HAL
open science

Identification et Commande Robuste de Systèmes Électromécaniques

Edouard Laroche

To cite this version:

Edouard Laroche. Identification et Commande Robuste de Systèmes Électromécaniques. Automatique / Robotique. Université Louis Pasteur - Strasbourg I, 2007. tel-00354139

HAL Id: tel-00354139

https://theses.hal.science/tel-00354139

Submitted on 19 Jan 2009

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Université Louis Pasteur de Strasbourg

École Doctorale Mathématiques,
Sciences de l'Information et de l'Ingénieur

Identification et Commande Robuste de Systèmes Électromécaniques

Soutenue le 13 décembre 2007

Habilitation à Diriger des Recherches

(Spécialité Automatique)

Édouard LAROCHE

Maître de Conférences à l'Université Louis Pasteur de Strasbourg

Composition du jury

Président :	Hisham Abou-Kandil, Professeur à l'École Normale Supérieure de Cachan
Rapporteurs :	Alain Richard, Professeur à l'Université Henri Poincaré de Nancy Denis Arzelier, Directeur de Recherche au CNRS, LAAS, Toulouse Saïd Ahzi, Professeur à l'Université Louis Pasteur de Strasbourg
Garant :	Michel de Mathelin, Professeur à l'Université Louis Pasteur de Strabourg

Laboratoire des Sciences de l'Image, de l'Informatique et de la Télédétection – CNRS/ULP

Mis en page avec la classe thloria.

Table des matières

Avant-propos **vii**

Acronymes **ix**

Introduction générale **1**

Partie I ***Problématiques scientifiques***

Chapitre 1 Identification **5**

1.1 Introduction 5

1.2 Choix du modèle d'identification 6

1.3 Identification de modèles linéaires 8

1.4 Le problème de la robustesse 9

Chapitre 2 Commande H_∞ **11**

2.1 Le problème standard 11

2.2 Méthode de synthèse à sensibilités mixtes 13

2.2.1 Principe 13

2.2.2 Schéma de synthèse à 2 blocs 14

2.3 Méthode du *loop-shaping* 16

Chapitre 3 Analyse de la robustesse **17**
3.1 Les problèmes de robustesse 17
3.2 Les modèles incertains 18
3.2.1 Les modèles LPV 18
3.2.2 Les représentations linéaires fractionnaires 19
3.3 Les approches d'analyse 20
3.3.1 Stabilité au sens de Lyapunov 20
3.3.2 μ-analyse 22

Partie II ***Machine asynchrone***

Chapitre 1 Préliminaires **31**
1.1 Modèles de la machine asynchrone 32
1.1.1 Modèle dynamique de la machine asynchrone 32
1.1.2 Établissement des modèles à 4 paramètres 33
1.1.3 La saturation du circuit magnétique 36
1.1.4 Les pertes fer 37
1.1.5 Le régime permanent sinusoïdal 38
1.1.6 Récapitulatif des différents modèles 39
1.1.7 Mesures 40
1.2 Commande à flux rotorique orienté 42
1.2.1 Principe 42
1.2.2 Estimateurs 43
1.2.3 Boucles de régulation 44

Chapitre 2 Identification et estimation **47**
2.1 Identification à partir de mesures en régime permanent sinusoïdal . 48
2.1.1 Estimation par minimisation d'un critère portant sur l'admittance 48
2.1.2 Estimation linéaire 58
2.1.3 Conclusion 66
2.2 Estimation en ligne des paramètres : analyse de l'identifiabilité . . . 67
2.2.1 Modèle LTV 68
2.2.2 Modèle étendu 69

2.2.3 Méthode d'analyse de l'observabilité 70
2.2.4 Choix des trajectoires 70
2.2.5 Résultats de l'analyse d'observabilité 71
2.2.6 Synthèse de trajectoires optimales 72
2.2.7 Conclusion 74
2.3 Annexes 75
2.3.1 Caractéristiques des machines utilisées 75
2.3.2 Expression des sensibilités 75

Chapitre 3 Analyse de la robustesse de la commande à FRO 77
3.1 Développement d'un modèle LFR 77
3.1.1 Modèle non-linéaire 77
3.1.2 Modèle linéarisé 78
3.1.3 Obtention du modèle LFR à partir de la représentation d'état 79
3.2 Analyse de la robustesse d'un système de positionnement 81
3.2.1 Présentation du système 81
3.2.2 Résultats de l'analyse 83

Partie III ***Systèmes d'enroulement de bandes flexibles***

Chapitre 1 Analyse de la robustesse des systèmes d'enroulement 89
1.1 Introduction 90
1.2 Description du système 90
1.2.1 Modèle physique 91
1.2.2 Identification 92
1.2.3 Modèle linéaire 92
1.2.4 Correcteur H_∞ 94
1.2.5 Le problème de robustesse 94
1.3 Construction du modèle LFR 96
1.3.1 Construction basée sur le schéma-bloc 96
1.3.2 Suppression de la dépendance en la vitesse des frottements . 97
1.3.3 Suppression des vitesses de rotation 97
1.3.4 Suppression des inerties 97
1.3.5 Prise en compte de l'interdépendance des rayons 98

1.3.6 Validation du modèle 99
1.4 Résultats d'analyse 99

Partie IV *Robotique*

Chapitre 1 Préliminaires **105**
1.1 Modélisation et identification 106
1.2 Commande des manipulateurs 106
1.2.1 Commande des manipulateurs flexibles 107
1.2.2 Asservissement visuel 107
1.3 Contexte de la chirurgie cardiaque 108
1.4 Modèle d'un manipulateur plan à 2 DDL 110
1.4.1 Présentation du système 110
1.4.2 Modèle phénoménologique 111
1.4.3 Flexibilités des segments 115

Chapitre 2 Étude des effets dynamiques de la mesure de position par vision **121**
2.1 Introduction 121
2.2 Modélisation et analyse de la mesure par caméra 122
2.2.1 Description 122
2.2.2 Modèles 124
2.2.3 Modèles simplifiés 126
2.2.4 Analyse fréquentielle 127
2.3 Effets sur l'identification 128
2.3.1 Modèle à temps discret 128
2.3.2 Identification du modèle à temps continu 129
2.3.3 Effets de dynamiques haute fréquence négligées 130
2.4 Conclusion 132

Chapitre 3 Identification des manipulateurs avec flexibilités **133**
3.1 Identification d'un modèle de commande 134
3.1.1 Structure du modèle dynamique 134
3.1.2 Identification des dynamiques 136
3.1.3 Conclusion 140

3.2 Vers l'identification du modèle non-linéaire 141
3.2.1 Introduction 141
3.2.2 Protocole d'estimation 141
3.2.3 Réglage et évaluation 143
3.2.4 Conclusion 146

Chapitre 4 Synthèse de lois de commande 149
4.1 Commande de l'attitude d'un manipulateur 149
4.1.1 Synthèse 150
4.2 Commande d'un stabilisateur actif 152
4.2.1 Description et modélisation 152
4.2.2 Prise en compte de la vision 155
4.2.3 Synthèse de correcteurs H_∞ 159

Chapitre 5 Analyse de la robustesse 169
5.1 Introduction 169
5.2 Étude préalable 169
5.3 Cas d'un manipulateur flexible 172

Partie V *Bilan et perspectives*

Chapitre 1 Bilan 177
1.1 Identification 177
1.2 Commande H_∞ 178
1.3 Analyse de la robustesse 178

Chapitre 2 Projet de recherche 181
2.1 Contexte 181
2.1.1 Chirurgie robotisée 181
2.1.2 Contexte Strasbourgeois 182
2.2 Problématiques scientifiques 183
2.2.1 Manipulateurs flexibles 183
2.2.2 Modèles des organes 184
2.2.3 Télémanipulation à retour d'effort 185

Partie VI ***Bibliographie*** ***187***

Bibliographie

Avant-propos

Ce document présente la majeure partie de mes activités de recherche depuis ma nomination à l'Université Louis Pasteur de Strasbourg en septembre 2000. Ces travaux concernent l'identification et la commande ; ils ont été conduits sur différents systèmes applicatifs : la machine asynchrone, les systèmes d'enroulement de bande et la robotique. Ils sont principalement de nature méthodologique ; c'est-à-dire qu'à partir de problématiques appliquées particulières, j'ai tâché de tirer les enseignements qui s'imposaient afin de proposer des solutions standards et génériques à un certain nombre de problèmes.

Ce mémoire est organisé autour des trois systèmes applicatifs traités. A chacun d'entre eux est consacré une partie distincte. Puisqu'une grande partie des problématiques scientifiques traitées est transversale et abordée pour plusieurs systèmes, j'ai choisi de les introduire dans la première partie de ce rapport.

Pour des raisons de cohérence, certains travaux auxquels j'ai participé ne se retrouvent pas dans ce mémoire. Il s'agit notamment des travaux réalisés dans le cadre de l'ACI de Mohamed Boutayeb consacrée aux applications des techniques d'observation au cryptage des données[1] et à l'observation des piles à combustible[2].

[1]La thèse de YunJie Hua est dirigée par Mohamed Boutayeb et co-encadrée par Iuliana Bara et moi.

[2]La thèse de Mohamed Benallouch est dirigée par M. Boutayeb et R. Outbib ; je participe à son encadrement.

Acronymes

ACI	Action Concertée Incitative
ARX	Auto-Régressif à entrée eXogène
ARMAX	Auto-Régressif à Moyenne Ajustée et entrée eXogène
BOZ	Bloqueur d'Ordre Zéro
BOU	Bloqueur d'Ordre Un
CEC	Circulation Extra Corporelle
DDL	Degré De Liberté
DEL	Diode Electro-Luminescente
DOF	*Degrees Of Freedom*
ERT	Équipe de Recherche Technologique
FEM	Force Électro-Motrice
FRO	Flux Rotorique Orienté
GPC	*Generalized Predictive Control*
LFR	*Linear Fractional Representation*
LFT	*Linear Fractional Transformation*
LMI	Inégalité Matricielle Affine ou Linéaire
LP	Linéaire en fonction des Paramètres
LPV	Linéaire à Paramètres Variants
LTI	Linéaire sans variation au cours du temps
LTV	Linéaire avec variation au cours du temps
MIMO	Multi-entrées multi-sorties
MISO	Multi-entrées simple-sortie
OE	*Output Error*
RPS	Régime Permanent Sinusoïdal
SBPA	Séquence Binaire Pseudo-Aléatoire
SSV	Valeur singulière structurée

Introduction générale

Le développement d'une stratégie de commande passe par trois étapes :
– l'identification d'un ou de plusieurs modèles,
– la synthèse de la loi de commande,
– la validation de la loi de commande et notamment l'analyse de sa robustesse.
Ces différentes phases ne peuvent être effectuées de manière déconnectée car elles se contraignent mutuellement : le choix du type de synthèse et d'analyse contraignent la structure du modèle à identifier. Inversement, la structure du modèle identifié peut amener à revoir les méthodes de synthèse et d'analyse initialement prévues. Pour apporter des réponses satisfaisantes aux problèmes de commande dans un contexte expérimental où les modèles ne sont pas connus a priori, il est donc nécessaire de maîtriser à la fois les aspects commande et identification.

Ce rapport rassemble des contributions portant sur ces problématiques dans le cadre de leurs applications à trois systèmes électromécaniques. La première partie de ce rapport est consacrée à la présentation des problématiques et des notions associées, en se limitant aux approches qui ont été abordées sur les différents systèmes applicatifs. Le cadre retenu pour la commande est celui de la commande robuste multivariable. Les synthèses sont basées sur la norme H_∞. Les analyses de robustesse s'appuient sur la notion de valeur singulière structurée (classiquement appelée μ).

Les parties II à IV du rapport sont consacrées aux différents systèmes applicatifs :

a. La machine asynchrone est le système sur lequel j'ai travaillé lors de ma thèse de doctorat ; ces travaux contenaient déjà des contributions à son identification et à sa commande. Les travaux présentés dans la deuxième partie de ce rapport sont des prolongements ou de nouveaux travaux qui ont été développés depuis ma nomination à l'université de Strasbourg. En identification, une nouvelle méthode d'estimation des paramètres à partir de mesures en régime permanent sinusoïdal a été développée. Une méthode de validation de l'observabilité, permettant la synthèse de signaux d'excitation optimaux, a été mise en œuvre. En commande, le modèle d'analyse de la

	Identification			Commande	
	Commande	Err. estim.	Synth. exp.	Synth.	Anal.
Moteur Asynchrone		X	X	X	X
Enrouleurs				X	X
Robotique	X	X		X	X

TAB. 1 – Travaux abordés (identification pour la commande, analyse des erreurs d'estimation, synthèse d'expérience optimale, synthèse de correcteur, analyse de la robustesse des lois de commande)

robustesse de la machine asynchrone commandée par la méthode du flux rotorique orienté a été amélioré grâce aux outils modernes.

b. En arrivant à Strasbourg, j'ai intégré l'équipe de recherche technologique consacrée aux systèmes d'enroulement de bande à haute vitesse (ERT enroulement) dirigée par D. Knittel. Dans le cadre de cette équipe, j'ai participé à différents travaux, principalement dans le domaine de la commande. Dans la troisième partie de ce rapport, je présente ma contribution la plus personnelle, consacrée à l'analyse de la robustesse des systèmes de transport de bande.

c. Depuis 2002, je me suis impliqué dans une thématique forte de l'équipe AVR : la robotique. De manière plus précise, je me suis intéressé aux asservissements visuels en présence de flexibilités. Cette thématique trouve ses applications dans les problèmes de robotique chirurgicale appliquée à la chirurgie à cœur battant pour laquelle de fortes dynamiques sont nécessaires. Les contributions menées dans cette thématique sont présentées dans la quatrième partie de ce rapport.

   Différentes contributions ont été apportées concernant le problème de l'identification de modèles tenant compte des flexibilités à partir des mesures de la caméra :
   i. un modèle dynamique de la mesure par caméra a été développé ;
   ii. une méthodologie d'identification d'un modèle linéaire de robot tenant compte de l'ensemble des flexibilités a été proposée ;
   iii. une étude de la précision de l'identification d'un modèle non-linéaire de manipulateur tenant compte de flexibilités articulaires a été menée.

   Des méthodologies de synthèse de lois de commande H_∞ ont été développées pour l'asservissement de deux systèmes présentant des flexibilités :
   i. un manipulateur plan à 2 DDL destiné au suivi des mouvements du cœur,
   ii. un prototype de stabilisateur cardiaque actif destiné à la stabilisation d'une portion du cœur à opérer.

   Des travaux ont également été menés concernant l'analyse de la robustesse des manipulateurs.

La dernière partie de ce rapport est consacrée à un bilan et aux perspectives de ce travail.

Première partie

Problématiques scientifiques

CHAPITRE

1

Identification

Sommaire

1.1 Introduction 5
1.2 Choix du modèle d'identification 6
1.3 Identification de modèles linéaires 8
1.4 Le problème de la robustesse 9

1.1 Introduction

Déterminer un modèle mathématique d'un système consiste en deux activités :
– la détermination de sa structure ;
– la détermination des valeurs numériques de ses paramètres.
Pour y parvenir, deux chemins complémentaires peuvent être empruntés :
– en partant des lois de la physique, ce qui est pertinent si ces lois sont connues avec assez de précision ;
– en partant de données expérimentales et en cherchant un modèle qui rend compte de manière satisfaisante de ces données.

Selon que l'on utilise les lois de la physique ou des données expérimentales pour déterminer respectivement la structure du modèle ou les valeurs numériques des paramètres, plusieurs configurations sont envisageables, déterminées par la précision des lois de la physique et par la faisabilité des essais expérimentaux. A titre d'exemple, considérons les trois situations suivantes :
– Dans les situations où les lois de la physique permettent de modéliser fidèlement le système et où elles permettent de déterminer précisément les valeurs des paramètres,

le recours aux données expérimentales peut être limité à des fins de validation. Cela pourrait être le cas pour un système mécanique simple comme un pendule. Notez également que pour certains domaines comme le spatial, les essais expérimentaux ne sont pas aisés. Le modèle du manipulateur avec segments flexibles, utilisé pour l'analyse de la robustesse et présenté dans la partie IV de ce rapport, a été développé dans cet esprit.

– Certains systèmes se trouvent décrits de manière très imprécise par des lois de la physique. Si les essais expérimentaux peuvent être effectués facilement, il est plus simple d'utiliser ces derniers à la fois pour déterminer la structure du modèle et les valeurs numériques des paramètres. Précisons que dans les situations où un modèle linéaire est recherché, le choix de la structure du modèle est limité à un choix d'ordre. C'est dans cette situation qu'ont été identifiés les modèles de synthèse utilisés dans la partie IV.

– Le cas de figure le plus courant est la situation intermédiaire où les lois de la physique permettent de déterminer la structure du modèle (même partiellement) et où les valeurs des paramètres sont estimées à partir de données expérimentales. C'est dans ce cadre que plusieurs modèles considérés dans ce mémoire ont été développés : ceux de la machine asynchrone et celui du système d'enroulement de bande mais aussi le modèle de bras robotisé avec articulations flexibles, présenté dans la partie robotique et considéré pour l'identification.

Dans le cas d'un recours aux données expérimentales, le choix des expériences est important. Différentes approches sont disponibles dans la littérature qui permettent de choisir les expériences de manière optimale [Walter90]. Dans certains cas élémentaires, il est possible d'obtenir un résultat général fort mais, en général, les résultats sont numériques. On peut chercher à minimiser directement les erreurs d'estimation des paramètres que produisent les erreurs de mesure et les phénomènes négligés. Une étude de ce type ainsi que des trajectoires optimales sont présentées dans la partie de ce rapport consacrée à la machine asynchrone.

Afin de valider la procédure d'identification d'un modèle, il est important de recourir à une phase de validation utilisant un autre jeu de données. Celle-ci doit être faite avec des données qui n'ont pas servi à l'identification. En effet, une erreur de structure aboutit généralement à une dégradation de la qualité du modèle entre les résultats sur les données d'identification et les données de validation. Cette erreur de modèle ne pourra être détectée que si les données de validation diffèrent des données de validation.

1.2 Choix du modèle d'identification

Le choix de tout modèle dépend largement de sa finalité. On peut distinguer principalement deux types de modèles :
– les modèles pour la commande qui ont une structure simple et n'ont besoin de re-

présenter fidèlement le système que dans une bande de fréquence assez étroite. La structure peut être imposée par la méthodologie de commande choisie, par exemple linéaire.
– les modèles de simulation et d'analyse pourront prendre en compte des phénomènes négligés dans le modèle de synthèse, aboutissant à une structure plus complexe. Dans le cas des modèles d'analyse, la structure peut aussi être imposée (représentation linéaire fractionnaire pour la μ-analyse par exemple).

Lorsque l'estimation des paramètres se fait à partir des données expérimentales, on doit se poser la question de l'identifiabilité du modèle. On dit qu'un modèle est identifiable si on peut distinguer deux modèles avec des valeurs différentes du vecteur des paramètres [Walter94]. On peut aussi dire de manière équivalente qu'un système est identifiable si ses paramètres peuvent s'écrire en fonction des signaux du système et d'un nombre fini de ses dérivées [Fliess07]. Il s'agit d'une première condition que doit vérifier tout modèle dont on souhaite estimer les paramètres. Cependant, cette condition d'identifiabilité n'est pas suffisante pour garantir que les paramètres seront estimés dans de bonne conditions. Il est donc nécessaire de s'intéresser à l'identifiabilité pratique du modèle, c'est-à-dire la possibilité d'estimer les paramètres avec une précision satisfaisante. Alors que l'identifiabilité est une notion structurelle, l'identifiabilité pratique dépend aussi largement des ordres de grandeur des paramètres. Dans le cas de la machine asynchrone, nous présentons des résultats d'analyse des erreurs d'estimation des paramètres qui concluent à la non-identifiabilité pratique des modèles où les fuites sont réparties au stator et au rotor [Laroche02, Laroche05a].

Lorsque l'on souhaite identifier un modèle, il est courant de partir d'une forme qui est donnée par l'utilisateur de ce modèle. Par exemple, s'il s'agit d'un modèle de commande, certains signaux sont des entrées et d'autres sont des sorties. Pour l'identification, le fait que certains signaux soient des entrées et d'autre des sorties n'a pas nécessairement de sens. Un modèle peut être vu de manière plus générale comme un ensemble de relations implicites reliant différents signaux. Ces relations dépendant d'un certain nombre de paramètres, il importe avant tout de trouver une représentation permettant de minimiser le nombre de paramètres et de faire apparaître, si possible, une dépendance simple en fonction de ces paramètres, idéalement linéaire. Ces deux objectifs sont généralement antagonistes ; on peut choisir d'augmenter artificiellement le nombre de paramètres afin d'obtenir un modèle linéaire en fonction des paramètres (LP) qui permettra une estimation par des techniques de régression linéaire. Dans le cas de l'estimation des paramètres de la machine asynchrone, nous avons développé une approche de ce type [Laroche04b].

Lorsque l'on ne parvient pas à obtenir de formulation LP ou si celle-ci n'est pas intéressante à cause d'un nombre trop élevé de paramètres, on doit alors estimer les paramètres d'un modèle non-linéaire (non LP). Dans ce cas, un certain nombre de signaux sont choisis comme signaux d'entrée et à partir desquelles d'autres signaux, appelées signaux de sortie, seront déterminées. On détermine un critère d'erreur à partir de l'écart entre les mesures et les sorties du modèle. Un algorithme d'optimisation de type programma-

tion non-linéaire est ensuite utilisé afin de minimiser ce critère. Ce type d'pproche a été utilisée dans le cas de la machine asynchrone [Laroche05a].

1.3 Identification de modèles linéaires

De nombreux algorithmes sont disponibles pour l'identification de modèles linéaires représentés sous forme de fonction de transfert. Ces algorithmes ont d'abord été développés pour des modèles à temps discret [Ljung99]. En effet, l'utilisation principale des modèles est la commande qui est généralement implantée en temps-discret, du moins depuis un bon nombre d'années. Une autre raison est parfois avancée : la nature échantillonnée des mesures, pour lesquelles il est plus facile de calculer des retards que des dérivées. Mais cet obstacle n'est pas fondamental car il suffit d'estimer les dérivées en les filtrant pour mettre au point des méthodes d'identification à temps continu. Les méthodes développées en temps discret ont généralement leur équivalent en temps continu. Ces algorithmes ont été développés plus récemment que leurs équivalents à temps discret. Actuellement, un grand nombre d'entre eux sont disponibles dans les boites à outils Contsid[3] et Captain[4].

Les théories modernes de l'identification sont développées dans un cadre stochastique. On suppose que l'on a affaire à un système dynamique dont la sortie est déterminée par deux entrées :
– l'entrée mesurée qui est parfaitement connue ;
– un bruit additif modélisé comme la réalisation d'un processus stochastique.
Pour une structure donnée du modèle, il s'agit d'estimer ses paramètres au sens du maximum de vraisemblance, de manière à ce que le bruit permettant de rendre compte des écarts entre les mesures et les sorties non bruitées du modèle soit de variance minimale.

Différents types de modèles sont classiquement utilisés : erreur de sortie, ARX, ARMAX, Box et Jenkins. Parmi les différentes méthodes permettant d'obtenir une estimée des paramètres, mentionnons la méthode des variables d'état qui permet d'obtenir une estimée non biaisée des paramètres. Elles s'appuient sur la simulation des sorties de la partie déterministe du modèle qui ont l'intérêt de ne pas être corrélées avec l'entrée de bruit. Dans le cas des méthodes d'identification des modèles à temps continu, on a recours à un filtre d'estimation des dérivées. Un filtre optimal est déterminé à partir du dénominateur du modèle. On obtient alors une méthode récursive où les estimées des dérivées sont affinées à chaque étape[5]. Certaines de ces méthodes, comme celle

[3]La toolbox Contsid, développée par H. Garnier et al. est disponible à l'adresse http ://www.iris.cran.uhp-nancy.fr/contsid.

[4]La toolbox Captain, développée par P. Young et al., est disponible à l'adresse http ://www.es.lancs.ac.uk/cres/captain/.

[5]Précisons que ces techniques de filtrage des données sont également utiles en discret. Paradoxalement, le fait qu'elles ne soient pas nécessaires font qu'une utilisation directe des algorithmes d'identification de modèles discrets disponibles dans les boites à outil peut s'avérer hasardeuse en présence de bruit [Garnier06].

implantée dans la fonction srivc de la boite à outils Contsid [Garnier07], permettent de d'identifier des modèles MISO sous forme de fonction de transfert[6].

Des méthodes ont également été développées pour l'identification de modèles multivariables sous forme d'état. C'est le cas de la méthode des sous-espaces [Verhaegen94, Howell01]. Ces approches sont disponibles en discret et en continu.

Dans le cas où les mesures sont obtenues en boucle fermée, l'entrée du système est corrélée avec le bruit, ce qui entraîne une estimation biaisée des paramètres. Dans le cas d'un niveau de bruit élevé, il est préférable d'identifier le système en boucle fermée. La loi de commande étant connue, on peut retrouver ensuite le modèle du système. Ces méthodes ont cependant l'inconvénient d'entraîner une augmentation de l'ordre du système. Depuis plus de dix ans, cette problématique de l'identification en boucle fermée est un thème important de la recherche en identification [Ljung99, Forssell00].

1.4 Le problème de la robustesse

Lorsqu'on détermine un modèle, il est également important de connaître son niveau de fiabilité, c'est-à-dire le degré de confiance qu'on peut lui accorder. Dans l'approche probabiliste, l'estimateur des paramètres est un vecteur de variables aléatoires, chaque réalisation du bruit entraînant une valeur différente de l'estimée. La précision de l'estimateur est caractérisée par son biais, c'est-à-dire l'écart entre son espérance et la valeur "vraie" des paramètres, ainsi que par sa variance. Dans le cas de l'identification des modèles de la machine asynchrone, nous avons mené des études visant à évaluer les erreurs d'estimation des paramètres compte-tenu de la précision des différents capteurs [Laroche02, Laroche05a].

Un modèle physique repose toujours sur un certain nombre d'approximations qui permettent d'obtenir un modèle simplifié en négligeant une partie des phénomènes (dynamiques haute fréquence, non-linéarités). Ces approximations entraînent des erreurs d'estimation déterministes. Dans le cas des modèles linéaires, des résultats sont disponibles concernant l'identification d'un modèle d'ordre réduit d'un modèle linéaire. Dans le cas général où les modèles sont non-linéaires, les études doivent être menées de manière ad-hoc. Nous avons mené des campagnes d'évaluation des erreurs d'estimation dues aux approximations dans le cas de l'identification de la machine asynchrone.

Dans l'approche suivie dans ce rapport, un modèle sous forme de représentation linéaire fracionnaire (LFR) est développé à partir des erreurs d'estimation des paramètres. Ce modèle est ensuite utilisé pour l'analyse de la robustesse. Une alternative possible consiste à identifier directement un modèle incertain. Dans ce type d'approche, Saligrama s'intéresse à l'identification de modèles LFR pour des mesures affectées d'in-

[6]Cette méthode a été utilisée notamment pour l'identification du modèle dynamique local d'un manipulateur présenté dans la partie de ce rapport consacré à la robotique.

	MAS	Enroulement	Robotique
Identification pour la commande			X
Analyse des erreurs d'estimation	X		
Identification de modèle d'analyse	X		X
Synthèse d'expérience optimale	X		

TAB. 1.1 – Problèmes abordés dans ce rapport dans le domaine de l'identification

certitudes déterministes et stochastiques [Saligrama05]. Gugercin et al. s'intéressent à l'identification d'un modèle à temps discret avec un paramètre incertain [Gugercin03].

CHAPITRE

2

Commande H_∞

Sommaire

2.1 Le problème standard **11**

2.2 Méthode de synthèse à sensibilités mixtes **13**

2.2.1 Principe 13

2.2.2 Schéma de synthèse à 2 blocs 14

2.3 Méthode du *loop-shaping* **16**

Les techniques de la commande robuste multivariable, développées depuis les années 1980, permettent de résoudre de nombreux problèmes de commande avec des temps de développement assez limités. Elle ont fait leurs preuves sur des problèmes réputés difficiles (flexibilités, non-minimum de phase) et sont maintenant considérées comme un standard dans l'aéronautique et dans le spatial [Garg82, Pittet06, Arzelier04].

Dans ce chapitre, nous présentons rapidement cette méthode qui est ensuite appliquée dans le cadre des trois systèmes applicatifs concernés par ce rapport.

2.1 Le problème standard

Les approches modernes de la commande multivariable s'appuient sur des schémas de synthèse standards. Ces schémas, introduits par J.C. Doyle [Doyle83], ont l'intérêt de regrouper les deux problèmes classiques de l'automatique sous une forme unique : le suivi de consigne et le rejet de perturbation, pour une multitude de configurations pos-

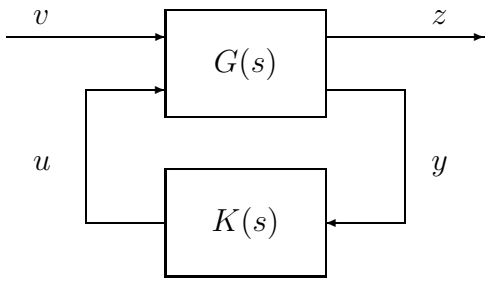

FIG. 2.1 – Modèle standard pour la synthèse de correcteur LTI

sibles. Les techniques de synthèse proposées dans ce cadre standard peuvent s'appliquer à de nombreuses situations. Elles permettent de synthétiser des lois de commande multivariable de manière quasiment aussi simple qu'en monovariable.

Considérons le système linéaire multivariable $G(s)$ disposant de deux canaux de signaux :
– le canal de performance ou d'incertitude, d'entrée v et de sortie z,
– le canal de commande, d'entrée u et de sortie y.

Notons $G_{\mathrm{bf}}(s)$ le système en boucle fermée, bouclé par une loi de commande $u = K(s)\,y$. L'algorithme itératif de Glover-Doyle [Glover88, Doyle89] basé sur la résolution d'une équation de Riccati, permet de synthétiser un correcteur linéaire $K(s)$ de manière à minimiser la norme[7] H_∞ du transfert[8] $G_{\mathrm{bf}}(s)$. En notant γ l'indice de performance obtenu, on a $||G_{\mathrm{bf}}(s)||_\infty < \gamma$. Des algorithmes de synthèse basés sur les LMI ont également été développés [Gahinet94, Iwasaki94]. Ils ont l'avantage de nécessiter des hypothèses légèrement moins fortes sur le système.

Le théorème du petit gain permet alors d'affirmer que le système présenté sur la figure 2.2 est stable pour toute incertitude vérifiant $||\Delta(s)||_\infty \leq \frac{1}{\gamma}$. C'est pour cette propriété que la commande H_∞ est qualifiée de robuste : il est possible de synthétiser un correcteur stabilisant le système incertain s'écrivant sous la forme d'une LFR entre des dynamiques connues $G(s)$ et une partie incertaine bornée $\Delta(s)$.

En réalité, cette propriété de robustesse a une portée pratique limitée. En effet, les systèmes physiques comportent de nombreuses incertitudes qui font que le système incertain $\Delta(s)$ a une structure bien particulière. Ne pas tenir compte de cette structure entraîne un fort pessimisme qui limite l'intérêt de cette condition de robustesse.

[7]La norme H_∞ d'un systèmes multivariable est son amplification maximale. Pour un système $G(s)$ tel que $y(s) = G(s)\,u(s)$, on a $||G(s)||_\infty = \max \frac{||y(t)||_2}{||u||_2}$ où $||y(t)||_2^2 = \int_0^\infty y^{\mathrm{H}}(t)\,y(t)\,\mathrm{d}t$. On a aussi $||G(s)||_\infty = \max_{\omega\in\mathbb{R}^+} \overline{\sigma}(G(j\omega))$ où $\overline{\sigma}$ est la plus grande des valeurs singulières. En monovariable, on a $\overline{\sigma}(G(j\omega)) = |G(j\omega)|$ et $||G(s)||_\infty = \max_{\omega\in\mathbb{R}^+} |G(j\omega)|$ est le gain maximal sur l'ensemble des fréquences.

[8]D'autres critères sont disponibles comme la norme H_2 [Stein87] ; des synthèses multicritères sont également possibles [Scherer95, Chilali96, Scherer97, Arzelier02, Arzelier04]. Mentionnons également les liens avec la théorie des jeux [Jank03, Abou-Kandil03, Abou-Kandil04]

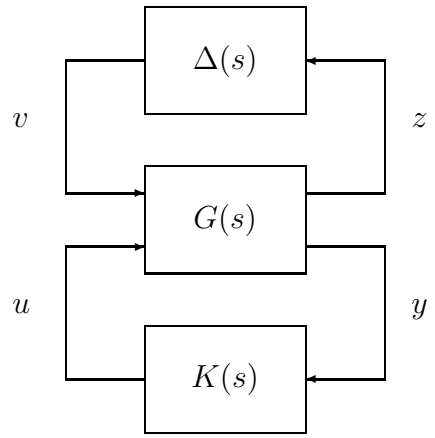

FIG. 2.2 – Modèle standard avec incertitude

Plus classiquement, la synthèse H_∞ est utilisée de manière à modeler les transferts en boucle fermée afin de conférer au modèle nominal certaines performances. Deux méthodes classiques de synthèse, qui sont utilisées dans ce rapport, sont présentées dans les paragraphes 2.2 et 2.3 qui suivent. L'analyse de la robustesse sera alors faite à posteriori en tenant compte précisément de la structure des incertitudes. Ces approches d'analyse sont présentées dans le chapitre suivant. Précisons que des méthodes de synthèse de correcteurs pour des modèles incertains sont disponibles. Elles sont toutefois d'une utilisation plus délicate que la synthèse H_∞ [Packard93b].

L'ordre du correcteur obtenu est égal à celui du système. Compte-tenu des pondérations introduites dans le modèle augmenté, les synthèses standards aboutissent à des correcteurs d'ordres relativement élevés. Des algorithmes de réduction d'ordre permettent alors d'obtenir une approximation d'ordre réduite du correcteur [Moore81, Adamjan71, Glover84]. Ces réductions d'ordre ne garantissent pas la stabilité et les performances du système asservi obtenu avec le correcteur d'ordre réduit ; il est donc conseillé d'analyser les performances du système obtenu et de limiter la réduction d'ordre à un niveau permettant de ne pas trop dégrader les performances.

2.2 Méthode de synthèse à sensibilités mixtes

2.2.1 Principe

Dans cette méthode, on construit un modèle augmenté du système en choisissant les signaux exogènes v et z et en réglant un certain nombre de pondérations permettant de donner une forme particulière aux transferts en boucle fermée. De nombreux schémas de synthèse peuvent être utilisés suivant l'objectif à atteindre. Considérons le problème classique de la commande présenté sur la figure 2.3. Nous présentons dans la suite le

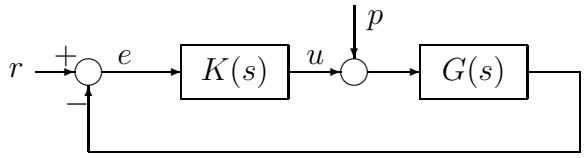

FIG. 2.3 – Schéma de commande

schéma de synthèse à 2 blocs qui a l'avantage d'être à la fois simple tout en permettant de résoudre la majeure partie des problèmes rencontrés en commande. Ce schéma est utilisé dans la suite de ce rapport en application à la machine asynchrone et aux systèmes robotiques. Un exposé complet des différentes méthodes se trouve dans l'ouvrage de G. Duc et S. Font [Duc99].

Avant de résoudre le problème de performance, le correcteur doit permettre une certaine robustesse. Cela s'obtient en assurant deux critères :

– la marge de module Δ_M est déterminée par la norme H_∞ de la sensibilité du système. Pour cela, on considère généralement la sensibilité en sortie[9] $T_{er}(s) = S_y(s)$ avec :

$$\Delta_M = \frac{1}{||S_y(s)||_\infty} \tag{2.1}$$

– en haute fréquence, les systèmes ont généralement un gain décroissant ce qui fait que leurs dynamiques sont mal connues. Afin d'assurer un certain niveau de robustesse vis-à-vis de ces dynamiques, il est nécessaire d'assurer une limitation, voire une décroissance du gain du correcteur en haute fréquence. Cela se fait en considérant le transfert $T_{ur}(s)$. En effet, au delà de la bande-passante du système, on a $T_{ur}(s) \simeq K(s)$.

2.2.2 Schéma de synthèse à 2 blocs

Le schéma de synthèse à deux blocs présenté sur la figure 2.4 est le schéma le plus simple permettant à la fois de régler les deux objectifs de robustesse mentionnés ci-dessus et un objectif de performance. Le correcteur $K(s)$ est synthétisé de manière à minimiser la norme H_∞ du transfert entre r et $z = [z_1^{\mathrm{T}}\ z_2^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$; on note γ l'indice de performance obtenu.

La pondération $W_1(s)$ permet à la fois de régler la bande passante du système et de choisir la marge de module. En choisissant un filtre diagonal avec les mêmes pondération sur chaque composante[10] :

$$W_1(s) = W_{11}(s)\mathcal{I} \tag{2.2}$$

[9] On note $T_{er}(s)$ la fonction de transfert entre r et e.

[10] Il est bien sûr possible d'utiliser des pondérations différentes suivant les composantes. Cela peut s'avérer pertinent dans le cas où les dynamiques sont amenées à différer suivant les composantes.

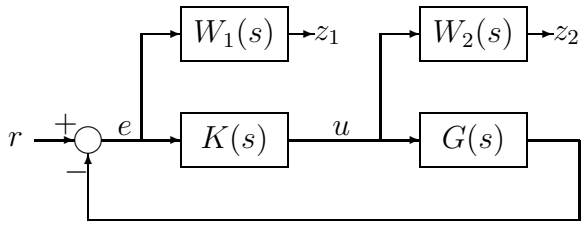

FIG. 2.4 – Schéma de synthèse à 2 blocs

avec :

$$W_{11}(s) = \frac{s+a}{K(s+b)} \tag{2.3}$$

avec $a < b$ et $K \geq 1$. Ce transfert a un gain statique de $\frac{a}{Kb}$ (en haute fréquence), un gain minimal de $\frac{1}{K}$ (en basse fréquence) et présente un gain à 3 dB à la pulsation :

$$\omega_c = \sqrt{\frac{a^2 - 2K^2b^2}{2K^2 - 1}} \tag{2.4}$$

Avec $||T_{z_1 r}||\infty \leq \gamma$, on a alors :

$$\overline{\sigma}(S_y(j\omega)) \leq \frac{\gamma}{W_{11}(j\omega)} \tag{2.5}$$

ce qui permet d'assurer, dans le cas où $\gamma \leq 1$:
– une marge de gain supérieure à $1/K$,
– une erreur statique inférieure à Kb/a,
– une bande passante[11] supérieure à ω_c.

On peut choisir $W_2(s)$ de la forme :

$$W_2(s) = W_{21}(s)\mathcal{I} \tag{2.6}$$

avec :

$$W_{21}(s) = \frac{s}{K_2(cs+1)} \tag{2.7}$$

avec $c\omega_c \ll 1$ (par exemple $c\omega_c = 0,01$). Une valeur de K_2 faible correspond à un effet de roll-off important, c'est-à-dire une décroissante rapide du gain du correcteur en haute fréquence. On a alors :

$$\overline{\sigma}(T_{ur}(j\omega)) \leq \frac{\gamma}{|W_{21}(j\omega)|} \tag{2.8}$$

ce qui permet d'assurer la décroissance du gain du correcteur en haute fréquence :

$$\overline{\sigma}(K(j\omega)) \lesssim \frac{\gamma}{|W_{21}(j\omega)|} \tag{2.9}$$

[11]En mesurant la bande passante à -3 dB sur $S_y(j\omega)$.

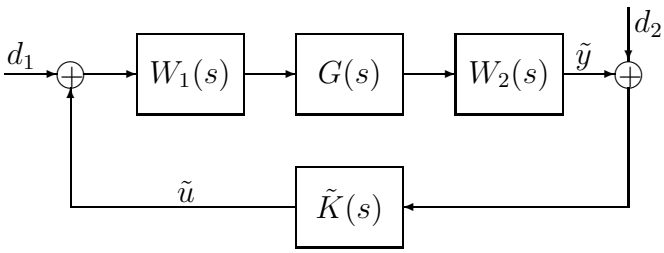

FIG. 2.5 – Synthèse H_∞ par la méthode du *loop-shaping*

2.3 Méthode du *loop-shaping*

Une méthode alternative, celle du *loop-shaping*, se focalise sur le transfert en boucle ouverte de l'ensemble système-correcteur [McFarlane92]. Dans cette approche, une version de départ du correcteur est d'abord établie par le concepteur à l'aide des pondérations $W_1(s)$ et $W_2(s)$ placées en série avec le système, respectivement en amont et en aval (voir figure 2.5). Destinées à fixer la bande passante, à augmenter le gain en basse fréquence afin de rejeter les perturbations et à faire chuter le gain en haute fréquence pour des raisons de robustesse face aux incertitudes mal modélisées, ce premier correcteur n'a pas besoin d'être stabilisant. Dans un second temps, un correcteur $\tilde{K}(s)$ est synthétisé de manière à assurer la stabilité et à minimiser la norme H_∞ du transfert entre le vecteur d'entrée $[d_1^{\mathrm{T}}\ d_2^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$ et le vecteur des sorties $[\tilde{y}^{\mathrm{T}}\ \tilde{u}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$, afin d'apporter la robustesse suffisante. Le correcteur final est alors $K(s) = -W_1(s)\,\tilde{K}(s)\,W_2(s)$. Son ordre est égal à celui du système $G(s)$ additionné de deux fois celui des pondérations. En effet, contrairement au cas précédent, les pondérations font partie intégrante du correcteur à implanter. Cette approche a été utilisée dans la cadre d'un actionnement par moteur asynchrone [Laroche04a].

CHAPITRE

3

Analyse de la robustesse

Sommaire

3.1 Les problèmes de robustesse 17
3.2 Les modèles incertains 18
3.2.1 Les modèles LPV 18
3.2.2 Les représentations linéaires fractionnaires 19
3.3 Les approches d'analyse 20
3.3.1 Stabilité au sens de Lyapunov 20
3.3.2 μ-analyse 22

3.1 Les problèmes de robustesse

La robustesse consiste à assurer que le système conserve certaines de ses qualités lors de variations de ses conditions de travail. Les sources de variation de l'environnement peuvent être de nature diverse (augmentation de la température pouvant entraîner une variation de certains paramètres, vieillissement, changement de point de fonctionnement). Dans la plupart des cas, ces variations s'écrivent comme des incertitudes sur les paramètres du système. On pourra distinguer dès lors deux situations :

- les paramètres sont incertains mais constants ou leurs vitesses de variation sont négligeables,
- les paramètres varient en fonction du temps et leurs vitesses de variation ne sont pas négligeables.

En analyse de robustesse, on s'intéresse d'abord à la stabilité du système pour l'ensemble des incertitudes à considérer. On parle alors de *robustesse en stabilité* ou de *stabilité*

robuste. On peut également aller plus loin et analyser si le système incertain satisfait un critère de performance pour l'ensemble des incertitudes. On parle alors de *robustesse en performance* ou de *performance robuste*. Ces analyses peuvent être menées à deux niveaux :

- on peut se limiter à la question de savoir si le critère de performance est satisfait par l'ensemble des incertitudes prévues. Le résultat d'un tel test est binaire.
- On peut aussi chercher à connaître la dilatation que l'on peut appliquer au domaine de variation initial pour amener le système en limite de robustesse. Notons ρ^* le coefficient de dilatation maximal obtenu. Le système est robuste si $\rho^* > 1$.

Les tests de robustesse aboutissent généralement à une valeur approchée de ρ^* soit par excès, soit par défaut. Les approches aboutissant à une valeur par défaut de la marge de robustesse sont qualifiées de pessimistes et permettent de garantir un domaine de stabilité. Les méthodes aboutissant à une valeur par excès sont qualifiées d'optimistes et permettent principalement d'évaluer le pessimisme des premières méthodes.

Lorsqu'un critère d'analyse s'écrit sous forme LMI, le fait d'introduire les matrices du correcteur comme nouvelles incertitudes dans le système donne une formulation de type inégalités matricielles polynomiales qui ne peuvent être résolus simplement. Différentes approches permettent de dériver une formulation LMI : des changements de variable [Scherer97] ; le lemme d'élimination qui sert notamment dans le cadre de la commande H_∞ [Gahinet94, Gahinet96] et de la commande LPV [Apkarian95] ; ainsi que la S-procédure [Scherer01]. Néanmoins, il n'est pas toujours possible de se ramener à une formulation LMI.

3.2 Les modèles incertains

Parmi les différents modèles génériques tenant compte des paramètres, les modèles linéaires à paramètres variants ont abouti à des tests efficaces d'analyse de la robustesse ainsi qu'à des méthodes de synthèse robustes.

3.2.1 Les modèles LPV

Un modèle LPV s'écrit de manière générale :

$$\left\{ \begin{array}{rcl} \dot{x} & = & A(P)x + B(P)u \\ y & = & C(P)x + D(P)u \end{array} \right. \tag{3.1}$$

où P est le vecteur des paramètres. A défaut de connaître à l'avance la trajectoire de θ, on connaît souvent des bornes sur ses différentes composantes : $\underline{P_k} \leq P_k \leq \overline{P_k}$, ce qui définit l'ensemble E_P de variation des paramètres qui est un hyperrectangle. On peut aussi tenir compte des vitesses de variation : $\underline{\dot{P}_k} \leq \dot{P}_k \leq \overline{\dot{P}_k}$, ce qui définit l'ensemble $E_{\dot{P}}$. On notera respectivement E_P^* et $E_{\dot{P}}^*$ les ensembles contenant les sommets des hypercubes.

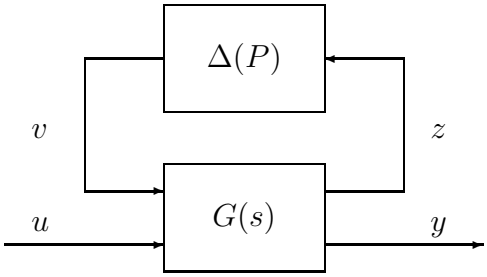

FIG. 3.1 – Modèle incertain de type LFR

Dans le cas où les paramètres sont constants et incertains, le modèle est un modèle linéaire incertain et les méthodes linéaires s'appliquent. les méthodes appelées μ-analyse entrent dans ce cadre. Si on considère des variations en fonction du temps des paramètres, les méthodes linéaires ne sont plus exactes et il convient d'analyser le système comme un système nonlinéaire ; dans ce dernier cas, les méthodes de type Lyapunov permettent d'obtenir des résultats.

Un cas particulier de modèle LPV est celui où les matrices dépendent de manière affine de chacun des paramètres. Notons :

$$M = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}. \tag{3.2}$$

On a alors $M(P) = M_0 + P_1 M_1 + P_2 M_2 \ldots$. On parlera de système LPV affine. Pour cette classe de modèle, des tests d'analyse de robustesse et des méthodes de synthèse de correcteurs on été développées [Gahinet94, Apkarian95, Feron96].

Un nombre limité de systèmes physiques admettent des représentations LPV affines. Dans la pratique, on peut aboutir à ces modèles par une approximation sous forme de développement limité, aboutissant à une prise en compte approximative de la robustesse. Si on souhaite prendre en compte de manière fidèle la dépendance en fonction des paramètres, il est nécessaire de recourir à une représentation linéaire fractionaire.

3.2.2 Les représentations linéaires fractionnaires

De manière générale, ce qu'on appelle transformation linéaire fractionnaire (LFT) ou représentation linéaire fractionnaire (LFR) désigne le bouclage d'un système avec un autre système. Dans le cadre de la modélisation des systèmes incertains, cette dénomination prend un sens plus étroit puisqu'elle désigne un modèle composé d'un transfert LTI $G(s)$ se rebouclant sur une matrice $\Delta(P)$ de gains incertains comme représenté sur la figure 3.1. On considère que les coefficients sont soit nuls, soit égaux à P_k, ce qui fait que $\Delta(P)$ dépend linéairement de P.

Considérons la représentation d'état suivante de $G(s)$:

$$\begin{cases} \dot{x} &= Ax + B_1 v + B_2 u \\ z &= C_1 x + D_{11} v + D_{12} u \\ y &= C_2 x + D_{21} v + D_{22} u \end{cases} \tag{3.3}$$

avec $u \in \mathbb{R}^{n_u}$, $y \in \mathbb{R}^{n_y}$, $v \in \mathbb{R}^{n_v}$, $z \in \mathbb{R}^{n_z}$. Elle est dite bien posée si $I_{n_z} - D_{11}\Delta$ est non-singulière pour tout $P \in E_P$. Le système est de type LPV :

$$\begin{cases} \dot{x} &= \tilde{A}(P)x + \tilde{B}(P)u \\ y &= \tilde{C}(P)x + \tilde{D}(P)u \end{cases} \tag{3.4}$$

avec :

$$\begin{cases} \tilde{A}(P) &= A + B_1\Delta(P)(I_{n_z} - D_{11}\Delta(P))^{-1}C_1 \\ \tilde{B}(P) &= B_2 + B_1\Delta(P)(I_{n_z} - D_{11}\Delta(P))^{-1}D_{12} \\ \tilde{C}(P) &= C_2 + D_{21}\Delta(P)(I_{n_z} - D_{11}\Delta(P))^{-1}C_1 \\ \tilde{D}(P) &= D_{22} + B_{21}\Delta(P)(I_{n_z} - D_{11}\Delta(P))^{-1}D_{12} \end{cases} \tag{3.5}$$

Il s'agit donc d'un modèle LPV où les matrices dépendent de manière rationnelle des paramètres. Inversement, tout modèle LPV rationnel peut se mettre sous forme LFR. Dans le cas d'une dépendance non-linéaire, il est possible de déterminer une approximation sous forme LFR.

La taille de la LFR[12] obtenue conditionne fortement les temps de calculs et même la précision des résultats. Il importe donc de trouver une LFR d'ordre minimal, ou du moins d'un ordre raisonnable. Des algorithmes de réduction d'ordre sont disponibles pour les LFR, généralisant les techniques de réduction d'ordre disponibles pour les systèmes LTI [Wang91, Beck96, D'Andrea97].

Dans le cas d'un asservissement par un correcteur LTI, le système se met alors sous la forme du schéma de la figure 3.2 où $M(s)$ est obtenu par bouclage de $G(s)$ avec le correcteur. Une étape de normalisation permet ensuite de se ramener à $||\Delta(P)||_\infty \leq 1$.

La boite à outils *LFR toolbox* développée par J.F. Magni et al. permet de développer des modèles LFR, de les manipuler et de réduire leur ordre [Magni01, Hecker04]. Ces outils ont été utilisés dans le développement des modèles LFR de la machine asynchrone et du système d'enroulement de bande présentés dans les parties 2 et 3 de ce document.

3.3 Les approches d'analyse

3.3.1 Stabilité au sens de Lyapunov

Un système est stable au sens de Lyapunov s'il existe une fonction d'énergie qui décroît sur l'ensemble de l'espace. Ce type de stabilité s'applique à de nombreux types de

[12] C'est-à-dire le nombre d'états et les ordres de répétition des paramètres.

systèmes. Dans le cas des systèmes linéaires, on sait qu'il y a équivalence entre stabilité quadratique[13] et stabilité au sens classique. Dans le cas des systèmes LPV, la stabilité quadratique est une condition suffisante mais non nécessaire de stabilité. Lors de la dernière décennie, des efforts de recherche importants ont porté sur l'obtention de conditions de stabilité moins pessimistes. La technique consiste à utiliser une matrice de Lyapunov dépendant des paramètres.

Pour un système linéaire d'équation d'état $\dot{x} = Ax$, la stabilité est équivalente à l'existence d'une matrice Q définie positive[14] telle que la LMI suivante est vérifiée :

$$A^{\mathrm{T}}Q + QA \prec 0 \tag{3.6}$$

ce qui signifie que la matrice $A^{\mathrm{T}}Q + QA$ est définie négative[15].

Dans le cas d'un système LPV affine avec $A(P) = A_0 + \sum P_k A_k$, la condition de stabilité s'écrit comme une LMI semi-infinie, c'est à dire qu'elle doit être vérifiée pour l'ensemble des valeurs de $P \in E_P$. Toutefois, du fait que l'expression $A^{\mathrm{T}}(P)Q + QA(P)$ est affine en P, il suffit de vérifier un nombre fini de LMI correspondant à $P \in E_P^*$, c'est-à-dire aux sommet de E_P. Précisons que ce test ne dépend pas des vitesses de variation des paramètres, ce qui signifie que l'on cherche à assurer la stabilité du système indépendamment des vitesse de variation des paramètres. Il est bien évident que ce type de stabilité est très fort et ne permet pas d'aboutir dans de nombreux cas.

Dans le cas d'une dépendance affine de la matrice d'état en fonction des paramètres, il est sensé de chercher une condition de stabilité moins pessimiste en utilisant une matrice de Lyapunov dépendant des paramètres sous forme affine :

$$Q(P) = Q_0 + \sum P_k Q_k \tag{3.7}$$

Il faut alors rechercher les matrices Q_k telles que :

$$Q(P) \succeq 0 \tag{3.8}$$

et :

$$A^{\mathrm{T}}(P)Q(P) + Q(P)A(P) + \dot{Q}(P) \prec 0 \tag{3.9}$$

sur l'ensemble du domaine. La première condition est linéaire ; il suffit donc de l'évaluer aux sommets de l'espace. La seconde condition est quadratique en P. Afin d'obtenir un nombre fini de conditions, on est amené à imposer une condition supplémentaire : la multiconvexité[16] de $A^{\mathrm{T}}(P)Q(P) + Q(P)A(P) + \dot{Q}(P)$ qui s'écrit :

$$A_k^{\mathrm{T}} Q_k + Q_k A_k \succeq 0 \ \forall k \tag{3.10}$$

[13]La stabilité quadratique est la stabilité au sens de Lyapunov avec une fonction d'énergie quadratique de la forme $V(x) = x^{\mathrm{T}}Qx$ où la matrice de Lyapunov Q est constante et unique.

[14]La fonction d'énergie est $V(x) = x^T Qx$.

[15]Ce qui est équivalent à $\dot{V}(x) < 0 \ \forall x \neq 0$.

[16]La multiconvexité est la convexité dans toutes les directions canoniques ; il s'agit d'une condition moins forte que la convexité.

Le terme $\dot{Q}(P)$ s'écrit de manière linéaire en fonction des dérivées des paramètres. On aboutit finalement à un test où la condition (3.8) doit être vérifiée pour $P \in E_P^*$, la condition (3.9) doit être vérifiée pour $(P, \dot{P}) \in E_P^* \times E_{\dot{P}}^*$ et en ajoutant la condition de multiconvexité (3.10).

Dans le cas d'un système sous forme de LFR, on peut chercher une matrice de Lyapunov avec une dépendance de même type afin de diminuer encore le pessimisme [Iwasaki01, Peaucelle01].

Ces méthodes s'étendent à l'analyse des performances par critère H_∞ grâce au lemme borné réel. Des formulations en temps discret sont aussi disponibles. Ces tests sont disponibles dans différentes boites à outils, comme la *Robust Control Toolbox* commercialisée par Matlab et la toolbox Romuloc[17] développée par D. Peaucelle au LAAS [Peaucelle06].

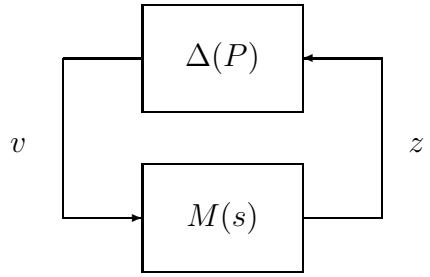

FIG. 3.2 – Modèle LFR du système en boucle fermée

3.3.2 μ-analyse

Valeur singulière structurée

Le théorème du petit gain énonce que le système de la figure 3.2 est stable si et seulement si $\overline{\sigma}(\Delta M(j\omega)) < 1 \; \forall \omega \in \mathbb{R}^+$ [Zhou96]. Pour une matrice Δ normalisée, le système est stable si $\overline{\sigma}(M(j\omega)) < 1 \; \forall \omega$. Ce test ne tient pas compte de la structure de Δ et aboutit donc à une évaluation pessimiste de la robustesse. La valeur singulière structurée (SSV) est une extension de la valeur singulière permettant de tenir compte de la structure de Δ [Doyle82, Packard93a]. En notant $M_\omega = M(j\omega)$, le gain complexe du système à la pulsation ω, on définit la SSV, notée également μ, de la manière suivante :

$$\left\{ \begin{array}{rcl} \frac{1}{\mu(M_\omega)} & = & \inf \left\{ \bar{\sigma}(\Delta) \; \backslash \det(I - \Delta M_\omega) = 0 \right\}, \\ \mu(M_\omega) & = & 0 \;\; \text{si} \;\; \det(I - \Delta M_\omega) \neq 0 \; \forall \; \Delta \in E_\Delta. \end{array} \right. \tag{3.11}$$

et on note $\mu(M) = \max(\mu(M_\omega))$. La grandeur $\frac{1}{\mu}$ est la taille, au sens de la norme H_∞, de la plus petite incertitude Δ capable de déstabiliser le système ; $\frac{1}{\mu}$ est donc la marge de

[17] La toolbox Romuloc est disponible à l'adresse http ://www.laas.fr/OLOCEP/romuloc/.

robustesse ($r^* = \frac{1}{\mu}$). La robustesse est garantie si $\mu < 1$.

La SSV permet de prendre en compte des matrices d'incertitude intégrant trois formes d'incertitudes : des scalaires réels, des scalaires complexes et des blocs complexes. Les scalaires réels correspondent à des incertitudes sur les paramètres ; les incertitudes complexes proviennent généralement d'incertitudes sur des dynamiques. Soit E_Δ l'ensemble des matrices Δ considérées :

$$E_\Delta = \{\Delta = \text{diag}(\delta_1 I_{r_1}, ..., \delta_s I_{r_s}, \epsilon_1 I_{c_1}, ..., \epsilon_t I_{c_t}, \Delta_1, ..., \Delta_F)\} \tag{3.12}$$

où $\delta_k \in \mathbb{R}$, $\epsilon_k \in \mathbb{C}$ et $\Delta_k \in \mathbb{C}^{m_k \times m_k}$.

Le calcul de μ est connu comme étant un problème difficile de complexité qui croît de manière non polynomiale en fonction de la taille du problème [Braatz94]. On a généralement recours à un encadrement par valeur supérieure et valeur inférieure.

Les premiers algorithmes ne s'intéressaient qu'à des incertitudes complexes, ce qui donne aussi une borne supérieure pour le cas réel. Le problème mixte réel/complexe a été traité pour la première fois dans par Fan et al. [Fan91]. Dans le cas purement réel, ces algorithmes ont des propriétés de convergence dégradées. On peut alors robustifier la problème en ajoutant à chaque incertitude réelle une incertitude complexe de petite taille [Packard93c]. Cette technique est surtout efficace pour le calcul de la borne inférieure [Young97]. Néanmoins, le problème complexifié est un problème plus pessimiste que le problème original. La borne inférieure obtenue n'est donc plus garantie comme étant une borne inférieure du problème original.

Dans les cas réels et pour les systèmes flexibles, le tracé de la borne supérieure présente généralement des pics très étroits. Avec la discrétisation fréquentielle, il y a de grande chance de sous évaluer l'amplitude du pic, ce qui revient à dire que la borne supérieure obtenue n'est pas réellement une borne supérieure. Des approches visant à obtenir une majoration garantie sont disponibles.

Bornes supérieures

Méthode basée sur les *scalings*. On présente ici de manière très succincte l'approche classique de calcul de la borne supérieure [Young95]. Il s'appuie sur des matrices qui commutent avec Δ, appelées *scalings* :

$$\mathcal{D} = \{\text{diag}(D_1, ..., D_{s+t}, d_1 I_{n_1}, ..., d_F I_{m_F}) \ : \ 0 < D_i = D_i^* \in \mathbb{C}^{k_i \times k_i}, d_i \in \mathbb{R}^{+*}\} \tag{3.13}$$

Sachant que la SSV est inférieure à la valeur singulière, on a :

$$\mu(M_\omega) \leq \overline{\sigma}\left(D M_\omega D^{-1}\right) \quad \forall D \in \mathcal{D} \tag{3.14}$$

La méthode consiste à chercher une matrice D qui minimise le second terme de cette inégalité.

Une formulation LMI a été développée par Fan et al. [Fan91] :

$$\mu_\omega \leq \inf_{\substack{D \in \mathcal{D} \\ G \in \mathcal{G}}} \min_{\beta \in \mathbb{R}^+} \left\{ \beta : M_\omega^* D M_\omega + j(G M_\omega - M_\omega^* G) - \beta^2 D \leq 0 \right\} \tag{3.15}$$

où la matrices $G \in \mathcal{G}$:

$$\mathcal{G} = \{\text{diag}(G_1, ..., G_s, O_{c_1}, ..., O_{c_f}, O_{m_1}, ..., O_{m_f}) \ : \ G_i = G_i^* \in \mathbb{C}^{k_i \times k_i}\} \tag{3.16}$$

Calcul garanti. Un système LTI $M(\omega) = D + C(\frac{1}{j\omega} I_n - A)^{-1} C$ s'écrit comme une LFR de la matrice M :

$$M = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \tag{3.17}$$

avec une matrice $\frac{1}{j\omega} I_n$. La grandeur $\frac{1}{\omega}$ peut être considérée comme un paramètre incertain variant sur l'intervalle $[\omega_1 \ ; \omega_2]$. En incluant $\frac{1}{\omega}$ comme un paramètre incertain supplémentaire dans le modèle LFR, on peut obtenir une borne supérieure sans risque de sous estimer un pic étroit.

En notant $\omega_0 = \frac{1}{2}(\omega_1 + \omega_2)$ et $w_\omega = \frac{1}{2}(\omega_2 - \omega_1)$, la valeur de μ est garantie sur l'intervalle $[\omega_0 - \frac{1}{\mu} w_\omega \ ; \omega_0 + \frac{1}{\mu} w_\omega]$. Afin d'obtenir une valeur de μ ajustée à l'intervalle prévu, il est nécessaire d'ajuster la valeur de w_ω. Cela peut être fait par itération [Friang98]. Afin de permettre à $\frac{1}{\omega}$ de varier sur $\mathbb{R}$, on peut faire le changement de variable $\frac{1}{\omega} = \frac{1-z}{1+z}$.

Un calcul de μ garanti peut aussi être obtenu à partir de la notion de *skew* μ[18] développée par G. Ferreres et J.M. Bianic [Ferreres04]. Dans ce contexte, la matrice des incertitudes est décomposée en deux parties : $\Delta = \text{diag}\{\Delta_1, \Delta_2\}$ où les matrices Δ_1 et Δ_2 ont une structure définie et une norme inférieure à 1. On cherche alors r de sorte que l'interconnexion entre M_ω et $\Delta_r = \text{diag}\{\Delta_1, r\Delta_2\}$ soit définie pour l'ensemble des matrices Δ_1 et Δ_2. On obtient un calcul garanti de μ en utilisant $\Delta_1 = \frac{1}{\omega} I$ [Ferreres98].

Séparation topologique. Considérons la LFR composée des opérateurs M_ω et Δ avec :

$$\begin{cases} z &= Mv \\ v &= \Delta z \end{cases} \tag{3.18}$$

L'interconnexion des systèmes est stable si le graphe[19] de M_ω et celui de Δ^{-1} sont disjoints [Safonov80]. A partir de cette notion, Iwasaki et Hara ont développé une condition permettant une évaluation assez précise de la borne supérieure du μ [Iwasaki98] :

$$\mu(M_\omega) = \inf_{\gamma > 0, \Theta \in E_\Theta} \left\{ \gamma : [\gamma I \ M_\omega] \, \Theta \begin{bmatrix} \gamma I \\ M_\omega^* \end{bmatrix} < 0 \right\} \tag{3.19}$$

[18] La *skew* μ *toolbox* est disponible à l'adresse http ://www.cert.fr/dcsd/idco/perso/Ferreres/SMT.html.
[19] Le graphe de M_ω est l'ensemble des couples (v, z) vérifiant $y = M_\omega v$.

