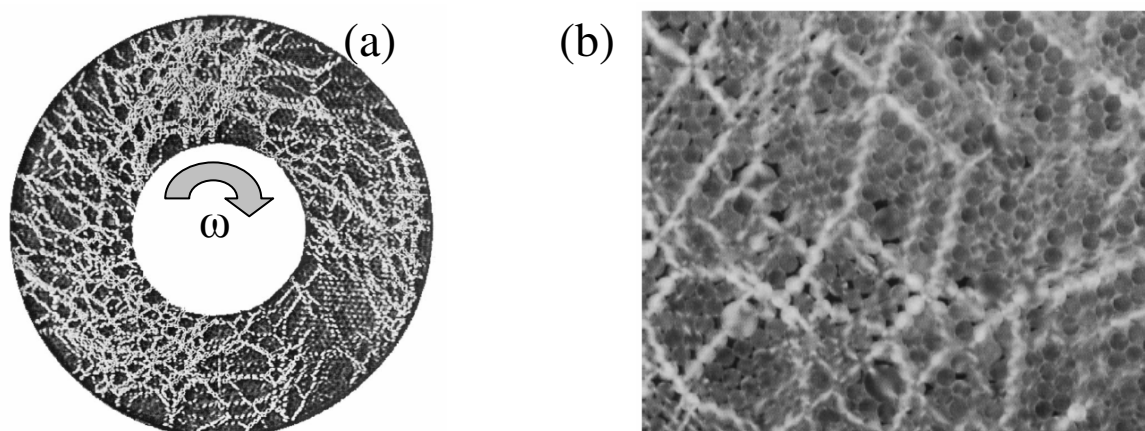


Figure I.1.2_2 : Chaînes de force dans un empilement 2D de grains (a) sous cisaillement dans une cellule de Couette [Beh99] ou sous compression uniaxiale (b) [Tra87]

I.1.3 Caractérisation des réseaux de forces

I.1.3.i Méthodes existant pour sonder le milieu

Diverses méthodes ont été utilisées pour étudier les milieux granulaires et visualiser les réseaux de force et de contacts. Il existe diverses méthodes : d'observation simple, optique, acoustique ou de mesure de la conductivité thermique ou électrique des billes. Mais nous n'aborderons pas ici ces dernières car elles ne sont pas utilisables dans notre cas, puisque nous utiliserons des billes de verre, donc un matériau isolant (thermique et électrique). Voyons quelques unes de ces techniques actuelles et leurs limites, afin de justifier par la suite notre choix.

Tout d'abord, la répartition des contacts entre les grains et les parois du récipient a été étudiée par Mueth et al. [Mue98] grâce à une méthode utilisant du papier carbone, mise au point par Dufresne & al. [Duf94] au Laboratoire des Ponts et Chaussées. Une fine feuille de papier carbone et une feuille blanche sont posées sur les surfaces appuyant sur le milieu granulaire (supérieure, inférieure ou parois latérales du cylindre). Lorsque les billes sont comprimées, elles laissent une trace sur le papier qui correspond à la région du contact. L'aire et la noirceur de la trace dépendent de la contrainte appliquée. Ainsi la distribution des forces a pu être parfaitement mise en évidence. Cette méthode permet de visualiser les contacts entre un bord du récipient et les granules, mais paraît inutilisable à l'intérieur même du milieu.

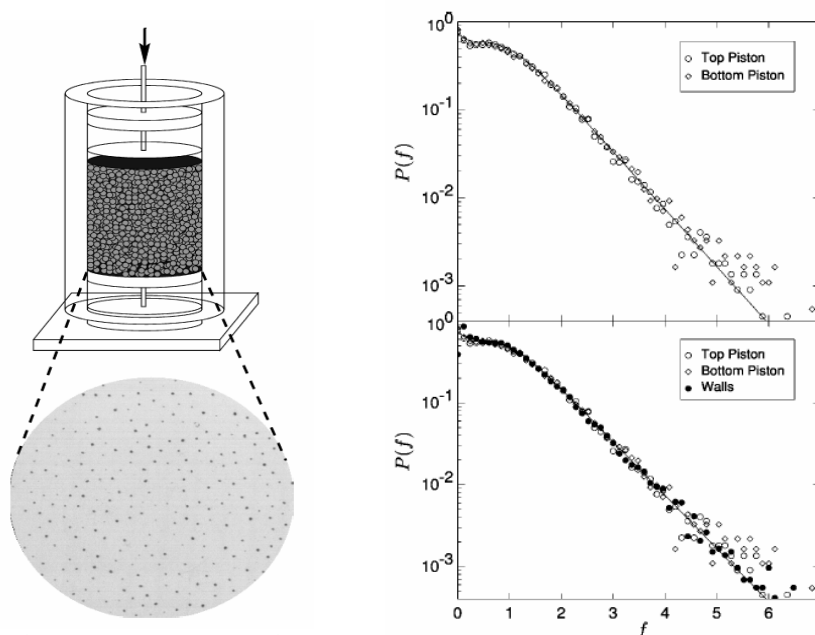


Figure I.1.3_1 : Schéma du montage utilisé par Mueth et al. [Muet98] (à gauche) et distribution $P(f)$ des forces normalisées f sur les pistons et la paroi du cylindre

Ensuite, les chaînes de contact et la répartition des forces dans le milieu peuvent être observées grâce aux techniques de photoélasticité [Dre92] (voir Figure I.1.2_2). Les expériences consistent à placer un empilement de disques d'un matériau biréfringent (pyrex, plexiglas) entre polariseurs croisés. Si rien ne change la polarisation de la lumière entre les polariseurs, aucune lumière ne traverse. Lorsqu'une force extérieure est appliquée, l'indice optique des disques comprimés change ainsi que la polarisation ; ces cylindres qui supportent les efforts apparaissent alors plus lumineux. L'intensité lumineuse obtenue est proportionnelle au carré de la contrainte appliquée. Cependant si cette technique photo-élastique permet parfaitement de visualiser les chaînes de force, des mesures quantitatives de la distribution des forces s'avèrent difficiles. De plus, cette méthode est surtout utilisable pour des empilements 2D, car elle nécessite des conditions expérimentales délicates à mettre en oeuvre pour des empilements 3D. Enfin les systèmes granulaires constitués de grains opaques ne peuvent pas être explorés avec cette technique.

Pour observer la microstructure des sols, des méthodes d'analyses d'images existent comme celle développée par Cheng et al [Che01]. Leur méthode réunit plusieurs techniques. Elle couple d'abord la photographie numérique d'une part, qui fournit des observations à l'échelle du grain du sable sous contrainte, et d'autre part, des mesures de la déformation macroscopique. Ensuite l'analyse d'image sert à quantifier le changement de forme des particules et l'augmentation de l'anisotropie. Mais les images ne sont réalisables que sur une surface du milieu, non en 3D.

La géo-endoscopie est un autre moyen d'analyse [Bre01]. Cette technique relie les informations mécaniques collectées par un test de pénétration d'un cône fin et les informations morphologiques obtenues d'images enregistrées avec un endoscope. Une caractérisation rapide in situ du milieu est ainsi possible, sans causer beaucoup de dégâts dans le matériau (seulement une cavité de 20mm de diamètre) et les paramètres mesurés avec ces tests (résistance à la pénétration du cône et propriétés morphologiques) sont des données locales et très précises. De plus, le couplage de ces deux types d'informations, mécaniques et morphologiques, permet une caractérisation in situ de l'état du milieu – densité et taux de vides par exemple. Cette méthode est donc très intéressante pour étudier un matériau granulaire dans son environnement naturel mais reste coûteuse.

La tomographie par rayon X est une autre ressource possible, qui permet de reconstituer un milieu granulaire en 3D à partir des coordonnées des centres des particules. [Ric03] [Sak04]. La tomographie est une technique qui génère un ensemble de données, le tomogramme, qui est une représentation en 3D de la structure et de la variation de composition à l'intérieur d'un échantillon. Chaque point tridimensionnel du tomographe est appelé un voxel. Un faisceau polychromatique de rayons X, issu d'une source micro-focus, est utilisé pour sonder l'échantillon et une caméra sert à enregistrer ces rayons qui ont traversé le matériau. Cela donne une radiographie en transmission des rayons X. Pour générer un tomogramme, il est nécessaire d'acquérir une série de radiographies sous différents angles de vue, en faisant tourner l'échantillon sur lui-même. Cet ensemble de radiographes, encore appelé données de projection, est traité par un algorithme de reconstruction pour construire le tomogramme de l'échantillon. Une visualisation 3D est ainsi obtenue dont la résolution spatiale est très bonne, la taille des voxels pouvant aller jusqu'à 1µm. Cette technique fournit une visualisation de grande précision et donne ainsi, grâce à l'extraction de la microstructure, de précieuses informations, comme la géométrie dans le volume de l'échantillon, la distribution de la taille des grains ou le réseau des contacts et son évolution. [Ric03] [AIR07] En contrepartie, cette technique demande des appareils coûteux et des temps très longs pour l'acquisition des données. En effet, comme les données de projection sont collectées par un faisceau conique le long d'une trajectoire circulaire, il faut que l'échantillon tourne sur lui-même de 360° pendant l'acquisition et le nombre de projections nécessaires est lui-même proportionnel (facteur /2) au nombre de pixels au niveau de la largeur du détecteur. Ainsi le tableau présenté ci-dessous qui rend compte de la durée de ces acquisitions, nous indique des temps d'au moins 45 minutes. Cette technique est donc relativement difficile et longue à mettre en œuvre.

Voxels	Projections	Data size	Acquisition times (h)
512 ³	800	400 MB	$\frac{3}{4}$ –10
1024 ³	1600	3.1 GB	3–28
2048 ³	3000	24 GB	15–48

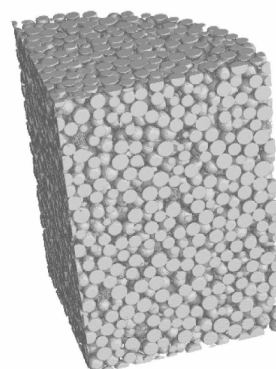


Figure I.1.3_2 : Caractéristiques des expériences de tomographies par rayon X et image reconstituée d'une partie d'un milieu granulaire 3D de billes de verre 200-400µm [Ric03]

Enfin une méthode d'étude de l'émission acoustique d'un milieu granulaire peut être employée. Lorsque l'échantillon granulaire est sollicité, la création et la restructuration des chaînes de force entraînent des déplacements des particules, qui peuvent être suivis expérimentalement en enregistrant les ondes acoustiques émises. Cette méthode a par exemple été utilisée par Hidalgo et al. en 2002 [Hid02] pour réaliser une étude sur l'évolution des chaînes de percolation dans un milieu granulaire sous compression. Les expériences décrites utilisent un récipient cylindrique rempli de billes de verre et d'eau dont la pression est maintenue constante durant la compression uniaxiale. Des détecteurs acoustiques placés sur les parois enregistrent les signaux acoustiques émis lors des déplacements de grains. L'exploitation de l'émission acoustique est parfaitement adaptée à l'étude des avalanches, souvent réalisée grâce à l'utilisation d'un tambour tournant rempli à moitié de grains [Eve91]. Cette technique est peu coûteuse et simple à mettre en œuvre, car il suffit de placer des microphones à l'intérieur ou proche du milieu granulaire. Cependant elle ne permet pas de sonder réellement les contacts entre grains, car l'émission acoustique ne provient que des grains qui se déplacent ; ceux qui supportent les efforts sans être déplacés ne sont pas pris en compte.

I.1.3.ii Intérêt de la méthode acoustique

L'utilisation de la propagation d'ondes acoustiques dans le milieu granulaire peut servir de sonde aux milieux granulaires 3D [Liu92]. Dans un empilement statique de grains non-cohésifs sous contrainte, des visualisations photoélastiques [Tra87] et des simulations numériques ont montré les distributions très hétérogènes des forces de contact entre les particules. Les chaînes de forces, qui supportent les efforts dans le système, s'étendent sur des longueurs supérieures à la taille des grains et n'impliquent qu'une petite fraction du nombre total des grains. Bien que les surfaces de contact entre billes soient faibles, les ondes peuvent se propager d'un grain à ses voisins par ces contacts. Lorsque son amplitude est assez faible, l'onde ne perturbe pas le réseau de force et sert de sonde du milieu 3D [Jia99], [Jia01].

Les moyens acoustiques apparaissent alors comme un bon outil d'investigation du milieu et complètent l'exploitation des essais mécaniques. A faible amplitude, aucune modification des contacts n'est induite par le passage des ondes au sein du milieu granulaire. [Jia99]. Des transducteurs piézo-électriques, émetteur et récepteur, couplés à un oscilloscope donnent une visualisation directe de l'onde propagée dans le milieu. Le signal reçu contient des informations à la fois sur le volume global de l'échantillon granulaire, ainsi que sur les contacts dans le milieu. Les expériences réalisées au LPMDI montrent que la propagation des ondes ultrasonores fournit une méthode non-intrusive des réseaux de contacts, permettant de caractériser les propriétés viscoélastiques instantanées et de suivre l'évolution structurale du milieu [Jia01], [Jia03]. La méthode acoustique, permettant d'obtenir de façon directe des informations sur les milieux granulaires en 3D, est d'autant plus intéressante qu'elle est peu coûteuse et simple à mettre en œuvre. Notons que l'envoi d'une impulsion dans un échantillon et l'étude de l'évolution de la vitesse de propagation d'une onde est également largement utilisée en génie civil pour la mécanique des sols [Nak96].

I.2 Propagation des ondes dans un milieu granulaire

Tous les essais réalisés dans le cadre de cette thèse portent sur la propagation d'ondes ultrasonores dans un échantillon de matériau granulaire (billes de verre) placé dans un récipient cylindrique et soumis à un chargement axial sans déformation latérale. Nous allons nous intéresser ici plus particulièrement à la méthode acoustique expérimentale utilisée.

I.2.1 Ondes cohérentes et ondes diffusées

La compréhension et l'utilisation des ondes acoustiques propagées dans les milieux granulaires ont fait l'objet de nombreuses études depuis une dizaine d'années. En particulier, Jia et al depuis 1999 [Jia99] ont détaillé le signal reçu après transmission à travers un ensemble de grains (des billes de verre) et les différentes informations qui peuvent être obtenues de ce signal. Il ressort de ces études que, lorsque l'amplitude reste faible, les ondes ultrasonores offrent une méthode d'investigation non-invasive du milieu 3D, bien adaptée à l'étude et à la caractérisation de la structure et des propriétés viscoélastiques des matériaux granulaires.

Un transducteur ultrasonore de compression, dont la membrane vibre uniformément de quelques nanomètres, envoie une impulsion brève de quelques microsecondes, avec un spectre large bande (de 20kHz à 1Mhz) centré en 500kHz. Le but est d'obtenir une excitation la plus courte possible. L'émission de ces impulsions excite des ondes de compression et de cisaillement. Bien que les surfaces de contact entre billes soient faibles ($\sim 10^2 \mu\text{m}^2$), les ondes peuvent se propager d'un grain à ses voisins à travers les contacts. Lorsque l'amplitude d'excitation est assez faible, l'onde ne perturbe pas le réseau de force et sert de sonde directe du milieu 3D [Jia99 et 01]. Le signal reçu est visualisé sur un oscilloscope. Des exemples de ces signaux enregistrés, ici pour différentes tailles de billes, sont présentés figure I.2.1_1, ainsi qu'un schéma du montage dans l'insert de la première figure (T et D représentent respectivement les transducteurs piézo-électriques de transmission et de détection du signal).

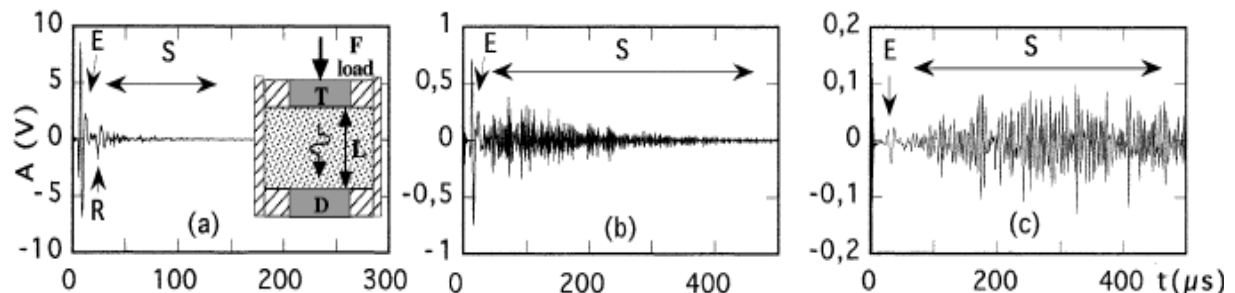


Figure I.2.1_1 : Signaux ultrasonores mesurés, sous une pression de 0,75MPa, pour des billes de diamètres (a) 0,2-0,3 mm (b) 0,4-0,8 mm ou (c) 1,5 \pm 0,5mm [Jia99]

Le signal au niveau du récepteur est composé de deux parties : le début du signal (noté E sur la figure) provient d'une onde cohérente, alors que le reste du signal, très accidenté, est le « speckle » acoustique (noté S), qui correspond aux ondes multiples diffusées dans le milieu granulaire. Cette diffusion a lieu à cause de la répartition inhomogène des contraintes dans le milieu [Jia99]. Le pulse E est un signal basse fréquence (environ 70kHz) et correspond à une onde effective, auto-moyennée et se propageant de façon balistique à une vitesse qui dépend de la pression appliquée sur le milieu, comme nous le verrons par la suite. Le signal incohérent S est de haute fréquence (environ 500kHz) et très sensible à la configuration du milieu [Jia01]. En effet, le son se propage d'un grain à ses voisins à travers les contacts, éléments constitutifs du réseau de force. Un mouvement d'un ou plusieurs grains peut alors supprimer ou créer, de manière instantanée, une chaîne de force le long de laquelle se propagent les ondes, produisant ainsi un speckle acoustique différent. Celui-ci sert donc d'empreinte pour une configuration donnée des grains.

Lorsque la taille des billes reste faible devant la longueur d'onde ($\lambda > 10 \cdot \text{diamètre}$), la propagation des ondes élastiques est essentiellement balistique, d'où la dénomination d'onde balistique ou cohérente. Cette onde de basse fréquence ne varie pas avec la configuration du milieu granulaire et est reproductible si le protocole de préparation de l'échantillon est toujours le même. Au contraire, si la longueur d'onde et le diamètre des billes sont du même ordre de grandeur, l'onde est extrêmement sensible à l'agencement des grains. Finalement, le signal E sera représentatif du milieu dans sa globalité, comme un milieu effectif, alors que le signal S fait ressortir l'aspect granulaire et unique de chaque échantillon. Nous nous intéresserons par la suite à la propagation balistique du signal, avec une longueur d'onde toujours supérieure à trois diamètres de bille au moins. Le « speckle » acoustique n'apparaît pas sur nos signaux. Expérimentalement, la partie accidentée du signal reçu peut être éliminée grâce à l'utilisation d'un transducteur récepteur de plus grandes dimensions. Sur les signaux étudiés sur l'oscilloscope (cf. figure I.2.2_1), la partie irrégulière est liée aux échos, c'est-à-dire aux ondes cohérentes qui font plusieurs allers-retours entre l'émetteur et le récepteur.

I.2.2 Mesure de la vitesse de propagation des ondes cohérentes

L'objectif de nos essais est d'étudier l'évolution de la vitesse de propagation des ondes cohérentes dans le milieu granulaire. Pour calculer cette vitesse, il faut mesurer le temps de vol du signal. Connaissant la distance entre émetteur et récepteur ultrasonores (= la hauteur H_{gran} du milieu), le calcul de la vitesse de propagation des ondes est : $V_{\text{son}} = H_{\text{gran}} / (T_{\text{vol}} - T_0)$. Notons que l'instant « zéro » T_0 où le pulse est envoyé est bien enregistré par l'oscilloscope. L'oscilloscope est synchronisé avec l'ordinateur qui génère le pulse électrique ; celui-ci est envoyé à la fois au transducteur piézo-électrique et à l'oscilloscope, pour déclencher la prise de mesure et donner le temps zéro. Dans notre cas, T_0 est de valeur nulle.

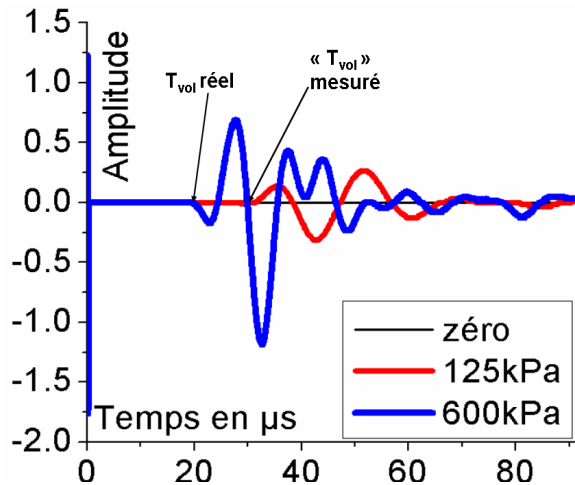


Figure I.2.2_1 : Signaux acoustiques reçus pour deux états de contrainte différents sur un même échantillon et mesure du temps de vol

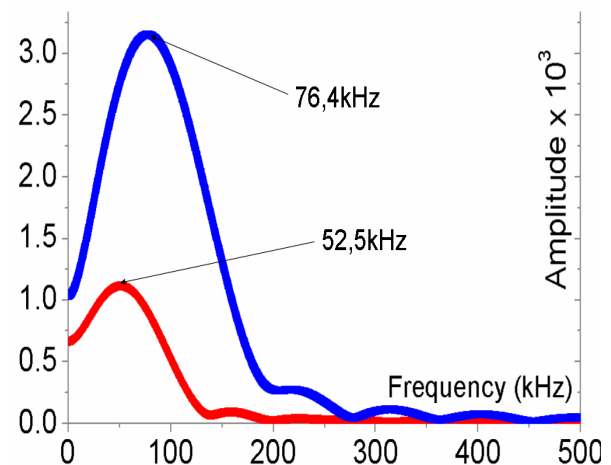


Figure I.2.2_2 : Contenus fréquentiels (FFT) des signaux acoustiques avec une fenêtre rectangulaire sur l'oscillation principale

En théorie, le temps de vol correspond à l'arrivée première du signal au niveau du récepteur. En pratique, T_{vol} est difficile à déterminer, car l'instant où le signal devient non nul est difficile à mesurer avec précision. Un autre instant du signal, plus visible, doit donc être pris. La première idée était de prendre le pic de plus grande amplitude. Mais en zoomant sur ce pic, le sommet apparaît comme plat et il est alors difficile de définir un instant précisément. Le choix s'est alors arrêté sur une intersection du signal avec le zéro de référence. La première intersection aurait été la plus proche du vrai temps de vol, mais le signal changeant de forme, cela était impossible. En effet, aux faibles contraintes, le signal reçu ne présente pas la 1^{ère} oscillation vers le bas, visible à forte contrainte, mais un pic vers le haut.

Nous avons alors choisi de relever l'intersection entre la référence nulle et le signal après la première oscillation vers le haut. L'erreur de mesure sur ce temps est alors de 0,64 %. Bien évidemment la vitesse ainsi obtenue est sous-évaluée. De plus, le changement de forme du signal reçu induit aussi une évolution du contenu fréquentiel, bien visible sur l'oscillation de plus grande amplitude (figure I.2.2_2). Cela entraîne un écart supplémentaire entre le temps de vol réel et celui relevé. Une étude préliminaire a cependant montré que la vitesse de propagation de l'onde de compression, estimée avec le temps que nous avons choisi de relever, est supérieure à la vitesse réelle d'un facteur de 1,23 qui peut être pris constant. L'erreur entre la vitesse réelle de propagation des ondes et celle estimée par cette méthode atteint généralement 3,5% au plus, sauf à contrainte très faible (typiquement inférieure à 20kPa) où l'erreur peut atteindre 12%. Compte tenu de la bonne reproductibilité de la mesure de T_{vol} par cette procédure, et de la faible erreur introduite par la méthode d'estimation, il a été choisi d'adopter systématiquement comme estimation de vitesse la valeur $1,23 \cdot H_{gran} / T_{mesuré}$. De plus, ce sont les comparaisons des tendances entre les différentes courbes et les variations relatives de vitesse qui seront souvent utilisées.

I.2.3 Dépendance de la vitesse d'onde avec la contrainte

La vitesse de propagation des ondes est calculée à partir de l'estimation du temps de vol, puis tracée en fonction de la contrainte appliquée sur le milieu. Dans le cas de nos expériences, un échantillon typique est de hauteur 18mm et de diamètre 32mm, constitué de billes de verre de 300-400 μ m de diamètre. La pression exercée sur le milieu allant jusqu'à 620kPa, la vitesse de propagation des ondes de compression est de l'ordre de 900m/s, et celle des ondes de cisaillement de 450m/s.

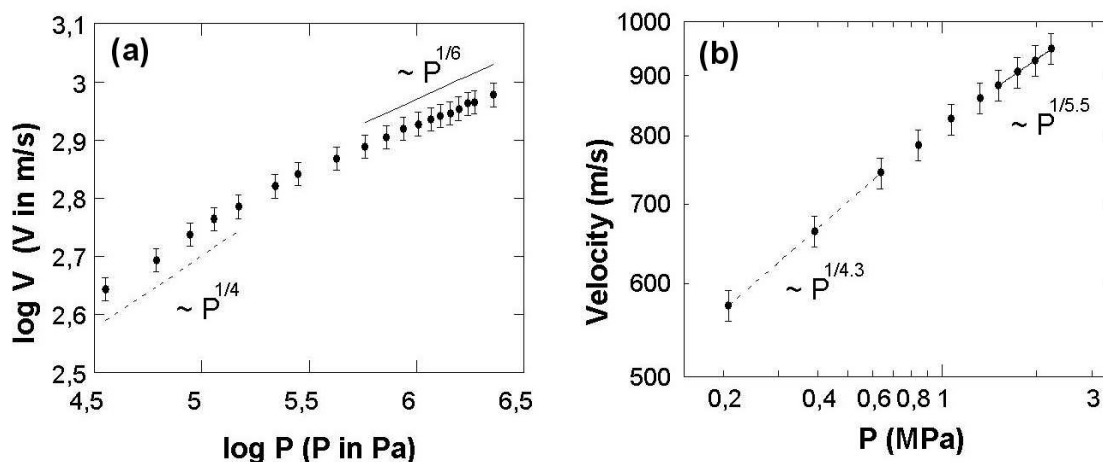


Figure I.2.3_1 : Vitesse de propagation de l'onde cohérente en fonction de la contrainte normale appliquée, dans un empilement de billes de verre 0,4 -0,8 mm: (a) onde de compression [Jia99] et (b) onde de cisaillement [Jia01]

Aux fortes contraintes, la loi de puissance en 1/6 attendue par la prévision de Hertz peut être observée (théorie détaillée par la suite). En revanche, aux faibles contraintes, la vitesse de propagation dépend plutôt du quart de la contrainte. Ce comportement avait déjà été observé, en 1957, par Duffy & Mindlin [Duf57] dans des structures ordonnées de sphères identiques (réseau cubique à faces centrées). Le même constat a été dressé par Domenico [Dom77] pour des systèmes constitués de grains irréguliers. Cette observation est aussi retrouvée en mécanique des sols. Une relation de type $\varepsilon \propto \sigma^{1/2}$ pour le comportement mécanique d'un milieu granulaire est alors proposé. Cela entraîne le fait que la vitesse des ondes est proportionnelle au quart de la contrainte : $V_{son} \propto \sigma^{1/4}$. Ces observations seront discutées en détail dans le second chapitre.

I.3 Modélisation : de la micro-mécanique des contacts à l'approche des milieux effectifs

I.3.1 Théorie de Hertz-Mindlin

Les empilements granulaires sont complexes car les grains qui les composent sont le plus souvent de tailles variables (à une centaine de μm près) et les contacts ne sont pas aussi régulièrement répartis que dans un empilement idéal de type hexagonal compact. La théorie de Hertz [Her881] permet de modéliser de façon simple les contacts entre deux billes, supposées purement élastique et subissant une compression. Cette théorie exprime la pression au niveau du contact, la distance d'interpénétration et l'aire de contact de deux billes homogènes, écrasées l'une contre l'autre par une force normale F_N . Reprenons ici, comme l'a fait Johnson dans « Contact Mechanics » [Joh85], les grandes lignes de cette théorie.

I.3.1.i Position du problème

Considérons deux billes sphériques parfaitement élastiques, de même rayon R et de même matériau (module d'Young E). Lorsque ces sphères sont simplement en contact, sans contrainte extérieure appliquée, le contact est ponctuel (Figure I.3.1.i_1a). En revanche, lorsque les sphères sont comprimées l'une contre l'autre, une déformation locale apparaît dans une petite région de forme circulaire autour du point de contact initial. En supposant le rayon R très grand devant le rayon a de cette zone de contact, cette dernière peut être considérée comme une surface circulaire. On suppose que ce plan tangent de contact reste stationnaire au cours de la compression et l'on note δ la distance d'interpénétration des centres des sphères au cours de la compression (Figure I.3.1.i_1b).

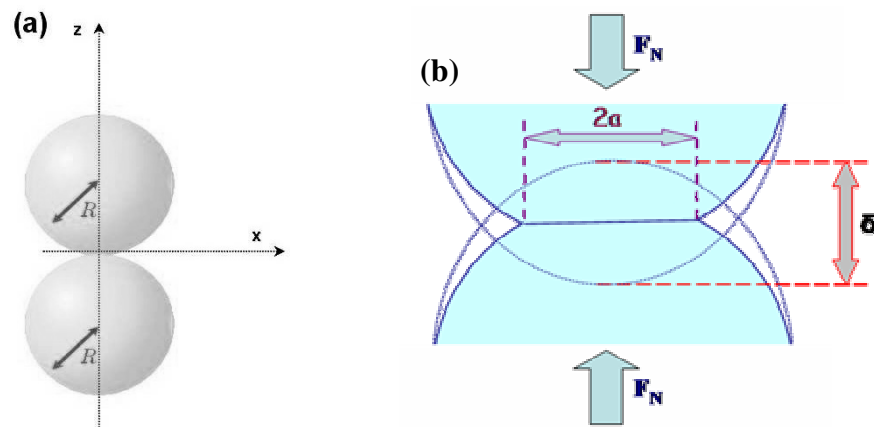


Figure I.3.1_1 : (a) Contact de deux sphères identiques de rayon R en l'absence de force extérieure : contact ponctuel. (b) Détail du contact des mêmes sphères soumises à une force normale F_N

Dans l'état comprimé, la force F_N est maintenant essentiellement répartie dans la zone de contact de surface πa^2 . Soit σ la contrainte moyenne agissant sur la surface de contact. D'après la loi de Hooke, la déformation relative ε entre les deux sphères est proportionnelle à la pression (ou contrainte σ) exercée selon :

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \quad (\text{I.3.1}_1)$$

L'ordre de grandeur de la déformation relative correspond au rapport entre le déplacement à l'intérieur de cette région sur la longueur typique de cette région :

$$\varepsilon \approx \frac{\delta}{a} \quad (\text{I.3.1}_2)$$

Comme $\delta \ll R$, une approximation au premier ordre en δ permet d'obtenir l'ordre de grandeur de l'aire de contact :

$$a \approx \sqrt{R \cdot \delta} \quad (\text{I.3.1}_3)$$

En supposant que la distribution de force F_N est homogène dans toute l'aire de contact, la pression supportée par chaque bille est :

$$\sigma = \frac{F_N}{\pi a^2} \quad (\text{I.3.1}_4)$$

En réinjectant I.3.1_2 et I.3.1_4 dans l'équation I.3.1_1, la distance d'interpénétration est :

$$\delta \approx \left(\frac{F_N}{E\sqrt{R}} \right)^{2/3} \quad (\text{I.3.1}_5)$$

Cette loi, connue sous le nom de loi de Hertz, montre que l'interpénétration entre les billes est une fonction non-linéaire de la force qui les comprime. De même, en combinant les équations 1.6 et 1.8, il vient l'expression du rayon de l'aire de contact suivante :

$$a \approx \left(\frac{R.F_N}{E} \right)^{2/3} \quad (\text{I.3.1}_6)$$

Ainsi les comportements du rayon de l'aire de contact a et la distance d'interpénétration δ ont été obtenus à l'aide d'arguments dimensionnels.

I.3.1.ii Solution de Hertz et déplacement normal

Pour obtenir les expressions exactes des coefficients multiplicatifs, il faut faire appel à la théorie de Hertz qui établit la théorie du contact statique entre deux solides en résolvant les équations de l'élasticité linéaire. Hertz a posé les hypothèses de calcul suivantes [Joh85] :

- La rugosité des sphères est négligée et le contact est supposé continu.
- Il n'y a pas de frottements au niveau des surfaces des billes ; on suppose qu'il n'y a qu'une force normale au contact transmise lors de la compression.
- La déformation reste faible et les dimensions de la zone de contact sont très petites devant la taille des solides en contact.
- Les corps sont considérés comme des milieux semi-infinis pour calculer les déformations locales.

Le module réduit est défini par $\frac{1}{E^*} = \frac{(1-\nu_1^2)}{E_1} + \frac{(1-\nu_2^2)}{E_2}$ pour deux billes, soit $E^* = \frac{E}{2(1-\nu^2)}$ dans le cas de deux billes identiques de rayon R , faites dans le même matériau.

L'aire de contact est un cercle de rayon a tel que : $a = \left(\frac{3.R.F_N}{8.E^*} \right)^{1/3}$ (I.3.1_7)

Le rapprochement δ et la pression maximale au centre du contact (en O) valent alors :

$$\delta = \left[\frac{3.F_N}{2.E^*.\sqrt{2R}} \right]^{2/3} \quad (\text{I.3.1}_8) \quad \text{et} \quad P_O = \frac{3F_N}{2\pi a^2} = \frac{3}{2} P_{moyen} = \frac{2}{\pi} \left(\frac{3.E^*^2.F_N}{R^2} \right)^{1/3} \quad (\text{I.3.1}_9)$$

On remarque que la déformation ne varie pas linéairement avec la force mais selon une loi en puissance d'exposant 2/3. Cela explique bien la non-linéarité du comportement mécanique des milieux granulaires. Ces formules restent valables pour deux billes de taille différentes : il suffit d'introduire et d'utiliser dans ces mêmes relations le rayon moyen défini par :

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}.$$

I.3.1.iii Théorie de Mindlin et déplacement tangentiel

Si Hertz a exprimé une solution au problème de l'élasticité de billes sous une force normale, Mindlin et Deresiewicz [Min53] ont pris en compte le déplacement lié à une force tangentielle. Si une force tangentielle F_T est appliquée en plus de la force axiale, elle entraîne de nombreuses modifications dans la nature et la répartition des contraintes. Dans le cas où il

n'y a pas de glissement au niveau du contact, les déplacements tangentiels de tous les points de la zone de contact sont les mêmes. Si la force tangentielle totale F_T agit sur l'axe Ox alors, par symétrie du problème, le déplacement est parallèle à l'axe Ox . La distribution de contraintes tangentielles qui produisent un déplacement tangentiel uniforme pour une région circulaire, est symétrique radialement en amplitude et s'écrit : $\sigma(r) = \sigma_0 \cdot (1 - r^2/a^2) - 1/2$ avec $\sigma_0 = F_T/2\pi a^2$ et r la distance radiale par rapport au centre de la surface de contact. Contrairement à la théorie de Hertz qui donne une relation non linéaire entre le déplacement axial et la force normale, le déplacement tangentiel U_T est proportionnel à la force tangentielle :

$$U_T = \frac{(2-\nu) \cdot F_T}{4 \cdot a \cdot G} \quad (\text{I.3.1}_{10})$$

où G module de cisaillement du matériau des sphères.

Comme G est relié au module d'Young E par la relation :

$G = E/2(1+\nu) = (1-\nu) \cdot E^*$ et a est relié à la force normale par la théorie de l'élasticité de Hertz, il vient :

$$U_T = \frac{(2-\nu) \cdot F_T}{2(1-\nu)E^* \sqrt{2R\delta}} = \frac{(2-\nu)F_T}{(2-2\nu)(3 \cdot R \cdot E^{*2} F_N)^{1/3}} \quad (\text{I.3.1}_{11})$$

Si le déplacement microscopique tangentiel est directement proportionnel à la force tangentielle appliquée, il dépend également, de manière non-linéaire et inverse, de la force normale. Comme $F_T < \mu_s \cdot F_N$ pour qu'il n'y ait pas de glissement alors le déplacement tangentiel a une limite dont l'expression ne dépend que de la force normale :

$$U_T < \frac{(2-\nu) \cdot \mu_s}{2(1-\nu)} \left(\frac{F_N}{E^* \sqrt{3R}} \right)^{2/3} \quad (\text{I.3.1}_{12})$$

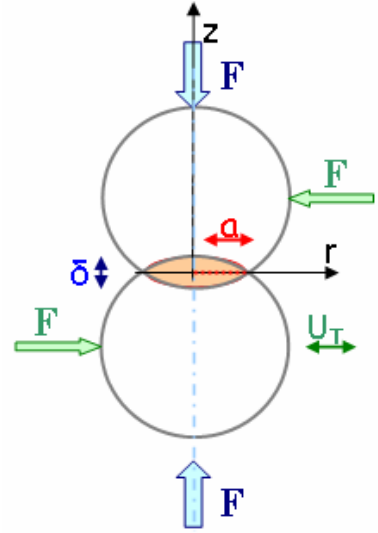


Figure I.D.1.c_1 : Définition des variables pour le contact de Hertz-Mindlin

I.3.1.iv Ordres de grandeur

Donnons quelques ordres de grandeur, dans les conditions de nos expériences, décrites plus précisément par la suite. Les billes de verre utilisées ont des diamètres compris entre 300 et 400 μm . Nous utiliserons le rayon moyen de 175 μm pour le calcul. Les forces F_0 macroscopiques, appliquées sur la surface S totale des échantillons (de 800 mm^2 environ), sont comprises entre 10 et 500N, ce qui correspond à des contraintes σ sur la surface globale allant de 12 à 627kPa. En considérant qu'il y a N_b billes en contact avec la surface S , le nombre de billes N_b peut être grossièrement évalué en divisant la surface S par la surface apparente d'une bille soit $N_b = S/\pi R^2$. La force normale F_N subit au niveau d'un contact entre deux billes peut être approchée par :

$$F_N = \frac{F_0}{N_b} = \frac{S \cdot \sigma}{N_b} \approx \pi \cdot R^2 \cdot \sigma \quad (\text{I.3.1}_{13})$$

La force apparente au niveau du contact d'une bille sur une voisine est alors de l'ordre de 1 à 60 mN pour une force macroscopique réelle sur l'échantillon de 10 à 500N. En utilisant cette approximation (I.3.1_13) dans les relations données en I.3.1_7 à 10, nous pouvons avoir une idée de l'ordre de grandeur de l'aire de contact, de la pression moyenne au niveau du contact, du rapprochement normal des centres de deux sphères, et du déplacement tangentiel :

$$a \approx \left(\frac{3\pi R^3 \sigma}{8 \cdot E^*} \right)^{1/3} \quad (\text{I.3.1}_{14}) \quad \text{et} \quad P_{\text{moyen}} = \frac{2}{3} P_0 \approx \left(\frac{6E^* \sigma}{\pi^2} \right)^{1/3} \quad (\text{I.3.1}_{15})$$

$$\delta \approx \frac{R}{2} \left(\frac{3\pi \sigma}{E^*} \right)^{2/3} \quad (\text{I.3.1}_{16}) \quad \text{et} \quad U_T < \frac{(2-\nu) \cdot R \mu_s}{2(1-\nu)} \left(\frac{\pi \sigma}{E^* \sqrt{3}} \right)^{2/3} \quad (\text{I.3.1}_{17})$$

Dans ces formules approchées, les contributions dues aux billes elles-mêmes (R et E*) ou à l'effort extérieur (à travers σ) ne sont plus équivalentes à ce qu'elles étaient dans les formules de Hertz. En effet, le rayon des billes n'intervient plus dans la pression locale et le matériau semble avoir plus d'importance que la contrainte subie (puissance 2/3 pour E* et 1/3 pour σ). Notons bien que ce ne sont là que des estimations relativement grossières. Le module d'Young du verre constituant nos billes étant de 70GPa et le coefficient de Poisson de 0,22, la valeur de E* est de 36,8GPa. Le coefficient de frottement statique du verre est de 0,9. Les graphiques suivants présentent les courbes de l'écrasement normal des billes l'une contre l'autre, du rayon de l'aire de contact et de la pression moyenne au niveau du contact, en fonction de la contrainte macroscopique appliquée sur la surface totale de l'échantillon. Dans toutes les relations précisées près des graphiques suivants, les coefficients multiplicatifs sont obtenus en utilisant les longueurs (R, a, δ) en mètres et les modules et contraintes en pascals.

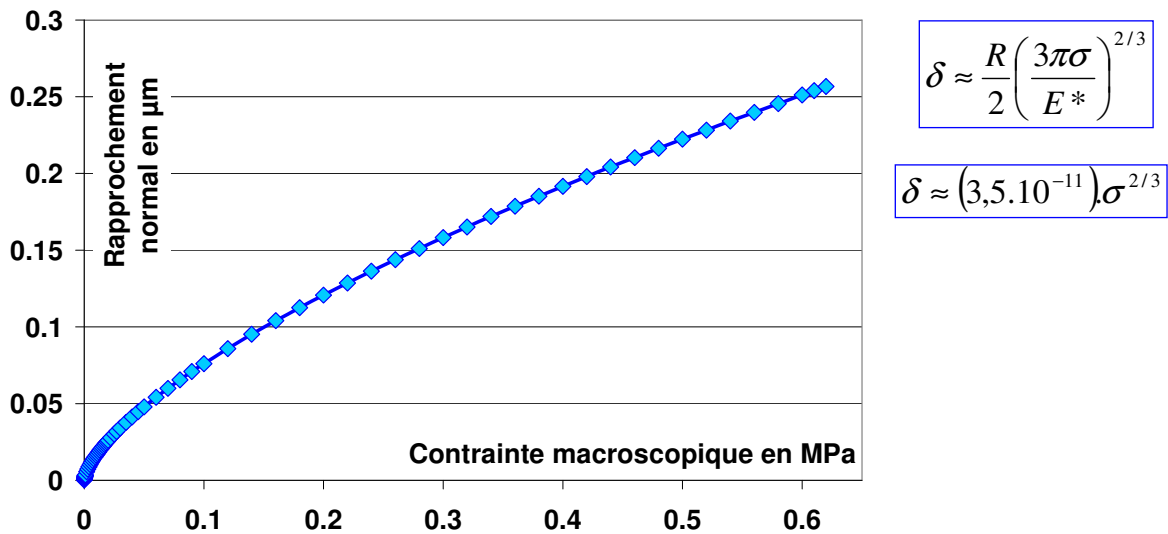
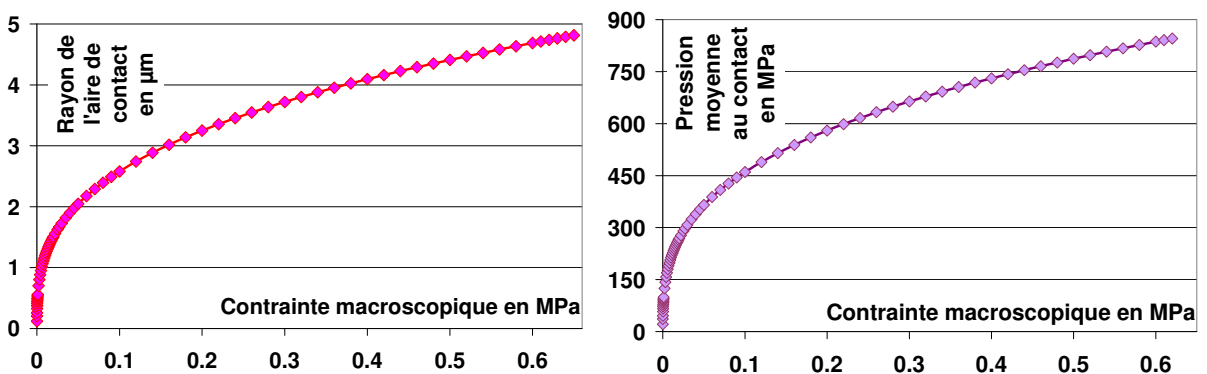


Figure I.3.1.iv_1 : Rapprochement normal de deux sphères élastiques identiques en fonction de la contrainte macroscopique appliquée, d'après l'estimation utilisant la loi de Hertz



$$a \approx \left(\frac{3\pi R^3 \sigma}{8 \cdot E^*} \right)^{1/3} \approx (5,6 \cdot 10^{-8}) \cdot \sigma^{1/3}$$

$$P_{moyen} \approx \left(\frac{64 \cdot E^* \cdot \sigma}{9\pi^2} \right)^{1/3} \approx (9,9 \cdot 10^6) \cdot \sigma^{1/3}$$

Figures I.3.1.iv_2 et 3 : Rayon de l'aire de contact et pression moyenne au niveau du contact en fonction de la contrainte macroscopique appliquée

Dans nos expériences, le rayon de l'aire de contact ainsi évalué pourrait atteindre environ $5\mu\text{m}$ et le déplacement tangentiel au maximum $0,18\mu\text{m}$. Le rapprochement normal de deux billes est inférieur à $0,26\mu\text{m}$, ce qui est 675 fois plus faible que le rayon moyen des billes, et donne une déformation maximale de l'ordre de $1,5 \cdot 10^{-3}$. Les relations entre les

pressions microscopiques et macroscopiques, exprimées en pascals, sont $P_{\text{moy}} \approx 9,9.10^6 . \sigma^{1/3}$ et $P_{\text{max}} \approx 1,5.10^7 . \sigma^{1/3}$; la pression maximale au niveau du contact entre les billes devrait atteindre 1,3GPa, dans le cas d'une contrainte maximale macroscopique de 630kPa. Comme la résistance du verre en compression simple est de l'ordre de 1GPa, on pourrait penser que les pressions locales atteintes devraient engendrer des ruptures dans les billes. Il faut toutefois noter que les pressions au niveau du contact n'est pas un état de compression simple mais un état de compression triaxiale. Cela ne semble pas vérifié expérimentalement, puisque nous n'observons pas de billes fracturées à la fin de nos essais.

I.3.2 Propagation d'une onde élastique le long d'une chaîne de billes

I.3.2.i Système masses-ressorts en compression

Pour comprendre le mécanisme de base de propagation d'une onde élastique longitudinale, nous considérerons le cas idéal d'une chaîne linéaire de billes sphériques, [Roy96]. Ces billes supposées identiques, parfaitement élastiques et alignées sont toujours en contact deux à deux, les contacts étant décrits par la théorie de Hertz. Cette ligne de billes est comprimée à ces extrémités par une force normale notée F_0 , ce qui entraîne une déformation élastique sur une distance de rapprochement notée δ_0 . Comme les déformations des billes sont confinées dans une très petite région autour du point de contact, il est possible de modéliser la chaîne de billes par un ensemble de masses ponctuelles m ($m = 4\pi R^3 \rho_v / 3$ où ρ_v est la masse volumique du verre constituant les billes et R le rayon) reliées entre elles par des ressorts non-linéaires de raideur k_0 définie plus loin.

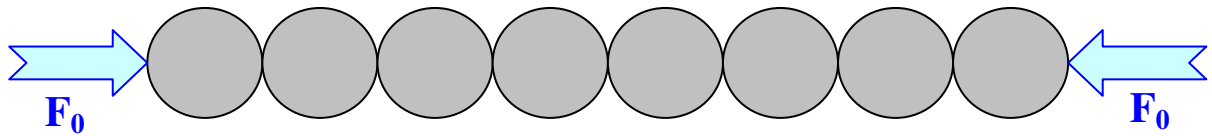


Figure I.3.2.i_1 : Chaîne unidimensionnelle de billes en contact de Hertz

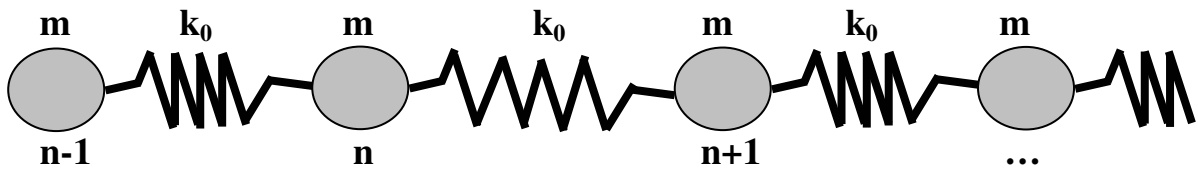


Figure I.3.2.i_2 : Equivalent des contact de Hertz : système masses-ressorts

La bille se trouvant en n^{e} position subit les forces dues à ces deux voisines $n+1$ et $n-1$. Lors du passage de l'onde, les billes sont déplacées et on note x_i le déplacement relatif de la $i^{\text{ème}}$ bille. La force due au ressort entre la bille n et la bille $(n+1)$ a pour expression :

$$F_{n+1} = C.(\delta_0 + x_{n+1} - x_n)^{3/2} \quad (\text{I.3.2}_1)$$

où, d'après la théorie de Hertz,
$$C = \frac{2\sqrt{2R}.E^*}{3} \quad (\text{I.3.2}_2)$$

L'équation fondamentale de la dynamique appliquée à la bille n s'écrit alors :

$$m \frac{d^2 x_n}{dt^2} = F_{n+1} - F_n = \frac{2\sqrt{2R}.E^*}{3} . [(\delta_0 - (x_{n+1} - x_n))^{3/2} - (\delta_0 - (x_n - x_{n-1}))^{3/2}] \quad (\text{I.3.2}_3)$$

Or $(x_n - x_{n-1}) \ll \delta_0$, un développement limité peut être effectué, dont les termes du premier ordre sont les seuls importants. Il reste alors :

$$F_n \approx C.\delta_0^{1/2} + 3/2.C.\delta_0^{1/2}(x_n - x_{n-1}) \quad (\text{I.3.2}_4)$$

$$\text{d'où } m \frac{d^2 x_n}{dt^2} = \frac{3}{2} C.\delta_0^{1/2} . (2x_n - x_{n+1} - x_{n-1}) \quad (\text{I.3.2}_5)$$

$$\text{soit } \frac{d^2x_n}{dt^2} = \frac{k_0}{m} \cdot (2x_n - x_{n+1} - x_{n-1}) \quad (\text{I.3.2}_6)$$

où les contacts entre les billes peuvent être assimilés à des ressorts de raideur k_0 :

$$k_0 = \left(\frac{\partial F_0}{\partial \delta_0} \right) = \frac{3}{2} \left(\frac{2E^* \sqrt{2R}}{3} \right) \cdot \delta_0^{1/2} = \frac{3}{2} \left(\frac{2E^* \cdot \sqrt{2R}}{3} \right)^{2/3} \cdot F_0^{1/3} = (3 \cdot R \cdot E^* \cdot F_0)^{1/3} \quad (\text{I.3.2}_7)$$

La raideur microscopique augmente donc de manière non linéaire avec la contrainte au niveau du contact puisque $k_0 \propto \sigma^{1/3}$.

I.3.2.ii Vitesse de propagation de la perturbation

La résolution de cette équation d'onde (I.3.2_6) se fait avec une solution sous la forme d'une onde. Le déplacement de la $n^{\text{ième}}$ bille s'écrit $x_n(t) = A_n \cdot e^{i(\omega t + knD)}$ où ω est la pulsation et k le nombre d'onde et $D = 2R$ diamètre des billes est la distance entre les masses voisines. Comme toutes les billes alignées sont identiques, l'énergie cinétique moyenne de chaque particule est la même donc l'amplitude A_n ne dépend pas du numéro de la bille. On peut alors écrire de manière unique : A . Si $x_n(t) = A \cdot e^{i(\omega t + knD)}$ alors $x_{n+1}(t) = A \cdot e^{i(\omega t + k(n+1)D)} = x_n(t) \cdot e^{ikD}$ et de même $x_{n-1}(t) = A \cdot e^{i(\omega t + k(n-1)D)} = x_n(t) \cdot e^{-ikD}$. En remplaçant dans l'équation d'onde, la relation de dispersion suivante est obtenue :

$$\omega = 2\omega_0 \left| \sin \frac{kD}{2} \right| = 2\sqrt{\frac{k_0}{m}} |\sin kR| \quad (\text{I.3.2}_8)$$

La pulsation $\omega_c = 2(k_0/m)^{1/2}$ est la pulsation de coupure de la chaîne : au-delà de celle-ci, les modes acoustiques longitudinaux considérés deviennent évanescents. De plus, pour un milieu non dispersif, qui est ici le cas pour des grandes longueurs d'onde, les vitesses de phase et de groupe sont confondues et correspondent à la limite du rapport ω/k quand k tend vers zéro :

$$c_\varphi = c_g = \lim_{k \rightarrow 0} \left(\frac{\omega}{k} \right) = \lim_{k \rightarrow 0} 2\sqrt{\frac{k_0}{m}} \frac{\sin(kR)}{kR} \cdot R = 2R\sqrt{\frac{k_0}{m}} \quad (\text{I.3.2}_9)$$

$$c_\varphi = c_g = \left(\frac{9 \cdot E^*}{\pi \rho_v^{3/2}} \right)^{1/3} \cdot \sigma^{1/6} \propto \sigma^{1/6} \quad (\text{I.3.2}_{10})$$

Cette relation entre la vitesse de propagation des ondes et la force appliquée présente un exposant de 1/6, caractéristique de la non-linéarité des milieux granulaires. On retrouve le fait que la vitesse de propagation de l'onde est une caractéristique du milieu qui ne dépend pas de la taille des particules (pas de contribution de R) mais du matériau les constituant à travers ρ_v et E^* .

I.3.3 Propagation d'ondes élastiques dans un milieu effectif

Le problème direct consiste ici à observer et identifier les ondes qui se propagent dans un matériau granulaire. Le problème inverse consiste à caractériser les propriétés viscoélastiques d'un matériau granulaire à l'aide des ondes cohérentes par la méthode impulsionnelle. La partie suivante présente donc certains modèles qui permettent de lier les modules élastiques aux données acoustiques. La théorie de Hertz-Mindlin décrit le mécanisme au niveau des contacts entre grains identiques, et sert de point de départ pour la modélisation du comportement global d'un milieu granulaire. De plus, il est nécessaire d'introduire le nombre moyen de contacts entre des billes (la coordinance) et d'utiliser la théorie des milieux effectifs pour le passage de l'échelle microscopique à l'échelle macroscopique.

I.3.3.i Empilement régulier

Le modèle proposé ici est basé sur un empilement idéal de couches de billes et repose sur la théorie de l'élasticité de Hertz. Le milieu est semi infini ce qui permet d'éviter les problèmes liés aux conditions limites, c'est-à-dire aux bords (figure I.3.3.i_1). Chaque bille est parfaitement élastique et l'écrasement normal suit la loi de Hertz. Toutes les billes sont supposées identiques et parfaitement sphériques, de rayon $R = D/2$. Le milieu subit une force normale F sur la surface supérieure S constante. L'empilement est régulier, fait de colonnes de billes alignées verticalement et horizontalement ; les forces f au niveau des contacts sont alors transmises uniquement dans la direction verticale et sont toutes de même valeur.

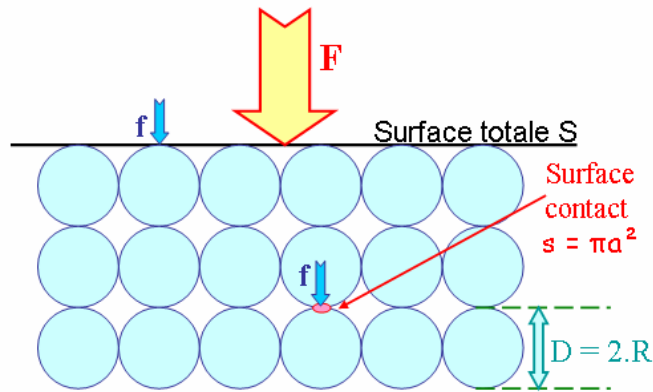


Figure I.3.3.i_1 : schéma de l'empilement utilisé pour le modèle pour le recrutement des contacts

Le milieu granulaire a une fraction volumique de solide Φ . Les grains ont une coordinance moyenne z inconnue. Soit une couche de billes, de surface totale S et de hauteur D constantes. La surface S subit une force normale F selon l'axe vertical ; cela correspond à une contrainte uniaxiale $\sigma = F/S$. Le milieu contient un nombre N_B de billes de verre. Il y a en tout $N_c = z.N_B/2$ contacts dans la couche considérée (le $1/2$ vient du fait qu'il faut compter une seule fois 1 contact entre 2 billes). Deux billes en contact sous une force normale f subissent un écrasement δ l'une contre l'autre (un rapprochement des centres des billes).

Par définition de la fraction volumique de solide :

$$\phi = \frac{\text{Volume(billes)}}{\text{Volume(total)}} = \frac{N_B \cdot 4/3 \cdot \pi \cdot R^3}{S \cdot D} \quad (\text{I.3.3}_1)$$

$$\text{donc } N_B = \frac{\phi \cdot S \cdot D}{(4\pi \cdot R^3 / 3)} = \frac{3 \cdot \phi \cdot S}{2\pi \cdot R^2} \quad (\text{I.3.3}_2)$$

Le nombre de contact est alors :

$$N_c = \frac{z \cdot N_B}{2} = \frac{3 \cdot z \cdot \phi \cdot S}{4\pi \cdot R^2} \quad (\text{I.3.3}_3)$$

La force f appliquée sur deux billes en contact est liée à la force F appliquée sur la surface totale S de la couche considérée grâce à ce nombre de contacts :

$$f = \left(\frac{F}{N_c} \right) \quad (\text{I.3.3}_4)$$

Le rapprochement normal entre les deux billes, donné par la relation de Hertz, en utilisant le module réduit $E^* = E/2(1-\nu^2)$, est :

$$\delta = \left(\frac{3f}{2E^* \sqrt{2R}} \right)^{2/3} \quad (\text{I.3.3}_5)$$

La raideur microscopique au niveau du contact entre les deux billes est donnée par :

$$k_0 = \left(\frac{d\delta}{df} \right)^{-1} = \frac{3}{2} \left(\frac{2E^* \sqrt{2R}}{3} \right)^{2/3} f^{1/3} \quad (\text{I.3.3}_6)$$

Pour simplifier l'écriture, posons :

$$\kappa = \frac{3}{2} \left(\frac{2.E^*.\sqrt{2R}}{3} \right)^{2/3} = (3.R.E^*)^{1/3} \quad (\text{I.3.3}_7)$$

utilisant (I.3.3_4), la raideur macroscopique due à l'ensemble des billes en contacts est :

$$K_0 = N_c k_0 = N_c \kappa \left(\frac{F}{N_c} \right)^{1/3} = \kappa N_c^{2/3} F^{1/3} \quad (\text{I.3.3}_8)$$

Puis en utilisant $F = S.\sigma$, et en remplaçant N_c et κ par leurs expressions exactes, il vient :

$$K_0 = \left(\frac{3.z.\phi.S}{4.\pi.R^2} \right)^{2/3} (3.R.E^*.S.\sigma)^{1/3} = \frac{3.S}{R} \left(\frac{z.\phi.E^*}{4\pi} \right)^{2/3} \sigma^{1/3} \quad (\text{I.3.3}_9)$$

Or $\sigma = M.\varepsilon$ où M est le module qui correspond à l'expérience. Dans notre cas de compression uniaxiale, le module oedométrique est $M = E_{\text{oed}}$, et $F = K_0.\delta$ donc

$$\sigma = \frac{F}{S} = \frac{K_0.\delta}{S} = \frac{K_0.\delta.R}{S.R} = \frac{K_0.R}{S}.\varepsilon \quad (\text{I.3.3}_{10})$$

Le module oedométrique de l'échantillon vaut :

$$E_{\text{oed}} = \frac{K_0 R}{S} = 3 \left(\frac{z.\phi.E^*}{4\pi} \right)^{2/3} \sigma^{1/3} \quad (\text{I.3.3}_{11})$$

De plus, la vitesse de propagation des ondes acoustiques dans le milieu (en m/s) est liée au module oedométrique, avec ρ_{app} masse volumique apparente de l'échantillon ($\rho_{\text{app}} = \Phi.\rho_v$) :

$$V_{\text{son}} = \sqrt{\frac{E_{\text{oed}}}{\rho_{\text{app}}}} \quad (\text{I.3.3}_{12})$$

$$\text{d'où } V_{\text{son}} = \sqrt{\frac{3}{\rho_{\text{app}}}} \left(\frac{z.\phi.E^*}{4\pi} \right)^{1/3} \sigma^{1/6} = \left(\frac{3}{\rho_v} \right)^{1/2} \left(\frac{zE^*}{4\pi} \right)^{1/3} \left(\frac{\sigma}{\phi} \right)^{1/6} \quad (\text{I.3.3}_{13})$$

Remarquons que cette vitesse ne dépend que des caractéristiques « internes » dues d'une part à la préparation de l'échantillon (compacité) et d'autre part aux billes utilisées (module d'Young et masse volumique du verre). Elle est bien indépendante de la géométrie du milieu testé. En effet, comme le module élastique, la vitesse de propagation des ondes sonores est une caractéristique intrinsèque au matériau granulaire donc indépendante de la taille de l'échantillon considéré. Cela a pu être vérifié en utilisant des échantillons de hauteur variées (14, 18 ou 26mm) : les courbes σ - V_{son} obtenues sur les différents essais se superposent entre elles, quelle que soit la hauteur du milieu. La vitesse de propagation des ondes est aussi indépendante de la taille des billes utilisées.

I.3.3.ii Empilement désordonné

La théorie des milieux effectifs nous permet de passer d'une échelle microscopique d'un contact entre deux billes à l'échelle macroscopique du réseau entier contenu dans l'échantillon. Elle repose essentiellement sur une approche statistique de champs moyen et l'introduction du nombre moyen de contacts pour chaque bille : la coordinance. Cette théorie des milieux effectifs reste controversée [Mak99], [Mak01]. Parmi les nombreuses études sur ce sujet, P.J. Digby, en 1981 [Dig81], détaille ce passage. Reprenons les hypothèses nécessaires et les résultats principaux de cette étude.

On considère un empilement aléatoire de particules solides sphériques identiques de rayon R . Chaque particule est élastique isotrope et homogène. Le milieu subit une pression purement hydrostatique, où les forces de contact sont normales aux surfaces de contact entre sphères et ont toutes la même valeur moyenne. Les particules sont supposées se déformer de telle sorte que les régions de contact restent plates, circulaires et toutes de même rayon a qui reste petit devant R . De plus, les sphères ont un nombre de coordinance z constant. Les particules ne subissent pas de rotation. Le déplacement normal δ au niveau de chaque contact est considéré comme étant déterminé uniquement par le champ uniforme de déformation appliquée. Avec ces hypothèses, Digby calcule les coefficients de Lamé λ et μ , et montre que les modules sont liés à la raideur locale k_0 ainsi qu'à la coordinance z et la compacité du milieu Φ : $Module \propto (z\phi)^{2/3} k_0(\sigma)$. Cela entraîne une relation pour la vitesse de propagation du son qui est : $V_{son} \propto (z\phi)^{1/3} \cdot \sigma^{1/6}$. Nous comparerons les résultats expérimentaux avec cette loi de puissance par la suite.

De plus, en utilisant la théorie des milieux effectifs, il a été montré que les vitesses de propagation des ondes de compression ou de cisaillement sont reliées aux modules effectifs de compression K et de cisaillement G et à la masse volumique apparente du milieu (qui est telle que $\rho_{app} = \Phi \cdot \rho_{verre}$) par les relations suivantes :

$$V_{compression} = \sqrt{\frac{K + (4/3)G}{\rho_{app}}} = \sqrt{\frac{E_{oed}}{\rho_{app}}} \quad (I.3.3_{14})$$

$$V_{cisaillement} = \sqrt{\frac{G}{\rho_{app}}} \quad (I.3.3_{15})$$

En pratique, ces vitesses sont donc utilisées pour étudier le comportement mécanique instantané du milieu granulaire en déduisant les valeurs des modules élastiques. Dans nos expériences, la masse volumique apparente vaut 1610 kg/m^3 . Les vitesses de propagation des ondes de compression et de cisaillement dépendent de la contrainte appliquée. Pour des contraintes macroscopiques (sur la surface de l'échantillon de 800mm^2) de 120 à 650kPa , les expériences réalisées donnent des valeurs de V_{comp} et V_{cis} respectivement de 400 à 900m/s et 160 à 370m/s . Les modules effectifs K et G restent de l'ordre de plusieurs centaines de mégapascals. : G de 120 à 220 MPa et K de 550 à 1010 MPa . D'après les relations du tableau I.D. 3.a_3, on peut déduire de ces vitesses les valeurs du module d'Young E et du coefficient de Poisson du matériau granulaire : $\nu \approx 0,4$ (qui ne semble pratiquement pas varier avec le niveau de contrainte) et $E \approx 61$ à 120 MPa .

I.3.3.iii Flambage des chaînes de force

Nous avons d'abord vu le cas d'un empilement ordonné, puis celui d'un empilement désordonné, ayant tous deux une coordinance z de valeur fixe. Le modèle proposé ici pour un empilement désordonné considère maintenant la coordinance z non pas comme une constante mais dépendant de la contrainte appliquée. Le modèle proposé par Goddard en 1990 est basé sur le flambage des chaînes de force [God90]. L'idée de l'auteur est de considérer qu'une chaîne de contacts actifs est susceptible de flamber sous l'action de la contrainte. Ces chaînes de percolation, qui traversent l'échantillon de haut en bas et supportent l'effort, sont mécaniquement instables sous un chargement de compression axiale. Une paire donnée de particules adjacentes de ces chaînes va s'adapter à cette compression axiale grâce à une petite rotation, normale à la ligne reliant les centres des billes. Dans des empilements denses et presque réguliers de sphères identiques, proches par exemple d'un empilement cubique à faces centrées (cfc), cette petite rotation est possible à cause des petits défauts de l'empilement ou des imperfections des formes mêmes des billes. Cette rotation entraîne un

déplacement latéral relatif d'une particule par rapport à l'autre. Le flambage d'une chaîne va activer de nouveaux contacts, puisque ce sont les grains situés autour de la chaîne, qui ne la touchaient pas initialement, qui vont alors bloquer son mouvement. Si la longueur de la chaîne considérée a diminué de δ_{\parallel} , le déplacement perpendiculaire à l'axe de la chaîne, noté δ_{\perp} est proportionnel à $\sqrt{\delta_{\parallel}}$. Grossièrement, le nombre de nouveaux contacts activés est proportionnel au périmètre d'un cercle de rayon δ_{\perp} . Il vient alors $N \propto \sqrt{\delta_{\parallel}}$, ce qui correspond à un comportement non-hertzien pour la force en fonction du déplacement.

Si $\rho(h)$ est le nombre de contacts formés pour un déplacement entre les hauteurs h et $h+dh$ et le déplacement total est δ , le nombre de contacts actifs N et la force F exercée sur l'empilement s'écrivent respectivement :

$$N = \int_0^{\delta} \rho(h) dh \quad (\text{I.3.3}_{16})$$

$$\text{et } F = \int_0^{\delta} h^{3/2} \rho(h) dh \quad (\text{I.3.3}_{17})$$

Si F varie comme δ^m , alors $\rho(h) \propto h^{m-5/2}$ et $N \propto \delta^{m-3/2}$. Le comportement observé en général dans les simulations numériques est retrouvé lorsque $m = 2$. Le comportement hertzien, $m = 3/2$, correspond à un nombre de contacts actifs indépendants du déplacement ou de la force. A force élevée, tous les contacts possibles sont actifs, donc ce mécanisme n'intervient plus.

Goddard prévoit ainsi que la variation du nombre de contacts est donnée par :

$$\frac{\Delta z}{\Delta z_{\max}} = \begin{cases} \sqrt{8\varepsilon} \cdot \frac{R}{d} & \text{si } \lambda \leq d \\ 1 & \text{si } \lambda \geq d \end{cases} \quad (\text{I.3.3}_{18})$$

$$\text{où } \lambda = R\sqrt{8\varepsilon} \quad (\text{I.3.3}_{19})$$

Dans ces formules, d est la taille caractéristique des imperfections, ε est la déformation axiale en compression (en utilisant la théorie du champs moyen), R est le rayon moyen des billes et z_{\max} est la coordianance maximale.

De plus, la pression de transition p^* entre les deux parties du comportement est obtenue en considérant un cas isotrope, pour lequel les valeurs d'une variable telle que Δz peut être égale à la valeur moyenne : $\Delta z = \langle \Delta z \rangle$. La pression de transition p^* est alors :

$$p^* = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \phi \cdot z_0 \hat{G} \left(\frac{d}{R} \right)^3 \quad (\text{I.3.3}_{20})$$

$$\text{où } \hat{G} = \frac{E}{8(1-\nu^2)} \quad (\text{I.3.3}_{21})$$

avec Φ densité, z_0 coordianance initiale du réseau de contacts non déformé et \hat{G} qui dépend des propriétés du matériau : E module d'Young et ν coefficient de Poisson. Dans ce cas, les modules élastiques obtenus par l'acoustique sont tels que : $Module \propto \phi^{2/3} \cdot (z(\sigma))^{2/3} k_0(\sigma)$ où la coordianance dépend du niveau de contrainte.

I.4 Quelques notions sur l'essai oedométrique et la viscoélasticité

I.4.1 Rappels des constantes d'élasticité dans un milieu isotrope

I.4.1.i Déformations

Voyons quelques rappels sur ces notions de base de mécanique des milieux continus que nous allons utiliser par la suite. Ces définitions sont parfaitement expliquées par divers ouvrages classiques de mécanique et nous reprenons ici les essentiels (H.F. Pollard [Pol77], ou Landau & Lifschitz [Lan82]). Un solide est déformable si des mouvements relatifs peuvent avoir lieu entre ses constituants, donnant lieu à un changement de forme et/ou de volume. La déformation, dans la direction i , d'une surface unitaire définie par son vecteur normal de direction k dépend des déplacements u_i et u_k dans ces deux directions. On introduit alors :

$$\varepsilon_{ik} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial k} + \frac{\partial u_k}{\partial i} \right) \quad (\text{I.4.1}_1) \quad \text{d'où } \varepsilon_{ik} = \varepsilon_{ki}$$

$$\omega_{ik} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_k}{\partial i} - \frac{\partial u_i}{\partial k} \right) \quad (\text{I.4.1}_2) \quad \text{d'où } \omega_{ik} = -\omega_{ki}$$

La déformation est représentée par un tenseur symétrique d'ordre 2, avec 6 composantes indépendantes (I.4.1_3) ; le tenseur $\overline{\omega}$ (I.4.1_4) est antisymétrique d'ordre 2, avec 3 composantes indépendantes :

$$\overline{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{xz} & \varepsilon_{yz} & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix} \quad (\text{I.4.1}_3) \quad \text{et} \quad \overline{\omega} = \begin{bmatrix} 0 & \omega_{xy} & \omega_{xz} \\ -\omega_{xy} & 0 & \omega_{yz} \\ -\omega_{xz} & -\omega_{yz} & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{I.4.1}_4)$$

Le théorème d'Helmholtz qui correspond à l'écriture établit que tout déplacement arbitraire d'un élément de longueur, dans un solide sollicité par une contrainte, peut être décomposé en une translation u_i , une déformation $\varepsilon_{ik}.dk$ et une rotation $-\omega_{ik}.dk$.

Soit $dl' = P'Q'$ la longueur après déformation d'un vecteur initialement dans la position PQ et de coordonnées dx, dy, dz . La longueur dl' est donnée par :

$$(dl')^2 = (1 + 2\varepsilon_{xx})dx^2 + (1 + 2\varepsilon_{yy})dy^2 + (1 + 2\varepsilon_{zz})dz^2 \quad (\text{I.4.1}_5)$$

Un volume infinitésimal dV est transformé en un volume dV' après déformation tel que :

$$dV' = dV(1 + \varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz}) \quad (\text{I.4.1}_6)$$

La déformation volumique, ou dilatation, θ est donnée par :

$$\theta = \frac{dV' - dV}{dV} = \sum_i \varepsilon_{ii} \quad (\text{I.4.1}_7)$$

I.4.1.ii Contraintes

Considérons un petit élément de volume, parallélépipédique, déformable, dans un espace défini par un repère cartésien de direction x, y et z . Chacune des faces de cet élément solide subit des efforts par unité de surface, ou contraintes, notés σ_{ij} . Le premier indice i est la direction d'application de la contrainte et le second indice j se rapporte à la direction normale à la surface considérée. L'ensemble des σ_{ij} donne les composantes dans un repère choisi d'un tenseur d'ordre 2, symétrique ($\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$) :

$$\underline{\underline{\sigma}} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{xy} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} & \sigma_{yz} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \quad (\text{I.4.1}_8)$$

Les composantes σ_{ii} ($i = x, y$ ou z) sont des contraintes normales à la surface du solide, qui ont tendance à le comprimer (ou l'étirer), alors que les composantes σ_{ij} où $i \neq j$ représentent des contraintes de cisaillement. La trace de cette matrice exprime la compression isotrope du volume. Le déviateur des contraintes est alors défini comme (où I est la matrice identité):

$$\underline{\underline{\sigma}}_d = \underline{\underline{\sigma}} - I.tr(\underline{\underline{\sigma}})/3 \quad (\text{I.4.1}_9)$$

Notons que le cas particulier de la pression hydrostatique correspond à un tenseur des contraintes dans lequel les termes diagonaux existent seuls et sont tous égaux. La pression hydrostatique appliquée étant p , on note alors la contrainte comme : $\sigma_{ij} = -p.\delta_{ij}$ où δ_{ij} est le symbole de Kronecker. Le signe moins vient de la convention de prendre la contrainte en tension comme positive.

I.4.1.iii Constantes d'élasticité

Les contraintes et les déformations peuvent s'écrire sous forme de matrices 3x3 et sont reliées entre elles par la loi de Hooke à travers les 81 (= 9x9) coefficients d'élasticité c_{ijkl} , réunis dans un tenseur d'ordre 4 et définis par :

$$\sigma_{ij} = c_{ijkl} \cdot \epsilon_{kl} \quad (\text{I.4.1}_{10})$$

Les propriétés de symétrie du milieu permettent de réduire le nombre de composantes indépendantes (par exemple pour des réseaux ou des cristaux orthorhombiques, trigonaux, hexagonaux, cubiques). La notation condensée, ou contractée, consiste à utiliser des matrices colonnes pour les contraintes σ_n et les déformations ϵ_n avec $n = 1$ à 6, à la place des composantes σ_{ij} et ϵ_{ij} des tenseurs d'ordre 2. Cette notation permet d'utiliser des matrices associées (I.4.1_11) et (I.4.1_12) suivantes et la loi de Hooke écrite sous la forme :

$$\sigma_p = c_{pn} \epsilon_n \quad (\text{I.4.1}_{13})$$

où $p, n = 1, 2, 3, 4, 5, 6$

Les coefficients c_{pn} forment une matrice 6x6 symétrique avec 21 composantes indépendantes.

$$\begin{aligned} (\text{I.4.1}_{11}) \quad \underline{\underline{\sigma}} &= \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{xy} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} & \sigma_{yz} & \sigma_{zz} \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} \sigma_1 = \sigma_{xx} \\ \sigma_2 = \sigma_{yy} \\ \sigma_3 = \sigma_{zz} \\ \sigma_4 = \sigma_{yz} \\ \sigma_5 = \sigma_{xz} \\ \sigma_6 = \sigma_{xy} \end{pmatrix} & \quad (\text{I.4.1}_{12}) \quad \underline{\underline{\epsilon}} = \begin{pmatrix} \epsilon_{xx} & \epsilon_{xy} & \epsilon_{xz} \\ \epsilon_{xy} & \epsilon_{yy} & \epsilon_{yz} \\ \epsilon_{xz} & \epsilon_{yz} & \epsilon_{zz} \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} \epsilon_1 = \epsilon_{xx} \\ \epsilon_2 = \epsilon_{yy} \\ \epsilon_3 = \epsilon_{zz} \\ \epsilon_4 = 2\epsilon_{yz} \\ \epsilon_5 = 2\epsilon_{xz} \\ \epsilon_6 = 2\epsilon_{xy} \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Les coefficients de Lamé λ et μ sont définis tels que, pour un matériau homogène isotrope satisfaisant la loi de Hooke en 3 dimensions : $\sigma_{ij} = 2\mu\epsilon_{ij} + \lambda\theta\delta_{ij}$ (I.4.1_14)

D'autres modules d'élasticité ou coefficients caractéristiques peuvent également être utilisés :

- le module de compressibilité volumique, noté K ou B , caractérise la variation de la pression par rapport à la variation de volume : $K = -\frac{\Delta p}{\Delta \theta}$ (I.4.1_15)

- le module de cisaillement G (noté aussi μ) où $i \neq j$ sont x, y et z : $G = \frac{1}{2} \frac{\sigma_{ij}}{\epsilon_{ij}}$ (I.4.1_16)

- le module d'Young E qui lie la déformation longitudinale à la contrainte selon le même axe z , obtenu par un essai typique de traction simple : $E = \frac{\sigma_{zz}}{\varepsilon_{zz}}$ (I.4.1_17)

- le coefficient de Poisson exprime la contraction transversale par rapport à l'allongement axial lors d'un essai de traction simple : $\nu = -\frac{\varepsilon_{xx}}{\varepsilon_{zz}}$ (I.4.1_18)

Il existent des relations entre ces diverses constantes élastiques. Elles sont résumées dans le tableau suivant (figure I.D.4.1.iii_1) dans lequel les paramètres de la colonne de gauche sont exprimés en fonction des constantes de la première ligne.

	E, ν	E, μ	λ, μ
λ	$\frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}$	$\frac{\mu(E-2\mu)}{3\mu-E}$	λ
μ	$\frac{E}{2(1+\nu)}$	μ	μ
E	E	E	$\frac{\mu(3\lambda+2\mu)}{\lambda+\mu}$
B	$\frac{E}{3(1-2\nu)}$	$\frac{\mu E}{3(3\mu-E)}$	$\lambda + \frac{2}{3}\mu$
ν	ν	$\frac{E-2\mu}{2\mu}$	$\frac{\lambda}{2(\lambda+\mu)}$

Table I.4.1.iii_1 : Relations entre les constantes d'élasticité [Sch03]

Nous utiliserons ces constantes d'élasticité par la suite et en particulier le module d'Young et le coefficient de Poisson. La relation (I.4.1_14) peut alors s'écrire en fonction de E et ν de la manière suivante :

$$\sigma_{ij} = \frac{E}{1+\nu} \left(\varepsilon_{ij} + \frac{\nu}{1-2\nu} \delta_{ij} \right) \quad (\text{I.4.1}_{15})$$

$$\text{ou encore } \varepsilon_{ij} = \frac{1+\nu}{E} \sigma_{ij} - \frac{\nu}{E} \sigma_{kk} \delta_{ij} \quad (\text{I.4.1}_{16})$$

I.4.2 Essai oedométrique

Les tests mécaniques effectués classiquement pour étudier les matériaux sont divers et nous précisons ici la différence entre les chargements mécaniques utilisés (tableau I.4.2_1). Dans le cas de l'essai oedométrique, la déformation est une déformation de compression purement axiale (verticale), car les parois bloquent la possibilité d'une déformation radiale. En revanche, bien que seule une contrainte axiale soit appliquée sur l'échantillon par le piston de la presse, il existe bien une contrainte radiale car le milieu granulaire s'appuie sur les parois latérales. Dans le tableau suivant, les directions de l'espace ne sont pas repérées par les notations x, y et z que nous utilisons, mais elles sont numérotées 1, 2 et 3, le premier axe étant la direction z verticale. Les contraintes désignées par σ_1 et σ_3 correspondent respectivement aux contraintes axiale $\sigma_{zz} = \sigma_{ax}$ et radiale $\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \sigma_{rad}$.

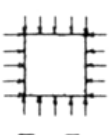
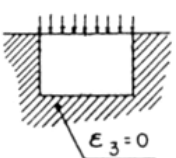
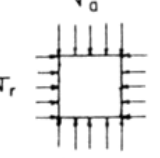
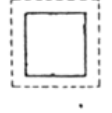
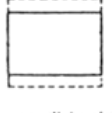
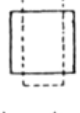
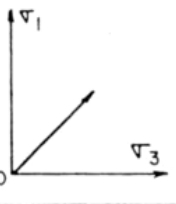

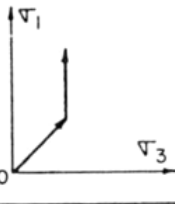
ESSAI	Compression isotrope	Compression œdométrique	Compression triaxiale
ETAT DE CONTRAINTES	 $\nabla_1 = \nabla_3$	 $\epsilon_3 = 0$	 $\nabla_r = \text{cte}$
TYPE DE DEFORMATION	Volumétrique 	Essentiellement volumétrique avec distorsion 	Distorsion et variation de volume 
CHEMIN DES CONTRAINTES PRINCIPALES EXTREMES (MAJ. et MIN.)			
APPAREIL	Appareil triaxial	Oedomètre	Appareil triaxial

Figure I.4.2_1 : Caractéristiques mécaniques des essais classiques effectués sur les matériaux [Sch03]

Dans le cas des essais réalisés, en plus de l'aspect symétrique naturel des tenseurs des contraintes et des déformations, la configuration de l'essai œdométrique sur un échantillon cylindrique ajoute des conditions qui simplifient l'état de contrainte. En effet, seule une force normale est appliquée dans la direction z , qui est l'axe de la cellule cylindrique. Les directions x et y sont équivalentes par symétrie cylindrique autour de z donc $\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \sigma_{rad}$ (rad pour radiale par opposition à la contrainte $\sigma_{zz} = \sigma_{ax}$ axiale qui est imposée). Avec les axes choisis, aucune composante de cisaillement n'apparaît dans le tenseur des contraintes subies par l'échantillon. De plus la déformation totale volumique du milieu granulaire se limite à la déformation axiale ϵ_{zz} , c'est-à-dire au changement de hauteur de l'échantillon ; en effet les parois rigides et fixes de la cellule œdométrique imposent une déformation nulle dans les directions normales au parois : $\epsilon_{xx} = \epsilon_{yy} = 0$. Il n'y a pas de déformation de cisaillement sur le matériau macroscopique. Insistons sur le fait qu'ici nous ne considérons pas ce qui se passe à l'intérieur du milieu à l'échelle des grains, mais seulement le matériau granulaire pris dans son ensemble au niveau macroscopique et considéré comme un solide déformable.

