



**HAL**  
open science

## Contribution à la modélisation et à la commande de systèmes en électronique de puissance

Emmanuel Godoy

► **To cite this version:**

Emmanuel Godoy. Contribution à la modélisation et à la commande de systèmes en électronique de puissance. Automatique / Robotique. Université Paris Sud - Paris XI, 2008. tel-00351905

**HAL Id: tel-00351905**

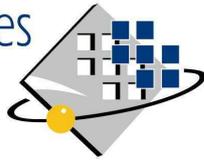
**<https://theses.hal.science/tel-00351905v1>**

Submitted on 14 Jan 2009

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Faculté des  
sciences  
d'Orsay



UNIVERSITÉ  
**PARIS-SUD 11**

Mémoire d'Habilitation à Diriger des Recherches

**Contribution à la modélisation et à la commande de  
systèmes en électronique de puissance**

Travaux effectués au département Automatique de SUPELEC

par

**Emmanuel GODOY**

Présenté le 11 septembre 2008 devant le jury composé de :

MM. Jamal DAAFOUZ		Professeur à l'ENSEM, Nancy
Maurice FADEL	Rapporteur	Professeur à l'ENSEEIH, Toulouse
Alain GLUMINEAU	Rapporteur	Professeur à l'Ecole Centrale de Nantes
Mme. Françoise LAMNABHI-LAGARRIGUE		Directeur de recherches au LSS
MM. Eduardo MENDES		Professeur à l'ESISAR, Valence
Mme. Claire VALENTIN	Rapporteur	Professeur à l'Université Claude Bernard Lyon 1



## **Remerciements**

*Le travail d'un enseignant-chercheur est aussi le fruit de collaborations, discussions et d'une manière générale d'échanges avec d'autres enseignants, chercheurs, enseignants-chercheurs, ...*

*C'est pourquoi je tiens très sincèrement à remercier toute l'équipe d'enseignants-chercheurs du Département Automatique de Supélec, anciens et moins anciens, dont l'esprit d'équipe m'a beaucoup aidé dans mon travail d'enseignant en me faisant profiter de leur propre acquis (cours, préparation de cours, ...) et dans mon travail de recherche. J'espère que je saurai transmettre de la même manière le fruit de mon travail aux futurs enseignants-chercheurs. Je leur transmets toutes mes amitiés et ma reconnaissance ;*

*Patrick Boucher, chef du département Automatique, qui m'a encouragé et soutenu dans toute la démarche de l'Habilitation à Diriger de Recherches ; et qui m'a toujours transmis avec gentillesse et bienveillance ses documents de cours qui m'ont beaucoup aidé en dans mon travail d'enseignant,*

*Dominique Beauvois et Gilles Duc avec qui j'ai partagé le « bureau des jeunes » à mon arrivée dans le Département et dont les conseils m'ont permis de progresser dans tous les aspects de mon travail, j'ai beaucoup appris à leur contact du métier d'enseignant-chercheur, la vision de l'Automatique qu'a Dominique a beaucoup influencé la mienne,*

*Didier Dumur, avec qui je partage de nombreux travaux de recherche et d'enseignement, et qui s'est toujours prêté avec gentillesse à la lecture de mes documents et dont les conseils ont été précieux dans la rédaction de ce mémoire,*

*Martial Demerlé dont la patience et le calme sont sans égal, son esprit pragmatique restera pour moi un modèle, la manière qu'a Martial d'appréhender la problématique de l'automaticien m'a beaucoup appris,*

*Et tous les membres permanents Josiane Dartron, Stéphane Font, Léon Marquet, Pedro Rodriguez, Sorin Olaru, Guillaume Sandou, Houria Siguerdidjane, Cristina Stoica, Sihem Tebbani dont le bon esprit m'a permis de passer d'agréables moments de convivialité et qui contribue à la bonne ambiance qui règne dans notre Département.*

*Tous mes remerciements à Eric Ostertag, professeur à l'Ecole Nationale de Physique de Strasbourg, les nombreux travaux de recherche communs ont nourri et fait progresser mon travail d'enseignant et se sont transformés avec le temps en liens d'amitié.*

*Mes vifs remerciements vont aussi aux membres du jury qui ont accepté de me consacrer une partie de leur temps, pourtant chargé et ont fait preuve d'une grande disponibilité afin de se libérer pour la soutenance*

*Claire Valentin, Alain Glumineau et Maurice Fadel qui m'ont fait l'honneur d'accepter de rapporter, et dont les conseils avisés m'ont permis d'enrichir mon document,*

*Françoise Lamnabhi-Lagarrigue, avec qui les discussions ont toujours été fructueuses et qui m'a fait l'amitié de bien vouloir accepter d'être présidente du jury*

*Jamal Daafouz et Eduardo Mendes qui ont bien voulu examiner mon travail.*

*Toute ma reconnaissance et mes remerciements aussi à Pierre Lefranc, Charif Karimi et Emmanuel Odic du département Energie de Supélec ; à Jean Buisson, Hervé Cormerais, Hervé Gueguen, Pierre Yves Richard du campus de Supélec-Rennes, Sette Diop du LSS pour leur sympathie, leurs conseils toujours avisés et pour tous les échanges que nous avons eus.*

*Toute ma gratitude va aussi à Daniel Viault, ancien chef du Département Automatique, qui m'a donné envie de faire le métier d'enseignant chercheur, Yves Tanguy et Jacques Oksman ancien et nouveau Directeur de la Recherche et des Relations Industrielles de Supélec qui m'ont soutenu dans ma démarche.*

*Je remercie aussi tous les doctorants du Département Automatique, ayant déjà soutenu ou en cours de thèse, en particulier ceux pour qui j'ai pris part à la direction ou la responsabilité de leur encadrement : Joel Adoukpe, Omar Al Assad, Bastien Borsotto, Vincent Croulard Safta De Hillerin, Christophe Ligeret, Ali Jaafar Karim Jabri, Yann Miegerville, Guillermo Pita, Nicolas Romani, Marius Zainea. Grâce à eux mon travail de recherche a pu s'enrichir et se développer.*

*Bien sûr je n'oublie pas non plus Michel Vergnaud, « membre d'adoption » du Département Automatique qui nous fait l'amitié de nous accompagner depuis de nombreuses années dans nos réunions conviviales.*

*Mon travail de recherche s'est enrichi et a trouvé beaucoup sources d'inspiration dans les nombreuses collaborations industrielles, riches d'enseignements, que j'ai pu mener. Aussi je tiens à remercier tous les ingénieurs de différentes équipes de recherche et développement du monde industriel que j'ai côtoyé et qui ne sont pas cités dans ce document.*

## Sommaire

<b>Chapitre 1. CV détaillé.....</b>	<b>1</b>
<b>1.1. Notice individuelle.....</b>	<b>1</b>
1.1.1. Situation civile .....	1
1.1.2. Cursus et expérience professionnelle .....	1
<b>1.2. Activités d'enseignement .....</b>	<b>2</b>
1.2.1. Préambule.....	2
1.2.2. Responsabilités d'enseignement.....	2
1.2.3. Formation initiale .....	3
1.2.4. Formation continue .....	5
1.2.5. Synthèse des activités d'enseignement actuelles.....	6
1.2.6. Activités d'enseignement antérieures .....	7
1.2.7. Rédaction de documents de cours .....	7
<b>1.3. Activités de recherche au sein du département Automatique de Supélec .....</b>	<b>8</b>
<b>1.4. Direction et encadrement de doctorants et stagiaires.....</b>	<b>11</b>
1.4.1. Direction et encadrement de thèses soutenues .....	11
1.4.2. Direction et encadrements de thèses en cours .....	12
1.4.3. Stages de Master et de projets de fin d'études .....	13
<b>1.5. Liste de publications .....</b>	<b>14</b>
1.5.1. Avant propos .....	14
1.5.2. Ouvrages .....	15
1.5.3. Brevets .....	15
1.5.4. Publications dans des revues internationales.....	16
1.5.5. Publications dans des revues nationales.....	16
1.5.6. Publications dans des congrès internationaux avec actes.....	16
1.5.7. Publications dans des conférences nationales avec actes .....	19
1.5.8. Rédaction de documents de cours .....	20
<b>1.6. Principaux rapports scientifiques et de collaboration industrielle.....</b>	<b>21</b>
<b>1.7. Présentation succincte de mes recherches .....</b>	<b>23</b>
1.7.1. Domaine aéronautique.....	24
1.7.2. Activités sur la commande chaînes de motorisation .....	26
1.7.3. Activités sur la commande de systèmes en électronique de puissance.....	28
<b>1.8. Principales activités de recherche contractuelles (autres que CIFRE) .....</b>	<b>30</b>
1.8.1. Sur le thème de la commande de systèmes en électronique de puissance .....	30
1.8.2. Sur le thème de la commande d'actionneurs et de chaînes de motorisation.....	31
1.8.3. Sur le thème d'applications en aéronautique.....	34
<b>Chapitre 2. Synthèse de travaux en électronique de puissance .....</b>	<b>35</b>
<b>2.1. Introduction : problématique de l'Automatique.....</b>	<b>35</b>
<b>2.2. Problématique de la commande de systèmes en électronique de puissance .....</b>	<b>40</b>
<b>2.3. Modélisation et commande d'un convertisseur de type KATIUM.....</b>	<b>50</b>
2.3.1. Motivation du convertisseur KATIUM.....	50
2.3.2. Le convertisseur Katium .....	52
2.3.2.1. Description de l'architecture.....	52
2.3.2.2. Rapport de transformation : définition et calcul .....	54
2.3.3. Commande du convertisseur Katium .....	56
2.3.3.1. Stratégie à « coulisses » .....	58
2.3.3.1.1. Principe .....	58
2.3.3.1.2. Gain entrée-sortie .....	60
2.3.3.2. Stratégies « alpha-décalage ».....	62
2.3.3.2.1. Principe .....	62

2.3.3.2.2.	Stratégie à motif glissant .....	63
2.3.3.2.3.	Réglage de la stratégie à motif glissant .....	66
2.3.4.	Architecture de commande.....	68
2.3.4.1.	Structure de la chaîne de régulation : cas d'une alimentation continue .....	69
2.3.4.2.	Adaptation de la structure de commande à une alimentation alternative.....	70
2.3.4.3.	Contraintes sur la loi de commande.....	72
2.3.4.4.	Synthèse $H_{\infty}$ du régulateur de la boucle de courant .....	73
2.3.4.4.1.	Choix d'un modèle de synthèse.....	73
2.3.4.4.2.	Choix des paramètres de réglage.....	74
2.3.4.4.3.	Résultats obtenus.....	74
2.3.5.	Alimentation avec une tension alternative .....	78
2.3.5.1.	Problématique.....	78
2.3.5.2.	Estimateur de la tension d'entrée.....	80
2.3.5.2.1.	Mise en place du filtre de Kalman.....	80
2.3.5.2.2.	Application au cas de l'estimation d'un signal sinusoïdal.....	81
2.3.5.2.3.	Quelques résultats numériques.....	82
2.3.5.2.4.	Comparaison avec un filtre numérique récursif.....	83
2.3.5.3.	Résultats de simulation .....	87
2.3.5.4.	Conclusions .....	91
<b>Chapitre 3.</b>	<b>Projet de recherche.....</b>	<b>95</b>
<b>3.1.</b>	<b>Perspectives à long terme .....</b>	<b>95</b>
3.1.1.	Domaine de l'électronique de puissance .....	95
3.1.2.	Recherches sur la robustesse des systèmes non linéaires .....	99
<b>3.2.</b>	<b>Perspectives à moyen et court termes .....</b>	<b>100</b>
<b>Annexe A.</b>	<b>Commande interne du convertisseur Katium : étude du réglage de la stratégie à motif glissant.....</b>	<b>105</b>
<b>A.1.</b>	<b>Analyse du gain moyen en fonction de dec et <math>\alpha</math>.....</b>	<b>105</b>
<b>A.2.</b>	<b>Choix d'une caractéristique de gain .....</b>	<b>109</b>
A.2.1.	Taux d'ondulation du gain.....	109
A.2.2.	Analyse de la tension moyenne « pire cas » aux bornes des transformateurs.....	112
A.2.3.	Choix d'une caractéristique de gain= $f(\alpha, dec)$ .....	113
<b>Annexe B.</b>	<b>Analyse des contraintes de la loi de commande .....</b>	<b>119</b>
<b>B.1.</b>	<b>Modèles de commande .....</b>	<b>119</b>
B.1.1.	Mise en équation, définition du modèle de commande.....	119
B.1.2.	Compléments de modélisation .....	122
<b>B.2.</b>	<b>Synthèse des régulateurs.....</b>	<b>124</b>
B.2.1.	Analyse du problème .....	124
B.2.2.	Contraintes sur la synthèse du régulateur de la boucle de courant.....	125
B.2.3.	Réglage de la boucle de tension .....	129
<b>B.3.</b>	<b>Analyse de la mise en place numérique de la loi de commande .....</b>	<b>133</b>
<b>Annexe C.</b>	<b>Références bibliographiques.....</b>	<b>137</b>
<b>Annexe D.</b>	<b>Copies de publications significatives .....</b>	<b>145</b>

## *Avant Propos*

Ce dossier présente les activités que j'ai menées en enseignement et en recherche dans le cadre des fonctions que j'exerce au département Automatique de Supélec depuis 1984. Mes activités ont concerné les problèmes de commande des systèmes selon ses trois composantes : modélisation, analyse et synthèse. Un aspect important, point fort des activités nécessitant des compétences multidisciplinaires, est la modélisation dans différents domaines de la physique : mécanique, électronique, mécanique des fluides et thermodynamique...

Au début de ma carrière mes travaux ont été orientés vers des aspects applicatifs de l'Automatique qui m'ont permis de mettre en place de nombreux projets de collaboration industrielle. Ils se sont prolongées ensuite par des activités plus méthodologiques qui ont donné lieu à des travaux de collaboration sous la forme de thèses de doctorat, souvent avec des financements CIFRE. Sur cet aspect du travail j'ai dirigé deux thèses soutenues et dirige actuellement une thèse (pour ces directions de thèse j'ai bénéficié de dérogations de l'Université de Paris-Sud XI). J'ai aussi participé à l'encadrement de trois thèses soutenues et co-encadre actuellement trois thèses. Sur l'ensemble de ces thèses, auxquelles j'ai apporté ma contribution à la direction/encadrement, huit ont été réalisées dans le cadre d'un financement CIFRE.

Dans les perspectives envisagées pour mes travaux futurs de recherche les aspects méthodologiques seront accentués. Lors de ces travaux un souci important sera le passage entre l'élaboration de méthodes formalisées sur la modélisation, l'analyse et la commande, et leur utilisation dans les systèmes industriels. En effet les différentes collaborations industrielles m'ont convaincu de la nécessité d'un transfert méthodologique entre les milieux de recherche universitaires et industriels.

Mes activités d'enseignement sont en entière cohérence avec mes travaux de recherche. Elles se sont intégrées, dès le début de ma carrière, dans l'équipe d'Automatique de Supélec. L'enseignement dispensé bénéficie par ailleurs des retombées des travaux de recherche et de l'expérience acquise lors de mes collaborations industrielles permettant ainsi d'orienter la formation des futurs ingénieurs mais aussi d'illustrer les cours par l'étude de cas réalistes. Mes cours abordent par exemple : la « *Commande numérique des systèmes* », la « *Commande temporelle* », les « *Principes et méthodes de commande des entraînements variables* » ou encore la « *Commande non linéaire* ».

Ce dossier décrit mes activités dans différents domaines d'application de l'Automatique, le chapitre 2 présente plus spécifiquement mes travaux et ma « *Contribution à la modélisation et la commande de systèmes en électronique de puissance* ».



# Chapitre 1. CV détaillé

## 1.1. Notice individuelle

---

### 1.1.1. Situation civile

**Emmanuel GODOY**

**49 ans, marié, 1 enfant**

*43 bis, chemin des Vaux Mourants 91370 Verrières Le Buisson*

*Tél. : 01 69 85 13 73*

*E-mail : Emmanuel.Godoy@supelec.fr*

### 1.1.2. Coursus et expérience professionnelle

- *1981-1984 : études d'ingénieur à SUPÉLEC*
- *1984 : diplôme d'Ingénieur SUPÉLEC, option Automatique*
- *Août 1984-juillet 1985 : scientifique du contingent affecté comme enseignant au département Automatique de SUPELEC*
  
- *Depuis le 1<sup>er</sup> septembre 1985 : enseignant-chercheur, professeur au département Automatique de SUPELEC*
- *Membre de l'équipe d'accueil EA1399 constituée actuellement par des membres du département Automatique de SUPELEC*
- *Responsable, au sein du groupe systèmes complexes, des thèmes : systèmes électromécaniques et commande de procédés en électronique de puissance*
- *Responsable à Supélec du groupe pédagogique sur le cours « Principes et méthodes de commande des entraînements à vitesse variable » (constitué des 5 professeurs dispensant le cours et des 14 responsables chargés des TD).*

## 1.2. Activités d'enseignement

---

### 1.2.1. Préambule

Une constante forte à laquelle sont attachés les enseignants du département Automatique est la notion d'équipe pédagogique permettant de mutualiser les apports de chaque enseignant et d'améliorer ainsi les enseignements dispensés.

La majorité des cours scientifiques de tronc commun de Supélec est conçue autour des trois types d'enseignement : cours magistral, travaux dirigés et travaux de laboratoire. On retrouve aussi cette organisation dans les enseignements dispensés dans l'option de 3<sup>ème</sup> année en Automatique à laquelle je participe plus particulièrement. Cette option est rattachée au Département Automatique.

En tant qu'enseignant responsable d'un cours, je participe et j'assume la responsabilité à tous les niveaux de l'enseignement : définition du programme, cours, travaux dirigés (définition, contenu, coordination, ...) et travaux de laboratoire (tant la conception que l'encadrement). Les travaux de laboratoire s'articulent par ailleurs autour d'un schéma, qu'on peut qualifier de « classique » :

- modélisation et identification,
- synthèse et analyse en utilisant un environnement de calcul/simulation éventuellement associé à une architecture de commande en temps réel,
- validation expérimentale.

Les difficultés de ces trois items sont bien sûr déclinées suivant l'année et le niveau d'enseignement. Bien que la simulation constitue un outil important et actuellement indispensable à l'ingénieur, du point de vue des travaux de laboratoire je reste très attaché aux validations expérimentales qui sont à même de permettre d'établir des conclusions pertinentes sur les méthodes utilisées. Les sujets de travaux de laboratoire associés aux cours qui me sont confiés, sont conçus dans cet esprit.

### 1.2.2. Responsabilités d'enseignement

Indépendamment des cours dispensés j'assume les responsabilités d'enseignement suivantes :

- Responsable de l'équipe pédagogique sur le cours « *Principes et méthodes de commande des entraînements à vitesse variable* » à Supélec sur les 3 campus (Gif sur Yvette, Rennes et Metz) de sa création au cours de l'année universitaire 2002-2003. Ce cours est dispensé 5 fois par an (sur des séquences différentes dans les trois campus). L'équipe est constituée de 5 professeurs chargés des cours, et participant également aux TD, et de 14 enseignants chargés des TD.
- Responsable depuis 2001 d'un stage de formation continue portant sur la « *Régulation numérique* ». Ce stage d'une durée de 5 jours se déroule tous les ans sur le campus de Gif-sur-Yvette et s'adresse à des ingénieurs en activité.

### 1.2.3. Formation initiale

288 heures équivalent TD

#### *Cours magistraux dispensés à Supélec*

- **Principes et méthodes de commande des entraînements à vitesse variable.** Depuis l'année universitaire 2002-2003 je suis chargé de ce cours qui fait partie de l'enseignement obligatoire (tronc commun) en 2<sup>ème</sup> année à Supélec et est dispensé en amphithéâtre d'environ cent élèves. Je suis également responsable du groupe pédagogique associé à ce cours, et j'ai participé à ce titre à l'élaboration du programme.

Le contenu du cours a pour objectifs de former les élèves sur les outils permettant de concevoir une chaîne de motorisation répondant à un cahier des charges défini, c'est à dire adaptée à une application spécifique, par le choix de ses éléments constitutifs : transmission, moteur, convertisseur, loi de commande. Ce cours établit une connexion entre les domaines de la Mécanique, de l'Automatique, de l'Electrotechnique et de l'Electronique de puissance. L'aspect physique dans une approche ingénieur est importante dans ce cours où une idée forte est d'aborder rigoureusement, et d'une manière formalisée, le problème du dimensionnement et de la commande des chaînes de motorisation. Ce cours a bénéficié de retombées de certains de mes travaux de recherche.

La responsabilité du cours s'étend également à celle des travaux dirigés et au contenu des travaux de laboratoire dont l'objectif est de permettre aux élèves d'assimiler les notions et concepts abordés en cours. Il convient de préciser à ce stade que la majorité des cours en tronc commun à Supélec sont complétés en plus de travaux dirigés par des séances de laboratoire. Dans le cadre de ce cours, le support de l'étude de laboratoire est la commande d'une machine à courant continu (5 kW) chargée au moyen d'une génératrice et met en œuvre les méthodes fréquentielles et les méthodes dans l'espace d'état.

Un ouvrage spécifique [cf. 1.5.8.2], distribué aux élèves dans leur dotation de photocopies, a été rédigé en commun avec les professeurs participant au groupe pédagogique.

- **Commande Numérique.** Cet enseignement est dispensé en commun aux élèves des options de 3<sup>ème</sup> année des options ACS (Automatique et Conception de Systèmes) et CE (Conversion d'Energie) depuis l'année universitaire 1992-1993. Il concerne un groupe d'environ 50 élèves. Le programme du cours traite la représentation, l'analyse et la commande des systèmes ; la commande est abordée sous les formulations fréquentielle et polynomiale.

Sur ce cours j'ai établi une collaboration étroite avec E. OSTERTAG, professeur à l'ENSPS (Ecole Nationale Supérieure de Physique de Strasbourg), tant du point de vue du programme que des méthodes pédagogiques. Un ouvrage spécifique publié aux éditions Ellipses [cf. 1.5.2.2] a été rédigé en collaboration avec Eric OSTERTAG. Cet ouvrage est distribué aux élèves dans la dotation de photocopies fournis par l'Ecole.

- **Commande temporelle des systèmes.** Cet enseignement est dispensé aux élèves de l'option de 3<sup>ème</sup> année Conversion d'Energie depuis l'année universitaire 2001-2002. Les objectifs de ce cours sont d'aborder le problème de l'analyse de la stabilité des systèmes non linéaires en utilisant les méthodes de Lyapunov, d'introduire la

commande optimale et l'estimation dans l'espace d'état. La commande par retour d'état est présentée sous la forme du placement de valeurs propres et sous la forme Linéaire Quadratique Gaussienne (LQG). Sur ce cours, j'ai rédigé un document spécifique [cf. 1.5.8.9] dont la version électronique est mise à la disposition des élèves de Supélec.

- **Cours de mise à niveau en Automatique.** Je dispense ce cours, en équipe avec G. DUC (EA 1399), aux étudiants du Master Recherche ATSI Automatique, Traitement du Signal et de l'Image, Supélec/Paris Sud XI depuis l'année scolaire 1999-2000. Le contenu du cours balaye les outils « classiques » de l'Automatique : approche fréquentielle, représentation et commande dans l'espace d'état et commande numérique.

### *Cours magistral dispensé à l'ENS Cachan*

- **Automatique.** Depuis l'année universitaire 2004-2005 je suis chargé d'un cours d'Automatique, en équipe avec Didier DUMUR (EA1399), à l'ENS Cachan dans le cadre de la préparation aux agrégations de Mécanique et Génie Mécanique. Ce cours couvre le programme d'Automatique de ces agrégations et porte sur la commande à temps continu et à temps discret des systèmes dynamiques.

### *Cours dispensés à l'Ecole des Mines de Nantes (EMN)*

- **Systèmes non linéaires.** Je suis chargé d'un cours (7h30 de cours) sur les systèmes non linéaires à l'Ecole des Mines de Nantes depuis l'année 1999-2000. Les thèmes abordés concernent différentes méthodes : analyse dans le plan de phase, méthode du 1<sup>er</sup> harmonique, bien adaptée au problème des ingénieurs confrontés à des non linéarités dures, et dans un objectif plus prospectif l'approche par la géométrie différentielle. Un des objectifs de ce cours est aussi de sensibiliser les élèves aux nécessités de prendre en compte les non linéarités lorsqu'il s'agit de valider ou de vérifier un cahier des charges. J'ai rédigé deux documents spécifiques, portant sur ces thèmes, fournis aux élèves.

### *Responsabilité de travaux dirigés à Supélec*

Cet aspect de l'enseignement se concentre sur les différents thèmes concernant l'enseignement de l'Automatique à Supélec. Ils sont toujours associés à un cours magistral.

Thème	Année	Niveau	Depuis
<b>Commande Numérique</b>	3 <sup>ème</sup> A., options ACS <sup>(1)</sup> et CE <sup>(2)</sup>	M2	1992
<b>Commande numérique, Asservissements non linéaires</b>	3 <sup>ème</sup> A, option SE <sup>(3)</sup>	M2	1994
<b>Identification</b>	3 <sup>ème</sup> A., options ACS <sup>(1)</sup> et CE <sup>(2)</sup>	M2	1994
<b>Estimation</b>	3 <sup>ème</sup> A, option CE <sup>(2)</sup>	M2	1994
<b>Automatique</b>	2 <sup>ème</sup> A, tronc commun	M1	1988
<b>Principes et méthodes de commande des entraînements à vitesse variable</b>	2 <sup>ème</sup> A, tronc commun	M1	2003
<b>Signaux et systèmes</b>	1 <sup>ère</sup> A, tronc commun	L3	1988

(1) : Automatique et Conception de Systèmes ; (2) : Conversion d'Energie ; (3) : Systèmes Énergétiques

### **Travaux de laboratoire et projets (à Supélec)**

Les responsabilités associées à cet enseignement concernent non seulement l'encadrement lui-même mais également la définition des thèmes et le contenu des sujets.

- Encadrement des travaux de laboratoire dans les options de 3<sup>ème</sup> année ACS (Automatique) et CE (Conversion d'Energie) depuis l'année universitaire 1984-1985. Ces travaux de laboratoire couvrent en particulier l'ensemble de l'enseignement dispensé dans l'option Automatique suivant le principe d'associer un sujet de travail de laboratoire à un cours. La durée des études proposées correspond à celle du poids du cours associé dans l'option. Programme couvert : informatique temps réel, micro-informatique, régulation, asservissements non linéaires, commande numérique, commande prédictive, identification, filtrage de Kalman, commande optimale, commande robuste, optimisation.
- Encadrement des projets de conception d'Automatique en 2<sup>ème</sup> année. Ces projets ont comme objectif d'illustrer directement le cours d'Automatique de 2<sup>ème</sup> année.
- Encadrement de projets de modélisation en 1<sup>ère</sup> année. Le thème de ces projets (modélisation, analyse) se prête particulièrement à une association avec mes travaux de recherche et plus spécifiquement à la modélisation de systèmes mécaniques : robots poly-articulés, phénomènes de frottement ou encore de systèmes en électronique de puissance.

#### **1.2.4. Formation continue**

##### **35 heures équivalent TD**

Les sessions de formation auxquelles je participe ont lieu une ou deux fois par an à Supélec (campus de Gif), chaque stage se déroule sur une durée de cinq jours et le niveau du cours s'adresse à des ingénieurs en activité.

Session	Enseignement dispensé
<b>Régulation numérique (Responsable de la session)</b>	Cours sur la commande Numérique des Systèmes
	Travaux dirigés sur la synthèse de régulateurs numériques
<b>Comparaison des méthodes de commande<sup>(1)</sup></b>	Cours sur la commande Numérique des systèmes
	Cours sur la Commande Non Linéaire (linéarisation par bouclage)
<b>Asservissement numérique des systèmes électromécaniques</b>	Cours et travaux dirigés sur la Précision des Asservissements
	Cours sur la Commande Numérique des Systèmes
	Cours sur la Commande par Modes Glissants
<b>Introduction aux systèmes asservis</b>	Travaux pratiques : identification, analyse et synthèse
	Travaux dirigés de CAO
<b>Traitement Numérique du signal</b>	Cours sur la Transformation en z
<b>Communications Numériques</b>	Travaux dirigés de CAO sur le Filtrage Numérique

(1) Le programme de cette session aborde différentes de méthodes de commande : placement de pôles (structure RST), prédictive, dans l'espace d'état,  $H_{\infty}$ , adaptative, non linéaire, logique floue ou encore des méthodes d'analyse (comme la  $\mu$ -analyse par exemple). Le niveau de l'enseignement dispensé s'adresse spécifiquement à des ingénieurs en activité dans le domaine de la R&D en Automatique.

### 1.2.5. Synthèse des activités d'enseignement actuelles

#### Enseignements dispensés en formation initiale

	Etablissement	Niveau	CM	TD	TL	heTD*
Commande Numérique	Supélec	M2	9	18	9	13,5
Commande Temporelle	Supélec	M2	9	7,5	4,5	13,5
Automatique (3ème année)	Supélec	M2		23,5 <sup>(1)</sup>	144 <sup>(2)</sup>	157,1
Commande des entraînements à vitesse variable	Supélec	M1	18	6		33,0
Automatique (2ème année)	Supélec	M1		7,5 <sup>(3)</sup>	18	21,0
Signaux et systèmes	Supélec	L3		6		6,0
Automatique (Master)	Supélec-Paris Sud	M2	3	10		14,5
Automatique (Agrégation)	ENS Cachan	M1	12			18,0
Commande Non Linéaire	EMN de Nantes	M2	7,5			11,25
<b>Total</b>			<b>58,5</b>	<b>68,5</b>	<b>175,5</b>	<b>288</b>

(1) : asservissements non linéaires, commande numérique, identification, filtrages de Wiener et de Kalman dans les options de 3<sup>ème</sup> année Automatique, Conversion d'Energie et Systèmes Energétiques ; les durées données ne comptabilisent pas celles des TD des cours de Commande Numérique et Commande Temporelle déjà intégrés dans les lignes spécifiques de ces cours.

(2) : ces travaux de laboratoire ne comptabilisent ceux effectués pour les cours de Commande Numérique et Commande Temporelle déjà intégrés dans les lignes spécifiques de ces cours.

(3) : ces TD illustrent le cours d'Automatique de 2<sup>ème</sup> année abordant les méthodes fréquentielles et les méthodes dans l'espace d'état.

#### Enseignements dispensés en formation continue

	Niveau estimé	CM	TD	TL	heTD*
Asservissement numérique des systèmes électromécaniques	M2	5	1,5	2	
Comparaison des méthodes de commande	M2	5,5	1,5		
Régulation Numérique	M1	4	1,5		
Introduction aux systèmes asservis	L3		1,5	5,5	
Traitement numérique du signal	L3				
Filtrage Numérique	L3		1,5		
<b>Total</b>		<b>14,5</b>	<b>7,5</b>	<b>7,5</b>	<b>35</b>

\* Heures équivalent TD

### 1.2.6. Activités d'enseignement antérieures

Etablissement	Enseignement dispensé	Niveau	Période
<b>ENPC/Supélec</b>	Cours « <i>Eléments d'Automatique</i> » au mastère Transports Intelligents	Mastère	2001-2004
<b>INT (Institut National de Télécommunications)</b>	Chargé d'un cours sur la Commande Numérique des Systèmes en Mastère	Mastère	1991-1994
<b>Université de Paris Sud XI</b>	Travaux pratiques d'Automatique pour les étudiants en maîtrise EEA	M2	1986-2000
<b>EFREI</b>	Chargé du cours d'Automatique	M1 et M2	1986-2007
<b>ESME-Sudria</b>	Chargé du cours d'Automatique	M2	1986-1996
<b>Supélec</b>	Travaux dirigés sur le cours de Systèmes Linéaires en 2 <sup>ème</sup> année	M2	1988-1994
	Travaux dirigés sur le cours de Systèmes Logiques en 1 <sup>ère</sup> année	L3	1990-2002
	Travaux dirigés sur le cours d'Architecture des systèmes informatiques	L3	1987-1993
	Projets d'Informatique	L3	1987-1993

### 1.2.7. Rédaction de documents de cours

Pour tous les cours j'ai rédigé un document spécifique, la liste est donnée dans la section 1.5.8.

### 1.3. Activités de recherche au sein du département Automatique de Supélec

---

Enseignant chercheur au département Automatique de Supélec (département de recherche et d'enseignement), mes activités concernent d'une part des travaux de recherche dans le domaine de la commande de systèmes, d'autre part des actes d'enseignement dans les trois années de la formation initiale et en formation continue.

Les thèmes de recherche que je mène abordent plus spécifiquement : la modélisation et commande des systèmes en électronique de puissance, le pilotage d'actionneurs électriques et enfin la modélisation et la commande de systèmes mécaniques.

Mes travaux de recherche sont menés au sein de l'équipe d'accueil EA1399 (équipe d'Automatique). Les thèmes de l'équipe s'articulent autour de trois axes de recherche : Systèmes Complexes, Commande Multivariable Robuste et Commande Prédictive. Mes travaux sont en majorité effectués dans le groupe Systèmes Complexes, dans l'objectif d'aborder tout problème nécessitant la modélisation et la commande de systèmes dynamiques, indépendamment des courants méthodologiques. Plus particulièrement, j'ai la responsabilité depuis 2002, au sein du groupe systèmes complexes, des thèmes : systèmes électromécaniques et commande de procédés en électronique de puissance et l'animation des travaux contractuels en liaison avec l'industrie. J'effectue des travaux de recherche complémentaires, portant sur l'analyse de robustesse des systèmes non linéaires, dans le groupe Commande Multivariable Robuste. Cette partie des travaux revêt un caractère essentiellement méthodologique.

Aussi mes thèmes de recherche ont été, et sont encore, fortement marqués par les applications de l'Automatique, en termes de modélisation, d'identification et de commande, aux systèmes industriels. Le cadre de ces travaux est la formalisation de problèmes posés par des industriels, souvent complexes ou d'ordre important, et la conception du cahier des charges pour des systèmes selon une approche fonctionnelle. La commande est abordée dans les travaux concernant les problématiques industrielles sans *a priori*, le critère important étant la synthèse et la validation d'une loi de commande propre à remplir les objectifs fixés par un cahier des charges.

Ainsi, l'ensemble de mes travaux concerne bien sûr le problème de synthèse de lois de commande mais aussi, et c'est fondamental dans les problèmes de commande, la modélisation abordée sous ses différentes formes : modèles de connaissances, d'analyse ou encore de commande. Dans le cas des problèmes industriels, cette phase de modélisation peut s'avérer complexe : prise en compte d'éléments souvent négligés, dimension importante, mise en place de procédures de validation, développement d'outils permettant l'utilisation des méthodes de l'Automatique dans un environnement industriel.

Les travaux de recherche que je mène, qui abordent souvent les problèmes avant même la définition précise du cahier des charges, nécessitent une solide culture dans les méthodes de l'Automatique, et en particulier dans les outils de modélisation et d'identification. Les travaux de modélisation nécessitent des compétences dans différents domaines de la physique : mécanique, électronique, mécanique des fluides et thermodynamique.

Ainsi, au sein de l'équipe « Systèmes complexes », j'ai en charge les projets issus d'une problématique industrielle nécessitant la mise en place de la démarche de formalisation du problème : modélisation, identification permettant de formuler le problème de la commande, validation expérimentale. Les problèmes de commande sont abordés sans *a priori*, aucune méthode n'étant privilégiée du point de vue méthodologique. Ainsi, au cours des travaux que

j'ai pu mener sur des thématiques industrielles, un grand nombre de méthodes ont été mises en œuvre avec succès, contribuant ainsi au transfert de méthodes parfois très récentes vers le secteur industriel.

Ces travaux ont permis de nombreuses collaborations industrielles (cf. rapports 1.6.1 à 1.6.25 et §1.8) souvent suivies sur plusieurs années (General Electric, Renault, Faiveley, Schneider Electric, etc). Dans un premier temps, ces travaux de collaboration ont été effectués directement dans le cadre de ma charge d'enseignant chercheur, depuis quelques années elles donnent également lieu à des collaborations sous la forme de thèses de doctorat avec souvent un financement CIFRE.

Dans le cadre de ces activités de recherche, j'ai assuré la direction de deux thèses et ai participé à l'encadrement de deux autres thèses soutenues. Ces thèses ont été réalisées dans le cadre d'un partenariat industriel avec le soutien d'un financement CIFRE et en collaboration étroite avec le Laboratoire de Signaux et Systèmes (L2S).

Enfin, dans l'équipe d'accueil, j'ai actuellement en charge la direction d'un doctorant (K. JABRI) et je participe à l'encadrement de trois doctorants (G. PITA, O. AL ASSAD et M. ZAINEA) dont les travaux sont menés au département Automatique (école doctorale Sciences et Technologies de l'Information des Télécommunications et des Systèmes, STITS, de Paris-Sud XI). Pour la direction de K. JABRI je bénéficie d'une dérogation de l'Université de Paris Sud Orsay afin de diriger ses travaux.

Par le biais du thème sur la commande des systèmes en électronique de puissance, j'ai établi une collaboration avec l'équipe Electronique de Puissance du département Energie de Supélec (campus de Gif) et avec l'équipe Automatique des Systèmes Hybrides (ASH) de Supélec (campus de Rennes). Sur cette thématique, une nouvelle collaboration avec le laboratoire Ampère (INSA de Lyon) est actuellement en cours de mise en place. Les travaux menés ont pour objectif d'aborder d'un point de vue théorique le cas des systèmes subissant des changements de structure suivant leur mode de fonctionnement et comme domaine d'application la modélisation et la commande des convertisseurs. Cette problématique est nouvelle et répond à des besoins scientifiques et industriels dans le domaine de l'électronique de puissance et des systèmes embarqués.

Depuis longtemps, je mène par ailleurs une collaboration très suivie avec E. OSTERTAG du Laboratoire des Sciences de l'Image, de l'Informatique et de la Télédétection L.S.I.I.T. (UMR CNRS-ULP 7005 ; Université Louis Pasteur de Strasbourg) sur la commande numérique des systèmes. Cette collaboration a donné lieu à des avancées et des applications dans le domaine de la commande numérique d'onduleurs et des filtres actifs. Elle s'est concrétisée par un ouvrage, plusieurs articles dans des congrès internationaux avec actes et par des retombées relativement importantes dans notre enseignement de la commande numérique. Ces recherches vont de la méthodologie de commande jusqu'à l'élaboration de procédures facilitant la mise en place d'une synthèse automatisée, en passant par une rationalisation de leur présentation. Les travaux de collaboration avec E. OSTERTAG se poursuivent actuellement dans l'objectif du prolongement méthodologique vers les méthodes de commande robuste.

### ***Thèmes et domaines abordés***

- Modélisation et commande des systèmes en électronique de puissance.
- Pilotage d'actionneurs électriques.
- Modélisation de systèmes mécaniques, en particulier de systèmes polyarticulés et comportant des souplesses structurelles.

### ***Participation au rayonnement scientifique***

- Intervention auprès de General Electric comme expert dans la commande de systèmes en électronique de puissance depuis 2000.
- Relecteur pour différentes conférences internationales.
- Conseiller éditorial pour les éditions Dunod dans le domaine de l'EEA (Electrotechnique, Electronique, Automatique) depuis 2007.

## 1.4. Direction et encadrement de doctorants et stagiaires

---

### 1.4.1. Direction et encadrement de thèses soutenues

Travaux de thèse de Bastien BORSOTTO (2004–2008) :

- Titre : « *Modélisation et commande d'un système d'embrayage humide* »
- Direction de thèse : P. BOUCHER
- Encadrement : D. BEAUVOIS (45%), E. GODOY (45%), P. BOUCHER (10%)
- Thèse avec financement CIFRE en collaboration avec RENAULT.
- Université de Paris Sud XI Orsay, soutenue le 1<sup>er</sup> juillet 2008

Travaux de thèse de Nicolas ROMANI (2003–2007) :

- Titre : « *Modélisation et commande d'un module de puissance destiné à un véhicule à pile à combustible* »
- Direction de thèse : D. DUMUR
- Encadrement : E. GODOY (45%), D. BEAUVOIS (45%) et D. DUMUR (10%)
- Thèse avec financement CIFRE en collaboration avec RENAULT.
- Université de Paris Sud XI, soutenue en septembre 2007

Travaux de Joël ADOUNKPE (2001–2004)

- Titre « *Analyse de la robustesse dans le cadre de la commande non linéaire. Application au pilotage d'un missile* »
- Direction de thèse : E. GODOY (dérogation pour direction de thèse de l'Université de Paris Sud XI)
- Encadrement : E. GODOY (50%) et S. DIOP (50%)
- Thèse avec financement CIFRE en collaboration avec MBDA
- Université de Paris Sud XI, soutenue en décembre 2004

Travaux de Vincent CROULARD (1998–2002)

- Titre : « *Commande multicritères d'un convertisseur à double résonance* »
- Direction de thèse : E. GODOY (dérogation pour direction de thèse de l'Université de Paris Sud XI)
- Encadrement : E. GODOY
- Thèse avec financement CIFRE en collaboration avec General Electric
- Université de Paris Sud XI, soutenue en mai 2002

Travaux de thèse de Yann MIEGEVILLE (1991–1994) :

- Titre : « *Commande d'un système linéaire instationnaire périodique : Application à l'hélicoptère* », thèse soutenue en 1994
- Direction de thèse : Daniel VIAULT
- Encadrement : E. GODOY (50%) et D. VIAULT (50%)
- Thèse avec financement CIFRE en collaboration avec EUROCOPTER
- Université de Paris Sud XI - 1994

A noter que tous les doctorants dirigés ou (et) encadrés n'ont rencontré aucune difficulté à trouver un travail dans l'industrie : Vincent CROULARD et Yann MIEGEVILLE sont actuellement chefs de projet respectivement dans Thales Alenia Space et General Electric Healthcare, Joël ADOUNKPE est ingénieur de R&D au sein d'un département du groupe PSA, enfin Nicolas ROMANI et Bastien BORSOTTO sont ingénieurs à la direction des études et recherche de Renault. On peut remarquer également qu'à l'exception de Joël ADOUNKPE les quatre autres doctorants ont continué leurs carrières professionnelles au sein des groupes industriels avec lesquels l'activité de thèse (avec financement CIFRE) s'est déroulée.

#### **1.4.2. Direction et encadrements de thèses en cours**

Travaux de thèse de Karim JABRI (2006–...) :

- Titre : « *Etude et amélioration des performances et de la robustesse des lois de commande de procédés sidérurgiques – Application à la régulation de niveau en coulée continue* », actuellement en 2<sup>ème</sup> année de thèse
- Direction de thèse : E. GODOY (dérogation pour direction de thèse de l'Université de Paris Sud XI)
- Thèse avec financement CIFRE en collaboration avec ARCELOR MITTAL RESEARCH.
- Université de Paris Sud XI Orsay

Travaux de thèse de Guillermo PITA (2007–...) :

- Titre : « *Etude et conception d'algorithmes de commande pour un véhicule automobile avec direction et freinage découplés* », actuellement en 1<sup>ère</sup> année de thèse
- Direction de thèse : D. DUMUR
- Encadrement : D. DUMUR (50%), E. GODOY (50%)
- Thèse avec financement CIFRE en collaboration avec RENAULT.
- Université de Paris Sud XI Orsay - Supélec

Travaux de thèse d'Omar AL ASSAD (2005–2008) :

- Titre : « *Modélisation, identification, et commande d'un positionneur vasculaire pour une application en radiologie médicale* », actuellement en 3<sup>ème</sup> année de thèse
- Direction de thèse : P. BOUCHER
- Encadrement : E. GODOY (90%), P. BOUCHER (10%)
- Thèse avec financement CIFRE en collaboration avec GENERAL ELECTRIC HEALTHCARE.
- Université de Paris Sud XI Orsay

Travaux de thèse de Marius ZAINEA (2003–2008) :

- Titre : « *Application des approches de modélisation, analyse et commande hybrides au domaine de l'électronique de puissance* », actuellement en 3<sup>ème</sup> année de thèse
- Direction de thèse : H. GUEGUEN
- Encadrement : H. CORMERAIS (40%), E. GODOY (20%), H. GUEGUEN (40%)
- Université de Rennes, soutenance prévue fin 2008

### **1.4.3. Stages de Master et de projets de fin d'études**

**2007.** Stage de fin d'études de Adina CATANA de l'Ecole Polytechnique de Bucarest, « *Etude de la commande robuste d'un robot utilisé en imagerie médicale, réduction des vibrations* », encadrement par E. GODOY.

**2006.** Stage de fin d'études de Elif BOLAT de l'Ecole Polytechnique de Bucarest, « *Etude de la commande multivariable d'un robot multiaxe utilisé en imagerie médicale* » encadrement par E. GODOY.

**2005.** Stage de Master de Cristina STOICA de l'Ecole Polytechnique de Bucarest, « *Etude d'une commande robuste pour une nouvelle topologie de convertisseur de puissance* », encadrement par E. GODOY.

**2004.** Stage de fin d'études de Cristina STOICA de l'Ecole Polytechnique de Bucarest, « *Analyse de robustesse des systèmes non linéaires par les fonctions de Lyapunov à paramètres dépendants* », encadrement par E. GODOY et J. ADOUNKPE.

**2003.** Stage de fin d'études de Hulya RESUL de l'Ecole Polytechnique de Bucarest, « *Utilisation des contraintes intégrales quadratiques IQC pour l'étude de la robustesse d'une commande non linéaire* », encadrement par E. GODOY et J. ADOUNKPE.

## 1.5. Liste de publications

---

### 1.5.1. Avant propos

Le dossier que je présente ici constitue une synthèse de mes activités d'enseignement et de recherche au sein du département Automatique de Supélec. Le cadre de mes recherches a souvent comme origine une problématique industrielle qui peut prendre plusieurs formes de recherche appliquée : veille scientifique, études en vue de projets finalisés ou encore études amont. Ces travaux de collaboration industrielle s'inscrivent dans des périodes longues et ne facilitent pas pour diverses raisons (la confidentialité par exemple) la publication dans des revues. Les activités de collaboration industrielle se prêtent cependant au dépôt de brevet et à la publication dans les congrès ou les conférences, lieux de rencontre avec des chercheurs d'autres laboratoires et des partenaires. Concernant les publications, la section 1.5 contient une liste sous différentes formes : 7 brevets (cf. 1.5.3.1 à 1.5.3.7), 2 ouvrages (cf. 1.5.2.1 et 1.5.2.2) et 2 participations à des ouvrages (cf. 1.5.2.3 et 1.5.2.4), 2 publications dans des revues (cf. 1.5.4.1 et 1.5.5.1), 36 publications dans des conférences internationales avec actes (cf. 1.5.6.1 à 1.5.6.36) et 3 publications dans des conférences nationales avec actes (cf. 1.5.7.1 à 1.5.7.3).

Dans le travail de rédaction d'ouvrages, deux références ont constitué un travail relativement important :

- « *La régulation industrielle* » (cf. 1.5.2.1) est destiné clairement à un public ingénieur ; il traite non seulement des problèmes de commande mais aussi des actionneurs et des capteurs. Pour la rédaction de cet ouvrage, en plus de la rédaction de 4 chapitres, j'ai assuré la responsabilité scientifique de l'édition et la coordination. En outre, des auteurs de différents champs thématiques (Automatique, Electronique de puissance, Instrumentation et mesure, Ingénierie) ont participé à la rédaction.
- « *Commande numérique des systèmes. Approches fréquentielle et polynomiale* » (cf. 1.5.2.2) est un ouvrage à orientation académique rédigé en collaboration avec E. Ostertag (ENSPS), constituant le fruit d'une collaboration suivie sur la commande numérique tant du point de vue des travaux de recherche que d'enseignement. L'ouvrage est destiné aux élèves en Ecole d'Ingénieur et étudiants de Master et comporte non seulement des exposés méthodologiques mais aussi des exercices et problèmes corrigés et non corrigés.

La politique de brevets est un aspect important dans le cadre des collaborations industrielles. Lors des collaborations suivies que nous avons mené avec General Electric Healthcare nous avons mis en place les principes et la structure de commande, originaux dans un cadre industriel, des générateurs pour les tubes à rayons-X qui équipent actuellement les différents systèmes d'imagerie médicale : vasculaires, mammographie, scanners,... Le générateur et les structures de commande associées sont déclinés en termes de puissance pour les différents systèmes. Au regard de l'importance et des performances obtenues, des brevets ont ainsi été pris pour protéger, vis-à-vis de la concurrence de General Electric Healthcare, les structures et les méthodes de commande développées. Ce brevet déposé dans un premier temps en France (cf. 1.5.3.6) a par la suite été étendu à l'international par la prise de brevets pour l'Europe, les Etats-Unis et le Japon (cf. 1.5.3.2, 1.5.3. 4 et 1.5.3.5).

Le domaine de l'automobile est fortement concurrentiel et là aussi la protection des solutions utilisées s'impose. Ainsi, les travaux menés en collaboration ont amené à la prise de plusieurs brevets, comme dans 1.5.3.1 dans les problèmes de mesure pour limiter le nombre de capteurs

et améliorer les mesures ou encore 1.5.3.7 pour protéger les solutions apportées dans les architectures de commande.

En termes de publication, les travaux de collaboration imposent des contraintes dues aux exigences de la confidentialité industrielle, comme la nécessité de l'autorisation de publication. Ainsi les délais courants sur des thèmes importants et stratégiques qui nous sont imposés dans les collaborations contractuelles peuvent atteindre cinq ans. A titre exemple, une partie du contenu scientifique de la partie 2 du mémoire aurait difficilement pu faire partie du dossier HDR il y seulement 3 ans.

Enfin, pour l'année 2008 :

- un papier a été accepté pour publication dans une revue (International Journal of Control, Automation, and Systems),
- six publications ont été acceptées dans des conférences internationales avec actes : IFAC World Congress 2008 (Seoul, Corée), ICINCO 2008 (Portugal, Madère), CIFA 2008 (Bucarest, Roumanie), INTELEC 2008 (San Diego, USA), Multi-conference on Systems and Control MSC 2008 (San Antonio, USA),
- une publication a été acceptée dans une conférence nationale avec actes,
- la rédaction d'un ouvrage sur les actionneurs (P. BOUCHER, E. GODOY et J.C. VANNIER) doit débiter pour parution en septembre 2009 aux éditions Dunod.

### **1.5.2. Ouvrages**

[1.5.2.1] Responsable scientifique et éditorial d'un ouvrage collectif, rédaction de 4 chapitres sur 20, « *Régulation Industrielle* », Editions Dunod, Septembre 2007, 525 pages.

[1.5.2.2] E. GODOY, E. OSTERTAG, « *Commande numérique des systèmes. Approches fréquentielle et polynomiale* », Éditions Ellipses, Septembre 2003, 250 pages.

[1.5.2.3] Participation à l'ouvrage commun « *Asservissements et régulations continus. Analyse et synthèse. Problèmes avec solutions* », rédaction de 3 problèmes avec leurs solutions sur 10, Volume 2, Éditions Technip, Août 2002. Coordination de E. BOILLOT, 231 pages.

[1.5.2.4] Participation à l'ouvrage commun « *Asservissements et régulations continus. Analyse et synthèse. Problèmes avec solutions* », rédaction de 3 problèmes avec leurs solutions sur 10, Volume 1, Éditions Technip, Août 2000. Coordination de E. BOILLOT, 206 pages.

### **1.5.3. Brevets**

[1.5.3.1] BEAUVOIS D., GODOY E., ROMANI N., LE LAY V, brevet déposé pendant les travaux de thèse de Nicolas Romani, actuellement non publiable, n° de dépôt INPI 07-55472, RENAULT SA (FR), 2007.

[1.5.3.2] GODOY E., BOICHOT J., AYMARD N., "Method for controlling a double-resonance generator", General Electric Medical Systems (GEMS), n° de brevet US6711533, 23 mars 2004.

[1.5.3.3] BEAUVOIS D., GODOY E., RIPPOLL C., VANNIER J.C., "Method of controlling actuators for automatic gearboxes, comprises use of two calculators and three comparators to control motion in two phases of constant, equal accelerations of opposite sense", n° de brevet FR2839130, RENAULT SA (FR), 31 octobre 2003.

[1.5.3.4] GODOY E., BOICHOT J., AYMARD N., “*Method for controlling a double-resonance generator*”, General Electric Medical Systems (GEMS), n° de brevet EP1030435, 23 août 2000.

[1.5.3.5] GODOY E., BOICHOT J., AYMARD N., “*Method for controlling a double-resonance generating device*”, General Electric Medical Systems (GEMS), n° de brevet JP2000243594, 8 septembre 2000.

[1.5.3.6] GODOY E., BOICHOT J., AYMARD N., “*Method for controlling a double-resonance generator*”, General Electric Medical Systems (GEMS), n° de brevet FR2790150, 19 février 1999.

[1.5.3.7] BEAUVOIS D., GODOY E., “*Device for automatically controlling a hydraulic cylinder in terms of load, and motor vehicle suspension equipped with such a device*”, n° de brevet FR2667907, RENAULT SA (FR), 17 avril 1992.

#### **1.5.4. Publications dans des revues internationales**

\*[1.5.4.1] N. ROMANI, E. GODOY, D. BEAUVOIS, V. LE LAY, “Control-Oriented Modeling and Analysis of Air Supply System for Fuel Reforming Fuel Cell (FC) Vehicle”, ASME, *Fuel Cell Science and Technology*, janvier 2008, vol. 5, 13 pages.

[1.5.4.2] B. BORSOTTO, E. GODOY, D. BEAUVOIS, E. DEVAUD, “An Identification Method for Static and Dynamic Friction Coefficients”, à paraître dans *International Journal of Control, Automation, and Systems*.

#### **1.5.5. Publications dans des revues nationales**

\*[1.5.5.1] B. BORSOTTO, E. DEVAUD, D. BEAUVOIS, E. GODOY, “Les frottements : origines physiques et modèles”, *Technologies et formation*, Delagrave, décembre 2006, 25 pages.

#### **1.5.6. Publications dans des congrès internationaux avec actes**

[1.5.6.1] U. IFTIKHAR, E. GODOY, P. LEFRANC, D. SADARNAC, C. KARIMI, “A Control Strategy to Stabilize PWM DC-DC Converters with Input Filters Using State-Feedback and Pole-Placement”, in Proceedings of INTELEC 2008, San Diego, USA, 14-18 septembre 2008, 6 pages.

[1.5.6.2] E. GODOY, P. AUBIN, C. STOICA, M. COYAUD, G. KALVELAGE, J.M. PIVOT, « Régulation d’impédance d’un convertisseur de puissance de type Katium », à paraître dans les actes de la 5<sup>ème</sup> Conférence Internationale Francophone en Automatique CIFA 2008, Bucarest, Roumanie, 3-6 septembre 2008, 6 pages.

[1.5.6.3] B. BORSOTTO, E. GODOY, D. BEAUVOIS, E. DEVAUD, « Modélisation d’un Système d’Embrayage – Identification par la Méthode des Auto-oscillations », à paraître dans les actes de la 5<sup>ème</sup> Conférence Internationale Francophone en Automatique CIFA 2008, Bucarest, Roumanie, 3-6 septembre 2008, 6 pages.

---

\* Article fourni en annexe

- [1.5.6.4] B. BORSOTTO, D. BEAUVOIS, E. GODOY, E. NEGRE, « Glissement Piloté d'un Système d'Embrayage – Application au Filtrage d'Acyclismes », à paraître dans les actes de la 5<sup>ème</sup> *Conférence Internationale Francophone en Automatique CIFA 2008*, Bucarest, Roumanie, 3-6 septembre 2008, 6 pages.
- [1.5.6.5] K. JABRI, D. DUMUR, B. BELE, A. MOUCHETTE, E. GODOY “Suppression of Periodic Disturbances in the Continuous Casting Process”, in Proceedings of IEEE Multi-conference on Systems and Control MSC 2008, San Antonio, USA, 3-5 septembre 2008, 6 pages.
- [1.5.6.6] O. AL ASSAD, E. GODOY, V. CROULARD, “Macroscopic drive chain efficiency modeling using state machines”, in Proceedings of 17<sup>th</sup> IFAC World Congress 2008, Seoul, Corée, 6-11 juillet 2008, 9 pages.
- [1.5.6.7] K. JABRI, E. GODOY, D. DUMUR, B. BELE, A. MOUCHETTE, “Disturbances estimation for mold level control in the continuous casting process”, in Proceedings of *Int'l Conf. Informatics in Control, Automation and Robotics ICINCO 2008*, Funchal, Madeira, Portugal, 11-15 mai 2008, 6 pages.
- [1.5.6.8] N. ROMANI, E. GODOY, D. BEAUVOIS, V. LE LAY, “Multivariable Control for Air Management System in Fuel Reforming Fuel Cell Vehicle”, in Proceedings of *IEEE European Control Conference ECC'2007*, Kos, Grèce, 2-5 juillet 2007, 8 pages.
- [1.5.6.9] E. GODOY, E. OSTERTAG, “Dual RST-control of an inverted pendulum, with Simulink S-functions implementation”, in Proceedings of *IEEE European Control Conference ECC'2007*, Kos, Grèce, 2-5 juillet 2007, 9 pages.
- [1.5.6.10] O. AL ASSAD, E. GODOY, V. CROULARD, “Irreversibility modeling applied to the control of complex robotic drive chains”, in Proceedings of *Int'l Conf. Informatics in Control, Automation and Robotics ICINCO 2007*, Angers, France, 9-12 mai 2007, 6 pages.
- [1.5.6.11] B. BORSOTTO, E. GODOY, D. BEAUVOIS, E. DEVAUD, “An Identification Method for Static and Dynamic Friction Coefficients”, in Proceedings of *International Conference on Control, Automation and Systems ICASS 2007*, Seoul, Corée, 17-20 octobre 2007, 6 pages.
- \*[1.5.6.12] M. ZAINEA, E. GODOY, J. BUISSON, H. CORMERAIS, H. GUÉGUEN, , “The Open-loop Control for the Start-up of a Double Resonance Converter Using a Hybrid Systems Approach”, in Proceedings of *IEEE International Conference on Control Applications CCA'2006*, Munich, Allemagne, 4-6 octobre 2006, 6 pages.
- [1.5.6.13] E. GODOY et E. OSTERTAG, “RST-controller design: a rational teaching method based on two Diophantine equations”, Madrid, in Proceedings of 7<sup>th</sup> *IFAC Symposium on Advances in Control Education ACE'06*, Madrid, Espagne, 21-23 juin 2006, 6 pages.
- [1.5.6.14] E. OSTERTAG, E. GODOY, « Synthèse RST à déphasage nul pour la régulation de la qualité d'un réseau électrique », dans les actes de la 6<sup>ème</sup> *Conférence Internationale Francophone en Automatique CIFA 2006*, Bordeaux, France, 30 mai-1<sup>er</sup> juin 2006, 6 pages.
- [1.5.6.15] N. ROMANI, E. GODOY, D. BEAUVOIS, V. LE LAY, « Modélisation et commande du système d'alimentation en air d'un véhicule Pile à Combustible avec reformage embarqué », dans les actes de la 6<sup>ème</sup> *Conférence Internationale Francophone en Automatique, CIFA 2006*, Bordeaux, France, 30 mai-1<sup>er</sup> juin 2006.
- [1.5.6.16] C. LIGERET, E. GODOY, H. GUEGEN, B. LORCET, "Analysis and Savings of Energy Consumed by Production Cell Control", in Proceedings of *IFAC workshop on Energy Saving Control in Plants and Buildings*, Bansko, octobre 2006, 6 pages.

---

\* Article fourni en annexe

[1.5.6.17] E. OSTERTAG, E. GODOY, “RST-Controller Design for Sinewave References by Means of an Auxiliary Diophantine Equation”, in Proceedings of *44th IEEE Conference on Decision and Control and 7th European Control Conference ECC 2005*, CDC-ECC’2005, Seville 12-15 décembre 2005, 6 pages.

\*[1.5.6.18] M. ZAINEA, E. GODOY, H. CORMERAIS, J. BUISSON, H. GUÉGUEN, “A double resonance generator simulation using a hybrid approach”, in Proceedings of *11<sup>th</sup> European Conference on Power Electronics and Applications EPE’2005*, Dresde, septembre 2005, 10 pages.

\*[1.5.6.19] M. ZAINEA, J. BUISSON, H. CORMERAIS, H. GUÉGUEN, E. GODOY, “Automatic Simulink Model Building for Physical Switching Systems”, in Proceedings of *17<sup>th</sup> IMACS World Congress, Scientific Computation, Applied Mathematics and Simulation*, Paris, France, 11-15 juillet 2005, 7 pages.

[1.5.6.20] N. ROMANI, E. GODOY, D. BEAUVOIS, V. LE LAY, “Control-Oriented Modeling and Analysis of Air Supply System for Fuel Reforming Fuel Cell (FC) Vehicle”, in Proceedings of *First European Fuel Cell Technology and Applications Conference EFC05*, Rome, 14-16 décembre 2005, 12 pages.

[1.5.6.21] N. ROMANI, V. LE-LAY, E. GODOY, D. BEAUVOIS “Numerical simulation based on dynamic flow models to improve analysis and control of air supply system for Fuel Cell Vehicle”, *SIA International Congress: Fluid Dynamics Applications In Ground Transportation*, Lyon, octobre 2005.

[1.5.6.22] E. GODOY, I.-J. ADOUNKPÉ, J.-PH. HARCAUT, S. DIOP, « Analyse de robustesse par utilisation de contraintes intégrales quadratiques d’une loi de pilotage non linéaire », dans les actes de la *5<sup>ème</sup> Conférence Internationale Francophone en Automatique CIFA 2004*, Douz, Tunisie, novembre 2004, 6 pages.

\*[1.5.6.23] S. TEBBANI, E. GODOY, S. FONT, P. AUBIN, G. KALVELAGE, M. COYAUD, “Stability analysis and control of a gain-varying converter Using the SPARC Topology”, in Proceedings of *35th IEEE Power Electronics Specialists Conference PESC’04*, Aix-la-Chapelle, Allemagne, juin 2004, 6 pages.

\*[1.5.6.24] J. BUISSON, H. CORMERAIS, M. ZAINEA, H. GUÉGUEN, E. GODOY, “A Formal Approach to Compute Hybrid Automata Models for Linear Physical Systems with Ideal Switches”, in Proceedings of *IEEE Conference on Control Applications International Symposium on Intelligent Control Computer Aided Control Systems Design*, Taiwan, septembre 2004.

\*[1.5.6.25] I.-J. ADOUNKPE, E. GODOY, J.-P. HARCAUT, “Robustness analysis of a nonlinear missile autopilot: an integral quadratic constraint approach”, in Proceedings of *5th IEEE Asian Control Conference ASCC’2004*, Melbourne, juillet 2004, 8 pages.

[1.5.6.26] I.-J. ADOUNKPÉ, J.-PH. HARCAUT, H. RESUL, E. GODOY, “Robustness analysis of a non linear missile autopilot via integral quadratic constraints”, in Proceedings of *16th IFAC Symposium on Automatic Control in Aerospace ACA’2004*, Saint Petersburg, juin 2004, 6 pages.

\*[1.5.6.27] E. GODOY, S. TEBBANI, K. SAUTEREAU, Y. LOUVAIN, “Stability analysis of a constant-power inverter”, in Proceedings of *10th European Conference on Power Electronics and Applications EPE’2003*, Toulouse, septembre 2003, 9 pages.

---

\* Article fourni en annexe

[1.5.6.28] S. TEBBANI, E. GODOY, K. SAUTEREAU, Y. LOUVAIN, “Synchronization of the inverter voltage supply in order to reduce the residual output ripple”, in Proceedings of *10th European Conference on Power Electronics and Applications EPE’2003*, Toulouse, septembre 2003, 9 pages.

[1.5.6.29] E. GODOY, E. OSTERTAG, “A complete methodology for the design of a digital control law for PWM inverters”, in Proceedings of *10th European Conference on Power Electronics and Applications EPE’2003*, Toulouse, septembre 2003, 9 pages.

\*[1.5.6.30] J. ADOUNKPE, E. GODOY, J.-Ph. HARCAUT, S. DIOP, “Robustness analysis of a dynamic inversion based missile autopilot”, in Proceedings of *9th International IEEE Conference on Methods and Models in Automation and Robotics MMAR 2003*, Miedzyzdroje, Pologne, août 2003, 6 pages.

[1.5.6.31] E. GODOY, V. CROULARD, J. BOICHOT, « Modélisation et commande à gains commutés d’un convertisseur à double résonance », dans les actes de la *4<sup>ème</sup> Conférence Internationale Francophone d’Automatique*, Nantes, CIFA’2002, juillet 2002, 6 pages.

[1.5.6.32] V. CROULARD, E. GODOY, J. BOICHOT, “Control Design Methodology For Periodic Systems With Variable Sampling Period. Application To Resonant Converters”, in Proceedings of *6<sup>th</sup> European Control Conference ECC 2001*, Porto, septembre 2001, 8 pages.

\*[1.5.6.33] V. CROULARD, E. GODOY, J. BOICHOT, “QFT controller optimization for automatic QFT design”, *39<sup>th</sup> IEEE Conference on Decision and Control CDC 2000*, Sydney, décembre 2000.

\*[1.5.6.34] E. GODOY, J. BOICHOT, N. AYMARD, “Control Design Methodology For Periodic Systems With Variable Sampling Period. Application To Resonant Converters”, *5<sup>th</sup> European Control Conference ECC 1999*, Karlsruhe, septembre 1999.

\*[1.5.6.35] V. CROULARD, J. BOICHOT, G. GODOY, N. AYMARD, “An Output Feedback Design For Series-Parallel Resonant Converters”, in Proceedings of *8<sup>th</sup> European Conference on Power Electronics and Applications EPE’99*, Lausanne, septembre 1999, 6 pages.

[1.5.6.36] E. GODOY, J. LAEUFFER, T. PLANAS, B. LORCET, D. SADARNAC, “A Control analysis and closed loop design for series-parallel resonant converters”, in Proceedings of *7<sup>th</sup> European Conference on Power Electronics and Applications EPE’97*, Trondheim, septembre 1997, 6 pages.

### **1.5.7. Publications dans des conférences nationales avec actes**

[1.5.7.1] P. LEFRANC, E. GODOY, G. DUC, « Etude d’une loi de commande à gains commutés sur un convertisseur abaisseur avec filtre d’entrée et analyse de la stabilité par une approche LPV », XII<sup>ème</sup> colloque Electronique de Puissance du Futur EPF 2008, Tours, 3-4 juillet 2008.

[1.5.7.2] M. ZAINEA, H. CORMERAIS, J. BUISSON, H. GUEGUEN, E. GODOY, « Analyse des commutations dans un système avec des interrupteurs de l’électronique de puissance par une approche automate hybride », *Journées Doctorales et Nationales du GDR MACS, JDMACS 2005*, Lyon, 5-7 septembre 2005.

[1.5.7.3] V. CROULARD, E. GODOY, « Méthodologie de commande pour un système non linéaire périodique. Application à un convertisseur à double résonance », *Journée multi-contrôleurs dans le cadre du groupe de commande robuste*, Gif-sur-Yvette, mai 2000.

---

\* Article fourni en annexe

### **1.5.8. Rédaction de documents de cours**

[1.5.8.1] « *Commande numérique des systèmes* », polycopié Supélec, utilisé dans le cadre de la 3<sup>ème</sup> année, E. Godoy et E. Ostertag, 200 pages.

[1.5.8.2] « *Synthèse de correcteurs numériques par placement des pôles. Structure RST* », polycopié Supélec, E. Godoy, utilisé dans les stages de formation continue, 25 pages.

[1.5.8.3] « *Principes et méthodes des entraînements à vitesse variable* », polycopié Supélec, utilisé en 2<sup>ème</sup> année, A. Arzandeh, E. Godoy, E. Odic, P.Y. Richard, et H. Siguerdidjane, 220 pages.

[1.5.8.4] « *Commande par modes glissants* », notes de cours Supélec, E. Godoy, 19 pages.

[1.5.8.5] « *Transformation en z* », polycopié Supélec, utilisé dans les cours de mathématiques pour le traitement du signal, E. Godoy, 2 documents sous la forme d'un polycopié de cours (25 pages) et d'un cahier de cours (12 pages).

[1.5.8.6] « *Introduction à la commande non linéaire* », notes de cours Supélec, E. Godoy, 20 pages.

[1.5.8.7] « *Introduction à la commande non linéaire : linéarisation par difféomorphisme et bouclage* », E. Godoy, 33 pages.

[1.5.8.8] « *Systèmes non linéaires : méthode du 1<sup>er</sup> harmonique et analyse dans le plan de phase* », E. Godoy, 27 pages.

[1.5.8.9] « *Commande temporelle* », E. Godoy, 48 pages.

## **1.6. Principaux rapports scientifiques et de collaboration industrielle**

---

La liste suivante concerne les principaux rapports scientifiques suite à des collaborations contractuelles avec le milieu industriel. Dans la section 1.8 la thématique et les objectifs de ces collaborations sont décrits plus précisément.

- [1.6.1] E. GODOY, P. RODRIGUEZ, « *Etude du dimensionnement et de la commande d'une chaîne de motorisation pour scanner* », collaboration Sagem-Supélec, 2007.
- [1.6.2] E. GODOY E, D. BEAUVOIS, « *Contrôle de vibrations sur un robot médical en mode tomosynthèse. Plan d'expérimentation* » ; collaboration General Electric Medical Systems, 2007.
- [1.6.3] E. GODOY, « *Etude sur la maintenance prédictive des chaînes de motorisation utilisées dans le cadre d'applications ferroviaires* », collaboration Faiveley-Supélec, 2005.
- [1.6.4] D. BEAUVOIS, D. DUMUR, E. GODOY, S. TEBBANI, « *Modélisation et développement d'un simulateur de la chaîne de motorisation de portes pour applications ferroviaires* », collaboration Faiveley-Supélec, 2005.
- [1.6.5] E. GODOY, P. RODRIGUEZ, « *Etude de la boucle de régulation qualité image pour des applications médicales* », collaboration GE Healthcare-Supélec, 2004-2005.
- [1.6.6] S. FONT, E. GODOY, S. TEBBANI, « *Commande et optimisation d'une nouvelle architecture de convertisseur de puissance multicellulaire* », collaboration Faiveley-Supélec, 2000-2004.
- [1.6.7] E. GODOY, S. TEBBANI, « *Analyse de la stabilité et étude de la commande d'onduleurs triphasés sur charge à puissance constante* », collaboration Faiveley-Supélec, 2003.
- [1.6.8] E. GODOY, « *Modélisation, identification et commande des convertisseurs à double résonance pour des applications ferroviaires* », collaboration Faiveley-Supélec, 2003.
- [1.6.9] E. GODOY, E. GAVILANES, « *Analyse de la robustesse de la commande d'un générateur à double résonance pour l'alimentation des tubes à rayons-X dans le cadre du projet Jedi HP* » ; collaboration General Electric Medical Systems, 2003.
- [1.6.10] E. GODOY E, D. BEAUVOIS, « *Réglage des asservissements des chaînes de motorisation pour le mammographe ISIS* » ; collaboration General Electric Medical Systems, 2003.
- [1.6.11] E. GODOY, D. BEAUVOIS, « *Modélisation et commande des chaînes de motorisation des positionneurs pour des applications en mammographie* » ; collaboration General Electric Medical Systems, 2003.
- [1.6.12] D. BEAUVOIS, E. GODOY, J.C. VANNIER, « *Etude de la loi de pilotage dans le cadre d'un actionneur spécifique pour le pilotage d'une boîte de vitesse robotisée (BVR)* », collaboration Renault-Supélec, 2003.
- [1.6.13] D. BEAUVOIS, E. GODOY, J.C. VANNIER, « *Etudes des lois de commande pour les mouvements d'engagement/désengagement et sélection* », collaboration Renault-Supélec, 2002
- [1.6.14] D. BEAUVOIS, E. GODOY, J.C. VANNIER, « *Optimisation de la chaîne de motorisation pour les mouvements d'engagement/désengagement, sélection et embrayage* », collaboration Renault-Supélec, 2002

- [1.6.15] E. GODOY, D. BEAUVOIS, « *Analyse et commande d'un batteur actif à double étage* », collaboration Vibrachoc-Supélec, 2002.
- [1.6.16] E. GODOY, D. BEAUVOIS, « *Analyse et commande d'un batteur actif* », collaboration Paulstra-Supélec, 2000.
- [1.6.17] E. GODOY, « *Commande d'un convertisseur à double résonance. Analyse de la robustesse* », collaboration General Electric Medical Systems-Supélec, 1998.
- [1.6.18] E. GODOY, « *Commande d'un convertisseur à double résonance. Synthèse des lois de commande, modes vasculaires* », collaboration General Electric Medical Systems-Supélec, 1998.
- [1.6.19] E. GODOY, « *Commande d'un convertisseur à double résonance. Synthèse des lois de commande* », collaboration General Electric Medical Systems-Supélec, 1998.
- [1.6.20] E. GODOY, « *Commande d'un convertisseur à double résonance. Modélisation et simulation du convertisseur* », collaboration General Electric Medical Systems-Supélec, 1997.
- [1.6.21] E. GODOY, « *Régulation numérique d'un onduleur à découpage* », collaboration Schneider Electric-Supélec, 1995.
- [1.6.22] D. BEAUVOIS, P. BOUCHER, E. GODOY, « *Commande en force d'un vérin hydraulique pour suspension active de véhicule* », étude en collaboration avec Renault, 1993.
- [1.6.23] E. GODOY, « *Optimisation des lois de commande pour pale d'hélicoptère* », collaboration GDI-Supélec, étude DRET, 1992.
- [1.6.24] P. BOUCHER, E. GODOY, « *Extension du domaine de vol du rotor d'hélicoptère, vers des facteurs de charge et des vitesses élevés* », Collaboration GDI-Supélec, étude DRET, 1990.
- [1.6.25] P. BOUCHER, E. GODOY, « *Étude et optimisation de l'asservissement anti-décrochage de pale d'hélicoptère* », collaboration GDI-Supélec, étude DRET, 1989.

## 1.7. Présentation succincte de mes recherches

---

Au début de ma carrière, j'ai été incontestablement orienté par l'aspect applicatif de la discipline du fait du nombre important de contrats de collaboration industrielle qui m'ont été confiés. Ceci m'a permis de dégager des idées générales sur la nécessité du passage entre l'élaboration de méthodes formalisées sur la modélisation, l'analyse et la commande de systèmes, et leur utilisation dans les systèmes industriels. Grâce à cette expérience, j'ai pu ensuite non seulement participer à l'élaboration de nouveaux concepts de l'Automatique mais aussi les voir effectivement implantés dans des systèmes réels.

Du point de vue des thèmes de recherche abordés, deux périodes peuvent être mises en évidence :

- La période 1988 à 1994, marquée par une activité importante dans le domaine de l'Aéronautique et en particulier dans le pilotage des pales d'hélicoptère. Plusieurs collaborations, financées par la DRET, menées en collaboration avec la société GDI, ont porté sur l'amélioration des performances du rotor d'hélicoptère. Dans ce domaine et à partir de 2001 j'ai mené de nouveaux travaux sur la commande non linéaire et plus précisément sur l'analyse de robustesse. Ces études ont aussi accompagné deux thèses soutenues :
  - des études sur la commande des systèmes linéaires périodiques appliquée à la « *Commande multicyclique pour le pilotage d'hélicoptère* » ont permis la soutenance de thèse de Y. MIEGEVILLE, en collaboration avec Eurocopter avec un financement CIFRE,
  - des travaux théoriques sur « *l'Analyse de la robustesse dans le cadre de la commande non linéaire* » ont conduit à une collaboration avec S. DIOP du Laboratoire des Signaux et Systèmes (LSS) et à la soutenance de thèse de J. ADOUNKPE en partenariat avec MBDA avec un financement CIFRE. Un prolongement de ces travaux a consisté en une étude sur l'estimation du vent en vue de compléter les lois de pilotage par un terme de compensation.
- Depuis 1995 une part importante de mes activités de recherche concerne la contribution de l'Automatique pour la commande des systèmes en électronique de puissance. Ce travail s'est concrétisé par plusieurs collaborations. En particulier deux partenariats peuvent être cités en raison de l'ampleur des travaux menés :
  - General Electric pour des études portant sur la commande de générateurs utilisés pour l'alimentation des tubes à rayons-X destinés à des applications en imagerie médicale (convertisseurs à double résonance) ; cette collaboration a donné lieu à la soutenance de thèse de V. CROULARD et a permis de déposer plusieurs brevets,
  - Faiveley pour des travaux concernant la commande de convertisseurs de puissance utilisés pour des applications ferroviaires, convertisseurs à architecture classique ou à architecture innovante multicellulaire.

Le prolongement de ces travaux permet actuellement le développement, en collaboration avec l'équipe Automatique des Systèmes Hybrides (ASH) de Supélec-Rennes, d'aspects méthodologiques quant à la prise en compte du caractère hybride des applications à piloter en électronique de puissance. Ces aspects méthodologiques, qui font également l'objet des travaux de thèse de M. ZAINEA, ont pour objectif le développement de méthodes génériques pour la modélisation, l'analyse et à plus long

terme les méthodes de commande spécifiques aux systèmes en commutation, propriété caractéristique des procédés en électronique de puissance.

- En parallèle à ces thèmes, j'ai développé un autre axe de recherche concernant la commande de systèmes mécaniques en général, ce thème intégrant par ailleurs des thématiques associées, comme le pilotage d'actionneurs et de chaînes de motorisation. Cette problématique a constitué une part importante de l'activité et continuera de l'être dans les prochaines années. Les travaux sur ce thème se sont concrétisés par plusieurs collaborations industrielles (avec Renault dans le domaine de l'automobile, avec General Electric dans le domaine des positionneurs utilisés en imagerie médicale ou encore avec Faiveley dans le domaine ferroviaire).

L'élargissement de cette thématique à la commande de robots multi-axes fait actuellement l'objet du travail de thèse d'O. AL ASSAD, soutenu par une bourse CIFRE en collaboration avec General Electric Healthcare.

### **1.7.1. Domaine aéronautique**

Dans ce domaine une part importante des travaux a été effectuée dans le cadre du pilotage d'hélicoptères. En collaboration avec la société GyraVions Dorand Industries (GDI) nous avons mené des études sur la modélisation et la simulation du comportement des pales d'hélicoptère (cf. rapports 1.6.23 à 1.6.25).

Ces travaux ont fait l'objet de plusieurs collaborations, financées par la DRET et menées conjointement avec la société GDI. Ils ont porté sur l'amélioration des performances du rotor d'hélicoptère. Lors de ces travaux, nous avons participé à un groupe de travail de la DRET sur les problèmes de pilotage des rotors. Les objectifs de ces travaux concernaient :

- l'extension du domaine de vol vers des facteurs de charge élevés, zones réputées difficiles à atteindre dans le cas des pilotes automatiques,
- l'optimisation de la commande du pas de pale en vue d'améliorer le rendement du rotor.

Pour les besoins des objectifs finaux des travaux, un simulateur du comportement des pales a été développé en utilisant des modèles théoriques et des essais en soufflerie effectués par l'ONERA. Ce simulateur a servi d'une part à établir un modèle de comportement de la pale, d'autre part à mettre en place des procédures d'optimisation et de validation des lois de commande.

Dans le domaine du pilotage de pales d'hélicoptère nous avons accompagné les travaux de thèse de Y. MIEGEVILLE portant sur la commande des systèmes linéaires périodiques appliquée à la « *Commande multicyclique pour le pilotage d'hélicoptère* » en collaboration avec Eurocopter avec un financement CIFRE. L'objectif de ces travaux était le développement de procédures de commande en vue de réduire les vibrations transmises à la cellule et dues aux efforts alternés entre les pales avançante et reculante. Ces efforts alternés se traduisant par des efforts sinusoïdaux, à des fréquences multiples de la vitesse de rotation de la pale, le pilotage de celle-ci étant périodique, de fréquence égale à sa vitesse de rotation, nous avons mis en place une méthodologie conduisant à un modèle dynamique caractérisé par des paramètres décrits par des fonctions périodiques. L'analyse de ce système a été effectuée par la théorie de Floquet-Lyapunov sur les équations différentielles à coefficients périodiques.

Deux méthodes ont été utilisées pour la synthèse de la loi commande ; d'une part une approche itérative utilisant la partie « constante » du modèle périodique, d'autre part une approche discrète utilisant un sur-échantillonnage des grandeurs temporelles à une fréquence

multiple de la fréquence de rotation. L'avantage de cette dernière méthode est qu'elle permet de se ramener à un système linéaire et invariant. Cette méthode, bien que conduisant à une augmentation importante du vecteur d'état, a donné de bons résultats sur les objectifs de réduction des vibrations.

Plus récemment, à l'occasion de travaux théoriques sur « l'Analyse de la robustesse dans le cadre de la commande non linéaire », une collaboration étroite avec S. DIOP du Laboratoire des Signaux et Systèmes (LSS) a été mise en place dans le cadre des travaux de thèse de J. ADOUNKPE en partenariat avec MBDA et avec un financement CIFRE.

Plus précisément ces travaux ont été concentrés sur l'analyse de robustesse de lois de commande obtenues préalablement par linéarisation par bouclage. Pour aborder ce problème de l'analyse de robustesse, deux approches sont proposées :

- Une première, que nous qualifierons de pragmatique, fait appel aux outils de l'analyse linéaire classique appliqués aux modèles linéarisés tangents du système non linéaire d'origine. La  $\mu$ -analyse permet ainsi de garantir une robustesse locale vis-à-vis d'incertitudes sur les modèles dynamiques.
- La deuxième approche fait intervenir une modélisation Linéaire à Paramètres Variants du système et le concept de Contraintes Quadratiques Intégrales (IQC). Ces deux formalismes nous ont permis d'une part de développer des outils d'analyse de la robustesse sans approximation majeure et d'autre part de palier les insuffisances de la  $\mu$ -analyse en ce qui concerne les opérateurs non linéaires et/ou variant dans le temps. L'analyse se fait dans ce cas par calcul du gain  $\mathcal{L}_2$  et permet, cette fois, de garantir une robustesse globale vis-à-vis d'incertitudes sur les modèles dynamiques considérés.

Ces travaux ont donné lieu à plusieurs publications dans des conférences internationales avec actes (cf. 1.5.6.25 et 1.5.6.26 par exemple). Un prolongement de ces travaux a été une étude sur l'estimation du vent en vue de compléter les lois de pilotage par un terme de compensation.

Les travaux sur l'analyse de robustesse de systèmes non linéaires en utilisant les approches par des multiplieurs doivent se poursuivre mais en les associant aux phases de synthèse. Il est également envisagé de compléter ces outils par l'utilisation des fonctions de Lyapunov dépendant des paramètres.

Ces travaux associeront des chercheurs de plusieurs laboratoires : G. DUC et E. GODOY (département Automatique de Supélec), G. SCORLETTI (Ecole Centrale de Lyon, Laboratoire Ampère) et V. FROMION (INRA, Unité Mathématique, Informatique et Génome). Les objectifs visent à développer une approche systématique pour la commande robuste de systèmes non linéaires incertains. Plusieurs approches de commandes seront envisagées en parallèle, tandis que l'analyse par IQC permettra d'analyser les propriétés de robustesse obtenues et de guider pas à pas la synthèse des lois de commande. Une étude préalable pourra conduire à l'amélioration (ou l'extension) des outils existants, en particulier en termes de convergence des algorithmes d'optimisation des problèmes LMI. Dans ce cadre une attention particulière devra être apportée à la définition de critères pertinents et à l'application aux problèmes de grande dimension. Une des difficultés majeures à résoudre, pour utiliser l'approche proposée, la résolution du problème d'optimisation qui conduit, avec les méthodologies actuelles, à une « explosion » du nombre de paramètres.

