



HAL
open science

Mesures QND en électrodynamique quantique en cavité : production et décohérence d'états de Fock ; effet Zenon quantique

Julien Bernu

► To cite this version:

Julien Bernu. Mesures QND en électrodynamique quantique en cavité : production et décohérence d'états de Fock ; effet Zenon quantique. Physique Atomique [physics.atom-ph]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2008. Français. NNT : . tel-00351299

HAL Id: tel-00351299

<https://theses.hal.science/tel-00351299>

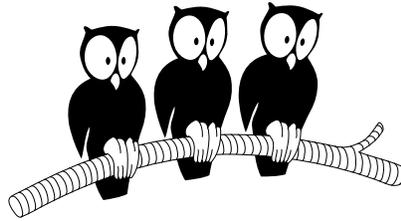
Submitted on 10 Jan 2009

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Département de Physique
École Normale Supérieure

Laboratoire Kastler-Brossel



THÈSE de DOCTORAT de l'UNIVERSITÉ PARIS 6

Spécialité : Physique Quantique

présentée par

Julien BERNU

pour obtenir le grade de DOCTEUR de l'UNIVERSITÉ PARIS 6

**Mesures QND en Électrodynamique Quantique en Cavité :
Production et Décohérence d'États de Fock - Effet Zénon**

Soutenue le 23 septembre 2008

devant le jury composé de :

- | | | |
|------------------------------|-------|--------------------|
| M. Patrice BERTET | | Examinateur |
| M. Alberto BRAMATI | | Président |
| M. Michel BRUNE | | Membre invité |
| M. Luiz DAVIDOVICH | | Rapporteur |
| M. Serge HAROCHE | | Directeur de thèse |
| M. Jean-François ROCH | | Rapporteur |

Remerciements

J'ai effectué mon travail de thèse au laboratoire Kastler-Brossel. Je souhaite remercier ici ses directeurs successifs, Frank Laloë et Paul Indelicato, d'avoir bien voulu m'y accueillir.

Serge Haroche a encadré ce travail de thèse. La qualité des expériences qu'il dirige avec Jean-Michel Raimond tout comme le talent pédagogique dont il fait preuve dans tous ses cours et exposés, notamment ceux du Collège de France, sont exceptionnels. Travailler dans son équipe a été pour moi une chance extraordinaire pour mieux comprendre l'étrangeté du monde quantique et je tiens à l'en remercier.

Je tiens également à remercier Jean-Michel pour sa gentillesse et sa disponibilité. Malgré la lourde charge de travail supplémentaire que représente la fonction de directeur du département de physique, il a toujours suivi de près le déroulement des expériences en « salle de manip ». Sa compréhension des phénomènes physiques, dans chacun des nombreux domaines que peut couvrir cette expérience, est impressionnante et m'a souvent permis d'éclaircir quelque point obscur lors de discussions au « pot ».

Michel Brune a assuré le suivi quotidien de l'expérience. Michel est un véritable puits de science, sa connaissance du dispositif est sans limite, aucun bouton (pourtant innombrables) ne recelle de secret pour lui. Sa grande disponibilité pour nous enseigner tout son savoir-faire expérimental aura été sans faille. Son époustouflante intuition reposant sur sa maîtrise profonde de l'expérience ont été d'une aide précieuse et toujours d'une redoutable efficacité. Il a souvent suffi d'un simple appel au secours dans son bureau pour voir Michel surgir en salle de manip et « débbuger » en quelques secondes une situation sur laquelle nous nous cassions les dents. Par ailleurs, son talent hors pair pour extraire le sens physique des données expérimentales est pour beaucoup dans la qualité des résultats présentés dans ce mémoire. Pour toutes ces raisons, je souhaite le remercier vivement.

Stefan Kuhr, Sébastien Gleyzes et Christine Guerlin ont été mes premiers guides en salle de manip. A leur contact j'ai appris à faire tourner l'expérience au jour le jour, à en apprivoiser la complexité et à mener un projet expérimental sur le long terme. Ce sont eux qui ont construit la nouvelle version de l'expérience. Aucun des résultats présentés dans ce mémoire n'aurait été possible sans ce travail considérable et ingrat (Stefan et Sébastien ont quitté le groupe au moment où nous obtenions les premiers signaux intéressants). Je souhaite à Sébastien de rapidement obtenir un poste permanent dans l'équipe comme il le désire, qu'il puisse s'amuser un peu avec le jouet qu'il s'est acharné à construire pendant près de trois ans.

L'équipe s'est progressivement renouvelée en accueillant Samuel Deléglise, Igor Dotsenko et Clément Sayrin. Nous avons également eu le plaisir de recevoir Ulrich Busk Hoff et de partager

l'expérience avec lui pendant un an. Cohabiter à quatre ou cinq dans une salle où les oscilloscopes et les pompes se battent déjà avec les tables optiques pour trouver un coin où survivre aurait pu engendrer un carnage - de même que l'organisation des transferts d'hélium chaque week-end et pendant les vacances. Et pourtant... Les grandes qualités humaines de chacun ont permis de conserver en salle de manip une atmosphère agréable et même amicale. La très bonne entente qui y a régné a été une raison essentielle du bon déroulement scientifique du travail.

Merci donc à vous tous qui m'avez accompagné pendant ces trois ans de thèse : Sébastien, Christine, Samuel, Clément, Stefan, Igor et Ulrich. C'est aujourd'hui des antipodes que j'écris mes remerciements mais j'espère sincèrement que nos chemins se recroiseront.

Je souhaite aussi remercier tous ceux qui m'ont aidé lors de la rédaction de ce mémoire : Michel pour ses nombreux et judicieux conseils, Luiz Davidovich et Jean-François Roch pour avoir accepté d'être rapporteurs, de même que Patrice Bertet, Jean-Michel, Clément et Sébastien. Merci aussi à Alberto Bramati d'avoir présidé mon jury de thèse.

Je remercie de même les membres de l'autre équipe du groupe pour la bonne ambiance qu'ils ont su maintenir : Andreas Emmert, Gilles Nogues, Cédric Roux et Thomas Nirrengarten. Je dois avouer que l'expérience du sauna dans la maison d'Andreas à Munich après la fête de la bière restera l'image la plus décalée que je conserverai de ces trois années de thèse !

Merci également à ceux qui ont rendu ce travail possible par leur contribution précieuse bien qu'invisible notamment Olivier Andrieu à la cryogénie mais aussi tous les membres du secrétariat et des divers services généraux.

Merci enfin à ma mère d'avoir supporté chez elle un « Tanguy » pendant ces trois dernières années !

Table des matières

Introduction	13
I Description du dispositif expérimental	25
I.1 Un atome à deux niveaux et un mode du champ dans le régime de couplage fort .	26
I.1.1 Les atomes de Rydberg circulaires	26
I.1.1.a Un système hydrogénoïde	26
I.1.1.b Une antenne géante pour le champ électrique	27
I.1.1.c Un grand temps de vie	28
I.1.1.d Le champ électrique directeur	28
I.1.1.e Choix de la valeur de n	30
I.1.1.f Deux niveaux distinguables	31
I.1.2 Le résonateur micro-onde	32
I.1.2.a Une cavité Fabry-Pérot	32
I.1.2.b Une très grande finesse	34
I.1.3 Un système à deux niveaux fermé dans le régime de couplage fort	36
I.2 Un système parfaitement contrôlé	38
I.2.1 Une vue d'ensemble du dispositif expérimental	38
I.2.2 Contrôle de la cavité	38
I.2.2.a La fréquence du mode	38
I.2.2.b Réduction du champ thermique	42
I.2.2.c Préparation d'un état cohérent	43
I.2.2.d Remise à zéro du champ	44
I.2.3 Contrôle des atomes	44
I.2.3.a Préparation des états de Rydberg circulaires	44
I.2.3.b Contrôle de la fréquence atomique	46
I.2.3.c Contrôle de l'état interne : les zones de Ramsey	47
I.2.3.d Contrôle de la position et de la vitesse	50
I.2.3.e Nombre d'atomes par paquet	51
I.2.4 Récapitulatif	54
II Description théorique du système atome-champ	55
II.1 L'atome à deux niveaux	55
II.1.1 Spin atomique et sphère de Bloch	55

II.1.2	Evolution du spin atomique	57
II.1.3	Interférométrie atomique	59
II.2	Le champ électromagnétique quantifié	62
II.2.1	Les états cohérents	62
II.2.2	Les états de Fock	66
II.2.3	Le champ thermique	66
II.3	Couplage de la cavité	68
II.3.1	Couplage à la source classique	68
II.3.2	Couplage à l'environnement	69
II.3.2.a	L'équation pilote	69
II.3.2.b	Taux de départ des états de Fock	70
II.3.2.c	Opérateurs de saut et trajectoires Monte-Carlo	71
II.4	Interaction atome - champ	74
II.4.1	Le hamiltonien de Jaynes-Cummings	74
II.4.2	Interaction résonante : échange d'énergie	76
II.4.2.a	Les états habillés	76
II.4.2.b	L'oscillation de Rabi du vide	76
II.4.3	Interaction dispersive : effets de déphasage	78
II.4.3.a	Déphasage d'un état cohérent par un atome	79
II.4.3.b	Déphasage d'un dipôle atomique par un état de Fock	80
II.4.4	Mesure QND d'un nombre de photons	81
II.4.4.a	Mesure du spin atomique	82
II.4.4.b	Détermination de l'état du champ	83
III	Mesure QND d'un nombre de photons	87
III.1	Détecter 0 ou 1 photon	87
III.1.1	Réglages préliminaires	87
III.1.1.a	Le déphasage par photon	87
III.1.1.b	Réglage du déphasage par photon et de la phase de mesure	89
III.1.2	Observation des premiers sauts quantiques de la lumière	90
III.1.2.a	Résultats bruts	90
III.1.2.b	Reconstruction quantitative du nombre de photons et trajectoires individuelles	91
III.1.3	Analyses des trajectoires Monte-Carlo	93
III.1.3.a	Le champ thermique	94
III.1.3.b	Relaxation d'un photon	94
III.2	Détecter des nombres de photons plus élevés	99
III.2.1	Réglages préliminaires	99
III.2.1.a	Le désaccord atome-champ	99
III.2.1.b	Les phases de mesures	100
III.2.1.c	Détermination des paramètres expérimentaux	101
III.2.1.d	Le nombre d'atomes pour la mesure	102
III.2.2	Résultats	103

III.2.2.a	Projection progressive du champ sur un état de Fock	103
III.2.3	Vérification des postulats de la mesure	103
III.2.4	Trajectoires Monte-Carlo et moyenne d'ensemble	105
III.3	Mesure directe du spin atomique	110
III.3.1	Principe général	110
III.3.1.a	Coder l'état du champ sur un échantillon mésoscopique d'atomes	110
III.3.1.b	Mesure du spin atomique	111
III.3.2	Résultats	112
III.3.2.a	Corrélation au nombre de photons	112
III.3.2.b	Sauts quantiques	114
III.3.3	Calibration précise des paramètres expérimentaux	114
III.3.4	Mesure précise de probabilités moyennes	116
IV	Tomographie partielle de la décohérence des états de Fock	117
IV.1	Principe général	117
IV.2	Limites des méthodes d'analyse précédentes	119
IV.3	Décimation itérative	121
IV.4	Sélection des états de Fock	123
IV.4.1	Augmentation de la statistique	123
IV.4.2	Amélioration de la sélection	123
IV.5	Analyse des données expérimentales	124
IV.5.1	Traitement matriciel des données	124
IV.5.2	Méthode d'ajustement	126
IV.5.3	Résultats	127
IV.5.3.a	Production des courbes expérimentales $P(k, t n)$	127
IV.5.3.b	Ajustement des taux de départ des états de Fock	129
V	L'effet Zénon quantique	133
V.1	Explication théorique de l'effet Zénon quantique	133
V.1.1	Théorie générale	133
V.1.2	Principe de notre expérience	135
V.2	Difficultés expérimentales	139
V.2.1	Mesure du spectre de la cavité	139
V.2.2	Les vibrations	141
V.2.2.a	Réduction des vibrations	141
V.2.2.b	Effet des vibrations résiduelles sur la cavité	142
V.2.3	Les dérives lentes	144
V.2.3.a	Stabilisation des cales piézoélectriques	144
V.2.3.b	Asservissement de la pression du bain d'hélium	145
V.2.3.c	Asservissement de la température	147
V.2.3.d	Amélioration de l'asservissement de la source	148
V.2.4	Effet d'un désaccord résiduel entre la source et la cavité	149
V.3	Résultats expérimentaux	154

V.3.1	Séquences expérimentales	154
V.3.2	Croissance cohérente du champ en l'absence de mesure	155
V.3.3	Effet Zénon	160
V.3.4	Analyse de la croissance résiduelle	162
V.3.4.a	Marche au hasard	163
V.3.4.b	Brouillage incomplet de la phase	164
Conclusion		169
A Mesure de l'efficacité de détection		175
B Décimation itérative et probabilités réelles		179
C Effet sur la statistique de l'utilisation multiple d'une même réalisation		181
D Effet Zénon et relaxation		183
E Mesures préliminaires : croissance d'un champ cohérent		189
F Correction des barres d'erreurs pour la mesure QND du nombre de photons		191
Bibliographie		193

Table des figures

Introduction

1	Première observation de sauts quantiques.	14
2	Observation de sauts quantiques du mouvement cyclotron d'un électron.	15
3	Schéma de principe de notre mesure QND de photons.	16
4	Principe d'une mesure QND d'une intensité lumineuse.	17
5	Première observation de l'effet Zénon quantique.	21
6	Observation des effets Zénon et Anti-Zénon sur un système artificiel instable.	22

Description du dispositif expérimental

I.1	Les deux niveaux atomiques utilisés dans l'expérience.	27
I.2	Diagramme d'énergie des niveaux de Rydberg $n = 50$ et $n = 51$ en présence d'un champ électrique.	29
I.3	Détection des atomes.	31
I.4	Géométrie de la cavité micro-onde.	33
I.5	Spectre de la cavité.	35
I.6	Oscillations de Rabi du vide.	37
I.7	Schéma du dispositif expérimental.	39
I.8	Schéma du cœur du dispositif expérimental.	40
I.9	Schéma du bloc cavité.	41
I.10	Réglage de la fréquence de la cavité.	41
I.11	Isolation thermique de la cavité.	42
I.12	Dispositif d'injection de la micro-onde dans la cavité.	43
I.13	Les différentes étapes de la préparation des atomes de Rydberg circulaires.	45
I.14	Mesure de la fréquence atomique.	48
I.15	Mesure l'effet Stark quadratique sur la fréquence atomique.	48
I.16	Schema des zones de Ramsey.	49
I.17	Dispositif d'injection de la micro-onde dans les zones de Ramsey.	50
I.18	Sélection en vitesse des atomes par effet Doppler.	52
I.19	Sélection en vitesse des atimes par temps de vol.	53
I.20	Sélection par temps de vol de classes de vitesses parasites	53

Description théorique du système atome-champ

II.1	Représentation de l'état d'un système à 2 niveaux sur la sphère de Bloch.	56
II.2	Evolution du spin atomique dans la sphère de Bloch.	59
II.3	Franges de Ramsey.	61
II.4	Fonction Q de d'un état cohérent.	64
II.5	Deux représentations d'un même état cohérent.	65
II.6	Fonction Q de l'état de Fock	67
II.7	Le champ thermique.	67
II.8	Taux de transition entre états de Fock voisins sous l'effet de la relaxation.	71
II.9	Simulation de l'évolution du champ sous l'effet de la relaxation.	73
II.10	Energie des états habillés.	75
II.11	Oscillations de Rabi du vide.	77
II.12	Déplacement lumineux des niveaux d'énergie.	78
II.13	Déphasage d'un état cohérent par un atome.	80
II.14	Déphasage du dipôle atomique par un état de Fock.	81
II.15	Etat atomique après interaction avec le champ.	82
II.16	Principe de notre mesure QND de photons uniques.	84
II.17	Information sur le champ apportée par une détection atomique.	85

Mesure QND d'un nombre de photons

III.1	Déphasage par photon en fonction du désaccord atome-champ.	89
III.2	Non linéarité du déphasage en fonction du nombre de photons pour un désaccord $\delta = 2\pi \cdot 58$ kHz.	90
III.3	Franges de Ramsey dans le vide et dans l'état $ 1\rangle$	91
III.4	Détections atomiques brutes correspondant à la mesure du champ thermique.	92
III.5	Deux exemples de trajectoire du champ thermique.	93
III.6	Relaxation de l'état à un photon.	96
III.7	Statistique de la durée des paliers à $ 0\rangle$ et $ 1\rangle$	97
III.8	Mesure de parité du nombre de photons.	98
III.9	Non linéarité du déphasage en fonction du nombre de photons pour un désaccord $\delta = 2\pi \cdot 272$ kHz.	99
III.10	Etat atomique après interaction avec le champ.	100
III.11	Variation de la phase de mesure de spin atomique.	101
III.12	Franges de Ramsey dans le vide correspondant à 4 phases de mesure différentes.	102
III.13	Exemples d'analyses par décimation.	104
III.14	Histogramme des valeurs de $\langle n \rangle$	106
III.15	Deux trajectoires quantiques.	107
III.16	Moyenne statistique du nombre de photons $\langle n \rangle$ au cours du temps.	108
III.17	Statistique du champ à différents moments de sa relaxation.	109
III.18	Mesure complète de l'état atomique par « tomographie ».	111
III.19	Histogramme des valeurs mesurées des spins.	113

III.20	Sélection d'un état de Fock.	113
III.21	Évolution de la direction du spin pour une trajectoire particulière.	114
III.22	Ajustements des paramètres expérimentaux.	116

Tomographie partielle de la décohérence des états de Fock

IV.1	Evolution moyenne de l'état de Fock $ 4\rangle$	120
IV.2	Estimation de la pureté de la sélection.	121
IV.3	Relaxation d'un champ cohérent.	122
IV.4	Evolution de $P(0, t 7)$ en fonction du temps t	128
IV.5	Pureté de sélection des états de Fock.	129
IV.6	Taux de départ totaux des états de Fock.	130
IV.7	Taux de départ partiels des états de Fock.	130
IV.8	Relaxation des états de Fock.	131

L'effet Zénon quantique

V.1	Observation de l'effet Zénon quantique.	138
V.2	Spectre de la cavité enregistré avant stabilisation.	140
V.3	Circuit d'asservissement du quartz.	141
V.4	Spectre des vibrations.	143
V.5	Spectre de résonance de la cavité (avec bandes latérales).	144
V.6	Stabilisation des cales piézoélectriques.	145
V.7	Corrélation entre la fréquence de la cavité et la pression d' ^4He	146
V.8	Schéma du système d'asservissement de la pression du bain ^4He	147
V.9	Corrélation entre la fréquence et la température de la cavité.	147
V.10	Spectre de la cavité.	148
V.11	Dérives de fréquence de la cavité.	149
V.12	Mesure de la stabilité en fréquence de la source et de la cavité.	150
V.13	Effet d'un désaccord résiduel entre la source et la cavité.	151
V.14	Premier essai d'enregistrement de la croissance cohérente du champ.	152
V.15	Comparaison des spectres de résonance de la cavité mesurés à l'aide du niveau 52d et à l'aide des états circulaires.	153
V.16	Mesure de la croissance cohérente du champ.	153
V.17	Diagramme espace-temps des séquences expérimentales.	156
V.18	Histogrammes des phases du spin atomique mesurées après 0, 5, 10, 20, 30 et 50 injections.	158
V.19	Croissance cohérente du champ dans la cavité.	160
V.20	Histogrammes des projections du spin atomique (effet Zénon)	161
V.21	Observation de l'effet Zénon quantique.	163
V.22	Croissance résiduelle du champ malgré l'effet Zénon.	164
V.23	Principe du brouillage de la phase du champ lors d'une mesure QND du nombre de photons.	166

V.24	Brouillage progressif de la phase du champ lors d'une mesure QND du nombre de photons.	166
V.25	Croissance résiduelle du champ malgré l'effet Zénon.	168

Conclusion

7	Première mesure de fonctions de Wigner complètes de chats de Schrödinger. . .	172
8	Décohérence d'un chat de Schrödinger.	172

Annexes

A.1	Franges de Ramsey dans le vide ou en présence supposée de 1 photon.	175
A.2	Franges de Ramsey dans le vide pur et dans un mélange statistique de $ 0\rangle$ contaminé par du $ 1\rangle$	177
D.1	Variation avec E des fonctions $K(E)$ et $F_t((E - E_i)/\hbar)$	185
E.1	Franges de Ramsey dans différents champs cohérents.	190
F.1	Fenêtres glissantes.	192

Introduction

Une théorie aussi efficace qu'étrange

Depuis près d'un siècle, la mécanique quantique a été couronnée de nombreux succès. Elle a d'abord permis de résoudre toute une série d'énigmes que la théorie classique ne parvenait pas à expliquer : le rayonnement du corps noir, la stabilité et le spectre des atomes, l'existence de matériaux conducteurs ou isolants... En permettant une compréhension fondamentale des phénomènes physiques, elle a trouvé de vastes domaines d'application. La mécanique quantique a été à la base de presque toutes les percées technologiques modernes : l'invention du transistor et tout le développement de l'informatique qui en a découlé, les lasers, les nanotechnologies, les horloges atomiques permettant le fonctionnement du GPS... Sur cette théorie reposent encore de grandes applications potentielles : le développement des supraconducteurs à haute température critique, le traitement quantique de l'information...

Si cette théorie n'a jamais été démentie depuis sa création dans les années 1920, elle remet violemment en cause notre représentation du monde. Son formalisme autorise en effet des comportements physiques qui choquent le « bon sens commun ». Elle permet notamment qu'un système se trouve en même temps dans deux états différents, et même qu'il soit de deux « natures » différentes : ondulatoire et corpusculaire. En expliquant l'effet photo-électrique, Einstein a bousculé l'idée communément admise que la lumière *était* une onde. De même l'expérience des fentes d'Young a prouvé qu'une particule, tout comme une onde, peut passer simultanément par deux fentes pour interférer avec elle même [1].

Les pères fondateurs n'ont cessé d'avoir recours à des expériences de pensée pour construire leur théorie et tester sa cohérence. Parmi les plus fameuses, citons celle de Schrödinger [2] dans laquelle un chat est paradoxalement à la fois mort et vivant, ou encore le « paradoxe EPR », dû à Einstein, Podolsky et Rosen, qui semble violer la causalité [3]. Ces expériences posent le problème de la mesure en mécanique quantique et notamment l'interprétation qui en est donnée par l'école de Copenhague [4, 5]. La mécanique quantique postule en effet que l'interaction entre le système mesuré et l'appareil de mesure entraîne une modification profonde et fondamentale de l'état du système lorsque celui-ci n'est pas dans un état propre de l'observable mesurée. Cette invasion de l'observateur dans le système quantique lors de la mesure est formellement décrite par une projection de sa fonction d'onde.

Ce postulat de projection a d'étonnantes conséquences. Si l'observable considérée a des valeurs propres discrètes, une mesure continue projette continuellement le système sur l'un des états propres. L'évolution continue est alors remplacée par une « trajectoire » discontinue présentant

des sauts brusques et aléatoires entre les différentes valeurs propres possibles. Ce comportement étrange a été baptisé « sauts quantiques » [6].

De nombreuses expériences de pensée font appel aux mesures projectives idéales. C'est de même sous cette forme que les manuels d'enseignement définissent généralement une mesure quantique. Pourtant, bien peu d'appareils sont capables de réaliser de telles mesures. L'invasion du détecteur dans le système résulte souvent en une modification bien plus importante que la simple projection requise par le postulat fondamental. Le système est même souvent *détruit* lors de la mesure. Par exemple, un photo-détecteur habituel absorbe le photon mesuré pour produire un signal électrique. La destruction du système lors de la détection interdit une mesure répétée et donc l'observation de sauts quantiques.

Le développement des techniques de pièges à ions a permis la réalisation de mesures quantiques idéales. L'état interne d'un ion piégé à deux niveaux (notés 1 et 2) peut en effet être mesuré par fluorescence [7]. Lors d'une telle mesure (figure 1), une transition optique cyclante vers un niveau auxiliaire instable (noté 3) est excitée par laser. Si le laser est accordé sur la transition $1 \leftrightarrow 3$, le laser n'a aucun effet lorsque l'ion est dans l'état 2. En revanche lorsque l'ion est initialement dans l'état 1, il oscille rapidement entre 1 et 3, ce qui est mesurable grâce aux photons de fluorescence issus de la désexcitation du niveau 3. Après chaque excitation, l'ion retombe sûrement et rapidement dans le niveau 1. Dans les deux cas l'ion reste disponible pour d'autres mesures.

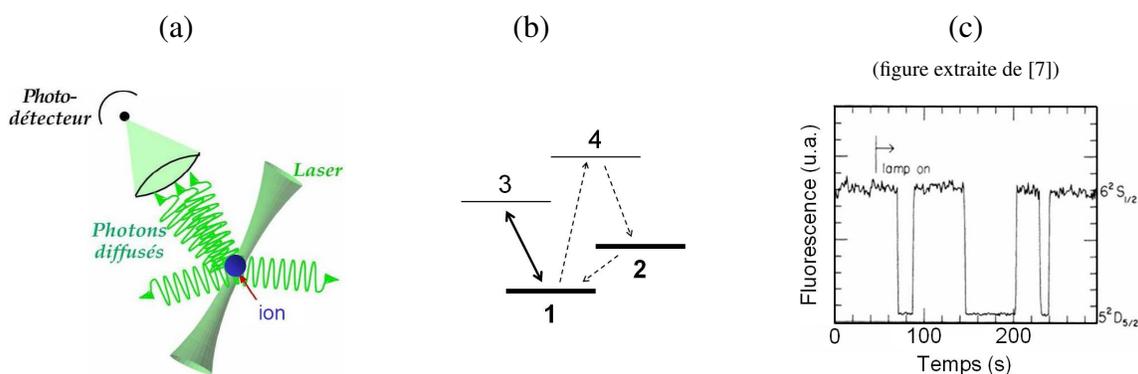


FIGURE 1 – Première observation de sauts quantiques. (a) et (b) : L'état interne d'un ion est mesuré par fluorescence. Un laser est accordé sur la transition cyclante $1 \leftrightarrow 3$. Lorsque l'ion est dans le niveau 1, il diffuse les photons du laser tandis qu'il reste « noir » quand il est dans le niveau 2. (b) et (c) : une transition de 1 vers 2 (métastable) est excitée via le niveau 4, les brusques changement du taux de fluorescence mesuré (c) traduisent les sauts quantiques de l'ion.

L'observation de sauts quantiques suppose une évolution contrariée par la mesure continue. Une transition du niveau 1 vers le niveau 2 est excitée via un autre niveau auxiliaire instable (noté 4). Le niveau 2 ayant un temps de vie moyen d'environ 30 s, l'ion finit par retomber dans l'état fondamental 1. La figure 1.c présente une mesure typique obtenue dans ces conditions : les brusques changement du taux de fluorescence mesuré traduisent les sauts quantiques de l'ion.

Des résultats similaires ont été obtenus la même année dans d'autres systèmes ioniques [8, 9], puis plus récemment pour une molécule [10]. En 1999, dans le cadre de mesures de précision du

moment magnétique de l'électron [11], une mesure QND capable de résoudre les états de Fock d'un oscillateur harmonique a été développée et a permis l'observation des sauts quantiques du mouvement cyclotron quantifié d'un électron jusqu'à des états de Fock $|n = 4\rangle$ [12, 13]. La figure 2 représente quatre exemples de trajectoires obtenues. Des mesures non-destructives ont également été réalisées sur d'autres systèmes à deux niveaux comme des atomes [14, 15], des qubits supraconducteurs [16, 17] ou des boîtes quantiques [18, 19]. Dans toutes ces expériences, un système matériel est sondé avec de la lumière ¹.

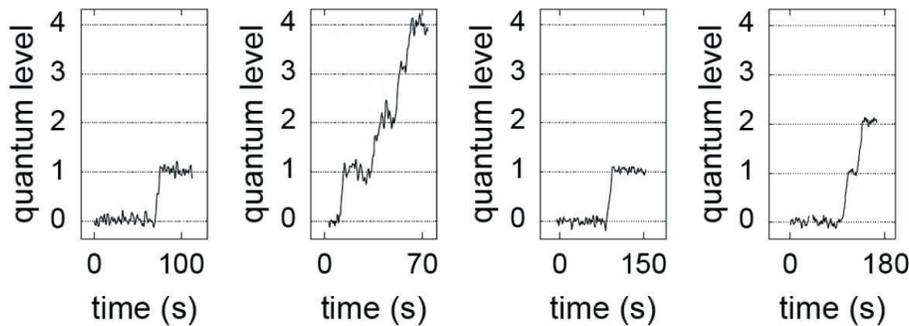


FIGURE 2 – Observation des sauts quantiques entre états de Fock pour le mouvement cyclotron d'un électron [12].

L'un des objets de ma thèse a été de réaliser une expérience « complémentaire » où - pour la première fois - les sauts quantiques de la lumière elle-même ont été observés à l'aide de particules matérielles [20].

Des photons micro-onde sont piégés dans une cavité supraconductrice de très grande finesse. Des atomes à deux niveaux fortement couplés au champ sont envoyés à travers la cavité légèrement désaccordée par rapport à la fréquence atomique. Ce désaccord interdit tout échange d'énergie entre le champ et les atomes. L'interaction dispersive déplace alors simplement la fréquence atomique proportionnellement au nombre de photons. Ce déplacement lumineux est finalement détecté par interférométrie atomique de Ramsey. Le schéma de principe de cette expérience est présenté en figure 3. Les atomes à deux niveaux se comportent comme de petites horloges atomiques dont la marche est modifiée par les photons présents. Il suffit ainsi de lire l'heure indiquée par l'horloge pour connaître le nombre de photons [21].

Cette expérience n'aurait jamais été possible sans le considérable travail de Sébastien Gleyzes, Stefan Kuhr et Christine Guerlin qui ont rebâti presque intégralement le cœur du dispositif expérimental. Les deux avancées majeures ont été premièrement la construction d'un nouvel interféromètre de Ramsey améliorant grandement la qualité des mesures, et deuxièmement le développement d'une nouvelle génération de cavités ouvertes compatibles avec les nouvelles contraintes en terme d'interférométrie. Les nouveaux miroirs sont constitués d'un substrat en cuivre usiné au diamant à l'échelle optique. La grande qualité de surface a permis d'atteindre une finesse inégalée de $4,6 \cdot 10^9$ [22] correspondant à un temps de vie moyen macroscopique des photons dans le mode : 0,13 s ! Un tel temps de vie permet de mesurer un très grand nombre de fois le

1. Ou des champs électromagnétiques de plus faibles fréquences (micro-onde, radio-fréquence...).

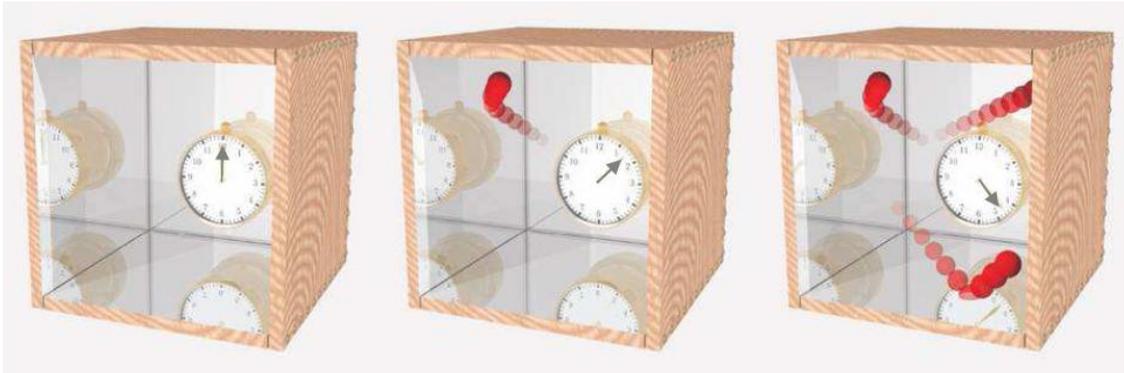


FIGURE 3 – Schéma de principe de notre mesure QND de photons. Des atomes uniques sont utilisés comme de petites horloges atomiques. La fréquence de la transition atomique, donc l'heure indiquée par l'horloge, est altérée par les photons présents dans la cavité (représentée par la boîte). En lisant l'heure de l'horloge, on mesure le nombre de photons.

même photon et d'observer les sauts quantiques du champ. Il rend possible toute une gamme de nouvelles expériences.

Il y a une dizaine d'années, Gilles Nogues avait déjà réussi à mesurer des photons sans les détruire [23, 24] avec la version précédente de notre dispositif expérimental. Le temps de vie des photons alors limité à 1 ms était cependant trop court pour pouvoir observer des sauts quantiques : il ne pouvait réaliser guère plus de 3 mesures du même photon. Il utilisait de plus une interaction résonnante : le photon était absorbé par l'atome puis redéposé dans la cavité lors d'une oscillation de Rabi quantique. Le changement de signe de la fonction d'onde induit par l'oscillation était là aussi détecté par interférométrie de Ramsey. A cause du contraste fini des oscillations de Rabi, le photon n'était redéposé que dans 80% des cas limitant ainsi le caractère non destructif de sa mesure. Enfin cette méthode est intrinsèquement limitée à la mesure de photons uniques.

En utilisant l'effet Kerr croisé, des mesures non destructives d'intensités lumineuses ont également été proposées en optique [25] puis réalisées [26, 27, 28]. Un faisceau signal est envoyé dans un milieu non linéaire (figure 4). L'indice de réfraction du milieu est modifié en fonction de l'intensité lumineuse dans le faisceau signal. Le changement d'indice peut être détecté par interférométrie sur un faisceau sonde. Cette technique élégante a cependant deux limites empêchant l'observation de sauts quantiques. D'une part sa résolution n'atteint pas la limite ultime consistant à mesurer exactement le nombre de photons. D'autre part elle utilise des champs propageants mal adaptés à des mesures répétées.

Mesures Quantiques Non Destructives et répétabilité

L'observation de sauts quantiques nécessite une mesure répétable. Le postulat de projection implique que deux mesures infiniment proches donnent toujours le même résultat. Expérimentalement, deux mesures sont toujours espacées d'une durée finie. Ce délai peut parfois avoir des conséquences majeures quant à la répétabilité des mesures.

Lorsque l'observable mesurée ne commute pas avec le hamiltonien libre du système, ses

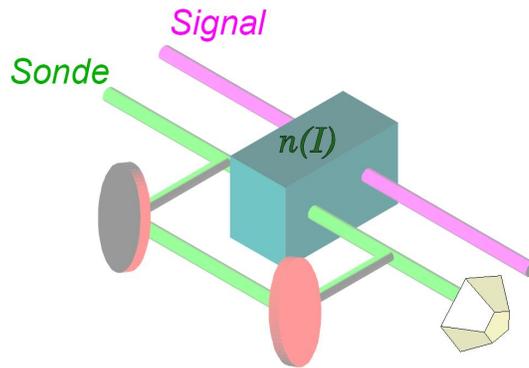


FIGURE 4 – Principe d'une mesure QND d'une intensité lumineuse. Un faisceau signal modifie l'indice d'un milieu par effet Kerr. Cette modification est détectée par interférométrie sur le faisceau sonde.

états propres ne sont pas stationnaires. Dans ces conditions, deux mesures espacées d'un temps fini n'ont aucune raison de produire le même résultat. Considérons par exemple une mesure de position \hat{x} . S'il est interdit de connaître exactement la position d'une particule conformément à l'inégalité d'Heisenberg :

$$\Delta \hat{x} \cdot \Delta \hat{p} \geq \frac{\hbar}{2}, \quad (1)$$

on peut cependant la déterminer avec une incertitude arbitrairement faible. Ceci entraîne alors une indétermination inversement grande de l'impulsion \hat{p} . Cette dispersion de l'impulsion rejaillit ensuite sous l'effet du hamiltonien. Ainsi, presque immédiatement après la mesure, la position est de nouveau indéterminée. La dispersion de l'observable \hat{p} lors de la mesure de sa grandeur conjuguée \hat{x} entre dans le cadre des « actions en retour » des mesures quantiques [29], conséquences de l'invasion de l'observateur dans le système durant la mesure. Pour qu'une mesure projective idéale soit répétable, l'action en retour ne doit pas affecter une variable influant sur l'évolution ultérieure de l'observable mesurée.

C'est dans ce contexte que Braginsky a introduit le concept de mesure « Quantique Non Destructive » ou « QND » [30, 31]. Il s'agissait de formaliser les conditions permettant d'avoir une mesure quantique répétable expérimentalement.

Une mesure quantique agit par définition sur un objet quantique donc « petit » et fragile. Comme nous l'avons vu, une mesure directe détruit généralement le système mesuré. Tous les exemples de mesures projectives idéales que l'on a donnés précédemment reposent sur des mesures indirectes : le système à mesurer S est tout d'abord couplé et intriqué avec un système auxiliaire M (pour Mètre) qui va donc emporter de l'information sur le système S . Le système M est ensuite mesuré et l'information portée par M mais portant également sur S est acquise par l'expérimentateur. Celui-ci n'a par ailleurs plus à se soucier du système M : même si la mesure de M est destructive, le système S reste disponible pour d'autres mesures ultérieures.

La mesure ne sera répétable que si l'observable mesurée \hat{A}_S appartient à une classe particulière de variables appelées QND (excluant par exemple la position \hat{x} et toute variable qui s'y rapporte). Pour qu'une observable soit QND, ses états propres doivent être stationnaires lors de

l'évolution libre. Ceci se traduit formellement par :

$$[\hat{H}_S, \hat{A}_S] = 0, \quad (2)$$

où \hat{H}_S est le hamiltonien du système.

Une mesure se fait par l'intermédiaire d'un mètre M qui se couple au système à mesurer. L'état du mètre « pointe » vers l'un des états propres d'une de ses observables que nous noterons \hat{A}_M . Une condition pour que ce mètre effectue une mesure de l'observable \hat{A}_S est que son état après interaction contienne une information sur l'état du système à mesurer, ce que l'on peut écrire comme :

$$[\hat{H}_{int}, \hat{A}_M] \neq 0, \quad (3)$$

où \hat{H}_{int} est le hamiltonien d'interaction entre le système et le mètre.

Enfin, pour que la mesure soit non destructive, l'interaction ne doit pas modifier les états propres de l'observable à mesurer \hat{A}_S , ce qui est garanti par la condition :

$$[\hat{H}_{int}, \hat{A}_S] = 0. \quad (4)$$

Sous toutes ses conditions, deux mesures QND doivent toujours donner le même résultat, même si celles-ci sont espacées d'un temps arbitraire. En effet, la première mesure de \hat{A}_S (via la mesure de \hat{A}_M) va projeter le système sur un état propre particulier $|\psi_{\alpha_0}\rangle$:

$$\left(|\psi\rangle_S = \sum_{\alpha} c_{\alpha} |\psi_{\alpha}\rangle_S \right) |\Phi_0\rangle_M \xrightarrow{\text{interaction}} \sum_{\alpha} c_{\alpha} |\psi_{\alpha}\rangle_S |\Phi_{\alpha}\rangle_M \xrightarrow{\text{mesure}} |\psi_{\alpha_0}\rangle_S. \quad (5)$$

Comme \hat{A}_S et \hat{H}_S commutent, le système se trouve également dans un état stationnaire de l'évolution libre, il y restera donc tout le temps séparant les deux mesures. Puis, comme \hat{A}_S et \hat{H}_{int} commutent, l'interaction avec M ne modifiera pas non plus l'état de S (dans le cas de valeurs propres non dégénérées). La seconde mesure (comme toutes les éventuelles autres) redonne donc le même résultat.

Remarquons toutefois que le critère (4) peut être considéré comme trop restrictif : si le but est de ne pas modifier l'observable \hat{A}_S par la mesure, il n'est par forcément nécessaire d'exiger que cette observable reste inchangée tout au long de la mesure mais seulement qu'elle revienne à sa valeur initiale en fin de mesure. C'est ce point qui autorise une mesure QND de l'état d'un ion piégé par fluorescence : le niveau 3 retombe surement et rapidement dans le niveau 1 dès que l'on coupe le laser (figure 1). L'expérience de Gilles Nogues utilisait aussi cette idée : le photon absorbé par l'atome est bien redéposé dans la cavité en fin d'interaction.

Soulignons enfin que des sauts quantiques n'apparaissent que si le système est perturbé c'est-à-dire si le hamiltonien libre \hat{H}_S possède un terme couplant (faiblement) les états propres de \hat{A}_S . Le critère (2) n'est alors plus rigoureusement vérifié.

Outre leur intérêt purement fondamental pour la théorie de la mesure, les mesures QND ont trouvé un large écho en tant qu'outil expérimental. C'est d'ailleurs dans le cadre de la détection d'ondes gravitationnelles que cette notion a été introduite [31, 32]. On les utilise aujourd'hui pour préparer des états de spin comprimés permettant d'améliorer les mesures interférométriques [33],

spectroscopiques [34] ou de magnéto-métrie [35]. Il est même envisageable d'utiliser une telle méthode pour améliorer les performances des horloges atomiques [36]. Les mesures QND de champs cohérents propageants [37, 38] réalisent des copies sur d'autres systèmes d'une quantité physique relative au champ - cette copie ne perturbant pas la valeur de cette quantité pour le champ initial. On peut donc utiliser cette mesure comme un « robinet » permettant de distribuer l'information le long d'une ligne de communication sans la perturber. De manière plus générale, les mesures QND trouvent un grand champ d'applications en information quantique. En effet, lorsque l'on réalise une mesure QND indirecte couplant le système S au mètre quantique M , on modifie l'état de M conditionnellement à l'état de S . Lorsque les systèmes sont des qubits, cette mesure réalise une porte quantique conditionnelle [39] et génère de l'intrication entre les deux systèmes.

Dans ce mémoire, je présenterai deux applications de la mesure QND réalisée pendant ma thèse. Sous l'effet de mesures QND répétées du nombre de photons, la relaxation continue et exponentielle du champ est transformée en trajectoires stochastiques présentant des sauts quantiques aléatoires. Toutefois, l'évolution moyenne reste inchangée. L'enregistrement et l'analyse de cette évolution moyenne nous a permis de tester le modèle habituel du couplage à l'environnement responsable de la décohérence. Par ailleurs, lorsque l'évolution considérée est cohérente, la projection répétée du système par des mesures QND réduit l'évolution moyenne. Dans la limite d'une observation continue, cette évolution est totalement gelée. Nous avons observé ce phénomène, l'effet Zénon quantique, en inhibant par des mesures QND répétées du nombre de photons la croissance d'un champ cohérent dans une cavité couplée à une source classique.

Tomographie d'un processus quantique

La « tomographie quantique » est une méthode de caractérisation d'un état quantique inconnu mais que l'on peut préparer à la demande. Elle consiste en une série de mesures permettant de reconstruire totalement la matrice densité du système considéré. En 1997, Poyatos, Cirac et Zoller [40] et Chuang et Nielsen [41] ont proposé d'étendre cette technique à la caractérisation non plus d'états mais de processus quantiques (« quantum process tomography » ou QPT). Lorsque l'évolution du système est hamiltonienne, le processus est simplement décrit par un opérateur d'évolution $\hat{U} = \exp(-i\hat{H}t/\hbar)$ unitaire. Dans la réalité expérimentale, le couplage à l'environnement et la décohérence qui en découle nous impose de décrire le système par une matrice densité dont l'évolution est régie par un super-opérateur « Liouvillien » \mathcal{L} :

$$\hat{\rho}(t) = e^{\mathcal{L}t}\hat{\rho}(0). \quad (6)$$

En préparant une grande variété d'états initiaux $\hat{\rho}_{in} = \hat{\rho}(0)$ et en réalisant une tomographie de l'état final $\hat{\rho}_{out} = \hat{\rho}(t)$ correspondant, il est possible de reconstruire le Liouvillien responsable de l'évolution, et donc de mesurer à quel point il diffère de l'évolution hamiltonienne souhaitée. Cette technique est fréquemment utilisée pour mesurer la « qualité » des opérations élémentaires dans le cadre de l'information quantique. On trouve les premiers exemples de QPT en RMN pour la téléportation d'un qubit [42], la réalisation de portes quantiques C-NOT [43], ou l'implémentation d'une transformée de Fourier [44]. Des portes sur un ou deux qubits [45, 46] ont

également été caractérisées par QPT en optique. Enfin, cette technique a été appliquée dans le domaine des ions [47], des atomes [48], des qubits supraconducteurs [49] et des cristaux dopés (« solid states ») [50].

Durant ma thèse nous nous sommes intéressés à la caractérisation non pas d'une opération quantique mais du couplage à l'environnement lui même. Notre mesure QND nous permet de produire différents états de Fock et d'observer leur évolution au cours du temps. L'analyse des évolutions moyennes obtenues réalise une tomographie partielle du Liouvillien responsable de la relaxation et donc de la décohérence des états de Fock [51]. Nous pourrions ainsi tester la validité des prédictions théoriques reposant sur une description thermodynamique de l'environnement.

Effet Zénon quantique : « A watched kettle never boils ! »

Lorsqu'un système fréquemment observé par des mesures QND est perturbé, il évolue sous forme de sauts quantiques². Un autre phénomène étonnant peut se produire lorsque le temps de mesure tend vers 0 : sous l'effet d'une mesure continue, l'évolution cohérente d'un système est totalement gelée. Cet effet a été baptisé « effet Zénon quantique » en 1977 par Misra et Sudarshan [52] en raison de son analogie avec les raisonnements du philosophe grec selon lequel le mouvement (d'une flèche par exemple) ne pouvait pas exister étant constitué d'une multitude d'immobilités (les positions de la flèche aux différents instants).

Lorsque les mesures QND sont très rapprochées, la perturbation n'a pas le temps de modifier significativement l'état du système : la probabilité d'effectuer un saut devient négligeable et les mesures reprojettent continuellement le système sur son état initial. Ce résultat est surprenant et n'a pas d'équivalent classique : on n'empêche pas une casserole d'eau de bouillir en la regardant ! Il a été l'objet d'un grand nombre de publications théoriques concernant la nécessité d'invoquer le postulat de projection [53, 54, 55, 56, 57], son domaine de validité [58, 59], la possibilité d'aller à l'encontre des règles de la thermodynamique standard [60], l'existence du phénomène inverse, l'effet « anti-Zénon », prédisant l'accélération d'une évolution sous l'effet de mesures fréquentes [61, 62], ou même la possibilité de geler l'évolution encore plus efficacement par effet « Super-Zénon » [63].

Outre son aspect spectaculaire, l'effet Zénon présente quelques applications pratiques. Offrant la possibilité de geler une évolution néfaste, il peut être utilisé pour préserver le spin dans les gaz polarisés [64, 65, 66]. Kwiat a également proposé [67] et réalisé [68] une amélioration reposant sur l'effet Zénon (permettant d'atteindre une efficacité arbitrairement grande) de la « détection sans interaction » imaginée par Elitzur et Vaidman [69]. Dans le même ordre d'idées, Hosten a proposé une méthode pour obtenir le résultat que produirait un ordinateur sans le faire effectivement fonctionner [70]. De même, il serait théoriquement possible d'arbitrairement augmenter la « résolution par particule absorbée » dans une tomographie par absorption [71]. A résolution donnée, ceci implique la possibilité de réduire l'irradiation de l'objet tomographié. On peut enfin trouver de nombreuses propositions théoriques utilisant l'effet Zénon pour réduire la décohérence dans le domaine de l'information quantique [72, 73, 74, 75, 76].

La première observation de l'effet Zénon quantique à été réalisée par Itano en 1990 sur des

2. Si l'observable considérée a des valeurs propres discrètes.

ions Be^+ piégés [77] selon le protocole imaginé par Cook [6]. Les deux niveaux hyperfins 1 et 2 de l'état fondamental de l'ion sont couplés par un champ radio-fréquence. Si l'atome est initialement dans l'état 1, la probabilité de le trouver dans l'état 2 au bout d'un temps t est $P_2(t) = \sin^2(\Omega t/2)$ (oscillations de Rabi). Au bout d'un temps $T = \pi/\Omega$, l'ion se trouve à coup sûr dans l'état 2. Une mesure QND de l'état de l'ion (réalisée par fluorescence) confirme cela. Pour tester le gel de l'évolution par effet Zénon, n mesures intermédiaires régulièrement espacées sont effectuées entre $t = 0$ et $t = T$. La figure 5 (extraite de [77]) présente la probabilité de mesurer l'état 2 à l'instant T en fonction de n . Cette probabilité décroît et tend vers 0 lorsque le nombre de mesures augmente - conformément aux prédictions théoriques.

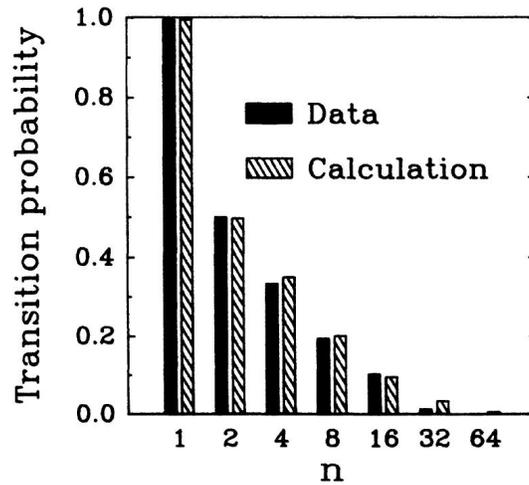


FIGURE 5 – Première observation de l'effet Zénon quantique : l'oscillation de Rabi (au temps $T = \pi/\Omega$) est inhibée par n mesures QND. (figure extraite de [77])

L'effet Zénon a ensuite été observé sur d'autres systèmes ioniques [78, 64], des atomes [65], des molécules [66], des condensats de Bose-Einstein [79] mais aussi sur la polarisation de faisceaux lumineux propageants [68]. Dans toutes ces expériences, une oscillation entre deux niveaux - analogue aux oscillations de Rabi d'un ion de [77] - est gelée. Une seule expérience sortant du cadre des oscillations de Rabi entre deux niveaux a été réalisée par Fisher [80]. Dans cette belle expérience, des atomes de sodium sont refroidis et piégés dans un potentiel sinusoïdal ayant une accélération a par rapport au laboratoire : $V_0 \cos[k(x - at^2/2)]$. En passant dans le référentiel accéléré, les atomes subissent une force d'inertie au sein d'un piège fixe. Classiquement, tant que cette force est suffisamment faible, les atomes restent piégés : ils « surfent » sur l'onde accélérée. En revanche, en mécanique quantique, les atomes peuvent s'échapper du piège par effet tunnel et passer dans le continuum non piégé, formant ainsi un système artificiel instable. Le temps de corrélation du continuum est suffisamment long pour permettre d'observer une déviation de la relaxation moyenne par rapport à la loi exponentielle (donc linéaire aux temps courts) classique. En jouant sur le délai entre les mesures QND, les effets Zénon et Anti-Zénon ont été clairement observés (figure 6).

Dans ce mémoire, je présenterai une expérience d'effet Zénon réalisant pour la première fois le gel de l'évolution purement classique d'un oscillateur harmonique : nous avons bloqué le flux

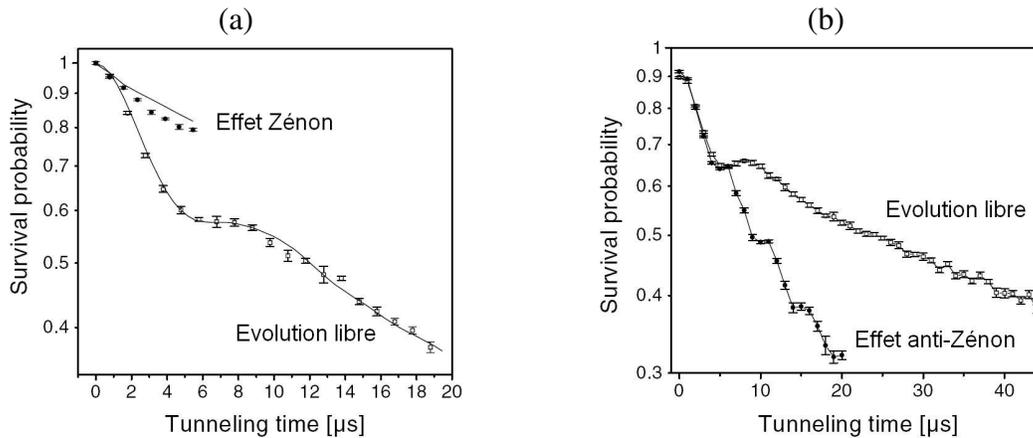


FIGURE 6 – Probabilité de survie des atomes dans le piège (les atomes peuvent s'échapper vers le continuum par effet tunnel) (figures extraites de [80]). (a) Observation de l'effet Zénon : l'évolution moyenne est réduite par les mesures répétées. (b) Observation de l'effet Anti-Zénon : l'évolution moyenne est accélérée par les mesures répétées.

de photons d'une source classique par de simples mesures QND répétées [81]. Cette expérience montrera de manière manifeste que l'effet Zénon est en fait une conséquence fondamentale de l'action en retour des mesures quantiques.

Organisation du mémoire

Je commencerai, dans une première partie, par présenter le système expérimental avec lequel nous travaillons. Nous verrons quantitativement comment les atomes de Rydberg circulaires et le résonateur micro-onde supraconducteur peuvent être décrits respectivement par un atome à deux niveaux et un mode du champ interagissant dans le régime de couplage fort. Je détaillerai également le fonctionnement des différentes parties du montage et expliquerai comment nous parvenons à avoir un contrôle presque total de tous les degrés de liberté de notre système.

Dans la deuxième partie, je présenterai la description théorique des deux systèmes quantiques. Je rappellerai le formalisme de la sphère de Bloch et du « spin atomique » très commode pour une représentation visuelle des mécanismes mis en jeux comme l'interférométrie de Ramsey. Je mentionnerai quelques propriétés utiles des champs dans leur description quantique. J'expliquerai enfin comment les deux systèmes interagissent notamment dans le régime dispersif et comment cette interaction permet de réaliser des mesures QND de nombres de photons.

La troisième partie sera consacrée aux résultats de nos mesures QND. L'analyse de ces résultats a déjà été détaillée dans le mémoire de Christine Guerlin. Je me bornerai donc dans un premier temps à résumer ce travail et à en souligner les points essentiels. Je montrerai notamment comment notre mesure QND projette progressivement la fonction d'onde du champ sur un état de Fock et permet de vérifier les postulats fondamentaux de la mesure quantique. Je proposerai à la fin de cette partie une nouvelle interprétation de ces mêmes mesures. Cette nouvelle méthode d'analyse sera notamment utilisée pour l'expérience d'effet Zénon.

Dans la quatrième partie, je réaliserai une étude systématique des trajectoires quantiques mises en évidence par nos mesures. L'évolution moyenne des différents états de Fock produits permettra d'en mesurer les temps de vie et de caractériser le couplage du mode à l'environnement responsable de leur décohérence.

Enfin je terminerai par la description de notre expérience d'effet Zénon quantique. Après en avoir rappelé la théorie, je passerai en revue les améliorations du dispositif qui ont été nécessaires pour réaliser une telle expérience. Le remplissage de la cavité par une source classique couplée sera inhibé par des mesures QND répétées du nombre de photons. L'accent sera mis sur le lien entre l'effet Zénon et l'action en retour des mesures QND.

Chapitre I

Description du dispositif expérimental

Les expériences décrites dans ce mémoire utilisent comme brique de base l'interaction quantique entre la matière et le champ électromagnétique. Le modèle relativement simple de Jaynes-Cummings [82] décrit un atome à deux niveaux couplé à un seul mode du champ contenu dans une cavité. Dans ce modèle (qui sera détaillé au chapitre 2) l'atome et le champ peuvent échanger de manière réversible un quantum d'énergie, cet échange s'opérant avec une période caractéristique T_0 dépendant de l'intensité du couplage.

Toutefois, ce modèle ne tient pas compte de l'environnement du système. En particulier, le couplage de l'atome avec tous les autres modes du champ induit irrémédiablement (via les fluctuations quantiques du vide) de l'émission spontanée, c'est-à-dire la perte irréversible d'un quantum d'énergie. De même, les miroirs formant la cavité sont nécessairement de taille finie et une partie du champ contenu dans la cavité est forcément diffractée dans l'environnement, provoquant là aussi une perte irréversible d'un (ou plusieurs) quanta d'énergie¹. Ces phénomènes introduisent deux autres temps caractéristiques T_{at} et T_{cav} , durées de vie moyennes des quanta d'énergie portés par l'atome et le champ. Naturellement, si ces deux temps caractéristiques de la dissipation sont très grands devant T_0 , le modèle simple ne tenant pas compte de l'environnement sera valide, au moins sur des durées de l'ordre de quelques T_0 . Une telle situation, $T_0 \ll T_{at}, T_{cav}$, est appelée « régime de couplage fort ».

Dans la première partie de ce chapitre, je donnerai les caractéristiques principales des deux acteurs de nos expériences, les atomes et la cavité, et montrerai qu'ils permettent d'atteindre le régime de couplage fort. La deuxième partie sera consacrée à une description plus générale du reste du dispositif expérimental qui nous permet de contrôler tous (ou presque tous) les autres paramètres.

Bien qu'ayant participé à la finalisation du montage (réalisé principalement par Sébastien Gleyzes, Stefan Kuhr et Christine Guerlin) et aux tests de ses divers éléments, je ne donnerai ici que les informations et résultats utiles pour la suite du mémoire. Le lecteur intéressé par une description exhaustive du dispositif pourra consulter les thèses de Sébastien et Christine [83, 84].

1. Notons qu'il existe aussi d'autres types de pertes : réflectivité finie des miroirs et diffraction due à la rugosité de surface des miroirs par exemple

I.1 Un atome à deux niveaux et un mode du champ dans le régime de couplage fort

I.1.1 Les atomes de Rydberg circulaires

Les atomes les plus simples à décrire sont probablement les atomes alcalins. On peut en effet les voir comme un électron de valence orbitant autour d'un cœur constitué du noyau et des couches électroniques internes. Cet ensemble cœur-électron de valence se comporte comme un dipôle électrique $\mathbf{d} = q \cdot \mathbf{r}$ (où q est la charge de l'électron et \mathbf{r} sa position par rapport au cœur) et se couple au champ électromagnétique via le terme de couplage $\mathbf{d} \cdot \mathbf{E}$ (où \mathbf{E} est le champ électrique). Pour atteindre le régime de couplage fort, il est nécessaire d'augmenter \mathbf{d} donc \mathbf{r} , c'est-à-dire de travailler avec des atomes dans des états quantiques de nombre principal n élevé. De tels atomes sont très sensibles aux champs et se comportent comme de véritables petites antennes. Ils sont couramment appelés « atomes de Rydberg ». En général, les états très excités ont des durées de vie T_{at} relativement faibles, ce qui pose problème lorsque l'on vise le couplage fort $T_0 \ll T_{at}$ mais aussi d'un point de vue purement pratique : le temps typique séparant l'excitation et la détection de nos atomes est de l'ordre de 1 ms. Une astuce consiste à utiliser des états de Rydberg particuliers possédant en outre un moment orbital électronique maximal : $l = m = n - 1$. Ces états sont appelés « circulaires » car la fonction d'onde de l'électron de valence est alors concentrée dans un tore correspondant à une trajectoire circulaire classique [85]. Ils sont étonnamment stables du fait des règles de sélection imposant $\Delta m = 0, \pm 1$ et n'autorisant donc qu'une seule voie de désexcitation. En effet, un atome circulaire dans l'état $l = m = n - 1$ noté $|n c\rangle$ ne peut se désexciter par émission spontanée que vers l'état circulaire immédiatement inférieur $|(n - 1) c\rangle$. On peut ainsi obtenir un grand couplage au champ sans réduire dramatiquement la durée de vie des atomes T_{at} . Dans notre expérience, l'alcalin choisi est l'isotope 85 du rubidium et les niveaux circulaires utilisés sont $|50 c\rangle$ et $|51 c\rangle$, aussi notés $|g\rangle$ et $|e\rangle$ respectivement.

I.1.1.a Un système hydrogénoïde

L'éloignement de l'électron de valence par rapport au cœur sur toute son orbitale (garanti par une grande valeur de n et un moment orbital maximal) permet une description des états de Rydberg circulaire assez simple : du point de vue de l'électron de valence, le cœur est extrêmement compact et se comporte comme une charge ponctuelle. Les structures fine et hyperfine ainsi que la polarisabilité du cœur étant négligeables, les niveaux d'énergie ne dépendent en très bonne approximation que de n . Ils sont donnés par la formule :

$$E_n = -\frac{R_y}{n^2} \quad (\text{I.1})$$

où R_y est la constante de Rydberg légèrement modifiée pour tenir compte de la masse plus importante du cœur. Pour un nombre quantique principal n donné, les niveaux de l différents sont

dégénérés. En particulier pour les états circulaires, la transition entre les niveaux n et $n - 1$ est :

$$\omega_n = \frac{R_y}{\hbar} \left(\frac{1}{(n-1)^2} - \frac{1}{n^2} \right) \sim \frac{R_y}{\hbar} \cdot \frac{1}{n^3} \quad (\text{I.2})$$

Elle varie en n^{-3} et, pour des états $n \sim 50$, elle se trouve dans le domaine micro-onde (voir figure I.1). (Nous verrons à la section I.1.2.b que ce domaine de fréquence est particulièrement bien adapté à la réalisation de bons résonateurs pour le champ.)

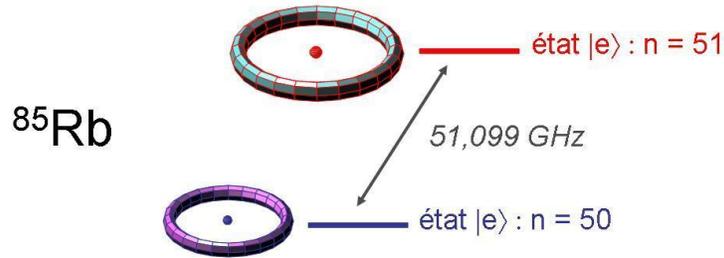


FIGURE I.1 – Les deux niveaux d’énergie utilisés dans l’expérience. La transition atomique à 51,099 GHz est dans le domaine micro-onde.

I.1.1.b Une antenne géante pour le champ électrique

Un atome dans un état quelconque $|\psi\rangle$ a un dipôle électrique moyen nul :

$$\langle \psi | \mathbf{d} | \psi \rangle = q \langle \psi | \mathbf{r} | \psi \rangle = 0. \quad (\text{I.3})$$

(On peut s’en convaincre par un simple argument de symétrie : un atome n’a pas de direction privilégiée.) En revanche l’opérateur \mathbf{d} peut présenter des termes non diagonaux entre deux états différents : $\langle \psi_1 | \mathbf{d} | \psi_2 \rangle \neq 0$. C’est en particulier le cas pour deux niveaux circulaires consécutifs. On définit :

$$\mathbf{d}_n = \langle n c | \mathbf{d} | (n-1) c \rangle. \quad (\text{I.4})$$

Connaissant la forme des orbitales circulaires, on peut évaluer la composante σ^+ de ce terme et trouver une valeur approchée pour $n \gg 1$ [86, page 254] :

$$d_n \sim n^2 \frac{qa_0}{\sqrt{2}} \quad (\text{I.5})$$

où $a_0 = 0,53 \text{ \AA}$ est le rayon de Bohr. On note que le dipôle de transition varie en n^2 (tout comme le rayon $r_n = n^2 a_0$ d’un atome de Rydberg dans l’approximation hydrogénoïde). Pour la transition qui nous intéresse, on trouve $d_{51} = 1776 \cdot qa_0$. Cette valeur est très grande à l’échelle atomique : les atomes de Rydberg circulaires sont des atomes géants, véritables antennes très sensibles aux champs électriques.

I.1.1.c Un grand temps de vie

On peut comprendre l'émission spontanée comme de l'émission stimulée par les fluctuations quantiques du vide. A cause des règles de sélection, les atomes de Rydberg circulaires ne peuvent se désexciter par émission spontanée que sur la transition $|n c\rangle \rightarrow |(n-1) c\rangle$ de fréquence ω_n . Nous venons toutefois de voir que le dipôle électrique de ces transitions croît rapidement avec n . On pourrait donc craindre que ces états se couplent tout de même fortement aux fluctuations quantiques du vide. Cependant la densité de modes à fréquence ω_n (dans l'espace libre) et l'amplitude de leurs fluctuations quantiques décroissent en ω_n^2 et $\sqrt{\omega_n}$ respectivement. L'augmentation du dipôle en n^2 est largement compensée par la diminution de ω_n en n^{-3} . Le calcul exact du taux d'émission spontanée de l'état circulaire n donne :

$$T_{at}^{-1} = \gamma_{at} = \frac{\omega_n^3 d_n^2}{3\pi\epsilon_0 \hbar c}. \quad (I.6)$$

Le temps de vie croît finalement en n^5 et atteint 28,5 ms et 31,5 ms pour $n = 50$ et $n = 51$.

I.1.1.d Le champ électrique directeur

D'après le résultat précédent, on pourrait naïvement penser qu'il est intéressant de travailler avec des états circulaires de nombres quantiques n les plus élevés possibles pour augmenter simultanément le couplage et le temps de vie des atomes. Cependant, la description faite jusqu'ici est un peu simpliste et ne tient pas compte des champs électriques statiques résiduels (qui ne sont jamais rigoureusement nuls expérimentalement). En champs électrique et magnétique nuls, les états circulaires sont dégénérés avec les états de Rydberg de même n mais de moment cinétique non maximal dits « elliptiques ». Cet ensemble de niveaux dégénérés, appelé « multiplicité », comprend environ 2500 états pour $n \sim 50$. Dans cette situation, les états circulaires sont extrêmement instables, puisque la moindre fluctuation du champ électrique extérieur peut les recoupler aux autres niveaux de la multiplicité [87]. Pour briser la symétrie sphérique, cause de cette dégénérescence, nous appliquons un champ électrique directeur F .

La symétrie sphérique étant brisée, l n'est plus un bon nombre quantique. La symétrie de révolution étant cependant conservée autour de l'axe défini par le champ directeur, m reste un bon nombre quantique. Les nouveaux états propres du hamiltonien sont notés $|n; n_1; m\rangle$. Le nombre n_1 , dit nombre quantique parabolique, est compris entre 0 et $n - |m| - 1$. Le niveau circulaire en champ nul reste un état propre du nouveau hamiltonien. Il s'écrit selon le choix de la représentation : $|n c\rangle = |n; l = n - 1; m = n - 1\rangle = |n; n_1 = 0; m = n - 1\rangle$.

En se restreignant à l'approximation hydrogénoïde des états de Rydberg, les énergies des états propres deviennent, jusqu'au second ordre en champ électrique F [88, pages 83, 340] :

$$\begin{aligned} E^{(0)} &= -\frac{1}{2n^2} \\ E^{(1)} &= +\frac{3}{2}knF \\ E^{(2)} &= -\frac{1}{16}(17n^2 - 3k^2 - 9m^2 + 19)n^4F^2 \end{aligned} \quad (I.7)$$

où $k = 2n_1 - n + |m| + 1$ et où les énergies et les champs sont exprimés en unités atomiques de Hartree². Ces niveaux d'énergie sont représentés sur la figure I.2. La levée de dégénérescence entre l'état circulaire et les deux états de m immédiatement inférieurs ($m = n - 2$) est de 100 MHz/(V/cm).

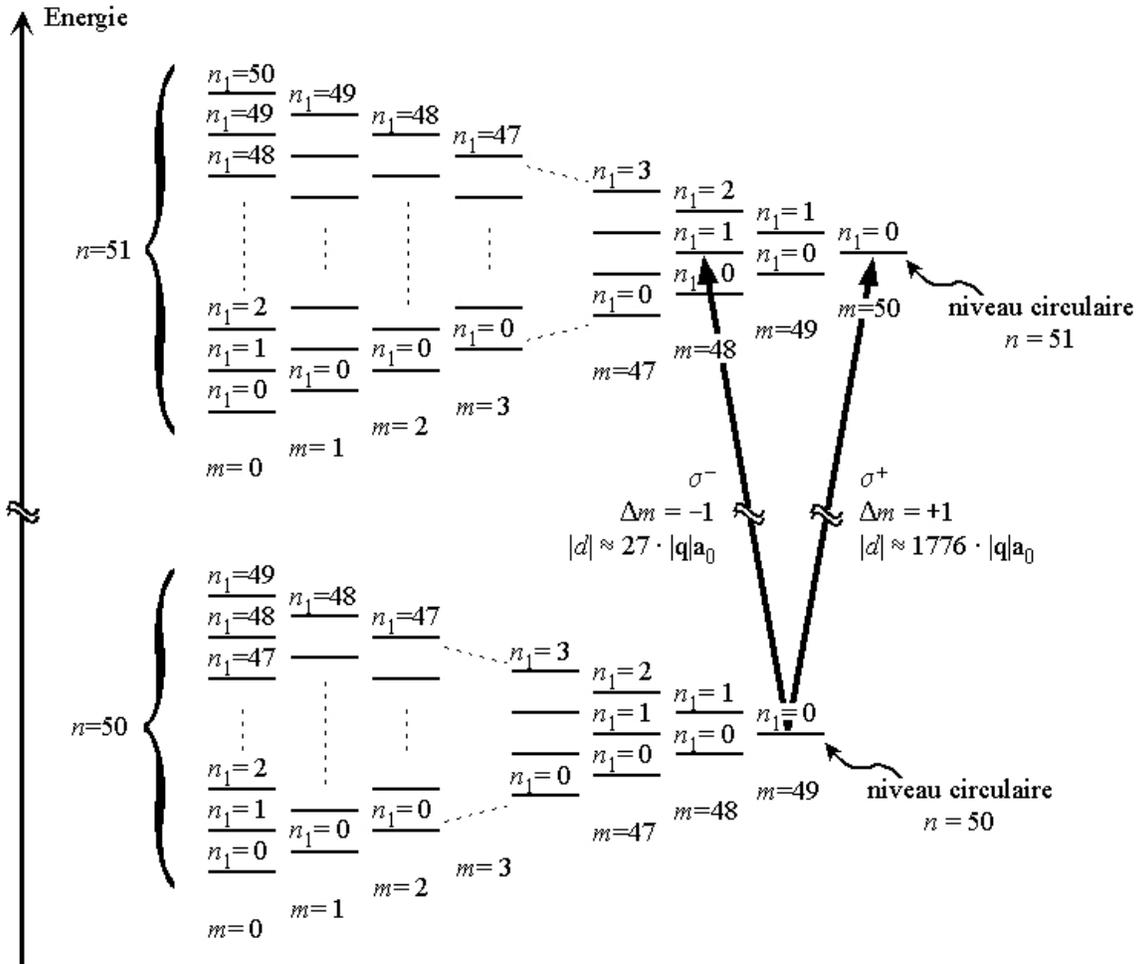


FIGURE I.2 – Diagramme d'énergie des niveaux de Rydberg $n = 50$ et $n = 51$ en présence d'un champ électrique.

Le terme d'ordre 1 en F de l'équation (I.7) est nul pour un état circulaire, puisque $|m| = n - 1$ impliquant $n_1 = 0$ donc $k = 0$. Un état circulaire n'est donc sensible au champ que quadratiquement, ce qui correspond physiquement à l'absence d'un dipôle statique permanent. La transition entre deux niveaux circulaires de n consécutifs subit donc un effet Stark différentiel lui aussi quadratique. La fréquence de la transition $|g\rangle \rightarrow |e\rangle$ est déplacée par le champ électrique de $255 \text{ kHz}/(\text{V/cm})^2$.

2. L'unité d'énergie est $E_H = e^2/4\pi\epsilon_0 a_0 = 27,2 \text{ eV}$ et l'unité de champ est $F_H = e/4\pi\epsilon_0 a_0^2 = 5,14 \cdot 10^9 \text{ V/cm}$, a_0 étant le rayon de Bohr, ϵ_0 la permittivité électrique du vide et e la charge de l'électron.

L'application d'un champ électrique statique F_0 permet de réduire l'instabilité des états circulaires due aux fluctuations ou inhomogénéités δF du champ. Ces fluctuations n'en sont pour autant pas supprimées (on a maintenant un champ fluctuant de δF autour de F_0). En conséquence ω_n subit un effet Stark partiellement incontrôlé. Cet effet Stark étant quadratique, les fluctuations de ω_n seront d'autant plus grandes que F_0 est grand. Or une valeur minimale empirique de F_0 nous est imposée par nos « mauvaises » conditions expérimentales : après efforts pour réduire le plus possible δF , il faut avoir $F_0 \gg \delta F$ pour assurer la stabilité des états circulaires. En dérivant la dernière ligne de (I.7) par rapport à n , on constate que l'effet Stark quadratique différentiel croît en n^5 . On ne peut donc pas travailler avec des valeurs de n trop élevées car les fluctuations de ω_n deviendraient trop importantes et détérioreraient le contraste des signaux mesurés.

On peut ainsi qualitativement apporter une limite supérieure aux valeurs de n utilisables. Pour ne pas trop brouiller le signal, il faut que les fluctuations $\delta\omega_n$ de ω_n soit limitées par $T_{vol}\delta\omega_n \ll 2\pi$, où T_{vol} est le temps de vol entre les deux zones de Ramsey (voir partie II.1.3). Au premier ordre, l'effet Stark quadratique est donné par $\hbar\omega_n^{Stark} = 3n^5F^2$, soit en repassant dans le système international : $\hbar\omega_n^{Stark} = 3n^5(F/F_H)^2E_H$. Des fluctuations δF du champ électrique statique autour d'une valeur F_0 engendrent donc des fluctuations de la fréquence atomique $\delta\omega_n = 6n^5E_HF_0\delta F/F_H^2\hbar$. Avec un champ électrique statique $F_0 \simeq 0,2$ V/cm, des fluctuations de l'ordre de $\delta F = F_0/100$ et un temps de vol $T_{vol} = 400 \mu\text{s}$, nous trouvons $n \ll 80$.³

I.1.1.e Choix de la valeur de n

Nous venons de montrer qu'il n'est pas envisageable de travailler avec des valeurs de n arbitrairement grandes à cause de l'effet Stark différentiel sur la transition $|n c\rangle \rightarrow |(n-1) c\rangle$. Un autre facteur entre aussi en compte. Nous avons vu que la fréquence de transition ω_n entre les niveaux n et $n-1$ décroît en n^{-3} . Or, à température fixée, le nombre de photons thermiques n_{th} à ω_n augmente dramatiquement quand ω_n diminue : à la limite où $\hbar\omega_n/k_B T \rightarrow 0$, nous avons $n_{th} \sim k_B T/\hbar\omega_n$ (voire partie II.2.3) et donc $n_{th} \sim n^3$. Utiliser des atomes de Rydberg impose donc de travailler à des températures cryogéniques. Actuellement notre système frigorifique ne nous permet pas de descendre en dessous de 0,8 K. A cette température le nombre de photons thermiques à 51 GHz, $n_{th} = 0,05$, n'est déjà plus totalement négligeable. Par définition, le champ thermique n'est pas contrôlé : avec un nombre de photons thermiques trop élevé on ne sait pas avec combien de photons interagit notre atome.

Nous pouvons maintenant justifier le choix des valeurs $n = 50$ et $n = 51$ pour notre expérience. Nous avons vu qu'avec n à la fois le temps de vie et le dipôle de transition augmentent. Cette augmentation du dipôle accroît le couplage au champ mais rend aussi les atomes beaucoup plus sensibles à ses inhomogénéités, si faibles soient elles. D'autre part, la fréquence de transition diminuant lorsque n augmente, le nombre de photons thermiques présents à cette fréquence augmente lui aussi. Pour nous affranchir de ce problème, nous devons donc travailler à plus basse température. Le choix des valeurs $n = 50$ et $n = 51$ est un compromis entre ces contraintes.

3. Implicitement, l'expression « $a \ll b$ » est comprise comme « $10 \times a < b$ ». Dans ce cas, il faut plutôt écrire $n^5 \ll 80^5$ ce qui correspond à $n < 80/\sqrt[5]{10} = 50$.

I.1.1.f Deux niveaux distinguables

Avant de clore cette section, il reste un dernier point à souligner : il est serait vain de réaliser des expériences avec des atomes à deux niveaux si ces deux niveaux n'étaient pas expérimentalement distinguables. La détection du niveau atomique peut se faire en ionisant l'atome. L'électron de valence des atomes de Rydberg étant peu lié au noyau, il suffit d'un champ électrique statique d'une centaine de V/cm pour l'arracher. Cette ionisation est sélective en énergie : le champ seuil d'ionisation dépend de la valeur de n et nous permet donc de distinguer les deux niveaux atomiques possibles.

Notre détecteur est composé d'une cathode plate et d'une anode percée. Il suffit d'appliquer à la cathode une rampe de tension d'amplitude suffisante : l'électron de valence de l'atome est arraché puis focalisé à l'aide de « lentilles électrostatiques » dans un multiplicateur d'électrons lorsque le champ électrique vu par les atomes atteint le seuil d'ionisation. En mesurant l'instant d'arrivée de l'électron on peut connaître la valeur de champ électrique qui a ionisé l'atome et en déduire le niveau dans lequel l'atome se trouvait. Comme le montre la figure I.3 une même rampe permet de détecter les deux niveaux $|e\rangle$ et $|g\rangle$ avec une très bonne sélectivité.