En utilisant la relation (I.4.1_16) liant les déformations aux contraintes par le coefficient de Poisson et le module d'Young, il vient :

$$\epsilon_{zz} = \frac{1+\nu}{E} \sigma_{zz} - \frac{\nu}{E} (\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz}) \quad (\text{I.4.2}_1)$$

$$\text{et } \epsilon_{xx} = 0 = \frac{1+\nu}{E} \sigma_{xx} - \frac{\nu}{E} (\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz}) \quad (\text{I.4.2}_2)$$

En utilisant les expressions « axiale » et « radiale » définies plus haut, on a :

$$\epsilon_{ax} = \frac{\sigma_{ax}}{E} - \frac{2\nu\sigma_{rad}}{E} \quad (\text{I.4.2}_3)$$

$$\epsilon_{rad} = 0 = \frac{1+\nu}{E} \sigma_{rad} - \frac{\nu}{E} (2\sigma_{rad} + \sigma_{ax}) = \frac{(1-\nu)\sigma_{rad}}{E} - \frac{\nu\sigma_{ax}}{E} \quad (\text{I.4.2}_4)$$

La valeur nulle de la déformation radiale nous donne une relation entre la contrainte axiale et la contrainte radiale :

$$\sigma_{rad} = \frac{\nu}{1-\nu} \sigma_{ax} \quad (I.4.2_5)$$

Cette relation peut être utilisée dans (20) et donne la déformation axiale en fonction de la contrainte axiale :

$$\varepsilon_{ax} = \frac{\sigma_{ax}}{E} - \frac{2\nu}{E} \left(\frac{\nu}{1-\nu} \sigma_{ax} \right) = \frac{\sigma_{ax}}{E} \cdot \frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{(1-\nu)} \quad (I.4.2_6)$$

On en déduit que le module oedométrique mesuré comme le rapport de la contrainte à la déformation axiale est dépendant du module d'Young E et du coefficient de Poisson ν du matériau granulaire :

$$E_{oed} = \frac{(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} E \quad (I.4.2_7)$$

Comme les modules d'incompressibilité en volume K et de cisaillement G sont tels que :

$$K = \frac{E}{3(1-2\nu)} \quad (I.4.2_8) \quad \text{et} \quad G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (I.4.2_9) \quad (\text{voir figure I.D.4.1.a}_3)$$

Le module, dit « oedométrique », mesuré par la méthode acoustique (voir I.E.3) est :

$$E_{oed} = K + \frac{4}{3} G \quad (I.4.2_10)$$

Nous pouvons avoir accès, de manière directe par la mesure, à la déformation et la contrainte axiales de l'échantillon. La contrainte axiale, venant de la force normale imposée par la presse sur l'échantillon, est connue. Mais la contrainte radiale n'est pas mesurable dans les essais. Cependant, nous pouvons avoir un ordre de grandeur dans le cas de l'élasticité linéaire isotrope en utilisant la relation (I.4.2_5), qui est une estimation certainement simplifiée. La valeur du coefficient de Poisson du milieu granulaire, obtenue par les mesures des vitesses de propagation des ondes de compression et de cisaillement lors de nos essais, est de l'ordre 0,4. Dans ce cas la relation entre les contraintes axiale (mesurée) et radiale d'où :

$$\sigma_{rad} = \frac{\nu}{1-\nu} \sigma_{ax} \approx \frac{2}{3} \sigma_{ax} \quad (I.4.2_11)$$

La contrainte axiale variant de 12 à 627kPa dans les essais réalisés, la contrainte radiale évoluerait entre 8 et 418kPa dans l'hypothèse d'un coefficient de Poisson constant.

De plus, nous avons travaillé ici en considérant le matériau granulaire comme étant un solide homogène élastique isotrope. Or l'existence des chaînes de forces supportant des efforts inégaux au sein de ce milieu divisé rend le milieu fortement hétérogène à l'échelle locale. Les contraintes locales microscopiques sur les grains ne sont pas directement accessibles. Mais comme nous l'avons vu dans la partie I.3. de ce chapitre, certains modèles, comme celui de la théorie de Hertz, permettent, sous certaines conditions et approximations, d'estimer ces efforts et déformations au niveau des contacts entre les grains.

I.4.3 Critère de rupture de Mohr-Coulomb

I.4.3.i Cercles de Mohr et rupture

Nous avons détaillé jusqu'ici les caractéristiques d'un corps lorsqu'il est élastique. Voyons maintenant l'aspect plastique et la rupture éventuelle du milieu granulaire. Le modèle le plus simple de plasticité, introduit ici pour décrire le comportement d'un milieu granulaire sous contrainte, est le celui du matériau de Mohr-Coulomb [Pou01]. Il s'exprime par un critère de rupture sur les contraintes uniquement et se base sur le concept de frottement interne du matériau.

Le critère est le suivant : le milieu va céder au point P s'il existe en ce point un plan repéré par son vecteur normal selon lequel :

$$|\sigma_T| = \mu \cdot \sigma_N \quad (\text{I.4.3}_1)$$

où σ_N et σ_T sont respectivement les contraintes normale et tangentielle au plan et μ est le coefficient de frottement statique du matériau.

L'idée qu'un milieu granulaire se comporte comme un milieu frottant provient par exemple de l'observation d'un tas de grains. La pente du tas ne peut être supérieure à une valeur critique nommée « angle de talus » ou « de repos ». Une tranche de matériau à la surface se comporte comme un patin frottant, puisqu'elle s'écoule au dessus d'un angle critique et reste immobile en dessous. Cet angle dépend de la taille des grains, de leur masse volumique, du matériau, etc. [Car70]. La tangente de l'angle de talus donne une idée de la valeur du coefficient de frottement μ . La différence entre le patin frottant et le milieu granulaire réside dans le fait que le plan de glissement de ce dernier n'est pas a priori connu. Le milieu granulaire sous contrainte peut céder dans toutes les directions. Pour savoir si le milieu va céder, il faut tester, en tout point, toutes les orientations possibles et voir si le critère de rupture est atteint.

Considérons le cas du test oedométrique. C'est un état triaxial de révolution avec des conditions de bord au niveau des parois latérales fixes. A cause de la forme cylindrique de l'échantillon les coordonnées cylindriques sont plus appropriées au problème : utilisons le repère orthonormé $(O, \vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z)$. Les directions définies par \vec{e}_r et \vec{e}_θ sont équivalentes et les vecteurs peuvent tourner autour de l'axe vertical z. L'échantillon de matériau granulaire est contraint latéralement par $\sigma_{rr} = \sigma_{\theta\theta}$ que l'on notera σ_{rad} et verticalement par $\sigma_{zz} = \sigma_{ax}$. L'état de contrainte est supposé homogène dans l'échantillon. Dans le repère choisi, Le tenseur des contraintes dans le repère cylindrique est alors :

$$\underline{\underline{\sigma}} = \begin{pmatrix} \sigma_{rad} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{rad} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{ax} \end{pmatrix} \quad (\text{I.4.3}_2)$$

Dans cette configuration, il n'apparaît pas de contrainte de cisaillement. Remarquons qu'il n'y aura ici qu'un seul cercle de Mohr pour représenter l'état de contrainte dans le milieu granulaire, car les contraintes selon les axes horizontaux \vec{e}_r et \vec{e}_θ étant identiques, elles sont données par le même point dans le plan de Mohr.

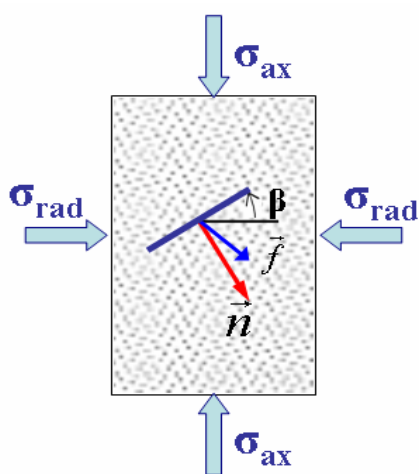


Figure I.4.3.i_1 : Coupe dans un plan diamétral des contraintes sur une plaquette d'un matériau subissant un test triaxial de

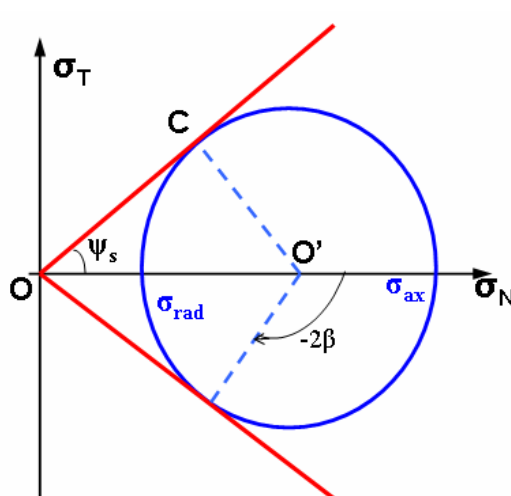


Figure I.4.3.i_2 : Représentation du cercle de Mohr lorsque le critère de rupture est atteint

Considérons une surface unitaire à l'intérieur du milieu, définie par son vecteur normal \vec{n} et faisant un angle β par rapport à l'horizontale (figure I.4.3._1). Pour alléger les calculs, choisissons une plaquette dont la surface contient le vecteur \vec{e}_r . Pour examiner la relation (I.4.3_1) il faut calculer la force tangentielle et la force normale qui s'exerce sur cette plaquette en fonction de son inclinaison β . La force \vec{f} sur la plaquette unitaire est $\vec{f} = \overline{\sigma} \cdot \vec{n}$ (I.4.3_3) ce qui donne :

$$f_R = \sigma_{Rad} \cdot \sin(\beta) \quad (I.4.3_4)$$

$$f_Z = -\sigma_{ax} \cdot \cos(\beta) \quad (I.4.3_5)$$

où f_R et f_Z sont respectivement les forces dans les directions radiale et axiale z.

Par convention, la contrainte normale est positive en compression et la contrainte tangentielle est positive si elle fait tourner la plaquette dans le sens horaire. Les expressions des contraintes normale σ_N et tangentielle σ_T sur la plaquette unitaire sont :

$$\sigma_N = f_R \cdot \sin(\beta) - f_Z \cdot \cos(\beta) \quad (I.4.3_6)$$

$$\sigma_T = f_R \cdot \cos(\beta) + f_Z \cdot \sin(\beta) \quad (I.4.3_7)$$

En remplaçant les expressions de f_R et f_Z de (I.4.3_4) et (I.4.3_5) dans (I.4.3_6) et (I.4.3_7), il vient :

$$\sigma_N = \sigma_0 + r \cdot \cos(2\beta) \quad (I.4.3_8) \quad \text{et} \quad \sigma_T = -r \cdot \sin(2\beta) \quad (I.4.3_9)$$

$$\text{où } \sigma_0 = \frac{1}{2}(\sigma_{rad} + \sigma_{ax}) \quad (I.4.3_{10}) \quad \text{et} \quad r = \frac{1}{2}(\sigma_{ax} - \sigma_{rad}) \quad (I.4.3_{11})$$

Lorsque la plaquette tourne autour de \vec{e}_r , les contraintes σ_N et σ_T décrivent un cercle de rayon r et de centre σ_0 : c'est le cercle de Mohr. Les efforts, s'exerçant sur une plaquette inclinée d'un angle β , sont donnés par le point du cercle faisant un angle -2β avec l'axe horizontale (figure I.4.3.i_2). Une fois que les contraintes subies par la plaquette sont connues, le critère de rupture de Mohr peut être testé. Il correspond seulement à une limite représentée par deux droites de pentes $\pm\mu_S$ où μ_S est le coefficient de frottement, qui est aussi la tangente de l'angle de frottement statique ψ_S et qui s'écrit $\mu = \tan(\psi_S)$ (figure I.4.3.i_2).

Nous pouvons maintenant étudier le test réalisé avec cet outil. Lorsque la contrainte verticale est augmentée progressivement à partir d'un état initial, le cercle de Mohr s'agrandit. Mais il reste d'abord en dessous de la ligne de rupture, soit $|\sigma_T| < \mu \cdot \sigma_N$ pour n'importe quelle orientation de la plaquette, donc le matériau résiste. Le matériau cède quand le cercle de Mohr devient tangent aux droites de rupture, pour le cas $|\sigma_T| = \mu \cdot \sigma_N$. Les contraintes à la rupture peuvent alors être calculées (le triangle OO'C rectangle en C donne $\sin(\psi_S) = r/\sigma_0$). Les contraintes verticale et horizontale sur le milieu vérifient la relation :

$$\sigma_{ax} = \left(\frac{1 + \sin(\psi_S)}{1 - \sin(\psi_S)} \right) \sigma_{rad} \quad (I.4.3_{12})$$

$$\text{Les angles dans le plan de Mohr sont tels que : } -2\beta = \pm\pi - \left(\frac{\pi}{2} - \psi_S \right) = \pm\frac{\pi}{2} + \psi_S \quad (I.4.3_{13})$$

Les plans selon lesquels le milieu cède sont alors inclinés d'un angle $\pm\beta$ défini par :

$$\beta = \pm \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\psi_S}{2} \right) \quad (I.4.3_{14})$$

Notons que le fait que la rupture soit localisée, comme cela est observé dans les essais triaxiaux par exemple, n'est pas prédit pas le modèle de Mohr-Coulomb.

Appliquons le critère de Mohr-Coulomb au test oedométrique sur nos échantillons de billes de verre. L'angle de frottement interne du matériau granulaire, qui est lié à l'angle de repos des empilements de billes de verre, est proche de 30°. Cet angle est lié au frottement

statique, mais aussi à l'enchevêtrement des billes (voir annexe B.2). Le coefficient, venant de la mesure de cet angle, est $\mu = \tan(\psi) \approx 0,47$. Le coefficient de frottement statique doit être encore inférieur à cette valeur. D'après la relation I.4.3_12, si le critère de rupture de Mohr-Coulomb est atteint, les contraintes axiale et radiale sur l'échantillon vérifient $\sigma_{ax} \approx 2,5 \cdot \sigma_{rad}$. L'angle pour lequel le milieu devrait céder d'après ce critère est alors de $32,5^\circ$.

I.4.3.ii Comparaison avec l'élasticité

Dans les essais de compression oedométrique que nous allons présenter dans les chapitres suivants, nous connaissons la contrainte verticale appliquée sur la surface de l'échantillon. La contrainte radiale n'est pas mesurable, mais en utilisant les relations obtenues dans le cadre de l'élasticité isotrope linéaire décrit plus haut, avec ν de l'ordre de 0,4 :

$$\sigma_{rad} = \frac{\nu}{1-\nu} \sigma_{ax} \approx \frac{2}{3} \sigma_{ax} \quad (\text{I.4.2}_{15})$$

Dans ce cas, l'état de contrainte dans le plan de Mohr correspond toujours à un cercle dont le centre et le rayon sont parfaitement définis, et dépendent de la contrainte axiale appliquée et du coefficient de Poisson du matériau granulaire. D'après les relations (I.4.3_10) et (I.4.3_11), le cercle de Mohr a un centre en $\sigma_{o'}$ et un rayon r tels que :

$$\sigma_{o'} = \frac{1}{2} (\sigma_{Ax} + \sigma_{Rad}) = \frac{\sigma_{Ax}}{2} \left(1 + \frac{\nu}{1-\nu} \right) = \frac{\sigma_{Ax}}{2(1-\nu)} \approx \frac{5}{6} \sigma_{Ax} \quad (\text{I.4.3}_{16})$$

$$r = \frac{1}{2} (\sigma_{Ax} - \sigma_{Rad}) = \frac{\sigma_{Ax}}{2} \left(1 - \frac{\nu}{1-\nu} \right) = \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} \sigma_{Ax} \approx \frac{1}{6} \sigma_{Ax} \quad (\text{I.4.3}_{17})$$

Quand l'état de contrainte est connu, le point C' de la droite tangente au cercle et passant par l'origine est parfaitement défini et ses coordonnées (σ_N^C, σ_T^C) dans le plan de Mohr vérifient :

- $(\sigma_T^C)^2 + (\sigma_N^C - \sigma_{o'})^2 = r^2$ car le point C appartient au cercle de Mohr,
- $\sigma_C (\sigma_C - \sigma_{o'}) + (\sigma_T^C)^2 = 0$ car le point C sur la tangente au cercle vérifie $\overrightarrow{OC} \cdot \overrightarrow{O'C} = 0$.

La résolution de ces équations donnent les coordonnées de C telles que :

$$\sigma_N^C = \frac{\sigma_{o'}^2 - r^2}{\sigma_{o'}} \quad (\text{I.4.3}_{18}) \quad \text{et} \quad \sigma_T^C = \pm r \sqrt{1 - \left(\frac{r}{\sigma_{o'}} \right)^2} \quad (\text{I.4.3}_{19})$$

En combinant ces relations avec celles données en (I.4.3_16) et (I.4.3_17) :

$$\sigma_N^C = \frac{2\nu}{2-\nu} \sigma_{Ax} \quad (\text{I.4.3}_{20}) \quad \text{et} \quad \sigma_T^C = \pm \sigma_{Ax} (1-2\nu) \sqrt{\frac{\nu}{1-\nu}} \quad (\text{I.4.3}_{21})$$

L'angle entre la tangente et l'horizontale est alors calculée par $\arctan(\sigma_T^C/\sigma_N^C)$. L'angle obtenu est de 18° , ce qui reste inférieur à la limite donnée par l'angle de frottement ψ_S d'environ 25° . Il semblerait donc que les contraintes appliquées sur le milieu soit suffisamment faibles pour ne pas atteindre le critère de rupture de Mohr-Coulomb. Par contre, le modèle élastique utilisé précédemment ne suffit pas à décrire le comportement du matériau, car le milieu granulaire se plastifie selon le mécanisme bien connu de consolidation étudié à l'oedomètre (dans les sols et sables en particulier).

De plus, les contraintes microscopiques au niveau des contacts entre les grains sont beaucoup plus importantes que la contrainte macroscopique imposée, comme nous l'avons vu dans la partie I.3.1.iv. Notons que la limite de rupture du verre constituant les billes utilisées n'est pas réellement connue. La limite de rupture en traction du verre, en tant que matériau homogène, est de l'ordre de 40MPa pour un verre recuit mais peut aller jusqu'à 120-200MPa pour un verre trempé. L'ordre de grandeur de la limite de rupture en compression simple est le gigapascal. Mais l'état de contrainte des billes au sein du milieu est complexe et inconnu.

I.4.4 Modèles phénoménologiques de milieux visco-élastiques

D'après la théorie classique de l'élasticité (loi de Hooke), les ondes de compression sont transmises dans un solide parfaitement élastique avec les caractéristiques suivantes :

- la déformation en tout point du corps est une fonction uniquement de la contrainte instantanée au point considéré,
- lorsque la contrainte est supprimée, la déformation élastique disparaît instantanément et totalement,
- comme le processus classique de la déformation élastique est réversible, il n'y a pas de dissipation d'énergie.

Un tel phénomène ne peut avoir lieu que si la déformation est réalisée de manière quasi-statique, c'est-à-dire que l'équilibre est établi dans le solide à chaque instant. La propagation d'une impulsion ou d'une onde sinusoïdale se ferait ainsi à énergie constante et un solide parfaitement élastique isolé, s'il est mis en vibration, continue à vibrer indéfiniment.

Or les mesures expérimentales sur les matériaux réels révèlent une dissipation d'énergie, même sous faibles contraintes. Les mouvements réels impliquent des célérités finies et le matériau ne peut pas rester à l'équilibre à tout moment. Les processus internes qui tendent à ré-établir l'équilibre ont pour effet de rendre le mouvement irréversible de telle sorte que le système perd de l'énergie, le plus souvent sous forme de chaleur. La dissipation d'énergie est associée à un comportement ou inélastique du corps. Le type d'inélasticité qui prédomine dans une expérience donnée dépend des conditions expérimentales. Les phénomènes de relaxation et de résonance dus aux détails structuraux du matériau comptent parmi les effets observés de la partie non-élastique. En général, quand une onde élastique se propage dans un solide, la dissipation peut venir soit d'une conversion, soit d'une redirection de l'énergie. La redirection est possible par :

- un processus de diffraction s'il y a un changement d'impédance du milieu vis-à-vis de l'onde,
- une diffraction si l'onde incidente rencontre un obstacle ou un vide,
- une conversion de mode en surface.

Sinon l'énergie peut se convertir soit par production de chaleur, soit par absorption de l'énergie dans d'autres mécanismes dissipatifs tels que les dislocations, les fissures, etc.

Ainsi, pour prendre en compte ces phénomènes de dissipation d'énergie qui empêche une propagation d'onde élastique parfaite dans le matériau, il existe des modèles de solide utilisant des lois plus complètes que celle de Hooke. Maxwell (1867) proposa un modèle dans lequel le matériau répond à une application de contrainte par un comportement incluant de l'élasticité et du fluage, puis Kelvin (1875) et Voigt (1892), chacun de leur côté, suggèrent une modification de la loi de Hooke, pour que la contrainte ne soit pas seulement liée à la déformation mais aussi au taux de déformation. Enfin, Zener (1948) utilisa une modification du modèle de Kelvin-Voigt et introduisit également le taux de contrainte. Nous verrons ici de ces deux derniers modèles qui nous intéressent, les prévisions des comportements en fluage et relaxation ainsi que l'effet d'une sollicitation périodique dans ces matériaux.

I.4.4.i Modèle de Kelvin-Voigt

○ Présentation du modèle

Le modèle classique le plus simple de comportement de solide viscoélastique est celui de Kelvin-Voigt. Kelvin en 1875 et Voigt en 1892 ont suggéré une modification de la loi de Hooke, liée au cas purement élastique linéaire. Dans le modèle de Kelvin-Voigt, la contrainte est de reliée non seulement à la déformation, mais aussi au taux de déformation. Nous reprenons ici le détail donné par H.F. Pollard [Pol77]. Le modèle de Kelvin-Voigt schématise

le matériau visco-élastique par un ressort mis en parallèle avec un amortisseur (figure I.4.4.i_1). Pour une contrainte σ appliquée en cisaillement, l'équation d'état est de la forme :

$$\sigma = G\varepsilon + \eta \dot{\varepsilon} \quad (\text{I.4.4}_1)$$

où G est le module de cisaillement et η la viscosité.

Le même type de comportement peut être décrit dans le cas de la compression avec l'équation suivante, où E est le module d'Young et α l'amortissement en compression :

$$\sigma = E\varepsilon + \alpha \dot{\varepsilon}.$$

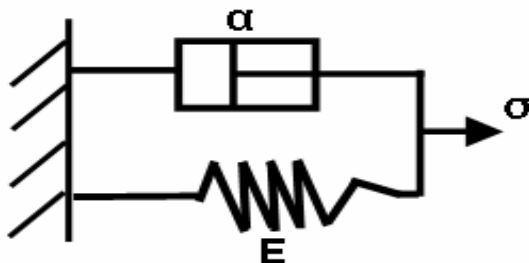


Figure I.4.4.i_1 : Modèle mécanique équivalent d'un solide viscoélastique linéaire

o Relaxation et fluage

Voyons maintenant le comportement de ce solide à déformation ou contrainte constante. Pour les essais classiques de relaxation, la déformation est fixée à une certaine valeur non nulle ε_r . La contrainte est alors constante elle aussi puisque la relation I.4.4_2 donne $\sigma = E \cdot \varepsilon_r$ (I.4.4_3). Il n'y a donc pas de relaxation de contrainte possible avec ce modèle de matériau.

Pour les essais de fluage, la contrainte reste fixe à une valeur σ_F . La relation I.4.4_1 donne alors l'équation différentielle suivante :

$$\eta \dot{\varepsilon} + G\varepsilon = \sigma_F \quad (\text{I.4.4}_4)$$

La déformation évolue avec la durée d'attente t comme :

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_F}{G} \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \right] \quad (\text{I.4.4}_5)$$

où $\tau = G/\eta$ est un temps caractéristique.

Notons que, si une masse par unité de surface m_s est accrochée à un matériau viscoélastique, l'équation du mouvement peut être donné par :

$$\sigma = G\varepsilon + \eta \dot{\varepsilon} + m_s \ddot{\varepsilon} \quad (\text{I.4.4}_6)$$

Le comportement transitoire, pour le cas d'une contrainte constante σ_F , est celui d'un oscillateur simple faiblement amorti ($\eta^2 < 4m_s G$) décrit par :

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_F}{G} + A \cdot \exp(-a \cdot t) \cdot \cos(\omega_d t + \varphi) \quad (\text{I.4.4}_7)$$

avec $a = \frac{\eta}{2m_s}$ (I.4.4_8) et $\omega_d = \sqrt{\frac{\omega_0^2}{a^2} - 1}$ (I.4.4_9) où $\omega_0 = \sqrt{G/m_s}$ (I.4.4_10)

La relation I.4.4_8 donne le coefficient d'amortissement a , la relation I.4.4_9 donne ω_d la pulsation angulaire amortie (ou dissipative) et ω_0 dans la relation I.4.4_10 est la pulsation propre du système. L'amplitude A et la constante de phase ou déphasage φ sont obtenues grâce à la connaissance des conditions initiales de sollicitation du matériau. Ainsi le modèle viscoélastique permet de représenter le frottement interne des solides qui s'accompagne d'une perte d'énergie, traduite par l'existence du coefficient d'amortissement a . De plus, le modèle de Kelvin-Voigt décrit un solide viscoélastique qui peut présenter un phénomène de fluage. La déformation de fluage est alors une fonction exponentielle décroissante du temps. Mais le phénomène de relaxation de contrainte ne peut pas être décrit par ce modèle.

○ Sollicitation périodique

Considérons maintenant une sollicitation de type harmonique dans le milieu viscoélastique. En écriture complexe, une force $\hat{\sigma}$ est imposée sur le solide de Kelvin-Voigt. Cela entraîne une déformation sinusoïdale $\hat{\varepsilon}$ de même pulsation ω avec un déphasage ψ :

$$\hat{\sigma} = \sigma_0 \cdot e^{i\omega t} \quad (\text{I.4.4}_{11}) \quad \text{d'où} \quad \hat{\varepsilon} = \varepsilon_0 \cdot e^{i(\omega t - \psi)} \quad (\text{I.4.4}_{12})$$

L'utilisation des formes précédentes dans l'équation (I.4.4_1) donne :

$$\sigma_0 \cdot e^{i\omega t} = G \cdot \varepsilon_0 \cdot e^{i(\omega t - \psi)} + \eta \cdot i\omega \cdot \varepsilon_0 \cdot e^{i(\omega t - \psi)} \quad (\text{I.4.4}_{13})$$

$$\text{soit} \quad \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0} \cdot e^{i\psi} = G + \eta \cdot i\omega \quad (\text{I.4.4}_{14})$$

Posons $\hat{\sigma} = M^* \cdot \hat{\varepsilon}$, le module complexe M^* est donné par : $M^* = G + (i\eta\omega)$ (I.4.4_15)

$$\text{donc} \quad |M^*| = \sqrt{G^2 + (\eta\omega)^2} = G\sqrt{1 + (\omega\tau)^2} \quad (\text{I.4.4}_{16})$$

en gardant $\tau = \eta/G$ temps caractéristique du solide viscoélastique. On en déduit le déphasage :

$$\tan(\psi) = \frac{\text{Im}(M^*)}{\text{Re}(M^*)} = \frac{\eta\omega}{G} = \omega\tau \quad (\text{I.4.4}_{17})$$

Le module dépend de la fréquence de sollicitation et du temps caractéristique de réponse du matériau à cette sollicitation, ce temps τ étant lui-même fonction des propriétés propres du matériau : module de cisaillement G et viscosité η .

I.4.4.ii Modèle de Zener

○ Présentation du modèle

Dans le modèle du solide de Maxwell, la relaxation est possible et la contrainte relaxée est du type $A \cdot \exp(-t/\tau)$ où τ est un temps caractéristique de relaxation. Le modèle de Maxwell aurait peut-être expliqué les résultats expérimentaux de relaxation. Mais dans ce modèle, le fluage est donné par une relation dans laquelle la déformation est directement proportionnelle au temps écoulé, ce qui n'est visiblement pas le cas de nos essais. Nous avons donc testé le modèle plus complet de Zener, dont le schéma est représenté sur la figure III.D.3.a_1, et qui part de la relation suivante :

$$a_1 \cdot \sigma + a_2 \cdot \dot{\sigma} = b_1 \cdot \varepsilon + b_2 \cdot \dot{\varepsilon} \quad (\text{I.4.4}_{18})$$

Elle peut aussi être écrite sous la forme, plus représentative de la physique sous-jacente :

$$\sigma + \tau_R \cdot \dot{\sigma} = M_r \cdot (\varepsilon + \tau_F \cdot \dot{\varepsilon}) \quad (\text{I.4.4}_{19})$$

Cette modélisation fait intervenir trois constantes indépendantes :

- $\tau_R = a_2/a_1$, temps de relaxation de la contrainte à déformation constante,
- $\tau_F = b_2/b_1$, temps de « relaxation de la déformation » à contrainte constante (= fluage),
- $M_r = b_1/a_1$, ratio contrainte/déformation après relaxation totale du système, défini comme module élastique relaxé.

Par analogie avec les autres modèles classiques, les temps caractéristiques du comportement du milieu sont équivalents au rapport d'une viscosité sur un module élastique de cisaillement.

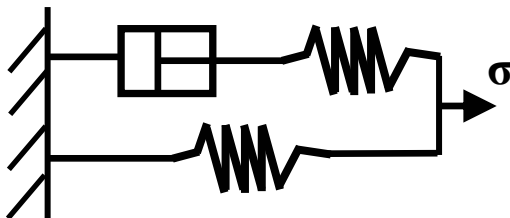


Figure I.4.4.ii_1 : Schéma du modèle du solide anélastique de Zener

Par ailleurs, si la contrainte est brusquement augmentée d'un petit incrément $\Delta\sigma \ll 1$ dans un intervalle de temps très court $\Delta t \ll 1$, le solide réagit en présentant un petit incrément de déformation $\Delta\varepsilon \ll 1$, à une vitesse de déformation relativement rapide. Dans la relation donnant le comportement, en prenant la contrainte et la déformation de valeur nulle, puisqu'elles tendent vers zéro sur la durée Δt très réduite, il reste donc :

$$\tau_R \cdot \dot{\sigma} = M_r \cdot \tau_F \cdot \dot{\varepsilon}, \quad (\text{I.4.4}_{20})$$

Par intégration de cette équation par rapport au temps, entre zéro et Δt , il vient :

$$\tau_R \cdot \Delta\sigma = M_r \cdot \tau_F \cdot \Delta\varepsilon \quad (\text{I.4.4}_{21})$$

Le module élastique non-relaxé correspond au ratio de la contrainte sur la déformation dans un intervalle de temps trop court pour que la relaxation ait lieu et est alors défini par $M_U = \Delta\sigma / \Delta\varepsilon$. Le rapport des modules correspond alors au rapport des temps :

$$\frac{M_U}{M_r} = \frac{\tau_F}{\tau_R} \quad (\text{I.4.4}_{22})$$

La déviation de ce ratio par rapport à la valeur 1 donne la mesure du changement relatif de contrainte ou de déformation qui peut avoir lieu à travers la relaxation.

o Relaxation et fluage

Lors d'une relaxation, le milieu se trouve à hauteur fixée donc à une déformation constante, notée ε_0 , et à taux de déformation nul. L'évolution de la contrainte lors de la relaxation selon ce modèle à partir de l'équation (éq. Z) est telle que :

$$\sigma(t) = M_r \cdot \varepsilon_0 + (\sigma_0 - M_r \cdot \varepsilon_0) \cdot e^{-t/\tau_R} \quad (\text{I.4.4}_{23})$$

Ce comportement est présenté sur le premier schéma noté (R) de la figure I.4.4.ii_2.

De même, lors du fluage, la contrainte conserve une valeur constante σ_0 et le taux de contrainte est nul. La déformation de fluage en fonction du temps d'attente t vaut :

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_0}{M_r} + \left(\varepsilon_0 - \frac{\sigma_0}{M_r} \right) \cdot e^{-t/\tau_F} \quad (\text{I.4.4}_{24})$$

Ce comportement correspond à celui du second schéma noté (F) de la figure I.4.4.ii_2.

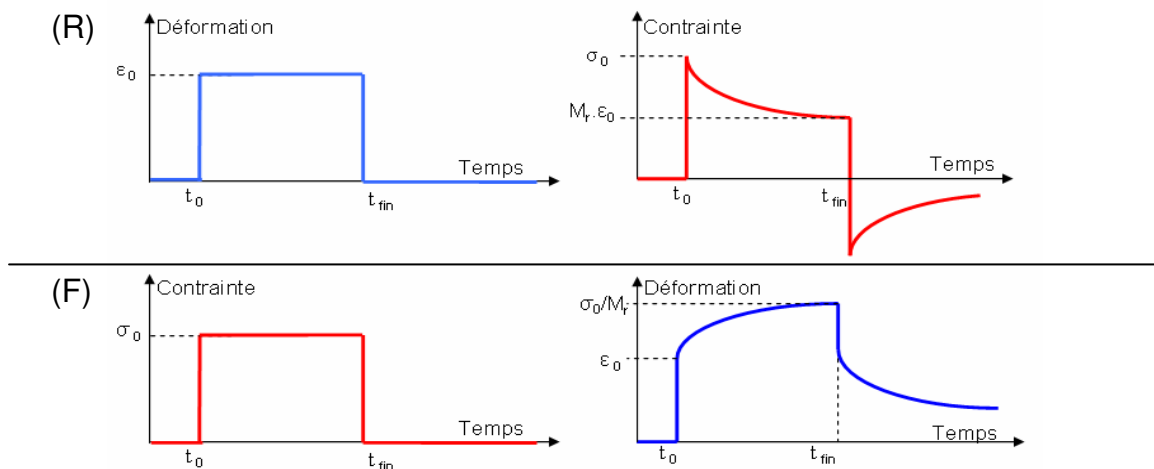


Figure I.4.4.ii_2 : Evolution temporelle de la contrainte lors de l'application d'un échelon de déformation pour le cas de la relaxation (R) ou évolution de la déformation pour l'application d'un échelon de contrainte lors du fluage (F) avec le modèle du solide de Zener

○ Sollicitation périodique

Voyons maintenant le cas d'une contrainte et d'une déformation comme fonctions périodiques du temps : $\sigma = \sigma_0 \cdot \exp(i\omega t)$ et $\varepsilon = \varepsilon_0 \cdot \exp[i(\omega t - \psi)]$ car il y a en général une différence de phase φ entre la contrainte et la déformation. En utilisant ces expressions dans l'équation initiale, on obtient

$$(1 + i\omega \cdot \tau_R) \cdot \sigma = M_r (1 + i\omega \cdot \tau_F) \varepsilon \quad (\text{I.4.4}_{25})$$

Cette relation peut être écrite sous la forme $\sigma = M^* \cdot \varepsilon$ avec le module complexe :

$$M^* = M_r \frac{1 + i\omega \cdot \tau_F}{1 + i\omega \cdot \tau_R} \quad (\text{I.4.4}_{26})$$

L'angle de phase ψ est donné par :

$$\tan \psi = \frac{\text{Im}(M^*)}{\text{Re}(M^*)} = \frac{\omega \cdot (\tau_F - \tau_R)}{1 + \tau_R \cdot \tau_F \cdot \omega^2} \quad (\text{I.4.4}_{27})$$

On utilise alors la moyenne géométrique des deux temps de relaxation et le module moyen :

$$\tau = (\tau_F \cdot \tau_R)^{1/2} \quad (\text{I.4.4}_{28})$$

$$\bar{M} = \sqrt{(M_U \cdot M_r)} \quad (\text{I.4.4}_{29})$$

Il en découle :

$$\tan \psi = \frac{(M_U - M_r)}{\bar{M}} \cdot \frac{\omega \cdot \tau}{1 + (\omega \cdot \tau)^2} \quad (\text{I.4.4}_{30})$$

Cette expression de $(\tan \varphi)$ a la même forme qu'une équation de relaxation de Debye dans la théorie de la relaxation diélectrique. Par conséquent, $\tan \varphi$ est une mesure convenable de la dissipation d'énergie, par analogie avec la grandeur correspondante dans les circuits électriques. La valeur de $\tan \varphi$ est maximum quand $\omega \cdot \tau$ vaut 1, et

- si $\omega \ll 1/\tau$, alors $|M^*|$ tend vers M_r ; pendant chaque cycle, il y a suffisamment de temps pour que le processus de relaxation ait lieu presque complètement et il n'y a pas de retard de phase,
- si $\omega \gg 1/\tau$, alors $|M^*|$ tend vers $(\tau_F/\tau_R) \cdot M_r$ et il n'y a pas assez de temps lors d'une période pour que la relaxation se fasse.

Les comportements de $\tan \psi$ et de $|M^*|$ sont schématisés sur la figure suivante.

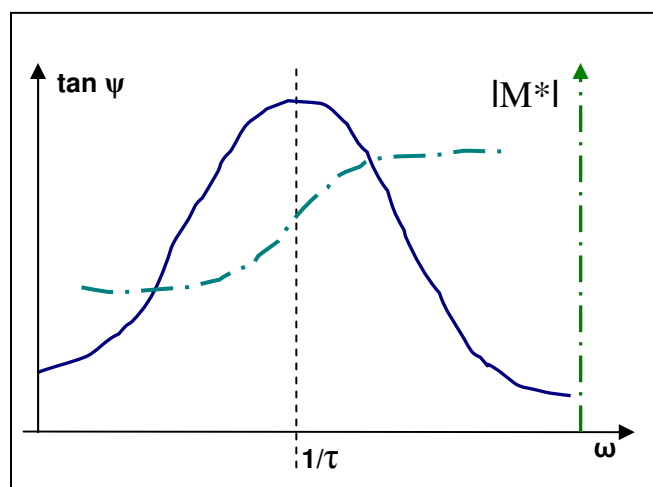


Figure I.4.4.ii_3 : Variation du déphasage à travers $\tan \psi$ et du module $|M^*|$ en fonction de ω

I.5 Conclusion

Les milieux granulaires sont des milieux complexes, car ils sont divisés et désordonnés. Il existe d'abord un désordre du à la répartition géométrique des contacts dans un empilement aléatoire de grains. Ensuite s'ajoute l'hétérogénéité du réseau de forces, puisque les efforts sont répartis de manière inégale entre les particules au sein du milieu. Nous avons alors passé en revue les différents moyens possibles pour l'observation et l'étude de la répartition des forces dans un milieu granulaire sous contrainte. La méthode acoustique apparaît comme étant particulièrement intéressante pour sonder, de manière simple et instantanée, les contacts entre les grains et le réseau supportant les efforts sans perturber le milieu.

Grâce à leur pénétration efficace à l'intérieur du milieu, les ondes ultrasonores (élastiques) offrent une technique utile, et souvent unique, d'investigation d'un empilement granulaire 3D réel. La mesure de leurs vitesses et de leur atténuation fournit une sonde sensible à la fois à la structure et aux propriétés mécaniques du matériau à travers lequel elles se propagent. Nous utiliserons dans notre étude la propagation balistique d'une onde cohérente, de longueur d'onde supérieure au diamètre des billes. La vitesse de propagation de cette onde (au carré) est lié au module élastique de l'échantillon granulaire. Après une étude préalable, il apparaît que le temps de vol réel, nécessaire au calcul de la vitesse des ondes, est difficilement mesurable. Nous relevons alors le temps au niveau de l'intersection entre la référence nulle et le signal reçu après le premier pic vers le haut. Le calcul de la vitesse est alors $V_{\text{son}} = 1,23.H_{\text{gran}}/T_{\text{mesuré}}$. L'erreur commise en utilisant un rapport constant entre le temps mesuré et T_{vol} réel est de 12% à contrainte faible, mais sinon de l'ordre de 3,5% maximum.

Des modèles simples permettent de comprendre certains phénomènes fondamentaux. Le modèle de Hertz considère deux billes sphériques purement élastiques comprimées l'une contre l'autre par une force normale. Ce modèle prévoit que l'écrasement, la taille de l'aire de contact ainsi que la pression sur cette surface entre les billes sont liées et varient de façon non-linéaire avec la force appliquée. Le rapprochement des billes varie en fonction de la force à la puissance $2/3$. Le modèle d'une chaîne de billes en contact, considérée comme un ensemble de masses-ressorts en série, permet de modéliser la propagation d'une onde acoustique le long de cette chaîne de billes. La vitesse de propagation de l'onde évolue alors comme $\sigma^{1/6}$. La théorie des milieux effectifs, avec l'introduction du nombre de coordination moyen des billes z , permet de généraliser l'élasticité des contacts à l'ensemble de l'échantillon, même si l'empilement est aléatoire. Les relations deviennent alors : $\varepsilon \sim (z \cdot \sigma)^{2/3}$ et $V_{\text{son}} \sim z^{1/3} \cdot \sigma^{1/6}$.

Nous rappelons aussi les notions classiques de mécanique (contrainte, déformation, module élastique) dans la cas de l'élasticité isotrope, qui seront largement utilisées par la suite. Dans le cas de l'essai oedométrique sur un échantillon cylindrique d'axe vertical z , les déformations radiales sont nulles, car les parois de la cellule sont rigides, et la déformation volumique correspond à la déformation axiale. La contrainte axiale est imposée, mais la contrainte radiale n'est pas connue. Les composantes de contrainte sont liées par un rapport dépendant du coefficient de Poisson du milieu. Le fait que ce coefficient reste constant au cours des expériences est une hypothèse qui n'est pas vérifiable dans le cas des essais réalisés. La plasticité est ensuite envisagée par le critère de Mohr-Coulomb. La condition limite impliquée par ce critère est que le rapport entre les contraintes axiale et radiale atteigne une certaine valeur dépendante de l'angle de frottement interne du matériau. Elle ne semble pas atteinte dans le cas des essais réalisés. Enfin les modèles phénoménologiques de Kelvin-Voigt et Zener pour des matériaux viscoélastiques sont présentés. Le premier modèle est basé sur une relation qui lie la contrainte, la déformation et le taux de déformation, ce qui implique un temps caractéristique. Le taux de contrainte est ajouté dans le second, ce qui entraîne l'existence de deux temps caractéristiques du milieu.

Chapitre II : Propriétés mécaniques et acoustiques d'un milieu granulaire sous chargement cyclique 43

II.1 Préparation des essais	43
II.1.1 Milieu granulaire choisi : caractéristiques des billes de verre	43
II.1.2 Préparation de l'empilement et fraction volumique de solide	44
II.1.3 Presse utilisée pour contraindre le milieu	45
II.1.4 Acquisition du signal acoustique	47
II.2 Etude d'un seul cycle de charge/décharge	50
II.2.1 Présentation des essais et reproductibilité	50
II.2.2 Influence du niveau de contrainte atteint	56
II.2.3 Influence de l'état d'usure des billes	61
II.2.4 Sensibilité au taux de déformation	63
II.3 Etude de cycles successifs de charge/décharge	66
II.3.1 Présentation des essais et terminologie utilisée	66
II.3.2 Résultats à amplitude constante	68
II.3.3 Influence de la vitesse de chargement	71
II.4 Etude de cycles à différents niveaux de contrainte	74
II.4.1 Essais de boucles de faible amplitude	74
II.4.2 Hystérésis et pente des petites boucles	76
II.4.3 Effet de la vitesse et de l'amplitude	77
II.5 Analyse et discussion : comparaison théorie/résultats expérimentaux	79
II.5.1 Ecart avec l'élasticité de Hertz	79
II.5.2 Tassement progressif avec les cycles et durcissement du milieu ...	87
II.5.3 Recrutement des contacts par réarrangement irréversible des grains	91
II.5.4 Détermination de la déformation grâce au module élastique	98
II.5.5 Ecart entre module élastique et pente de la courbe mécanique	103
II.6 Conclusion	107

II Propriétés mécaniques et acoustiques d'un milieu granulaire sous chargement cyclique

Le but de ce chapitre est de comprendre et d'expliquer les origines du comportement mécanique du milieu granulaire confiné sous chargement, en testant sur celui-ci l'influence de paramètres comme le niveau de contrainte atteint, la vitesse de chargement ou l'état d'usure des billes utilisées. Nous commencerons par détailler les conditions d'expériences et le montage utilisés, puis nous présenterons les résultats expérimentaux avant de les discuter à l'aide de différents modèles.

II.1 Préparation des essais

II.1.1 Milieu granulaire choisi : caractéristiques des billes de verre

Nous avons choisi un milieu modèle constitué de billes dures sphériques. Les billes utilisées sont des billes de verre sodocalcique sphériques ayant des diamètres entre 300 et 420 μm . Cette taille de billes a été choisie pour que les effets dus à l'environnement (force électrostatique) restent faibles et pour pouvoir comparer nos résultats avec ceux existants au sein du groupe. Un échantillon de 23,00g de ces billes est utilisé.

Ces billes, produites par la société française CVp, sont fabriquées par broyage de verre et tamisage des grains qui passent ensuite dans un four qui permet une sphérolisation. Ce procédé permet d'obtenir des billes relativement sphériques. Leur surface est de finition lisse et brillante. Elles subissent ensuite une classification granulométrique avant le conditionnement. Les billes dites « 300-400 μm » fournies sont en réalité tamisées entre 300 et 425 μm et le pourcentage retenu des billes passant à travers le tamis est de 85%. Elles sont exemptes de silice libre, totalement ininflammables et inertes chimiquement, insolubles dans l'eau ou dans l'huile. La composition chimique ainsi que les principales caractéristiques de ces billes, données par le fournisseur, sont rassemblées dans les tableaux suivants.

SiO ₂	Na ₂ O	CaO	MgO	Al ₂ O ₃	K ₂ O
70 à 73 %	13 à 15 %	7 à 11 %	3 à 5 %	0,5 à 2 %	0,2 à 0,6 %

Densité réelle	Densité apparente	Module d'Young	Dureté	Indice de réfraction
2,46 g/cm ³	1,61 g/cm ³	70 GPa	6 Mohrs	1,52

Tableaux II.1.1_1 : composition chimique et caractéristiques des billes de verre utilisées

Rappelons ici quelques notions sur la formation et la composition du verre. Tout d'abord, la silice (provenant du sable quartzéux) est le constituant « vitrifiant », c'est-à-dire un oxyde qui permet la formation du réseau vitreux, ici SiO₂. Ensuite, le carbonate de sodium (Na₂CO₃) est un oxyde dit « fondant » qui abaisse la température de fusion et fournit la soude (Na₂O) et la chaux (CaO). La magnésie et l'alumine sont des « stabilisants » qui assurent la dureté chimique du matériau. Enfin le calcaire est ce qui reste des additifs, ici l'oxyde de potassium qui abaisse la température de fusion et peut colorer légèrement le verre. Ce verre qui contient 70% en masse de SiO₂, du Na₂O et du CaO est un verre dit « sodocalcique » ; c'est le verre le plus répandu car son façonnage est aisé et il possède une bonne durabilité.

Dans nos calculs, nous utiliserons les valeurs de densité et module d'Young ci-dessus, et nous admettrons que le coefficient de Poisson est de 0,22, valeur couramment retrouvée dans la littérature. Le module d'Young et le coefficient de Poisson nous permettent de

calculer les valeurs des autres modules élastiques pour nos billes de verre : le module volumique vaut 42GPa car $K = \frac{E}{3(1-2\nu)}$ et $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$ le module de cisaillement est de 29GPa. Par ailleurs, le rapport de la masse volumique apparente de l'échantillon granulaire sur la masse volumique réelle des billes de verre donne une compacité de 65,44% avec ces données, mais il n'y a aucune précision donnée par le fournisseur sur la manière de préparer le milieu testé et les mesures faites. Cependant, nous retrouvons ces ordres de grandeur de la densité apparente et de la compacité dans nos expériences. L'obtention de notre empilement granulaire sera précisé dans la suite.

II.1.2 Préparation de l'empilement et fraction volumique de solide

II.1.2.i Compacité obtenue

La préparation de l'échantillon est primordiale car la structure de l'empilement granulaire et sa compacité dépendent de la manière dont les billes sont introduites dans la cellule-récepteur. La compacité, ou densité, est une des caractéristiques principales d'un milieu granulaire. Cette compacité ou encore fraction volumique de solide est définie comme le rapport entre le volume des billes seules, de masse totale m_{billes} , et le volume total de l'empilement de hauteur H contenu dans la cellule de rayon intérieur $R_{cellule}$:

$$\phi = \frac{\text{Volume (billes)}}{\text{Volume (empilement)}} = \frac{(m_{billes} / \rho_{verre})}{\pi R_{cellule}^2 \cdot H} \quad (\text{II.1.2}_1)$$

En utilisant différentes méthodes de préparation de l'échantillon, il est possible de réaliser des empilements de densités variées, car le frottement statique et les chaînes de force permettent de maintenir l'empilement dans des configurations métastables sans que le milieu ne s'effondre. Ainsi la densité d'un empilement de sphères uniformes admet une limite haute (RCP), de 0,64 et une limite basse « empilement aléatoire lâche » ou « random loose packing » (RLP) dont la valeur serait de 0,55 d'après Onoda et Liniger [Ono90]. Cette faible valeur est obtenue par les auteurs par extrapolation de données expérimentales sur billes de verre où les effets de la gravité sont minimisés.

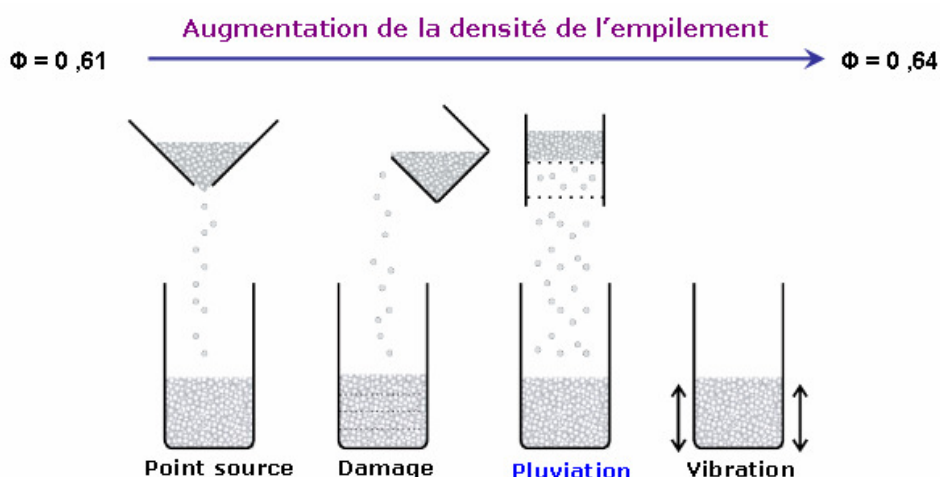


Figure II. 1.2.i_1 : Protocoles utilisés pour la préparation d'empilements de densités différentes

Cependant, dans un milieu granulaire de billes polydisperses, la compacité obtenue peut être plus élevée que la valeur de RCP du fait des différentes tailles des billes. Les billes les plus fines peuvent s'insérer dans les interstices entre billes plus grosses. Nous avons choisi la méthode par pluviation avec l'utilisation d'un système de grilles superposées pour notre

préparation. Avec cette méthode, la compacité obtenue est de 0,655 avec une dispersion très faible puisqu'elle est au maximum de 0,9%. De plus, certains facteurs jouent sur cette reproductibilité. Elle est par exemple encore meilleure sur des billes déjà volontairement usées, puisque la dispersion peut descendre jusqu'à seulement 0,2%. La reproductibilité de densité des échantillons est donc très bonne.

II.1.2.ii Caractéristique de la cellule contenant le milieu granulaire

La cellule contenant les billes est un cylindre creux en duralumin de 28mm de haut et de 31,98 mm de diamètre intérieur. Ce cylindre est refermé par les deux transducteurs piézo-électriques qui s'adaptent parfaitement (leur diamètre est de 31,86mm) puisque la cellule a été fabriquée spécialement pour ceux-ci. Le transducteur récepteur, qui ferme la base de la cellule, repose sur un support en duralumin spécialement conçu pour notre expérience, qui est posé sur le bâti de la presse utilisée. Une rainure sur la paroi extérieure de la cellule cylindrique permet d'éviter les couplages entre les différentes pièces et sert de « brise-onde ». Le transducteur émetteur referme le haut de la cellule et c'est sur lui que vient se poser le piston de la presse pour appliquer la charge. Les dimensions de la cellule dans laquelle est confiné le milieu granulaire permet de négliger les effets de bords. Le schéma suivant (figure II.1.2.ii_1) présente ces éléments.

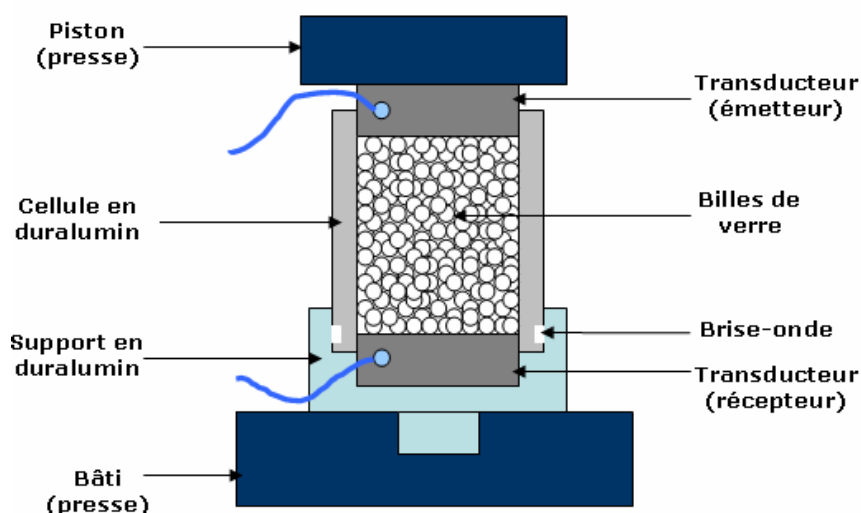


Figure II.2.1.ii_1 : Schéma de coupe de la cellule de test contenant le milieu granulaire

II.1.3 Presse utilisée pour contraindre le milieu

II.1.3.i Constitution et fonctionnement

La machine utilisée est une presse « QTest/25 Elite Controller » de la marque MTS. Cette presse est une machine à vis mue par un moteur électrique. Cette machine comporte à la fois une partie de commande un dispositif permettant d'appliquer sur une éprouvette un effort allant jusqu'à 25 kN, et des systèmes de mesures, dont :

- une cellule de force, pour déterminer la charge subie par l'éprouvette,
- des capteurs de déplacement pour donner la position instantanée exacte, donc obtenir la variation de hauteur de l'échantillon.

Le dispositif de chargement peut assurer différents efforts (traction, compression, torsion...) selon le système d'accroches utilisé pour l'éprouvette. Dans tous les cas,

l'alignement des axes est important. Nous utilisons cette presse uniquement pour effectuer des tests en compression.

La machine se compose d'un cadre rectangulaire, d'une hauteur de 1m70 environ et de 80 cm de largeur, incluant la base du bâti, la barre supérieure qui est la limite haute de la machine et les deux colonnes verticales (cf. figure I.D.3_a). La cellule de force, partie noire sur la photo, donnant précisément la mesure de l'effort est accrochée sous cette traverse mobile. Cette partie est protégée et n'est pas en contact direct avec les échantillons ; elle est reliée à un cylindre plein de 4cm de diamètre servant de « piston d'appui ». Un support cylindrique est posé sur la base de la presse. Ce support comporte un trou pour positionner de manière centrée et alignée avec le piston les éléments de la cellule contenant l'échantillon de billes. La traverse mobile, se déplaçant entre la base et la barre supérieure, est guidée par des vis à billes se trouvant dans les colonnes verticales. Ces vis à billes permettent un déplacement très précis de la traverse (hauteur donnée à 0,3 μ m près) et une bonne répétabilité des mouvements de déplacement imposés. De plus, les effets de frottement, d'usure et de jeu de fonctionnement sont considérablement diminués par rapport à un pas de vis classique. Ces vis à billes sont entraînées par une série de poulies et de courroies, couplées à un servomoteur sans balais de faible inertie. Le moteur est équipé d'un feedback pour le contrôle de la position et de la vitesse.

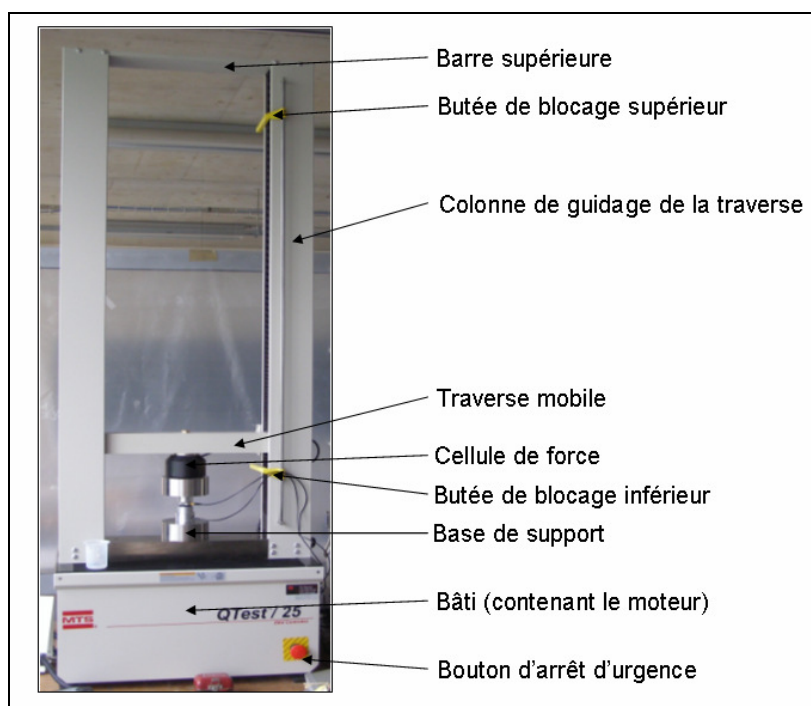


Figure I.1.3.i_1 : Photo de la presse MTS et détail de sa structure

La vitesse de déplacement de la traverse peut être choisie dans une gamme large allant de 0,01mm/min à 508mm/min. En dehors des phases de test, la traverse peut être déplacée par l'intermédiaire d'un boîtier de commande manuelle pour les réglages préliminaires aux essais. Une mollette permet un déplacement de précision, très lent, pour les réglages fins comme la mise en contact du piston de la machine avec le transducteur supérieur de la cellule. La presse étant automatisée et les déplacements de la traverse assistés, une charge très élevée est facilement accessible. Pour éviter d'écraser les échantillons, une butée qui sert de cran d'arrêt au niveau de la traverse permet de la bloquer en cas d'incident.

II.1.3.ii Mesures et données

La mesure de la charge se fait à l'aide d'une cellule de force placée sur la traverse mobile. Il s'agit d'un cylindre dynamométrique équipé de jauges de contraintes et d'un capteur de déplacement. Cette cellule ne fonctionne que dans la gamme de charge donnée (de 0,1N à 25 kN) qui est suffisante pour l'utilisation faite (jusqu'à quelques 500 N). La précision de la mesure de la force est de 0,5 % de la valeur lue. Cette machine est couplée à un ordinateur qui la pilote en temps réel et permet la saisie et le traitement rapide des données grâce au logiciel fourni par MTS. Il permet de piloter la machine et affiche les mesures en temps réel, puis les graphiques correspondants à la fin des essais.

Le logiciel propose toutes les méthodes de tests mécaniques classiques (compression simple, relaxation, fluage, cycles, etc.) qui sont déjà pré-enregistrées. Il suffit à l'utilisateur d'adapter tous les paramètres nécessaires en fonction des échantillons et du test voulu. Ainsi la vitesse de déplacement de la traverse, les charges limites, les durées de pause à certaines valeurs de contrainte de confinement sont quelques exemples des nombreuses données réglables par l'utilisateur. Dans tous les essais, la première étape correspond à la mise en contact (délicate) du piston de la machine avec le transducteur supérieur. Elle est effectuée lentement, jusqu'à atteindre une charge de 10N et l'extension calculée par la machine est réinitialisée à zéro : cet état est l'état initial de tous nos échantillons.

Dans les divers paramètres à fixer, il est important de faire attention aux valeurs limites données. Les valeurs imposées des charges minimales et maximales à ne pas dépasser permettent d'arrêter le test si ces limites sont atteintes et permettent d'éviter des charges excessives sur l'échantillon. De plus, les paramètres d'asservissement du moteur Kp, Ki et Kd (proportionnel, intégral, dérivé = PID) sont réglés par défaut par la machine pour un cas général, mais n'étaient pas adaptés au milieu granulaire testé. Un mauvais réglage de ces paramètres entraîne des instabilités et des oscillations de la traverse, qui pourraient endommager les transducteurs à cause de trop fortes contraintes. En plus de l'ajustement des paramètres PID, l'utilisateur peut donner des valeurs limites à la contrainte, l'extension ou la vitesse de la traverse, qui ne devront pas être dépassées lors des oscillations de la traverse.

II.1.4 Acquisition du signal acoustique

Le dispositif acoustique est principalement composé d'un générateur de signaux, de deux transducteurs piézo-électriques (émetteur et récepteur) et d'un oscilloscope. La génération des signaux électriques est obtenue par une carte PCI (Peripheral Component Interconnect) de marque Matec TB-1000, contenue dans l'ordinateur ; cet ordinateur sera dit par la suite « de contrôle ». Cette carte est capable d'émettre et de recevoir des signaux électriques larges bandes. Le signal créée est une sinusoïde d'amplitude fixe à $\pm 100V$, de fréquence qui peut être choisie entre 50kHz et 20MHz, limitée par une fenêtre rectangulaire de largeur entre 20ns à 20 μ s. Ce signal est répété avec une fréquence de répétition de 77Hz à 5kHz. Le signal choisi est présenté ci-dessous figure I.C.3_1.

Ce signal électrique est envoyé au transducteur piézo-électrique, dit « émetteur », qui le transforme en un déplacement (de l'ordre de 10nm) de sa membrane excitatrice ; l'oscillation de sa membrane génère ainsi une onde de compression. Cette onde se propage dans le milieu granulaire et est détectée par un transducteur piézo-électrique récepteur identique au premier. Le signal reçu est visualisé sur l'oscilloscope. Les oscillogrammes correspondent soit aux signaux directement reçus soit à une moyenne sur un certain nombre de signaux (le plus souvent, une moyenne sur 8 à 32 courbes). Souvent, le bruit dû aux autres appareils est relativement important. Le rapport signal-sur-bruit peut être amélioré grâce à un moyennage sur plusieurs signaux.

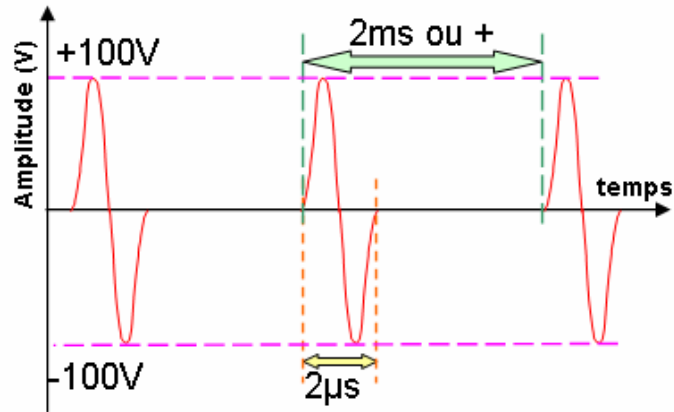


Figure II.1.4_1 : Représentation du signal électrique généré et envoyé au transducteur émetteur

L'oscilloscope est relié à l'ordinateur dit « de traitement » par un port GPIB (General Purpose Interface Bus) qui sert d'intermédiaire entre l'ordinateur et l'appareil. Un logiciel dédié à la programmation instrumentale, nommé labview (Laboratory Virtual Instrumentation Engineering Workbench) permet de traiter ensuite les signaux ; il permet de régler la fréquence d'enregistrement des oscillogrammes et de les stocker dans la mémoire. L'ordinateur de traitement sert ensuite à utiliser les données venant de l'oscilloscope pour travailler sur le signal reçu (mesure du temps de vol...). Remarquons que c'est aussi par cet ordinateur et l'intermédiaire du logiciel Testworks que la presse MTS est commandée. Le logiciel Testworks lié à la presse propose un grand nombre de protocoles pour le chargement mécanique (précharge, fluage, relaxation, cycle de charge/décharge) dont il faut régler les paramètres.

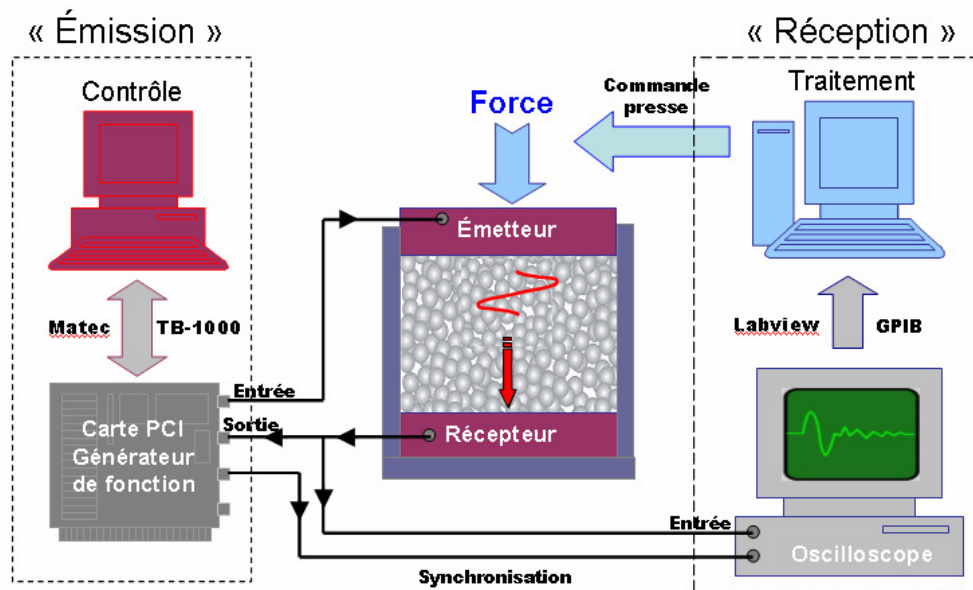


Figure I.B.3_2 : Schéma global pour l'acquisition du signal acoustique

Les paramètres imposés par l'intermédiaire de l'interface de contrôle Matec sont les suivants :

- Fréquence = 0,50MHz
- Largeur du pulse = 2µs
- Taux de répétition = 2 à 10ms
- Gain = 70dB
- Rectification = aucune
- Filtre passe-haut = aucun
- Filtre passe-bas = 500kHz

Justifions maintenant le choix de ces paramètres. Le signal émis est un signal large bande. La fréquence est centrée sur 500kHz car cela correspond à la fréquence nominale des transducteurs utilisés. De plus, pour des basses fréquences comme celle-ci (jusqu'à quelques MHz), la longueur d'onde est plus grande que le diamètre des billes, ce qui permet d'étudier le milieu dans sa globalité. Le signal acoustique au niveau du récepteur peut donc être filtré par un filtre passe-bas à 500kHz car tous les signaux de fréquences supérieures proviendraient forcément d'autres éléments (exemple : bruit du à l'électronique utilisée). Le filtre passe-haut et la rectification sont inutiles. Le gain de 70 donne un signal d'une amplitude supérieure à 2mV sur l'oscilloscope, mais un signal reçu dont l'amplitude maximum est inférieure. Un gain important est nécessaire afin d'amplifier le signal à émettre et de pouvoir détecter un signal d'une amplitude suffisante au niveau du récepteur.

La largeur du signal est de 2 μ s, ce qui permet l'envoi d'une impulsion qui correspond à une période de sinusoïde. Le taux de répétition est de 2 à 10ms. Cette durée entre deux impulsions successives doit être beaucoup plus importante que la durée de l'impulsion elle-même (ici facteur 1000 à 5000) et que les temps impliqués dans nos phénomènes. L'ordre de grandeur des temps de vol est de 20-50 μ s ; le taux de répétition choisi est tel qu'il reste supérieur aux temps de vol d'un facteur 200 au moins. L'écart de 2ms est utilisé lorsque le signal reçu est très bruité et qu'il est nécessaire de moyenner sur plusieurs signaux pour afficher une courbe sur l'oscilloscope. Par exemple : si les oscillogrammes sont obtenus avec une moyenne sur 32 signaux et que les enregistrements de ces oscillogrammes se font toutes les 500ms. L'écart de 10ms est suffisant dans deux cas : soit le signal reçu est assez propre et il n'a besoin d'une moyenne que sur 8 signaux, soit il est aussi fortement moyenné mais les enregistrements se font à un taux plus faible.

II.2 Etude d'un seul cycle de charge/décharge

II.2.1 Présentation des essais et reproductibilité

II.2.1.i Protocole de chargement

Tous les essais d'une série de tests seront réalisés selon le même processus. L'échantillon est tout d'abord préparé dans la cellule ; celle-ci est refermée par les transducteurs ultrasonores (précisions dans la partie I.D.2) et le tout est placé dans la presse.

○ Mise à zéro

Afin d'assurer le bon contact entre le piston et le transducteur sur lequel il appuie, une mise à zéro est réalisée pour une charge de 10N. Cette force est atteinte à vitesse très lente (à $0,03 \text{ mm/min} = 0,5 \mu\text{m/s}$) pour que les billes soient tassées progressivement. Pour toute la suite, cet état sous charge de 10N sera considéré comme l'état « zéro » pour le test. La reproductibilité sur la hauteur des échantillons à cet état initial est très bonne puisqu'une dispersion comprise entre 0,1 à 0,4% seulement est obtenue. Comme nous effectuons une compression/décompression sur l'échantillon, nous considérerons que la déformation correspond à l'écrasement divisé par la hauteur initiale. Lorsque la hauteur diminue, la déformation est comptée positivement.

○ Précharge

Ensuite une précharge est appliquée : elle consiste en 1 cycle de charge jusqu'à 520N et de décharge à 10N à vitesse contrôlée de $0,03 \text{ mm/min}$. Des pauses de 5s, pendant lesquelles la traverse est bloquée en position, sont effectuées entre charge et décharge, et après la décharge, et permettent une transition d'un sens à l'autre de chargement. Ces deux premières étapes de mise à zéro et de précharge sont considérées comme faisant partie de la préparation du milieu granulaire et n'apparaissent pas sur les graphiques présentés.

○ Test

Puis vient la partie de test proprement dite :

- une charge jusqu'à une force donnée, notée F_{max} , de 500N, 250N ou 120N, à vitesse de déplacement de la traverse imposée, que l'on notera V_{test} , comprise entre $0,03 \text{ mm/min}$ et $1,2 \text{ mm/min}$,
- puis un palier de 2s pendant lequel la traverse s'arrête et reste fixe, avant de reprendre la décharge : cela permet une phase de transition nette entre les mouvements de sens opposés de la traverse,
- enfin la décharge jusqu'à 10N à la même vitesse V_{test} que la charge.

Dans ce chapitre, ce seront les parties de charge et de décharge qui nous intéresseront. Nous parlerons de « phase » pour désigner la charge seule ou la décharge seule. Les pauses entre ces phases ne seront pas détaillées dans cette étude, mais dans le chapitre III.

II.2.1.ii Exploitation des résultats et ordres de grandeurs

○ Courbes des données

Les courbes obtenues via les mesures couplées sont de natures différentes : mécanique ($\epsilon\text{-}\sigma$) et acoustique ($\sigma\text{-}V_{\text{son}}$). Par la suite, les deux courbes expérimentales seront désignées par $\epsilon\text{-}\sigma$ et $\sigma\text{-}V_{\text{son}}$, la première variable étant en abscisse et la seconde en ordonnées, ou en utilisant les termes de « mécanique » ou « acoustique ». Ces deux types de résultats seront toujours mis en parallèle.

Nous utiliserons la convention des mécaniciens qui est de tracer classiquement la courbe de la contrainte en fonction de la déformation. Physiquement, il est vrai que la déformation du milieu granulaire est la réponse à la force extérieure appliquée, ou à la contrainte verticale à une constante près. Il serait donc possible de tracer les courbes avec la contrainte en abscisse et la déformation en ordonnée. Elles seraient comparables avec les courbes acoustiques où vitesse de propagation de l'onde sonore est tracée en fonction de la contrainte.

Cependant, lorsque nous allons travailler sur ces courbes, nous nous intéresserons au module élastique du milieu granulaire. Or, par définition pour un matériau classique, le module d'élasticité correspond à la pente de la courbe déformation-contrainte, qui est une droite en dessous de sa limite d'élasticité pour les matériaux élastiques linéaires. Dans notre étude, nous voulons comparer le module élastique, obtenu à travers la vitesse du son, avec les informations données par le test mécanique, donc avec la pente qui s'apparenterait à un module global. Dans ce cas, il est plus simple de présenter déjà la courbe dite mécanique dans le sens $\sigma = \text{fonction}(\epsilon)$. Les graphiques des figures II.2.1.ii_1 et 2 présentent un exemple des courbes $\epsilon-\sigma$ et $\sigma-V_{\text{son}}$ obtenues. Par la suite, les vitesses des ondes acoustiques seront toujours exprimées en m/s, les contraintes en Pa et les déformations sans unités.

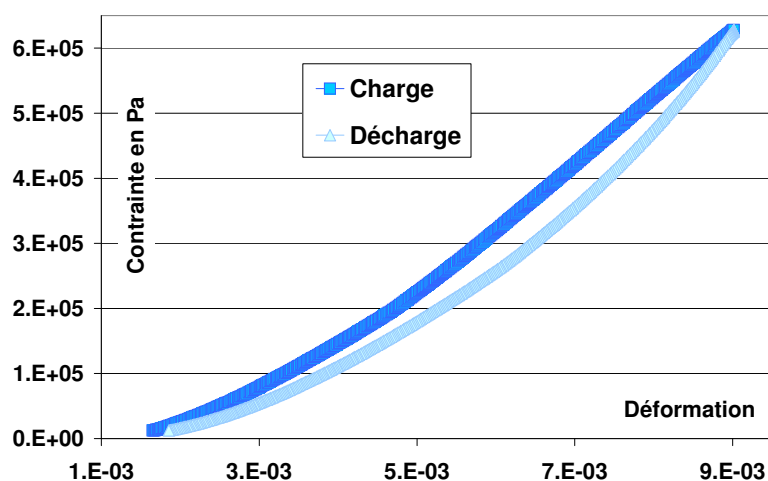


Figure II.2.1.ii_1 : Courbe $\epsilon-\sigma$ d'un cycle entre 10N et 500N sur billes neuves à vitesse de chargement de 0,09mm/min

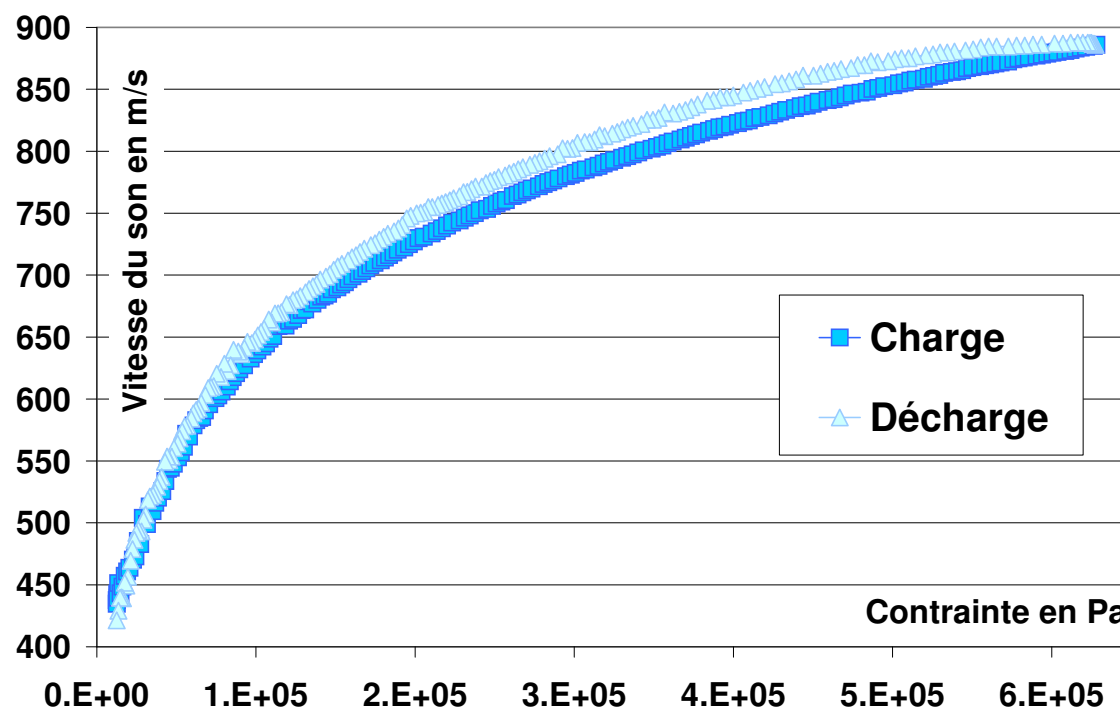


Figure II.2.1.ii_2 : Courbe $\sigma-V_{\text{son}}$ d'un cycle entre 10N et 500N sur billes neuves à vitesse de chargement de 0,09mm/min

○ Comparaison et approximation avec une loi de puissance

Afin de comparer l'écart entre les phases de charge et de décharge, nous avons pensé qu'il serait plus simple que les courbes soient « ramenées à zéro ». On parlera par la suite de déformation ou contrainte ramenées à zéro par opposition aux valeurs réelles. En effet, à 10N au début de notre cycle de test, la déformation n'est pas nulle, car la précharge a déjà introduit une déformation dans le milieu granulaire. A la fin de l'essai, une déformation résiduelle est observée de surcroît. Ceci est visible sur la figure II.2.1.ii_1. Pour effectuer ce décalage, les courbes sont tracées en utilisant les écarts entre les données considérées à l'instant t et l'état à 10N au début de la charge ou à la fin de la décharge. On tracera alors $\Delta\sigma = \sigma(t) - \sigma(10N)$ en fonction de $\Delta\varepsilon = \varepsilon(t) - \varepsilon(10N)$ pour la charge et pour la décharge séparément. De plus, seule la partie où la traverse a atteint la vitesse de commande est prise en compte : les quelques points où le taux de déformation n'est pas constant sont supprimés de la courbe. L'accélération nécessaire ne prend que quelques secondes.

Les courbes σ - V_{son} montrent des relations non linéaires entre les variables et une différence entre la charge et la décharge, qui est plus flagrante sur la courbe mécanique. Chaque courbe est approchée par une loi en puissance de type $\sigma = A.\varepsilon^p$, que nous comparerons par la suite avec la théorie de l'élasticité de Hertz. La courbe du graphique de la figure II.2.1.ii_3 sont des exemples des résultats obtenus. Les valeurs de A et p seront discutées ultérieurement. De même, les courbes acoustiques de vitesse de l'onde en fonction de la contrainte sont approchées par une loi en puissance : $V_{son} = B.\sigma^q$. Dans ce cas, les courbes réelles sont directement comparées, car il a été vérifié que la vitesse de propagation des ondes est bien nulle si la contrainte appliquée sur l'échantillon vaut zéro.

Notons que les coefficients de corrélation, donnés pour les approximations des courbes, sont calculés par la méthode des moindres carrés. Leurs valeurs, très proche de 1, ne sont pas réellement significatives de l'écart maximum entre les courbes expérimentales et celles d'approximation et ne sont à prendre en compte que comme des tendances.

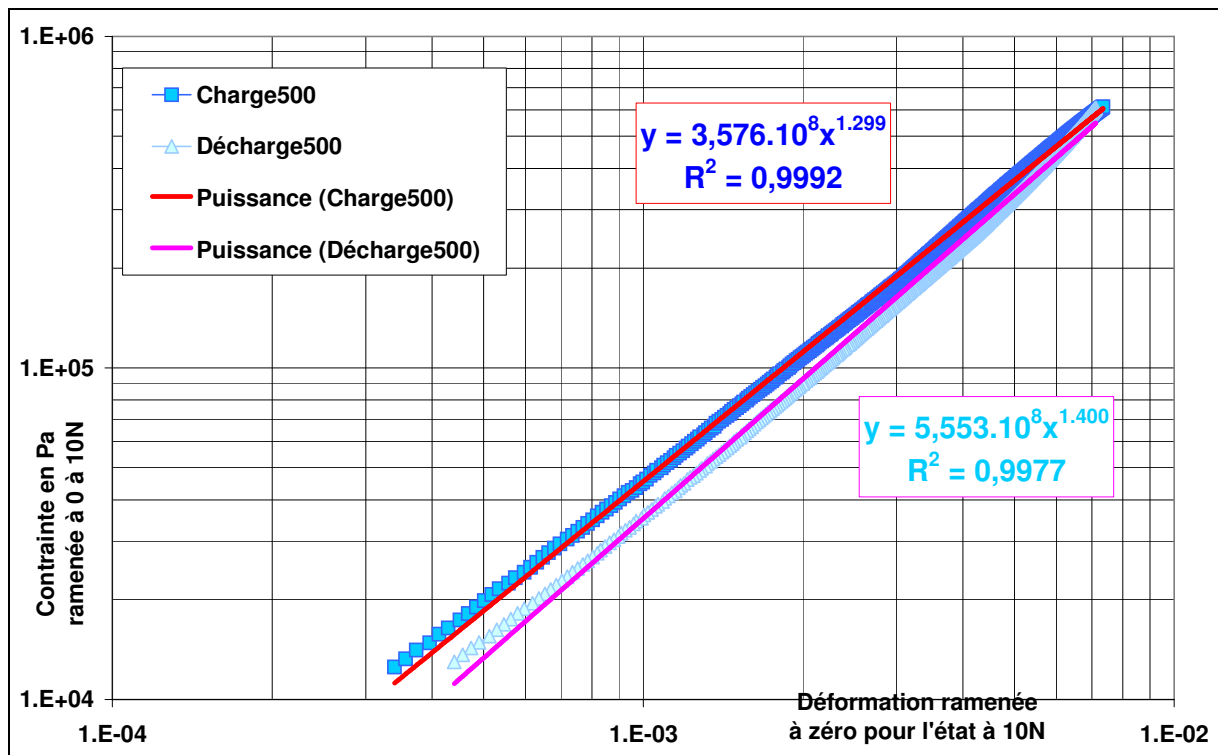


Figure II.2.1.ii_3 : Courbes ε - σ ramenées à zéro d'un cycle entre 10N et 500N sur billes neuves à vitesse de chargement de 0,09mm/min et approximations avec une loi de puissance

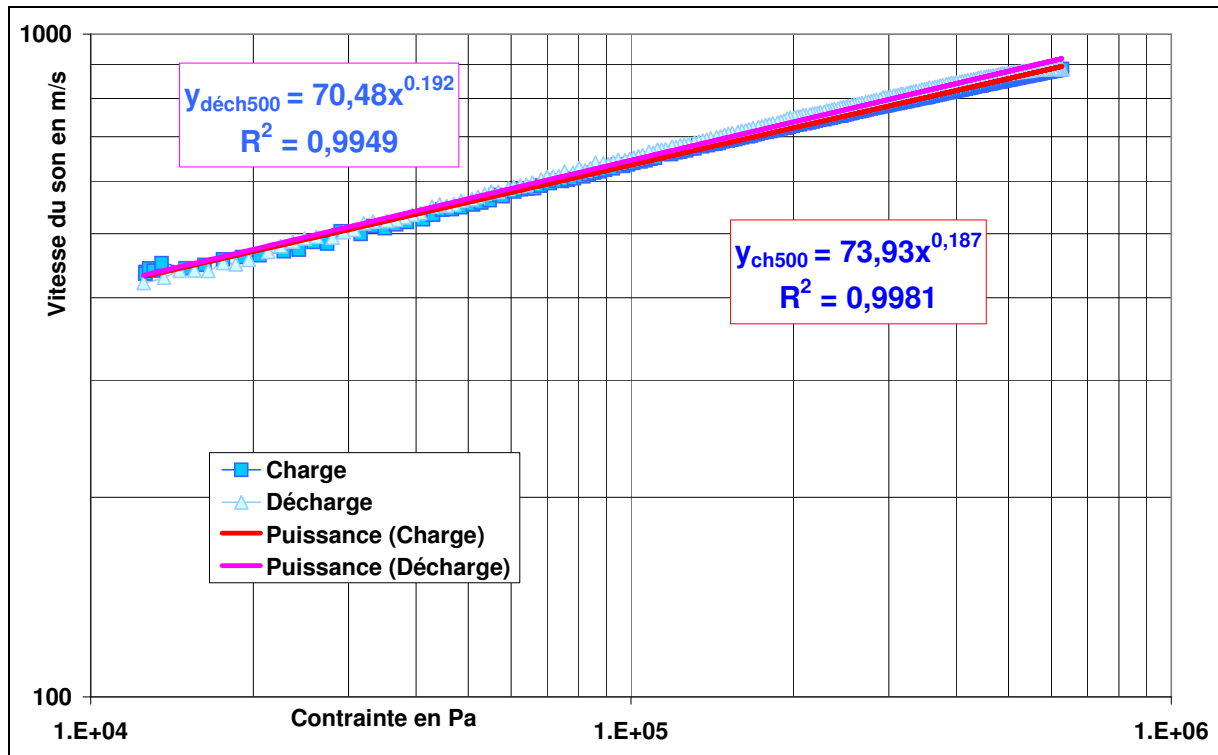


Figure II.2.1.ii_4 : Courbes σ - V_{son} d'un cycle entre 10N et 500N sur billes neuves à vitesse de chargement de 0,09mm/min et approximations avec une loi de puissance

Les représentations graphiques avec des échelles logarithmiques en abscisse et ordonnées peuvent être utilisées. Elles font alors directement ressortir, par la pente des droites éventuellement obtenues, l'exposant de la loi de puissance (figures II.2.1.ii_3 et II.2.1.ii_4). De plus, si cette représentation est utilisée pour les courbes mécaniques réelles (non ramenées à zéro), elle fait ressortir le fait que l'approximation avec une loi de puissance est moins adaptée aux contraintes faibles. L'utilisation d'un graphique log-log peut être pratique pour nos courbes déformation-contrainte, mais comme nos données de vitesse de propagation des ondes sonores couvrent moins d'une décade (seulement 400-900 m/s), cette représentation n'est pas avantageuse pour les courbes « acoustiques ». Pour une meilleure visibilité, nous utiliserons les échelles linéaires pour celles-ci.