La norme supérieure basée sur les $D-G$ *scalings* est obtenue pour :

$$\Theta = \left\{ \begin{bmatrix} -D & G \\ G^* & D \end{bmatrix} : D, G \in S, D = D^* > 0, G + G^* = 0 \right\} \tag{3.20}$$

Une borne plus précise est obtenue pour :

$$\begin{aligned} \Theta = \begin{bmatrix} R & S \\ S^* & Q \end{bmatrix} &: R_{ii} \leq 0, i = 1, ..., \alpha, \\ [\Delta_k \; I] \, \Theta \begin{bmatrix} \Delta_k^T \\ I \end{bmatrix} &\leq 0, k = 1, ..., 2^\alpha \end{aligned} \tag{3.21}$$

où R_{ii} de taille $k_i \times k_i$ est le $i^{\text{ème}}$ bloc de R, k_i étant l'indice de répétition du $i^{\text{ème}}$ paramètre et Δ_k sont les sommets de E_Δ.

Pour une valeur donnée de γ, il s'agit d'un problème LMI. Comme l'équation (3.19) dépend non-linéairement de γ, μ ne peut être calculé directement. Il peut être évalué par dichotomie. Cette approche entraîne un temps de calcul qui varie de manière exponentielle en fonction du nombre de paramètres.

Bornes inférieures

Avec échantillonnage fréquentiel. Le calcul des bornes inférieures cherchent généralement parmi les matrices Δ possibles. Dans le cas de l'approche de P. Young et J. Doyle [Young97], une recherche est faite de manière heuristique sur des matrices de l'ensemble :

$$Q \in E_\Delta : \delta_i \in [-1\,;1], \epsilon_i^* \epsilon_i = 1, \Delta_i^* \Delta_i = I \tag{3.22}$$

Ces méthodes convergent généralement très mal dans le cas d'incertitudes purement réelles.

Lieu des pôles. Pour vérifier la stabilité d'un système linéaire incertain, on peut chercher à assurer que la matrice $A_{cl}(P)$ du système en boucle fermée est Hurwitz[20] pour toute valeur de P. Considérons la fonction scalaire suivante :

$$\phi(r) = \max_{k, P \in rE_\Delta} (\text{real}\lambda_k(A_{cl}(P))) \tag{3.23}$$

qui est la partie réelle maximale des pôles obtenus lorsque Δ varie sur rE_Δ. Cette fonction est croissante sur $\mathbb{R}^+$. On a $\phi(0) < 0$ si le modèle nominal est stable. La marge de robustesse r^* est la plus petite valeur vérifiant $\phi(r^*) = 0$ et peut être obtenue par dichotomie. La robustesse est assurée si $r^* \geq 1$.

[20]Une matrice est Hurwitz si ses valeurs propres sont à partie réelle strictement négative. Un système est Hurwitz si sa matrice d'état A est Hurwitz.

Un test peut être obtenu en explorant un nombre fini de valeurs du domaine E_Δ. De ce fait, le test obtenu donne une valeur supérieure de la marge de robustesse. Le temps de calcul évolue de manière exponentielle en fonction du nombre de paramètres et en fonction de la précision de l'échantillonnage de E_Δ.

Migration des pôles. Une méthode originale consite à chercher l'incertitude de taille minimale qui déplace un pôle donné vers l'axe imaginaire [Döll98]. Dans un premier temps, le déplacement est choisi de manière à minimiser la norme de Frobenius[21] de Δ, problème qui a une solution analytique. Dans un second temps, la norme H_∞ de la matrice Δ est minimisée par une heuristique. Ces étapes sont effectuées en partant de chacun des pôles du système nominal afin de déterminer la plus petite matrice Δ déstabilisant le système.

Application aux systèmes non linéaires

La μ-analyse s'adresse au départ à des systèmes linéaires. Pour les systèmes non linéaires dont les matrices d'état sont dérivables, elle permet d'aboutir à des tests de stabilité et de robustesse efficaces, bien qu'ils ne soient pas parfaitement rigoureux. Nous précisons ici rapidement la méthodologie qui sera utilisée par la suite sur la machine asynchrone et sur un système robotique puis nous discuterons de la question de la nature des conditions obtenues par rapport aux conditions plus rigoureuses de stabilité des systèmes non-linéaires qu'apporte la théorie de Lyapunov.

Considérons le système non-linéaire d'entrée u et d'équation d'état :

$$\dot{x} = f(x, u, p) \tag{3.24}$$

où p est le vecteur des paramètres et où f est continuement dérivable. Pour une entrée constante et une valeur donnée des paramètres, un point d'équilibre x_0 est défini par la relation $f(x_0, r, p) = 0$. Cet équilibre est stable si la matrice jacobienne :

$$A(x_0, r, p) = \frac{\partial f}{\partial x}(x_0, r, p) \tag{3.25}$$

est Hurwitz, c'est-à-dire si toutes ses valeurs propres sont à partie réelle strictement négative. On parle de stabilité locale puisque qu'elle n'est garantie qu'autour d'un voisinage de l'équilibre. La stabilité est uniforme si l'ensemble des points d'équilibre est stable.

De manière à assurer la stabilité globale du système, on peut chercher à assurer que la matrice jacobienne :

$$A(x, u, p) = \frac{\partial f}{\partial x}(x, u, p) \tag{3.26}$$

[21] La norme de Frobenius est définie par $||M||_F^2 = \sum_i \sum_j |m_{ij}|^2 = \mathrm{Tr}(M\,M^{\mathrm{H}})$.

est Hurwitz pour tout (x, u, p) sur l'ensemble des trajectoires admissibles et non plus seulement pour les points d'équilibre. Dans ce cas, la stabilité globale est garantie[22] pour des variations suffisamment lentes du point de fonctionnement, c'est-à-dire de u et p. Comme les trajectoires ne sont généralement pas connues à l'avance, on considère finalement x comme une variable incertaine bornée ; les bornes pouvant être obtenues en simulant le système. La matrice A dépend généralement d'un nombre limité de coefficients des vecteurs x et u ; ceux-ci seront intégrés dans un vecteur augmenté $\tilde{p}$ des paramètres incertains. Cette formulation entraîne un pessimisme car on considère x comme indépendant de u et de p alors qu'il en dépend fortement, néanmoins, il s'avère généralement bien plus aisé à mettre en œuvre que les méthodes basées sur la stabilité de Lyapunov qui, elles aussi, présentent généralement un certain conservatisme.

[22]Il est assez simple de prouver la stabilité globale d'un système $\dot{x} = f(x)$ où $\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}x}(x) < 0\ \forall x$ en passant par la notion de contraction [Lohmiller98]. Une variation infinitésimale $\delta_x(t)$ autour de la trajectoire $x(t)$ vérifie l'équation $\dot{\delta}_x = \frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}x}(x)\delta_x$. En prenant comme fonction de Lyapunov $V(\delta_x) = \delta_x^{\mathrm{T}}\delta_x$. On a $\dot{V}(t) = \delta_x^{\mathrm{T}}\left((\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}x})^{\mathrm{T}} + \frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}x}\right)\delta_x$ qui est strictement négatif pour $\delta_x \neq 0$. Ainsi cette variation tend nécessairement vers zéro ce qui montre que le système est contractant. Dans le cas où zéro est une trajectoire d'équilibre, toutes les trajectoires convergent donc vers zéro et le système est donc stable.

Deuxième partie

Machine asynchrone

CHAPITRE

1

Préliminaires

Sommaire

1.1 Modèles de la machine asynchrone 32

1.1.1 Modèle dynamique de la machine asynchrone 32

1.1.2 Établissement des modèles à 4 paramètres 33

1.1.3 La saturation du circuit magnétique 36

1.1.4 Les pertes fer 37

1.1.5 Le régime permanent sinusoïdal 38

1.1.6 Récapitulatif des différents modèles 39

1.1.7 Mesures 40

1.2 Commande à flux rotorique orienté 42

1.2.1 Principe 42

1.2.2 Estimateurs 43

1.2.3 Boucles de régulation 44

On présente dans cette partie des contributions concernant l'identification (chapitre 2) et l'analyse de la robustesse (chapitre 3) de la machine asynchrone. Ce premier chapitre présente les modèles de la machine asynchrone ainsi que la méthode de commande du couple par orientation du flux rotorique.

1.1 Modèles de la machine asynchrone

Le régime sinusoïdal n'est pas un régime permanent *stricto sensus* car les grandeurs électriques n'y sont pas stabilisées. Dès lors, pour obtenir le modèle de manière rigoureuse, il est nécessaire de s'appuyer sur le modèle dynamique de l'actionneur.

1.1.1 Modèle dynamique de la machine asynchrone

Pour l'établissement du modèle dynamique, considérons une machine asynchrone triphasée à rotor bobiné. On suppose que les enroulements du stator et du rotor sont parfaitement symétriques (hypothèse de circularité). On se place dans l'hypothèse du premier harmonique d'espace, c'est-à-dire que l'on suppose que les forces magnétomotrices créées par les bobinages sont des fonctions sinusoïdales de l'espace. On néglige les effets de saillance et les harmoniques de denture. Par la suite, on supposera que le modèle est valable pour les machines à cage, technologie plus répandue.

Reprenons tout d'abord le modèle dynamique de la machine asynchrone triphasée supposée, pour les besoins de l'exposé, couplée en étoile. Repérons les trois phases par les indice a, b et c. Notons i les courants, v les tensions et ϕ les flux. La résistance d'un enroulement du stator est R_s, celle d'un circuit du rotor est R_r. On note L_s l'inductance cyclique du stator, L_r celle du rotor et M la mutuelle inductance cyclique entre le stator et le rotor. La machine a p paires de pôles.

Un système triphasé de grandeurs du stator $\{x_{sa}(t),\ x_{sb}(t),\ x_{sc}(t)\}$ sans homopolaire peut être représenté par le phaseur complexe dans le repère du stator [Louis04] :

$$\underline{x}_s(t) = \sqrt{\frac{2}{3}}\ \big(x_{sa}(t) + a\, x_{sb}(t) + a^2\, x_{sc}(t)\big) \tag{1.1}$$

avec $a = \exp(j\,\frac{2\pi}{3})$, correspondant à la première composante de la transformation de Fortescue. Cette transformation est réversible avec :

$$\begin{bmatrix} x_{sa}(t) \\ x_{sb}(t) \\ x_{sc}(t) \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \mathrm{Re}(\underline{x}_s(t)) \\ \mathrm{Re}(a\,\underline{x}_s(t)) \\ \mathrm{Re}(a^2\,\underline{x}_s(t)) \end{bmatrix} \tag{1.2}$$

Pour un système triphasé de grandeurs du rotor $\{x_{ra}(t),\ x_{rb}(t),\ x_{rc}(t)\}$, on définit le phaseur complexe ramené dans le repère du stator qui correspond à la première composante de la transformée de Ku :

$$\underline{x}_r(t) = \sqrt{\frac{2}{3}}\ \exp(j\,p\,\theta) \cdot \big(x_{ra}(t) + a\, x_{rb}(t) + a^2\, x_{rc}(t)\big) \tag{1.3}$$

où θ est la position angulaire du rotor.

Le modèle alors obtenu s'exprime en deux séries d'équations ; les équations aux flux :

$$\begin{cases} \underline{\phi}_s(t) &= L_s\, \underline{i}_s(t) + M\, \underline{i}_r(t) \\ \underline{\phi}_r(t) &= M\, \underline{i}_s(t) + L_r\, \underline{i}_r(t) \end{cases} \tag{1.4}$$

et les équations aux tensions :

$$\left\{ \begin{array}{rcl} \underline{v}_s(t) & = & R_s\,\underline{i}_s(t) + \frac{d\underline{\phi}_s(t)}{dt} \\ 0 & = & R_r\,\underline{i}_r(t) + \frac{d\underline{\phi}_r(t)}{dt} - j\,p\,\Omega(t)\,\underline{\phi}_r(t) \end{array} \right. \tag{1.5}$$

Dans cette seconde équation apparaît une tension nulle au rotor correspondant au court-circuit des enroulements et une force électromotrice proportionnelle à la vitesse de rotation Ω du rotor, provenant du changement de repère des grandeurs du rotor.

Ce modèle dépend de 5 paramètres : deux résistances R_s et R_r et trois inductances : L_s, L_r et M. Le but d'une procédure d'estimation est donc de déterminer les valeurs numériques de ces paramètres. Pourtant ce modèle n'est pas identifiable. En effet, une infinité de valeurs des paramètres correspondent à un comportement identique vu du stator [Poloujadoff67].

1.1.2 Établissement des modèles à 4 paramètres

Modèle à fuites totalisées au rotor

Ces équations sont proches de celles d'un transformateur. Comme pour cet autre système électromagnétique, on peut chercher à écrire un modèle identifiable grâce au changement de variable suivant, qui introduit le courant magnétisant relatif au flux statorique :

$$\underline{\phi}_s = L_s\,\underline{i}_{ms} \tag{1.6}$$

ce qui implique :

$$\underline{i}_{ms} = \underline{i}_s + \frac{M}{L_s}\,\underline{i}_r \tag{1.7}$$

En notant $m_s = \frac{M}{L_s}$ le rapport de transformation stator/rotor et $\underline{i}_{2s} = m_s\,\underline{i}_r$ le courant rotor ramené au stator, on peut réécrire le flux rotorique sous la forme :

$$\underline{\phi}_r = M\,\underline{i}_{ms} + \left(\frac{L_s\,L_r}{M} - M\right)\underline{i}_{2s} \tag{1.8}$$

On définit l'inductance des fuites totalisées au rotor et ramenées au stator :

$$N_r = \frac{\sigma L_r}{{m_s}^2} \tag{1.9}$$

où $\sigma = (1 - \frac{M^2}{L_s\,L_r})$ est le *coefficient de dispersion*, représentatif de la part des fuites dans le flux magnétique. Le flux du rotor ramené au stator est :

$$\underline{\phi}_{2s} = L_s\,\underline{i}_{ms} + N_r\,\underline{i}_{2s} \tag{1.10}$$

et l'inductance du rotor ramenée au stator est $R_{2s} = \frac{R_r}{{m_s}^2}$. Le modèle, dans le repère du stator, se met sous la forme :

$$\left\{ \begin{array}{rcl} \underline{v}_s(t) & = & R_s\,\underline{i}_s(t) + \frac{d\underline{\phi}_s(t)}{dt} \\ 0 & = & R_{2s}\,\underline{i}_{2s}(t) + \frac{d\underline{\phi}_{2s}(t)}{dt} - j\,p\,\Omega(t)\,\underline{\phi}_{2s}(t) \end{array} \right. \tag{1.11}$$

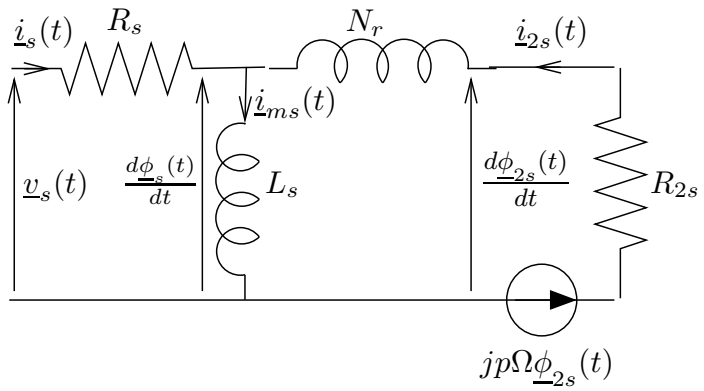

FIG. 1.1 – Modèle dynamique à fuites au rotor dans le repère du stator

Le modèle est alors décrit par les équations (1.6), (1.10) et (1.11). Ses paramètres, rappelés dans le tableau 1.1, sont au nombre de 4 (R_s, R_{2s}, L_s et N_r) au lieu de 5 et sont identifiables. Une fois estimés ces 4 paramètres, les paramètres du modèle initial s'obtiennent de la manière suivante : L_s et R_s étant déjà connus, il reste à déterminer R_r, M et L_r grâce à deux équations. Le système est donc sous-déterminé et on doit imposer un paramètre. Choisissons arbitrairement la valeur de m_s. On obtient alors $R_r = {m_s}^2\, R_{2s}$, $M = m_s\, L_s$ et $L_r = {m_s}^2\,(L_s + N_r)$.

Paramètre générique	fuites au rotor	fuites au stator
m	$m_s = \frac{M}{L_s}$	$m_r = \frac{L_r}{M}$
R_s	R_s	R_s
N	$N_r = \frac{\sigma\, L_r}{{m_s}^2}$	$N_s = \sigma\, L_s$
L_m	$L_{ms} = L_s$	$L_{mr} = \frac{M^2}{L_r} = (1-\sigma)\, L_s$
R_2	$R_{2s} = \frac{R_r}{{m_s}^2}$	$R_{2r} = \frac{R_r}{{m_r}^2}$

TAB. 1.1 – Paramètres des modèles dynamiques à 4 paramètres

Modèle à fuites totalisées au stator

Une autre possibilité pour écrire un modèle identifiable dépendant de 4 paramètres est de définir le courant magnétisant à partir du flux du rotor :

$$\underline{\phi}_r = M\, \underline{i}_{mr} \tag{1.12}$$

Ce qui donne la loi de nœud $\underline{i}_s + m_r\, \underline{i}_r = \underline{i}_m$ avec $m_r = \frac{L_r}{M}$. En définissant l'inductance des fuites totales vues du stator :

$$N_s = \sigma\, L_s \tag{1.13}$$

et l'inductance magnétisante $L_{mr} = \frac{M^2}{L_r}$, le flux du stator s'écrit :

$$\underline{\phi}_s = N_s\, \underline{i}_s + L_{mr}\, \underline{i}_{mr} \tag{1.14}$$

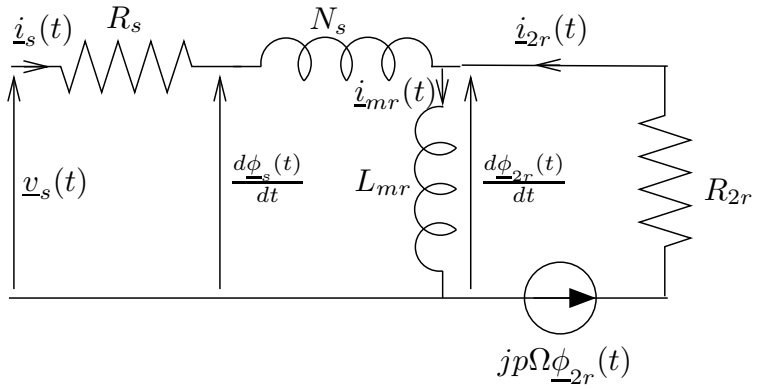

FIG. 1.2 – Modèle dynamique à fuites au stator dans le repère du stator

En notant les grandeurs ramenées au stator $\underline{i}_{2r} = m_r\,\underline{i}_r$, $R_{2r} = \frac{R_r}{{m_r}^2}$ et $\underline{\phi}_{2r} = \underline{\phi}_r/m_r$, on réécrit les équations aux flux :

$$\left\{\begin{array}{rcl} \underline{\phi}_s(t) & = & N_s\,\underline{i}_s(t) + L_{mr}\,\underline{i}_{mr}(t) \\ \underline{\phi}_{2r}(t) & = & L_{mr}\,\underline{i}_{mr}(t) \end{array}\right. \tag{1.15}$$

et les équations aux tensions :

$$\left\{\begin{array}{rcl} \underline{v}_s(t) & = & R_s\,\underline{i}_s(t) + \frac{d\underline{\phi}_s(t)}{dt} \\ 0 & = & R_{2r}\,\underline{i}_{2r}(t) + \frac{d\underline{\phi}_{2r}(t)}{dt} - j\,p\,\Omega(t)\,\underline{\phi}_{2r}(t) \end{array}\right. \tag{1.16}$$

Ce modèle est défini par les équations (1.15) et (1.16). Il dépend de 4 paramètres (R_s, R_{2r}, N_s et L_{mr}), rappelés dans le tableau 1.1. Supposons que ces paramètres soient estimés, les paramètres du modèle initial s'obtiennent alors en fixant arbitrairement le rapport de transformation m_r :

$$\left\{\begin{array}{rcl} R_r & = & {m_r}^2\,R_{2r} \\ L_s & = & L_{mr} + N_s \\ M & = & m_r\,L_{mr} \\ L_r & = & {m_r}^2\,L_{mr} \end{array}\right. \tag{1.17}$$

Équivalence des modèles à fuites totalisées

Puisque les modèles à fuites totalisées soit au rotor, soit au stator sont équivalents au modèle de départ, ils sont donc équivalents entre eux et on peut passer de l'un à l'autre par :

$$\left\{\begin{array}{rcl} L_s & = & L_{mr} + N_s \\ R_{2s} & = & \left(\frac{L_{mr}+N_s}{L_{mr}}\right)^2 R_{2r} \\ N_r & = & \left(\frac{L_{mr}+N_s}{L_{mr}}\right) N_s \end{array}\right. \tag{1.18}$$

L'inversion de ces relations donne :

$$\left\{ \begin{array}{rcl} L_{mr} & = & \frac{{L_s}^2}{L_s+N_r} \\ R_{2r} & = & \left(\frac{L_s}{L_s+N_r}\right)^2 R_{2s} \\ N_s & = & \left(\frac{L_s}{L_s+N_r}\right) N_r \end{array} \right. \tag{1.19}$$

1.1.3 La saturation du circuit magnétique

L'augmentation du champ magnétique dans certaines parties du circuit magnétique de la machine entraîne une diminution de leur perméabilité, créant un phénomène de saturation magnétique. On considère généralement que ce phénomène touche uniquement le flux mutuel stator/rotor. En effet, les flux de fuite traversent une part importante d'air et, de ce fait, sont moins sensibles à la saturation des parties magnétiques. Séparons ainsi les flux en un flux principal, noté ϕ_m et des flux de fuites :

$$\left\{ \begin{array}{rcl} \underline{\phi}_s(t) & = & l_s\, \underline{i}_s(t) + \underline{\phi}_m(t) \\ \underline{\phi}_r(t) & = & l_r\, \underline{i}_r(t) + m\, \underline{\phi}_m(t) \end{array} \right. \tag{1.20}$$

où m est le rapport de transformation égal au rapport des nombres de spires et l_s, l_r sont les inductances de fuite respectivement au stator et au rotor, supposées constantes. On définit aussi le courant magnétisant relatif au flux d'entrefer :

$$\underline{i}_m = \underline{i}_s + m\, \underline{i}_r \tag{1.21}$$

En faisant l'hypothèse que la saturation agit comme une augmentation fictive de l'entrefer et en se limitant à un développement au premier ordre de cet entrefer, il a été montré que les équations de la machine asynchrone restent valables à condition de considérer une inductance magnétisante L_m, définie par $\underline{\phi}_m = L_m\, \underline{i}_m$, dépendant du niveau de saturation [Lemaire-Semail99]. On peut alors choisir comme variable représentative de l'état de saturation soit l'amplitude du flux magnétique et on pose $L_m = L_m(\phi_m)$, soit l'amplitude du courant magnétisant et on pose $L_m = L_m(i_m)$. Dans la suite, nous noterons ξ_m la variable de saturation, pouvant être égale à i_m ou à ϕ_m.

En l'absence de mesure au rotor, le rapport de transformation n'est pas disponible et peut, de toute façon, être choisi arbitrairement sans effet sur le comportement du modèle vis-à-vis du stator. Le modèle dépend alors de 4 paramètres constants (R_s, R_r, l_s, l_r) et d'une caractéristique $L_m(.)$.

La saturation peut être prise en compte de deux manières dans le modèle : soit en notant les différentes valeurs de L_m en fonction de la variable de saturation dans une table, soit en cherchant à interpoler cette caractéristique par une fonction paramétrée. Dans ce dernier cas, il est pratique de considérer le courant magnétisant en fonction du flux ($i_m(\phi_m)$), ce qui s'approche facilement par un développement polynômial de la forme :

$$i_m = \sum_{k=1}^{n} a_k\, {\phi_m}^k \tag{1.22}$$

ce qui s'écrit encore $\phi_m = L_m(\phi_m)\, i_m$ avec :

$$L_m(\phi_m) = \frac{1}{\sum_{k=1}^{n} a_k\, {\phi_m}^{k-1}} \tag{1.23}$$

D'autres auteurs préfèrent utiliser un développement de L_m en fonction du courant magnétisant i_m. On peut alors prendre un développement de la même forme. Dans tous les cas, cela revient à choisir une caractéristique de la forme :

$$L_m(\xi_m) = \frac{L_{m0}}{1 + \sum_{k=1}^{n-1} \alpha_k\, {\xi_m}^{k}} \tag{1.24}$$

où $L_{m0} = \frac{1}{a_1}$ est l'inductance à vide et $\alpha_k = \frac{a_{k+1}}{a_1}$. Dans la pratique, on choisit un nombre réduit de coefficients α_k non nuls, afin de limiter le nombre de paramètres à estimer.

Quand on tient compte de la saturation, la séparation des fuites entre stator et rotor est théoriquement possible. Dans la pratique, elle est cependant difficile à déterminer expérimentalement car les erreurs de mesure produisent des erreurs d'estimation des paramètres élevées[23]. On peut alors décider de travailler sur des modèles approchés où les fuites sont totalisées soit au stator, soit au rotor. L'intérêt de travailler sur un modèle disposant d'une meilleure identifiabilité compense largement la légère perte de précision.

1.1.4 Les pertes fer

Les variations du champ dans le circuit magnétique de la machine entraîne des pertes ferromagnétiques. Une première source de pertes magnétiques est due aux courants de Foucault qui sont des courants induits par les variations du champ. Leur puissance est proportionnelle au carré de l'amplitude du champ et au carré de la fréquence. La solution pour les diminuer consiste à utiliser des circuits matériaux feuilletés.

Les pertes par hystérésis sont un second type de pertes magnétiques. Elles sont liées à l'épaisseur du cycle d'hystérésis de la caractéristique du matériau magnétique employé. Leur puissance est proportionnelle à la fréquence et fonction de la surface du cycle parcouru. Cette surface augmente de manière non linéaire en fonction de l'amplitude du champ. Différentes approximations peuvent être proposées pour paramétrer cette surface en fonction du champ maximum. L'une d'entre elles propose de considérer que cette surface est proportionnelle au carré de l'amplitude du champ. Dans tous les cas, ces pertes ne peuvent être calculées que sur une période.

Les pertes par courant de Foucault sont bien modélisées par une résistance ajoutée au modèle en parallèle avec l'inductance magnétisante. Pour les pertes par hystérésis, on emploie généralement le même modèle, qui présente l'avantage de permettre la modélisation de l'ensemble des pertes magnétiques par une seule résistance. Néanmoins,

[23] Ce résultat sera démontré dans le chapitre suivant.

dans ce dernier cas, il s'agit d'une approximation. Pour être plus précis dans l'écriture du modèle, on pourrait paramétrer la valeur de la résistance en fonction de la fréquence et éventuellement du champ maximal. Néanmoins, dans ce chapitre, nous nous contenterons de considérer le cas où les pertes fer sont modélisées par une seule résistance additionnelle, n'ajoutant qu'un seul paramètre aux modèles précédemment présentés.

Selon ce que nous venons d'énoncer, la résistance doit être placée en parallèle sur l'inductance magnétisante qui, elle, correspond au flux principal. Si on néglige la saturation, on obtient alors un modèle à 6 paramètres (les résistance R_s et R_r, les inductances de fuite l_s et l_r, l'inductance de magnétisation L_m et la résistance des pertes fer R_f). Ce modèle, nous le verrons par la suite, est théoriquement identifiable dès lors que R_f n'est pas infini. Cependant, comme pour le cas de la saturation, les fuites sont difficilement séparables car les erreurs de mesure ont un effet trop important. On utilise donc en pratique des modèles à 5 paramètres avec une seule inductance de fuite.

1.1.5 Le régime permanent sinusoïdal

En régime permanent sinusoïdal (RPS), chaque système triphasé $\{x_a(t),\ x_b(t),\ x_c(t)\}$ peut s'écrire sous la forme :

$$\left\{\begin{array}{lcl} x_a(t) & = & X\,\sqrt{2}\,\cos(\omega\,t+\alpha_x) \\ x_b(t) & = & X\,\sqrt{2}\,\cos(\omega\,t+\alpha_x-\frac{2\pi}{3}) \\ x_c(t) & = & X\,\sqrt{2}\,\cos(\omega\,t+\alpha_x+\frac{2\pi}{3}) \end{array}\right. \tag{1.25}$$

En régime équilibré, on peut se contenter d'étudier la première phase entièrement caractérisée par l'amplitude complexe $\underline{X} = X\,\exp(j\,\alpha_x)$ (équivalente de vecteur de Fresnel). La composante de Fortescue, obtenue selon (1.1), s'écrit :

$$\underline{x}(t) = \sqrt{3}\,X\,\exp(j\,(\omega\,t+\alpha_x)) \tag{1.26}$$

Les deux notations sont équivalentes à un facteur $\sqrt{3}\,\exp(j\omega t)$ près. Ainsi, l'ensemble des modèles développés jusqu'alors est également valable pour représenter le schéma équivalent par phase de la machine. Il suffit simplement de remplacer les phaseurs complexes notant les tensions, courants et flux par les amplitudes complexes notant ces mêmes grandeurs pour une phase de la machine.

En notant g le glissement, la vitesse de rotation du rotor est liée à la pulsation du stator par la relation $p\,\Omega = \omega\,(1-g)$. Reprenons l'équation de la tension du rotor (1.5b). Elle s'écrit désormais $0 = R_r\,\underline{I}_r + j\,\omega\,\underline{\Phi}_r - j\,p\,\Omega\,\underline{\Phi}_r$ où $\underline{I}_r$ est l'amplitude complexe du courant d'une phase du rotor, ce qui s'écrit encore en divisant par g :

$$j\,\omega\,\underline{\phi}_r = -\frac{R_r}{g}\,\underline{i}_r \tag{1.27}$$

La FEM se comporte donc comme une résistance de valeur $\frac{1-g}{g}R_r$. En ajoutant la résistance R_r de l'enroulement du rotor, on obtient donc une résistance globale $\frac{R_r}{g}$ correspondant à la somme de la puissance convertie et des pertes Joule du rotor. Ce principe

général est valable pour l'ensemble des schémas développés précédemment : pour obtenir le schéma du régime permanent, il suffit de remplacer la FEM par une résistance de la forme $\frac{1-g}{g} R_2$.

On observe que tous les paramètres du modèle dynamique sont présents dans le modèle du régime permanent sinusoïdal. Si, par des mesures en régime permanent sinusoïdal, on parvient à estimer l'ensemble de ces paramètres, on dispose alors non seulement du modèle valable en régime permanent mais également du modèle valable en régime dynamique.

Nous avons montré que la saturation peut être prise en compte en prenant l'inductance magnétisante L_m (ou L_s dans le cas des modèles à fuites totalisées au rotor) comme une fonction de ξ_m égale soit à i_m soit à ϕ_m ; ces grandeurs représentant les modules des complexes définis par la transformation présentée au paragraphe 1.1.1. Dans le cas du RPS, la valeur efficace Ξ_m de $\xi_{ma}(t)$ relative à une phase et le module $\xi_m(t)$ du vecteur $\underline{\xi}_m(t)$ sont dans un rapport $\sqrt{3}$ (voir équation (1.26)). Ainsi, on peut adapter la caractéristique de saturation (1.24) pour obtenir une caractéristique de saturation $\tilde{L}_m(\Xi_m)$ dépendant de la valeur efficace de la variable de saturation :

$$\tilde{L}_m(\Xi_m) = L_m(\sqrt{3}\,\Xi_m) \tag{1.28}$$

Dans le cas où on choisit le flux comme variable de saturation, il peut s'avérer pratique de travailler alors sur la FEM induite $E_m = \omega\phi_m$ aux bornes de l'inductance de magnétisation, celle-ci pouvant facilement être déterminée à partir de la tension du stator[24].

Travaillant à pulsation $\omega = 2\pi f$ fixée ($f = 50$ Hz en Europe), nous utiliserons dans la suite du chapitre les notations suivantes afin d'alléger les écritures :

$$X_m = L_m\,\omega, \;\; X_r = l_r\,\omega \;\; et \;\; X_s = l_s\,\omega \tag{1.29}$$

1.1.6 Récapitulatif des différents modèles

En RPS, les différents modèles que nous avons obtenus peuvent tous se mettre sous une forme unique correspondant au schéma équivalent par phase représenté sur la figure 1.3. Dans le cas du modèle à fuites totalisées au stator (voir figure 1.2), on considérera que :

$$X_m = L_{mr}\,\omega,\; X_s = N_s\,\omega,\; X_r = 0 \text{ et } R_2 = R_{2r} \tag{1.30}$$

Dans le cas du modèle à fuites totalisées au rotor (voir figure 1.1), on considérera que :

$$X_m = L_s\,\omega,\; X_s = 0,\; X_r = N_r\,\omega \text{ et } R_2 = R_{2s} \tag{1.31}$$

L'impédance du modèle équivalent par phase s'écrit :

$$\underline{Z} = R_s + j\,X_s + \frac{1}{\frac{1}{R_f} + \frac{1}{j\,X_m} + \frac{1}{j\,X_r + \frac{R_2}{g}}} \tag{1.32}$$

[24]La loi des mailles appliquée à la maille du stator du schéma de la figure 1.2 donne $\underline{V}_s = (R_s + j\,N_s\,\omega)\,\underline{I}_s + \underline{E}_m$.

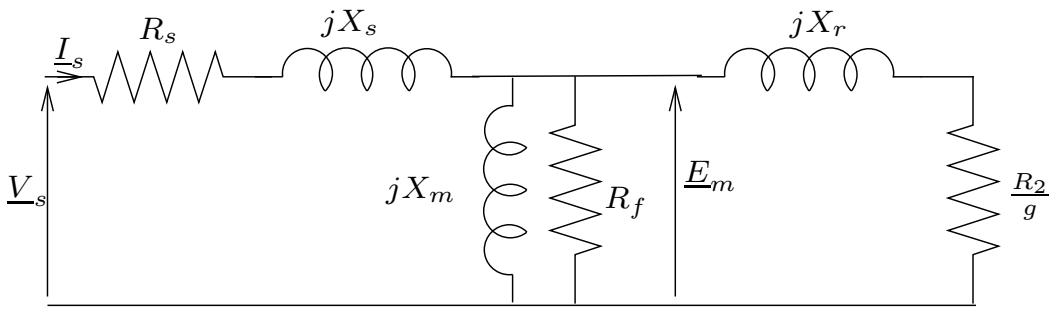

FIG. 1.3 – Modèle en régime permanent sinusoïdal

où X_m peut être une fonction du niveau de saturation. Dans le cas d'une identification paramétrique de la saturation, nous considérerons dans la suite de ce chapitre le modèle :

$$L_m = \frac{L_{m0}}{1 + A\,{\phi_m}^N} \tag{1.33}$$

ce qui donne en régime permanent :

$$X_m = \frac{X_{m0}}{1 + \alpha\,{E_m}^N} \tag{1.34}$$

avec :

$$X_{m0} = L_{m0}\,\omega \;\text{ et }\; \alpha = A\left(\frac{\sqrt{3}}{\omega}\right)^N \tag{1.35}$$

Les différents modèles envisageables sont au nombre de 12. En effet, un choix parmi trois pour la position des fuites (rotor, stator ou répartie), un choix parmi deux pour la saturation (avec ou sans) et un choix parmi deux pour les pertes fer (avec ou sans). Ces différents modèles sont explicités dans le tableau 1.2. La première lettre indique si les fuites sont totalisées au stator (**S**), au rotor (**R**) ou si les fuites sont réparties entre le stator et le rotor (**D** pour double). Les modèles tenant compte de la saturation ont un **s** en seconde lettre ; les modèles tenant compte des pertes fer contiennent la lettre **f**. Chaque modèle se met sous la forme générale du schéma de la figure 1.3 pourvu que certains paramètres soient fixés à une valeur nulle (X_s, X_r ou A) ou infinie (R_f). Les astérisques représentent les paramètres à estimer ; ils sont au nombre de 4 à 6 suivant les modèles. Le modèle **D** n'est pas identifiable. Les autres modèles sont *théoriquement identifiables* mais, nous verrons par la suite que les modèles à fuites séparées sont *mal identifiables en pratique*.

1.1.7 Mesures

Les méthodes que nous allons présenter dans la suite de ce chapitre permettent de déterminer les valeurs numériques des paramètres à partir de mesures en RPS. Deux types de mesures sont nécessaires : des mesures électriques au niveau du stator (tension,

Paramètre	**R**	**S**	**D**	**Rf**	**Sf**	**Df**	**Rs**	**Ss**	**Ds**	**Rsf**	**Ssf**	**Dsf**
R_s (Ω)	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
R_2 (Ω)	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
R_f (Ω)	∞	∞	∞	*	*	*	∞	∞	∞	*	*	*
N_1 (mH)	*	0	*	0	*	*	*	*	0	0	*	*
N_2 (mH)	0	*	*	*	0	*	0	0	*	*	0	*
L_{m0} (mH)	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
A (Wb^{-4})	0	0	0	0	*	0	*	*	*	*	*	*

TAB. 1.2 – Les différents modèles considérés

courant, puissance...) et une mesure mécanique : la vitesse de rotation du rotor. Pour les mesures électriques, le plus classique est de considérer les trois mesures suivantes :
– la valeur efficace V_s de la tension d'une phase ;
– la valeur efficace I_s de son courant ;
– la puissance P.

En régime purement sinusoïdal (absence d'harmoniques), on a $P = 3\,V_s\,I_s\,\cos(\phi)$ où ϕ est le déphasage tension/courant. On peut alors déterminer l'impédance complexe équivalente d'une phase $\underline{Z} = Z\exp(j\,\phi)$ avec $\phi = \arccos(P/(3\,V_s\,I_s))$ et $Z = V_s/I_s$. Si des harmoniques sont présentes, il est alors préférable de travailler sur les fondamentaux de la tension et du courant et de ne considérer que l'énergie véhiculée par le fondamental, ce que permettent certains appareils de mesure. Cette technique est utilisée à la section 2.1.2. Il est possible de remplacer la mesure de la puissance par une mesure directe du déphasage ϕ entre la tension et le courant. C'est cette méthode qui a été utilisée à la section 2.1.1.

La mesure de vitesse Ω doit avoir une bonne précision. En effet, elle sert à déterminer le glissement par la relation $g = 1 - \frac{p\Omega}{\omega}$ avec $p\Omega$ proche de ω. Ainsi, une erreur relativement faible sur la vitesse peut engendrer une erreur relative importante sur le glissement.

Le banc d'essais destiné à l'estimation des paramètres doit permettre de faire varier le point de fonctionnement. Pour cela, il est nécessaire de disposer d'une charge mécanique variable, permettant d'imposer un couple variable. Si cette charge est passive (frein à poudre, génératrice à courant continu débitant sur un rhéostat), seules les zones de fonctionnement stable pourront être explorées (pour des glissement de l'ordre de quelques pourcents). Une charge asservie en vitesse permet, quant à elle, d'effectuer des mesures pour toutes les valeurs de la vitesse et donc du glissement[25]. Il est également intéressant de disposer d'une charge réversible, permettant ainsi d'inverser le sens de transfert de l'énergie et de faire travailler la machine asynchrone en génératrice, ce qui correspond à des vitesses supérieures à la vitesse de synchronisme.

[25] On prendra quelques précautions en mettant en route un tel système dans une zone de fonctionnement correspondant à une instabilité de la machine asynchrone car il se peut alors que l'ensemble du système soit instable.

Si l'on souhaite identifier la caractéristique de saturation, il est nécessaire de faire varier le flux et pour cela la tension. Pour ce faire, on utilise généralement un alternostat (transformateur variable).

1.2 Commande à flux rotorique orienté

La technique de commande vectorielle du couple la plus répandue s'appuie sur les équations dans le repère du flux du rotor. On parle de flux rotorique orienté (FRO ou en anglais FOC pour flux oriented control). Cette méthode a été développée à la fin des années 1980 au sein de Siemens [Blaschke72]. Son intérêt se trouve dans une simplification de l'expression du couple. Elle est généralement employée pour la commande vectorielle des machines de faible et moyenne puissance ; pour les machines de forte et de très forte puissance où l'effet de l'onduleur devient sensible[26], on préfère généralement les techniques appelées *commandes directes du couple* (DTC pour *direct torque control* en anglais).

1.2.1 Principe

Notons $R(x)$ la matrice de rotation définie par :

$$R(x) = \begin{bmatrix} \cos(x) & -\sin(x) \\ \sin(x) & \cos(x) \end{bmatrix} \tag{1.36}$$

On définit les composantes (d,q) d'une grandeur du stator en appliquant une rotation d'angle $p\xi_s$:

$$\begin{bmatrix} x_{s\alpha} \\ x_{s\beta} \end{bmatrix} = R(p\xi_s) \begin{bmatrix} x_{sd} \\ x_{sq} \end{bmatrix} \tag{1.37}$$

Pour les grandeurs du rotor, les composantes (d,q) sont obtenues par une rotation d'angle $p\xi_r$ tel que $\xi_s = \xi_r + p\theta$ où θ est la position du rotor :

$$\begin{bmatrix} x_{r\alpha} \\ x_{r\beta} \end{bmatrix} = R(p\xi_r) \begin{bmatrix} x_{rd} \\ x_{rq} \end{bmatrix} \tag{1.38}$$

L'expression générale du couple dans la machine asynchrone s'écrit :

$$C = k(-i_{sd}\phi_{rq} + i_{sq}\phi_{rd}) \tag{1.39}$$

[26]Les constantes de temps des machines augmentent avec leur taille et leur puissance ; mais les temps de commutation des composants semi-conducteurs utilisés dans les onduleurs (transistors, IGBT, GTO) augmente plus rapidement encore ce qui fait que l'effet de l'onduleur est plus critique pour les fortes puissances.

avec $k = \frac{3pM_{sr}}{2L_{cr}}$. En imposant la relation $\phi_{rq} = 0$, c'est-à-dire en choisissant un repère aligné avec le champ du rotor, on obtient une expression simplifiée du couple :

$$C = k i_{sq} \phi_{rd} \tag{1.40}$$

qui ressemble à l'expression du couple d'une machine à courant continu ou encore à celle d'une machine synchrone autopilotée. La commande du couple se fait alors à travers l'asservissement des grandeurs ϕ_{rd} et i_{sq}.

Les variables pertinentes pour cette commande sont les courants du stator et les flux du rotor. Commençons par écrire les équations en fonction de ces grandeurs tout en tenant compte du fait que $\phi_{rq} = 0$. Il faut pour cela exprimer les flux du stator et les courants du rotor en fonctions des variables choisies. A partir des expressions des flux du rotor (1.4), on obtient :

$$i_{rd} = \frac{1}{L_r}(\phi_{rd} - M i_{sd}) \tag{1.41}$$

$$i_{rq} = -\frac{M}{L_r} i_{sd} \tag{1.42}$$

En remplaçant dans les expressions des flux du stator (1.4), on obtient :

$$\phi_{sd} = \sigma L_s i_{sd} + \frac{M}{L_r}\phi_{rd} \tag{1.43}$$

$$\phi_{sq} = \sigma L_s i_{sq} \tag{1.44}$$

où $\sigma = 1 - \frac{M_{sr}^2}{L_{cs} L_{cr}}$ est le coefficient de dispersion des fuites.

Avec ces relations, on peut réécrire les équations aux tensions :

$$v_{sd} = R_s i_{sd} - \dot{\xi}_s \sigma L_s i_{sq} + \sigma L_s \frac{\mathrm{d}i_{sd}}{\mathrm{d}t} + \frac{M}{L_r}\frac{\mathrm{d}\phi_{rd}}{\mathrm{d}t} \tag{1.45}$$

$$v_{sq} = R_s i_{sq} + \dot{\xi}_s(\sigma L_s i_{sd} + \frac{M}{L_r}\phi_{rd}) + \sigma L_{cs}\frac{\mathrm{d}i_{sq}}{\mathrm{d}t} \tag{1.46}$$

$$0 = -\frac{R_r M}{L_r} i_{sd} + \frac{R_r}{L_r}\phi_{rd} + \frac{\mathrm{d}\phi_{rd}}{\mathrm{d}t} \tag{1.47}$$

$$0 = -\frac{R_r M}{L_r} i_{sq} + \dot{\xi}_r \phi_{rd} \tag{1.48}$$

1.2.2 Estimateurs

Afin d'asservir le couple par la méthode FRO, il convient d'estimer ϕ_{rd} ainsi que l'angle ξ_s de changement de repère des grandeurs du stator.

L'équation (1.48) se réécrit :

$$\dot{\xi}_r = \frac{R_r M}{L_r}\frac{i_{sq}}{\phi_{rd}} \tag{1.49}$$

Cette relation permet de déterminer l'angle ξ_r de changement de repère des grandeurs du rotor à condition de connaître ϕ_{rd}. Pour le stator, il suffit d'ajouter $p\theta$:

$$\xi_s = \xi_r + p\theta \tag{1.50}$$

où ξ_r est calculé par intégration de $\dot{\xi}_r$. La connaissance de cet angle permet de calculer les composantes de Park des courants mesurés et de calculer les tensions triphasées à fournir par l'onduleur à partir des composantes (d,q).

L'estimation de ϕ_{rd} est donnée par l'équation (1.47) : ϕ_{rd} peut être estimé à partir de i_{sd} grâce à une fonction de transfert du premier ordre $H(s) = \frac{R_r M}{L_r s + R_r}$.

1.2.3 Boucles de régulation

Il convient d'asservir les grandeurs intervenant dans l'expression du couple. ϕ_{rd} est généralement régulé à sa valeur nominale ϕ_{rd}^* alors que i_{sq} est asservi de manière à faire varier le couple. Pour une référence C^*, on asservit i_{sq} à une valeur de référence $i_{sq}^* = \frac{C^*}{k\phi_{rd}^*}$ ou encore $C^* = \frac{C^*}{k\phi_{rd}}$. Généralement l'asservissement du flux inclut un asservissement de la composante directe du courant afin d'éviter que le courant ne dépasse les valeurs maximales autorisées.

L'équation (1.45) de la tension v_{sd} contient à la fois des dérivées du courant et du flux. On peut faire disparaître les dérivées du flux en retranchant $\frac{M}{L_r}$ fois l'équation (1.47) à l'équation (1.45), ce qui donne :

$$v_{sd} = R_t i_{sd} - \dot{\xi}_s \sigma L_s i_{sq} + \sigma L_s \frac{\mathrm{d}i_{sd}}{\mathrm{d}t} - \frac{R_r M}{L_r^2}\phi_{rd} \tag{1.51}$$

où $R_t = R_s + R_r \left(\frac{M}{L_r}\right)^2$. Cette équation se réécrit sous la forme :

$$v_{sd} = R_t i_{sd} + \sigma L_s \frac{\mathrm{d}i_{sd}}{\mathrm{d}t} + e_d(t) \tag{1.52}$$

avec $e_d(t) = -\dot{\xi}_s \sigma L_s i_{sq} - \frac{R_r M}{L_r^2}\phi_{rd}$. Notons que le terme de perturbation e_d ne fait pas intervenir de terme en i_{sd}.

Pour l'axe q, il est préférable de décomposer le terme $\dot{\xi}_s$ car il fait intervenir i_{sq} à travers $\dot{\xi}_s$. On obtient alors :

$$v_{sq} = R_t i_{sq} + \sigma L_s \frac{\mathrm{d}i_{sq}}{\mathrm{d}t} + e_q(t) \tag{1.53}$$

avec $e_q(t) = p\Omega(\sigma L_s i_{sd} + \frac{M}{L_r}\phi_{rd}) + \frac{pR_r M L_s}{L_r}\frac{i_{sq}^2}{\phi_{rd}}$ qui ne contient pas de terme linéaire en i_{sq}. Remarquons que, bien que passablement plus compliquée que les FEM des machines à courant continu et synchrones auto-pilotées, cette FEM contient bien le produit de la vitesse et du flux ; terme qui est d'ailleurs prépondérant.

Des correcteurs PI sont généralement utilisés pour asservir les composantes i_{sd} et i_{sq} du courant. La commande peut également compenser les termes de perturbation e_d et e_q. En régime permanent, on a $\phi_{rd} = Mi_{sd}$. Dans le cas d'une consigne de flux constante, il suffit alors de réguler i_{sd} à la valeur de consigne $i^*_{sd} = \frac{\phi^*_{rd}}{M}$.

CHAPITRE

2

Identification et estimation

Sommaire

2.1 Identification à partir de mesures en régime permanent sinusoïdal 48

2.1.1 Estimation par minimisation d'un critère portant sur l'admittance 48

2.1.2 Estimation linéaire 58

2.1.3 Conclusion 66

2.2 Estimation en ligne des paramètres : analyse de l'identifiabilité 67

2.2.1 Modèle LTV 68

2.2.2 Modèle étendu 69

2.2.3 Méthode d'analyse de l'observabilité 70

2.2.4 Choix des trajectoires 70

2.2.5 Résultats de l'analyse d'observabilité 71

2.2.6 Synthèse de trajectoires optimales 72

2.2.7 Conclusion 74

2.3 Annexes 75

2.3.1 Caractéristiques des machines utilisées 75

2.3.2 Expression des sensibilités 75

2.1 Identification à partir de mesures en régime permanent sinusoïdal

On présente dans ce chapitre les résultats concernant l'identification de la machine asynchrone. La première partie concerne l'identification à partir de mesures en régime permanent sinusoïdal[27]. Deux méthodes sont comparées : l'une consistant à minimiser un critère non-linéaire et l'autre basée sur une reparamétrisation permettant de se ramener à un modèle linéaire en fonction des paramètres. Dans les deux cas, une campagne d'évaluation des erreurs d'estimation permet d'évaluer et de comparer les deux méthodes.

La seconde partie de ce chapitre concerne l'estimation en ligne des paramètres. Une méthode d'évaluation de l'identifiabilité est utilisée afin de valider les trajectoires d'excitation. Le réglage du signal d'excitation est ensuite fait de manière à optimiser l'identifiabilité[28].

2.1.1 Estimation par minimisation d'un critère portant sur l'admittance

Estimation des paramètres par minimisation d'un critère

Soit un système sur lequel un certain nombre de mesures M_k ont été effectuées, regroupées dans le vecteur M. Supposons que pour chaque point de mesure, une grandeur pertinente puisse être calculée selon une fonction $f(M_k)$. Supposons que nous disposons d'un modèle du système, paramétré par le vecteur Θ, permettant d'estimer la grandeur pertinente par $\hat{f}(M_k, \Theta)$. Pour chaque point de mesure, on peut alors calculer l'erreur d'estimation $\epsilon_k = \epsilon(\Theta, M_k) = f(M_k) - \hat{f}(\Theta, M_k)$ et construire une fonction scalaire $J(\Theta, M) = \sum_k q_k ||\epsilon_k||^2$ qui est une somme pondérée des carrés des erreurs (avec q_k réel positif). Cette fonction scalaire positive est nulle uniquement si les sorties du modèle correspondent parfaitement aux mesures.

A partir d'une valeur initiale, on cherche à régler Θ de sorte de minimiser J par une procédure d'optimisation. Si le modèle est identifiable et si les mesures sont suffisamment riches, le critère présente un minimum global ; on retiendra comme valeur des paramètres l'argument du minimum : $\Theta^* = \arg\min_\Theta J(\Theta, M)$. Dans le cas où le modèle est LP, cette valeur peut être déterminée analytiquement. Dans la dernière section de ce chapitre, on s'appuie sur cette propriété pour proposer une méthode d'estimation des paramètres qui soit simple à mettre en œuvre numériquement. Pour un modèle non LP, le minimum doit être approché de manière itérative par une méthode dite de programmation non linéaire de type descente de gradient, Gauss-Newton ou Levenberg-Marquard [Fletcher87, Gill81]. Dans la pratique, le résidu du critère $J(\Theta^*)$ est non nul à cause des erreurs de mesure et des erreurs de modèle.

[27] Ces résultats sont repris d'un chapitre d'ouvrage [Laroche07].
[28] Ces travaux ont été publiés dans [Laroche08b].

Choix du critère

Il est classique de considérer le diagramme du cercle pour caractériser le fonctionnement d'une machine asynchrone. Ce diagramme étant le lieu de l'admittance complexe, il est légitime de considérer cette grandeur comme pertinente pour l'identification ($f = \underline{Y}$). Ainsi, bien identifier la machine revient à trouver un modèle donnant un diagramme du cercle qui approche au mieux les mesures.

A partir des mesures regroupées dans un vecteur $M_k = [V_{sk}\ I_{sk}\ P_k\ \Omega_k]^{\mathrm{T}}$, on détermine l'admittance $\underline{Y}_k = f(M_k)$ comme expliqué dans le paragraphe 1.1.7. Par ailleurs, l'estimation de l'admittance se fait alors grâce au modèle sélectionné $\hat{\underline{Y}}_k = \hat{f}(\Theta, M_k)$ où g_k est calculé à partir de Ω_k. Pour un modèle tenant compte de la saturation, il faut également calculer la variable de saturation à partir de M_k et Θ. Le critère s'écrit alors :

$$J(\Theta, M) = \sum_{k=1}^{n} |\underline{Y}_k(M_k) - \hat{\underline{Y}}_k(\Theta, M_k)|^2 \tag{2.1}$$

En notant $\underline{\epsilon}_k = \underline{Y}_k - \hat{\underline{Y}}_k$ et en regroupant les différentes valeurs dans un vecteur : $\underline{\epsilon} = [\underline{\epsilon}_1 ... \underline{\epsilon}_n]^{\mathrm{T}}$, on peut écrire :

$$J(\Theta, M) = \underline{\epsilon}^{\mathrm{H}}(\Theta, M)\underline{\epsilon}(\Theta, M) \tag{2.2}$$

où X^{H} représente le Hermitien de X, c'est-à-dire le conjugué de son transposé.

On considère dans cette partie l'estimation des paramètres des différents modèles présentés dans le tableau 1.2 avec la caractéristique de saturation (1.34) avec $N = 4$.

Mise en œuvre

Le modèle étant non linéaire en fonction des paramètres, il convient d'utiliser un algorithme de minimisation pour déterminer la valeur des paramètres. Afin d'améliorer la rapidité de convergence, il est préférable de s'orienter vers des méthodes s'appuyant sur un développement limité du critère.

La dérivée première du critère par rapport au vecteur des paramètres, appelée gradient, est un vecteur noté $\nabla(\Theta^*, M)$ de dimension n (le nombre de paramètres), dont la $i^{\text{ème}}$ composante s'écrit $(\nabla(\Theta^*, M))_i = \frac{\partial J(\Theta, M)}{\partial \Theta_i}$. Le gradient peut s'écrire :

$$\nabla(\Theta, M) = 2\,\mathrm{Re}\left(\frac{\partial \underline{\epsilon}^{\mathrm{H}}(\Theta, M)}{\partial \Theta} \cdot \underline{\epsilon}(\Theta, M)\right) \tag{2.3}$$

où le terme de ligne k et de colonne l de $\frac{\partial \underline{\epsilon}(\Theta, M)}{\partial \Theta}$ est $\frac{\partial \underline{\epsilon}_k(\Theta, M)}{\partial \Theta_l}$; en outre, $\frac{\partial \underline{\epsilon}^{\mathrm{H}}(\Theta, M)}{\partial \Theta} = \left(\frac{\partial \underline{\epsilon}(\Theta, M)}{\partial \Theta}\right)^{\mathrm{H}}$. L'expression des sensibilités du modèle $\frac{\partial \underline{\epsilon}_k}{\partial \Theta_l} = -\frac{\partial \hat{\underline{Y}}_k(\Theta, M_k)}{\partial \Theta_l}$ est donnée en annexe 2.3.2 de ce chapitre.

La dérivée seconde du critère par rapport au vecteur des paramètres, appelée Hessien, est une matrice de dimension $n \times n$ dont le terme (i, j) s'écrit $(H(\Theta, M))_{i,j} = \frac{\partial^2 J(\Theta,M)}{\partial\Theta_i \partial\Theta_j}$. On utilise généralement l'expression approchée suivante, valable pour les faibles valeurs de $\underline{\epsilon}$:

$$\mathbf{H}(\Theta, M) \simeq 2\,\mathrm{Re}\left(\frac{\partial \underline{\epsilon}^{\mathrm{H}}(\Theta, M)}{\partial\Theta} \cdot \frac{\partial \underline{\epsilon}(\Theta, M)}{\partial\Theta}\right) \tag{2.4}$$

Autour d'une valeur arbitraire Θ^* du vecteur des paramètres, le développement au second ordre s'écrit :

$$J(\Theta, M) \simeq J(\Theta^*, M) + \nabla^{\mathrm{T}}(\Theta^*, M) \cdot (\Theta - \Theta^*) \tag{2.5}$$

$$+\frac{1}{2}(\Theta - \Theta^*)^{\mathrm{H}} \cdot \mathbf{H}(\Theta^*, M) \cdot (\Theta - \Theta^*) \tag{2.6}$$

Le gradient a un développement au premier ordre qui s'écrit :

$$\nabla(\Theta, M) \simeq \nabla(\Theta^*, M) + \mathbf{H}(\Theta^*, M) \cdot (\Theta - \Theta^*) \tag{2.7}$$

Analyse des erreurs d'estimation

Il n'est pas suffisant qu'une méthode d'estimation soit capable de déterminer les valeurs des paramètres dans des conditions idéales. Il faut également qu'elle soit capable de délivrer une estimation assez précise des paramètres malgré les erreurs qui affectent le système. Ces erreurs sont de 2 types :
- les erreurs de mesures liées aux imprécisions des appareils et de la chaîne d'acquisition ;
- les erreurs liées aux imperfections du modèle (phénomènes négligés, idéalisation de la réalité).

Afin de valider ou d'invalider les estimateurs, nous menons dans ce paragraphe une analyse complète des estimateurs des différents modèles. Cette étude s'appuie sur les valeurs *a priori* des paramètres. Dans le paragraphe 2.1.1, nous verrons que cette étude permet d'expliquer les résultats expérimentaux.

Méthode d'estimation des erreurs. Une première méthode pour évaluer les erreurs d'estimation consiste à réaliser la procédure d'estimation à partir de mesures simulées dans lesquelles on a introduit une ou plusieurs sources d'erreur. Pour des erreurs de mesures stochastiques, les erreurs d'estimation ainsi obtenues sont des variables aléatoires et on s'intéressera alors à leurs propriétés stochastiques (biais et écart-type) qui seront évaluées sur un panel comprenant un nombre suffisant d'échantillons[29].

Une autre méthode consiste à écrire un développement analytique approché de l'erreur sur les paramètres en fonction des erreurs de mesure ou de modèle. La valeur estimée

[29] Ce sont des méthodes du type Monte-Carlo où l'on simule, par exemple, 2 000 échantillons comprenant chacun 60 points de mesure, pour constituer un panel représentatif.

$\hat{\Theta}$ de Θ vérifie la condition du premier ordre $\nabla^{\mathrm{T}}(\hat{\Theta}, M) = 0$. A partir du développement du gradient (2.7), on obtient la relation :

$$\nabla(\Theta^*, M) + \mathbf{H}(\Theta^*, M) \cdot (\hat{\Theta} - \Theta^*) = 0 \tag{2.8}$$

Considérons désormais que Θ^* est la «vraie» valeur des paramètres et que $\hat{\Theta} \neq \Theta^*$ à cause des erreurs de mesure et de modèle. L'erreur d'estimation des paramètres, $\epsilon_\Theta = \hat{\Theta} - \Theta^*$ s'écrit alors :

$$\epsilon_\Theta \simeq -\mathbf{H}^{-1}(\Theta^*, M) \cdot \nabla(\Theta^*, M) \tag{2.9}$$

Elle peut être évaluée en s'appuyant sur des valeurs *a priori* des paramètres.

Choix du jeu de mesures. Afin d'identifier au mieux le fonctionnement de la machine, nous avons considéré un jeu de mesures le plus étendu possible. Dans la pratique, le glissement est limité à une valeur $g_{\max}$ pour des raisons de stabilité ; nous nous sommes donc limités à une plage de $[-g_{\max}\ ; g_{\max}]$. Pour identifier au mieux la saturation, il est intéressant de faire varier le niveau de saturation (et donc la tension) sur une large plage. En notant $V_{\max}$ la valeur maximale atteignable de la tension, on peut choisir de faire des mesures dans la plage $[\frac{1}{2}V_{\max}\ ; V_{\max}]$. Il n'est pas nécessaire de faire des mesures à de faibles tensions car la précision relative est alors mauvaise et, en absence de saturation, ces mesures n'apportent pas d'information supplémentaire.

Les résultats expérimentaux utilisés dans cette partie ont été obtenus sur la machine MAS1 dont les caractéristiques sont données en annexe 2.3.1 du chapitre. Avec un glissement maximal de l'ordre de 10 % et une tension maximale de 120 V. Nous avons choisi d'effectuer 66 mesures différentes pour 11 valeurs de E_m et 6 valeurs du glissement.

Pour tester l'effet du choix des points de mesure sur la précision de l'estimation, nous avons également considéré deux autres séries de mesures comportant le même nombre de mesures. Dans l'une, l'ensemble des points est à glissement positif, ce qui correspond au fonctionnement moteur. Dans l'autre, l'ensemble des mesures se fait à glissement négatif, c'est-à-dire en fonctionnement générateur. Par la suite, nous verrons comment synthétiser un jeu de mesures de manière optimale.

Effet des erreurs de mesure. Nous présentons ici l'évaluation des erreurs d'estimation, réalisées grâce au développement analytique présenté dans le paragraphe 2.1.1 en considérant le jeu de mesures présenté au paragraphe 2.1.1. L'ensemble des résultats fera l'objet d'une discussion au paragraphe 2.1.1.

***Offset* et erreur de gain sur les capteurs.** On considère un *offset* sur les différents capteurs correspondant à 1 % de la valeur nominale sur la tension, le courant, le déphasage et la vitesse (les valeurs nominales sont données en annexe 2.3.1 du chapitre) et on a calculé la répercution sur la valeur estimée des paramètres du modèle $\mathbf{Rsf}$ (voir tableau 2.1). On a donné l'effet de chaque capteur et l'effet conjugué d'un *offset* sur

chacun des capteurs. On observe que la mesure la plus sensible est celle du déphasage. Les paramètres les plus affectés sont R_f et R_s. Le niveau élevé de ces erreurs (respectivement 117 % et 43 %) montre la nécessité d'une mesure non biaisée du déphasage ; il serait ainsi bon de s'assurer que la mesure du déphasage ait un *offset* inférieur au dixième de ce qui a été considéré dans l'évaluation, soit moins de 0,1 % de 2π.

	Capteur				
Paramètre	V_s	I_s	ϕ	Ω	somme
R_s	−0,4	0,8	42,3	−0,2	43,1
R_2	−1,4	0,8	−0,3	−0,0	-0,9
R_f	−0,3	0,6	−117	-3,1	-120
N_2	−1,5	3,2	−0,8	−0,0	0,8
L_{m0}	−2,1	2,4	−0,5	0,0	−0,1
A	0,4	4,2	−1,3	0,0	3,4

TAB. 2.1 – Erreurs d'estimation des paramètres dues aux *offsets* des capteurs (en pourcentage de la valeur nominale des paramètres)

On a également évalué l'effet d'une erreur de gain de 1 % sur chacun des capteurs. Les résultats, présentés dans le tableau 2.2, montrent que la mesure du déphasage est à nouveau la mesure la plus délicate risquant d'entraîner des erreurs d'estimation de R_f et R_s.

