Détection cyclostationnaire des bandes de fréquences libres

Mohamed Ghozzi

▶ **To cite this version:**

Mohamed Ghozzi. Détection cyclostationnaire des bandes de fréquences libres. Autre. Université Rennes 1, 2008. Français. NNT : . tel-00355174

HAL Id: tel-00355174
https://theses.hal.science/tel-00355174

Submitted on 22 Jan 2009

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

N° d'ordre : 3693

Thèse

présentée devant
l'UNIVERSITÉ DE RENNES I

pour obtenir le grade de
Docteur de l'Université de Rennes I
Mention : *Traitement du Signal et Télécommunications*

par
Mohamed GHOZZI

Équipe d'accueil : Institut d'électronique et de télécommunications de Rennes
École doctorale : Matisse
Composante universitaire : Université de Rennes I

Détection cyclostationnaire des bandes de fréquences libres

Soutenue le 17 janvier 2008 devant la commission d'examen

Composition du jury

Rapporteurs

Philippe LOUBATON	Université Marne-la-Vallée
Aawatif HAYAR	Institut Eurecom

Examinateurs

Jean-Jacques FUCHS	Université de Rennes 1
Jacques PALICOT	Supélec rennes (Directeur de thèse)
Mischa DOHLER	France Telecom R&D (Grenoble)
François MARX	France Telecom

Remerciements

Le travail présenté dans ce mémoire a été effectué au sein du laboratoire IDEA à France Telecom R&D site de Meylan. Je remercie Monsieur *Patrice Senn*, ex-directeur du laboratoire IDEA et Madame *Marylin Arndt* pour m'y avoir accueilli.

Je tiens tout d'abord à remercier l'ensemble des personnes qui m'ont fait l'honneur d'être membres de mon jury.

Je remercie Monsieur *Jean-Jacques Fucks*, professeur à l'université de Rennes, de m'avoir fait l'honneur de présider le jury de ma thèse.

Je tiens à remercier Monsieur *Philippe Loubaton*, professeur à l'Université de Marne-la-Vallée, et Madame *Aawatif Hayar*, Maître de conférence à l'Institut Eurécom, d'avoir acceptés de rapporter ce travail. Leurs remarques ont largement contribué à l'amélioration de ce mémoire.

Merci à Jacques Palicot d'avoir accepté d'encadrer ce travail à distance en plus de ses autres charges au sein de l'équipe SCEE/Supélec Rennes, et d'avoir fait le nécessaire pour faciliter autant que possible la laborieuse finalisation de ce mémoire.

Je tiens à remercier également les personnes qui m'ont aidés de près ou de loin tout au long de ce travail. Mes premières pensées vont directement à *François Marx* et *Mischa Dohler* pour leur disponibilité et leur soutien. *Fred*, *Lahouari*, *Philippe*, *David* et *Christian* pour l'ambiance, les blagues, les pauses café et le remontage de moral.

Et puis, il y a la famille, c'est important la famille : un grand merci à ma chère *Mariem*, à mes chères *soeurs* et surtout à mes *parents* pour m'avoir toujours soutenu et encouragé.

Table des matières

Remerciements **iii**

Table des matières **iii**

Introduction générale **1**

1 Problématique de la détection des bandes libres **5**
1.1 Introduction 5
1.2 De l'accès statique à l'accès dynamique au spectre radio 6
1.2.1 La problématique de pénurie spectrale 6
1.2.2 Nouvelles opportunités d'accès au spectre 7
1.2.3 Accès dynamique au spectre radio 9
1.3 Accès opportuniste au spectre radio 10
1.3.1 Définition de l'opportunité 11
1.3.2 Identification des opportunités 12
1.4 La radio opportuniste 13
1.4.1 Fonctionnement 14
1.4.2 Architecture 15
1.4.3 Détection des bandes libres 16
1.4.4 Détection coopérative des bandes libres 17
1.5 Conclusions 18

2 Modèle du signal et du canal **19**
2.1 Introduction 19
2.2 Le signal composite reçu 20
2.2.1 Transmissions mono-porteuse avec accès multiple par répartition en fréquences 22
2.2.2 Transmissions mono-porteuse avec accès multiple par répartition en codes 22
2.2.3 Transmissions multi-porteuses avec fréquences orthogonales 25
2.3 Le canal radio 27
2.3.1 Bruit dans les systèmes de communication 27
2.3.2 Canal de propagation 28
2.3.2.1 Réponse impulsionnelle du canal 29
2.3.2.2 Caractérisation statistique du canal 30
2.3.2.3 Modèles statistiques des évanouissements 32
2.4 Conclusions 33

3 Modèle statistique cyclostationnaire du signal reçu **35**
3.1 Introduction . . . 35
3.2 Modèle statistique cyclostationnaire . . . 35
3.2.1 Processus cyclostationnaire . . . 36
3.2.2 Processus presque-cyclostationnaire . . . 40
3.2.3 Cycloergodicité . . . 41
3.2.4 Interprétations alternatives de la cyclostationarité . . . 42
3.2.5 Filtrage linéaire invariant . . . 43
3.2.6 Cas des signaux de communications . . . 44
3.3 Propriétés cyclostationnaires du signal composite . . . 44
3.3.1 Propriétés en bande portée . . . 48
3.3.2 Influence du filtrage d'émission . . . 49
3.3.3 Influence du canal de propagation . . . 51
3.4 Intérêt du modèle cyclostationnaire . . . 51
3.5 Conclusions . . . 53

4 Approche de détection hybride des bandes libres **55**
4.1 Introduction . . . 55
4.2 Test d'hypothèses . . . 56
4.3 Détection des signaux aléatoires . . . 59
4.3.1 Radiomètre . . . 59
4.3.2 Détecteurs mono ou multi-cycles . . . 64
4.4 Architecture hybride de détection des bandes libres . . . 67
4.4.1 Étage de détection d'énergie . . . 67
4.4.2 Étage de détection cyclostationnaire . . . 68
4.4.3 Étage d'adaptation . . . 69
4.4.4 Limites de fonctionnement de l'architecture proposée . . . 70
4.5 Approches de détection des bandes libres . . . 72
4.6 Conclusions . . . 73

5 Test de présence de la cyclostationarité sur une fréquence **75**
5.1 Introduction . . . 75
5.2 Estimateur de la fonction d'autocorrélation d'un processus cyclostationnaire 77
5.3 Propriétés asymptotiques de l'estimateur . . . 80
5.3.1 Convergence . . . 81
5.3.2 Comportement asymptotique normal . . . 82
5.3.3 Calcul des covariances . . . 82
5.3.4 Distributions des parties réelle et imaginaire de l'estimateur . . . 85
5.4 Procédure de test de présence de la cyclostationarité . . . 85
5.4.1 La statistique de test . . . 87
5.4.2 Performances théoriques . . . 88
5.4.3 Algorithme de détection . . . 89
5.5 Résultats de simulation . . . 89
5.6 Conclusions . . . 95

6 Test en aveugle de présence de la cyclostationarité 97
6.1 Introduction . . . 97
6.2 Estimateur de l'indicateur de cyclostationarité . . . 98
6.2.1 Propriétés asymptotiques de l'estimateur . . . 99
6.2.2 Indicateur modifié de la cyclostationarité . . . 101
6.3 Test de présence de la cyclostationarité sur un petit intervalle de fréquences 104
6.3.1 Statistique de test . . . 104
6.3.2 Estimation de la variance de l'estimateur . . . 105
6.3.3 Determination du filtre $h(n)$ . . . 106
6.3.4 Algorithme de test . . . 107
6.3.5 Résultats de simulation . . . 108
6.4 Test de présence de la cyclostationarité sur un large intervalle de fréquences 112
6.4.1 Procédure de recherche horizontale . . . 113
6.4.2 Procédure de recherche verticale . . . 116
6.4.3 Procédure de recherche verticale améliorée . . . 119
6.5 Conclusions . . . 123

Conclusions et perspectives 127

Annexe 131

A Annexes relatives au chapitres 4 133
A.1 Rappels sur les statistiques d'ordre supérieur . . . 133
A.1.1 Moments et cumulants de vecteurs aléatoires à valeurs réelles . . . 133
A.1.1.1 Moments . . . 133
A.1.1.2 Cumulants . . . 133
A.1.1.3 Relations entre moments et cumulants . . . 134
A.1.2 Propriétés . . . 134
A.1.2.1 Propriétés des moments . . . 134
A.1.2.2 Propriétés des cumulants . . . 134
A.2 Test statistique de présence de la cyclostationarité de Dandawaté-Giannakis 135

B Théorie asymptotique des moyennes temporelles des processus mixtes 137

C Annexe relative au chapitre 5 141

D Méthode de détection non paramétrique d'un signal cyclostationnaire de niveau faible devant le bruit 143

Abréviations et notations 145

Table des figures 147

Liste des tableaux 151

Publications de l'auteur au cours de la thèse 153

Bibliographie **155**

Introduction générale

Depuis la première expérience radio de Marconni, les systèmes de radiocommunications ne cessent de se multiplier pour devenir incontournables de nos jours. Cette évolution s'est accompagnée d'une demande accrue en ressources radio. Cependant, les ressources accessibles par les technologies existantes ne permettent pas de répondre à la demande. Afin de pallier le manque des fréquences, de nouveaux concepts de partage des ressources, comme l'allocation dynamique d'un canal radio à une nouvelle communication, ont été développés. Néanmoins, les deux dernières décennies ont observé une véritable explosion des services de télécommunications. De la téléphonie mobile aux transmissions sans fil des données, la quantité de services grand public augmente et la pénurie de fréquences est plus que jamais aggravée.

En 2002, le FCC (*Federal Communications Commission*), organisme de régulation et de gestion du spectre aux États-Unies, publie un rapport [1] sur l'utilisation des fréquences dans lequel, il est mentionné que dans plus de 70% des cas, le spectre est sous-utilisé suivant le temps ou l'espace. Le problème de pénurie des fréquences n'est donc qu'artificiel et la politique actuelle de gestion statique du spectre en est responsable. Dès lors, de nouvelles approches d'accès dynamique au spectre radio se sont développées, où l'accès opportuniste est la plus répandue car elle s'attaque à la cause de la pénurie de fréquences. En effet, cette approche propose à une nouvelle catégorie d'utilisateurs dits utilisateurs secondaires (USs) d'accéder aux ressources fréquentielles allouées aux utilisateurs primaires lorsque ces derniers ne les utilisent pas. Ainsi, l'efficacité spectrale est augmentée en permettant la transmission par les USs sur les bandes de fréquences détectées libres. Ces systèmes USs sont qualifiés de radio cognitive ou radio opportuniste car, en plus de la détection autonome des bandes libres, ils doivent aussi être capables de changer leurs paramètres de transmissions afin de répondre, d'une part, aux attentes de l'utilisateur et, d'autre part, aux contraintes de disponibilité des fréquences.

En 2004, le FCC a montré son intérêt pour cette approche en proposant d'autoriser l'accès opportuniste sur les bandes de fréquences (54 à 862 MHz) allouées à la télévision (TV) [2]. En effet, avec le lancement de la télévision numérique, les systèmes de télédiffusions analogiques ne tarderont pas à s'arrêter, libérant par la suite des canaux de TV. Aujourd'hui, d'autres régulateurs du spectre au niveau national s'intéressent à la radio opportuniste. Par exemple l'OFCOM, régulateur du spectre en Angleterre, appelle à assouplir l'usage du spectre [3] ou le ComReg, régulateur du spectre en Irlande qui ouvre déjà des bandes de test pour expérimenter la radio opportuniste [4]. Au niveau de la normalisation, un groupe de travail IEEE a été fondé en 2005 pour la spécification de la norme IEEE 802.22 portant sur l'application de la radio opportuniste dans les bandes

TV [5].

C'est dans ce contexte que nous abordons dans ce mémoire la problématique de la détection des bandes de fréquences libres. Contrairement à beaucoup de travaux en cours, nous ne nous limitons pas dans cette thèse à une bande de fréquences particulière (par exemple la bande de TV) ou à un type de système primaire bien défini. Notre objectif ici est de proposer des solutions de traitement du signal permettant une détection à faible rapport signal à bruit et avec minimum d'informations a priori sur les bandes libres.

Le premier chapitre présente le contexte de la détection des bandes libres. Le manque de ressources spectrale d'une part et la sous-exploitation du spectre radio d'autre part sont à l'origine de l'apparition de l'approche d'accès opportuniste au spectre. Ce chapitre présente donc cette approche et décrit la notion d'opportunité. Parmi les solutions d'identification des opportunités d'accès au spectre, l'accent sera mis par la suite sur la radio opportuniste pour décrire son fonctionnement et son architecture. C'est une radio intelligente et capable de détecter de manière autonome les bandes de fréquences libres dans le spectre radio.

Le deuxième chapitre s'applique à définir le modèle du signal reçu et du canal radio. En l'absence de toute connaissance a priori des systèmes primaires, le signal filtré sur une bande de fréquences à tester peut contenir plusieurs porteuses modulées, voire plusieurs standards. Par la suite, nous proposons un modèle générique pour ce signal composite. À travers l'étude des différentes techniques d'accès au spectre, nous montrons la validité de ce modèle en déterminant ces paramètres dans chaque cas. Enfin, on décrit les effets du canal de propagation sur le signal transmis et on présente une caractérisation statistique de ses effets.

Le troisième chapitre présente le modèle cyclostationnaire des signaux aléatoires. Longtemps modélisés comme des signaux aléatoires stationnaires, les signaux de télécommunications sont appropriés au modèle cyclostationnaire. Ainsi, nous vérifions cette propriété dans le cas du modèle générique établi pour le signal reçu. Nous étudions aussi les effets du filtrage d'émission et du canal sur le caractère cyclostationnaire.

Le quatrième chapitre traite du problème de détection d'un signal aléatoire dans le bruit. Selon le choix d'un modèle stationnaire ou cyclostationnaire pour le signal d'intérêt, deux grandes méthodes de détection sont applicables : la détection d'énergie ou radiomètre et la détection cyclostationnaire. Dans notre contexte, ces méthodes sont plus complémentaires que concurrentes. Par la suite, nous proposons une architecture hybride de détection des bandes libres, qui allie la simplicité du radiomètre et la robustesse des détecteurs cyclostationnaires. C'est une architecture composée d'un étage d'adaptation et deux étages de détection : un étage primaire de détection d'énergie et un étage secondaire de détection cyclostationnaire. À chaque fois que le détecteur d'énergie échoue, le détecteur cyclostationnaire prend la relève et son résultat de détection permet également à calibrer le radiomètre. Ainsi, grâce au caractère adaptatif de l'architecture, la détection évolue au cours du temps pour tendre vers la détection d'énergie.

Les cinquième et sixième chapitres sont consacrés aux tests de présence de la cyclostationarité utilisés au niveau du deuxième étage de détection de l'architecture proposée. En effet, dans le cinquième chapitre, nous proposons un test de présence de la cyclostationarité sur une fréquence donnée. C'est un test qui s'applique notamment lorsque les fréquences cycliques des systèmes primaires sont disponibles. Les performances de ce test suivant les modulations utilisées sont comparées à celles d'un test équivalent dans la littérature [6]. Cette comparaison donne de meilleures performances dans le cas de signaux à spectre cyclique composé d'harmoniques de la fréquence cyclique fondamentale.

Dans le dernier chapitre, on s'intéresse à la détection en aveugle de la cyclostationarité pour déterminer la présence de systèmes primaires inconnus. Des tests de présence de la cyclostationarité sur un intervalle de fréquences sont donc indispensables. Contrairement à [7], qui propose d'effectuer le test d'un intervalle, fréquence par fréquence, ce chapitre propose un algorithme de test d'un intervalle entier de fréquences en une seule étape. Ceci permet un gain de temps de détection non négligeable. De plus, le test proposé est à probabilité de fausse alarme constante indépendamment de la largeur de l'intervalle de fréquences testé. Cependant, lorsque cette largeur est importante, les performances de détection deviennent non satisfaisantes. Pour y remédier, nous proposons un deuxième algorithme de détection de la cyclostationarité sur un large intervalle de fréquences.

Lorsque le signal d'intérêt est de niveau faible devant le bruit, nous proposons en annexe D un troisième algorithme de détection en aveugle de la cyclostationarité. En effectuant des transformations quadratiques sur le signal reçu, le test de cyclostationarité devient un problème de détection de présence de fréquences pures dans un bruit stationnaire. Vu le caractère non-paramétrique de la détection, aucune connaissance a priori n'est exigée ni sur le signal d'intérêt ni sur le bruit.

Chapitre 1

Problématique de la détection des bandes libres

Sommaire

2.1 Introduction 19
2.2 Le signal composite reçu 20
2.2.1 Transmissions mono-porteuse avec accès multiple par répartition en fréquences 22
2.2.2 Transmissions mono-porteuse avec accès multiple par répartition en codes 22
2.2.3 Transmissions multi-porteuses avec fréquences orthogonales . . . 25
2.3 Le canal radio 27
2.3.1 Bruit dans les systèmes de communication 27
2.3.2 Canal de propagation 28
2.4 Conclusions 33

1.1 Introduction

Dans ce premier chapitre, le contexte générale de la détection des bandes libres est présenté. Dans ce contexte caractérisé d'une part par une pénurie des fréquences et d'autre part par une hausse de la demande sur les ressources spectrales, l'accès opportuniste au spectre radio devient la solution la plus appropriée. En effet des mesures d'utilisation des fréquences montrent que certaines bandes de fréquences sont surchargées pendant que d'autres sont peu ou non utilisées pour une longue période.
Par la suite, des opportunités supplémentaires d'accès au spectre existent. Parmi les solutions permettant l'identification de ces opportunités, l'accent est mis dans ce chapitre sur la détection des bandes libres par le terminal lui-même qualifié dans ce cas de *radio opportuniste*.

1.2 De l'accès statique à l'accès dynamique au spectre radio

1.2.1 La problématique de pénurie spectrale

La première transmission radio remonte à 1896 lorsque Marconi réussissait pour la première fois à transmettre de l'information sur ondes radio. Cette découverte, connue aujourd'hui sous le sigle TSF (Télégraphe Sans Fil), fait suite aux travaux pionniers de Maxwell et Hertz sur l'électromagnétisme. Mais la révolution la plus importante va se produire en 1901 quand Marconi arrive à établir une transmission radio transatlantique ouvrant ainsi une nouvelle ère des télécommunications longues distances.

Au lendemain de cette découverte, les TSF de première génération communiquaient tous sur la même fréquence. L'augmentation de leur nombre et de leur puissance ne tardent pas à poser de problèmes puisque les interférences entre émetteurs rendaient fréquemment impossible une réception correcte des messages. De nouveaux procédés ont été alors mis en oeuvre pour accorder les stations d'émission et de réception sur des longueurs d'ondes choisies, marquant ainsi le début du partage du spectre selon sa dimension fréquentielle. Le dispositif connu à l'origine sous le nom *Jigger* sera par la suite rebaptisé circuit oscillant.

À travers d'organismes gouvernementaux, les états se sont très vite emparés de cette découverte (le spectre électromagnétique) en contrôlant sa gestion. Ainsi, pour chaque technologie d'accès radio (TAR), ces organismes se chargent de définir la bande de fréquences adéquate, l'étendu géographique de l'utilisation de cette bande, la puissance d'émission maximale, etc. Le but est de garantir le minimum d'interférence possible entre les différentes TAR. Il faut noter qu'à l'échelle mondiale, la coordination entre les états est faite au sein de l'UIT (Union Internationale des Télécommunications)[8] qui organise tous les trois ans la conférence mondiale des radiocommunications (*World Radio Conference*) qui réguler et réglemente l'utilisation des radiocommunications.

Bien que les progrès technologiques réalisés par la suite aient permis d'étendre la partie du spectre exploitable, la demande sur les fréquences radio quant à elle n'a jamais cessé d'augmenter. Ceci, s'est fait sentir par exemple suite à la banalisation au debut des années 50 de la radiotéléphonie jusqu'alors réservée aux institutions [9]. A l'époque, un canal radio était alloué en permanence à chaque abonné, qu'il y ait activité ou non, contraignant ainsi le réseau de radiotéléphone à n'accueillir qu'un nombre limité d'entre eux. Pour faire face à cette demande, la première révolution en partage des ressources spectrales est apparue en 1964 avec pour concept l'allocation dynamique d'un canal radio à une nouvelle communication uniquement pour sa durée [10]. L'évolution est importante puisque la gestion des canaux de fréquences alloués à une TAR donnée, qui était jusqu'alors statique, devient dynamique. Désormais, un reseau peut compter plus d'abonnés que de canaux radio.