○ Autres données pertinentes

Lors de la décharge, la contrainte diminue jusqu'à la valeur de 10N qui était le niveau de contrainte en début d'essai. Mais, à la fin du cycle de charge/décharge, l'échantillon ne retrouve pas sa hauteur initiale mais a une valeur plus faible. En effet, une déformation résiduelle est observée à la fin du test. Nous nous intéresserons donc à cet écart. La différence entre la déformation finale après la boucle et la déformation initiale, pour la même force de 10N appliquée par le piston nous donnera la déformation résiduelle après l'essai et nous discuterons par la suite l'origine de cette déformation résiduelle.

Nous travaillerons également sur les aires des boucles observées pour les deux courbes ϵ - σ et σ - V_{son} lors d'un cycle de chargement. Pour la courbe mécanique, l'aire peut être reliée à l'énergie volumique dissipée lors de la déformation du milieu granulaire. Supposons un échantillon de hauteur initiale H_0 . Sous l'effet de l'augmentation de la force F de compression, appliquée sur la surface S , il passe de la hauteur H_0 à une hauteur plus faible H_1 , ou encore d'une déformation ϵ_0 à ϵ_1 plus grande. Alors l'aire sous la courbe vaut :

$$\text{Aire}_{\text{courbe}}(\epsilon - \sigma) = \int_{\epsilon_0}^{\epsilon_1} \sigma \cdot d\epsilon = \int_{\epsilon_0}^{\epsilon_1} \frac{F}{S} \cdot d\left(\frac{\Delta H}{H_0}\right) = \frac{1}{S \cdot H_0} \int_{H_0}^{H_1} F \cdot d(\Delta H) = \frac{1}{S \cdot H_0} \int_{H_0}^{H_1} F \cdot d(H)$$

Or, le travail de la force F est par définition : $W(F) = \int_{H_{initiale}}^{H_{finale}} F.dH \propto \text{Energie}_{compression}$

$$\text{donc Aire}_{courbe}(\varepsilon - \sigma) \propto \frac{En_{compression}}{S.H_0}$$

Il en va de même pour la décharge, mais le long d'un chemin de contrainte différent puisque la courbe de décharge ne se superpose pas à celle de la charge. Ainsi l'aire de la boucle ε - σ correspond à une énergie, normalisée par le volume initial, dissipée par le matériau granulaire lors du cycle de chargement. En revanche, il est difficile de trouver une signification physique réelle à l'aire de la courbe acoustique σ - V_{son} . Cette aire indique seulement l'écart entre les courbes des phases de charge et de décharge.

Il sera intéressant de comparer la pente de la courbe mécanique, comparable à un module tangent, au module élastique obtenu grâce à la méthode acoustique. En pratique, la pente équivalente au module tangent et le taux instantané de contrainte sont estimés à partir de lissage des courbes expérimentales.

○ Ordres de grandeur

Voici enfin quelques ordres de grandeur pour nos expériences. Lorsque la force appliquée augmente de 10N à 500N, cela correspond à une contrainte de 12 à 627 kPa, appliquée sur la surface supérieure du milieu qui est un peu inférieure à 800 mm². La hauteur de l'échantillon qui est initialement d'un peu moins de 18mm, diminue avec la compression. Cette diminution peut aller jusqu'à 140 μ m. La déformation de l'échantillon passe globalement de 1.10^{-3} à 9.10^{-3} lors d'une charge de 10 à 500N. La pente de la courbe ε - σ est de l'ordre de $2,4.10^7$ à $2,5.10^8$. Au niveau de la courbe acoustique, pour la même amplitude de charge, la vitesse de propagation du son passe d'environ 400 à 900m/s. Ces ordres de grandeur sont donnés en tenant compte de nos différents essais et seront affinés par la suite.

II.2.1.iii Reproductibilité et barres d'erreur

Comme chaque configuration du milieu est unique, malgré un protocole de préparation similaire, une bonne reproductibilité au niveau des systèmes granulaires n'est pas toujours facile à atteindre. Or, pour pouvoir généraliser nos résultats, il faut s'assurer qu'ils soient reproductibles et que le milieu présente toujours la même réaction dans des conditions identiques. La reproductibilité a été évaluée en réalisant plusieurs essais, au minimum 8 jusqu'à 15, dans des conditions inchangées, puis en les comparant. Comme nous l'avons déjà vu, « l'histoire » du milieu joue un rôle important et il est nécessaire d'apporter beaucoup de soin lors de la préparation. Autant que faire se peut, une série d'essais est réalisée dans une même journée, voire ½ journée, sur des billes toutes prises dans la même réserve.

De plus, pour distinguer des différences entre les courbes obtenues, il faut que celles-ci soient supérieures à la largeur des barres d'erreur liées à l'imprécision des mesures. La presse donne une mesure de la force à $\pm 0,5\%$ près et le diamètre de la cellule est mesuré au pied à coulisse avec une précision de 0,02mm. La valeur de la contrainte est donc obtenue à 0,56% près. La hauteur et l'écrasement sont donnés par la presse à 0,3 μ m près ; la déformation est alors calculée à 1,1% près. Sur l'exemple du graphique suivant, les barres d'erreur liées à la mesure sont à peine plus larges que les symboles qui constituent les courbes et sont difficilement visibles. Par la suite, il sera plus simple de représenter des symboles dont la largeur inclut les imprécisions de mesures et d'utiliser les barres d'erreur pour tenir compte de la reproductibilité des essais si nécessaire. Ici, seulement 3 essais de chaque type (charge

jusqu'à $F_{\max} = 500, 250$ ou 120N) ont été représentés, mais une étude de reproductibilité a été faite sur une dizaine d'essais. De manière générale, pour une même contrainte, la déformation est reproductible à 3% près dans le meilleur des cas, et jusqu'à 12% au pire, selon le test effectué.

Pour la détermination de la vitesse de propagation des ondes acoustiques dans le milieu, la précision de la mesure du temps de vol dépend de la base de temps utilisée sur l'oscilloscope. Ceci introduit une erreur de mesure au maximum de 0,5%. D'autre part, la vitesse de propagation des ondes acoustiques dépend de la longueur traversée déterminée à 1,5% près. Par ailleurs, les tests donnent le plus souvent une reproductibilité de 2% jusqu'à 4% dans le pire des cas.

Remarquons qu'un certain nombre de facteurs agissent sur la reproductibilité. Tout d'abord, les expériences sur des billes usées sont plus reproductibles que celles sur des billes neuves. Ensuite une augmentation de la vitesse de chargement lors du test donne des résultats plus dispersés. La force appliquée joue également un rôle dans cette reproductibilité : la dispersion est d'autant plus faible que la contrainte imposée est élevée. Dans la suite, sur les courbes présentées, la largeur des symboles représentant les résultats prend en compte l'imprécision des mesures et la reproductibilité lorsqu'elle est bonne. En effet, pour une meilleure lisibilité, les barres d'erreur ne seront indiquées que lorsque cela sera vraiment nécessaire : pour la comparaison d'essais différents pour lesquels la reproductibilité n'est pas bonne.

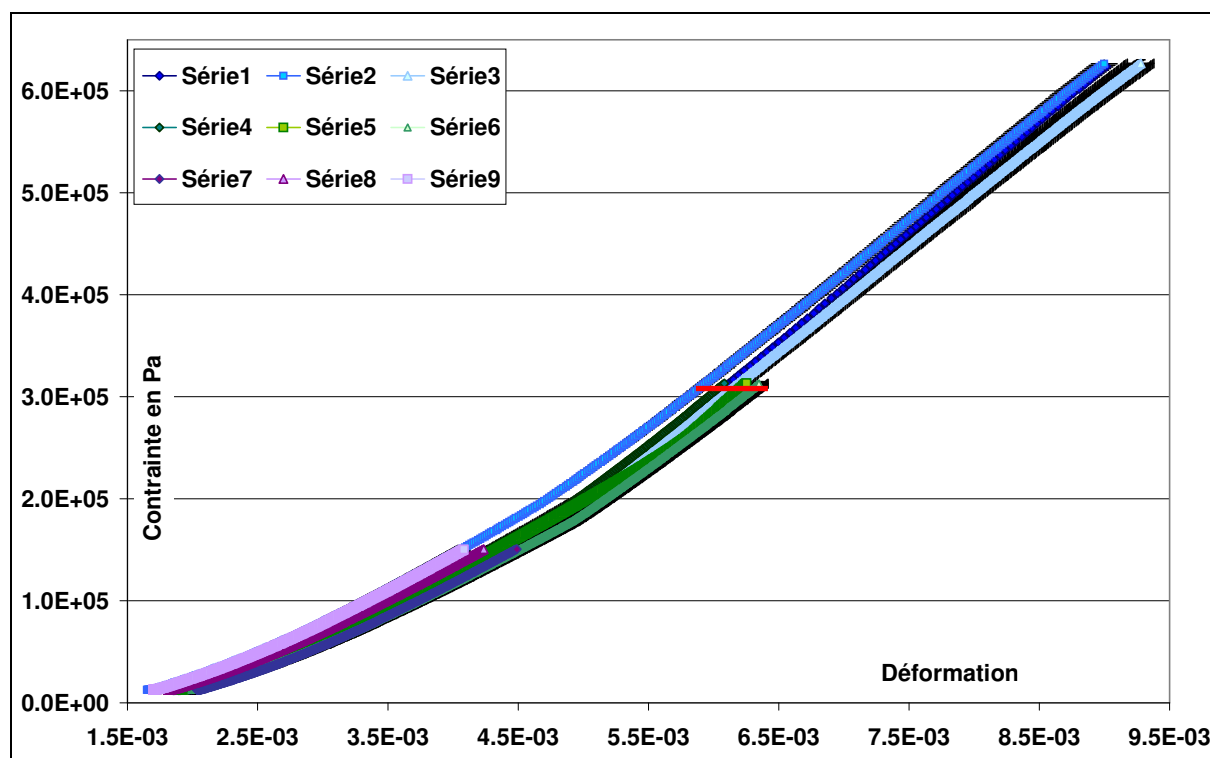


Figure II.2.1.iii_1 : Courbes ϵ - σ pour des charges sur billes neuves à 0,09mm/min de 10N à 500N (bleu), 250N (vert) ou 120N (violet) ; exemple de trois courbes de chaque type

II.2.2 Influence du niveau de contrainte atteint

II.2.2.i Etude des phases d'un cycle

Plusieurs essais sont réalisés où nous faisons varier la force maximale de commande que la presse doit appliquer sur l'échantillon lors de la charge, tous les autres paramètres étant égaux par ailleurs. La comparaison est faite entre des essais de charge/décharge allant de 10N jusqu'à 500, 250 ou 120N. La déformation totale et la déformation résiduelle à la fin des cycles sont d'autant plus importantes que la contrainte maximale atteinte est forte. Sur les trois courbes de la figure II.2.2_1, les déformations résiduelles à la fin des cycles sont respectivement de $2,5 \cdot 10^{-4}$, $1,7 \cdot 10^{-4}$ et $7,2 \cdot 10^{-5}$ pour les essais jusqu'à 500, 250 et 120N.

La figure II.2.2_2 présente les courbes des charges et des décharges, ramenées à zéro et approchées par une loi de puissance $\sigma = A \cdot \epsilon^p$. Les valeurs du coefficient A et de l'exposant p obtenus sont de valeurs plus élevées pour les décharges que pour les charges et augmentent lorsque la force augmente (figure II.2.2_2 et tableau II.2.2.i_1-a). Par ailleurs, l'écart entre les courbes de charges et décharges est plus faible pour F_{\max} plus petite ; même les valeurs de A et p de l'approximation sont moins différentes pour une contrainte maximale plus faible.

En parallèle, la courbe $\sigma - V_{\text{son}}$ est approchée par $V_{\text{son}} = B \cdot \sigma^q$. Les valeurs de l'exposant q sont plus importantes pour les décharges que pour les charges, mais c'est l'inverse pour le préfacteur B. Pour l'évolution en fonction de la force maximale atteinte lors de la boucle, il est un peu plus difficile de tirer une règle générale. Une certaine tendance est observée : pour la majorité de nos essais, la valeur de q diminue lors d'un accroissement de F_{\max} . L'évolution de la valeur du coefficient B dépend des autres paramètres de contrôle. Dans le cas des cycles effectués à 0,09mm/min sur des billes neuves comme dans nos exemples, B diminue alors que l'amplitude de la boucle augmente. Mais cela n'est pas vrai dans tous les cas.

Les tableaux ci-dessous résument les données des figures présentées par la suite. Comme l'aire de la boucle est calculée en faisant la différence entre la charge et la décharge, et que la courbe de décharge se trouve au-dessus de celle de la charge sur la graphique $\sigma - V_{\text{son}}$, l'aire obtenue est négative. Pour une meilleure lisibilité, les valeurs des coefficients A de l'approximation des courbes mécaniques ont été divisées par 10^8 ; l'aires des courbes acoustiques (en m/s/Pa) sont elles divisées par un 10^6 .

a. Données mécaniques

Force F	Charge		Décharge		Aire réelle
	A / 10^8	p	A / 10^8	p	
500N	3,58	1,300	5,63	1,402	338.8
250N	2,62	1,252	5,19	1,375	66.1
120N	2,15	1,222	3,71	1,274	12.6

b. Données acoustiques

Force F	Charge		Décharge		Aire / 10^6
	B	q	B	q	
500N	76,09	0,185	71,85	0,191	- 8,60
250N	71,89	0,190	67,88	0,196	- 2,77
120N	67,23	0,195	65,85	0,198	- 1,62

Tableaux II.2.2.ai_1 : Valeurs des coefficients de l'approximation avec une loi de puissance pour les courbes $\epsilon - \sigma$ ramenées à zéro et $\sigma - V_{\text{son}}$ des figures suivantes et aires des boucles

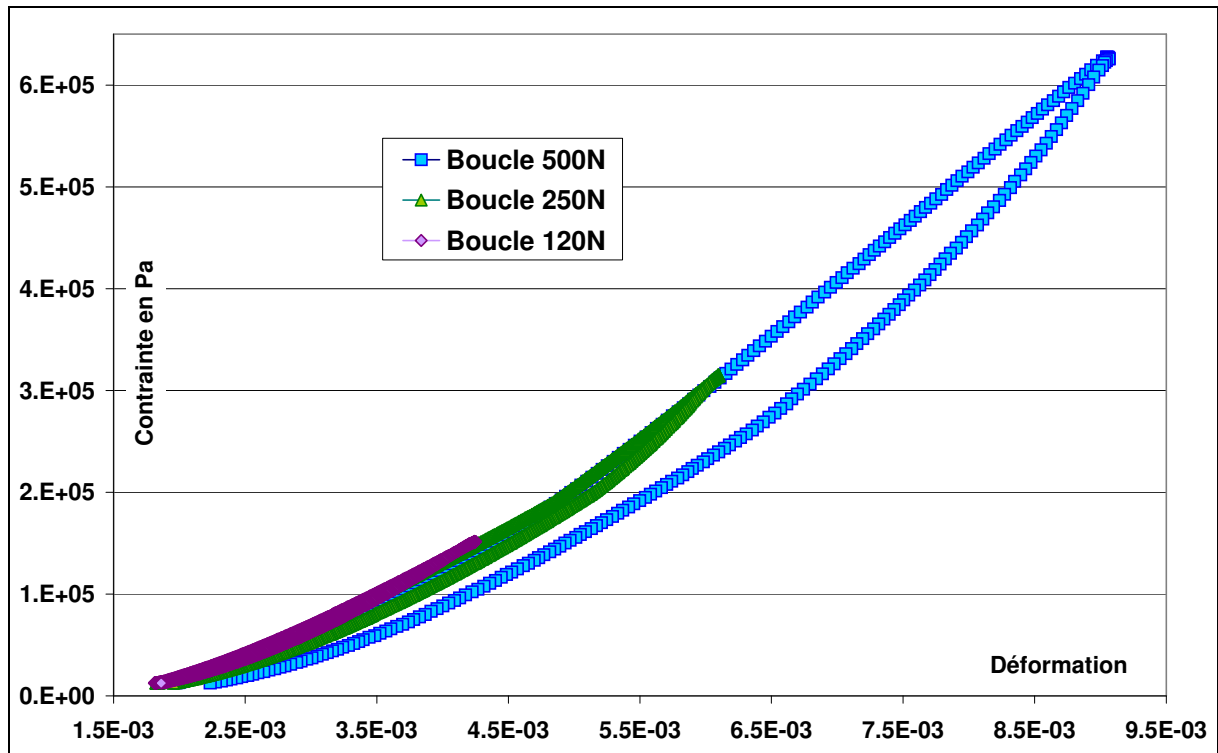


Figure II.2.2.i_1 : Courbes ϵ - σ d'essais de cycles entre 10 et 500N (bleu), 250N (vert) ou 120N (violet) sur billes neuves à 0,09mm/min

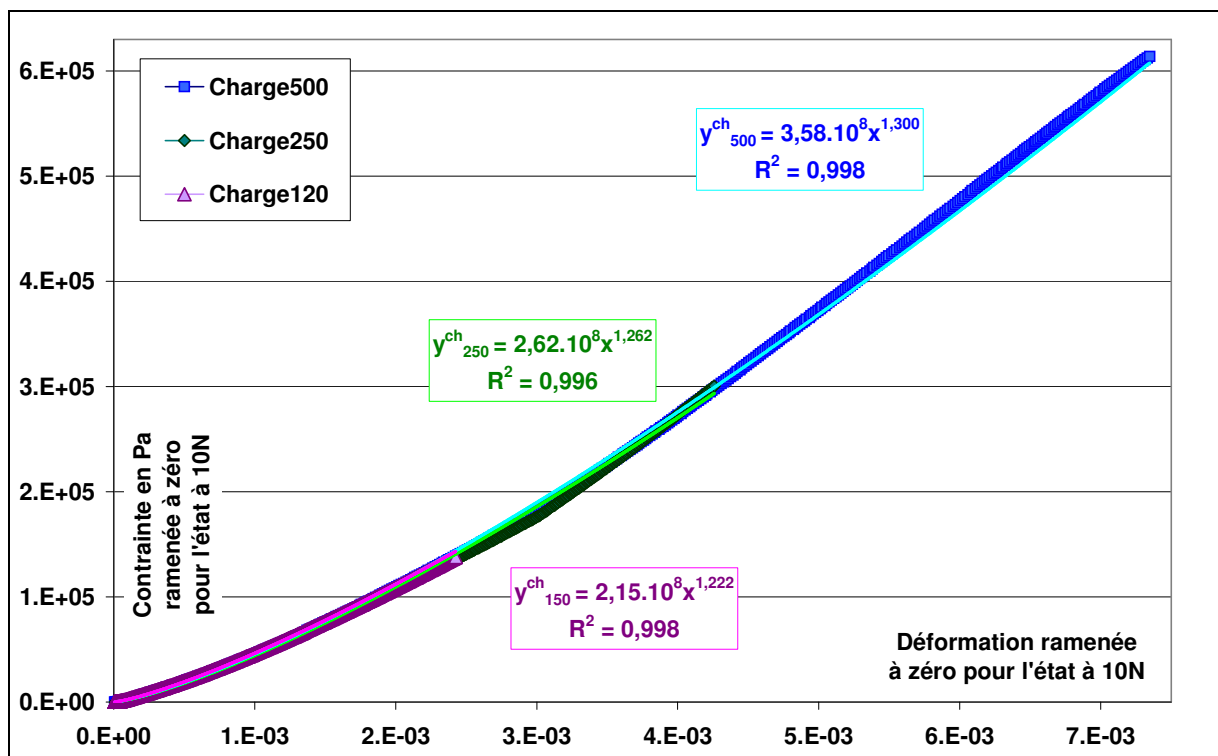


Figure II.2.2.i_2 : Courbes ϵ - σ ramenées à zéro de charges entre 10 et 500N (bleu), 250N (vert) ou 120N (violet) sur billes neuves à 0,09mm/min et approximation avec une loi de puissance

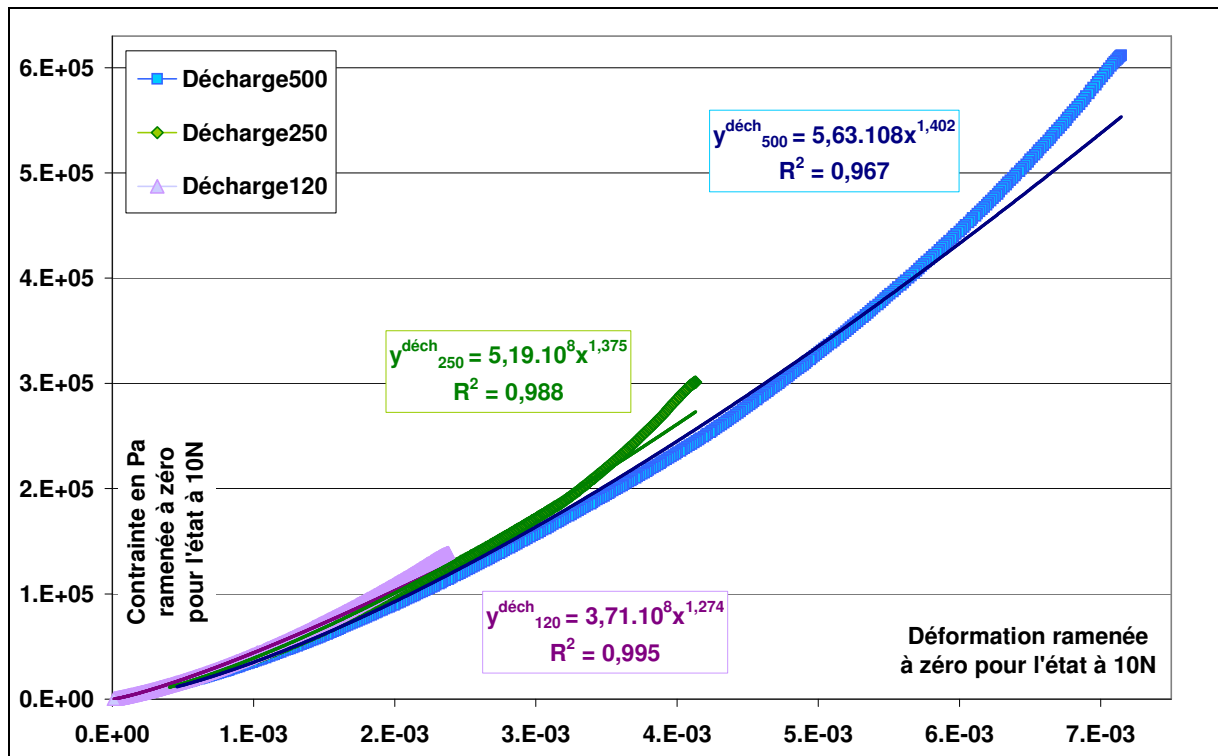


Figure II.2.2.i_3 : Courbes ϵ - σ ramenées à zéro de décharges de 500 (bleu), 250N (vert) ou 120N (violet) et à 10N sur billes neuves à 0,09mm/min et approximation avec une loi de puissance

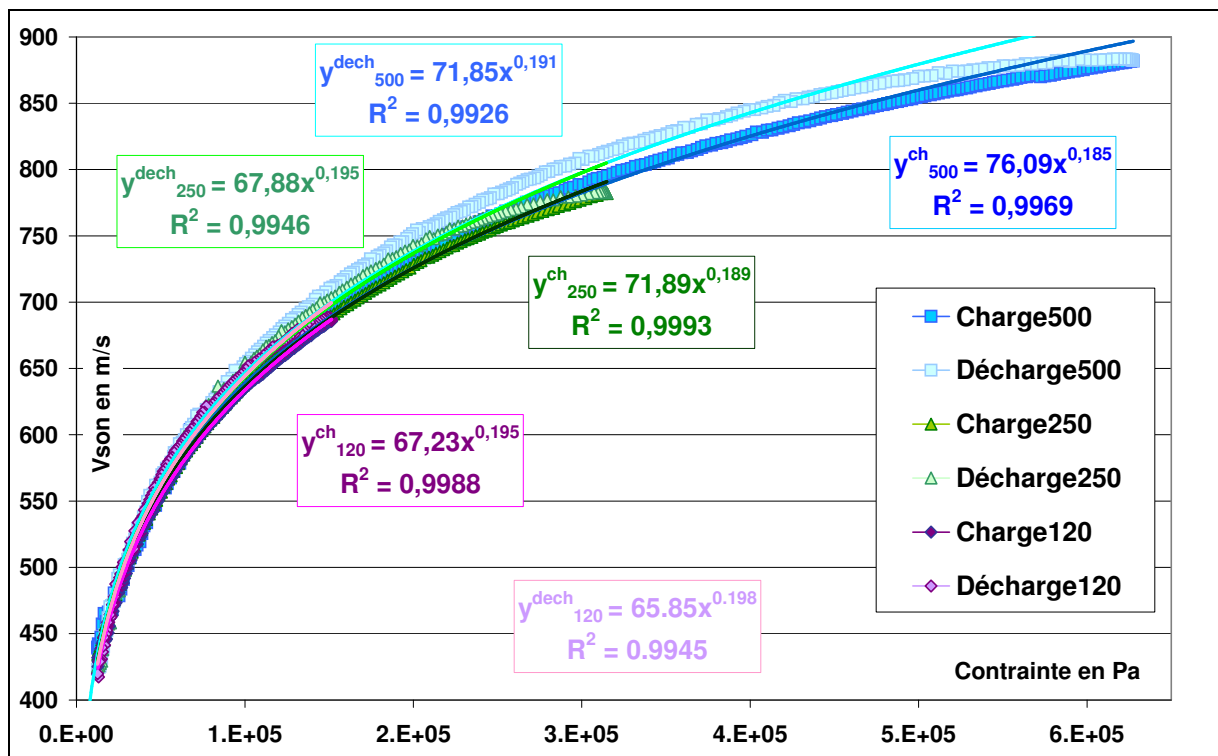


Figure II.2.2.i_4 : Courbes σ - V_{son} de cycles sur billes neuves à 0,09mm/min entre 10 et 500N (bleu), 250N (vert) ou 120N (violet) et approximation avec une loi de puissance

Par ailleurs, les tendances observées, lors de l'approximation des courbes mécaniques lorsque le niveau de contrainte croît, ont été confirmées d'une autre manière. Des essais ont été réalisés pour lesquels la charge commence à 100N au lieu de 10N. Ainsi la partie où les contraintes sont les plus faibles est supprimée dans ces essais. Les approximations avec la loi de puissance $\sigma = A \cdot \epsilon^p$ sont alors effectuées sur les courbes qui sont ramenées à zéro pour 100N au lieu de 10N dans ce cas. L'exposant p obtenu sur ces courbes est alors toujours supérieur à celui venant des cycles partant de 10N. Les données acoustiques ont aussi confirmé le fait que l'exposant q de l'approximation de la courbe diminue si la contrainte est plus élevée. Cela montre aussi que ce n'est pas l'amplitude de la boucle qui compte mais le niveau des contraintes appliquées qui joue un rôle important.

II.2.2.ii Approximations sur des portions de courbes

La courbe expérimentale ϵ - σ ramenée à zéro a été étudiée plus finement à l'aide de segments de petite longueur. Chaque courbe est partagée en une dizaine de portions de même amplitude de contrainte et chaque partie est approchée d'abord par un segment de droite, puis par une loi de puissance. Cette méthode nous permet d'examiner l'évolution de la pente de la courbe ou des paramètres des approximations avec la loi en puissance, lors de la charge et de la décharge. Un exemple est présenté dans le cas d'un essai d'un cycle de 10 à 500N à 0,09mm/min sur billes neuves ; les courbes de la charge et de la décharge sont coupées en 10 segments d'amplitude identique de 61,5kPa. Les tableaux II.2.2.ii_1 donnent les valeurs des coefficients A et des exposants p des approximations avec la loi de puissance $\sigma = A \cdot \epsilon^p$ des portions sur les courbes mécaniques de charge et de décharge. La pente des segments de droite présente la même évolution que le préfacteur A et l'exposant p de la loi de puissance. Leurs valeurs diminuent progressivement lorsque la contrainte décroît pendant les décharges. Mais elles augmentent d'abord puis diminuent pour la charge avec une valeur maximale pour le segment vers 250-300kPa. Notons que l'exposant p se rapproche le plus de la valeur de $3/2$ prévue par la loi de Hertz pour ce segment de la courbe de charge. Lors de la décharge, c'est pour ces mêmes contraintes que l'exposant passe d'une valeur supérieure à $3/2$ à une valeur qui est inférieure.

Le même type d'étude par la segmentation des courbes a été réalisé pour les essais de charge/décharge entre 10 et 250N et entre 10 et 120N. L'observation sur l'essai à 250N est similaire à celle faite sur le cycle à 500N. La valeur de la contrainte seuil observée lors de la charge est affinée : elle se trouve entre 240 et 270kPa. En outre, il ressort de l'étude sur les essais jusqu'à 120N (soit 150kPa pour la courbe ramenée à zéro) qu'il peut y avoir de petites fluctuations dans l'évolution de A et p , mais qu'il n'existe pas de telle transition en dessous de la contrainte seuil. En effet, l'approximation des portions de courbe par une loi de puissance révèle que l'exposant p et le coefficient A croissent de façon relativement régulière avec le niveau de contrainte du segment considéré en dessous de la contrainte de 240kPa. Cela confirme l'observation faite sur les courbes présentant la pente de la courbe ou le taux de contrainte lors du cycle de chargement. Ces courbes présentent une diminution régulière de la pente lors de la décharge. Il y a aussi une augmentation progressive de la pente lors du début de la charge, mais une limite semble être atteinte après 250kPa environ. Il y aurait donc une transition dans le comportement du milieu pour la contrainte seuil de 250kPa environ et une « saturation » lors de la charge qui n'existe pas lors de la décharge.

Les courbes acoustiques ont également subi ce découpage en une dizaine de parties et les résultats sont présentés dans le tableau II.2.2.ii_3. Que ce soit pour les phases de charge ou de décharge, les valeurs des préfacteurs augmentent et celles des exposants diminuent de manière régulière lorsque le niveau de contrainte est de plus en plus élevé. Il n'y a pas de transition brutale observée comme pour la courbe mécanique de la charge.

Numéro	$\Delta\sigma$ en kPa	Charge		Décharge	
		Préfacteur $A/10^8$	Exposant p	Préfacteur $A/10^8$	Exposant p
segment 1	0-62	2,75	1,256	0,95	1,143
segment 2	62-123	2,37	1,238	4,02	1,355
segment 3	123-185	2,36	1,238	4,27	1,365
segment 4	185-246	8,90	1,469	4,38	1,370
segment 5	246-308	10,54	1,498	8,41	1,490
segment 6	308-369	6,53	1,411	25,05	1,694
segment 7	369-431	5,30	1,371	36,32	1,765
segment 8	431-492	3,79	1,306	58,30	1,858
segment 9	492-554	3,00	1,261	86,56	1,936
segment 10	554-615	1,97	1,176	117,80	1,997

Tableau II.2.2.ii_1 : Valeurs du préfacteur A, divisée par 10^8 , et de l'exposant p de l'approximation avec la loi de puissance des segments lors de la charge et de la décharge de la courbe mécanique

Numéro segment	$\Delta\sigma$ en kPa	Préfacteur $A/10^8$	Exposant p
1	0-30	2,48	1,268
2	30-60	2,26	1,232
3	60-91	2,77	1,262
4	91-121	2,43	1,242
5	121-151	2,71	1,286
6	151-181	3,19	1,325
7	181-212	3,14	1,321
8	212-242	3,61	1,331
9	242-272	7,80	1,480
10	272-302	6,89	1,431

Tableau II.2.2.ii_2 : Valeurs du préfacteur A, divisée par 10^8 , et de l'exposant p de l'approximation en loi de puissance sur 10 segments de plus petite taille (30,2kPa) de la courbe mécanique, lors de la charge de 10 à 250N à 0,09mm/min sur billes neuves

N° partie	$\Delta\sigma$ en kPa	Charge		Décharge	
		Préfacteur B	Exposant q	Préfacteur B	Exposant q
1	12-74	67,7	0,200	53,9	0,300
2	74-135	69,3	0,194	61,7	0,218
3	135-197	74,8	0,184	65,4	0,205
4	197-258	84,0	0,183	85,5	0,179
5	258-320	95,9	0,167	96,7	0,168
6	320-381	104,4	0,161	110,6	0,158
7	381-443	112,1	0,155	132,1	0,144
8	443-504	119,0	0,150	167,6	0,126
9	504-565	120,7	0,149	277,4	0,087
10	565-627	137,7	0,139	612,2	0,028

Tableau II.2.2.ii_3 : Valeurs du préfacteur A, divisée par 10^8 , et de l'exposant p de l'approximation avec la loi de puissance des segments lors de la charge et de la décharge sur la courbe acoustique

II.2.3 Influence de l'état d'usure des billes

Deux échantillons différents de billes de verre de diamètre 300-400 μ m ont été testés :

- l'échantillon de billes dites « neuves » : ces billes sont sorties de la réserve et subissent seulement un tamisage grossier entre 300 et 420 μ m,
- l'échantillon de billes « usées » : des billes neuves ont subi 2000 cycles de charge/décharge à 0,9mm/min entre 100 et 500N pour les user volontairement.

Pour ce dernier, l'état des billes de verre doit être différent de celui des billes neuves. En effet, les cycles successifs subis par les billes les ont déjà écrasées en partie. Ces billes doivent donc être plus lisses que les neuves. Lors d'une charge de 10 à 500N (soit σ de 12 à 627 kPa), la variation totale de hauteur du milieu passe :

- d'environ 30-40 μ m à 165 μ m pour les billes neuves, soit ε de $1,6 \cdot 10^{-3}$ à $9 \cdot 10^{-3}$
- de 15-25 μ m à 150 μ m pour les billes usées, soit de $\varepsilon = 0,8-1,3 \cdot 10^{-3}$ à $\varepsilon = 8,4 \cdot 10^{-3}$.

L'usure des billes a une influence nette sur la déformabilité du milieu pendant le cycle, et lors de la préparation de l'échantillon. La hauteur de l'échantillon, que ce soit après l'introduction des billes dans la cellule ou après la précharge, est plus faible pour les billes usées que pour les billes neuves, alors que la masse des billes empilées est la même. La masse volumique apparente et la compacité sont plus élevées pour les billes usées que pour des billes neuves bien que les deux échantillons subissent exactement la même préparation. Les déformations résiduelles observées à la fin des essais sur les billes neuves sont toujours supérieures à celles des billes usées. Sur les courbes présentées, les déformations résiduelles sont de $1,58 \cdot 10^{-4}$ et $2,39 \cdot 10^{-4}$ respectivement pour les tests sur les billes usées et neuves (figure II.2.3_1). La déformation absolue des billes usées reste plus faible que celle des billes neuves, mais c'est l'inverse pour l'évolution de cette déformation avec la contrainte appliquée. En effet, pour une même variation de contrainte, la variation de déformation sur les billes usées est moins importante que sur les billes neuves. De plus, les aires des boucles mécaniques des essais sur billes neuves sont un peu plus petites que celles des billes usées (donc la dissipation diminue). Par ailleurs, la vitesse de propagation des ondes de compression est plus importante dans l'échantillon de billes usées que de billes neuves (figure II.2.3_2) et, pour une même augmentation de la contrainte, elle varie plus vite pour les billes usées (la pente locale des courbes est plus forte). Les approximations avec les lois de puissance $\sigma = A \cdot \varepsilon^p$ et $V_{son} = B \cdot \sigma^q$ donnent les tendances suivantes, quelles que soient la vitesse de chargement ou l'amplitude de la boucle effectuée :

- $p(\text{usées}) < p(\text{neuves})$ et $A(\text{usées}) < A(\text{neuves})$
- $q(\text{usées}) > q(\text{neuves})$ et $B(\text{usées}) < B(\text{neuves})$.

Dans les tableaux suivants, l'aire des courbes mécaniques est en Pa et celle des courbes acoustiques en Pa.m/s (ou encore kg.s⁻³).

a. Données mécaniques

Etat	Charge		Décharge		Aire réelle
	A / 10 ⁸	p	A / 10 ⁸	p	
Neuves	3,46	1,306	5,31	1,395	334,9
Usées	2,60	1,240	4,43	1,461	355,7

b. Données acoustiques

Etat	Charge		Décharge		Aire / 10 ⁶
	B	q	B	q	
Neuves	73,93	0,187	70,48	0,192	-8,60
Usées	71,66	0,191	69,31	0,195	-7,40

Tableaux II.2.3_1 : Valeurs des coefficients de l'approximation avec une loi de puissance pour les courbes ε - σ ramenées à zéro et σ - V_{son} des figures suivantes et aires des boucles

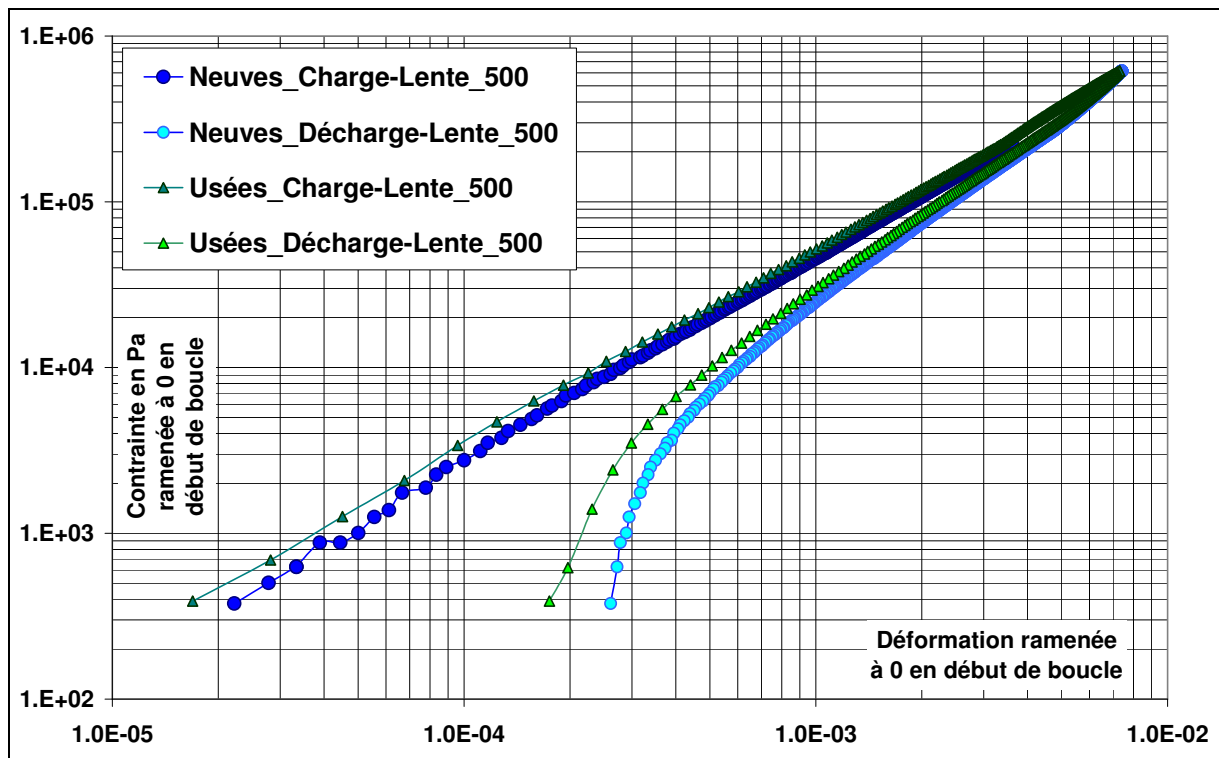


Figure II.2.3_1 : Courbes ϵ - σ ramenées à zéro au début des cycle entre 10 et 500N à vitesse de chargement de 0,09mm/min sur billes neuves (bleu) ou usées (vert)

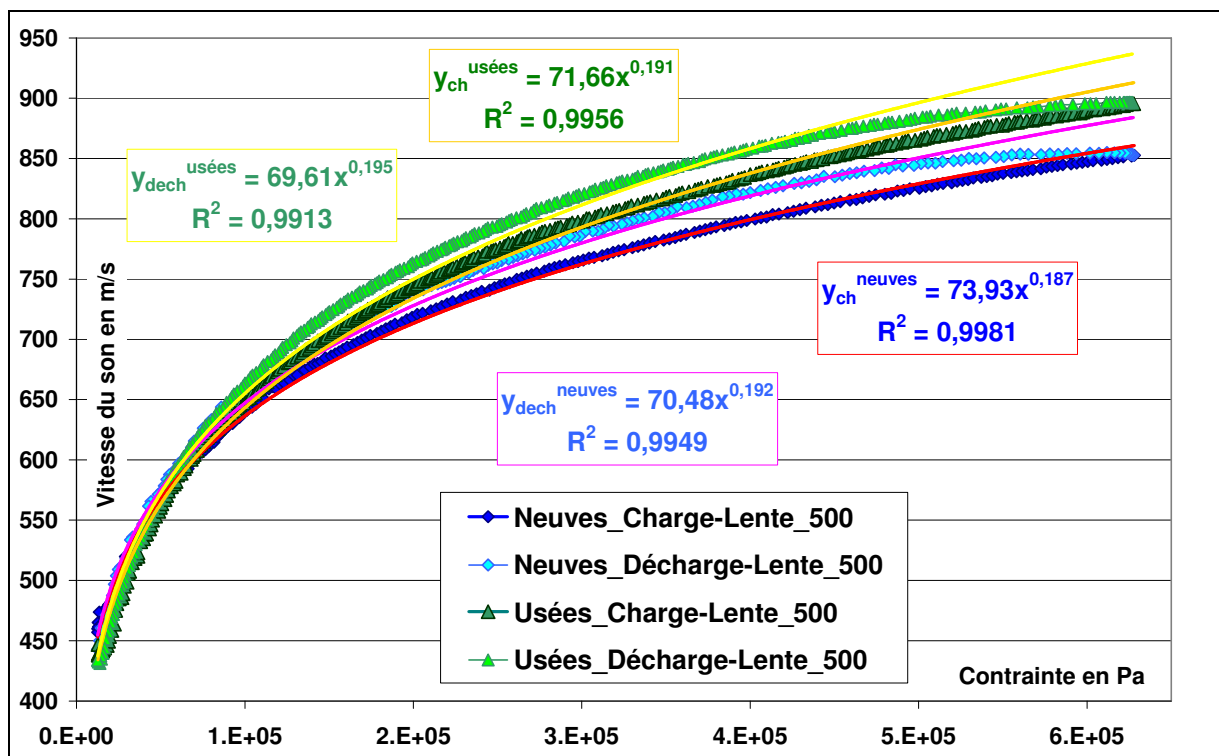


Figure II.2. 3_2 : Courbes « σ - V_{son} » des cycles entre 10 et 500N à vitesse de chargement de 0,09mm/min sur billes neuves (bleu) ou usées (vert) et approximations de type puissance

II.2.4 Sensibilité au taux de déformation

Deux vitesses de test imposées pour le déplacement de la traverse sont choisies avec un facteur 10 entre elles : 0,09 et 0,9 mm/min, soit 1,5 et 15 μ m/s ; ce qui correspond à des taux de déformation de 8,4.10⁻⁵ et 8,4.10⁻⁴ s⁻¹. Les graphiques suivants présentent un exemple de résultats, qui peuvent être généralisés car la reproductibilité est très bonne. La comparaison est faite entre des tests identiques deux à deux, mais avec les deux vitesses de sollicitation différentes pour l'un et l'autre. Cette comparaison a été effectuée sur des boucles de charge/décharge jusqu'à différentes valeurs maximales de force (aussi 250N et 120N). Nous garderons le code de couleur suivant : en rouge le test « rapide », en bleu le « lent ».

Pour une même valeur de contrainte, la déformation et la vitesse de l'onde acoustique sont plus faibles pour le test rapide que pour le test lent. Mais aussi, pour une même variation de contrainte, les variations de la déformation et de la vitesse du son sont également plus importantes pour le test lent que le test rapide (Figures II.2.4_1 et II.2.4_3). La différence est plus visible pour les fortes contraintes. La déformation résiduelle après une boucle est plus grande pour le test lent. Sur les deux essais des exemples présentés sur les graphiques suivants, elles sont respectivement de 2,45.10⁻⁴ et 1,78.10⁻⁴ pour le cycle lent et le cycle rapide. De plus, les aires des boucles observées sur les courbes mécaniques nous indiquent que : Aire ϵ - σ (lent) > Aire ϵ - σ (rapide). La différence entre courbe de charge et de décharge est plus faible pour le test rapide, qui est donc moins dissipatif. L'énergie dissipée lors de la déformation du milieu est donc plus grande pour le test lent. Les résultats obtenus par l'acoustique indiquent la même tendance : Aire σ -V_{son}(lent) > Aire σ -V_{son}(rapide). Les aires des boucles à vitesse lente sont négatives, car la décharge se trouve toujours bien « au-dessus » de la charge. A vitesse rapide, l'aire de la courbe acoustique est très faible. Les courbes σ -V_{son} de charge et décharge du test rapide se superposent presque, surtout au-dessus de 250kPa.

Au niveau des lois de puissance, comparons les approximations des deux courbes expérimentales : $\sigma = A.\epsilon^p$ (figure II.2.4_2) et $V_{son} = B.\sigma^q$ (figure II.2.4_3). Des tendances différentes pour les charges et les décharges sont observées. Pour les phases de charges, l'exposant p et le préfacteur A des courbes mécaniques sont de valeurs plus élevées pour le test rapide, que les billes soient usées ou non, et quelle que soit la force maximale atteinte (120, 250 ou 500N). En parallèle, pour l'approximation de la courbe acoustique de charge, le préfacteur B est plus important pour le test rapide que le test lent, mais c'est l'inverse pour l'exposant q. Pour les courbes de décharge, il est plus difficile de généraliser, car l'usure des billes joue aussi un rôle et les résultats différents pour les essais sur les billes neuves ou sur les billes usées. Les tendances pour l'approximation des courbes acoustiques des décharges semblent inversées par rapport aux charges. Le coefficient B est plus important pour le test lent que le test rapide ; l'exposant q est lui plus faible quand la décharge est réalisée rapidement, sauf dans le cas des boucles à 250N sur billes neuves. Pour les courbes mécaniques ϵ - σ , le préfacteur A reste plus grand pour les tests lents que pour les tests rapides dans le cas des essais effectués sur les échantillons de billes usées mais pas pour les billes neuves. L'exposant p est plus faible dans les tests lents sur billes usées et dans le cas de l'essai de boucle jusqu'à 500N sur billes neuves. En revanche, pour le cas des boucles entre 10 et 120N ou 250N sur billes neuves, l'exposant p est plus élevé pour les essais rapides que pour les essais lents.

Pour récapituler, il vient : et pour l'approximation des courbes acoustiques avec $V_{son} = B.\sigma^q$:

- q_{charge} (lent) > q_{charge} (rapide) mais q_{décharge} (lent) < q_{décharge} (rapide) sauf pour le cas des décharges à partir de 250N sur les billes neuves,
- B_{charge} (lent) < B_{charge} (rapide) mais B_{décharge} (lent) > B_{décharge} (rapide)

Et pour l'approximation $\sigma = A.\epsilon^p$ des courbes déformation-contrainte ramenées à zéro :

- p (lent) < p (rapide) pour toutes les charges, et les décharges des essais de cycles jusqu'à 120N et 250N sur billes neuves
- A (lent) < A (rapide) pour toutes les charges, et les décharges sur billes neuves,
- p (lent) > p (rapide) pour toutes les décharges avec les échantillons de billes usées, et les décharges des essais de cycles jusqu'à 500N sur billes neuves
- A (lent) > A (rapide) pour les décharges des essais sur les billes usées,

L'aire des boucles des courbes mécaniques ϵ - σ est toujours donnée en Pa et celle des courbes acoustiques σ - V_{son} en Pa.m/s. Pour ces dernières, la valeur de l'aire a été divisée par 10^6 pour une meilleure lisibilité.

a. Données mécaniques

V_{test}	Charge		Décharge		Aire réelle
	$A / 10^8$	p	$A / 10^8$	p	
Lente	3,82	1,304	6,15	1,440	334,9
Rapide	4,66	1,339	6,20	1,408	242,8

b. Données acoustiques

V_{test}	Charge		Décharge		Aire / 10^6
	B	q	B	q	
Lente	73,90	0,187	70,31	0,192	-7,93
Rapide	93,04	0,172	74,89	0,183	-1,60

Tableaux II.2.4_1 : Valeurs des coefficients de l'approximation avec une loi de puissance pour les courbes ϵ - σ ramenées à zéro et σ - V_{son} des figures suivantes et aires des boucles

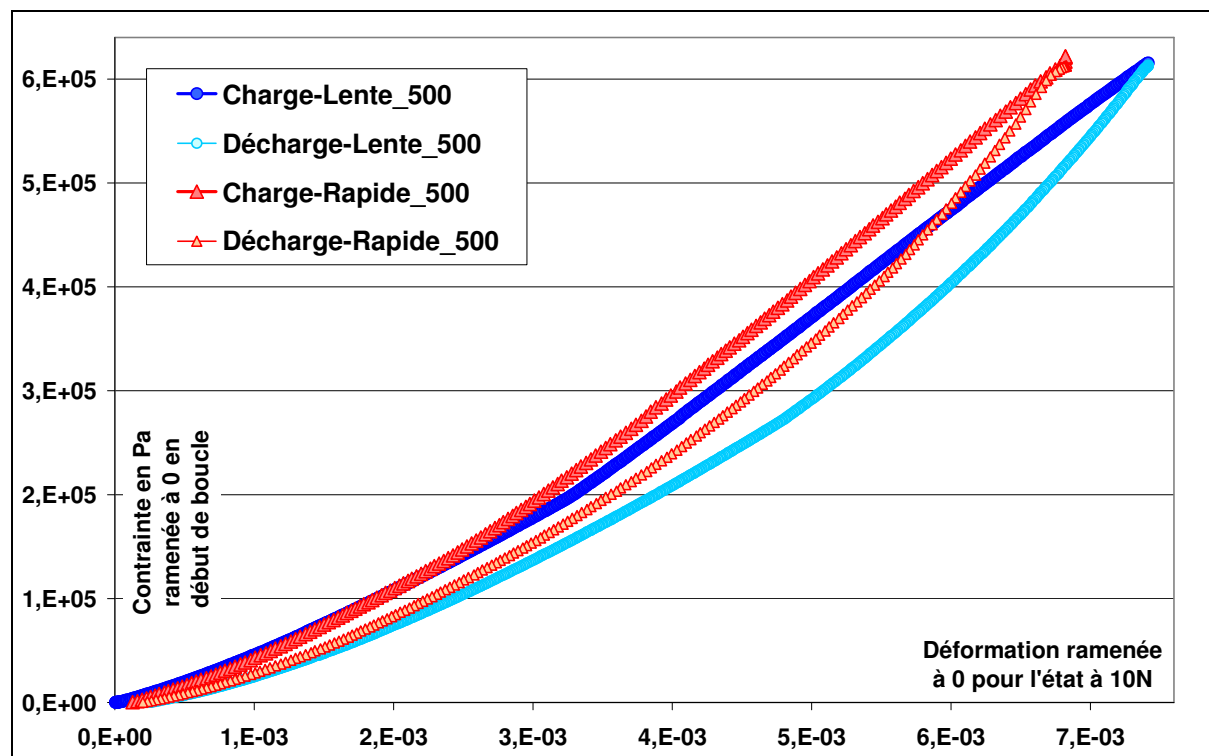


Figure II.2.4_1 : Courbes ϵ - σ ramenées à zéro au début des cycles entre 10 et 500N sur billes neuves à vitesses de chargement de 0,09mm/min (bleu) ou 0,9mm/min (rouge)

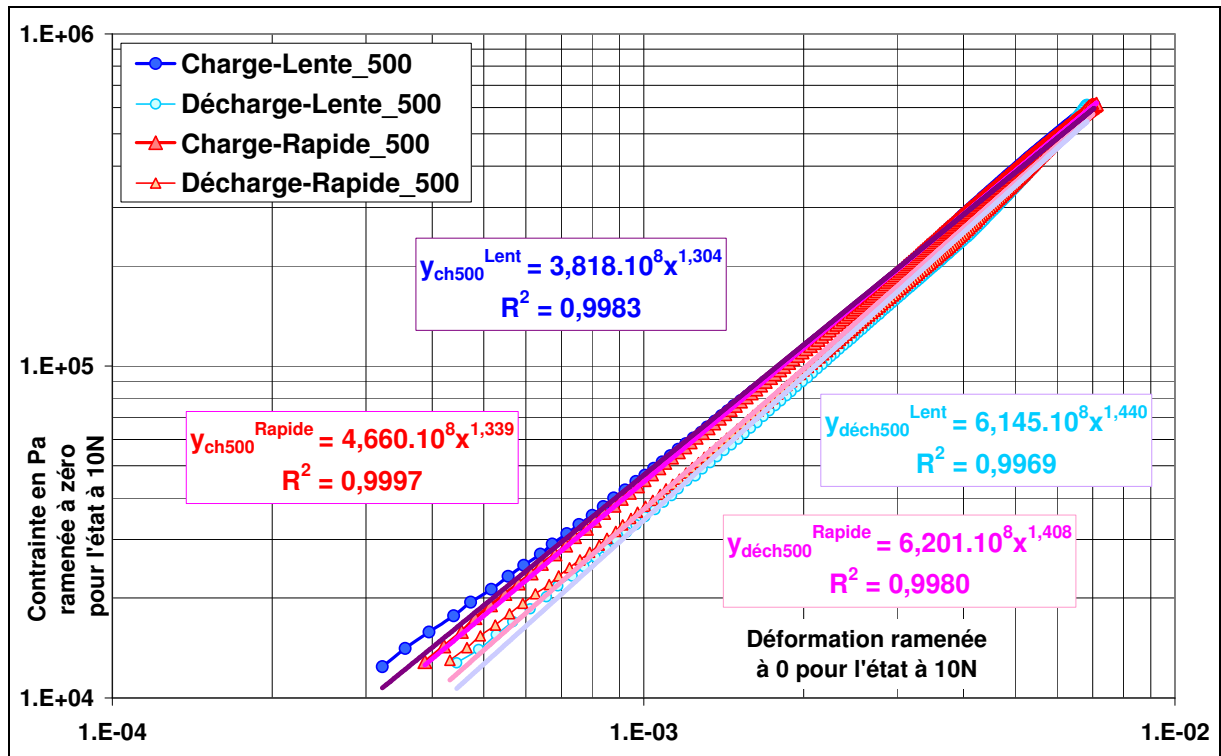


Figure II.2.4_2 : Courbes ϵ - σ ramenées à zéro au début des cycles entre 10 et 500N sur billes neuves à vitesses de chargement de 0,09mm/min (bleu) ou 0,9mm/min (rouge)

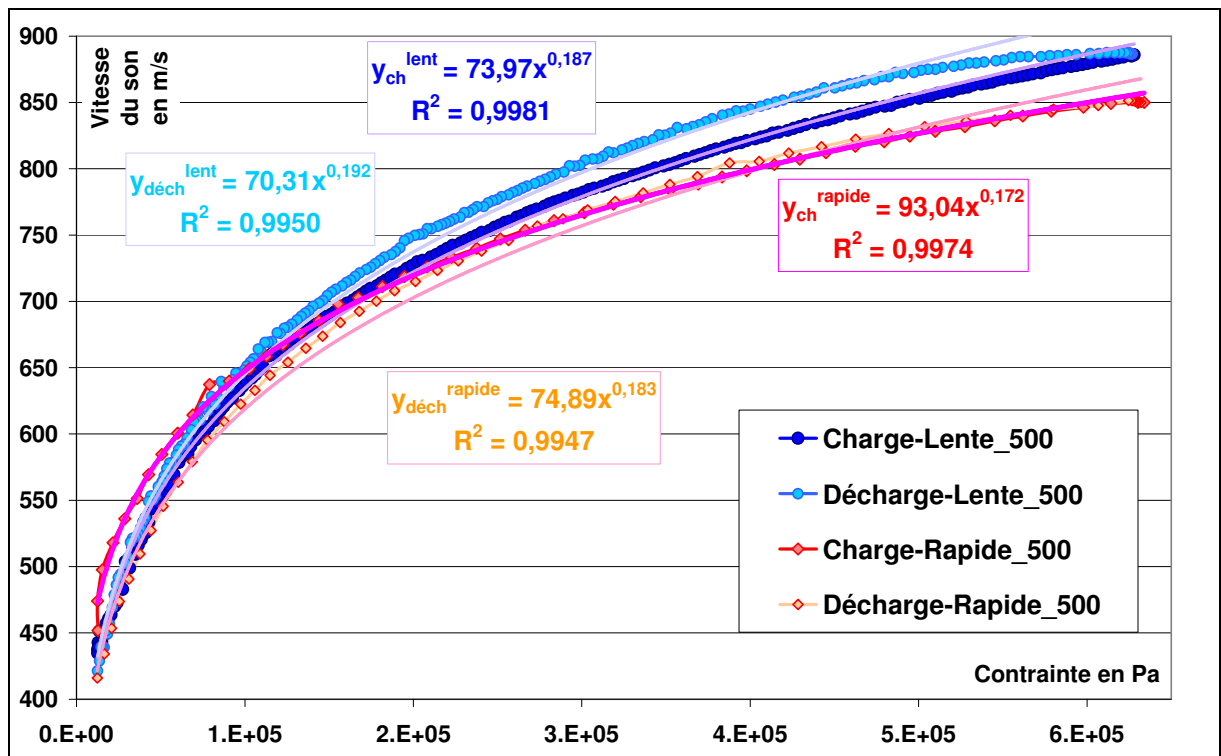


Figure II.2.4_3 : Courbes σ - V_{son} de cycles entre 10 et 500N sur billes neuves à 0,09mm/min (bleu) ou 0,9mm/min (rouge) et approximations de type puissance

II.3 Etude de cycles successifs de charge/décharge

L'étude de cycles de contrainte sur des milieux granulaires est largement répandue et existe sous différentes formes. Les essais de compaction se retrouvent surtout dans le domaine du génie civil, puisque ce chargement correspond typiquement à l'effort supporté par le sol sous une route subissant le trafic des véhicules ou au ballast sous les rails s'enfonçant à cause du passage des trains. Il existe ainsi de nombreuses études d'essais triaxiaux avec leurs modélisations [Lek97] [Gid01] [Cha06] [Per06]. Ces études expérimentales sont souvent liées à des approches théoriques, mais il existe également un très grand nombre de simulations numériques [Rou05],[Abd03],[Alo04] qui permettent d'extrapoler certains cas limites inatteignables en réalité, comme par exemple un frottement qui tend vers zéro ou l'infini pour les particules. Certains utilisent aussi des essais de cisaillement [Nic00], qui est un autre type de sollicitation possible. Une autre moyen d'étude de la compaction de milieux granulaires se fait par l'utilisation de vibration d'un échantillon ou de chocs successifs [Lum05] [Phi02], que ce soit pour étudier l'effet d'un changement de l'intensité des vibrations [Jos00], [Bre02 et 03], de l'anisotropie des grains [Rib05] ou encore pour voir un mouvement de convection dans le milieu granulaire [Rib05]. Mais ces essais sont réalisés avec un échantillon dont la surface supérieure est libre. Ces milieux ne sont donc pas totalement confinés comme dans nos essais. L'étude du tassement de sols en génie civil peut aussi être réalisée sous contrainte uniaxiale dans un essai oedométrique [Sch03]. Nous tenterons de comparer nos résultats aux différentes études existantes. Cependant, remarquons d'emblée que nous proposons ici une amélioration expérimentale par rapport aux études existantes : l'utilisation des ondes sonores à l'intérieur du milieu 3D permet d'obtenir des informations sur l'évolution du module élastique dynamique pendant les cycles.

II.3.1 Présentation des essais et terminologie utilisée

II.3.1.i Protocole de chargement

Nous avons réalisé des tests sur des billes neuves ou usées, à différentes vitesses de chargement, de N cycles entre 100 et 500N, où N peut aller de 10 à 2000. Cependant, les transducteurs ultrasonores étant devenus défaillants, nous n'avons pas pu réaliser le suivi acoustique de tous nos essais et ne les avons utilisés que pour deux essais à faible nombre de cycles (25). Pour les autres essais, nous les avons alors remplacés par des cylindres en duralumin de mêmes dimensions que ces transducteurs. Ces cylindres ont été préalablement testés pour vérifier que leur propre réponse serait négligeable devant celle des milieux granulaires. Les résultats obtenus au niveau mécanique que nous relatons ici ont pu être généralisés, car les tendances présentées sont les mêmes pour les différents essais. Par contre, nous resterons plus prudents au sujet des données venant de l'acoustique, car la reproductibilité des essais n'a pas pu être testée de façon rigoureuse.

Comme pour les essais présentés précédemment, une mise à zéro pour une force de 10N, puis une précharge jusqu'à 520N sont effectuées pour la phase de préparation. Ensuite, les tests consistent en une succession de cycles entre deux valeurs de force (environ 100 et 500N) à une vitesse donnée pour le déplacement de la traverse, donc à taux de déformation constant. Un cycle est constitué des étapes suivantes :

- une charge à vitesse de chargement V_{test} entre 100 et 500N,
- un palier d'attente de 2s où la traverse de la presse est bloquée ; la hauteur de l'échantillon est alors fixe,
- une décharge à V_{test} de 500N à 100N,
- un nouveau palier d'attente de 2s pendant lequel la traverse est bloquée.

On notera que la commande correspond à un déplacement de la traverse et donc à une variation de hauteur du milieu, entre deux valeurs de force. La vitesse de déplacement est fixée, ce qui correspond à un taux de déformation constant.

II.3.1.ii Terminologie utilisée

Dans ce cadre, nous utiliserons un vocabulaire précis. Les désignations suivantes seront utilisées par la suite. F_{max} est la force maximale atteinte lors du cycle et F_{min} la minimale. La valeur de F_{max} peut dépasser les 500N donnés en commande à cause d'un effet d'inertie de la traverse de la presse, qui ne s'arrête pas alors exactement à la valeur voulue et peut également être plus faible que 100N. On parlera des « pics » pour définir l'état du milieu au niveau de la contrainte maximale atteinte lors du cycle. Chaque « pic » de contrainte sera caractérisé par l'instant auquel il a lieu, par la déformation atteinte, ainsi que la valeur du pic, qui est normalement imposée mais peut être dépassée. Par opposition, nous utiliserons le terme de « vallées » pour l'état à F_{min} . Nous étudierons ainsi l'évolution de la déformation aux pics et aux vallées en fonction du nombre N de cycles effectués. Par ailleurs, nous utiliserons aussi la « déformation ajoutée par cycle » qui correspond à la différence entre les déformations de deux cycles successifs, aux pics ou vallées de contrainte.

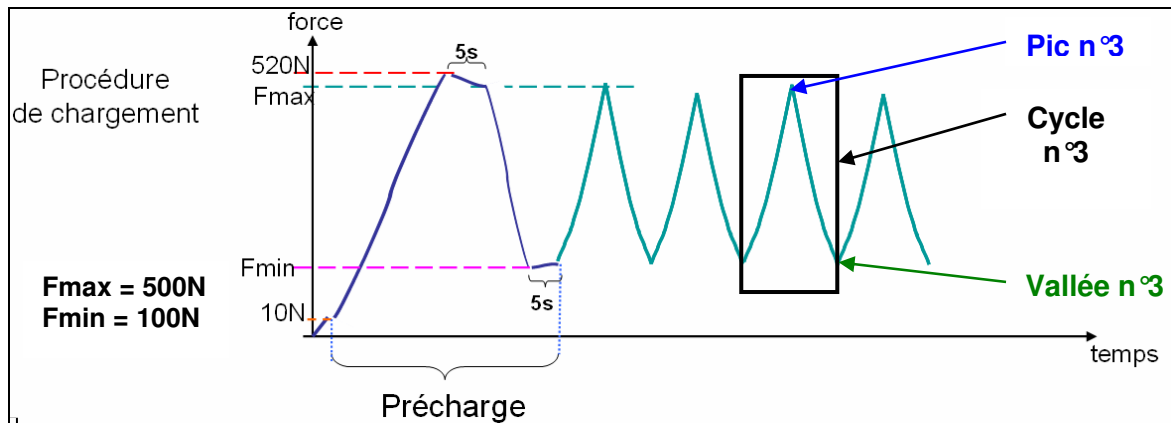


Figure III.3.1.ii_1 : schéma du protocole de chargement du milieu et définitions

II.3.1.iii Exploitation des résultats

Comme pour les courbes des essais d'un seul cycle, nous étudions les courbes obtenues via nos mesures couplées : mécanique ($\epsilon-\sigma$) et acoustique ($\sigma-V_{son}$). Les courbes de charges et de décharges successives sont ramenées à zéro pour pouvoir les comparer facilement. Elles peuvent ensuite être approchées par une courbe de type puissance.

L'évolution de la déformation aux pics ou aux vallées de contrainte a été étudiée en fonction du nombre de cycles effectués, ainsi que la déformation résiduelle cumulée (c'est-à-dire les déformations qui restent à la fin de chaque cycle sont additionnées). La compacité peut également être caractéristique des essais. La forme et l'aire de la boucle réalisée par la courbe représentative de chaque cycle nous ont également intéressés.

II.3.2 Résultats à amplitude constante

De manière naturelle, les cycles effectués induisent un tassement progressif du milieu. La compacité du milieu granulaire est de plus en plus élevée. La déformation et la compacité, aussi bien aux pics qu'aux vallées de contraintes, augmentent progressivement avec N. Si cette évolution peut être importante dans les premiers cycles, elle ralentit par la suite. La déformation ajoutée par cycle diminue petit à petit avec les cycles réalisés. En effet, la déformation cumulée et la compacité croissent de manière logarithmique avec le nombre de boucles de contraintes, que ce soit aux pics ou vallées de contrainte (Figure II.B.2_1). Cette approche simple avec une loi à deux paramètres de type $a \cdot \log(N) + b$ correspond bien aux courbes expérimentales, quel que soit le nombre de cycles (de 10 à 2000). La déformation réelle du milieu aux pics de contrainte est plus importante qu'aux vallées, mais sa variation avec le nombre N de cycles, ainsi que sa variation relative sont plus faibles. A contrainte faible, le milieu est plus lâche que pour une contrainte forte, donc plus facile à déformer à chaque nouveau cycle. La déformation ajoutée par cycle diminue avec N, car il est de moins en moins aisé d'augmenter la compacité de l'échantillon.

Les aires des courbes déformation-contrainte se réduisent avec le nombre de cycles effectués (figure II.3.2_2 et plus loin figure II.3.3_4) ; cela traduit le fait que les courbes de charge et de décharges d'un cycle se rapprochent l'une de l'autre avec l'augmentation de N. L'écart entre les courbes de ces deux phases (charge et décharge) est d'autant plus grand que le numéro de la boucle considérée est petit. Ce phénomène est encore plus visible lorsque les courbes sont ramenées à zéro (figure II.3.2_2). L'accroissement de la pente de la courbe est également observable. Les courbes ramenées à zéro permettent de bien voir leur « redressement » (figure II.3.2_2), c'est-à-dire le fait que la pente de la courbe devienne de plus en plus forte avec les cycles effectués. Lorsque chacune des courbes est approchée par une loi de puissance, l'exposant p présente une valeur qui croît avec N pour les charges et reste quasi fixe, proche de 1,5, pour les décharges (voir figure II.3.3_3). Le préfacteur A présente le même type d'évolution que p : il grandit avec N pour les charges et semble constant et de valeur plus élevée pour les décharges. Si toutes les phases de décharge sont ramenées à zéro pour l'état final à 100N, et qu'elles sont comparées pour tous les cycles, elles se superposent toutes en une seule et même courbe, ce qui sera discuté par la suite. Nous voyons aussi que les courbes de charge se recouvrent pour des contraintes inférieures à environ 350kPa (ou 230kPa pour les courbes ramenées à zéro) mais pas au-dessus de cette valeur seuil (figure II.3.2_2).

Une évolution de la vitesse de propagation des ondes ultrasonores avec le nombre de cycles effectués est visible. L'augmentation de la vitesse de propagation des ondes ultrasonores pour les cycles successifs est nette (figure II.3.2_3). Le redressement des courbes indique que le module élastique croît avec N, ce qui correspond à un raidissement progressif du matériau granulaire. La vitesse du son évolue de manière logarithmique avec les cycles, de façon plus rapide aux pics qu'aux vallées de contrainte. Les approximations $V_{\text{son}} = B \cdot \sigma^q$ pour les phases de charge et de décharge montrent que le préfacteur B diminue et que l'exposant q augmente progressivement avec les cycles réalisés (il passe de 0,148 à 0,162). Par exemple pour le test effectué à 0,09mm/min sur des billes neuves, les approximations obtenues pour les charges et les décharges respectivement sont les suivantes : $q = 3,6 \cdot 10^{-2} \cdot \ln(N) + 0,150$ et $q = 2,7 \cdot 10^{-2} \cdot \ln(N) + 0,152$. De plus, l'aire de la boucle $\sigma - V_{\text{son}}$ augmente faiblement avec N.

Par ailleurs, à la fin des essais de cycles, des résidus sont trouvés au fond de la cellule. Nous avons donc tamisé les échantillons après les différents essais de cycles afin de quantifier la masse perdue par les billes. La figure II.3.2_4 montre que la masse des résidus (billes de diamètre inférieur à 300 μm) semble proportionnelle au nombre de cycles subis.

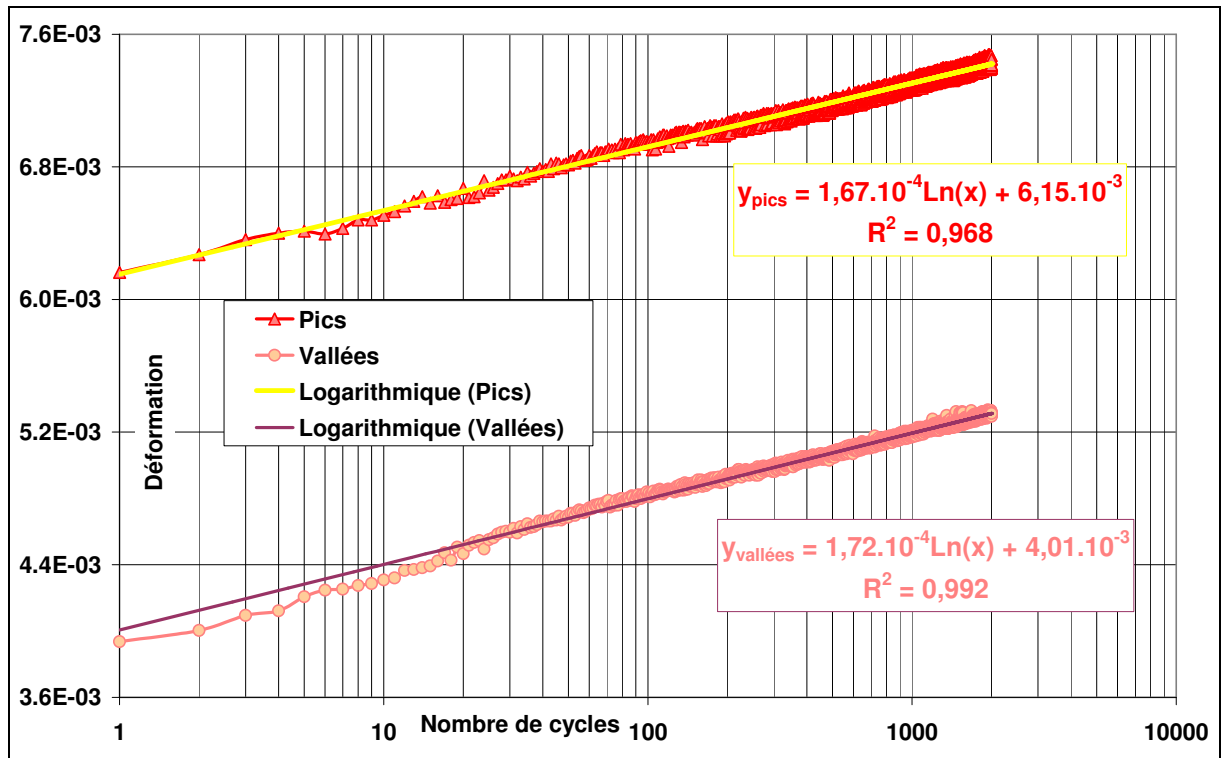


Figure II.3.2_1 : Déformations aux pics et vallées de contrainte pour un essai sur bille neuves de 2000 cycles entre 100 et 500N à 0,9mm/min et approximations logarithmiques.

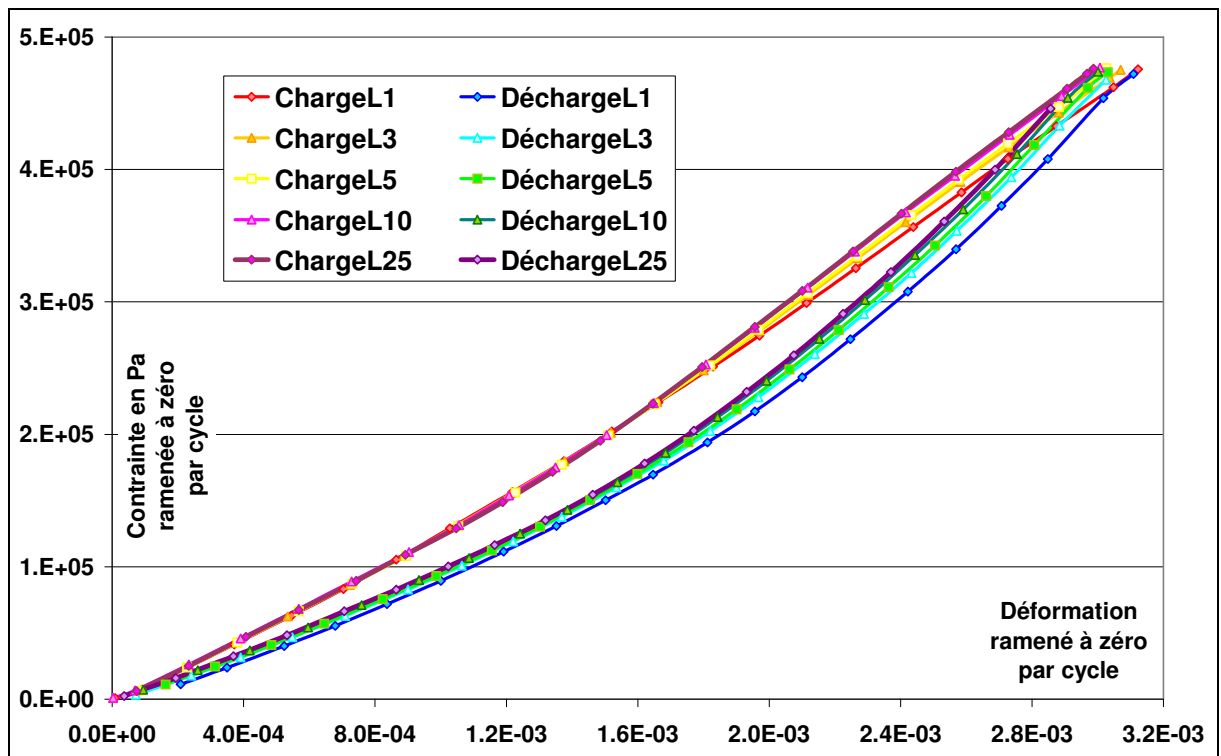


Figure II.3.2_2 : Courbes ϵ - σ ramenées à zéro par cycle pour un essai sur bille neuves de 25 cycles entre 100 et 480N à 0,09mm/min et redressement des phases de charges et décharges

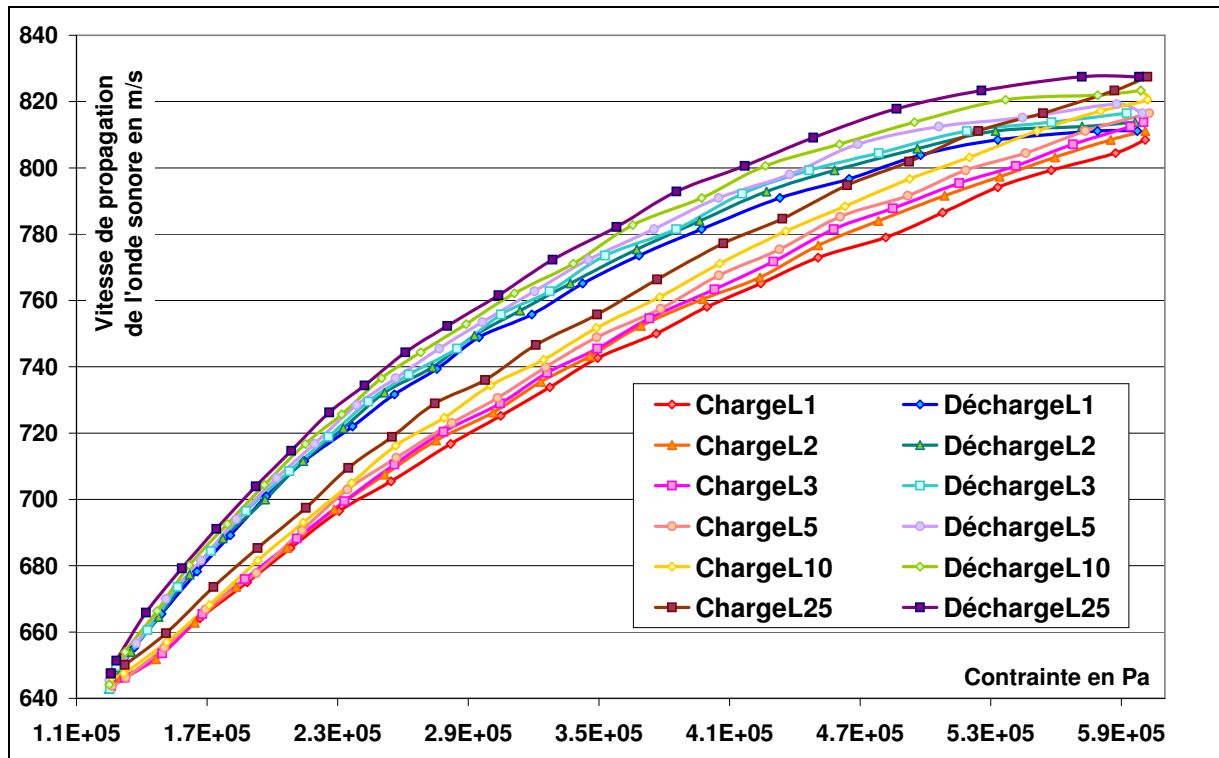


Figure II.3.2_3 : Courbes σ - V_{son} pour un essai sur bille neuves de 25 cycles entre 100 et 480N à 0,09mm/min et redressement des phases de charge et décharge

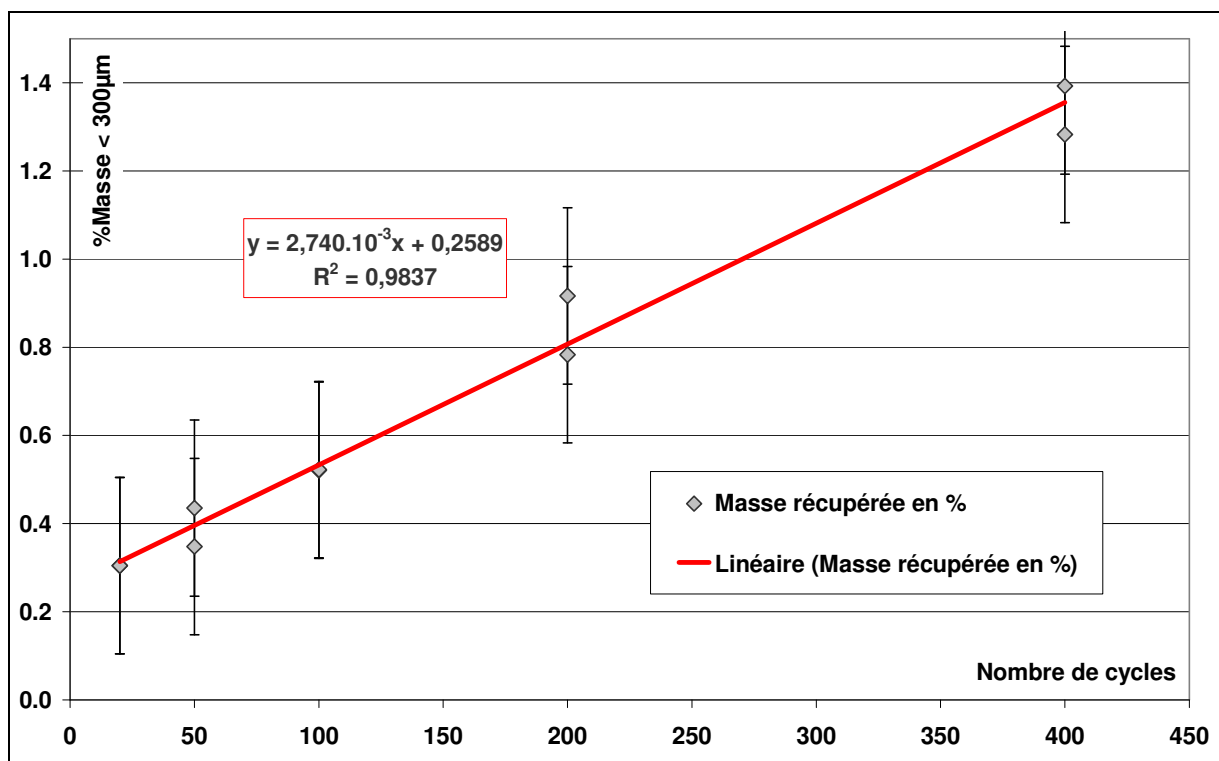


Figure II.3.2_4 : Rapport, en pourcent, de la masse des résidus (billes de diamètre inférieur à 300µm) sur la masse de l'échantillon, en fonction du nombre de cycles effectués.

