



**HAL**  
open science

# CISAILLEMENT DE MOUSSES BIDIMENSIONNELLES ÉTUDE DU RÉGIME ÉLASTO -PLASTIQUE

Shirin Ataei Talebi

► **To cite this version:**

Shirin Ataei Talebi. CISAILLEMENT DE MOUSSES BIDIMENSIONNELLES ÉTUDE DU RÉGIME ÉLASTO -PLASTIQUE. Matière Condensée [cond-mat]. Université Joseph-Fourier - Grenoble I, 2008. Français. NNT: . tel-00351434

**HAL Id: tel-00351434**

**<https://theses.hal.science/tel-00351434>**

Submitted on 9 Jan 2009

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**UNIVERSITÉ JOSEPH FOURIER – GRENOBLE I**

**THÈSE**

Pour obtenir le grade de

**DOCTEUR DE L'UJF**  
**Spécialité : Physique**

Préparée au Laboratoire de Spectrométrie Physique

dans le cadre de l'École Doctorale de Physique

Par

**Shirin Ataei Talebi**

Soutenance le 18 novembre 2008

**CISAILLEMENT DE MOUSSES  
BIDIMENSIONNELLES  
ÉTUDE DU RÉGIME ÉLASTO-PLASTIQUE**

**Directeur de thèse :**

Catherine Quilliet, François Graner

**JURY**

Mme.	Isabelle Cantat	Rapporteur
Mme.	Catherine Quilliet	Directeur
M.	Christophe Oguey	Rapporteur
M.	Jacques Derouard	Examineur
M.	Reza Ejtehadi	Examineur
M.	François Graner	Directeur



# Remerciements

Cette page est l'occasion pour moi de remercier toutes les personnes qui m'ont accompagnée lors de ces trois années de la thèse. D'abord mes directeurs François Graner et Catherine Quilliet et ensuite les autres membres de l'équipe, et surtout Patrice Ballet sans qui la manip n'aurait sans doute jamais existé.

Je remercie sincèrement les membres du Jury pour avoir concrétisé l'aboutissement de ce projet, notamment mes deux rapporteurs Isabelle Cantat et Christophe Oguey dont la lecture détaillée et critique a permis d'améliorer le manuscrit. Merci à Reza Ejtehad pour avoir accepté de participer au jury et aussi pour avoir m'accueilli à IPM (Institute of Physics & Mathematics) Téhéran pendant ma deuxième année de thèse.

Pendant ces trois ans j'ai eu plaisir à encadrer ou intégrer mon travail avec les stagiaires : David Rabaud, Thomas Perrin.

Je tiens à remercier ma famille pour avoir partagé cette aventure avec moi.



# Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>9</b>
1.1	Généralités sur les mousses	9
1.1.1	Définition de la mousse	9
1.1.2	Molécules tensioactives	10
1.1.3	Les règles de Plateau	11
1.1.4	La vie de la mousse	12
1.1.5	Mousses 2D	12
1.2	Rhéologie de la mousse	12
1.3	Les études précédentes	14
1.4	Introduction spécifique de cette thèse	15
1.4.1	Elasticité	16
1.4.2	Régime élasto- plastique	17
1.4.3	Désordres	21
<b>2</b>	<b>Matériels et Méthodes</b>	<b>23</b>
2.1	Dispositif expérimental	23
2.1.1	La mécanique	24
2.1.2	La mousse	26
2.1.3	Fraction liquide	30
2.1.4	Visualisation et éclairage	34
2.1.5	Manipulation	34
2.2	Traitement des images	38
2.3	Analyse des images	41
2.3.1	Grandeurs scalaires	43
2.3.2	Grandeurs tensorielles	44

<b>3</b>	<b>Désordres topologique et géométrique</b>	<b>47</b>
3.1	Objectif	47
3.2	Effet du cisaillement	51
3.3	Grandeurs asymptotiques	56
3.3.1	Discussion	59
3.4	Effet du mûrissement	62
3.4.1	Résultats et discussion	63
3.5	Conclusion	69
<b>4</b>	<b>La déformation élastique de la mousse</b>	<b>71</b>
4.1	Théorie développée dans l'équipe	71
4.1.1	Régime purement élastique	71
4.1.2	Limite de régime élastique	76
4.2	Résultats expérimentaux	77
4.2.1	Régime élastique	78
4.2.2	Élasticité dans le régime élasto-plastique	80
4.3	Discussion	85
4.3.1	Régime élastique	85
4.3.2	Comparaison avec le modèle de Princen	89
4.3.3	Limite plastique	90
4.4	Conclusion	92
<b>5</b>	<b>Le régime élasto-plastique</b>	<b>93</b>
5.1	Objectif	93
5.1.1	Extrêmes élastique et plastique	93
5.1.2	Régime transitoire	94
5.2	Méthodologie	96
5.2.1	Notion d'abruptance	96
5.2.2	Méthode et calcul	97
5.2.3	Protocole	99
5.3	Résultats et discussion	102
5.3.1	Récapitulation des expériences	102
5.3.2	Effet du cisaillement	103
5.3.3	Effet des désordres géométrique et topologique	106
5.3.4	Effet des longueurs des côtés	107
5.3.5	Effet de la fraction liquide	111

5.4	Conclusion	114
6	Conclusion	115
6.1	Résumé	115
6.2	Perspective	116
A	Valeur minimum du désordre topologique dans une cellule carrée	119
A.1	calcul	119
A.2	valeur expérimentale	125
	Bibliographie	127





# Chapitre 1

## Introduction

Belle, fragile, elle n'est qu'une bulle de savon, qui nous attire tous. Rassemblées en grand nombre, elles constituent une mousse. Les mousses font l'objet de recherches actives dans les domaines de la matière molle et les systèmes complexes et posent encore de nombreuses questions.

### 1.1 Généralités sur les mousses

On utilise de plus en plus les mousses dans les domaines aussi divers que la flottation de minerais, le pétrole, le génie civil, la lutte contre les incendies, l'alimentaire, la pharmacie. Ceci résulte des propriétés particulières des mousses, et rend donc particulièrement important la compréhension de leurs mécanismes d'évolution et de comportement.

#### 1.1.1 Définition de la mousse

Une mousse liquide est une dispersion aléatoire de bulles de gaz séparées par les parois continues qui contiennent la phase liquide (figure 1.1).

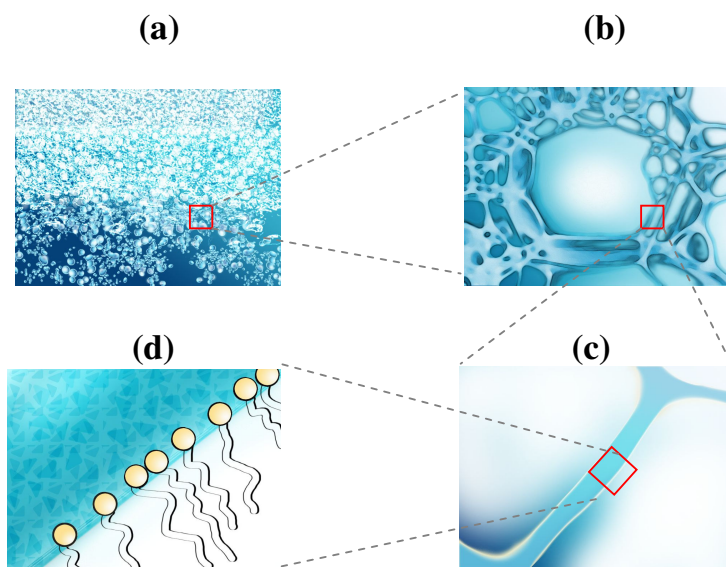
Suivant le rapport entre la quantité du liquide et du gaz, appelé fraction liquide, l'aspect de la mousse est différent : quand la fraction liquide est faible (de l'ordre 1%), la mousse est sèche et formée de bulles polyédrales. Par contre avec beaucoup d'eau, la mousse devient plus humide et formée de bulles plus rondes séparées par les films épais.

On peut former les mousses, soit par un gaz dissous dans un liquide qui est libéré par un changement physique (une baisse de pression ou une augmentation de température), soit par un appareillage mécanique qui permet d'introduire des bulles de gaz dans le liquide. Mais il ne suffit pas de former une mousse, il faut aussi qu'elle dure.

### 1.1.2 Molécules tensioactives

Le critère essentiel pour obtenir une mousse est sa stabilité qui est garantie par la présence de molécules bien particulières : les molécules amphiphiles (figure 1.1). Les molécules amphiphiles sont constituées de deux parties : une tête soluble dans l'eau, appelée hydrophile, et une longue queue de 10 à 20 atomes de carbone sans affinité pour l'eau, dite "hydrophobe". Grâce à ces tendances antagonistes, elles font une bicouche de part et d'autre du film d'eau.

Ces molécules tensioactives ont des effets importants : d'une part, la fonction en bicouche confine l'eau, et la mousse met plus de temps à sécher. D'autre part une fois que la mousse est sèche, les parois deviennent très fines mais la bicouche de molécules amphiphiles empêche la mousse de claquer, grâce à une force répulsive entre les deux couches de molécules. En plus, les molécules amphiphiles favorisent la fabrication de la mousse en diminuant l'énergie nécessaire à la formation d'interfaces eau-air.



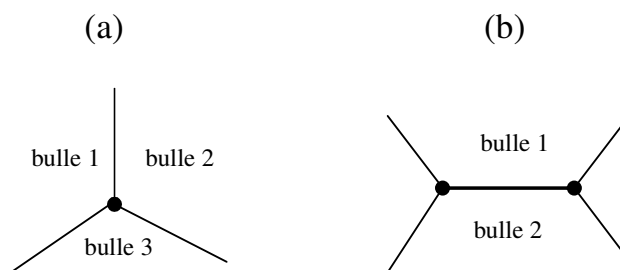
**FIG.1.1-** Schémas des niveaux successifs d'organisation d'une mousse. Chaque schéma est une région agrandie de la précédente. a) mousse humide, en bas de l'image et plutôt sèche en haut. b) bulle de gaz entourée par des films liquides. c) film d'eau avec les molécules amphiphiles à la surface savon. d) organisation des molécules amphiphiles : les têtes hydrophile situées dans le film liquide et les queues carbonées et hydrophobes qui sont situées du côté de l'air.

### 1.1.3 Les règles de Plateau

L'ingrédient physique principal du comportement solide de la mousse est la tension de surface  $\Gamma$ . Il s'agit de l'énergie par unité de surface que coûte une interface entre le gaz et le liquide. Cette énergie détermine la forme des bulles en minimisant leur énergie à un volume donné. Ainsi une bulle isolée prend une forme sphérique.

Dans une mousse très humide, les bulles sont quasi-isolées les unes des autres et prennent une forme sphérique. Par contre, plus la mousse devient sèche et plus les bulles sont coincées par leurs voisines, la forme des bulles résultant de la minimisation de l'aire devient de plus en plus polyédrique.

La structure est déterminée par les règles de Plateau [J.A.F. Plateau 1873] qui correspondent à l'équilibre mécanique de la structure. Dans une mousse bidimensionnelle, c'est-à-dire réduite à une seule couche de bulle, les films qui forment les parois des bulles s'intersectent par trois au niveau d'un bord de Plateau. En 3D les bords de Plateau se rejoignent par quatre au niveau des sommets en faisant entre eux un angle de  $109^{\circ},5$ . Deux bulles ont une paroi en commun, nommée le côté. Trois bulles ont une arête verticale en commun que l'on appelle en vue d'au-dessus, le vertex. Si les films ont la même tension de surface, ils forment alors un angle de  $120^{\circ}$  entre eux. La figure 1.2 présente le schéma d'un vertex ainsi que d'un côté. Par la définition les côtés relient deux vertex, et ont deux bulles en commun.



**FIG.1.2-** Schéma du vertex et du côté. (a) : 3 bulles se rencontrent sur un vertex ; (b) : chaque couple de vertex qui contiennent deux bulles voisines en commune crée un côté.

La tension de surface est à l'origine de la pression de Laplace. Lorsque on traverse une surface (ou interface) courbe, il y a un saut de pression. La loi de

Laplace dit : à l'équilibre, la surpression  $\Delta P$  qui se produit quand on traverse l'interface gaz-liquide-gaz, est égale au produit de la tension superficielle  $\Gamma$  par la courbure de la surface :

$$\Delta P = 2\Gamma \left( \frac{1}{R} + \frac{1}{R'} \right),$$

$R$  et  $R'$  étant les deux rayons de courbures principaux de l'interface [D. Weaire 1999].

A 2D dans le cas sec, on utilise plutôt la notion de tension de ligne  $\lambda$  : il s'agit de l'énergie par unité de longueur de la projection des faces de bulle (interface gaz-liquide-gaz).

### 1.1.4 La vie de la mousse

Même si les films sont stabilisés par les surfactants, il y a des phénomènes qui font que la mousse a une durée de vie limitée :

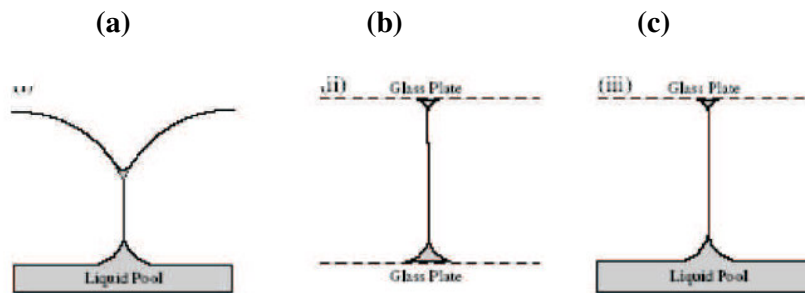
- le drainage, qui est l'écoulement du liquide présent dans les films sous l'effet de la gravité,
- la coalescence, qui est un mécanisme pendant lequel les parois entre les bulles peuvent se rompre,
- le mûrissement, qui est la diffusion gazeuse inter bulle pendant laquelle les bulles dont la pression est élevée (généralement les plus petites) se vident dans leurs voisines.

### 1.1.5 Mousses 2D

L'observation d'une mousse tridimensionnelle est difficile car les parois diffusent fortement la lumière. Il y a des techniques d'observation d'une mousse à 3D, la spectroscopie par diffusion de lumière [R. Hohler 1997], ou la tomographie soit optique [C. Monnereau 1999], soit par rayon X [J. Lambert 2005].

Une manière d'étudier des mousses, c'est de fabriquer une mousse qui n'a qu'une bulle d'épaisseur. Ceci permet de les imager facilement. Il n'existe qu'un vrai système 2D : les mousses de Langmuir, formées par la coexistence d'une phase gazeuse et d'une phase liquide dans les monocouches de tensioactifs insolubles formées à l'interface air-eau, donc d'épaisseur moléculaire et qui ne sont pas faciles à étudier [P. Heinig 2003 et S. Courty 2003].

Plusieurs dispositifs quasi 2D sont utilisables pour obtenir une monocouche de bulles. Dans le premier système, les bulles flottent librement sur une surface liquide (système dite "liquide-air") [M. Dennin 2004], [A. Abd el Kader 1999], [L. Bragg 1947]. Dans les deux autres dispositifs, on peut emprisonner les bulles soit entre la surface de liquide et la plaque supérieure (système "liquide – verre") [C.S. Smith 1952], [M.F. Vaz 1997], [A. Abd el Kader 1999], soit entre deux plaques ("système verre – verre") [C.S. Smith 1952] (figure 1.3). Un autre avantage des systèmes quasi 2D c'est qu'ils sont uniformément influencés par le drainage quand ils sont placés horizontalement.



**FIG.1.3-** Différents systèmes 2D. a) radeau de bulles : système eau – air. b) une couche de bulles coincée entre deux plaques de verre : système verre – verre. c) une couche de bulles emprisonnées entre la surface de l'eau et la plaque supérieure : système eau-verre.

## 1.2 Rhéologie de la mousse

Parmi les différentes propriétés des mousses liquides, nous nous sommes intéressés aux propriétés rhéologiques. Les mousses liquides font partie des systèmes complexes. Elles présentent à la fois des caractéristiques élastique, plastique et visqueuse.

On décrit ici ces trois aspects de la mousse en prenant un exemple quotidien et très connu.

Prenons de la mousse à raser, constituée de gaz et de liquide. Elle garde sa forme dans la main sans se répandre sous son propre poids, même si on bouge légèrement la main. Elle se comporte comme un solide élastique : elle se

déforme réversiblement c'est-à-dire qu'elle stocke de l'énergie qu'elle peut restituer, en revenant à sa forme initiale.

Si on applique le doigt dedans, la mousse ne garde pas sa forme : c'est une propriété plastique. Elle se déforme irréversiblement, en prenant une nouvelle forme et en dissipant de l'énergie par rapport à son état précédent.

Enfin, sous fort cisaillement entre deux mains, elle s'écoule comme un fluide visqueux, en dissipant plus d'énergie sous l'effet d'une plus grande déformation assez rapide.

On essaiera de comprendre les causes de ces trois comportements mécaniques à partir de la structure de la mousse. Chacun de ces comportements extrêmes peut être caractérisé par une quantité, respectivement le module élastique, le seuil plastique et la viscosité, dont les valeurs dépendent des propriétés du matériau : taille des bulles, fraction liquide et aussi de façon moins bien comprise, de la structure de la mousse et donc de la manière dont la mousse a été préparée.

Différentes études [E. Janiaud 2005, B. Dollet 2007] ont montré que la mousse peut être décrite comme un milieu continu. Dans une approche de mécanique des milieux continus il y a une échelle mésoscopique, qui doit être assez grande pour inclure un nombre suffisant d'éléments constitutifs et assez petite pour que les variations significatives à l'échelle macroscopique soient inférieures à la précision souhaitée. Pour pouvoir dire que la mousse peut être traitée comme un milieu continu, il doit exister différentes échelles de longueur entre l'échelle microscopique (taille des bulles) et l'échelle macroscopique (ici, cellule du cisaillement) pour lesquelles les différentes quantités moyennes sont indépendantes de l'échelle considérée. On s'assure donc d'un nombre suffisamment grand de bulles pour que les valeurs moyennes soient significatives. Ainsi dans un régime permanent ou lentement variable on peut se contenter de moyennner sur un grand nombre d'images successives. L'approche continue redevient alors valable [M. Asipauskas 2003].

Ce qui permet de décrire la mousse par une équation constitutive, capable de prédire son comportement dans les différents régimes. C'est possible car les effets discrets liés à la nature des bulles disparaissent en général à notre échelle qui est grande devant celle des bulles.

### 1.3 Les études précédentes

La rhéologie est un domaine très actif dans la recherche sur les mousses. Les simulations numériques ont toujours été complémentaires des expériences pour l'étude des mousses. Il y a par exemple des simulations déterministes *Surface Evolver* [K. Brakke 1992, *The Surface Evolver*] ou des simulations

Mont Carlo avec le modèle de Potts. Le modèle de Potts a été utilisé en cisaillement simple [Y. Jiang 1999] et écoulement autour d'obstacle. *Surface Evolver* a été utilisé pour le cisaillement simple [A. Kabla 2003, S.J. Cox 2004, S.J. Cox 2005, A. Kabla 2007], le cisaillement de Couette [Cox 2004, S.J.Cox 2005], l'élongation [S.J. Cox 2006-a] et l'écoulement autour d'obstacle [S.J. Cox 2000, S.J. Cox 2006-b, C. Raufaste 2007-b].

J'ai également pu profiter au commencement de ma thèse de l'expertise dans ce domaine de notre équipe : B. Dollet avait déjà étudié expérimentalement l'influence sur les écoulements 2D de mousse de différents paramètres tels que l'aire des bulles, la viscosité de la solution, la nature du tensioactif [B. Dollet 2005-b, B. Dollet 2005-a, B. Dollet 2007]. J'ai également bénéficié du programme de suivi de bulle écrit par lui pendant sa thèse.

C. Raufaste a réalisé sa thèse dans le contexte de la recherche sur la rhéologie des mousses et surtout sur les écoulements 2D de mousse à la fois dans les approches expérimentale, théorique et numérique qui lui permettaient de caractériser les propriétés rhéologiques de la mousse 2D et d'obtenir une description des écoulements [C. Raufaste 2007-a, C. Raufaste 2007-b]. Dans les études théoriques, il a proposé un système fermé d'équations constitutives ainsi qu'un modèle qui décrit le comportement d'une mousse dans les différents aspects élastique, plastique et élasto- plastique.

## 1.4 Introduction spécifique de cette thèse

La mousse de savon qui est à la fois disponible et facile à préparer, a l'avantage que son objet microscopique, la bulle, est visible à l'œil nu. Alors outre les différentes applications mentionnées pour les mousses, on l'utilise en recherche fondamentale comme un système modèle pour les autres systèmes complexes comme : les matériaux granulaires, les réseaux biologiques, les suspensions et les colloïdes.

Notre objet d'étude est une mousse bidimensionnelle. Parmi les différents systèmes 2D, nous avons choisi le système eau – verre dans lequel les bulles sont emprisonnées entre la surface du liquide (eau et savon) et la plaque supérieure. Les films de liquide verticaux sont à l'équilibre avec le réservoir de solution aqueuse, il n'y a donc pas d'évolution temporelle du système due au drainage pendant les expériences. Cette configuration empêche l'évaporation et l'éclatement des films dû aux courants d'air, les mesures sur une mousse peuvent ainsi durer plusieurs jours.

Nous avons choisi la géométrie du cisaillement simple [A. Abd el Kader 1999] pour étudier notre mousse. Le cisaillement simple est plus avantageux



par rapport aux autres géométries car grâce aux deux barrières transversales de longueur variable, on peut éviter la localisation de la déformation (bandes de cisaillement) qui est observée systématiquement dans les géométries de type Couette. On peut aussi réaliser un cisaillement de manière à ce que la déformation imposée et le gradient de vitesse soient uniformes sur l'ensemble des bulles emprisonnées dans la cellule du cisaillement, et ainsi améliorer la statistique sur les grandeurs observées.

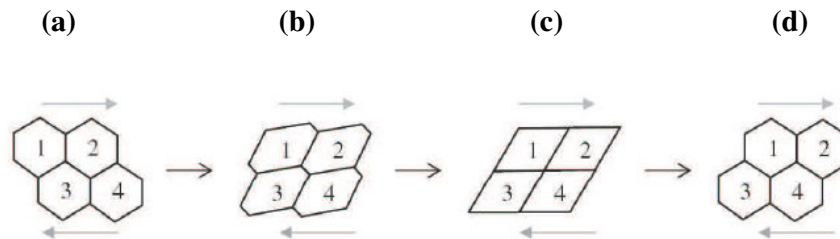
Ce dispositif a permis d'étudier le comportement d'une mousse dans les régimes élastique et élasto-plastique. Parallèlement nous avons étudié les désordres de la structure de la mousse et leur effet sur les propriétés mécaniques de la mousse.

Enfin, sauf dans le paragraphe 3.4, la durée d'une expérience est assez courte par rapport au temps nécessaire pour voir l'effet de mûrissement, on a donc pu considérer la mousse comme un ensemble de bulles d'aire constante.

### 1.4.1 Élasticité

La mousse est considérée comme dans un état d'équilibre, quand son organisation correspond à un minimum local d'énergie. En essayant de déformer sa structure d'équilibre, le milieu répond par l'étirement des bulles et s'oppose en créant des contraintes élastiques pour essayer de retrouver son état d'équilibre local. Schématiquement, on considère quatre bulles voisines d'une mousse (figure 1.4). Dans un état d'équilibre les deux bulles 2 et 3 sont voisines (figure 1.4.a), car elles sont communes sur un côté. Sous l'effet d'une petite déformation imposée (ici le cisaillement), elles se déforment (figure 1.4.b). En absence de la déformation appliquée elles se relâchent et retournent vers leur position initiale. Cet effet montre la propriété élastique d'une mousse.

Il y a certains modèles qui nous aident à prendre en compte le comportement individuel des bulles pour trouver des caractéristiques rhéologiques de la mousse. Les travaux de Princen, Khan et Armstrong prennent en compte une mousse 2D parfaitement ordonnée, donc hexagonale, pour estimer le module de cisaillement [H.M. Princen 1983, S.A. Khan 1986, S.A. Khan 1989]. Celui-ci est proportionnel à  $\lambda/\sqrt{A}$  avec  $\lambda$  la tension de ligne qui est proportionnelle à la tension de surface ( $\lambda \propto h \times \Gamma$  ; avec  $\Gamma$ , la tension de surface) et  $A$  l'aire moyenne des bulles. Les mesures expérimentales [H.M. Princen 1986, M.F. Coughlin 1996] confirment les prédictions du module de cisaillement. Récemment, une étude théorique [C. Raufaste 2007-b] décrit le comportement élastique d'une mousse sous l'effet du cisaillement sur la base du modèle de Princen, avec laquelle nous allons comparer nos résultats expérimentaux.



**FIG. 1.4-** Plasticité dans le modèle de Princen [H.M. Princen 1986] pour une mousse dans la limite sèche. Ce modèle prend en compte l'élasticité et la plasticité des mousses. Entre (a) et (b) on a un régime élastique réversible, présenté par l'étirement des bulles. Toutes les bulles s'étirent de la même façon. Lorsque le lien entre 2 et 3 devient trop petit, il disparaît et un lien entre 1 et 4 est créé. Ce processus s'appelle "T1" et signe le régime irréversible plastique (entre (b) et (d)) ; d'après [R. Hohler 2005].

## 1.4.2 Régime élasto- plastique

### -Approche microscopique

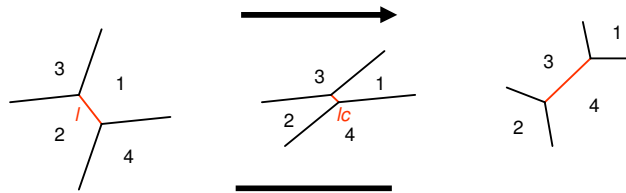
Considérons encore les 4 bulles de la figure 1.4. Cette fois on augmente le taux de la déformation imposée, les bulles ne résistent plus à cette déformation. D'abord elles se déforment jusqu'à ce que toutes les quatre deviennent voisines sur un vertex qui est une structure instable (figure 1.4-c). Alors les bulles se réarrangent pour favoriser une structure plus stable avec le minimum d'énergie.

Sur la figure 1.4-d ce réarrangement est présenté, cette fois, par le contact des bulles 1 et 4 qui remplace le contact entre les bulles 2 et 3. Ce phénomène qui fait intervenir les propriétés topologiques de la mousse, s'appelle T1. C'est la signature du régime plastique de la mousse : une transformation irréversible entre deux minimaux locaux qui est accompagné par une dissipation d'énergie. Si on augmente encore le niveau du cisaillement, on voit la mousse qui s'écoule comme un fluide visqueux. Mais dans cette thèse nous avons cherché à étudier la transition de la mousse d'un régime élastique à un régime plastique, et à connaître à partir de quelle déformation on atteint le seuil

plastique. Pour ceci une notion importante à introduire est celle de la longueur de coupure.

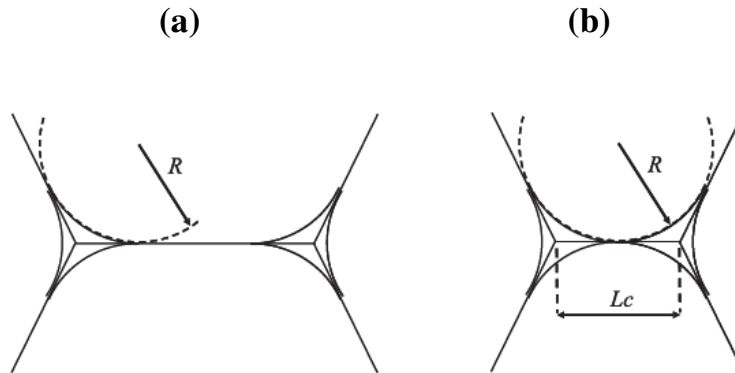
### -longueur de coupure

Ici on définit la longueur de coupure,  $l_c$  comme étant la distance minimale entre deux vertex avant que le T1 ait lieu [C. Raufaste 2007-b, C. Raufaste 2007-a] (figure 1.5).



**FIG.1.5-** Longueur caractéristique  $l_c$ . Ce paramètre présente la longueur minimum d'un côté entre deux bulles communes (ici bulles 1 et 2) juste avant l'apparition d'un T1.  $l$  est la longueur d'un côté. La flèche présente la direction du cisaillement.

C'est une quantité qui dépend de la fraction liquide de la mousse, qui est discutée en 2.1.3. Pour une mousse sèche, il y a peu d'eau dans les vertex, ils sont plus localisés c'est-à-dire que les bords de Plateau sont plus petits et peuvent se rapprocher plus avant qu'une T1 se produise (figure 1.6) :  $l_c$  est plus petit. Au contraire pour les mousses humides les vertex interagissent à plus grande distance :  $l_c$  est plus grand. Dans les chapitres suivants nous allons présenter une étude du rôle important de  $l_c$  sur la rhéologie de la mousse.



**FIG.1.6-** Longueur de coupure. a) bords de Plateau 2D de rayon  $R$ . b) définition de la longueur coupure : les deux bords de Plateau se touchent.

### -Description continue

Différents modèles phénoménologiques permettent de rendre compte des caractéristiques visco-élasto-plastiques des matériaux. On peut citer le modèle scalaire de Maxwell (visco-élastique linéaire) qui relie la contrainte  $\sigma$  à la déformation  $\gamma$  (définie par le cisaillement en 2.1.5) :  $\tau\dot{\sigma} + \sigma = \eta\dot{\gamma}$  ; ici  $\tau$  est un temps caractéristique et vaut  $\tau = \eta/\mu$ , avec  $\eta$  la viscosité et  $\mu$  le module élastique. Ce modèle prévoit que pour des temps caractéristiques courts devant  $\tau$ , le milieu répond de façon élastique ( $\dot{\sigma} = \mu\dot{\gamma}$ ). Au contraire il répond comme un liquide visqueux sur des échelles plus longues ( $\sigma = \eta\dot{\gamma}$ ). Ce modèle ne rend pas compte du seuil de plasticité que l'on rencontre dans les matériaux comme les mousses, pour lesquels le matériau ne se met à couler qu'à partir d'une contrainte (ou déformation) seuil. Il est alors nécessaire d'introduire des non-linéarités dans les équations.

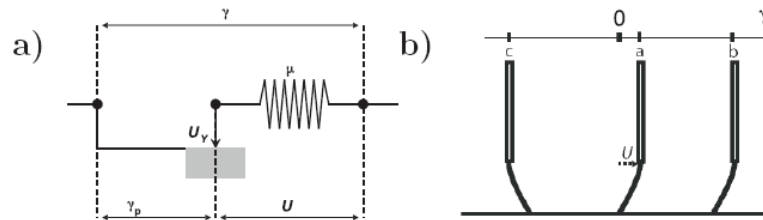
Dans la limite quasistatique ( $\dot{\gamma}\tau \ll 1$ ), où seules l'élasticité et la plasticité sont présentes, on peut le représenter de façon phénoménologique par l'assemblage d'un ressort et d'un palet (figure 1.7-a). La contrainte est alors d'origine purement élastique, et liée à la déformation  $u$  du ressort  $\sigma = \mu u$ . au-delà d'un seuil  $u_y$  pour lequel le palet se met à glisser, la déformation imposée ne sert plus à étirer le ressort : ainsi  $\dot{u} = \dot{\gamma}$  si  $u \leq u_y$ , caractérise le régime élastique, et  $u = u_y$  le régime plastique. Il faut ajouter la condition

$\dot{u} = \dot{\gamma}$  si  $(u\dot{\gamma}) \leq 0$  pour tenir compte de ce qu'expérimentalement il n'y a pas de plasticité si l'on ne cisaille pas dans la direction de la déformation.

Il y a aussi le modèle scalaire présenté par Marmottant et Graner [P. Marmottant 2007]. Ce modèle consiste à considérer une transition plus douce entre le régime élastique et le régime plastique. Ils nomment ce modèle, "modèle du pinceau" (figure 1.7-b).

En fait, dans un cas général, quand on applique une déformation sur la mousse, c'est important de savoir quelle proportion de cette déformation sera convertie en déformation élastique et quelle proportion sera dissipée plastiquement. Pour cela, ce modèle propose la fonction "proportion de plasticité"  $h(U)$ , où  $h$  dépend de la déformation moyenne  $U$  des bulles.

Par définition pour un comportement élastique, la proportion de plasticité vaut 0 et une fois que le régime plastique est complètement atteint, la valeur de  $h$  sera 1. Ce qui est important c'est la façon dont  $h(U)$  va augmenter entre ces deux comportements extrêmes, ce que nous qualifions par le terme d'abruptance (définie plus précisément en 5.2.2). Nous avons étudié plus précisément dans la suite de cette thèse l'influence des paramètres expérimentaux sur cette fonction. Nous allons voir que c'est une combinaison entre les différents paramètres d'une mousse comme la fraction liquide de la mousse, la distribution en taille et l'organisation de ses bulles (liée aux désordres de sa structure) qui dirige l'abruptance de la mousse et donc sa réponse élasto-plastique à une déformation imposée.



**FIG.1.7-** Représentation schématique de différents modèles élasto-plastiques : a) ressort (élasticité) + palet (plasticité). b) pinceau : déformation des poils  $u$  (élasticité) + glissement des poils (plasticité).

Ce rôle de l'organisation des bulles a nécessité l'étude systématique du désordre d'une mousse, qu'on va expliquer plus précisément dans les paragraphes suivants.

### 1.4.3 Désordres

Le second type d'études effectuées à l'aide du dispositif de cisaillement simple concerne les désordres de la mousse. Ceci a été motivé lorsque nous avons réalisé que le désordre d'une mousse peut jouer sur son abruptance ; il était donc nécessaire de caractériser ce désordre et d'étudier la manière dont il pouvait être modifié par le cisaillement. Plus précisément, nous quantifions le désordre par les désordres géométrique et topologique définis comme suit :

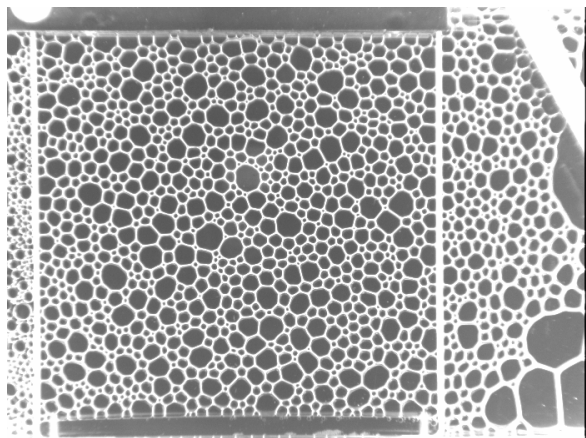
#### **-Désordre géométrique**

C'est un désordre défini au point de vue géométrique de la mousse, c'est-à-dire lié à la distribution en taille de la collection de bulles qui compose la mousse. Considérons une mousse bidimensionnelle hexagonale qui est parfaitement ordonnée : toutes les bulles doivent avoir presque de la même taille. Inversement, nous pouvons avoir une mousse dont les bulles couvrent toute une gamme de taille, ce qui donne une grande impression de désordre. Donc nous pouvons considérer que la largeur relative de la distribution en taille est un indice de désordre géométrique (figure 1.8).

#### **-Désordre topologique**

Pour une même mousse avec la même distribution en taille, le désordre peut varier selon l'arrangement topologique des bulles. Pour une mousse parfaitement mono disperse en taille où la mousse est parfaitement ordonnée et les bulles sont toutes hexagonales, on voit que chaque bulle a six côtés. Mais s'il y a des défauts dans cet arrangement, c'est-à-dire quand on a des paires des bulles de 5 ou 7 côtés (cas de désordre faible), on élargit la gamme de distribution du nombre de côtés ( $n$ ), qui est donc un bon indice du désordre topologique.