	Capteur				
Paramètre	V_s	I_s	ϕ	Ω	somme
R_s	−1,0	1,0	10,1	−0,0	10,1
R_2	−1,0	1,0	0,3	−1,0	−0,7
R_f	−1,0	1,0	−26,3	−0,0	−26,3
N_2	−1,0	1,0	5,8	0,0	5,8
L_{m0}	−1,0	1,0	−0,6	−0,0	−0,6
A	4,0	−0,0	−1,2	−0,0	2,8

TAB. 2.2 – Erreurs d'estimation des paramètres dues aux erreurs de gain des capteurs (en pourcentage de la valeur nominale des paramètres)

Bruit de mesure stochastique. L'estimation des paramètres des différents modèles a été effectuée à partir de mesures entachées d'une erreur additive aléatoire d'écart-type égal à 1 % des valeurs nominales (voir tableau 2.3). Partons du modèle $\mathbf{R}$ à 4 paramètres qui servira de référence. On relève une bonne précision sur R_2 et L_{m0} et une précision moins bonne mais encore satisfaisante sur R_s et N_2. Lorsqu'on prend en compte les pertes fer dans le modèle $\mathbf{Rf}$, les précisions sur les 4 paramètres de départ sont quasiment maintenues et R_f a une précision acceptable. A ce stade, le modèle $\mathbf{Rf}$

est considéré comme utilisable pour l'identification.

Dans le modèle **Df**, on cherche à séparer les fuites, ce qui est théoriquement possible si on tient compte des pertes fer. Cependant, les précisions obtenues sur les inductances de fuite sont catastrophiques. Nous en concluons que ce modèle est impropre pour l'identification.

Le modèle **Rs** diffère du modèle **R** de référence par l'introduction de la saturation. On observe que la précision des 4 paramètres physiques reste bonne ; **Rs** est donc utilisable. C'est également le cas du modèle **Rsf** tenant compte des pertes fer et de la saturation. Par contre, les modèles **Ds** et **Dsf**, qui cherchent à séparer les fuites grâce à la présence de la saturation, ne permettent pas d'obtenir des valeurs des inductances de fuite satisfaisantes. Ils sont donc à rejeter pour l'identification. De manière générale, les modèles à fuites séparées ne sont pas identifiables pratiquement.

Paramètre	**R**	**Rf**	**Df**	**Rs**	**Rsf**	**Ds**	**Ds**
R_s	6,4	8,4	7,4	6,1	6,9	6,5	7,4
R_2	0,5	0,5	15,7	0,5	0,5	4,6	4,9
R_f	–	15,7	20,5	–	15,3	–	15,9
N_1	–	–	236	–	–	63,7	67,9
N_2	10,2	10,1	277	10,5	10,5	68,8	72,8
L_{m0}	1,7	1,7	8,1	3,0	3,0	2,9	2,9
A	–	–	-	15,2	15,0	29,6	30,1

TAB. 2.3 – Écarts-types des erreurs d'estimation dues aux erreurs stochastiques de mesures (en pourcentage de la valeur nominale des paramètres) pour une erreur additive aléatoire de 1 % de la valeur nominale

Effet des erreurs de modèle. Le fait de négliger un phénomène peut introduire des erreurs d'estimation importantes. Valider une procédure d'estimation par rapport à ce problème est une étape nécessaire. Dans le cas d'un fonctionnement en régime permanent sinusoïdal, les principales erreurs de modélisation apparaissent lorsqu'on néglige la saturation et les pertes fer. Le lecteur trouvera dans la littérature une analyse plus détaillée des erreurs de modélisation en régime dynamique [Laroche00].

Pertes fer. Les modèles **Rs** et **Rsf** ne diffèrent que par la prise en compte des pertes fer. En simulant les mesures avec **Rsf** et en estimant les paramètres de **Rs**, on peut évaluer les erreurs d'estimation dues aux pertes fer qui sont reportées dans le tableau 2.4. Afin d'évaluer l'effet du choix des mesures, elles ont été évaluées pour trois jeux de mesure distincts : le jeu complet comportant autant de mesures en régime moteur qu'en régime générateur (noté «mixte» dans le tableau), un jeu de mesure comportant autant de mesures mais uniquement en régime moteur et un jeu ne comportant que des me-

sures en régime générateur.

Considérons dans un premier temps l'estimation des paramètres à partir du jeu de mesures mixte. Les paramètres présentant l'erreur d'estimation la plus importante sont R_s (6,6 %) et N_2 (3,3 %). Les erreurs sur les autres paramètres sont inférieures à 1 %. On peut donc considérer que les erreurs sont acceptables. Lorsque l'estimation est effectuée à partir de mesures correspondant uniquement à un fonctionnement en mode moteur ou générateur, les erreurs sont plus importantes : supérieures à 50 % pour R_s. Ainsi les erreurs d'estimation dues à cette erreur de modèle sont très sensibles au choix du jeu de mesures.

Paramètre	Mixte	Moteur	Générateur
R_s	−6,5	55,5	50,7
R_2	0,0	−7,9	7,6
N_2	3,4	23,4	−19,9
L_{m0}	0,1	0,5	−0,6
A	0,6	14,8	−15,7

TAB. 2.4 – Erreurs d'estimation dues aux pertes fer (en pourcentage des valeurs de référence des paramètres)

Saturation. La saturation magnétique est un phénomène incontournable qui apparaît nécessairement lors du fonctionnement en régime nominal d'une machine électrique. Cependant, pour des raisons de simplicité, on préfère souvent utiliser des modèles négligeant ce phénomène[30]. Aussi, lors de l'estimation des paramètres d'un tel modèle à partir de mesures correspondant à un fonctionnement en régime saturé, des erreurs d'estimation des paramètres apparaissent. A titre d'exemple sont présentées dans le tableau 2.5 les valeurs relatives des erreurs d'estimation obtenues en simulant les mesures avec $\mathbf{Rsf}$ et en estimant les paramètres de $\mathbf{Rf}$.

Pour les trois jeux de mesures, le paramètre L_{m0} est très sensible à cette erreur de modélisation. En effet, la valeur estimée de L_{m0} est une moyenne des valeurs prises par L_m au cours des différentes mesures en saturation. Les autres erreurs sont très faibles. Les résultats ne sont pas sensibles au choix du jeu de mesures, comme nous le montre le tableau 2.5.

Discussion. Pour les jeux de mesures envisagés, l'étude des erreurs d'estimation des paramètres dues au bruit de mesure a montré que les modèles prenant en compte à la fois les fuites statoriques et rotoriques ($\mathbf{Df}$, $\mathbf{Ds}$ et $\mathbf{Dsf}$) sont, en pratique, non identifiables. On ne doit donc pas les utiliser pour estimer simultanément l'ensemble des paramètres. En ce qui concerne la saturation, il est apparu que l'on pouvait utiliser un

[30] C'est notamment généralement le cas pour les modèles destinés à la commande.

Paramètre	Mixte	Moteur	Générateur
R_s	– 0,0	– 0,0	– 0,0
R_2	0,0	0,0	0,0
R_f	– 1,8	– 1,8	– 1,8
N_2	0,0	0,0	– 0,0
L_{m0}	– 19,5	– 19,5	– 19,5

TAB. 2.5 – Erreurs d'estimation dues aux à la saturation (en pourcentage des valeurs de référence des paramètres)

modèle ne prenant pas en compte ce phénomène. L'étude a montré que les pertes fer, lorsqu'elles sont négligées, peuvent avoir une influence significative sur la qualité de l'estimation des paramètres. De plus, les résultats sont très sensibles au choix du jeu de mesures. Il est donc souhaitable de tenir compte des pertes fer dans le modèle d'identification. Si ces pertes sont négligées, une étude approfondie, dans l'esprit de celle présentée ici, est nécessaire pour évaluer les erreurs d'estimation et valider, ou invalider, l'ensemble des points de mesure choisi.

Les seuls modèles garantissant une bonne estimation des paramètres sont $\mathbf{Rf}$ et $\mathbf{Rsf}$, ainsi que leurs équivalents à fuites totalisées au stator. La résistance R_s n'est pas identifiée avec une bonne précision par cette méthode mais c'est de moindre importance car elle peut être estimée indépendamment des autres paramètres par une mesure en courant continu. Par ailleurs, on peut également améliorer la précision de l'estimation des paramètres en choisissant un meilleur jeu de mesures.

En conclusion, on retiendra que la saturation et les pertes fer peuvent être estimées simultanément avec les autres paramètres et qu'il ne faut pas chercher à estimer les fuites stator et rotor de manière séparée.

Résultats expérimentaux

Pour illustrer sur un cas concret le protocole d'identification proposé dans ce paragraphe, des mesures ont été réalisées sur la machine MAS1 (voir annexe 2.3.1 du chapitre) pour 71 points de mesure correspondant à un glissement variant entre $-g_{\max}$ et $g_{\max} = 6$ % et pour E_m variant entre $\frac{1}{2}V_{\max}$ et $V_{\max} = 130$ V. Les valeurs numériques des paramètres estimées pour les différents modèles sont données dans le tableau 2.6. Dans les première lignes sont donnés les paramètres du modèle de régime permanent, puis le résidu du critère J ; viennent ensuite les paramètres du modèle dynamique[31] ou plus précisément leur valeur en absence de saturation (calculée pour $L_m = L_{m0}$).

Une plus faible valeur du critère indique une meilleure identification. De ce point de vue, il apparaît dans ces résultats un léger avantage des modèles à fuites au rotor sur

[31]Voir paragraphe 1.1.1.

les modèles à fuites au stator. Rappelons que cette différence ne peut apparaître qu'en présence des pertes fer ou de la saturation puisque, sans ces phénomènes, les deux modèles sont équivalents en toute rigueur. La séparation des fuites, introduite dans les modèles **DS** et **DSF**, s'avère hasardeuse et aboutit à une valeur négative de N_1 pour le modèle **DSF**. Ces modèles sont donc à rejeter, comme nous l'avions prévu dans la phase d'analyse de la précision. Le cas échéant, si une répartition des fuites est nécessaire, elle doit être imposée *a priori* sur des critères heuristiques (par exemple en imposant $N_1 = N_2$) et ne peut être identifiée expérimentalement par le protocole envisagé ici.

Paramètre	**Ss**	**Rs**	**Ssf**	**Rsf**	**Ds**	**Dsf**
$R_s(\Omega)$	1,3	1,29	1,33	1,28	1,29	1,28
$R_2(\Omega)$	0,65	0,76	0,64	0,75	0,75	0,76
$R_f(\Omega)$	∞	∞	424	491	∞	494
N_1 (mH)	5,8	0	5,7	0	0,2	-0,3
N_2 (mH)	0	6,8	0	6,7	6,6	7,0
L_{m0} (mH)	92,6	97,2	92,3	97,1	97,1	97,2
$\alpha(10^{-9})$	5,09	2,94	4,99	2,94	3,00	2,85
$J(10^{-3})$	10,7	9,3	6,9	5,2	9,3	5,2
$R_r(\Omega)$	0,65	0,71	0,64	0,7	0,70	0,71
L_s (mH)	98,4	97,2	98,0	97,1	97,3	96,9
$L_r = M$ (mH)	92,6	90,8	92,3	90,8	90,9	90,7
σ (%)	5,9	6,5	5,8	6,5	6,6	6,4

TAB. 2.6 – Résultats expérimentaux d'estimation

Planification d'expérience

Principe. La planification d'expérience optimale consiste à déterminer les m mesures d'un jeu de mesures permettant, à structure de modèle donnée, de minimiser les erreurs d'estimation (biais et variance). Dans le cas présent où l'étude s'appuie sur une valeur *a priori* des paramètres, on parle de planification locale. Pour obtenir de plus amples informations sur les nombreuses méthodes développées dans ce domaine, le lecteur est invité à se reporter à [Walter94] ou [Walter90]. Le jeu de mesures optimal est la solution d'un problème de minimisation sous contraintes qui est généralement non convexe et présente des minima locaux, rendant impossible l'utilisation directe des algorithmes classiques d'optimisation. Pour pallier ces difficultés, nous avons eu recours à un algorithme génétique [Buckless92, Man97] dont le résultat sert de condition initiale pour un algorithme plus classique [Coleman99, Forsythe76] permettant d'affiner la précision. Les résultats présentés dans la suite concernent le modèle Rs sans pertes fer mais avec saturation. Ils s'appuient sur une expression approchée des erreurs d'estimation utilisant la relation (2.9). Pour les détails des calculs, le lecteur est invité à se reporter aux références [Laroche02] et [Laroche05a].

Minimisation de l'effet des bruits de mesure. Dans un premier temps, nous cherchons à minimiser l'effet du bruit de mesure analysé au paragraphe 2.1.1. Le critère considéré est la somme des variances des erreurs réduites d'estimation des différents paramètres. Ainsi, le jeu de mesures optimal M^* est défini par l'argument du minimum d'une fonction d'écart :

$$J(M) = \sum_{i=1}^{5} \left(\frac{\sigma_{\Theta_i}}{\Theta_{i0}} \right)^2 \tag{2.10}$$

où σ_{Θ_i} est l'écart-type de l'erreur d'estimation du paramètre Θ_i de valeur nominale Θ_{i0}. Pour illustrer la démarche, un jeu de douze couples de mesures entièrement libres dans le pavé $[-g_{\max}\,;\, g_{\max}]\times[\frac{1}{2}V_{\max}\,;\, V_{\max}]$ a été considéré.

Les couples $(g\,;\, E_m)$ optimaux obtenus sont regroupés autour de 4 valeurs distinctes : $(g_{\min}\,;\, V_{\max})$, $(g_{\max}\,;\, V_{\max})$, $(g_1\,;\, V_{\min})$ et $(g_1\,;\, V_{\max})$ où $g_1 \simeq 0$. Ces différentes valeurs sont répétées respectivement 3, 4, 3 et 2 fois. Il s'agit là d'un résultat classique énonçant qu'une expérience optimale est composée d'un nombres limité de points de mesures répétées plusieurs fois ; ces points sont généralement situés à la frontière du domaine atteignable. Remarquons que trois points de mesure distincts sont suffisants pour déterminer les cinq paramètres du modèle $\mathbf{Rs}$.

Minimisation de l'effet combiné du bruit de mesure et des pertes fer. Nous avons vu que si les pertes fer ne sont pas prises en compte, les erreurs d'estimation sont importantes et dépendent du jeu de mesures. De manière à synthétiser un jeu de mesures garantissant, en plus d'une faible variance, un biais faible, nous avons utilisé un critère mixte faisant intervenir à la fois les variances des erreurs d'estimation dues au bruit de mesure et les erreurs d'estimation dues aux pertes fer :

$$J(M) = \sum_{i=1}^{5} \left(\left(\frac{\sigma_{\Theta_i}}{\Theta_{i0}} \right)^2 + \lambda \left(\frac{b_{\Theta_i}}{\Theta_{i0}} \right)^2 \right) \tag{2.11}$$

où b_{Θ_i} est l'erreur d'estimation du paramètre Θ_i due aux pertes fer et λ est un coefficient permettant de régler les parts respectives des deux erreurs.

Nous avons choisi $\lambda = 1\,000$ permettant ainsi d'annuler quasiment les erreurs dues aux pertes fer. Les mesures obtenues comportent à nouveau 4 points de mesure répétés de 2 à 4 fois et légèrement modifiés par rapport au cas précédent. L'évaluation de ce protocole optimal est reportée dans le tableau 2.7. On peut faire la comparaison avec les résultats présentés dans les tableaux 2.1 à 2.4. On observe une légère amélioration globale des résultats en termes d'erreurs de mesure et une diminution drastique des erreurs dues aux pertes fer. Il convient cependant de nuancer ce dernier point. En effet, cette forte amélioration été obtenue pour des valeurs bien précises des paramètres et peut ne pas être obtenue pour des valeurs différentes[32].

[32] La limitation de ces approches est qu'elles s'appuient sur des valeurs *a priori* des paramètres. Après estimation de ces paramètres, il peut s'avérer nécessaire de refaire l'analyse en s'appuyant sur les nouvelles valeurs.

Paramètre	*Offset*	Erreur de gain	Bruit stoch (sd)	Pertes fer
R_s	31,6	7,4	7,2	−0,07
R_2	−1,4	−0,9	0,6	−0,01
R_f	−99,9	−21,8	12,6	–
N_2	2,4	5,5	10,2	−0,01
L_{m0}	1,5	0,1	0,9	−0,00
A	9,7	4,6	4,0	−0,00

TAB. 2.7 – Erreurs d'estimation avec le protocole optimal (en pourcentage des valeurs nominales des paramètres)

Conclusion sur la méthode

L'évaluation de l'erreur d'estimation des paramètres physiques de la machine asynchrone a permis de conclure sur l'identifiabilité pratique des différents modèles en régime sinusoïdal. Ces résultats ont été exploités pour déterminer des jeux de mesures minimisant les erreurs d'estimation tout en respectant les contraintes physiques.

Le choix d'un modèle est généralement confié au spécialiste du domaine concerné. Cependant, nous avons proposé une méthode permettant un choix objectif et conduisant à quelques remarques. Tout d'abord, il faut éviter d'utiliser le modèle le plus complet avec fuites séparées. Bien qu'il corresponde mieux à la physique du processus, il conduit généralement à des valeurs aberrantes des paramètres à cause des erreurs de mesure. Afin d'obtenir un modèle pratiquement identifiable, les phénomènes n'entraînant qu'une faible erreur d'estimation doivent être négligés. Au fur et à mesure que le modèle est simplifié, l'estimation des paramètres, bien que légèrement biaisée, est de moins en moins sensible au bruit de mesure. Un bon modèle résulte d'un compromis entre une faible sensibilité au bruit de mesure et de faibles erreurs dûes aux erreurs de modèle. La synthèse d'expérience optimale permet d'obtenir un protocole expérimental réduisant les erreurs dues aux erreurs de modélisation, mais aussi la sensibilité par rapport au bruit de mesure.

2.1.2 Estimation linéaire

Nous présentons dans cette section une méthode permettant de s'affranchir de l'étape de programmation non linéaire, facilitant la mise en œuvre numérique. Dans le cas du modèle à fuites totalisées au stator tenant compte des pertes fer mais pas de la saturation, nous verrons que les paramètres peuvent être estimés avec une précision satisfaisante.

Principe

Considérons un modèle donné sous forme d'une relation linéaire entre ses paramètres, c'est-à-dire que pour une mesure M_k, on a une relation de la forme :

$$\sum_{l=1}^{n} a_l(M_k) \cdot \Theta_l = b(M_k) \tag{2.12}$$

faisant intervenir les paramètres Θ_l, au nombre de n et les mesures M_k, où a_l et b_l peuvent être des vecteurs et où le problème peut être réel ou complexe. Pour l'ensemble des m points de mesures, on peut concaténer les informations, ce qui donne le système :

$$\mathbf{A}(M) \cdot \Theta = \mathbf{B}(M) \tag{2.13}$$

où :

$$\mathbf{A}(M) = \begin{bmatrix} a_1(M_1) & \dots & a_n(M_1) \\ \vdots & & \vdots \\ a_1(M_m) & \dots & a_n(M_m) \end{bmatrix} \tag{2.14}$$

et :

$$\mathbf{B}(M) = \begin{bmatrix} b(M_1) \\ \vdots \\ b(M_m) \end{bmatrix} \tag{2.15}$$

A condition que le système soit identifiable et que les mesures soient suffisamment riches, la matrice $\mathbf{A}(M)$ est de rang n et le système est surdéterminé. On cherche alors à le résoudre au sens des moindres carrés ; c'est-à-dire que l'on cherche le vecteur des paramètres $\hat{\Theta}$ qui minimise $||\mathbf{A}\hat{\Theta} - \mathbf{B}||_2$, ce qui est donné par :

$$\hat{\Theta} = \mathbf{A}^{\dagger}\,\mathbf{B} \tag{2.16}$$

où $\mathbf{A}^{\dagger} = (\mathbf{A}^{\mathrm{H}}\,\mathbf{A})^{-1}\,\mathbf{A}^{\mathrm{H}}$ est la pseudo-inverse de $\mathbf{A}$.

Pour appliquer cette méthode, il faut alors être capable de réécrire le problème de sorte qu'il soit linéaire en fonction d'un nouveau jeu de paramètres. Il faut également être capable de retrouver les paramètres originaux à partir des nouveaux paramètres. Cela est facilement faisable avec les modèles dépendant de 4 paramètres. Dans la suite de cette section, nous nous intéressons au modèle à fuites totalisées au rotor tenant compte des pertes fer où la valeur de la résistance du stator est identifiée préalablement[33]. Le cas du modèle à fuites totalisée au rotor sans pertes fer n'est pas traité dans ce chapitre mais est disponible dans la littérature [Laroche04b].

[33]La résistance d'un enroulement du stator peut être estimée par la méthode volt-ampèremétrique en courant continu.

Cas du modèle à 5 paramètres

Considérons, à titre d'exemple, le modèle à fuites totalisées au rotor tenant compte des pertes fer (**Rf**) et négligeons les pertes Joule du stator. Son modèle, donné par (1.32) en annulant R_s et X_s peut se réécrire :

$$-\underline{Y}\,\Theta_1 + \Theta_2 + g\,\Theta_3 = j\,g\,\underline{Y} \tag{2.17}$$

avec $\Theta_1 = \frac{R_2}{X_r}$, $\Theta_2 = \frac{R_2}{X_r}(\frac{1}{R_f} + \frac{1}{jX_m})$, $\Theta_3 = \frac{1}{X_m} + \frac{1}{X_r} + \frac{j}{R_f}$. Il s'agit d'une équation linéaire à coefficients complexes faisant intervenir des paramètres complexes (seul Θ_1 est réel). A condition de disposer de suffisamment de points de mesures (3 au minimum), la méthode du paragraphe précédent peut être appliquée.

Cette équation peut également être transformée en un système de deux équations linéaires à coefficients réels faisant intervenir 5 paramètres Θ_k^r réels :

$$\left\{\begin{array}{lcl} -\mathrm{Re}(\underline{Y})\cdot\Theta_1^r + \Theta_2^r + g\,\Theta_4^r & = & -g\,\mathrm{Im}(\underline{Y}) \\ -\mathrm{Im}(\underline{Y})\cdot\Theta_1^r - \Theta_3^r + g\,\Theta_5^r & = & g\,\mathrm{Re}(\underline{Y}) \end{array}\right. \tag{2.18}$$

avec $\Theta_1^r = \frac{R_2}{X_r}$, $\Theta_2^r = \frac{R_2}{R_f X_r}$, $\Theta_3^r = \frac{R_2}{X_r X_m}$, $\Theta_4^r = \frac{1}{X_m} + \frac{1}{X_r}$ et $\Theta_5^r = \frac{1}{R_f}$. A nouveau la méthode s'applique dès lors que l'on dispose de 3 points de mesures distincts. Remarquez que ces 5 paramètres réels peuvent être obtenus à partir du problème complexe par $\Theta_1^r = \mathrm{Re}(\Theta_1)$, $\Theta_2^r = \mathrm{Re}(\Theta_2)$, $\Theta_3^r = -\mathrm{Im}(\Theta_2)$, $\Theta_4^r = \mathrm{Re}(\Theta_3)$ et $\Theta_5^r = \mathrm{Im}(\Theta_3)$.

La question qui se pose une fois obtenues les estimées des 5 nouveaux paramètres Θ_k^r est de savoir comment obtenir les 4 paramètres originaux. Chacun des nouveaux paramètres constitue une équation liant les paramètres originaux ; nous sommes ainsi face à un problème sur déterminé. Une méthode serait de chercher à minimiser un critère d'écart sur les nouveaux paramètres. Mais ce critère serait non quadratique et la minimisation nécessiterait la mise en œuvre d'un algorithme de programmation non linéaire alors que nous cherchions justement à éviter son recours dans la méthode actuelle.

Une solution simple consiste alors à supprimer une seule des cinq équations afin de déterminer un estimateur de chacun des paramètres. Remarquons que les paramètres Θ_1^r, Θ_2^r et Θ_5^r sont liés par la relation $\Theta_1^r\Theta_5^r = \Theta_2^r$. Ainsi, on peut estimer les paramètres originaux sans tenir compte de la valeur de l'un de ces trois paramètres. Les trois estimateurs alors obtenus ne sont pas toujours distincts et, dans le cas présent, nous obtenons deux estimateurs distincts pour chaque paramètre original (voir tableau 2.8).

Nous disposons finalement de 4 estimateurs pour chaque paramètre physique. Deux estimateurs (nommés LC1 et LC2 par la suite) sont donnés en résolvant le système complexe obtenu à partir de l'équation (2.17) et deux autres (LR1 et LR2) sont donnés en résolvant le système réel obtenu à partir de (2.18) ; pour chaque méthode LC et LR, deux estimateurs étant calculés comme indiqué dans le tableau 2.8. Ces estimateurs n'ont pas tous la même précision. Nous verrons dans les paragraphes suivants que certains estimateurs ne sont pas utilisables en pratique à cause de leur sensibilité importante aux

Paramètre	Estimateur n°1	Estimateur n°2
R_2	$\frac{\Theta_1^{r\,2}}{\Theta_1^r\Theta_4^r-\Theta_3^r}$	$\frac{\Theta_2^{r\,2}}{\Theta_5^r(\Theta_2^r\Theta_4^r-\Theta_3^r\Theta_5^r)}$
R_f	$\frac{\Theta_1^r}{\Theta_2^r}$	Θ_5^r
X_m	$\frac{\Theta_1^r}{\Theta_3^r}$	$\frac{\Theta_2^r}{\Theta_3^r\Theta_5^r}$
X_r	$\frac{\Theta_1^r}{\Theta_1^r\Theta_4^r-\Theta_3^r}$	$\frac{\Theta_2^r}{\Theta_2^r\Theta_4^r-\Theta_3^r\Theta_5^r}$

TAB. 2.8 – Les différents estimateurs des paramètres physiques

erreurs de mesure ou de modèle. Nous verrons que les estimateurs à utiliser sont les estimateurs n°1 obtenus avec la formulation réelle (2.18).

Étude de précision

Afin de valider la procédure d'estimation et de sélectionner, parmi les différents estimateurs, le moins sensible aux bruits de mesure et aux erreurs de modélisation, nous avons réalisé une campagne de test. Les différents estimateurs sont évalués et comparés à la méthode reposant sur la minimisation d'un critère quadratique d'écart présentée à la section 2.1.1 et nommée NL (non linéaire). Les évaluations ont été faites sur la machine MAS2 dont les caractéristiques sont données en annexe du chapitre.

Erreurs de mesure. Parmi les erreurs de mesure, nous pouvons distinguer les erreurs déterministes (*offset*, erreur de linéarité, erreur de gain) des erreurs stochastiques. Nous avons évalué l'effet d'erreur d'*offset*, d'erreur de gain et d'un bruit additif aléatoire.

***Offset*.** L'estimation a été réalisée à partir de mesures simulées intégrant une erreur d'*offset* sur les capteurs correspondant à une fraction des valeurs nominales ($\pm$ 1 V sur la tension, $\pm$ 0,1 mA sur le courant, $\pm$10 W sur la puissance et $\pm$ 0,5 rad/s sur la vitesse). Parmi toutes les combinaisons possibles, seule la pire déviation a été reprise dans le tableau 2.9, en pourcentage de la valeur nominale du paramètre. Les deux estimateurs obtenus par la méthode LR et les deux estimateurs de LC sont évalués et comparés à ceux de NL avec ou sans identification de R_s, sachant que R_s peut être préalablement estimé. La méthode NL sert ici de référence ; elle donne une relativement bonne estimation de R_2 et X_m et une estimation moins précise de X_r et R_f. Rappelons que le niveau de ces erreurs est lié au niveau des erreurs sur les capteurs et peut être diminué en augmentant leur précision.

La formulation linéaire donne des estimateurs ayant des niveaux divers de précision. Concernant R_2 et X_m, on n'utilisera que le premier estimateur (LR1 ou LC1), le second étant inutilisable du fait de son niveau de sensibilité aux erreurs d'*offset*. Pour R_f, LC2 est également disqualifié. On observe que les méthodes LR et LC permettent d'obtenir des estimateurs de précision similaire voire meilleure que la méthode NL de référence.

	LR1	LR2	LC1	LC2	NL	
R_s	×	×	×	×	×	54,3
R_r	−0,56	203	−0,56	806	−2,17	−3,20
R_f	240	335	351	1230	239	211
X_m	17,0	227	17,2	967	15,6	15,1
X_r	−27,1	−24,5	−27,1	−25,4	−106	−111

TAB. 2.9 – Erreurs d'estimation dues aux *offsets* des capteurs (en pourcentage des valeurs nominales des paramètres

Erreur de gain. Des erreurs de gain ont été simulées : ± 2 % sur la tension, le courant et la puissance et ± 1 % sur la vitesse. Les déviations maximales sur les valeurs des paramètres sont données dans le tableau 2.10 en pourcentage de la valeur nominale des paramètres. Les mêmes estimateurs que dans le cas précédent sont à rejeter. Remarquons que la méthode NL donne parfois lieu à des valeurs estimées de R_f qui tendent vers l'infini. A nouveau, certain estimateurs obtenus avec les méthodes LR et LC ont de meilleurs résultats que ceux de NL.

	LR1	LR2	LC1	LC2	NL	
R_s	×	×	×	×	×	49,3
R_r	-2,62	-82,8	-2,62	112	11,4	-12,4
R_f	211	-61,9	335	858	∞	∞
X_m	4,19	-87,2	4,21	119	-6,20	-8,79
X_r	34,2	70,0	34,1	28,5	-210	-278

TAB. 2.10 – Erreurs d'estimation dues aux erreurs de gain des capteurs (en pourcentage des valeurs nominales des paramètres)

Erreurs stochastiques. Un bruit de mesure additif aléatoire a été simulé pour les différents capteurs d'écarts-types égal à une fraction des valeurs mesures nominales (1 V sur la tension, $0,1$ mA sur le courant, 10 W sur la puissance et $0,5$ rad/s sur la vitesse). Chaque estimateur d'un paramètre est alors une variable aléatoire. En travaillant sur un échantillon comprenant un nombre représentatif de tirages, on peut estimer les propriétés statistiques des estimateurs. En travaillant sur un échantillon répétant 2 000 fois la procédure d'estimation (avec un nouveau tirage des erreurs à chaque fois), nous avons estimé le biais et l'écart-type de chacun des estimateurs et répercuté ces données dans les tableaux 2.11 et 2.12, en pourcentage des valeurs nominales des paramètres. On observe que les biais sont relativement faibles par rapport aux écarts-types. Les estimations de X_m et R_2 sont relativement précises.

Erreur sur la résistance du stator. Puisque la méthode ne permet pas d'inclure l'estimation de R_s, celle-ci doit être estimée au préalable. Les mesures peuvent ensuite

	LR1	LR2	LC1	LC2	NL	
R_s	×	×	×	×	×	0,50
R_r	−0,01	−198	−0,01	30,8	0,00	−0,02
R_f	5,62	−152	6,40	15,75	2,06	2,05
X_m	0,15	−203	0,48	30,4	0,07	0,09
X_r	−0,39	−0,04	−1,85	−1,94	−0,96	−0,59

TAB. 2.11 – Biais d'estimation dus aux erreurs stochastiques de mesure (en pourcentage des valeurs nominales des paramètres)

	LR1	LR2	LC1	LC2	nonlinear	
R_s	×	×	×	×	×	9,64
R_r	0,80	10100	0,81	2610	0,53	0,56
R_f	27,3	7790	35,2	2880	16,8	17,3
X_m	4,81	10360	4,91	2720	3,05	2,92
X_r	19,9	18,3	20,0	17,2	13,0	14,3

TAB. 2.12 – Écart-type des erreurs d'estimation dues aux erreurs stochastiques de mesure (en pourcentage des valeurs nominales des paramètres)

être corrigées en compensant l'effet de R_s. Néanmoins, cette compensation imparfaite puisque liée à la valeur estimée de R_s, valeur entachée d'une certaine imprécision, peut induire des erreurs d'estimation sur l'ensemble des autres paramètres. Afin d'évaluer cet effet, nous avons évalué les erreurs d'estimation en introduisant une erreur de 10 % sur la valeur estimée de R_s (voir tableau 2.13). Les estimateurs LR2 et LC2 sont disqualifiés pour R_2, R_f et X_m. Les autres estimateurs de LR et LC offrent une qualité comparable à celle de NL.

	LR1	LR2	LC1	LC2	NL
R_r	−0,24	210	−0,04	−109	−0,24
R_f	−0,16	223	51	−120	0.10
X_m	−0,20	223	−2,2	−113	−0,24
X_r	0,44	−3,6	0,64	−34	−0,11

TAB. 2.13 – Erreurs d'estimation (en pourcentage) dues à une surestimation de R_s de 10 %

Discussion. Parmi les différents estimateurs disponibles pour un paramètre, la sensibilité aux erreurs de mesure et de modèle varie radicalement. Pour certains, elle est si élevée qu'ils sont automatiquement disqualifiés ; c'est le cas de LR2 et LC2 pour R_2, R_f et X_m. Les deux formulations LR1 et LC1 ont montré des résultats similaires avec un léger avantage pour LR1. Le paramètre X_r souffre d'une plus mauvaise précision que

les autres. Les deux estimateurs proposés par LR ont des performances proches pour la plupart des évaluations. Néanmoins, la pire erreur d'estimation est due aux erreurs de gain pour LR2 (70 %). Nous conseillons donc de choisir l'estimateur fourni par LR1 pour chaque paramètre.

Résultats expérimentaux

Système expérimental. Le système expérimental (MAS2) sur lequel les résultats suivants sont obtenus diffère de celui utilisé dans la partie précédente. Il est constitué d'un moteur asynchrone à rotor bobiné d'une puissance nominale de 1,5 kW de Leroy-Somer et de tension nominale 230/400 V. La charge mécanique est émulée par une machine à courant continu pouvant fonctionnant soit en génératrice en la connectant à un rhéostat soit en moteur en l'alimentant par une source de tension continue variable réalisée par un alternostat et un pont de diodes. La valeur efficace de la tension et du courant ainsi que la puissance sont mesurées par une sonde Fluke 41B. La mesure du glissement est effectuée de manière très précise en mesurant la pulsation ω_r des courant du rotor grâce à la relation : $g = \frac{\omega_r}{\omega}$. Sur un moteur à cage, modèle plus courant, elle pourra être faite par une génératrice tachymétrique ou à travers une mesure de position obtenue grâce à un codeur incrémental. La valeur de la résistance d'un enroulement du stator est estimée en courant continu à $R_s = 4,8\ \Omega$. Les mesures sont obtenues sous tension d'alimentation nominale de 230 V par phase, pour des glissements variant entre - 10 % et + 10 %.

Méthode non linéaire. La méthode de minimisation d'un critère sur l'admittance, exposée précédemment (section 2.1.1), et qui sert de référence, a été implantée dans 2 cas : soit en utilisant la valeur de R_s estimée préalablement (4,8 Ω), soit en l'estimant simultanément avec les autres paramètres. Les résultats sont reportés dans les deux dernières colonnes du tableau 2.14. Bien que les 2 valeurs de R_s obtenues soient largement différentes, cet écart n'altère pas trop les autres paramètres.

Méthode linéaire. Les différents estimateurs obtenus grâce à la méthode présentée dans ce paragraphe ont été calculés pour les 2 valeurs de R_s et reportés dans les colonnes 2 à 9 du tableau 2.6 ; l'indice «1» correspondant à $R_s = 4,8\ \Omega$ et l'indice «2» à $R_s = 8,95\ \Omega$. Les résultats obtenus corroborent les analyses des erreurs d'estimation. En effet, les estimateurs LR2 et LC2 donnent des valeurs aberrantes pour R_2, X_m et X_r. Les estimateurs qui avaient été sélectionnés, c'est-à-dire ceux de LR1, donnent des résultats proches de ceux de NL. De plus, les valeurs données par ces estimateurs sont peu sensibles à la valeur de R_s. Seuls ces estimateurs peuvent donc être considérés comme pertinents.

Comparaison. Afin de comparer graphiquement les résultats obtenus à partir des modèles sélectionnés, trois caractéristiques ont été tracées : le diagramme du courant (figure 2.1), l'évolution du courant en fonction du glissement (figure 2.2) et l'évolution de la puissance en fonction du glissement (figure 2.3). Les valeurs obtenues à partir des

	$LR1_1$	$LR2_1$	$LR1_2$	$LR2_2$	$LC1_1$	$LC2_1$	$LC1_2$	$LC2_2$	NL_1	NL_2
$R_s(\Omega)$	4,8		8,95		4,8		8,95		4,8	8,95
$R_2(\Omega)$	6,39	−0,586	6,23	3,23	6,34	−0,728	6,28	4,19	6,47	6,39
$R_f(\Omega)$	1860	146	1710	644	−2400	520	−291	−56,3	1440	1750
$X_m(\Omega)$	109	8,56	111	41,8	109	−23,5	108	21,0	105	107
$X_r(\Omega)$	17,2	−20,2	18,4	25,3	17,1	9,07	18,5	63,7	13,8	15,5

TAB. 2.14 – Valeurs estimées des paramètres avec les différents protocoles

modèles pertinents (LR1 et LC1) sont comparées aux résultats expérimentaux.

Sur le diagramme du cercle, on observe que le modèle qui suit le mieux les mesures est le modèle obtenu par la méthode NL où les 5 paramètres sont estimés simultanément. Cela est un résultat attendu car cette méthode cherche précisément à coller au diagramme du cercle. De plus, les 5 degrés de liberté que représentent les 5 paramètres à estimer permettent un meilleur rapprochement que pour le modèle à 4 paramètres où R_s est figé.

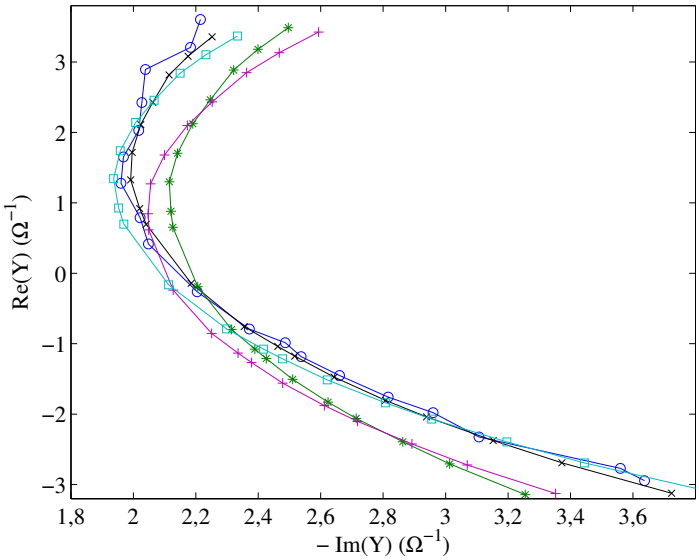

FIG. 2.1 – Diagramme de l'admittance (o : mesures, * : NL_1, × : NL_2, + : $LR1_1$, □ : $LR1_2$)

Cette tendance se retrouve également sur la caractéristique courant/glissement (figure 2.2) mais la dispersion des résultats est relativement faible dans ce cas. Sur la caractéristique puissance/glissement (figure 2.3), les 4 modèles suivent tous les mesures de manière assez précise.

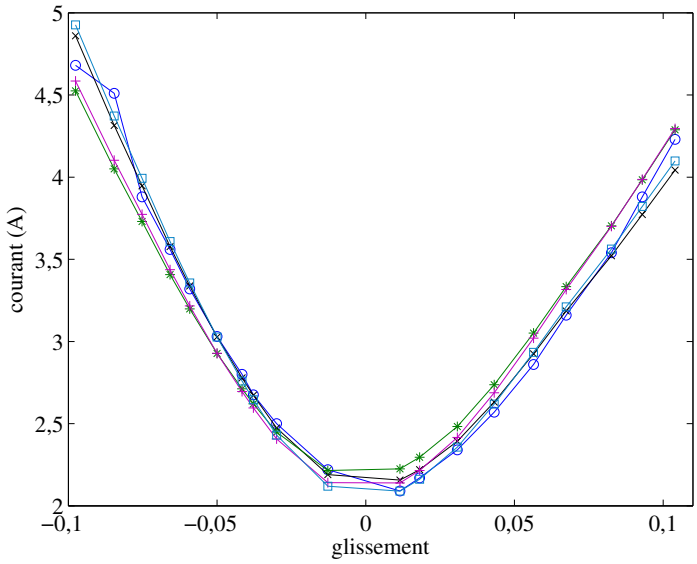

FIG. 2.2 – Caractéristique courant / glissement (o : mesures, * : NL_1, × : NL_2, + : $LR1_1$, □ : $LR1_2$)

Conclusion sur la méthode «linéarisante»

La méthode que nous venons de voir a l'avantage de permettre d'utiliser un nombre élevé de mesures sans avoir à recourir à un algorithme de programmation non linéaire comme c'est le cas pour la méthode de la section 2.1.1. Cette méthode n'est pas évidente à mettre en œuvre pour tous les modèles ; néanmoins, pour les modèles dépendant de 4 paramètres comme celui que nous avons traité, elle est facilement implantable. Cette méthode passe par un changement de paramétrisation permettant d'écrire le modèle de manière linéaire en fonction des nouveaux paramètres. Au moment de revenir aux paramètres physiques, il convient de choisir le bon estimateur car certains ont une très forte sensibilité aux incertitudes affectant le système. Ici, il convient finalement de choisir le premier estimateur présenté dans le tableau 2.8. Quant à la méthode, nous avons noté une légère supériorité de la formulation réelle du problème par rapport à la formulation complexe. Pourvu que les estimateurs soient bien choisis, les précisions obtenues en pratique sur les paramètres sont légèrement meilleures que celles de la méthode NL.

2.1.3 Conclusion

Dans cette partie, nous sommes intéressés à l'identification de modèles de la machine asynchrone à partir de mesures en régime permanent sinusoïdal. Deux stratégies ont été présentées pour l'estimation des paramètres. Une évaluation des erreurs d'estimation dues aux erreurs de mesure et aux erreurs de modèles a permis de tirer un certain nombre de conclusions :

– Les modèles à double inductance de fuites ne sont pas identifiables en pratique et

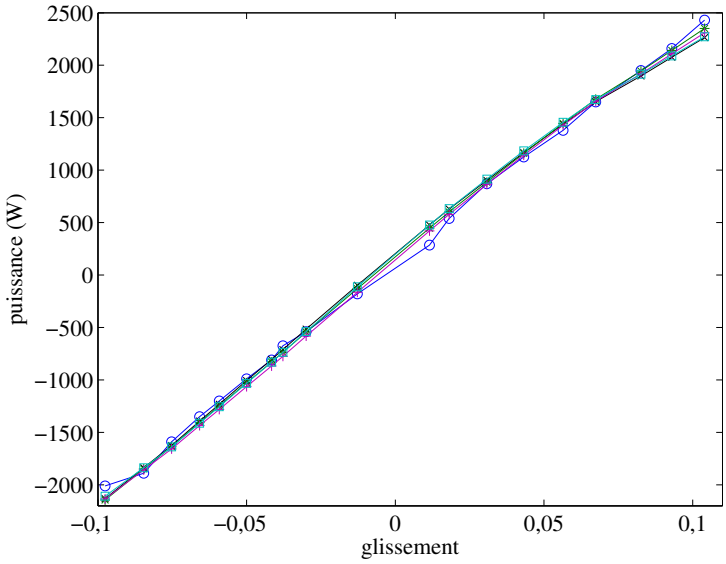

FIG. 2.3 – Caractéristique puissance / glissement (o : mesures, * : NL_1, × : NL_2, + : $LR1_1$, □ : $LR1_2$)

aboutissent à des erreurs d'estimation des paramètres importantes.
- Les pertes fer peuvent entrainer des erreurs d'estimation importantes lorsqu'elle est négligée ; il est donc souhaitable des prendre en compte dans le modèle. En cas d'impossibilité de prendre en compte ce phénomène, il convient de choisir les points de mesure de manière à limiter l'amplitude de ces erreurs.
- La technique de changement de variable permettant de se ramener à un problème linéaire donne des résultats d'une qualité équivalente à celle de la méthode visant à minimiser les écarts sur les impédances complexes. Il est donc recommandé d'utiliser cette première méthode qui ne nécessite pas d'algorithme de programmation non-linéaire.

2.2 Estimation en ligne des paramètres : analyse de l'identifiabilité

De nombreux travaux se sont intéressés à l'estimation en ligne des états et des paramètres de la machine asynchrone [Cava89, Atkinson91, Zai92, Salvatore93, Wade97, Wang07]. Dans le cadre de l'utilisation d'un filtre de Kalman, nous avons développé deux contributions à cette thématique [Laroche08b] :
- une méthode de réglage des matrices de covariance du modèle stochastique se basant sur une analyse fine des erreurs de modélisation du système,
- une analyse de l'identifiabilité pratique du système permettant la synthèse de trajectoires optimales d'excitation.

Seule cette seconde contribution est présentée dans le cadre de ce mémoire. Cette analyse d'observabilité permet de valider les trajectoires d'excitation choisies et permet d'obtenir un critère pour la synthèse d'un trajectoire optimale.

2.2.1 Modèle LTV

Le choix d'une structure de modèle et de sa paramétrisation est crucial pour le bon déroulement de l'estimation. Dans le cas présent, nous nous intéressons au modèle classique à quatre paramètres ne tenant compte ni de la saturation ni des pertes fer. Pour ces modèles, il convient d'abord de choisir de totaliser les fuites magnétiques soit au rotor, soit au stator. L'expérience nous a montré que ce choix n'est pas important du point de vue de l'estimation ; nous avons choisi dans cette étude, de considérer le modèle à fuites totalisées au stator. En revanche, le choix du repère tournant (lié au stator, au rotor, à un flux, à un courant) est d'une plus haute importance. Nous avons choisi d'utiliser le repère du stator qui a l'intérêt de ne pas faire intervenir de matrice de rotation, permettant ainsi d'aboutir à un modèle plus simple qui s'affranchit des matrices de rotation dont la discrétisation pose problème du fait de la variation au cours du temps de l'angle de rotation.

Le modèle diphasé considéré est le modèle représenté sur la figure 1.2. En choisissant comme vecteur d'état $x = [i_{s\alpha}\ i_{s\beta}\ i_{m\alpha}\ i_{m\beta}]^{\mathrm{T}}$, en notant $u = [v_{s\alpha}\ v_{s\beta}]^{\mathrm{T}}$ le vecteur des entrées et $y = [i_{sa}\ i_{sb}]^{\mathrm{T}}$ le vecteur des sorties, le modèle de la machine est linéaire à temps variant (LTV) et s'écrit :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) &= A(t)x(t) + Bu(t), \\ y(t) &= Cx(t), \end{cases} \tag{2.19}$$

où $x(t) \in \mathbb{R}^n$, $u(t) \in \mathbb{R}^{n_u}$, $y(t) \in \mathbb{R}^{n_y}$ et avec :

$$A(t) = \begin{bmatrix} -a_1 & 0 & a_2 & a_3 P\Omega(t) \\ 0 & -a_1 & -a_3 P\Omega(t) & a_2 \\ a_4 & 0 & -a_4 & P\Omega(t) \\ 0 & a_4 & -P\Omega(t) & -a_4 \end{bmatrix}, \tag{2.20}$$

$$B = \begin{bmatrix} b & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 & 0 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}, \tag{2.21}$$

$$C = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{3}{2} & 0 & 0 \end{bmatrix}, \tag{2.22}$$

avec $a_1 = \frac{R_s+R_{2r}}{N_s}$, $a_2 = \frac{R_{2r}}{N_s}$, $a_3 = \frac{L_{mr}}{N_s}$, $a_4 = \frac{R_{2r}}{L_{mr}}$ et $b = \frac{1}{N_s}$. Prenons comme vecteur des paramètres $\mathbf{\Theta}$, dont les $n_p = 4$ composantes sont $\Theta_1 = \frac{1}{T_r} = \frac{R_{2r}}{L_{mr}}$, $\Theta_2 = \frac{1}{T_s} = \frac{R_s}{L_{mr}+N_s}$, $\Theta_3 = \frac{1}{L_{mr}+N_s}$ et $\Theta_4 = \frac{1}{k_d} = 1 + \frac{L_{mr}}{N_s}$. Les matrices d'état s'écrivent en fonction de $\mathbf{\Theta}$ avec $a_1 = \Theta_2\Theta_4 + (\Theta_4 - 1)\Theta_1$, $a_2 = (\Theta_4 - 1)\Theta_1$, $a_3 = \Theta_4 - 1$, $a_4 = \Theta_1$ et $b = \Theta_3\Theta_4$. Cette paramétrisation a l'avantage de faire intervenir quatre paramètres avec des ordres de

grandeur comparables, du moins pour la machine 2,2 kW que nous avons considérée. L'estimation des paramètres consiste alors à déterminer une valeur de $\mathbf{\Theta}$ à partir des mesures de $u(t)$, $y(t)$ et $\Omega(t)$ sur une trajectoire. Les paramètres physiques peuvent ensuite être déterminés grâce aux relations suivantes : $R_s = \frac{\Theta_2}{\Theta_3}$, $R_{2r} = \frac{\Theta_1}{\Theta_3}(1 - \frac{1}{\Theta_4})$, $L_{mr} = \frac{1}{\Theta_3}(1 - \frac{1}{\Theta_4})$ and $N_s = \frac{1}{\Theta_3\Theta_4}$.

2.2.2 Modèle étendu

Les méthodes d'estimation en ligne passent généralement par l'écriture d'un modèle étendu consistant à considérer les paramètres comme des états ayant des dynamiques nulles. L'estimation des paramètres se fait alors par l'estimation de l'état étendu. Le modèle étendu s'écrit :

$$\left\{ \begin{array}{rcl} \dot{x}(t) & = & A\left(\mathbf{\Theta}(t), \Omega(t)\right) x(t) + B\left(\mathbf{\Theta}(t)\right) u(t), \\ \dot{\mathbf{\Theta}}(t) & = & 0_{n_p \times 1}, \end{array} \right. \tag{2.23}$$

où $0_{k\times l}$ est la matrice nulle de dimension $k \times l$. En supposant que $\mathbf{\Theta}$ est assez proche d'une valeur $\mathbf{\Theta}^*$, un développement limité au premier ordre en $\delta_\Theta = \mathbf{\Theta} - \mathbf{\Theta}^*$ peut-être utilisé, permettant d'obtenir un modèle LTV :

$$\left\{ \begin{array}{rcl} \dot{\tilde{x}}(t) & = & \tilde{A}(t)\tilde{x}(t) + \tilde{B}(t)u(t), \\ y(t) & = & \tilde{C}\tilde{x}(t), \end{array} \right. \tag{2.24}$$

où $\tilde{x} = [x^{\mathrm{T}}\ \delta_\Theta{}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$ est de taille $\tilde{n} = n + n_p$ et :

$$\tilde{A}(t) = \left[\begin{array}{cc} A\left(\mathbf{\Theta}^*, \Omega(t)\right) & M(t) \\ 0_{n_p \times n} & 0_{n_p \times n_p} \end{array} \right], \tag{2.25}$$

$$\tilde{B}(t) = \left[\begin{array}{c} B(\mathbf{\Theta}^*) \\ 0_{n_p \times n_u} \end{array} \right],\ \tilde{C} = \left[\begin{array}{cc} C & 0_{n_y \times n_p} \end{array} \right]; \tag{2.26}$$

La matrice $M(t) = \frac{\partial}{\partial \Theta}\left(A(\Theta^*, \Omega(t))x + B(\Theta^*)u\right)$ a l'expression suivante :

$$M(t) = \left[\begin{array}{cccc} (\Theta_4^* - 1)(x_3 - x_1) & -\Theta_4^* x_1 & \Theta_4^* u_1 & m_1 \\ (\Theta_4^* - 1)(x_4 - x_2) & -\Theta_4^* x_2 & \Theta_4^* u_2 & m_2 \\ x_1 - x_3 & 0 & 0 & 0 \\ x_2 - x_4 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right] \tag{2.27}$$

avec $m_1 = \Theta_1^*(x_3 - x_1) - \Theta_2^* x_1 + \Theta_3^* u_1 + P\Omega x_4$ and $m_2 = \Theta_1^*(x_4 - x_2) - \Theta_2^* x_2 + \Theta_3^* u_2 - P\Omega x_3$.

L'identifiabilité du modèle de départ (2.19) est une condition nécessaire pour que le modèle étendu (2.24) soit observable. Ainsi, l'identifiabilité peut être montrée par une analyse d'observabilité du modèle étendu, ce qui fait l'objet de la suite de cette partie.

2.2.3 Méthode d'analyse de l'observabilité

Si on étudie l'observabilité du modèle (2.24) au sens des systèmes LTI, on observe que la matrice d'observabilité est au plus de rang 6 à chaque instant. Cela signifie que seuls deux paramètres peuvent être observés avec ce genre d'approche et que l'observation des quatre paramètres n'est possible qu'en tenant compte de la nature LTV du système.

Une condition moins restrictive sur l'observabilité est donnée par le gramien d'observabilité qui s'obtient assez facilement. La matrice de transition $\Phi(t, t_0)$ est définie par :

$$\left\{ \begin{array}{rcl} \frac{d}{dt}\Phi(t, t_0) & = & \tilde{A}(t)\Phi(t, t_0), \\ \Phi(t_0, t_0) & = & \mathcal{I}_{\tilde{n}}, \end{array} \right. \tag{2.28}$$

où $\mathcal{I}_{\tilde{n}}$ est la matrice unité d'ordre $\tilde{n}$ et $\tilde{A}(t)$ est donné dans l'équation (2.25). A partir de l'état initial $\tilde{x}(t_0) = \tilde{x}_0$, la trajectoire de l'état s'écrit alors $\tilde{x}(t) = \Phi(t, t_0)\tilde{x}_0 + \delta_u(t, t_0)$ où $\delta_u(t, t_0) = \Phi(t, t_0) \int_{t_0}^{t} \Phi^{-1}(\tau, t_0)\tilde{B}(\tau)u(\tau)\mathrm{d}\tau$ et $\tilde{x}_0 = \tilde{x}(t_0)$. Le signal de sortie s'écrit $y(t) = \tilde{C}\Phi(t, t_0)(\tilde{x}_0 + \delta_u(t, t_0))$. En multipliant à gauche cette relation par $\Phi^{\mathrm{T}}(t, t_0)\tilde{C}^{\mathrm{T}}$ et en intégrant sur $[t_0, t_1]$, on obtient la relation suivante :

$$\int_{t_0}^{t_1} \Phi^{\mathrm{T}}(t, t_0)\tilde{C}^{\mathrm{T}} \Big(y(t) - \tilde{C}\Phi(t, t_0)\delta_u(t, t_0) \Big) \mathrm{d}t = \Gamma(t_0, t_1)\tilde{x}_0, \tag{2.29}$$

où $\Gamma(t_0, t_1) = \int_{t_0}^{t_1} \Phi^{\mathrm{T}}(t, t_0)\tilde{C}^{\mathrm{T}}\tilde{C}\Phi(t, t_0)\mathrm{d}t$ est le gramien d'observabilité. L'état initial $\tilde{x}_0$ peut être déduit des mesures si le gramien est non singulier en multipliant à gauche par $\Gamma^{-1}(t_0, t_1)$. Le système est donc observable à partir des mesures sur l'intervalle $[t_0, t_1]$ si $\Gamma(t_0, t_1)$ a toutes ses valeur propres strictement positives [Bornard93]. Dans la pratique, il convient de s'assurer soit que les valeurs propres sont supérieures à un certain seuil soit du bon conditionnement du gramien.

2.2.4 Choix des trajectoires

L'observabilité du système est liée au signal d'excitation. Il convient donc de choisir une excitation appropriée au système. On peut postuler que le signal d'excitation doit remplir deux objectifs :

- la trajectoire doit exciter le système dans une bande de fréquence correspondant aux dynamiques à identifier ;
- la trajectoire doit entraîner des variations significatives des termes LTV des matrices d'état.

Dans le cas présent, le signal de référence i_{sq}^* a été choisi comme la somme de deux créneaux :

- un signal de faible fréquence (f_1 = 0.25 Hz) et d'amplitude élevée (I_1 = 8 A) permet de faire varier la vitesse sur l'ensemble de la plage de variation (voir figure 2.4), ce qui est nécessaire puisque le modèle LTV dépend de la vitesse ;
- un signal de fréquence plus élevée (f_2 = 100 Hz) et d'amplitude réduite (I_2 = 1.2 A) permet de faire varier le courant avec de fortes dynamiques, dans le but d'exciter les dynamiques du système.

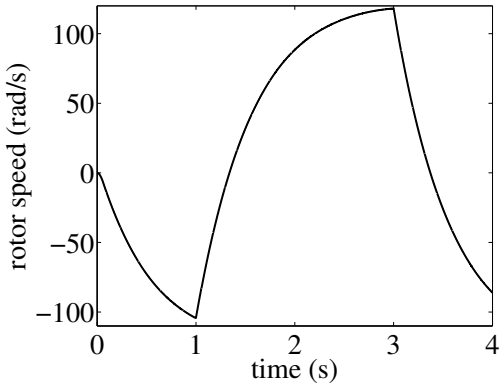

FIG. 2.4 – Trajectoire de la vitesse

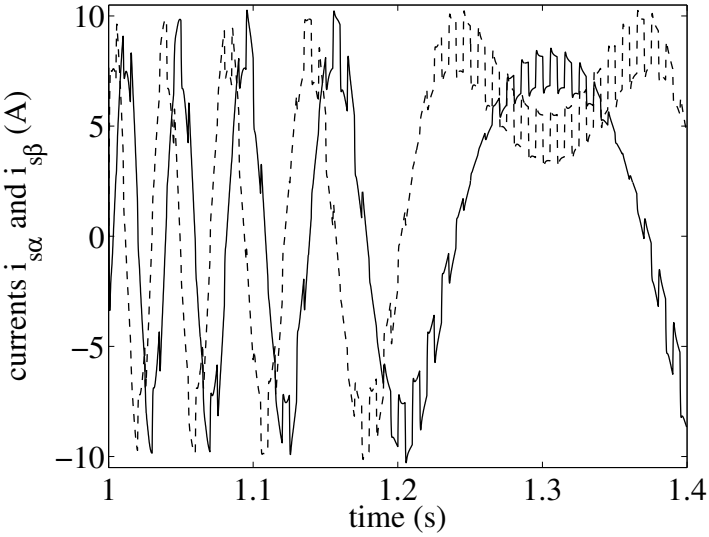

FIG. 2.5 – Trajectoire du courant

Les trajectoires des deux composantes du courant sont présentées sur la figure 2.5. L'allure générale de sinusoïdale vobulée est liée à la variation de la vitesse ; les variations en forme de créneaux sont dues à l'excitation hautes fréquences. Le courant de magnétisation i_m est asservi à une valeur constante de 3.5 A.

2.2.5 Résultats de l'analyse d'observabilité

Après avoir simulé le système (2.24) avec les valeurs nominales des paramètres, on calcule la matrice de transition à partir de (2.28). Les valeurs propres λ_i de $\Gamma(t_0, t)$, avec $t_0 = 0$, sont représentées sur la figure 2.6 pour l'excitation proposée. On observe que les valeurs singulières augmentent de manière plus ou moins régulière. Après une seconde, la valeur singulière demeure constante alors que les valeurs singulières les plus élevées continuent de croître. A t =2 s, les valeurs singulières sont réparties entre $1,5 \cdot 10^{-3}$

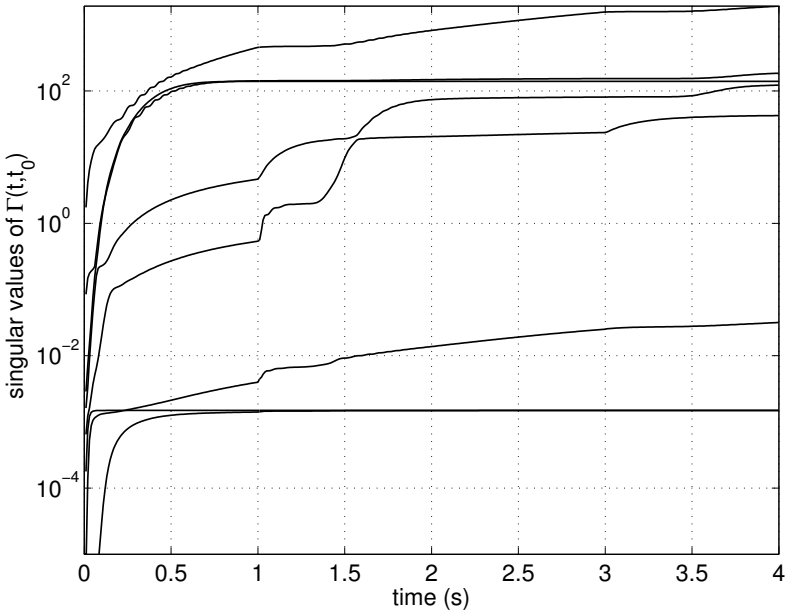

FIG. 2.6 – Évolution des valeurs propres du gramien d'observabilité

et $8,2 \cdot 10^2$. Elles sont données dans le tableau 2.15 ainsi que les coordonnées des vecteurs propres correspondants. Pour une valeur propre donnée, on peut ainsi voir quelles sont les directions de l'état qui sont concernées. Par exemple, la première valeur propre $\lambda_1 = 821$ concerne principalement les paramètres Θ_3, Θ_2 et Θ_1. Les modes les moins observables ($\lambda_7 = \lambda_8 = 1,5 \cdot 10^{-3}$) correspondent aux deux composantes de l'état qui sont mesurées : $x_1 = i_{s\alpha}$ et $x_2 = i_{s\beta}$[34]. Cette propriété intéressante est favorable à l'utilisation d'un filtre d'ordre réduit n'intégrant pas l'estimation de ces variables. Le troisième mode le moins observable ($\lambda_6 = 1,4 \cdot 10^{-2}$) correspond à $\tilde{x}_8 = \Theta_4$.

Dans le cas où un système n'est pas identifiable, il convient de retirer un paramètre de la liste des paramètres à identifier et de choisir pour lui une valeur à priori. Dans ce cas, l'erreur faite sur ce paramètre se répercute sur l'ensemble des autres paramètres et il convient de choisir ce paramètre avec précaution. Le gramien d'observabilité apporte une aide sur cette question : en effet, si l'observabilité est jugée insuffisante, il convient de retirer le paramètre correspondant à la valeur propre la plus faible. Dans le cas présent, il s'agit de Θ_4 qui pourrait être retiré de la liste des paramètres à estimer.

2.2.6 Synthèse de trajectoires optimales

Le conditionnement du gramien est une mesure de la qualité de l'observabilité. Sur la figure 2.7 est donnée en trait plein l'évolution du conditionnement de $\Gamma(t_0, t)$ pour

[34]Ce résultat paradoxal, lié à la structure de $\tilde{A}$, est très pratique. Il apparaît après un temps d'observation $t - t_0$ suffisant. En effet, alors que les valeurs propres correspondant aux composantes du courant du stator demeurent constantes après quelques millisecondes, égales à $1,5 \cdot 10^{-3}$, les autres valeurs propres augmentent régulièrement et dépassent les précédentes après quelques millisecondes.