II.3.3 Influence de la vitesse de chargement

Nous avons vu dans la partie II.A.5 que la vitesse de chargement joue un rôle important dans le comportement du milieu. Cela se retrouve au niveau des essais cycliques. Nous avons donc comparé des essais de cycles successifs à différentes vitesses. Une étude a été réalisée sur des billes neuves pour des cycles entre 100 et 500N à 0,09mm/min (lent) et 0,9mm/min (rapide), tout étant identique par ailleurs. Ces essais ont été suivis avec l'utilisation des transducteurs et de la méthode acoustique, mais sur un petit nombre de cycles (25). Des essais sur un plus grand nombre de cycles à 4 vitesses de chargement différentes ont également été réalisés, sans le suivi acoustique.

Chaque test pris séparément présente les tendances décrites dans la partie précédente (variation en $\log(N)$ de la déformation, de l'écrasement et de la vitesse du son aux pics ou vallées de contrainte). La déformation plastique cumulée augmente lorsque la vitesse de chargement augmente (figure II.3.3_1). La compacité varie de manière logarithmique avec N et est plus élevée aux pics qu'aux vallées de contrainte pour les deux tests. Par contre, la différence entre contraintes maximale et minimale est beaucoup plus importante à vitesse lente. Enfin, la déformation ajoutée par cycle décroît avec N plus rapidement pour le chargement le plus lent.

Si chaque courbe de charge ou de décharge est approchée par une loi du type puissance $\sigma = A.\epsilon^p$, les coefficients A obtenus sont plus importants pour le test rapide lors de la charge mais plus faibles lors de la décharge. La valeur de p est plus grande lors des décharges que lors des charges pour les deux tests (figure II.3.3_3). L'exposant p reste quasiment constant pour les phases de décharge et de valeur plus importante pour le test lent, alors que pour les charges, p est plus grand pour le test rapide dans les premiers cycles puis tend vers une valeur commune de 1,25 pour les deux essais. Par ailleurs, l'aire des boucles ϵ - σ reste toujours plus faible pour les cycles rapides que pour les lents (figure II.3.3_4). Les cycles lents ont une dissipation d'énergie plus forte et donc des déformations résiduelles plus importantes. L'aire des boucles σ - V_{son} est plus importante pour le test rapide.

Les effets du nombre de cycles effectués et de la vitesse de chargement ont également été observés par d'autres auteurs pour des essais de cisaillement. Des tests ont été réalisés par L. Matesic et M. Vucetic en 2003 sur six échantillons différents de sables et argiles, en particulier sur trois sables secs (Toyoura-100 et Nevada-100 et 300) dans des conditions de chargement de cisaillement simple, à des vitesses de déformation allant de 2.10^{-6} à 4.10^{-4} s^{-1} , et des cycles dont l'amplitude des déformations était de 3.10^{-6} à 2.10^{-4} [Mat03]. Ces tests montrent l'importance de la viscosité des sables et l'effet du taux de déformation sur le module sécant. Celui-ci est défini sur un cycle comme étant la pente de la droite moyenne sur la boucle déformation-contrainte. Les auteurs observent que ce module augmente avec la vitesse de cisaillement et avec le nombre de cycles effectués, comme dans notre cas.

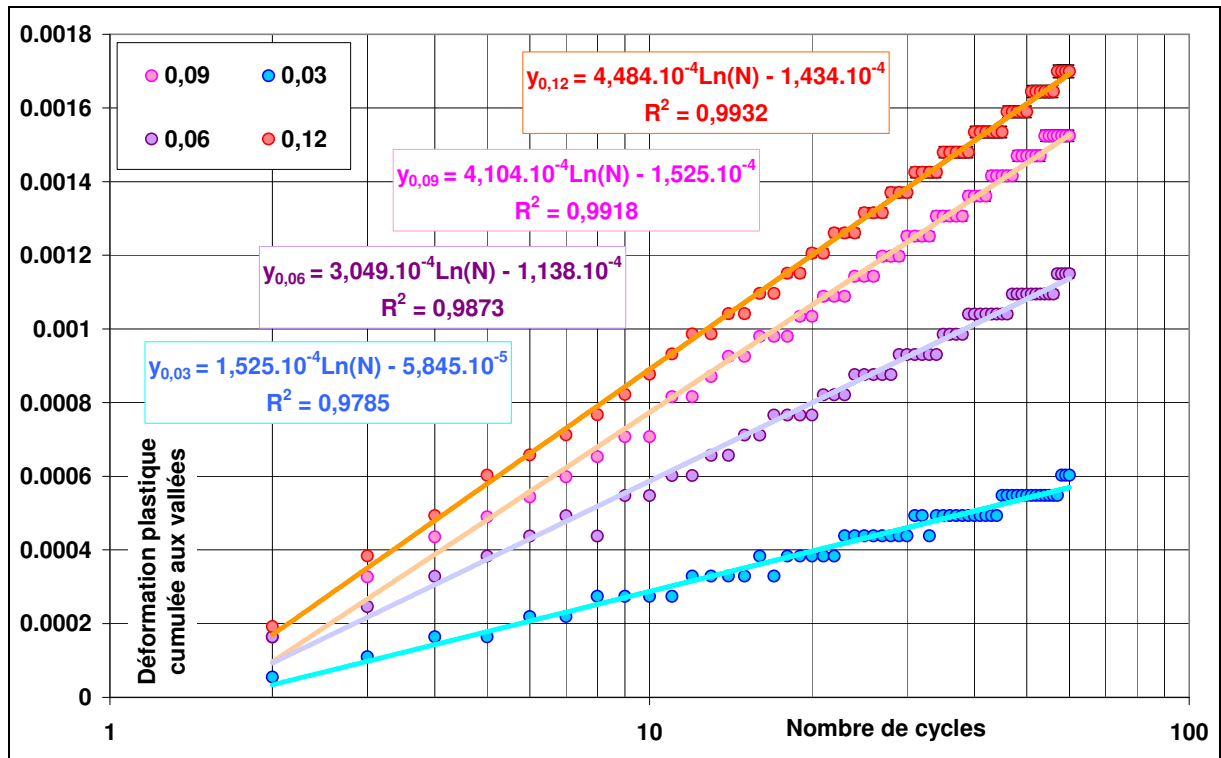


Figure II.3.3_1 : Augmentation de la déformation résiduelle cumulée pendant les cycles successifs avec l'accroissement de la vitesse de chargement

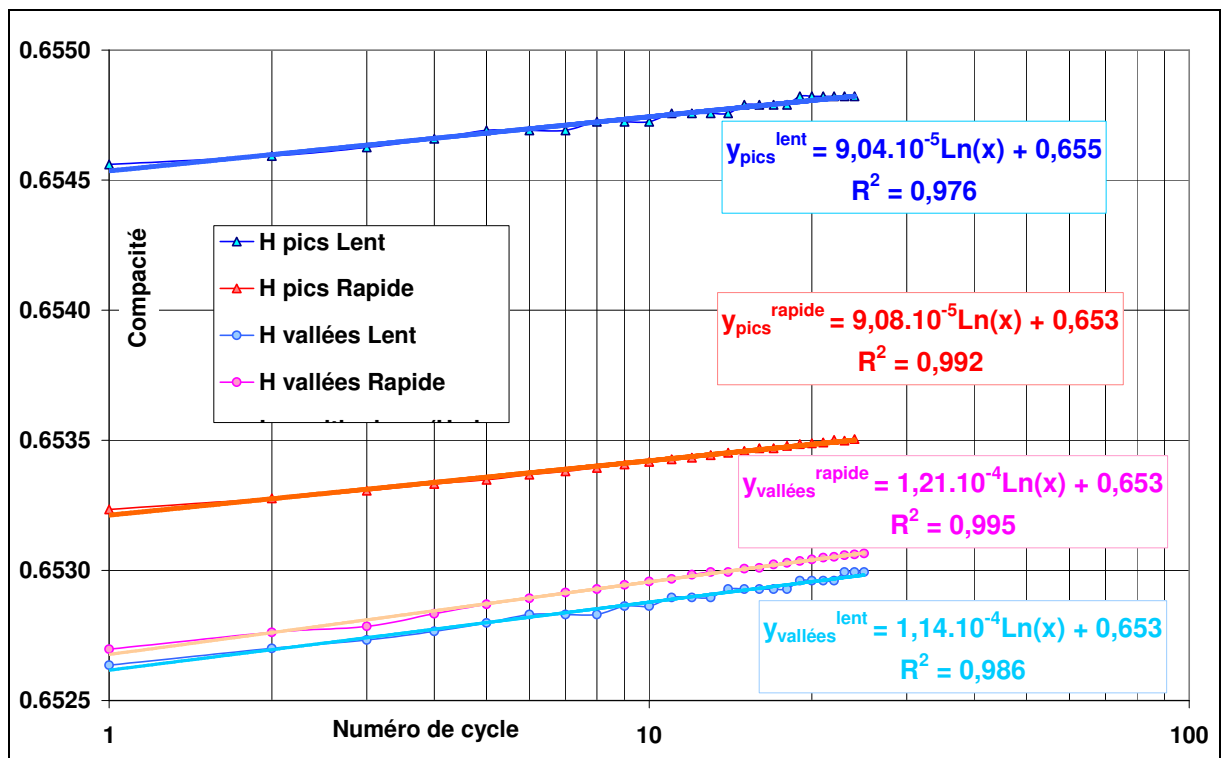


Figure II.3.3_2 : Evolution de la compacité avec les cycles successifs au niveau des pics et des vallées de contrainte pour les tests à vitesse lente (bleu) et rapide (rouge)

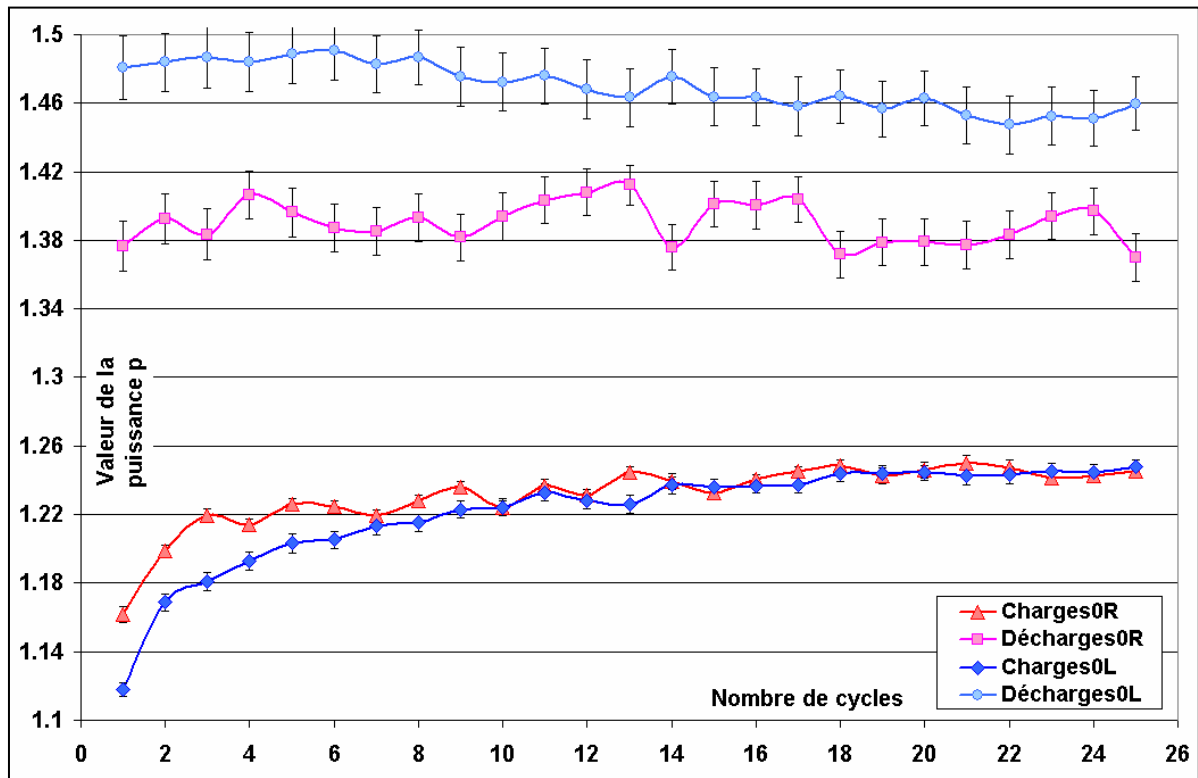


Figure II.3.3_3 : Valeur des exposants de la loi de puissance pour les charges et les décharges pour les tests à vitesse lente (bleu) et rapide (rouge)

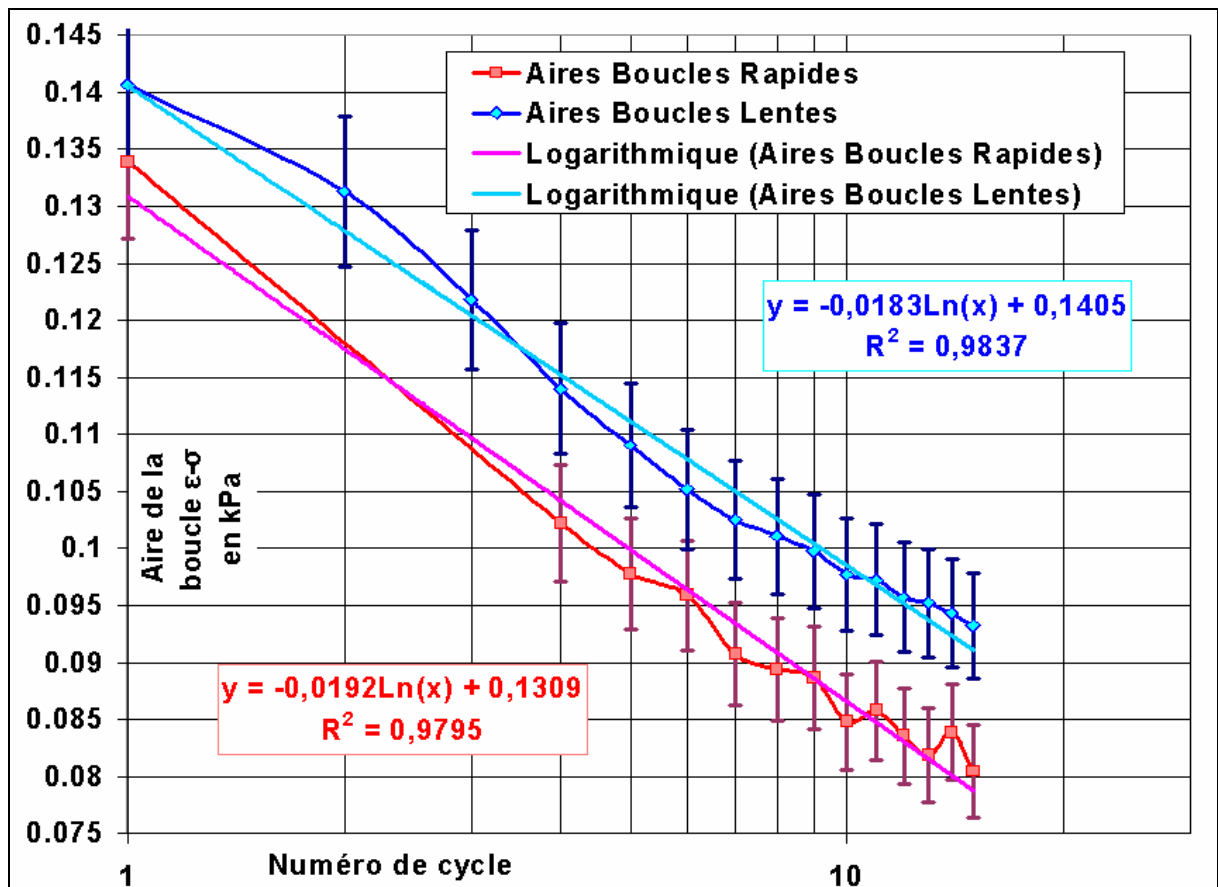


Figure II.3.3_4 : Aires des boucles ϵ - σ en fonction du numéro du cycle pour les tests à vitesse lente (bleu) et rapide (rouge)

II.4 Etude de cycles à différents niveaux de contrainte

II.4.1 Essais de boucles de faible amplitude

Nous avons réalisé des cycles de faible amplitude à différents niveaux de contrainte. Après une préparation identique à celle des essais présentés auparavant (mise à zéro et précharge), de petites boucles de charge/décharge ont été effectuées à partir de diverses contraintes de confinement le long d'un cycle de 10 à 500N (figures II.4.1_1 et II.4.1_2). La commande pour la réalisation des petites boucles est du même type que celle pour le cycle principal : la presse doit déplacer la traverse à une vitesse de chargement choisie (de 0,03mm/min à 0,9mm/min) afin d'atteindre une certaine valeur de force. Seul l'aspect mécanique de ces essais a été étudié. Nous travaillerons donc sur les courbes de la contrainte en fonction de la déformation (figure II.4.1_2).

Dans la suite nous dirons que la boucle de charge/décharge entre 10 et 500N est la « courbe-maîtresse » ou le « cycle principal », et nous qualifierons de « principales » les phases de charge ou décharge de ce grand cycle. Par opposition, nous parlerons des « petites boucles » pour lesquelles sont définies les contraintes et déformations initiales, maximales et finales. Nous nous intéresserons principalement à la pente moyenne de la petite boucle et à son aire (qui correspond toujours à une énergie dissipée). La pente moyenne est obtenue par l'intermédiaire d'une approximation linéaire de la courbe ϵ - σ de la petite boucle considérée, c'est-à-dire que le fait d'approcher la courbe par un segment de droite permet d'avoir la pente moyenne (encart de la figure II.4.1_2. De plus, pour comparer plus facilement ces petites boucles entre elles, un décalage des courbes de chaque boucle est fait pour toutes les superposer : les courbes ϵ - σ sont ramenées à zéro pour le début de chaque boucle (figure II.4.2_2).

Le but de ces essais était de tendre vers une amplitude de boucle la plus petite possible, de telle sorte que les incréments de déformation imposés soient de valeurs faibles et se rapprochent du domaine élastique (déformation inférieure à 10^{-5}). L'amplitude minimale des boucles que nous avons effectuées est de l'ordre de 1 à $5 \cdot 10^{-4}$ pour les déformations, grâce à des boucles d'amplitude entre 5 et 20N pour la force. Bien que les essais réalisés ne permettent pas d'atteindre le régime élastique (déformation de 10^{-6}), ils nous donnent toutefois des informations supplémentaires sur le comportement mécanique du milieu.

Ces amplitudes pour les petites boucles ont été choisies car elles sont de bons compromis entre une amplitude trop importante et qui s'éloignerait trop du domaine élastique, et une amplitude trop faible pour laquelle les résultats ne seraient plus pertinents. D'abord nous voulions avoir un facteur 10 au moins entre l'écart de force du cycle principal et celui de la petite boucle. Ensuite, les effets mécaniques dus à la presse (d'inertie principalement) deviennent également d'autant plus gênants que l'amplitude des boucles est petite. Plus la boucle est petite, plus l'effet de la mise en mouvement de la traverse de la presse est important. Les petites boucles ont des phases de charge et de décharge qui sont très courtes et la traverse n'a pas le temps d'atteindre un régime de vitesse constante de déplacement. Cette accélération au début de chaque phase à une part d'autant plus importante que l'amplitude du cycle est faible. La pente moyenne de la boucle à laquelle nous allons nous intéresser n'est représentative que si les phases de charge et décharge sont assez longues pour que le déplacement de la traverse se fasse à vitesse constante. C'est pourquoi le choix a été fait d'effectuer des boucles de 5N minimum et de 20N maximum.

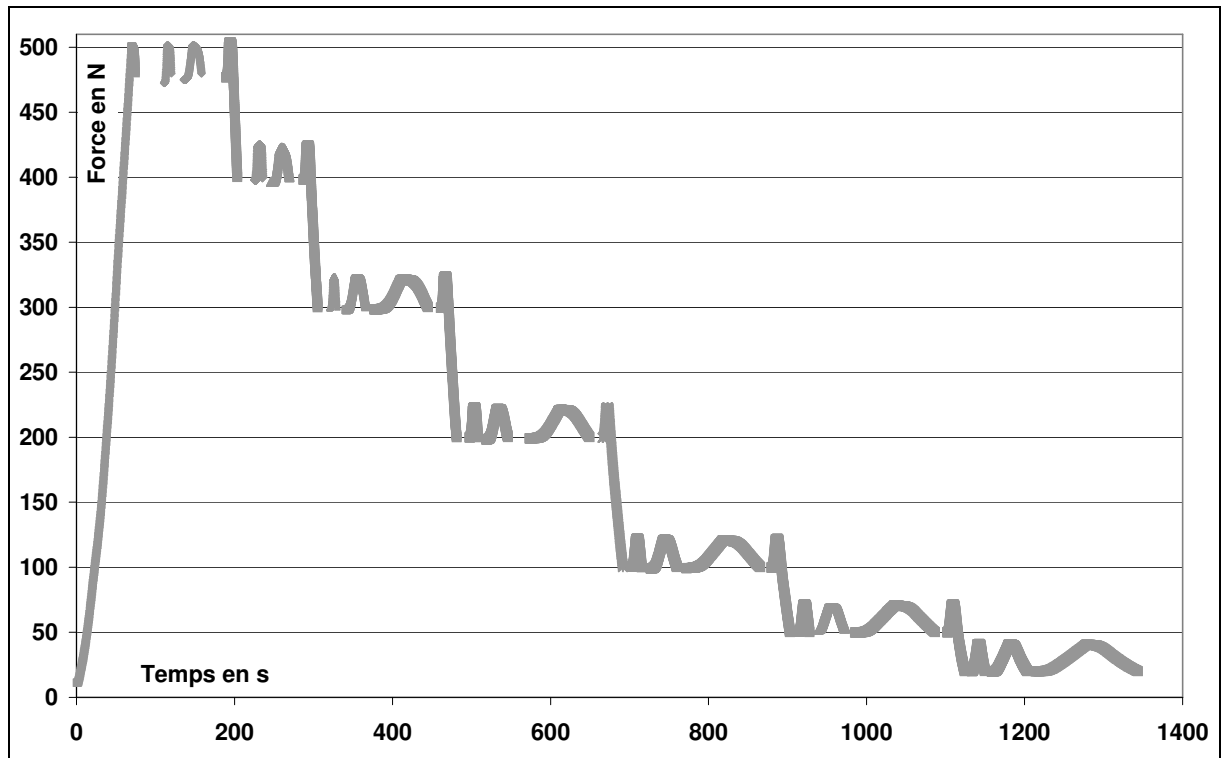


Figure II.4.1_2 : Boucles d'amplitude 20N et effectuées à différentes vitesses (0,01, 0,03 et 0,09 mm/min) sur la décharge lors d'un cycle de 10 à 500N à 0,03 mm/min sur billes neuves

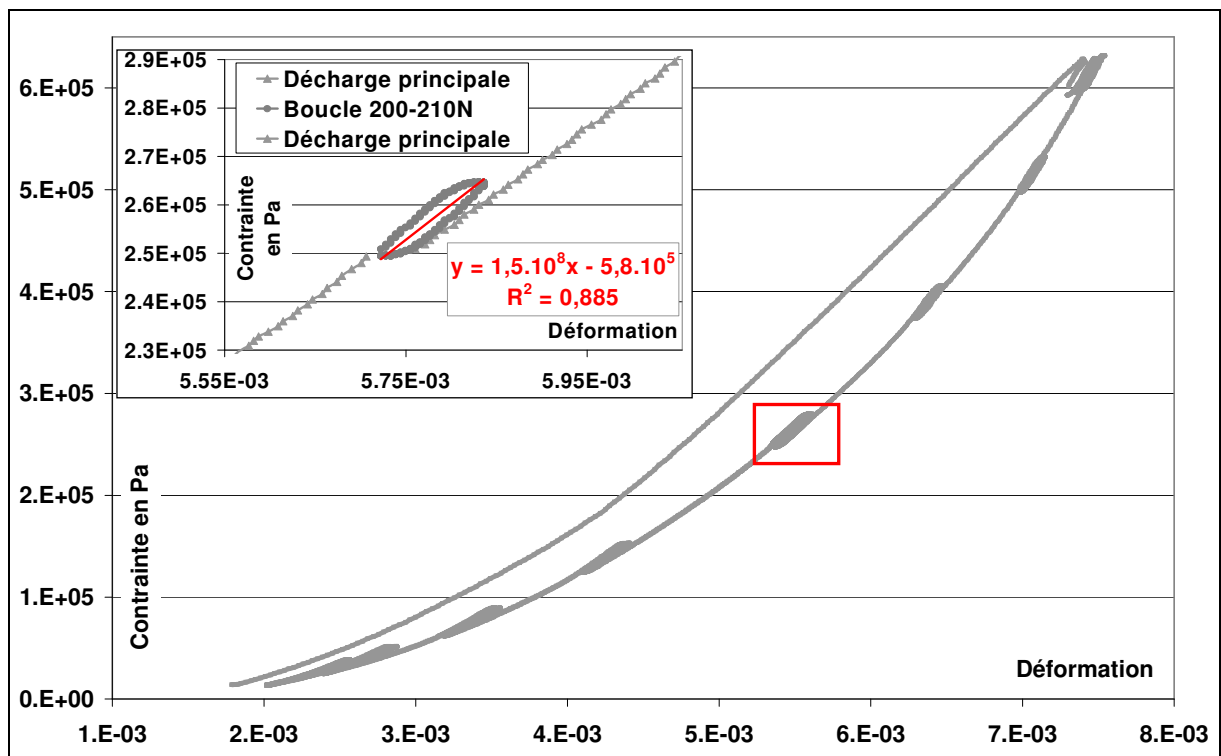


Figure II.4.1_2 : Courbe ϵ - σ avec boucles d'hystérésis de 20N sur la décharge lors d'un cycle entre 10 et 500N à 0,03 mm/min sur billes neuves ; l'encart montre un zoom sur la petite boucle encadrée en rouge et la pente moyenne avec son équation

II.4.2 Hystérésis et pente des petites boucles

La pente moyenne ainsi que l'aire des petites boucles augmentent avec le niveau de contrainte à laquelle elles sont effectuées, ce qui est particulièrement visible sur les courbes ramenées à zéro (figures II.4.2_1 et II.4.2_2). Cette tendance est vérifiée pour les différentes amplitudes de boucles et les différentes vitesses de chargement testées. Notons que, malgré le fait que la commande soit toujours la même (même amplitude de la petite boucle de charge/décharge) une diminution de la contrainte maximale atteinte est observée lorsque le niveau de contrainte initiale de la boucle devient plus faible. Dans le même temps, la déformation maximale atteinte lors des boucles croît. Cela est observé seulement dans le cas des petites boucles réalisées lors de la décharge principale.

Les petites boucles ont une pente supérieure à celle de la courbe maîtresse au même niveau de contrainte et l'écart entre les deux est d'autant plus important que la contrainte est faible. De plus, la différence entre les pentes des boucles et celle de la courbe maîtresse est plus visible lors de la charge principale que lors de la décharge (figure II.4.2_1). Pour deux petites boucles réalisées avec les mêmes conditions, c'est-à-dire avec des contraintes initiales, des vitesses de chargement et des amplitudes identiques, l'aire est plus grande si la boucle est effectuée lors de la phase principale de charge plutôt que de décharge (voir figure II.4.3_1). Notons que nous observons également un effet mémoire du milieu granulaire, car les petites boucles ne semblent pas perturber la forme de la courbe maîtresse. Il n'y a pas de déformation résiduelle après une petite boucle et le chargement principal repart de l'état où il était arrêté.

Notons que ce type d'observations a aussi été faite sur des échantillons de même taille constitué d'autres matériaux présentant une viscoélasticité, comme le bois ou des polymères comme le PMMA (polyméthylmétacrylate). En revanche, nous avons vérifié que les cylindres en duralumin utilisé pour refermer la cellule oedométrique à la place des transducteurs (lorsque ces derniers ne sont pas utilisés, comme ici) ne présentent pas du tout ce type de comportement : les petites boucles sont parfaitement alignées avec la courbe maîtresse et il n'y a pas de phénomène d'hystérésis. Les observations faites sur les échantillons sont donc bien liées au comportement du milieu granulaire seul.

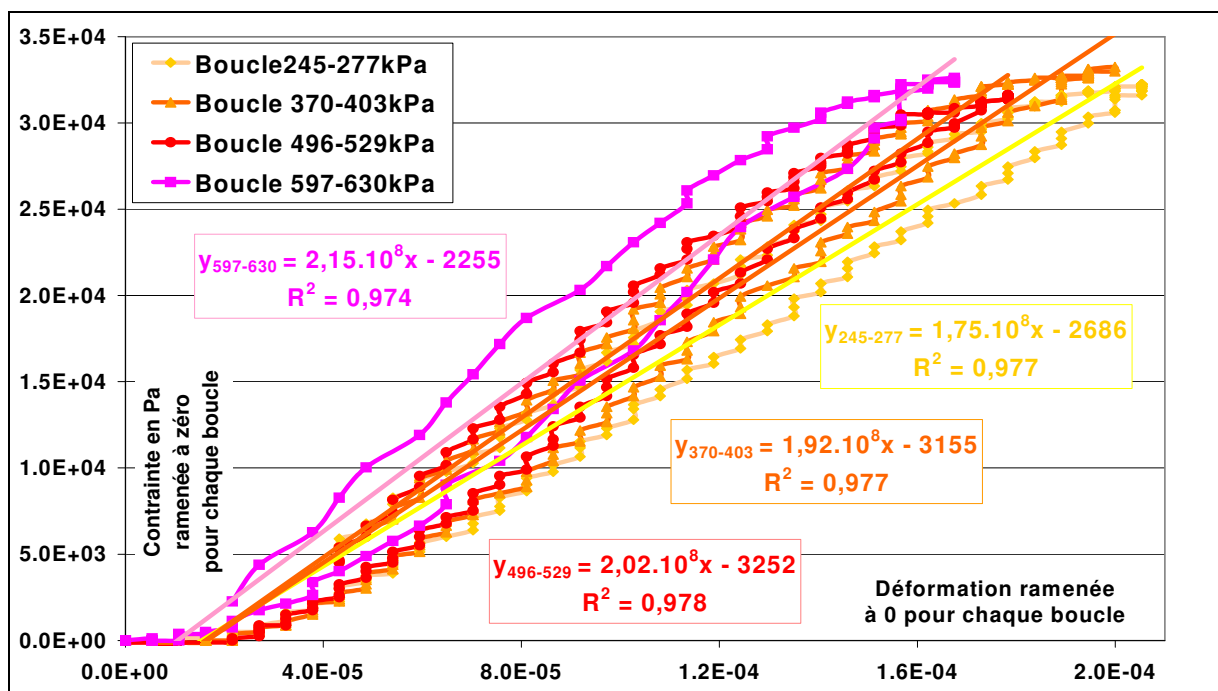


Figure II.4.2_1 : Comparaison des boucles ϵ - σ ramenées à zéro en début de cycle, d'amplitude 20N à 0,09mm/min sur billes neuves lors de la charge de 500 à 10N

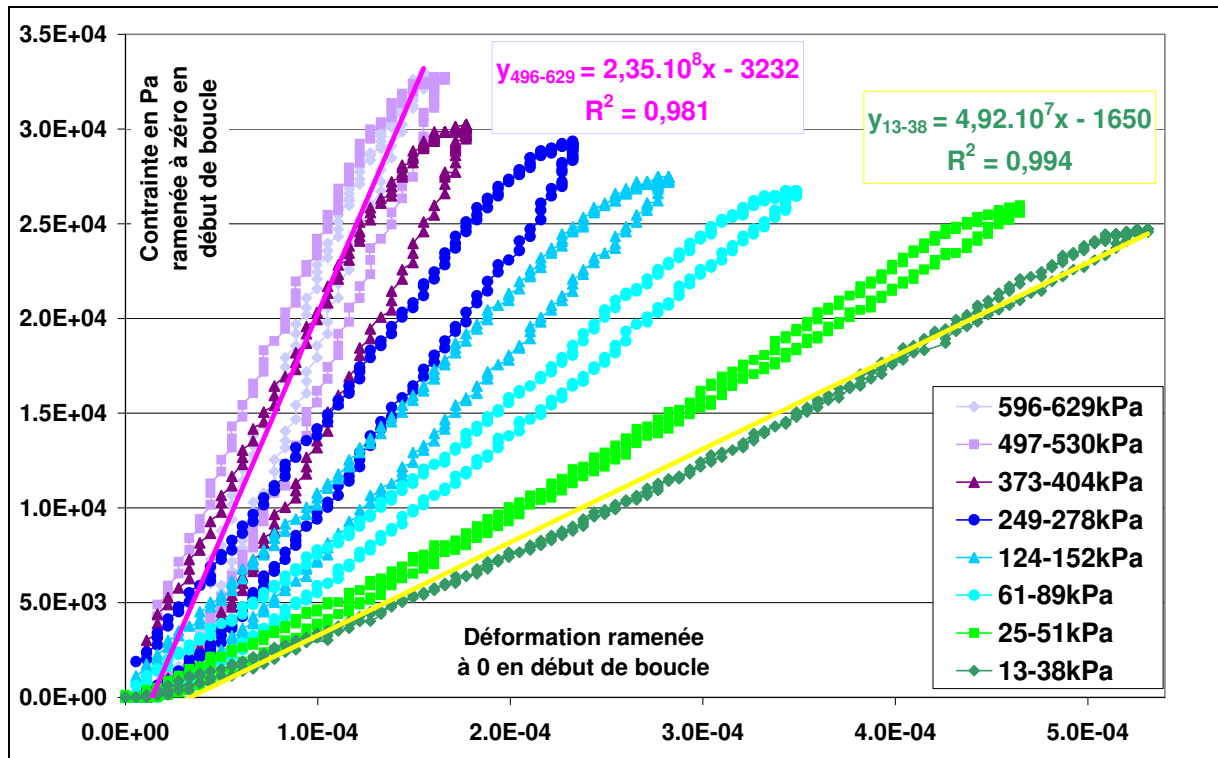


Figure II.4.2_2 : Comparaison des boucles ϵ - σ ramenées à zéro en début de cycle, d'amplitude 20N à 0,03mm/min sur billes neuves lors de la décharge de 500 à 10N

II.4.3 Effet de la vitesse et de l'amplitude

Nous observons que l'amplitude de la boucle joue un rôle important à la fois sur l'aire et sur la pente moyenne (figure II.4.3_1 et tableau II.4.3_1). Tout d'abord, la valeur de l'aire de la courbe est d'autant plus grande que l'amplitude de contrainte imposée pour la boucle est importante (figure II.4.3_1), ce qui paraît assez naturel. La pente moyenne de chaque petite boucle a été obtenue utilisant une droite d'approximation (voir figure II.4.2_2). La pente moyenne est plus élevée et croît avec le niveau de contrainte initial. La pente moyenne des boucles croît avec le niveau de contrainte initial, de manière d'autant plus rapide que leur amplitude est large. La vitesse à laquelle ce petit cycle est effectué ne semble avoir qu'un effet léger (figure II.4.3_2). La pente moyenne des boucles est aussi d'autant plus forte que la vitesse de chargement est rapide. La valeur de l'aire, donc la dissipation d'énergie, semble légèrement plus faible quand le taux de déformation imposé est plus élevé.

La courbe présentant l'évolution de la pente moyenne des boucles en fonction du niveau de contrainte peut ainsi être tracée (figure II.4.3_2). Ces courbes peuvent être approchées par une droite, dont les paramètres se trouvent dans le tableau II.4.3_1. Notons que la pente de la droite d'approximation est sans unité, car la pente moyenne des petites boucles en Pa est tracée en fonction de la contrainte initiale également en Pa ; en revanche, la constante est donnée en Pa.).

Amplitude	Pente	Constante	Corrélation
25kPa	300,1	$6,4 \cdot 10^7$	0,988
12kPa	297,5	$6,2 \cdot 10^7$	0,992
6kPa	219,9	$8,1 \cdot 10^7$	0,925

Tableau II.4.3_1 : Valeurs des paramètres et coefficients de corrélation des approximations en une droite de l'évolution de la pente moyenne des boucles avec la contrainte initiale de la boucle

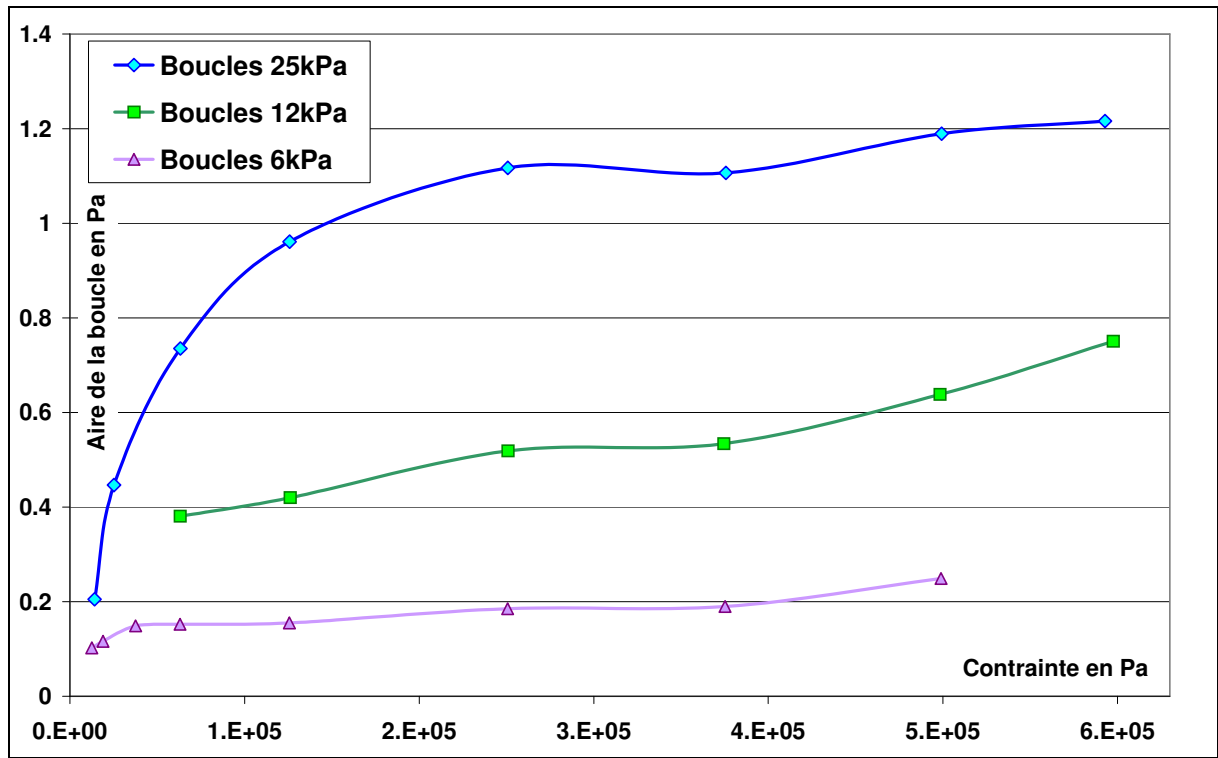


Figure II.4.3_1 : Aires des boucles ϵ - σ de différentes amplitudes, à 0,03mm/min sur billes neuves, lors de la décharge de 500 à 10N ou lors de la charge ; encart pour le zoom au niveau des contraintes faibles

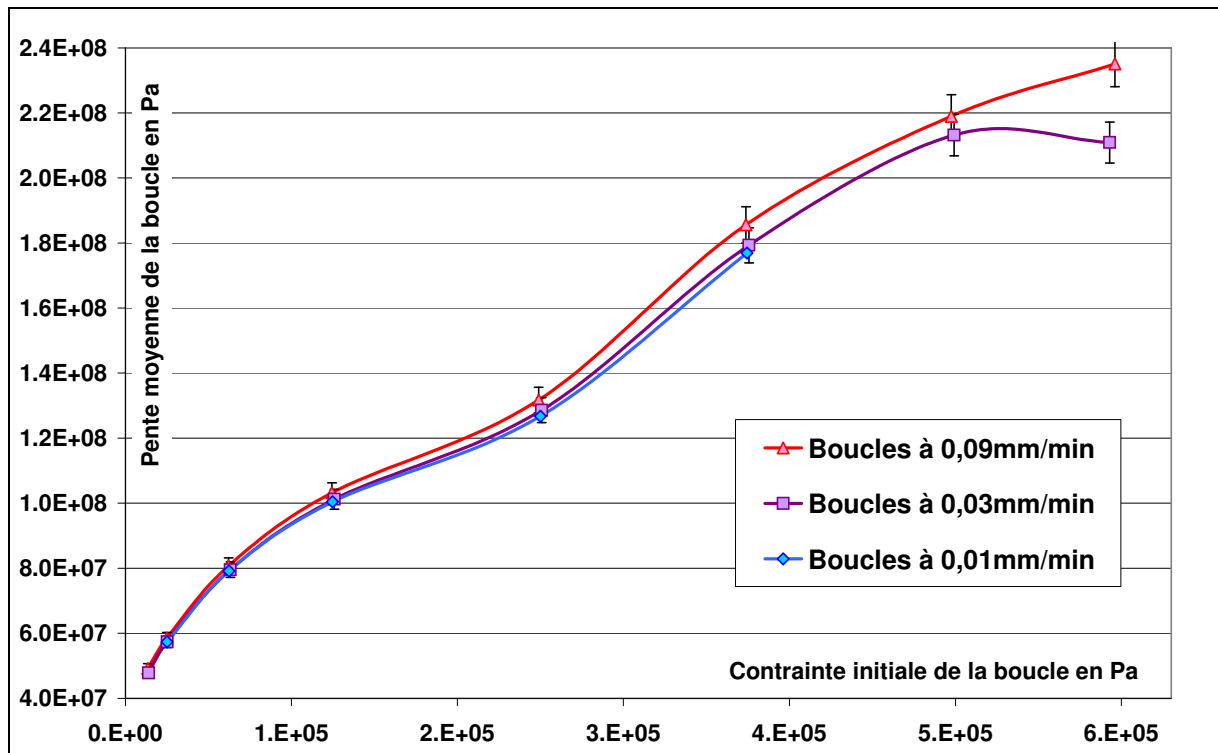


Figure II.4.3_2 : Comparaison des pentes moyennes des boucles ϵ - σ effectuées à différentes vitesses de chargement, sur billes neuves, lors de la décharge de 500 à 10N

II.5 Analyse et discussion : comparaison théorie/résultats expérimentaux

II.5.1 Ecart avec l'élasticité de Hertz

II.5.1.i Billes comme des sphères lisses

Rappelons rapidement les équations de la théorie de l'élasticité de Hertz ; le détail a été vu dans le 1^{er} chapitre (I.3.1). Ce modèle est valable pour le contact sans frottement entre deux sphères identiques de rayon R, parfaitement élastiques, s'écrasant l'une contre l'autre sous l'effet d'une force normale F_N . La distance d'interpénétration δ des billes est alors reliée au rayon a de l'aire circulaire de contact et à la force F_N appliquée par :

$$\delta = \frac{a^2}{R} = \left[\frac{3.F_N}{2.E^*.\sqrt{2R}} \right]^{2/3} \quad \text{où} \quad E^* = \frac{E}{2(1-\nu^2)}$$

E^* est le module réduit et dépend du module d'Young E et du coefficient de Poisson ν du matériau constituant les billes. La déformation élastique est proportionnelle à l'écrasement des billes et la contrainte à la force normale. La relation obtenue entre la contrainte et la déformation est alors du type : $\sigma \propto \varepsilon^{3/2}$ soit $\varepsilon \propto \sigma^{2/3}$. De plus, la vitesse de propagation des ondes ultrasonores V_{son} le long d'une chaîne de billes est liée à la racine carrée de la raideur k des contacts (voir I.3.2). La raideur k est définie comme la dérivée de la force par rapport à l'écrasement, ou encore, à une constante près, de la contrainte par rapport à la déformation donc $k \propto \sigma^{1/3}$. La vitesse du son est alors telle que $V_{son} \propto \sqrt{k} \propto \sigma^{1/6}$.

o Non-élasticité

En premier lieu, toutes les courbes présentant l'évolution de la contrainte en fonction de la déformation, dans les résultats expérimentaux de la partie II.2, révèlent une non-linéarité et un phénomène d'hystérésis, ainsi qu'une déformation résiduelle non négligeable à la fin d'un cycle de chargement. Cette déformation restante correspond à quelques pourcents de la déformation totale maximale atteinte lors de l'essai. La déformation résiduelle montre l'existence d'une certaine plasticité du milieu ; le phénomène d'hystérésis indique une dissipation d'énergie, donc sans doute un frottement interne dans le matériau.

Sur les graphiques présentés avec une échelle logarithmique, on observe que les courbes sont presque des droites, sauf à contrainte ce qui laisse supposer qu'une loi de type puissance pourrait être utilisée. Une approche de type a été testée sur L'exposant p de l'approximation de ces courbes mécaniques avec une loi de puissance est alors toujours plus faible que le 3/2 attendu par la loi de l'élasticité de Hertz. Cependant en représentation linéaire, il ressort que l'écart entre la loi de puissance et la courbe expérimentale est bien visible surtout aux contraintes fortes.

Cela peut s'expliquer naturellement par la juxtaposition d'une déformation élastique et d'une déformation plastique. En effet, le milieu n'est pas purement élastique. Même si les parties élastiques suivent parfaitement la loi de Hertz, les parties plastiques sont telles que la déformation augmente sans accroissement de la contrainte. Au niveau microscopique, la courbe est donc une succession de segments pour lesquels la loi de puissance de type Hertz peut être suivie, et de parties dont la pente est nulle. La loi de puissance qui lie la contrainte à la déformation pour la courbe ε - σ obtenue doit donc avoir un exposant plus faible que le cas purement élastique.

L'exposant est plus proche de 1,5 pour les phases de décharge que celles de charge. Lors de la charge, le milieu se déforme à la fois élastiquement et plastiquement alors que, pour la décharge, la déformation plastique reste constante, égale à la valeur maximale atteinte. Seule la déformation élastique doit diminuer lorsque la contrainte décroît. Il est donc normal que la décharge se rapproche plus de la théorie de Hertz, car le milieu devrait réagir de manière plus élastique. Notons également que la pente de la courbe est plus importante lors de la décharge que pour la charge, surtout à contrainte élevée, au dessus de 300kPa. Si la pente correspond à une « raideur globale » du milieu (puisqu'elle inclut l'effet de la plasticité), alors le milieu granulaire est plus raide lors de la décharge. Cela est retrouvé sur les courbes acoustiques.

Sur les courbes représentant l'évolution de la vitesse des ondes acoustiques en fonction de la contrainte appliquée, la non-linéarité de la relation et un effet d'hystérésis apparaissent aussi, comme sur les courbes mécaniques. La loi de Hertz prévoit que la vitesse de propagation soit proportionnelle à la contrainte appliquée sur le milieu de manière non-linéaire, avec un exposant 1/6. L'exposant de la relation de type puissance testées sur les résultats expérimentaux sont plutôt proche de 1/5, voire 1/4 aux faibles contraintes. Là encore le caractère viscoplastique du milieu entre en jeu. La propagation de l'onde acoustique se fait à travers les contacts entre les billes qui se trouvent dans les chaînes de force. Lorsque la contrainte devient plus forte, de nouveaux contacts entre billes sont créés et d'autres, déjà existants, sont agrandis. L'aire totale des contacts croît sous l'effet de l'écrasement des billes les unes contre les autres. Or la raideur globale du milieu est liée à l'aire des contacts, et la vitesse du son est telle que $V_{son} = \sqrt{M_{oed} / \rho} \propto \sqrt{k}$. Une augmentation de la contrainte entraîne une vitesse du son plus importante. Par ailleurs, V_{son} des décharges est supérieure ou égale à celle des charges, donc le milieu est plus raide à la décharge qu'à la charge.

○ Modèles pour l'écart à la théorie de Hertz

Les écarts à la théorie de Hertz ont déjà été largement observés. Plusieurs études récentes expérimentales [Jia99],[Mak00], théoriques [God90],[Vel02] et numériques [Rou05], rapportent une déviation par rapport à la loi de puissance de Hertz. Aux fortes contraintes, la loi de puissance en 1/6 attendue peut être observée ; en revanche, aux faibles contraintes, la vitesse de propagation dépend plutôt du quart de la contrainte. Ce comportement avait déjà été observé, en 1957, par Duffy & Mindlin [Duf57] dans des structures ordonnées de sphères identiques (réseau cubique à faces centrées). Le même constat a été dressé par Domenico [Dom77] pour des systèmes constitués de grains irréguliers. Une relation de type $\varepsilon \propto \sigma^{1/2}$ pour le comportement mécanique d'un milieu granulaire est alors proposé. Cela entraîne un module élastique proportionnel à la racine carrée de la contrainte, donc $V_{son} \propto \sigma^{1/4}$.

Diverses approches ont été proposées pour expliquer cette tendance. De Gennes [DeG96] propose une relation où la contrainte est proportionnelle à $\varepsilon^{1/2}$ grâce à un modèle de « croûte molle » : un grain sphérique est constitué d'un noyau rigide et d'une couche externe plus molle, d'épaisseur très faible devant le rayon de la particule. Le module de la croûte est beaucoup plus faible que celui de l'intérieur, de telle sorte que la compression a lieu entièrement dans cette couche extérieure. Cette explication est parfaite pour les billes métalliques sur lesquelles il peut y avoir une légère couche d'oxyde, plus poreuse et souple. Elle est difficilement applicable au cas des billes de verre.

Par ailleurs, Goddard [God90] a proposé d'une part un modèle dans lequel le contact est ogival. Pour représenter la non-sphéricité des surfaces qui se touchent, il considère que la particule est un corps sphérique sur lequel est superposé une partie choisie conique. Le contact se fait entre un plan et cette pointe conique qui est l'extrémité de la particule. Il

montre alors que le module élastique doit être proportionnel à $\sigma^{1/2}$ en dessous d'une valeur seuil de contrainte et $\sigma^{1/3}$ au-dessus. Mais ce modèle s'applique au cas des sables pour lesquels les particules sont très irrégulières à l'échelle de la taille du grain ; ce modèle n'est pas applicable au cas des billes de verre sphériques.

D'autre part, Goddard considère des particules sphériques distribuées aléatoirement dans l'espace, puis travaille sur l'évolution de la coordinance z lors du flambage des chaînes de force entre les sphères [God90]. Il montre alors que la coordinance varie comme $\Delta z \propto \varepsilon^{1/2}$. Si Δz est ensuite compté comme un nombre total et non une variation au niveau des contacts, alors $\sigma \propto \Delta z \cdot \varepsilon^{3/2} \propto \varepsilon^2$ d'où $V_{son} \propto \sigma^{1/4}$. De Gennes [DeG96] remarque que cette dernière idée est attirante mais délicate à cause du remplacement de Δz par z . P.-G. De Gennes argumente par le fait que, sous une pression arbitrairement petite, une onde sonore peut être propagée et que cela implique un nombre de contacts toujours supérieur à une certaine limite de percolation, donc un nombre fini. De là, l'identification de Δz avec z est délicate.

○ Origine de la déformation plastique

Voyons d'où peut provenir la déformation plastique. Le verre est connu classiquement comme étant un matériau fragile à température ambiante. Si la contrainte appliquée sur un bloc de verre augmente progressivement, le matériau va subir une rupture brutale après une déformation élastique, sans qu'il y ait de déformation plastique visible. Cependant, même pour les matériaux fragiles, la plasticité peut exister à l'échelle microscopique, comme le prouve les traces laissées par un poinçon lors d'un essai d'indentation sur du verre [Swa99], [Tes04] (figures II.5.1.i_1). Ces déformations plastiques restent cependant confinées à petite échelle, de quelques dizaines de microns.

Dans un matériau cristallin, la plasticité correspond à la migration de défauts du réseau, les dislocations. Dans un milieu amorphe ou désordonné, comme le verre, il n'y a plus ni réseau, ni dislocations. La modélisation de la plasticité dans les matériaux désordonnés est basée sur le fait que les déformations irréversibles mesurées correspondent à une succession de restructurations locales (à l'échelle de quelques atomes ou molécules) [Bar02]. Lorsque les contraintes exercées sur une de ces zones dépassent une valeur seuil, les atomes ou les molécules se réarrangent localement. Cette déformation locale induit une redistribution des contraintes dans l'ensemble du matériau et d'autres zones du matériau vont à leur tour se réarranger. Ce modèle microscopique très simple permet de retrouver à l'échelle macroscopique un comportement plastique avec écrouissage [Bar02].

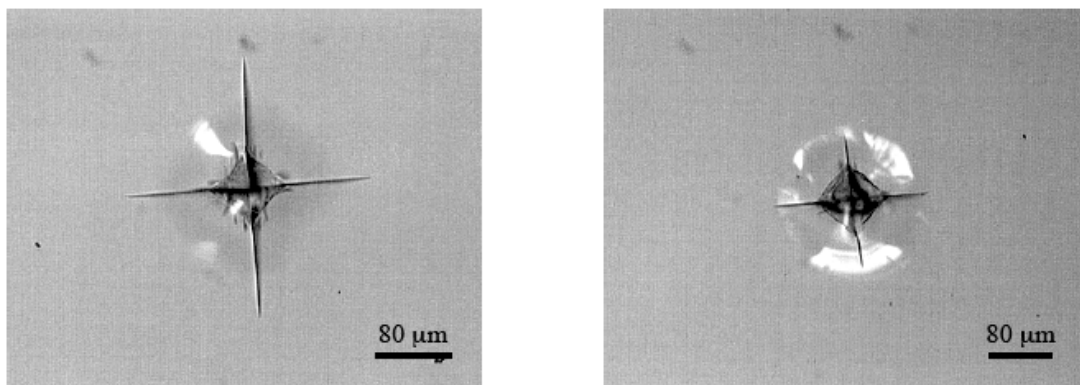


Figure II.5.1.i_1 : [Tes04] Empreinte d'indentation Vickers sous 20N observée au microscope optique en réflexion sur la surface d'un verre sodocalcique non-trempé (photo de gauche) et d'un verre trempé par jets d'air (à droite)

Une autre origine possible, et plus probable, de la plasticité est liée à la formation de contacts. Lors de la charge, le milieu comprimé reçoit assez d'énergie pour forcer certaines billes à glisser les unes contre les autres, malgré le frottement de leurs surfaces qui résiste à ce mouvement. Il peut alors y avoir des réarrangements de grains et création de nouvelles chaînes de contacts. Mais lors de la décharge, il n'y a pas d'énergie injectée dans le milieu pour que ces billes retournent à leur position initiale. Il y a seulement une diminution de la contrainte et une décompression du milieu. Or, il faudrait aussi de l'énergie pour forcer les billes à faire le trajet inverse et reprendre leurs positions initiales. Certains contacts créés lors de la charge restent alors lors de la décharge. Ce phénomène de recrutement des contacts peut être à l'origine de la déformation plastique du matériau granulaire.

- Analyse du comportement du milieu

Analysons plus en détail certains des résultats expérimentaux obtenus. Il semblerait que les lois d'approximation se rapprochent de la théorie de Hertz pour les contraintes les plus élevées lors de la charge. De plus, les approximations des courbes ϵ - σ des essais démarrant à 100N sont plus proches de la loi de Hertz que celles des autres essais de charge/décharge à partir de 10N. Le milieu tendrait ainsi vers un comportement plus élastique au contraintes élevées. Cela reste vrai pour les courbes σ - V_{son} . Il doit alors y avoir une source de plasticité dans les contraintes faibles.

Par ailleurs, l'approximation sur des morceaux successifs des courbes mécaniques nous donne une autre information (partie II.2.2.iii). La pente des segments de droite diminue progressivement lorsque la contrainte décroît pendant les décharges. Mais cette pente augmente, puis diminue pour la charge et elle présente une valeur maximale pour le segment vers 250-300kPa (tableau II.2.2.ii_1). Il en va de même pour la puissance p , qui se rapproche le plus du $3/2$ prévue par la loi de Hertz pour ce segment de courbe de la charge. Une transition dans le comportement du milieu semble ressortir pour la contrainte seuil de 250-300kPa lors de la charge. Les courbes présentant le taux de contrainte, ou la tangente à la courbe ϵ - σ , en fonction de la contrainte appliquée, présentent également un saut à cette valeur de contrainte. C'est donc qu'il existe, au début de la charge, un phénomène différent.

Cependant, la déformation plastique doit aussi augmenter avec la force appliquée. Les essais de petites boucles (partie II.4) montrent que l'aire des courbes des boucles ϵ - σ est d'autant plus importante que la contrainte à laquelle elle est effectuée est élevée. La dissipation est donc plus forte à haut niveau de contrainte. L'énergie peut être dissipée soit par production de chaleur, soit par absorption de l'énergie dans le système. Cela suggère que la déformation plastique est plus importante lorsque la sollicitation du milieu est plus grande.

Nous pensons alors au scénario suivant : il y a d'abord un recrutement des contacts avec des réarrangements des grains et une augmentation du nombre de chaînes de contacts qui supportent l'effort ; puis vers 250-300kPa, toutes les contacts possibles étant créées, le nombre de chaînes de force ne varie plus et la déformation correspond à celle de l'élasticité de Hertz lors de la compression de ces chaînes et des billes les unes contre les autres. Ensuite commence également une plastification au niveau des contacts entre billes. Cela entraîne alors le fait que la déformation tend à varier de manière plus linéaire avec la contrainte (d'où la puissance p qui diminue de $3/2$ vers un peu plus de 1, tableau II.3.2.iii_1 et 2).

- Déformation retardée

Par ailleurs, la vitesse de sollicitation du milieu joue un rôle important. La largeur de la boucle hystérétique sur les courbes mécaniques est plus importante à vitesse lente qu'à vitesse plus rapide (figure II.2.4_1). La dissipation est donc d'autant plus importante que la vitesse de chargement est lente. La déformation totale qui se développe lors de la charge et la

déformation résiduelle sont plus faibles pour le test rapide. L'approximation de type puissance pour la courbe ε - σ de charge donne un résultat plus proche de la théorie de Hertz pour le test rapide que pour le test lent, mais il semble que cela puisse être inversé pour les phases de décharges (cf. résultats de la partie II.2.4).

L'observation des courbes acoustique donne aussi l'effet de la vitesse de chargement. Lorsque le test est effectué à vitesse lente, un écart entre charge et décharge est visible (figure II.2.4_3). Les courbes des deux phases semblent plus proches l'une de l'autre à contrainte faible. Pour les tests à taux de déformation élevé, les courbes acoustiques de charge et décharge se recouvrent bien au dessus de 100kPa, mais sont légèrement éloignées l'une de l'autre à contrainte faible.

La vitesse de sollicitation a ainsi un effet visible sur le comportement mécanique du milieu granulaire ; c'est donc que le matériau présente un aspect « visqueux ». Toutes ces données convergent vers une même conclusion : le milieu a une part de viscosité d'autant plus grande que la vitesse de chargement est lente. Le fait de solliciter rapidement le milieu granulaire entraîne un comportement plus élastique.

La déformation retardée dans l'échantillon apparaît sur les courbes mécaniques ε - σ . En effet, l'écart entre la courbe de charge et celle de décharge donne la déformation résiduelle, donc plastique à la fin de l'essai. Mais cet écart semble plus important vers 300-400kPa qu'à la fin de l'essai. C'est donc qu'il existe une déformation retardée. Lors de la décharge, la partie élastique de la déformation doit diminuer de manière instantanée avec la réduction de la contrainte appliquée, alors que la partie plastique irréversible reste constante. La déformation retardée est celle qui continue d'augmenter malgré la décroissance de contrainte avant de diminuer à son tour. Cette partie de type visqueux a besoin « d'un certain temps » pour suivre l'évolution de la contrainte. Précisons que l'origine de la déformation visqueuse sera discuté dans le chapitre III, partie III.4.1.

- Aspect visqueux et durées impliquées

L'aspect visqueux ou non du matériau granulaire peut être caractérisé par un nombre de Deborah. C'est un nombre sans dimension, défini comme le rapport entre le temps τ de relaxation, caractérisant la fluidité intrinsèque d'un matériau, et l'échelle T de la durée de l'expérience testant la réponse du matériau : $D_e = \tau/T$. Plus le nombre de Deborah est petit, plus le matériau apparaît fluide. Cela implique que si un solide est observé sur un temps très long, un écoulement de ce matériau peut être observé. Au contraire, plus le temps d'expérience est court, plus le milieu va paraître solide.

Ici, comme il y a un facteur 10 entre les deux vitesses de chargement donc également au niveau des durées d'expériences ; les nombres de Deborah qui correspondent à nos différents essais sont écartés aussi d'un facteur 10. Il paraît donc normal que le comportement mécanique des billes du milieu granulaire ne soit pas le même. L'essai à vitesse lente permet au matériau de « s'écouler » lors même du chargement, alors que l'essai dit rapide ne laisse au matériau que la possibilité de réagir de manière plus « solide » et élastique.

Voyons alors les ordres de grandeur des durées qui entrent en jeu. Pour le test lent, une charge jusqu'à 500N dure un peu moins de 90s, donc un cycle entier s'étend sur 180s environ. Mais pour un test rapide, il ne faut même pas 9s pour une charge à 500N et moins de 20s pour le cycle entier. Le cas le plus court est celui d'un cycle à 120N à vitesse rapide, de durée \approx 8s. Le nombre de Deborah est forcément plus faible pour le test rapide et le milieu se révèle plus fluide. La recherche d'un temps caractéristique du matériau granulaire, lié au phénomène de relaxation, fera l'objet d'une étude plus précise dans le chapitre III.

○ Interprétation à l'aide d'un modèle viscoélastique

Utilisons le modèle le plus simple de solide viscoélastique : celui de Kelvin-Voigt, présenté dans la partie I.4.4. D'après ce modèle le module complexe reliant la déformation et la contrainte, serait lié au module élastique du matériau et à la vitesse de sollicitation :

$$|M^*| = \sqrt{G^2 + (\eta \cdot \omega)^2} = G \sqrt{1 + (\omega \cdot \tau)^2} \quad (\text{voir I.4.4}_{16}).$$

Ce modèle permet de prendre en compte la part « visqueuse » dans la déformation du milieu et d'interpréter le fait que le module global (qui correspond à la pente de la courbe mécanique) soit plus élevé pour les tests les plus rapides. Cependant, la relation entre contrainte, déformation et taux de déformation donnée par le modèle de Kelvin-Voigt est la suivante : $\sigma = G\varepsilon + \eta \dot{\varepsilon}$. Or dans les expériences présentées, le taux de déformation est imposé à travers la vitesse de déplacement de la traverse de la presse (V_{test}) et la déformation est donc une fonction linéaire du temps. Le modèle de Kelvin-Voigt prévoit alors $\sigma = G \cdot V_{\text{test}} (t + \tau)$. Or les courbes expérimentales montrent bien que la contrainte n'est pas linéairement proportionnelle au temps (figure II.1.5_2). Ce modèle est donc trop simple pour pouvoir interpréter totalement les observations expérimentales.

De plus, nous savons que la partie élastique doit être non linéaire d'après la théorie de Hertz. la juxtaposition de ces deux modèles pourrait alors être utilisée en proposant une relation du type : $\sigma = A \cdot \varepsilon^p + C \cdot (d\varepsilon/dt)^q$. Mais celle-ci a été testée sur les courbes expérimentales et bien qu'elle s'adapte mieux elle reste toujours insuffisante. En effet, dans ces différents modèles, il manque la partie plastique. Notons qu'il existe des modèles, plus complets, que ce soit pour l'élasticité non-linéaire des milieux granulaires [Tre04], [Hic05],[Hic06] prenant en compte la micromécanique, l'aspect particulaire et l'anisotropie de ces matériaux, ou des modèles d'élastoplasticité [Has01],[Hic07] pouvant aussi tenir compte de l'effet du taux de cisaillement sur les grains. Il serait intéressant ensuite de confronter nos résultats expérimentaux aux différents modèles, mais aussi aux simulations numériques [Rou05], [Rou07].

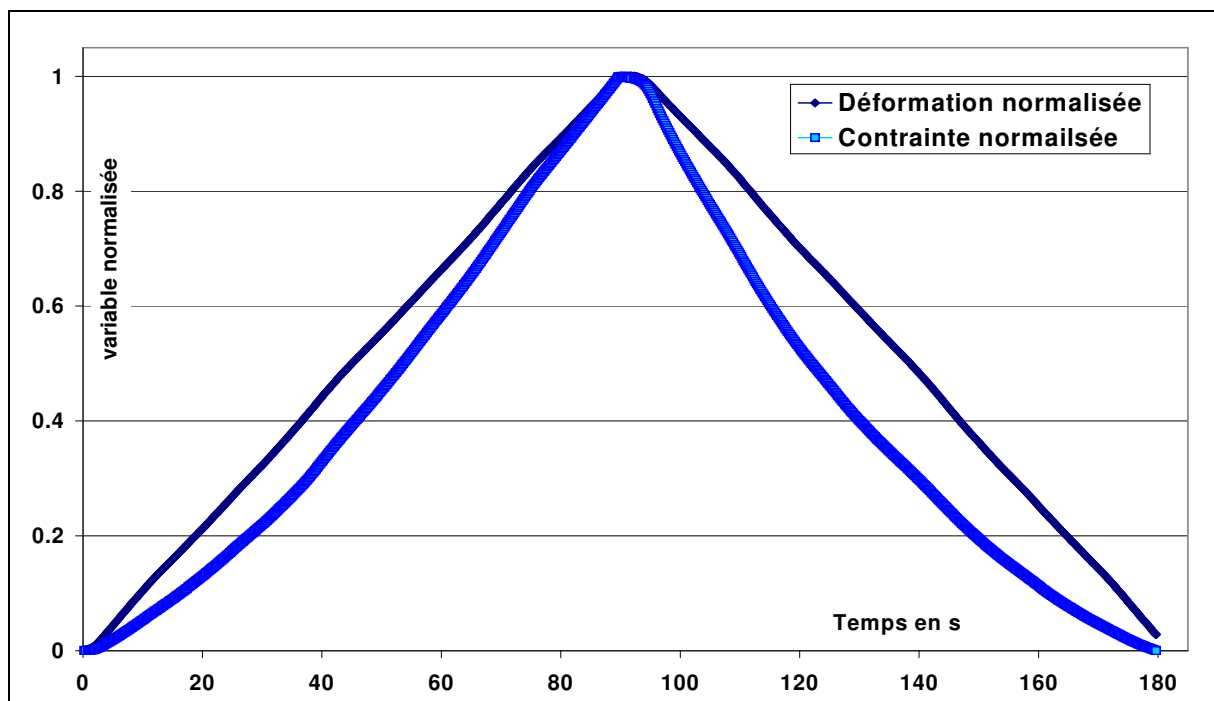


Figure II.5.1_2 : Comparaison des déformation et contrainte normalisées (rapport entre la valeur au temps considéré et la valeur maximale atteinte) en fonction de la durée d'expérience pour un cycle de charge/décharge entre 10N et 500N à 0,09mm/min sur billes de verre neuves

II.5.1.ii Cas des billes avec des aspérités

Le cas précédent considère des sphères lisses, parfaitement élastiques, mais tous les matériaux présentent en réalité une certaine rugosité de surface. Les aspérités peuvent intervenir au niveau de la surface de contact entre deux billes. Le contact ne se fait pas sur une surface circulaire continue, mais sur un ensemble de surfaces plus petites qui sont les contacts entre les aspérités. Nous proposons ici un modèle pour prendre cela en compte. Les aspérités sont ici supposées de forme semi-sphérique, viscoélastiques, et leur comportement élastique suit la loi de Hertz. Considérons deux sphères soumises à une force normale F_N dont les déformations se développent sur deux échelles : celle R des sphères et celle r des n aspérités au contact entre les deux sphères. Les rapprochements élastiques des sphères et des aspérités sont notés respectivement δ_S et δ_A et suivent chacun des relations de type Hertz :

$$\delta_S \propto F_N^{2/3} / R^{1/3} \quad (\text{II.5.1}_1) \quad \text{et} \quad \delta_A \propto \frac{(F_N/n)^{2/3}}{r^{1/3}} \quad (\text{II.5.1}_2)$$

$$\text{d'où} \quad \delta = \delta_S + \delta_A \propto \frac{F_N^{2/3}}{R^{1/3}} \cdot \left(1 + \left(\frac{R}{n^2 r} \right)^{1/3} \right) \quad (\text{II.5.1}_3)$$

On en déduit la raideur k_{totale} tenant compte des aspérités et des billes, correspondant à l'ensemble des déformations. En posant k_0 la raideur de sphères lisses :

$$k_{\text{totale}} = \left(\frac{\partial \delta}{\partial F_N} \right)^{-1} \approx k_0 \frac{1}{1 + \left(\frac{R}{r} \right)^{1/3} \frac{1}{n^{2/3}}} \quad (\text{II.5.1}_4)$$

Si les aspérités existent, la raideur est plus faible que celle des sphères lisses. La valeur de la raideur dépend alors du nombre et de la taille des aspérités en contact.

○ Rugosités microscopiques

Si les surfaces des solides paraissent lisses à l'échelle macroscopique, elles ne le sont pas au niveau microscopique, à cause de l'existence de poussières collées aux billes lors de leur fabrication et également la présence de rugosités de l'ordre du micron (figure II.5.1.ii_1). L'aire réelle de contact n'est pas vraiment un disque de rayon a , comme dans le cas idéal des billes parfaitement lisses et sphériques de Hertz, mais un ensemble de microcontacts à cause des aspérités qui se touchent entre les billes (figure II.5.1.ii_2). Ces contacts s'étendent sur des surfaces beaucoup plus faibles que l'aire circulaire prévue par la théorie de Hertz. Les contraintes subies sont ainsi bien plus importantes que celles estimées dans la partie I.2.1.iv.

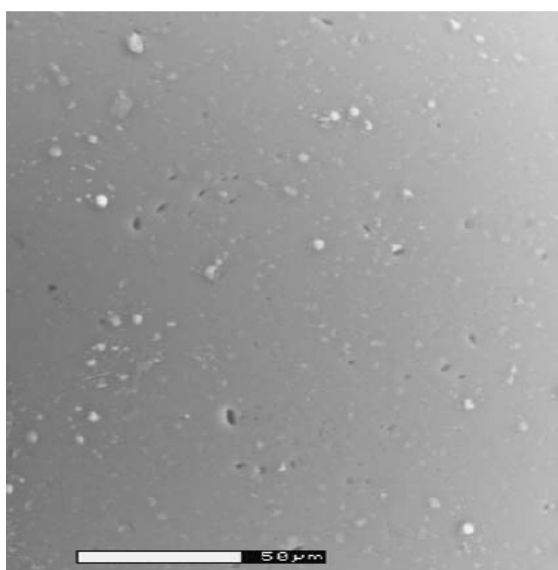


Figure II.5.1.ii_1 : cliché au MEB de la surface d'une bille de verre [Bru06]

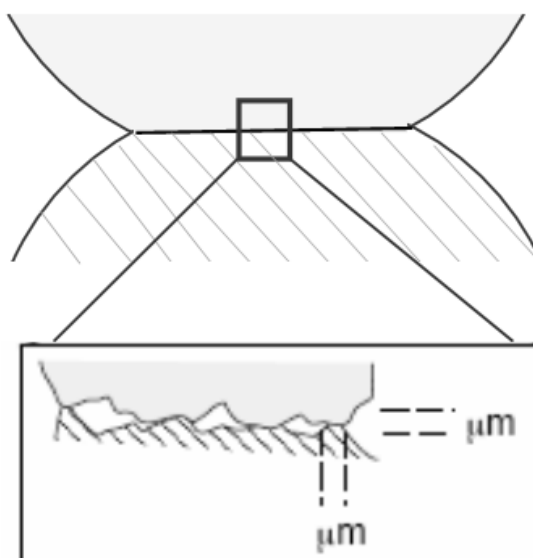


Figure II.5.1.ii_2: représentation des aspérités à l'échelle microscopique

On pense que les billes neuves comportent plus de rugosités de surface que les billes usées. Ces dernières ont subi 2000 cycles successifs de charge/décharge entre 10 et 500N. Ce traitement doit avoir arraché les éventuelles poussières collées sur la surface des billes, et écrasé les aspérités les plus saillantes. La surface des billes usées doit donc être plus lisse. Notons que si les aspérités étaient arrachées, le nombre n diminuerait, ce qui correspondrait à une raideur k_{totale} qui diminuerait elle aussi. Ce n'est pas le cas expérimentalement. L'usure entraîne donc un aplatissement des aspérités (augmentation de r) ce qui correspond bien au fait que la raideur des billes usées tende vers le k_0 des billes lisses.

Le fait que les billes usées soient plus lisses est difficile à vérifier par l'observation directe. Dans sa thèse, Thomas Brunet [Bru06] a observé des billes similaires aux nôtres au microscope électronique à balayage (MEB). Si ces images nous permettent de voir des poussières, aspérités et fissures de l'ordre de quelques microns à la surface d'une bille (figure II.E.1.b_1), cette technique atteint rapidement sa limite lorsqu'il faut descendre à une échelle plus petite. L'utilisation d'un profilomètre sur nos billes aurait pu éventuellement nous montrer la différence entre nos deux types d'échantillon de billes. Georges et Goddard [Geo06] ont également proposé une technique d'inversion d'images couplée à l'utilisation d'un microscope à force atomique (AFM) et obtiennent une représentation 3D des rugosités de la surface de contact entre la particule étudiée et la pointe de l'AFM. Une modélisation liée à cette technique et basée sur l'élasticité est proposée. Les fines aspérités sur des billes de verre ou sur des agrégats de UO_3 peuvent ainsi être observées. Sur des billes de verre de $20\mu\text{m}$ de diamètre, les auteurs observent des aspérités de taille maximale de 40-50nm. Si nous pouvions l'utiliser sur nos échantillons de billes usées ou neuves, cette technique pourrait nous permettre d'étudier de manière qualitative et quantitative la topologie de la surface de nos billes. Sur des clichés pris au MEB, il nous est difficile de distinguer cette topologie.

- Analyse de l'effet de l'usure

Expérimentalement, les résultats des essais montrent que la déformation sur les échantillons de billes usées est plus faible, que celle sur les billes neuves. Comme l'écrasement total de deux billes l'une contre l'autre est la somme de l'écrasement des aspérités et de la sphères, la déformation est plus faible s'il y a moins d'aspérités. La déformation résiduelle après un cycle de chargement est elle aussi plus faible sur bille usées. De plus, la déformation totale sur les billes usées varie moins avec la contrainte que celle des billes neuves, surtout à contrainte élevée ; la pente de la courbe ϵ - σ est plus forte sur billes neuve. L'approximation de type puissance des billes usées semble s'écarter encore plus de la loi de l'élasticité de Hertz que les neuves, que ce soit pour les courbes mécaniques ou acoustiques. C'est donc que les aspérités participent fortement à la déformation élastique du milieu granulaire.

Les données expérimentales montrent également que l'aire de la boucle faite par la courbe mécanique est plus importante pour les billes usées que pour les billes neuves. Il y a donc une dissipation d'énergie plus forte lors de la déformation des billes usées. C'est derniers résultats indiquent que les billes neuves se déforment de manière plus élastique que les billes usées. Cela peut se comprendre par le fait que les aspérités sont fraîches et qu'elles vont d'abord être déformées élastiquement. Sur les billes usées, les aspérités ont déjà été sollicitées et sont plutôt déformées de manière plastique. De plus, les cycles successifs subis pour les user ont du entraîner un écrouissage de la surface des billes. Il faut donc une énergie plus importante pour déformer de nouveau l'échantillon au niveau des contacts entre les billes usées.

En outre, la vitesse du son dans l'échantillon de billes usées, proportionnelle à la racine carrée du module, est trouvée plus faible que pour les billes neuves (voir figure II.2.3_2). Cela correspond bien aux prévisions de notre modèle. Si les aspérités existent, la

raideur est plus faible que celle des sphères lisses. Sur les billes usées, les aspérités sont écrasées, d'où une augmentation de r , ce qui entraîne bien une diminution du dénominateur. La raideur totale augmente alors et tend vers k_0 pour les billes usées. Celles-ci ont bien un module élastique plus faible. Par ailleurs, l'échantillon de billes usées a une compacité un peu plus élevée que celui de billes neuves. Cela joue également en faveur d'une raideur plus grande du milieu granulaire.

- Analyse de l'effet de la vitesse de chargement

Reprenons les résultats expérimentaux obtenus sur l'effet de la vitesse de chargement (voir partie II.2.4). Nous avons vu que le taux de déformation imposé entraîne un comportement plus ou moins élastique du milieu granulaire. Les approximations de type puissance des courbes ε - σ ont des exposants s'approchant plus de la loi d'élasticité de Hertz pour les charges rapides que pour les lentes, mais les décharges lentes paraissent plus proches de Hertz que les décharges rapides. Ceci est vrai pour les particules neuves ou usées, mais l'écart entre charge et décharge est plus important lors des essais sur échantillons de billes neuves. L'aire des boucles ε - σ est plus faible à chargement rapide, donc il y a moins de dissipation d'énergie. Cet effet est visible aussi bien sur les essais sur billes neuves que sur billes usées. Les aspérités, comme les billes lisses, présentent un aspect « visqueux ».

Si les aspérités peuvent être déformées élastiquement, la raideur du milieu est inférieure à celles des sphères sans aspérités. A charge rapide, les aspérités sont sollicitées de manière élastique, alors qu'à vitesse lente, il y a suffisamment de temps pour que leur déformation retardée ait lieu. La transition entre les deux types de comportement dépend du nombre de Deborah. Si la charge est lente, donc à faible nombre de Deborah, les aspérités sont écrasées de façon viscoplastique et les sphères ont une raideur k_0 ; par contre, si à charge rapide, une grande partie des aspérités répond élastiquement et leur raideur intervient dans la raideur totale qui est alors inférieure à k_0 . La vitesse de propagation du son présente bien ce résultat : les essais rapides affichent une vitesse du son, donc un module élastique, plus bas que les essais lents. Il semble ici que les aspérités ont un comportement mécanique élasto-visco-plastique qui intervient dans le comportement global du milieu. L'évolution temporelle du milieu sous contrainte avec la durée d'attente sera l'objet du prochain chapitre.

II.5.2 Tassement progressif avec les cycles et durcissement du milieu

II.5.2.i Modèle de Sawicki et Swidzinski

- Expériences de cycles successifs réalisées

Le tassement progressif du milieu granulaire sous chargement cyclique a été observé dans nos essais. Ce type de résultats est retrouvé dans la littérature. Sawicki et Swidzinski [Saw95] ont réalisé des essais oedométriques de cycles de chargements sur différents matériaux granulaires (sables de Lubiatowo et Leighton Buzzard, riz, blé, farine, grenaille de plomb et bentonite) Les auteurs ont fait ressortir des caractéristiques communes du tassement sur les différents échantillons. Ces essais présentent tous une évolution logarithmique de la déformation axiale avec le nombre de cycles.

Nous redonnons ici les caractéristiques de leurs expériences, car il semble important de souligner les différences et similitudes avec la notre, afin de pouvoir comparer correctement les résultats. La cellule oedométrique employée par Sawicki et Swidzinski est de 75,5mm de diamètre et 40,5mm de haut, soit de dimensions plus de deux fois plus grandes que celles de nos échantillons. Le matériau granulaire est introduit dans la cellule en le laissant tomber librement à travers un entonnoir. Ce dernier est soulevé progressivement pendant le remplissage de l'oedomètre et la distance entre l'entonnoir et la surface de

l'échantillon est gardée constante. Différentes distances sont utilisées pour obtenir différentes densités de l'empilement. La surface est nivelée et la cellule est fermée par une pièce en laiton. Une mise à zéro est faite pour une contrainte de $4,87 \cdot 10^5 \text{ Pa}$. Les cycles sont effectués à amplitude fixe entre une valeur nulle et une valeur maximale de contrainte. Les contraintes maximales qu'ils ont appliquées vont de jusqu'à 842 kPa. L'utilisation d'une jauge de contrainte collée sur une partie plus fine de la paroi latérale de la cellule oedométrique a permis de suivre la contrainte résiduelle radiale σ_x^{res} et de montrer que la déformation radiale, mesurée de l'ordre de 10^{-5} , est négligeable devant la déformation axiale de l'échantillon, qui est de l'ordre de 10^{-2} .

Notons que les échantillons de Sawicki et Swidzinski [Saw95] sont préparés par point source et non par pluviométrie comme nous le faisons, donc ils sont moins denses. Les dimensions de l'échantillon sont plus grandes qu'avec la cellule que nous utilisons, mais le ratio du diamètre sur la hauteur est du même ordre de grandeur : 1,86 pour les auteurs et 1,81-1,84 pour nos échantillons. L'amplitude des cycles peut être plus grande que celle de nos essais (0 à 842 kPa au lieu de 12 à 627 kPa) mais reste fixe lors d'un essai de cycles successifs, comme nous l'avons fait. De plus, la relation obtenue par les auteurs qui semble applicable de manière « relativement universelle » au différents échantillon testé.

○ Loi d'évolution de la déformation plastique

L'analyse proposée par les auteurs part d'une loi simple de l'évolution de la déformation plastique lors de la compaction :

$$\frac{d\epsilon^p}{dN} = H(\epsilon^p, J) \quad (\text{II.5.2}_1)$$

ϵ^p est la déformation plastique, N est le nombre de cycle effectués, σ_z et σ_x sont les contraintes axiale (verticale) et radiale respectivement. H est une fonction constitutive qui dépend de la déformation et de l'invariant J du tenseur des contraintes ; J est de la forme :

$$J = (\sigma_z - \sigma_x)^m \quad (\text{II.5.2}_2)$$

où m est un exposant à déterminer expérimentalement. Les auteurs posent l'hypothèse d'un coefficient constant C reliant la contrainte radiale à la contrainte axiale et en déduisent J :

$$\sigma_x = C \cdot \sigma_z \quad (\text{II.5.2}_3)$$

$$J = [(1 - C)\sigma_z]^m \quad (\text{II.5.2}_4)$$

La forme la plus simple de la fonction H est obtenue en supposant la séparation des variables, H_1 étant une fonction de la déformation seule :

$$\frac{d\epsilon^p}{dN} = J \cdot H_1(\epsilon^p) \quad (\text{II.5.2}_5)$$

Alors
$$\frac{d\epsilon^p}{H_1(\epsilon^p)} = dS(\epsilon^p) = [(1 - C)\sigma_z]^m \cdot dN \quad (\text{II.5.2}_6)$$

La fonction S de la déformation peut être obtenue par intégration :

$$S(\epsilon^p) = \int_0^N J dN = [(1 - C)\sigma_z]^m \cdot N = \xi \quad (\text{II.5.2}_7)$$

donc
$$\epsilon^p = S^{-1}(\xi) = \text{fonction}(\xi) \quad (\text{II.5.2}_8)$$

De plus, les auteurs [Saw95] trouvent expérimentalement que : $\epsilon^p = a \cdot \ln(1 + b \cdot \xi)$ (II.5.2_9)

Cela entraîne
$$\xi = \frac{1}{b} \left[\exp\left(\frac{\epsilon^p}{a}\right) - 1 \right] = S(\epsilon^p) \quad (\text{II.5.2}_{10})$$

Comme
$$\frac{dS}{d\epsilon^p} = \frac{1}{H_1} \quad (\text{I.5.2}_{11})$$

$$\xi = ab \cdot \exp\left(\frac{-\varepsilon^p}{a}\right) \quad (\text{II.5.2}_{12})$$

$$\text{d'où} \quad \frac{d\varepsilon^p}{dN} = ab[(1-C)\sigma_z]^m \cdot \exp(-\varepsilon^p / a) \quad (\text{II.5.2}_{13})$$

Dans notre cas, la contrainte imposée n'est jamais nulle et nous commençons à $N = 1$, la relation (II.5.2_9) qui nous intéresse revient alors à :

$$\varepsilon^p = a \cdot \ln(b \cdot \xi) = a \cdot \ln(N) + am \cdot \ln((1-C)\sigma_z) = a \cdot \ln(N) + \beta \quad (\text{II.5.2}_{14})$$

Ces expériences réalisées par Sawicki et Swidzinski montrent une augmentation logarithmique de la déformation résiduelle, entre 10 et 100 cycles pour divers matériaux granulaires. Par les expériences sur les sables, les auteurs obtiennent des valeurs de 2,779 pour a et 2,251 pour b sur l'échantillon moyennement dense de sable de Lubiatowo et sur l'échantillon de sable de Leighton Buzzard : $a = 0,776$ et $b = 2,847$.