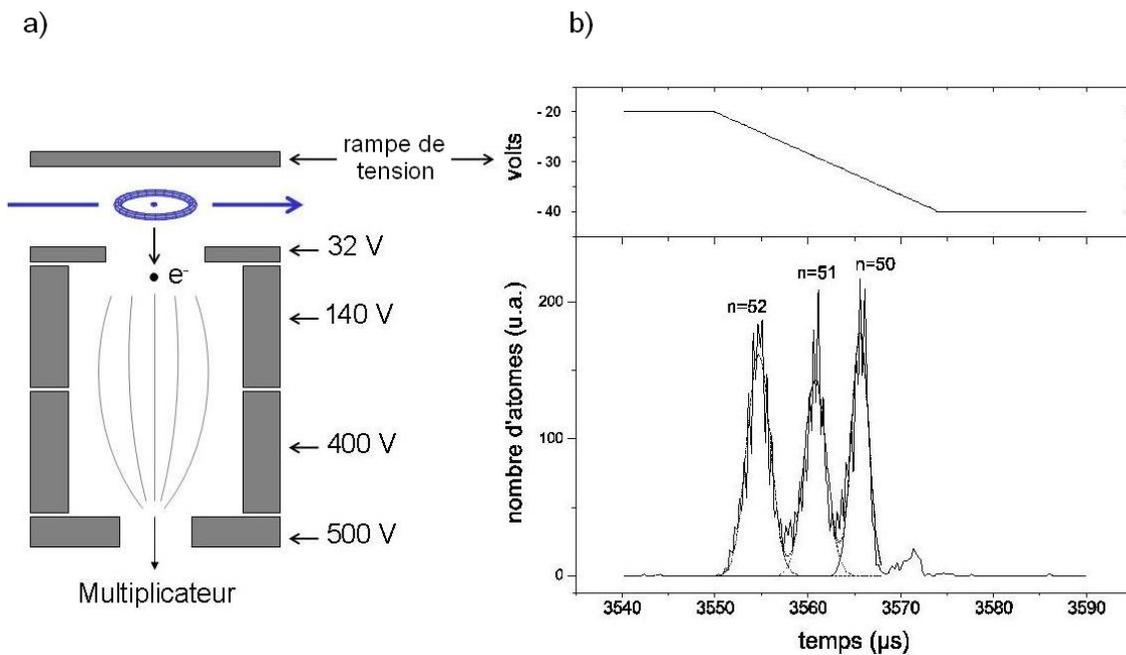


FIGURE I.3 – Détection des atomes. Un champ électrique variable arrache l'électron de l'atome (éventuellement) présent à un instant dépendant de son état. L'électron est ensuite focalisé sur un multiplicateur d'électrons qui produit alors un signal mesurable. a) Schéma du détecteur. b) Signal d'ionisation (en bas) obtenu par la rampe de tension (en haut) en fonction du temps : les trois multiplicités $n = 52$, $n = 51$ et $n = 50$ sont clairement séparées. On observe même un peu de $n = 49$.

I.1.2 Le résonateur micro-onde

Nous devons disposer d'un mode du champ électromagnétique fortement couplé aux atomes. Ce mode doit aussi avoir une grande durée de vie afin d'atteindre le régime de couplage fort. Pour stocker des photons dans le domaine micro-onde, il est intéressant d'utiliser comme résonateurs des cavités fermées (monobloc) avec juste deux petites ouvertures (sous-coupure) permettant aux atomes d'entrer et sortir.

Dans notre cas, la nécessité d'appliquer un champ électrique directeur pour conserver les états circulaires des atomes nous impose de travailler avec au moins deux parties isolées électriquement. De même, pour ne pas créer de fortes inhomogénéités de champ au niveau des atomes (susceptibles de détruire le contraste des signaux mesurés), ceux-ci ne doivent jamais être proches d'une quelconque partie du montage. Nous devons donc utiliser un résonateur largement ouvert.

Pour remplir ces conditions, nous avons choisi une cavité formée de deux miroirs (en configuration Fabry-Pérot) permettant de concentrer le champ au niveau des atomes. Les deux miroirs de cette cavité sont en niobium - métal supraconducteur à faible température - et possèdent donc une très bonne réflectivité. Par ailleurs, pour ne pas diffuser les photons à l'extérieur de la cavité (notamment via les deux grandes ouvertures) mais bien les réfléchir dans le mode, les miroirs doivent aussi avoir une excellente précision de surface.

I.1.2.a Une cavité Fabry-Pérot

Les modes propres d'une cavité Fabry-Pérot constituée de deux miroirs sphériques peuvent être calculés dans l'approximation paraxiale [89]. On trouve des « modes transverses électromagnétiques » $TEM_{q,n,m}$ où q correspond au nombre de ventres de l'onde stationnaire et m et n décrivent le profil transverse du mode. Les modes $TEM_{q,0,0}$ correspondent à un profil transverse gaussien et leur fréquence de résonance ν_q est donnée par :

$$\nu_q = \frac{c}{2d} \left(q + \frac{1}{\pi} \arccos \left(1 - \frac{d}{R} \right) \right), \quad (\text{I.8})$$

où c est la vitesse de la lumière, R le rayon de courbure des miroirs supposés indentiques et d la distance entre les deux miroirs. Nous utilisons dans nos expériences uniquement le mode $TEM_{9,0,0}$. Les rayons de nos miroirs sont $R \simeq 40$ mm, la distance entre les miroirs $d = 27,57$ mm est ajustée de telle sorte que le mode $TEM_{9,0,0}$ soit résonant avec la transition atomique à 51,099 GHz (voir figure I.4).

Deux modes de polarisation correspondent à cette forme spatiale. Pour des miroirs parfaitement sphériques, les deux modes sont dégénérés. Cependant les miroirs n'ont expérimentalement jamais une sphéricité parfaite. Les deux modes de polarisations linéaires orthogonales ont alors des fréquences distinctes. Si la levée de dégénérescence est de l'ordre du couplage entre l'atome et le champ, l'atome interagit avec les deux modes à la fois. Cette situation n'est pas souhaitée car elle ne permet pas un contrôle individuel de chaque système en jeu dans l'interaction : l'atome s'intriquerait avec les deux modes en même temps.

Pour remédier à ce problème, on a en fait donné aux miroirs une forme toroïdale présentant selon deux plans orthogonaux des rayons de courbure légèrement différents. On peut ainsi lever

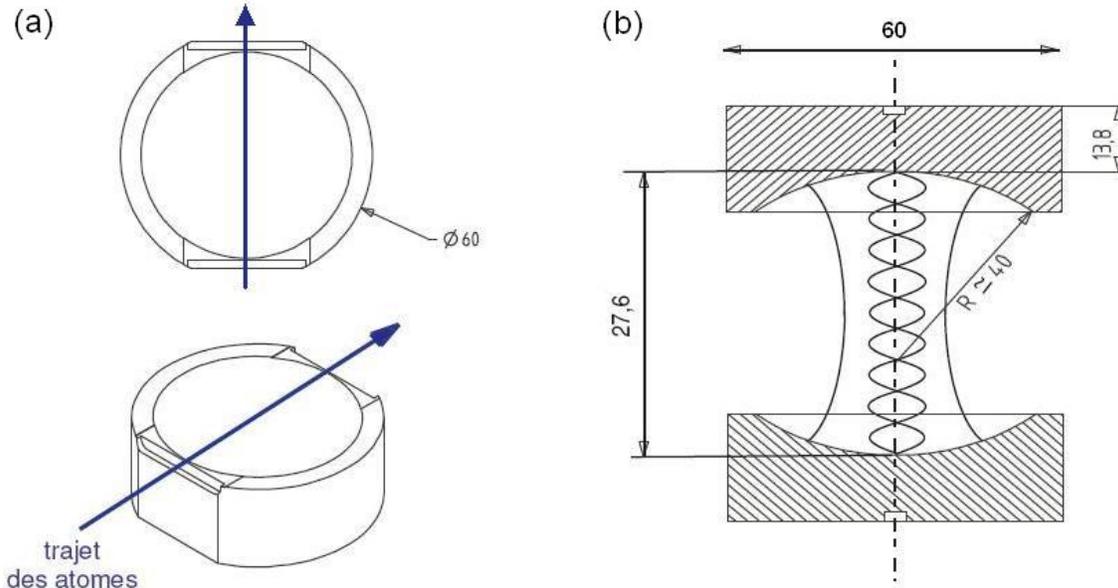


FIGURE I.4 – (a) Deux vues des miroirs utilisés. En haut, vue de dessus, en bas : vue de trois-quarts. (b) Schéma de la cavité. Les dimensions sont données en millimètres. Pour une meilleure lisibilité, la distance entre les miroirs est exagérée sur le dessin par rapport à leur taille.

volontairement la dégénérescence des deux modes de polarisation d'une manière contrôlée. En choisissant deux rayons de courbures de valeur $R = 39,4$ mm et $R = 40,6$ mm, les deux modes de polarisation sont séparés de 1,2 MHz. Nous verrons plus loin que la fréquence de couplage entre l'atome et un mode du champ est $\Omega_0 = 2\pi \cdot 48$ kHz. La levée de dégénérescence est donc suffisamment grande pour que l'atome n'interagisse qu'avec un seul des deux modes.

Bien que l'approximation paraxiale ne soit pas vraiment respectée loin du centre de la cavité, elle permet cependant de donner une idée de la géométrie et du volume du mode. Pour ce calcul approché, nous garderons le modèle des miroirs sphériques, l'écart réel à la sphéricité de nos miroirs restant relativement faible. La structure spatiale d'un mode gaussien du champ électrique est alors donnée en coordonnées cylindriques par :

$$f(r, z) = \frac{w_0}{w(z)} \cos\left(kz - \arctan \frac{\lambda z}{\pi w_0^2} + \frac{r^2 k}{2R(z)}\right) e^{-\frac{r^2}{w(z)^2}}, \quad (\text{I.9})$$

où $\lambda = c/v = 5,87$ mm est la longueur d'onde et

$$w_0 = \left(\frac{\lambda}{2\pi} \sqrt{d(2R - d)}\right)^{1/2} \approx 5,96 \text{ mm} \quad (\text{I.10})$$

est le col du mode au centre de la cavité. Les fonctions $w(z)$ et $R(z)$ décrivent respectivement la variation de l'extension du mode et celle du rayon de courbure du front d'onde lorsque l'on

s'éloigne du centre de la cavité :

$$\begin{aligned} w(z) &= w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{\lambda z}{\pi w_0}\right)^2} \\ R(z) &= z \left[1 + \left(\frac{\pi w_0^2}{\lambda z}\right)^2 \right]. \end{aligned} \quad (\text{I.11})$$

On déduit de ces expressions le volume du mode :

$$\mathcal{V} = \int |f(\mathbf{r})|^2 d^3 \mathbf{r} = \frac{\pi w_0^2 d}{4} \simeq 769 \text{ mm}^3. \quad (\text{I.12})$$

Cette estimation du volume du mode nous permet de calculer la valeur du champ électrique par photon \mathcal{E}_0 :

$$\mathcal{E}_0 = \sqrt{\frac{\hbar \omega_0}{2 \varepsilon_0 \mathcal{V}}}, \quad (\text{I.13})$$

où $\omega_0 = 2\pi \cdot \nu_{q=9}$ est la pulsation du mode et ε_0 est la permittivité électrique du vide. Le confinement du champ dans ce faible volume assure une grande amplitude de champ même au niveau du photon unique :

$$\mathcal{E}_0 \simeq 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ V/m}. \quad (\text{I.14})$$

I.1.2.b Une très grande finesse

Pour être dans le régime de couplage fort, on souhaite que le temps caractéristique de dissipation de l'énergie soit grand devant le temps caractéristique du couplage entre les atomes et le champ. Le temps de relaxation du champ T_{cav} correspond au temps de vie d'un photon dans le mode à température nulle. C'est aussi le temps caractéristique de décroissance exponentielle de l'intensité d'un champ classique stocké dans la cavité. Cette grandeur est reliée à la largeur spectrale intrinsèque $\Delta\nu$ de la résonance de la cavité par la relation $2\pi \Delta\nu \cdot T_{cav} = 1$ [90, page 372]. On peut également quantifier la qualité du résonateur en terme de finesse $F = I_{SL}/\Delta\nu = 2\pi I_{SL} \cdot T_{cav}$, où $I_{SL} = c/2d$ est l'intervalle spectral libre. Dans une vision corpusculaire des photons, cette grandeur correspond à un facteur π près au nombre moyen de rebonds d'un photon sur les miroirs avant d'être perdu. La perte d'un photon peut avoir deux origines : l'absorption par la surface des miroirs et la diffraction en dehors du mode (causée par un écart de ces surfaces à la forme idéale et dans une moindre mesure par la taille finie des miroirs). Pour obtenir un grand temps de vie pour les photons, il faut ainsi conjuguer à la fois une excellente qualité de surface et une excellente réflectivité.

L'utilisation d'un matériau supraconducteur, plus précisément du niobium, nous permet d'obtenir des miroirs extrêmement réfléchissants. Dans le domaine des faibles fréquences, la résistance de surface d'un matériau supraconducteur augmente lentement avec la fréquence de l'onde incidente. Aux fréquences micro-ondes, la résistance de surface reste très faible. (Pour des fréquences élevées telles que les fréquences optiques, l'énergie du champ est plus grande que le

gap du supraconducteur ; l'onde incidente briserait alors les paires de Cooper, faisant perdre à la surface ses propriétés supraconductrices et donc retomber sa réflectivité à celle du métal normal.)

Pour obtenir une excellente qualité de surface, nous utilisons un substrat de cuivre, matériau plus facile à usiner que le niobium massif. Un usinage diamant nous permet d'atteindre une rugosité de surface de qualité optique, de l'ordre de 10 nm rms, et une très bonne précision à grande échelle (300 nm crête à crête). Nous déposons ensuite sur ce substrat une couche de $12\ \mu\text{m}$ de niobium par pulvérisation cathodique⁴.

La conjugaison de ces deux aspects (supraconductivité et usinage diamant) a permis d'obtenir un temps de vie spectaculaire du champ. Le résonateur que nous avons utilisé pour les expériences présentées dans ce mémoire possède une finesse de $4,6 \cdot 10^9$, qui est à ce jour la plus grande finesse jamais atteinte pour un résonateur ouvert de type Fabry-Pérot [22]. Le temps de vie correspondant est 130 ms. La figure I.5 permet de visualiser l'allure du spectre de notre cavité. Ce spectre est extrêmement fin. Avec un temps de vie de 130 ms on s'attend en effet à trouver une largeur $\Delta\nu \simeq 1,2\ \text{Hz}$. La largeur de la courbe présentée, de $\Delta\nu \simeq 1,7\ \text{Hz}$, est très proche de cette valeur minimale. (Nous détaillons au chapitre 5 comment nous réalisons ce type de mesure.)

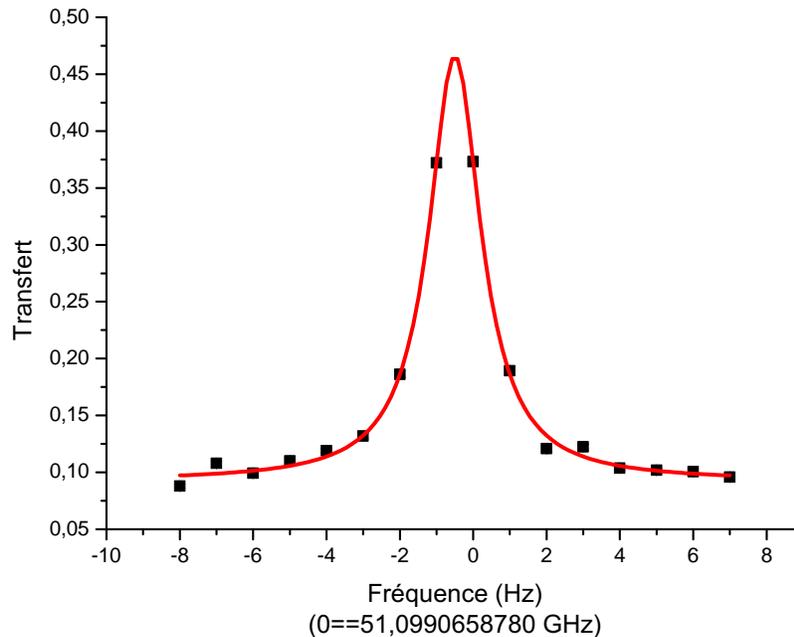


FIGURE I.5 – Spectre de la cavité. Les points expérimentaux sont ajustés par une lorentzienne de largeur 1,7 Hz proche de la valeur minimale théorique.

4. La pulvérisation cathodique est réalisée au CEA qui utilise habituellement le même procédé pour fabriquer les cavités des accélérateurs à particules, en collaboration avec E. Jacques, P. Bosland et B. Visentin.

I.1.3 Un système à deux niveaux fermé dans le régime de couplage fort

Si le niveau de Rydberg circulaire $|51 c\rangle$ ne peut se désexciter que vers le circulaire $|50 c\rangle$, les possibilités d'excitation à partir de ce niveau inférieur sont multiples : les trois transitions σ et π sont a priori possibles. On peut voir sur la figure I.2 que la levée de dégénérescence en champ électrique non nul est largement suffisante pour pouvoir adresser séparément les transitions σ et π . Les deux transitions σ^\pm restent dégénérées, mais l'élément de matrice de la transition σ^- est environ 70 fois plus élevée que celle de la transition σ^+ . Nous négligerons donc cette dernière. On peut ainsi considérer les états atomiques $|e\rangle$ et $|g\rangle$ comme un système à deux niveaux fermé.

Connaissant l'amplitude du champ électrique par photon au niveau des atomes et le dipôle de couplage atomique, nous pouvons évaluer quantitativement l'intensité du couplage entre les deux systèmes. Les atomes passent entre les deux miroirs, donc au niveau du ventre central du mode TEM₉₀₀. L'amplitude du champ lorsque les atomes sont au centre du mode est donc l'amplitude maximale \mathcal{E}_0 . Il faut cependant prendre garde au fait que la transition $|g\rangle \rightarrow |e\rangle$ est une transition $\Delta m = +1$ et n'est donc couplée qu'à la composante σ^+ du champ électromagnétique. Les modes propres du champ dans la cavité possèdent une polarisation linéaire, que l'on peut considérer comme une superposition à poids égaux de deux modes de polarisation circulaire. Chaque composante contient donc la moitié de l'énergie totale du champ. L'amplitude vue par les atomes est ainsi réduite d'un facteur $\sqrt{2}$. La fréquence de Rabi du vide, qui caractérise la force du couplage, vaut au centre du mode :

$$\Omega_0 = \frac{2\mathcal{E}_0 d_{51}}{\sqrt{2}\hbar} \simeq 2\pi \cdot 51 \text{ kHz.} \quad (\text{I.15})$$

La période de Rabi correspondante vaut $T_0 \simeq 20 \mu\text{s}$. On a ainsi :

$$\begin{aligned} T_0 &\ll T_{cav} = 130 \text{ ms} \\ T_0 &\ll T_{at} \simeq 30 \text{ ms.} \end{aligned} \quad (\text{I.16})$$

Les temps de dissipation des énergies de l'atome et du champ sont très longs devant le temps caractéristique de l'interaction : nos deux systèmes interagissent donc bien dans le régime de couplage fort.

Du fait des approximations utilisées pour décrire la forme du mode, la valeur de la fréquence de Rabi ainsi trouvée est seulement une estimation. Il est par conséquent nécessaire de mesurer proprement cette grandeur récurrente dans toutes nos expériences. Comme nous l'expliquerons au chapitre 2, un atome initialement préparé dans l'état $|e\rangle$ et interagissant avec la cavité vide de tout photon va passer dans l'état $|g\rangle$ en émettant un photon dans le mode puis va le réabsorber et revenir dans l'état $|e\rangle$. Ce phénomène appelé « oscillations de Rabi du vide » s'effectue à la fréquence Ω_0 . En enregistrant le taux de transfert de l'état $|e\rangle$ à l'état $|g\rangle$ en fonction du temps d'interaction atome - cavité, on peut mesurer directement Ω_0 .

Pour régler le temps d'interaction, nous utilisons l'effet Stark : en appliquant un champ électrique sur l'atome dans la cavité, on peut déplacer sa fréquence de transition et donc l'amener à résonance avec la cavité pendant une durée choisie⁵. Un signal expérimental typique est montré en figure I.6.a. La fréquence mesurée est $\Omega_0 = 2\pi \cdot 50 \text{ kHz}$. Nous avons cependant fini par

5. Le profil gaussien du mode implique de corriger le temps réel d'interaction t_{int} en un temps effectif donné par

remarquer que la valeur ainsi mesurée dépend du nombre moyen d'atomes par paquets⁶ même lorsque celui-ci est faible. La figure I.6.b rassemble différentes mesures correspondant à différents flux. On devine empiriquement une dépendance linéaire et on extrapole la valeur à l'origine $\Omega_0 = 2\pi \cdot 48$ kHz que nous supposons correspondre à la valeur de Ω_0 .

La dépendance de la valeur mesurée de Ω_0 en fonction du nombre d'atomes par paquet est attribuée aux événements à deux atomes : plus le flux est élevé, plus ils sont probables. Lorsque deux atomes initialement dans $|e\rangle$ interagissent simultanément avec le mode, un régime d'oscillations à trois états ($|ee0\rangle, (|eg1\rangle + |ge1\rangle)/\sqrt{2}$ et $|gg2\rangle$) se produit à une fréquence $\sqrt{6}$ fois plus élevée. La moyenne de ces processus a tendance à surestimer la valeur de Ω_0 ainsi mesurée. Ces événements sont normalement filtrés mais notre efficacité de détection étant limitée à 50% environ, la moitié de ces événements à deux atomes est tout de même analysée par erreur.

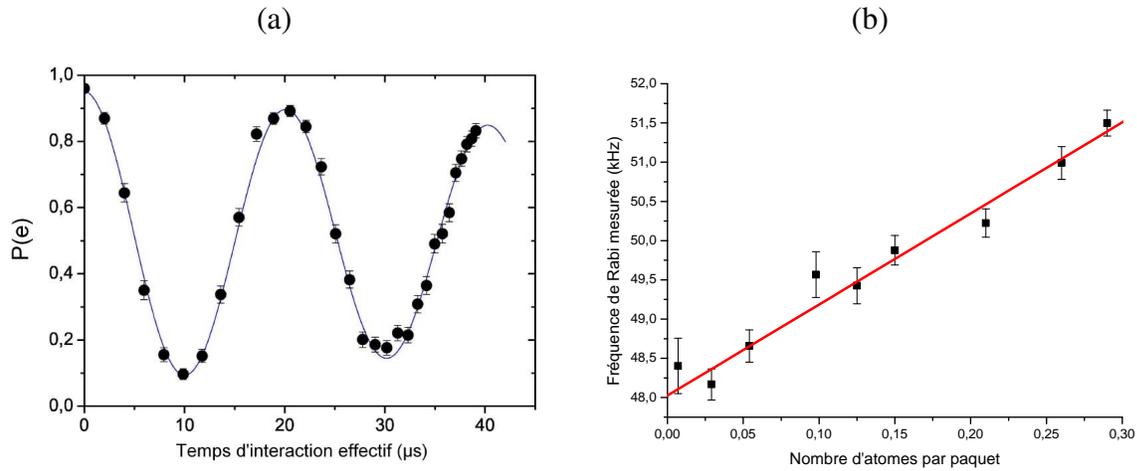


FIGURE I.6 – (a) Oscillations de Rabi du vide. La probabilité de trouver l'atome dans l'état $|e\rangle$ dépend sinusoidalement du temps effectif d'interaction à une fréquence. (b) Fréquence de Rabi du vide mesurée à différents flux atomiques. La valeur à l'origine est extrapolée à 48 kHz.

$$t_{eff} = \int_{-T_{int}/2}^{+T_{int}/2} e^{-\frac{(\omega)^2}{v_0^2}} dt.$$

6. Cette notion est expliquée à la partie I.2.3.d.

I.2 Un système parfaitement contrôlé

Nous avons montré dans la partie précédente qu'un atome de Rydberg circulaire et un mode d'un résonateur Fabry-Pérot de grande finesse permettent d'atteindre le régime de couplage fort et d'être bien décrits par le modèle de Jaynes-Cummings. Nous avons aussi évoqué certaines contraintes expérimentales comme la nécessité de bien contrôler la valeur du champ électrique statique vu par les atomes et de travailler à température cryogénique. Des conditions expérimentales réalistes introduisent en fait une multitude d'autres paramètres « externes » qu'il est indispensable de contrôler pour ne pas brouiller les signaux obtenus. Dans cette partie, je passerai en revue ces paramètres et expliquerai brièvement comment nous les maîtrisons en pratique. A nouveau on pourra trouver plus de détails dans les thèses de Sébastien Gleyzes [83] et Christine Guerlin [84].

I.2.1 Une vue d'ensemble du dispositif expérimental

La figure I.7 présente un schéma d'ensemble des différents éléments du montage. Les atomes de ^{85}Rb sortent d'un four et se propagent en un jet horizontal à travers l'expérience. Après passage dans la « boîte à circulariser » où ils sont excités dans l'état de Rydberg circulaire souhaité, ils traversent la cavité supraconductrice et interagissent ainsi avec le champ qui y est stocké. Les atomes sont finalement ionisés dans un détecteur qui mesure leur état. Cette détection atomique est notre unique source d'information sur l'état du système atome-champ résultant de l'interaction. On peut par ailleurs manipuler l'état de l'atome avant et après son passage dans la cavité dans l'une des « zones de Ramsey ». La combinaison des deux zones de Ramsey et du détecteur constitue un interféromètre atomique couramment appelé « interféromètre de Ramsey ». Nous verrons au chapitre 3 que l'état du mode de la cavité peut modifier la différence de marche entre les deux bras de l'interféromètre. On peut ainsi obtenir de l'information sur l'état du champ grâce aux atomes.

La figure I.8 présente le plan de la partie du montage vue par les atomes de Rydberg circulaires. Elle permet de visualiser la forme des différentes pièces traversées ainsi que les distances entre elles. La distance parcourue par les atomes de Rydberg entre leur préparation et la détection est d'environ 30 cm.

Comme on peut le voir sur les schémas, notre dispositif comporte en fait deux cavités. Cependant, la procédure d'accord étant encore imparfaite, la deuxième cavité (C_2) se trouve trop loin de la résonance atomique et n'est donc pas utilisable. Pour les expériences présentées dans ce mémoire, nous n'avons utilisé que la première cavité et le premier jeu de zones de Ramsey. Je ne mentionnerai donc plus la deuxième cavité et la troisième zone de Ramsey.

I.2.2 Contrôle de la cavité

I.2.2.a La fréquence du mode

Suivant l'expérience que l'on veut réaliser, la cavité doit être parfaitement accordée sur la fréquence atomique ou volontairement faiblement désaccordée. La fréquence caractéristique du

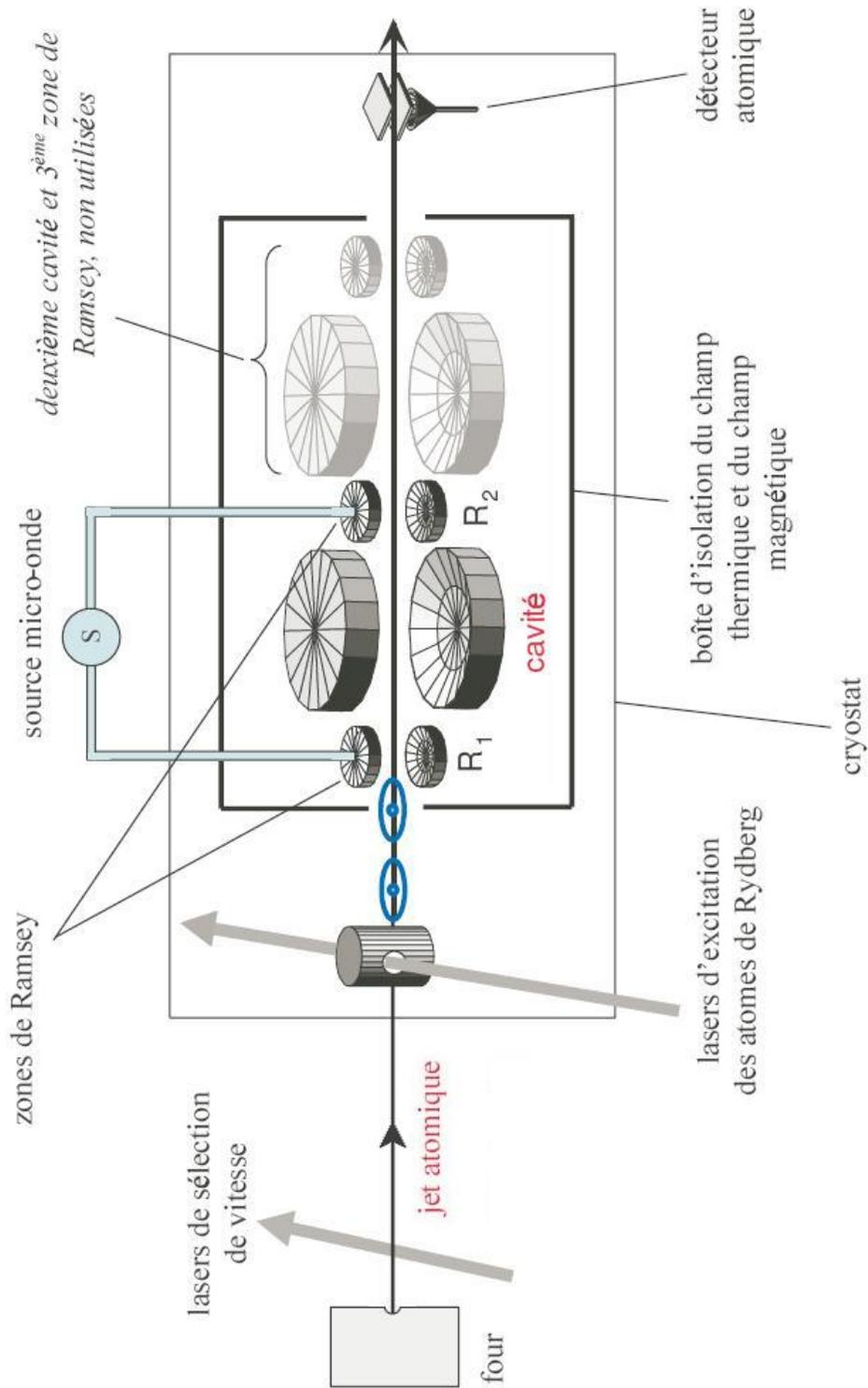


FIGURE I.7 – Schéma du dispositif expérimental.

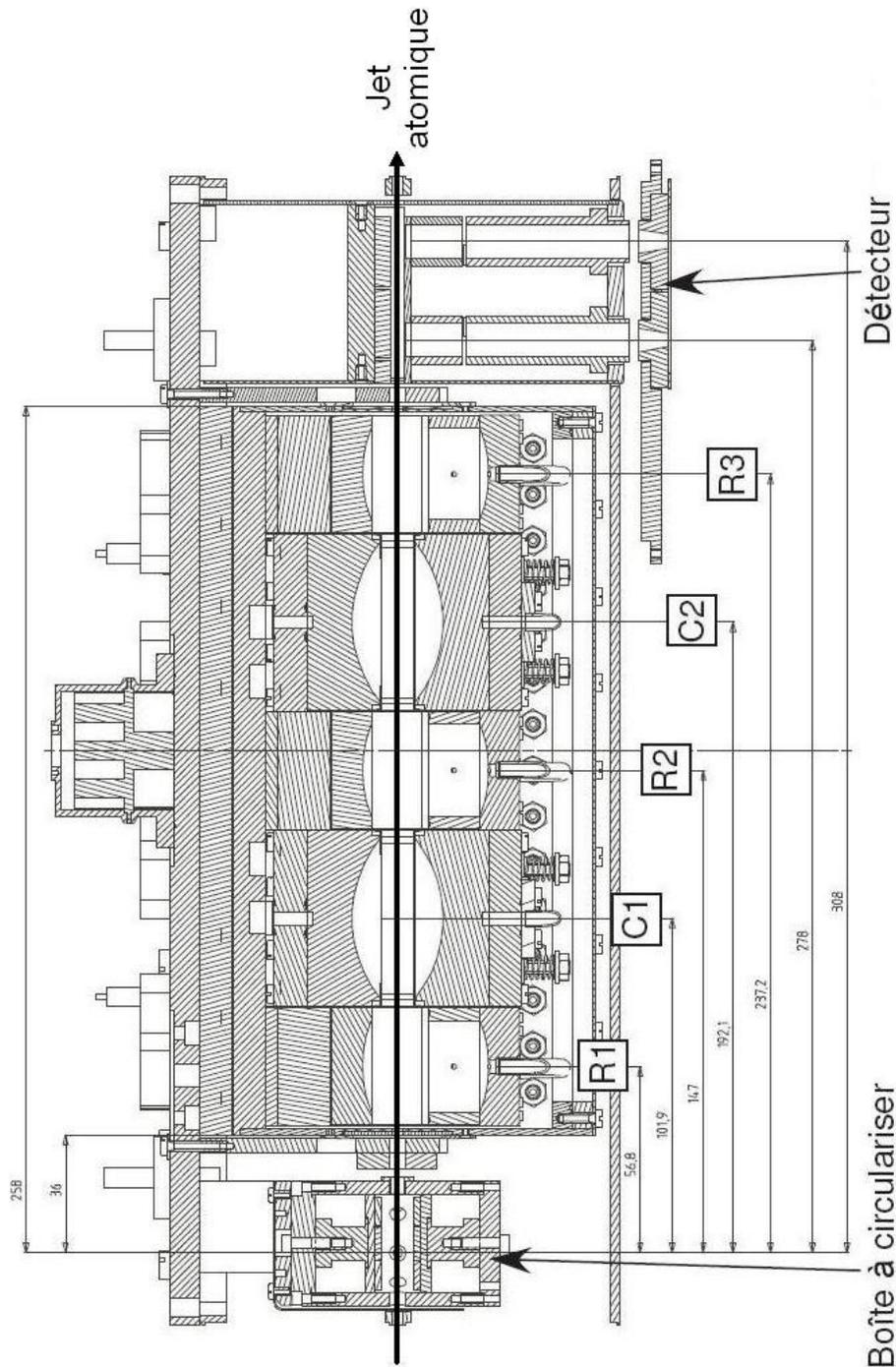


FIGURE I.8 – Schéma du cœur du dispositif expérimental : les pièces vues par les atomes circulaires, de la boîte à circulariser aux détecteurs, notamment deux cavités supraconductrices C1 et C2 et trois zones de Ramsey R1, R2 et R3. Tout le long de leur trajet, les atomes voient de toutes parts des électrodes dont les potentiels sont contrôlés de manière à réduire les inhomogénéités de champ électrique.

couplage Ω_0 étant de l'ordre de 50 kHz, on souhaite avoir un pas de réglage de l'ordre de 1 kHz ce qui correspond à un réglage au nanomètre près de la distance entre les deux miroirs. Pour disposer d'une telle finesse de réglage, nous séparons les deux miroirs par des tubes piézoélectriques (figure I.9). L'application d'une tension entre l'intérieur et l'extérieur de ces tubes fait sensiblement varier leur longueur. La figure I.10 montre la variation de fréquence de la cavité en fonction de la tension appliquée : on obtient une pente de 2,4 kHz/V. La gamme d'accord (limitée par la tension de claquage des tubes piézoélectrique) est d'environ 7 MHz. L'écart entre la fréquence à tension nulle et la fréquence atomique doit donc être inférieur à 3,5 MHz ce qui correspond à une distance entre les miroirs réglée (à tension nulle) au micromètre près. Ce préaccord est réalisé en intercalant entre les tubes piézoélectriques et les miroirs des pièces de cuivre dont la taille est ajustée par attaque chimique acide. La précision de cette méthode est bien de l'ordre du micromètre. Malheureusement l'assemblage de toutes ces pièces n'est pas parfaitement reproductible et entraîne une incertitude supplémentaire sur la fréquence de l'ordre de 2 MHz. La somme de toutes ces incertitudes peut amener la cavité hors de la gamme d'accord piézoélectrique. (Ceci s'est justement produit avec la deuxième cavité.)

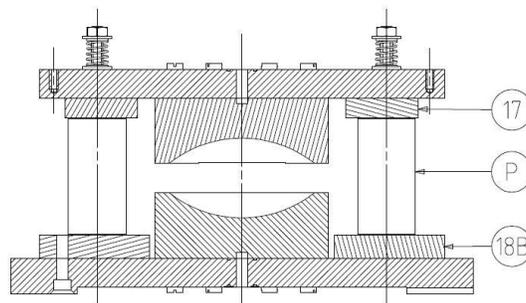


FIGURE I.9 – Schéma du bloc cavité. Les pièces définissant la distance entre les miroirs sont précisées. 17 et 18B : cales en cuivre, P : tubes piézoélectriques.

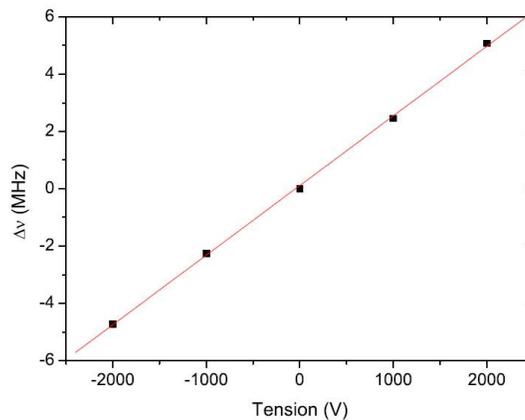


FIGURE I.10 – Variation de la fréquence de la cavité en fonction de la tension appliquée sur les tubes piézoélectriques. La pente est de 2,4 kHz/V.

I.2.2.b Réduction du champ thermique

Nous avons déjà mentionné plus haut la nécessité de travailler à température cryogénique afin de réduire le champ thermique à 51 GHz. Le cœur de l'expérience est donc placé dans un cryostat dont le dernier étage fonctionne à l' ^3He et permet d'atteindre une température de 0,8 K. A cette température le nombre de photons thermiques $n_{th} = 0,05$ est relativement faible. Cependant les premiers étages du cryostat et évidemment l'extérieur ont des températures supérieures à 0,8 K. Il faut donc éviter que les nombreux photons de ces parties plus chaudes ne puissent entrer dans le cœur de l'expérience. Les différents moyens utilisés pour isoler le cœur de l'expérience du rayonnement environnant sont représentés sur la figure I.11. Un écran entoure la partie de l'expérience refroidie à 0,8 K. Des ouvertures sont toutefois nécessaires pour laisser entrer le jet atomique et les lasers d'excitation et pour récolter les électrons arrachés lors de la détection des atomes. Leurs diamètres étant supérieurs à la longueur d'onde $\lambda = 6 \text{ mm}$ à 51 GHz, ces trous ne sont pas sous coupure et peuvent donc laisser entrer des photons. Afin d'éviter que ces photons n'augmentent la température du mode ou ne diminuent les temps de vie des atomes et des photons, les cavités supraconductrices et les zones de Ramsey sont enfermées dans une boîte d'écrantage supplémentaire entièrement étanche au rayonnement à 51 GHz : les trous d'entrée et de sortie des atomes sont cette fois sous coupure. Les espaces restants ont de plus été comblés avec des absorbeurs de micro-ondes « RAM » (Radar Absorbing Material Keating Ltd).

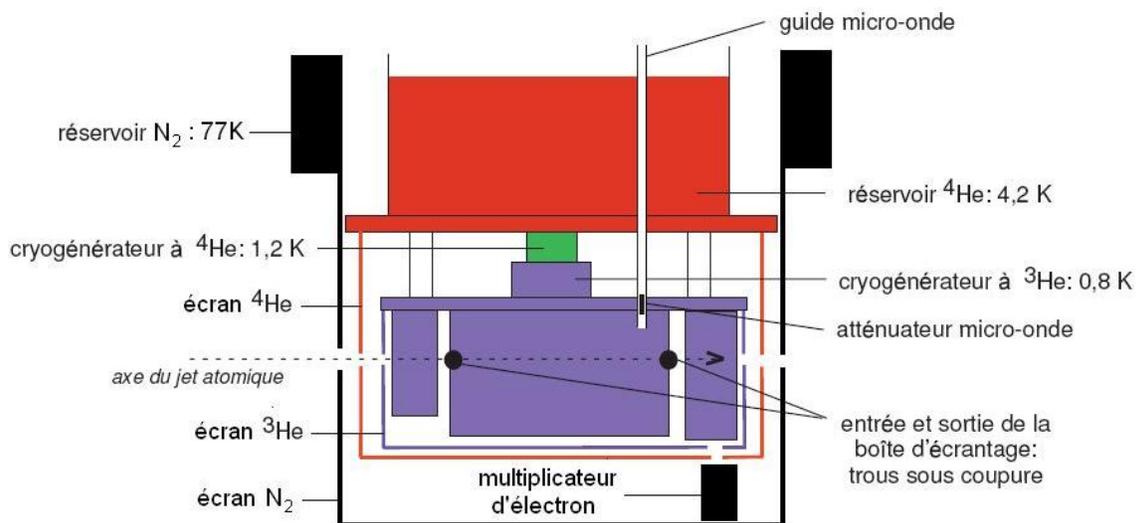


FIGURE I.11 – Précautions prises pour maintenir une température de 0,8 K dans la cavité et sur la majeure partie du trajet des atomes. Un écran thermique protège la partie à 0,8 K du rayonnement environnant, de température $T \sim 4 \text{ K}$. Les trous de cet écran n'étant pas sous coupure, le rayonnement à l'intérieur de la jupe est un peu plus chaud que 0,8 K. Les cavités et les zones de Ramsey sont donc placées dans une boîte d'écrantage supplémentaire qui, elle, est sous coupure. Pour éviter qu'un rayonnement thermique provenant de parties plus chaudes ne puisse arriver par les guides d'onde débouchant dans cette boîte, des atténuateurs micro-ondes sont placés dans ces guides au niveau de la plaque ^3He .

I.2.2.c Préparation d'un état cohérent

Une fois le champ thermique à une valeur acceptable, il faut préparer le champ dans un état bien défini. Dans les expériences décrites ici, l'état initial est un état cohérent. Les états cohérents sont des états « quasi-classiques » : ils peuvent être produits relativement simplement en couplant le mode de la cavité à une source classique.

Nous avons vu que le mode de la cavité est couplé aux autres modes de l'environnement, ce qui limite le temps de vie des photons. Inversement on peut coupler par diffraction des photons de l'environnement dans le mode. Il suffit donc de préparer un champ cohérent dans l'environnement de la cavité c'est-à-dire dans la boîte d'écrantage. Pour cela on couple une source extérieure (classique) à un guide d'onde débouchant entre les deux miroirs de la cavité. Ce type d'injection, bien que très inefficace, est tout à fait suffisant pour les faibles champs dont nous avons besoin.

Cette méthode impose cependant une contrainte : on remplit l'expérience entière de micro-onde lorsque l'on injecte un champ dans la cavité. Les atomes éventuellement présents interagiraient alors de manière totalement incontrôlée avec ce rayonnement. On doit donc attendre la fin de l'impulsion d'injection pour commencer la préparation des atomes dans l'état $|e\rangle$ ou $|g\rangle$.

Le schéma du dispositif d'injection est représenté sur la figure I.12. Pour produire un champ à 51 GHz nous utilisons initialement un synthétiseur Anritsu (de fréquence et puissance réglables) à environ 12,8 GHz. Son signal est envoyé dans une diode Schottky, composant non linéaire qui génère entre autres la 4^{ème} harmonique. Cette 4^{ème} harmonique est ensuite injectée dans le guide d'onde débouchant dans la cavité. Pour pouvoir contrôler la puissance injectée nous plaçons un atténuateur calibré entre la diode et le guide. On peut aussi jouer sur la durée d'injection. Cette durée est contrôlée à environ 50 ns près grâce à des diodes PIN commandées par signal TTL et placées à la sortie du synthétiseur Anritsu.

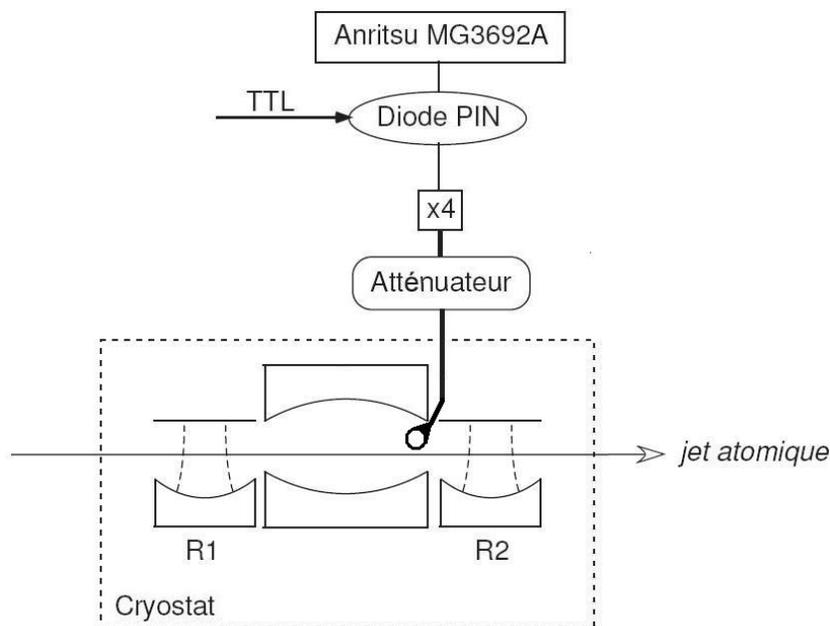


FIGURE I.12 – Dispositif d'injection de la micro-onde dans la cavité.

Il faut également prendre des précautions avec le guide d'onde : reliant l'extérieur du cryostat à la boîte d'écrantage, il est sur la majeure partie de sa longueur à des températures supérieures à 0,8 K. Pour éviter que le rayonnement chaud qu'il contient ne débouche directement dans la boîte sous coupure, un atténuateur micro-onde inséré à l'entrée de la zone à 0,8 K permet de bloquer le champ thermique. La puissance disponible de nos sources peut être considérée comme infinie à l'échelle des quelques photons dont nous avons besoin dans nos expériences. L'atténuateur micro-onde bloquant le champ thermique n'interdit donc pas pour autant d'injecter un champ dans la cavité.

I.2.2.d Remise à zéro du champ

Le résultat d'une expérience de mécanique quantique étant généralement aléatoire, nous devons répéter un grand nombre de fois la même expérience afin d'obtenir une statistique satisfaisante. A la fin d'une séquence expérimentale, le champ présent dans la cavité peut a priori être quelconque. On ne peut donc pas recommencer la même séquence sans avoir préalablement remis le champ à sa valeur initiale. La durée de vie extrêmement longue du champ dans la cavité pose ici problème : attendre que le champ se soit dissipé de lui-même nécessiterait beaucoup trop de temps et allongerait les temps d'acquisition de manière inacceptable. Pour cette raison nous ramenons activement le nombre de photons à 0 en commençant toutes nos séquences par une absorption du champ résiduel dans la cavité : une série d'atomes dans $|g\rangle$ est envoyée pour absorber les éventuels photons thermiques ou laissés par la réalisation expérimentale précédente⁷.

I.2.3 Contrôle des atomes

I.2.3.a Préparation des états de Rydberg circulaires

La préparation des états de Rydberg circulaires, la « circularisation », est très complexe car il faut fournir à la fois beaucoup d'énergie et de moment cinétique à un atome initialement dans l'état fondamental $5S_{1/2}$. Les niveaux atomiques utilisés ainsi que les différentes étapes de la circularisation sont schématisés sur la figure I.13. L'ensemble du processus est effectué en présence d'un champ magnétique vertical qui définit l'axe de quantification atomique. Avant de commencer la circularisation, on pompe optiquement les atomes dans le sous niveau Zeeman maximal $|F = 3 ; m_F = 3\rangle$.

1. L'excitation vers les états de n élevé se fait par deux transitions optiques σ^+ réalisées à l'aide de deux diodes lasers bleue (420 nm) excitant le sous-niveau $|F = 4, m_F = 4\rangle$ du $6P_{3/2}$ puis infrarouge (1015 nm) excitant le niveau $|52d ; m_J = 5/2\rangle$.

7. Pour rendre l'absorption plus efficace, la fréquence atomique est balayée par effet Stark (en modifiant le potentiel d'un des miroirs de la cavité) de manière à avoir un désaccord atome-champ passant continûment d'une valeur très positive à une valeur très négative. Si la fréquence atomique est balayée suffisamment lentement, les niveaux $|g, n\rangle$ se couplent adiabatiquement aux états $|e, n-1\rangle$ via les états habillés $|-, n\rangle$ (voir partie II.4.1). Dans notre cas, le balayage n'est pas extrêmement lent mais il rend tout de même l'absorption plus efficace qu'elle ne le serait avec une interaction purement résonnante (avec laquelle le temps d'interaction optimal dépend du nombre de photons n via la dépendance en \sqrt{n} de la fréquence de Rabi, voir partie II.4.2).

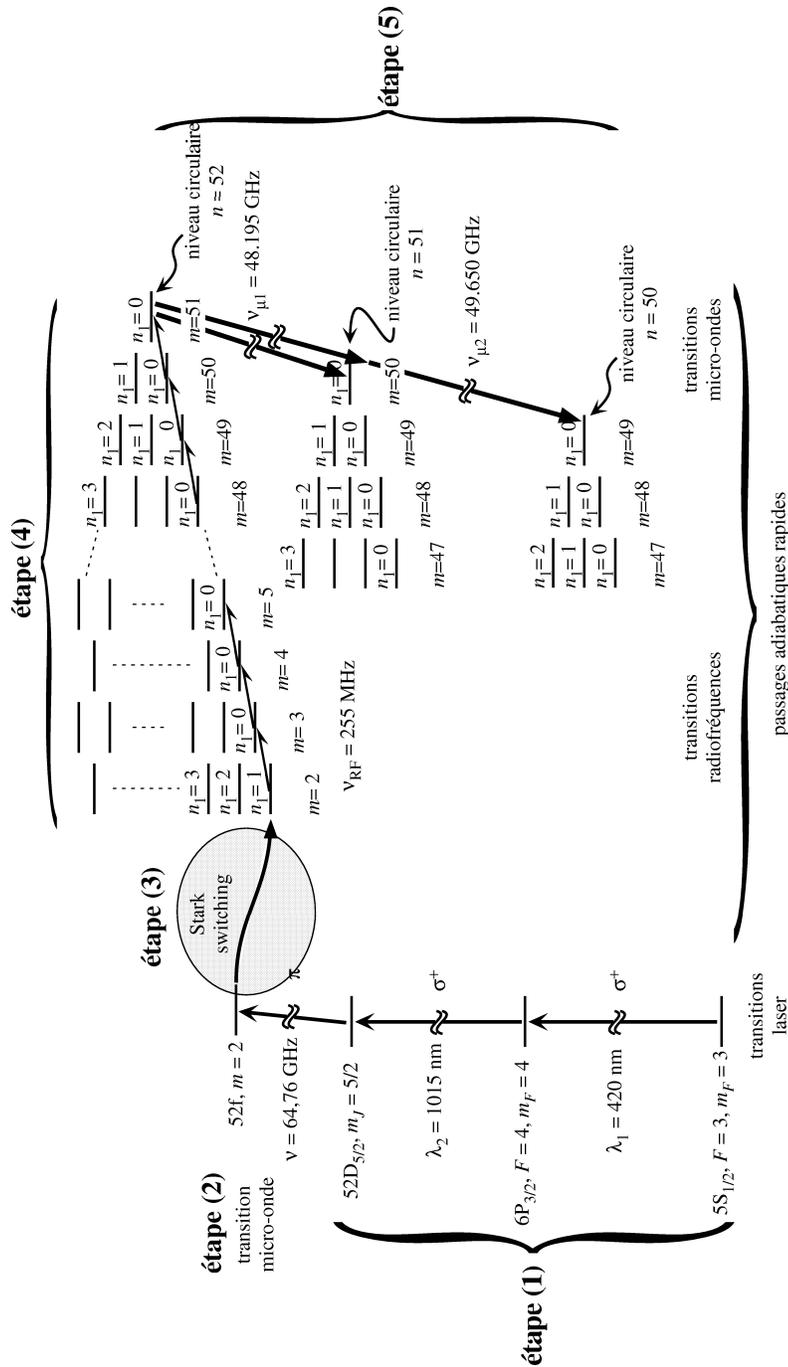


FIGURE I.13 – Les différentes étapes de la préparation des atomes de Rydberg circulaires.

2. Une transition micro-onde permet ensuite d'atteindre le niveau $|52f; m_F = 2\rangle$.
3. Les étapes 1 et 2 sont réalisées en champ électrique nul. En augmentant ensuite la valeur du champ électrique, le niveau $|52f; m_F = 2\rangle$ est adiabatiquement transféré vers le niveau elliptique $|n = 52; n_1 = 1; m = 2\rangle$. Cette étape est appelée « Stark switching ».
4. Une fois atteinte la multiplicité $n = 52$, le moment angulaire manquant est fourni par l'absorption adiabatique de 49 photons radiofréquence à 255 MHz et de polarisation σ^+ . (La présence du champ magnétique de l'ordre de 18 Gauss lève la dégénérescence entre les transitions σ^+ et σ^- .)
5. Le passage adiabatique ne fonctionne pas parfaitement. Seuls 80% des atomes sont amenés dans le niveau circulaire $|52c\rangle$. Les atomes restant sont dans des niveaux elliptiques voisins. On ne peut pas utiliser le niveau circulaire ainsi obtenu et le faire interagir avec le mode de la cavité supraconductrice. En effet, le champ électrique statique y étant relativement faible, certains atomes elliptiques pourraient eux aussi interagir avec la cavité et modifier sensiblement son état. Par ailleurs, comme les états elliptiques résiduels sont de m assez proches de la valeur maximale, la détection par ionisation ne permet pas de distinguer ces états des circulaires. Il en résulterait donc un brouillage des signaux obtenus.

C'est pour ces deux raisons que nous ne produisons pas directement le niveau circulaire $|g\rangle = |50c\rangle$: une dernière étape de « purification » est alors possible. Une impulsion micro-onde transfère sélectivement le niveau $|52c\rangle$ dans le niveau $|g\rangle$. La transition circulaire-circulaire étant beaucoup moins sensible au champ électrique que les transitions elliptiques (elle ne possède pas d'effet Stark linéaire), un fort champ permet de suffisamment séparer ces dernières pour que seule la transition circulaire-circulaire soit résonante avec la fréquence micro-onde choisie. Il est ainsi possible d'atteindre des taux de pureté de l'ordre de 98%.

Pour les expériences présentées dans ce mémoire, nous avons eu besoin d'une très bonne pureté des états préparés. Nous avons donc mis en place une procédure de purification supplémentaire : grâce à des électrodes situées entre la boîte à circulariser et la première zone de Ramsey, on applique un champ électrique statique dont la valeur est juste en dessous du champ d'ionisation de l'état $|g\rangle$. Ce champ ionise a priori tous les niveaux de $n = 51$ et $n = 52$ et élimine ainsi d'éventuels résidus laissés par la procédure de circularisation.

I.2.3.b Contrôle de la fréquence atomique

Nous avons vu qu'un champ électrique directeur est nécessaire pour conserver les atomes de Rydberg circulaires. Pour maintenir un champ électrique bien maîtrisé le long du trajet des atomes, tous les éléments vus par les atomes (du lieu de leur préparation à celle de leur détection) doivent être conducteurs pour nous permettre de contrôler leurs potentiels. Les formes de ces éléments ont de plus été conçues pour rendre le champ électrique le plus homogène possible transversalement au jet (figure I.8). Nous avons en effet déjà mentionné que les inhomogénéités de champ électrique peuvent réduire le contraste des signaux mesurés en modifiant légèrement la fréquence atomique selon la position radiale dans le jet. La transition atomique est également

sensible au champ magnétique. C'est en effet une transition $\Delta m = +1$ déplacée par effet Zeeman de 1,4 MHz/Gauss.

Comme pour le champ électrique, la présence d'un champ magnétique inhomogène transversalement ou fluctuant au cours du temps est susceptible de brouiller les mesures. Pour s'affranchir de ce problème tous les éléments proches des atomes sont en matériaux amagnétiques, le champ magnétique terrestre est compensé par des bobines, la boîte d'écrantage est recouverte d'une couche de Vitrovac (matériau de haute perméabilité magnétique) qui écranthe le champ magnétique extérieur résiduel, et l'écran ^3He du cryostat et recouvert d'indium (métal supraconducteur à basse température qui fige donc la carte de champ magnétique à l'intérieur de l'écran).

La grande sensibilité des états circulaires aux champs parasites est ici un inconvénient. Cependant nous tirons aussi profit du déplacement de la fréquence atomique par effet Stark. Comme nous l'avons déjà rapidement mentionné dans la première section, nous pouvons régler la durée d'une interaction résonnante (oscillation de Rabi) en accordant la fréquence atomique sur la fréquence de la cavité en appliquant un champ électrique d'une valeur convenable uniquement pendant la durée voulue. Comme il est utile d'amener continûment la fréquence atomique d'une valeur à une autre pour réaliser l'absorption quasi-adiabatique des photons dans la cavité par les atomes absorbeurs, nous devons calibrer proprement la réponse de la fréquence atomique à la tension appliquée sur les miroirs de la cavité. Nous mesurons la fréquence atomique pour différentes tensions en réalisant un maser. On envoie à travers la cavité un grand nombre d'atomes dans l'état $|e\rangle$. Si la cavité est accordée sur la fréquence atomique, une partie des atomes (au plus la moitié) émettra un photon dans la cavité tout en passant dans l'état $|g\rangle$. Lorsque la cavité est très désaccordée, les atomes restent dans l'état $|e\rangle$. En balayant la fréquence de la cavité et en enregistrant le taux de transfert des atomes vers l'état $|g\rangle$, on doit observer un pic centré sur la fréquence atomique. Une telle mesure réalisée à la tension par défaut de 0,62 V est présentée en figure I.14. L'ajustement par une lorentzienne donne une fréquence atomique de $51,099\,080\,9 \pm 0,000\,000\,2$ GHz. La figure I.15 montre ensuite la valeur de la fréquence atomique mesurée pour différentes tensions mettant en évidence l'effet Stark quadratique de la transition circulaire. L'ajustement d'une parabole fournit la correspondance empirique $46,2 \text{ kHz/V}^2$.

I.2.3.c Contrôle de l'état interne : les zones de Ramsey

Avant et après interaction avec le mode de la cavité supraconductrice, l'état interne de l'atome peut être manipulé par l'interaction avec une impulsion de champ micro-onde classique (voir partie II). La figure I.16 permet de visualiser le schéma d'une zone de Ramsey. On peut voir que la conception est relativement complexe. Les contraintes à respecter ne sont en effet pas aisées à concilier. On souhaite d'une part que les atomes soient adressés individuellement : lorsqu'on applique une impulsion de micro-onde à un atome présent dans une zone de Ramsey, on ne veut pas que cette impulsion agisse aussi sur les éventuels atomes se trouvant dans les autres parties du montage. Il faut donc un mode bien localisé et ne perdant pas de photons vers le reste du montage. Par ailleurs on ne peut cependant pas utiliser une cavité de grand facteur de qualité. En effet, considérant un volume de mode du même ordre de grandeur que celui obtenu en (I.12) et une durée d'impulsion suffisamment longue pour pouvoir être contrôlée précisément par électronique (typiquement $1 \mu\text{s}$), le nombre de photons nécessaires pour manipuler l'état interne

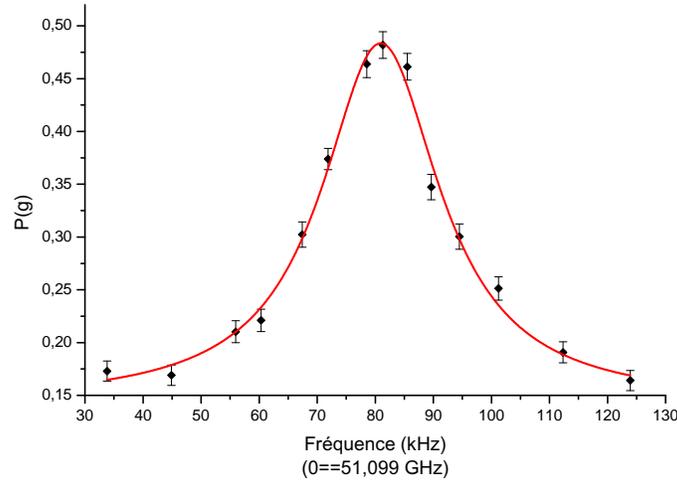


FIGURE I.14 – Maser pour une tension appliquée sur les miroirs de 0,62 V. L'ajustement lorentzien donne une fréquence atomique de 51,0990809 GHz.

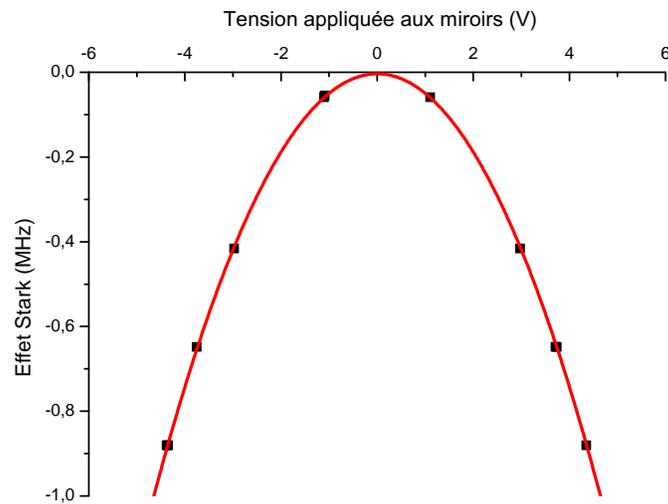


FIGURE I.15 – Fréquence atomique mesurée par maser en fonction de la tension appliquée sur les miroirs. L'effet Stark quadratique est manifeste.

de l'atome serait de l'ordre de 1. Dans ces conditions, le champ ne peut pas être considéré comme classique et l'atome et le champ s'intriqueraient. Le champ posséderait alors une information sur l'état interne de l'atome qui détruirait l'interférence atomique à la base de toutes nos mesures (voir partie II.1.3). Une solution pour contourner ce problème est d'augmenter la dissipation pour introduire le comportement classique de l'environnement dans le champ Ramsey [91]. Ceci impose un faible facteur de qualité pour les zones de Ramsey. Enfin toutes les parties vues par les atomes doivent être conductrices pour pouvoir contrôler leur potentiel, ce qui implique une réflectivité non nulle.

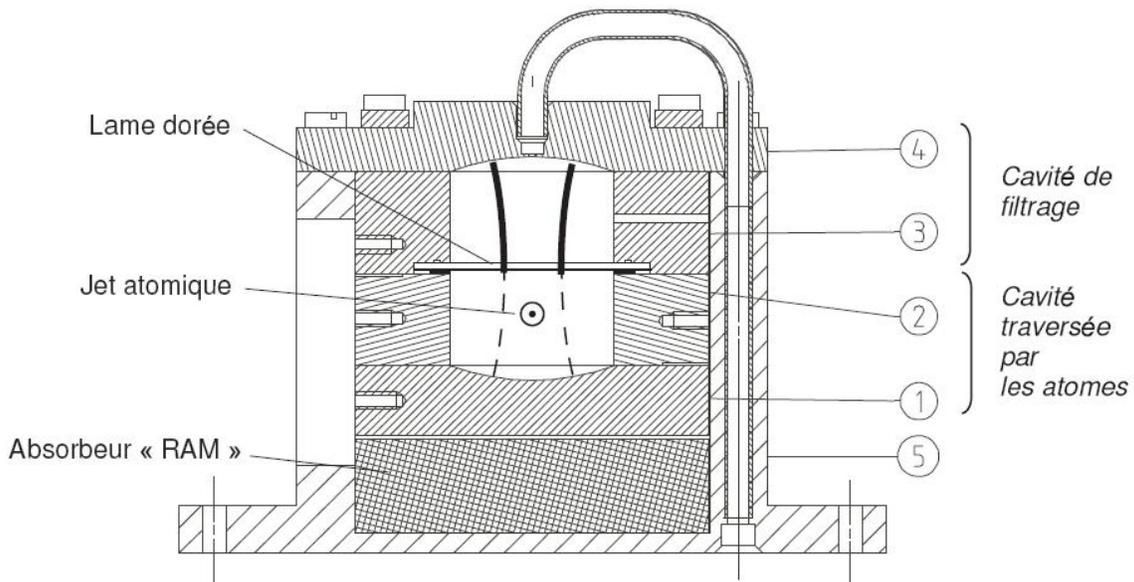


FIGURE I.16 – *Schema des zones de Ramsey. La micro-onde est d'abord « mise en forme » dans une cavité de filtrage spatiale. La lame dorée transmet partiellement la micro-onde qui fuit donc dans la cavité traversée par les atomes. Une partie de la micro-onde est réfléchi dans le même mode par le miroir en graphite, le reste est finalement absorbé par la pièce en RAM.*

Pour concilier toutes ces contraintes, un mode est « filtré » spatialement par une cavité de bon facteur de qualité ($Q \approx 1000$) isolée du reste du montage. L'un des miroirs de cette cavité transmet partiellement la micro-onde et laisse fuir une partie de ce mode. Le mode bien localisé fuyant est ensuite réfléchi sur lui-même dans une seconde cavité par un « miroir » de faible réflectivité en graphite. Ce miroir permet d'appliquer un potentiel fixé (grâce au graphite faiblement conducteur) tout en conservant un facteur de qualité relativement faible ($Q \approx 100$). C'est le mode de cette seconde cavité qui agit sur les atomes. Le reste du mode transmis par le miroir en graphite est enfin éliminé par un absorbeur micro-onde RAM.

Pour créer un champ dans les zones de Ramsey, nous utilisons un dispositif complètement identique à celui utilisé pour injecter un champ dans la cavité. C'est toutefois le même synthétiseur Anritsu qui produit le signal à 12,8 GHz pour les deux zones de Ramsey pour que la phase des impulsions soit la même dans les deux zones (figure I.17). Le temps de vie du champ dans une zone de Ramsey, de l'ordre de la nanoseconde, est extrêmement faible devant le temps de

passage de l'atome dans le mode (de l'ordre de $100 \mu\text{s}$). La durée de l'interaction est donc définie par la durée d'injection du champ. (Nous contrôlons ici aussi cette durée à l'aide de diodes PIN.)

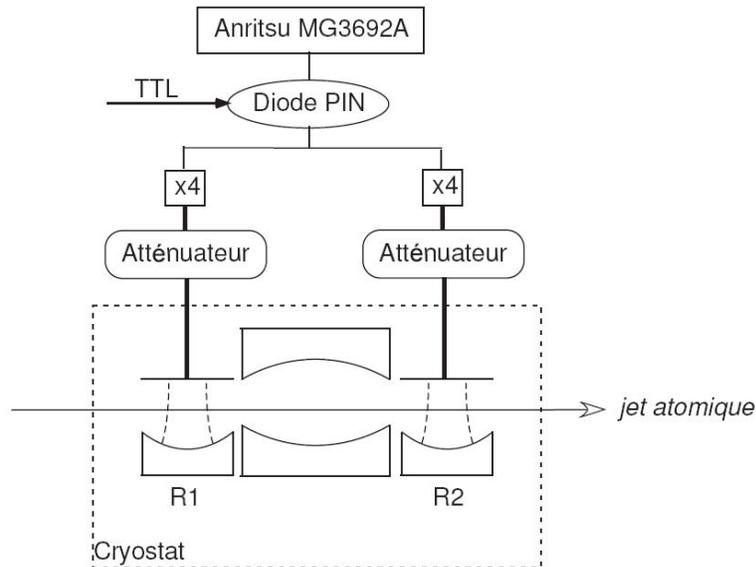


FIGURE I.17 – Dispositif d'injection de la micro-onde dans les zones de Ramsey.

I.2.3.d Contrôle de la position et de la vitesse

La trajectoire du jet atomique est définie par deux trous espacés de 550 mm - situés à la sortie du four et à l'entrée de la boîte à circulariser - et jouant le rôle de collimateurs. Une faible extension transverse est obtenue grâce au diamètre 0,7 mm de ces trous. Cette faible extension transverse est notamment très utile non seulement pour s'assurer que tous les atomes passent au centre du mode (où le couplage au champ électrique des photons est maximal) mais aussi pour réduire l'effet des inhomogénéités de champs résiduelles.

Nous devons aussi connaître la position longitudinale des atomes à chaque instant notamment pour savoir quand appliquer les impulsions micro-onde dans les zones de Ramsey ou les rampes de tension dans le détecteur. La circularisation ne se fait pas en continu : la première excitation laser à 420 nm vers le $|6P_{3/2}\rangle$ n'est allumée que pendant $2 \mu\text{s}$ (cette durée étant contrôlée à l'aide d'un modulateur acousto-optique). On sait donc que les futurs atomes circulaires se trouvent à l'intersection du jet atomique et du faisceau laser lors de son allumage (cet instant est considéré comme origine des temps). Connaissant la position initiale des atomes, il suffit alors de connaître leur vitesse pour en déduire leurs positions ultérieures à tout instant.

Le four chauffé à 205°C produit une vapeur dont la distribution de vitesses est maxwellienne. Les vitesses significativement représentées s'étendent d'environ 150 m/s à 700 m/s. Une procédure en amont de la boîte à circulariser utilisant un pompage optique sélectif en vitesse par effet Doppler permet de considérablement réduire cette dispersion (figure I.18.a). Les atomes sortent du four dans un mélange des deux niveaux hyperfin $F = 2$ et $F = 3$ du fondamental $5S_{1/2}$. La

circularisation s'effectuant à partir de $F = 3$, il faut que seuls les atomes de vitesse souhaitée arrivent dans la boîte à circulariser dans $F = 3$. On commence donc par vider ce niveau de toutes ses classes de vitesse par pompage optique grâce à un laser « dépompeur » à 780 nm perpendiculaire au jet et accordé sur la transition $|5S_{1/2}; F = 3\rangle \rightarrow |5P_{3/2}; F' = 3\rangle$ (figure I.18.b). On retransfère ensuite dans $F = 3$ uniquement les atomes de vitesse souhaitée grâce un second laser « repompeur » à 780 nm faisant un angle $\theta = 63^\circ$ avec le jet atomique et de fréquence légèrement désaccordée de la transition $|5S_{1/2}; F = 2\rangle \rightarrow |5P_{3/2}; F' = 3\rangle$ (figure I.18.c). La valeur du désaccord $\Delta\nu = 180$ MHz est choisie pour compenser exactement l'effet Doppler correspondant à la vitesse que l'on souhaite sélectionner :

$$\Delta\nu = \nu_{laser} - \nu_{at} = \frac{1}{2\pi} \cdot k v_{sel} \cos \theta \quad (\text{I.17})$$

Dans les expériences présentées ici, les atomes sont tous sélectionnés à 250 m/s exceptés les atomes absorbeurs qui sont sélectionnés à 314 m/s.

La précision de ce type de sélection est limitée par la largeur intrinsèque du niveau auxiliaire $\Gamma_{5P_{3/2}} = 2\pi \cdot 5,9$ MHz :

$$\Delta v_{sel} = \frac{\Gamma_{5P_{3/2}}}{k \cos \theta}. \quad (\text{I.18})$$

Pour repomper un nombre significatif d'atomes, on utilise en pratique un laser repompeur relativement intense qui élargit par saturation la transition $|5S_{1/2}; F = 2\rangle \rightarrow |5P_{3/2}; F' = 3\rangle$ bien au-delà de sa largeur naturelle $\Gamma_{5P_{3/2}}$. Il existe par ailleurs une seconde classe de vitesse sélectionnée à $v'_{sel} = v_{sel} + 109$ m/s pour laquelle l'effet Doppler compense la différence de fréquence entre le laser repompeur et la transition $|5S_{1/2}; F = 2\rangle \rightarrow |5P_{3/2}; F' = 2\rangle$. La figure I.18.d permet de comparer la distribution de vitesse avant et après sélection pour différentes intensités de laser repompeur.

Pour éliminer cette classe de vitesse parasite et raffiner la sélectivité en vitesse, nous mettons également en place une sélection supplémentaire par temps de vol : au lieu d'être continuellement allumé, le repompeur est pulsé quelques microsecondes. Seuls les atomes d'une très fine classe de vitesse peuvent être présents dans les deux faisceaux lasers (repompeur et 420 nm) à l'instant de leurs allumages respectifs comme on peut s'en apercevoir sur la figure I.19.a. On atteint ainsi une dispersion en vitesse inférieure à 2 m/s (figure I.19.b) impliquant une dispersion en position maximale au niveau du détecteur inférieure à 2 mm et le l'ordre de 0,6 mm au niveau de la cavité. La procédure de circularisation pulsée associée à la sélection en vitesse prépare donc des « paquets » d'atomes bien localisés.

La sélection en temps de vol n'est néanmoins pas la solution parfaite : comme on peut le voir sur la figure I.20, lorsque l'on prépare une succession de paquets, chaque impulsion laser à 420 nm peut être associée à une multitude d'impulsions de lasers repompeur et définir ainsi une multitude de classes de vitesses secondaires sélectionnées en temps de vol appelées « échos ». Ces échos peuvent eux aussi brouiller les mesures.

I.2.3.e Nombre d'atomes par paquet

Le flux d'atomes sortant d'un four est poissonien. Toutes les impulsions (lasers, micro-ondes, radiofréquences) utilisées pour circulariser les atomes sont classiques. Pour chaque atome, la pro-

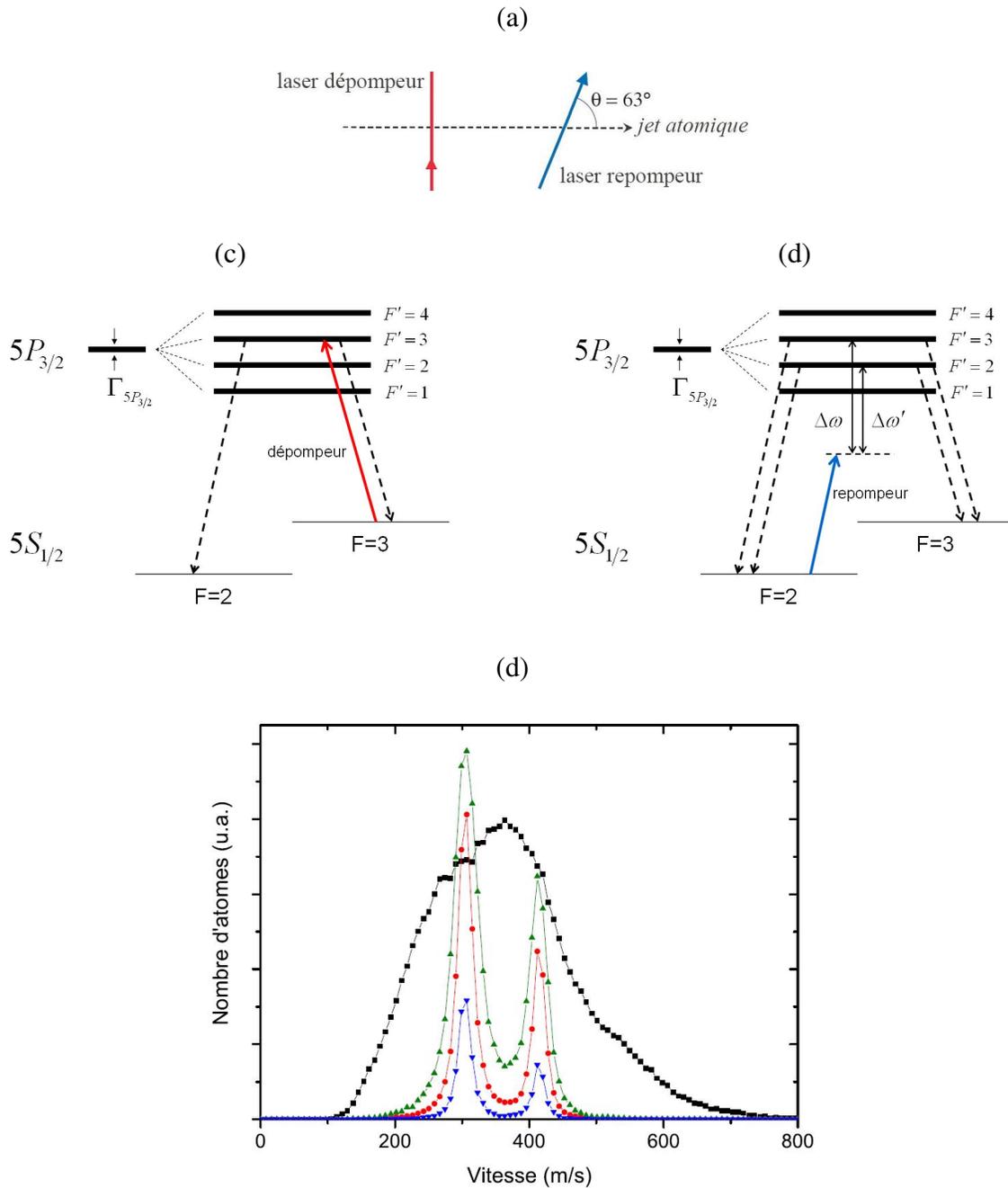


FIGURE I.18 – (a) Dispositif utilisé pour la sélection en vitesse des atomes. (b) Un premier laser dépompeur perpendiculaire amène tous les atomes dans $F = 2$ via $F' = 3$. (c) Un second laser repompeur formant un angle θ avec le jet atomique ramène dans $F = 3$ via $F' = 3$ les atomes de vitesse $v = \Delta\omega/k \cos \theta$ souhaitée. Une classe de vitesse $v' = \Delta\omega'/k \cos \theta$ secondaire est également sélectionnée via $F' = 2$. (d) Distribution de vitesse des atomes avant sélection par effet Doppler (carrés) et après pour différentes intensités ($41 \mu\text{W}$, $11,5 \mu\text{W}$ et $3,1 \mu\text{W}$) de laser repompeur (ronds et triangles).