Dans cette étude, nous avons étudié l'évolution du désordre d'une part sous l'effet du cisaillement pour différentes mousses et d'autre part au cours du temps par le processus de mûrissement. Le but de cette étude est de faire la différence entre les mousses obtenues par ces deux mécanismes différents (figure 1.8).



**FIG.1.8-** Désordres géométrique et topologique dans une mousse sous l'effet du mûrissement (ici après 24h). On voit une distribution de bulles de différentes tailles qui présente du désordre géométrique ainsi que du désordre topologique.

Dans le cours de ce manuscrit, nous détaillons l'ensemble du dispositif expérimental, ainsi que les méthodes mises en œuvre pour extraire les résultats pertinents (Chapitre 2). Nous présentons ensuite les études effectuées sur les désordres géométrique et topologique de la structure de la mousse au chapitre 3, puis nous décrivons la déformation élastique de la mousse dans un régime élastique au chapitre 4. Nous présentons au chapitre 5, l'étude du régime transitoire avant de conclure l'étude au chapitre 6.

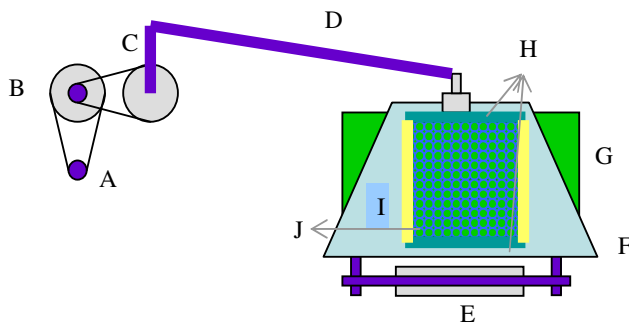
# Chapitre 2

## Matériels et Méthodes

Dans ce chapitre nous décrivons les techniques expérimentales et d'analyse employées pour notre étude du cisaillement de la mousse bidimensionnelle. Ensuite nous présentons les différentes grandeurs caractérisant la mousse et le cisaillement.

### 2.1 Dispositif expérimental

Notre dispositif expérimental ressemble à celui de [Abdel Kader 1999] (figure 2.1). Le but de ce dispositif est de simplifier la manipulation et l'étude de la mousse en contrôlant bien les différents paramètres.

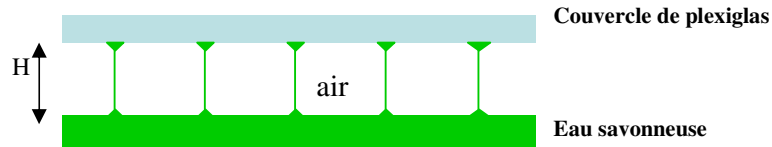


**FIG.2.1-** Schéma du dispositif (au dessus) ; A : le moteur, B : les roues dentées, C : la bielle, D : la barre de transmission, E : le guide à bille, F : le couvercle, G : la cuve, H : les barres de plexiglas, I (jaune) : l'élastique, J : la cellule de cisaillement ( $18 \times 18 \text{cm}^2$ ).

Parmi les différents systèmes 2D (section 1.1), nous avons choisi celui de eau-verre dans lequel les bulles sont emprisonnées entre la surface de l'eau et



celle du verre (figure 2.2). Le réservoir d'eau nous permet un accès facile à la mousse par en dessous. Dans ce système nous pouvons fabriquer les bulles avec différentes distributions précises d'air.



**FIG.2.2-** Système 2D verre-eau ; les bulles sont fabriquées dans la hauteur H entre le couvercle et la surface de l'eau.

Le couvercle de plexiglas nous permet d'observer facilement la mousse et de limiter l'épaisseur des bulles à une seule couche.

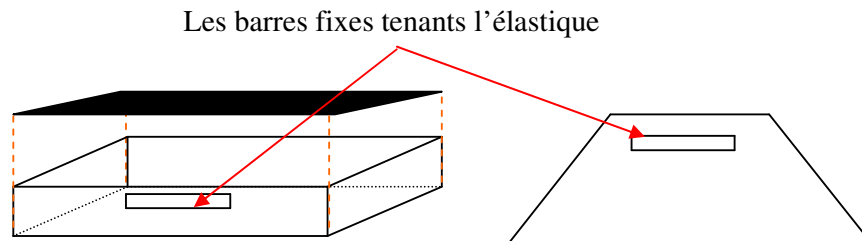
Horizontalement, les bulles sont confinées dans un parallélogramme formé par deux parois rigides et deux parois élastiques (figure 2.1). Ceci permet, comme on va le voir dans le paragraphe suivant, de cisailer la mousse à surface constante.

## 2.1.1 La mécanique

### -Cuve et le couvercle

Les expériences sont réalisées dans une cuve plexiglas de dimension de 44cm de long, 20cm de large et 5cm de haut qui est fixée horizontalement au banc (figure 2.3). Le couvercle est une plaque de plexiglas transparent mobile dont l'épaisseur est  $7.9 \pm 0.1$  mm (figure 2.3). Il est à la fois assez large pour bien couvrir le champ d'observation et assez court pour fabriquer facilement des bulles.

Pour améliorer la visualisation de la mousse, une plaque de plastique noir est posée sur le fond de la cuve (figure 2.3).



**FIG.2.3-** La cuve et le couvercle. À gauche vu en face de la cuve, une barre fixée sur la paroi verticale, en noir c'est un plastique noir qu'on met sur le fond de la cuve pour améliorer la vision des bulles ; à droite c'est le couvercle (vu du dessus), le barre plexiglas fixé sur le couvercle permet de maintenir l'élastique.

### - Cellule de cisaillement

Les bulles sont fabriquées dans la cellule de cisaillement formée par un élastique sous la forme d'un rectangle de dimension  $18 \times 18 \text{ cm}^2$  au milieu de la cuve (figure 2.1). L'élastique est attaché de part et d'autre aux barres de plexiglas : un côté est attaché au couvercle qui est mobile, et l'autre est attaché aux parois verticales de la cuve (figure 2.3).

Grâce à l'élastique, pendant le cisaillement, la cellule de cisaillement peut changer sa forme d'un rectangle à un parallélogramme sans modifier sa surface (figure 2.11). La taille de la cellule correspond à un nombre suffisant de bulles pour avoir une bonne statistique et aussi respecter l'angle du cisaillement que l'on veut atteindre.

Le couvercle est relié au moteur par une barre de transmission et une bielle (figure 2.1). Celle-ci favorise le mouvement aller-retour du couvercle et en conséquence de la cellule du cisaillement. Le couvercle est fixé à un guide à billes, ce qui permet un mouvement sans frottement (figure 2.1).

### **-Moteur**

Le mouvement du couvercle est créé par un moteur pas à pas qui permet de transformer une impulsion électrique en un mouvement angulaire. Donc il est facile de connaître sa position angulaire à chaque temps (figure 2.1). Il est piloté par un programme écrit au laboratoire. Il est nécessaire d'avoir un mouvement assez lent pour que le système passe par une série d'états d'équilibre mécanique ce qui favorise une approximation quasi-statique. Pour éviter la vibration lors du mouvement de la cellule qui vient de la fréquence propre du moteur, on fait tourner le moteur à une vitesse (~4000 tr/min) plus haute que sa résonance propre et on diminue cette vitesse grâce à deux roues dentées reliées au couvercle par la barre de transmission. La période est fixée à 275 secondes.

## **2.1.2 La mousse**

### **-Taille de bulle**

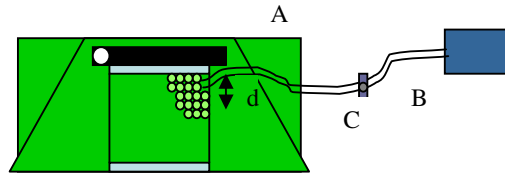
La mousse est constituée de bulles de gaz dans l'eau. La façon la plus simple d'obtenir une telle structure est de faire buller le gaz dans l'eau. La solution savonneuse utilisée est constituée de 10% (en volume) de concentration de détergent commercial (Fairy) dilué dans l'eau.

Le système de bullage est une pompe à aquarium raccordée à un tuyau (figure 2.4). Ce mécanisme nous permet de bien contrôler le débit du gaz et la taille des bulles. Quand le diamètre du tuyau est petit, la profondeur où nous le gardons sous l'eau doit être faible, c'est-à-dire qu'il faut le garder près de la surface de l'eau. Car plus la profondeur augmente, plus la pression de l'eau empêche le gaz de sortir. Pour les tuyaux de diamètre plus grand, il faut l'incliner vers le bas pour que l'eau n'entre pas dans le tuyau et que le gaz puisse sortir du tuyau.

Quand le débit est faible, la taille des bulles dépend uniquement du diamètre de sortie du tuyau et de sa profondeur (figure 2.5). Dans toutes les expériences de cisaillement nous avons gardé constante la profondeur du tuyau pendant le bullage, mais elle peut varier d'une expérience à l'autre. Le débit du gaz aussi est faible pour toutes les expériences : on reste ainsi dans le régime où la taille des bulles est entièrement déterminée par la géométrie du tuyau, la tension de surface et sa densité [P.G. de Gennes 2005]. D'où :

$$R = \left( \frac{3}{2\alpha} (\kappa^{-1})^2 r \right)^{1/3},$$

Où  $\kappa^{-1}$  désigne la longueur capillaire ( $\kappa^{-1} = \sqrt{\Gamma/\rho g}$ ). La fraction  $\alpha$  est une fonction du rapport  $r/R$ .



**FIG.2.4-** Système de bullage (vu de dessus) ; A : la pompe à aquarium, B : le tuyau, C : la pince qui détermine le débit du gaz ; d : l'espace limité pour faire bouger le tuyau pour fabriquer une mousse bimodale bien mélangée.

Quand une bulle sort d'un tuyau, il y a donc une variation de  $R \propto r^{1/3}$  entre le rayon de la bulle,  $R$  et le rayon du tuyau  $r$  [P.G. de Gennes 2005].

Ce qu'on mesure expérimentalement c'est le rayon de la projection de l'équateur d'une bulle sur le couvercle contre lequel la bulle est appuyée par la force d'Archimède. Quand la mousse est humide, la projection des bulles est plus ronde, les bulles prennent une forme mi-sphérique. Donc le rayon  $R_s$  de la projection de la bulle sur le couvercle est directement proportionnel au rayon  $R$  de la bulle sortie du tuyau : on attend théoriquement d'avoir une relation de  $R_s \propto r^{1/3}$  entre le rayon mesuré de la bulle et le rayon du tuyau.

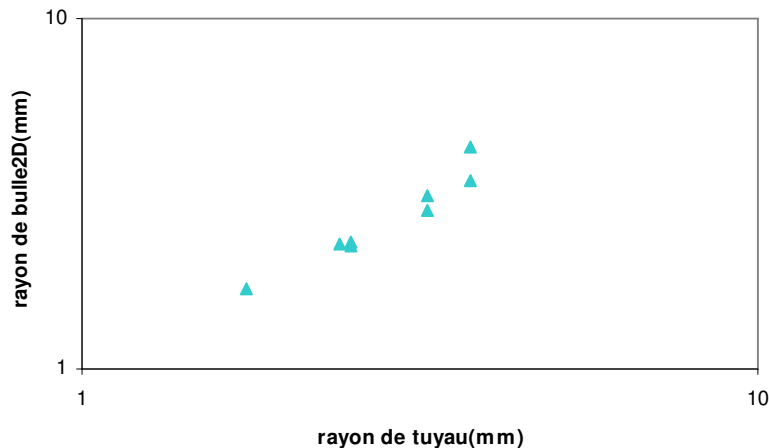
Pour une mousse sèche, les bulles sont plus plates. On peut les approximer à une galette de hauteur  $H$  et de rayon  $R_s$ . D'où :

$$R_s \propto R^{3/2} \Rightarrow R_s \propto (r^{1/3})^{3/2} \Rightarrow R_s \propto r^{1/2} \quad (2.1)$$

C'est-ce qu'on attend de voir théoriquement.

La figure 2.5 présente le rapport expérimental entre le rayon de la bulle et le rayon du tuyau par une mesure expérimentale sur les mousses monomodales

où on utilise un seul tuyau pour fabriquer les bulles. Sur cette figure on voit une relation linéaire entre  $R_s$  et  $r$ , qui est différente de ce qu'on attendait théoriquement. Cette relation expérimentale permet néanmoins d'avoir une idée de la taille de la bulle par rapport à la taille du tuyau qu'on choisit pour fabriquer la mousse.



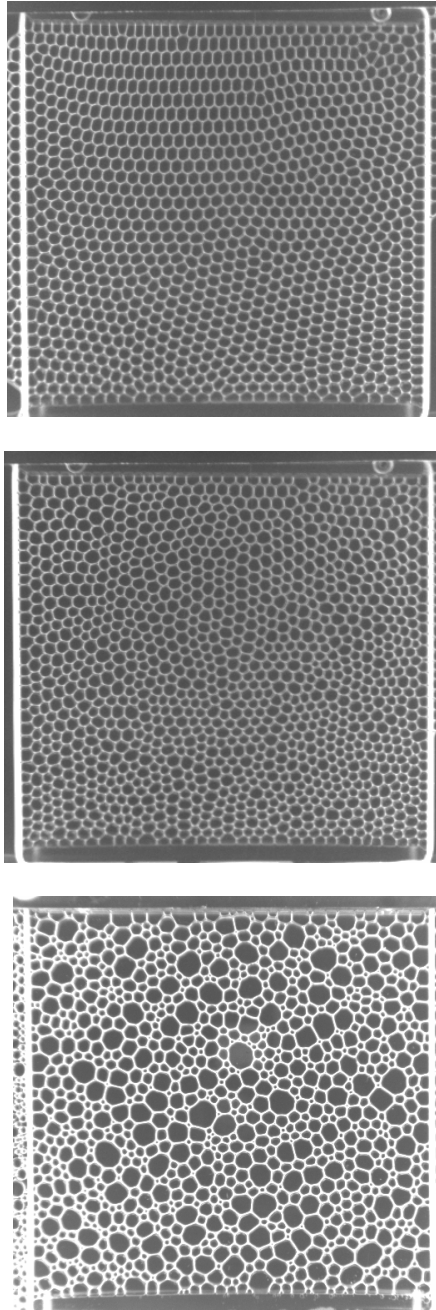
**FIG.2.5-** Rapport de la taille de bulle et du diamètre de tuyau pour des mousses bidimensionnelles avec un débit faible (tracé en log-log).

### -Morphologie de la mousse

Pendant les expériences de cisaillement, nous avons fait des mousses de différentes morphologies, c'est-à-dire de différentes formes de distributions en taille (figure 2.6). Nous allons présenter les différentes morphologies de la mousse plus précisément dans le chapitre 3.

**Mousse monomodale :** c'est une mousse avec seulement une taille caractéristique de bulle. Pour fabriquer une mousse monomodale, il suffit de prendre un seul tuyau avec un débit faible de la pompe, en le maintenant à une profondeur constante. Pour varier l'aire des bulles d'une expérience à l'autre, il faut choisir les tuyaux de différents diamètres.

**Mousse bimodale :** c'est une mousse faite de bulles de deux tailles différentes en utilisant deux tuyaux simultanément. Pour cela, nous utilisons une deuxième pompe. Les deux tuyaux dont les diamètres sont différents, sont maintenus à une profondeur correspondant à leurs tailles. Pour avoir une distribution homogène des deux tailles, nous déplaçons les deux tuyaux



**FIG.2.6-** Mousses de différentes morphologies : a) mousse monomodale ; b) mousse bimodale ; c) mousse polydisperse (les histogrammes correspondants sont présentés dans la figure 3.1).

horizontalement en respectant la profondeur et l'espace limité par le couvercle (figure 2.4). D'une manière similaire, on peut l'également fabriquer une mousse de bulles de 3 tailles différentes. Les mousses ainsi obtenues ont typiquement un nombre de bulles compris entre 400 et 3000, et une aire entre 9 et 57 mm<sup>2</sup>. Pour les expériences de mûrissement, nous avons besoin des bulles d'une vaste gamme de distribution en taille, qui favorise une compétition forte entre les bulles pour se vider l'une dans l'autre afin d'accélérer le mécanisme du mûrissement.

Pour faire une mousse parfaitement polydisperse, nous avons pris un seul tuyau le plus fin possible avec un débit moyen de la pompe, en le déplaçant verticalement dans la profondeur. Cette technique nous permet d'avoir des bulles de différentes tailles. Pour augmenter la polydispersité, on ajoute des bulles par une seringue partout dans la mousse pour avoir une distribution de taille assez large.

### 2.1.3 Fraction liquide

#### -Présentation

Une mousse liquide est constituée de bulles de gaz séparées par les parois liquides continues. Le rapport du volume d'eau au volume total de la mousse s'appelle la fraction liquide  $\Phi$ . Cette fraction liquide a son importance en rhéologie. Elle est facile à déterminer en 3D mais c'est plus compliqué pour les mousses bidimensionnelles.

Nous avons choisi le système eau-verre. Les inconvénients de ce système résident dans la complexité de la structure tridimensionnelle d'une bulle qui empêche de bien définir la fraction liquide. En effet ce qu'on a expérimentalement comme un système 2D, n'est pas tout à fait bidimensionnel, car l'épaisseur des bulles n'est pas négligeable par rapport à leur aire. Alors l'épaisseur et la fraction liquide de la mousse sont corrélées. En ajustant l'épaisseur de la mousse, on peut varier la fraction liquide. Plus cette épaisseur est faible, plus il y a de l'eau dans les parois des bulles et la mousse devient plus humide donc les bulles sont plus rondes. Dans la limite des mousses sèches, l'épaisseur de la mousse est grande et les bulles sont plus polyédrales (figure 2.7).

Il y a un autre facteur qui joue sur la fraction liquide de la mousse, c'est la taille des bulles. Quand les bulles sont de grande taille, à épaisseur égale (donc à longueurs de bords de Plateau (section 1.1) égales) la mousse est plus sèche. Au contraire, quand les bulles sont petites, elles sont plus rondes et la mousse est humide.

On sait que le seuil de déformation pour les mousses humides est plus faible que pour les mousses sèches (section 2.1.2) [H.M. Princen 1983]. Théoriquement, la fraction liquide est définie pour les systèmes 2D par la théorie de la décoration [F. Bolton 1990].

Du côté expérimental, on peut bien mesurer la fraction liquide dans le système verre-verre [C. Raufaste 2007-b], [C. Raufaste 2007-a]. Mais pour les autres systèmes 2D (verre-eau, eau-air), il est difficile de prendre cette définition à cause de l'échange d'eau entre la mousse et le réservoir d'eau et aussi parce que l'épaisseur de la mousse est ajustable dans les deux cas [B. Dollet 2005-a], [C. Raufaste 2007-a].

On essaie donc de trouver une définition pour la fraction liquide de la mousse dans le système verre-verre qui soit compatible avec les mesures verre-verre, pour pouvoir étudier son effet dans la rhéologie de la mousse. Une manière de répondre à cette question est de chercher à définir la fraction liquide effective.

### **-Définition globale**

Il y a des propositions qui donnent une définition globale de la fraction liquide dans les systèmes 2D. B. Dollet a mesuré la fraction liquide de la mousse par une méthode alternative basée sur la mesure directe de la proportion occupée par les films liquides sur une image traitée (squelettisée (section 2.14.c)) [B. Dollet 2005-a].

Cette proportion dépend du seuillage utilisé pour distinguer les bulles et les films liquides. Cette méthode donne une valeur absolue fautive pour la fraction liquide, car elle occulte la structure tridimensionnelle des bulles, mais elle donne un bon ordre de grandeur des variations relatives. Soit  $P$  cette proportion, mesurée pour plusieurs mousses de même aire moyenne  $\langle A \rangle$  mais d'épaisseur  $H$  variable (où  $H$  est en mm). B. Dollet a montré que :

$$P \propto 1 - \frac{H}{10} \quad (2.2)$$

On peut supposer que la fraction liquide est proportionnelle à  $P$ . Si on fait en outre l'hypothèse que l'eau est entièrement située dans les bords de Plateau (dans les vertex), on s'attend à ce que :

$$\varphi_{2D} \propto \frac{1}{\langle A \rangle} \quad (2.3)$$



Afin de choisir le coefficient de proportionnalité, on va utiliser la perte de rigidité. La perte de rigidité présente une limite de la fraction liquide au-delà la configuration des bulles est plutôt bulleux que mousseux. A la limite de rigidité de la mousse, les bulles sont à la limite du contact. Autrement dit : il y a une valeur maximum de la fraction liquide où les bulles s'arrangent par une configuration hexagonale. Pour les valeurs supérieures de cette limite, on a une distribution bulleuse. Aux valeurs inférieures de cette limite les bulles prennent une forme hexagonale en se séparant les unes des autres par les films fins.

Dans un système verre-verre la perte de rigidité se produit pour  $\varphi = 0.0931$  [C. Raufaste 2007-b]. On décide donc de calibrer le système eau-verre, en imposant que  $\varphi = 0.0931$  à la perte de rigidité. Les expériences de B. Dollet donnent  $H = 10$  mm à cette limite (pour  $\langle A \rangle = 16$  mm<sup>2</sup>) d'où :

$$\varphi_{2D} = \frac{1.72}{\langle A \rangle} \left(1 - \frac{H}{10}\right) \quad (2.4)$$

Dans laquelle,  $\langle A \rangle$  est en mm<sup>2</sup> et  $H$  en mm.

### -Définition microscopique

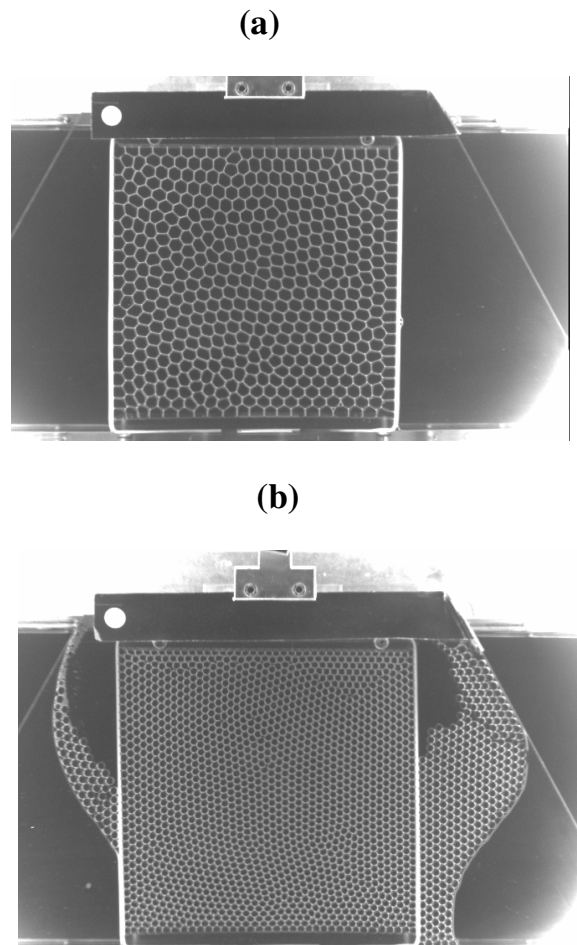
Il y a aussi une mesure locale proposée au niveau des bords de Plateau qui définit la fraction liquide de la mousse par rapport à la longueur coupure  $l_c$  (section 1.4.2) [C. Raufaste 2007-b].

$$(\varphi_{2D})_{local} = 0.242 \frac{l_c^2}{A} \quad (2.5)$$

C'est une mesure qui est reliée à la fraction liquide globale de la mousse.

Plus une mousse est sèche, plus  $l_c$  est petite et plus les T1s apparaissent tardivement. Au contraire quand la mousse est humide, cette longueur devient plus grande et on voit les T1s plus tôt. Dans nos expériences l'existence du réservoir ne nous permet pas d'avoir des mousses vraiment sèches et la majorité des mousses est humide.

Dans cette thèse nous essayerons de relier l'effet de la fraction liquide effective au régime transitoire de la mousse (chapitre 5).



**FIG.2.7-** Schéma des mousses sèche et humide. a) mousse sèche ( $H=3.1\text{mm}$ ,  $\langle A \rangle=57.34\text{mm}^2$ ); b) mousse humide ( $H=2.8\text{mm}$ ,  $\langle A \rangle=15.01\text{mm}^2$ ).

### **-Cas expérimental**

Nous avons choisi  $H=3.1\text{ mm}$  comme l'épaisseur de référence qui est mesurée avant la préparation des bulles. Quand la cellule de cisaillement est remplie par les bulles, pour être sûr que les bulles emprisonnées dans la cellule ne sont pas sous pression, on laisse sortir des bulles de l'intérieur vers

l'extérieur de la cellule. Une fois qu'on atteint l'équilibre de pression entre l'intérieur et l'extérieur de la cellule, c'est-à-dire qu'il n'y a aucun passage de bulle, l'épaisseur de la mousse est la même que l'on avait mesurée avant la fabrication des bulles. On peut alors commencer à cisailer la mousse.

Nous avons fabriqué des mousses de taille moyenne variable à  $H$  constant (épaisseur de référence  $H=3.1\text{mm}$ ), et des mousses de même taille en faisant varier  $H$ , ce qui est plus délicat à réaliser. Nous avons eu des limites pour cette épaisseur. La hauteur minimum à laquelle nous pouvions fabriquer des bulles était  $H=2.8\text{mm}$ . Pour des épaisseurs inférieures les bulles sont disjointes et partiellement sphériques et on n'a plus une mousse à proprement parler. L'extrême maximum de la hauteur de la mousse dans nos expériences était  $H=6.1\text{ mm}$ , à partir de laquelle on a une bicouche de bulle.

### 2.1.4 Visualisation et éclairage

Pour réaliser un éclairage à la fois homogène et intense sur le champ d'observation, qui fait  $40\times 20\text{ cm}^2$ , nous utilisons un néon circulaire de 48 cm de diamètre qui est posé quelques centimètres au dessus de la cuve.

Une caméra numérique classique placée environ 1,20 m au dessus de la cuve et montée sur un support attaché au banc, prend des photos et des films à l'aide d'un programme écrit au laboratoire. Les reflets parasites ont été supprimés en mettant du ruban adhésif noir sur les parties métalliques du dispositif, et en protégeant l'ensemble du dispositif sous une toile noire. Ainsi nous avons enregistré 62.5 secondes de régime permanent à 8 images par seconde. Les photos obtenues par la caméra sont des images en noir et blanc. Le champ d'observation est typiquement de  $37\times 23\text{ cm}^2$ , pour une image de  $692\times 378$  pixels. Il est à noter ici que les axes de la caméra ne sont pas tout à fait parallèles aux axes de la cellule : Il y a un angle de  $3.3^\circ$ . Nous avons corrigé cet angle lorsque c'est important, pour les résultats concernant le chapitre 4.

### 2.1.5 Manipulation

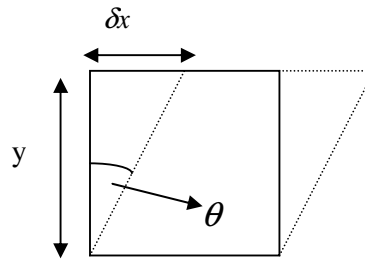
Dans cette partie, nous allons décrire le déroulement d'une expérience type de cisaillement ou de mûrissement. La préparation de la solution dans les deux cas est simple : On remplit la cuve avec une solution de  $320\text{ cm}^3$  de détergent (dilué dans l'eau dans une bouteille de 1 l); pour les expériences de mûrissement on ajoute aussi 150gr de sucre dilué dans l'eau qui ralentit

l'évaporation de la solution. On ajoute de l'eau jusqu'à ce qu'il n'y ait que quelques millimètres pour atteindre le niveau désiré et on installe le couvercle fixé au guide à billes. Ensuite on ajuste la quantité de la solution pour avoir l'épaisseur désirée des bulles, mesurée à l'aide d'un pied à coulisse numérique.

La solution est utilisable pendant 3 ou 4 semaines pour les expériences de cisaillement, au-delà elle a tendance à vieillir. Pour les expériences de mûrissement, il faut refaire de la solution pour chaque expérience car chaque manipulation dure pendant 2 ou 3 jours sous la lumière du néon qui fait vieillir la solution plus vite.

### -Cisaillement

Une fois que la solution est préparée, on fabrique des bulles dans la cellule de cisaillement, (figure 2.4). La déformation de la cellule est produite par le mouvement latéral du couvercle qui incline les élastiques d'un angle  $\theta$  par rapport à leur orientation initiale  $y$  (figure 2.9).



**FIG.2.9-** La cellule de cisaillement. Le carré en noir représente la cellule de cisaillement en position initiale et le parallélogramme en pointillé représente la cellule cisailée ; la surface peut être maintenue constante grâce à l'allongement des élastiques.

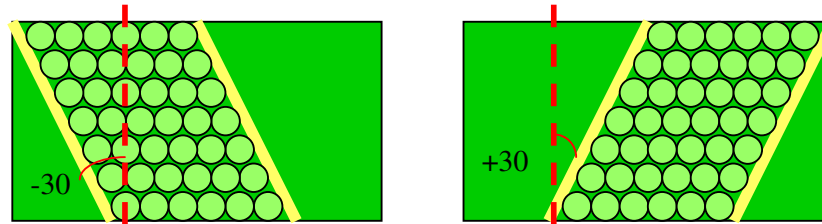
Soit  $\delta x = x - x_0$ , le déplacement du couvercle par rapport à sa position initiale. On définit le cisaillement :

$$\gamma = \frac{\delta x}{y} = \frac{x - x_0}{y} \quad (2.6)$$

Dans un cas général où la mousse est cisailée à partir d'un état initial de l'angle du cisaillement égale à  $\theta_0$ , on peut écrire:

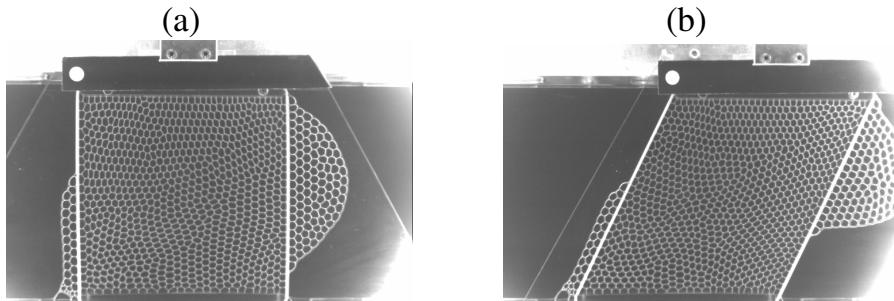
$$\gamma = \tan(\theta) - \tan(\theta_0) \quad (2.7)$$

Quand la mousse est cisailée à partir de la position centrale de la cellule ( $x_0 = 0$  et  $\theta_0 = 0$ ),  $\gamma$  coïncide avec  $\tan(\theta)$ . Le mouvement aller-retour du couvercle nous fournit un angle de cisaillement  $\theta$  entre  $-30^\circ$  et  $+30^\circ$ . Cela permet une gamme de cisaillement  $\gamma$  entre  $-0.6$  et  $+0.6$  (figure 2.10), si on part de la position centrale, et  $\gamma$  entre  $0$  et  $+1.4$  quand on part de la position gauche.



**FIG.2.10-** Les limites gauche et droite de l'angle du cisaillement sur la cuve.

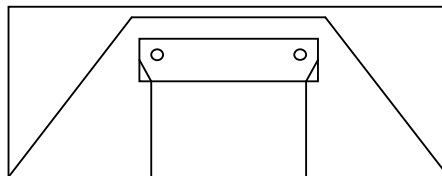
Pour les plupart des expériences présentées dans cette thèse, on fabrique la mousse quand la cellule du cisaillement est en position centrale ( $\theta = 0^\circ$ ) et c'est à partir de cette position qu'on commence à la cisailier pendant quelques périodes. Une période du cisaillement est constituée d'un mouvement à partir d'une position initiale vers la limite droite et revient vers la limite gauche de la cuve et enfin à la position initiale. A cause de la limite du champ d'observation de la caméra, on ne peut filmer le cisaillement de la mousse que entre sa position centrale et la limite droite de la cuve ( $\theta = 30^\circ$ ) qui donne un  $\gamma$  entre  $0$  et  $0.58$  (figure 2.11).



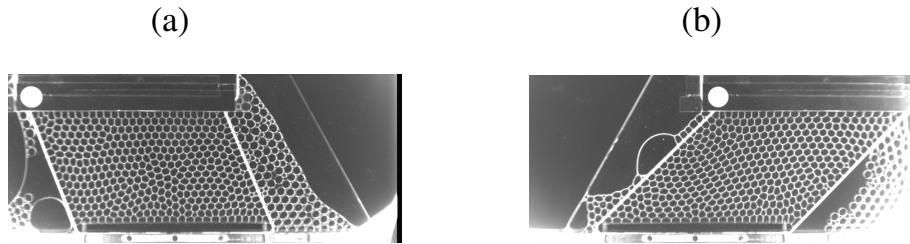
**FIG.2.11-** Cisaillement d'une mousse monomodale. a) la position initial :  $\theta=0$  et  $\gamma=0$  ; b)  $\theta=30^\circ$  et  $\gamma=0.6$ .

Pendant l'analyse élasto-plastique de la mousse, nous avons remarqué que le cisaillement de la mousse avec  $\gamma$  de 0.58 n'est pas suffisant pour atteindre une saturation sur la déformation des bulles. Car à cet angle-là, elles ne sont pas complètement déformées et la mousse est encore dans le régime élastique.

Nous avons alors décidé de réduire la longueur « y » de la cellule en ajoutant une pièce de plexiglas au dispositif (figure 2.12) et aussi de fabriquer la mousse lorsque la cellule du cisaillement est placée à la limite gauche du champ d'observation de la caméra, avant cisailier vers la droite, ce qui nous aide à atteindre un cisaillement imposée de  $\gamma=1.4$  (figure 2.13). L'inconvénient de cette technique c'est qu'en réduisant « y », nous réduisons de moitié autant le nombre des bulles, et donc la qualité de statistique.



**FIG.2.12-** Schéma du réducteur. Modification du dispositif pour atteindre la saturation de déformation de la mousse. La taille de la cellule de cisaillement en prenant le réducteur est égale à  $18 \times 10 \text{ cm}^2$ .



**FIG.2.13-** Le  $\gamma$  maximum atteint en utilisant le réducteur ; a) l'extrême gauche,  $\theta = -21^\circ$  ; b) l'extrême droite  $\theta = 45^\circ$

### -Mûrissement

Pour effectuer une expérience de mûrissement, une fois que nous avons préparé la mousse, nous la laissons vieillir au maximum (3 jours) jusqu'à ce que l'aire des bulles soit de l'ordre de 1/100 de la surface de la cellule (limite estimée pour respecter l'approche du milieu continu).

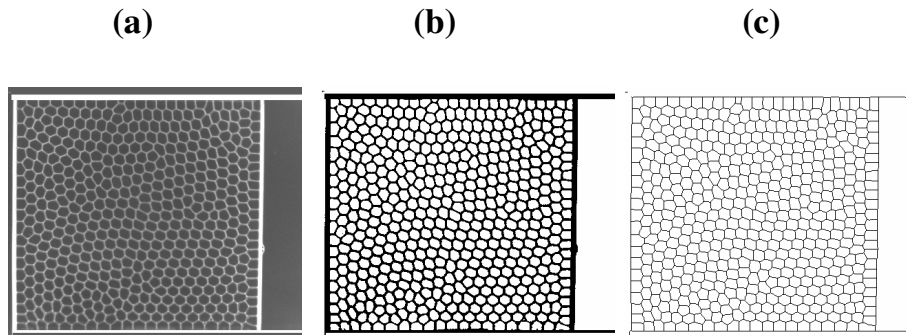
Pendant le processus de mûrissement, on garde constante l'épaisseur de la mousse à la valeur de référence  $H=3.11\text{mm}$ . Pour cela on couvre la cuve (les parties qui ne sont pas fermées par le couvercle) par des pièces de plexiglas. Et chaque 24 heures on vérifie la hauteur de la solution en ajoutant de l'eau si nécessaire.