II.5.2.ii Evolution du milieu lors des cycles successifs

○ Evolution logarithmique de la déformation avec le nombre de cycles

La phénoménologie du tassement et du durcissement du milieu granulaire avec les cycles successifs a été étudiée dans la partie II.3 de ce chapitre. Par le passé, le tassement progressif d'un échantillon avec les cycles de chargement, ainsi que les boucles d'hystérésis des courbes déformation-contrainte, ont été observés dans divers tests réalisés sur les milieux granulaires. Ces phénomènes sont par exemple visibles dans des essais triaxiaux [Abd03] [Gid01], aussi bien que dans des essais de cisaillement. Mais nous avons vu dans le 1^{er} chapitre que les conditions de ces essais présentent des différences au niveau des contraintes par rapport aux essais oedométriques. Cette différence apparaît dans le comportement du milieu lors de sa compaction : les essais triaxiaux présentent toujours des variations de type puissance N^B où B est un paramètre obtenu par les expériences (voir table 2 de l'article de Pérez et al. [Per06]).

Au contraire, dans le cas d'essais oedométriques, nous obtenons un tassement qui croît de manière proportionnelle au logarithme du nombre N de cycles subis, comme ce qui a été observé par Sawicki et Swidzinski [Saw95] sur des essais oedométriques sur des sables. Les auteurs obtiennent des pentes logarithmiques, pour les courbes de la déformation résiduelle en fonction de paramètre proportionnel au nombre N de cycles, de l'ordre de 0,8 et 2,8 pour des échantillons de sables respectivement dense ($I_d > 0,66$) ou moyennement dense (I_d entre 0,33 et 0,66). Nous avons relevé les pentes logarithmiques obtenues sur le même type de courbe expérimentales que celle proposées par Sawicki et Swidzinski [Saw95]. Elles sont plus faibles dans le cas de nos échantillons de billes de verre, mais présentent la même tendance d'évolution avec la densité du matériau granulaire : ces pentes sont de 0,17 pour le cas le plus dense ($\Phi = 0,655$, soit $I_d = 0,770$) et de 0,29 pour un échantillon moins dense ($\Phi = 0,648$ soit $I_d = 0,736$).

○ Comparaison avec des expériences sur le ballast

Les résultats expérimentaux vont également dans le même sens que ceux obtenus et modélisés par A.Karrech [Kar07] dans des essais sur un lit confiné de micro-ballast : le tassement augmente avec la fréquence de compression. Les simulations numériques et les expériences de compaction sur un lit de micro-ballast [Kar07] présentent aussi la même évolution du tassement en $A+B \cdot \log(N)$ pour un grand nombre de cycles (jusqu'à 2.10^5 cycles). Ces essais sont effectués sur des échantillons de grande taille : A. Karrech utilise 4,5kg de micro-ballast, dont les granulats obtenus par concassage ont des tailles de 7 à 16mm, dans une enceinte cylindrique de hauteur et de diamètre 150mm. L'échantillon subit des

cycles à des fréquences de 1 à 100Hz, d'amplitude 0,5 à 3kN, ce qui correspond à des contraintes de 28 à 170kPa. L'auteur obtient un bon ajustement de la loi en logarithme, puisque le coefficient de détermination R^2 dépasse toujours 0,9 (comme dans notre cas sur les billes de verre). Il montre également que le paramètre B, qui décrit la vitesse incrémentale de tassement, dépend des différentes quantités expérimentales, comme l'accélération, la fréquence ou la force.

De plus, l'effet de l'élasticité du milieu est étudié en intercalant une couche souple de polymère sous les échantillons et ces données révèlent que le tassement augmente avec la souplesse du milieu. Dans nos essais, la méthode de suivi acoustique nous permet d'avoir accès au module élastique via la vitesse des ondes ultrasonores. Cette vitesse, donc le module élastique du milieu, augmente avec les cycles effectués. En même temps, le tassement ajouté par cycle diminue. Il y a un durcissement du milieu et un tassement dont l'incrément diminue. C'est donc bien que l'élasticité et la compaction varient dans le même sens, comme le prévoit A. Karrech.

- Tendance vers un comportement plus élastique

Les approximations des courbes avec une loi en puissance montrent que la décharge est plus proche de la théorie de Hertz que la charge, comme lors des cycles uniques de la partie II.2. La charge semble tendre vers plus d'élasticité avec l'addition des cycles de chargement. En effet, l'exposant de la loi de puissance vérifiée par les courbes de phases de charge augmente avec le nombre de cycles et tend vers une limite, qui semble cependant inférieure au 1/6 prévu par la théorie de Hertz. De plus, l'aire des boucles mécaniques s'amenuise, donc l'énergie dissipée liée à la déformation totale de l'échantillon est plus faible, donc la plasticité diminue. La déformation élastique prend une part plus grande dans l'énergie totale de déformation. Ces résultats convergent vers la même conclusion : le milieu tendrait vers plus d'élasticité avec les cycles réalisés.

Si toutes les phases de charge et de décharge sont ramenées à zéro pour l'état initial ou final à 100N, et qu'elles sont comparées pour tous les cycles, nous observons que les décharges se superposent toutes en une seule et même courbe, ce qui laisse à penser que les décharges sont bien réversibles donc élastiques. Nous voyons aussi que les courbes de charge se recouvrent pour des contraintes inférieures à environ 350kPa (230kPa pour les courbes ramenées à zéro) mais pas au-dessus de cette valeur seuil (figure II.3.2_2). C'est que l'effet de plasticité a lieu principalement à contrainte forte lors de la charge.

- Usure des billes par les cycles successifs

Enfin, ces cycles de chargement affectent fortement les aspérités, car ils les usent progressivement et les amènent même à rupture (augmentation du nombre de fines avec le nombre de cycle : voir figure II.3.2_4). Discutons l'origine de ces particules fines observées à la fin des essais de cycles. Uygur et Doven [Uyg06] ont réalisé des expériences de cycles successifs sur des échantillons de sable, préparés de manière plus ou moins dense, dans des d'essais oedométriques. Selon les auteurs, il semblerait que des dégradations soient possibles, car les cycles de chargements hystérétiques permettent une accumulation d'énergie à la surface des grains qui entraîne leur rupture et la création de particules plus fines. La distribution des tailles des particules change alors, car le milieu contient de plus en plus de grains plus petits. Dans notre cas, ces petites particules fines récoltées au fond de la cellule après des essais de cycles viennent plutôt du fait que des poussières collées à la surface des billes lors de leur fabrication (visibles sur le cliché figure II.5.1.ii_1) se détachent des billes lorsque l'échantillon granulaire est sollicité. Effectivement, nous n'observons pas dans nos essais le fait que des billes elles-mêmes présentent de fractures dans leur volume.

II.5.3 Recrutement des contacts par réarrangement irréversible des grains

II.5.3.i Cas isotrope avec des billes lisses élastiques (modèle de Hertz)

La modélisation proposée partie I.3.3.i a permis d'obtenir une relation entre la vitesse de propagation du son et la contrainte. Le verre des billes a une masse volumique, un module d'Young et un coefficient de Poisson qui valent respectivement $\rho_v = 2460 \text{ kg/m}^3$, $E = 70 \text{ GPa}$, $\nu = 0,22$. Cela donne une valeur pour le module réduit $E^* = 36,8 \text{ GPa}$. Des échantillons de billes polydisperses de 300-400 μm de diamètre sont testés : nous utiliserons $R = 175\mu\text{m}$ pour le rayon moyen des billes. La densité apparente ρ_{app} de l'échantillon, d'une masse de 23g, est de 1610 kg/m^3 environ. Or la compacité est le rapport $\Phi = \rho_{\text{app}} / \rho_{\text{verre}}$. Elle vaut 0,655 en moyenne avec notre méthode de préparation par pluviation. Les données qui varient sont la vitesse de propagation du son et la contrainte. En réalité, la compacité croît avec la contrainte, mais sa variation est au maximum de 0,005, ce qui correspond à moins de 0,8% de variation relative. Elle est donc négligeable devant la variation des autres données. Nous pourrions ainsi considérer que la valeur de la compacité est constante.

$$V_{\text{son}} = \left(\frac{3}{\rho_v}\right)^{1/2} \left(\frac{zE^*}{4\pi}\right)^{1/3} \left(\frac{\sigma}{\phi}\right)^{1/6} \approx 53,6.z^{1/3}.\sigma^{1/6} \quad (\text{II.5.3}_1)$$

On en déduit l'expression de la coordinance z en fonction des données expérimentales :

$$z = \left(\frac{\rho_v}{3}\right)^{3/2} \cdot \frac{4\pi.V_{\text{son}}^3}{E^*.\sqrt{\sigma/\phi}} \quad (\text{II.5.3}_2)$$

Cette relation (II.5.3_2) indique que des grains plus rigides (E^* plus élevé) auraient une coordinance plus faible. Cela appuie l'un des résultats obtenus lors des simulations numériques de A.Karrech [Kar07] dans sa thèse. Par ailleurs, Makse et al [Mak04] introduisent une loi d'échelle empirique pour le nombre de coordination d'un empilement de billes de verre : dans le cas de simulations 3D de 10000 particules sphériques de rayons entre 95 et 105 μm avec frottements, ils obtiennent $z(\sigma) = z_c + (\sigma/P)^m$ avec $P = 10 \text{ MPa}$, $m = 0,305$ et la coordinance critique z_c obtenue tend vers 4 lorsque la contrainte tend vers zéro.

II.5.3.ii Estimation de l'évolution de la coordinance

Notons tout d'abord que la formule proposée II.5.3_1 semble bien correspondre aux résultats expérimentaux. En effet, l'estimation de la vitesse du son en prenant des valeurs de 5 ou 6 pour z paraît assez proches des courbes obtenues. En prenant une coordinance moyenne $z = 6$ et les valeurs expérimentales de contrainte imposée par la presse, nous constatons que la vitesse du son obtenue par ce calcul est proche de la vitesse expérimentale mesurée (figure II.5.3_1). Avec $z = 6$, la courbe obtenue s'écarte de la courbe expérimentales de 9% au maximum à contrainte faible, et l'écart minimum est de 0,84% à la contrainte la plus élevée. La courbe simulée avec $z = 5$ présente un écart avec la courbe expérimentale de 5,1% pour les contraintes fortes, mais de seulement 0,02% aux contraintes faibles. Ce modèle, aussi simple soit il, semble donc correspondre relativement bien aux résultats expérimentaux.

Ensuite, avec la formule (II.5.3_2) proposée précédemment pour calculer z , nous avons obtenu les évolutions de la coordinance pour tous nos essais, que ce soit ceux correspondant à un cycle simple présentés dans la partie II.2, ou pour les essais cycliques de la partie II.3. Le graphique de la figure II.5.3_2 présente un exemple des résultats obtenus sur les essais présentés dans la partie II.2.2 : la coordinance est tracée en fonction de la contrainte appliquée sur le milieu, pour trois essais de charge jusqu'à des valeurs différentes de force de 120, 250 et 500N, tout étant égal par ailleurs (taille et état des billes, préparation, vitesse de chargement).

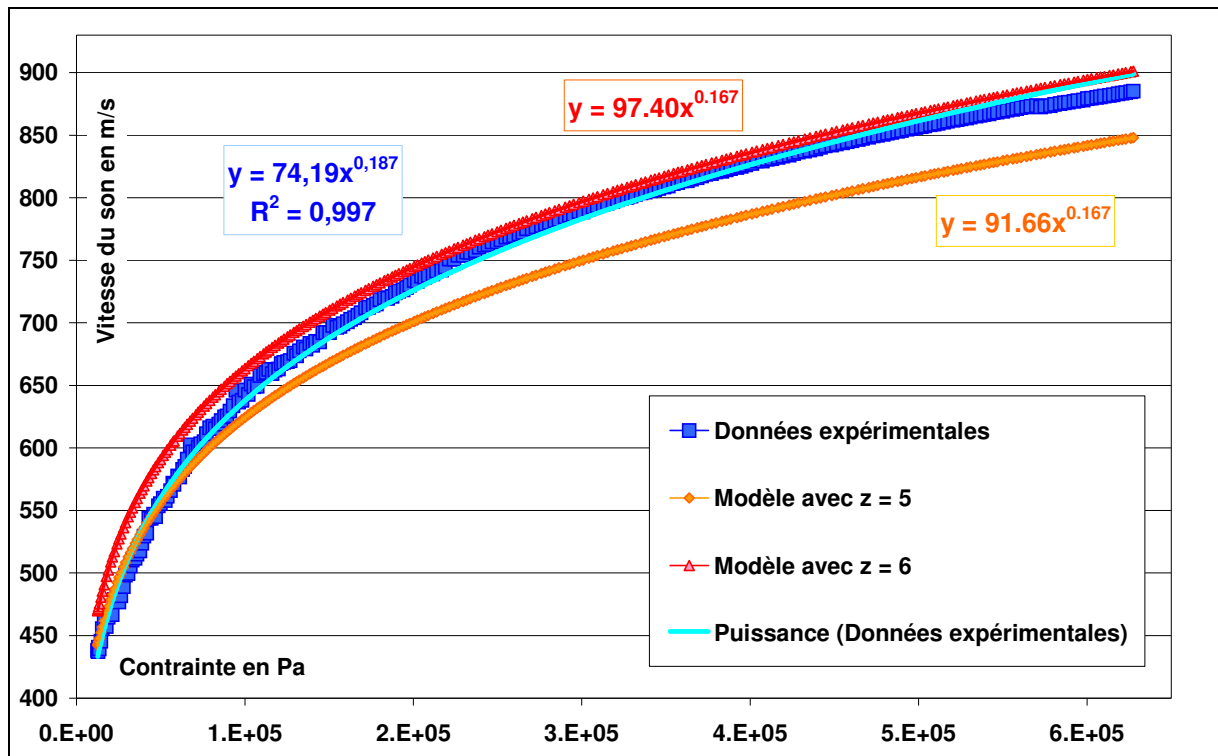


Figure II.5.3_1 : Comparaison entre la vitesse du son obtenue de manière expérimentale, d'un essai à 0,09mm/min sur billes neuves, et la vitesse calculée par la formule (II.5.3_1) du modèle avec z = 5 ou 6

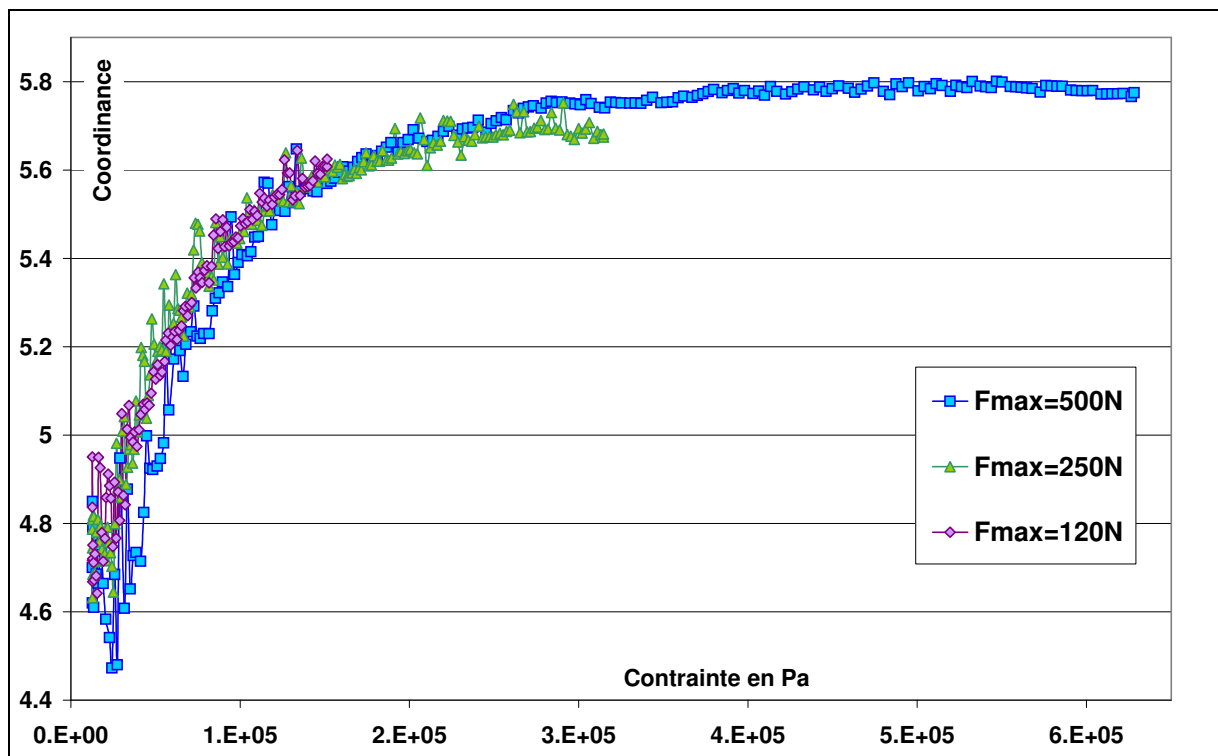


Figure II.5.3_2 : Evolution du nombre de coordination avec la contrainte pour des charges jusqu'à 120 (violet), 250 (vert) ou 500N (bleu) à 0,09mm/min sur billes neuves

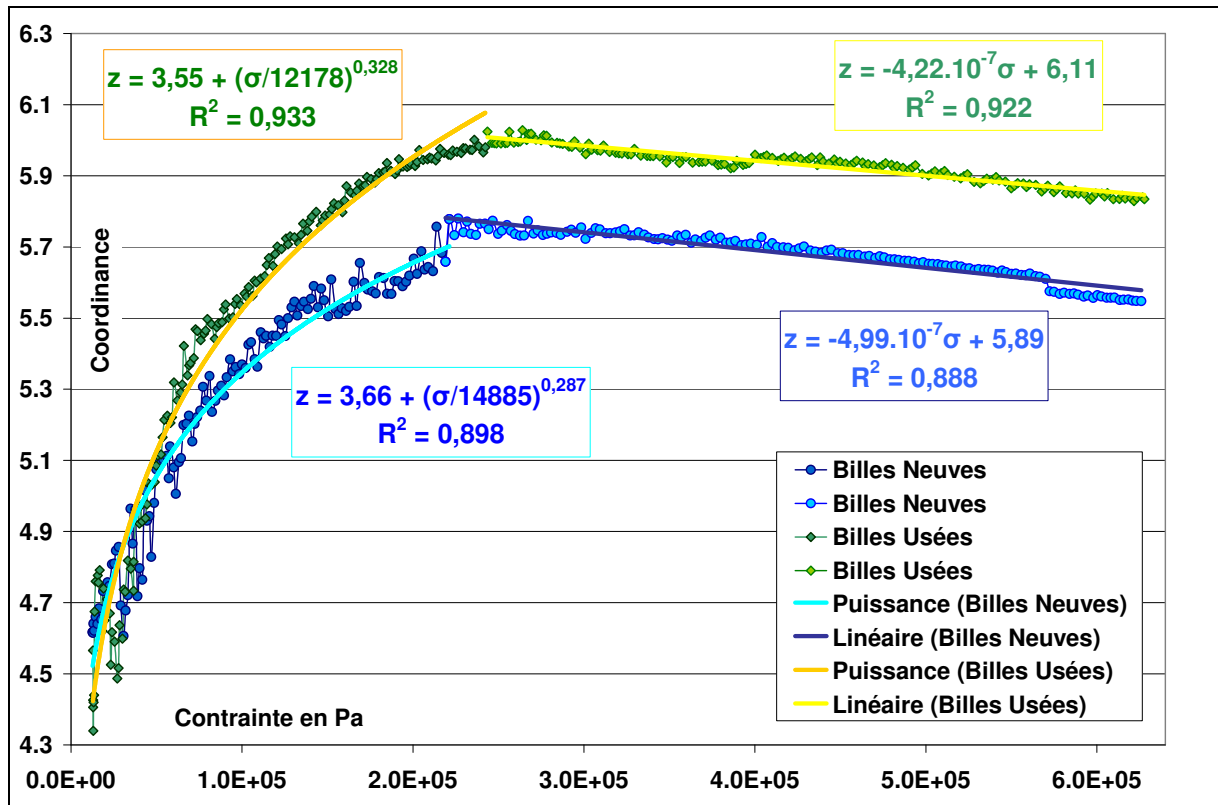


Figure II.5.3_3 : Evolution du nombre de coordination avec la contrainte pour des charges 500N à 0,09mm/min sur billes neuves (bleu) et billes usées (vert)

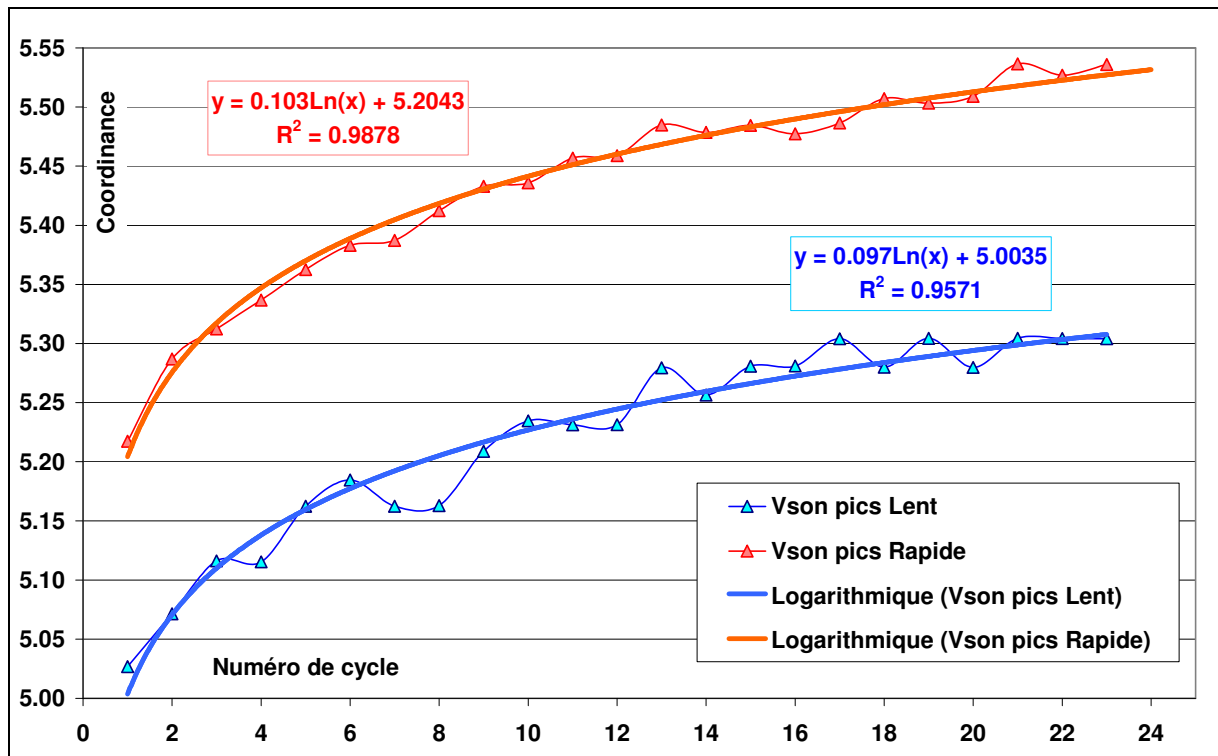


Figure II.5.3_4 : Evolution de la coordinaance en fonction du nombre de cycles effectués, aux pics de contrainte pour les tests à 0,09mm/min (bleu) et 0,9mm/min (rouge)

II.5.3.iii Analyse de l'évolution de la coordinance obtenue

○ Observation des résultats sur les cycles simples ou successifs

Nous pouvons observer qu'il y a deux parties différentes visibles sur les courbes (figures II.5.3_2 et II.5.3_3). Une première partie se trouve pour des contraintes allant jusqu'à 230 kPa environ, pendant laquelle il y a un recrutement des contacts puisque le nombre de coordination croît avec la contrainte. Après cette phase d'augmentation, il semble qu'une limite soit atteinte, pour laquelle la coordinance reste pratiquement constante. Pour cette deuxième partie, z peut même décroître légèrement (figure II.5.3_2), mais cette diminution reste faible. La pente des droites d'approximation des courbes est de l'ordre de 5.10^{-7} , ce qui correspond à une variation de z seulement de quelques pourcents. La coordinance varie par exemple de 4% sur une plage d'environ 406kPa pour l'essai sur billes neuves, et de 3,4% sur 384kPa pour les billes usées (figure II.5.3_3). Ces résultats semblent soutenir l'hypothèse d'un comportement du milieu en deux parties : la création de nouveaux contacts au début de la charge, puis une déformation des billes elles-mêmes alors que le réseau des contacts ne change plus par la suite.

Par ailleurs, nous avons pu observer l'évolution du nombre de coordination lors des tests de cycles successifs (figure II.5.3_4). Il apparaît que le nombre moyen de voisins par grains augmente de manière logarithmique avec le nombre de boucles, aussi bien aux vallées (non représentées) qu'aux pics de contrainte. Le test rapide présente une variation plus importante que le test lent. Or le test lent semble révéler une déformation plus élastique pendant la charge et avec une déformation retardée à la décharge, alors que le test rapide a une partie plastique plus forte lors de la charge et un comportement plus élastique à la décharge. De plus, à cause d'un effet d'inertie de la traverse qui entraîne un dépassement de la force de commande voulue, le test rapide impose des boucles dont l'amplitude est un peu plus importante que celles des cycles pour le test lent. Ce phénomène de viscosité et d'amplitude plus forte à vitesse rapide pourrait expliquer le fait que la coordinance varie plus que pour le test lent, où la déformation plastique doit pourtant être plus forte.

○ Effet de l'état de surface des billes

L'importance de l'état de surface des billes est également visible à travers les essais comparés sur billes neuves ou usées (figure II.5.3_3). La coordinance des billes usées, mais aussi son évolution avec la contrainte, sont plus importantes que celles des billes neuves. Cet écart entre le nombre moyen de voisins des deux types de billes est particulièrement visible sur la partie où la coordinance est constante. En effet, le nombre moyen de coordination des billes neuves atteint une limite de 5,8 en venant d'une valeur de 4,4 à contrainte la plus faible ; celui des billes usées tend clairement vers une valeur de 6, alors qu'il est plutôt et de 4,6 en début d'essai.

Tentons d'expliquer cette observation. Le mécanisme de réarrangement des grains est important pour obtenir un échantillon de densité élevé que ce soit lors de leur dépôt ou au cours du chargement. La rugosité des billes neuves étant importante, les contacts entre elles sont fortement discontinus et irréguliers. Les aspérités peuvent s'emboîter les unes dans les autres, un peu de la même manière que les dents d'un engrenage. Dans ce cas, le mouvement d'une bille par rapport à l'autre peut être frustré par ce frottement des rugosités entre elles. En revanche, dans le cas des billes usées, les aspérités ont déjà été en partie écrasées, plastifiées. Les billes usées doivent être plus lisses et peuvent donc glisser plus facilement les unes contre les autres. Les réarrangements des grains usés sont alors plus nombreux et le recrutement de contacts en est augmenté.

D'autres travaux appuient cette interprétation. D'une part, Alexander [Ale98] dans son ouvrage sur les solides amorphes, montre que le nombre de coordination pour un assemblage sans frottement doit être au moins égal au double de la dimension de l'empilement ; d'autre part, Edwards [Edw98] soutient que la coordinance pour des particules frottantes vaut 1 de plus que la dimension de l'empilement. Makse et al [Mak00], par des simulations numériques et en utilisant la dynamique moléculaire dans un milieu 3D, valident ces résultats en obtenant que la coordinance critique est de 4 pour le cas avec frottement et de 6 sans frottement. Silbert et al [Sil02] mais aussi A. Karrech [Kar07] dans sa thèse, confirment également par des simulations numériques que le nombre de coordination diminue lorsque le coefficient de frottement entre les grains est augmenté. A. Karrech trouve d'ailleurs une coordinance de 5,2 pour un échantillon simulé contenant 1000 billes de verre de 3,5mm diamètre. Cette coordinance a le même ordre de grandeur que celle obtenue avec nos expériences, bien que les diamètres de nos grains soient 10 fois plus faible. Le nombre de coordination atteint lors de nos essais tend vers 6 car la contrainte appliquée lors du chargement force les grains à s'écraser les uns contre les autres. Cependant une valeur plus proche de 4 est observée au début de l'essai après la préparation de l'échantillon, qui correspond bien au cas où les billes frottent entre elles.

De plus, la loi d'échelle empirique introduite Makse et al [Mak04], donnant le nombre de coordination en fonction de la contrainte appliquée sur l'échantillon, est $z(\sigma) = z_c + (\sigma/P)^m$. Dans notre cas, les approches de la coordinance pour les billes neuves et usées, de notre exemple de la figure II.5.3_3, donnent respectivement : $z_{\text{neuves}}(\sigma) = 3,66 + (\sigma/14,8\text{kPa})^{0,287}$ et $z_{\text{usées}}(\sigma) = 3,55 + (\sigma/12,2\text{kPa})^{0,328}$. L'exposant de la puissance est proche de 1/3, et la contrainte P proche de la contrainte minimale appliquée en début d'essai. La variation de z est plus forte sur les billes usées, comme expliqué plus haut.

II.5.3.iv Origines du recrutement des contacts

Discutons l'origine possible du recrutement des contacts. Des contacts peuvent être créés à cause simplement de l'élasticité de Hertz par la fermeture de l'espace entre deux grains voisins qui ne sont éloignés initialement que d'une très faible distance [Jia01]. Ce phénomène est lié à la déformation élastique des billes et cette création de contacts est alors réversible. Lors de la décharge, la déformation élastique disparaît et ces contacts aussi. Mais Goddard a proposé un autre modèle expliquant à la fois l'écart à la théorie de Hertz et la création de nouveaux contacts : les chaînes de grains qui supportent les efforts dans le milieu granulaire peuvent flamber lors de l'application de la contrainte de compression. Ce flambement est lié au fait que les grains peuvent s'adapter à l'effort subi à travers une petite rotation. Le mouvement relatif de deux particules en contact est possible grâce au fait qu'il existe de petites imperfections de taille des grains ou de l'empilement des particules, donc une liberté relative. Lors de ce faible déplacement, des grains proches mais n'étant pas en contact initialement vont se toucher et bloquer la chaîne de billes en train de flamber. Nous allons voir dans la partie suivante si ce modèle peut s'adapter aux résultats expérimentaux.

Plusieurs mécanismes peuvent coexister qui expliqueraient ce recrutement des contacts [Jia01]. Des contacts peuvent être créés à cause simplement de l'élasticité de Hertz par la fermeture de l'espace entre deux grains voisins qui ne sont éloignés initialement d'une très faible distance. Ce phénomène est lié à la déformation élastique des billes et cette création de contacts est alors réversible. Lors de la décharge, la déformation élastique disparaît et ces contacts aussi. La contrainte appliquée peut également entraîner des glissements de grains les uns par rapport aux autres. Un modèle proposé par Goddard est basé sur la notion de flambage des chaînes de particules [God90] ; ce modèle analytique permet d'expliquer à la fois l'écart à la théorie de Hertz et le recrutement de contacts, soit l'augmentation des contacts dits actifs. Soit $p(h)$ le nombre de contacts formés pour un déplacement entre les hauteurs h et h+dh. Si le

déplacement total est δ , le nombre de contacts actifs N et la force F exercée sur l'empilement s'écrivent respectivement :

$$N = \int_0^{\delta} \rho(h) dh \quad \text{et} \quad F = \int_0^{\delta} h^{3/2} \rho(h) dh .$$

Si F varie comme δ^m , alors $\rho(h) \propto h^{m-5/2}$ et $N \propto \delta^{m-3/2}$. Le comportement observé dans les simulations numériques est retrouvé lorsque $m = 2$. Le comportement hertzien, pour $m = 3/2$, correspond à un nombre de contacts actifs indépendants du déplacement ou de la force.

L'idée de Goddard est de considérer qu'une chaîne de contacts actifs, sous l'action de la contrainte, est susceptible de flamber. Il est connu que les chaînes de percolation, qui traversent l'échantillon de haut en bas et supportent l'effort, sont mécaniquement instables sous un chargement de compression axiale. Une paire donnée de particules adjacentes de ces chaînes va s'adapter à cette compression axiale grâce à une petite rotation, normale à la ligne reliant les centres des billes, ce qui entraîne un déplacement latéral relatif d'une particule par rapport à l'autre. Ce flambage va activer de nouveaux contacts, puisque ce sont les grains situés autour de la chaîne, qui ne la touchaient pas, qui vont alors bloquer son mouvement [God90]. Si la longueur de la chaîne considérée a diminué de δ_{\parallel} , le déplacement perpendiculaire à l'axe de la chaîne, noté δ_{\perp} est proportionnel à $\sqrt{\delta_{\parallel}}$. Grossièrement, le nombre de nouveaux contacts activés est proportionnel au périmètre d'un cercle de rayon δ_{\perp} . Il vient alors $N \propto \sqrt{\delta_{\parallel}}$, ce qui correspond à $m = 2$, donc à un comportement non-hertzien pour la force en fonction du déplacement. A force élevée, tous les contacts possibles sont actifs, donc ce mécanisme n'intervient plus.

II.5.3.v Discussion sur la pertinence du modèle

o Résultats incohérents

Certains résultats paraissent surprenants et ne doivent pas refléter la réalité. Sur les tests rapides, la coordinance obtenue par le calcul (II.5.3_2) diminue avec l'application de la contrainte lors de la charge. Pour certains essais, il peut y avoir une stabilisation de la coordinance à une valeur quasi constante après environ 100kPa, après la partie décroissante. Dans tous les cas, cette décroissance ne paraît pas réaliste, car nous imaginons difficilement que des contacts entre les grains disparaissent sous l'effet du chargement, même s'il est rapide. Sur les essais d'un cycle de chargement à vitesse rapide, la coordinance, lorsqu'elle est quasiment constante est plus faible, que sur les tests lents.

Ce modèle ne convient pas non plus aux phases de décharge. Les résultats obtenus lors des décharges donnent des courbes étonnantes, en forme de parabole. Or une diminution de contrainte ne devrait pas générer la création de contacts. Lors de la décharge, le nombre de coordination devrait plutôt rester constant ou diminuer. En effet, il y a deux types de contacts : ceux liés à la déformation élastique des grains et ceux à caractère irréversible. Les premiers sont les contacts créés à cause du rapprochement de billes voisines très proches, ce rapprochement étant possible grâce à la déformation élastique des billes. Ceux-ci vont se rouvrir lorsque la déformation élastique disparaît. Les contacts engendrés lors du glissement des billes ou du flambage des chaînes de force doivent eux rester formés lors de la décharge, d'où l'aspect irréversible donc plastique de ceux-ci. Comme le milieu n'est pas cohésif, la décharge correspond seulement à une diminution de la force exercée. La compression des billes diminue, mais il n'y a pas de « tension », c'est-à-dire pas de force qui tirerait les billes dans le sens inverse de celle subie lors de leur écrasement. Il n'y a pas d'énergie injectée dans

le milieu lors de la décharge. Or il faudrait de l'énergie pour que les grains frottants reviennent à leur place initiale. Nous pourrions penser qu'il y a l'effet de la déformation retardée (visqueuse) lors de la décharge, dont l'importance semble maximale vers 300-350kPa (cf. partie II.2) qui entre en jeu.

Ce calcul donne une estimation du nombre des contacts qui paraît réaliste pour les charges des tests les plus lents. Toutefois, nous ne pouvons pas conclure sur l'évolution du nombre de coordination pour les phases de décharge ou pour les tests rapides, à partir de cette approche. Le modèle proposé est donc insuffisant.

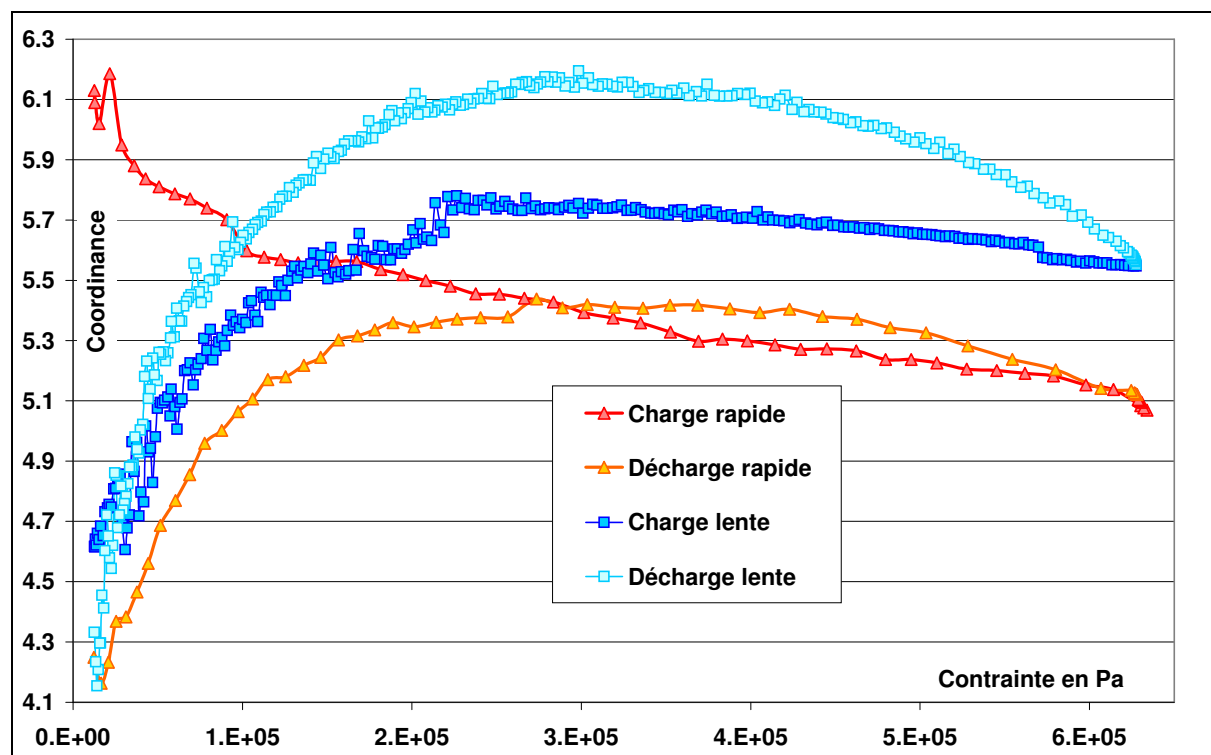


Figure II.5.3_5 : Evolution de la coordinaance avec la contrainte pour des essais de cycles entre 10 et 500N sur billes neuves, à 0,09mm/min (bleu) et billes usées (vert)

o Ecart entre modèle et réalité

Cette approche pour évaluer le nombre de coordination est discutable. D'abord, le modèle est basé sur un empilement régulier de billes identiques ; en réalité, les échantillons sont des empilements désordonnés de billes polydisperses (de diamètres répartis de manière inconnue entre 300 et 400µm). Ensuite nous avons considéré au début du raisonnement que la force f subit par une bille valait F/N_c où F est la force appliquée sur la surface totale de l'échantillon et N_c le nombre de contacts. Or tous les contacts ne supportent pas exactement la même force, puisqu'il y a le réseau des forces faibles et celui des forces fortes (réseau des contacts qui supportent un effort supérieur à la valeur moyenne de contrainte) [Rad99]. Enfin, l'orientation des contacts par rapport à la direction d'application de la force macroscopique n'est pas prise en compte. Mais nous utilisons f comme force moyenne pour les contacts entre deux billes et z est une valeur moyenne sur l'ensemble des grains.

II.5.4 Détermination de la déformation grâce au module élastique

II.5.4.i Modèle de Nihei : obtention de la déformation élastique

L'objectif de cette partie est de tenter d'estimer la part de la déformation élastique dans la déformation totale mesurée sous chargement quasi-statique. Nihei & al. [Nih00] proposent une méthode pour obtenir une séparation entre les contributions de la partie élastique et des effets du frottement des grains les uns contre les autres dans la déformation totale volumique. Cette étude est réalisée dans le cas d'une compression à déformation uniaxiale en régime réversible, c'est-à-dire avant qu'il n'y ait de déformation plastique. Une analyse du modèle de l'empilement de sphères dans réseau cubique faces centrées (cfc) indique qu'il est alors possible de séparer la contribution du glissement avec frottement et de l'élasticité. Nous en reprenons ici les grandes lignes de la démarche de Nihei & al. pour l'obtention des résultats.

Lorsqu'un solide élastique linéaire anisotrope subit des contraintes de compression, sa déformation volumique ε est définie comme le rapport du changement du volume ΔV sur le volume initial V_i : $\varepsilon = \Delta V / V_i$. Cette déformation volumique peut être exprimée en terme des composantes du tenseur des déformations car elle correspond à la partie sphérique qui exprime un changement de volume, alors que la partie déviatorique mesure le changement de forme de l'échantillon. En effet, les composantes du tenseur de déformation peuvent s'écrire :

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{3}(\varepsilon_{kk} \delta_{ij}) + (\varepsilon_{ij} - \frac{1}{3} \varepsilon_{kk} \delta_{ij}) = \text{sphérique} + \text{déviatorique} \quad (\text{II.5.4}_1)$$

Ici δ_{ij} est le symbole de Kronecker, à ne pas confondre avec δ défini comme l'interpénétration de deux sphères élastiques des autres parties. La déformation volumique est alors donnée par :

$$\varepsilon = \frac{1}{3}(\varepsilon_{ij} \delta_{ij}) \approx (\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33}) \quad (\text{II.5.4}_2)$$

Pour un solide élastique linéaire anisotropique, la déformation volumique est liée aux contraintes qui la produisent à travers une contraction de l'index i du tenseur s :

$$\varepsilon = s_{iikl} \varepsilon_{kl} \quad (\text{II.5.4}_3) \quad \text{ou bien} \quad \varepsilon = s_{IJ} \varepsilon_J \quad (\text{II.5.4}_4)$$

La seconde expression (4) est obtenue en adoptant les notations condensées : au lieu d'utiliser i, j, k, l, allant de 1 à 3 pour les directions x, y et z, on note I = 1, 2, 3 et J = 1, ..., 6, alors :

$$s_{IJ} = \begin{cases} s_{iikl}, & \text{où } J = 1, 2, 3 \\ s_{iikl} / 2, & \text{où } J = 4, 5, 6 \end{cases} \quad (\text{II.5.4}_5)$$

Les tenseurs de la déformation et de la contrainte sont reliés par le tenseur des modules ou des complaisances. Dans un système 3D utilisant des axes x, y, z (où z est la verticale), les relations pour un échantillon cylindrique de sphères en empilement cfc, supportant un chargement axisymétrique, selon l'axe z, sont celles d'un milieu à symétrie tétragonale et sont données par les tenseurs suivants, (relation (II.5.4_6) ou (II.5.4_7)) :

$$\begin{bmatrix} d\sigma_{xx} \\ d\sigma_{yy} \\ d\sigma_{zz} \\ d\sigma_{yz} \\ d\sigma_{zx} \\ d\sigma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{11} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{13} & c_{13} & c_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2c_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2c_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2c_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\varepsilon_{xx} \\ d\varepsilon_{yy} \\ d\varepsilon_{zz} \\ d\varepsilon_{yz} \\ d\varepsilon_{zx} \\ d\varepsilon_{xy} \end{bmatrix} \quad \text{ou} \quad \begin{bmatrix} d\varepsilon_{xx} \\ d\varepsilon_{yy} \\ d\varepsilon_{zz} \\ d\varepsilon_{yz} \\ d\varepsilon_{zx} \\ d\varepsilon_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} & 0 & 0 & 0 \\ s_{12} & s_{11} & s_{13} & 0 & 0 & 0 \\ s_{13} & s_{13} & s_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & s_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & s_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\sigma_{xx} \\ d\sigma_{yy} \\ d\sigma_{zz} \\ d\sigma_{yz} \\ d\sigma_{zx} \\ d\sigma_{xy} \end{bmatrix}$$

avec c_{IJ} les constantes élastiques ou s_{IJ} les complaisances élastiques en notation condensée.

Si cet échantillon idéal subit un chargement uniaxial selon z, les efforts sont redirigés radialement. Les directions x et y sont équivalentes, donc $f_{xx} = f_{yy} = f_{rad}$, où f est ε ou σ .

Pour une consolidation unidimensionnelle (i.e. une charge à déformation uniaxiale) le long de l'axe vertical, toutes les déformations sont nulles sauf ε_{zz} . La déformation volumique pour cet état est alors scalaire, où $s_{13} \neq s_{33}$ en général :

$$d\varepsilon = d\varepsilon_{zz} = 2s_{13}d\sigma_{rad} + s_{33}d\sigma_{zz} \quad (\text{II.5.4}_8)$$

La déformation volumique n'est pas seulement une fonction de la contrainte moyenne.

La relation précédente est vraie dans le cas élastique linéaire. Hendron [Hen83] et Stoll [Sto89] se sont servi de cette relation et ont développé des équations explicites pour les relations ε - σ , lors d'un chargement à déformation uniaxiale, en utilisant également les résultats de Duffy et Mindlin [Duf57] pour l'empilement cfc et de Mindlin et Deresiewicz [Min53] pour déterminer les complaisances tangentielles de sphères en contact. Les équations explicites entre la déformation et la contrainte obtenues par Hendron tiennent compte à la fois de la non-linéarité de type Hertz et du frottement entre les grains à travers le coefficient de frottement intergranulaire pour chaque phase de chargement (charge décharge, recharge). Ces relations sont reprises par Nihei & al. Par ailleurs, Nihei & al. [Nih00] supposent que la déformation volumique est issue de la déformation élastique non-linéaire de type Hertz et celle due au glissement entre les surfaces frottantes des billes : $\varepsilon = \varepsilon^{el} + \varepsilon^{fr}$ (II.5.4_9)

Les auteurs utilisent ensuite les relations de Hendron [Hen83] entre déformation et contrainte, pour chaque phase de chargement ; ils donnent alors une expression du module tangent lorsque le glissement entre les grains est bloqué à cause du frottement, en remarquant que la déformation élastique emmagasinée dans le matériau est insuffisante pour que les grains retournent à leur place initiale par glissement lors de la décharge :

$$c_{33}^{bloqué} = \left. \frac{d\sigma_{zz}}{d\varepsilon_{zz}} \right|_{décharge} \quad (\text{II.5.4}_{10})$$

Les auteurs montrent que le module dynamique de déformation uniaxiale $c_{zz}^{bloqué}$ est indépendant du chemin de contrainte : l'utilisation des équations de Hendron pour la charge ou la décharge donne la même expression du module. Ce module dynamique est par ailleurs obtenu expérimentalement par l'intermédiaire de la vitesse des ondes de compression dans le milieu granulaire. De plus, dans la configuration de déformation uniaxiale, il n'y a aucune autre déformation que celle se trouvant selon l'axe z alors :

$$d\varepsilon_{rad} = 0 = (s_{11} + s_{12})d\sigma_{rad} + s_{13}d\sigma_{zz} \quad (\text{II.5.4}_{11})$$

La contrainte radiale en fonction de la contrainte axiale a alors pour expression

$$d\sigma_{rad} = -\left(\frac{s_{13}}{s_{11} + s_{12}} \right) d\sigma_{zz} \quad (\text{II.5.4}_{12})$$

La déformation peut donc s'exprimer en fonction de la contrainte appliquée selon z par :

$$d\varepsilon_{zz} = \left(s_{33} - \frac{2s_{13}^2}{s_{11} + s_{12}} \right) d\sigma_{zz} = s_{zz} \cdot d\sigma_{zz} \quad (\text{II.5.4}_{13})$$

$$\text{Mais, comme } d\sigma_{zz} = c_{33} \cdot d\varepsilon_{zz}, \text{ d'après (II.5.4}_6) \text{ alors } s_{zz} = c_{33}^{-1} \quad (\text{II.5.4}_{14})$$

Pour obtenir la déformation élastique, qui correspond au cas où le frottement est bloqué, l'intégration numérique de la relation (II.5.4_10) en utilisant l'expression (II.5.4_6) du module donne :

$$\varepsilon^{el} = \int_0^{\sigma} \frac{d\sigma_{zz}}{c_{33}^{el}} \quad (\text{II.5.4}_{15})$$

$$\text{où } c_{33}^{el} = c_{33}^{bloqué} \quad \text{avec } c_{33}^{el} = \rho_{app} \cdot V_{son}^2 \quad (\text{II.5.4}_{16})$$

c_{33}^{el} est le coefficient d'élasticité lié à la vitesse de propagation des ondes élastiques de compression et la masse volumique. Cette modélisation donne ainsi accès à la déformation purement élastique et, par déduction, à la part restante de la déformation, qui correspond dans le cas de Nihei & al. aux seuls frottements intergranulaires.

II.5.4.ii Estimation de la déformation élastique à partir des données expérimentales

Pour tenter d'extraire la partie élastique des déformations, nous avons utilisé la relation suivante, utilisée et démontrée par Nihei et al. [Nih00] :

$$\varepsilon^{el} = \int_0^{\sigma_{max}} \frac{d\sigma_{zz}}{\rho_{app} \cdot V_{son}^2}$$

Cela vient du fait que le module oedométrique obtenu dans notre expérience par les données venant de la méthode acoustique est lié à la déformation élastique ;

$$E_{oed} = M^{el} = \rho_{app} \cdot V_{son}^2 \text{ et } M^{el} = \frac{d\sigma}{d\varepsilon^{el}}.$$

La déformation élastique ainsi obtenue a été étudiée pour différents essais d'un cycle présentés partie II.2. Les déformations élastiques sont très faibles : elles restent inférieures à 10^{-3} , soit inférieures à 10% de la déformation totale. Dans l'ensemble des tests lents ou rapides, la déformation élastique est plus faible pour des billes usées que des billes neuves, mais sa part dans la déformation totale est plus grande, que ce soit pour les phases de charge ou de décharge (figure II.5.4_1). Cela confirme le fait que le comportement des billes usées est plus proche d'un comportement élastique que celui des billes neuves, comme nous l'avons constaté dans la partie II.2.4. De plus, la déformation élastique, ainsi que sa part dans la déformation totale, sont plus grandes pour les tests rapides que pour les tests lents (figure II.5.4_3), ce qui correspond aux résultats présentés partie II.2.5. La part de déformation élastique croît également avec le nombre de cycles successifs effectués (figure II.5.4_4).

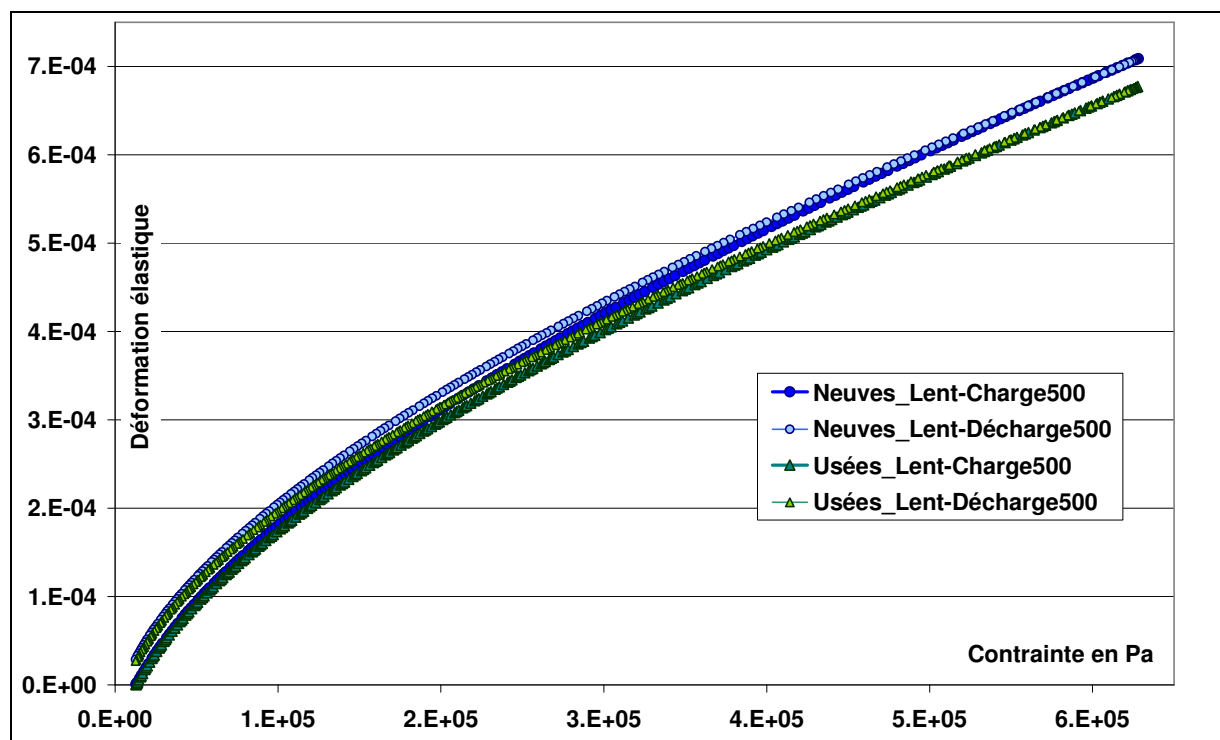


Figure II.5.4_1 : Déformation élastique pour les cycles de 10 à 500N à 0,09mm/min sur billes neuves (bleu) et billes usées (vert)

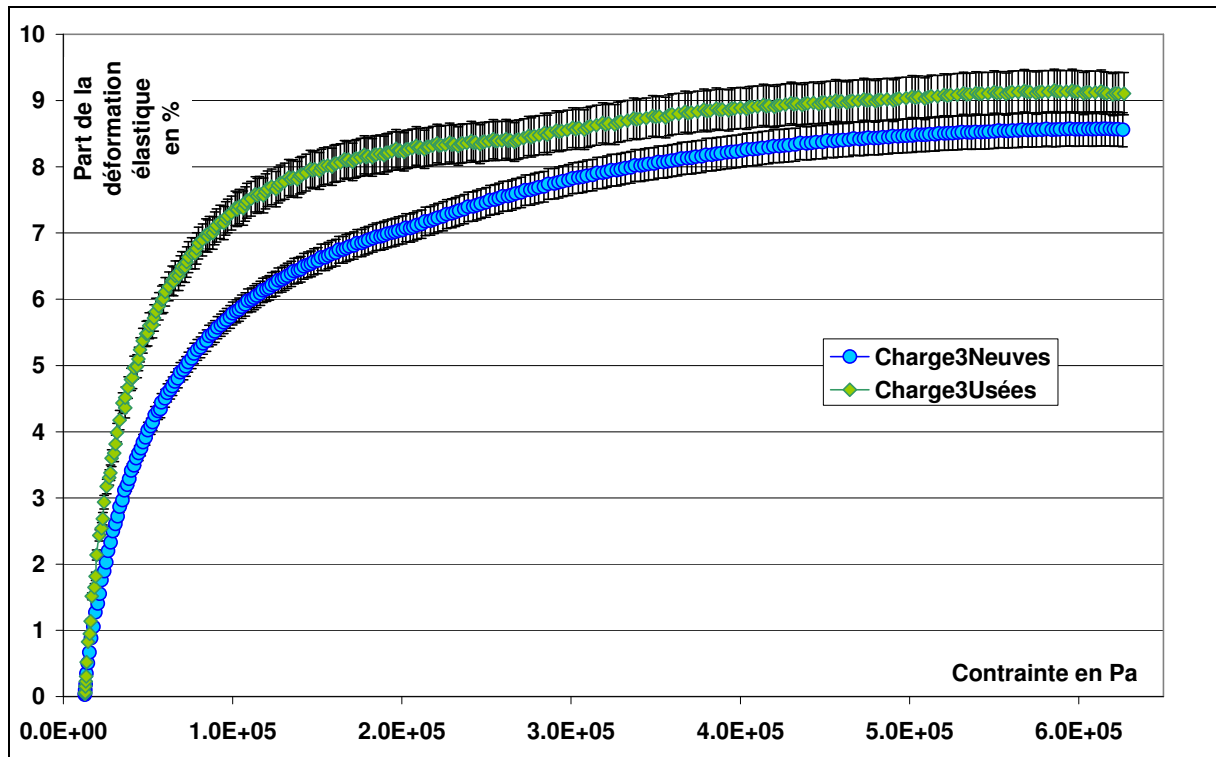


Figure II.5.4_2 : Part de la déformation élastique dans la déformation totale pour les charges de 10 à 500N à 0,09mm/min sur billes neuves (bleu) et billes usées (vert)

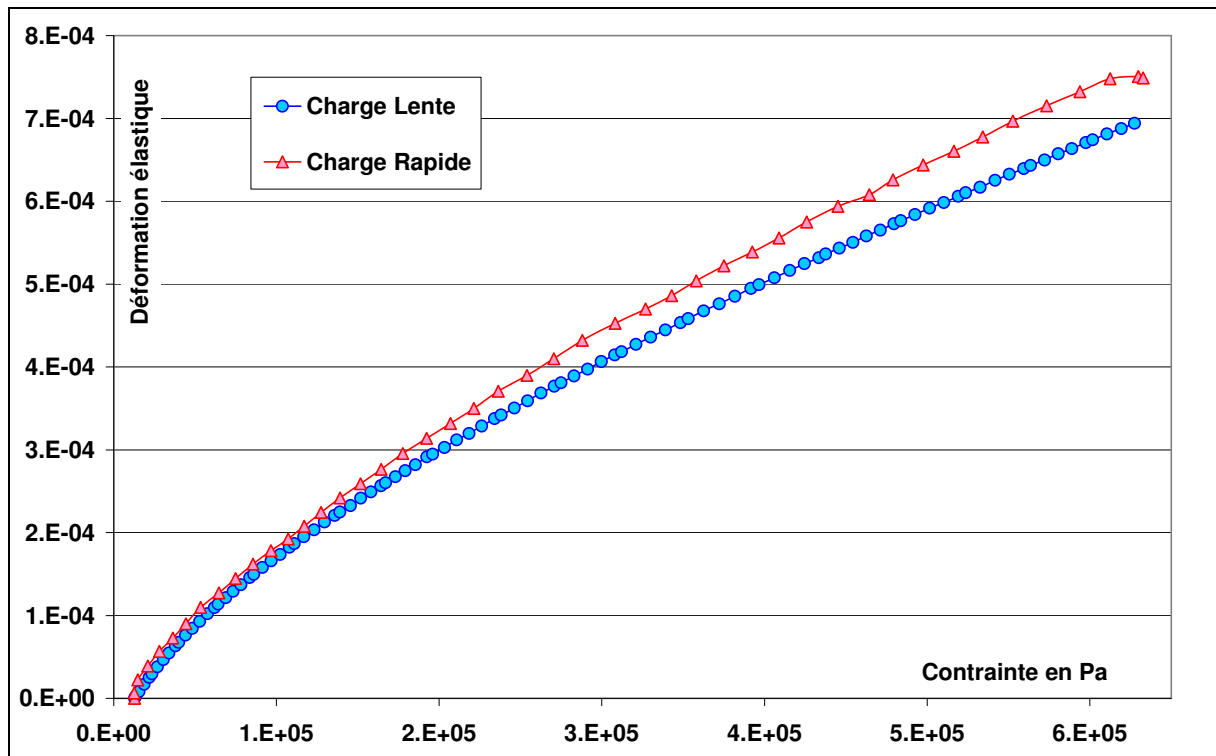


Figure II.5.4_3 : Déformation élastique pour les charges de 10 à 500N sur billes neuves, à vitesses de chargement lente à 0,09mm/min (bleu) et rapide à 0,9mm/min (rouge)

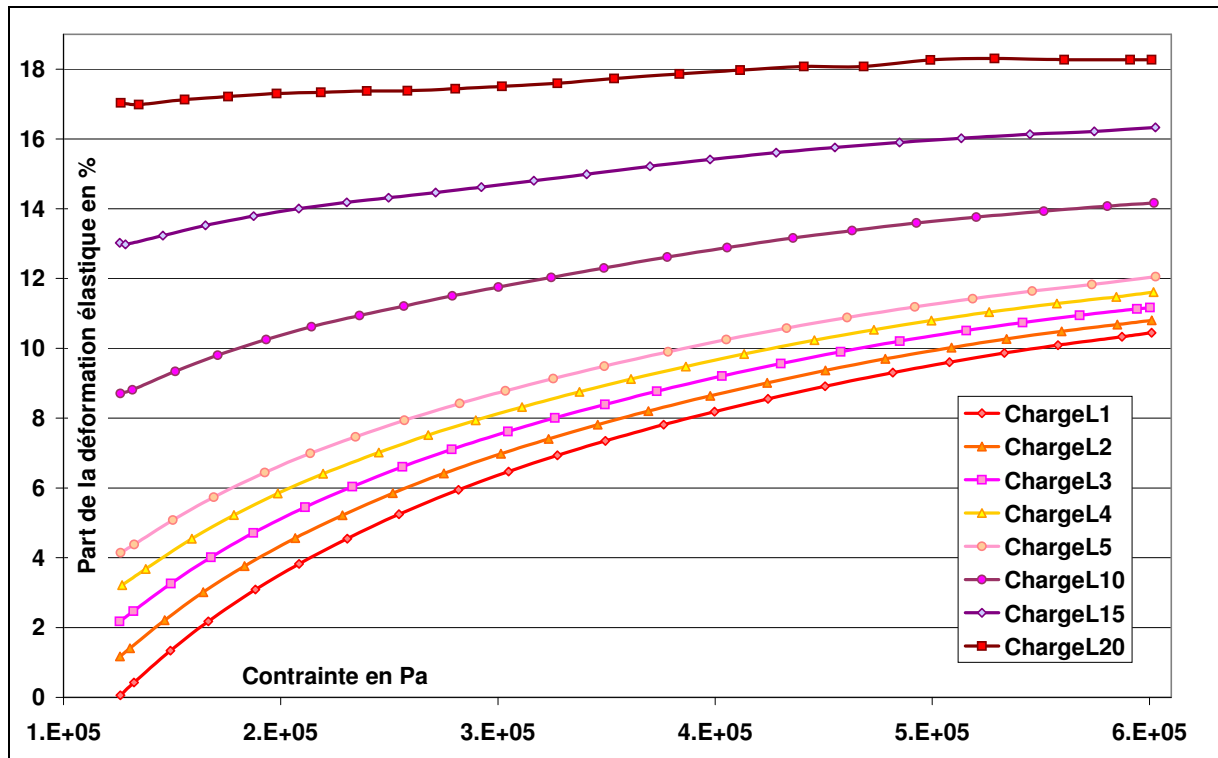


Figure II.5.4_4 : Part de la déformation élastique dans la déformation totale pour les charges successives de 100 à 500N à 0,09mm/min sur billes neuves

II.5.4.iii Discussion sur les insuffisances du modèle

L'utilisation de cette méthode présente quelques défauts. Voyons quels sont les écarts possibles entre le cas idéal présenté par la théorie de Nihei et al et notre expérience. Tout d'abord, le milieu granulaire n'est pas un empilement cfc de sphères parfaitement identiques, mais un empilement désordonné de billes polydisperses. De plus, le recrutement des grains, c'est-à-dire la création de nouveaux contacts, n'est pas pris en compte dans la théorie. Remarquons que nous pouvons palier à ce dernier problème grâce à l'étude de la partie précédente qui nous permet d'obtenir la coordinance et son évolution avec la contrainte. Il suffit de l'utiliser dans l'intégrale à la place d'une valeur constante de z . Si Cela modifie légèrement la forme de la courbe de coordinance en fonction de la contrainte, l'ordre de grandeur de z reste quant à lui inchangé. Enfin, dans notre cas, il y a des déformations viscoplastiques, alors qu'elles n'ont pas lieu dans l'article de référence.

De plus, la déformation élastique devrait être, par définition, la même lors de la charge et de la décharge. Il ne devrait donc y avoir qu'une seule et même courbe (ou deux courbes superposées) pour ces deux phases dans le graphique « contrainte-déformation élastique ». Mais il reste un très petit écart entre les deux phases du cycle de chargement, visible à contrainte faible (figure II.5.4_1). Cet écart est directement lié à celui visible sur la courbe de la vitesse du son en fonction de la contrainte. Il est donc délicat d'utiliser directement cette méthode d'intégration sur nos résultats.

II.5.5 Ecart entre le module élastique et la pente de la courbe mécanique

II.5.5.i Position des problèmes

- Deux questions indépendantes soulevées

Nous voulons comparer le comportement :

- global du milieu à travers la tangente de la courbe ϵ - σ pour les fortes déformations, qui correspondrait à un « module » élasto-plastique,
- lié à la partie élastique non-linéaire via la vitesse de propagation des ondes de compression selon l'axe z.

Tout d'abord notons que la pente de la courbe ϵ - σ , que nous prenons comme une « raideur globale » donne des valeurs allant de 20 jusqu'à 210 MPa pour une contrainte de 12 à 627kPa, alors que le module élastique dynamique, obtenu par la méthode acoustique et qui donne $E_{\text{oed}} = \rho_{\text{app}} \cdot V_{\text{son}}^2$, fournit E_{oed} de 0,3 à 1,2 GPa. Ce ne sont pas les mêmes ordres de grandeur ; il y a un facteur entre 5 et 15 entre le module élastique dynamique et la tangente à la courbe ϵ - σ .

Par ailleurs, il pourrait sembler y avoir une contradiction entre les deux résultats suivants :

- 1) Les expériences réalisées à deux vitesses de chargement différentes partie II.2.4 (facteur 10 entre les taux de déformation imposés) donne les résultats suivants : le module élastique, calculé à partir des mesures de vitesses, pour le test à sollicitation lente est plus élevé que celui lié au chargement rapide.
- 2) Le passage de la surpression de l'onde acoustique dans le milieu est très rapide par rapport au chargement mécanique quasi statique de compression. Mais le module mécanique est environ 10 fois plus faible que celui obtenu par l'acoustique. Ainsi le module pour le phénomène acoustique rapide est beaucoup plus fort que pour le chargement mécanique plus lent.

- Origines des différences entre « modules »

En réalité, l'acoustique donne un module élastique du milieu granulaire à un certain niveau de contrainte, alors que la tangente de la courbe ϵ - σ ne représente pas exactement une raideur. En effet, la déformation totale du milieu est la somme de déformations visqueuse et plastique (celle-ci correspondant principalement au glissement inter-granulaire), et d'une déformation élastique (déformation des grains aux niveaux des contacts). Il est donc normal que le module obtenu par l'acoustique $d\sigma/d\epsilon^{\text{él}}$, qui ne prend en compte que la déformation élastique, soit plus élevé que la pente de la courbe mécanique $d\sigma/d\epsilon^{\text{tot}}$. C'est ce qui est montré dans le paragraphe précédent. Pour un essai, les informations à travers le module obtenu par l'acoustique ou la pente de la courbe mécanique sont bien de deux natures différentes.

Les assertions 1 et 2 ne sont donc pas contradictoires. Au contraire, ces observations nous fournissent des informations complémentaires. Il est normal que $d\sigma/d\epsilon^{\text{tot}} < d\sigma/d\epsilon^{\text{él}}$. La proposition exposée en 1 donne $d\sigma/d\epsilon^{\text{él}} (\text{lent}) < d\sigma/d\epsilon^{\text{él}} (\text{rapide})$, ce qui impose que la déformation élastique est plus grande dans le test rapide que pour le test lent. Rajoutons l'observation faite en II.2.4 : $\epsilon^{\text{tot}} (\text{lent}) > \epsilon^{\text{tot}} (\text{rapide})$. Cela indique que la part de déformation élastique dans la déformation totale est plus importante pour le test rapide, ce qui a déjà été discuté précédemment.

- Autre problème

Cependant, ces explications sont valables pour la phase de charge, mais posent un problème pour celle de décharge. En effet, même si la part plastique peut être grande à la charge, elle n'intervient pas lors de la décharge, puisqu'elle reste fixe. Il ne reste plus alors que la déformation élastique et la déformation visqueuse lors de la décharge. Cependant le module élastique reste jusqu'à 10 fois plus élevé que la tangente à la courbe mécanique. Cela supposerait alors que la déformation élastique ne représente que $1/10^{\text{ème}}$ de la déformation totale lors de la décharge qui serait alors fortement visqueuse. Il paraît bizarre que la partie de déformation visqueuse soit si importante. La nature différente de ces « modules » n'est donc pas suffisante pour expliquer une telle différence.

Par ailleurs, lors des cycles successifs, toutes les courbes ε - σ ramenées à zéro se superposent parfaitement pour les décharges, ce qui laisse à penser qu'elles sont réversibles, donc fortement élastiques. Nous pourrions alors croire que la déformation de la décharge ramenée à zéro correspond à la partie élastique. Utilisons la en la considérant comme telle, et calculons la part de déformation élastique à la charge avec cette déformation supposée élastique obtenue par la décharge : on obtient alors 90% d'élasticité lors de la charge. Or la méthode de Nihei & al [Nih00] d'obtention de la déformation élastique par intégration, dont les résultats sont proposés dans la partie précédente, donne une part de déformation élastique de seulement 10% environ. Pourquoi les ordres de grandeur obtenus sont-ils alors si différents ? Pourquoi la part élastique obtenue par la méthode acoustique est elle si faible ?

II.5.5.ii Effet de l'amplitude du chargement mécanique

- Observations expérimentales existant dans la littérature

D'une part, Geoffroy et al. [Geo03] ont montré que les modules « dynamique » et « quasi-statique » sont égaux dans le domaine des déformations élastiques des sables. Grâce à leur appareil de torsion, compression et confinement sur un échantillon dans un cylindre creux, le T4C StaDy, les auteurs ont pu étudier des essais où la déformation pouvait aller de 10^{-2} jusqu'à 10^{-6} . Ainsi le domaine quasi-élastique des sables a pu être atteint, puisqu'il est caractérisé par une amplitude de déformation inférieure à 10^{-5} dans le cas d'un chargement uniaxial [DiB00],[Sau03]. Le module « quasi-statique » est pris comme la limite des modules d'Young et de cisaillement obtenue par l'amplitude des petits cycles. Comme dans notre propre méthode, le module dit « dynamique » est obtenu par la mesure de la vitesse de propagation d'une onde dans le milieu. Ils utilisent des transducteurs piézoélectriques larges bandes : 10-200kHz (2 sensibles à la compression et 2 pour la flexion). Les test triaxiaux de compression, effectués sur des échantillons de deux sables (Toyoura et Hostun) préparés par pluviation, présentent des résultats très proches pour les deux types de modules : le module quasi-statique en fonction du module dynamique donne une droite de pente 0,98 [Geo03].

D'autre part, Guyer et Jonhson [Guy99], ainsi que Lu [Lu05], ont observé l'existence d'un effet d'hystérésis sur les courbes déformation-contrainte pour des boucles d'amplitude de déformation axiale de 3.10^{-5} à 2.10^{-4} . Guyer et Jonhson, en utilisant du grès de Berea, ont étudié l'élasticité non-linéaire mésoscopique et proposé un modèle phénoménologique décrivant aussi l'effet mémoire. Lu a utilisé une méthode acoustique sur un essai sur un échantillon de sol de Sharkey County (Massachusetts). Il a lui aussi comparé le module « quasi-statique », correspondant à la pente de la boucle mécanique d'hystérésis, avec le module élastique « dynamique » obtenu par l'intermédiaire de la vitesse du son. Cette étude montre que ces modules varient de la même manière avec la déformation axiale, mais n'ont pas la même valeur, bien que les ordres de grandeurs soient de centaines de MPa pour les deux. Le ratio du module quasi-statique sur le module dynamique est trouvé constant pour un

essai, mais diminue lorsque l'amplitude de la boucle d'hystérésis augmente. Pour des boucles d'amplitude de déformation de 2 à $20 \cdot 10^{-5}$, ce ratio passe de 0,48 à 0,33 [Lu05].

Il semble donc qu'il y ait un effet de l'amplitude du cycle de chargement sur le comportement mécanique et le module élastique du milieu granulaire. La principale raison est que la déformation plastique augmente avec l'étendue du cycle de chargement de manière non proportionnelle à la déformation élastique.

○ Nos résultats expérimentaux

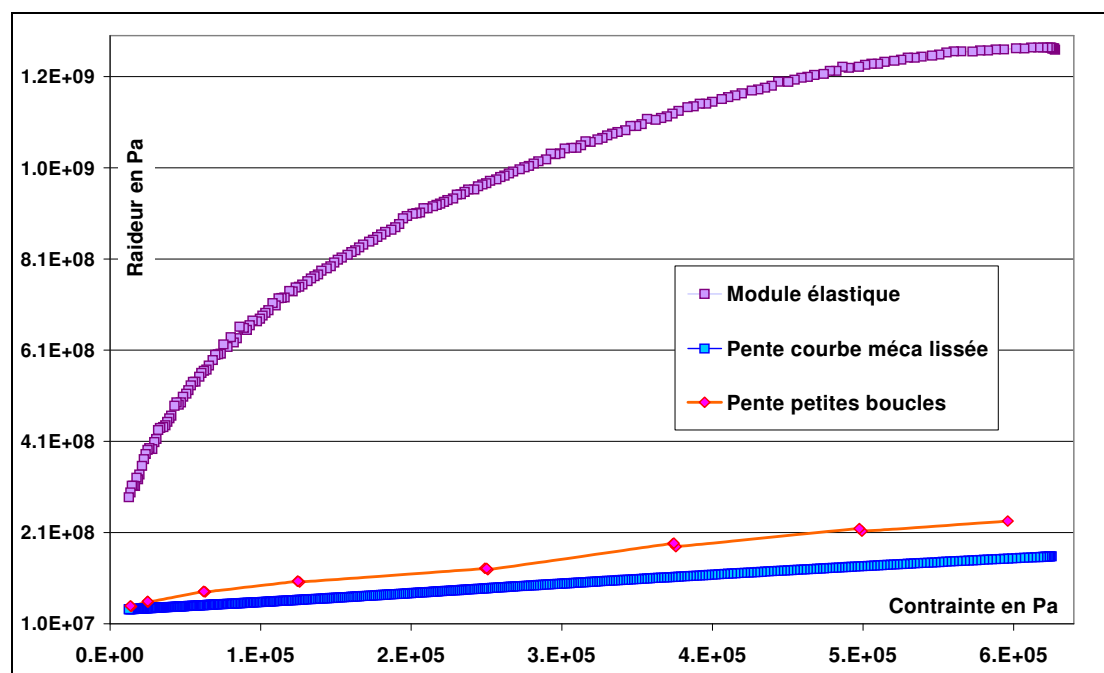


Figure II.E.5_1 : Comparaison des « modules » obtenus par la pente moyenne des petites boucles (voir partie II.C) avec ceux venant des résultats mécaniques (pente des courbes ϵ - σ lissées) et des données acoustiques ($\rho_{app} \cdot V_{son}^2$), sur les phases de décharge de 500N à 10N à 0,09mm/min sur billes neuves

Pour notre part, les essais de cycles de faible amplitude à divers niveau de contrainte lors d'un chargement principal, présentés dans la partie II.C, ont été réalisés pour solliciter le milieu granulaire de manière plus élastique, que lors des cycles simples de charge/décharge présentés dans la partie A. L'amplitude des déformations est de l'ordre de $1-2 \cdot 10^{-4}$ (de quelques 5 à 20N pour la force) pour ces petites boucles réalisées à différentes contraintes initiales (figure II.D.4_1). Au contraire, les cycles simples, à partir de 10N jusqu'à 500N maximum, peuvent atteindre des amplitudes de déformations de presque 10^{-3} . Nous avons alors comparé le module élastique obtenu par la méthode acoustique sur les « grands » cycles avec la pente moyenne des courbes ϵ - σ sur les petites boucles et la pente des cycles principaux. Les petites boucles ont toujours une pente supérieure à celle de la boucle maîtresse au même niveau de contrainte, comme Guyer et Jonhson [Guy99] l'ont observé pour les roches. L'écart entre les deux est d'autant plus important que la contrainte est forte, mais la pente des petites boucles reste de valeur assez proche de la tangente à la courbe pour les cycles principaux (figure II.E.5_1). Il semble donc que la pente, donc la raideur du milieu, soit d'autant plus forte que l'amplitude du cycle de chargement est faible. L'écart entre les modules dynamique et quasi-statique peut venir de cet effet d'amplitude du chargement subi. De plus, ces essais permettent de mettre en évidence d'autres phénomènes. La non-linéarité de la relation entre déformation et contrainte, ainsi que le phénomène d'hystérésis, observés sur les grands cycles restent visibles sur les boucles de plus faibles amplitudes. Cet effet d'hystérésis et la pente moyenne de la boucle dépendent du niveau de contrainte initial. Le même effet mémoire que celui mis en évidence par Guyer et Jonhson [Guy99] est également observable sur les courbes ϵ - σ .

II.5.5.iii Raidissement induit par la viscoélasticité

○ Interprétation à l'aide du modèle de Kelvin-Voigt

Si l'écart entre le module acoustique et celui obtenu en quasi-statique peut venir d'un effet de l'amplitude de déformation, il y a également un effet de la vitesse de sollicitation. Nous avons vu que le milieu présente une certaine viscosité. Utilisons alors le modèle simple de solide viscoélastique de Kelvin-Voigt, présenté dans la partie I.4.4. D'après ce modèle le module élastique mesuré serait lié au module élastique du matériau et à la vitesse de sollicitation, car la raideur est telle : $k = k_0 \sqrt{1 + (\omega \cdot \tau)^2}$. Ce modèle peut être appliqué au niveau des billes de verre visco-élastiques, pour comprendre l'effet de la viscosité sur la raideur équivalente au contact entre les grains lors du passage de l'onde acoustique (voir aussi I.3.2). Le module d'élasticité mesuré par la méthode acoustique, qui est associé à la raideur globale $k(\omega)$, dépend alors de la fréquence de l'onde utilisée et est forcément de valeur supérieure au module élastique réel lié à k_0 , du contact entre les billes. Le facteur reliant la raideur réelle microscopique k_0 au module élastique n'est pas connu, car le temps caractéristique τ ne l'est pas. Le module calculé s'éloigne d'autant plus de la réalité que la fréquence de l'onde envoyée dans le milieu est élevée.

○ Ordres de grandeur

Voyons quels sont les ordres de grandeur impliqués. La fréquence des impulsions ultrasonores envoyées est centré sur 500kHz, mais notons que la pulsation utilisée ici doit être celle de l'onde reçue, puisque c'est celle qui est transmise par le milieu granulaire. La fréquence du signal cohérent est de l'ordre 60 à 130 kHz selon la contrainte appliquée sur l'échantillon. Cela donne des valeurs de ω de $3,8 \cdot 10^5$ à $8,2 \cdot 10^5$ rad/s. Supposons un temps caractéristique τ de l'ordre de la seconde : il y aurait alors un facteur de l'ordre de 4 à $8 \cdot 10^5$ entre la valeur du module obtenue expérimentalement et le module réel du milieu. Le module élastique réel doit être supérieur à la pente globale. Comme entre la pente de la courbe ε - σ et le module élastique mesuré, il y a un facteur 5 à 15, cela entraînerait des valeurs de temps caractéristiques au maximum de l'ordre de quelques microsecondes seulement. L'étude de l'évolution temporelle du milieu sous contrainte et la recherche de temps caractéristiques éventuels seront développées dans le chapitre suivant.

○ Etudes complémentaires

D'une part, il faudrait faire tendre la fréquence vers des valeurs très faibles pour se rapprocher de la valeur réelle de la raideur k_0 . Une analyse en fréquence serait bénéfique et permettrait d'évaluer le temps caractéristique τ . Cependant, en pratique, nous ne pouvons pas utiliser d'onde dont la pulsation tend vers zéro. Le milieu est dissipatif et il faut donc injecter suffisamment d'énergie à son entrée pour qu'il en reste assez au niveau du récepteur et pouvoir détecter l'onde ayant traversé le milieu. Il est donc difficile de connaître vraiment la raideur réelle.

D'un autre côté, nous pensions essayé d'imposer, de manière mécanique avec la presse, des déformations qui seraient comparables à celles imposées par le passage de l'onde acoustique. En pratique, cela est impossible. On ne peut pas solliciter le milieu avec la presse MTS à des fréquences aussi élevées. Par ailleurs nous ne pouvons pas atteindre des amplitudes de cycles assez faibles. Nous ne sommes donc pas capables, avec les moyens expérimentaux, de comparer la pente de la courbe mécanique et module élastique obtenu par la vitesse du son, car nous ne pouvons pas obtenir des conditions similaires avec les moyens acoustique et mécanique. Les plages de grandeur des paramètres (amplitude de déformation et fréquence de sollicitation) des deux méthodes ne se recoupent pas et sont très éloignées.

II.6 Conclusion du chapitre II

Dans ce chapitre, nous avons étudié le comportement mécanique d'un milieu granulaire sec et dense, lors d'un ou plusieurs cycles de chargement, dans une configuration oedométrique. La propagation d'une onde ultrasonore dans l'échantillon (billes de verre polydisperses) a permis de suivre l'évolution de ses propriétés viscoélastiques. La méthode acoustique est simple à mettre en œuvre et peu coûteuse, mais il est nécessaire d'apporter un soin particulier à la préparation des échantillons afin de maîtriser au mieux la reproductibilité. La méthode de pluviation permet d'obtenir un milieu de densité élevée : $0,655 \pm 0,005$. La reproductibilité des essais et la précision des mesures, sont bonnes.

Les essais réalisés sont constitués d'un cycle simple de charge/décharge ou de plusieurs cycles successifs d'amplitude constante en grandes déformations ($\epsilon > 10^{-3}$), puis de cycles de faible amplitude ($\epsilon \sim 10^{-4}$) à différents niveaux de contrainte. Les résultats expérimentaux montrent que le matériau granulaire a un comportement mécanique complexe lors de ces différents essais. Ceci se traduit par une relation non-linéaire entre la contrainte et la déformation ou la vitesse des ondes, mais aussi l'existence de déformations résiduelles et un effet d'hystérésis relativement important, marque de l'aspect dissipatif du milieu.

L'approximation des courbes expérimentales ϵ - σ et σ - V_{son} avec des lois de type puissance s'écartent des prévisions venant des modèles basés sur la théorie de l'élasticité de Hertz. Cela s'explique par la présence d'une déformation viscoplastique. La déformation plastique (résiduelle) est d'autant plus importante que l'amplitude de chargement est grande, que le test est lent et que les billes sont neuves. Cette part plastique, ainsi que la dissipation d'énergie, diminuent de manière logarithmique avec le nombre des cycles successifs de chargement effectués. La déformation plastique pourrait provenir de la mobilisation des contacts. En effet, le nombre de coordination a été évalué grâce aux données de la vitesse des ondes et de la contrainte et à un modèle d'empilement régulier de bille sphériques. La coordinance ainsi obtenue augmente grossièrement de 4,5 à 6 à contrainte faible, puis sature à une valeur proche de 6 après 250kPa environ.