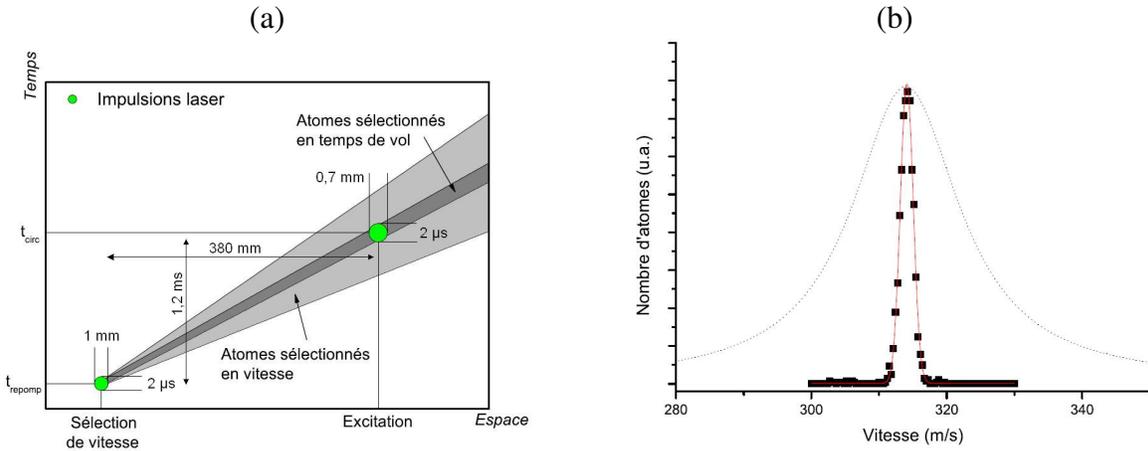


FIGURE I.19 – (a) Principe de la sélection en vitesse par temps de vol. Dans ce diagramme espace-temps, les trajectoires atomiques sont représentées par des droites dont la pente est la vitesse des atomes. Une seule fine classe de vitesse permet de passer par les deux points correspondant aux impulsions du repompeur et de l'excitation. (b) Distribution des vitesses après sélection par temps de vol. L'ajustement gaussien donne une largeur inférieure à 2 m/s. Les pointillés rappellent la largeur de la sélection par effet Doppler.

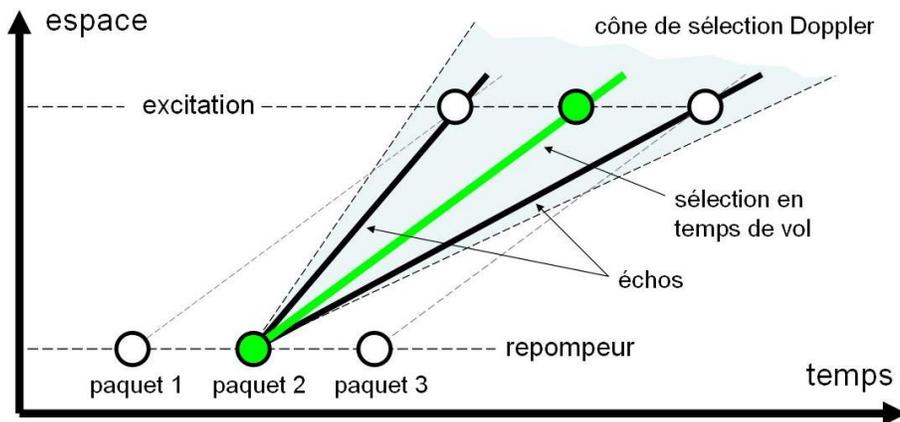


FIGURE I.20 – Sélection par temps de vol de classes de vitesses « échos » parasites : l'impulsion de repompeur du paquet 2 associée aux excitations des paquets 1 et 3 définit deux classes de vitesses supplémentaires sélectionnées en temps de vol.

tabilité de succès de circularisation est indépendante des autres atomes éventuellement présents dans le paquet. La statistique du nombre d'atomes circulaires par paquet est donc elle aussi poissonnienne. La circularisation ayant une efficacité limitée, le nombre moyen d'atomes circulaires par paquet est de l'ordre de quelques dixièmes. Ce paramètre est ajustable dans une gamme allant grossièrement de 0 à 1 en variant la durée d'allumage du repompeur : en augmentant cette durée, le temps de vol est moins sélectif et plus d'atomes sont excités. Le choix du nombre moyen d'atomes par paquet résulte généralement d'un compromis entre un nombre d'atomes le plus élevé possible et une dispersion en vitesse suffisamment faible.

On a parfois besoin de travailler avec des paquets atomiques contenant exactement un atome. Une méthode naïve consiste alors à ne conserver « après coup » que les réalisations où un atome exactement a été détecté. Cependant notre détecteur est imparfait et seulement la moitié des atomes circulaires réellement présents est détectée. On risque ainsi de garder des réalisations où un seul atome a été détecté alors que le paquet en contenait en réalité deux ou plus. Pour nous affranchir de ce problème, nous choisissons un très faible nombre moyen (inférieur à 0.1 par exemple) : la probabilité pour un paquet de contenir plus d'un atome devient alors négligeable.

I.2.4 Récapitulatif

Nous avons montré dans ce chapitre que nous sommes capables de mettre en œuvre un système très bien contrôlé. Tout d'abord le champ et les atomes ont des temps de vie extrêmement longs notamment par rapport à la période de Rabi. Nous sommes très largement dans le régime de couplage fort et nous pouvons donc faire interagir ces deux systèmes sans nous soucier de leur relaxation durant l'interaction. De nombreuses précautions nous permettent de réduire les effets néfastes d'autres systèmes (autres modes de la cavité, autres atomes) et de réaliser une situation idéale où un atome unique interagit avec un mode unique du champ quantifié. Nous maîtrisons également le désaccord atome-champ et le temps d'interaction, paramètres fondamentaux de l'interaction (via le contrôle de la position, de la vitesse et de la fréquence des atomes). Enfin nous avons vu que nous sommes capables d'initialiser le champ dans un état parfaitement déterminé. Dans le chapitre suivant, nous allons montrer comment nous pouvons aussi contrôler l'état interne de l'atome et profiter de ce système parfaitement contrôlé pour réaliser des expériences fondamentales de mécanique quantique.

Chapitre II

Description théorique du système atome-champ

Au prix de la complexité expérimentale que l'on a pu découvrir dans le chapitre précédent, l'atome et le champ dans notre expérience sont très bien décrits par des objets théoriques simples. Un atome à deux niveaux est en effet formellement identique à un spin 1/2, tandis qu'un mode du champ électromagnétique est décrit par un oscillateur harmonique. La simplicité de ces objets permet une description exhaustive de leur interaction mutuelle. Dans les deux premières parties de ce chapitre, je présenterai la description théorique de chaque système pris séparément. La troisième partie sera consacrée à la modélisation du couplage de la cavité à une source classique ou à l'environnement. Enfin la quatrième partie décrira l'interaction entre un atome et le champ de la cavité.

II.1 L'atome à deux niveaux

II.1.1 Spin atomique et sphère de Bloch

L'état interne d'un atome à deux niveaux, tout comme n'importe quel autre qubit, peut être identifié à un spin 1/2 : il suffit d'appliquer la correspondance

$$|e\rangle \equiv |\uparrow\rangle \equiv |+\rangle_z \quad |g\rangle \equiv |\downarrow\rangle \equiv |-\rangle_z. \quad (\text{II.1})$$

On peut alors appliquer tout le formalisme habituel concernant les spins. En particulier, on définit les trois matrices de Pauli dans la base $(|e\rangle, |g\rangle)$:

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad (\text{II.2})$$

et on associe à un état quelconque de l'atome un vecteur \mathbf{S} unitaire « spin atomique » appartenant à la « sphère de Bloch » :

$$\mathbf{S} \equiv \langle \sigma \rangle = \langle \psi | \boldsymbol{\sigma} | \psi \rangle. \quad (\text{II.3})$$

Pour un état s'écrivant (à une phase globale près n'ayant aucune réalité physique) :

$$|\psi\rangle = \cos \frac{\theta}{2} |e\rangle + e^{i\varphi} \sin \frac{\theta}{2} |g\rangle, \quad (\text{II.4})$$

le vecteur \mathbf{S} a pour coordonnées sphériques (θ, φ) ¹ (voir figure II.1). Inversement toute direction \mathbf{u} définit une base de deux états orthogonaux $|\pm\rangle_{\mathbf{u}}$ correspondant à deux vecteurs opposés sur la sphère de Bloch. On appelle « mesure du spin atomique dans la direction \mathbf{u} » la mesure de l'observable $\sigma_{\mathbf{u}} = \mathbf{u} \cdot \boldsymbol{\sigma}$ qui a pour vecteurs et valeurs propres $\sigma_{\mathbf{u}} |\pm\rangle_{\mathbf{u}} = \pm |\pm\rangle_{\mathbf{u}}$. Notons qu'avec les notations de (II.3) on a $|\psi\rangle = |+\rangle_{\mathbf{S}}$. Enfin rappelons que, comme pour un spin « traditionnel », la direction du spin atomique ne peut pas être déterminée totalement par une mesure : les opérateurs $\sigma_{\mathbf{u}}$ ne commutent pas.

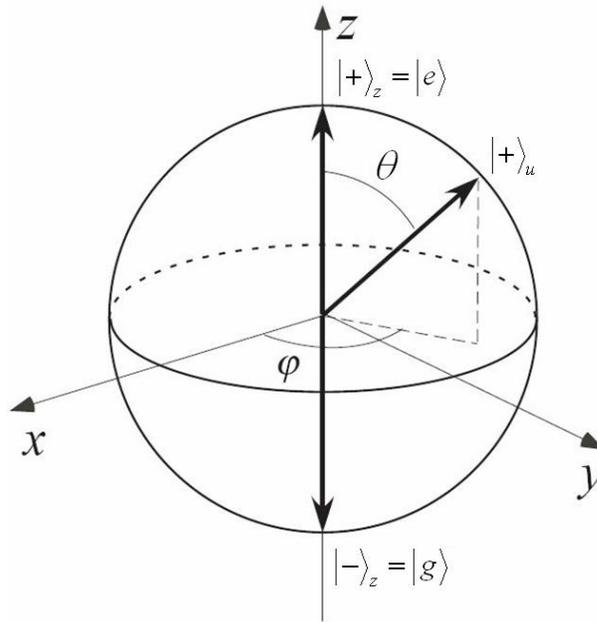


FIGURE II.1 – Représentation de l'état d'un système à 2 niveaux sur la sphère de Bloch.

Nous allons voir que l'analogie entre l'état interne de l'atome et un spin peut aussi être poussée dans la description de leur évolution. Je donne ici qualitativement les idées qui justifient les calculs quantitatifs présentés dans la partie suivante.

Dans nos expériences, l'évolution de l'état de l'atome peut être de deux types. Commençons par en décrire l'évolution libre. A cause de leur différence d'énergie, les niveaux $|e\rangle$ et $|g\rangle$ accumulent une phase relative $\varphi(t) = \varphi_0 + \omega_{at}t$ où $\omega_{at} = \omega_{n=51}$ est la fréquence de la transition atomique $|e\rangle \leftrightarrow |g\rangle$. Le spin atomique précesse donc dans la sphère de Bloch autour de l'axe (Oz) tout comme un spin plongé dans un champ magnétique de direction (Oz) . Décrivons maintenant l'évolution du spin atomique lorsque l'atome subit une impulsion micro-onde classique. Si la fréquence de l'impulsion ω_r est accordée sur la transition atomique, l'atome subit des « oscillations

1. Pour avoir une correspondance univoque, on impose $0 \leq \theta \leq \pi$ et $0 \leq \varphi \leq 2\pi$.

de Rabi classiques » et passe réversiblement de $|g\rangle$ à $|e\rangle$. Cela revient donc à faire évoluer θ ou encore à faire précesser le spin atomique autour d'un champ effectif situé dans le plan équatorial de la sphère de Bloch.

II.1.2 Evolution du spin atomique

Dans la partie précédente, on a montré l'analogie entre un atome à deux niveaux et un spin dans un champ magnétique. Les deux types d'évolution (libre ou dans un champ classique) peuvent être prises en compte par un choix approprié de champ effectif. Nous allons ici justifier cette approche par des calculs quantitatifs.

Considérons un atome dans un champ micro-onde éventuellement légèrement désaccordé de la fréquence atomique. Si le champ est classique, son évolution est indépendante de l'atome. Les deux systèmes - champ et atome - restent séparables². On peut alors définir un hamiltonien régissant l'évolution de l'atome :

$$H = H_{at} + H_r. \quad (\text{II.5})$$

Le hamiltonien libre H_{at} est donné par :

$$H_{at} = \frac{\hbar\omega_{at}}{2} (|e\rangle\langle e| - |g\rangle\langle g|) = \frac{\hbar\omega_{at}}{2} \sigma_z, \quad (\text{II.6})$$

où on a choisi l'origine des énergies au milieu des deux niveaux. Le hamiltonien H_r d'interaction avec le champ « Ramsey » est lui défini par :

$$H_r = -\mathbf{d}\cdot\mathbf{E}_r(t) \quad \mathbf{E}_r(t) = \frac{\mathcal{E}_r}{2} (\boldsymbol{\varepsilon}_r e^{-i(\omega_r t - \varphi_r)} + \boldsymbol{\varepsilon}_r^* e^{i(\omega_r t - \varphi_r)}), \quad (\text{II.7})$$

où \mathcal{E}_r est l'amplitude du champ, $\boldsymbol{\varepsilon}_r$ sa polarisation et \mathbf{d} l'opérateur dipôle électrique de l'atome. Un argument de symétrie déjà évoqué au chapitre 1 justifie la nullité des deux éléments diagonaux :

$$\mathbf{d} = \begin{pmatrix} 0 & \mathbf{d}_{eg}^* \\ \mathbf{d}_{eg} & 0 \end{pmatrix}. \quad (\text{II.8})$$

En définissant les opérateurs atomiques de création et annihilation :

$$\sigma_{\pm} = \frac{1}{2} (\sigma_x \pm i\sigma_y) \quad \sigma_+ = |e\rangle\langle g| \quad \sigma_- = |g\rangle\langle e| \quad (\text{II.9})$$

on peut réécrire l'opérateur dipôle :

$$\mathbf{d} = \mathbf{d}_{eg} \sigma_- + \mathbf{d}_{eg}^* \sigma_+. \quad (\text{II.10})$$

Pour simplifier la suite, on décompose le hamiltonien libre en :

$$H_{at} = \frac{\hbar\omega_{at}}{2} \sigma_z = \frac{\hbar\omega_r}{2} \sigma_z + \frac{\hbar\delta_r}{2} \sigma_z, \quad (\text{II.11})$$

2. Ce n'est plus le cas pour des champs quantiques de quelques photons où l'on doit tenir compte de l'intrication entre les deux systèmes.

où $\delta_r = \omega_{at} - \omega_r$ est le désaccord entre les fréquences atomique et du champ Ramsey. On se place ensuite en représentation d'interaction par rapport au premier terme $\hbar\omega_r\sigma_z/2$, ce qui revient à se placer dans le référentiel tournant à ω_r . (Dans cette représentation, les opérateurs sont notés avec un $\tilde{}$.) Dans le hamiltonien d'interaction \tilde{H}_r apparaissent alors deux termes indépendants du temps et deux termes oscillant à $\pm 2\omega_r$ que l'on néglige (approximation séculaire ou RWA). Le nouvel hamiltonien prend alors une forme indépendante du temps :

$$\tilde{H} = \frac{\hbar\delta_r}{2}\sigma_z - i\frac{\hbar\Omega_r}{2}\left(e^{-i\varphi_r}\sigma_+ - e^{i\varphi_r}\sigma_-\right) \quad (\text{II.12})$$

où on a défini la fréquence de Rabi classique dans le champ Ramsey :

$$\Omega_r = \frac{\mathcal{E}_r}{\hbar}\boldsymbol{\varepsilon}_r \cdot \mathbf{d}_{eg}^* \quad (\text{II.13})$$

que l'on peut supposer réelle quitte à redéfinir φ_r . En définissant le champ effectif :

$$\boldsymbol{\Omega}_{eff} = \begin{pmatrix} -\Omega_r \sin \varphi_r \\ +\Omega_r \cos \varphi_r \\ \delta_r \end{pmatrix}, \quad (\text{II.14})$$

l'équation (II.12) peut se réécrire de manière élégante comme :

$$\tilde{H} = \frac{\hbar}{2}\boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{\Omega}_{eff}. \quad (\text{II.15})$$

On reconnaît exactement le hamiltonien d'un « vrai » spin plongé dans un champ magnétique $\boldsymbol{\Omega}_{eff}$. En notant $\Omega_{eff} = \sqrt{\Omega_r^2 + \delta_r^2}$ sa norme et \mathbf{n} sa direction, l'évolution du spin atomique est une précession autour de \mathbf{n} à fréquence Ω_{eff} . On retrouve les deux types d'évolution obtenus qualitativement plus haut : l'évolution libre correspond à la limite $\Omega_r = 0$ (\mathbf{n} est alors confondu avec (Oz)), l'évolution dans un champ micro-onde classique accordé correspond à $\Omega_r \gg \delta_r$ (\mathbf{n} est dans ce cas dans le plan équatorial). Ces deux cas limites d'évolution sont représentés en figure II.2.

Notons qu'une interaction résonnante ($\delta_r = 0$) de durée t_r réalise la rotation du spin atomique :

$$e^{-i\frac{\theta_r}{2}\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n}} = \begin{pmatrix} \cos(\theta_r/2) & -e^{-i\varphi_r} \sin(\theta_r/2) \\ e^{i\varphi_r} \sin(\theta_r/2) & \cos(\theta_r/2) \end{pmatrix}, \quad (\text{II.16})$$

où $\theta_r = \Omega_r t_r$ et qu'on peut réaliser ainsi n'importe quelle transformation unitaire de l'état interne de l'atome pourvu que l'on contrôle la phase du champ et le temps d'interaction. Un cas particulier important appelé « impulsion $\pi/2$ » consiste à choisir $\theta_r = \pi/2$. On transforme alors les états $|e\rangle$ et $|g\rangle$ en superpositions à poids égaux :

$$|e\rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|e\rangle + e^{i\varphi_r}|g\rangle) \quad |g\rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(-e^{-i\varphi_r}|e\rangle + |g\rangle). \quad (\text{II.17})$$

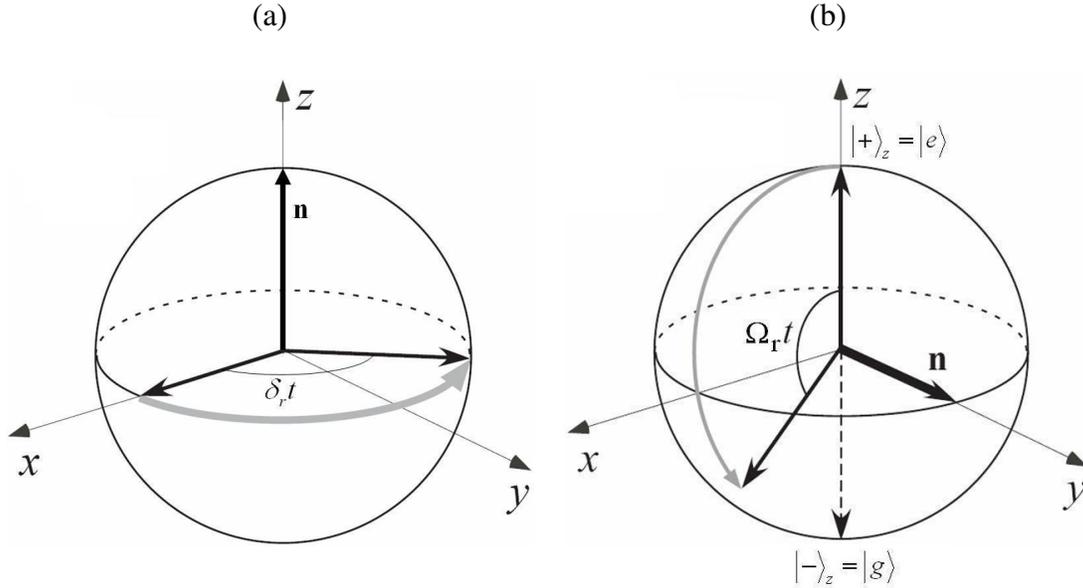


FIGURE II.2 – Deux cas limites d'évolution du spin atomique dans la sphère de Bloch. (a) Évolution libre : le spin atomique précesse autour de l'axe (Oz). (b) En présence d'un champ micro-onde classique accordé sur la fréquence atomique : le spin passe réversiblement de $|+\rangle_z$ à $|-\rangle_z$.

II.1.3 Interférométrie atomique

L'impulsion $\pi/2$ dans une zone de Ramsey décrite précédemment est totalement analogue à l'action d'une lame séparatrice sur un photon, brique élémentaire de tout interféromètre optique. Ici la fonction d'onde n'est pas partagée sur deux modes spatiaux différents comme pour le photon mais sur deux états atomiques internes différents. Comme dans un interféromètre optique de Mach-Zehnder, une seconde zone de Ramsey permet de détecter la cohérence quantique de la superposition et de ramener l'état de l'atome sur $|e\rangle$ ou $|g\rangle$ de manière parfaitement contrôlée en choisissant la phase appropriée de l'interféromètre. Dans un interféromètre optique, la phase de l'interféromètre est directement reliée à la différence de chemin optique entre les deux bras. Dans un interféromètre atomique, cette phase est reliée à la différence entre les fréquences Ramsey et atomique.

Considérons en effet l'évolution de l'état interne de l'atome dans notre dispositif. Nous ne tenons compte ici que des deux zones de Ramsey et du détecteur. Le champ micro-onde réalisant les impulsions Ramsey dans les deux zones provient d'une même source. La phase φ_r est donc la même pour les deux champs Ramsey. Quitte à redéfinir les axes (Ox) et (Oy) de la sphère de Bloch, nous pouvons supposer $\varphi_r = \pi$ ce qui revient à avoir le vecteur $\mathbf{\Omega}_{eff}$ aligné sur $|-\rangle_y$ lors d'une impulsion Ramsey (au lieu de $|+\rangle_z$ lors de l'évolution libre).

Si l'atome se trouve initialement dans l'état $|g\rangle$, la première impulsion $\pi/2$ amène le spin atomique de $|g\rangle = |-\rangle_z$ sur l'état $|+\rangle_x$ du plan équatorial. A partir de cet instant, l'atome n'est plus dans un état stationnaire du Hamiltonien libre : le spin atomique tourne dans le plan équatorial à une fréquence δ_r . Cette rotation dure le temps nécessaire à l'atome pour passer d'une zone

de Ramsey à l'autre : le « temps de vol » T_{vol} . Au moment de la seconde impulsion, le spin pointera donc dans la direction $\varphi = \delta_r T_{vol}$ qui correspond à la phase de l'interféromètre. En effet, le résultat de la détection atomique va dépendre uniquement de ce paramètre. Un atome pointant dans $|+\rangle_x$ sera amené par la seconde impulsion sur $|+\rangle_z$ et donc détecté à coup sûr dans l'état $|e\rangle$. Inversement un atome pointant dans $|-\rangle_x$ sera amené sur $|-\rangle_z$ et donc détecté à coup sûr dans l'état $|g\rangle$. De manière générale, un atome pointant dans une direction $|+\rangle_u$ du plan équatorial formant un angle φ quelconque sera détecté dans les états $|e\rangle$ et $|g\rangle$ avec des probabilités respectives $P(e)$ et $P(g)$ données par :

$$P(e) = \cos^2(\varphi) \quad P(g) = \sin^2(\varphi). \quad (\text{II.18})$$

Pour des atomes de vitesse donc de temps de vol bien déterminés, choisir la phase de l'interféromètre revient donc simplement à choisir la fréquence Ramsey. En particulier, si l'on balaye cette fréquence, le taux de transfert de l'état $|g\rangle$ (initialement préparé) vers l'état $|e\rangle$ oscille. Un tel signal constitue ce que l'on appelle des « franges de Ramsey ». Notons qu'avec la courte durée de nos impulsions $\pi/2$ (de l'ordre de $2 \mu\text{s}$), le spectre effectif de la source a une largeur d'au moins 500 kHz. Avec un temps de vol de l'ordre de $400 \mu\text{s}$, nous avons besoin d'un désaccord maximal de l'ordre de $\pm 1,25 \text{ kHz}$ pour pouvoir choisir la phase de mesure. Nous pouvons donc bien considérer que la source reste à résonance pour les impulsions $\pi/2$.

Dans nos expériences, toute l'information que nous extrayons est obtenue à partir de mesures de tels transferts atomiques. Si ces transferts sont sensibles à la fréquence Ramsey, ils sont aussi sensibles à la fréquence atomique. En effet nous avons jusqu'ici considéré la fréquence atomique fixe. Or nous avons vu au chapitre précédent que cette fréquence dépend des champs électriques et magnétiques. Nous avons aussi mentionné à plusieurs reprises le fait que des inhomogénéités de champs sont susceptibles de réduire le contraste des signaux mesurés. Nous en trouvons ici l'explication.

A cause d'inhomogénéités de champs ou de dérives résiduelles, deux atomes considérés comme identiques (malgré leurs positions dans le jet légèrement différentes ou le moment différent où l'expérience est réalisée) peuvent en réalité avoir des fréquences différentes. Cette petite incertitude se propage donc dans la phase de l'interféromètre : les franges de Ramsey oscillant théoriquement entre 0 et 1 avec un contraste parfait sont expérimentalement une moyenne de différentes franges de phases différentes. Ceci résulte en une réduction du contraste. La figure II.3 montre un enregistrement typique de franges de Ramsey. Le contraste mesuré est 75%.

En réalité la réduction de contraste provient aussi d'autres effets. Les franges de Ramsey résultent de l'interférence quantique entre les deux chemins (internes) possibles pour l'atome : sortant de la première impulsion dans $|e\rangle$ ou dans $|g\rangle$, ou plus précisément de l'interférence quantique entre les deux chemins effectivement suivis en parallèle par l'atome. Aussi, toute information permettant de connaître lequel des deux chemins a été emprunté réduira le contraste des franges [92] même si elle n'est pas prise effectivement en compte par l'expérimentateur. Cette information peut être sans ambiguïté (supprimant alors totalement les interférences) ou partielle. Une calibration imprécise des impulsions $\pi/2$ peut être considérée comme une information partielle réduisant le contraste : la superposition n'est alors pas à poids égaux, un chemin est légèrement plus probable que l'autre. Dans la pratique, une calibration imprécise ne résulte pas forcément d'une mauvaise calibration : deux atomes différents peuvent se trouver à des endroits

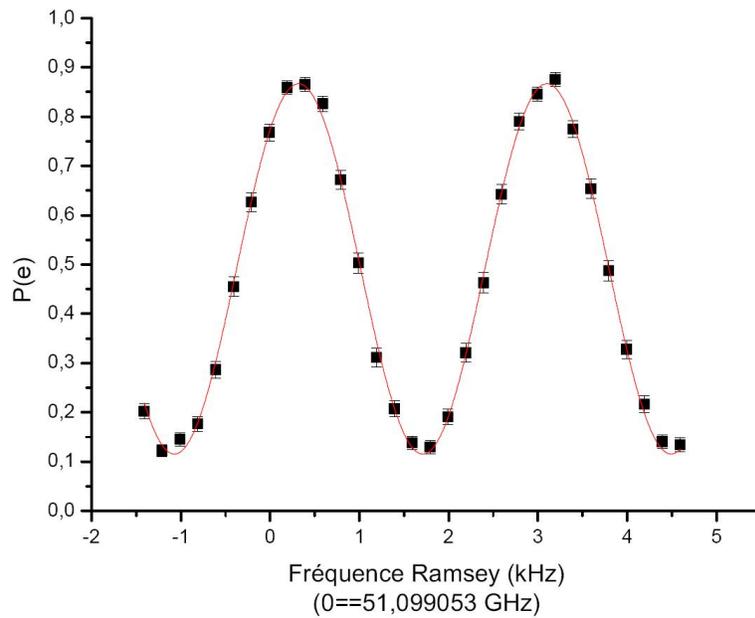


FIGURE II.3 – *Franges de Ramsey. La probabilité de détecter l'atome dans $|e\rangle$ dépend sinusoidalement du temps. Le contraste mesuré est de 75%.*

légèrement différents dans les zones de Ramsey au moment de l'impulsion, voir une puissance micro-onde différente et donc effectuer une oscillation de Rabi d'angle θ_r différent.

II.2 Le champ électromagnétique quantifié

La description du champ électromagnétique dans le cadre du formalisme de la théorie quantique repose sur une analogie formelle frappante entre un mode du champ et un oscillateur harmonique matériel. Dans ces deux systèmes, l'énergie totale possède deux contributions quadratiques : énergies électrique et magnétique dans le premier, énergies potentielle et cinétique dans le second. De même, l'état du système peut être décrit dans les deux cas par une amplitude complexe régie par une équation $d\alpha/dt = -i\omega_0\alpha$ conséquence des équations de Maxwell et du principe fondamental de la dynamique.

La procédure de quantification du champ est donc calquée sur celle de l'oscillateur harmonique : on définit deux opérateurs \hat{a} et \hat{a}^\dagger satisfaisant la relation $[\hat{a}, \hat{a}^\dagger] = 1$. Le hamiltonien du champ s'écrit alors simplement :

$$\hat{H} = \hbar\omega_0 \left(\hat{a}^\dagger \hat{a} + \frac{1}{2} \right). \quad (\text{II.19})$$

Ses états propres $|n\rangle$ sont ceux de « l'opérateur nombre » $\hat{N} = \hat{a}^\dagger \hat{a}$ dont les valeurs propres n associées sont entières. On les appelle « états de Fock » ou « états nombre » et ils constituent la base canonique de l'espace de Hilbert du champ. Ils sont couplés par \hat{a} et \hat{a}^\dagger :

$$\begin{aligned} \hat{a} |n\rangle &= \sqrt{n} |n-1\rangle \\ \hat{a}^\dagger |n\rangle &= \sqrt{n+1} |n+1\rangle. \end{aligned} \quad (\text{II.20})$$

L'opérateur champ électrique est défini à un facteur multiplicatif près comme la partie hermitienne de l'opérateur \hat{a} :

$$\hat{\mathbf{E}}(\mathbf{r}) = \mathcal{E}_0 \boldsymbol{\varepsilon} f(\mathbf{r}) \hat{a} + h.c. \quad (\text{II.21})$$

où $\boldsymbol{\varepsilon}$ et $f(\mathbf{r})$ décrivent la polarisation du mode et sa structure spatiale (profil transverse gaussien et alternance longitudinale de ventres et de nœuds). La valeur du champ électrique par photon \mathcal{E}_0 est déterminée grâce à la formule donnant l'énergie classique en fonction de la densité de champ électrique :

$$H \equiv \varepsilon_0 \int E(\mathbf{r})^2 d^3\mathbf{r} \quad (\text{II.22})$$

devant impliquer :

$$\langle n | \hat{H} | n \rangle = \varepsilon_0 \int \langle n | \hat{\mathbf{E}}(\mathbf{r})^2 | n \rangle d^3\mathbf{r}, \quad (\text{II.23})$$

où ε_0 est la permittivité diélectrique du vide. En identifiant les deux termes, on retrouve la valeur déjà donnée au chapitre 1 :

$$\mathcal{E}_0 = \sqrt{\frac{\hbar\omega_0}{2\varepsilon_0 V_{mode}}}. \quad (\text{II.24})$$

II.2.1 Les états cohérents

Comme nous l'avons dit, un champ oscillant classique est décrit par une amplitude complexe α donnant l'amplitude et la phase du champ. D'après les formules (II.20) et (II.21) le champ

électrique d'un état de Fock a une valeur moyenne nulle :

$$\begin{aligned}\langle n | \hat{\mathbf{E}} | n \rangle &= \mathcal{E}_0 \boldsymbol{\varepsilon} f(\mathbf{r}) \langle n | \hat{a} | n \rangle + h.c. \\ &= \mathcal{E}_0 \boldsymbol{\varepsilon} f(\mathbf{r}) \sqrt{n} \langle n | n-1 \rangle + h.c. = 0\end{aligned}\quad (\text{II.25})$$

On ne peut donc pas non plus leur attribuer de phase. Un tel état ne décrit donc pas un champ oscillant classique³.

Les états quasi-classiques $|\alpha\rangle$ sont définis comme les états propres de l'opérateur annihilation \hat{a} . On les appelle « états cohérents » ou « états de Glauber ». Ils sont entièrement définis par un nombre complexe α qui correspond à leur valeur propre associée et que l'on nomme amplitude complexe :

$$\hat{a} |\alpha\rangle = \alpha |\alpha\rangle. \quad (\text{II.26})$$

Leur décomposition sur la base des états de Fock permet de vérifier qu'ils se comportent bien comme des champs classiques dont l'amplitude complexe $\alpha(t)$ oscille à ω_0 :

$$|\alpha\rangle = e^{-|\alpha|^2/2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle \quad (\text{II.27})$$

$$|n\rangle \rightarrow e^{-i\omega_0(n+1/2)t} |n\rangle \quad |\alpha\rangle \rightarrow e^{-i\omega_0 t/2} |\alpha e^{-i\omega_0 t}\rangle. \quad (\text{II.28})$$

Les états cohérents constituent une « pseudo base ». En utilisant la relation de fermeture :

$$\mathbb{1} = \frac{1}{\pi} \int |\alpha\rangle \langle \alpha| d^2\alpha \quad (\text{II.29})$$

on peut décomposer un état quelconque $|\psi\rangle$ du champ sur les états cohérents :

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\pi} \int \langle \alpha | \psi \rangle |\alpha\rangle d^2\alpha \quad (\text{II.30})$$

et utiliser cette décomposition pour représenter cet état. On peut en effet définir la fonction de Husimi-Kano aussi appelée « fonction Q » définie par :

$$Q_{|\psi\rangle}(\alpha) = \frac{1}{\pi} |\langle \alpha | \psi \rangle|^2 \quad (\text{II.31})$$

et correspondant qualitativement à une distribution de probabilité de trouver l'état $|\psi\rangle$ dans l'état $|\alpha\rangle$. On peut ensuite représenter la fonction $Q_{|\psi\rangle}(\alpha)$ dans le plan complexe identifié au plan de Fresnel. Soulignons que la décomposition (II.30) sur les états cohérents n'est pas unique du fait de la non orthogonalité des états cohérents. Notamment un état cohérent $|\beta\rangle$ est trivialement égal à lui-même et décomposable selon (II.30) :

$$|\beta\rangle = \frac{1}{\pi} \int \langle \alpha | \beta \rangle |\alpha\rangle d^2\alpha = \frac{1}{\pi} \int e^{-(|\alpha|^2 + |\beta|^2 - 2\alpha^*\beta)/2} |\alpha\rangle d^2\alpha. \quad (\text{II.32})$$

3. Ceci est par ailleurs évident si l'on songe qu'un état de Fock est forcément stationnaire en tant qu'état propre du hamiltonien.

Il en résulte que la fonction $Q_{|\beta\rangle}$ associée à l'état cohérent $|\beta\rangle$ n'est pas concentrée sur le point β mais dispersée dans une gaussienne de largeur $1/\sqrt{2}$ centrée sur β :

$$Q_{|\beta\rangle}(\alpha) = \frac{1}{\pi} e^{-|\alpha-\beta|^2}. \quad (\text{II.33})$$

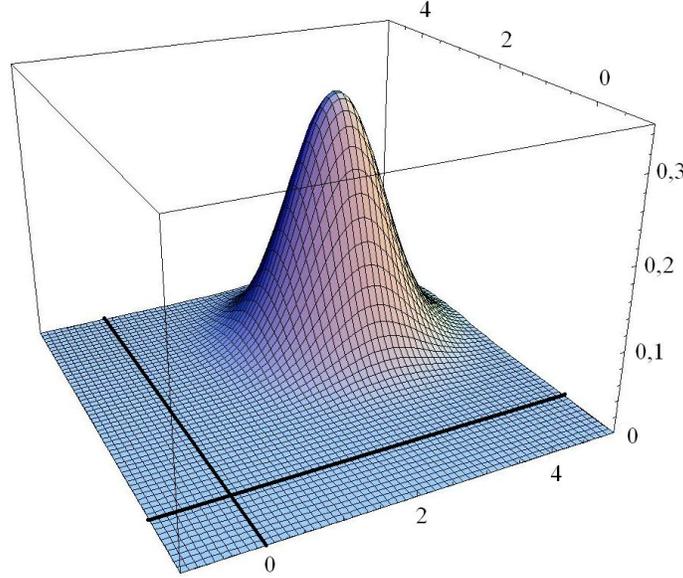


FIGURE II.4 – Fonction Q de l'état cohérent $|\beta\rangle$ avec $\beta = 3 + 3i$.

Ce dernier résultat peut être compris comme une dispersion de l'amplitude complexe du champ due à la dispersion de ses quadratures. On peut en effet définir les deux quadratures du champ :

$$\begin{aligned} \hat{x} &= \frac{\hat{a} + \hat{a}^\dagger}{2} \\ \hat{p} &= \frac{\hat{a} - \hat{a}^\dagger}{2i} \end{aligned} \quad (\text{II.34})$$

et vérifier aisément qu'elles possèdent des écarts types non nuls $\Delta x = \Delta p = 1/2$. Ces incertitudes quantiques sont fondamentales et résultent de la non commutation des observables \hat{x} et \hat{p} impliquant l'inégalité de Heisenberg $\Delta x \cdot \Delta p \geq 1/4$. Les états cohérents atteignent donc la limite imposée par cette inégalité. On peut choisir n'importe quelle paire de quadratures orthogonales \hat{x}_ϕ et \hat{p}_ϕ définies par :

$$\begin{aligned} \hat{x}_\phi &= \frac{\hat{a}e^{-i\phi} + \hat{a}^\dagger e^{i\phi}}{2} \\ \hat{p}_\phi &= \frac{\hat{a}e^{-i\phi} - \hat{a}^\dagger e^{i\phi}}{2i} = \hat{x}_{\phi+\pi/2}. \end{aligned} \quad (\text{II.35})$$

En particulier, il est intéressant de choisir pour ϕ la phase de l'amplitude complexe du champ $\phi = \arg(\alpha)$. Alors Δx_ϕ correspond à l'incertitude sur l'amplitude du champ et Δp_ϕ correspond qualitativement à l'incertitude sur sa phase. La dispersion de l'amplitude est bien entendu intimement liée à la dispersion du nombre de photons directement visible dans l'équation (II.27). En effet, cette formule indique une distribution poissonnienne du nombre de photons de paramètre $|\alpha|^2$. L'espérance et l'écart type du nombre de photons sont donc simplement donnés par :

$$P(n) = e^{-|\alpha|^2} \frac{|\alpha|^{2n}}{n!} \quad \bar{n} = |\alpha|^2 \quad \Delta n = |\alpha| = \sqrt{\bar{n}}. \quad (\text{II.36})$$

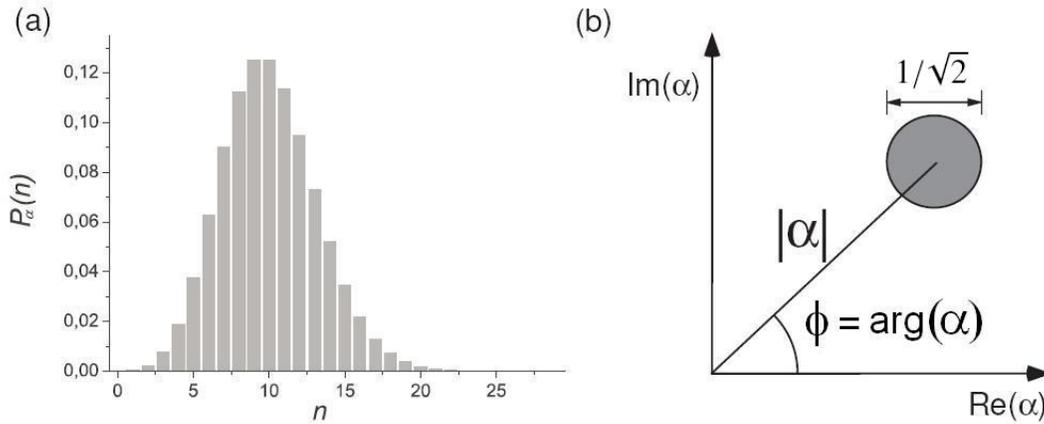


FIGURE II.5 – Deux représentations d'un même état cohérent. (a) Décomposition sur la base des états de Fock mettant en évidence une dispersion du nombre de photons. (b) Décomposition sur la pseudo-base des états cohérent ou fonction Q mettant en évidence une dispersion de toutes les quadratures.

La relation d'incertitude $\Delta x_\phi \cdot \Delta p_\phi \geq 1/4$ est souvent réécrite à l'aide des variables « classiques » phase Φ et nombre de photons n . L'incertitude en phase peut-être estimée (dans la limite des grandes amplitudes $\bar{x}_\phi \gg 1$) par :

$$\Delta \Phi = \frac{\Delta p_\phi}{\bar{x}_\phi}. \quad (\text{II.37})$$

L'incertitude sur le nombre de photons peut également être estimée par le petit calcul qualitatif suivant :

$$n = x_\phi^2 = (\bar{x}_\phi + \Delta x_\phi)^2 = \bar{x}_\phi^2 + 2\bar{x}_\phi \Delta x_\phi + \Delta x_\phi^2 = \bar{n} + \Delta n. \quad (\text{II.38})$$

On peut ainsi identifier :

$$\bar{n} = \bar{x}_\phi^2 \quad (\text{II.39})$$

$$\Delta n = 2\bar{x}_\phi \Delta x_\phi + \Delta x_\phi^2 \geq 2\bar{x}_\phi \Delta x_\phi \quad (\text{II.40})$$

et obtenir la relation d'incertitude phase-nombre :

$$\Delta \Phi \cdot \Delta n \geq 2 \cdot \Delta x_\phi \Delta p_\phi \geq 1/2 \quad (\text{II.41})$$

avec égalité pour les (grands) champs cohérents. Notons que la phase n'est pas une grandeur bien définie en mécanique quantique : il n'existe pas d'opérateur hermitien mesurant cette quantité dans le cas général. Dans certains cas particuliers (notamment pour les grands champs cohérents) on peut toutefois définir une telle observable et vérifier proprement ces derniers résultats.

Remarquons enfin que cette relation d'incertitude phase-nombre n'interdit pas l'existence de champs classiques où la phase et l'amplitude sont parfaitement définies. D'après les équations (II.37) et (II.39), on peut atteindre la limite $\Delta\Phi \rightarrow 0$ lorsque $\bar{x}_\phi \rightarrow \infty$. Dans cette limite, l'incertitude sur le nombre de photons $\Delta n = \sqrt{\bar{n}}$ (équations (II.39) et (II.40) avec $\Delta x_\phi = 1/2$ ou directement (II.36)) diverge mais l'incertitude relative $\Delta n/\bar{n} = 1/\sqrt{\bar{n}}$ tend également vers 0. Lorsque l'amplitude tend vers l'infini, la taille du disque d'incertitude devient négligeable et ce dernier peut être assimilé à un point.

II.2.2 Les états de Fock

Dans nos expériences, nous réalisons des mesures QND du nombre de photons dans la cavité. Après une telle mesure, le champ se trouve projeté sur un état de Fock. Il est par conséquent intéressant d'étudier quelques propriétés de ces états.

Les états de Fock possédant un nombre de photons parfaitement défini, la relation d'incertitude phase-nombre (II.41) tendrait à impliquer une totale dispersion de la phase. Même si cette relation n'est pas valide dans le cas général et même visiblement fautive dans le cas des états de Fock puisque $\Delta n = 0$, la conclusion intuitive précédente est juste. Pour s'en convaincre, on peut par exemple regarder la fonction $Q_{|n\rangle}$ attachée à un état de Fock quelconque $|n\rangle$:

$$Q_{|n\rangle}(\alpha) = \frac{1}{\pi} |\langle n|\psi\rangle|^2 = \frac{1}{\pi} e^{-|\alpha|^2} \frac{|\alpha|^{2n}}{n!}. \quad (\text{II.42})$$

Cette formule montre clairement qu'un état de Fock ne possède aucune information de phase : la phase de α n'apparaît pas dans $Q_{|n\rangle}(\alpha)$. La fonction $Q_{|n\rangle}$ est invariante par rotation, il s'agit simplement d'une couronne de rayon \sqrt{n} (figure II.6). Ceci donne une autre illustration du résultat (II.25).

II.2.3 Le champ thermique

La cavité est toujours couplée à son environnement assimilable à un bain thermique à température $T = 0,8$ K. Le champ a toujours tendance à relaxer vers l'équilibre thermique. (Cette relaxation sera étudiée dans la partie suivante.) Cet équilibre est donnée par la loi de Boltzmann :

$$p_{th}(n) = \left(1 - e^{-\frac{\hbar\omega_0}{k_B T}}\right) e^{-\frac{n\hbar\omega_0}{k_B T}}. \quad (\text{II.43})$$

On déduit le nombre moyen de photons conforme à la statistique bosonique bien connue :

$$n_{th} = \langle n \rangle_{th} = \frac{1}{e^{\frac{\hbar\omega_0}{k_B T}} - 1}. \quad (\text{II.44})$$

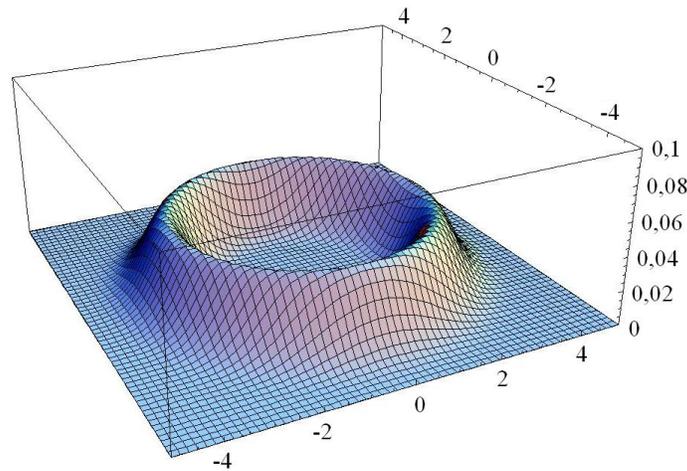


FIGURE II.6 – Fonction Q de l'état de Fock $|9\rangle$.

On peut alors récrire l'équation (II.43) comme :

$$p_{th}(n) = \frac{n_{th}^n}{(n_{th} + 1)^{n+1}} \quad (\text{II.45})$$

Comme on peut le voir sur la figure II.7.a, dans la gamme de quelques kelvins la valeur du nombre de photons thermiques augmente rapidement. A la température d'équilibre de notre expérience 0,8 K, il n'y a en moyenne que 0,049 photons thermiques à la fréquence $\omega_0 = 51,1$ GHz de notre mode. La figure II.7.b présente la statistique de photons dans ces conditions : le champ a une très grande probabilité (environ 96%) d'être vide et une faible probabilité (environ 4%) de contenir un photon. Les nombres de photons plus élevés sont très improbables.

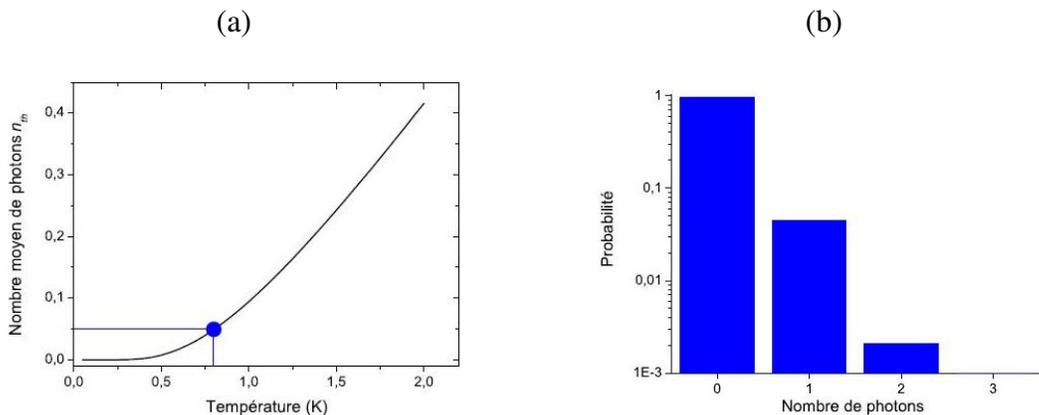


FIGURE II.7 – (a) Nombre moyen de photons thermiques à 51,1 GHz, en fonction de la température. Le point marque nos conditions expérimentales : à 0,8 K, il y a en moyenne 0,049 photons thermiques. (b) Statistique des photons thermiques à 0,8 K, en échelle logarithmique. La probabilité d'un nombre de photons plus grand que 1 est de l'ordre de 0,2%.

II.3 Couplage de la cavité

II.3.1 Couplage à la source classique

Une source classique peut être modélisée par un courant classique $\mathbf{J}(t) = \mathbf{J}_0 e^{-i\omega_c t}$. Ce courant se couple au potentiel vecteur \mathbf{A} du mode de la cavité par le terme [86, page 116] :

$$V = -\mathbf{J}(t) \cdot \mathbf{A}. \quad (\text{II.46})$$

En se plaçant dans le référentiel tournant à ω_c et en appliquant l'approximation séculaire, ce couplage se réécrit :

$$\tilde{V} = g\hat{a}^\dagger + g^*\hat{a} \quad (\text{II.47})$$

où $g = -\mathcal{E}_0 J_1 / \omega_c$, J_1 étant la projection de \mathbf{J}_0 sur la polarisation du mode. Ce couplage implique l'opérateur d'évolution :

$$\hat{U}(t) = e^{-i\hat{V}t/\hbar} = \hat{D}(\alpha_t) \quad \alpha_t = -igt/\hbar. \quad (\text{II.48})$$

où on définit de manière générale les « opérateurs déplacement » :

$$\hat{D}(\alpha) = e^{(\alpha\hat{a}^\dagger - \alpha^*\hat{a})}. \quad (\text{II.49})$$

En appliquant l'identité de Glauber :

$$e^{\hat{A}+\hat{B}} = e^{-[\hat{A}, \hat{B}]/2} e^{\hat{A}} e^{\hat{B}} \quad (\text{II.50})$$

valable lorsque \hat{A} et \hat{B} commutent avec leur commutateur $[\hat{A}, \hat{B}]$, on peut récrire les opérateurs déplacement :

$$\hat{D}(\alpha) = e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}} e^{\alpha\hat{a}^\dagger} e^{\alpha^*\hat{a}} \quad (\text{II.51})$$

et vérifier immédiatement :

$$\begin{aligned} \hat{D}(\alpha)|0\rangle &= e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}} e^{\alpha\hat{a}^\dagger} |0\rangle \\ &= e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n}{n!} (\hat{a}^\dagger)^n |0\rangle \\ &= e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle \\ &= |\alpha\rangle. \end{aligned} \quad (\text{II.52})$$

Comme on peut s'y attendre, le couplage à une source classique a donc bien pour effet de construire un champ cohérent dans la cavité. L'effet de l'opérateur déplacement est une simple translation du disque d'incertitude dans le plan de Fresnel : centré initialement en 0 pour le champ dans l'état vide, le disque est amené au point α par le couplage à la source classique. L'équation (II.48) montre d'autre part que l'amplitude du champ croît linéairement avec le temps, impliquant donc une croissance quadratique du nombre de photons $\bar{n}_t = |\alpha_t|^2 \sim t^2$.

Les opérateurs déplacement possèdent quelques propriétés intéressantes. Tout d'abord, nous avons bien sûr :

$$\hat{D}^{-1}(\alpha) = \hat{D}^\dagger(\alpha) = \hat{D}(-\alpha) \quad \hat{D}(0) = \mathbb{1}. \quad (\text{II.53})$$

En rappliquant l'identité de Glauber (II.50), on trouve également :

$$\hat{D}(\alpha) \cdot \hat{D}(\beta) = e^{(\alpha\beta^* - \alpha^*\beta)} \hat{D}(\alpha + \beta) \quad (\text{II.54})$$

impliquant immédiatement l'égalité :

$$\hat{D}(\alpha) |\beta\rangle = e^{(\alpha\beta^* - \alpha^*\beta)} |\alpha + \beta\rangle \quad (\text{II.55})$$

qui traduit simplement le phénomène d'interférence.

Ce dernier résultat permet de conforter la notion de déplacement de l'état dans le plan de Fresnel que nous avons vu dans le cas particulier du vide. Comparons en effet les fonctions Q associées à un état quelconque $|\psi\rangle$ et à cet état « déplacé » de la quantité β :

$$Q_{\hat{D}(\beta)|\psi\rangle}(\alpha) = \frac{1}{\pi} \left| \langle \alpha | \hat{D}(\beta) | \psi \rangle \right|^2 = \frac{1}{\pi} |\langle \alpha - \beta | \psi \rangle|^2 = Q_{|\psi\rangle}(\alpha - \beta). \quad (\text{II.56})$$

La fonction Q de l'état déplacé correspond donc bien à la translattée de la la fonction Q de l'état initial, chaque composante $|\alpha\rangle$ dans le champ $|\psi\rangle$ étant déplacée de β par interférence.

II.3.2 Couplage à l'environnement

Comme nous sommes dans le régime de couplage fort, la relaxation du champ est très faible à l'échelle d'une durée typique d'interaction entre l'atome et le champ. Pour décrire le couplage entre l'atome et le champ, nous négligeons donc la relaxation. Dans les expériences présentées dans ce mémoire, nous envoyons cependant toute une série d'atomes sonder la cavité sur des durées supérieures à T_{cav} . Le champ ne peut alors plus être considéré comme stationnaire sur toute la durée de l'expérience et il faut tenir compte de sa relaxation entre deux interactions avec un atome. Il est donc utile de présenter ici un modèle de cette relaxation.

II.3.2.a L'équation pilote

La relaxation du champ provient du fait qu'il n'est pas isolé mais en contact avec un environnement à l'équilibre thermique. Par définition, l'environnement est constitué de l'ensemble des systèmes couplés au mode de notre cavité dont nous ne maîtrisons pas les degrés de liberté. Comme l'environnement est de grande taille⁴, on peut utiliser l'hypothèse markovienne : l'environnement ne garde pas la mémoire de son interaction passée avec le système. L'équation d'évolution de la matrice densité du champ (« équation pilote ») peut alors être mise sous une forme dite de Lindblad [93, 86, 94] :

$$\frac{d\hat{\rho}}{dt} = -\frac{i}{\hbar} [\hat{H}, \hat{\rho}] + \sum_{\mu} \left(\hat{L}_{\mu} \hat{\rho} \hat{L}_{\mu}^{\dagger} - \frac{1}{2} \hat{L}_{\mu}^{\dagger} \hat{L}_{\mu} \hat{\rho} - \frac{1}{2} \hat{\rho} \hat{L}_{\mu}^{\dagger} \hat{L}_{\mu} \right). \quad (\text{II.57})$$

4. Citons par exemple le très grand nombre de modes (de très faibles facteurs de qualité) présents dans la boîte d'écrantage couplés par diffraction au mode de la cavité.

La première partie de cette équation est l'évolution unitaire de l'état du champ, la seconde représente l'effet de l'environnement. Les opérateurs \hat{L}_μ sont appelés « opérateurs de saut ». Leur expression n'est pas unique. Notons tout-de-même que cette décomposition générale apparaît de manière purement mathématique et formelle. Pour donner une décomposition particulière et explicite en opérateurs de saut il nous faut aussi identifier avec quel type d'environnement interagit notre mode du champ et quels sauts il peut provoquer.

En se restreignant à des hypothèses extrêmement simples et naturelles sur l'environnement, on peut trouver une décomposition en opérateurs \hat{L}_μ adaptée aux expériences décrites dans ce mémoire où l'on s'intéresse essentiellement au nombre de photons dans la cavité. En supposant raisonnablement que le couplage entre le mode de la cavité et l'environnement est linéaire en l'amplitude du champ, on ne trouve que deux opérateurs de saut possibles \hat{L}_- et \hat{L}_+ correspondant à la perte d'un photon du mode dans l'environnement et au gain d'un photon provenant de l'environnement. On pose donc :

$$\hat{L}_- = \sqrt{\kappa_-} \hat{a} \quad \hat{L}_+ = \sqrt{\kappa_+} \hat{a}^\dagger. \quad (\text{II.58})$$

En considérant l'environnement à l'équilibre thermodynamique à la température T , la loi de Boltzmann prédit que les poids κ_+ et κ_- vérifient le rapport :

$$\frac{\kappa_+}{\kappa_-} = e^{-\hbar\omega_0/k_B T}. \quad (\text{II.59})$$

qui peut se récrire :

$$\frac{\kappa_+}{\kappa_-} = \frac{n_{th}}{n_{th} + 1} \quad (\text{II.60})$$

à l'aide de l'équation II.44, ce qui nous conduit à définir κ_+ et κ_- à partir d'un unique taux d'amortissement κ :

$$\kappa_+ = n_{th} \kappa \quad \kappa_- = (n_{th} + 1) \kappa. \quad (\text{II.61})$$

En injectant les équations (II.58) et (II.61) dans (II.57), nous trouvons finalement l'équation pilote :

$$\begin{aligned} \frac{d\hat{\rho}}{dt} = & -i\omega_0 [\hat{a}^\dagger \hat{a}, \hat{\rho}] - \frac{\kappa(n_{th} + 1)}{2} (\hat{a}^\dagger \hat{a} \hat{\rho} + \hat{\rho} \hat{a}^\dagger \hat{a} - 2\hat{a} \hat{\rho} \hat{a}^\dagger) \\ & - \frac{\kappa n_{th}}{2} (\hat{a} \hat{a}^\dagger \hat{\rho} + \hat{\rho} \hat{a} \hat{a}^\dagger - 2\hat{a}^\dagger \hat{\rho} \hat{a}) \end{aligned} \quad (\text{II.62})$$

II.3.2.b Taux de départ des états de Fock

Dans les expériences présentées dans ce mémoire, nous ne nous intéresserons qu'à la relaxation des populations $p_n = \langle n | \hat{\rho} | n \rangle$:

$$\frac{dp_n}{dt} = (n + 1) \kappa (n_{th} + 1) \cdot p_{n+1} + \kappa n_{th} \cdot p_{n-1} - \kappa [n + (2n + 1) n_{th}] \cdot p_n. \quad (\text{II.63})$$

La population de l'état de Fock $|n\rangle$ tend donc à augmenter par la perte d'un photon à partir de l'état $|n + 1\rangle$ ou le gain d'un photon (forcément thermique) à partir de $|n - 1\rangle$, et à diminuer par

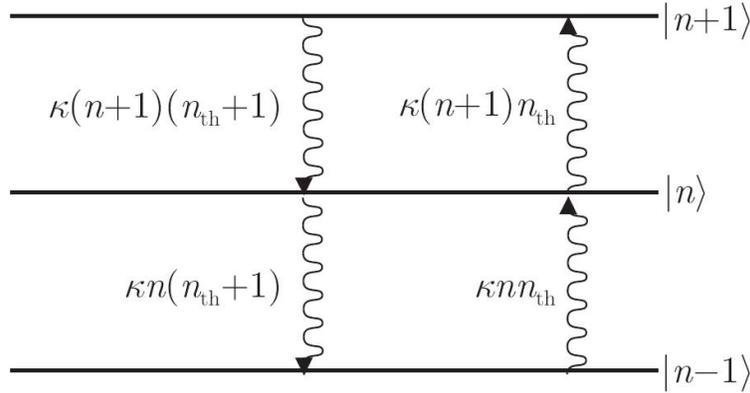


FIGURE II.8 – Taux de transition entre états de Fock voisins sous l'effet de la relaxation.

la perte ou le gain d'un photon vers $|n-1\rangle$ ou $|n+1\rangle$. Ces transitions sont représentées sur la figure II.8, ainsi que leurs taux respectifs.

Le paramètre κ est naturellement lié au taux de perte classique de la cavité. En effet on définit T_{cav} comme le temps de vie de l'énergie dans la cavité, soit encore le temps caractéristique d'amortissement du nombre moyen de photons $\langle \hat{N} \rangle = \sum_n n p_n$. En dérivant cette dernière identité par rapport au temps et en utilisant l'équation (II.63), on trouve facilement la relation :

$$\frac{d\langle \hat{N} \rangle}{dt} = -\kappa (\langle \hat{N} \rangle - n_{th}) \quad (\text{II.64})$$

qui permet d'identifier immédiatement $\kappa = 1/T_{cav}$. On remarque aussi que T_{cav} correspond également au temps de vie de l'état de Fock $|1\rangle$ à température nulle ($n_{th} = 0$). Toujours à température nulle, les temps de vie des états de Fock supérieurs correspondent à ceux prédits par un raisonnement intuitif classique : si la probabilité de perdre un photon pendant la durée infinitésimale dt est $dP = dt/T_{cav}$ et si les photons sont indépendants, alors la probabilité de perdre un photon parmi n vaut naturellement $dP = n \cdot dt/T_{cav}$ ce qui donne bien un taux de fuite de $n\kappa$ pour l'état $|n\rangle$. En revanche, à température finie, ce taux de perte doit être corrigé d'un facteur $(1 + (2 + 1/n)n_{th})$ causé essentiellement par l'amplification bosonique du gain et de la perte d'un photon par le champ thermique. Ce facteur est donc difficilement explicable classiquement.

II.3.2.c Opérateurs de saut et trajectoires Monte-Carlo

Avant de clore cette section, intéressons nous à la signification physique des opérateurs de saut \hat{L}_μ présents dans l'équation (II.57) et définis à l'issue d'un raisonnement purement mathématique. Cette équation décrit l'évolution d'un état relaxant librement. Sa résolution analytique n'est cependant pas toujours aisée⁵. Une autre méthode, de type Monte-Carlo, est souvent adoptée pour obtenir cette évolution moyenne [95, 96][86, page 189]. Dans cette approche, l'environnement est remplacé dans une expérience de pensée par un « simulateur » : un système B dont on

5. La taille d'une matrice densité dépend quadratiquement de la taille de l'espace de Hilbert ce qui pose vite problème pour des systèmes complexes.

connaît explicitement le couplage au système A étudié et que l'on sait mesurer. Après interaction d'une durée dt infinitésimale, le système total $A + B$ est généralement intriqué et toute l'information relative à A est obtenue en prenant la trace sur B . Pour bien simuler l'environnement, B est donc choisi de telle sorte que la trace sur B donne le même résultat que le couplage au vrai environnement⁶ :

$$\hat{\rho}_A(t + dt) = \text{Tr}_B [\hat{\rho}_{A+B}(t + dt)] = \hat{\rho}_A(t) + dt \frac{d\hat{\rho}_A}{dt} \quad (\text{II.65})$$

où $d\hat{\rho}_A/dt$ est donné par (II.57). Une fois le simulateur et son couplage au système définis, on peut imaginer mesurer l'état du simulateur B plutôt que prendre sa trace. On réalise ainsi une mesure de A à cause de l'intrication des deux systèmes A et B . Le système A se trouve donc projeté sur un nouvel état. Si initialement A est dans un état pur $|\psi_A\rangle$, il se trouvera toujours dans un état pur $|\psi'_A\rangle$. On peut montrer qu'avec une très forte probabilité p_0 donnée par :

$$p_0 = 1 - dt \sum_{\mu} \langle \psi_A | \hat{L}_{\mu}^{\dagger} \hat{L}_{\mu} | \psi_A \rangle, \quad (\text{II.66})$$

le système subit une transformation de type hamiltonienne :

$$|\psi'_A\rangle = \frac{1}{\sqrt{p_0}} \left(1 - \frac{i}{\hbar} \hat{K} dt \right) |\psi_A\rangle \simeq \frac{1}{\sqrt{p_0}} e^{-\frac{i}{\hbar} \hat{K} dt} |\psi_A\rangle \quad (\text{II.67})$$

mais où l'opérateur \hat{K} peut a priori être non hermitien. De même, avec des probabilités infinitésimales p_{μ} données par :

$$p_{\mu} = dt \langle \psi_A | \hat{L}_{\mu}^{\dagger} \hat{L}_{\mu} | \psi_A \rangle, \quad (\text{II.68})$$

le système subit une transformation drastique appelée « saut quantique » :

$$|\psi'_A\rangle = \frac{\hat{L}_{\mu} |\psi_A\rangle}{\sqrt{p_{\mu}/dt}}. \quad (\text{II.69})$$

Dans une telle expérience de pensée où le simulateur est constamment (ou fréquemment) mesuré, le système A reste donc dans un état pur. Il subit de « longues » périodes d'évolution quasi-hamiltonienne continues interrompues par de brusques et drastiques changements d'état provoqués par l'application de l'un des opérateurs de saut \hat{L}_{μ} (qui trouvent ici une justification à leur dénomination). Une réalisation particulière de cette expérience de pensée conduit à des résultats particuliers quant aux mesures de B et donc à une évolution particulière de l'état de A que l'on nomme « trajectoire quantique ». Deux réalisations différentes conduiront a priori à des trajectoires différentes avec des sauts quantiques différents. La méthode Monte-Carlo consiste à simuler un grand nombre de telles trajectoires⁷. On vérifie alors aisément que la moyenne de toutes ces trajectoires satisfait la même équation pilote (II.57).

6. On pourra trouver dans [86, page 183] comment définir un tel simulateur.

7. La procédure se résume simplement à tirer au sort suivant la loi de probabilité p_{μ} à chaque pas dt laquelle des différentes évolutions possibles le système a suivi.

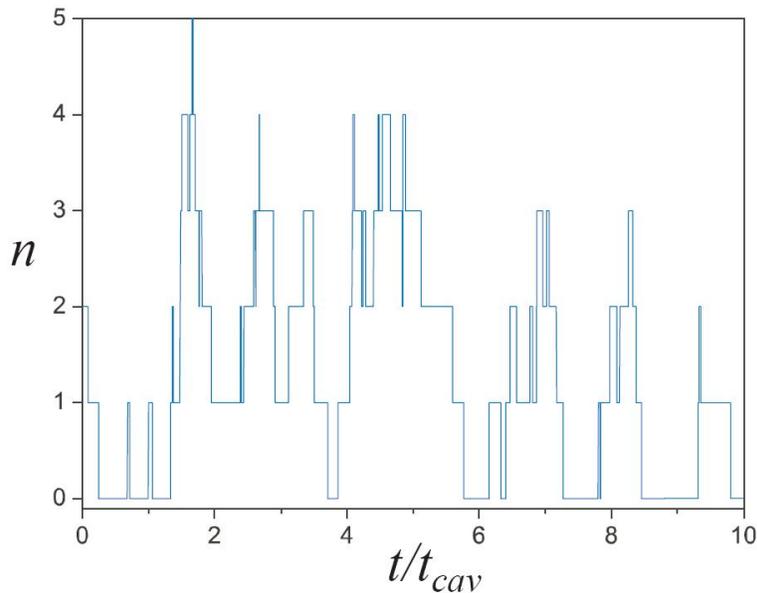


FIGURE II.9 – Simulation Monte Carlo de l'évolution d'un champ initial contenant deux photons pour un environnement dont la température correspond à $n_{th} = 2$.

La figure II.9 montre un exemple de courbe obtenue par simulation Monte-Carlo. La trajectoire quantique représentée correspond aux fluctuations thermiques du champ dans la cavité autour du nombre de photons d'équilibre (dans un cas plus « chaud » que les conditions réelles dans lesquelles nous travaillons : n_{th} vaut ici 2).

Cette trajectoire a été obtenue par une simulation numérique. Cependant, au lieu de calculer les probabilités de résultats pour déterminer l'issue d'une mesure, on peut imaginer observer une telle trajectoire non plus en « mesurant l'environnement » mais en réalisant directement de manière répétée des mesures QND du nombre de photons du champ. C'est en partie l'objet des expériences que je présenterai dans ce mémoire. Observer des trajectoires bien décrites par la méthode présentée ci-dessus signifie que le statut des trajectoires Monte-Carlo dépasse celui d'intermédiaire de calcul, donnant un sens physique à cette approche alternative de l'équation pilote.

II.4 Interaction atome - champ

II.4.1 Le hamiltonien de Jaynes-Cummings

Lorsque l'atome et le champ quantique interagissent, les états stationnaires ne sont plus ceux qui ont été décrits dans les paragraphes précédents. En effet, il apparaît maintenant dans le hamiltonien du système global un terme d'interaction. Dans l'approximation dipolaire électrique, ce terme d'interaction s'écrit :

$$\begin{aligned}\hat{H}_{\text{int}} &= -\mathbf{d}\cdot\mathbf{E} \\ &= -\mathcal{E}_0 f(\mathbf{r}) \left(\mathbf{d}_{eg}\cdot\boldsymbol{\varepsilon} |e\rangle\langle g| \hat{a} + \mathbf{d}_{eg}^*\cdot\boldsymbol{\varepsilon}^* |g\rangle\langle e| \hat{a}^\dagger + \mathbf{d}_{eg}\cdot\boldsymbol{\varepsilon}^* |e\rangle\langle g| \hat{a}^\dagger + \mathbf{d}_{eg}^*\cdot\boldsymbol{\varepsilon} |g\rangle\langle e| \hat{a} \right).\end{aligned}\quad (\text{II.70})$$

Les deux premiers termes de cette équation décrivent des processus où l'atome monte de $|g\rangle$ à $|e\rangle$ en absorbant un photon ou descend de $|e\rangle$ à $|g\rangle$ en émettant un photon. Dans la situation où $\omega_0 \sim \omega_{at}$, qui correspond à notre cas, ces processus sont résonnants et sont beaucoup plus importants que les processus associés aux deux autres termes. Nous appliquons l'approximation du champ tournant qui consiste à négliger les deux termes non résonnants. Si l'on choisit les phases des états $|e\rangle$ et $|g\rangle$ telles que $-\mathbf{d}_{eg}\cdot\boldsymbol{\varepsilon}$ soit réel et positif, le hamiltonien d'interaction peut se récrire sous la forme :

$$\hat{H}_{\text{int}} = \frac{\hbar\Omega_0}{2} f(\mathbf{r}) \left(|e\rangle\langle g| \hat{a} + |g\rangle\langle e| \hat{a}^\dagger \right) \quad (\text{II.71})$$

avec :

$$\Omega_0 = -\frac{2\mathcal{E}_0 \mathbf{d}_{eg}\cdot\boldsymbol{\varepsilon}}{\hbar}. \quad (\text{II.72})$$

Le paramètre $\Omega_0/2\pi$ caractérise la force du couplage. Il est appelé « fréquence de Rabi du vide » car c'est, comme nous le verrons plus loin, la fréquence des échanges résonnants d'énergie entre un atome dans l'état $|e\rangle$ et le mode initialement vide.

Par souci de simplicité, nous ne considérerons pas dans un premier temps la dépendance spatiale de la constante de couplage $\Omega_n(\mathbf{r})$. Cela revient à considérer un atome fixe au centre du mode : $f(\mathbf{r})$ est alors égal à 1. Le hamiltonien total du système atome-champ en interaction est donc :

$$\hat{H}_{JC} = \frac{\hbar\omega_{at}}{2} (|e\rangle\langle e| - |g\rangle\langle g|) + \hbar\omega_0 \left(\hat{a}^\dagger \hat{a} + \frac{1}{2} \right) + \frac{\hbar\Omega_0}{2} (|e\rangle\langle g| \hat{a} + |g\rangle\langle e| \hat{a}^\dagger). \quad (\text{II.73})$$

Ce hamiltonien, connu sous le nom de hamiltonien de Jaynes-Cummings [82], s'applique à toute expérience où un système à deux niveaux interagit avec un oscillateur harmonique. On le retrouve notamment dans les domaines des ions piégés.

L'interaction couple les états stationnaires des systèmes libres deux à deux : les sous-espaces $\{|e, n\rangle, |g, n+1\rangle\}$ sont fermés par rapport à l'évolution. Seul le niveau fondamental du système $|g, 0\rangle$ n'est couplé à aucun autre état. L'évolution au sein de la $n^{\text{ème}}$ multiplicité se fait selon un hamiltonien restreint dont la forme matricielle dans la base $\{|e, n\rangle, |g, n+1\rangle\}$ est :

$$\hat{H}_n = \hbar \begin{pmatrix} \omega_0(n+1) + \delta/2 & \Omega_n/2 \\ \Omega_n/2 & \omega_0(n+1) - \delta/2 \end{pmatrix} \quad (\text{II.74})$$

où $\delta = \omega_{at} - \omega_0$ est le désaccord entre la fréquence de l'atome et la fréquence du champ et

$$\Omega_n = \Omega_0 \sqrt{n+1} \quad (\text{II.75})$$

est le couplage entre les deux états de la multiplicité. Les états propres de ce nouveau hamiltonien s'écrivent :

$$\begin{aligned} |+, n\rangle &= \cos \frac{\theta_n}{2} |e, n\rangle + \sin \frac{\theta_n}{2} |g, n+1\rangle \\ |-, n\rangle &= \sin \frac{\theta_n}{2} |e, n\rangle - \cos \frac{\theta_n}{2} |g, n+1\rangle \end{aligned} \quad (\text{II.76})$$

où θ_n est défini par :

$$\tan \theta_n = \frac{\Omega_n}{\delta}. \quad (\text{II.77})$$

On les appelle « états habillés de l'atome et du champ ». Leurs valeurs propres associées sont :

$$E_{\pm, n} = \hbar\omega_0 (n+1) \pm \frac{\hbar}{2} \sqrt{\Omega_n^2 + \delta^2}. \quad (\text{II.78})$$

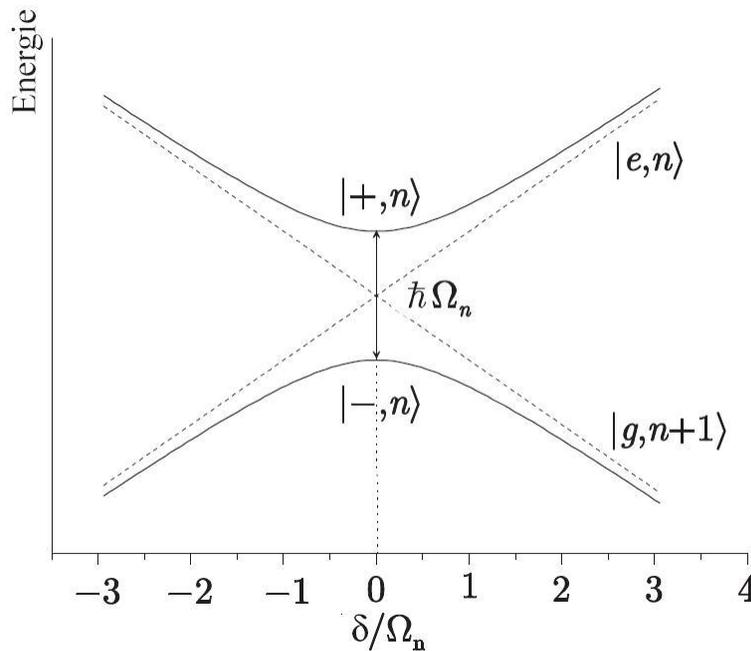


FIGURE II.10 – Energie des états habillés en fonction du désaccord atome-champ δ . Les lignes pointillées représentent l'énergie des états non couplés. L'interaction lève la dégénérescence des niveaux à proximité de la résonance, formant un anticroisement.

Sur la figure II.10 est représentée la variation de ces énergies en fonction du désaccord. On peut voir que suivant la valeur de δ , l'effet du couplage est plus ou moins important. A très

grand désaccord, les systèmes ne s'influencent que très peu, les états propres et énergies propres sont très proches de ceux du cas non couplé. A résonance en revanche, les états propres sont maximalelement intriqués et l'énergie diffère maximalelement de celle des états non couplés. On sépare donc en général deux régimes de fonctionnement différents. A désaccord nul, le régime dit d'interaction résonante est caractérisé par un échange cohérent d'énergie entre l'atome et le champ. A grand désaccord, l'interaction dite dispersive ne donne lieu à aucun échange d'énergie entre les systèmes mais l'énergie propre de chaque système est modifiée.

Je présenterai tout d'abord brièvement le régime résonant, qui nous a été utile dans nos premières expériences pour la préparation du champ dans l'état de Fock $|1\rangle$, puis j'analyserai plus en détail le cas dispersif, puisque que c'est sur l'interaction dispersive que repose le principe de notre mesure QND.