## 2.2 Traitement des images

Une fois que les images sont prises, on utilise le logiciel libre Image J pour effectuer séquentiellement les opérations de traitement d'image : seuillage, squelettisation, qui consistent à extraire de l'image un réseau des côtés des bulles permettant les analyser (figure 2.14).

À la fin de ce traitement on obtient un ensemble d'images squelettisées sur lesquelles les bords des bulles sont des traits noirs d'un pixel d'épaisseur entourant les bulles en pixels blancs.

Pour avoir une image bien squelettisée avec moins de défauts, c'est-à-dire les bords des bulles bien fermés et une bonne prise des bulles de petite taille, il faut choisir un niveau de seuillage adapté.

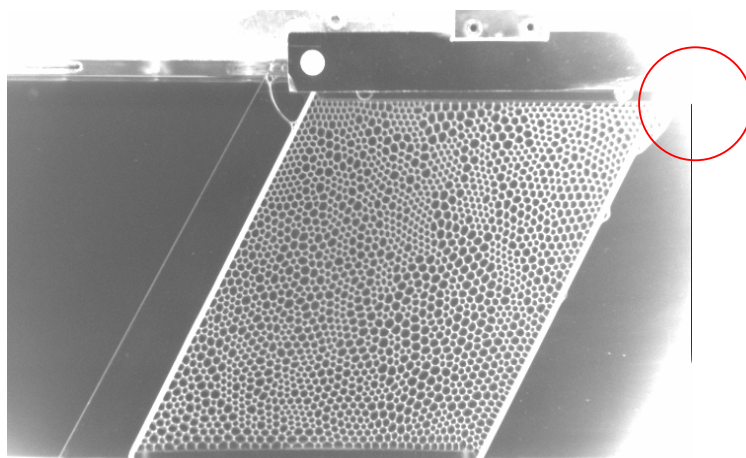


**FIG.2.14-** Traitement d'image ; a) image passée par les filtres, b) image seuillée, c) image squelettisée.

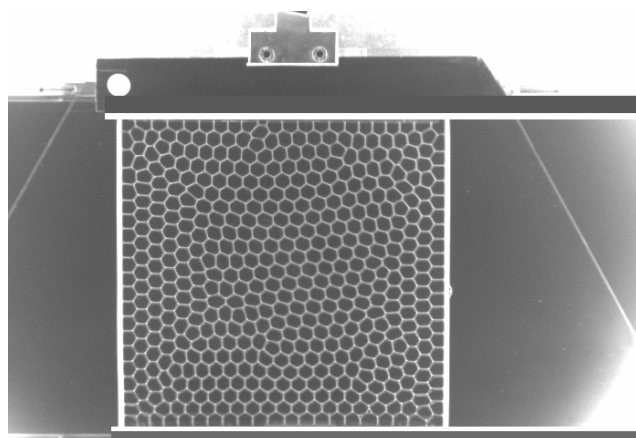
Mais en pratique, un seuillage uniforme sur toute l'image donne rarement un bon résultat, surtout quand les bulles sont petites, parce que les quatre coins de la cellule sont plus proches du néon que le centre de la cellule et donc plus éclairés (figure 2.15). Il faut donc travailler, sous Image J, la numérisation des images de façon à obtenir des squelettisations adaptées. Nous avons écrit des macros sur Image J qui font passer une fois toutes les images d'un film par des filtres et diminuent les défauts sur l'image squelettisée. Ce processus est constitué de trois étapes. Dans la première étape, on fait une délimitation franche sur les bords en haut et en bas en ajoutant d'abord deux rectangles horizontaux blancs et ensuite ajoutant 2 rectangles horizontaux noirs inclinés dans les blancs jusqu'au bout de l'image (figure 2.16).

La macro écrite pour la deuxième étape sert à remplir en noir les parties à droite et à gauche de la cellule. Généralement dans ces parties nous avons des bulles qui ne nous intéressent pas et qui font des défauts de squelettisation. C'est pour ça qu'on les met en noir (figure 2.17). Pour cela, il faut mesurer les coordonnées des coins extérieurs gauche et droite de la cellule pour chaque photo, qui se déplacent d'une image à l'autre. Ces coordonnées sont calculées via la détermination de la position du centre de gravité de la cible (le cercle blanc) (figure 2.16).



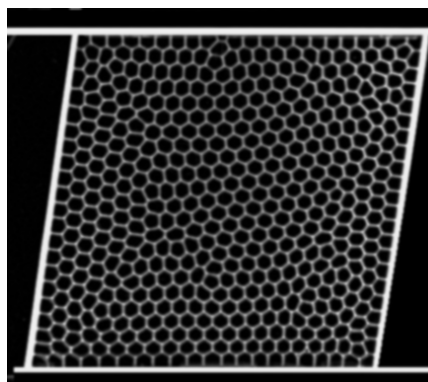


**FIG.2.15-** Inhomogénéité de l'éclairage dans le cercle rouge qui cause des problèmes de squelettisation surtout de petites bulles. Les bords en haut et en bas sont mal définis, ce qui cause des problèmes sur la squelettisation des images. Les parties non désirées de l'extérieur de la cellule à gauche et à droite seront éliminées par les macros dans Image J.



**FIG.2.16-** Première étape du processus squelettisation sur Image J. Les rectangles noirs et blancs en bas et en haut éliminent des bords mal définis de la cellule qui peuvent créer des défauts de squelettisation. Le rond blanc est la cible, dont les coordonnées du centre de gravité nous aide à suivre la position de la cellule au cours du cisaillement, image par image.

La troisième étape consiste à filtrer et squelettiser les images préalablement transformées. Malgré toutes ces transformations effectuées, les différences d'éclairage entre la première et la dernière image sont telles qu'il faut vérifier très attentivement que la squelettisation obtenue convient pour toutes les photos du film. Des seuils, notamment, peuvent amener des défauts sur une partie seulement des séries de photos. Cette dernière macro qui se déroule en plusieurs étapes consiste à réaliser une série de commandes : un filtrage à très basse fréquence avec un retrait du fond de 10 fois suivi d'un filtrage légèrement à plus haute fréquence et avec un fond de 10 fois puis un passage en image 8 bit, un filtre éliminant le bruit, un seuillage et enfin la commande de squelettisation. La Figure 2.17 présente une photo effectuée par cette macro.



**FIG.2.17-** Image passée par les trois étapes de squelettisation. Les parties non désirées à gauche et à droite de la cellule sont mises en noir. Pour avoir un seuillage assez homogène la photo est passée par une macro de filtrage.

## 2.3 Analyse des images

### -Suivi de la cellule

Une fois que les images sont squelettisées, on fait ensuite le traitement par un programme Delphi mis au point au laboratoire [B. Dollet 2005-a] et qui est adapté à la géométrie (carré / parallélogramme) utilisée dans cette thèse. Ce

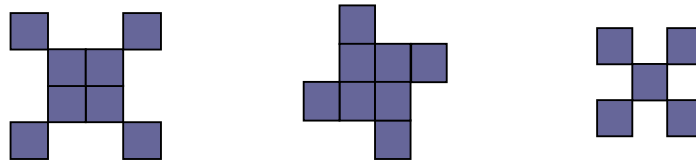
programme nous permet d'extraire des informations statiques sur chaque bulle de chaque image : position, nombre des côtés de chaque bulle d'une part, et d'autre part les informations cinématiques entre les images successives comme les changements de voisinage (suivi des contacts entre des bulles au cours du temps). Pour pouvoir suivre des bulles d'une image à l'autre, il faut qu'elles ne bougent pas beaucoup entre deux images (d'une distance significativement plus petite que la taille d'une bulle). Donc nous avons baissé la vitesse du moteur le plus possible et en même temps nous avons augmenté la vitesse de la caméra qui prend environ 8 images par seconde, ce qui est suffisant pour suivre les bulles même pendant les mouvements locaux rapides qui accompagnent les T1s.

Ce programme avait été écrit pour une géométrie constante au cours du temps. Mais dans le cas de nos expériences, la cellule de cisaillement se déforme en parallélogramme d'une image à l'autre, alors il faut être capable de suivre des bulles dans ce changement de géométrie lié à l'angle du cisaillement.

Pour bien suivre cette déformation nous avons collé une cible sur le couvercle au dessus de la cellule du cisaillement et nous avons écrit un code sur le programme qui calcule l'angle du cisaillement par rapport à la mesure des coordonnées du centre de gravité de la cible (figure 2.16).

### -Squelettisation

Par la loi de Plateau [J.A.F. Plateau 1873] (section 1.1), on sait que dans une mousse 2D, les côtés se retrouvent sur un vertex en faisant un angle de  $120^\circ$  entre eux et les vertex à 4 parois sont instables. Mais la squelettisation effectuée dans Image J laisse de manière rare mais non nulle, des vertex de valence 4 artificiels (figure 2.18). Il a donc fallu retraiter les images squelettisées afin de séparer ces vertex en 2 vertex de valence 3.



**FIG.2.18-** Schéma d'un vertex dans un état instable. Elle présente différents types possibles où 4 bulles sont voisines sur un vertex qui est un cas instable. Nous les modifierons en deux vertex avec 3 bulles voisines sur chacun.

C'est un processus aléatoire qui ne fait qu'avancer ou reculer la détection du T1 et qui ne change rien tant que la valence 4 ne se maintient pas sur plusieurs images. C'est le cas des mousses plus sèches.

### 2.3.1 Grandeurs scalaires

Parmi les différentes grandeurs qu'on extrait du programme, il y a certaines grandeurs scalaires comme l'aire des bulles ou le nombre de côtés des bulles ainsi que le nombre de T1s qui se produisent au cours d'un cisaillement.

Il faut noter ici que dans les calculs statistiques on ne compte pas les bulles des bords de la cellule du cisaillement pour éviter des artefacts qui viennent surtout de la modification de l'aire des bulles de bords.

#### **-Aire de la bulle ( $A$ )**

Sur chaque image, le programme commence par assigner à chaque bulle un numéro. Pour ce faire, B. Dollet a implémenté un algorithme de remplissage standard d'un ensemble connexe. Le programme constitue alors une liste descriptive des bulles : à chaque bulle est associé son numéro, son aire (le nombre de pixels qu'elle contient) et les coordonnées de son barycentre (la moyenne des coordonnées de l'ensemble de ses pixels). Ce qui va nous servir dans l'étude du désordre géométrique de la mousse que l'on va préciser dans le chapitre suivant.

#### **-Nombre des côtés de la bulle ( $n$ )**

L'étape suivante consiste à repérer l'ensemble des vertex que l'on peut définir de façon non ambiguë sur une image re-squelettisée (section 2.4). À chaque vertex sont alors associés six éléments : un numéro, ses deux coordonnées, et le numéro de ses trois bulles voisines. On en profite pour ajouter un sixième élément descriptif des bulles : leur nombre de vertex, égal à leur nombre de côtés. L'ensemble des informations est alors inclus dans la liste des vertex.

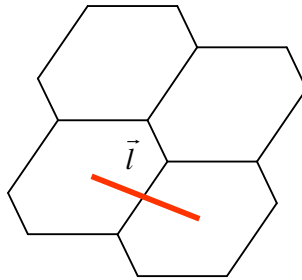
On construit la liste des côtés à partir des deux premières listes : un côté est défini comme un couple de vertex ayant deux bulles voisines en commun (section 1.1). Cette définition est topologique et non géométrique. À chaque côté sont associés cinq éléments : un numéro en propre, celui de ses deux vertex et celui de ses deux bulles. Ces grandeurs sont utilisées pour l'étude du désordre topologique dans le chapitre suivant.

### -Nombre total des T1s

À l'aide du programme, on compte le nombre des côtés apparus et disparus entre deux images successives au cours du cisaillement d'une mousse, qui est égal au nombre de T1s qui ont lieu entre ces deux images et on le somme sur l'ensemble des images, ce qui nous donne le nombre total d'événement T1 au cours d'un cisaillement. Ceci sera utilisé dans l'étude de l'abruptance d'une mousse (chapitre 5).

### 2.3.2 Grandeurs tensorielles

Pour quantifier la déformation du réseau, on définit des grandeurs tensorielles [M. Aubouy 2003], [F. Graner 2008]. La base des calculs dans ce programme pour étudier et connaître le motif d'un matériau cellulaire (ici une mousse) est de connaître les liens  $\vec{l}$  reliant les barycentres de deux bulles voisines qui sont définis par les relations de voisinage entre bulles (figure 2.19).



**FIG.2.19-** Lien  $\vec{l}$  reliant les barycentres de deux bulles voisines.

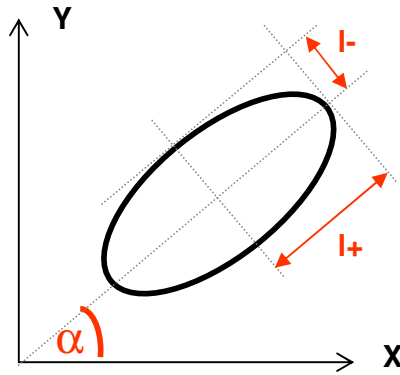
Dans les calculs tensoriels on représente le tenseur par une ellipse dont la taille et l'orientation des axes sont données par les caractéristiques propres.

**-Texture M**

On utilise le tenseur de texture [M. Aubouy 2003] comme une mesure statique du motif des matériaux. On le définit directement à partir des liens  $l$  entre les bulles.

$$\overline{\overline{M}} = (\overline{l} \otimes \overline{l}) = \begin{pmatrix} \langle l_x l_x \rangle & \langle l_x l_y \rangle \\ \langle l_y l_x \rangle & \langle l_y l_y \rangle \end{pmatrix} \quad (2.8)$$

$\langle \dots \rangle$  représente la moyenne sur l'ensemble de la cellule du cisaillement. Il faut diagonaliser la matrice  $\overline{\overline{M}}$  pour obtenir les valeurs propres  $l_+$  et  $l_-$  ( $l_- < l_+$ ). On peut extraire l'orientation du grand axe de l'ellipse à partir des vecteurs propres (figure 2.20).



**FIG.2.20-** Schéma de la représentation du tenseur  $\overline{\overline{M}}$ . Dans le calcul tensoriel on présente chaque matrice comme une ellipse dont les axes et l'élongation sont données par les caractéristiques propres de la matrice ;  $\alpha$  est l'angle d'élongation et  $l_+$ ,  $l_-$  sont les valeurs propres du tenseur.

**-Déformation élastique U**

C'est un tenseur qui caractérise la déformation du matériau par rapport à un état de référence  $\overline{\overline{M_0}}$ .

$$\overline{\overline{U}} = \frac{1}{2}(\log \overline{\overline{M}} - \log \overline{\overline{M_0}}) \quad (2.9)$$

Où :

$$\overline{\overline{M_0}} = l_0^2 / 2 \times \overline{\overline{I}} ; \overline{\overline{I}} = \text{Matrice unité} \quad (2.10)$$

Des comparaisons quantitatives avec les contraintes élastiques ont validé l'utilisation de ce tenseur pour décrire l'élasticité des mousses [M. Asipauskas 2003], [S. Courty 2003], [E. Janiaud 2005].

$\overline{\overline{U}}$  est aussi une matrice symétrique, donc diagonalisable avec les valeurs propres :

$$\frac{1}{2} \ln \left( \frac{l_+}{l_0} \right), \frac{1}{2} \ln \left( \frac{l_-}{l_0} \right). \quad (2.11)$$

Avec :

$$l_0 = \sqrt{l_+ l_-} \quad (2.12)$$

Donc la norme de U va être définie comme :

$$\|U\| = \frac{1}{2\sqrt{2}} \left( \ln \left( \frac{l_+}{l_-} \right) \right) \quad (2.13)$$

$U$  est mesuré en moyennant sur le nombre total des bulles. Pour cette déformation, à partir des vecteurs propres, on a défini l'angle d'élongation  $\alpha$  (figure 2.20).

Nous allons prendre les définitions des grandeurs scalaires de l'aire et du nombre du côté dans le chapitre 3 pour étudier les désordres d'une mousse pendant le cisaillement et le mûrissement. Les grandeurs tensorielles ainsi que la définition scalaire du T1, seront utilisées dans les chapitres 4 et 5 pour étudier les régimes élastique et plastique de la mousse.

# Chapitre 3

## Désordres topologique et géométrique

Dans ce chapitre nous étudions les désordres topologique et géométrique de la structure de la mousse. Nous commencerons par définir et discuter ces deux caractéristiques, ensuite nous allons montrer que en cisillant une mousse ces deux quantités deviennent dépendantes l'une de l'autre et nous discuterons les conséquences pratiques de ce résultat.

### 3.1 Objectif

#### -Désordres géométrique et topologique

Dans une mousse, chaque bulle est caractérisée au moins par deux quantités : son aire moyenne,  $\langle A \rangle$ , une propriété géométrique en première approximation intrinsèque (dépend du volume de gaz initialement piégé dans la bulle) et le nombre de ses bulles voisines (nombre de ses côtés),  $n$ . Cette deuxième caractéristique qui est l'aspect topologique de la mousse, peut varier par rapport à la configuration des bulles, lorsque la mousse est déformée.

#### -Définition de la relation de Lewis

La première fois, en 1928, Fredric T. Lewis a présenté une relation d'origine purement phénoménologique entre l'aire d'une cellule et son nombre de voisines, par l'observation de structures cellulaires animales et végétales [F.T. Lewis 1928]. Considérons un réseau cellulaire dont les cellules sont caractérisées par leur aire  $A$  et leur nombre de côté  $n$ . Soit  $\langle A_n \rangle$  l'aire moyenne des cellules comportant  $n$  côtés, la relation de Lewis donne :

$$\langle A_n \rangle = k(n - n_0) \quad (3.1)$$

La relation de Lewis a été étudiée sur une variété impressionnante de structures : mousses de savons, epithelia divers, émulsions photographiques,



coupes de structures tridimensionnelles (mousse solides, tissus biologiques), l'observation de Lewis n'est pas valable dans tous les cas y compris pour les mousses. Seulement dans certains cas la relation linéaire est nette. Mais la plupart du temps, elle se manifeste approximative ou partielle (non respectée par les petits  $n$ , ou alors, au contraire pour les grands). Dans le domaine des mousses, la relation de Lewis conduit à dire que l'aire moyenne des bulles augmente avec le nombre de côtés. Les grosses bulles ont un plus grand nombre de voisines et au contraire, les petites bulles se trouvent entourées d'un faible nombre de bulles.

L'ensemble de ces propriétés individuelles peut être appréhendé par les distributions de l'aire et du nombre de côtés des bulles. Dans un souci de réduire les paramètres nécessaires à la description d'une mousse, nous nous sommes intéressés aux écart-types de ces distributions, comme mesure des désordres susceptibles d'avoir un rôle important dans la rhéologie de la mousse (figure 3.1).

On définit les valeurs adimensionnées des distributions de  $n$  et  $A$  par rapport à leurs valeurs moyennes qui nous permet de les comparer quelque soit la mousse. D'où la définition du désordre géométrique :

$$\frac{\Delta A}{\langle A \rangle} = \sqrt{\frac{\langle A^2 \rangle - \langle A \rangle^2}{\langle A \rangle^2}} = \left( \frac{\langle A^2 \rangle}{\langle A \rangle^2} - 1 \right)^{1/2} \quad (3.2-a)$$

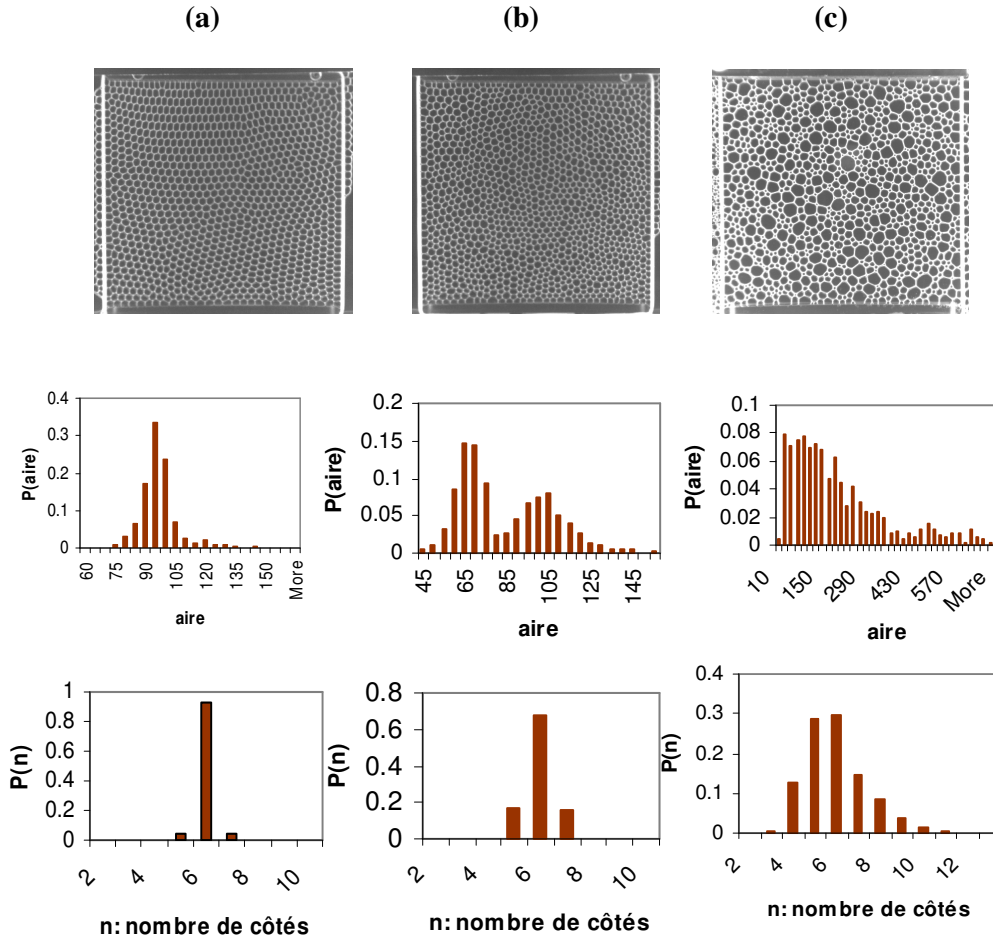
L'équation (3.2-a) présente le désordre géométrique. Et on définit le désordre topologique par :

$$\frac{\Delta n}{\langle n \rangle} = \sqrt{\frac{\langle n^2 \rangle - \langle n \rangle^2}{\langle n \rangle^2}} = \left( \frac{\langle n^2 \rangle}{\langle n \rangle^2} - 1 \right)^{1/2} \quad (3.2-b)$$

Dans le cas d'une mousse idéale, toutes les bulles sont de même aire et sont toutes hexagonales. C'est une mousse parfaitement ordonnée avec une seule valeur pour les distributions ou :

$$\frac{\Delta A}{\langle A \rangle} = 0, \quad \frac{\Delta n}{\langle n \rangle} = 0 \quad (3.3)$$

Dès qu'on s'éloigne de la mousse idéale, ces deux paramètres deviennent importants pour décrire le niveau de désordre dans la mousse. La figure 3.1 présente des mousses de différentes morphologies, avec les distributions en taille et  $n$ , et les désordres correspondants.



**FIG. 3.1-** Les histogrammes des distributions de l'aire (en haut) et du nombre des côtés (en bas) : (a) mousse monomodale, (b) mousse bimodale et (c) une mousse polydisperse et mûrie. Les valeurs de désordres géométrique et topologique pour ces 3 exemple est : (a)  $\Delta A / \langle A \rangle = 0.0687$  et  $\Delta n / \langle n \rangle = 0.0466$  ; (b)  $\Delta A / \langle A \rangle = 0.2578$  et  $\Delta n / \langle n \rangle = 0.0946$  ; (c)  $\Delta A / \langle A \rangle = 0.8610$  et  $\Delta n / \langle n \rangle = 0.2454$ .

Dans la suite, nous allons étudier l'évolution de la mousse sous deux effets différents, une fois sous l'effet du cisaillement et une autre fois pendant le processus de mûrissement, pour comprendre la dépendance des désordre

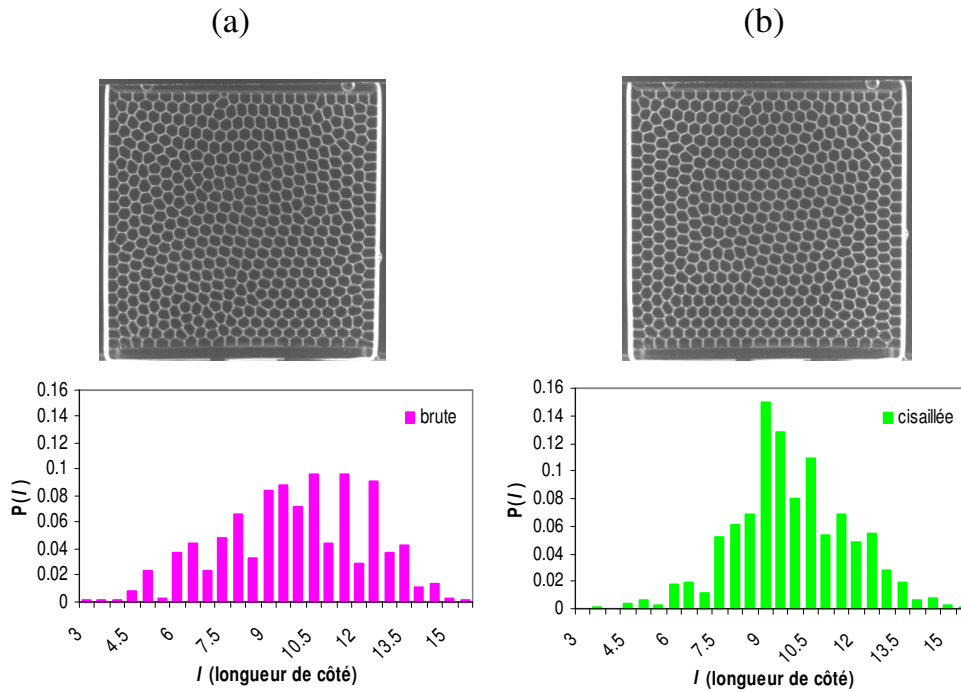
géométrique et topologique, et savoir si les désordres de la mousse se comportent de même manière dans ces deux mécanismes différents.

### -Désordres des côtés

L'étude de cette grandeur s'est avérée nécessaire pour interpréter les résultats concernant l'abruptance (chapitre 5). Pour présenter le désordre des côtés et pouvoir le comparer entre les différentes mousses, on définit l'écart-type de la distribution de  $l$  comme :

$$\frac{\Delta l}{\langle l \rangle} = \sqrt{\frac{\langle l^2 \rangle - \langle l \rangle^2}{\langle l \rangle^2}} = \left( \frac{\langle l^2 \rangle}{\langle l \rangle^2} - 1 \right)^{1/2} \quad (3.4)$$

La figure représente un schéma typique de désordre des côtés sur une mousse avec une  $\langle A \rangle$  grande, avant et après cisaillement. ce qu'on va étudier plus précisément dans le chapitre 5.



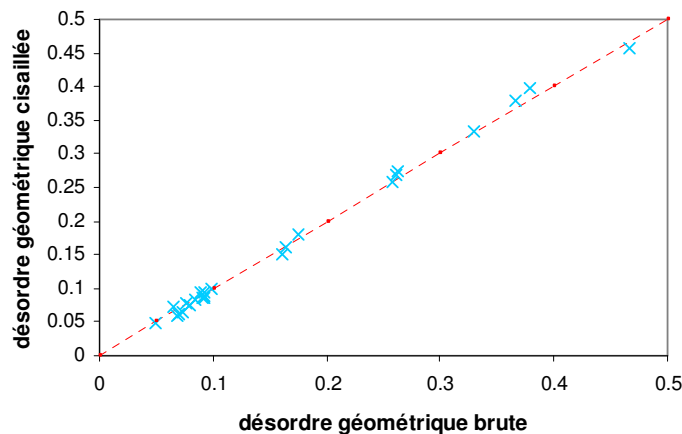
**FIG.3.2-** Schéma du désordre des côtés sur une mousse. En haut : photo de la mousse ; en bas : histogramme du désordre des côtés. a) mousse brute ; b) mousse cisillée.

### 3.2 Effet du cisaillement

Les mousses sont fabriquées dans certaines configurations avec des désordres topologique et géométrique donnés bien distincts. Nous avons fait de nombreuses expériences pour obtenir des mousses avec différentes valeurs de ces paramètres. Pour les mousses monomodales nous avons une variation des écart-types adimensionnés de l'aire  $\Delta A / \langle A \rangle$  compris entre 0.049 et 0.098 ainsi que les écart-types du nombre de côtés,  $\Delta n / \langle n \rangle$  compris entre 0.031 et 0.064. Pour les mousses bimodales et polydisperses :  $\Delta A / \langle A \rangle$  varie entre 0.151 et 0.473 et de cette façon on a une gamme de 0.054 à 0.162 pour  $\Delta n / \langle n \rangle$ .

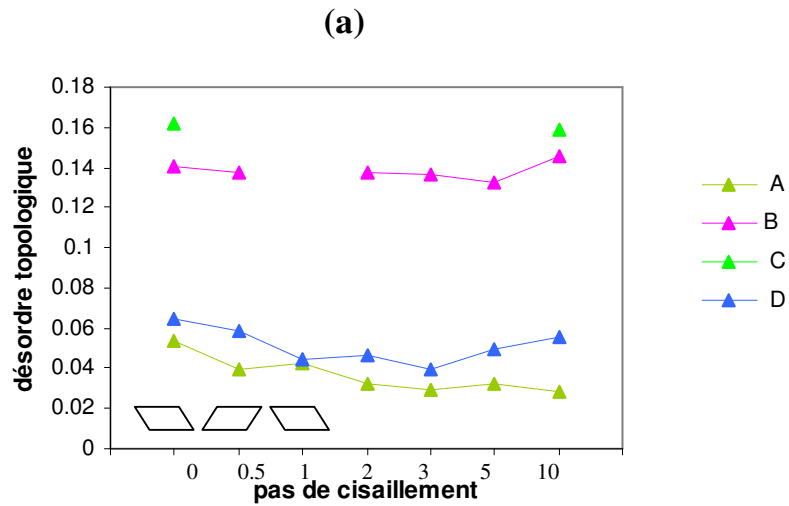
Une fois que la mousse a été filmée, juste après sa préparation, à partir de sa position initiale jusqu'à la limite droite de la cuve, nous imposons un cisaillement oscillant de 10 périodes aller-retour sur la mousse, et ensuite nous reprenons un film de la même manière, c'est-à-dire à partir de la position initiale jusqu'à limite droite de la cuve, qui nous permet d'étudier le cisaillement d'une mousse déjà cisailée (et donc qui a perdu les conditions initiales dans lesquelles elle a été fabriquée).

En cisillant la mousse, on change les relations de voisinage des bulles (1.4.2). Donc la distribution du nombre de côtés des bulles va changer, alors que la distribution de l'aire reste constante puisque les bulles ne sont pas modifiées en elles-mêmes (cisaillement se produit à aire constante) (figure 3.3).

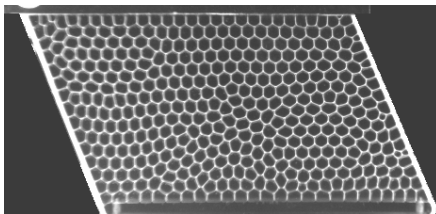


**FIG.3.3-** Effet du cisaillement sur le désordre géométrique. Le trait rouge (pointillé) est la droite de pente 1. On voit que le désordre géométrique reste constant avec le cisaillement, comme prévu.

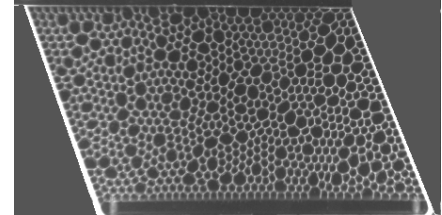
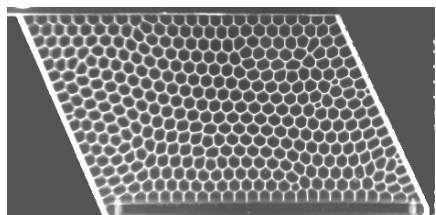
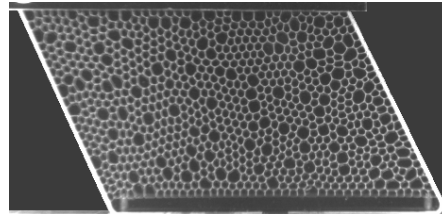
La figure 3.4 montre l'effet du cisaillement sur les mousses monomodale et bimodale. Dans un premier temps nous avons regardé l'effet de cisaillement sur les désordres géométrique et topologique de la mousse.



(b)



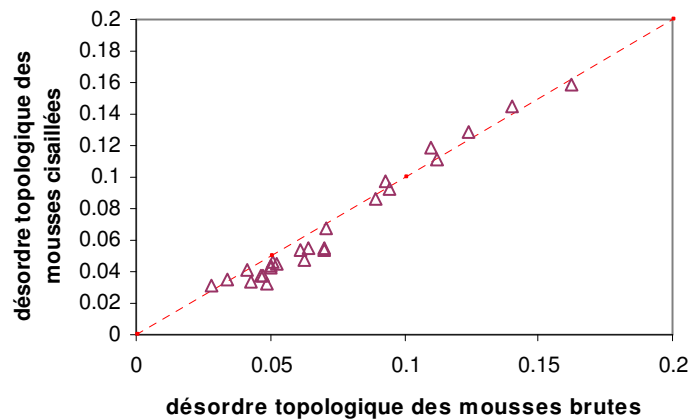
(c)



**FIG.3.4-** Schéma typique de l'effet de cisaillement sur une mousse. a) évolution du désordre topologique des mousses au cours du cisaillement (A et D monodisperse ; B et C bimodales) ; b) mousse monomodale ; c) mousse bimodale ; en haut : mousse brute, en bas : mousse cisillée.

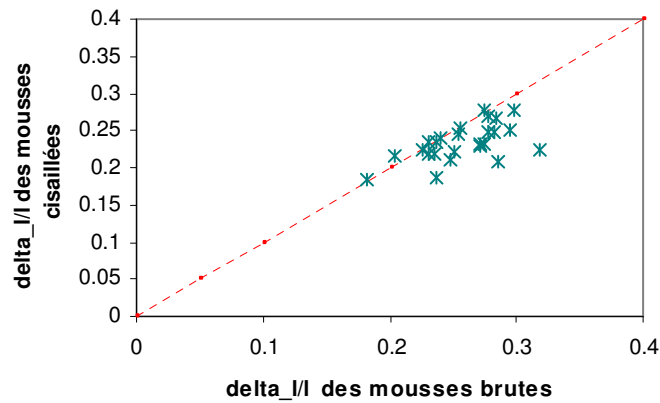
Dans le cas d'une mousse monomodale nous voyons que après cisaillement, l'arrangement des bulles au niveau topologique est plus ordonné que avant cisaillement.

Sur la figure 3.5 on voit l'effet du cisaillement, cette fois-ci, sur le désordre topologique de la mousse. Les petites valeurs correspondent aux mousses monomodales sur lesquelles le désordre topologique diminue suivant le cisaillement (les points sont au-dessous de la pente 1). Pour les mousses bimodales on voit que cette quantité augmente sous l'effet du cisaillement.