λ_j	821	148	140	73,7	20,4	$1,4 \cdot 10^{-2}$	$1,5 \cdot 10^{-3}$	$1,5 \cdot 10^{-3}$
x_1	0,00	0,00	-0,00	0,00	0,00	0,03	0,51	-0,86
x_2	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,02	-0,86	-0,51
x_3	0,03	0,45	-0,87	0,13	-0,05	-0,00	-0,00	0,00
x_4	0,05	0,84	0,49	0,21	-0,06	0,00	0,00	0,00
Θ_1	-0,12	0,17	0,00	-0,77	-0,59	0,00	-0,00	0,00
Θ_2	-0,24	-0,19	0,01	0,58	-0,77	-0,04	0,00	-0,00
Θ_3	0,96	-0,11	0,01	-0,04	-0,24	0,04	-0,00	0,00
Θ_4	0,04	0,00	0,00	-0,03	-0,02	-1,00	0,00	-0,04

TAB. 2.15 – Valeurs propres et vecteurs propres de $\Gamma(0,2)$

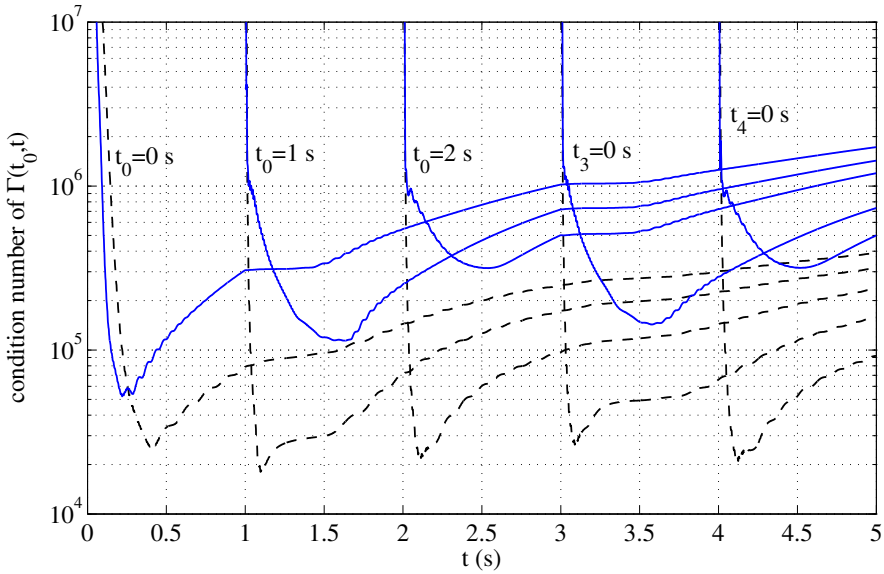

FIG. 2.7 – Évolution du conditionnement du gramien d'observabilité pour différentes initialisations et deux signaux d'excitation (trait plein : premier signal d'excitation, hachuré : signal d'excitation optimal)

différents instants d'initialisation t_0. Il est intéressant de noter que le conditionnement atteint un minimum au bout d'un temps inférieur à une seconde. Cette information peut s'avérer utile pour régler la dynamique d'un filtre de Luenberger ou le facteur d'oubli d'un moindre carré récursif.

Le minimum au cours du temps du conditionnement du gramien d'observabilité est un critère scalaire permettant non seulement de comparer deux trajectoires mais aussi de synthétiser une trajectoire optimale. Ce critère a été utilisé pour régler les paramètres du signal : les amplitudes I_1, I_2 et les fréquences f_1, f_2. De manière évidente, il apparaît que pour obtenir le meilleur niveau d'observabilité, il convient d'augmenter les amplitudes. Afin d'obtenir une trajectoire réalisable, il convient donc de tenir compte des limitations de courant, introduisant la contrainte $I_1 + I_2 = I_{\max}$ avec $I_{\max}$ =9,2 A.

Le critère considéré est susceptible de comporter de nombreux minima locaux. Afin de pallier ce problème, une méthode d'optimisation de type algorithme génétique ou recuit simulé peut s'avérer utile. Dans le cas présent, nous avons utilisé un algorithme génétique dont le résultat, supposé être situé dans le bassin d'attraction du minima global, sert d'initialisation pour un algorithme basé sur les polyèdres flexibles de Nelder et Mead [Nelder65]. Un minimum d'une valeur de $2,4 \cdot 10^4$ est obtenu pour les paramètres suivants : $I_1 = 2,7$ A, $f_1 = 0,23$ Hz, $I_2 = 6,5$ A et $f_2 = 107$ Hz, qui respecte bien la limitation du courant de 9,2 A. Les trajectoires du conditionnement du gradient avec différentes conditions initiales sont données sur la figure 2.7 en trait haché. On observe une légère amélioration par rapport au réglage initial qui avait été obtenu empiriquement grâce aux résultats numériques de l'estimation.

2.2.7 Conclusion

Comme nous l'avons vu, le gramien d'observalité permet d'analyser l'identifiabilité pratique d'un système. Il permet ainsi de valider la procédure d'estimation ; c'est-à-dire le choix de la structure du modèle et le choix de la trajectoire d'excitation. Dans le cas où l'identifiabilité s'avère insuffisante, il permet de sélectionner le ou les paramètres à figer. Le critère du meilleur conditionnement du gramien peut être utilisé à la fois pour synthétiser des signaux d'excitation optimaux et pour régler les dynamiques d'un observateur.

Rappelons toutefois les limites de cette méthodologie :
- l'analyse s'appuyant sur des valeurs des paramètres ; l'étude n'est donc valable que pour un voisinage autour des valeurs des paramètres. Il est donc nécessaire de disposer de premiers résultats d'identification avant de mener l'analyse de l'identifibilité. On peut envisager d'itérer plusieurs fois les phases d'identification et d'analyse afin d'améliorer les résultats.
- une bonne identifiabilité est une base pour aboutir à des estimées précises des paramètres. Cependant, l'analyse ne tient pas compte des erreurs de mesure ni des erreurs de modélisation ; aucune garantie n'est donc apportée dans ce domaine. Dans des cas

difficiles, une analyse complémentaire portant sur les erreurs d'estimation peut s'avérer pertinente.

2.3 Annexes

2.3.1 Caractéristiques des machines utilisées

Trois machines sont utilisées au cours de ce chapitre pour appliquer et évaluer les différentes approches. Ce sont trois moteurs conçus par la société Leroy-Somer. Les informations de leurs plaques signalétiques sont données dans le tableau 2.16. MAS2 est à rotor bobiné alors que les autres sont équipées d'un rotor à cage.

	MAS1	MAS2	MAS3
f (Hz)	50	50	50
V_n (V)	127/220	220/380	230/400
p	2	2	1
P_n (kW)	2,0	1,5	1,5
I_n (A)	7,2	7,5/4,4	5,0/2,9
Ω_n (tr/min)	1 500	1 500	2 885
$\cos(\phi)$			0,9
C_n (N.m)			5,0

TAB. 2.16 – Caractéristiques des machines employées

2.3.2 Expression des sensibilités

Le modèle par phase de la machine asynchrone en régime permanent sinusoïdal s'écrit comme une impédance dépendant du glissement :

$$\underline{Z} = R_s + jX_s + \frac{1}{\underline{Y}_2} \tag{2.30}$$

où :

$$\underline{Y}_2 = \frac{1}{R_f} + \frac{1}{jX_m} + \frac{1}{jX_r + \frac{R_2}{g}} \tag{2.31}$$

Les sensibilités de ce modèle par rapport aux différents paramètres permettent de calculer le gradient et le Hessien d'un critère quadratique (voir paragraphe 2.1.1) et

s'écrivent :

$$\frac{\partial \underline{Z}}{\partial R_s} = 1 \tag{2.32}$$

$$\frac{\partial \underline{Z}}{\partial X_s} = j \tag{2.33}$$

$$\frac{\partial \underline{Z}}{\partial R_f} = \frac{1}{{R_f}^2 {\underline{Y}_2}^2} \tag{2.34}$$

$$\frac{\partial \underline{Z}}{\partial X_m} = -\frac{j}{{X_m}^2 {\underline{Y}_2}^2} \tag{2.35}$$

$$\frac{\partial \underline{Z}}{\partial X_r} = \frac{j}{(jX_r + R_2/g)^2 {\underline{Y}_2}^2} \tag{2.36}$$

$$\frac{\partial \underline{Z}}{\partial R_2} = \frac{1}{g(jX_r + R_2/g)^2 {\underline{Y}_2}^2} \tag{2.37}$$

Dans le cas où le modèle s'appuie sur l'admittance $\underline{Y} = (\underline{Z})^{-1}$, on calculera les sensibilités en s'appuyant sur les formules ci-dessus grâce à :

$$\frac{\partial \underline{Y}}{\partial \Theta_k} = -\frac{\partial \underline{Z}}{\partial \Theta_k} \frac{1}{\underline{Z}^2} \tag{2.38}$$

où Θ_k représente l'un des 6 paramètres.

Dans le cas où on tient compte d'une caractéristique de saturation de la forme :

$$X_m = \frac{X_{m0}}{1 + \alpha {E_m}^k} \tag{2.39}$$

on obtient les sensibilités par rapport aux paramètres X_{m0} et α par composition :

$$\frac{\partial \underline{Y}}{\partial X_{m0}} = \frac{\partial \underline{Y}}{\partial X_m} \frac{1}{1 + \alpha {E_m}^k} \tag{2.40}$$

$$\frac{\partial \underline{Y}}{\partial \alpha} = \frac{\partial \underline{Y}}{\partial X_m} \frac{-{E_m}^k}{1 + \alpha {E_m}^k} \tag{2.41}$$

CHAPITRE

3

Analyse de la robustesse de la commande à FRO

Sommaire

3.1 Développement d'un modèle LFR 77

3.1.1 Modèle non-linéaire 77

3.1.2 Modèle linéarisé 78

3.1.3 Obtention du modèle LFR à partir de la représentation d'état 79

3.2 Analyse de la robustesse d'un système de positionnement 81

3.2.1 Présentation du système 81

3.2.2 Résultats de l'analyse 83

Nous présentons dans ce chapitre des travaux concernant l'analyse de la robustesse des systèmes mécaniques actionnés par un moteur asynchrone commandé par la méthode du FRO. Dans un premier temps, un modèle LFR de la machine asynchrone commandée par la méthode du flux rotorique orienté est présenté. Ce modèle est ensuite appliqué pour l'analyse de la robustesse d'un système de positionnement d'une charge mécanique inertielle.

3.1 Développement d'un modèle LFR

3.1.1 Modèle non-linéaire

En supposant que les dynamiques de courant sont très élevées par rapport aux dynamiques de vitesse, le modèle de la machine asynchrone commandée dans le repère du flux rotorique (FRO) tenant compte des erreurs d'estimation des paramètres s'écrit de

la manière suivante [Laroche04a] :

$$\begin{aligned}
\frac{d\xi}{dt} &= \frac{R_r}{L_m i_m}(-i_m^* \sin(\xi) + \frac{T^* \cos(\xi)}{P\hat{L}_m i_m^*}) - \frac{\hat{R}_r T^*}{P\hat{L}_m^2 i_m^{*2}} \\
\frac{di_m}{dt} &= \frac{R_r}{L_m}(i_m^* \cos(\xi) + \frac{T^* \sin(\xi)}{P\hat{L}_m i_m^*} - i_m) \\
T &= PL_m i_m(-i_m^* \sin(\xi) + \frac{T^* \cos(\xi)}{P\hat{L}_m i_m^*})
\end{aligned}$$

où ξ est l'erreur commise dans l'estimation de la direction du flux du rotor. Ce modèle d'ordre 2, non linéaire en l'état avec des non-linéarités irrationnelles, n'est pas utilisable pour l'analyse de la robustesse. Nous avons donc développé un modèle LFR approché, que nous développons ci-dessous, basé sur un modèle linéarisé où on considère que les états internes de l'asservissement de couple (ξ et i_m) sont proches de leurs valeurs de régime permanent.

3.1.2 Modèle linéarisé

Considérons le modèle linéarisé autour d'un point d'équilibre défini par l'état d'équilibre x_0, l'entrée Γ_0^* et la sortie Γ_0 et définissons $\delta_x = x - x_0$, $\delta_\Gamma = \Gamma - \Gamma_0$ et $\delta_{\Gamma^*} = \Gamma^* - \Gamma_0^*$. Le modèle linéarisé s'écrit :

$$\dot{\delta}_x = A(x_0, \Gamma_0^*, \Theta)\delta_x + B(x_0, \Gamma_0^*, \Theta)\delta_{\Gamma^*} \tag{3.1}$$

$$\delta_\Gamma = C(x_0, \Gamma_0^*, \Theta)\delta_x + D(x_0, \Gamma_0^*, \Theta)\delta_{\Gamma^*} \tag{3.2}$$

où :

$$A(x_0, \Gamma_0^*, \Theta) = \frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}x}(x_0, \Gamma_0^*, \Theta) \tag{3.3}$$

$$B(x_0, \Gamma_0^*, \Theta) = \frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}u}(x_0, \Gamma_0^*, \Theta) \tag{3.4}$$

$$C(x_0, \Gamma_0^*, \Theta) = \frac{\mathrm{d}g}{\mathrm{d}x}(x_0, \Gamma_0^*, \Theta) \tag{3.5}$$

$$D(x_0, \Gamma_0^*, \Theta) = \frac{\mathrm{d}g}{\mathrm{d}u}(x_0, \Gamma_0^*, \Theta) \tag{3.6}$$

Remarquons que ce modèle dépend d'un nombre relativement élevé de paramètres (6 paramètres : 3 paramètres physiques R_r, L_m et i_m^* en plus des deux composantes de l'état x_0 et de Γ_0^*). De plus, ces paramètres peuvent avoir un ordre de répétition élevé. Si ce modèle est utilisé pour l'analyse de la robustesse, plusieurs difficultés surviendront :

- un temps de calcul élevé, notamment pour les méthodes à dont le coût croît de manière exponentielle ;
- les résultats de l'analyse peuvent s'avérer pessimistes. En effet, certaines méthodes donnent des résultats d'autant plus pessimistes que l'ordre de répétition des paramètres est élevé ;

– un pessimisme supplémentaire sera apporté par le fait que les 6 paramètres sont considérés comme indépendants ce qui n'est pas exact car les configurations extrêmes de x_0 ne peuvent être obtenues pour toutes les valeurs des paramètres.

Dans le but d'obtenir une paramétrisation minimale, il s'est avéré d'écrire la fonction de transfert du système. Celle-ci dépend de seulement 4 paramètres : $1/T_r$, $\lambda = L_m/\hat{L}_m$, $\zeta = T_r/\hat{T}_r$ et $\iota = (\hat{i}_{sq}/\hat{i}_m)^2$ et s'écrit [Nordin85, Laroche04a] :

$$\frac{T(s)}{T^*(s)} = \frac{b_2 s^2 + b_1 s + b_0}{s^2 + a_1 s + a_0} \tag{3.7}$$

avec

$$a_0 = \frac{1+\zeta^2\iota}{T_r^2} \tag{3.8}$$

$$a_1 = \frac{2}{T_r} \tag{3.9}$$

$$b_0 = \frac{\lambda(\zeta + 3\zeta\iota - \zeta^3\iota + \zeta^3\iota^2)}{T_r^2(1+\zeta^2\iota^2)} \tag{3.10}$$

$$b_1 = \frac{\lambda(1+\zeta+3\zeta\iota - \zeta^2\iota}{T_r(1+\zeta^2\iota)} \tag{3.11}$$

$$b_2 = \frac{\lambda(1+\zeta\iota)}{1+\zeta^2\iota} \tag{3.12}$$

A partir de cette représentation polynomiale, un modèle LFR a été construit en utilisant les fonctions de la *LFR toolbox* [Magni01]. L'indice de répétition du modèle obtenu est donné dans la colonne "ft" du tableau 3.1.3. Une étape de réduction permet de diminuer légèrement les indices de répétition de ξ et ι (colonne "ft red").

3.1.3 Obtention du modèle LFR à partir de la représentation d'état

La représentation polynomiale n'est pas le meilleur moyen d'obtenir une LFR minimale. Il convient plutôt de revenir au modèle d'état, qui se trouve être déjà une LFR faisant intervenir une matrice d'intégrateurs. Sur ce modèle d'état, un certain nombre de transformations doivent être faites afin d'aboutir à la même paramétrisation que le modèle polynomial. Dans une première étape, les matrices d'état (3.3-3.6) peuvent s'écrire :

$$A = \frac{1}{T_r}\begin{bmatrix} -1 & -\iota\zeta\sqrt{\frac{1+\iota^2\zeta^2}{1+\iota^2}} \\ \iota\zeta\sqrt{\frac{1+\iota^2}{1+\iota^2\zeta^2}} & -1 \end{bmatrix} \tag{3.13}$$

$$B = \frac{1-\zeta}{T_r P \hat{L}_m}\begin{bmatrix} \frac{1}{1+\iota^2} \\ \frac{1}{\sqrt{(1+\iota^2\zeta^2)(1+\iota^2)}} \end{bmatrix} \tag{3.14}$$

$$C = PL_m\begin{bmatrix} -\frac{1+\iota^2}{1+\iota^2\zeta^2} & \iota\zeta\sqrt{\frac{1+\iota^2}{1+\iota^2\zeta^2}} \end{bmatrix} \tag{3.15}$$

	ft	ft red	ss	ss red
$1/s$	4	4	2	2
$1/T_r$	4	4	2	2
λ	1	1	1	1
ζ	10	8	6	5
ι	6	4	3	2

TAB. 3.1 – Indice de répétition des paramètres des LFR (ft : polynomial ; ss : modèle d'état ; red : modèle réduit)

$$D = \lambda \frac{1 + \iota^2 \zeta^2}{1 + \iota^2 \zeta} \tag{3.16}$$

Le changement de variable $\tilde{x} = Px$ avec :

$$P = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{(1+\iota^2)(1+\iota^2\zeta^2)}{\iota} \end{bmatrix} \tag{3.17}$$

et quelques manipulations élémentaires (factorisation et permutations de produits scalaires) permettent d'écrire le modèle sous une forme quasi-minimale :

$$\dot{\tilde{x}}_1 = \frac{1}{T_r}(w - \tilde{x}_1 - \iota\zeta\tilde{x}_2), \tag{3.18}$$

$$\dot{\tilde{x}}_2 = \frac{1}{T_r}(w + \zeta\tilde{x}_1 - \tilde{x}_2), \tag{3.19}$$

$$\Gamma = \frac{\lambda}{1 + \iota\zeta^2}(-\tilde{x}_1 + \iota\zeta(\tilde{x}_2 + \Gamma^*) + \Gamma^*), \tag{3.20}$$

avec $w = (1 - \zeta)\Gamma^*$. Tout comme le modèle polynomial, ce modèle dépend de 4 paramètres : ζ, ι, λ and $\frac{1}{T_r}$. Parmi ces paramètres, $\iota = (\frac{i^*_{sq}}{i^*_m})^2$ correspond au point de fonctionnement et est le seul susceptible de varier au cours du temps. Les trois autres sont des fonctions des paramètres physiques et peuvent être considérés comme des incertitudes constantes.

L'indice de répétition des paramètres du modèle obtenu est donné dans la colonne "ss" du tableau 3.1.3. Une étape de réduction utilisant la *LFR toolbox* permet de réduire l'indice de répétition des paramètres ξ et ι. La LFR obtenue est d'ordre plus faible que celle obtenue avec le modèle polynomial. Les méthodes de réduction d'ordre appliquées à partir du modèle polynomial n'ont pas permis d'aboutir à un modèle minimal.

Finalement, les paramètres λ, ζ et $\frac{1}{T_r}$ sont remplacés par leurs expressions en fonction de R_r et L_m dont les variations peuvent être considérées comme indépendantes. Le modèle final dépend donc de 3 paramètres ; leurs plages de variation et leur indice de répétition (modèle "ss red") sont donnés dans le tableau 3.1.3.

	plage de variation	indice de répétition
ι	[0, 4]	2
L_m	$\pm$ 50 %	6
R_r	$\pm$ 50 %	5

TAB. 3.2 – Indices de répétition des incertitudes

Le modèle simplifié que nous avons présenté repose sur l'hypothèse que les états de la machine commandée en FRO (ξ et i_m) sont proches de leurs valeurs d'équilibre. Cela est relativement pertinent lorsqu'on s'intéresse à la robustesse d'une boucle d'asservissement de vitesse ou de position qui s'appuie sur une commande en couple par FRO. Dans ce cas, la boucle de vitesse ou de position est sensée avoir des dynamiques relativement faibles par rapport aux dynamiques d'asservissement du couple.

3.2 Analyse de la robustesse d'un système de positionnement

Nous nous sommes intéressés à la robustesse d'un système d'actionnement basé sur un moteur asynchrone commandé en FRO actionnant une charge mécanique inertielle connectée avec un accouplement souple. On s'intéresse à l'asservissement de la position de la charge[35].

3.2.1 Présentation du système

On considère le cas où le moteur asynchrone actionne une charge mécanique inertielle qui est connectée par l'intermédiaire d'un accouplement souple. Le but de l'asservissement est de positionner la charge mécanique à une position de référence.

[35]Il s'agit d'un problème de commande de système flexible dans la configuration où la mesure n'est pas faite au même endroit que la commande (*non-collocated issue*), ce qui est plus difficile à résoudre que le cas où la mesure est faite au même endroit (*collocated issue*).

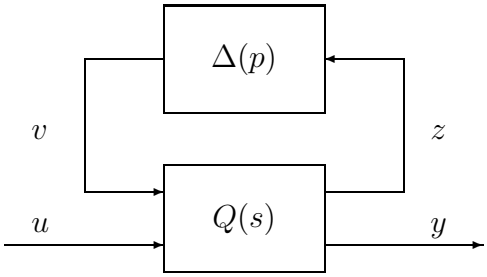

FIG. 3.1 – Modèle LFR

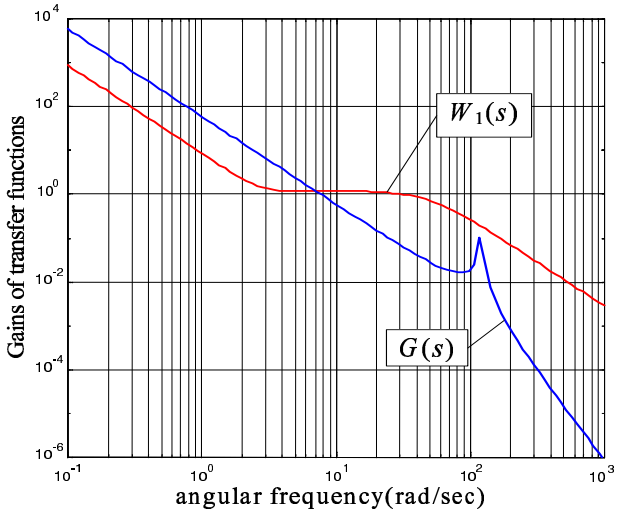

FIG. 3.2 – Gain de la fonctions de transfert du système et de la pondération $W_1(s)$

Notons qu'il s'agit d'un problème *non collocated* qui est plus difficile à traiter du point de vue de la commande que le problème *collocated* où la mesure est faite du coté de l'actionneur. En effet, dans le cas *non collocated*, il n'est pas possible d'obtenir, pour la boucle fermée, des dynamiques supérieures à celles du système.

Partie mécanique

La charge mécanique est une inertie J_2 reliée au moteur par l'intermédiaire d'un accouplement souple de raideur κ. En notant J_1 l'inertie du moteur, θ_1 sa position et θ_2 la position de la charge, la fonction de transfert entre le couple moteur et la position de la charge s'écrit :

$$H(s) = \frac{\theta_2(s)}{T(s)} = \frac{1}{as^4 + bs^3 + cs^2 + ds} \tag{3.21}$$

avec $a = \kappa J_1 J_2$, $b = \kappa(J_1 f_2 + J_2 f_1)$, $c = J_1 + J_2 + \kappa f_1 f_2$, $d = f_1 + f_2$ où f_1 et f_2 sont les coefficients de frottement respectivement du moteur et de la charge. Les résultats présentés ont été obtenus pour $J_1 = 5 \cdot 10^{-3}$ kg.m^2, $J_2 = 12 \cdot 10^{-3}$ kg.m^2, $f_1 = f_2 = 2,8 \cdot 10^2$ N.m.s et $\kappa = 51$ N.m/rad identifiées expérimentalement [Laroche04a]. La fonction de transfert du système est donnée sur la figure 3.2. On observe une résonance vers les 1000 rad/s.

Commande H_∞

Un correcteur de position a été synthétisé par la méthode du loop-shaping de Mc Farlane et Glover [McFarlane92]. Cette procédure ayant été présentée dans la première partie de ce rapport, nous nous contentons ici de produire les résultats de la synthèse. Le lecteur est invité à se reporter au chapitre 2 de la première partie de ce rapport.

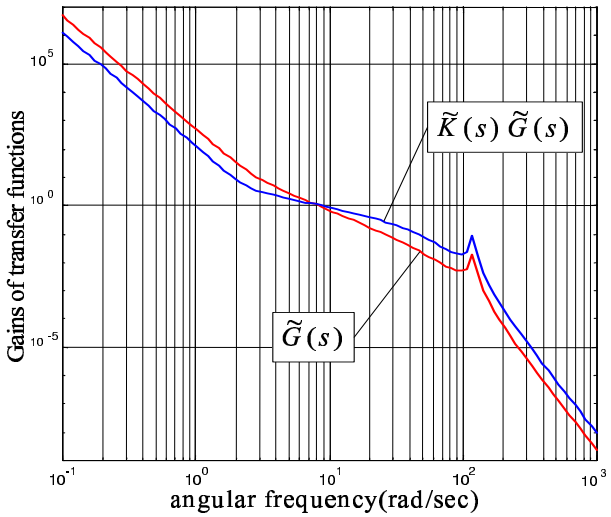

FIG. 3.3 – Gain de la fonctions de transfert du système pondéré $\tilde{G}(s) = W_2(s)G(s)W_1(s)$ et du système corrigé en boucle ouverte $\tilde{K}(s)\tilde{G}(s) = K(s)G(s)$

	bornes inférieures		bornes supérieures				
méthode	LP	MP	Scal. DG		DG LMI	DG garant.	Sep. top.
options	1000 values	méth.='imd'	Uc 100 pts	UC 100 pts	100 pts	Uc $\frac{\omega_{\max}}{\omega_{\min}} = 1.5$	4 iter
μ	1.095	0.985	1.40	1.29	1.29	1.47	1.375
ω (rad/s)	1.73	12.1	3.43	3.43	3.51	[3.16, 4.22]	3.4
temps CPU (s)	54	4.46	37	2040	8930	64	1020

TAB. 3.3 – Résultats numériques

Le réglage des pondérations a été fait en prenant $W_2(s) = 1$ et en réglant $W_1(s)$ (voir figure 3.2) de manière à assurer les objectifs de commande :
- un gain élevé en basses fréquences permet d'assurer la précision ;
- un gain faible en hautes fréquences permet d'assurer une certaine robustesse par rapport aux dynamiques hautes fréquences mal connues ;
- un gain constant autour de la bande passante visée permet de ne pas retirer de phase à la boucle ouverte, ce qui est important pour la stabilité du système.

Le gain du système pondéré $\tilde{G}(s) = W_2(s)\,G(s)\,W_1(s)$ est donné sur la figure 3.3, ainsi que celui du système corrigé par la synthèse H_∞. On observe que l'effet du correcteur est d'atténuer la pente autour de la coupure à 0 dB, afin de s'éloigner du point critique. Les allures en basses fréquences et en hautes fréquences des pondérations initiales sont conservées.

3.2.2 Résultats de l'analyse

Les méthodes d'analyse utilisées ont été présentées dans la première partie de ce rapport ; elles sont rappelées ci-dessous.

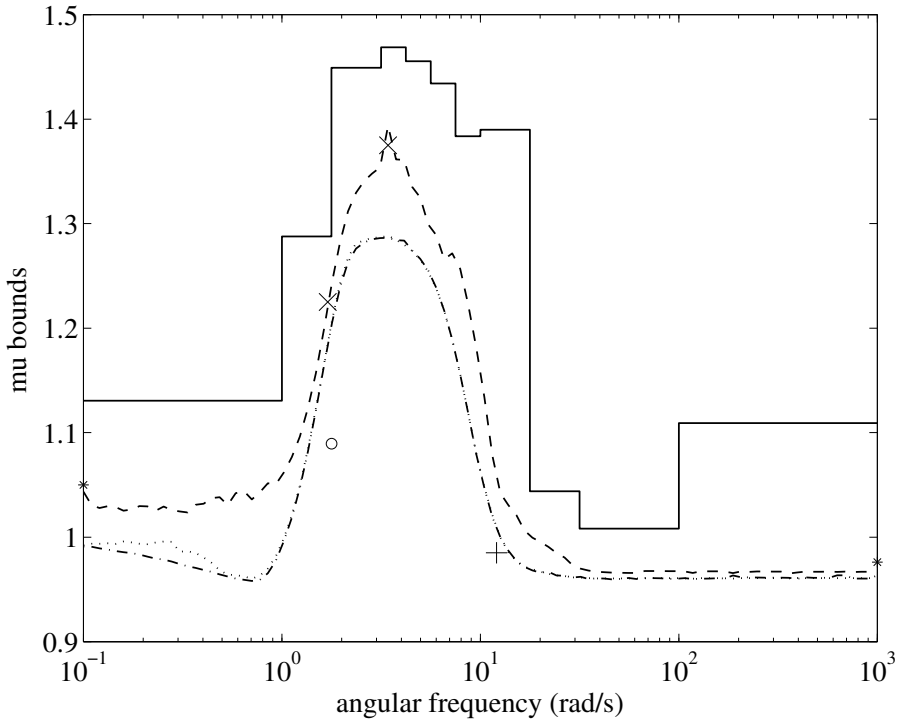

FIG. 3.4 – Tracé du μ (trait continu : méthode garantie avec scalings DG ; trait haché : DG avec Uc ; trait pointillé : DG avec option UC et DG de la LMI control toolbox ; $\times$: séparation topologique ; o : lieu des pôles ; + : migration des pôles)

- Lieu des pôles (LP) : une analyse de la robustesse par un échantillonnage de l'espace paramétrique et un test de négativité de leur partie réelle.
- Migration des pôles (MP) : méthode de migration des pôles développée par Magni et al. [Döll99].
- Scaling DG (SDG) : méthode disponible dans la μ-analysis toolbox de Matlab.
- DG LMI : résolution LMI du problème de borne supérieur disponible dans la LMI-toolbox de Matlab.
- Séparation topologique (ST) : borne supérieure basée sur la séparation topologique appliquée à un modèle échantillonné en fréquence. On observe que cette méthode, implantée par mes soins, aboutit à des temps de calcul assez importants.

Les résultats obtenus sont rassemblés dans le tableau 3.3, ainsi que les temps de calculs obtenus sur un PC équipé d'un processeur Athlon cadencé à 1.4 GHz. Les résultats sont également représentés sur la figure 3.4. Parmi les bornes inférieures, la méthode de migration des pôles (MP) donne des temps de calculs nettement inférieurs à une discrétisation du lieu des pôles (LP) mais n'a pas permis, dans ce cas, d'aboutir à un aussi bon résultat. Le modèle pire-cas est obtenu pour la valeur maximale de L_m et la valeur minimale de R_r.

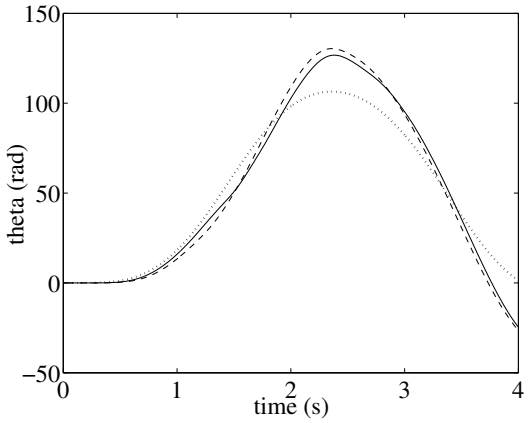

FIG. 3.5 – Simulation du modèle non-linéaire : position angulaire (trait continu : modèle pire cas, trait discontinu : modèle nominal, pointillés : trajectoire de référence)

Considérons maintenant le calcul des bornes supérieures. Parmi les différents algorithmes basés sur les *scalings* DG, on peut noter que le choix des options ('Uc' ou 'UC') permet d'améliorer sensiblement la précision de la borne (environ 10 %) mais au prix d'une augmentation très importante du temps de calcul (multiplié par 50). La résolution LMI du problème aboutit à une borne précise mais au prix d'un temps de calcul encore plus important. L'utilisation d'un calcul garanti (DG garant.) a l'intérêt de ne pas entrainer d'augmentation trop importante du temps de calcul.

Compte-tenu des temps de calcul importants obtenus avec la méthode basée sur la séparation topologique, cette méthode a été utilisée uniquement pour calculer des bornes supérieures de la valeur singulière structurée en deux fréquences. Ces fréquences ont été choisies comme correspondant aux pires-cas désignés respectivement par la méthode du lieu des pôles multimodèles (LP) et par la méthode basée sur les *scalings* DG. Dans le cas présent, aucune amélioration n'a été obtenue sur les bornes. Autrement dit, les résultats obtenus avec les autres méthodes sont corrects au regard de cette méthode.

Finalement, la synthèse des différentes méthodes montrent que μ est dans l'intervalle [1,09 ; 1,5], ce qui ne correspond pas à une évaluation très précise. Des simulations du modèle non-linéaire ont été faites pour les valeurs pire-cas des paramètres ($\delta_2 = 1/\mu_{\min} = 0,91$, $\delta_3 = -1/\mu_{\min}$). Les trajectoires obtenues sont données sur les figures 3.5 (position angulaire) et 3.6 (couple). A titre de comparaison, la trajectoire du modèle nominal est également donnée. Ces résultats sont satisfaisants ; ils permettent de s'assurer que les résultats obtenus sur le modèle LFR sont valables sur le modèle non-lineaire. En supposant que la vraie valeur de μ est 1,09 (soit la borne inférieure), les variations admissibles des paramètres L_m et R_r seraient donc de 45 %.

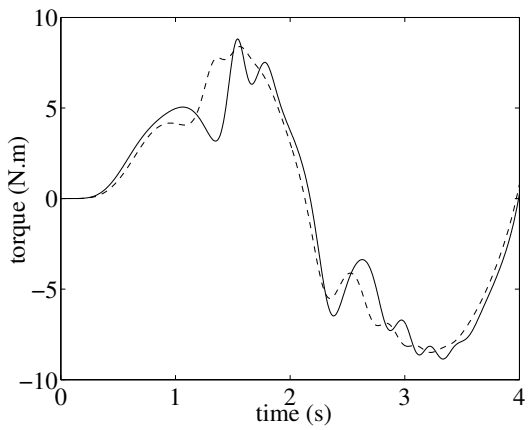

FIG. 3.6 – Simulation du modèle non-linéaire : position angulaire : couple (trait continu : modèle pire cas, trait discontinu : modèle nominal)

Troisième partie

Systèmes d'enroulement de bandes flexibles

CHAPITRE

1 Analyse de la robustesse des systèmes d'enroulement

Sommaire

1.1 Introduction **90**

1.2 Description du système **90**

1.2.1 Modèle physique 91

1.2.2 Identification 92

1.2.3 Modèle linéaire 92

1.2.4 Correcteur H_∞ 94

1.2.5 Le problème de robustesse 94

1.3 Construction du modèle LFR **96**

1.3.1 Construction basée sur le schéma-bloc 96

1.3.2 Suppression de la dépendance en la vitesse des frottements 97

1.3.3 Suppression des vitesses de rotation 97

1.3.4 Suppression des inerties 97

1.3.5 Prise en compte de l'interdépendance des rayons 98

1.3.6 Validation du modèle 99

1.4 Résultats d'analyse **99**

Le présent chapitre présente les contributions développées pour l'analyse de la robustesse des systèmes d'enroulement de bande. Ce travail a été réalisé dans le cadre d'une équipe de recherche technologique consacrée à l'étude des systèmes d'enroulement de bande [Laroche05b].

1.1 Introduction

De nombreux matériaux sont produits dans l'industrie sous forme de bande continue enroulée sous forme de rouleaux. C'est le cas du papier, du métal, du tissu, des films plastiques... Les différentes machines utilisées pour le déroulement, le transport et l'enroulement de la bande sont asservies afin de réguler la vitesse de défilement et la tension de la bande. Généralement, ce sont des correcteurs PI locaux qui, sur l'ensemble du process, réalisent une commande décentralisée. Afin de permettre une augmentation de la vitesse de défilement de la bande et de permettre des variations de vitesse plus rapides, des lois de commande centralisées ont été développées qui permettent de réduire les couplages entre les différentes grandeurs à asservir. Ainsi, une commande multivariable H_∞ a été proposée par Koç et al. qui a montré des résultats intéressants sur des démonstrateurs comportant respectivement 3 et 5 rouleaux. Pour des systèmes de taille plus importante, des structures de commande multivariables decentralisées ont été développées par Knittel et al., chaque correcteur travaillant à partir d'un nombre limité de signaux d'entrée et de sortie [Knittel02]. Toutes ces approches s'appuient sur un modèle linéarisé du système, valable pour un point de fonctionnement, à partir duquel la loi de commande est établie. Comme le système comporte des non-linéarités et que son comportement évolue en fonction du point de fonctionnement, il est nécessaire de s'assurer que les lois de commande sont robustes. Dans cette partie, nous présentons le développement d'une LFR prenant en compte les différentes incertitudes affectant le système et permettant d'analyser sa robustesse. Des résultats dans le cas d'une commande H_∞ centralisée appliquée à la commande d'un système à 5 rouleaux sont donnés en s'appuyant sur les méthodes d'analyse de la robustesse présentées dans la première partie de ce mémoire, la μ-analyse. Le système considéré est présenté dans la partie 2 de ce chapitre. Dans la partie 3, le modèle LFR est développé. Les résultats d'analyse sont donnés dans la partie 4.

1.2 Description du système

Le système d'enroulement considéré dans cette étude correspond à un banc expérimental développé dans le cadre de la thèse de H. Koç [Koç00]. Son schéma simplifié est présenté sur la figure 1.1. Il comprend 5 rouleaux numérotés de 1 à 5 de la gauche vers la droite. Trois rouleaux (numéros 1, 3 et 5) sont motorisés par des moteurs à courant continu comandés en couple : le dérouleur (référence de couple notée u_1), le tracteur (référence de couple notée u_2) et l'enrouleur (référence de couple notée u_3). Les rayons des rouleaux sont notés R_k, la tension de la bande entre les rouleaux R_k et R_{k+1} est notée T_k ; sa vitesse linéaire au niveau du rouleau numéro k est V_k et les vitesses de rotation des rouleaux s'écrivent Ω_k. La longueur de bande entre les rouleaux k et $k+1$ est L_k. Deux capteurs de tension sont localisés sur les rouleaux 2 et 4 ; ils fournissent la valeur moyenne des tensions amont et aval. Les consigne de couple u_k des moteurs sont calculées de manière à asservir la vitesse de la bande $y_2 = V_3$ et les deux mesures de tension $y_1 = \frac{1}{2}(T_1 + T_2)$ et $y_3 = \frac{1}{2}(T_3 + T_4)$.

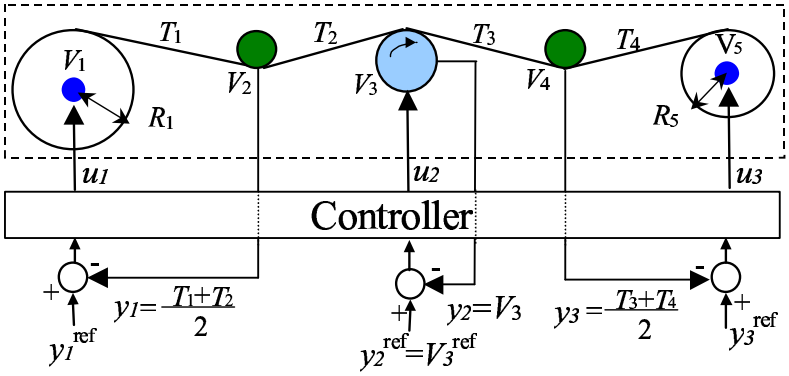

FIG. 1.1 – Schéma du système d'enroulement à trois moteurs

1.2.1 Modèle physique

Les modèles des systèmes d'enroulement de bande sont obtenus à partir de différentes lois de la mécanique[Koç02] :
- la loi de Hooke donne un modèle de la bande tenant compte de son élasticité ;
- la loi de Coulomb rend compte du contact entre la bande et les rouleaux ;
- la loi de conservation de la masse permet de lier la vitesse de défilement avec la tension ;
- le second principe fondamental de la dynamique permet d'expliquer les variations de vitesse des rouleaux.

Considérons le cas d'un rouleau en contact avec la bande sur une certaine longueur δ_L. Dans le cas où les tensions amont et aval de la bande diffèrent, il est impossible que la bande se déplace sans glisser sur toute la longueur δ_L. Modéliser finement la portion de longueur sans glissement est un travail difficile. Nous ferons l'hypothèse courante que la partie aval de la portion δ_L ne glisse pas, c'est-à-dire que la bande quitte le rouleau k avec une vitesse de sortie égale à la vitesse tangentielle V_k. A partir de cette hypothèse, les équations du système s'écrivent :

$$\left\{\begin{array}{rcl}
\frac{d}{dt}(J_1\Omega_1) & = & K_1u_1 + R_1(T_0 - T_1) - f_1(\Omega_1) \\
L_1\frac{dT_1}{dt} & = & V_2(ES + T_2) - V_1\frac{(ES+T_2)^2}{ES+T_1} \\
\frac{d}{dt}(J_2\Omega_2) & = & R_2(T_1 - T_2) - f_2(\Omega_2) \\
L_2\frac{dT_2}{dt} & = & V_3(ES + T_3) - V_2\frac{(ES+T_3)^2}{ES+T_2} \\
\frac{d}{dt}(J_3\Omega_3) & = & K_2u_2 + R_3(T_2 - T_3) - f_3(\Omega_3) \\
L_3\frac{dT_3}{dt} & = & V_4(ES + T_4) - V_3\frac{(ES+T_4)^2}{ES+T_3} \\
\frac{d}{dt}(J_4\Omega_4) & = & R_4(T_3 - T_4) - f_4(\Omega_4) \\
L_4\frac{dT_4}{dt} & = & V_5(ES + T_5) - V_4\frac{(ES+T_5)^2}{ES+T_4} \\
\frac{d}{dt}(J_5\Omega_5) & = & K_3u_3 + R_5T_4 - f_5(\Omega_5)
\end{array}\right. \tag{1.1}$$

où E est le module d'élasticité, S est la section de la bande, J_k est l'inertie du rouleau k, K_k est le rapport couple sur tension de commande du moteur k et f_k est le couple de

frottement du rouleau k.

La loi de conservation de la masse permet de décrire l'évolution des rayons de l'enrouleur et du dérouleur :

$$\left\{ \begin{array}{lcl} \frac{dR_1}{dt} & = & -\frac{e}{2\pi}\Omega_1, \\ \frac{dR_5}{dt} & = & \frac{e}{2\pi}\Omega_5, \end{array} \right. \tag{1.2}$$

où e est l'épaisseur de la bande supposée constante. Les inerties de l'enrouleur et du dérouleur varient en fonction de leurs rayons :

$$\left\{ \begin{array}{lcl} J_1(R_1) & = & J_{10} + \lambda_1 {R_1}^4, \\ J_5(R_5) & = & J_{50} + \lambda_5 {R_5}^4. \end{array} \right. \tag{1.3}$$

1.2.2 Identification

Les paramètres et les frottements ont été identifiés pas Koç et al. [Koç02, Koç00].

Frottements.

Pour les rouleaux motorisés, le modèle de frottement $f_k(\Omega_k)$ ont été identifiés sans bande en relevant, en régime permanent, la vitesse et la tension d'alimentation. La relation s'écrivant $K_k u_k = f_k(\Omega_k)$, avec K_k connu, on détermine $f_k(\Omega_k)$. Finalement, un modèle paramétrique est identifié sous la forme d'un polynôme d'ordre 3 :

$$f_3(\Omega_3) = f_{30} + f_{31}\Omega_3 + f_{32}{\Omega_3}^2 + f_{33}{\Omega_3}^3. \tag{1.4}$$

Ce modèle est suffisant pour tenir compte de la nature non-linéaire des frottements et a l'avantage de garder une grande simplicité. Pour les rouleaux non motorisés, un modèle linéaire s'est avéré suffisant :

$$f_2(\Omega_2) = f_{21}\Omega_2. \tag{1.5}$$

Estimation des paramètres.

Les paramètres qui ne peuvent être estimés par des méthodes directes ont été estimés simultanément en minimisant un critère de distance entre les mesures expérimentales et les sorties correspondantes du modèle [Walter97]. Les résultats d'identification de la figure 1.2 montrent que le modèle reproduit correctement le comportement du système. Dans la suite, le modèle tiré des équations (1.1) à (1.5) sert de modèle de simulation ; il sera nommé “modèle non-linéaire”.

1.2.3 Modèle linéaire

Le modèle non-linéaire se met sous la forme générale suivante :

$$\left\{ \begin{array}{lcl} \dot{x} & = & f(x, u, P) \\ y & = & g(x, u, P) \end{array} \right. \tag{1.6}$$

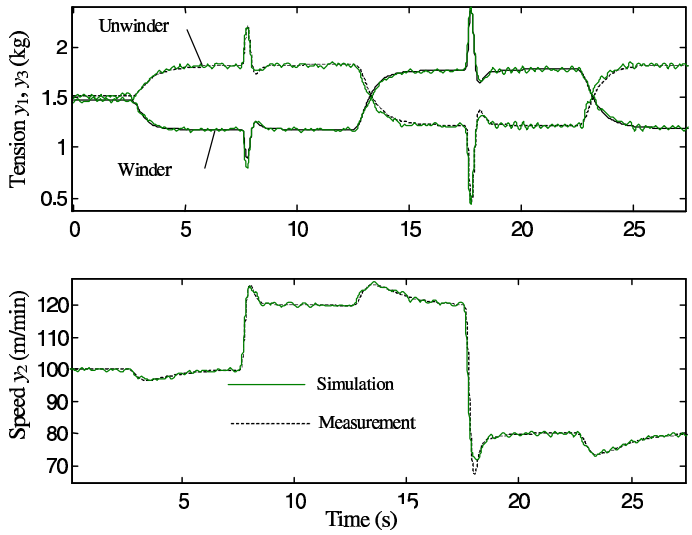

FIG. 1.2 – Résultats d'identification

où x est le vecteur d'état, u est le vecteur des commandes, y est le vecteur des mesures et P est le vecteur des paramètres. Pour une entrée u_0 constante, un point d'équilibre x_0 est défini par $f(x_0, u_0, P) = 0$. Si f et g sont différentiables, le comportement du système au voisinage de l'équilibre est décrit par le modèle linéaire suivant :

$$\left\{ \begin{array}{rcl} \dot{\delta}_x & = & A\delta_x + B\delta_u, \\ \delta_y & = & C\delta_x + D\delta_u, \end{array} \right. \tag{1.7}$$

avec $x = x_0 + \delta_x$, $u = u_0 + \delta_u$,

$$\left\{ \begin{array}{rcl} A(x_0, u_0, P) & = & \frac{\partial f}{\partial x}(x_0, u_0, P), \\ B(x_0, u_0, P) & = & \frac{\partial f}{\partial u}(x_0, u_0, P), \\ C(x_0, u_0, P) & = & \frac{\partial g}{\partial x}(x_0, u_0, P), \\ D(x_0, u_0, P) & = & \frac{\partial g}{\partial u}(x_0, u_0, P). \end{array} \right. \tag{1.8}$$

(1.9)

Le modèle linéaire du système, obtenu en différenciant les équations (1.1) et en identifiant x et δ_x pour alléger les notations, s'écrit sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} L_1 \frac{dT_1}{dt} &= -\frac{(ES + T_{20})^2}{ES + T_{10}} V_1 + V_{10} \left(\frac{ES + T_{20}}{ES + T_{10}} \right)^2 T_1 \\ &\quad + (ES + T_{20}) V_2 + \left(V_{20} - 2V_{10} \frac{ES + T_{20}}{ES + T_{10}} \right) T_2 \end{aligned} \tag{1.10}$$

$$\frac{d}{dt}(J_3 \Omega_3) = K_2 u_2 + R_3(T_2 - T_3) - g_3(\Omega_{30})\Omega_3 \tag{1.11}$$

où :

$$g_3(\Omega_{30}) = f_{31} + (2f_{32} + 3f_{33}\Omega_{30})\Omega_{30}. \tag{1.12}$$

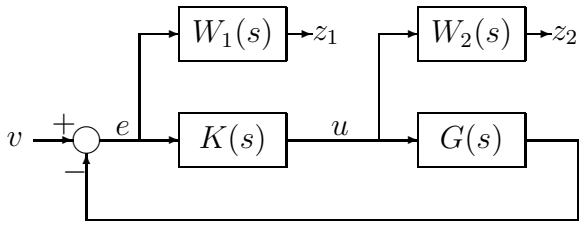

FIG. 1.3 – Schéma de synthèse H_∞

Sous l'hypothèse que le module d'élasticité est important ($ES \gg T_k$), on peut considérer que la vitesse de la bande est uniforme, ce qui donne $V_{k0} = V_0$, $k = 1 \ldots n$. Cette hypothèse permet aussi d'écrire que $\frac{(ES+T_{20})^2}{ES+T_{10}} \simeq (ES + 2T_{20} - T_{10}) \simeq (ES + T_{20}) \simeq (ES + T_0)$; Notons F cette quantité. L'équation (1.10) se simplifie en :

$$L_1 \frac{dT_1}{dt} = -FV_1 + V_0T_1 + FV_2 - V_0T_2 \tag{1.13}$$

1.2.4 Correcteur H_∞

A partir de ce modèle, un correcteur H_∞ a été synthétisé par la méthode des sensibilités mixtes avec deux pondérations détaillées dans la première partie du rapport. Le schéma de synthèse présenté sur la figure 1.3 comporte deux fonctions de pondération qui sont réglées de manière à conférer de bonnes propriétés à la boucle fermée. La fonction de pondération $W_1(s) = \frac{ks}{s+k\omega_1}$ permet à la fonction de sensibilité $S(s) = (I + G(s)K(s))^{-1}$ de croître avec une pente de 20 dB par décade en basses fréquences, afin de permettre un bon suivi de consigne tout en assurant une marge de module de $1/k$. La fonction de pondération $W_2(s) = \frac{s}{\omega_2}$ impose au gain du transfert $(I + K(s)G(s))^{-1}K(s)$ de décroître avec une pente de -20 dB par décade pour les fréquences supérieures à ω_2. Cet effet de *roll-off* permet d'assurer une certaine robustesse par rapport aux dynamiques hautes fréquences négligées.

1.2.5 Le problème de robustesse

L'analyse de la robustesse devra permettre de prendre en compte l'ensemble des grandeurs qui varient lors du fonctionnement :
- la vitesse de défilement varie entre zéro et la valeur nominale ;
- alors que le rayon de l'enrouleur croît, celui du dérouleur décroît ;
- les inerties de l'enrouleur et du dérouleur varient avec les rayons ;
- les vitesses de rotation varient avec les vitesse de défilement et éventuellement avec les rayons ;
- les coefficients de frottement dépendant de la vitesse angulaire varient ;
- F, dépendant principalement du module d'élasticité, varie en fonction des conditions d'hygrométrie et de température.

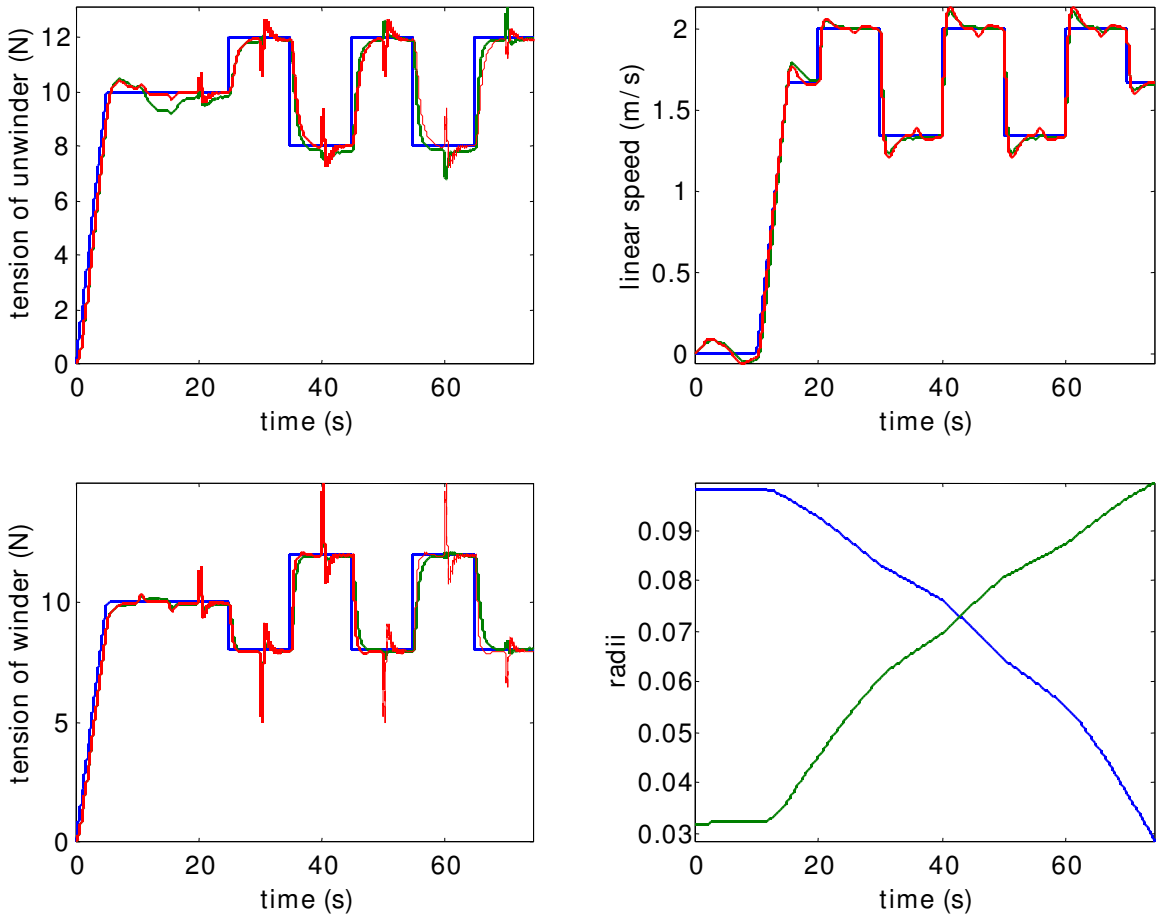

FIG. 1.4 – Simulation du système avec correcteur H_∞ (bleu : référence ; rouge : modèle LTI ; vert : modèle non-linéaire)

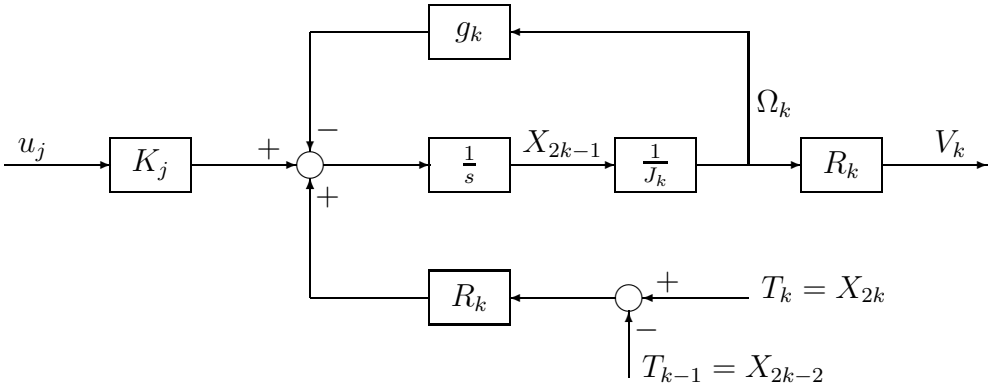

FIG. 1.5 – Schéma-bloc de l'équation de la vitesse

Les autres paramètres, comme L_k et K_k sont supposés constants.

1.3 Construction du modèle LFR

Différentes étapes sont nécessaires afin d'aboutir à une représentation linéaire fractionnaire du système permettant l'analyse de la robustesse.

1.3.1 Construction basée sur le schéma-bloc

La manière la plus simple pour obtenir un modèle LFR est de partir de la représentation du système sous forme de schéma-bloc. Généralement, il est conseillé d'utiliser une représentation qui soit la plus proche possible des équations de la physique, de manière à limiter l'indice de répétition des paramètres. Dans le cas présent, cette méthode aboutit à une représentation minimale puisque chaque paramètre n'apparaît qu'une seule fois.

Le modèle linéaire à paramètres variants (LPV) développé au paragraphe 1.2.3 peut être mis sous la forme d'un schéma-bloc comme présenté sur les figures 1.5 et 1.6. A partir de ce schéma, le modèle LFR est élaboré en considérant comme incertains les paramètres suivants : F, V_0, R_1, R_5, $1/J_1$, $1/J_5$, g_k, $k = 1...5$. Ainsi, le modèle LFR s'écrit avec une matrice Δ des incertitudes de la forme suivante :

$$\Delta = \text{diag}(F\{4\}, V_0\{4\}, R_1\{2\}, R_5\{2\}, 1/J_1, 1/J_5, g_1, g_2, g_3, g_4, g_5) \tag{1.14}$$

où les paramètres sont répétés de 1 à 4 fois. Les matrices d'état du modèle dynamique sont alors écrites en respectant la structure de Δ. Il convient ensuite de remplacer les paramètres de ce modèle par leurs expressions en fonction des grandeurs incertaines élémentaires.

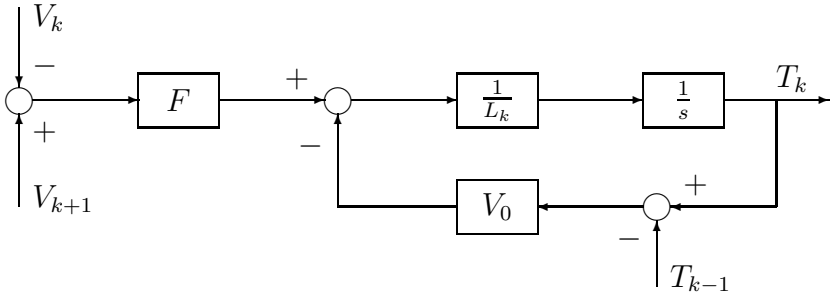

FIG. 1.6 – Schéma-bloc de l'équation de la tension

1.3.2 Suppression de la dépendance en la vitesse des frottements

Les couples de frottement ont été identifiés comme des fonctions des vitesses de rotation (1.12). Ces modèles s'écrivent également sous forme LFR et peuvent être substitués au paramètre du modèle précédent. On applique cette méthode à l'équation de la vitesse de l'enrouleur et du dérouleur, ce qui fait apparaître 2 fois chacune des vitesses Ω_1 et Ω_5. Pour l'équation du tracteur, il est pratique d'écrire directement les frottements en fonction de la vitesse de défilement V_0 ce qui ne pose pas de problème puisque le rayon est constant, ce qui fait intervenir deux fois V_0 :

$$g_k(V_0) = f_{k1} + \frac{V_0}{R_k}\left(2f_{k2} + 3\frac{V_0}{R_k}f_{k3}\right). \tag{1.15}$$

La matrice des incertitudes s'écrit alors :

$$\Delta = \text{diag}(F\{4\}, V_0\{6\}, R_1\{2\}, R_5\{2\}, 1/J_1, 1/J_5, \Omega_1\{2\}, \Omega_5\{2\}). \tag{1.16}$$

1.3.3 Suppression des vitesses de rotation

En supposant que le module d'élasticité de la bande est élevé, la vitesse de défilement de la bande est alors uniforme. Toutes les vitesses de rotation s"écrivent alors $\Omega_k = \frac{V_0}{R_k}$. Cette relation est utilisée pour éliminer du modèle LFR les vitesses de rotation. Comme cette relation n'est pas définie pour $R_k = 0$, on utilise $R_k = R_{k0} + \tilde{R}_k$, où R_{k0} est une constante égale à la valeur centrale de R_k. La matrice des incertitudes s'écrit alors :

$$\Delta = \text{diag}(F\{4\}, V_0\{10\}, R_1\{2\}, R_5\{2\}, 1/J_1, 1/J_5). \tag{1.17}$$

1.3.4 Suppression des inerties

La dépendance des inerties de l'enrouleur et du dérouleur en fonction de leur rayon est donnée par la relation (1.3). Le remplacement des paramètres $1/J_1$ et $1/J_5$ donne un modèle avec comme matrice d'incertitude :

$$\Delta = \text{diag}(F\{4\}, V_0\{10\}, R_1\{6\}, R_5\{6\}). \tag{1.18}$$

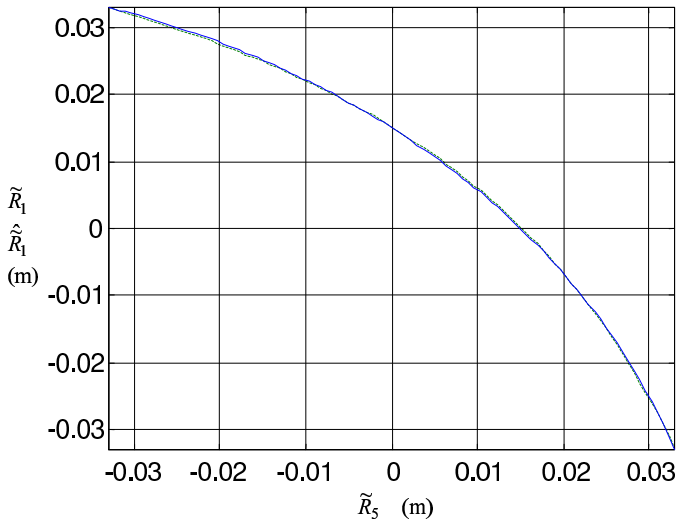

FIG. 1.7 – Variations $\tilde{R}_1$ en fonction de $\tilde{R}_5$ (trait continu : modèle exact ; trait haché : modèle LFR approché)

1.3.5 Prise en compte de l'interdépendance des rayons

En supposant que l'épaisseur de la bande est la même au niveau de l'enrouleur et au niveau du dérouleur et en négligeant les variations de quantité de matière entre l'enrouleur et le dérouleur, les rayons de l'enrouleur et du dérouleur sont liés par la relation :

$$\frac{d}{dt}\left(R_1^2 + R_5^2\right) = 0 \tag{1.19}$$

ce qui revient à énoncer que $R_1^2 + R_5^2$ est constant et égal à sa valeur initiale $R_{1i}^2 + R_{5i}^2$. A partir de cette relation, on peut écrire $\tilde{R}_1$ comme une fonction de $\tilde{R}_5$:

$$\tilde{R}_1 = -R_{10} + \sqrt{R_{5i}^2 + R_{1i}^2 - (R_{50} + \tilde{R}_5)^2}. \tag{1.20}$$

$$\tag{1.21}$$

La racine carrée est une fonction irrationnelle et n'a donc pas de modèle LFR exact. Une approximation peut-être obtenue en sachant que la fonction rationnelle d'ordre n suivante :

$$f(P) = a_0 + \frac{a_1 P + ... + a_n P^n}{1 + b_1 P + ... + b_n P^n} \tag{1.22}$$

où P est un scalaire, correspond à la LFR de la figure 3.1 avec la matrice :

$$Q = \left[\begin{array}{c|c} D_{11} & D_{12} \\ \hline D_{21} & D_{22} \end{array}\right] = \left[\begin{array}{ccccc|c} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \\ -b_n & -b_{n-1} & -b_{n-2} & \dots & -b_1 & 1 \\ \hline a_n & a_{n-1} & a_{n-2} & \dots & a_1 & a_0 \end{array}\right] \tag{1.23}$$

	Boucle ouverte		Boucle fermée	
	avant réduction	après réduction	avant réduction	après réduction
x	9	9	25	24
E_0	4	4	4	4
V_0	10	10	10	10
R_d	16	14	14	14

TAB. 1.1 – Ordre des modèles

et avec $\Delta = PI_n$ [Magni01]. Une approximation d'ordre 1 a été choisie et les paramètres a_0, a_1 et b_1 ont été réglés de manière à minimiser l'écart entre la racine carrée et son approximation. Les valeurs de $\tilde{R}_1$ en fonction de $\tilde{R}_5$ sont représentés sur la figure 1.7. On observe que l'erreur d'approximation de la racine carrée est quasiment imperceptible (erreur inférieure à 1 %). Le modèle résultant dépend du rayon du dérouleur, du module d'élasticité et de la vitesse de défilement :

$$\Delta = \text{diag}(F\{4\}, V_0\{10\}, R_5\{12\}). \tag{1.24}$$

1.3.6 Validation du modèle

Après construction du modèle de l'enrouleur, une première étape de réduction d'ordre est opérée avant de construire le modèle en boucle fermée sur lequel une seconde réduction d'ordre est opérée. Les ordres des modèles sont donnés dans le tableau 1.1. On observe que la réduction d'ordre structurelle a permis de diminuer légèrement l'ordre en l'état (x) et en R_d. Ainsi le modèle initial, développé en partant des équations de la physique se trouve déjà très bien placé en terme d'ordre minimal.