II.4.2 Interaction résonante : échange d'énergie

II.4.2.a Les états habillés

Lorsque le mode du champ et la transition atomique ont la même fréquence ($\delta = 0$), les deux systèmes sont maximalelement couplés. Les états stationnaires sont alors :

$$\begin{aligned} |+, n\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|e, n\rangle + |g, n+1\rangle) \\ |-, n\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|e, n\rangle - |g, n+1\rangle). \end{aligned} \quad (\text{II.79})$$

La levée de dégénérescence due à l'interaction est de $\hbar\Omega_n$:

$$E_{\pm, n} = \hbar\omega_0 (n+1) \pm \frac{\hbar}{2}\Omega_n. \quad (\text{II.80})$$

Pour connaître l'évolution d'un état où l'atome et le champ sont initialement non couplés, il est utile d'inverser le système :

$$\begin{aligned} |e, n\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|+, n\rangle + |-, n\rangle) \\ |g, n+1\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|+, n\rangle - |-, n\rangle). \end{aligned} \quad (\text{II.81})$$

II.4.2.b L'oscillation de Rabi du vide

Prenons l'exemple d'un état initial où l'atome est préparé dans $|e\rangle$ et le champ dans l'état vide :

$$|\psi(t=0)\rangle = |e, 0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|+, 0\rangle + |-, 0\rangle). \quad (\text{II.82})$$

Le vecteur d'état du système couplé après un temps d'interaction t devient :

$$|\psi(t)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (e^{-iE_{+,0}t/\hbar} |+, 0\rangle + e^{-iE_{-,0}t/\hbar} |-, 0\rangle) \quad (\text{II.83})$$

que l'on peut récrire à une phase globale près :

$$|\psi(t)\rangle = \cos \frac{\Omega_0 t}{2} |e, 0\rangle - i \sin \frac{\Omega_0 t}{2} |g, 1\rangle. \quad (\text{II.84})$$

Au cours du temps, le système oscille de manière cohérente entre l'état initial $|e, 0\rangle$ et l'état $|g, 1\rangle$. Il y a donc échange cohérent et périodique d'un quantum d'énergie entre l'atome et champ. La probabilité de trouver l'atome dans $|e\rangle$ évolue au cours du temps selon :

$$P_e(t) = \frac{1}{2} (1 + \cos \Omega_0 t). \quad (\text{II.85})$$

Elle oscille à la pulsation Ω_0 . L'échange cohérent d'un quantum d'énergie entre l'atome et le champ est appelé oscillation de Rabi quantique, ou oscillation de Rabi du vide dans le cas particulier du champ initialement vide. Le signal obtenu dans notre expérience est présenté figure II.11.

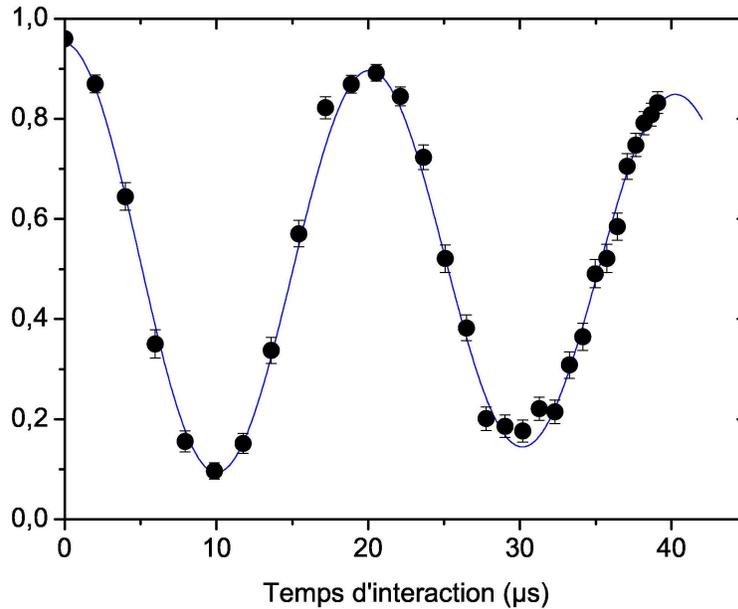


FIGURE II.11 – Oscillations de Rabi du vide du système initialement préparé dans l'état $|e, 0\rangle$: la probabilité de détecter $|e\rangle$ oscille en fonction du temps d'interaction. L'amortissement des oscillations est principalement dû aux inhomogénéités de champs et à l'extension spatiale non nulle des paquets atomiques.

En réglant la durée de l'interaction, on peut préparer différents états du système. Dans une première expériences présentée dans ce mémoire, nous avons utilisé une « impulsion π » : pour une durée d'interaction telle que $\Omega_0 t = \pi$, l'état final est $|g, 1\rangle$ et le quantum d'énergie a été transféré de l'atome au champ. Nous utilisons ce temps d'interaction pour préparer le champ dans un état de Fock à un photon.

Notons enfin qu'un régime d'oscillation de Rabi a aussi lieu pour une cavité contenant initialement $n > 0$ photons. Le calcul est en tout point identique pourvu que l'on remplace la fréquence de Rabi du vide Ω_0 par $\Omega_n = \sqrt{n}\Omega_0$. L'oscillation est donc juste \sqrt{n} fois plus rapide.

II.4.3 Interaction dispersive : effets de déphasage

Plaçons-nous maintenant loin de résonance : $|\delta| \gg \Omega_n$. Les états et énergies propres sont alors très proches de ce qu'ils seraient en l'absence de couplage. Dans une approche perturbative, nous allons considérer que les états propres restent ceux du système non couplé :

$$\begin{aligned} |+, n\rangle &\simeq |e, n\rangle & \text{et} & \quad |-, n\rangle \simeq |g, n+1\rangle & \text{pour } \delta > 0 \\ |+, n\rangle &\simeq |g, n+1\rangle & \text{et} & \quad |-, n\rangle \simeq |e, n\rangle & \text{pour } \delta < 0 \end{aligned} \quad (\text{II.86})$$

mais qu'ils subissent une petite modification de leur énergie. Puisque les états $|e, n\rangle$ et $|g, n+1\rangle$ sont états propres, ils ne se « contaminent » pas au cours du couplage. Cela signifie que lors d'une interaction dispersive, il n'y a pas d'échange d'énergie entre l'atome et le champ. Pour connaître l'évolution de l'énergie de ces états, nous développons l'équation (II.78) à l'ordre le plus bas en Ω_n/δ :

$$\begin{aligned} E_{e,n} &= E_{e,n}^0 + \frac{\hbar\Omega_n^2}{4\delta} = E_{e,n}^0 + \frac{\hbar\Omega_0^2}{4\delta}(n+1) \\ E_{g,n+1} &= E_{g,n+1}^0 - \frac{\hbar\Omega_n^2}{4\delta} = E_{g,n+1}^0 - \frac{\hbar\Omega_0^2}{4\delta}(n+1) \end{aligned} \quad (\text{II.87})$$

où $E_{e,n}^0$ et $E_{g,n+1}^0$ sont les énergies des états non couplés. Ces déplacements d'énergie sont de signe opposés et augmentent linéairement avec le nombre de photons. La figure II.12 représente les déplacements d'énergie pour les états de deux multiplicités consécutives.

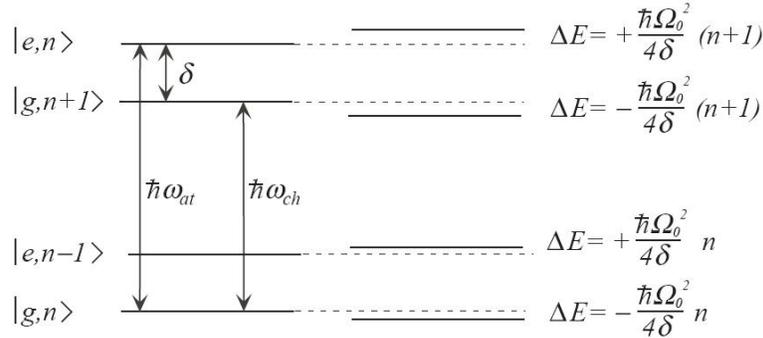


FIGURE II.12 – Déplacement lumineux des niveaux d'énergie, dans le cas $\delta > 0$, pour deux multiplicités voisines n et $n-1$. Les énergies des états non couplés sont représentées à gauche, le déplacement d'énergie dû au couplage est représenté à droite.

On peut considérer ces déplacements comme une modification de la fréquence de résonance de l'un des systèmes par l'interaction avec l'autre. En effet, les états habillés dans le cas limite de l'interaction dispersive sont les états propres avec les mêmes énergies d'un hamiltonien effectif \hat{H}_{disp} :

$$\hat{H}_{disp} = \hbar\omega_0 \left(\hat{a}^\dagger \hat{a} + \frac{1}{2} \right) + \frac{\hbar\omega_{at}}{2} \hat{\sigma}_z + \frac{\hbar\Omega_0^2}{4\delta} \left[\left(\hat{a}^\dagger \hat{a} + \frac{1}{2} \right) \hat{\sigma}_z + \frac{1}{2} \right] \quad (\text{II.88})$$

dont les termes peuvent être regroupés de deux façons différentes :

$$\hat{H}_{disp} = \hbar \left(\omega_0 + \frac{\Omega_0^2}{4\delta} \hat{\sigma}_z \right) \left(\hat{a}^\dagger \hat{a} + \frac{1}{2} \right) + \frac{\hbar \omega_{at}}{2} \hat{\sigma}_z + \frac{\hbar \Omega_0^2}{8\delta} \quad (\text{II.89})$$

$$= \hbar \omega_0 \left(\hat{a}^\dagger \hat{a} + \frac{1}{2} \right) + \frac{\hbar}{2} \left[\omega_{at} + \frac{\Omega_0^2}{2\delta} \left(\hat{a}^\dagger \hat{a} + \frac{1}{2} \right) \right] \hat{\sigma}_z + \frac{\hbar \Omega_0^2}{8\delta} \quad (\text{II.90})$$

Nous allons prendre successivement ces deux points de vue en étudiant l'effet d'un atome dans $|e\rangle$ ou $|g\rangle$ sur un champ cohérent puis l'effet d'un état de Fock sur l'atome. L'évolution qui nous intéresse étant celle due au couplage, nous nous placerons dans la suite en représentation d'interaction par rapport au système atome-champ non couplé.

II.4.3.a Déphasage d'un état cohérent par un atome

L'équation (II.89) montre qu'on peut interpréter l'effet de l'interaction atome-champ comme un déplacement $\pm \Omega_0^2/4\delta$ de la fréquence de la cavité par l'atome suivant qu'il est dans l'état $|e\rangle$ ou $|g\rangle$ ⁸. Au bout d'un temps d'interaction t , l'atome déphase donc un état cohérent d'une quantité $\pm \Omega_0^2 t/4\delta = \pm \Phi_0/2$ (voir figure II.13). On a introduit ici le paramètre qui sera fondamental dans la suite :

$$\Phi_0 = \frac{\Omega_0^2 t}{2\delta}. \quad (\text{II.91})$$

Ce résultat peut aussi être dérivé par un calcul quantitatif en décomposant l'état cohérent sur les états de Fock :

$$|g, \alpha\rangle = \sum_n e^{-|\alpha|^2/2} \frac{\alpha^n}{n!} |g, n\rangle. \quad (\text{II.92})$$

Au bout d'un temps d'interaction t , chaque état $|g, n\rangle$ accumule une phase $-n\Omega_0^2 t/4\delta = -n\Phi_0/2$:

$$|g, \alpha\rangle \rightarrow \sum_n e^{-|\alpha|^2/2} \frac{\alpha^n}{n!} e^{-in\Phi_0/2} |g, n\rangle \quad (\text{II.93})$$

qui peut se récrire :

$$\sum_n e^{-|\alpha|^2/2} \frac{(\alpha e^{-i\Phi_0/2})^n}{n!} |g, n\rangle = |g, \alpha e^{-i\Phi_0/2}\rangle. \quad (\text{II.94})$$

De la même manière on vérifie que :

$$|e, \alpha\rangle \rightarrow e^{i\Phi_0/2} |e, \alpha e^{i\Phi_0/2}\rangle. \quad (\text{II.95})$$

L'effet de ce déphasage du champ peut être exprimé de manière purement opératorielle. Le passage d'un atome correspond à l'application de l'un des deux opérateurs de déphasage :

$$\hat{T}_e = e^{i\frac{\Phi_0}{2}(\hat{a}^\dagger \hat{a} + 1)} \quad \hat{T}_g = e^{-i\frac{\Phi_0}{2}\hat{a}^\dagger \hat{a}} \quad (\text{II.96})$$

8. On peut comprendre ce résultat comme un effet d'indice : le couplage atome-champ est tel qu'un unique atome suffit à constituer un « milieu » diélectrique dont l'indice de réfraction est significativement supérieur à 1.

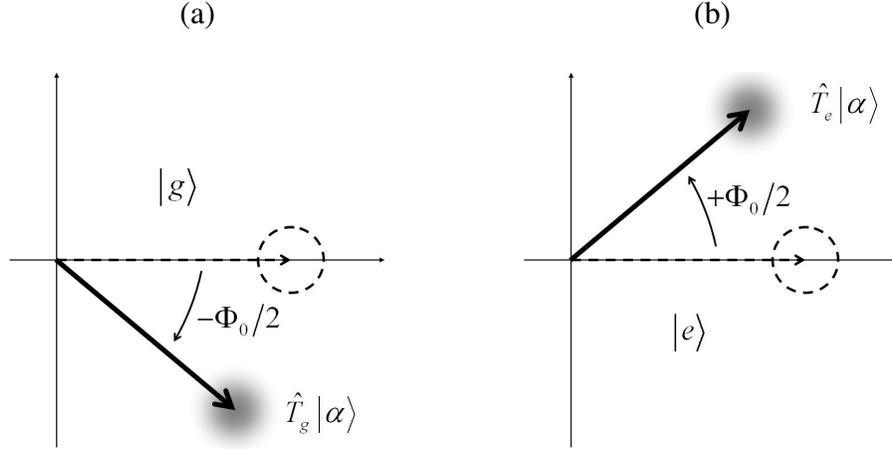


FIGURE II.13 – Évolution du champ de le plan de Fresnel tournant à la fréquence ω_0 en présence d'un atome dans (a) $|g\rangle$ ou (b) $|e\rangle$.

II.4.3.b Déphasage d'un dipôle atomique par un état de Fock

L'équation (II.90) montre que l'interaction dispersive de l'atome avec n photons peut également être interprétée par un déplacement de la fréquence de la transition atomique d'une quantité

$$\Delta\omega_{at} = \frac{\Omega_0^2}{2\delta} \left(n + \frac{1}{2} \right). \quad (\text{II.97})$$

Ce déplacement de la transition atomique dépendant du nombre de photons est communément appelé « déplacement lumineux » ou « effet Stark dynamique ». Notons que, même dans le vide, la transition atomique est déplacée d'une quantité $\Delta\omega_{at} = \Omega_0^2/4\delta$. L'atome est sensible à la présence seule des miroirs même si ceux-ci sont infiniment loin à l'échelle atomique ! Ce phénomène, le « déplacement de Lamb », est dû au couplage de l'atome avec les fluctuations du vide (amplifiées par la présence du résonateur).

Un atome préparé dans une superposition des états $|e\rangle$ et $|g\rangle$ verra donc son spin atomique subir un déphasage :

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{2}} (|e\rangle + |g\rangle) |n\rangle &\rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \left(e^{-i(n+1)\Phi_0/2} |e, n\rangle + e^{in\Phi_0/2} |g, n\rangle \right) \\ &= \frac{e^{-i(n+1)\Phi_0/2}}{\sqrt{2}} \left(|e\rangle + e^{i(n+1/2)\Phi_0} |g\rangle \right) \otimes |n\rangle \\ &\equiv |+\rangle_n \otimes |n\rangle, \end{aligned} \quad (\text{II.98})$$

où on a défini :

$$|+\rangle_n = \frac{e^{-i(n+1)\Phi_0/2}}{\sqrt{2}} \left(|e\rangle + e^{i(n+1/2)\Phi_0} |g\rangle \right). \quad (\text{II.99})$$

La superposition atomique est ainsi déphasée de $(n + 1/2) \Phi_0$. Dans le régime dispersif, la présence d'un état de Fock dans la cavité a donc pour effet de déphaser un dipôle atomique d'une quantité qui varie linéairement avec le nombre de photons.

La représentation sur la sphère de Bloch, figure II.14, permet de visualiser l'effet de l'interaction dispersive. Comme il n'y a pas d'échange d'énergie, une superposition atomique à poids égaux reste dans le plan équatorial et subit simplement une rotation dans ce plan. L'angle de cette rotation, par rapport au vide, est proportionnel au nombre de photons, avec un taux de Φ_0 par photon. Le paramètre Φ_0 sera donc dorénavant appelé le « déphasage par photon ».

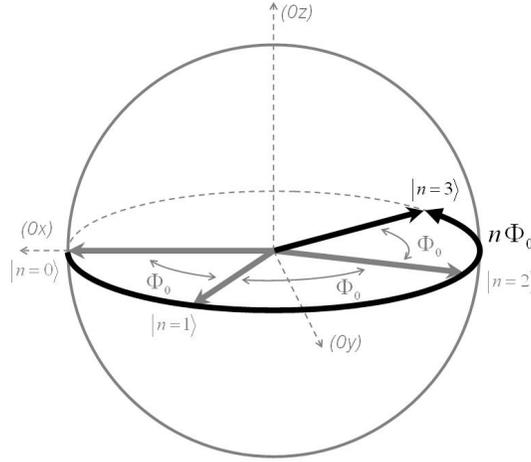


FIGURE II.14 – Évolution du spin atomique lors d'une interaction dispersive avec le champ supposé dans un état de Fock. Ici la direction associée au vide est (Ox) ce qui suppose une fréquence Ramsey accordée sur la fréquence atomique déplacée de Lamb : $\omega_r = \omega_{at} + \Omega_0^2/4\delta$

II.4.4 Mesure QND d'un nombre de photons

Les expériences que je vais décrire dans les chapitres suivants reposent sur la réalisation de mesures QND du nombre de photons dans la cavité. Dans cette partie j'expose rapidement l'idée de notre mesure fondée sur l'interaction dispersive. On pourra se reporter à [84, 20, 21] pour plus de détails.

C'est l'effet de déphasage du spin atomique mis en évidence précédemment que nous utilisons pour réaliser une mesure QND du nombre de photons. Après interaction avec la cavité, l'état de spin de l'atome $|+\rangle_n$ dépend du nombre n de photons dans la cavité. Si le champ ne se trouve pas dans un état de Fock, les deux systèmes sont intriqués :

$$\frac{1}{\sqrt{2}} (|e\rangle + |g\rangle) \otimes \left(\sum_n c_n |n\rangle \right) \rightarrow \sum_n c_n |+\rangle_n \otimes |n\rangle. \quad (\text{II.100})$$

Une mesure de l'état de spin de l'atome va donc réaliser une mesure du nombre de photons. Remarquons que nous retrouvons bien ici tous les ingrédients d'une mesure QND. Tout d'abord il s'agit bien d'une mesure indirecte : l'atome joue le rôle du système auxiliaire qui s'intrique avec le champ avant d'être mesuré (destructivement). En reprenant les notations de l'introduction,

nous avons :

$$\hat{H}_S = \hbar\omega_0 \left(\hat{a}^\dagger \hat{a} + \frac{1}{2} \right) \quad \hat{H}_{int} = \frac{\hbar\Omega_0^2}{4\delta} \left[\left(\hat{a}^\dagger \hat{a} + \frac{1}{2} \right) \hat{\sigma}_z + \frac{1}{2} \right]. \quad (\text{II.101})$$

Nous voyons qu'avec $\hat{A}_S = \hat{a}^\dagger \hat{a}$ les critères QND (2) et (4) sont satisfaits. Une mesure de la direction du spin atomique dans le plan (Oxy) revient à mesurer les composantes $\hat{\sigma}_x$ et $\hat{\sigma}_y$ du spin atomique, qui ne commutent pas par ailleurs avec $\hat{\sigma}_z$. En mesurant $\hat{A}_M = \hat{\sigma}_i$, $i = x, y$, on satisfait finalement le dernier critère QND (3).

II.4.4.a Mesure du spin atomique

Remarquons tout d'abord qu'il n'est en général pas possible de mesurer sans ambiguïté dans quel état $|+\rangle_n$ se trouve l'atome : ceci supposerait une mesure simultanée des deux observables $\hat{\sigma}_x$ et $\hat{\sigma}_y$ qui ne commutent pas. L'impossibilité de mesurer un nombre de photons arbitraire est par ailleurs évidente lorsque l'on songe qu'un atome à deux niveaux ne peut fournir qu'un seul bit d'information.

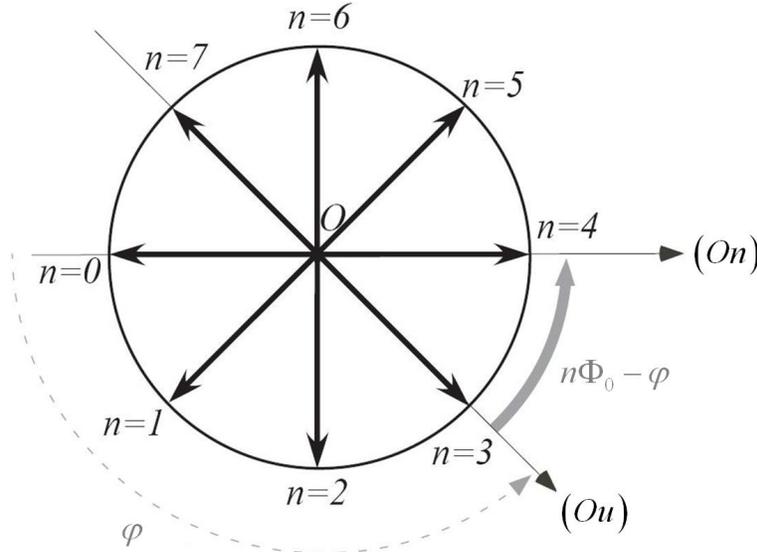


FIGURE II.15 – Représentation dans le plan équatorial de la sphère de Bloch de l'état atomique à l'issue de son interaction avec n photons pour un déphasage par photon $\Phi_0 = \pi/4$. Le plan équatorial est vu depuis le sommet de l'axe (Oz) . L'axe (Ou) correspondant à la phase φ de mesure. L'angle entre (Ou) et la direction (On) correspondant à $|+\rangle_n$ est $n\Phi_0 - \varphi$.

Pour obtenir de l'information sur l'état atomique, nous mesurons le spin dans une direction particulière \mathbf{u} formant un angle φ avec $(O, n=0)$. Nous réalisons ainsi une mesure dans la base $(|\pm\rangle_\varphi) \equiv (|\pm\rangle_{\mathbf{u}})$. Les poids de l'état $|+\rangle_n$ dans cette base s'écrivent (voir figure II.15) :

$$|\varphi \langle + | + \rangle_n|^2 = \cos^2 \left(\frac{n\Phi_0 - \varphi}{2} \right) \quad |\varphi \langle - | + \rangle_n|^2 = \sin^2 \left(\frac{n\Phi_0 - \varphi}{2} \right) \quad (\text{II.102})$$

Nous avons vu au paragraphe II.1.3 que mesurer l'état atomique dans la base $(|\pm\rangle_\varphi)$ est équivalent à appliquer une impulsion $\pi/2$ Ramsey de phase appropriée réalisant la rotation :

$$|+\rangle_\varphi \rightarrow |+\rangle_z = |e\rangle \quad |-\rangle_\varphi \rightarrow |-\rangle_z = |g\rangle \quad (\text{II.103})$$

puis à mesurer le niveau atomique dans la base $(|e\rangle, |g\rangle)$ à l'aide du détecteur. Les probabilités de détection des états $|e\rangle$ et $|g\rangle$ sont les poids calculés dans l'équation (II.102), que l'on peut récrire en tenant compte du contraste fini et de l'offset des franges de Ramsey comme :

$$P(j, \varphi|n) = \frac{1}{2} \left[1 + (-1)^j (A + B \cos[n\Phi_0 - \varphi]) \right] \quad (\text{II.104})$$

où l'indice j nous permet de condenser les équations des deux états atomiques avec la correspondance $j = 0$ pour l'état $|e\rangle$ et $j = 1$ pour l'état $|g\rangle$.

Pour effectuer une telle mesure, un atome initialement dans $|g\rangle$ va donc subir une première impulsion $\pi/2$ pour amener le spin dans le plan équatorial de la sphère de Bloch puis une seconde lors de la lecture. Cette séquence constitue une interférométrie de Ramsey. Cette technique a été à l'origine du développement des horloges atomiques et plus généralement d'un grand nombre de mesures de précision [97, 98] et, en effet, notre dispositif s'apparente à une horloge atomique. Contrairement aux « vraies » horloges atomiques où la fréquence atomique (supposée par définition être la plus stable) est utilisée comme référence pour stabiliser un oscillateur (un quartz par exemple), la fréquence de notre atome est ici rendue volontairement très sensible à son environnement, en particulier aux photons éventuellement présents. La stabilité d'un bon quartz commercial est alors suffisante pour mesurer le retard de notre « horloge » provoqué par d'éventuels photons (par déplacement lumineux de la fréquence atomique).

II.4.4.b Détermination de l'état du champ

Nous avons vu qu'un atome ne peut fournir qu'un bit d'information. Pour qu'un atome puisse réaliser une mesure complète de l'état du champ, il faut que celui-ci ne contienne qu'un bit d'information. C'est en particulier le cas pour le champ thermique : nous avons vu à la partie II.2.3 qu'à $T = 0,8 \text{ K}$, la probabilité d'avoir plus d'un photon est négligeable. Une mesure sans ambiguïté de 0 ou 1 photon est clairement réalisée avec une mesure dans la direction $\varphi = \pi$ et pour un déphasage par photon $\Phi_0 = \pi$. Les états $|+\rangle_{n=0} = |+\rangle_{\varphi=0} = |-\rangle_{\varphi=\pi}$ et $|+\rangle_{n=1} = |+\rangle_{\varphi=\pi}$ sont alors orthogonaux et constituent une base. La seconde impulsion Ramsey ramène cette base sur la base $(|e\rangle, |g\rangle)$ pour donner la correspondance :

$$\begin{aligned} 0 \text{ photon} &\longleftrightarrow \text{détection dans } |g\rangle \\ 1 \text{ photon} &\longleftrightarrow \text{détection dans } |e\rangle \end{aligned} \quad (\text{II.105})$$

comme le montre la figure II.16.

Pour détecter des nombres plus élevés de photons, nous devons bien sûr choisir un déphasage par photon plus faible. Par exemple, pour $\Phi_0 = \pi/4$, nous pouvons mesurer jusqu'à $n = 7$ photons (figure II.15), mais la correspondance entre n et l'état atomique détecté n'est plus univoque. Si l'atome ne permet pas de parfaitement déterminer le nombre de photons, il apporte néanmoins de

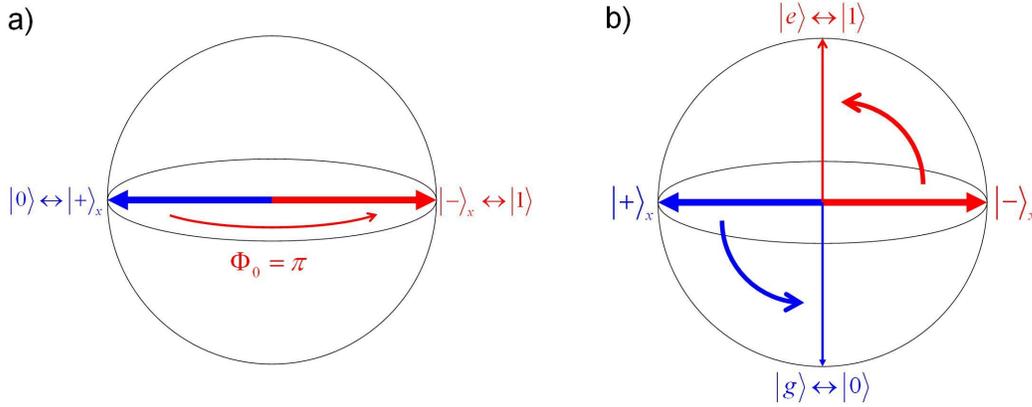


FIGURE II.16 – Principe de notre mesure QND de photons uniques. a) Le spin est amené en fonction de la présence ou non d'un photon sur l'un des deux états orthogonaux $|+\rangle_0$ et $|+\rangle_\pi$. b) La mesure du spin dans cette base est réalisée à l'aide d'une impulsion $\pi/2$ avant la détection dans la base (e, g) .

l'information. Supposons en effet que nous mesurons toujours l'atome dans la direction $\varphi = 0$ et supposons, par exemple, qu'il soit détecté dans l'état $|e\rangle$ (correspondant à $|+\rangle_0$), on sent alors bien qu'il est plus probable que la cavité contienne 0, 1 ou 7 photons plutôt que 4, 5 ou 3 (figure II.15). Ce type de raisonnement qualitatif correspond en fait simplement à l'application quantitative de la loi de Bayes qui relie la probabilité $P(n|j, \varphi)$ d'avoir n photons sachant qu'on a détecté l'atome dans l'état j avec une phase de mesure φ à la probabilité conditionnelle inverse $P(j, \varphi|n)$ de détecter l'atome dans l'état j avec une phase de mesure φ sachant qu'on a n photons :

$$P(n|j, \varphi) = \frac{P(n)}{P(j, \varphi)} P(j, \varphi|n) \quad (\text{II.106})$$

où $P(n)$ est la probabilité a priori (avant la mesure) d'avoir n photons. La probabilité a priori $P(j, \varphi)$ de détecter l'atome dans l'état j avec une phase de mesure φ ne dépend pas de n et peut donc être interprétée et calculée comme un facteur de normalisation.

La figure II.17 permet de visualiser ce processus. L'état du champ initial a été supposé complètement inconnu : les probabilités $p(n)$ pour $n \leq 7$ sont donc toutes initialisées à la même valeur. Sur la figure (a) sont représentés cet état initial (défini par $p(n) = 1/8$) ainsi que les probabilités conditionnelles de détection d'un atome dans $|e\rangle$ pour la phase de mesure $\varphi = 0$. La figure (b) et (c) présente les probabilités des différents nombres de photons après une détection atomique dans l'état $|e\rangle$ ou $|g\rangle$ calculées en utilisant la formule II.106. Dans chaque cas, certaines probabilités sont réduites tandis que les autres sont exaltées.

Dans le cas d'un contraste idéal ($A = 0, B = 1$), on remarque même que l'on peut affirmer, lorsque l'atome est détecté dans l'état $|e\rangle$, que la cavité ne contient pas 4 photons puisque l'on détecterait alors $|g\rangle$ à coup sûr : $P(j=0, \varphi=0|n=4) = 0$ d'après (II.104). De même la détection de l'atome dans $|g\rangle$ exclut l'état à 0 photon. En répétant la mesure avec d'autres atomes dans d'autres directions, d'autres nombres de photons vont être petit à petit exclus. Si le nombre d'atomes utilisés est suffisamment grand, seul un nombre de photons subsiste : la mesure devient

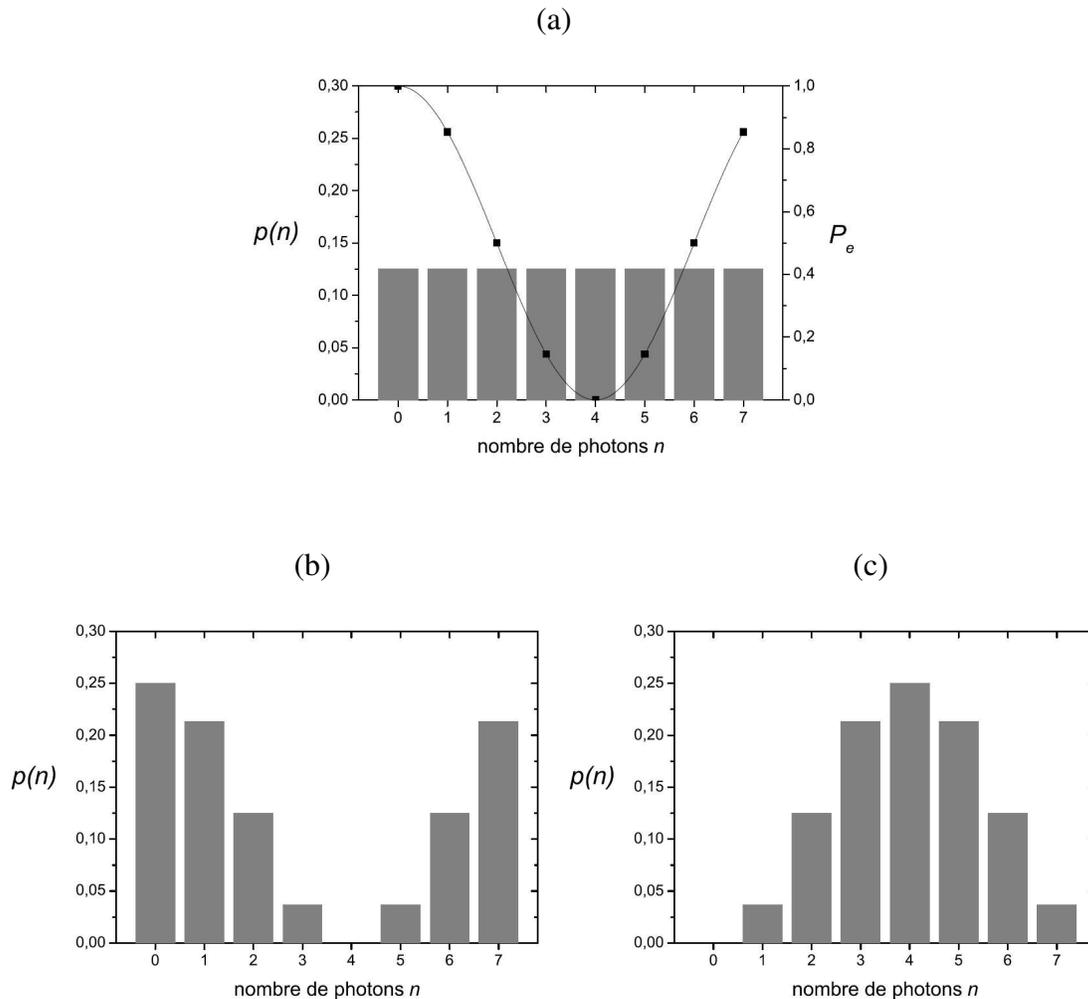


FIGURE II.17 – Information sur le champ apportée par une détection atomique pour un déphasage par photon $\Phi_0 = \pi/4$ et la phase de mesure $\varphi = 0$. (a) Probabilités initiales des états de Fock (barres grises, axe de gauche). On prend ici l'exemple d'un champ initial complètement inconnu dont la distribution de probabilités est donc uniforme (de $n = 0$ à $n = 7$). Les points et la courbe noirs correspondent aux probabilités conditionnelles de détection de l'atome dans l'état $|e\rangle$ (axe de droite). (b) Populations des états de Fock après la mesure si l'atome a été détecté dans $|e\rangle$. (c) Populations des états de Fock après la mesure si l'atome a été détecté dans $|g\rangle$.

sans ambiguïté. Nous avons baptisé « mesure par décimation » cette procédure : les atomes successifs « déciment » les populations des différents nombres de photons jusqu'à ce qu'une seule survive.

Dans le cas d'un contraste fini, la méthode par décimation s'applique toujours, mais en aucun cas la détection d'un atome ne peut totalement décimer une population particulière. Si chaque atome ne décime pas totalement un nombre de photons, il modifie néanmoins la distribution que

l'on peut inférer. La formule II.106 peut en effet être appliquée itérativement :

$$P_k(n) = \frac{P_{k-1}(n)}{P(j_k, \varphi_k)} P(j_k, \varphi_k | n) \quad (\text{II.107})$$

où $P_k(n)$ est la probabilité inférée d'après les k premières détections et j_k et φ_k le resultat et la phase de la $k^{\text{ème}}$ mesure. On en déduit immédiatement :

$$P_N(n) = \Pi_N(n) \cdot P_0(n) \quad (\text{II.108})$$

où $P_0(n)$ est toujours la distribution de probabilités a priori (avant toute détection) et $\Pi_N(n)$ la « fonction de décimation » définie comme produit des fonctions sinusoïdales (II.104) :

$$\Pi_N(n) = \prod_{k=1}^N \frac{P(j_k, \varphi_k | n)}{P(j_k, \varphi_k)} = \frac{1}{Z} \prod_{k=1}^N [1 + (-1)^{j_k} (A + B \cos[n\Phi_0 - \varphi_k])] \quad (\text{II.109})$$

où Z est obtenu par normalisation. Elle ne dépend que des résultats des détections. Lorsque le nombre d'atomes détectés N croît, ce produit de sinusoïdes devient une fonction très piquée sur une valeur entière. En appliquant ce « filtre » à la distribution inférée initiale $P_0(n)$ (prise uniforme lorsque l'on n'a aucune information a priori), les probabilités finales sont toutes presque nulles sauf une qui vaut presque 1. Pour $N \rightarrow \infty$, on obtient une fonction de Dirac correspondant à une décimation parfaite donc à une mesure sans ambiguïté. La perte d'information due au contraste fini est simplement compensée en augmentant le nombre d'atomes utilisés. Bien entendu, nous devons toutefois nous assurer que le temps de mesure reste court devant T_{cav} .

Chapitre III

Mesure QND d'un nombre de photons

Nos mesures QND sont à la base des deux expériences que je vais décrire dans les chapitres suivants. Il est donc important de préciser comment on les réalise et quelles en sont les limites. Même si j'ai participé à la mise en œuvre de ces mesures, mon but n'est pas d'en faire ici une description exhaustive : on trouvera de nombreux détails complémentaires et précisions dans la thèse de Christine Guerlin [84]. Je me contenterai ici d'en rappeler les points et résultats essentiels. J'exposerai néanmoins dans une dernière partie une nouvelle interprétation de nos mesures utilisant un point de vue différent de celui utilisé dans [84]. Cette nouvelle méthode sera en particulier utilisée pour l'expérience d'effet Zénon quantique décrite au chapitre 5.

III.1 Détecter 0 ou 1 photon

III.1.1 Réglages préliminaires

III.1.1.a Le déphasage par photon

La première tâche à réaliser est d'obtenir un déphasage par photon $\Phi_0 = \pi$. Nous avons vu au dans la partie II.4.3 que le paramètre Φ_0 était déterminé par la formule :

$$\Phi_0 = \frac{\Omega_0^2 t}{2\delta}, \quad (\text{III.1})$$

δ étant le désaccord entre les fréquences atomique et de la cavité et t le temps d'interaction atome-champ. Pour obtenir cette formule, nous avons considéré l'atome fixe au centre du mode. Ce n'est évidemment pas le cas expérimentalement et il faut donc tenir compte de la variation de la constante de couplage :

$$\Omega_0 \rightarrow \Omega_0(\mathbf{r}) = \Omega_0 f(\mathbf{r}) = \Omega_0 f(r=0, z=vt) = \Omega_0 e^{-(vt/w_0)^2}, \quad (\text{III.2})$$

où v est la vitesse de l'atome et f a été définie en (I.9) (w_0 est le col du mode de la cavité). L'origine des temps a été prise ici au moment où l'atome passe au centre du mode. La formule

(III.1) reste cependant valide pourvu que l'on remplace le temps d'interaction t arbitraire par le temps effectif d'interaction t_{eff} ne dépendant que de la vitesse de l'atome :

$$t_{eff} = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-2(vt/w_0)^2} dt = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{w_0}{v}. \quad (\text{III.3})$$

Pour des atomes à 250 m/s on trouve que le désaccord δ doit être réglé à 75 kHz. Rappelons que la formule (III.1) a été dérivée dans le cas d'un régime dispersif soit avec $\delta \gg \Omega_0 \sqrt{n}$. Avec une fréquence de Rabi du vide de 50 kHz et un désaccord de 75 kHz, nous ne pouvons pas prétendre être dans le régime dispersif. Nous allons donc développer un modèle plus exact pour évaluer Φ_0 .

L'intégration de l'équation de Schrödinger durant l'interaction atome-champ montre que celle-ci se réduit, tout comme dans le cas du régime dispersif, à un simple effet de déphasage : même pour des désaccords δ du même ordre de grandeur que Ω_0 , l'atome et le champ n'échangent pas d'énergie. Du fait du profil transverse gaussien du mode, le branchement de l'interaction se fait de manière adiabatique, les états $|e\rangle$ et $|g\rangle$ se branchent adiabatiquement sur les états habillés qu'ils suivent tout au long de l'interaction. A chaque instant, les composantes initialement sur $|e\rangle$ et $|g\rangle$ restent dans des états stationnaires. A la fin de l'interaction, on retrouve donc exactement les mêmes amplitudes de probabilités à un déphasage près. Le calcul montre que le critère d'adiabaticité est extrêmement bien respecté : pour $\delta \simeq \Omega_0$, la probabilité que la composante sur $|e\rangle$ émette un photon dans le mode ou que la composante sur $|g\rangle$ en absorbe un est inférieure à 10^{-6} . Le caractère QND de la mesure est donc conservé malgré le désaccord relativement faible.

Si seul le déphasage (dû aux déplacements lumineux opposés) subsiste, son calcul approché doit être corrigé. Notamment, les formules (II.87) donnant le déplacement lumineux par un développement limité à l'ordre 1 en Ω_0/δ ne sont plus valides et l'on doit utiliser l'expression (II.78) complète (réécrite ici pour un désaccord positif)¹ :

$$\begin{aligned} \Delta E_{e,n}(t) &= \frac{\hbar}{2} \left(\sqrt{(n+1)\Omega_0^2 f(z=vt)^2 + \delta^2} - |\delta| \right) \\ \Delta E_{g,n}(t) &= -\frac{\hbar}{2} \left(\sqrt{n\Omega_0^2 f(z=vt)^2 + \delta^2} - |\delta| \right). \end{aligned} \quad (\text{III.4})$$

La formule exacte du déphasage du spin est alors :

$$\Phi(n) = \frac{1}{\hbar} \int_{-\infty}^{+\infty} (\Delta E_{e,n}(t) - \Delta E_{g,n}(t)) dt. \quad (\text{III.5})$$

Il ne dépend plus linéairement du nombre de photons n et on ne peut donc plus définir proprement le « déphasage par photon ». Toutefois, comme nous ne nous intéressons ici qu'à des nombres de photons égaux à 0 ou 1, nous définissons par abus de langage le déphasage par photon comme la différence entre les déphasages induits par une cavité vide et une cavité contenant un photon :

$$\Phi_0 \equiv \Phi(1) - \Phi(0). \quad (\text{III.6})$$

1. le signe global de chaque déplacement est inversé dans le cas d'un désaccord négatif.

La figure III.1 donne la dépendance théorique de Φ_0 en fonction du désaccord atome-champ δ . Elle permet de choisir a priori le désaccord requis pour le déphasage par photon souhaité. La figure III.2 montre ensuite la non-linéarité du déphasage en fonction du nombre de photons pour les deux désaccords choisis pour nos expériences.

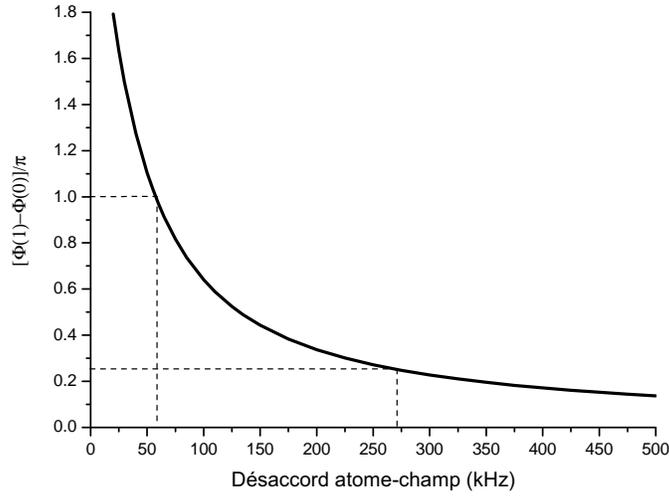


FIGURE III.1 – Déphasage par photon $\Phi_0 \equiv \Phi(1) - \Phi(0)$ en fonction du désaccord atome-champ. Les pointillés indiquent les désaccords choisis en vue d'expériences à $\Phi_0 = \pi$ et $\Phi_0 = \pi/4$.

III.1.1.b Réglage du déphasage par photon et de la phase de mesure

La formule (III.5) permet de calculer a priori le désaccord atome-cavité nécessaire pour réaliser $\Phi_0 = \pi$. Cependant, il est préférable de vérifier sur un signal directement mesurable la valeur du déphasage par photon. Lorsque l'on enregistre des franges de Ramsey, l'interaction avec la cavité contenant n photons induit un déphasage supplémentaire $\Phi(n)$ du spin atomique donc des franges. Deux séries de franges prises avec une cavité vide ou contenant un photon sont déphasées l'une par rapport à l'autre de $\Phi(1) - \Phi(0) = \Phi_0$. Nous avons juste à trouver le désaccord atome-cavité produisant des franges en opposition de phase.

Enregistrer des franges de Ramsey consiste juste à appliquer sur les atomes une impulsion $\pi/2$ dans chaque zone de Ramsey et à mesurer la probabilité de trouver l'état $|e\rangle$ en fonction de la fréquence Ramsey. Pour nous assurer que la cavité est bien vide de tout photon, nous appliquons au début de chaque séquence la procédure de refroidissement du mode décrite dans la partie I.2.2.d. Pour préparer le mode de la cavité dans l'état $|1\rangle$ nous déposons ensuite un photon à l'aide d'un atome préparé dans l'état $|e\rangle$ et subissant une impulsion π dans la cavité. Le désaccord atome-cavité donnant expérimentalement un déphasage par photon $\Phi_0 = \pi$ est $\delta = 58$ kHz. Les résultats correspondants sont présentés en figure III.3. L'ajustement d'une sinusoïde de formule :

$$P(g) = \frac{1}{2} (1 - A - B \cos \varphi) \quad (\text{III.7})$$

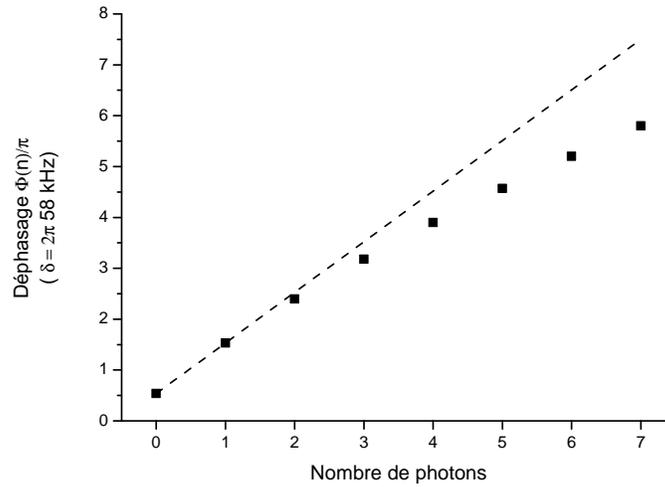


FIGURE III.2 – Non linéarité du déphasage en fonction du nombre de photons pour $\delta = 2\pi \cdot 58 \text{ kHz}$. Les pointillés permettent de mettre en évidence l'écart à une linéarité parfaite.

sur les franges en l'absence de photons nous donne un contraste $B = 0,800 \pm 0,004$ et un offset $A = -0,012 \pm 0,004$ tout-à-fait satisfaisants. L'ajustement d'une sinusoïde sur l'autre série met en évidence un déphasage $\Phi_0 = 0,98(\pm 0,01)\pi$. Son contraste réduit est dû à une préparation imparfaite de l'état $|1\rangle$ comme on l'explique dans l'annexe A.

Ce couple de franges permet en outre de choisir correctement la fréquence Ramsey pour réaliser une mesure sur la phase $\varphi = \pi$ (voir partie II.4.4.b). Nous devons ainsi majoritairement détecter des atomes dans $|g\rangle$ (resp. $|e\rangle$) lorsque la cavité contient 0 (resp. 1) photon.

III.1.2 Observation des premiers sauts quantiques de la lumière

III.1.2.a Résultats bruts

Nous sommes maintenant à même de réaliser notre mesure QND. La première expérience que nous avons réalisée a été la mesure du champ thermique. Pour cela, nous envoyons une longue série d'atomes espacés en moyenne de $950 \mu\text{s}$. Une séquence de détections d'une durée de 2,5 s est présentée sur la figure III.4. La résolution temporelle est tout à fait suffisante pour distinguer clairement deux types de périodes. Au début et à la fin de la fenêtre, l'atome sonde est détecté presque exclusivement dans l'état $|g\rangle$. Au milieu, la statistique de détection est inversée : on ne mesure presque que l'état $|e\rangle$. Visuellement, l'interprétation de cette séquence est donc très claire : partant de la cavité vide, un photon est apparu dans le mode de la cavité, y est resté environ 0,5 s, puis a disparu.

L'interprétation « visuelle » présentée ci-dessus se fait cependant par un effet de moyenne. En effet, bien que la corrélation entre l'état atomique et le nombre de photons semble très bonne, elle n'est pas parfaite. Comme on peut le voir sur la figure III.4, lorsque la cavité est vide, quelques

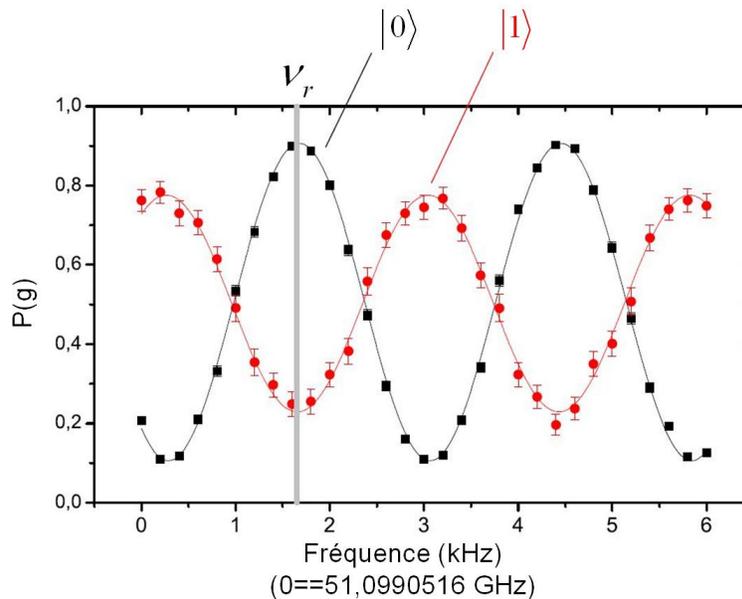


FIGURE III.3 – Franges de Ramsey enregistrées avec une cavité vide ou préparée dans l'état $|1\rangle$. Les deux franges sont déphasées de $\Phi_0 = \pi$. Le trait vertical indique la fréquence Ramsey utilisée pour notre mesure QND.

atomes sont tout de même parfois détectés dans l'état $|e\rangle$. De même lorsque la cavité contient un photon, certains atomes sont parfois détectés dans $|g\rangle$. Ces erreurs de mesures résultent du contraste fini des franges de Ramsey.

III.1.2.b Reconstruction quantitative du nombre de photons et trajectoires individuelles

Étant donnée la présence d'erreurs de mesure, nous devons appliquer quantitativement le filtre qualitatif que réalisent nos yeux : nous déciderons que la cavité est mesurée dans l'état $|0\rangle$ ou $|1\rangle$ selon que nous détectons *majoritairement* des atomes dans $|g\rangle$ ou $|e\rangle$. Le paramètre pertinent est alors le nombre d'atomes que nous devons utiliser pour réaliser ce vote majoritaire. D'une part nous avons intérêt à utiliser le plus grand nombre d'atomes possible pour réduire la probabilité d'une erreur. D'autre part, mesurer un grand nombre d'atomes prend du temps et introduit donc une imprécision temporelle dans la mesure, et donc une probabilité accrue d'erreurs au niveau des sauts du nombre de photons. Il faut donc faire un compromis. Notre choix fut d'utiliser des fenêtres glissantes à 8 atomes pour réaliser ce vote majoritaire : si l'on détecte plus de cinq atomes dans $|g\rangle$ (resp. $|e\rangle$), le champ est mesuré dans $|0\rangle$ (resp. $|1\rangle$), si l'on mesure quatre $|g\rangle$ et quatre $|e\rangle$, alors le champ garde la valeur de la mesure précédente. Ce dernier point introduit une hystérésis réduisant assez efficacement la probabilité d'erreur.

La figure III.5 présente deux exemples de trajectoires quantiques enregistrées pour le champ thermique, analysées par un filtrage à 8 atomes (nous utilisons des fenêtres glissantes de 8 atomes, deux mesures consécutives ne sont donc pas indépendantes : elles partagent 7 atomes).

La trajectoire (a) correspond à celle que nous avons analysée visuellement précédemment.

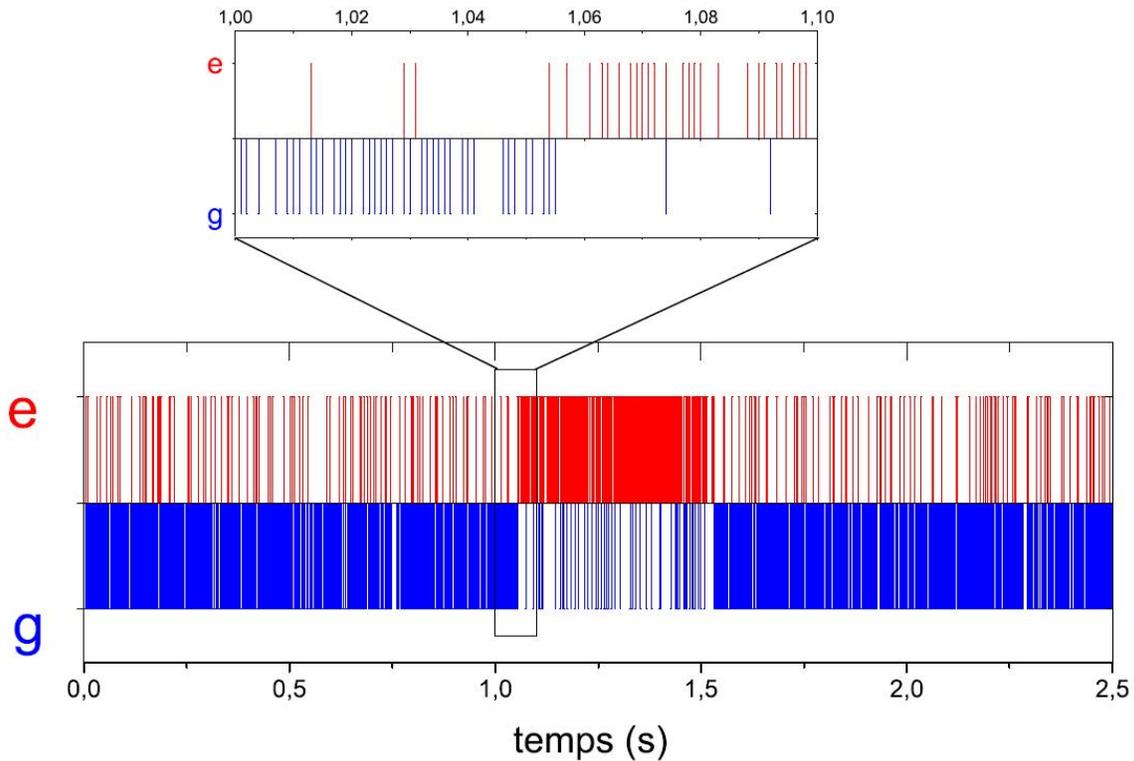


FIGURE III.4 – *Détections atomiques brutes en fonction du temps correspondant à la mesure du champ thermique pendant une durée de 2,5 s. Une détection dans $|g\rangle$ est représentée par un trait bleu vers le bas, une détection dans $|e\rangle$ par un trait rouge vers le haut.*

La trajectoire filtrée présente un palier à un photon d'une durée exceptionnellement grande : ce photon a été observé dans la cavité pendant près d'une demi-seconde ! Cette durée de vie est inhabituelle : elle vaut environ 4 fois le temps de vie moyen d'un photon dans le mode. On peut donner quelques illustrations de ce que représente cet ordre de grandeur de temps pour un photon. Dans une vision particulière, ce photon a parcouru pendant ces 476 ms une distance de 143 000 km soit 3,5 fois le tour de la Terre. Il a ainsi rebondi sur les miroir $5,3 \cdot 10^9$ fois avant d'être absorbé ou diffracté vers un autre mode !

Une telle trajectoire est cependant exceptionnelle même avec notre très bonne cavité : avec un nombre de photons thermiques de 0,05 à 0,8 K, la cavité doit être la plupart du temps vide. La séquence (b) est dans ce sens beaucoup plus typique de l'évolution du champ thermique. Au début et à la fin de la séquence, un photon apparaît dans le mode de la cavité, pour des durées de 100 ms et 40 ms beaucoup plus probables compte tenu du temps de vie moyen de 130 ms.

Ces deux trajectoires prouvent de manière flagrante le caractère QND de notre mesure : dans la première, un même photon a été détecté plus de 500 fois sans être détruit² ! Dans la seconde, plus de 2000 atomes ont mesuré le champ dans l'état $|0\rangle$ ³. Elles révèlent également de manière

2. correspondant à environ 70 fenêtres indépendantes de 8 atomes.

3. correspondant à presque 300 fenêtres indépendantes de 8 atomes.

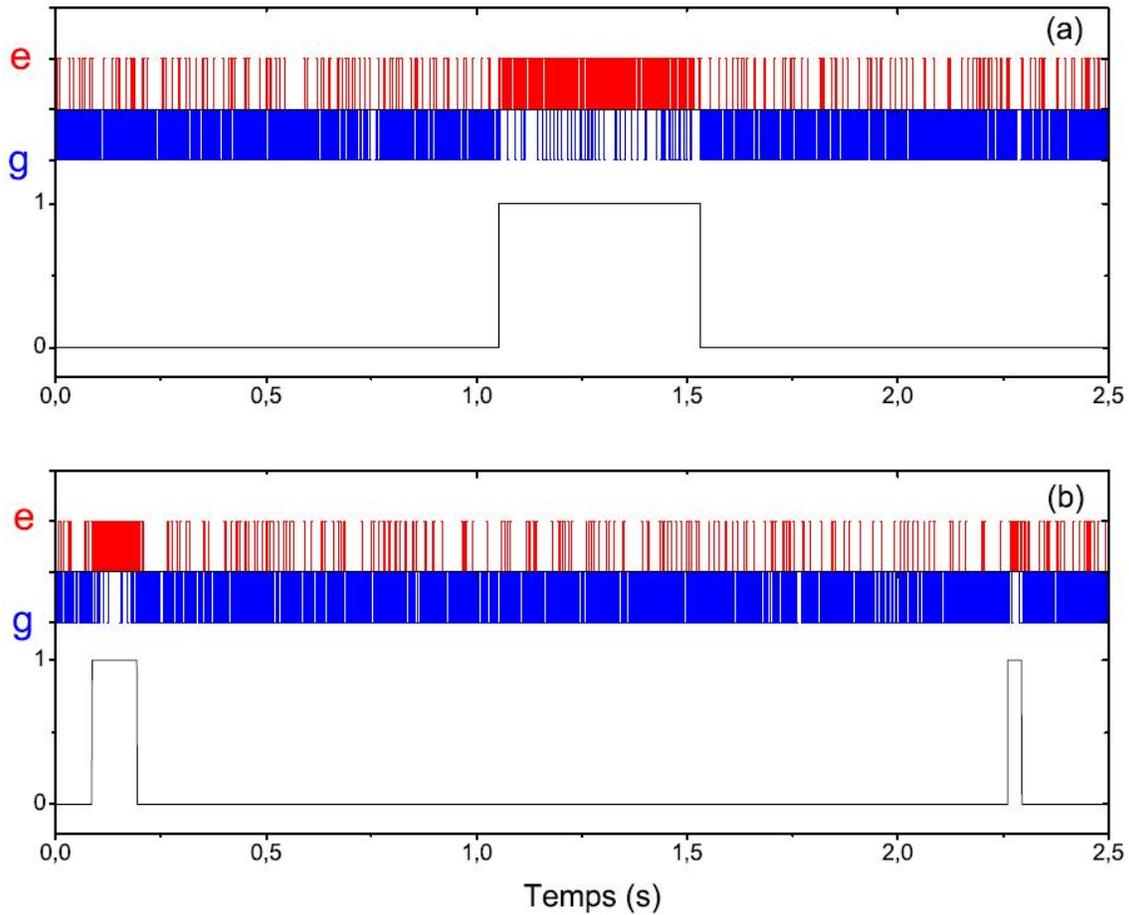


FIGURE III.5 – Deux exemples de trajectoire du champ thermique. Le résultat du filtrage à 8 atomes est présenté en trait plein en dessous de chaque séquence de détections. (a) Présence exceptionnellement longue d'un photon dans le mode. (b) Trajectoire plus typique du champ thermique.

flagrante le comportement de sauts quantiques : sur la figure III.4, l'agrandissement de la zone où a lieu le saut montre que la statistique des détections change brusquement en l'espace de quelques atomes. Bien qu'ayant déjà été observées dans de nombreux systèmes matériels [7, 10, 12, 15, 16, 18], cette mesure a constitué la première observation de trajectoires stochastiques de type Monte-Carlo pour la lumière [20].

III.1.3 Analyses des trajectoires Monte-Carlo

Ces sauts quantiques sont induits par la relaxation vue comme une perturbation du hamiltonien d'évolution libre du champ. Avec des arguments thermodynamiques simples, nous avons proposé une expression possible des opérateurs de saut apparaissant dans l'équation pilote. Avant d'être observées, les trajectoires Monte-Carlo n'étaient qu'un artifice de calcul permettant de re-

construire l'évolution d'un état quelconque selon l'équation pilote par une moyenne sur un grand nombre de telles trajectoires. Il est donc très intéressant de vérifier ce point et d'apporter un sens physique à cette méthode.

III.1.3.a Le champ thermique

A $T = 0,8$ K, nous attendons $n_{th} = 0,05$. La moyenne temporelle du nombre de photons sur l'ensemble de toutes les trajectoires quantiques enregistrées devrait donc nous redonner ce résultat. Lorsque l'on effectue cette moyenne, on trouve un nombre moyen de photon en bon accord mais légèrement supérieur : $n_0 = 0,07$. Plusieurs hypothèses peuvent expliquer cet écart. Premièrement, il est possible que le cœur de l'expérience ne soit pas parfaitement isolé thermiquement des parties « chaudes » du montage. Comme nous l'avons précisé au chapitre 1, même si les miroirs sont activement refroidis à 0,8 K, il existe quelques ouvertures pour laisser entrer et sortir les atomes ou pour injecter de la micro-onde. Même si de nombreuses précautions ont été prises, il n'est pas impossible qu'une petite partie du rayonnement « chaud » pénètre dans la boîte d'écrantage par ces ouvertures. Deuxièmement, il est aussi possible que notre mesure ne soit pas parfaitement QND et que ce soient les atomes eux même qui chauffent le mode. L'intégration numérique complète de l'équation de Schrödinger tout au long de l'interaction donne une probabilité d'émission par atome de l'ordre de 10^{-4} - trop faible pour expliquer les 0,02 photons thermiques supplémentaires. Un chauffage du mode par les atomes circulaires eux-mêmes est donc exclus. En revanche d'autres états résidus de la circularisation peuvent chauffer le mode. Nous avons clairement identifié que les « restes » de la circularisation dans la multiplicité $n = 52$ chauffent significativement le mode. Pour cette raison, nous ionisons ces états avant l'entrée dans la boîte d'écrantage. Il est là aussi tout-à-fait envisageable qu'une petite portion de ces états réussisse à passer sans être ionisée.

III.1.3.b Relaxation d'un photon

Le champ thermique ne contient que très rarement 1 photon. Il n'est donc pas très adapté à l'étude systématique de cet état. De plus, les photons apparaissent à des instants aléatoires et l'évolution de ceux qui apparaissent à la fin d'une réalisation ne peut pas être intégralement étudiée. Plutôt que d'observer le champ thermique, nous allons donc préparer volontairement le mode dans l'état $|1\rangle$. Pour cela, avant d'envoyer notre longue série d'atomes sondes, nous commençons par refroidir le mode dans l'état vide à l'aide d'atomes absorbeurs puis nous injectons un photon à l'aide d'un atome émetteur : un atome préparé dans l'état $|e\rangle$ et subissant une impulsion π dans la cavité.

La figure III.6 montre une trajectoire particulière puis des moyennes sur 5, 15 puis 904 trajectoires différentes. La moyenne sur 15 réalisations expérimentales porte encore la trace d'un comportement aléatoire individuel visible par la rugosité de la courbe. Elle commence cependant à dessiner une tendance lisse. La moyenne sur 904 trajectoires en revanche a presque totalement perdu la trace du facteur aléatoire de ses composantes et suit une courbe d'allure exponentielle. La décroissance théorique de la probabilité de l'état $|1\rangle$ est représentée par un trait pointillé rouge sur les figures (c) et (d). Elle a été obtenue par intégration de l'équation pilote, en utilisant les

valeurs connues du temps caractéristique de dissipation de la cavité $T_{cav} = 130$ ms et du champ thermique mesuré précédemment $n_{th} = 0,07$. C'est une quasi-exponentielle dont la pente initiale correspond, selon l'équation (II.63), à une constante de temps $T_{cav}/(1 + 3n_{th}) = 107$ ms. Cette courbe est en très bon accord avec la valeur moyenne expérimentale.

Il est également intéressant de déterminer si les probabilités par unité de temps des sauts expérimentaux sont en accord avec les probabilités attendues théoriquement. Pour vérifier cela, on peut analyser la durée des paliers au cours de nos trajectoires. La figure III.7 présente l'histogramme des durées des paliers à 0 et 1 photon. La taille de la fenêtre d'échantillonnage est $\Delta t_0 = 300$ ms pour les paliers à 0 photon, et $\Delta t_1 = 20$ ms pour ceux à 1 photon. Un point du graphe situé à l'abscisse t correspond au nombre de séquences pour lesquelles le nombre de photons a sauté pour la première fois entre les instants $t - \Delta t_n$ et t . La probabilité que l'état $|n\rangle$ saute entre $t - \Delta t_n$ et t est donnée par (si $\Delta t_n \ll 1/\kappa_n$) :

$$P(t) = e^{-\kappa_n t} \kappa_n \Delta t_n, \quad (\text{III.8})$$

où $\kappa_n = 1/t_n = (1 + (2n + 1)n_{th})/T_{cav}$. Les points représentés sur la figure III.7 sont, en échelle logarithmique, alignés sur une droite : on observe donc bien une décroissance exponentielle de la probabilité de la durée des paliers. L'ajustement des histogrammes donne une constante de temps $t_0 = 1,45 \pm 0,12$ s pour l'état $|0\rangle$ et $t_1 = 97 \pm 5$ ms pour l'état $|1\rangle$. Avec un champ thermique de $n_{th} = 0,072 \pm 0,006$, les valeurs attendues sont $t_0 = 1,81 \pm 0,17$ s et $t_1 = 107 \pm 2$ ms. L'écart peut être entièrement expliqué par la probabilité non nulle de mesurer un « faux saut » : le vote majoritaire réduit la probabilité de se tromper mais ne l'annule pas totalement. Avec notre contraste de 80% et un vote à 8 atomes, la probabilité de faux saut par unité de temps vaut $0,14 \text{ s}^{-1}$ pour l'état $|0\rangle$ et $0,72 \text{ s}^{-1}$ pour l'état $|1\rangle$. En additionnant ces probabilités aux taux de départ théoriques, on attend donc $t_0 = 1,44 \pm 0,17$ s et $t_1 = 99 \pm 2$ ms. Notre mesure est parfaitement en accord avec ces prévisions théoriques. La statistique des sauts observée est celle attendue. Notre expérience vérifie donc bien toutes les prédictions de l'interprétation Monte-Carlo de l'évolution du champ sous l'effet de l'environnement.

L'analyse précédente montre un très bon accord entre la théorie et nos mesures expérimentales. La théorie prévoit notamment que le temps de vie de l'état $|1\rangle$ est réduit sous l'effet du champ thermique : à température nulle le temps de vie serait T_{cav} , en présence de n_{th} photons thermiques il est réduit d'un facteur $1 + 3n_{th}$. La réduction du temps de vie a deux origines. Premièrement les photons thermiques stimulent « l'émission » dans l'environnement, deuxièmement un photon thermique peut entrer dans le mode amenant le champ dans l'état $|2\rangle$. On peut donc s'étonner d'être capable de détecter les sauts quantiques vers $|2\rangle$ quand notre méthode n'est censée mesurer que 0 ou 1 photon...

Lorsque le champ contient 2 photons, le spin atomique accumule une phase de $2\Phi_0$. Le déphasage par photon ayant été réglé à $\Phi_0 = \pi$, le spin effectue alors un tour complet et revient pointer sur $|+\rangle_0$. L'état $|2\rangle$ est donc interprété comme un état $|0\rangle$ par notre analyse. Ceci correspond à une erreur sur le nombre de photons mais le saut est tout-de-même détecté.

Une mesure à $\Phi_0 = \pi$ réalise en fait une mesure de la parité du nombre de photons (figure III.8). Un atome détecté dans $|g\rangle$ correspond à une mesure du spin sur $|+\rangle_x$. Si l'on n'a aucune information a priori sur le nombre de photons, on sait juste que le spin a effectué un nombre entier

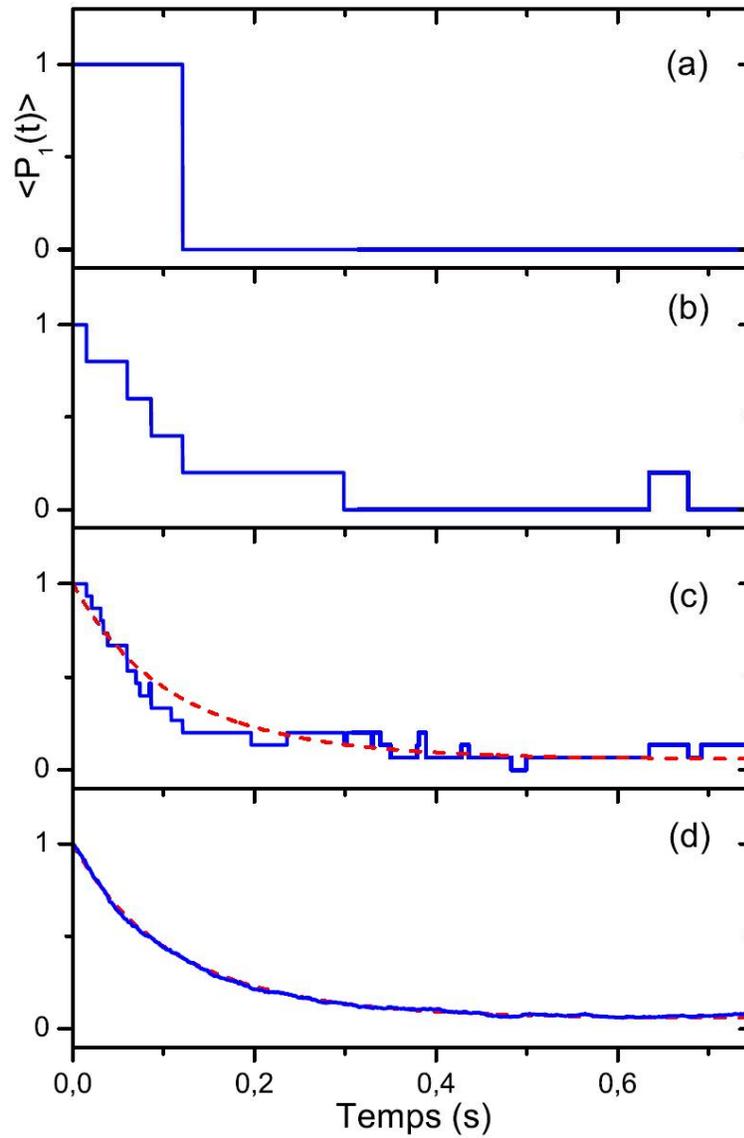


FIGURE III.6 – Relaxation de l'état à un photon. (a) Valeur moyenne de $\hat{P}_1 = |1\rangle\langle 1|$ en fonction du temps, pour une seule réalisation expérimentale. (b)-(d) Moyenne de 5, 15 et 904 trajectoires similaires. La ligne pointillée rouge sur (c) et (d) représente l'évolution théorique de $\langle \hat{P}_1 \rangle$.

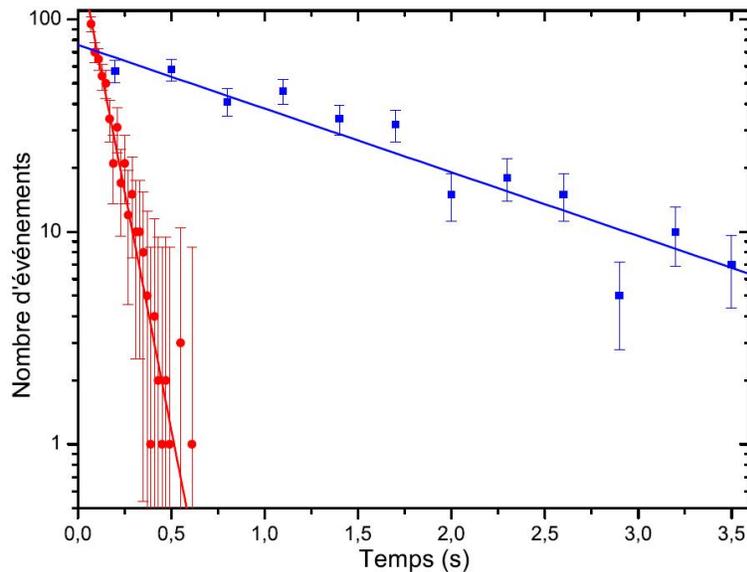


FIGURE III.7 – Statistique de la durée des paliers à $|0\rangle$ (carrés) et $|1\rangle$ (ronds) en échelle logarithmique. Le nombre de paliers pris en compte est 338 pour $|0\rangle$ et 904 pour $|1\rangle$. Les barres d'erreur sont statistiques : elles représentent ± 1 d.s., où d.s. est la déviation standard. Les droites sont les ajustements linéaires des deux histogrammes.

de tours complets c'est-à-dire qu'il a subi un nombre pair de déphasages de π . On sait alors qu'il y a un nombre pair de photons dans la cavité. De la même manière, un atome détecté dans $|e\rangle$ indiquera un nombre impair de photons⁴. On voit donc que, si l'on veut distinguer les états $|0\rangle$ et $|2\rangle$, il est nécessaire de légèrement modifier la mesure pour acquérir d'autres bits d'information. Une solution consiste à réaliser une seconde mesure avec un nouveau déphasage par photon $\Phi_0 = \pi/2$. La détection d'un atome dans $|g\rangle$ indiquera alors $|0\rangle$ tandis que $|e\rangle$ indiquera $|2\rangle$ (on utilise une nouvelle fois notre information a priori que la probabilité d'avoir plus que 2 photons est négligeable). En généralisant cette méthode, on montre qu'il est théoriquement possible de mesurer un nombre de photons inférieur à n_{max} avec $\ln_2(n_{max})$ atomes, chaque atome apportant exactement un bit de la décomposition binaire du nombre de photons [99]. Il s'agit de la méthode optimale vis-à-vis du nombre d'atomes utilisés. Elle suppose cependant, en plus d'un contraste idéal, de pouvoir changer rapidement la valeur du déphasage par photon d'un atome à l'autre, ce qui n'est pas réalisable avec notre dispositif expérimental actuel. Pour détecter des nombres de photons $n > 1$ nous avons donc recours à la méthode décrite en II.4.4.

4. Ceci doit être nuancé par la non linéarité du déphasage par photon : par exemple, dans notre cas, le déphasage induit par le « deuxième » photon par rapport au « premier » n'est que de $0,86\pi$. La probabilité de détecter $|g\rangle$ est alors légèrement plus faible pour $|2\rangle$ que pour $|0\rangle$: 87%. Cependant après vote majoritaire à 8 atomes, un état $|2\rangle$ sera interprété comme un $|0\rangle$ dans 99,8% des cas. On peut donc toujours considérer cela comme une mesure de parité. Cela ne sera bien entendu plus vrai si l'on considère des nombres de photons beaucoup plus grands.