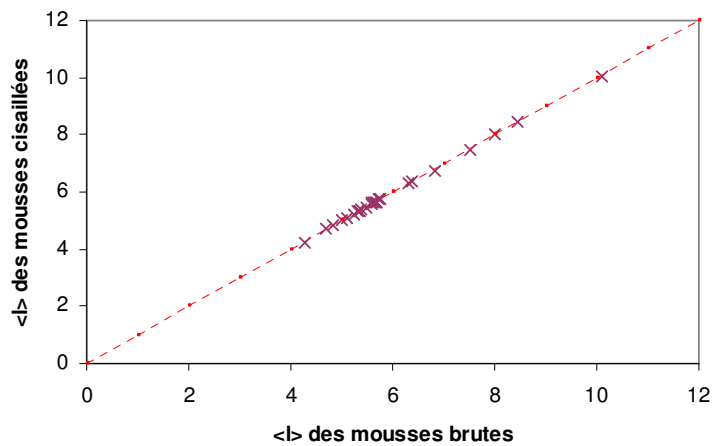
**FIG.3.5-** Effet du cisaillement sur le désordre topologique. Le trait rouge (pointillé) c'est la droite de pente 1. On voit que pour les mousses monomodales le désordre topologique diminue sous l'effet du cisaillement et que le désordre topologique des mousses bimodales augmente avec le cisaillement.

La figure 3.6 présente l'effet du cisaillement sur le désordre des côtés, on peut voir que dans plupart des cas, cette quantité diminue fortement sous l'effet du cisaillement.



**FIG.3.6-** Désordre des côtés pour mousses cisailées vers celles brutes. Les points sont nettement en dessous de la droite de pente 1, montrant que le désordre des côtés diminue fortement avec le cisaillement.

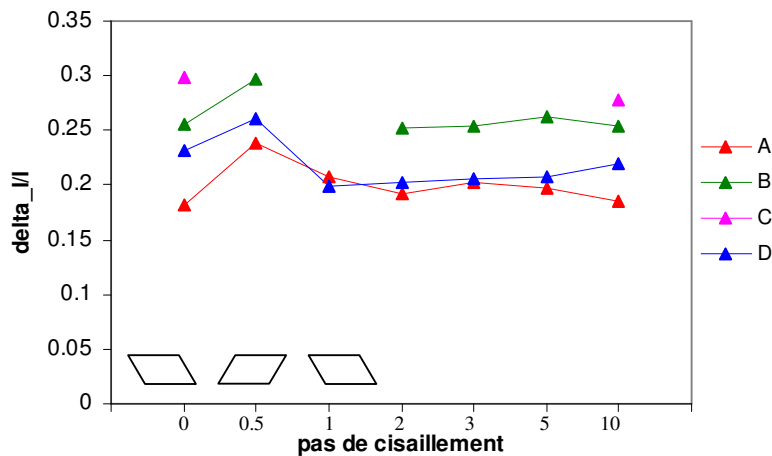
En même temps la valeur moyenne de longueur de côtés reste constante pendant le cisaillement (figure 3.7).



**FIG.3.7-** Effet de cisaillement sur la longueur moyenne des côtés. Le trait rouge (pointillé) est la droite de pente 1. On voit que tous les points sont alignés sur cette droite qui montre que la longueur moyenne de côté reste constante pendant le cisaillement.

Plus précisément nous avons cherché à étudier l'effet du cisaillement sur le désordre des côtés, en suivant la mousse au cours de cisaillement. Mais nous n'avons pas de manipulation intermédiaire pour nos mousses, sauf pour 4 expériences : **A**, **B**, **C**, **D** qui ont été faites dans une gamme de cisaillement de  $-0.6 < \gamma < 1.4$  grâce au réducteur.

La figure 3.8 montre l'effet du cisaillement sur le désordre des côtés de ces quatre mousses au cours de cisaillement. Un comportement commun se dégage nettement : sursaut à 0.5 pas de cisaillement. Sur l'axe horizontal, le pas de cisaillement de 0, présente la mousse brute à  $\theta = -30^\circ$  (cellule inclinée à gauche). On commence à cisailier la mousse à partir de cette position initiale. La valeur 0.5 sur l'axe de pas de cisaillement correspond à la position droite ( $\theta = 30^\circ$ ). On voit que le désordre des côtés de la mousse augmente pendant ce demi cycle de cisaillement même si une partie de la déformation est relaxée avec des T1s. Les bulles s'étirent par une élévation et la longueur des côtés qui sont orientés à  $+45^\circ$  augmente et celle des côtés orientés à  $-45^\circ$  diminue car l'aire de chaque bulle est constante alors la distribution s'élargit. Ensuite on continue à cisailier la mousse. On prend un film à partir de la limite droite jusqu'à la position initiale de la mousse, où elle avait commencé à être cisailée. Ce qui présente le comportement de la mousse après une période du cisaillement. Dans ce retour il y a beaucoup moins de T1, globalement l'élévation diminue et la distribution des longueurs des côtés s'amincit.



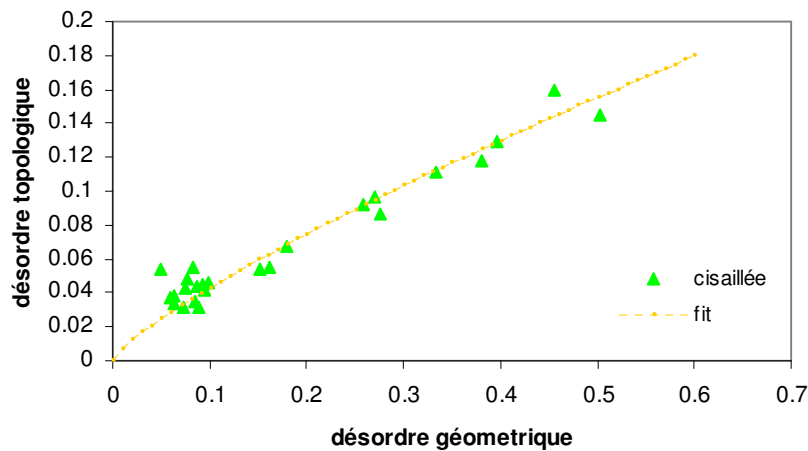
**FIG.3.8-** Evolution de désordre de côtés au cours de cisaillement. Les 4 mousses **A**, **B**, **C**, **D** sont étudiés au niveau de l'effet de cisaillement sur le désordre des côtés des mousses ; il y a un sursaut sur la mousse en premier retour vers l'état initial.



### 3.3 Grandeurs asymptotiques

Dans le paragraphe précédent nous avons montré que pour une mousse monomodale, le désordre topologique va diminuer au cours d'un cisaillement oscillant et la mousse devient plus ordonnée. Au contraire dans le cas d'une mousse bimodale, plus on cisaille la mousse, plus le désordre topologique va augmenter. On a vérifié que le cisaillement se fait à aire constante : la distribution d'aire des bulles n'est pas modifiée et son écart-type reste constant. Pour la distribution de nombre de côtés, l'écart type peut varier et se stabiliser vers une valeur constant  $(\Delta n / \langle n \rangle)_{\text{asymptotique}}$ , en général après quelques périodes de cisaillement.

La figure 3.9 présente une corrélation forte entre la valeur asymptotique et le désordre géométrique, indépendamment de la morphologie de la mousse.



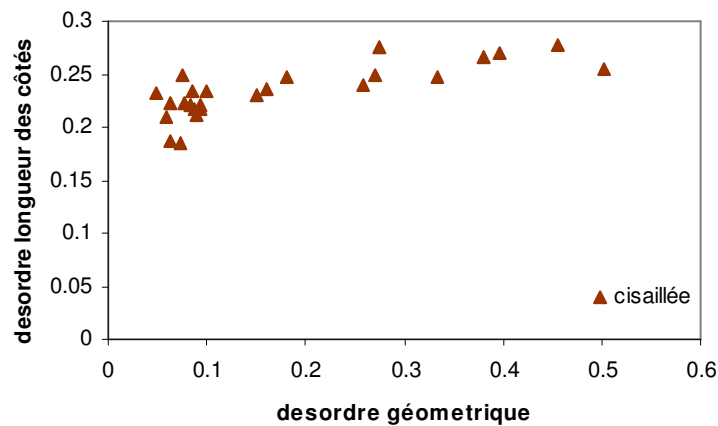
**FIG.3.9-** Relation entre les désordres topologique et géométrique. Le trait orange (pointillé) présente la courbe de la loi de puissance (eq. 3.5). Les points verts présentent des mousses après le cisaillement.

Sur cette figure on voit que les mousses cisillées suivent une même loi de puissance de forme [C. Quilliet 2008-a] :

$$\frac{\Delta n}{\langle n \rangle} = 0.27 \times \left( \frac{\Delta A}{\langle A \rangle} \right)^{0.8} \quad (3.5)$$

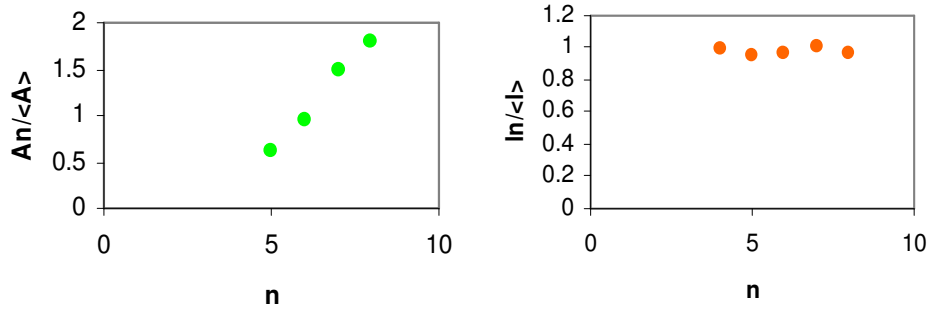
Le fait qu'un grand nombre de mousses de morphologies variées obéisse à une même loi de loi de puissance montre une cohérence profonde entre topologie et géométrie.

La figure 3.10 présente une dépendance faible entre le désordre de côtés et le désordre géométrique. La valeur du désordre des côtés se stabilise quand le désordre géométrique de la mousse augmente. Ceci est lié au fait que dans une mousse, la longueur des côtés varie peu avec le nombre de côtés d'une bulle, surtout pour les grands  $n$  (figure 3.11).



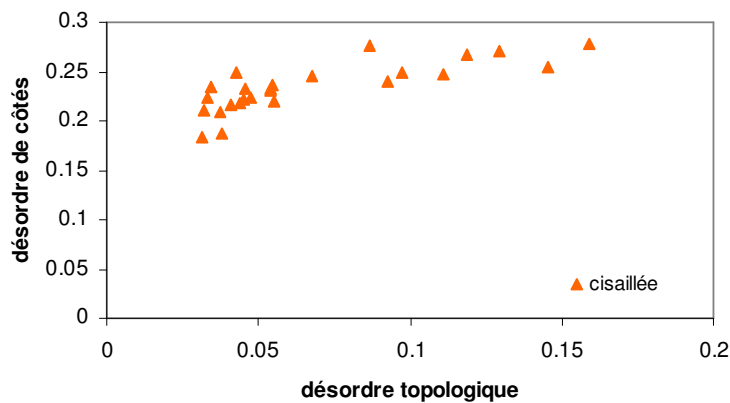
**FIG.3.10-** Relation entre le désordre de côtés et le désordre géométrique. Les triangles présentent les mousses cisailées pour lesquelles la valeur de désordre des côtés se stabilise dans les valeurs élevées de désordre géométrique.

Sur cette figure on peut voir que pour une mousse bimodale où les bulles sont de différentes aires, la longueur des côtés reste presque constante pour des bulles de différents nombres de côtés.



**FIG.3.11-** Variation de l'aire et de la longueur de côté des bulles d'une mousse bimodale, par rapport à le nombre de côtés de ses bulles. La courbe à gauche montre l'aire des bulles en fonction du nombre de leurs côtés : les grandes bulles ont le nombre de côtés plus élevé. La courbe à droite présente la longueur du côté en fonction du nombre de côtés pour la même mousse : en augmentant la taille de bulle la longueur de leurs côtés reste constant.

La figure 3.12 présente la relation entre le désordre de côtés et le désordre topologique.



**FIG.3.12-** Relation entre le désordre des côtés et le désordre topologique de la mousse. le désordre topologique augmente suivant l'augmentation de désordre des côtés.

### 3.3.1 Discussion

Une conséquence directe du lien expérimental entre le désordre topologique et le désordre géométrique d'une mousse que nous avons présenté dans le paragraphe précédent, est qu'il propose un outil pour non seulement évaluer rapidement, mais aussi modifier, l'état topologique d'une mousse. Nous avons vu que quand la mousse est suffisamment cisailée et qu'elle a perdu ses conditions initiales, elle suit bien le comportement de la loi de puissance (3.4). Nous utilisons le terme de "secouée" pour une telle mousse qui s'aligne sur la ligne de loi de puissance de la courbe  $(\Delta n / \langle n \rangle, \Delta A / \langle A \rangle)$ .

#### -étude des autres systèmes

Comme nous avons déjà indiqué, la courbe de  $(\Delta n / \langle n \rangle, \Delta A / \langle A \rangle)$  est un outil pour étudier l'effet du cisaillement, non seulement des mousses mais aussi des autres systèmes qui ressemblent aux mousses et qui peuvent avoir un même comportement. On peut dire à quel niveau ce système est secoué.

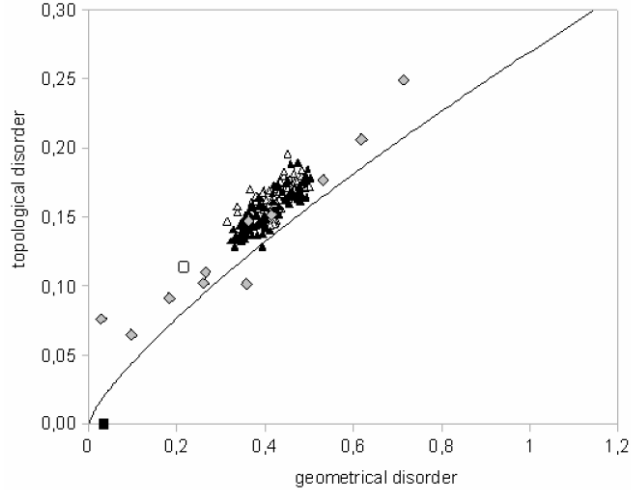
La figure 3.13 présente une comparaison de structures biologiques avec la courbe de  $(\Delta n / \langle n \rangle, \Delta A / \langle A \rangle)$ .

On voit que les points sont nettement au-dessus de la courbe de la loi de puissance. On peut interpréter cette tendance en soulignant que dans les structures biologiques, le désordre est entretenu par un mécanisme de courte portée, inférieure à l'échelle de la cellule. Les déformations à grande échelle dans une mousse n'ont pas d'équivalent dans une structure biologique.

#### -la valeur minimum de désordre topologique

Pour une mousse idéale, infinie de désordre géométrique nul, la configuration de plus basse énergie est la structure hexagonale, dans laquelle toutes les bulles sont à 6 côtés et  $\Delta n / \langle n \rangle = 0$ . C'est-ce qu'on attend de voir sur la figure 3.10 :  $\Delta n / \langle n \rangle$  diminue suivant le désordre géométrique et tend vers zéro. Mais nous observons en fait que le désordre topologique a une valeur minimum en dessous de laquelle il ne diminue pas. Ceci est vraisemblablement dû aux effets de taille finie.

En effet, du point de vue de la géométrie, quand la mousse est plus ordonnée, les bulles sont plutôt hexagonales, il est impossible de remplir un carré par ces bulles, sauf quand les bords sont infinis par rapport au champ d'analyse [S.J. Cox 2006].



**FIG.3.13-** Comparaison des systèmes biologiques avec la courbe de désordre. Elle montre que les structures biologiques sont moins secouées par rapport aux mousses dans une cellule de cisaillement. Triangles fermés : réarrangement des cellules de *Drosophile* pendant la déformation; triangles ouverts : même chose pour tissu de *mud* [S. Courty 2008] ; carrés fermés : facettes rétina chez la *Drosophile* sont disposés en nid abeille ordonné. Carrés ouverts : la même chose pour *rough eye* rétina [T. Hayashi 2004] ; cercles ouverts : simulations par le modèle de Potts pour des cellules avec l'adhésion en mettant les conditions de limites périodiques, secouées par l'augmentation de la température [J. Kafer 2007].

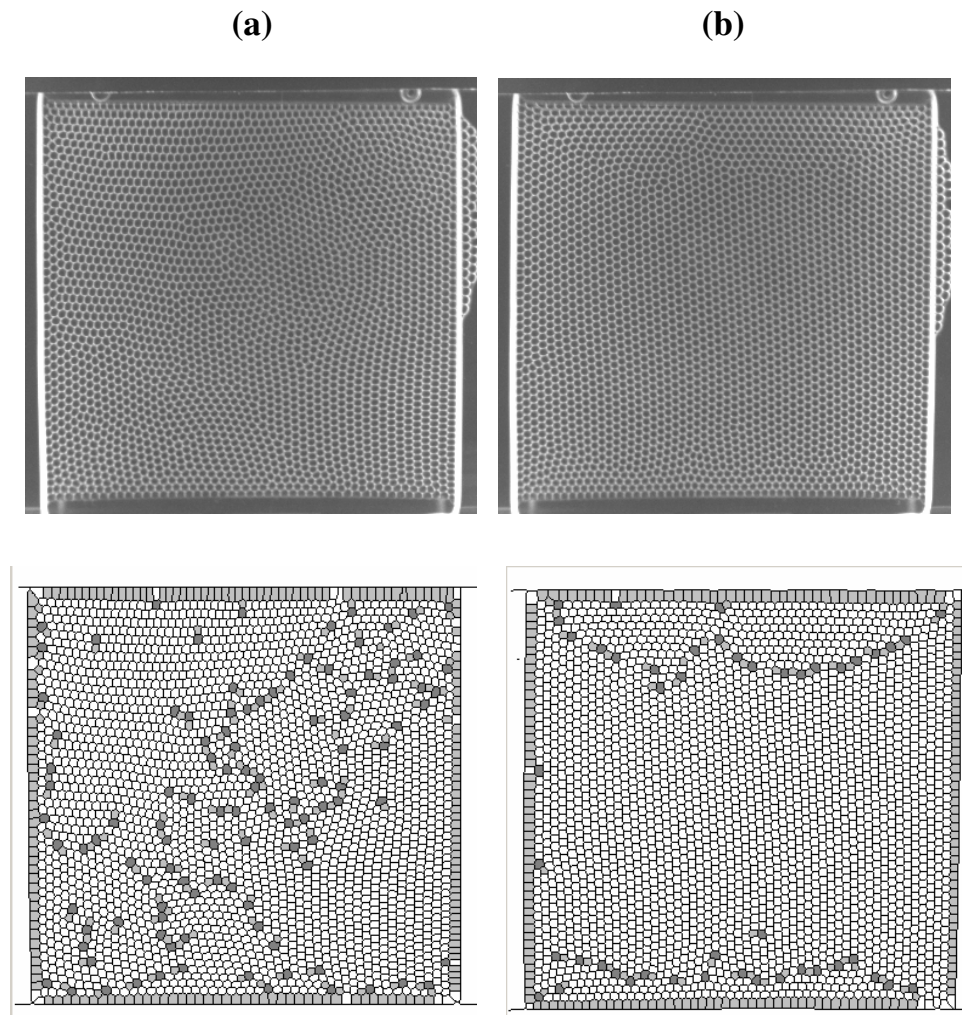
La figure 3.14 présente un exemple typique d'un réseau hexagonal quasiment parfait qui présente toutefois des défauts. Généralement, ces défauts sont présentés par les paires de bulles à 5 et 7 côtés. C'est-à-dire que pour chaque bulle de 5 côtés on a une bulle à 7 côtés.

Pour une telle configuration, où la largeur de la cellule carrée contenant  $N$  bulles est  $\sqrt{Na}$  ( $a$  l'aire d'une bulle), par des considération topologiques [Afonso 2007] on peut estimer à  $2 \times 12^{-1/4} \sqrt{N}$  bulles à 5 côtés et  $2 \times 12^{-1/4} \sqrt{N}$  bulles à 7 côtés (pour plus de détail voir l'annexe A) la quantité minimale de bulles non hexagonales nécessaires pour que les bulles s'alignent le long des 4 côtés.

Ce qui nous amène à une valeur de désordre topologique correspondant :

$$\left( \frac{\Delta n}{\langle n \rangle} \right)_{\min} = \frac{1}{6} \times \sqrt{\frac{4 \times 12^{-1/4} \sqrt{N}}{N}} = \frac{1}{3 \times 12^{1/8}} N^{-1/4} \quad (3.6)$$

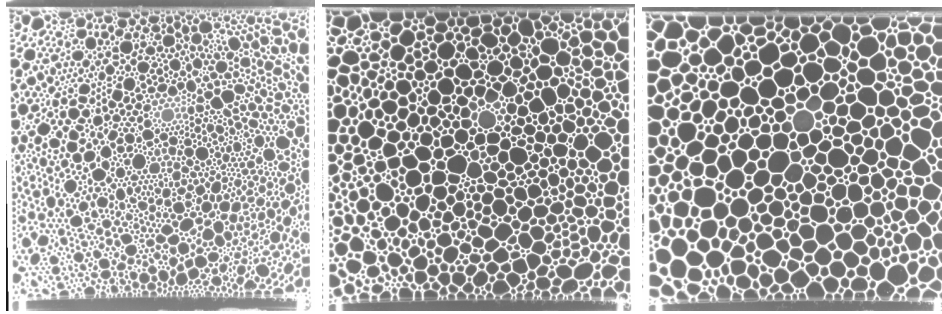
Plus le nombre de bulles augmente, moins les effets de bord deviennent importants et  $\Delta n / \langle n \rangle$  diminue.



**FIG.3.14-** schéma typique des défauts topologiques d'une mousse. a) présente une mousse brute ; en haut la photo de la mousse et en bas l'image squelettisée ; les bulles à 5 et 7 côtés sont soulignées par les couleurs gris et gris foncé. b) en haut la photo de la mousse cisailée et en bas l'image squelettisée avec des paires de bulles à 5 et 7 côtés. On voit aussi les bulles à 5 côtés au bord de la cellule qui ne sont pas considérées dans les calculs statistiques et ne sont pas présentées comme des défauts topologiques.

### 3.4 Effet du mûrissement

Comme déjà défini au chapitre 1 (section 1.1), le mûrissement est un des processus de vieillissement de la mousse qui modifie les bulles et leur organisation en fonction du temps (figure 3.15). Il est le mécanisme de vieillissement le mieux caractérisé et le plus important pour une mousse non soumise au drainage comme les mousses 2D.



**FIG. 3.15-** Effet du mûrissement sur une mousse polydisperse. A gauche mousse à  $t=4h$  (4heures de mûrissement) ; mousse au milieu à  $t=20h$  ; mousse à droite à  $t=44h$ .

#### -Loi de Von Neumann

La loi de Von Neumann régit le mûrissement. On a vu que les films se rencontrent à  $120^\circ$  dans une mousse bidimensionnelle à l'équilibre (section 1.1.3). Ceci impose naturellement qu'une bulle à 5 côtés ou moins aura en moyenne ses côtés courbés vers l'extérieur, alors qu'au contraire une bulle à 7 côtés et plus aura en moyenne des côtés concaves. Ceci impose, via la loi de Laplace, qu'une bulle à 5 côtés doit être en surpression pour contrer le surcoût en énergie interfaciale de la convexité, et inversement une bulle à 7 côtés doit être en sous-pression. On peut montrer que la pression d'une bulle ne dépend finalement que de son nombre de côtés [G. Schliecker 2002] :

$$P(n) = P_0 + \lambda(6 - n) \quad (3.7)$$

Où  $\lambda$  est une constante liée aux caractéristiques physico-chimiques de la mousse (tension de surface du film, épaisseur de la mousse  $2D$ ). Comme la différence de pression entre bulles adjacentes induit nécessairement une diffusion du gaz des bulles de moindre  $n$  vers les bulles de plus fort  $n$ , on voit que toute mousse réelle est condamnée à voir évoluer l'aire de ses bulles. On appelle ce phénomène vieillissement par disproportion, ou mûrissement. C'est l'équivalent dans les mousses sèches du mûrissement d'Oswald. Chaque bulle voit son aire évoluer au cours du temps suivant la loi de Von Neumann :

$$\frac{dA}{dt} = \frac{\pi}{3} \sigma \lambda (n - 6) \quad (3.8)$$

Où  $\sigma$  est la constante de diffusion à travers le film de savon. Cette évolution mène nécessairement à la disparition des bulles à petit nombre de côtés (dont on peut raisonnablement penser qu'elles sont aussi les plus petites, cf. relation de Lewis), tandis que les bulles à grand nombre de côtés ne cessent de croître en taille.

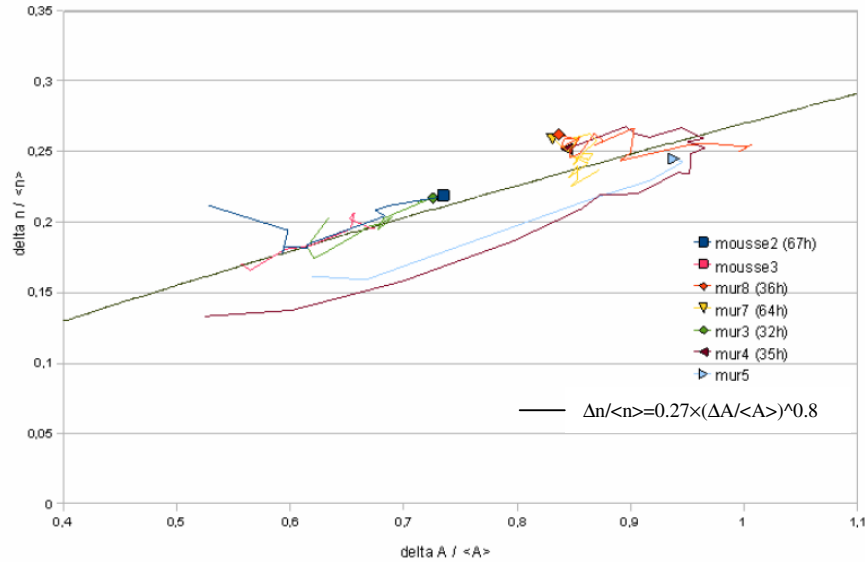
Notamment on peut modifier la largeur des distributions d'aire et de nombre de côtés d'une mousse et ainsi étudier l'évolution de désordres sous l'effet du mûrissement.

### 3.4.1 Résultats et Discussion

Dans un premier temps nous étions intéressés à étudier la situation d'une mousse mûrie. Nous avons étudié l'évolution des désordres pendant le mûrissement et comparé ceci à l'effet du mûrissement suivi par cisaillement (section 3.3). On peut constater sur la figure 3.16 que lors d'un simple mûrissement, toutes les mousses ont tendance à se rapprocher de la courbe de désordres ( $\frac{\Delta n}{\langle n \rangle} = 0.27 \times \left( \frac{\Delta A}{\langle A \rangle} \right)^{0.8}$ ).

Pour pouvoir comparer plus précisément le comportement d'une mousse dans les deux processus de cisaillement et de mûrissement, nous avons cisailé la mousse pendant quelques périodes de cisaillement une fois qu'elle était vieillie pendant quelques heures (ici 24 heures).





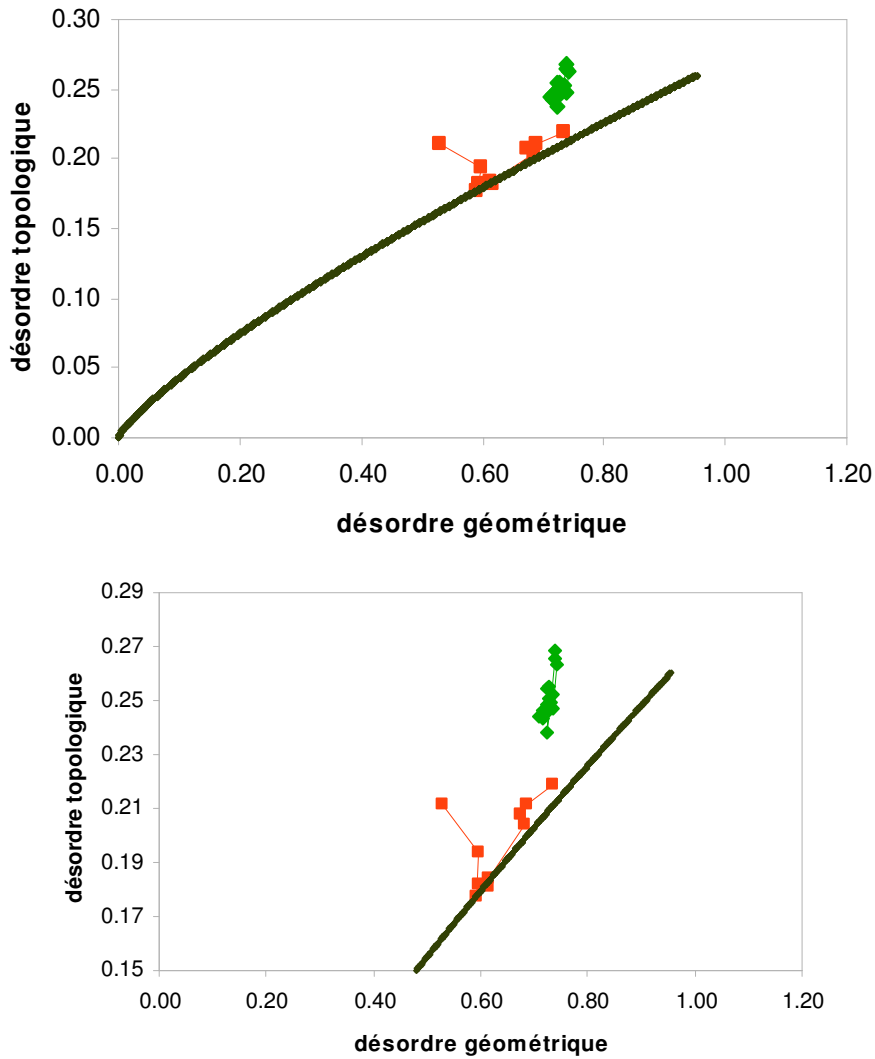
**FIG.3.16-** Evolution de désordres d'une mousse au cours du mûrissement. Le désordre topologique de la mousse évolue au cours du temps pendant le mûrissement (de la queue vers la tête) en fonction du désordre géométrique. On observe que toutes les mousses mûries s'approchent de la courbe de la loi de puissance (eq. 3.5).

La figure 3.17 représente l'effet du cisaillement sur une mousse mûrie. On constate bien que lorsqu'on cisaille la mousse mûrie elle s'éloigne de la courbe puis s'en rapproche après un grand nombre de cisaillement.

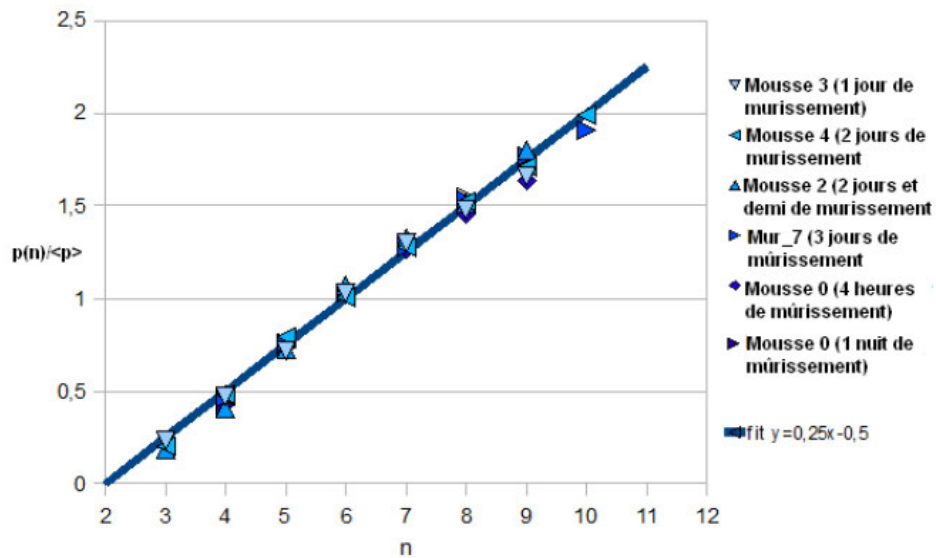
Nous avons étudié aussi l'évolution de désordres dans une mousse ayant subi des processus de mûrissement et de cisaillement dans la représentation de Lewis.

Nous avons mesuré des valeurs du périmètre moyen des bulles à  $n$  côtés nommé  $P(n)$ . Pour pouvoir le comparer dans les différentes mousses nous avons pris les valeurs adimensionnées en divisant  $P(n)$  par la valeur moyenne de périmètre des bulles dans la mousse. La Figure 3.18 présente la valeur adimensionnée du périmètre de bulle de  $n$  côtés en fonction du nombre de leurs côtés, qui montre que pour toutes les mousses mûries le périmètre adimensionné varie de la même manière.

$$\frac{P(n)}{\langle P \rangle} = 0.25(n-2) \quad (3.9)$$

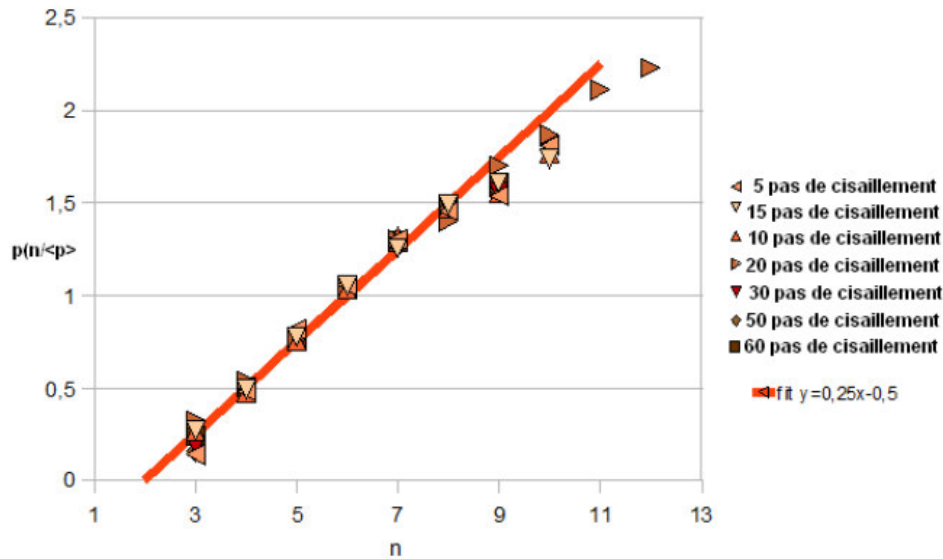


**FIG.3.17-** Effet du cisaillement sur une mousse mûrie. En rouge : mousse au cours du mûrissement. En vert : mousse déjà mûrie au cours du cisaillement. Le premier période de cisaillement se trouve en haut du nuage et les points descendent au fur et à mesure du cisaillement (100 périodes du cisaillement au final). En bas : image grossie.



**FIG.3.18-** Représentation de Feltham. Courbe indiquant le périmètre en fonction de nombre de côtés pour 7 mousses mûries entre 4 heures et 3 jours. On constate que les points s'accordent bien au modèle tracé par la droite d'équation 3.9.

Si on regarde les mousses mûries cisailées on voit qu'elles ont le même comportement (figure 3.19). Dans les limites des petites bulles, la mousse subit le comportement d'une mousse mûrie (eq. 3.9). Les bulles de grand nombre de côtés ont tendance à être sous la droite.