En 1971, dans le but d'optimiser l'utilisation de cette ressource, apparaît le concept cellulaire [11] qui consiste à partager l'espace géographique en motifs, constitué chacun d'entre eux d'un nombre défini de cellules. Il devient alors possible de réutiliser le même canal radio sur chaque motif. Le partage du spectre, jusqu'alors limité aux seules dimensions fréquentielle et temporelle, considère la nouvelle dimension géographique.

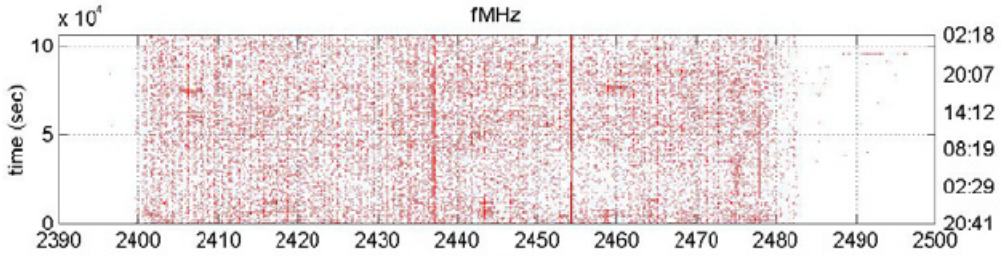


FIG. 1.1 – Les mesures d'occupation de la bande 2390 MHz- 2500 MHz, du 1 au 3 septembre 2004, dans la ville de New York [12]

De même, le passage de la transmission analogique à la transmission numérique et l'introduction du multiplexage temporel ont permis de faire face à la demande incessante d'abonnements devenant peu à peu supérieure aux capacités des réseaux. Les causes de cette situation sont la pénurie des fréquences radio et les limites de la technologie mise en oeuvre.

Nous pouvons voir que de nouveaux concepts on été adoptés pour mieux gérer les ressources disponibles, sans pour autant qu'une révision de la politique de gestion globale du spectre ne soit prise pour résoudre ce problème qui demeure jusqu'à nos jours. Mais la dernière décennie a observé un boom dans le secteur des applications radio sans fil à courte portée difficilement imaginable au vu de la faible proportion du spectre radio attribuée à ce secteur émergeant. L'accès à cette partie du spectre connue sous l'appellation bandes ISM (Industriel, Scientifique et Médical) n'est soumis à aucune autorisation préalable. Seule une contrainte sur la puissance maximale d'émission doit être respectée pour assurer la cohabitation des différents systèmes. En effet, l'absence de licence pour accéder aux bandes ISM est une des raisons qui ont favorisé le développement rapide de ce secteur. La situation actuelle sur ces bandes est caractérisée par un fort encombrement avec présence d'interférence entre les systèmes.

1.2.2 Nouvelles opportunités d'accès au spectre

Dans une démarche de révision de sa politique de gestion et de contrôle du spectre, le FCC (*Federal Communications Commission*), organisme de régulation et de gestion du spectre aux États-Unies, a crée en 2002 un groupe de réflexion et de travail sur les changements et améliorations susceptibles d'apporter pour répondre à la pénurie des ressources fréquentielles. Après une série de mesures effectuée sur d'utilisation du spectre, ce groupe préconise à la FCC d'introduire plus de flexibilité dans sa politique [1]. En effet les mesures préliminaires indiquent qu'au moment où certaines bandes sont intensivement utilisées (notamment les bandes allouées au réseaux cellulaires), d'autres ne sont pas ou peu utilisées. Par exemple, de janvier à septembre 2004 et pour le compte de la *National Science Foundation*, la company *The Shared Spectrum Company* a conduit une série de mesures sur l'utilisation du spectre à différentes localisations aux États-Unies [12]. Comme on peut le voir sur la figure 1.1, les mesures d'utilisation temps-fréquence effectuées sur la bande ISM (autour de $2,4$ GHz) entre le 1 et le 3 septembre, dans la ville de *New*

York montrent une bande surchargée en temps et en fréquence. À l'inverse, les mesures (figure 1.2) effectuées pendant la même période sur une partie de la bande TV montrent l'existence de canaux non utilisés pour une longue période (des trous). Par conséquent, des opportunités supplémentaires d'accès au spectre via ses trous existent mais il faudrait que la politique actuelle autorise ce genre d'accès.

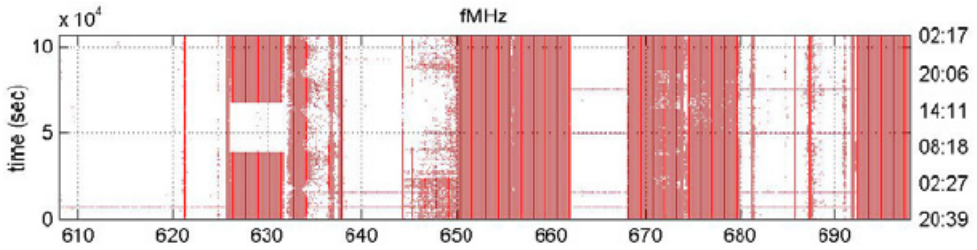


FIG. 1.2 – Les mesures d'occupation de la bande 608 MHz- 698 MHz, du 1 au 3 septembre 2004 [12]

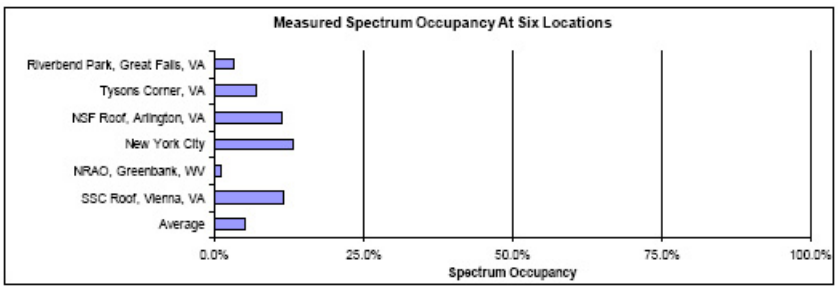


FIG. 1.3 – Les mesures d'occupation du spectre dans six villes [12]

Les mesures ont été répétées sur différentes bandes entre 30 MHz et 3 GHz et dans six localisations. La figure 1.3 rapporte les résultats obtenus à partir desquelles on dégage deux informations pertinentes :

- Le pourcentage d'occupation maximum du spectre est d'environ 13%.
- La moyenne d'occupation dans les six villes ne dépasse pas 6%.

Le faible taux d'occupation enregistré montre qu'une grande partie du spectre n'est pas utilisée efficacement. Ainsi, à un instant donné et dans une position géographique précise, il est théoriquement possible en parcourant le spectre entier de trouver au moins une bande de fréquences qui soit momentanément non utilisée par son propriétaire. Dans la suite, cette portion du spectre non exploitée est désignée par le terme bande de fréquences libre.

Le problème de pénurie des fréquences n'est qu'artificiel. Certes, la politique d'accès statique au spectre radio vieille de 90 ans, qui a bien servi dans le passé, est en grande partie à l'origine de cette situation paradoxale. Pour pallier le problème de manque de resources radio et la sous exploitation des bandes de fréquences, un nouveau paradigme de communications est proposé : l'accès dynamique au spectre radio (ADS) [13],[14],[15].

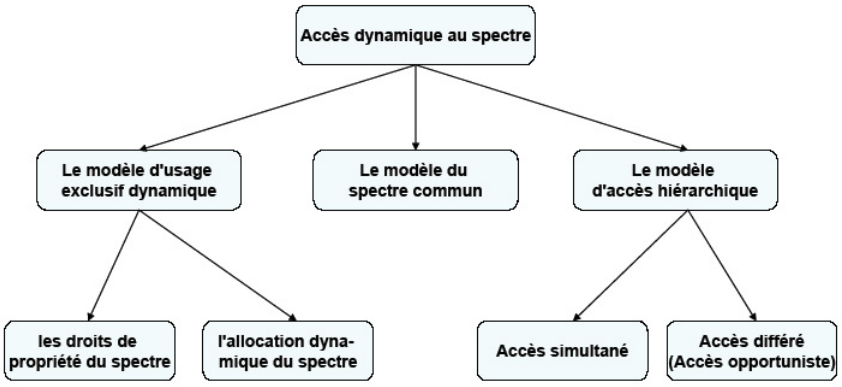


FIG. 1.4 – Classification des modèles de l'accès dynamique au spectre radio [13]

1.2.3 Accès dynamique au spectre radio

Par opposition à l'accès statique où chaque TAR dispose de droits exclusifs sur sa bande de fréquences dédiée, l'ADS permet plus de flexibilité en terme de partage de cette bande avec d'autres systèmes tout en évitant les interférences entre TARs. Pour cela, plusieurs approches de l'ADS ont été proposées. Afin de bien différencier chacune de ces approches, une classification [13] en sous modèles est présentées par la figure 1.4.

Le modèle d'usage exclusif dynamique (*Dynamic Exclusive Use Model*) s'inspire de la politique actuelle de gestion du spectre où chaque bande de fréquences est à usage exclusif. Cependant, ce modèle introduit plus de flexibilité pour améliorer l'efficacité spectrale sans toutefois éliminer les trous observés dans l'utilisation du spectre. Deux approches sont proposées dans ce modèle : les droits de propriété du spectre (*spectrum property rights approach*) [16] et l'allocation dynamique du spectre (*dynamic spectrum allocation approach* [17]). La première approche donne plus de droits à un utilisateur du spectre dans la gestion de sa bande allouée. Il est ainsi libre de la sous-louer, de la partager avec une contre partie, de choisir sa technologie radio, etc. La deuxième approche stipule qu'à un instant donné et à un lieu géographique précis, une bande allouée est une bande à usage exclusif. Mais cette allocation peut être dynamique en fonction de la demande et non statique comme c'est le cas dans la politique actuelle. Cette approche est née des travaux de recherche effectués au sein du projet européen *Drive* [17].

Le modèle du spectre commun [18] (*Spectrum Commons ou Open Sharing Model*) propose l'idée d'un spectre à accès ouvert s'inspirant du succès suscité par l'accès sans licence des bandes ISM.

Le modèle d'accès hiérarchique (*Hierarchical Access Model*) définit deux catégories d'utilisateurs du spectre : la catégorie d'utilisateurs primaires (UPs) issus de la politique actuelle de gestion du spectre (*i.e.* ceux qui disposent de bandes de fréquences allouées) et la nouvelle catégorie d'utilisateurs secondaires (USs) qui partagent avec les UPs leurs bandes à condition de ne pas leur créer de l'interférence. Deux approches peuvent être classées suivant ce modèle : l'approche à accès simultané (*spectrum underlay approach*) et

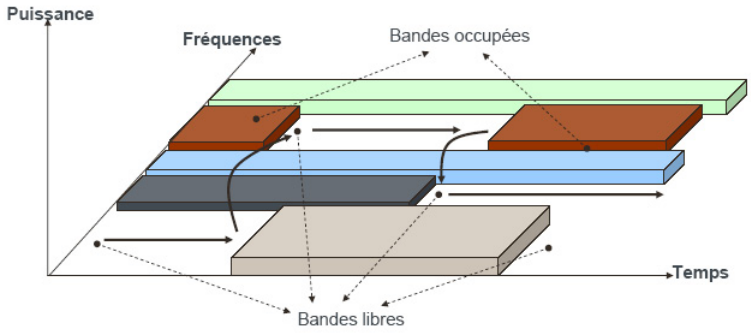


FIG. 1.5 – Accès opportuniste au spectre radio [15]

l'approche à accès différé (*spectrum overlay approach*).
Dans l'approche à accès simultané, les USs accèdent aux ressources spectrales partagées au même moment que les UPs tout en respectant des contraintes sévères en terme de puissance d'émission. Pour cela, les USs doivent étaler leur spectre d'émission sur une large bande afin d'apparaître comme du bruit au regard des UPs. De ce fait, aucune détection des UPs n'est effectuée car on se place dans le pire cas (*i.e.* les UPs transmettent continuellement). Les transmissions à courte portée, haut débit et faible puissance de transmission sont les principales concernées par cette approche.
L'approche à accès différé a été imaginée pour la première fois par *Mitola* [19] sous le terme de *spectrum pooling*. Cette approche a ensuite fait l'objet d'une étude approfondie au sein du programme *neXt Generation* (XG) du *DARPA* (Defense Advanced Research Projects Agency). Aujourd'hui, elle est plus connue sous le terme d'*accès opportuniste au spectre radio*.

C'est à cette approche que nous nous intéressons dans cette thèse.

1.3 Accès opportuniste au spectre radio

Pour l'accès opportuniste, les USs et les UPs se partagent les ressources radio de la manière suivante : si un US a besoin de transmettre sur une bande de fréquences, il doit tout d'abord s'assurer qu'elle n'est pas utilisée par un UP qui reste prioritaire. Si elle est libre, alors il peut y accéder et l'utiliser du moment qu'aucun UP ne la réclame. Si l'UP demande sa bande, alors l'US doit impérativement la libérer et recommencer sur une nouvelle bande libre. Cet accès opportuniste est expliqué par la figure 1.5.

Plusieurs avantages de l'accès opportuniste peuvent être recensés. Par rapport à l'approche d'accès simultanée, le processus de partage dans l'accès opportuniste est beaucoup moins contraignant. En effet, dès qu'un US détermine une opportunité d'accès au spectre, alors il est libre de l'utiliser dans la mesure de respecter certaines contraintes, *i.e.* la puissance d'émission maximale, qui sont les mêmes que pour les UPs.
Par rapport à l'ensemble des approches de l'accès dynamique au spectre radio, l'accès opportuniste présente l'avantage de remédier à la fois à la pénurie des fréquences et à la sous-exploitation du spectre. Il faut noter aussi l'avantage du modèle d'accès hiérarchique

par rapport aux autres modèles en terme de sa compatibilité avec la politique actuelle de gestion du spectre [13].

L'accès opportuniste met donc en concurrence deux entités à objectifs parfois contradictoires : les USs qui désirent améliorer leurs performances en exploitant le maximum d'opportunités et les UPs qui cherchent à se protéger des interférences. Ainsi, l'identification des opportunités (trous dans le spectre) représente une tâche cruciale de l'accès opportuniste. Les USs doivent absolument assurer cette tâche afin que les UPs acceptent de partager leurs ressources.

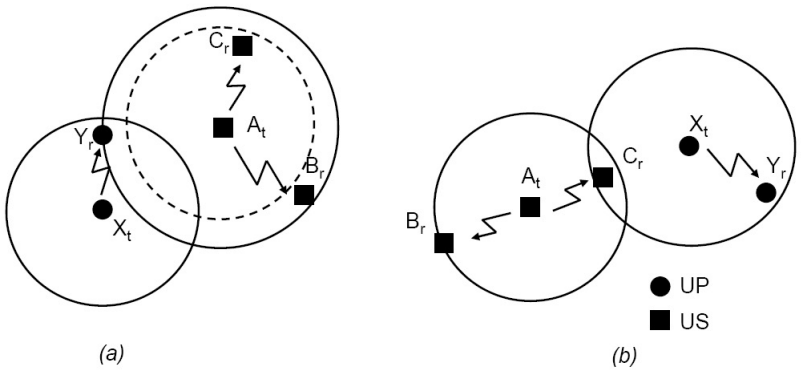


FIG. 1.6 – Différence entre bande libre et opportunité

1.3.1 Définition de l'opportunité

Souvent, on ne fait pas la différence entre une opportunité et une bande de fréquences libre et les deux termes sont assimilés. Mais en réalité ceci n'est pas tout le temps vrai. Les quelques exemples suivants montrent la nuance entre la notion plus générale d'une opportunité sur laquelle se base l'accès opportuniste et la notion de bande de fréquences libre.

Une bande libre peut être définie comme étant [20] *une bande de fréquence assignée à un UP mais qui à un instant donné et à un lieu géographique précis, n'utilise pas cette bande*. Dans cette définition, on ne fait intervenir que trois dimensions du spectre : le temps, la fréquence et le lieu géographique. Or dans la pratique, une bande de fréquence peut aussi être partagée entre UPs par division de code. Dans ce cas particulier, bien que la bande soit occupée, des opportunités de communication peuvent exister au regard de la dimension code.

Dans la figure 1.6.a, l'US A, se trouvant hors de portée d'émission des UPs, détecte leur canal de communication libre. Cependant, une éventuelle transmission de A vers B engendre de l'interférence au récepteur primaire Y qui se trouve à portée d'émission de A. Au contraire, une transmission de A vers C n'interfère pas avec les UPs. D'où l'importance de considérer la portée d'émission des USs dans la qualification d'un canal de fréquences libre comme une opportunité.

Dans la figure 1.6.b, l'US A détecte en permanence le canal sur lequel communiquent les UPs X et Y comme étant libre. Mais tout dépend avec quel US (B ou C) veut communiquer, ce canal peut être une opportunité ou non. En effet dans le cas d'une communication avec C, le canal n'est pas une opportunité car l'US C le détecte comme étant occupé. Par contre dans le cas d'une communication avec B, ce canal peut être considéré comme une opportunité.

À l'exception de l'accès par division de codes, on constate qu'*une bande libre est une condition nécessaire mais non suffisante pour que cette bande soit considérée comme une opportunité*. Autrement dit, la détection des bandes libres à laquelle on s'intéresse dans cette thèse est une étape primordiale dans l'identification des opportunités. Alors que la tâche d'identification en soi nécessite plus de traitement comme la coopération entre les USs que nous n'abordons pas dans ce rapport.

1.3.2 Identification des opportunités

On peut recenser essentiellement trois solutions d'identification des opportunités : identification par un signal de contrôle (ou beacon), identification par géolocalisation et base de données et identification par détection des bandes de fréquences libres.

Signal de contrôle : c'est un signal diffusé par le reseau d'UPs qui acceptent de partager leurs ressources fréquentielles avec un réseau d'USs. En captant ce signal, un US est informé des canaux non utilisés par les UPs où il peut communiquer. Cet US doit donc surveiller continuellement ce signal de contrôle pour connaître les changements qui peuvent intervenir à l'état des canaux en particulier celui sur lequel il communique .

Plusieurs variantes de cette solution existent. À la base, le signal de contrôle est proposé dans un réseau primaire du type TV [21]. C'est un signal (non modulé) émis sur chaque canal de la bande TV. Sa presence indique que le canal est libre et son absence indique que le canal est occupé. Actuellement, on parle plutôt d'un signal modulé porteur de l'information sur l'ensemble des ressources à partager et diffusé sur un canal pilote dédié [22],[23]. La démodulation de ce signal permet à un US de déterminer les canaux libres à un moment donné. Cette solution est aujourd'hui à l'étude dans le cadre du projet Européen E2R, phase 2 [24] et a été proposée à divers organismes de normalisation, *i.e.* le groupe de normalisation IEEE P1900.4 [25].

Cette solution d'identification par signal de contrôle présente l'avantage de garantir une interférence quasi nulle puisque ce sont les systèmes primaires qui arbitrent eux même l'accès à leurs bandes en fournissant l'information nécessaire. Cependant elle n'est pas optimale. En effet, l'information sur la disponibilité des fréquences tient seulement compte de la dimension temporelle, ignorant la dimension géographique d'apparition des opportunités. De plus, d'un point de vu de la mis en oeuvre, cette technologie n'est pas attractive car elle nécessite d'introduire des modifications au niveau du fonctionnement des systèmes primaires existants, ce qui est non envisageable.

Géolocalisation et base données : cette technologie prévoit un terminal secondaire incorporant un récepteur GPS [26] afin de déterminer sa position. Le terminal accède

alors à une base de données à distance maintenue à jour par le réseau d'UPs listant les position géographiques des canaux non utilisés. Aujourd'hui, les techniques de localisation par GPS permettent une très bonne précisions de l'ordre de quelques dizaines de mètres dans 95% des cas [21]. Ce qui est suffisant pour avoir une détection correcte des bandes libres évitant ainsi de créer de l'interférence aux UPs.