La déformation élastique a été estimée par une méthode d'intégration de l'inverse du module élastique sur la contrainte. La part de déformation élastique représenterait alors moins de 10% de la déformation totale, ce qui paraît plutôt faible. Ces résultats nous paraissent surprenants. La déformation plastique est elle-même de l'ordre de quelques pourcents de la déformation totale. De plus, lors des cycles successifs, toutes les courbes déformation-contrainte axiales des décharges sont superposables ce qui laisse à penser que les décharges sont élastiques puisqu'elles sont parfaitement reproductibles. Cela semblerait indiquer un comportement fortement élastique du milieu.

L'écart important d'ordre de grandeur (facteur 10 environ) entre la pente des courbes ϵ - σ et le module élastique venant de la méthode acoustique pourrait expliquer ces observations. D'abord la pente des courbes mécaniques est d'autant plus faible que l'amplitude de chargement est grande comme le montre la comparaison des cycles de plus ou moins grande amplitude. Les propagations d'ondes mobilisant des amplitudes de déformation nettement plus faibles ($< 10^{-6}$), il est normal de trouver des modules plus élevés. De plus, l'aspect visqueux du milieu, révélé par l'influence de la vitesse de test, peut également jouer un rôle. La raideur obtenue par la méthode acoustique pourrait dépendre de la fréquence de sollicitation du matériau ainsi que d'un temps caractéristique de la réponse (relaxation) du milieu. L'étude de l'évolution temporelle du milieu sous contrainte et la recherche du ou des temps caractéristiques feront l'objet du prochain chapitre.

Chapitre III : Evolution temporelle d'un milieu granulaire confiné sous charge 109

III.1	Objectif et état de l'art.....	109
III.1.1	Objectif de notre étude.....	109
III.1.2	Etudes sur le fluage et la relaxation.....	109
III.1.3	Vieillessement.....	111
III.2	Présentation des deux types d'essais réalisés.....	113
III.2.1	Tests de relaxation : diminution de la contrainte à déformation fixe.....	113
III.2.2	Tests de fluage : augmentation de la déformation sous contrainte constante.....	115
III.2.3	Comparaison des ordres de grandeurs.....	117
III.3	Influence de divers paramètres sur le vieillissement.....	118
III.3.1	Durée d'attente.....	118
III.3.2	Contrainte initiale ou de confinement.....	121
III.3.3	Taux de déformation imposé à la charge.....	125
III.3.4	Etat d'usure des billes utilisées.....	128
III.3.5	Récapitulatif des tendances observées.....	131
III.4	Discussion et compréhension des mécanismes.....	132
III.4.1	Analyse des résultats obtenus.....	132
III.4.2	Approche logarithmique avec un temps caractéristique.....	135
III.4.3	Modèle du solide de Zener.....	146
III.4.4	Comportement du milieu en deux temps.....	149
III.5	Conclusion.....	152

III Evolution temporelle d'un milieu granulaire confiné sous charge

III.1 Objectif et état de l'art

III.1.1 Objectif de notre étude

L'objet de ce chapitre est l'étude du vieillissement du milieu lors des parties statiques de chargement où, soit la déformation (pour l'étude de la relaxation), soit la contrainte (pour le phénomène de fluage) est fixée pendant une certaine durée d'attente. Le but est de comprendre l'évolution de la variable (ε ou σ selon le cas) avec le temps, en examinant les influences des divers paramètres de contrôle. En effet, comme dans le chapitre précédent, nous avons réalisé un grand nombre d'expériences, que ce soit en fluage ou en relaxation, en faisant varier l'un des paramètres de contrôle suivants :

- durée du palier d'attente,
- contrainte de confinement ou initiale,
- vitesse de charge (ou le taux de déformation) avant le palier,
- état d'usure des billes,

Chaque paramètre fera l'objet d'une sous-partie.

L'originalité de nos essais réside toujours dans la méthode acoustique utilisée pour sonder le milieu 3D en temps réel. La mise en parallèle des courbes de contrainte ou de déformation en fonction du temps et de la vitesse du son, reliée au module élastique, devrait nous permettre une meilleure compréhension des phénomènes impliqués. Quelques approches à travers les modélisations proposées dans la littérature seront étudiées. A travers ces modèles, nous tenterons de trouver s'il existe un ou plusieurs temps caractéristiques de l'évolution temporelle du milieu. Ce ou ces temps pourraient ainsi intervenir dans la prise en compte des paramètres de contrôle influençant le comportement du milieu et être utilisés dans le calcul de nombre de Deborah caractéristique du comportement en charge vu dans le chapitre précédent. Commençons ici par un aperçu des études existant sur le fluage et la relaxation de divers matériaux granulaires et voyons quelle est la compréhension actuelle de ces phénomènes.

III.1.2 Etudes sur le fluage et la relaxation

III.1.2.i Fluage

Les ingénieurs de génie civil et les chercheurs ont depuis longtemps constaté et étudié les phénomènes de fluage et de relaxation. Les sols de fondation et les structures d'ouvrages de génie civil sont très souvent constitués de matériaux granulaires, comme des sables, des graviers ou des roches concassées [Gab05]. Il s'agit alors de conglomérat de grains macroscopiques de tailles plus ou moins importantes, qui sont mis en contact par une charge de confinement extérieure – par exemple : le poids du bâtiment que le sol supporte. A cause des propriétés de désordre et de non-linéarité dues aux interactions entre les grains, ces matériaux granulaires présentent alors un comportement de fluage.

Par exemple, le contrôle des fondations peu profondes montre que les déformations dues au fluage grandissent sous chargement constant et entraînent des mouvements dans les sols [Bur85]. Le fluage est aussi observable sur divers matériaux divisés, comme le marbre et le grès [Li00] ou des milieux granulaires comme les sables [Mur84],[Mej88], [Lad98] ou les billes de verre [Kuw02], voire même des pâtes [McDK03].

Les essais de fluage présentés sont effectués le plus souvent dans un appareil triaxial [Mit93], [Li00], [Aug04]. Mais certaines études ont été réalisées en compression uniaxiale dans un oedomètre [McDK03]. Les auteurs observent alors un taux de déformation décroissant au cours du temps de fluage. Le fluage est accompagné de nombreuses fractures de grains [Mit93], [Leu96], [McDK03]. Leung et al [Leu96] ont réalisé des tests de compression unidimensionnelle, sur des sables secs ou saturés de densité relative 75% tous deux. Les résultats de Leung et al indiquent que les ruptures de grains augmentent avec la durée de l'essai de fluage. Dans ce processus de détérioration des grains, rapide mais non instantané, les particules plus petites qui sont formées remplissent les vides entre les plus grandes, mais sans former de nouveaux contacts. Cette fracture progressive des grains résulte en une perte de contacts entre les particules, ce qui conduit alors dans ce cas à une diminution graduelle de la résistance et de la raideur du sol ainsi qu'à un tassement avec le temps.

Les travaux de McDowell et Kahn [McDK03] offrent une comparaison entre des échantillons de sable et de « particules » de pâtes, soumis à des tests de fluage en compression dans un oedomètre. Des essais de compression unidimensionnelle et de fluage de 24h sont réalisés sur ces échantillons. Le comportement des matériaux granulaires fragiles serait essentiellement le même, mais à différents niveaux de contrainte. Les auteurs obtiennent des coefficients de fluage de valeurs comparables à celles publiées par Leung et al [Leu96] pour la compression unidimensionnelle des sables à contrainte élevée. Ils confirmeraient ainsi que le fluage viendrait de la réduction de résistance des particules avec le temps. Pourtant, Kuwano et Jardine [Kuw02] observent une déformation significative de fluage sur des billes de verre et du sable, à des niveaux de contrainte pour lesquels les fractures des particules ne doivent pas jouer un rôle majeur dans le fluage.

Par ailleurs, la littérature propose également un certain nombre d'approches et de modèles, que ce soit pour les sols en général [Yin99], [Lii04], ou les sables [Mur84], [McD03]. S'il existe un grand nombre de données expérimentales rapportées sur les argiles et/ou utilisant un appareil triaxial, il n'y a que peu d'études en laboratoire, de fluages réalisés sur les sables secs, qui serait plus comparables à nos essais.

III.1.2.ii Relaxation

Le phénomène de relaxation a été observé sur différents matériaux divisés. Li et Xia [Li00] ont comparé les lois de relaxation de contrainte sur différentes roches (grès, grès rouge, argile et marbre) ayant des fragilités variées. Ichikawa et al [Ich01] ont eux étudié la relaxation de granites plus ou moins finement grainés. Ces auteurs ont réalisé des tests de compression et de relaxation, de 250-300h, dans des conditions de compression triaxiale ou uniaxiale et des états saturés en eau. L'observation au microscope a mis en évidence la fracturation progressive des échantillons.

Silvestri et al. [Sil88] ont réalisé des tests de relaxation triaxiale non-drainée sur de l'argile de Louiseville consolidé. Ils observent que le déviateur de contrainte atteint un état final relaxé après une période inférieure à une journée. Mitchell [Mit93] a établi que la relaxation des argiles et celle des sables sont en général les mêmes. L'amplitude des effets dépend de la quantité d'eau et des conditions de drainage, mais la forme du comportement est essentiellement la même pour tous les sols [Mit93]. La plupart des observations de relaxation sur les sables ont été effectués dans des tests triaxiaux par Ladanyi et Benyamina [Lad95] sur des sables « gelés ». Matsushita et al. [Mat99] ont observé une relaxation de contrainte considérable dans des tests triaxiaux sur des échantillons de deux types de sables : Toyoura et Hostun (de grains angulaires et de masse volumique $2,6\text{g/cm}^3$).

Lee et al [Lee07] se sont récemment intéressés à la relaxation, sous leurs propres poids, d'empilements 3D et quasi-2D de billes d'acier inoxydable, par une méthode de mesure de la conductivité électrique du milieu. Pavlov et Rodionov [Pav07] ont mis en évidence la relaxation des contraintes de cisaillement dans des sables secs ayant été soumis à divers taux de cisaillement. Coste [Cos04] mais également De Ryck et al [Ryc03] ont étudié des milieux granulaires confinés sous cisaillement dans des essais de « stop-and-go ». De Ryck et al ont utilisé des gels de silice, ayant des pores nanométriques de diamètre de l'ordre de 60Å, moulus et tamisés soit entre 5 à 20µm, soit entre 60 et 200µm. Coste [Cos04] a travaillé sur des échantillons de billes de verre (diamètre 1,5mm ±10%), de densité 0,61 ±1%. Ces auteurs observent, chacun dans leurs expériences, une relaxation des contraintes. Coste montre une diminution du rapport de la contrainte tangentielle à la contrainte normale, donc du coefficient de frottement statique, mais la dilatance n'évolue pas au cours de cette phase d'arrêt. De Ryck et al. observent quant à eux une diminution de la hauteur de l'échantillon granulaire en même temps que la relaxation de la contrainte de cisaillement avec le temps.

III.1.3 Vieillissement

III.1.3.i Définition et études existant sur le vieillissement granulaires

Par définition, le vieillissement est un phénomène d'évolution au cours du temps des propriétés d'un matériau. Dans le domaine de la physique de la matière condensée, le vieillissement concerne des matériaux hors-équilibre ; leurs propriétés continuent d'évoluer après leur formation au fur et à mesure qu'ils se rapprochent de l'équilibre : on dit que le système vieillit. Le terme vieillissement est la traduction directe du mot anglais « aging » utilisé pour décrire ces phénomènes mais, dans la littérature française, il fait en général référence à un domaine plus ancien de la physique des matériaux ou de l'ingénierie, qui est l'étude du vieillissement des sols ou des matériaux à des fins industrielles (évolution au long terme des propriétés d'un sol sous une charge ou d'un matériau lors de son utilisation, exposition à des facteurs chimiques particuliers ou usure du matériau). C'est ce vieillissement dans les sols et milieux granulaires en général auquel nous nous intéressons ici.

Le vieillissement est mis en évidence, par exemple sur les sables, par le fait que la rigidité ou la résistance à la liquéfaction augmente avec le temps [Mul77]. La résistance d'un sable à la pénétration d'un cône est considérablement accrue sur des échantillons ayant vieillis pendant plusieurs jours ou mois [Jos95]. Des tests ont été effectués sur des sables fraîchement déposés ou compactés par vibration : ces milieux présentent un gain important de résistance à pénétration standard ou d'un cône dans le milieu, ou du module élastique, lorsqu'ils sont laissés donc la rigidité du matériau augmente avec le temps [Mit84], [Mit86], [Mes90], [Sch91]. D'autres observations sur l'augmentation de la vitesse de propagation d'ondes de cisaillement ou de la variation de résistivité électrique [Bax04] montrent également ce vieillissement dans différents sables secs ou submergés.

III.1.3.ii Origines possibles du vieillissement

Remarquons que Mitchell et Solymar [Mit84], Joshi [Jos95], ou Baxter et Mitchell [Bax04] montrent que le vieillissement des sols (dont les sables) peut avoir une origine chimique. Nous écartons ici cette possibilité, car elle est liée à la présence de liquide entre les grains du milieu, ce qui n'est pas le cas dans nos expériences sur billes de verre sèches.

L'augmentation de la rigidité d'un sable avec le temps serait liée à des phénomènes mécaniques. Mesri et al [Mes90] et Schmertmann [Sch91] évoquent tous deux le fait que les particules se réarrangeraient au cours du temps et leurs aspérités et leurs formes irrégulières

s'imbriqueraient mieux, ce qui pourrait accroître la rigidité du milieu. Schmertmann a pris en compte les résultats sur divers sols, de sable ou d'argile. Mesri et al ont réalisé une étude sur du sable pur, drainé, contenant peu ou pas du tout de poussières fines. Dans tous les cas, les grains ont des formes irrégulières et comportent des rugosités à l'échelle microscopique. Des petits glissements des grains les uns contre les autres peuvent conduire à un état plus stable. D'abord, les particules, qui peuvent être plus ou moins plates et allongées, auront tendance à s'orienter de manière à ce que leur partie plate soit perpendiculaire à la direction de la contrainte effective. Ensuite, le mouvement lié au glissement des grains les uns contre les autres peut entraîner une meilleure correspondance des surfaces des grains étant face-à-face, les aspérités de grains en contact s'emboîtant mieux. Ainsi, les grains, mais aussi les rugosités à l'échelle microscopique, s'imbriqueraient mieux grâce au réarrangement continu des particules. D'après les auteurs, c'est ce mécanisme lié au réarrangement et au frottement qui provoquerait l'augmentation de la rigidité et de la contrainte horizontale effective, ce qui entraînerait les accroissements observés du module de cisaillement et de la résistance à la pénétration d'un cône dans les sables vieillis. Joshi [Jos95] étaye cette hypothèse par son travail sur les sables secs, qui présentent un fort effet de vieillissement.

Schmertmann [Sch91] suggère plutôt que les mouvements venant des glissements des grains engendrent une redistribution des contraintes à travers le squelette du sol. Les grains supportant les chaînes de forces les plus élevées répartiraient leurs contraintes sur les autres particules nouvellement en contact. Cette redistribution des efforts pourrait atténuer les contraintes locales de cisaillement entre grains et amplifier les contraintes normales, résultant en une structure globalement plus rigide. Cela rejoint l'interprétation de Jardine et al [Jar99] : le fluage des milieux granulaires serait lié à la rupture et à la reformation dynamiques des chaînes de forces, qui ont lieu dans un empilement de particules sous chargement. Le fluage correspondrait à la stabilisation progressive du flambement des colonnes de grains dans les chaînes de forces, mécanisme déjà évoqué par Goddard [God90] pour le recrutement des contacts entre grains. Le réarrangement des particules au sein du matériau granulaire semble ainsi être la clé des effets observés au cours du temps.

Losert et al. [Los00] observent également un vieillissement à travers l'évolution de la raideur d'un milieu granulaire avec le temps de repos de celui-ci. La raideur du milieu granulaire, déterminée par la force maximale de frottement d'un plateau posé sur un lit de billes de verre (de diamètre $103 \pm 14 \mu\text{m}$). Celle-ci croît avec le temps de contact stationnaire, seulement si une contrainte de cisaillement est appliquée pendant cette attente. Cela est vrai pour le cas de l'échantillon sec, comme pour les billes submergées dans de l'eau. Losert et al. suggèrent alors deux mécanismes pour l'augmentation de la raideur. D'abord le fluage lent des microcontacts avec le temps entraîne une augmentation de la surface totale des contacts, directement lié à la raideur du milieu. Ensuite la réorganisation spatiale des billes du milieu granulaire conduit au réarrangement et à l'orientation des microcontacts, et améliore aussi les contacts entre grains. Coste [Cos04] semble au contraire montrer, à travers ses essais de « stop-and-go » en cisaillement sur des billes de verre, que le vieillissement ne vient pas d'un réarrangement structural des couches de grains. Ce mécanisme impliquerait une variation de la densité du milieu, mais les expériences montrent que la dilatance ne varie pas [Cos04]. Pour cet auteur, ce seraient donc les contacts, établis au moment de l'arrêt et qui supportent les contraintes pendant la durée d'attente, qui seraient responsables du vieillissement.

Ainsi les origines possibles des comportements des milieux granulaires en fonction du temps sont multiples et restent controversées. Nous tenterons de confronter nos résultats à ces différentes interprétations. La méthode acoustique utilisée de manière systématique lors des essais mécaniques de fluage ou relaxation nous permet de suivre de manière assez directe l'évolution des contacts entre les billes au sein des échantillons.

III.2 Présentation des deux types d'essais réalisés

III.2.1 Tests de relaxation : diminution de la contrainte à déformation fixe

III.2.1.i Protocole utilisé

- Mise à zéro

L'échantillon est préparé par pluviation dans la cellule et placé dans la presse. Une mise en contact du piston sur le transducteur supérieur et une mise à zéro de l'écrasement du milieu sont faites pour une charge de 10N atteinte à vitesse très lente. Cet état du milieu sous 10N sera l'état initial de nos essais.

- Précharge

Une précharge est ensuite appliquée : elle consiste en un cycle de charge jusqu'à 520N et de décharge à une force notée F_{\min} de 100N à vitesse contrôlée notée $V_{\text{pré}}$, qui est en général de 0,03mm/min (sauf indication contraire). Tout cela correspond à la phase de préparation.

- Test

Ensuite vient la partie de test proprement dite qui consiste en :

- une charge jusqu'à une force donnée, à vitesse de déplacement de la traverse contrôlée, appelée V_{test} ,
- un palier d'attente, pendant une durée notée t_{wait} , pour lequel la position de la traverse est bloquée ; ainsi la hauteur de l'échantillon est fixe, donc la déformation du milieu reste constante,
- une décharge jusqu'à atteindre une force nulle, à la vitesse V_{test} .

C'est la partie pendant laquelle la traverse est fixe qui nous intéresse ici, les phases de charge et décharge ayant déjà été détaillées dans le chapitre précédent. Cependant la phase de charge et même la précharge auront une influence sur la relaxation comme nous le verrons par la suite. L'étude porte ici sur la diminution de force mesurée par la presse pendant ce palier.

Remarquons que l'inertie de la traverse entraîne souvent un léger dépassement de la force voulue ; la force maximale réellement atteinte au début du palier d'attente sera notée F_{\max} et peut avoir un écart maximal de 1% avec la valeur de commande. L'instant où F_{\max} est atteinte correspond au temps zéro des paliers étudiés. Le calcul de la variation relative de force à un instant t du palier ($t \leq t_{\text{wait}}$) sera fait par rapport à cette valeur : $(F(t) - F_{\max}) / F_{\max}$. Cette variation relative sera exprimée en pourcentage. De plus, les graphiques présentent la variation relative de contrainte en fonction de la durée du palier, car force et contrainte sont reliées à une constante près $\sigma = F/S$ (S surface de l'échantillon = 800mm²) alors :

$$\frac{F(t) - F_{\max}}{F_{\max}} = \frac{\sigma(t) - \sigma_{\max}}{\sigma_{\max}}$$

Pour tous ces essais de relaxation, l'enregistrement du signal acoustique, ayant traversé le milieu et visualisé sur l'oscilloscope, est lancé lorsque la force F_{\max} est atteinte. Ce signal enregistré à intervalles réguliers nous permet d'accéder aux temps de vol qui varient avec la durée du palier d'attente. La vitesse du son est directement reliée au temps de vol, car la hauteur du milieu est constante lors de ces paliers de relaxation. La variation relative de vitesse du son nous renseigne sur l'évolution des contacts entre grains.

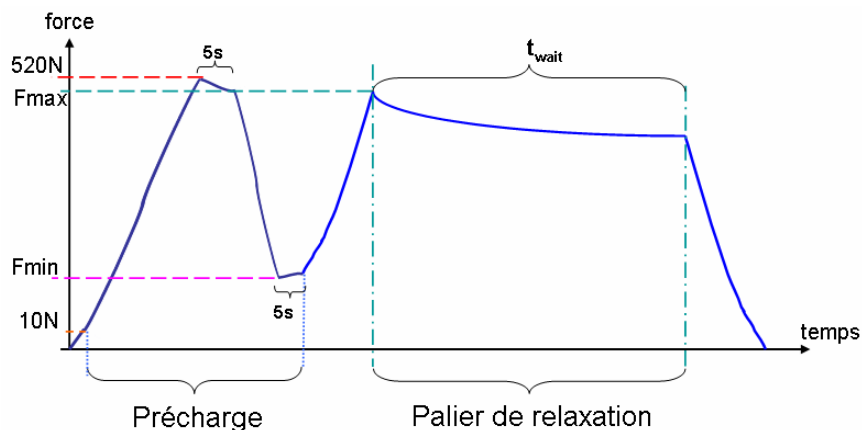


Figure III.2.1.i_1 : Schéma récapitulatif du déroulement des essais de relaxation

III.2.1.ii Reproductibilité des essais

Nous ne nous intéresserons ici qu'aux paliers d'attente, mais pas aux phases de charge qui les précèdent, car nous avons déjà étudié leur reproductibilité dans le chapitre précédent. La reproductibilité est mesurée sur les deux types de courbes de variation relative : de la contrainte et de la vitesse de propagation des ondes, en fonction de la durée d'attente. La reproductibilité est toujours meilleure sur les courbes mécaniques que celles provenant de l'acoustique. Sur tous nos différents essais, un écart allant de 2,3% jusqu'à 9,9% sur la variation relative de contrainte est observé, alors que la reproductibilité sur la variation relative de vitesse du son est de 4,8% à 12,5%. La reproductibilité dépend également des nombreux paramètres. Elle diminue avec un allongement de la durée d'attente. Les écarts observés sont d'autant plus grands que la vitesse de chargement rapide. La reproductibilité est meilleure sur des billes déjà usées que sur des billes neuves. Les barres d'erreur apparentes sur les courbes montrées par la suite représentent cette reproductibilité.

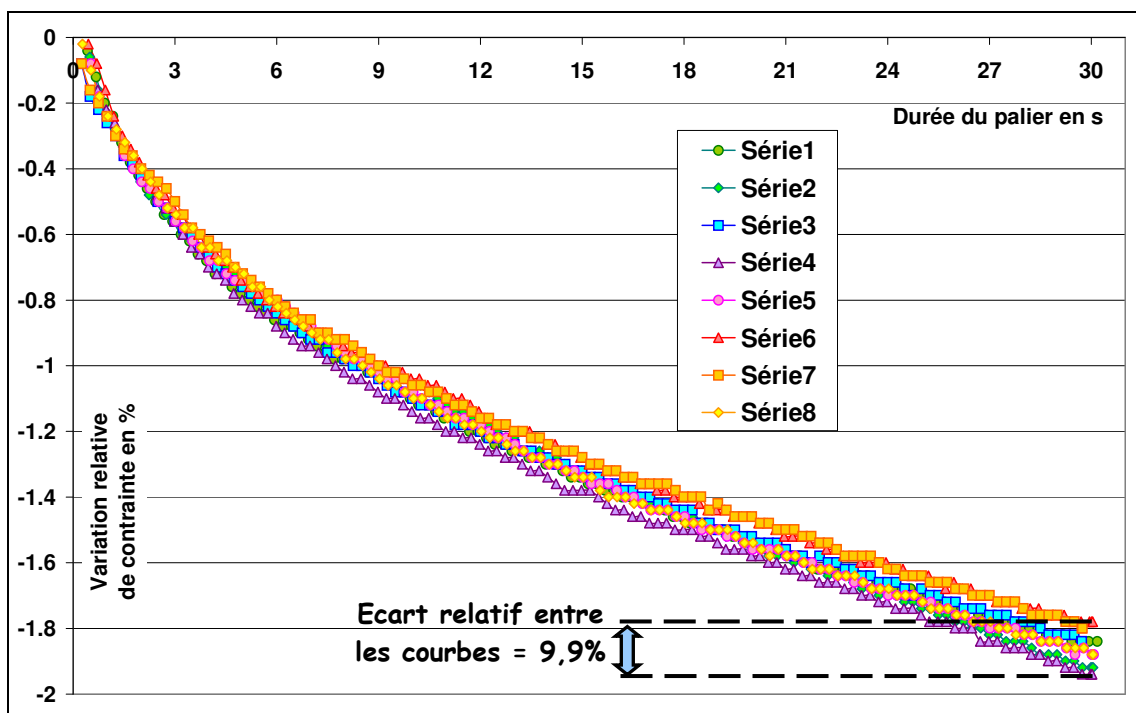


Figure III.2.1.ii_1 : Reproductibilité de la variation relative de contrainte avec la durée d'attente sur 8 essais de relaxation de 30s sur billes usées après une charge à 500N à 009mm/min

III.2.2 Tests de fluage : augmentation de la déformation sous contrainte constante

III.2.2.i Rappel et protocole utilisé

Un essai de fluage consiste habituellement à appliquer, à température constante, une charge ou une contrainte constante à une éprouvette en vue de mesurer la déformation qu'elle subit et d'en tracer la courbe en fonction du temps écoulé*. La plupart des essais imposent une charge constante, car ils visent l'obtention de données à usage industriel. Pour leur part, les essais à contrainte constante procurent une meilleure compréhension des mécanismes de fluage [Cal01]. Ceci est vrai pour les tests triaxiaux. Dans notre cas de test oedométrique, la section d'application de la force ne change pas ; la valeur de la contrainte verticale est directement proportionnelle à la force appliquée.

Nous ne détaillerons pas ici le protocole des essais de fluage, car il est quasiment le même que pour la relaxation. Il consiste à nouveau en une phase de préparation et un préchargement à 520N, puis d'une charge et d'un palier de durée t_{wait} définie avant la décharge. Les seuls changements se trouvent au niveau du palier d'attente. Pour la relaxation, il suffisait que la machine bloque la position de la traverse pour garder une hauteur - donc une déformation- constante. Nous étudierons la variation relative de déformation $(\epsilon(t) - \epsilon_0) / \epsilon_0$. Il s'agit ici de garder la contrainte constante, ce qui est moins évident. La presse MTS nous permet néanmoins de maintenir une force constante avec une précision de 0,1N sur des temps longs. Cette précision est obtenue grâce à un double asservissement PID (proportionnel, intégral, dérivé). Un premier contrôleur placé en amont (dans la partie « hard » de la machine) permet un premier auto-ajustement relativement fin. Un second asservissement piloté par le logiciel Testworks (soft) permet de rentrer manuellement les valeurs des paramètres k_P , k_I et k_D pour optimiser l'asservissement de la contrainte en fonction du matériau testé et de la vitesse de charge appliquée. Avec le meilleur réglage de nos paramètres, nous obtenons au début un seul dépassement initial de 1N de la force par rapport à la valeur de commande, puis quelques écarts de 0,1N lorsque la force reste quasiment constante tout au long du palier d'attente (figure III.A.2_1).

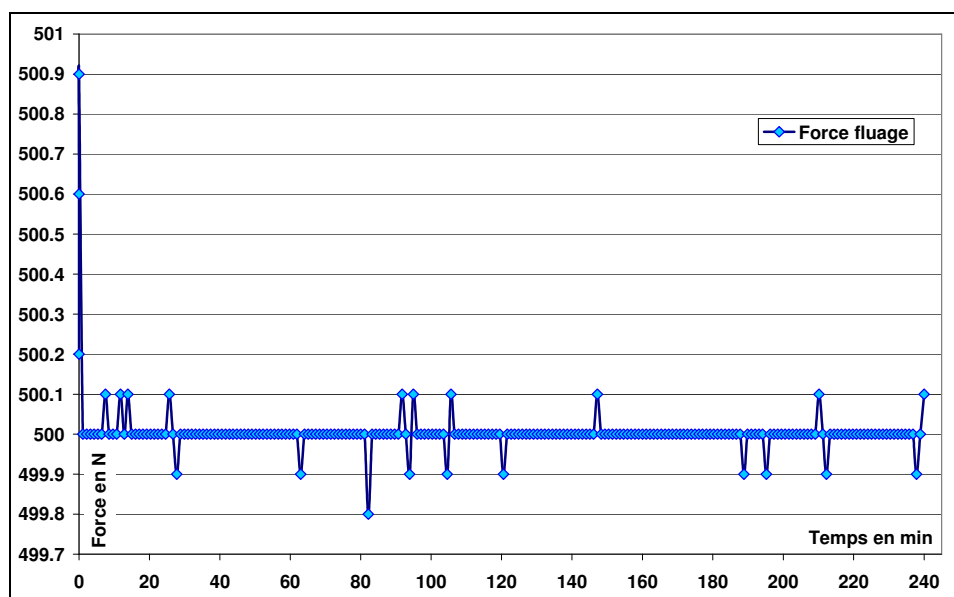


Figure III.2.2.i_1 : Force mesurée et écart à celle de 500N de commande pendant un essai de fluage de 4h sur billes de verre neuves après une charge à 0,3mm/min

* Cette définition vient de la norme de l'ASTM, société américaine pour les essais et les matériaux : « Standard Practice for Conducting Creep, Creep-Rupture and Stress-Rupture Test of Metallics Materials ». Document ASTM E139-00e1, ASTM International, 10-May-2000, 12 pages

Par ailleurs, pour des raisons techniques, la plupart des essais de fluage n'ont pas pu être réalisés en utilisant les transducteurs habituels de compression, mais ont été effectués avec des transducteurs de cisaillement. Ces ondes de cisaillement, comme celles de compression, se propagent à travers les grains se trouvant dans les chaînes de forces, sans perturber le milieu granulaire qu'elles explorent. Nous pouvons utiliser indifféremment les unes ou les autres, car la variation relative de leurs vitesses de propagation sont quasiment identiques. En effet, une étude réalisée sur des tests identiques utilisant des ondes de compression ou de cisaillement montre la bonne correspondance des résultats. La figure III.A.2.a_2 montre que l'écart entre les courbes obtenues reste à l'intérieur de la largeur de la barre d'erreur due à la reproductibilité. Nous avons ainsi principalement travaillé avec des ondes de cisaillement pour sonder le milieu lors du fluage. Tous les résultats sur le fluage présentés par la suite seront ceux avec les transducteurs de cisaillement sauf indications contraires, notées (compression).

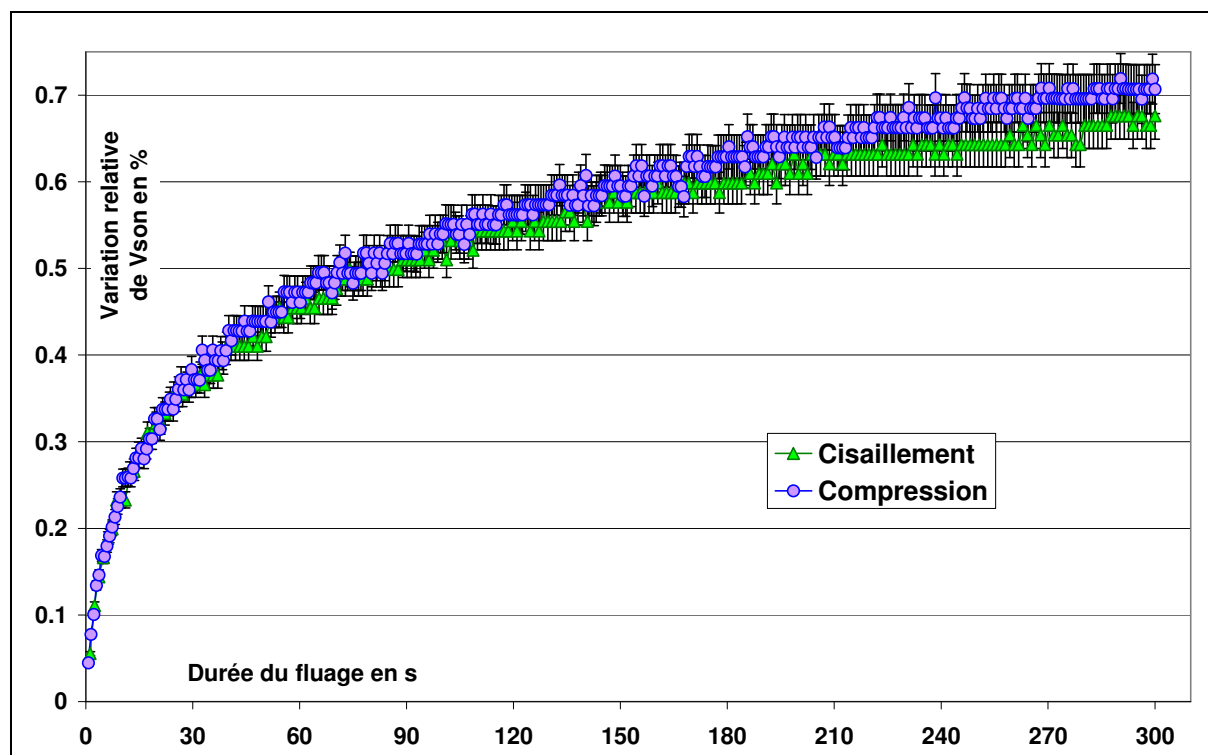


Figure III.2.2.i_2 : Comparaison de la variation relative de vitesse des ondes de compression (violet) et de cisaillement (vert) pour un essai de fluage de 300s à 500N après une charge à 0,09mm/min sur billes usées

III.2.2.ii Reproductibilité des essais

La reproductibilité sur la variation relative de déformation va de 2,9% à 15,7% lorsque tous nos différents essais sont pris en compte. La variation relative de vitesse du son peut quant à elle présenter des écarts de 1,3 à 14,9% sur les valeurs obtenues. Ici, la reproductibilité est en général meilleure sur les courbes liées à l'acoustique que sur les courbes mécaniques. La reproductibilité dépend fortement des paramètres de contrôle. Elle est d'autant meilleure que les billes sont usées, que la durée du palier de fluage est courte et que le taux de déformation lors de la charge est faible.

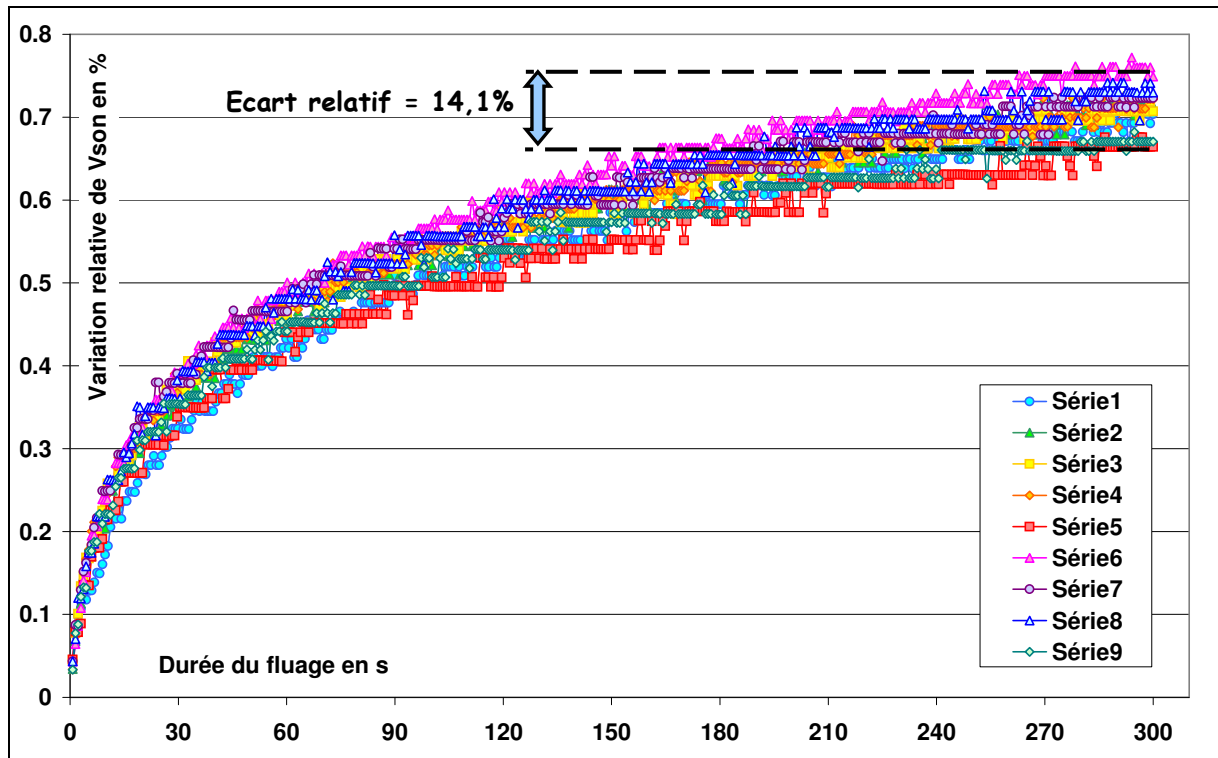


Figure III.2.2.ii_1 : Reproductibilité de la variation relative de vitesse du son avec la durée d'attente sur 9 essais de fluage de 300s sur billes très usées (2000 cycles) après une charge à 500N à 0,09mm/min

III.2.3 Comparaison des ordres de grandeurs

Les essais de relaxation et ceux de fluage seront mis en parallèle dans la suite de ce chapitre. Il est d'abord remarquable que les ordres de grandeur des variations des variables (contrainte ou déformation selon le cas) soient proches pour les deux types d'essais. Par exemple, pour des essais sur des billes neuves après une charge à 500N à 0,03mm/min, une relaxation de 30 minutes présente une diminution relative de contrainte de 5,3% et une augmentation relative de la vitesse du son de 0,6%. Un essai de fluage, dans des conditions identiques, montre une variation relative de la déformation de 2,5% et de 0,9% pour celle de la vitesse des ondes. Nous pouvons noter que, pour ces deux types d'essais réalisés avec les mêmes paramètres, la variation relative de vitesse du son est toujours inférieure dans le cas de la relaxation que dans celui du fluage, alors que la variation relative de contrainte relaxée atteint des valeurs plus élevées que la variation relative de déformation.

III.3 Influence de divers paramètres sur le vieillissement

Dans cette partie, les résultats obtenus lors de nos nombreuses expériences sont rapportés et des courbes représentatives pour chaque type d'essais sont présentées : les variations relatives, exprimées en pourcentage, de contrainte relaxée, notée $\% \sigma$, ou de déformation de fluage, notée $\% \epsilon$, et de vitesse de propagation des ondes ultrasonores noté $\% V_{son}$, en fonction de la durée d'attente exprimée en secondes.

III.3.1 Durée d'attente

Commençons par l'observation de la relaxation, puis nous verrons le cas du fluage. Nous procéderons ainsi pour chaque paramètre de contrôle testé. De manière logique, la diminution de contrainte est d'autant plus importante que le temps d'attente est long. Mais si cette diminution est forte au début du palier, elle tend à ralentir par la suite. En effet, une approximation de type logarithmique avec deux paramètres ajustables semble assez bien adaptée aux courbes expérimentales. Le taux de contrainte relaxée diminue avec le temps écoulé. Il en est de même pour les essais de fluage : la déformation créée pendant le palier à contrainte constante est d'autant plus importante que l'attente est longue. Les courbes peuvent également être correctement approchées par une loi logarithmique à deux paramètres

Par ailleurs, pour les deux types de tests, une augmentation de la vitesse de propagation des ondes sonores avec le temps d'attente est observée. Cela indique que le module élastique du milieu croît, donc qu'il y a un durcissement du matériau avec la durée d'attente. Cette observation corrobore le fait que la rigidité des sols et sables augmente avec le temps, et les observations sur l'évolution du module de cisaillement dans la littérature.

De plus, la valeur absolue de la pente logarithmique est d'autant plus importante, que la durée d'attente est grande, que ce soit pour la diminution relative de la contrainte relaxée ou la variation relative de déformation lors du fluage. En revanche, la tendance est inversée pour la variation relative de vitesse du son pour les deux types d'essais. Les tableaux suivants donnent des exemples de ces approximations pour des essais de fluage et relaxation réalisés dans les mêmes conditions. Les paramètres A et B sont en $\%/s$; le coefficient de corrélation R^2 entre la courbe expérimentale et l'approximation faite est calculé par la méthode des moindres carrés. Les figures montrent des exemples de courbes obtenues d'autres essais.

a. Pour des essais de relaxation

twait	$\% \sigma$	A	B	R^2	$\% V_{son}$	A	B	R^2
2min	-3,20	-0,794	0,795	0,959	0,32	0,064	0,028	0,959
5min	-4,46	-1,018	1,565	0,962	0,36	0,060	0,031	0,972
15min	-6,08	-1,250	2,562	0,976	0,41	0,058	0,033	0,975
30min	-7,04	-1,327	2,959	0,987	0,48	0,057	0,036	0,985

b. Pour des essais de fluage

twait	$\% \epsilon$	A	B	R^2	$\% V_{son}$	A	B	R^2
2min	1,55	0,346	-0,176	0,967	0,72	0,158	-0,070	0,995
5min	1,89	0,385	-0,363	0,982	0,85	0,157	-0,057	0,997
15min	2,26	0,408	-0,570	0,950	0,99	0,154	-0,045	0,998
30min	2,83	0,498	-0,919	0,984	1,06	0,150	-0,030	0,999

Tableaux III.3.1_1 : Valeurs atteintes des variables (variations relatives de ϵ ou σ , V_{son}), à la fin d'essais, de fluage ou relaxation, de durée t_{wait} , sur billes très usées (2000 cycles), après une charge à 500N à 0,09mm/min, et coefficients des approximations en $A.\log(t) + B$

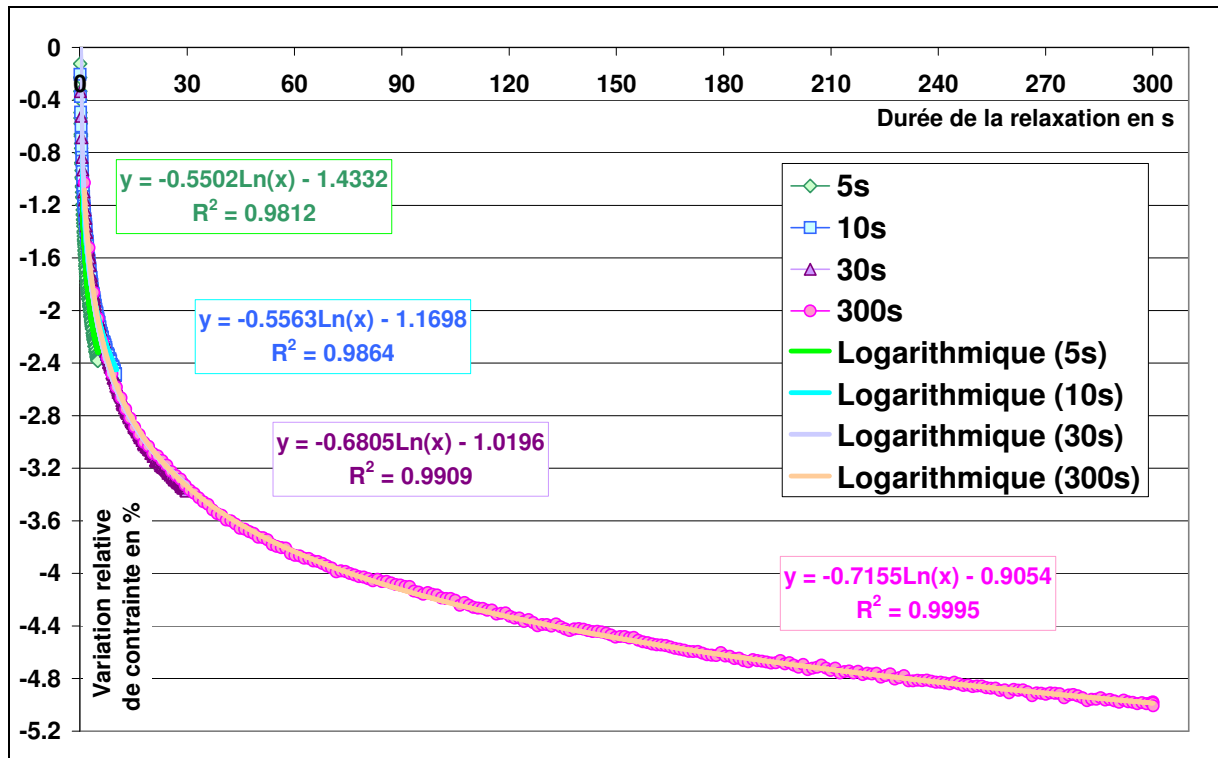


Figure III.3.1_1 : Diminution relative de contrainte pour des relaxations de billes de verre neuves de 5s à 5min après une charge à 500N à 0,9mm/min

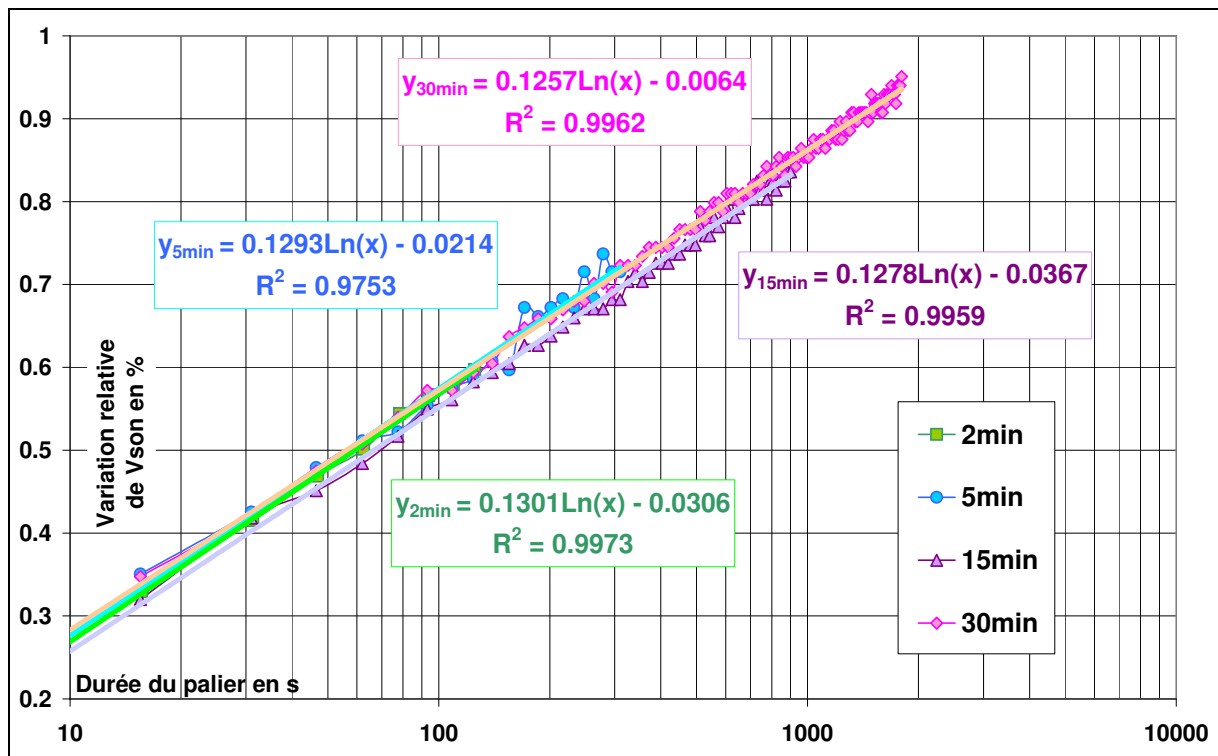


Figure III.3.1_2 : Augmentation relative de la vitesse du son pour des essais de relaxation sur billes de verre neuves de 2 à 30 min après une charge à 500N à 0,03mm/min

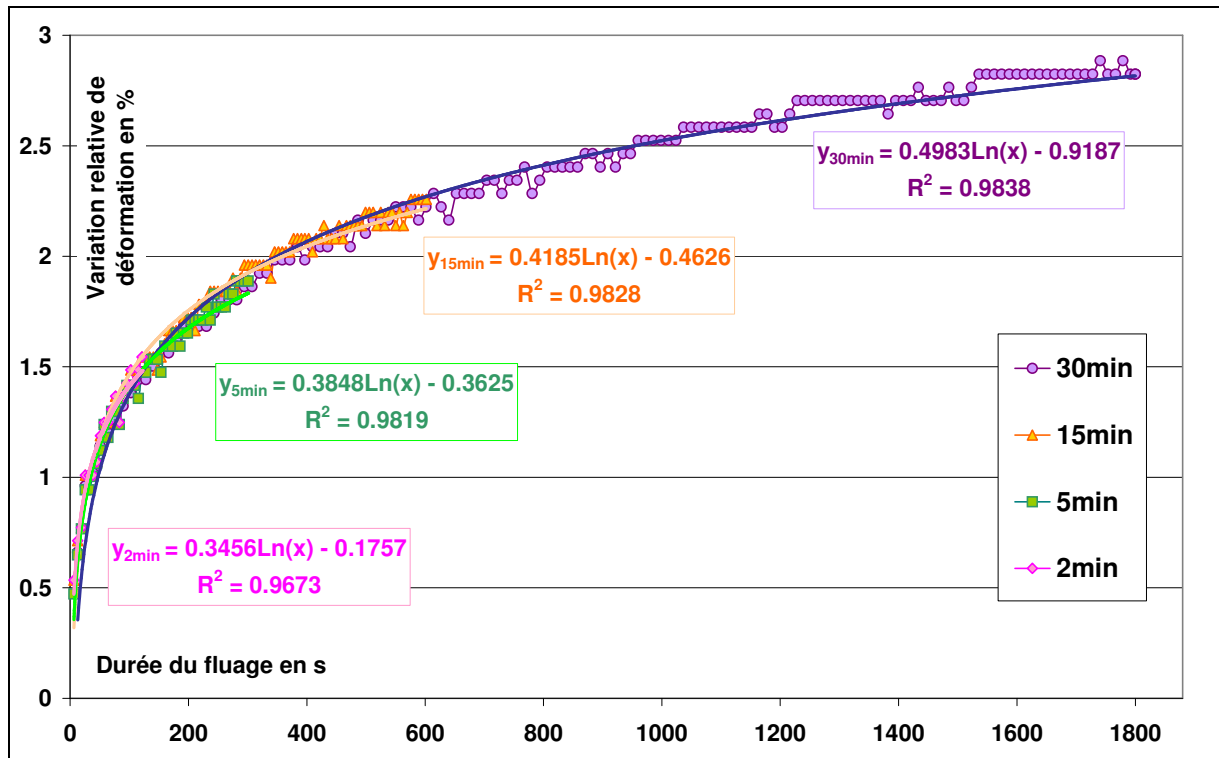


Figure III.3.1_3 : Augmentation relative de la déformation pour des essais de fluage sur billes de verre très usées (2000 cycles) de 2 à 30 min après une charge à 500N à 0,09mm/min

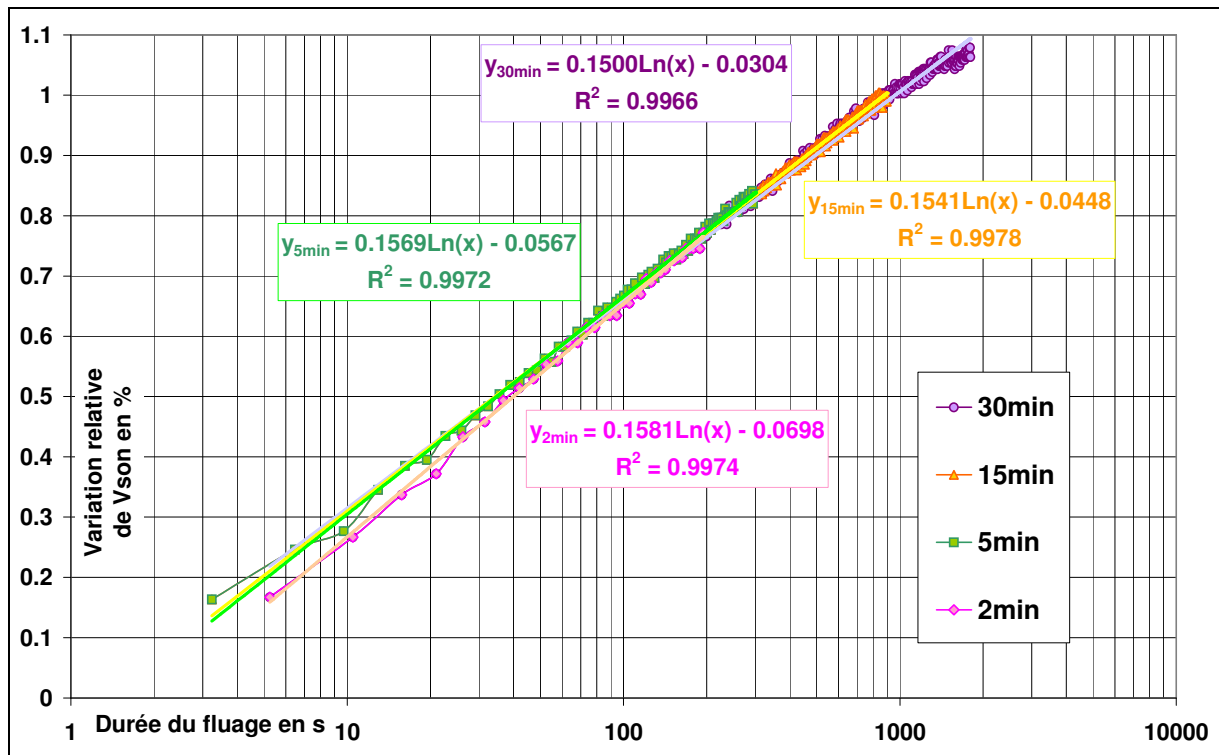


Figure III.3.1_4 : Augmentation relative de la vitesse du son pour des essais de fluage sur billes de verre très usées (2000 cycles) de 2 à 30 min après une charge à 500N à 0,09mm/min

III.3.2 Contrainte initiale ou de confinement

La contrainte initiale lors de l'essai de relaxation ou encore la contrainte de confinement pour celui de fluage a bien évidemment son importance. La relaxation donne une variation de contrainte d'autant plus forte que la valeur de la contrainte initiale du palier est élevée (figure III.3.2_1). De même, l'accumulation de la déformation liée au fluage est d'autant plus grande que la contrainte de confinement imposée est importante (figure III.3.2_3). Dans les deux types d'essais, la vitesse absolue du son est plus rapide et la variation absolue de cette vitesse est plus forte pour des paliers à contrainte plus élevée, mais la variation relative de vitesse du son est plus grande lorsque la contrainte initiale est plus basse (figures III.3.2_2 et III.3.2_4).

Les variations relatives de contrainte relaxée, de déformation de fluage et de vitesse du son sont toutes correctement approchées par des courbes de type logarithmique, mais seulement après quelques dizaines de secondes. Cette approximation semble moins bonne pour le début des essais. Que ce soit pour la variation relative de la contrainte ou de la vitesse des ondes, l'approche en $\log(t)$ paraît meilleure pour les paliers à contrainte initiale faible pour la relaxation. Pour les essais de fluage, il semble que ce soit l'inverse : les approximations en logarithme correspondent mieux aux courbes des essais de plus faible contrainte de confinement. De plus, la pente logarithmique des courbes mécaniques augmente avec la contrainte initiale pour la relaxation ou avec la contrainte de confinement pour le fluage, alors que cette pente diminue pour les courbes acoustiques dans les deux cas.

Les tableaux ci-dessous résument les résultats observés sur les courbes des différentes figures.

Force initiale	$\% \sigma$	A	B	R^2	$\%V_{son}$	A	B	R^2
500N	-7,82	-1,512	3,681	0,978	0,48	0,057	0,036	0,959
375N	-6,34	-1,355	3,990	0,978	0,65	0,093	-0,071	0,951
250N	-5,28	-1,080	2,849	0,989	1,01	0,160	-0,230	0,976

Tableau III.3.2_1 : Variations relatives de la contrainte et de la vitesse du son, à la fin des essais de relaxation de 30 min sur billes de verre très usées (2000 cycles), après une charge à 0,09mm/min jusqu'à différentes valeurs des forces initiales du palier, et coefficients des approximations en $A \cdot \log(t) + B$

Force F	$\% \epsilon$	A	B	R^2	$\%V_{son}$	A	B	R^2
500N	3,13	0,501	-0,995	0,993	1,15	0,134	0,053	0,997
250N	2,14	0,413	-1,163	0,968	1,33	0,182	-0,141	0,996
120N	0,95	0,146	-0,315	0,635	1,51	0,244	-0,521	0,993

Tableau III.3.2_2 : Variations relatives de la déformation et de la vitesse du son, à la fin des essais de fluage de 1h, sur billes de verre très usées (2000 cycles), après une charge à 0,09mm/min jusqu'à différentes valeurs de contraintes de confinement correspondant à des forces F, et valeurs des coefficients des approximations en $A \cdot \log(t) + B$

La dépendance du fluage à l'état de contrainte a été largement reportée dans la littérature. Mejia et al [Mej88] ont révélé qu'un chargement prolongé des sables, en condition drainée, sous des ratios constants de contraintes (ratios des contraintes effectives verticale sur horizontale) dans un essai triaxial conduit à des déformations de fluage en volume et en cisaillement qui augmentent systématiquement avec la pression de confinement.

Lade et Liu [98] ont effectués des tests de fluage à divers niveaux de contraintes. Les essais sont réalisés sur du sable angulaire de la vallée Antelope au nord de Los Angeles en Californie, tamisé entre 75 et 250 μm . Ce sable a des grains de forme angulaire. Des échantillons cylindriques de hauteur 18,6cm et diamètre 6,8cm sont testés dans un appareil triaxial pouvant imposés divers chemins de contrainte lors du chargement (chargement triaxial, isotropique ou proportionnel). Des paliers de fluage, de durées allant d'environ un journée à une semaine, sont réalisés à différents états de contrainte, d'une cinquantaine à presque 800kPa. Les études de Lade et Liu [Lad98] présentent une dépendance des déformations axiale et volumétrique avec la pression appliquée lors du fluage.

Kuwano et Jardine [Kuw02] ont également mis en évidence l'augmentation de la déformation de fluage avec l'accroissement de l'état de contrainte. Les essais sont effectués sur du sable de la Rivière Ham, dont les grains angulaires ont un diamètre moyen de 270 μm . L'échantillon de 100mm de diamètre et 200mm de haut, préparé par pluviation est lâche, de compacité 0,57, et a été préalablement compressé de manière isotropique jusqu'à une pression hydrostatique de 200kPa. Le test consiste en une compression non-drainée à un taux de déformation axiale de 0,5%/h (soit 1mm/h ou 0,28 $\mu\text{m/s}$) entrecoupée d'étapes de fluage où le déviateur de contrainte appliqué q est constant. Ces déformations de fluage augmentent avec la valeur du déviateur de contraintes entre 30 et 200kPa. Après 5 minutes, la déformation axiale de fluage semble être d'environ $5 \cdot 10^3 \%$ pour $q = 100\text{kPa}$, de 0,012% à $q = 150\text{kPa}$ et 0,032% à $q = 200\text{kPa}$ (figure 16 en particulier).

Par ailleurs, Schmertmann [Sch91] a montré que le module oedométrique augmente avec le vieillissement du milieu et la contrainte imposée. L'auteur présente les résultats de tests oedométriques sur un échantillon de 30 pieds d'épaisseur (soit 9,15m) d'un milieu granulaire cohésif, venant d'un sol supportant une centrale électrique, ayant vieilli jusqu'à 1500 jours. Les données de Schmertmann (figure 7 en particulier) montre que le module passe grossièrement de 30 à 60 bars pour une contrainte effective verticale de 1,0 bars, et de 80 à 130 bars pour une contrainte de 2,8 bars, entre 1 et 300 jours de vieillissement. Ces résultats correspondent à des variations relatives de 38,5% et 50% respectivement pour les contraintes de confinement de 1,0 et 2,8 bars. Comme pour nos essais, il ressortirait donc que l'augmentation de la contrainte imposée lors du fluage entraîne une diminution de la variation relative du module oedométrique, donc de la raideur du milieu.

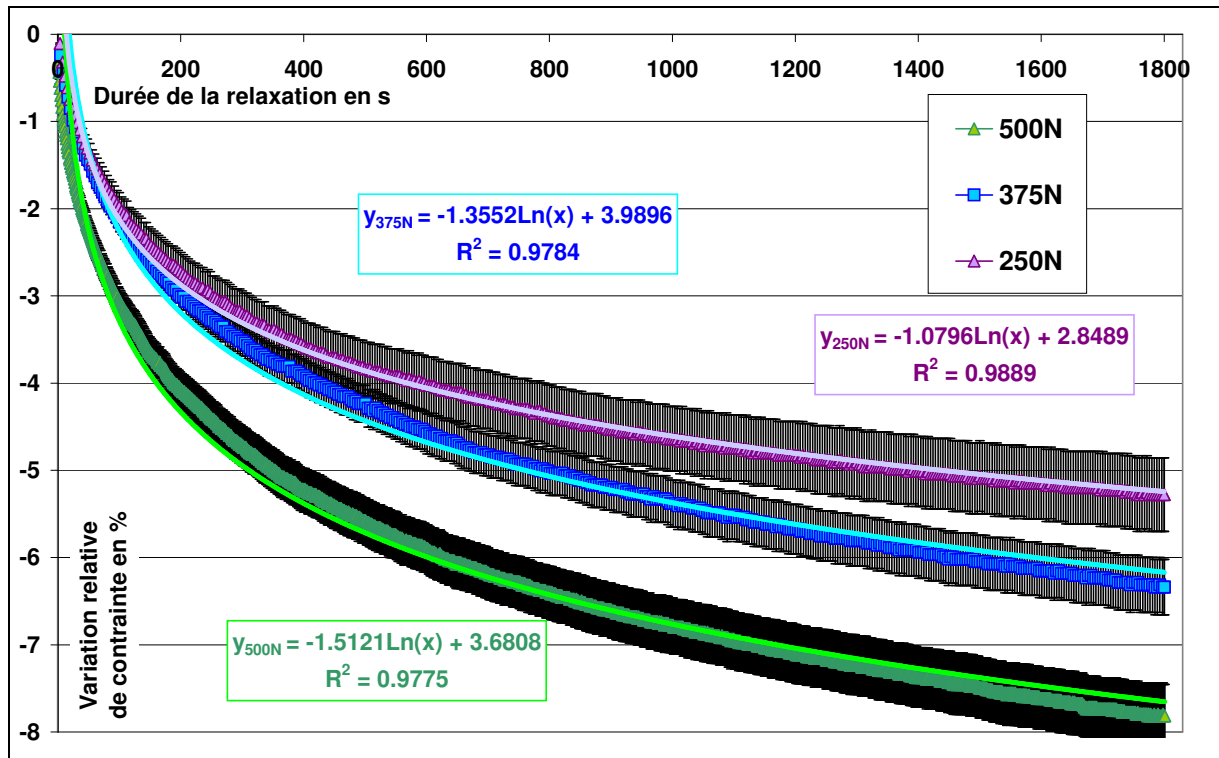


Figure III.3.2_1 : Diminution relative de la contrainte pour des essais de relaxation de 30 min sur billes de verre très usées (2000 cycles) après une charge à 0,09mm/min jusqu'à 500N (vert), 375N (bleu) ou 250N (violet)

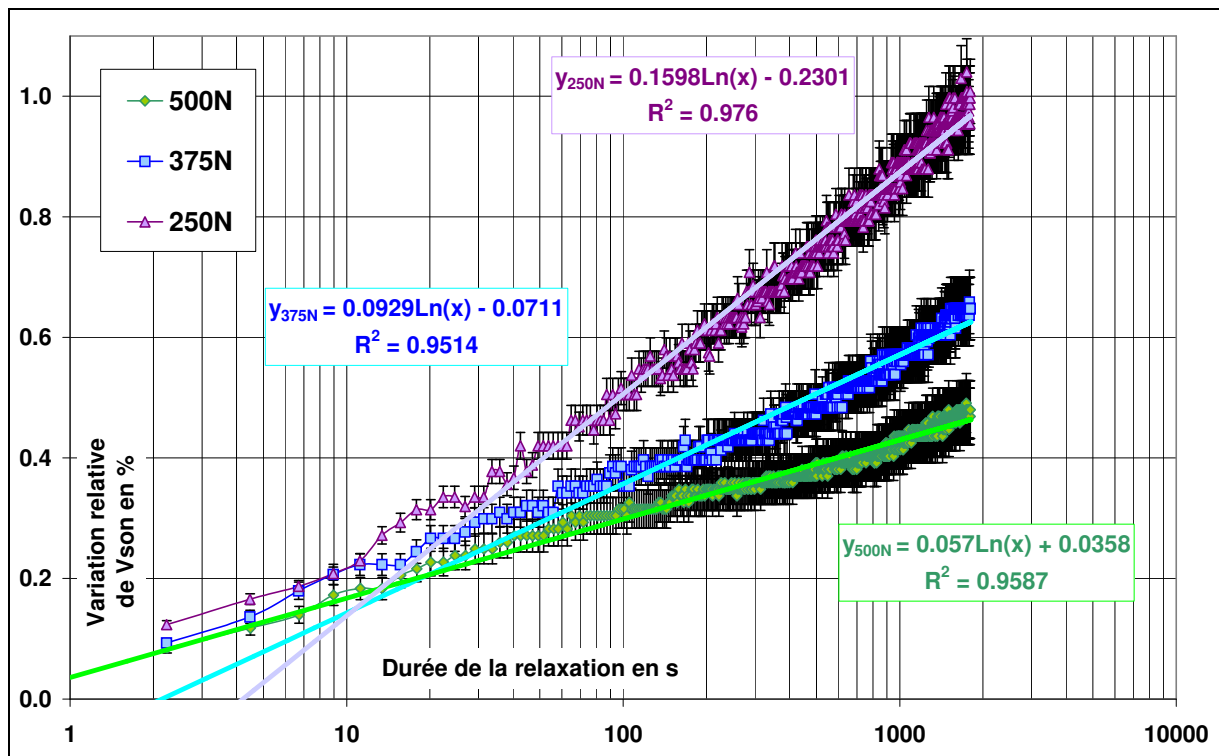


Figure III.3.2_2 : Variation relative de la vitesse du son pour des essais de relaxation de 30 minutes sur billes de verre très usées (2000 cycles) après une charge à 0,09mm/min jusqu'à 500N (vert), 375N (bleu) ou 250N (violet)

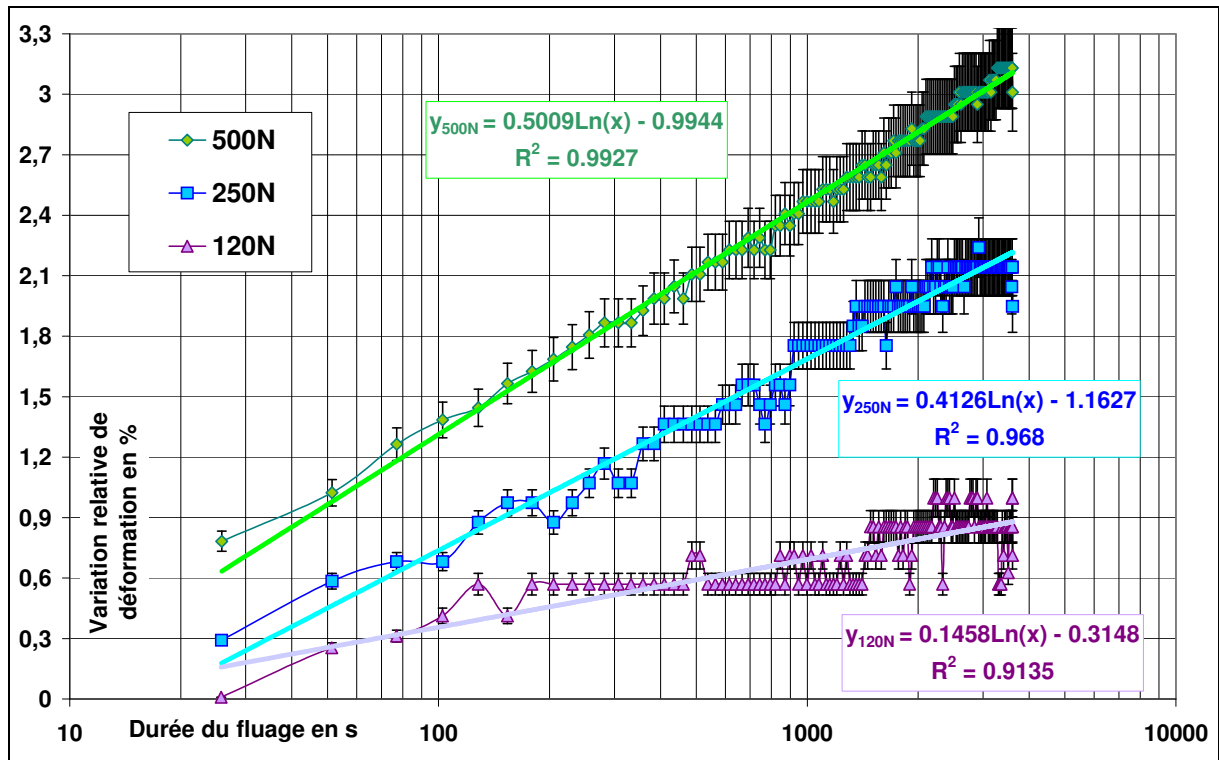


Figure III.3.2_3 : Variation relative de la déformation pour des essais de fluage de 1h sur billes de verre très usées (2000 cycles) après une charge à 0,09mm/min et à des contraintes de confinement correspondant à des forces de 500N (vert), 375N (bleu) ou 250N (violet)

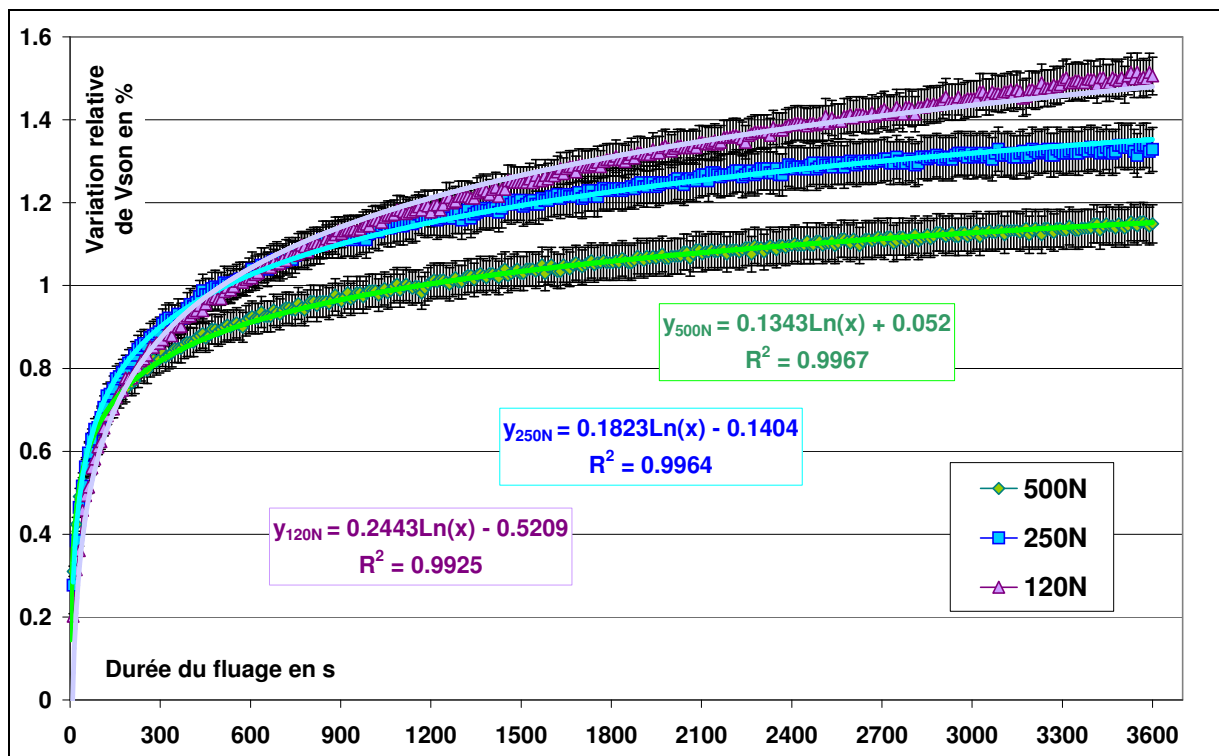


Figure III.3.2_4 : Variation relative de la vitesse du son pour des essais de fluage de 1h sur billes de verre très usées (2000 cycles) après une charge à 0,09mm/min et à des contraintes de confinement correspondant à des forces de 500N (vert), 375N (bleu) ou 250N (violet)

III.3.3 Taux de déformation imposé à la charge

L'histoire du milieu est connue comme jouant un rôle important dans le comportement des matériaux granulaires. Ici, la charge effectuée avant le palier considéré a une influence sur l'amplitude de l'évolution des variables. Des essais de fluage et de relaxation ont donc été réalisés après des charges ayant des vitesses différentes (ou taux de déformation), tout étant identique par ailleurs, et comparés deux à deux. Cette étude a été faite en prenant des rapports entre les deux vitesses considérées allant de 2 à 10. Les courbes présentées dans les figures qui suivent donnent des exemples des résultats obtenus. Les tableaux ci-dessous regroupent clairement les valeurs fournies par ces exemples.

Vtest	% σ	A	B	R ²	%V _{son}	A	B	R ²
lente	-5,50	-1,025	2,274	0,997	0,44	0,084	0,181	0,957
rapide	-8,14	-1,198	0,797	0,999	0,79	0,157	-0,421	0,958

Tableau III.3.3_1 : Valeurs atteintes des variations relatives de σ et de V_{son} , à la fin d'essais de relaxation de 30min à partir de 500N après une charge à 0,03 (lent) ou 0,3 mm/min (rapide), sur billes neuves, et coefficients des approximations en $A \cdot \log(t) + B$

Vtest	% ε	A	B	R ²	%V _{son}	A	B	R ²
lente	2,96	0,446	-0,691	0,991	1,30	0,166	-0,066	0,999
rapide	4,03	0,629	-1,236	0,991	1,57	0,196	-0,037	0,998

Tableau III.3.3_2 : Valeurs atteintes des variations relatives de ε et de V_{son} , à la fin d'essais de fluage de 1h à 500N après une charge à 0,03 (lent) ou 0,09 mm/min (rapide) sur billes usées (200 cycles) et coefficients des approximations en $A \cdot \log(t) + B$

Dans les cas de la relaxation et du fluage, les variations relatives de la variable (ε ou σ) et celles de la vitesse de propagation des ondes dans les deux types d'essais, sont plus fortes lors des essais où la charge a été réalisée le plus rapidement. Les pentes des courbes logarithmiques d'approximation sont plus importantes pour les tests les plus rapides.

Kuwano et Jardine [Kuw02] ont observé le même effet de la vitesse de chargement avant le fluage dans leurs essais triaxiaux sur des billes de verre et du sable. Des tests de fluage, en condition drainée sous contrainte isotropique, ont été effectués après des charges pour lesquelles le taux de contrainte imposé était de 1,3 ou 2,0 kPa/min. Les auteurs observent les ratios $\Delta\varepsilon_{creep}/\Delta\varepsilon_{load}$ entre l'incrément de déformation volumique venant de l'étape de chargement $\Delta\varepsilon_{load}$ et l'incrément de déformation développée pendant l'étape de fluage qui suit $\Delta\varepsilon_{creep}$. Ils soulignent que ce rapport dépend du taux de contrainte appliqué pendant la charge : le ratio est plus grand si la charge est plus rapide.

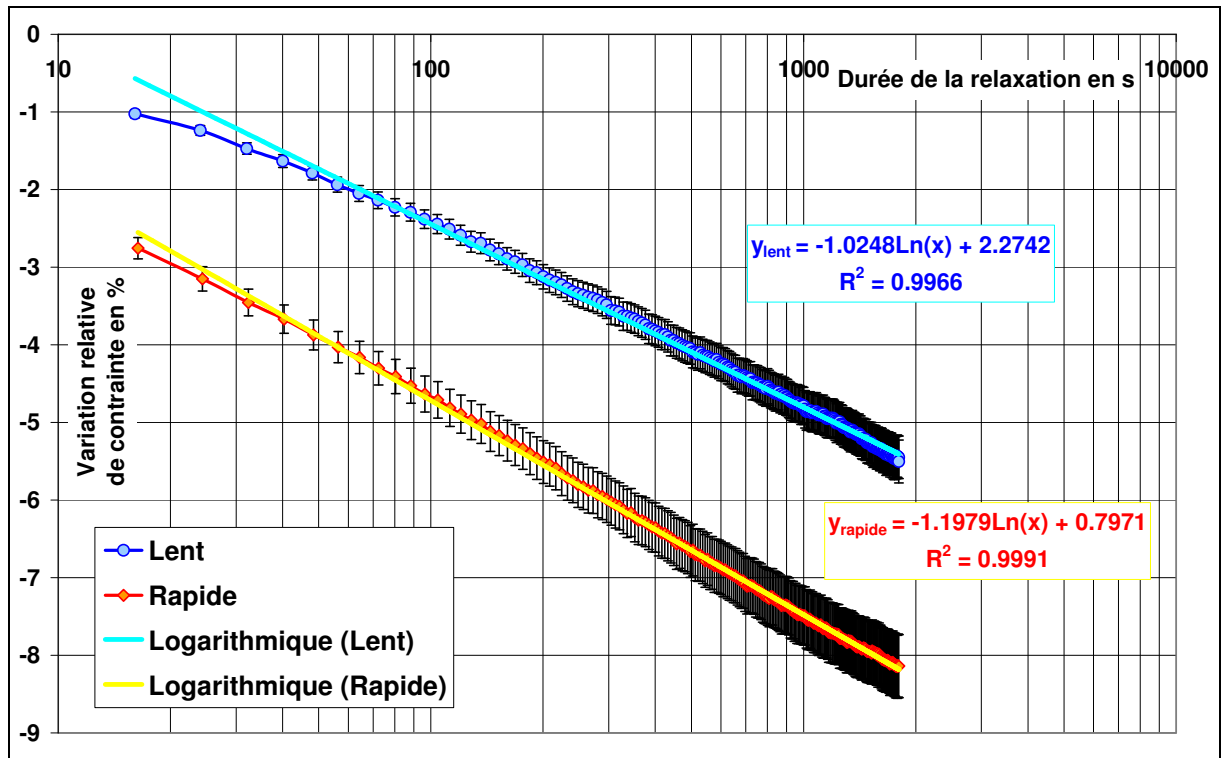


Figure III.3.3_1 : Variation relative de la contrainte pendant un palier de relaxation de 30min à partir de 500N après une charge à 0,03 (bleu) ou 0,3 mm/min (rouge) sur billes neuves

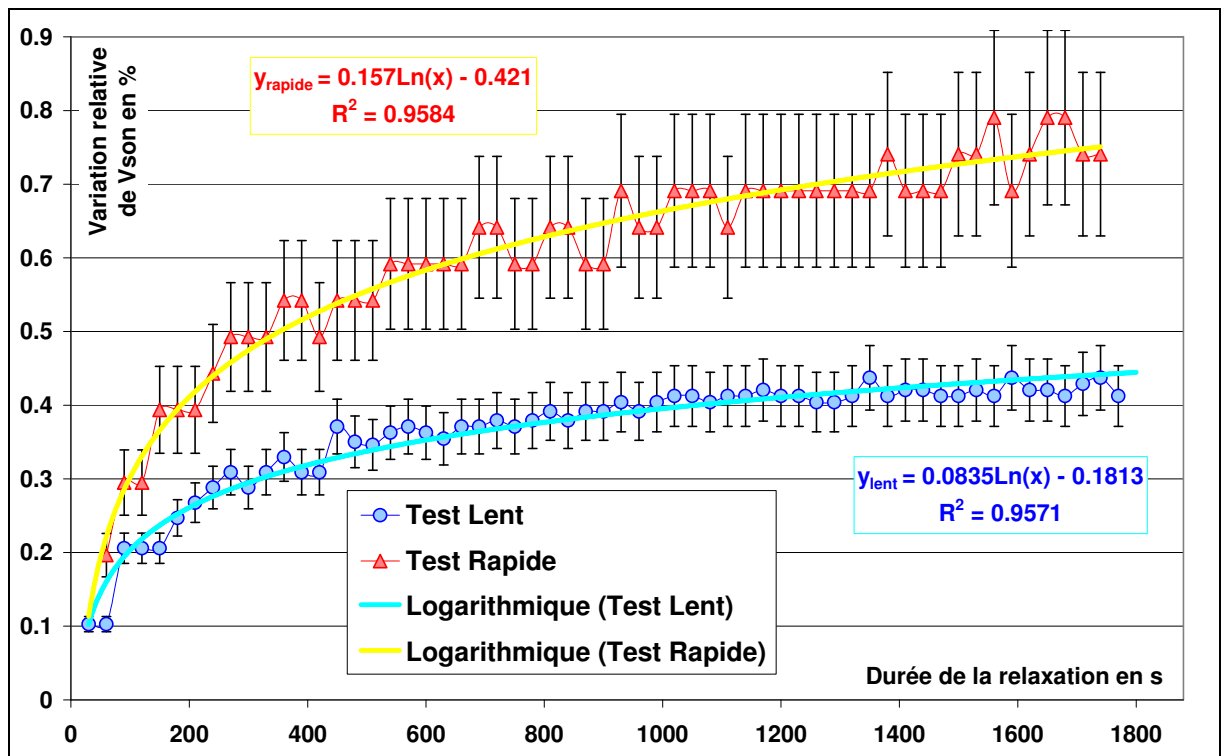


Figure III.3.3_2 : Variation relative de la vitesse du son pendant un palier de relaxation de 30min à partir de 500N après une charge à 0,03 (bleu) ou 0,3 mm/min (rouge) sur billes neuves

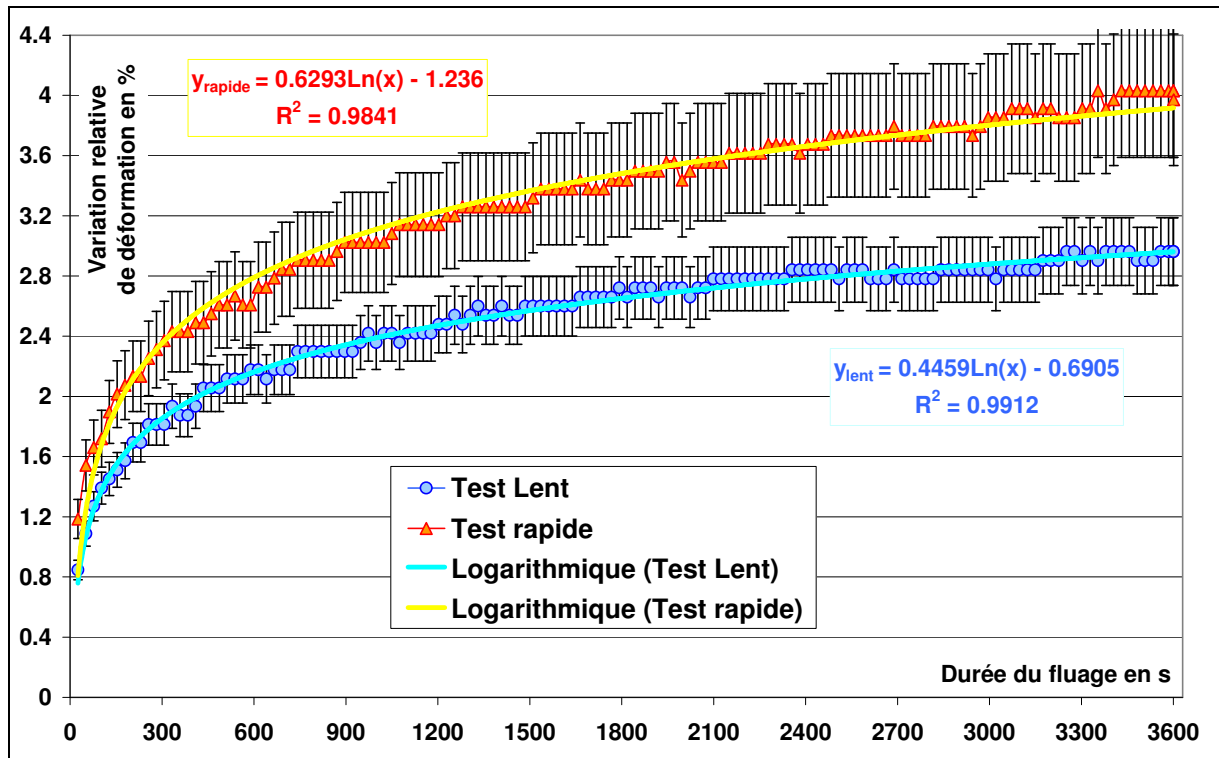


Figure III.3.3_3 : Variation relative de la déformation pendant un palier de fluage de 1h à 500N après une charge à 0,03 (bleu) ou 0,09 mm/min (rouge) sur billes usées (200 cycles)

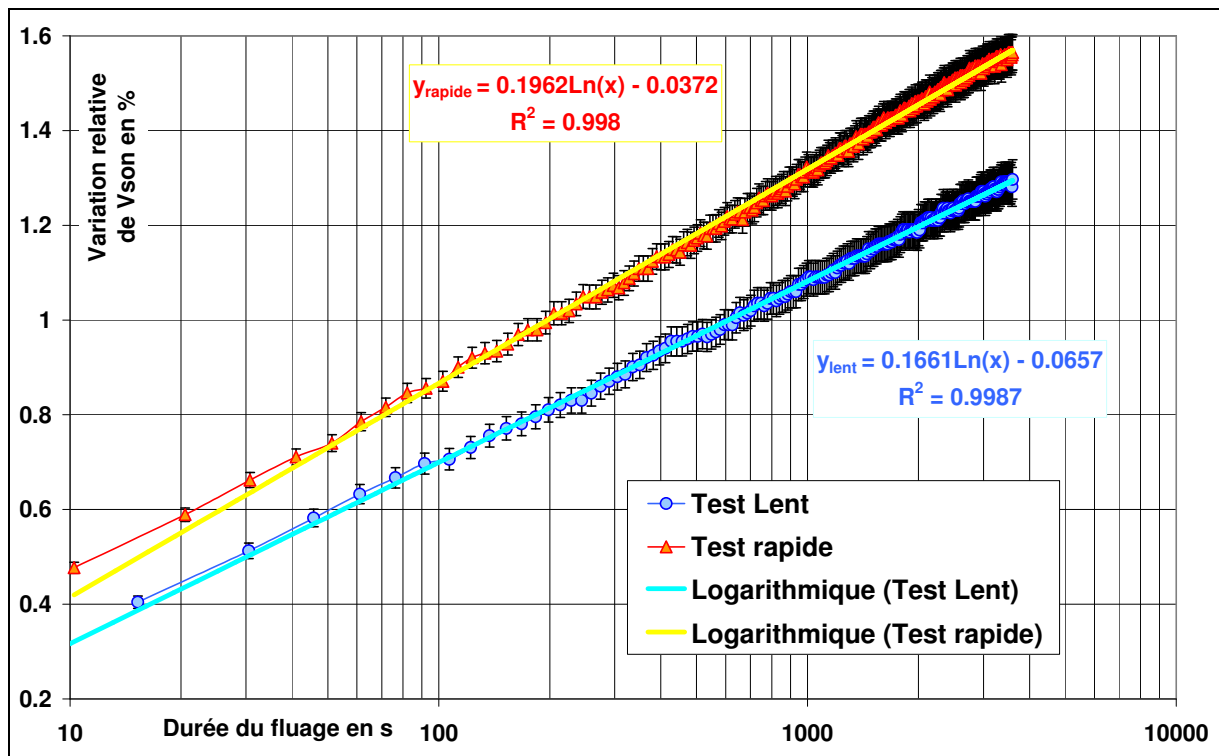


Figure III.3.3_4 : Variation relative de la vitesse du son pendant un palier de fluage de 1h à 500N après une charge à 0,03 (bleu) ou 0,09 mm/min (rouge) sur billes usées (200 cycles)

III.3.4 Etat d'usure des billes utilisées

L'effet de l'état des billes utilisées a également été testé. Nous parlerons de billes neuves pour les billes sortant de la réserve et qui n'ont eu qu'un tamisage rapide entre 300 et 420 μ m. Les billes usées ont au contraire subi en prime un nombre plus ou moins important de cycles de charge-décharge entre 100 et 500N à 0,09mm/min.