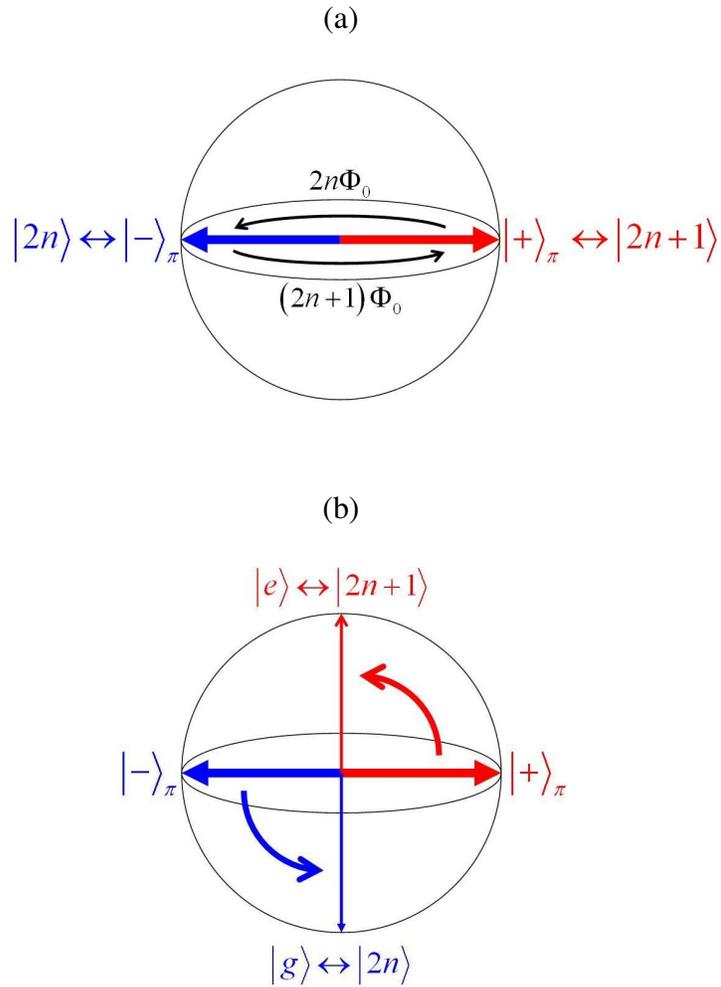


FIGURE III.8 – Notre mesure QND de photons uniques réalise en réalité une mesure de parité. a) Le spin est amené sur $|\pm\rangle_\pi$ en fonction de la parité du nombre de photons. b) La seconde impulsion $\pi/2$ puis la détection réalise la mesure dans la base $|\pm\rangle_\pi$.

III.2 Détecter des nombres de photons plus élevés

Dans la partie précédente nous avons vu comment un unique atome à deux niveaux permet théoriquement d'extraire le bit d'information attaché à un champ pouvant contenir 0 ou 1 photon. Lorsque le champ peut contenir un nombre arbitraire de photons, le bit d'information obtenu correspond alors à la parité du nombre de photons. Si l'on veut totalement déterminer le nombre de photons, nous devons impérativement utiliser d'autres atomes pour mesurer les autres bits manquant. Plusieurs méthodes peuvent être proposées [99, 100]. Celle que nous avons choisie consiste juste en une mise en œuvre de la méthode exposée en partie II.4.4. Elle est réalisée avec un déphasage par photon $\Phi_0 = \pi/4$ permettant de mesurer jusqu'à $n = 7$ photons [21].

III.2.1 Réglages préliminaires

III.2.1.a Le désaccord atome-champ

Nous avons vu dans la partie précédente que la notion de déphasage par photon pouvait être impropre pour des régimes faiblement dispersifs : le déphasage total ne dépend alors pas linéairement du nombre de photons. La figure III.1 indique que le déphasage $\Phi_0 = \pi/4$ est obtenu avec $\delta = 2\pi \cdot 272$ kHz. Ce désaccord est cette fois plus de 5 fois supérieur à la fréquence de Rabi du vide $\Omega_0 = 2\pi \cdot 48$ kHz et deux fois supérieure à la fréquence de Rabi en présence de 7 photons $\Omega_7 = \sqrt{8}\Omega_0 = 2\pi \cdot 136$ kHz. On peut donc espérer une dépendance relativement linéaire du déphasage. La figure III.9 montre en effet que la théorie prédit une déviation de l'ordre de 1% par rapport au cas parfaitement linéaire.

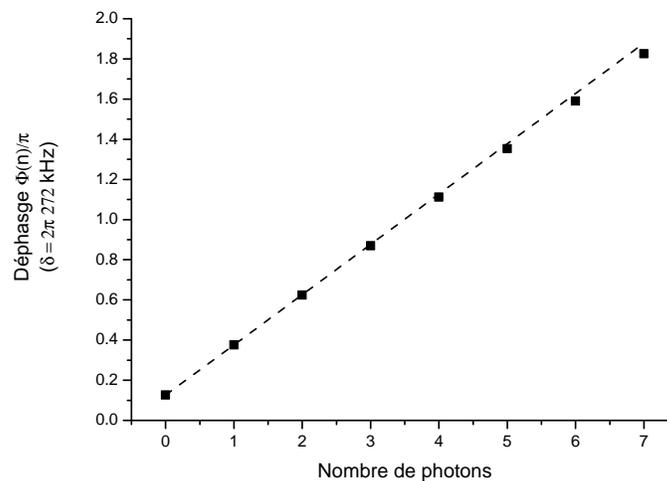


FIGURE III.9 – Non linéarité du déphasage théorique en fonction du nombre de photons pour $\delta = 2\pi \cdot 272$ kHz. Les pointillés mettent en évidence l'écart à une linéarité parfaite. A ce désaccord, elle est négligeable.

III.2.1.b Les phases de mesures

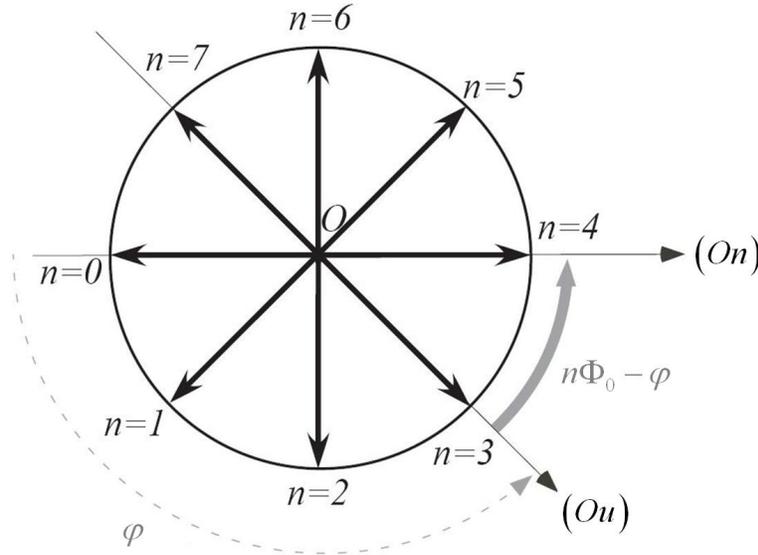


FIGURE III.10 – Représentation dans le plan équatorial de la sphère de Bloch de l'état atomique à l'issue de son interaction avec n photons pour un déphasage par photon $\Phi_0 = \pi/4$. Le plan équatorial est vu depuis le sommet de l'axe $(0z)$. L'axe (Ou) correspondant à la phase de mesure φ . L'angle entre (Ou) et la direction (On) correspondant à $|+\rangle_n$ est $n\Phi_0 - \varphi$.

Notre méthode repose sur la décimation progressive de tous les nombres de photons sauf un. Pour réaliser cela, nous devons mesurer le spin des atomes successifs dans des directions ϕ différentes. Nous souhaitons donc utiliser les quatre phases de mesure correspondant aux 4 différentes bases $(|+\rangle_{n=0}, |+\rangle_{n=4}), (|+\rangle_{n=1}, |+\rangle_{n=5}), (|+\rangle_{n=2}, |+\rangle_{n=6})$ et $(|+\rangle_{n=3}, |+\rangle_{n=7})$ formées par les états atomiques finals possibles. Ces phases φ , que nous indexerons par a, b, c et d , sont espacées de $\Phi_0 = \pi/4$. Nous changeons la phase de mesure à chaque paquet atomique : on passe successivement de φ_d à φ_a , puis on recommence à partir de φ_d . Il faut donc modifier la phase de mesure toutes les $70 \mu\text{s}$. Jusqu'à présent nous l'avons toujours fixée en réglant judicieusement la valeur de la fréquence Ramsey. Ceci n'est plus possible dans ce cas car notre synthétiseur ne peut pas changer de fréquence à un rythme aussi élevé. Nous jouons donc sur notre autre degré de liberté : le champ électrique statique qui permet comme nous l'avons vu dans la partie II.4.4.a de produire un déphasage supplémentaire par effet Stark. Nous appliquons donc un champ électrique légèrement variable d'un atome à l'autre dans l'une des parties du montage, la seconde zone de Ramsey en pratique. La figure III.11 présente la position des atomes au cours du temps et les paliers des différences de potentiel appliquées dans la seconde zone de Ramsey⁵. Les franges obtenues dans ces conditions sont présentées figure III.12. Ces franges sont bien décalées entre elles d'environ $\pi/4, \pi/2$ et $3\pi/4$. La fréquence Ramsey que nous utilisons pour les mesures QND est représen-

5. La figure III.11 indique que le champ vu par chaque atome n'est pas rigoureusement statique. Néanmoins, par opposition à un champ oscillant, il produit sur l'atome un effet Stark dépendant « lentement » du temps. Ceci résulte par moyenne sur le trajet complet de l'atome en un déplacement Stark effectif (variant d'un atome à l'autre).

tée par un trait vertical. Ce choix fixe quatre phases globales de mesure $\varphi_{a,b,c,d}$ correspondant respectivement à des mesures selon les états atomiques $|+\rangle_{n=6,7,0,1}$.

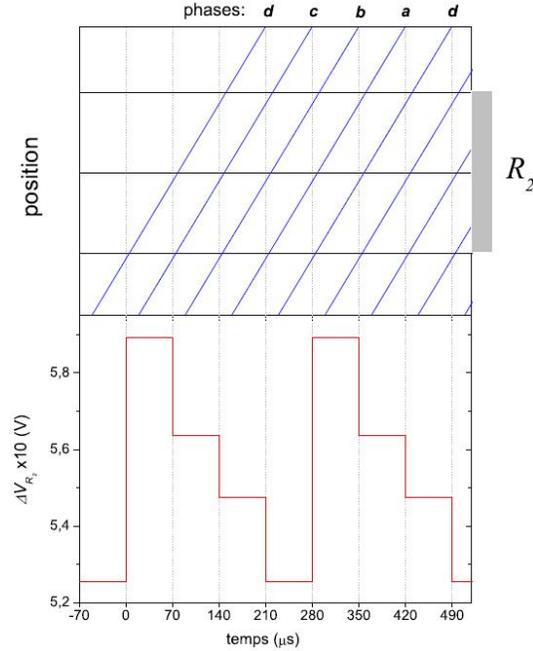


FIGURE III.11 – Méthode de variation de la phase de mesure : application de quatre valeurs différentes du champ Stark dans la deuxième zone de Ramsey. En haut : position au cours du temps des paquets atomiques, séparés de $70 \mu\text{s}$, à leur traversée de la zone de Ramsey R_2 . En bas : sur le même axe de temps, variation de la différence de potentiel appliquée aux deux miroirs de la zone de Ramsey.

III.2.1.c Détermination des paramètres expérimentaux

Pour appliquer la méthode par décimation, nous devons déterminer les probabilités conditionnelles de détection $P(j, \varphi|n)$. Pour cela, nous injectons dans la cavité un petit champ cohérent de $\bar{n} \simeq 1,3$ photons ($p(n > 4)$ négligeable). Pour chaque phase φ_i , nous enregistrons, parmi les 30 premiers atomes détectés, la fraction $\eta_0(\varphi_i)$ d'atomes détectés dans $|g\rangle$. En répétant cela un grand nombre de fois, on construit les histogrammes des valeurs des $\eta_0(\varphi_i)$. Ces histogrammes sont ajustés par une somme de 5 lois binomiales (pour les 5 valeurs de $n = 0 \dots 4$ possibles) de paramètres $P(j=1, \varphi_i|n)$ donnés par l'équation (II.104) à 30 lancers. Ces 5 lois binomiales sont pondérées par une loi de Poisson en fonction de n . Les ajustements fournissent le déphasage par photon :

$$\Phi_0 = 0,233(\pm 0,004)\pi, \quad (\text{III.9})$$

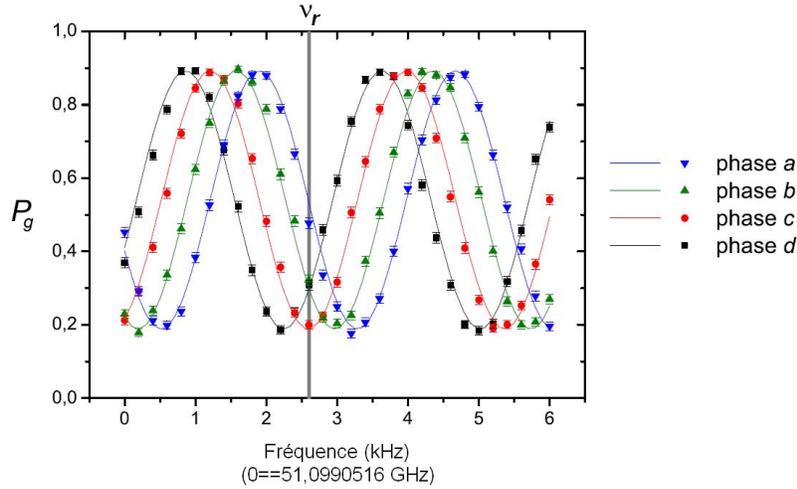


FIGURE III.12 – Franges de Ramsey correspondant aux phases de mesure *a*, *b*, *c* et *d* pour un champ dans l'état vide. La ligne verticale représente la fréquence choisie pour les séquences de mesure QND.

l'offset et le contraste de l'interféromètre :

$$A = -0,093 \pm 0,004 \quad (\text{III.10})$$

$$B = 0,674 \pm 0,003, \quad (\text{III.11})$$

ainsi que les quatre phases de lecture :

$$\begin{aligned} \varphi_d &= -0,260 \pm 0,013 \pi \\ \varphi_c &= 0,016 \pm 0,009 \pi = \varphi_d + 0,276 \pi \\ \varphi_b &= 0,299 \pm 0,007 \pi = \varphi_d + 0,559 \pi \\ \varphi_a &= 0,464 \pm 0,006 \pi = \varphi_d + 0,724 \pi. \end{aligned} \quad (\text{III.12})$$

Nous en déduisons les probabilités conditionnelles selon l'équation (II.104).

III.2.1.d Le nombre d'atomes pour la mesure

Nous avons expliqué dans la partie II.4.4.b que la fonction de décimation tend vers un pic de Dirac lorsque le nombre N d'atomes utilisés pour la mesure tend vers l'infini. Ceci nous engage donc à utiliser un grand nombre d'atomes pour rendre notre mesure efficace, c'est-à-dire pour réduire l'ambiguïté du résultat. On ne peut cependant pas utiliser un nombre arbitrairement élevé d'atomes car on ne doit pas trop augmenter le temps de mesure. L'étude du meilleur compromis a été faite dans la thèse de Christine Guerlin [84]. La valeur optimale trouvée est $N = 110$. Avec un nombre d'atomes détectés de 0,3 par paquet, une mesure dure environ 26 ms. Cette durée est assez courte devant le temps de vie de la cavité mais reste encore relativement longue par rapport aux temps de vie des nombres de photons élevés notamment $T_7 \sim T_{cav}/7 \sim 16$ ms.

III.2.2 Résultats

Pour observer jusqu'à $n = 7$ photons, il faut au préalable préparer le mode dans un état pouvant contenir jusqu'à $n = 7$ photons. La méthode la plus simple est d'injecter dans la cavité un champ cohérent de nombre moyen de photons $\bar{n} \sim 3$. La distribution des nombres de photons s'étale alors de $n = 0$ à $n = 7$, les nombres plus élevés ayant une probabilité négligeable. La calibration d'un tel champ se fait à l'aide d'un atténuateur variable. La séquence expérimentale, très proche des précédentes, se déroule ainsi : on commence par refroidir le champ dans la cavité puis on injecte le champ cohérent, enfin on envoie une longue série d'atomes réalisant des mesures individuelles sur les 4 phases de lecture.

III.2.2.a Projection progressive du champ sur un état de Fock

L'analyse par décimation fait clairement apparaître l'information élémentaire apportée par chaque atome individuel. Pour $N = 110$ atomes, la fonction $\Pi_N(n)$ est en général très piquée. Les atomes sont cependant détectés un par un et l'on peut rendre compte de l'accumulation progressive d'information en considérant non pas la fonction $\Pi_N(n)$ seule mais l'évolution des $\Pi_K(n)$, lorsque le nombre d'atomes détectés K croît de 0 à $N = 110$. A partir de ces fonctions nous pouvons après chaque nouvelle détection donner les probabilités inférées $P_K(n)$ après la détection des K premiers atomes :

$$P_K(n) = \frac{1}{Z} \cdot P_0(n) \cdot \Pi_K(n). \quad (\text{III.13})$$

On peut ainsi enregistrer la projection progressive de la fonction d'onde sur un état de Fock.

La figure III.13 montre deux résultats typiques d'une telle analyse sur deux réalisations particulières de l'expérience. L'évolution de $\Pi_N(n)$ en (a) et des $P_N(n)$ déduites en (b) est présentée en fonction du nombre d'atomes N détectés. L'évolution dépend naturellement de l'état j des atomes détectés et de leurs directions de mesure φ_i . On vérifie bien que, malgré des probabilités initiales égales pour tous les nombres de photons ($P_0(n) = 1/8$), seul un nombre de photons n conserve une probabilité notablement non nulle après $N = 110$ atomes détectés. Nous avons ainsi bien mesuré n . Soulignons que, la distribution initiale étant plate, la valeur de n mesurée ne dépend pas d'une conjecture a priori.

III.2.3 Vérification des postulats de la mesure

Il est intéressant de noter que les conditions expérimentales sont identiques pour les deux réalisations (notamment l'intensité du champ injecté dans la cavité). Les résultats sont pourtant différents : l'état cohérent initial est donc bien une superposition de nombres de photons différents. Les postulats de la mesure prédisent que la statistique des résultats de la mesure du nombre de photons d'un champ cohérent d'amplitude α doit vérifier une loi de Poisson de paramètre $\bar{n} = |\alpha|^2$:

$$p(n) = e^{-\bar{n}} \frac{\bar{n}^n}{n!}. \quad (\text{III.14})$$

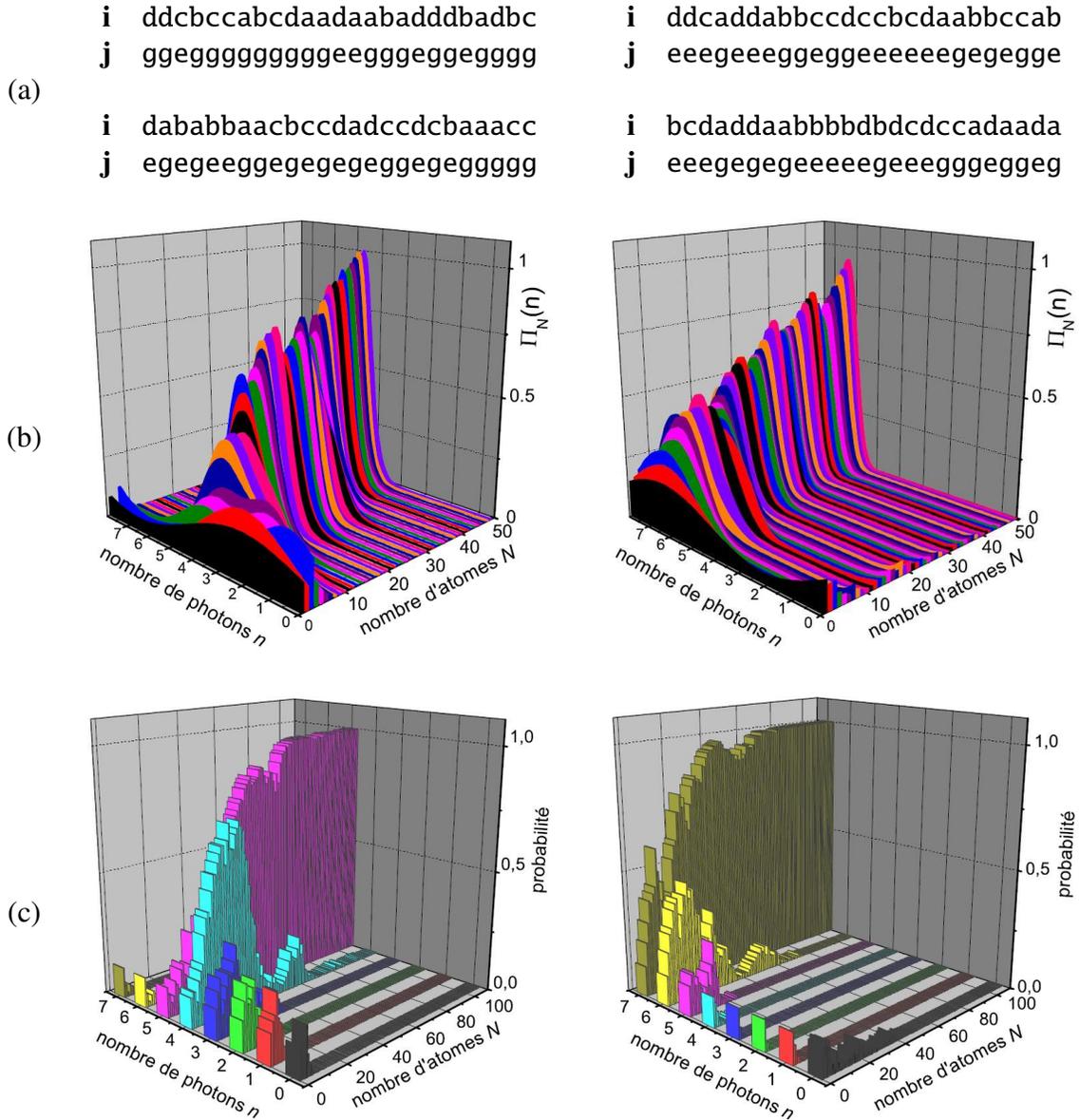


FIGURE III.13 – Réduction progressive des probabilités du champ vers un état nombre pour deux réalisations particulières de l'expérience. (a) Résultats des 50 premières détections atomiques (j,i) où l'on note j l'état atomique et i la phase de mesure. (b) Évolution de la fonction de détermination $\Pi_N(n)$ correspondante pour N croissant de 1 à 50. Pour chaque valeur de N , $\Pi_N(n)$ est tracée en fonction du nombre n de photons pris ici comme une variable continue. (c) Probabilités des nombres de photons en fonction du nombre N d'atomes détectés variant de 0 à 110.

On notera la différence de notation : $p(n)$ est la probabilité de mesurer n , elle est rattachée à la statistique des résultats sur l'ensemble de toutes les réalisations de l'expérience, tandis que $P_N(n)$ est la probabilité, inférée à partir de la mesure, que l'on soit dans l'état $|n\rangle$ pour une réalisation particulière.

Il est intéressant de confronter nos mesures avec la prédiction du postulat fondamental. Pour cela, nous devons commencer par attribuer un résultat à notre mesure. Comme nous l'avons dit, nous devons tenir compte des cas où la mesure est ambiguë et nous estimons donc le nombre de photons pour une réalisation donnée par la formule :

$$\langle n \rangle = \sum_n n \cdot P_N(n). \quad (\text{III.15})$$

Nous construisons ensuite l'histogramme des résultats $\langle n \rangle$ pour toutes les réalisations. Cet histogramme est présenté en figure III.14. Plusieurs remarques importantes peuvent être faites. Premièrement, on remarque qu'à un petit fond près, seuls les canaux correspondant à des nombres entiers sont significativement remplis. Le fond peut avoir deux origines. Pour quelques réalisations, le processus de décimation n'a pas été suffisamment efficace pour éliminer tous les états sauf un. Pour d'autres, la mesure n'étant pas instantanée, un saut quantique faisant passer le nombre de photons d'une valeur à une autre peut avoir lieu pendant la mesure. Les premiers atomes tendent à mesurer un certain nombre de photons puis les derniers tendent à en mesurer un autre. Ces deux mesures partielles se moyennent et indiquent donc un nombre intermédiaire.

On peut aussi ajuster une distribution poissonnienne sur les canaux entiers, l'accord est alors très bon à l'exception du canal $\langle n \rangle = 0$. Cet écart est dû au fait que, avec un déphasage par photon $\Phi_0 \simeq \pi/4$, notre mesure du nombre de photons est en réalité une mesure modulo 8 : l'état $|8\rangle$ induira un déphasage de 2π indistinguable d'un déphasage nul. Le canal $\langle n \rangle = 0$ mesure donc $p(0)+p(8)$. Une poissonnienne légèrement modifiée par ce repli modulo 8 est maintenant en parfait accord et donne un nombre moyen $\bar{n} = 3,48 \pm 0,04$. Nous confirmons ainsi tous les postulats de la mesure. Enfin, nous pouvons également interpréter ces résultats comme une confirmation des descriptions quantiques des champs classiques : une source classique produit un champ dont les $p(n)$ suivent une loi de Poisson, ceci est compatible avec la description d'un état classique par un état cohérent.

III.2.4 Trajectoires Monte-Carlo et moyenne d'ensemble

Notre mesure nous a permis de vérifier tous les postulats fondamentaux de la mesure : il s'agit d'une mesure projective idéale telle qu'elles sont décrites dans les manuels. Remarquons qu'en ce sens elle peut être considérée comme un outil très performant pour produire des états de Fock d'énergie élevée, ce qui n'est par ailleurs pas si facile... Nous avons vu lors de nos mesures de photons uniques (partie III.1) que la répétition de la mesure met en évidence un comportement de sauts quantiques. Nous pouvons bien entendu faire réapparaître ce comportement avec notre processus de décimation : comme précédemment nous pouvons utiliser une fenêtre glissante de $N = 110$ atomes et tracer $\langle n \rangle$ en fonction du temps pour chaque réalisation. La figure III.15 présente la suite des deux séquences dont nous avons montré en figure III.13 la projection initiale sur $|5\rangle$ et $|7\rangle$. La valeur de $\langle n \rangle$ démarre à 3,5 à cause de la distribution initialement plate $P_0(n)$

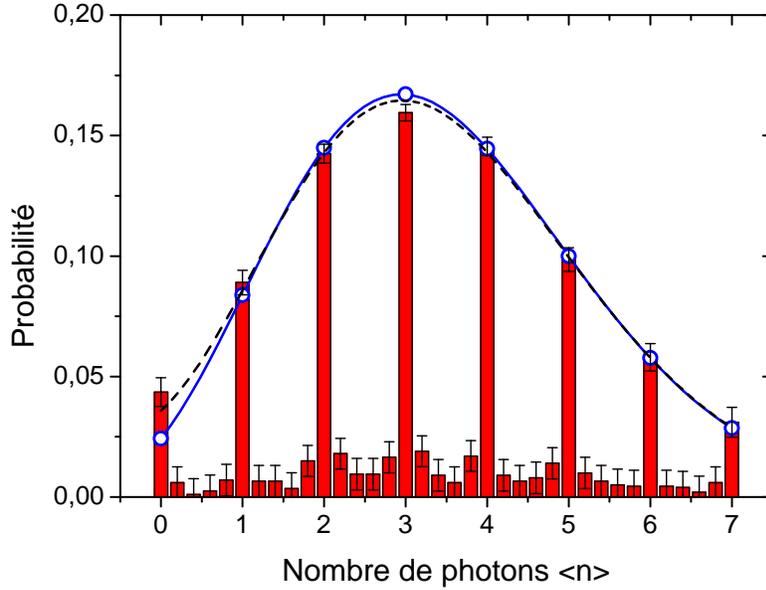


FIGURE III.14 – Histogramme des valeurs de $\langle n \rangle$ inférées sur 2000 réalisations et normalisé à 1. Seuls les canaux correspondant à des nombres entiers de photons sont significativement représentés. Ces canaux sont bien ajustés par une distribution poissonnienne (courbe pleine) à l'exception du canal $\langle n \rangle = 0$. La prise en compte de notre mesure modulo 8 dans la distribution poissonnienne (tirets) donne un parfait accord pour un nombre moyen de photons de $3,48 \pm 0,04$.

entre $n = 0$ et $n = 7$. Les premières 26 ms correspondent à la projection progressive du champ sur l'état de Fock. Puis apparaît une succession de paliers et de sauts quantiques traduisant la relaxation du champ. Nous sommes donc capables de suivre en temps réel la projection d'un état cohérent sur un état de Fock puis sa relaxation photon par photon vers le vide (ou le champ thermique plus précisément).

De nombreux paliers visibles sur ces dernières figures contiennent plusieurs mesures indépendantes (séparées d'environ 26 ms). Notre mesure de nombres plus élevés de photons semble donc toujours QND. Il est important de reconfirmer ceci. Nos mesures répétées transforment l'évolution déterministe en trajectoires stochastiques avec des sauts à des instants aléatoires. Si notre mesure est bien QND, la moyenne de toutes ces trajectoires stochastiques doit redonner l'amortissement continu et exponentiel d'un champ classique avec la constante de temps classique de la cavité T_{cav} .

L'évolution de la valeur moyenne $\overline{\langle n \rangle}$ des nombres de photons est présentée sur la figure III.16. L'ajustement exponentiel est quasiment indistinguable de la courbe expérimentale. La constante de temps trouvée $T_{relax} = 133 \pm 1$ ms est en parfait accord avec la mesure précédente $T_{cav} = 130 \pm 4$ [22]. La valeur finale $n_{lim} = 0,095 \pm 0,010$ est légèrement supérieure à la valeur attendue $n_{th} = 0,05$. Cet écart est dû à la convergence imparfaite du processus de

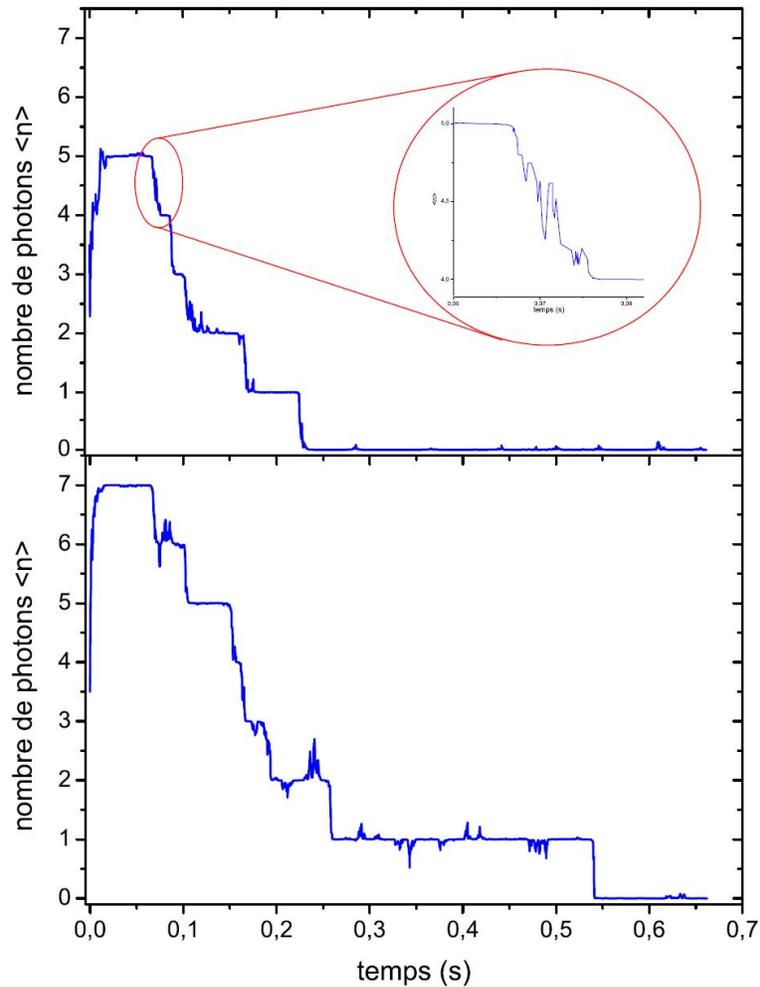


FIGURE III.15 – Deux trajectoires quantiques correspondant aux champs dont la mesure initiale est analysée figure III.13. Les deux graphes présentent le nombre de photons moyen $\langle n \rangle$ évalué par une fenêtre de décimation glissante de $N = 110$ atomes, pendant une durée totale de 0,7 s. L'insert montre un agrandissement de la portion de la première trajectoire entre 0,06 et 0,08 s pendant laquelle le nombre de photons saute de 5 vers 4.

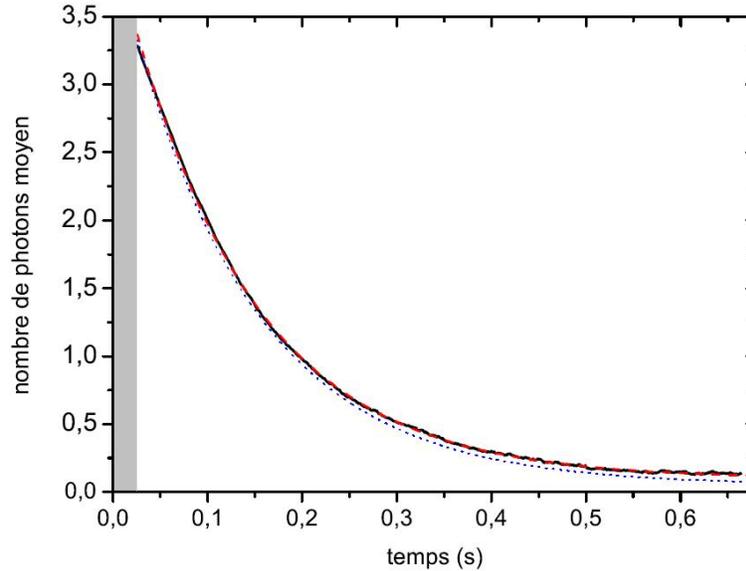


FIGURE III.16 – Moyenne sur toutes les réalisations du nombre de photons inféré $\langle n \rangle$ au cours du temps. L'ajustement exponentiel (pointillés rouges) est indistinguishable des points expérimentaux. La courbe en pointillés bleus est la prédiction purement théorique. La zone grisée correspond aux 26 premières ms nécessaires à la détection des 110 atomes réalisant la première mesure.

décimation. Avec $N = 110$ atomes utilisés, la probabilité inférée par la décimation d'avoir un photon n'est jamais rigoureusement nulle même lorsque la cavité est effectivement vide. Une simulation montre que cette probabilité $P_{N=110}(1|0)$ vaut en moyenne 0,049 (la similitude de cette valeur avec celle de n_{th} est fortuite). La valeur du champ thermique inférée est ainsi surestimée d'environ $0,049 \times 0,95 = 0,047$ (la probabilité d'avoir effectivement 0 photon dans le champ thermique est $p_{th} = 0,95$) - ce qui explique parfaitement l'écart de 0,045 observé.

Enfin une autre confirmation que notre mesure ne modifie pas l'évolution moyenne est obtenue en traçant des « coupes » des probabilités $P_N(n)$ à différents instants au cours de la relaxation (figure III.17). La théorie prédit qu'un état cohérent reste cohérent durant sa relaxation (au champ thermique près). Seul le nombre de photons moyen diminue. En conséquence, la distribution des nombres de photons doit rester poissonnienne. Les ajustements restent ici encore en parfait accord : notre mesure ne distord pas non plus la distribution des nombres de photons. La mesure devient donc totalement invisible dès lors que l'on considère les moyennes d'ensembles : son seul effet est de transformer l'évolution déterministe en trajectoires Monte-Carlo.

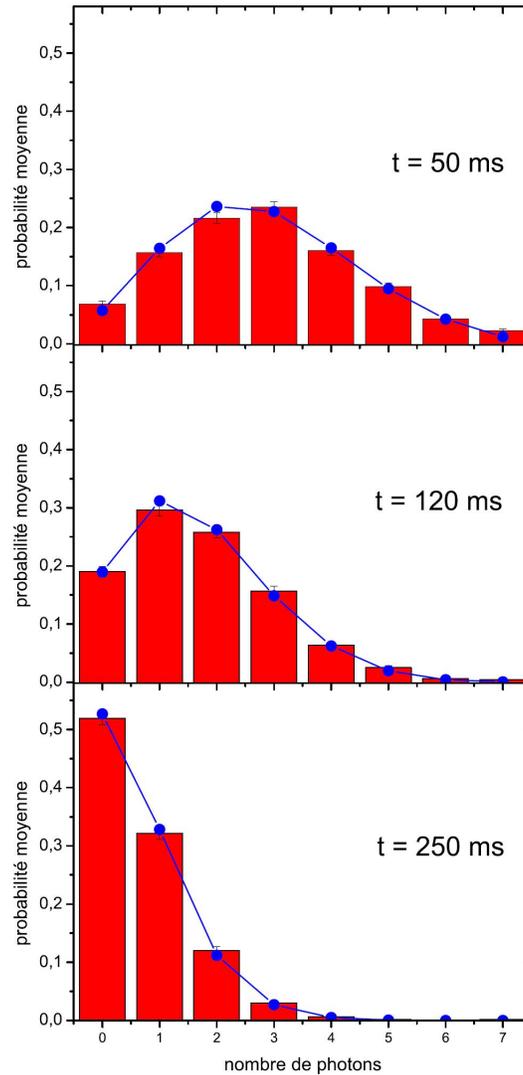


FIGURE III.17 – *Statistique du champ à différents moments de sa relaxation. Les barres rouges sont les valeurs moyennes inférées expérimentalement des probabilités. Les points bleus sont les valeurs théoriques. Pour les temps $t = 50$, 120 et 250 ms, le nombre moyen de photons théorique est respectivement de 2,88, 1,68 et 0,74.*

III.3 Mesure directe du spin atomique

III.3.1 Principe général

Dans cette partie, nous allons proposer une nouvelle méthode d'analyse de nos données expérimentales fondée sur un point de vue différent de celui développé dans la thèse de Christine Guerlin et résumé dans la partie III.2. La méthode précédente repose intégralement sur l'application d'un « filtre » : la fonction de décimation $\Pi_N(n)$ obtenue en prenant en compte, atome par atome, l'information apportée par chaque détection. L'équation II.109 montre que cette fonction ne dépend absolument pas de l'ordre dans lequel les atomes sont détectés. On pourrait donc également imaginer une expérience presque identique où les N atomes seraient dans un premier temps « stockés » au fur et à mesure qu'ils sortent de l'interféromètre puis détectés « en bloc ». Une telle expérience fournirait des résultats identiques. Dans l'analyse qui suit, nous allons donc prendre ce nouveau point de vue : ne plus considérer des atomes individuels apportant progressivement l'information mais un ensemble de N atomes que l'on mesure en une seule fois.

III.3.1.a Coder l'état du champ sur un échantillon mésoscopique d'atomes

Lorsque l'on envoie un ensemble d'atomes dans la cavité, chaque atome interagit de façon identique avec le champ : N atomes préparés dans l'état $|+\rangle_x^{\otimes N}$ à l'entrée dans la cavité vont pointer, après interaction, dans la même direction dépendant du nombre n de photons. On obtient ainsi l'état $|+\rangle_n^{\otimes N}$. Pour un champ dans une superposition quelconque d'états de Fock, l'équation II.98, écrite pour un atome unique, se transpose maintenant en ⁷ :

$$|+\rangle_x^{\otimes N} \otimes \left(\sum_n c_n |n\rangle \right) \rightarrow \sum_n c_n |+\rangle_n^{\otimes N} \otimes |n\rangle. \quad (\text{III.16})$$

Avec $\Phi_0 = \pi/4$, les 8 états $|+\rangle_n$ ne sont pas orthogonaux :

$$|{}_n\langle + | + \rangle_m|^2 = \cos^2 \left((n-m) \frac{\Phi_0}{2} \right). \quad (\text{III.17})$$

Notamment, deux états $|+\rangle_n$ et $|+\rangle_m$ plus proches voisins ont un recouvrement de $\cos^2(\pi/8) = 0,85$ proche de 1. En revanche, les recouvrements des états d'ensemble $|+\rangle_n^{\otimes N}$ tendent rapidement vers 0 lorsque N croît, même pour deux nombres de photons voisins $|n-m|=1$:

$$|{}_n^{\otimes N} \langle + | + \rangle_m^{\otimes N}|^2 = (|{}_n \langle + | + \rangle_m|^2)^N = \cos^{2N} \left((n-m) \frac{\Phi_0}{2} \right) = \cos^{2N} \left(\frac{\pi}{8} \right). \quad (\text{III.18})$$

Pour $N = 110$ atomes, le recouvrement n'est que de $3 \cdot 10^{-8}$. On peut donc considérer que ces états d'ensemble sont orthogonaux et on doit pouvoir ainsi distinguer les différents nombres de photons. La mesure directe de l'état de l'ensemble d'atomes réalise donc une mesure sans ambiguïté du nombre de photons.

6. On note $|+\rangle_x^{\otimes N}$ le produit tensoriel des N atomes dans l'état $|+\rangle_x$.

7. Si la relaxation du champ est négligeable pendant la détection des N atomes.

L'idée fondamentale, lorsque l'on regroupe les atomes en ensemble, est que l'on encode le nombre de photons sur un échantillon mésoscopique d'atomes : on dispose maintenant de N copies identiques du même état $|+\rangle_n$. On peut donc utiliser la moitié des atomes pour mesurer la composante S_x du spin, l'autre moitié pour mesurer la composante S_y et ainsi obtenir une estimation de la direction totale du spin⁸. Chaque mesure sera bien sûr entachée d'une erreur statistique en $1/\sqrt{N}$ (figure III.18). Si N est suffisamment grand, ce bruit statistique sur la mesure de la direction du spin est plus faible que l'écart Φ_0 entre deux directions voisines, on doit pouvoir distinguer les différents nombres de photons. C'est cette technique de mesure que nous allons employer.

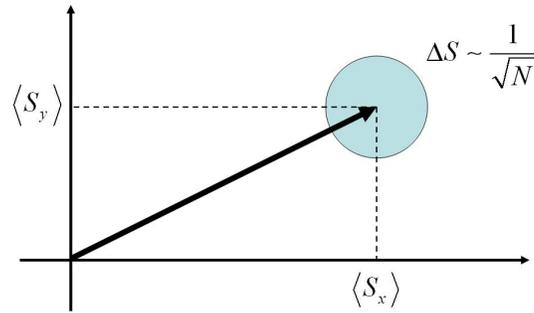


FIGURE III.18 – Mesure complète de l'état atomique par « tomographie ». L'état du champ est copié sur un ensemble mésoscopique de N atomes. La moitié est utilisée pour mesurer la composante S_x , l'autre pour mesurer la composante S_y . On obtient ainsi une estimation de la direction du spin avec une erreur statistique en $1/\sqrt{N}$. Si N est suffisamment grand, on doit pouvoir distinguer les différents nombres de photons.

III.3.1.b Mesure du spin atomique

Nous reprenons ici avec ce nouveau point de vue l'analyse des mêmes données expérimentales que dans la partie III.2. Pour chaque réalisation de cette séquence nous estimons donc la direction du spin à l'aide des $N = 110$ premières détections atomiques. Notons que la statistique poissonnienne du flux atomique distribue aléatoirement les atomes sur les différentes phases de mesure. Pour chaque atome détecté, nous savons cependant à quel paquet il appartenait et donc quelle direction du spin il mesurait. Pour chaque phase $i = a, b, c, d$, nous connaissons les nombres $N_i(e)$ et $N_i(g)$ d'atomes mesurés dans $|e\rangle$ et $|g\rangle$ et en déduisons la projection du spin S_i sur cette direction :

$$S_i = \frac{N_i(e) - N_i(g)}{N_i(e) + N_i(g)} \quad i = a, b, c, d. \quad (\text{III.19})$$

Les phases c et a correspondent approximativement à la base (x, y) et les phases b et d à la base à 45° . Un calcul exact à partir des valeurs des φ_i ajustées en (III.12) permet d'estimer précisément l'état du spin. En regroupant naturellement les phases par deux $(\varphi_1, \varphi_2) = (\varphi_a, \varphi_c)$

8. Nous réalisons en fait une « tomographie » de l'état du spin. (Nous savons déjà a priori que $S_z = 0$.)

ou $(\varphi_1, \varphi_2) = (\varphi_b, \varphi_d)$, on obtient après un peu de trigonométrie :

$$S_x = \frac{\sin(\varphi_2) S_1 - \sin(\varphi_1) S_2}{\sin(\varphi_2 - \varphi_1)} \quad S_y = -\frac{\cos(\varphi_2) S_1 - \cos(\varphi_1) S_2}{\sin(\varphi_2 - \varphi_1)} \quad (\text{III.20})$$

Les deux valeurs de (S_x, S_y) obtenues pour les deux couples de phases sont enfin moyennées.

III.3.2 Résultats

Pour chaque échantillon de $N = 110$ atomes, nous mesurons le couple de coordonnées (S_x, S_y) du spin. On peut ensuite construire l'histogramme des valeurs ainsi obtenues. Pour avoir une statistique appréciable, nous réutilisons l'idée des fenêtres glissantes : au lieu de ne mesurer la direction du spin qu'avec les premiers $N = 110$ atomes détectés, nous réitérons cette procédure avec les atomes allant de 2 à 111, puis de 3 à 112, etc... Nous laissons glisser notre fenêtre sur les 500 premiers atomes détectés, nous obtenons finalement ~ 400 mesures différentes (mais dont seulement environ 5 sont totalement indépendantes car ne partageant aucun atome). L'histogramme obtenu est présenté en figure III.19. On y voit clairement apparaître des pics révélant des directions privilégiées qui manifestent de manière frappante la quantification du champ. Les huit pics identifiés et régulièrement espacés en phase de $\Phi_0 \simeq \pi/4$ correspondent aux différents états de Fock. Dans l'analyse par décimation on avait considéré a priori le nombre de photon n comme une variable discrète. Ici, la quantification des directions des spins apparaît d'elle-même sans aucune hypothèse sur la nature du champ. D'une certaine manière, cette analyse justifie donc a posteriori l'analyse par décimation.

III.3.2.a Corrélation au nombre de photons

Nous vérifions que ces directions sont bien corrélées au nombre de photons. Pour cela nous étudions la corrélation de mesures successives et indépendantes : les mesures utilisant les atomes de 1 à 110 et de 111 à 220. On commence par sélectionner une région, par exemple le domaine de phase que nous attribuons à l'état $|3\rangle$ (figure III.20.a). On sélectionne ensuite l'ensemble des réalisations pour lesquelles la première mesure M_1 du spin appartient à cette région et on construit enfin l'histogramme des résultats de la seconde mesure indépendante M_2 (figure III.20.b). Comme on s'y attend, la seconde mesure pointe préférentiellement dans cette même région. On confirme ainsi la corrélation entre la direction du spin et le nombre de photons.

La corrélation n'est cependant pas parfaite : l'histogramme présente un épaulement assez prononcé sur la droite qui correspond au pic $|2\rangle$. Nous pouvons bien sûr expliquer la présence de ce pic par la relaxation du champ : en effet la durée de vie moyenne de l'état $|3\rangle$ est $T_3 \sim 39$ ms qui est déjà plus court que le temps nécessaire pour réaliser deux mesures indépendantes (2×26 ms). Il n'est donc pas étonnant que certaines réalisations aient vu le mode perdre un photon pendant la mesure et tomber par conséquent dans l'état $|2\rangle$. Nous devinons d'ailleurs aussi la faible présence de l'état $|1\rangle$. Pour pallier la relaxation, nous pouvons ajouter un filtre supplémentaire : nous considérons la troisième mesure indépendante M_3 (atomes de 221 à 330) et ne conservons que les réalisations pour lesquelles la première et la troisième mesures sont tombées dans la région

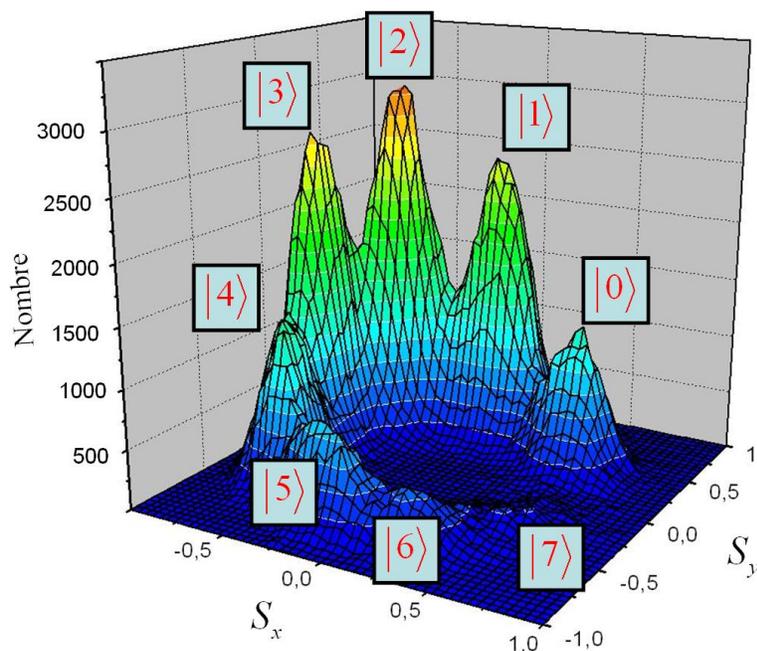


FIGURE III.19 – Histogramme des valeurs mesurées des spins dans le plan (Oxy) pour chaque réalisation avec les 500 premiers atomes détectés en utilisant une fenêtre glissante de $N=110$ atomes. La mesure de 8 pics distincts met en évidence la quantification du champ.

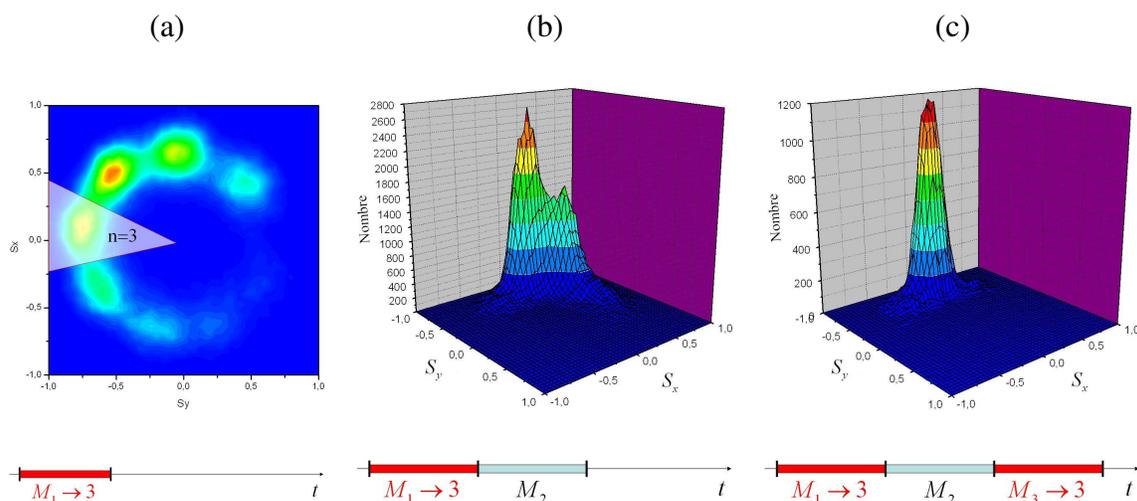


FIGURE III.20 – Sélection d'un nombre de photons. (a) On ne sélectionne que les réalisations pour lesquelles la première mesure M_1 pointe dans une région bien choisie par exemple correspondant à $|n=3\rangle$ (triangle clair). (b) On construit l'historgramme des deuxièmes mesures M_2 indépendantes : on mesure bien essentiellement l'état $|3\rangle$. (c) On impose en plus que la troisième mesure indépendante M_3 pointe aussi dans la même région : la pureté du pic est alors presque parfaite.

considérée - nous assurant ainsi que le mode n'a pas perdu de photon. L'histogramme des mesures M_2 alors obtenues est présenté en figure III.20.c. La pureté du pic correspondant à $|n = 3\rangle$ est presque parfaite.

III.3.2.b Sauts quantiques

Comme pour la mesure par décimation, il est intéressant de mesurer en continu (par fenêtres glissantes) la direction du spin, et sur de longues durées, pour observer des trajectoires complètes révélant la relaxation du champ par sauts quantiques.

La figure III.21.a montre l'évolution du spin pour une trajectoire particulière. La première mesure pointe dans la région correspondant à 4 photons. Pendant une durée d'environ 100 ms, le spin reste dans cette même région : ceci correspond à environ 4 mesures indépendantes. Puis le spin saute brusquement dans la zone voisine mettant en évidence un saut quantique vers $|3\rangle$ dû à la relaxation. Il y stationne là aussi une durée appréciable avant de sauter vers $|2\rangle$ puis $|1\rangle$ et enfin $|0\rangle$. La figure III.21.b montre que l'interprétation visuelle précédente est parfaitement conforme aux résultats obtenus avec l'analyse par décimation pour la même séquence.

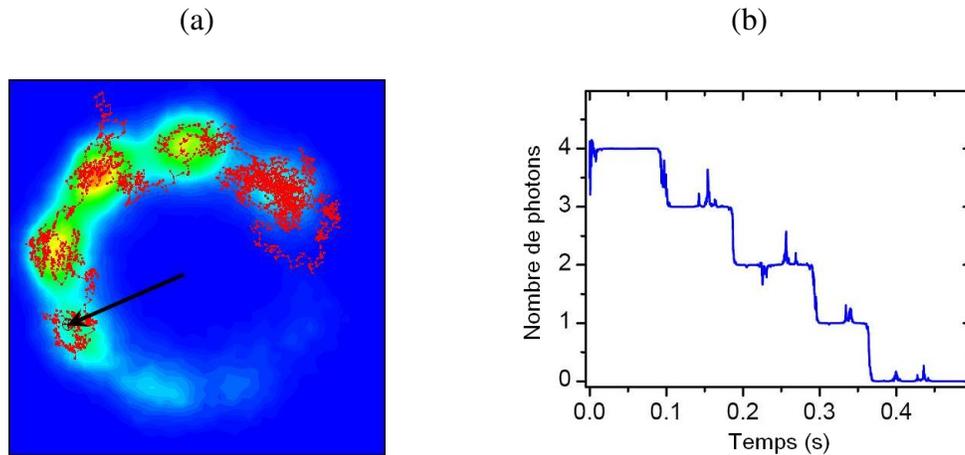


FIGURE III.21 – (a) Évolution de la direction du spin des atomes en fonction du temps. La flèche indique le résultat de la première mesure. Des périodes où le spin stationne dans une région particulière sont interrompues par des instants où le spin passe brusquement d'une région à l'autre révélant un saut quantique du champ. (b) Analyse par décimation de la même réalisation.

III.3.3 Calibration précise des paramètres expérimentaux

Tous les paramètres expérimentaux ($\varphi_{i=a,b,c,d}$, A , B , Φ_0) ont été calibrés à l'aide d'une expérience préliminaire (voir partie III.2.1.c). Cette première calibration, bien que relativement précise, est toutefois limitée par plusieurs facteurs. Dans cette expérience un champ contenant un nombre moyen de photons volontairement faible ($\bar{n} \simeq 1,3$) était injecté dans la cavité. Pour un tel champ, les grands nombres de photons sont très peu probables : $P(n = 3) \simeq 10\%$ et

$P(n > 3) \simeq 4\%$. Le déphasage par photon Φ_0 a donc été ajusté essentiellement sur 3 nombres de photons : 0, 1 et 2. Par ailleurs, les 28 ms nécessaires en moyenne pour détecter 30 atomes mesurés sur une phase φ_i donnée n'est pas infiniment court devant la durée de vie de 58 ms de l'état $|2\rangle$. Considérer comme nous l'avons fait le nombre de photons fixe pendant la mesure de calibration introduit donc probablement de l'erreur.

Nous nous proposons dans cette partie de recalibrer les paramètres expérimentaux directement sur nos données expérimentales principales. Avec un nombre moyen de photons initial $\bar{n} \simeq 3,5$, tous les nombres de photons de 0 à 7 sont significativement représentés. De plus, nous avons vu dans la partie III.3.2.a que nous pouvons sélectionner très proprement un nombre de photons à un instant donné si deux mesures avant et après cet instant sont en accord. Ceci permet de supprimer artificiellement les effets de la relaxation.

Les probabilités conditionnelles de détection des atomes sont liées aux paramètres expérimentaux ($A, B, \varphi_{i=a,b,c,d}, \Phi_0$) par l'équation (II.104). Chaque fois qu'un atome unique est encadré par deux mesures à $N = 110$ atomes indiquant un spin pointant dans la même région correspondant à n photons, cet atome est utilisé pour estimer $P(j, \varphi_i|n)$ ⁹. On obtient ainsi directement un jeu d'estimations des $P(j, \varphi_i|n)$ pour tout n et φ_i . Ces mesures sont reportée en figure III.22. Les paramètres expérimentaux sont finalement ajustés à l'aide de l'équation (II.104) sur les probabilités conditionnelles ainsi mesurées. Nous tenons aussi compte dans l'ajustement de la non linéarité du déphasage en fonction du nombre de photons. Nous introduisons un nouveau paramètre Φ_{nl} défini par :

$$\Phi(n) - \Phi(0) \equiv n\Phi_0 + n^2\Phi_{nl}. \quad (\text{III.21})$$

L'ajustement donne :

$$\begin{aligned} A &= -0,1009 (\pm 0,0005) \\ B &= 0,6984 (\pm 0,0005) \\ \Phi_0 &= 0,2415 (\pm 0,0011) \pi \\ \Phi_{nl} &= -0,0016 (\pm 0,0003) \pi \\ \varphi_d &= -0,2661 (\pm 0,0010) \pi \\ \varphi_c &= 0,0104 (\pm 0,0017) \pi \\ \varphi_b &= 0,2880 (\pm 0,0009) \pi \\ \varphi_a &= 0,4587 (\pm 0,0008) \pi. \end{aligned} \quad (\text{III.22})$$

Ces mesures sont sensiblement différentes des précédentes (voir partie III.2.1.c). Lorsque les paramètres expérimentaux sont correctement déterminés, ce procédé de calibration doit être stationnaire. Pour confirmer ces valeurs, nous analysons donc une nouvelle fois les données expérimentales. Après la seconde itération, les résultats de l'ajustement sont identiques aux barres d'erreur près. Nous pouvons donc avoir confiance en ces valeurs. Cette nouvelle calibration plus précise sera notamment utilisée au chapitre 4 pour obtenir de meilleurs signaux.

9. On sait dans quelle direction φ_i cet atome a été mesuré.

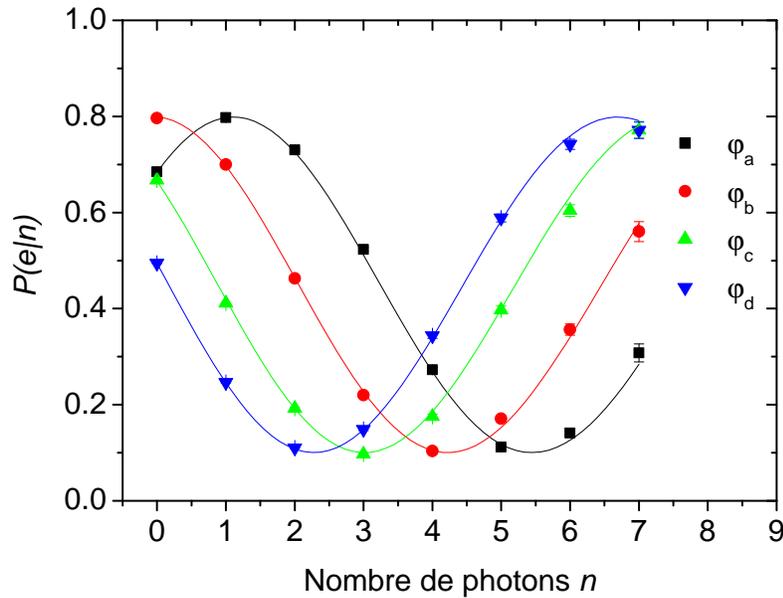


FIGURE III.22 – Probabilité de détecter l'atome dans $|e\rangle$ en fonction du nombre de photons n et de la phase de mesure φ_i . Les ajustements sinusoïdaux (corrigés par un terme non linéaire en n) fournissent les valeurs des paramètres expérimentaux.

III.3.4 Mesure précise de probabilités moyennes

Dans cette dernière partie nous allons expliquer que la mesure du spin présente un avantage sérieux dès que l'on ne s'intéresse plus à des trajectoires particulières mais aux moyennes d'ensemble. Nous avons vu dans la partie III.2.4 que la convergence imparfaite de l'analyse par décimation fausse les probabilités inférées : lorsque la cavité est effectivement dans l'état $|0\rangle$, nous inférons $P(1|0) = 0,05$ au lieu 0. Cette erreur systématique est liée à notre choix de distribution de probabilité a priori $P_0(n) = 1/8$ pour la décimation¹⁰. Notre mesure directe du spin atomique ne nécessite aucun choix de ce type. Les probabilités moyennes des nombres de photons correspondent simplement aux hauteurs des pics correspondants. Si l'on connaît parfaitement la forme des pics dans les histogrammes, il suffit d'ajuster leurs poids respectifs pour mesurer précisément les probabilités moyennes. Cette méthode sera notamment utilisée au chapitre 5 pour l'expérience d'effet Zénon dans laquelle nous aurons besoin de mesurer précisément des champs faibles. La probabilité ainsi mesurée de l'état $|1\rangle$ ne sera donc pas surestimée comme avec l'analyse par décimation.

10. L'effet du choix de la distribution a priori sera discuté plus en détail au chapitre 4.

Chapitre IV

Tomographie partielle de la décohérence des états de Fock

Nous avons vu dans la partie III.1.3.b que l'analyse statistique des résultats de nos mesures de photons uniques est en très bon accord avec les prédictions théoriques : la statistique des durées de vie des états $|0\rangle$ et $|1\rangle$, tout comme la relaxation moyenne de l'état $|1\rangle$ vers le champ thermique, concordent parfaitement avec l'équation pilote (II.62). Ceci nous a fourni une première confirmation de la validité du modèle thermodynamique de l'environnement (II.61). Cependant, avec une mesure de parité du nombre de photons, nous n'étions pas capables de distinguer les sauts de $|1\rangle$ vers $|0\rangle$ et de $|1\rangle$ vers $|2\rangle$.

Nous avons montré dans la partie III.2 comment mesurer des nombres de photons jusqu'à $n = 7$. Dans ce chapitre nous nous proposons de prolonger l'analyse statistique réalisée dans la partie III.1.3.b en fournissant une mesure des durées de vie T_n des états de Fock $|n\rangle$, jusqu'à $n = 7$, produits par notre mesure QND à partir d'un champ cohérent. Lors de la relaxation, notre mesure du nombre de photons modulo 8 peut cette fois distinguer les sauts quantiques « vers le haut » et « vers le bas ». Nous devrions donc être capables d'apporter une confirmation plus forte de l'équation (II.62) en mesurant non seulement les durées de vies T_n mais aussi comment l'environnement couple entre eux les différents états de Fock $|n\rangle$.

IV.1 Principe général

Nous avons vu au chapitre précédent que sous l'effet de mesures QND répétées, l'évolution classique exponentielle continue du champ cohérent est transformée en trajectoires stochastiques avec des sauts aléatoires entre états de Fock. Les trajectoires quantiques individuelles sont obtenues en évaluant à chaque instant (par la méthode de décimation) les probabilités $P(n, t)$ d'avoir n photons dans le mode. Le nombre de photons est alors évalué naturellement par :

$$\langle n(t) \rangle = \sum_{n=0}^7 nP(n, t). \quad (\text{IV.1})$$

Nous avons aussi vérifié qu'en moyennant ce nombre de photons sur les $\mathcal{N} = 2000$ réalisations (la grandeur X pour la réalisation particulière r sera notée $X^{(r)}$), nous retrouvons l'évolution exponentielle classique :

$$\overline{\langle n(t) \rangle} \equiv \frac{1}{\mathcal{N}} \sum_r \langle n^{(r)}(t) \rangle \simeq (\overline{\langle n(0) \rangle} - n_{th}) e^{-t/T_{cav}} + n_{th}. \quad (\text{IV.2})$$

Ce type d'analyse peut être raffiné de manière à pouvoir mesurer le temps de vie des états de Fock. En effet, plutôt que de moyennner sur toutes les réalisations sans exception, nous pouvons décider de ne garder que les \mathcal{N}_n réalisations dans lesquelles la première mesure a produit un nombre de photons n donné, par exemple $n = 4$. La figure IV.1.a présente quelques exemples de telles réalisations. Rappelons cependant que la valeur moyenne du nombre de photons n'est pas adaptée à la mesure de T_n . La figure IV.1.b nous montre en effet que cette grandeur décroît en un temps caractéristique T_{cav} conformément à l'équation (II.64).

À l'issue de l'analyse par décimation d'une réalisation particulière r , nous inférons la distribution de probabilités $P^{(r)}(k, t)$ à chaque instant. Plutôt que de calculer l'évolution du nombre de photons moyen $\langle n^{(r)}(t) \rangle$, nous moyennons donc directement les $P^{(r)}(k, t)$ sur toutes les réalisations pour obtenir l'évolution des probabilités moyennes :

$$\overline{P(k, t|n)} \equiv \overline{P(k, t)}^{r|n} \equiv \frac{1}{\mathcal{N}_n} \sum_{r|n} P^{(r)}(k, t) \quad (\text{IV.3})$$

où la notation « $r|n$ » signifie que la moyenne est effectuée sur les réalisations dans lesquelles la première mesure a convergé vers $|n\rangle$. Pour une meilleure lisibilité dans la suite, les $\overline{\quad}$ indiquant une moyenne d'ensemble seront omis. Les moyennes d'ensemble ne seront toutefois pas confondues avec les réalisations particulières toujours indiquées par un indice $^{(r)}$.

La figure IV.1.c présente l'évolution des probabilités $P(k, t|n)$ pour $n = 4$. Idéalement nous devrions avoir $P(k, t=0|n) = \delta_{kn}$. Cependant, à cause de la convergence imparfaite de la décimation, aucune réalisation ne produit un tel résultat. Nous devons donc sélectionner les réalisations « ayant convergé vers $|n\rangle$ » selon un critère de type pureté minimale. Ici, seules les réalisations r telles que $P^{(r)}(4, t=0) > 1 - \epsilon$ avec $\epsilon = 0, 1$ ont été sélectionnées. On remarque en effet que la probabilité moyenne $P(4, t=0|4)$ ainsi obtenue est à peine supérieure à 0,9.

L'évolution de ces probabilités est phénoménologiquement régie par des taux de départ $\kappa_{m \rightarrow k}$ entre états de Fock :

$$\frac{dP(k, t|n)}{dt} = \sum_{m \neq k} \kappa_{m \rightarrow k} P(m, t|n) - \kappa_{k \rightarrow m} P(k, t|n). \quad (\text{IV.4})$$

Nous écrivons ici simplement que, pour tout $m \neq k$, la population $P(k, t|n)$ de l'état $|k\rangle$ se vide (au profit de l'état $|m\rangle$) avec un taux $\kappa_{k \rightarrow m}$, parallèlement la population $P(m, t|n)$ de l'état $|m\rangle$ tend à remplir l'état $|k\rangle$ avec un taux $\kappa_{m \rightarrow k}$. Cette équation peut également s'écrire :

$$\frac{dP(k, t|n)}{dt} = -\kappa_k P(k, t|n) + \sum_{m \neq k} \kappa_{m \rightarrow k} P(m, t|n), \quad (\text{IV.5})$$

où l'on définit naturellement les taux de départ totaux κ_k par :

$$\kappa_k = \sum_{m \neq k} \kappa_{k \rightarrow m}. \quad (\text{IV.6})$$

Nous pouvons donc déterminer à partir de l'équation (IV.5) quels taux de départs totaux κ_k et partiels $\kappa_{k \rightarrow m}$ et quelles probabilités initiales $P(k, t=0|n)$ permettent de retrouver les courbes expérimentales $P(k, t|n)$ telles que celles présentées en figure IV.1.c. Nous pourrions ainsi confronter ces mesures directes aux prédictions théoriques de l'équation (II.63) obtenue à partir de l'équation pilote.

IV.2 Limites des méthodes d'analyse précédentes

L'équation (IV.5) montre que la donnée des taux de départs fixe l'évolution des probabilités moyennes. Toutefois nous devons connaître aussi les probabilités initiales $P(k, t=0|n)$ pour en déduire les probabilités à chaque instant t . Nous avons vu (partie III.2.4) que les probabilités inférées par la décimation ne reflètent pas nécessairement les probabilités réelles. L'analyse par décimation consiste à filtrer, à chaque instant t et pour chaque réalisation r , une distribution de probabilité a priori $P_0(k)$ par la fonction de décimation $\Pi_N^{(r)}(k, t)$. Idéalement cette fonction est un pic de Dirac. La distribution de probabilité a priori n'a alors aucune influence du moment que tous les nombres de photons sont représentés ($\forall k, P_0(k) \neq 0$). En pratique la convergence est imparfaite et $P_0(k)$ a une influence sur les probabilités inférées. Lorsque l'on considère ensuite les probabilités moyennes, les valeurs inférées sont d'autant plus biaisées que $P_0(k)$ est différente de la distribution réelle¹ $\mathcal{P}(k)$. Utiliser ici cette méthode d'analyse introduit donc une erreur conséquente : lorsque l'on sélectionne des états de Fock - même imparfaitement - la distribution plate reflète très mal les probabilités réelles.

Nous avons également vu (partie III.3.4) que les probabilités moyennes pouvaient être obtenues beaucoup plus précisément en considérant les histogrammes des valeurs mesurées ϕ_m des directions de spins atomiques. Cependant, pour pouvoir séparer les pics correspondant aux différents nombres de photons dans les histogrammes, nous devons utiliser ~ 110 atomes. La durée de la mesure pose alors problème pour l'évaluation de la pureté de la sélection, c'est-à-dire des probabilités initiales $P(k, t=0|n)$.

Nous ne pouvons pas estimer la pureté de la sélection d'un état $|n\rangle$ avec le même ensemble d'atomes qui a servi à cette sélection. Supposons en effet que nous sélectionnions naturellement l'état $|n\rangle$ en ne gardant que les réalisations dans lesquelles la première mesure de la direction du spin ϕ_m pointe dans la région $n\Phi_0 - \epsilon \leq \phi_m \leq n\Phi_0 + \epsilon$ (figure IV.2.a). Si nous cherchons à estimer la pureté de la sélection, avec les mêmes atomes que ceux ayant servi à cette sélection, en construisant l'histogramme des mesures ϕ_m sur ce sous-ensemble $r|n$, nous obtenons un histogramme d'allure similaire à celui présenté en figure IV.2.b. Il est clair qu'un tel signal ne nous fournit que très peu d'information sur la pureté de la sélection. Pour pouvoir correctement

1. Nous en avons vu un exemple dans la partie III.2.4. La distribution plate $P_0(k) = 1/8$ correspond très mal aux probabilités réelles pour le champ thermique. La probabilité moyenne inférée de $|0\rangle$ était en conséquence systématiquement sous-estimée tandis que celle de $|1\rangle$ était surestimée.

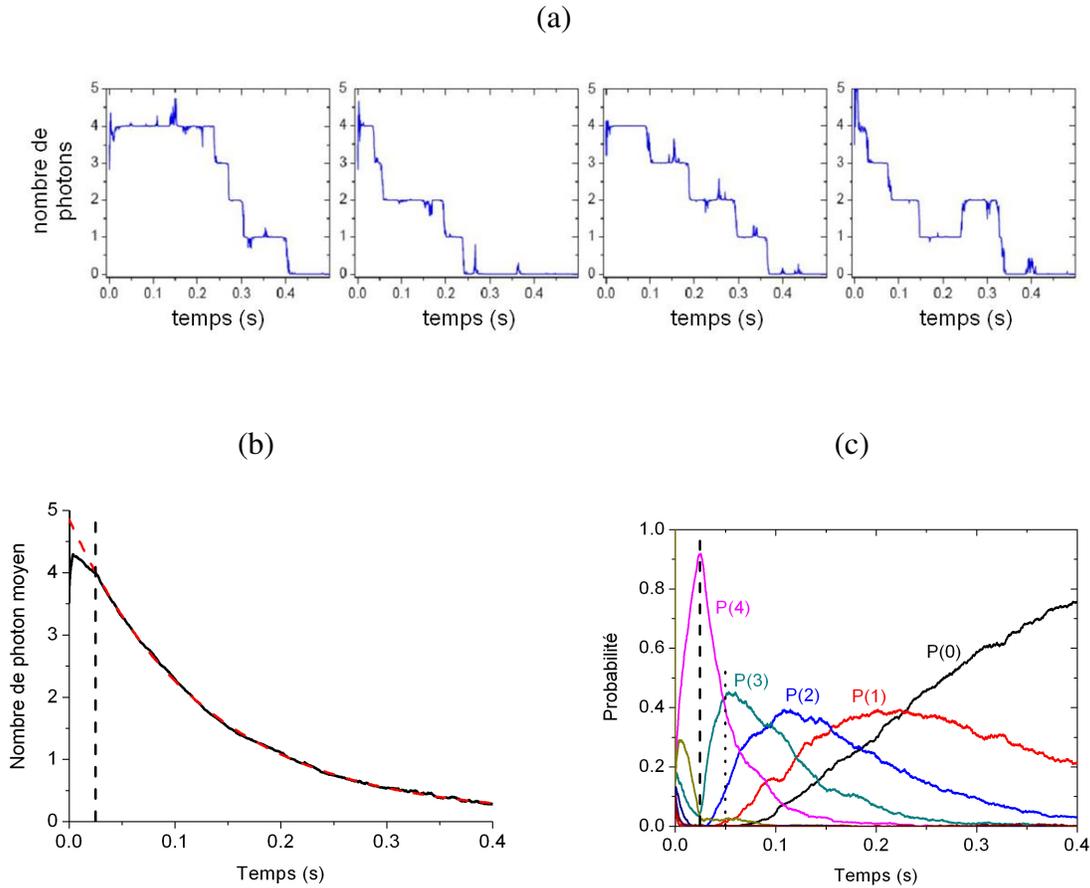


FIGURE IV.1 – *Etude de l'évolution moyenne de l'état de Fock donné $|4\rangle$. (a) Quatre exemples de trajectoires pour lesquelles la première mesure à $N=110$ atomes a convergé vers $n = 4$. On notera à gauche l'extrêmement longue durée de vie de l'état $|4\rangle$: environ 8 fois sa durée de vie moyenne. Cet événement est très improbable : sa probabilité est de quelques 10^{-5} . On peut aussi voir sur la trajectoire de droite l'apparition d'un photon thermique faisant sauter le champ de $|1\rangle$ à $|2\rangle$. (b) Évolution du nombre de photons moyen sur toutes les réalisations r ayant convergé vers $|4\rangle$ lors de la première mesure. Les tirets verticaux indiquent la fin de la première mesure. La courbe tiretée rouge correspond à un ajustement exponentiel. Le nombre moyen de photons relaxe avec un temps caractéristique $T_{cav} = 130$ ms. (c) Évolution des probabilités moyennes pour les mêmes séquences. Immédiatement après la première mesure, la probabilité d'avoir 4 photons diminue à cause de la relaxation : la pente à l'origine fournit une mesure du taux de départ de l'état $|4\rangle$. Les pointillés indiquent la fin de la deuxième mesure indépendante.*

estimer cette dernière, nous devons considérer la deuxième mesure indépendante comme nous l'avons déjà fait en figure III.20.b. Plus généralement, l'analyse de l'évolution des probabilités doit donc commencer à partir de la deuxième mesure indépendante à $N = 110$ atomes. Le relativement long temps de mesure 26 ms pose alors problème : nous avons déjà remarqué sur la

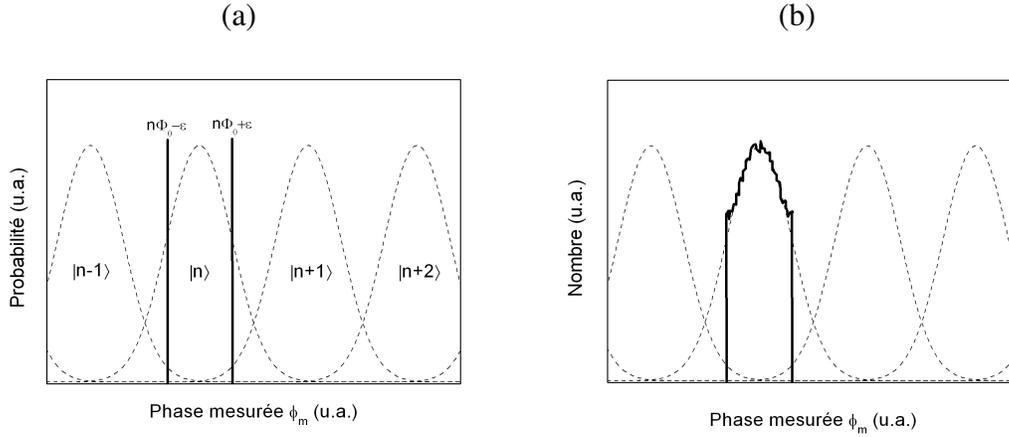


FIGURE IV.2 – (a) On sélectionne les réalisations pour lesquelles la première mesure de la direction du spin ϕ_m pointe dans la région $n\Phi_0 - \epsilon \leq \phi_m \leq n\Phi_0 + \epsilon$. Les courbes pointillées indiquent les distributions de probabilité associées à chaque nombre de photons n . (b) Allure typique de l’histogramme des phases ϕ_m correspondant fournissant très peu d’information sur la pureté de la sélection..

figure III.20.b l’effet de la relaxation. On voit aussi sur la figure IV.1.c qu’à la fin de la deuxième mesure indépendante ($t = 52$ ms), l’état $|4\rangle$ n’est déjà plus majoritaire.