Dans le même esprit, une solution de sélection de réseaux de radiocommunication accessibles pour un terminal récepteur multi-mode est proposée dans [27]. Cette même solution, datant de quelques années, a fait l'objet d'un dépôt de brevet par France Telecom [28].

L'avantage de la la solution d'identification par géolocalisation des ressources disponibles par rapport à la solution d'identification par signal de contrôle et de tenir compte de la variabilité géographique de l'occupation du spectre. Ceci permet d'augmenter l'efficacité spectrale tout en exigeant un grand travail de mis à jours et de maintien de la base de données. Si cela s'avère faisable dans le cas d'un réseau d'UPs non ou peu mouvant comme par exemple la TV, il devient compliqué, voire impossible dans le cas d'UPs à forte mobilité comme dans le cas de la téléphonie mobile.

Détection des bandes de fréquences libres par le terminal : lors d'une communication, le terminal, qui est capable de mesurer un certain nombre de paramètres de son environnement, se contente de les renvoyer au réseau qui décide d'un ensemble de paramètres comme le canal de communication, la puissance d'émission, etc. Aujourd'hui, l'apparition des terminaux de plus en plus puissants permet un transfert d'intelligence du reseau au terminal. Le terminal devient alors un élément actif de la communication, permettant ainsi de répondre au problème soulevé par la pénurie de ressources spectrales grâce à sa détection des bandes libres et ses prises de décisions.

Dans ses travaux de thèse [29] présentés en 2000, J. Mitola reprend l'idée de terminal actif pour proposer un concept plus large de futurs terminaux radio : la radio cognitive (RC). D'après Mitola, *un terminal RC est un terminal radio, capable de prendre conscience de son environnement et de s'y adapter intelligemment.* C'est une définition trop formelle (générale) dont l'interprétation peut varier d'un contexte à un autre. Ce n'est que dans le contexte de réutilisation de bandes libres que cette définition va se profiler davantage donnant lieu au concept de la radio opportuniste (RO) confondu souvent avec la radio cognitive [19],[30],[20],[31].

1.4 La radio opportuniste

À mon sens, la RC imaginée par Mitola se veut générale et non dédiée à un seul champ d'application. En effet, lorsque Mitola dit que "*le terminal RC prend conscience de son environnement*", les ressources radio n'occupent pas l'ensemble de cet environnement. Il y a aussi les besoins de l'utilisateur, la qualité de service, les technologies radio accessibles, etc. Sauf qu'à l'apparition du concept de RC, le problème de pénurie des fréquences devenait un sujet auquel il faut proposer de nouvelles solutions. Par exemple, dans leur rapport [1] rendu en 2002, le groupe de travail et de réflexion constitué par le FCC précise que "*les avancées technologiques qui ont servi dans la prolifération des applications basées*

sur l'accès aux fréquences, peuvent profiter au même temps à la résolution du problème de pénurie spectrale, ..., parmi ces technologies on trouve la radio cognitive". Depuis, le concept de la RO est apparu comme une instance de la RC capable d'identifier et de réutiliser de façon autonome les opportunités d'accès au spectre. Dans la suite du rapport, les deux concepts de RC et RO sont utilisés indifféremment.

1.4.1 Fonctionnement

L'identification des opportunités, que ce soit par un signal de contrôle ou par géolocalisation et base de données, ne résout pas entièrement le problème de sous-exploitation du spectre. En effet, soit on ne tient pas compte de la dimension géographique de l'apparition des opportunités ou soit cette dimension est considérée au mieux avec une faible mobilité des transmetteurs primaires. Pour tenir compte de la mobilité des UPs et donc de la variabilité géographique des opportunités, la solution idéale serait de considérer à la fois les dimensions fréquentielles, temporelles et géographiques. Théoriquement, cela nécessite d'implémenter sur une zone géographique cible un grand nombre de capteurs d'opportunité permettant d'avoir une information en tout point et en temps réel. Or cette zone peut être trop large lorsque la mobilité des UPs est importante. Par la suite, un grand nombre de capteurs doit être utilisé. De plus, il arrive que des capteurs soient installés à des endroits non fréquentés par les USs. Ceci n'est donc pas judicieux.

Le concept de la radio opportuniste propose plutôt d'incorporer ces capteurs dans les terminaux sujet de l'accès opportuniste. Ainsi, chaque terminal détecte de façon autonome au lieu où il se trouve les bandes non utilisées par les UPs. Ensuite, la mobilité des terminaux (capteurs) permet de pallier le manque d'informations sur la dimension géographique d'une part et de n'avoir cette information que sur la zone d'activité des USs d'autre part. Ce qui permet donc une réutilisation des bandes libres sans interférence aux UPs.

Le concept de la radio opportuniste va plus loin qu'une simple détection de bandes libres par le terminal radio. Le terminal radio opportuniste incorpore aussi les mécanismes (ou compétences) suivants [15] :

Gestion des bandes libres : les bandes libres sont dispersées tout au long du spectre radio accessible au terminal. Pour que le terminal soit capable de choisir une bande libre, parmi celles qui existent, permettant de répondre aux exigences de qualité de service de sa communication, une caractérisation de ces bandes libres est nécessaire. Cette caractérisation consiste à mesurer un certain nombre de paramètres comme la largeur de cette bande, le niveau d'interférence, la qualité du lien radio, le taux d'erreur canal, etc.

Partage des bandes libres : autre que le partage vertical des ressources radio avec les UPs, les USs auront nécessairement besoin de gérer entre eux le partage horizontale des ressources laissées disponibles par les systèmes primaires. Selon l'architecture du réseau secondaire, plusieurs solutions de partage existent : centralisé, distribué, coopératif, non coopératif.

Mobilité spectrale : l'accès dynamique au spectre stipule que le terminal n'a plus de ressources de fréquences dédiées. Au contraire, le terminal dispose de ressources qu'il peut récupérer sur une large étendue spectrale. De ce fait, le terminal RO doit être capable de changer fréquemment de canal soit parce que le canal vient d'être repris par son UP ou parce que la qualité du lien radio d'un autre canal est meilleure que la sienne.

Parmi ces quatre compétences du terminal RO, seule la compétence détection des bandes libres est purement couche physique, alors que les trois autres font appel aux différentes couches du modèle OSI.

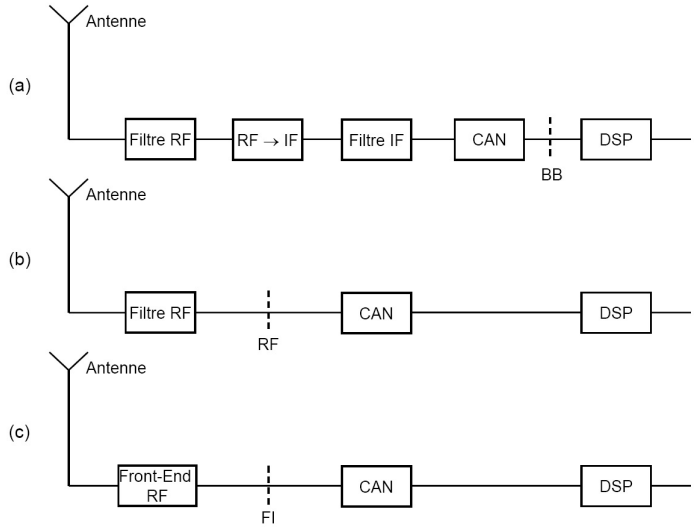


FIG. 1.7 – Architectures radio : (a) architecture classique, (b) architecture radio logicielle idéale et (c) architecture radio logicielle restreinte

1.4.2 Architecture

Pour une meilleur efficacité d'utilisation du spectre, le terminal RC doit être capable de chercher les bandes libres sur un large intervalle de fréquences et de communiquer sur différentes plages de fréquences en fonction de leur disponibilité. Le terminal RO doit aussi adapter sa liaison radio (débit, modulation, largeur de bande, codage canal, etc.) pour répondre aux exigences de l'utilisateur. Ces raisons-là, justifient le fait qu'un terminal RO doit avant tout être un terminal radio logicielle (RL) [32].

Le concept de la radio logicielle est né de la recherche militaire à la fin des années 70. C'est grâce au travaux de J. Mitola [33] que ce concept est apparu dans les années 90 pour la première fois à la communauté scientifique pour les applications civiles. En effet, la situation actuelle du marché des télécommunications est caractérisée par la prolifération permanente de nouveaux standards. Dans ce paysage très diversifié, nous assistons à une démarche croissante de la part des consommateurs de terminaux multistandards, capables de répondre à leurs besoins tels que la téléphonie partout dans le monde, l'accès aux réseaux de données, le positionnement par satellite ou la transmission vidéo. Ce terminal

"à tout faire" pourrait devenir une réalité grâce à la radio logicielle. Cette technologie permet d'envisager l'arrivée de terminaux flexibles, adaptatifs et capables de s'adapter aux différents standards par simple téléchargement, via l'interface air, du logiciel adéquat [34].

Par rapport à une architecture radio classique (figure 1.7.a) où toutes les fonctions du front-end RF (sélection du canal, suppression de l'interférence, amplification et transposition en bande de base) sont réalisées en traitement analogique (ou *hardware*), l'architecture d'une radio logicielle (figure 1.7.b) numérise le signal RF large bande directement après filtrage et amplification faible bruit. Par la suite, les fonctions de transposition en fréquence, d'amplification, de sélection du canal et de démodulation seraient réalisées en traitement numérique. En considérant le terminal RL large bande capable de sélectionner n'importe quel canal lui confère la spécificité d'être agile en fréquence.

Aujourd'hui, cette architecture radio logicielle idéale n'est pas réalisable avec les moyens technologiques existants [35]. En effet, la numérisation du signal large bande nécessite des convertisseurs analogique-numérique large bande de hautes performances qui ne sont pas actuellement disponibles [36], [37].

Pour concilier l'objectif de flexibilité et les limitations technologiques, la conversion analogique-numérique est effectuée à une fréquence intermédiaire. Le signal doit préalablement passer par un étage de traitement analogique permettant de limiter sa largeur de bande de fréquences. La figure 1.7.c montre la nouvelle architecture obtenue, désignée par radio logicielle restreinte [38].

1.4.3 Détection des bandes libres

Par définition, l'interférence n'a de sens qu'à la réception. De ce fait, une bonne détection des bandes libres nécessite la détection des récepteurs primaires pour éviter que l'on émette sur leurs bandes. Toutefois, ceci est très difficile, voire impossible car un récepteur ne produit aucune activité radio permettant de le détecter. C'est pour cette raison que l'on préfère plutôt détecter les émetteurs primaires en repérant leurs émissions radio. Ainsi, à partir de l'observation du signal radio $y(t)$ reçu sur une bande B, le terminal RC détermine l'état de cette bande d'intérêt. Si le terminal détecte uniquement du bruit $b(t)$ alors la bande est dite libre. Sinon, *i.e.* il y a présence d'un signal de télécommunications $x(t)$, la bande est déclarée occupée. En théorie de la détection [39], ceci est un test d'hypotheses du type :

$$\begin{array}{lcl} H_0 & : & y(t) = b(t) \\ H_1 & : & y(t) = x(t) + b(t). \end{array} \tag{1.1}$$

La solution à ce problème, dépend du degré de connaissances que l'on dispose sur le bruit et/ou le signal à détecter. Si les émissions des utilisateurs primaires sont connues par le terminal RO, ce qui est rare, le détecteur optimal est un filtre adapté maximisant le rapport signal à bruit du signal reçu. Mais pour des connaissances a priori limitées à la seule puissance (ou variance) du bruit blanc gaussien, le détecteur optimal est un détecteur d'énergie [40]. Une alternative consiste à considérer les signaux de télécommunications comme des signaux aléatoires cyclostationnaires. Dans ce cas, une détection des propriétés

cyclostationnaires [41] est envisagée permettant ainsi de s'affranchir de la connaissance du bruit souvent difficile à atteindre.

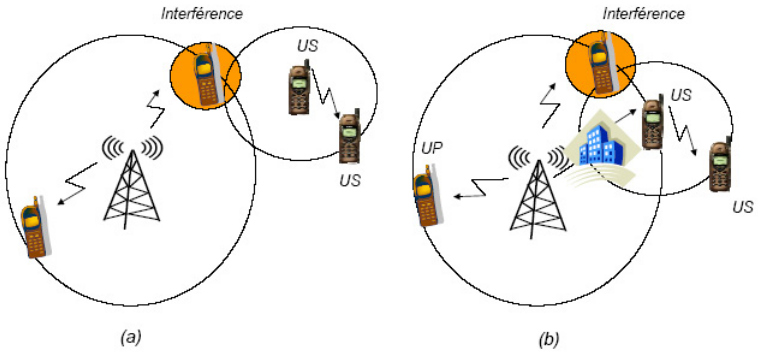


FIG. 1.8 – Problème du nœud caché [15]

1.4.4 Détection coopérative des bandes libres

Après avoir détecté séparément les bandes libres par les nœuds d'un reseau à accès opportuniste, les résultats de détection individuels sont ensuite combinés [42], [43], [44] pour identifier les opportunités. Cette identification est de plus en plus fiable à mesure que le nombre de nœuds grandit. Plusieurs stratégies de combinaison des décisions individuelles peuvent être envisagées [45] :

- Combinaison centralisé : un nœud central (par exemple une station de base du reseau opportuniste) collecte les mesures des différents nœuds pour les combiner et diffuser la nouvelle information sur l'occupation du spectre.
- Combinaison décentralisée : chaque nœud du réseau RO reçoit les mesures des nœuds voisins, les combine avec la sienne pour rendre la décision finale sur l'occupation du spectre.

Bien qu'elle engendre plus de traffic sur le réseau pour échanger les mesures, cette méthode présente l'avantage de fiabiliser la décision rendue par rapport à la détection non coopérative. Dans l'exemple de la figure (1.8.a), le terminal US, se trouvant hors portée des transmissions de la station de base du réseau primaire, ne détecte pas la communication entre la station de base et son terminal. Par la suite, il peut initier une communication avec un autre terminal US et occasionne de l'interférence aux UPs. La même situation peut se produire lorsque le terminal RO caché derrière un obstacle se trouve à portée de la station de base (voir figure (1.8.b)). Cet effet de masquage appelé aussi problème du *nœud caché* empêche la détection des transmissions des UPs. Dans tous ces cas, l'interférence crée par le terminal RO peut être évitée si parmi un grand nombre de terminaux échangeant leurs résultats de détection un seule se trouve dans une situation favorable décelant ainsi la présence des émissions du réseau primaire.

1.5 Conclusions

Dans ce chapitre, l'approche d'accès opportuniste au spectre radio a été présentée. Elle est de loin la plus avantageuse parmi les approches existantes de l'accès dynamique au spectre radio. En effet, elle remédie à la fois aux problèmes de pénurie des fréquences et de sous-exploitation des ressources radio.
Dans cette approche, le terminal accède au spectre après l'identification des opportunités. Pour une meilleure efficacité, nous avons vu que cette identification doit s'effectuer par le terminal lui-même qualifiée dans ce cas de Radio Opportuniste ou Radio Cognitive. À partir de son observation de la scène radio dans son voisinage, le terminal détecte dans un premier temps les bandes de fréquences libres. Ensuite, avec des mécanismes de coopération avec les autres nœuds du réseau, il identifie les opportunités d'accès au spectre. D'où, l'importance d'avoir à disposition du terminal RO un ensemble d'outils de traitement du signal permettant la détection des bandes libres. Comme le signal traité est un signal radio, alors travail de caractérisation de ce signal et de son canal de propagation est effectuée dans le chapitre suivant.

Chapitre 2

Modèle du signal et du canal

Sommaire

3.1 Introduction 35
3.2 Modèle statistique cyclostationnaire 35
3.2.1 Processus cyclostationnaire 36
3.2.2 Processus presque-cyclostationnaire 40
3.2.3 Cycloergodicité 41
3.2.4 Interprétations alternatives de la cyclostationarité 42
3.2.5 Filtrage linéaire invariant 43
3.2.6 Cas des signaux de communications 44
3.3 Propriétés cyclostationnaires du signal composite 44
3.3.1 Propriétés en bande portée 48
3.3.2 Influence du filtrage d'émission 49
3.3.3 Influence du canal de propagation 51
3.4 Intérêt du modèle cyclostationnaire 51
3.5 Conclusions 53

2.1 Introduction

Dans le chapitre précédent, le problème de détection des bandes libres est présenté comme un test de présence d'un signal d'intérêt dans le bruit. Les solutions à ce problème dépendent largement de la nature (déterministe ou aléatoire) du signal d'intérêt et de son modèle statistique (stationnaire, cyclostationnaire, etc.) Pour cela nous commençons dans ce chapitre par modéliser le signal d'intérêt, qui est du type radio, et son canal de propagation.

Dans un premier temps, un modèle générique en bande de base du signal reçu sur une bande de fréquence à tester est établi. Ce modèle est ensuite validé dans le cas de certaines transmissions courantes. Enfin, une caractérisation statistique des effets du canal de propagation est effectuée à partir d'un certain nombre d'hypothèses.

2.2 Le signal composite reçu

Dans l'architecture physique d'un terminal radio opportuniste, autre que la chaîne de réception des données, on trouve une chaîne de détection ou de test de bandes de fréquences libres. Une architecture possible de cette chaîne est donnée à la figure 2.1. On trouve l'antenne de réception qui peut être unique entre les deux chaînes suivie d'un filtre de sélection de la bande B à tester et d'un bloc de traitement numérique du signal qui exécute l'algorithme de test. La décision du type bande libre ou occupée que délivre ce dernier bloc est fonction de la composition du signal $y(t)$ reçu sur cette bande. Lorsque la bande est libre, le signal $y(t)$ est composé uniquement du bruit $b(t)$. Au contraire, lorsque la bande est occupée, $y(t)$ est composé, en plus du bruit, d'un ou plusieurs signaux de télécommunications $x(t)$. $y(t)$ est alors défini par $y(t) = x(t) + b(t)$. En fonction de la largeur de la bande B d'une part, et de l'emplacement de cette bande sur le spectre radio d'autre part, le signal composite $x(t)$ peut être constitué soit :

- d'une seule porteuse modulée appartenant à une interface radio donnée,
- de plusieurs porteuses modulées appartenant à la même interface radio,
- de plusieurs porteuses modulées appartenant à des interfaces radio différentes.

où chaque interface radio respecte une norme de télécommunications (UMTS, WiFi, DVB-T, etc.) bien définie.

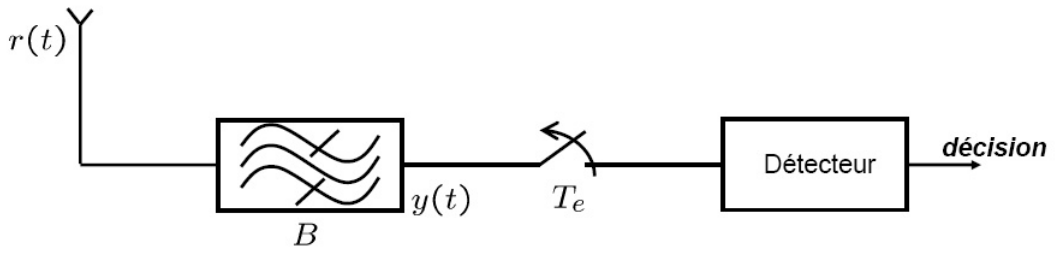


FIG. 2.1 – Architecture de la chaîne de détection des bandes libre dans un terminal radio opportuniste

Dans cette analyse, le cas limite de récupération d'une partie, au lieu de la totalité, du spectre d'une porteuse modulée n'est pas pris en compte bien que cela puisse souvent arriver, notamment lorsque le terminal RO dispose de peu de connaissances a priori sur les systèmes primaires transmettant sur cette bande. Toutefois, ceci ne devrait pas poser un problème si une bonne stratégie de localisation des bandes libres est adoptée. En effet, lors de la recherche des bandes libres, souvent le terminal RC dispose d'une large partie du spectre qu'il vérifie bande par bande. Si le terminal possède suffisamment de connaissances sur les systèmes primaires en place, notamment leurs fréquences porteuses et leurs largeurs de canal, dans ce cas, il peut ajuster sa bande de test en conséquence. Par contre, si le terminal ne dispose d'aucune, voire peu d'informations a priori, alors il peut dans ce cas fixer une taille quelconque pour sa bande de test. Ensuite, pour remédier au problème de détection sur les bords de chaque bande, le terminal peut envisager que d'un test à un autre les bandes se chevauchent comme on peut le voir sur la figure 2.2. Sur cette figure,

on voit que lorsque les bandes ne se chevauchent pas (figure 2.2.a), aucune bande libre n'est détectée, alors que dans le cas de la figure 2.2.b, le chevauchement des bandes de test a permis pour la même configuration du spectre de récupérer deux bandes libres. Cet exemple montre que les stratégies de localisation des bandes libres sont aussi importantes que les tests d'une bande libre qui sont l'objet de ce rapport de thèse.