Les essais de relaxation, mais aussi ceux de fluage, révèlent que les échantillons de billes les plus neuves, donc ayant les plus d'aspérités vierges, manifestent un vieillissement plus important que les échantillons de billes plus usées, qui doivent être plus lisses car les aspérités ont déjà subi des déformations. En effet, toutes les valeurs des variations relatives (de contrainte, déformation et vitesse des ondes pour les deux types d'essais) sont d'autant plus faibles que les billes sont usées. Notons toutefois que les ondes se propagent plus rapidement en absolu dans le milieu dont les billes sont les plus usées. En outre, les courbes d'approximation logarithmique possèdent des valeurs de coefficient de pente plus grandes pour des billes neuves que pour des billes usées, ainsi qu'une meilleure correspondance avec les données expérimentales, à travers un coefficient de corrélation plus élevé. Ci-dessous, les tableaux III.3.4_1 et III.3.4_2 présentent les résultats des essais des figures affichées par la suite. Un second exemple pour le fluage est donné, pour appuyer le premier.

Etat	% ϵ	A	B	R ²	%V _{son}	A	B	R ²
neuves	-8,73	-1,583	3,174	0,990	0,89	0,11	0,047	0,985
usées 200	-7,48	-1,453	3,505	0,988	0,53	0,068	0,062	0,967
usées 2000	-7,04	-1,327	2,959	0,987	0,40	0,035	0,123	0,896

Tableau III.3.4_1 : Valeurs atteintes des variations relatives de σ et V_{son} , à la fin d'essais de relaxation de 30 min après une charge à 500N à 0,09mm/min sur billes de verre neuves, usées (200 cycles) ou très usées (2000 cycles), et coefficients des approximations en $A.log(t) + B$

Etat	% ϵ	A	B	R ²	%V _{son}	A	B	R ²
usées 200	3,00	0,483	-0,914	0,991	1,34	0,179	-0,114	0,999
usées 2000	2,62	0,369	-0,439	0,964	1,10	0,125	0,090	0,991

Tableau III.3.4_2 : Valeurs atteintes des variations relatives de ϵ et V_{son} , à la fin d'essais de fluage de 1h à 500N après une charge à 0,09mm/min sur billes de verre usées par 200 cycles ou très usées par 2000 cycles, et coefficients des approximations en $A.log(t) + B$

Etat	% ϵ	A	B	R ²	%V _{son}	A	B	R ²
neuves	3,31	0,748	-1,127	0,959	0,98	0,190	-0,125	0,987
usées 2000	2,55	0,539	-0,706	0,943	0,72	0,136	-0,050	0,986

Tableau III.3.4_3 : Valeurs atteintes des variations relatives de ϵ et V_{son} , à la fin d'essais de fluage de 5min à 500N après une charge à 0,09mm/min sur billes de verre neuves ou très usées par 2000 cycles, et coefficients des approximations en $A.log(t) + B$ (compression)

Kuwano et Jardine [Kuw02] ont observé que leur échantillon contenant des billes de verre Ballotini sphériques et lisses présente une déformation de fluage moins importante que l'échantillon de sable de Ham River ayant des grains plus angulaires (voir leur figure 9). Cela suggère que l'angularité et les micro-aspérités du sable conduisent à une réponse moins stable et plus dépendante du temps. Cette observation va dans le même sens que nos essais, puisque les billes de verre présentent des aspérités lorsqu'elles n'ont pas encore été utilisées, alors que les billes usées qui ont déjà subi un certain nombre de cycles de charge /décharge ont moins de rugosités, sont plus lisses.

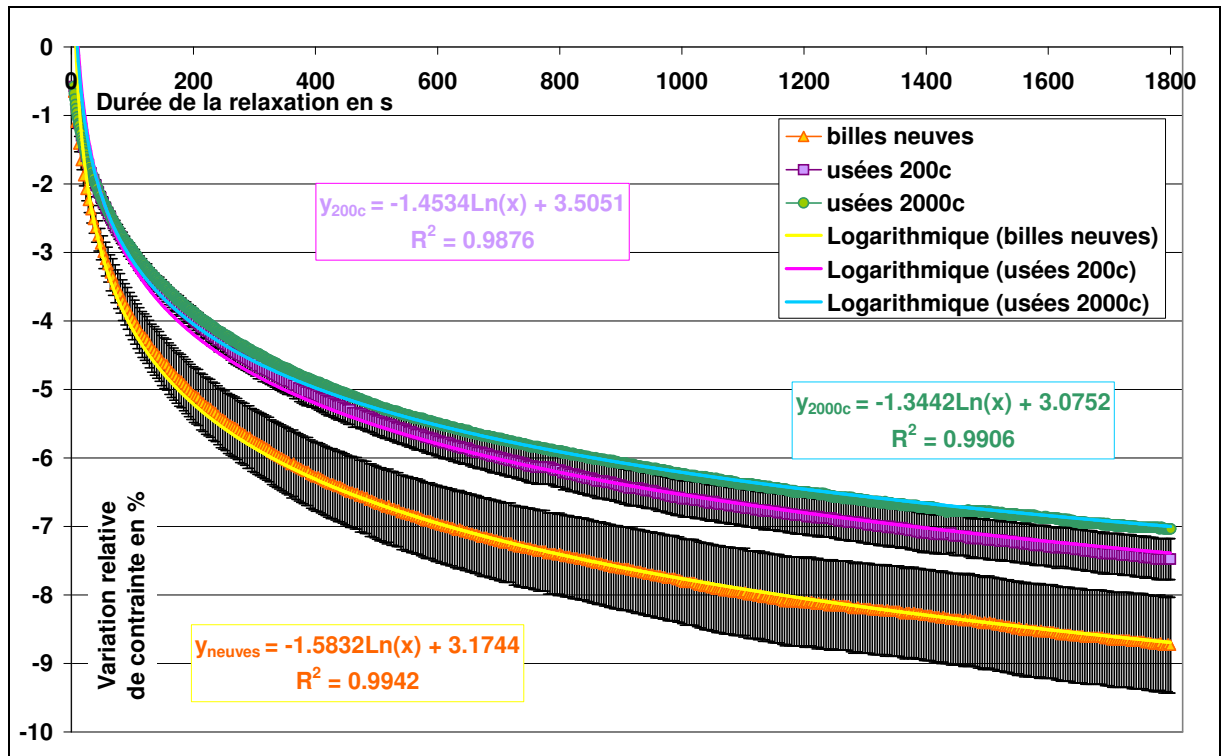


Figure III.3.4_1 : Variation relative de la contrainte pour des essais de relaxation de 30 min après une charge à 0,09mm/min jusqu'à 500N sur billes de verre neuves (orange), usées par 200 cycles (violet) ou très usées par 2000 cycles (vert)

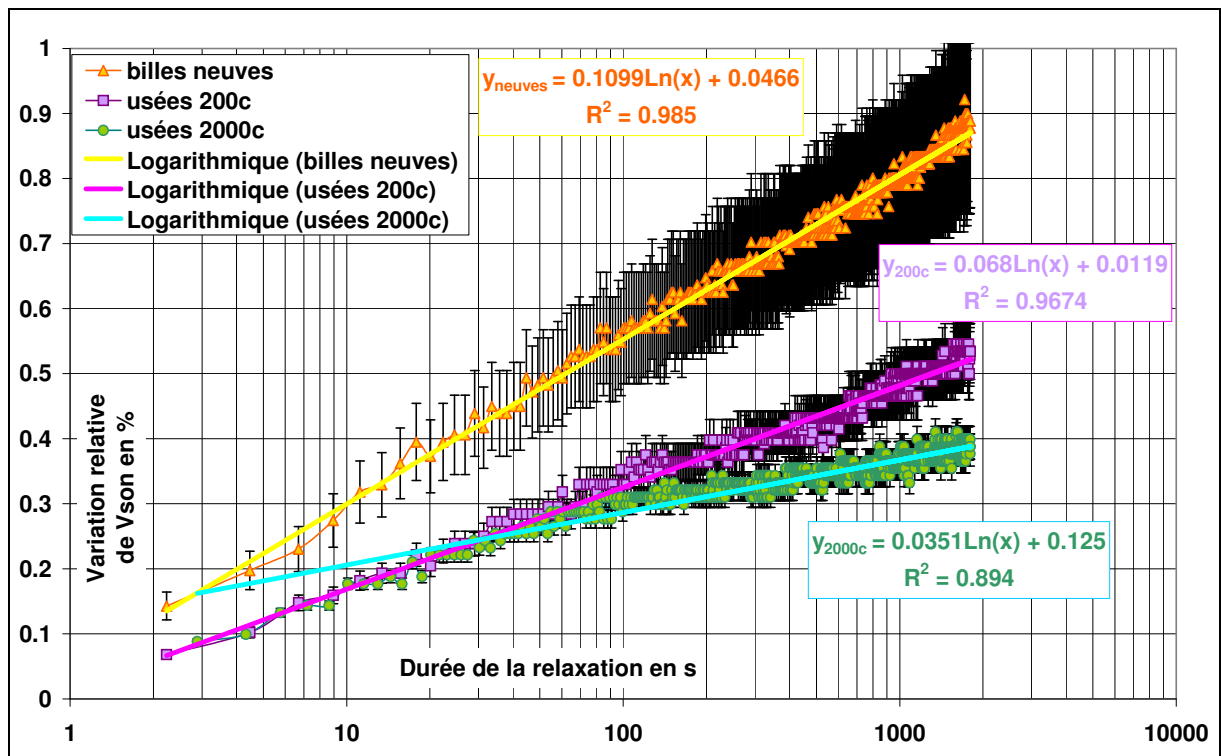


Figure III.3.4_2 : Variation relative de la vitesse du son pour des essais de relaxation de 30 min après une charge à 0,09mm/min jusqu'à 500N sur billes de verre neuves (orange), usées par 200 cycles (violet) ou très usées par 2000 cycles (vert)

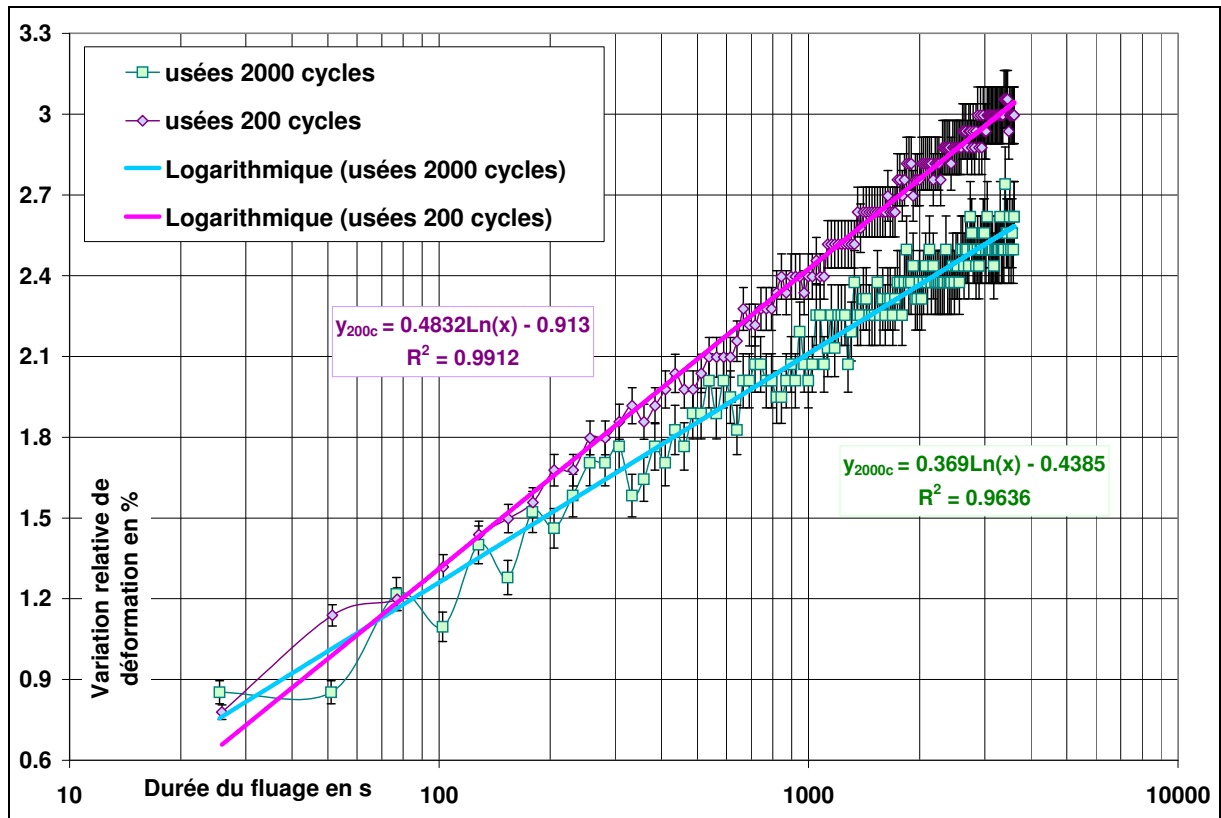


Figure III.3.4_3 : Variation relative de la déformation pour des essais de fluage de 1h après une charge à 0,09mm/min jusqu'à 500N sur billes de verre usées par 200 cycles (violet) ou très usées par 2000 cycles (vert)

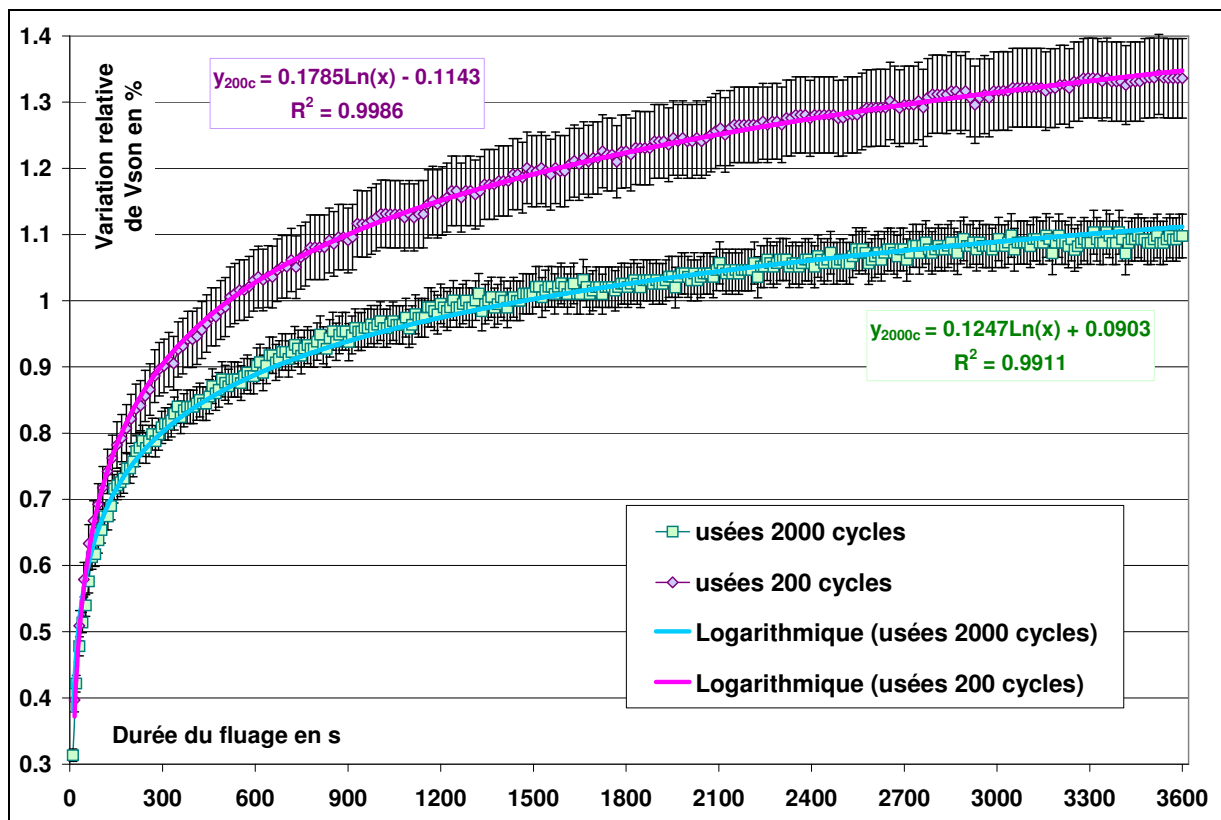


Figure III.3.4_4 : Variation relative de la vitesse du son pour des essais de fluage de 1h après une charge à 0,09mm/min jusqu'à 500N sur billes de verre usées par 200 cycles (violet) ou très usées par 2000 cycles (vert)

III.3.5 Récapitulatif des tendances observées

Les essais de relaxation et ceux de fluage ont été mis en parallèle pour observer l'effet des paramètres de contrôle sur l'évolution de la variable (ϵ ou σ) et de la vitesse de propagation du son dans le milieu. La comparaison de ces essais montre qu'ils présentent des tendances similaires. Bien évidemment le fluage et la relaxation augmentent avec un allongement de la durée d'attente. Mais également les rôles de la vitesse de chargement, de la force au niveau du palier et de l'usure des billes ressortent dans l'évolution du milieu. Ainsi les variations relatives de contrainte pour la relaxation ou de déformation pour le fluage, et celle de la vitesse de propagation des ondes ultrasonores, dans les deux types d'essai, sont d'autant plus fortes que la durée d'attente est longue, et que la charge précédant le palier est rapide. En revanche, ces variations se réduisent avec une usure plus avancée des billes. Un niveau de contrainte plus élevé entraîne une variation relative de contrainte relaxée ou de déformation de fluage plus forte, mais une variation relative de célérité des ondes moins grande.

Le tableau ci-dessous récapitule les tendances observées pour les deux types d'essais puisque ce sont les mêmes. La lecture de ces tableaux se fait de la manière suivante : les variations relatives, considérées positives en prenant leurs valeurs absolues, des variables de la colonne de gauche (soit la variation relative de contrainte notée $\% \sigma$ ou de déformation notée $\% \epsilon$), augmentent ou diminuent selon le sens de la flèche, avec une augmentation du paramètre de contrôle de la première ligne. Ainsi les variations relatives de déformation ou de contrainte augmentent lorsque la durée de test est allongée, le niveau de contrainte est élevé ou la charge est faite plus rapidement, mais l'usure accrue des billes entraîne une diminution des variations relatives de contrainte ou déformation, et de V_{son} .

Paramètre \ Variable	Durée d'attente	Contrainte initiale	Vitesse du test	Usure initiale des billes
$ \% \sigma $ ou $\% \epsilon$				
$\% V_{son}$				

Tableau III.3.5_1 : Tendances observées de l'évolution des variations relatives de contrainte (en norme) ou déformation et vitesse de propagation des ondes ultrasonores avec les paramètres de contrôle

Notons aussi que les approximations des courbes en $A \cdot \log(t) + B$ sont relativement bonnes et que le coefficient de la pente logarithmique A semble globalement suivre les mêmes évolutions que celles présentées dans le tableau précédent. Une exception ressort cependant : l'allongement de la durée du palier d'attente conduit à un coefficient A plus petit pour la courbe d'approximation de la variation relative de V_{son} .

III.4 Discussion et compréhension des mécanismes

III.4.1 Analyse des résultats obtenus

III.4.1.i Origines physiques du vieillissement

Nous avons vu les effets des différents paramètres de contrôle sur le comportement du milieu avec le temps d'attente. Voyons quelles sont les origines possibles de ce comportement, proposées dans la littérature, qui sont appuyées ou réfutées par nos résultats.

D'une part, nos essais étant réalisés sur des empilements secs de billes de verre chimiquement inertes, l'origine du vieillissement du milieu ne peut pas être la création de liaisons chimiques entre les grains, comme proposé par Schmertmann et Solymar [Sch84] ou montré par Joshi [Jos95] dans les sols. D'autre part, nos essais ne semblent pas apporter de preuves de fracturation des grains. Il est vrai que quelques poussières fines peuvent être observées lorsque la cellule contenant l'échantillon est vidée après certains essais, mais nous n'observons pas de grains réellement cassés à la fin de nos tests. Ces résidus sembleraient plutôt provenir de l'arrachement de certaines aspérités des surfaces des billes. La fracturation des particules, obtenue par Leung et al [Leu96] ou McDowell et Khan [McDK03], paraît insuffisante pour expliquer une réaction si importante de notre milieu granulaire lors du fluage ou de la relaxation.

Il semblerait ainsi que les hypothèses d'une origine plus « mécanique », liée à l'assemblée des grains eux-mêmes, correspondent mieux à nos essais. Différents mécanismes s'offrent alors ici, proposés par différents auteurs comme depuis plusieurs années, voire décennies (cf. partie III.1.4). Nous pouvons d'abord exclure les explications liées à l'angularité des grains. En effet, les grains ayant des zones un peu plus plates par endroits auraient tendance à s'orienter de telle sorte que ces parties soient perpendiculaires à la contrainte appliquée, mais aussi les particules se déplaceraient très légèrement sous l'effet d'une contrainte pour que les surfaces des grains se faisant face se correspondent mieux (parties plus plates les unes contre les autres). Nos particules étant des billes de verre sphériques, il ne peut y avoir de mécanismes liés à la forme irrégulière des grains. Il resterait ainsi le réarrangement global des grains dans le milieu du au glissement des grains les uns contre les autres [Mej88], [Sch91], le flambage des chaînes de forces supportant un effort trop important et la création de nouveaux contacts [Kuw02], la redistribution des contraintes dans le réseau de contacts ou le frottement accru et l'imbrication des rugosités des surfaces des grains [Mes90], [Sch91], [Jos95]. Nous pensons que ces différents mécanismes peuvent avoir lieu et que certains sont sans doute liés.

Nos essais montrent que les effets de fluage ou de relaxation sont plus importants sur des billes neuves que sur des billes usées, mais existent bien sur ces deux matériaux granulaires. Cela suggère que les mécanismes de réarrangement macroscopique des grains et d'imbrication des aspérités se produisent tous les deux. Les billes neuves ont des aspérités « fraîches » qui vont être plus proéminentes que celles des billes usées, dont les rugosités ont déjà été en partie écrasées, déformées plastiquement. Nous pouvons ainsi imaginer que le frottement entre billes ainsi que l'imbrication des aspérités seront de phénomènes plus importants sur les billes neuves que sur les billes usées. Au contraire, le glissement des billes est plus facile sur des billes plus lisses, donc les réarrangements locaux des billes devraient avoir lieu dans l'échantillon de manière d'autant plus importante que les billes sont usées. Il nous est difficile d'apporter des preuves de la redistribution possible des contraintes dans le milieu après les flambements des colonnes de billes supportant les efforts. En effet, nos essais sont réalisés dans une cellule oedométrique dont les parois sont fixes ; nous n'avons donc pas accès à la contrainte latérale.

III.4.1.ii Déformation visqueuse des billes

Nous avons vu dans le 2nd chapitre que le milieu présentait un aspect visqueux et nous avons étudié ici le fluage et la relaxation. C'est donc qu'il y a une certaine viscosité de l'empilement de billes de verre. La déformation visqueuse doit avoir lieu sur les billes elles-mêmes, au niveau microscopique des contacts. Il peut paraître surprenant de parler de « viscosité » à température ambiante (20°C), pour des billes qui sont en verre. Le verre est connu classiquement comme étant un matériau visqueux à des températures élevées, proches de sa température de transition vitreuse (de l'ordre de 520-600°C). Cette température, qui est de l'ordre de 1200°C pour la silice pure, peut descendre à 550°C grâce aux additifs dans le cas du verre. Dans le cas de hautes températures (plusieurs centaines de degrés), les caractéristiques viscoélastiques et la structure des verres ont été largement étudiées et sont relativement bien connues ([Dua03] [Duf97]).

L'écoulement de type visqueux du verre à température ambiante a été quant à lui le sujet de nombreuses discussions. Le fait que certains verres de vitraux de cathédrales datant du 12^e siècle sont plus épais en bas qu'en haut a d'abord alimenté la discussion au sujet du fluage du verre solide. E. Zanotto [Zan98] a montré que si le verre pouvait fluer à température ambiante, ce serait sur des temps très longs de l'ordre de 10^{32} années. Les temps impliqués dans ce phénomène ne seraient alors pas concevables à l'échelle du temps humain. Cependant, il semblerait que cette différence d'épaisseur dans les vitraux vienne du processus même de fabrication du verre plutôt que de l'effet du temps. A l'époque, le verre devait être fondu puis aplati entre deux cylindres et à la main [Pas98]. De là viendrait l'inégalité de l'épaisseur sur tout le vitrail. Le fluage discuté par Zanotto n'est du qu'à l'effet de la pesanteur : le verre ne fluierait pas à température ambiante sous l'effet de son propre poids. Notons que nous travaillons ici avec des efforts microscopiques sur des zones de contact qui sont très faibles (quelques dizaines de μm^2 tout au plus ; voir estimation partie I.3.1.iv). Les contraintes atteintes au niveau local peuvent être très importantes, jusqu'à l'ordre du gigapascal. Dans ce cas, le fluage du verre, même à 20°C seulement, est réellement à prendre en compte.

Par ailleurs, différentes expériences ont montré l'existence de la viscosité des verres à température ambiante. D'une part, comme pour les températures élevées [Cse97], [Cse98], des essais d'indentation ont été utilisés à température ambiante. Le Bourhis et Rouxel [LeB03], ainsi que Shang et al. [Sha05], [Sha06], y observent une diminution de la dureté de verres avec la température, mais aussi un effet du temps. Des plaques de verre sodocalcique (de 20mm de diamètre sur 4mm d'épaisseur) ont été recuites pendant 1h à 823 K ($T_g + 10\text{K}$) puis refroidies lentement avant de subir des essais d'indentation à 293 K. Ces essais sont effectués par Shang et al. avec un indenteur en diamant de type Vickers avec un effort $P = 0,2\text{N}$ atteint à $0,03\mu\text{m/s}$. La dureté est calculée par : $H_v = P/2a^2$ où a est la demi-diagonale de l'empreinte laissée. En 1200s, à 20°C, H_v passe de 5,66GPa à 3,15GPa, soit une diminution de 44,3% (figure 4 de [Sha06]). Des échantillons du même type ont subi des essais entre 15s et 10^4s et $\log_{10}(H_v)$ diminue alors de 3,85 à 3,44, ce qui correspond à une variation de 60,5% de la dureté (figure 2 de [Sha05]). D'autre part, Schneider et Wörner ont récemment testé de grandes plaques (1mx0,1mx6mm) de verres recuit ou trempé par des essais de flexion 4 points [Sch07]. Les auteurs ont appliqué 3 charges afin d'atteindre différents niveaux de contrainte en tension sur la face inférieure des plaques et ont mesuré tous les jours la déflexion au centre des plaques après un déchargement temporaire. Celle-ci atteint respectivement 0,58, 0,47 et 0,35mm pour des contraintes de 70, 100 ou 120MPa, pendant la semaine de chargement, puis elle diminue lentement vers $\sim 10\mu\text{m}$ pendant les 101 jours suivants, sans charge.

Les essais rapportés ici prouvent bien que la déformation visqueuse des verres peut avoir lieu à température ambiante, même sur quelques centaines de secondes. Les effets observés dans nos essais de fluage et de relaxation peuvent donc aussi provenir de l'aspect visqueux des billes de verre en contacts dans l'empilement granulaire.

III.4.1.iii Interprétation des résultats expérimentaux

Nous ne commenterons pas l'effet de t_{wait} , car il paraît relativement logique que l'effet de fluage ou de relaxation augmente avec la durée pendant laquelle il peut avoir lieu. Reprenons la comparaison des résultats selon l'état des billes. La variation relative de vitesse du son est plus faible sur billes usées car, à la fois la vitesse du son elle-même atteint des valeurs plus importantes, et la variation $(V(t) - V_0)$ lors du palier est plus petite que pour les plus neuves. Cette vitesse est liée à la raideur du milieu, elle-même liée à l'aire des contacts entre les grains, comme nous l'avons vu dans le chapitre précédent. C'est donc que l'aire globale des contacts des billes varie moins dans l'échantillon des billes usées. Lorsque les billes sont usées, elles sont plus lisses et déjà écrouies, c'est-à-dire que les cycles de contraintes qu'elles ont subi auparavant ont déformé plastiquement leurs surfaces avec les aspérités, ce qui les a rendus plus raides. Il apparaît donc qu'une déformation des billes neuves est plus facilement réalisable que des billes usées.

Le même type de raisonnement peut être utilisé pour l'effet de la vitesse de chargement, mais en se souvenant des résultats du chapitre II. Nous avons vu que le milieu granulaire présente une certaine viscosité. Une charge lente permet au matériau granulaire d'atteindre un état d'équilibre relatif à chaque instant, alors qu'une charge rapide semble le solliciter de manière plus élastique et ne lui permet pas de développer la part des déformations visqueuses, différées. Manifestement, le chargement lent induit déjà une déformation visqueuse avant l'étape d'attente, que ce soit ensuite en fluage ou en relaxation. Après une charge lente, le milieu a donc moins la possibilité de se déformer davantage et l'évolution de la variable ou de la vitesse du son avec la durée d'attente est alors plus importante sur le test (de relaxation ou fluage) effectué après une charge rapide.

Pour le cas de l'effet de la contrainte, nous remarquons qu'un accroissement de ce paramètre entraîne une augmentation de la variation relative de ε ou σ selon le cas, mais une baisse dans l'évolution de la vitesse du son. Le fait qu'un niveau de contrainte faible entraîne peu de déformation de fluage ou de relaxation de contrainte peut sembler normal, mais une variation relative de V_{son} plus élevée à contrainte basse peut surprendre. Notons d'abord que la propagation des ondes est plus rapide lorsque l'échantillon granulaire est fortement chargé, car le milieu est plus rigide à contrainte forte. A contrainte faible, le réseau des contacts est moins dense et une petite variation de l'aire des contacts sera plus significative qu'à contrainte élevée, où tous les contacts dans le milieu sont déjà fortement sollicités.

III.4.2 Approche logarithmique avec un temps caractéristique

III.4.2.i Evolution logarithmique

Il semblerait que le fait que la déformation de fluage varie de manière proportionnelle au logarithme du temps d'attente soit largement reconnu dans la littérature [Leu96], [Kuw02], [McDK03], [Lii04]. Il ressort que la déformation due au fluage d'un matériau granulaire évolue de la manière suivante, où t_0 est un temps de référence et α dépend du matériau testé :

$$\varepsilon = \alpha \cdot \log\left(1 + \frac{t}{t_0}\right) \quad (\text{III.4.2}_1)$$

De plus, une relation de type logarithmique a aussi été proposée pour l'évolution du module élastique des sols avec le temps. Schmertmann [Sch91], mais également Mesri et al [Mes90], rapportent que le module G_0 de cisaillement en petites déformations d'un sol granulaire augmente avec la durée t du vieillissement pendant la compression secondaire de la manière suivante :

$$G_0(\text{vieilli}) = G_{0\text{EOP}} \cdot [1 + N_G \cdot \log(t)] \quad (\text{III.4.2}_2)$$

Remarquons que le temps t est au moins de plusieurs jours et peut même atteindre quelques années. Le terme N_G établit le taux d'accroissement et $G_{0\text{EOP}}$ est le module mesuré à la fin de la compression primaire. D'après les données réunies par Mesri et al [Mes90] sur différents exemples, le terme N_G pourrait prendre les valeurs suivantes :

- 1 à 3 %, valeurs obtenues à travers 6 essais sur les sables,
- 3 à 6 %, avec 5 essais sur les boues,
- 6 à 19 %, grâce à 11 essais sur les argiles.

Par ailleurs, il existe de nombreux travaux sur le frottement entre des interfaces à contacts multiples (MCI) entre solides. Ces études ont mis en évidence l'évolution de l'aire réelle des contacts entre les surfaces frottantes, à travers le fluage des aspérités, et ont fait ressortir des relations de proportionnalité avec le logarithme du temps. Parmi les plus importants, Baumberger [Bau97] et al. [Bau05], Berthoud et al. [Ber98], [Ber99a], Bureau et al. [Bur01], [Bur02] ont réalisé des études avec des systèmes de patin glissant, avec un certain frottement, sur une piste (figure III.4.2.i_1). Afin de tester différents coefficients de frottement, diverses surfaces rugueuses ont été utilisées, en particulier des matériaux polymères comme le polyméthylmétacrylate ou le polystyrène. Une force normale W est appliquée sur l'interface multicontact entre la piste et le patin, grâce à la masse de celui-ci et un poids mort qui peut être ajouté, posé par dessus. Le patin est guidé sur la piste à la vitesse de translation $V = \dot{x}(t)$, par l'intermédiaire d'un ressort dynamométrique de raideur K , dont l'élongation fournit une mesure directe de la force agissant pour mettre en mouvement le patin. Les ordres de grandeur sont de 10^{-2} à 10^2 $\mu\text{m/s}$ pour V , 10^2 à 10^6 N/m pour K et de 4 à 40 N pour W [Bau97].

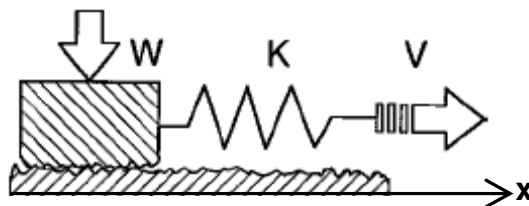


Figure III.4.2.i_1 : Schématisation du système utilisé pour le frottement solide-solide [Ber99a]

D'après ces études, le coefficient de frottement statique μ_s augmente de façon quasi-logarithmique avec le temps de contact statique t_s , lorsqu'il n'y a pas de mouvement du patin par rapport à la piste :

$$\mu_s = \mu_{s0} + \beta_s \cdot \log(t_s) \quad (\text{III.4.2}_3)$$

μ_{s0} est le coefficient statique de frottement au début de l'arrêt du glissement du patin, et β_s est une pente logarithmique positive de l'ordre de 10^{-2} , indépendante du choix de l'unité de temps (contrairement à μ_{s0}). Les microcontacts subissent de la déformation de fluage sous charge normale constante, qui entraîne une rigidification de l'interface avec l'augmentation de son âge. Le vieillissement de l'interface est interrompu lorsque le mouvement de glissement débute. Lors du mouvement du patin, la population des microcontacts entre solides est renouvelée après un glissement sur une longueur « mémoire » D_0 . Les différents auteurs cités plus haut utilisent alors un modèle de Rice-Ruina [Ric83], dans lequel le coefficient de frottement dynamique μ_d obtenu lors du glissement du patin dépend de la vitesse instantanée de glissement \dot{x} et d'une variable d'état $\Theta(t)$:

$$\mu_d(\theta, \dot{x}) = \mu_d(V_0) + A \ln\left(\frac{\dot{x}}{V_0}\right) + B \ln\left(\frac{\theta V_0}{D_0}\right) \quad (\text{III.4.2}_4)$$

A et B étant des constantes de l'ordre de 10^{-2} , et V_0 et D_0 étant une vitesse et une distance caractéristiques. $\Theta(t)$ est la variable d'état, qui correspond à l'âge phénoménologique des contacts, et définie comme suit, avec t_0 correspondant à la naissance des contacts, à l'instant où le solide posé sur la piste:

$$\theta(t) = \int_{t_0}^t \exp\left[-\frac{x(t) - x(t_i)}{D_0}\right] dt_i \quad (\text{III.4.2}_5)$$

Ainsi l'évolution du milieu granulaire dépend du temps pendant lequel il a pu vieillir.

Par ailleurs, la déformation plastique ε lors du chargement uniaxial se fait à volume constant de telle sorte que :

$$\varepsilon = \frac{a^2 - a_0^2}{a_0^2} \quad (\text{III.4.2}_6) \quad \text{d'où} \quad \dot{\varepsilon} = \frac{1}{a_0^2} \cdot \frac{d(a^2)}{dt} \quad (\text{III.4.2}_7)$$

et la contrainte locale au niveau du contact écrasé par une force normale f est :

$$\sigma = \frac{f}{\pi a^2} = \frac{f}{\pi a_0^2 (1 + \varepsilon)} \approx (1 - \varepsilon) \frac{f}{\pi a_0^2} \quad (\text{III.4.2}_8)$$

L'aire de contact de rayon a entre des aspérités sous charge varie avec la durée du contact t :

$$a^2 = a_0^2 \left(1 + m \ln\left(1 + \frac{t}{\tau}\right)\right) \quad (\text{III.4.2}_9)$$

Le paramètre a_0^2 correspond à l'aire au début du fluage (à $t = 0$, pour σ_0). Le paramètre adimensionné m est la sensibilité au taux de déformation, et τ est un temps de coupure dépendant des caractéristiques du matériau. Comme l'interface entre les solides frottants est un ensemble de contacts entre les aspérités, qui varient de manière identique, l'évolution de l'aire totale du contact entre les solides (moyenne sur l'interface) est ainsi du même type que celle donnée par la relation (III.4.2_9).

Ces mêmes relations ont été employées par Berthoud et al. [Ber99b] pour leurs essais de fluage par indentation sur des polymères vitreux (PMMA et PS), à température ambiante de 25°C. Le poinçon sphérique de rayon R utilisé pour l'indentation fait contact avec le polymère testé sur une surface circulaire ayant un rayon a , qui évolue avec la durée t du contact et vérifie la relation (III.4.2_9). Berthoud et al. relie cette aire à la pénétration δ de l'indenteur dans le matériau par $a^2 = gR\delta$ où g est une constante entre 1 (cas totalement élastique) et 2 (cas purement plastique) selon le régime atteint à la fin de la phase de charge et qui reste constant pendant la phase de fluage. La pénétration liée au fluage après une durée t d'attente à partir d'un état initial δ_0 est alors :

$$\frac{\delta(t) - \delta_0}{\delta_0} = m \ln\left(1 + \frac{t}{\tau}\right) \quad (\text{III.4.2}_{10})$$

L'aire et l'écrasement au niveau des contacts sont liés et, de plus, la raideur du milieu est proportionnelle à l'aire des contacts. Une loi du type $M = M_0(1 + m \cdot \ln(1 + t/\tau))$ a été utilisée pour approcher les courbes du module élastique ($M = \rho \cdot V_{\text{son}}^2$), et les variations relatives de déformation ont été approchées par $\alpha \cdot \ln(1 + t/\tau)$, comme la relation (III.4.2_10). Nous avons fait de même avec la variation relative de contrainte lors de la relaxation.

III.4.2.ii Frottement dynamique de Brechet et Estrin

Les auteurs cités précédemment utilisent un modèle proposé par Bréchet et Estrin [Bré94], de frottement dépendant du temps pour des matériaux ductiles, qu'il semble intéressant de rappeler. Ce modèle de contact (ou jonction) entre des aspérités, pour un matériau qui est sensible au taux de déformation imposé, permet de trouver la dépendance du coefficient de frottement statique avec le temps. Le concept de vieillissement des aspérités peut être relié aux propriétés de fluage du matériau, pour les métaux en particulier. Ce modèle part de la déformation plastique des aspérités. Si une force normale F est appliquée, les aspérités en contacts se déforment plastiquement immédiatement et continuent de se déformer jusqu'à ce que la contrainte supportée par chaque jonction soit redescendue sous la limite d'écoulement plastique σ_c . Cette structure avec des aspérités en contact, instantanément plastiques, est considérée comme l'état initial. Bréchet et Estrin [Bré94] ont considéré des aspérités sous forme de colonnes dont les extrémités sont des surfaces plates ; sont alors définies « h » la hauteur moyenne des aspérités et la dimension de l'aire moyenne des contacts des paires d'aspérités est notée « a », « L » est la distance moyenne entre deux jonctions successives (figure III.4.2.ii_1). L'indice 0 correspond à l'état initial, les paramètres varient en fonction du temps t .

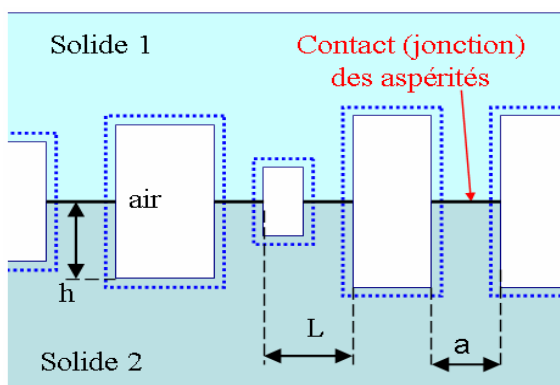


Figure III.4.2.ii_1 : Schématisation du contact entre les aspérités entre deux solides [Bré94]

Le nombre des paires d'aspérités en contact initialement est :
$$N = \frac{F}{a_0^2 \cdot \sigma_c} \quad (\text{III.4.2}_{11})$$

Le modèle de Bréchet et Estrin est basé sur une loi de fluage de type loi d'Arrhenius.

La relation entre le taux de déformation de fluage $\dot{\varepsilon}$ et la contrainte appliquée σ lors d'un test uniaxial est :

$$\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}_0 \cdot \exp\left(\frac{\sigma}{\Sigma}\right) \quad (\text{III.4.2}_{12})$$

où Σ et $\dot{\varepsilon}_0$ sont des paramètres qui dépendent du matériau utilisé et de la température.

Le taux de variation de la hauteur des aspérités avec le temps est :

$$\frac{\dot{h}}{h} \approx \frac{\dot{h}}{h_0} = -\dot{\varepsilon} = -\dot{\varepsilon}_0 \cdot \exp\left(\frac{\sigma}{\Sigma}\right) \quad (\text{III.4.2}_{13})$$

La constance du volume lors de la déformation plastique donne $a^2(t)h(t) = a_0^2h_0$ (III.4.2_14)
 Comme le nombre des aspérités en contact est supposé constant, la charge supportée par chaque aspérité est également constant et la contrainte de compression sur une aspérité de hauteur courante $h(t)$ est

$$\sigma(t) = \frac{h(t)}{h_0} \sigma_c \quad (\text{III.4.2}_15)$$

La combinaison des équations (3) et (5) donne l'équation sur h suivante :

$$\frac{dh}{dt} = -\dot{\varepsilon}_0 h(t) \cdot \exp\left[\left(\frac{h(t)}{h_0}\right)\left(\frac{\sigma_c}{\Sigma}\right)\right] \quad (\text{III.4.2}_16)$$

Cette équation peut être intégrée pour donner la valeur de $h(t)$:

$$h(t) = h_0 \left[1 - \frac{\Sigma}{\sigma_c} \ln\left(1 + (\dot{\varepsilon}_0 t) \frac{\Sigma}{\sigma_c} \exp\frac{\Sigma}{\sigma_c}\right) \right] \quad (\text{III.4.2}_17)$$

La force tangentielle T nécessaire à la séparation instantanée de l'ensemble des contacts à cause du cisaillement (ce qui arrive lorsque la contrainte de cisaillement appliquée sur chaque jonction entre aspérités atteint une valeur critique de $\sigma_c/2$) est

$$T = Na^2 \frac{\sigma_c}{2} = Na_0^2 \left(\frac{\sigma_c}{2}\right) \left(\frac{h_0}{h(t)}\right) \quad (\text{III.4.2}_18)$$

La relation entre T , identifiée à la force de frottement statique, et F force normale est obtenue par les équations (III.4.2_11) et (III.4.2_18) par :

$$T = \frac{1}{2} \left(\frac{h_0}{h(t)}\right) F \quad (\text{III.4.2}_19)$$

Bréchet et Estrin [Bré94] ont ainsi démontré la loi d'Amonton (ou de Coulomb) avec un coefficient de frottement statique $\mu^* = h_0/2h(t)$ qui dépend du temps d'attente t . En posant le coefficient de frottement statique instantané $\mu_0 = 1/2$, la dépendance de μ^* avec le temps est :

$$\mu^*(t) = \mu_0 \left[1 + \frac{\Sigma}{\sigma_c} \ln\left(1 + (\dot{\varepsilon}_0 t) \frac{\Sigma}{\sigma_c} \exp\frac{\Sigma}{\sigma_c}\right) \right] \quad (\text{III.4.2}_20)$$

Cette formule est à l'origine des approches proposées par d'autres auteurs comme Berthoud ou Baumberger cités précédemment. La relation (III.4.2_17) nous intéresse particulièrement. Remarquons que, dans le cas du frottement entre deux solides, l'interface « multi-contact » est assuré par les aspérités des matériaux ; les contacts multiples au sein du matériau granulaire viennent directement des contacts entre les différentes billes constituant ce milieu divisé. Les aspérités des billes correspondent au problème du second ordre.

III.4.2.iii Confrontation avec les données mécaniques

Comme nous travaillons sur la variation relative de nos variables (et la déformation est directement proportionnelle à la hauteur de l'échantillon à une constante près), nous avons testé sur nos résultats l'évolution suivante en fonction du temps :

$$m \cdot \ln\left(1 + \frac{t}{\tau}\right) \quad (\text{III.4.2}_21)$$

Nous avons déjà remarqué qu'une approche de type logarithmique semblait plutôt bien adaptée aux résultats expérimentaux, mais les modèles proposés ici font ressortir un temps spécifique τ dans cette loi logarithmique, alors qu'un simple $\log(t)$ implique une infinité de temps caractéristiques pour le système, ce qui correspond à aucun temps unique. De plus, la littérature propose surtout des études sur le fluage, mais comme nous avons mis en évidence une certaine ressemblance entre les phénomènes de fluage et de relaxation, nous avons testé ces relations sur les deux types d'essais.

Nous avons ainsi approché toutes les courbes, de variations relatives de contraintes relaxées ou de déformations de fluages en fonction du temps, par des courbes $\alpha \cdot \log(1+t/\tau)$ avec deux paramètres ajustables : la pente logarithmique α (n %/s), qui correspond à la sensibilité aux taux de déformation, et le temps caractéristique τ (qui sera toujours donné en secondes). Nous présentons ici les résultats obtenus, en particulier ceux qui correspondent aux courbes des graphiques des parties III.3.1 à 4. Les temps caractéristiques sont donnés toujours en secondes et les coefficients α sont en %/s. Nous avons pu observer que les résultats sont cohérents, puisque les valeurs de α sont du même ordre de grandeur que celles des pentes logarithmiques A obtenues lors de notre première approche empirique $A \cdot \log(t) + B$, dans la partie précédente. Les erreurs données sur les valeurs des paramètres sont des erreurs absolues. Les coefficients de corrélation R^2 (calculés par la méthode des moindres carrés) entre les courbes expérimentales et d'approximation sont aussi précisés.

twait	α	erreur α	τ	erreur τ	R^2
5s	-0,652	0,005	0,225	0,005	0,977
10s	-0,726	0,005	0,289	0,006	0,982
30s	-0,728	0,001	0,314	0,002	0,989

Tableau III.4.2.iii_1 : Paramètres d'approximation pour la variation relative de contrainte d'essais de relaxation, de durée t_{wait} , sur billes de verre neuves, après une charge à 500N à 0,9mm/min

a. Pour des essais de relaxation

twait	α	erreur α	τ	erreur τ	R^2
2min	-0,794	0,034	2,72	0,06	0,996
5min	-1,018	0,029	4,65	0,09	0,996
15min	-1,250	0,024	7,77	0,05	0,998
30min	-1,327	0,012	9,30	0,02	0,999

b. Pour des essais de fluage

twait	α	erreur α	τ	erreur τ	R^2
2min	0,380	0,020	2,42	0,44	0,989
5min	0,419	0,010	3,68	0,32	0,992
15min	0,476	0,009	7,58	0,58	0,997
30min	0,528	0,005	8,47	0,40	0,998

Tableaux III.4.2.iii_2 : Paramètres d'approximation pour la variation relative de ϵ ou σ , d'essais de fluage ou relaxation, de durée t_{wait} , sur billes très usées (2000 cycles), après une charge à 500N à 0,09mm/min

Force initiale	α	erreur α	τ	erreur τ	R^2
500N	-1,954	0,008	11,41	0,05	0,999
375N	-1,637	0,003	18,99	0,24	0,999
250N	-1,226	0,002	23,73	0,35	0,999

Tableau III.4.2.iii_3 : Paramètres d'approximation pour la variation relative de contrainte, d'essais relaxation de 30 min sur billes de verre très usées (2000 cycles), après une charge à 0,09mm/min jusqu'à différentes valeurs des forces initiales du palier

Force F	α	erreur α	τ	erreur τ	R^2
500N	0,516	0,004	7,28	0,32	0,999
250N	0,439	0,008	16,75	1,73	0,999
120N	0,149	0,011	22,74	3,62	0,999

Tableau III.4.2.iii_4 : Paramètres d'approximation pour la variation relative de déformation, d'essais de fluage de 1h, sur billes de verre très usées (2000 cycles), après une charge à 0,09mm/min jusqu'à différentes valeurs de contraintes de confinement correspondant à des forces F

Vtest	α	erreur α	τ	erreur τ	R ²
Lent	-1,084	0,002	12,00	0,11	0,999
Rapide	-1,207	0,002	2,04	0,02	0,999

Tableau III.4.2.iii_5 : Paramètres d'approximation pour la variation relative de contrainte, de relaxations de 30min à partir de 500N après une charge à 0,03 (lent) ou 0,3 mm/min (rapide), sur billes neuves

Vtest	α	erreur α	τ	erreur τ	R ²
Lent	0,453	0,004	5,17	0,25	0,992
Rapide	0,651	0,007	8,60	0,48	0,988

Tableau III.4.2.iii_6 : Paramètres d'approximation pour la variation relative de déformation, de fluages de 1h à 500N après une charge à 0,03 (lent) ou 0,09 mm/min (rapide) sur billes usées (200 cycles)

Etat	α	erreur α	τ	erreur τ	R ²
neuves	-1,700	0,002	17,39	0,06	0,999
usées 200	-1,649	0,002	15,87	0,12	0,998
usées 2000	-1,417	0,006	9,16	0,17	0,997

Tableau III.4.2.iii_7 : Paramètres d'approximation α et τ , pour la variation relative de contrainte, de relaxations de 30 min après une charge à 500N à 0,09mm/min sur billes de verre neuves et usées

Etat	α	erreur α	τ	erreur τ	R ²
usées 200	0,495	0,004	7,62	0,34	0,994
usées 2000	0,373	0,007	3,49	0,37	0,971

Tableau III.4.2.iii_8 : Paramètres d'approximation pour la variation relative de déformation, de fluages de 1h à 500N après une charge à 0,09mm/min sur billes de verre usées par 200 ou 2000 cycles

Tout d'abord, il semble que la valeur absolue de la pente logarithmique augmente avec la durée du palier d'attente, ce qui confirme la tendance observée dans la partie III.3.1 (Tableaux III.4.2.iii_1 et 2). Le temps caractéristique obtenu croit également avec l'allongement de la durée de l'essai de fluage ou de relaxation. Berthoud et al. [Ber99b] ont observé une croissance linéaire du temps caractéristique de déformation avec la durée de fluage dans leurs essais d'indentation sur du PMMA, mais pas sur le polystyrène. L'évolution des temps caractéristiques avec t_{wait} ne semble pas linéaire dans nos expériences.

Ensuite, l'effet de la contrainte, appliquée initialement pour la relaxation ou celle de confinement pendant tout le palier de fluage, est le même pour les deux types de test : un accroissement de la pente logarithmique α (déjà remarqué précédemment partie III.3.2) mais un raccourcissement du temps caractéristique τ avec le niveau de contrainte (Tableaux III.4.2.iii_3 et 4).

Puis, nous observons que les pentes logarithmiques deviennent plus importantes lorsque la vitesse de chargement est plus élevée pour les deux types d'essais. Mais si le temps caractéristique présente une augmentation avec l'accroissement de V_{test} pour le fluage, ce temps au contraire diminue pour la relaxation (Tableaux III.D.2_5 et 6). Coste [Cos04] dans ses essais de « stop-and-go » a également obtenu une diminution du temps caractéristique de relaxation avec l'augmentation de sa vitesse de cisaillement (cf. figure 8). Au contraire, Berthoud et al. [Ber99b] remarquent que la sensibilité au taux de déformation α semble indépendante de la vitesse de chargement.

Enfin, une usure plus importante des billes entraîne une diminution à la fois de la pente logarithmique et de la durée caractéristique pour le cas de la relaxation comme pour celui du fluage (Tableaux III.4.2.iii_7 et 8).

III.4.2.iv Confrontation avec les données acoustiques

D'une part, la variation absolue du module élastique, calculé par $M = \rho \cdot V_{\text{son}}^2$, a été approché par $M = M_0(1 + m \cdot \ln(1 + t/\tau))$ (exemple figure III.4.2.iv_1). D'autre part, la variation relative de vitesse du son a été approchée par une courbe $\alpha \cdot \log(1 + t/\tau)$. Les modules normés, qui correspondent au ratio M/M_0 , ont été comparés avec les variations relatives de V_{son} . Les temps caractéristiques τ obtenus par l'approximation de la variation absolue du module élastique ou de la variation relative de V_{son} sont très proches. De plus, le rapport des coefficients α/m est de l'ordre de 50. Dans l'exemple présenté dans les tableaux III.4.2.iv_1, les ratios α/m sont respectivement de 49,57, 49,70 et 49,96 pour les essais sur billes neuves, usées par 200 cycles ou par 2000 cycles préalables. Les valeurs de m sont de l'ordre de quelques 10^{-3} . Nous continuerons donc par la suite de raisonner directement sur la variation relative de la vitesse de propagation des ondes, sans effectuer le calcul du module élastique.

Etat	α	erreur α	τ	erreur τ	R ²
neuves	0,163	5,90E-04	2,811	0,058	0,992
usées 200	0,069	4,70E-04	0,890	0,041	0,967
usées 2000	0,057	4,30E-04	0,561	0,031	0,959

Etat	M_0	erreur M_0	m	erreur m	τ	erreur τ	R ²
neuves	9,87E+08	3,47E+05	3,29E-03	1,00E-05	2,860	0,059	0,992
usées 200	1,04E+09	3,64E+05	1,38E-03	9,48E-06	0,901	0,042	0,967
usées 2000	1,12E+09	3,94E+05	1,15E-03	8,75E-06	0,542	0,030	0,896

Tableaux III.4.2.iv_1 : Paramètres d'approximation α et τ pour la variation relative de V_{son} , et des paramètres M_0 , m et τ pour la variation absolue du module oedométrique, pour des essais de relaxation de 30 min après une charge à 500N à 0,09mm/min sur billes de verre neuves, usées ou très usées

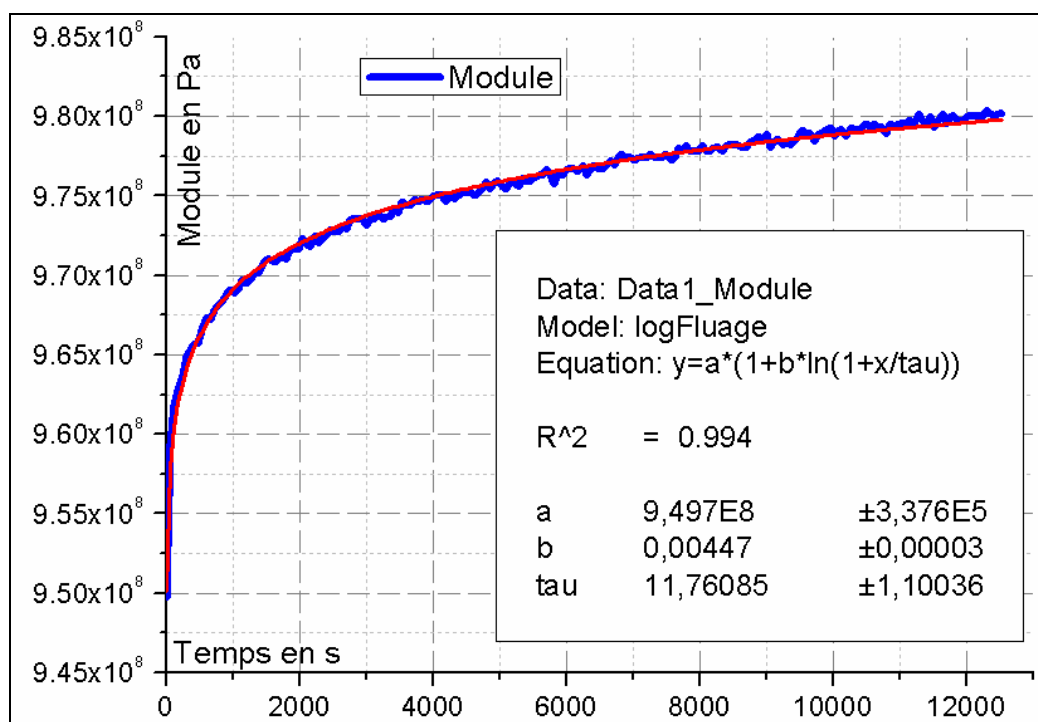


Figure III.4.2.iv_1 : Variation du module d'un essai de fluage de 4h à 500N après une charge à 0,3 mm/min sur billes de verre neuves (courbe bleue) et courbe d'approximation (rouge)

Par ailleurs, comme pour les courbes « mécaniques », les valeurs du coefficient α obtenu ici sont très proches, souvent même identiques, à celle de A, pente logarithmique observée partie III.3. Les tableaux suivants présentent les valeurs des paramètres d'approximation, α et τ , pour la variation relative de V_{son} pour les différents exemples présentés dans les parties III.3.1 à III.3.4. Les erreurs absolues sur les paramètres sont précisées, ainsi que le coefficient de corrélation entre les courbes expérimentale et d'approximation.

a. Pour des essais de relaxation

twait	α	erreur α	τ	erreur τ	R ²
2min	0,064	1,32E-03	0,615	0,059	0,959
5min	0,060	8,60E-04	0,596	0,035	0,970
15min	0,058	4,30E-04	0,581	0,031	0,974
30min	0,057	4,00E-04	0,561	0,031	0,983

b. Pour des essais de fluage

twait	α	erreur α	τ	erreur τ	R ²
2min	0,179	0,003	1,98	0,09	0,996
5min	0,165	0,002	1,82	0,05	0,998
15min	0,157	0,001	1,50	0,03	0,997
30min	0,151	0,001	1,27	0,05	0,999

Tableaux III.4.2. iv_2 : Essais de fluage ou relaxation, de durée t_{wait} , sur billes très usées (2000 cycles), après une charge à 500N à 0,09mm/min

Force initiale	α	erreur α	τ	erreur τ	R ²
500N	0,057	4,30E-04	0,56	0,03	0,975
375N	0,097	8,10E-04	2,72	0,13	0,958
250N	0,170	9,10E-04	5,84	0,15	0,984

Tableau III.4.2. iv_3 : Essais de relaxation de 30 min sur billes de verre très usées (2000 cycles), après une charge à 0,09mm/min jusqu'à différentes valeurs de forces initiale du palier

Force F	α	erreur α	τ	erreur τ	R ²
500N	0,135	4,40E-04	0,69	0,02	0,996
250N	0,184	6,60E-04	2,27	0,05	0,996
120N	0,255	1,02E-03	10,68	0,22	0,996

Tableau III.4.2. iv_4 : Essais de fluage de 1h, sur billes de verre très usées (2000 cycles), après une charge à 0,09mm/min jusqu'à différentes valeurs de contraintes de confinement correspondant à des forces F

Vtest	α	erreur α	τ	erreur τ	R ²
Lent	0,078	0,008	5,55	2,80	0,969
Rapide	0,168	0,006	19,55	2,62	0,962

Tableau III.4.2. iv_5 : Essais de relaxation de 30min à partir de 500N après une charge à 0,03 (lent) ou 0,3 mm/min (rapide), sur billes neuves

Vtest	α	erreur α	τ	erreur τ	R ²
Lent	0,167	3,90E-04	1,55	0,02	0,999
Rapide	0,197	6,40E-04	1,26	0,03	0,998

Tableau III.4.2. iv_6 : Essais de fluage de 1h à 500N après une charge à 0,03 (lent) ou 0,09 mm/min (rapide) sur billes usées

Etat	α	erreur α	τ	erreur τ	R ²
neuves	0,163	5,90E-04	2,811	0,058	0,992
usées 200	0,069	4,70E-04	0,890	0,041	0,967
usées 2000	0,057	4,30E-04	0,561	0,031	0,959

Tableau III.4.2. iv_7 : Essais de relaxation de 30 min après une charge à 500N à 0,09mm/min sur billes de verre neuves, usées par 200 cycles ou très usées par 2000 cycles

Etat	α	erreur α	τ	erreur τ	R ²
usées 200	0,155	5,20E-04	1,04	0,03	0,998
usées 2000	0,135	4,40E-04	0,69	0,02	0,997

Tableau III.4.2. iv_8 : Essais de fluage de 1h à 500N après une charge à 0,09mm/min sur billes de verre usées par 200 cycles ou 2000 cycles

En plus des résultats des tableaux précédents, soulignons que le module initial M_0 est d'autant plus important que la contrainte est forte, et que les billes sont usées ; mais une charge plus rapide entraîne une diminution de la valeur du module. Cela concorde avec les observations données dans le chapitre II, sur l'effet de la contrainte maximale atteinte, du taux de déformation imposé à la charge ou de l'état d'usure des billes. La relaxation et le fluage présentent les mêmes diminutions simultanées du coefficient α et du temps τ pour un accroissement de la durée de test, du niveau de contrainte ou de l'usure des billes. En revanche, la variation de ces paramètres de contrôle peut avoir des conséquences différentes sur la vitesse de chargement. Si l'accélération de la charge amplifie les valeurs de la pente α dans les deux types d'essais, et du temps caractéristique τ de la relaxation, elle provoque un raccourcissement de τ pour la variation relative de vitesse du son lors du fluage.

Notons que l'étendue des valeurs de τ , pour les courbes liées à la vitesse de propagation des ondes, est beaucoup plus large que celle des courbes mécaniques. En effet, ces temps caractéristiques s'étalent ici sur trois décades (de 0,2 à 20 secondes environ) alors qu'ils étaient compris seulement entre 2s et 24s pour les variations relatives de contrainte relaxée et de déformation de fluage. De plus, la dispersion de ces grandeurs est plus importante pour la relaxation que pour le fluage, bien que les exemples présentent des essais de relaxation de 30 minutes et des essais de fluage de 1heure. Cette approximation s'accorde bien avec les résultats expérimentaux en relaxation et en fluage, pour les courbes « mécaniques » comme pour les données « acoustiques ».

III.4.2.v Récapitulatif des résultats et discussion

Les tableaux III.4.2.v_1 qui suivent résument les tendances observées : la flèche indique le sens de variation de la valeur de la pente logarithmique α ou du temps τ avec une hausse du paramètre de contrôle de la 1^{ère} ligne.

variable	paramètre	t_{wait}	$\sigma_{initiale}$	V_{test}	Usure
% σ	$ \alpha $				
	τ				
% V_{son}	α				
	τ				

variable	paramètre	t_{wait}	$\sigma_{confinement}$	V_{test}	Usure
% ϵ	α				
	τ				
% V_{son}	α				
	τ				

Tableaux III.4.2.v_1 : Evolutions, avec les paramètres de contrôle, des coefficients des courbes d'approximation $\alpha \cdot \log(1+t/\tau)$ des variations relatives de contrainte (% σ), déformation (% ϵ) et vitesse du son (% V_{son}) pour les essais de relaxation et de fluage respectivement.

Il ressort des nos résultats que les tendances des variations de α et τ sont les mêmes pour le fluage et la relaxation, sauf dans le cas des temps caractéristiques pour les expériences testant l'effet de la vitesse de chargement. Voyons comment interpréter les évolutions des marques spécifiques de nos courbes d'approximation.

Le temps τ correspond à une durée caractéristique : considérons que ce soit le temps nécessaire pour l'établissement d'une certaine quantité de déformation ou de contrainte relaxée, donc l'obtention d'un état particulier du système - notons le E_S . Pour les essais effectués sur des billes usées, les aspérités sont moins nombreuses que celles des billes neuves, puisqu'elles ont déjà été écrasées, déformées ; cet état spécifique de contrainte dans le milieu va être atteint plus vite, car une partie de la déformation liée aux aspérités a déjà été réalisée lors de la charge avant le test de fluage ou de relaxation. Le même raisonnement peut être appliqué pour l'effet du niveau de contrainte. Lorsque la force appliquée est plus grande, le matériau granulaire étant plus fortement sollicité, il va atteindre l'état spécifique E_S de manière plus rapide qu'à faible contrainte. Donc la diminution des temps caractéristiques avec une contrainte plus forte ou des billes plus usées pourrait être ainsi comprise.

De plus, si nous reprenons la relation (III.4.2_10) utilisée dans la littérature et donnée dans la partie III.4.2.i, le temps caractéristique vérifie :

$$\frac{1}{\tau} = \dot{\epsilon}_0 \cdot \frac{\sigma_0}{S} \cdot \exp\left(\frac{\sigma_0}{S}\right)$$

avec les définitions suivantes : σ_0 la contrainte initiale, $\dot{\epsilon}_0$ le taux de déformation initial lors du fluage et S une constante qui dépend du matériau utilisé.

Il semble que τ doive être d'autant plus faible que le niveau de contrainte σ_0 est élevé, ce que nous vérifions bien à travers nos résultats. Le paramètre S est équivalent à une contrainte et est spécifique au matériau testé. Cette constante doit alors intégrer l'état d'usure de billes. Puisque τ augmente avec S mais diminue avec une usure plus importante, S doit varier de manière inverse à l'usure. D'après Berthoud et al. [Ber99b], S doit être liée à la limite élastique du matériau. Il paraît alors normal que la limite élastique, donc S , des échantillons

de billes usées soit plus faible que pour des billes neuves, car les aspérités semblent jouer un rôle important dans le comportement élastique du matériau. Ainsi ces spéculations nous permettraient de saisir le sens des variations de τ avec le niveau de contrainte et l'usure.

Au contraire, le fait que le temps caractéristique de la variation relative de V_{son} diminue alors que la durée des essais s'allonge reste surprenant. Par ailleurs, l'effet de la vitesse lors du chargement sur τ est étonnant et reste pour l'instant incompris. Ce temps caractéristique devrait diminuer lorsque $\dot{\varepsilon}_0$ est plus rapide. Une étude systématique de cet effet, en utilisant plusieurs taux de déformation lors de la charge, s'étalant sur plusieurs décades si possible, permettrait de confirmer ces tendances et de tracer de manière plus précise l'évolution des valeurs de α et de τ avec ce paramètre.

Enfin, nous avons mis en évidence le fait que les courbes mécaniques et acoustiques présentent des comportements différents, avec des temps caractéristiques qui paraissent dissociés. Cela suggère que plusieurs mécanismes de vieillissement doivent coexister. En effet, on peut supposer que, s'il n'y avait qu'un unique processus pour le vieillissement, les évolutions de la variable ε ou σ et de la vitesse du son, ainsi que les coefficients des courbes d'approximation, seraient corrélés, en particulier leurs temps spécifiques. Cela ne semble pas être le cas ici. Les deux mécanismes, que nous avons évoqués dans la partie III.4.1 de ce chapitre, et qui semblent les plus probables dans notre cas, sont le vieillissement local des contacts qui s'écrasent et le réarrangement plus global des grains dans le volume de l'échantillon.

Finalement, cette approximation $\alpha \cdot \log(1 + t/\tau)$ s'accorde relativement bien avec la grande majorité de nos résultats expérimentaux en relaxation et en fluage, pour les courbes « mécaniques » comme pour les données « acoustiques », tout en gardant seulement deux paramètres ajustables dont les significations physique restent assez claires. Bien que toutes les évolutions de ces éléments ne soient pas encore comprises, cette approche a l'avantage d'être simple et de permettre d'expliquer une bonne partie de nos essais.

III.4.3 Modèle du solide de Zener

III.4.3.i Modèle du solide de Zener

L'approximation de type logarithmique, avec un temps caractéristique $\alpha \cdot \log(1 + t/\tau)$, paraît adaptée aux courbes des essais longs, mais l'observation détaillée de nos données expérimentales montre que cette loi ne correspond pas bien aux essais courts, ou encore aux débuts des essais longs, en particulier sur les courbes mécaniques. Le modèle mécanique phénoménologique de Zener permet d'approcher d'une autre manière nos résultats.

L'évolution, avec le temps d'attente t , de la contrainte au début de la relaxation, et de la déformation au début du fluage, ou sur des essais sur des temps courts, nous rappelle le comportement de matériaux viscoélastiques, décrits par des modèles classiques, comme celui du solide anélastique de Zener. Ce dernier est un modèle phénoménologique plus complet que ceux des solides viscoélastiques de Maxwell ou Kelvin-Voigt, puisqu'il tient compte de la déformation, de la contrainte et de leurs taux respectifs, comme nous l'avons vu dans le premier chapitre :

$$\sigma + \tau_R \cdot \dot{\sigma} = M_r \cdot (\varepsilon + \tau_F \cdot \dot{\varepsilon}) \quad (\text{III.4.3}_1)$$

avec trois constantes indépendantes :

- $\tau_R = a_2/a_1$, temps de relaxation de la contrainte à déformation constante,
- $\tau_F = b_2/b_1$, temps de « relaxation de la déformation » à contrainte constante (= fluage),
- $M_r = b_1/a_1$, ratio contrainte/déformation après relaxation totale du système, défini comme module élastique relaxé.

D'après ce modèle, le fluage et la relaxation donnerait des évolutions en exponentielle décroissante du temps d'attente. Les expressions de la contrainte et de la déformation lors de relaxation ou de fluage exactes sont présentées dans le premier chapitre (I.4.4_23 et I.4.4_24). La variation relative de la contrainte par rapport à la contrainte initiale σ_0 est notée $\% \sigma$. Lors d'un essai de relaxation où la déformation est fixée à ε_0 , la variation relative $\% \sigma$ suit alors la relation suivante :

$$\% \sigma = \frac{\sigma(t) - \sigma_0}{\sigma_0} \cdot 100 = 100 \cdot \left[\frac{M_r \cdot \varepsilon_0}{\sigma_0} - 1 + \left(1 - \frac{M_r \cdot \varepsilon_0}{\sigma_0} \right) e^{-t/\tau_R} \right] \quad (\text{III.4.3}_2)$$

$$\text{soit } \% \sigma = 100 \cdot \left(\frac{M_r \cdot \varepsilon_0}{\sigma_0} - 1 \right) \cdot (1 - e^{-t/\tau_R}) \quad (\text{III.4.3}_3)$$

De même, lors du fluage, la contrainte conserve une valeur constante σ_0 et le taux de contrainte est nul. La déformation de fluage en fonction du temps d'attente t vaut :

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_0}{M_r} + \left(\varepsilon_0 - \frac{\sigma_0}{M_r} \right) e^{-t/\tau_F} \quad (\text{III.4.3}_4)$$

La variation relative de déformation, appelée $\% \varepsilon$, est alors :

$$\% \varepsilon = \frac{\varepsilon(t) - \varepsilon_0}{\varepsilon_0} \cdot 100 = 100 \cdot \left(\frac{\sigma_0}{M_r \cdot \varepsilon_0} - 1 \right) \cdot (1 - e^{-t/\tau_F}) \quad (\text{III.4.3}_5)$$

III.4.3.ii Ecarts observés sur les résultats expérimentaux

Ce modèle de Zener a en réalité été testé en premier pendant mon étude lors de travail. Nous nous sommes aperçu rapidement que cette approche était insuffisante et qu'un logarithme était plus adéquat dès lors que les essais duraient plusieurs minutes. Cependant, l'approximation des courbes avec cette exponentielle étirée correspond assez bien aux essais les plus courts. L'exemple suivant (tableau III.4.3.ii_1) est donné sur des essais de relaxation de 5 à 300s. La contrainte lors de la relaxation a été approchée par une courbe du type :

$$\sigma(t) = y_0 + a \cdot e^{-t/\tau} \quad (\text{III.4.3}_6)$$

Ainsi les coefficients sont liés à ceux de l'équation (III.4.3_2) par :

- $y_0 = M_r \cdot \varepsilon_0$
- $a = \sigma_0 - M_r \cdot \varepsilon_0$
- $\tau = \tau_R$

Le même travail a été fait pour le cas du fluage, en approchant la courbe de déformation en fonction du temps d'attente t également par $\varepsilon(t) = y_0 + a \cdot e^{-t/\tau}$. Avec l'égalité (III.4.3_4) il vient :

- $y_0 = \sigma_0 / M_r$
- $a = \varepsilon_0 - \frac{\sigma_0}{M_r}$
- $\tau = \tau_F$

Nous ne redonnerons pas ici tout le détail des grandeurs y_0 , a et τ comme nous l'avons fait dans la partie précédente pour chaque test, mais un exemple des valeurs prises est donné dans le tableau III.4.3.ii_1. De plus, il faut signaler que les variations de a et τ suivent les mêmes tendances d'évolution avec nos paramètres de contrôle que pour l'approche de type $\alpha \cdot \log(1 + t/\tau)$. Les temps caractéristiques ont cependant des valeurs au moins 10 fois supérieures à celles de l'approximation logarithmique.

twait	y_0	erreur y_0	a	erreur a	τ	erreur τ	R ²
5s	5,96E+05	9,31E+01	1,14E+04	1,01E+02	1,55	3,62E-02	0,993
10s	5,92E+05	1,04E+02	1,23E+04	1,33E+02	2,75	8,29E-02	0,987
30s	5,86E+05	1,10E+02	1,51E+04	1,81E+02	7,61	2,29E-01	0,978
300s	5,75E+05	1,38E+02	1,67E+04	3,18E+02	45,59	1,92E+00	0,939

Tableau III.4.3.ii_1 : Valeurs des paramètres d'approximation y_0 , a et τ , pour la variation absolue de contrainte, d'essais de relaxation de durée t_{wait} sur billes neuves, après une charge à 500N à 0,9 mm/min, et coefficients de corrélation

Comme les valeurs de la déformation ε_0 et de la contrainte peuvent être récupérées dans données expérimentales, le module relaxé M_r est calculable. Les valeurs obtenues pour ce module relaxé dans notre exemple précédent, calculé par y_0/ε_0 , sont de l'ordre de quelques dizaines à une centaine de MPa et diminue avec la durée d'attente t_{wait} . Les valeurs de M_r sont respectivement de 106, 102, 96 et 84 MPa pour les essais de relaxation de 5, 10, 30 et 300s présentés. Une autre possibilité pour évaluer le module relaxé est d'approcher les courbes de variation relative de contrainte ou de déformation par une relation de type $\%x(t) = A \cdot (1 - e^{-t/\tau})$ pour $x = \varepsilon$ ou σ et :

- $A = 100 \cdot \left(\frac{M_r \cdot \varepsilon_0}{\sigma_0} - 1 \right)$ pour les cas de la contrainte relaxée
- $A = 100 \cdot \left(\frac{\sigma_0}{M_r \cdot \varepsilon_0} - 1 \right)$ pour la déformation de fluage.

Les mêmes valeurs sont retrouvées pour les temps caractéristiques, et celles de A sont de l'ordre de 100 fois celles de a . Le sens des variations de A avec les conditions de tests (t_{wait} , σ_{initiale} , V_{test} et usure des billes) sont les mêmes que a , et donc que la pente α de l'approximation logarithmique. Mais il ressort alors que les courbes d'approximation sont encore plus écartées de nos données expérimentales avec une approche à seulement deux paramètres ajustables.

De plus, cette approche en exponentielle étirée n'est pas adaptable aux temps longs sur nos résultats expérimentaux. Le coefficient de corrélation est seulement de l'ordre de 0,94 pour des essais qui ne durent que 5 minutes et, pour des essais plus longs comme ceux de

relaxation de 30 minutes ou ceux de fluage de 1h, sa valeur diminue davantage ; le coefficient de corrélation R^2 descend sous la barre de 0,9. L'écart entre la courbe expérimentale et celle d'approximation s'élargit encore plus avec des durées t_{wait} plus longues. Cela est vrai pour les cas de la relaxation et du fluage.

En outre, un autre problème survient dans l'utilisation de ce modèle. Le module relaxé peut être calculé par deux méthodes. Dans le cas de la relaxation le module peut être obtenu par $\frac{y_0}{\varepsilon_0}$ comme nous l'avons fait, mais aussi $M_r = \frac{\sigma_0 - a}{\varepsilon_0}$; la valeur de σ_0 est à prendre dans nos données pour $t = 0$. Mais deux valeurs différentes sont obtenues. De même, pour la variation relative de contrainte ou de déformation, si la courbe est approchée par $\%x(t) = A.e^{-t/\tau} + B$, il devrait apparaître que $A = B$, d'après les relations (2) et (4). Mais les valeurs de A et B ne sont pas égales lors de l'estimation de la courbe réelle. Si les valeurs de ces deux paramètres sont très proches pour des essais de quelques secondes ou dizaine de secondes, elles peuvent présenter un écart très important dès lors que les essais durent quelques minutes. Le tableau III.4.3.ii_2 donne un exemple de cette observation : les écarts relatifs entre A et B sont respectivement de 8%, 18%, 29% et 44% avec les durées d'essais de fluage de 2, 5, 15 ou 30 minutes.

t_{wait}	y_0	erreur y_0	a	erreur a	τ	erreur τ	R^2
2min	-1.40E-02	4.00E-04	1.28E-02	5.70E-04	28.92	3.43	0.967
5min	-1.75E-02	2.90E-04	1.47E-02	4.50E-04	71.47	5.68	0.938
15min	-2.22E-02	2.50E-04	1.65E-02	3.30E-04	253.25	13.98	0.915
30min	-2.71E-02	1.70E-04	1.73E-02	2.00E-04	564.66	19.62	0.891

Tableau III.4.3.ii_2 : Valeurs des paramètres d'approximation y_0 , a et τ , pour la variation relative de déformation, d'essais de fluage de durée t_{wait} , sur billes usées par 2000 cycles, après une charge à 500N à 0,09mm/min, et coefficients de corrélation

Ainsi, l'approche des données expérimentales a prouvé que cette modélisation seule est insuffisante pour la plupart de nos essais, sauf dans le cas de durée d'attente très courte, grossièrement inférieure à la minute. La première approche en $\alpha.\log(1+t/\tau)$ donnait une bonne concordance avec la grande majorité de nos résultats et pouvait être utilisée sur les données de vitesse du son venant de la méthode acoustique. Ce n'est pas le cas pour ce modèle-ci. En revanche, cette modélisation de Zener n'est pas à exclure complètement puisqu'elle permet une meilleure appréciation des essais les plus courts. Le modèle de Zener étant fait pour un solide viscoélastique, il prend en compte le frottement interne du matériau. L'évolution du milieu granulaire aux temps courts serait donc liée aux frottements au niveau des contacts.