De manière plus générale, on se rend bien compte qu’il est illusoire d’obtenir une mesure convaincante des taux de départs de l’état $|n\rangle$ si T_n est plus court que le temps de mesure² : les probabilités moyennes $P(k, t|n)$ ne doivent pas évoluer significativement pendant une mesure. Nous devons donc trouver une méthode plus efficace pour estimer les $P(k, t|n)$, permettant à la fois d’avoir une meilleure résolution temporelle et de s’affranchir des erreurs systématiques introduites par le choix « arbitraire » des probabilités a priori $P_0(k)$.

IV.3 Décimation itérative

La faiblesse de l’analyse par décimation réside dans la nécessité d’introduire une distribution a priori. Lorsque les probabilités réelles $\mathcal{P}(k, t|n)$ sont très différentes de la distribution a priori $P_0(k) = 1/8$, les probabilités moyennes inférées $P(k, t|n)$ sont biaisées : elles dépendent du choix de la distribution a priori $P_0(k)$. Nous les notons donc $P(k, t|n) \equiv P_0(k, t|n)$.

Ces probabilités biaisées $P_0(k, t|n)$ sont toutefois plus proches des probabilités réelles $\mathcal{P}(k, t|n)$ que la distribution plate a priori. Pour minimiser le biais dû au « mauvais » choix de $P_0(k)$, nous recommençons donc l’analyse par décimation (sur les mêmes ensembles de N atomes) mais en choisissant $P_0(k, t|n)$ comme nouvelle distribution a priori. Les probabilités moyennes inférées à partir de cette seconde analyse sont notées $P_1(k, t|n)$ et reflètent mieux les probabilités réelles $\mathcal{P}(k, t|n)$. Cette astuce peut bien entendu être répétée. A chaque itération, nous définissons une

2. C’est déjà presque le cas pour $T_4 \approx 29$ ms.

nouvelle distribution inférée $P_{I+1}(k, t|n)$ à partir de la précédente $P_I(k, t|n)$ par :

$$P_{I+1}(k, t|n) \equiv \overline{P_I(k, t|n) \cdot \Pi_N^{(r)}(k, t)^{r|n}}. \quad (\text{IV.7})$$

En effet, pour chaque réalisation r , les probabilités sont inférées en filtrant la distribution a priori $P_I(k, t|n)$ par la fonction de décimation $\Pi_N^{(r)}(k, t)$. Puis on moyenne sur toutes les réalisations r dans lesquelles la première mesure a convergé vers $|n\rangle$.

Nous itérons donc notre analyse par décimation jusqu'à ce que les $P_I(k, t|n)$ aient convergé pour tout k, t, n . Nous montrons en effet en annexe B que, comme on s'y attend, la distribution réelle $\mathcal{P}(k, t|n)$ est un point fixe de ce procédé. La figure IV.3 confirme par ailleurs ce résultat. Nous y présentons les probabilités inférées après 20 itérations (courbes grasses) pour la relaxation du champ cohérent (pas de tri en sous-ensembles $r|n$: comme en figure III.16, toutes les réalisations sont moyennées). Elles concordent parfaitement avec les prédictions de l'équation pilote (tirets). On rappelle également les probabilités inférées $P_0(0, t)$ et $P_0(1, t)$ après une seule itération (en traits fins). Le biais introduit par la distribution plate a priori est clairement visible. Il explique la valeur limite anormalement élevée du nombre moyen de photons en figure III.16.

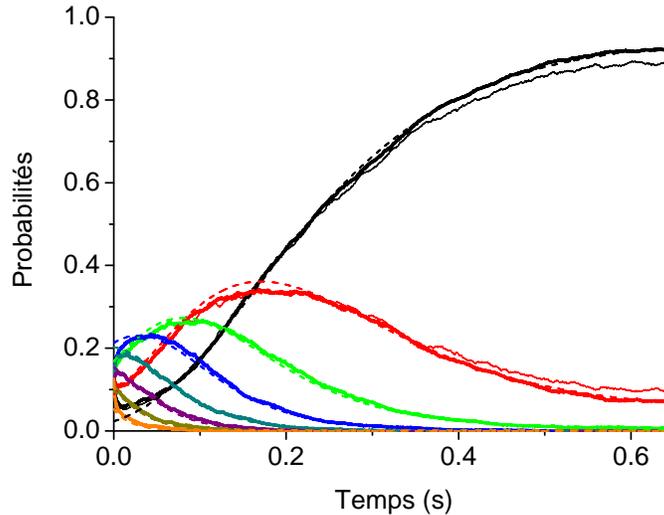


FIGURE IV.3 – Probabilités des différents nombres de photons au cours du temps pour un champ cohérent. Les probabilités inférées après 1 et 20 itérations sont tracées respectivement en traits fins et gras. Les tirets donnent les prédictions de l'équation pilote. Les nombres de photons de 0 à 7 correspondent respectivement aux couleurs noire, rouge, verte, bleu, cyan, mauve, ocre et orange.

Le fait que la distribution de probabilité réelle soit stable par itération ne dépend pas du nombre N d'atomes utilisés pour la décimation. Cette analyse peut donc être faite avec $N \ll 110$, ce qui permet en outre une bien meilleure résolution temporelle. En appliquant cette méthode avec $N = 25$ atomes, on obtient une estimation des probabilités non seulement proche de la

réalité mais aussi en un temps relativement court de 6 ms. La résolution temporelle est maintenant suffisante pour pouvoir mesurer correctement les T_n : le temps de mesure reste inférieur à $T_7 \approx 17$ ms.

IV.4 Sélection des états de Fock

Tout d'abord, notons que si la décimation itérative à $N = 25$ atomes permet de mesurer précisément des moyennes d'ensemble $P(k, t|n)$, elle ne permet cependant pas de savoir pour une réalisation donnée si l'état du champ est proche d'un état de Fock. Elle n'est donc pas adaptée à la sélection des ensembles de réalisations mais seulement à l'analyse de leur évolution.

IV.4.1 Augmentation de la statistique

Dans la figure IV.1, les probabilités étaient moyennées sur les réalisations dans lesquelles la première mesure par décimation unique à $N = 110$ atomes avait convergé vers $|4\rangle$ à ϵ près. Lorsque l'on veut sélectionner un état de Fock particulier, il n'y a cependant aucune raison de se restreindre à ceux qui sont produits à la première mesure seulement. En faisant cela, on se prive inutilement d'une statistique appréciable. En effet, toutes les réalisations ayant convergé vers des nombres de photons plus élevés à la première mesure vont sauter à un moment vers l'état $|4\rangle$ lors de leur relaxation. Ces états de Fock produits en cours de réalisation peuvent être analysés avec les premiers sans distinction. Chaque fois que le champ est mesuré sur l'état $|n\rangle$ à ϵ près en cours de réalisation, on peut donc utiliser pour l'analyse statistique de l'évolution de $|n\rangle$ la suite de cette réalisation en redéfinissant l'origine des temps $t = 0$ à l'instant correspondant à la fin de cette mesure (la sélection et l'analyse ne partagent ainsi aucun atome).

On pourrait craindre que cette technique ne distorde nos signaux. En effet, suite à nos mesures QND nous faisons apparaître des trajectoires quantiques avec des paliers. Un palier long donnera plus d'occasions de sélectionner un état de Fock. Dans ces conditions, on peut se demander si le poids statistique des réalisations présentant des états de Fock ayant vécu longtemps n'est pas artificiellement augmenté, ce qui impliquerait des mesures de taux de départ artificiellement sous-estimés. Nous montrons en annexe C que la loi de probabilité des durées de vie des états de Fock ainsi sélectionnés n'est pas modifiée. En revanche, avec un temps discrétisé en intervalles δt , la statistique totale du sous-ensemble $r|n$ est surestimée d'un facteur $T_n/\delta t$ où T_n est la durée de vie moyenne de l'état $|n\rangle$.

IV.4.2 Amélioration de la sélection

Insistons bien ici sur le fait que notre analyse comporte deux étapes bien distinctes. La première consiste à sélectionner des sous-ensembles de réalisations commençant par des nombres de photons n donnés. La seconde consiste à analyser ces sous-ensembles pour en inférer les $P(k, t|n)$ les plus proches possibles des probabilités réelles $\mathcal{P}(k, t|n)$. Pour que les valeurs inférées initiales $P(k, t=0|n)$ ne soient pas biaisées par la méthode de sélection des différents sous-ensembles de réalisations, nous imposons que les atomes utilisés pour l'estimation ultérieure des $P(k, t|n)$ soient

systématiquement indépendants de ceux servant à la sélection. En conséquence, toutes les méthodes de sélection sont acceptables et nous nous autorisons à employer l'équation pilote (pour l'étape de sélection seulement) afin d'obtenir pour chaque réalisation r la meilleure estimation possible des $P^{(r)}(k, t)$. Une fois les ensembles de réalisations constitués, ceux-ci seront analysés sans faire appel à l'équation pilote (qu'il s'agit, rappelons-le, de vérifier expérimentalement). La procédure de sélection est donc la suivante :

1. La distribution de probabilité inférée est initialisée à la distribution poissonnienne du champ cohérent injecté $\bar{n} = 5, 6$.
2. Les probabilités évoluent suivant l'équation pilote jusqu'au premier atome détecté.
3. A chaque atome détecté, les probabilités sont modifiées selon le principe de la décimation : $P(n) \longrightarrow \left(1 + (-1)^j [A + B \cos(n\Phi_0 - \varphi_i)]\right) \cdot P(n) / Z'$.
4. Si une des probabilités $P(n) > 1 - \epsilon$ indique qu'un état de Fock est produit avec une pureté suffisante, la suite de cette réalisation est utilisée pour l'analyse de l'évolution de l'état $|n\rangle$.
5. On reprend à l'étape 2 jusqu'à la fin de la réalisation.
6. On recommence à l'étape 1 pour toutes les réalisations.

A partir de chaque sous-ensemble de réalisations $r|n$ (et sans plus invoquer l'équation pilote), nous estimons toutes les probabilités $P(k, t|n)$ par décimation itérative à 25 atomes à partir d'une distribution a priori plate $P_0(k) = 1/8$. Nous allons maintenant ajuster sur ces courbes expérimentales les puretés des états de Fock ainsi sélectionnés et les taux de départs $\kappa_{n \rightarrow k}$.

IV.5 Analyse des données expérimentales

IV.5.1 Traitement matriciel des données

Notre but est d'ajuster les taux de départ $\kappa_{n \rightarrow k}$ et les puretés initiales $\mathcal{P}(k, t = 0|n)$ sur les courbes expérimentales suivant la formule (IV.5) (rigoureusement juste pour les probabilités réelles $\mathcal{P}(k, t|n)$ uniquement). Cette formule peut se récrire pour tout n de manière concise sous forme matricielle :

$$\frac{d\mathcal{P}(t|n)}{dt} = K \cdot \mathcal{P}(t|n) \quad (\text{IV.8})$$

où $\mathcal{P}(t|n)$ est le vecteur contenant toutes les probabilités $\mathcal{P}(k, t|n)$ et K est la matrice contenant tous les taux de départ :

$$\begin{aligned} [K]_{kn} &\equiv \kappa_{n \rightarrow k} & (k \neq n) \\ [K]_{nn} &\equiv -\kappa_n = -\sum_{k \neq n} \kappa_{n \rightarrow k}. \end{aligned} \quad (\text{IV.9})$$

On peut ensuite ranger tous les vecteurs $\mathcal{P}(t|n)$ dans une unique matrice $\mathcal{P}(t)$:

$$[\mathcal{P}(t)]_{kn} \equiv \mathcal{P}(k, t|n) \quad (\text{IV.10})$$

qui rend compte pour chaque état $|n\rangle$ d'un taux de départ $n\kappa$ vers $|n-1\rangle$.

La matrice des puretés initiales \mathcal{P}_0 doit naturellement être proche de la matrice identité aux erreurs de sélection près correspondant à la valeur de ϵ utilisée.

IV.5.2 Méthode d'ajustement

Nous ajustons les matrices U et \mathcal{P}_0 par la méthode des moindres carrés. Nous cherchons à minimiser la fonction :

$$\begin{aligned} f(U, \mathcal{P}_0) &= \sum_t \|P(t) - \mathcal{P}(t)\|_2 \\ &= \sum_t \sum_n \sum_k \left([P(t)]_{kn} - [\mathcal{P}(t)]_{kn} \right)^2, \end{aligned} \quad (\text{IV.19})$$

le temps étant discrétisé en intervalles δt . En utilisant l'équation (IV.13), cette formule se réécrit explicitement en fonction des variables U et \mathcal{P}_0 de f :

$$f(U, \mathcal{P}_0) = \sum_t \sum_n \sum_k \left(P(k, t|n) - [e^{\kappa t U} \mathcal{P}_0]_{kn} \right)^2. \quad (\text{IV.20})$$

Remarquons que les 2×64 coefficients des matrices U et \mathcal{P}_0 ne sont pas indépendants. Nous avons en effet un jeu de 2×8 contraintes linéaires. Les probabilités devant être normalisées, nous avons :

$$\forall n, \quad \sum_k \mathcal{P}(k, t|n) = 1, \quad (\text{IV.21})$$

impliquant pour $t = 0$:

$$\forall n, \quad \sum_k [\mathcal{P}_0]_{kn} = 1. \quad (\text{IV.22})$$

De même, pour assurer que les probabilités restent normalisées au cours du temps, la matrice U doit satisfaire la relation :

$$\forall n, \quad \sum_k U_{kn} = 0, \quad (\text{IV.23})$$

qui est d'ailleurs conforme à l'équation (IV.9). Nous devons donc ajuster $2 \times 56 = 112$ paramètres indépendants. On voit qu'il est difficile de trouver le minimum de notre fonction f analytiquement.

Nous allons donc résoudre numériquement ce problème en utilisant l'algorithme de Levenberg-Marquardt. Cet algorithme construit à partir d'une première estimation une suite de valeurs pour U et \mathcal{P}_0 qui converge vers le minimum local de la fonction g le plus proche. La valeur de la première estimation est donc capitale. La fonction f est d'une telle complexité qu'elle possède une multitude de minima locaux. La valeur trouvée par l'algorithme est en général à peine différente de la première estimation qu'on lui donne. Trouver le minimum global suppose donc de répéter systématiquement l'algorithme en balayant la première estimation dans tout l'espace à 112 paramètres - ce qui est bien sûr impossible en un temps acceptable.

Pour pallier ce problème, nous ne cherchons pas à ajuster d'un seul coup les 112 paramètres mais nous les libérons un par un dans un ordre judicieux. L'algorithme converge alors systématiquement vers le même point indépendamment de la première estimation qu'on lui fournit. Le champ thermique étant faible, nous pouvons considérer que les sous-espaces $(|0\rangle, \dots, |n\rangle)$ sont quasi-clos³. Nous pouvons donc augmenter « pas à pas » la taille de notre espace de travail. On suppose que l'ajustement a déjà été réalisé sur le sous-espace $(|0\rangle, \dots, |n-1\rangle)$. A ce stade, les matrices U et \mathcal{P}_0 ne sont donc pas encore de taille 8^2 mais seulement de taille n^2 .

1. On considère le nombre de photons suivant. On augmente donc de 1 la taille de notre espace. Les taux de départ $\kappa_{k \rightarrow n}$ et $\kappa_{n \rightarrow k}$ sont initialement supposés nuls. Nous initialisons donc :

$$U_{kn} = 0, \quad \forall k, n. \quad (\text{IV.24})$$

La pureté de la sélection de l'état $|n\rangle$ est initialisée au résultat de la première mesure :

$$[\mathcal{P}_0]_{kn} = P(k, t=0|n). \quad (\text{IV.25})$$

Il faut également initialiser les valeurs $[\mathcal{P}_0]_{nm}$ pour $m \neq n$:

$$[\mathcal{P}_0]_{nm} = P(n, t=0|m), \quad (\text{IV.26})$$

ce qui impose de renormaliser les valeurs déjà ajustées :

$$[\mathcal{P}_0]_{km} \rightarrow (1 - P(n, t=0|m)) \cdot [\mathcal{P}_0]_{km} \quad (k, m \neq n). \quad (\text{IV.27})$$

2. Un premier ajustement des coefficients U_{kn} (correspondant taux de départs de $|n\rangle$) est réalisé en laissant tous les autres paramètres fixes.
3. Un deuxième ajustement des coefficients $[\mathcal{P}_0]_{kn}$ (correspondant à la pureté de la sélection initiale de l'état $|n\rangle$) est réalisé en laissant tous les autres paramètres fixes.
4. Un troisième ajustement des coefficients U_{kn} et $[\mathcal{P}_0]_{kn}$ en même temps est réalisé en laissant tous les autres paramètres fixes.
5. Un quatrième ajustement est réalisée en libérant en plus les coefficients $U_{k(n-1)}$ et $[\mathcal{P}_0]_{k(n-1)}$. (La non prise en compte du taux de départ $\kappa_{(n-1) \rightarrow n}$ à l'itération précédente et susceptible d'avoir notablement faussé les autres $\kappa_{(n-1) \rightarrow k}$.)
6. Un cinquième et dernier ajustement est réalisé en libérant la totalité des $2(n+1)^2$ coefficients.

IV.5.3 Résultats

IV.5.3.a Production des courbes expérimentales $P(k, t|n)$

Les courbes $P(k, t|n)$ utilisées pour l'ajustement de la matrice de relaxation U sont produites par décimation itérative (20 itérations) à $N = 25$ atomes. Les données expérimentales sont les

3. Un simple coup d'œil sur les courbes (figure IV.8) permet d'ailleurs de constater la validité de cette hypothèse. Notons que nous avons de toute façon déjà fait cette hypothèse depuis le début en ne considérant pas les nombres de photons $|n \geq 8\rangle$

mêmes que celles utilisés dans les parties III.2 et III.3. Nous disposons de 2000 enregistrements de ~ 650 ms. Dans toute la suite nous prenons comme origine des temps la détection du 25^{ème} premier atome après l'étape de sélection. Ceci correspond donc à la fin de la première mesure. Pour un instant t quelconque, nous utilisons naturellement les 25 derniers atomes détectés dans chaque réalisation du sous-ensemble $r|n$ pour estimer les $P(k, t|n)$.

Le critère de pureté choisi pour la sélection des états de Fock est $\epsilon = 0, 3$. Il n'est pas judicieux d'être plus exigeant. En effet, la fin de la première mesure intervient en moyenne 6 ms après l'étape de sélection. Pour les grands nombres de photons, la relaxation durant cet intervalle n'est pas totalement négligeable. En choisissant par exemple $\epsilon = 0, 1$, on perd beaucoup en statistique mais la pureté de l'état $|7\rangle$ sélectionné reste limitée à moins de 80% à cause de la relaxation.

Avec un déphasage par photon $\Phi_0 \simeq \pi/4$, nous mesurons le nombre de photons modulo 8. Pour être certain de ne pas sélectionner des états $|8\rangle$ avec les états $|0\rangle$, ces derniers ne sont forfaitairement sélectionnés qu'après un délai de 200 ms suivant l'injection du champ cohérent ($\bar{n} \simeq 5, 6$). Le champ contient alors $\bar{n} \simeq 1, 2$ photons et la probabilité d'avoir 8 photons est totalement négligeable. Les courbes correspondantes durent au plus ~ 450 ms et très peu excèdent 400 ms. Pour ne pas risquer de perturber notre ajustement par cette partie de très faible statistique, nous préférons ne garder que les 400 premières ms suivant l'étape de sélection.

Nous sélectionnons irrémédiablement des états $|8\rangle$ avec les états $|7\rangle$ à cause du choix $\epsilon = 0, 3$. Ces états $|8\rangle$ seront interprétés comme des $|0\rangle$, ce qui risque de biaiser nos mesures. La durée de vie de l'état $|8\rangle$ est cependant suffisamment courte pour sa population disparaisse avant que celle de $|0\rangle$ ne commence à croître significativement comme on le voit sur la figure IV.4. On peut donc légitimement redéfinir $P(0, t|7) = 0$ pour $t \leq 90$ ms et renormaliser les autres probabilités sur cette période.

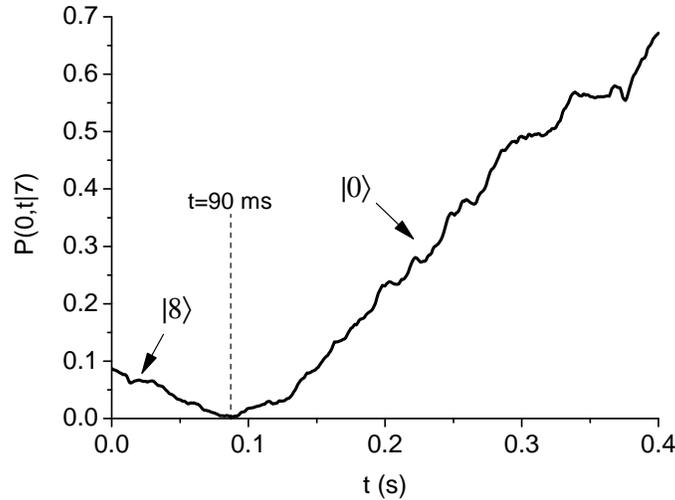


FIGURE IV.4 – $P(0, t|7)$ en fonction du temps t . La grandeur $P(0, t|7)$ est en réalité une estimation de $\mathcal{P}(0, t|7) + \mathcal{P}(8, t|7)$. Ici les deux contributions sont identifiables séparément.

IV.5.3.b Ajustement des taux de départ des états de Fock

A partir des probabilités mesurées $P(k, t|n)$, nous ajustons les probabilités $\mathcal{P}(k, t|n)$ satisfaisant l'équation (IV.13). Nous tenons compte de la statistique différente à chaque instant et pour chaque sous-ensemble de réalisations $r|n$. La fonction d'écart type f définie en (IV.20) est corrigée en :

$$f_{stat}(U, \mathcal{P}_0) = \sum_t \sum_n \sum_k \left(P(k, t|n) - \left[e^{\kappa t U} \mathcal{P}_0 \right]_{kn} \right)^2 \cdot N_{stat}(t, n), \quad (IV.28)$$

où $N_{stat}(t, n)$ est le nombre de réalisations ayant contribué à la mesure des $P(k, t|n)$, divisé par $T_n/\delta t$ pour tenir compte de l'utilisation multiple des mêmes données (voir annexe C).

Théoriquement la totalité des courbes peut être utilisée pour l'ajustement, permettant ainsi d'accumuler un maximum d'information. Toutefois plus on s'éloigne de $t = 0$ moins les états de Fock sont purs et plus le bruit statistique est important. On finit donc par récolter plus de bruit que d'information. Pour extraire les taux de départ de manière optimale, il faut donc en pratique trouver un compromis entre quantité et qualité d'information. Le meilleur compromis est obtenu en réalisant l'ajustement sur les 25 premières ms des courbes seulement. Les résultats de l'ajustement sont présentés en figure IV.8.

La matrice de pureté de notre sélection d'états de Fock \mathcal{P}_0 est représentée en figure IV.5. Ce résultat démontre clairement notre capacité à préparer des états de Fock $|n\rangle$ d'ordre élevé. La production d'états de Fock à plus de 1 photon a déjà été réalisée, mais encore jamais avec une telle pureté et pour des valeurs de n si élevées [101, 102].

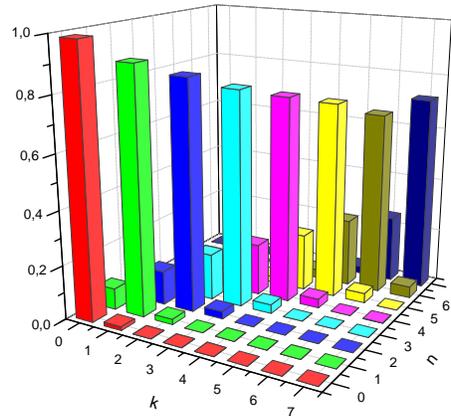


FIGURE IV.5 – Matrice de pureté de sélection \mathcal{P}_0 des états de Fock

Les coefficients diagonaux ajustés U_{nn} (correspondants aux taux de départ totaux normalisés κ_n/κ) sont représentés en figure IV.6. La ligne grasse correspond aux valeurs théoriques $U_{nn}^{th} = n + (2n + 1)n_{th}$ avec $n_{th} = 0.06$ et les pointillés correspondent aux prédictions à température nulle. Nous voyons clairement que notre analyse est suffisamment sensible pour déceler

l'effet du champ thermique sur les taux de départs des états de Fock. Ceci apparaît encore plus clairement sur la figure IV.7.a où l'on a représenté les coefficients non diagonaux U_{kn} en échelle logarithmique. On y distingue deux séries de coefficients notablement non nuls correspondant aux taux de départ de $|n\rangle$ vers $|n-1\rangle$ et de $|n\rangle$ vers $|n+1\rangle$ (environ dix fois plus faibles). Ces derniers sont exclusivement dûs à la présence du champ thermique. La figure IV.7.b présente également les prédictions théorique pour un champ thermique $n_{th} = 0.06$. Les deux matrices sont en excellent accord. Nous voyons notamment qu'au bruit près tous les autres coefficients ajustés sont nuls. Enfin une dernière confirmation de la validité de cette analyse consiste à remarquer que les courbes ajustées et les données expérimentales (figure IV.8) restent en parfait accord sur la totalité des 400 ms bien que l'ajustement n'ait été réalisé que sur les 25 premières ms.

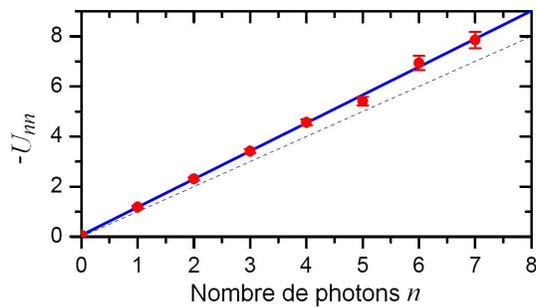


FIGURE IV.6 – Taux de départ totaux des états de Fock. Les points correspondent aux résultats de l'ajustement. La ligne grasse correspond aux valeurs théoriques U_{mn}^{th} avec $n_{th} = 0.06$ et les pointillés correspondent aux prédictions à température nulle.

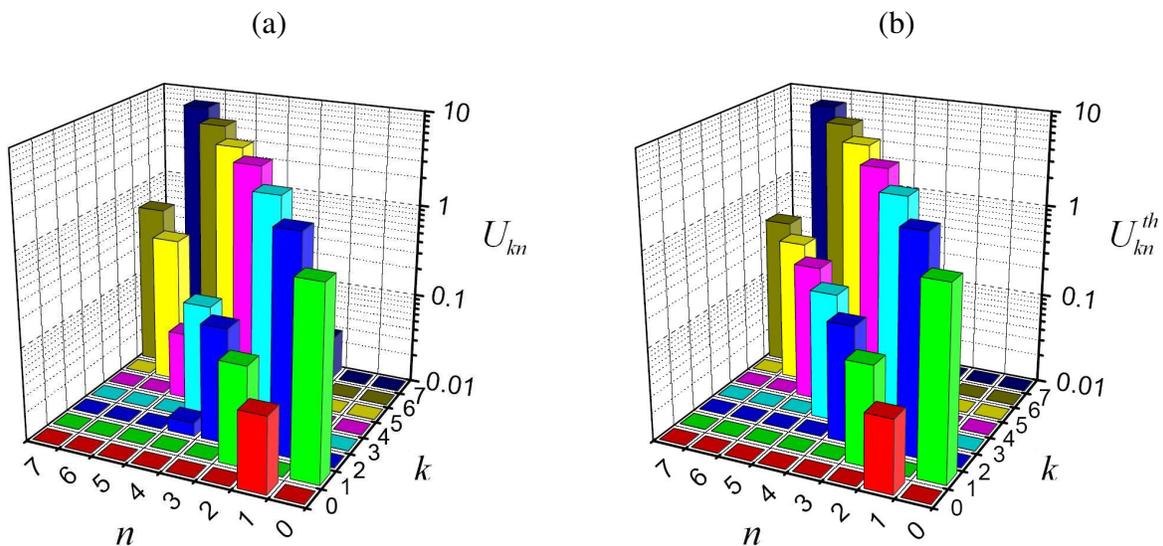


FIGURE IV.7 – Taux de départ partiels des états de Fock ajustés (a) et théoriques (b).

Avant de clore ce chapitre, soulignons que des résultats très similaires ont parallèlement été obtenus par Wang avec des qubits supraconducteurs [103].

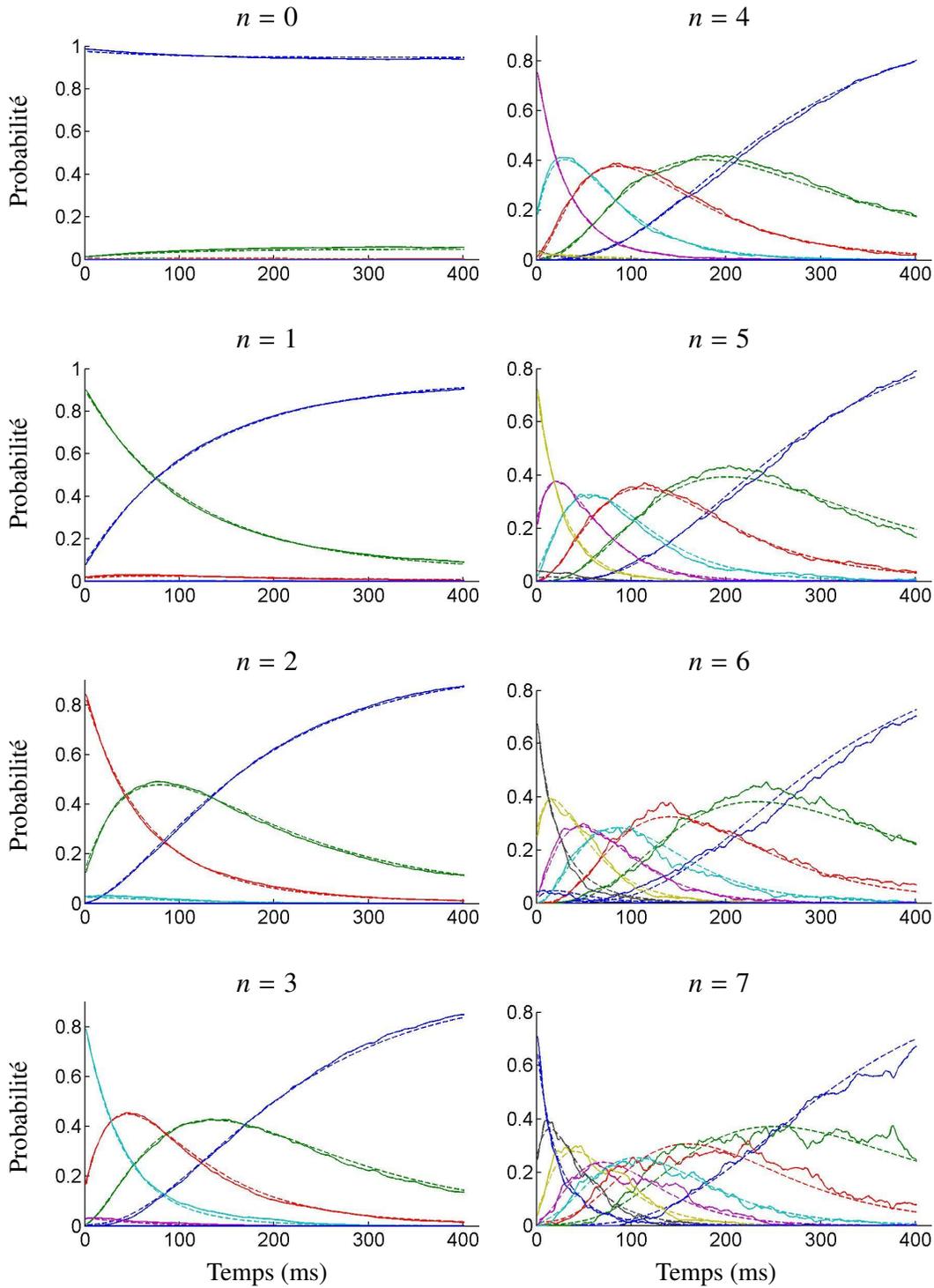


FIGURE IV.8 – Évolution des populations mesurées $P(k, t|n)$ (traits pleins) et ajustées $\mathcal{P}(k, t|n)$ (tirets). Les valeurs de k allant de 0 à 7 sont respectivement représentées en bleu, vert, rouge, cyan, mauve, jaune, noir et bleu. Les huit séries de courbes correspondent à la sélection des différents états de Fock $|n\rangle$.

Chapitre V

L'effet Zénon quantique

Nous avons vu dans les chapitres précédents que l'amortissement continu exponentiel d'un champ cohérent est transformé sous l'effet de mesures QND répétées en des trajectoires stochastiques présentant un nombre de photons initial bien défini mais aléatoire ainsi que des sauts quantiques à des instants également aléatoires. Cependant, l'évolution du champ moyennée sur un grand nombre de telles trajectoires est totalement identique à celle qui aurait lieu en l'absence de mesures. Nous allons décrire dans ce chapitre un autre phénomène, l'effet Zénon quantique, où des mesures QND répétées modifient plus profondément encore l'évolution d'un système : par une mesure continue l'évolution d'un système est totalement gelée.

Il n'existe évidemment pas de mesure continue : une mesure unique n'est jamais instantanée mais toujours réalisée sur une certaine durée, le temps de mesure. Nous allons voir que l'on peut faire apparaître un temps caractéristique de l'évolution d'un système : le temps Zénon t_z . Si le temps de mesure est très petit devant le temps Zénon, la mesure peut-être considérée comme instantanée à l'échelle de l'évolution du système. On peut alors répéter la mesure à une fréquence bien supérieure à la fréquence caractéristique de l'évolution du système. Dans cette limite, la mesure peut-être considérée comme continue et l'évolution du système s'en trouve gelée.

V.1 Explication théorique de l'effet Zénon quantique

V.1.1 Théorie générale

Considérons une évolution tout-à-fait générale, un système dans un état initial $|x_0\rangle$ évoluant sous l'effet de son hamiltonien H , et intéressons nous à la probabilité à un instant t quelconque de mesurer le système dans son état initial. Cette probabilité est donnée par le recouvrement des deux états $|x_0\rangle$ et $|x(t)\rangle$:

$$P(t) = |\langle x_0 | x(t) \rangle|^2. \quad (\text{V.1})$$

En développant l'opérateur d'évolution $\hat{U}(t) = e^{i\hat{H}t/\hbar}$ en puissances de t et en ne conservant que les termes d'ordre inférieur à 2, on obtient :

$$\begin{aligned}
 p(t) &= \langle x_0 | x(t) \rangle \langle x(t) | x_0 \rangle \\
 &= \langle x_0 | \hat{U}(t) | x_0 \rangle \langle x_0 | \hat{U}^\dagger(t) | x_0 \rangle \\
 &= 1 - \frac{t^2}{\hbar^2} \left(\langle x_0 | \hat{H}^2 | x_0 \rangle - \langle x_0 | \hat{H} | x_0 \rangle^2 \right) + o(t^2) \\
 &= 1 - \frac{t^2}{\hbar^2} \Delta H_0^2 = 1 - \left(\frac{t}{t_z} \right)^2, \tag{V.2}
 \end{aligned}$$

où l'on a noté $\Delta H_0^2 = \langle x_0 | \hat{H}^2 | x_0 \rangle - \langle x_0 | \hat{H} | x_0 \rangle^2$ la variance de l'énergie de l'état $|x_0\rangle$ et $t_z = \hbar/\Delta H_0$ le « temps Zénon ».

Supposons maintenant que l'on mesure régulièrement le système avec une durée séparant deux mesures consécutives $t_m \ll t_z$ très petite devant le temps Zénon. D'après l'équation V.2 la probabilité de mesurer le système dans l'état $|x_0\rangle$ à la première mesure est alors proche de 1 :

$$P(t = t_m) = 1 - \left(\frac{t_m}{t_z} \right)^2 \simeq 1. \tag{V.3}$$

Le système sera donc mesuré et projeté sur l'état $|x_0\rangle$ avec une très grande probabilité. Une fois projeté, il recommence exactement la même évolution du même état initial. Dans ces conditions la deuxième mesure projettera elle aussi presque sûrement le système sur son état initial et ainsi de suite. Le système n'ayant pas le temps d'évoluer significativement entre deux mesures, il est projeté en permanence sur le même état initial.

Ce raisonnement est toutefois un peu rapide : si la probabilité de mesurer le système dans un autre état est faible, elle n'est pas rigoureusement nulle. Après un certain nombre de mesures, le système finira par être mesuré sur un autre état : le système subira un saut quantique. Une nouvelle fois, la mesure répétée du système transforme son évolution continue en trajectoires stochastiques. Pour évaluer le gel de l'évolution, il convient donc de considérer, à un instant T fixé, la probabilité qu'un saut ait eu lieu entre $t = 0$ et $t = T$. On revoit alors apparaître le paradoxe historique de Zénon. Pour que la probabilité de sauter à chaque mesure soit négligeable, il faut $t_m \rightarrow 0$. Mais alors le nombre de mesures N_m tend vers l'infini. On assimile alors le mouvement à une infinité d'immobilités. De là à conclure que le mouvement n'existe pas...

L'effet Zénon quantique est profondément lié au fait que l'évolution du système est quadratique : $p(t) = 1 - t^2/t_z^2$. La probabilité d'avoir un saut décroît plus rapidement que ne croît le nombre de mesures quand $t_m \rightarrow 0$. Considérons donc la probabilité $P(T)$ que le système soit resté dans l'état initial $|x_0\rangle$ entre 0 et T , c'est-à-dire que le système ait été à chaque fois mesuré dans l'état $|x_0\rangle$. Les mesures étant mutuellement indépendantes, la probabilité totale $P(T)$ est le produit des N_m probabilités individuelles de rester dans $|x_0\rangle$ à chaque mesure, c'est-à-dire $p(t_m)$:

$$P(T) = p(t_m)^{N_m} = \left(1 - \left(\frac{t_m}{t_z} \right)^2 \right)^{N_m}. \tag{V.4}$$

Notons maintenant que $N_m = T/t_m$ et regardons le comportement asymptotique de $P(T)$ lorsque $t_m \rightarrow 0$:

$$P(T) = \left(1 - \left(\frac{t_m}{t_z}\right)^2\right)^{\frac{T}{t_m}} = e^{\frac{T}{t_m} \ln\left(1 - \left(\frac{t_m}{t_z}\right)^2\right)} \sim e^{-\frac{T}{t_m} \left(\frac{t_m}{t_z}\right)^2} = e^{-\frac{T}{t_z^2} t_m} \rightarrow 1. \quad (\text{V.5})$$

Pour $t_m \ll t_z$ la probabilité de rester dans l'état initial $|x_0\rangle$ est proche de 1 et ceci à n'importe quel temps T . L'évolution du système est donc gelée par une mesure continue.

Soulignons une nouvelle fois que cette analyse n'est valable qu'avec une évolution quadratique¹, conséquence d'une évolution hamiltonienne décrivant un système isolé de son environnement. Dans le cas d'un couplage à l'environnement, le temps Zénon est extrêmement court et le régime d'effet Zénon n'est jamais atteint. Cette remarque permet de comprendre pourquoi la mesure répétée du nombre de photons ne gélait pas l'amortissement du champ dans la cavité, pourquoi on mesurait malgré tout des sauts quantiques faisant tomber le nombre de photons. Nous avons en effet vu au chapitre 2 que l'amortissement du champ dû au couplage à l'environnement est alors décrit par une « équation pilote » pour la matrice densité. Il en résulte que la probabilité de saut sur une durée infinitésimale dt est proportionnelle à cette durée : $dp = \Gamma \cdot dt$. Si l'on injecte cette formule dans l'analyse précédente, on a maintenant $p(t_m) = 1 - \Gamma t_m$ et le calcul asymptotique de $P(T)$ devient :

$$P(T) = (1 - \Gamma t_m)^{\frac{T}{t_m}} = e^{\frac{T}{t_m} \ln(1 - \Gamma t_m)} \sim e^{-\frac{T}{t_m} \Gamma t_m} = e^{-\Gamma T}. \quad (\text{V.6})$$

On retrouve exactement l'évolution exponentielle habituelle : les mesures répétées transforment l'évolution continue en trajectoires stochastiques mais l'évolution moyenne est inchangée. C'est donc le caractère markovien de l'environnement qui rend l'observation de l'effet Zénon quantique impossible pour l'amortissement du champ. La frontière entre le « régime Zénon » et le régime markovien est discutée en annexe D. On pourra aussi trouver une étude détaillée de ce point dans [104].

V.1.2 Principe de notre expérience

Pour observer l'effet Zénon quantique, il faut une évolution quadratique. Nous avons justement vu dans la partie II.3.1 que le nombre moyen de photons $\bar{n}(t)$ d'un champ cohérent (produit par couplage de la cavité à une source classique) croît quadratiquement avec la durée t du couplage :

$$\bar{n}(t) = \eta^2 t^2, \quad (\text{V.7})$$

où le paramètre η caractérise la puissance de la source². Si le champ est initialement vide, la probabilité $p(t)$ de rester dans l'état $|0\rangle$ décroît elle aussi quadratiquement :

$$p(t) = e^{-\bar{n}(t)} \sim 1 - \bar{n}(t) = 1 - \eta^2 t^2. \quad (\text{V.8})$$

Nous ne pouvons cependant pas coupler en continu la cavité si l'on souhaite observer l'effet Zénon quantique. Nous avons en effet vu dans la partie I.2.2.c que l'ensemble du montage est

1. Ou du moins une évolution en t^α avec $\alpha > 1$.

2. En reprenant les notations introduites en II.3.1, $\eta = g/\hbar$.

« inondé » de micro-onde lorsque l'on couple la cavité à la source. Tous les atomes éventuellement présents dans le montage pour réaliser une mesure du nombre de photons seraient ainsi saturés et leur cohérence quantique détruite. Ainsi nous choisissons d'injecter de la micro-onde dans le mode par courtes impulsions de $\delta t = 50 \mu\text{s}$ espacées de $\Delta T = 5 \text{ ms}$. Cet intervalle de temps sans micro-onde dans le montage nous permet de préparer suffisamment d'atomes pour réaliser une mesure du nombre de photons. La séparation temporelle des périodes d'injection et des périodes de mesure assure également que l'injection du champ n'est pas directement perturbée par la présence d'atomes dans la cavité au moment de l'injection.

Tant que la durée totale de l'évolution est faible devant T_{cav} , le temps ΔT nécessaire à la mesure n'entre pas en compte. Si l'on mesure maintenant le champ après chaque injection, la probabilité de trouver le champ dans son état initial $|0\rangle$ à un instant T correspondant à $k = T/\delta t$ injections est donnée par :

$$P(T) = p(\delta t)^k \sim (1 - |\eta|^2 \delta t^2)^k \sim 1 - k |\eta|^2 \delta t^2. \quad (\text{V.9})$$

Le nombre moyen de photon croît donc (dans la limite de faibles nombres de photons) comme :

$$\bar{n}(T) \sim k |\eta|^2 \delta t^2. \quad (\text{V.10})$$

Cette dernière égalité exprime simplement que le champ a eu k occasions (indépendantes) de gagner un photon, chaque fois avec une probabilité $|\eta|^2 \delta t^2$. On introduit donc $n_1 = |\eta|^2 \delta t^2$ le « nombre moyen de photons par injection ». Bien que cette désignation soit impropre dans le cas général³, nous l'utiliserons couramment dans toute la suite de ce mémoire. En injectant $k = T/\delta t$, on trouve finalement :

$$\bar{n}(T) \sim T |\eta|^2 \delta t. \quad (\text{V.11})$$

La comparaison des équations (V.7) et (V.11) montre clairement que les mesures ont réduit l'évolution quadratique du champ en une croissance simplement linéaire. Le gel complet de l'évolution par effet Zénon quantique est par ailleurs bien obtenu lorsque la mesure devient quasi-continue, c'est-à-dire lorsque $\delta t \rightarrow 0$.

Au regard de la partie précédente, le « temps Zénon » est défini comme la courbure $t_z = 1/\eta$ de l'évolution quadratique sans mesures. A puissance⁴ η fixée, il faut un taux de mesure $1/\delta t$ grand devant η pour geler l'évolution. Observer l'effet Zénon quantique implique donc d'avoir un nombre de photons par injection faible : $n_1 = |\eta|^2 \delta t^2 \ll 1$. Comme on pouvait s'y attendre, cela correspond bien à une forte probabilité de projeter le champ sur $|0\rangle$ à chaque mesure.

Une autre explication de l'effet Zénon quantique peut être apportée. L'évolution du nombre de photons sans mesure n'est quadratique que parce que la source et la cavité sont accordées et restent donc constamment en phase, impliquant une croissance linéaire de l'amplitude :

$$\begin{aligned} \alpha(T) &= k \cdot \alpha_1 \\ n(T) &= |\alpha(T)|^2 = k^2 \cdot n_1, \end{aligned} \quad (\text{V.12})$$

3. Il s'agit en fait du nombre de photons injectés par la première impulsion dans une cavité initialement vide. Le nombre de photons injectés dépend ensuite de l'amplitude du champ déjà présent. C'est d'ailleurs cette dépendance qui permet une croissance quadratique en l'absence de mesure. (On peut aussi voir cela comme une amplification bosonique.)

4. η n'est pas exactement homogène à une puissance puisque c'est n_1 et non $\sqrt{n_1}$ qui représente une énergie.

où l'on a noté $\alpha_1 = \eta\delta t$ « l'amplitude par injection »⁵. Lorsque l'on réalise une mesure QND du nombre de photons, on projette le champ sur un état de Fock. Or nous avons vu qu'un état de Fock ne possède aucune information de phase (voir partie II.2.2). La mesure efface donc l'information de phase dans la cavité si bien que les injections successives ne s'additionnent plus de manière cohérente mais produisent une marche au hasard. Le pas de cette marche au hasard étant α_1 , l'amplitude moyenne obtenue après k injections est :

$$\alpha(T) = \sqrt{k} \cdot \alpha_1, \quad (\text{V.13})$$

et le nombre moyen de photons devient donc :

$$n(T) = k \cdot n_1. \quad (\text{V.14})$$

La réduction de l'évolution quadratique (V.12) en évolution linéaire (V.14), base de l'effet Zénon, peut donc aussi être dérivée dans notre cas sans faire aucun approximation sur les faibles probabilités. Même avec un paramètre α_1 quelconque, le champ ne reste pas forcément « accroché » à son état initial mais les mesures réduisent tout de même violemment l'évolution en brouillant sans cesse la phase du champ.

Nous avons donc réalisé deux enregistrements de la croissance du champ induite par des injections successives : soit en l'absence de mesures entre injections, soit avec une mesure après chaque injection. La figure V.1 montre les résultats obtenus. On mesure bien une évolution quadratique pour la séquence sans mesures intermédiaires (la croissance finit bien entendu par saturer à cause de le l'amortissement du champ). Cette croissance est presque totalement inhibée par les mesures répétées : on observe une réduction de plus d'un facteur 20 du nombre de photons à la saturation. Nous allons expliquer dans la suite de ce chapitre comment nous avons obtenu ces courbes.

5. Cette désignation est cette fois rigoureuse dans le cas général.

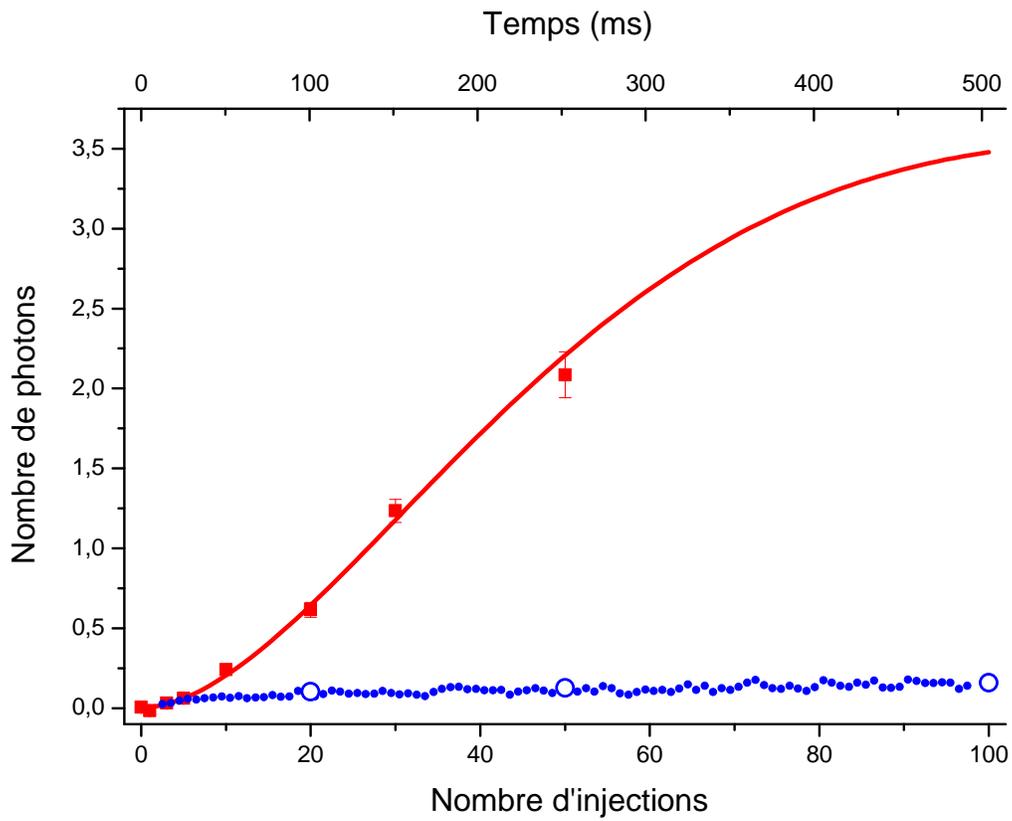


FIGURE V.1 – Observation de l'effet Zénon quantique : l'évolution cohérente (carrés) est presque totalement inhibée par des mesures répétées (rond) du nombre de photons. On observe une réduction de plus d'un facteur 20 du nombre de photons à la saturation.

V.2 Difficultés expérimentales

Nous avons expliqué dans la partie précédente que l'effet Zénon quantique peut s'interpréter dans notre cas comme le brouillage de la phase du champ par la mesure. Pour que l'observation de l'effet Zénon soit convaincante, il faut s'assurer au préalable que le brouillage « quantique » (résultant de l'action en retour de la mesure) n'est pas noyé sous une autre source de brouillage totalement classique. Dans cette partie, je détaillerai l'ensemble des améliorations que nous avons apportées au dispositif expérimental pour réduire le brouillage classique à un niveau acceptable.

Nous avons expliqué que la croissance quadratique du champ sans mesure nécessite une source accordée sur la cavité pour que les injections successives soient toutes en phase et interfèrent constructivement. Or une stabilité de phase sur des durées de l'ordre de la seconde nécessite une stabilité en fréquence au Hertz près, ce qui correspond à une précision de 10^{-11} pour des fréquences à 51 GHz. La fréquence ν_{cav} de la cavité est liée à la distance entre les deux miroirs $d \simeq 2,7$ cm par la relation $\nu_{cav} = c/\lambda \simeq 9c/d$. Pour atteindre une précision de 10^{-11} sur la fréquence, nous devons donc stabiliser la position relative des miroirs à quelques 10^{-13} mètres c'est-à-dire à quelques millièmes de rayons atomiques, et ceci pour des miroirs macroscopiques !

La première tâche consiste donc à supprimer toutes les sources de vibrations introduisant des fréquences parasites brouillant la phase. Ces fréquences parasites apparaissent sur le spectre de la cavité sous forme de bandes latérales pour les fréquences élevées ou d'élargissement de la résonance principale pour les basses fréquences. Avec un facteur de qualité $Q = 4,2 \cdot 10^{10}$, la limite Fourier de la résonance est de 1,2 Hz. Après suppression des fréquences parasites, nous espérons donc mesurer une résonance sans bandes latérales et de largeur minimale 1,2 Hz.

L'observation expérimentale de l'effet Zénon est en fait encore plus contraignante. Si une séquence dure moins d'une seconde, nous devons répéter un grand nombre de fois cette séquence et moyenner les résultats. Dans ces conditions une dérive lente de la cavité détériorera aussi la qualité des mesures : au bout d'un certain temps, la cavité et la source seront légèrement désaccordées et les injections élémentaires ne seront alors plus en phase mais accumuleront un déphasage relatif croissant. Il est bien entendu hors de question de mesurer la fréquence de la cavité avant chaque réalisation d'une séquence pour réaccorder la source sur la cavité car cette mesure prend à elle seule presque une minute et cela augmentera considérablement les temps d'acquisition. Nous devons donc nous assurer en outre que la fréquence de la cavité ne dérive pas trop sur de longues échelles de temps. Typiquement il est souhaitable d'avoir moins de 1 Hz par heure de dérive.

V.2.1 Mesure du spectre de la cavité

L'absence de trou de couplage au centre des miroirs rend la mesure du spectre de la cavité plus difficile qu'avec les cavités précédemment utilisées dans le groupe (avec lesquelles on pouvait simplement mesurer la transmission de la cavité via le trou). Nous devons maintenant utiliser les atomes comme sondes. Les états circulaires sont ici mal adaptés car ils ne sont réellement sensibles qu'aux fréquences proches de leur résonance. De plus, ils sont difficiles à produire et on ne peut en obtenir guère plus que 10^4 par seconde.

Nous utilisons donc généralement l'état intermédiaire $52d$ obtenu à partir des deux excitations laser à 420 nm puis 1015 nm (voir partie I.2.3.a). Un champ électrique dans la cavité permet alors de lever la dégénérescence de la multiplicité et de répartir les différentes fréquences de résonance sur une large bande. Quelle que soit la fréquence de la micro-onde stockée dans la cavité, on trouvera forcément parmi les atomes la traversant des états à résonance.

On remplit donc dans un premier temps le montage de micro-onde. Si la fréquence d'injection est résonnante avec la cavité, celle-ci va stocker de la micro-onde. On coupe ensuite l'injection : la micro-onde disparaît alors du montage en une fraction de microseconde à l'exception de celle éventuellement présente dans le mode de la cavité. Il suffit alors d'envoyer des atomes dans l'état $52d$ et de regarder le taux de transfert vers d'autres états (mal identifiés mais distinguables car ionisés par un champ électrique différent dans le détecteur). En mesurant la réponse atomique en fonction de la fréquence d'injection on obtient ainsi le spectre de la cavité. Un exemple typique (avant tout travail de stabilisation) est présenté en figure V.2.

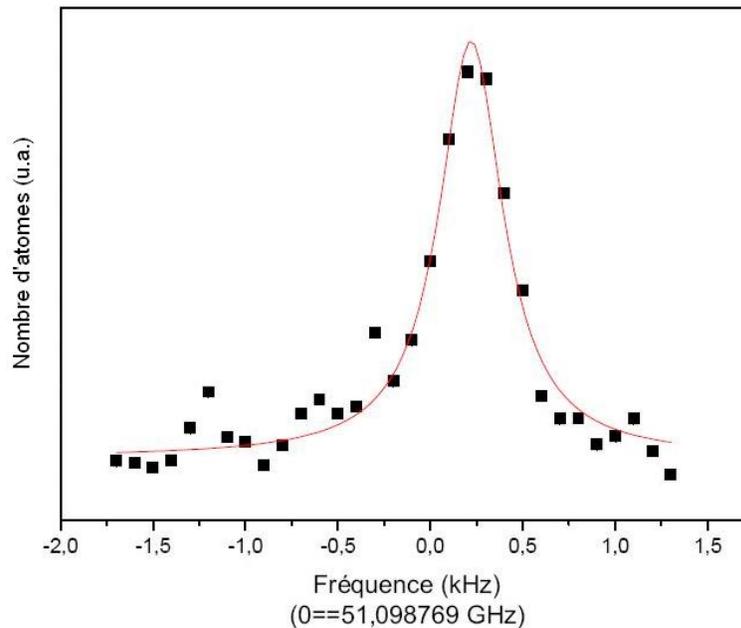


FIGURE V.2 – Spectre typique de la résonance de la cavité enregistré avant toute optimisation (via le transfert du $52d$ vers d'autres états mal identifiés mais distinguables). La courbe est un ajustement lorentzien sur les points expérimentaux. La largeur mesurée ici vaut 420 Hz. Elle est bien supérieure à la valeur théorique limite. L'élargissement supplémentaire est principalement dû aux fluctuations de la cavité.

Enfin, cette mesure est tout aussi sensible aux instabilités de la fréquence de la source micro-onde. En mesurant le spectre de la cavité, on mesure donc à la fois la précision et la stabilité en fréquence de la cavité et de la source. Le dispositif utilisé pour injecter de la micro-onde dans la cavité est décrit au chapitre 1 (partie I.2.2.c). Pour avoir une bonne stabilité et précision en fréquence, il faut donc s'assurer de la qualité du synthétiseur lui-même. Le synthétiseur (Anritsu 3692B) est capable de produire, à partir d'une référence de fréquence à 10 MHz, une fréquence

à 12,8 GHz très pure à l'échelle du Hertz. Cependant, si cette référence à 10 MHz est impure, le synthétiseur répercute l'impureté de la référence sur son signal de sortie à 12,8 GHz. Plutôt que d'utiliser la référence interne du synthétiseur (de pureté spectrale insuffisante), nous utilisons un quartz de meilleure qualité (ref Oscilloquartz 8607-BM). Ce quartz possède une bonne précision à court terme mais sa fréquence peut fluctuer sur le long terme malgré un asservissement en température. Pour obtenir la stabilité à long terme, nous asservissons donc ce quartz en phase sur une horloge atomique (ref Stanford PRS 10). Ce modèle bon marché possède une stabilité à long terme suffisante mais une relativement mauvaise précision à court terme. L'asservissement doit donc être à la fois suffisamment « mou » pour ne pas introduire cet effet dans le signal délivré par le quartz et suffisamment rapide pour compenser les dérives naturelles du quartz. Le circuit utilisé pour l'asservissement est représenté figure V.3 avec les valeurs choisies réalisant un bon compromis entre les deux contraintes précédentes.

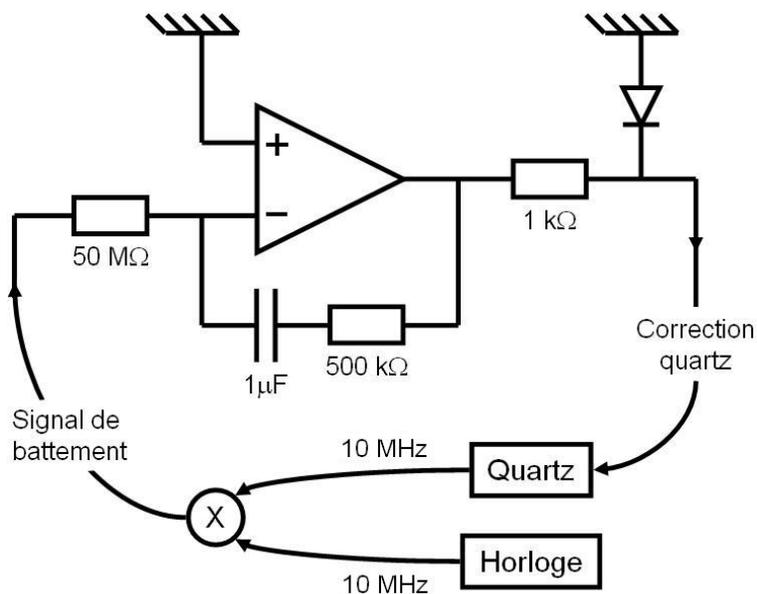


FIGURE V.3 – Circuit d'asservissement du quartz réalisant une correction de type proportionnelle / intégrale. (La diode est uniquement présente par mesure de sécurité : la tension en entrée pour la correction du quartz doit être positive.)

V.2.2 Les vibrations

V.2.2.a Réduction des vibrations

Comme nous l'avons vu, la distance entre les deux miroirs doit être stabilisée à l'échelle du millièbre de rayon atomique. Il faut donc tout d'abord isoler la cavité de toute source de vibrations extérieure. Pour identifier les différentes sources de vibrations, leurs fréquences et leurs intensités, nous utilisons un accéléromètre (placé sur le cryostat, à l'extérieur de l'enceinte à vide) : un cristal piézoélectrique sur lequel repose une masse de quelques centaines de grammes.

Lorsque ce dispositif est soumis à une vibration, la masse exerce une force sur le cristal qui se traduit par une tension à ses bornes oscillant à la fréquence de la vibration. Il suffit alors d'envoyer cette tension dans un analyseur de spectre. Notons toutefois que ce dispositif est aussi susceptible de capter le rayonnement électromagnétique ambiant (principalement dû au secteur oscillant à 50 Hz) par un simple effet d'antenne. Pour nous affranchir de cette perturbation, nous plaçons le dispositif dans une cage de Faraday : un cylindre métallique de 1 cm d'épaisseur relié à la masse.

La figure V.4.a montre un spectre typique obtenu en plaçant l'accéléromètre au niveau du cryostat avant tout travail d'isolation des sources de vibrations. L'origine des différents pics a été identifiée et traitée :

1. Les pics à 50 Hz et 100 Hz sont dûs en grande partie à toute l'électronique contenant des transformateurs et des ventilateurs. Tous les appareils reposant initialement sur le montage expérimental ont donc été déplacés vers des zones isolées. Pour ne pas transmettre les vibrations par les fils et les câbles de connexions, ceux-ci sont dans la mesure du possible pincés entre deux lourdes masses (possédant donc une grande inertie).

Le sol du laboratoire lui-même oscille faiblement à cause des gros transformateurs alimentant le secteur pour le bâtiment entier. L'ensemble du dispositif expérimental est donc monté sur des coussins d'air absorbant les fréquences supérieures à quelques Hz. Pour la même raison, les masses pinçant les câbles reposent sur un matériau absorbant les vibrations.

2. Les pics à 250 Hz et 630 Hz proviennent des différentes pompes primaires. Celles-ci (vibrant énormément) sont déplacées sur la mezzanine du laboratoire pour éviter un couplage par le sol. Tous les tuyaux flexibles métalliques (conduisant atrocement les vibrations) sont remplacés par des tuyaux en caoutchouc. On prend aussi soin, comme pour les câbles électriques, de placer des atténuateurs de vibrations entre les pompes et le montage : de grosses masses de béton à travers lesquelles on fait passer les tuyaux.
3. Enfin lors d'une séquence expérimentale, on s'interdit bien sûr de marcher dans le laboratoire, de parler fort ou de faire inutilement du bruit.

La figure V.4.b présente le nouveau spectre obtenu après ce travail d'isolation des vibrations. Même si la réponse de l'accéléromètre n'est probablement pas plate, nous vérifions que les principaux pics ont bien été réduits. En particulier, les pics à 65 Hz, 250 Hz et 630 Hz ont été réduits au niveau du fond de bruit blanc. Le pic à 100 Hz a été réduit de presque un facteur 10.

V.2.2.b Effet des vibrations résiduelles sur la cavité

Lorsque les miroirs de la cavité sont excités par une vibration sinusoïdale de fréquence ν_i , la fréquence de la cavité fluctue d'une quantité $\delta\nu(t)$ dépendant sinusoïdalement du temps à la fréquence ν_i . La phase du champ fluctue donc elle aussi d'une quantité $\delta\varphi(t)$ définie comme l'intégrale temporelle de $\delta\nu(t)$. Cette modulation de phase est aussi de fréquence ν_i . Le champ dans la cavité s'écrit donc :

$$E(t) = E_0 \cos[2\pi\nu_0 t + \beta_i \sin(2\pi\nu_i t)], \quad (\text{V.15})$$

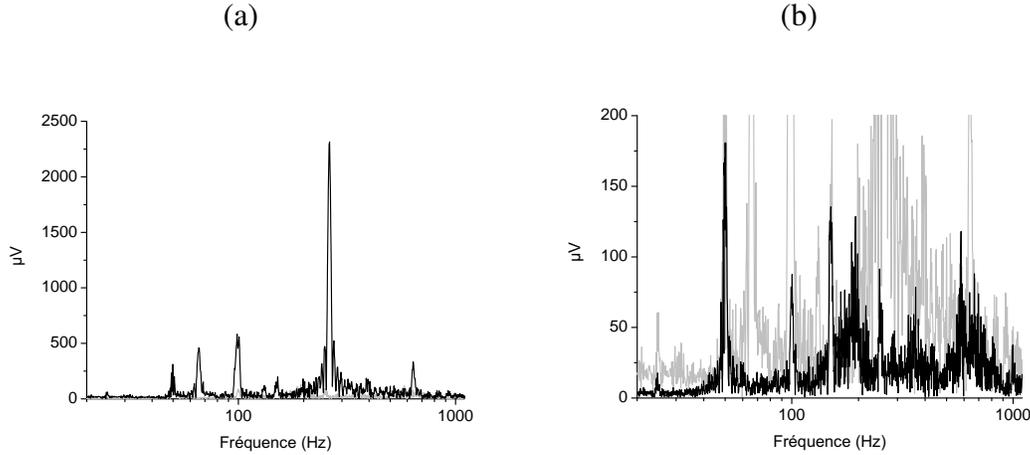


FIGURE V.4 – Spectre des vibrations enregistré à l'aide d'un accéléromètre et d'un analyseur de spectre au niveau du cryostat (échelle de fréquence logarithmique). (a) Avant tout travail sur les vibrations. (b) Après stabilisation (en noir) et avant (en gris).

où ν_0 est la fréquence centrale de la cavité. On peut exprimer le champ à l'aide des fonctions de Bessel J_n :

$$E(t) = E_0 \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\beta_i) \cos[2\pi(\nu_0 + n\nu_i)t], \quad (\text{V.16})$$

La mesure des poids relatifs $J_n(\beta_i)$ des différentes bandes latérales nous permet donc de connaître chaque paramètre β_i et d'en déduire l'excursion maximale de la phase due au bruit.

Nous avons vu dans la partie V.2.1 que la réponse du niveau 52d en fonction de l'intensité du champ dans la cavité est en général très complexe. On sait cependant qu'à amplitude donnée, la réponse atomique est une lorentzienne de hauteur donnée. A l'aide d'un atténuateur calibré, nous enregistrons dans un premier temps un spectre avec une atténuation a pour laquelle la hauteur h de la raie centrale est proprement mesurable sans que celle-ci soit complètement saturée. Nous nous intéressons ensuite à une bande latérale particulière (d'indice i) et déterminons quelle atténuation $b < a$ nous devons appliquer pour retrouver la même hauteur h . Nous pouvons alors en déduire le rapport (pour des atténuations exprimées en décibels) :

$$10^{\frac{b-a}{10}} = \frac{J_1(\beta_i)}{\sum_j J_0(\beta_j)}. \quad (\text{V.17})$$

La figure V.5 montre un spectre typique pris sur une large bande de 3 kHz exhibant quelques bandes latérales dues aux vibrations (mesure prise en cours d'optimisation). On remarque principalement la présence du 50 Hz et de ses harmoniques. Deux autres bandes latérales à environ 1 kHz sont également visibles. Elles correspondent à la fréquence de résonance du bloc cavité excité par le fond de vibrations. Après optimisation, seules les bandes latérales à 1 kHz étaient encore détectables. Nous pouvons donc remplacer $\sum_j J_0(2\beta_j)$ par $J_0(2\beta_{1\text{kHz}})$ dans la formule (V.17). La valeur finalement obtenue pour $2\beta_{1\text{kHz}}$ est 0,019. Elle correspond à une excursion de

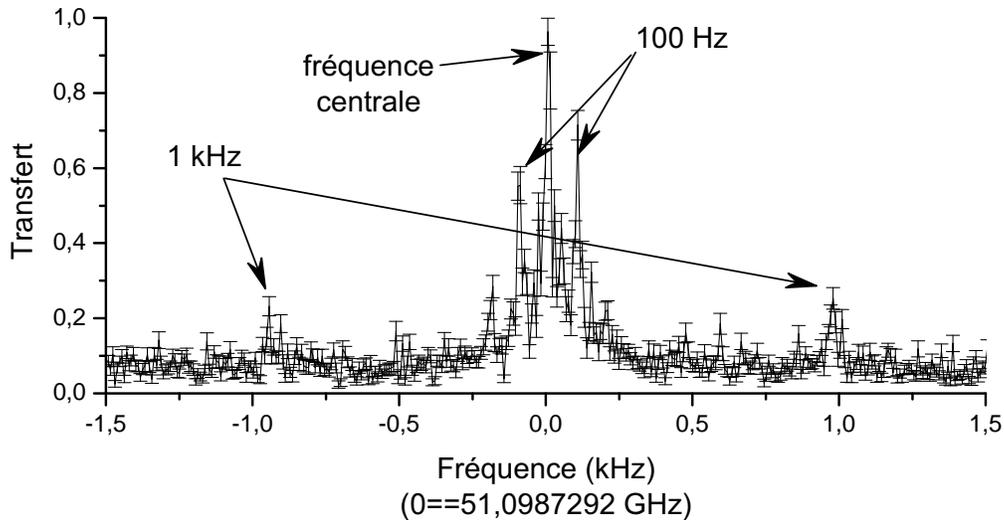


FIGURE V.5 – Spectre de résonance de la cavité. En plus de la résonance principale, des bandes latérales sont visibles aux multiples de 50 Hz et à 1 kHz.

phase maximale $\delta\varphi \approx 1,1^\circ$ tout-à-fait satisfaisante. Notons toutefois qu'il existe peut-être des bandes latérales à plus haute fréquence que nous n'avons pas cherché à détecter. De même, le fond peut éventuellement cacher un grand nombre de bandes latérales chacune de très faible amplitude mais dont l'intégrale pourrait avoir un effet significatif sur la stabilité de la cavité.

V.2.3 Les dérives lentes

Malgré tout ce travail d'isolation des vibrations extérieures, la cavité n'est pas parfaitement stable. D'autres sources de dérives lentes de la fréquence de la cavité ont été identifiées : l'instabilité de la tension appliquée aux bornes des piézoélectriques contrôlant la position des miroirs, et les variations de pression et de température au sein du cryostat.

V.2.3.a Stabilisation des cales piézoélectriques

Pour accorder la cavité sur la fréquence atomique ou choisir un désaccord précis, nous utilisons des cales piézoélectriques (voir partie I.2.2.a). La longueur de la cavité et donc sa fréquence dépendent linéairement de la tension appliquée sur ces cales. Cette dépendance a été mesurée à 2,4 kHz/V (voir figure I.10). Pour obtenir un déphasage de $\pi/4$ par photon - correspondant à un désaccord de 272 KHz - nous devons appliquer une tension de 83 V. Cependant, toute fluctuation de cette tension engendre une fluctuation de la fréquence de la cavité. Pour avoir une fréquence stable au Hz près il nous faut stabiliser cette tension à l'échelle de 0,1 mV soit à 10^{-7} près.

La source de tension que nous utilisons (Stanford PS350), bien qu'ayant de très bonnes caractéristiques pour une source haute-tension⁶ (stabilité à 50 mV), est donc filtrée par un circuit RC (voir figure V.6) de constante de temps $\tau = 10^5$ s. Notons que l'utilisation de condensateurs chimiques (pouvant avoir de très grandes capacités mais présentant aussi de très grands courants de fuite) n'est pas judicieuse. Nous optons donc ici pour dix condensateurs de $10\mu\text{F}$ (Epcos B32926, résistance interne : $100\text{ G}\Omega$) en parallèle. Nous couplons cette capacité à dix résistances de $100\text{ M}\Omega$ (Vishay HTS) en série. La dérive maximale théorique est obtenue lorsque la source de tension V_{out} saute brutalement de 50 mV. Elle vaut alors $0,18\text{ mV/h}$ correspondant à une dérive maximale en fréquence de $0,43\text{ Hz/h}$ tout à fait satisfaisante. (L'ordre de grandeur de la constante de temps du filtre a par ailleurs été vérifié en appliquant volontairement un brusque saut de tension de 1V.)

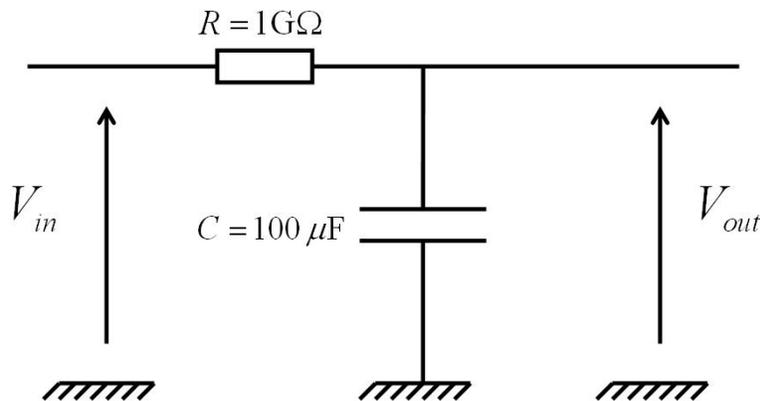


FIGURE V.6 – Circuit RC utilisé pour stabiliser la tension aux bornes des cales piézoélectriques. La constante de temps de 10^5 s régule les éventuels sauts de tensions de 50 mV en des dérives maximales inférieures à $0,2\text{ mV/h}$ soit $0,4\text{ Hz/h}$.

V.2.3.b Asservissement de la pression du bain d'hélium

Une autre source de dérive de la fréquence de la cavité provient des fluctuations de la pression dans le circuit d' ^4He . Le réservoir du cryostat est en effet relié à un circuit de recyclage parcourant tout le bâtiment. La pression dans ce circuit fluctue sur une échelle de quelques dizaines de mbar dès qu'une équipe effectue un transfert d'hélium ou selon la quantité totale d'hélium liquéfié.

La figure V.7 montre clairement une corrélation entre les fluctuations de la température du bain d' ^4He (directement relié à sa pression : le bain est à l'équilibre liquide-vapeur) et de la fréquence de la cavité. Dans cette figure, le spectre de la cavité est mesuré en continu ce qui permet de suivre l'évolution de sa fréquence. Nous attribuons cette corrélation à des déformations dues aux contraintes mécaniques fluctuantes au niveau du « bloc cavité » engendrées par ces fluctuations de pression dans le réservoir du cryostat. Une autre contribution provient peut-être directement des fluctuations de température dans le réservoir engendrant elles aussi des contraintes via les contractions thermiques.

6. Nous devons pouvoir accorder la cavité sur une gamme la plus grande possible.

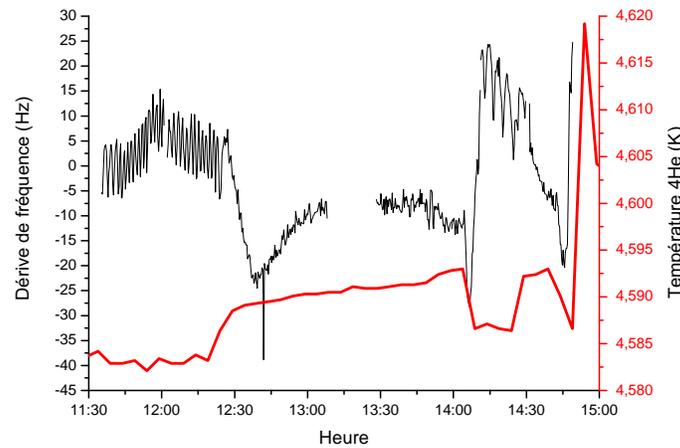


FIGURE V.7 – Corrélations entre les dérives de fréquence de la cavité (traits fins) et les fluctuations de pression du circuit de recyclage de l' ^4He visualisées via la température du bain (traits gras).

Quelle que soit l'origine physique réelle de cette corrélation, nous devons stabiliser cette pression. Nous avons mesuré qu'une variation de 1 mbar dans le réservoir implique qualitativement une variation de 1 Hz de la fréquence de la cavité. La pression du circuit de recyclage est légèrement supérieure à la pression ambiante. Il nous faut donc stabiliser cette pression à 10^{-4} près.

Il nous est impossible d'asservir la pression du circuit de recyclage entier. Nous décidons donc d'isoler le cryostat du circuit de recyclage à l'aide d'une pompe et d'une impédance réglable (vanne de contrôle Brooks 5835C) (voir figure V.8). Si l'impédance est suffisamment grande et la pompe suffisamment puissante, la pression entre la pompe et l'impédance est presque nulle. Le débit d'hélium à travers l'impédance est alors directement proportionnel à la pression en amont de l'impédance - c'est-à-dire dans le réservoir du cryostat - et à l'impédance elle-même. On peut donc asservir cette pression grâce à une boucle de rétroaction de type PID sur l'impédance.

L'utilisation d'une boucle de rétroaction suppose que l'on est capable de mesurer précisément la pression dans le réservoir du cryostat. Il est aisé de mesurer précisément des différences de pression et la valeur exacte de la pression n'a pas d'importance pourvu quelle soit stable. Nous asservissons donc l'impédance de la vanne d'après la pression différentielle entre le réservoir du cryostat et une référence de pression. La référence de pression est une simple enceinte fermée possédant un volume et une quantité d'air fixes. La pression qui y règne ne dépend donc que de la température. Cette température est stabilisée passivement en enfermant l'enceinte dans un carton rempli de mousses, papiers à bulles, polystyrène, et autres matières isolantes... La stabilisation à long terme est assurée par la climatisation du laboratoire. En considérant la température de l'enceinte stable à $0,1^\circ\text{C}$ près, nous obtenons une stabilité de pression à 0,3 mbar soit une stabilité de la fréquence de la cavité à 0,3 Hz.