Pour ces travaux nous avons obtenu le financement par la fondation EADS d'une thèse dont le démarrage est prévu en septembre 2008.

### **1.7.2. Activités sur la commande chaînes de motorisation**

Les activités de veille scientifique et de modélisation portant sur la modélisation de systèmes mécaniques nous ont conduit à nous intéresser aux problèmes d'optimisation de l'ensemble actionneur/réducteur/chaîne de transmission pour un objectif donné. Le prolongement de ces travaux nous a conduit progressivement à aborder les problèmes plus généraux de modélisation et commande de robots, plus particulièrement dans le cadre de l'imagerie médicale : mammographie et imagerie vasculaire.

Les travaux sur la commande des actionneurs électriques ont porté dans un premier temps sur le développement de méthodes de commande des batteurs actifs dans le but de réduire les vibrations dans divers systèmes : véhicules (vibrations transmises par le moteur), hélicoptères (excitation de la structure souple), etc. Les travaux ont porté sur le cas d'actionneurs rectilignes et ont permis de développer :

- d'une part l'étude des modèles d'analyse et de commande (électromagnétiques, mécaniques),
- d'autre part la définition de méthodes de synthèse permettant de réduire les facteurs de résonances du système global (cf. rapports 1.6.15 et 1.6.16 par exemple) dans le cadre de systèmes comportant plusieurs modes souples.

Ces travaux font toujours l'objet d'une veille scientifique au département Automatique.

Dans le cadre de recherches sur le dimensionnement de chaînes de motorisation électrique les travaux menés nous ont permis de mettre au point une méthodologie d'optimisation du couple actionneur/réducteur pour un couple ou une puissance à fournir en présence de contraintes dynamiques. Les algorithmes développés sont fondés sur :

- l'exploitation de l'actionneur aux valeurs maximales de couple,
- la définition de critères à optimiser issus des contraintes statiques et dynamiques associées à une application.

Les méthodes mises au point sont fondées sur une évolution dynamique des différentes grandeurs suivant une loi issue de l'exploitation de l'actionneur à ses performances maximales. Dans ce cas, l'étude des lois de commande, permettant de suivre les trajectoires nécessaires, est prise en compte en parallèle à l'optimisation du dimensionnement. Ces travaux ont permis de déboucher sur un brevet (cf. brevet 1.5.3.3 déposé par Renault) suite à des études sur la motorisation des boîtes de vitesses robotisées. Pour ces travaux nécessitant des compétences multidisciplinaires, une collaboration (cf. rapports 1.6.12 à 1.6.14) entre Renault et les départements Energie et Automatique de Supélec a été mise en place.

Nos compétences dans le domaine de la modélisation des systèmes mécaniques, associées à celles développées dans le cas des chaînes de motorisation, nous ont amené à nous intéresser à la commande de robots dans le cadre des applications à l'imagerie médicale. Ces travaux ont été en particulier favorisés par la connaissance des problématiques en imagerie médicale acquises lors des travaux de collaboration avec GEHC sur les générateurs à rayons-X.

Les projets sur la robotique en imagerie médicale ont lieu dans le cas de la commande des appareils de mammographie et des positionneurs vasculaires. La particularité de ces systèmes est d'être caractérisés par :

- des souplesses de la structure et des liaisons,
- des chaînes de transmissions irréversibles motivées par les problèmes de sécurité.

Ces deux propriétés conduisent à des vibrations gênantes lors des phases de prises de vues. Les souplesses conduisent à des modes oscillants, essentiellement lors des phases d'accélération/décélération, et, la réversibilité étant liée étroitement au phénomène de frottement sec, celle-ci conduit à des vibrations (phénomène de stick-slip) dans le cas des déplacements à faible vitesse lors des prises de vues.

Les outils de modélisation utilisés pour la caractérisation des structures souples sont ceux de la mécanique classique. Cependant, les sources potentielles de souplesse pouvant être nombreuses, un des problèmes à résoudre est de définir les éléments à l'origine des vibrations les plus gênantes et de trouver des modèles de comportement les plus simples possible permettant d'aborder les problèmes de commande. Cela est d'autant plus complexe que le nombre d'axes est important.

Le problème de l'irréversibilité dans le cas dynamique est peu abordé dans la littérature. Ce problème complexe nous a permis de développer des compétences et des outils de modélisation mais le problème reste encore largement ouvert, en particulier pour l'analyse. Des collaborations ont été établies avec General Electric Healthcare dans le cas de la commande des chaînes de mammographie (cf. rapports 1.6.10 et 1.6.11) et la thèse d'O. AL ASSAD, actuellement en cours, offre la possibilité d'appliquer nos méthodes au cas des positionneurs vasculaires. Des outils utilisant les équations de Lagrange dans un contexte de calcul formel ont été développés en vue d'aider et de faciliter la modélisation mécanique du robot caractérisé par un nombre d'axes important.

Une problématique importante, restant encore ouverte, dans le cadre de ce type de systèmes est la commande de systèmes faiblement observables. Elle fait partie de nos perspectives à court terme, la difficulté dans le cas des positionneurs actuels étant due aux mesures effectuées dans les repères articulaires des robots qui ne permettent pas de reconstituer parfaitement les oscillations dans un repère fixe (lié au patient). Ces problèmes de mesures sont partiellement liés au cadre de ces applications dans un environnement industriel (coût, disponibilités technologiques, etc). Cette problématique peut par ailleurs être retrouvée dans le cas de systèmes sous-actionnés.

Les travaux de commande de robots se poursuivent également pour les applications en mammographie. L'objet des travaux actuels vise à améliorer les performances en vitesse tout en diminuant les vibrations. Ces travaux, menés en collaboration avec General Electric Healthcare, se font dans le cadre du Réseau National des Technologies de la Santé (RNTS). Ces travaux ont permis de mettre en évidence les origines potentielles des vibrations et proposé un modèle de comportement prenant en compte la souplesse de la structure. Une procédure expérimentale a été proposée en vue d'identifier et (ou) de recalibrer les paramètres des modèles (cf. rapport 1.6.2). Les travaux se poursuivent actuellement dans l'objectif de l'amélioration de la commande.

Les travaux de modélisation sur le frottement, entamés lors des études sur la réversibilité des chaînes de transmission, se prolongent actuellement sur la « *Modélisation et commande d'un système d'embrayage humide* ». Ce sujet fait l'objet de la thèse de Bastien Borsoto avec un financement CIFRE en collaboration avec Renault. Les travaux déjà effectués ont permis des avancées dans le domaine de la modélisation du phénomène de frottement sec (fondamental dans le cas d'un embrayage) et de l'identification des modèles associés (cf. publications 1.5.5.1 et 1.5.6.6). Pour ce projet un banc permettant de caractériser le frottement sec, adapté à des embrayages humides, a été conçu et mis au point à Supélec. Les travaux se poursuivent actuellement sur la commande du système complet, associant embrayage, chaîne de transmission et véhicule, l'objectif étant de filtrer les vibrations engendrées par les acyclismes dus aux variations de couple du moteur thermique.

Les compétences acquises dans le domaine de la modélisation des systèmes mécaniques et des actionneurs électriques nous ont permis de développer d'autres partenariats, en particulier avec Faiveley dans le cadre de la modélisation des chaînes cinématiques pour des équipements ferroviaires (cf. rapports 1.6.3 et 1.6.4 par exemple). Un des résultats issus de ces études a été le développement de méthodologies de maintenance prédictive et le développement d'un simulateur.

### **1.7.3. Activités sur la commande de systèmes en électronique de puissance**

Une part importante de mes travaux de recherche s'effectue actuellement dans le cadre de la modélisation et la commande de systèmes en électronique de puissance, cela sans *a priori* sur les méthodes de commande à utiliser.

Parmi les problématiques traitées nous avons abordé la modélisation, dans l'objectif de la commande numérique, sans faire appel à des raisonnements statiques ou quasi-statiques utilisés couramment dans le domaine des convertisseurs. Ce besoin d'amélioration de la modélisation est indispensable lorsque les performances dynamiques exigées se rapprochent des fréquences de fonctionnement des convertisseurs.

L'approche proposée a été utilisée avec succès dans le cadre de la commande des convertisseurs à double résonance alimentant les tubes à rayons-X. Pour ces travaux une collaboration suivie sur plusieurs années a eu lieu avec General Electric Medical Systems sous différentes formes (cf. rapports 1.6.17 à 1.6.20 et 1.6.9) et a donné lieu en particulier à une thèse soutenue par V. CROULARD en 2002 et à plusieurs brevets (cf. 1.5.3.2). Ces travaux, ayant fait l'objet de plusieurs publications dans des conférences internationales avec actes (cf. 1.5.6.31 à 1.5.6.36), ont permis le développement d'une méthodologie de modélisation et d'identification ainsi que la définition et la mise en place des lois de commande associées. Ces méthodes et lois de commande sont actuellement utilisées par General Electric.

Dans une approche plus classique, utilisant des modélisations de type modèle moyenné, nous menons des travaux sur la commande de convertisseurs suivant des structures SEPIC (Single Ended Primary Inductor Converter), ... Ces travaux sont menés d'une part en collaboration interne avec le département Energie, d'autre part dans le cadre d'un partenariat industriel dans le domaine aéronautique. Des commandes classiques nous ont permis de traiter de la commande de ce type de systèmes cependant l'analyse des propriétés n'est assurée généralement qu'en utilisant des modèles locaux. Des premières études ont été effectuées dans le cas non linéaire cependant elles doivent encore être développées et les résultats généralisés.

Ainsi l'étude de la stabilité d'un point de vue global, et en particulier lors des changements de mode de fonctionnement, par exemple lors des passages des modes de fonctionnement continu-discontinu, pose encore des sérieuses difficultés théoriques du point de vue de la modélisation comme de la méthodologie d'analyse. Une collaboration est actuellement en cours, entre les départements Automatique et Energie de Supélec, afin de mettre en place les outils et les méthodologies permettant :

- d'une part d'aborder les problèmes d'analyse dans un cadre général (modification de structure, changement de mode de fonctionnement, afin d'apporter des solutions aux problèmes d'analyse de la stabilité),
- d'autre part d'étendre la bande passante de la chaîne de régulation afin de se rapprocher des fréquences de commande du convertisseur.

Ces travaux de collaboration ont des objectifs assez ambitieux tant du point de vue des résultats méthodologiques que du point de vue de la production scientifique.

Les modèles moyennés s'avèrent insuffisants pour cette analyse, aussi une réflexion sur les modèles à utiliser est en cours. Une solution éventuelle pourrait être par exemple une approche semblable à celle utilisée pour le problème des convertisseurs à double résonance.

Sur ce thème de la modélisation et de la commande des systèmes en électronique de puissance une collaboration est déjà en cours entre les équipes des départements Energie (EA1400) et Automatique (EA 1399) est actuellement en cours. Il est prévu pour ce travail la mise en place de deux thèses.

Enfin un projet collaboration est actuellement mis en place entre les équipes de Supélec des départements Energie (P. LEFRANC) et Automatique (E. GODOY) avec l'équipe Commande du laboratoire Ampère-INSA de Lyon (Xuefang SHIN-LI). Les objectifs portent non seulement sur les résultats méthodologiques mais aussi sur leur validation expérimentale. Ce projet de collaboration, dont les travaux débutent en septembre 2008, est repris et exposé plus précisément dans le « *Projet de recherche* » (chapitre 3).

D'autres travaux, issus parfois de partenariats industriels (cf. rapport 1.6.21), ont abordé la commande numérique des convertisseurs et onduleurs et ont conduit à une collaboration sur des travaux plus académiques comme par exemple avec E. OSTERTAG. Ces collaborations ont abouti à des publications dans des conférences internationales avec actes (cf. 1.5.6.27 à 1.5.6.29).

## **1.8. Principales activités de recherche contractuelles (autres que CIFRE)**

### **1.8.1. Sur le thème de la commande de systèmes en électronique de puissance**

#### **[2003-2007] Collaboration avec Hispano Suiza :**

- Participation à l'étude de la régulation numérique de convertisseurs de faible puissance (quelques dizaines de watts) pour applications aéronautiques, étude commune avec le département Energie.
- Etude de la régulation en courant d'un convertisseur faible puissance pour l'alimentation d'actionneurs électriques.
- Etude de la stabilité de la loi de commande de convertisseurs électriques de faible puissance. La loi de commande étudiée, non linéaire, était du type tout ou rien avec une évolution vers une commande par modes glissants.

Cette collaboration suivie avec Hispano-Suiza constitue un travail de veille sur la problématique de commande de convertisseurs faible puissance (mais posant des problèmes de linéarité et soumis à de fortes variations paramétriques) utilisés en Aéronautique. Ces études apportent en particulier un appui théorique permettant de mettre en place des procédures de validations théoriques et expérimentales dans l'objectif de la validation et de la certification des systèmes embarqués.

#### **[2000-2005] Collaboration avec Faiveley :**

- « *Commande et optimisation d'une nouvelle architecture de convertisseur de puissance multicellulaire* », cette coopération amorcée en 2000 en vue de développer un nouveau type de convertisseur de puissance, a donné lieu à plusieurs collaborations et se poursuit à l'heure actuelle en vue d'améliorer la commande de ces convertisseurs dans le cadre d'un nouveau projet. Ce travail a été mené en équipe : Stéphane FONT, Emmanuel GODOY et Sihem TEBBANI.

Ces travaux ont été l'occasion d'une collaboration étroite avec Faiveley dans le cadre du développement d'une nouvelle architecture de convertisseur multicellulaire pour des applications ferroviaires. Le projet, du point de vue de l'automaticien, a porté sur :

- la problématique classique de la modélisation et de la commande,
- la définition et l'étude du principe de commande physique,
- l'optimisation du dimensionnement du convertisseur.
- « *Modélisation, identification et commande des convertisseurs à double résonance* » développés par Faiveley pour des applications ferroviaires.

Ce travail s'inscrit dans une démarche identique à celle des travaux menés avec General Electric Medical Systems (et avec leur accord) mais utilisés pour des convertisseurs de plus faible tension pour des applications embarquées dans le domaine ferroviaire.

- « *Analyse de la stabilité et étude de la commande d'un onduleur triphasé sur charge à puissance constante* » développé par Faiveley pour des applications ferroviaires ; travail mené en équipe : Emmanuel GODOY, Sihem TEBBANI.

Ces travaux conjuguent ici certaines problématiques communes à différents procédés en électronique de puissance et ont eu comme objectif, d'une part de valider théoriquement les solutions mises en place par Faiveley pour stabiliser l'onduleur, d'autre part de proposer une solution (fondée sur une commande par retour d'état) afin de diminuer des oscillations très basse fréquence induites par l'alimentation alternative. Cette solution est fondée sur la synchronisation de la commande avec la tension d'alimentation sinusoïdale obtenue par estimation au moyen d'un filtre de Kalman.

#### **[1996-2003] Collaboration avec General Electric Medical Systems, Department X-Ray and video subsystems :**

- « *Modélisation, identification et commande d'un générateur à double résonance pour tubes à rayons-X* », cinq collaborations suivies ont été effectuées et une thèse a été préparée et soutenue sur ce thème.

Ces travaux ont porté sur le développement des méthodologies de synthèse de lois de commande (modélisation, identification, synthèse, analyse de robustesse) d'une nouvelle famille de générateurs développés par GE Healthcare pour l'alimentation des tubes à rayons-X. Ces travaux d'une forte complexité du point de vue du système ont donné lieu en particulier au développement de procédures d'identification originales et à plusieurs brevets. Ils ont abouti aussi aux architectures et aux lois de commande utilisées actuellement pour différents systèmes déclinés suivant le niveau de puissance.

#### **[1994-1995] Collaboration avec Schneider Electric :**

- « *Régulation numérique d'un onduleur à découpage* », deux collaborations suivies ont eu lieu sur le problème de la modélisation et de la régulation numérique des onduleurs à découpage.

Ces travaux ont porté sur la définition et l'étude des lois de commande numériques pour des onduleurs de moyenne puissance développés pour des charges non linéaires. Une étude comparative de différents types de régulation a été effectuée en prenant en compte pour l'analyse, en plus des critères classiques de l'Automatique (stabilité, robustesse) différents indicateurs inhérents à l'application (distorsion harmonique, simplicité, ...). L'origine des travaux est liée aux problèmes de stabilité et de performances rencontrés lors du passage des structures de commande analogiques vers des lois de commande numériques.

### **1.8.2. Sur le thème de la commande d'actionneurs et de chaînes de motorisation**

#### **[2002-2008] Collaboration avec General Electric Healthcare**

- « *Amélioration des lois de commande d'un appareil de mammographie* », dans le cadre du Réseau National des Technologies de la Santé ce projet de collaboration important est en cours sur des appareils de mammographie 3D. Ces travaux font intervenir General Electric Healthcare, Supélec et deux équipes médicales.

La thématique impliquant le département Automatique de Supélec (travail en équipe D. BEAUVOIS et E. GODOY) porte sur l'amélioration des chaînes d'asservissements de rotation du bras portant le système de prise de vues. L'objectif de ces travaux est

d'amortir, ou mieux encore de supprimer, les oscillations ayant lieu lors des déplacements à basse vitesse et lors des phases d'arrêt-démarrage. Les problèmes de commande ne pourront être abordés qu'après une phase de modélisation et d'analyse afin de mettre en évidence l'origine des oscillations à basse vitesse. Les sources de vibrations peuvent avoir plusieurs origines : présence de modes souples caractérisant la structure, problèmes de frottement sec (Stick-Slip) ou association de ces deux phénomènes.

Les difficultés et points durs dans ce projet sont amplifiés par la nature des chaînes de transmission mécanique conçues pour répondre à des critères de sécurité. Cette particularité se traduit par des modélisations mécaniques difficiles et probablement par la nécessité de prendre en compte les changements de dynamique du procédé, selon que la charge soit menée ou menante.

- « *Etude d'une méthodologie de modélisation et de commande d'un robot multi-axes pour une application en radiologie médicale* » ; cette étude donne lieu actuellement aux travaux de thèse d'O. AL ASSAD (soutenance prévue en 2008) et concerne les positionneurs d'imagerie vasculaire.

Elles ont comme objectif le développement de méthodologies de modélisation et de synthèse de lois de commande de robots multi-axe dans le cadre d'un nouveau développement. En effet les nouveaux besoins nécessitent : le développement des modèles mécaniques du robot avec en particulier la prise en compte fine de phénomènes mal maîtrisés actuellement comme les frottements, la mise en place des outils permettant de recalibrer et de valider les modèles et enfin l'étude des lois de commande du robot permettant de satisfaire les objectifs du cahier des charges.

- « *Modélisation et commande des chaînes de motorisation des positionneurs pour des applications en mammographie* » ; cette étude a été réalisée en équipe par E. GODOY et D. BEAUVOIS et a donné lieu à deux collaborations successives.

La problématique générale de ce projet était la mise en place des premières lois de commande des deux axes de déplacement vertical (ascenseur) et de rotation (bras) du système de prise d'images. Ces systèmes sont caractérisés par des chaînes de transmission irréversibles posant des problèmes de vibration aux basses vitesses.

Les collaborations menées avec General Electric sur la commande des positionneurs ont comme point commun de concerner des chaînes de motorisation irréversibles et des structures mécaniques comportant des modes souples. Le problème de l'irréversibilité est complexe du point de vue de la modélisation mécanique et pose des difficultés d'asservissement inhérentes aux déplacements à faible vitesse (phénomènes de Stick-Slip). Ces problèmes sont encore accrus dans le cadre des positionneurs vasculaires en raison d'un nombre d'axes couplés important (cadre multivariable).

#### **[2004-2005] Collaboration avec Faiveley :**

- « *Maintenance prédictive d'une chaîne de motorisation utilisée pour des applications ferroviaires* », travail mené en équipe : E. GODOY et P. RODRIGUEZ.

Le thème abordé est un problème d'identification des paramètres d'une chaîne de motorisation. Il a comme objectif la mise en place d'indicateurs permettant de mettre en évidence la possibilité de pannes potentielles.

- « *Modélisation et développement d'un simulateur de la chaîne de motorisation de portes pour applications ferroviaires* », travail mené en équipe : D. BEAUVOIS, D. DUMUR, E. GODOY et S. TEBBANI. Ce travail porte essentiellement sur la modélisation mécanique et le développement d'un système permettant de simuler le comportement de portes de train, dans l'objectif de valider *a priori* les performances d'un système vis-à-vis d'un cahier des charges. Ce simulateur est d'une part utilisé dans des phases de pré-étude et permet, d'autre part, une aide au réglage des lois de commande des chaînes d'asservissement.

#### **[1998-2001] Collaboration avec Renault**

- Ces travaux ont porté sur la motorisation de boîtes de vitesse robotisées (BVR) au cours de trois collaborations successives : « *Optimisation de la chaîne de motorisation pour les mouvements d'engagement/désengagement, sélection et embrayage* », « *Etudes des lois de commande pour les mouvements d'engagement/désengagement et sélection* », « *Etude de la loi de pilotage dans le cadre d'un actionneur développé par le service Energie* ». Ces études ont été effectuées en équipe par E. GODOY et D. BEAUVOIS.

Ces travaux s'inscrivent d'une part dans la thématique de la commande des chaînes de motorisation, d'autre part dans les problèmes d'optimisation du dimensionnement global de la chaîne de motorisation. Cette optimisation se situe dans une problématique générale de remplacement des actionneurs hydrauliques, caractérisés par de forts rapports puissance/masse (ou couple/masse), par des actionneurs électriques.

- « *Commande en force d'un vérin hydraulique* », étude réalisée en équipe par P. BOUCHER, E. GODOY et D. BEAUVOIS.

Dans le cadre d'une étude sur la suspension active de véhicule, le projet réalisé portait sur la modélisation et la commande d'un actionneur hydraulique permettant de réaliser le suivi d'un effort de consigne donné. Ces travaux ont donné lieu à un brevet.

#### **[1999-2001] Collaboration avec Paulstra et Vibrachoc (groupe Hutchinson)**

- « *Analyse et commande d'un batteur actif* » développé par Paulstra et utilisé comme actionneur pour la réduction de vibrations dans le cadre d'applications en automobile ; étude réalisée en équipe par E. GODOY et D. BEAUVOIS.
- « *Analyse et commande d'un batteur actif à double étage* » développé par Vibrachoc et utilisé comme actionneur pour la réduction de vibrations pour des applications en aéronautique ; étude réalisée en équipe par D. BEAUVOIS et E. GODOY. Cet actionneur est fondé sur les mêmes principes physiques que ceux de l'actionneur Paulstra mais comporte plusieurs étages afin d'augmenter l'efficacité à des fréquences particulières.

Ces travaux ont eu comme objectif l'analyse et la mise en place de lois de commande pour des batteurs actifs dont l'objectif est de réduire les vibrations dans différents types de systèmes : automobile, hélicoptère,... L'origine des vibrations provient de différentes sources : vibrations dues au système de motorisation ou encore excitation des modes souples caractérisant la structure mécanique du véhicule. Parmi les principaux problèmes, on peut citer d'une part le comportement non linéaire de l'actionneur (modèle dynamique mais aussi la limitation du

débattement), d'autre part les problèmes de stabilité posés par les modes souples caractérisant la structure propre de l'actionneur.

### **1.8.3. Sur le thème d'applications en aéronautique**

#### **[2001-2004] Encadrement de thèse avec MBDA**

- « *Analyse de la robustesse dans le cadre de la commande non linéaire. Application au pilotage d'un missile* », cette étude a porté sur l'analyse de la robustesse des lois de commande non linéaires développées dans le cadre d'une thèse précédente. Ces travaux, utilisant une méthodologie fondée sur l'utilisation d'IQC (Integral Quadratic Constraints), ont été réalisés sous la forme d'une thèse.

Une deuxième collaboration, complémentaire de l'analyse de robustesse, a été menée. Son objectif a été la création et l'étude d'un estimateur (filtre de Kalman étendu) de vent de façon à introduire un terme de compensation dans la loi de pilotage non linéaire de l'engin.

#### **[1991-1994] Encadrement de thèse avec Eurocopter**

- « *Commande d'un système linéaire instationnaire, périodique : Application à l'hélicoptère* », ce travail de collaboration a porté plus spécifiquement sur la commande multi-cyclique des pales d'hélicoptère dans l'objectif de réduire les vibrations transmises par le rotor à la cellule.

#### **[1987-1992] Travaux financés par la DRET et menés en collaboration avec GDI**

- « *Étude et optimisation de l'asservissement anti-décrochage de pale d'hélicoptère* », « *Extension du domaine de vol du rotor d'hélicoptère, vers des facteurs de charge et des vitesses élevés* », « *Optimisation des lois de commande* », ces travaux ont eu lieu au cours de plusieurs collaborations successives, financées par la **DRET**, et menées en collaboration avec la société GDI (Gyravions Dorand Industries), ces études ont été réalisées en équipe par P. BOUCHER et E. GODOY.

#### **[Autres collaborations] :**

- CSEE (« *Régulation de vitesse des tramways* »), Technicatome, Johnson Controls.

## Chapitre 2. Synthèse de travaux en électronique de puissance

### 2.1. Introduction : problématique de l'Automatique

---

Un débat animant quelquefois les discussions des automaticiens concerne la question de savoir si l'Automatique fait partie des « Sciences de l'ingénieur » ou des « Mathématiques appliquées ». Probablement des deux avec des problématiques issues souvent du milieu industriel et permettant l'émergence de thématiques théoriques intéressant le milieu des mathématiques, ces thématiques pouvant continuer à être « alimentées » par les problèmes appliqués. Le flux d'informations entre les milieux de recherche « théorique » et industriel doit être envisagé dans les deux sens, aussi le transfert des approches méthodologiques formalisées vers les ingénieurs confrontés aux applications doit encore être renforcé. En raison, d'une part de cahiers de charges de plus en plus contraignants, d'autre part de l'exigence de temps de développement de plus en plus courts, ces nécessités d'échange prennent d'autant plus d'importance.

Les freins à l'utilisation des méthodes récentes dans un environnement industriel sont de plusieurs sortes :

- Nécessité importante de « prouver », on le comprend aisément par les contraintes d'échéancier du projet, que les problèmes rencontrés pourront être résolus et cela dans des délais relativement courts.
- Problème de formation aux méthodes de l'Automatique des ingénieurs et du personnel en charge des projets et confrontés en pratique à de multiples problèmes non nécessairement scientifiques ou technologiques.

Ces aspects du problème se compliquent souvent en raison de la rotation assez rapide des ingénieurs de R&D sur des projets et champs disciplinaires différents qui limitant de fait la capitalisation des compétences méthodologiques acquises. Aussi on préfère souvent utiliser des méthodes ayant montré leur efficacité, et plus facilement réutilisables, à des méthodes présentant de meilleures potentialités mais imparfaitement maîtrisées et qui en raison d'une certaine lourdeur méthodologique nécessitent un investissement relativement important.

Ainsi, un des aspects des travaux que nous avons menés en collaboration industrielle a été le transfert des méthodes et des approches formalisées de l'Automatique.

Une constante des problèmes d'Automatique dans le cadre de projets de collaboration industrielle est la nécessité d'aborder tous les champs de l'Automatique. En effet, dans le cadre de ce type de collaboration, les travaux ne se limitent pas au seul aspect de la commande mais nécessitent généralement d'être abordés par des phases de modélisation avec recalage/identification/validation des modèles, définition des structures de commande et des mesures nécessaires, mise en place des procédures de synthèse des lois de commande, et éventuellement optimisation du dimensionnement.

Sans vouloir être exhaustif dans les difficultés importantes et communes à beaucoup de problèmes industriels on peut citer :

- Les aspects qui concernent la modélisation, la validation et les incertitudes associées. Les difficultés qui se présentent s'accroissent :

- d'une part lorsque les travaux abordent largement les différents domaines d'application de l'Automatique et nécessitent en conséquence la réutilisation de compétences multidisciplinaires : mécanique des fluides/thermodynamique, mécanique, électricité/électronique, ...
  - d'autre part lorsque l'ordre du système augmente, propriété relativement courante sur un système réel lorsque les besoins du cahier des charges nécessitent de prendre en compte des phénomènes fins.
- L'existence d'événements discrets qui modifient le comportement du système et qui peuvent conduire à des changements de structure. Cette problématique rejoint celle des systèmes hybrides et l'analyse des propriétés d'un système (preuve de stabilité globale par exemple) et la synthèse des lois de commande peuvent alors s'avérer extrêmement ardues dans un cadre général.
  - La nécessité importante de la mise en place de procédures aussi automatisées et robustes que possible pour faciliter l'utilisation des algorithmes d'analyse et de synthèse dans l'environnement industriel.

La problématique de la modélisation a été présente dans tous les travaux de recherche que j'ai pu mener et cela indépendamment du champ d'application. Les approches que nous avons utilisées ont privilégié autant que possible l'utilisation des lois de la physique préférentiellement aux approches boîte noire.

Ainsi des travaux d'une ampleur relativement importante ont été menés lors de la thèse de N. ROMANI [réf. 1], en collaboration avec Renault dans le cadre du projet RESPIRE (Réseau Pile Reformeur), sur la modélisation des systèmes d'air pour véhicule à combustible. Comparativement à d'autres projets, l'utilisation du reformeur pour la production d'hydrogène complique sérieusement le système. Une difficulté importante a été la définition, la mise en place et la validation des modèles dynamiques dans l'objectif de la commande et de la simulation du système d'air et de la charge associée ({compresseur + pile + reformeur}). Les travaux effectués ont permis, en partant des équations aux dérivées partielles issues de la mécanique des fluides, de développer des modèles dynamiques (EDO) plus facilement utilisables par l'automaticien. Ces modèles ont été validés expérimentalement en utilisant un banc expérimental représentatif du système réel. Ces travaux ont conduit à plusieurs publications [réf. 2 et 3] et un brevet. Sur cette thématique, une approche intéressante et semblable sur certains aspects à la notre est menée par plusieurs équipes de recherche et d'industriels. Citons à titre d'exemple les travaux de modélisation pour la commande d'Anna Stefanopoulou [réf. 4 à 7], du Department of Mechanical Engineering de l'Université de Michigan, du système d'air réduit à un compresseur d'air et un collecteur d'admission [réf. 5 et 6]. Le point intéressant de ces travaux est la modélisation du compresseur et ceux-ci proposent en outre une étude comparative des performances du fonctionnement à haute et basse pressions [réf. 7]. Des travaux similaires sont encore menés à l'Université d'Ohio (Center for Automotive Reserch) en collaboration avec le Measurement and Control Laboratory du Swiss Federal Institute of Technologie [réf. 8 et 9] sur l'optimisation du système d'air. Enfin, en France de nombreux travaux sont également menés par le laboratoire « Electronique, Electrotechnique et Systèmes » de l'Université Technologique de Belfort-Montbelliard, en particulier sur le développement de modèles analytiques des compresseurs

(souvent cartographiés dans beaucoup de travaux) dans un objectif d'optimisation énergétique [réf. 10].

Dans le même champ d'application (mécanique des fluides) une approche mixte modèle analytique - boîte noire a été utilisée sur la modélisation et la simulation du comportement des pales d'hélicoptère dans l'objectif d'étendre le domaine de vol et d'optimiser le rendement. Un simulateur de comportement des pales a été développé en utilisant des modèles théoriques et des essais en soufflerie effectués par l'ONERA, et une identification de type boîte noire a été utilisée pour l'optimisation du rendement [réf. 11, 12 et 13].

Dans le domaine de la mécanique nous avons mené des travaux sur la modélisation du phénomène de frottement et ses conséquences sur les chaînes de transmission. Les modèles comportementaux de frottement ont déjà été largement abordés dans la littérature (les références [14] à [20] donnent un aperçu très intéressant sur la modélisation pour la commande du phénomène de frottement). La problématique posée dans le cadre des travaux de thèse de B. BORSOTTO est :

- d'une part de faire un bilan des différents modèles possibles, de définir des critères permettant leur classement en vue d'une application envisagée, d'analyser la pertinence de ces modèles en vue de la difficulté de leur identification (indispensable dans un objectif d'application industrielle) et de leur utilisation dans les problèmes de commande ;
- d'autre part de compléter ces modèles en vue de les adapter au problème de l'embrayage et de mettre en place les outils méthodologiques pour l'identification paramétrique des modèles retenus.

Pour ces travaux en collaboration avec Renault un banc d'essai spécifique permettant la caractérisation expérimentale de modèles de frottement a été développé et des procédures d'identification mises en place.

La suite de ces travaux, ayant donné lieu à diverses publications [réf 21 et 22], a été l'étude de lois de commande pour le glissement piloté en vue de réduire les vibrations transmises au véhicules par les variations cycliques du couple moteur (dues aux explosions dans les cylindres). Des essais expérimentaux réalisés suite aux premières lois de commande montrent d'une part la validité des modèles définis dans l'objectif de la commande, d'autre part confirment les gains obtenus sur le filtrage des vibrations. On peut noter par ailleurs que la commande des embrayages, et plus généralement celle de la chaîne de transmission, fait l'objet actuellement de nombreuses études menés par les constructeurs automobiles [réf. 23 et 24] dans l'objectif de l'amélioration des performances : vibrations, acoustique, ...

Dans le cadre de l'application à la robotique, des modèles comportementaux des chaînes de transmission irréversible ont été développés en particulier pour des positionneurs utilisés en imagerie médicale. La modélisation dynamique du phénomène de contact [réf. 25] dans une chaîne de transmission irréversible reste un problème difficile à résoudre rigoureusement, en particulier lorsqu'il s'agit de prendre en compte les éventuels jeux mécaniques. Certains ouvrages abordent très bien ce problème d'un point de vue statique [réf 26] et des essais de modélisation dynamique existent [réf. 27 et 28], cependant ils restent insuffisants pour modéliser une chaîne de transmission complexe. Aussi les modèles que nous avons proposés sont fondés sur la description macroscopique du comportement sous la forme d'un graphe

d'états décrivant les comportements « charge menante » ou « charge menée » et les conditions de passage entre états. Cette modélisation, sans utiliser le formalisme propre aux systèmes hybrides, s'en inspire néanmoins. Cette description nous a permis de mettre en place des outils de simulation appliqués aux positionneurs d'imagerie médicale qui, associés à des procédures d'identification, ont conduit à une bonne représentativité comparativement aux essais de validation expérimentale [réf. 29 et 30]. Cependant les outils que nous avons développés se limitent actuellement aux aspects modélisation et ne sont pas utilisés pour l'analyse. Ces extensions seront envisagées par la suite peut-être en s'inspirant des techniques issues des systèmes hybrides.

Afin de faciliter l'utilisation dans le milieu industriel et dans le même champ applicatif, nous avons également développé au cours des travaux de thèse d'O. ALASSAD des outils de CAO d'aide à la modélisation dynamique de robots afin de faciliter cette phase. Les outils méthodologiques ont été inspirés par ceux proposés dans [réf. 32 à 34] et étudiés par l'équipe Robotique de l'IRCCyN (Ecole de Nantes et Ecole de Mines de Nantes). Ces développements, fondés sur les équations de Lagrange, ont été orientés pour les positionneurs utilisés en imagerie médicale. Les outils de modélisation sont associés aux modèles de chaînes de transmission afin d'obtenir des modèles de simulation complets.

Dans le champ d'application de l'électronique de puissance, les travaux effectués seront décrits plus précisément dans les sections 2.2 et 2.3. Le fil conducteur des modélisations effectuées a été de limiter l'utilisation de méthodes quasi statiques courantes en électronique de puissance. Nous avons ainsi préféré mettre en place des méthodes de modélisation utilisant l'intégration des équations différentielles entre deux instants de commutation des semi-conducteurs. Par exemple dans le cas de la modélisation et de la commande des générateurs à double résonance utilisés pour l'alimentation des tubes à rayons-X, les méthodes utilisées, complétées par des outils de simulation, nous ont permis dans le cadre de collaboration avec GEHC de mettre en place une méthodologie originale de modélisation et d'identification automatisées des générateurs utilisés actuellement. Ces travaux ont fait l'objet d'un premier brevet déposé en France et étendu par la suite à l'international par des extensions déposées pour l'Europe, les Etats-Unis et le Japon. Enfin ils ont donné lieu également à plusieurs publications.

Dans une même démarche que celle adoptée pour les travaux sur les générateurs de tube à rayons-X nous avons mené en collaboration avec Faiveley des travaux d'une ampleur relativement importante sur leurs systèmes utilisés pour des applications ferroviaires :

- Sur le développement d'une architecture innovante (Katium) pour laquelle l'apport que nous avons amené a été très important : du point de vue de la manière de commander le convertisseur, sur les méthodes de modélisation et également sur l'optimisation du dimensionnement.
- Sur les générateurs à double résonance, d'une topologie comparable à celle utilisé par GEHC, pour lesquels nous avons pu ré-investir les compétences acquises.
- Sur les onduleurs triphasés où Faiveley nécessitait un support théorique afin d'analyser des oscillations basse fréquence pour certaines configurations de fonctionnement.

Les travaux que nous avons conduits sur le thème de l'électronique de puissance dans le cadre de collaborations industrielles ont conduit à des réalisations importantes. La suite de ce document (sections 2.2 et 2.3) aborde plus précisément la modélisation et la commande des systèmes en électronique de puissance.

Les aspects synthèse, et c'est un point intéressant dans le cadre de réalisations industrielles, ont été abordés sans *a priori* sur le type de commande à utiliser : LQG,  $H_{\infty}$  et des projets sont actuellement en cours sur l'utilisation des méthodes issues de la platitude. Le critère important étant la synthèse et la validation d'une loi de commande propre à remplir les objectifs fixés par un cahier des charges, celui-ci comportant l'aspect coût induit par l'implémentation : réalisation, mesures, ... et la réutilisation des outils développés.

De nombreuses réalisations ont été effectuées en commande numérique avec des efforts réalisés avec E. OSTERTAG afin de rationaliser l'approche polynomiale classique.

D'un point de vue plus méthodologique, nous avons mené des travaux sur l'analyse de la robustesse des systèmes non linéaires. Ils ont donné lieu en particulier à la thèse de J. ADOUNKPE [réf. 35] effectuée dans le cadre d'une collaboration avec MBDA avec un financement CIFRE. Pour ces travaux, une approche par contraintes intégrales quadratiques (IQC) a été choisie. En effet, les outils théoriques associés à ces méthodes offrent un cadre très général pour effectuer des études de robustesse vis-à-vis de nombreux phénomènes tels que non-linéarités, paramètres variant, paramètres incertains,... afin de garantir vis-à-vis de ceux-ci la stabilité et un certain niveau de performances. Dans un cadre non linéaire, un des intérêts de l'approche IQC est de permettre la prise en compte de non linéarités de nature différentes : continue/discontinue, dérivable/non dérivable, ... Ces travaux n'ont pas vocation à une application immédiate et sont réalisés dans un souci de veille scientifique. Les approches utilisées sont proches de celles développées au MIT et à l'Université de Lund [réf. 36 à 41], cependant elles posent actuellement de sérieux problèmes en termes de convergence des algorithmes d'optimisation des problèmes LMI en raison de problèmes de grande dimension, en particulier dans un cadre multivariable. Ces méthodes ont été utilisées dans le cadre de l'analyse de commandes non linéaires [réf. 43] afin d'évaluer dans un cadre non linéaire leur robustesse vis-à-vis des incertitudes de modèle d'une part et des saturations en vitesse des actionneurs d'autre part [réf. 44 à 47]. Aussi, le prolongement des travaux est prévu actuellement en collaboration avec G. SCORLETTI (professeur à l'école Centrale de Lyon) et dans le cadre d'une nouvelle thèse. Pour compléter les outils d'analyse l'utilisation des fonctions de Lyapunov dépendant des paramètres est également envisagée. Un des intérêts de cette méthode réside dans la possibilité de l'associer aux méthodologies issues des contraintes intégrales quadratiques (IQC). Du point de vue de la mise en œuvre, la première approche fait appel à des notions d'algèbre différentielle, tandis que l'approche LPV et l'analyse par IQC se placent dans le cadre de l'optimisation convexe, plus précisément de la programmation sous contraintes LMI (Linear Matrix Inequalities).

## 2.2. Problématique de la commande de systèmes en électronique de puissance

---

Les systèmes d'électronique de puissance présentent généralement la particularité de fonctionner en régime de commutation. Dans ce cas, même si le système est constitué par des sous-systèmes linéaires, le comportement global est généralement non linéaire. Les non linéarités sont de plusieurs natures : valeurs des paramètres dépendant du point de fonctionnement ou présentant des discontinuités ou encore variation de l'ordre du système suivant la phase de fonctionnement. On entend ici, par ordre, le degré de l'équation différentielle décrivant l'évolution dynamique des grandeurs du procédé. Ce fonctionnement en commutation est caractéristique de la plupart des systèmes en électronique de puissance.

Ainsi, la commande de ce type de systèmes peut s'avérer relativement complexe. Cette difficulté s'accroît fortement lorsque le nombre d'éléments en commutation augmente (interrupteurs commandés, diodes, ...). Dès lors, il est nécessaire d'aborder le problème de la commande dans un cadre formalisé, d'une part afin de faciliter l'analyse et la synthèse de ce type de système, d'autre part dans le but d'améliorer les performances lorsque leur recherche conduit à des fonctionnements aux limites des éléments composant le procédé.

Cette nécessité d'outils méthodologiques est encore confirmée par les orientations actuelles d'implémentation numérique des lois de commande. En effet les progrès technologiques en micro-informatique : micro-contrôleurs, DSP ou encore FPGA facilitent l'implémentation de lois de commandes plus complexes permettant une meilleure robustesse, éventuellement un gain de performances. Les fréquences de commande utilisées peuvent augmenter et se rapprocher de la fréquence de commutation des semi-conducteurs, ou encore être synchronisées sur cette dernière.

Les outils de l'Automatique offrent une base méthodologique permettant d'aborder la commande de ce type de système. Il faut retenir ici que les aspects abordés dans le cadre de l'Automatique comprennent le problème important de synthèse des lois de commande mais aussi, et c'est fondamental, les problèmes de modélisation sous ses différentes formes : modèle de connaissances, d'analyse ou encore de commande. De plus on peut penser que la synthèse de la loi de commande ne doit pas se réduire au seul problème de synthèse du régulateur mais aussi à la définition d'une architecture, au choix des capteurs ou encore au problème de dimensionnement des actionneurs.

Certaines méthodes utilisées couramment en électronique de puissance, comme le « moyennage » par exemple, ont été développées progressivement à partir du milieu des années 1970 [réf. 48 à 53] notamment par R.D. Middlebrook et S. Cuk (California Institute of Technology), ou encore plus récemment D. Maksimovic (Université du Colorado). Les méthodes d'analyse ont également été développées de manière importante dans les années 80 avec déjà la mise en évidence de certains problèmes comme la difficulté de synthèse pour certains dimensionnements en raison de la présence de zéros à partie réelle positive pouvant conduire à des limitations de la bande passante [réf. 54]. Ces méthodes sont souvent utilisées, par exemple pour la commande de convertisseurs de type Flyback, Buck, Boost, etc. mais trouvent leurs limites lorsque la dynamique nécessaire pour satisfaire le cahier des charges se rapproche de la fréquence de commutation des interrupteurs commandés. Cette difficulté est encore accrue en raison du comportement non linéaire de ces convertisseurs et en particulier en présence de filtres d'entrée.

Des méthodes, développées en particulier par Ridley [réf. 55 à 58], fondées sur l'utilisation d'une boucle sur le courant instantané dans les interrupteurs commandés et forçant leur commutation (mode courant crête) permettent de résoudre partiellement l'objectif de l'amélioration des performances dynamiques vis-à-vis des variations rapides de la tension d'entrée ou de la charge. Ainsi, cette structure de commande, très simple, se révèle assez efficace et on peut montrer par ailleurs qu'elle comporte implicitement une compensation des variations de la tension d'entrée. Cependant elle est mal adaptée à une réalisation numérique et par principe même du moyennage, ne permet pas d'expliquer des phénomènes d'instabilité dus à des dynamiques rapides proches de la fréquence de commutation.

Pour des raisons de leur utilisation pratique dans le milieu industriel, les modèles « moyennés » restent très répandus, cependant ils peuvent s'avérer insuffisants pour l'analyse de la stabilité ou pénalisants vis-à-vis des performances atteignables. Comme déjà mentionné précédemment, une modélisation trop simplifiée peut alors s'avérer insuffisante sur certaines réalisations pour expliquer des phénomènes rapides (proches de la fréquence de commutation), sources d'instabilités. Ainsi, ces convertisseurs abordés souvent dans les publications sous une forme simplifiée posent encore des problèmes importants du point de vue de la commande (cela particulièrement dans le cas de cahiers des charges exigeants). Par exemple, lorsque la charge du convertisseur varie, le mode de fonctionnement continu-discontinu se modifie conduisant à un changement de structure du modèle et peut conduire à un mauvais amortissement, voire à l'instabilité du convertisseur. Ces problèmes sont encore amplifiés en présence de filtres d'entrées (ou d'inductances de ligne) ou encore lorsque la charge fonctionne à puissance constante.

En France, la commande des convertisseurs, et la conversion d'une manière plus générale, constitue un thème de travail pour plusieurs équipes et groupes de recherche : équipes du laboratoire Laplace (ENSEEIH) [réf. 59 à 62], équipe commande du laboratoire Ampère [réf. 63], département Energie de Supélec [réf. 64 et 65], ...

Les équipes précédentes utilisent des modèles très complets (intégrant les filtres d'entrée, les modèles de charge, etc) non linéaires. La prise en compte des aspects non linéaire est indispensable lorsque le besoin en performances conduit à des bandes passantes importantes ou encore pour démontrer la stabilité et la robustesse dans le domaine de fonctionnement atteignable.

Dans cet objectif dans [réf. 62] les auteurs proposent une commande originale de correcteurs à sorties séquencées en vue d'adapter la loi de commande aux variations de la charge. La structure proposée peut être rapprochée des méthodes plus générales de lois de commande à séquencement de gains. Cette méthodologie issue de la représentation LPV peut conduire, sans introduire des difficultés théoriques importantes, à des outils méthodologiques d'analyse et de synthèse utilisables dans un environnement de R&D.

L'approche permettant de résoudre les problèmes dus aux limitations des modèles « moyennés » peut être alors envisagée suivant différentes voies. Ainsi par exemple l'équipe Automatique des Systèmes Hybrides (ASH) de Supélec-Rennes l'aborde avec les techniques des systèmes hybrides [réf. 66 à 74] (des collaborations sont actuellement en cours avec cette équipe) ou encore l'équipe Commande du laboratoire Ampère de Lyon [réf. 75 et 76].

Les outils développés par l'équipe ASH de Supélec ont permis ainsi de mettre en place une méthodologie de modélisation conduisant à des modèles de simulation ; cependant les outils d'analyse restent encore lourds et nécessitent une algorithmique encore complexe.

Les travaux sur les méthodes de commande, fondés sur une approche système hybrides, abordent souvent les problèmes de synthèse à partir des fonctions de Lyapunov [réf. 66] et se prêtent encore difficilement à une utilisation courante dans un environnement industriel.

L'approche Bonds Graphs est également utilisée par l'équipe Commande du laboratoire Ampère de Lyon dans un but de modélisation des convertisseurs et des systèmes d'électronique de puissance en général [réf. 75 et 76]. Les travaux de cette équipe et de l'équipe Electronique de Puissance de ce laboratoire traitent également la modélisation des composants. Ainsi, l'utilisation de ce type de modélisation pour l'analyse et la commande dans un cadre général reste encore limitée et difficile à mettre en œuvre dans un environnement industriel.

Notons enfin que depuis les années 90 de nombreux travaux ont également été effectués en utilisant la commande par modes glissants [réf. 77, 78 et 79], souvent en association avec les méthodes de Lyapunov, afin d'améliorer les performances dynamiques dans tout le domaine de fonctionnement et d'analyser les conditions de stabilité. Cette problématique est également traitée parfois avec les approches plus classiques de la commande robuste ( $H_\infty$  par exemple) comme dans [réf. 79 et 80]. Enfin, l'analyse de la stabilité globale est également abordée comme dans [réf. 79 à 83], cependant les résultats issus de ces méthodes restent encore restreints en raison de l'utilisation de modèles moyennés et de la limitation du domaine d'étude au mode de fonctionnement continu/discontinu. A noter dans [réf. 83] une étude intéressante en utilisant un modèle discret pour l'analyse.

Lorsque les modèles moyens sont insuffisants, une autre manière d'aborder le problème de la modélisation et de la commande de certaines classes de systèmes en électronique de puissance est celle que nous avons utilisée dans les travaux concernant les convertisseurs à double résonance. Le cadre d'application des travaux que nous avons menés sur cette topologie de convertisseurs est l'alimentation des générateurs des tubes à rayons-X. Ce type de système est caractérisé par une dynamique très rapide qui de plus pose des problèmes pour certains points de fonctionnement en raison de son caractère instable (en boucle ouverte) et d'un faible degré de commandabilité en d'autres points. De plus les exigences en termes de rapidité font que la bande passante est assez proche des fréquences de fonctionnement.

La méthodologie que nous décrivons succinctement dans la suite, et expliquée plus précisément dans [réf. 84 et 85], nous permet de nous affranchir des limitations induites par les modèles moyennés et de conduire à des bandes passantes (jusqu'à 20 kHz) proches de la fréquence de commande des interrupteurs (entre 50 et 100 kHz).

Ce projet a été mené en collaboration avec General Electric Healthcare, sur une période de plusieurs années et donne encore lieu à des collaborations sur des points précis. Cela a permis le développement d'une méthodologie de modélisation et de commande pour un nouveau type de générateur équipant les différents dispositifs d'imagerie médicale. Le but de ce projet est de concevoir un convertisseur pouvant répondre à différents types d'examen radiologiques, la finalité étant de n'avoir qu'un seul type de générateur décliné sous plusieurs puissances.

Ce système, dont la topologie est représentée sur la figure 1, peut être considéré comme un système périodique dont la fréquence est liée au point de fonctionnement. Celui-ci dépend de l'application médicale, c'est-à-dire de la tension aux bornes du tube et du courant traversant le tube.

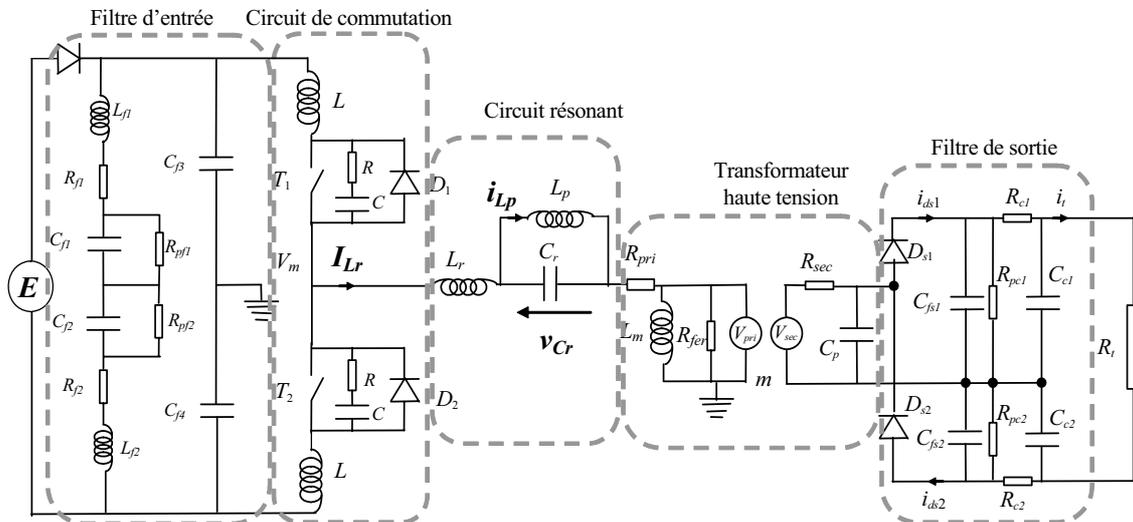


Figure 1. Architecture d'un convertisseur à double résonance

La grandeur de commande de ce système étant par nature discrète, à savoir le temps séparant les instants d'échantillonnage de la fermeture d'un des interrupteurs commandés, l'approche qui a été choisie est fondée sur une modélisation et une loi de commande également discrètes. Elles s'appuient sur l'échantillonnage d'une partie des grandeurs internes et de sortie à des instants  $t_k$  définis par le passage à zéro d'une grandeur particulière choisie parmi les variables d'état du procédé. La grandeur de référence dans cette application est le courant  $i_{Lr}$ , appelée courant résonant série, dont le passage par zéro définit d'une part les instants d'échantillonnage mais aussi les instants de synchronisation de commande du pont de commutation.

Le principe de commande du convertisseur s'appuie sur l'évolution temporelle du courant « résonant » traversant l'inductance série. Dans un cas de fonctionnement « normal », c'est-à-dire correspondant à un pilotage parfaitement synchronisé, une période de commande est décomposée en plusieurs étapes (ou phases) dont en particulier on peut citer :

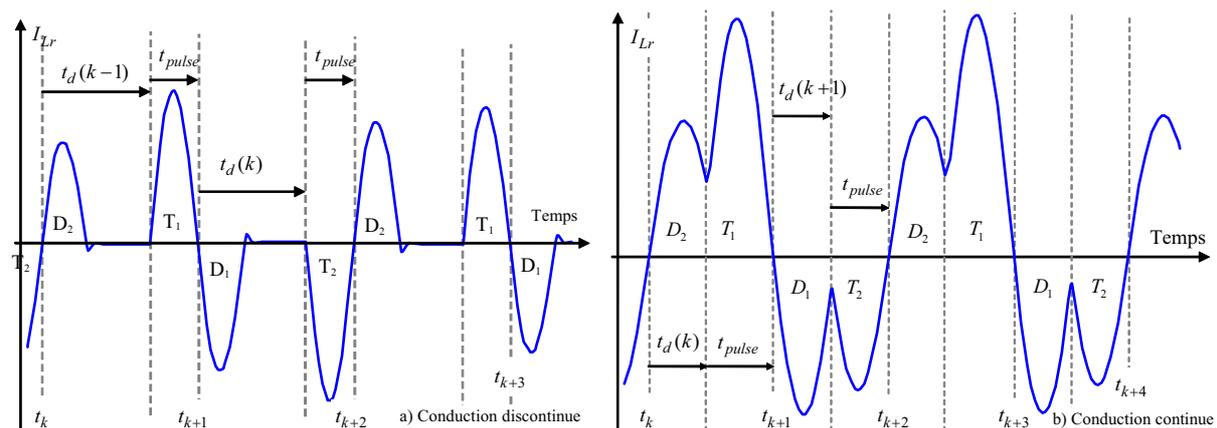
- la conduction des interrupteurs,
- la conduction des diodes, cette deuxième étape fait suite à la conduction d'un des interrupteurs et correspond à la conduction de la diode de la branche associée à l'interrupteur précédemment commandé,
- éventuellement une phase où aucun des semi-conducteurs n'est actif (on parle alors de régime discontinu).

Comme le générateur est commandé par des interrupteurs, l'implantation d'une loi de commande discrète s'introduit naturellement ; dans le cadre de cette application et en raison de la nécessité d'atteindre des fortes puissances, une commande en temps de délai a été retenue. Comme mentionné précédemment, la commande proposée fait appel à un échantillonnage des grandeurs à des instants  $t_k$  définis par le passage à zéro du courant  $I_{Lr}$  traversant l'inductance série suite à la conduction d'un des interrupteurs.

La grandeur de commande associée à cet échantillonnage est le temps, appelé temps de délai  $t_d$ , séparant l'instant  $t_k$  de la prochaine mise en conduction d'un des transistors. Le nouvel instant  $t_{k+1}$  sera pris au passage par zéro du courant  $I_{Lr}$  après la phase de conduction de l'interrupteur.

Le circuit de commutation comprend deux interrupteurs,  $T_1$  dans la branche supérieure et  $T_2$  dans la branche inférieure, déclenchés alternativement : si  $T_1$  est déclenché au cours du cycle  $k$ , alors au cours du cycle  $k+1$  sera déclenché  $T_2$  et ainsi de suite. Dans cette configuration de commande, il est aisé de remarquer qu'un cycle de commande commence par la conduction d'une des deux diodes. Le temps de conduction de ces diodes dépend donc d'une part de l'état du convertisseur à l'instant d'échantillonnage mais aussi de la commande elle-même d'autre part.

Les figures suivantes montrent cet enchaînement de commutations pour les deux modes de fonctionnement : conduction discontinue et continue. On parle de conduction discontinue (figure 2.a) lorsque la grandeur de commande  $t_d$  est supérieure au temps de conduction des diodes. Dans le cas des fortes puissances, le fonctionnement bascule vers une conduction de type continue (figure 2.b) ; le temps de délai  $t_d$  est pour ce régime inférieur au temps de conduction des diodes en régime discontinu. La fermeture des interrupteurs est alors forcée lorsque les diodes sont encore en conduction.



**Figure 2. Commande en temps de délai du convertisseur à double résonance**

Ainsi ce principe conduit à une commande à pas variable déterminé implicitement par le point de fonctionnement. Celui-ci est défini par la tension  $V_t$  aux bornes du tube et par le courant  $i_t$  traversant le tube. Le choix du point de fonctionnement est lié à l'application médicale en cours.

On peut noter aussi que l'on est confronté à un système fortement non linéaire ayant la particularité de présenter pour certaines variables (grandeurs du circuit résonant) un comportement périodique en régime permanent. Ce comportement est illustré par la représentation sur la figure 3 des évolutions, au cours de deux cycles de commande consécutifs, des courants résonants série et parallèle et par celle de la tension  $V_{Cr}$  aux bornes du condensateur.

Compte tenu de la symétrie du convertisseur, dans l'objectif de la régulation de la tension de sortie, les valeurs discrètes issues de l'échantillonnage de ce type de grandeurs ont été par convention affectées d'un terme  $(-1)^k$  en vue de prendre en compte le retournement de signe entre deux périodes de commande consécutives, soit :  $X_e(k) = (-1)^k X_m(t_k)$  où  $X_m(t_k)$  est la

mesure instantanée de la grandeur considérée et  $X_e(k)$  est l'échantillon numérique du modèle de commande.

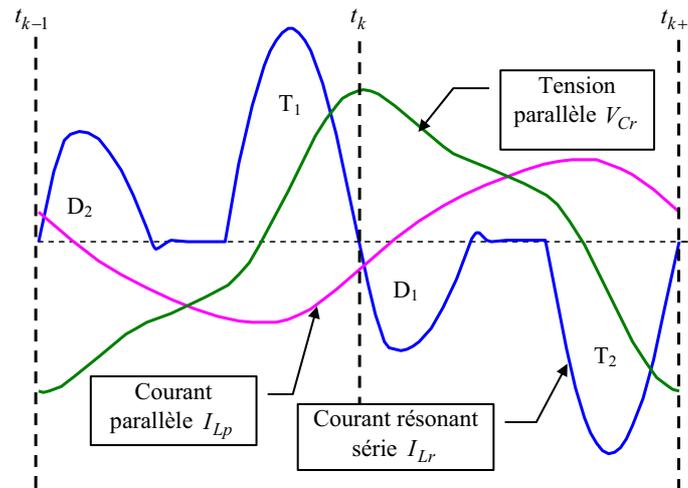


Figure 3. Evolution des grandeurs liées au circuit résonant sur deux cycles de commande

L'un des problèmes de ce système résidant dans la difficulté à établir des modèles analytiques valables dans tout le domaine de fonctionnement, l'approche choisie a été de construire une cartographie du domaine de fonctionnement par un ensemble de modèles tangents. Etant donné le grand nombre de points nécessaires pour couvrir tout le domaine de fonctionnement, une méthodologie particulière permettant d'automatiser la phase d'identification des paramètres des modèles a été mise en place en utilisant un modèle de connaissances validé et recalé expérimentalement. Le modèle complet de ce système étant d'ordre assez élevé - ordre 23 -, une réduction a priori à partir de considérations physiques a permis de réduire cet ordre en conservant uniquement 3 grandeurs pour le modèle de commande : tension de sortie  $V_i$ , courant « résonant » parallèle  $I_{Lp}$  et tension résonante parallèle  $V_{Cr}$ . Soit :

$$X(k) = [V_i(k) \quad (-1)^k I_{Lp}(k) \quad (-1)^k V_{Cr}(k)]^T$$

Cette réduction a été obtenue en identifiant directement le modèle d'ordre réduit, cependant la méthodologie prend en compte la topologie complète du convertisseur ainsi que les différents états négligés [réf. 84 à 88]. L'échantillonnage étant effectué au passage par zéro du courant « résonant » série  $I_{Lr}$ , cette grandeur n'apparaît donc pas dans le vecteur d'état discret. Enfin une analyse effectuée avec de modèles d'ordre plus élevé a montré que l'ordre du modèle initialement retenu était suffisant.

La commande choisie est une commande par retour d'état complet [réf. 84 à 87], obtenue par minimisation d'une fonction de coût quadratique portant sur des variables caractérisant un comportement au voisinage d'un point de fonctionnement. A cette technique de synthèse, une stratégie de commutation des gains obtenus a été adjointe de façon à assurer la nécessaire continuité de la commande lors des changements de point de fonctionnement. Complétée par des procédures de prédiction et d'adaptation à la tension d'alimentation (comprise entre 300 V et 800 V), cette commande est actuellement implantée (suivant l'architecture de la figure 4) dans les systèmes industrialisés et la méthodologie d'identification et de commande a fait l'objet de plusieurs brevets.

Ce mémoire ne détaille pas précisément la commande de ce type de système mais les principes et les méthodes utilisées sont partiellement décrites dans différentes publications données en annexe D.

La figure 5 montre à titre illustratif l'évolution de la tension de sortie et des grandeurs liées au circuit résonant en mode RAD. Ce mode, correspondant à une montée en tension à partir de conditions initiales nulles, est utilisé pour de la radiologie classique. On remarque sur ces courbes :

- une montée régulière de la tension de sortie et sans dépassement ; ce comportement étant une contrainte de la commande en raison de la non réversibilité du convertisseur,
- l'évolution suivant un régime oscillant, périodique en régime permanent des grandeurs des « courants résonants » série et parallèle,
- un courant résonant parallèle correctement centré même dans la phase de régime transitoire (un décentrement trop important peut conduire à la désynchronisation de la commande).

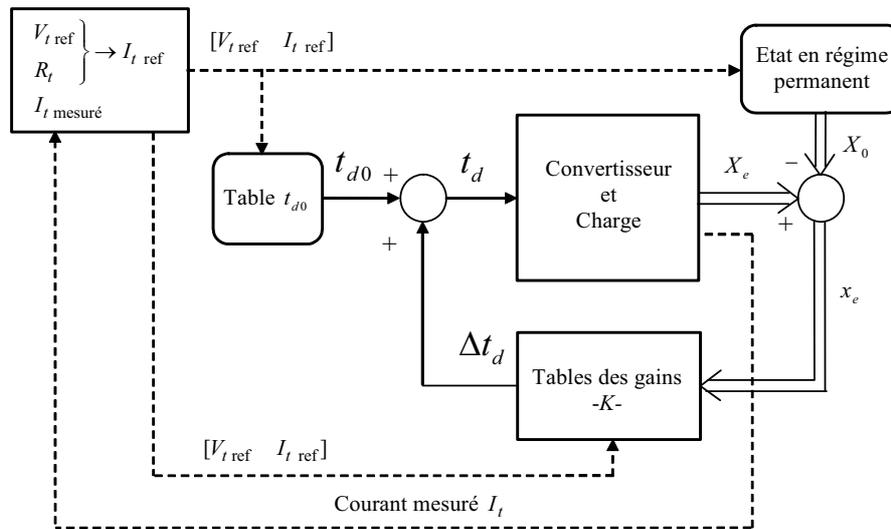


Figure 4. Architecture de la loi de commande

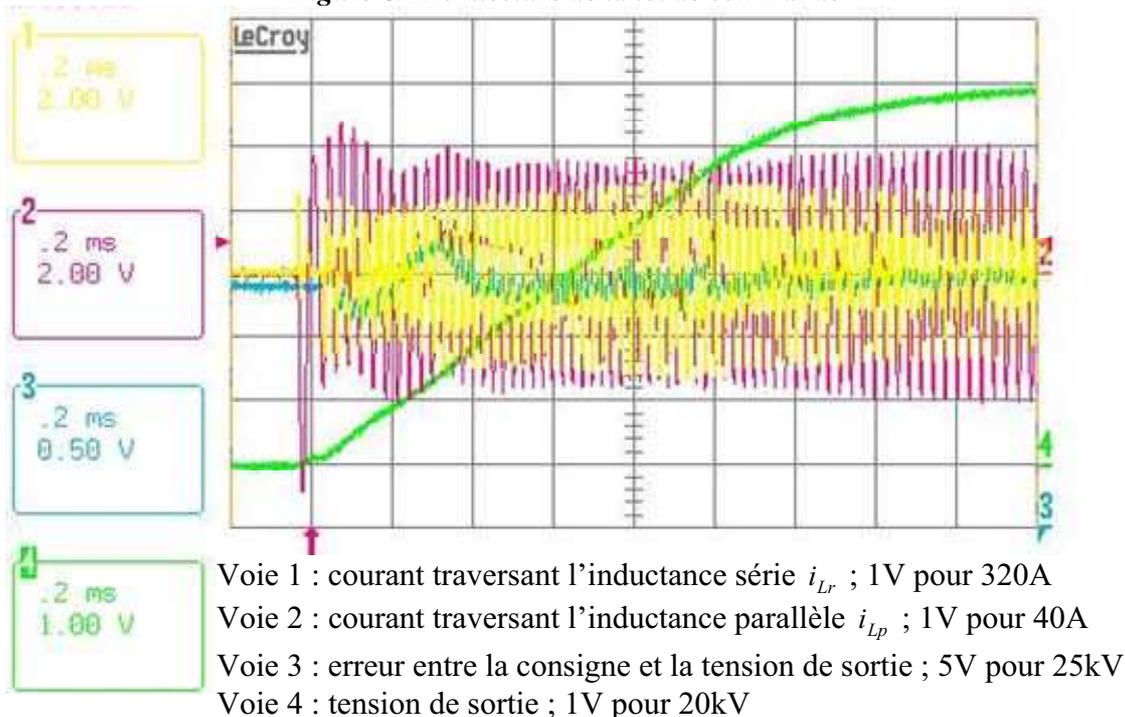


Figure 5. Montée en tension à partir de conditions initiales nulles (mode RAD) 120 kV–300 mA

Les méthodes utilisées ont montré une forte efficacité en termes de résultats et dans leur application dans une problématique industrielle. Cependant d'un point de vue théorique il reste encore des éléments à résoudre comme par exemple l'analyse de la stabilité dans le cadre non linéaire par exemple. Des éléments de réponse ont déjà été apportés en utilisant des approches de type LPV mais ces outils nécessitent une approximation des paramètres des modèles, et de la loi de commande, par des fonctions polynomiales et conduisent à des temps de calcul relativement longs. Leur utilisation, dans le cadre particulier de ce projet, reste encore un peu difficile dans un environnement industriel.

Pour aborder ces problèmes une approche possible est d'utiliser les méthodes utilisées pour l'étude des systèmes hybrides. Une collaboration sur l'étude de ce type de convertisseur avec l'équipe ASH de Rennes a conduit au développement d'outils pour la modélisation [réf. 71, 72, 73 et 74] ayant permis par exemple de mettre en place une procédure d'optimisation [réf. 71] pour la phase de démarrage du convertisseur. Cependant la mise en place d'outils d'analyse et de commande pour ce type de systèmes, de dimension importante, reste encore difficile en raison du grand nombre de configurations possibles.

Enfin la méthodologie que nous avons mise en place peut être réutilisée pour la régulation d'autres types de convertisseurs comme par exemple les convertisseurs de type Flyback ou SEPIC, en particulier lorsque la bande passante exigée se rapproche de la fréquence de commutation. Des travaux sur ce type de convertisseurs sont actuellement en cours, en collaboration avec le département Energie de Supélec afin d'une part de s'affranchir des limitations induites par les méthodes de type « moyennage », et d'autre part de démontrer les performances, en particulier la stabilité, dans l'ensemble du domaine de fonctionnement. Ce problème est difficile en raison du changement de structure du convertisseur suivant le point de fonctionnement.

Dans la suite de ce mémoire, nous nous intéressons plus précisément à la définition d'un principe et d'une architecture de commande d'un convertisseur de type multicellulaire d'une nouvelle génération développée par Faiveley pour des applications ferroviaires. En complément, il a été mis au point une méthodologie d'analyse et de synthèse pour ce type de systèmes, caractérisée dans le cadre de l'application étudiée, par un fonctionnement à puissance constante, source d'un comportement instable. Ce travail de recherche sur la commande du convertisseur a fait l'objet d'une collaboration très étroite avec le milieu industriel (Faiveley) dès le départ du projet, en notant par ailleurs que les discussions ayant abouti au principe de commande physique ont eu lieu avant la mise en place des équipes qui ont eu en charge les travaux de recherche et développement.

Le principe de ce système est fondé sur une nouvelle architecture matérielle dont le noyau, à savoir le circuit de commutation, est constitué :

- d'un ensemble de cellules montées suivant une échelle, chaque cellule est constituée d'un transformateur, de deux interrupteurs commandés au primaire et de deux interrupteurs non commandés (diodes) au secondaire,
- l'état des interrupteurs des différentes cellules conduit à une configuration d'associations de cellules sous la forme de groupes en série ou en parallèle qui peuvent être modélisés comme des sources de tension élémentaires.

Comparativement aux structures classiques utilisées actuellement, cette architecture vise à augmenter les performances tout en assurant une diminution importante du volume et du

poids embarqués pour une même puissance. A titre illustratif et sans citer de valeur quantitative, cette architecture matérielle permet de diminuer le poids des inductances embarquées de quelques centaines à quelques dizaines de kilos.

En termes de cahier des charges, les critères à vérifier sont multiples. L'objectif final est de réguler la tension de sortie, dans le cas d'une charge absorbant une puissance constante. Cependant en plus des objectifs classiques de tout problème d'Automatique (stabilité, amortissement, robustesse, ...) il faut encore ajouter de fortes contraintes liées au cadre de l'application, spécifiques au domaine ferroviaire, définies par la norme UIC550 :

- vérification du gabarit fréquentiel large bande d'impédance minimale vue de la source d'alimentation,
- gabarit fréquentiel limitant la réinjection de courants harmoniques dans la ligne d'alimentation (afin d'éviter la pollution des signaux d'information circulant dans la ligne),
- auto-adaptation au niveau de la tension d'entrée et au type d'alimentation (continue, alternative),...
- tension et courants d'entrée en phase dans le cas des tensions d'alimentations alternatives,
- robustesse vis-à-vis des variations de charge très importantes (10% à 300% de la charge nominale) en régime transitoire.

Dans le cadre de cette démarche, le travail de l'automaticien revêt plusieurs aspects :

- définition du principe physique et des concepts permettant la commande de ce type de procédé,
- participation à l'étude permettant d'optimiser le dimensionnement matériel : nombre de cellules, valeurs des éléments matériels composant le convertisseur, mesures, capteurs, ...,
- définition de l'architecture de commande,
- définition et mise en place des modèles de simulation et de commande permettant d'aborder l'étude et la validation des régulateurs.

Du point de vue de la modélisation nous avons montré que le noyau de commutation pouvait être représenté par un transformateur à gain variable dont la valeur est donnée par la configuration courante. Dans le cadre de la commande, nous avons alors proposé de modéliser le circuit de commutation comme un gain variable donné par un numéro de configuration, l'ensemble des configurations étant ordonné suivant la valeur du gain. Il est à noter que plusieurs configurations peuvent conduire au même gain. Dans ce cas, une seule configuration est retenue pour la commande, suivant des critères comme le nombre d'interrupteurs à commuter ou la variation de gain en régime transitoire par exemple. Il est à noter par ailleurs que certaines combinaisons sont interdites : tous les interrupteurs d'un bras de l'échelle fermés (court-circuit de l'alimentation) ou encore toute configuration conduisant à un circuit ouvert par exemple.

D'une manière analogue au cas des convertisseurs à double résonance, mais c'est aussi le cas de la majorité des applications en électronique de puissance, ce procédé est un système à temps continu dont la grandeur de commande est discrète du point de vue du principe même.

Le changement de configuration est effectué suivant un cycle de commande (de l'ordre de 33  $\mu\text{s}$ ), en commutant d'une manière progressive les différents interrupteurs suivant un cycle interne d'environ 1  $\mu\text{s}$  (méthode des « coulisses »).

Dans le cadre de ce projet de recherche il est proposé en particulier une structure de commande s'adaptant automatiquement au type de source, la synchronisation sur la source d'alimentation étant effectuée au moyen d'un filtre de Kalman permettant de reconstruire la phase du signal d'entrée et éventuellement la fréquence dans le cas d'une source alternative dont la variation de fréquence pourrait s'avérer importante.

Le problème de la commande, abordé en vue de garantir les différentes performances, est traité dans le cadre particulier d'une charge absorbant une puissance constante conduisant d'une part à un comportement non linéaire du procédé mais aussi instable en boucle ouverte.

Les concepts de régulation et de commande développés au cours de ce travail constituent la base de la commande de ce procédé actuellement industrialisée, la technique de commutation interne des interrupteurs ayant évolué vers une technique permettant une meilleure continuité des gains (commande «  $t_d - \alpha$  »), en particulier en régime transitoire.

La modélisation et la commande des convertisseurs multicellulaires est traité par plusieurs équipes, en particulier le groupe de recherche de l'ENSEEIH qui a effectué de nombreux travaux sur ce type de convertisseurs [réf 89 à 93]. L'approche plus « classique » utilisée actuellement est souvent fondée sur l'utilisation de modèles moyennés [réf. 93 par exemple] qui conduisent à des bons résultats mais nécessitent une fréquence de commutation importante comparativement aux bandes passantes exigées par le cahier des charges des chaînes d'asservissement.

Dans le cas du projet Katium, et de sa topologie particulière, la mise en place de la commande et des chaînes d'asservissement se heurte ainsi à deux difficultés importantes : d'une part la bande passante nécessaire pour satisfaire le gabarit d'impédance ne peut pas être considérée comme faible vis-à-vis de la fréquence de commutation des semi-conducteurs, d'autre part le nombre important d'interrupteurs commandés pose le problème sur la définition de la commande de chacun d'eux.

## Chapitre 3. Projet de recherche

Les perspectives de mon projet de recherche peuvent être classées suivant trois horizons temporels, du long au court terme. D'un point de vue du domaine applicatif je m'intéresserai plus spécifiquement aux problématiques de systèmes en électronique de puissance et en mécanique. Ces deux domaines partagent des phénomènes communs comme le changement de structure des modèles : modifications du mode de fonctionnement des convertisseurs et chocs des systèmes mécaniques par exemple. Au court de mon travail de recherche les problèmes de modélisation resteront une constante de l'activité.

Une part fondamentale dans tout problème d'Automatique est la modélisation des systèmes, aussi cet aspect des problèmes d'Automatique restera présent dans mes activités futures. D'un point de vue méthodologique une part importante des travaux de recherche s'effectuera dans le cadre de la commande robuste où les résultats sur des approches communes pourront être mutualisés dans le cadre des activités d'encadrements de doctorants.

Cette section décrit les différentes actions du projet de recherche et donne quelques éléments sur les approches envisagées.

### 3.1. Perspectives à long terme

---

#### 3.1.1. *Domaine de l'électronique de puissance*

Comme mentionné dans l'introduction, les systèmes en électronique de puissance ont la particularité d'avoir un fonctionnement en commutation, c'est à dire de type tout ou rien et cela avec des interrupteurs commandés (transistors par exemple) ou non (diodes).

Deux approches pour aborder la commande de ce type de système ont été examinées dans ce document dans les cas de la commande d'un convertisseur à double résonance et d'un convertisseur utilisant une nouvelle topologie multicellulaire. Les méthodes proposées n'ont pas fait appel à une technique classique qui consiste à modéliser le comportement du système suivant les techniques de « moyennage » en supposant que la bande passante du procédé est faible comparativement à la fréquence de découpage. Cette hypothèse limite d'un point de vue structurel les performances dynamiques que l'on peut espérer.

La modélisation a été effectuée en intégrant les équations différentielles du procédé entre deux instants d'échantillonnage. Si ce travail peut se faire assez aisément dans le cas du convertisseur Katium, il se révèle beaucoup plus complexe dans le cas du convertisseur à double résonance. Cela est dû, d'une part à la durée de conduction des semi-conducteurs qui n'est pas généralement maîtrisée, d'autre part à la variation du nombre et de l'ordre des équations différentielles linéaires décrivant le comportement du procédé entre deux commutations des semi-conducteurs. Dans le cadre du convertisseur à double résonance, le problème de la modélisation du point de vue de la commande a été résolu en associant la mise en équation physique du système et la simulation numérique.

La phase de modélisation de chaque projet a nécessité une étude particulière prenant en compte les spécificités de la structure et des semi-conducteurs utilisés. Ainsi, dans le cadre des travaux futurs, et s'inscrivant dans un **projet long terme**, une problématique importante est la mise en place de méthodologies de modélisation génériques permettant d'aborder indifféremment tout type de procédé en électronique de puissance. Il s'agira bien sûr dans un deuxième temps de mettre en place des méthodologies spécifiques permettant l'analyse et la

commande de tels types de procédés et en particulier la prise en compte de changement de structure.

Les travaux de recherche se poursuivront dans cette orientation mais aussi avec le souci de mettre en place un ensemble d'outils adaptés à une utilisation dans un environnement industriel de recherche et développement. Dans cet objectif plusieurs axes seront privilégiés, dans un premier temps, pour les futurs travaux.

- L'exploitation de « modèles moyens **non linéaires** » sera poursuivie avec des formulations de type LPV insuffisamment exploitées à l'heure actuelle dans le cadre de l'électronique de puissance. Un effort sera effectué sur une formulation de modèles moyens caractérisés :
  - o par des domaines de validité plus larges que les modèles moyens utilisés le plus couramment,
  - o par une structure identique pour les différents modes de fonctionnement (continu et discontinu par exemple).

Les outils d'analyse et de synthèse seront ceux issus de la formulation LPV (plus précisément quasi-LPV dans le cas de modèles non linéaires), une difficulté importante sera d'une part de reformuler les modèles en vue de les adapter aux outils d'analyse actuels, d'autre part de minimiser la complexité des correcteurs. En pratique ces travaux sont déjà en cours et des résultats partiels portant sur les aspects analyse sans changement de mode de fonctionnement [réf. 97] confirment le choix de cet axe de travail.

Cette approche sera complétée par l'utilisation des méthodes fondées sur les fonctions de Lyapunov dépendantes des paramètres (FLDP). Cette méthodologie a fait l'objet de nombreux travaux théoriques, [réf. 98 à 100] par exemple. Pour simplifier l'analyse, les modèles et les lois de commande peuvent être approchées par des fonctions affines mais cette solution sera difficile à mettre en œuvre dans le cas général afin de représenter le procédé sur l'ensemble du domaine de fonctionnement. Une approche permettant de contourner ce problème sera une représentation sous la forme de fonctions affines par morceaux, [réf. 100] par exemple pour l'analyse ou encore [réf. 101] du point de vue de la commande. A l'occasion du stage de C. STOICA [réf. 102] ces méthodes ont montré leur efficacité en termes d'analyse de robustesse appliquée sur la commande (non linéaire) des systèmes non linéaires avec des modélisations affines par morceaux. L'inconvénient de cette approche est cependant le conservatisme des résultats.

- Un autre axe des travaux sera l'exploitation des méthodes développées par la communauté des systèmes hybrides :
  - o Sur les aspects modélisation et analyse, les travaux de thèse de M. ZAINEA, menés en collaboration avec l'équipe de Supélec-Rennes (H. CORMERAIS, J. BUISSON, H. GUEGUEN), fondées sur l'approche bond-graph et l'utilisation des concepts des systèmes hybrides constitueront une base de départ. Ils ont déjà porté sur la définition et la formalisation de différents interrupteurs, commandés ou non, et leur association suivant des structures génériques. Les travaux en cours ont proposé des avancées en termes de modélisation et

partiellement d'outils d'analyse ; cependant des problèmes restent encore à régler. Les méthodes de commande spécifiques posent encore un problème important, de même que la complexité croissante lorsque le nombre d'interrupteurs augmente. Ainsi la modélisation et l'analyse de convertisseurs multicellulaires comme Katium pourraient s'avérer difficiles en utilisant une approche type systèmes hybrides.

- La commande directe des interrupteurs sera une suite logique de cet axe. Cette approche de la commande des convertisseurs a été abordée par différentes équipes avec de bons résultats [réf. 103 à 107], un point important des futurs travaux sera la limitation du volume de calculs. Cette condition est nécessaire en vue de l'implémentation en temps réel des lois de commande développées dans le cas de leur application sur des dispositifs en électronique de puissance. Cet aspect des travaux fera en particulier l'objet d'une collaboration avec Xuefang LIN-SHI de l'équipe commande du laboratoire Ampère-INSA de Lyon dans le cadre d'un projet financé par la communauté SEEDS (Système d'Energie Electrique dans leur Dimension Sociétale).

Pour ces travaux plusieurs collaborations, déjà en cours, continueront :

- Entre les départements Automatique (E. GODOY) et Energie de Supélec. Avec P. LEFRANC nous avons les objectifs d'aborder l'étude, et la commande, des convertisseurs prenant en compte en particulier les problèmes de changement de structure et de mettre en place les outils méthodologiques adaptés à cette problématique. Les travaux sur la modélisation sont déjà en cours pour certaines topologies conduisant à des modèles non linéaires, mais ces modèles doivent encore être reformulés en vue de les adapter aux outils d'analyse actuels. Une publication a été acceptée à une conférence internationale avec actes [réf. 108] montrant l'efficacité de l'adaptation de la loi de commande au point de fonctionnement, une publication a été acceptée à une conférence nationale avec actes [réf. 97] sur l'utilisation pour l'analyse d'une modélisation de type LPV affine en paramètres et enfin une rédaction d'une publication pour une revue est en cours. Ces travaux initieront la thèse d'A. JAAFAR qui débutera en octobre 2008 : « *Modélisation générique et optimisation de lois de commande pour convertisseurs de puissance* » (encadrement E. GODOY et P. LEFRANC) dont le financement sera aidé par une allocation recherche du ministère. Dans cette thèse, les applications envisagées seront les convertisseurs VRM (Voltage Regulator Module) qui permettent en particulier d'alimenter des systèmes électroniques numériques demandant une rapidité et une stabilité de tension d'alimentation. Ce type de convertisseur est de plus, à l'heure actuelle, un axe de recherche privilégié [réf. 109 à 111].

En plus des aspects théoriques, notre objectif est aussi de développer des approches méthodologiques plus spécifiquement adaptées à une mise en œuvre dans un environnement industriel de recherche et développement. Ainsi, cet aspect des travaux sera envisagé non seulement du point de vue théorique mais aussi expérimental par le développement de prototypes spécifiques permettant de valider les études théoriques.

Avec C. KARIMI la collaboration menée depuis 2002 continuera dans le cadre d'utilisation des approches « plus classiques » à partir des modèles linéaires, plus spécifiquement dans le cadre de la commande numérique des convertisseurs et avec un aspect applicatif fort. La mise en place d'un stage de formation continue sur ces thèmes, pour des ingénieurs en activité, fait partie du projet.