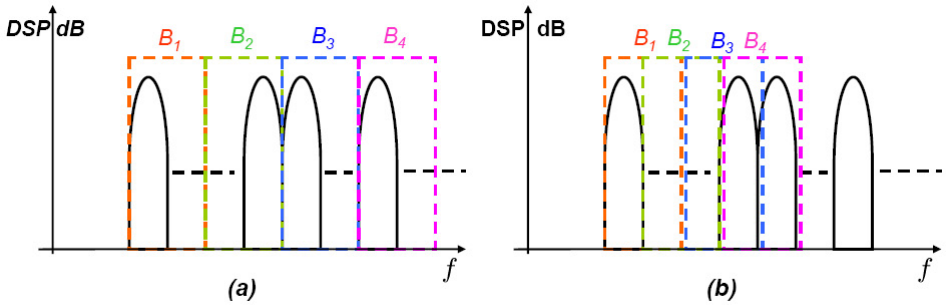


FIG. 2.2 – Stratégies de recherche des bandes libres

D'un manière générale, le signal non bruité $x(t)$ est un signal composite que l'on peut mettre sous la forme suivante :

$$x(t) = \sum_{k=1}^{K} x_k(t) \tag{2.1}$$

$x(t)$ est une somme de K multiplex de porteuses $x_k(t)$ où chaque multiplex est formé de porteuses issues toutes de la même interface radio :

$$x_k(t) = \sum_{l=-L_k/2}^{L_k/2} s_{k,l}(t) * h_{k,l}(t,\tau) \tag{2.2}$$

$x_k(t)$ est la somme de $(L_k + 1)$ porteuses $s_{k,l}(t)$ linéairement modulées, chacune ayant traversé un canal de propagation de réponse impulsionnelle donnée par $h_{k,l}(t,\tau)$. Une expression générique du signal $s_{k,l}$ en bande de base est donnée par :

$$s_{k,l}(t) = A_{k,l} \sum_{n} d_{k,l}(n) g_k(t - nT_{s_k} - \epsilon_{k,l}) e^{j2\pi l \Delta f_k (t - nT_{s_k} - \epsilon_{k,l})} \tag{2.3}$$

avec

- $A_{k,l}$ le gain d'amplification à l'émission
- Δf_k l'écart inter-porteuses
- $d_{k,l}(n)$ la séquence des symboles de données
- T_{s_k} la période symbole
- $g_k(t)$ le filtre de mise en forme à l'émission
- $\epsilon_{k,l}$ le retard de la $l^{\text{ième}}$ porteuse modulée

Ici, on suppose, pour simplifier, que les utilisateurs d'une même technologie d'accès radio utilisent le même débit symbole et le même filtre d'émission.

Selon le type de modulation mono-porteuse, voire multi-porteuses et le type d'accès des différents utilisateurs aux ressources radio (par multiplexage fréquentiel ou par multiplexage par code), trois grandes familles de transmission, auxquelles peut appartenir le signal multiplex de porteuses, peuvent être recensées :

- Transmission mono-porteuse avec accès multiple par répartition en fréquences (AMRF)
- Transmission mono-porteuse avec accès multiple par répartition en codes (AMRC)
- Transmission multi-porteuses avec fréquences orthogonales (OFDM)

Les spécifications de chacune de ces trois familles de transmission ainsi que leurs identifications au modèle générique de l'équation (2.3) sont abordées aux paragraphes suivants.

2.2.1 Transmissions mono-porteuse avec accès multiple par répartition en fréquences

L'accès multiple par répartition en fréquence AMRF (Frequency Division Multiple Access ou FDMA) consiste à découper la bande de fréquences dédiée en canaux de fréquences de manière à attribuer une partie du spectre à chaque utilisateur. De cette manière, chaque utilisateur se voit attribuer un canal de fréquences distinct adapté à son débit symbole. Pour supporter un plus grand nombre d'utilisateurs, cette technique d'accès est souvent employée conjointement avec un accès multiple par répartition en temps AMRT (Time Division Multiple Access ou TDMA). Il s'agit d'un multiplexage temporel, dont le principe consiste à partager, dans le temps, l'utilisation d'un canal radio entre plusieurs utilisateurs. Ces deux techniques sont par exemple utilisées dans la norme GSM [10], où chaque porteuse (canal physique) supporte huit intervalles de temps (time slot) attribués à huit communications.

Dans le modèle générique des équations (2.2) et (2.3) d'un multiplex de porteuse, chaque porteuse correspond à un utilisateur différent. Par conséquent, chacune de ces porteuses traverse un canal de propagation différent. Les porteuses sont séparées en fréquentiel de $\Delta f_k = \frac{1}{T_{s_k}}$ avec T_{s_k} la période symbole. Dans ce cas particulier, l'expression générique d'une porteuse se simplifie pour devenir :

$$s_{k,l}(t) = A_{k,l} e^{j2\pi \frac{l}{T_{s_k}}(t-\epsilon_{k,l})} \sum_n d_{k,l}(n) g_k(t - nT_{s_k} - \epsilon_{k,l}) \tag{2.4}$$

2.2.2 Transmissions mono-porteuse avec accès multiple par répartition en codes

L'accès multiple par répartition en code AMRC (Code Division Multiple Access ou CDMA) est un système de codage utilisé en téléphonie mobile notamment par les systèmes mobiles de troisième génération [46],[47]. Dans l'AMRF, un utilisateur ne peut transmettre que sur un seul canal de taille moins importante que la taille de la bande de fréquences dédiée. Pour permettre des débits plus importants d'une part et limiter les effets indésirables du canal de propagation d'autre part, l'AMRC autorise à chaque utilisateur d'accéder à la totalité de la bande en étalant son spectre d'émission. Les accès sont simultanés et les utilisateurs sont distingués à la réception grâce à leurs codes d'étalement respectifs. Il existe plusieurs techniques d'étalement du spectre [48]. Ici, nous nous intéressons à l'étalement

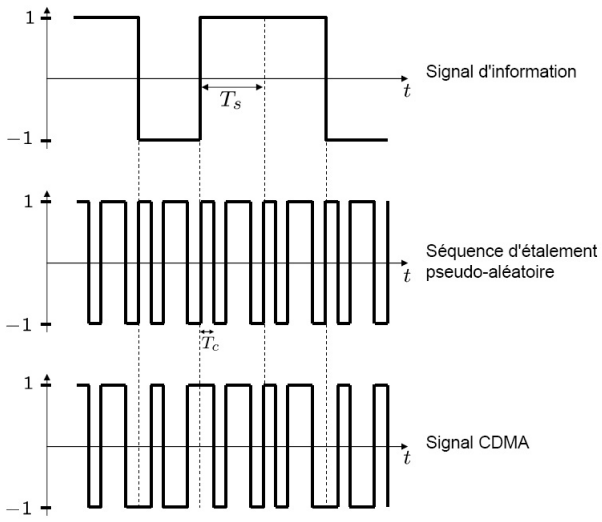


FIG. 2.3 – Principe d'étalement du spectre

par séquence directe DS-CDMA (Direct Sequence CDMA).

La figure 2.3 montre le principe de l'étalement par séquence directe. Le signal d'information de débit $\frac{1}{T_s}$ est multiplié par un code d'étalement pseudo-aléatoire de débit $\frac{1}{T_c}$ beaucoup plus élevé. Cette opération de multiplication en temporel revient en fréquentiel à étaler le spectre du signal d'information par le facteur $\frac{T_s}{T_c}$. À la réception, le signal d'information est récupéré en effectuant l'opération inverse dite de désétalement qui consiste à multiplier le signal étalé par le même code d'étalement pseudo-aléatoire comme le montre la figure 2.4. Toutefois, pour pouvoir séparer les émissions entre elles et extraire à la réception le signal d'un utilisateur spécifique, ces codes doivent impérativement être orthogonaux entre eux.

Soit $c_i(t)$ le code d'étalement de l'utilisateur $i,\ i = 1, \ldots, I$; I étant le nombre d'utilisateurs. Le signal DS-CDMA, reçu sur une période symbole, correspondant aux I utilisateurs peut se mettre sous la forme suivante :

$$r(t) = \sum_{i=1}^{I} d_i c_i(t) \tag{2.5}$$

À la réception, le symbole d_i du $i^{\text{ième}}$ utilisateur est détecté en multipliant le signal reçu par le code d'étalement affecté à cet utilisateur et en integrant sur une période symbole, soit :

$$\hat{d}_i = \int_0^{T_s} c_i^2(t) d_i dt + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{I} \int_0^{T_s} d_j c_i(t) c_j(t) dt \tag{2.6}$$

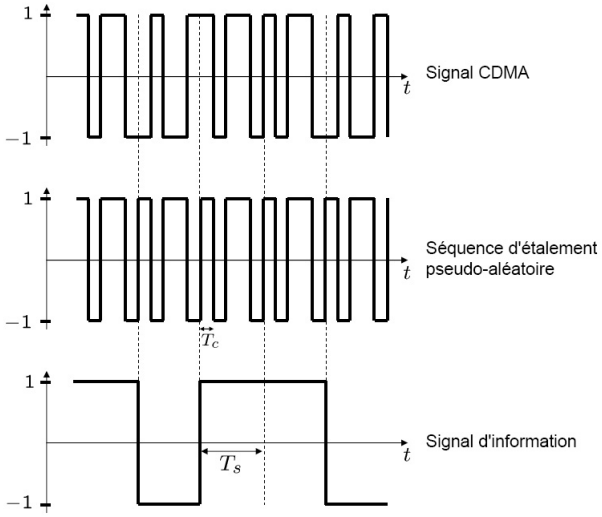


FIG. 2.4 – Principe de Désétalement du spectre

Si les codes sont normalisés, c'est-à-dire $\int_0^{T_s} c_j^2(t)dt = 1$, l'équation (2.6) devient :

$$\hat{d_i} = d_i + \underbrace{\sum_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{I} \int_0^{T_s} d_j c_i(t) c_j(t) dt}_{\text{MAI}} \tag{2.7}$$

Dans cette expression, le terme de somme est appelé *Multiple Access Interference* (MAI). Il s'annule lorsque les codes des différents utilisateurs sont orthogonaux entre eux, c'est-à-dire :

$$\int_0^{T_s} c_j(t) c_k(t) dt = \delta_{jk} \tag{2.8}$$

avec δ_{jk} est le symbole de Kronecker.

Ainsi, les signaux de communication des différents utilisateurs sont parfaitement séparés si la MAI est nulle.

Le signal DS-CDMA s'identifie avec la formulation générique de (2.2) et (2.3) avec

$$\Longrightarrow \begin{cases} \Delta f_k = 0 \\ g_k(t) = \sum_{m=1}^{Q} c_{k,l}(m) p_k(t - mT_{c_l}) \end{cases} \tag{2.9}$$

avec $c_{k,l}$ la séquence de codes de longueur Q de l'utilisateur l et $p_k(t)$ le filtre d'émission. Dans ce cas, l'expression générique d'une porteuse modulée devient :

$$s_{k,l}(t) = A_{k,l} \sum_n \sum_{m=1}^{Q} d_{k,l}(n) c_{k,l}(m) p_k(t - nT_{s_k} - mT_{c_l} - \epsilon_{k,l}) \tag{2.10}$$

2.2.3 Transmissions multi-porteuses avec fréquences orthogonales

Dans les techniques classiques de transmission mono-porteuse, les imperfections du canal freinent parfois la montée en débit de transmission. D'une part, parce que le canal est de plus en plus sélectif que la bande du signal est plus large. D'autre part, parce que les interférences entre symboles (IES) sont de plus en plus importantes avec la diminution du temps symbole. Afin de lutter contre la sélectivité fréquentielle et temporelle du canal, les techniques multi-porteuses [49] (nommées aussi OFDM, Orthogonal Frequency Division Multiplexing) proposent de répartir le train binaire haut-débit sur un ensemble de porteuses orthogonales, chacune d'entre elles transportant un signal à bas débit. L'augmentation du nombre de porteuses implique, à la fois, une diminution du canal de fréquences qu'occupe chaque porteuse et une augmentation du temps symbole. Par conséquent, le canal de propagation devient de moins en moins sélectif. Cette technique de transmission est employée dans beaucoup d'applications [50] comme en télévision numérique terrestre (DVB-T, Digital Video Broadcasting Terrestrial), en communications numériques haut-débit (ADSL, Asynchronous Digital Subscriber Line) ou dans les réseaux locaux sans fil [51] (WLAN, Wireless Local Area Networks).

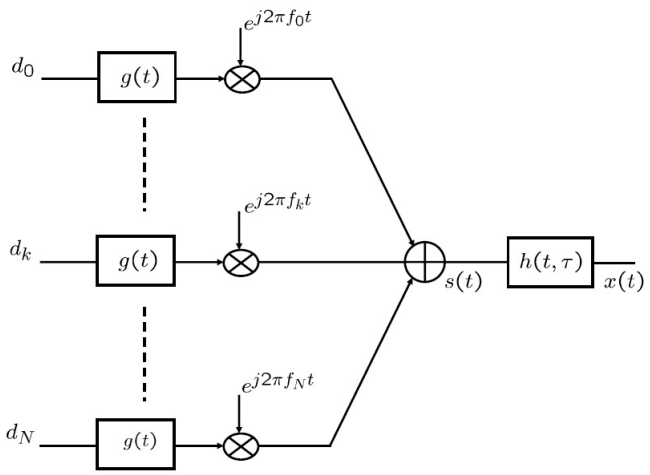


FIG. 2.5 – Le modulateur OFDM

Principe des modulations multi-porteuses Dans un système conventionnel de transmission des données en série, les symboles de données d_k sont transmis les uns après les autres. Chaque symbole module la porteuse pendant une période symbole et son spectre est autorisé à occuper la totalité de la bande passante disponible. En modulation multi-porteuses, les symboles de données d_k sont tout d'abord regroupés par paquets de $N+1$ symboles pour former les symboles OFDM. Ensuite, le signal OFDM total $s(t)$ est formé (figure 2.5) en modulant, pendant la durée T_u d'un symbole OFDM, $N+1$ porteuses

différentes f_k par les symboles de données d_k composant le symbole OFDM :

$$s(t) = \sum_{k=0}^{N} d_k e^{j2\pi f_k t} \tag{2.11}$$

L'écart entre les porteuses est constant et est égale à $\frac{1}{T_u}$. Cette condition d'orthogonalité permet, lorsque le spectre d'une porteuse est maximal, d'annuler le spectre de toutes les autres comme le montre la figure 2.6 dans le cas de 7 porteuses. De plus, cette condition permet le recouvrement entre les spectres des différentes porteuses sans qu'il y ait de l'interférence inter-porteuses. Les systèmes OFDM tirent profit de la facilité d'implémentation de la modulation et de la demodulation à l'aide de circuits performants de transformée de Fourier rapide [52]. En effet, il est facile de voir que le signal temporel $s(t)$ n'est autre que la transformée de Fourier inverse des données dans l'espace fréquentiel.

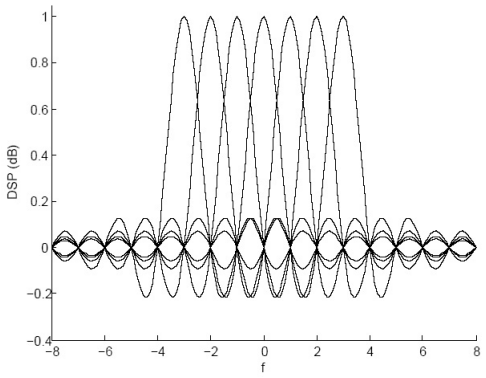


FIG. 2.6 – Spectre d'un signal OFDM constitué de 7 porteuses

Intervalle de garde Le procédé OFDM permet de lutter contre les effets indésirables du canal de propagation en atténuant les IES créées par les trajets multiples. Cependant, il ne les éliminent pas totalement. Pour éviter ces interférences, on ajoute un intervalle de garde temporel de durée T_g. Il s'agit de rallonger périodiquement la taille d'un symbole par lui même comme le montre la figure 2.7. La durée totale du symbole transmis devient $T_s = T_u + T_g$. Cet intervalle de garde, appelé aussi préfixe cyclique, est ensuite supprimé à la réception. Pour que l'insertion de cet intervalle de garde soit utile, il faut le choisir de telle sorte qu'il soit plus grand que le maximum des retards qui apparaissent dans le canal.

Le signal OFDM s'identifie avec la formulation générique de (2.2) et (2.3) de la manière suivante

$$\Longrightarrow \begin{cases} \Delta f_k = \frac{1}{T_{u_k}} & \\ \epsilon_{k,l} = \epsilon_k & \forall l \\ A_{k,l} = A_k & \forall l \\ h_{k,l}(t,\tau) = h_k(t,\tau) & \forall l \end{cases} \tag{2.12}$$

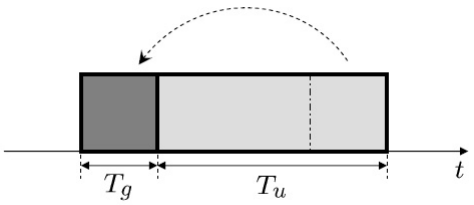


FIG. 2.7 – Prolongement d'un symbole OFDM par un intervalle de garde

Dans ce cas, l'expression générique d'un multiplex de porteuses devient :

$$x_k(t) = h_k(t,\tau) * \left(\sum_{l=-L_k/2}^{L_k/2} \sum_n d_{k,l}(n) g_k(t - nT_{s_k} - \epsilon_k) e^{j2\pi \frac{l}{T_{u_k}}(t - nT_{s_k} - \epsilon_k)} \right) \tag{2.13}$$

2.3 Le canal radio

Dans tout système de communication, notamment radio, le signal reçu au niveau du récepteur n'est pas identique au signal transmis par l'émetteur. En effet, ce signal subit un ensemble de perturbations dépendant du modèle du canal adopté. Le modèle le plus simple et le plus célèbre est celui d'un canal à bruit additif, le signal reçu est la somme du signal émis et d'un bruit. Un modèle plus réaliste est celui qui tient compte des effets de réflexion, de diffraction, etc. de l'onde émise avant qu'elle arrive à destination. Dans ce modèle, le signal reçu est une somme de répliques du signal émis, retardées et dont la puissance a subie une atténuation due à des trajets différents. Pour une modélisation plus complète, souvent on combine ces deux modèle comme le montre la figure 2.8.

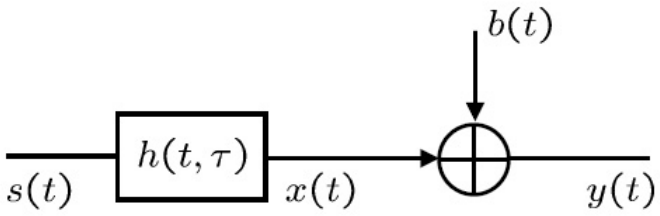


FIG. 2.8 – Modèle du canal radio

2.3.1 Bruit dans les systèmes de communication

Les systèmes de communication sont conçus pour fonctionner sous contrainte du bruit. Ce bruit peut être défini comme étant un signal indésirable venant masquer ou cacher l'information transmise au récepteur. Selon sa source, le bruit peut être classé en deux catégories : le bruit interne et le bruit incident.