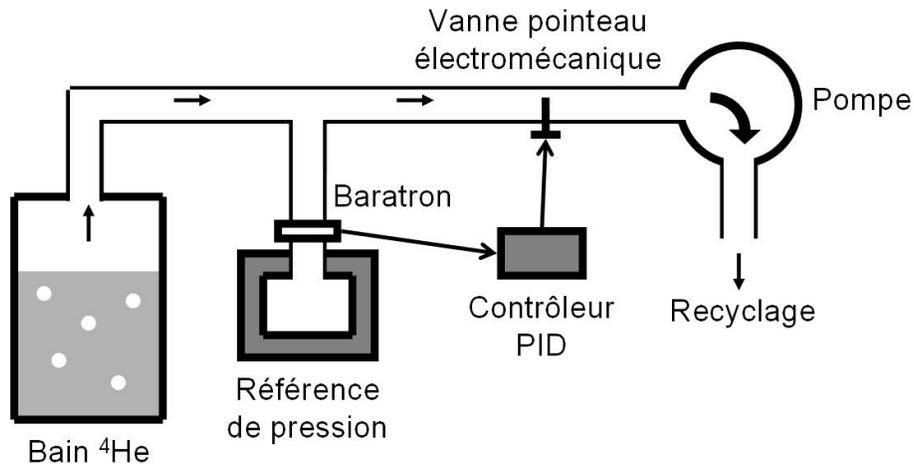


FIGURE V.8 – Schéma du système d'asservissement de la pression du bain ^4He .

V.2.3.c Asservissement de la température

Une autre source de fluctuations de la fréquence de la cavité a été mise en évidence. La figure V.9 montre clairement que la fréquence de la cavité est aussi corrélée à la température du bloc cavité. Cette corrélation est attribuée aux contractions thermiques différentielles entre le cuivre et les cales piézoélectriques. Le rapport qualitatif entre les fluctuations de température et de fréquence correspond bien à la pente de 1 Hz pour 1 mK observée lorsque l'on passe de 1,5 K (^3He non pompé) à 0,8 K (^3He pompé). Il nous faut donc ici aussi stabiliser cette température à 0,1 mK près.

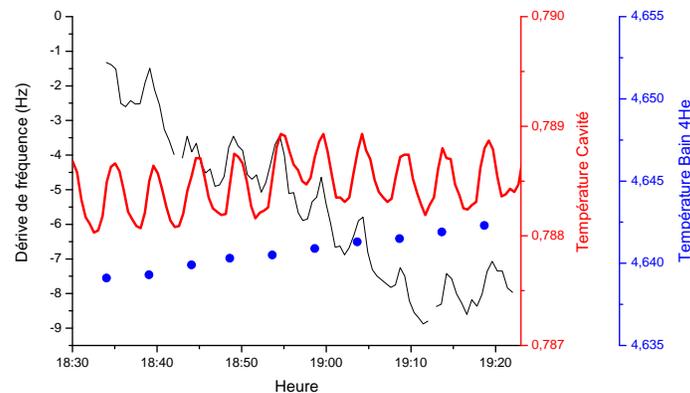


FIGURE V.9 – Corrélations entre les oscillations de fréquence de la cavité (courbe fine noire) et les oscillations de température du bloc cavité (courbe grasse rouge). La dérive de fréquence supplémentaire est due à la dérive de pression du bain ^4He (points bleus).

Les oscillations mises en évidence dans la figure V.9 proviennent probablement d'oscillations de relaxation du circuit ^3He . Plutôt que d'essayer de les supprimer nous décidons de les compen-

ser avec un chauffage léger et variable. Nous utilisons l'un des bolomètres comme une simple résistance chauffante dans laquelle nous faisons circuler un faible courant. Nous pouvons ainsi asservir la température à une valeur légèrement supérieure à la température d'équilibre, typiquement autour de $756 \pm 0,1$ mK. Rappelons qu'il s'agit d'une masse d'environ 40 kg et qu'une telle stabilisation à une telle température n'était pas garantie...

V.2.3.d Amélioration de l'asservissement de la source

A ce stade, notre stabilisation est déjà très performante. La figure V.10 présente un spectre enregistré sur une durée de 12 minutes. L'ajustement d'une lorentzienne donne une largeur de raie de 1,47 Hz très proche de la valeur intrinsèque $\Delta\nu_{cav} = 1/2\pi T_{cav} = 1,22$ Hz. L'élargissement supplémentaire peut avoir différentes causes. Premièrement, la transition atomique considérée est peut-être encore légèrement saturée. Deuxièmement, la durée d'injection n'est pas infinie : ceci résulte en un élargissement du spectre de la source (limite de Fourier) donc de la mesure⁷. Enfin, l'élargissement observé peut bien entendu être imputé à une dérive résiduelle de la cavité ou de la source pendant la mesure.

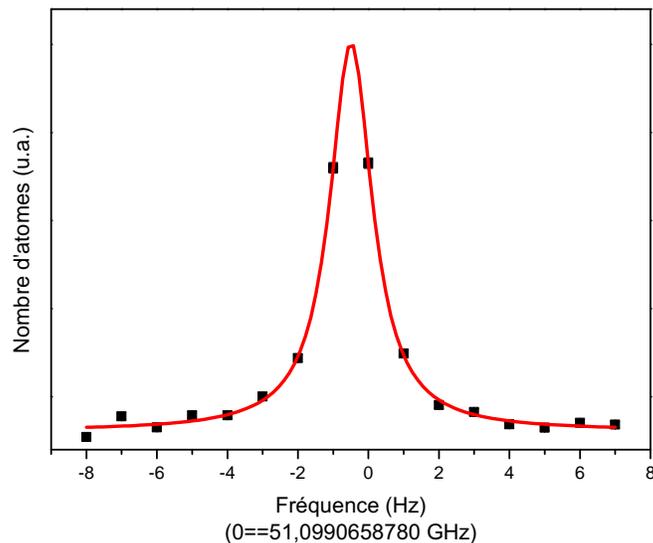


FIGURE V.10 – Spectre de la cavité. La largeur mesurée 1,47 Hz est très proche de la limite théorique de 1,22 Hz.

Pour tester la stabilisation à long terme, nous répétons la mesure un grand nombre de fois. Chaque mesure prend un peu plus d'une minute. La figure V.11 présente la dérive de fréquence

7. Il est difficile de tenir compte quantitativement de cet effet. Bien que l'on connaisse la durée d'une injection (400 ms), ces séquences sont répétées les unes à la suite des autres sans réinitialiser systématiquement le champ dans l'état $|0\rangle$. La source est donc presque continuellement allumée. Toutefois sa fréquence est balayée pendant la mesure du spectre.

mesurée pendant 45 minutes. Un ajustement linéaire donne une dérive de 0,66 Hz/h qui est très satisfaisante. En revanche, la fréquence semble osciller rapidement autour de sa valeur moyenne. Pour avoir une meilleure résolution temporelle, nous n'enregistrons plus des spectres complets mais nous réglons la source sur un flanc de la résonance de la cavité (où nous disposons de la plus grande sensibilité aux fluctuations de fréquence) et nous enregistrons en continu la réponse atomique. Un tel signal enregistré sur 25 minutes est présenté en figure V.12.a. Nous voyons clairement que le signal reste au dessus du fond confirmant que nous avons bien quasiment supprimé toutes les dérives lentes. Nous mettons également en évidences les oscillations résiduelles (d'amplitude d'environ 3 Hz) supposées d'après la mesure précédente. Elles sont en fait dues à une fréquence de résonance du circuit d'asservissement du quartz sur l'horloge atomique. Pour nous affranchir de ce dernier problème nous introduisons un coefficient de friction dans le circuit : la résistance de 500 k Ω visible sur la figure V.3. La figure V.12.b présente une mesure identique après cette amélioration : les oscillations sont largement réduites et correspondent à une déviation standard de la fréquence inférieure au Hz.

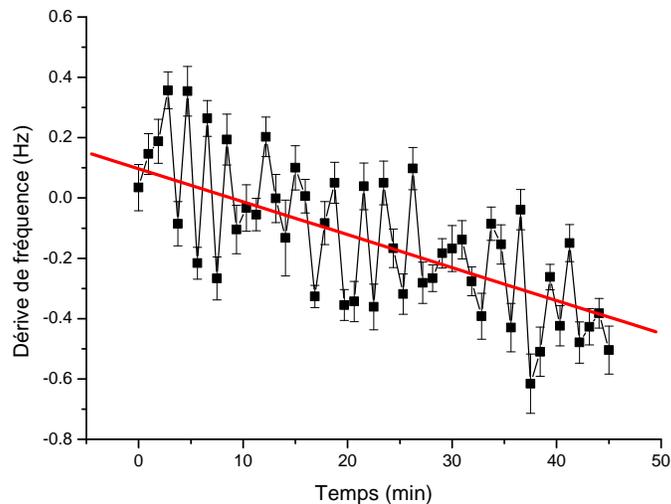
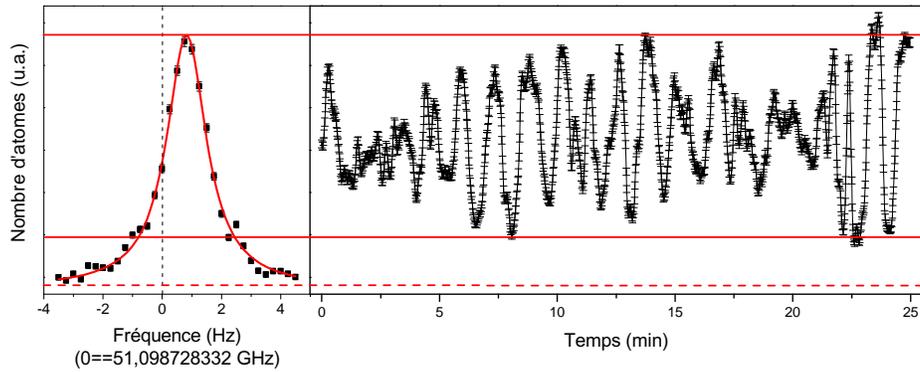


FIGURE V.11 – *Dérives de fréquence de la cavité. Des mesures répétées de la fréquence mesurée de la cavité sont reportées en fonction du temps. Un ajustement linéaire indique une dérive résiduelle de 0,66 Hz/h.*

V.2.4 Effet d'un désaccord résiduel entre la source et la cavité

Les résultats précédents montrent que notre stabilisation de la cavité et de la source est satisfaisante. Supposons cependant que pour une raison quelconque la source ne soit pas parfaitement accordée sur la cavité mais présente un petit désaccord $\delta\nu$. La phase de la source à la $k^{\text{ème}}$ injection est alors $\delta\varphi = 2\pi \cdot k \Delta T \delta\nu$. L'amplitude complexe du champ dans la cavité décrit un cercle comme le montre la figure V.13 : le champ commence à décroître après $k = 1/2\Delta T \delta\nu$ injections

(a)



(b)

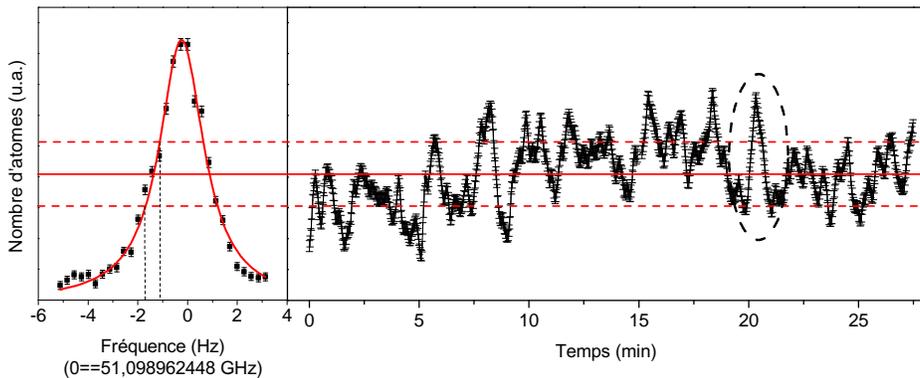


FIGURE V.12 – Mesure de la stabilité en fréquence de la source et de la cavité. La fréquence est réglée initialement sur le flanc de la réponse atomique. (a) Les pointillés verticaux sur la figure de gauche indiquent le réglage de la fréquence initiale. La réponse atomique reste au-dessus du fond prouvant la suppression des dérives lentes. Les dernières oscillations mises ici en évidence (d'une amplitude d'environ 3 Hz) sont essentiellement attribuées à une oscillation du circuit d'asservissement de la source. (b) Même mesure après amélioration de l'asservissement : les oscillations sont fortement réduites. Les oscillations résiduelles peuvent être liées aux imperfections des autres asservissements. Par exemple la variation « brutale » entourée correspond à un saut de température identifié. La ligne pleine horizontale indique la moyenne sur les 27 minutes d'enregistrement, les pointillés indiquent la déviation standard. Nous mesurons ainsi une déviation standard en fréquence inférieure au Hz.

et est nul après $k = 1/\Delta T \delta\nu$ injections (si l'amortissement du champ pendant le temps nécessaire pour effectuer un tour complet du cercle est négligeable)⁸.

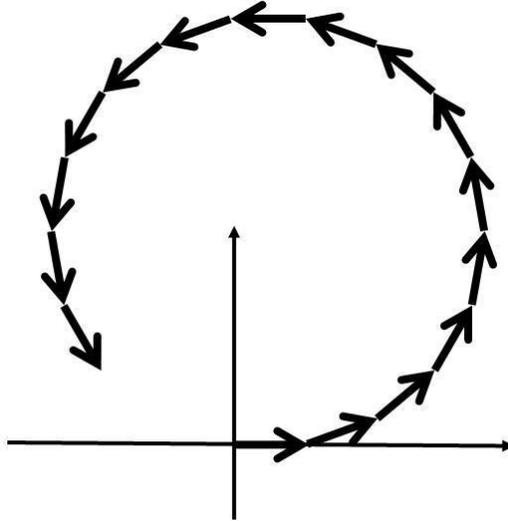


FIGURE V.13 – Évolution de l'amplitude complexe du champ en présence d'un désaccord entre la source et la cavité. Chaque injection accumule une phase supplémentaire par rapport à la précédente.

Pour mesurer la croissance cohérente d'un champ de quelques photons, nous utilisons dans un premier temps une variante simplifiée de la méthode utilisée dans les chapitres précédents. Nous enregistrons des franges de Ramsey qui sont affectées par le champ dans la cavité. Le champ n'étant pas dans un état de Fock, l'effet est un peu plus complexe qu'un simple déphasage et résulte aussi en une réduction de contraste. Nous pouvons toutefois en déduire le nombre de photons comme on l'explique en annexe E.

Un résultat typique d'une telle mesure est présenté en figure V.14 et semble indiquer un désaccord entre la source et la cavité d'environ 2 Hz. Nous soupçonnons que ce désaccord vient de notre mesure du spectre utilisant les états $52d$. En effet ceux-ci sont bien moins couplés au champ que les états circulaires et nous devons donc injecter beaucoup plus de photons pour obtenir un signal mesurable. Cette grande intensité dans la cavité pourrait introduire un effet de chauffage biaisant notre mesure. Pour cette raison, nous mesurons le spectre de la cavité avec un nouveau type de séquence n'utilisant plus les états $52d$ mais les états circulaires.

L'idée générale de la nouvelle séquence est la même que la précédente : on injecte de la micro-onde légèrement avant d'envoyer les atomes sonder la cavité. La fréquence est balayée et les atomes ne sont affectés que si de la micro-onde a été stockée par la cavité, ce qui n'arrive que lorsque la source est accordée. Cependant, au lieu de regarder un transfert atomique induit par l'interaction résonnante entre les photons présents dans la cavité et un des états de la multiplicité 52, nous réalisons une interférométrie de Ramsey en régime dispersif : on se place en une phase

8. On peut aussi voir cet effet dans l'autre sens : à une durée d'injection T donnée, la composante spectrale de la source à la fréquence de la cavité dépend en $\text{sinc}(\pi\delta\nu T)$ et vaut 0 si $T = 1/\delta\nu$.

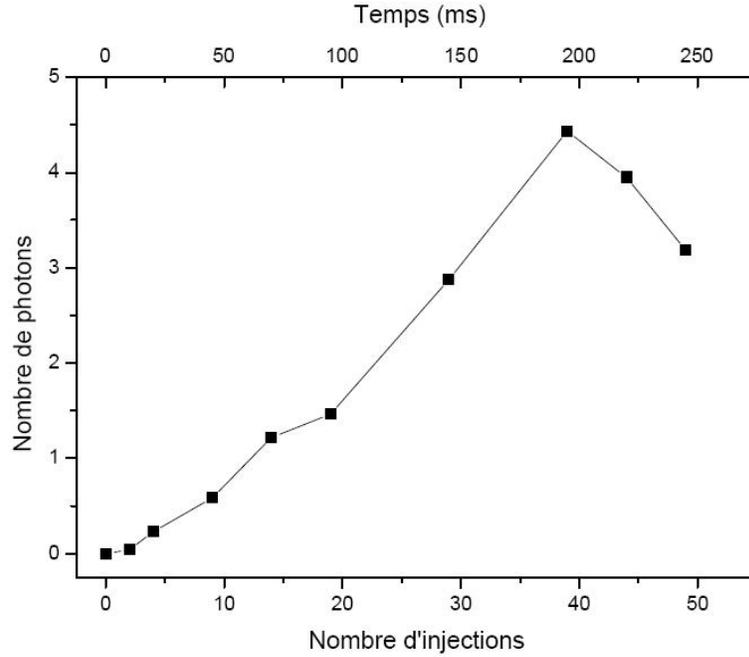


FIGURE V.14 – Premier essai d'enregistrement de la croissance cohérente du champ. La réduction reproductible du nombre de photons semble indiquer un désaccord résiduel entre la source et la cavité de l'ordre de 2 Hz.

fixe de l'interféromètre (c'est-à-dire à fréquence Ramsey fixe). La présence éventuelle de photons modifie les probabilités de trouver les atomes dans $|e\rangle$ ou $|g\rangle$. Le transfert atomique doit donc être symétrique par rapport à la fréquence de la cavité. La figure V.15 montre un résultat typique obtenu avec cette nouvelle méthode et comparé à l'ancienne méthode utilisée immédiatement après. Ainsi nous mettons bien en évidence un offset d'environ 1,7 Hz dans la mesure utilisant les états 52d. Dans la suite nous n'utilisons donc plus que la mesure mettant en jeu les états circulaires⁹.

En utilisant notre nouvelle mesure de la fréquence de la cavité, l'enregistrement de la croissance cohérente du champ présenté en figure V.16 est maintenant bien plus convaincant. On peut ajuster une courbe théorique de formule¹⁰ :

$$\bar{n}_k = n_0 + \frac{e^{-k\frac{\Delta T}{T_{cav}}} - 2e^{-k\frac{\Delta T}{2T_{cav}}} \cos(2\pi k\delta\nu\Delta T) + 1}{e^{-\frac{\Delta T}{T_{cav}}} - 2e^{-\frac{\Delta T}{2T_{cav}}} \cos(2\pi\delta\nu\Delta T) + 1} \cdot n_1. \quad (\text{V.18})$$

où k est le nombre d'injections, ΔT la durée séparant deux injections consécutives et n_1 le nombre de photons par injection. On obtient ainsi un désaccord résiduel $\delta\nu = 0,57 \pm 0,05$ Hz. Ce désaccord résiduel très faible peut être attribué aux restes de dérives lentes d'une part, à la précision

9. Cette méthode nécessite cependant de déjà connaître relativement précisément la fréquence de la cavité. Une première mesure « grossière » mais commode et rapide est donc généralement effectuée avant en utilisant les états 52d.

10. Cette formule sera expliquée dans la partie suivante.

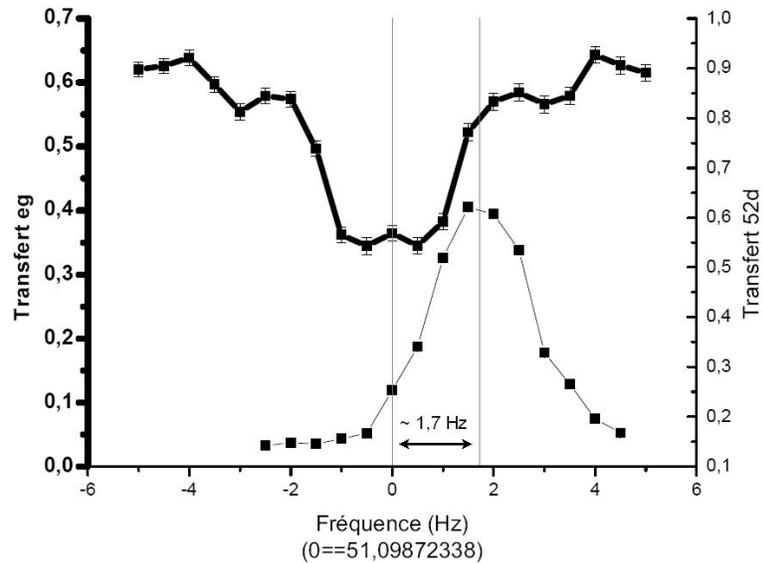


FIGURE V.15 – Comparaison des spectres de résonance de la cavité mesurés à l'aide du niveau 52d (traits fins) et à l'aide des états circulaires (traits gras). Les deux mesures mettent en évidence un offset de 1,7 Hz.

de la mesure de la fréquence de la cavité d'autre part.

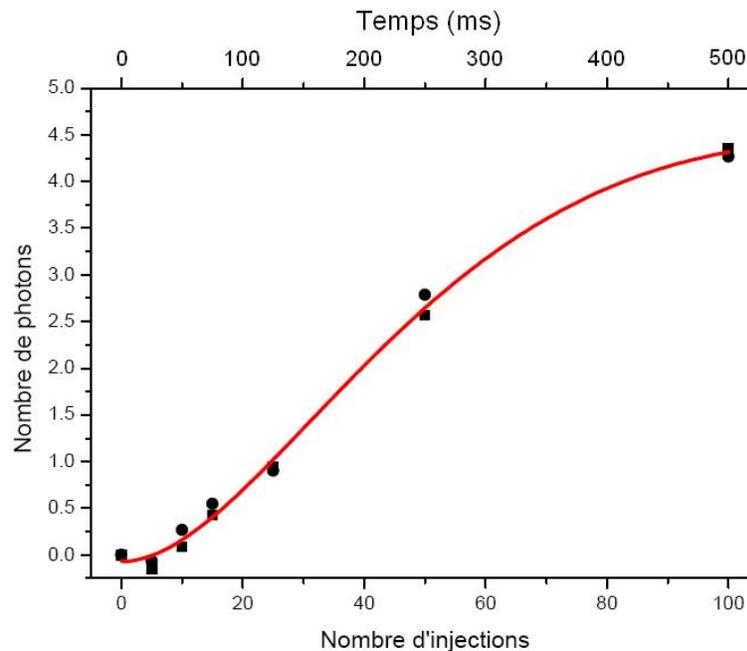


FIGURE V.16 – Mesure de la croissance cohérente du champ (la méthode utilisée est la même que pour la figure V.14). La courbe théorique est ajustée selon la formule (V.18) tenant compte d'un désaccord résiduel entre la source et la cavité. Ce désaccord est mesuré à $0,57 \pm 0,05$ Hz.

V.3 Résultats expérimentaux

V.3.1 Séquences expérimentales

Une observation de l'effet Zénon quantique convaincante nécessite la mesure de deux courbes expérimentales : nous devons d'abord prouver la croissance cohérente quadratique du champ en fonction du nombre d'injections k avant de prouver le gel de cette évolution sous l'effet de mesures répétées. Hormis la présence ou l'absence de mesures entre les injections, les deux séquences doivent être totalement identiques. Les séquences expérimentales sont résumées en figure V.17. Elles sont essentiellement composées de trois étapes : le refroidissement du champ dans l'état $|0\rangle$, une série d'injections et enfin une mesure finale. La mesure finale est réalisée selon le principe détaillé dans les chapitres précédents (mesure de la direction finale du spin atomique, via quatre phases différentes). Le déphasage par photon est toujours réglé à $\Phi_0 = \pi/4$.

Pour observer la croissance cohérente du champ, nous devons éviter l'effet Zénon : nous ne pouvons donc pas mesurer le champ en continu. Pour cette raison chaque point de la courbe doit être pris séparément : nous réalisons k injections sans aucune mesure et seulement en fin de séquence nous mesurons le champ. Pour obtenir un autre point, nous recommençons une autre séquence semblable mais avec k' injections avant la mesure finale.

Pour observer l'effet Zénon quantique, nous intercalons des mesures du champ entre les injections. Comme on s'attend dans ce cas à ne mesurer que de faibles nombres de photons, une seule phase de mesure suffit. Nous choisissons donc pour ces atomes « Zénon » la phase c (voir partie III.2.1.b) c 'est à dire celle distinguant le plus efficacement les états $|0\rangle$, $|1\rangle$ et $|2\rangle$ (voir figure III.22).

1. Refroidissement du champ

Pour réaliser l'expérience dans des conditions reproductibles, il est nécessaire de supprimer initialement le champ thermique mais aussi et surtout le champ éventuellement laissé par la réalisation précédente. Pour cela, une série de 40 paquets d'atomes absorbeurs (voir partie I.2.2.d) est tout d'abord préparée. Le nombre moyen d'atomes détectés par paquet est de l'ordre de 1 ce qui correspond à un nombre moyen d'atomes réels de l'ordre de 2 pour une efficacité de détection de l'ordre de 50%. Le mode est ainsi traversé par environ 80 atomes absorbeurs de telle sorte que nous sommes certains de trouver le mode dans l'état vide immédiatement après cette étape. (Rappelons que le nombre moyen de photons dans la cavité n'est pas supposé dépasser $n = 7$.) A la fin de cette étape (qui dure environ 8 ms) nous avons un temps mort de $T_r = 4,7$ ms.

2. Série d'injections suivies éventuellement de mesures

A la suite du refroidissement du mode, nous envoyons une série d'injections. La durée d'une injection est de $50 \mu\text{s}$ et deux injections consécutives sont espacées de $\Delta T = 5,04$ ms. Lorsque l'on veut observer l'effet Zénon quantique, le temps séparant deux injections est mis à profit pour mesurer le nombre de photons dans la cavité : on prépare une succession de paquets sondes espacés deux à deux de $90 \mu\text{s}$. Les atomes sondes ne doivent en aucun cas « voir » les injections de micro-onde qui inondent l'ensemble de la boîte d'écrantage : cela modifierait violemment leur état et brouillerait nos mesures. Pour des atomes sélectionnés

à 250 m/s, les 1260 μs précédant une impulsion ne peuvent donc pas être exploitées pour produire des sondes : elles n'auraient pas le temps d'atteindre le détecteur avant le début de l'impulsion. Ces 1260 μs constituent donc un temps mort. Les 3780 μs restant permettent de produire 42 paquets sonde.

Évidemment, lorsque l'on ne cherche pas à mesurer le nombre de photons, l'intégralité des 5,04 ms reste un temps mort.

Enfin, à la fin de la série d'injections (et mesures éventuelles), nous avons un temps mort supplémentaire de 5,04 ms.

3. Mesure finale

A la fin de la séquence, nous réalisons une mesure du nombre de photons avec les quatre phases de mesure a , b , c et d telle que décrite dans le chapitre 3. Nous préparons 800 paquets sondes mesurant le spin sur les quatre phases (200 paquets par phase). Deux paquets consécutifs sont toujours séparés de 90 μs . La durée totale de cette mesure finale est donc $T_{mes} = 72$ ms.

V.3.2 Croissance cohérente du champ en l'absence de mesure

Pour enregistrer la croissance cohérente du champ en l'absence de mesure, nous devons prendre des points séparément pour différents nombres d'injections. Nous avons choisi de mesurer le nombre de photons après 0, 1, 3, 5, 10, 20, 30, 50 et 100 injections. L'analyse par décimation telle que décrite dans le chapitre 3 est mal adaptée à ce type de mesure où l'on doit avoir une relativement bonne précision sur les faibles nombres de photons (surtout pour les courbes d'effet Zénon). En effet le processus de décimation (simple) n'est jamais parfaitement efficace pour un nombre fini d'atomes sondes : lorsque la distribution de probabilité a « convergé » vers le nombre de photons n , les probabilités d'avoir $n - 1$ ou $n + 1$ photons demeurent légèrement non nulles. En général les résidus des probabilités de $n - 1$ et $n + 1$ se compensent lors du calcul de $\langle n \rangle$: l'un tend à tirer le nombre moyen de photons vers le haut, l'autre vers le bas. Cette compensation ne se produit évidemment pas pour $n = 0$. Ceci résulte ainsi en une erreur systématique sur les faibles nombres de photons.

Dans les chapitres précédents, nous avons vu deux méthodes pour améliorer nos mesures en profitant de toute l'information apportée par l'ensemble de toutes les réalisations. Au chapitre 4, nous avons utilisé la méthode de décimation itérative. Nous nous proposons ici d'utiliser l'autre méthode purement basée sur les histogrammes de spins. Chaque état $|n\rangle$ est matérialisé dans un histogramme des phases des spins par un pic. En ajustant le poids de chaque pic on peut ainsi mesurer la probabilité de chaque état $|n\rangle$ et donc le nombre moyen de photons.

Pour chaque point mesuré, nous traçons donc un histogramme des phases des spins. Les phases sont mesurées avec 110 atomes. Les 800 paquets d'atomes sondes contiennent chacun environ 200 atomes détectés. Afin d'avoir une statistique appréciable nous décidons d'utiliser la totalité de ces atomes¹¹ par fenêtre glissante : chaque réalisation nous fournit environ 100

11. La durée de cette mesure $T_{mes} = 72$ ms non négligeable de devant $T_{cav} = 130$ ms sera prise en compte dans l'analyse.

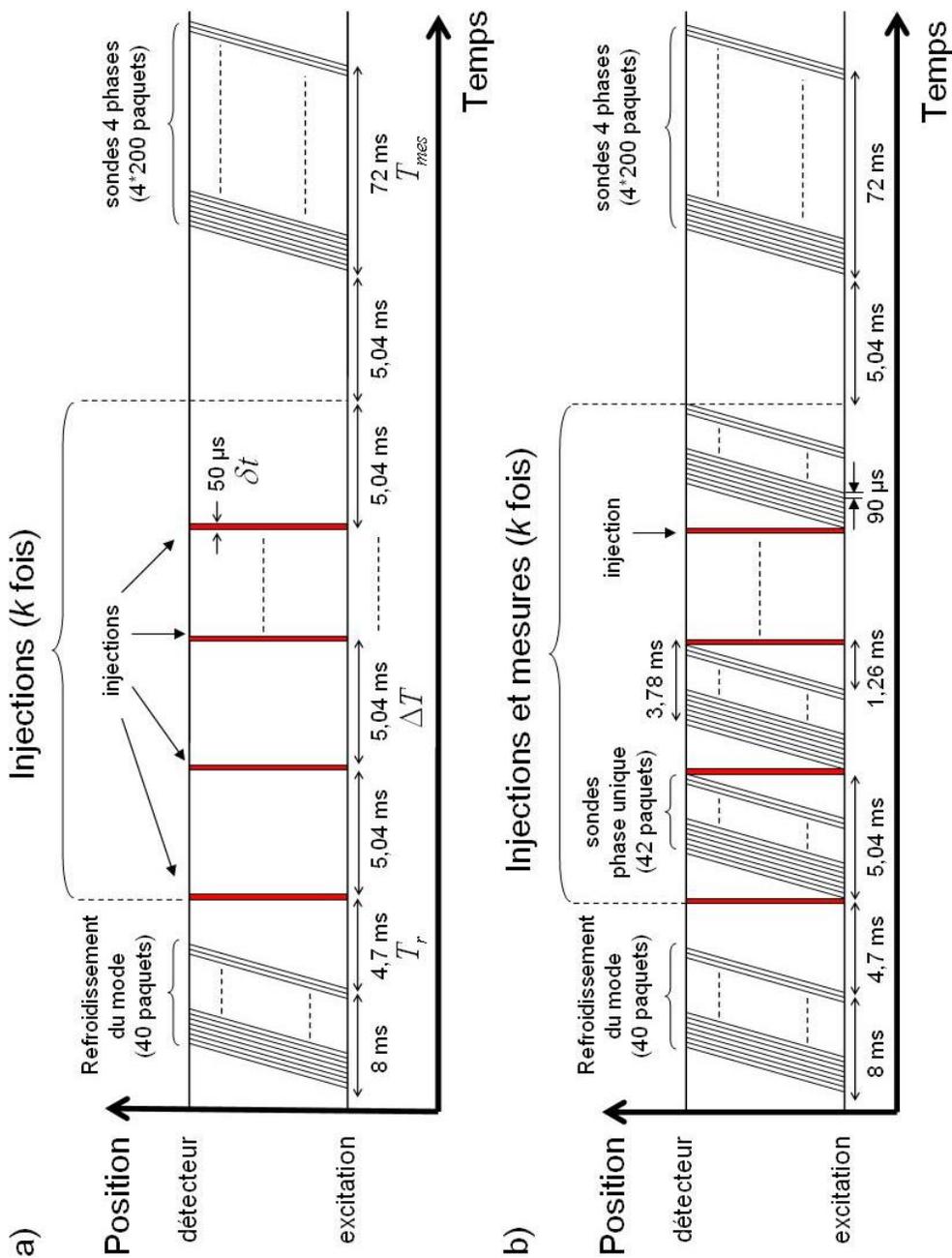


FIGURE V.17 – Diagramme espace-temps des séquences expérimentales. a) Pour l'enregistrement de la croissance cohérente du champ (sans mesure du nombre de photons après chaque injection). b) Pour l'observation de l'effet Zénon quantique (avec mesure du nombre de photons après chaque injection). La durée séparant deux injections consécutives est $\Delta T = 5,04$ ms, la durée séparant la fin du refroidissement du mode et la première injection est $T_r = 4,7$ ms et la durée de la mesure finale est $T_{mes} = 72$ ms.

mesures de phase dont seulement la première et la dernière sont à peu près indépendantes. La figure V.18 donne en exemple les résultats des mesures après 0, 5, 10, 20, 30 et 50 injections. Ces histogrammes sont ensuite ajustés à l'aide de 6 gaussiennes pondérées selon une distribution de Poisson (reflétant la statistique d'un état cohérent) et espacées de $\Phi_0 = 0,233 \cdot \pi$, le déphasage par photon. La phase des franges de Ramsey fluctuant légèrement (probablement à cause de petites dérives lentes des potentiels dans la boîte d'écrantage), nous laissons libre un paramètre supplémentaire φ_0 correspondant. La fonction d'ajustement est donc :

$$f(\varphi) = N_{stat} \sum_{k=0}^5 e^{-\bar{n}} \frac{\bar{n}^k}{k!} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(\varphi - k\Phi_0 - \varphi_0)^2}{2\sigma^2}}. \quad (\text{V.19})$$

Les paramètres libres sont donc φ_0 et \bar{n} . N_{stat} est le nombre total et connu de mesures (il y a quatre fois plus de réalisations pour les points de 0 à 10 injections que pour les autres), la largeur σ des gaussiennes a été ajustée sur le pic supposé le plus pur à 0 injection.

Les résultats des ajustements de \bar{n} sont présentés en figure V.19 et dans le tableau V.1. Les erreurs sur les nombres de photons données par les ajustements ne tiennent pas compte de la statistique faussée par le fait que nous produisons à chaque réalisation près de 100 mesures non deux à deux indépendantes. Ces barres d'erreur doivent être corrigées d'un facteur 7 (voir annexe F). Nous devons également tenir compte du temps mort $2\Delta T$ séparant la dernière injection et le début de la mesure pendant lequel le champ relaxe. De même, la durée $T_{mes} = 72$ ms de la période de mesure est relativement longue et le champ a aussi le temps de relaxer pendant cette période de mesure. Nous pouvons considérer qu'en moyenne le champ est mesuré à l'instant correspondant au milieu de cette période. Entre la dernière injection et l'instant de la mesure, le champ a donc relaxé pendant $2\Delta T + T_{mes}/2$. Nous pouvons exprimer le nombre de photons mesuré \bar{n}_{mes} en fonction du nombre réel \bar{n} :

$$\bar{n}_{mes} = e^{-\frac{2\Delta T + T_{mes}/2}{T_{cav}}} \bar{n} + \left(1 - e^{-\frac{2\Delta T + T_{mes}/2}{T_{cav}}}\right) n_{th} \quad (\text{V.20})$$

et inverser cette relation pour trouver le nombre de photons réel :

$$\bar{n} = e^{\frac{2\Delta T + T_{mes}/2}{T_{cav}}} \bar{n}_{mes} - \left(e^{\frac{2\Delta T + T_{mes}/2}{T_{cav}}} - 1\right) n_{th}. \quad (\text{V.21})$$

Les erreurs mesurées doivent aussi être multipliées par le facteur $e^{(2\Delta T + T_{mes}/2)/T_{cav}}$ ce qui donne, avec le facteur 7 déjà mentionné, un facteur 10 au total.

Ces points expérimentaux peuvent ensuite être confrontés à une prédiction théorique permettant notamment de mesurer le nombre de photons par injection n_1 . L'évolution de l'amplitude du champ (dans le référentiel tournant à la fréquence de la cavité) satisfait la relation simple de récurrence :

$$\alpha_{k+1} = e^{-\frac{\Delta T}{2T_{cav}}} \alpha_k + \alpha_1 \quad (\text{V.22})$$

où α_k est l'amplitude après la $k^{\text{ème}}$ injection. On tient ici compte de l'amortissement du champ entre deux injections successives (avec un temps caractéristique $T_{cav}/2$ pour l'amplitude). Pour tenir compte des dérives lentes de la cavité, nous introduisons en plus un désaccord effectif $\delta\nu$

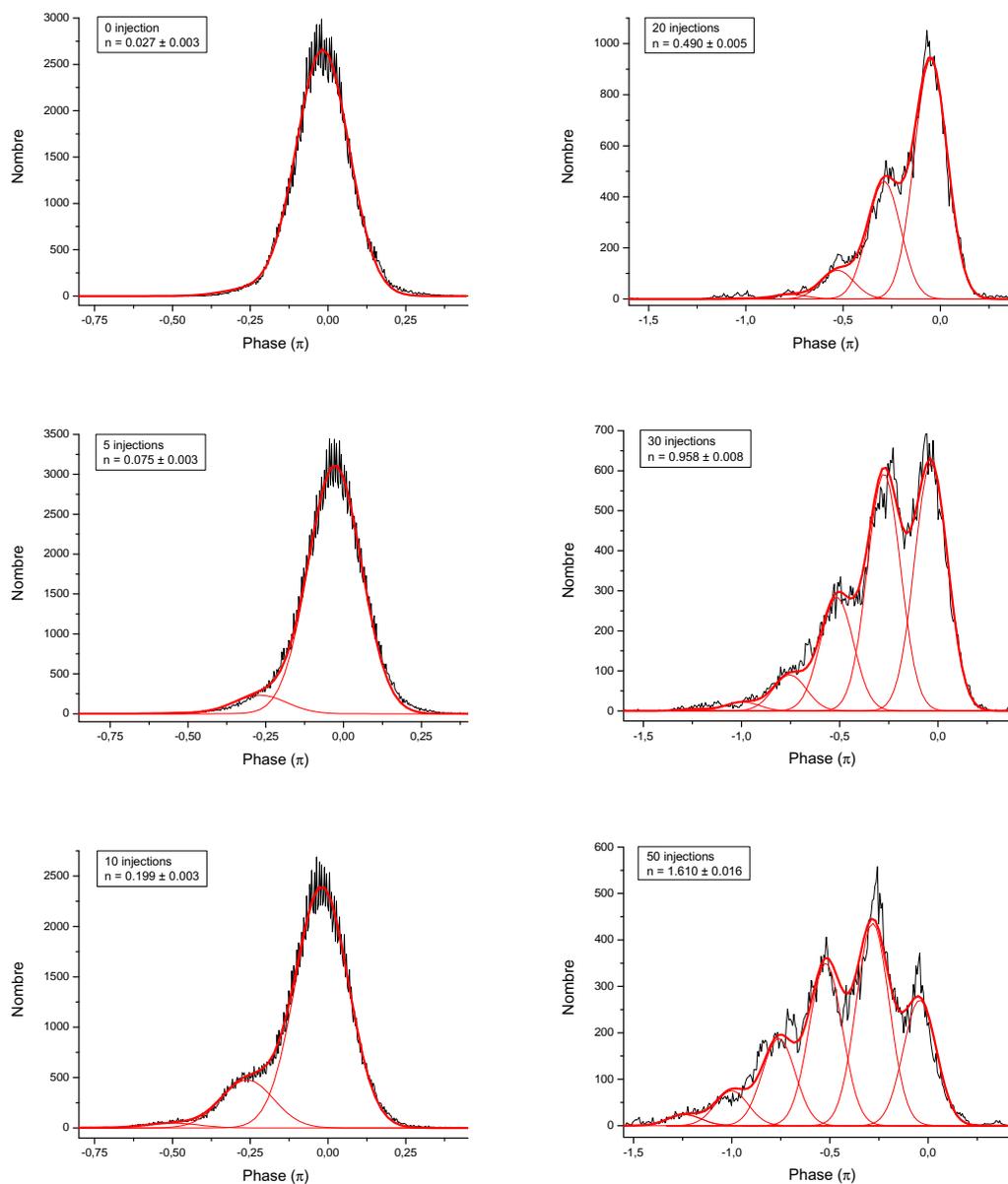


FIGURE V.18 – Histogrammes des phases du spin atomique. Les courbes sont des ajustements obtenus à l'aide de la formule (V.19) et donnant le nombre moyen de photons : $\bar{n} = 0,027$; $0,075$; $0,199$; $0,490$; $0,958$ et $1,61$ respectivement.

k	\bar{n}_{mes}	\bar{n}	$\delta\nu$ (Hz)
0	$0,027 \pm 0,003$	$0,01 \pm 0.03$	0,5
1	$0,008 \pm 0,003$	$-0,02 \pm 0.03$	1,6
3	$0,040 \pm 0,003$	$0,03 \pm 0.03$	1,3
5	$0,075 \pm 0,003$	$0,08 \pm 0.03$	0,4
10	$0,199 \pm 0,003$	$0,25 \pm 0.03$	0,7
20	$0,490 \pm 0,005$	$0,67 \pm 0.05$	0,7
30	$0,958 \pm 0,008$	$1,33 \pm 0.08$	0,4
50	$1.61 \pm 0,0016$	$2,27 \pm 0.16$	1,2
100	$0,425 \pm 0,007$	$0,58 \pm 0.07$	2,2

TABLE V.1 – Résumé des résultats des différentes mesures. On donne également $\delta\nu$ la dérive de la fréquence de la cavité (différence des fréquences mesurées avant et après chaque prise de données.)

dans le modèle théorique. La nouvelle relation de récurrence pour l'amplitude du champ s'écrit alors :

$$\alpha_{k+1} = e^{-\frac{\Delta T}{2T_{cav}}} \alpha_k + e^{ik\delta\varphi} \alpha_1, \quad (\text{V.23})$$

où on tient maintenant compte de la phase relative $k\delta\varphi = 2\pi\delta\nu k\Delta T$ de la source accumulée au bout d'un temps $(k+1)\Delta T$. De cette relation on déduit la valeur de l'amplitude après k injections :

$$\alpha_k = \frac{e^{-k\frac{\Delta T}{2T_{cav}}} - e^{ik\delta\varphi}}{e^{-\frac{\Delta T}{2T_{cav}}} - e^{i\delta\varphi}} \alpha_1 \quad (\text{V.24})$$

et donc le nombre moyen de photons :

$$\bar{n}_k = |\alpha_k|^2 = \frac{e^{-k\frac{\Delta T}{T_{cav}}} - 2e^{-k\frac{\Delta T}{2T_{cav}}} \cos(k\delta\varphi) + 1}{e^{-\frac{\Delta T}{T_{cav}}} - 2e^{-\frac{\Delta T}{2T_{cav}}} \cos(\delta\varphi) + 1} \cdot n_1. \quad (\text{V.25})$$

Nous devons enfin tenir compte de la réapparition progressive du champ thermique sur une durée $k\Delta T + T_r$ où $T_r = 4,7$ ms est le temps mort séparant la fin de l'étape de refroidissement du mode dans l'état $|0\rangle$ et le premier paquet sonde :

$$\bar{n}_k = \frac{e^{-k\frac{\Delta T}{T_{cav}}} - 2e^{-k\frac{\Delta T}{2T_{cav}}} \cos(2\pi k\Delta T \delta\nu) + 1}{e^{-\frac{\Delta T}{T_{cav}}} - 2e^{-\frac{\Delta T}{2T_{cav}}} \cos(2\pi\Delta T \delta\nu) + 1} \cdot n_1 + \left(1 - e^{-\frac{k\Delta T + T_r}{T_{cav}}}\right) n_{th}. \quad (\text{V.26})$$

L'ajustement de cette courbe (figure V.19) sur les points expérimentaux, à l'exception de la mesure à 100 injections visiblement fautive (voir tableau V.1), donne $n_1 = 0,00248 \pm 0,00016$ et $\delta\nu = 0,9 \pm 0,3$ Hz.

Le paramètre $\delta\nu$ a été introduit de manière purement empirique pour tenir compte des dérives résiduelles de la cavité pendant une série de mesures, mais en aucun cas nous n'avons un désaccord fixe : le désaccord effectif peut être différent pour chaque point. Les dérives résiduelles sont déterminées par une mesure systématique de la fréquence de la cavité avant et après chaque

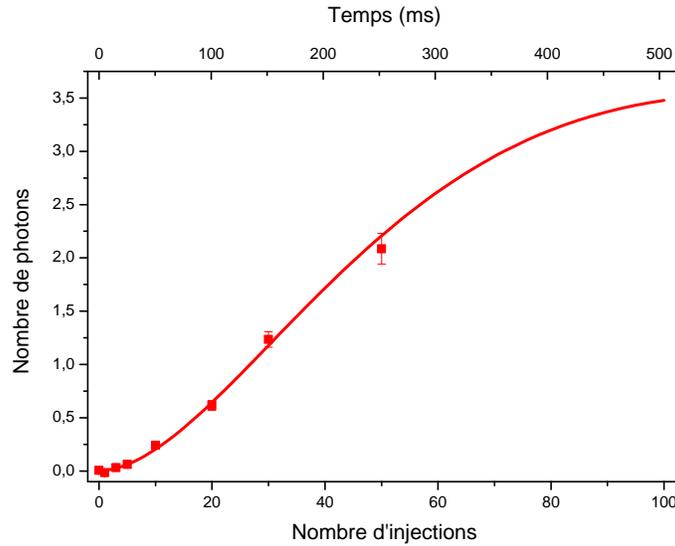


FIGURE V.19 – Croissance cohérente du champ dans la cavité. L'ajustement d'une courbe définie par l'équation (V.26) donne les paramètres $n_1 = 0,00248 \pm 0,00016$ et $\delta\nu = 0,9 \pm 0,3$ Hz.

point. Elles sont également résumées dans le tableau V.1. Parmi les neuf points mesurés, quatre présentent une dérive de fréquence « vraiment » élevée : 1, 3, 50 et 100 injections. Pour les petits nombres d'injections, ceci n'a pas d'importance : l'effet du désaccord ne devient significatif qu'au bout d'un temps $t \approx 1/\delta\nu$. Nous trouvons en revanche une explication de la valeur anormalement basse du champ après 100 injections : avec un désaccord supérieur à 2 Hz, les dernières impulsions interfèrent destructivement avec les premières : nous refermons le cercle suivi par l'amplitude complexe du champ présenté en figure V.13.

Pour essayer de mieux mesurer n_1 , ce qui aura de l'importance pour la suite, nous ajustons ce paramètre uniquement : dans la formule V.26, le paramètre initialement ajustable $\delta\nu$ est remplacé par un paramètre connu $\delta\nu = \delta\nu(k)$. Choisir la moitié de la dérive mesurée ou intégrer la formule en considérant une dérive linéaire de 0 à la valeur mesurée en fin de séquence ne modifie pas significativement le résultat. On trouve finalement $n_1 = 0,00223 \pm 0,00016$.

V.3.3 Effet Zénon

Pour observer l'effet Zénon quantique, nous jouons maintenant le même type de séquences mais avec des atomes sondes mesurant le champ après chaque injection. Nous avons pris trois séries de mesures : une première enregistrant l'évolution du champ pendant les 100 premières injections (soit environ 500 ms), une seconde restreinte aux 50 premières injections (soit environ 250 ms) et enfin la troisième restreinte aux 20 premières injections (soit environ 100 ms).

Pour analyser les points Zénon, la méthode doit être légèrement modifiée. En effet, nous ne disposons que de la mesure du spin sur une direction. Nous ne pouvons donc pas reconstruire sa

phase. Cependant, si les directions des spins sont quantifiées, les valeurs des projections sur la direction de mesure le sont aussi. Si l'on trace des histogrammes de la valeur de ces projections, on doit voir apparaître des pics, ici encore correspondant aux différents nombres de photons. Il ne reste alors plus qu'à ajuster le poids de chaque pic comme dans la partie précédente pour connaître le nombre moyen de photons.

La forme des pics est facilement prédictible : il s'agit de simples lois binomiales qui peuvent être approchées par des gaussiennes pour des nombres d'atomes détectés $N \gg 1$. On peut donc ajuster les poids des différents pics avec une relativement bonne précision même si ceux-ci ne sont pas bien séparés et si le bruit statistique est important. Nous pouvons en conséquence effectuer notre analyse par histogrammes avec des fenêtres à nombre d'atomes détectés $N = 50$ réduit. La figure V.20 montre deux résultats typiques : la première mesure a été faite après un faible nombre d'injections, la seconde après un nombre important d'injections. Le premier histogramme n'exhibe comme prévu qu'un seul pic correspondant à 0 photon. Dans le second, la présence faible mais non nulle de $|1\rangle$ apparaît comme un épaulement.

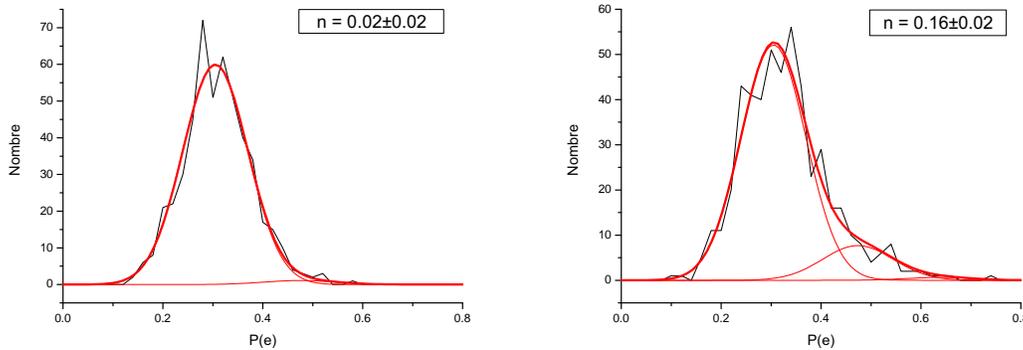


FIGURE V.20 – Histogrammes des projections du spin atomique au premier point mesuré (à gauche) et au dernier point mesuré (à droite) pour la séquence à 100 injections. Les courbes sont des ajustement obtenus à l'aide de la formule (V.30) et donnant le nombre moyen de photons \bar{n} compatible avec 0 pour le premier et de l'ordre de 0,16 pour le second.

La mesure de la projection du spin sur la direction de mesure est en fait la mesure des populations des états $|e\rangle$ et $|g\rangle$ après la seconde impulsion Ramsey. Ces populations sont des fonctions sinusoïdales du nombre n de photons :

$$\begin{aligned} P_n(e) &= \frac{1}{2} [1 + A + B \cos(n\Phi_0 + \varphi)] \\ P_n(g) &= \frac{1}{2} [1 - A - B \cos(n\Phi_0 + \varphi)], \end{aligned} \quad (\text{V.27})$$

où φ est la direction de mesure choisie. Un pic correspond à un nombre de photons n donné donc à des populations $P(e)$ et $P(g)$ données. La largeur du pic provient du bruit de grenaille en $1/\sqrt{N}$ sur le nombre fini d'atomes utilisés. Les pics sont donc approchés par des gaussiennes centrées

en $P_n(e)$:

$$G_n(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_n^2}} e^{-\frac{(x-P_n(e))^2}{2\sigma_n^2}} \quad (\text{V.28})$$

de largeur :

$$\sigma_n = \sqrt{\frac{P_n(e)(1-P_n(e))}{N}}. \quad (\text{V.29})$$

Connaissant enfin le nombre de réalisations N_{stat} , nous pouvons ajuster les histogrammes avec la fonction suivante :

$$y = N_{stat} \sum_{n=0}^2 e^{-\bar{n}} \frac{\bar{n}^n}{n!} \cdot G_n(x). \quad (\text{V.30})$$

où seul \bar{n} est un paramètre libre¹². La figure V.20 montre que l'ajustement fonctionne très bien.

Pour obtenir l'évolution complète du champ, nous effectuons cette analyse après chaque injection. Notons toutefois qu'avec 42 paquets sondes par injection et en moyenne 0,25 atomes détectés par paquet, nous devons regrouper les atomes détectés après 5 injections consécutives pour avoir $N = 50$ atomes disponibles pour notre mesure. Nous retrouvons l'idée de fenêtre glissante utilisée précédemment mais cette fois, au lieu de glisser atome par atome, notre fenêtre glisse 5,04 ms par 5,04 ms. Pour être totalement indépendantes, deux mesures doivent être séparées de plus de 5 injections soit environ 25 ms. Les résultats sont présentés en figure V.21. Le gel de l'évolution du champ est flagrant : le champ reste à sa valeur initiale sous l'effet des mesures répétées.

Nous mesurons également le nombre de photons à l'aide des quatre phases à la fin de chaque séquence. Ces résultats sont présentés en figure V.21. Ils sont en très bon accord avec les précédents et confirment notre observation de l'effet Zénon quantique.

V.3.4 Analyse de la croissance résiduelle

Nous avons vu dans la partie V.1.1 que le gel total d'une évolution cohérente par effet Zénon quantique n'est qu'une limite théorique correspondant à une mesure continue, soit des mesures individuelles infiniment courtes. Pour toute expérience réelle, une évolution résiduelle est toujours présente. Dans notre cas, nous devinons cette faible croissance résiduelle. Un gros plan des points Zénon (moyenne des trois séquences à 20, 50 et 100 injections) est montré en figure V.22. Chaque point est positionné au temps correspondant au milieu de la fenêtre qui a servi à la mesure. Ainsi, le premier point ayant été mesuré grâce aux atomes détectés après les injections 1 à 5, son temps est $5 \times 5,04/2 = 12,6$ ms. Il est intéressant de confronter notre mesure de la croissance résiduelle du champ aux modèles théoriques pour apporter une confirmation supplémentaire que nos données sont bien comprises et nos analyses cohérentes.

12. Notons que l'hypothèse d'une distribution poissonnienne n'apporte en fait pas grand chose dans la mesure où la probabilité de $|2\rangle$ est négligeable.

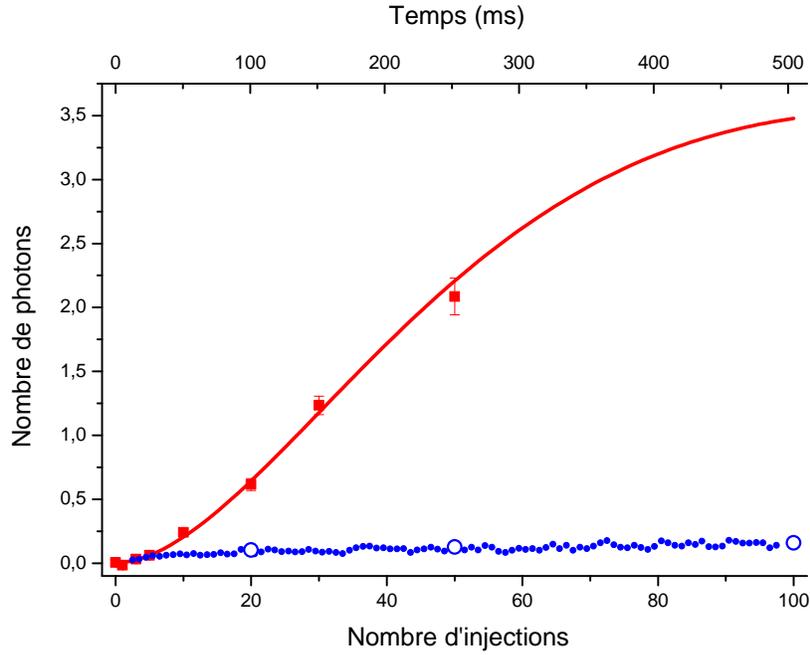


FIGURE V.21 – Observation de l’effet Zénon quantique : les mesures répétées du champ sont représentés par les ronds pleins. Ces mesures peuvent être comparées à l’évolution cohérente sans mesure Zénon (carrés rouges) dans les mêmes conditions d’injection présentées plus tôt : le gel de cette évolution est manifeste. Ces mesures n’utilisant qu’une seule phase sont parfaitement confirmées par les mesures « complètes » du spin atomique (ronds vides) réalisées en fin de séquences en utilisant les quatre phases.

V.3.4.a Marche au hasard

Nous avons notamment montré que l’effet Zénon quantique peut être compris comme la transformation d’une évolution cohérente en marche au hasard sous l’effet de la perte de l’information de phase dans la cavité due à la projection du champ sur un état de Fock. En absence de champ thermique, l’évolution de l’amplitude du champ dans la cavité est donnée par la relation :

$$\alpha_{k+1} = e^{i\varphi_k} e^{-\frac{\Delta T}{2T_{cav}}} \alpha_k + \alpha_1, \quad (\text{V.31})$$

où φ_k est une phase aléatoire modélisant la perte d’information de phase. En prenant le module carré de cette relation en en moyennant sur φ_k , ce qui correspond à une moyenne sur un grand nombre de réalisations, on obtient :

$$\bar{n}_{k+1} = e^{-\frac{\Delta T}{T_{cav}}} \bar{n}_k + n_1, \quad (\text{V.32})$$

où l'on a conservé la définition $n_1 = |\alpha_1|^2$. Cette relation s'intègre en :

$$\bar{n}_k = \frac{1 - e^{-k \frac{\Delta T}{T_{cav}}}}{1 - e^{-\frac{\Delta T}{T_{cav}}}} n_1. \quad (\text{V.33})$$

Enfin on tient compte du champ thermique en rajoutant sa réapparition progressive :

$$\bar{n}_k = \frac{1 - e^{-k \frac{\Delta T}{T_{cav}}}}{1 - e^{-\frac{\Delta T}{T_{cav}}}} n_1 + \left(1 - e^{-\frac{k\Delta T + T_r}{T_{cav}}}\right) n_{th}. \quad (\text{V.34})$$

Le confrontation de ce modèle simple sans aucun paramètre ajustable aux points expérimentaux est montré en figure V.22. L'accord est assez bon mais le modèle est néanmoins légèrement en dessous des points expérimentaux. Ceci semble indiquer que la phase n'est pas totalement brouillée entre deux injections.

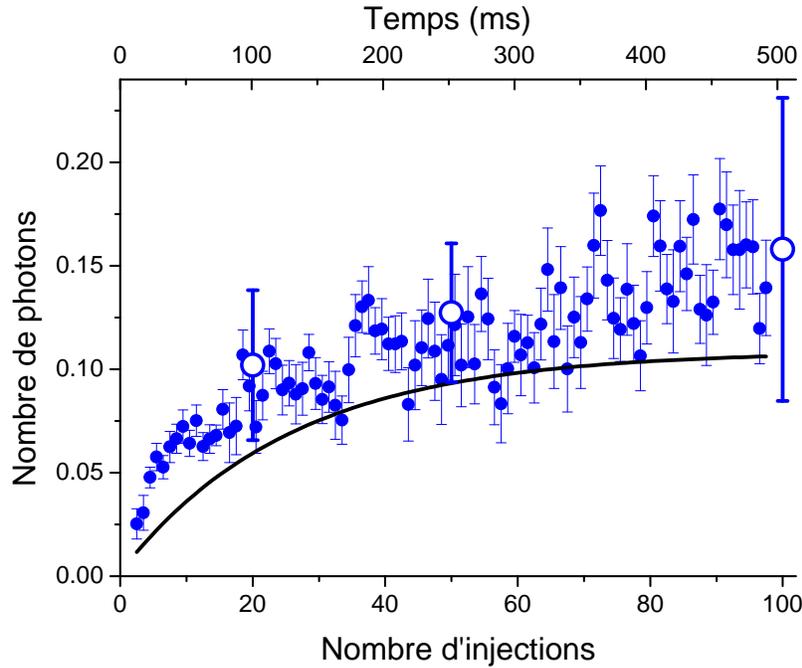


FIGURE V.22 – Croissance résiduelle du champ malgré l'effet Zénon. Comme précédemment, les ronds pleins correspondent aux mesures sur une direction unique, les ronds vides correspondent aux trois confirmations par les mesures en fin de séquences. La courbe correspond au modèle théorique de marche au hasard avec $n_1 = 0,00236$.

V.3.4.b Brouillage incomplet de la phase

Une marche au hasard suppose une perte d'information de phase totale entre deux injections et donc une projection du champ sur un état de Fock entre deux injections. Un tel modèle peut

sembler peu compatible avec notre nécessité d'utiliser 50 atomes s'étalant en moyenne sur 5 injections pour mesurer le nombre de photons. Cependant il ne faut pas confondre le nombre d'atomes dont l'expérimentateur a besoin pour avoir une bonne connaissance du nombre de photons et le nombre d'atomes réalisant effectivement une mesure. En effet, tout atome passant dans l'interféromètre effectue une mesure du champ : l'atome extrait de l'information, que cette information soit lue ou non par l'expérimentateur. Par exemple, avec 50% d'efficacité de détection, nous perdons la moitié de cette information. Une autre partie de l'information restante est aussi perdue à cause du contraste fini de l'interféromètre.

Nous avons évoqué rapidement au chapitre 3 comment l'accumulation progressive d'information réduit progressivement la dispersion du nombre de photons. Ce qui nous intéresse ici c'est l'augmentation progressive conjuguée de la dispersion de phase (l'action en retour de notre mesure). Jusqu'à présent nous avons toujours considéré que l'effet de l'interaction dispersive était un déphasage du spin atomique proportionnel au nombre de photons dans le champ. Nous avons pourtant vu dans la partie II.4.3.a que l'effet de l'interaction dispersive entre un atome et un champ cohérent peut aussi être vu de manière symétrique comme un déphasage du champ dépendant de l'état de l'atome. Nous allons maintenant utiliser cette approche pour expliquer et modéliser la perte progressive de l'information de phase.

Lorsque nous réalisons une mesure QND du nombre de photons, nous envoyons une série d'atomes dans l'interféromètre. L'évolution du système lors du passage du premier atome est :

$$\begin{aligned}
|g\rangle \otimes |\alpha\rangle &\xrightarrow{R_1} \frac{1}{\sqrt{2}} (-|e\rangle + |g\rangle) \otimes |\alpha\rangle \\
&\xrightarrow{\text{interaction}} \frac{1}{\sqrt{2}} (-|e\rangle \otimes \hat{T}_e |\alpha\rangle + |g\rangle \otimes \hat{T}_g |\alpha\rangle) \\
&\xrightarrow{R_2} \frac{1}{2} [|e\rangle \otimes (-\hat{T}_e + e^{-i\phi} \hat{T}_g) |\alpha\rangle + |g\rangle \otimes (-e^{i\phi} \hat{T}_e + \hat{T}_g) |\alpha\rangle] \quad (\text{V.35})
\end{aligned}$$

où \hat{T}_e et \hat{T}_g sont les opérateurs de déphasage définis en II.4.3.a et $\phi = \delta_r T_{vol}$ est le déphasage dû au désaccord Ramsey. Enfin la détection de l'atome projette le champ sur l'un des deux états possibles. Dans les deux cas, la phase initiale devient une superposition quantique de deux phases différentes [105]. La moyenne sur un grand nombre de réalisations et les mesures non lues ont le même effet : l'état du champ s'obtient en traçant sur l'atome. La cohérence de la superposition est alors perdue au profit d'un mélange statistique mais le « dédoublement » de phase demeure. Lorsque le second atome est envoyé dans la cavité, le même phénomène se passe : chaque phase est dédoublée et l'on obtient une superposition quantique / mélange statistique de trois phases. Et ainsi de suite, après la détection du $N^{\text{ème}}$ atome, la phase a été séparée en $N + 1$ composantes espacées de Φ_0 allant de $+N\Phi_0/2$ à $-N\Phi_0/2$.

Ce processus brouillant progressivement la phase est résumé en figure V.23. La phase est brouillée beaucoup plus vite que ne l'indiquerait un modèle de marche au hasard de pas $\pm\Phi_0/2$ à une dimension car la phase est définie modulo 2π . Pour visualiser la perte progressive de l'information de phase nous traçons en figure V.24 la valeur moyenne (obtenue par simulation) de l'amplitude en fonction du nombre d'atomes. Après 21 atomes, il ne reste qu'environ un quart de la cohérence de phase. Après 42 atomes, il ne reste que 5% de l'information de phase.

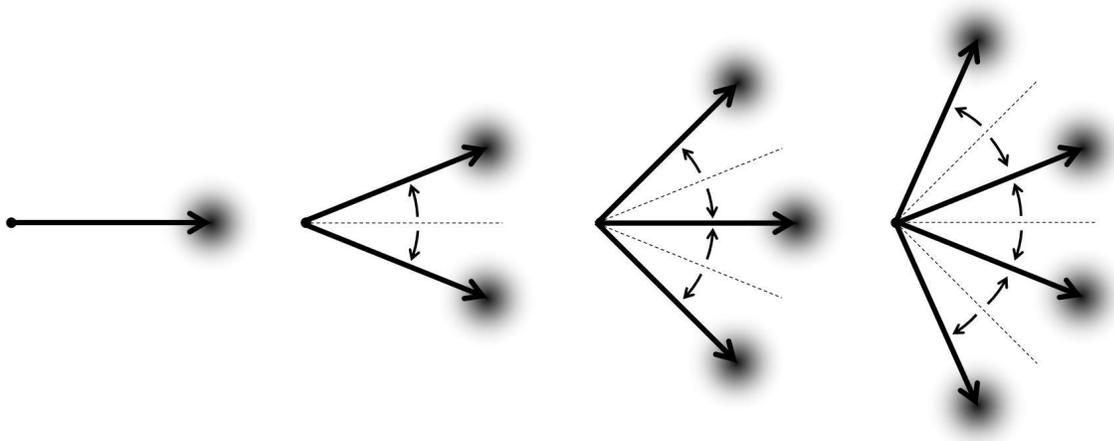


FIGURE V.23 – Évolution de l'amplitude complexe du champ. De gauche à droite : un champ cohérent initial, le même champ après le passage de 1, 2 puis 3 atomes sondes.

On peut donc considérer que la cavité perd toute mémoire de sa phase de deux injections en deux injections. Cette courbe nous indique par ailleurs que le nombre caractéristique d'atomes nécessaire pour brouiller la phase est de 14,6.

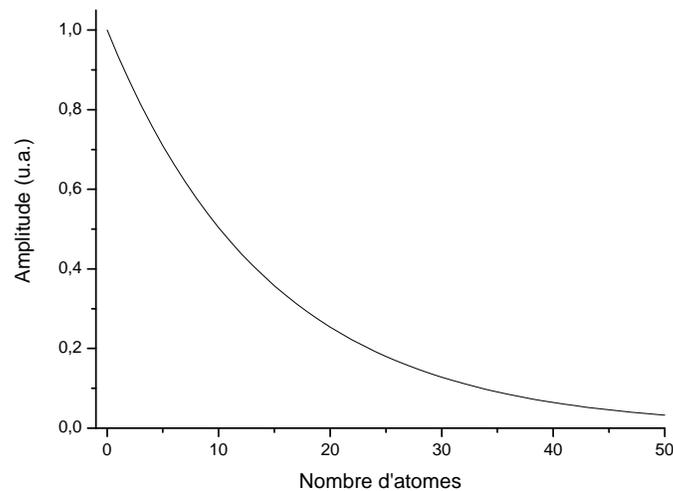


FIGURE V.24 – Valeur moyenne de l'amplitude (obtenue par simulation) en fonction du nombre d'atomes produisant la marche au hasard. L'amplitude est normalisée à sa valeur initiale. Cette décroissance est parfaitement exponentielle avec un nombre caractéristique d'atomes de 14,6.

Plutôt que d'essayer de donner analytiquement l'évolution statistique de la phase du champ puis de l'amplitude après k injections, il est plus facile de simuler l'évolution de la matrice densité du champ avec les paramètres supposés connus (le nombre de photons par injection n_1 , le

nombre N d'atomes par injections, le nombre de photons thermiques n_{th}) et de confronter notre simulation aux données expérimentales. L'expression (V.35) rend extrêmement simple le calcul de l'effet d'un atome sur le champ à l'aide d'un logiciel de calcul matriciel comme Matlab. Dans la suite, on utilisera les notations suivantes :

$$\hat{T}_1 = -\hat{T}_e + e^{-i\phi}\hat{T}_g \quad \hat{T}_2 = -e^{i\phi}\hat{T}_e + \hat{T}_g \quad (\text{V.36})$$

Notre simulation suit donc la procédure suivante :

1. Le champ est initialisé à $|0\rangle\langle 0|$.
2. Le champ relaxe pendant $T_r = 4,7$ ms selon l'équation pilote II.57.
3. On réalise une injection : la matrice densité $\hat{\rho}$ est remplacée par $\hat{D}(\alpha_1)\hat{\rho}\hat{D}^\dagger(\alpha_1)$.
4. On modélise le passage d'un atome à l'aide de l'expression (V.35). La matrice densité du système est remplacée par :

$$\frac{1}{4}(|e\rangle\langle e| \otimes \hat{T}_1\hat{\rho}\hat{T}_1^\dagger + |g\rangle\langle g| \otimes \hat{T}_2\hat{\rho}\hat{T}_2^\dagger + \dots). \quad (\text{V.37})$$

Les termes non précisés sont non diagonaux dans l'espace de Hilbert de l'atome.

5. La détection (lue et moyennée ou non lue) de l'atome est prise en compte en traçant sur l'atome. On remplace donc $\hat{\rho}$ par $(\hat{T}_1\hat{\rho}\hat{T}_1^\dagger + \hat{T}_2\hat{\rho}\hat{T}_2^\dagger)/4$
6. Pour éviter de trop compliquer la simulation, le flux théoriquement poissonien d'atomes, de nombre moyen réel $\sim 0,5$ par paquet, est remplacé par un flux parfaitement déterministe où exactement un paquet sur deux contient un atome. Dans ces conditions, le champ relaxe pendant le temps séparant deux paquets soit $180 \mu\text{s}$, puis on reprend à l'étape 4 jusqu'à ce que l'on ait simulé le passage de $N = 21$ atomes.
7. Le champ relaxe pendant le temps mort supplémentaire $1,26$ ms précédent l'injection suivante.
8. On reprend le processus à l'étape 3 jusqu'à ce que l'on ait atteint le nombre d'injections souhaité.

Le résultat de cette simulation est montré en figure V.25 (courbe grasse). Il est en parfait accord avec les points expérimentaux. Seuls les points correspondant à des mesures indépendantes sont tracés en bleu. Les autres mesures sont rappelées en gris. La pente initiale anormalement élevée des points gris n'est pas physique : elle apparaît simplement comme une conséquence du bruit sur la deuxième mesure indépendante. L'ajustement du paramètre n_1 à l'aide de cette simulation donne ¹³ $n_1 = 0,00201 \pm 0,00018$ qui est parfaitement compatible avec la mesure précédente $n_1 = 0,00236 \pm 0,00016$. Nous confirmons ainsi de manière claire que le gel d'une évolution cohérente par effet Zénon est une conséquence de l'action en retour de la mesure quantique : en acquérant de l'information sur le nombre de photons, nous perdons irrémédiablement de l'information sur la phase.

13. Nous tenons compte ici aussi de la réutilisation de l'information pour les barres d'erreurs. L'ajustement direct donne une erreur de $0,00008$. Comme nous utilisons des fenêtres glissantes sur 5 injections, l'information portée par chaque atome est utilisée 5 fois. Il faut donc multiplier par $\sqrt{5}$ cette barre d'erreur, ce qui donne $0,00018$.

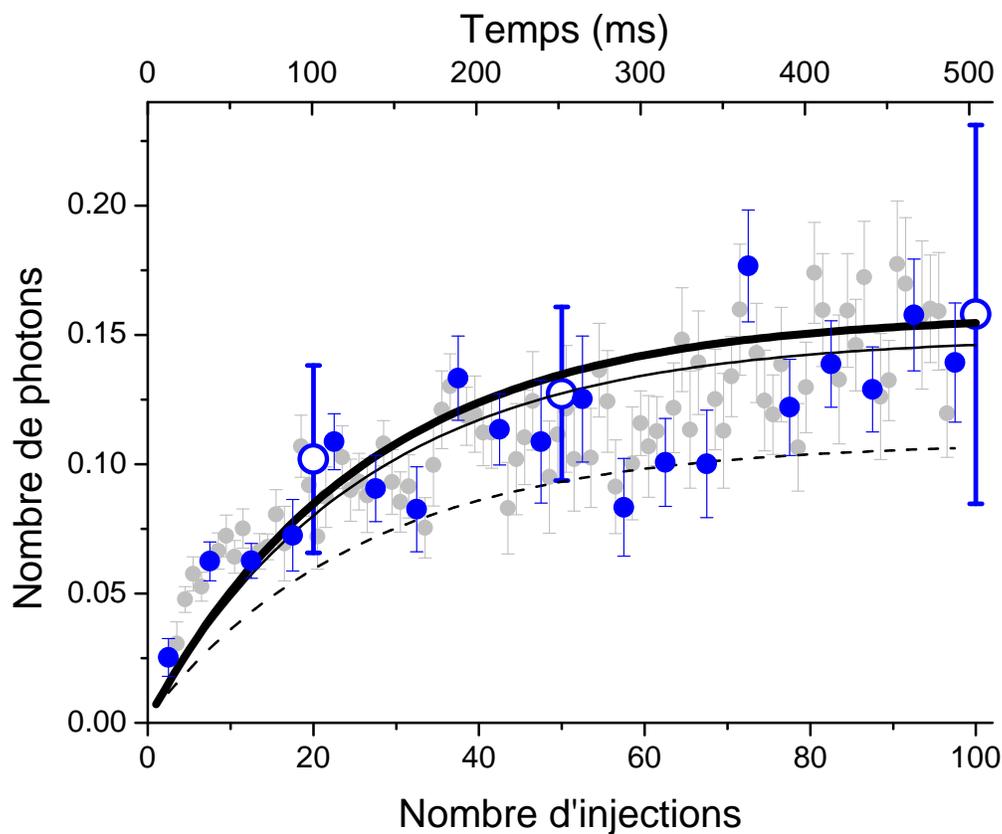


FIGURE V.25 – Croissance résiduelle du champ malgré l'effet Zénon. La courbe grasse correspond à la simulation du brouillage incomplet de la phase par 21 atomes entre deux injections sans ajuster le nombre de photons par injection $n_1 = 0,00236$. La courbe fine correspond à la même simulation mais en ajustement $n_1 = 0,00201 \pm 0,00018$ sur les points expérimentaux. La courbe pointillée rappelle la prédiction d'une marche au hasard complète avec $n_1 = 0,00236$.

Conclusion

Durant ma thèse, nous avons réalisé une mesure QND du nombre de photons contenus dans le mode d'une cavité micro-onde. Cette mesure quantique idéale nous a permis de vérifier tous les postulats fondamentaux de la mesure quantique : quantification des résultats possibles, statistique des résultats et projection sur un état propre de l'observable mesurée.

Nous avons également vu que, sous l'effet de mesures QND répétées, l'évolution continue (éventuellement constante à l'équilibre) du champ est transformée en trajectoires stochastiques présentant des sauts quantiques aléatoires. La présence de ces sauts quantiques est due au couplage du mode à l'environnement. Ce couplage est modélisé par une équation pilote pour la matrice densité dans laquelle apparaissent de manière purement mathématique et formelle les opérateurs de saut. Grâce à nos mesures d'un grand nombre de trajectoires quantiques individuelles, nous avons pu reconstituer l'évolution moyenne des états de Fock et ainsi réaliser, indépendamment de toute théorie a priori, une tomographie directe et complète de l'opérateur d'évolution responsable de la relaxation des populations du nombre de photons. Nous avons ainsi apporté une confirmation du modèle thermodynamique du couplage à l'environnement en vérifiant notamment la décroissance en T_{cav}/n des durées de vie des états de Fock $|n\rangle$ et même le léger écart à cette règle dû à la présence du champ thermique à température finie.

Nous avons enfin montré qu'une évolution classique - la croissance cohérente d'un champ dans la cavité - peut être gelée sous l'effet d'une mesure QND répétée pourvu que le taux de répétition soit suffisamment élevé. Ce phénomène, l'effet Zénon quantique, peut être expliqué sous deux angles différents mais résulte de toute façon de l'action en retour de la mesure sur le système. On peut comprendre ce phénomène comme une continuelle reprojction du système sur son état initial (le système n'évoluant pas suffisamment entre deux mesures successives). On peut aussi simplement souligner le brouillage de la phase (résultant de la mesure du nombre de photons) empêchant l'évolution cohérente de perdurer.