- Sur le même thème de la modélisation et de la commande des systèmes en électronique de puissance, une collaboration débute actuellement entre les équipes des départements Energie (P. LEFRANC, EA 1400) et Automatique (E. GODOY, EA 1399) de Supélec et l'équipe Commande du laboratoire Ampère-INSA de Lyon (Xuefang LIN-SHI, UMR CNRS 5005). Pour soutenir ces travaux de collaboration nous bénéficierons d'un financement du Groupement de Recherche SEEDS (second appel à projets). Ce projet s'articule autour de deux axes :
  - o la modélisation pour le dimensionnement et la modélisation dynamique pour l'étude de stabilité globale ;
  - o le développement de lois de commande adaptées à un cahier des charges exigeant en vue d'intégration. Un des objectifs forts envisagé est le développement de lois de commande numérique directe mais les méthodes de séquençement de gains seront également utilisées.

Les objectifs portent non seulement sur les résultats méthodologiques mais aussi sur leur validation. Ainsi, pour les études, une topologie spécifique sera précisément définie et mise en place expérimentalement en vue de valider les résultats théoriques. La topologie retenue sera organisée autour d'une structure SEPIC (Single Ended Primary Inductor Converter), avec filtre d'entrée, dont des études préliminaires ont montré qu'un seul régulateur linéaire déterminé autour d'un point de fonctionnement était insuffisant pour assurer la stabilité dans tout le domaine de fonctionnement pour un cahier des charges exigeant. Ainsi un « benchmark » associant une structure SEPIC (Single Ended Primary Inductor Converter) et un cahier des charges sera défini.

Enfin, les originalités de ce projet résident au niveau de l'analyse dans l'utilisation de modèles dynamiques discrets pour étudier la stabilité au sens large des convertisseurs (appliqués ici à une architecture SEPIC) et au niveau de la synthèse dans la commande directe des convertisseurs DC/DC en pilotant directement les états de commutation sans passer par les algorithmes de modulation.

D'un point de vue technologique l'architecture SEPIC présente des propriétés intéressantes qui ont orienté le choix de cette structure. En effet ce convertisseur peut fonctionner aussi bien en abaisseur qu'en élévateur, avec et sans isolation galvanique et peut également être utilisé en mode correcteur de facteur de puissance. Ces propriétés font de cette topologie un candidat potentiel pour réaliser une fonction de « convertisseur DC-DC universel », pour une approche modulaire très recherchée dans un environnement industriel. De plus, la commande rapprochée de l'interrupteur commandé est référencée par rapport à la masse, ce qui facilite sa réalisation technologique au niveau du système de driver. D'un point de vue applicatif, la brique universelle peut aussi bien servir dans tout type d'industrie pour réaliser des convertisseurs hybrides (à base de composants commerciaux) et dans le développement de circuits intégrés dédiés.

Parmi les secteurs d'applications, le domaine aéronautique (aux cahiers des charges généralement exigeants tant du point de vue des performances dynamique que de la robustesse vis-à-vis des variations paramétriques) est spécialement privilégié ainsi que d'une manière générale les systèmes embarqués avec également un problème sous-jacent lié à la stabilité des réseaux électriques. Une collaboration industrielle sur ces travaux à long terme est également envisagée dans le domaine aéronautique.

Les premiers travaux menés montrent également la nécessité de la prise en compte des problèmes de commande dès la phase de dimensionnement du convertisseur ; aussi un axe de recherche à plus long terme est l'optimisation des éléments des convertisseurs en prenant en compte non seulement les aspects statiques (comme c'est souvent le cas actuellement) mais aussi les contraintes dynamiques nécessaires pour atteindre un cahier des charges (puissances nominale et maximale, rendement, temps de réponse, etc...). Nous nous inscrivons ainsi dans une démarche de conception-optimisation abordant d'une manière globale les différents aspects nécessaires au dimensionnement des convertisseurs : thermique, statique et quasi-statique, impact des problèmes de commande sur le dimensionnement, spectre CEM, poids/volume, .... On parlerait alors d'optimisation globale des convertisseurs en les situant en conséquence dans leur environnement d'utilisation. Cet aspect des travaux fait également l'objet d'une collaboration entre les départements Automatique (E. GODOY, EA 1399) et Energie de Supélec (P. LEFRANC et P. DESSANTE, EA 1400) et doit se concrétiser par une thèse : « *Conception et optimisation globale des convertisseurs de puissance* ».

### **3.1.2. Recherches sur la robustesse des systèmes non linéaires**

D'un point de vue théorique, une collaboration impliquant plusieurs laboratoires est actuellement en phase de démarrage sur la « Commande robuste de systèmes non linéaires incertains » : G. DUC et E. GODOY (département Automatique de Supélec), G. SCORLETTI (Ecole Centrale de Lyon, Laboratoire Ampère) et V. FROMION (INRA, Unité Mathématique, Informatique et Génome). Ce projet fait suite à divers travaux de thèse sur la commande des systèmes non linéaires : V. FROMION, A. HIRET, E. DEVAUD et J. ADOUNKPE. Pour ces travaux nous avons obtenu le financement par la fondation EADS des travaux de thèse de SAFTA DE HILLERIN (« *Commande robuste de systèmes non linéaires incertains* ») qui débutera en septembre 2008, dont nous indiquons ci-dessous les grandes lignes.

Deux axes principaux peuvent être dégagés concernant la synthèse d'une commande :

- l'approche de linéarisation par bouclage consiste à faire un premier bouclage pour compenser les termes non linéaires ; on calcule ensuite un régulateur linéaire ; l'effet des incertitudes de modélisation n'est pas explicitement pris en compte lors de la synthèse.
- l'approche LPV [réf. 112] consiste à ramener le problème dans le cadre de la théorie des systèmes linéaires à paramètres variants : elle peut être appliquée aux systèmes non linéaires en considérant certaines variables à la fois comme des états et comme des paramètres variants (systèmes quasi-LPV) ; certaines incertitudes de modélisation peuvent être prises en compte, au moins de façon indirecte.

Ces deux méthodes garantissent stabilité et performances dans le cas nominal mais pas, ou imparfaitement, en présence d'incertitudes. Notons que dans le cas de :

- la première méthode, la commande est déterminée directement à partir d'un modèle non linéaire du système ;
- la seconde méthode, le modèle LPV est formulé à partir du modèle non linéaire pour utiliser les outils propres aux représentations LPV.

Développée en parallèle, l'approche par contraintes intégrales quadratiques (IQC) [réf. 35, 40 et 41] offre un cadre très général pour effectuer des études de robustesse vis-à-vis de nombreux phénomènes tels que non-linéarités de nature différente, paramètres variants, paramètres incertains,... et d'associer aussi simultanément dans les modèles d'analyse des non linéarités comme la saturation, le seuil, ... Cette approche a été utilisée pour l'analyse à l'occasion des travaux de J. ADOUNKPE [réf. 35].

Pour compléter les outils d'analyse, l'utilisation des fonctions de Lyapunov dépendant des paramètres est également envisagée. Un des intérêts de cette méthode réside dans la possibilité de l'associer aux méthodologies issues des IQC.

Du point de vue de la mise en œuvre, la linéarisation par bouclage fait appel à des notions d'algèbre différentielle, tandis que l'approche LPV et l'analyse par IQC se placent dans le cadre de l'optimisation convexe, sous contraintes LMI (Linear Matrix Inequalities). Notons que la synthèse du régulateur linéaire, dans l'approche de linéarisation par bouclage, peut elle-aussi se placer dans ce cadre.

Les objectifs de ce projet visent à développer une approche systématique pour la commande robuste de systèmes non linéaires incertains. Les deux approches de commandes évoquées seront menées en parallèle, tandis que l'analyse par IQC permettra d'analyser les propriétés de robustesse obtenues et de guider pas à pas la synthèse des lois de commande. Une étude préalable devra conduire à l'amélioration (ou l'extension) des outils existants, en particulier en termes de convergence des algorithmes d'optimisation des problèmes LMI. Dans ce cadre, une attention particulière sera portée à la définition de critères pertinents et à l'application aux problèmes de grandes dimensions. En effet, ces techniques souffrent d'un inconvénient important : un temps de calcul parfois prohibitif qui limite leur application industrielle (des éléments de solution ont déjà été abordés dans [réf. 38 et 39]). Ces limitations ont ainsi été mises en évidence lors des travaux de thèse de J. ADOUNKPE lorsque le nombre de paramètres augmente conduisant à une limitation dans les analyses effectuées.

### 3.2. Perspectives à moyen et court termes

---

**A moyen terme** un axe de recherche important concerne la modélisation et la commande de systèmes mécaniques comportant des transmissions irréversibles. Cette thématique :

- s'inscrit dans le thème de commande sur les chaînes de motorisation et de systèmes de positionnement : robot, positionneur d'imagerie médicale, ... ,
- présente un intérêt important en raison de l'augmentation croissante des actionneurs électriques dans les chaînes de motorisation, caractérisés en général par de faibles rapports couple/masse, et nécessitant leur optimisation.

En effet, pour des raisons de sécurité ou de consommation, beaucoup de mécanismes de transmissions sont conçus irréversibles. En régime statique la chaîne de transmission peut

transmettre de la puissance vers la charge mais aucune puissance ne peut être transmise de la charge vers le moteur. Cette non linéarité, dont le principe physique est fondé souvent sur le phénomène de frottement sec, pose de sérieux problèmes tant du point de vue de la modélisation que de la commande. On peut remarquer par ailleurs que si le phénomène de frottement sec et sa prise en compte lors des déplacements à basse vitesse est relativement traité dans la littérature, le problème de l'irréversibilité :

- est abordé assez souvent dans les ouvrages, et dans la littérature sur les systèmes mécaniques, du point de vue de la modélisation statique,
- est très peu abordé du point de vue de la modélisation dynamique,
- est très peu abordé du point de vue de la commande dans les publications en Automatique.

On trouve cependant dans les publications en robotique quelques références abordant la modélisation de la réversibilité avec une approche macroscopique sous la forme d'un terme de rendement dont la valeur peut varier suivant le sens de transfert de puissance et éventuellement de la vitesse ou (et) des efforts en entrée. Cependant cette modélisation nécessite encore d'être reprise dans un cadre plus formalisé et rigoureux afin de pouvoir être généralisée aux différents types de mécanismes. La modélisation fine de la réversibilité en utilisant une approche « microscopique » par la prise en compte des problèmes de contact et du frottement est dans le cas général complexe. Le phénomène de frottement sec est difficile à représenter (bien que de nombreux modèles existent dans la littérature) mais la mise en équation dynamique conduit à un ensemble d'équations différentielles présentant des phénomènes de saut (voire d'ordre) liés par exemple au flanc de contact actif (dans le mécanisme de transmission) ou encore au sens de transfert de la puissance (réversibilité).

Les travaux menés actuellement dans le cadre de la thèse d'O. AL ASSAD, sur l'« *Etude d'une méthodologie de modélisation et de commande d'un robot multi-axes pour une application en radiologie médicale* », ont conduit à des premières méthodologies permettant de modéliser d'un point de vue dynamique le problème de l'irréversibilité. La stratégie choisie est :

- d'utiliser comme dans l'approche classique un terme de rendement [réf. 27 et 28] ;
- de modifier le terme de rendement en fonction d'un certain nombre de paramètres comme la vitesse de glissement et l'état menant/menée de la charge ;
- d'utiliser un graphe d'états [réf. 29 et 30] afin de gérer les transitions entre les différents états possibles.

Les résultats obtenus sont prometteurs au vu des résultats expérimentaux, cependant les travaux de recherche doivent continuer d'une part afin d'affiner et de valider l'approche, d'autre part afin de prendre en compte les aspects de la commande de ce type de système. La soutenance de thèse d'O. AL ASSAD est prévue pour la fin de l'année 2008. Une publication a été acceptée au 17<sup>th</sup> IFAC World Congress 2008 et une autre publication sera soumise dans une conférence internationale avec actes.

Dans ce domaine d'application, la thèse de B. BORSOTTO, sur la « *Modélisation et commande d'un système d'embrayage humide* », s'intéresse plus globalement à toute la chaîne de transmission d'une automobile. Les résultats obtenus d'un point de vue de la modélisation et les premiers résultats expérimentaux sur le filtrage des vibrations des acyclismes dus au

moteur sont assez encourageants. Sur ce sujet en 2008, une publication dans une revue a été acceptée pour publication, deux autres publications ont été acceptées dans des conférences internationales avec actes et la thèse a été soutenue le 3 juillet.

On peut noter par ailleurs que l'on peut espérer certaines retombées des études concernant les systèmes en électronique de puissance sur les systèmes mécaniques. En effet, l'une des problématiques faisant l'objet d'études dans le cas des systèmes en électronique de puissance est le changement de structure. Cette problématique peut également se poser dans le cas de systèmes mécaniques, par exemple en cas de choc, ou encore dans le cas des chaînes de transmission irréversibles. Ainsi une partie des résultats obtenus à l'occasion des travaux exposés dans la section 3.1.1 pourra être réutilisée dans le domaine des systèmes mécaniques. Par exemple un problème important (qui pose des sérieuses difficultés) est la mise en place des modèles de simulation lors des changements de structure en raison de l'irréversibilité. Les outils développés par les chercheurs de la communauté des systèmes hybrides, [réf. 113], pourront faciliter ce travail de modélisation. Dans la référence citée les auteurs proposent une modélisation de certains phénomènes mécaniques en utilisant l'approche Bond Graph, cependant ces outils nécessitent encore d'être adaptés à des systèmes mécaniques complexes.

Dans un domaine connexe, à savoir la commande de systèmes mécaniques, des travaux ont lieu également dans le milieu automobile et donnent lieu aux travaux de thèse de G. PITA (encadrement D. DUMUR, E. GODOY) dans le cadre de l'« *Etude et conception d'algorithmes de commande pour un véhicule automobile avec direction et freinage découplés* ». Il est clair que la prise en compte des phénomènes de frottement, ou d'adhérence, dans le comportement dynamique du véhicule est une étape indispensable dans la problématique de la direction et du freinage (contact pneu/chaussée, ...). Même si dans le cas du comportement dynamique d'un véhicule la modélisation peut s'avérer plus difficile en raison de la complexité du phénomène de frottement sec (variations rapides, forte incertitude sur les paramètres), les résultats obtenus précédemment sur la modélisation de chaînes de transmission et des phénomènes de frottement (travaux de B. BORSOTTO) pourront trouver ici un prolongement en vue de compléter les modèles actuels.

Les travaux de thèse de G. PITA doivent se poursuivre pendant trois ans. Au cours de sa première année de thèse :

- des modèles du véhicule en utilisant les principes du freinage découplé ont pu être établis ;
- des premières lois de commande ont été déterminées en utilisant les méthodes de commande non linéaires : linéarisation par bouclage et régulateurs quasi-LPV.

Ces commandes ont été évaluées et comparées sur un simulateur de véhicule et doivent faire l'objet de validations expérimentales.

**A plus court terme**, et en particulier dans le cadre d'applications aéronautiques, des travaux sont en cours sur l'extension des techniques utilisées dans le cas des convertisseurs à double résonance à d'autres types de convertisseurs de puissance. Du point de vue de l'application industrielle ces méthodes ont montré leur efficacité et constituent un bon compromis entre complexité méthodologique/technologique et contraintes spécifiques au problème industriel.

## **Annexes**



## Annexe C. Références bibliographiques

- [1] N. ROMANI, « Modélisation et commande d'un module de puissance destiné à un véhicule pile à combustible », thèse de l'Université de Paris-Sud Orsay, septembre 2007.
- [2] N. ROMANI, E. GODOY, D. BEAUVOIS, V. LE LAY, "Control-Oriented Modeling and Analysis of Air Management System for Fuel Reforming Fuel Cell Vehicle", ASME, *Fuel Cell Science and Technology*, janvier 2008, vol. 5.
- [3] N. ROMANI, E. GODOY, D. BEAUVOIS, V. LE LAY, "Multivariable Control for Air Management System in Fuel Reforming Fuel Cell Vehicle", in Proceedings of *IEEE European Control Conference ECC'2007*, Kos, Grèce, 2–5 juillet 2007.
- [4] A. STEFANOPOULOU, K.W. SUH ; "Mechatronics in fuel cell systems", *Control Engineering Practice*, mars 2007, vol. 15, p. 277–289.
- [5] K.-W. SUH, A. G. STEFANOPOULOU ; "Control and Coordination of Air Compressor and Voltage Converter in Load-Following Fuel Cells", in proceedings of *13<sup>th</sup> Mediterranean Conference on Control and Automation, MED'05*, juin 2005, p. 563–568.
- [6] J. PUKRUSHPAN, H. PENG, A. STEFANOPOULOU ; "Simulation and analysis of transient fuel cell system performance based on a dynamic reactant flow model", *ASME International Mechanical Engineering Congress & Exposition*, New Orleans, Louisiana, USA, novembre 2002.
- [7] S. GELFI, J. PUKRUSHPAN, A. STEFANOPOULOU, H. PENG ; "Dynamics of Low-Pressure and High-Pressure Fuel Cell air supply systems", in proceedings of *IEEE American Control Conference, ACC 2003*, Denver, Colorado, USA, 4–6 juin 2003, vol. 3, p. 2049–2054.
- [8] D. BOETTNER, G. PAGANELLI, Y.G. GUEZENNEC, G. RIZZONI, M.J. MORAN, "Proton Exchange Membrane Fuel Cell System Model for Automotive Vehicle Simulation and Control", *ASME Journal of Energy Resources Technology*, mars 2002, vol. 124, p. 20–27.
- [9] S. RODATZ, G. PAGANELLI, L. GUZZELLA ; "Optimizing air supply control of a PEM fuel cell system", in proceedings of *American Control Conference, ACC 2003*, Denver, Colorado, USA, 4–6 juin 2003, vol. 3, p. 2043–2048.
- [10] M. TEKIN, D. HISSEL, M.C PERA, J.M. KAUFFMANN ; "Energy consumption reduction of a PEM fuel cell motor-compressor group thanks to efficient control laws", *Journal of Power Sources*, mai 2006, vol. 156, p. 57–63.
- [11] E. GODOY, « Optimisation des lois de commande pour pale d'hélicoptère », collaboration GDI-Supélec, *étude DRET*, 1992.
- [12] P. BOUCHER, E. GODOY, « Extension du domaine de vol du rotor d'hélicoptère, vers des facteurs de charge et des vitesses élevés », Collaboration GDI-Supélec, *étude DRET*, 1990.
- [13] P. BOUCHER, E. GODOY, « Étude et optimisation de l'asservissement anti-décrochage de pale d'hélicoptère », collaboration GDI-Supélec, *étude DRET*, 1989.
- [14] R. STRIBECK, "Die wesentlichen Eigenschaften der Gleit- und Rollenlager", *Zeitschrift des Vereines Seutscher Ingenieure*, p. 1342–48, 1432–37, 1902.

- [15] B. ARMSTRONG-HELOUVRY, P. DUPONT, C. CANUDAS DE WIT ; “A survey of models, analysis tools and compensation methods for the control of machines with friction”, *Automatica*, juillet 1994, vol. 30 , p 1083–1138.
- [16] H. OLSSON, C. CANUDAS DE WIT, K.J. ASTROM, P. LISCHINSKY ; “A new model for control of systems with friction”, *IEEE Transactions on Automatic Control*, mars 1995, vol. 40, p. 419–425.
- [17] P. DAHL ; “Solid friction damping of mechanical vibrations”, *AIAA Journal*, décembre 1976, vol.14, p. 1675–1682.
- [18] P. DUPONT, B. ARMSTRONG B, V. HAYWARD ; “Elastoplastic friction model: contact compliance and stiction”, in proceedings of *American Control Conference, ACC 2000*, Chicago, USA, juin 2000, p. 1072–1077.
- [19] D.A. HAESSIG D. A., B. FRIEDLAND ; “On the modeling and simulation of friction”, *Journal of Dyamic Systems, Measurement and Control, Transactions ASME*, 1991, vol. 113, p. 354–362.
- [20] D. KARNOPP ; “Computer simulation of stick-slip friction in mechanical dynamic systems”, *Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, Transactions ASME*, 1985, vol. 107, p. 100–103.
- [21] B. BORSOTTO, E. GODOY, D. BEAUVOIS, E. DEVAUD, « Les frottements : origines physiques et modèles », *Technologies et Formations*, décembre 2006.
- [22] B. BORSOTTO, E. GODOY, D. BEAUVOIS, E. DEVAUD, “An Identification Method for Static and Dynamic Friction coefficients”, in proceedings of *International Conference on Control, Automation and Systems, ICCAS'2007*, Seoul, Korea, 17–20 octobre 2007, p. 933–938.
- [23] P. DOLCINI, C. CANUDAS DE WIT, H. BÉCHART, “Improved Optimal Control of Dry Clutch Engagement”, in proceedings of *16<sup>th</sup> IFAC World Congress*, Prague, juillet 2005.
- [24] L. GLIELMO ; F. VASCA ; “Optimal control of dry clutch engagement”, *SAE transactions*, 2000, vol. 109, p. 1233–1239.
- [25] B. ARMSTRONG ; “Friction: Experimental determination, modelling and compensation”, in proceedings of *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Philadelphia, USA, avril 1988, vol. 3, p.1422–1427.
- [26] G. HENRIOT ; “Traité théorique et pratique des engrenages”, 5<sup>th</sup> edition, *éditions Dunod*, 1991; vol. 1.
- [27] G. ABBA, N. CHAILLET ; “Robot dynamic modeling using a power flow approach with application to biped locomotion”, *Autonomous Robots*, janvier 1999, vol. 6, p. 39–52.
- [28] G. ABBA, P. SARDAIN, “Friction modelling of a robot transmission chain with identification in mind”, *Mécanique & Industries*, juillet–août 2003, vol. 4, p. 391–396.
- [29] O. AL ASSAD, E. GODOY, V. CROULARD; “Irreversibility modeling applied to the control of complex robotic drive chains”, in proceedings of *International Conference on Informatics in Control, Automation and Robotics, ICINCO 2007*, Angers, mai 2007, p. 217–222.
- [30] O. AL ASSAD, E. GODOY, V. CROULARD; “Macroscopic drive chain efficiency modeling using state machines”, à paraitre dans les actes de *17<sup>th</sup> IFAC World Congress 2008*, IFAC'2008, Seoul, Corée, Juillet 2008.

- [31] P.E. DUPONT, “Friction modeling in dynamic robot simulation”, in proceedings of *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Cincinnati, USA, mai 1990, vol. 2, p. 1370–1376.
- [32] W. KHALIL, E. DOMBRE, “Modeling, identification and control of robots”, *Taylor & Francis Group editions*, 2002.
- [33] PH. POIGNET, M. GAUTIER, W. KHALIL, M.T. PHAM ; “Modeling, simulation and control of high speed machine tools using robotics formalism”, *Mechatronics*, decembre 2002, vol. 12, p. 461–487.
- [34] W. KHALIL, J.F. KLEINFINGER; “A new geometric notation for open and closed loop robots”, in proceedings of *IEEE Robotics and Automation Conference*, San Francisco, avril 1986, vol. 3, p. 1174–1179.
- [35] J. ADOUNKPE, « Robustesse dans le cadre de la commande non linéaire-Application au pilotage des missiles », *thèse de l'Université Paris-Sud Orsay*, décembre 2004.
- [36] U. JÖNSSON ; “Robustness Analysis of Nonlinear and Uncertain Systems”, *PhD thesis*, Lund Institute of Technology, Lund, Sweden, 1996.
- [37] C.-Y. KAO ; “Efficient Computational Methods for Robustness Analysis”, *PhD thesis*, Massachusetts Institute of Technology, 2002.
- [38] C.-Y. KAO, A. MEGRETSKI ; “Fast Algorithms for Solving IQC Feasibility and Optimization Problems”, *American Control Conference*, ACC’2001, Arlington, VA, juin 2001, vol. 4, p. 3019–3024.
- [39] C.-Y. KAO, A. MEGRETSKI, U. JÖNSSON ; “Specialized Fast Algorithms for IQC Feasibility and Optimization Problems”, *Automatica*, février 2004, vol. 40, p 239–252.
- [40] A. MEGRETSKI, C. KAO, A. RANTZER, “A Guide to IQC! : Software for Robustness Analysis. Technical report, Laboratory for Information and Decision Systems”, *Massachusetts Institute of Technology*, Cambridge, Massachusetts, 2000.
- [41] A. MEGRETSKI, A. RANTZER ; “System Analysis via Integral Quadratic Constraints”, *IEEE Transactions on Automatic Control*, juin 1997, vol. 42, p. 819–830.
- [42] G. SCORLETTI, « Approche unifiée de l’analyse et de la commande des systèmes par formulation LMI », *these de l’Université de Paris Sud Orsay*, 1997.
- [43] A. Isidori ; “Nonlinear Control Systems”, *Springer-Verlag*, Berlin, 2<sup>nd</sup> édition, 1995.
- [44] E. GODOY, I.-J. ADOUNKPE, J.-PH. HARCAUT, S. DIOP, « Analyse de robustesse par utilisation de contraintes intégrales quadratiques d’une loi de pilotage non linéaire », dans les actes de la 5<sup>ème</sup> *Conférence Internationale Francophone en Automatique CIFA 2004*, Douz, Tunisie, novembre 2004.
- [45] I.-J. ADOUNKPE, E. GODOY, J.-P. HARCAUT, “Robustness analysis of a nonlinear missile autopilot: an integral quadratic constraint approach”, in Proceedings of 5<sup>th</sup> *IEEE Asian Control Conference*, ASCC’2004, Melbourne, juillet 2004, vol. 3, p. 1833–1840.
- [46] I.-J. ADOUNKPÉ, J.-PH. HARCAUT, H. RESUL, E. GODOY, “Robustness analysis of a non linear missile autopilot via integral quadratic constraints”, in Proceedings of 16<sup>th</sup> *IFAC Symposium on Automatic Control in Aerospace ACA’2004*, Saint Petersburg, juin 2004.
- [47] J. ADOUNKPE, E. GODOY, J.-Ph. HARCAUT, S. DIOP, “Robustness analysis of a dynamic inversion based missile autopilot”, in Proceedings of 9<sup>th</sup> *International IEEE Conference on*

*Methods and Models in Automation and Robotics*, MMAR 2003, Miedzyzdroje, Pologne, août 2003.

[48] R. D. MIDDLEBROOK, S. CUK ; “A General Unified Approach to Modeling Switching-Converter Power Stages”, *IEEE Power Electronics Specialists Conference*, PESC’1976, Cleveland, Ohio, USA, juin 1976, record (A77-40951), p. 18–34.

[49] R. D. MIDDLEBROOK, S. CUK ; “Modelling and Analysis Methods for Dc-to-Dc Switching Converters”, *IEEE International Semiconductor Power Converter Conference*, mars 1977, p. 90–111.

[50] W. M. POLIVKA; P. R. K. CHETTY, R. D. MIDDLEBROOK ; “State-Space Average Modelling of Converters with Parasitics and Storage-Time Modulation”, *IEEE Power Electronics Specialists Conference*, PESC’80, Atlanta, USA, juin 1980, record. (A81-32951), p. 119–143.

[51] S. FREELAND, R. D. MIDDLEBROOK ; “A Unified Analysis of Converters with Resonant Switches”, *IEEE Power Electronics Specialists Conference*, PESC’87, Blacksburg, USA, juin 1987, record (A88-38776), p. 20–30.

[52] R. ERICKSON, D. MAKSIMOVIC ; “Fundamentals of Power Electronics”, 2<sup>nd</sup> edition, *Springer Science*, 2001.

[53] B. MIAO, R. ZANE ; D. MAKSIMOVIC ; “Automated Digital Controller Design for Switching Converters”, in proceedings of *IEEE Power Electronics Specialists Conference*, PESC 2005, Recife, Bresil, juin 2005, p. 2729–2735.

[54] D. M. SABLE, B. H. CHO, R. B. RIDLEY, “Elimination of the Positive Zero in Fixed Frequency Boost and Flyback Converters”, *Applied Power Electronics Conference*, Los Angeles, California, mars 1990, p. 205–211.

[55] R.B. RIDLEY , “A new continuous-time model for current-mode control with constant frequency, constant on-time, and constant off-time, in CCM and DCM”, *IEEE Power Electronics Specialists Conference*, PESC 1990, San Antonio, Texas, USA, 11–14 juin 1990, p. 382–389.

[56] R. B. RIDLEY , “Comparison of Performance of Single-Loop and Current-Injection Control for PWM Converters that Operate in Both Continuous and Discontinuous Modes of Operation”, *IEEE Transactions on Power Electronics*, janvier 1992, vol. 7, p. 136–142.

[57] R.B. RIDLEY, “A new, continuous-time model for current-mode control”, *IEEE Transactions on Power Electronics*, avril 1991, vol.6, p. 271–280.

[58] F.D. TAN, R.D. MIDDLEBROOK, “A Unified Model for Current-Programmed Converters”, *IEEE Transactions on Power Electronics*, juillet 1995, vol. 10, pp. 397–408.

[59] P. BARRADE, H. PIQUET; Y. CHERON, « Méthode d'étude de la stabilité des ensembles convertisseurs-filtres », *Journal de physique. III* , 1996, vol. 6, n°1, pp. 91–104.

[60] P. BARRADE, CH. TURPIN, H. PIQUET, « Stabilisation d'un ensemble convertisseur-filtre », *Revue Internationale de Génie Electrique*, 2002, vol. 5, p. 557–577.

[61] D. ALEJO, P. MAUSSION, J. FAUCHER, M. SIRBU, “About just in time Pulse Width Modulation transitions for railway high power traction drives”, *10<sup>th</sup> European conference on Power Electronics and applications*, EPE 2003, Toulouse, France, 2–4 septembre 2003.

- [62] D. ALEJO, P. MAUSSION, J. FAUCHER, “Multiple Mode Control of a Buck DC/DC Converter”, *IMACS, MATHEMATICS AND COMPUTERS IN SIMULATION, ELSEVIER* 63, p. 249-260, janvier 2003.
- [63] B. ALLARD, H. MOREL, X. LIN-SHI, J. RETIF, « Modèle moyen de l'onduleur triphasé de tension pour la conception de lois de commande », *Revue Internationale de Génie Electrique*, 2002, vol. 5, p. 183–201.
- [64] C. KARIMI, D. SADARNAC, C. PREVOT, “On the interaction of the input filter and the converter regulation”, *10<sup>th</sup> European conference on Power Electronics and applications, EPE 2003*, Toulouse, France, 2–4 septembre 2003.
- [65] D. SADARNAC, C. KARIMI, K. LOUATI, “Input Filter Influence on the Control Stability of DC/DC Converters“, *IEEE International Symposium on Industrial Electronics*, mai 2004, Ajaccio, France, p. 1165–1171.
- [66] J. BUISSON, P.-Y. RICHARD, H. CORMERAIS, “On the Stabilisation of Switching Electrical Power Converters”, *Lecture Notes in Computer Science, Springer Berlin/Heidelberg*, vol. 3414/2005, p. 184–197.
- [67] P.-Y. RICHARD, H. CORMERAIS, C. MORVAN, J. BUISSON, “Boolean Sliding Mode Control of Multilevel Power Converters”, *16<sup>th</sup> IFAC World Congress*, Prague, juillet 2005.
- [68] J. BUISSON, H. CORMERAIS, P.Y. RICHARD, “Analysis of the bond graph model of hybrid physical systems with ideal switches”, *Journal of Systems and Control Engineering*, février 2002, vol. 216, pp. 47–72.
- [69] H. CORMERAIS, C. VALENTIN, M. ZAINEA, M. MAGOS-RIVERA, J. BUISSON, “Modélisation des Systèmes Physiques à Commutations par Approche Energétique: Application à un Convertisseur DC-DC”, *Journal Européen des Systèmes Automatisés*, 2007, vol. 41, p. 775-818.
- [70] H.CORMERAIS, P.-Y. RICHARD, C. MORVAN, J. BUISSON, “A Generic Passivity Based Control for Multicellular Serial Converters”, *16<sup>th</sup> IFAC World Congress*, Prague, juillet 2005.
- [71] M. ZAINEA, E. GODOY, J. BUISSON, H. CORMERAIS, H. GUÉGUEN, , “The Open-loop Control for the Start-up of a Double Resonance Converter Using a Hybrid Systems Approach”, *IEEE International Conference on Control Applications, CCA 2006*, Munich, Allemagne, 4–6 octobre 2006, p. 367–372.
- [72] J. BUISSON, H. CORMERAIS, M. ZAINEA, H. GUÉGUEN, E. GODOY, “A Formal Approach to Compute Hybrid Automata Models for Linear Physical Systems with Ideal Switches”, *IEEE Conference on Control Applications International Symposium on Intelligent Control Computer Aided Control Systems Design*, Taiwan, septembre 2004, p. 47–52.
- [73] M. ZAINEA, E. GODOY, H. CORMERAIS, J. BUISSON, H. GUÉGUEN, “A double resonance generator simulation using a hybrid approach”, *11<sup>th</sup> European Conference on Power Electronics and Applications, EPE 2005*, Dresde, septembre 2005.
- [74] M. ZAINEA, J. BUISSON, H. CORMERAIS, H. GUÉGUEN, E. GODOY, “Automatic Simulink Model Building for Physical Switching Systems”, *17<sup>th</sup> IMACS World Congress, Scientific Computation, Applied Mathematics and Simulation*, Paris, France, 11–15 juillet 2005.

- [75] X. LIN-SHI, J. RÉTIF, B. ALLARD, H. MOREL, “Non-linear control design for a boost converter using bond graphs”, *Journal of systems and control engineering*, février 2002, vol. 216, p. 1–12.
- [76] R.F. NGWOMPO, S. SCAVARDA, D. THOMASSET, “Inversion of linear time-invariant SISO systems modelled by bond graph”, *Journal of the Franklin Institute*, Elsevier Science, mars 1996, vol. 333, p. 157–174.
- [77] P. MATTAVELLI, L. ROSSETTO, G. SPIAZZI, “Small-signal analysis of DC-DC converters with sliding mode control”, *IEEE Transactions on Power Electronics*, janvier 1997, vol. 12, p. 96–102.
- [78] Y. BERKOVICH, A. IOINOVICI, “Large-Signal Stability-Oriented Design of Boost Regulators Based on a Lyapunov Criterion With Nonlinear Integral”, *IEEE Transactions on Circuits and systems*, novembre 2002, vol. 49, p. 1610–1619.
- [79] S.K. MAZUMDER, K. ACHARYA ; “Multiple Lyapunov Function Based Reaching Condition Analyses of Switching Power Converters”, in proceedings of *IEEE Power Electronics Specialists Conference, PESC'2006*, Jeju, Corée, 18–22 juin 2006, p. 1–8.
- [80] A. KUGI, K. SCHLACHER, “Nonlinear  $H_{\infty}$ -Controller Design for a DC-to-DC Power Converter”, *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, mars 1999, vol. 7, p. 230–237.
- [81] S. HITI, D. BOROJEVIC ; “Robust Nonlinear Control for Boost Converter”, *IEEE Transactions on Power Electronics*, novembre 1995, vol. 10, vol. 10, p. 651–658.
- [82] Y. BERKOVICH, A. IOINOVICI, “Large-signal stability-oriented design of boost-type regulators in discontinuous conduction mode”, in proceedings of *IEEE International Symposium on Circuits and Systems, ISCAS 2001*, Sydney, Australie, mai 2001, vol. 3, p 5–8.
- [83] STEFAN A., U. JONSSON, C. KAO, J. MARI ; “Global Stability Analysis of DC-DC Converters Using Sampled-Data Modeling”, in proceedings of *American Control Conference, CCA 2004*, Boston, Massachusetts, USA, 30 juin-2 juillet 2004, vol. 5, p. 4549– 4554.
- [84] E. GODOY, J. BOICHOT, N. AYMARD, “Control Design Methodology For Periodic Systems With Variable Sampling Period. Application To Resonant Converters”, *5<sup>th</sup> European Control Conference, ECC 1999*, Karlsruhe, septembre 1999.
- [85] V. CROULARD, G. GODOY, J. BOICHOT, N AYMARD, “An Output Feedback Design For Series-Parallel Resonant Converters”, *8<sup>th</sup> European Conference on Power Electronics and Applications, EPE'99*, Lausanne, septembre 1999.
- [86] V. CROULARD, E. GODOY, J. BOICHOT, “Control Design Methodology For Periodic Systems With Variable Sampling Period. Application To Resonant Converters”, *6<sup>th</sup> European Control Conference, ECC 2001*, Porto, septembre 2001.
- [87] V. CROULARD, E. GODOY, J. BOICHOT, “QFT controller optimization for automatic QFT design”, CDC 2000, in proceedings of *39<sup>th</sup> IEEE Conference on Decision and Control, CDC 2000*, Sydney, décembre 2000, vol. 5, p. 4735–4740.
- [88] V. CROULARD, « Commande Multicritères d'un convertisseur à double résonance », *thèse de l'Université Paris-Sud Orsay*, mai 2003.

- [89] TH. MEYNARD, H. FOCH, PH. THOMAS, J. COURAULT, R. JAKOB, M. NAHRSTAEDT, “Multicell Converter : Basic Concepts and Industry Applications”, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, Vol. 49, octobre 2002, p. 955–964.
- [90] R. H. WILKINSON, H. DU TOIT MOUTON, TH. MEYNARD, “Natural Balance of Multicell Converters”, PESC 2003, Acapulco, Mexique, juin 2003, p. 689–694.
- [91] A.M. LIENHARDT, G. GATEAU, TH. MEYNARD, “Stacked Multicell Converter (SMC) : Reconstruction of Flying Capacitor Voltages”, IECON 2005, Raleigh, USA, novembre 2005, p. 691–696.
- [92] A.M. LIENHARDT, G. GATEAU, TH. MEYNARD, “Stacked Multicell Converter (SMC) : Estimation of Flying Capacitor Voltages”, EPE 2005, Dresde, Allemagne, septembre 2005.
- [93] G. GATEAU, P MAUSSION, T. MEYNARD « De la modélisation à la commande non linéaire des convertisseurs multicellulaires série. Application à la fonction hacheur », *Journal de Physique III*, les éditions de Physique, juin 1997, p 1277–1305.
- [94] E. GODOY, S. TEBBANI, K. SAUTEREAU, Y. LOUVAIN, “Stability analysis of a constant-power inverter”, *10<sup>th</sup> European Conference on Power Electronics and Applications*, EPE 2003, Toulouse, septembre 2003.
- [95] S. TEBBANI, E. GODOY, S FONT, P. AUBIN, G. KALVELAGE, M. COYAUD, “Stability analysis and control of a gain-varying converter Using the SPARC Topology”, in proceedings of *35<sup>th</sup> IEEE Power Electronics Specialists Conference*, PESC 2004, Aix la Chapelle, Allemagne, juin 2004, vol. 5, p. 3438–3443.
- [96] S. TEBBANI, E. GODOY, K. SAUTEREAU, Y. LOUVAIN, “Synchronization of the inverter voltage supply in order to reduce the residual output ripple”, *10<sup>th</sup> European Conference on Power Electronics and Applications*, EPE 2003, Toulouse, septembre 2003.
- [97] P. LEFRANC, E. GODOY, G. DUC, « Etude d’une loi de commande à gains commutés sur un convertisseur abaisseur avec filtre d’entrée et analyse de la stabilité par une approche LPV », XII<sup>ème</sup> colloque Electronique de Puissance du Futur EPF 2008, Tours, 3-4 juillet 2008.
- [98] E. FERON, P. APKARIAN, P. GAHINET, “Analysis and Synthesis of Robust Control Systems via Parameter-Dependent Lyapunov Functions », *IEEE Transactions on Automatic Control*, juillet 1996, vol. 41, n<sup>o</sup>. 7, p. 1041–1046.
- [99] D. PEAUCELLE, « Formulation générique de problèmes en analyse et commande robuste par les fonctions de Lyapunov dépendant des paramètres », *thèse de Doctorat de l’Université Toulouse III-Paul Sabatier*, juillet 2000.
- [100] S. LIM, “Analysis and Control of Linear Parameter-Varying Systems”, *PhD thesis, Stanford University*, 1998.
- [101] S. LIM, J.P. HOW, “Modeling and  $H_\infty$  control for switched linear parameter-varying missile autopilot”, *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 11, novembre 2003, p. 830–838.
- [102] C. STOICA, « Analyse de robustesse des systèmes non linéaires par les fonctions de Lyapunov à paramètres dépendants », *rapport de fin d’études*, Supélec, juillet 1994.
- [103] J. BUISSON, P.Y. RICHARD, AND H. CORMERAIS, “On the Stabilisation of Switching Electrical Power Converters”, in *HSCC2005 (M. Morari and L. Thiele (Eds.))*, 2005, p. 184–198.

- [104] P.Y. RICHARD, H. CORMERAIS, J. BUISSON, “A generic design methodology for sliding mode control of switched systems”, *Journal of Nonlinear Analysis*, 2006, vol. 65, p. 1751–1772.
- [105] A. G. BECCUTI, G. PAPAFOIOTI, M. MORARI, S. ALMER, H. FUJIOKA, U. T. JONSSON, C.-Y. KAO, A. WERNERUD, A. RANTZER, M. BÂJA, H. CORMERAIS, J. BUISSON, “Hybrid Control Techniques Applied to the Step-up DC-DC Converter”, dans les actes de *American Control Conference 2007*, juillet 2007, New York City, USA
- [106] X. LIN-SHI, J.M. RETIF, X. BRUN, F. MOREL, M. SMAOUI, C. VALENTIN, « Commande des systèmes hybrides rapides. Applications aux systèmes mécatroniques », *Journal Européen des Systèmes Automatisés*, vol. 41, 2007, p. 963–990.
- [107] M. TRABELSI, J.M. RETIF, X. LIN-SHI, X. BRUN, F. MOREL, P. BEVILACQUA, “Hybrid Control of a Three-cell Converter Associated to an Inductive Load”, *39th IEEE Power Electronics Specialists Conference, PESC'2008*, 15-19 juin 2008, Rhodes, Grèce
- [108] U. IFTIKHAR, E. GODOY, P. LEFRANC, D. SADARNAC, C. KARIMI, “A Control Strategy to Stabilize PWM DC-DC Converters with Input Filters Using State-Feedback and Pole-Placement”, dans les actes de *INTELEC 2008*, San Diego, USA, 14-18 septembre 2008, 6 pages.
- [109] F. FOREST, T. MEYNARD, E. LABOURÉ, V. COSTAN, A.CUNIÈRE, T. MARTIRÉ, “Optimization of the Supply Voltage System in Interleaved Converters Using Intercell Transformers”, *IEEE Transactions on Power Electronics*, mai 2007, vol. 22, N°3, p. 934–942.
- [110] F. FOREST, T. MEYNARD, E. LABOURÉ, V. COSTAN, J.-J.HUSELSTEIN, “A Multi-Cell Interleaved Flyback Using Intercell Transformers”, *IEEE Transactions on Power Electronics*, septembre 2007, vol. 22, n°5, p. 1662–1671.
- [111] E. LABOURE, F. FOREST, T.MEYNARD, P.CUSSAC, "applications du concept d'entrelacement de convertisseurs parallèles par transformateurs intercellulaires ou coupleurs", actes du colloque *Electronique de Puissance du Futur*, 2-3 juillet 2008, Tours.
- [112] J.M. BIANNIC, « Commande Robuste des Systèmes à Paramètres Variables - Applications en *Aéronautique* », Thèse de doctorat, École Nationale Supérieure de l’Aéronautique et de l’Espace, Toulouse, France, 1996.
- [113] P.Y. RICHARD, M. MORARESCU, J. BUISSON, “Bond graph modelling of hard nonlinearities in mechanics: A hybrid approach”, *Nonlinear Analysis: Hybrid Systems*, mars 2008, p. 922–951

## Annexe D. Copies de publications significatives

### Publications dans des revues internationales

---

N. ROMANI, E. GODOY, D. BEAUVOIS, V. LE LAY, “Control-Oriented Modeling and Analysis of Air Supply System for Fuel Reforming Fuel Cell (FC) Vehicle”, ASME, *Fuel Cell Science and Technology*, janvier 2008, vol. 5, 13 pages.

### Publications dans des congrès internationaux avec actes

---

ROMANI, E. GODOY, D. BEAUVOIS, V. LE LAY, “Multivariable Control for Air Management System in Fuel Reforming Fuel Cell Vehicle”, in Proceedings of *IEEE European Control Conference ECC'2007*, Kos, Grèce, 2-5 juillet 2007.

M. ZAINEA, E. GODOY, J. BUISSON, H. CORMERAIS, H. GUÉGUEN, , “The Open-loop Control for the Start-up of a Double Resonance Converter Using a Hybrid Systems Approach”, IEEE International Conference on Control Applications CCA'2006, Munich, Allemagne, 4-6 octobre, 2006.

M. ZAINEA, E. GODOY, H. CORMERAIS, J. BUISSON, H. GUÉGUEN, “A double resonance generator simulation using a hybrid approach”, *11<sup>th</sup> European Conference on Power Electronics and Applications*, EPE'2005, Dresde, septembre 2005.

S. TEBBANI, E. GODOY, S. FONT, P. AUBIN, G. KALVELAGE, M. COYAUD, “Stability analysis and control of a gain-varying converter Using the SPARC Topology”, *35<sup>th</sup> IEEE Power Electronics Specialists Conference*, PESC'04, Aix la Chapelle, Allemagne, juin 2004.

I.-J. ADOUNKPE, E. GODOY, J.-P. HARCAUT, “Robustness analysis of a nonlinear missile autopilot: an integral quadratic constraint approach”, *5<sup>th</sup> IEEE Asian Control Conference*, ASCC'2004, Melbourne, juillet 2004.

E. GODOY, S. TEBBANI, K. SAUTEREAU, Y. LOUVAIN, “Stability analysis of a constant-power inverter”, *10<sup>th</sup> European Conference on Power Electronics and Applications*, EPE'2003, Toulouse, septembre 2003

J. ADOUNKPE, E. GODOY, J.-Ph. HARCAUT, S. DIOP, “Robustness analysis of a dynamic inversion based missile autopilot”, *9<sup>th</sup> International IEEE Conference on Methods and Models in Automation and Robotics*, MMAR 2003, Miedzyzdroje, Pologne, août 2003.

V. CROULARD, E. GODOY, J. BOICHOT, “QFT controller optimization for automatic QFT design”, CDC 2000, *39<sup>th</sup> IEEE conference on decision and control*, Sydney, décembre 2000.

E. GODOY, J. BOICHOT, N. AYMARD, “Control Design Methodology For Periodic Systems With Variable Sampling Period. Application To Resonant Converters”, *5<sup>th</sup> European Control Conference*, ECC 1999, Karlsruhe, septembre 1999.

### Publications dans des revues nationales

---

B. BORSOTTO, E. DEVAUD, D. BEAUVOIS, E. GODOY, « Les frottements : origines physiques et modèles », *Technologies et formation*, Delagrave, décembre 2006, 24 pages.



# Control-Oriented Modeling and Analysis of Air Management System for Fuel Reforming Fuel Cell Vehicle

NICOLAS ROMANI<sup>1,2</sup>, EMMANUEL GODOY<sup>2</sup>, DOMINIQUE BEAUVOIS<sup>2</sup>, VINCENT LE LAY<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Renault, Research Department  
1, avenue du Golf - 78288 Guyancourt - France

<sup>2</sup> Ecole Supérieure d'Electricité (Supélec), Automatic Control Department  
Plateau du Moulon - 91192 Gif-sur-Yvette - France

nicolas.romani@renault.com, vincent.le-lay@renault.com, emmanuel.godoy@supelec.fr, dominique.beauvois@supelec.fr

**Abstract** — With the purpose of meeting the specifically restrictive requirements of fuel reforming Fuel Cell Vehicle, this paper brings into focus the issues of transient operation of Fuel Cell systems, and presents a control-oriented dynamic model of Fuel Cell Air Management System, suited for multivariable controller design, system optimization and supervisory control strategy. In a first step, the dual analytical approach based on lumped and distributed parameter models is detailed : the partial differential equations deduced from mass/energy conservation laws and inertial dynamics are reduced to ordinary differential equations using spatial discretization, and then combined with semi-empirical actuators models to form the overall air system model. In a second step, a classical approach is followed to obtain a local linearization of the model. Validation of both non-linear and linearized versions is performed by CFD simulations and experiments on a dedicated air system test bench. Thanks to dynamic analysis (poles/zeros map), operating point impact and model order reduction are investigated. Finally, the Multi-Inputs Multi-Outputs state-space model - that balances model fidelity with model simplicity - can be coupled with reformer, stack and thermal models to understand the system complexity and to develop model-based control methodologies.

**Keywords** — Fuel Cell systems, fuel reforming, Air Management System, thermal pneumatic models, *Bond-Graph* topology, control-oriented modeling, dynamic system analysis, Fuel Cell Power Plant model.

## INTRODUCTION

Fuel Cell Vehicles (FCV) are expected to become, in the near future, competitive with conventional internal combustion engine vehicles in terms of performance, efficiency and compliance with emission reduction schedules. This is why research into Fuel Cell (FC) systems has undergone a rapid increment and many automotive companies and research laboratories are now engaged in the study and development of FCV prototypes. The results of such researches have led to improve the durability and reliability of Proton Exchange Membrane (PEM, also known as Polymer Electrolyte Membrane) Fuel Cell Stacks (FCS), and to enhance the performance of the subsystems that compose the Fuel Cell Power Plant (FCPP).

In order to maximize PEM FC physical advantages, it is necessary to propose efficient control strategies of FCS internal parameters (partial pressures, stoichiometric ratios, hydration), that can ensure optimal working points and reduced stress to its components. A FCS alone may have good steady-state performances, but if the required control variables (mass flow rates, pressures, temperatures) are not attainable, the good performance will not be realized in a vehicle application. Moreover, technological challenges increase if on-board hydrogen generation and purification (by fuel reforming solution) is used instead of compressed hydrogen storage.

In this context, an increasing emphasis is being placed in FCV development on transient operation, control strategies and integration, for the same purpose of fuel economy and emissions. Thus, a both “physical” and control-oriented modeling approach - either to obtain a better understanding of the system complexity and to predict its dynamic behavior, or to choose the optimal technology and plant layout that should be adopted - represents a powerful instrument for FC design.

In this paper, with regard to system optimization and transient performance, we concentrate on the Air Management System (AMS), which impacts on the overall efficiency of FCV, and which requires specific refinements in control strategies design. Among a large number of publications on FCV modeling, more and more are introducing dynamics and control issues (e.g. [1]-[2]- [3]). But relatively few are including the dynamics of the AMS (e.g. [4]) - i.e. considering the dynamics of air compressor, control valves and manifolds filling, and their consequences to the FCPP behavior - and let-alone the couplings between control variables in the multi-branch and high-pressure AMS of the fuel reforming application (e.g. [5]).

Different previous works have already pointed issues linked to direct air supply control (for on-board hydrogen storage, e.g. [6]-[7]-[8]), and choice between high and low pressure operation (e.g. [9]). But here, with the help of knowledge-based models and appropriate test facility, the objective is to develop a dynamic and control-oriented model for our complex and highly coupled AMS, to verify experimentally our models – and later our control laws – and thus to put the emphasis on the need of robust Multi-Inputs Multi-Outputs (MIMO) control strategies for multiple control objectives (flows/pressures control, efficiency optimization).

The remainder of the paper is organized as follows : after a short description of FC Power Plant and Air Management System in a fuel reforming FC Vehicle in Section 1, the “physical” modeling approach (based on *Bond-Graph* technique and simulation support) for dynamic models development is demonstrated in Section 2. We will present how a FC-dedicated and validated thermal pneumatic library has been specified and developed in *MATLAB/Simulink*. In Section 3, we will develop a reduced AMS model, suitable for dynamic analysis and control applications. This mathematical and configurable model will thus be integrated in the FCPP global model in Section 4, before finishing this paper with concluding remarks and an outline for future work.

## LIST OF TABLES

Table 1	Bond-Graph variables in fluidic domain
Table 2	Fluidic sources, passive elements and junctions
Table 3	Simulation constants and parameters

## LIST OF FIGURES

Figure 1	Details on Fuel Cell Stack structure and operation
Figure 2	Scheme of Fuel Cell Power Plant
Figure 3	Scheme of the Air Management System
Figure 4	Optimal Fuel Cell Power Plant operating profile
Figure 5	The Air Management System test bench
Figure 6	Model-based control design methodology
Figure 7	Bond-Graph scheme of the general pipe model
Figure 8	Example of pipe model validation
Figure 9	Structure and variables of the global AMS model
Figure 10	Structure and variables of the reference model
Figure 11	Linear compressor model and static flow map
Figure 12	Direct and coupled system transfer functions
Figure 13	Influence of pressure and mass flow on system eigenvalues
Figure 14	Influence of pressure and mass flow on system static gains
Figure 15	Influence of parameters on system eigenvalues
Figure 16	Comparison of linear and non-linear models outputs
Figure 17	Structure of Heat Exchanger model
Figure 18	Structure of Fuel Processing System model
Figure 19	Structure of Fuel Cell Stack model
Figure 20	The global Fuel Cell Power Plant model

## SUBSCRIPTS & ABBREVIATIONS

AMS	Air Management System	1,2	Upstream, Downstream
CFD	Computational Fluid Dynamics	atm	Atmosphere
FC	Fuel Cell	C	Compressor
FCPP	Fuel Cell Power Plant	comp	Compressor outlet
FCS	Fuel Cell Stack	in	Inlet
FCV	Fuel Cell Vehicle	out	Outlet
FPS	Fuel Processing System	post	Posterior conditions
HE	Heat Exchanger	ref	Reference input
MIMO	Multi-Inputs Multi-Outputs	tot	Total
PEM	Proton Exchange Membrane	V	Valve

## NOMENCLATURE

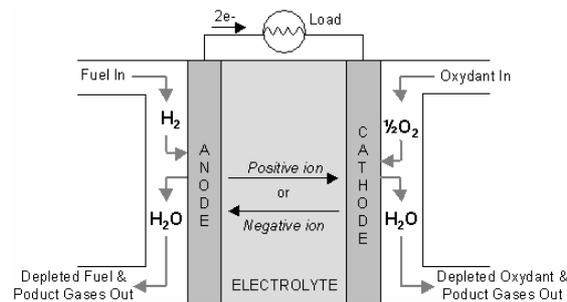
$C_{P,V}$	Specific heat capacities	$J/kg/K$	$Q_m$	Mass flow	$kg/s$
$D$	Diameter	$m$	$Q_T$	Heat flux	$W$
$e_c$	Mass kinetic energy	$J/kg$	$r$	Air constant	$J/kg/K$
$e_{tot}$	Mass total energy	$J/kg$	$Re$	Reynolds number	-
$\gamma$	Isentropic coefficient	-	$\rho$	Density	$kg/m^3$
$h_T$	Thermal exchange coef	-	$S$	Section area	$m^2$
$\lambda$	Thermal conductivity	-	$T$	Temperature	$K$
$h_{tot}$	Mass total enthalpy	$J/kg$	$\tau$	Torque	$Nm$
$I$	Current	$A$	$u$	Mass internal energy	$J/kg$
$l$	Length	$m$	$U$	Voltage	$Volt$
$m$	Mass	$kg$	$v$	Speed	$m/s$
$Nu$	Nusselt number	-	$V$	Volume	$m^3$
$\eta$	Efficiency	-	$\omega$	Rotational speed	$rpm$
$P$	Pressure	$Pa$	$W$	Power	$W$
$Pr$	Prandtl number	-	$\xi_f$	Friction loss coef.	-
$Q_h$	Enthalpy flow	$J/s$	$\xi_p$	Pressure loss coef.	-

## 1. FUEL CELL VEHICLE OVERVIEW

### 1.1. Fuel Cell system

FC systems are electrochemical devices that offer clean and efficient energy production by converting the chemical energy of a gaseous fuel directly into electricity. The FC concept (*Figure 1*, e.g. [10]) dates back to the early 1800s and its invention has largely been attributed to W.R. Grove. Although the availability of fossil fuel has limited interest in FCs as a power source, recent advances in membrane and electrode materials, reduced usage of noble metal catalysts and efficient power electronics have sparked interest in direct electricity generation using FCs.

In particular, the PEM FC technology seems to be well adapted to automotive traction application : negligible emissions (water and heat as only by-products), high energy conversion efficiency (65% to 80% at normal operating conditions), but also high power density, solid electrolyte, long cell and stack life, and low corrosion. Moreover, these FCs operate at low temperature (50-100°C), which enables fast start-up.



*Figure 1 : Details on Fuel Cell Stack structure and operation*

However, the dependence of PEM FCs on high-purity hydrogen reactant requires novel hydrogen generation technologies : Fuel Processing Systems (FPS or reformers) that reform liquid hydrocarbon fuel into hydrogen-rich gas (reformate) can be considered as a near-term solution. Controlling FPS to provide hydrogen on demand can mitigate problems associated with storage and distribution, but it implies new design and control issues.

### 1.2. Fuel Cell Power Plant

In a FCV, the stack is considered as the heart of the system, and the principle of electricity generation from a PEM FC is straightforward when the correct material properties, cell structure, and reactants are in place. Therefore, a FCS requires to be integrated with other components to form a FCPP, and the FC power response is limited by air and hydrogen feed (both are closely linked in reforming application), flow rates and pressures regulation, heat and water managements.

During transient, since current is instantaneously drawn from the load source connected to the stack, the FC breathing control system is required to maintain optimal temperature, membrane hydration, stoichiometric ratios and partial pressure of the reactants across the membrane so as to avoid degradation of stack voltage, ensure high efficiency and extend stack life. These critical parameters must be controlled over a wide range of current and power, by a set of actuators such as valves, motorized compressor, expander vane, condensers...

The resulting Power Plant, composed by four major control flow subsystems (for air, reformed hydrogen, heat and water, *Figure 2*), is needed to make fine and fast adjustment to satisfy performance, safety and reliability.

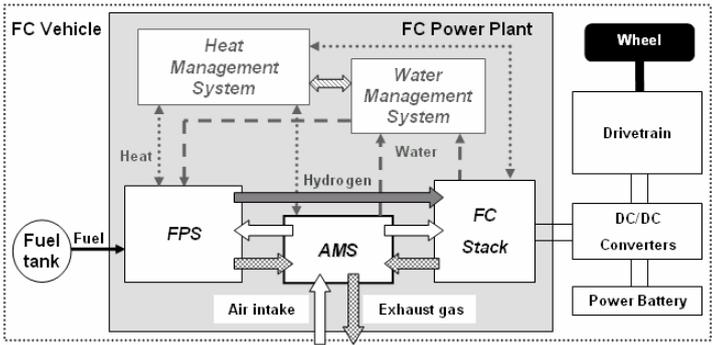


Figure 2 : Scheme of Fuel Cell Power Plant

1.3. Fuel Cell Air Management System

1.3.1. Air Management System description

Considering the FCPP complexity in fuel reforming application, it clearly appears that transient behavior is one of the key requirements for the success of FCV. To overcome this challenge, AMS issues are critical since this active subsystem implies static and dynamic performances of the stack, and thus the overall efficiency of the FCPP. The AMS needs to be controlled rapidly and efficiently in order to supply fast increase of mass flow, to compensate stack efficiency drops and to achieve good dynamic power response of the power plant. More precisely, the appropriate actuators must regulate :

- the stoichiometric ratio (molar ratio of supplied reactant divided by the amount actually used to produce electrical power) of oxygen in the cathode channel,
- the FPS air inflow (and thus stoichiometric ratio of reformed hydrogen in the anode channel),
- the optimal conditions for good stack operation (overall operating pressure for efficiency, anode/cathode pressure difference for membrane mechanical strength, temperature for membrane hydration),
- the “air bleed” (dash of air bypassed from cathode channel to anode to oxidize CO and prevent stack from empoisoning),
- but also the optimal conditions for water and heat management (pressures and temperatures for water balance).

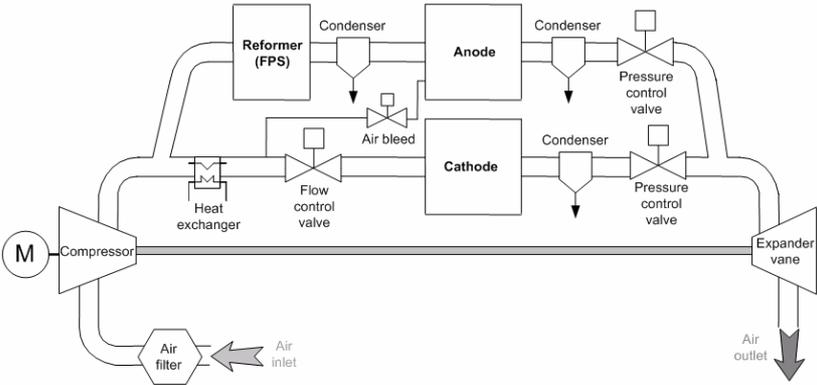


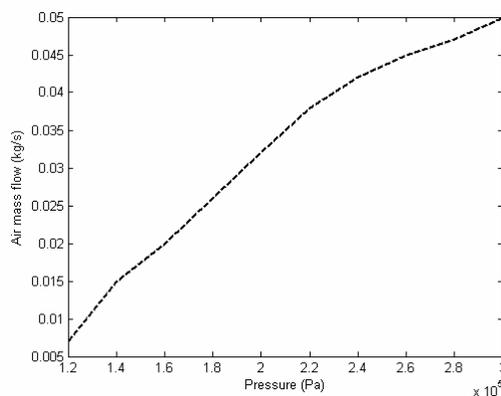
Figure 3 : Scheme of the Air Management System

The AMS under consideration (*Figure 3*) is based on a two-stage compression group (a compressor and its electric motor, plus an expander vane) and control valves that regulate air mass flows and pressures in the system. For a FCPP with FPS, typical operating conditions for FCS are defined by a “air mass flow / pressure profile” (*Figure 4*), deduced from “current / reactants mass flows profile” thanks to Faraday law, but also from FCPP water balance and pressure drops. The dry air flows to FCS cathode and FPS are controlled to feed the power generation reaction and to avoid stack starvation ; and the pressures are controlled to ensure water balance and stack efficiency optimization.

Functionally, the air is compressed in the compression group : the speed of the air compressor both increases the air pressure and sets the total air flow rate. A flow control valve at the entry of cathodic line (plus “air bleed” valve) performs air flows distribution in the different branches. Two pressure control valves downstream the stack maintain pressure levels required for optimal stack operation. The expander further increases the pressure by recovering energy from the exhaust air stream.

Air pressurization greatly increases the temperature of the air stream. To prevent damage to the stack, the hot air stream passes through a heat exchanger to cool it to the FCS operating temperature. The depleted hot air that exits the stack contains water as a product of the electrochemical reaction. This water is primarily in the vapor state and is largely recovered by passing the air through a condenser. The heat and water are transferred to their respective management system.

Downstream of the pressure control valves, the air turns the expander vane, and vents to the atmosphere.



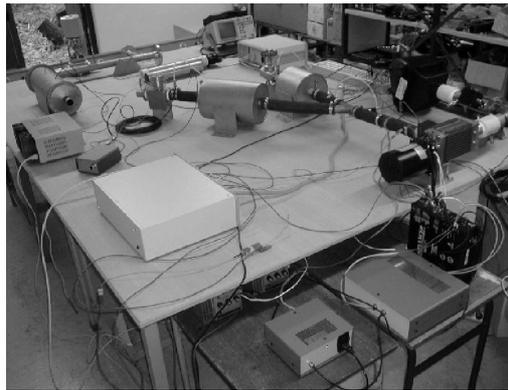
*Figure 4 : Optimal Fuel Cell Power Plant operating profile*

### 1.3.2. Experimental Air System

Starting from the AMS defined above, technological choices, practical constraints and project progress have to be taken into account in the test bench definition as in simulation environment :

- as our stack is operating with “dry cathode”, our air system does not include humidifier ;
- as chemical reactions have low influence on fluids dynamics, stack and reformer are replaced by pneumatic chambers that can be qualitatively representative of the behavior of the real subsystems (a dynamics linked to volume filling, thermal and pressure losses) ;
- likewise, heat exchanger and condensers are not integrated in our air system since their pneumatic influence can be reduced to a volume filling and a pressure drop ;
- the expander vane is not get onto in this study.

The resulting air system test bench (*Figure 5*) - not representative of the overall AMS but easily configurable - is a major support for models validation, actuators characterization, system topology testing and control laws development.



*Figure 5 : The Air Management System test bench*

### *1.3.3. Air Management System control issues*

From a control point of view, the objectives of AMS are both to improve performances (flow and pressure responses) and to reduce consumption. Indeed, pressurization results in higher stack power density (in lower size and cost too), but compressor power remains the largest auxiliary loss (up to 20% of total FCPP power).

Moreover, the challenge for AMS modeling and control design is due to a non-linear behavior attributed to the complex interaction of the fluid, thermal, electro-mechanical and mechanical mechanisms. We have detailed that nearly all variables that affect the state of the gas (pressure, temperature and mass flow rate) influence FCS potential, efficiency, or power output. So air management and control tasks have to take into account the non-linear, multivariable, coupled and disturbed character of the considered multiple-line AMS, and the controller design that will follow has to remain simple for real-time implementation and calibration. In this perspective, creating a physical dynamic model is an essential first step, not only for the understanding of the AMS behavior, but also for the control design.

As mentioned before, the quantities to be controlled are the air mass flows through both anodic and cathodic lines, and concurrently the pressures in the air path. For each operating point variation, both flows and pressures are affected. But, since flow and pressure are coupled quantities, changing the compressor speed - likewise changing a valve opening - modifies flows and pressures together. In our specific case, these couplings can even appear between anodic and cathodic lines. So, considering our non-linear and highly coupled MIMO system, robust MIMO control strategies are necessary to achieve multiple objectives, such as flows, pressures, temperatures and efficiencies controls.

Development of such strategies requires either empirical models (“black boxes”) and extensive and costly trial-and-error testing, or a simple, accurate and knowledge-based model and its reduced validation procedures. This is the second way that we have followed, by developing a dynamic system model that balances model fidelity with model simplicity. The continuation of this paper addresses the critical need to incorporate realistic model of the AMS in FC system performance analysis.

## 2. AIR SUPPLY SYSTEM PHYSICAL MODELING

### 2.1. Physical modeling approach

#### 2.1.1. Multiple modeling objectives

Given central role of AMS dynamics in FC system behavior and efficiency, we began developing a modeling approach that can lead to improved system design and control. Generally, every control problem encompasses the following steps : system definition, modeling, analysis, control design, testing through experimental implementation, and final optimization. Our objective was to define a relevant model-based methodology for prototyping FC AMS control (*Figure 6*).

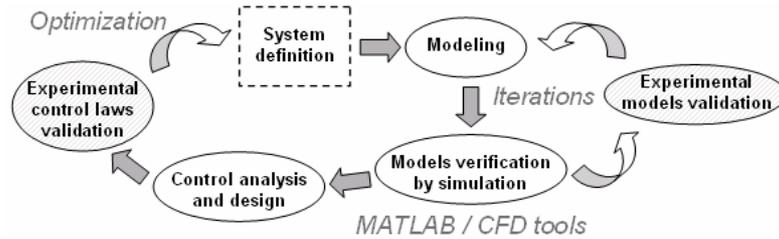


Figure 6 : Model-based control design methodology

In our specific case, the issue was to obtain a detailed physical model to better understand phenomena that we observe on our dedicated test bench, but also a proper reduced model to control the main dynamics and states of the system. This coupled development of knowledge-based model and control-oriented model in thermo-fluid domain is a complicated process, which requires sufficient experimental work to ensure relative reliance on the interpretation made from the models. Indeed, the uncertainty on data, the interdisciplinary nature, and the existence of multiple layers of modeling and multiple objectives of control, make the integration of modeling and control activities a critical step towards systems development.

#### 2.1.2. Coupled modeling methodology

In the automotive development process, there is an increasing need for detailed and accurate simulations, which can be used for analysis of component interactions under transient operating conditions. The originality of this work is that a structured and coupled methodology has been further integrated with a general-purpose system dynamics and control simulation tool (e.g. [11]).

Modeling compressible fluid dynamics, and the inherent non-linearity of acoustic phenomena, is usually a domain for Computational Fluid Dynamics (CFD) simulation : several numerical solvers like *Fluent*, *AMESim* or *GT-Power* can deal with this kind of problem. Nevertheless, fast *MATLAB/Simulink* simulations used for dynamic analysis and control law design require consideration of network simulations with simplified analytical approach as an alternative to standard CFD simulations : *lumped* or *distributed parameter* models can lead to satisfying results, while requiring much less computational resources.

So, by starting from the Physics equations of the phenomena and applying a common *Bond-Graph* technique, an integrated experimental and numerical approach has been applied to obtain two topologies for the thermo-fluid dynamic models :

- the “*distributed parameter*” concept consists in developing detailed model for fine understanding : highly representative and predictive model (one-dimensional and non-linear acoustic equations), which can predict the system response accurately and be used for simplified models verification.
- the “*lumped parameter*” concept consists in developing dedicated model for control activity : reliable and simplified model (zero-dimensional and non-linear thermodynamic equations) for analysis of main dynamics and relevant controlled parameters at system level, which can predict the system response correctly, be used for controller design and performance analysis.

These models have been developed and implemented in *MATLAB/Simulink* environment for the simulation of mass flows, pressures and temperatures. Each component is modeled separately (actuators by algebraic relationships, cartographies and proper identified dynamics, manifolds by non-linear differential deduced from mass/energy conservation laws and inertial dynamics) and then combined to form the overall system model, easily configurable and applicable to various configurations of AMS.

At every step of the development process, the static and dynamic responses of *MATLAB/Simulink* models have been compared to appropriate CFD results (*AMESim* for 0D, *GT-Power* for 1D) : the objective is to make a first qualitative validation and to verify models consistency. Next, models have been also validated using experimental results. Additional simulations have been performed with *Fluent* code to improve heat exchanges characterization. This coupled modeling approach has made us more independent of measuring errors.

### 2.1.3. Bond-Graph and multi-port approach

*Bond-Graph* technique and its systematic multi-port formalism have been integrated as a complementary engineering tool to unify the approach of system dynamics and to fulfill the growing needs of constantly improving performance. This methodology (e.g. [12]) is well adapted to research projects for physical modeling, components choice, but also control activities. It could be extended to the power plant model development, so as to connect easily multi-domain subsystems and lead a common energetic study on the overall system.

Indeed, the representation of a dynamic system starting from the notion of multi-port consists in highlighting the energy exchanges between a subsystem and its environment through its connecting ports. The power exchange through a bond is expressed by the product of two complementary variables, “effort” (intensive variables : temperature, pressure) and “flux” (extensive variables : mass flow, volume variation rate), independent of the field of physics considered.

<b>Power variables</b>	<b><math>W(t) = e(t) * f(t)</math></b>		
Effort	$e(t)$	Pressure	P [ Pa ]
Flux	$f(t)$	Flow rate	Q [ m <sup>3</sup> /s ]
<b>Energy variables</b>	<b><math>E(t) = \int W(t) dt</math></b>		
Displacement	$q(t) = \int f(t) dt$	Volume	V [ m <sup>3</sup> ]
Impulsion	$p(t) = \int e(t) dt$	Pressure impulsion	$\Gamma$ [ Pa.s ]

Table 1 : Bond-Graph variables in fluidic domain

Thanks to *Bond-Graph* topology, we have elaborated proper thermo-pneumatic library to model various AMS configurations, by combining pre-defined elements (passive R-C-I elements, active sources Se-Sf and 0-1 junctions).

<b>Se</b>	Effort source	Pressure source	<b>P</b>	[ Pa ]
<b>Sf</b>	Flux source	Flow rate source	<b>Q</b>	[ m <sup>3</sup> /s ]
<b>R</b>	Resistive element	Orifice, porous pipe	<b>R = ΔP / Q</b>	[ Pa.s/m <sup>3</sup> ]
<b>C</b>	Capacitive element	Volume, manifold	<b>C = V / P</b>	[ s <sup>2</sup> .m <sup>4</sup> /kg ]
<b>I</b>	Inertial element	Pipe	<b>I = Γ / Q</b>	[ N.s <sup>2</sup> /m <sup>3</sup> ]
<b>0</b>	Parallel junction	Σ f = 0	<b>P</b> calculation	
<b>1</b>	Serie junction	Σ e = 0	<b>Q</b> calculation	

Table 2 : Fluidic sources, passive elements and junctions

The next section is intended to cover topics related to modeling general fluid flows through an internal pneumatic network, and to present and discuss the models for the AMS components. This includes theoretical equations, modeling assumptions and *Bond-Graph* representations, regarding the basic components and the fluid properties.

## 2.2. Thermal pneumatic pipe models

Since an engineering approach to compressible fluid dynamics requires highly flexible and combinable models, the approach used in the present work is firstly to develop the global AMS model (pneumatic network which can include up to three branches) in clearly identifiable parts to separate any simplifying assumptions : actuators (compressor, valves) on the one hand, thermal pneumatic pipes, orifices and associated losses (heat transfer, pressure losses) on the other hand. This allows simulation of the behavior of elementary components, and thus future refinement of each part of the model.

### 2.2.1. Assumptions on fluid properties

In order to simplify the analysis of thermo-fluid models, and to identify separately the elementary physical phenomena, we consider one-phase, compressible, one-dimension fluid flows, and distinguish the following sub-functions : transportation of fluid energy through pneumatic pipes, fluid energy storage element, fluid energy control through fixed or variable orifices, transformation of mechanical energy into fluid energy, energy losses (thermal exchange, friction...).

We assume that gaseous species are perfect and we verify that models are not affected by variation of isentropic coefficient (dependent of gas type). Compressibility, turbulence, viscosity and conductivity of fluids are dynamically calculated in our models. Humidity, gas mixture and reacting process are neglected but their influence on pneumatic behavior are taken into account in our AMS control specifications.

### 2.2.2. General flow solution

According to non-linear acoustic theory, general flow model involves the simultaneous solution of continuity (1), energy (2) and momentum (3) Partial Derivative Equations (Navier Stokes PDE), simplified to lead to one-dimensional Euler equations :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho.v)}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial(\rho.e_{tot})}{\partial t} + \frac{\partial(\rho.v.h_{tot})}{\partial x} = 0 \quad (2)$$

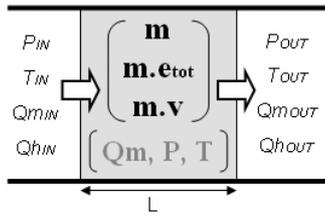
$$\frac{\partial(\rho.v)}{\partial t} + \frac{\partial P_{tot}}{\partial x} = 0 \quad (3)$$

with :

$$\begin{aligned}
\rho &= m/V \\
\rho.v &= Q_m/S \\
e_{tot} &= u + e_c \\
h_{tot} &= h + v^2/2 \\
P_{tot} &= P + \rho v^2
\end{aligned}$$

The mass conservation is used to model dynamic behavior of gas species in each volume. The energy conservation is applied in order to account for the effect of pressure and temperature variations (*Bond-Graph* capacitive element). The momentum conservation allows to model dynamic flow transmission and pressure losses (*Bond-Graph* inertial element).

### 2.2.3. Discretized Euler equations



Euler PDE are discretized to remove spatial dependence and to obtain an elementary ODE model : Ordinary Derivative Equations (4), (5) and (6). Flow solution is carried out across the flow direction by time integration of the coupled and non-linear differential equations, volume by volume, and boundary by boundary. The scalar variables - primary (mass and internal energy) and secondary (pressure, temperature, total enthalpy) - are assumed to be uniform over each volume. The vector variables (mass flow, enthalpy flow) are calculated for each boundary by momentum equation resolution.

$$\frac{dm}{dt} = Q_{m_{in}} - Q_{m_{out}} \quad (4)$$

$$\frac{d(m.e_{tot})}{dt} = Q_{m_{in}} \left( h_{in} + \frac{v_{in}^2}{2} \right) - Q_{m_{out}} \left( h_{out} + \frac{v_{out}^2}{2} \right) \quad (5)$$

$$\frac{d(m.v)}{dt} = S_{in}(P_{in} + \rho_{in}v_{in}^2) - S_{out}(P_{out} + \rho_{out}v_{out}^2) \quad (6)$$

### 2.2.4. Friction losses

Flow losses in pipes due to friction along the walls are calculated taking into account the Reynolds number and the surface roughness of the walls. Friction coefficient for smooth walls is given by :

$$\Delta P = \frac{\rho \xi_f v^2}{2} \quad (7)$$

with distinction of turbulent and laminar regions :

$$\xi_{f_{turb}} = \frac{0.08}{Re^{0.75}}$$

$$\xi_{f_{lam}} = \frac{16}{Re}$$

For rough wall surface (roughness height  $h$ ) and turbulent flow, the friction coefficient is given by Nikuradse's formula :

$$\xi_f = \frac{0.25}{\left( 2 * \log_{10} \left( \frac{D}{2h} \right) + 1.74 \right)^2}$$

### 2.2.5. Singular pressure losses

Singular pressure losses in pipes, due to tapers, bends, or irregular cross-section, can be calculated by introducing an empirical "pressure loss coefficient". For example, in a smooth bend of angle of curvature  $\alpha$ , and radius of curvature  $R_C$ , it is given by :

$$\Delta P = \frac{\rho \xi_p v^2}{2} \quad (8)$$

with :

$$\xi_p = \frac{\alpha}{90} \left[ 0.13 + 1.85 \left( \frac{D}{2R_C} \right)^{3.5} \right]$$

### 2.2.6. Thermal exchanges

Thermal exchanges from internal fluid to pipe wall are modeled using a heat transfer coefficient, deduced from fluid velocity and thermo-physical properties, and wall surface finish. A simplified model which calculates a global convective exchange coefficient between gases and walls can be deduced from definition of thermal conductivity  $h_T = \lambda Nu/L$  with  $Nu = aRe^b Pr^{\frac{1}{3}}$ , or from the Colburn analogy :

$$h_T = 1/2\xi_f \rho v C_p Pr^{-2/3}$$

Parameters  $(a, b)$  are deduced from empirical correlations ([reference](#)).

Then, the internal heat transfer coefficient  $h_T$ , the predicted fluid temperature  $T$  and the internal wall temperature  $T_{wall}$  are used to calculate the total heat transfer :

$$Q_T = h_T S (T - T_{wall}) \quad (9)$$

But the wall temperature is difficult to measure. So a detailed model, which couples forced convection (heat flux  $Q_{T_{forced}}$ ), wall thermal capacitance and free convection (heat flux  $Q_{T_{free}}$ ) calculations, has been developed too :

$$\frac{dT_{wall}}{dt} = \frac{Q_{T_{forced}} + Q_{T_{free}}}{\rho V C_P} \quad (10)$$

### 2.2.7. Global pipe model

The global pipe model - defined by the equations (11), (12) and (13) - assumes that pipes are cylindrical, with constant section, and that gas is transferred in the axial direction with uniform velocity. It includes calculations of friction losses, convective heat transfer through walls, and pressure loss coefficients to take into account the effects of network geometry (*Bond-Graph* resistive elements).

By working with constant volume (so with null macroscopic kinetic energy) on the one hand, with static pressures on the other hand, we can only consider internal energy, and neglect advected momentum  $\rho.v^2$  in Euler ODE.

$$\frac{dm}{dt} = Q_{m_{in}} - Q_{m_{out}} \quad (12)$$

$$\frac{d(m.u)}{dt} = Q_{m_{in}} h_{in} - Q_{m_{out}} h_{out} - h_T S (T - T_{wall}) \quad (13)$$

$$\frac{dQ_{m_{out}}}{dt} = \frac{S}{L} (P_{in} - P_{out}) - 4\xi_f \frac{S \rho v^2}{D} - \xi_p \frac{S \rho v^2}{L} \quad (14)$$

### 2.2.8. Lumped/distributed parameter models

Starting from these general flow equations and the resulting pipe model (*Figure 7*), two different methods are used to discretize the FC AMS :

- the first is to break the system up into several different components such as several pipes, flow splits and/or manifolds (0D or “lumped parameter” model) where are calculated pressures and temperatures, and to replace momentum equation by flow connections (valves, orifices) : this approach relies on a localization of the fundamental physical phenomena ;
- the second is to discretize each pipe into many volumes (pseudo-1D or “distributed parameter” model) and to let momentum equation ensure flow transmission at the boundaries : this approach formalizes the notion of the distribution of system properties in space, and allows calculations of pressure waves, mass flows, inertia and energy losses in pipes.

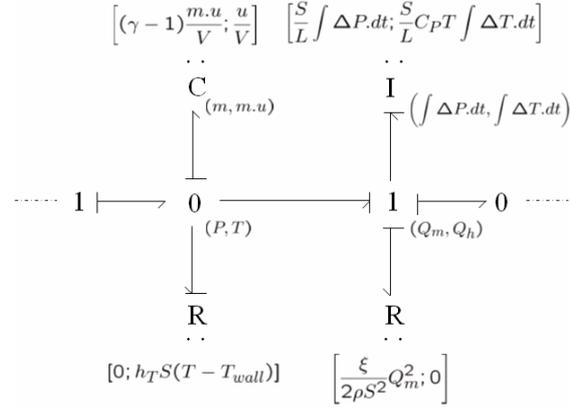


Figure 7 : Bond-Graph scheme of the general pipe model

### 2.3. Flow sources, connections and boundaries

#### 2.3.1. Compressor model

The heart of the AMS is a compression group, reduced on our test bench to a volumetric compressor and its electric motor, which will generate air mass flow and increase pressure in the overall system (flux source generating mass and enthalpy flows in the *Bond-Graph* technique). Analytical compressor models based on lumped rotational equation and first thermodynamics principle are well known but difficult to stall :

$$J_{comp} \frac{d\omega_{comp}}{dt} = \tau_{motor} - \tau_{comp} \quad (14)$$

where  $\tau_{motor} = f(U_{motor}, \omega_{comp})$  is the compressor motor torque and  $\tau_{comp}$  is the load torque :

$$\tau_{comp} = \frac{C_p}{\omega_{comp} \eta_{comp}} \left[ \left( \frac{P_{comp}}{P_{atm}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right] Q_{m_{comp}} \quad (15)$$

Air flow  $Q_{m_{comp}} = f(P_{comp}/P_{atm}, \omega_{comp})$  through the compressor and isentropic efficiency  $\eta_{comp}$  are given by experimental static maps. Thermodynamic equations are used to calculate the exit air temperature :

$$T_{comp} = T_{atm} + \frac{T_{atm}}{\eta_{comp}} \left[ \left( \frac{P_{comp}}{P_{atm}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right] \quad (16)$$

#### 2.3.2. Orifices models

In order to compute mass flow and velocity when momentum equation is not solved (0D models), or to control fluid energy, the physical components like pipes or manifolds must be joined together by flow connections which substitute the inertia effect. In the *Bond-Graph* technique, it is identified as a R-element.

For modeling pressure losses in abrupt contractions or expansions in the flow system, an orifice model (Bernoulli law) with a semi-empirical pressure loss coefficient should be used :

$$Q_m = S \sqrt{\frac{2\rho}{\xi_p} \Delta P} \quad (17)$$

with respectively for abrupt expansion and abrupt contraction :

$$\xi_p = \left( \frac{1}{0.59 + 0.41 (S_2/S_1)^3} - 1 \right)^2 \quad \xi_p = \left( 1 - \frac{S_1}{S_2} \right)^2$$

For control valves, several technologies exist but the physical phenomenon (orifices with controlled variable cross-section area) is common. As a first approximation, orifices can be modeled by an algebraic expression which links the difference of pressure to the mass flow rate (Barré Saint Venant law) :

$$Q_m = \alpha_V \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{1}{\gamma}} P_1 \sqrt{1 - \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} \sqrt{\frac{2\gamma}{(\gamma-1)rT_1}} \quad (18)$$

A simplified orifice law can be deduced from laminar flow assumption :

$$Q_m = \alpha_V \sqrt{(P_2 - P_1)} \quad (19)$$

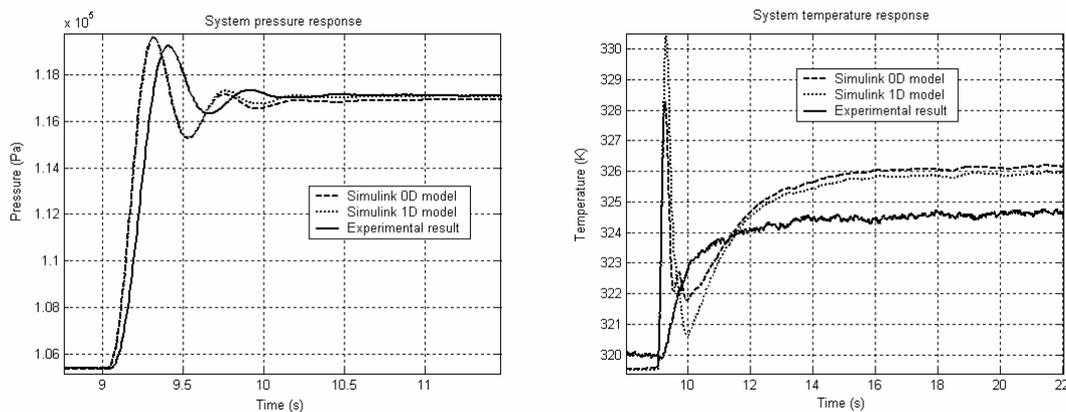
The choice of control valves (throttle, needle valve) implies the identification of the discharge coefficient  $\alpha_V$  (linked to geometry of opening section) and a specific dynamics.