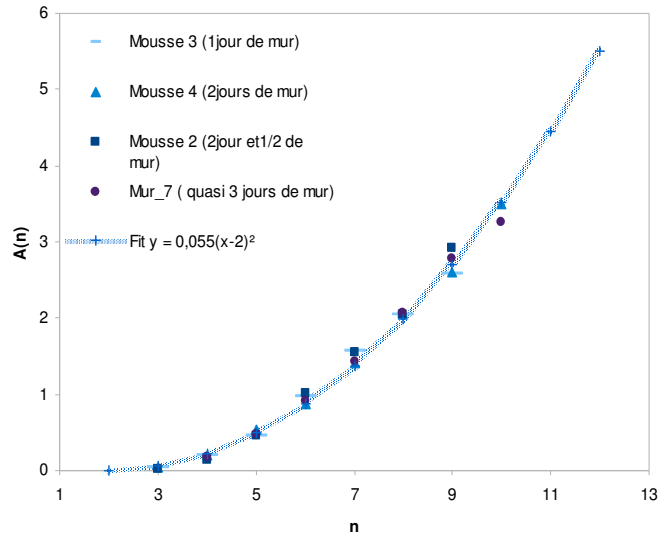


**FIG.3.19-** Représentation de Feltham. Courbe indiquant le périmètre en fonction de nombre du côté pour 7 mousses mûries ayant subi plusieurs périodes de cisaillement différents. On remarque les points se singularisent de la courbe de (eq. 3.9) pour  $n > 8$ .

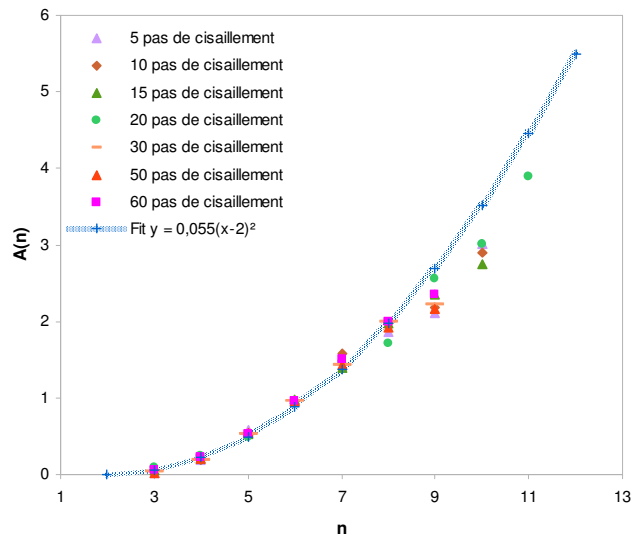
De la même façon nous avons regardé la valeur adimensionnée de l'aire des bulles de  $n$  côtés en fonction du nombre de côtés (représentation de Lewis) pour les mousses mûries (figure 3.20) et les mousses cisailées (figure 3.21) après quelques heures de mûrissement. Cette figure montre une relation quadratique entre  $A_n / \langle A \rangle$  et le nombre de côtés,  $n$ , pour toutes les mousses mûries :

$$\frac{A_n}{\langle A \rangle} = 0.055(n - 2)^2 \quad (3.10)$$

Sur la figure 3.20 on peut remarquer qu'il y a une différence de comportement entre les mousses mûries et les mousses cisailées dans la limite des grosses bulles de nombre de côtés plus élevé.



**FIG. 3.20-** Représentation de Lewis. Aire en fonction du nombre de côtés pour 4 différentes mousses et des temps de mûrissement allant de 1 à 3 jours. On peut constater que ces points obtenus uniquement en vieillissement, se regroupent sur la courbe d'équation 3.10.



**FIG.3.21-** Représentation de Lewis. Les points indiqués ici sont obtenus par 6 niveaux de cisaillement différents sur 3 mousses mûries. Au-delà de  $n=8$  les mousses s'éloignent de la courbe d'équation 3.10 de la même manière que la figure 3.19.

## 3.5 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté les différentes notions de désordres dans une mousse et nous avons étudié l'évolution de désordres sous l'effet de deux processus différents : le cisaillement et le mûrissement.

Nous avons montré que le désordre géométrique d'une mousse reste constant sous l'effet du cisaillement. Nous avons aussi observé que sous l'effet du cisaillement l'évolution du désordre topologique dépend de la morphologie de la mousse ; pour une mousse monomodale, le désordre topologique diminue suivant le cisaillement et au contraire pour une mousse bimodale on voit que le désordre topologique augmente sous l'effet du cisaillement. En effet par le cisaillement on mélange les deux populations différentes de la mousse.

Nous avons aussi étudié l'effet du cisaillement sur le désordre de côté d'une mousse. On a vu que cette quantité diminue suivant le cisaillement.

Une fois qu'une mousse est fabriquée, elle a une certaine distribution des bulles avec des désordres topologique et géométrique donnés bien distincts. En cisillant la mousse, le désordre topologique évolue et s'ajuste en fonction du désordre géométrique. Nous avons montré que ces deux types de désordres ne sont pas des variables indépendantes. Il y a effectivement une relation forte entre les deux (eq. 3.5) quand la mousse a perdu la mémoire des conditions initiales (celles de sa fabrication) une fois qu'elle a été secouée par le cisaillement. Ce résultat montre que le désordre topologique d'une mousse est une conséquence de son désordre géométrique et que les mousses de différentes morphologies se comportent de la même manière (figure 3.10).

L'équation 3.5 permet de dire dans quel état est une mousse ou un motif biologique. Pour une image donnée on mesure le désordre topologique et le désordre géométrique. S'ils obéissent à l'équation 3.5 on peut dire que le système est bien secoué.

Ce résultat peut être utilisé dans les études de différents systèmes complexes comme les systèmes biologiques, granulaires et les colloïdes [P.Zihler 2001], [C.N.Likos 1993] et aussi on peut en profiter dans les études de systèmes 3D [G.L.Thomas 2006].

Dans l'autre partie des études effectuées dans ce chapitre, nous avons étudié une mousse pendant le processus de mûrissement pour pouvoir la comparer avec une mousse cisillée. Dans un premier temps, nous avons montré que les mousses mûries se placent à proximité de la courbe de désordres. Ensuite nous avons montré que les résultats concernant l'aire et le périmètre de la mousse, fournissent un moyen de différencier les mousses vieilles des mousses vieilles puis cisillées.



# Chapitre 4

## La déformation élastique de la mousse

Dès qu'on applique une déformation (ici, le cisaillement simple) sur les bulles, elles vont se déformer. Plus on cisaille, plus elles deviennent déformées. À partir d'une certaine déformation que l'on appelle la déformation seuil, on a des réarrangements topologiques (T1s) qui relâchent la déformation.

### 4.1 Théorie développée dans l'équipe

Par définition, la déformation élastique est le processus au cours duquel le matériau (ici, la mousse) s'étire en répondant à une force extérieure (ici, un cisaillement simple imposé), qui va produire des effets réversibles. On s'intéresse aux petites déformations.

Statistiquement, la déformation élastique est définie par la comparaison de l'état microscopique actuel du matériau avec l'état de référence (section 2.4.2) [M. Aubouy 2003]. Les études quasi-statiques montrent qu'il y a une relation entre les contraintes élastiques et la déformation élastique, dans les limites de l'élasticité linéaire. Elles valident l'utilisation du tenseur  $\bar{U}$  pour décrire l'élasticité d'une mousse : soit par un tenseur basé sur les liens reliant deux vertex [M. Asipauskas 2003, S. Courty 2003, E. Janiaud 2005, C. Raufaste 2007-a], soit par un tenseur basé sur les centres de bulles [B. Dollet 2005-a, C. Raufaste 2007-b, F. Graner 2008].

#### 4.1.1 Régime purement élastique

##### - Etude tensorielle d'élasticité

On présente ici l'étude tensorielle du régime purement élastique sur un réseau de bulles hexagonales parfaitement orientées initialement, auquel on applique une déformation que le matériau ne peut pas relâcher. La Figure 4.1 présente les résultats prédits par le modèle du cisaillement d'un matériau



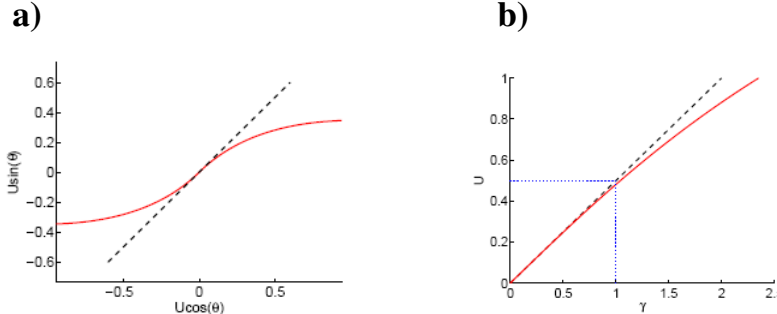
initialement isotrope [C. Raufaste 2007-b], c'est-à-dire lorsque l'on part d'un état initial où  $U=0$ .

Quand on commence à cisailier la mousse, les bulles vont s'étirer à  $45^\circ$ , après quoi les bulles s'étirent de plus en plus horizontalement. En fait le cisaillement simple peut être décomposé en deux effets : l'élongation suivie par la rotation. À petite déformation  $U$  est proportionnel à  $\gamma/2$  et les composants non nuls du tenseur de déformation sont définis par :

$$U_{xy} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w_x}{\partial y} + \frac{\partial w_y}{\partial x} \right) = \frac{1}{2} \gamma \quad (4.1)$$

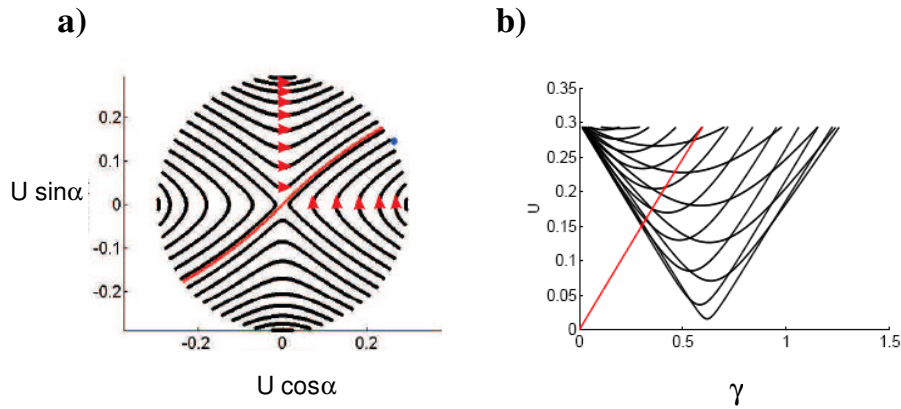
Où  $w_x$ ,  $w_y$  sont les déplacements de la cellule de cisaillement dans la direction de cisaillement et la direction perpendiculaire respectivement et on a :

$$\tan(\theta) = \frac{\partial w_x}{\partial y} = \gamma \text{ et } \frac{\partial w_y}{\partial x} = 0 \quad (4.2)$$

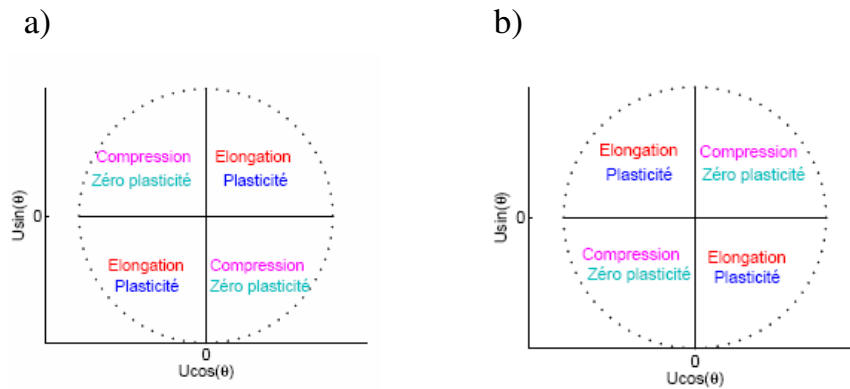


**FIG. 4.1** – Courbes d'élasticité en partant d'un état isotrope (en rouge). a) trajectoire propre de  $\bar{U}$  ( $U \sin \alpha$ ,  $U \cos \alpha$ ) (noire : pente à  $45^\circ$ ). b)  $U$  en fonction de  $\gamma$ . Les courbes sont tracées pour  $U_y = 1$ , d'après [C. Raufaste 2007-b].

Dans le cas général, on considère une mousse initialement orientée. C'est-à-dire qu'elle est pré-déformée et  $U \neq 0$ . La figure 4.2 présente l'évolution de mousses avec différentes orientations initiales. Ces trajectoires sont tracées pour une amplitude initiale de  $U=0.3$ .



**FIG.4.2** – Effet de l’orientation initiale en régime purement élastique. a) trajectoires propres (les flèches rouges indiquent le sens des trajectoires) ; le point bleu est la limite plastique pour  $Uy=0.3$ . b)  $U$  en fonction de  $\gamma$  pour différentes orientations initiales (le trait rouge correspond à l’état initialement isotrope) d’après [C. Raufaste 2007-b].



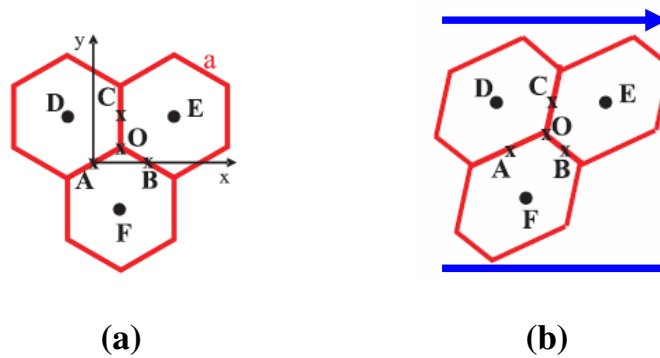
**FIG.4.3** – Comportement mécanique suivant la position sur la trajectoire propre pour a)  $\dot{\gamma} > 0$  ; b)  $\dot{\gamma} < 0$ . Les zones de l’élongation et de la plasticité correspondent à l’état où la déformation élastique est dans la direction du cisaillement.

Quand la déformation initiale est dans le même sens que le cisaillement imposé, la mousse subit une élongation au cours de laquelle on peut avoir de

la plasticité. Mais quand la déformation n'a pas la même orientation que le cisaillement, la déformation diminue et on n'a pas de plasticité (figure 4.3).

#### -Déformation d'une mousse ordonnée sous l'effet d'un cisaillement

On présente ici l'étude d'élasticité d'une mousse 2D parfaitement ordonnée [B. Dollet 2005], selon l'approche de Princen [H.M. Princen 1983]. Cette étude montre l'équivalence dans la limite de déformation faible entre le calcul tensoriel basé sur le réseau des côtés des bulles [M. Asipauskas 2003, S. Courty 2003, E. Janiaud 2005, C. Raufaste 2007-a] et celui des centres des bulles [B. Dollet 2005-a, C. Raufaste 2007-b, F. Graner 2008].



**FIG.4.4** – Transformation d'une mousse 2D ordonnée sous l'effet du cisaillement. a) mousse ordonnée ; b) cisaillement simple. O représente la position d'un vertex, A, B, C sont les milieux des côtés des bulles et D, E, F représentent les barycentres des bulles ; a est la longueur d'un côté ; la flèche bleue montre la direction du cisaillement.

En appliquant une déformation sur le réseau des bulles hexagonales (figure 4.4), les bulles vont être cisillées dans la direction de la déformation.

$$\overline{F}_{cis} = \begin{pmatrix} 1 & \gamma \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (4.3)$$

Dans le cas du cisaillement, la déformation est incompressible :

$$\det(\overline{\overline{F F'}}) = 1, \quad (4.4)$$

et l'aire des bulles reste inchangée :

$$A = \frac{3\sqrt{3}}{2} a^2 \quad (4.5)$$

On écrit les coordonnées initiales des centres et des sommets des bulles d'après la figure (4.4) :

$$\begin{array}{ll} \overline{DE}(a\sqrt{3},0) & \overline{DF}(a\sqrt{3}/2,-a3/2) \\ \overline{AB}(a\sqrt{3}/2,0) & \overline{AC}(a\sqrt{3}/4,a3/4) \\ \overline{FE}(a\sqrt{3}/2,a3/2) & \overline{CB}(a\sqrt{3}/4,-a3/4) \end{array} \quad (4.6)$$

Par la définition du tenseur de texture basée sur les centres, on a :

$$\begin{aligned} \overline{\overline{M}} &= \langle \vec{l} \otimes \vec{l} \rangle = \\ &= \frac{1}{3} (\overline{DE} \otimes \overline{DE} + \overline{EF} \otimes \overline{EF} + \overline{FD} \otimes \overline{FD}) \end{aligned} \quad (4.7)$$

Et pour un cisaillement simple :

$$\overline{\overline{M}} = \frac{3a^2}{2} \begin{pmatrix} 1 + \gamma^2 & \gamma \\ \gamma & 1 \end{pmatrix} \quad (4.8)$$

D'où la déformation statistique :

$$\overline{\overline{U}} = \begin{pmatrix} \gamma^2/2 & \gamma/2 \\ \gamma/2 & -\gamma^2/4 \end{pmatrix} + O(\gamma^3) \quad (4.9)$$

Lors d'un cisaillement on a  $tr(\overline{\overline{U}}) = 0$  au premier ordre en  $\gamma$  quelque soit la déformation imposée. Quand la déformation est incompressible, on s'attend à ce que la trace du tenseur de déformation élastique soit nulle [L.D. Landau 1989].

En élasticité linéaire, la loi de Hooke définit [L.D. Landau 1989] le module du cisaillement,  $\mu$ , pour un milieu isotrope 2D par :

$$\sigma_{xy}^{el} = 2\mu U_{xy} \quad (4.10)$$

On écrit le tenseur des contraintes élastiques dans le cisaillement d'une mousse ordonnée comme :

$$\sigma^{el} = \frac{\lambda\sqrt{3}}{a} \begin{pmatrix} \frac{1}{3} + \frac{\gamma^2}{8} & \frac{\gamma}{6} \\ \frac{\gamma}{6} & \frac{1}{3} - \frac{\gamma^2}{24} \end{pmatrix} + O(\gamma^3) \quad (4.11)$$

B. Dollet, dans ce calcul d'élasticité d'un réseau hexagonal [B. Dollet 2005] a montré que le module du cisaillement vaut :

$$\mu = \lambda\sqrt{3}/6a \quad (4.12)$$

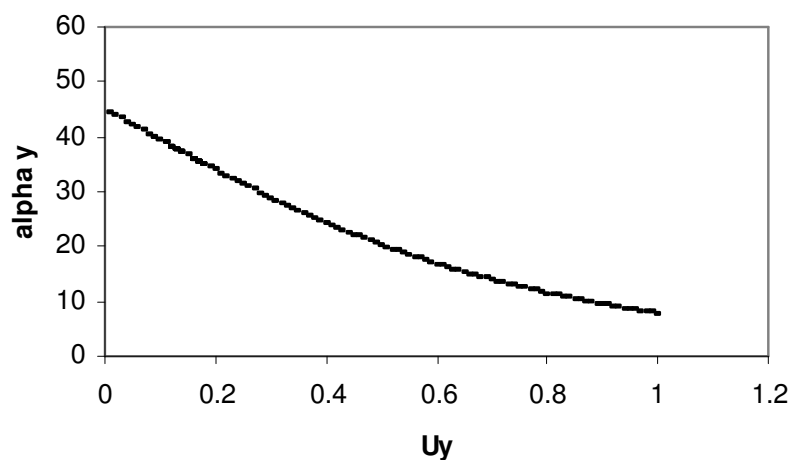
cela correspond bien à la valeur prédite par le modèle de Princen [H.M. Princen 1983], ce qui confirme la validité du tenseur de déformation statistique.

### 4.1.2 Limite du régime élastique

En appliquant des grandes déformations, qui dépassent le stade élastique, on voit des effets irréversibles qui s'appellent la déformation plastique. Dans la limite plastique, on s'attend à un équilibre entre la déformation appliquée qui tend à étirer la mousse et les T1s qui relâchent la déformation dans la direction de la déformation elle-même.

Dans cette limite, on a une saturation de la déformation élastique [C. Raufaste 2007] :

$$\begin{cases} U = U_y \\ \cos(\alpha_y) = \frac{1}{\sqrt{1 + e^{-4U}}} \\ \sin(\alpha_y) = \text{sign}(\dot{\gamma}) \frac{1}{\sqrt{e^{4U} + 1}} \end{cases} \quad (4.13)$$



**FIG. 4.5** – Limite plastique pour  $\dot{\gamma} > 0$  :  $\alpha_y$  en fonction de  $U_y$ . Plus la déformation est grande, plus l'angle  $\alpha_y$  s'approche de  $0^\circ$

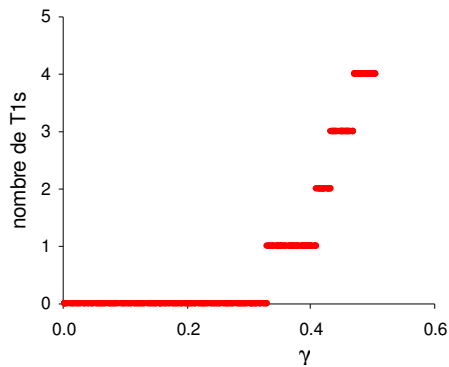
Cet état stationnaire est représenté par une norme de  $U_y$  et une direction représentée par l'angle d'élongation  $\alpha_y$ . Des études théoriques [C. Raufaste 2007-b] ont montré que  $\alpha_y$  est une fonction de  $U_y$  (figure 4.5) où l'angle  $\alpha_y$  est compris entre  $0$  et  $45^\circ$  pour  $\dot{\gamma} > 0$ . Plus la déformation est grande, plus l'angle  $\alpha_y$  s'approche de  $0^\circ$ . Sur la représentation des trajectoires propres, l'état plastique est représenté par un point situé en  $U = U_y$  sur la trajectoire élastique (figure 4.2.a).

## 4.2 Résultats expérimentaux

Ici on présente les résultats expérimentaux de notre étude du régime élastique et de l'élasticité dans le cas élasto-plastique.

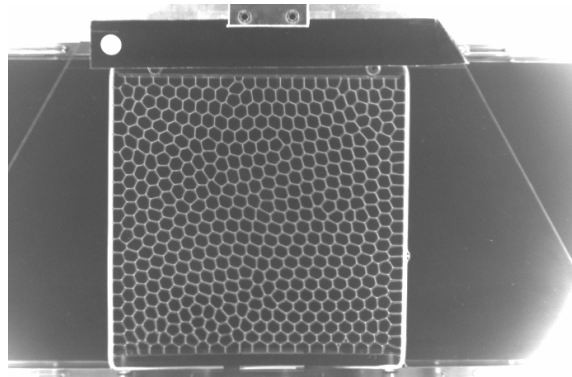
### 4.2.1 Régime élastique

Parmi les différentes expériences, nous avons une seule mousse qui correspond au régime purement élastique. Pendant un cisaillement imposé de valeur entre 0 et 0.6, il n'y a quasiment pas de T1 : on en voit seulement 4 (figure 4.6).



**FIG. 4.6** – Nombre total des T1s au cours du cisaillement de la mousse de la figure 4.7. Pendant un cisaillement imposé dont la valeur est entre 0 et 0.6 on voit seulement 4 T1s. c'est un régime presque purement élastique.

C'est une mousse sèche, dont les bulles sont polygonales avec des parois très fines (figure 4.7).



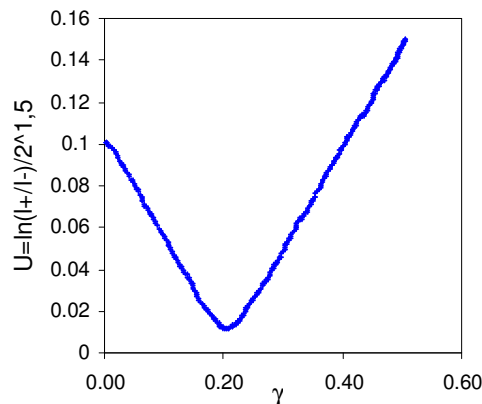
**FIG. 4.7** – La mousse de la figure 4.6. Une mousse monomodale dont les bulles sont plutôt hexagonales avec  $\langle A \rangle = 57.34 \text{ mm}^2$ ,  $H = 3.14 \text{ mm}$ . Le nombre total des bulles est 504.

Comme on verra plus tard, puisque la mousse est sèche et ordonnée, son  $U_y$  est élevé. Plus on la déforme, plus elle s'étire et on voit les T1s tardivement.

Cette expérience permet d'étudier le mode purement élastique de la mousse. La figure 4.8 montre la déformation moyenne des bulles en fonction du cisaillement (La norme  $U$  de la déformation élastique est donnée par l'équation 2.13.).

Le cas de nos expériences, c'est un cas général où les mousses sont anisotropes et pré-déformées.

On applique un cisaillement sur la mousse. Selon l'orientation initiale de la déformation, il est possible que  $U$  commence par diminuer (figure 4.8). Le cisaillement les ramène vers une valeur minimum, qui correspond à une contrainte élastique non complètement nulle dans un modèle tensoriel. Ensuite elle s'étire et  $U$  augmente. Ce sera discuté plus en détail à la section 4.2.2. Il y a aussi des cas où la déformation augmente, dès le départ, suivant le cisaillement (voir figure 5.8).

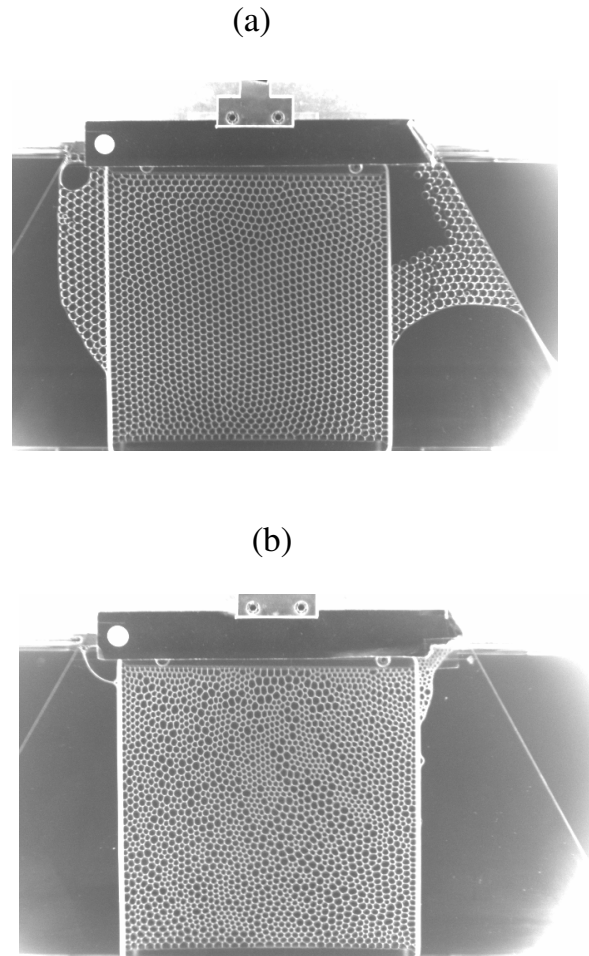


**FIG. 4.8** – Exemple du comportement élastique de déformation de la mousse : norme de  $\bar{U}$  en fonction de  $\gamma$ . En cisillant la mousse on a d'abord une rétraction des bulles ( $U$  diminue) vers un minimum ( $U_{\min} = 0.011$ ) à  $\gamma=0.2$  qui est suivie par une élongation ( $U$  augmente). Notons ici qu'on commence à cisiller la mousse à partir de sa position verticale où l'angle de cisaillement,  $\theta_0$  est égal à zéro (figure 2.9).



### 4.2.2 Élasticité dans le régime élasto- plastique

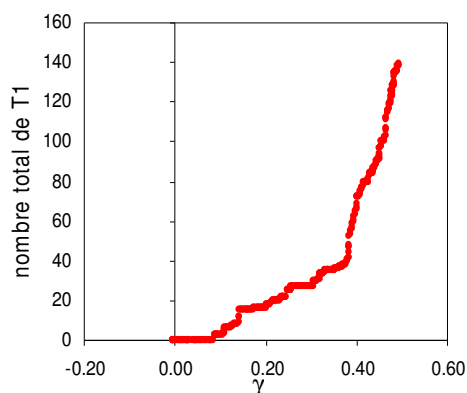
Il y a aussi des expériences qui sont plutôt dans un régime élasto-plastique (figure 4.9).



**FIG. 4.9** – Différentes mousses en régime élasto-plastique. a) une mousse monomodale brute,  $\langle A \rangle = 16.62 \text{ mm}^2$ ,  $H = 3.08 \text{ mm}$ . b) une mousse brute bimodale,  $\langle A \rangle = 12.31 \text{ mm}^2$ ,  $H = 3.17 \text{ mm}$ .

Dès qu'on commence à cisailer la mousse, les T1s apparaissent, mais la mousse présente quand même de l'élasticité, parce que les bulles sont étirées (figure 4.10).

On représente la déformation par une ellipse dont la taille correspond à la valeur de la déformation et l'angle du grand axe d'ellipse avec l'axe horizontale,  $x$ , donne la direction de la déformation (figure 2.20).

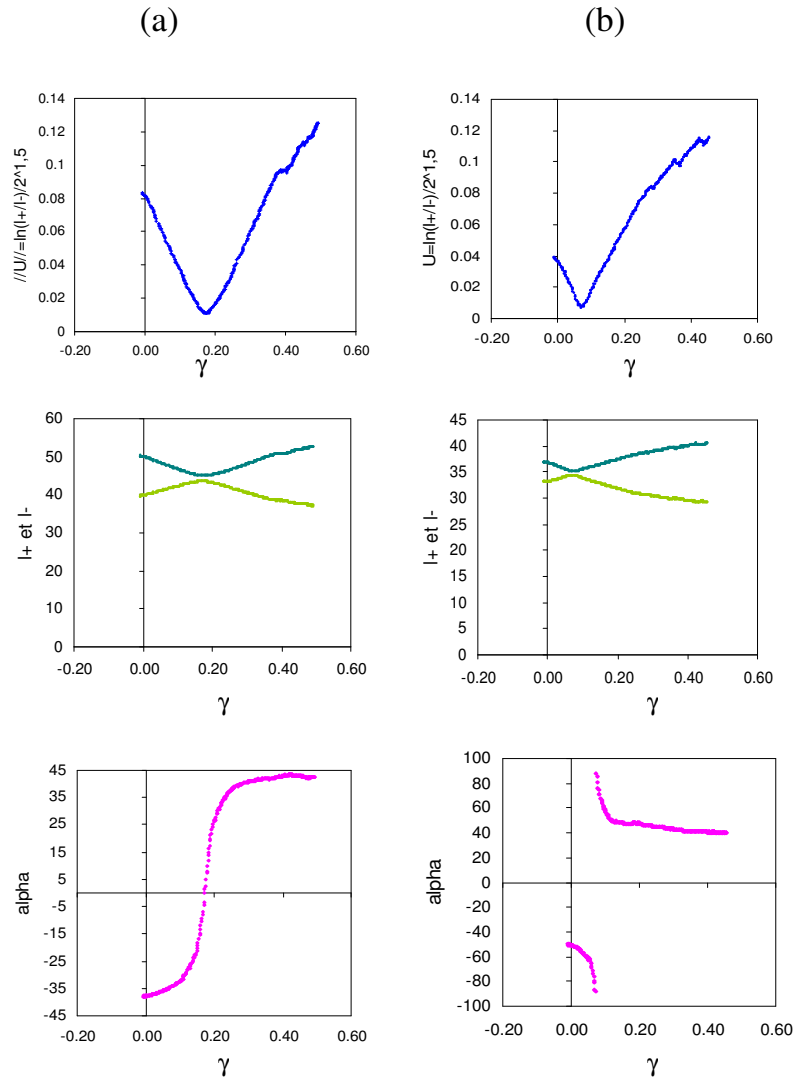


**FIG. 4.10** – Régime élasto-plastique. Evolution d'une mousse plutôt humide. Nombre total des T1s au cours du cisaillement. Nombre total des T1s au cours du cisaillement, ici aussi à  $\gamma=0.37$  on peut voir le passage du régime presque élastique au régime élasto-plastique.

La figure 4.11 présente la variation de la norme et de la direction de la déformation et les valeurs propres des axes de l'ellipse en fonction du cisaillement pour deux mousses différentes.

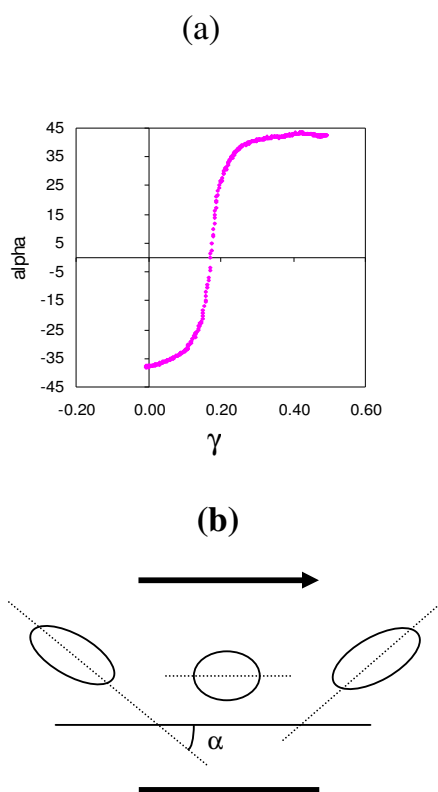
On peut voir que la valeur minimum de la déformation élastique,  $U_{\min}$  correspond à  $\alpha=0^\circ$  pour la mousse présentée sur la figure 4.9.a (figure 4.11.a), et à  $\alpha=90^\circ$  pour celle de la figure 4.9.b (figure 4.11.b). Sur la figure 4.11, on voit aussi deux comportements différents qui viennent de la différence entre la variation de l'angle d'élongation des deux mousses, malgré le comportement similaire de la norme de déformation.

Dans le premier cas (figure 4.12) les bulles sont initialement déformées avec un angle négatif dont la valeur absolue est inférieure à  $45^\circ$  (ici  $38^\circ$ ). On cisaille la mousse,  $U$  va diminuer jusqu'à une valeur minimum qui



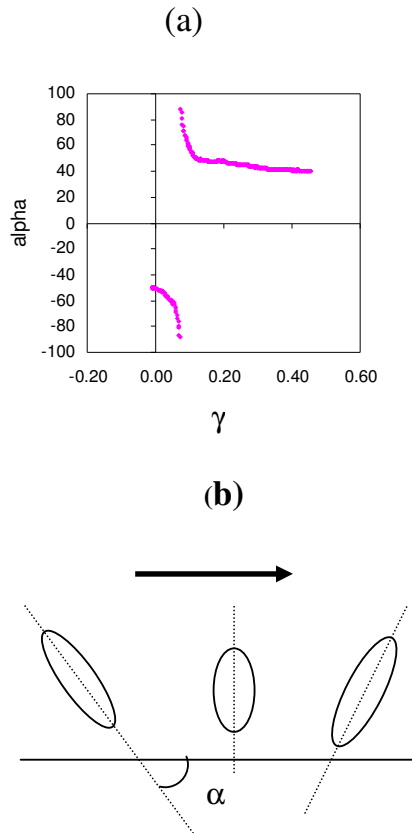
**FIG. 4.11-** Comportement élasto-plastique d'une mousse au cours du cisaillement. En haut : norme de  $\overline{U}$  en fonction de  $\gamma$ ; au milieu : les valeurs propres de la déformation en fonction de  $\gamma$ ; en bas : l'angle de l'élongation en fonction de  $\gamma$ . a) mousse de 4.9.a;  $U_{\min}$  correspond à l'endroit où  $l_+ \approx l_-$  et  $\alpha=0^\circ$  à  $\gamma=0.17$ . b) mousse de 4.9.b;  $U_{\min}$  correspond à l'endroit où  $l_+ \approx l_-$  et  $\alpha=90^\circ$  à  $\gamma=0.08$ .

correspond au cas où les valeurs propres  $l_+$  et  $l_-$  sont plus proches l'une de l'autre (l'ellipse s'approche vers un cercle) et l'angle d'élongation est égal à zéro. En cisillant plus, les bulles continuent à se déformer, cette fois penchées vers la droite avec l'angle  $\alpha$  proche de  $45^\circ$  (ici  $49^\circ$ ). Ce comportement s'appelle mouvement de chenille, il est représenté à la figure 4.12.b.