Perspectives

Une galerie d'états non-classiques

En plus d'être un formidable moyen pour étudier l'évolution du champ dans différentes situations, notre mesure QND est aussi un outil très efficace pour produire des états du champ hautement non-classiques. Nous avons en effet montré lors de l'étude de la relaxation que nous

sommes capable de produire des états de Fock jusqu'à $|n = 7\rangle$ ce qui n'est pas chose courante ¹⁴.

Lors de notre mesure, un état initialement cohérent $|\alpha\rangle$ avec une phase bien définie (à l'incertitude quantique près) est « divisé » en deux composantes de phases différentes par le passage du premier atome [105] :

$$|\alpha\rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \left(e^{i\Phi_0/2} |e^{i\Phi_0/2}\alpha\rangle + |e^{-i\Phi_0/2}\alpha\rangle \right). \quad (38)$$

Nous produisons ainsi un « chat de Schrödinger » : un champ quasi-classique dans une superposition quantique de deux phases différentes et distinguables (dès que $\alpha > 1$ ce qui est vérifié dans notre cas). La cohérence de la superposition est liée à la connaissance de l'état de l'atome détecté. Les atomes suivants redivisent ensuite chaque phase en deux pour former des chats à N composantes de phase réparties sur un cercle. Ces chats s'assimilent petit à petit à une « couronne » de phase correspondant à l'état de Fock mesuré. Tout au long de ce processus, nous transformons donc progressivement le champ initialement classique en des états de plus en plus non classiques.

« Filmer » la décohérence

Les chats de Schrödinger sont au cœur du problème de la mesure quantique où un système microscopique s'intrique avec un système macroscopique, l'appareil de mesure. Ils posent donc le problème fondamental de la limite entre le monde microscopique où les objets obéissent parfaitement à la théorie quantique et le monde macroscopique où les phénomènes quantiques n'apparaissent pas. La théorie de la décohérence permet de comprendre cette frontière. Parmi l'infinité d'états possibles, seule une classe extrêmement restreinte d'états sont « robustes » vis-à-vis de l'interaction avec l'environnement. Ce sont ces états qui sont visibles dans le monde classique. Les autres en effet sont beaucoup plus fragiles et même d'autant plus fragiles qu'ils « s'éloignent » des états classiques : leurs durées de vie sont bien trop courtes pour pouvoir être observés à notre échelle. Alors que tous les états cohérents relaxent en un même temps caractéristique T_{cav} , la théorie de la décohérence prédit que la cohérence d'une superposition quantique de deux états cohérents $|\alpha\rangle$ et $|\beta\rangle$ relaxe en un temps $T_{chat} = 2T_{cav}/D^2$ où D est la distance $|\alpha - \beta|$ séparant les deux composantes classiques [86]. Plus le chat est « gros » plus la cohérence quantique disparaît rapidement ¹⁵. Il est donc particulièrement intéressant sur un plan fondamental autant qu'appliqué (pour le traitement quantique de l'information ¹⁶) de produire de gros chats, de les caractériser et d'étudier leur décohérence en observant leur transformation progressive de superpositions quantiques (chats morts *et* vivants) en mélanges statistiques (chats morts *ou* vivants).

14. En transposant l'idée de Geremia [106] à notre expérience, nous pourrions même peut-être produire des états de Fock de nombre prédéfinis « à la demande ».

15. Remarquons que notre observation de la décroissance en $1/n$ des temps de vie T_n des états de Fock peut aussi s'interpréter comme un cas particulier de ce résultat général. L'état de Fock $|n\rangle$ peut être décomposé en une couronne d'états classiques. La distance moyenne de deux composantes classiques est proportionnelle au rayon \sqrt{n} de la couronne.

16. Un ordinateur quantique n'est autre qu'un système macroscopique pouvant être porté dans n'importe quelle superposition quantique.

La méthode la plus efficace pour produire un gros chat à partir d'un état cohérent est d'après (38) de travailler avec un déphasage par photon $\Phi_0 = \pi$ ce qui correspond à une mesure de parité. En effet, en considérant les décompositions sur les états de Fock des états $|\alpha\rangle$ et $|\alpha\rangle$:

$$|\alpha\rangle = e^{-|\alpha|^2/2} \sum_n \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle \quad |-\alpha\rangle = e^{-|\alpha|^2/2} \sum_n (-1)^n \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle, \quad (39)$$

on constate trivialement les identités suivantes :

$$\begin{aligned} \frac{|\alpha\rangle + |-\alpha\rangle}{2} &= e^{-|\alpha|^2/2} \sum_n \frac{|\alpha|^{2n}}{\sqrt{(2n)!}} |2n\rangle \\ \frac{|\alpha\rangle - |-\alpha\rangle}{2} &= e^{-|\alpha|^2/2} \sum_n \frac{|\alpha|^{2n+1}}{\sqrt{(2n+1)!}} |2n+1\rangle. \end{aligned} \quad (40)$$

L'état de gauche ne contient que des nombres pairs de photons tandis que celui de droite ne contient que des nombres impairs de photons. Une mesure de parité du nombre de photons de l'état $|\alpha\rangle$ projettera donc l'état cohérent sur l'un des deux chats de taille maximale.

Reste ensuite à caractériser complètement notre chat et notamment à le distinguer d'un mélange statistique pour pouvoir étudier sa transformation de l'un en l'autre. La distinction est inscrite dans les cohérences de la matrice densité $\hat{\rho}$ du champ. Un outil commode pour notre expérience est de considérer plutôt la fonction de Wigner $W_{\hat{\rho}}(\beta)$ [107]. Cette fonction est une description équivalente de l'état du champ : elle est en quelque sorte une transformée de Fourier de la matrice densité dans l'espace des phases. Elle est définie sur le plan complexe et ne prend que des valeurs réelles. Le calcul montre que la fonction de Wigner associée à un mélange statistique présente deux gaussiennes correspondant aux deux amplitudes classiques possibles. Pour un chat de Schrödinger, la fonction de Wigner exhibe en plus des franges d'interférences entre les deux composantes avec des valeurs négatives révélant la cohérence quantique de la superposition. Cette fonction permet donc de distinguer de manière très visuelle les chats des mélanges statistiques.

Parmi toutes les expressions existant dans la littérature, celle proposée dans [108] permet de réaliser une mesure directe de la fonction de Wigner :

$$W_{\hat{\rho}}(\beta) = \frac{2}{\pi} \text{Tr} \left[\hat{D}^{-1}(\beta) \hat{\rho} \hat{D}(\beta) \cdot (-1)^{\hat{a}^\dagger \hat{a}} \right]. \quad (41)$$

Nous voyons en effet que la valeur de $W_{\hat{\rho}}(\beta)$ est simplement donnée par la parité moyenne de l'état considéré déplacé au préalable de la quantité β [109, 110]. Après avoir produit notre chat, il suffit ainsi théoriquement d'injecter le champ $|\beta\rangle$ en plus dans le mode puis de remesurer la parité.

Les imperfections expérimentales rendent bien moins évidente la réalisation de telles mesures notamment à cause de la non linéarité du déphasage en fonction du nombre de photons qui interdit la réalisation d'une mesure de parité parfaite. Nous sommes néanmoins en mesure de pallier ces imperfections. La figure 7 présente notre première mesure de fonction de Wigner. Elle correspond à un chat de taille $D^2 \simeq 12$ photons : on y voit très clairement les franges d'interférences avec des valeurs négatives qui les distingue du mélange statistique. Tous les détails

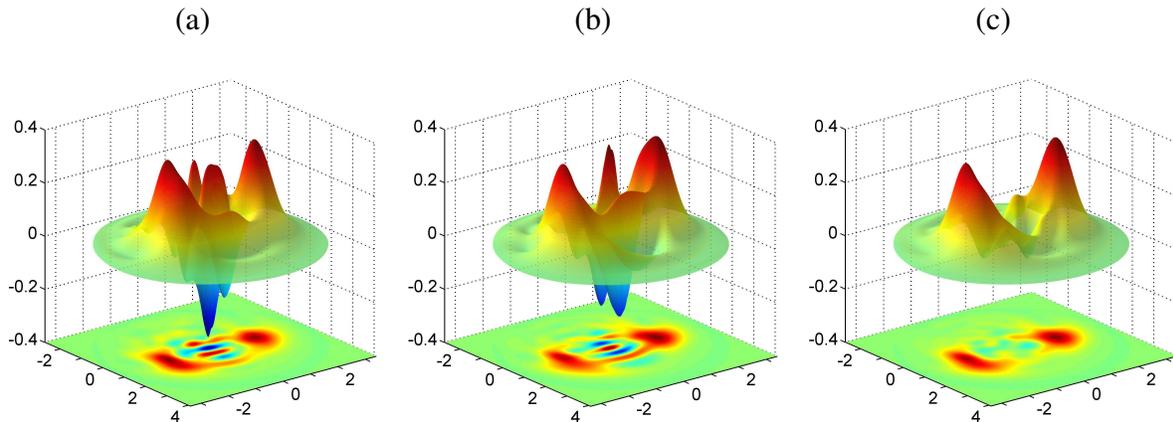


FIGURE 7 – Première mesure de fonctions de Wigner complètes. (a) Chat « pair ». (b) Chat « impair ». (c) Mélange statistique obtenu sans trier les événements en fonction du résultat de la mesure de parité : les franges d'interférence (en opposition de phase pour les deux chats) s'annulent.

relatifs à la réalisation et l'analyse de cette mesure seront donnés dans la thèse prochaine de Samuel Deléglise. Étant capables de prendre une « photo » complète de notre chat, nous pouvons ensuite prendre d'autres photos du même chat à des instants ultérieurs et ainsi reconstituer un « film » de sa décohérence (figure 8). Ces résultats ont également été publiés en [111].

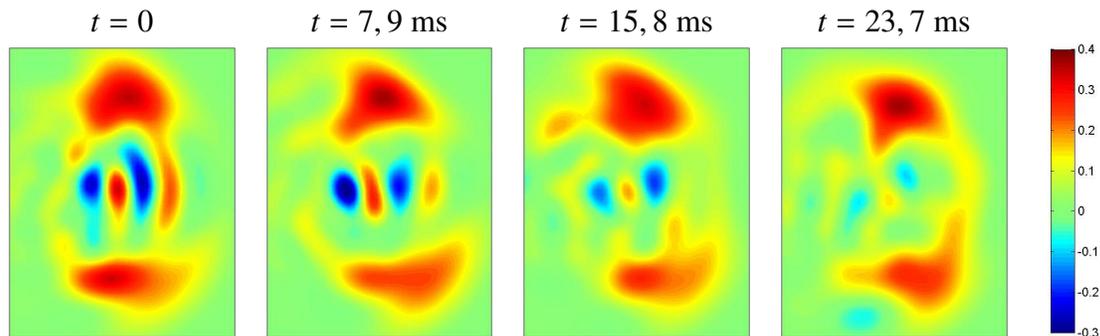


FIGURE 8 – Décohérence d'un chat de Schrödinger : la fonction de Wigner du chat est mesurée après sa production avec un délai croissant. Les franges d'interférence disparaissent avant que les composantes classiques n'aient été significativement affectées, mettant ainsi en évidence la plus grande fragilité des chats de Schrödinger.

Vers des expériences à deux cavités

Notre dispositif expérimental a initialement été conçu pour réaliser des expériences à deux cavités. Le grand temps de vie des photons dans nos cavités et la possibilité de maintenir les cohérences atomiques entre les différentes parties du montage nous autorisent à utiliser les atomes

pour intriquer les deux cavités. Ceci permettrait toute une série d'expériences jouant sur la non localité de la mécanique quantique.

Nous pensons en particulier produire une paire EPR à un photon, c'est-à-dire un photon en superposition dans les deux cavités A et B :

$$\frac{1}{\sqrt{2}} (|1_A 0_B\rangle + |0_A 1_B\rangle). \quad (42)$$

Les paires EPR constituent des briques de base dans le domaine de l'information quantique. On pourrait ensuite les utiliser pour réaliser une téléportation [112, 113] de l'état d'un atome d'une cavité à l'autre - ceci constituerait a priori la première téléportation d'une particule matérielle sur une distance macroscopique (15 cm environ) - ou encore implémenter des codes correcteurs d'erreur quantiques.

Il sera aussi très intéressant de tester la frontière classique / quantique pour la non localité. Nous pourrions en effet produire des chats de Schrödinger non locaux (non plus des chats morts et vivants mais délocalisés dans deux boîtes différentes) [114] :

$$\frac{1}{\sqrt{2}} (|\alpha\rangle_A |0\rangle_B + |0\rangle_A |\alpha\rangle_B) \quad (43)$$

où $|\alpha\rangle$ est maintenant un état cohérent mésoscopique. La décohérence de tels états pourra être étudiée en filmant leur fonction de Wigner. En temps que « paires EPR de chats », ils permettront aussi de tester les inégalités de Bell [115] sur des systèmes quasi-classiques [116, 117, 118].

Annexe A

Mesure de l'efficacité de détection

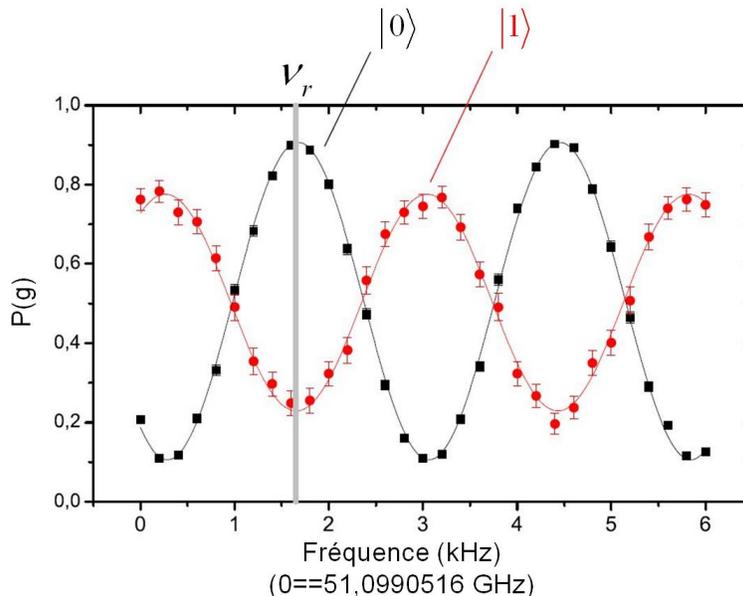


FIGURE A.1 – Franges de Ramsey enregistrées avec une cavité vide ou en présence supposée de 1 photon.

La figure A.1 montre des franges de Ramsey prises en présence *supposée* d'un photon et en l'absence de photon avec un déphasage par photon $\Phi_0 = \pi$. La diminution de contraste n'a aucune raison d'être provoquée par la présence du photon. En revanche une cavité mal préparée dans l'état $|1\rangle$ provoque certainement une réduction du contraste : si la population de l'état $|2\rangle$ est non nulle, cette composante induit sur le spin atomique un déphasage de $2\Phi_0 = 2\pi$. Les franges de Ramsey sont donc une moyenne de deux sinusoïdes en opposition de phase. La population de l'état $|2\rangle$, supposée faible, contribue donc à réduire le contraste des franges associées à l'état $|1\rangle$.

La mauvaise préparation de l'état $|1\rangle$ est essentiellement attribuée à notre efficacité de détection limitée. Rappelons que pour préparer cet état, nous commençons par refroidir la cavité dans l'état $|0\rangle$ puis nous injectons un photon à l'aide d'un atome émetteur, c'est à dire un atome

préparé dans l'état $|e\rangle$ et subissant une impulsion π dans la cavité. Cette description est idéale et ne tient pas compte du fait que nous ne savons pas produire un atome à la demande : notre flux est poissonien. Pour n'avoir qu'un seul atome émetteur à la fois, nous utilisons des petits flux atomiques de sorte que la probabilité d'avoir plus qu'un atome soit faible. Nous ne gardons ensuite que les réalisations pour lesquelles exactement un atome a été détecté (et dans l'état $|g\rangle$ pour nous assurer qu'il a bien émis son quantum d'énergie).

Si la probabilité d'avoir plus d'un atome dans un paquet est faible, elle n'est pas nulle et il est donc possible avec ce type de séquence de produire deux atomes dans $|e\rangle$ qui vont chacun déposer un photon dans le mode préparant la cavité dans l'état $|2\rangle$. L'efficacité de détection étant limitée, pour certaines de ces réalisations, un seul des deux atomes est détecté si bien que notre filtre laisse passer de mauvaises préparations. Notre cavité se trouve ainsi préparée dans un mélange statistique de $|1\rangle$ et $|2\rangle$ expliquant la diminution de contraste.

La réduction de contraste étant attribuée à l'efficacité de détection limitée, nous pouvons utiliser cette réduction de contraste pour estimer notre efficacité de détection. La probabilité de produire $|1\rangle$ étant faible et celle de produire $|2\rangle$ encore plus faible, une estimation directe sur ce signal aurait une très grande erreur statistique. Remarquons cependant que, pour la même raison, notre efficacité de détection limite la « préparation » de l'état $|0\rangle$: exactement dans les mêmes conditions expérimentales (séquences avec un atome émetteur), on peut aussi choisir de ne garder que les séquences (beaucoup plus nombreuses) où aucun atome émetteur n'a été détecté. On prépare ainsi la cavité dans un mélange statistique de $|0\rangle$ légèrement contaminé par du $|1\rangle$. Le contraste des franges attribuées à $|0\rangle$ s'en trouve donc réduit (figure A.2) et l'on peut estimer l'efficacité de détection à partir de cette réduction avec une bien meilleure statistique.

Dans les calculs suivants, nous noterons 0_m le mélange statistique de $|0\rangle$ légèrement contaminé par du $|1\rangle$ obtenu en ne sélectionnant que les réalisations où aucun atome émetteur n'est détecté. Les états purs $|0\rangle$ et $|1\rangle$ seront simplement notés 0 et 1 sans indice. L'efficacité de détection sera notée ϵ et le nombre moyen d'atomes émetteurs par paquet détectés dans $|g\rangle$ sera notée n . Enfin, le contraste des franges sera noté c_i avec en indice i les conditions considérées. Lorsque l'on réalise des franges de Ramsey dans des conditions i , nous écrivons également T_i le transfert vers l'état $|e\rangle$ de l'atome sonde initialement dans $|g\rangle$ (pour une phase quelconque).

Nous pouvons commencer par écrire que le transfert en présence du mélange 0_m est la somme des transferts dans $|0\rangle$ et $|1\rangle$ pondérés par les probabilités d'avoir $|0\rangle$ ou $|1\rangle$ dans 0_m :

$$T_{0_m} = P(0|0_m) T_0 + P(1|0_m) T_1. \quad (\text{A.1})$$

Nous négligeons ici les réalisations à plus de un atome émetteur et donc la possibilité d'avoir plus qu'un photon dans la cavité. Notons en effet que le prochain nombre de photons susceptible de diminuer le contraste est $|3\rangle$ et que sa probabilité est réellement négligeable devant celle de $|1\rangle$. Les franges en présence de 0 et 1 photon (purs) étant de même contraste mais en opposition de phase, nous pouvons écrire :

$$c_{0_m} = \left(P(0|0_m) - P(1|0_m) \right) c_0. \quad (\text{A.2})$$

On injecte ensuite $P(0|0_m) = 1 - P(1|0_m)$:

$$c_{0_m} = \left(1 - 2P(1|0_m) \right) c_0. \quad (\text{A.3})$$

On calcule ensuite $P(1|0_m)$ par la loi de Bayes :

$$P(1|0_m) = \frac{P(1)}{P(0_m)}P(0_m|1). \quad (\text{A.4})$$

On a par ailleurs $P(0_m) = 1 - n : 0_m$ est précisément obtenu lorsque l'on ne détecte pas d'atome émetteur dans $|g\rangle$. On a donc de même $P(0_m|1) = 1 - \epsilon$: l'état $|1\rangle$ est nécessairement obtenu avec un atome émetteur sortant de la cavité dans l'état $|g\rangle$. Enfin, la probabilité d'avoir 1 photon est donnée par le nombre moyen d'émetteurs détectés divisé par l'efficacité de détection : $P(1) = n/\epsilon$. On obtient donc :

$$c_{0_m} = \left(1 - 2\frac{1 - 1/\epsilon}{1 - 1/n}\right)c_0, \quad (\text{A.5})$$

qui s'inverse en :

$$\epsilon = \frac{1}{1 + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{n} - 1\right)\left(1 - \frac{c_0}{c_{0_m}}\right)}. \quad (\text{A.6})$$

Avec $c_0 = 75,2 \pm 0,7\%$, $c_{0_m} = 59,3 \pm 0,6\%$ et $n = 0,0885 \pm 0,0003$, on trouve une efficacité de détection :

$$\epsilon = 48 \pm 2\% \quad (\text{A.7})$$

Notons que cette efficacité est plus faible que la valeur de 80% mesurée lors de la mise en service il y a trois ans de ces détecteurs [15].

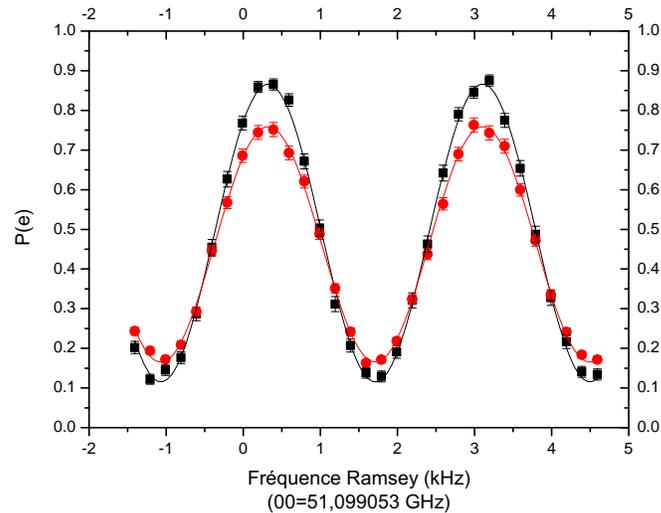


FIGURE A.2 – Franges de Ramsey enregistrées en présence de l'état $|0\rangle$ pur (carrés) ou d'un mélange statistique de $|0\rangle$ contaminé par du $|1\rangle$ à cause de l'efficacité de détection limitée (ronds).

Annexe B

Décimation itérative et probabilités réelles

Dans la partie IV.3, nous avons expliqué comment construire une suite de distributions de probabilités $P_I(k, t|n)$ supposée approcher de mieux en mieux la distribution réelle $\mathcal{P}(k, t|n)$. Les $P_I(k, t|n)$ sont construites par récurrence en appliquant la transformation $\mathcal{D}_I^{r|n}$ définie par :

$$P_{I+1}(k, t|n) = [\mathcal{D}_I^{r|n}(P_I)](k) \equiv \overline{P_I(k, t|n) \cdot \Pi_N^{(r)}(k, t)}^{r|n}. \quad (\text{B.1})$$

Nous nous proposons de montrer ici que la distribution réelle $\mathcal{P}(k, t|n)$ est bien un point fixe de $\mathcal{D}_I^{r|n}$. L'analyse par décimation itérative est réalisée pour chaque sous-ensemble de réalisations « $r|n$ » et pour chaque instant t . Cependant, pour ne pas noyer les formules sous une multitude d'indices, nous allons considérer dans le calcul suivant un sous-ensemble quelconque de réalisations à un instant donné. Les indices t et n correspondants seront omis :

$$\begin{aligned} P_{I+1}(k) &= [\mathcal{D}(P_I)](k) = \overline{P_I(k) \cdot \Pi_N^{(r)}(k)}^r \\ &= P_I(k) \cdot \overline{\Pi_N^{(r)}(k)}^r. \end{aligned} \quad (\text{B.2})$$

Dans cette dernière égalité, on a juste pris en compte que, à chaque itération, la distribution a priori $P_I(k)$ est la même pour toutes les réalisations du sous-ensemble considéré. On peut donc « sortir » ce terme de la moyenne d'ensemble.

Les fonctions de décimation ont été définies par application de la loi de Bayes dans l'équation (II.109) qui peut se récrire de manière plus concise :

$$\Pi_N^{(r)}(k) = \frac{1}{Z^{(r)}} \cdot \mathcal{P}(\{\text{det}\}^{(r)} | k) \quad (\text{B.3})$$

où $\{\text{det}\}^{(r)}$ désigne l'ensemble des N détections $\{(i, j)\}$ de la réalisation r et $\mathcal{P}(\{\text{det}\}^{(r)} | k)$ est la probabilité réelle ¹ d'obtenir les détections $\{\text{det}\}^{(r)}$ en présence de n photons compte tenu des paramètres expérimentaux $(A, B, \varphi_{i=a,b,c,d}, \Phi_0)$ ². Les fonctions de décimation ne dépendent qu'indirectement de la réalisation r considérée. Pour un ensemble de détections $\{\text{det}\}$ quelconque, on

1. On marque bien systématiquement la différence entre des probabilités réelles notées \mathcal{P} et des probabilités inférées notées P .

2. Il s'agit simplement du produit des fonctions sinusoïdales $1 + (-1)^j [A + B \cos(k\Phi_0 - \varphi_i)]$.

définit donc également la notation :

$$\Pi_{\{\text{det}\}}(k) = \frac{1}{Z_{\{\text{det}\}}} \cdot \mathcal{P}(\{\text{det}\}|k) \quad (\text{B.4})$$

Notons que la constante de normalisation $Z_{\{\text{det}\}}$ dépend également du choix de la distribution a priori :

$$Z_{\{\text{det}\}} = \sum_k P_I(k) \cdot \mathcal{P}(\{\text{det}\}|k). \quad (\text{B.5})$$

Pour un gros échantillon de réalisations, la statistique des ensembles de détections $\{\text{det}\}^{(r)}$ suit la loi de probabilité (réelle) $\mathcal{P}(\{\text{det}\})$. L'équation (B.2) définissant la transformation \mathcal{D} peut alors s'écrire :

$$[\mathcal{D}(P)](k) = P(k) \cdot \left(\sum_{\{\text{det}\}} \mathcal{P}(\{\text{det}\}) \cdot \Pi_{\{\text{det}\}}(k) \right) \quad (\text{B.6})$$

où la somme sur $\{\text{det}\}$ signifie sur tous les ensembles de détections possibles. En injectant les équations (B.4) et (B.5), on obtient finalement :

$$[\mathcal{D}(P)](k) = P(k) \cdot \left(\sum_{\{\text{det}\}} \mathcal{P}(\{\text{det}\}) \cdot \frac{\mathcal{P}(\{\text{det}\}|k)}{\sum_m P(m) \cdot \mathcal{P}(\{\text{det}\}|m)} \right). \quad (\text{B.7})$$

On voit immédiatement que la distribution réelle $\mathcal{P}(k)$ est stable par \mathcal{D} : le dénominateur $\sum_m P(m) \cdot \mathcal{P}(\{\text{det}\}|m)$ se simplifie alors avec $\mathcal{P}(\{\text{det}\})$ et $\sum_{\{\text{det}\}} \mathcal{P}(\{\text{det}\}|m) = 1, \forall m$.

Annexe C

Effet sur la statistique de l'utilisation multiple d'une même réalisation

Dans la partie IV.4.1, nous avons vu comment gagner de la statistique dans la constitution des sous-ensembles de réalisations $r|n$. Lorsqu'un état de Fock est produit par la première mesure QND, cet état relaxe vers le champ thermique. Les mesures QND suivantes vont alors produire d'autres états de Fock. Nous nous autorisons donc à sélectionner ces états produits par toutes les autres mesures effectuées au cours d'une même réalisation. Cette méthode présente toutefois l'inconvénient d'utiliser plusieurs fois le « même » état de Fock. Nos mesures QND font en effet apparaître des trajectoires quantiques avec des paliers. Notre procédure va donc sélectionner plusieurs fois l'état de Fock relatif à un même palier, et d'autant plus de fois que l'état de Fock a vécu longtemps. Nous nous proposons ici d'étudier l'influence sur la statistique de cette réutilisation multiple des mêmes états de Fock.

Pour un état de Fock $|n\rangle$ donné, la statistique réelle des durées de vie est exponentielle. Le nombre de réalisations $\delta\mathcal{N}_0(t)$ où la durée de vie de $|n\rangle$ est comprise entre t et $t + \delta t$:

$$\delta\mathcal{N}_0(t) = \delta t \kappa_n \mathcal{N}_0 e^{-\kappa_n t} \quad (\text{C.1})$$

où \mathcal{N}_0 est le nombre total de réalisations. Lorsque l'on s'autorise à réutiliser une même réalisation pour sélectionner des états de Fock en cours de réalisation comme on l'a expliqué précédemment, chaque état $|n\rangle$ ayant vécu une durée t' sera sélectionné à nouveau et interprété comme ayant eu une durée de vie t pour tout $t < t'$. En conséquence, le nombre $\delta\mathcal{N}_s(t)$ de « réalisations » produites par notre méthode de sélection où la durée de vie de $|n\rangle$ est comprise entre t et $t + \delta t$ est donné par :

$$\delta\mathcal{N}_s(t) = \sum_{t' \geq t} \delta\mathcal{N}_0(t') = \int_t^\infty \delta t' \kappa_n \mathcal{N}_0 e^{-\kappa_n t'} = \mathcal{N}_0 e^{-\kappa_n t} \quad (\text{C.2})$$

Avec une résolution temporelle δt pour nos mesures, la statistique totale est surestimée d'un facteur $T_n/\delta t$, mais la loi de probabilité n'est pas modifiée. Ce dernier résultat pouvait aussi être prédit par un argument qualitatif. La relaxation est un processus sans mémoire. Le « passé » d'un état de Fock n'entre donc pas en compte : à un instant donné, sa durée de vie moyenne ne dépend pas du temps qu'il a déjà « vécu ».

Annexe D

Effet Zénon et relaxation

Dans les chapitres 3 et 4, nous avons vu que nos mesures QND ne gelaient pas la relaxation du champ. Nous avons expliqué que l'effet Zénon ne peut se produire qu'avec une évolution quadratique résultant d'une évolution cohérente. Lorsque l'on rend compte de l'effet de l'interaction avec l'environnement par une équation pilote pour la matrice densité, on suppose justement l'environnement markovien et donc l'interaction qui en découle parfaitement incohérente. Nous nous proposons ici de discuter le domaine de validité de cette hypothèse.

La relaxation vue comme une perturbation

Nous ne faisons initialement aucune hypothèse sur l'environnement. Nous considérons le système englobant à la fois le système quantique \mathcal{S} et son environnement \mathcal{E} . Ce système $\mathcal{S} + \mathcal{E}$ se trouve initialement dans un état $|\psi_i\rangle$ d'énergie E_i . Outre cet état, $\mathcal{S} + \mathcal{E}$ contient un continuum d'états $|\lambda\rangle$ d'énergies E_λ que nous pouvons également écrire $|E, \beta\rangle$, où E désigne l'énergie de l'état et β l'ensemble de tous les autres paramètres nécessaires pour entièrement caractériser $|\lambda\rangle$. La densité des états du continuum $\rho(\beta, E)$ est naturellement définie par la relation $d\lambda = \rho(\beta, E)d\beta dE$. Nous supposons pour simplifier que le terme d'interaction \hat{W} entre \mathcal{S} et \mathcal{E} ne couple que l'état initial $|\psi_i\rangle$ aux états du continuum. En traitant \hat{W} comme une perturbation, on peut montrer [119, page 1292] que la probabilité que le système se trouve à l'instant t dans la « portion » infinitésimale du continuum correspondant à $E = E_f$ à dE près et $\beta = \beta_f$ à $d\beta$ près vaut :

$$dP_{i \rightarrow f}(t) = \frac{1}{\hbar^2} \left| \langle \beta_f, E_f | \hat{W} | \psi_i \rangle \right|^2 F_t \left(\frac{E_f - E_i}{\hbar} \right) \rho(\beta_f, E_f) d\beta dE \quad (\text{D.1})$$

où la fonction F_t , appelée « fonction de diffraction », est définie par :

$$F_t(\omega_{fi}) = t^2 \text{sinc}^2 \left(\frac{t}{2} \omega_{fi} \right). \quad (\text{D.2})$$

La probabilité d'avoir relaxé, c'est-à-dire d'être passé dans le continuum C , s'obtient en intégrant (D.1) sur E et β :

$$P_{i \rightarrow C}(t) = \frac{1}{\hbar^2} \int F_t \left(\frac{E - E_i}{\hbar} \right) K(E) dE \quad (\text{D.3})$$

où la fonction $K(E)$ résulte de l'intégration sur β :

$$K(E) = \int \left| \langle \beta, E | \hat{W} | \psi_i \rangle \right|^2 \rho(\beta, E) d\beta \quad (\text{D.4})$$

qui correspond au « spectre de couplage à l'environnement ».

Évolution aux temps longs

Lorsque $t \rightarrow \infty$, cette fonction tend vers une distribution de Dirac centrée en E_i :

$$F_t\left(\frac{E - E_i}{\hbar}\right) \xrightarrow{t \rightarrow \infty} 2\pi\hbar t \cdot \delta(E - E_i). \quad (\text{D.5})$$

L'intégration de l'équation (D.3) est alors immédiate :

$$\begin{aligned} P_{i \rightarrow f}(t) &= \frac{2\pi t}{\hbar^2} K(E_i) \\ &= \frac{2\pi t}{\hbar} \int \left| \langle \beta, E | \hat{W} | \psi_i \rangle \right|^2 \rho(\beta, E = E_i) d\beta \\ &= \Gamma t. \end{aligned} \quad (\text{D.6})$$

L'évolution est bien linéaire avec un taux de départ :

$$\Gamma = \frac{2\pi}{\hbar} \int \left| \langle \beta, E | \hat{W} | \psi_i \rangle \right|^2 \rho(\beta, E = E_i) d\beta. \quad (\text{D.7})$$

Ce dernier résultat n'est autre que la fameuse « règle d'or de Fermi ».

Pour trouver le domaine de validité cette règle, nous devons expliciter ce que l'on entend par « $t \rightarrow \infty$ ». Pour un temps t fini, la fonction F_t est un pic de largeur $4\pi\hbar/t$. Ce pic est assimilable à une distribution de Dirac si la fonction K peut être considérée comme constante sur une largeur $\delta E = 4\pi\hbar/t$ autour de E_i (figure D.1). Cette condition s'écrit :

$$K(E_i + \delta E) - K(E_i) = \delta E \left. \frac{dK}{dE} \right|_{E=E_i} \ll K(E_i). \quad (\text{D.8})$$

L'échelle de temps à partir de laquelle l'évolution peut être considérée comme linéaire est donc :

$$t \gg t_{lin} = 4\pi\hbar \left. \frac{dK/dE}{K(E)} \right|_{E=E_i}. \quad (\text{D.9})$$

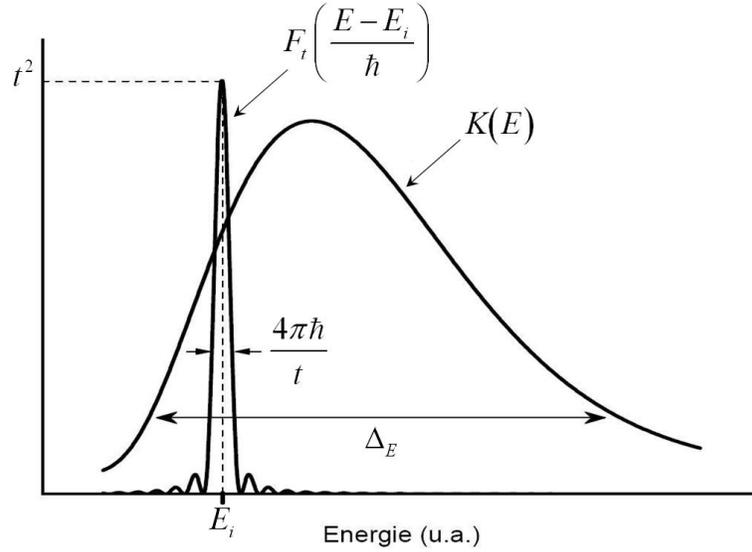


FIGURE D.1 – Variation avec E des fonctions $K(E)$ et $F_t((E - E_i)/\hbar)$. Pour t suffisamment grand, $F_t((E - E_i)/\hbar)$ se comporte comme une distribution de Dirac vis-à-vis de $K(E)$. Inversement, pour t suffisamment petit, elle peut être considérée comme constante égale à t^2 .

Évolution aux temps courts

Lorsque $t \rightarrow 0$, les rôles s'inversent : la fonction F_t devient infiniment large et c'est maintenant elle que l'on peut considérer comme constante et égale à sa valeur maximale t^2 .

$$\begin{aligned}
 P_{i \rightarrow f}(t) &= \frac{t^2}{\hbar^2} \int K(E) dE \\
 &= \frac{t^2}{\hbar^2} \int \left| \langle \beta, E | \hat{W} | \psi_i \rangle \right|^2 \rho(\beta, E) d\beta dE \\
 &= \frac{t^2}{\hbar^2} \int \langle \psi_i | \hat{W} | \beta, E \rangle \langle \beta, E | \hat{W} | \psi_i \rangle \rho(\beta, E) d\beta dE.
 \end{aligned} \tag{D.10}$$

L'équation (D.10) peut se récrire en réalisant l'intégration à l'intérieur du produit scalaire :

$$P_{i \rightarrow f}(t) = \frac{t^2}{\hbar^2} \left\langle \psi_i \left| \hat{W} \left(\int |\beta, E\rangle \langle \beta, E| \rho(\beta, E) d\beta dE \right) \hat{W} \right| \psi_i \right\rangle, \tag{D.11}$$

puis en utilisant l'identité $\mathbb{1} = |\psi_i\rangle \langle \psi_i| + \int |\beta, E\rangle \langle \beta, E| \rho(\beta, E) d\beta dE$:

$$\begin{aligned}
 P_{i \rightarrow f}(t) &= \frac{t^2}{\hbar^2} \left\langle \psi_i \left| \hat{W} (\mathbb{1} - |\psi_i\rangle \langle \psi_i|) \hat{W} \right| \psi_i \right\rangle \\
 &= \frac{t^2}{\hbar^2} \left(\langle \psi_i | \hat{W}^2 | \psi_i \rangle - \left| \langle \psi_i | \hat{W} | \psi_i \rangle \right|^2 \right).
 \end{aligned} \tag{D.12}$$

On retrouve exactement la formule (V.2) donnant l'évolution quadratique et définissant le « temps Zénon » comme :

$$\frac{1}{t_z} = \frac{1}{\hbar} \Delta \hat{W}_{|\psi_i\rangle} = \frac{1}{\hbar} \sqrt{\langle \psi_i | \hat{W}^2 | \psi_i \rangle - \left| \langle \psi_i | \hat{W} | \psi_i \rangle \right|^2}. \quad (\text{D.13})$$

Ici aussi nous devons préciser ce que nous entendons par « $t \rightarrow 0$ ». La fonction F_t peut être considérée comme constante et égale à t^2 si sa largeur est beaucoup plus grande que la « largeur » de la fonction K définie comme l'étendue Δ_E du domaine d'énergie où $K(E)$ est non négligeable (figure D.1). Ceci implique donc la condition supplémentaire suivante :

$$t \ll \frac{4\pi\hbar}{\Delta_E}. \quad (\text{D.14})$$

Le temps Zénon doit donc être défini comme le minimum des deux valeurs :

$$t \ll t_z = \min \left(\frac{4\pi\hbar}{\Delta_E}, \frac{\hbar}{\Delta \hat{W}_{|\psi_i\rangle}} \right). \quad (\text{D.15})$$

Estimation du temps Zénon de la relaxation dans notre expérience

Tout d'abord, en comparant les équations (D.9) et (D.15), nous remarquons que les deux échelles de temps peuvent avoir des limites très différentes. Il est donc a priori possible d'avoir une troisième échelle de temps (comprise entre les deux précédentes) où ni l'une ni l'autre de ces situations n'est valide. Dans ce cas, un autre effet, l'effet « anti-Zénon quantique », peut éventuellement se produire : des mesures QND répétées ne tendent pas à geler mais à accélérer la relaxation [61, 62].

Pour estimer les limites des différentes situations, nous devons connaître l'allure de la fonction K . Nous pouvons raisonnablement considérer - l'environnement correspondant à tous les modes possibles du champ autres que celui de la cavité - que la fonction K croît comme une puissance¹ supérieure à 1 de E :

$$K(E) \sim E^\alpha \quad \alpha > 1. \quad (\text{D.16})$$

La fonction $K(E)$ diverge donc lorsque $E \rightarrow \infty$. En conséquence on ne peut pas définir de « largeur » pour la fonction K et donc de temps Zénon : l'effet Zénon ne peut pas être observé pour la relaxation du champ. On peut trouver dans la littérature des calculs estimant une valeur de temps Zénon en introduisant un « cut-off naturel » dans la fonction $K(E)$ [120]. Ces calculs sont de toute façon invérifiables expérimentalement comme nous allons le voir.

Pour commencer à observer une déviation par rapport à la loi linéaire (D.6), nous devons mesurer le champ avec un taux grand devant $1/t_{lin}$ soit :

$$v \gg \frac{1}{t_{lin}} = \frac{1}{4\pi\hbar} \cdot \frac{E_i^\alpha}{\alpha E_i^{\alpha-1}} = \frac{E_i}{4\pi\hbar\alpha}. \quad (\text{D.17})$$

1. Remarquons en effet que la densité d'états $\rho(E, \beta)$ croît déjà en E^2 . (Ici β représente la direction du vecteur d'onde du mode de l'environnement et sa polarisation.)

Avec $E_i = \hbar\omega_0$ l'énergie d'un photon du mode de la cavité et α de l'ordre de l'unité, on trouve qu'il faudrait mesurer le champ à une fréquence grande devant 50 GHz soit dans le domaine des THz. Nous sommes expérimentalement bien loin de ce domaine : avec un temps de mesure de l'ordre la ms, notre taux de mesure est plutôt dans le domaine du kHz soit 9 ordres de grandeur trop faibles. Notons de plus que, si nous parvenions à atteindre ce régime, la convexité de la courbe $K(E) \sim E^\alpha$ tendrait à augmenter le taux de relaxation et donc à produire de l'effet anti-Zénon [62]. L'hypothétique régime d'effet Zénon se trouve donc encore plusieurs ordres de grandeur plus loin. Toutes ces réflexions théoriques n'ont donc, à l'heure actuelle, aucune chance d'être observées expérimentalement sur les systèmes instables habituels. Notons cependant que l'équipe de M.G. Raizen a réussi à créer un système artificiel instable dont les échelles de temps sont beaucoup plus accessibles expérimentalement. Ils ont ainsi pu observer la déviation aux temps courts par rapport à une relaxation parfaitement linéaire [121] et réaliser de belles expériences d'effet Zénon et anti-Zénon [80]. Il s'agit, à ma connaissance, de la seule observation de ces effets sur l'évolution incohérente d'un système instable couplé à un continuum. Notons toutefois que des prédictions théoriques indiquent qu'un autre système instable - des cristaux non linéaire produisant une émission spontanée en cascade paramétrique - présenterait une échelle de temps expérimentalement accessible pour l'observation d'une déviation aux temps courts par rapport à une loi exponentielle [122, 123, 124].

Annexe E

Mesures préliminaires : croissance d'un champ cohérent

Notre mesure QND telle que décrite dans le chapitre 3 bien que théoriquement réalisable en temps réel (décodage des mesures atomiques brutes) nécessite en l'état actuel un traitement informatique a posteriori. Par ailleurs nous n'avons pas besoin de connaître précisément le nombre de photon à chaque réalisation : ici seul le nombre moyen importe. La méthode utilisée jusqu'à présent n'est donc pas adaptée aux réglages préliminaires. Nous utilisons donc dans un premier temps une variante de notre mesure QND nous fournissant directement le nombre moyen de photons sans avoir à traiter différentes réalisations séparément avant de les moyenner. Ceci nous permet de voir le signal « en direct » et donc de prendre des décisions plus rapidement.

Enregistrer des franges de Ramsey ne requiert aucun traitement a posteriori. La probabilité de détecter les atomes dans l'état $|e\rangle$ est une fonction sinusoïdale de la phase Ramsey φ_r . Les franges de Ramsey en présence de n photons se déduisent facilement des franges de Ramsey pour une cavité sans photon par un simple déphasage de $n\Phi_0$: $P(e) = \cos(n\Phi_0 - \varphi_r)$. Cependant nous n'injectons pas un nombre précis de photons mais un champ cohérent possédant une dispersion du nombre de photons $\Delta n = \sqrt{\bar{n}}$. En conséquence nous moyennons effectivement des franges possédant différentes phases pondérées par une distribution poissonnienne. Ceci résulte non seulement en un déphasage global mais aussi en une diminution du contraste comme le montre le petit calcul suivant :

$$\begin{aligned} P(e) &= \sum_n e^{-\bar{n}} \frac{(\bar{n})^n}{n!} \cos(n\Phi_0 - \varphi_r) = \operatorname{Re} \left(\sum_n e^{-\bar{n}} \frac{(\bar{n})^n}{n!} e^{i(n\Phi_0 - \varphi_r)} \right) = \operatorname{Re} \left(e^{-\bar{n} - i\varphi_r} \sum_n \frac{(\bar{n} e^{i\Phi_0})^n}{n!} \right) \\ &= \operatorname{Re} \left(e^{-\bar{n} - i\varphi_r} e^{\bar{n} e^{i\Phi_0}} \right) = e^{-\bar{n}(1 - \cos \Phi_0)} \cos(\bar{n} \sin \Phi_0 - \varphi_r). \end{aligned} \quad (\text{E.1})$$

Nous disposons donc de deux mesures du nombre moyen de photons¹ à partir du déphasage φ et

1. Cette méthode est en fait très similaire à celle où l'on moyennerait sur différentes réalisations les résultats de mesures précises du nombre de photons. Dans le premier cas, la moyenne sur les différentes réalisations intervient après que le spin a été mesuré dans différentes directions. Dans l'autre, on ne change la direction de mesure (la fréquence Ramsey) qu'après avoir moyenné sur différentes réalisations.

du contraste² c des franges :

$$\bar{n}_\varphi = \frac{\varphi}{\sin \Phi_0} \quad \bar{n}_c = \frac{\ln(c)}{1 - \cos \Phi_0} \quad (\text{E.2})$$

Ce calcul suppose un contraste initial maximal ; on peut cependant facilement vérifier que les formules (E.1) restent vraies en présence d'un contraste initial (en l'absence de champ) c_0 fini et d'un offset y_0 , pourvu que l'on remplace simplement le contraste c par la réduction de contraste c/c_0 . Pour reconstruire la croissance cohérente du champ (voir partie V.2.4), nous enregistrons plusieurs franges de Ramsey (figure E.1). Les ajustements sinusoidaux donnent les déphasages et les pertes de contraste par rapport aux franges de référence (cavité vide i.e. séquence sans injection) qui fournissent deux séries de mesures de \bar{n} selon les formules (E.2). Ce sont ces mesures qui sont reportées en figure V.16.

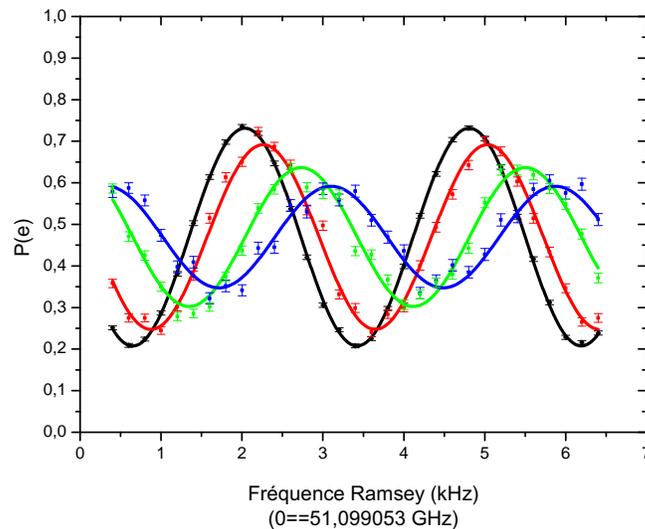


FIGURE E.1 – *Franges de Ramsey enregistrées en présence du vide et de différents champs cohérents dans la cavité. Les points noirs, rouges verts et bleus correspondent à des champs créés par respectivement 0, 25, 50 et 100 injections élémentaires (voir partie V.2.4). Le déphasage et la perte de contraste permettent de connaître le nombre de photons injectés.*

2. La réduction du contraste des franges peut aussi s'expliquer réciproquement par le fait que le champ extrait une information sur le « chemin » suivi par l'atome dans l'interféromètre.

Annexe F

Correction des barres d'erreurs pour la mesure QND du nombre de photons (par l'ajustement des histogrammes des phases des spins)

L'ajustement d'une fonction d'équation (V.19) sur l'histogramme des phases des spins permet d'obtenir le nombre de photons moyen dans la cavité après k injections. Cette mesure est bien sûr entachée d'une erreur au moins statistique. L'algorithme d'ajustement (celui du logiciel d'analyse de données Origin 7.5) fournit une barre d'erreur. Mais cette barre d'erreur est clairement sous-estimée à cause de notre statistique faussée. En effet, nous avons dit que pour estimer la direction du spin nous disposons en moyenne de 200 atomes détectés. Ceci représente donc à peine 2 mesures indépendantes à $N = 110$ atomes. Or avec notre analyse par fenêtre glissante, nous produisons en moyenne 91 mesures plus ou moins dépendantes deux à deux. Il s'agit donc d'évaluer combien de mesures indépendantes effectives nous réalisons ainsi.

Comptons donc le nombre de fois qu'un même atome est utilisé. Le premier n'est utilisé que dans la première fenêtre. Le deuxième est utilisé dans les deux premières. De même le $k^{\text{ème}}$ atome est utilisé dans k fenêtres (pour $k \leq 90$). De manière symétrique l'atome $(200 - k + 1)$ est utilisé k fois (toujours pour $k \leq 90$). Enfin, comme on le voit sur la figure F.1, les atomes allant de 91 à 110 sont tous utilisés 91 fois exactement. (Une fenêtre commence forcément avant 91 et finit forcément après 110.) En moyenne, un atome est donc utilisé p fois avec :

$$\begin{aligned} p &= \frac{1}{200} \cdot \left(1 + 2 + \dots + 90 + \underbrace{91 + \dots + 91}_{20 \text{ fois}} + 90 + 89 + \dots + 1 \right) \\ &= \frac{1}{200} \cdot \left(2 \cdot \frac{90 \cdot 91}{2} + 20 \cdot 91 \right) = \frac{91 \cdot 110}{200} \simeq 50. \end{aligned} \quad (\text{F.1})$$

Puisque chaque atome est utilisé en moyenne $p = 50$ fois et que les barres d'erreur décroissent en $1/\sqrt{K}$, où K représente la « quantité » d'informations acquises, nous pouvons estimer que les barres d'erreur sont sous-estimées d'un facteur $\sqrt{50} \simeq 7$. Les barres d'erreurs

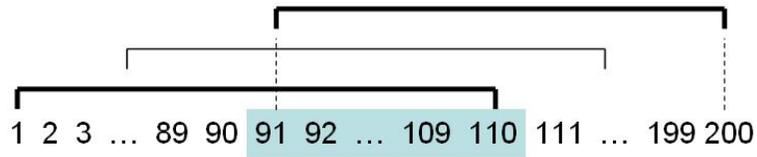


FIGURE F.1 – Fenêtres glissantes. Les atomes entre 91 et 110 appartiennent à 91 fenêtres exactement.

fournies par l'ajustement doivent donc être multipliées par 7.

Bibliographie

- [1] TONOMURA A., ENDO J., MATSUDA T., KAWASAKI T. and EZAWA H. “Demonstration of single electron build-up of an interference pattern”. *Am. J. Phys.*, **57**, page 117 (1989).
- [2] SCHRÖDINGER E. “Die gegenwärtige situation in der quantenmechanik”. *Naturwissenschaften*, **23**, pages 807, 823, 844 (1935). Traduction anglaise dans [29].
- [3] EINSTEIN A., PODOLSKY B. and ROSEN N. “Can quantum mechanical description of physical reality be considered complete ?” *Phys. Rev.*, **47**, page 777 (1935).
- [4] BOHR N. *La théorie atomique et la description des phénomènes* (1929). J. Gabay, Paris (1993).
- [5] VON NEUMANN J. *Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik*. Verlag Julius-Springer, Berlin (1932). Traduction anglaise dans [29].
- [6] COOK R.J. “What are quantum jumps ?” *Phys. Scr.*, **21**, page 49 (1988).
- [7] NAGOURNEY W., SANDBERG J. and DEHMELT H. “Shelved optical electron amplifier : Observation of quantum jumps”. *Phys. Rev. Lett.*, **56**, page 2797 (1986).
- [8] SAUTER T., NEUHAUSER W., BLATT R. and TOSCHEK P.E. “Observation of quantum jumps”. *Phys. Rev. Lett.*, **57**, page 1696 (1986).
- [9] BERGQUIST J.C., HULET R.G., ITANO W.M. and WINELAND D.J. “Observation of quantum jumps in a single atom”. *Phys. Rev. Lett.*, **57**, page 1699 (1986).
- [10] BASCHE T., KUMMER S. and BRAEUCHLE C. “Direct spectroscopic observation of quantum jumps of a single molecule”. *Nature (London)*, **373**, page 132 (1995).
- [11] HANNEKE D., FOGWELL S. and GABRIELSE G. “New Measurement of the Electron Magnetic Moment and the Fine Structure Constant”. *Phys. Rev. Lett.*, **100**, page 120801 (2008).
- [12] PEIL S. and GABRIELSE G. “Observing the quantum limit of an electron cyclotron : Qnd measurements of quantum jumps between fock states”. *Phys. Rev. Lett.*, **83**, page 1287 (1999).
- [13] D’URSO B., VAN HANDEL R., ODOM B., HANNEKE D. and GABRIELSE G. “Single-Particle Self-Excited Oscillator”. *Phys. Rev. Lett.*, **94**, page 113002 (2005).
- [14] MAIOLI P. *Détection non destructive d’un atome unique par interaction dispersive avec un champ mésoscopique dans une cavité*. Thèse de doctorat, Université Paris 6 (2004).
- [15] MAIOLI P., MEUNIER T., GLEYZES S., AUFFEVE A., NOGUES G., BRUNE M., RAIMOND J.M. and HAROCHE S. “Nondestructive rydberg atom counting with mesoscopic fields in a cavity”. *Phys. Rev. Lett.*, **94**, page 113601 (2005).

- [16] LUPAȘCU A., VERWIJS C., SCHOUTEN R., HARMANS C. and MOOIJ J. “Nondestructive Readout for a Superconducting Flux Qubit”. *Phys. Rev. Lett.*, **93**, page 177006 (2004).
- [17] LUPASCU A., SAITO S., PICOT T., DE GROOT P., HARMANS C. and MOOIJ J. “Quantum non-demolition measurement of a superconducting two-level system”. *Nature Phys.*, **3**, page 119 (2006).
- [18] BEREZOVSKY J., MIKKELSEN M., GYWAT O., STOLTZ N., COLDREN L. and AWSCHALOM D. “Nondestructive Optical Measurements of a Single Electron Spin in a Quantum Dot”. *Science*, **314**, page 1916 (2006).
- [19] MEUNIER T., VINK I., WILLEMS VAN BEVEREN L., KOPPENS F., TRANITZ H., WEGSCHEIDER W., KOUWENHOVEN L. and VANDERSYPEN L. “Nondestructive measurement of electron spins in a quantum dot”. *Phys. Rev. B*, **74**, page 195303 (2006).
- [20] GLEYZES S., KUHR S., GUERLIN C., BERNU J., DELÉGLISE S., HOFF U., BRUNE M., RAIMOND J. and HAROCHE S. “Quantum jumps of light recording the birth and death of a photon in a cavity”. *Nature (London)*, **446**, page 297 (2007).
- [21] GUERLIN C., BERNU J., DELÉGLISE S., SAYRIN C., GLEYZES S., KUHR S., BRUNE M., RAIMOND J. and HAROCHE S. “Progressive field-state collapse and quantum non-demolition photon counting”. *Nature (London)*, **448**, page 889 (2007).
- [22] KUHR S., GLEYZES S., GUERLIN C., BERNU J., HOFF U., DELÉGLISE S., OSNAGHI S., BRUNE M., RAIMOND J., HAROCHE S. *et al.* “Ultrahigh finesse Fabry-Pérot superconducting resonator”. *Appl. Phys. Lett.*, **90**, page 164101 (2007).
- [23] NOGUES G., RAUSCHENBEUTEL A., OSNAGHI S., BRUNE M., RAIMOND J.M. and HAROCHE S. “Seeing a single photon without destroying it”. *Nature (London)*, **400**, page 239 (1999).
- [24] NOGUES G. *Détection sans destruction d’un seul photon. Une expérience d’électrodynamique quantique en cavité.* Thèse de doctorat, Université Paris 6 (1999).
- [25] IMOTO N., HAUS H. and YAMAMOTO Y. “Quantum nondemolition measurement of the photon number via the optical Kerr effect”. *Phys. Rev. A*, **32**, pages 2287 (1985).
- [26] POIZAT J.P. and GRANGIER P. “Experimental realization of a quantum optical tap”. *Phys. Rev. Lett.*, **70**, page 271 (1993).
- [27] ROCH J.F., VIGNERON K., GRELU P., SINATRA A., POIZAT J.P. and GRANGIER P. “Quantum nondemolition measurements using cold trapped atoms”. *Phys. Rev. Lett.*, **78**, page 634 (1997).
- [28] GRANGIER P., ROCH J. and ROGER G. “Observation of backaction-evading measurement of an optical intensity in a three-level atomic nonlinear system”. *Phys. Rev. Lett.*, **66**, page 1418 (1991).
- [29] WHEELER J.A. and ZUREK W.H. *Theory of Measurement.* Princeton University Press, Princeton (1983).
- [30] BRAGINSKY V.B. and VORONTSOV Y.I. “Quantum-mechanical limitations in macroscopic experiments and modern experimental technique”. *Physics-Uspekhi*, **17**, page 644 (1975).

- [31] BRAGINSKY V.B., VORONTOV Y.I. and THORNE K. “Quantum Nondemolition Measurements”. *Science*, **209**, page 547 (1980).
- [32] THORNE K.S., DREVER R.W.P., CAVES C.M., ZIMMERMANN M. and SANDBERG V.D. “Quantum nondemolition measurements of harmonic oscillators”. *Phys. Rev. Lett.*, **40**, page 667 (1978).
- [33] KUZMICH A., MANDEL L. and BIGELOW N.P. “Generation of spin squeezing via continuous quantum nondemolition measurement”. *Phys. Rev. Lett.*, **85**, page 1594 (2000).
- [34] WINELAND D.J., BOLLINGER J.J., ITANO W.M. and HEINZEN D.J. “Squeezed atomic states and projection noise in spectroscopy”. *Phys. Rev. A*, **50**, page 67 (1994).
- [35] GEREMIA J., STOCKTON J. and MABUCHI H. “Suppression of Spin Projection Noise in Broadband Atomic Magnetometry”. *Phys. Rev. Lett.*, **94**, page 203002 (2005).
- [36] OBLAK D., PETROV P., GARRIDO ALZAR C., TITTEL W., VERSHOVSKI A., MIKKELSEN J., SØRENSEN J. and POLZIK E. “Quantum-noise-limited interferometric measurement of atomic noise : Towards spin squeezing on the Cs clock transition”. *Phys. Rev. A*, **71**, page 43807 (2005).
- [37] LEVENSON J.A., ABRAM I., RIVERA T., FAYOLLE P., GARREAU J.C. and GRANGIER P. “Quantum optical cloning amplifier”. *Phys. Rev. Lett.*, **70**, page 267 (1993).
- [38] PEREIRA S.F., OU Z.Y. and KIMBLE H.J. “Backaction evading measurements for quantum nondemolition detection and quantum optical tapping”. *Phys. Rev. Lett.*, **72**, page 214 (1994).
- [39] RAIMOND J.M., BRUNE M. and HAROCHE S. “Manipulating quantum entanglement with atoms and photons in a cavity”. *Rev. Mod. Phys.*, **73**, page 565 (2001).
- [40] POYATOS J.F., CIRAC J.I. and ZOLLER P. “Complete characterization of a quantum process : The two-bit quantum gate”. *Phys. Rev. Lett.*, **78**, page 390 (1997).
- [41] CHUANG I. and NIELSEN M. “Prescription for experimental determination of the dynamics of a quantum black box”. *J. Mod. Opt.*, **4**, page 2455 (1997).
- [42] NIELSEN M., KNILL E. and LAFLAMME R. “Complete quantum teleportation”. *Nature (London)*, **396**, page 52 (1998).
- [43] CHILDS A.M., CHUANG I.L. and LEUNG D.W. “Realization of quantum process tomography in NMR”. *Phys. Rev. A*, **64**, page 012314 (2001).
- [44] WEINSTEIN Y., HAVEL T., EMERSON J., BOULANT N., SARACENO M., LLOYD S. and CORY D. “Quantum process tomography of the quantum Fourier transform”. *J. Chem. Phys.*, **121**, page 6117 (2004).
- [45] ALTEPETER J.B., BRANNING D., JEFFREY E., WEI T.C., KWIAT P.G., THEW R.T., O’BRIEN J.L., NIELSEN M.A. and WHITE A.G. “Ancilla-assisted quantum process tomography”. *Phys. Rev. Lett.*, **90**, page 193601 (2003).
- [46] HUANG Y., REN X., ZHANG Y., DUAN L. and GUO G. “Experimental Teleportation of a Quantum Controlled-NOT Gate”. *Phys. Rev. Lett.*, **93**, page 240501 (2004).

- [47] RIEBE M., KIM K., SCHINDLER P., MONZ T., SCHMIDT P., KÖRBER T., HÄNSEL W., HÄFFNER H., ROOS C. and BLATT R. “Process Tomography of Ion Trap Quantum Gates”. *Phys. Rev. Lett.*, **97**, page 220407 (2006).
- [48] MYRSKOG S., FOX J., MITCHELL M. and STEINBERG A. “Quantum process tomography on vibrational states of atoms in an optical lattice”. *Phys. Rev. A*, **72**, page 13615 (2005).
- [49] NEELEY M., ANSMANN M., BIALCZAK R., HOFHEINZ M., KATZ N., LUCERO E., WANG H., CLELAND A. and MARTINIS J. “Process tomography of quantum memory in a Josephson-phase qubit coupled to a two-level state”. *Nature Phys.*, **4**, page 523 (2008).
- [50] FRAVAL E., SELLARS M. and LONGDELL J. “Dynamic Decoherence Control of a Solid-State Nuclear-Quadrupole Qubit”. *Phys. Rev. Lett.*, **95**, page 30506 (2005).
- [51] BRUNE M., BERNU J., GUERLIN C., DELÉGLISE S., SAYRIN C., GLEYZES S., KUHR S., DOTSENKO I., RAIMOND J.M. and HAROCHE S. “Process tomography of field damping and measurement of fock state lifetimes by quantum nondemolition photon counting in a cavity”. *Physical Review Letters*, **101**, 240402 (2008).
- [52] MISRA B. and SUDARSHAN E. “The Zeno’s paradox in quantum theory”. *J. Math. Phys.*, **18**, page 756 (1977).
- [53] PERES A. “Zeno paradox in quantum theory”. *Am. J. Phys.*, **48**, page 931 (1980).
- [54] PERES A. and RON A. “Incomplete “collapse” and partial quantum zeno effect”. *Phys. Rev. A*, **42**, page 5720 (1990).
- [55] BALLENTINE L.E. “Comment on “quantum zeno effect””. *Phys. Rev. A*, **43**, page 5165 (1991).
- [56] FRERICHS V. and SCHENZLE A. “Quantum zeno effect without collapse of the wave packet”. *Phys. Rev. A*, **44**, page 1962 (1991).
- [57] ITANO W.M., HEINZEN D.J., BOLLINGER J.J. and WINELAND D.J. “Reply to “comment on ‘quantum zeno effect’””. *Phys. Rev. A*, **43**, page 5168 (1991).
- [58] CHIU C., MISRA B. and SUDARSHAN E. “The time scale for the quantum zeno paradox and proton decay”. *Phys. Lett. B*, **117**, page 34 (1982).
- [59] KOSHINO K. and SHIMIZU A. “Quantum Zeno Effect for Exponentially Decaying Systems”. *Phys. Rev. Lett.*, **92**, page 30401 (2004).
- [60] EREZ N., GORDON G., NEST M. and KURIZKI G. “Thermodynamical control by frequent quantum measurements”. *Nature (London)*, **452**, page 724.
- [61] FACCHI P., NAKAZATO H. and PASCAZIO S. “From the Quantum Zeno to the Inverse Quantum Zeno Effect”. *Phys. Rev. Lett.*, **86**, page 2699 (2001).
- [62] KOFMAN A. and KURIZKI G. “Acceleration of quantum decay processes by frequent observations”. *Nature (London)*, **405**, page 546 (2000).
- [63] DHAR D., GROVER L. and ROY S. “Preserving Quantum States using Inverting Pulses : A Super-Zeno Effect”. *Phys. Rev. Lett.*, **96**, page 100405 (2006).
- [64] MØLHAVE K. and DREWSSEN M. “Demonstration of the continuous quantum Zeno effect in optical pumping”. *Phys. Lett. A*, **268**, page 45 (2000).

- [65] NAKANISHI T., YAMANE K. and KITANO M. “Absorption-free optical control of spin systems : The quantum Zeno effect in optical pumping”. *Phys. Rev. A*, **65**, page 13404 (2001).
- [66] NAGELS B., HERMANS L.J.F. and CHAPOVSKY P.L. “Quantum zeno effect induced by collisions”. *Phys. Rev. Lett.*, **79**, page 3097 (1997).
- [67] KWIAT P., WEINFURTER H., HERZOG T., ZEILINGER A. and KASEVICH M. “Interaction-Free Measurement”. *Phys. Rev. Lett.*, **74**, page 4763 (1995).
- [68] KWIAT P., WHITE A., MITCHELL J., NAIRZ O., WEIHS G., WEINFURTER H. and ZEILINGER A. “High-Efficiency Quantum Interrogation Measurements via the Quantum Zeno Effect”. *Phys. Rev. Lett.*, **83**, page 4725 (1999).
- [69] ELITZUR A. and VAIDMAN L. “Quantum mechanical interaction-free measurements”. *Foundations of Physics (Historical Archive)*, **23**, page 987 (1993).
- [70] HOSTEN O., RAKHER M., BARREIRO J., PETERS N. and KWIAT P. “Counterfactual quantum computation through quantum interrogation”. *Nature (London)*, **439**, page 949 (2006).
- [71] FACCHI P., HRADIL Z., KRENN G., PASCAZIO S. and ŘEHÁČEK J. “Quantum zeno tomography”. *Phys. Rev. A*, **66**, page 012110 (2002).
- [72] BEIGE A., BRAUN D., TREGENNA B. and KNIGHT P. “Quantum Computing Using Dissipation to Remain in a Decoherence-Free Subspace”. *Phys. Rev. Lett.*, **85**, page 1762 (2000).
- [73] FACCHI P. and PASCAZIO S. “Quantum Zeno Subspaces”. *Phys. Rev. Lett.*, **89**, page 80401 (2002).
- [74] FACCHI P., TASAKI S., PASCAZIO S., NAKAZATO H., TOKUSE A. and LIDAR D. “Control of decoherence : Analysis and comparison of three different strategies”. *Phys. Rev. A*, **71**, page 22302 (2005).
- [75] PACHOS J. and WALTHER H. “Quantum Computation with Trapped Ions in an Optical Cavity”. *Phys. Rev. Lett.*, **89**, page 187903 (2002).
- [76] FRANSON J., JACOBS B. and PITTMAN T. “Quantum computing using single photons and the Zeno effect”. *Phys. Rev. A*, **70**, page 62302 (2004).
- [77] ITANO W., HEINZEN D., BOLLINGER J. and WINELAND D. “Quantum Zeno effect”. *Phys. Rev. A*, **41**, page 2295 (1990).
- [78] BALZER C., HUESMANN R., NEUHAUSER W. and TOSCHEK P. “The quantum Zeno effect—evolution of an atom impeded by measurement”. *Opt. Commun.*, **180**, pages 115 (2000).
- [79] SCHULMAN L. “Continuous and pulsed observations in the quantum Zeno effect”. *Phys. Rev. A*, **57**, page 1509 (1998).
- [80] FISCHER M., GUTIÉRREZ-MEDINA B. and RAIZEN M. “Observation of the Quantum Zeno and Anti-Zeno Effects in an Unstable System”. *Phys. Rev. Lett.*, **87**, page 40402 (2001).
- [81] BERNU J., DELÉGLISE S., SAYRIN C., KUHR S., DOTSENKO I., BRUNE M., RAIMOND J.M. and HAROCHE S. “Freezing coherent field growth in a cavity by the quantum zeno effect”. *Physical Review Letters*, **101**, 180402 (2008).
- [82] JAYNES E.T. and CUMMINGS F.W. “Comparison of quantum and semiclassical radiation theories with application to the beam maser”. *Proc. IEEE*, **51**, page 81 (1963).

- [83] GLEYZES S. *Vers la préparation de cohérences quantique macroscopiques : réalisation d'un montage à deux cavités supraconductrices*. Thèse de doctorat, Université Paris 6 (2006).
- [84] GUERLIN C. *Mesure quantique non destructive répétée de la lumière : états de Fock et trajectoires quantiques*. Thèse de doctorat, Université Paris 6 (2007).
- [85] HULET R. and KLEPPNER D. "Rydberg Atoms in" Circular" States". *Phys. Rev. Lett.*, **51**, page 1430 (1983).
- [86] HAROCHE S. and RAIMOND J. *Exploring the Quantum, Atoms, Cavities, and Photons*. Oxford Graduate Texts (2006).
- [87] GROSS M. and LIANG J. "Is a circular Rydberg atom stable in a vanishing electric field?" *Phys. Rev. Lett.*, **57**, page 3160 (1986).
- [88] HARE J. *Étude théorique et expérimentale des atomes de Rydberg circulaires : vers une mesure directe de la constante de Rydberg en unités de fréquence*. Thèse de doctorat, Université Paris 6 (1991).
- [89] KOGELNIK H. and LI T. "Laser beams and resonators". *Appl. Opt.*, **5**, page 1550 (1966).
- [90] JACKSON J.D. *Classical Electrodynamics*. Wiley, New York, second edition (1975).
- [91] KIM J.I., FONSECA ROMERO K.M., HORIGUTI A.M., DAVIDOVICH L., NEMES M.C. and DE TOLEDO PIZA A.F.R. "Classical behavior with small quantum numbers : The physics of ramsey interferometry of rydberg atoms". *Phys. Rev. Lett.*, **82**, pages 4737 (1999).
- [92] BERTET P. *Atomes et Cavité : Complémentarité et Fonctions de Wigner*. Thèse de doctorat, Université Paris 6 (2002).
- [93] LINDBLAD G. "On the generators of quantum dynamical semigroups". *Commun. Math. Phys.*, **48**, page 119 (1976).
- [94] GIULINI D., JOOS E., KIEFER C., KUPSCH J., STAMATESCU I.O. and ZEH H.D. *Decoherence and the appearance of a classical world in quantum theory*. Springer (1996).
- [95] DALIBARD J., CASTIN Y. and MØLMER K. "Wave-function approach to dissipative processes in quantum optics". *Phys. Rev. Lett.*, **68**, page 580 (1992).
- [96] PLENIO M. and KNIGHT P. "The quantum-jump approach to dissipative dynamics in quantum optics". *Rev. Mod. Phys.*, **70**, page 101 (1998).
- [97] RAMSEY N. *Molecular beams*. International series of monographs on physics. Oxford, 1985 (1956).
- [98] ITANO W. and RAMSEY N. "Accurate measurement of time". *Scient. Am.*, **269**, page 56 (1993).
- [99] HAROCHE S., BRUNE M. and RAIMOND J. "interferometry : optimizing the convergence procedure". *J. Phys. II France*, **2**, page 659 (1992).
- [100] BRUNE M., HAROCHE S., LEFEVRE V., RAIMOND J. and ZAGURY N. "Quantum nondemolition measurement of small photon numbers by Rydberg-atom phase-sensitive detection". *Phys. Rev. Lett.*, **65**, page 976 (1990).

- [101] OURJOUNTSEV A., TUALLE-BROURI R. and GRANGIER P. “Quantum Homodyne Tomography of a Two-Photon Fock State”. *Physical Review Letters*, **96**, page 213601 (2006).
- [102] BERTET P., OSNAGHI S., MILMAN P., AUFFEVE S., MAIOLI P., BRUNE M., RAIMOND J. and HAROCHE S. “Generating and Probing a Two-Photon Fock State with a Single Atom in a Cavity”. *Physical Review Letters*, **88**, page 143601 (2002).
- [103] WANG H., HOFHEINZ M., ANSMANN M., BIALCZAK R.C., LUCERO E., NEELEY M., O’CONNELL A.D., SANK D., WENNER J., CLELAND A.N. and MARTINIS J.M. “Measurement of the decay of fock states in a superconducting quantum circuit”. *Physical Review Letters*, **101**, 240401 (2008).
- [104] KOSHINO A. and SHIMIZU A. “Quantum Zeno effect by general measurements”. *Phys. Rep.*, **412**, page 191 (2005).
- [105] BRUNE M., HAROCHE S., RAIMOND J.M., DAVIDOVICH L. and ZAGURY N. “Manipulation of photons in a cavity by dispersive atom-field coupling : Quantum-nondemolition measurements and generation of ‘‘schrödinger cat’’ states”. *Phys. Rev. A*, **45**, page 5193 (1992).
- [106] GEREMIA J. “Deterministic and Nondestructively Verifiable Preparation of Photon Number States”. *Phys. Rev. Lett.*, **97**, page 73601 (2006).
- [107] WIGNER E. “On the Quantum Correction For Thermodynamic Equilibrium”. *Physical Review*, **40**, pages 749 (1932).
- [108] CAHILL K. and GLAUBER R. *Phys. Rev.*, **177**, page 1857 (1969).
- [109] ENGLERT B.G., STERPI N. and WALTHER W. “Parity states in the one-atom maser”. *Opt. Commun.*, **100**, page 526 (1993).
- [110] LUTTERBACH L. and DAVIDOVICH L. “Method for direct measurement of the wigner function in cavity QED and ion traps”. *Phys. Rev. Lett.*, **78**, page 2547 (1997).
- [111] DELÉGLISE S., DOTSENKO I., BERNU J., BRUNE M., RAIMOND J. and HAROCHE S. “Reconstruction of non-classical cavity field states with snapshots of their decoherence”. *Nature*, **455**, page 510 (2008).
- [112] BENNETT C., BRASSARD G., CREPEAU C., JOZSA R., PERES A. and WOOTTERS W. “Teleporting an unknown quantum state via dual classical and EPR channels”. *Phys. Rev. Lett*, **70**, page 1895 (1993).
- [113] DAVIDOVICH L., ZAGURY N., BRUNE M., RAIMOND J.M. and HAROCHE S. “Teleportation of an unknown atomic state between two cavities using nonlocal microwave fields”. *Phys. Rev. A*, **50**, page R895 (1994).
- [114] DAVIDOVICH L., MAALI A., BRUNE M., RAIMOND J.M. and HAROCHE S. “Quantum switches and nonlocal microwave fields”. *Phys. Rev. Lett.*, **71**, page 2360 (1993).
- [115] BELL J. “On the Einstein-Podolsky-Rosen paradox”. *Phys. (N.Y)*, **1**, page 195 (1964).
- [116] BANASZEK K. and WÓDKIEWICZ K. “Testing quantum nonlocality in phase space”. *Phys. Rev. Lett.*, **82**, page 2009 (1999).

- [117] MILMAN P., AUFFÈVES A., YAMAGUCHI F., BRUNE M., RAIMOND J. and HAROCHE S. “A proposal to test Bell’s inequalities with mesoscopic non-local states in cavity QED”. *Eur. Phys. J. D*, **32**, page 233 (2005).
- [118] AUFFÈVES A. *Oscillation de Rabi à la frontière classique-quantique et génération de chats de Schrödinger*. Thèse de doctorat, Université Paris 6 (2004).
- [119] COHEN-TANNOUJJI C., DIU B. and LALOË F. *Mécanique quantique*, volume 2. Hermann (1977).
- [120] FACCHI P. and PASCAZIO S. “Temporal behavior and quantum Zeno time of an excited state of the hydrogen atom”. *Phys. Lett. A*, **241**, page 139 (1998).
- [121] WILKINSON S., BHARUCHA C., FISCHER M., MADISON K., MORROW P., NIU Q., SUNDARAM B. and RAIZEN M. “Experimental evidence for non-exponential decay in quantum tunnelling”. *Nature*, **101**, pages 2274 (1991).
- [122] LUIS A. and PEŘINA J. “Zeno Effect in Parametric Down-Conversion”. *Phys. Rev. Lett.*, **76**, page 4340 (1996).
- [123] ŘEHÁČEK J., PEŘINA J., FACCHI P., PASCAZIO S. and MIŠTA JR L. “Quantum Zeno effect in a probed down-conversion process”. *Phys. Rev. A*, **62**, page 13804 (2000).
- [124] LUIS A. “Zeno and anti-zeno effects in multimode parametric down-conversion”. *Phys. Rev. A*, **66**, page 012101 (2002).