### 2.3.3. Environment boundaries

Environment pressures and temperatures at the boundaries may be specified as constants or meet a set experimental profile. For example, in the case of expander integration, the inlet pressure and temperature of the vane could be dynamically modified by a dedicated vane model.

## 2.4. Experimental validation

After a detailed validation process based on several sets of experimental data (transient system responses based on control inputs steps, at full and part load), both 0D and 1D predicted results have been confronted to empirical results. The considered measures are instantaneous pressure and temperature at a specified point of the system (in the cathode outlet manifold for instance, *Figure 8*).



*Figure 8 : Example of pipe model validation*

The comparison between simulation and tests shows satisfying agreement. Predicted dynamic responses are slightly faster than measured ones, but agree in steady state value (the precision of temperature sensors is about 1 or 2 degrees) : the measured responses appear to be a filtered version of the simulated ones, this difference is likely caused by sensors time response.

Finally, it results that a lumped parameter model can accurately represent pneumatic phenomena in our current configuration (with considered volumes, mass flow range and pressure level). But for future steps of development and vehicle integration, detailed 1D models could be useful for AMS design and tuning, or even for intake and exhaust noise analysis.

### 3. AIR SUPPLY SYSTEM CONTROL-ORIENTED MODELING

#### 3.1. Model assumptions

In this section, we describe the different steps leading to an AMS model sufficiently simple to be used for on-line control. So as to study the dynamics of paramount physical phenomena, the influence of actuators and the coupled behaviors of air flows and pressures, the AMS global model (*Figure 9*) has been implemented in *MATLAB/Simulink* software.

- Pneumatic phenomena are represented by lumped parameter models : pressure and temperature in manifold are deduced from the capacitive effect (compressibility and internal energy), flow variables are calculated thanks to actuators algebraic equations.
- Considering dimensions of our AMS, pipes losses are neglected. Outlet compressor temperature (inlet temperature for the pneumatic chamber) is dealt in as a parameter rather than a state variable of the model : this temperature is supposed to remain constant thanks to the cooling system.
- Functionally, air mass flows through the system are regulated by compressor rotational speed and by flow control valve opening, pressures in anode and cathode by pressure control valves opening.
- Other flow connections are assumed by split volume and FPS pressure drops.

It is important to note that AMS global model will be adapted to various configurations (up to three branches). But in a control engineering approach, the objective is to make a dynamic analysis on a reduced and flexible model, so as to deduce what can provide a control law in transient and disturbed conditions.

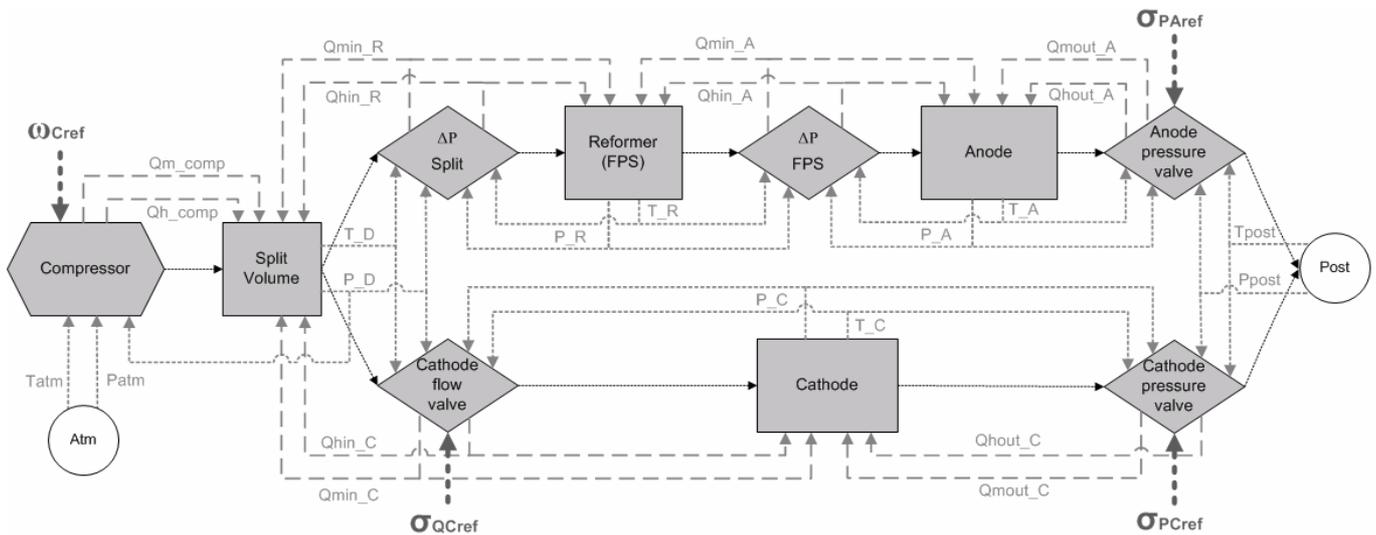


Figure 9 : Structure and variables of the global AMS model (two branches)

For clearness and readability concern, we will present the state-space model development and the linearized model analysis on a reference model (*Figure 10*) - which captures compressor, valve, and volume filling dynamics in a one-branch system. All these studies have been later applied to the two-branch model.

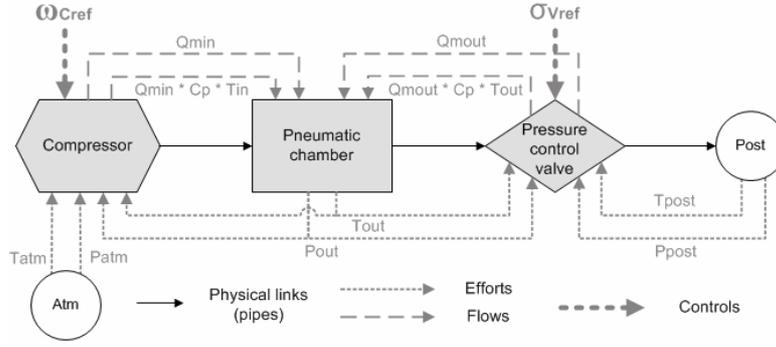


Figure 10 : Structure and variables of the reference model

### 3.2. Reduced model for control

#### 3.2.1. State-space equations

The transient pneumatic phenomena captured in the control-oriented model are mathematically described by the following state-space equations :

$$\frac{dm}{dt} = Q_{m_{in}} - Q_{m_{out}} \quad (20)$$

$$\frac{d(m.u)}{dt} = Q_{m_{in}} h_{in} - Q_{m_{out}} h_{out} \quad (21)$$

Pneumatic state variables are mass  $m$  and internal energy ( $m.u$ ). The links between these state variables and the available experimental measures (mass flow, pressure and temperature) give the following definitions :

$$m.u = mC_V T = \frac{V}{\gamma - 1} P$$

$$h = C_P T = \frac{r\gamma}{\gamma - 1} T$$

Whence the two first state-space equations of our model :

$$\frac{dm}{dt} = Q_{m_{in}} - Q_{m_{out}} \quad (22)$$

$$\frac{dP_{out}}{dt} = \frac{r\gamma}{V} Q_{m_{in}} T_{in} - \gamma \frac{P_{out} Q_{m_{out}}}{m} \quad (23)$$

Assuming second order actuators dynamics, compressor rotational speed  $\omega_C$  and valve opening  $U_V$  (but also their derivative  $\dot{\omega}_C$  and  $\dot{U}_V$ ) are additional state variables governed by the following transfer functions :

$$\frac{\omega_C}{\omega_{C_{ref}}} = \frac{1}{1 + a_C s + b_C s^2} \quad (24)$$

$$\frac{U_V}{U_{V_{ref}}} = \frac{1}{1 + a_V s + b_V s^2} \quad (25)$$

The empirical coefficients ( $a_C$ ,  $b_C$ ,  $a_V$ ,  $b_V$ ) are deduced from dynamic performances specified for “compressor speed” and “valve opening” local regulations.

#### 3.2.2. Output equations

Output equations of the system are given by ideal gas law and actuators static laws.

- Ideal gas law is used to calculate temperature in volume :

$$T_{out} = \frac{V P_{out}}{r m} \quad (26)$$

- We choose to use the simplified valve equation :

$$Q_{m_{out}} = K_V U_V \sqrt{P_{out} - P_{post}} \quad (27)$$

with  $K_V$  the opening section coefficient given by a dedicated actuator map, and  $P_{post}$  the outlet environment condition..

- For simulation of reduced AMS model, a fast-executing static compressor map – which provides the experimental air flow rate through the compressor in function of rotational speed and compression rate – is used.

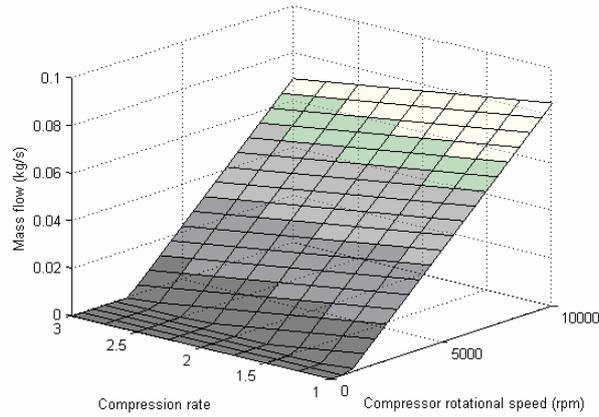
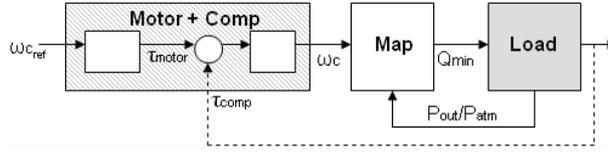


Figure 11 : Linear compressor model and static flow map

Thanks to identification of appropriate transfer gains (Figure 11), the relation between mass flow, compression rate and rotational speed can be characterized by a linear equation :

$$Q_{m_{in}} = K_{C_1} \omega_C + K_{C_2} P_{out}/P_{atm} \quad (28)$$

with  $(K_{C_1}, K_{C_2})$  the compressor parameters assumed to be constant, and  $P_{atm}$  the inlet environment condition. The robustness of this model in relation to fundamental compressor non-linearities is performed by the local speed regulation.

### 3.2.3. State-space system

Considering  $(V, T_{in})$  as parameters,  $(P_{atm}, P_{post})$  as disturbances (supposed to be constant during system operation), we obtain a

6-states MIMO system, namely :

$$\text{inputs : } \mathcal{U} = \begin{pmatrix} \omega_{C_{ref}} \\ U_{V_{ref}} \end{pmatrix}, \text{ states : } \mathcal{X} = \begin{pmatrix} m \\ P_{out} \\ \omega_C \\ \dot{\omega}_C \\ U_V \\ \dot{U}_V \end{pmatrix} \text{ and outputs : } \mathcal{Y} = \begin{pmatrix} Q_{m_{in}} \\ P_{out} \\ Q_{m_{out}} \\ T_{out} \end{pmatrix}.$$

$(Q_{m_{in}}, P_{out})$  are the outputs to be controlled,  $(Q_{m_{out}}, T_{out})$  are introduced for model validation and supervision purpose.

Finally, the mathematical state-space model is given by :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = K_{C_1}x_3 + K_{C_2}\frac{x_2}{P_{atm}} - K_Vx_5\sqrt{x_2 - P_{post}} \\ \dot{x}_2 = \frac{r\gamma}{V}T_{in}K_{C_1}x_3 + \frac{r\gamma}{V}T_{in}K_{C_2}\frac{x_2}{P_{atm}} - \gamma\frac{x_2}{x_1}K_Vx_5\sqrt{x_2 - P_{post}} \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = \frac{1}{b_C}(u_1 - x_3 - a_Cx_4) \\ \dot{x}_5 = x_6 \\ \dot{x}_6 = \frac{1}{b_V}(u_2 - x_5 - a_Vx_6) \\ y_1 = K_{C_1}u_1 + K_{C_2}\frac{x_2}{P_{atm}} \\ y_2 = x_2 \\ y_3 = K_Vx_5\sqrt{x_2 - P_{post}} \\ y_4 = \frac{Vx_2}{rx_1} \end{cases}$$

The non-linear properties of the system under study appear in products and ratios of state-space variables on the one hand, in “square root” function on the other hand.

### 3.3. Linearized model analysis

We will present here steady-state and dynamic properties of the linearized model. In particular, we will study the sensitivity of these characteristics with the operating point, but also the couplings (*Figure 12*) and the parameters influence in order to :

- detect some need for adapting regulation algorithms to o.p.,
- choose an ad-hoc o.p. for synthesis of a single regulator.

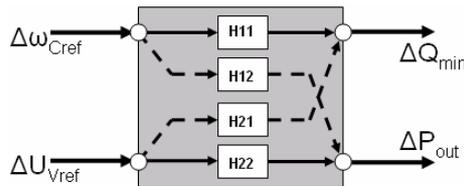


Figure 12 : Direct and coupled system transfer functions

#### 3.3.1. Model scaling

Controlling the AMS means dealing with numbers that span a large set of values (from 0.001 kg to 300 000 Pa), thus leading to numerical instability when designing and simulating control laws. A systematic method known as *scaling* (e.g. [13]) has been applied so as to make model analysis and controller design numerically simpler and more accurate.

For the purpose of clarity, the scaling will not appear in the upcoming analysis, and the results will be presented with non-scaled pressure and flow rate ranges.

#### 3.3.2. System linearization

A classical approach is followed to obtain a local linearization of the AMS model, around the operating point  $(x_0; u_0)$  :

$$\Delta \dot{X} = A\Delta X + B\Delta U$$

The operating point  $(\lambda_0; \mathcal{U}_0)$  of the system is defined by the couple  $(Q_{min}, P_{out})$ , which has to follow a pre-determined profile so as to optimize the global FCPP efficiency.

For this study, we will work on the following mass flow and pressure ranges :  $Q_{min} \in [0.005; 0.05 \text{ kg/s}]$  and  $P_{out} \in [1e5; 3e5 \text{ Pa}]$ .

### 3.3.3. Operating point influence

This study introduces the implication of pressurization in the dynamic behavior of AMS, and provides a good control engineering perspective. Indeed, one of the important optimization tradeoffs in FCV development is the operating pressure : high pressure improves stack power density, but low pressure has a benefit of low parasitic loss in air flow devices.

The 6th-order linearized model presents two couples of invariant eigenvalues (complex conjugates) – associated to actuators – and two real eigenvalues – associated to pneumatic phenomena – which are varying with the operating point.

The following figures illustrate the influence of operating point on the real eigenvalues  $\lambda_1$  and  $\lambda_2$  on the one hand (Figure 13), on the static gains of the different direct and coupled transfers  $H_{ij}$  of the system on the other hand (Figure 14).

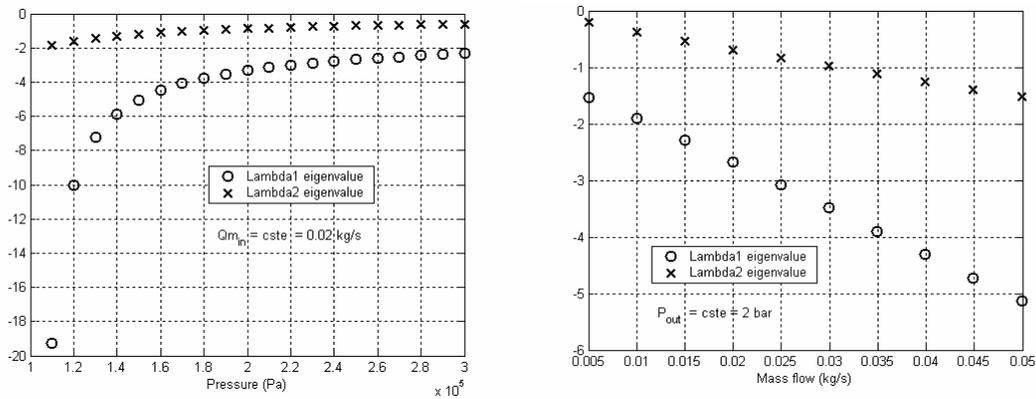


Figure 13 : Influence of pressure and mass flow on system eigenvalues

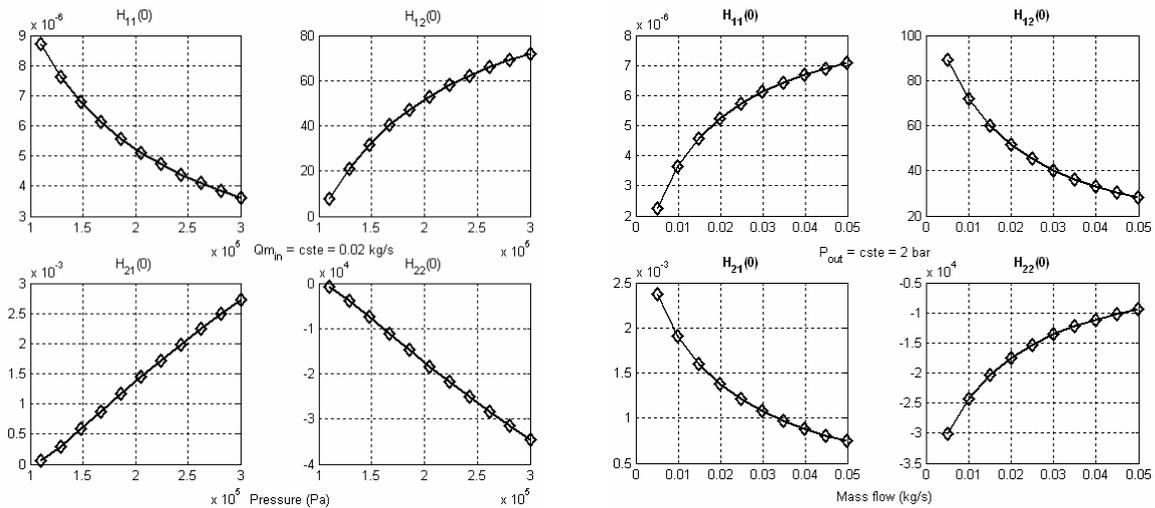


Figure 14 : Influence of pressure and mass flow on system static gains

Thanks to these results, we can deduce :

- a low-level variation of the slow time constant (representative of physical process) on the considered pressure and mass flow ranges;
- a low-level dispersion of gains at constant pressure (with a factor 3 or 4) ;

- a sensible dispersion at constant mass flow, especially for  $H_{2j}$  transfers (because of low-level gains at low pressure).

So we can conclude that “low pressure” operation has the potential to provide faster transient responses than “high pressure” operation (e.g. [8]), and suppose that a single control structure could be sufficient for high pressure configuration.

### 3.3.4. Sensivity on parameters

It is interesting to explore qualitatively the sensitivity of system dynamics to parameters (volume, inlet temperature) variation. The conclusions of this sensitivity analysis (Figure 15) are that, in our operating conditions, the parameter  $T_{in}$  has low impact on system dynamics, but the parameter  $V$  has a significant influence on the real eigenvalues  $\lambda_1$  and  $\lambda_2$ . So, an important AMS volume would penalize the dynamic responses of the system (independently to actuators performances).

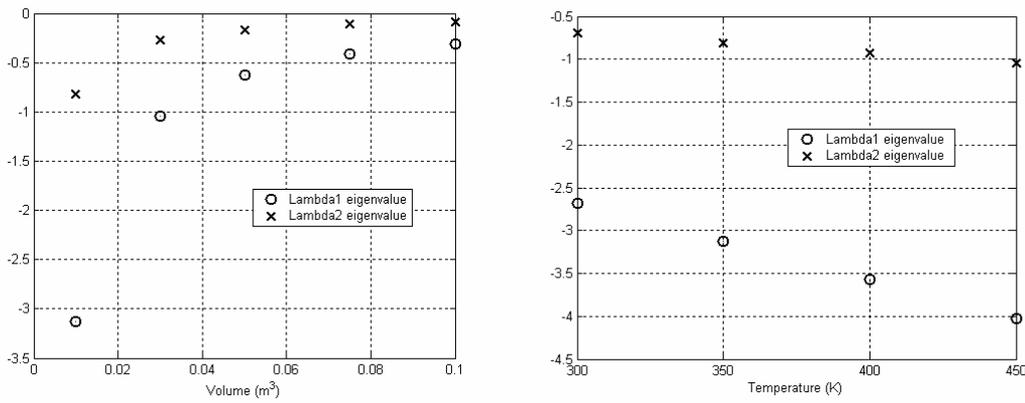


Figure 15 : Influence of parameters on system eigenvalues

### 3.4. Comparison between non-linear and linearized models

After its dynamic analysis, the linearized model is validated by comparison to the non-linear model, which has been experimentally verified. The validation process consists of a rising step on the “compressor rotational speed” input, followed by a falling step on the “valve opening” input.

The values of the constants and parameters used in simulations are given in the following table.

$\gamma$	1,4	$a_C$	2,50E-02
$P_{atm}$	101325 Pa	$a_V$	3,10E-02
$P_{post}$	101325 Pa	$b_C$	1,70E-03
$r$	287 J/kg/K	$b_V$	6,60E-04
$T_{atm}$	293 K	$K_{C1}$	9,30E-06
$T_{in}$	350 K	$K_{C2}$	-8,00E-03
$V$	0,01 m³	$K_V$	1,00E-05

Table 3 : Simulation constants and parameters

We can observe on Figure 16 :

- equivalent dynamics on outputs ( $Q_{m_{in}}, P_{out}, Q_{m_{out}}, T_{out}$ ) ;
- sensible errors on steady-state values, due to static gains dispersion when operation point is modified.

So, a reduced and linearized - but physically based - model can still predict the system response correctly, by including the appropriate dynamics. This model can then be used to design and demonstrate performances of MIMO control strategies.

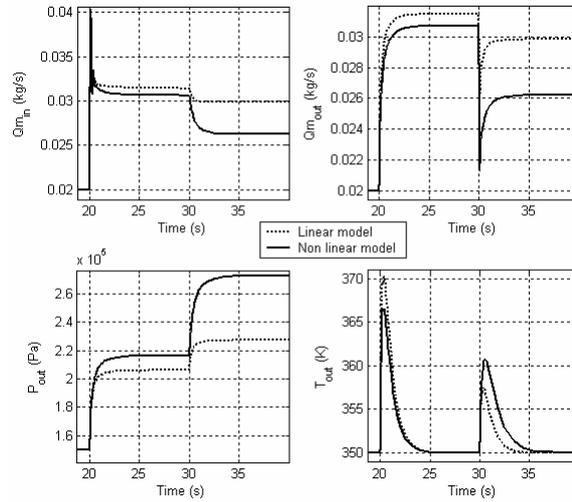


Figure 16 : Comparison of linear and non-linear models outputs

#### 4. FUEL CELL POWER PLANT MODEL OVERVIEW

With the purpose of achieving both low-level control and energy management in the global FCPP, the first perspective of AMS model is to be connected to the others dynamic systems : heat exchanger (and later condensers), reformer and stack. We will not present the detailed models of these multi-domain components. Starting from input-output interfaces, we will apply our physical multi-port approach to build the FCPP model. In this way, we will be able to underline AMS influence on the FCPP dynamic behavior.

##### 4.1. Heat exchanger model

The cooling system consists of heat exchangers (or condensers) that remove the excess heat. For instance, the air temperature leaving the compressor is usually high due to the increased pressure. To prevent the fuel cell membrane from damaging, the air may need to be cooled down by dedicated heat exchanger, which includes dynamic thermal exchange and static pressure drop.

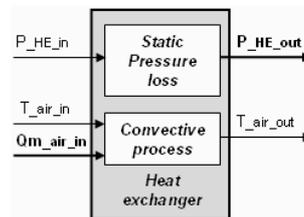


Figure 17 : Structure of heat exchanger model

##### 4.2. FPS model

We can assume that the FPS model (e.g. [14] and [15]) contains a chemical model which generates hydrogen outlet mass flow from air and fuel inlet mass flows, and a static pressure loss map.

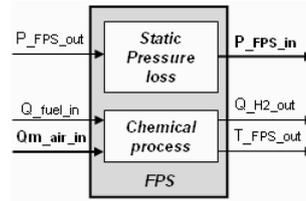


Figure 18 : Structure of Fuel Processing System model

#### 4.3. Stack model

Considering interactions with the AMS model, the FC Stack model (e.g. [14]) contains four main sub-models : the anode and cathode flow models (with their associated pressure losses), the stack temperature model (with its cooling power input) and the stack voltage model (with carbon monoxide poisoning). Indeed, one of the problems of reforming hydrocarbons is the production of carbon monoxide (CO) which is a poison for the stack and which penalizes the stack electrical voltage. This effect can be mitigated by introducing an “air bleed” in the anode channel (e.g. [16]).

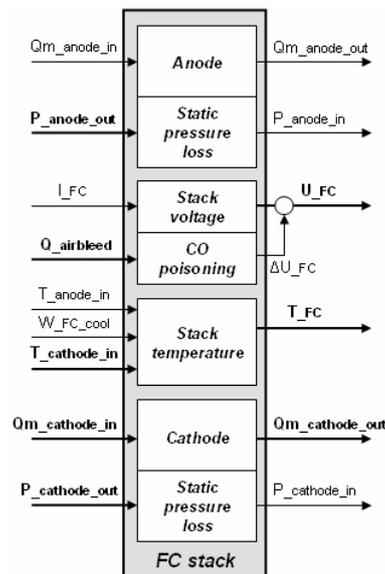


Figure 19 : Structure of FC stack model

#### 4.4. Integration in FCPP model

The AMS model can be extended to a 3-branches system to be integrated in the global FCPP model. The basic components still consist of air compressor, pipes and manifolds between the components, and control valves for flow and pressures regulation issues.

Model reduction techniques and dynamic analysis detailed in Section 3 are still available, and lead to a fourteen states model.

Thanks to its control oriented formalism, it will be used for :

- understanding of the AMS complexity due to its non-linear thermo-fluid behavior,
- evaluation of actuators technologies and AMS impact on overall energy balance,
- rapid changes of AMS topologies,

- both transient and steady-state analysis and simulation,
- development of model-based control methodologies,
- supervision and fault diagnosis...

The long term goal of the work is improving the global FC system operation by correctly specifying and allocating subsystems requirements.

In the final FCPP model presented below (Figure 20), the “air bleed” branch is not included for readability concern.

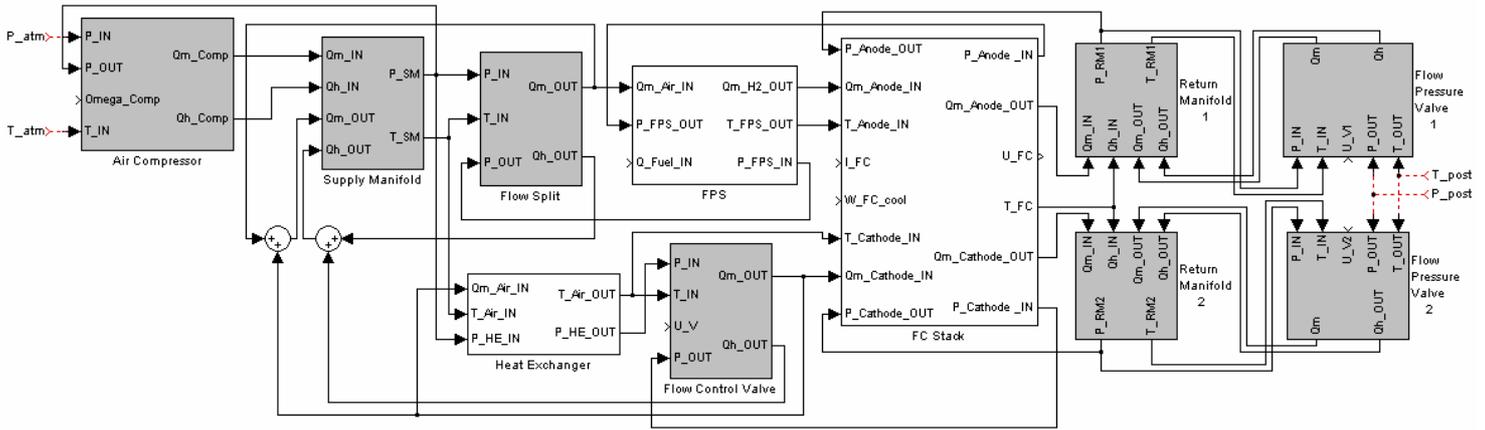


Figure 20 : The global FC power plant model

### CONCLUSION & PERSPECTIVES

With the purpose of meeting the specifically restrictive requirements of fuel reforming FC Vehicle, this paper presents a dynamic thermal pneumatic model of a complex Air Management System, and its control-oriented mathematical version, specifically suited for multivariable controller design and system optimization. As a matter of fact, the physical-based model retains sufficient detail to accurately predict system dynamic response while also being simple enough to be of value in determining appropriate control strategies.

Although the dynamic stack and reformer behaviors are not included, these studies established a good basis for understanding the great technical complexity of multi-branch AMS but also the FC Power Plant integration. The challenge was to give physical knowledge, dedicated *MATLAB/Simulink* library and experimental support to control activity. And it is demonstrated that, thanks to a structured modeling methodology, we will be able to apply a model-based control activity to various configurations of AMS, and thus achieve significant energy savings in the overall FC system. The final perspective is to ensure a safe operation of the entire FCPP, with high efficiency and sufficient transient performance.

## REFERENCES

- [1] “Control-oriented modeling and analysis for automotive Fuel Cell systems”. J.T. Pukrushpan, H. Peng, A.G. Stefanopoulou. *Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*. 2004.
- [2] “Modeling and Control for PEM Fuel Cell Stack System”. J.T. Pukrushpan, A.G. Stefanopoulou, H. Peng. *IEEE Proceedings of American Control Conference*. 2002.
- [3] “PEM Fuel Cell system model for automotive vehicle simulation and control”. D.D. Boettner, G. Paganelli, Y.G. Guezennec, G. Rizzoni, M.J. Moran. *ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition*. 2001.
- [4] “Simulation and analysis of transient Fuel Cell System performance based on a dynamic reactant flow model”. J.T. Pukrushpan, A.G. Stefanopoulou, H. Peng. *ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition*. 2002.
- [5] “Modeling and Dynamics of a Fuel Cell Combined Heat Power System for Marine Applications”. V. Tsourapas, J. Sun, A.G. Stefanopoulou. *IASME Transactions*, 2(1), pp.288-293. 2004.
- [6] “Control of Fuel Cell breathing”. J.T. Pukrushpan, A.G. Stefanopoulou, H. Peng. *IEEE Control Systems Magazine*. 2004.
- [7] “Optimizing air supply control of a PEM Fuel Cell system”. P. Rodatz, G. Paganelli, L. Guzzela. *IEEE Proceedings of the American Control Conference*. 2003.
- [8] “Control of Fuel Cell Air Supply Module (ASM)”. J. Reuter, U.J. Beister, N. Liu, A. Hutchenreuther. *SAE International Congress*. 2004.
- [9] “Dynamics of Low-Pressure and High-Pressure Fuel Cell Air Supply Systems”. S. Gelfi, A.G. Stefanopoulou, J.T. Pukrushpan, H. Peng. *IEEE Proceedings of American Control Conference*. 2003.
- [10] “Fuel Cell Handbook (Sixth Edition)”. *National Energy Technology Laboratory – DOE*. 2002.
- [11] “Numerical simulation based on dynamic flow models to improve analysis and control of Air Supply System for Fuel Cell Vehicle”. N. Romani, V. Le Lay, E. Godoy, D. Beauvois. *Fluid dynamics applications in ground transportation, SIA International Congress*. 2005.
- [12] “System Dynamics : A Unified Approach”. C. Karnopp, D. Margolis, R. Rosenberg. John Wiley & Son. 1990.
- [13] “Multivariable Feedback Control : Analysis and Design”. S. Skogestad, I. Postlethwaite. John Wiley & Sons. 1996.
- [14] “Modélisation mathématique d’une pile à combustible et d’un reformeur essence en vue de la commande”. K. Bencherif. *Ph.D. dissertation, The University of Paris IX Dauphine, France*. 2004.
- [15] “Mathematical modeling and control of a reformer stage for a Fuel Cell Vehicle”. K. Bencherif, M. Sorine. “*Advances in Automotive Control*” *IFAC Symposium*. 2004.
- [16] “A Reduced Fuel Cell Stack Model for Control and Fault Diagnosis”. D. Di Penta, K. Bencherif, M. Sorine. 2005 *ASME European Fuel Cell Technology and Applications Conference*. 2005.

# Multivariable Control for Air Management System in Fuel Reforming Fuel Cell Vehicle

N. Romani, D. Beauvois, E. Godoy, V. Le Lay

**Abstract** — With the purpose of meeting the specifically restrictive requirements of fuel reforming Fuel Cell Vehicle, this paper brings into focus the issues of transient operation of Fuel Cell systems, and presents a multivariable control methodology for Fuel Cell Air Management System. Indeed, considering the highly non-linear and coupled behaviour of thermo-fluid equations, the penalizing sensors dynamics, and the uncertainty on model parameters, design and control of such a complex air system require robust control strategies, that will ensure multiple control objectives while remaining suitable for on-board integration. In a first step, a dynamic and non-linear model exhibiting the main dynamics of the considered air system – based on lumped parameter pneumatic models combined with semi-empirical actuators models – is briefly described. Then, a classical approach is followed to obtain a reduced model that balances model fidelity with model simplicity. In a second step, we deduce from our model-based design methodology a LQ control structure – based on a multivariable state feedback – that limits the deterioration of performances by compensating inherent couplings and sensors dynamics. The validity of this approach is compared to monovariable strategies in simulation environment, and checked on a dedicated air supply system test bench.

**Keywords** — Fuel Cell Vehicle, fuel reforming, Air Management System, model-based design, multivariable control, thermo-fluid couplings, sensors dynamics.

## I. INTRODUCTION

FUEL Cell Vehicles (FCV) are expected to become, in the near future, competitive with today's vehicles, employing conventional internal combustion (IC) engines, in terms of performance, efficiency and compliance with emission reduction schedules. Hydrogen is a very attractive fuel because it is clean and can be used to efficiently produce electricity in a Fuel Cell (FC). This is why the automotive industry expends significant resources in the development of FC as a source of traction power. The results of such researches have led to improve the durability and reliability of Proton Exchange Membrane (PEM) Fuel Cell, and to enhance the performance of the subsystems that compose the Fuel Cell Power Plant (FCPP).

In order to maximize PEM FC physical advantages, it is

necessary to propose efficient control strategies of Fuel Cell Stack (FCS) internal variables (stoichiometric ratios, partial pressures, hydration) that can ensure optimal working points and reduced stress to its components. A FCS alone may have good steady-state performance, but if the required control variables are not attainable, the targeted performance will not be realized in a vehicle application. Moreover, technological challenges increase if on-board hydrogen generation (by fuel reforming) is used instead of compressed hydrogen storage. In this context, an increasing emphasis is being placed on transient operation, system optimization and integration.

Among a large number of publications in relation with FC development, many introduce system dynamics and control issues (e.g. [1]-[2]). Different previous works have already pointed issues linked to direct air supply control (for on-board hydrogen storage, e.g. [3]-[4]), and choice between high and low-pressure operation (e.g. [5]-[6]). However, few of them include the pneumatic dynamics – i.e. compressor, control valves and manifolds filling dynamics – and their consequences on the FCPP behaviour (e.g. [7]). In this paper, we concentrate on dynamic performances and couplings between thermo-fluid control variables in the specific Air Management System (AMS) in fuel reforming application (single air delivery system, multi-branch structure and high-pressure operation), which impacts on the overall efficiency of FCV and requires specific refinements in control strategies design.

Contrary to quasi-static modelling which focuses on steady-state characteristics and slow thermal dynamics for energy optimization at system level (e.g. [8]), our dynamic approach presents a model-based control design for study of air supply dynamics under varying loads and power demands. The objective is first to develop a control-oriented dynamic model for complex and highly coupled air system, and then to put the emphasis on the need of robust MIMO control strategies.

The remainder of the paper is organized as follow: after a short description of FC Power Plant and Air Management System issues in Section II, we will focus in Section III on dynamic modelling of thermo-fluid effects with a time scale commensurate with power response of FC Stack. Thus, the reduced AMS model is presented. Sections IV and V are respectively dedicated to detailed control design and associated experimental results, before finishing this paper with concluding remarks and an outline for future work.

N. Romani (nicolas.romani@renault.com, corresponding author) and V. Le Lay (vincent.le-lay@renault.com) are from the Advanced Electronics Department of RENAULT, Guyancourt, France.

D. Beauvois (dominique.beauvois@supelec.fr) and E. Godoy (emmanuel.godoy@supelec.fr) are from the Automatic Control Department of SUPÉLEC, Gif-sur-Yvette, France.

TABLE I  
SUBSCRIPTS & ABBREVIATIONS

AMS	Air Management System	an	Anode
CFD	Computational Fluid Dynamics	atmo	Atmosphere
FC	Fuel Cell	ca	Cathode
FCPP	Fuel Cell Power Plant	comp	Compressor
FCS	Fuel Cell Stack	he	Heat exchanger
FCV	Fuel Cell Vehicle	meas	Measurement
FPS	Fuel Processing System	proc	Process
IC	Internal combustion	re	Reformer (FPS)
LQ	Linear quadratic	ref	Reference input
MIMO	Multi-Input Multi-Output	sens	Sensor
ODE	Ordinary Derivative Equation	sm	Supply manifold
PDE	Partial Derivative Equation	syst	System
PEM	Proton Exchange Membrane	turb	Turbine
PI	Proportional Integral	valv	Valve

TABLE II  
NOTATIONS

Symbol	Quantity	Unit
$C_{P,V}$	Specific heat capacities	J/kg/K
$\gamma$	Isentropic coefficient	-
$h$	Mass enthalpy	J/kg
$L$	Length	m
$m$	Mass	kg
$P$	Static pressure	Pa
$Q$	Mass flow	kg/s
$r$	Air constant	J/kg/K
$\rho$	Density	kg/m <sup>3</sup>
$S$	Section	m <sup>2</sup>
$\sigma$	Opening percentage	$\sigma \in [0, 1]$
$T$	Temperature	K
$u$	Mass internal energy	J/kg
$v$	Velocity	m/s
$V$	Volume	m <sup>3</sup>
$\omega$	Rotational speed	rpm

## II. FUEL CELL VEHICLE OVERVIEW

### A. Fuel Cell system

FC systems are electrochemical devices that offer clean and efficient energy production by converting the chemical energy of a gaseous fuel directly into electricity. In particular, the PEM FC technology seems to be well adapted to automotive application: negligible emissions (water and heat as only by-products), high-energy conversion efficiency, but also high power density, solid electrolyte, long cell life and low corrosion. Moreover, PEM FC operate at low temperature (50-100°C), which enables fast start-up.

However, the combined problems of on-board hydrogen storage and lack of distribution infrastructure represent major impediments to FC wide scale adoption as replacement for IC engines. On-board hydrogen generation and purification by Fuel Processing Systems (FPS or reformers) – that reform liquid hydrocarbon fuel into gas rich in hydrogen (reformate) – can be considered as a near-term alternative solution, even if non-negligible emissions and new design and control issues inevitably arise.

### B. Fuel Cell Power Plant

In a FCV, the stack is considered as the heart of the system, and the principle of electricity generation from a PEM FC is straightforward when the correct material properties, cell structure, and reactants are in place. Therefore, a FCS requires to be integrated with other components to form a FCPP (see Fig. 1), of which power response is limited by air and hydrogen feed, flow rates and pressures regulation, heat and water managements.

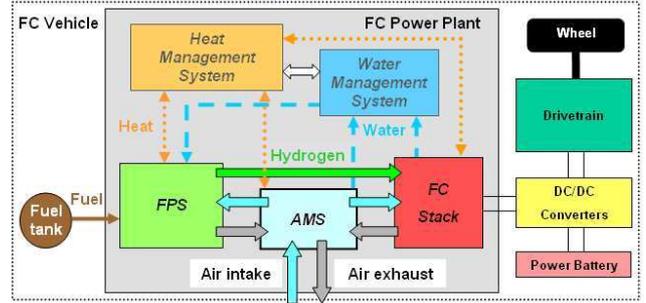


Fig. 1. Scheme of Fuel Cell Power Plant

The resulting power plant, composed by a 80 kW stack and four major control flow subsystems (for air, reformed hydrogen, heat and water), is needed to make fine and fast adjustment to satisfy performance, safety and reliability.

### C. Fuel Cell Air Management System

#### 1) AMS description:

Considering the FCPP complexity in fuel reforming application, it clearly appears that transient behaviour is one of the key requirements for the success of FCV. To overcome this challenge, Air Management System issues are critical since this active subsystem implies static and dynamic performances of the stack, and thus the overall efficiency of the FCPP. During transient, the AMS needs to be controlled rapidly and efficiently in order to:

- Maintain optimal temperature, membrane hydration, stoichiometric ratios and partial pressure of the reactants across the membrane so as to avoid degradation of stack voltage, ensure high efficiency and extend stack life;
- Supply fast increase of mass flow to compensate stack efficiency drops and to achieve good dynamic power response of the power plant.

These critical parameters must be controlled over a wide range of current and power, by a set of actuators such as valves, motorized compressor, expander vane, condensers...

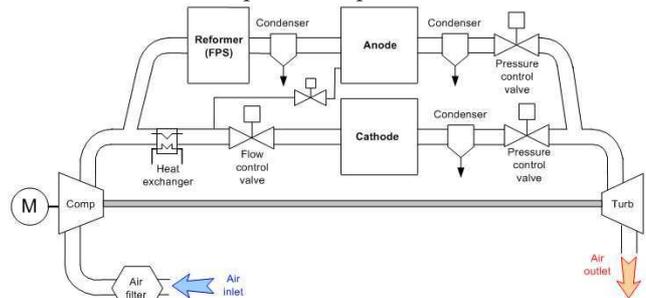


Fig. 2. Scheme of the Fuel Cell Air Management System

The AMS under consideration (see Fig. 2) is based on a two-stage compression group (a compressor and its electric motor, plus an expander vane) and control valves that regulate air mass flows and pressures in the system. For a FCPP with FPS, typical operating conditions for FCS are defined by a “air mass flow / pressure profile” (see Fig. 3), deduced from “current / reactants partial pressures profile” thanks to Nernst equation (e.g. [1]), but also from FCPP water balance and pressure drops. Dry air inflows to cathode and FPS are controlled to feed the power generation reaction and to avoid stack starvation; the pressures are controlled to ensure water balance and stack efficiency optimization.

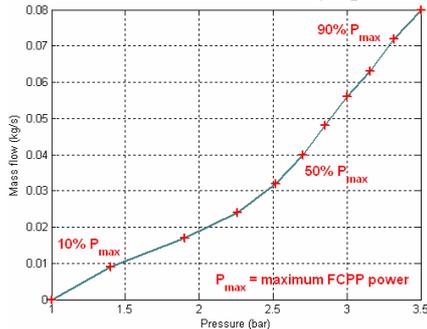


Fig. 3. Optimal FCPP operating profile (compressor outlet)

Functionally, the air is compressed in the compression group: The speed of the air compressor both increases the air pressure and sets the total air flow rate. A flow control valve at the entry of cathodic line (plus “air bleed” valve) performs air flows distribution in the different branches. Two pressure control valves downstream the stack maintain pressure levels required for optimal stack operation: indeed, pressurization results in higher stack power density, but compressor power remains the largest auxiliary loss (up to 25% of FCPP net power). The turbine further increases the overall operating pressure and lets recover energy from the exhaust air stream.

Air pressurization greatly increases the air stream temperature. To prevent damage to the stack, the hot air stream passes through a heat exchanger to be cooled to the FCS operating temperature. The depleted hot air that exits the stack contains water as a product of the electrochemical reaction. This water is primarily in the vapour state and is largely recovered by passing the air through a condenser. The heat and water are transferred to their respective management system. Downstream of the pressure valves, the air turns the expander vane, and ventilates to the atmosphere.

## 2) AMS control issues:

From a control point of view, the objectives of AMS are concurrently to provide sufficient air flows, to achieve fast transient response for both mass flows and pressures, to protect stack and to reduce auxiliary electrical consumption.

The challenge for AMS modelling and control design is due to a non-linear behaviour attributed to the complex interaction of the fluid, thermal, electro-mechanical and mechanical mechanisms. So air management and control tasks have to take into account the non-linear, multivariable, coupled and disturbed character of the considered multiple-

line AMS. In this perspective, creating a physical dynamic model is an essential first step, not only for the understanding of AMS behaviour, but also for the controller design, which must remain simple for real-time implementation and tuning.

## 3) Experimental AMS definition:

Starting from the AMS description above, some choices have guided the definition of a test bench for the study of air supply system. For practical constraints, the expander vane has not been introduced. Moreover, it has been considered that phenomena of assumed low influence on the AMS pneumatic behaviour had not to increase the complexity of the bench. It is in particular the case for:

- Reformer hydrogen production and stack electrochemistry reacting processes, which are assumed to be instantaneous;
- “Air bleed” channel which has low performance requirements;
- Temperature and humidity effects, which are assumed to be perfectly controlled by the condensers.

So, the experimental air system is composed by two branches, where anode, cathode and reformer are replaced by pneumatic chambers and valves supposed to be qualitatively representative of dynamics (linked to volume filling) and pressure losses of real subsystems. The resulting test bench – not representative of the overall AMS but easily configurable – is a major support for validation of pneumatic models, actuators and sensors evaluation, system topology testing and control laws development

## III. AMS CONTROL-ORIENTED MODELLING

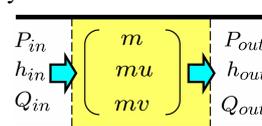
### A. Modelling approach

Modelling compressible fluid dynamics and inherent non-linearities of acoustic phenomena, is usually a domain for Computational Fluid Dynamics (CFD) simulations. However, control-oriented modelling requires a simplified analytical approach as an alternative to highly representative CFD models: the “lumped parameter” approach – analogous to mean-value modelling used for IC engines – can lead to satisfactory results for controller design and performance analysis (prediction of main dynamics and analysis of relevant controlled parameters at system level, e.g. [9]).

### B. Thermal pneumatic modelling

#### 1) Manifolds models:

The mass conservation is used to model dynamic behaviour of a perfect and compressible gas in each control volume (“yellow box”). The energy conservation is applied in order to account for the effect of pressure and temperature variations. The momentum conservation allows to model dynamic flow transmission and pressure losses. Euler Partial



Derivative Equations (PDE), deduced from the non-linear acoustic theory (e.g. [10]), are integrated along the manifold

length  $L$  to remove spatial dependence and to obtain elementary Ordinary Derivative Equations (ODE) model:

$$\frac{dm}{dt} = Q_{in} - Q_{out} \quad (1)$$

$$\frac{d(mu)}{dt} = Q_{in} \left( h_{in} + \frac{v_{in}^2}{2} \right) - Q_{out} \left( h_{out} + \frac{v_{out}^2}{2} \right) \quad (2)$$

$$\frac{d(mv)}{dt} = S_{in}(P_{in} + \rho_{in}v_{in}^2) - S_{out}(P_{out} + \rho_{out}v_{out}^2) \quad (3)$$

By working with constant section  $S$  and static pressures  $P$ , we can neglect macroscopic kinetic energy  $v^2/2$  and advected momentum  $\rho v^2$ . Thermo-fluid variables (internal energy  $mu$ , enthalpy  $h$  and momentum  $mv$ ) are replaced by available experimental variables (pressure  $P$ , temperature  $T$  and mass flow  $Q$ ) thanks to proper definitions:

$$mu = mC_V T = \frac{V}{\gamma - 1} P \quad (4)$$

$$h = C_P T = \frac{r\gamma}{\gamma - 1} T \quad (5)$$

$$mv = \frac{QV}{S} = QL \quad (6)$$

The resulting manifold model is given by:

$$\frac{dm}{dt} = Q_{in} - Q_{out} \quad (7)$$

$$\frac{dP_{out}}{dt} = \frac{r\gamma}{V} Q_{in} T_{in} - \gamma \frac{Q_{out} P_{out}}{m} \quad (8)$$

$$\frac{dQ_{out}}{dt} = \frac{S}{L} (P_{in} - P_{out}) \quad (9)$$

So, this ‘‘spatially lumped parameter’’ model consists in a capacitive effect – mass and internal energy balances (7) and (8) – which calculates masses and pressures; thus, temperatures are deduced owing to perfect gas law:  $T = PV/mr$ . At last, the inertial effect described by the momentum equation (9) will be taken into account by static flow connections (orifices, valves) models.

## 2) Flow connection models:

Modelling of pressure losses in reactors is based on an empirical model of static orifice:

$$Q_{an,ca,he,re} = K_{an,ca,he,re} \sqrt{(P_{in} - P_{out})} \quad (10)$$

$K_{an,ca,he,re}$  are empirical coefficients which are identified from experiments and gathered in a  $Q - P$  map.

For control valves, several technologies exist but the physical phenomena (isenthalpic expansion through an orifice with variable section) is common; it can be modelled by an algebraic relationship (Barré Saint-Venant law) which links mass flow to pressure ratio, with  $\sigma_{valv}$  the opening percentage:

$$Q_{valv} = K_{valv} \sigma_{valv} \left( \frac{P_{out}}{P_{in}} \right)^{\frac{1}{\gamma}} P_{in} \sqrt{1 - \left( \frac{P_{out}}{P_{in}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} \sqrt{\frac{2\gamma}{(\gamma-1)rT_{in}}} \quad (11)$$

For this study, a simplified behavioural law – deduced from static orifice model – is identified:

$$Q_{valv} = K_{valv}(\sigma_{valv}) \sqrt{(P_{in} - P_{out})} \quad (12)$$

$K_{valv}(\sigma_{valv})$  is a parameter linked to geometry of valve opening section (see Fig. 4):

$$K_{valv}(\sigma_{valv}) = K_{valv2} \sigma_{valv}^2 + K_{valv1} \sigma_{valv} \quad (13)$$

Both ‘‘Saint-Venant’’ and ‘‘simplified’’ laws give good correlations with experimental valve characterization (see Fig. 5). Considering the range of valves compression ratio in the considered application, the ‘‘simplified’’ one is chosen.

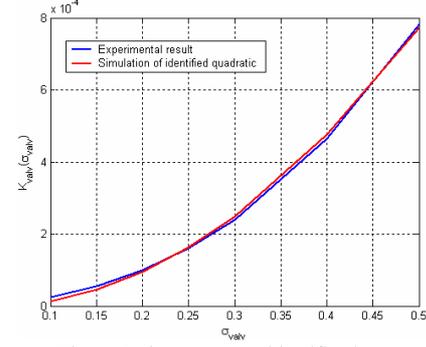


Fig. 4. Valve parameter identification

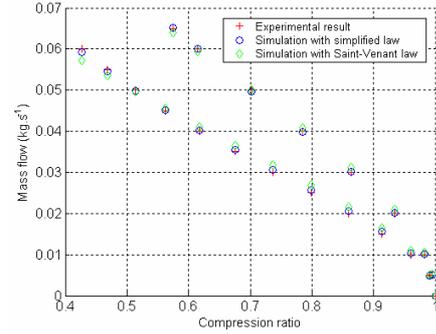


Fig. 5. Static valve flow maps for two different opening sections

At last, a specific dynamics for  $\sigma_{valv}$  is imposed by a valve positioning local regulation assumed to be described by a first order transfer function:

$$\frac{\sigma_{valv}}{\sigma_{valv,ref}} = \frac{1}{1 + a_{valv}s} \quad (14)$$

## 3) Compressor model:

For simulation, a fast-executing static compressor map, which provides experimental air mass flow in function of rotational speed and compression ratio is used (see Fig. 6).

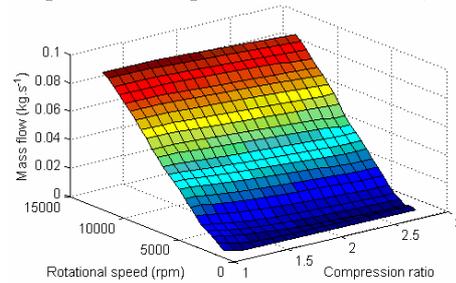


Fig. 6. Static compressor flow map

Thanks to identification of appropriate transfer gains, the relation between mass flow, compression ratio and rotational speed can be characterized by a linear equation:

$$Q_{comp} = K_{C1} \omega_{comp} + K_{C2} \frac{P_{out}}{P_{atmo}} \quad (15)$$

with  $(K_{C1}, K_{C2})$  the compressor parameters assumed to be constant, and  $P_{atmo}$  the inlet environment condition. This approximation is available for standard operating conditions (rotational speeds greater than 1000 rpm), not for start-up.

At last, a specific dynamics for  $\omega_{comp}$  is imposed by a rotational speed local regulation assumed to be described by a second order transfer function:

$$\frac{\omega_{comp}}{\omega_{comp,ref}} = \frac{1}{1 + a_{comp}s + b_{comp}s^2} \quad (16)$$

### C. Reduced AMS model

#### 1) Non-linear reference model:

This section describes the different steps leading to a reduced state-space model, suited for control design. So as to study the dynamics of the dominant physical phenomena, the influence of actuators and the coupled behaviours of mass flows and pressures, a reference non-linear model – which captures compressor, valves and volumes filling dynamics in an interconnected set of submodels (see Fig. 6) – has been implemented in a *MATLAB/Simulink* simulation software, considering the following assumptions:

- Pneumatic phenomena in main components (supply manifold, reformer, anode, heat exchanger, cathode) are represented by lumped parameter models described above.
- Orifice models characterizing pressure losses of reactors are inserted between pneumatic capacities. Other flow connections are provided by control valves models.
- Outlet compressor temperature is dealt as a parameter rather than a state variable of the model: This temperature is supposed to remain constant for each operating point thanks to a perfect cooling system.

Functionally, air mass flows through the system are regulated by compressor rotational speed and by flow control valve opening; pressures in anode and cathode are regulated by pressure control valves openings.

#### 2) State-space equations:

The transient pneumatic phenomena captured in the control-oriented model are mathematically described by the following state-space variables:

- The two pneumatic states deduced from equations (7) and (8) are considered for each pneumatic chamber, which leads to ten pneumatic states;
- Considering actuators dynamics, rotational speed  $\omega_{comp}$ , its derivative  $\dot{\omega}_{comp}$ , and valves openings  $\sigma_{valv}$  are additional state variables governed by the transfer functions (14) and (16), which lead to five additional state variables.

System outputs are given by actuators static laws (12) and (15) for mass flows, directly by state variables for pressures. Considering the system volume  $V$  and the temperature  $T_{comp}$  as parameters, the pressures  $P_{atmo}$  and  $P_{turb}$  as disturbances (assumed to be constant during system operation), we obtain a non-linear process model with 15 states, 4 control inputs and 4 outputs:

$$X_{proc} = \begin{pmatrix} m_{sm}, m_{he}, m_{ca}, m_{re}, m_{an} \\ P_{sm}, P_{he}, P_{ca}, P_{re}, P_{an} \\ \omega_{comp}, \dot{\omega}_{comp} \\ \sigma_{valv_{Qca}}, \sigma_{valv_{Pca}}, \sigma_{valv_{Pan}} \end{pmatrix} U_{proc} = \begin{pmatrix} \omega_{comp_{ref}} \\ \sigma_{valv_{Qca_{ref}}} \\ \sigma_{valv_{Pca_{ref}}} \\ \sigma_{valv_{Pan_{ref}}} \end{pmatrix} Y_{proc} = \begin{pmatrix} Q_{comp} \\ Q_{ca} \\ P_{ca} \\ \Delta P \end{pmatrix}$$

#### 3) Model scaling:

Modelling the AMS means dealing with numbers that span a large set of values (from 0.001 kg/s to 350 000 Pa), thus leading to numerical instability when designing and simulating control laws. A systematic method known as *scaling* (e.g. [11]) is applied to make controller design numerically simpler and more accurate. For the purpose of clarity, variables will be presented with physical units.

#### 4) Linearization:

A classical approach is followed to obtain a local linearization and the MIMO process model is arranged into state-space form:

$$\dot{X}_{proc} = A_{proc}X_{proc} + B_{proc}U_{proc} \quad (17)$$

$$Y_{proc} = C_{proc}X_{proc} \quad (18)$$

An operating point  $(X_0; U_0)$  of the system is deduced from the target  $Y_0$ , itself defined by the couple  $(Q_0; P_0)$  in each AMS branch: This reference is imposed by the following of pre-determined profiles designed to optimize the global FCPP efficiency (see Fig. 3).

#### 5) Linear sensors model:

Considering the relevant dynamics in AMS real system, sensors dynamics can't be neglected in this control-oriented approach. If pressure sensors can be supposed to have instantaneous responses, flowmeters present significant time constants (up to 3 seconds for the accurate thermal mass flowmeter used at compressor inlet).

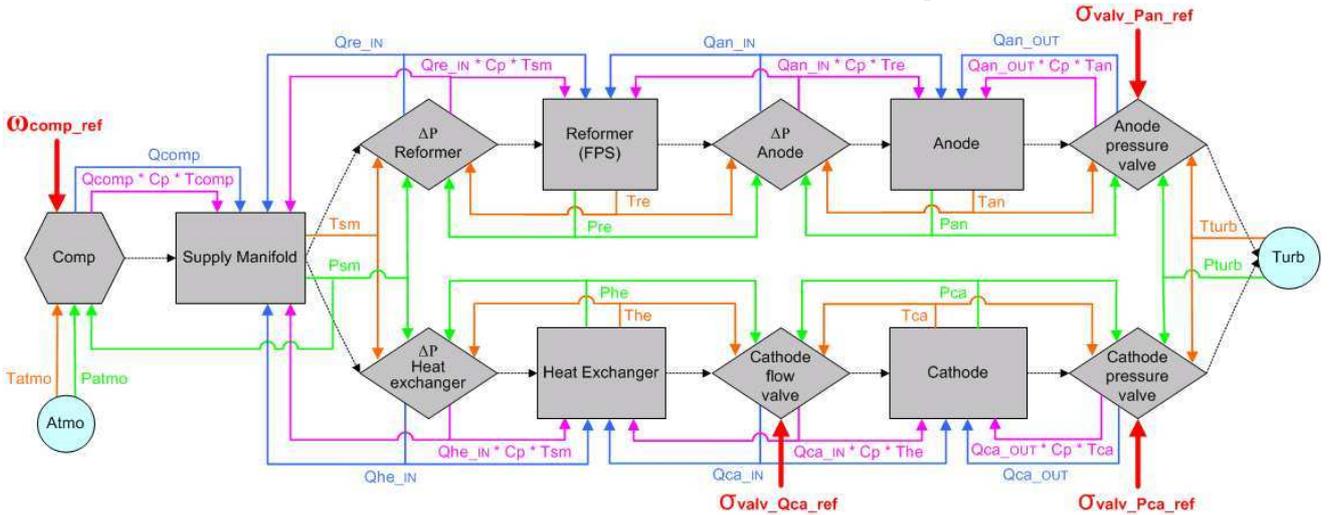


Fig. 6. Structure and variables of the AMS reference model:

rectangular blocks for pneumatic chambers, rhombus for flow connections (valves, pressure losses), hexagon for compressor, circles for environment conditions.

So, an additional 2-state linear sensor model is integrated in the global system model:

$$\dot{X}_{sens} = A_{sens}X_{sens} + B_{sens}Y_{proc} \quad (19)$$

$$Y_{meas} = C_{sens}X_{sens} \quad (20)$$

The resulting AMS linear model to be controlled incorporates 17 states, with  $X_{proc}$  the states linked to the process and  $X_{sens}$  the states linked to the sensors:

$$X_{syst} = \begin{pmatrix} X_{proc} \\ X_{sens} \end{pmatrix}$$

### 6) Linear AMS model validation:

In the following, the linear model considered for analysis and design describes the behaviour around a selected operating point:  $Q_{comp}^0 = 0.040 \text{ kg.s}^{-1}$ ,  $Q_{ca}^0 = 0.031 \text{ kg.s}^{-1}$ ,  $P_{ca}^0 = 1.24e^5 \text{ Pa}$ ,  $\Delta P^0 = 30 \text{ mbar}$ .

It is validated by comparison to non-linear model and to experimental results. The validation process consists of successive steps – rising then falling – on both “compressor rotational speed” and “valve opening” inputs to reproduce changes of system operating point (see Fig. 7).

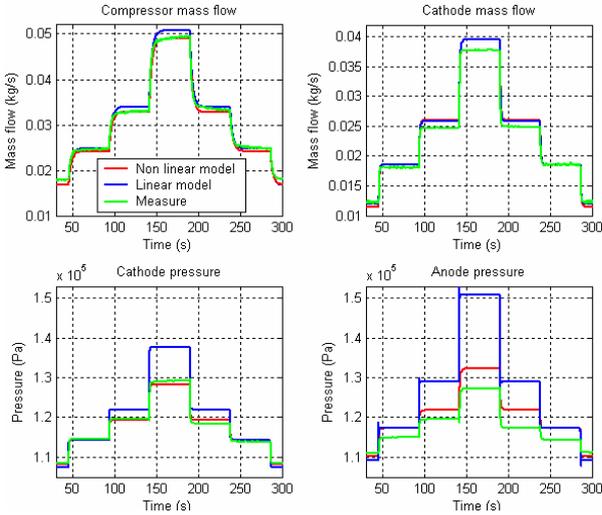


Fig. 7. Comparison of linear and non-linear models to measures

We can observe equivalent outputs dynamics, and sensible errors on steady-state values for the linear model, due to static gains dispersion when operation point is modified.

It is demonstrated that a reduced but physically based model can still predict the system response correctly, by capturing the appropriate dynamics. This model can be used to demonstrate performances of MIMO control strategies.

### 7) Linear AMS model analysis:

As mentioned before, the quantities to be controlled in the AMS are the air mass flows through both anodic and cathodic lines, and concurrently the pressures in the air path. For each operating point variation, both flows and pressures are affected; since flow and pressure are strongly coupled quantities, changing the compressor speed – likewise changing a valve opening – modifies flows and pressures together. In our specific case, these couplings can even appear between anodic and cathodic lines.

In this context, analysis of the static and dynamic characteristics of the local AMS model (see Fig. 8) owing to the choice of the operating point (e.g. [11]) and to the parameters sensitivity let us conclude:

- Controllability and observability of the state vector are verified for each operating point;
- The lower is the operating pressure, the faster is the model dynamics; so, the design of a single control structure should be considered for a “high pressure” configuration (i.e. a worst case configuration);
- As expected, the parameter  $V$  has a great influence on the pneumatic eigenvalues, so an important AMS volume would penalize the dynamic responses of the system (independently to actuators performances).

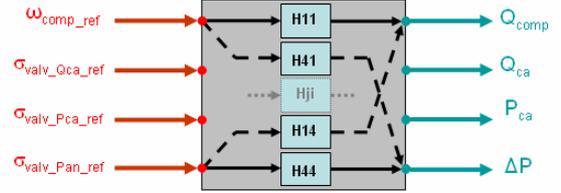


Fig. 8. Direct Hii and indirect Hji transfers in the AMS MIMO model  
Analysis of the various static gains of the transfer functions from each physical couple lets us reinforce the choice of the ordering of the input and output vectors of the control design model (see Fig. 9). This figure highlights clearly the strong interactions in the system.

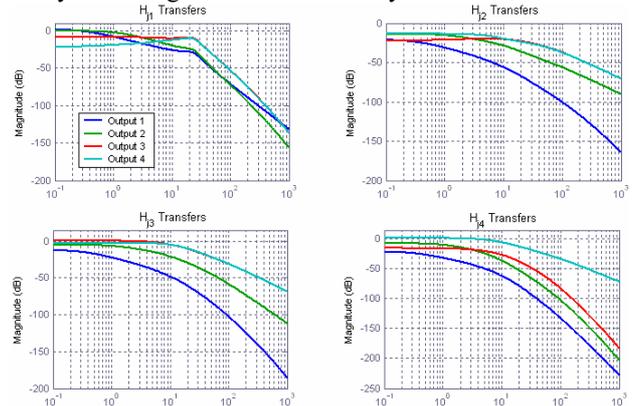


Fig. 9. Transfer functions for each input of the local model

The figure 10 lets us understand that changes in the operating point (increasing %Pmax, see Fig. 3) will induce great modification of the characteristics of the local  $H_{22}$  transfer function corresponding to action of the input cathode valve on the cathode flow. Gains of  $H_{33}$  and  $H_{44}$  transfer functions – linked to pressures – are not negligible too.

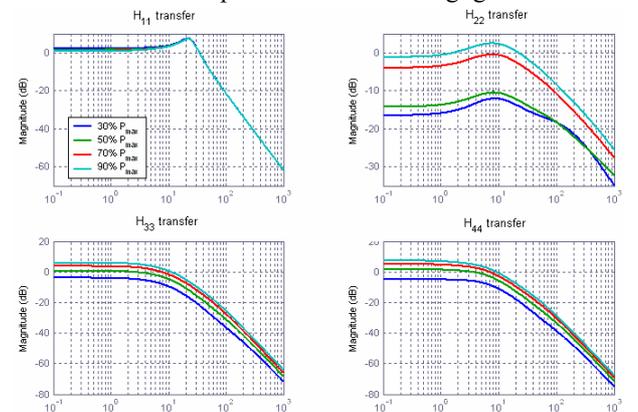


Fig. 10. Gains of direct transfers for 4 different operating points

## IV. CONTROL

### A. Control problem

Considering the non-linear and highly coupled air system, the current section will demonstrate how MIMO controller (despite more complex control design and implementation) provides best dynamic response as well as best efficiency across all possible operating conditions, while independent PI controllers (despite advantage of simpler design) interfere with each other, providing poor dynamic response and/or overshoots. The result of this section is to propose a multivariable control strategy, which ensures stability, decoupling and desired dynamic performances. The originality of the control law presented below consists of a structure that prevents the AMS performances from being penalized by flowmeters response times.

### B. Model-based control design

#### 1) Multivariable controller synthesis:

Considering the MIMO control-oriented AMS model presented above – with physical process and sensor linear models – a classical state-space approach for control law design can be followed. In order to assure static errors to be zero, four additional state variables – outputs of integrators excited by the errors between set-points and sensor outputs – are introduced, and an optimal LQ regulator is designed. It consists in a state feedback with observer using the system, sensor and integrator state variables (see Fig. 11).

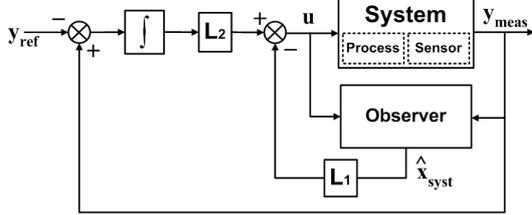


Fig. 11. Scheme of conventional multivariable state feedback

The resulting command is given by:  $U = L_2 Q - L_1 \hat{X}_{sys}$  with  $Q = \int (Y_{ref} - Y_{meas})$ . As integral actions directly deal with sensors outputs in this control configuration, performances are greatly penalized by sensors dynamics.

#### 2) Control law implementation:

To prevent this drawback and obtain good dynamic performances, the control law is designed following the same LQ approach, but neglecting the sensors dynamics and introducing additional state variables – output of integrators excited by the errors between set points and process outputs.

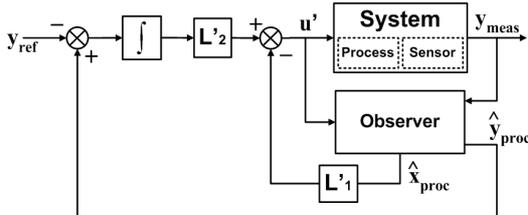


Fig. 12. Scheme of implemented multivariable state feedback  
Thus, the state feedback is implemented using estimated

values of the system thanks to an observer, which has to reconstruct state variables of the process  $\hat{X}_{proc}$  and its outputs  $\hat{Y}_{proc}$  to create integral variables (see Fig. 12). This structure allows  $\hat{Y}_{proc}$  converging to set-points. Because of our trust in sensors DC gains, it will be the case for  $Y_{proc}$  and  $\hat{Y}_{proc}$  if  $Y_{meas}$  and  $\hat{Y}_{meas}$  have the same steady-state behaviour. To assure this convergence of measures, system outputs and estimated outputs to set-points values despite system modelling errors, the observer is designed from a state model composed of system and sensors variables, but also constant bias state variables  $b$  disturbing each output.

$$\begin{cases} \dot{X}_{proc} = A_{proc}X_{proc} + B_{proc}U_{proc} & (22) \end{cases}$$

$$Y_{proc} = C_{proc}X_{proc} + b \quad (23)$$

$$\begin{cases} \dot{X}_{sens} = A_{sens}X_{sens} + B_{sens}(C_{proc}X_{proc} + b) & (24) \end{cases}$$

$$Y_{meas} = C_{sens}X_{sens} \quad (25)$$

$$\begin{cases} \dot{b} = 0 & (26) \end{cases}$$

Starting from this new global model, an observer is designed with the estimation gain  $K = (K_p; K_b; K_s)$ :

$$\begin{cases} \dot{\hat{X}}_{proc} = A_{proc}\hat{X}_{proc} + B_{proc}U_{proc} + K_p(Y_{meas} - C_{sens}\hat{X}_{sens}) & (27) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{\hat{X}}_{sens} = B_{sens}\hat{Y}_{proc} + (A_{sens} - K_s C_{sens})\hat{X}_{sens} + K_s Y_{meas} & (28) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{\hat{b}} = K_b(Y_{meas} - C_{sens}\hat{X}_{sens}) & (29) \end{cases}$$

And finally, the command is given by:  $U' = L_2' Q' - L_1' \hat{X}_{proc}$  with  $Q' = \int (Y_{ref} - \hat{Y}_{proc})$ .

### C. Performances comparison

Tuning of the parameters of the various control laws has been done in order to respect the following constraints:

- maximal flows and pressures rise times: 5 seconds;
- maximal dynamic errors: 5% for flows, 10% for pressures;
- stack protection constraints, by limiting anode/cathode differential pressure to 300 mbar, and favouring objectives dealing with flows to respect stoichiometry constraints.

Performances of the previous MIMO control law are compared to monovariable control strategy consisting of PI controllers designed from a loop-by-loop approach (see Fig. 13), on the basis of the damping of step responses, and of the deviation of the other coupled variables.

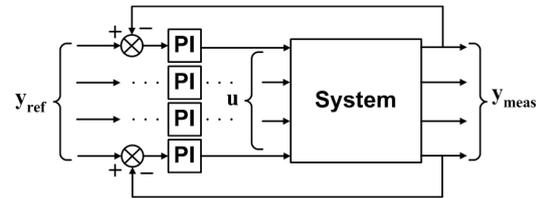


Fig. 13. Scheme of monovariable control law

Simulation for simultaneous steps on references (see Fig. 14), shows that dynamic performances are respected for both strategies; however, the multivariable one is more efficient from our point of view. On the one hand, it does not induce unwished overshoots on falling mass flows steps (“bad” for stoichiometry), on the other hand the differential pressure is regulated in a better way (“good” for membrane protection).

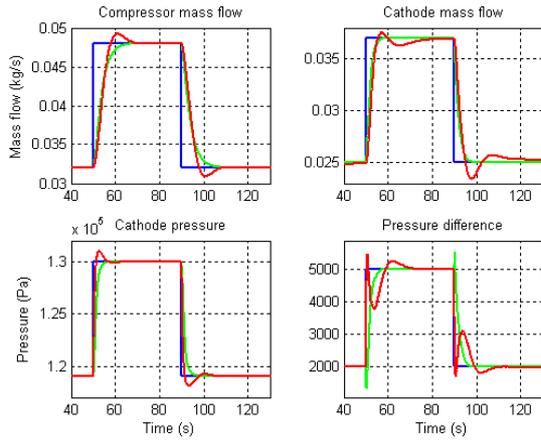


Fig. 14. Simulations with coupled reference inputs

Finally, by intrinsically considering couplings, the MIMO control law provides stability and precision, but also smooth control levels (so reduced actuators solicitation, see Fig. 14).

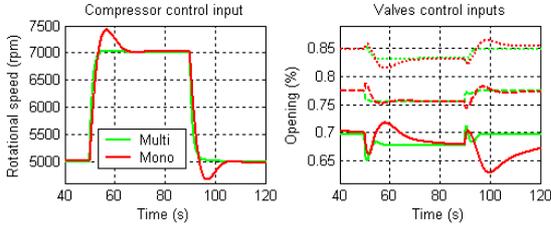


Fig. 14. Comparison of simulated actuators control inputs

## V. EXPERIMENTAL RESULTS

As expected from the simulation tests, both control laws give similar time responses and multivariable strategy improves transient responses by anticipating and optimizing control inputs. Even if monovaryable control law can be enhanced by feed-forward, multivariable point of view allows improving LQ control in an easier way, in particular to deal with worst coupling effects. Progressive pressures and mass flows establishment (without overshoot) provides optimal stack operation and efficiency, guarantees minimal mechanical stress, and reduces electrical consumption.

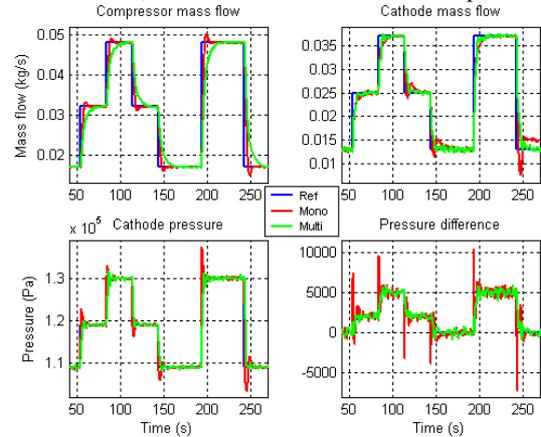


Fig. 15. Experimental results (outputs) with coupled inputs

These experimental tests let us validate the different aspects of this study: construction of a simplified but representative model and design of a suitable control law.

Future works will be concerned by robustness analysis to verify that multivariable control law can ensure stability and performances despite the uncertainties on the model and the operating point variation. Moreover, model order reduction is to be investigated in the context of vehicle integration.

## VI. CONCLUSION

The complexity of the air system, and the induced control development, increase drastically in fuel reforming FCV, due to the number of internal states and variables to control. So, in a control engineering approach, the contributions of this study can be summarized by the following statements:

- development of a systematic model-based methodology for air system control design, with emphasis on compromise between modelling simplicity for computational efficiency and modelling fidelity by capturing essential dynamics;
- design of robust multivariable controller with consideration of pneumatic and structural couplings on the one hand, of penalizing sensors dynamics on the other hand;
- evaluation of the trade-off between system configuration, operating conditions, controller efficiency and system dynamic response;
- characterization of sensors and actuators set required to achieve suitable automotive control.

## REFERENCES

- [1] "Modeling and Control for PEM Fuel Cell Stack System". J.T. Pukrushpan, A.G. Stefanopoulou, H. Peng. *IEEE Proceedings of American Control Conference*. 2002.
- [2] "Advanced Fuel Cell System control through state space modeling". F. Grasser, A. Rufer. *IEEE Proceedings of ACC*. 2002.
- [3] "Control of Fuel Cell breathing". J.T. Pukrushpan, A.G. Stefanopoulou, H. Peng. *IEEE Control Systems Magazine*. 2004.
- [4] "Control of Fuel Cell Air Supply Module". J. Reuter, U.J. Beister, N. Liu, A. Hutchenreuther. *SAE International Congress*. 2004.
- [5] "Dynamics of Low-Pressure and High-Pressure Fuel Cell Air Supply Systems". S. Gelfi, A.G. Stefanopoulou, J.T. Pukrushpan, H. Peng. *IEEE Proceedings of American Control Conference*. 2003.
- [6] "Optimizing air supply control of a PEM Fuel Cell system". P. Rodatz, G. Paganelli, L. Guzzela. *IEEE Proceedings of the American Control Conference*. 2003.
- [7] "Simulation and analysis of transient Fuel Cell System performance based on a dynamic reactant flow model". J.T. Pukrushpan, A.G. Stefanopoulou, H. Peng. *ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition*. 2002.
- [8] "Analysis, modelling, and validation for the thermal dynamics of a PEM Fuel Cell System". E.A. Müller, A.G. Stefanopoulou. *The Third International Conference on Fuel Cell Science, Engineering and Technology*. 2005.
- [9] "Control-oriented modeling and analysis of Air Supply System for fuel reforming Fuel Cell Vehicle". N. Romani, E. Godoy, D. Beauvois, V. Le Lay. *The First European Fuel Cell Technology and Applications Conference, ASME*. 2005.
- [10] "Elements of Gas Dynamics". H. W. Liepmann, A. Roshko. John Wiley & Sons. 1957.
- [11] "Multivariable Feedback Control: Analysis & Design". S. Skogestad, I. Postlethwaite. John Wiley & Sons. 1996.
- [12] "Control-oriented modeling and analysis for automotive Fuel Cell systems". J.T. Pukrushpan, H. Peng, A.G. Stefanopoulou. *Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*. 2004.

# The Open-loop Control for the Start-up of a Double Resonance Converter Using a Hybrid Systems Approach

Marius Zainea, Emmanuel Godoy, Jean Buisson, Hervé Cormerais, Hervé Guéguen

**Abstract**—In the power converters area there is a growing interest in applying hybrid systems techniques for modeling, analysis and control. This paper proposes the open-loop control for the start-up of a double resonance converter using an off-line nonlinear constrained optimization, where the evaluation of the cost function is obtained via simulation. In this way, difficulties related to the complexity of the system are tackled due to the exhaustive behavior modeling.

## I. INTRODUCTION

RADIOLOGICAL medical imaging generally requires the use of very high voltages associated with strong powers, for example for the power supply of the X-ray tubes. Associated to these needs it is necessary to add strong constraints in terms of the dynamic performances required by the power systems supply. One solution for this kind of application is to use resonant converters (fig.1). For such systems, the steady state implies a periodic behavior of the internal variables, with the operating point, required by the specific medical application, being related to the oscillating frequency.

A problem arising from the control of this kind of generator is the launching phase starting from zero initial conditions in order to obtain an internal behavior characterized by a centered periodic mode. The used technique is to carry out a starting control sequence in open loop by using a limited number of preset values of the control signal and then to switch to closed loop control (state feedback). However, the calculation of the values of open loop starting cycles is difficult, the constraint being to obtain at the commutation time between open loop and closed loop a certain dynamic behavior for  $I_{Lr}$  and  $V_r$ . I.e., it is best to have a centered, almost periodic behavior for  $I_{Lr}$  and to have an imposed slope for  $V_r$  such that at the end of the start-up the corresponding value is closed to the desired initial point of the closed loop trajectory.

Power converters, like the double resonant converter, represent a class of systems where discrete and continuous phenomena coexist. Therefore, for this type of systems, there

is a growing interest to apply hybrid system techniques in modeling, analysis and control. Considering the start-up sequence problem, one can formulate it as an optimization problem, hybrid optimal control being a very fertile field in the last years, e.g. [3], [6], [7] and [9] to name only a few. However, these formal methods are difficult to use when dealing with complex systems like the double resonance converter. Besides the dimensional complexity, the fact that autonomous transitions could occur, due to the presence of diodes, it makes the start-up sequence a priori unknown and it induces also a variation in the dimension of the dynamics equation, reasons for which the problem becomes even stiffer. More, formal translation of constraints that come from practical issues is not straightforward.

The main objective of this paper is to propose a solution that overcomes these difficulties using an off-line nonlinear constrained optimization, where the evaluation of the cost function is obtained via simulation. The simulation model, proposed in [10], is obtained in the event tracking framework [8] from the hybrid automata equivalent model for the system. The advantage is that, in order to take into consideration the set of constraints, only the control block has to be adapted to the start-up problem.

Section II recalls the definition of a hybrid automaton and of the formulation of its trajectory. The models for the double resonance converter switches are also introduced. In section III, the method for the determination of the open loop control sequence is presented. First, the constraints are stated and then the objective function construction is explained. Section IV starts with an overview of the simulation model, where the main blocks functionalities are explained. Next, the control block implementation is discussed in detail. In section V, the results are analyzed and the paper finishes with conclusions.

## II. THE HYBRID AUTOMATA MODELING OF THE PROCESS

One of the most widely used frameworks in the hybrid systems area is that of hybrid automata. In [2], for linear physical systems with ideal switches, it has been shown how to formally determine the hybrid automata model. Due to the existence of this model, based on the trajectory formulation, in section IV the simulation of the double resonance can be formalized.

Manuscript received February 10, 2006.

Marius Zainea, Jean Buisson, Hervé Cormerais and Hervé Guéguen are with Supélec-IETR, Hybrid Systems Control Group, Avenue de la Boulaie, BP 81127, F35511, Cesson-Sévigné Cedex, France. (e-mail: marius.zainea@supelec.fr)

Emmanuel Godoy is with Supélec, Departement of Automatic Control, 3, rue Joliot-Curie, F91192, Gif-sur-Yvette Cedex, France.

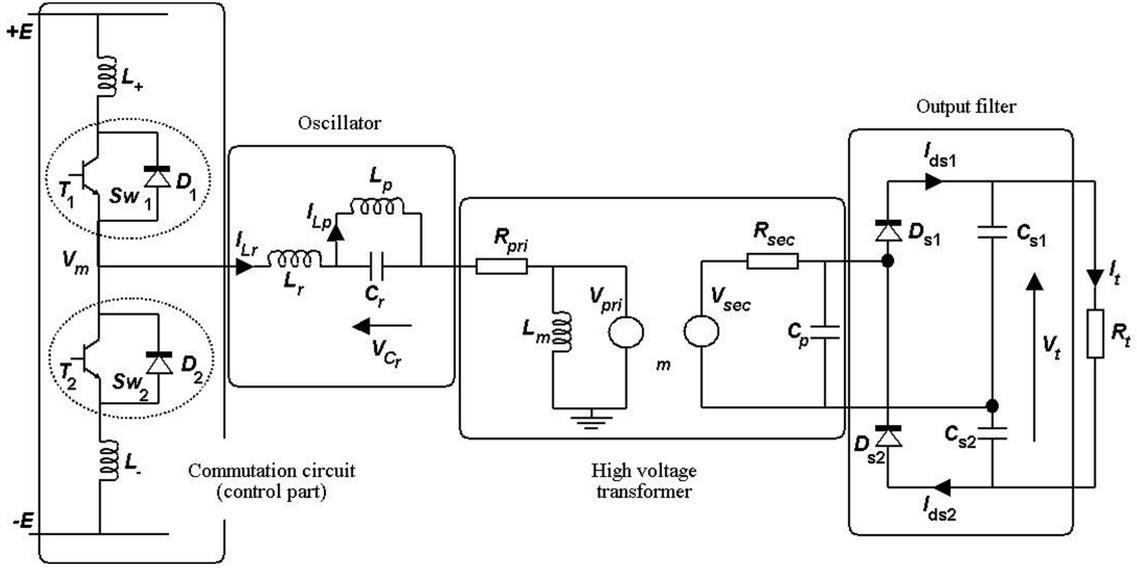


Fig.1 The power supply of an X-ray tube using a double resonance converter, with four distinctive parts delimited.