Afin de valider la modélisation LFR, les différents modèles ont été simulés. Les signaux de mesure sont donnés (tension dérouleur, vitesse de défilement et tension enrouleur) sont représentés sur la figure 1.8. On observe que le modèle non-linéaire et le modèle LFR donnent des résultats très similaires, ce qui valide la modélisation LFR.

1.4 Résultats d'analyse

La robustesse en stabilité a été évaluée à partir du modèle présenté ci-dessus en considérant les intervalles suivant sur les paramètres F^n et V_0^n :

$$\begin{array}{rcccl} 0,5\,F^n = 2,1\text{ kN} & \leq & F & \leq & 1,5\,F^n = 6,3\text{ kN} \\ 0 & \leq & V_0 & \leq & 2\,V_0^n = 3,3\text{ m/s} \end{array} \tag{1.25}$$

$$R_5^{\min} = 32\text{ mm} \leq R_5 \leq R_5^{\max} = 98\text{ mm} \tag{1.26}$$

En s'appuyant sur le lieu des pôles multimodèle obtenu par exploration de l'espace paramétrique, la borne inférieure $\mu \geq 0,77$ a été obtenue, correspondant à une majoration

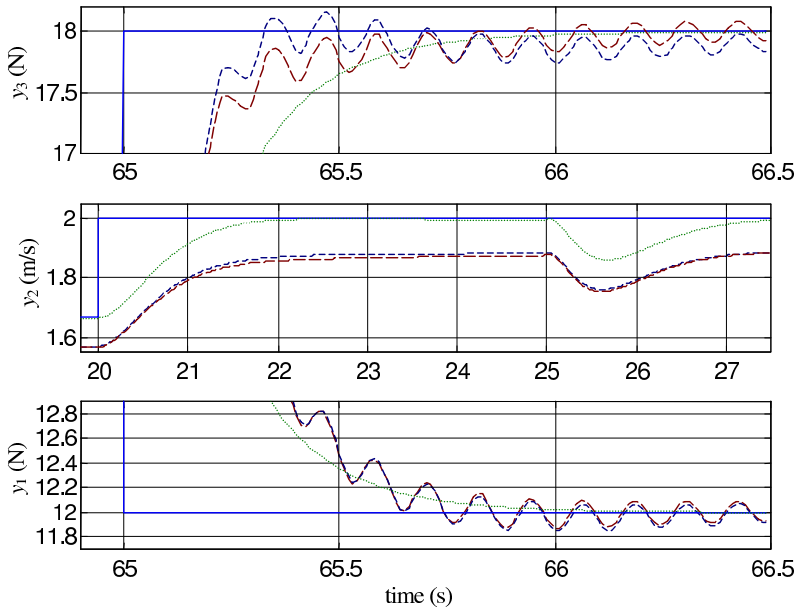

FIG. 1.8 – Simulation des différents modèles (trait continu : référence ; trait pointillé : modèle linéaire ; trait haché : modèles non-linéaire et LFR)

de la marge de robustesse $r^* < 1,3$. Les techniques de migration des pôles ont donné la même valeur. Cela correspond à dire que le système est assurément instable pour certaines configurations en dehors du domaine suivant :

$$\begin{array}{rcccl} 1,5 \text{ kN} & \leq & F & \leq & 6,9 \text{ kN} \\ -0,49 \text{ m/s} & \leq & V_0 & \leq & 3,82 \text{ m/s} \\ 22,3 \text{ mm} & \leq & R_5 & \leq & 107 \text{ mm} \end{array} \tag{1.27}$$

Le pire cas est obtenu pour les valeurs minimales de F et de V_0 et la valeur maximale de R_5.

Le tracé de la borne supérieure du μ obtenu par échantillonnage fréquentiel est présenté sur la figure 1.9. Comme on peut le voir, l'échantillonnage a été affiné autour du pic afin d'évaluer précisément la borne supérieure. Ce pic a également été confirmé par le tracé du μ garanti. Avec $\mu \leq 5,61$ ($r^* > 0,17$), le système est prouvé comme étant stable à l'intérieur du domaine suivant :

$$\begin{array}{rcccl} 3,8 \text{ kN} & \leq & F & \leq & 4,6 \text{ kN} \\ 1,37 \text{ m/s} & \leq & V_0 & \leq & 1,96 \text{ m/s} \\ 591 \text{ mm} & \leq & R_5 & \leq & 708 \text{ mm} \end{array} \tag{1.28}$$

$$\tag{1.29}$$

L'analyse de la robustesse n'a pas pu garantir la stabilité sur l'ensemble de la plage de fonctionnement. Néanmoins, elle a pu déterminer un sous ensemble dans lequel la stabilité est garantie. Par ailleurs, la marge de stabilité n'a pu être déterminée qu'avec

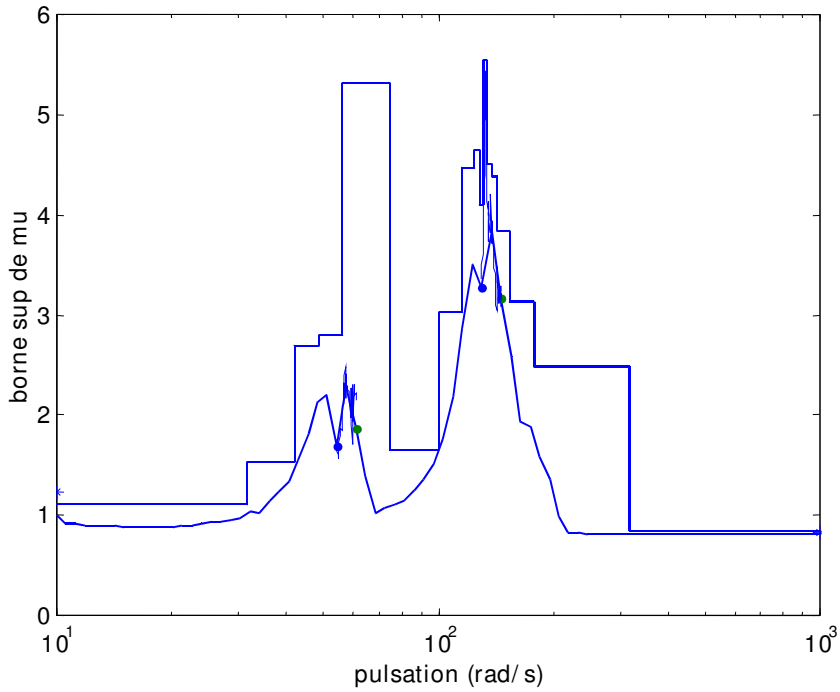

FIG. 1.9 – Tracé des majorants de la valeur singulière structurée (avec et sans échantillonnage fréquentiel)

une précision très limitée ($0,17 < r* < 1,3$). Les résultats de simulation du modèle pire cas (modèle LTI avec -50 % sur E_0, +100 % sur V_0 et $R_d = R_{d\,\max}$) présentés sur la figure 1.10 montrent un comportement relativement satisfaisant.

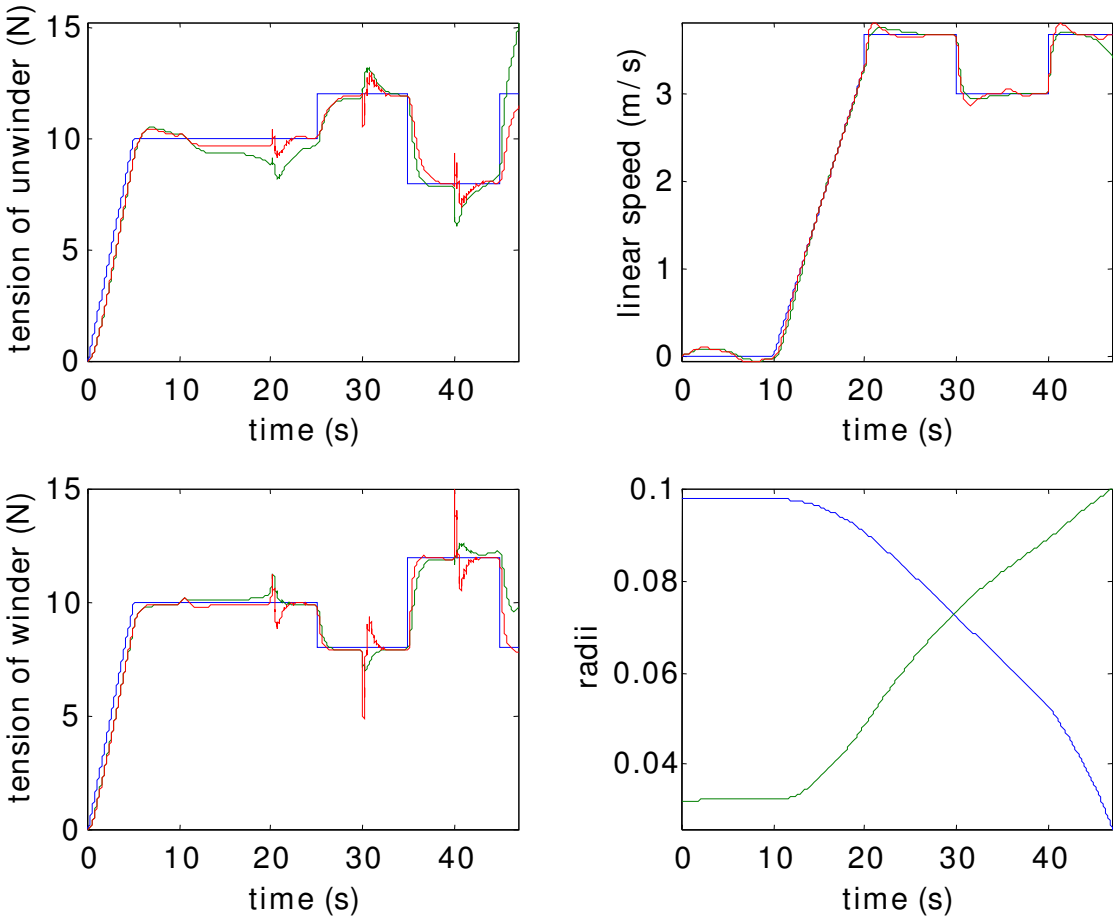

FIG. 1.10 – Simulation des systèmes pire-cas (bleu : référence ; rouge : modèle LTI ; vert : modèle non-linéaire)

Quatrième partie

Robotique

CHAPITRE

1

Préliminaires

Sommaire

1.1 Modélisation et identification 106

1.2 Commande des manipulateurs 106

1.2.1 Commande des manipulateurs flexibles 107

1.2.2 Asservissement visuel 107

1.3 Contexte de la chirurgie cardiaque 108

1.4 Modèle d'un manipulateur plan à 2 DDL 110

1.4.1 Présentation du système 110

1.4.2 Modèle phénoménologique 111

1.4.3 Flexibilités des segments 115

Dans cette partie IV consacrée à la robotique, on s'intéresse aux manipulateurs comportant des flexibilités. Les aspects identification font l'objet du chapitre 2 ; les lois de commande synthétisées sont présentées dans le chapitre 3 et l'analyse de la robustesse est traitée dans le chapitre 4. Ce chapitre préliminaire introduit les notions spécifiques à la robotique. On y donne un rapide état de l'art de la modélisation (paragraphe 1.1), de la commande (paragraphe 1.2) des manipulateurs et plus spécifiquement des techniques d'asservissement visuel. Les systèmes robotisés ont été utilisés dans le cadre de la chirurgie cardiaque ; ce contexte est précisé dans le paragraphe 1.3. On détaille également la modélisation d'un bras robotisé à 2 DDL utilisé par la suite (paragraphe 1.4) .

1.1 Modélisation et identification

Les techniques d'identification de modèle des manipulateurs rigides sont bien établies. Elles reposent le plus souvent sur un modèle linéaire en fonction des paramètres et l'estimation des paramètres correspond à une minimisation de l'erreur sur l'entrée [Khalil99, Gautier02]. Par rapport aux méthodes de minimisation de l'erreur de sortie, elles ont l'avantage d'être plus simples à mettre en œuvre et d'éviter d'avoir recours à la minimisation d'un critère généralement non-convexe, avec tous les problèmes de minima locaux et d'initialisation bien connus. Par contre, elles nécessitent la reconstruction des accélérations à partir des mesures bruitées. Ces approches sont relativement lourdes à mettre en œuvre et ne se s'appliquent pas facilement dans le cas de flexibilités.

De nombreux exemples d'identification de manipulateurs contenant des flexibilités sont disponibles dans la littérature mais bien souvent dans le cas très réduit d'un seul degré de liberté (DDL). Pour un nombre de DDL supérieur ou égal à deux, le problème est loin d'être trivial et des mesures supplémentaires sont généralement utilisées :

- les codeurs de position sont utilisés par Wernholt et Östring [Wernholt04, Östring03],
- un accéléromètre positionné en bout d'organe terminal est utilisé par Yurkovitch et al. en 1990 [Yurkovitch90] et par Viksten et al. en 2001 [Viksten01],
- des jauges de contraintes sont utilisées par Carusone et al. pour mesurer les déformations segmentaires d'un manipulateur à 2-DDL [Carusone93],
- la vision peut aussi être utilisée. En 2001, Yoshikawa et al. ont utilisé une caméra CCD à 50 Hz, pour mesurer la déformation des bras grâce à des marqueurs visuels situés sur les segments [Yoshikawa01].

1.2 Commande des manipulateurs

Pour les robots rigides, la position de l'organe terminal est précisément donnée par le modèle géométrique et les positions articulaires, ce qui justifie que les techniques classiques de commande s'adressent à la commande des positions ou des vitesses articulaires [CanudasdeWitt96]. Cette propriété n'est plus valable pour les manipulateurs flexibles ; pourtant, de nombreuses publications s'intéressent spécifiquement à la commande dans l'espace articulaire [Arteaga00, Benosman02], même si ce problème n'a qu'une faible pertinence en regard des applications potentielles. C'est en effet la position dans l'espace opérationnel qu'il importe de commander. Théoriquement, des approches systématiques existent, s'appuyant sur une inversion des dynamiques [De Luca93]. Pourtant, ces approches sont limitées en pratique par la nécessité de disposer du modèle dynamique non linéaire. Dans le cas d'un bras à un seul segment, le problème est linéaire et s'en trouve simplifié. De nombreuses approches ont été proposées sur ce problème qui ne sont pas généralisables à un nombre de DDL plus élevé [Aoustin94, Banavar95, Benosman03, Daafouz98, Geniele97].

1.2.1 Commande des manipulateurs flexibles

De nombreuses références sont disponibles dans la littérature pour la modélisation et la commande des manipulateurs flexibles [CanudasdeWitt96]. Les différentes approches considèrent des flexibilités au niveau des articulations [Khalil00] ou au niveau des segments [De Luca91, **?**, Ryu04]. Dans le cas plus difficile des segments flexibles, la plupart des approches sont données dans le cadre plus simple de bras à un seul DDL [Daafouz98, Ryu04, Bascetta06]. La plupart des approches s'intéressent au système commandé en couple. Son modèle est obtenu par les équations d'Euler-Lagrange, en supposant que les paramètres sont parfaitement connus. Les approches proposées concernent la plupart du temps le problème de l'asservissement des positions articulaires et non le problème plus complexe du positionnement de l'organe terminal. Pour le problème le plus plausible en pratique de l'asservissement de la position de l'organe terminal pour un robot dont on ne connaît qu'imparfaitement les dynamiques, les approches de la littérature sont d'un intérêt limité.

1.2.2 Asservissement visuel

Les techniques d'asservissement visuel ont été développées pour permettre à un robot de se déplacer en fonction d'informations données par une caméra. On fait classiquement deux types de distinctions pour classer ce type d'asservissement [Corke96a, Hutchinson96]. La première distinction est faite suivant la position de la caméra :
- les asservissements *eye-in-hand* où la caméra est portée par le bras ;
- les asservissements *eye-to-hand* où la caméra est extérieure à la scène.

Les deux méthodes les plus classiques sont :
- les asservissements visuels 2D où les informations mesurées dans l'image sont comparées à des valeurs de référence ;
- les asservissements visuels 3D où on passe par une phase de reconstruction de l'attitude du robot ; cette attitude est ensuite comparée à une attitude de référence.

Les applications qui sont présentées dans ce rapport ont été développées dans le cas d'asservissements visuels 2D dans la situation d'une caméra extérieure à la scène. On détaille ici la technique la plus élémentaire pour la correction d'un asservissement visuel, qui donne de bons résultats dans le cas d'un manipulateur rigide. Cette approche servira de référence aux approches H_∞ présentées dans la suite pour les manipulateurs rigides.

On considère que la cible contient un certain nombre de points dont les centres de masse sont détectés en temps réel par un traitement d'image rapide. Notons F le vecteur des coordonnées des centres de masse et F^* le vecteur des références. Pour un manipulateur rigide et pour une position fixe de la caméra, F est une fonction des positions articulaires, donnée par le modèle géométrique $F = \phi(\theta)$. Le modèle cinématique relie les vitesses et s'écrit $\dot{F} = J(\theta)\,\dot{\theta}$ avec $J(\theta) = \frac{\mathrm{d}\phi(\theta)}{\mathrm{d}\theta}$. Dans le cas d'un manipulateur commandé en vitesse articulaire et en supposant que les vitesses articulaires sont parfaitement asservies ($\dot{\theta} = \dot{\theta}^*$ où $\dot{\theta}^*$ est le vecteur des référence de vitesse), la loi de

commande classiquement utilisée s'écrit :

$$\dot{\theta}^* = \lambda J^\dagger(\theta)\,(F^* - F) \tag{1.1}$$

où $J^\dagger(\theta)$ est l'inverse ou la pseudo-inverse de J suivant que J est carré ou non. Le système est globalement stable et les erreurs dans l'image sont des grandeurs décroissantes. Les dynamiques peuvent être choisies en réglant le gain λ [Espiau92]. Précisons que, dans cette approche, les dynamiques du manipulateur sont négligées, ainsi que les retards liés au traitement de l'image et au calcul de la commande.

L'étude des effets dynamiques en asservissement visuel n'est pas nouvelle. Papanikolopoulos *et al.* ont tenu compte des effets de latence dans la boucle visuelle avec une stratégie de commande LQG [Papanikolopoulos93]. Corke *et al.* ont employé un modèle linéarisé de la boucle d'asservissement visuel incluant les retards mais également la dynamique du manipulateur afin de régler des correcteurs PID avec une technique de placement de pôles [Corke96b]. Pour obtenir une bande passante élevée de la boucle de vision, il est nécessaire d'avoir une fréquence d'acquisition élevée et donc, dans le cas présent, de disposer d'une caméra rapide. Nakabo *et al.* ont employé un circuit intégré dédié à la vision (Vision-chip) cadencé à 1000 Hz dans une boucle visuelle et ont obtenu des résultats impressionnants [Nakabo00, Namiki99]. Cependant, les robots qui ont été utilisés dans ce travail sont plutôt compacts et présentent peu de flexibilités (actionneurs de type direct-drive et robots de types pan/tilt). Dans [Gangloff03], un asservissement visuel à 120 Hz est réalisé avec un modèle linéarisé autour d'un point de fonctionnement des dynamiques d'un robot manipulateur industriel à 6 DDL. Dans le cas où la taille de F est égale au nombre d'articulations à commander, une loi de commande multivariable $\dot{\theta}^* = K(s)(F^* - F)$ peut être synthétisée. Dans le cas où F est de taille supérieure au nombre des DDL, le système n'est pas commandable et il est nécessaire de se limiter aux modes commandables [Hashimoto96].

Dans la problématique des asservissements visuels robustes, nous nous sommes intéressés exclusivement à la question des dynamiques. D'autres auteurs s'intéressent à la prise en compte de la distorsion engendrée par un mauvais calibrage de la caméra ; l'objectif principal étant de garantir que la cible reste dans le champ de vision de la caméra. Sur ce sujet, P. Zanne et al. ont utilisé des approches issues des modes flexibles [Zanne04, Morel05]. B. Gao et al. [Gao06] ainsi que D. Danes et Bellot ont utilisé des approches LMI [Danes06].

1.3 Contexte de la chirurgie cardiaque

L'application principale que nous avons visée lors de nos activités en robotique est la chirurgie cardiaque. En effet, due aux mouvements rapides du cœur, de fortes dynamiques sont nécessaires ; d'où des besoins en identification de modèles tenant compte de manière précise des dynamiques et de techniques de commandes adaptées. Un état de l'art plus complet de la chirurgie cardiaque se trouve dans [Cuvillon06a].

Vers la chirurgie à cœur battant mini-invasive

Parmi les différentes opérations qui peuvent être faites sur le cœur, le pontage coronarien est devenu une opération courante. Son objectif est de remédier à un défaut d'irrigation d'une partie du myocarde dû à l'obstruction d'une ou de plusieurs artères. Deux solutions classiques de revascularisation sont possibles : soit directement à partir de l'artère mammaire, soit en prélevant une portion de la veine saphène au niveau de la jambe. La suture des artères nécessite une très grande précision.

L'accès au cœur se fait classiquement par sternotomie en découpant le thorax au niveau du sternum. Une machine cœur-poumon assure une circulation extra-corporelle (CEC). Le cœur est alors arrêté chimiquement ce qui permet de réaliser l'opération de manière précise. Ces techniques, bien que courantes, peuvent entraîner de nombreuses complications. La sternotomie est très traumatisante et entraîne un temps de rétablissement important.

Une alternative à la CEC a été proposée, consistant à stabiliser mécaniquement une partie du cœur grâce à un stabilisateur mécanique. Les stabilisateurs actuels sont des structures passives et présentent des déplacements résiduels [Loisance05, Cattin04]. De ce fait, ces techniques requièrent une très grande dextérité de la part du chirurgien.

Le prochain challenge est celui de la chirurgie cardiaque mini-invasive endoscopique afin d'éviter de recourir à la sternotomie, avec le recours à un stabilisateur mécanique. Un espace de travail est alors ménagé en affaissant un poumon. Dans les premières évaluations de ces techniques, l'opération n'a pu être menée à terme dans la majorité des cas et il a fallu procéder à une sternotomie [Loisance05]. Ces opérations mini-invasives ne pourront se généraliser sans l'amélioration des techniques de stabilisation et le développement d'outils robotisés adaptés, permettant de restaurer la dextérité du chirurgien.

Compensation des mouvements cardiaques

La première approche, proposée en vue de la chirurgie robotisée, consiste à déplacer les outils de manière synchrone avec le cœur de sorte qu'ils gardent une attitude constante par rapport à la surface du cœur à opérer [Ginhoux05]. Alors que les premiers DDL du bras sont utilisés pour la synchronisation de l'outil, les autre DDL sont alors utilisés par le chirurgien pour opérer une scène apparemment statique. Les résultats obtenus dans le cadre de la thèse de R. Ginhoux ont mis en évidence les effets des flexibilités du manipulateur prototype utilisé. Dans le cadre de la thèse de L. Cuvillon, des améliorations ont été recherchées grâce à une meilleure identification de ces flexibilités et à l'utilisation de lois de commande de type H_∞ qui sont présentées dans la suite de cette partie. La modélisation du robot utilisé est présentée dans la prochaine partie de ce chapitre.

Stabilisateur cardiaque actif

Une autre voie, sans doute plus réaliste à court terme, consiste à améliorer les capacités des stabilisateurs mécaniques en les actionnant. Dans le cadre de le thèse de W. Bachta, un prototype de stabilisateur actif a été développé. Le système et les lois de commande envisagées pour le rejet des perturbations dues aux mouvements du cœur sont présentés dans le paragraphe 4.2 de cette partie.

1.4 Modèle d'un manipulateur plan à 2 DDL

Nous présentons les différents modèles du bras robotique Sinters : rigide, avec flexibilités segmentaires et avec flexibilités articulaires. Ces modèles seront utilisés dans les autres chapitres de cette partie pour l'identification, la synthèse de lois de commande et l'analyse de la robustesse.

1.4.1 Présentation du système

Le robot considéré est présenté sur la figure 1.1. Ce prototype, développé par la société Sinters, répond à un cahier des charges du laboratoire pour une utilisation sur cœur battant. Il s'agit d'un bras robotique SCARA à 6 DDL, équipé d'actionneurs DC brushless couplés avec des réducteurs de type Harmonic-Drive. Le capteur visuel utilisé est une caméra rapide (DALSA CAD6) permettant d'acquérir 500 images par seconde avec une résolution de 256×256 pixels. Le traitement d'image et l'asservissement sont synchronisés sur l'horloge de la caméra.

Le système d'exploitation temps réel RTAI est utilisé pour assurer une période d'échantillonnage constante. Un ordinateur est dédié à la tâche d'acquisition et de traitement d'image en temps réel. Les consignes de vitesses issues de ces calculs sont transmises aux contrôleurs du robot *via* une liaison série à 10 Mbits/s.

Pour la compensation des mouvements du cœur-battant, des marqueurs à DEL et un laser sont utilisés pour suivre les déplacements du coeur. Un algorithme de commande permet de déterminer les déplacements du coeur par rapport à l'organe terminal et de déterminer les consignes à appliquer aux contrôleurs.

Dans le cadre de l'identification d'un modèle phénoménologique, une DEL est placée en bout de l'organe terminal (cf. figure 1.2). La caméra permet alors de déterminer les déplacements de cet organe ainsi que les positions articulaires correspondantes.

Afin de simplifier la modélisation du robot, nous nous sommes limités aux DDL introduisant les plus grandes flexibilités. Il s'agit des articulations numéro 2 et 3 (épaule et coude). L'étude sera donc faite sur un modèle de type double pendule plan et l'effet des autres DDL est négligé.

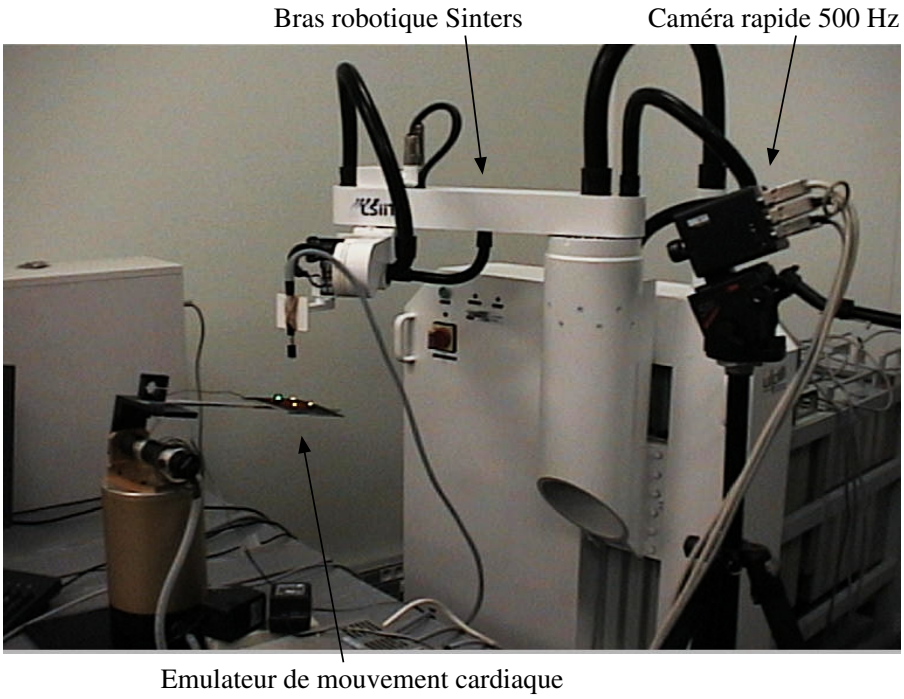

FIG. 1.1 – Robot prototype

1.4.2 Modèle phénoménologique

Nous développons dans cette partie la structure du modèle du bras plan à 2 DDL intégrant les flexibilités, les boucles d'asservissement des vitesses articulaires ainsi que la mesure par vision.

Description

On considère 2 segments ; le premier de longueur l_1 et de masse m_1 ; le second de longueur l_2 et de masse m_2. Le premier segment est en rotation d'angle q_1 autour de l'axe z ; le second est en rotation par rapport à l'extrémité du premier segment, dans le même plan, d'angle q_2. La position de référence $q = 0$ correspond à l'axe x. Les angles positifs correspondent à des rotations dans le sens trigonométrique. Les segments sont homogènes et on néglige les masses localisées. On néglige également les effets de la pesanteur.
L'énergie cinétique s'écrit $L(q, \dot{q}) = \frac{1}{2}\dot{q}^T M(q)\,\dot{q}$ où la matrice d'inertie s'écrit :

$$M = \begin{bmatrix} M_{11}(q_2) & M_{12}(q_2) \\ M_{12}(q_2) & M_{22} \end{bmatrix} \tag{1.2}$$

avec $M_{11}(q_2) = M_{110} + M_{11c}\cos(q_2)$, $M_{12}(q_2) = M_{120} + M_{12c}\cos(q_2)$, $M_{110} = J_1 + J_2 + \frac{1}{4}m_1 l_1^2 + m_2(l_1^2 + \frac{1}{4}l_2^2)$, $M_{11c} = m_2 l_1 l_2$, $M_{120} = J_2 + \frac{1}{4}m_2 l_2^2$, $M_{12c} = \frac{1}{2}m_2 l_1 l_2$ et $M_{22} = J_2 + \frac{1}{4}m_2 l_2^2$. On peut également écrire $M(q) = M_0 + \cos(q_2)M_2$ avec :

$$M_0 = \begin{bmatrix} M_{110} & M_{120} \\ M_{120} & M_{22} \end{bmatrix} \tag{1.3}$$

et

$$M_2 = M_{11c} \begin{bmatrix} 1 & 1/2 \\ 1/2 & 0 \end{bmatrix}. \tag{1.4}$$

Dynamiques de la structure

Le comportement des manipulateurs rigides est donné par l'équation d'Euler-Lagrange appliquée à chaque DDL k :

$$\Gamma_k = \frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_k} - \frac{\partial L}{\partial \theta_k} \qquad k = 1, \ldots, n \tag{1.5}$$

où θ_k est le déplacement (linéaire ou angulaire) correspondant au $k$ème DDL ; Γ_k est le couple ou la force extérieure appliquée à ce DDL ; L est le Lagrangien du système, égal à la différence de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle.

Dans le cas d'un bras rigide plan horizontal, l'énergie potentielle est nulle et l'énergie cinétique s'écrit $L = \frac{1}{2}(J_a\dot{\theta}_1^2 + J_b(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 + J_c\dot{\theta}_1(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2))$, ne faisant intervenir qu'un nombre limité de paramètres de base [Gautier90]. Le modèle d'Euler-Lagrange peut alors se mettre sous la forme :

$$\mathcal{M}(\theta)\ddot{\theta} = \mathcal{F}(\Gamma, \theta, \dot{\theta}) \tag{1.6}$$

avec :

$$\mathcal{M} = \begin{bmatrix} J_a + J_b + J_c\cos(\theta_2) & J_b + \frac{1}{2}J_c\cos(\theta_2) \\ J_b + \frac{1}{2}J_c\cos(\theta_2) & J_b \end{bmatrix} \tag{1.7}$$

et

$$\mathcal{F} = \begin{bmatrix} \Gamma_1 + J_c\dot{\theta}_2(\dot{\theta}_1 + \frac{1}{2}\dot{\theta}_1)\sin(\theta_2) \\ \Gamma_2 - \frac{1}{2}J_c\dot{\theta}_1^2\sin(\theta_2) \end{bmatrix} \tag{1.8}$$

ce qui permet d'écrire une représentation d'état et de simuler le modèle.

Pour l'estimation des paramètres, il est intéressant de constater que ce modèle se met aussi sous une forme affine en fonction des paramètres, ce qui est pratique pour l'estimation :

$$\mathcal{A}(\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta}) \begin{bmatrix} J_a \\ J_b \\ J_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Gamma_1 \\ \Gamma_2 \end{bmatrix} \tag{1.9}$$

avec

$$\mathcal{A} = \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 & \ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2 & (\ddot{\theta}_1 + \frac{c_2}{2}\ddot{\theta}_2) - \dot{\theta}_2(\dot{\theta}_1 + \frac{s_2}{2}\dot{\theta}_2) \\ 0 & \ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2 & \frac{1}{2}(\ddot{\theta}_1 c_2 + \dot{\theta}_1^2 s_2) \end{bmatrix} \tag{1.10}$$

où $c_2 = \cos(\theta_2)$ et $s_2 = \sin(\theta_2)$. La prise en compte de frottements se fait simplement en retranchant au couple le terme adéquat. Par exemple, on prend en compte des frottements fluides en retranchant $f_{v1}\dot{\theta}_1$ à Γ_1 et $f_{v2}\dot{\theta}_2$ à Γ_2. L'expression reste linéaire en fonction des paramètres.

Dynamiques des réducteurs

Dans la configuration la plus classiquement adoptée et qui est considérée ici, chaque articulation est composée d'un réducteur, d'un moteur et d'un codeur de position placé du côté moteur. Les réducteurs de type Harmonique Drive, retenus pour le manipulateur présenté, sont réputés ne pas présenter de jeu mais introduisent des flexibilités [Taghirad97, Albu-Schäffer01]. Des travaux sont disponibles dans la littérature, développant un modèle très fin de ces articulations. Dans notre cas, où le modèle doit être identifié, un modèle simple ne comportant qu'une seule raideur est préférable.

La position de l'articulation étant θ_k, notons q_k la position du moteur. Pour un rapport de transformation N_k, le couple appliqué à l'articulation s'écrit :

$$\Gamma_k = K_k \left(\frac{q_k}{N_k} - \theta_k \right) + f_k \left(\frac{\dot{q}_k}{N_k} - \dot{\theta}_k \right) \tag{1.11}$$

où K_k est la constante de raideur de l'accouplement et f_k est son coefficient de dissipation. L'équation dynamique du moteur s'écrit alors :

$$J_{mk}\ddot{q}_k = C_k - \frac{\Gamma_k}{N_k} - f_{mk}\dot{q}_k \tag{1.12}$$

où J_{mk} est l'inertie des parties tournantes liées au moteur, C_k est le couple moteur et f_{mk} est le coefficient de dissipation du moteur.

Il est possible de réduire le nombre de paramètres en ramenant les équations du coté de la charge par un changement de variable : $q_k = N_k\tilde{q}_k$, $\tilde{J}_{mk} = J_{mk}{N_k}^2$, $\tilde{C}_k = N_k C_k$; ce qui donne les équations suivantes :

$$\Gamma_k = K_k(\tilde{q}_k - \theta_k) + f_k(\dot{\tilde{q}}_k - \dot{\theta}_k) \tag{1.13}$$

$$\tilde{J}_{mk}\ddot{\tilde{q}}_k = \tilde{C}_k - \Gamma_k - \tilde{f}_{mk}\dot{\tilde{q}}_k \tag{1.14}$$

comportant 4 paramètres à estimer au lieu de 5 précédemment, chiffre qui se ramène à deux dans le cas où on néglige les frottements.

Asservissement de vitesse

Un asservissement de la vitesse des moteurs est classiquement réalisé par le variateur et c'est le cas qui est considéré ici. Cette boucle est réglée à l'aide de potentiomètres et il n'est généralement pas aisé de connaître précisément la fonction de transfert du correcteur. La structure est généralement un PI de la forme :

$$C_{mk} = K_{pk}(q_k^* - q_k) + K_{ik} \int^t (q_k^* - q_k)\mathrm{d}t \tag{1.15}$$

dont il faut estimer les paramètres K_{pk} et K_{ik}. En utilisant le changement de variable introduit précédemment, cette équation s'écrit :

$$\tilde{C}_{mk} = \tilde{K}_{pk}(\tilde{q}_k^* - \tilde{q}_k) + \tilde{K}_{ik} \int^t (\tilde{q}_k^* - \tilde{q}_k)\mathrm{d}t \tag{1.16}$$

où $\tilde{K}_{pk} = K_{pk}{N_k}^2$ et $\tilde{K}_{ik} = K_{ik}{N_k}^2$.

Mesure par vision

L'originalité du travail consiste à utiliser la vision pour estimer la position articulaire du manipulateur. (Rappelons en effet que la mesure par codeur est faite du coté de l'actionneur). Imaginons que l'organe terminal du robot soit équipé d'un certain nombre de marqueurs lumineux et que la caméra soit fixe dans le repère de base. Un traitement d'image permet d'obtenir le vecteur F contenant les p coordonnées dans l'image des différents marqueurs.

Pour un manipulateur de structure rigide, F est fonction des positions articulaires et peut être donné par un modèle géométrique $F = F(\theta)$. Considérons tout d'abord une position d'équilibre F_e. La gravité étant sans effet, on peut alors considérer que les accouplements flexibles ne subissent pas de déformation ce qui permet de déterminer $\theta_e = \tilde{q}_e$. Autour de cet équilibre, cette relation peut être linéarisée, ce qui donne :

$$F - F_e = J(\theta_e)\,(\theta - \theta_e) \tag{1.17}$$

où la matrice d'interaction $J(\theta_e)$ est le Jacobien du modèle géométrique évalué en θ_e. Pour des déplacements lents, les positions du moteur et de la charge sont identiques ($\theta_e = \tilde{q}_e$) ce qui permet d'identifier le Jacobien grâce à différents déplacements d'un seul DDL : en déplaçant l'articulation k, on obtient la k ième colonne : $J_{:,k}(\theta_e) = (F - F_e)/(\tilde{q}_k - \tilde{q}_{ek})$.

A partir du Jacobien ainsi estimé, on reconstruit le vecteur des positions du bras :

$$\theta = \theta_e + J^{\dagger}(\theta_e)(F - F_e) \tag{1.18}$$

Dans le cas d'un nombre de composantes de F identique au nombre de DDL du manipulateur, la pseudo-inverse est équivalente à une simple inversion. Naturellement, les situations de singularité comme la configuration où le bras est tendu doivent être évitées. Dans le travail présenté ici, une unique LED est utilisée comme marqueur visuel ($p = 2$). Comme on peut le voir sur la figure 1.2, la caméra est placée sous le manipulateur. Le calcul des coordonnées de la LED est effectué en temps réel par un seuillage suivi d'un calcul de barycentre. Une erreur d'estimation subsiste, due à la précision limitée du capteur visuel ; nous l'avons évaluée à ± 100 μrad.

Les mesures de position du codeur (ramenée à la même échelle que la position de l'articulation) et la position de l'articulation reconstruite à partir de la vision sont données dans la figure 1.3 dans le cas d'une excitation de type SBPA sur la vitesse de consigne, pour une configuration proche de $q_2 = 75°$. On observe une sensible différence entre ces deux mesures, effet des flexibilités. Précisons que les autres DDL du robot sont asservies à une position constante et que les dynamiques associées à d'éventuels déplacements de ces articulations sont négligées.

1.4.3 Flexibilités des segments

On développe dans ce paragraphe le modèle dynamique du manipulateur tenant compte de déformations élastiques des segments. Ce modèle est ensuite utilisé dans l'analyse de robustesse présentée dans le paragraphe 5.3.

Un schéma du manipulateur est présenté sur la figure 1.4. Les bras sont de longueurs respectives l_1 et l_2. Ils sont supposés homogènes de masses m_1 et m_2 ; leurs modules d'élasticité sont E_1 et E_2.

Principe

Différentes approches peuvent être employées afin de déterminer le modèle dynamique d'un système mécanique déformable. Les éléments finis permettent de faire une modélisation fine d'une structure et aboutissent à un modèle d'ordre généralement très élevé. Pour des structures simples il est possible de limiter fortement le nombre d'éléments et d'obtenir des modèles utilisables en pratique. Si un modèle linéaire est suffisant, on peut utiliser un modèle s'appuyant sur les modes du système, déterminés à partir du modèle éléments-finis. L'ordre du modèle est alors égal à deux fois le nombre de modes introduits.

Une autre approche, utilisée assez classiquement notamment en robotique est la méthode des modes supposés (*assumed modes*). On écrit les déformations sur une base de déformations en se limitant aux premiers termes de la base. Le modèle dynamique est ensuite déterminé à partir de ce développement limité.

Les déformations que nous considérons entrent dans l'hypothèse d'Euler-Bernouilli. Dans le repère (0,X,Y,Z), considérons un segment de longueur l suivant la direction X, placé entre $x = 0$ et $x = L$ et encastré en $x = 0$. Pour un point M du segment, de coordonnées (x, y, z) dans le segment au repos, ses coordonnées $(\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z})$ après déformation s'écrivent :

$$\left\{\begin{array}{lcl} \tilde{x}(t) & = & x + u(x,t) - yv'(x,t) - zw'(x,t) - \frac{1}{2}\int_0^x (v'^2(\xi,t) + w'^2(\xi,t))\mathrm{d}\xi \\ \tilde{y}(t) & = & v(x,t) - z\phi(x,t) + y \\ \tilde{z}(t) & = & w(x,t) + y\phi(x,t) + z \end{array}\right. \tag{1.19}$$

où $u(x,t)$ est le champ d'élongation, $v(x,t)$ et $w(x,t)$ sont les champs des déformations transverses respectivement dans les directions Y et Z et $\phi(x,t)$ est le champ de torsion [Shi01]. On note $v'(x,t) = \frac{\mathrm{d}v(x,t)}{\mathrm{d}x}$.

Dans l'hypothèse des modes supposés, chaque champ de déformation u, v, w et ϕ est développé selon une base. Par exemple, $v(x,t) = \sum_{k=1}^{n_v} V_k(t)\, x^{k+1}$ pour une décomposition polynomiale de la déformation transverse. Précisons que pour les déformations transverses d'un segment encastré, le premier terme de la série est $V_1 x^2$ car la direction du segment ne présente pas de discontinuité en $x = 0$.

Modèle géométrique

Pour le manipulateur plan que nous considérons, les déformations principales sont les déformations transverses dans le plan du mouvement ; nous négligerons donc les autres déformations. Nous choisissons un développement à l'ordre un pour chacun des deux segments, soit :

$$v_1(x,t) = V_{11}(t)\,x^2 \tag{1.20}$$
$$v_2(x,t) = V_{21}(t)\,x^2 \tag{1.21}$$

Analysons tout d'abord le premier segment en limitant l'étude au plan (0,X,Y) et en considérant que le segment est maintenu suivant l'axe X ($\theta_1 = 0$). Un point M(x,0) situé sur l'âme du segment se retrouve après déformation aux coordonnées :

$$\left\{ \begin{array}{lcl} \tilde{x}(x,t) & = & x\left(1 - \frac{2}{3}V_{11}^2 x^2\right) \\ \tilde{y}(x,t) & = & V_{11}x^2 \end{array} \right. \tag{1.22}$$

L'extrêmité du bras se trouve donc aux coordonnées ($\tilde{x}(l_1,t)$, $\tilde{y}(l_1,t)$) et fait un angle δ_1 avec l'axe X qui vérifie :

$$\tan(\delta_1) = \frac{2l_1V_{11}}{1 - 2l_1^2V_{11}^2} \tag{1.23}$$

Dans l'hypothèse des petits déplacements, on prendra $\delta_1 = 2l_1V_{11}$.

En effectuant l'analyse sur le second bras tout en tenant compte des positions articulaires θ_1 et θ_2 des articulations, on obtient la position de l'organe terminal. Ses coordonnées (x_M, y_M) sont respectivement la partie réelle et la partie imaginaire de z_M :

$$\begin{array}{lcl} z_M & = & \exp(j\theta_1)\,(l_1 + jl_1^2V_{11} - \frac{2}{3}l_1^3V_{11}^2) \\ & & + \exp(j(\theta_1+\theta_2+\delta_1))\,(l_2 + jl_2^2V_{21} - \frac{2}{3}l_2^3V_{21}^2). \end{array} \tag{1.24}$$

Modèle dynamique

Le modèle dynamique a été déterminé par le principe des travaux virtuels et obtenu avec la boite à outils Dynaflex [Shi02]. Il s'écrit :

$$M(q)\ddot{q} = F(q,\dot{q},T) \tag{1.25}$$

où le vecteur q des coordonnées généralisées inclut les positions θ_k des déformations rigides et les variables V_k de déformation. Les matrices M et F sont données par la boite à outil sous la forme :

$$\begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} & M_{14} \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} & M_{24} \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} & M_{34} \\ M_{41} & M_{42} & M_{43} & M_{44} \end{bmatrix} \ddot{q} = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 \end{bmatrix}$$

Les coefficients des matrices dépendent des paramètres suivants :

– I_{z_1} et I_{z_2} sont les seconds moments surfaciques des deux segments par rapport à l'axe Z ;
– ρ_1 et ρ_2 sont les densités volumiques des deux bras ;
– T_1 et T_2 sont les couples appliqués aux articulations par les moteurs ;
– d_1 et d_2 sont les coefficients de frottement fluide de chaque articulation.
et s'écrivent :

$$
\begin{aligned}
M_{11} &= \left(-2/3\, l_1\, V_{21}\, {l_2}^2 m_2 - {l_1}^2 V_{11}\, l_2\, m_2\right) \sin(\theta_2) + l_1 \cos(\theta_2)\, l_2\, m_2 + (m_2 + m_1/3)\, {l_1}^2 \\
&\quad + l_1\, \rho_1\, I_{z_1} + 1/3\, {l_2}^2 m_2 + \rho_2\, l_2\, Iz_2 \\
M_{12} &= -1/3\, l_2\, \left((3/2\, l_1\, V_{11} + V_{21}\, l_2)\, m_2\, l_1 \sin(\theta_2) - 3\, \rho_2\, Iz_2 - l_2\, m_2 - 3/2\, l_1 \cos(\theta_2)\, m_2\right) \\
M_{13} &= 3/2\, {l_1}^2 \cos(\theta_2)\, l_2\, m_2 + (m_2 + 1/4\, m_1)\, {l_1}^3 + {l_1}^2 \rho_1\, Iz_1 + \left(2/3\, {l_2}^2 m_2 + 2\, \rho_2\, l_2\, Iz_2\right) l_1 \\
M_{14} &= 1/3\, {l_2}^2 l_1 \cos(\theta_2)\, m_2 + 1/4\, {l_2}^3 m_2 + \rho_2\, {l_2}^2 Iz_2 \\
M_{21} &= M_{12} \\
M_{22} &= 1/3\, l_2\, (l_2\, m_2 + 3\, \rho_2\, I_{z_2}) \\
M_{23} &= l_2\, l_1\, (1/2\, l_1 \cos(\theta_2)\, m_2 + 2/3\, l_2\, m_2 + 2\, \rho_2\, I_{z_2}) \\
M_{24} &= 1/4\, {l_2}^2\, (l_2\, m_2 + 4\, \rho_2\, I_{z_2}) \\
M_{31} &= -l_1\, \left(l_2\, l_1\, m_2\, (4/3\, l_1\, V_{11} + V_{21}\, l_2) \sin(\theta_2) - 3/2\, l_1 \cos(\theta_2)\, l_2\, m_2\right. \\
&\quad \left. - (m_2 + 1/4\, m_1)\, {l_1}^2 - l_1\, \rho_1\, Iz_1 - 2/3\, {l_2}^2 m_2 - 2\, \rho_2\, l_2\, I_{z_2}\right) \\
M_{32} &= -1/3\, l_2\, l_1\, \left(l_1\, m_2\, (V_{21}\, l_2 + l_1\, V_{11}) \sin(\theta_2) - 6\, \rho_2\, I_{z_2} - 2\, l_2\, m_2 - 3/2\, l_1 \cos(\theta_2)\, m_2\right) \\
M_{33} &= 2\, {l_1}^3 \cos(\theta_2)\, l_2\, m_2 + (m_2 + 1/5\, m_1)\, {l_1}^4 + 4/3\, {l_1}^3 \rho_1\, I_{z_1} \\
&\quad + \left(4/3\, {l_2}^2 m_2 + 4\, \rho_2\, l_2\, I_{z_2}\right) {l_1}^2 \\
M_{34} &= 1/6\, l_1\, {l_2}^2\, (2\, l_1 \cos(\theta_2)\, m_2 + 3\, l_2\, m_2 + 12\, \rho_2\, Iz_2) \\
M_{41} &= -1/3\, \left(l_1\, m_2\, (V_{21}\, l_2 + l_1\, V_{11}) \sin(\theta_2) - 3\, \rho_2\, Iz_2 - l_1 \cos(\theta_2)\, m_2 - 3/4\, l_2\, m_2\right) {l_2}^2 \\
M_{42} &= M_{24} \\
M_{43} &= M_{34} \\
M_{44} &= 1/5\, {l_2}^4 m_2 + 4/3\, \rho_2\, {l_2}^3 I_{z_2} \\
F_1 &= \left(\dot{V}_{11} \left(2\, \dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_1\right) l_1 + 2/3\, \dot{V}_{21} \left(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2\right) l_2 + \left(1/2\, \dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_1\right) \dot{\theta}_2\right) l_2\, m_2\, l_1 \sin(\theta_2) \\
&\quad + 2/3 \left(1/2\, \dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_1\right) \dot{\theta_2}\, l_2\, m_2\, l_1\, (3/2\, V_{11}\, l_1 + V_{21}\, l_2) \cos(\theta_2) - d_1 \dot{\theta}_1 + T_1 \\
F_2 &= -1/3\, (3/2\, V_{11}\, l_1 + V_{21}\, l_2)\, m_2\, l_1\, \dot{\theta}_1^2 l_2 \cos(\theta_2) - m_2\, l_1\, \dot{\theta}_1 \left(1/2\, \dot{\theta_1} + l_1\, \dot{V_{11}}\right) l_2 \sin(\theta_2) \\
&\quad - d_2\, \dot{\theta}_2 + T_2 \\
F_3 &= -1/15 \left(10\, m_2 \left(V_{11} \left(-1/2\, \dot{\theta}_2^2 + \dot{\theta}_1^2 - \dot{\theta}_1\, \dot{\theta}_2\right) l_1 + 1/2\, V_{21}\, l_2 \left(\dot{\theta}_1^2 - 2\, \dot{\theta}_1\, \dot{\theta}_2 - \dot{\theta}_2^2\right)\right) l_2\, l_1 \cos(\theta_2)\right. \\
&\quad -30\, m_2\, l_2 \left(l_1\, \dot{V_{11}}\, \dot{\theta}_2 + 1/3\, \dot{V}_{21} \left(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2\right) l_2 + 1/2\, \dot{\theta_1}\, \dot{\theta}_2 - 1/4\, \dot{\theta}_1^2 + 1/4\, \dot{\theta}_2^2\right) l_1 \sin(\theta_2) \\
&\quad \left. + V_{11} \left(\dot{\theta}_1^2\, (5\, m_2 + m_1)\, {l_1}^3 + 60\, I_{z_1}\, E_1\right)\right) l_1 \\
F_4 &= -1/3 \left(l_1\, \dot{\theta}_1^2 l_2\, m_2\, (V_{21}\, l_2 + V_{11}\, l_1) \cos(\theta_2) + 2\, m_2\, l_1\, \dot{\theta}_1 \left(1/2\, \dot{\theta}_1 + l_1\, \dot{V_{11}}\right) l_2 \sin(\theta_2)\right. \\
&\quad \left. + 12 \left(\frac{1}{60}\, m_2 \left(\dot{\theta_1} + \dot{\theta}_2\right)^2 {l_2}^3 + E_2\, Iz_2\right) V_{21}\right) l_2
\end{aligned}
$$

Ce modèle est utilisé dans l'analyse de la robustesse présentée dans le chapitre 5 de cette partie.

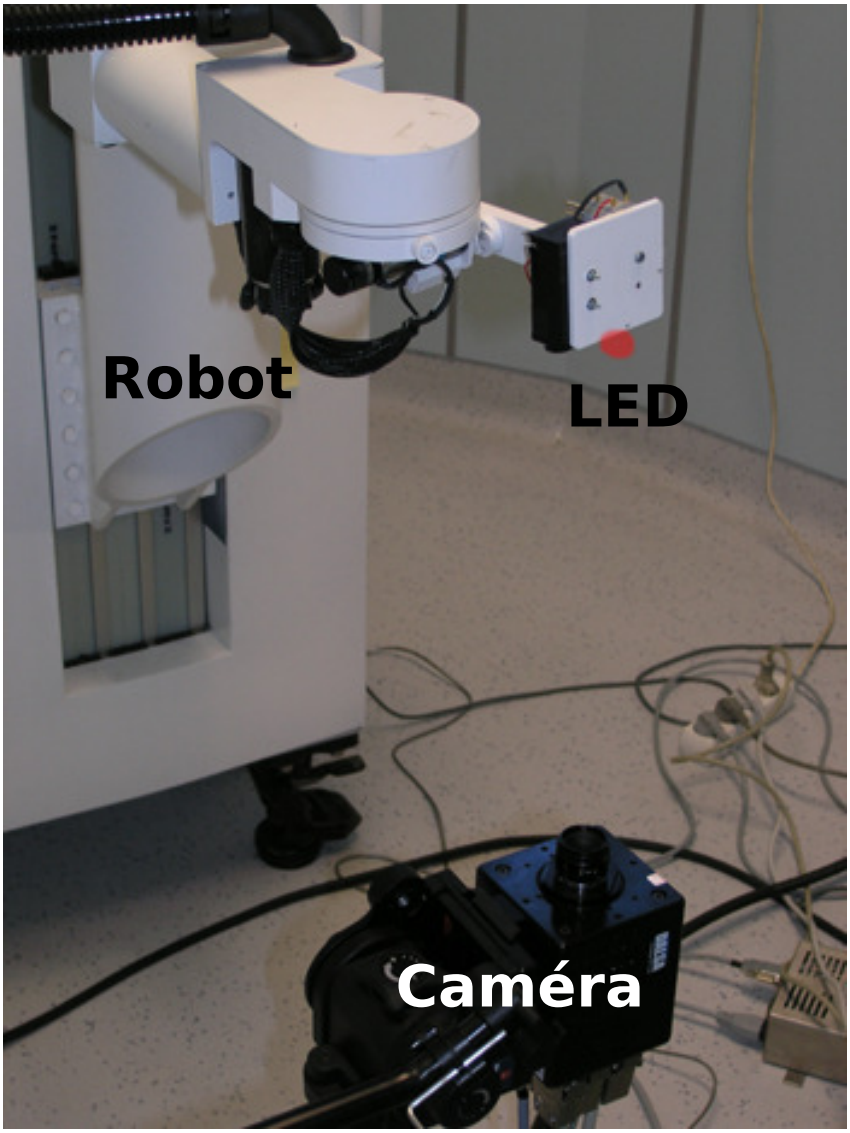

FIG. 1.2 – Le robot et la caméra utilisée pour la mesure de la position de l'effecteur

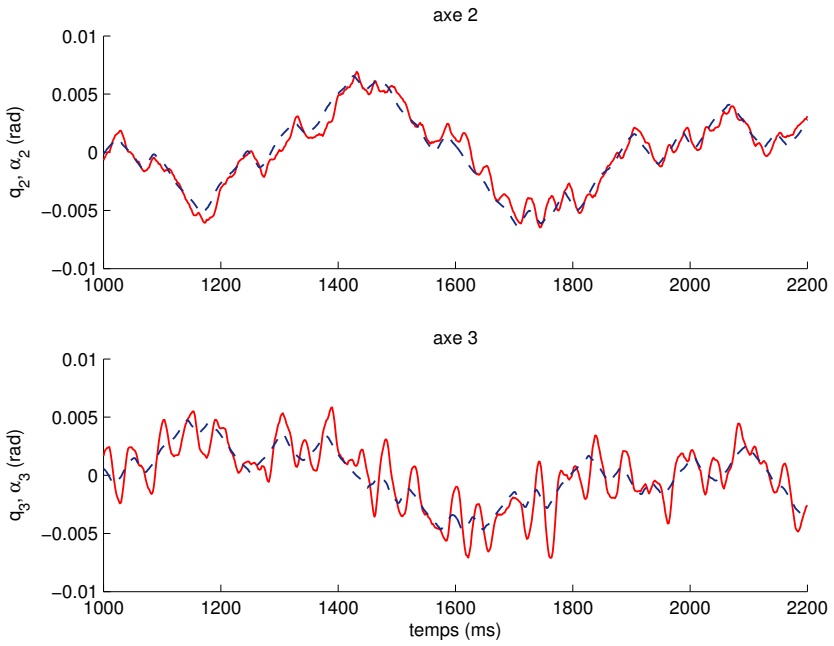

FIG. 1.3 – Positions articulaires coté actionneur (- -) et coté charge (–)

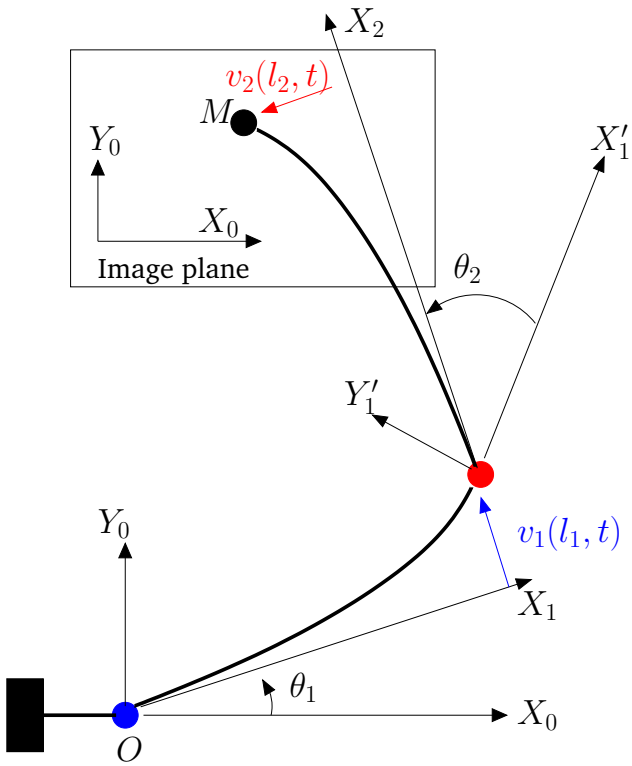

FIG. 1.4 – Bras robotique à deux segments flexibles

CHAPITRE

2 Étude des effets dynamiques de la mesure de position par vision

Sommaire

2.1 Introduction **121**
2.2 Modélisation et analyse de la mesure par caméra **122**
2.2.1 Description 122
2.2.2 Modèles 124
2.2.3 Modèles simplifiés 126
2.2.4 Analyse fréquentielle 127
2.3 Effets sur l'identification **128**
2.3.1 Modèle à temps discret 128
2.3.2 Identification du modèle à temps continu 129
2.3.3 Effets de dynamiques haute fréquence négligées 130
2.4 Conclusion **132**

Ce travail présente une analyse des dynamiques de la mesure par caméra, dans le but de mieux prendre en compte ses effets en identification et en commande. Il a été réalisé dans le cadre du stage de Master 1 de Julien Delavigne [Laroche08a].

2.1 Introduction

Lorsqu'on parle de modèle de caméra, on fait généralement référence au modèle projectif dont les paramètres peuvent être estimés lors d'une procédure de calibration [Brown05]. Il s'agit dans ce cas d'un modèle statique permettant de relier les positions

3D d'un objet avec les positions 2D dans l'image. Lorsque l'objet est en mouvement et que ses déplacements pendant une période d'intégration de l'image sont significatifs, la mesure fournie par le traitement de l'image est altérée. Ce problème est, à ma connaissance, quasiment absent de la littérature scientifique. La seule référence que je connaisse concerne l'asservissement visuel d'un moteur piézo-électrique ultrasonique où un modèle à temps discret simple est proposé [Ranftl07]. Différentes raisons peuvent expliquer ce manque :

- ces dynamiques n'ont un effet que sur les fréquences proches ou supérieures à la fréquence de Shannon et leur prise en compte ne peut qu'améliorer légèrement la bande passante obtenue ;
- le modèle du système est généralement identifié en temps discret et l'effet de la caméra est alors identifié simultanément avec les autres dynamiques du système.

Toutefois, si la caméra est utilisée pour identifier le modèle à temps continu d'un système dynamique, négliger ses effets dynamiques peut entraîner des erreurs. C'est précisément cet aspect qui nous a motivé à développer un modèle plus précis de la mesure par caméra. Nous présenterons ce modèle dans la partie 2.2 de ce chapitre. Ses effets sur l'identification seront développées dans la partie 2.3.

2.2 Modélisation et analyse de la mesure par caméra

2.2.1 Description

Les algorithmes de traitement d'image permettent de calculer les positions dans l'image de différents éléments d'intérêt. Par exemple, une DEL placée en bout d'un manipulateur peut être détectée en temps réel et ses coordonnées utilisées comme mesures pour la commande.

Généralement, les éléments d'intérêt sont de simples formes circulaires, appelées marqueurs ; le but du traitement d'image est alors de calculer les cordonnées dans l'image de leur centre. La méthode classiquement retenue fait appel à des techniques simples permettant un faible temps de calcul compatible avec les contraintes temps-réel. Elle se décompose en trois étapes :

- l'image est filtrée par un filtre de Sobel (filtre passe-haut), ce qui met en valeur les transitions entre le fond et le marqueur ;
- un seuil est appliqué de manière à ne conserver que les pixels avec un fort gradient ;
- le centre de masse de ces pixels est calculé et donné comme mesure du centre du marqueur.

Ces traitements sont effectués sur une portion limitée de l'image contenant un seul marqueur, ce qui permet de limiter les temps de calcul.

Le marqueur présent dans l'image peut être obtenu de différentes manières : il peut s'agir de la projection d'un laser [Krupa03]. Il peut s'agir d'un simple point noir sur un fond blanc [Gangloff03, Bachta07c]. En asservissement visuel 2D, la commande est calculée directement à partir des références des positions dans l'image et se fait donc

directement à partir des mesures précisées ci-dessus. En asservissement visuel 3D, la référence est une position 3D et la mesure 3D doit être estimée. Pour cela, on peut utiliser plusieurs marqueurs circulaires. On peut également utiliser des éléments d'intérêt plus complexes. Par exemple, Nageotte et al. s'intéressent à la position d'une aiguille courbe, considérée comme une portion de cercle et localisée dans l'image comme telle. L'asservissement visuel sur des sphères a été utilisé par Fomena et Chaumette [Fomena07]. Des systèmes de vision active basée sur la projection de lumière structurée permettent également des mesures 3D efficaces [Albitar07].

Dans le travail présenté ici, nous avons considéré le cas d'un marqueur lumineux apparaissant comme un cylindre de 30 pixels de diamètre dans une image en niveaux de gris de taille 300×420 pixels avec une période d'acquisition $T = 20$ ms. L'intégration de l'image se fait sur l'ensemble de la période T.

Le processus d'intégration d'une image est un processus dynamique à temps continu et une représentation d'état peut en être donnée en considérant comme vecteur d'état l'intensité lumineuse de chacun des pixels. Un tel modèle a été développé, permettant de calculer précisément l'image obtenue dans le cas où le marqueur se déplace pendant la durée de l'intégration. A titre d'exemple, l'image obtenue par un déplacement circulaire du marqueur d'un diamètre de 160 pixels à une fréquence de 24 Hz est donnée sur la figure 2.1 où la trajectoire du centre du marqueur apparaît en trait pointillé. Les pixels obtenus par le traitement d'image sont donnés sur la figure 2.2, ainsi que leur centre de gravité matérialisé par une croix.