Le bruit interne, appelé aussi bruit du récepteur, est celui généré en interne au récepteur au niveau des composants électroniques du front-end RF. Le bruit incident fait plutôt référence à l'énergie que l'antenne capte en l'absence de toute transmission radio. On peut distinguer deux types de bruit incident selon que la source soit naturelle ou artificielle [53]. Le bruit artificiel peut être généré par exemple par les lignes haute tension, par les interrupteurs de puissance et les moteurs électriques dans les milieux industriels ou par différents équipements domestiques. Ce bruit est souvent caractérisé comme impulsif et présente des caractéristiques bien différentes du bruit gaussien [54]. Le bruit naturel est principalement le bruit thermique [55], il résulte des agitations aléatoires des particules chargées dans les matériaux résistifs et des radiations des objets qui entourent le système radio.

Couramment, on néglige le bruit impulsionnel bien qu'il existe et on suppose que le bruit est stationnaire blanc gaussien. Ainsi, la connaissance de la densité spectrale N_0 du bruit, permet de le spécifier complètement. Il faut noter que $N_0 = kT$ est fonction de la température T exprimée en Kelvin, $k = 1,38.10^{-23} J/K$ est la constante de Boltzmann. Les performances des systèmes de communication sont présentées en fonction du rapport signal à bruit RSB donné par :

$$\text{RSB} = \frac{P_s}{B \times N_0} \tag{2.14}$$

P_s étant la puissance du signal utile et B sa bande de fréquences.

2.3.2 Canal de propagation

Dans tout système de communication, les données de l'émetteur sont acheminées au récepteur via un support physique de transmission. Tout dépend du type du système communicant, ce support peut prendre des formes différentes (cable en cuivre, guide d'onde optique, etc.) Dans le cas des radiocommunications, les informations sont transmises via le canal de propagation radioélectrique [9],[9]. Dans ce type de canal, l'onde électromagnétique émise subit principalement l'un des trois effets [56] suivants :

- ***Perte en espace libre*** ou *path loss*, cet effet est qualifié d'évanouissement à grande échelle (*large scale fading*) et désigne l'affaiblissement que subit l'onde électromagnétique lorsqu'elle parcourt une distance donnée. Dans le vide, cet affaiblissent est proportionnel au carré de la distance parcourue. Dans un environnement de communications mobiles caractérisé par l'absence de visibilité directe, le calcul de l'affaiblissement de manière exacte suppose une connaissance parfaite de la géométrie du lieu de parcours, ce qui n'est généralement pas possible. Il faut donc avoir recours à des modèles [56] comme, par exemple, le modèle de l'exposant qui stipule que l'affaiblissement est proportionnel à d^n, où d représente la distance et n un paramètre variant suivant la géométrie des lieux. Dans le cas des communications sans-fil, n est généralement compris entre 2 et 6.
  Dans sa forme la plus simple, le path-loss peut être calculé en utilisant la formule $P_{dB} = 10n \log_{10}(d) + C$ où P est exprimé en décibels, n est l'exposant de path-loss, d est la distance au transmetteur et C une constante qui prend en compte les pertes dues aux différentes distortions telles que l'absorption.

– ***Effet de masquage*** ou *effet shadowing*, c'est l'affaiblissement que subit l'onde électromagnétique lorsqu'elle rencontre des obstacles sur le chemin : bâtiments, montagnes et autres bloquant le signal. Qualifié d'évanouissement à moyenne échelle (*medium scale fading*), cet affaiblissent ne peut être calculé d'une manière exacte mais les mesures montrent qu'il suit une loi de distribution *lognormal* dont la variance est fonction de la fréquence et de l'environnement de propagation.

– ***Effet multi-trajets***, parce qu'il est peu probable que l'émetteur et le récepteur soient en visibilité directe, le signal émis arrive souvent au récepteur en empruntant des trajets secondaires après avoir subi de nombreuses réflexions, diffractions et diffusions. Ce phénomène est appelé trajets multiples et le récepteur reçoit une série d'échos de provenances diverses et imprévisibles. Ces échos, qui sont des copies retardées et atténuées du signal émis, se combinent à la réception pour former le signal reçu. Tout dépend de la phase de ces échos, la combinaison peut être destructive auquel cas le signal reçu est affaibli par rapport au signal émis comme elle peut être constructive et le signal émis est amplifié à la reception. Par conséquent, des fluctuations importantes arrivent à l'amplitude du signal.
En cas de mobilité du terminal, même à faible vitesse, un changement dans les phases des échos reçus se produit. Par conséquent, l'amplitude du signal total peut changer aussi de plusieurs dizaines de décibel [54]. D'où cet effet est qualifié d'évanouissement à petite échelle (*small scale fading*).
De plus, une onde émise à la fréquence ν_0 voit sa fréquence décalée en réception d'une quantité $\Delta\nu$, appelée étalement ou décalage de doppler, dépendant de la vitesse v du mobile et de l'angle γ d'arrivé de l'onde. La fréquence porteuse apparente devient $\nu'_0 = \nu_0 + \Delta\nu$ avec :

$$\Delta\nu = \nu_m cos(\pi - \gamma) = \frac{\nu_0 v}{c} cos(\pi - \gamma) \tag{2.15}$$

où $c \approx 3\ 10^8\ m/s$ est la vitesse de la lumière dans le vide et ν_m est la fréquence Doppler maximale.

En présence de multi-trajets, le signal reçu par le récepteur est formé de plusieurs échos du signal émis, chacun présentant un angle d'arrivé différent et par la suite un décalage de Doppler différent. La combinaison de leurs décalages de Doppler respectifs résulte en un étalement du signal reçu dans le domaine fréquentiel.

2.3.2.1 Réponse impulsionnelle du canal

Au vu des explications précédentes, un canal de propagation peut être considéré comme un système linéaire variant dans le temps de réponse impulsionnelle $h(t, \tau)$. Dans ce cas, le signal reçu en bande de base s'écrit :

$$x(t) = s(t) * h(t, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t - \tau) h(t, \tau) d\tau \tag{2.16}$$

avec $s(t)$ le signal équivalent en bande de base du signal émis et $h(t, \tau)$ la réponse équivalente en bande de base du canal à un instant t due à une impulsion appliquée à l'instant $t - \tau$. Cette équation (2.16) représente un canal à infinité de trajets, chacun

provoquant une atténuation $h(t,\tau)dt$ et un retards dans l'intervalle $[\tau, \tau + d\tau]$ [54].

Comme $h(t,\tau)$ est une fonction aléatoire, alors le canal ne peut être caractérisé que d'une manière statistique à l'aide d'un certain nombre de fonctions dites de corrélation et de densité spectrale de puissance. Mais avant d'établir ces fonctions nous allons faire un certain nombre d'hypothèses sur $h(t,\tau)$:

- *1ère hypothèse* : canal stationnaire au sens large ou *Wide Sense Stationary (WSS) channel*. Cela signifie que $h(t,\tau)$ a une moyenne statistique constante et une fonction d'autocorrélation indépendante de la variable temps.
- *2ème hypothèse* : diffuseurs non corrélés ou *Uncorrelated Scattering* (US). Cela signifie que les échos reçus du signal émis sont statistiquement non corrélés.

La combinaison de ces deux hypothèses permet de définir un modèle largement répondu du canal de propagation dit canal stationnaire au sens large et à diffuseurs non corrélés ou *Wide Sense Stationary Uncorrelated Scattering channel* (WSSUS).

2.3.2.2 Caractérisation statistique du canal

Une autre manière de représenter un canal de propagation est de définir sa fonction de transfert instantanée $H(t,f)$ qui n'est autre que la transformée de Fourier de sa réponse impulsionnelle $h(t,\tau)$ par rapport à la variable décalage temporelle τ. Cette fonction permet de relier le spectre du signal à la sortie d'un canal au spectre du signal à l'entrée de ce canal comme le fait $h(t,\tau)$ dans le cas d'entrées/sorties temporelles. Dans ce qui suit, nous supposons que le canal est du type WSSUS ce qui signifie que les fonctions $h(t,\tau)$ et $H(t,f)$ sont tous deux stationnaires au sens large. Ceci nous permettra de définir les deux premières fonctions, dites fonctions de *Bello*, de caractérisation du canal :

$$R_{hh}(\Delta t, \Delta\tau) = E\{h(t,\tau)h^*(t+\Delta t, \tau+\Delta\tau)\} \tag{2.17}$$

et

$$R_{HH}(\Delta t, \Delta f) = E\{H(t,f)H^*(t+\Delta t, f+\Delta f)\} \tag{2.18}$$

Elles sont respectivement la fonction d'autocorrélation de la réponse impulsionnelle $h(t,\tau)$ et la fonction d'autocorrélation de la réponse fréquentielle instantanée $H(t,f)$. Il faut noter que $R_{hh}(\Delta t, \Delta\tau)$ et $R_{HH}(\Delta t, \Delta f)$ sont des transformées de Fourier l'une de l'autre.

Lorsque $\Delta t = 0$, des tracés typiques des fonctions $R_{hh}(\Delta\tau) \equiv R_{hh}(0, \Delta\tau)$ et $R_{HH}(\Delta f) \equiv R_{HH}(0, \Delta f)$ sont fournis à la figure 2.9. La fonction de corrélation $R_{hh}(\Delta\tau)$ peut être vu comme une mesure de la puissance moyenne du signal à la sortie du canal en fonction du retard τ, d'où l'appellation "*the multipath intensity profile*". L'intervalle des valeurs de τ sur lequel $R_{hh}(\Delta\tau)$ est non nulle est appelé *étalement des retards* (the delay spread) et est désigné par T_m. L'inverse de ce paramètre ($(\Delta f)_c \approx \frac{1}{T_m}$) est appelé *la bande de cohérence* qui fournit une mesure de la cohérence fréquentielle du canal. Autrement dit, deux sinusoïdes séparées de plus de $(\Delta f)_c$ seront affectées différemment par le canal. Par conséquent, lorsqu'un signal traverse un canal ayant une bande de cohérence plus petite que sa bande, ce signal sera sévèrement déformé par le canal que l'on qualifie dans ce cas par *sélectif en fréquence*. Un égaliseur est souvent nécessaire dans ce cas pour corriger les imperfections du canal. Dans le cas contraire ; c'est à dire que $(\Delta f)_c$ est supérieure à la bande du signal, le canal est dit *non sélectif en fréquence* car le contenu fréquentiel du

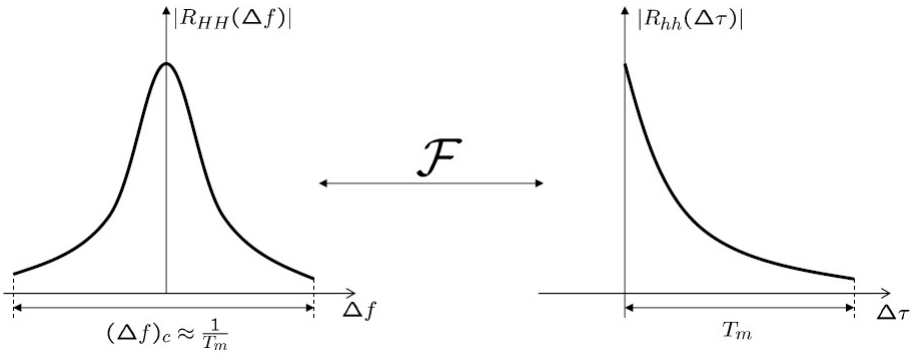


FIG. 2.9 – Allures des fonctions de corrélation $R_{hh}(\tau)$ et $R_{HH}(\Delta f)$ [57]

signal est affecté (affaibli ou amplifié) d'une manière uniforme.

Ceci peut être expliqué aussi de la manière suivante : lorsque la période symbole T_s du signal transmis est grande devant l'étalement des retards T_m du canal, les symboles sont reçus sans interférences. Alors que dans le cas contraire, des interférences inter-symboles auront lieu.

La fonction de caractérisation suivante du canal s'obtient par transformée de Fourier par rapport à Δt de la fonction $R_{HH}(\Delta t, \Delta f)$:

$$S_H(\nu, \Delta f) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{HH}(\Delta t, \Delta f) e^{-j2\pi\nu\Delta t} d\Delta t \tag{2.19}$$

Dans le cas particulier de $\Delta f = 0$, la fonction $S_H(\nu) \equiv S_H(\nu, 0)$ est appelée le *spectre Doppler*, c'est un spectre de puissance qui donne l'intensité du signal à la sortie du canal en fonction de *la fréquence de Doppler* ν.

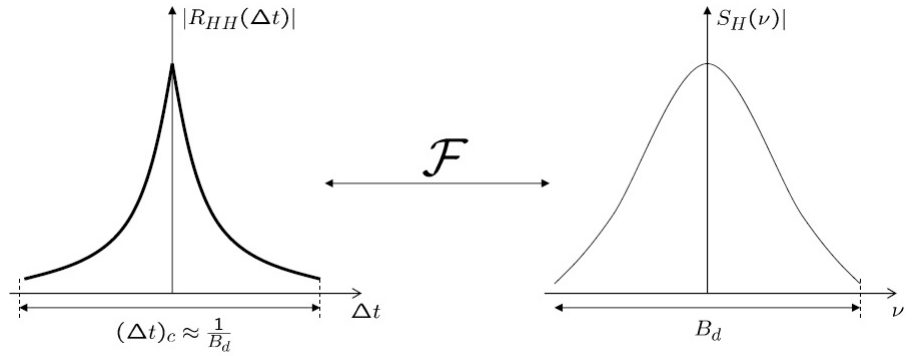


FIG. 2.10 – Allures des fonctions de corrélation $R_{HH}(\Delta t)$ et $S_H(\nu)$ [57]

Des tracés typiques des fonctions $S_H(\nu)$ et $R_{HH}(\Delta t) \equiv R_{HH}(\Delta f, 0)$ sont fournies à la figure 2.10. L'intervalle des valeurs de ν sur lequel $S_H(\nu)$ est non nulle est appelé

l'étalement ou *le décalage doppler* B_d du canal. Son inverse $(\Delta t)_c \approx \frac{1}{B_d}$, appelé *temps de cohérence du canal*, fournit une mesure de la cohérence temporelle du canal. Par la suite, si la période symbole T_s du signal transmis est petite devant le temps de cohérence du canal $(\Delta t)_c$, le canal peut être considéré comme invariant dans le temps. Dans le cas contraire, les deux phénomènes de multi-trajets et effet Doppler se produisent.
Dans le cas particulier d'un canal invariant dans le temps, $R_{HH}(\Delta t)$ devient constante et sa transformée de Fourier $S_H(\nu)$ est un Dirac. Ceci signifie que la fréquence porteuse du signal transmis sur ce canal reste inchangée.

Un modèle du *spectre Doppler* largement utilisé en radio mobile est le modèle de Jakes [57]. Dans ce modèle, l'autocorrélation de la fonction de transfert instantanée du canal est $R_{HH}(\Delta t) = J_0(2\pi\nu_m\Delta t)$, $J_0(\cdot)$ étant la fonction de Bessel de première espèce d'ordre 0. La transformée de Fourier de cette fonction d'autocorrélation donne le *spectre Doppler* suivant :

$$S_H(\nu) = \begin{cases} \frac{1}{\pi\nu_m}\frac{1}{\sqrt{1-(\nu/\nu_m)^2}} & (|\nu| \leq \nu_m) \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

L'allure de ce spectre est fournie par la figure 2.11. Elle représente dans le domaine fréquentiel l'étalement d'une fréquence pure dû à l'effet Doppler en présence de multi-trajets.

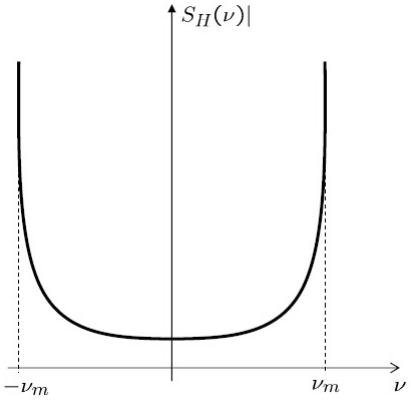


FIG. 2.11 – Spectre Doppler en U (en bande de base)

2.3.2.3 Modèles statistiques des évanouissements

Quand le nombre des échos reçus par le récepteur est suffisamment large, l'application du théorème de la limite centrale résulte en un modèle statistique gaussien de la réponse impulsionnelle du canal. En l'absence de tout trajet direct dominant entre l'émetteur et le récepteur, la phase de la réponse impulsionnelle du canal est uniformément répartie dans l'intervalle $[0,\ 2\pi]$ alors que l'amplitude suit à tout instant une loi de Rayleigh :

$$p_h(\rho) = \frac{\rho}{\sigma^2} e^{-\frac{\rho^2}{2\sigma^2}} \tag{2.20}$$

avec σ^2 la variance du modèle gaussien du canal et ρ est l'amplitude. Dans le cas de présence d'une contribution significative à l'issue d'une visibilité directe, l'amplitude de la réponse du canal suit plutôt une distribution de Rice :

$$p_h(\rho) = \frac{\rho}{\sigma^2} e^{-\frac{\rho^2+\beta^2}{2\sigma^2}} I_0\left(\frac{\rho\beta}{\sigma^2}\right), \quad 0 \leq \rho < \infty \tag{2.21}$$

où β est l'amplitude du trajet dominant et $I_0(.)$ la fonction de Bessel modifiée de première espèce et d'ordre zéro :

$$I_0\left(\frac{\rho\beta}{\sigma^2}\right) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{\beta\rho\cos(\omega)/\sigma^2} d\omega \tag{2.22}$$

Il faut noter que la distribution de Rayleigh est un cas particulier de la distribution de Rice lorsque $\beta = 0$.

2.4 Conclusions

Lorsque les systèmes primaires sont inconnus au terminal radio opportuniste, le signal reçu sur une bande à tester peut contenir plusieurs porteuses, voir standards. Un modèle mathématique en bande de base de ce signal composite est donc présenté dans ce chapitre. Il permet de décrire l'ensemble des systèmes de transmissions de façon générique. Les effets dégradants du canal de propagation sont également étudiés et une caractérisation statistique à l'aide des fonctions de *Bello* est fournie. La présentation du modèle statistique du signal composite fait l'objet du chapitre suivant.

Chapitre 3

Modèle statistique cyclostationnaire du signal reçu

Sommaire

4.1 Introduction 55
4.2 Test d'hypothèses 56
4.3 Détection des signaux aléatoires 59
4.3.1 Radiomètre 59
4.3.2 Détecteurs mono ou multi-cycles 64
4.4 Architecture hybride de détection des bandes libres 67
4.4.1 Étage de détection d'énergie 67
4.4.2 Étage de détection cyclostationnaire 68
4.4.3 Étage d'adaptation 69
4.4.4 Limites de fonctionnement de l'architecture proposée 70
4.5 Approches de détection des bandes libres 72
4.6 Conclusions 73

3.1 Introduction

Dans le premier chapitre, nous avons souligné l'intérêt particulier du caractère cyclostationnaire, inhérent aux signaux de télécommunications, dans la détection des bandes libres. Ainsi, ce chapitre présente la théorie des processus cyclostationnaires. Suite à cette présentation et à partir du modèle générique établi au chapitre précédent, nous vérifions et déterminons les propriétés cyclostationnaires dans le signal reçu. Nous étudions aussi les effets du filtrage d'émission et du canal de propagation sur ces propriétés.

3.2 Modèle statistique cyclostationnaire

Les premières études sur la cyclostationarité datent des années 1950 avec les travaux pionniers de Bennett [58] et Gladyshev [59],[60]. En 1959, Bennett était le premier à introduire les processus cyclostationnaires dans le contexte de la théorie des communications. Quelques années plus tard, Gladyshev a publié les premières analyses sur les

séquences périodiquement corrélées (c'est une autre appellation des processus cyclostationnaires). Depuis, plusieurs contributions sont venues enrichir cette théorie des processus cyclostationnaires. À titre d'exemple, on cite Gardner [61],[62] qui a développé plusieurs représentations des processus cyclostationnaires à temps continu [63] et les a utilisées dans la résolution des problèmes d'estimation [64],[65].

Toutefois, la cyclostationarité n'a commencé à susciter un intérêt pratique qu'à partir des années 1980 avec le développement du domaine des télécommunications. Par exemple [66], elle a été utilisée dans les problèmes d'identification, de séparation de sources, de séparation de signaux se recouvrant spectralement, etc.