#### A. Hybrid Automata Definition

Hybrid automata can be seen as finite automata enriched with a finite set of real valued variables. A hybrid automaton [1,8] is given by  $H = (Q, X, B, \Sigma, A, Inv, Act, q_0, x_0)$ , where:

- $Q$  is the set of locations including the initial location,  $q_0$ ;
- $X \subset \mathcal{R}^n$  is the continuous-state space and  $x_0$  is the initial continuous state;
- $B$  is the set of boolean inputs to the system;
- $\Sigma$  is the set of events;
- $A$  is the set of transitions given by the 5-uple  $(q, guard, \sigma, Jump, q')$ , where  $q$  and  $q'$  represent the upstream and the downstream locations of the transition respectively,  $guard$  is a condition given in terms of the continuous state vector and of boolean input,  $\sigma$  is an event, and  $Jump$  is a function that resets some of the variables to new values when the transition is taken;
- $Inv$  is the invariant set, which assigns a domain of the continuous-state space to each location;
- $Act$  assigns to each location a flow field, which is usually given in terms of a differential equation but can also take imperative or less explicit forms, such as differential inclusions.

**Remark.** A set of continuous time inputs can be added as an attribute of the hybrid automaton, but due to the fact that in the case of the double resonance converter the vector of power input,  $u$ , is constant, it can be considered in this case as a parameter.

A run of a hybrid automaton is completely described by the succession of triplets  $(q_i, \delta_i, X_i)$ , where  $q_i$  represents the active location,  $\delta_i$  is the duration while the location is

active, and  $X_i$  represents the continuous state trajectory while  $q_i$  is active. Consider now that the representation of the activity set is given as time invariant differential equations, as it is the case for the double resonance converter. Then, to ensure that the trajectory is consistent with the hybrid automata model the following conditions have to be satisfied:

$$\begin{aligned}
 & \forall t \in [0, \delta_i] \quad X_i(t) \in Inv(q_i); \\
 & \forall i, \exists (q_i, guard, \sigma, Jump, q_{i+1}) \in A \\
 & \quad \text{where: } X_i(\delta_i) \in guard \\
 & \quad b(\delta_i) \in guard, b \in B \\
 & \quad X_{i+1}(0) = Jump(X_i(\delta_i))
 \end{aligned} \tag{1}$$

#### B. Model for Switches

The control law in the case of power converters is associated to the closing or the opening of switches. Otherwise, the switches involved in control must admit external signals that decide on their discrete state. Thus, an explicit model for the commutating elements is needed.

In this paper, the switches are considered as ideal, i.e. they have two discrete states (opened and closed) and the commutation between them is instantaneous. Also, the switches are considered as physical circuit elements, i.e. a switch is a dipole characterized by continuous time variables as the voltage and the current. The continuous time variables and discrete states of the switch are not totally independent. Thus, when the switch is closed the voltage drop is zero, while when the switch is opened the current is zero. Then, the voltage for the closed switches and the current for the opened switches are considered to be the switches constraint

variables. In opposition to the switches constraint variables, the current for closed switches and the voltage for the opened switches are referred to as the free variables of the switches. The vector of all free variables of the switches is denoted by  $T_o$ . Also, from an energy point of view, the ideality assumption implies that switches don't store and don't dissipate power, except at commutation time, when, depending on the value of the continuous state of the system, instant energy dissipation may be possible [2].

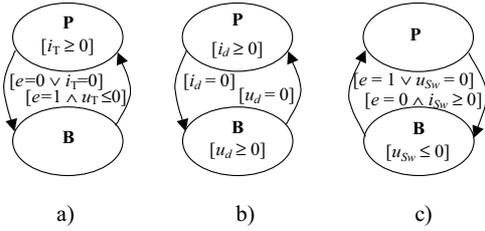


Fig. 2 Automata like models for the switches used for the double resonance converter, where **P** stands for passing (closed) and **B** stands for blocking (opened). The automaton a) represents the model for the  $T_1$  and  $T_2$  switches, the automaton b) represents the diodes model, and automaton c) represents the model for the  $S_{w1}$  and  $S_{w2}$  unions of switches.

To have a full description of the switches, commutation models have to be introduced. Therefore, consider the widely used commutation models for the IGBT (fig.2a) and for the diode (fig.2b). Also, from these two models, one can deduce a model for the anti-parallel association of the two (fig.2c). Considering the fact that switches are zero power elements, the sign convention can be chosen arbitrarily. And for the models presented in fig. 2, the generator sign convention has been chosen. It can be observed that between the models presented in fig. 2 and the hybrid automata there are several similarities, like the presence of invariant and *guard* conditions. Moreover, the invariant and *guard* conditions depend on the free variables of the switches, conditions that, when analyzing the system as a whole, can be related to the continuous state vector.

### III. THE OPEN LOOP CONTROL FORMULATION FOR THE START-UP SEQUENCE

#### A. Control Strategy Presentation

The control strategy is influenced by the constraints imposed on the behavior of the system given in fig.1. Therefore, the constraints must be stated first:

- 1) The switches  $T_1$  and  $T_2$  cannot be passing at the same time instant, because such a configuration creates an almost short-circuit on the voltage source.
- 2) When one of the switches  $T_1$  and  $T_2$  becomes passing, it can no longer be blocked by an external control. This constraint assures a continuous state behavior for the system.
- 3) The switches  $T_1$  and  $T_2$  alternate their passing discrete

state. Thereby, after the closing of  $T_1$ , the next allowed control is the closing of  $T_2$  and, conversely, after the closing of  $T_2$  the next allowable control is the closing of  $T_1$ .

4) The switch  $T_1$ , and, respectively, the switch  $T_2$ , is not allowed to be passing immediately after the blocking of the diode  $D_1$  and, respectively, of the diode  $D_2$ . Thus, if the  $D_1$  diode, or, respectively, the  $D_2$  diode, becomes passing then  $e_1$ , or, respectively,  $e_2$ , is forced to zero.

5) An eventual closing command has to be ignored for the  $T_1$  switch or, respectively, for the  $T_2$  switch, when the  $D_1$  diode, or, respectively, the  $D_2$  diode, is passing.

Once the set of constraints established, a simple control law for the double resonance converter is to use the time delay between the blocking of the switch  $T_1$  and, respectively, the blocking of the switch  $T_2$ , and the closing of the switch  $T_2$ , and, respectively, the closing of the switch  $T_1$ . As shown in fig. 3, using that  $I_{Lr} = I_{S_{w1}} + I_{S_{w2}}$  and the constraints, the control  $t_d$  can be directly computed from the  $I_{Lr}$  evolution.

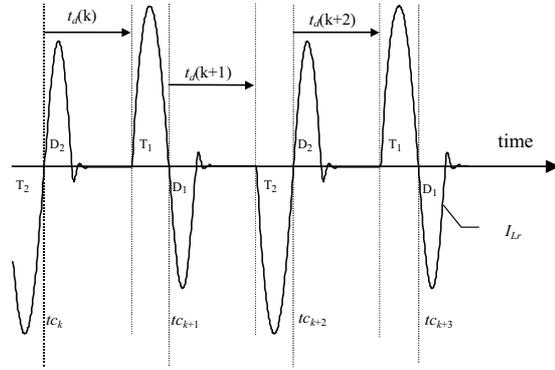


Fig.3 Time delay ( $t_d$ ) control for the double resonance converter.  $t_d$  is defined as the time interval between the blocking of either  $T_1$  or  $T_2 - t_c$  – and the closing of either  $T_2$  or  $T_1$ .

For this type of double resonance converter a QFT closed loop control strategy using the time delay control has been implemented for tracking control [4]. When implementing such a control strategy, the problem encountered is that of initial conditions. More precise, at start-up, the mean output voltage ( $V_o$ ) derivative has to be 100kV/ms, while the current  $I_{Lr}$  has to be as symmetric as possible. First, the choice for the output voltage derivative is made for performance reasons and, also, to achieve the good initial conditions for the closed loop control. Second, the symmetry of the  $I_{Lr}$  current is also required for initial steady state reasons, as the closed loop tracking control ends in a cyclic behavior. Moreover, due to the fact that the control is synchronized with the zero crossing of  $I_{Lr}$ , losing the symmetry could have catastrophic consequences. The proposed solution for achieving these two objectives is an open loop control that brings the system to the desired behavior.

For reasons of stability and robustness, the length of the

open-loop start-up sequence has to be limited, here the chosen number of controls for each IGBT being equal to three. Thus, the control sequence is constituted by six time delays,  $T_d = (t_d(1) \dots t_d(6))^T$ . Each time delay is lower bounded to  $10^{-7}$ s and upper bounded to  $10^{-5}$ s.

Due to the complexity of the system and, also, to the constraints set, in order to determine the start-up sequence, an off-line constrained nonlinear optimization is implemented. The optimization objective formulation is detailed in the next subsection. Its computation consists in a simulation step where the  $T_d$  value determined at the previous iteration is an input for the simulation model. The simulation output data is represented by the evolution of variables involved in the optimization objective computation.

### B. Optimization Objective

As stated in the previous section, the objectives of the optimization process are related to the tube resistance voltage slope and to the  $I_{Lr}$  current. From the double resonance converter circuit, one can deduce the expressions for  $V_t$  and its derivative:

$$\begin{aligned} V_t &= V_{Cs1} + V_{Cs2} \Rightarrow \\ \dot{V}_t &= \dot{V}_{Cs1} + \dot{V}_{Cs2} \\ &= I_{Cs1}/C_{s1} + I_{Cs2}/C_{s2} \\ &= I_{Ds1}/C_{s1} + I_{Ds2}/C_{s2} - I_t(1/C_{s1} + 1/C_{s2}) \end{aligned} \quad (2)$$

At start up, the tube current ( $I_t$ ) can be neglected with respect to either  $I_{Ds1}$  or  $I_{Ds2}$ . In the same time, this approximation reduces the influence of the tube resistance on the optimization process, knowing that the tube resistance is a function of the body zone to be X-rayed. Thus, the mean slope for  $V_t$  in the start-up process, denoted with  $\bar{V}_t$ , is then given by:

$$\bar{V}_t = \frac{1}{C_{s1}t_f} \int_0^{t_f} I_{Ds1} dt + \frac{1}{C_{s2}t_f} \int_0^{t_f} I_{Ds2} dt, \quad (3)$$

where  $t_f$  represents the duration of the start-up process.

Due to the conservatism introduced by the set of constraints, one simple way to ensure the symmetry of the  $I_{Lr}$  current is to minimize its absolute mean value:

$$|\bar{I}_{Lr}| = \frac{1}{t_f} \left| \int_0^{t_f} I_{Lr} dt \right| \quad (4)$$

From (3) and (4), the optimization criterion can be formulated as it is shown by (5):

$$L = \left| \dot{V}_t^0 - \bar{V}_t \right| + \left| \bar{I}_{Lr} \right|, \quad (5)$$

where  $\dot{V}_t^0 = 10^8$  V/s represents the desired level for the slope.

## IV. SIMULATION MODEL

### A. General Description

The open loop control approach is based on a complex simulation model (fig. 4), proposed in [10], the simulation being done in the event tracking framework. The simulation model consists of four main functional blocks: the *Dynamics* block, the *Invariant condition* block, the *Automaton* block, and the *Control* block. In [10], the emphasis was set on the first three blocks, in a context where the simulation and the control have been decoupled, such that the modeling process is independent on the control law. Further on, the main features of the first three blocks are recalled.

#### 1) The “Dynamics” block

The *Dynamics* block is responsible for the computation of the continuous time variables, i.e. the continuous state vector, denoted by  $x_r$ , and the vector of free variables associated to the switches. Based on energy considerations, the continuous state space dimension can be chosen equal to the number of storage elements in the system

To each location, one can associate a generic block that simulates the evolution of continuous time variables, only the block corresponding to the active location, designated by *loc*, being enabled in the current simulation step. As  $T_o$  depends upon the active block, and in turn *loc* is a function of  $T_o$ , then an algebraic loop is formed. To break this algebraic loop, the solution chosen is to delay with one step the transmission of the *loc* variable and, also, to conserve the synchronism, the feedback of the continuous state vector is delayed by one step.

Additionally, the real time (*clock*) is computed, the simulation time being biased due to the introduction of the memory blocks. Based on the computation of the real time, the data is off-line preprocessed to eliminate the “fake” values corresponding to the additional steps.

#### 2) The “Automaton” and “Invariant condition” blocks

The *Automaton* and *Invariant condition* blocks deal with the discrete state dynamics. More, the two blocks have to insure that the conditions imposed by (1) to the discrete state evolutions are satisfied.

In the event tracking framework a transition between two locations is triggered by an event, which can be either internal or external. Internal events are generated by the evolution of the continuous state, i.e. when the continuous state reaches a certain threshold, this forces a change in the discrete state value. External events are due to an external event generator. However, for an event to occur, an additional constraint may be necessary. The solution chosen for the simulation of linear electrical networks with switches, and in particular that of the double resonance converter, is to ignore such a constraint at first when detecting simulation events. In this way, the additional constraint is considered at the *Automaton* block level. The difference from the original event tracking framework is that a simulation event may not

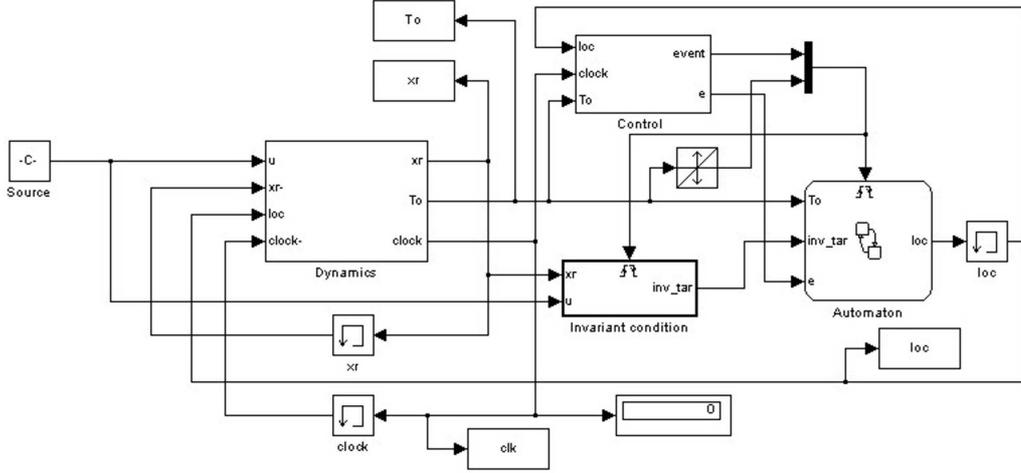


Fig.4 The general simulation model developed in *Simulink*, where the memory blocks assure that there are no algebraic loops at run time.

trigger a transition, but this policy insures the consistency of the simulation, i.e. the errors in the generation of the control signals don't affect the validity of the simulation run.

When a simulation event is detected, the *Automaton* and *Invariant condition* blocks are activated. Provided that the possible additional condition to the triggering event is satisfied, a new active location, and implicitly the new output value *loc*, has to be determined. From (1), the necessary condition for this location to become the target of the transition is that the corresponding invariant condition is true. The invariant condition is computed for all locations from the current value of the continuous state and of the input power vector [2], [10].

#### B. "Control" Block Implementation

The realization of the *Control* block results from the constraints imposed in section III.A and, also, from the open loop control. First, starting from the constraints formulation, the *Control Automaton* block is implemented as a Statechart diagram (fig. 5). At each input event *close*, the alternate closing of the IGBTs is imposed and *nc*, the variable storing the number of controlled commutations, is incremented. When the number of controlled commutations becomes equal to *n*, which is the desired commutation length for the start-up sequence, then the simulation is halted, *stop* = 1. Once one IGBT becomes passing, the only input event that generates the activation of a transition is the zero crossing of  $I_{Lr}$ , where the *llrn* event denotes the passing from positive to negative of  $I_{Lr}$ , while the *llrp* event denotes the passing from negative to positive of  $I_{Lr}$ . The real time instant,  $tc = clock$ , when this event occurs represents the start of the  $t_d$  time interval. Consider now that the location D1ON is becoming active, which corresponds to the situation when the  $D_1$  diode becomes passing with  $T_1$  blocked and the  $Sw_2$  is opened. If the number of controlled commutations becomes equal to *n*,

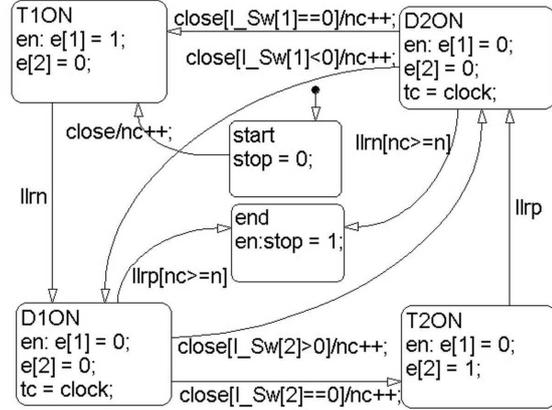


Fig.5 The control automaton model in *Stateflow*. The run of the automaton corresponds to the constraints imposed in section III.A. The *llrn* event denotes the passing from positive to negative of  $I_{Lr}$ , while the *llrp* event denotes the passing from negative to positive of  $I_{Lr}$ . The *close* event represents the end of  $t_d$  time interval, so the number of commutations taken ( $n_c$ ) is increased by one.

then the zero crossing of the current through  $Sw_1$ , hence the occurring of the *llrp* event, stops the simulation. Otherwise, there are two possible runs. If the  $Sw_2$  remains opened, hence the current  $I_{Sw2}$  is zero, and the input event *close* occurs, then  $T_2$  becomes passing. Else, implicitly the  $Sw_2$  has been already closed because the  $D_2$  has become passing and  $I_{Sw2}>0$ , when the input event *close* occurs  $T_2$  is uncontrollable, thus, due to the constraint number 5, the control is ignored and the D2ON location is activated. In both cases, *nc* is incremented.

The *Control* block is activated only when a control event or when a zero crossing of the  $I_{Lr}$  current is detected (fig. 6). The control event is generated based on the real time evolution, *clock*, and an internal table of previously

established time instants for the controlled commutations of IGBTs. The values in the table are stored as time delays, hence, to address the correct value, the index of the time delay to be applied is needed,  $nc$ , and, also, the real time instant when the previously closed IGBT has become opened,  $tc$ . The memory blocks are introduced to break the algebraic loop that is formed when computing the  $nc$  and  $tc$  variables. The use of these memory blocks is not affecting the global functioning of the system as the time delay is strictly superior to zero.

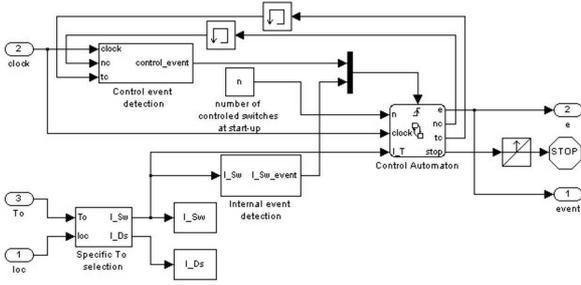


Fig.6 The realization of the “Control” block. As for the simulation model, the memory blocks break the algebraic loop that could be formed between input and output data of the “Control Automaton” block.

To detect the internal events that activate the *Control Automaton*, the  $I_{Lr}$  current has to be computed. As the currents through  $Sw_1$  and  $Sw_2$  are also needed,  $I_{Lr}$  is obtained from the  $T_o$  vector.

## V. RESULTS

The optimization process is implemented in Matlab, using the Optimization Toolbox. The function that is used for computation is *fmincon*, which is able to perform non-linear optimization under constraints. The formulation of the cost function is based on (5), a simulation step being necessary, in order to compute (3) and (4). The initialization of the optimization process is done from the start-up sequence currently used before applying the closed loop. The iteration process converges, the initial cost function evaluation being  $L_0 = 32.0207$  and the final evaluation gives  $L_{end} = 0.4430$ , where the main effort is done in the direction of reducing the  $I_{Lr}$  current mean value. The duration of the start-up procedure evolves from an initial  $t_f^0 = 5.615 \cdot 10^{-5} s$  to the final value of  $t_f^{end} = 5.746 \cdot 10^{-5} s$ . On the other hand the output voltage final value evolves from  $V_t^0 = 5515V$  to  $V_t^{end} = 5655V$ . Thus, the reduction in the  $I_{Lr}$  current absolute mean value is totally due to the choice of commutation instants and it is not a consequence of a reduction in the start-up process duration.

Due to the fact that the cost function is not convex with

respect to  $T_{db}$ , the convergence does not guarantee that the global optimum is reached. An interesting phenomenon related to this problem may appear during the optimization process if the time delays to the end of the sequence are too big. Consider, for instance, the case where the time delay allows the  $D_2$  diode to open without closing  $T_1$ . Then, conditioned also by the continuous state value, the  $D_1$  diode may become passing. Once this happens, the  $T_1$  switch is no longer controllable and the optimization process converges to a local minimum.

## VI. CONCLUSION

The open-loop control was implemented for the start-up sequence of a double resonant converter. The controlled commutation instants were determined through an off-line nonlinear constrained optimization, where the evaluation of the cost function is obtained via simulation. The application of the method relied on the existence of an efficient and flexible simulation model. Future works will deal with the amelioration of the computation process by integrating formal results, like the computation of a Jacobian matrix. Moreover, the application of hybrid system techniques will be pursued in the analysis of limit cycles behavior of the system using a Newton based method [5] and, also, in the closed loop control.

## REFERENCES

- [1] R. Alur, C. Courcoubetis, N. Halbwachs, T.A. Henzinger, P.H. Ho, X. Nicollin, A. Olivero, J. Sifakis and S. Yovine, “The algorithmic analysis of hybrid systems,” *Theoretical Computer Science*, vol. n° 138, pp. 3-34, 1995.
- [2] J. Buisson, H. Cormerais, M. Zainea, H. Guéguen and E. Godoy, “Formal approach to compute hybrid automata models for linear physical systems with switches,” in *Proc. of IEEE Conference on Computer Aided Control Design*, Taipei, 2004, pp. 47-52.
- [3] D. Corona, A. Giua and C. Seatzu, “Optimal control of hybrid automata: design of a semiactive suspension,” *Control Engineering Practice*, vol. 12, pp. 1305-1318, Oct. 2004.
- [4] V. Croulard, E. Godoy and J. Boichot, “QFT controller optimization for automatic design,” in *Proc. of 39th IEEE Conference on Decision and Control*, Sydney, 2000, pp.4735-4740.
- [5] D. Flieller, P. Riedinger and J.P. Louis, “Computation and stability of limit cycles in hybrid systems,” *Nonlinear Analysis*, vol. 64(2), pp. 352-367, 15 Jan. 2006.
- [6] T. Geyer, G. Papafotiou and M. Morari, “On the optimal control of switch-mode dc-dc converters,” in *Hybrid Systems: Computation and Control*, LNCS vol. 2993, R. Alur and G.J. Pappas Ed., Springer 2004, pp. 342-356.
- [7] P. Riedinger, C. Zanne and F. Kratz, “Time optimal control of hybrid systems,” in *Proc. of American Control Conference*, San Diego, 1999, pp. 2466-2470.
- [8] A.J. van der Schaft and J.M. Schumacher, *An introduction to hybrid dynamical systems*, LNCS vol. 241, London, Springer-Verlag, 2000.
- [9] X. Xu and P.J. Antsaklis, “Optimal Control of Switched Autonomous systems,” in *Proc. of 41st IEEE Conference on Decision and Control*, Las Vegas, 2002, pp. 4401-4406.
- [10] M. Zainea, E. Godoy, J. Buisson, H. Cormerais and H. Guéguen, “A double resonance generator simulation using a hybrid approach,” in *Proc. of 11th European Conference on Power Electronics and Applications*, Dresden, 2005.

## **A double resonance generator simulation using a hybrid approach**

M. Zainea(\*), E. Godoy(\*\*), H. Cormerais(\*), J. Buisson (\*), H. Guéguen(\*)

(\*) SUPELEC/IETR  
Avenue de la Boulaie  
Cesson-Sévigné, France  
Tel.: +33 / (0) 2 99 84 45 48  
Fax: +33 / (0) 2 99 84 45 99  
E-Mail: marius.zainea@supelec.fr  
URL: <http://www.rennes.supelec.fr/ren/rd/ash/>

(\*\*) SUPELEC  
Plateau du Moulon  
3, Rue Joliot-Curie  
Gif-sur-Yvette, France  
Tel.: +33 / (0) 1 69 85 13 73  
Fax: +33 / (0) 1 69 85 13 89

### **Keywords**

Hybrid systems, switching systems, bond graph, Simulink

### **Abstract**

By using a hybrid approach the authors present the modelling of a double resonant DC/DC converter. This kind of generator is used for medical imagery applications, requiring high tensions, typically 40 kV to 200 kV, associated with high powers (about 100 kW). The proposed methodology can constitute an effective method allowing a structured and systematic approach of the dynamic systems modelling.

### **Introduction**

An important and significant class of hybrid systems, also called switching systems, is represented by physical systems with switches. In the electrical domain, switching systems are encountered mainly in power electronics, where the commutating elements are the diodes, the thyristors, IGBTs, etc. Thus, in power electronics applications, systems are operating in commutation, mixing the continuous and the discrete behaviors. The use of hybrid techniques [3] can then constitute an effective method allowing a structured and systematic approach for the modeling, analysis and control.

The objective of this paper is to simulate, using a hybrid approach, the behavior of a double resonance generator (fig. 1). This kind of generator is used for medical imagery applications, requiring high tensions, typically 40 kV to 200 kV, associated with high powers (about 100 kW).

The proposed method in this paper is a general method, based on the bond graph representation [1], to obtain a simulation model with Simulink in the event tracking method framework [9]. The simulation is designed as an enumeration of dynamics associated with each configuration of switches, while a Stateflow block ensures the commutation between configurations. The whole system has to respect the necessary conditions for consistency.

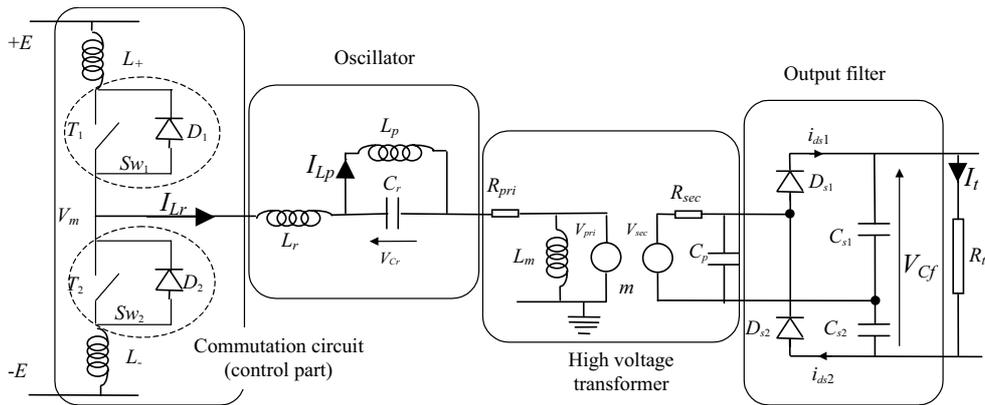


Fig. 1: The power supply of an X-ray tube using a double resonance converter, with four distinctive. It is possible to combine  $T_1$  with  $D_1$  and, respectively,  $T_2$  with  $D_2$ , to obtain an equivalent switch,  $Sw_1$  and, respectively,  $Sw_2$ .

The paper is organized as follows: in a first part the mathematical model deduction is discussed, from the bond graph representation to the dynamics equations, jump functions, and switches model; in the second part the realization aspects are treated, a special attention being accorded to the Simulink representation of the dynamics and of the necessary conditions for consistency.

### Mathematical model for the continuous part by an energy based approach

A general bond graph with switching components can always be represented by the diagram showed in fig. 2a. Four fields model the components behavior, three that belong to the standard bond graph formalism: - source field which produces energy (and will be considered as constant), - R field which dissipates it, - I and C field which can store it, and the Sw field that is added to model switching components [1], [10]. As in standard bond graph, the structure of the system is then modeled by the junction field, which dispatches the power. The convention for the direction of power is shown fig. 2a, i.e. from the sources (Se and Sf) and the switches (Sw) towards the junction structure and from the junction structure towards the storage elements (I – inductive, or C – capacitive) and the dissipative elements (R).

In this paper switches are considered as ideal. That means that they commute instantaneously and have two discrete states, the first one denoted E where their effort is null and the second one, denoted F, where their flow is null. Then, from an energy point of view, the power on the bond connected to a switch is always null when there is no commutation. In the electrical field, the two logical states correspond to closed (E) and opened (F).

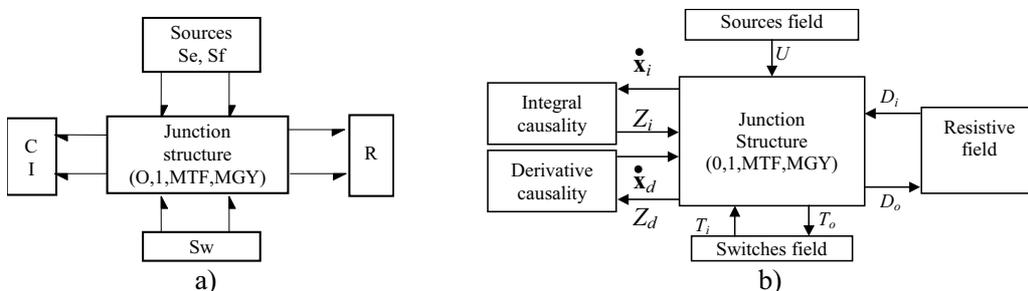


Fig. 2: The bond graph for a generic physical system with switches (a) and the information graph corresponding to the bond graph (b)

**Remark.** As bond graph was conceived as a formalism that can model systems from different application domains, the variables used are generic: power variables (effort and flow) and energy variables (displacement and momentum). In the electrical case, these variables correspond to voltage (effort) and current (flow), and to flux (momentum) and charge (displacement). In this paper, when talking about bond graph concepts, the generic variable terminology is used, and when talking about the application, the electrical variables are employed.

### Equations derivation

To derive the equations from the fig. 2a representation, the bond graph approach uses the concept of computational causality. A procedure named SCAP [8] is used to establish the causal bond graph. From the causality point of view, ideal switches can be modeled by zero flow sources when they are in state E and by zero effort sources when they are in state F. When switches commute, the causality of the corresponding sources changes and it is necessary to extend this change of causality to other bonds. Some energy storage elements can lose or recover the integral causality and the state equation is changed.

For any allowed configuration of the switches, i.e. configurations that respect consistency laws such as the Kirchhoff's laws for electrical systems, causality can be assigned using SCAP or, if necessary, a modified SCAP in order to avoid unity gain causal loop [6]. Fig. 2b represents the block diagram that is deduced from the causal bond graph.

The following key variables are used: - the state vector  $x_i$  is composed of the energy variables in integral causality (the momentum  $p = \int f dt$  on I elements and displacement  $q = \int e dt$  on C elements), and the complementary state vector  $Z_i$  is composed of power variables (the efforts  $e$  on C elements and flows  $f$  on I elements); - the vector called semi-state vector  $x_d$  is composed of the energy variables in derivative causality, ( $p$  on I elements and  $q$  on C elements), and the complementary state vector  $Z_d$  is composed of power variables ( $e$  on C elements and  $f$  on I elements); -  $D_i$  and  $D_o$  represent the variables going out of and into the R field; - the vector  $U$  is composed of the sources; -  $T_i \in \mathcal{R}^{n_{sw}}$  is composed of the variables imposed by the switches in this configuration according to their state; -  $T_o \in \mathcal{R}^{n_{sw}}$  is composed of the complementary variables in the switches (the effort for the switches which are in state F and the flow for the switches which are in state E).

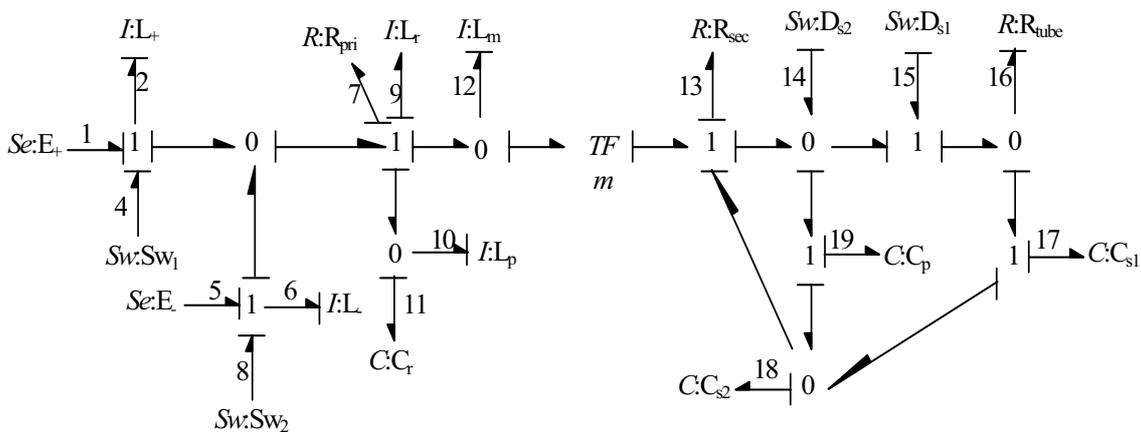


Fig. 3: The causal bond graph of the double resonance generator.

The causal bond graph of the double resonance generator is shown in fig. 3. There are eight storage elements in integral causality and one in derivative causality, thus the state vector is:

$$\mathbf{x}_i = (p_2 \ p_6 \ p_{10} \ q_{11} \ p_{12} \ q_{17} \ q_{18} \ q_{19})^T, \mathbf{x}_d = p_9, \quad (1)$$

where the indices of the state variables above correspond to the indices given to the bonds of fig. 3.

As there is no unity gain causal loop, each output of the junction structure ( $\dot{\mathbf{x}}_i$ ,  $Z_d$ ,  $D_o$  and  $T_o$ ) can be expressed as function of all its inputs ( $\dot{\mathbf{x}}_d$ ,  $Z_i$ ,  $D_i$  and  $T_i$ ) (cf. fig. 2b). This linear relation can be written as an implicit differential equation that is called in the following the standard implicit form:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{I} & -S_{12} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -S_{24}^T \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\mathbf{x}}_i \\ \dot{\mathbf{x}}_d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{11} & \mathbf{0} & S_{13} & \mathbf{0} & S_{14} & \mathbf{0} & S_{15} \\ -S_{12}^T & -\mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & S_{24} & \mathbf{0} & S_{25} \\ -S_{13}^T & \mathbf{0} & S_{33} & -\mathbf{I} & S_{34} & \mathbf{0} & S_{35} \\ S_{14}^T & \mathbf{0} & S_{34}^T & \mathbf{0} & S_{44} & -\mathbf{I} & S_{45} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z_i \\ Z_d \\ D_i \\ D_o \\ T_i \\ T_o \\ U \end{pmatrix} \quad (2)$$

where  $\mathbf{I}$  and  $\mathbf{0}$  denote structural identity and zero matrixes, and the other elements are composed of 0, and coefficients of the gyrators and transformers which are supposed to be constant in the following. The first row of this relation defines  $\dot{\mathbf{x}}_i$ , the second one  $Z_d$ , the third one  $D_o$  and the last one  $T_o$ . Matrices  $S_{11}$ ,  $S_{33}$  and  $S_{44}$  are skew symmetric. Those properties are due to energy properties (there is no power stored or generated in the junction structure). There is no relation between  $Z_d$  and  $D_i$ , (or  $D_o$  and  $\dot{\mathbf{x}}_d$ ). If it were the case, we could inverse a causal path between an element in derivative causality and a resistor port and give to this element the integral causality. For the same reason, there is no relation between  $\dot{\mathbf{x}}_d$  and  $Z_d$  [2],[8].

## Reference Configuration

In [2] an algebraic criterion is proposed to determine all allowed configurations and for each allowed configuration an equation such as (2) can be derived. Some configurations of the switches maximize the number of storage elements in integral causality. For all of them,  $S_{24} = 0$ , which means that there is no causal relation between a switch and an element in derivative causality [2]. One of these configurations, associated with one arbitrary basic set of elements in derivative causality, will be called the reference configuration. Variables corresponding to this mode will be denoted by the subscript  $r$ . \*

For the bond graph of the double resonance generator presented in fig. 3 the causality has been chosen such as to obtain a reference configuration. In the case of the double resonance generator, this reference configuration is unique: (E,E,F,F), where the order of switches in the previous sequence is the ascending order of bond numbers.

Each other configuration  $j$  can be defined by the switches whose state has changed with respect to the reference configuration. In the following, subscript  $j$  is added to all the variables or matrices referring to  $j$  configuration. When analyzing a configuration of switches, the causality of some storage elements may have changed with regard to the reference configuration and some of these storage elements can have lost the integral causality. It is shown in [2] that for all configurations it is possible to find a causal path such as a storage element that have a derivative causality in this reference configuration have also a derivative causality in the new one. Thus,  $\mathbf{x}_{ir}$  can be split into two parts, namely  $\mathbf{x}_{ij}$  and  $\mathbf{x}_{idj}$ , which respectively denote the variables that remain in the state vector after the commutation, and the ones that come into the

semi-state vector. In a similar fashion  $Z_{ir}$  is divided into  $Z_{ij}$  and  $Z_{idj}$ . So, there exist 2 matrices  $P_{1j}$  and  $P_{2j}$  such that:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{x}_{ir} \\ \mathbf{x}_{dr} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P_{1j} & P_{2j} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{x}_{ij} \\ \mathbf{x}_{idj} \\ \mathbf{x}_{dr} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P_{1j} & P_{2j} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{x}_{ij} \\ \mathbf{x}_{dj} \end{pmatrix} \quad (3)$$

$(P_{1j} \ P_{2j})$  is a permutation matrix whose dimension equals the number of energy storage elements in integral causality in the reference configuration.  $P_{1j}$  specifies which of these elements keep their integral causality and  $P_{2j}$  specifies which of them lose their integral causality. It follows that, the dimension as well as the composition of state vectors  $\mathbf{x}_{ij}$  and  $\mathbf{x}_{id}$  changes according to the configuration.

**Remark.** All matrices used in the following of the paper, except the matrices referring to the standard implicit form associated to the reference configuration, are formally deduced by algebraic manipulation with Mathematica [4].

### Dynamic equations and jump functions

For all allowed configurations, in the case where all circuit components are linear, a state equation can be determined. In the general case, this state equation is expressed as an implicit differential equation:

$$E_j \dot{\mathbf{x}}_j = \tilde{A}_j \mathbf{x}_j + \tilde{B}_j U, \quad (4)$$

equation deduced from the standard implicit form, where  $\mathbf{x}_j = (\mathbf{x}_{ij} \ \mathbf{x}_{dj})^T$ . There has been demonstrated [2] that in the case of physical linear switched systems, this implicit form can be transformed via the generic variable change  $\mathbf{x}_j = Q_j (\mathbf{x}_{1j} \ \mathbf{x}_{2j})^T$  in an explicit one:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_{1j} = A_j \mathbf{x}_{1j} + B_j U \\ \mathbf{x}_{2j} = D_j U \end{cases}, \quad (5)$$

where  $\mathbf{x}_{1j}$  represents the explicit state and  $\mathbf{x}_{2j}$  represents the algebraic constraints. In the case of the double resonance generator,  $D_j \equiv \mathbf{0}$  for all allowed  $j$  configurations. This result is due to the structural property that there are neither parallel connections between capacitors and voltage sources, neither serial connections between inductances and current sources in the electrical scheme of the double resonance generator.

Additionally, integrating (5) at commutation time and reversing the variable change, the jump function can be computed as:

$$\begin{cases} \mathbf{x}_{1j}^+ = K_{1j} \mathbf{x}_r^- \\ \mathbf{x}_{2j}^+ = D_j U (\equiv 0) \end{cases}, \quad (6)$$

where  $\mathbf{x}_{1j}^+$  and  $\mathbf{x}_{2j}^+$  represent the value of the explicit state after the commutation towards the  $j$  configuration and  $\mathbf{x}_r^-$  represents the value of the implicit state of the reference configuration before the commutation. From (6) one can deduce that the jump function does not depend on the source configuration of the transition, but only of the target configuration.

### Model for the switches

Previously in this paper, the model given for the switches was functional, only the discrete state of the switch being significant. To obtain a more complete model, it is mandatory to take into account a more precise model of the switches and of their commutation laws.

For each basic switch of the double resonance generator (diode, IGBT) it is possible to define an elementary automata with the two discrete states E and F and the commutation laws, as in figure 4a) and 4b). In figure 4c), an equivalent switch model for the parallel association of a diode and an IGBT is given. This equivalent model can be deduced from the basic switch models (fig 4a and 4b). Obtaining such equivalent switch models is important as it reduces the complexity of the global model: the maximum number of configuration is  $2^n$ , where  $n$  is the total number of switches. Thus, in the case of the double resonance generator, the number of allowed configurations passes from 32 to 16, when considering the equivalent switch model.

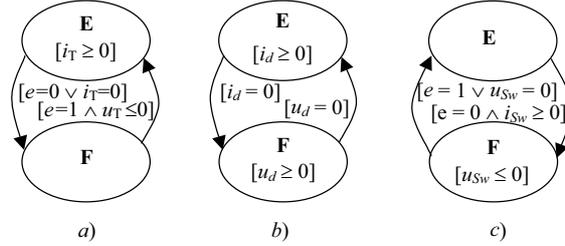


Fig. 4: Automata like models for the switches used for the double resonance generator, where **E** stands for effort source (closed) and **F** stands for flow source (opened). The automaton a) represents the model for the  $T_1$  and  $T_2$  switches, the automaton b) represents the diodes model, and automaton c) represents the model for the  $Sw_1$  and  $Sw_2$  unions of switches.

The laws of commutation are function of a continuous variable associated to the switch (voltage or current, depending on the discrete state) and, eventually, a logical input. Additionally, a constraint imposed to the continuous variable may be associated to a discrete state of the switch. E.g. in the diode case, if the discrete state is E (closed), then the current can only be positive. As the conditions present in the automata model are function of the power variables, then it is necessary to find the equivalent relation function of the state vector and of the sources vector. Thus, given an allowed configuration of switches  $j$ , the expression of the variable vector imposed by the switches to the junction structure can be put in the following form [3]:

$$T_{oj} = A_{1j} \mathbf{x}_{1j} + A_{uj} U \quad (7)$$

## Simulation model

The simulation of the double resonance generator is obtained using an event tracking approach, which is a typical hybrid systems simulation method. The event tracking method combines the continuous evolution of the state system through the active configuration dynamics and, as the name states it, the event detection. When an event is detected the system changes the active configuration and resets the continuous state according to the jump function. There are two types of events: external and internal. External events occur when external controls are taken, in conjunction with an additional condition or not. For the double resonance generator, external events are the controlled opening and the closing of the IGBT or, if the equivalent switch model is considered, the controlled opening and the controlled closing of the equivalent switch. The problem of detecting this type of events is simple, as the time moment when such an event takes place is totally predictable. Internal events are due to the state evolution, as the state acts on  $T_o$ . Thus, when the state reaches a certain value a commutation is fired. For the double resonance generator, internal events can cause one or more diodes to commutate, the natural blocking of the IGBTs, etc. The detection of internal events is far more complicated and requires a special mechanism. A strong point in using Simulink in the context of the event tracking method is the built-in zero-crossing detection mechanism that can be used for solving the internal events detection problem.

The realization of the Simulink model is structured as in the following: the first part describes how to build a block for each configuration to simulate the dynamics and estimate the power variables imposed to



the jump functions are hidden in the  $K_1$  block and all the computation is function of the current mode junction matrices. Every time the selector changes the active mode, a new initial condition is computed as the image of  $\mathbf{x}_r$  through the jump function. The changes in the state vector dimension or the order inversion inside the state vector, due to the fact that some storage elements lose their integral causality, are encapsulated inside the dynamics block.

### Necessary conditions formulation and implementation

For a simulation to be correct, it has to be consistent at all time with the constraints imposed by the models chosen for the switches [3]. That is, for all configurations, the inequalities associated to the discrete states of each switch must be satisfied. Thus, from (7), it can be deduced that at commutation time the following inequality must hold for a configuration  $j$  to become active:

$$C_I^j T_{oj}^+ = C_I^j (A_{1j} \mathbf{x}_{1j}^+ + A_{uj} U) = C_I^j (A_{1j} K_{1j} \mathbf{x}_r^- + A_{uj} U) \geq 0, \quad (9)$$

where  $C_I^j$  is obtained from a diagonal matrix, whose diagonal elements are  $\pm 1$  if a constraint is active for the corresponding switch discrete state and zero otherwise, by eliminating the zero rows.

Depending on the state value before the commutation, at commutation time, the vector  $T_{oj}$  may also have an impulsive component. The amplitude of the Dirac pulses at commutation time can be expressed as a function of the state vector and sources vector as:

$$T^j = G_{rj} \mathbf{x}_r^- + G_{uj} U \quad (10)$$

and must respect the same inequality as  $T_{oj}^+$ :

$$C_I^j T^j \geq 0 \quad (11)$$

Therefore, the implementation of (9) and (11) in a Simulink block diagram is represented in fig. 7. The *guard* output is a Boolean, whose logical value is *true* if the configuration  $j$  can become active and *false* otherwise. Such blocks are necessary for all configurations in order to determine which configuration of switches can become active.

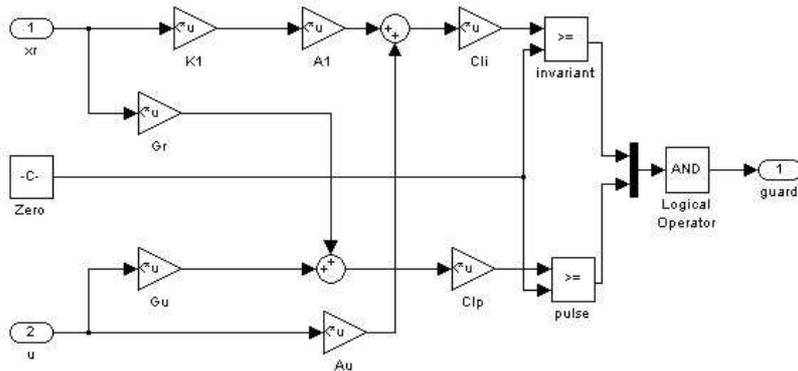


Fig. 7: The implementation of the necessary conditions for a configuration to become active. The *invariant* component represents the condition imposed to  $T_o$ , while the *pulse* component represents the condition imposed to the Dirac pulse component of  $T_o$ , which can occur at commutation time.

### The global Simulink model and simulation results

The global Simulink model has four main blocks as it is shown in fig 8. Two blocks (*Dynamics* and *Test of the guard condition*) were already discussed in the previous subsections. The *Control* block manages

the external events generation and its architecture is specific to the desired control law. The *Automaton* block manages the active configuration choice and this function is implemented as a Statechart in a Stateflow block. The Statechart design is based on the switches model and on the necessary conditions for a consistent simulation. The disadvantage of this approach for the representation of the discrete evolution with Stateflow is the rapid illegibility with the number of switches, which is the main reason the chart is not showed here. However, the global simulation architecture is made such as the *Automaton* block and the *Test of the guard condition* are executed only when an event (external or internal) occurs.

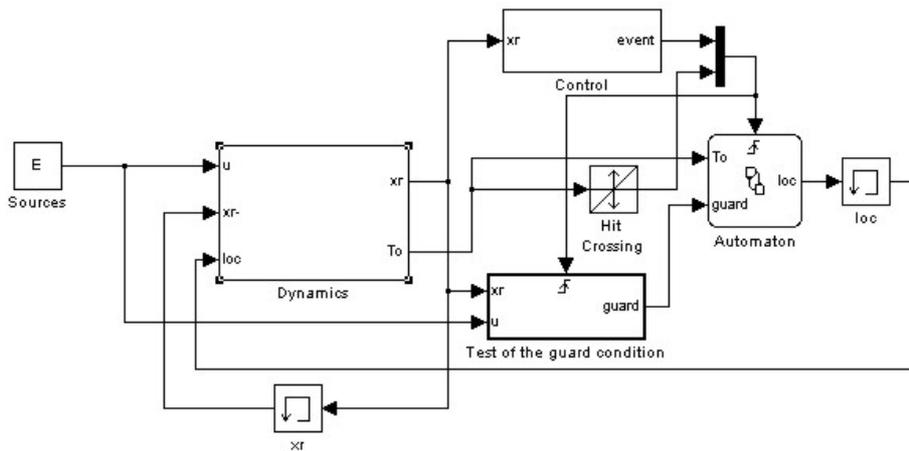


Fig. 8: The global Simulink model of the double resonance converter.

The memory blocks are used to cut the algebraic loops that are formed, as  $x_r$  is fed to the input of the dynamic blocks and their output is a part of the Merge block decision process. A second algebraic loop is formed as  $T_o$  affects the  $loc$  value and  $loc$  decides on  $T_o$ . The introduction of these memory blocks does not affect the global result because  $loc$  and  $x_r$  are synchronized and they can be restored to the real evolution in a post simulation manipulation.

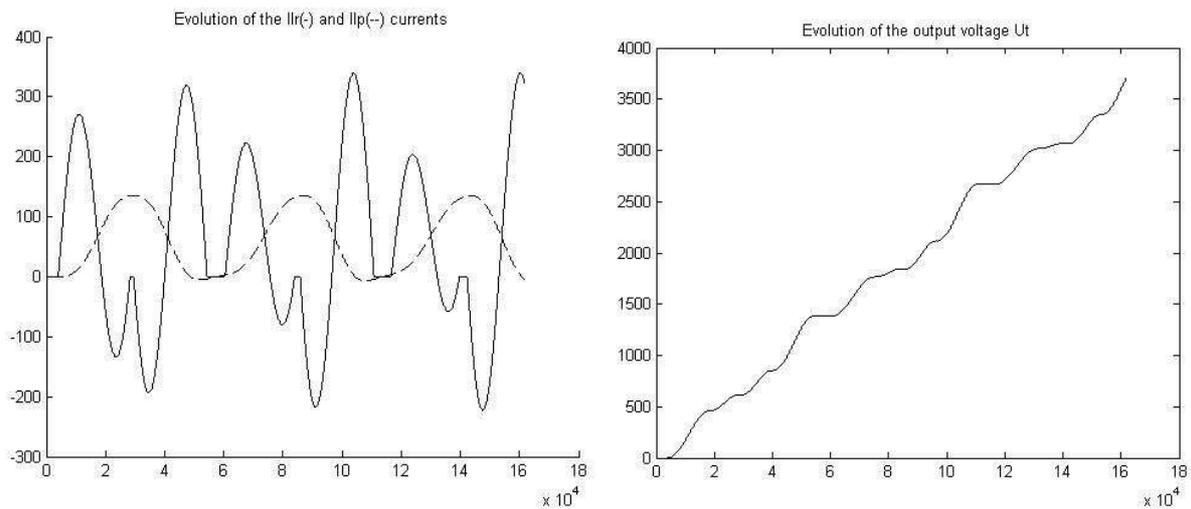


Fig. 9: The results of simulation exemplified by the time evolution of  $I_{Lr}$ ,  $I_{Lp}$  and  $U_t$ .

In fig. 9, the time evolution of some physical variables ( $I_{Lr}$ ,  $I_{Lp}$  and  $U_t$ ) from the simulation is plotted. The control parameter involves the notion of time delay separating the instant defined by the zero crossing of

the current  $I_{Lr}$  in the resonant serial inductor at the turn-off instant of one IGBT - and the next turn-on instant of the complementary IGBT. The new controlled commutation instant is taken at the zero crossing of the current  $I_{Lr}$  in the resonant serial inductor at the turn-off instant of the second IGBT [7]. These curves correspond to real evolution of the system described in [5].

## Conclusions

The use of the hybrid techniques can constitute an effective method allowing a structured and systematic approach of the dynamic systems modeling, particularly in the case of switching systems mixing continuous and discrete behaviors. An important application domain concerns power electronics where this method allows making rigorous calculations without considering approximate arguments of static or quasi-static kind. The proposed methodology has been applied with good results on a double resonant DC/DC converter developed, in industrial collaboration, for medical imagery applications. To resume, the approach presented in this paper offers a systematic method for modeling switching linear physical systems in a Matlab/Simulink environment. The system bond graph is used as a starting point in order to determine each possible mode dynamics and the matrices used to recompose the reference configuration state vector. Afterwards, a scheme for Simulink implementation was proposed. Future work will concern in developing a more transparent and systematic method to describe the system discrete evolution and, in a second phase, the analysis and the study of the control laws of this system.

## References

- [1] J. Buisson, "Analysis of Switching Devices with Bond Graph," Journal of the Franklin Institute, Vol. 330, N° 6 (1993) pp. 1165-1175
- [2] J. Buisson, H. Cormerais, P.Y. Richard, "Analysis of the Bond Graph Model of Hybrid Physical Systems with Ideal Switches," Journal of Systems and Control Engineering, Vol 216 N°11, , pp. 47-72 (2002)
- [3] J. Buisson, H. Cormerais, M. Zainea, H. Guéguen, E. Godoy, "A Formal Approach to Compute Hybrid Automata Models for Linear Physical Systems with Ideal Switches", *IEEE Conference on Control Applications, International Symposium on Intelligent Control Computer Aided Control System Design*, September 2004, Taiwan.
- [4] H. Cormerais, J. Buisson, S. Leirens, P.Y. Richard, "Calcul symbolique de l'ensemble des équations d'état pour les bond graphs en commutation," Proceedings of CIFA 2002, Nantes France.
- [5] V. Croulard, Commande multicritère d'un générateur à double résonance. PhD Thesis, Paris XI Orsay
- [6] J. van Dijk, P.C. Breedveld, "Simulation of Systems Containing Zero-order Causal Paths I Classification of Zero-order Causal Paths," Journal of the Franklin Institute, Vol. 328, N° 5/6 (1991) pp. 959-979
- [7] E. Godoy, J. Laeuffer, T. Planas, B. Lorcet, D. Sadarnac, 1997, "A Control analysis and closed loop design for series-parallel resonant converters", EPE'97- Trondheim
- [8] D.C. Karnopp, D.L. Margolis, R.C. Rosenberg, System Dynamics: a Unified Approach. Wiley Interscience, second edition (1990)
- [9] A. van der Schaft, H. Schumacher, An Introduction to Hybrid Dynamical Systems. Springer-Verlag, 2000.
- [10] J.-E. Strömberg, J.L. Nadjim-Tehrani, J.L. Top, "Switched bond graphs as front-end to formal verification of hybrid systems," in R. Alur, T.A. Henzinger and E.D. Sontag, Eds, Proc. International Workshop on Hybrid Systems: Verification and Control, volume 1066 of Lecture Notes in Computer Science, pages 282-293. Springer-Verlag, 1995

## Stability analysis and control of a gain-varying converter using the Serial and Parallel Auto Regulated Configuration Topology

S. Tebbani, E. Godoy, S. Font  
SUPELEC

Plateau de Moulon, 3 rue Joliot Curie,  
92192 Gif Sur Yvette, France

Email : [sihem.tebbani@supelec.fr](mailto:sihem.tebbani@supelec.fr) ;  
[emmanuel.godoy@supelec.fr](mailto:emmanuel.godoy@supelec.fr) ; [stephane.font@supelec.fr](mailto:stephane.font@supelec.fr)

G. Kalvelage, P. Aubin, M. Coyaud  
FAIVELEY Transport

BP43, Rue Amélie Earhart  
37700 La Ville Aux Dames, France

Email : [p.aubin@faiveley.com](mailto:p.aubin@faiveley.com) ; [g.kalvelage@supelec.fr](mailto:g.kalvelage@supelec.fr) ;  
[m.coyaud@faiveley.com](mailto:m.coyaud@faiveley.com)

**Abstract**—This paper deals with the study of a constant-power inverter and its controllability analysis. This system is used in train air-conditioning power supply. It is a varying-gain inverter using the S.P.A.R.C. topology. This topology reduces mass and volume and presents very interesting industrial benefits. The voltage ratio of the inverter can vary thanks to a variable configuration of the association of transformers that compose the S.P.A.R.C. inverter.

First, the studied system will be presented and its modelling around an equilibrium point is carried out.

Then, the developed control law in the case of a DC voltage supply is explained and its efficiency and robustness are tested.

Thus, the AC voltage supply case is considered by presenting the new control law. The same control strategy as the DC case one is used, by estimating the input voltage supply. This estimation is carried out thanks to a Kalman filtering.

Finally, some simulation and experimental results will be given and will show the efficiency and robustness of the proposed control strategy.

### I. INTRODUCTION

This paper deals with the control of an inverter used in railway applications. This inverter, developed by FAIVELEY, uses a new topology called the Serial and Parallel Auto Regulated Configuration (S.P.A.R.C.) [1]. It is made of an association between high-frequencies transformers connected in different configurations, depending on the wanted voltage ratio. The inverter voltage ratio can vary via a control law that define the configuration of the transformers in the inverter. This control law will not be presented in this paper. Only a varying gain depending on the number of the configuration will be considered. Indeed, all possible inverter current ratio (depending of the configuration) are classified from the smallest to the largest one. Then, configurations that lead to these gains are numbered. Thus, the inverter current ratio will be increasing, depending on the configuration number. An example of the inverter gain is given in figure , which is a linear one.

As shown by the figure 2, the inverter is connected to:

- An inductor  $L$  at the input stage,
- A capacitor  $C$  at the output stage,
- An output constant-power load at the output stage (for example an air conditioning machine).

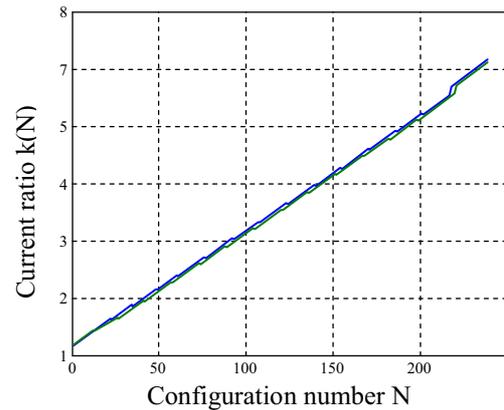


Fig. 1: An example of the inverter voltage ratio behavior

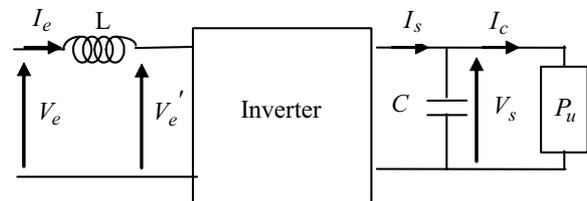


Fig. 2: The studied system architecture.

### II. SYSTEM MODELING

First of all, the system components are modeled so that the model building is defined.

The current and voltage at the output of the inverter are defined by:

$$V_e' = k(N)V_s \tag{1}$$

$$I_s = k(N)I_e \tag{2}$$

where  $N$  is the configuration number and  $k(N)$  is the inverter current ratio.

At the output of the inverter, the current and voltage are given by:

$$\frac{dI_e}{dt} = \frac{1}{L}(V_e - V_e') \tag{3}$$

$$\frac{dV_s}{dt} = \frac{1}{C}(I_s - I_c) \quad (4)$$

The output load is supposed to be a constant-power one:

$$P_u = V_s I_c = P_0 \quad (5)$$

From the set of equations (1, 2, 3, 4), it leads:

$$\begin{aligned} \frac{dI_e}{dt} &= \frac{1}{L}(V_e - k(N)V_s) \\ \frac{dV_s}{dt} &= \frac{1}{C}\left(k(N)I_e - \frac{P_u}{V_s}\right) \end{aligned} \quad (6)$$

### III. MODEL LINEARIZATION

The system model can be linearized around an equilibrium point  $(V_{e0}, V_{s0}, I_{e0}, I_{s0}, N_0)$ , which is given by:

$$V_{e0} - k(N_0)V_{s0} = 0 \quad (7)$$

$$k(N_0)I_{e0} - \frac{P_u}{V_{s0}} = 0 \quad (8)$$

$$P_u = V_{s0} I_{e0} k(N_0) \quad (9)$$

Thus, variations around this equilibrium point are considered. They are defined as:

$$\begin{aligned} V_e &= V_{e0} + v_e; \\ V_s &= V_{s0} + v_s; \\ I_e &= I_{e0} + i_e; \\ I_s &= I_{s0} + i_s; \\ N &= N_0 + n \end{aligned} \quad (10)$$

The system dynamical model is then given by the set of equation (11).

$$\begin{cases} \frac{di_e}{dt} = \frac{1}{L}(v_e - K_0 v_s - k_d V_{s0} n) \\ \frac{dv_s}{dt} = \frac{1}{C}\left(K_0 i_e + k_d I_{e0} n + \frac{P_u}{V_{s0}^2} v_s\right) \end{cases} \quad (11)$$

where  $k_d = \frac{dk}{dN}(N_0)$  and  $K_0 = k(N_0)$ .

In a first step, the current ratio is supposed to be linearly increasing with the number of the configuration. Indeed, this assumption can be made as shown by the figure 1. In a second step, a more accurate model can be considered, using the control law based on the linear model of the inverter ratio.

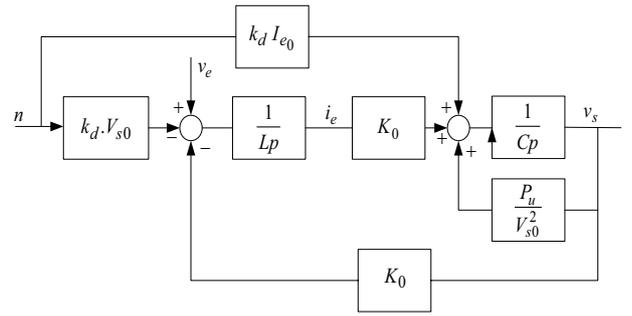


Fig. 3: Linearized model of the process.

From the set of equations (11), transfer functions can be deduced, leading to the set of equations (12):

$$\begin{cases} \frac{I_e(p)}{N(p)} = -\frac{k_d V_{s0} C}{K_0^2} \frac{p}{\left(1 - \frac{I_{e0}^2 L}{P_u} p + \frac{LC}{K_0^2} p^2\right)} \\ \frac{I_e(p)}{V_e(p)} = -\frac{I_{e0}^2}{P_u} \frac{\left(1 - \frac{V_{s0}^2 C}{P_u} p\right)}{\left(1 - \frac{I_{e0}^2 L}{P_u} p + \frac{LC}{K_0^2} p^2\right)} \end{cases} \quad (12)$$

where  $N, I_e, V_e$  are respectively Laplace Transform of  $(n, i_e, v_e)$ .

### IV. CONTROL MODEL

It can be noticed from the set of equations (12) that the system is unstable because of the constant-power load. In addition, the frequency of the system poles depends on the values of the inductor, the capacitor and of the value of current ratio at the equilibrium point. Thus, this frequency is constant and depends on the system characteristics.

In the studied system, the control signal is  $n$ , the variation of the number of the configuration. Thus, depending on the wanted final variation of the output voltage, the control law can determine the number of the configuration that leads to the corresponding current ratio value.

The proposed control strategy consists in using two loops to control the system (figure 4):

- A main loop to regulate the output voltage,
- An auxiliary loop to regulate the inverter input current.

Low-pass filters have been added to reduce noises and to avoid aliasing errors.

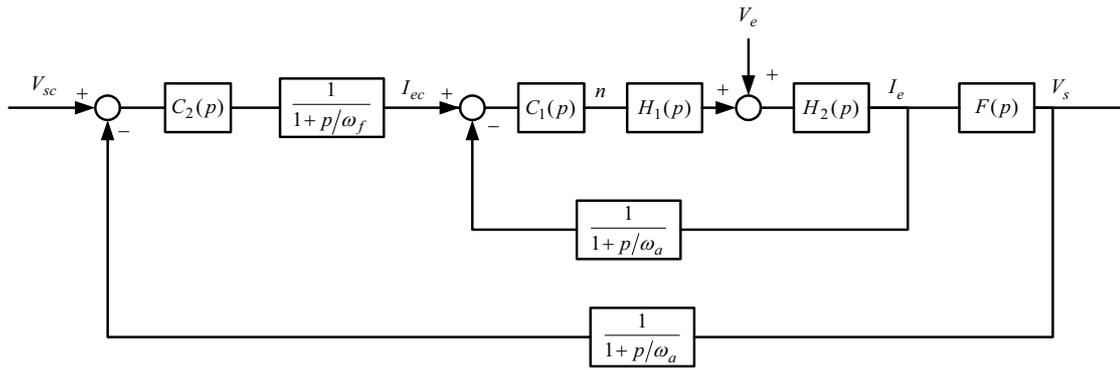


Fig. 4: Control architecture (DC case).

B. Control law

The control law has to:

- Stabilize the system with good margins,
- Respect the UIC-550 specifications on the input harmonic current and the input equivalent impedance behavior.

The two proposed regulators are presented in what follows.

1) Corrector of the inner loop

It is chosen to be a Proportional-Integral corrector in order to respect specifications on the input impedance.

$$C_1(p) = G_1 \left( 1 + \frac{\omega_{c1}}{p} \right) \tag{13}$$

2) Corrector of the outer loop

This corrector is also a Proportional-Integral one, in order to cancel the final static error on the output voltage. This corrector must also respect specification on the transient response of the system to a variation of the power  $P_u$  or a variation of the input voltage. For instance, for a variation of the power from 10 to 100%, the output voltage transient response must be less than 30%.

$$C_2(p) = G_2 \left( 1 + \frac{\omega_{c2}}{p} \right) \tag{14}$$

V. ROBUSTNESS ANALYSIS

The regulators have been determined around an equilibrium point (for a specific output power and a specific input voltage). However, as this equilibrium point can vary, normally, one has to compute different correctors, for different values of the power and the input voltage. In our case, the same correctors are used for all the cases, especially for hardware reasons (and thus in order to reduce computing time). For that, the robustness of the developed control law was studied, by studying the open-loop defined by the figure 5.

The Nyquist diagrams show that the closed-loop system remains stable for several values of the input voltage and output power. In addition, a  $\mu$ -analysis has been carried out and shows the robustness of the proposed control law.

Then, these control laws has been tested and found to respect the specification in the case of the nonlinear model. Some simulation and experimental results shows its efficiency and robustness.

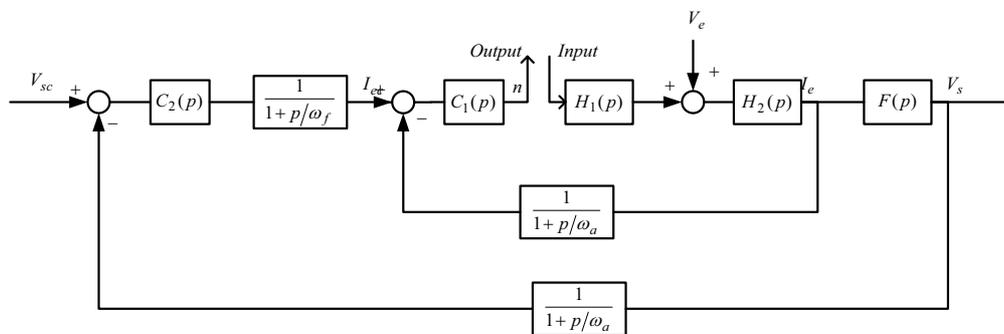


Figure 5: Robustness analysis

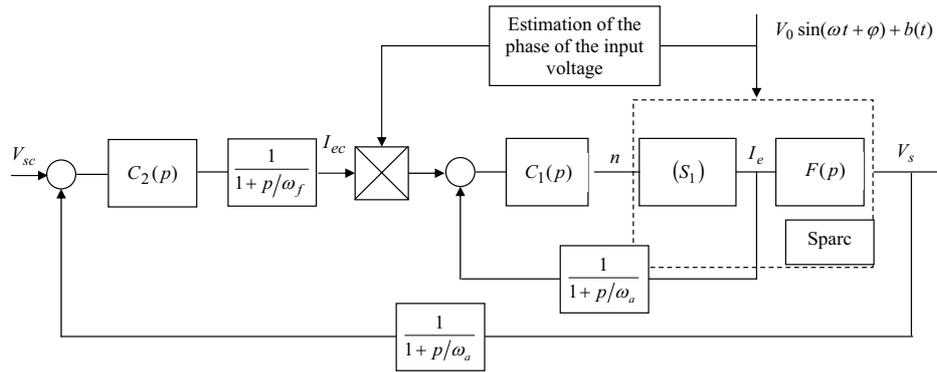


Figure 6: Control architecture (AC case).

VI. THE AC CASE

In what precedes, the input voltage was considered to be a DC one. In a second step, the AC input voltage case has been considered. The proposed control architecture is given by the figure 6.

The control law of the auxiliary loop is a sinewave signal which modulus is given by the regulator  $C_2(p)$  (noted  $I_{ec}$ ), and its phase is the same as the input voltage  $V_e$ . The regulators are those of the DC case. The efficiency of the control law has been tested and all specifications are still verified.

In order to generate the control signal on the inner loop, the input voltage characteristics have to be estimated. This has been carried out using a Kalman filtering (figure 7). The covariance matrices  $R_k$  and  $Q_k$  are taken constant diagonal matrices. They are degree of freedom for tuning the Kalman filter. They depend on the knowledge of the signal characteristics. For instance,  $R_k$  must be taken small if the noise on the observation is small, thus if the measurement is of a good quality. The Kalman gain is computed off-line so the computing time is reduced. In addition, the Kalman filtering algorithm was simplified, so that the number of operation is reduced, in order to respect specification on the available computing memory. For instance, the computation of a sinus is approximated by a linear behavior. This hypothesis is correct as far as the sample time is very small.

It has been found, in simulation and in the laboratory experimentation, that this Kalman filtering is very efficient even when the input voltage is very noisy.

VII. SIMULATION RESULTS

This control law has been shown to be efficient. The figure (8a) illustrates the fact that specifications on the input impedance behaviour (the specification in blue, and the obtained one in green). The figure (8b) shows that the ripple current harmonics are less than the maximum limitation. Figures (9a) and (9b) show the output voltage response for a variation of the input voltage about 1000V. This transient variation is about 3.5%. The control signal is shown by figure (9c). For a variation of the input voltage, the control  $N$  changes and takes the value that gives the corresponding current ratio. In the general case, the appropriate current-ratio can not be obtained by one configuration. In that case, the converter switches between several configurations, and the mean value of the obtained current ratio is equal to the desired one.

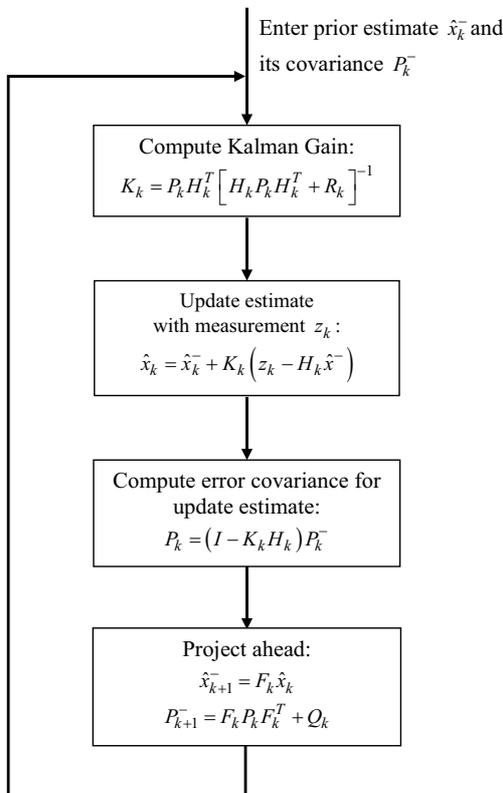


Fig. 7. Kalman filtering algorithm.

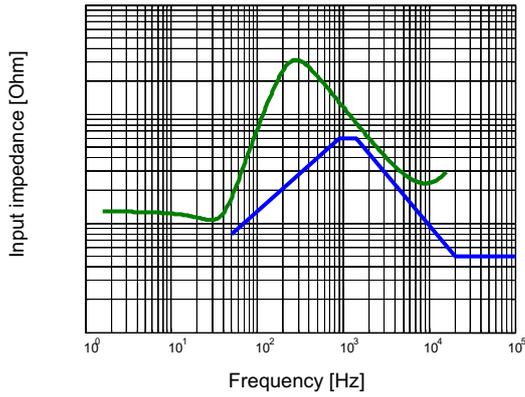


Fig. 8a: Input impedance.

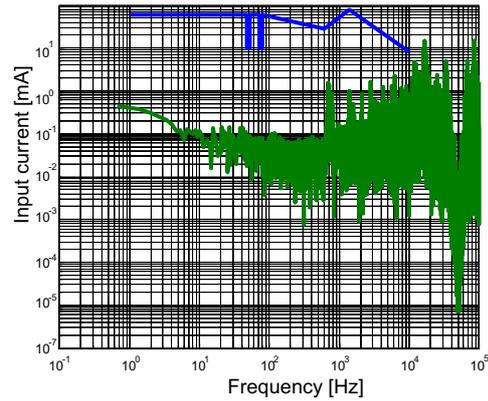


Fig. 8b: input harmonics current

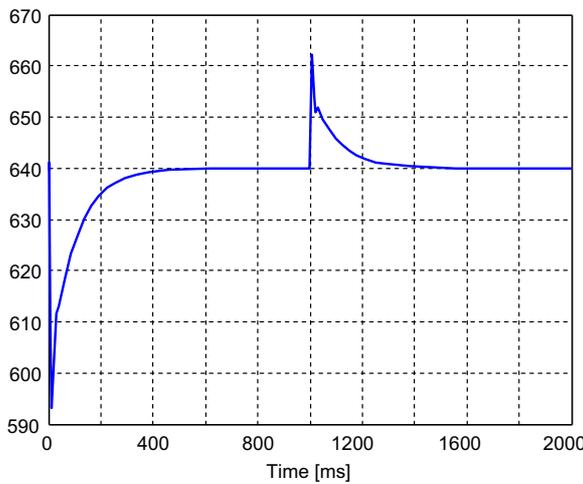


Fig. 9a: Output voltage, with an input voltage variation at  $t = 1s$ .

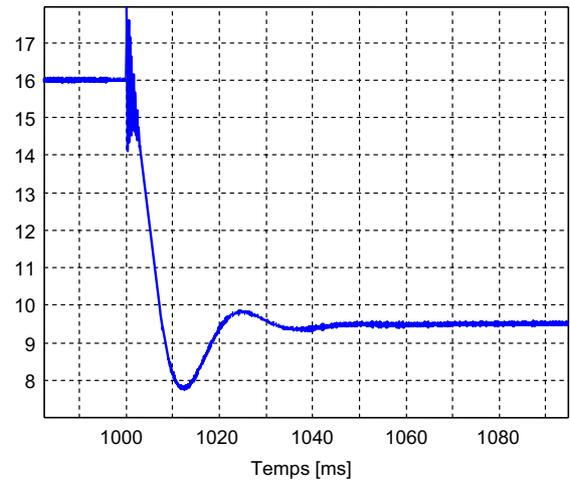


Fig. 9b: Input current with an input voltage variation at  $t = 1s$ .

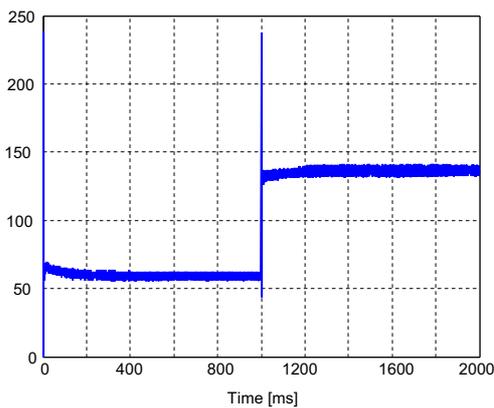


Fig. 9c: Number of the S.P.A.R.C. configuration with an input voltage variation at  $t = 1s$ .

VIII. EXPERIMENTAL RESULTS

This control law has been tested on a prototype of S.P.A.R.C. converter. The correctors were discretized at the frequency  $f_c = 30kHz$ . The anti-aliasing filters guarantee that no errors are present on the outputs because of this choice of the frequency.

It has been found that the experiments match the

simulations. Indeed, the UIC-550 standard has been found to be respected even in the AC and in the DC cases.

IX. CONCLUSION

In this paper, a constant-power gain-varying inverter was studied by analysing its stability and controllability.

First, a simplified system model has been developed, by a linearization around an equilibrium point. Thus, a control law has been computed, consisting in using a two imbricate control loops. Then, this control law has been tested in the nonlinear case and its efficiency and robustness has been tested.

In a second time, the AC supply case has been considered. The control strategy is the same as what precedes. However, the input current is a sinewave signal with the same phase that the input voltage one. In order to estimate the input voltage phase, a Kalman filtering is used. This control law has been found to be efficient and robust in laboratory experiments.

This study is based on a given control strategy of the S.P.A.R.C. topology. However, this control can be changed, by optimizing the commutations if the IGBT's, and thus by optimising the manner of changing the configurations. In that case, the regulators have to be computed so that the

specifications are respected. Thus, in the future, it would be interesting to take into account the configuration-switching control law, when studying the stability and control of the whole system.

#### X. REFERENCES

- [1] G. Kalvelage, P.Aubin, D. Magnon, T. Lequeu, *Reduction of Mass and Volume of On-Board Multi Input Voltage Converter Thanks to the SPARC Topology*, EPE2003, Toulouse, September 2003.
- [2] D. Magnon, T. Lequeu, G. Kalvelage, P.Aubin, Study and application of an innovating structure of converter : SPARC – Serial and Parallel Auto Regulated Configuration, APEC'2003, Miami, Florida, 9-13 February 2003.
- [3] E. Godoy, S.Tebbani, K. Sauterau, Y. Louvin, *Stability analysis of a constant-power inverter*, EPE2003, Toulouse, September 2003.
- [4] S.Tebbani, E.Godoy, K. Sauterau, Y. Louvin, *Synchronization of the inverter voltage supply in order to reduce the residual output ripple*; EPE2003, Toulouse, September 2003.

# Robustness analysis of a nonlinear missile autopilot : an integral quadratic constraint approach

I.-J. Adoukpe\*, E. Godoy† and J.-P. Harcaut\*

\* MBDA France

37 Avenue Louis Bréguet BP 150  
F-78141 Vélizy Villacoublay, France  
e-mail: joel.adoukpe@mbda.fr  
e-mail: jean-philipe.harcaut@mbda.fr

† École Supérieure d'Électricité  
3 rue Joliot-Curie, Plateau de Moulon  
F-91192 Gif-sur-Yvette Cedex, France  
e-mail: emmanuel.godoy@supelec.fr

## Abstract

In this paper, integral quadratic constraints (IQC) and linear parameter varying modelling are used to analyse the stability robustness of an uncertain nonlinear control system. A pitch-axis model of a highly manoeuvrable missile is presented and a nonlinear control based on dynamic inversion is applied. Stability is then analysed in presence of uncertainties on the aerodynamic coefficients via the IQC framework.

## 1 Introduction

Missile autopilot synthesis is classically performed within the linear control framework using simplified linearised models of the systems to control: a controller structure is chosen, the autopilot gains are computed for each operating points and then interpolated to cover the whole flight envelope.

As new concepts such as stealthiness or hypervelocity are emerging, inducing new operational constraints, industry practitioners are waking up to the limitations of the design method and explore more advanced control techniques [15].

Dynamic inversion based control laws and their application in the aeronautic area, especially in the missile control domain, have formed the subject of numerous studies for many years [6, 7, 11, 16, 4]. Yet, the robustness analysis of such control laws remains in the theoretical state and the methodologies involved are still rather difficult to implement or mostly use classical linear tools.

In [11], the robustness analysis of a dynamic inversion based autopilot is based on linearised plants computed locally throughout the flight envelope and includes determination of classical gain and phase margins as well as vector

margins associated with simultaneous gain and phase variations. Nonlinear robustness analysis relies on single-run and Monte Carlo simulations. In [1], stability analysis is processed by means of classical gain and phase margins determination on linearised models as well as robustness assessment with respect to parametric uncertainties on the aerodynamic coefficients.

In this paper we propose an approach based on the Integral Quadratic Constraints (IQC) theory and the Linear Parameter Varying modelling to tackle the robustness analysis issue in a nonlinear framework.

A remarkable feature of the IQC theory is that it allows to handle simultaneously various kind of uncertainties or nonlinearities. The IQC theory allows to take into account time-varying uncertainties and their variation rates which leads to less conservative stability robustness results. Moreover IQC problems are computationally tractable as they lead to linear matrix inequality (LMI) problems.

Linearisation about an equilibrium point is used to represent a nonlinear system with a linear time-invariant system around an equilibrium condition. This is the simplest linearisation method and so are the related analysis tools. The drawback is that this approach is limited to characterising only the local properties of a nonlinear system around an operating point. The linearisation around a parameterised state trajectory can represent a nonlinear system in a wider range of operating conditions than the simple local linearisation: this remark motivates the use of LPV modelling in the sequel.

The paper is organised as follows. First, a pitch-axis model of a highly manoeuvrable missile is presented. The nonlinear autopilot formulation is then given. It is shown in section 4 how both missile and controller models can be put into LPV/LFT forms necessary to the use of the integral quadratic constraints framework. The analysis procedure

using integral quadratic constraints is finally discussed with the recalling of some theoretical background on the IQC theory [13, 9]. Considering parametric uncertainties on the aerodynamic coefficients, robustness analysis is performed describing the uncertain and time-varying parameters of the system by integral quadratic constraints.

## 2 Missile model and control objectives

### 2.1 The Reichert's missile model

We consider here the so-called Reichert's missile model often used as a benchmark [14]. This is a pitch-axis model of a highly manoeuvrable missile. Its state-space equations are given as:

$$\dot{\alpha} = K_{\alpha} \mathcal{M} C_n(\alpha, \delta, \mathcal{M}) \cos(\alpha) + q \quad (1a)$$

$$\dot{q} = K_q \mathcal{M}^2 C_m(\alpha, \delta, \mathcal{M}) \quad (1b)$$

$$\eta = K_{\eta} \mathcal{M}^2 C_n(\alpha, \delta, \mathcal{M}) \quad (1c)$$

Those equations involve the angle of attack  $\alpha$  and the pitch rate  $q$ ; the output to control is the normal acceleration  $\eta$ ; the control input is the tail-fin deflection  $\delta$ . It is assumed that the normal acceleration, the angle of attack and the pitch rate are measured. Yet, it has to be noticed that in the case of realistic missile systems, the angle of attack is not measured and an observer is needed [1].