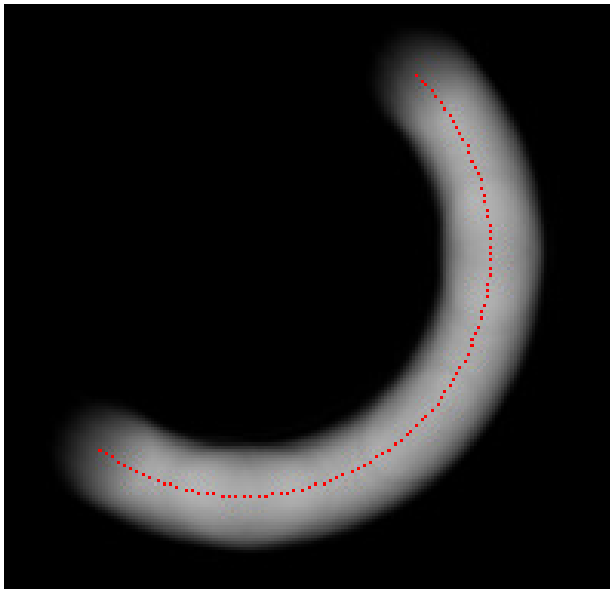

FIG. 2.1 – Image obtenue lors d'un déplacement circulaire du marqueur et trajectoire de son centre de gravité

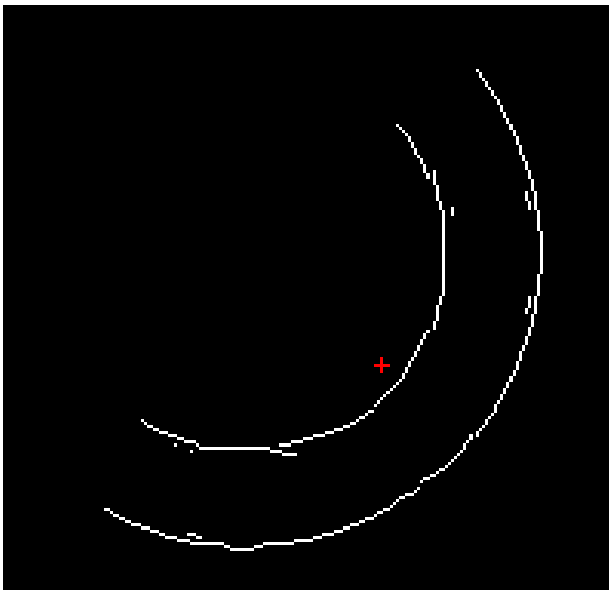

FIG. 2.2 – Pixels obtenus par le traitement d'image et leur centre de gravité (+)

2.2.2 Modèles

Considérons les hypothèses suivantes concernant l'intégration de l'image :

H1. la taille du marqueur est petite par rapport aux déplacements lors d'une période ; ainsi, l'image obtenue par traitement est proche de la trajectoire du centre du marqueur ;

H2. la trajectoire ne présente pas d'auto-intersection pendant la période d'intégration (i.e. pour $(t_1, t_2) \in [t_k, t_{k+1}]^2$, $(x_M(t_1), y_M(t_1)) = (x_M(t_2), y_M(t_2)) \Rightarrow t_1 = t_2$) ;

H3. la résolution de la caméra est élevée, ce qui permet de négliger les effets de discrétisation spatiale ;

H4. l'amplitude de la vitesse de déplacement du marqueur est constante pendant une période d'intégration.

Si les hypothèses H1 à H3 sont respectées, la mesure donne le centre de gravité de la courbe décrite par la trajectoire du centre du marqueur. En notant M un point de cette courbe situé entre les extrémités M_{k-1} et M_k qui représentent les positions respectives aux instants t_{k-1} et t_k ; notant O l'origine de l'image, le centre de gravité G_k de la portion de courbe de longueur l_k est défini par :

$$\int_{\mathrm{M}_{k-1}}^{\mathrm{M}_k} \overrightarrow{\mathrm{OM}}\,\mathrm{d}l = l_k\,\overrightarrow{\mathrm{OG}_k}. \tag{2.1}$$

Si l'hypothèse H1 est violée, le centre de gravité risque de se trouver décalé. Par exemple, pour une trajectoire circulaire, le contour extérieur sera plus long que le contour intérieur et le centre de masse sera décalé vers l'extérieur par rapport au centre de la trajectoire du centre du marqueur. Si l'hypothèse H2 est violée, certains pixels correspondent à une même position du marqueur rencontrée à deux instants différents mais ne seront

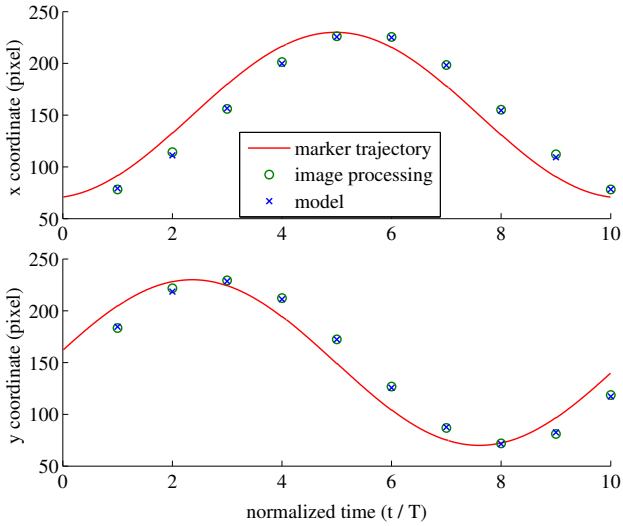

FIG. 2.3 – Trajectoires issues de la mesure par traitement d'image et par le modèle simplifié

comptabilisés qu'une seule fois alors que dans l'expression (2.1), il est compté autant de fois qu'il y a d'instants où il a cette position.

Par un changement de variable, l'équation (2.1) s'écrit :

$$\int_{t_{k-1}}^{t_k} \overrightarrow{\mathrm{OM}} \sqrt{\dot{x}_M^2(t) + \dot{y}_M^2(t)}\,\mathrm{d}t = l_k\,\overrightarrow{\mathrm{OG}_k}, \tag{2.2}$$

avec :

$$l_k = \int_{t_{k-1}}^{t_k} \sqrt{\dot{x}_M^2(t) + \dot{y}_M^2(t)}\,\mathrm{d}t. \tag{2.3}$$

Sous l'hypothèse H4, la relation se simplifie et les coordonnées de G_k s'écrivent :

$$x_{Gk} = \frac{1}{T}\int_{t_{k-1}}^{t_k} x_M(t)\,\mathrm{d}t, \tag{2.4}$$

$$y_{Gk} = \frac{1}{T}\int_{t_{k-1}}^{t_k} y_M(t)\,\mathrm{d}t. \tag{2.5}$$

La mesure fournie par le traitement de l'image peut alors être considérée comme égale à la valeur moyenne sur une période d'échantillonnage. Dans la suite de cette partie, c'est ce modèle qui est utilisé pour évaluer les effets dynamiques de la caméra.

A titre de validation, les mesures par traitement d'image ont été simulées et comparées avec les simulations du modèle pour une trajectoire circulaire à une fréquence de 5 Hz. Sur les résultats produits sur la figure 2.3, on observe que le modèle reproduit de manière fidèle la mesure obtenue par traitement d'image.

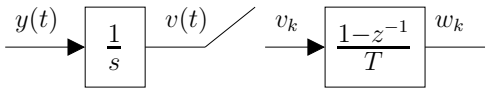

FIG. 2.4 – Modèle M1 du système de mesure par caméra

2.2.3 Modèles simplifiés

Notons $y(t)$ une composante du vecteur des coordonnées des centres des marqueurs. Le traitement de l'image obtenue à $t_k = kT$ fournit la mesure w_k qui est supposée égale à la moyenne de $y(t)$ sur la période d'intégration :

$$w_k = \frac{1}{T}\int_{t_{k-1}}^{t_k} y(t)\mathrm{d}t. \tag{2.6}$$

En introduisant la variable :

$$v(t) = \int_0^t y(\tau)\mathrm{d}\tau. \tag{2.7}$$

et en notant $v(z)$ la transformée en Z du signal échantillonné $v_k = v(t_k)$, on obtient $w(z) = H(z)v(z)$ avec :

$$H(z) = \frac{1 - z^{-1}}{T}. \tag{2.8}$$

Ainsi, le système de mesure par caméra peut être simulé par ce modèle simple représenté sur la figure 2.4 et contenant trois éléments : un intégrateur continu, un échantillonneur et une fonction de transfert à temps discret du premier ordre. On appellera ce modèle M1 dans la suite de ce chapitre.

Ce modèle peut se récrire d'une autre manière. Introduisons le signal à temps continu suivant :

$$w(t) = \frac{1}{T}\int_{t-T}^{t} y(\tau)\mathrm{d}\tau, \tag{2.9}$$

qui vérifie $w_k = w(t_k)$. La dérivation de l'équation précédente donne :

$$\dot{w}(t) = \frac{1}{T}(y(t) - y(t-T)). \tag{2.10}$$

Avec la transformée de Laplace, l'équation s'écrit :

$$\dot{w}(s) = \frac{1}{T}(1 - \exp(-Ts))y(s). \tag{2.11}$$

On a ainsi $w(s) = \tilde{H}(s)\,y(s)$ avec :

$$\tilde{H}(s) = \frac{1 - \exp(-Ts)}{Ts} \tag{2.12}$$

Ce modèle, présenté sur la figure 2.5 est une réécriture du modèle M1 qui peut aussi être obtenue directement avec la relation $z = \mathcal{Z}\mathcal{L}^{-1}(\exp(Ts))$, $\mathcal{Z}$ représentant la transformée en Z et $\mathcal{L}$ la transformée de Laplace. Cette seconde formulation est intéressante pour l'analyse fréquentielle alors que la première formulation est intéressante pour la simulation.

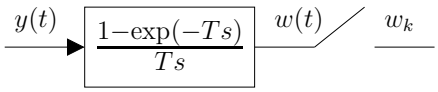

FIG. 2.5 – Deuxième version du modèle M1

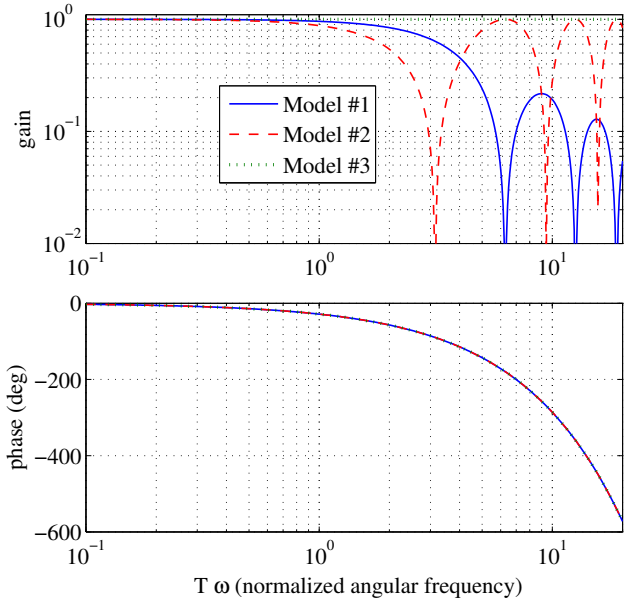

FIG. 2.6 – Diagramme de Bode des modèles (trait continu : modèle M1 ; trait haché : modèle M2 ; trait pointillé : modèle M3

2.2.4 Analyse fréquentielle

Le diagramme de Bode du modèle M1 est représenté sur la figure 2.6 avec celui de deux autres modèles :

- le modèle à temps discret M2 ($(1 + z^{-1})/2$), représenté en ligne discontinue, est la valeur moyenne des positions à l'instant t_k et à l'instant t_{k-1} [Ranftl07] ;
- le modèle à temps continu M3 ($\exp(-T\ s/2)$), représenté en ligne pointillée est un retard d'une demi-période.

On observe que les effets de la caméra sont négligeables pour les pulsations inférieures à $\frac{1}{T}$. Pour des fréquences plus élevées, les trois modèles ont la même phase mais leurs gains diffèrent. Le modèle M3 a un gain constant. Le gain de M2 est nul pour les fréquences $\frac{1}{T}(\frac{1}{2} + k)$, $k \in \mathbb{N}$ alors que le gain du modèle M1 est nul pour les fréquences $\frac{1}{T}(1 + k)$, $k \in \mathbb{N}$. De plus, le modèle M2 ne reproduit pas l'atténuation du gain en haute fréquence présente sur le modèle M1. Cette atténuation est importante dans la mesure où il n'est pas possible d'implanter de filtre anti-repliement comme on le fait souvent dans le cas d'une mesure classique. Cette atténuation joue le rôle de filtre anti-repliement naturel.

2.3 Effets sur l'identification

2.3.1 Modèle à temps discret

On sait qu'un système à temps continu de fonction de transfert $G(s)$ avec un bloqueur d'ordre zéro en entrée (BOZ) et avec une mesure échantillonnée en sortie, synchronisée sur l'entrée, a un modèle à temps discret qui s'écrit :

$$G(z) = \frac{z-1}{z}\mathcal{Z}\,\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{G(s)}{s}\right). \tag{2.13}$$

Lorsque la mesure est faite par caméra et non plus par un échantillonnage classique, le modèle M1 permet alors d'obtenir le modèle discret du système :

$$\tilde{G}(z) = \frac{(z-1)^2}{Tz^2}\mathcal{Z}\,\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{G(s)}{s^2}\right), \tag{2.14}$$

ce qui correspond en fait à une discrétisation classique avec un bloqueur d'ordre un (BOU) en entrée ajouté d'un retard pur.

A titre d'exemple, considérons le cas d'un système à temps continu du second ordre de fonction de transfert :

$$G_0(s) = \frac{K\omega_0^2}{s^2 + 2\xi\omega_0 s + \omega_0^2} \tag{2.15}$$

Son modèle à temps discret tenant compte de la caméra, obtenue avec la relation (2.14), s'écrit :

$$\tilde{G}_0(z) = z^{-1}\frac{\beta_0 + \beta_1 z^{-1} + \beta_2 z^{-2}}{1 - \alpha_1 z^{-1} + \alpha_2 z^{-2}} \tag{2.16}$$

avec :

$$\alpha_1 = 2\exp(-\xi\omega_0 T)\cos(wT), \tag{2.17}$$

$$\alpha_2 = \exp(-2\xi\omega_0 T), \tag{2.18}$$

$$\beta_0 = K\left(\frac{2\xi}{\omega_0 T}(\alpha_1 - 1) + 1 - g\right), \tag{2.19}$$

$$\beta_1 = K\left(\frac{2\xi}{\omega_0 T}(1 - \alpha_1 - \alpha_2) - \alpha_1 + 2g\right), \tag{2.20}$$

$$\beta_2 = K\left(\alpha_2(\frac{2\xi}{\omega_0 T} + 1) - g\right), \tag{2.21}$$

où :

$$w = \omega_0\sqrt{1-\xi^2} \tag{2.22}$$

et :

$$g = \left(\frac{2\xi}{\omega_0 T}\cos(wT) + \frac{1-2\xi^2}{wT}\sin(wT)\right)\exp(-\xi\omega_0 T). \tag{2.23}$$

Ainsi, un modèle à temps discret exact peut-être obtenu sans difficulté[36] en choisissant un modèle comportant un retard et dont le numérateur et le dénominateur sont d'ordre 2. Notez que ce modèle contient 5 paramètres alors que le modèle à temps continu n'en contient que 3 ; de ce fait, il n'est pas pratique de retrouver le modèle à temps continu à partir du modèle à temps discret. Dans la suite de cette partie, on s'intéresse à l'identification directe du modèle à temps continu $G_0(s)$.

2.3.2 Identification du modèle à temps continu

Les algorithmes d'identification de modèles à temps continu ont été développés plus récemment que leurs équivalents à temps discret. Actuellement, un grand nombre d'entre eux sont disponibles dans des boites à outil comme Contsid[37] et Captain[38]. Comme leurs équivalents discrets, différents types de modèles sont possibles (erreur de sortie, ARX, ARMAX...). Pour les données d'entrée, dont on fournit les échantillons, il est possible de préciser si elles sont issues d'un BOZ ou d'un BOU. Pour la sortie, un échantillonnage classique est considéré. En s'appuyant sur les résultats de la partie précédente, nous proposons d'améliorer les résultats d'identification obtenus avec des mesures issues d'une caméra avec en entrée du système un BOZ en réalisant l'identification comme si les données sont issues d'un BOU.

Afin d'évaluer l'intérêt de cette procédure, l'identification du modèle $G_0(s)$ a été réalisée, avec $K = 1$, $w_0 = 10$ rad/s et $\xi = 0,1$. A partir de données simulées, l'identification a été réalisée par la méthode srivc disponible dans la toolbox Contsid [Garnier07]. Cette méthode est basée sur les variables instrumentales, permettant d'obtenir des estimations non biaisées en présence d'erreur de sortie. Elle s'appuie sur un modèle de type erreur de sortie. Les filtres de Poisson nécessaires à l'estimation des dérivées sont réglés de manière itérative à partir du modèle identifié. Le signal d'entrée a été choisi comme une séquence binaire pseudo aléatoire d'ordre 9 et de taille 511, maintenus constants pendant les périodes d'intégration de longueur T. Les mesures de la caméra ont été simulées avec le modèle M1 (voir figure. 2.4).

L'identification a été réalisée dans trois configurations différentes :

i. en considérant les données comme issues d'un BOU pour tenir compte de l'effet de la caméra ;

ii. en considérant les données comme issues d'un BOZ, c'est-à-dire en négligeant l'effet de la caméra ;

iii. dans le même cas que (i) mais avec un bruit de sortie de rapport signal-à-bruit de 10 ; deux tirages ont été considérés.

[36] On peut utiliser la *System Identification Toolbox*, développée par L. Ljung et al. et disponible sous Matlab, qui est principalement dédiée à l'identification de modèles à temps discrets.

[37] La toolbox Contsid, développée par H. Garnier et al. est disponible à l'adresse http ://www.iris.cran.uhp-nancy.fr/contsid.

[38] La toolbox Captain, développée par P. Young et al., est disponible à l'adresse http ://www.es.lancs.ac.uk/cres/captain/

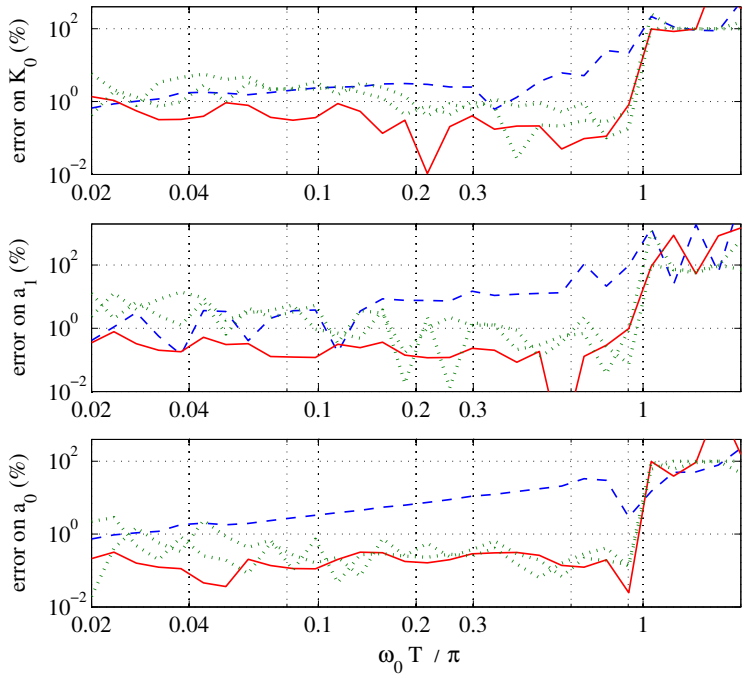

FIG. 2.7 – Variations des erreurs d'estimation (en pourcentage des valeurs réelles) par rapport à la période d'échantillonnage (trait continu : avec caméra et BOU (i) ; trait haché : avec caméra et BOZ (ii) ; traits pointillés : avec caméra, BOU et bruit SNR=10 (iii, 2 échantillons))

Dans le but d'évaluer l'impact de la fréquence d'échantillonnage par rapport aux fréquences propres du systèmes, l'identification a été faite pour différentes valeurs de T. Récrivant le modèle sous la forme :

$$G_0(s) = \frac{K}{s^2 + a_1 s + a_0}, \tag{2.24}$$

les erreurs relatives sur les trois paramètres $K = 1$, $a_1 = 2\xi\omega_0$ et $a_0 = \omega_0^2$, sont données en pourcentage en fonction de T normalisé ($\omega_0 T = \pi$ correspond à la fréquence de Shannon) sur la figure 2.7. On observe que dès lors que la fréquence propre du système est inférieure à la fréquence de Shannon ($T\omega_0 < \pi$), on obtient de bonnes précisions à condition de considérer les données d'entrée comme issues d'un BOU (moins de 1% d'erreur sans bruit et quelques pourcents avec bruit). Lorque l'on ne tient pas compte de la présence de la caméra et que l'on fait l'identification comme si les données de l'entrée étaient issues d'un BOZ, une erreur significative apparait, principalement sur $a_0 = w_0^2$, qui augmente lorsque T décroit.

2.3.3 Effets de dynamiques haute fréquence négligées

Lorsqu'on identifie le modèle d'une structure flexible, on cherche à identifier les modes de fréquence inférieure à la fréquence de Shannon. Les modes haute fréquence ne res-

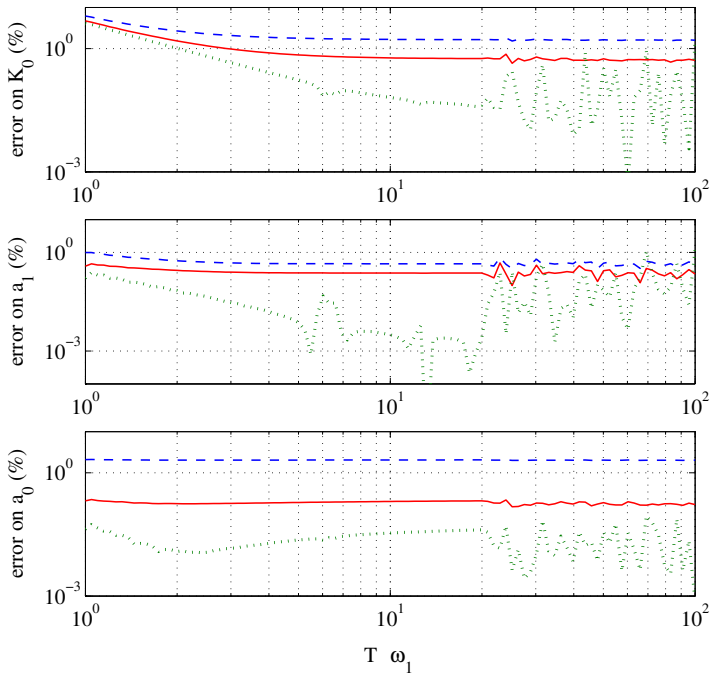

FIG. 2.8 – Erreurs d'estimation (en pourcentage) causées par les dynamiques haute fréquence (trait continu : avec caméra et BOU ; trait haché : avec caméra et BOZ ; trait pointillé : sans caméra

pectant pas cette condition sont négligés et on espère qu'ils ne perturberont pas trop l'identification. Dans le but d'évaluer les erreurs causées par les modes haute fréquence, nous avons mené des tests sur un modèle d'ordre 4 :

$$G(s) = G_0(s)G_1(s) \tag{2.25}$$

où $G_0(s)$ est donné par (2.15) et contient un mode basse fréquence que l'on cherche à identifier et :

$$G_1(s) = \frac{\omega_1^2}{s^2 + 2\xi_1\omega_1 s + \omega_1^2} \tag{2.26}$$

contient un mode haute fréquence perturbateur. En fixant $T = 20$ ms et $\xi_1 = 0,1$, l'identification a été réalisée dans les mêmes conditions que précédemment pour différentes valeurs de ω_1. Afin de se livrer à des comparaisons, trois cas sont considérés, les résultats étant présentés sur la figure 2.8 :

i. mesures par caméra et données d'identification supposées issues d'un BOU (trait continu) ;
ii. mesures par caméra et données d'identification supposées issues d'un BOZ (trait haché) ;
iii. mesure conventionnelle (pas de caméra) et données d'identification supposées issues d'un BOZ (trait pointillé).

On observe que $G_0(s)$ est identifié avec une bonne précision (erreur relative inférieure à 1%) avec caméra, à condition que $T\omega_1$ soit suffisamment grand (supérieur à 2). Une

amélioration significative est observée dans l'identification par caméra en supposant les données issues d'un BOU au lieu d'un BOZ, notamment pour $a_0 = \omega_0^2$.

2.4 Conclusion

Nous avons proposé un modèle original permettant de mieux décrire les effets dynamiques de la mesure par caméra. A partir de ce modèle, nous avons montré que l'effet de la caméra sur les mesures est similaire à l'effet du BOZ sur l'entrée d'un système. Il est ainsi possible d'obtenir un modèle exact d'un système à temps continu alimenté par un BOZ avec mesure par caméra. De ce fait, on peut identifier directement les modèles à temps continu en considérant que les données sont issues d'un système classique avec un BOU en entrée. Nous avons montré que cette astuce permet d'améliorer significativement les résultats d'identification. Il est ainsi possible d'identifier un modèle à temps continu avec des fréquences propres très proches de la fréquence de Shannon. L'identification d'un modèle basses fréquences du système peut se faire dans de bonnes conditions, même si les dynamiques hautes fréquences négligées sont proches de la fréquence de Shannon.

CHAPITRE

3 Identification des manipulateurs avec flexibilités

Sommaire

3.1 Identification d'un modèle de commande 134

3.1.1 Structure du modèle dynamique 134

3.1.2 Identification des dynamiques 136

3.1.3 Conclusion 140

3.2 Vers l'identification du modèle non-linéaire 141

3.2.1 Introduction 141

3.2.2 Protocole d'estimation 141

3.2.3 Réglage et évaluation 143

3.2.4 Conclusion 146

Nous présentons dans ce chapitre deux contributions que nous avons proposées dans le domaine de l'identification des manipulateurs. Le premier travail concerne l'identification d'un modèle de commande du prototype Sinters. Un modèle linéaire est recherché tenant compte de manière fidèle des flexibilités de la structure. En collaboration avec Hugues Garnier du CRAN, un algorithme d'identification à temps continu a été utilisé. Le second travail concerne l'identification d'un modèle d'analyse tenant compte des flexibilités articulaires.

3.1 Identification d'un modèle de commande

3.1.1 Structure du modèle dynamique

Une originalité de la méthode proposée pour l'identification du modèle dynamique est qu'elle s'appuie sur les mesures F obtenues à partir de la caméra rapide utilisée pour l'asservissement visuel. Elle requiert également les mesures des positions angulaire q des moteurs mais ne nécessite pas de connaître les couples moteurs. Le moteur de chaque axe est commandé en vitesse au moyen d'un variateur. Les entrées u du système sont donc les consignes de vitesse des variateurs. Le modèle dynamique à identifier a pour entrée u et pour sortie F.

Flexibilités

Depuis l'actionneur jusqu'à l'organe terminal, différents éléments sont susceptibles d'introduire des flexibilités et de contribuer aux dynamiques de l'ensemble du robot manipulateur :

1. Le moteur est asservi en vitesse par son variateur. Les dynamiques de la boucle de vitesse peuvent être bien identifiées dès que la mesure de position par le biais d'un codeur est disponible. Notons q_i, la position mesurée de l'articulation i.
2. Les transmissions avec des réducteurs et des courroies ou câbles peuvent induire des flexibilités.
3. Les segments peuvent subir des flexions variables au cours du temps.

S'il est relativement simple de prendre en compte les deux premiers types de dynamiques, le problème s'avère plus compliqué lorsqu'il s'agit des déformations des segments. L'idée clé de la méthode proposée est la suivante. Considérons un bras articulé sujet à des déflexions, comme présenté sur la figure 3.1. Supposons que ce bras possède autant ou plus de DDL que le nombre de DDL de la tâche à réaliser. Alors, il est possible de trouver une configuration du bras sans déformation réalisant la même tâche. Ainsi, sur la figure 3.1, une position identique de l'organe terminal est obtenue avec un bras à deux degrés de liberté. On notera dans la suite α les positions articulaires du robot rigide fictif et nous les appellerons positions fictives ou encore pseudo-positions.

Matrice d'interaction

Pour un bras rigide et une position fixée de la caméra, les positions dans l'image sont des fonctions de la position articulaire, ce qui peut s'écrire $F = \phi(\alpha)$. Ainsi, les vitesses de déplacement dans l'image sont rigidement liées aux vitesses articulaires par l'intermédiaire d'une matrice d'interaction :

$$\dot{F} = J_i(\alpha)\dot{\alpha} \tag{3.1}$$

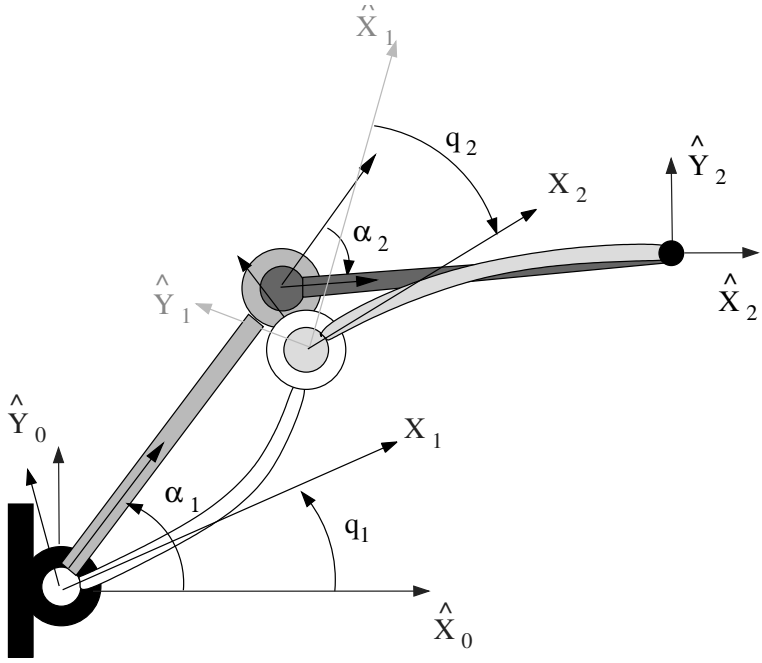

FIG. 3.1 – Le bras flexible et le bras rigide fictif donnant la même mesure dans l'image

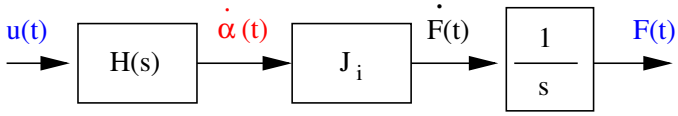

FIG. 3.2 – Modèle dynamique $G(s)$

où la matrice d'interaction est le Jacobien du modèle géométrique : $J_i(\alpha) = \frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}\alpha}(\alpha)$. Cette relation est également valable pour de petits déplacements autour d'une position d'équilibre α_e et donne alors :

$$F - F_e = J_i(\alpha_e)(\alpha - \alpha_e) \tag{3.2}$$

où F_e est la mesure de l'image pour la position d'équilibre.

Dans le cas de faibles accélérations, les déformations sont nulles pour un bras horizontal sur lequel la gravité n'a pas d'effet. Ainsi, on peut estimer que $\alpha = q$. On peut donc identifier la valeur du Jacobien autour d'une position nominale q_0 en faisant successivement des déplacements de chacune des articulations. En déplaçant l'articulation numéro k, on obtient la $k^{\text{ème}}$ colonne de $J(\alpha_e)$: $J_i(:,k)(\alpha_e) = (F - F_e)/(q_k - q_{ek})$.

Dynamiques linéaires

Une fois estimée la matrice d'interaction $\hat{J}_i$ et en supposant qu'elle est inversible, les vitesses angulaires $\dot{\alpha}$ peuvent être estimées à partir de l'estimée $\hat{\dot{F}}$ des dérivées des mesures de F :

$$\dot{\alpha} = \hat{J}_i^{-1}\hat{\dot{H}} \tag{3.3}$$

où $\hat{\dot{H}}$ est calculé au préalable par différence finie entre deux mesures statiques. Un modèle linéaire du transfert entre $u(t)$ et $\dot{\alpha}(t)$ peut alors être identifié, prenant en compte globalement toutes les flexibilités. Une méthode d'identification à temps continu a été utilisée (voir paragraphe 3.1.2).

Modèle complet

Le modèle complet, présenté sur la figure 3.2, se décompose donc en trois parties :
- une fonction de transfert $H(s)$ entre la vitesse angulaire de référence u et la vitesse angulaire fictive $\dot{\alpha}$ incluant l'ensemble des flexibilités,
- une matrice d'interaction J_i modélisant la relation entre les vitesses fictives et les déplacements dans l'image.
- un intégrateur permettant de passer des vitesses dans l'image aux positions.

Le modèle dynamique $H(s)$, valide autour d'une position de fonctionnement du robot, est indépendant de la position de la caméra. Lors d'un changement arbitraire de la position de la caméra par le chirurgien, seule la matrice d'interaction $\hat{J}_i$ doit être réévaluée par la procédure décrite précédemment.

Ce modèle a la même structure que le modèle obtenu en ne tenant compte que des dynamiques de la boucle d'asservissement de vitesse [Ginhoux05]. Il est cependant différent puisqu'on ne suppose pas de modèle rigide entre les positions articulaires et les positions dans l'image. L'amélioration est montrée dans les résultats expérimentaux suivants.

3.1.2 Identification des dynamiques

En collaboration avec H. Garnier du Centre de Recherche en Automatique de Nancy (UMR 7039), nous nous sommes intéressés à l'identification d'un modèle à temps continu des dynamiques du bras. La motivation réside dans le fait que les algorithmes de synthèse des lois de commande H_∞, qui seront présentés par la suite, donnent parfois de meilleurs résultats dans leur version continue que dans leurs version discrète.

Présentation de la méthode

La méthode retenue s'appuie sur la technique des variables instrumentales et permet d'identifier des modèles à plusieurs entrées [Garnier07]. Elle est disponible dans la boite à outils Contsid sous le nom de SRIVC pour Simplified Refined Instrumental Variable Continuous-time.

La version utilisée de la méthode SRIVC s'adresse à des systèmes à plusieurs entrées et une seule sortie et les dénominateurs sont estimés de manière indépendante, ce qui

donne le modèle :

$$\begin{pmatrix} \dot{\alpha}_1(s) \\ \dot{\alpha}_2(s) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} H_{11}(s) & H_{12}(s) \\ H_{21}(s) & H_{22}(s) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1(s) \\ u_2(s) \end{pmatrix} \tag{3.4}$$

avec :

$$H_{ij}(s) = \frac{B_{ij}(s)}{F_{ij}(s)} = \frac{\sum_{k=0}^{m_{ij}} b_k s^k}{\sum_{k=0}^{n_{ij}} f_k s^k} \quad f_{n_{ij}} = 1. \tag{3.5}$$

Choix des signaux d'excitation

Les signaux d'excitation sont construits de manière à exciter au maximum la bande passante de l'application tout en respectant les contraintes de travail. Les entrées sont ainsi choisies comme Séquence Binaires Pseudo Aléatoires (SBPA) excitant simultanément les deux entrées et décorellées. Des extraits des signaux d'entrées/sorties expérimentaux sont affichés sur la figure 3.3. La période d'échantillonage est de 2 ms. Chaque expérience dure environ 10 s. Plusieurs jeux de données correspondant à divers SBPA sont acquis. Un jeu est utilisé pour la sélection de l'ordre du modèle et l'estimation des paramètres, alors que l'autre jeu est réservé à la validation du modèle.

Sélection de l'ordre du modèle

La procédure de sélection de l'ordre du modèle présenté dans [Huselstein04] est utilisée pour déterminer l'ordre des fonctions de transfert du modèle robotique flexible. Pour chacun des deux modèles MISO, un grand nombre de modèles sont estimés pour une large plage d'ordres de modèles. Les dix meilleures structures pour chaque sortie sont données dans le tableau 3.1. Ici, les deux premières colonnes définissent l'ordre des numérateurs pour chaque fonction de transfert ; les troisième et quatrième colonnes rapportent l'ordre des dénominateurs. Les deux dernières colonnes donnent des critères de sélection de l'ordre : le critère d'information de Young (YIC, [Young02]) et le critère R_T^2 portant sur les erreurs :

$$R_T^2 = 1 - \frac{\hat{\sigma}_\varepsilon^2}{\hat{\sigma}_y^2}, \tag{3.6}$$

où $\hat{\sigma}_y^2$ et $\hat{\sigma}_\varepsilon^2$ représentent respectivement la variance de la sortie mesurée et celle de l'erreur de simulation.

R_T^2 est une mesure de la qualité avec laquelle la sortie du modèle explique la sortie du système et sera d'autant plus proche de 1 que le bruit est faible. Cependant, R_T^2 augmente systématiquement avec l'ordre du modèle et, lorsqu'il est utilisé seul, entraîne une surestimation de l'ordre du modèle. Le critère d'information de Young est une mesure de la qualité du choix des paramètres ; plus le critère YIC est négatif, meilleur est le choix. Ce critère, utilisé simultanément avec R_T^2, permet de limiter l'ordre du système. L'ordre du système est finalement choisi de manière à ce que R_T^2 soit suffisamment élevé et que YIC soit suffisamment négatif. Les ordres choisis sont référencés dans le tableau 3.1 par un astérisque.

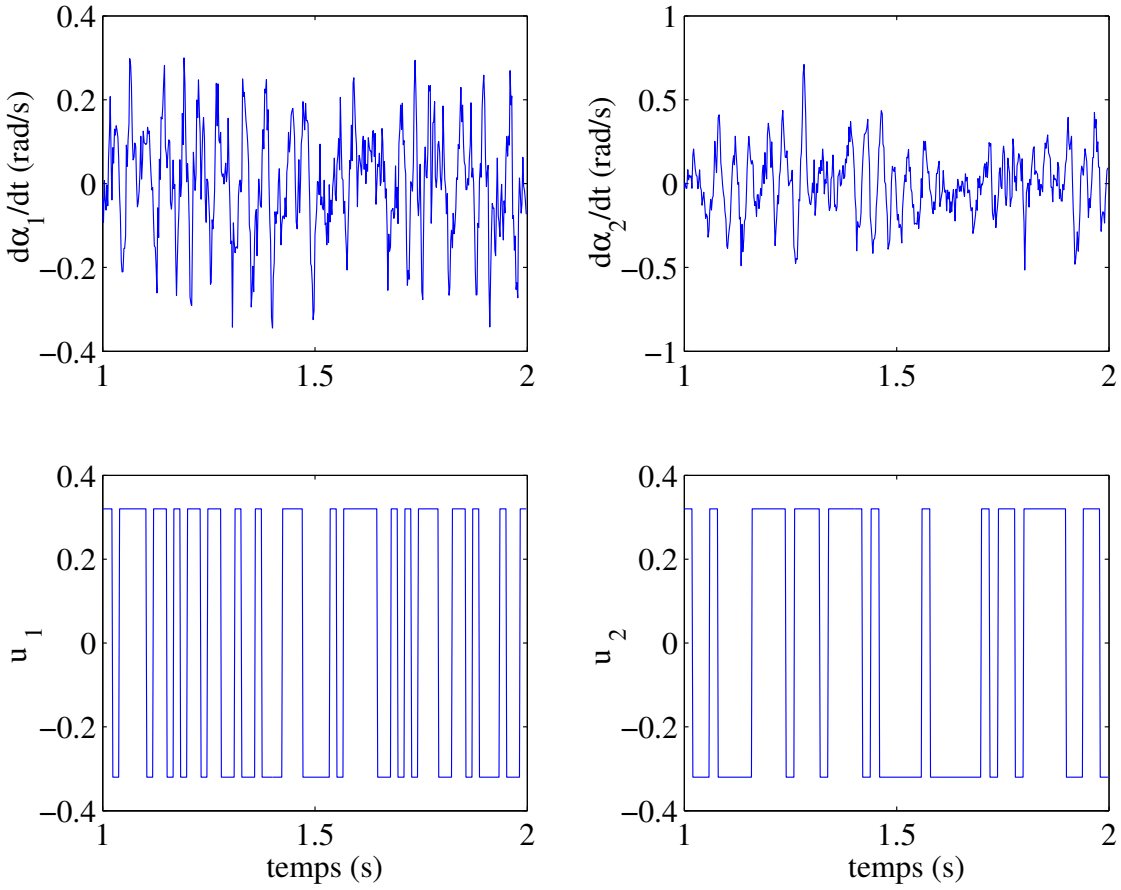

FIG. 3.3 – Extrait des données brutes d'entrée/sortie utilisées pour l'identification du modèle.

Mesure 1, α_1					
m_{11}	m_{12}	n_{11}	n_{12}	YIC	R_T^2
1	1	5	2	-8.033	0.721
1	2	5	2	-8.033	0.721
3	1	4	2	-7.624	0.727
4	1	4	2	-7.624	0.727
3	2	4	2	-7.624	0.727
4	2	4	2	-7.624	0.727
3	1	4	4	-7.473*	0.772
4	1	4	4	-7.473	0.772
1	1	2	2	-7.200	0.691
2	1	2	2	-7.200	0.691
Mesure 2, α_2					
m_{21}	m_{22}	n_{21}	n_{22}	YIC	R_T^2
1	1	4	2	-9.609	0.833
1	2	4	2	-9.609	0.833
1	3	4	4	-9.267*	0.870
1	4	4	4	-9.267	0.870
1	2	4	4	-9.237	0.862
2	3	4	4	-7.081	0.882
2	4	4	4	-7.081	0.882
2	2	4	4	-7.063	0.874
1	1	4	5	-6.905	0.873
1	2	4	5	-6.670	0.879

TAB. 3.1 – Structure des dix meilleurs modèles d'après YIC et R_T^2

Validation du modèle

Le modèle identifié s'écrit :

$$H(s) = \begin{bmatrix} H_{11}(s) & H_{12}(s) \\ H_{21}(s) & H_{22}(s) \end{bmatrix} \tag{3.7}$$

avec :

$$H_{11}(s) = \frac{-27\,s^3 + 2990\,s^2 - 6,615 \cdot 10^5\,s + 1,27 \cdot 10^8}{s^4 + 88,9\,s^3 + 5,78 \cdot 10^4\,s^2 + 2,83 \cdot 10^6\,s + 7,06 \cdot 10^8} \tag{3.8}$$

$$H_{12}(s) = \frac{-1,09 \cdot 10^5\,s - 5,60 \cdot 10^6}{s^4 + 46,0\,s^3 + 6,40 \cdot 10^4\,s^2 + 1,46 \cdot 10^6\,s + 9,72 \cdot 10^8} \tag{3.9}$$

$$H_{21}(s) = \frac{-4,70 \cdot 10^5\,s + 3,87 \cdot 10^7}{s^4 + 55,5\,s^3 + 5,75 \cdot 10^4\,s^2 + 1,69 \cdot 10^6\,s + 7,16 \cdot 10^8} \tag{3.10}$$

$$H_{22}(s) = \frac{-58,0\,s^3 + 2,33 \cdot 10^4\,s^2 - 9,28 \cdot 10^6\,s + 1,18 \cdot 10^9}{s^4 + 109\,s^3 + 2,10 \cdot 10^5\,s^2 + 9,09 \cdot 10^6\,s + 6,07 \cdot 10^9} \tag{3.11}$$

La qualité du modèle identifié est évaluée à partir de données n'ayant pas servi à l'identification. Les résultats, présentés sur la figure 3.4, montrent que le modèle reproduit

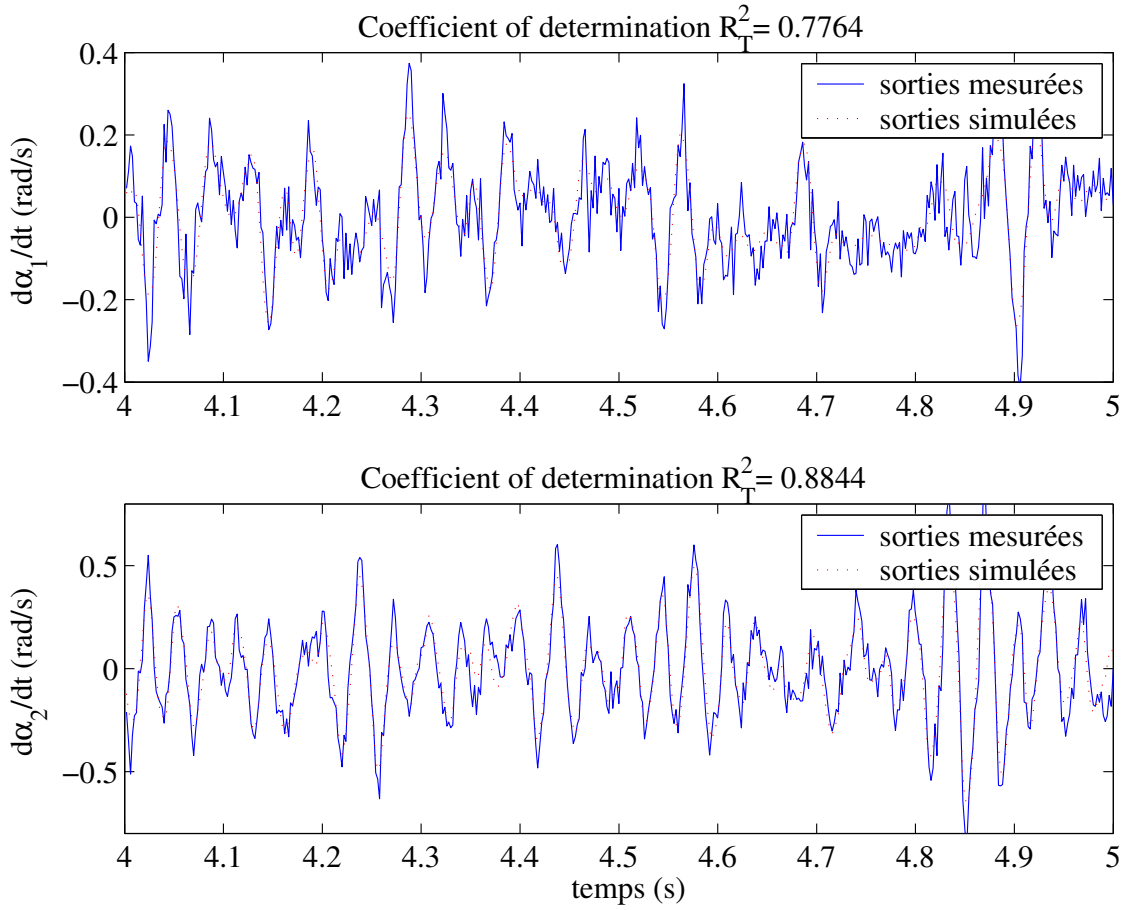

FIG. 3.4 – Résultats de la validation croisée

bien le comportement du système.

3.1.3 Conclusion

La méthodologie que nous avons développée permet d'obtenir, grâce à la vision, un modèle dynamique multivariable d'un manipulateur en prenant en compte l'ensemble des flexibilités. Ce modèle est exact dans le cas où le manipulateur possède autant ou plus d'articulations que les nombres de DDL de la tâche à réaliser. Il est valable autour d'une configuration nominale et peut-être recalculé simplement dans le cas où la caméra est déplacée. Grâce à ce modèle, des lois de commande multivariables peuvent être développées, ce qui fait l'objet du chapitre suivant.

3.2 Vers l'identification du modèle non-linéaire

3.2.1 Introduction

Dans le but de disposer d'un modèle d'analyse permettant de valider les lois de commande développées sur le manipulateur, nous avons cherché à identifier un modèle fin du manipulateur tenant compte des flexibilités[39]. Nous sommes partis sur l'idée d'étendre les méthodes classiques d'identification des manipulateurs [Khalil99, Gautier01] en tenant compte des flexibilités. La prise en compte des flexibilités des segments s'avérant difficile, notre premier travail, présenté ici, s'est focalisé sur la prise en compte des flexibilités des articulations. L'originalité principale de ce travail concerne l'utilisation de la caméra comme mesure additionnelle. D'autres spécificités sont liées aux contraintes du manipulateur qui ne permet pas d'accéder aux mesures de courant ou de couple. L'étude présente cherche à déterminer s'il est envisageable d'identifier le modèle du manipulateur compte-tenu de la précision limitée des capteurs. Le modèle d'identification est celui qui a été développé dans le paragraphe 1.4.2 du premier chapitre de cette partie.

3.2.2 Protocole d'estimation

On se focalise sur l'étude de l'identifiabilité pratique du modèle développé au paragraphe 1.4. On néglige les frottements[40] et le correcteur est un simple proportionnel. Dans l'esprit d'autres travaux menés sur la machine asynchrone [Laroche02], le but est d'évaluer si une estimation relativement précise des paramètres est possible, compte-tenu de la précision limitée des mesures. Le modèle de simulation utilisé s'appuie sur des valeurs a priori des paramètres : $J_a = 0,31$ kg.m^2, $J_b = 0,054$ kg.m^2, $J_c = 0,095$ kg.m^2, $N_1 = N_2 = 20$, $\tilde{K}_1 = 100$ N.m/rad, $\tilde{K}_2 = 80$ N.m/rad, $\tilde{J}_{m1} = 0,04$ kg.m^2, $\tilde{J}_{m2} = 0,024$ kg.m^2. Une trajectoire de consigne est conçue, permettant une excursion maximale en position, vitesse et accélération avec une excitation riche. Elle est composée d'une trajectoire en rampe à laquelle est superposée un signal binaire pseudo-aléatoire filtré par un filtre du premier ordre de fréquence 100 Hz. Les trajectoires des vitesses de référence et des vitesses simulées sont données sur la figure 3.5. La trajectoire de l'extrémité du bras dans le plan est donnée sur la figure 3.6.

En notant A_{ij} les composantes de la matrice $\mathcal{A}$ (1.10), le modèle retenu pour l'identification s'écrit :

$$M(t)\Theta = B(t) \tag{3.12}$$

[39] Ce travail a été développé dans le cadre du stage de Master de Philippe Celka [Laroche06a]

[40] Cela s'avère pertinent dans le cas présent où nous nous intéressons surtout aux dynamiques hautes fréquences.

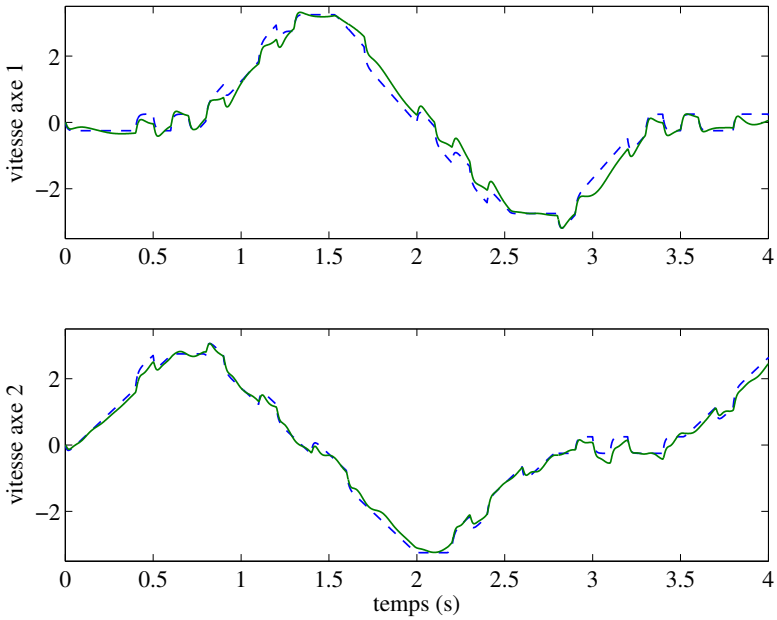

FIG. 3.5 – Vitesses articulaires des moteurs : consigne (- -) et mesure (–)

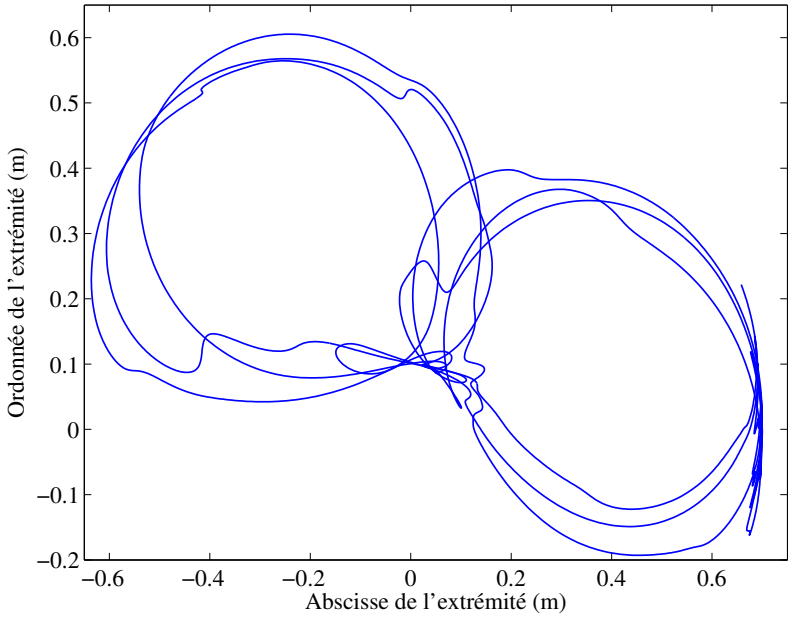

FIG. 3.6 – Trajectoire de l'extrémité du bras dans le plan horizontal

avec :

$$M(t) = \begin{bmatrix} A_{12} & A_{13} & \theta_1 - \tilde{q}_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ A_{12} & A_{23} & 0 & \theta_2 - \tilde{q}_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \tilde{q}_1 & 0 & \ddot{\tilde{q}}_1 & 0 & \dot{\tilde{q}}_1 - \dot{\tilde{q}}_1^* & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \tilde{q}_2 & 0 & \ddot{\tilde{q}}_2 & 0 & \dot{\tilde{q}}_2 - \dot{\tilde{q}}_2^* \end{bmatrix} \tag{3.13}$$

$B(t) = [-A_{11}\ 0\ 0\ 0]^T$ et où le vecteur des paramètres s'écrit :

$$\Theta = \left[\frac{J_b}{J_a}\ \frac{J_c}{J_a}\ \frac{\tilde{K}_1}{J_a}\ \frac{\tilde{K}_2}{J_a}\ \frac{\tilde{J}_{m1}}{J_a}\ \frac{\tilde{J}_{m2}}{J_a}\ \frac{\tilde{K}_{p1}}{J_a}\ \frac{\tilde{K}_{p2}}{J_a} \right]^T . \tag{3.14}$$

Remarquons que pour rendre le modèle identifiable, il a fallu se ramener à 8 paramètres, ce qui a été fait en divisant les équations par J_a.

A partir de la reconstruction de $M(t_k)$ et de $B(t_k)$ pour différents instants d'échantillonnage t_k, $k = 1...m$, on construit le système $\mathbf{M}\Theta = \mathbf{B}$ avec :

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} M(t_1) \\ \vdots \\ M(t_m) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} B(t_1) \\ \vdots \\ B(t_m) \end{bmatrix} \tag{3.15}$$

Afin de limiter les effets du bruit de mesure sur l'estimation des paramètres, il est nécessaire de prendre certains soins dans la construction des vitesses et des accélérations présentes dans la matrice $M(t)$. Il convient de filtrer à deux étapes.

- Le calcul des accélérations intervenant dans $M(t)$ peut se faire par une dérivée filtrée. Dans le cas d'identification hors ligne, il est préférable d'utiliser un filtre aller-retour afin de ne pas introduire de déphasage. Ainsi, une dérivée simple associée à un filtre passe-bas de Butterworth d'ordre et de bande passante appropriés sera utilisé. Nous verrons, dans le paragraphe suivant, l'effet du réglage de ce filtre. Pour le calcul des vitesses, le problème est moins sensible et une dérivée simple est envisageable.
- En filtrant chaque terme de $M(t)$ et de $B(t)$ par un même filtre, on obtient $M_f(t)$ et $B_f(t)$ qui vérifient l'équation $M_f(t)\Theta = B_f(t)$ à partir de laquelle peuvent être estimés les paramètres. On utilisera un filtre de type passe-bande permettant de supprimer des composantes continues, d'atténuer l'effet des bruits aux hautes fréquences et de mettre en valeur les informations dans la bande de fréquence où il convient d'identifier les dynamiques. Un filtre de Butterworth aller-retour d'ordre et de fréquences de coupure adaptées sera utilisé. On montrera, dans le paragraphe suivant, l'effet du réglage de ses paramètres.

3.2.3 Réglage et évaluation

Nous cherchons à évaluer l'effet du réglage des différents filtres sur la précision d'estimation des paramètres. Afin de donner une mesure scalaire de la qualité de l'estimation, nous choisissons comme critère J la moyenne quadratique des erreurs relatives

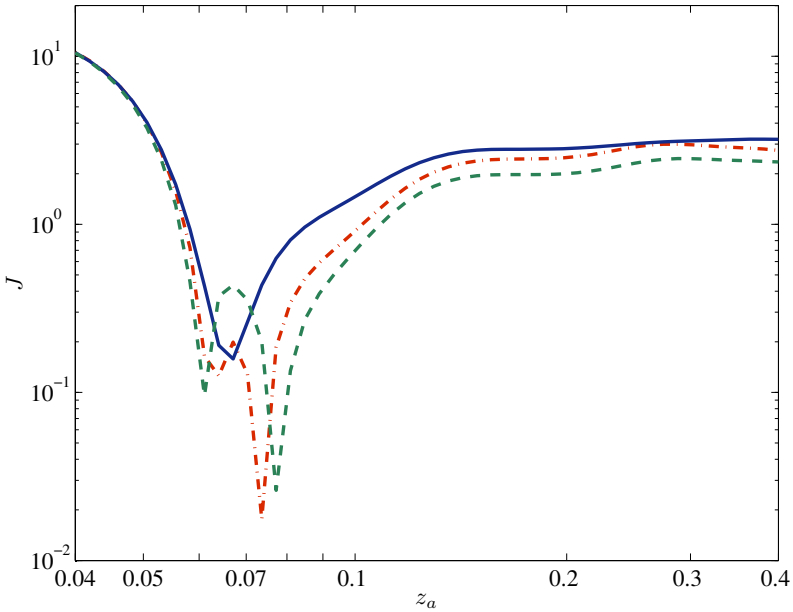

FIG. 3.7 – Effet du réglage du filtre d'estimation des accélérations (3 tirages)

sur chacun des paramètres, exprimée en pourcentage. L'objectif est d'obtenir une valeur inférieure à l'unité. Les erreurs de mesure sont simulées à partir d'une loi normale d'écart-type 10^{-4} rad conformément à ce qui a été observé sur le dispositif expérimental. Les erreurs d'estimation dépendant du tirage des erreurs, trois tirages distincts ont été considérés.

Afin de mettre en évidence l'effet du réglage du filtre d'estimation des accélérations, on a évalué l'effet des variations de la fréquence du filtre passe-bas sur la qualité de l'estimation. Le filtre considéré est un filtre numérique passe-bas de Butterworth d'ordre 4, de fréquence de coupure $z_a \frac{f_e}{2}$ où f_e est la fréquence d'échantillonnage et où z_a est un réel compris entre 0 et 1. Le filtre appliqué à l'équation est quant à lui constant ; il s'agit d'un filtre passe-bande d'ordre 3 de bande passante $\frac{f_e}{2}[0,01\ ;\ 0,1]$. Le tracé du critère en fonction de z_a est donné sur la figure 3.7. On observe que pour $z_a \in [0,06\ ;\ 0,08]$, la précision moyenne est inférieure à 1 % pour chacun des trois tirages considérés ; on retiendra donc $z_a = 0,07$ comme réglage optimal. On remarque que, pour certains tirages, la précision atteinte peut être inférieure à 0,1 % par un choix adéquat de z_a. Cependant, ce choix n'est pas robuste puisque la précision n'est pas reproductible d'un tirage à l'autre. Il convient, en effet, de ne pas régler l'estimation pour un tirage particulier des bruits.

Intéressons nous à présent au réglage du filtre passe-bande appliqué à chacun des termes de l'équation (3.12). Nous avons choisi un filtre de Butterworth d'ordre 3, de bande passante $\frac{f_e}{2}[z_1\ ;\ z_2]$ où z_1 et z_2 sont deux réels vérifiant $0 < z_1 \leq z_2 < 1$. Fixons dans un premier temps à une décade le rapport entre les fréquences haute et basse

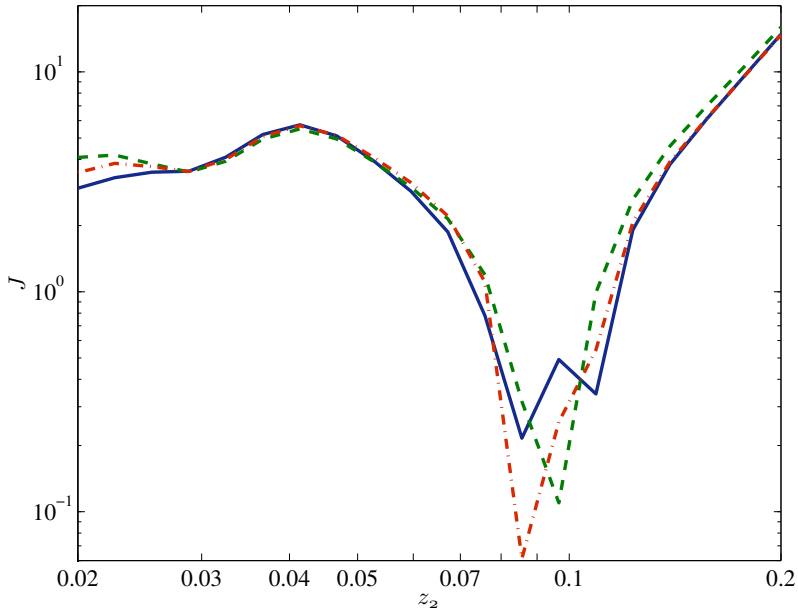

FIG. 3.8 – Effet du choix de la fréquence du filtre d'équation

paramètre	$\frac{J_b}{J_a}$	$\frac{J_c}{J_a}$	$\frac{\tilde{K}_1}{J_a}$	$\frac{\tilde{K}_2}{J_a}$	$\frac{\tilde{J}_{m1}}{J_a}$	$\frac{\tilde{J}_{m2}}{J_a}$	$\frac{K_{p1}}{J_a}$	$\frac{K_{p2}}{J_a}$
biais	-0,11	-0,31	-0.15	-0,31	0,52	0,22	-0,76	-0,25
écart-type	0,34	0,51	0,15	0,33	0,66	0,54	0,28	0,34
pire cas	-1,42	-0,42	-0,53	-1,40	0,91	-1,02	-1,39	-1,38

TAB. 3.2 – Analyse des erreurs d'estimation des paramètres à partir de 800 tirages (en % des valeurs des paramètres)

($z_2 = 10z_1$) et intéressons nous au choix de la fréquence de coupure z_2. Les variations du critère sont relevées sur la figure 3.8. On observe que l'erreur moyenne est inférieure à 1 % pour $z_2 \in [0,08\ ;\ 0,10]$; nous choisirons par la suite la fréquence centrale correspondant à 0,09 soit $z_1 z_2 = \frac{0{,}09^2}{10} = 0,0285^2$. Une fois fixée la fréquence centrale du filtre passe-bande à $0,0285\frac{f_e}{2}$, intéressons nous à l'effet des variations de son ouverture $\frac{z_2}{z_1}$. Les variations du critère sont représentées sur la figure 3.9. On observe une erreur inférieure à 1 % pour $\frac{z_2}{z_1} \in [1,5\ ;\ 5]$. On retiendra $\frac{z_2}{z_1} = 3$, ce qui donne $z_1 = 0,0165$ et $z_2 = 0,0494$.