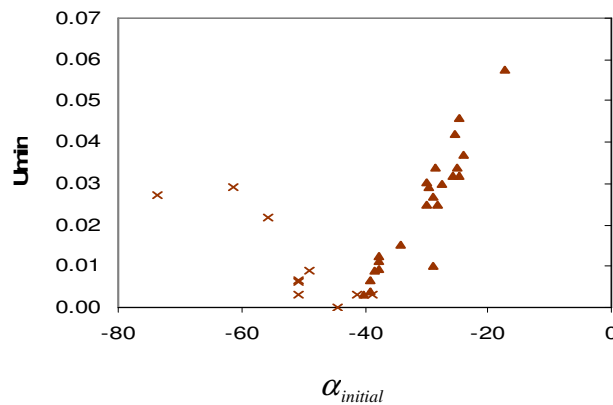
**FIG. 4.12** – Comportement mouvement de chenille défini par rapport à l'orientation initiale de la déformation. a) variations de l'angle d'élongation en fonction de  $\gamma$ . b) le schéma du comportement mouvement de chenille ; l'ellipse représente la définition tensorielle de l'élongation dont la taille correspond à la norme de déformation,  $\alpha$  est l'angle de l'élongation avec l'axe horizontal ;  $\alpha$  initial  $< 45^\circ$  ; déformation minimum à  $\alpha = 0^\circ$  ; la flèche montre la direction du cisaillement.

Dans le deuxième comportement qui s'appelle le mouvement de bascule, les bulles sont penchées d'abord vers la gauche avec un angle dont la valeur absolue est plus de  $45^\circ$ . En cisillant la mousse,  $U$  va diminuer jusqu'à sa valeur minimum et l'angle d'élongation va augmenter vers  $90^\circ$ . Ensuite plus  $U$  augmente, plus  $\alpha$  s'écarte de  $90^\circ$  et décroît vers  $45^\circ$  (figure 4.13).



**FIG. 4.13** - Comportement mouvement de bascule défini par rapport à l'orientation initiale de la déformation. a) variations de l'angle d'élongation en fonction de  $\gamma$ . b) le schéma du comportement mouvement de bascule ; l'ellipse présente la définition tensorielle de l'élongation dont la taille correspond à la norme de déformation.  $\alpha$  : angle de l'élongation avec l'axe horizontale ;  $\alpha$  initial  $> 45^\circ$  ; déformation minimum à  $\alpha = 90^\circ$  ; flèche montre la direction du cisaillement.

La figure 4.14 montre la déformation minimum,  $U_{\min}$  en fonction de l'angle d'élongation initial pour toutes les expériences sur lesquelles on voit un comportement élasto-plastique. On peut distinguer les deux comportements mouvement de chenille et mouvement de bascule.



**FIG. 4.14** – Déformation minimum en fonction de  $\alpha$  initial. Les croix représentent le cas de mouvement de bascule et les triangles ceux de mouvement de chenille. A  $\alpha = -45^\circ$  ici on voit le passage d'un comportement à l'autre.

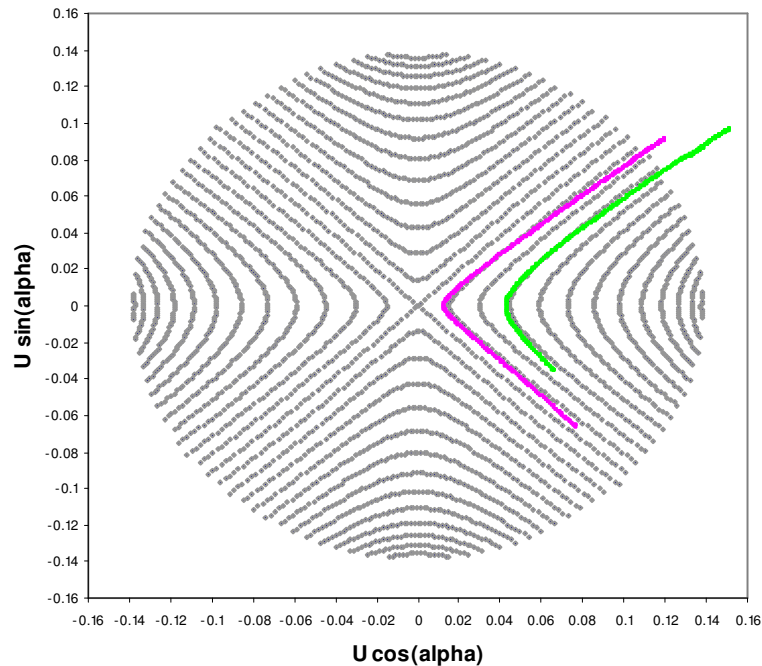
## 4.3 Discussion

Dans cette partie on va comparer nos résultats expérimentaux avec les prédictions des modèles théoriques.

### 4.3.1 Régime élastique

En superposant les données expérimentales de la mousse du régime purement élastique sur les trajectoires propres de la déformation de la mousse élastique (figure 4.2.a), on voit que cette mousse a bien suivi le comportement d'une mousse parfaitement élastique (figure 4.15) prédit par la théorie d'élasticité [C. Raufaste 2007-b].

En ayant un point sur cette courbe d'élasticité qui corresponde à une mousse, on peut prédire son comportement en sachant l'orientation initiale de l'élongation de la déformation de la mousse. Considérons par exemple une mousse dans le quadrant inférieur-droite sur la courbe d'élasticité de la figure 4.15. La déformation de la mousse est pré-orientée vers  $0 < \alpha < -45^\circ$ . Suivant la trajectoire rose, la déformation diminue et les bulles se compriment jusqu'à une valeur minimum de la déformation. Ensuite elles s'allongent suivant la trajectoire rose située dans le quadrant supérieur-droite.



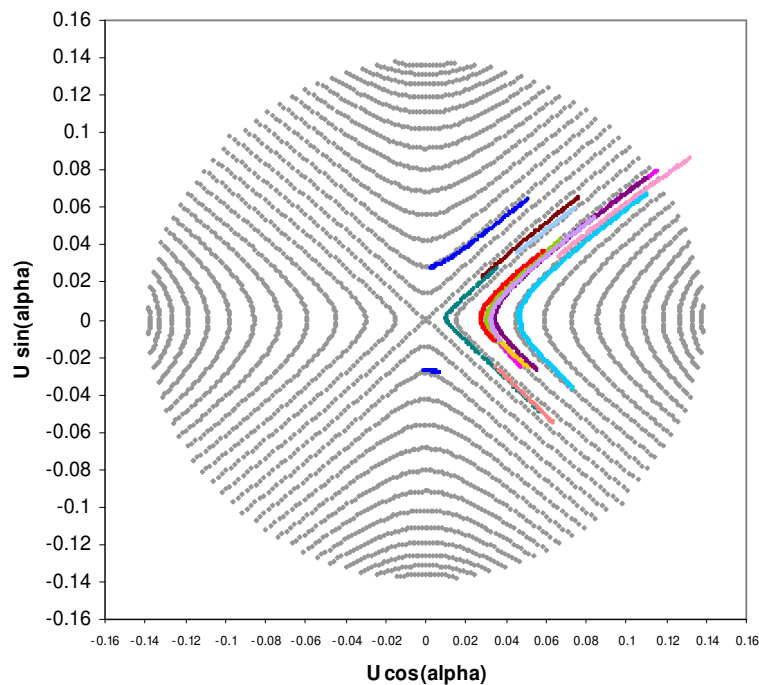
**FIG. 4.15** – Courbe d'élasticité. Traces grises : trajectoires propres théoriques tracées pour  $U=0.13$ . Trait rose : trajectoire propre de la mousse élastique (figure 2.7) non cisillée ; trait vert : trajectoire de la même mousse après 10 périodes de cisaillement.

On a aussi tracé les parties purement élastiques des autres mousses ayant le comportement élasto-plastique (lorsque les parties où on ne voit aucun T1

sont suffisamment longues pour comparer avec la courbe d'élasticité), sur la trajectoire propre de la déformation d'une mousse anisotrope (figure 4.16).

On voit que ces tracés suivent bien la trajectoire propre et les mousses ont un comportement élastique, ce qui confirme le comportement élastique d'une mousse même en présence de T1s.

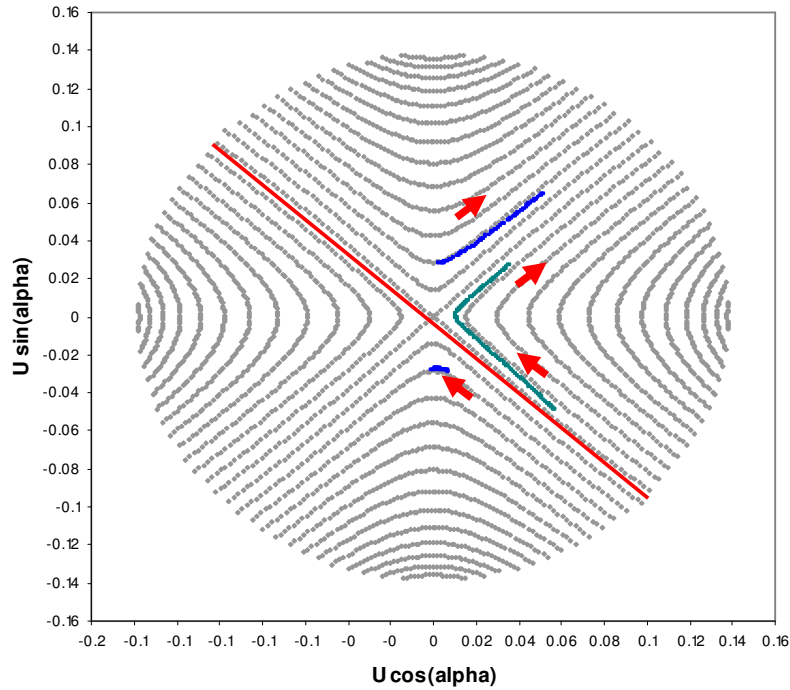
On peut voir aussi les deux comportements "mouvement de chenille" et "mouvement de bascule". Si on part d'une position où les bulles sont allongées avec un angle négatif inférieur à  $45^\circ$  et si on continue à cisailer, les mousses vont s'allonger horizontalement ( $\alpha = 0^\circ$ ), et ensuite se pencher vers  $45^\circ$ , ce qui représente le comportement mouvement de chenille (figure 4.17).



**FIG. 4.16** – Les parties élastiques des mousses dans le régime élasto-plastique sur la courbe théorique d'élasticité. Les différentes couleurs présentent les différentes mousses.



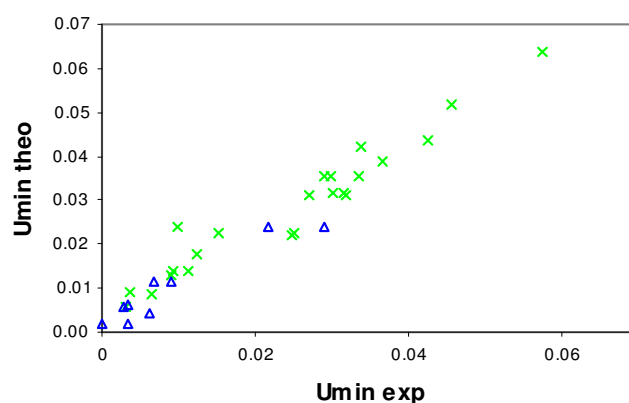
Pour l'autre cas, mouvement de bascule, quand on part d'une déformation initiale avec un angle d'élongation négatif supérieur à  $45^\circ$ , les bulles vont se déformer jusqu'à un état vertical ( $\alpha=90^\circ$ ). En cisillant plus elles s'allongent vers un angle proche de  $45^\circ$  (figure 4.17).



**FIG. 4.17** – Comportements mouvement de chenille et mouvement de bascule sur les courbes théoriques d'élasticité. Le trait rouge représente l'élongation à la limite de  $45^\circ$ , la trajectoire verte commence à l'angle  $|\alpha| < 45^\circ$  qui présente le mouvement de chenille ; la trajectoire bleue présente le mouvement de bascule qui commence à  $|\alpha| > 45^\circ$ . Les flèches montrent la direction de cisaillement.

Pour les deux comportements mouvement de chenille et mouvement de bascule, les trajectoires propres prédisent la déformation minimum de la mousse ( $U_{\min}$ ) sur la courbe d'élasticité, en mettant la déformation et l'élongation initiale ( $U_{\text{int}}, \alpha_{\text{int}}$ ) sur la courbe d'élasticité. Sur la figure 4.18

nous avons comparé la déformation prédite ( $U_{\min}$ ) mesurée pour la courbe d'élasticité avec les ( $U_{\min}$ )s expérimentales (même les mousses non purement élastiques où on voit des T1s). On voit que les mousses sont dans un régime élasto-plastique où les T1s apparaissent, mais on peut décrire le comportement des mousses avec la courbe d'élasticité, comme dans un régime élastique.



**FIG. 4.18** -  $U_{\min}$  théorique prédit sur la courbe théorique d'élasticité en fonction de  $U_{\min}$  expérimental (toutes les expériences, même les mousses non purement élastiques). Les croix montrent les mousses de mouvement de chenille ; les triangles sont celles de mouvement de bascule.

### 4.3.2 Comparaison avec le modèle de Princen

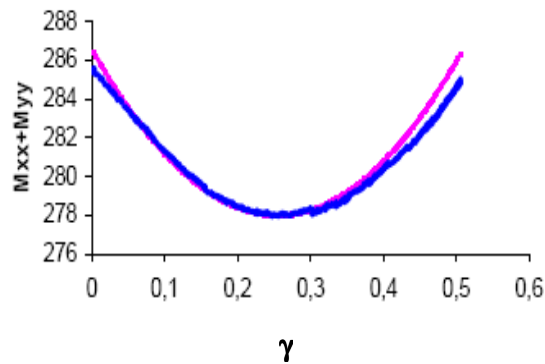
On compare ici notre mousse élastique avec le modèle de Princen [M.H. Princen 1983] des mousses parfaitement ordonnées dont on a parlé en section 4.1.1.

Pour cela on prend la courbe de  $\text{tr}(\overline{\overline{M}})$  qui représente la variation des longueurs des liens de la mousse en fonction du cisaillement imposé.

Par le modèle de Princen, pour une mousse ordonnée dont les bulles sont hexagonales, on a une relation entre la  $\text{tr}(\overline{\overline{M}})$  et  $\gamma$  :

$$M_{xx} + M_{yy} = \left( \frac{3a^2}{2} \right) (2 + \gamma^2) + O(\gamma^3) \quad (4.16)$$

La figure 4.19 représente l'ajustement du calcul de Princen sur la courbe expérimentale de  $M_{xx} + M_{yy}$ . On voit bien que ces deux courbes se superposent avec une constante d'ajustement de 2.3 à la place de 2. Cela indique qu'on peut décrire notre mousse élastique avec le modèle d'élasticité de Princen.



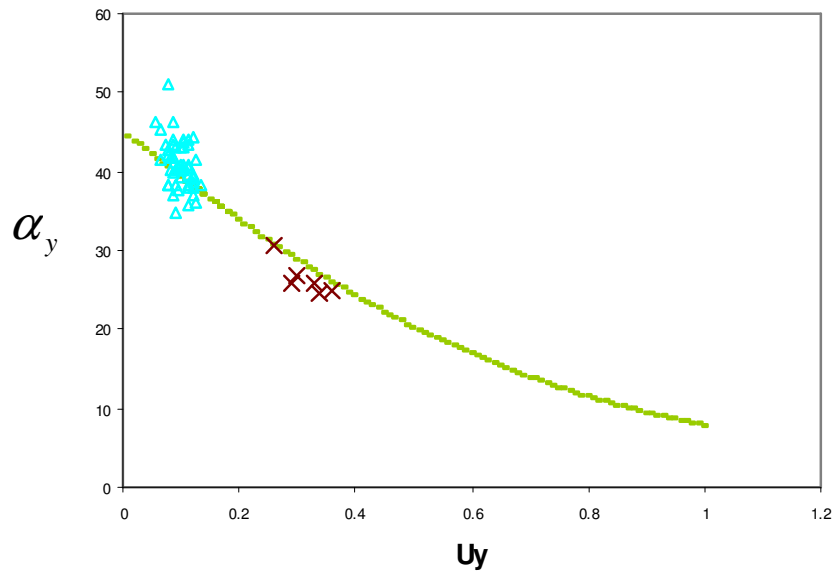
**FIG.4.19** – Mousse purement élastique. En bleu : les données expérimentales ; En rose : l'ajustement avec le modèle de Princen :  $\text{const} (2.3 + \gamma^2)$ .

### 4.3.3 Limite plastique

Ici, on compare nos données expérimentales avec la théorie de la limite de plasticité [C. Raufaste 2007-b] décrite dans la section 4.1.2. La limite plastique est un état stationnaire obtenu à grande déformation imposée. On a alors un équilibre entre la déformation appliquée qui tend à étirer le matériau, et les T1s qui relâchent la déformation. Ce modèle suppose que les T1s relâchent la déformation dans la direction de la déformation elle-même. Nous

avons mis les points expérimentaux correspondants à la déformation saturée,  $U_y$  représente la limite plastique (figure 4.20).

Dans le cas des expériences, le maximum de  $U_y$  atteint est 0.1. On attend, alors une saturation pour un angle proche de  $45^\circ$ , ce qui montre un accord avec les prédictions théoriques.



**FIG. 4.20** – Limite plastique.  $\alpha_y$  : Élongation maximum vers la déformation saturée. Le trait : la théorie de [C. Raufaste 2007-b] ; Les croix sont les simulations fait par S.J. Cox ; les triangles sont les mousses expérimentales.

## 4.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons étudié expérimentalement les prédictions théoriques de la mécanique de la mousse.

Dans le régime purement élastique (4.2.1), les expériences montrent que tant que la déformation reste suffisamment petite (ici  $U \cong 0.01$ ), la mousse s'étire comme dans le régime linéaire. Les études théoriques [C. Raufaste 2007-b] montrent que ce comportement linéaire est limité par un effet de rotation pour  $U > 0.3$ .

Dans un régime élasto-plastique, malgré les T1s qui apparaissent, nous avons un comportement élastique à cause de l'étirement des bulles. Notre étude expérimentale montre les deux comportements mouvement de chenille et mouvement de bascule de la déformation qui viennent de l'orientation initiale de la structure. Elle vérifie les prédictions théoriques [C. Raufaste 2007-b]. Nous avons aussi étudié la variation de la longueur des liens d'une mousse dans un régime purement élastique : elle suit bien le modèle de Princen (4.3.2).

Nos mesures du seuil plastique sont bien en accord avec l'étude théorique de la plasticité.

Dans le chapitre suivant nous allons étudier plus précisément le régime élasto-plastique, et surtout le passage du régime élastique au régime plastique dans le seuil de plasticité.

# Chapitre 5

## Le régime élasto-plastique

Les résultats de ce chapitre, s'ils ouvrent des perspectives intéressantes pour la compréhension intuitive des mousses, correspondent à des expériences très délicates et qui malgré de nombreuses tentatives expérimentales, se sont avérées à la limite d'être significatifs.

### 5.1 Objectif

Dans ce chapitre nous allons étudier une mousse dans un régime élasto-plastique, où nous sommes intéressés à connaître la transition de la mousse à partir d'un état élastique jusqu'au seuil plastique ou le régime saturé. Dans cette étude on utilise le modèle élasto-plastique du pinceau [P. Marmottant 2007]. Pour avoir un modèle plus simple, il propose une méthode scalaire pour les calculs. Il considère une déformation homogène. On est intéressé par la norme de la déformation, et pas par sa direction. Ce modèle propose une proportion plastique pour la mousse, par laquelle on est capable de décrire les propriétés mécaniques de la mousse dans un régime élasto-plastique.

#### 5.1.1 Extrêmes élastique et plastique

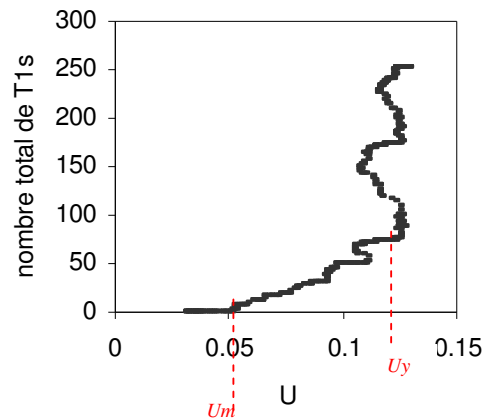
Dans le chapitre précédent, nous avons étudié le régime purement élastique (4.1.1) dans lequel la mousse subit la déformation imposée et on ne voit aucun réarrangement des bulles. C'est une déformation élastique dans la limite des petites déformations.

Dans le régime plastique ou le régime saturé, on a des bulles qui ne résistent plus à la déformation appliquée et la structure évolue par les changements de voisinage entre les bulles,  $T1$ , qui tendent à relâcher la déformation. Il y a un équilibre entre la déformation appliquée et les  $T1$ s ; ce régime est obtenu à grande déformation.

### 5.1.2 Régime transitoire

Dans le cas d'une mousse isotrope avec les bulles parfaitement hexagonales [H.M. Princen 1983], on est dans un régime élastique ; plus on augmente la déformation appliquée sur les bulles, plus elles se déforment et on ne voit quasiment pas de T1 jusqu'à une certaine valeur de la déformation.

On considère le cas général d'une mousse anisotrope. Dans la limite des petites déformations, on est dans un régime élastique où les bulles se déforment sous le cisaillement. On s'attend à ne pas voir de T1 jusqu'à une valeur de  $U_m$  où le matériau ne résiste plus, et le premier T1 apparaît [M. Denin 2004, P. Marmottant 2007]. A partir de cette valeur de déformation on est dans un régime élasto-plastique dans lequel on voit des T1s, mais on est quand même capable de décrire la mousse par une description élastique (4.3.1). Ensuite plus on cisaille, plus on s'approche du seuil de plasticité  $U = U_y$  où la déformation sature (figure 5.1).



**FIG. 5.1-** Le régime élasto-plastique. Courbe expérimentale du nombre total des T1s en fonction de la déformation élastique d'une mousse monomodale initialement anisotrope. Entre  $0 < U < U_m$  la mousse a un comportement élastique. À  $U = U_m$ , les premiers T1 apparaissent.  $U = U_y$ , c'est la valeur de la saturation de la déformation, ou le seuil plastique.  $U_m < U < U_y$ , représente le régime élasto-plastique.

Moins la mousse est abrupte, plus  $U_m$  décroît ; c'est-à-dire qu'on voit les T1s, dès qu'on commence à cisailer. Le régime plastique d'une mousse ( $U > U_y$ ) est connu, ainsi que l'état élastique ( $U < U_m$ ) qui est déjà étudié par les modèles existants d'élasticité, capables d'écrire un module élastique pour la mousse [L.D. Landau 1989].

On souhaite maintenant caractériser le régime transitoire entre les deux limites élastique et plastique ( $U_m < U < U_y$ ), et pouvoir le décrire par un modèle.

Parmi les différents modèles, nous présentons ici, le modèle phénoménologique du pinceau [P. Marmottant 2007] qui décrit le régime élasto-plastique d'une mousse (1.4.2). Dans le cas général, le taux de la déformation imposée,  $\dot{\gamma}$  est partagé entre la déformation élastique et le taux de déformation plastique :

$$\dot{\gamma} = \frac{dU}{dt} + \dot{\gamma}_p \quad (5.1)$$

Dans un régime purement élastique où il n'y a pas de T1, toute la déformation imposée est égale à la déformation élastique des bulles :

$$\dot{\gamma}_p = 0 \quad \text{et} \quad \dot{\gamma} = \frac{dU}{dt} \quad (5.2)$$

Dans le régime saturé on a au contraire tout en déformation plastique :

$$\frac{dU}{dt} = 0 \quad \Rightarrow \quad \dot{\gamma} = \dot{\gamma}_p \quad (5.3)$$

Dans le régime transitoire on cherche à savoir comment ce cisaillement est distribué entre les déformations élastique et plastique. La définition de la déformation plastique,  $\gamma_p$  est basée sur le taux de T1s. Dans ce modèle [P. Marmottant 2007], il est proposé une équation de plasticité :

$$\dot{\gamma}_p = h(U)H(U\dot{\gamma})\dot{\gamma} \quad (5.4)$$



La fonction de  $H$  a une valeur de 1 quand  $U$  et  $\dot{\gamma}$  sont dans le même sens. On considère que les T1s vont avoir lieu quand la déformation élastique est dans la direction du cisaillement.

En ce cas l'équation 5.4 se simplifie :

$$\dot{\gamma}_p = h(U)\dot{\gamma} \quad (5.5)$$

$h(U)$  est la proportion de plasticité du matériau. La donnée de  $h(U)$  permet de prévoir  $\dot{\gamma}_p$  et inversement, la mesure de  $\dot{\gamma}_p$  permet de connaître  $h(U)$ .

## 5.2 Méthodologie

Dans cette partie nous présentons la méthode et les calculs que nous avons faits par rapport au modèle élasto-plastique du pinceau [P. Marmottant 2007].

### 5.2.1 Notion d'abruptance

Dans cette partie on présente qualitativement les quantités qui sont utilisées dans la suite pour l'étude de la rhéologie de la mousse dans le régime transitoire.

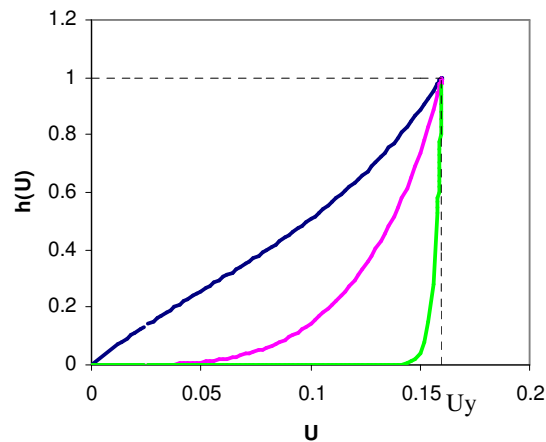
On considère une mousse parfaitement ordonnée avec des bulles hexagonales [H.M. Princen 1983]. Plus on tire les bulles, plus elles se déforment sans apparition de T1 jusqu'à une certaine déformation,  $U = U_y$ , à partir de laquelle les T1s apparaissent. C'est une mousse dure et abrupte (figure 5.2). Une mousse désordonnée est molle et moins abrupte, car en cisillant la mousse, les T1s apparaissent progressivement. C'est-à-dire que les désordres d'une mousse peuvent influencer l'abruptance.

D'un autre côté, plus une mousse est sèche, plus elle est abrupte et plus les T1s ont lieu tardivement ; cela montre le rôle de la fraction liquide sur l'abruptance de la mousse. Quand la mousse est sèche, les films qui séparent les bulles sont très fins ; les bulles ont en commun des grands côtés. Dans une mousse humide les films sont plus épais, les bulles sont plus rondes, et les côtés de chaque bulle deviennent plus petits. En imposant une petite déformation, les bulles bougent plus facilement les unes par rapport aux autres et on peut voir les T1s progressivement dès le début. C'est ce qui nous suggère de réaliser une étude plus précise sur la longueur des côtés.

### 5.2.2 Méthode et calcul

Dans les plupart des expériences, il est difficile de trouver  $h(U)$  à partir de  $\dot{\gamma}_p$ , car celui-ci qui est mesuré par le taux des T1s est très bruité [P. Marmottant 2008]. Nous prenons l'approche inverse : nous proposons une ou plusieurs fonctions pour  $h(U)$  et nous regardons si la  $\dot{\gamma}_p$  qui en découle permet de rendre compte des expériences.

La figure (5.2) présente schématiquement plusieurs fonctions de la proportion  $h$  de plasticité en fonction de la déformation. A  $U = U_y$  on a la limite saturée ou le régime plastique pour lequel  $h = 1$ . La forme de  $h$  entre ces deux limites, pour les différentes mousses, peut varier et on cherche ce qui dirige cette transition entre le régime élastique et le régime plastique.



**FIG.5.2-** Exemple de courbes schématiques de la proportion plastique pour différentes mousses. Le trait vert représenterait le comportement d'une mousse très abrupte ( $m=50$ ) dans laquelle les T1s apparaissent tardivement. Le trait rose correspondrait à une transition moins abrupte ( $m=4$ ) ; Le trait bleu correspondrait à une mousse progressive ( $m=1$ ).

Pour relier la plasticité au nombre de T1s, on considère que le nombre total de T1s est proportionnel au nombre total des bulles. Quand on passe de

$\theta = -30^\circ$  à  $\theta = +30^\circ$  (i.e.  $\gamma = 2/\sqrt{3}$ ). On va avoir  $l \times N$  T1s. On a donc :  
 nombre de T1s  $\approx \frac{N}{\sqrt{3}} \gamma$  donc :

$$\dot{T}_1 \approx \frac{N}{\sqrt{3}} \dot{\gamma}_p \quad (5.8)$$

où  $N$  est le nombre total des bulles. Comme déjà indiqué, la courbe expérimentale de  $\dot{T}_1 = f(U)$  est très bruitée ; donc on prend son intégrale c'est-à-dire la courbe de  $T_1 = f(U)$ . Alors il faut calculer  $T_1 = f(U)$  théoriquement, pour pouvoir le comparer avec les courbes expérimentales. Donc on intègre le  $\dot{T}_1$  théorique par rapport au temps :

$$T_1(t) = \int_0^t \dot{T}_1(t) dt = \int_0^t \frac{N}{\sqrt{3}} \dot{\gamma}_p(t) dt = \int_0^t \frac{N}{\sqrt{3}} \dot{\gamma} h(U(t)) dt \quad (5.9)$$

On a dans nos expériences :

$$\dot{\gamma} = \text{const} \quad (5.10)$$

Les études précédentes montrent qu'une fonction en puissance de  $h(U)$  est bien en accord avec les résultats expérimentaux et numériques [E. Janiaud 2006, P. Marmottant 2007, C. Raufaste 2007-b], mais c'est une forme difficile à intégrer. Alors nous avons proposé arbitrairement une forme de fonction (eq. 5.11) qui intègre facilement l'équation différentielle 5.9.

$$h(U) = \frac{\left(\frac{U}{U_y}\right)^m}{1 - \left(\frac{U}{U_y}\right)^{m+1} + \left(\frac{U}{U_y}\right)^m} \quad (5.11)$$

En mettant  $h(U)$  dans l'équation (5.9) et en prenant l'intégrale, on a :

$$T1(t) = T1_{\text{int}} - \frac{N}{\sqrt{3}} \frac{U_y}{m+1} \ln \left( 1 - \left( \frac{U}{U_y} \right)^{m+1} \right) \quad (5.12)$$

Où  $T1_{\text{int}}$  est une constante additive dont la signification est expliquée au paragraphe suivant.

Plus  $m$  augmente, plus les T1s apparaissent tardivement, et on s'approche à la limite d'une mousse abrupte. Dans les parties suivantes, on cherche à établir des corrélations entre  $m$  et les paramètres pertinents qui décrivent la mousse.

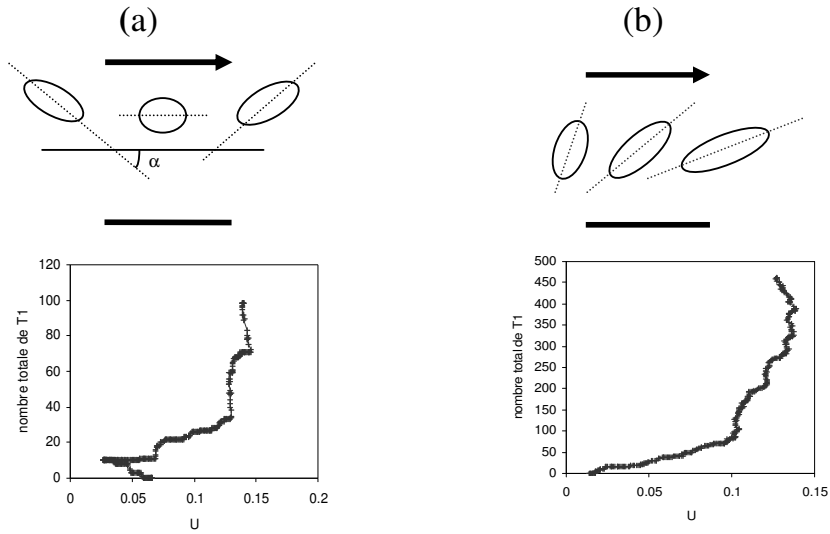
### 5.2.3 Protocole

On prend les courbes expérimentales de nombre total des T1s au cours du cisaillement, en fonction de la norme de déformation. On essaie de superposer la courbe théorique avec cette courbe expérimentale, en déterminant les paramètres suivants :  $m, U_y, T1_{\text{int}}$ . Pour avoir une bonne superposition nous avons établi le protocole suivant :

-  $T1_{\text{int}}$

Ici  $T1_{\text{int}}$  est un paramètre d'offset qui décale la courbe. Dans certaines expériences où l'angle d'élongation initial est inférieur à zéro ( $\alpha_{\text{initial}} < 0$ ) (voir la section 4.2.2) on voit que d'abord  $U$  diminue jusqu'à une valeur minimum, à partir de laquelle elle augmente suivant le cisaillement (figure 5.3.a). le fait que  $U_{\text{min}}$  ne soit pas nul est à la nature tensorielle de la déformation.

Dans les autres expériences ( $\alpha_{\text{initial}} > 0$ ), dès qu'on commence à cisailier la mousse, la déformation  $U$  augmente progressivement, ainsi que les T1s (figure 5.3.b). Pour avoir un bon ajustement, surtout sur les expériences sur lesquelles il y a un minimum de  $U$ , on rend compte des T1s à partir de la déformation minimum. C'est-à-dire que la valeur de  $T1_{\text{int}}$  correspond à la valeur de T1 en  $U = U_{\text{min}}$ .

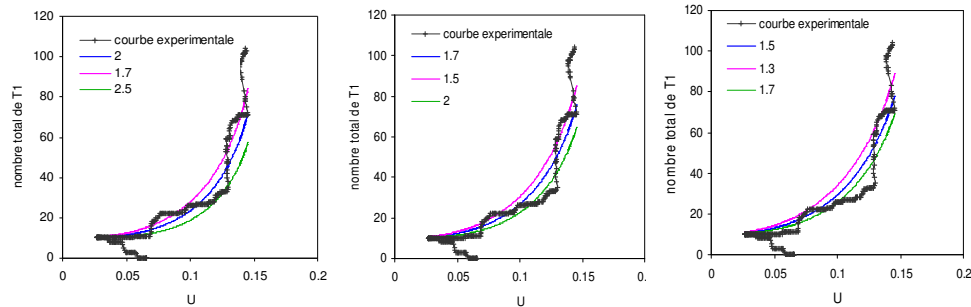


**FIG.5.3** – Détermination de T1 initial. a)  $U$  diminue jusqu'à  $U_{min} = 0.03$  puis elle augmente suivant le cisaillement : le T1 initial est égal à 10, qui correspond à  $U_{min}$ . b) La déformation augmente progressivement en cisillant la mousse, la valeur de T1 initial est égale à zéro.