The coefficients  $K_{\alpha}$ ,  $K_q$  and  $K_{\eta}$  depend on the geometric characteristics of the cell (diameter, surface area, inertia moment) and the altitude (via the static pressure) which is supposed constant in the sequel. The variable  $\mathcal{M}$  represents the Mach number. Finally, the coefficients  $C_n(\alpha, \delta, \mathcal{M})$  and  $C_m(\alpha, \delta, \mathcal{M})$  are the aerodynamic coefficients of the cell given by:

$$C_n(\alpha, \delta, \mathcal{M}) = a_n \alpha^3 + b_n |\alpha| \alpha + (2 - \mathcal{M}/3) c_n \alpha + d_n \delta \quad (2)$$

$$C_m(\alpha, \delta, \mathcal{M}) = a_m \alpha^3 + b_m |\alpha| \alpha + (-7 + 8\mathcal{M}/3) c_m \alpha + d_m \delta \quad (3)$$

The numerical values of the constants in the plant model are provided in Table 4 (appendix A).

We add to those equations the actuator dynamics model describing the tail deflection. It is a second-order model with pulsation  $\omega_a$  and damping ratio  $\zeta$ :

$$\ddot{\delta} = -\omega_a^2 \delta - 2\zeta \omega_a \dot{\delta} + \omega_a^2 \delta_c \quad (4)$$

where  $\delta_c$  represents the commanded tail-fin deflection, *i.e.* the control input generated by the controller. The performance goals for the closed-loop are as follows:

- track step commands in  $\eta_c(t)$  with time constant no greater than 350 ms, maximum overshoot lower than 10 % and steady-state error no greater than 1 %,

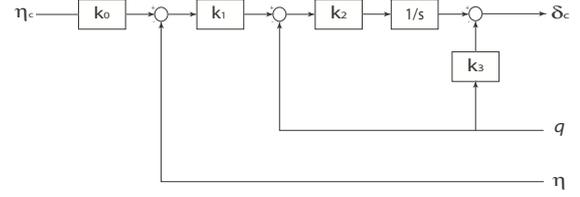


Figure 1: Classical autopilot structure

- robustness to modelisation error characterised by uncertainties on, respectively the  $\alpha$ -dependent and the  $\delta$ -dependent portions of the aerodynamic coefficients, that may vary independently by  $\pm 25$  %,
  - maximum tail deflection rate no greater than  $25$  °/s for 1 g step acceleration command.

Those requirements are to be met over the whole operating range specified by:

- an angle of attack varying from  $-20^\circ$  to  $20^\circ$ ,
- a Mach number varying between 1.5 and 3.0.

## 3 Design of the nonlinear autopilot

### 3.1 Synthesis principle

The nonlinear controller is designed with the will to mimic the classical linear autopilot structure. The classical linear controller (Figure 1) consists of two loops. The inner loop consists of a proportional integral controller described by two gains  $k_2$  and  $k_3$ . The input is  $q$ , and this loop aims at stabilising the missile about its centre of mass. The primary control loop is the acceleration loop, which aims at tracking the desired reference delivered by the guidance loop. The controller is a single gain  $k_1$ . Finally, a gain  $k_0$  ensures a unitary static gain to the closed-loop system.

The design approach adopted here is the feedback linearisation method [8]. The basic principle is the cancellation of the plant nonlinearities with a state feedback and their replacement by a more desirable dynamics (possibly linear).

Putting into practice this technique in the case of missile control problems implies the resolution of several issues such as the non-minimum phase property inherent to tail-commanded missile; and the bad knowledge of the aerodynamic coefficients prevents us to differentiate the plant model more than once whereas a direct application of the method would demand two differentiations of the measurement equation [3, 6].

As a solution, it is suggested in [6, 4, 5] to derive an approximate model of the missile by neglecting the direct action

of the deflection on the normal acceleration, *i.e.*:

$$\eta \approx K_\eta \mathcal{M}^2 C'_n(\alpha, 0, \mathcal{M}) = K_\eta \mathcal{M}^2 C'_n(\alpha, \mathcal{M}) \quad (5)$$

Then the approximated model is split in two subsystems following the singular perturbations theory considering the classical assumption that the pitch-rate dynamics is faster than the angle of attack one. We get a slow subsystem involving the angle of attack  $\alpha$ , the output  $\eta$  and the pitch rate  $q$  as the input. The second subsystem (the fast one) is characterised by the state variable  $q$  and the actual input  $\delta$ .

The autopilot design is then processed by directly applying the input-output linearisation method to both subsystems. For more details, see [4].

**3.1.1 The slow subsystem:** The state variable is  $\alpha$ , the input  $q_{co}$  and the output  $\eta$ :

$$\Sigma_s : \begin{cases} \dot{\alpha} &= K_\alpha \mathcal{M} C'_n(\alpha, \mathcal{M}) \cos(\alpha) + q_{co} \\ \eta &= K_\eta \mathcal{M}^2 C'_n(\alpha, \mathcal{M}) \end{cases} \quad (6)$$

The design objective is to set a first-order type dynamics with time constant  $\tau_s$  to the closed-loop approximate slow-system [3, 5]. This objective is guaranteed with:

$$q_{co} = -K_\alpha \mathcal{M} C'_n(\alpha, \mathcal{M}) \cos(\alpha) - \frac{1}{\tau_s} \left( \frac{\partial \eta}{\partial \alpha} \right)^{-1} (\eta - \eta_c) \quad (7)$$

**3.1.2 The fast subsystem:** The state variable as well as the output is the pitch rate  $q$ :

$$\Sigma_f : \dot{q} = K_q \mathcal{M}^2 C_m(\alpha, \delta, \mathcal{M}) \quad (8)$$

The input is the actual plant input  $\delta$ . We desire a second-order type dynamical behaviour for this subsystem with natural frequency  $\omega_f$  and damping ratio  $\xi$ . This objective is ensured by the control law in Equation (9):

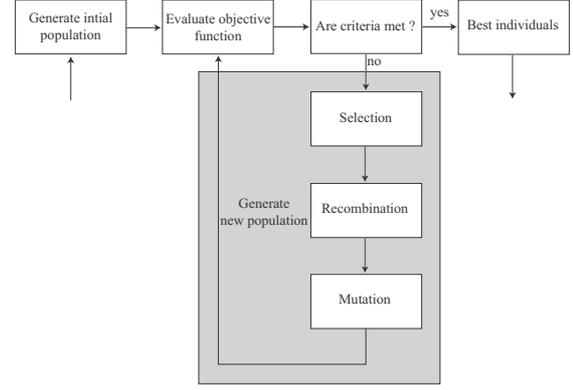
$$\delta_c = -\frac{1}{d_m} \left( C'_m(\alpha, \mathcal{M}) + \frac{2\xi\omega_f}{K_q \mathcal{M}^2} q + \frac{\omega_f^2}{K_q \mathcal{M}^2} \int (q - q_{co}) dt \right) \quad (9)$$

where  $C'_m(\alpha, \mathcal{M}) = a_m \alpha^3 + b_m |\alpha| \alpha + (-7 + 8\mathcal{M}/3) c_m \alpha$ .

Combining Equation (7) and Equation (9), the following dynamic control law is found:

$$\dot{x}_k = q + K_\alpha \mathcal{M} C'_n(\alpha, \mathcal{M}) \cos(\alpha) + \frac{1}{\tau_s} \left( \frac{\partial \eta}{\partial \alpha} \right)^{-1} (\eta - \eta_c) \quad (10a)$$

$$\delta_c = -\frac{C'_m}{d_m} + \frac{\omega_f^2}{K_q \mathcal{M}^2 d_m} x_k - \frac{2\xi\omega_f}{K_q \mathcal{M}^2 d_m} q \quad (10b)$$



**Figure 2:** Structure of a single population evolutionary algorithm

Noticing that  $\dot{\alpha} \approx K_\alpha \mathcal{M} C'_n(\alpha, \mathcal{M}) \cos(\alpha) + q$ , it follows :

$$\dot{x}_k = \frac{1}{K_\eta \mathcal{M}^2 \tau_s} \left( \frac{\partial C'_n}{\partial \alpha} \right)^{-1} (\eta_c - \eta) \quad (11a)$$

$$\delta_c = -\frac{C'_m}{d_m} - \frac{\omega_f^2}{K_q \mathcal{M}^2 d_m} (\alpha - x_k) - \frac{2\xi\omega_f}{K_q \mathcal{M}^2 d_m} q \quad (11b)$$

### 3.2 Controller tuning and simulation results

We present in this subsection results obtained with the non-linear control law.

The controller parameters tuning is carried out using an optimisation procedure based on genetic algorithms. Genetic algorithms are a stochastic global search method that mimics the Darwin selection theory. Genetic algorithms operate on a population of potential solutions applying the principle of survival of the fittest to produce better and better approximations to a solution.

The structure of a genetic algorithm is presented in Figure 2. At each generation, a new set of approximations is created by the individuals selection process according to their level of fitness relatively to the problem under consideration and breeding them together using operators (selection, recombination, mutation and reinsertion) derived from natural genetics. This process leads to the evolution of populations of individuals that are better suited to their environment (here a set of criteria) than the individuals they were created from, just as in natural adaptation.

In our case, the actual autopilot parameters  $\tau_s$ ,  $\xi$  and  $\omega_f$  are first replaced by an auxiliary set of parameters:

- $\tau$  the global time constant of the closed-loop system;
- $\xi$  the fast subsystem damping ratio;
- $r$  the slow/fast splitting ratio which specifies how the global time constant is distributed over both subsystems.

We have the relations:

$$\tau_s = \frac{r}{1+r} \tau \quad (12)$$

$$\omega_f = \frac{2\xi(1+r)}{\tau} \quad (13)$$

Genetic algorithms are particularly well suited to the resolution of multi-criterion optimisation problems. In a multi-criterion framework, the selection stage relies on the multiple tournament principle:

- i) for each criterion  $\alpha_i$ , the individuals in the population are sorted in an ascending order and the position of the individual  $X_j$  with respect to the criterion  $\alpha_i$  is denoted  $Pos_i(X_j)$
- ii) we compute

$$G(j) = \sum_{i=1}^{n_c} \beta_i g_i(X_j) \quad (14)$$

with

$$g_i(X_j) = \begin{cases} Pos_i(X_j), & \text{if } \alpha_i(X_j) \geq v_i \\ b & \text{otherwise} \end{cases} \quad (15)$$

where the  $\beta_i > 0$  are weightings which indicate the hierarchy among the criteria; the parameters  $v_i$  are the maximal values desired for the criteria  $\alpha_i$  and  $b < 0$  is a bonus awarded to any individual whose criterion value is lower than  $v_i$ .

The function  $G(\cdot)$  is the new objective and is the base for the fitness computation (rank-based fitness). The best individual is the one with the lowest G value.

In our case, the criteria are expressed in terms of time response, damping, deflection rate and stability margins (gain and phase of the system linearisations about operating points characterised by Mach number and angle of attack given values). The associated maximal values are given in section 2.

The optimisation procedure provides values for the parameter set  $\{\tau, \xi, r\}$  and thus for  $\tau_s, \xi$  and  $\omega_f$ .

Table 1 gives the controller settings in terms of  $\{\tau, \xi, r\}$  (for each Mach number) used for simulations.

The choice for the slow subsystem time constant is essentially guided by the control objectives. There is more freedom in the choice of the fast subsystem time constant: the only constraint is that it has to be small enough with respect to the slow subsystem time constant to justify the use of the singular perturbations theory. However the experiment shows that a good compromise is obtained with  $2 < r < 4$ .

Fig. 3 shows a typical time response of the closed-loop system to an acceleration pattern and with the associated tail-fin deflection rate profile. One can see that all the requirements (time constant, overshooting, steady-state error and deflection rate limitation) are fulfilled.

Mach number	$\tau$	$\xi$	$r$
1.50	0.41	0.62	2.1
1.75	0.34	0.60	2.25
2.00	0.31	0.67	2.03
2.25	0.30	0.63	2.46
2.50	0.30	0.63	2.46
2.75	0.24	0.69	2.26
3.00	0.24	0.69	2.26

**Table 1:** Controller parameters values.

## 4 LPV/LFT formulation

The missile and its nonlinear autopilot can be seen as linear parameter varying (LPV) systems. In this section, we show how the corresponding LPV models can be obtained.

### 4.1 LPV/LFT missile model

Considering the Equation (1), since the angle of attack  $\alpha$  lies within the interval  $[-20^\circ, 20^\circ]$ , the term  $\cos(\alpha)$  can be approximated by 1.

Then we have a system for which all the state-space entries depend in a polynomial fashion on the time-varying variables  $\alpha$  and  $\mathcal{M}$ . It is thus quite easy to derive an LFT model for this quasi-LPV system:

$$\left[ \begin{array}{cc|c} K_a d_2 (a_n d_1^2 + b_n d_1 + c_n (2 - 1/3 d_2)) & 1 & K_a d_2 d_n \\ K_q d_2^2 (a_m d_1^2 + b_m d_1 + c_m (-7 + 8/3 d_2)) & 0 & K_q d_m d_2^2 \\ \hline K_z d_2^2 (a_n d_1^2 + b_n d_1 + c_n (2 - d_2/3)) & 0 & K_z d_n d_2^2 \end{array} \right]$$

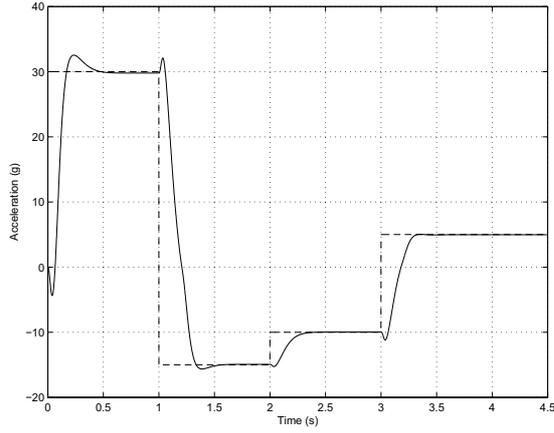
where  $d_1$  stands for  $|\alpha|$  and  $d_2$  for  $\mathcal{M}$ .

In addition, we have to consider uncertainties on the aerodynamic coefficients  $C_n$  and  $C_m$ . Those are multiplicative uncertainties on the  $\alpha$ -dependent and the  $\delta$ -dependent parts of the aerodynamic coefficients. Those uncertainties affect the parameters  $a_i, b_i, c_i, d_i$  ( $i = n, m$ ) of  $C_n$  and  $C_m$  and those parameters may vary by 25 % about their nominal values.

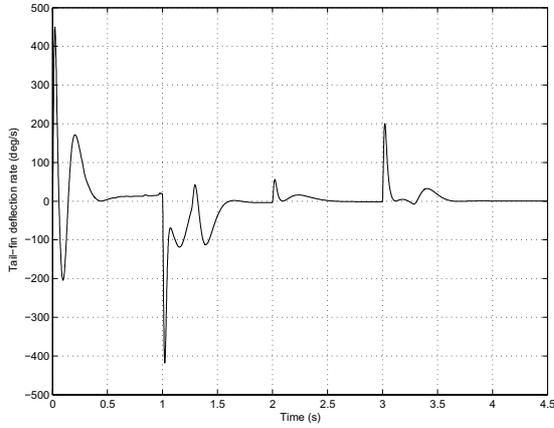
The order of the resulting LFT form (including the uncertainties on the parameters  $a_i, b_i, c_i, d_i$  ( $i = n, m$ )) for the missile system is 15: 2 for  $d_1$ , 5 for  $d_2$  and 1 for all the parameters  $a_i, b_i, c_i, d_i$  ( $i = n, m$ ).

### 4.2 Nonlinear controller : the LPV point of view

The nonlinear autopilot described by equations (11) can also be seen as a quasi-LPV systems. Its state-space matrices depend in the variables  $\alpha$  and  $\mathcal{M}$  too. The difference is that those variables enter in a rational manner: the coefficients of the controller state-space matrices are rational functions in  $d_1$  and  $d_2$ . We can derive an LFT model of the autopilot in this case as well [2]. We have to rewrite the controller model under the form:  $K = K_N \cdot K_D^{-1}$  and derive an LFT form for  $K_N$  and  $K_D$  respectively. All computations done, we get an LFT model of order 15 : 4 in  $d_1$  and 11 in  $d_2$ .



(a) Acceleration time response



(b) Tail-fin deflection rate

**Figure 3:** Time response to an acceleration pattern.

The order of the LFT form corresponding to the closed-loop system is thus 30 with an “uncertainty block” composed of the time-varying parameters  $d_1 = |\alpha(t)|$  and  $d_2 = \mathcal{M}(t)$  and the uncertainties on  $a_i, b_i, c_i, d_i$  ( $i = n, m$ ).

## 5 System analysis using IQCs

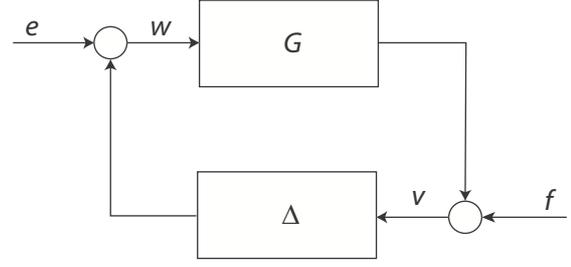
### 5.1 What is an IQC ?

IQCs provide a way of representing relationships between processes evolving in a complex dynamical system, in a form that is convenient for analysis.

#### Definition 5.1

Two signals  $v \in \mathcal{L}_{2e}^l$  and  $w \in \mathcal{L}_{2e}^m$  are said to satisfy the IQC defined by the operator  $\Pi : j\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}^{(l+m) \times (l+m)}$  a measurable Hermitian-valued function, if:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \begin{bmatrix} \hat{v}(j\omega) \\ \hat{w}(j\omega) \end{bmatrix}^* \Pi(j\omega) \begin{bmatrix} \hat{v}(j\omega) \\ \hat{w}(j\omega) \end{bmatrix} d\omega \geq 0 \quad (16)$$



**Figure 4:** Basic feedback interconnection

where  $\hat{v}(j\omega)$  (resp.  $\hat{w}(j\omega)$ ) stands for the Fourier transform of the signal  $v$  (resp.  $w$ ).

A bounded operator  $\Delta : \mathcal{L}_{2e}^l[0, \infty) \rightarrow \mathcal{L}_{2e}^m[0, \infty)$  is said to satisfy the IQC defined by  $\Pi$  if Equation (16) holds for all  $w = \Delta(v)$ , where  $v \in \mathcal{L}_{2e}^l$ .

### 5.2 Stability theorem

IQCs provide a simple and efficient way of analysing stability of feedback interconnections of the form (see Figure 4):

$$\begin{cases} v = Gw + f \\ w = \Delta(v) + e \end{cases} \quad (17)$$

where  $G$  is a known stable linear time-invariant system and  $\Delta$  a nonlinear, time-varying and possibly uncertain bounded operator. We first give the definition of the well-posedness of an interconnection:

#### Definition 5.2

The interconnection of  $G$  and  $\Delta$  is said to be well-posed if the map  $(v, w) \mapsto (e, f)$  defined by Equation (17) has a causal inverse on  $\mathcal{L}_{2e}^{l+m}[0, \infty)$ . The interconnection is stable if, in addition, the inverse is bounded, i.e. if there exists a constant  $C > 0$  such that

$$\int_0^T (\|v\|^2 + \|w\|^2) dt \leq C \int_0^T (\|f\|^2 + \|e\|^2) dt \quad (18)$$

We can state the main theorem of the IQC theory [13]:

#### Theorem 5.1

Let  $G(s) \in \mathbb{RH}_{\infty}^{l \times m}$  and let  $\Delta$  a causal bounded operator. Assume that:

- i)  $\forall \tau \in [0, 1]$ , the interconnection of  $G$  and  $\tau\Delta$  is well-posed
- ii)  $\forall \tau \in [0, 1]$ ,  $\tau\Delta$  the IQC defined  $\Pi$  is satisfied by  $\tau\Delta$
- iii)  $\exists \epsilon > 0$  such that  $\forall \omega \in \mathbb{R}$

$$\begin{bmatrix} G(j\omega) \\ I \end{bmatrix}^* \Pi(j\omega) \begin{bmatrix} G(j\omega) \\ I \end{bmatrix} \leq -\epsilon I, \quad (19)$$

then the interconnection of  $G$  and  $\Delta$  is stable.

By application of the Kalman-Yakubovitch-Popov lemma [18, 17], it follows that (19) is equivalent to the existence of a symmetric matrix  $P > 0$  such that

$$\begin{bmatrix} PA + A^T P & PB \\ B^T P & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Q & S \\ S^T & R \end{bmatrix} < 0 \quad (20)$$

where the matrices  $A$ ,  $B$ ,  $Q$ ,  $S$  and  $R$  depend on the state-space representation matrices of  $G$  and  $\Pi$ .

Hence checking the stability of the interconnection of  $G$  and  $\Delta$  takes the form of a convex optimisation problem defined by a linear matrix inequality in the variable  $P$ . This is the conventional way to treat IQCs problems even if the computational burden may be quite penalising [10].

### 5.3 Application to robustness analysis

We are now aiming at analysing the robustness of the nonlinear control system using the IQC approach.

The first step is to put the system under study into a standard LFT form (see Figure 4). That task is performed by the interconnection of the LFT models derived in section 4.

In the second step, the trouble-making component  $\Delta$  has to be described in terms of IQCs. IQCs are readily available in literature and as a rule, IQCs for a specific  $\Delta$  block are produced by forming any convex combination of standard IQCs derived for elementary components of  $\Delta$ . In our case,  $\Delta$  is composed of time-varying real scalars, corresponding to the variables  $\alpha$  and  $\mathcal{M}$ , and constant ones, corresponding to the uncertain aerodynamic parameters. The IQCs used in this case are listed below (proofs can be found in [13]).

**5.3.1 Integral quadratic constraints for uncertain constant real scalars:** Let  $\Delta : v \mapsto \delta v$  such that  $|\delta| \leq 1$ . Then  $\Delta$  satisfies all IQCs defined by matrix transfers of the form

$$\Pi = \begin{bmatrix} X(j\omega) & Y(j\omega) \\ Y(j\omega)^* & -X(j\omega) \end{bmatrix} \quad (21)$$

where  $X(j\omega) = X(j\omega)^* \leq 0$  and  $Y(j\omega) = -Y(j\omega)^*$  are bounded measurable functions.

**5.3.2 Integral quadratic constraints for time-varying real scalars:** Let  $\Delta : v(t) \mapsto \delta(t)v(t)$  such that  $\|\delta\|_\infty \leq D$ . Then  $\Delta$  satisfies all IQCs defined by matrices of the form

$$\Pi = \begin{bmatrix} D^2 X & Y \\ Y^T & -X \end{bmatrix} \quad (22)$$

where  $X = X^T \leq 0$  and  $Y = -Y^T$  are real matrices.

**5.3.3 Integral quadratic constraints for slowly time-varying real scalars:** Let  $\Delta$  be defined by multiplication in the time domain with a scalar function  $\delta(t)$  such

that  $\|\delta\|_\infty \leq d$  and  $\|\dot{\delta}\|_\infty \leq D$ . We denote  $v$  and  $w$  the input and output signals respectively of  $\Delta$ . Let  $A$  be a Hurwitz matrix and  $G = (sI - A)^{-1}B$ ,  $\tilde{G} = (sI - A)^{-1}$ . We also define an extra signal  $w_2 = \dot{\delta}G(v)$ . Then  $v$ ,  $w$  and  $w_2$  satisfy the IQC defined by:

$$\sigma_1 = \begin{bmatrix} v \\ w \\ w_2 \end{bmatrix}^* \cdot \begin{bmatrix} G & 0 & 0 \\ I & 0 & 0 \\ 0 & G & \tilde{G} \\ 0 & I & 0 \end{bmatrix}^* \cdot \begin{bmatrix} d^2 K_1 & M_1 \\ M_1^T & -K_1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v \\ w \\ w_2 \end{bmatrix} \geq 0 \quad (23)$$

where  $K_1 = K_1^T > 0$  and  $M_1 = -M_1^T$  are real matrices.

The signals  $v$  and  $w_2$  satisfy another IQC defined by:

$$\sigma_2 = \begin{bmatrix} v \\ w_2 \end{bmatrix}^* \cdot \begin{bmatrix} G & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}^* \cdot \begin{bmatrix} D^2 K_2 & M_2 \\ M_2^T & -K_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v \\ w_2 \end{bmatrix} \geq 0 \quad (24)$$

where  $K_2 = K_2^T > 0$  and  $M_2 = -M_2^T$  are real matrices.

Finally, combining the two previous equations, we get the IQC for a slowly time-varying operator:

$$\sigma(v, w, w_2) = \sigma_1(v, w, w_2) + \sigma_2(v, w_2) \geq 0 \quad (25)$$

In the third step, we have to search for a multiplier  $\Pi$  which satisfies both Equations (16) and (19) or equivalently solve the optimisation problem defined by Equation (20).

### 5.4 Analysis Results

The IQC $\beta$  Toolbox for Matlab [12] provides tools to describe uncertainties and operators. We will use this toolbox to analyse the stability of the system with the classical linear controller and the nonlinear one.

Using IQC $\beta$ , finite  $L_2$ -gain from an injected disturbance to any signal inside the system implies stability of the closed-loop system. Thus if the LMI of Equation (20) is feasible then the system is stable. However, if the LMI is not feasible we can not necessarily conclude that the system is unstable.

A missile autopilot is usually synthesised for operating points characterised by the Mach number, the altitude and the mass of the aircraft. The autopilot has to guarantee all the requirements for any angle of attack value within the flight envelope.

The analysis is thus performed following this strategy: the Mach number parameter is set and we try to assess robustness of stability with respect to parametric uncertainties on the aerodynamic coefficients and variations of the angle of attack. In the case of the Reichert's missile model, the altitude is assumed constant (6000 m) and so is the mass of the aircraft. For each Mach number value, the upper-bound

Mach	$L_2$ induced gain
1.50	3.19
1.75	2.74
2.00	2.60
2.25	2.61
2.50	2.57
2.75	2.46
3.00	2.62

**Table 2:** Estimated upper bound of the  $L_2$  induced gain for various Mach numbers and fast time-varying parameters

Mach	$L_2$ induced gain
1.50	3.08
1.75	2.60
2.00	2.35
2.25	2.34
2.50	2.33
2.75	2.24
3.00	2.28

**Table 3:** Estimated upper bound of the  $L_2$  induced gain for various Mach numbers and slowly time-varying parameters

of the  $L_2$  induced gain is computed considering the acceleration reference as the input and the acceleration tracking error as the output.

As can be seen from table 2, the  $L_2$  induced gain of the closed-loop system is finite for each Mach number value. That implies that the interconnection of the missile and the nonlinear autopilot is robustly stable for arbitrarily fast varying angle of attack and for uncertainties on the aerodynamic coefficients. This result can be illustrated by nonlinear simulations as in Figure 3.

Table 3 gives values obtained for the closed-loop system  $L_2$  induced gain when the variation rate of  $|\alpha(t)|$  is bounded by  $2 \text{ rad.s}^{-1}$  (this value is obtained by checking the angle of attack evolution for our acceleration pattern on Figure 3). One can notice that in this case the values obtained for the  $L_2$  gain are lower than in the previous case which means that taking into account the bounded rate of parameter variation (which is more realistic in real life systems) improves the stability level achieved by the controller. This proves the importance of an accurate description of the  $\Delta$  block.

## 6 Conclusion

In this paper, it is shown how linear parameter varying modelling and integral quadratic constraints can be used to assess robust stability of an uncertain nonlinear control system.

A nonlinear autopilot has been presented: its design relies

on the input-output linearisation method and a time scale decomposition of the system to control. The tuning involved the use of an optimisation procedure based on genetic algorithms through a multi-criterion strategy.

The nonlinear controller as well as the missile model have then been put into an LPV/LFT form in order to use the analysis tools provided by the IQC theory. The IQC framework allows to take into account simultaneously several types of uncertainties, especially time-varying ones. Another attractive feature of the IQC framework is that it leads to computationally tractable convex optimisation problems.

From the application point of view, we proved the stability of the nonlinear autopilot under the appearance of (arbitrary fast and slowly) time-varying parameters and constant parametric uncertainties on the missile aerodynamic coefficients.

Further work will aim at performing robustness analysis on a three-axes missile with addition of uncertainties (unmodeled dynamics for instance) on the actuator and time delay to account for the computation time for example.

## References

- [1] I.-J. Adoukpe, E. Godoy, J.-P. Harcaut, and S. Diop. Robustness Analysis of a Dynamic Inversion based Missile Autopilot. In *Proceedings of the 9th IEEE International Conference on Methods and Models in Automation and Robotics*, Miedzyzdroje, Poland, 2003.
- [2] C. M. Belcastro. *Uncertainty Modeling of Real Parameter Variations for Robust Control Applications*. PhD thesis, University of Drexel, 1994.
- [3] E. Devaud. *Méthodologie de Prise en Compte de la Robustesse dans les Techniques de Linéarisation : Application au Pilotage d'un Missile Fortement Manœuvrant*. PhD Thesis, Université de Paris XI, Orsay, France, 1999.
- [4] E. Devaud, J.-P. Harcaut, and H. Siguerdidjane. Three Axes Autopilot Design : from Linear to Nonlinear Control Strategies. *AIAA Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 24(1):64–71, 2001.
- [5] E. Devaud, A. Hiret, H. Siguerdidjane, and G. Duc. “Dynamic Inversion and LPV Approach : Application to a Missile Autopilot”. In *Proceedings of the IEEE Hong-Kong Symposium on Robotics and Control*, volume 1, pages 293–298, 1999.
- [6] J.-Ph. Harcaut. *Commande Non Linéaire Appliquée au Pilotage d'un Engin*. PhD Thesis, École Nationale Supérieure de l'Aéronautique et de l'Espace, Toulouse, France, 1991.
- [7] R. A. Hull, D. Schumacher, and Z. Qu. Design and Evaluation of Robust Nonlinear Missile Autopilots from a Performance Perspective. In *Proceedings of the American Control Conference*, Seattle, Washington, 1995.

- [8] A. Isidori. *Nonlinear Control Systems*. Springer-Verlag, Berlin, 2nd edition, 1995.
- [9] U. Jönsson. *Robustness Analysis of Nonlinear and Uncertain Systems*. Phd thesis, Lund Institute of Technology, Lund, Sweden, 1996.
- [10] C.-Y. Kao and A. Megretski. Fast Algorithms for Solving IQC Feasibility and Optimization Problems. In *Proceedings of the American Control Conference*, pages 3019–3024, Arlington, VA, 2001.
- [11] M. B. McFarland and S. M. Hoque. Robustness of Nonlinear Missile Autopilot designed using Dynamic Inversion. In *Proceedings of the AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit*, 2000.
- [12] A. Megretski, C. Kao, and A. Rantzer. A Guide to IQC $\beta$  : Software for Robustness Analysis. Technical report, Laboratory for Information and Decision Systems, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, Massachusetts, 2000. draft version.
- [13] A. Megretski and A. Rantzer. System Analysis via Integral Quadratic Constraints. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 42(6):819–830, June 1997.
- [14] R. A. Nichols, R. T. Reichert, and W. J. Rugh. Gain Scheduling for H-Infinity Controllers : A Flight Control Example. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 1(2):69–78, 1993.
- [15] D. B. Ridgely and M. B. McFarland. Tailoring Theory to Practice in Tactical Missile Control. *IEEE Control Systems Magazine*, pages 49–55, 1999.
- [16] A. Tsourdos and B. A. White. Nonlinear Flight Control Design for a STT Missile. In *Proceedings of the AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit*, Montreal, Canada, 2001.
- [17] J. C. Willems. *The Analysis of Feedback Systems*. MIT Press, Cambridge, Massachusetts, 1971.
- [18] V. A. Yakubovitch. Frequency Conditions for the Absolute Stability of Control Systems with Several Nonlinear and Linear Nonstationary Units. *Automatic Telemechanics*, pages 5–30, 1967.

## A Numerical data for the missile model

---

$K_\alpha$	=	$(0.7)P_0S/(mv_s)$
$K_q$	=	$(0.7)P_0Sd/I_y$
$K_\eta$	=	$(0.7)P_0Sd/(mg)$
$A_x$	=	$(0.7)P_0SC_a/m$
$P_0$	=	46602 Pa (static pressure at 20 000 ft)
$S$	=	0.04 m <sup>2</sup> (surface area)
$m$	=	204.02 kg (mass)
$v_s$	=	315.9 m.s <sup>-1</sup> (speed of sound at 20 000 ft)
$d$	=	0.23 m (diameter)
$I_y$	=	247.44 kg.m <sup>2</sup> (pitch moment of inertia)
$C_a$	=	-0.3 (drag coefficient)
$\zeta$	=	0.7 (actuator damping ratio)
$\omega_a$	=	150 rad/s (actuator undamped natural frequency)
$a_n$	=	0.000103 deg <sup>-3</sup>
$b_n$	=	-0.00945 deg <sup>-2</sup>
$c_n$	=	-0.1696 deg <sup>-1</sup>
$d_n$	=	-0.034 deg <sup>-1</sup>
$a_m$	=	0.000215 deg <sup>-3</sup>
$b_m$	=	-0.0195 deg <sup>-2</sup>
$c_m$	=	0.051 deg <sup>-1</sup>
$d_m$	=	-0.206 deg <sup>-1</sup>

---

**Table 4:** Details of pitch-axis missile model.

# STABILITY ANALYSIS OF A CONSTANT-POWER INVERTER

Emmanuel Godoy<sup>(1)</sup> - Sihem Tebbani<sup>(2)</sup> - Yann Louvain<sup>(3)</sup> - Karl Sauterau<sup>(4)</sup>

<sup>(1)</sup> Supélec - Service Automatique  
3 rue Joliot Curie, Plateau de Moulon, F91192 Gif sur Yvette Cedex / France  
Phone +33 [0]1 69 85 13 75 ; Fax: +33 [0]1 69 85 12 34  
Email: [Emmanuel.Godoy@supelec.fr](mailto:Emmanuel.Godoy@supelec.fr)

<sup>(2)</sup> Supélec - Service Automatique  
3 rue Joliot Curie, Plateau de Moulon, F91192 Gif sur Yvette Cedex / France  
Phone +33 [0]1 69 85 13 86 ; Fax: +33 [0]1 69 85 12 34  
Email: [Sihem.Tebbani@supelec.fr](mailto:Sihem.Tebbani@supelec.fr)

<sup>(3)</sup> Faiveley  
Z.I. du Bois de Plante F37700 La Ville aux Dames / France  
Phone +33 [0]2 47 32 57 04 ; Fax: +33 [0]2 47 32 56 61  
Email: [Y.Louvain@Faiveley.com](mailto:Y.Louvain@Faiveley.com)

<sup>(4)</sup> Faiveley  
Z.I. du Bois de Plante F37700 La Ville aux Dames / France  
Phone +33 [0]2 47 32 57 04 ; Fax: +33 [0]2 47 32 56 61  
Email: [K.Sauterau@Faiveley.com](mailto:K.Sauterau@Faiveley.com)

## Abstract

This paper deals with the study of a constant-power inverter and its controllability analysis. This process is used in train air-conditioning power supply. Because of the load at constant power, in the absence of specific control law, this system is characterized by an unstable behaviour. This problem can be solved by adding a passive device, however this solution leads to losses of power. An alternative and more interesting solution is to introduce an active solution by means of closed loop regulation, however some internal variables of this system have a small degree of commandability, which makes difficult the achievement of this solution. First, the system is studied: modelling, stability and controllability analysis, study of passive stabilisation. Then the active control law developed is presented. More precisely, a methodology is described for the design of a control law, which permits on one hand to stabilize the inverter without adding any complementary passive device, and on the other hand to let the output voltage track a sinusoidal reference signal. Finally, some numerical results are given to show the efficiency of such a law.

**Keywords:** Inverter, pole placement, LQ control law, controllability, inverter controllability.

## Introduction

Train air-conditioning power supply typically uses a high voltage (about 1500V) and a high power (about 30kW). This power supply must be converted to a lower level before it can be used in the train air-conditioning (which uses a three-phase sinusoidal supply of about 400 VAC).

In our application, a more general case of study is considered: the case where the inverter is connected to a constant-power engine. As we will show in this paper, considering such a system leads to an ill-conditioned control problem, with many difficulties when computing the control law that respects the imposed architecture specification of the system.

As given in the Figure 1, the studied system consists of:

- An RLC input filter,
- An three phase inverter,
- An three phase LC output filter,
- An output constant-power load.

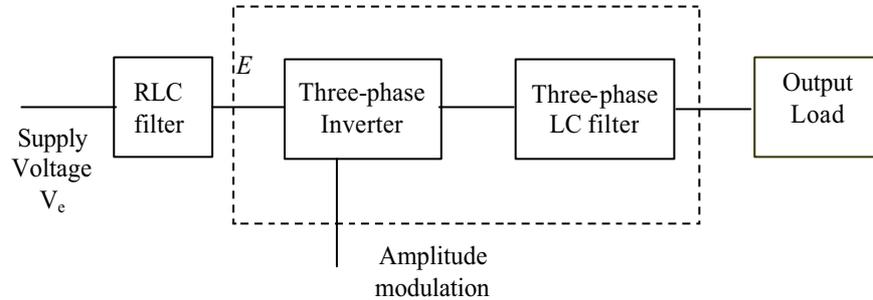


Figure 1: System architecture

This system has been tested and found instable, especially because of the constant-power load. Thus, an additional resistor has been added in the input filter to stabilize the system. However, this additional resistor induced power loss. In addition, it has been noticed an oscillation of the inverter input voltage, and a static error on the output voltage.

The aim of this work is to propose a new control law that respects the specifications of stability and precision. The additional resistor is removed and the new control law developed has to stabilize the system.

First, the system architecture is presented and its different components modeled. After linearizing the system behaviour around an operating point, a control law is synthesized. The controllability of the system will be studied and the difficulty of controlling such a system will be shown. Then, a control strategy that respects the specification is proposed. It consists in the pole placement, either by imposing directly the closed loop poles or by using a Linear Quadratic control law. Finally, the efficiency of the control strategy proposed is illustrated by giving some numerical results.

## System architecture

In this section, the system components (figure 1) and their characteristics will be defined.

### RLC input filter:

The input filter structure is given in figure 2. The resistor  $R_1$  has been introduced in order to stabilize the system. This will be highlighted when analyzing the system controllability.

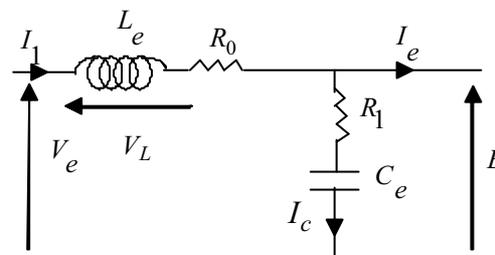


Figure 2: Input filter architecture.

The variables used in the modelization are (as defined in figure 2):  $V_e$  is the supply voltage,  $I_1$  is the input current,  $V_L$  is the inductance voltage,  $V_c$  is the capacitor voltage,  $I_c$  is the capacitor current,  $E$  is the output voltage and  $I_e$  is the output current. The input filter is characterized by the set of equation (1):

$$\begin{cases} E + R_0 \left( I_e + C_e \frac{dV_c}{dt} \right) + L_e \left( \frac{dI_e}{dt} + C_e \frac{d^2V_c}{dt^2} \right) = V_e \\ E = V_c + R_1 C_e \frac{dV_c}{dt} \end{cases} \quad (1)$$

### Three-phase inverter

The inverter is driven by a PWM with a fixed frequency [1]. The amplitude modulation of the inverter is taken as the control signal

The inverter is supposed to be a multiplier between its input and the control signal (noted  $\alpha$ ), as shown by the figure .

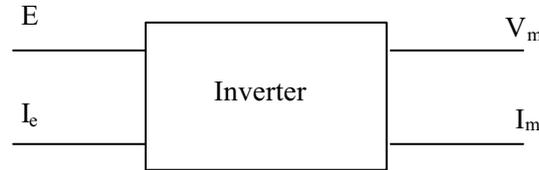


Figure 3 : Inverter input and output signals.

Thus, the rms output voltage  $V_m$  is determined via the input voltage  $E$ , by the relation:

$$V_m = \alpha.E \quad (2)$$

A time delay can be introduced to modelize the signal propagation delay in the inverter (for example due to the commutation of the IGBT and the PWM frequency chopping).

In our application, the time delay is taken to be equal to 5ms and is modeled by a first order transfer function, with the same constant time. Thus, the output voltage  $V_s$  and the output current  $I_s$  are given by:

$$V_s = \frac{V_m}{1 + \tau s} \quad (3)$$

$$I_s = \frac{I_m}{1 + \tau s} \quad (4)$$

### LC output filter

It is a low pass LC three-phase filter, characterized by a single phase scheme considering only rms-voltages and rms-currents. So, in the control model the three-phase structure of the output part is neglected. We notice that the band width of these filters could be taken into account in the control model by increasing the time delay  $\tau$ . The time delay equivalent  $\tau_e$  to these filters can be estimated by using the empirical relation  $\tau_e = 3/\omega_0$  where  $\omega_0$  is the filter band width. At last, to test the designed control law, the three-phase complete structure is taken into account in nonlinear simulation.

## Output constant-power load

We suppose the general case where the inverter is connected to a constant-power load.

$$V_s \cdot I_s = P_0 = cste \quad (5)$$

$$V_m \cdot I_m = P_0 = cste \quad (6)$$

Despite applying this hypothesis of a constant power at the level of the output of the inverter (as given by equation (6)), it will be transferred to the level of the inverter input, leading to equation (7).

$$V_m \cdot I_m = I_e \cdot E = P_0 \quad (7)$$

Thus, the system can be modeled as given in Figure 4.

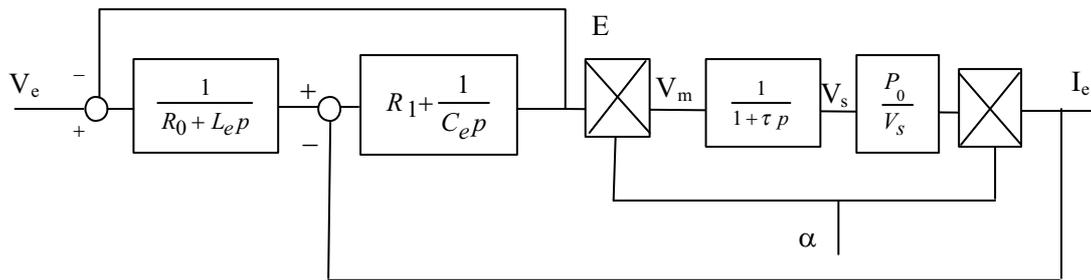


Figure 4 Process model

## System modeling

The model determined above is nonlinear (because of the inverter and of the constant-power load). This model will be linearized around an operating point. The equilibrium point is defined by the set of equations (8).

$$\begin{cases} E_0 + R_0 I_{e0} = V_{e0} \\ E_0 = V_{c0} \\ V_{m0} = V_{s0} = \alpha_0 E_0 \\ I_{m0} = I_{s0} = I_{e0} / \alpha_0 \\ I_{s0} V_{s0} = P_0 \end{cases} \quad (8)$$

By posing :

$$\begin{cases} E = E_0 + e \\ I_e = I_{e0} + i_e \\ V_e = V_{e0} + v_e \\ V_c = V_{c0} + v_c \\ \alpha = \alpha_0 + u \\ V_s = V_{s0} + v_s \\ I_s = I_{s0} + i_s \end{cases} \quad (9)$$

we simplify the equations ((1), (2), (3), (4) and (7)), leading to equations (10), (11).

$$\frac{e}{v_e} = \frac{(1 + \tau s) \cdot (1 + R_1 C_e s)}{a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0} \quad (10)$$

$$\frac{e}{u} = \frac{-\frac{K_0}{\alpha_0}(R_0 + L_e s) \cdot (1 + R_1 C_e s) \cdot V_{s0} \cdot \tau \cdot s}{a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0} \quad (11)$$

with:

$$\begin{aligned} K_0 &= \alpha_0 \cdot P_0 / V_{s0}^2 \\ a_3 &= C_e \tau L_e \\ a_2 &= R_0 C_e \tau + L_e C_e - L_e C_e R_0 R_1 K_0 \alpha_0 + \tau R_1 C_e \\ a_1 &= R_0 C_e + R_1 C_e + \tau - K_0 \alpha_0 L_e - \alpha_0 R_0 R_1 C_e K_0 \\ a_0 &= 1 - R_0 \alpha_0 K_0 \end{aligned}$$

and  $s$  is the Laplace variable.

In this work, we are interested in the transfer between  $e$  and control signal  $u$ , where  $e(t)$  and  $u(t)$  represents the variations of inverter input voltage  $E(t)$  and control signal  $\alpha(t)$  around their values in steady state. From the transfer function given in (11), it can be noticed that in the case where no time delay exists (i.e.  $\tau = 0$ ), the studied system can not be controlled:  $e/u = 0$ . In addition, if the additional resistor  $R_1$  is removed, the system will be instable.

Thus, the value of the resistor  $R_1$  can be computed in order to impose a given value of the damping factor (as illustrated in Figure 5).

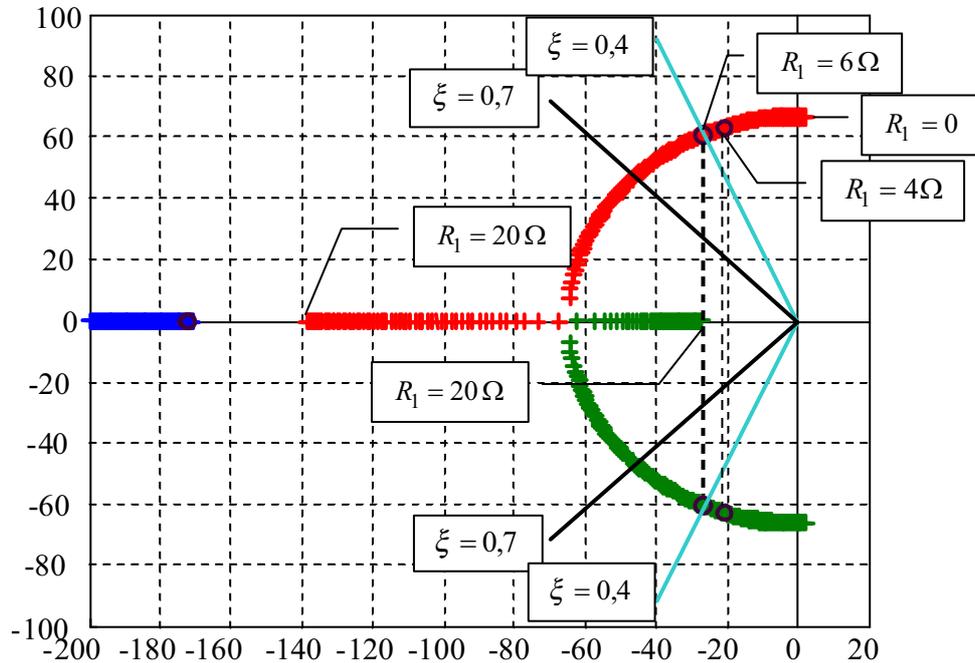


Figure 5 : Root locus of the transfer function  $e/u$  with  $R_0 = 0$ .

It can be noticed that the system can be instable for some values of the resistor  $R_1$ . Indeed, if the desired damping factor is  $\xi_0$ , the resistor must respect the relation (12) to assure the system stability (relation given for  $R_0 = 0$ ).

$$R_1 > \sqrt{\frac{L_e}{C_e}} \left[ 2\xi_0 + \frac{P_0}{E_0^2} \cdot \sqrt{\frac{L_e}{C_e}} \right] \quad (12)$$

Thus, the resistor  $R_1$  stabilizes the system. However, as it induces power loss, this resistor will be replaced by an active control law.

## Control model

The additional resistor  $R_1$  is now removed, and an alternative control law that stabilizes the system is computed. We choose to model the system with a state representation. The states are chosen to be: the inverter input voltage  $E$ , the inverter input current  $I_e$  and the load input rms-voltage  $V_s$ .

The state-space formulation is written for  $(i_e, v_e, v_s)$ , variations around the equilibrium point  $(I_{e0}, E_0, V_{s0})$ . Then, the state-space equation is given by (13).

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} i_e \\ e \\ v_s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{1}{L_e} & 0 \\ \frac{1}{C_e} & 0 & \frac{\alpha_0 P_0}{V_{s0}^2 C_e} \\ 0 & \frac{\alpha_0}{\tau} & -\frac{1}{\tau} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_e \\ e \\ v_s \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{P_0}{V_{s0} C_e} \\ \frac{E_0}{\tau} \end{pmatrix} u \quad (13)$$

The state-space model will be noted:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx + Du \end{aligned} \quad (14)$$

Where:  $A \in R^{3 \times 3}$ ,  $B \in R^{3 \times 1}$ ,  $C = I_{1,3}$  et  $D = 0$  and  $x = (i_e, e, v_s)^T$ .

## Controllability analysis

The system poles can be computed from the state-space formulation. There are three poles: a real negative pole and a complex conjugate pair. The complex poles have a small damping factor (or instable for some values of the loss resistor  $R_0$ ). Thus, a stabilizing control law that assures good temporal behaviour to the system is computed. A pole placement control strategy is chosen since the system and the control architectures is imposed.

$$u = -Kx = -(k_1 \ k_2 \ k_3)^T \cdot x \quad (15)$$

The gain matrix  $K$  is computed so that the system poles are well placed, for instance by imposing poles with a damping factor of 0.6. The controllability gramian is computed in order to study the controllability of the considered system [2][3]. From the singular values of the gramian (normalized singular values are given in equation (16)), it can be noticed that the system is ill-conditioned, especially for the state associated to the output voltage  $v_s$ .

$$Sg = [1 \ 0.3 \ 0.0074] \quad (16)$$

Indeed, the dispersion between the smallest and the biggest singular values is about 0.01, which shows the model ill-conditioning [2][3]. Simulation results shows the bad results obtained with a pole placement, especially on the output voltage response (response with oscillation and a static error). Thus, it seems to be hard to synthesize a control law using a pole placement.

In order to avoid this difficulty, a Linear Quadratic control law is computed. The two methods require the same control architecture, only the value of the gain matrix  $K$  varies. The LQ method consists in computing the gain  $K$  so that a criterion is minimized.

The implemented control law is a complete state-space feedback linear quadratic regulator. To adjust the system response, weighting matrices on the state and on the control are introduced. In order to simplify the problem the matrix of weight on the state was chosen diagonal  $Q = \text{diag}\{q_{00} \quad q_{11} \quad q_{22} \quad q_{33}\}$ . We thus obtain a cost function  $J$ :

$$J = \int_0^{\infty} (q_{00} i_e(t)^2 + q_{11} e(t)^2 + q_{22} v_s(t)^2 + r u(t)^2) dt \quad (17)$$

Once the control law is determined by minimization of the previous performance cost function, the temporal response of the system is computed. It can be noticed that the LQ control law leads to better results than the pole placement control law in terms of robustness stability. In fact, it circumvents the low controllability of the system. However, required specifications impose a good precision (no static error) on the output voltage  $V_s$  in addition to a good robustness against perturbations.

Thus, an outer loop on voltage output has to be added, introducing an integral regulator (figure 5). The gain  $k_4$  has to be determined to have good stability margins (using open loop frequency responses for example).

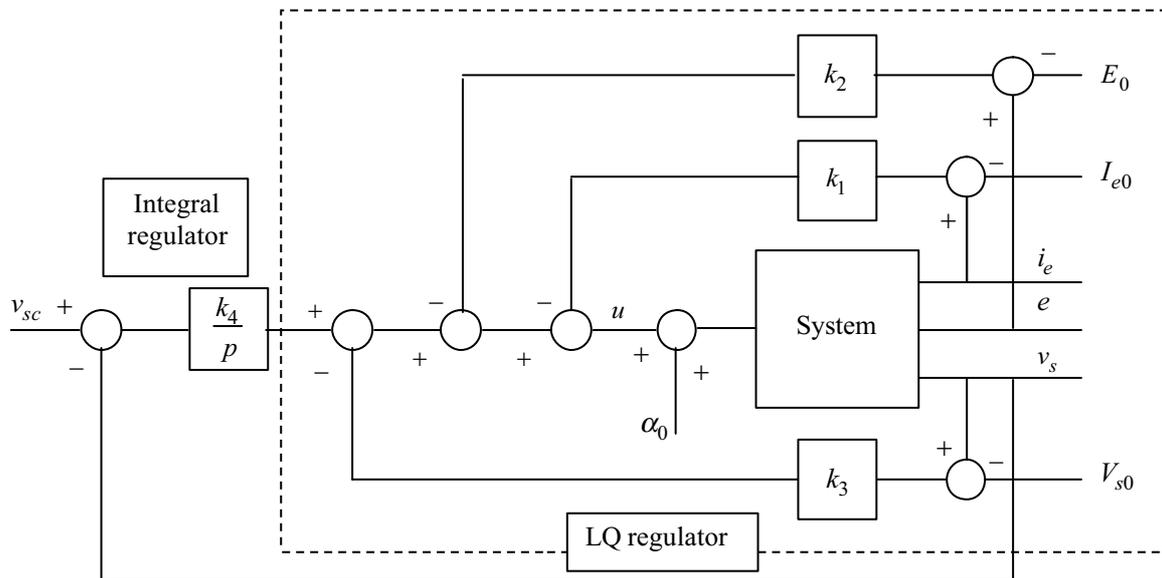


Figure 6 Control structure

In conclusion, the proposed control strategy consists in two correction loops, the inner one using a complete state-space feedback LQ regulator, and the complementary outer loop on the output voltage, using an integral corrector.

## Numerical results

The control strategy presented above is applied to the following example:

$$E = 1500\text{V}, P_0 = 30\text{kW}, L_e = 100\text{mH}, C_e = 2200\ \mu\text{F}$$

$$R_0 = 0.5\ \Omega \text{ and } \tau = 5\text{ms}.$$

The desired output voltage is  $V_s = 400\text{VAC}$  (corresponding to  $\alpha_0 = 0.26$ ).

In a first step, the efficiency of the control law developed is verified on the simplified linearized model. System temporal responses respect the imposed specifications. In fact, in addition to imposed time response or precision, there are also specifications on the transient response of the system when varying the power level. Voltage and current temporal variation and more results are given below.

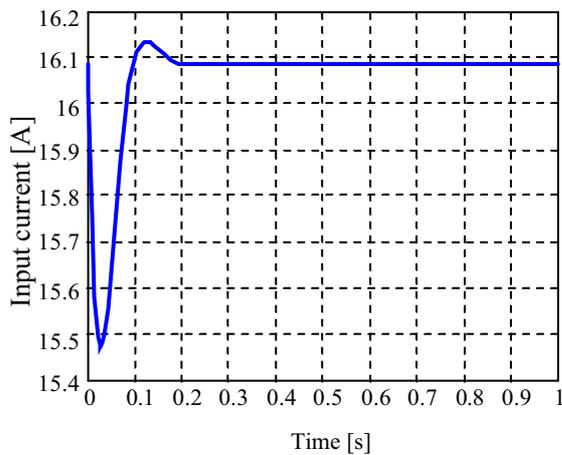


Figure 6. Input inverter current  $I_e$

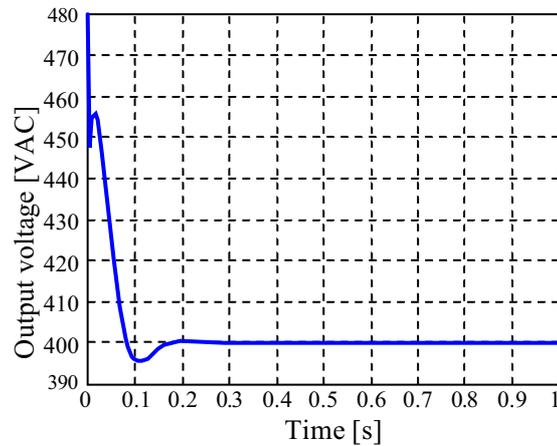


Figure 7. Output voltage  $V_s$

In a second step, this control law is tested on the complete nonlinear system, with a three-phase output voltage and current (figures 8 and 9). A consign on the output voltage is considered (a variation of 100 VAC) and the numerical results shows the good system behavior. Thus, the control law, synthesized for a linearized simplified model steal gives good results for the complete nonlinear system.

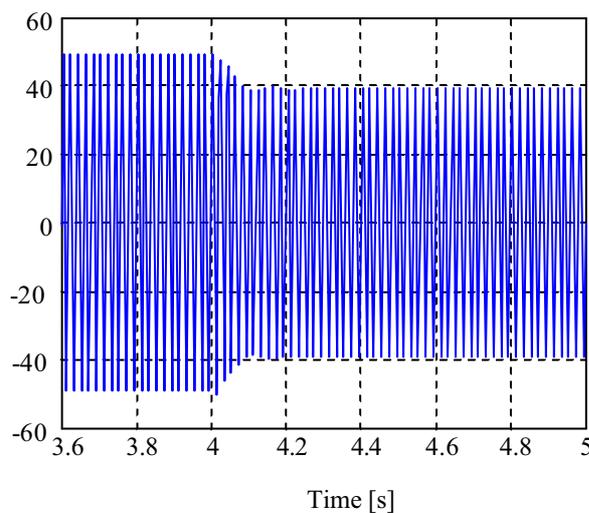


Figure 8: Input inverter current  $I_e$

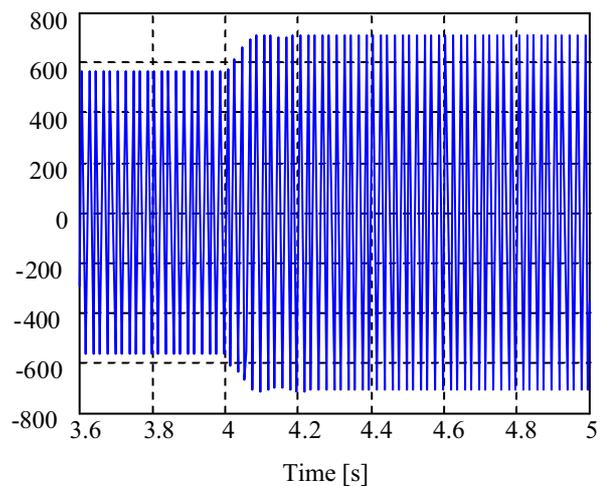


Figure 9: output voltage  $V_s$

The analysis of stability margins of the studied system shows suitable stability margins whatever the operating point. The figure 10 and 11 illustrates the open loop frequency responses in Nichols plane obtained with the linearized models for an output power of 24 kW.

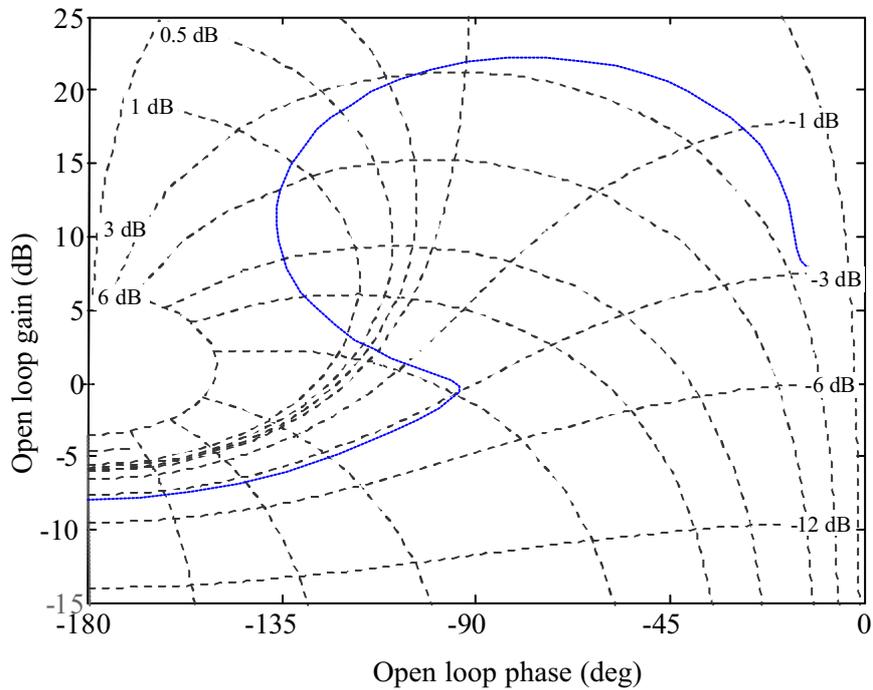


Figure 10. Open loop frequency response with LQ regulator alone

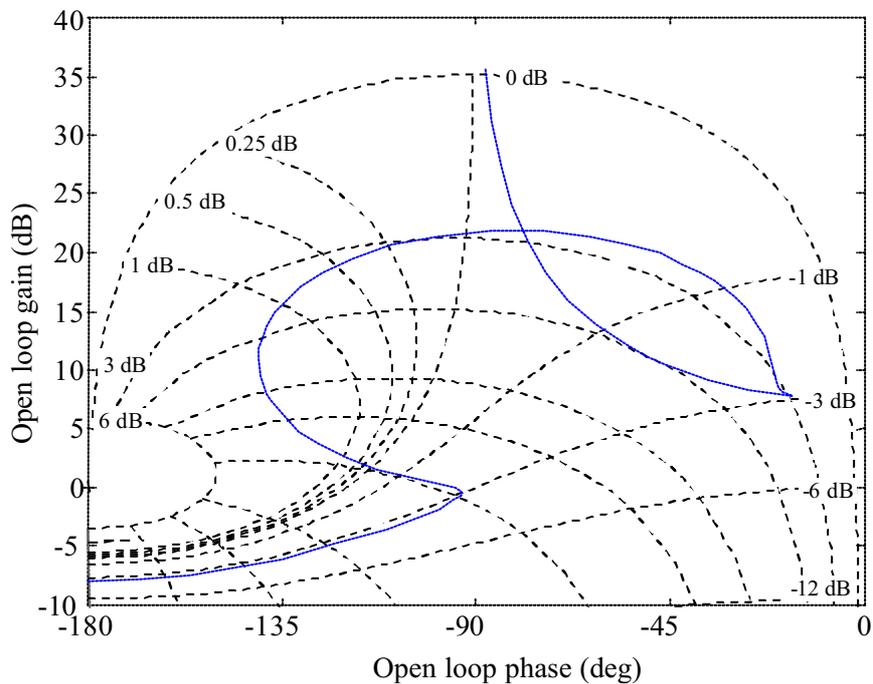


Figure 10. Open loop frequency response with complete structure: LQ regulator + integral term

These figures make possible to show the following performances:

- Phase margin: 85 degrees
- Gain margin: 8 dB
- Cross over frequency 15 Hz

One can also notice that:

- the closed loop resonance is lower than 3 dB
- the introduction of the integral term in control law do not degrade the stability performances while allowing to ensure of the good performances in terms of tracking error.

## Conclusion

In this paper, a constant-power inverter is studied by analyzing its stability and controllability. First, the inverter amplitude modulation is used as a control signal. In that case, the proposed control law consists in using imbricated loops: the inner loop using a LQ control law and the outer loop, on the system output voltage, with an integrator regulator. This control strategy is then tested on the nonlinear complete system and numerical examples show its efficiency and robustness.

The system has been found to be ill-conditioned with a bad controllability. In order to avoid difficulties induced by this, other control strategies can be studied. For instance, by taking into account a power that depends on the frequency (instead of a constant power). Thus, the control signal will be taken as the frequency variation instead of the inverter input signal. This kind of control strategy increases the system controllability and should lead to good transient system behaviour.

In addition, this control law has been computed for a DC supply. It has been tested with a system with an AC supply. The efficiency of the control law holds and the specifications are still satisfied [4].

## References

- [1] JMD Murphy, FG Turnbull. Power Electronic Control of AC Motors; Pergamon Press; 1988.
- [2] E. Godoy, J. Laeuffer, T. Planas, B. Lorcet, D. Sadarnac. A Control analysis and closed loop design for series-parallel resonant converters, EPE'97 - Trondheim, September 1997.
- [3] E. Godoy, V. Croulard, J. Boichot. Modélisation et commande à gains commutés d'un convertisseur à double résonance, CIFA'2002, Nantes, July 2002.
- [4] S. Tebbani, E. Godoy. Synchronization of the inverter voltage supply in order to reduce the residual output ripple, EPE 2003, Toulouse, France, 2003.

# ROBUSTNESS ANALYSIS OF A DYNAMIC INVERSION BASED MISSILE AUTOPILOT

IFÉDÉ-JOËL ADOUNKPÉ<sup>†\*</sup>, EMMANUEL GODOY<sup>\*</sup>  
JEAN-PHILIPPE HARCAUT<sup>‡</sup>, SETTE DIOP<sup>‡</sup>

<sup>†</sup>MBDA FRANCE,  
2 rue Béranger, F-92320 Châtillon, FRANCE  
joel.adoukpe@mbda.fr, jean-philippe.harcaut@mbda.fr

<sup>\*</sup> École Supérieure d'Électricité,  
3 rue Joliot-Curie, F-91192 Gif-sur-Yvette Cedex, FRANCE  
joel.adoukpe@supelec.fr, emmanuel.godoy@supelec.fr

<sup>‡</sup>Laboratoire des Signaux et Systèmes,  
3 rue Joliot-Curie, F-91192 Gif-sur-Yvette Cedex, FRANCE  
diop@lss.supelec.fr

**Abstract.** This paper deals with the robustness analysis of a nonlinear autopilot using classical linear tools. The control law is obtained using the dynamic inversion methodology and is applied on a pitch-axis model of a highly maneuverable missile. It is shown that good results can be obtained in terms of stability and robustness margins

**Key Words.** Missile autopilot, nonlinear control, robustness analysis.

## 1 INTRODUCTION

Missile autopilot synthesis is classically performed within the linear control framework using simplified linearised models of the systems to control.

The control laws are typically designed using the gain-scheduling method [13]. The equations which govern the missile dynamic behaviour are linearized about operating points characterised by the Mach number, the altitude, the angle of attack, the mass and so on. Given a controller structure, the autopilot gains are computed for each operating points and then interpolated in order to cover the whole flight envelope.

Deriving strength from numerous years of experience, that methodology is quite well mastered and leads to rather good results, especially in terms of the performances/robustness compromise.

Nevertheless, as new concepts such as stealthness or hypervelocity are emerging, inducing new operational constraints, industry practioners are waking up to the limitations of the design method and explore more advanced control techniques.

Two techniques are currently in fashion [12] : the

so-called LPV techniques (Linear Parameter Varying) [14, 9] and the feedback linearisation based nonlinear control techniques [10]. A comparison of the two approaches can be found in [3].

When fast manoeuvres of wide amplitude are required, *i.e.* when one is not only interested in small oscillations about the centre of mass, the aircraft may have a dynamic behaviour which justifies to take into account the actual nonlinear modelisation of the system at the design stage. Nonlinear control techniques are then of a great interest. The method we chose consists in a nonlinear dynamic inversion (or feedback linearisation). It is the simplest approach when dealing with nonlinear control. Unfortunately, when considering the flight-control domain, two difficulties occur : first real aircraft models are generally not directly feedback linearisable because of the non-minimum phase property ; then, the method may exhibit a lack of robustness due to the limitations of the aircraft aerodynamic characteristics modelling.

In the sequel, we aim to analyse the robustness of the control law designed in [3] with respect to model uncertainties. First, we present the considered missile model and the associated control objectives in section 2. The control law is slightly improved with the ad-

junction of an observer and the taking into consideration of the Mach number variation in section 3. Finally, classical linear analysis tools (stability margins,  $\mu$ -analysis) are then used to study the control law robustness in section 4.

## 2 MISSILE MODEL AND CONTROL OBJECTIVES

The problem we are dealing with is the one of the design of a nonlinear autopilot to control a pitch-axis missile model. We consider here the so-called Reichert's missile model often used as a benchmark [11]. The pitch-axis missile can be described by the following state-space representation :

$$\begin{aligned} \dot{\alpha}(t) &= K_\alpha \mathcal{M}(t) C_n(\alpha(t), \delta(t), \mathcal{M}(t)) \cos(\alpha(t)) \\ &\quad + q(t) \end{aligned} \quad (1a)$$

$$\dot{q}(t) = K_q \mathcal{M}(t)^2 C_m(\alpha(t), \delta(t), \mathcal{M}(t)) \quad (1b)$$

$$\eta(t) = K_\eta \mathcal{M}(t)^2 C_n(\alpha(t), \delta(t), \mathcal{M}(t)) \quad (1c)$$

which involves the angle of attack  $\alpha(t)$  and the pitch rate  $q(t)$  ; the output to control is the normal acceleration  $\eta(t)$  ; the control input is the tail-fin deflection  $\delta(t)$ . The normal acceleration and the pitch rate are supposed to be measured.

The coefficients  $K_\alpha$ ,  $K_q$  and  $K_\eta$  depend on the geometric characteristics of the cell (diameter, surface area, inertia moment) and the altitude (via the static pressure) which is supposed constant here. The variable  $\mathcal{M}$  represents the Mach number. Finally, the coefficients  $C_n(\alpha, \delta, \mathcal{M})$  et  $C_m(\alpha, \delta, \mathcal{M})$  are the aerodynamic coefficients of the cell given by :

$$\begin{aligned} C_n(\alpha, \delta, \mathcal{M}) &= a_n \alpha^3 + b_n |\alpha| \alpha \\ &\quad + (2 - \mathcal{M}/3) c_n \alpha + d_n \delta \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} C_m(\alpha, \delta, \mathcal{M}) &= a_m \alpha^3 + b_m |\alpha| \alpha \\ &\quad + (-7 + 8\mathcal{M}/3) c_m \alpha + d_m \delta \end{aligned} \quad (3)$$

The numerical values of the constants in the plant model are provided in Table 4 (appendix A).

We add to those equations the actuator dynamics model describing the tail deflection. It is a second-order model (with saturations on the deflection and the deflection rate) with pulsation  $\omega_a$  and damping ratio  $\zeta$  :

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \delta(t) \\ \dot{\delta}(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_a^2 & -2\zeta\omega_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta(t) \\ \dot{\delta}(t) \end{bmatrix} \\ &\quad + \begin{bmatrix} 0 \\ \omega_a^2 \end{bmatrix} \delta_c(t) \end{aligned} \quad (4)$$

where  $\delta_c(t)$  represents the commanded tail-fin deflection, *i.e.* the control input generated by the controller.

The performance goals for the closed-loop are as follows :

- track step commands in  $\eta_c(t)$  with settling time no greater than 350 ms, maximum overshoot lower than 10 % and steady-state error no greater than 1 %
- robustness to modelisation error characterised by uncertainties on the angle of attack and the deflection portions that may vary independently by  $\pm 25$  %
- maximum tail deflection rate no greater than  $25^\circ \cdot s^{-1} \cdot g^{-1}$

Those requirements are to be met over the operating range specified by  $-20^\circ \leq \alpha(t) \leq 20^\circ$  and  $1.5 \leq \mathcal{M} \leq 3.0$ .

## 3 DESIGN OF THE NONLINEAR AUTOPILOT

### 3.1 Synthesis principle

The approach adopted in this paper is the feedback linearisation one [10]. The basic principle is the cancellation of the plant nonlinearities with a state feedback and their replacement by more desirable dynamics (possibly linear).

The application of the technique to the missile model implies the resolution of the problem related to the non-minimum phase property inherent to tail-commanded missile. Besides, the bad knowledge of the aerodynamic coefficients prevents us to differentiate the plant model more than once whereas a direct application of the method demands two differentiations [1, 7].

As a solution, it is suggested in [7, 2, 3] to derive an approximate model of the missile by neglecting the direct action of the deflection on the normal acceleration, *i.e.* :

$$C_n(\alpha, \delta, \mathcal{M}) \approx C_n(\alpha, \mathcal{M})$$

Then the approximated model is split in two subsystems following the singular perturbations theory : a slow one involving the angle of attack  $\alpha(t)$ , the output  $\eta(t)$  and the pitch rate  $q(t)$  as the input ; a fast one characterised by the state variable  $q(t)$  and the actual input  $\delta(t)$ .

The autopilot design is then processed by directly applying the input-output linearisation method to both subsystems. For more details, see [2, 1, 3].

### 3.1.1 The slow subsystem

The state variable is  $\alpha(t)$ , the input  $q(t)$  and the output  $\eta(t)$ . The design objective is to fix a first order dynamic with time constant  $\tau_s$  to the closed-loop approximate slow-system [1, 3]. Thus we obtain :

$$q(t) = -K_\alpha \mathcal{M}(t) C'_n(\alpha(t), \mathcal{M}(t)) \cos(\alpha(t)) - \frac{1}{\tau_s} \left( \frac{\partial \eta}{\partial \alpha} \right)^{-1} (\eta(t) - \eta_{co}(t)) \quad (5)$$

### 3.1.2 The fast subsystem

The state variable as well as the output is the pitch rate  $q(t)$ . The input is the actual plant input  $\delta(t)$ . We desire a second order dynamic behaviour for this subsystem with natural frequency  $\omega_f$  and damping ratio  $\xi$ . This objective is ensured by the control law in Equation (6) [3] :

$$\delta_c(t) = -\frac{1}{d_m} \left( C'_m(\alpha(t), \mathcal{M}(t)) + \frac{2\xi\omega_f}{K_\eta \mathcal{M}(t)^2} q(t) + \frac{\omega_f^2}{K_\eta \mathcal{M}(t)^2} \int (q(t) - q_{co}) dt \right) \quad (6)$$

Combining Equation (5) and Equation (6), the following dynamic control law is found :

$$\dot{x}_k(t) = \frac{1}{K_\eta \tau_s \mathcal{M}(t)^2 \left( \frac{dC'_n}{d\alpha} \right)} (\eta_{co}(t) - \eta(t)) \quad (7a)$$

$$\delta_c(t) = -\frac{C'_m}{d_m} - \frac{1}{K_\eta \mathcal{M}(t)^2 d_m} \{ \omega_f^2(\alpha(t) - x_k(t)) + 2\xi\omega_f q(t) \} \quad (7b)$$

### 3.2 Necessity of an observer

The control law given in Equation (7) implies the knowledge of the whole plant state vector. Yet, the angle of attack  $\alpha(t)$  is not available as a measure. We thus need to estimate it from the actual measures  $q(t)$  and  $\eta(t)$ . Then we use in the state feedback an estimation  $\hat{\alpha}(t)$  of the angle of attack.

The plant model being nonlinear, so is chosen the observer. We derive here a non-biased observer following the classical way. The equation of the observer is then :

$$\dot{\hat{\alpha}}(t) = K_\alpha \mathcal{M} C_n(\hat{\alpha}(t), \delta(t), \mathcal{M}(t)) \cos(\hat{\alpha}(t)) + q(t) + K_{obs} (\eta(t) - \hat{\eta}(t)) \quad (8a)$$

$$\hat{\eta}(t) = K_\eta \mathcal{M}(t)^2 C_n(\hat{\alpha}(t), \delta(t), \mathcal{M}(t)) \quad (8b)$$

The gain  $K_{obs}$  is computed considering a pole placement method for the linearized plant model at various operating points  $(\alpha, \mathcal{M})$ .

### 3.3 Cancellation of the Mach number variation influence

Referring to Equation (1), the Mach number influences the normal acceleration, as well as the angle of attack. Then, considering the approximate slow subsystem, we have :

$$\dot{\eta}(t) = \frac{\partial \eta(t)}{\partial \alpha} \dot{\alpha}(t) + \frac{\partial \eta(t)}{\partial \mathcal{M}} \dot{\mathcal{M}}(t) \quad (9)$$

The control law in Equation (7) should contain terms involving the Mach number dynamics. In [11], the Mach number evolution is governed by the differential Equation (10) :

$$\dot{\mathcal{M}}(t) = \frac{1}{v_s} [-|\eta(t)| \sin(\alpha(t)) + A_x \mathcal{M}(t)^2 \cos(\alpha(t))] \quad (10)$$

Finally, the control law becomes :

$$\dot{\hat{\alpha}}(t) = K_\alpha \mathcal{M} C_n(\hat{\alpha}(t), \delta(t), \mathcal{M}(t)) \cos(\hat{\alpha}(t)) + q(t) + K_{obs} (\eta(t) - \hat{\eta}(t)) \quad (11a)$$

$$\dot{x}_k(t) = \frac{1}{K_\eta \mathcal{M}(t)^2} \left( \frac{\partial C'_n}{\partial \alpha} \right)^{-1} \left[ \frac{\eta_{co}(t) - \eta(t)}{\tau_s} - \left( \frac{\partial \hat{\eta}(t)}{\partial \mathcal{M}} \right) \dot{\mathcal{M}}(t) \right] \quad (11b)$$

$$\delta_c(t) = -\frac{C'_m}{d_m} - \frac{1}{K_\eta \mathcal{M}(t)^2 d_m} \{ \omega_f^2(\alpha(t) - x_k(t)) + 2\xi\omega_f q(t) \} \quad (11c)$$

where  $\hat{\eta}(t)$  is given in Equation (8).

### 3.4 Controller tuning and simulation results

We present in this subsection results obtained with the nonlinear control law.

The controller parameters tuning is carried out using an optimisation procedure based on genetic algorithm. First, the parameters  $\tau_s$ ,  $\xi$  and  $\omega_f$  are replaced by the set  $\{\tau, \xi, r\}$  corresponding respectively to the global time constant of the closed-loop system, the damping ratio and the slow/fast splitting ratio. We have the relations :

$$\tau_s = \frac{r}{1+r} \tau \quad (12)$$

$$\omega_f = \frac{2\xi(1+r)}{\tau} \quad (13)$$

The optimisation procedure provides values for the parameter set  $\{\tau, \xi, r\}$  and thus for  $\tau_s$ ,  $\xi$  and  $\omega_f$ . Table 1 gives the controller settings in terms of  $\{\tau, \xi, r\}$  (for each Mach number) used for simulations.

Table 1: Controller parameters values.

Mach number	$\tau$	$\xi$	$r$
1.50	0.41	0.62	2.1
1.75	0.34	0.60	2.25
2.00	0.31	0.67	2.03
2.25	0.30	0.63	2.46
2.50	0.30	0.63	2.46
2.75	0.24	0.69	2.26
3.00	0.24	0.69	2.26

Time response simulation is given in Fig. 1. Fig. 2 shows time responses to operating points variations : the missile acceleration is stabilised at 0, 10, 20, 30 g and a step input of 1 g is commanded. The Mach number is kept constant equal to 3.0.

Specifications are met in both configurations in terms of settling time, overshooting and deflection rate saturation.

## 4 ROBUSTNESS ANALYSIS

In this section, we carry out a robustness analysis of the nonlinear control law previously presented. The analysis is split in two stages. In the first one, we compute the classical stability margins obtained with the autopilot. In the second stage, we focus on its robustness in terms of stability with respect to parametric uncertainties using the real  $\nu$  tool.

### 4.1 Stability margins

In order to compute the gain, phase and delay margins obtained when applying this nonlinear control law, the plant model in Equation (1) is linearized analytically about operating points parameterised by the angle of attack  $\alpha$  and the Mach number  $\mathcal{M}$ . The controller is numerically linearized in order to avoid perfect feedback linearisation.

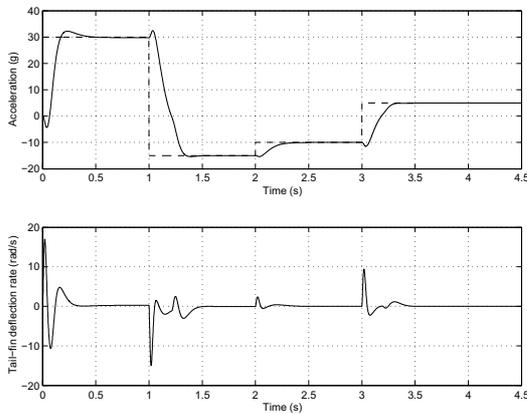


Figure 1: Time response to an acceleration pattern.

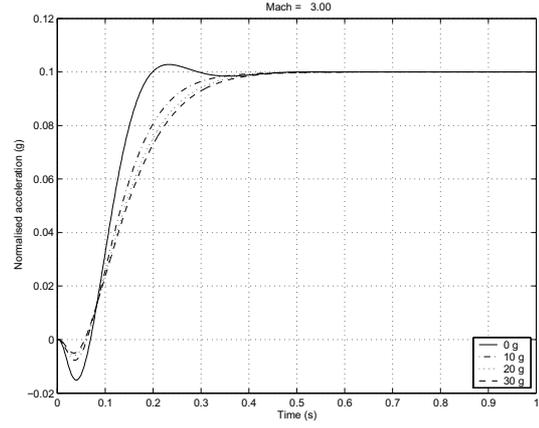


Figure 2: Time responses to operating points variation.

The stability margins are computed for the equivalent open-loop described in Fig. 3.

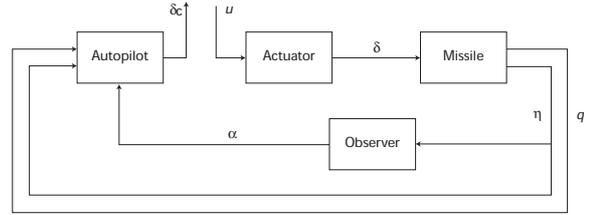


Figure 3: Equivalent open-loop.

Fig. 4 shows the Black diagrams corresponding to the various missile model linearisations. One can see the variations of the Black diagram with the Mach number and for a given Mach number with the angle of attack (ranging from 0 to 20 degrees).

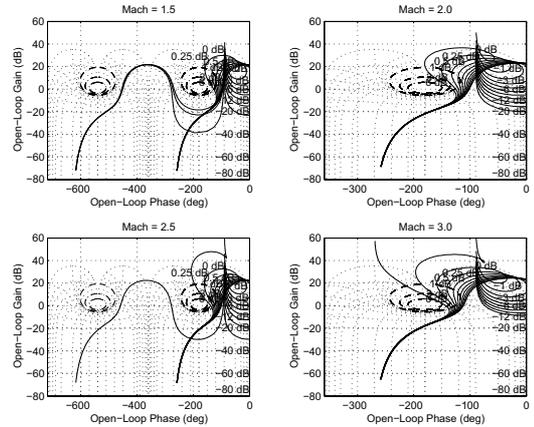


Figure 4: Black diagrams for various operating points.

Table 2 gives the margins numerical values (gain, phase and delay margins) for  $\mathcal{M} \in \{1.5, 2.0, 2.5, 3.0\}$  and  $\alpha \in \{0^\circ, 4^\circ, 20^\circ\}$ .

Table 2: Robustness margins at various operating points. Negative gain margins correspond to the lower margins while the positive ones correspond to the upper margins.

Mach	$\alpha$ (°)	Gm (dB)	Pm (°)	Dm (ms)
1.5	0	-14.8	38.0	37.7
	4	21.7	47.2	43.6
	20	21.5	61.4	50.3
2.0	0	-16.5	42.5	40.3
	4	21.3	53.3	46.3
	20	21.5	72.2	53.2
2.5	0	-11.8	39.3	27.9
	4	17.9	48.9	31.5
	20	18.1	64.0	35.5
3.0	0	-9.3	36.9	26.3
	4	17.6	48.8	31.1
	20	18.1	68.2	35.9

## 4.2 Robust stability analysis

We aim in this subsection to evaluate the robustness of the nonlinear control law with respect to parametric uncertainties on the missile model aerodynamic coefficients.