Afin d'apporter une validation supplémentaire aux résultats obtenus, le modèle dynamique a été été simulé, sur une durée de 10 secondes, avec 10 jeux de valeurs estimées des paramètres obtenus en présence de bruit avec le réglage proposé des filtres. La valeur de J_a étant fixée arbitrairement, les autres paramètres sont calculés à partir des valeurs estimées de Θ (3.14). Les trajectoires obtenues ne se distinguent pas des tra-

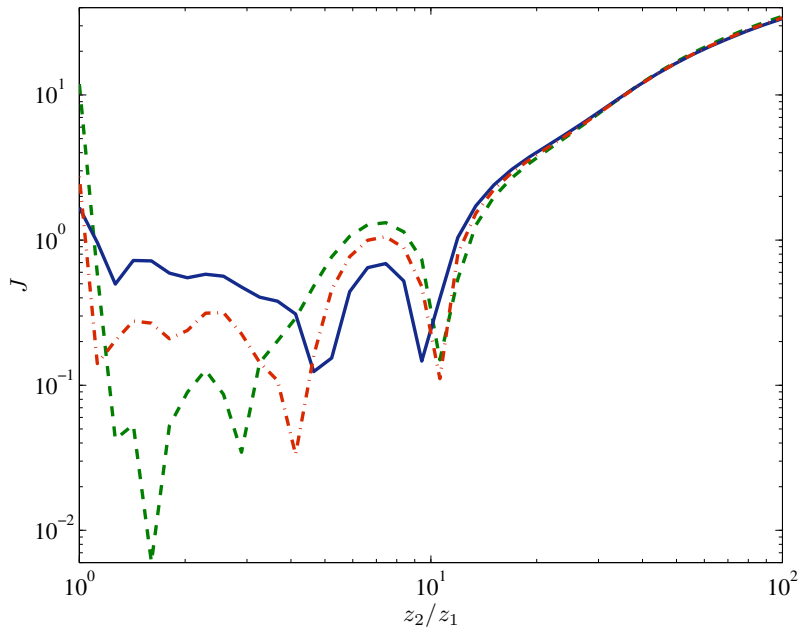

FIG. 3.9 – Effet du choix de l'ouverture du filtre d'équation

jectoires initiales à moins d'un grossissement et n'ont donc pas été reproduites ici. Les erreurs sur les différentes positions q_k et θ_k sont inférieures à 3 mrad et celles sur les vitesse articulaires sont inférieures à 7 mrad/s, ce qui est tout à fait satisfaisant. Précisons que l'utilisation d'une valeur arbitraire de J_a ne modifie pas le comportement du modèle dynamique.

En présence de bruit stochastique, l'estimée des paramètres est une variable aléatoire. En reproduisant l'estimation pour un nombre élevé de tirages du bruit, on peut en estimer le biais et l'écart-type. Ces grandeurs ont été évaluées à partir de 800 tirages et sont présentées dans le tableau 3.2 en pourcentage des valeurs nominales des paramètres. Ces informations donnent une idée de la précision relative des différents paramètres. On constate ici que les précisions sont régulières, les biais et écarts-types étant inférieurs à 0,6 % de la valeur nominale pour chaque paramètre. Le pire cas est également présenté dans ce tableau, correspondant à une erreur moyenne de 0,83 %.

3.2.4 Conclusion

Avant de se lancer dans l'utilisation de données expérimentales pour l'estimation des paramètres, il importe de valider que, compte-tenu des erreurs de mesure, la méthode retenue pourra aboutir à une estimation d'une qualité acceptable. Cette phase initiale d'analyse permet également de régler les paramètres de la méthode et de choisir l'excitation appropriée.

Dans ce travail, nous cherchons à identifier le modèle dynamique d'un bras à deux DDL

avec des flexibilités articulaires, en s'appuyant sur les mesures des codeurs et des déplacements dans l'image. La méthode proposée, qui s'appuie sur une formulation linéaire en fonction des paramètres, a été évaluée en simulation. Un réglage de la méthode a été trouvé, permettant d'atteindre une précision relative moyenne inférieure à 1 %, ce qui est tout à fait satisfaisant compte tenu des erreurs de mesure.

CHAPITRE

4

Synthèse de lois de commande

Sommaire

4.1 Commande de l'attitude d'un manipulateur 149

4.1.1 Synthèse 150

4.2 Commande d'un stabilisateur actif 152

4.2.1 Description et modélisation 152

4.2.2 Prise en compte de la vision 155

4.2.3 Synthèse de correcteurs H_∞ 159

Nous présentons ici deux applications que nous avons réalisée de la commande H_∞ à la commande de manipulateurs. Le premier travail a été développé dans le cadre de la thèse de Loïc Cuvillon [Cuvillon05a]. Il concerne la commande du prototype Sinters destiné à la compensation des mouvements cardiaques. Le second travail a été développé dans le cadre de la thèse de Wael Bachta [Bachta07b, Bachta07c]. Il concerne la commande d'un prototype de stabilisateur actif.

4.1 Commande de l'attitude d'un manipulateur

Nous présentons ici l'asservissement visuel rapide du manipulateur Sinters dont l'identification a été présentée dans le chapitre précédent. Une synthèse H_∞ a été retenue afin de permettre un bon amortissement des modes flexibles.

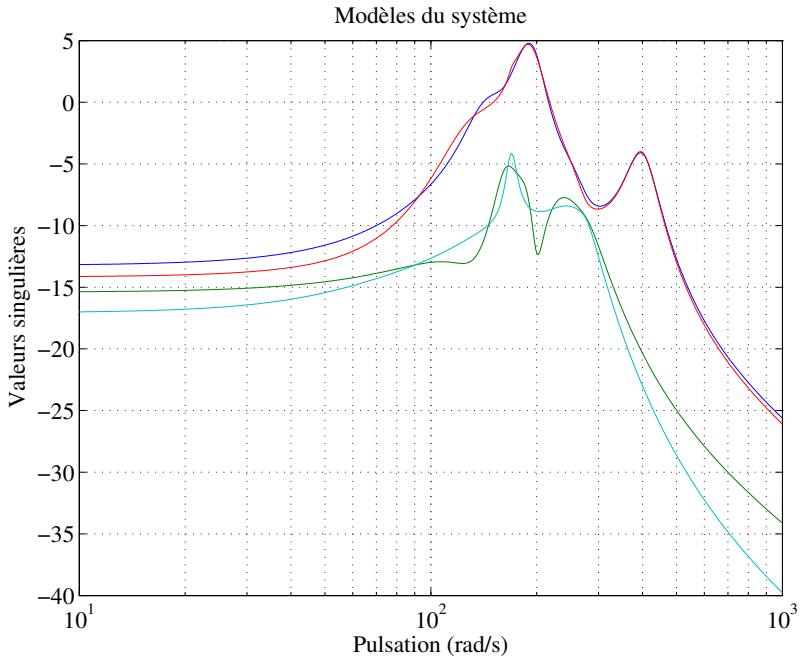

FIG. 4.1 – Modèle initial d'ordre 16 du système et modèle d'ordre réduit à l'ordre 10

4.1.1 Synthèse

Le modèle utilisé est celui développé dans le second chapitre de cette partie. Sa réponse fréquentielle est donnée sur le figure 4.1. Une synthèse 2 blocs a été faite de manière à atteindre la bande passante la plus élevée possible tout en assurant les critères de robustesse (marge de module, *roll-off*). Le correcteur obtenu est présenté sur la figure 4.2. On vérifie bien que son gain diminue aux hautes fréquences. Les gabarits et les fonctions de transfert du système asservi sont représentés sur la figure 4.3, montrant une bande passante de l'ordre de 11 rad.s^{-1}. On observe également sur ces courbes la réponse fréquentielle du système avec un correcteur GPC[41]. Les deux correcteurs montrent une bande passante similaire. Cependant, par rapport au GPC, le correcteur H_∞ présente trois caractéristiques avantageuses :

- un meilleur amortissement ;
- une atténuation du gain en haute fréquence, ce qui permet de limiter le bruit en haute fréquence ;
- une plus grande similitude des deux valeurs singulières, ce qui correspond à des dynamiques unifiées pour toutes les directions de l'entrée.

Les réponses temporelles du système, obtenues en simulation et expérimentalement, en réponse à des perturbations indicielles, sont données sur la figure 4.4. La référence est bien suivie et un bon découplage est réalisé entre les deux axes.

[41] Les résultats plus complets sur cette comparaison sont disponibles dans [Cuvillon05b]

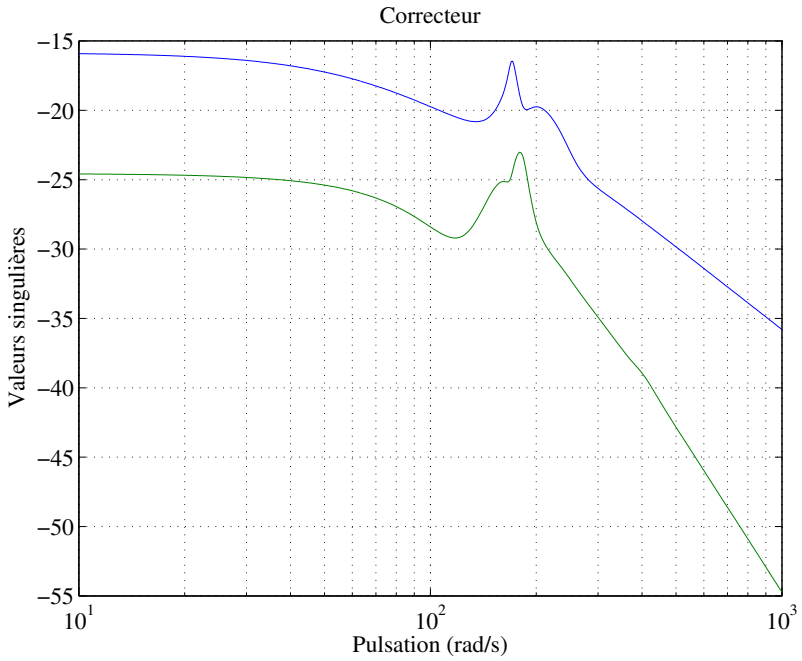

FIG. 4.2 – Correcteur H_∞

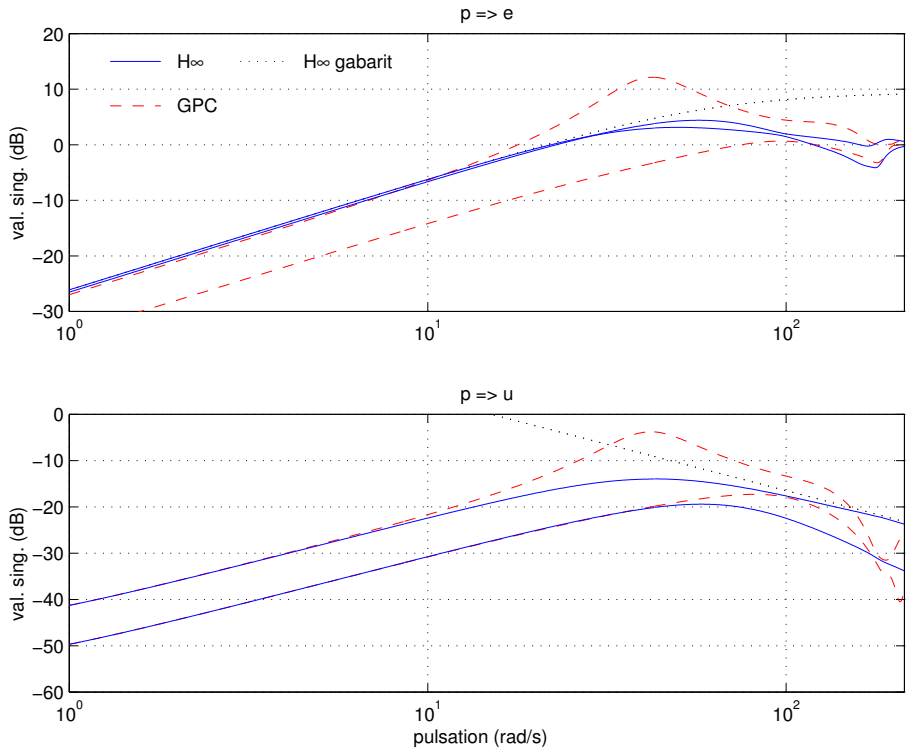

FIG. 4.3 – Fonctions de transfert en boucle fermé pour les correcteurs GPC et H_∞

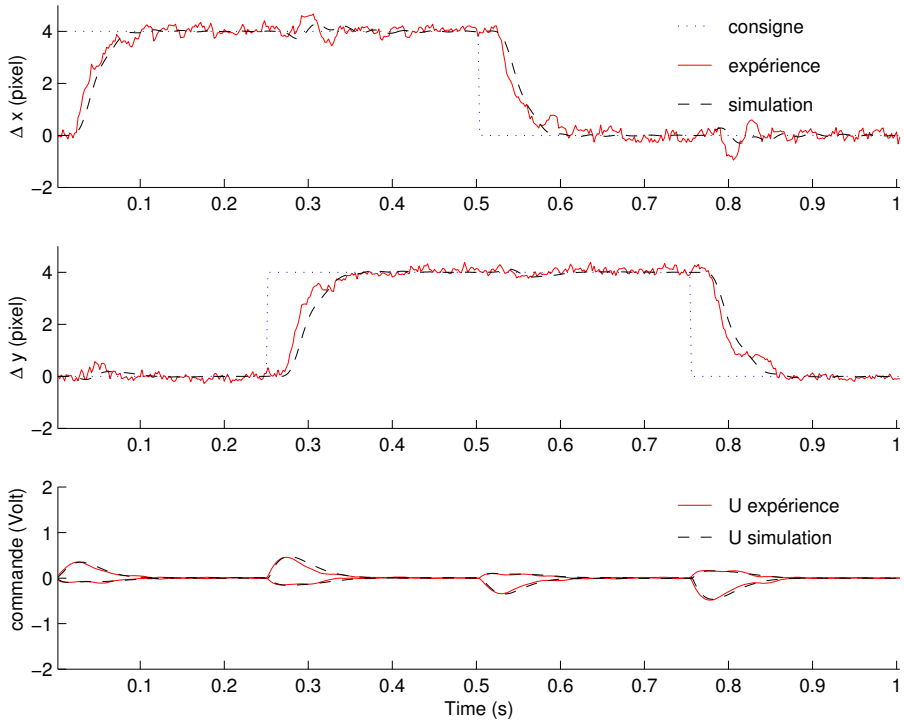

FIG. 4.4 – Réponses temporelles obtenues avec la commande H_∞ : expérience et simulation

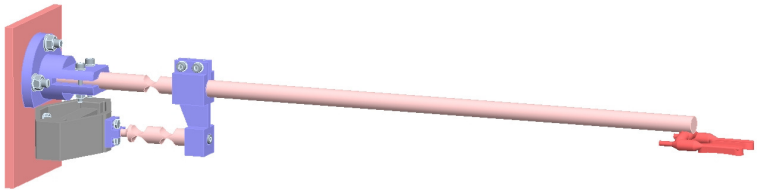

FIG. 4.5 – Plan CAO du prototype de stabilisateur actif

4.2 Commande d'un stabilisateur actif

Cardioloc est un prototype de stabilisateur cardiaque actif destiné à la chirurgie à cœur battant. Nous présentons dans la suite une comparaison entre différentes stratégies de commande H_∞ destinées à sa commande.

4.2.1 Description et modélisation

Le système électro-mécanique

Le prototype que nous avons développé [Bachta07a] permet de compenser les déflexions selon une direction : la direction verticale qui est celle où les déplacements sont les plus importants. Le système, dont une vue CAO est présentée sur la figure 4.5, com-

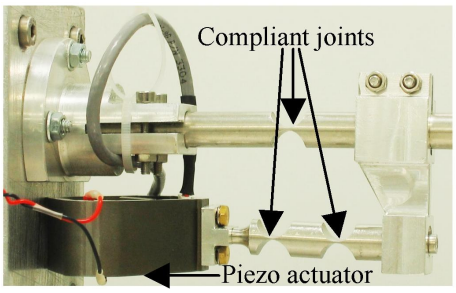

FIG. 4.6 – Détail de la structure d'actionnement avec les articulations réalisées par affaiblissement de matière et l'actionneur piézo-électrique linéaire

prend une tige au bout de laquelle sont placés les deux doigts en contact avec le cœur. En amont (voir figure 4.6), le système est articulé grâce à des articulations réalisées par affaiblissement des tiges et actionné par un actionneur piézo-électrique linéaire (Cedrat Technologies). Une jauge de contrainte est placée sur l'actionneur et un asservissement de sa déformation est implanté en analogique. Compte-tenu de la bande passante élevée de cet asservissement, on peut considérer que l'actionneur est commandé en position. Lorsque le système est en contact avec le cœur, l'actionnement permet de compenser les déflexions engendrées par les forces de contact. La mesure de la déformation est faite par caméra rapide (333 Hz) grâce à un marqueur placé en bout de tige. Dans les évolutions prochaines de ce projet, nous nous intéresserons directement à la position de la portion du cœur comprise entre les deux doigts du stabilisateur qui n'est pas liée de manière parfaitement rigide avec l'extrémité de la tige du stabilisateur.

Modèle dynamique

L'analyse par éléments finis prévoit que le premier mode des déflexions horizontales est à 48 HZ alors que le second est au delà de 333 Hz. Ainsi, un modèle de commande comprenant un seul mode suffit. Le modèle dynamique a donc été développé en ayant recours à un modèle rigide équivalent (Pseudo Rigid Body Model (PRBM), [Howell01]). La déflexion est ainsi assimilée à une articulation avec un couple de rappel dépendant de la raideur et de la géométrie du matériau, comme présenté que la figure 4.7. Par ailleurs, le système d'actionnement est de type bielle manivelle et le mouvement de translation de l'actionneur est transformé en une rotation d'angle α. Le système est ainsi assimilé à un manipulateur robotique plan à 2 DDL et le modèle développé dans le premier chapitre de cette partie du mémoire peut être repris.

La première articulation α est rigidement liée à l'allongement de l'actionneur. Ce dernier étant asservi en position, on peut supposer que l'on commande directement l'angle α, ce qui sera fait dans la suite de cette partie. Du fait des faibles débattements de la structure lors d'un fonctionnement normal, le modèle d'un manipulateur plan peut être linéarisé

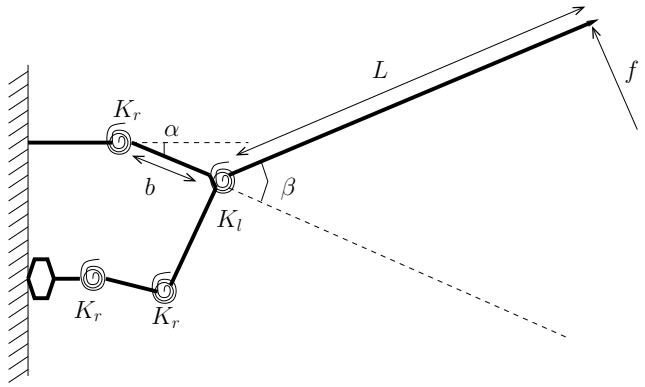

FIG. 4.7 – Modèle simplifié du Cardioloc avec déformations ramenées à une articulation

autour de la position d'équilibre. On obtient donc :

$$M_{21}\ddot{\alpha} + M_{22}\ddot{\beta} + f_2\dot{\beta} + K_2\beta = Lf \tag{4.1}$$

où $[M_{21}\ M_{22}]$ est la seconde ligne de la matrice d'inertie du système ; K_2 est la raideur de l'articulation équivalente à la déflexion et f_2 est son coefficient de frottement.

Pour de petits déplacements, la position verticale de l'extrêmité de la tige s'écrit :

$$y = (b + L)\alpha + L\beta, \tag{4.2}$$

ce qui donne en fréquentiel :

$$y(s) = \mathrm{G}(s)\alpha(s) + \mathrm{P}(s)f(s) \tag{4.3}$$

avec :

$$G(s) = \frac{((b + L)M_{22} - LM_{21})s^2 + (b + L)(f_2 s + K_2)}{M_{22}s^2 + f_2 s + K_2} \tag{4.4}$$

et :

$$P(s) = \frac{L^2}{M_{22}s^2 + f_2 s + K_2}. \tag{4.5}$$

Le modèle d'état s'obtient en prenant $x_1 = \frac{\mathrm{d}x_2}{\mathrm{d}t} - f_2\frac{M_{21}}{M_{22}^2}\alpha$ et $x_2 = \beta + \frac{M_{21}}{M_{22}}\alpha$ et s'écrit :

$$M_{22}\frac{\mathrm{d}x_1}{\mathrm{d}t} = -f_2x_1 - K_2x_2 + \frac{M_{21}}{M_{22}}(K_2 - \frac{f_2^2}{M_{22}})\alpha - Lf \tag{4.6}$$

$$\frac{\mathrm{d}x_2}{\mathrm{d}t} = x_1 + f_2\frac{M_{21}}{M_{22}}\alpha \tag{4.7}$$

$$y = (b + L(1 - \frac{M_{21}}{M_{22}}))\alpha + Lx_2 \tag{4.8}$$

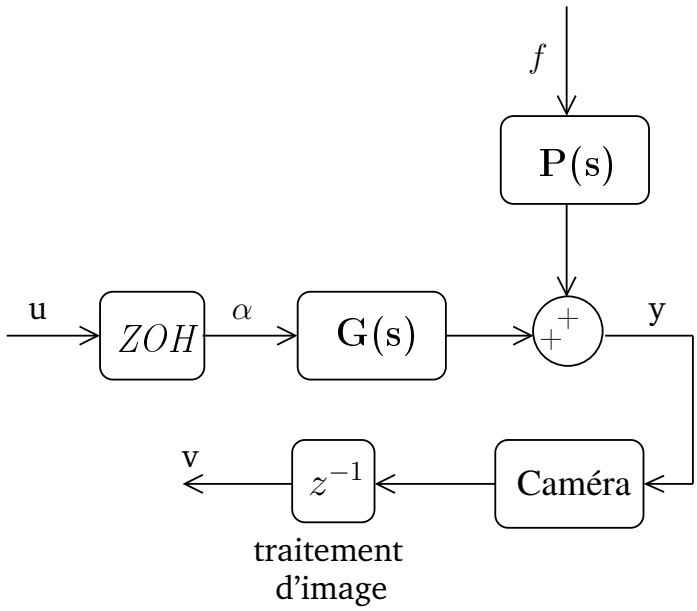

FIG. 4.8 – Schéma-bloc du système

4.2.2 Prise en compte de la vision

Le schéma-bloc du système complet est présenté sur la figure 4.8. La présence de la caméra est prise en compte par la méthode présentée dans la deuxième chapitre de cette partie. Ainsi, avec un bloqueur d'ordre zéro en entrée, la fonction de transfert en temps discret entre l'entrée numérique et la mesure discrète s'écrit :

$$\mathrm{H}(z) = \frac{1}{T}(1 - z^{-1})^2 \mathcal{Z}\left\{\frac{G(s)}{s^2}\right\} z^{-1} \tag{4.9}$$

où le retard additionnel z^{-1} correspond au temps de transfert de l'image vers la mémoire du calculateur et à son traitement.

Les paramètres ont été estimés à partir de résultats d'identification. Sur le diagramme de Bode de la fonction de transfert du système, présentée sur la figure 4.9, on observe une résonance à 67 Hz avec un amortissement de $4,3 \cdot 10^{-2}$. Le système présente un pôle réel positif à 470 Hz et peut donc être qualifié de système à non-minimum de phase.

Par la suite, la synthèse sera faite en temps continu à partir du modèle $H(s)$ obtenu à partir de $H(z)$ par la transformée bilinéaire. Comme les approches que nous cherchons à développer ne s'appuient pas sur la mesure de la force de perturbation, il est équivalent et plus générique de considérer simplement une perturbation de sortie, ce qui donne le schéma de la figure 4.10.

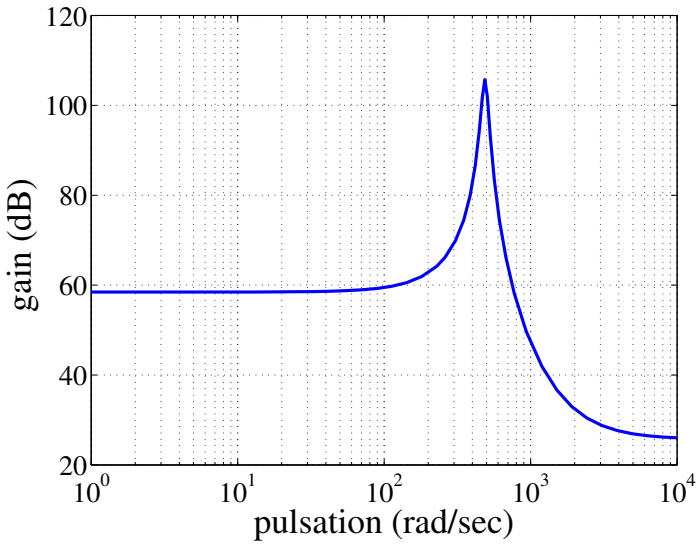

FIG. 4.9 – Gain du diagramme de Bode de $\mathrm{H}(z)$

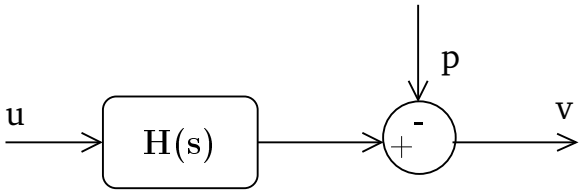

FIG. 4.10 – Schéma-bloc simplifié pour la commande

Prédiction de la perturbation

Afin d'anticiper les effets de la perturbation et de mieux les contrer, il peut s'avérer utile de prédire quelques périodes à l'avance la perturbation $p(t)$. Dans notre cas, cette perturbation n'est pas mesurée mais peut être estimée simplement à partir des signaux d'entrée et de sortie :

$$v(s) = H(s)\,u(s) - p(s). \tag{4.10}$$

A titre d'illustration, les déplacements résiduels $v(t)$ du stabilisateur en contact avec un cœur porcin sont donnés sur la figure 4.11. En première approximation, on peut considérer que ce mouvement est la somme de deux mouvements périodiques :
– un mouvement respiratoire $\mathcal{M}_r(t)$ à la fréquence respiratoire f_r ;
– un mouvement cardiaque $\mathcal{M}_c(t)$ à la fréquence cardiaque f_c.
On a donc :

$$p(t) = \mathcal{M}_c(t) + \mathcal{M}_r(t) \tag{4.11}$$

On définit également une phase respiratoire $\phi_r(t)$ et une phase cardiaque $\phi_c(t)$ qui vérifient :

$$\frac{\mathrm{d}\theta_r}{\mathrm{d}t} = 2\pi f_r \tag{4.12}$$

$$\frac{\mathrm{d}\theta_c}{\mathrm{d}t} = 2\pi f_c \tag{4.13}$$

Connaissant les fréquences, les phases sont mises à jour à chaque période par intégration numérique. L'activité respiratoire étant assurée par un respirateur artificiel, f_r peut être supposé parfaitement connu. Concernant l'activité cardiaque, on peut s'appuyer sur le complexe QRS [Cuvillon06a]. Il s'agit d'une activité électrique particulière qui est utilisée pour la mesure du rythme cardiaque et qui est facilement détectable par un électrocardiographe. On met alors à jour f_c et ϕ_c à chaque détection du QRS et on utilise la valeur courante de f_c pour calculer ϕ_c par intégration entre deux QRS.

Il est classique [Thakral07] de considérer comme modèle des mouvements $\mathcal{M}_r(t)$ et $\mathcal{M}_c(t)$ une décomposition en série de Fourier, limitée aux harmoniques principales, soit :

$$\mathcal{M}_r(t) = \sum_{i=1}^{n_r} \Big(a_{ri} \sin\big(i\phi_r(t)\big) + b_{ri} \cos\big(i\phi_r(t)\big) \Big) \tag{4.14}$$

et

$$\mathcal{M}_c(t) = \sum_{i=1}^{n_c} \Big(c_{ci} \sin\big(i\phi_c(t)\big) + d_{ci} \cos\big(i\phi_c(t)\big) \Big) \tag{4.15}$$

où n_r et n_c sont le nombre d'harmoniques prises en compte pour respectivement le mouvement respiratoire et le mouvement cardiaque et où a_{ri}, b_{ri}, c_{ci} et d_{ci} sont les coefficients de Fourier à estimer. A partir de ce modèle, il est possible de déterminer une prédiction des futurs échantillons de $v(t)$.

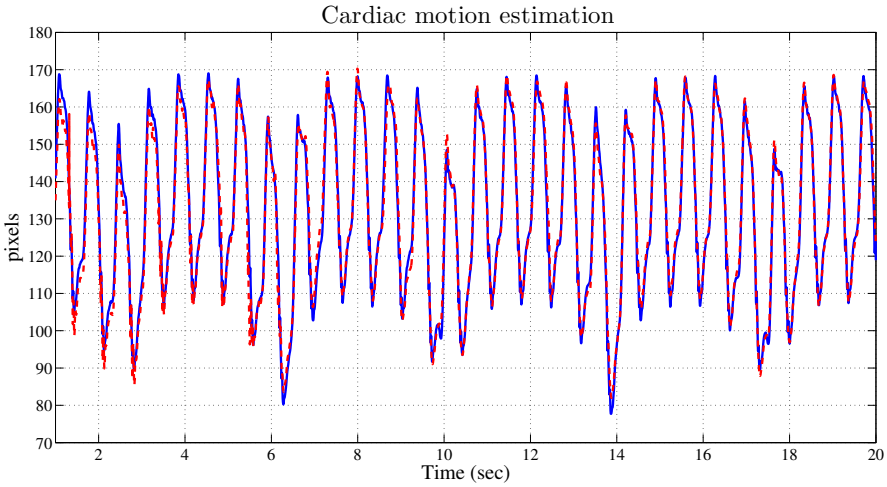

FIG. 4.11 – Estimation du mouvement cardiaque (trait bleu continu : mouvement cardiaque ; trait rouge haché : modèle)

Ce modèle a une précision limitée. En effet, il n'est pas possible de décomposer le mouvement du cœur en deux composantes parfaitement indépendantes. Suivant le volume des poumons, le cœur est plus ou moins comprimé et son activité cardiaque entraîne donc des déplacements d'amplitude variable [Cuvillon06b]. Pour améliorer la précision du modèle, cette dépendance de la composante cardiaque en fonction de la respiration est prise en compte en considérant que le mouvement cardiaque est le résultat d'un mouvement $\mathcal{C}_r(t)$ à la fréquence respiratoire, modulé en amplitude par un signal $\mathcal{C}_c(t)$ à la fréquence cardiaque :

$$\mathcal{M}_c(t) = \mathcal{C}_c(t)(1 + \mathcal{C}_r(t)). \tag{4.16}$$

Les signaux $\mathcal{C}_r(t)$ et $\mathcal{C}_c(t)$ sont alors approchés par un développement en série de Fourier limité aux premiers harmoniques :

$$\mathcal{C}_c(t) = \sum_{i=1}^{n_c} \Big(e_{ci} \sin\big(i\phi_c(t)\big) + f_{ci} \cos\big(i\phi_c(t)\big) \Big) \tag{4.17}$$

et

$$\mathcal{C}_r(t) = \sum_{i=1}^{n_r'} \Big(g_{ri} \sin\big(i\phi_r(t)\big) + h_{ri} \cos\big(i\phi_r(t)\big) \Big) \tag{4.18}$$

Afin d'obtenir un modèle linéaire facilement identifiable par des techniques d'estimation du type moindres carrés récursifs, tous les produits des termes e_{ci}, f_{ci}, g_{ri} et h_{ri} sont remplacés par de nouvelles variables. Le modèle s'écrit alors sous forme LP et une estimation en ligne des paramètres par moindre carrés récursifs est possible.

Les résultats d'identification obtenus, c'est-à-dire de prédiction avec une avance nulle sont présenté sur la figure 4.11 où on observe que le modèle suit bien les mesures ; la

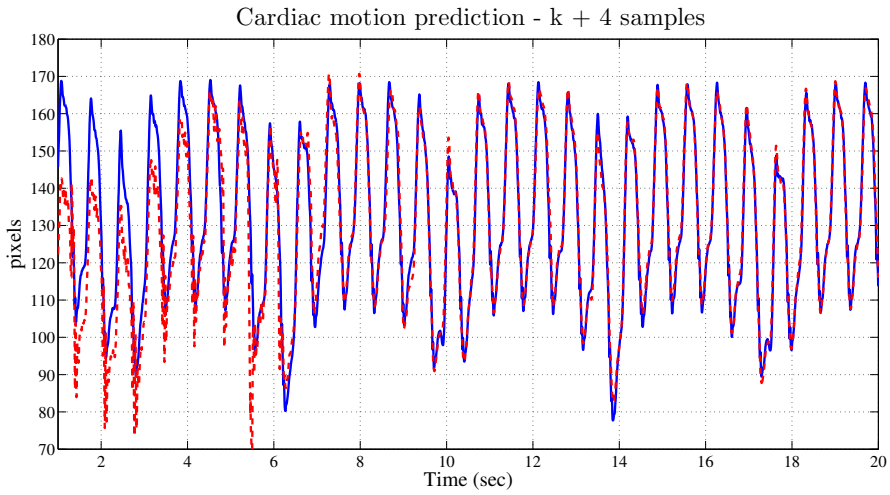

FIG. 4.12 – Prédiction du mouvement cardiaque à 4 périodes (trait bleu continu : mouvement cardiaque ; trait rouge haché : prédiction)

valeur efficace de l'erreur étant de 1,9 pixels. Sur la figure 4.12 sont représentés les résultats de prédiction à 4 périodes d'échantillonnage en avance. On observe que la prédiction devient correcte au bout d'une période cardiaque, ce qui est le temps nécessaire pour que les paramètres convergent. La valeur efficace de l'erreur relevée après convergence est de 2,1 pixels, ce qui est très proche de la valeur sans prédiction. Ainsi, on peut considérer que le modèle a un bon pouvoir de prédiction. Ces résultats ont été obtenus pour $n_c = 10$ et $n_r = n_r^{'} = 4$.

4.2.3 Synthèse de correcteurs H_∞

Les propriétés de rejet de perturbation des lois de commande en boucle fermée sont bien connues. Dans cette étude nous comparons les performances de quatre stratégies de commande :

- une correction par rétroaction sans modèle du signal (correcteur à 1 DDL) ;
- une correction par rétroaction avec filtre résonant destiné à mieux rejeter les composantes fréquentielles principales (correcteur résonant à 1 DDL) ;
- une correction comprenant une rétroaction et un terme de commande en boucle ouverte utilisant l'estimation de la perturbation $p(t)$ (correcteur à 2 DDL) ;
- une correction comprenant une rétroaction et un terme de commande en boucle ouverte utilisant la prédiction de la perturbation $p(t + nT)$ plusieurs échantillons en avance (correcteur à 2 DDL avec prédiction).

Ces différentes stratégies de commande diffèrent par la complexité de leur structure (et donc par leur temps de calcul), mais surtout par les informations sur le signal qu'elles nécessitent. Alors que la première méthode ne nécessite aucune connaissance sur le signal (il peut donc varier arbitrairement), la seconde méthode suppose que les fré-

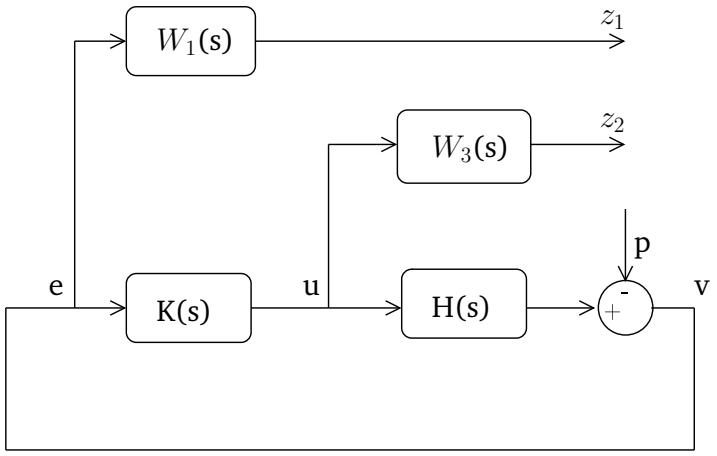

FIG. 4.13 – Schéma de synthèse des correcteurs à 1 DDL

quences des perturbations sont connues. La troisième méthode suppose que le signal est mesuré ou que l'on peut l'estimer ; la dernière méthode suppose que l'on peut prédire les échantillons à venir du signal. Toutes ces hypothèses sont respectées dans le cas présent.

Correcteur à un degré de liberté

Une synthèse 2 blocs, correspondant au schéma de la figure 4.13, a été effectuée de manière à minimiser le transfert entre p et $z = [z_1, z_2]$. La pondération $W_1(s)$ est réglée de manière à forcer le rejet de perturbation en basse fréquence tout en gardant une bonne marge de module :

$$W_1(s) = \frac{\frac{s}{M} + w_{cr}}{s + E_p w_{cr}} \tag{4.19}$$

où $\frac{1}{M} = 0,5$ est la marge de module souhaitée, $E_p = 10^{-4}$ est le gain statique et $w_{cr} = 250$ rad s^{-1} est la fréquence de coupure souhaitée.

Afin d'apporter un effet de *roll-off*, on choisit :

$$W_3(s) = \frac{1}{k_3} \frac{k_3 s + w_{cr}}{K_3 s + w_{cr}} \tag{4.20}$$

avec $K_3 = 3$, $k_3 = 10^{-5}$ et $w_{cr} = 500$ rad s^{-1} la fréquence au delà de laquelle le gain est atténué.

La synthèse a abouti avec un indice de performance $\gamma = 1,677$. Les transferts en boucle fermée du système sont représentés sur la figure 4.14. On observe une atténuation des perturbations pour les pulsations inférieures à 200 rad/s. Les résultats de simulation sont donnés sur la figure 4.16. La valeur efficace du mouvement résiduel est de

$1,74$ pixel, ce qui représente une très nette amélioration par rapport aux déplacements sans actionnement, présentés sur la figure 4.11, qui ont une valeur efficace de 22,3 pixels.

Correcteur 1 DDL avec filtre résonant

Tout en gardant le même schéma de synthèse que précédemment (voir figure 4.13), il est possible de choisir des pondérations comportant des filtres résonants très sélectifs afin d'atténuer fortement des composantes particulières du signal. Dans le cas du correcteur précédent, on observe sur le spectre du déplacement résiduel présenté sur la figure 4.23 que l'harmonique principale est le fondamental de la pulsation cardiaque. On choisit donc un filtre résonant de fonction de transfert :

$$T(s) = \frac{s^2 + 2\xi_1 w_c s + w_c^2}{s^2 + 2\xi_2 w_c s + w_c^2} \tag{4.21}$$

où w_c est la fréquence cardiaque. Les amortissements sont à choisir en respectant les conditions $0 \leq \xi_2 < \xi_1 \leq 1$. L'amplification maximale $\frac{\xi_1}{\xi_2}$ est obtenue pour la pulsation w_c. Précisons que des valeurs très faibles de ξ_2 entraînent une sélectivité élevée du filtre et donc une perte de robustesse en cas d'imprécision sur la fréquence de la perturbation. Dans les essais suivants, on prend $\xi_1 = 0,45$, $\xi_2 = 0,01$, soit une atténuation de 33 dB, et $w_c = 9,1\,\mathrm{rad\,s^{-1}}$. Le filtre $T(s)$ est ensuite placé en série avec la pondération $W_1(s)$.

Un correcteur a été synthétisé à partir des mêmes pondérations $W_1(s)$ et $W_3(s)$ que précédemment. L'indice de performance obtenu est $\gamma = 1,683$, ce qui est très proche de la valeur précédente. Les fonctions de transfert en boucle fermée obtenues, ainsi que les gabarits correspondants, sont donnés sur la figure 4.15. On observe une forte atténuation de la perturbation à la pulsation $w_c = 9.1$ rad/s.

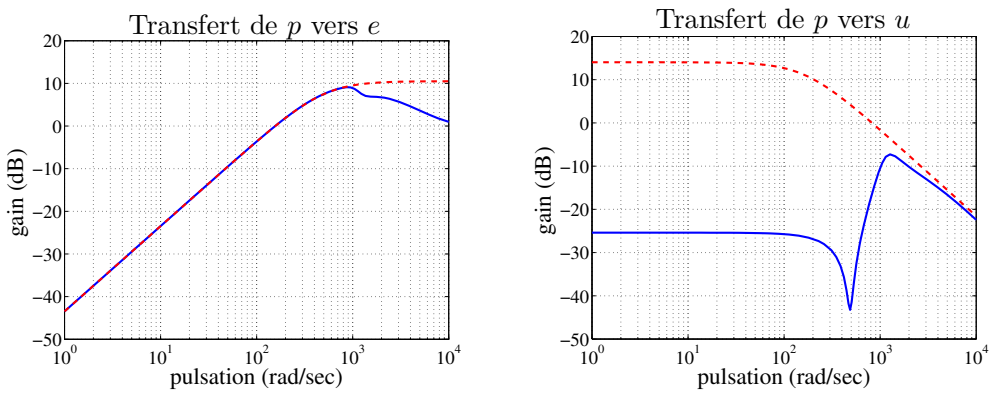

FIG. 4.14 – Fonctions de transferts en boucle fermée obtenues avec le correcteur à 1 DDL (les gabarits sont donnés en trait pointillé)

Le mouvement résiduel obtenu avec ce correcteur est ensuite évalué en simulation à partir du signal relevé expérimentalement. On observe sur la figure 4.17 une nette amélioration des résultats avec une valeur efficace de l'erreur de 1,23 pixel. Le spectre présenté sur la figure 4.23 montre que le fondamental du mouvement cardiaque est parfaitement rejeté. Pour améliorer les résultats, il serait nécessaire de tenir compte, par ordre de priorité, des harmoniques aux fréquences $3f_c$, $4f_c$, $2f_c$... Afin de tenir compte des variations de la fréquence cardiaque qui ne manqueraient pas de se manifester sur des séquences plus longues, il serait nécessaire de travailler sur des pondérations de pulsation de coupure variable. Des approches de synthèse LPV sont alors envisageables.

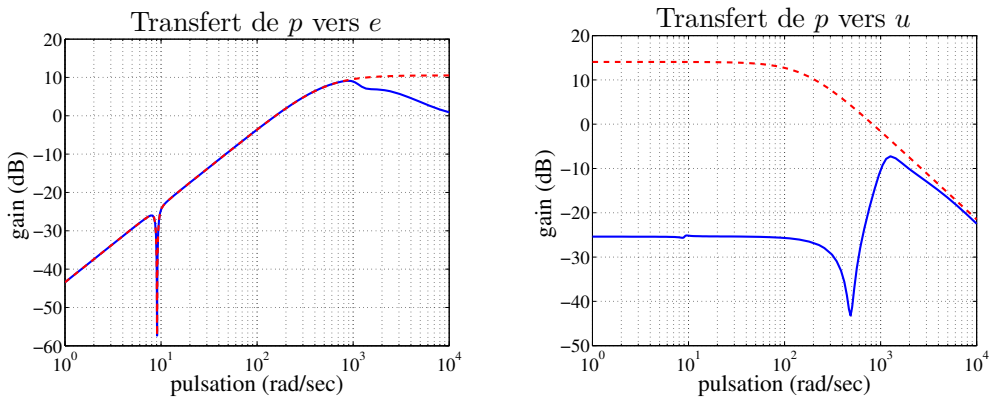

FIG. 4.15 – Fonctions de transfert en boucle fermée obtenues avec le correcteur 1 DOF résonant (trait continu : transfert ; trait pointillé : gabarit)

Correcteur à 2 DDL

Il est possible d'intégrer les mesures supplémentaires disponibles sur le système afin d'améliorer le rejet de perturbation. Ainsi, en supposant que la perturbation $p(t)$ est connue, on peut utiliser le schéma de commande présenté sur la figure 4.20 où le bloc *preview* est remplacé par l'identité. Un correcteur a été synthétisé avec cette approche. Cependant, les performances obtenues sont quasiment identiques à celles du correcteur 1 DDL et n'ont donc pas été reproduits. En effet, la perturbation intervenant en sortie du système, la commande n'a pas le temps d'anticiper son action.

Afin d'améliorer les résultats et de permettre à la commande d'anticiper les perturbations de sortie, il est intéressant d'alimenter le correcteur avec une prédiction de la perturbation, ce qui est matérialisé par le bloc *preview* de la figure 4.20. Afin de travailler sur des systèmes causaux qui ne comportent par d'avance, la synthèse est faite sur le schéma de la figure 4.21 où le bloc *delay* est une approximation à temps-continu du retard, obtenue par exemple par un modèle de Pade, de fonction de transfert $D(s)$. Afin de bien anticiper les dynamiques du système, il convient de choisir, pour le terme de *preview*, un nombre de périodes égal à l'ordre du système.

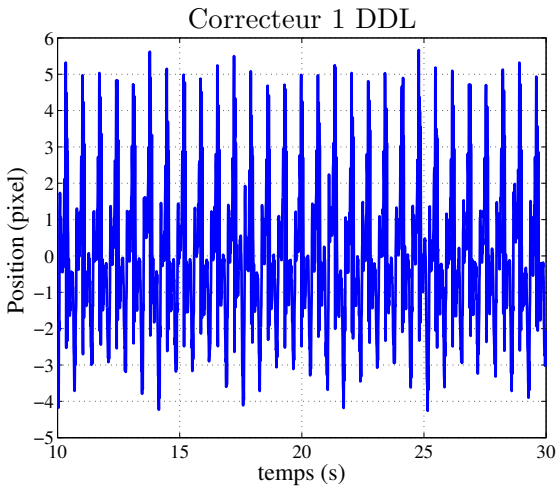

FIG. 4.16 – Mouvement résiduel avec correcteur à 1 DDL simple

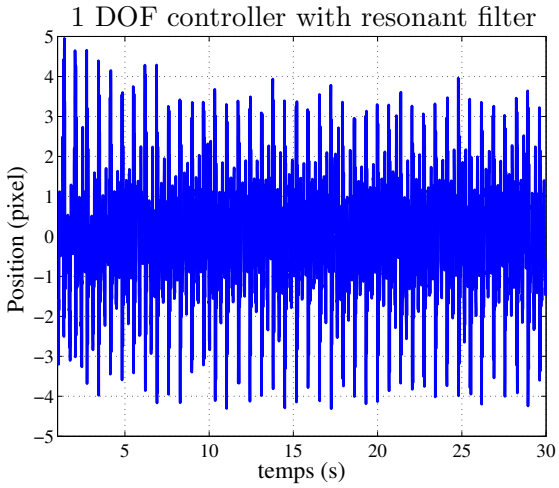

FIG. 4.17 – Mouvement résiduel avec correcteur à 1 DDL à filtre résonant

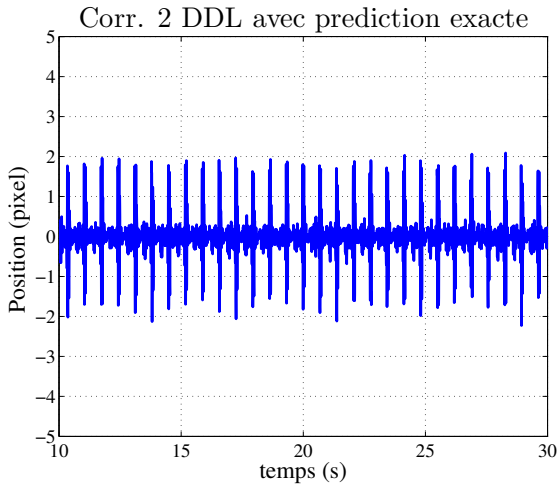

FIG. 4.18 – Mouvement résiduel avec correcteur à 2 DDL avec prédiction exacte

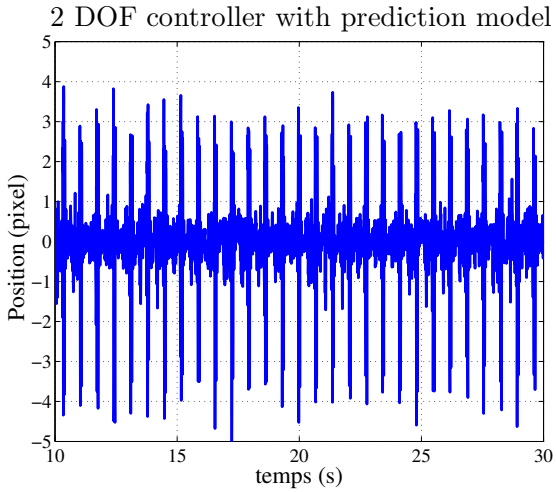

FIG. 4.19 – Mouvement résiduel avec correcteur à 2 DDL avec modèle de prédiction

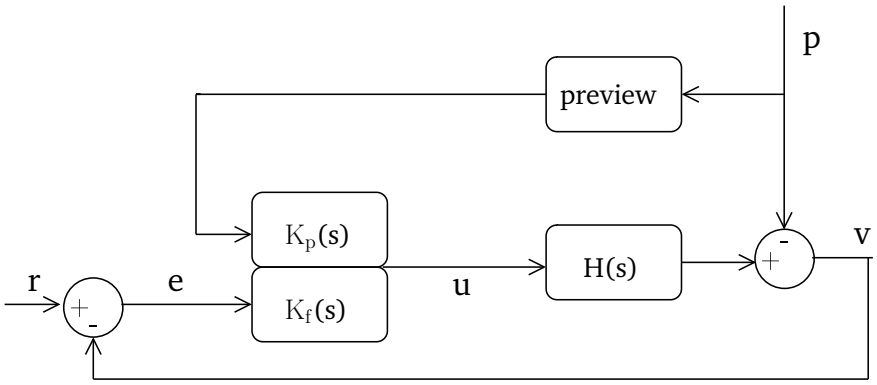

FIG. 4.20 – Schéma de commande avec correcteur à 2 DDL

Méthode	Précision (pixel)
sans commande	22,3
1 DDL classique	1,74
1 DDL résonant	1,23
2 DDL avec prédiction exacte	0,41
2 DDL avec modèle de prédiction	0,92

TAB. 4.1 – Performances obtenues avec le différentes méthodes de correction (valeur efficace du mouvement résiduel en pixel)

Une synthèse 2 blocs ne permet pas de gérer correctement à la fois le rejet de perturbation et la marge de module. Une synthèse 4 blocs est donc utilisée où la pondération $W_2(s)$ permet de préciser le contenu fréquentiel de la perturbation. Les pondérations $W_1(s)$ et $W_3(s)$ gardent les mêmes effets que dans les synthèses 2 blocs précédentes. La synthèse a été faite à partir des mêmes pondérations que pour le correcteur 1 DDL simple et avec[42] $W_2(s) = 1$. L'indice de performance est $\gamma = 1,681$ qui est très proche des valeurs précédentes. Les gabarits et les fonctions de transfert en boucle fermée obtenues sont donnés sur la figure 4.22. On observe que le transfert entre p et e est nettement diminué par rapport aux synthèses précédentes.

Des résultats de simulation sont donnés sur la figure 4.18 dans le cas d'une anticipation parfaite du signal. On relève une valeur efficace du mouvement résiduel de $0,41$ pixel. Le spectre présenté sur la figure 4.23 montre une bonne atténuation pour l'ensemble des harmoniques. Dans le cas où le modèle de prédiction est utilisé (voir les résultats de simulation figure 4.19), le mouvement résiduel reste très faible avec une valeur efficace de 0,92 pixel.

[42]Il est a priori souhaitable d'augmenter le gain de la pondération $W_2(s)$ afin de diminuer le gain de transfert entre p et e de manière à améliorer le rejet de perturbation. Néanmoins, dans le cas présent, l'augmentation de $W_2(s)$ entraîne une augmentation de γ et n'améliore pas les performances.

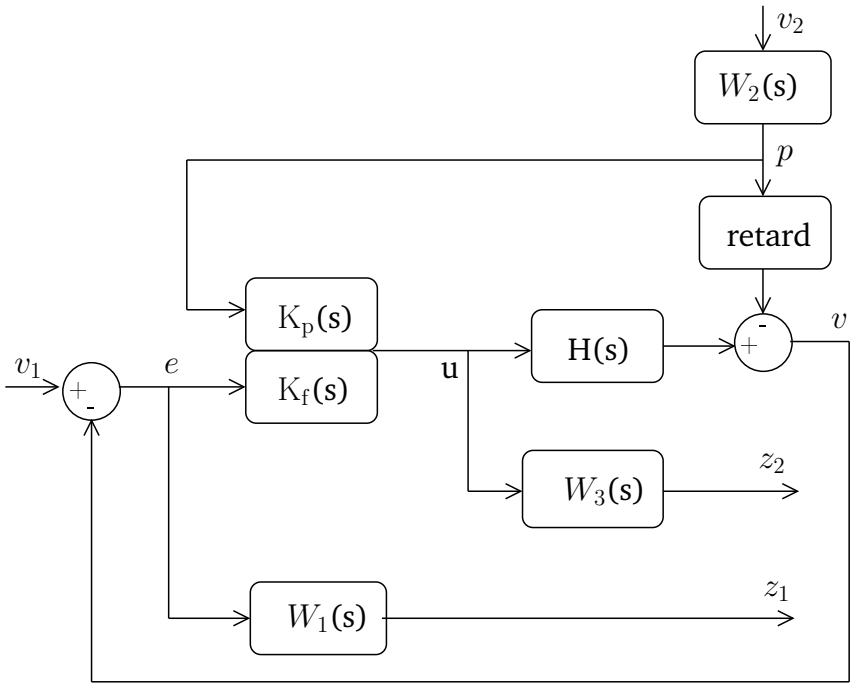

FIG. 4.21 – Schéma de synthèse de correcteur à 2 DDL avec anticipation

Discussion

Les valeurs efficaces des mouvements résiduels, obtenues sans commande et pour les différentes lois de commande, sont données dans le tableau 4.1. Pour les différentes lois de commande, l'objectif de limiter les mouvements résiduels à moins de 0,1 mm, correspondant à 13 pixels, est atteint.

Les différentes approches présentées diffèrent quant aux hypothèses sur les signaux. De ce fait, leur utilisation pratique peut s'avérer plus ou moins réalisable. L'intérêt de la première approche est de ne nécessiter aucune information sur le signal. Pour ce type de correction par rétroaction, il importe de placer la bande passante le plus haut possible. Dans le cas présent d'un système flexible de type *non collocated*, il n'est cependant pas possible de compenser complètement les effets dynamiques. Il en résulte que les dynamiques de la boucle fermée sont fortement conditionnées par la fréquence de la résonance. Dans le cas présent, la perturbation comporte des perturbations à des fréquences supérieures à la bande passante de l'asservissement qui ne peuvent pas être rejetées de cette manière.

Le fait de modifier les fonctions de pondération en ajoutant des filtres résonants, comme nous l'avons fait dans la seconde approche, est une voie intéressante et permet ici d'améliorer sensiblement les résultats, au prix d'une augmentation de la complexité du correcteur. Dans les exemples donnés ici, une courte séquence a été considérée, pour laquelle la fréquence cardiaque peut être considérée constante. Or cela n'est pas le cas lors d'une

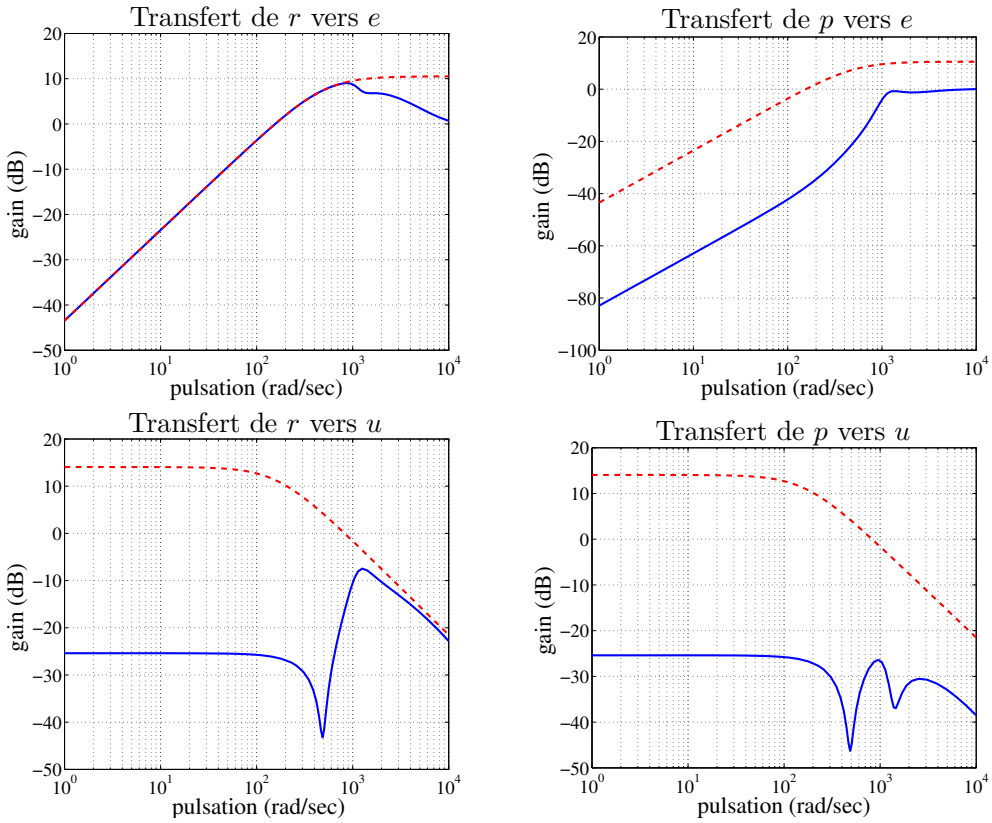

FIG. 4.22 – Transferts en boucle fermée avec correcteur à 2 DDL (trait continu : transfert ; trait pointillé : gabarit)

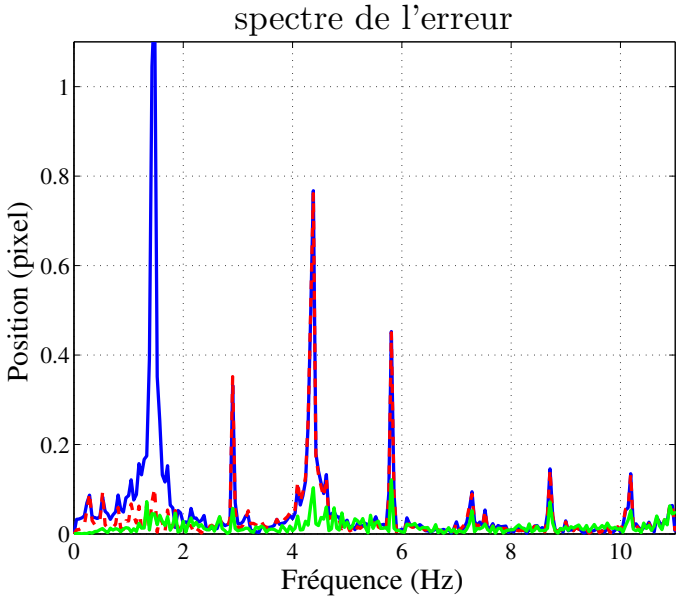

FIG. 4.23 – Spectre du mouvement résiduel pour les différents correcteurs (trait plein : correcteur 1 DDL ; trait haché : correcteur 1 DDL a résonant ; trait pointillé : correcteur 2 DDL avec prédiction exacte)

opération cardiaque du fait des sollicitations que représentent l'opération mais aussi à cause d'éventuelles injections de produits, sans compter que le patient souffre précisément de problèmes cardiaques. Si les variations de la fréquence étaient limitées, les filtres pourraient être choisis avec une largeur suffisante, mais ce n'est pas le cas ici. Ainsi, il faudrait recourir à une formulation LPV où les pondérations dépendent de la fréquence cardiaque.

L'approche à 2 DDL permet de résoudre le problème avec une certaine simplicité du point de vue de la complexité du correcteur et de la méthode de synthèse (on reste en LTI). Pour le cas d'une perturbation de sortie, être capable de la compenser nécessite d'anticiper les dynamiques du système et donc de prédire les échantillons à venir, ce qui représente une hypothèse forte sur la nature de la perturbation. Dans le cas présent, la construction d'un modèle de la perturbation est assez simple, ce qui rend cette méthode attractive.

CHAPITRE

5

Analyse de la robustesse

Sommaire

5.1 Introduction 169
5.2 Étude préalable 169
5.3 Cas d'un manipulateur flexible 172

5.1 Introduction

Les systèmes robotiques ont des modèles dynamiques d'une nature fortement non-linéaire, ce qui rend les analyses de robustesse plus difficiles à mener que pour les deux systèmes applicatifs précédents. Dans ce chapitre, nous donnons deux exemples de portée assez limitée qui permettent de se rendre compte de la difficulté du problème. Le premier exemple concerne l'analyse de la robustesse de la commande d'un manipulateur rigide à 2 DDL par la μ-analyse. Le second exemple concerne l'analyse du domaine de stabilité d'un bras robotique à 2 DDL comportant des segments flexibles.

5.2 Étude préalable

Contrairement aux systèmes considérés précédemment dans ce rapport (la machine asynchrone et les systèmes d'enroulement de bande flexible), les modèles des manipulateurs s'écrivent difficilement sous forme de représentation linéaire fractionnaire. A titre d'illustration, nous traitons ici le cas d'un manipulateur rigide plan à 2 DDL. La méthode appliquée est celle présentée au paragraphe 3.3.2. Nous ne rentrerons pas dans le détail des calculs ; nous nous contenterons de reprendre les résultats présentés dans

Paramètre variant	avant réduction	après réduction
$\cos(q_2)$	44	8
$\sin(q_2)$	8	5
$\dot{q}_1$	4	2
$\dot{q}_2$	4	2

TAB. 5.1 – Indice de répétition des paramètres du modèle LFR obtenu directement

Paramètre variant	avant réduction	après réduction
$\cos(q_2)$	12	6
$\sin(q_2)$	2	2
$\dot{q}_1$	4	2
$\dot{q}_2$	4	2

TAB. 5.2 – Indice de répétition des paramètres du modèle LFR obtenu après factorisations manuelles

[Ettou04] et de conclure.

Les matrices d'état du modèle linéarisé dépendent des paramètres physiques ainsi que de quatre variables liées au point de fonctionnement : $\cos(q_2)$, $\sin(q_2)$, $\dot{q}_1$ et $\dot{q}_2$. Dans un premier temps, le modèle a été utilisé directement sans effort de factorisation et mis en forme avec la *LFR toolbox*. Puis un algorithme de réduction d'ordre a été utilisé. Les indices de répétition correspondants sont présentés dans le tableau 5.2. On observe que l'indice de répétition de $\cos(q_2)$ est au départ assez élevé (44) mais que la réduction permet de le ramener à un ordre raisonnable (8). Le modèle a ensuite été implanté sous une forme alternative en prenant soin de factoriser au maximum les équations. Les indices de répétition avant et après réduction d'ordre sont donnés dans le tableau 5.2. On observe que le modèle après réduction est meilleur dans le cas où une étape de factorisation a été faite au préalable ; ce qui signifie que l'algorithme de réduction n'a pas permis d'obtenir une LFR minimale à partir du premier modèle. Du point de vue méthodologique, on retiendra qu'il convient de factoriser le modèle préalablement à l'implantation.