### - $U_y$

Dans les plupart des expériences, nous ne voyons pas clairement la saturation de la déformation (section 2.1.5). Il y a une incertitude pour mesurer la valeur précise de  $U_y$  (figure 5.4). Donc nous avons essayé différentes valeurs de  $U_y$  : une qui donne presque un bon ajustement (qui passe au milieu de la courbe) et deux autres valeurs aux extrêmes, qui donnent les barres d'erreur de  $U_y$ .

En utilisant le réducteur, on a augmenté la gamme du cisaillement. On a ainsi mieux vu la saturation de la déformation. C'est donc plus facile de déterminer une valeur précise pour  $U_y$  (figure 5.5).

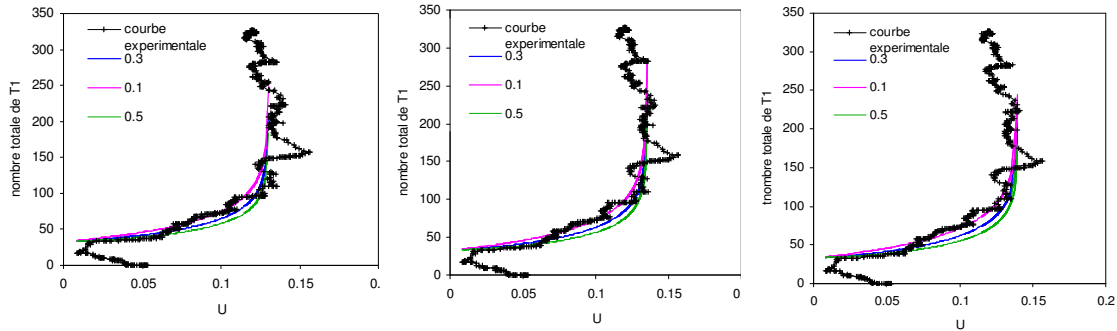


**FIG. 5.4-** Détermination de  $U_y$  et  $m$  quand la saturation est mal visible. Trait noir : courbe expérimentale de  $T1(U)$  d'une mousse bimodale cisailée. Trait bleu : ajustement par l'équation 5.12 avec un  $m$  qui fait passer la courbe au milieu de la courbe expérimentale. Traits vert et rose : présentent valeurs extrêmes de  $m$ . Les trois différents graphes représentent les trois différentes valeurs de  $U_y$  : à gauche  $U_y=0.165$  ; au milieu,  $U_y=0.17$  ; à droite,  $U_y=0.175$ . Pour cette mousse les valeurs mesurées de  $U_y$  et  $m$  sont 0.17 et 1.7 respectivement. Les valeurs de  $m$  des traits rose et vert correspondent aux barres d'erreur de  $m$ .

### - $m$

L'autre paramètre ajustable, c'est  $m$ . Pour chaque  $U_y$  choisi, on essaie trois différentes valeurs de  $m$  ; une qui passe au milieu et les deux autres aux extrêmes de la courbe, pour déterminer les barres d'erreur de  $m$  (figures 5.4, 5.5). Les valeurs choisies pour  $m$  dépendent de  $U_y$  donc les deux doivent être ajustés simultanément.

Il y a aussi des mousses pour lesquelles il est difficile de trouver un bon ajustement. C'est plutôt le cas des mousses très humides.



**FIG. 5.5** – Détermination de  $U_y$  et  $m$  sur une mousse avec une déformation bien saturée. C'est une mousse bimodale et brute qui est cisailée en présence du réducteur. Trait noir : courbe expérimentale. Les traits bleu, rose et vert sont les superpositions de  $h$  avec un  $m$  qui passe au milieu et aux extrêmes de la courbe expérimentale respectivement. Le graphe de gauche est tracé pour  $U_y=0.13$ , celui du milieu pour  $U_y=0.135$  et celui de droite pour  $U_y=0.14$ . Les valeurs mesurées de  $U_y$  et  $m$  sont respectivement : 0.135 et 0.3.

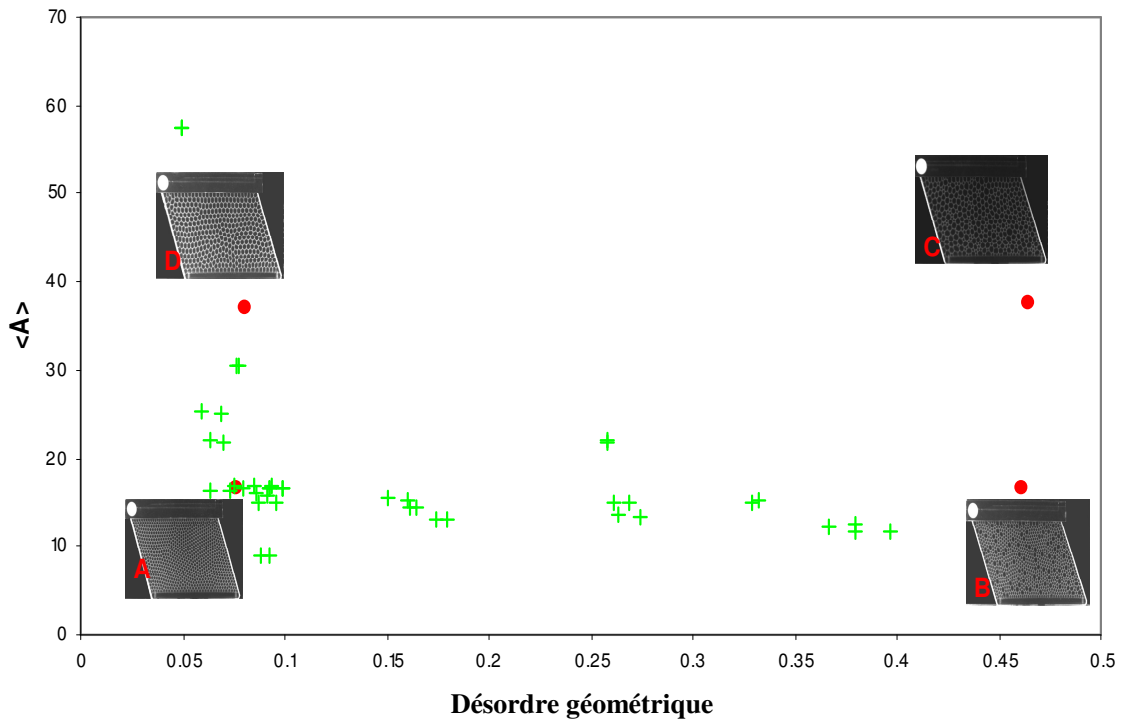
## 5.3 Résultats et discussion

Ici nous présentons nos résultats expérimentaux et les comparons avec le modèle élasto-plastique du pinceau [P. Marmottant 2007], qui a défini une proportion plastique pour caractériser la transition élasto-plastique de la mousse. Dans notre calcul théorique nous avons présenté le paramètre  $m$  (eq. 5.11). Nous avons aussi défini l'abruptance de la mousse comme une fonction des paramètres caractéristiques de la mousse : la fraction liquide et les désordres topologique et géométrique. Plus une mousse est abrupte, plus on attend une grande valeur pour  $m$ .

### 5.3.1 Récapitulation des expériences

Pour pouvoir étudier précisément l'effet des différents paramètres caractéristiques de la mousse sur l'abruptance, on a essayé de faire des expériences en variant seulement un paramètre caractéristique de la mousse et en gardant constant les autres. Pour cette raison, nous avons fait quatre

nouvelles expériences en utilisant le réducteur, ce qui permet d'avoir une saturation de la déformation (section 2.1.5 et figure 5.5). La figure (5.6) présente le diagramme de toutes les expériences, sur lequel on peut distinguer les 4 nouvelles expériences.



**FIG. 5.6** – Diagramme des différentes expériences de cisaillement. Les croix vertes représentent les différentes mousses cisillées. Les 4 points rouges sont les 4 expériences propres faites avec le réducteur aux valeurs extrêmes de désordres géométrique qu'on peut obtenir. Les points **A** et **D** sont à la limite des mousses monomodales (N total des bulles : 878 pour **A** et 413 pour **D**). Les points **B** et **C** correspondent aux mousses bimodales (N total de **B**= 848 et N total de **C**=445).

Les points **A** et **D** correspondent aux mousses monomodales (avec seulement une taille de bulle) à la limite du faible désordre géométrique. Les mousses



aux points **B** et **C** sont des mousses bimodales avec le maximum possible de désordre géométrique. Ces quatre mousses sont préparées à la hauteur de référence  $H=3.1\text{mm}$ , comme pour les plupart des mousses. Sur le diagramme on peut voir que la plupart des expériences sont autour du point **A**, ce qui permet d'étudier l'effet de seulement un paramètre sur  $m$ . Ces expériences sont des mousses avec la même aire moyenne des bulles et la même valeur de désordre géométrique  $\Delta A/\langle A \rangle$ ; le seul paramètre qui varie, c'est  $\Delta n/\langle n \rangle$  en respectant  $H$  constant.

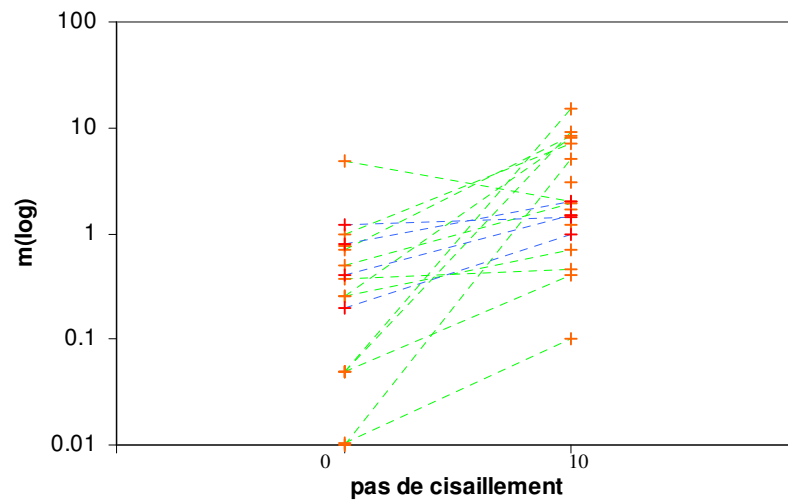
### 5.3.2 Effet du cisaillement

Nous filmons la mousse en la cisillant de sa position initiale jusqu'à la limite droite de la cuve, juste après l'avoir préparée. On mesure sur ce film le  $m$  de la mousse brute puis on la cisaille jusqu'à dix périodes aller-retour (entre les limites gauche et droite de la cuve). Ensuite on filme le 11ième aller à partir de la position initiale jusqu'à la limite droite, ce qui donne le comportement de la mousse cisillée. On a vu au chapitre 3 l'effet du cisaillement sur les désordres géométrique et topologique. Afin d'étudier l'effet du cisaillement sur  $m$ , la figure 5.7 montre que  $m$  augmente sous l'effet du cisaillement.

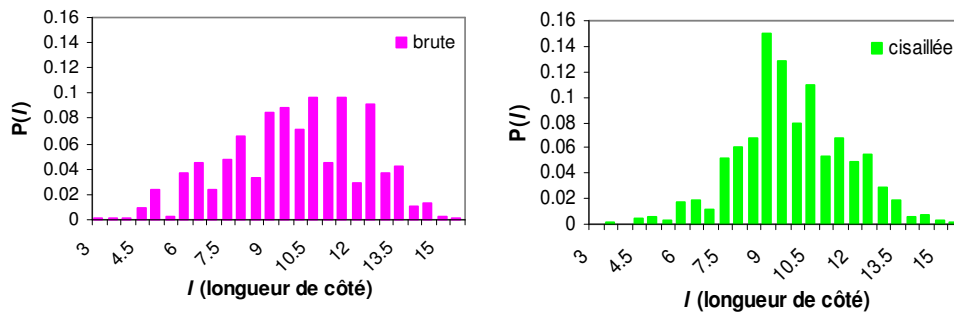
Nous nous sommes également intéressés à la distribution de la longueur des côtés, dont on sent intuitivement que c'est également une caractéristique liée au désordre. Plus précisément, si on considère une mousse parfaitement ordonnée avec des bulles toutes hexagonales, on va voir que tous les côtés des bulles sont de la même taille. Dès qu'on s'éloigne de la limite de la mousse idéale, par exemple dans une mousse brute juste après la préparation on s'attend à voir un désordre.

C'est-ce qu'on observe expérimentalement.

Si on regarde sur les histogrammes on voit que le cisaillement rend effectivement plus étroite la distribution des longueurs de côtés : les petits côtés (correspondant à deux vertex déjà proches) et les grands côtés (correspondant à des bulles proches de leur élongation maximum) ont disparu au cours des T1s. (figure 5.8).



**FIG.5.7-** Effet du cisaillement sur  $m$ . Les points rouges sont des valeurs de  $m$  des mousses brute et cisailée de chaque expérience, reliées avec les traits pointillés (vert). Les traits bleus relient les mousses brute et cisailée des expériences **A, B, C, D**.



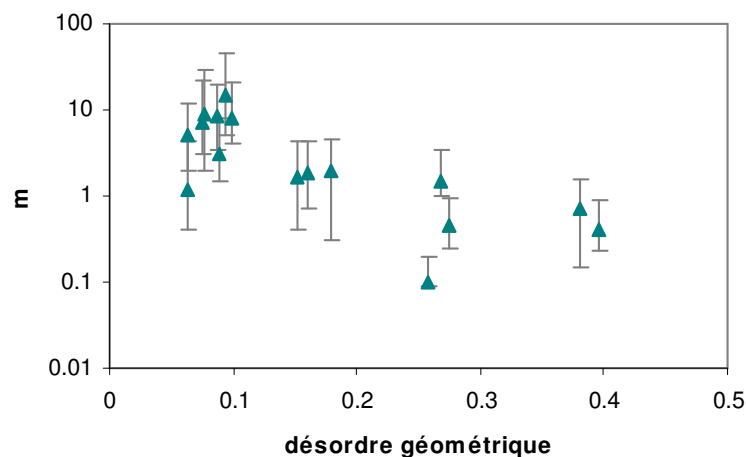
**FIG.5.8-** Histogramme de la longueur de côté. A gauche c'est une mousse brute et à droite c'est une mousse cisailée après 10 périodes de cisaillement. On voit que sous l'effet du cisaillement la distribution de la longueur de côté devient plus concentrée sur une valeur centrale.

### 5.3.3 Effet des désordres géométrique et topologique

Pour savoir ce qui détermine  $m$  et quelle est la raison de son augmentation en cisillant la mousse, nous avons étudié l'effet de différents paramètres sur  $m$ .

#### -désordre géométrique

La figure (5.9) représente  $m$  en fonction du désordre géométrique de la mousse. Pour des mousses cisillées on peut voir une légère corrélation entre ces deux paramètres. Plus la mousse est monodisperse, plus elle est ordonnée (topologiquement et géométriquement, voir section 3.3) et plus on voit les T1s tardivement. Elle est donc plus abrupte ( $m$  grand) pour les mousses plus monodisperses. Cette corrélation est beaucoup moins nette sur les mousses brutes, où le désordre géométrique n'est pas un indicateur d'ordre suffisant (cf. section 3.3).

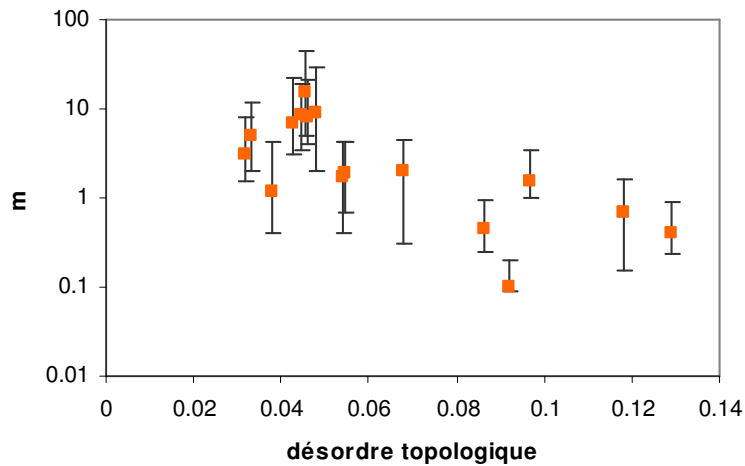


**FIG. 5.9-** Le paramètre  $m$  en fonction du désordre géométrique ( $m$  en logarithme). Triangles : mousses cisillées (après 10 périodes du cisaillement).

#### -désordre topologique

La figure 5.10 présente l'effet du désordre topologique sur  $m$ . Dans un premier temps on voit que  $m$  diminue légèrement avec le désordre topologique de la mousse. En regardant les figures 5.9 et 5.10, il apparaît que plus les

désordres géométrique et topologique dans la mousse augmentent, plus  $m$  diminue. Mais si on regarde plus précisément, on peut remarquer que sous l'effet du cisaillement, le comportement de désordre topologique pour les mousses monomodale et bimodale est différent (c'est ce que nous avons vu dans le chapitre 3.). Pour les mousses monomodales, en cisillant la mousse, le désordre topologique diminue et la mousse devient plus ordonnée au niveau topologique. Au contraire, on augmente le désordre topologique d'une mousse bimodale (ou polydisperse) en la cisillant. Donc les désordres géométrique et topologique ont un effet, mais ce n'est pas l'effet le plus déterminant. On cherche alors à aller plus loin et pour ça nous avons défini la longueur des côtés dans le chapitre 3 et dans la section suivante on étudie l'effet de longueur des côtés sur l'abruptance de la mousse.



**FIG. 5.10-** Effet du désordre topologique sur  $m$  ( $m$  en logarithme). Carrés : mousses cisillées (après 10 périodes du cisaillement).

### 5.3.4 Effet des longueurs des côtés

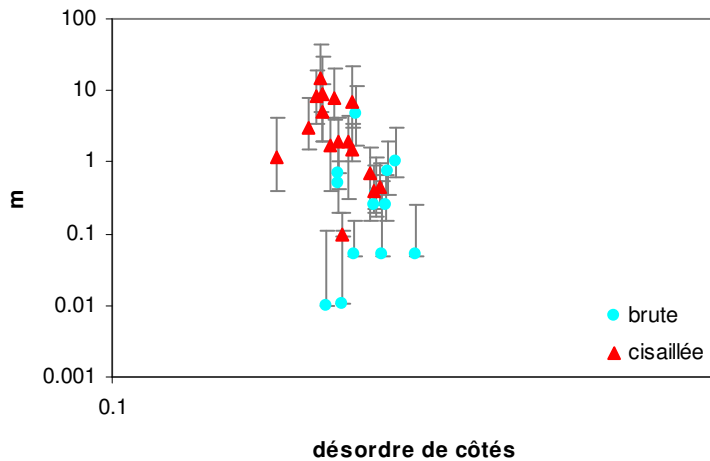
#### -Longueur coupure $l_c$

Dans les chapitres précédents nous avons remarqué le rôle significatif de la longueur des côtés sur le comportement mécanique de la mousse. Nous avons vu que l'apparition des T1s va avoir lieu au moment où deux vertex voisins se

rapprochent, Plus précisément, quand la longueur du côté reliant ces deux vertex, prend une valeur minimum (qu'on appelle  $l_c$ ), les bulles communes à ce côté changent de voisines [C. Raufaste 2007-b]. Plus la longueur de côté devient petite, plus le réarrangement topologique est facile. Puisque dans une mousse, les côtés couvrent toute une gamme de longueur, et que la mesure de  $l_c$  est difficile (section 1.3.2), nous avons défini le désordre de côtés comme un indice qui permet d'étudier l'effet de la longueur de côtés sur la rhéologie de la mousse.

### -Abruptance et désordre de côtés

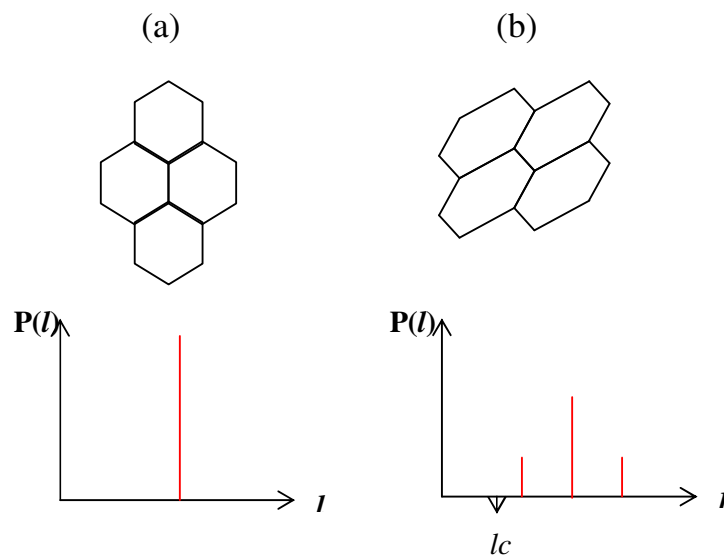
Sur la figure 5.11 on peut voir un effet plus significatif de désordre de côtés sur l'abruptance de la mousse par rapport aux désordres géométrique et topologique.



**FIG.5.11-** Effet du désordre de côtés sur  $m$  (log-log). Les points bleus représentent les mousses brutes, et les points rouges correspondent aux mousses cisillées.

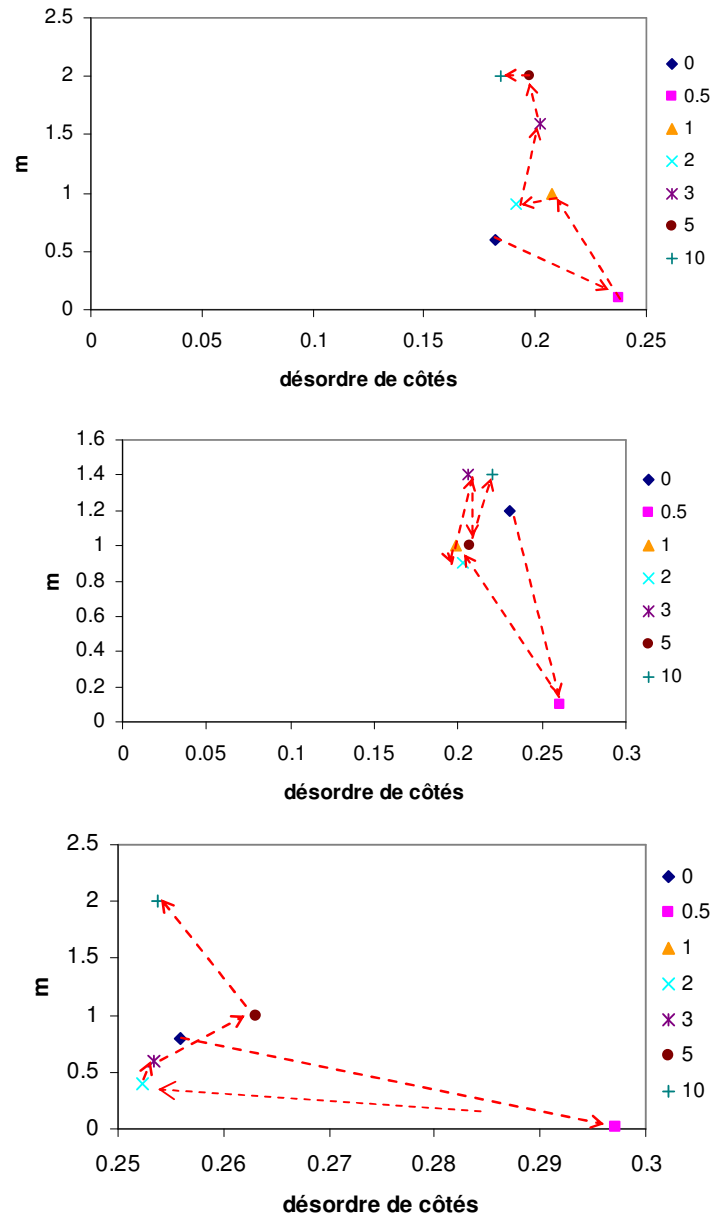
Plus le désordre des côtés augmente plus  $m$  diminue. Quand  $\Delta l / \langle l \rangle$  augmente il y a plus de liens de longueurs proches de  $l_c$ , dont la longueur (selon l'orientation) peut diminuer au cours du cisaillement. Considérons une mousse parfaitement ordonnée avec des bulles toutes hexagonales. Dans ce cas tous les côtés sont de la même taille (figure 5.12-a). En cisillant la mousse,

les bulles sont étirées dans une direction et compressées dans l'autre direction. Alors la longueur des côtés qui sont orientés vers la direction de l'étirement va augmenter et la longueur des côtés orientés dans l'autre direction va diminuer. Il y a aussi des côtés qui ne sont pas orientés vers la direction du cisaillement et donc ne changent pas leurs longueurs. Si on trace l'histogramme de la longueur des côtés on va voir 3 différentes longueurs pour les côtés qui s'approchent de la longueur de coupure  $l_c$  (figure 5.12-b).



**FIG.5.12-** schéma de la longueur des côtés au cours du cisaillement. a) mousse parfaitement ordonnée dont les côtés sont de la même longueur. b) mousse ordonnée au cours du cisaillement : les côtés sont de différentes longueurs selon leur orientation vers le cisaillement.

Pour pouvoir étudier plus précisément l'effet du désordre de côtés sur l'abruptance de la mousse, nous avons étudié cet effet au cours du cisaillement sur les mousses. Pour cela nous avons étudié l'effet du désordre de côtés sur  $m$  pour les expériences **A**, **B** et **D** du paragraphe 3.2 au cours du cisaillement (figure 5.13).



**FIG.5.13-** Effet du cisaillement sur le désordre de côtés et sur  $m$ . Chaque point correspond à une période du cisaillement. En haut : mousse **A** ; en bas : mousse **D**.

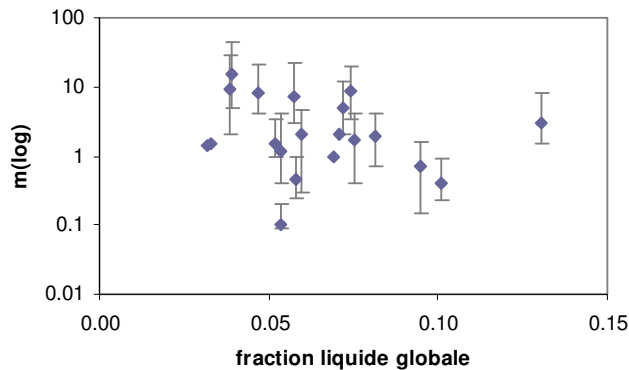
On voit qu'elles se comportent de la même manière. Dans le premier demi cycle du cisaillement, quand la mousse est cisailée à partir de l'état initial jusqu'à la limite droite de la cuve, on a vu que le désordre de côtés augmente par l'élongation des côtés sous l'effet du cisaillement (figure 3.9) que les T1s ne peuvent pas relaxer entièrement. Cet étalement des longueurs correspond bien à une diminution de  $m$  suivie d'une augmentation qui sature lorsque  $\Delta l / \langle l \rangle$  diminue vers le plateau (relaxation de l'élongation).

Ensuite on a une augmentation de  $m$  au cours du cisaillement. Car en cisillant plus, le désordre de côtés diminue et la mousse devient plus ordonnée.

### 5.3.5 Effet de la fraction liquide

Plus la fraction liquide de la mousse est faible, plus la mousse devient abrupte. Il y a deux paramètres caractéristiques de la mousse qui affectent la fraction liquide :  $\langle A \rangle$  l'aire moyenne et  $H$  l'épaisseur de la mousse. Plus  $\langle A \rangle$  est grande, plus les bulles sont polygonales avec des parois plus fines. Cet effet diminue l'humidité de la mousse. D'autre part quand l'épaisseur de la mousse diminue en gardant la même  $\langle A \rangle$ , la mousse devient plus humide le volume des bulles ne change pas (figure 2.7). Nous avons proposé à la section 2.1.3 une expression pour la fraction liquide effective pour les mousses 2D dans les systèmes eau-verre (eq. 2.4).

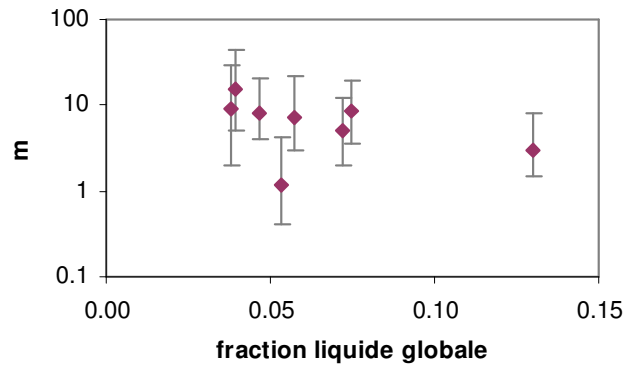
La figure (5.14) représente le paramètre  $m$  en fonction de  $\varphi$  qui est la fraction liquide globale de la mousse définie à la section 2.1.3.



**FIG. 5.14** – Effet de la fraction liquide sur  $m$ . On voit que  $m$  décroît avec la fraction liquide effective globale calculée selon (eq.2.4).



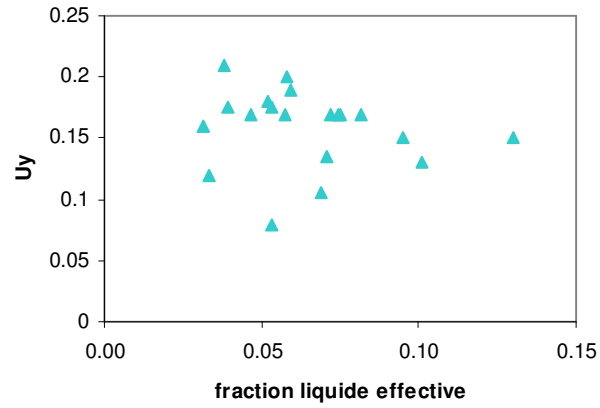
En comparant les figures (5.9), (5.10), (5.11) et (5.14) on voit qu'il est difficile de dégager une tendance. Si on considère seulement les mousses monodisperses (figure 5.15) on voit que le rôle de la fraction liquide est beaucoup plus faible que celui du désordre. Donc  $m$  est plus sensible aux désordres de la mousse, et surtout au désordre des côtés qu'à la fraction liquide.



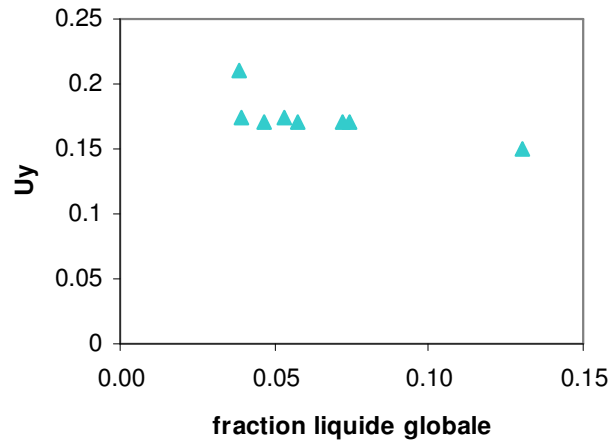
**FIG. 5.15-** Effet de la fraction liquide sur  $m$  des mousses monodisperses. On voit une tendance très faible entre l'abruptance et la fraction liquide.

On a aussi tracé le  $U_y$  en fonction de  $\varphi$  (figure 5.16). Cette figure suggère que  $U_y$  est sensible à la fraction liquide de la mousse [P. Marmottant 2008, C. Raufaste 2007-a ,b]. Cet effet est plus net lorsqu'on ne considère que les expériences monodisperses afin de s'affranchir de l'effet du désordre géométrique (figure 5.17). Afin de comparer toutes les expériences, il serait nécessaire de faire des mesures à plus grand  $\gamma$  car notre détermination de  $U_y$  par les ajustements reste très bruitée.

On peut aussi voir que dans les limites des mousses sèches, la déformation élastique de la mousse sature à des valeurs plus élevées ; au contraire la valeur de la déformation saturée pour les mousse dont  $\varphi$  est grand (mousses humides), est faible.



**FIG.5.16** – Effet de la fraction liquide sur  $U_y$  tracé pour les mousses cisailées.



**FIG.5.17** – Effet de la fraction liquide sur  $U_y$  tracé pour les mousses cisailées et purement monodisperses.

## 5.4 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté l'étude du régime transitoire : le passage qui n'est pas bien connu, d'un régime élastique à un régime saturé. Nous avons présenté le modèle phénoménologique du régime élasto-plastique du pinceau qui propose une fonction  $h(U)$  nommé la proportion plastique [P. Marmottant 2007].

Nous avons pris ce modèle pour nos expériences en proposant une forme pour  $h(U)$  à partir de laquelle nous avons proposé une fonction pour le nombre total des T1s en fonction de la déformation élastique de la mousse qui ne dépende que d'un paramètre  $m$ , que nous appelons "abruptance". Ensuite en ajustant le  $m$  dans la fonction de  $h(U)$ , nous avons essayé de superposer la forme théorique de  $T1(U)$  sur la courbe expérimentale pour obtenir une mesure de  $m$ .

Dans un premier temps nous avons étudié l'effet du cisaillement sur l'abruptance. Les expériences ont montré que  $m$  augmente avec le cisaillement.

Nous avons étudié l'effet de différents paramètres sur  $m$ . Nous avons remarqué que parmi ces différents paramètres,  $m$  est plus sensible au désordre de côtés de la mousse (figure 5.12). Au niveau du désordre topologique, il y a un comportement différent pour les mousses de différentes morphologies. Ce qui a plus d'effet sur le comportement mécanique de la mousse, c'est la longueur du côté où le T1 a lieu. Plus ce désordre est petit, c'est-à-dire plus la mousse est ordonnée au niveau de la longueur des côtés, et plus les T1s apparaissent tardivement et la mousse devient plus abrupte.

Nous étions aussi intéressés par l'effet de la fraction liquide sur le régime transitoire de la mousse. Au contraire de ce qu'on croyait avant, la fraction liquide effective n'est pas le paramètre le plus important qui affecte  $m$ .

# Chapitre 6

## Conclusion

### 6.1 Apports

Ce travail, réalisé dans le contexte de la recherche sur la rhéologie des mousses, porte sur le cisaillement des mousses bidimensionnelles, spécialement l'étude du régime élasto-plastique.

Après l'introduction situant le travail par rapport aux questions d'actualité parmi la communauté de la rhéologie des mousses (chapitre 1), nous avons développé les matériels et méthodes mis en œuvre pour réaliser l'expérience (chapitre 2). Nous avons insisté sur les avantages de cette expérience.

L'utilisation d'un dispositif bidimensionnel eau-verre permet d'obtenir une monocouche de bulles qui facilite l'observation de la mousse. Le réservoir d'eau nous permet un accès facile à la mousse. Dans ce système, nous pouvons fabriquer les bulles avec différentes distributions précises d'aire et bien contrôlables. Le cisaillement simple sur une surface constante favorise une déformation imposée uniforme à l'ensemble des bulles dans la cellule de cisaillement. Nous avons décrit les différentes grandeurs mesurées, les grandeurs statistiques mesurant l'évolution de la structure, ainsi que les grandeurs scalaires reliées à la géométrie et topologie de la mousse.

Nous avons ensuite présenté l'étude du désordre de la structure de la mousse cisailée (chapitre 3). L'étude du désordre dans une mousse cisailée a montré que les désordres géométrique et topologique sont reliés d'une manière quasi-proportionnelle après que la mousse ait perdu les conditions initiales de fabrication. Ce résultat a été établi quel que soit le type de la distribution d'aire des bulles (monodisperse, bidisperse, etc.). Il permet de dire que le désordre géométrique fixé par la préparation peut piloter le désordre topologique.