We consider multiplicative uncertainties on the angle of attack and deflection portions in  $C_n$  and  $C_m$  that may vary independently by  $\pm 25\%$ . These uncertainties induce dispersions up to 25% for the stability derivatives  $Z_\alpha$ ,  $Z_\delta$ ,  $M_\alpha$ ,  $M_\delta$  describing the pitch axis :

$$Z_\alpha = \frac{\partial C_n}{\partial \alpha}, Z_\delta = \frac{\partial C_n}{\partial \delta}, M_\alpha = \frac{\partial C_m}{\partial \alpha}, M_\delta = \frac{\partial C_m}{\partial \delta}$$

The uncertain linearized plant model can be described by the LFT structure in Fig. 5 where :

$$M = \left( \begin{array}{cc|c} A + B_u D_k C_y & B_u C_k & B_v + B_u D_k D_{yv} \\ B_k C_y & A_k & B_k D_{yv} \\ \hline C_z + D_{zu} D_k D_{yv} & D_{zu} C_k & D_{zv} + D_{zu} D_k D_{yv} \end{array} \right)$$

and

$$\Delta = \text{diag}(\Delta_1, \dots, \Delta_6, \Delta_c)$$

with  $\left( \begin{array}{c|c} A & B_u \\ \hline C_y & D_{yu} \end{array} \right)$  a state-space representation of the

linearised missile model and  $\left( \begin{array}{c|c} A_k & B_k \\ \hline C_k & D_k \end{array} \right)$  the controller one.

The matrices  $C_z$ ,  $D_{zu}$ ,  $D_{zv}$ ,  $D_{yv}$  are added to take into account the fictitious signals  $z$  and  $v$ . The uncertainties  $\Delta_i$  ( $i \in [1 \dots 6]$ ) are normalised real scalar, i.e.  $|\Delta_i| \leq 1$ .  $\Delta_c$  is a complex scalar introduced to guarantee a minimal module margin and to smoothen the  $\nu$ -plot.

For the  $\mu$  upper bound computation, we avoid frequency gridding by using the  $\nu$ -tool [4, 5, 6, 8] which is a concept that gives a theoretical background to the frequency gridding elimination in  $\mu$ -analysis. Fig. 6 gives an example of  $\nu$ -analysis for the linearized model at the operating point ( $\alpha = 20^\circ$ ,  $\mathcal{M} = 3.0$ ).

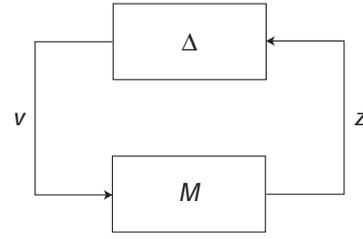


Figure 5: Uncertain plant model.

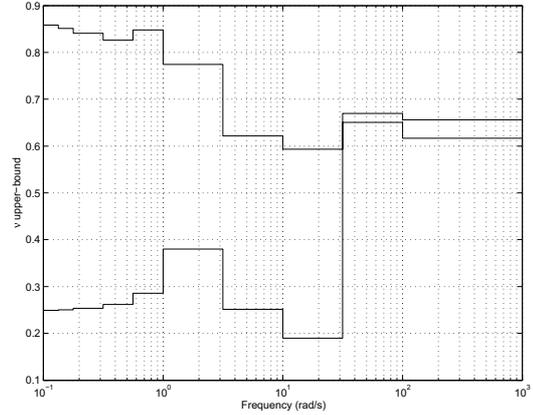


Figure 6: Example of  $\nu$ -analysis at the operating point ( $\alpha = 20^\circ$ ,  $\mathcal{M} = 3.0$ )

Results given in Table 3 are the  $\mu$ -upper bound for operating points characterized by  $\alpha \in \{0^\circ, 4^\circ, 20^\circ\}$  and  $\mathcal{M} \in \{1.5, 2.0, 2.5, 3.0\}$ .

Table 3: Structured singular value upper bounds for various operating points.

Mach number	Angle of attack (°)		
	0	4	20
1.5	0.66	0.58	1.04
1.75	0.79	0.59	1.01
2.00	0.71	0.61	0.97
2.25	0.80	0.62	0.94
2.5	0.81	0.62	0.95
2.75	0.88	0.68	0.87
3.00	0.95	0.68	0.86

Conclusion is that the linearized closed-loop system is robustly stable for almost all operating points. However, the  $\mu$  upper bound is often close to unity.

## 5 CONCLUSION

Based on results exposed in [3], the conclusions given in this paper in terms of robustness and stability margins are rather satisfactory. We focused on the phase and gain margins and the singular structured value (see Tables 2 and 3). The models used here were obtained from the nonlinear missile plant completed with nonlinear control based on state feedback linearisation.

Note eventually that we added a Mach number compensation and an observer for the angle of attack to the control law.

## REFERENCES

- [1] E. Devaud. *Méthodologie de Prise en Compte de la Robustesse dans les Techniques de Linéarisation : Application au Pilotage d'un Missile Fortement Manœuvrant*. PhD dissertation, Université de Paris XI, Orsay, France, 1999.
- [2] E. Devaud, J.-P. Harcaut, and H. Siguerdidjane. Three Axes Autopilot Design : from Linear to Nonlinear Control Strategies. *AIAA Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 24(1):64–71, 2001.
- [3] E. Devaud, A. Hired, H. Siguerdidjane, and G. Duc. Dynamic Inversion and LPV Approach : Application to a Missile Autopilot. In *Proceedings of the IEEE Hong-Kong Symposium on Robotics and Control*, volume 1, pages 293–298, 1999.
- [4] M. K. H. Fan and A. L. Tits. A Measure of Worst-Case  $\mathcal{H}_\infty$  Performance and of Largest Acceptable Uncertainty. *System and Control Letters*, 18:409–421, 1992.
- [5] G. Ferreres and M. M'Saad. Direct Computation of the Maximal ssv over the Mixed  $\mu$  Problem. In *Proceedings of the 33rd IEEE Conference on Decision and Control*, pages 2147–2148, 1994.
- [6] J.-P. Friang, G. Duc, and J.-P. Bonnet. Robust Autopilot for a Flexible Missile : Loop-Shaping  $\mathcal{H}_\infty$  Design and Real  $\nu$ -Analysis. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 8:129–153, 1998.
- [7] J.-Ph. Harcaut. *Commande Non Linéaire Appliquée au Pilotage d'un Engin*. PhD dissertation, École Nationale Supérieure de l'Aéronautique et de l'Espace, Toulouse, France, 1991.
- [8] A. Helmersson. A finite Frequency Method for  $\mu$ -Analysis. In *Proceedings of the 3rd European Control Conference ECC'95*, pages 171–176, 1995.
- [9] A. Hired. *Pilotage Robuste d'un Missile sur un Large Domaine de Vol - Synthèse et Analyse dans le cadre  $\mathcal{H}_\infty$  et LPV*. PhD dissertation, Université de Paris XI, Orsay, France, 1999.
- [10] A. Isidori. *Nonlinear Control Systems*. Springer-Verlag, New York, 2nd edition, 1989.
- [11] R. A. Nichols, R. T. Reichert, and W. J. Rugh. Gain Scheduling for H-Infinity Controllers : A Flight Control Example. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 1:69–78, 1993.
- [12] D. B. Ridgely and M. B. McFarland. Tailoring Theory to Practice in Tactical Missile Control. *IEEE Control Systems Magazine*, pages 49–55, 1999.
- [13] J. S. Shamma. *Analysis and Design of Gain-Scheduled Control Systems*. PhD dissertation, Department of Mechanical Engineering, MIT, Cambridge, 1988.
- [14] J. S. Shamma and J. R. Cloutier. Gain-Scheduled Missile Autopilot Design using Linear Parameter Varying Transformation. *AIAA Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 16(2):256–263, 1993.

## A Numerical data for the missile model

Table 4: Details of pitch-axis missile model.

$K_\alpha$	=	$(0.7)P_0S/(mv_s)$
$K_q$	=	$(0.7)P_0Sd/I_y$
$K_\eta$	=	$(0.7)P_0Sd/(mg)$
$A_x$	=	$(0.7)P_0SC_a/m$
$P_0$	=	46602 Pa (static pressure at 20 000 ft)
$S$	=	0.04 m <sup>2</sup> (surface area)
$m$	=	204.02 kg (mass)
$v_s$	=	315.9 m.s <sup>-1</sup> (speed of sound at 20 000 ft)
$d$	=	0.23 m (diameter)
$I_y$	=	247.44 kg.m <sup>2</sup> (pitch moment of inertia)
$C_a$	=	-0.3 (drag coefficient)
$\zeta$	=	0.7 (actuator damping ratio)
$\omega_a$	=	150 rad/s (actuator undamped natural frequency)
$a_n$	=	0.000103 deg <sup>-3</sup>
$b_n$	=	-0.00945 deg <sup>-2</sup>
$c_n$	=	-0.1696 deg <sup>-1</sup>
$d_n$	=	-0.034 deg <sup>-1</sup>
$a_m$	=	0.000215 deg <sup>-3</sup>
$b_m$	=	-0.0195 deg <sup>-2</sup>
$c_m$	=	0.051 deg <sup>-1</sup>
$d_m$	=	-0.206 deg <sup>-1</sup>

## QFT CONTROLLER OPTIMIZATION FOR AUTOMATIC DESIGN

Vincent Croulard<sup>1</sup>, Emmanuel Godoy<sup>2</sup>, Jérôme Boichot<sup>3</sup>

1: Supélec, Service Automatique, Plateau de Moulon, 91192 Gif sur Yvette, France  
 Phone: 33 (0) 1 30 70 41 16 Fax: 33 (0) 1 30 70 46 70 E-mail: [Vincent.Croulard@supelec.fr](mailto:Vincent.Croulard@supelec.fr)

2: Supélec, Service Automatique, Plateau de Moulon, 91192 Gif sur Yvette, France  
 Phone: 33 (0) 1 69 85 13 75 Fax: 33 (0) 1 69 85 13 89 E-mail: [Emmanuel.Godoy@supelec.fr](mailto:Emmanuel.Godoy@supelec.fr)

3: G.E Medical Systems, X-ray Generation Dpt, 283 rue de la Minière, 78533 Buc, France  
 Phone: 33 (0) 1 30 70 96 63 Fax: 33 (0) 1 30 70 46 70 E-mail: [jerome.boichot@med.ge.com](mailto:jerome.boichot@med.ge.com)

### 1. ABSTRACT

In case of robust control, the Quantitative Feedback Theory controller design can be considered as an alternative to the  $\mu$ -synthesis. Particularly, it allows to obtain controllers less conservative than other methods like  $H_\infty$ . Loop-shaping algorithms have been proposed but their implementations remain complex for automatic controller design and is still an open question. This paper proposes an automatic QFT closed-loop design method based on a 2 steps optimization algorithm in case of SISO systems.

### 2. INTRODUCTION

The Quantitative Feedback Theory method is a robust control, developed at first by I. M. Horowitz in 1959 (1), based on a direct frequency domain design approach to satisfy objectives whatever the parameter state of the process may be. It allows to take account of perturbation and can be considered as an alternative to the  $\mu$ -synthesis. The automatic design of optimal QFT controller is the object of researches and several approaches have been proposed. Some of them are based on a non-linear problem. I. M. Horowitz and A. Gera (3), D. J. Ballance and P. J. Gawthrop (4) proposed the use of Bode Integrals within an iterative approach for loop shaping. D. J. Ballance and W. Chen (6) gave an automatic loop shaping in QFT using genetic algorithms. But convergence properties of optimization procedure, initial conditions and internal stability aspects restrict numerical implementation of these approaches.

Other approaches, using linear programming for automatic loop shaping, are interesting due to better convergence properties. A formulation based on open-loop bound approximation by convexes suggested by G. F. Bryant and G. D. Halikias (7). D. F. Thomson and O. D. I. Nwokah (5) proposed an analytical approach to loop shaping where boxes approximate the templates. Finally, Y. Zhao and S. Jayasuriya (11) introduced the Youla parameterization to transform a QFT robust performance problem into a one-dimensional search; but this allows the automatic design of only one parameter of the controller. All these methods deal with an open loop approach, which leads to optimization programs in non-convex domains.

More recently to overcome the non-convexity of the bounds on the open-loop transmission, Y. Chait (2) proposed a closed-loop optimization constrained by

closed-loop bounds. The main disadvantage of this approach is the need of imposing the denominator of the closed-loop transfer function.

To improve this idea, we propose a QFT closed-loop design algorithm with two steps of optimization. The first step is the closed-loop numerator optimization similar to Chait's one (2) and the second is the closed-loop denominator optimization where the cost function is the quadratic sum of Euclidean distance between the open-loop responses and the bounds in the Nichols plane. This minimization tries to reach the optimal loop shaping defined by I. M. Horowitz and M. Sidi (9-10).

After a resume of QFT design concepts, this article proposes this solution to the automatic loop-shaping problem presented as a specific linear one. Finally, an example, the control of a DC motor, is given to demonstrate the utility of the proposed algorithm.

### 3. QFT DESIGN CONCEPT

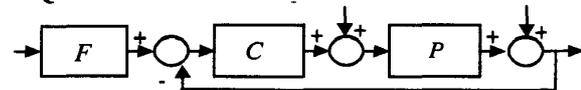


Figure 1: QFT design structure

The QFT design is the synthesis of a controller  $C$  and a pre-filter  $F$  (figure 1) to meet algebraic closed-loop specifications and to stabilize an uncertain system represented by a family  $\wp$  of transfer functions:

$$\wp = \left\{ P(s) = \frac{\sum a_i s^i}{\sum b_j s^j} : [a_i, b_j] \in \Delta \right\}$$

Closed-loop specifications for QFT controller design are:

- Robust stability margin:

$$\forall P(j\omega) \in \wp \quad \left| \frac{C(j\omega)P(j\omega)}{1+C(j\omega)P(j\omega)} \right| \leq x$$

- Input disturbance attenuation:

$$\forall P(j\omega) \in \wp \quad \left| \frac{P(j\omega)}{1+C(j\omega)P(j\omega)} \right| \leq W(\omega)$$

- Output disturbance attenuation:

$$\forall P(j\omega) \in \wp \quad \left| \frac{1}{1+C(j\omega)P(j\omega)} \right| \leq W(\omega)$$

- Tracking performance:

$$\forall P(j\omega) \in \wp \quad T_d(j\omega) \leq \left| F(j\omega) \frac{C(j\omega)P(j\omega)}{1+C(j\omega)P(j\omega)} \right| \leq T_u(j\omega)$$

The basic idea in QFT is to transform these design specifications and plant uncertainties into robust stability and performance areas. An open-loop transfer function  $P_0(j\omega)C(j\omega)$  of a nominal system  $P_0(j\omega)$  selected in the family  $\mathcal{P}$  have to avoid their performance areas to meet algebraic specifications. The controller could be design using a gain-phase loop-shaping technique.

A set of frequency:  $S_\omega = \{\omega_i, i = 1, \dots, w\}$  is taken around the desired crossover frequency. For each frequency, a bound delimits a region in the Nichols plane that the nominal open-loop frequency response has to avoid to meet one algebraic specification. These bounds could be closed (figure 2) or opened (figure 3), according to the specification type.

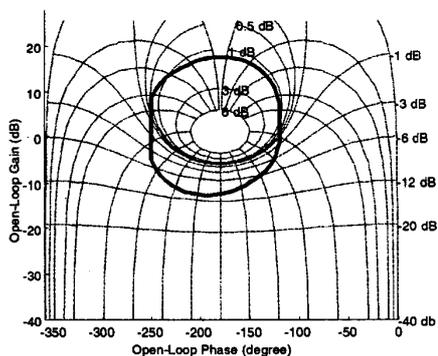


Figure 2: QFT area in Nichols plane for robust stability margin

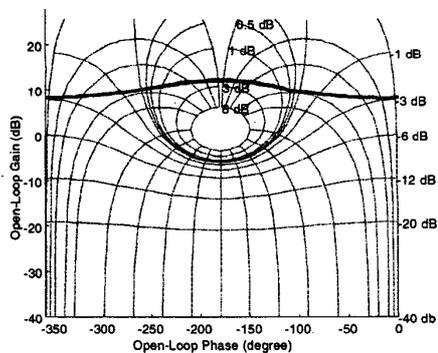


Figure 3: QFT area in Nichols plane for tracking performance

The number of bound is equal to the number of algebraic specification. For each frequency  $\omega_i \in S_\omega$ , we construct the intersection of all the regions delimited by a dotted line in figure 4. We obtain an area, which meets all the algebraic specifications. The border of this area is called the QFT bound represented by a solid line in figure 4.

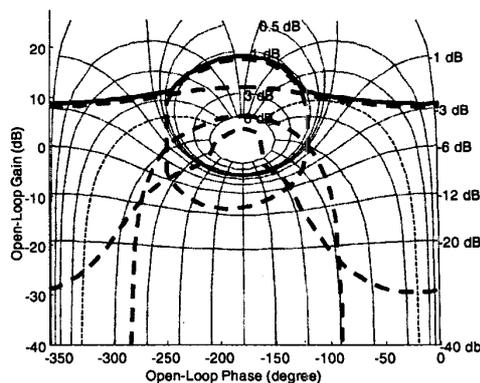


Figure 4: QFT borders and QFT bound at  $\omega_i$

#### 4. CONTROLLER DESIGN METHOD

A fact posing a real problem in automatic loop-shaping is the unconvexity of open-loop domains due to ineffectiveness of non-convex optimization. The convexity of the regions is improved when we translate open-loop specifications into closed-loop specifications in the complex plane, as shown in Figure 5.

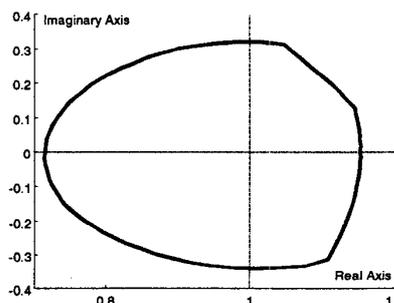


Figure 5: Closed-loop QFT bound in complex plane

To transform each closed-loop bound in a convex one, an algorithm, based on an iterative double step search, determines a set of points limiting a convex included in the QFT bound. The new formulation imposes that the closed-loop response has to be in the closed-loop QFT bound at  $\omega_i$  to answer all the algebraic specifications.

#### 5. CONVEXITY RESEARCH

A closed loop bound is defined by an ordered set of points. The first step of the algorithm extracts a set of point from the initial closed-loop QFT bound which defines a convex. It verifies if it is included in the bounds. The second step increases its size in adding points verifying the convexity and if it is included in the bound. At each step, the bigger convex is memorized.

At last the controller must reach robust the closed loop specifications, translated by QFT bounds, and also insure the internal stability of the system. Consequently, the QFT controller is now designed searching a stable closed-loop transfer function which meets closed-loop QFT bounds and whose controller does not cancel any right half-plane pole and zero of all the uncertain systems.

I. M. Horowitz (10) proposes that a stabilizing open-loop, which satisfies its bounds and has minimum high-frequency gain, gives an optimal QFT controller. The closed-loop design is based on this assertion knowing that the minimization of the high-frequency gain of the open-loop is the same as the minimization of the high-frequency gain of the closed-loop.

The closed-loop transfer function  $T(s)$  is linear in its numerator coefficients and it is not linear in its denominator coefficients. So, we propose an iterative closed-loop optimization made up of 2 steps:

- A linear numerator coefficients convex optimization.
- A nonlinear denominator coefficients optimization.

Once closed-loop transfer function obtained, the controller  $C$  is recovered from the nominal-plant transfer function  $P_0$  via:

$$C = \frac{1}{P_0} \frac{T}{1-T}$$

## 6. NUMERATOR OPTIMIZATION

In the numerator optimization, we define the closed-loop transfer function via:

$$T(s) = \frac{\sum_{i=0}^n \alpha_i s^i}{D(s)}$$

where the denominator has to be a priori defined but supposed stable. The closed-loop denominator is a priori chosen as a stable one. To increase the effectiveness of the algorithm, the frequency response of  $1/D(s)$  is chosen to respect the tracking specification  $T_d(j\omega)$  and  $T_u(j\omega)$ . In order to minimize the high frequency gain of  $T(s)$  the optimization has to focus on the minimization of the coefficient  $\alpha_n$  of the highest power in  $s$  of the closed-loop numerator.

To insure internal stability, we guarantee not only the stability of the closed-loop but also that the underlying controller  $C$  does not share any RHP poles and zeros with the plant family  $\mathcal{P}$ . One way to achieve this is to add linear constraints on the closed loop transfer function of the nominal plant. These are given in the following theorem (8).

### Theorem

We define  $p_i$  ( $i=1, \dots, k$ ) as unstable poles with multiplicity  $n_i$  ( $i=1, \dots, k$ ) and  $z_j$  ( $j=1, \dots, l$ ) as unstable zeros with multiplicity  $m_j$  ( $j=1, \dots, l$ ) of the nominal-plant  $P_0$ . If the closed-loop  $T(s)$  is internally stable and the closed-loop denominator degree is higher than the nominal-plant denominator one then  $T(s)$  must satisfy the following conditions.

$$\begin{cases} T(p_i) = 1, T^{(1)}(p_i) = 0, \dots, T^{(n_i+1)}(p_i) = 0 \quad (i=1, \dots, k) \\ T(z_j) = 0, T^{(1)}(z_j) = 0, \dots, T^{(m_j+1)}(z_j) = 0 \quad (j=1, \dots, l) \end{cases}$$

The second series of equality imposes that the underlying controller  $C$  does not share any right-half plane zero with the plant family  $\mathcal{P}$ . It can be replaced by a factorization of the closed-loop numerator letting appear the unstable part  $[N_{P_0}(s)]^-$  of the numerator of the nominal-plant  $P$ . Then, the closed-loop is define via:

$$T(s) = \frac{\left( \sum_{i=1}^n \alpha_i s^i \right) [N_{P_0}(s)]^-}{D(s)}$$

To resume this part, the numerator coefficients are obtained solving the following optimization problem by linear programming:

determine  $\alpha_i$   $i \in [0, n]$  minimizing  $\alpha_n$   
such that  $T(j\omega_k) \subset$  QFT bound  $\omega_k, \forall k \in [1, w]$

$$T^{(p)}(z_j) = 0, (p=0, \dots, m_j+1) (j=1, \dots, l)$$

Once the optimal numerator obtained, we have to cancel pole zero between  $P_0$  and  $T$  to obtain a minimum order controller.

## 7. DENOMINATOR OPTIMIZATION

The previous method of numerator optimization can only determine optimal zero placements with a denominator that is a priori defined. A second step of optimization is implemented to perform the choice of closed-loop poles. This section is based on the optimal controller property (9,10) to compute the denominator of the closed-loop. It consists in the nonlinear optimization of the real denominator coefficients  $d_j$  of the closed-loop transfer function.

I. M. Horowitz and M. Sidi (9,10) demonstrate that if an optimal controller exists, it's unique and the associated open-loop or closed-loop lies on the boundary at each value of  $\omega_k, k \in [1, w]$ . To take into account this property, we consider a cost function based on the quadratic sum of the Euclidean distance between the open-loop and QFT bound in the Nichols plane at each frequency  $\omega_k$ :

$$f(d_1, d_2, \dots) = \sum_{k=1}^w |\text{dist}(C(j\omega_k)P_0(j\omega_k), \text{QFT bound } \omega_k)|^2$$

This function depends a priori on the numerator and denominator coefficients of  $T$ . But the first step of optimization links numerator variables to the denominator. To insure the closed-loop stability, we add a second term to the cost function, which imposes that all the closed-loop poles are in the left-half plane. Not to degrade efficiency of the numerical implementation of the optimization, we choose a  $C^\infty$  monotone function of the real parts of the closed-loop poles. It's equal to zero when every real part of

as in the left-half plane and close to infinity otherwise. The function to minimize becomes:

$$\hat{f}(d_1, d_2, \dots) = f(d_1, d_2, \dots) + \sum_{r=\text{real part of unstable pole}} e^{-\frac{1}{r^2}} e^{cr}$$

Another term can be added to the cost function in order to insure smoothness of the frequency responses between the bounds specified at given frequencies. This additional term imposes in fact a pole placement region  $R$  illustrated in figure 6.

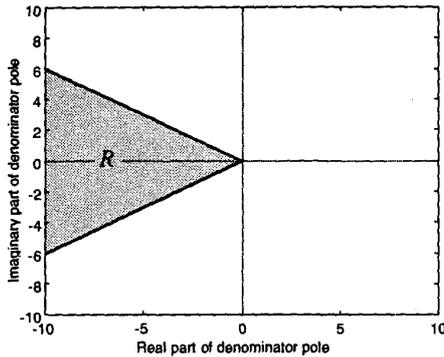


Figure 6: Additional smoothy function

For the same reasons previously defined, this new term is chosen as a  $C^\infty$  monotone function of the pole-damping ratio  $\xi$ . It's equal to zero if variables are higher than a priori defined damping factor and close to infinity otherwise. The function to minimize becomes:

$$\hat{f}(d_1, d_2, \dots) = f(d_1, d_2, \dots) + \sum_{\xi < \xi_0} e^{-\frac{1}{(\xi_0 - \xi)^2}} e^{c(\xi_0 - \xi)}$$

Then, the optimization QFT controller design is an iterative algorithm. Two steps compose one iteration. The first step is a linear convex optimization of the closed-loop numerator with constant denominator, and the second step is an optimization of the closed-loop denominator parameters which minimizes the Euclidean distance between the open-loop and QFT bounds and the high-frequency gain of the open-loop. It also imposes closed-loop stability and the internal stability.

### 8. EXAMPLE

In this section, the control design of a DC motor whose uncertain transfer function is equal to:

$$P(j\omega) = \frac{K}{s(1 + j\tau_m\omega)(1 + j\tau_e\omega)}$$

with  $K \in [150 \ 300]$ ,  $\tau_m \in [0.012 \ 0.02]$  s,  $\tau_e = 0.001$  s. is considered so as to compare our two step algorithm with Chait's approach.

The closed-loop objectives are:

- Margin specifications:

$$\forall P(j\omega) \in \wp, \forall \omega > 0 \quad \left| \frac{C(j\omega)P(j\omega)}{1 + C(j\omega)P(j\omega)} \right| \leq 1.1$$

- Tracking specifications:

$$\forall P(j\omega) \in \wp, \forall \omega > 0 \quad T_d(\omega) \leq \left| F \frac{CP}{1 + CP} \right| \leq T_u(\omega) \text{ with}$$

$$T_d(\omega) = \left| 1 / \left( 1 + \frac{3(j\omega)}{50} + \frac{3(j\omega)^2}{50^2} + \frac{(j\omega)^3}{50^3} \right) \right| \text{ and}$$

$$T_u(\omega) = \left| 1 / \left( 1 + \frac{(j\omega)}{120} + \frac{(j\omega)^2}{120^2} \right) \right|$$

- Input disturbance attenuation:

$$\forall P(j\omega) \in \wp, \forall \omega > 0 \quad \left| \frac{P(j\omega)}{1 + C(j\omega)P(j\omega)} \right| \leq \left| \frac{(j\omega)}{1 + \frac{(j\omega)}{10}} \right|$$

- Output disturbance attenuation:

$$\forall P(j\omega) \in \wp, \forall \omega > 0 \quad \left| \frac{1}{1 + C(j\omega)P(j\omega)} \right| \leq \left| \frac{(j\omega)}{100} \right|$$

Here, we focus on the design of the controller  $C$ . To use the QFT controller design, we have to choose a nominal process:

$$P_0(j\omega) = \frac{150}{s(1 + j\tau_e\omega)(1 + j0.02\omega)}$$

and a set of frequencies around the closed-loop cut-off frequency where QFT bounds are defined  $\omega = [0.01, 10, 40, 80, 160, 320, 1000]$ .

The open-loop QFT bounds are shown in the Nichols chart in figure 7, their closed-loop-associated bounds in the complex plane figure 8. To used the first step optimization, which is a convex optimization, an iterative algorithm determines the bigger convex included in each QFT bound (figure 9).

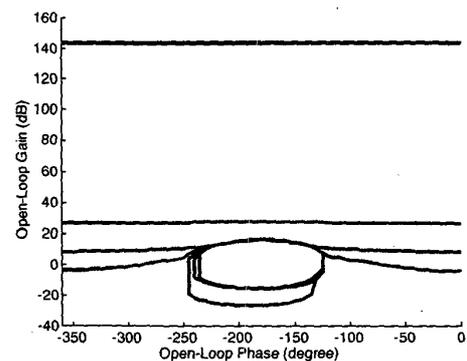


Figure 7: Open-loop QFT bounds

To initialise the optimization, we choose to define a stable closed-loop denominator which respects the tracking specification  $T_d(j\omega)$  and  $T_u(j\omega)$ . We impose the denominator via:

$$D(j\omega) = \left( 1 + \frac{2(j\omega)}{80} + \frac{(j\omega)^2}{80^2} \right) \left( 1 + \frac{(j\omega)}{1000} \right) \left( 1 + \frac{(j\omega)}{10000} \right)$$

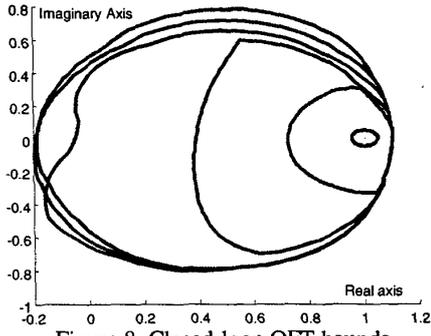


Figure 8: Closed-loop QFT bounds

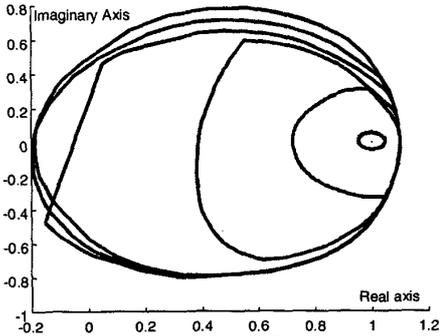


Figure 9: Convex QFT bounds

Imposing a two degrees of freedom on the closed-loop numerator:

- The optimisation only composed by the first step leads to results shown in figure 10 to 14 in term of frequency and temporal responses. Tracking and output disturbance attenuation specifications are respected, but the input disturbance attenuation is not contained in its template.

- The two step optimization allows to obtain a controller satisfying all specifications as shown in figure 15 to 19. We can also verify that the input perturbation rejection is included in the desired template.

In each case, the obtained controller is a 3 zeros/3 poles transfer function which can be reduced to a 2 zeros/2 poles one in the frequency band of interest.

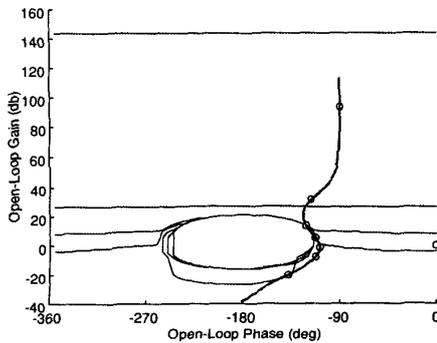


Figure 10: Black diagram for one step open loop optimization

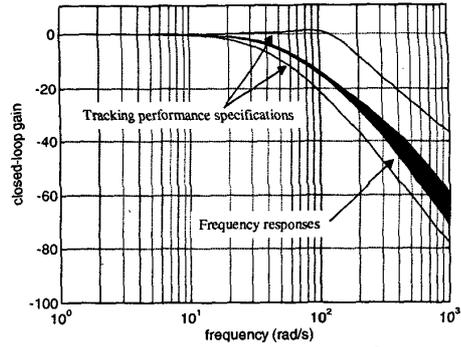


Figure 11 : Closed-loop response frequency

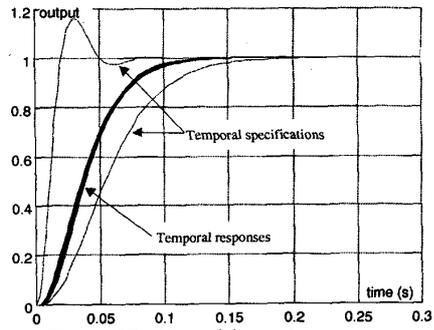


Figure 12 : Closed-loop step response

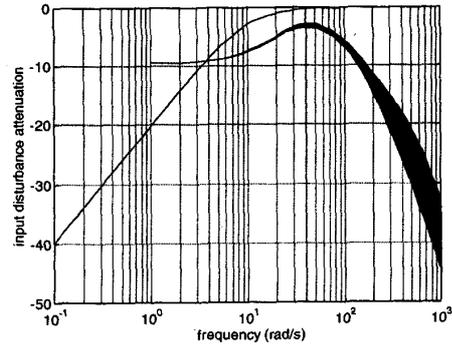


Figure 13 : Input disturbance response frequency

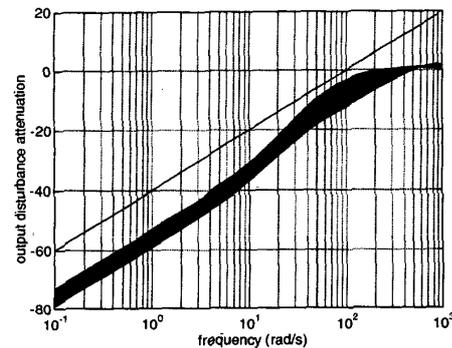


Figure 14 : Sensitivity response frequency

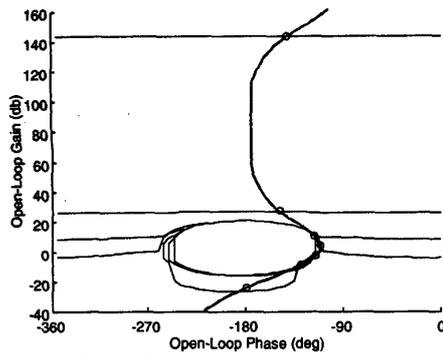


Figure 15: Black diagram for two step open loop optimization

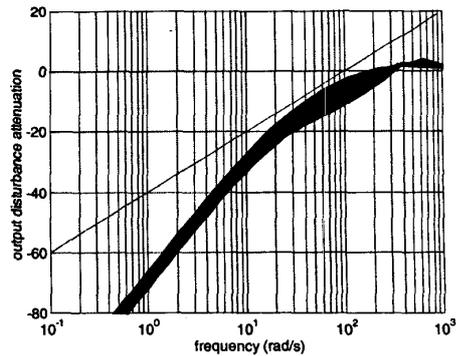


Figure 19 : Sensitivity response frequency

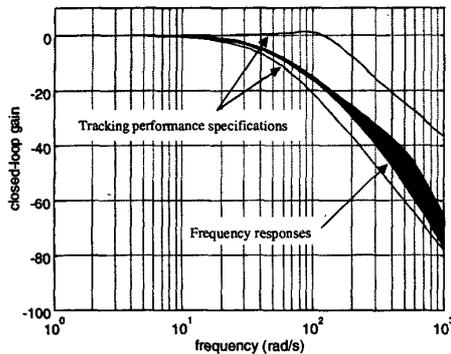


Figure 16 : Closed-loop response frequency

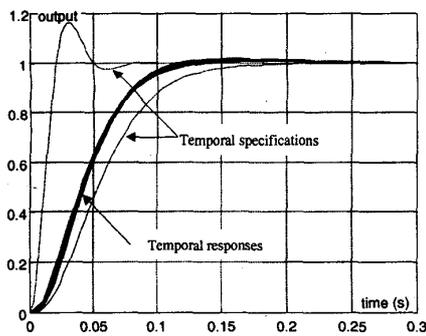


Figure 17 : Closed-loop step response

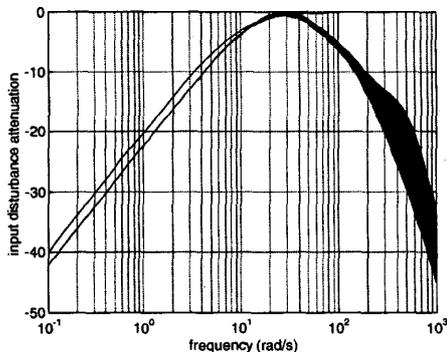


Figure 18 : Input disturbance response frequency

## 9. CONCLUSION

This paper proposes an automatic QFT controller design with a 2-step optimization algorithm tracking the optimal controller define by I. Horowitz. The first step is a convex closed-loop numerator optimization and the second one is a closed-loop denominator optimization. This method tested on a DC motor gives good results, the extension of this concept will be considered for MIMO systems.

## 10. REFERENCES

1. I. M. Horowitz, 1972, "A synthesis for linear feedback systems with large plan ignorance for prescribed time-domain tolerances", *Int. J. Control*, 16, 287-309.
2. Y. Chait, "Automatic loop-shaping of QFT controllers via linear programming".
3. I. M. Horowitz and A. Gera, 1980, "Optimization of the loop transfer function", *Int. J. Control*, 31, 389-398.
4. D. J. Ballance and P. J. Gawthrop, 1991, "Control systems design via quantitative feedback theory approach", *Proceeding of IEE conference "Control '91"*, 1, 476-480, Heriot-Watt University, Edinburgh, U.K..
5. D. F. Thomson and O. D. I. Nwokah, 1994, "Analytical shaping methods in quantitative feedback theory", *Journal of dynamic Systems, Measurement and Control*, 116, 169-177.
6. D. J. Ballance and W. Chen, 1998, "Symbolic computation in value sets of plans with uncertain parameters", *In Control 1998*, 10, submitted to Control'98.
7. G. F. Bryant and G. D. Halikias, 1995, "Optimal loop-shaping for systems with large parameter uncertainty via linear programming", *Int. J. Control*, 62(3), 557-568.
8. Helton and Merino, 1994, theorem 11, chap 8.
9. I. M. Horowitz, 1973, "Optimum loop transfer function in single-loop minimum-phase feedback systems", *Int. J. Control*, 18, 1, 97-113.
10. I. Horowitz and M. SIDI, 1978, "Optimum synthesis of non-minimum phase feedback systems with plan uncertainty", *Int. J. Control*, 27, 3, 361-386.
11. Y. Zhao and S. Jayasuriya, 1993, "Robust stabilization of uncertain systems with parametric uncertainties", *Procs. 12<sup>th</sup> IFAC conf.*, 6, 31-34, Sydney, Australia.

# CONTROL DESIGN METHODOLOGY FOR PERIODIC SYSTEMS WITH VARIABLE SAMPLING PERIOD APPLICATION TO RESONANT CONVERTERS

E. Godoy<sup>1</sup>, J. Boichot<sup>2</sup>, N. Aymard<sup>3</sup>

<sup>1</sup>: Supélec, Service Automatique, Plateau de Moulon, 91192 Gif sur Yvette, France  
Phone +33 (0) 1 69 85 13 75 Fax. +33 (0) 1 69 85 13 89 E-mail : Emmanuel.Godoy@supelec.fr

<sup>2</sup>: G.E. Medical Systems, X-Ray Generation Dpt, 283 rue de la Minière, 78533 Buc, France  
Phone +33 (0) 1 30 70 96 63 Fax. +33 (0) 1 30 70 46 70 E-mail : jerome.boichot@med.ge.com

<sup>3</sup>: G.E. Medical Systems, X-Ray Generation Dpt, 283 rue de la Minière, 78533 Buc, France  
Phone +33 (0) 1 30 70 97 81 Fax. +33 (0) 1 30 70 46 70 E-mail : nicolas.aynard@med.ge.com

**Keywords:** Switched gains, variable sampling period, resonant converter

**Abstract.** This paper describes the modeling and the control design with a variable sampling period of a non linear process for the power supply of an X-ray tube used in medical imaging. The chosen approach to handle the nonlinearities of this system is a control with switching gains obtained from a set of linearized models provided by a small signals identification in the neighbourhood of many operating points.

## 1 Introduction

Radiological medical imaging needs the use of very high voltages, typically 100 kV, associated with high power, up to 100 kW. This kind of application uses resonant converters which working frequencies are around some dozens kilohertz, and high voltage transformers. This paper presents the modeling, the identification and the control of a double resonant DC/DC converter made in collaboration between General Electric Medical Systems and the Control Department of Supelec.

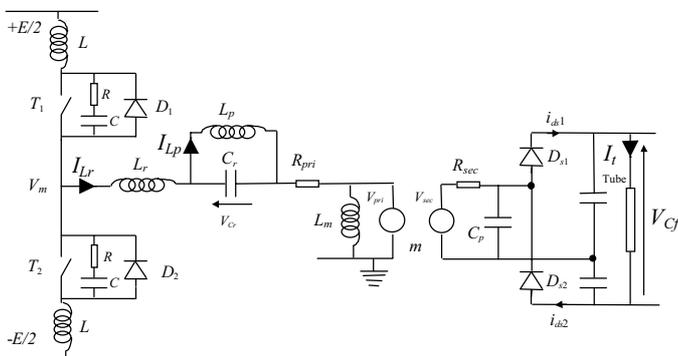


Figure 1: Double resonant converter topology

The operating frequency of this class of converters (schematic given figure 1) can vary between  $f_1$  close to 20 kHz for a very low delivered power and  $f_2$  close to 100 kHz for the maximal delivered power. Figure 2 shows the

frequency transfer between the bridge middle point voltage and the transformer secondary voltage.

Compared to simple resonant converters, the interest of this kind of converters is the high operating frequency even at low powers [1] [2]. This advantage allows to increase the dose reproducibility between two X-ray exposure in pulsed modes (smaller ripple at low power) and to reduce components size.

The objectives of the controller concerns the output voltage on the one hand: rising time less than 1 ms (figure 3), small residual ripple rate during steady state, and on the other hand a good stability of intern variables, particularly those linked to the resonant circuit :  $I_{Lr}$ ,  $I_{Lp}$  and  $V_{Cr}$ .

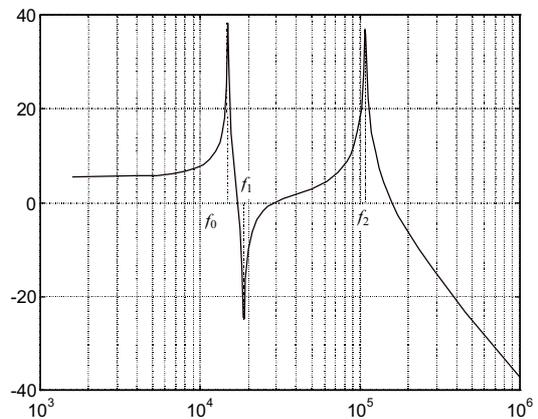


Figure 2: Frequency response of double resonant circuit

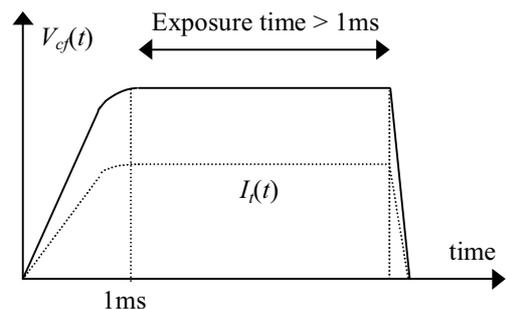


Figure 3: Time high voltage curve

The control parameter involves the notion of time delay  $t_d$  separating the instant  $t_k$  - defined by the zero crossing of the current  $I_{Lr}$  in the resonant serial inductor at the turn-off instant of the IGBT - and the next turn-on instant of the complementary IGBT. The new instant  $t_{k+1}$  will be taken at the zero crossing of the current  $I_{Lr}$  in the resonant serial inductor at the turn-off instant of this second IGBT [5] [6]. This kind of control is illustrated by figure 4.

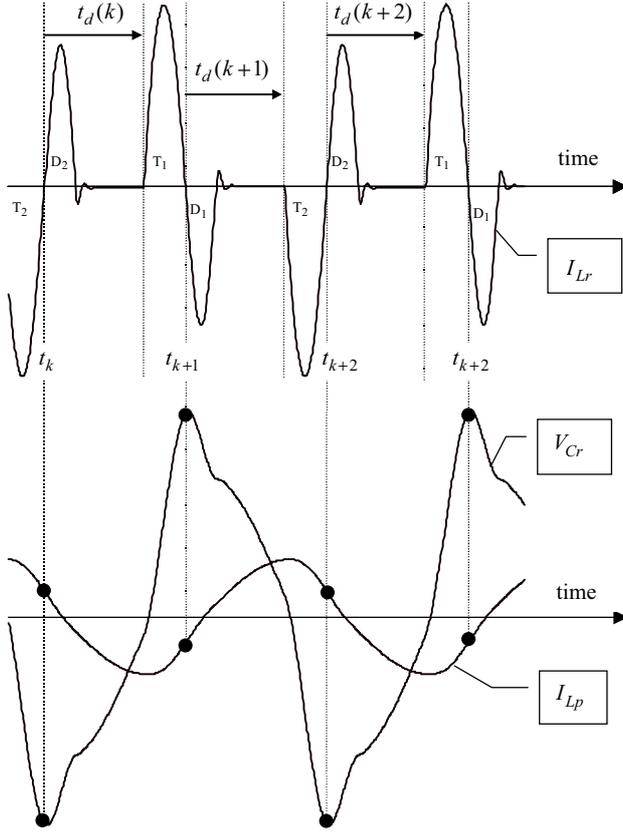


Figure 4: Time delay control, time waveforms

Each command cycle is decomposed in a succession of phases described by a set of linear differential equations; the change of phase is driven by the conditions of commutation of the semiconductors. In state space representation considerations the evolution of the different variables follows a non linear law depending on the state and on the control signal:  $\dot{X} = f(X, t_d)$ .

## 2 Control model

Since the time delay control signal is naturally discrete, we propose a discrete modeling of this system. System variables are sampled at the sampling instant  $t_k$  previously defined. Because of the non linearity of the physical system we completely characterised it by map-making the working plan (defined by the surface  $[V_{Cf} \ I_t]$  where  $I_t$  represents the tube current) with a set of linearised tangent models. Working plans depend on applications. Figure 5 shows the working plan for vascular static acquisition (DSA) which contains all the others.

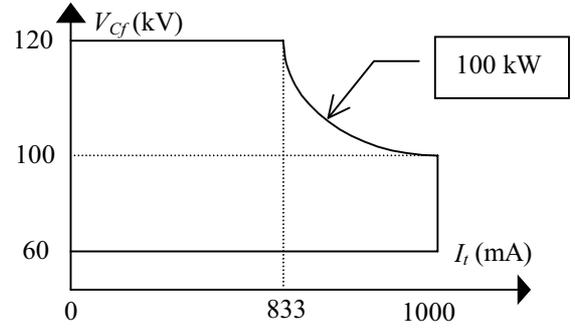


Figure 5: Operating domain

Considering the quite important order of the complete model - order 23 -, we a priori reduced the control model down to only 3 state space vector variables: the output voltage  $V_{Cf}$ , the voltage of the resonant capacitor  $V_{Cr}$  and the parallel resonant inductor current  $I_{Lp}$ . Because of the periodicity during the steady state of last two variables we modify them by a term  $(-1)^k$  in order to take into account the change of sign between two command cycle. So we defined the state vector:

$$X_e(k) = \begin{bmatrix} V_{Cf}(t_k) & (-1)^k V_{Cr}(t_k) & (-1)^k I_{Lp}(t_k) \end{bmatrix}^T$$

The choice of the variables was guided by physical considerations. We can notice that the variable  $I_{Lr}$  does not appear in the state space vector for the sample instant coinciding with  $I_{Lr} = 0$ . Finally the control model is a linear discrete representation  $x_e(k+1) = F x_e(k) + G u(k)$  where  $x_e(k)$  and  $u(k)$  represent the variations of  $X_e(k)$  and of the time delay  $t_d(k)$  around their values in steady state:

$$x_e(k) = \begin{bmatrix} \Delta V_{Cf}(k) \\ \Delta V_{Cr}(k) \\ \Delta I_{Lp}(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{Cf}(k) - V_s \\ V_{Cr}(k) - V_{Cr_s} \\ I_{Lp}(k) - I_{Lp_s} \end{bmatrix} \quad u(k) = t_d(k) - t_{ds}$$

## 3 Identification of the linear tangent models

One of the problems of this application concerns on one hand the important number of points necessary to cover the working plan - greater than 900 - and on the other hand the difficulty to establish analytical models. In order to automate the phase which provides us with all the models around the operating points constituting the map  $[V_{Cf} \ I_t]$ , we carried out the identification of the model parameters by a technique of initial conditions variation in simulation [5].

The linearized state space representation describing the movements of the converter around an operating point  $x_e(k+1) = F x_e(k) + G u(k)$ , can be expressed under the following form:

$$\begin{aligned} v_{Cf}(k+1) &= f_{11} v_{Cf}(k) + f_{12} v_{Cr}(k) + f_{13} i_{Lp}(k) + g_1 u(k) \\ v_{Cr}(k+1) &= f_{21} v_{Cf}(k) + f_{22} v_{Cr}(k) + f_{23} i_{Lp}(k) + g_2 u(k) \\ i_{Lp}(k+1) &= f_{31} v_{Cf}(k) + f_{32} v_{Cr}(k) + f_{33} i_{Lp}(k) + g_3 u(k) \end{aligned}$$

For an operating point, the identification scheme is a two step process:

1 Stabilisation around an operating point

- Storage of the variables in steady state
- Storage of the state space vector which will be used for the variations of the initial conditions  $X_{e0} = [V_{Cf0} \ V_{Cr0} \ I_{Lp0}]^T$  and of the time delay corresponding to the desired operating point  $t_{d0}$

2 Variation of the initial condition for each state variable

- Simulation on one cycle after variation of one of the initial conditions
- Calculation of the associated gains

The second phase (2) is divided in 4 steps corresponding with the variations on the control signal  $t_d$  and the different components of the state space vector. For each step we take back the initial conditions vector  $X_{e0}$  obtained at the first phase (1).

- For a variation of  $t_d$

$$u(k) = \Delta t_d \quad v_{Cr}(k) = 0 \quad i_{Lp}(k) = 0$$

$$g_1 = \frac{\Delta V_{Cf}(k+1)}{\Delta t_d(k)} \quad g_2 = \frac{\Delta V_{Cr}(k+1)}{\Delta t_d(k)} \quad g_3 = \frac{\Delta I_{Lp}(k+1)}{\Delta t_d(k)}$$

- For a variation of  $V_{Cf}$

$$u(k) = 0 \quad v_{Cr}(k) = 0 \quad i_{Lp}(k) = 0$$

$$f_{11} = \frac{\Delta V_{Cf}(k+1)}{\Delta V_{Cf}(k)} \quad f_{12} = \frac{\Delta V_{Cr}(k+1)}{\Delta V_{Cf}(k)} \quad f_{13} = \frac{\Delta I_{Lp}(k+1)}{\Delta V_{Cf}(k)}$$

- For a variation of  $V_{Cr}$

$$u(k) = 0 \quad v_{Cr}(k) = \Delta V_{Cr} \quad i_{Lp}(k) = 0$$

$$f_{21} = \frac{\Delta V_{Cf}(k+1)}{\Delta V_{Cr}(k)} \quad f_{22} = \frac{\Delta V_{Cr}(k+1)}{\Delta V_{Cr}(k)} \quad f_{23} = \frac{\Delta I_{Lp}(k+1)}{\Delta V_{Cr}(k)}$$

- For a variation of  $I_{Lp}$

$$u(k) = 0 \quad v_{Cr}(k) = 0 \quad i_{Lp}(k) = \Delta I_{Lp}$$

$$f_{31} = \frac{\Delta V_{Cf}(k+1)}{\Delta I_{Lp}(k)} \quad f_{32} = \frac{\Delta V_{Cr}(k+1)}{\Delta I_{Lp}(k)} \quad f_{33} = \frac{\Delta I_{Lp}(k+1)}{\Delta I_{Lp}(k)}$$

Figures 6 illustrates the wave shapes of different variables during the second phase (2) for a variation of  $V_{Cr}$ . We can further notice the deviations of the different variables in relation to the nominal evolution in steady state.

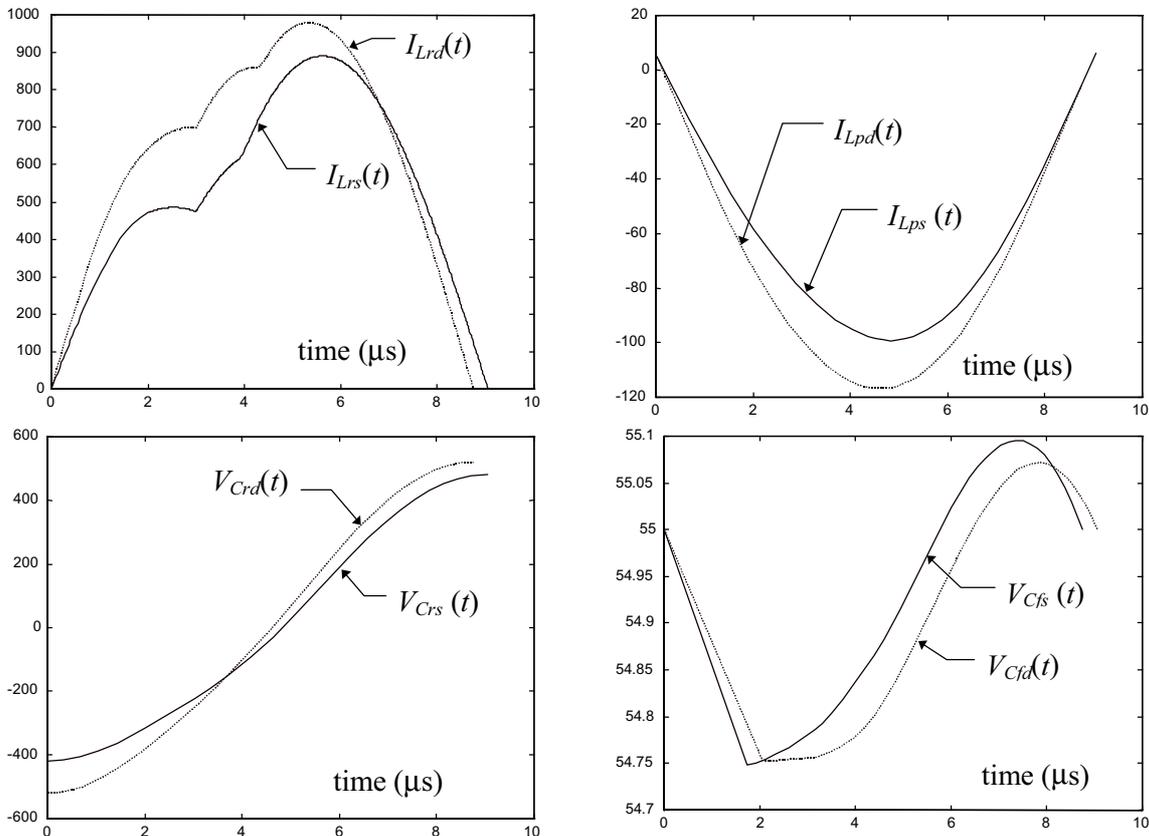


Figure 6: Wave shapes for a variation of the initial condition of  $V_{Cr}$

We notice that the desired operating point is obtained by iteration on the delay time  $t_d$ . This methodology allows to automate the identification phase of all the tangent models corresponding with the grid of the plan describing the working domain. After identification, the analysis of the coefficients shows that the evolution is continuous but non derivable. Figure 7 shows the evolutions of the coefficients of the matrix  $g = [g_1 \ g_2 \ g_3]^T$  according to the tube current for several output voltages.

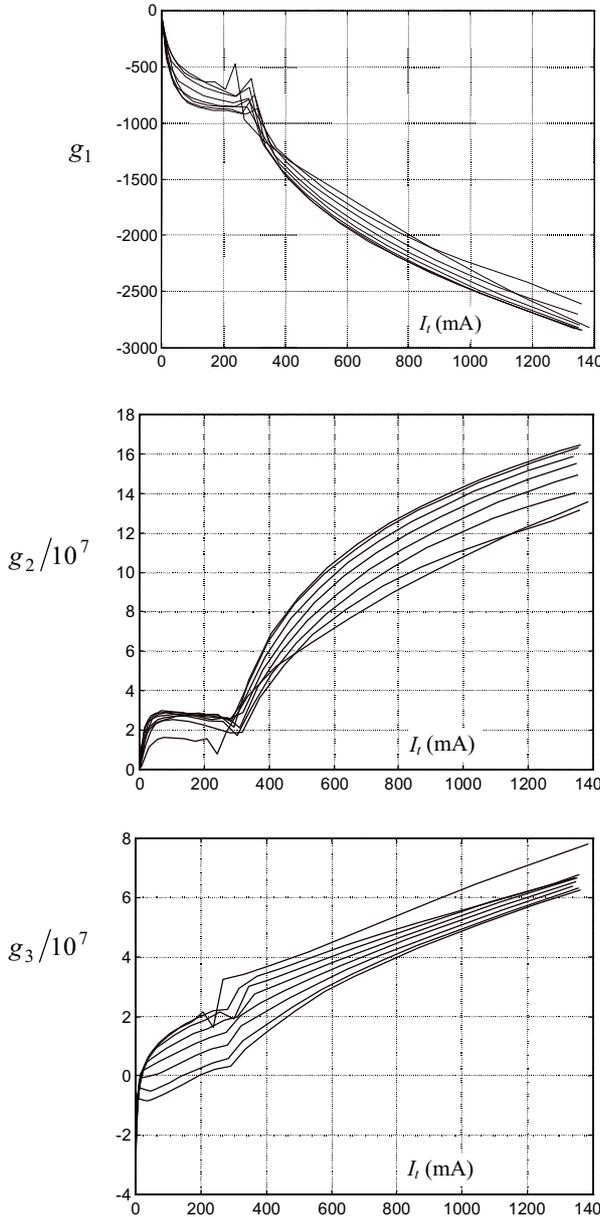


Figure 7: Coefficients of the control matrix

The obtained models are discrete but with a variable sampling period. This period depends on operating points.

#### 4 Control design

We chose a control law with switched gains through a state-space feedback. However because of time spent in making conversions for acquisitions, in computing the address of

look-up table and finally in calculating the control signal, the sample  $t_d$  calculated at the instant  $t_k$  can only be sent at the instant  $k+1$ . This time delay is taken into account by introducing the modified state space vector  $x_a$  :

$$\begin{aligned} x_a(k) &= [v_{Cf}(k) \ v_{Cr}(k) \ i_{Lp}(k) \ u(k-1)]^T \\ &= [x_e(k) \ | \ u(k-1)]^T \end{aligned}$$

The new representation of the increased system is deduced from the previous one. By using a block notation we obtain :

$$x_a(k+1) = \begin{bmatrix} F & G \\ 0 & 0 \end{bmatrix} x_a(k) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(k)$$

The control law implemented is a complete state-space feedback linear quadratic regulator. In order to simplify the problem the matrix of weight on the state was chosen diagonal  $Q = \text{diag}\{q_{00} \ q_{11} \ q_{22} \ q_{33}\}$ . We thus obtain a cost function  $J$ :

$$J = \sum_{k=1}^{\infty} \left[ q_{00} v_{Cf}(k)^2 + q_{11} v_{Cr}(k)^2 + q_{22} i_{Lp}(k)^2 + q_{33} u(k-1)^2 + r u(k)^2 \right]$$

In order to adapt the adjustment with the operating point, weighting terms can vary with it. Figure 8 shows the law adopted for the weight varying with the output voltage; the choice was guided by criteria linked to the dynamic behaviour of the output voltage and to the evolution of the  $I_{Lr}$  and  $I_{Lp}$  current envelopes.

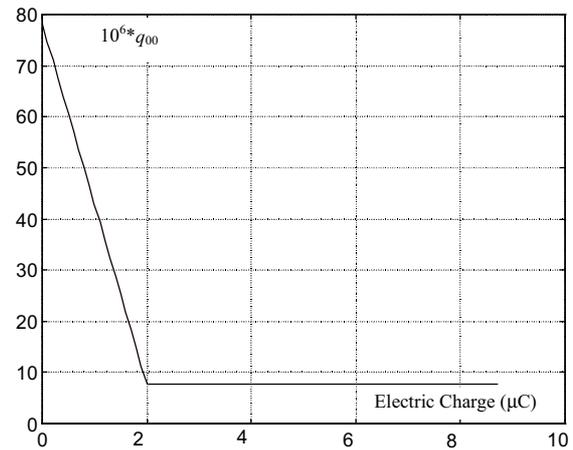


Figure 8: Weighting terms of LQG control law

The analysis of stability margins of the studied system completed with the filters present in the measurement chain, shows sufficient stability margins whatever the operating point. Figures 9 to 11 illustrate the performances obtained according to the tube current for an output voltage of 80 kV. We notice that the cut-off frequency at low power could be increased to the detriment of the phase stability. However the obtained bandwidths seem sufficient with respect to the reference and perturbations due to the power supply ripple.

Some simulation results show that they also seem sufficient for opposite variations of load.

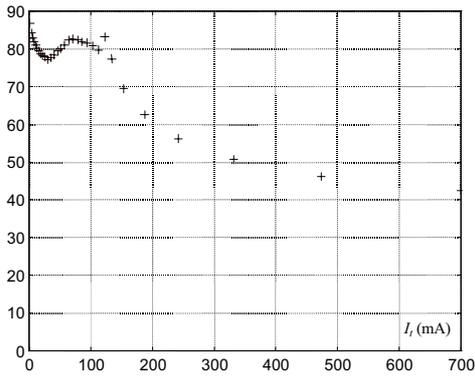


Figure 9 : Phase margin (degrees)

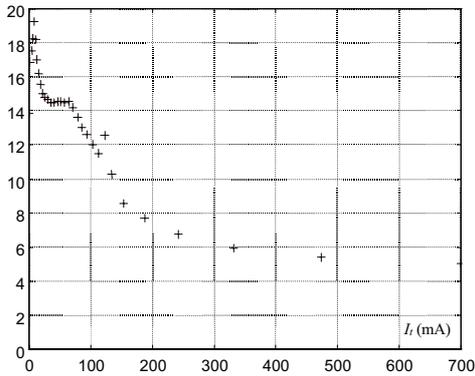


Figure 10: Gain margin (dB)

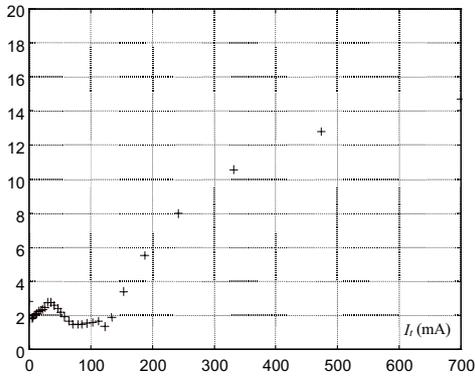


Figure 11: Cut-off frequency (Hz)

### 5 Experimental results

By introducing the time delay and the state space vector  $X_{a0}$  in steady state, the control law implemented follows the relation  $t_d(k) = -K(X_a(k) - X_{a0}) + t_{d0}$ . Figure 12 illustrates the implantation on DSP of this architecture; the look-up table addressing uses an estimation of the tube current. This control law is discrete but at variable sampling period fixed implicitly by the operating point.

The controller uses a DSP based architecture. The experiments on the system developed by General Electric Medical Systems show experimental results similar to simulation ones.

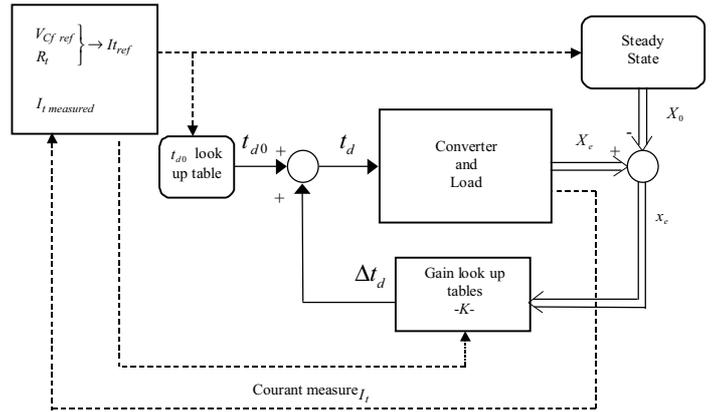


Figure 12: DSP based architecture

Concerning RAD modes - voltage rising from null initial conditions - figure 13 gives the evolutions of the main variables for a desired operating point [80 kV - 400 mA]. We notice that in response to a small variation of voltage reference - 2 kV- the time response is around 100  $\mu$ s without any overshoot.

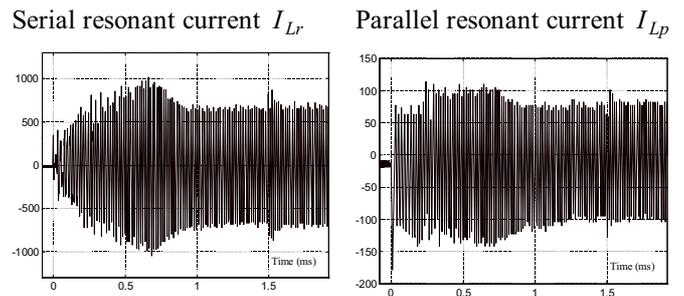
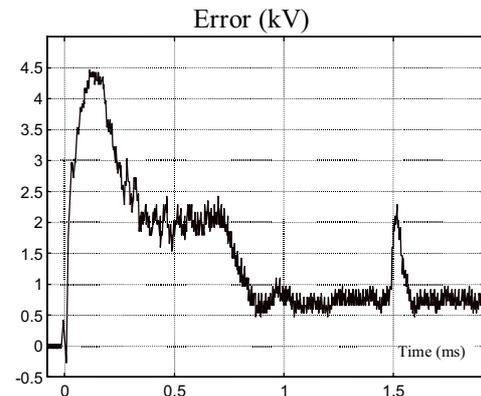
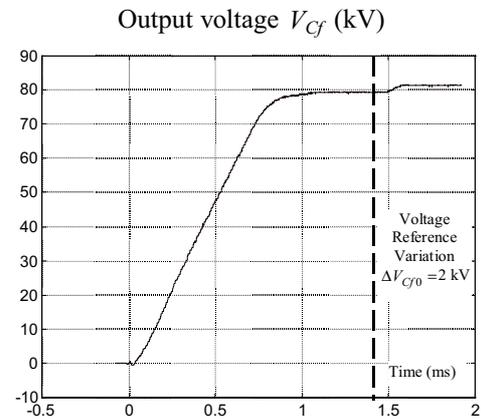


Figure 13: Close loop experimental results in RAD (80 kV) mode

## 6 Conclusions

This work proposes a modeling and control design methodology with variable sampling period for nonlinear systems whose steady state is periodic, non necessarily sinusoidal. Sample instants are not given by temporal criteria but fixed by the synchronisation with the value of one of the characteristic variables of the system. An important application domain concerns power electronics where this method allows to make rigorous calculations without considering approximate arguments of static or quasi-static kind.

This methodology has been applied with good results on a double resonant converter developed for medical applications by General Electric Medical Systems and the Control Department of Supélec.

## References

- [1] Y. Chéron Y., H. Foch, J. Salesses “Study of a Resonant Converter Using Power Transistors in a 25 KW X-Ray Tube Power Supply”, *ESA Proceedings, IEEE PESC*pp. 295-306, (may 1985),
- [2] J. Laeuffer, T. Planas, D. Sadarnac “Les convertisseurs à résonance et leur commande en imagerie médicale” *Electronique de Puissance du Futur, France*, pp. 211-215, (1996)
- [3] J. Laeuffer “Dispositif de régulation de la tension continue fournie par un générateur du type convertisseur à résonance” IPI patent n° 91 14962, France, (1991).
- [4] J. Laeuffer, T. Nuns, T. Planas, M. Fadel, H. Piquet “Générateur de tension continue à commande optimale”, IPI patent n° 93 12681, France, (1993).
- [5] E. Godoy, J. Laeuffer ,T. Planas, B. Lorcet, D. Sadarnac “A Control analysis and closed loop design for series-parallel resonant converters”, *EPE'97 - Trondheim*. (September 1997).
- [6] T. Planas, J. Laeuffer, D. Sadarnac “A Small Signal Analysis and Dead Beat Control For Series Resonant Converters” *PCIM 96 conference*, pp. 131-140, (1996).

# Les frottements : origines physiques et modèles

## **Bastien Borsotto**

Doctorant Supélec / Renault  
Direction de la Mécanique  
3 rue Joliot Curie  
91192 Gif-sur-Yvette  
[Bastien.Borsotto@supelec.fr](mailto:Bastien.Borsotto@supelec.fr)

## **Dominique Beauvois**

Professeur à Supélec  
3 rue Joliot Curie  
91192 Gif-sur-Yvette  
[Dominique.Beauvois@supelec.fr](mailto:Dominique.Beauvois@supelec.fr)

## **Emmanuel Devaud**

Docteur, Ingénieur Supélec  
Renault – Direction de la Mécanique  
1 allée Cornuel  
91510 Lardy  
[emmanuel.devaud@renault.com](mailto:emmanuel.devaud@renault.com)

## **Emmanuel Godoy**

Professeur à Supélec  
3 rue Joliot Curie  
91192 Gif-sur-Yvette  
[Emmanuel.Godoy@supelec.fr](mailto:Emmanuel.Godoy@supelec.fr)

## **Résumé**

Les phénomènes de frottement constituent le principe de fonctionnement de certains systèmes mécaniques comme les embrayages mais peuvent aussi poser des problèmes complexes dans les chaînes de transmission et de motorisation, en particulier lors des déplacements à basse vitesse. Ainsi la modélisation et la prise en compte des forces de frottement sont essentielles dans les phases d'analyse et de synthèse de ce type de systèmes.

Physiquement, deux surfaces en contact ne le sont effectivement qu'en certains points appelés aspérités. La déformation élastique de ces aspérités sous l'effet d'une force externe donne naissance à une force de frottement qui compense l'effort de la force externe : les deux surfaces sont alors en phase de collage. Lorsque les liaisons au niveau des aspérités cassent sous l'effet d'une force externe supérieure à un certain seuil, les surfaces glissent relativement l'une par rapport à l'autre et l'on observe alors un comportement plastique à l'interface des surfaces en contact.

Du point de vue de l'automaticien, les modèles envisagés sont généralement classés suivant deux familles : les « statiques » et les « dynamiques ». Les modèles statiques sont très utilisés du fait de la simplicité de leur expression, et de la qualité convenable de l'approximation du frottement pour les vitesses de glissement relativement élevées. Le modèle statique le plus connu est le modèle de Coulomb, qui permet de représenter le comportement des frottements secs. Plusieurs améliorations ont été proposées à partir de ce modèle : prise en compte du frottement visqueux pour les frottements humides (Coulomb + visqueux), modélisation du frottement statique (statique + Coulomb + visqueux), représentation de l'effet Stribeck (modèle de Stribeck), résolution des problèmes de détection du changement de signe de la vitesse en simulation (modèle de Karnopp). Cependant, ces modèles présentent certains inconvénients, notamment leur discontinuité à la vitesse nulle. De plus, le fait de considérer un modèle statique restreint le champ de représentation des phénomènes physiques à l'origine des frottements et ne permet pas par exemple de mettre en évidence les phénomènes d'oscillations à basse vitesse.

Ainsi, une deuxième classe de modèles a fait son apparition : les modèles dynamiques. Ceux-ci, à partir d'équations différentielles du 1<sup>er</sup> ou du 2<sup>ème</sup> ordre, ont comme objectif de représenter de façon mathématique les comportements élastique et plastique des liaisons à l'interface du contact. L'un des premiers modèles présentés fut le modèle de Dahl. Celui-ci modélise uniquement le comportement élastique de la jonction. Il apporte une gestion continue des transitions au modèle de Coulomb. De manière à pouvoir intégrer d'autres phénomènes physiques, plusieurs améliorations ont été proposées, dont principalement la modélisation des propriétés liées aux frottements humides par le modèle de LuGre et de la non dérive par le modèle élasto-plastique. Une autre approche permettant de représenter les deux comportements élastique et plastique a conduit à l'élaboration de nouveaux modèles : ceux de Bliman et Sorine d'ordre 1 et 2. Cependant ceux-ci, sous leur forme originale, ne permettent de décrire que des frottements secs. Enfin d'autres modèles s'appuyant sur l'aspect aléatoire des phénomènes liés aux frottements (« bristle »), ou représentant indépendamment les phases de collage et de glissement (« reset integrator ») ont été aussi proposés.

## 1. Introduction

Les frottements apparaissent au niveau de l'interface entre deux surfaces en contact. Ceux-ci peuvent être de deux natures : sec si les deux surfaces sont directement mises en contact, ou humide si un lubrifiant (tel que de l'huile ou de la graisse) est utilisé pour créer un film à l'interface. Il existe différents phénomènes physiques à l'origine de ces frottements, nous tâcherons dans la suite de présenter les plus importants.

Nous allons dégager un ensemble de modèles de frottement pouvant être utilisés pour l'analyse, ou éventuellement la synthèse de boucles de régulation, de procédés comportant des phénomènes de frottement. Dans cette optique, il est important d'essayer de bien comprendre les phénomènes physiques qui sont à l'origine de ces frottements, c'est ce que nous présenterons dans une première partie. Dans la deuxième partie, nous étudierons différents modèles, en mettant l'accent sur leur type (statique ou dynamique), les propriétés physiques qu'ils modélisent, leur facilité à être utilisés en simulation et la difficulté de leur implémentation (notamment vis-à-vis de l'identification). Dans une troisième partie, nous dresserons un bilan comparatif de ces modèles. Enfin dans une dernière partie, nous simulerons les modèles présentés dans cet article afin d'analyser leur comportement sur des cas pratiques, et de vérifier quelques unes de leurs propriétés.

## 2. Définitions, principe physique et propriétés des frottements

### 2.1 Définitions et notations

Par souci de simplicité de la présentation, nous considérerons dans cet article un mouvement rectiligne suivant un seul axe. Considérons la figure 1 où le solide (S) est soumis à une action  $\vec{P}$  suivant l'axe  $\vec{y}$  et une action  $\vec{F}_e$  suivant  $\vec{x}$ . On note  $v = \vec{V}(G, R_0) \cdot \vec{x}$  la vitesse suivant l'axe  $\vec{x}$ .

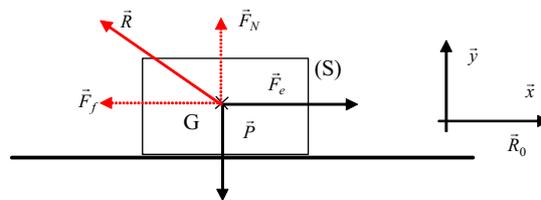


Figure 1 : Schéma des forces appliquées au solide

Cas où  $v = 0$

Si la force  $\vec{F}_e$  n'est pas suffisante, le solide est en équilibre (phase de collage) et le Principe Fondamental de la Dynamique donne :

$$\vec{P} + \vec{R} + \vec{F}_e = 0$$

En décomposant  $\vec{R}$  sous la forme  $\vec{R} = \vec{F}_f + \vec{F}_N$  on note  $\vec{F}_f$  la force de frottement. Quand il n'y a pas mouvement, elle s'oppose exactement à  $\vec{F}_e$ , de même que la force normale  $\vec{F}_N$  s'oppose exactement à l'action  $\vec{P}$ .

Cas où  $v \neq 0$

Si la force  $\vec{F}_e$  est suffisamment importante, le solide peut glisser. Lorsqu'il y a mouvement, on définit alors le coefficient de frottement sec  $\mu$  par :

$$\|\vec{F}_f\| = \mu \|\vec{F}_N\|$$

où  $\vec{F}_f$  est la force de frottement statique. Le coefficient de frottement est donc le rapport de l'effort tangentiel (au déplacement) et de l'effort normal (au déplacement). Par utilisation de la résultante du Principe Fondamental de la Dynamique appliqué à (S) on peut écrire alors :

$$m\vec{a} = \vec{F}_e + \vec{F}_f$$

En notant  $\vec{F}_f = -F_f \vec{x}$ , on peut écrire en projection sur l'axe  $\vec{x}$  :

$$ma = F_e - F_f$$

Contrairement aux habitudes utilisées en mécanique nous modéliserons directement la force de frottement plutôt que le coefficient de frottement  $\mu$ .

## 2.2 Frottements : les quatre régimes

Considérons le cas où le solide (S) de la figure 1 est en contact lubrifié, encore dit humide, avec un support fixe. Il existe 4 régimes de lubrification, [1], conditionnant l'évolution du frottement selon la vitesse de glissement :

- Frottement statique ou pré-glissement
  - Lubrification limite
  - Lubrification partielle
  - Lubrification totale
- } Frottement statique  $v = 0$   
 } Frottement dynamique  $v \neq 0$

La figure 2 illustre l'effet de chaque régime sur la valeur du frottement en fonction de la vitesse de glissement des surfaces. Cette courbe est connue comme étant la *courbe de Stribeck*.

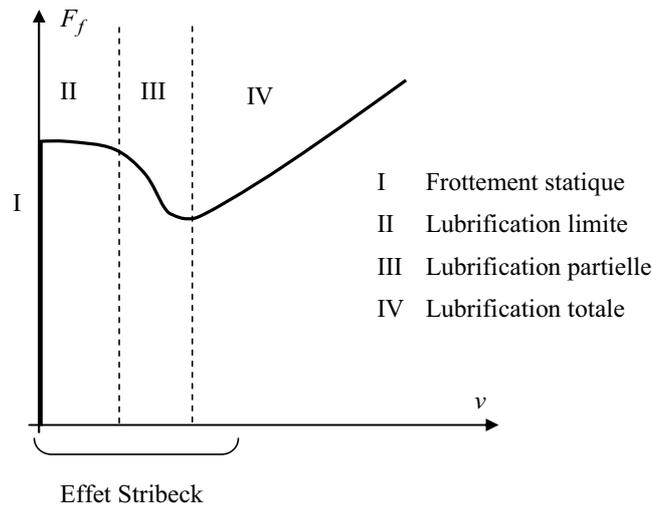


Figure 2 : Evolution du frottement en fonction de la vitesse de glissement

### 2.2.1 Frottement statique ou presliding displacement

Lorsque deux surfaces sont en contact, on peut comprendre d'une manière qualitative qu'elles ne le sont effectivement qu'en certaines zones, appelées aspérités (figure 3).

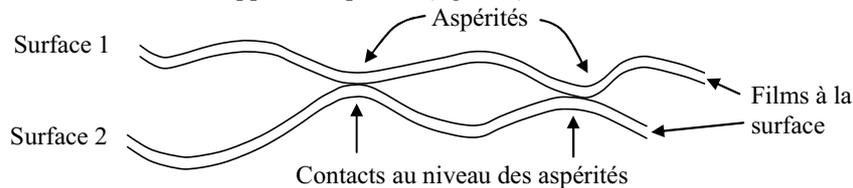


Figure 3 : Schématisation du contact entre deux surfaces à l'échelle microscopique

Les jonctions créées par les contacts au niveau des aspérités ont deux comportements :

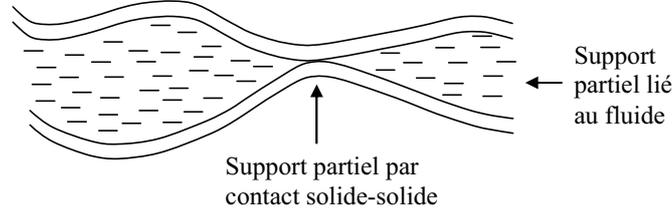
- Sous l'effet d'une force extérieure de faible amplitude, leur déformation est « réversible », c'est-à-dire que, si la force extérieure s'annule, la déformation disparaît, les deux solides reprennent leur position relative de départ, il n'y a pas eu glissement. Ce comportement, dénommé dans la littérature anglaise *presliding displacement* (régime I), définit la phase de collage.
- Sous l'effet d'une force d'amplitude supérieure à un seuil  $F_{ba}$ , appelé « force de rupture » (« breakaway » force), la déformation est irréversible : la liaison créée par l'aspérité rompt, il y a glissement relatif des deux corps (régimes II, III et IV). Ce comportement définit la phase de glissement.
- Par ailleurs, Coulomb et [8] ont mis en évidence une dépendance entre la force de rupture et la durée de la phase de collage (« dwell time » en anglais). La force de rupture augmente avec le temps de collage pour atteindre une valeur maximale de saturation. Ce phénomène est appelé phénomène de *rising static friction*.

### 2.2.2 Lubrification limite

Ce régime a lieu pour des vitesses de glissement très faibles. A ces vitesses, la lubrification est presque nulle, et un film lubrifiant ne peut se former à l'interface des deux surfaces. Ainsi, on a affaire à un frottement quasi sec. Or Coulomb a montré qu'un frottement de ce type était indépendant de la vitesse de glissement d'un solide par rapport à l'autre, ce qui explique l'allure quasi constante de la courbe de la figure 2 durant ce régime.

### 2.2.3 Lubrification partielle

Lorsque la vitesse de glissement devient plus importante, le lubrifiant est entraîné entre les deux surfaces. La pression exercée au niveau du contact rejette une partie de ce lubrifiant, mais la viscosité de ce dernier empêche la totalité du fluide de s'échapper, et un film se forme. Cependant, lorsque les vitesses sont faibles, le film n'est pas assez épais pour séparer entièrement les deux surfaces en contact : on est alors dans une situation de transition où le support d'un solide par rapport à l'autre est assuré d'une part par le film, et d'autre part par les aspérités. Cette phase définit le régime de *lubrification partielle* (figure 4).



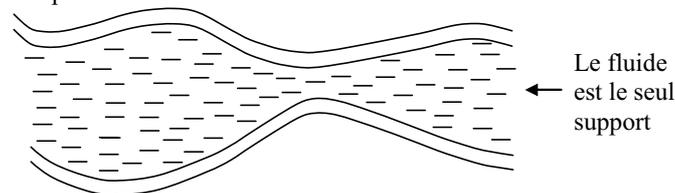
**Figure 4 : Lubrification partielle**

D'autre part, des expériences [8] ont pu montrer que durant ce régime une variation sur la vitesse n'était pas instantanément répercutée sur la réponse du frottement. Il existe donc un certain retard, significatif de l'existence d'un comportement dynamique entre la valeur du frottement et celle de la vitesse durant ce régime. En effet une variation de la vitesse de glissement entraîne une modification progressive du film séparant les deux surfaces. Cette modification fait à son tour évoluer la relation  $F_f(v)$ . Ce phénomène est appelé *frictional memory*.

Enfin, au cours des régimes II et III, la valeur du frottement varie avec la vitesse de glissement. Ce comportement est appelé *effet Stribeck*. La forme de la courbe  $F_f(v)$  dépend des propriétés du fluide. Notamment, la valeur du frottement peut diminuer alors que la vitesse augmente (figure 2).

### 2.2.4 Lubrification totale

Lorsque la vitesse de glissement devient assez importante, le seul support entre les deux solides est le film créé par le fluide (figure 5). Le frottement dépend alors uniquement de l'épaisseur du film, c'est-à-dire de la viscosité du lubrifiant. Un modèle visqueux modélise alors très fidèlement le frottement.



**Figure 5 : Lubrification totale**

## 2.3 Les frottements secs

Les frottements secs sont dans un sens une particularité des frottements humides puisqu'ils peuvent être décrits par les deux premiers régimes introduits précédemment : *frottement statique* et *lubrification limite*. En effet, comme on l'a déjà vu, ces deux régimes ont lieu à des vitesses trop faibles pour entraîner le fluide.

Lorsque l'on considère des frottements secs, les phénomènes tels que *l'effet Stribeck*, *frictional memory* ou *frottement visqueux* n'ont donc pas lieu.

### 2.4 Simulation et frottements

Pour l'exemple envisagé, masse posée sur un plan horizontal, la force de frottement compense l'effet de la force externe appliquée tant que celle-ci est inférieure à la force de rupture  $F_{ba}$ , et la masse ne se déplace pas. Cette propriété sera appelée propriété de *non dérive*.

Certains modèles ne permettent pas la représentation en simulation de cette propriété soit en raison de problèmes numériques soit en raison de la structure adoptée (voir aussi 5.2).

### 2.5 Bilan

Au cours de cette première partie, nous avons présenté six phénomènes physiques liés aux frottements et évoqué un des problèmes de simulation. Un des objectifs des modèles de frottement à mettre en place sera d'intégrer du mieux possible ces phénomènes :

**Stiction** : frottement statique, à vitesse de glissement nulle.

**Rising static friction** : dépendance entre le temps durant lequel les deux surfaces sont collées (*dwell-time*) et la valeur de la force de rupture.