Les processus cyclostationnaires, appelés parfois processus périodiquement stationnaires, sont des cas particuliers des processus non stationnaires dans le sens que leurs propriétés statistiques sont variantes dans le temps mais d'une manière périodique. Ces processus cyclostationnaires sont généralement générés par des systèmes à sortie aléatoire et perturbée périodiquement dans le temps. Comme exemples de systèmes physiques, on trouve les processus météorologiques qui sont perturbés par l'effet de la rotation de la terre ou les bruits produits par les machines tournantes [67]. Dans le cas important des systèmes de communications, les messages d'information de nature aléatoire se conjuguent avec la périodicité introduite par les modulations, le codage, etc. pour acquérir de la cyclostationarité.

3.2.1 Processus cyclostationnaire

Domaine temporel Soit $x(t)$ un processus aléatoire à temps continu et à valeurs complexes. $x(t)$ est dit un processus cyclostationnaire à l'ordre n_0 quelconque si et seulement si ses propriétés statistiques jusqu'à l'ordre n_0 varient d'une manière périodique dans le temps. Dans le cas particulier de $n_0 = 2$, la moyenne $m_x(t) = E\{x(t)\}$ et la fonction d'autocorrélation $r_{xx}(t,\tau) = E\{x(t-\frac{\tau}{2})x^*(t+\frac{\tau}{2})\}$ du processus $x(t)$ vérifient :

$$m_x(t+T_0) = m_x(t) \quad et \quad r_{xx}(t+T_0,\tau) = r_{xx}(t,\tau) \tag{3.1}$$

Dans ce cas, le processus $x(t)$ est dit *cyclostationnaire au sens large* et T_0 est dite *période cyclique*. Comme la fonction $r_{xx}(t,\tau)$ est périodique de période T_0, elle admet alors selon la variable t le développement en séries de Fourier suivant :

$$r_{xx}(t,\tau) = \sum_{\alpha\in\mathcal{A}_\alpha} R_{xx}(\alpha,\tau)e^{j2\pi\alpha t} \tag{3.2}$$

où la somme est effectuée sur les multiples entiers de la fréquence fondamentale $\alpha_f = \frac{1}{T_0}$. Dans cette décomposition, α est appelé fréquence cyclique, $\mathcal{A}_\alpha = \{\alpha = \frac{k}{T_0},\ k \in \mathbb{Z}\}$ est l'ensemble des fréquences cycliques et le coefficient de Fourier $R_{xx}(\alpha,\tau)$ est appelé la fonction d'autocorrélation cyclique (AC) donnée par :

$$R_{xx}(\alpha,\tau) = \frac{1}{T_0}\int_{-T_0/2}^{T_0/2} r_{xx}(t,\tau)e^{-j2\pi\alpha t}dt \tag{3.3}$$

C'est une fonction continue de la variable τ et discrète de la variable α. Elle est non nulle pour quelques $\alpha \neq 0$ et pour $x(t)$ réel elle présente par rapport à α et τ les propriétés de

symétries suivantes :

$$\begin{aligned} R_{xx}(\alpha, -\tau) &= R_{xx}(\alpha, \tau) \\ R_{xx}(-\alpha, \tau) &= R^*_{xx}(\alpha, \tau) \end{aligned} \tag{3.4}$$

Il faut noter que dans le cas stationnaire, cette fonction d'AC est nulle pour toutes les fréquences $\alpha \neq 0$. En effet, pour $\alpha = 0$, la fonction d'AC devient exactement la fonction d'autocorrélation classique. Cette propriété du modèle cyclostationnaire fait de lui un modèle attractif dans beaucoup d'application notamment en détection des signaux de télécommunications qui sont bien appropriés à ce modèle.

Domaine fréquentiel Dans le cas stationnaire, le théorème de *Wiener-Khintchine* permet de définir la densité spectrale de puissance (DSP) d'un processus comme étant la transformée de Fourier de sa fonction d'autocorrélation. Ce théorème reste vrai [62] dans le cas cyclostationnaire et permet d'écrire :

$$S_{xx}(t, f) = \mathcal{F}_{/\tau}\{r_{xx}(t, \tau)\} \tag{3.5}$$

où $\mathcal{F}_{/\tau}\{\ \}$ désigne la transformé de Fourier par rapport à la variable τ et $S_{xx}(t, f)$ est la DSP instantanée. Cette DSP est aussi périodique en fonction du temps, par la suite, elle admet selon la variable t, le développement en séries de Fourier suivant :

$$S_{xx}(t, f) = \sum_{\alpha \in \mathcal{A}_\alpha} S_{xx}(\alpha, f) e^{j2\pi\alpha t} \tag{3.6}$$

Comme dans le cas du développement en séries de Fourier de la fonction d'AC, donné par l'équation (3.2), la somme ici est effectuée sur l'ensemble $\mathcal{A}_\alpha$ des multiples entiers de la fréquence cyclique fondamentale α_f. Le coefficient de Fourier $S_{xx}(\alpha, f)$ dans ce développement est appelé la fonction de corrélation spectrale (CS) et est donné par :

$$S_{xx}(\alpha, f) = \frac{1}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} S_{xx}(t, f) e^{-j2\pi\alpha t} dt \tag{3.7}$$

En remplaçant la fonction d'autocorrélation $r_{xx}(t, \tau)$ dans l'équation (3.5) par son développement en séries de Fourier donnée par l'équation (3.2) et en identifiant le résultat obtenu au développement de l'équation (3.6) on obtient une relation semblable à celle de Wiener-Khintchine dans le domaine des fréquences cycliques :

$$S_{xx}(\alpha, f) = \mathcal{F}_{/\tau}\{R_{xx}(\alpha, \tau)\} \tag{3.8}$$

La fonction de CS est bien la transformée de Fourier de la fonction d'AC. Elle présente les mêmes propriétés que cette dernière, à savoir continue par rapport à la variable f et discrète par rapport à la variable α. Elle est non nulle pour quelques $\alpha \neq 0$ et pour $x(t)$ réel elle présente par rapport à α et τ les propriétés de symétries suivantes :

$$\begin{aligned} S_{xx}(\alpha, -f) &= S_{xx}(\alpha, f) \\ S_{xx}(-\alpha, f) &= S^*_{xx}(\alpha, f) \end{aligned} \tag{3.9}$$

Il faut remarquer que pour $\alpha = 0$, la fonction de CS se réduit au spectre classique défini dans le cas des processus stationnaires.

Entre les différentes fonctions définies jusqu'ici, l'application d'une ou plusieurs transformées de Fourier permet le passage d'une fonction à une autre ou d'un domaine (fréquences cycliques, fréquences harmoniques ou temporel) à un autre. La figure 3.1 montre ces relations de transformées de Fourier existantes entre ces fonctions.

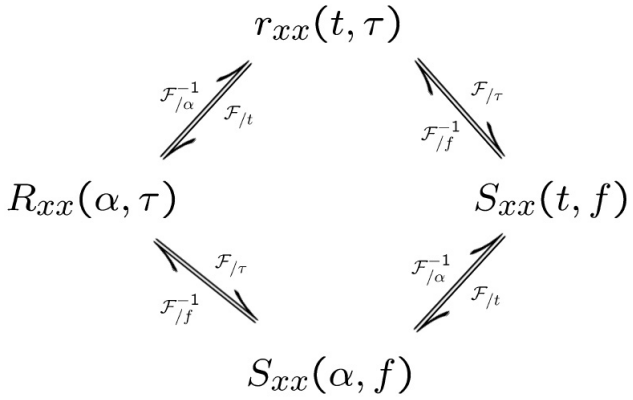


FIG. 3.1 – Les relations de transformées de Fourier entre les différentes fonctions de corrélation et de spectre en temporel et fréquentiel

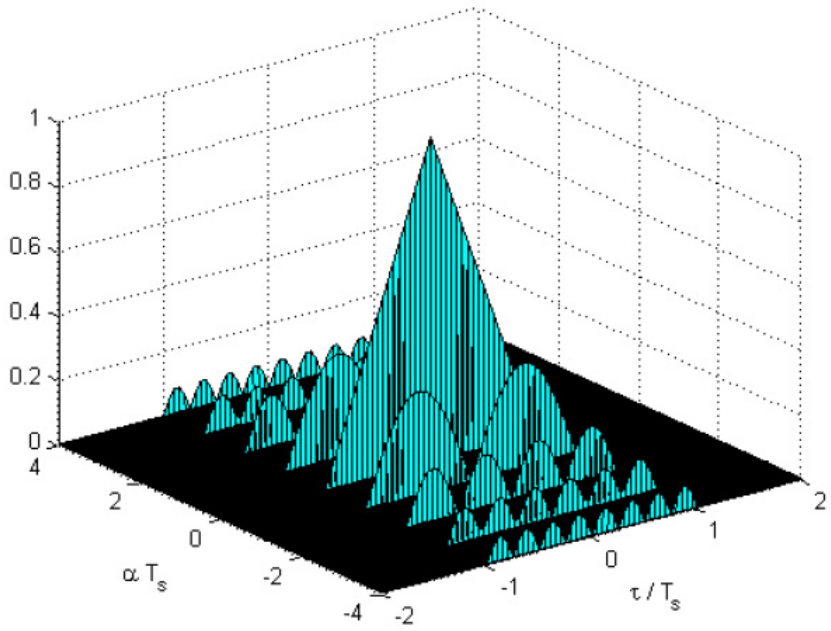


FIG. 3.2 – Module de la fonction d'AC théorique d'un signal linéairement modulé définie en (3.10) avec une mise en forme des symboles du type rectangulaire

Exemple : Modulations numériques linéaires Pour fixer les idées, nous considérons l'exemple d'un signal à modulation numérique linéaire. Par définition [68], une modulation est dite linéaire si le signal modulé $x(t)$ associé à la suite des symboles $\{d(n),\ n =$

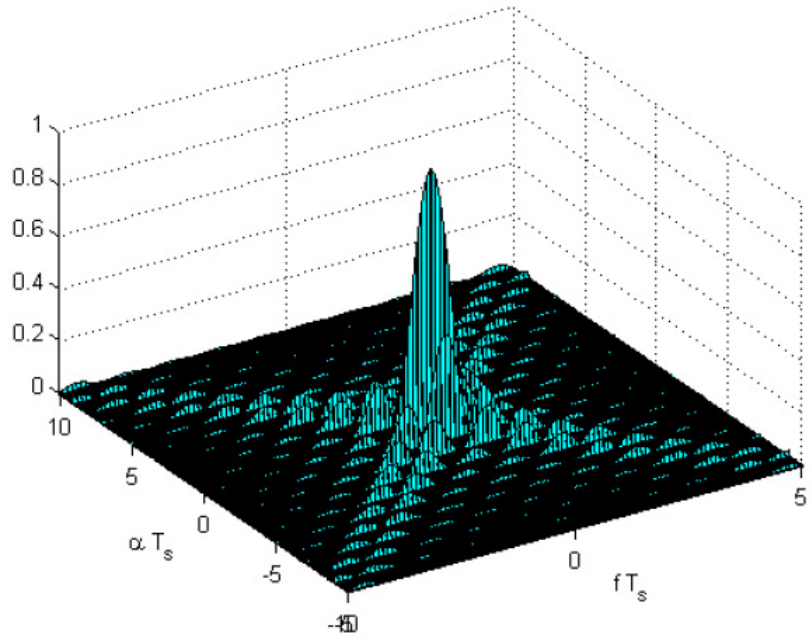


FIG. 3.3 – Module de la fonction de CS théorique d'un signal linéairement modulé définie en (3.10) avec une mise en forme des symboles du type rectangulaire

$-\infty \ldots \infty\}$ peut se mettre sous la forme d'une somme de signaux associés à chaque symbole $d(n)$. Autrement dit, le signal modulé peut s'écrire sous la forme :

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} d(n) g(t - nT_s - \epsilon) \tag{3.10}$$

où $d(n)$ est une suite des symboles (complexes) de données supposés indépendants et identiquement distribués i.i.d (*i.e.*, tous les symboles suivent la même loi de probabilité et deux symboles pris à des dates différentes sont indépendants), $g(t)$ est la fonction de mise en forme, T_s est la période symbole et ϵ est un retard temporel (inconnu ou aléatoire). En considérant que ce retard est inconnu, le calcul de la fonction d'autocorrélation donne :

$$r_{xx}(t,\tau) = E\left\{ \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} d(m) d^*(n) g(t - mT_s - \frac{\tau}{2} - \epsilon) g^*(t - nT_s + \frac{\tau}{2} - \epsilon) \right\} \tag{3.11}$$

Comme les symboles sont i.i.d., *i.e.* $E\{d(m)d^*(n)\} = \sigma_d^2 \delta(n-m)$ où $\sigma_d^2 = E\{|d(n)|^2\}$, alors l'équation (3.11) devient :

$$r_{xx}(t,\tau) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sigma_d^2 g(t - nT_s - \frac{\tau}{2} - \epsilon) g^*(t - nT_s + \frac{\tau}{2} - \epsilon) \tag{3.12}$$

On peut aisément voir que $r_{xx}(t,\tau)$ est une fonction périodique de période T_s, par conséquent le signal $s(t)$ est cyclostationnaire de fréquence cyclique fondamentale $\alpha_f = \frac{1}{T_s}$. La transformée de Fourier selon la variable t de cette fonction d'autocorrélation permet d'obtenir

la fonction d'AC suivante :

$$R_{xx}(\alpha,\tau) = \begin{cases} \frac{\sigma_d^2}{T_s} e^{-j2\pi\alpha\epsilon} \int_{-\infty}^{\infty} g(t-\frac{\tau}{2}) g^*(t+\frac{\tau}{2}) e^{-j2\pi\alpha t} dt & \alpha = \frac{k}{T_s},\ k \in \mathbb{Z}^* \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \tag{3.13}$$

On peut aussi calculer la fonction de CS suivante [62] :

$$S_{xx}(\alpha,f) = \begin{cases} \frac{\sigma_d^2}{T_s} e^{-j2\pi\alpha\epsilon} G(f-\frac{\alpha}{2}) G^*(f+\frac{\alpha}{2}) & \alpha = \frac{k}{T_s},\ k \in \mathbb{Z}^* \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \tag{3.14}$$

avec $G(f) = \mathcal{F}\{g(t)\}$.

Dans le cas particulier d'un filtre de mise en forme rectangulaire défini par :

$$g(t) = \begin{cases} 1 & |t| \leq \frac{T_s}{2} \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \tag{3.15}$$

Les figures 3.2 et 3.3 montrent les modules des fonctions d'AC et de CS respectivement. Pour les fréquences cycliques non nulles, on observe sur la figure 3.2 que $|R_{xx}(\alpha,\tau)|$ est maximum pour $\alpha = \pm\frac{1}{T_s}$ et $\tau = \pm\frac{T_s}{2}$.

3.2.2 Processus presque-cyclostationnaire

Un processus aléatoire $x(t)$ est dit *presque-cyclostationnaire* au sens large (almost cyclostationary) si sa moyenne et sa fonction d'autocorrélation sont des fonctions *presque-périodiques* du temps [69]. Pour plus d'informations sur ce type de fonctions, se référer à [70],[71].

Définition : *une fonction* $f : \mathbb{R} \to \mathbb{C}$ *est dite presque-périodique sur* $\mathbb{C}$ *si, pour tout réel* $\varepsilon > 0$*, il existe un polynôme trigonométrique* $p_\varepsilon(t)$ *de la forme* $p_\varepsilon(t) = \sum_{n=-N}^{N} c_n e^{j\omega_n t}$ $(c_n \in \mathbb{C},\ \omega_n \in \mathbb{R})$ *tel que :*

$$|f(t) - p_\varepsilon(t)| < \varepsilon \quad \forall t \in \mathbb{R} \tag{3.16}$$

Concrètement, un processus est dit presque-cyclostationnaire si sa fonction d'autocorrélation $r_{xx}(t,\tau)$ (respectivement sa moyenne $m_x(t)$) présente plusieurs périodes $T_1, T_2, \ldots, T_K$ incommensurables entre elles au lieu d'une seule comme dans le cas des processus cyclostationnaires. La fonction $r_{xx}(t,\tau)$ peut tout de même se mettre sous la forme suivante :

$$r_{xx}(t,\tau) = \sum_{\alpha \in \mathcal{A}_\alpha} R_{xx}(\alpha,\tau) e^{j2\pi\alpha t} \tag{3.17}$$

avec $\mathcal{A}_\alpha = \{\frac{1}{T_1}, \frac{1}{T_2}, \ldots, \frac{1}{T_K}\}$.
Cette décomposition ressemble à une décomposition en séries de Fourier mais elle ne l'est pas car les fréquences α dans ce développement ne sont pas les harmoniques d'un seul fondamental. Il s'agit plutôt d'une décomposition en séries de *Fourier-Bohr*. Les coefficients $R_{xx}(\alpha,\tau)$, appelés dans ce cas les coefficients de Fourier-Bohr, sont donnés par :

$$R_{xx}(\alpha,\tau) = \left\langle r_{xx}(t,\tau) e^{j2\pi\alpha t} \right\rangle_t \tag{3.18}$$

où $\langle \bullet \rangle_t$ est l'opérateur moyenne temporelle définie par :

$$\langle \bullet \rangle_t = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} (\bullet) dt. \tag{3.19}$$

D'une manière équivalente, nous définissons dans le domaine fréquentiel la fonction de CS d'un processus presque-cyclostationnaire comme suit :

$$S_{xx}(\alpha, f) = \left\langle S_{xx}(t, f) e^{j2\pi\alpha t} \right\rangle_t \tag{3.20}$$

Une classe particulière des processus presque-cyclostationnaires est dite les processus *poly-cyclostationnaires*. Ces processus présentent des propriétés statistiques fonction *poly-périodiques* du temps.

Définition : *une fonction* $f : \mathbb{R} \to \mathbb{C}$ *est dite poly-périodique avec fréquences fondamentales associées* $\{\nu_i\}_{i=1,\dots,q}$ *si elle est presque périodique, et si les fréquences associées aux coefficients de Fourier-Bohr* c_k *sont toutes multiples de l'un des* ν_i*. L'ensemble* $\{\nu_i\}_{i=1,\dots,q}$ *est tel que* q *est fini et les* ν_i *sont incommensurables.*

Ainsi, dans le cas d'un processus poly-cyclostationnaire, la somme dans l'équation (3.17) devient sur les fréquences cycliques appartenant à $\mathcal{A}_\alpha = \{\frac{m}{T_1}, \frac{m}{T_2}, \dots, \frac{m}{T_K}, \quad m \in \mathbb{Z}^*\}$.

Comme les fonctions périodiques sont un cas particulier des fonctions poly-périodiques alors les processus cyclostationnaires sont aussi un cas particulier des processus poly-cyclostationnaires. La figure 3.4 résume les dépendances entre ces différentes classes. Dans la suite, et sauf indication particulière, le terme cyclostationnaire est utilisé indifféremment.

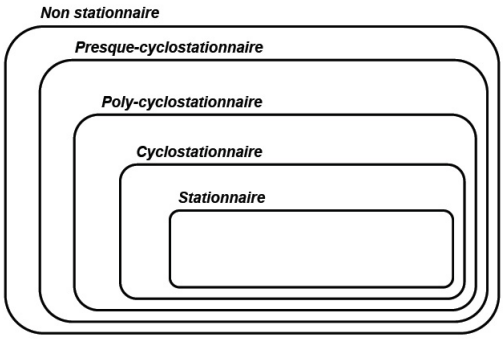


FIG. 3.4 – Hiérarchie entre différentes classes de processus [7]

3.2.3 Cycloergodicité

L'estimation des propriétés statistiques d'un processus aléatoire, par exemple la moyenne ou l'autocorrélation, suppose que l'on ait accès à l'ensemble des réalisations possibles de ce processus. En pratique, ceci n'est pas le cas et souvent on ne dispose que de quelques

observations dans le temps de ce processus. Dans le cas stationnaire, si le processus est ergodique alors on peut admettre que son évolution au cours du temps apporte la même information qu'un ensemble de réalisations [72]. Par conséquent, les moyennes d'ensemble peuvent être approchées par les moyennes temporelles, soit :

$$E\{x(t)\} = \langle x(t) \rangle_t \tag{3.21}$$

Ce concept d'ergodicité peut s'étendre au cas des processus cyclostationnaires donnant lieu au concept de *cycloergodicité* [73]. Il implique qu'asymptotiquement, les moyennes temporelles du processus multiplié par une sinusoïde complexe sont égales aux moyennes temporelles des paramètres statistiques du même processus multipliés par une sinusoïde complexe, soit :

$$\left\langle E\{x(t)e^{j2\pi\alpha t}\} \right\rangle_t = \left\langle x(t)e^{j2\pi\alpha t} \right\rangle_t \tag{3.22}$$

L'application de cette relation dans le cas d'un processus $x(t)$ cycloergodique et cyclostationnaire permet d'établir une nouvelle expression de la fonction d'AC définie en (3.3), soit :

$$R_{xx}(\alpha, \tau) = \left\langle x\left(t - \frac{\tau}{2}\right) x^*\left(t + \frac{\tau}{2}\right) e^{j2\pi\alpha t} \right\rangle_t \tag{3.23}$$

Cette expression est très pratique dans l'estimation des propriétés statistiques à l'ordre 2 des processus cyclostationnaires.