Les grandeurs $\cos(q_2)$ et $\sin(q_2)$ sont interdépendantes et peuvent être remplacées en introduisant $t = \tan(\frac{q_2}{2})$. Alors, pour $q_2 \in [-\pi\ ;\pi]$, on a $\cos(q_2) = \frac{1-t^2}{1+t^2}$ et $\sin(q_2) = \frac{2t}{1+t^2}$. Les indices de répétition obtenus sont donnés dans le tableau 5.2. L'indice de répétition de $\tan(\frac{q_2}{2})$ est assez élevé au départ mais se trouve nettement réduit par les algorithmes de réduction.

Afin de permettre l'analyse de la robustesse vis-à-vis d'une variation de la masse de la charge portée par le bras, nous avons développé un modèle tenant compte d'une masse m_3 placée à l'extrémité du second segment. Le modèle dépend alors de quatre paramètres dont les indices de répétition sont donnés dans le tableau 5.2. On observe que

Paramètre variant	avant réduction	après réduction
$\tan(\frac{q_2}{2})$	30	8
$\dot{q}_1$	4	2
$\dot{q}_2$	4	2

TAB. 5.3 – Indice de répétition des paramètres du modèle LFR à trois variables

Paramètre variant	avant réduction	après réduction
$\tan(\frac{q_2}{2})$	54	20
$\dot{q}_1$	4	2
$\dot{q}_2$	4	2
m_3	179	16

TAB. 5.4 – Indice de répétition des paramètres du modèle LFR tenant compte de la masse de la charge

le paramètre m_3 a au départ un indice de répétition très élevé qui est ensuite largement réduit. Notons aussi que l'introduction de m_3 ne permet pas de réduire $\tan(\frac{q_2}{2})$ à un niveau aussi faible que dans le cas précédent.

L'exemple de modélisation LFR que nous venons de présenter a été fait sur un système robotisé tout à fait élémentaire puisqu'il est rigide, ne comporte que deux DDL et n'est pas sujet aux effets de la gravité. De plus, nous n'avons considéré qu'un seul paramètre incertain ; les autres incertitudes correspondant au point de fonctionnement. Pourtant, les LFR obtenues ne sont pas si simples et comportent des indices de répétition des paramètres assez conséquents. Pour des systèmes légèrement plus sophistiqués, on peut facilement imaginer que la complexité serait très élevée et il ne semple pas envisageable de généraliser ces approches pour des manipulateurs à 6 DDL. Comparativement à d'autres systèmes, comme ceux que nous avons rencontrés précédemment, les modèles dynamiques des manipulateurs possèdent un certain nombre de caractéristiques qui expliquent cette complexité :

- Les équations dynamiques s'expriment en fonction de paramètres structuraux qui font intervenir de manière multiple les paramètres physiques. Si on souhaite analyser l'effet des variations d'un paramètre physique (la masse de la charge, par exemple), on se retrouve avec un nombre d'occurrences du paramètre élevé.
- Les équations dynamiques sont fortement couplées par la matrice d'inertie. Cela rend l'obtention d'un modèle linéarisé sensiblement plus complexe que pour d'autres systèmes.

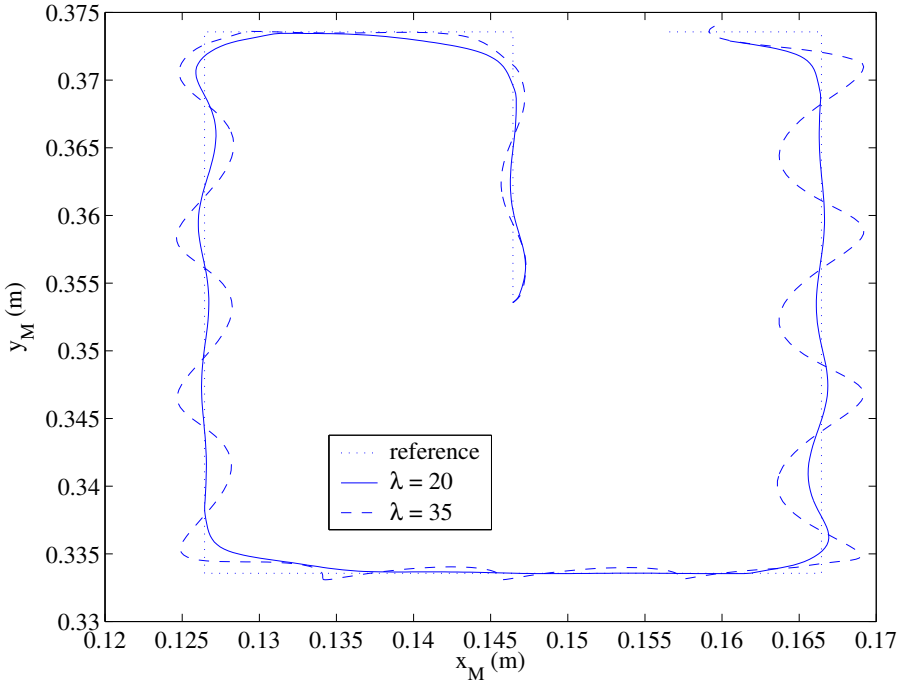

FIG. 5.1 – Trajectoires obtenues avec les correcteurs proportionnels

5.3 Cas d'un manipulateur flexible

Nous avons observé dans la partie 4.1 du chapitre précédent que la commande H_∞ d'un manipulateur flexible présente de bons résultats autour d'une configuration nominale[43]. Nous nous intéressons ici à l'évaluation du domaine de stabilité du système, dans l'hypothèse d'un bras équipé de segments légèrement flexibles ; ce modèles étant développé dans le paragraphe 1.4.3 du premier chapitre de cette partie IV. Compte-tenu de la complexité du modèle, les approches garanties de type Lyapunov ou même μ-analyse sont d'une mise en œuvre difficile. Dans ce paragraphe, nous présentons une analyse assez élémentaire qui se limite aux propriétés du modèle linéarisé.

Afin de comparer leurs performances, différentes lois de commande sont considérées pour l'asservissement visuel :
- une loi proportionnelle $K = \lambda I$ avec deux valeurs de gain : $\lambda = 20$ et $\lambda = 35$;
- deux correcteurs H_∞ dont un avec une programmation de gain (GS) de la forme $K(s,q) = K_1(s)J^{-1}(q)$ où $J(q)$ est le jacobien du modèle cinématique du système. La synthèse H_∞ est faite suivant la méthodologie présentée au paragraphe 4.1 de cette partie.

La marge de module du modèle nominal est un des objectifs de la synthèse H_∞. A chaque instant au cours de la trajectoire du système, on peut évaluer la marge de module du modèle linéarisé au point de fonctionnement considéré. Sur la figure 5.3

[43] Ce tavail a été présenté à ROCOND'06 [Laroche06b].

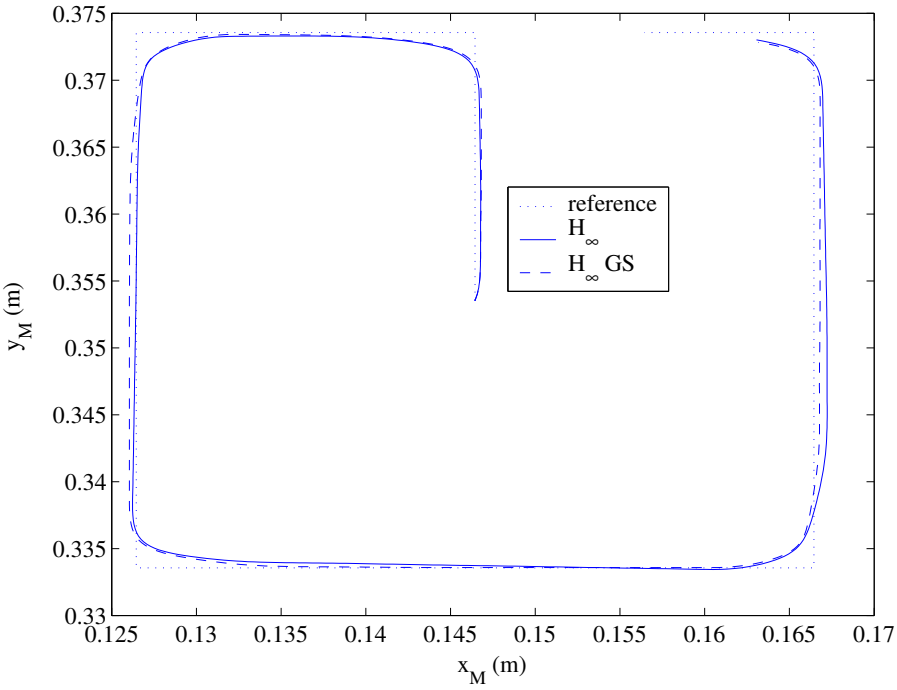

FIG. 5.2 – Trajectoires obtenues avec les correcteurs H_∞

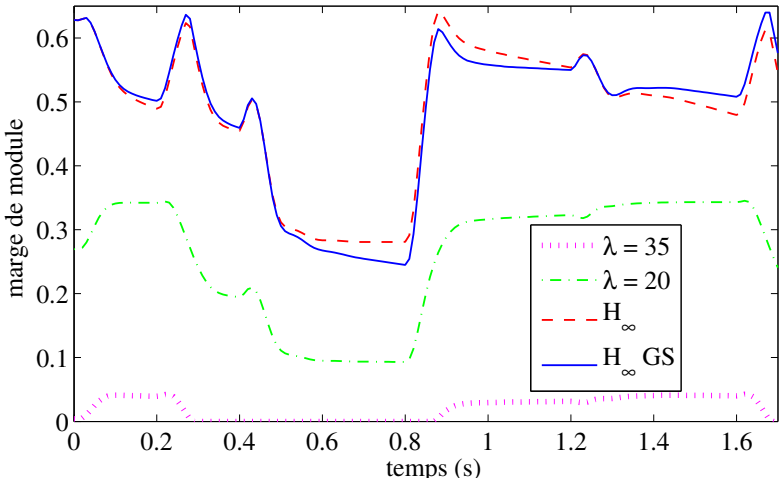

FIG. 5.3 – Évolution de la marge de module au cours de la trajectoire

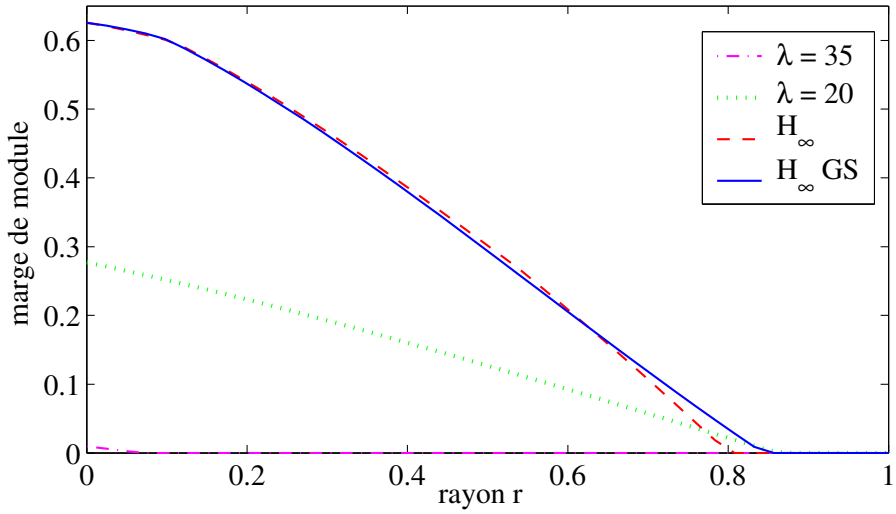

FIG. 5.4 – Évolution de la marge de module pire-cas en fonction de la taille du domaine de variation

est donnée l'évolution de la marge de module ainsi calculée au cours de la trajectoire présentée sur les figures 5.1 et 5.2. On observe que le système avec le correcteur proportionnel $\lambda = 35$ montre des passages par des zones d'instabilité. Avec le correcteur proportionnel $\lambda = 20$, le système reste stable mais avec une marge de module faible. Une amélioration importante est obtenue pour les correcteurs H_∞, avec ou sans programmation de gain.

Plutôt que de se limiter à une analyse pour une trajectoire donnée, il est plus intéressant de montrer que le système est stable pour tout un domaine. A partir de la trajectoire parcourue, on peut définir ce domaine en collectant les maxima et minima des différentes composantes de l'état. Pour chaque composante x_k, on obtient alors l'intervalle $[x_{k0} - w_k; x_{k0} + w_k]$. Considérons alors le domaine $\mathcal{B}(r)$ obtenu par dilatation de facteur r du domaine initial, correspondant donc à des variations de x_k sur $[x_{k0} - rw_k; x_{k0} + rw_k]$. On peut alors évaluer la marge de module pire-cas sur $\mathcal{B}(r)$ en ayant recours à un échantillonnage du domaine. Les variations de cette marge de module pire-cas en fonction de r sont données sur la figure 5.4 pour les différentes lois de commande. L'évaluation du critère a été fait sur les $2^8 = 64$ sommets de $\mathcal{B}(r)$. Avec ce critère, la stabilité (au sens des systèmes linéaires) est obtenue sur 80 % du domaine initial pour trois des lois de commande. On note à nouveau l'apport de la loi de commande H_∞ par rapport aux lois de commande proportionnelles.

Cinquième partie

Bilan et perspectives

CHAPITRE

1

Bilan

Sommaire

1.1 Identification 177
1.2 Commande H_∞ 178
1.3 Analyse de la robustesse 178

1.1 Identification

En identification de modèles phénoménologiques, le choix de la structure du modèle est un problème difficile. Le choix final doit être le résultat d'un compromis entre un modèle trop complexe qui aboutirait à des erreurs d'estimation élevées et une structure trop simple qui modéliserait mal le comportement du système. Dans le cas où le modèle est jugé trop simple, il est alors nécessaire de reprendre la modélisation et d'y inclure des phénomènes négligés dans le modèle précédent. Dans le cas d'un modèle trop complet aboutissant à une mauvaise identifiabilité, il importe de sélectionner un ou plusieurs paramètres à retirer (ou figer) correspondant éventuellement à un phénomène à négliger. Le choix de ces modèles peux être fait de différentes manières ; deux techniques ont été abordées dans ce rapport.

- Dans le cas où une évaluation des erreurs d'estimation des paramètres est disponible, on peut simplement retirer ou figer le ou les paramètres ayant les erreurs d'estimation les plus importantes.
- Lorsqu'aucune évaluation des erreurs d'estimation des paramètres n'est disponible, on peut s'intéresser au gramien d'observabilité et sélectionner les paramètres correspondant aux directions de faible observabilité.

Rappelons également l'intérêt des méthodes d'identifications à temps continu que nous avons utilisées à différentes reprises[44]. Elles s'avèrent notamment très précieuses dans différents cas :
- en identification pour la commande, si la synthèse est faite à partir d'un modèle à temps continu ;
- dans l'optique de l'identification d'un modèle d'analyse qui dépendra des paramètres physiques et pour lesquels on pourra donner des plages de variation.
- Citons également le cas qui n'a pas été abordé ici des modèles présentant des dynamiques très dispersées et pour lesquels les modèles à temps discret sont généralement mal conditionnés.

Ces méthodes se sont également montrées intéressantes dans l'hypothèse de mesures effectuées par caméra.

1.2 Commande H_∞

Nous l'avons vu, la commande H_∞ permet de résoudre de nombreux problèmes de commande sur différents types de systèmes. Elle apporte des solutions pour les systèmes flexibles et à non-minimum de phase alors que ces systèmes posent des difficultés pour d'autres méthodes. Elle permet de régler le compromis entre les objectifs de stabilité et de performance grâce au réglage des filtres de pondération.

La commande H_∞ est bien connue pour ses propriétés de robustesse issues du théorème du petit gain. Il faut toutefois rappeler que cette propriété générale peut ne pas être pertinente suivant l'application considérée. Ainsi, dans le cas d'un manipulateur flexible, nous avons observé que la commande H_∞ permet d'améliorer les performances nominales du système mais ne permet pas d'élargir le domaine de stabilité. Pour ce genre de système dont le comportement évolue en fonction du point de fonctionnement, la synthèse H_∞ donne un correcteur qui a des propriétés intéressantes sur un sous-domaine de travail. Il est alors nécessaire de faire une analyse a posteriori de la robustesse de la loi de commande.

1.3 Analyse de la robustesse

Pour effectuer la synthèse d'un correcteur, il est pertinent d'utiliser un modèle relativement simple qui ne prend en compte que les phénomènes principaux. Cela a l'avantage d'aboutir à une loi de commande plus simple. La question de savoir si les performances prévues avec le modèle de synthèse se retrouveront sur le système réel dans les différentes conditions de fonctionnement nécessite alors une étape d'analyse de robustesse.

La méthodologie que nous avons utilisée, basée sur la notion de valeur singulière structurée, s'applique à de nombreux systèmes. Elle s'appuie sur un modèle de type LFR qui

[44] D'autres utilisations que celle présentées dans ce rapport ont été menées avec succès.

doit être développé avec quelques précautions afin d'aboutir à un modèle d'ordre minimal ou quasi-minimal. Pour les systèmes d'enroulement de bande, il a été possible de déterminer assez simplement ce modèle à partir des équations de la physique.

Pour la machine asynchrone et le bras robotique qui ont des comportements non-linéaires, il a été nécessaire de passer par une phase de linéarisation. Cette étape a le désavantage de faire apparaître les valeurs des états au point d'équilibre, considérées comme de nouveaux paramètres incertains, ce qui peut augmenter considérablement l'ordre du modèle. Dans le cas de la machine asynchrone, un modèle simplifié a été développé qui fait l'hypothèse que le point de fonctionnement correspond à un équilibre. Pour l'application considérée, nous avons montré que l'optimisme introduit est raisonnable. Dans le cas des systèmes robotiques, la complexité du modèle est telle qu'il semble illusoire de développer des modèles LFR pour des manipulateurs présentant des nombres de DDL importants, surtout s'ils contiennent des flexibilités.

CHAPITRE 2

Projet de recherche : modélisation et commande de systèmes articulés avec flexibilités, application à la chirurgie robotisée

Sommaire

2.1 Contexte **181**
2.1.1 Chirurgie robotisée 181
2.1.2 Contexte Strasbourgeois 182
2.2 Problématiques scientifiques **183**
2.2.1 Manipulateurs flexibles 183
2.2.2 Modèles des organes 184
2.2.3 Télémanipulation à retour d'effort 185

2.1 Contexte

2.1.1 Chirurgie robotisée

Afin d'aider le chirurgien à réaliser des opérations mini-invasives, des robots ont été introduits dans les salles d'opération. Les premiers spécimens étaient dotés de fonctionalités très modestes. Afin d'améliorer le confort du chirurgien et de lui permettre de retrouver une bonne dextérité, des systèmes de téléopération ont été développés (Zeus de Computer Motion et Da Vinci de Intuitive). Les gestes alors effectuées par un robot esclave commandé par un robot maître que manipule le chirurgien.

Les développements actuels en robotique médicale succitent un engouement certain et on peut parier que, petit à petit, certains des dispositifs innovants actuellement en développement prendront leur place dans les lieux de soin. Ces dispositifs peuvent présenter des structures déformables, ce qui nécessite un effort important d'identification et de

commande. Placé au cœur d'une équipe pluridisciplinaire principalement engagée sur des recherches dans le domaine de la robotique médicale, j'aurais la tâche de développer des méthodologies d'identification et de commande adaptées aux contraintes médicales.

Au cours de certaines tâches, le robot esclave est amené à interagir avec différentes parties du patient pouvant présenter un comportement variable (tissus mous ou durs). Il nous faudra développer des modèles de comportement des organes afin de mieux prendre en compte leurs effets dans l'élaboration des lois de commande et dans les procédures d'analyse de robustesse. Le développement de ces modèles sera une étape importante du projet.

En terme de validation, l'approche expérimentale s'avère insuffisante car elle ne fournit aucune garantie de comportement en cas de modification de l'environnement. Il est donc important de développer des modèles plus fins permettant la validation des lois de commande obtenues. Ces modèles pourront être obtenus en partie par identification à partir de données expérimentales, en partie par les lois de la physique avec une phase d'estimation des paramètres physiques.

2.1.2 Contexte Strasbourgeois

L'équipe AVR du LSIIT, au sein de laquellej'effectue mes recherches, regroupe des compétences en automatique, robotique et vision. Les asservissements visuels sont une de ses spécialités, reconnue au niveau international. Ces compétences ont été appliquées à différents domaines avant que la chirurgie n'en devienne le champ d'application principal. Les recherches de l'équipe dans ce domaine ont commencé en 2000 avec un financement « ACI jeune chercheur» intitulé « Automatisation du geste chirurgical par asservissement visuel» et se déroulent en partenariat avec l'Institut de Recherche sur le Cancer de l'Appareil Digestif (IRCAD, présidé par J. Marescaux). Il s'agissait, dans ce projet initial (thèse de A. Krupa), de développer une aide au chirurgien permettant la récupération et le positionnement automatique d'outils chirurgicaux dans le cadre de la chirurgie laparoscopique téléopérée.

Depuis ce premier travail, perçu très positivement par la communauté, les projets de notre équipe se sont multipliés. La thèse de R. Ginhoux a montré la possibilité de compenser les mouvements physiologiques en synchronisant les mouvements du robot esclave. Elle a aussi montré que, pour suivre les mouvements du cœur, l'asservissement visuel doit avoir une bande passante élevée ce qui nécessite une bonne prise en charge des flexibilités. Des contributions ont été apportées dans ce sens dans le cadre de la thèse de L. Cuvillon.

D'autres projets concernent l'insertion robotisée d'aiguilles (thèse de B. Maurin) et une aide à la suture (thèse de F. Nageotte). Ces gestes pourront se faire en téléopération avec retour d'effort (thèse de L. Barbé). Du point de vue de la commande, il s'agit d'un

problème particulièrement ardu qui combine pratiquement toutes les difficultés que l'on peut rencontrer en automatique : système non-linéaire fortement incertain (le comportement de l'organe et de l'opérateur sont mal définis) ; la bande passante est limitée par la fréquence d'échantillonnage du calculateur et éventuellement par des retards de calcul ; les flexibilités de la structure et de son actionnement sont également susceptibles d'intervenir.

Ces différents projets entrent dans le cadre de l'Équipe Projet Multi-Laboratoire Imagerie et Robotique Médicale et Chirurgicale (EPML no 9, http ://irmc.u-strasbg.fr) actuellement financé par un programme pluriformations (PPF). Ils font également partie des activités liées au pôle de compétitivité Innovations Thérapeutiques. Ils sont menés en partenariat avec des chirurgiens et chercheurs de l'IRCAD, des HUS (Hopitaux Universitaires de Strasbourg), de l'IPB (Institut de Physique biologique, UMR 7004) et de l'INSA de Strasbourg.

2.2 Problématiques scientifiques

2.2.1 Identification, commande et analyse de la robustesse des manipulateurs flexibles

La problématique de l'identification de manipulateurs présentant des flexibilités est encore largement ouverte. Nous continuerons à développer des méthodologies d'identification intégrant les mesures fournies par caméra. Dans le cas difficile de flexibilités de segments, des techniques d'identification LPV permettraient d'obtenir des modèles plus simples et directement utilisables pour la synthèse de lois de commande.

Les techniques de commande des manipulateurs flexibles, que nous avons présentées, sont basées sur un correcteur linéaire. Naturellement, leur domaine de stabilité dans l'espace des configurations se trouve réduit. Il importe donc de développer des méthodologies de synthèse de correcteurs permettant à la fois de maîtriser les dynamiques et d'obtenir de bonnes performances sur un domaine de travail assez important. Les méthodes de synthèse LPV pourraient apporter des réponses intéressantes à ces problèmes.

Nous avons montré que l'analyse de la robustesse des manipulateurs est un problème difficile du fait de la complexité des modèles. Des améliorations intéressantes pourraient être obtenues par l'utilisation de modèles incertains de structure relativement simple. Ces modèles peuvent être identifié directement à partir de données expérimentales ou dérivés des modèles plus complexes tenant compte, par exemple, des flexibilités des segments.

De manière plus générale, le développement de méthodologies adaptées aux systèmes électromécaniques, intégrant l'identification et la commande, est d'actualité. Dans les travaux présentés ici, l'identification et la commande sont deux étapes assez fortement déconnectées. Il est pertinent de réfléchir à des méthodologies permettant de mieux

intégrer ces deux étapes dans le but d'aboutir à une commande présentant une bonne robustesse. Une question intéressante concerne le choix du meilleur modèle de synthèse, au sens du modèle permettant d'aboutir à une synthèse de bonne qualité. On peut également chercher à identifier un modèle d'analyse qui soit à la fois pertinent par rapport au processus et compatible avec les tests de robustesse disponibles.

2.2.2 Développement de modèles des organes en interaction avec les outils de chirurgie

Les organes et tissus peuvent être modélisés selon différents points de vue. L'aspect qui nous intéresse est uniquement celui du comportement dynamique avec un objet extérieur (un outil robotisé). Les différentes approches présentes dans la littérature peuvent être classées en deux groupes. Il y a d'abord les modèles de type éléments-finis, relativement complets où un organe est entièrement modélisé par un maillage d'éléments de petite masse reliés entre eux par les ressorts et des amortisseurs. Ces modèles sont destinés à être intégrés à des logiciels d'entraînement et d'aide à la planification du geste chirurgical, comme celui développé par l'équipe Web Surg de l'IRCAD. L'équipe Epidaude de l'INRIA a particulièrement contribué au développement de ces approches [Forest04, Montagnat05]. Le projet CardioSense-3D, animé par H. Delingette, a pour ambition de développer un modèle complet du cœur incluant les phénomènes biologique, chimique, électrique et mécanique mis en jeu [Sermesant03, Sermesant05]. Avec le même type d'approche par éléments finis, Molinari et al. ont développé un modèle de tissus mous destiné à être implanté sur un simulateur de geste chirurgical [Molinari05].

Des approches purement expérimentales sont également disponibles où l'interaction entre un instrument et l'environnement est modélisée relativement simplement à partir de données expérimentales [Marhefka99, Diolaiti04]. Ces approches peuvent être utilisées en simulation mais leur simplicité leur permet surtout d'être pertinentes en commande (synthèse de régulateur ou estimation en temps-réel). Des modèles de ce type sont utilisés en robotique chirurgicale. Pour le rendu des efforts obtenus lors de l'enfoncement d'une aiguille dans le foie en chirurgie téléopérée, le simulateur inclut un modèle des forces de perforation de la membrane [Okamura04]. Pour un rendu fidèle, les valeurs des paramètres sont estimées en ligne [L. Barbé06]. Dans ce type d'approches orientées commande, citons également les travaux du LIRMM sur la modélisation de la peau [Duchemin05].

Nous souhaitons apporter des contributions à la modélisation des interactions entre les organes et les instruments. Destinés à l'enrichissement des simulations et des procédures d'analyse de robustesse, ces modèles devront être réalistes en terme de dynamiques. Deux pistes sont actuellement étudiées : le développement d'un modèle comportemental pour le retour d'effort lors d'enfoncement d'aiguille, le développement d'un modèle permettant de modéliser finement le déplacement des organes et leurs dynamiques lors du contact avec un instrument. Pour mener à bien ces travaux, nous nous sommes rapprochés de D. Baumgartner, biomécanicien à l'IMFS (UMR 7507).

2.2.3 Télémanipulation à retour d'effort

Les systèmes de télémanipulation à retour d'effort sont des systèmes d'une nature particulière en ce sens que la stabilité dépend des comportements de l'environnement et de l'utilisateur. Ainsi, le problème de robustesse de ces systèmes se pose de manière cruciale. Les approches classiques de la littérature s'appuient sur la passivité des différents sous-systèmes, ce qui permet de garantir la stabilité globale à condition que l'opérateur soit également passif, ce qui est loin d'être le cas. De plus, ces conditions aboutissent à des performances limitées. Il y a donc une pertinence à développer des lois de commande plus performantes qui se basent sur des modèles identifiés du comportement de l'utilisateur qui ne sont pas nécessairement passifs. Les travaux de Barbé et al. se placent dans cette optique puisque le correcteur du manipulateur maître est adapté à l'utilisateur grâce à une méthode d'autoréglage [Barbé06]. On s'interroge souvent sur la robustesse de ce type de commande adaptée. Il est donc nécessaire de recourir à une étape d'analyse de la robustesse.

Afin d'améliorer les performances des lois de commande, il convient d'utiliser des modèles plus précis. Ces modèles pourront notamment être obtenus par identification expérimentale. Des méthodologies de synthèse de lois de commande robustes devront également tenir compte des incertitudes affectant le système. Afin de prendre en compte les variations et incertitudes de comportement de l'utilisateur, des méthodologies d'identification de modèles incertains sont, ici encore, pertinentes.

Un premier travail a été récemment menés sur l'analyse de la robustesse d'un correcteur synthétisé par une méthode d'autoréglage. Pour cela, un modèle incertain de l'utilisateur a été développé ; il s'appuie sur différents modèles identifiés dans différentes configurations.

Sixième partie

Bibliographie

Bibliographie

[Abou-Kandil03] H. Abou-Kandil, G. Freiling, G. Jank, et V. Ionescu. *Matrix Riccati equations in control and systems theory*. Birkhäuser, 2003.

[Abou-Kandil04] H. Abou-Kandil et M. Jungers. *Commande optimale multicritère : introduction à la théorie des jeux*, chapitre 5. Hermès, 2004. Edited by H. Abou-Kandil.

[Adamjan71] V. Adamjan, D. Arov, et M. Krein. «Analytic properties of Schmidt pairs for a Hankel operator and the generalized Schur-Takagi problem». *Math. USSR Sbornik*, tome 15, pages 31–73, 1971.

[Albitar07] C. Albitar, P. Graebling, et C. Doignon. «Design of a monochromatic pattern for a robust structured light coding». Dans «IEEE Int. Conf. Image Process. ICIP'07», San Antonio, USA, September 2007.

[Albu-Schäffer01] A. Albu-Schäffer. *Regelung von Robotern mit elastischen Gelenken am Beispiel der DLR-Leichtbauarme*. Thèse de doctorat, Technischen Universität München, 2001.

[Aoustin94] Y. Aoustin, C. Chevallereau, A. Glumineau, et C. Moog. «Experimental results for the end-effector control of a single flexible robotic arm». *Control Systems Technology, IEEE Transactions on*, tome 2, pages 371 – 381, 1994.

[Apkarian95] P. Apkarian, P. G. P., et G. Becker. «Self-scheduled H_∞ control of linear parameter-varying systems : a design exemple». *Automatica*, tome 31, n° 9, pages 1251–1261, 1995.

[Arteaga00] M. Arteaga et B. Siciliano. «On tracking control of flexible robot arms». *Automatic Control, IEEE Transactions on*, tome 45, pages 520 – 527, 2000.

[Arzelier02] D. Arzelier et D. Peaucelle. «An iterative method for mixed H2/H synthesis wia static output-feedback». Dans «IEEE Conf. Decision and Control (CDC)», Las Vegas, USA, 2002.

[Arzelier04] D. Arzelier et D. Peaucelle. «Multiobjective H2/$H_{\mathrm{impulse-to-peak}}$ synthesis : application to the control of an aerospace launcher». Dans «IFAC Symp. Automatic Control in Aerospace (ACA)», Saint-Petersbourg, Russie, 2004.

[Atkinson91] D. J. Atkinson, P. Acarney, et J. Finch. «Observers for induction motor state and parameter estimation». *IEEE Trans. Ind. Appl.*, tome 27, n° 6, pages 1119–1127, 1991.

[Bachta07a] W. Bachta, P. Renaud, E. Laroche, et J. Gangloff. «Conception et commande d'un stabilisateur cardiaque actif», jan 2007. Brevet US 60/880378.

[Bachta07b] W. Bachta, P. Renaud, E. Laroche, J.Gangloff, et A. Forgione. «Cardiolock : an active cardiac stabilizer, first in vivo experiments using a new robotized device». Dans «Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention (MICCAI)», 2007.

[Bachta07c] W. Bachta, P. Renaud, E. Laroche, J.Gangloff, et A. Forgione. «Progress towards a robotized heart stabilizer design and control». Dans «Int. Conf. Intelligent Robots and Sytems (IROS)», San Diego, Ca, USA, 2007.

[Banavar95] R. Banavar et P. Dominic. «An LQG/H_∞ controller for a flexible manipulator». *Control Systems Technology, IEEE Transactions on*, tome 3, pages 409 – 416, 1995.

[Barbé06] L. Barbé, B. Bayle, et M. de Mathelin. «Towards the autotuning of force-feedback teleoperators». Dans «IFAC Symposium on Robot Control (SYROCO)», Bologna, Italy, September 2006.

[Bascetta06] L. Bascetta et P. Rocco. «Two-time scale visual servoing of eye-in-hand flexible manipulators». *IEEE Trans. Robot. Autom.*, tome 22, n° 4, pages 818–830, 2006.

[Beck96] C. Beck, J. Doyle, et K. Glover. «Model reduction of multidimensional and uncertain systems». *IEEE Trans. Autom. Control*, tome 41, n° 10, pages 1466–1477, 1996.

[Benosman02] M. Benosman, F. Boyer, G. Vey, et D. Primault. «Flexible links manipulator : from modeling to control». *J. Intel. Robot. Sys.*, tome 34, n° 4, pages 381–414, 2002.

[Benosman03] M. Benosman et G. Le Vey. «Stable inversion of SISO nonminimum phase linear systems through output planning : an experimental application to the one-link flexible manipulator». *Control Systems Technology, IEEE Transactions on*, tome 11, pages 588 – 597, 2003.

[Blaschke72] F. Blaschke. «The principle of field orientation as applied to the new transvector closed-loop control system for rotating-field machines». *Siemens Revue*, 1972.

[Bornard93] G. Bornard, F. Celle-Couenne, et G. Gilles. *Observation, Observabilité*, tome 1, chapitre 5, pages 177–221. Masson, 1993. In A.J. Fossard and D. Normand-Cyrot, *Systèmes non-linéaires*.

[Braatz94] R. D. Braatz, P. M. Young, J. C. Doyle, et M. Morari. «Computational complexity of μ calculation». *IEEE Trans. Autom. Control*, tome 39, n° 5, pages 1000–1002, 1994.

[Brown05] M. Brown, A. Majumder, et R. Yang. «Camera-based calibration techniques for seamless multiprojector displays». *IEEE Trans. Visual. Comput. Graphics*, tome 11, n° 2, pages 193 – 206, 2005.

[Buckless92] B. P. Buckless et E. Petry. *Genetic Algorithms*. IEEE Press, 1992.

[CanudasdeWitt96] C. Canudas de Witt, B. Siciliano, et G. Bastin. *Theory of robot control*. Springer, Londres, 2 édition, 1996.

[Carusone93] S. Carusone, A. Tzes, I. Lee, et K. Hillsley. «Experiment in end-effector tracking control for structurally flexible space manipulator». Dans «IEEE Trans. on Robotics and Automation», tome 9, pages 553–560. 1993.

[Cattin04] P. Cattin, H. Dave, J. Grünenfelder, G. Szekely, M. Turina, et G. Zünd. «Trajectory of coronary motion and its significance in robotic motion cancellation». *Eur. J. Cardio-Thoracic Surgery*, tome 25, pages 786–790, 2004.

[Cava89] M. L. Cava, C. Picardi, et F. Ranieri. «Application of the extended Kalman filter to parameter and state estimation of induction motors». *Int. J. of Modelling and Simulation*, tome 9, n° 3, pages 85–89, 1989.

[Chilali96] M. Chilali et P. Gahinet. «H_∞ design with pole placement constraints : an LMI approach». *IEEE Trans. Autom. Control*, tome 41, n° 3, pages 358–367, 1996.

[Coleman99] T. Coleman, M. A. Branch, et A. Grace. *Optimization toolbox*. The MathWorks, 1999.

[Corke96a] P. Corke. *Visual control of robots*. Research Studies Press Ltd., Taunton, Somerset, U.K., 1996.

[Corke96b] P. Corke et M. Good. «Dynamic effects in visual closed-loop systems». *IEEE Trans. Robot. Autom.*, tome 12, n° 5, pages 671–683, 1996.

[Cuvillon05a] L. Cuvillon, E. Laroche, J. Gangloff, et M. de Mathelin. «GPC versus H_∞ control for fast visual servoing of a medical manipulator including flexibilities». Dans «Int. Conf. Robotics and Automation», Barcelone-Espagne, 2005.

[Cuvillon05b] L. Cuvillon, E. Laroche, J. Gangloff, et M. de Mathelin. «GPC versus H_∞ control for fast visual servoing of a medical manipulator including

flexibilities». Dans «Int. Conf. Robotics and Automation», Barcelona-Spain, april 2005.

[Cuvillon06a] L. Cuvillon. *Compensation du battement cardiaque en chirurgie robotisée : Asservissement visuel d'un robot médical avec flexibilités*. Thèse de doctorat, Université Louis Pasteur, 2006. Soutenue le 8 décembre 2006. Jury : Michel de Mathelin (directeur), Olivier Sename (rapp. externe), Philippe Poignet (rapp. externe), Said Ahzi (rapp. interne), Bradley Nelson, Jacques Gangloff, Edouard Laroche.

[Cuvillon06b] L. Cuvillon, J. Gangloff, M. de Mathelin, et A. Forgione. «Towards robotized beating heart TECABG : assessment of the heart dynamics using high-speed vision». *Computer Aided Surgery*, tome 11, n° 5, pages 267–277, sept 2006.

[Daafouz98] J. Daafouz, C. Garcia, et J. Bernussou. «Robust control of a flexible robot arm using the quadratic d-stability». *IEEE Trans. Contr. Syst. Technol.*, tome 6, n° 4, pages 524–532, 1998.

[D'Andrea97] R. D'Andrea et S. Khatri. «Kalman decomposition of linear fractional transformation representations and minimality». Dans «American Control Conference (ACC)», Albuquerque, New Mexico, USA, 1997.

[Danes06] P. Danes et D.Bellot. «Towards an LMI approach to multicriteria visual servoing in robotics». *Eur. J. Control*, tome 12, n° 1, pages 86–110, 2006.

[Diolaiti04] N. Diolaiti, C. Melchiorri, et S. Stramiglioli. «Contact impedence estimation for robotic systems». Dans «Int. Conf. Intelligent Robots and Systems», Sendai, Japan, 2004.

[Döll99] C. Döll, G. Ferreres, et J. Magni. «μ tools for flight control robustness assessment». *Aerospace Sciences and Technologies*, tome 3, n° 3, pages 177–189, 1999.

[Doyle82] J. Doyle. «Analysis of feedback systems with structured uncertainties». *IEE Proceedings - part D*, tome 129, n° 6, pages 242–250, 1982.

[Doyle83] J. Doyle. «Synthesis of robust controllers and filters». Dans «IEEE Conf. Dec. Control», San-Antonio, Texas, USA, dec 1983.

[Doyle89] J. Doyle, K. Glover, P. Khargonekar, et B. Francis. «State-space solutions to standard H_2 and H_∞ control problems». *IEEE Trans. Autom. Control*, tome 34, 1989.

[Duc99] G. Duc et S. Font. *Commande H_∞ et μ-analyse*. Hermes Science Publications, Paris, 1999.

[Duchemin05] G. Duchemin, P. Maillet, P. Poignet, E. Dombre, et F. Pierrot. «A hybrid position force control approach for identification of skin deformation models». *IEEE Trans. Biomed. Eng.*, tome 52, n° 2, pages 160–170, 2005.

[Döll98] C. Döll, J. Magni, G. Looye, et S. Bennami. «Robustness analysis applied to autopilot design : Evaluation of a new tool for μ-analysis». Dans «Proc. of ICAS Congress», tome 1. Sept. 1998.

[Espiau92] B. Espiau, F. Chaumette, et P. Rives. «A new approach to visual servoing in robotics». *IEEE Trans. Robot. Autom.*, tome 8, n° 3, pages 313–326, 1992.

[Ettou04] S. Ettou. *Analyse de la robustesse de systèmes robotiques*. Thèse de maître, DEA Photonique, Image, Cybernétique, Université Louis Pasteur de Strasbourg, 2004.

[Fan91] M. Fan, A. Tits, et J. Doyle. «Robustness in the presence of mixed parametric uncertainty and unmodelled dynamics». *IEEE Trans. Autom. Control*, tome 36, pages 25–38, 1991.

[Feron96] E. Feron, P. Apkarian, et P. Gahinet. «Analysis and synthesis of robust control systems via parameter-dependent Lyapunov functions». *IEEE Trans. on Automatic Control*, tome 41, n° 7, pages 1041–1046, 1996.

[Ferreres98] G. Ferreres et J. Biannic. «A μ analysis technique without frequency gridding». Dans «American Control Conference», 1998.

[Ferreres04] G. Ferreres, J. Biannic, et J. Magni. «A skew mu toolbox (SMT) for robustness analysis». Dans «IEEE Int. Symp. on Computer Aided Control Systems Design», Taipei, Taiwan, 2004.

[Fletcher87] R. Fletcher. *Practical Methods of Optimization*. Wiley, Londres, 1987.

[Fliess07] M. Fliess, C. Join, et H. Sira-Ramirez. «Non-linear estimation is easy». *Int. J. Modelling, Identification and Control*, 2007.

[Fomena07] R. Fomena et F. Chaumette. «Visual servoing from spheres with paracatadioptric cameras». Dans «Int. Conf. on Advanced Robotics, ICAR'07», Jeju, Korea, August 2007.

[Forest04] C. Forest, H. Delingette, et N. Ayache. «Surface contact and reaction force models for laparoscopic simulation». Dans «International Symposium on Medical Simulation», 2004.

[Forssell00] U. Forssell et L. Ljung. «A projection method for closed-loop identification». *IEEE Trans. Autom. Control*, tome 45, n° 11, pages 2101–2106, 2000.

[Forsythe76] G. E. Forsythe, M. A. Malcolm, et C. B. Moler. *Computer Methods for Mathematical Computations*. Prentice-Hall, 1976.

[Friang98] J. Friang, G. Duc, et J. Bonnet. «Robust autopilot for a flexible missile : loop-shaping H_∞ design and real ν-analysis». *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, tome 8, pages 129–153, 1998.

[Gahinet94] P. Gahinet et P. Apkarian. «A linear matrix inequality approach to H_∞ control». *Int. J. Robust Nonlinear Control*, tome 4, pages 421–448, 1994.

[Gahinet96] P. Gahinet. «Explicit controller formulas for LMI-based H_∞ synthesis». *Automatica*, tome 32, n° 7, pages 1007–1014, 1996.

[Gangloff03] J. Gangloff et M. de Mathelin. «High speed visual servoing of a 6 DOF manipulator using multivariable predictive control». *Advanced Robotics*, tome 17, n° 10, pages 993–1021, 2003.

[Gao06] B. Gao, S. Tarbouriech, et P. Souères. «Image-based target tracking with multi-contraints satisfaction». Dans «IFAC Symposium on Robust Control Design (ROCOND)», Toulouse, France, 2006.

[Garg82] S. Garg et P. Ouzts. «Integrated flight/propulsion control design for a STOVL aircraft using H-infinity control design techinques». Dans «American Control Conference (ACC)», 1982.

[Garnier06] H. Garnier, M. Gilson, et T. Bastogne. «Identification de modèles paramétriques à temps continu. Méthodes, outil logiciel et avantages». Dans «Journées Identification et Modélisation Expérimentale (JIME)», 2006.

[Garnier07] H. Garnier, M. Gilson, P. Young, et E. Huselstein. «An optimal IV technique for identifying continuous-time transfer function model of multiple input systems». *Control Engineering Practice*, tome 15, n° 4, pages 471–486, 2007.

[Gautier90] M. Gautier et W. Khalil. «Direct calculation of minimum inertial parameters of serial robots». *IEEE Trans. Autom. Control*, tome 6, n° 3, pages 368–373, 1990.

[Gautier01] M. Gautier et P. Poignet. «Extended Kalman filtering and weighted least squares dynamic identification of robot». *Control Engin. Practice*, tome 9, pages 1361–1372, 2001.

[Gautier02] M. Gautier et P. Poignet. «Identification en boucle fermée par modèles inverse des paramètres physiques de systèmes mécatroniques». *Journal Européen des Systèmes Automatisés*, tome 36, page 3, 2002.

[Geniele97] H. Geniele, R. Patel, et K. Khorasani. «End-point control of a flexible-link manipulator : theory and experiments». *Control Systems Technology, IEEE Transactions on*, tome 5, pages 556 – 570, 1997.

[Gill81] P. Gill, W. Murray, et M. Wright. *Practical Optimization*. Academic Press, Londres, 1981.

[Ginhoux05] R. Ginhoux, J. Gangloff, M. de Mathelin, L. Soler, M. A. Sanchez, et J. Marescaux. «Active filtering of physiological motion in robotized surgery using predictive control». *IEEE Trans. Robot.*, tome 21, n° 1, pages 67–79, 2005.

[Glover84] K. Glover. «All Optimal Hankel-Norm Approximations of linear multivariable systems and their L∞ error bounds». *Int. J. Control*, tome 39, pages 1115–1194, 1984.

[Glover88] K. Glover et J. Doyle. «State-space formulae for all stabilizing controllers that satisfy an Hnorm bound and relations to risk sensitivity». *Systems and Control letters*, tome 11, pages 167–172, 1988.

[Gugercin03] S. Gugercin, A. Antoulas, et H. Zhang. «An Approach to Identification for Robust Control». *IEEE Trans. Autom. Control*, tome 48, n° 6, pages 1109–1115, 2003.

[Hashimoto96] K. Hashimoto, T. Ebine, et H. Kimura. «Visual servoing with hand-eye manipulator–Optimal control approach». *IEEE Trans. Robot. Autom.*, tome 12, n° 5, pages 766–774, 1996.

[Hecker04] S. Hecker, A. Varga, et J. Magni. «Enhanced LFR-toolbox for MATLAB». Dans «IEEE Int. Symp. Comp. Aided Control Design», Taipei, Taiwan, sep 2004.

[Howell01] L. Howell. *Compliant mechanism*. Wiley-IEEE, 2001.

[Huselstein04] E. Huselstein, M. Gilson, H. Garnier, et A. Richard. «Instrumental variable algorithms for multiple input systems described by multiple continuous-time TF models». Dans «Asian Control Conference», Melbourne (Australia), July 2004.

[Hutchinson96] S. Hutchinson, G. D. Hager, et P. I. Corke. «A tutorial on visual servo control». *IEEE Trans. Robot. Autom.*, tome 12, n° 5, pages 651–670, 1996.

[Iwasaki94] T. Iwasaki et R. Skelton. «All controllers for the general H -control problem : LMI existence conditions and state space formulas». *Automatica*, tome 30, n° 8, pages 1307–1317, 1994.

[Iwasaki98] T. Iwasaki et S. Hara. «Well-posedness of feedback systems : insights into exact robustness analysis and approximate computations». *IEEE Trans. Autom. Control*, tome 43, n° 5, pages 619–630, 1998.

[Iwasaki01] T. Iwasaki et S. Hara. «LPV system analysis via quadratic separator for uncertain implicit systems». *IEEE Trans. Autom. Control*, tome 46, n° 8, pages 1195–1208, 2001.

[Jank03] G. Jank et H. Abou-Kandil. «Existence and uniqueness of open-loop Nash equilibria in linear-quadratic discrete time games». *IEEE Trans. Autom. Control*, tome 48, n° 2, pages 267–271, 2003.

[Khalil99] W. Khalil et E. Dombre. *Modelisation, identification et commande des robots*. Hermes, 1999.

[Khalil00] W. Khalil et M. Gautier. «Modeling of Mechanical systems with lumped elasticity». Dans «Int. Conf. Robotics and Automation», pages 2965–2970. 2000.

[Knittel02] D. Knittel, D. Gigan, E. Laroche, et M. de Mathelin. «Decentralized H_∞ control of large scale web transport system». Dans «IFAC World Congress», Jul. 2002.

[Koç00] H. Koç. *Modélisation et commande robuste d'un système d'entraînement de bande flexible*. Thèse de doctorat, Université Louis Pasteur, Strasbourg (France), 2000.

[Koç02] H. Koç, D. Knittel, et M. de Mathelin. «Modeling and robust control of winding systems for elastic webs». *IEEE Trans. on Control System Technology*, tome 10, pages 197–208, 2002.

[Krupa03] A. Krupa, J. Gangloff, C. Doignon, M. de Mathelin, G. Morel, J. Leroy, et L. Soler. «Autonomous 3-D positioning of surgical instruments in robotized laparoscopic surgery using visual servoing». *IEEE Trans. Robot. Autom.*, tome 19, n° 5, pages 842 – 853, 2003.

[L. Barbé06] M. d. M. A. G. L. Barbé, B. Bayle. «Online robust model estimation and haptic clues detection during in vivo needle insertions». Dans «Conference on Biomedical Robotics and Biomechatronics (BioRob)», Pise, Italie, 2006.

[Laroche00] E. Laroche, E. Sedda, C. Durieu, et J. Louis. «Erreurs de modélisation d'une machine asynchrone – application au réglage d'un filtre de Kalman». *Revue Int. Génie Électrique*, tome 3, n° 1, pages 7–37, 2000.

[Laroche02] E. Laroche, C. Durieu, et J. Louis. «Erreurs d'estimation des paramètres de la machine asynchrone». *Journal Européen des Systèmes Automatisés*, tome 36, n° 3, pages 481–496, 2002.

[Laroche04a] E. Laroche, Y. Bonnassieux, H. Abou-Kandil, et J. Louis. «Controller design and robustness analysis for induction machine-based positioning system». *Control Engineering Practice*, tome 12, pages 757–767, 2004.

[Laroche04b] E. Laroche et M. Boutayeb. «Identification of a class of nonlinear systems - analysis and robustness». Dans «IFAC Symposium Nonlinear Control Systems», Stuttgart, Allemagne, 2004.

[Laroche05a] E. Laroche, C. Durieu, et J. Louis. «Parameter estimation accuracy analysis for an induction machine». *Eur. Trans. Electr. Power*, tome 15, n° 4, pages 123–139, 2005.

[Laroche05b] E. Laroche et D. Knittel. «An improved linear fractional model for robustness analysis of a winding system». *Control Engineering Practice*, tome 13, n° 5, pages 659–666, 2005.

[Laroche06a] E. Laroche et P. Celka. «Identifiabilité des dynamiques d'un manipulateur flexible par vision». Dans «Journées Identification et Modélisation Expérimentale (JIME)», Poitiers, France, November 2006.

[Laroche06b] E. Laroche, L. Cuvillon, J. Gangloff, et M. de Mathelin. «Accounting for flexibilities in visual servoing». Dans «IFAC Symp. Robust Control Design», Toulouse-France, juillet 2006.

[Laroche07] E. Laroche et J. Louis. *Identification en Régime Permanent*, tome 1, chapitre 1. Hermes, 2007.

[Laroche08a] E. Laroche et J. Delavigne. «Dynamical effects of vision-based position measurement». Dans «IFAC World Congress», 2008.

[Laroche08b] E. Laroche, E. Sedda, et C. Durieu. «Methodological Insights for Online Estimation of Induction Motor Parameters». *IEEE Trans. Contr. Syst. Technol.*, 2008. To appear.

[Lemaire-Semail99] B. Lemaire-Semail, J. Louis, et F. Bouillault. «Computation of induction machine inductances for extended analytical modeling accounting for saturation». *Eur. J. of Physics-Applied Physics*, tome 5, pages 257–267, 1999.

[Ljung99] L. Ljung et U. Forssell. «An alternative motivation for the indirect approach to closed-loop identification». *IEEE Trans. Autom. Control*, tome 44, n° 11, pages 2206–2209, 1999.

[Lohmiller98] J. Lohmiller et J. Slotine. «On contraction analysis for nonlinear systems». *Automatica*, tome 34, n° 6, pages 683–696, 1998.

[Loisance05] D. Loisance, K. Nakashima, et M. Kirsch. «Computer-assisted coronary surgery : lessons from an initial experience». *Interactive Cardiovascular and Thoracic Surgery*, tome 4, pages 398–401, 2005.

[Louis04] J. Louis, G. Feld, et E. Monmasson. *Modélisation des machines à courant alternatif par les phaseurs*, chapitre 5, pages 247–291. Lavoisier, 2004. *in* J.P. Louis *et al.*, *Modélisation des machines électriques en vue de leur commande*.

[Magni01] J. Magni. «Linear Fractional Representation with a Toolbox for Use with Matlab». Rapport technique, ONERA, 2001.

[Man97] K. F. Man, K. S. Tang, S. Kwong, et W. A. Halang. *Genetic Algorithms for Control and Signal Processing*. Springer-Verlag, 1997.

[Marhefka99] D. Marhefka et D. Orin. «A compliance contact model with nonlinear damping for simulation of robotic systems». *IEEE Trans. Syst., Man, Cybern.*, tome 29, n° 6, pages 566–572, 1999.

[De Luca91] A. De Luca et B. Siciliano. «Closed-form dynamic model of planar multilink lightweight robots». *IEEE Trans. Syst., Man, Cybern.*, tome 21, n° 4, pages 826–839, 1991.

[De Luca93] A. De Luca et B. Siciliano. «Inversion-based nonlinear control of robot arms with flexible links». *AIAA J. Guidance Control and Dynamics*, tome 16, n° 6, pages 1169–1176, 1993.

[McFarlane92] D. C. McFarlane et K. Glover. «A loop shaping design procedure using H_∞ synthesis». *IEEE Trans. Autom. Control*, tome 37, n° 6, pages 759–769, 1992.

[Molinari05] E. Molinari, M. Fato, G. de Leo, D. Riccardo, et F. Beltrame. «Simulation of the biomechanical behavior of the skin in virtual surgical applications by finite element method». *IEEE Trans. Biomed. Eng.*, tome 52, n° 9, pages 1514–1521, 2005.

[Montagnat05] J. Montagnat et H. Delingette. «4D Deformable Models with temporal constraints : application to 4D cardiac image segmentation». *Medical Image Analysis*, tome 9, n° 1, pages 87–100, 2005.

[Moore81] B. C. Moore. «Principal component analysis in linear systems : controllability, observability and model reduction». *IEEE Trans. Autom. Control*, tome 26, n° 1, pages 17–32, 1981.

[Morel05] G. Morel, P. Zanne, et F. Plestan. «Robust Visual Servoing : Bounding the task Function Tracking Errors». *IEEE Trans. Contr. Syst. Technol.*, tome 13, n° 2, pages 998–1009, november 2005.

[Nakabo00] Y. Nakabo, M. Ishikawa, H. Toyoda, et S. Mizuno. «1 ms column parallel vision system and its application of high speed target tracking». Dans «Int. Conf. Robot. Autom.», tome 1, pages 650 – 655. 2000.

[Namiki99] A. Namiki, Y. Nakabo, I. Ishii, et M. Ishikawa. «High speed grasping using visual and force feedback». *Int. Conf. Robotics and Automation (ICRA)*, tome 4, pages 3195 – 3200, 1999.

[Nelder65] J. Nelder et R. Mead. «A simplex method for function minimization». *Computer Journal*, tome 7, n° 4, pages 308–313, 1965.

[Nordin85] K. B. Nordin, D. W. Novotny, et D. S. Zinger. «The influence of motor parameter deviations in feedforward field orientation drive systems». *IEEE Trans. Ind. Appl.*, tome 21, n° 4, pages 1009–1015, 1985.

[Okamura04] A. Okamura, C. Simone, et M. Oapos-Leary. «Force modeling for needle insertion into soft tissue». *IEEE Trans. Biomed. Eng.*, tome 51, n° 10, pages 1707–1716, 2004.

[Östring03] M. Östring, S. Gunnarsson, et M. Norrlöf. «Closed-Loop identification of an industrial robot containing flexibilities». *Control Engineering Practice*, tome 11, n° 3, pages 291–300, 2003.

[Packard93a] A. Packard et J. Doyle. «The complex structured singular value». *Automatica*, tome 29, n° 1, pages 71–109, 1993.

[Packard93b] A. Packard, J. Doyle, et G. Balas. «Linear, multivariable robust control with a μ perspective». *ASME J. Dynamic Systems, Measurement and Control*, tome 115, n° 2, pages 310–319, 1993.

[Packard93c] A. Packard et P. Pandey. «Continuity properties of the real/complex structured singular value». *IEEE Trans. Automatic Control*, tome 38, n° 3, pages 415–428, 1993.

[Papanikolopoulos93] N. Papanikolopoulos, P. Khosla, et T. Kanade. «Visual tracking of a moving target by a camera mounted on a robot : a combination of control and vision». *IEEE Trans. Robot. Autom.*, tome 9, pages 14 – 35, 1993.

[Peaucelle01] D. Peaucelle et D. Arzelier. «Robust performance analysis with LMI-based methods for real parametric uncertainty via parameter-dependent lyapunov functions». *IEEE Trans. Autom. Control*, tome 46, n° 4, pages 624–630, 2001.

[Peaucelle06] D. Peaucelle et D. Arzelier. «Robust multi-objective control toolbox». Dans «Conf. on Computer Aided Control Systems Design», Munich, Germany, 2006.

[Pittet06] C. Pittet et D. Arzelier. «DEMETER : a benchmark for robust analysis and control of the attitude of flexible micro satellites». Dans «IFAC Symposium on Robust Control Design (ROCOND)», Toulouse, France, 2006.

[Poloujadoff67] M. Poloujadoff et M. Ivanes. «Comparaison des schémas équivalents au moteur asynchrone polyphasé». *Revue Générale de l'Electricité*, tome 76, n° 1, pages 1–6, 1967.

[Ranftl07] A. Ranftl, L. Cuvillon, J. Gangloff, et J. van der Sloten. «High Speed Visual Servoing with Ultrasonic Motors». Dans «Int. Conf. Robot. Autom. (ICRA)», April 2007.

[Ryu04] J. Ryu, D. Kwon, et B. Hannaford. «Control of a flexible manipulator with noncollocated feedback : time-domain passivity approach». *IEEE Trans. Robot.*, tome 20, n° 4, pages 776–780, 2004.

[Safonov80] M. G. Safonov. *Stability and Robustness of Multivariable Feedback Systems*. MIT Press, 1980.

[Saligrama05] V. Saligrama. «A Convex Analytic Approach to System IdentificationAn Approach to Identification for Robust Control». *IEEE Trans. Autom. Control*, tome 50, n° 10, pages 1550–1560, 2005.

[Salvatore93] L. Salvatore, S. Stasi, et L. Tarchioni. «A new EKF-based algorithm for flux estimation in induction machines». *IEEE Trans. Ind. Electr.*, tome 40, n° 5, pages 496–504, 1993.

[Scherer95] C. Scherer. «Multi-objective output-feedback control via LMI optimization». *IEEE Trans. Autom. Control*, tome 40, n° 6, pages 1054–1062, 1995.

[Scherer97] C. Scherer, P. Gahinet, et M. Chilali. «Multi-objective output-feedback control via LMI optimization». *IEEE Trans. Autom. Control*, tome 42, n° 7, pages 896–911, 1997.

[Scherer01] C. W. Scherer. «LPV control and fullblock multipliers». *Automatica*, tome 37, pages 361–375, 2001.

[Sermesant03] M. Sermesant, C. Forest, X. Pennec, H. Delingette, et N. Ayache. «Deformable biomechanical models : Application to 4D cardiac image analysis». *Medical Image Analysis*, tome 7, n° 4, pages 475–488, 2003.

[Sermesant05] M. Sermesant, Y. Coudière, V. Moreau-Villéger, K. Rhode, D. Hill, et R. Ravazi. «A fast-marching approach to cardiac electrophysiology simulation for XMR interventional imaging». Dans «Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention (MICCAI)», Palm Springs, USA, 2005.

[Shi01] P. Shi, J. McPhee, et G. Heppler. «A deformation field for Euler-Bernouilli beams with application to flexible multibody dynamics». *Multibody System Dynamics*, tome 5, n° 1, pages 79–104, 2001.

[Shi02] P. Shi et J. McPhee. *DynaFlex Users's Guide*. Systems Design Engineering - University of Waterloo, http ://real.uwaterloo.ca/˜dynaflex/, 2002.

[Stein87] G. Stein et M. Athans. «The LQG/LTR Procedure for Multivariable Feedback Control Design». *IEEE Trans. Autom. Control*, tome 32, n° 2, 1987.

[Taghirad97] H. Taghirad. *On the Modeling and Identification of Harmonic Drive Systems*. Thèse de doctorat, McGill University, Montreal, Quebec, Canada, 1997.

[Thakral07] A. Thakral, J. Wallace, D. Tomlin, N. Seth, et N. V. Thakor. «Surgical motion adaptive robotic technology : taking the motion out of physiological motion». Dans «Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention (MICCAI)», 2007.

[Verhaegen94] M. Verhaegen. «Identification of the deterministic part of MIMO state space models». *Automatica*, tome 30, pages 61–74, 1994.

[Viksten01] F. Viksten. *On the use of an accelerometer for identitcation of a flexible manipulator*. Thèse de maître, Université de Linköping, Suède, 2001.

[Wade97] S. Wade, M. Dunnigan, et B. Williams. «A new method of rotor resistance estimation for vector-controlled induction machines». *IEEE Trans. Ind. Electr.*, tome 44, n° 2, pages 247–257, 1997.

[Walter90] E. Walter et L. Pronzato. «Qualitative and quantitative experiment design for phenomenological models-a survey». *Automatica*, tome 26, n° 2, pages 195–213, 1990.

[Walter94] E. Walter et L. Pronzato. *Identification de Modèles Paramétriques à Partir de Données Expérimentales*. Masson, 1994.

[Walter97] E. Walter et L. Pronzato. *Identification of Parametric Models from Experimental Data*. Springer-Verlag, 1997.

[Wang91] W. Wang, J. Doyle, C. Beck, et K. Glover. «Model reduction of LFT systems». Dans «IEEE Conf. Dec. Control», Brighton, Great-Britain, dec 1991.

[Wang07] K. Wang, J. Chiasson, M. Bodson, et L. Tolbert. «An online rotor time constant estimator for the induction machine». *IEEE Trans. Contr. Syst. Technol.*, tome 15, n° 2, pages 339–348, 2007.

[Wernholt04] E. Wernholt. *On Multivariable and Nonlinear Identification of Industrial Robot*. Thèse de doctorat, Linköping University, Suède, 2004.

[Yoshikawa01] T. Yoshikawa, A. Ohta, et K. Kanaoka. «state estimation and parameter identification of flexible manipulators based on visual sensor and virtual joint model». Dans «Int. Conf. on Robotics and Automation», pages 2840–2845. 2001.

[Young95] P. Young, M. Newlin, et J. Doyle. «Computing bounds for the mixed μ problem». *Int. J. Robust Nonlinear Control*, tome 5, pages 573–590, 1995.

[Young97] P. Young et J. Doyle. «A lower bound for the mixed μ problem». *IEEE Trans. Autom. Control*, tome 42, n° 1, pages 123–128, 1997.

[Young02] P. Young. «Comments on "On the estimation of continuous-time transfer function"». *Int. J. Control*, tome 75, n° 9, pages 693–697, 2002.

[Yurkovitch90] S. Yurkovitch, A. Tzes, I. Lee, et K. Hillsley. «Control and system indentification of a two-link flexible manipulator». Dans «Int. Conf. on Robotics and Automation», pages 1626–1631. 1990.

[Zai92] C. Zai, C. Marco, et T. Lipo. «An extended Kalman filter approach to rotor time constant measurement in PWM induction motor drives». *IEEE Trans. Ind. Appl.*, tome 28, n° 6, pages 96–104, 1992.

[Zanne04] P. Zanne, G. Morel, et F. Plestan. «A Robust 3D Vision Based Control and Planning». Dans «Int. Conf. Robotics and Automation (ICRA'2004)», United States, New Orleans, April 2004.

[Zhou96] K. Zhou, J. C. Doyle, et K. Glover. *Robust and Optimal Control*. Prentice-Hall, 1996.