**Frottement élastique** : phénomène de frottement, dont le comportement s'apparente à celui de raideurs, qui intervient dans la transition entre les phases de collage et glissement.

**Non dérive** : lorsque la force externe appliquée est inférieure à la force de rupture  $F_{ba}$ , la position relative des deux surfaces en contact reste constante.

**Effet Stribeck** : aux vitesses faibles (régime II et III), le frottement varie (augmente ou diminue selon les propriétés du fluide utilisé) avec la vitesse du fait de la mixité du support (contact et fluide) entre les deux surfaces.

**Frictional memory** : pour des vitesses de glissement faibles (régime III), l'effet d'une variation de vitesse se répercute avec un certain retard sur la valeur du frottement, du fait de l'existence d'un système dynamique caractérisant le lien de cause à effet entre les deux grandeurs physiques (modification de l'épaisseur du fluide par exemple).

**Frottement visqueux** : aux vitesses élevées (régime IV), le support étant entièrement assuré par le fluide entre les deux surfaces, le frottement est un frottement visqueux, c'est-à-dire, proportionnel à la vitesse.

### 3. Les différents modèles

Nous allons présenter dans ce paragraphe les principaux modèles utilisés pour représenter le comportement des frottements.

Nous introduisons ces modèles en faisant une distinction entre les modèles statiques, c'est-à-dire ceux qui expriment le frottement comme étant fonction du déplacement ou de la vitesse instantanés ; et les modèles dynamiques qui expriment le frottement comme étant dépendant des mêmes grandeurs aux instants présents et passés, et sont décrits en conséquence par un système d'équations différentielles.

#### 3.1 Modèles statiques

Parmi les modèles statiques les plus répandus, on notera le modèle *SCV* ou *statique + Coulomb + visqueux*, le modèle de *Karnopp*, le modèle de *Stribeck* et le modèle d'*Armstrong*.

##### 3.1.1. Modèles élémentaires

###### 3.1.1.1 Modèle de Coulomb

Le frottement de Coulomb est généré par le glissement sec de deux surfaces l'une contre l'autre. Le modèle de Coulomb stipule que le frottement ne dépend pas en amplitude de la vitesse relative de glissement des surfaces :

$$\begin{cases} F_f = \text{sgn}(F_e) \min(|F_e|, F_c) & \text{si } v = 0 \\ F_f = F_c \text{sgn}(v) & \text{si } v \neq 0 \end{cases}$$

Avec :  $F_f$  = force de frottement

$F_e$  = force externe tangentielle appliquée

$F_c = \mu F_N$  = force de frottement de Coulomb avec  $\mu$  coefficient de frottement et  $F_N$  module de la force normale appliquée

$v$  = valeur algébrique de la vitesse relative de glissement

$\text{sgn}(\_)$  la fonction signe

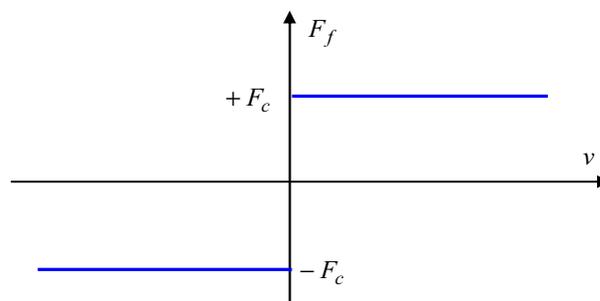


Figure 6 : Modèle de Coulomb

Le modèle distingue deux états différents :

- Il y a glissement lorsque les deux surfaces en contact se déplacent l'une par rapport à l'autre ( $v \neq 0$ ).
- Il y a collage lorsque ces deux surfaces tendent à glisser, sans toutefois se déplacer ( $v = 0$ ).

De par sa simplicité le modèle de Coulomb est très utilisé, cependant, il modélise assez mal le frottement et les phénomènes d'oscillation (« stick-slip ») pour des vitesses faibles.

Enfin, pour éliminer la discontinuité du modèle, on peut le régulariser en lissant la discontinuité : remplacement de la fonction  $sgn$  par une fonction  $tanh$  ou  $arctan$ .

### 3.1.1.2 Modèle SCV : modèle statique + Coulomb + visqueux

Lorsque l'on applique une force sur un objet immobile, ce dernier ne se met en mouvement que si cette force devient supérieure à un certain seuil critique (*breakaway force*) pouvant être différent (plus grand généralement) du niveau de Coulomb  $F_c$ . Le niveau de frottement statique est alors caractérisé par l'équation suivante :

$$F_f = sgn(F_e) \min(|F_e|, F_s) \quad \text{si } v = 0$$

Avec :  $F_e$  = Composant tangentielle de la force externe appliquée

$F_s$  = Frottement statique maximal

$v$  = Vitesse relative des deux surfaces

L'amplitude du frottement statique est donc fonction de la force externe mais pas de la vitesse de glissement.

Une fois le glissement initié ( $v \neq 0$ ), la nature du frottement change (statique  $\Rightarrow$  cinétique) et celui-ci est alors représenté, suivant le modèle choisi, par le frottement de Coulomb (frottements secs), ou frottement de Coulomb + frottement visqueux (frottements humides):

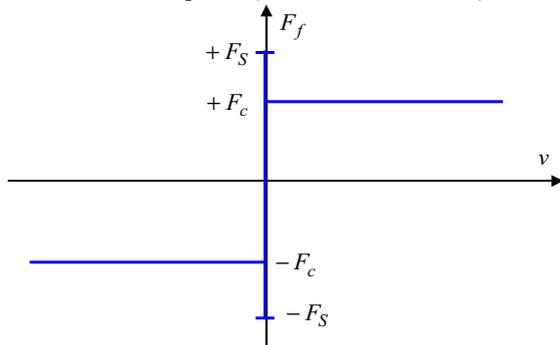


Figure 7 : Modèle Statique + Coulomb

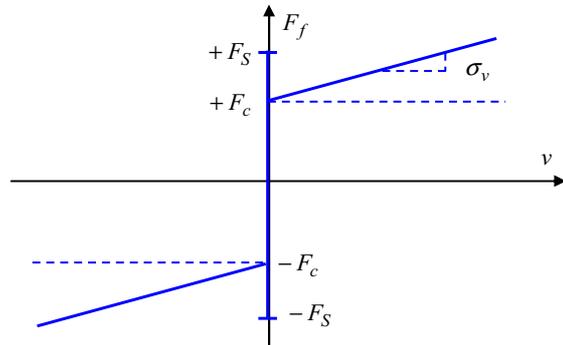


Figure 8 : Modèle Statique + Coulomb + visqueux

$$F_f = \begin{cases} F_c \operatorname{sgn}(v) & \text{si } v \neq 0 \\ \operatorname{sgn}(F_e) \min(|F_e|, F_s) & \text{si } v = 0 \end{cases}$$

$$F_f = \begin{cases} F_c \operatorname{sgn}(v) + \sigma_v v & \text{si } v \neq 0 \\ \operatorname{sgn}(F_e) \min(|F_e|, F_s) & \text{si } v = 0 \end{cases}$$

Bien que ce modèle soit assez simple à utiliser, et qu'il représente assez bien le frottement pour des vitesses de glissement assez élevées, il comporte plusieurs inconvénients importants :

- Pas de réalité physique pour des vitesses faibles (notamment à cause des discontinuités du modèle en  $v = 0$ ).
- La plupart des phénomènes physiques liés au frottement ne sont pas représentés (*effet Stribeck*, *comportement élastique*, ...).
- Modèle difficile à simuler, notamment à cause de la nécessité d'une détection précise du passage à  $v = 0$  et problèmes de convergence. En simulation le modèle peut être codé ainsi :

$$F_f = \begin{cases} F_c \operatorname{sgn}(v) + \sigma_v v & \text{si } v \notin [-dv, dv] \\ \operatorname{sgn}(F_e) \min(|F_e|, F_s) & \text{si } v \in [-dv, dv] \end{cases}$$

Cette modification fait perdre la propriété de *non dérive* au modèle (voir 5.2).

- Modèle mal adapté aux changements d'états (glissement-collage = « stick-slip »).

### 3.1.2 Modèle de Karnopp

Ce modèle a été proposé par Dean Karnopp [7]. On a vu précédemment que les modèles caractérisant les frottements de Coulomb, visqueux et statique étaient efficaces pour les grandes vitesses. Par contre, à faible vitesse, deux inconvénients majeurs ont été exposés : l'absence de corrélation avec la réalité physique (*effet Stribeck* non modélisé, discontinuité de la caractéristique du modèle alors qu'il n'y en a pas réellement,...) et les problèmes de convergence en simulation (problème de la détection précise de  $v = 0$  pour les commutations). Une solution à ce deuxième problème est apportée par le *modèle de Karnopp*, dans lequel la discontinuité entre les deux phases de collage ( $v = 0$ ) et glissement ( $v \neq 0$ ) survient à une très petite vitesse  $dv$  non nulle. On verra plus tard qu'une solution au premier problème est de considérer des modèles dynamiques de type *Dahl* ou *LuGre* par exemple.

Le modèle de Karnopp définit un intervalle  $]-dv, dv[$  de vitesse nulle (on force  $v=0$  si  $|v| < dv$ ) dans lequel la force de frottement n'est plus dépendante de la vitesse  $v$  mais de la force externe appliquée  $F_e$ . Le modèle est défini par la relation :

$$\begin{pmatrix} F_f \\ v \end{pmatrix} = \begin{cases} \begin{pmatrix} F_{gliss} = F_c \operatorname{sgn}(v) + \sigma_v v \\ v \end{pmatrix} & \text{pour } |v| > dv \\ \begin{pmatrix} F_{col} = \operatorname{sgn}(F_e) \min(|F_e|, F_s) \\ 0 \end{pmatrix} & \text{pour } |v| < dv \end{cases}$$

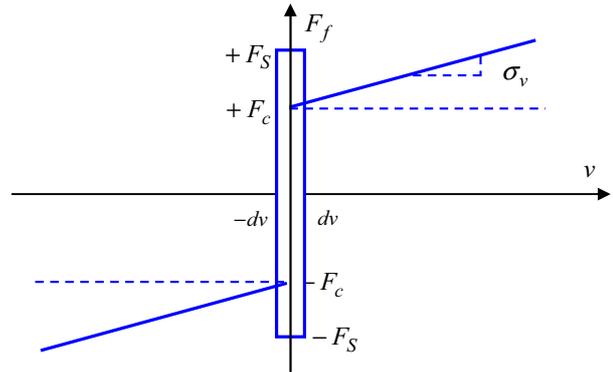


Figure 9 : Modèle de Karnopp

Une façon de définir ce modèle à partir d'un schéma bloc est de considérer la loi classique de la mécanique :  $F_e - F_f = m\dot{v}$  avec  $F_f$ ,  $F_e$  et  $v$  définis précédemment et  $m$  la masse du corps mobile. Contrairement aux modèles statiques précédents, le modèle de l'étude de Karnopp admet la force externe  $F_e$  comme entrée et la vitesse comme sortie. On peut alors établir le schéma bloc de la figure 10.

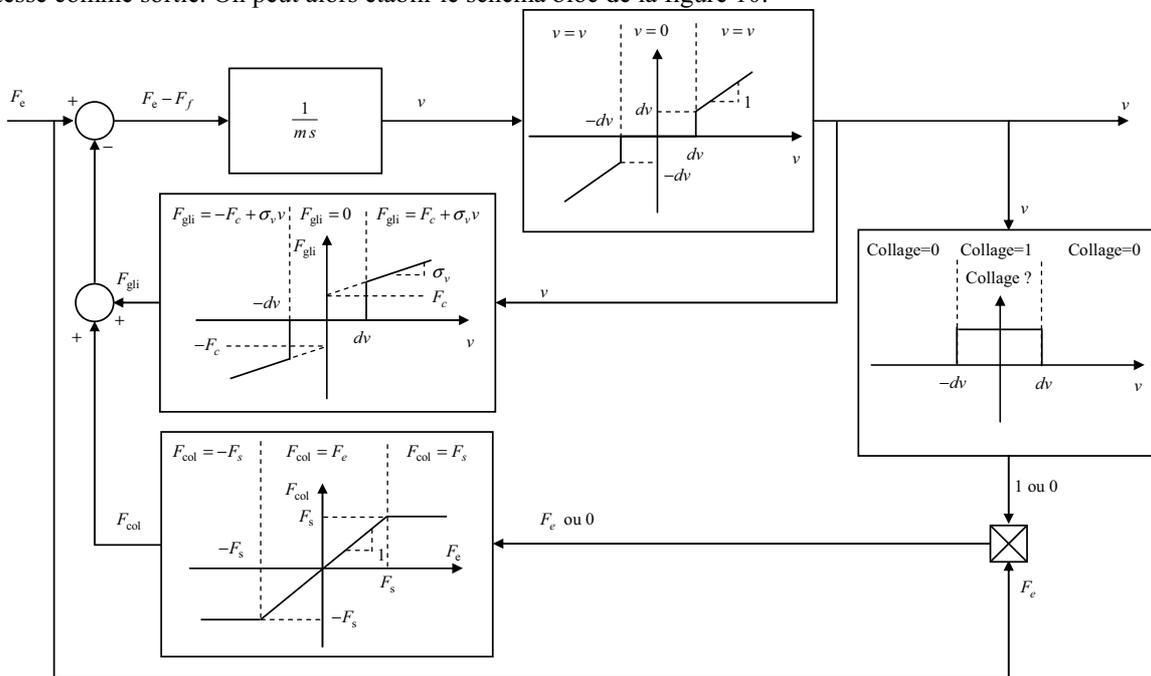


Figure 10 : Schéma bloc du modèle de l'étude de Karnopp

Ce modèle permet de simuler le mouvement de type « stick-slip » (et le phénomène de *non dérive*), ce qui n'est pas faisable avec les modèles élémentaires vus précédemment, où le collage ne se produit qu'à la vitesse nulle  $v = 0$ .

### 3.1.3 Modèle de Stribeck

On a vu au paragraphe 3.1.1.2 qu'un modèle de type « statique + Coulomb + visqueux » était un modèle simple, permettant de modéliser fidèlement les effets du frottement (dans un contexte humide) pour des vitesses élevées. Cependant à faible vitesse, ce modèle représente assez mal la physique du problème puisqu'il présente notamment une discontinuité du frottement par rapport à la vitesse de glissement qui n'existe pas réellement (voir 2.2).

D'après les études de Stribeck [9], un modèle plus général a été apporté pour représenter le frottement. Ce modèle permet d'éliminer la discontinuité de la caractéristique frottement - vitesse, dans le but de se rapprocher de la réalité physique :

$$F_f = \begin{cases} F(v) & \text{si } v \neq 0 \\ \operatorname{sgn}(F_e) \min(|F_e|, F_s) & \text{si } v = 0 \end{cases}$$

avec :  $F_e$  = composante tangentielle de la force externe appliquée  
 $F_s$  = frottement statique maximal

$v$  = vitesse de glissement entre les deux surfaces  
 $F(v)$  = fonction arbitraire modélisant l'effet Stribeck

$F(v)$  doit être choisie de façon à donner à la réponse  $F_f(v)$  pour  $v \neq 0$  l'allure de la figure 11. Une forme classique pour  $F(v)$  est ainsi :

$$F(v) = \left( F_c + (F_s - F_c) e^{-\frac{|v|}{v_s} \delta_s} \right) \text{sgn}(v) + \sigma_v v$$

où :  
 - le paramètre  $\delta_s$  permet de maîtriser le comportement de  $F(v)$  au voisinage de  $v = 0$ ,  
 - le paramètre  $v_s$ , appelé vitesse de Stribeck, permet de régler la décroissance de  $F_s$  vers  $F_c$  de la fonction  $F(v)$ .

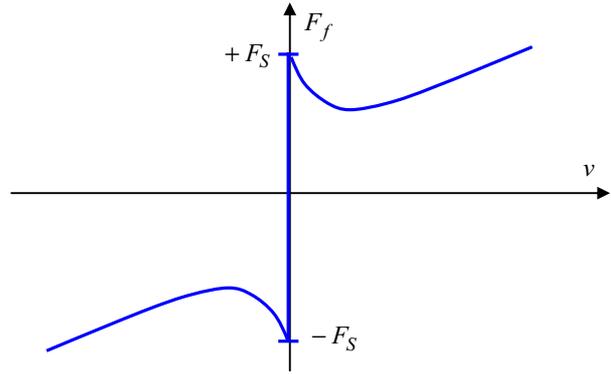


Figure 11 : Modèle de Stribeck

Pour conclure, on remarquera que le problème de la détection de la vitesse nulle en simulation reste posé.

### 3.1.4 Modèle d'Armstrong : modèles des 7 paramètres

Le modèle des 7 paramètres est un modèle empirique présenté par Armstrong [1] qui a pour vocation de suivre le plus fidèlement possible la réalité physique des frottements. Ainsi ce modèle prend en compte tous les phénomènes physiques présentés dans la première partie de cet article (*stiction, comportement élastique, frictional memory, rising static friction, coulomb + visqueux, effet Stribeck*).

Ce modèle introduit une dépendance temporelle pour modéliser la *stiction* et l'*effet Stribeck*. De plus, il décrit les phénomènes de glissement et collage (« stick-slip ») par deux équations distinctes, un mécanisme permettant de commuter de l'une à l'autre.

Cependant, la simulation et l'identification des paramètres du modèle, de par leur nature, restent assez complexes.

### 3.2. Modèles dynamiques

Parmi les modèles dynamiques les plus répandus, on notera les modèles de *Dahl*, *LuGre*, *élasto-plastique*, « *bristle* », « *reset integrator* » et les modèles de *Bliman et Sorine d'ordre 1 et 2*.

#### 3.2.1 Principe général

L'objectif commun aux modèles dynamiques est de représenter un des phénomènes physiques les plus importants dans les frottements qui est le comportement élastique des liaisons de contact. Une idée naturelle, pour cette représentation, est de modéliser la liaison par un ressort, de raideur  $\sigma$ , dont l'une des extrémités est fixée au corps mobile, et l'autre libre de se déplacer sur le corps fixe (figure 12). La force de frottement créée est la force de rappel de ce ressort, dont l'allongement  $z(t)$  est supposé ne pas pouvoir excéder  $z_{\max}$ .

$$F_f(t) = \sigma z(t)$$

Le déplacement relatif  $x$  est décomposé en ses deux composantes élastique  $z$  (déformation de la liaison aux niveaux des aspérités) et plastique  $w$  (par opposition à élastique, déplacement lors du glissement) :

$$x = z + w$$

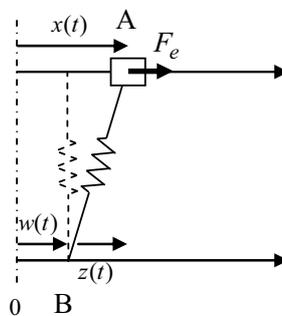


Figure 12 : Modélisation du déplacement en fonction de la force extérieure appliquée

On distingue :

- La phase de collage (« stick ») : B reste fixe ; A peut se déplacer, mais on a toujours  $|z(t)| < z_{\max}$

$$\text{stick} \begin{cases} x(t) = z(t) + w_0 \\ w = C^{te} = w_0 \\ \dot{w} = 0 \end{cases}$$

- La phase de glissement (slip) : A et B sont en mouvement en gardant l'étirement maximum du ressort.

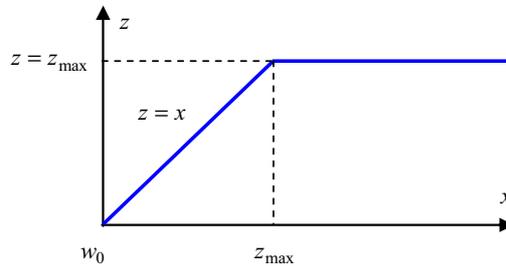
$$\text{slip} \begin{cases} x(t) = z_{\max} + w(t) \\ z = z_{\max} = z_{ba} \\ \dot{z} = 0 \end{cases}$$

Partant d'une position d'équilibre  $x(0) = 0, w(0) = 0$ ,

- Lorsqu'une force extérieure  $F_e < F_{ba} = \sigma z_{\max}$  est appliquée au corps mobile, le point A va entrer en oscillation autour de B, d'abscisse constante  $w(0) = 0$ .

- Lorsque la force appliquée est supérieure à  $F_{ba} = \sigma z_{\max}$ , A se déplace, le ressort est étiré jusqu'à une élongation maximale  $z_{\max} = z_{ba}$ , et le point B se met en mouvement à la même vitesse que A. On peut noter que le retour à la phase de collage a lieu dès que la force appliquée redevient inférieure à  $F_{ba}$ .

On peut alors représenter le déplacement  $z$  en fonction de  $x$  :



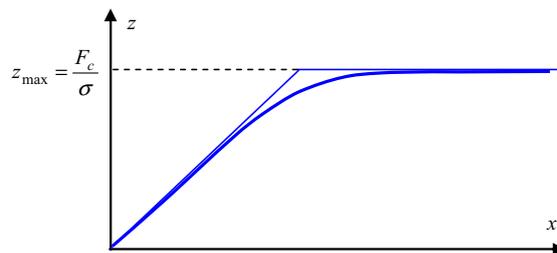
**Figure 13 :  $z(x)$  dans le cas réel**

Les modèles dynamiques, présentés dans les paragraphes suivants, s'appuient sur ce principe de caractérisation du comportement élastique en cherchant à en pallier les inconvénients :

- Présence d'une discontinuité lors de la transition entre phases de collage et de glissement.
- Lorsque le glissement s'arrête, la modélisation de la liaison par un ressort pur fait osciller le corps mobile d'abscisse  $x$  autour d'un point B d'abscisse  $w = C^{te}$ .

### 3.2.2 Modèle de Dahl

Le modèle de Dahl s'attache à modéliser les phénomènes de frottement sec en adaptant les principes généraux présentés en 3.2.1 de sorte que la caractéristique  $z(x)$  de la figure 13 ne présente plus de discontinuité et ait l'allure donnée figure 14.



**Figure 14 :  $z(x)$  d'après le modèle de Dahl**

Pour ce faire, Dahl [4] propose de modéliser le frottement par la relation suivante :

$$\frac{dF_f}{dx} = \sigma \left| 1 - \frac{F_f}{F_c} \operatorname{sgn}(\dot{x}) \right|^i \operatorname{sgn} \left( 1 - \frac{F_f}{F_c} \operatorname{sgn}(\dot{x}) \right)$$

où  $\sigma$  est une raideur,  $F_c$  la force de frottement de Coulomb,  $i$  un paramètre de réglage de l'allure globale de  $F_f(x)$ ,  $x$  le déplacement relatif réel total et  $\dot{x} = v$  la vitesse relative associée.

Un modèle du premier ordre permettant une représentation convenable du *comportement élastique*, et facilitant la manipulation et la simulation du modèle est considéré dans la suite ( $i = 1, F_f = \sigma z$ ) :

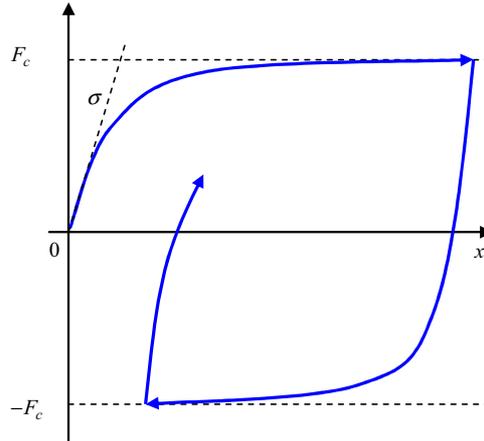
$$\frac{dz}{dx} = \left( 1 - \frac{\sigma z}{F_c} \operatorname{sgn}(\dot{x}) \right)$$

$$F_f = \sigma z$$

En résolvant cette équation pour les vitesses positives ( $\dot{x} > 0$ ) d'une part, et négatives ( $\dot{x} < 0$ ) d'autre part, on obtient (conditions initiales  $x(0) = x_0, F_f(x_0) = F_0$ ) :

$$\begin{cases} \dot{x} > 0 \Rightarrow F_f = (F_0 - F_c) e^{-\frac{\sigma}{F_c}(x-x_0)} + F_c \\ \dot{x} < 0 \Rightarrow F_f = (F_0 + F_c) e^{\frac{\sigma}{F_c}(x-x_0)} - F_c \end{cases}$$

Ce qui nous donne, dans le plan  $F_f - x$ , la réponse suivante présentant un caractère d'hystérésis :



**Figure 15 : Caractéristique force-position du modèle de Dahl**

Il est possible de réécrire l'équation différentielle du modèle vis-à-vis de la variable temporelle sous la forme d'une équation d'état  $z$  et de sortie  $F_f$  en posant  $\frac{dz}{dt} = \frac{dz}{dx} \frac{dx}{dt}$ .

$$\begin{cases} \frac{dz}{dt} = \dot{x} \left( 1 - \frac{\sigma z}{F_c} \operatorname{sgn}(\dot{x}) \right) \\ F_f = \sigma z \end{cases}$$

Il convient de remarquer que cette formulation apporte une solution aux problèmes évoqués en 3.2.1 :

- Une seule équation permet de gérer les transitions collage/glisement, en éliminant les discontinuités.

- Lorsqu'une force extérieure cesse d'être appliquée, après un transitoire, le glissement s'arrête,  $\dot{x} = 0$ , et la déformation élastique  $z$  est contrainte à devenir constante, ce qui élimine les oscillations du corps mobile.

En régime permanent de glissement, ( $dz/dt = 0$ ), le modèle de Dahl est équivalent au modèle de Coulomb :

$$F_f = F_c \operatorname{sgn}(\dot{x})$$

A partir de la présentation du modèle faite précédemment, on peut énoncer les remarques suivantes :

- L'exposant  $i$  du modèle de Dahl permet d'approcher plus ou moins finement la réponse  $z(x)$  de la figure 14 (on se rapproche de  $z(x)$  en diminuant  $i$ ).

- La modélisation des phases de collage et glissement par une seule équation qui certes facilite la gestion de leur transition, présente l'inconvénient de ne plus les distinguer strictement : toute déformation élastique  $z(t)$  est accompagnée d'une déformation plastique  $w(t)$ .

- Le modèle de Dahl ne représente pas la propriété de *non dérive* (voir démonstration mathématique en 3.2.3). De plus, il ne prend pas en compte la force statique  $F_s$ .

- Ce modèle ne permet de décrire que des frottements secs. Ainsi, il ne prend pas en compte des phénomènes physiques tels que *l'effet Stribeck*, *frictional memory*, *rising static friction* ou encore les *frottements visqueux*. Le modèle de LuGre est une évolution du modèle de Dahl décrivant ces phénomènes.

- Le modèle de Dahl est dissipatif car on peut montrer que  $\int \dot{x} F_f dt \geq V(z(T)) - V(z(0))$  avec

$$V(z(t)) = \frac{\sigma}{2} z(t)^2.$$

### 3.2.2. Modèle LuGre

Le modèle LuGre (Lund-Grenoble) a été introduit par Canudas de Wit, Olsson, Aström et Lischinsky [3]. C'est une extension du modèle de Dahl qui inclut d'autres phénomènes physiques (en plus du *comportement élastique*) tels que ceux qui sont associés à la phase de glissement entre deux surfaces en contact lubrifié : *effet Stribeck*, *frottement visqueux*, *frictional memory*.

Pour tenir compte de l'*effet Stribeck*, les auteurs de ce modèle ont remplacé le frottement de Coulomb  $F_c$  de l'équation d'évolution de  $z(t)$  du modèle de Dahl, par une fonction de la vitesse  $g(v = \dot{x})$  décrivant la courbe de Stribeck donnant la relation frottement - vitesse des régimes II et III de lubrification. La fonction la plus communément utilisée est la suivante :

$$g(v) = F_c + (F_s - F_c)e^{-(v/v_s)^2}$$

Avec :  $F_c$  = frottement de Coulomb

$F_s$  = frottement statique

$v$  = vitesse relative de glissement

$v_s$  = vitesse de Stribeck

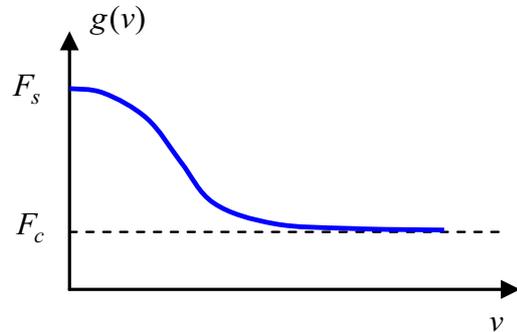


Figure 16 : Effet Stribeck

D'autre part, de manière à assurer une convergence plus rapide, la liaison élastique entre les deux surfaces en contact n'est plus modélisée comme un ressort pur (Dahl), mais comme un ressort couplé à un amortisseur. Enfin en ajoutant une dépendance linéaire du frottement envers la vitesse, le modèle LuGre prend en compte les frottements visqueux :

$$F_f = \sigma_0 z + \sigma_1 \dot{z} + \sigma_v v$$

Avec :  $z$  = déformation élastique

$\sigma_1$  = coefficient d'amortissement

$\sigma_0$  = coefficient de raideur

$\sigma_v$  = coefficient de frottement visqueux

Finalement, le modèle LuGre est donné par les équations suivantes :

$$\begin{cases} \frac{dz}{dt} = v - \sigma_0 \frac{|v|}{g(v)} z \\ g(v) = F_c + (F_s - F_c)e^{-(v/v_s)^2} \\ F_f = \sigma_0 z + \sigma_1 \dot{z} + \sigma_v v \end{cases}$$

En régime permanent de glissement ( $\dot{z} = 0$ ), le modèle de LuGre est équivalent à un modèle de Stribeck pour  $\delta_s = 2$  :

$$F_f = g(v) \operatorname{sgn}(v) + \sigma_v v$$

A partir de la présentation du modèle faite précédemment, on peut énoncer les remarques suivantes :

- On retrouve bien le fait que le modèle LuGre est une extension du modèle de Dahl, en effet, les deux modèles sont identiques en posant :

$$\sigma_1 = 0$$

$$\sigma_v = 0$$

$$g(v) = F_c \text{ (soit } v_s \rightarrow 0)$$

- L'équation différentielle non linéaire donnant la dynamique du modèle LuGre, associée à l'allure de la fonction  $g(v)$  permettent à ce modèle de prendre en compte le phénomène de *frictional memory*.

- On peut montrer que le modèle de LuGre est dissipatif en prenant  $\sigma_1 < 4 \frac{g(v)}{|v|}$ .

- La propriété de *non dérive* n'est pas prise en compte par ce modèle.

### 3.2.3. Modèle élasto-plastique

Le modèle élasto-plastique, proposé par Armstrong, Dupont et Hayward [5], est une extension du modèle LuGre qui permet de modéliser la propriété de *non dérive* en plus des phénomènes déjà représentés.

Une condition suffisante pour éviter la *dérive* est la suivante :

$$\exists z_{ba} \text{ tq } \forall |z| \leq z_{ba} \Rightarrow \begin{cases} \dot{w} = 0 \\ w = 0 \end{cases}$$

On a cité précédemment que les modèles de Dahl et de LuGre ne prenaient pas en compte le phénomène de *non dérive*. En effet, le seul moyen d'obtenir  $\dot{w} = 0$ , c'est-à-dire  $\dot{z} = \dot{x}$  est d'avoir :

$$\frac{\sigma_0}{g(v)} \operatorname{sgn}(v)z = 0$$

Cette relation n'est vraie que pour  $z = 0$ . Autrement dit :

$$\nexists z_{ba} \forall |z| \leq z_{ba} \Rightarrow \dot{w} = 0$$

L'idée d'Armstrong et de ses co-auteurs est d'intégrer une fonction  $\alpha(z)$  à l'équation d'évolution de  $z(t)$  du modèle LuGre qui force l'expression précédente à 0 lorsque  $|z| \leq z_{ba} < z_{\max}$  et qui n'ait pas d'effet sur le modèle lorsque  $|z| > z_{\max}$  :

$$\frac{dz}{dt} = v \left( 1 - \alpha(z) - \frac{\sigma_0}{g(v)} \operatorname{sgn}(v)z \right)$$

Une allure possible pour  $\alpha(z)$  est donnée par la figure 17.

Enfin, de façon à assurer que durant le glissement, la force de frottement  $-F_f$  s'oppose au glissement ( $\operatorname{sgn}(F_f) = \operatorname{sgn}(v)$ ), cette fonction ne sera introduite que si  $\operatorname{sgn}(v) = \operatorname{sgn}(z)$  (voir explications dans la suite).

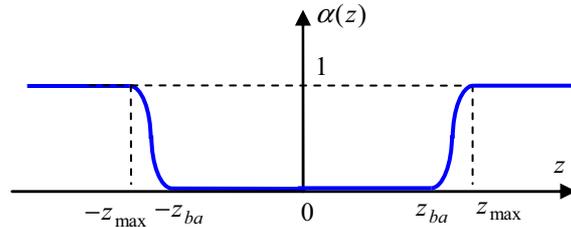


Figure 17 : Représentation finale de  $\alpha(z)$

On a alors le modèle élasto-plastique défini par les relations suivantes :

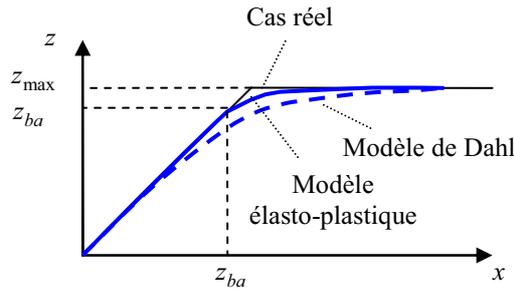
$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dz}{dt} = v \left( 1 - \alpha(z, v) - \frac{\sigma_0}{g(v)} \operatorname{sgn}(v)z \right) \\ \alpha(z, v) = \begin{cases} \alpha(z) & \text{si } \operatorname{sgn}(v) = \operatorname{sgn}(z) \\ 0 & \text{si } \operatorname{sgn}(v) \neq \operatorname{sgn}(z) \end{cases} \text{ avec } \alpha(z) = \begin{cases} 0 & \text{si } |z| \leq z_{ba} \\ \frac{1}{2} \left[ \sin \left( \pi \left( z - \frac{z_{\max} + z_{ba}}{2} \right) / (z_{\max} - z_{ba}) \right) + 1 \right] & \text{si } z_{ba} \leq |z| < z_{\max} = F_s / \sigma_0 \\ 1 & \text{si } |z| \geq z_{\max} = F_s / \sigma_0 \end{cases} \\ g(v) = F_c + (F_s - F_c) e^{-(v/v_s)^2} \\ F_f = \sigma_0 z + \sigma_1 \dot{z} + \sigma_v v \end{array} \right.$$

Avec :  $z$  = déformation élastique  
 $v$  = vitesse relative de glissement  
 $v_s$  = vitesse de Stribeck  
 $F_c$  = frottement de Coulomb  
 $F_s$  = frottement statique

$\sigma_0$  = raideur  
 $\sigma_1$  = amortisseur  
 $\sigma_v$  = coefficient visqueux  
 $z_{ba}$  = déplacement de pré glissement

A partir de la présentation du modèle faite précédemment, on peut énoncer les remarques suivantes :

- Toutes les propriétés physiques présentées en première partie sont prises en compte par ce modèle, au prix d'un nombre de paramètres élevé (7). De plus, certains de ces paramètres n'ont pas de sens physique ( $\sigma_1, z_{\max}$ ) ce qui rend leur identification difficile.
- Par l'action de la fonction  $\alpha(z, v)$ , le modèle élasto-plastique approche plus finement le comportement « physique » d'une liaison que le modèle de Dahl, comme on peut le voir sur l'évolution de la figure 18 :



**Figure 18 : Allures de  $z(x)$**

- Le frottement créé par le modèle s'oppose toujours au glissement ( $\text{sgn}(F_f) = \text{sgn}(v) = \text{sgn}(\dot{w})$ ). En effet, on a :

$$\begin{aligned} \text{sgn}(F_f) &= \text{sgn}(\sigma_0 z + \sigma_1 \dot{z} + \sigma_v v) \\ &= \text{sgn} \left\{ \sigma_0 z + \sigma_1 \left[ v \left( 1 - \alpha(z, v) \frac{\sigma_0}{g(v)} \text{sgn}(v) z \right) \right] + \sigma_v v \right\} \end{aligned}$$

Clairement, on a  $\text{sgn}(F_f) = \text{sgn}(v)$  à la condition que  $\text{sgn}(z) = \text{sgn}(v)$ , ce qui est toujours vrai d'après la définition de  $\alpha(z, v)$  sauf lorsque les deux surfaces sont collées.

- Le modèle élasto-plastique est dissipatif.

### 3.2.4 Modèle « bristle »

Le modèle « bristle » a été introduit par Haessig et Friedland [6]. L'idée des auteurs est de modéliser les liaisons entre les deux surfaces en contact par des liens (bristle en anglais, soie en français) de masse nulle et de raideur infinie ou identique  $K$ . En effet, on a vu qu'à l'échelle microscopique, le contact entre les deux surfaces n'est réel qu'au niveau de nombreuses aspérités. Il semble donc intéressant d'essayer de tenir compte de chacun de ces liens dans un modèle.

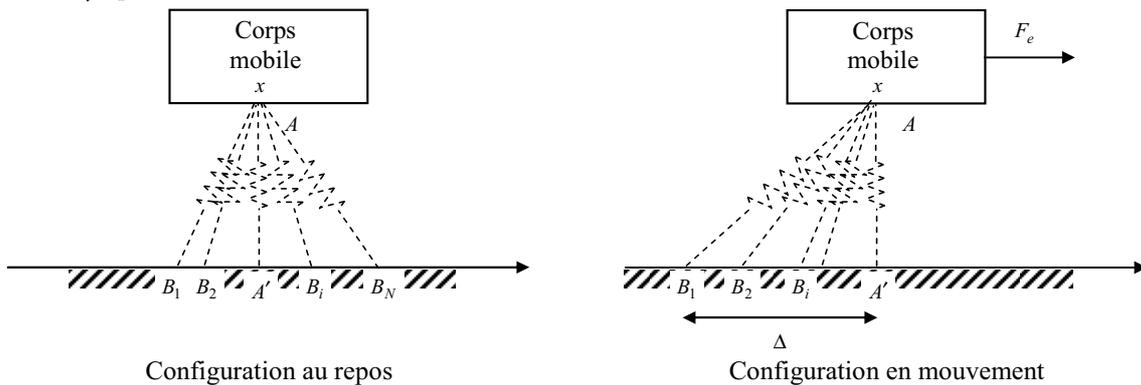
Le contact entre les deux surfaces est caractérisé par un ensemble de « bristles » (ressorts) dont une des extrémités,  $A$  d'abscisse  $x(t)$ , est solidaire du corps glissant et l'autre accrochée au support fixe en un point  $B_i$ , d'abscisse  $b_i$  (figure 19). La force de frottement est générée par la somme des forces de rappel de chacun des « bristles »,  $F_i$ .

$$F_i = K(x(t) - b_i)$$

$$F_f = \sum_{i=1}^N F_i$$

Avec :  $x$  = position du corps mobile  
 $b_i$  = position du « bristle »  $i$

$K$  = raideur  
 $N$  = nombre de « bristles »



**Figure 19 : Modèle « bristle »**

Le niveau de la force de frottement dépend donc des positions relatives des corps mobile et fixe. Une influence de la vitesse relative peut être imposée en considérant un nombre  $N$  de « bristles » fonction de celle-ci :

$$N = f(v)$$

Par ailleurs, le nombre  $N$  de « bristles » du modèle n'est pas choisi pour tenir compte de toutes les liaisons physiques (très grand nombre !). Les auteurs préconisent de prendre  $N \leq 50$  pour obtenir un bon compromis entre représentativité du modèle et temps de simulation.

Lorsque l'étirement d'un « bristle » est trop grand, c'est-à-dire si  $x - b_i \geq \Delta$ , la liaison « casse » et le point  $B_i$  vient se repositionner de façon aléatoire entre son ancienne position et le point  $A'$  (figure 19).

$$b_i^{(new)} = b_i^{(old)} + \text{uniform}(\Delta) \text{sgn}(x(t) - b_i^{(old)})$$

Où  $\text{uniform}(\Delta)$  caractérise une variable aléatoire de distribution uniforme sur l'intervalle  $[0, \Delta]$ .

L'avantage d'un tel modèle est qu'en plus de représenter toutes les propriétés physiques associées aux frottements, hormis *rising static friction*, il tient compte de leur nature aléatoire du fait de la relocalisation du « bristle ». Cependant, il comporte plusieurs inconvénients majeurs. Le premier est qu'il n'est pas du tout adapté à la simulation : il nécessite de réaliser un très grand nombre de calculs pour une valeur de  $F_f$  à un instant donné. Un autre inconvénient est que le fait de modéliser le « bristle » par un ressort pur (sans amortissement) peut amener le solide à osciller autour d'une position en phase de collage.

### 3.2.5 Modèle « reset integrator »

Le modèle « reset integrator », également proposé par Haessig et Friedland [6], met en œuvre précisément le principe général exposé au paragraphe 3.2.1 (modélisations indépendantes de chacune des phases de collage et glissement), en introduisant des spécificités dans la génération de la force de frottement à partir de la force de rappel d'un ressort élémentaire et de composantes de frottement visqueux.

Le modèle tient son nom du fait qu'il utilise une variable d'état interne  $p$  (élongation de la raideur) qui implique l'introduction d'un intégrateur. L'entrée de cet intégrateur est forcée à 0 (« reset ») dans certaines conditions, ou laissée égale à la vitesse de glissement (« integrator ») dans les autres cas. Ces deux états de l'entrée de l'intégrateur sont liés à la phase que l'on veut représenter, à savoir le collage ou le glissement.

On peut représenter l'ensemble du fonctionnement du modèle par le schéma bloc suivant :

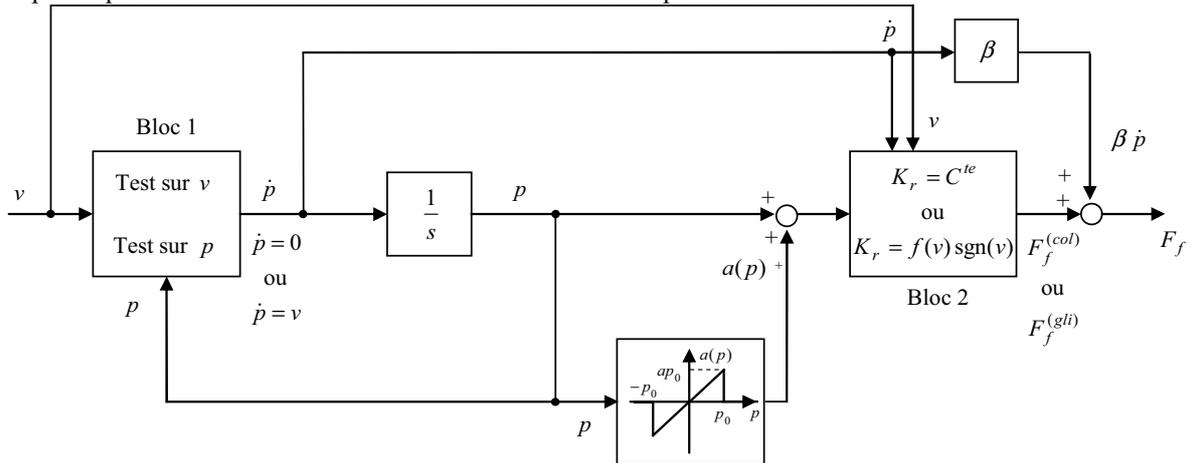


Figure 20 : Modèle « reset integrator »

Le bloc 1 fixe la valeur de  $\dot{p}$  selon :

$$\text{glissement : } \dot{p} = 0 \text{ si } (v > 0 \text{ et } p \geq p_0) \text{ ou } (v < 0 \text{ et } p \leq -p_0)$$

$$\text{collage : } \dot{p} = v \text{ dans tous les autres cas}$$

Le bloc 2 définit le gain à utiliser pour déterminer la force de frottement selon que l'on se trouve en collage ou en glissement :

$$\begin{aligned} \text{collage } (\Leftrightarrow \dot{p} = v) : & \quad K_r = C^{te} \\ \text{glissement } (\Leftrightarrow \dot{p} = 0) : & \quad K_r = f(v) \end{aligned} \quad F_f = K_r (1 + a(p)) p(t)$$

La fonction  $a(p)$ ,  $a(p) = a \times p$  si  $p \in [-p_0, p_0]$ , permet d'imposer de quitter la phase de collage pour une force de rupture de niveau supérieur au niveau de frottement en régime de glissement.

La fonction  $f(v)$  permet d'imposer l'allure de la courbe frottement - vitesse relative lorsque l'on est en glissement. Par exemple, on peut considérer :

$$f_1(v) = C^{te} \text{sgn}(v) \text{ (frottement de coulomb)} \quad f_3(v) = \begin{cases} f_1(v) \\ \text{ou} \\ f_2(v_r) \end{cases} + c_3 v \text{ (frottement visqueux)}$$

$$f_2(v) = \left[ c_1 + (c_2 - c_1) e^{-(v/v_0)^2} \right] \text{sgn}(v) \text{ (effet Stribeck)} \quad f_4(v) = \dots$$

Ce modèle considère donc le frottement, lorsque les deux surfaces sont collées, comme étant fonction de l'élongation  $p$  du ressort modélisant la liaison. Lorsque l'étirement devient maximal,  $p$  reste constant à sa

valeur maximale  $p_0$ ,  $a(p)$  devient nul et le glissement commence à se produire. L'évolution du niveau de la force de frottement est alors décrite par  $p_o f(v)$ .

Le modèle « reset integrator » prend en compte toutes les propriétés physiques liées aux frottements, hormis *frictional memory*. De plus, ce modèle est dissipatif.

Toutefois, plusieurs inconvénients majeurs de ce modèle peuvent être énumérés. Le premier problème vient de la discontinuité qui existe lors de la commutation entre les deux phases de glissement et collage. En effet, chacune des deux phases exprime le frottement en fonction d'une grandeur différente : distance  $p$  pour le collage et vitesse  $v$  en glissement. On a alors au moment de la commutation (en considérant  $f(v) = f_2(v) + c_3v$ ) :

$$K_r(1+a)p_0 + \beta v \neq p_0 \left[ \left( c_1 + (c_2 - c_1)e^{-(v/v_0)^2} \right) \text{sgn}(v) + c_3v \right]$$

Ainsi, la valeur du frottement peut varier brusquement au moment d'une commutation d'une phase de glissement vers une phase de collage, alors que, physiquement, ce phénomène n'existe pas.

Un deuxième inconvénient important est qu'en phase de collage, la force de frottement ne peut être limitée à  $F_s$ .

En effet, la présence du terme  $\beta v$  ne permet pas de pouvoir définir à l'avance un frottement maximal

$$F_s = F_{col_{max}}.$$

### 3.2.6 Modèles de Bliman et Sorine

Les modèles que nous allons étudier maintenant ont été proposés par Bliman et Sorine [2]. Ceux-ci décrivent la force de frottement à partir d'équations différentielles ordinaires du 1<sup>er</sup> ordre (1<sup>er</sup> modèle) ou du 2<sup>nd</sup> ordre (2<sup>ème</sup> modèle).

#### 3.2.6.1 Modèle de Bliman et Sorine du 1<sup>er</sup> ordre

Le modèle de Bliman et Sorine du 1<sup>er</sup> ordre est donné par les équations suivantes :

$$\begin{cases} \varepsilon \dot{x} = -|v|x + f_1 v \\ F_f = x \end{cases}$$

Avec :  $x$  = variable d'état (et non pas la position relative entre les solides en contact comme dans les paragraphes précédents)

$f_1$  = paramètre homogène à un niveau de force  $> 0$

$\varepsilon$  = paramètre homogène à une distance  $> 0$

$v$  = vitesse relative entre les deux corps considérés

On peut montrer que le modèle de Bliman et Sorine du 1<sup>er</sup> ordre est un cas particulier du modèle de Dahl (d'exposant  $i = 1$ ). En effet, reprenons les équations de ce modèle :

$$\begin{cases} \dot{z} = v - \frac{\sigma z}{F_c} |v| \\ F_{f_D} = \sigma z \end{cases} \Rightarrow F_{f_D} = -\frac{F_c}{|v|} \dot{z} + F_c \text{sgn}(v)$$

Or le modèle de Bliman et Sorine du 1<sup>er</sup> ordre est donné par :

$$\begin{cases} \dot{x} = -\frac{x}{\varepsilon} |v| + \frac{f_1}{\varepsilon} v \\ F_{f_{BS}} = x \end{cases} \Rightarrow F_{f_{BS}} = -\frac{\varepsilon}{|v|} \dot{x} + f_1 \text{sgn}(v)$$

En uniformisant les notations des deux modèles :  $x_{BS} = (\sigma z)_D$  :

$$\begin{aligned} F_{f_{BS}} &= -\frac{\sigma \varepsilon}{|v|} \dot{z} + f_1 \text{sgn}(v) \\ &= F_{f_D} \text{ en posant } \begin{cases} f_1 = F_c \\ \varepsilon = \frac{F_c}{\sigma} \end{cases} \end{aligned}$$

Les deux modèles sont, dans ces conditions, équivalents. Celui de Bliman et Sorine d'ordre 1 possède donc les mêmes propriétés et inconvénients que celui de Dahl.

#### 3.2.6.2 Modèle de Bliman et Sorine du 2<sup>nd</sup> ordre

Le modèle de Bliman et Sorine du 2<sup>nd</sup> ordre est donné par les équations suivantes :

$$\begin{cases} \varepsilon \dot{x} = |v| \begin{pmatrix} -\frac{1}{\eta} & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} x(t) + v \begin{pmatrix} \frac{f_1}{\eta} \\ -f_2 \end{pmatrix} \\ F_f(t) = (1 \quad 1)x(t) \end{cases}$$

Avec :  $f_1, f_2$  = paramètres homogènes à des niveaux de force  $> 0$ , avec  $f_1 > f_2$   
 $\varepsilon$  = paramètre homogène à une distance  $> 0$   
 $\eta$  = coefficient sans dimension,  $0 < \eta < 1$

En posant alors  $s$ , la distance parcourue lors du déplacement relatif :  $ds = |v|dt \Rightarrow \frac{dt}{ds} = \frac{1}{|v|}$ , on a :

$$\begin{cases} \frac{dx_s}{ds} = \frac{dx}{dt} \frac{dt}{ds} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{\eta} & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} x_s + \begin{pmatrix} \frac{f_1}{\eta} \\ -f_2 \end{pmatrix} \frac{v}{|v|} \\ F_f = (1 \quad 1)x_s \end{cases}$$

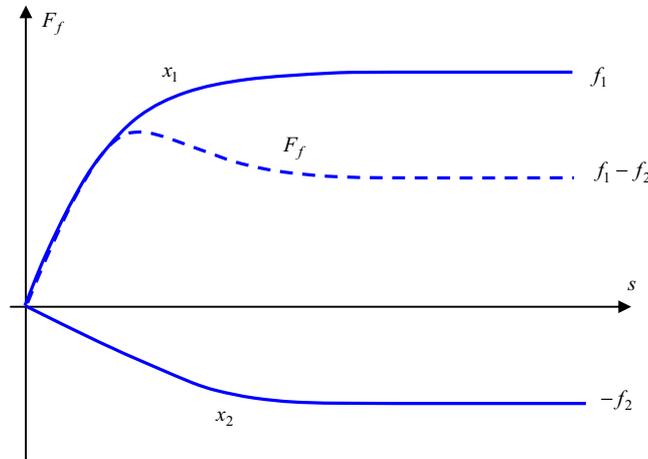
Et l'on obtient alors le système linéaire invariant (en espace et non en temps) :

$$\begin{cases} \frac{dx_s}{ds} = Ax_s + Bv_s & v_s = \text{sign}(v) \\ F_f = Cx_s \end{cases}$$

où  $x_s$  et  $v_s$  sont indicés en  $s$  pour rappeler que pour l'équation différentielle, les grandeurs évoluent selon la variable  $s$  et non le temps  $t$ .

Ce modèle consiste à générer la force de frottement par addition de deux composantes issues de systèmes du 1<sup>er</sup> ordre, décrits par des équations différentielles de la variable distance parcourue  $s$ , et de « dynamique spatiale » pour l'un lente, pour l'autre rapide.

Pour un déplacement relatif à  $v > 0$ , quand la distance parcourue  $s$  tend vers l'infini, la composante rapide tend vers une valeur finale positive,  $f_1$  alors que la plus lente tend vers une valeur finale négative,  $-f_2$  avec  $f_2 < f_1$ . Ainsi, il est possible d'obtenir une force globale d'allure donnée figure 21 :



**Figure 21 : Modèle du 2<sup>nd</sup> ordre ( $v \geq 0$ )**

En considérant le système linéaire en  $s$ , en résolvant indépendamment les deux équations différentielles du modèle (en étudiant les cas des vitesses  $v$  positives et négatives séparément), et en prenant en compte des conditions initiales nulles pour l'état, on obtient :

$$F_f = \left[ f_1(1 - e^{-s/\eta\varepsilon}) - f_2(1 - e^{-s/\varepsilon}) \right] \text{sgn}(v)$$

Cette expression conduit bien à l'allure de  $F_f$  annoncée à la figure 21.

Bien que le dépassement du frottement de la courbe de la figure 21 permette de modéliser un pseudo *effet Stribeck*, le modèle de Bliman et Sorine d'ordre 2 ne peut être vu comme étant représentatif des frottements humides. En effet, l'*effet Stribeck* ici est pris en compte dans le plan  $F_f - s$ , ce qui diffère de la définition

classique où celui-ci est visualisé dans le plan  $F_f - v$ . D'autre part, les phénomènes tels que le *frottement visqueux*, *frictional memory* et *rising static friction* ne sont pas représentés ici.

#### 4. Bilan comparatif des modèles

	SCV	Karnopp	Stribeck	Armst.	Dahl	LuGre	Elasto plastique	Bristle	R/I	BS
Statique / Dynamique	S	S	S	S	D	D	D	D	D	D
Physique / Simulation	P / S	S	P	P	P	P	P	P	P	P
Stiction	+	+	+	-	-	-	-	-	-	-
Pré glissement	-	-	-	+	+	+	+	+	+	+
Effet Stribeck	-	-	+	+	-	+	+	+	+	±
Frottement visqueux	+	+	+	+	-	+	+	+	+	-
Frictional memory	-	-	-	+	-	±	±	±	-	-
Rising static friction	-	-	-	+	-	-	-	-	-	-
Non dérive	-	+	-	+	-	-	±	+	+	-
Nb paramètres	4	5	6	7+1	3	7	8	3+X	3+X	2 / 4
Identification	+	+	+	-	+	±	±	±	±	±

**Tableau 1 : Bilan des modèles.**

‘+’ : La propriété est prise en compte par le modèle,

‘±’ : La propriété est approximativement prise en compte,

‘-’ : La propriété n’est pas prise en compte.

A la lecture de ce tableau, on peut faire les commentaires suivants :

- Tous les modèles sont élaborés à partir de considérations physiques, c’est-à-dire dans le but de modéliser une propriété observée expérimentalement, excepté le modèle de Karnopp dont l’innovation apportée par rapport aux autres modèles statiques est la gestion du problème de la détection d’une vitesse de glissement nulle en simulation (transitions phases collage-glissement).
- La définition de la *stiction* varie selon les auteurs. Avec celle considérée ici (voir 2.5), seuls les modèles statiques peuvent représenter cette propriété puisque ce sont les seuls à définir un frottement en  $v = 0$ .
- Le phénomène de pré-glissement (particularité du *comportement élastique*), c’est-à-dire la représentation du frottement à une échelle telle que la valeur de celui-ci dépende principalement du déplacement et non de la vitesse de glissement, est pris en compte uniquement par les modèles utilisant un ressort comme représentation de la liaison élastique entre les deux surfaces en contact. Ainsi, seuls les modèles dynamiques et le modèle d’Armstrong ont cette propriété.
- L’*effet Stribeck* est modélisé par la plupart des modèles, exceptés ceux de Karnopp, SCV et Dahl où la transition de  $F_s$  vers  $F_c$  est soit instantanée (SCV et Karnopp) soit non définie (Dahl). Le modèle de Bliman et Sorine d’ordre 2 définit explicitement un certain *effet Stribeck* puisqu’il assure une transition continue entre  $F_s$  et  $F_c$ . Cependant, il le fait en fonction du déplacement et non en fonction de la vitesse.
- Le frottement visqueux est représenté par tous les modèles exceptés ceux de Dahl et de Bliman et Sorine. Cependant, on peut facilement ajouter cette propriété en additionnant à la force de frottement générée par le modèle un terme proportionnel à la vitesse de glissement.
- La propriété de *frictional memory* ne peut être prise en compte ni par les modèles statiques, ni par ceux où l’*effet Stribeck* n’est pas modélisé. Lorsque ce dernier phénomène est caractérisé, le modèle en question vérifie implicitement cette propriété en réalisant simultanément la transition de  $F_s$  vers  $F_c$  et

le comportement dynamique entre  $F_f$  et  $v$ . Seul le modèle d'Armstrong introduit un élément explicite pour obtenir cette propriété (retard dans l'équation du modèle).

- Le phénomène de *rising static friction* est uniquement représenté par le modèle d'Armstrong qui fait intervenir explicitement le « dwell-time ».

- La propriété de *non dérive* est fidèlement représentée par les modèles de Karnopp, « bristle » et « reset integrator ». Le modèle élasto-plastique (pour  $z < z_{ba}$  et non  $z_{max}$ ) représente partiellement ce phénomène alors que les autres modèles, sous certaines conditions (voir 5.2) peuvent dériver proportionnellement au temps alors que la force externe appliquée  $F_e$  est inférieure au niveau de Coulomb  $F_c$ .

- L'identification des paramètres des modèles est enfin un dernier point important. Le nombre de ceux-ci, ainsi que leur nature, peuvent rendre certains modèles difficiles à utiliser. De ce point de vue, les modèles statiques et le modèle de Dahl (3 paramètres seulement) sont assez simples à identifier. Certains paramètres des autres modèles dynamiques peuvent être assez complexes à obtenir. Enfin, la nature des paramètres du modèle d'Armstrong rend ceux-ci difficilement identifiables.

### 5. Simulation des modèles

Dans cette partie, nous allons comparer les performances des modèles en simulation sur deux expériences différentes :

- Corps sur un plan horizontal subissant l'effort d'une force externe sinusoïdale.

- Corps sur un plan horizontal subissant l'effort d'une force externe sinusoïdale, d'amplitude insuffisante ( $< F_c$ ) pour engendrer le glissement du corps.

Nous étudierons les performances de chacun des modèles présentés en 3. Toutefois le comportement du modèle d'Armstrong (7 paramètres) ne sera pas abordé : sa complexité (structure et nature des paramètres) nous paraît limiter son intérêt à caractériser une situation pratique (identification et recalage difficiles).

#### 5.1 1<sup>ère</sup> expérience : Corps sur un plan horizontal subissant l'effort d'une force externe sinusoïdale

##### 5.1.1 Description de l'expérience

Voici l'expérience que nous allons considérer dans cette partie :

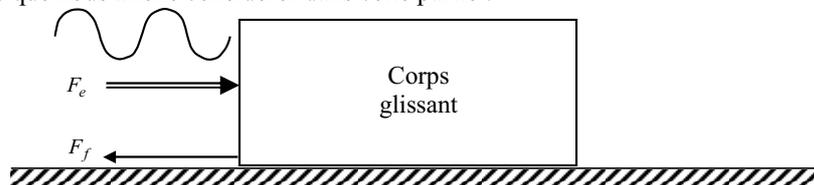


Figure 22 : Représentation schématique de l'expérience

On a :

$$F_e - F_f = m\ddot{x}$$

avec :  $F_e$  = force externe appliquée

$m$  = masse du corps glissant = 1kg

$F_f$  = force de frottement

$x$  = position relative du corps par rapport au plan horizontal

Un schéma bloc général représentant l'expérience est alors le suivant :

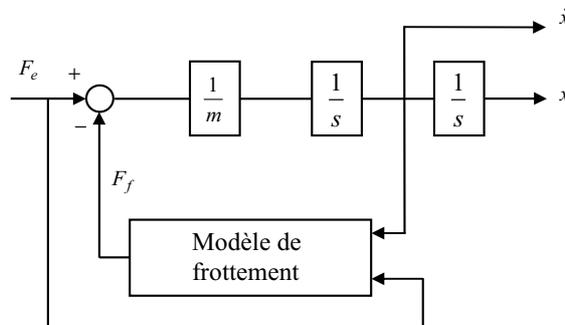


Figure 23 : Schéma bloc modélisant l'expérience

### 5.1.2 Comparaison des modèles de frottement

Les divers paramètres sont déterminés de façon cohérente afin de permettre la comparaison des comportements des différents modèles du même phénomène de frottement.

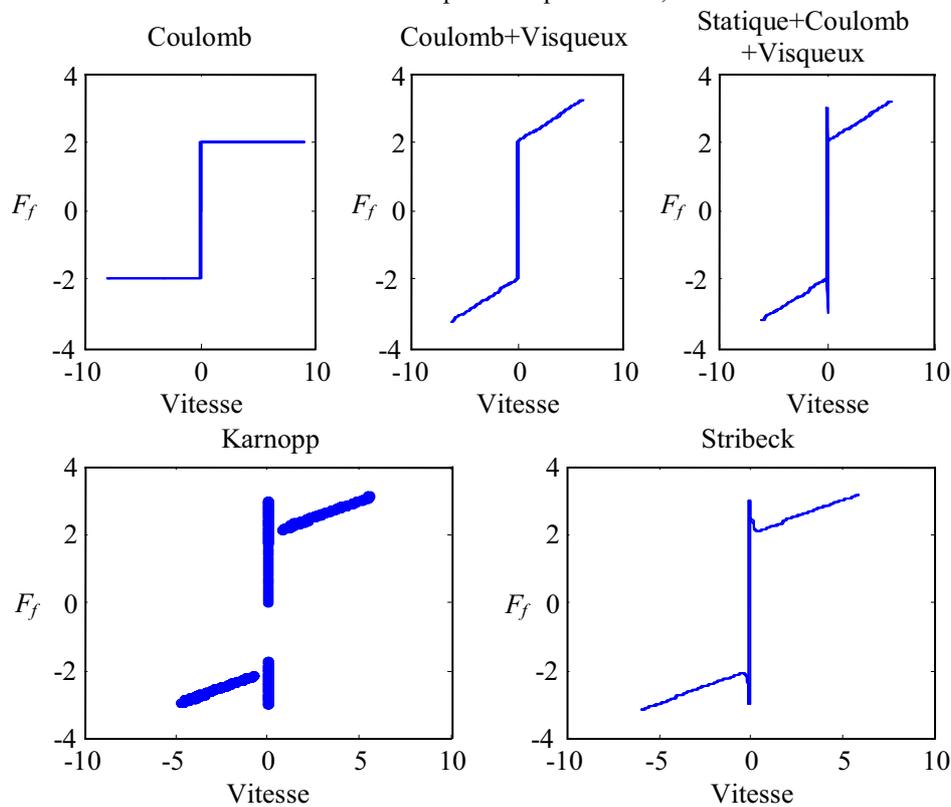
Quelques caractéristiques communes sont fournies dans le tableau 2.

Frottement de Coulomb	$F_c$	2 N
Frottement statique	$F_s$	3 N
Coefficient de frottement visqueux	$\sigma_v$	0,2 N/(m/s)
Raideur	$\sigma_0$	20 N/m
Coefficient d'amortissement	$\sigma_1$	0,5 N/(m/s)
Vitesse de Stribeck	$v_s$	0,1 m/s

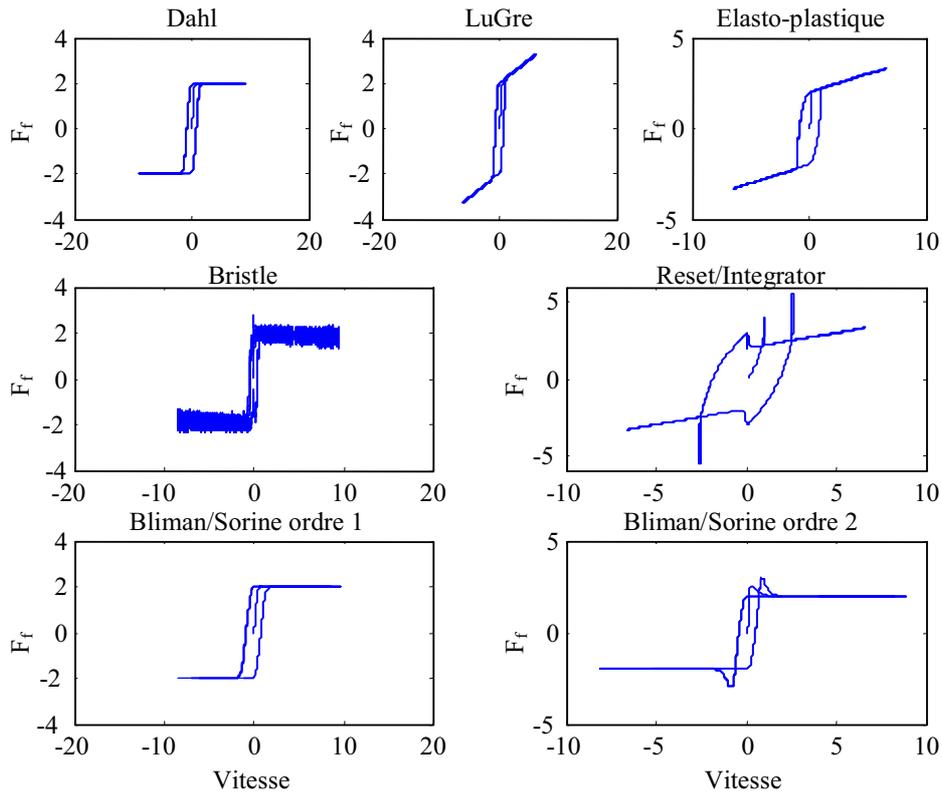
**Tableau 2 : Valeurs des paramètres**

Une force externe sinusoïdale,  $F_e = 5 \sin(2\pi f_0 t)$ ,  $f_0 = 0,1$  Hz, d'amplitude supérieure à  $F_s$  de manière à pouvoir initier le glissement, est appliquée à partir d'une position d'équilibre.

Visualisons alors les courbes de frottement obtenues pour chaque modèle, en fonction de la vitesse :



**Figure 25 : Modèles statiques : force de frottement en fonction de la vitesse de glissement**



**Figure 26 : Modèles dynamiques : force de frottement en fonction de la vitesse de glissement**

Les allures théoriques présentées en 3 sont effectivement obtenues.

Concernant les aspects simulations et leurs résultats, plusieurs remarques s'imposent :

- L'implémentation des modèles statiques (autres que celui de Karnopp, qui gère explicitement ce problème), nécessite la définition d'un paramètre  $\varepsilon$  de façon à contourner les problèmes de détection de l'annulation de la vitesse relative (les seuils de détection sont  $0 + \varepsilon$  et  $0 - \varepsilon$  suivant le signe de la vitesse)  $\varepsilon = 10^{-3} m/s$  a été choisi.

- Les modèles de Dahl et de Bliman et Sorine d'ordre 1 sont complètement équivalents ici puisque l'on s'est placé dans les conditions adéquates vues en 3.2.6.1.

- Les transitions phase de collage, phase de glissement se traduisent par un comportement de la force de frottement continu pour les modèles de Dahl, LuGre et élasto-plastique, présentant des discontinuités dans le cas des modèles de Coulomb, Stribeck, « reset integrator ».

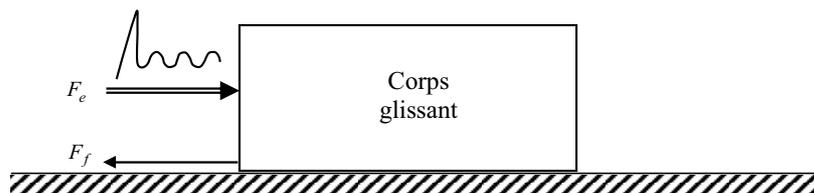
- Les modèles dynamiques donnent lieu à des réponses force de frottement - vitesse relative qui présentent effectivement un caractère d'hystérésis.

- Le modèle « bristle » définit la force de frottement par un nuage de valeurs autour de  $\pm F_c$ , du fait de la nature aléatoire de sa détermination.

- La réponse du modèle de Bliman et Sorine d'ordre 2 présente un dépassement pour les vitesses proches de zéro, ce qui correspond à la simulation d'un pseudo *effet Stribeck*.

## 5.2 2<sup>ème</sup> expérience : Corps sur un plan horizontal subissant l'effort d'une force externe sinusoïdale d'amplitude insuffisante pour engendrer le glissement du corps

### 5.2.1 Description de l'expérience



**Figure 27 : Représentation schématique de l'expérience**

L'expérience considérée dans cette partie ([5]) a pour objectif de mettre en évidence si les divers modèles considérés vérifient les propriétés de *comportement élastique* et de *non dérive* : le corps mobile est soumis à l'action d'une force externe  $F_e$  prenant tout d'abord des valeurs  $F_e > F_s$ , de façon à engendrer un glissement, puis des valeurs d'un niveau maximal inférieur à la force de frottement de Coulomb,  $F_e < F_c$ , de façon à créer les conditions d'un retour en phase collée. Le profil de force  $F_e$  appliqué, est donné par la figure 28.

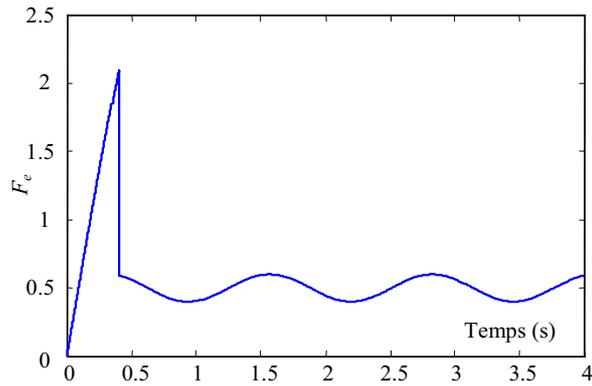


Figure 28 : Force externe appliquée  $F_e$

La visualisation des déplacements du corps glissant en fonction du temps, permet de valider la propriété considérée :

- *Non dérive* : lorsque la force externe est inférieure à  $F_c$ , le déplacement du corps doit être nul (ou de valeur moyenne nulle, puisque l'on considère une force externe sinusoïdale).
- *Comportement élastique* : lorsque la force externe est inférieure à  $F_c$  et sinusoïdale, le déplacement ne doit pas être strictement nul mais sinusoïdal puisque la force de frottement est alors déterminée par  $F_f = kx$ .

Les paramètres des modèles sont fixés aux valeurs suivantes :

Frottement de Coulomb	$F_c$	1 N
Frottement statique	$F_s$	1.1 N
Coefficient de frottement visqueux	$\sigma_v$	0 N/(m/s)
Raideur	$\sigma_0$	100 N/m
Coefficient d'amortissement	$\sigma_1$	2 N/(m/s)
Vitesse de Stribeck	$v_s$	0.1 m/s

Tableau 3 : Valeurs des paramètres

Dans les modèles statiques, les problèmes de la détection de l'annulation de la vitesse relative 0 sont résolus en envisageant un seuil de détection :  $\varepsilon = 10^{-3} \text{ m/s}$ .

Les autres paramètres sont spécifiques à chacun des modèles et leur valeur numérique est fixée au cas par cas. D'autre part, on a pris  $\sigma_v = 0$  ce qui implique notamment que les modèles de Coulomb et Coulomb + visqueux sont identiques.

Nous allons maintenant étudier le comportement des modèles de frottement au cours de cette expérience (le schéma bloc de cette dernière est donné par la figure 23).

### 5.2.2 Comparaison des modèles de frottement

Visualisons les déplacements au cours du temps pour chacun des modèles statiques :

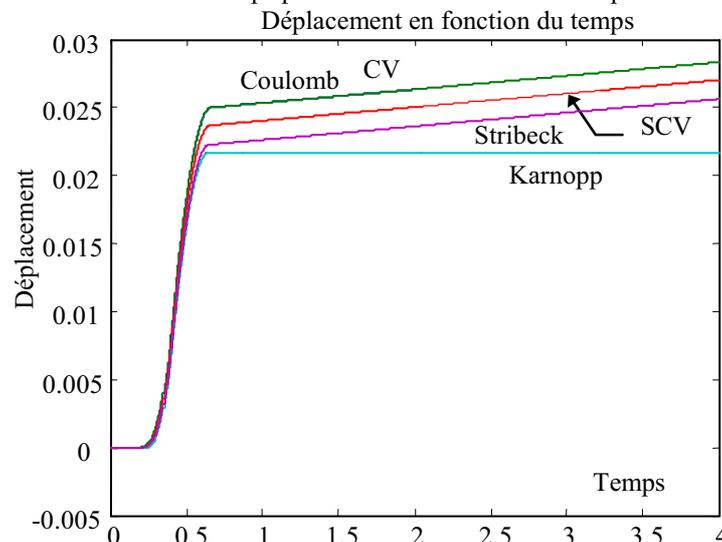


Figure 29 : Modèles statiques : déplacement en fonction du temps

Sur cette réponse, le déplacement augmente d'abord rapidement (phase de glissement où  $F_e > F_s$ ), puis reste constant dans le cas du modèle de Karnopp, croit linéairement dans le cas des autres modèles. On peut donc faire les conclusions suivantes :

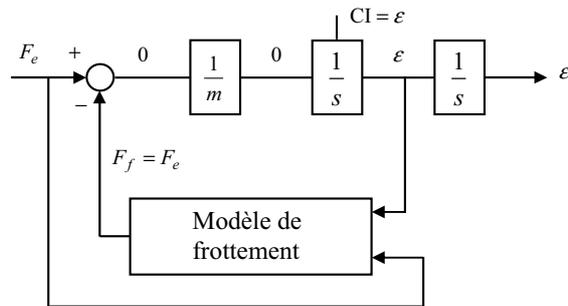
Modèles	Non dérive	Comportement élastique
Coulomb	Non	Non
Coulomb + visqueux	Non	Non
Statique + Coulomb + visqueux	Non	Non
Stribeck	Non	Non
Karnopp	Oui	Non

**Tableau 4 : Prise en compte de la propriété de non dérive et du comportement élastique par les modèles statiques**

Il est clair qu'aucun des modèles considérés ne retranscrit le *comportement élastique* du fait de la définition même de ceux-ci (les équations de ces modèles ne tiennent pas compte explicitement du déplacement).

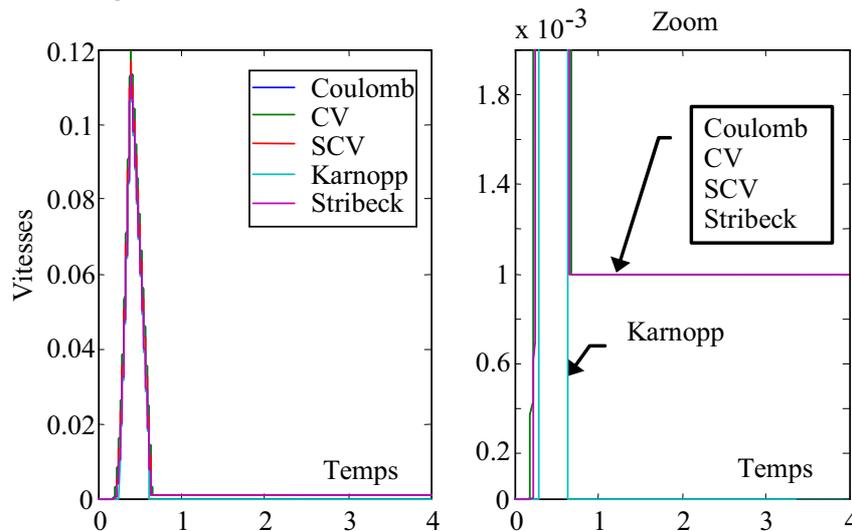
Les modèles de Coulomb, Coulomb + visqueux, statique + Coulomb + visqueux et Stribeck ne prennent pas non plus en compte la propriété de *non dérive* puisque chacun d'eux entraîne une dérive constante. Celle-ci est causée par la façon dont sont programmés ces modèles et dépend des caractéristiques du solveur. En effet, on a vu que la détection du 0 lors des changements de signe de la vitesse engendrait des problèmes en simulation. Ainsi, lorsque  $v$  décroît (croît), on détecte son passage non pas par 0 mais par  $0 + \epsilon$  ( $0 - \epsilon$ ). Cette détection implique  $F_f = F_e$ , l'application d'une accélération nulle et donc le gel de la vitesse relative à la valeur du seuil de détection, soit  $\epsilon$  et non 0. Ceci est à l'origine de la dérive constatée.

On peut résumer cette explication par le schéma bloc suivant :



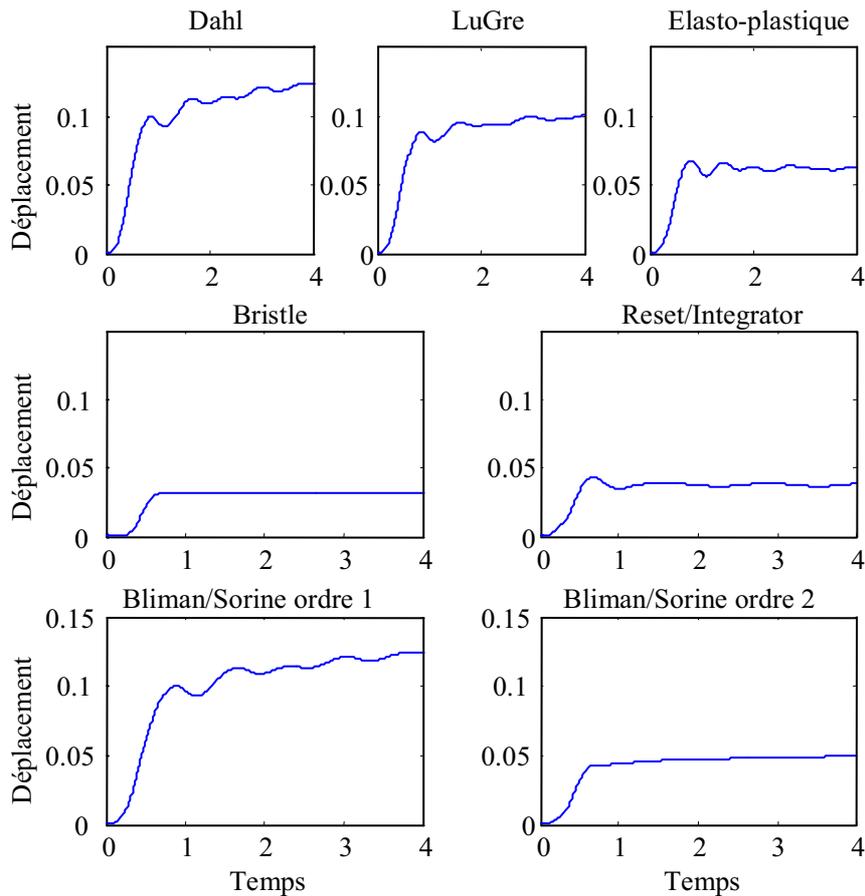
**Figure 30 : Schéma bloc de l'expérience lorsque  $F_e < F_c$**

L'analyse précédente est validée par le comportement temporel de la vitesse relative : hormis pour le modèle de Karnopp qui impose un retour à zéro, la phase de collage simulée par les autres modèles est associée à une vitesse relative constante égale à  $\epsilon$ .



**Figure 31 : Modèles statiques : vitesse en fonction du temps**

Etudions maintenant les propriétés des modèles dynamiques en visualisant les déplacements associés à chacun des modèles au cours du temps :



**Figure 32 : Modèles dynamiques : déplacement en fonction du temps**

A la lecture de ces réponses, les conclusions suivantes peuvent être tirées :

Modèles	<i>Non dérive</i>	<i>Comportement élastique</i>
Dahl	Non	Oui
LuGre	Non	Oui
Élasto-plastique	Oui	Oui
Bristle	Oui	Oui
Reset integrator	Oui	Oui
Bliman Sorine ordre 1	Non	Oui
Bliman Sorine ordre 2	Non	Oui

**Tableau 5 : Prise en compte de la propriété de *non dérive* et du *comportement élastique* par les modèles dynamiques**

Tous ces modèles caractérisent évidemment le *comportement élastique* puisque leur conception s’appuie sur une modélisation de la liaison entre les deux corps en contact par un ressort. La figure 32 illustre bien les oscillations du déplacement relatif lorsque  $F_e < F_c$ .

Il est à noter que seuls les modèles élasto-plastique, « bristle » et « reset integrator » prennent en compte la propriété de *non dérive*. Les conditions pour l’obtention de cette caractéristique ont déjà été étudiées en détail lors de la présentation des modèles de Dahl, LuGre, élasto-plastique et Bliman et Sorine d’ordre 1 et 2. Les modèles de « bristle » et « reset integrator », qui s’appuient sur un comportement purement élastique ( $F_f = kx$ ) pour la description du frottement en phase de collage, garantissent la propriété de *non dérive*, puisque de fait, ils satisfont la condition suffisante vue en 3.2.3.

## 6. Conclusions et perspectives

Nous avons étudié ici les différents phénomènes physiques associés aux frottements, ainsi qu’une série de modèles proposés dans la littérature afin de prendre en compte leurs effets.

Cette étude n’a pas vocation à mettre en avant un modèle par rapport à un autre, elle présente seulement les propriétés de chacun d’eux. Le lecteur et futur utilisateur d’un de ces modèles pourra faire son choix selon les

avantages et inconvénients de chacun d'eux, dans le cadre de l'application qui l'intéresse. Ainsi, la précision de représentation du frottement, les qualités en simulation, le nombre et la nature des paramètres des modèles à identifier, les vitesses de glissement relatives utilisées dans l'application... sont autant de critères dont il faudra tenir compte lors du choix du modèle.

## 7. Bibliographie

- [1] Armstrong-Helouvry B, Dupont P, Canudas de Wit C. A survey of models, analysis tools and compensation methods for the control of machines with friction, *Automatica* 30(7):1083-1138, 1994
- [2] Bliman PA, Sorine M. *Easy-to-use realistic dry friction models for automatic control*, Proceedings of 3rd European Conference, Rome, Italy, pp3788-3794, 1995
- [3] Canudas de Wit C, Olsson H, Astrom KJ, Lischinsky P. *A new model for control of systems with friction*, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 40(3), 1995
- [4] Dahl P. *Solid friction damping of mechanical vibrations*, *AIAA Journal*, 14(12):1675-82, 1976
- [5] Dupont P, Armstrong B, Hayward V. *Elastoplastic friction model: contact compliance and stiction*, Proc. Amer. Control Conf., Chicago, IL, pp1072-77, 2000
- [6] Haessig DA, Friedland B. *On the modeling and simulation of friction*, *Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, Transactions ASME*, 1991
- [7] Karnopp D. *Computer simulation of stick-slip friction in mechanical dynamic systems*, *Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, Transactions ASME*, 1985
- [8] Rabinowicz E. *The intrinsic variables affecting the stick-slip process*, Proc. Physical Society of London, 71(4):668-675, 1958
- [9] Stribeck R. *Die wesentlichen Eigenschaften der Gleit- und Rollenlager-*, *Zeitschrift des Vereines Seutscher Ingenieure*, 46(38, 39):1342-48, 1432-37, 1902