III.4.4 Comportement du milieu en deux temps

D'une part, nous avons vu que l'approximation de type $\alpha \cdot \log(1 + t/\tau)$ correspond bien à nos courbes, d'autant mieux que l'essai considéré est long. Cependant, la corrélation est moins bonne aux temps courts. D'autre part, l'approche, comme pour le solide de Zener, en $A \cdot (1 - e^{-t/\tau})$, est appropriée pour des essais très courts, mais estime mal un comportement sur une durée étendue. De plus, Brujic et al. [Bru05], à travers leurs expériences de relaxation de contrainte effectuées sur des billes de verre, ont montré qu'il existent deux étapes distinctes dont les mécanismes physiques sous-jacents sont différents : d'abord les auteurs observent une évolution rapide qu'ils attribuent uniquement au vieillissement des contacts, puis la variation plus lente et de type logarithmique des propriétés du matériau est expliquée par le réarrangement collectif des grains au sein du milieu granulaire. Les auteurs proposent alors une approximation avec une loi à 4 paramètres ajustables. L'évolution rapide de la contrainte au début de la relaxation observée par Brujic et al. [Bru05] correspondrait à l'approche de type exponentielle avec le temps d'attente t et nous rappelle fortement la relation étudiée auparavant dans le comportement du solide de Zener. Bien que le facteur devant l'exponentiel soit positif pour les expériences de Brujic et al., nos résultats semblent afficher plutôt un préfacteur négatif. Cela s'accorde d'autant mieux avec la modélisation de Zener. En outre, les auteurs montrent une variation logarithmique simple aux temps longs. Pourtant, nous avons vu que la réponse du milieu granulaire, sur de longues durées, lors de la relaxation aussi bien que lors du fluage, est mieux approchée par une courbe de type logarithmique comportant un temps caractéristique. Pour tenir compte des deux parties observées sur les graphiques, tout en conservant l'idée des temps caractéristiques associés à chacune d'elles, la solution adoptée ici pour l'approche des courbes mécaniques a été de superposer les deux premiers modèles présentés. Il y a donc une exponentielle étirée de type Zener suivie d'un logarithme avec un temps caractéristique ce qui donne la relation suivante :

$$\%x(t) = A \cdot (1 - e^{-t/\tau_1}) \pm B \cdot \log(1 + t/\tau_2)$$

(avec un signe - si la variable x vaut σ ou un signe + pour le cas $x = \epsilon$)

Les variations relatives de contrainte ou de déformation en fonction de la durée d'attente t ont ainsi été étudiées à travers cette loi d'approximation à 4 paramètres ajustables.

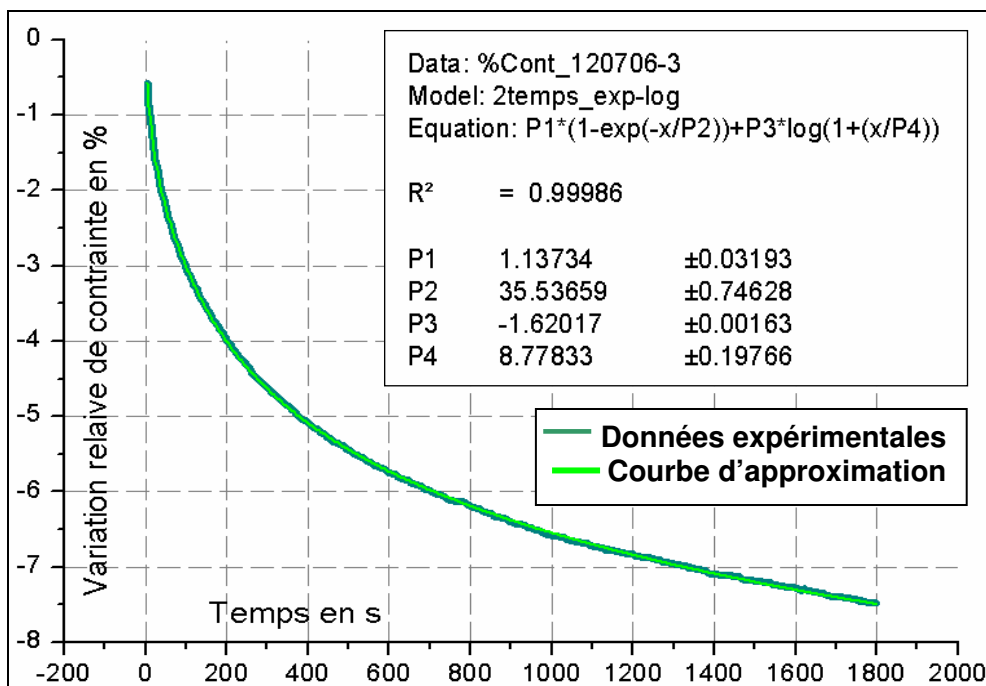


Figure III.4.4_1 : Diminution relative de la contrainte pour un essai de relaxation de 30 min sur billes de verre très usées après une charge à 0,09mm/min jusqu'à 500N et courbe d'approximation à 4 paramètres

Cette solution semble vraiment être la meilleure pour nos résultats « mécaniques ». Il est vrai que 4 paramètres peuvent permettre d'approcher beaucoup de courbes. Mais dans notre cas, ils ont tous une signification physique puisqu'ils viennent de l'addition de deux phénomènes distincts, qui ont été testés séparément au préalable. De plus, cette approche correspond mieux à nos essais que celle proposée par Brujic et al., qui contient également 4 coefficients ajustables, mais n'inclut pas de temps caractéristique dans la partie logarithmique. Or nous avons déjà vu l'importance de ce temps lors de notre première approche.

Nous avons ensuite testé le fait que les valeurs de ces coefficients varient bien avec les conditions de tests, c'est-à-dire avec nos paramètres de contrôle : durée de l'attente t_{wait} , contrainte initiale ou de confinement σ_{initiale} , taux de déformation lors de la charge V_{test} ou usure des billes utilisées. Les tableaux qui suivent montrent les résultats sur les essais de relaxation.

t_{wait}	A	Erreur A	τ_1	Erreur τ_1	B	Erreur B	τ_2	Erreur τ_2	R^2
2min	0.874	0.021	14.9	0.5	1.211	0.010	4.4	1.30E-01	0.9998
5min	1.037	0.015	28.3	0.6	1.435	0.005	6.7	1.08E-01	0.9998
15min	1.073	0.013	34.5	0.4	1.498	0.001	7.0	7.80E-02	0.9999
30min	1.172	0.020	37.8	0.4	1.465	0.001	7.5	1.00E-01	0.9998

Tableaux III.4.4_1 : Paramètres d'approximation pour la variation relative de contrainte d'essais relaxation, de durée t_{wait} , sur billes très usées (2000 cycles), après une charge à 500N à 0,09mm/min

σ_{initiale}	A	Erreur A	τ_1	Erreur τ_1	B	Erreur B	τ_2	Erreur τ_2	R^2
500N	1.06	1.32E-02	33.3	0.5	1.48	2.90E-03	7.4	9.2E-02	0.9998
375N	0.59	1.61E-02	114.0	3.3	1.37	2.75E-03	15.7	3.7E-01	0.9999
250N	0.44	1.63E-02	265.9	10.0	1.13	6.54E-03	24.5	3.1E-01	0.9999

Tableau III.4.4_2 : Paramètres d'approximation, pour la variation relative de contrainte, d'essais relaxation de 30 min sur billes de verre très usées (2000 cycles), après une charge à 0,09mm/min jusqu'à différentes valeurs des forces initiales du palier, et coefficients de corrélation

V_{test}	A	Erreur A	τ_1	Erreur τ_1	B	Erreur B	τ_2	Erreur τ_2	R^2
Lent	1.221	0.026	83.21	12.33	1.101	0.004	10.50	0.30	0.99953
Rapide	1.548	0.073	18.27	2.12	1.221	0.011	2.14	0.07	0.99947

Tableau III.4.4_3 : Paramètres d'approximation, pour la variation relative de contrainte, d'essais de relaxation de 30min à partir de 500N après une charge à 0,03 (lent) ou 0,3 mm/min (rapide), sur billes neuves, et coefficients de corrélation

Usure	A	Erreur A	τ_1	Erreur τ_1	B	Erreur B	τ_2	Erreur τ_2	R^2
neuves	1.210	0.098	38.5	0.6	1.678	0.003	9.8	0.3	0.9996
usées 200	1.137	0.032	35.5	0.7	1.620	0.002	8.8	0.2	0.9999
usées 2000	1.058	0.013	33.3	0.5	1.485	0.003	7.4	0.1	0.9998

Tableau III.4.4_4 : Paramètres d'approximation, pour la variation relative de contrainte, d'essais de relaxation de 30 min après une charge à 500N à 0,09mm/min sur billes de verre neuves, usées ou très usées, et coefficients de corrélation

variable	paramètre	t_{wait}	σ_{initiale}	V_{test}	Usure
% σ	A				
	τ_1				
	B				
	τ_2				

Tableau III.4.4_5 : Evolutions, avec les paramètres de contrôle, des coefficients des courbes d'approximation des variations relatives de contrainte pour les essais de relaxation

Les essais de fluage donne une moins bonne corrélation entre ce modèle et les données expérimentales, en partie à cause du fait que les courbes expérimentales sont moins « lisses » pour le fluage que pour la relaxation. Les erreurs sur les valeurs fournies des paramètres A et B mais aussi des deux temps caractéristiques sont plus importantes. Notons aussi qu'il est parfois plus difficile d'appliquer simplement à la variation relative de déformation une relation du même type que pour la relaxation, parce que la courbe $\% \varepsilon(t) = \Delta \varepsilon(t) / \varepsilon_0$ est positive et croissante. Lors de la tentative d'approximation réalisée à l'aide du programme origin, sur quelques unes de nos courbes, les paramètres A et τ_1 sont parfois trouvés « redondants » et atteignent des valeurs irréalistes. En revanche, c'est possible avec la variation relative de hauteur lors du fluage, qui est négative et liée à celle de la déformation à une constante multiplicative près. Les ordres de grandeur des préfacteurs sont différents, mais pas des temps caractéristiques.

Les tendances d'évolutions des paramètres des courbes d'approximation suivent celles observées dans les parties III.4.2 et III.4.3, ce qui paraît cohérent. Il faut souligner, à travers les résultats des tableaux III.4.5_1 à 4, le fait que les facteurs A et B sont très proches, mais la valeur du temps caractéristique dans la partie exponentielle τ_1 est toujours supérieure à celle du τ_2 de la partie logarithmique. Le ratio τ_1 / τ_2 peut prendre des valeurs allant de 3 à 11. Or, les temps caractéristiques peuvent être associés aux rapports de la viscosité sur le module élastique de cisaillement. Alors la viscosité lors de la première phase de relaxation est plus importante que lors de l'évolution logarithmique lente. Brujic et al. [Bru05] ont montré un mécanisme de relaxation des particules seules au début suivi d'un réarrangement collectif des grains à cause du glissement des uns contre les autres. Dans ce cas, la viscosité des billes de verre au niveau des contacts joue un rôle capital dans la relaxation locale à l'échelle des grains pour la première partie, alors que cette viscosité rentre moins en ligne de compte pour la suite puisque c'est la réorganisation spatiale des billes petit à petit qui devient importante. Ce second processus est donc moins visqueux mais plus plastique.

Une autre solution aurait été de couper « manuellement » nos courbes en deux et d'approcher chaque partie par la relation qui lui convient le mieux. Il faudrait alors commencer par utiliser l'approximation $\alpha \cdot \log(1 + t / \tau)$ pour toute la courbe considérée, puis voir, sur un graphique semi-logarithmique, à quel moment les courbes expérimentale et d'approximation s'écartent de manière visible. Il faudrait ensuite se donner un critère pour déterminer de manière systématique le temps de coupure entre les deux parties : par exemple que la valeur de la donnée obtenue par la modélisation soit éloignée d'un certain pourcentage de la valeur expérimentale. Puis en coupant la courbe au niveau de l'instant ainsi obtenu, l'approche de chaque partie serait possible séparément : avec l'exponentielle étirée au début, et le logarithme pour les temps longs. Mais nous n'avons pas eu le temps d'essayer cette possibilité sur nos nombreuses courbes.

III.5 Conclusion du chapitre III

Ce chapitre a été consacré à l'étude de l'évolution temporelle du milieu granulaire sous contrainte, en relaxation ou en fluage, dans la configuration oedométrique. Nous avons tout d'abord présenté différents essais de relaxation ou de fluage qui ont été réalisés par le passé sur divers types de matériaux divisés ou granulaires. Un vieillissement de ces milieux sous contrainte a été observé de longue date, mais la nature des phénomènes physiques qui en sont la source reste controversée.

Les résultats de nos essais ont été présentés à travers les courbes de variations relatives de contrainte ou de déformation et de vitesse de propagation des ondes sonores dans le milieu granulaire, en fonction de la durée d'attente de l'expérience. La diminution de la contrainte lors de la relaxation aussi bien que l'augmentation de la déformation de fluage s'accompagnent d'un accroissement progressif de la vitesse de propagation des ondes dans le milieu ; cela implique qu'un raidissement du milieu avec le temps est observé dans les deux types d'expériences. De plus, quelle que soit la variable considérée, son évolution est de plus en plus lente avec le temps. Une étude systématique de l'effet de paramètres de contrôle a montré que les variables évoluent d'autant plus que la durée d'attente est longue, la vitesse de chargement est rapide et que les billes utilisées sont neuves. En revanche, une augmentation de la contrainte imposée au cours du fluage ou au début de la relaxation entraîne une évolution de la variable mécanique (ϵ ou σ) plus importante mais une variation relative de la vitesse d'onde plus faible.

L'examen minutieux de ces résultats a permis de mettre en évidence l'existence de différentes origines mécaniques du vieillissement observé dans le milieu granulaire et plusieurs modèles ont été testés sur nos résultats. La première approche en $\alpha \cdot \log(1+t/\tau)$, largement répandue dans la littérature, a été concluante pour un grand nombre d'essais, pour les courbes « mécaniques » comme « acoustiques ». Mais elle ne correspondait pas bien au début des courbes liées aux variables mécaniques (contrainte ou déformation) ou aux essais courts, typiquement inférieurs à la minute. Le modèle du solide viscoélastique de Zener, conduisant à une évolution de type $A \cdot (1 - e^{-t/\tau})$, a été examiné en second. Au contraire, celle-ci se limitait à une bonne approximation seulement dans le cas des essais courts et concordait d'autant plus mal avec les données mécaniques que la durée de test était longue. Ainsi un mécanisme visqueux lié au fluage au niveau des contacts semble être prépondérant au début des essais, puis laisse place à un mécanisme plus plastique de réarrangement local et/ou collectif de grains à cause de leurs glissements.

La dernière solution envisagée a été de juxtaposer les deux premiers modèles, avec l'idée de deux mécanismes distincts, ayant chacun un temps caractéristique. Ainsi les courbes expérimentales des données mécaniques ont été approchées de manière très satisfaisante par : $A \cdot (1 - e^{-t/\tau_1}) \pm B \cdot \log(1 + t/\tau_2)$. Les coefficients A et B et les temps caractéristiques varient avec un changement des paramètres de contrôle, de la même manière que lorsque le logarithme et l'exponentielle sont séparés. Les valeurs des paramètres sont d'autant plus faibles que les billes sont usées ou que le test est de courte durée. Une augmentation de la contrainte initiale ou de la vitesse de chargement entraîne des valeurs plus faibles des temps caractéristiques mais plus grandes des préfacteurs. Les deux préfacteurs sont proches l'un de l'autre (de l'ordre de 0,5 à 1,5), mais le temps caractéristique dans l'exponentielle est toujours supérieur à celui du logarithme ($\tau_1/\tau_2 \approx 4$ à 10). Cela confirme l'existence de mécanismes physiques distincts, avec une viscosité plus importante au temps courts qu'à long terme.

Conclusion générale

Dans ce travail de thèse, nous avons étudié par différentes méthodes expérimentales le comportement mécanique d'un milieu granulaire sec et dense, confiné, sous contrainte ; nous avons suivi l'évolution des propriétés élastiques par une méthode de propagation d'une onde acoustique dans le milieu. Nous avons vu que la complexité des milieux granulaires est fortement liée au désordre inhérent à ces milieux, qui provient de l'hétérogénéité des forces de contact entre les grains. Cet aspect divisé est un point capital pour la compréhension du comportement atypique de ces matériaux granulaires. La méthode acoustique paraît être la seule possibilité pour avoir accès de manière directe à l'information sur les propriétés des contacts. En effet, cette méthode nous a permis de sonder les contacts entre les billes de verre dans l'échantillon, de manière non intrusive et en 3D. Avant d'utiliser les ondes acoustiques comme une sonde fiable pour caractériser ces matériaux hétérogènes, l'identification et la compréhension des différents modes de propagation de ces ondes s'avèrent indispensables. Nous avons vu, dans un premier temps, que le rapport de la longueur d'onde sur la taille des grains permet de distinguer deux types de propagation, quel que soit le type de signal (sinusoïdal ou impulsionnel) imposé :

- pour des longueurs d'ondes proches du diamètre des billes, les ondes subissent de multiples diffusions causées par les fluctuations structurales du matériau granulaire. Ces ondes hautes fréquences dépendent de la configuration du milieu granulaire, c'est-à-dire de l'agencement des grains dans l'échantillon. Elles permettent alors une analyse des propriétés viscoélastiques du milieu granulaire à une échelle fine. Leur « marche au hasard » permettant l'exploration d'un grand nombre de configurations, les informations collectées doivent être traitées d'un point de vue statistique. Le « speckle » acoustique très chaotique, visible sur le signal reçu, est caractéristique des diffusions multiples. Il peut cependant être atténué par l'utilisation d'un récepteur large (qui fait une « moyenne » sur les différentes configurations).

- lorsque la longueur d'onde est très grande devant de la taille des grains, les ondes sont dites cohérentes, car elles se propagent de manière balistique, comme dans un milieu élastique effectif continu. Dans une approche de type « milieux effectifs », les modules élastiques de compression et de cisaillement, caractérisant le matériau granulaire dans sa globalité, peuvent alors être déterminés à partir de la mesure des vitesses de propagation des ondes, respectivement longitudinale et transversale. Les ondes cohérentes permettent de sonder le comportement viscoélastique du matériau granulaire. L'onde acoustique a été dispersée et atténuée lors de son passage dans le milieu granulaire. Le signal reçu présente quelques oscillations principales nettes, qui correspondent au signal auto-cohérent venant de la propagation balistique de l'onde, puis de nombreuses irrégularités liées aux échos.

Nous avons utilisé la propagation balistique d'une onde ultrasonore. La mesure du temps de vol est délicate. En pratique, nous avons choisi de mesurer un instant caractérisé par une intersection du signal reçu avec la référence nulle. Cette instant peut alors être relevé de manière très précise. Nous avons vu, par une étude préalable à nos essais, qu'il est relié au temps de vol réel par un facteur moyen de 1,23 pris constant, ce qui entraîne une erreur généralement inférieure à 3,5%. La vitesse de propagation de l'onde cohérente est calculée avec ce temps estimé pour le temps de vol. Cette vitesse des ondes ultrasonores est liée au module élastique du milieu granulaire et évolue avec la contrainte appliquée sur l'échantillon de manière non-linéaire.

Dans ce travail, nous nous sommes intéressés au comportement mécanique réversible ou non d'un empilement granulaire sec dense, dans une configuration oedométrique, pendant un ou plusieurs cycles de chargement, en utilisant la propagation de l'onde ultrasonore

comme moyen d'analyse. L'expérience consiste à écraser à l'aide d'une presse mécanique automatisée un échantillon de billes de verre polydisperses contenue dans une cellule oedométrique cylindrique. Lors de essais, une onde acoustique (élastique), de fréquence 500kHz, est émise par un transducteur ultrasonore et l'onde transmise par le milieu est reçue par un transducteur identique à l'autre extrémité de l'échantillon. La préparation de l'échantillon par pluviation et le fait d'effectuer une précharge avant le test proprement dit permettent de maîtriser au mieux la reproductibilité. La précision des mesures venant des appareils et des méthodes utilisées, ainsi que la reproductibilité des essais, sont satisfaisantes aussi bien pour les données mécaniques déformation-contrainte que sur la vitesse de propagation d'onde : la dispersion reste toujours de l'ordre de quelques pourcents, lors des différentes expériences réalisées.

Dans un premier temps nous nous sommes intéressés à un ou plusieurs cycles de charge /décharge en grande déformation ($\epsilon > 10^{-3}$). Les résultats expérimentaux ont été présentés sous la forme de courbes de l'évolution de la contrainte axiale en fonction de la déformation axiale, et de la vitesse de propagation des ondes en fonction de la contrainte axiale. Les deux types de courbes présente une relation non-linéaire entre les variables et un phénomène d'hystérésis ; une déformation résiduelle est visible sur la courbe mécanique. Ces observations traduisent une irréversibilité du matériau lors d'un cycle de charge/décharge. Les essais cycliques réalisés à amplitude de contrainte constante montre une évolution progressive des déformations permanentes, se traduisant par un tassement progressif de l'échantillon. Une loi logarithme fonction du nombre de cycles est proposée, en accord avec les résultats obtenus par d'autres chercheurs sur différents matériaux granulaires. Ceci s'accompagne d'une augmentation de la vitesse des ondes, donc d'une augmentation progressive du module élastique du milieu.

Dans un second temps nous avons réalisés des cycles de faible amplitude ($\epsilon \sim 10^{-4}$) à différents niveaux de contraintes. Ils présentent une déformation plastique très faible, presque inexistante, mais une dissipation d'énergie non négligeable, d'autant plus grande que l'amplitude du cycle est importante et que le niveau de contrainte est élevé. La pente moyenne de ces cycles, qui correspond au module sécant, diminue fortement lorsque l'amplitude augmente, ce qui reste vrai en comparant avec les modules des cycles de grande amplitude. L'effet de la vitesse de chargement sur ces cycles de faible amplitude est moins nette.

La dépendance de la déformation ou de la vitesse de propagation des ondes avec la contrainte appliquée s'écartent des prévisions venant de la théorie de l'élasticité de Hertz. Les approximations des courbes expérimentales (en grandes déformations) avec des lois de puissance révèle un exposant de 1,15 à 1,44 pour l'approche $\sigma = A.\epsilon^p$, donc plus faible que le 3/2 prévu par Hertz, et un exposant plus proche de 1/5 que 1/6 théorique pour l'approximation $V_{son} = B.\sigma^q$, surtout à faible contrainte. Les données expérimentales montrent que ces exposants se rapprochent d'autant plus des valeurs prévues par Hertz que la contrainte imposée est élevée, que la vitesse de chargement est rapide et que les billes utilisées sont usées. Les chargements successifs entraînent un tassement et un durcissement du milieu granulaire, qui évoluent de manière logarithmique avec le nombre de cycles effectués, et le comportement du matériau semble se rapprocher de plus en plus des prévisions de la théorie élastique de Hertz.

La mise en évidence d'une déformation résiduelle après un cycle de chargement indique que le milieu granulaire a aussi un comportement plastique. L'existence de cette déformation plastique permet d'expliquer l'écart observé avec le cas élastique de Hertz pour les données mécaniques seulement. La mobilisation des contacts peut être en partie à l'origine de cette déformation irréversible. Il semblerait de plus qu'une estimation du nombre de coordination peut être obtenue par une modélisation de l'échantillon comme un empilement régulier de billes vérifiant les conditions de l'élasticité de Hertz, et donnant une relation liant la vitesse du son et la contrainte ; le module d'Young des billes, la densité de l'échantillon et

la masse volumique du verre intervenant aussi. Avec cette approche, la coordinance obtenue augmente au début de la charge jusqu'à une contrainte de 250kPa environ, puis sature après cette valeur limite à une valeur proche de 6. Cette création de nouveaux contacts a été expliquée par Goddard [God90] par le flambement des chaînes de contacts supportant de trop grands efforts ce qui entraîne un réarrangement local des grains, mais elle peut venir également du rapprochement de deux billes, initialement très proches voisines, à cause de la déformation élastique des billes.

Nous avons aussi essayé de discriminer les parts des déformations élastique et plastique dans la déformation totale du milieu granulaire. Nous nous sommes inspirés du modèle de Nihei et al. [Nih00], qui montre que la déformation élastique d'un empilement régulier de sphères peut être fournie par une intégration sur la contrainte de l'inverse du module élastique dynamique, venant lui-même de la vitesse de propagation des ondes de compression dans un essai oedométrique. Avec cette méthode, la part des déformations élastiques dans la déformation totale augmentent avec la contrainte, et augmente lors de cycles successifs. Cette part de déformation élastique est également plus grande dans le cas des essais sur billes usées que sur billes neuves et aussi pour des tests rapides plutôt que des tests lents. Mais elle reste toujours inférieure à une dizaine de pourcents pour une charge simple jusqu'à 630kPa. Ces résultats nous paraissent surprenants en comparaison avec la valeur des déformations plastiques, mesurée à la fin d'un cycle de chargement, qui n'est que de quelques pourcents de la déformation totale. De plus, les décharges, qui paraissent élastiques puisqu'elles sont reproductibles et superposables lors de cycles successifs, sembleraient indiquer un comportement fortement élastique du milieu.

La question soulevée a alors été de comprendre l'écart important d'ordre de grandeur (facteur 10 environ) entre le module élastique fourni par la méthode acoustique et la pente de la courbe déformation-contrainte, qui devrait être assimilable, lors de la décharge, à une raideur élastique du milieu. Les résultats des essais de boucles de fortes et faibles amplitudes semblent apporter une explication partielle : la pente des courbes mécaniques décroît lorsque l'amplitude du chargement augmente. Cette décroissance peut être attribuée essentiellement au caractère non réversible, donc à l'influence de plus en plus marquée de la partie plastique. Les propagations d'ondes mobilisant des amplitudes de déformation très faibles ($<10^{-6}$), il est normal de trouver des modules plus élevés. De plus, le fait que la vitesse de chargement ait une influence sur la réponse mécanique du milieu granulaire révèle que le matériau a un aspect visqueux non négligeable. Cet effet dans l'obtention de la raideur par la méthode acoustique. En effet, le modèle classique de solide viscoélastique de Kelvin-Voigt suffit à montrer que la fréquence de sollicitation du matériau ainsi qu'un temps caractéristique de la réponse (relaxation) du milieu interviennent dans cette raideur, ce qui pourraient biaiser les résultats.

Enfin l'évolution du milieu granulaire en fonction du temps a été étudiée par des essais de fluage et de relaxation, toujours accompagnés d'un suivi par la méthode acoustique. L'augmentation de la raideur du milieu est observée, car la vitesse de propagation des ondes croît avec le temps, ceci en parallèle de l'augmentation de la déformation lors du fluage – à contrainte imposée constante - ou de la diminution de la contrainte qui est relaxée si la déformation est fixée. L'évolution de la variable considérée est de plus en plus lente avec le temps, que ce soit sur quelques secondes ou 1h. Les paramètres de contrôle testé dans le chapitre précédent ont aussi une influence sur ces essais. Le fluage et la relaxation sont d'autant plus importants que la durée d'attente est longue, que les billes sont neuves, que le chargement est rapide et la contrainte initiale ou imposée est élevée. Ces paramètres ont le même type d'effet sur la variation relative de vitesse du son, sauf l'élévation du niveau de contrainte qui la rend plus faible.

Deux modèles principaux ont ensuite été testés sur ces essais, à travers des courbes d'approximation des variations relatives de déformation ou contrainte selon le cas, et de la vitesse des ultrasons. L'approche du type logarithmique avec un temps caractéristique $\alpha \ln(1+t/\tau)$ convient bien à nos résultats, surtout pour des essais longs. Au contraire, l'approximation en exponentielle décroissante $\alpha \cdot (1 - \exp(-t/\tau))$ venant du modèle du solide viscoélastique de Zener semble mieux convenir uniquement aux essais courts ou au début des essais longs. Pour tenir compte de ces deux approches, elles ont été superposées en un seul modèle avec deux temps caractéristiques. L'analyse des courbes expérimentales conclut à la coexistence de deux mécanismes : un mécanisme de type visqueux qui, à l'échelle de l'assemblage, est lié à un comportement visqueux des contacts ; un mécanisme de réarrangement progressif de ces contacts, qui traduit un comportement plastique de l'assemblage, qui dépend également du temps. L'étude des temps caractéristiques associés à ces deux mécanismes, ainsi que la forme des courbes d'évolution fonction du temps, montre que le mécanisme visqueux est prépondérant au début de l'essai puis s'atténue pour laisser place au second mécanisme. Cette approche semble s'appliquer avec moins de pertinence sur les résultats concernant l'évolution de la vitesse du son.

Un but de notre étude aurait été idéalement de faire ressortir un temps spécifique d'évolution du matériau. Ce temps aurait pu aider à la compréhension de la viscosité observée, et être utilisé dans le calcul du nombre de Deborah, évoqué dans le premier chapitre, et permettant de caractériser le matériau granulaire. Mais nous avons vu qu'il n'est pas convenable de se borner à chercher un unique temps caractéristique. En effet, plusieurs temps différents semblent pouvoir être mis en évidence, chacun dépendant lui-même des conditions de l'essai. Ces temps sont liés à des mécanismes physiques différents. Un premier est lié au changement rapide au début de l'essai associé aux frottements des billes de verre au niveau des zones de contacts. Un second temps est plus faible et correspond à l'évolution aux temps longs, où le réarrangement des grains à cause de leur glissement devient primordial. Un autre temps seuil, que nous pouvons suggérer, est celui qui correspondrait au passage du premier au second mécanisme physique à l'origine de l'évolution du milieu. Une étude approfondie serait nécessaire pour celui-ci. Enfin le dernier temps spécifique est lié à la variation de la vitesse de propagation des ondes ultrasonores, donc au durcissement du milieu granulaire. Cette étude montre bien la complexité des milieux granulaires, à différentes échelles.

Pour compléter ce travail, il serait intéressant d'étudier les billes elles-mêmes avant et après les essais. Une observation au microscope à balayage à effet de champs ou à force atomique pourrait peut-être permettre d'examiner leurs surfaces. Il serait également idéal de pouvoir visualiser en temps réel les déplacements des grains, peut être à l'aide d'une caméra rapide et en utilisant une cellule oedométrique dont les parois seraient transparentes. Ainsi nous pourrions voir les glissements des billes les unes contre les autres et leurs réarrangements avec le temps. De plus, une analyse en fréquence serait bénéfique. Si cette méthode peut paraître simple, sa réalisation pratique ne l'est pas vraiment. Rappelons que la fréquence du signal a été choisie, car elle correspond à la fréquence optimale des transducteurs utilisés. Une fréquence plus élevée entraînerait une atténuation plus forte, alors que l'utilisation d'un signal trop lent ne permettrait pas d'avoir un signal suffisamment important au niveau énergétique pour être détecté en sortie du milieu. La méthode dite « de la phase » consiste à faire des essais sur différentes hauteurs d'échantillon, avec une même fréquence pour l'onde acoustique et d'en déduire la vitesse de phase. Ce type d'expériences, que nous avons commencé à réaliser, pourrait être une piste supplémentaire. Enfin l'étude de la diffusion multiple des ondes acoustiques, liée à la dissipation interne, ou l'utilisation de l'acoustique non-linéaire pourrait être des méthodes intéressantes, mais elles font déjà l'objet d'études avancées et de thèse au sein du laboratoire.

Annexes

Annexe A : Influence négligeable de l'environnement

Les particules constituant le matériau granulaire ont des rayons compris entre 150 et 200 μm . Les propriétés du milieu granulaire viennent tout d'abord des interactions entre les particules, mais aussi des interactions avec leur environnement. Justifions ici le fait que le milieu ambiant a une influence négligeable dans les conditions des expériences.

A.1 Température

La notion de température, au sens classique du terme, ne joue pas dans ce type de milieu. Pour avoir un ordre de grandeur, calculons l'énergie cinétique transportée par une petite bille de verre du type de celles utilisées au laboratoire. La masse d'une bille de rayon 175 μm et de masse volumique 2,46 g/cm³ est de 55 μg . Considérons qu'elle ait une vitesse de translation de 15.10⁻⁶ m/s par exemple (cela correspond au déplacement de la traverse imposé à 0,9mm/min). L'énergie cinétique serait alors :

$$E_c = \frac{1}{2} mV^2 = 1,2.10^{-17} J$$

Il faudrait que la température soit de 9.10⁵ K pour que l'agitation thermique(1/2. k_B T) soit comparable à l'énergie cinétique calculée. A l'inverse, pour une température ordinaire à 20°C = 293K, cette agitation thermique serait significative si la bille était 15 fois plus petite. Ainsi le mouvement brownien n'affecte donc pas les milieux granulaires utilisés ici.

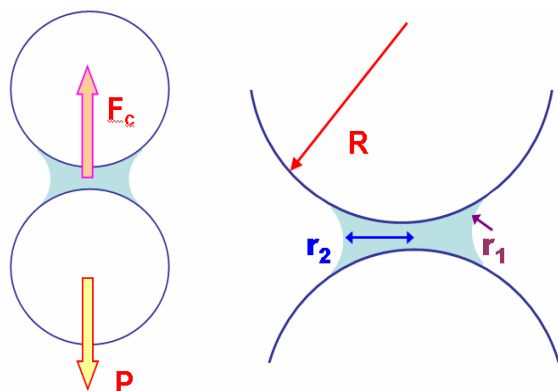
A.2. Humidité

L'humidité ambiante peut avoir un effet important, car elle peut engendrer des agrégats dans le milieu particulaire en créant des collages entre les billes via des ponts capillaires. Le milieu devient alors cohésif et son comportement mécanique est transformé. Il est bien connu que le sable mouillé est beaucoup plus résistant que le sable sec, qui s'effrite (pour preuve : les châteaux de sables). Récemment des expériences de compression axiale sur un empilement mouillé de billes de verre polydisperses sans parois latérales, ainsi que des simulations numériques, réalisées par Soulié et al [Sou06], indiquent que la force de cohésion diminue avec la distance entre grains, jusqu'à sa rupture.

A faible quantité d'eau, la rigidité du matériau granulaire augmente avec la quantité de liquide contenue. Par ailleurs, Thomas Brunet montre que les ponts capillaires entre billes entraînent une compacité et une vitesse de propagation des ondes sonores plus faibles que celles d'un empilement de billes sèches [Bru06]. L'eau entre les particules entraîne la formation d'agrégats dans le milieu granulaire, à cause de la cohésion. De plus, l'ajout dans le milieu granulaire d'un lubrifiant d'une part, ou celle d'un surfactant dans l'eau utilisée d'autre part, prouve que la cohésion dépend du liquide utilisé, car elle est liée respectivement à la viscosité et à la tension superficielle du fluide [Bru06].

L'effet de cohésion est d'autant plus important que les particules sont petites, car les forces capillaires deviennent alors du même ordre de grandeur que la force gravitationnelle. Voyons pour quelle condition la force d'adhésion due à un pont capillaire entre deux billes peut compenser l'effort gravitationnel. Cette force est donnée par la formule de la poulie (ménisque d'eau entre les billes en forme de poulie de rayon intérieur r_2 et rayon de la gorge r_1 : voir schéma) [Dur97]. La tension de surface de l'interface air-eau γ_{lv} vaut 73.10⁻³ N/m et

le rapport r_2/r_1 est généralement de l'ordre de 5. Le rayon mouillé r_2 correspond à une fraction α du rayon des billes, soit $r_2 = \alpha.R$. La force capillaire est alors [Dur97] :



$$F_c = r_2 \pi \gamma_{lv} \left(1 + \frac{r_2}{r_1} \right) = 6\alpha R \pi \gamma_{lv}$$

Si cette force compense le poids d'une bille alors :

$$\frac{4}{3} \pi R^3 \rho_v g = \alpha R \pi \gamma_{lv} \left(1 + \frac{r_2}{r_1} \right)$$

où g est l'accélération de pesanteur ($= 9,81$) et la masse volumique des billes.

Figure A.2_1 : Cohésion de deux billes par effet capillaire et dimension du ménisque de liquide

$$\text{Soit } R = \sqrt{\frac{4,5 \cdot \alpha \gamma_{lv}}{g \rho_v}} \approx \sqrt{\alpha} \cdot 3,7 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

Le rayon limite des billes, pour lequel l'effet capillaire devient aussi important que l'effet de pesanteur, dépend du rapport α entre la taille du ménisque et celle des billes. Considérons une bille de verre de rayon $175\mu\text{m}$ et de masse volumique $\rho_v = 2,46\text{g/cm}^3$. La force capillaire ne compense plus le poids d'une bille si le rapport α est inférieur à $2,2 \cdot 10^{-3}$, ce qui correspond à un rayon du ménisque de $0,4\mu\text{m}$ seulement, soit un volume d'eau de l'ordre de $1,6 \cdot 10^{-7} \text{ m}^3$. Ainsi une simple gouttelette de $0,15\text{ml}$ suffit à « coller » deux billes ensemble. Cet effet apparaît alors à des taux d'humidité faible.

Nous avons alors vérifié, à l'aide d'un hygromètre, que l'humidité relative de la pièce dans laquelle étaient réalisées les expériences restait la même pendant les essais. Par ailleurs, les charges appliquées lors des essais induisent des efforts intergranulaires largement supérieurs à ceux induits par le poids propre, ce qui explique que l'humidité, comme l'électrostatique, n'affecte pas les résultats des essais.

A.3. Electrostatique

Dans nos expériences, certains effets électrostatiques ont été observés : quelques billes de verre restent parfois collées aux parois du béccher en plastique lors de la préparation des échantillons. Cette adhésion est due à des interactions électrostatiques. Il est difficile de quantifier ces forces électrostatiques perturbatrices, car la quantité de charges libres non compensées se trouvant à la surface du milieu granulaire est inconnue. Si chaque bille supporte une charge $q = \pi \cdot D^2 \cdot \zeta$ où ζ est la densité surfacique de charge, la force de répulsion entre deux billes vaut :

$$|F| = \frac{q^2}{4\pi \epsilon_r \epsilon_0 l^2} = \frac{\pi D^4 \zeta^2}{4\epsilon_0 l^2} \quad \text{d'où } \zeta = \sqrt{\frac{\epsilon_0 \rho_v g}{3R}} l$$

où l distance entre deux billes, ϵ_0 permittivité du vide et $\epsilon_r = 1$ permittivité relative de l'air. Avec des billes de verre de rayon $R = 175\mu\text{m}$, éloignées d'une distance de l'ordre du millimètre, il y suffirait d'une densité de charge de quelque dizaine de $\mu\text{C/m}^2$ pour compenser l'effet de pesanteur. Une expérience réalisée par J.Duran [Dur97] avec des billes d'acier de $1,5\text{mm}$ de diamètre donne, pour compenser l'effet de pesanteur, une densité de charge de $300\mu\text{C/kg}$. L'effet de l'électrostatique devient d'autant plus important que les particules du milieu sont fines.

Annexe B : Frottements et indétermination

B.1. Indétermination des efforts microscopiques à cause du frottement

Comme le milieu granulaire est un ensemble de billes de verre empilées et pressées les unes contre les autres, cela implique que le contact entre les billes est essentiel dans le comportement global du milieu. En particulier, l'aspect tribologique et les frottements entre les solides vont intervenir. Les lois macroscopiques empiriques régissant le frottement entre deux solides ont été établies à l'aide d'expériences comportant un matériau solide glissant sur un plan incliné. Trois caractéristiques principales ressortent de ces expériences :

- La force T_s nécessaire pour mettre en mouvement le solide ne dépend pas de la surface de contact entre le solide et son support
- La force T_s dépend linéairement de la force normale qu'exerce le solide sur le support.
- La force de frottement T_d mesurée lorsque le patin glisse est inférieure à la force initiale T_s .

Ces observations conduisent à la notion de coefficients de frottement entre deux solides. Pour mettre en mouvement le patin en partant de la position au repos, il faut une force T_s telle que $|T_s| = \mu_s \cdot N$, où N est la force normale et μ_s est le coefficient de frottement statique. Une fois en mouvement, la norme de la force de frottement T_d est alors $|T_d| = \mu_d \cdot N$ où μ_d est le coefficient de frottement dynamique. Les coefficients de frottement sont des constantes qui dépendent de la nature des matériaux en contact ; ces coefficients sont alors tels que : $1 > \mu_d > \mu_s > 0,1$. Notons que le frottement peut aussi être représenté par les angles ψ_s et ψ_d des cônes de frottement définis comme $\mu_s = \tan(\psi_s)$ et $\mu_d = \tan(\psi_d)$. Le fait que les coefficients de frottement soient des constantes sont des approximations, puisque des phénomènes comme le vieillissement statique (diminution de μ_s avec l'âge du contact) ou l'affaiblissement cinétique (diminution de μ_d avec la vitesse de glissement) sont observés. En restant dans le cadre de cette approximation, il est par exemple possible de décrire le phénomène de « stick-slip » (collé-glissé) qui est à l'origine des grincements de porte.

La force de frottement n'est connue que s'il y a un mouvement relatif entre les deux solides en contact. En statique, seule la borne supérieure de la valeur de cette force est connue puisqu'en l'absence de mouvement : $|T_s| < \mu_s \cdot N$. C'est l'équilibre des forces qui permet alors de calculer la force de frottement. Cependant il existe des situations où les relations d'équilibre sont insuffisantes pour déterminer complètement les forces, comme le montre l'exemple de la figure A.B.1_1. Une bille de rayon R est posée et en équilibre dans un coin. Les forces normales et tangentielles aux deux points de contacts sont notées N_1 et T_1 , N_2 et T_2 . L'équilibre des forces et des moments donne trois équations : $N \cos(\alpha) = N_1 + T_2$, $N \sin(\alpha) = N_2 + T_1$ et $R(t_2 - T_1) = 0$. Le fait que les contacts soient non glissants impose seulement deux inégalités : $|T_1| < \mu_s \cdot N_1$ et $|T_2| < \mu_s \cdot N_2$. Il y a donc une indétermination puisqu'il n'y a que 3 équations pour 4 inconnues. Pour lever cette indétermination, il faudrait connaître l'histoire de la bille, c'est-à-dire la manière dont elle a été posée sur le support. Ce problème, mis en évidence pour une simple bille, va naturellement se poser dans un milieu granulaire. La répartition des efforts dans l'empilement statique dépend alors de la façon dont celui-ci a été construit.

B.2. Rôle de la fraction volumique dans le frottement macroscopique

Le frottement microscopique est à l'origine du frottement macroscopique, mais la fraction volumique de l'empilement granulaire joue également un rôle. Le modèle suivant, qui est dû à Rowe, considère une bille A posée en équilibre entre deux billes B et C (figure A.B.2_2). La bille A subit une force normale N et une force tangentielle T . On cherche quelle est la force T à imposer à la bille A pour la faire bouger, en supposant qu'il n'y a pas de roulement mais seulement un glissement cette bille A sur les autres, avec un coefficient de frottement $\tan(\psi)$. L'angle entre l'horizontale et le plan de contact entre les billes A et C est noté β . En projetant les forces N et T dans un repère lié à la surface de contact, les forces tangentielle et normale au plan de contact sont :

$$F_T = T \cdot \cos(\beta) - N \cdot \sin(\beta) \text{ et } F_N = N \cdot \cos(\beta) + T \cdot \sin(\beta)$$

Lors du glissement $F_T = F_N \tan(\beta)$ ce qui donne en terme de N et T : $T = \tan(\beta + \psi)$.

Pour déloger la bille de son emplacement il faut ainsi exercer une force tangentielle proportionnelle à la force normale. Mais le coefficient de frottement que l'on obtient dépend à la fois du frottement entre grain donné par ψ et de la géométrie de l'empilement à travers β . Si la figure B.2_2 est reproduite plusieurs fois pour créer un empilement régulier triangulaire, $\tan(\psi + \beta)$ peut être interprété comme le coefficient de frottement macroscopique de l'empilement. Un frottement microscopique nul n'implique pas un frottement macroscopique nul, car pour déformer le matériau granulaire, il faut vaincre l'enchevêtrement géométrique. Ce calcul montre bien que le frottement dans un milieu granulaire provient à la fois du frottement entre grains et de la géométrie de l'empilement.

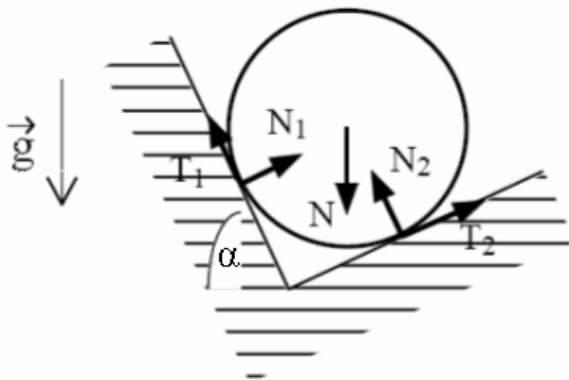


Figure B.2_1 : Bille posée dans un coin et forces impliquées dans l'équilibre

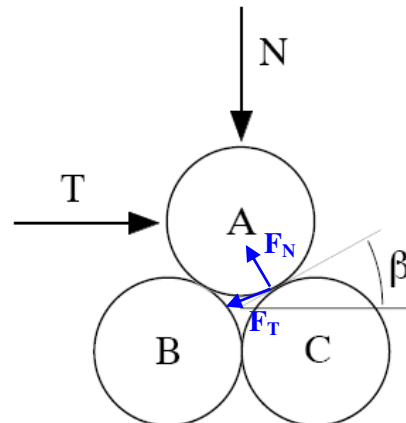


Figure B.2_1 : Modèle de Rowe pour le frottement d'un empilement régulier

Bibliographie

- [Abd03] M. Abdelkrim, G. Bonnet, P. de Buhan, "A computational procedure for predicting the long term residual settlement of a platform induced by repeated traffic loading" *Computers and Geotechnics*, Vol. 30, Issue 6, pages 463-476. (2003)
- [Adj04] P. Evesque, F. Adjémian "Experimental study of stick-slip behaviour" *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, Vol. 28, Issue 6, May 2004, pages 501-530 (2004)
- [Ale98] S. Alexander "Amorphous solids: their structure, lattice dynamics and elasticity" *Physics Reports*, Vol. 296, Issues 2-4, March 1998, pages 65-236 (1998)
- [Alo04] F. Alonso-Marroquín, H.J. Herrmann "Ratcheting of granular materials" *Physical Review Letters*, Vol. 92, Issue 5, 6 February 2004, pages 543011-543014 (2004)
- [AlR07] R. Al-Raoush, "Microstructure characterization of granular materials" *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, Vol. 377, Issue 2, 15 April 2007, pages 545-558 (2007)
- [Ast04] T. Aste, M. Saadatfar, A. Sakellariou, T. Senden, "Investigating the geometrical structure of disordered sphere packings" *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, Vol. 339, Issues 1-2, 1 August 2004, Pages 16-23, (2004)
- [Avr05] I. Avramov "Viscosity in disordered media" *Journal of Non-Crystalline Solids* Vol. 351, Issues 40-42, 15 October 2005, pages 3163-3173 (2005)
- [Aug04] A. Augustesen, M. Liingaard, P.V. Lade "Evaluation of time-dependent behavior of soils" *International Journal of Geomechanics*, Vol. 4, Issue 3, pages 137-156 (2004)
- [Bag41]: R. Bagnold. "The physics of blown sand and desert dunes" Methuen, London, United-Kingdom, 265 pages (1941)
- [Bau97] T. Baumberger "Contact dynamics and friction at a solid-solid interface: materials vs statistical aspects" *Solid State Communications*, Vol. 102, Issue 2-3, pages 175-185 (1997)
- [Bax04] C. Baxter, J. Mitchell "Experimental study on the aging of sands" *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, Vol. 130, Issue 10, October 2004, pages 1051-1062 (2004)
- [Beh99] R. Behringer, D. Howell, L. Kondic, S. Tennakoon, C. Veje "Predictability and granular media" *Physica D: Nonlinear Phenomena*, Vol. 133, Issue 1-4, 10 September 1999, pages 1-17 (1999)
- [Ben04] N. Benhamed, J. Canou, J-C. Dupla "Structure initiale et propriétés de liquéfaction statique d'un sable" *Compte-rendu, Mécanique* 332 (2004)
- [Ber83] J.G. Berryman, "Random close packing of hard spheres and disks" *Physical Review A*, Vol. 27, pages 1053-1061, (1983)

- [Ber98] P. Berthoud, T. Baumberger “Role of asperity creep in time- and velocity-dependent friction of a polymer glass” *Europhysics Letters*, Vol. 41, Issue 6, March 1998, pages 617-622 (1998)
- [Ber99a] P. Berthoud, T. Baumberger, C. G’Sell, J.-M. Hiver “Physical analysis of the state- and rate-dependent friction law: Static friction” *Physical Review B*, Vol. 59, Issue 22, June 1999, pages 14313 - 14327 (1999)
- [Ber99b] P. Berthoud, C. G’Sell, J.-M. Hiver “Elastic-plastic indentation creep of glassy poly(methyl methacrylate) and polystyrene : characterisation using compression and indentation” *Journal of Physics D : Applied Physic*, Vol. 32, pages 2923-2932
- [Bré94] Y. Bréchet, Y. Estrin “The effect of strain rate sensitivity on dynamic friction of metals” *Scripta Metallurgica et Materiali*, Vol. 30, Issue 11, pages 1449-1454 (1994)
- [Bre01] : P.Breul, R.Gourvès “Geoendoscopie : a mean to link mechanical and morphological information” *Powders & Grains*, Ed Kishino, Swets & Zweitlinger, pages 73-76 (2001)
- [Bre02] J. Brey and A Prados “Memory effects in vibrated granular systems” *J. Phys.: Condensed Matter*, Vol. 14, pages 1489-1498 (2002)
- [Bre03] J. Brey and A Prados “Closed model for granular compaction under weak tapping” *Physical Review E - Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics*, Vol. 68, Issue 5-1, November 2003, art. n° 051302, pages 513021-513028 (2003)
- [Bru05] J. Brujic, P. Wang, C. Song, D. L. Johnson, O. Sindt, H. Makse “Granular dynamics in compaction and stress relaxation” *Physical Review Letters*, Vol. 95, Issue 12, 16 September 2005, art. n° 128001, pages 1-4 (2005)
- [Bru06] T. Brunet “Etude des milieux granulaires secs et mouillés à l’aide des ondes ultrasonores” *Thèse de Physique*, Université de Marne-la-Vallée, Champs sur Marne, 137 pages (2006)
- [Bur85] J. Burland, M. Burbridge “Settlements of foundations on sand and gravel” *Proceeding of the Institution of Civil Engineers*, Vol. 1, Issue 78, pages 1325-1381 (1985)
- [Bur01] L. Bureau, T. Baumberger, C. Caroli, O. Ronsin “Low-velocity friction between macroscopic solids” *C.R. de l’Académie des Sciences de Paris*, Vol. 2, Issue 4, *Applied physics : surfaces, interfaces, films*, pages 699-707 (2001)
- [Bur02] L. Bureau, T. Baumberger, C. Caroli “Rheological aging and rejuvenation in solid friction contacts” *The European Physical Journal E*, Vol. 8, pages 331-337 (2002)
- [Cal01] W. Callister Jr. “Science et génie des matériaux” traduction de la 5^e édition de “Materials science and engineering” Mont-Royal, Canada, Modula éditeur, 2001, 781 pages (2001)
- [Car70] M. Carrigny “Experiments on the angles of repose of granular materials » *Sedimentology*, Volume 14, Issue 3-4, pages 147-158 (1970)
- [Car96] H. Carré “Etude d’un matériau fragile précontraint : le verre trempé” *Thèse de Physique*, Ecole Nationale des Ponts et chaussée, Paris, 100 pages (1996)

- [Cha06] C. Chazallon, P. Horny, S. Mouhoubi “Elastoplastic model for the long-term behavior modeling of unbound granular materials” *International Journal of Geomechanics*, ASCE, Vol. 6, Issue 4, July/August 2006, pages 279-289(2006)
- [Che01] : Y.P. Cheng, D. White, E. Bowman, M. Bolton, K. Soga “The observation of soil microstructure under load” *Powders & Grains*, Ed Kishino, Swets & Zeitlinger, pages 69-72 (2001)
- [Clau99] : P. Claudin “La physique des tas de sable : description phénoménologique de la propagation des contraintes dans les matériaux granulaires” *Annales de Physique*, Vol. 24, pages 1-207 (1999)
- [Cos97] C. Coste, E. Falcon, S. Fauve “Solitary waves in a chain of beads under Hertz contact” *Physical Review E*, Vol. 56, Issue 5, November 1997, pages 6104 - 6117 (1997)
- [Cos99] C. Coste, B. Gilles “On the validity of Hertz contact law for granular material acoustics” *European Physical Journal B*, Vol. 7, Issue 1, 1 January 1999, pages 155-168 (1999)
- [Cos04] C. Coste “Shearing of a confined granular layer: Tangential stress and dilatancy” *Physical Review E - Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics*, Vol. 70, Issue 5-1, art. n°. 051302, pages 1-11 (2004)
- [Cse97] G. Cseh, N. Q. Chinh, P. Tasnádi, P. Szommer, A. Juhaász “Indentation tests for the investigation of the plasticity of glasses” *Journal of Materials Science Letters*, Vol. 32, Issue 7, pages 1733-1739 (1997)
- [Cse98] G. Cseh, N. Q. Chinh, A. Juhaász “Indentation curves and viscosity measurements on glasses” *Journal of Materials Science Letters*, Vol. 17, Issue 14, July 1998, pages 1207-1209 (1998)
- [Dan57] P. Dantu. “Contribution à l’étude mécanique et géométrique des milieux pulvérulents” *Proceedings of the 4th international conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, London, Butterworths, Vol. 1, pages 144–148 (1957)
- [DeG95]: P.-G. De Gennes, *Cours au collège de France* (1995)
- [DeG96] P.-G. De Gennes, “Static compression of a granular medium : the soft-shell model” *Europhysics Letters*, Vol. 35 , Issue 2, pages 145-146 (1996)
- [DiB00] H. DiBenedetto, H. Geoffroy, C. Sauzéat “Etude du comportement cyclique des sables dans le domaine des petites et moyennes déformation”
- [Dig81] P. J. Digby “The effective moduli of granular rocks” *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 48, December 1981, pages 803-808 (1981)
- [Dom77] S.N. Domenico. “Elastic properties of unconsolidated porous sand reservoirs” *Geophysics*, Vol. 42, Issue 7, pages 1339–1368 (1977)
- [Dre92] A. Drescher, G. de Josselin de Jong “Photoelastic verification of a mechanical model for the flow of a granular material” *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 20, Issue 5 , pages 337-340 (1992)

- [Dua03] R.-G. Duan, G. Roebben, O. Van der Biest “Glass microstructure evaluations using high temperature mechanical spectroscopy measurements” *Journal of Non-Crystalline Solids*, Vol. 316, Issue 1, February 2003, pages 138-145 (2003)
- [Duf57] X. Duffy and R.D. Mindlin. “Stress-strain relation and vibrations of granular medium” *Journal of Applied. Mechanics*, Vol. 24, pages 585–593 (1957)
- [Duf94] D. Dufresne, F. Delyon, Y. -E. Lévy “Le capteur d’efforts de contact à empreinte” *Journal des Sciences LPC*, Vol. 2, 209 (1994)
- [Duf97] L. Duffrène, R. Gy, “Viscoelastic constants of a soda-lime-silica glass” *Journal of Non-Crystalline Solids*, Vol. 211, Issues 1-2, 1 April 1997, pages 30-38 (1997)
- [Dur97] J.Duran “Sables, Poudres et Grains” Eds. Eyrolles Sciences, Paris, 251 pages (1997)
- [Dur98] J.Duran, E. Kolb, L. Vanel “Static friction and arch formation in granular materials” *Physical review E*, Vol. 58, Issue 1, July 1998, pages 805-812 (1998)
- [Edw98] S. Edwards “The equations of stress in a granular material”. *Physica A: Statistical and Theoretical Physics*, Vol. 249 Issues 1-4, 1 February 1998, pages 226-231 (1998).
- [Eve91] P. Evesque “Analysis of the statistics of sandpile avalanches using soil-mechanics results and concepts” *Physical Review A*, Vol. 43, Issue 6, 15 March 1991, pages 2720-2740 (1991)
- [Eve02] P. Evesque, F. Adjémian “Stress fluctuations and macroscopic stick-slip in granular materials” *European Physical Journal E - Soft Matter*, Vol. 9, Issue 3, November 2002, pages 253-259 (2002)
- [Gab05] F.Gabrysiak “Matériaux- Chapitre 2 : Les granulats” *Cours de Génie civil*, Université de Nancy, Nancy (2004-2005)
- [Gar05] R. García-Rojo, F. Alonso-Marroquín, H. J. Herrmann “Characterization of the material response in granular ratcheting” *Physical Review E - Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics*, Vol. 72, Issue 4, October 2005, pages 1-12 (2005)
- [Geo03] H. Geoffroy, H. DiBenedetto, A. Duttine, C. Sauzéat “Dynamic and cyclic loadings on sands : results and modelling for general stress-strain conditions” *Deformation Characteristics of Geomaterials*, Eds Swet & Zeitlinger, Lisse, 1425 pages, pages 353-364 (2003)
- [Geo06] M. Georges, D. Goddard, “The characterisation of rough particle contacts by atomic force microscopy” *Journal of Colloid and Interface Science*, Vol. 299, Issue 2, 15 July 2006, pages 665-672 (2006)
- [Ger07] : A.Gervois, M. Ammi, T. Travers, D. Bideau, J.-C. Messenger, J.P. Trodec “Importance of disorder in the conductivity of packings under compression” *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, pp. 565-569
- [Gid01] G. Gidel, P. Hornych , J.-J. Chauvin, D. Breysse, A. Denis “Nouvelle approche pour l'étude des déformations permanentes des graves non traitées à l'appareil triaxial à chargements répétés” *Bulletin de liaison des Laboratoires des Ponts et Chaussées*, n° 233 juillet-août 2001, pages 5-21 et 109-114 (2001)

- [God90] J. D. Goddard, “Non linear elasticity and pressure dependant wave speeds in granular media” Proceedings : Mathematical and Physical Sciences, Vol. 430, art n° 1878, 9 July 1990, pages 105-131 (1990).
- [Guy99] R. Guyer, P. Johnson “Nonlinear mesoscopic elasticity : evidence for a new class of materials” Physics Today, Vol. 52, April 1999, pages 30-36 (1999)
- [Has01] K. Hashiguchi, S. Tsutsumi “Elastoplastic constitutive equation with tangential stress rate effect” International Journal of Plasticity, Vol. 17, Issue 1, January 2001, pages 117-145 (2001)
- [Hic05] P.-Y. Hicher, C.S. Chang “Evaluation of Two Homogenization Techniques for Modeling the Elastic Behavior of Granular Materials” Journal of Engineering Mechanics, Vol. 131, Issue 11, 1 November 2005, pages 1184 -1194 (2005)
- [Hic06] P.-Y. Hicher, C.S. Chang “Anisotropic Nonlinear Elastic Model for Particulate Materials” Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, Vol. 132, Issue 8, 1 August 2006, pages 1052-1061 (2006)
- [Hic07] P.-Y. Hicher, C.S. Chang “A microstructural elastoplastic model for unsaturated granular materials” International Journal of Solids and Structures, Vol. 44, pages 2304–2323 (2007)
- [Hid02] R. C. Hidalgo, C. Grosse, F. Kun, H. Reinhardt, H. Hermann “Evolution of percolating force chains in compressed granular media” Physical Review Letters, Vol. 89, Issue 20, 11 November 2002, pages 205501-1 à 205501-4, (2002)
- [Hes94] F. Heslot, T. Baumberger, B. Perrin, B. Caroli, C. Caroli “Creep, stick-slip, and dry-friction dynamics: Experiments and a heuristic model” Physical Review E, Vol. 49, Issue 6, pages 4973-4988 (1994)
- [Ich01] Y. Ichikawa, K. Kawamura, K. Uesugi, Y.-S. Seo, N. Fujii “Micro- and macro-behavior of granitic rock : Observations and viscoelastic homogenization analysis” Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 191, Issue 1-2, pages 47-72 (2001)
- [Jae96] : H. Jaeger, S. Nagel, R. Behringer “Granular solids, liquids, and gases” Reviews of Modern Physics, Vol. 68, art. n°4, pages 1259-1273 (1996)
- [Jar99] R. Jardine “Some observations on the kinematic nature of soil stiffness” Soils and Foundations, Vol. 32, Issue 2, pages 112-124 (1992)
- [Jia99] : X. Jia, C. Caroli, B. Velicky “Ultrasound propagation in externally stressed granular media” Physical Review Letters 82, 9, pages 1863-1866. (1999)
- [Jia01] : X. Jia, P. Mills “Sound Propagation in dense granular materials” A key note paper for Powders & Grains (2001)
- [Jia03] : X. Jia “Coda-like multiple scattering of elastic waves in dense granular media” Physical Review Letters, Vol. 93, Issue 15, pages 1-4, (2003)
- [Joh85] K.L. Johnson “Contact mechanics” Cambridge University Press, Cambridge, Royaume-uni, 452 pages (1985)

- [Jos95] R. Joshi, G. Achari, S. Kaniraj, H. Wijeweera “Effect of aging on the penetration resistance of sands” *Canadian Geotechnical Journal*, Vol. 32, Issue 5, pages 767-782 (1995)
- [Jos00] C. Josserand , A. Tkachenko, D. Mueth, H. Jaeger “Memory Effects in Granular Materials” *Physical Review Letters*, Vol. 85, Issue 17, October 2000, pages 3632-3635 (2000)
- [Kar07a] A. Karrech, D. Duhamel, G. Bonnet, J.N. Roux, F. Chevoir, J. Canou, J.C. Dupla, K. Saba “A computational procedure for the prediction of settlement in granular materials under cyclic loading” *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 197, Issues 1-4, 1 December 2007, pages 80-94 (2007)
- [Kar07b] A. Karrech “Comportement des matériaux granulaires sous vibration : application au cas du ballast” *Thèse de Mécanique des matériaux et Structures, Ecole Nationale des Ponts et Chaussée, Champs sur Marne*, 191 pages (2007)
- [Kni95] J. Knight, C. Frandich, C.- N. Lau, H. Jäger, S. Nagel, “Density relaxation in a vibrated granular material” *Physical Review E*, Vol. 51, Issue 1, pages 3957–3963, (1995)
- [Kuh93] M. Kuhn, J. Mitchell, “New perspectives on soil creep” *Journal of Geotechnical Engineering*, Vol. 119, Issue 3, March 1993, pages 507-524 (1993)
- [Kuw02] R. Kuwano, R. Jardine “On measuring creep behaviour in granular materials through triaxial testing” *Canadian Geotechnical Journal*, Vol. 39, Issue 5, October 2002, pages 1061-1074 (2002)
- [Lad94] P. Lade, “Creep effects on static and cyclic instability of granular soils” *Journal of Geotechnical Engineering - ASCE*, Vol. 120, Issue 2, pages 404-419 (1994)
- [Lad95] B. Ladanyi, M. Benyamina “Triaxial relaxation testing of a frozen sand” *Canadian Geotechnical Journal*, Vol. 32, Issue 3, pages 496-511 (1995)
- [Lad98] P. Lade, C.-T. Liu “Experimental study of drained creep behavior of sand” *Journal of Engineering. Mechanics*, Vol. 124, Issue 8, August 1998, pages 912-920 (1998)
- [Lan82] L. Landau, E. Lifchitz. “Physique théorique tome 7 : Théorie de l'élasticité” 2^e édition révisée et complétée E. Lifchitz, A. Kossévitch et L. Pitayevski, Eds. Mir Moscou, Moscou, U.R.S.S, 262 pages (1982)
- [LeB03] E. Le Bourhis, T. Rouxel “Indentation response of glass with temperature” *Journal of Non-Crystalline Solids*, Vol. 316, pages 153–159 (2003)
- [Lee07] J. Lee, C. Lee, I. Yu, Y Jung, J. Lee “Slow relaxation of randomly packed hard spheres” *Journal of Physics : Condensed Matter*, Vol. 19,art. n° 356202, pages 1-11 (2007)
- [Lek98] F. Lekarp, A. Dawson “Modelling permanent deformation behaviour of unbound granular materials” *Construction and Building Materials*, Vol. 12, Issue 1, 16 April 1998, pages 9-18 (1998)
- [Leu96] C. Leung, F. Lee, N. Yet “The role of particle breakage in pile creep in sand” *Canadian Geotechnical Journal*, Vol. 33, Issue 6, pages 888-898 (1996)
- [Li00] Y. Li, C. Xia “Time-dependent tests on intact rocks in uniaxial compression” *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, Vol. 37, Issue 3, 1 April 2000, pages 467-475 (2000)

- [Lii04] M. Liingaard, A. Augustesen; P. Lade “Characterization of models for time-dependent behavior of soils” *International Journal of Geomechanics*, Vol. 4, Issue 3, 01 September 2004, pages 157-177 (2004)
- [Lin96] S. Linz “Phenomenological modeling of the compaction dynamics of shaken granular systems” *Physical Review E*, Vol. 54, Issue 3, September 1996, pages 2925 – 2930 (1996)
- [Lin98] H. Lin, C. Wang “Stress-strain-time function of clay” *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, Vol. 124, Issue 4, pages 289-296 (1998)
- [Liu95] C. Liu, S. Nagel, D. Schecter, S. Coppersmith, S. Majumdar, O. Narayan, T. Witten “Force fluctuations in bead packs” *Science*, Vol. 269, (5223) 28 July 1995, pages 513-515 (1995)
- [Los00] W. Losert, J.-C. G eminard, S. Nasuno, J. P. Gollub “Mechanisms for slow strengthening in granular materials” *Physical Review E*, Vol. 61, Issue 4, April 2000, pages 4060-4068 (2000)
- [Lu03] L-S. Lu, S.-S. Hsiau “Mixing in vibrated granular beds with the effect of electrostatic force” *Powder Technology*, Vol. 160, Issue 3, pages 170-179 (2005)
- [Lu05] L-S. Lu “Role of hysteresis in propagating acoustic waves in soils” *Geophysical Research Letters*, Vol.32, art. n  L14302, pages 1-4 (2005)
- [Lum05] G. Lumay, N. Vandewalle, “Experimental study of granular compaction dynamics at different scales : grain mobility, hexagonal domains, and packing fraction” *Physical Review Letters*, Vol. 95, art. n  028002, 8 July 2005, pages 1-4 (2005)
- [Mak99] H. Makse, N. Gland, D. Johnson, L. Schwartz “Why Effective Medium Theory Fails in Granular Materials” *Physical Review Letters*, Vol. 83, 13 December 1999, pages 5070-5073 (1999)
- [Mak00] H. Makse, D. Johnson, L. Schwartz “Packing of compressible granular materials” *Physical Review Letters*, Vol. 84, Issue 18, 1 May 2000, pages 4160-4163 (2000)
- [Mak01] H. Makse, N. Gland, D. Johnson, L. Schwartz “The apparent failure of effective medium theory in granular materials” *Physics and Chemistry of the Earth, Part A: Solid Earth and Geodesy*, Vol. 26, Issue 1-2, pages 107-111 (2001)
- [Mak04] H. A. Makse, D. L. Johnson, L. Schwartz, “Granular packings: nonlinear elasticity, sound propagation, and collective relaxation dynamics” *Physical Review E - Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics*, Vol. 70, Issue 6-1, art. n  061302, pages 1-19 (2004)
- [Mat99] M. Matsushita, F. Tatsuka, J. Koseki, C. Cazacliu, H. Di Benedetto, H. J. M. Yasin “Times effects on the prepeak deformation properties of sands” *Prefailure Deformation Characteristics of Geomaterials*, September 1999, Eds. Balkema, Rotterdam, The Netherlands, pages 681-689 (1999)
- [Mat03] L. Matešić, M. Vucetic, “Strain-rate effect on soil secant shear modulus at small cyclic strains” *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, Vol. 129, Issue 6, June 2003, pages 536-549, (2003)
- [McD03] G.R. McDowell, “Micromechanics of creep of granular materials” *G otechnique*, Vol. 53, Issue 10, pages 915-916 (2003)

- [McDK03] G.R. McDowell, J.J. Khan “Creep of granular materials” *Granular Matter*, Vol. 5, Issue 3, December 2003, pages 115-120 (2003)
- [Mej88] C.A. Mejia, Y.P. Vaid & D. Negussey « Time-dependent behaviour of sand » *Proceedings of the International Conference on Rheology and Soil Mechanics*, U.K, pages 312-326 (1988)
- [Mes90] G. Mesri, T. W. Feng, J. M. Benak “Post densification penetration resistance of clean sands” *Journal of Geotechnical Engineering*, Vol. 116, Issue 7, July 1990, pages 1095-1115 (1990)
- [Min53] R.D. Mindlin, H. Deresiewicz. “Elastic spheres in contact under varying oblique forces” *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 20, pages 327–344 (1953)
- [Mit84] J.K. Mitchell, Z. V. Solymar “Time-dependent strength gain in freshly deposited or densified sand” *Journal of Geotechnical Engineering*, Vol. 110, Issue 11, November 1984, pages 1559-1576 (1984)
- [Mit86] J.K. Mitchell “Practical problems from surprising soil behaviour” The twentieth Terzaghi Lecture, *Journal of Geotechnical Engineering*, Vol. 112, Issue 3, March 1986, pages 259-289 (1986)
- [Mit93] J.K. Mitchell, “Fundamentals of soil behaviour” a volume in the series in *Soil Engineering*, edited by T.W. Lambe and R.V. Withman, John Wiley & Sons, New York, 2nd edition, 422 pages (1993)
- [Mou06] O. Mouraille, W. Mulder, S. Luding “Sound wave acceleration in granular materials” *Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment*, Issue 7, 1 July 2006, art. n° P07023, pages 1-15 (2006)
- [Mue02] : N.W Mueggenburg, H.M. Jaeger, S.R. Nagel “Stress transmission through three-dimensional ordered granular arrays” *Physical Review E - Statistical Physics, Plasmas, Fluids, and Related Interdisciplinary Topics*, Volume 66, Issue 31, art. n° 031304, pages 1-9 (2002).
- [Mue98] : D.M. Mueth, H.M. Jaeger & S.R. Nagel, “Force distribution in a granular medium” *Physical Review E - Statistical Physics, Plasmas, Fluids, and Related Interdisciplinary Topics*, Vol. 57, Issue 3, Suppl. B, pages 3164-3169 (1998)
- [Mul77] : J.P. Mulilis, H.B. Seed, C.K. Chan, J.K. Mitchell & K. Arulanandan “Effects of sample preparation on sand liquefaction” *Journal of the geotechnical Engineering*, ASCE, 103(2) pages 91-108 (1977)
- [Mur84] S. Murayama, K. Michihiro, T. Sakagami “Creep characteristics of sands” *Soils and Foundations*, Vol. 24, Issue 2, June 1984, pages 1-15 (1984)
- [Nak96] K. Nakagawa, K. Soga, J. Mitchell “Pulse transmission system for measuring wave propagation in soils” *Journal of Geotechnical Engineering*, Vol. 122, Issue 4, April 1996 pages 302-308 (1996)
- [Nic00] M. Nicolas, P. Duru, O. Pouliquen “Compaction of a granular material under cyclic shear” *European Physical Journal E*, Vol. 3, Issue 4, December 2000, pages 309-314 (2000)

- [Nih00] K.T. Nihei, L. B. Hilbert Jr, N. G. W. Cook, S. Nakagawa, L. R. Myer “Frictional effects on the volumetric strain of sandstone” *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences* Vol. 37, Issue 1-2, pages 121-132 (2000)
- [Ono90] G.Y. Onoda, E.G. Liniger, “Random loose packings of uniform spheres and the dilatancy onset” *Physical Review Letters*, Vol. 64, Issue 22, 1990, pages 2727-2730 (1990)
- [Pou01] O. Pouliquen “Les milieux granulaires: entre fluide et solide” Cours de DEA, initialement Cours ENSTA (2001)
- [Pas98] R. Pasachoff “Comment on “Do cathedral glasses flow?,” by Edgar Dutra Zanotto” *American Journal of Physics*, Vol. 66, Issue 11, November 1998, page 1021 (1998)
- [Pav07] D. V. Pavlov, V. N. Rodionov “Relaxation of shear stresses in sands” *Soil Mechanics and Foundation Engineering*, Vol. 44, Issue 3, May 2007, pages 83-86 (2007)
- [Per06] I. Pérez, L. Medina, M. Romana, “Permanent deformation models for a granular material used in road pavements” *Construction and Building Materials*, Vol. 20, Issue 9, November 2006, pages 790-800 (2006)
- [Phi02] P. Philippe, D. Bideau “Compaction dynamics of a granular medium under vertical tapping” *Europhysics Letters*, Vol. 60, Issue 5, December 2002, pages 677-683 (2002)
- [Pol77] H.F. Pollard “Sound waves in solids” *Applied Physics series*, ed. H.J. Goldsmith, Pion Limited, 207 Brondesbury Park, London, 1977
- [Pou01] O. Pouliquen “Les milieux granulaires – entre fluide et solide” Cours de l’ENSTA, Ecole Nationale Supérieure des Techniques Avancées, Paris et cours à l’Institut Universitaire des Systèmes Thermiques et Industriel dans le cadre de l’école doctorale Mécanique, Physique et modélisation, Université de Provence, Marseille, 74 pages (2001)
- [Rad96] F. Radjai, M. Jean, J.-J. Moreau, S. Roux, “Force distributions in dense two-dimensional granular systems” *Physical Review Letters*, Vol. 77, Issue 2, pages 274-277 (1996)
- [Rad99] F. Radjai, S. Roux, J.-J. Moreau “Contact forces in granular packing” *Chaos*, Vol.9, Issue 3, September 1999, pages 544-550 (1999)
- [Rib05] P. Ribière, P. Richard, D. Bideau, R. Delannay, “Experimental compaction of anisotropic granular media” *European Physical Journal E*, Vol. 16, Issue 4, 2005, pages 415-420 (2005)
- [Rib05] P. Ribière, P. Philippe, P. Richard, R. Delannay, D. Bideau “Slow compaction of granular systems” *Journal of Physics: Condensed Matter*, Vol. 17, Issue 24, pages 2743-2754 (2005)
- [Ric83] J. R. Rice, A. L. Ruina “Stability of steady frictional slipping” *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 50, Issue 2, pages 343-349 (1983)
- [Ric03] : P. Richard, P. Philippe, S. Barbe, F. Bourlès, X. Thibault, D. Bideau, “Analysis by x-ray microtomography of a granular packing undergoing compaction”
- [Roe70] K.H. Roscoe, “The influence of strains in soil mechanics” *Géotechnique*, Vol. 20, Issue 2, pages 129-170 (1970)

- [Rou05] J.-N. Roux, F. Chevoir, “Discrete numerical simulation and the mechanical behavior of granular materials” *Bulletin des Laboratoires des Ponts et Chaussées*, Vol. 254, ref. 4541, pages 109-138 (2005)
- [Rou07] J.-N. Roux, S. Emam, M. Sharifipour, C. Dano “Géométrie et propriétés élastiques des matériaux granulaires” 18^{ème} Congrès Français de Mécanique, Grenoble, 27-31 août 2007, 6 pages (2007)
- [Roy96] : D. Royer & E. Dieulesaint, “Ondes Elastiques dans les solides” Tome 1, chapitre : Propagation libre et guidée, Enseignement de la Physique, Masson (1996)
- [Ryc03] A. de Ryck, R. Condotta, M. Lubert “Interrupted shear of granular media” *The European Physical Journal E - Soft Matter*, Vol. 11, Number 2, June 2003, pages 159-167 (2003)
- [Sak04] A. Sakellariou, T.J. Sawkins, T.J. Senden, A. Limaye, “X-ray tomography for mesoscale physics applications” *Physica A. these proceedings* (2004) .
- [Sau03] C. Sauzéat, “Comportement du sable dans le domaine des petites et moyennes déformation : rotation d’axes et effets visqueux” Thèse, Ecole Nationale des Travaux Publics de l’Etat, France 332 pages (2003)
- [Saw95] A. Sawicki and W. Swidzinski “Cyclic compaction of soils, grains and powders” *Powder Technology*, Vol. 85, Issue 2, November 1995, pages 97-104 (1995)
- [Saw98] A. Sawicki and W. Swidzinski “Elastic moduli of non-cohesive particulate materials” *Powder Technology*, Vol. 96, Issue 1, 2 April 1998, pages 24-32 (1998)
- [Sch91] J. H. Schmertmann,, “Mechanical aging of soils” *Journal of geotechnical engineering*, Vol. 117, Issue 9, pages 1288-1330 (1991)
- [Sch03] F. Schlosser “Eléments de mécanique des sols” Ed. Presses de l’Ecole Nationale des Ponts et Chaussées (2003)
- [Sch07] F. Schneider, J.-D. Wörner “Inelastic material behaviour of soda-lime-silica glass” *Glass and Interactive Building Envelopes - Final Report, Volume 1, Research in Architectural Engineering Series*, Ed. by M. Crisinel, M. Eekhout, M. Haldimann, R. Visser, February 2007, 312 pages, pages 149-155 (2007)
- [Sha05] H. Shang, T. Rouxel “Creep behavior of soda-lime glass in the 100–500 K temperature range by indentation creep test” *Journal of the American Ceramics Society*, Vol. 88, Issue 9, pages 2625–2628 (2005)
- [Sha06] H. Shang, T. Rouxel, M. Buckley, C. Bernard “Viscoelastic behavior of a soda-lime-silica glass in the 293-833 K range by micro-indentation” *Journal of Materials Research*, Vol. 21, Issue 3, pages 632-638 (2006)
- [Sil02] L.E. Silbert, D. Ertas, G.S. Grest, T.C. Halsey, D. Levine, “Geometry of frictionless and frictional sphere packings” *Physical Review E - Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics*, Vol. 65, Issue 3, art. n°. 031304, pages 1- 6 (2002)
- [Som05] E. Somfai, J.-N. Roux, J. H. Snoeijer, Ma. van Hecke, W. van Saarloos “Elastic wave propagation in confined granular systems” *Physical Review E*, Vol. 72, art. n°. 021301, pages 1-18 (2005)

- [Sou06] G. Soulié, M. S. El Youssoufi, F. Cherblanc and C. Saix, “Capillary cohesion and mechanical strength of polydisperse granular materials” *The European Physical Journal E - Soft Matter*, Vol. 21, n° 4, décembre 2006, pages 349-357 (2006)
- [Swa99] M. V. Swain “Plastic deformation of brittle materials”, *Key Engineering Materials* Vol. 166, pages 41- 46 (1999)
- [Tes04] S. Testu, S. Etienne, J.-M. Ricard “Etude du renforcement mécanique du verre par trempe thermique” *Laboratoire de Physique des Matériaux, Ecole des Mines, Nancy* (2004)
- [Tra87] : T. Travers, M. Ammi, D. Bideau, A.Gervois, J.C. Messenger, J.P. Troadec “Uniaxial compression of 2d packings of cylinders : effects of weak disorder” *Europhysics Letters*, Vol. 4, Issue 3, pages 329-332 (1987)
- [Tre04] F. Trentadue “An equilibrium-based approach for the micromechanical modelling of a non-linear elastic granular material” *Mechanics of Materials*, Vol. 36, Issue 4, April 2004, pages 323-334 (2004)
- [Uyg06] E. Uygur, A. Doven, “Monotonic and cyclic oedometer tests on sand at high stress levels” *Granular Matter*, Vol. 8, Number 1, mars 2006, pages 19-26 (2006)
- [Vai77] Y. P. Vaid, R. G. Campanella, “Time-dependent behavior of undisturbed clay” *ASCE Journal of Geotechnical Engineers Division*, Vol. 103, Issue 7, pages 693-709 (1977)
- [Vel02] B. Velicky, C. Caroli, “Pressure dependence of the sound velocity in a two-dimensional lattice of Hertz-Mindlin balls: Mean-field description” *Physical Review E*, Vol. 65, Issue 2, February 2002, pages 021307-1 à 021307-14 (2002)
- [Wu78] T. H. Wu, Tien, A. N. El Refai, J.R. Hsu, “Creep deformation of clays” *ASCE Journal of Geotechnical Engineers Division*, Vol. 104, Issue 1, pages 61-76 (1978)
- [Yin99] J.-H. Yin, J. Graham “Elastic viscoplastic modelling of time-dependent stress-strain behaviour of soils” *Canadian Geotechnical Journal*, Vol. 36, Issue 4, pages 736-745 (1999)
- [Yin02] J.-H. Yin, J.-G. Zhu, J. Graham, “A new elastic viscoplastic model for time-dependent behaviour of normally and overconsolidated clays: Theory and verification” *Canadian Geotechnical Journal*, Vol. 39, Issue 1, pages 157-173 (2002)
- [Zan98] E. Zanotto, “Do cathedral glasses flow?” *American Journal of Physics*, Vol. 66, Issue 5, May 1998, pages 392-395 (1998)
- [Zha05] D.Z. Zhang, “Evolution of enduring contacts and stress relaxation in a dense granular medium” *Physical Review E - Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics*, Vol. 71, Issue 4, art. n° 041303, pages 1-10 (2005)

Résumé :

Ce travail porte sur la caractérisation, par une méthode acoustique, du comportement mécanique d'un milieu granulaire sous chargement cyclique. La propagation d'ondes ultrasonores, à travers le réseau des contacts supportant les efforts dans l'échantillon, permet de sonder les propriétés viscoélastiques de ces milieux hétérogènes. Dans une première partie, nous étudions le comportement visco-élasto-plastique d'un empilement de billes de verre lors d'un essai oedométrique. Nous examinons en particulier le tassement, ou la déformation résiduelle, et la dissipation hystérétique, en fonction du nombre de cycles, du taux de déformation et de l'état de surface des billes. Nous montrons que les modules déduits des données mécaniques (déformation $\varepsilon \sim 10^{-4}$ - 10^{-3}) sont dix fois plus petits que ceux obtenus par les mesures acoustiques ($\varepsilon \sim 10^{-7}$) à cause de la réponse non linéaire du milieu. Dans une seconde partie, nous nous intéressons au fluage et à la relaxation de contrainte du milieu. L'originalité de cette étude est le suivi par la mesure de la vitesse du son, qui présente une augmentation de type logarithmique dans les deux types d'essais. Le modèle basé sur la mécanique des microcontacts entre grains rugueux décrit bien nos résultats expérimentaux.

Mots-clés : Acoustique des milieux granulaires, essai oedométrique, chargement cyclique, fluage et relaxation.

Abstract:

This work deals with the characterization, by an acoustical method, of the mechanical behaviour of a dry dense granular medium under cyclic loading using an acoustic technique. The sound propagation through the contact-force network supporting the external load offers a non-invasive probe of the viscoelastic properties of such heterogeneous media. First, we study the visco-elasto-plastic response of the glass bead packing during an oedometric test and investigate the settlement or residual deformation and the hysteretic dissipation as function of loading cycles, strain rate and the surface state of the grains. We show that the modulus deduced from mechanical results (strain $\varepsilon \sim 10^{-4}$ - 10^{-3}) are about tens time smaller than those from acoustic measurements ($\varepsilon \sim 10^{-7}$) due to the nonlinear response of the material. Next, we examine creep and relaxation phenomena of the granular medium. The novelty of our study lies in the simultaneous monitoring of the sample using acoustic measurements. We find quasi-logarithmic increase of sound velocities in both mechanical tests. The model based on the mechanics of micro-contact between rough grains describes fairly well our experimental results.

Key words: Acoustics of granular media, oedometric test, cyclic loading, creep and relaxation.