3.2.4 Interprétations alternatives de la cyclostationarité

Deux interprétations alternatives de la cyclostationarité peuvent être données. La première interprétation s'obtient en effectuant dans (3.23) le changement de variable suivant :

$$\begin{aligned} u(t) &= x(t)e^{-j\pi\alpha t} \\ v(t) &= x(t)e^{+j\pi\alpha t} \end{aligned} \tag{3.24}$$

on obtient que :

$$\begin{aligned} R_{xx}(\alpha, \tau) &= \left\langle u\left(t - \frac{\tau}{2}\right) v^*\left(t + \frac{\tau}{2}\right) \right\rangle_t \\ &= R_{uv}(\tau) \end{aligned} \tag{3.25}$$

L'autocorrélation cyclique peut ainsi être interprétée comme étant l'intercorrélation (*cross correlation*) des signaux $u(t)$ et $v(t)$ versions décalées du signal $x(t)$ en fréquentiel respectivement de $+\alpha/2$ et de $-\alpha/2$. En d'autres termes, $R_{xx}(\alpha, \tau)$ n'est autre qu'une mesure de la corrélation temporelle entre les composantes spectrales de $x(t)$ distantes de la fréquence cyclique α. Lorsque le processus est cyclostationnaire à cette valeur de α, $u(t)$ et $v(t)$ sont corrélés et $R_{uv}(\tau) \neq 0$ pour quelques valeurs de τ.

La deuxième interprétation s'obtient lorsque l'on voit que $S_{xx}(\alpha, f)$ est la transformée de Fourier de $R_{xx}(\alpha, \tau)$ et que $R_{uv}(\tau)$ est la transformée de Fourier inverse de $S_{uv}(f)$. En effet, on montre dans [62] que $S_{xx}(\alpha, f)$ peut s'écrire sous la forme :

$$S_{xx}(\alpha, f) = \lim_{T\to\infty} \lim_{\Delta t\to\infty} \frac{1}{\Delta t} \int_{-\Delta t/2}^{\Delta t/2} X_T(t, f + \alpha/2) X_T^*(t, f - \alpha/2) dt \tag{3.26}$$

avec $X_T(t,f) = \int_{t-T/2}^{t+T/2} x(u)e^{-2j\pi fu}du$.
Par conséquent, dans le domaine fréquentiel, la fonction de CS peut être interprétée comme étant une mesure de la corrélation spectrale entre les composantes fréquentielles de $x(t)$ distantes de la fréquence cyclique α.

Ainsi, un signal $x(t)$ est cyclostationnaire au sens large ((3.23) n'est pas identiquement nulle pour $\alpha \neq 0$ et τ quelconques) si et seulement si il existe $\alpha \neq 0$ tel que $x(t)$ est corrélé, aussi bien en temporel qu'en fréquentiel, avec sa version décalée en fréquentiel de la quantité α.

3.2.5 Filtrage linéaire invariant

Soit $y(t)$ le signal obtenu suite au filtrage du signal $x(t)$ par un filtre linéaire invariant de réponse impulsionnelle $h(t)$. La sortie de ce filtre est donnée par :

$$y(t) = h(t) * x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(u)x(t-u)du \tag{3.27}$$

On montre dans [62] que la fonction de CS (ou AC) de $y(t)$ s'écrit en fonction de celle de $x(t)$ et dela fonction de transfert $H(f)$ de la manière suivante :

$$S_{yy}(\alpha, f) = H\left(f + \frac{\alpha}{2}\right) H^*\left(f - \frac{\alpha}{2}\right) S_{xx}(\alpha, f) \tag{3.28}$$

Par exemple, dans le cas du signal linéairement modulé (voir équation (3.10)), cette relation permet déterminer aisément sa fonction de CS lorsqu'un filtre d'émission différent d'une mise en forme rectangulaire est employé.

Remarques

- *propriétés cyclostationnaires conjuguées :* Dans le cas des processus aléatoires à valeurs complexes, parfois il est utile de définir la fonction d'autocorrélation dite conjuguée définie par $r_{xx^*}(t,\tau) = E\{x(t-\frac{\tau}{2})x(t+\frac{\tau}{2})\}$. Comme dans le cas de la fonction $r_{xx}(t,\tau)$, appelée aussi la fonction d'autocorrélation non conjuguée, la fonction $r_{xx^*}(t,\tau)$ est (presque) périodique en fonction du temps. Par la suite, on détermine la fonction d'autocorrélation cyclique conjuguée $R_{xx^*}(\alpha,\tau)$ et la fonction de corrélation spectrale conjuguée $S_{xx^*}(\alpha, f)$ de la même manière que l'on a fait avec $r_{xx}(t,\tau)$. Ces deux fonctions présentent les mêmes propriétés que leurs equivalents non conjugués.
- *Le cas échantillonné :* Dans le cas des processus aléatoires à temps discret, une version dite asymétrique de la fonction d'autocorrélation existe. Elle permet de tenir compte du fait que les valeurs du processus discret ne sont accessibles qu'aux instants multiples entiers de la période d'échantillonnage T_e.
  Soit $x(n) = x(nT_e)$ le processus discret équivalent au processus à temps continu $x(t)$. La version asymétrique de $r_{xx}(t,\tau)$ est donnée par $r'_{xx}(n,\tau) = E\{x(n)x^*(n-\tau)\}$. Comme dans le cas symétrique, on peut définir aussi la fonction d'AC asymétrique qui est reliée à la fonction d'AC symétrique par $R'_{xx}(\alpha,\tau) = R_{xx}(\alpha,\tau)e^{j\pi\alpha\tau}$. Les fonctions de CS symétrique et asymétrique sont aussi reliées par la relation suivante $S'_{xx}(\alpha, f) = S_{xx}(\alpha, f - \frac{\alpha}{2})$.

3.2.6 Cas des signaux de communications

En ce qui concerne les systèmes de communications, la source des symboles de données peut être caractérisée par un processus aléatoire stationnaire discret. Après la modulation d'une des grandeurs (amplitude, phase, etc.) d'une forme d'onde à l'aide de ces symboles, le signal obtenu présente plutôt des propriétés statistiques (moyenne et autocorrélation) périodiques (au temps symbole, temps chip, etc.) en fonction du temps. Ceci confère donc à un signal de telecommunications le caractère cyclostationnaire qui peut être exploité dans beaucoup d'applications [61], [62]. Par exemple, en détection de signaux enfouis dans le bruit [74], [75] ou en reconnaissance des transmissions numériques [7], [76], [77].

Toutefois, dans beaucoup d'applications, ce caractère cyclostationnaire est ignoré et le signal modulé est considéré plutôt comme un signal stationnaire. En réalité, il s'agit d'une opération de stationnarisation artificielle du signal cyclostationnaire en introduisant un décalage temporel aléatoire [69]. Reprenons l'exemple du signal à modulation linéaire de l'équation (3.10) pour lequel nous avons vérifié la présence du caractère cyclostationnaire lorsque le décalage ϵ est considéré inconnu. Supposons à présent que ce retard est aléatoire uniformément réparti dans l'intervalle $[0,\ T_s]$, *i.e.* la probabilité $P(\epsilon) = \frac{1}{T_s}$ si $\epsilon \in [0,\ T_s]$ et $P(\epsilon) = 0$ ailleurs. Soit $\tilde{x}(t)$ le nouveau signal obtenu, le calcul de sa fonction d'autocorrélation donne :

$$r_{\tilde{x}\tilde{x}}(t,\tau) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sigma_d^2 \left(\frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} g(t - nT_s - \frac{\tau}{2} - \epsilon) g^*(t - nT_s + \frac{\tau}{2} - \epsilon) d\epsilon \right) \tag{3.29}$$

Dans cette expression, le terme entre parenthèses calcule la composante continue de la fonction périodique $g(t-nT_s-\frac{\tau}{2})g^*(t-nT_s+\frac{\tau}{2})$. Par la suite, il est constant et la nouvelle autocorrélation est indépendante de la variable temps. Le signal $\tilde{x}(t)$ est bien stationnaire dans ce cas. Ainsi, tout dépend de l'application envisagée, l'un ou l'autre des modèles stationnaire ou cyclostationnaire est utilisable.

3.3 Propriétés cyclostationnaires du signal composite

À présent, nous allons vérifier le caractère cyclostationnaire du modèle générique (*cf.* équations (2.1), (2.2) et (2.3)) du signal composite établi au chapitre 2 et en déterminer les fréquences cycliques. On ignore momentanément l'effet du canal dans les calculs à suivre.

Dans ce modèle générique, les symboles de données qui modulent les différentes porteuses d'un multiplex peuvent appartenir à un même utilisateur comme dans le cas des transmissions multi-porteuses, comme ils peuvent appartenir à des utilisateurs différents comme dans le cas des transmissions mono-porteuse. Dans un cas comme dans l'autre, on suppose que d'un utilisateur à un autre, les symboles de données sont indépendants entre eux. En plus, on suppose que les symboles d'un même utilisateur sont i.i.d. Autrement dit, pour des valeurs quelconques de $i,\ j,\ k,\ m,\ n$, on a : $E\{d_{ki}(m)d_{kj}^*(n)\} = \sigma_{ki}^2\delta(n-m, j-i)$ avec $\sigma_{ki}^2 = E\{|d_{ki}(n)|^2\}$. En tenant compte de ces hypothèses, on peut établir les expres-

sions suivantes :

$$r_{xx}(t,\tau) = E\left\{x(t-\frac{\tau}{2})x^*(t+\frac{\tau}{2})\right\} = \sum_{k=1}^{K} r_{xx}^k(t,\tau)$$

avec

$$r_{xx}^k(t,\tau) = E\left\{x_k(t-\frac{\tau}{2})x_k^*(t+\frac{\tau}{2})\right\} = \sum_{l=-L_k/2}^{L_k/2} r_{ss}^{k,l}(t,\tau) \tag{3.30}$$

et

$$\begin{aligned} r_{ss}^{k,l}(t,\tau) &= E\left\{s_{k,l}(t-\frac{\tau}{2})s_{k,l}^*(t+\frac{\tau}{2})\right\} \\ &= B_{k,l}^2 e^{-j2\pi l\Delta f\tau}\sum_n g_k(t-nT_{s_k}-\frac{\tau}{2}-\epsilon_{k,l})g_k^*(t-nT_{s_k}+\frac{\tau}{2}-\epsilon_{k,l}) \end{aligned} \tag{3.31}$$

où $B_{k,l} = A_{k,l}\sigma_{k,l}$.

À partir de l'équation (3.31), il est facile de voir que $r_{ss}^{k,l}(t,\tau)$ est une fonction périodique du temps de période T_{s_l}. L'autocorrélation $r_{xx}^k(t,\tau)$, du signal multiplex de porteuses, donnée par l'équation (3.30) est aussi périodique de période T_{s_l}. Comme $x(t)$ est la somme de multiplex de porteuses qui n'ont pas forcément tous la même période symbole, alors l'autocorrélation $R_{xx}(t,\tau)$ est une fonction presque (ou poly) périodique du temps de périodes $\{T_{s_k}\ ;\ k=1,\ldots,K\}$ et le signal composite reçu par le terminal radio opportuniste est (presque ou poly) cyclostationnaire de fréquences cycliques fondamentales $\{\alpha_f^k = \frac{1}{T_{s_k}}\ ;\ k=1,\ldots,K\}$. Dans la suite, nous déterminons les propriétés cyclostationnaires du signal multiplex de porteuses dans le cas des signaux DS-CDMA et OFDM.

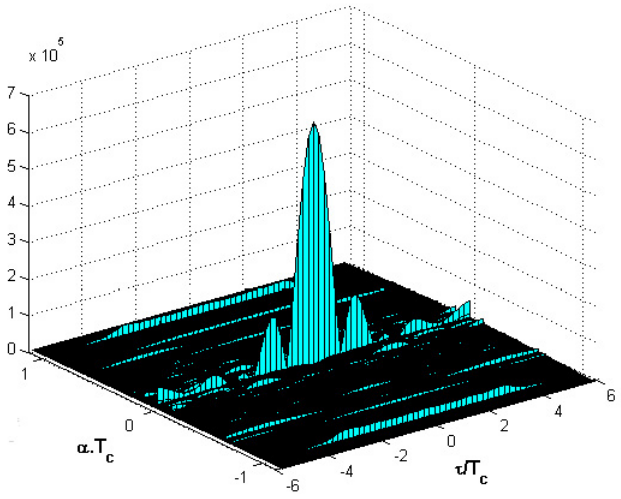


FIG. 3.5 – Module en fonction de α et τ de la fonction d'AC d'un multiplex de signaux DS-CDMA (*cf.* tableau 3.1)

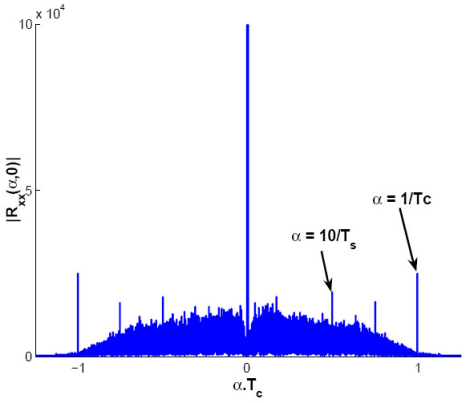


FIG. 3.6 – Module en fonction de α de la fonction d'AC d'un d'un multiplex de signaux DS-CDMA, il s'agit d'une coupe selon l'axe $\tau = 0$ de la figure 3.5

Signal DS-CDMA En considérant dans l'équation (3.31) $\Delta f = 0$ et $g_k(t) = \sum_{m=1}^{Q} c_{k,l}(m)\, p_k(t - mT_{c_l})$ (*cf.* équation (2.9)), on détermine la fonction d'autocorrélation d'un signal DS-CDMA d'un utilisateur l quelconque :

$$r_{ss}^{k,l}(t,\tau) = B_{k,l}^2 \sum_n \sum_{u=1}^{Q} \sum_{v=1}^{Q} c_{k,l}(u) c_{k,l}^*(v) p_k(t - nT_{s_k} - uT_{c_l} - \frac{\tau}{2} - \epsilon_{kl}) p_k^*(t - nT_{s_k} - vT_{c_l} + \frac{\tau}{2} - \epsilon_{kl}) \tag{3.32}$$

ou encore

$$\begin{aligned} r_{ss}^{k,l}(t,\tau) \;=\; B_{k,l}^2 \Bigg\{ & \sum_n \sum_{u=1}^{Q} \mid c_{k,l}(u) \mid^2 p_k(t - nT_{s_k} - uT_{c_l} - \frac{\tau}{2} - \epsilon_{kl}) \cdot \\ & p_k^*(t - nT_{s_k} - uT_{c_l} + \frac{\tau}{2} - \epsilon_{k,l}) + \\ & \sum_n \sum_{u=1}^{Q} \sum_{\substack{v=1 \\ v \neq u}}^{Q} c_{k,l}(u) c_{k,l}(v)^* p_k(t - nT_{s_k} - uT_{c_l} - \frac{\tau}{2} - \epsilon_{k,l}) \cdot \\ & p_k^*(t - nT_{s_k} - vT_{c_l} + \frac{\tau}{2} - \epsilon_l) \Bigg\} \end{aligned} \tag{3.33}$$

Comme $\mid c_{k,l}(u) \mid^2 = 1$, alors le premier terme de l'équation (3.33) devient périodique de période T_{c_l} alors que le second terme reste périodique de période T_{s_k}. Par conséquent le signal CDMA est un signal cyclostationnaire de fréquences cycliques fondamentales $\alpha_{f1} = \frac{1}{T_{c_l}}$ et $\alpha_{f2} = \frac{1}{T_{s_k}}$. Comme $T_{s_k} = QT_{c_l}$, alors l'ensemble des fréquences cycliques d'un signal DS-CDMA est donné par $\mathcal{A}_\alpha = \{\alpha_{f1}, v \cdot \alpha_{f2},$ avec $v \leq Q$ et $v \in \mathbb{Z}^*\}$.

On fournit à la figure 3.5 le module de la fonction d'AC en fonction de α et τ d'un multiplex de 14 porteuses, chacune représente un signal DS-CDMA tel que spécifié par le mode UTRA-FDD (*cf.* tableau 3.1). Pour $\tau = 0$, la figure 3.6 montre le module de la fonction d'AC en fonction de α. Sur cette figure, on distingue quelques harmoniques de la fréquence cyclique fondamentale liée à la période symbole, et la fréquence cyclique

fondamentale liée à la période chip. L'absence des harmoniques de cette dernière fréquence est due au filtrage d'émission étudié plus tard.

Paramètre	**Spécification**
largeur de bande	5 MHz
débit chip	3,84 Mchips/s
modulation	MDP4
filtre d'émission	en cosinus surélevé, $\beta = 0,22$
facteur d'étalement Q	16

TAB. 3.1 – Spécifications du mode UTRA-FDD en lien descendant

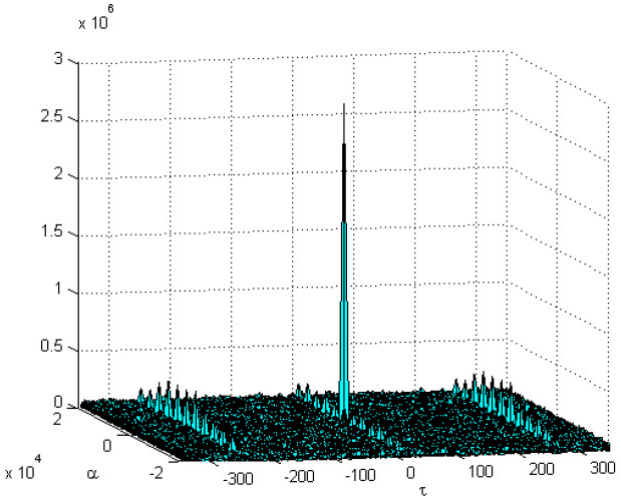


FIG. 3.7 – Module en fonction de α et τ de la fonction d'AC d'un signal OFDM composée de 1705 porteuses (*cf.* tableau 3.2)

Signaux OFDM Dans le cas d'un signal OFDM, on montre [78] que la fonction d'autocorrélation donnée par (3.30) devient :

$$\begin{aligned} r_{xx}^k(t,\tau) &= B_k^2 \sum_{l=-L_k/2}^{L_k/2} e^{-j2\pi l \Delta f_k \tau} \sum_n g_k(t - nT_{s_k} - \frac{\tau}{2} - \epsilon_k) g_k^*(t - nT_{s_k} + \frac{\tau}{2} - \epsilon_k) \\ &= B_k^2 \frac{\sin \pi(L_k+1)\Delta f_k \tau}{\sin \pi \Delta f_k \tau} \sum_n g_k(t - nT_{s_k} - \frac{\tau}{2} - \epsilon_k) g_k^*(t - nT_{s_k} + \frac{\tau}{2} - \epsilon_k) \end{aligned} \tag{3.34}$$

Cette expression est semblable à celle obtenue dans le cas d'un signal à modulation numérique linéaire. Dans le cas d'un filtre d'émission $g_k(t)$ de forme d'onde rectangulaire, l'ensemble des fréquences cycliques d'un signal OFDM est donnée par $\mathcal{A}_\alpha = \{v \cdot \alpha_f, \text{ avec } \alpha_f = \frac{1}{T_{s_k}} \text{ et } v \in \mathbb{Z}\}$. Comme les maxima et les minima du terme $\frac{\sin \pi(L_k+1)\Delta f \tau}{\sin \pi \Delta f \tau}$ sont atteints aux valeurs de τ données par $\tau = \frac{m}{\Delta f_k}$, $m \in \mathbb{Z}$, alors les pics dans la fonction

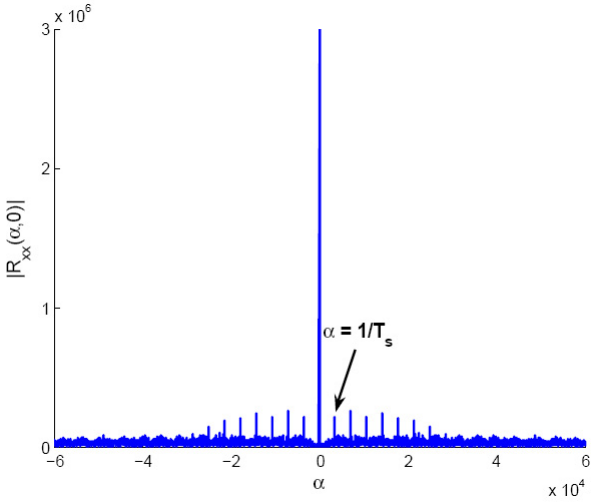


FIG. 3.8 – Module en fonction de α de la fonction d'AC d'un signal OFDM, il s'agit d'une coupe selon l'axe $\tau = 0$ de la figure 3.7

d'autocorrélation cyclique ne sont observés que pour $\tau = 0$ ou $\tau = T_{u_k}$ avec T_{u_k} la période utile du temps symbole.