Cela semble indiquer qu'on peut en pratique réduire un ensemble de caractéristiques complexes à une seule valeur. Il permet aussi de donner un critère pour savoir si une mousse est "secouée" ou non ; ce qui est important pour sa préparation.

Nous avons également étudié le vieillissement par le mûrissement d'une mousse. Nous avons ainsi vérifié que toutes les mousses mûrissent de la même manière. Ensuite nous nous sommes intéressés à des propriétés géométriques topologiques (impliquant en particulier le périmètre des bulles), ce qui a fourni des moyens de différencier les mousses vieilles puis cisailées.

L'étude de la déformation élastique de la mousse fait partie du chapitre 4. Dans ce chapitre nous avons étudié expérimentalement les prédictions théoriques de la mécanique de la mousse. Cette étude montre que dans un régime purement élastique, tant que la déformation reste suffisamment petite (ici  $U \cong 0.1$ ), la mousse s'étire suivant un régime linéaire. Ce comportement linéaire est limité par un effet de rotation quand  $U > 0.3$ . Dans le régime élasto-plastique, malgré l'existence des T1s, il y a un étirement élastique des bulles. L'étude expérimentale de mousse a montré deux comportements "mouvement de chenille" et "mouvement de bascule" de déformation qui viennent de l'orientation initiale de la structure. Cette étude vérifie les prédictions théoriques d'élasticité de la mousse [C. Raufaste 2007-b]. La déformation d'une mousse dans un régime purement élastique suit bien le modèle de Princen (modèle de mousse parfaitement hexagonale). Nous avons montré expérimentalement que le seuil plastique est atteint si le matériau est suffisamment cisailé. L'état du matériau à ce seuil est donné par  $U_y$ , la déformation à saturation.

Le chapitre 5 est consacré à la présentation de l'étude du régime transitoire : le passage de la mousse d'un état élastique au régime saturé. Nous avons vérifié le modèle scalaire du régime élasto-plastique du pinceau [P. Marmottant 2007]. Ce modèle semble capturer l'essentiel des ingrédients physiques : en connaissant  $U_y$  (déformation saturée) et  $h(U)$  (proportion de plasticité) on peut modéliser le comportement.  $U_y$  caractérise la déformation maximale pour laquelle le matériau peut se déformer. La fonction de  $h(U)$  caractérise la transition entre le régime purement élastique et le régime purement plastique. Nous avons pris ce modèle pour nos expériences en proposant une forme phénoménologique simple pour  $h(U)$ , et nous l'avons testée sur les données expérimentales. Ceci a permis d'introduire l'abruptance " $m$ " de la mousse, d'autant plus grande que la mousse passe brutalement du régime élastique au régime plastique. La mesure de  $m$  manque de robustesse mais semble indiquer une corrélation avec le désordre de la longueur des côtés, plus qu'avec les autres paramètres qui caractérisent la mousse.

Un paramètre clé est la longueur  $l_c$  (liée à la fraction liquide de la mousse) en dessous de laquelle deux vertex peuvent induire une recombinaison topologique.

## 6.2 Perspectives

Cette thèse ouvre de nombreuses perspectives. L'étude du désordre de la mousse, qui présente une relation forte entre les désordres topologique et

géométrique, peut être utile dans les simulations. Elle suggère comment on mesure et caractérise le désordre avant de le mettre dans la simulation. C'est ce que Simon Cox (University of Wales, Aberystwyth UK), fait sur les simulations des mousses 2D en fonction du désordre. L'équipe de Porto Alegre (Brésil) fait des simulations de mûrissement et y étudie l'évolution des désordres en comparant à la figure 3.10, dont Rita de Almeida fait la théorie. Aussi l'étude de désordre peut servir dans les études des systèmes biologiques. Sébastien Courty (ENS, Paris), fait des mesures de désordre sur les tissus biologiques. Il étudie comment le désordre diminue dans certains tissus et si ça correspond à la courbe de désordre pour pouvoir déterminer ce qui est spécifiquement biologique.

Par rapport aux études effectuées sur les désordres dans les deux mécanismes du cisaillement et du mûrissement, Catherine Quilliet a fait une étude détaillée sur la relation de Lewis [C. Quilliet 2008-b]. L'équipe DyFCoM développe activement ce sujet, avec de nombreuses stagiaires, et avec M.F. Vaz (Lisbonne, Portugal).

Par rapport au résultat obtenu sur le lien entre le désordre de la longueur des côtés et l'abruptance de la mousse, il y a une piste ouverte qui essaie d'entrer le paramètre de désordre des côtés dans le modèle théorique du régime élasto-plastique. Philippe Marmottant (équipe DyFcom) cherche un modèle théorique qui permet d'inclure l'effet du désordre dans la fonction de la proportion plastique  $h(U)$ .

Trouver un modèle continu pour l'étude du régime élasto-plastique fait partie du projet de thèse d'Ibrahim Cheddadi [I. Cheddadi 2008], en cotutelle entre le Laboratoire de Spectrométrie Physique et le Laboratoire Jean Kuntzmann à Grenoble. Il pourra utiliser nos résultats sur les caractéristiques d'une mousse (le seuil et la proportion plastique) pour son modèle macroscopique de rhéologie des mousses.



## Annexe A

### Valeur minimum de désordre topologique dans une cellule carrée

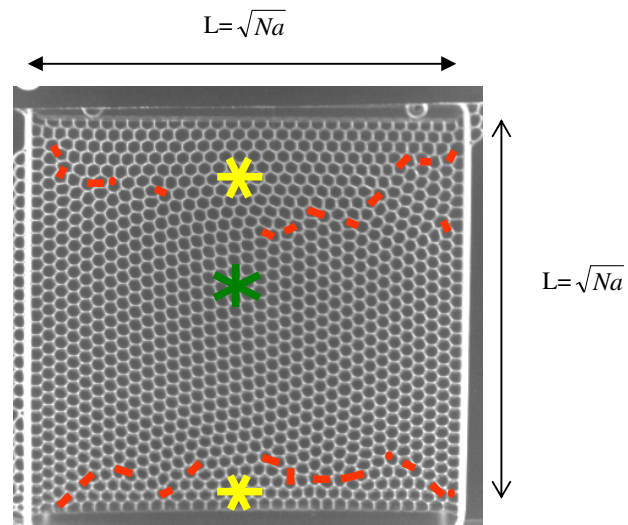
Ici nous présentons le calcul de valeur minimum de désordre topologique. Dans le paragraphe (3.2) nous avons montré qu'il y a une valeur minimum pour le désordre topologique, qui peut expliquer les écarts à la loi en  $\Delta n / \langle n \rangle = 0.27 \times (\Delta A / \langle A \rangle)^{0.8}$  pour les petits  $\Delta A / \langle A \rangle$ . Cette valeur minimum vient de l'effet de bords. En effet, c'est impossible de remplir une géométrie carrée par un réseau de bulles hexagonales et parfaitement ordonnées. Il doit y avoir des bulles à 5 ou 7 côtés qui sont généralement en paires.

#### A.1 calcul

Prenons une cellule carrée (figure A.1), contenant N bulles hexagonales et bien ordonnées, de côté  $\sqrt{Na}$ , où  $a$  est l'aire d'une bulle.

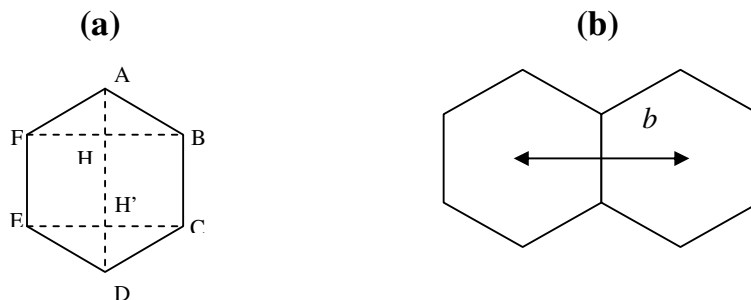
Les parois imposent de remplir la cellule carrée par deux types de configurations de bulles avec des orientations différentes (figure A.3). À leur interface, on va voir l'apparition des bulles à 5 et 7 côtés : c'est un joint de grains (figure A.3).





**FIG.A.1-** Désordre topologique sur une mousse cisillée, après 10 périodes du cisaillement. Les traits rouges ainsi que les points rouges représentent les paires de bulles en 5 et 7 côtés. On voit qu'elles sont alignées sur deux arcs en bas et en haut de la cellule. Les axes jaunes et verts présentent l'orientation des bulles dans les différentes zones.

La figure A.2-a indique les notations : On définit la longueur  $b$  comme le lien reliant les barycentres de deux bulles voisines (figure A.2-b).



**FIG.A.2-** Schéma d'une bulle hexagonale. a) une bulle seule : notation des sommets. b) deux bulles voisines,  $b$  c'est la longueur du lien entre deux barycentres des bulles.

Par les calculs géométriques simples on peut écrire :

$$\begin{aligned} \overline{FB} = \overline{EC} = b \quad \text{et} \quad \overline{HB} = \frac{b}{2} \\ \cos(\angle ABH) = \frac{\overline{BH}}{\overline{AB}} = \frac{b/2}{\overline{AB}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \Rightarrow \quad \overline{AB} = \frac{b}{\sqrt{3}} \end{aligned} \quad (\text{A.1})$$

Où  $\overline{AB}$  c'est la longueur de côté de la bulle.

$$\sin(\angle ABH) = \frac{\overline{AH}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{AH}}{b/\sqrt{3}} = \frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad \overline{AH} = \frac{b}{2\sqrt{3}} \quad (\text{A.2})$$

$$\begin{aligned} \overline{AD} = \overline{AH} + \overline{HH'} + \overline{H'D} \\ = \frac{b}{2\sqrt{3}} + \frac{b}{\sqrt{3}} + \frac{b}{2\sqrt{3}} = \frac{2b}{\sqrt{3}} \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

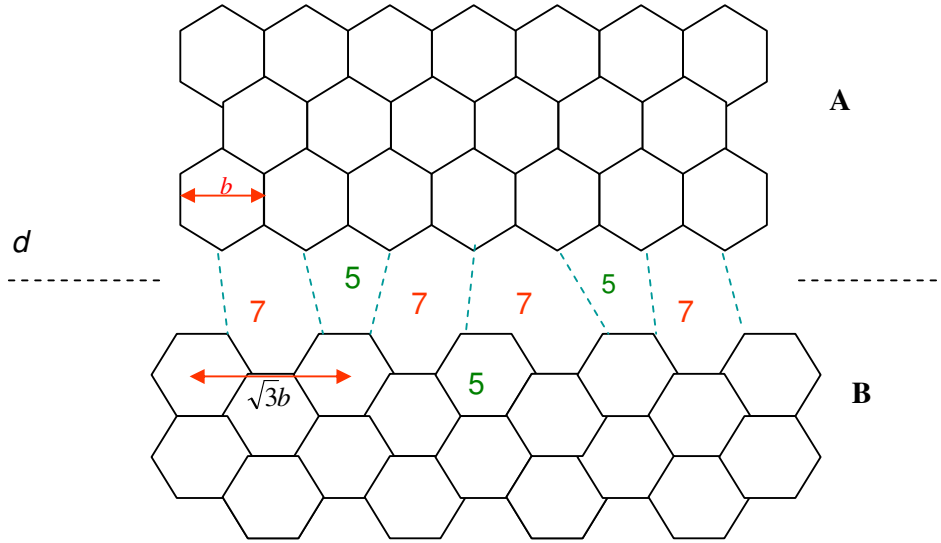
La figure A.3 présente schématiquement le joint de deux grains de bulles. Ces deux configurations vont s'approcher sur l'interface  $d$ . Chaque bulle de chaque configuration a des vertex pour mettre en contact avec ceux des bulles de l'autre joint de grains et former des bulles.

Sur le joint de grain "A", on voit un vertex tous les  $b$  (figure A.3).  $b$  est la longueur caractéristique du joint de grain "A". C'est-à-dire qu'on a 2 vertex tous les  $2b$ .

Pour le grain "B", tous les  $\sqrt{3}b$ , on a 2 vertex (figure A.3) qui vaut  $2/\sqrt{3}$  vertex tous les  $b$ .

En les raccordant on supprime  $(2/\sqrt{3}-1)$  vertex tous les  $b$ , soit  $(4/\sqrt{3}-2)$  vertex tous les  $2b$ , par lesquels on crée  $(4/\sqrt{3}-2)$  bulles à 5 ou 7 côtés. Pour le grain "A" aussi, tous les  $2b$ , nous avons 2 bulles à 5 ou 7 côtés. Donc, en les raccordant, tous les  $2b$  nous avons  $4/\sqrt{3}$  bulles à 5 ou 7 côtés :

$$2 + \frac{4}{\sqrt{3}} - 2 = \frac{4}{\sqrt{3}} \quad (\text{A.4})$$



**FIG.A.3-** Joints au contact de différents grains. On présente deux grains de différentes orientations qui se rencontrent sur l'interface  $d$ . La longueur caractéristique du grain A est donnée par  $b$  ainsi que celle du grain B par  $\sqrt{3}b$ . Les sommets de chaque configuration sont reliés par des traits pointillés bleus.

C'est-à-dire que nous avons  $2/\sqrt{3}$  défauts (paires de bulles à 5 et 7 côtés), tous les  $2b$  qui vaut  $1/\sqrt{3}$  défaut par unité de longueur de joint de grain  $b$ . Sur la cellule de longueur  $\sqrt{Na}$  (figure A.1), nous avons  $12^{-1/4}\sqrt{N}$  défauts par la longueur  $L$  :

$$L = \sqrt{Na} = \sqrt{N} \times \sqrt{\frac{3}{2} \frac{b^2}{\sqrt{3}}} = \sqrt{N} \times \sqrt{3} \times 12^{-1/4} b,$$

Nombre de défauts (paires des bulles à 5 ou 7 côtés) par  $L$

$$= \sqrt{N} \times \sqrt{3} \times 12^{-1/4} b \times \frac{1}{\sqrt{3}b} = 12^{-1/4} \sqrt{N},$$

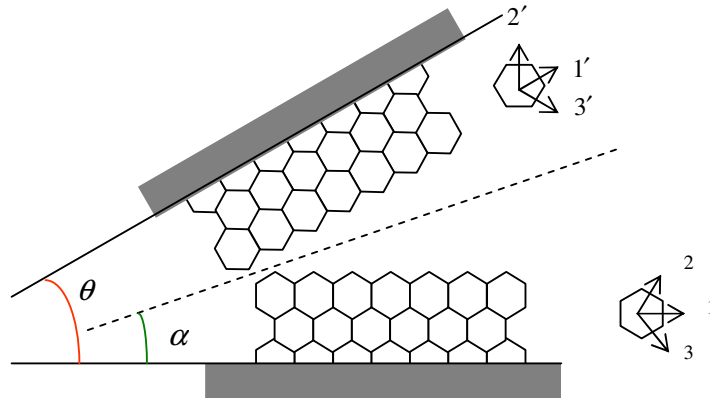
$$\text{Soit } a = \frac{3b^2}{2\sqrt{3}}.$$

On aura donc en tout  $2 \times 12^{-1/4} \sqrt{N}$  bulles à 5 côtés, et  $2 \times 12^{-1/4} \sqrt{N}$  bulles à 7 côtés.

On calcule le désordre topologique correspondant :

$$\left( \frac{\Delta n}{\langle n \rangle} \right)_{\min} = \frac{1}{6} \times \sqrt{\frac{4 \times 12^{-1/4} \sqrt{N}}{N}} = \frac{1}{3 \times 12^{1/8}} N^{-1/4} \quad (\text{A.5})$$

Pour raffiner cette estimation, dans l'article référence [L.Afonso 2007] on peut trouver un calcul de la valeur de défauts de deux joints de grains faisant l'angle  $\theta$  qui se rencontrent sur une interface inclinée de l'angle  $\alpha$  (figure A.4).



**FIG.A.4-** Notations de la ref. [L.Afonso 2007]. Deux grains de bulles hexagonales avec différentes orientations.  $\alpha$ , angle entre l'interface et l'orientation horizontale du grain en bas.  $\theta$ , angle entre deux joints de grains.

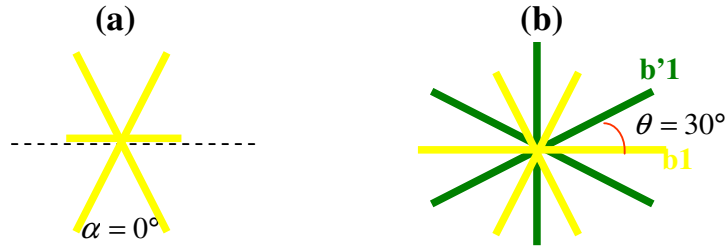
Cette valeur minimum est donnée par :

$$(\rho_{tot})_{\min} = \frac{2}{\sqrt{3}} |\sin(\alpha) - \sin(|\alpha - \theta|)| \quad (\text{A.6})$$

où  $(\rho_{tot})_{\min}$  est la valeur minimum de défauts entre deux joints de grains. Pour les joints de grains de la figure A.3 on peut définir  $\alpha = 0^\circ$  et  $\theta = 30^\circ$  (figure A.5). Par le calcul de Afonso (eq. A.6) on va avoir  $1/\sqrt{3}$  défauts par unité de la longueur de joints de grains :

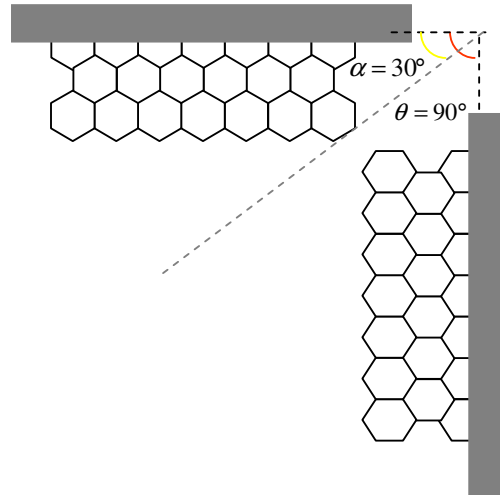
$$(\rho_{tot}) = \frac{2}{\sqrt{3}} |\sin(0^\circ) - \sin|0^\circ - 30^\circ|| = \frac{2}{\sqrt{3}} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad (\text{A.7})$$

C'est la même valeur que nous avons trouvée par notre calcul géométrique simple.



**FIG.A.5-** Orientation de différents grains. a) Orientation du grain A de la figure B.3 ; le trait pointillé est l'interface. Angle  $\alpha$  entre l'interface et l'axe  $b1$  est égal à  $0^\circ$ . b) Comparaison entre les orientations des deux grains A (traits jaunes) et B (traits verts). Angle  $\theta$  entre les deux axes  $b1$  de chaque configuration est égal à  $30^\circ$ .

On peut représenter aussi les configurations de bulles dans notre cas (cellule de cisaillement) par  $\theta = 90^\circ$  et  $\alpha = 30^\circ$  (figure A.6).



**FIG.A.6-** Joints de grains dans une cellule de cisaillement.

Ce n'est pas différent du cas de  $\alpha = 0^\circ$  et  $\theta = 30^\circ$ , grâce à la symétrie des hexagones. En effet cela dépend du choix des axes d'orientation. On attend de trouver la même valeur minimum de défauts par l'équation de Afonso (A.6). Or ce qu'on trouve est différent : cela suggère de rectifier le calcul de Afonso pour le rendre périodique module  $60^\circ$ .

Pour  $\theta = 90^\circ$  et  $\alpha = 30^\circ$  on a :

$$\begin{aligned}
 (\rho_{tot})_{\min} &= \frac{2}{\sqrt{3}} \left| \sin(30^\circ) - \sin|30^\circ - 90^\circ| \right| \\
 &= \frac{2}{\sqrt{3}} \left| \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} \right| = \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3}}
 \end{aligned} \tag{A.8}$$

## A.2 valeur expérimentale

Dans le cas des expériences, nous avons pris comme un exemple la mousse de la figure A.1 qui a été cisailée pendant 10 périodes de cisaillement. La valeur de désordre géométrique de cette mousse est  $(\Delta A / \langle A \rangle) = 0.0590$ . Le cisaillement lui permet d'atteindre un désordre topologique  $(\Delta n / \langle n \rangle) = 0.0372$ .

La valeur théorique du désordre topologique minimum pour cette mousse ayant  $N=1085$  bulles est égale à  $(\Delta n / \langle n \rangle)_{\min} = 0.0426$ , ce qui est légèrement supérieur à la valeur expérimentale, probablement parce qu'une partie du changement d'orientation est réalisé par la déformation des bulles au niveau de l'interruption du joint de grain supérieur.

# Bibliographies

[A. Abd el Kader 1999] : A. Abd el Kader, J. C. Earnshaw. Shear-induced changes in two-dimensional foam. *Phys. Rev. Lett.* **82**, 2610-2613 (1999).

[L. Afonso 2007] : L. Afonso, M. Emilia Rosa, M.A. Fortes. Interfaces between honeycomb foams: defect content and behaviour under deformation, *Coll. Surfaces A* **309**, 38 (2007).

[M. Asipauskas 2003] : M. Asipauskas, M. Aubouy, J. A. Glazier, F. Graner, Y. Jiang. A texture tensor to quantify deformations: The example of two-dimensional flowing foams, *Granular Matt.* **5**, 71-74 (2003).

[M. Aubouy 2003] : M. Aubouy, Y. Jiang, J. A. Glazier, F. Graner. A texture tensor to quantify deformations, *Granular Matt.* **5**, 67-70 (2003).

[F. Bolton 1990] : F. Bolton, D. Weaire. Rigidity loss transition in a disordered 2D froth, *Phys. Rev. Lett.* **65**, 3449-3451 (1990).

[L. Bragg 1947] : L. Bragg, J. F. Nye, *Proc. Roy. Soc. Lond. A* **190**, 474 (1947).

[K. A. Brakke 1992] : The Surface Evolver, *Exp. Math.* **1**, 141-165 (1992).

[I. Cheddadi 2008] : I. Cheddadi, P. Saramito, C. Raufaste, P. Marmottant, F. Graner. Numerical modelling of foam Couette flows. *Eur. Phys. J. E*, to appear (2008).

[S. N. Chiu 1995] : S. N. Chiu. A comment on Rivier's maximum entropy method of statistical crystallography, *J. Phys. A* **28** 607, 1995.

[S. J. Cox 2000] : S. J. Cox, D. Alonso, S. Hutzler, D. Weaire. The Stokes experiment in a foam, in *Proceedings of the 3rd Euroconference on Foams, Emulsions and their Applications*, Ed. P. L. Zitha, J. Banhart, G. L. M. M. Verbist, MIT Verlay, Bremen, 282-289 (2000).

[S. J. Cox 2003] : S. J. Cox, M. F. Vaz, D. Weaire. Topological changes in a two-dimensional foam cluster, *Eur. Phys. J. E.* **11**, 29-35 (2003).



[S. J. Cox 2004] : S. J. Cox, D. Weaire, J.A.Glazier. The rheology of two-dimensional foams, *Rheol. Acta* **43**, 442-448 (2004).

[S. J. Cox 2005] : S. J. Cox. A viscous froth model for dry foams in the surface Evolver. *Coll. Surf. A* **263**, 81-89 (2005).

[S. J. Cox 2006-a] : S. J. Cox. The mixing of bubbles in two-dimensional bidisperse foam under extensional shear, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* **137**, 39-45 (2006).

[S. J. Cox 2006-b] : S. J. Cox, B. Dollet, F. Graner. Foam flow around an obstacle: obstacle-wall interaction, *Rheol. Acta* **45**, 403-410 (2006).

[S. J. Cox 2006-c] : S. J. Cox, E. L. Whithick. Shear modulus of two-dimensional foams: The effect of area dispersity and disorder, *Eur. Phys. J. E* **21**, 49-56 (2006).

[S. J. Cox 2008] : S. J. Cox, E. Janiaud. On the structure of quasi-two-dimensional foams. *Phil. Mag. Lett.*, to appear, 2008.

[M. F. Coughlin 1996] : M. F. Coughlin, E. P. Stamenovic. Static shear modulus of gas-liquid foam determined by the punch indentation test. *J. Coll. Int. Sci.* **181**, 661-666 (1996).

[S. Courty 2003] : S. Courty, B. Dollet, F. Elias, P. Heinig, F. Graner. Two-dimensional shear modulus of a Langmuir foam, *Europhys. Lett.* **64**, 709-715 (2003).

[S. Courty 2008]: S. Courty, J. Friedlander, Y. Bellaiche, F. Graner. The regulation of cell texture during the cell cycle specifies cell division axis and epithelia tissue elongation in *Drosophila*. *Submitted*.

[G. Debrégeas 2001] : G. Debrégeas, H. Tabuteau, J. M. di Meglio. Deformation and flow of a two-dimensional foam under continuous shear, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 178305 (2001).

[P. G. de Gennes 2005] : P. G. de Gennes, F. Brochard-Wyart, D. Quéré. *Gouttes, bulles, perles et ondes*, Belin, Paris (2005).

[M. Dennin 2004] : M. Dennin. Statistics of bubble rearrangements in a slowly sheared two-dimensional foam, *Phys. Rev. E* **70**, 041406 (2004).

[B. Dollet 2005-a] : B. Dollet, *Écoulements bidimensionnels de mousse autour d'obstacles. Contribution à l'étude mécanique des mousses liquides*, thèse de doctorat de l'Université Joseph Fourier, Grenoble I, non publié, lien Internet <http://www-lsp.ujf-grenoble.fr/pdf/theses/dtbn.pdf> (2005).

[B. Dollet 2005-b] : B. Dollet, F. Elias, C. Quilliet, A. Huillier, M. Aubouy, F. Graner. Two-dimensional flows of foam: Drag exerted on circular obstacles and dissipation, *Coll. Surf. A* **273**, 101-110 (2005).

[B. Dollet 2005-c] : B. Dollet, M. Aubouy, F. Graner. Anti-inertial lift in foams: a signature of the elasticity of complex fluids, *Phys. Rev. Lett.* **95**, 168303 (2005).

[B. Dollet 2006] : B. Dollet, M. Durth, F. Graner. Flow of foam past an elliptical obstacle, *Phys. Rev. E* **73**, 061404 (2006).

[B. Dollet 2007] : B. Dollet, F. Graner. Two-dimensional flow of foam around a circular obstacle : local measurements of elasticity, plasticity and flow, *J. Fluid Mech.* **585**, 181-211 (2007).

[F. Graner 2008] : F. Graner, B. Dollet, C. Raufaste, P. Marmottant. Discrete rearranging disordered patterns, part I: Robust statistical tools in two or three dimensions, *Eur. Phys. J. E.*, **25**, 349–369 (2008).

[J. A. Glazier1987] : J. A. Glazier, S. P. Gross, J. Stavans. Dynamics of two-dimensional soap froths, *Phys. Rev. A* **36**, 306 (1987).

[J. A. Glazier1990] : J. A. Glazier, M. P. Anderson, G. S. Grest. Coarsening in the two-dimensional soap froth and the large- $Q$  Potts model: a detailed comparison, *Phil. Mag. B.* **62**, 615 (1990).

[T. Hayashi 2004] : T. Hayashi, R. W. Carthew. Surface mechanics mediate pattern formation in the developing retina, *Nature* **431**, 647-652 (2004).

[P. Heinig 2003] : P. Heinig, T. M. Fischer. Dipolar foams in langmuir monolayers dry at low bubble fraction, *J. Phys. Chem, B* **107**, 11757-11762 (2003).

[R. Hohler 1997] : R. Hohler, S. Cohen-Addad, H. Hoballah. Periodic nonlinear bubble motion in aqueous foam under oscillating shear strain, *Phys. Rev. Lett.* **79**, 1154-1157 (1997).

[R. Hohler 2005] : R. Hohler, S. Cohen-Addad. Rheology of liquid foam, *J. Phys. : Condens. Matter* **17**, R1014-R1069 (2005).

[E. Janiaud 2004] : E. Janiaud, *Elasticité, morphologie et drainage magnétique dans les mousses liquides*, thèse de doctorat de l'université Paris VII, Paris, non publié, lien Internet <http://tel.ccsd.cnrs.fr/documents/archives0/00/00/77/40/tel-00007740-01/tel-0007740.pdf> (2004).

[E. Janiaud 2005] : E. Janiaud, F. Graner. Foam in a two-dimensional Couette shear: a local measurement of bubble deformation, *J. Fluid Mech.* **532**, 243-267 (2005).

[E. Janiaud 2006] : E. Janiaud, D. Weaire, S. Hutzler. Two-dimensional foam rheology with viscous drag, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 18303 (2006).

[Y. Jiang 1999] : Y. Jiang, P. J. Swart, A. Saxena, M. Asipauskas, J. A. Glazier. Hysteresis and avalanches in two-dimensional foam rheology simulations, *Phys. Rev. E* **59**, 5819-5832 (1999).

[A. Kabla 2003] : A. Kabla, G. Debrégeas. Local stress relaxation and shear-banding in a dry foam under shear, *Phys. Rev. Lett.* **90**, 258303 (2003).

[A. Kabla 2007] : A. Kabla, G. Debrégeas. Quasistatic rheology of foams. Part I. Oscillating strain, *J. Fluid. Mech.* **587** 23-44 (2007).

[J. Kafer 2007] : J. Käfer, T. Hayashi, A.F.M. Marée, R. Carthew, F. Graner. Cell adhesion and cortex contractility determine cell patterning in the *Drosophila* retina. *Proc. Nat. Acad. Sci. U.S.A.* **104**, 18549-18554 (2007).

[S. A. Khan 1986] : S. A. Khan, R.C. Armstrong. Rheology of foams. I. Theory for dry foams, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* **22**, 1-22 (1986).

[S. A. Khan 1988] : S. A. Khan, C. A. Schnepper, R. C. Armstrong. Foam rheology: III. Measurement of shear flow properties, *J. Rheol.* **32**, 69-92 (1988).

[S. A. Khan 1989] : S. A. Khan, R. C. Armstrong. Rheology of foams. IV. Effect of gas volume fraction, *J. Rheol.* **33**, 881-911 (1989).

[J. Lambert 2005]: J. Lambert, I. Cantat, R. Delannay, G. Le Caer, A. Renault, S. Ruellan, F. Graner, S. Jurine, P. Cloetens, J. A. Glazier. Extraction

of relevant physical parameters from 3D images of foams obtained by X-ray tomography, *Coll. Surf. A* **26**, 295-302 (2005).

[L. D. Landau 1989] : L. D. Landau, E. M. Lifshitz, *Theory of elasticity*, 3<sup>rd</sup> edition, Reed, Oxford (1989).

[F. T. Lewis 1928] : F.T. Lewis. *Anat. Record*, **38**, 341 (1928).

[C. N. Likos 1993] : C. N. Likos, C. L. Henley. Complex alloy phases for binary hard-disc mixtures. *Phil. Mag. B* **68**, 85 (1993).

[P. Marmottant 2008] : P. Marmottant, C. Raufaste, F. Graner. Discrete rearranging disordered patterns, Part II: 2D plasticity, elasticity and flow of a foam, *Eur. Phys. J. E.*, **25**, 371 (2008).

[P. Marmottant 2007] : P. Marmottant, F. Graner. A quasistatic model for an elastic, plastic, viscous foam, *Eur. Phys. J. E* **23**, 337-347 (2007).

[C. Monnereau 1999] : C. Monnereau, M. Vignes-Adler, Foams and Emulsions, Ed. J.-F. Sadoc, N. Rivier, *NATO Advanced Study Institute, Series E: Applied Sciences*, **354**, 359, Kluwer, Dordrecht (1999).

[J.A.F. Plateau 1873] : *Statique expérimentale et théorique des liquides soumis aux seules forces moléculaires*, Gauthier- Villard, Paris (1873).

[H. M. Princen 1983]: H. M. Princen. Rheology of foams and highly concentrated emulsions. I. Elastic properties and yield stress of a cylindrical model system, *J. Coll. Int. Sci.* **91**, 106-175 (1983).

[H. M. Princen 1986] : H. M. Princen, A. D. Kiss. Rheology of foams and highly concentrated emulsions. III. Static shear modulus, *J. Coll. Int. Sci.* **112**, 427-437 (1986).

[C. Quilliet 2005] : C. Quilliet, M. A. P. Idiart, B. Dollet, L. Berthier, A. Yekini. Bubbles in sheared two-dimensional foams, *Coll. Surf. A* **263**, 95-100 (2005).

[C. Quilliet 2008-a] : C. Quilliet, S. Ataei Talebi, D. Rabaud, J. Kafer, S. J. Cox, F. Graner. Topological and geometrical disorder correlate robustly in two-dimensional foams, *Phil. Mag Lett.*, to appear (2008).

[C. Quilliet 2008-b] : C. Quilliet. *Mousses et coquilles*. Habilitation à Diriger des Recherches, Université Joseph Fourier - Grenoble I, non publié, (2008).

[C. Raufaste 2007-a] : C. Raufaste, S. J. Cox, B. Dollet, F. Graner, Y. Jiang. Yield drag in a two-dimensional foam flow around a circular obstacle: Effect of liquid fraction, *Eur. Phys. J. E.* **23**, 217-228 (2007).

[C. Raufaste 2007-b] : C. Raufaste, *Rhéologie et imagerie des écoulements 2D de mousse, Approches expérimentale, numérique et théorique*, thèse de doctorat de l'Université Joseph Fourier, Grenoble I, non publié, lien Internet <http://www-lsp.ujf-grenoble.fr/pdf/theses/rtce.pdf> (2007).

[G. Schliecker 2002] : G. Schliecker. Structure and dynamics of cellular systems, *Adv. Phys.* **51**, 1319, (2002).

[C.S. Smith 1952] : C.S. Smith, Grain shapes and other metallurgical applications of topology, dans *Metal Interfaces*, American Society for Metals, Cleveland, Ohio (1952).

[The Surface Evolver]: <http://www.susqu.edu/fastaff/b/brakke/evolver/>

[G. L. Thomas 2006] : G. L. Thomas, R.M.C. de Almeida, F. Graner. Coarsening 3D grains in crystals, or bubbles in dry foams, tend towards a universal, statistically scale-invariant regime, *Phys. Rev. E* **74**, 021407 (2006).

[M. F. Vaz 1997] : M. F. Vaz, M. A. Fortes. Experiments of defect spreading in hexagonal foams, *J. Phys. Cond. Matt.* **9**, 8921-8935 (1997).

[D. Weaire 1999] : D. Weaire, S. Hutzler, *The physics of foams*, Oxford University Press, Oxford (1999).

[F.Y. Wu 1982] : F.Y. Wu. The Potts model, *Rev. Mod. Phys.* **54**, 235-268 (1982).

[P. Zihler 2001] : P. Zihler, R. D. Kamian. *J. Phys. Chem. B*, **105**, 10147 (2001).

## **Résumé**

Cette thèse s'inscrit dans l'étude de la rhéologie des mousses liquides, en étudiant expérimentalement le cisaillement de mousses bidimensionnelles. Après un rappel de l'état de l'art du domaine, on présente l'ensemble des techniques expérimentales permettant de réaliser un cisaillement simple. Ensuite on introduit la notion de désordres (géométrique, topologique) de la mousse dont on étudie l'évolution sous l'effet du cisaillement. Ceci est suivi par une étude de la déformation élastique des mousses. Enfin on étudie le régime élasto-plastique en détectant les recombinaisons topologiques entre bulles. On présente la notion d'abruptance d'une mousse et étudie celle-ci en fonction des différents paramètres qui caractérisent une mousse.

## **Abstract**

This work is related to the field of liquid foams rheology, by studying the shearing of two-dimensional foams. After recalling the literature, we present the experimental techniques which enable to generate a simple shearing. After this, we study the disorders in the foams and the effect of shearing on them. This is followed by a study of the elastic deformation of foam. Finally we present the elasto-plastic regime by introducing the abruptance of foam, closely linked to the proportion of plasticity in foam's deformation, and we study its evolution with the pertinent parameters.