On fournit à la figure 3.7 le module de la fonction d'AC en fonction de α et τ d'un signal OFDM tel que spécifiée par la norme DVB-T (*cf.* tableau 3.2). À la différence avec le cas du signal DS-CDMA où l'AC est non nulle sur un large intervalle de τ, l'AC d'un signal OFDM présente peu de valeurs significatives par rapport à τ. Cette spécificité des signaux OFDM doit être prise en compte dans le cas des tests de présence de la cyclostationarité. Pour $\tau = 0$, on montre à la figure 3.8 le module de la fonction d'AC en fonction de α du même signal. Les pics dans cette fonction à la fréquence cyclique fondamentale et ses harmoniques sont plus visibles ici que dans le cas du multiplex de signaux DS-CDMA.

Paramètre	**Spécification**
largeur de bande	8 MHz
nombre de porteuses	1705
T_u	224 μs
intervalle de garde	$T_u/4$
modulation	MAQ4

TAB. 3.2 – Spécification du standard DVB-T, mode 2k

3.3.1 Propriétés en bande portée

Soit $x(t)$ le signal modulé en bande de base et $z(t)$ le signal équivalent en bande portée autour de la fréquence porteuse f_c. Le signal $z(t)$ s'obtient à partir de son enveloppe

complexe $x(t)$ par la relation suivante :

$$z(t) = \mathcal{R}\{x(t)e^{j2\pi f_c t}\} \tag{3.35}$$

Soit $r_{zz}(t,\tau) = E\{z(t-\tau/2)z(t+\tau/2)\}$ l'autocorrélation de $z(t)$. Cette autocorrélation (tout calcul fait) est donnée par :

$$r_{zz}(t,\tau) = r_{xx}(t,\tau)e^{j\pi f_c \tau} + r_{xx^*}(t,\tau)e^{j4\pi f_c t} \tag{3.36}$$

Au vu de cette expression, l'autocorrélation du signal en bande portée est fonction des autocorrélations conjuguées et non conjuguées de son enveloppe complexe équivalente. Par la suite, connaissant l'AC et le SC conjugués et non conjugués de $x(t)$, nous pouvons déterminer celles de $z(t)$.
Dans le cas des modulations numériques linéaires, le signal $x(t)$ est souvent circulaire [79] à l'ordre 2 sauf dans le cas d'une modulation des symboles du type MDP2. Ceci signifie que dans l'autocorrélation conjuguée de $x(t)$ donnée par :

$$r_{xx^*}(t,\tau) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \bar{\sigma}_d^2 g(t - nT_s - \frac{\tau}{2} - \epsilon)g(t - nT_s + \frac{\tau}{2} - \epsilon) \tag{3.37}$$

la variance conjuguée $\bar{\sigma}_d^2 = E\{d(n)d(n)\}$ des symboles $d(n)$ est nulle sauf pour une modulation MDP2 [7]. D'où $r_{xx^*}(t,\tau)$ est souvent nulle dans la pratique.

3.3.2 Influence du filtrage d'émission

Le filtre d'émission $g(t)$ est un élément essentiel dans une chaîne de communication numérique. Sa fonction principale est de limiter la bande du signal émis à la taille du canal de transmission afin d'éviter de gêner les émissions voisines. Toutefois, ce filtre ne doit pas aggraver l'interférence entre symboles introduite dans le signal reçu par le canal. Une condition de non interférence entre symboles existe et est donnée en fréquentiel par :

$$\sum_{-\infty}^{\infty} G\left(f + \frac{k}{T_s}\right) = T_s \tag{3.38}$$

où $G(f)$ est la transformée de Fourier de la réponse impulsionnelle $g(t)$. Cette condition, appelée aussi critère de Nyquist, indique que la réponse fréquentielle du filtre périodisée à la cadence $\frac{1}{T_s}$ doit être plate. Les filtres qui vérifient ce critère sont appelés les *filtres de Nyquist*. Un filtre largement utilisé en pratique et vérifiant ce critère est le filtre en *cosinus surélevé* dont la réponse fréquentielle est [57] :

$$G(f) = \begin{cases} T_s & 0 \leq |f| \leq \frac{1-\beta}{2T_s} \\ \frac{T_s}{2}\left\{1 + \cos\left[\frac{\pi T_s}{\beta}\left(|f| - \frac{1-\beta}{2T_s}\right)\right]\right\} & \frac{1-\beta}{2T_s} \leq |f| \leq \frac{1+\beta}{2T_s} \\ 0 & |f| \leq \frac{1+\beta}{2T_s} \end{cases} \tag{3.39}$$

et la réponse impulsionnelle est :

$$g(t) = \frac{\sin(\pi t/T_s)}{\pi t/T_s}\frac{\cos(\pi\beta t/T_s)}{1 - 4\beta^2 t^2/T_s^2} \tag{3.40}$$

où β est appelé facteur de retombée (*roll off factor*) qui prend ses valeurs dans l'intervalle $[0,\ 1]$. Ce facteur permet d'ajuster l'excès de bande (*i.e.* la bande occupée au delà de la bande de Nyquist $[-\frac{1}{2T_s},\ \frac{1}{2T_s}]$ qui est la bande minimale requise par le critère de Nyquist) du signal émis. La figure 3.9 montre le gabarit de ce filtre dans le domaine fréquentiel pour différentes valeurs du facteur de retombée.

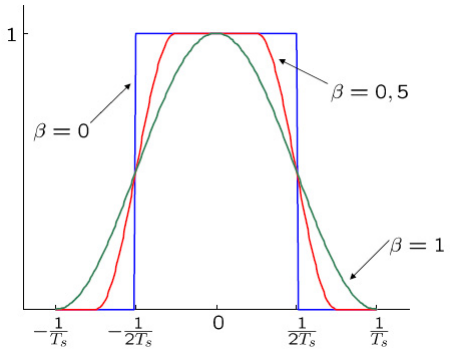


FIG. 3.9 – Allure fréquentielle du filtre en cosinus surélevé pour différentes valeurs du facteur de retombée

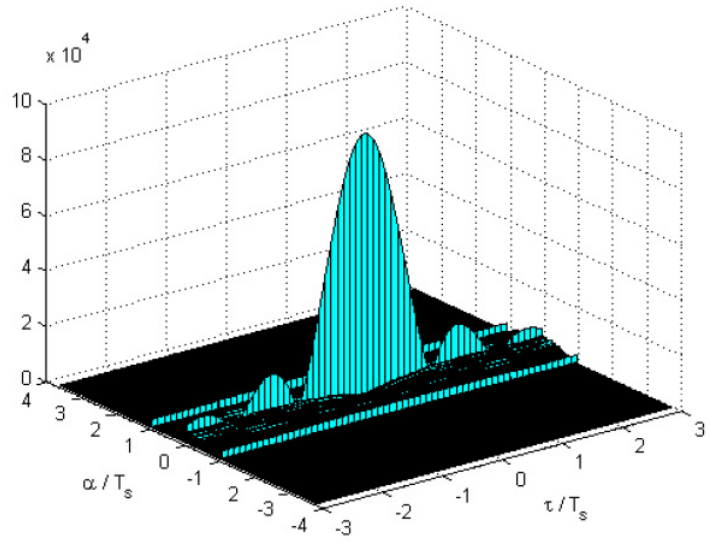


FIG. 3.10 – Module de la fonction d'AC d'un signal linéairement modulé définie en (3.10) avec un filtre d'mission du type cosinus surélevé de facteur de retombé $\beta = 0.3$

L'effet de ce filtre sur les statistiques cycliques peut être observé à partir de la fonction d'AC qui s'obtient par transformée de Fourier inverse selon la variable f de la fonction de CS. Dans le cas d'un signal à modulation linéaire, la fonction de CS est donnée par

l'équation (3.14) alors que sa fonction d'AC s'écrit sous la forme :

$$R_{xx}(\alpha,\tau) = \begin{cases} \frac{\sigma_d^2}{T_s} e^{-j2\pi\alpha\epsilon} \int_{-\infty}^{\infty} G(f-\frac{\alpha}{2}) G^*(f+\frac{\alpha}{2}) e^{j2\pi f\tau} df & \alpha = \frac{k}{T_s},\ k \in \mathbb{Z} \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \tag{3.41}$$

Lorsque $g(t)$ est un filtre en cosinus surélevé, le terme $G(f-\frac{\alpha}{2})G^*(f+\frac{\alpha}{2})$ sous l'intégrale est nul sauf pour $\alpha = 0$ ou $\alpha = \pm\frac{1}{T_s}$. Dans le cas de $\alpha = \pm\frac{1}{T_s}$, l'intensité de $R_{xx}(|\frac{1}{T_s}|,\tau)$ est fonction de l'aire sous la courbe résultante du produit $G(f-\frac{\alpha}{2})G^*(f+\frac{\alpha}{2})$. Cette aire est de plus en plus faible que le facteur β diminue. Elle devient nulle lorsque $\beta = 0$, faisant ainsi perdre au signal $x(t)$ son caractère cyclostationnaire. Le tracé en 3D de $R_{xx}(\alpha,\tau)$ dans le cas de $\beta = 0,3$ est donné par la figure 3.10. La comparaison de ce tracé avec celui de la figure 3.2 obtenu dans le cas d'un filtre d'émission rectangulaire (dans le domaine temporel) permet de se rendre compte de la dégradation du caractère cyclostationnaire due au filtre en cosinus surélevé.

3.3.3 Influence du canal de propagation

L'influence du canal de propagation sur le caractère cyclostationnaire du signal transmis est abordée ici d'une manière qualitative. Soient $s(t)$ le signal transmis et $x(t)$ le signal reçu. On suppose que $s(t)$ est cyclostationnaire de fréquence cyclique α_0. Par la suite, les composantes fréquentielles de $s(t)$ distantes de α_0 sont corrélées en fréquentiel et en temporelles (*cf.* section 3.2.4). Lorsque ce signal traverse un canal de bande de cohérence supérieure ou égale à α_0, deux composantes fréquentielles dans s(t) distantes de α_0 sont affectées de la même manière. Par conséquent, la corrélation entre ces deux composantes subsistera dans le signal reçu $x(t)$. Dans le cas contraire, *i.e.* la bande de cohérence est inférieure à α_f, deux composantes spectrales de $s(t)$ distantes de α_f sont affectées différemment par le canal et leur corrélation qui existait dans $s(t)$ se trouve affaiblie, voire supprimée dans $x(t)$. Ainsi, dans le cas d'un canal non sélectif en fréquence, le caractère cyclostationnaire est préservé dans le signal reçu. Par contre si le canal est sélectif (bande de cohérence supérieure ou égale à α_0), ce caractère est affaibli, voir supprimé dépendamment de la sélectivité du canal.

3.4 Intérêt du modèle cyclostationnaire

L'intérêt que l'on porte dans cette thèse au modèle cyclostationnaire peut être motivé, au moins, par les deux raisons majeures :

D'une part, les signaux de télécommunications, comme on vient de le voir, sont bien appropriés au modèle statistique cyclostationnaire. Même si nous nous sommes limités au cas des modulations linéaires, il est possible d'étendre le raisonnement au cas des signaux à modulations non linéaires pour en vérifier le caractère cyclostationnaire (par exemple, voir [78] qui montre la cyclostationarité des signaux GMSK).

D'autre part, le modèle cyclostationnaire présente un pouvoir discriminatoire intéressant pour la détection des bandes libres. En effet, dans le chapitre 1, le problème de test des

bandes libres est présenté sous la forme du test d'hypothèses suivant :

$$\begin{array}{lcl} H_0 & : & y(t) = n(t) \\ H_1 & : & y(t) = x(t) + n(t). \end{array} \tag{3.42}$$

On rappelle que l'hypothèse nulle H_0 correspond au cas d'une bande libre, l'hypothèse alternative H_1 correspond au cas d'une bande occupée, $y(t)$ est le signal reçu sur la bande à tester, $x(t)$ est le signal composite transmis et $n(t)$ est un bruit additif. Comme $x(t)$ est un signal cyclostationnaire statistiquement indépendant de $n(t)$ qui est stationnaire, la transposition du test d'hypothèses de (3.42) dans le domaine des fréquences cycliques permet d'écrire pour $\alpha \neq 0$ que

$$\begin{array}{lcl} H_0 & : & R_{yy}(\alpha, \tau) = 0 \quad \forall \tau \\ H_1 & : & R_{yy}(\alpha, \tau) = R_{xx}(\alpha, \tau). \end{array} \tag{3.43}$$

où $R_{xx}(\alpha, \tau)$ est la fonction d'AC du signal transmis. Comme $R_{xx}(\alpha, \tau)$ est non nulle pour certaines valeurs de α et τ, il devient alors possible de faire la distinction entre H_0 et H_1 moyennant un test de nullité de $R_{yy}(\alpha, \tau)$ sur ces valeurs de α et τ.

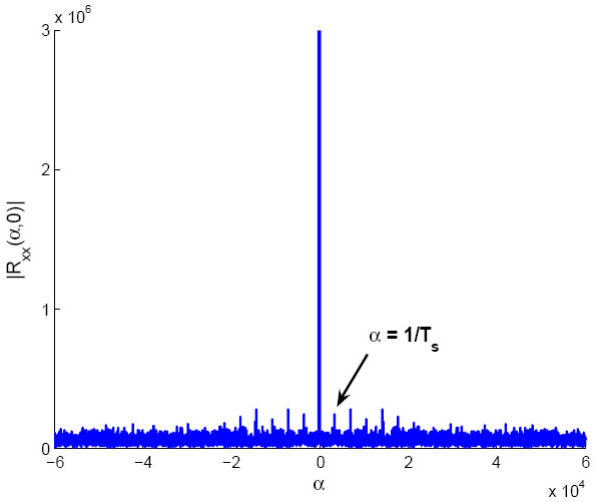


FIG. 3.11 – Module en fonction de α de la fonction d'AC d'un signal OFDM de même spécification que dans le cas de la figure 3.8 auquel on rajoute un bruit blanc gaussien pour avoir un RSB = -5 dB, $\tau = 0$

Dans le cas d'un signal OFDM immergé dans le bruit avec un rapport signal à bruit égale à $-5\ dB$, la figure 3.11 présente pour $\tau = 0$ le module de la fonction d'AC du signal bruité en fonction de α. La comparaison de ce tracé avec celui de la figure 3.8 obtenu dans le cas du même signal OFDM non bruité, permet de constater une dégradation visuelle du caractère cyclostationnaire qui semble contraire à la théorie. Cette aberration apparaît simplement parce que ces tracés sont obtenus à partir d'un nombre limité d'observations. La présence des pics relativement important aux fréquences cycliques non nulles permet d'identifier visuellement la présence d'un signal. Alors que sur le tracé de la densité spectrale de puissance du même signal bruité, donné par la figure 3.12, cette identification est

difficile

En plus de la détection, le pouvoir discriminatoire du modèle cyclostationnaire permet au terminal radio opportuniste de déterminer la nature de l'occupant d'une bande testée : un système primaire ou un système secondaire. Dans le cas d'un système secondaire, ce pouvoir permet aussi de distinguer entre système secondaire ami (auquel appartient le terminal effectuant le test de la bande) et système secondaire concurrent. Cela permet donc au terminal d'adapter son comportement vis-à-vis d'une bande occupée selon l'occupant. Si cet occupant est un système primaire, alors il est prioritaire. Par contre, s'il est un système secondaire, le terminal peut négocier l'utilisation de cette bande ou prendre le risque de transmettre si le rapport RSB est assez faible.

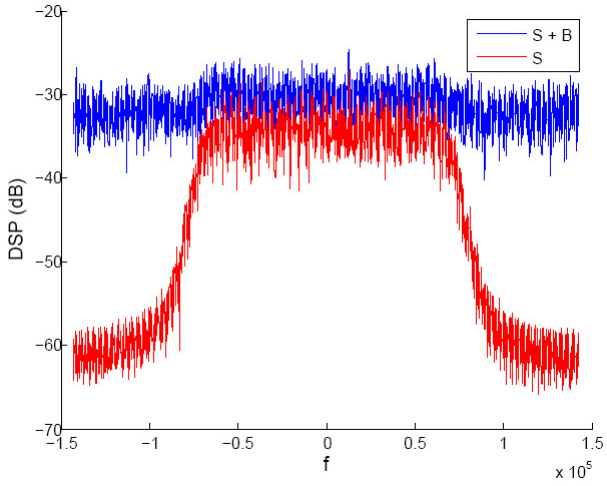


FIG. 3.12 – La DSP d'un signal OFDM de même spécification que dans le cas de la figure 3.8 auquel on rajoute un bruit blanc gaussien pour avoir un RSB = -5 dB. La courbe en rouge, fournie en référence, correspond à la DSP du signal sans bruit

3.5 Conclusions

Dans ce chapitre, nous avons présenté le modèle statistique cyclostationnaire des processus aléatoires. Ces processus admettent suivant ce modèle des propriétés statistiques périodiques les différenciant des processus stationnaires qui présentent des statistiques indépendantes du temps. Nous avons vérifié la présence de la cyclostationarité du modèle générique du signal reçu et spécifier les fréquences cycliques dans le cas des signaux comme le DS-CDMA et DVB-T.

La frontière entre cyclostationarité et stationarité est caractérisée uniquement par la connaissance sur la phase que l'on introduit dans le modèle. Lorsque cette phase est aléatoire uniformément répartie sur l'intervalle des valeurs possibles, le signal reçu devient stationnaire. Le choix du modèle dépend de l'application visée. Dans le cas de la détection des bande libres, les deux modèles s'appliquent amenant à des solutions de détection différentes. Les détails de ces solutions, leurs avantages et inconvénients constituent le sujet du prochain chapitre.

Chapitre 4

Approche de détection hybride des bandes libres

Sommaire

5.1 Introduction 75
5.2 Estimateur de la fonction d'autocorrélation d'un processus cyclostationnaire 77
5.3 Propriétés asymptotiques de l'estimateur 80
5.3.1 Convergence 81
5.3.2 Comportement asymptotique normal 82
5.3.3 Calcul des covariances 82
5.3.4 Distributions des parties réelle et imaginaire de l'estimateur . . . 85
5.4 Procédure de test de présence de la cyclostationarité 85
5.4.1 La statistique de test 87
5.4.2 Performances théoriques 88
5.4.3 Algorithme de détection 89
5.5 Résultats de simulation 89
5.6 Conclusions 95

4.1 Introduction

Le test d'une bande libre est présenté dans le premier chapitre comme un test d'hypothèses binaire sur le signal reçu. La première hypothèse stipule que le signal reçu est composé uniquement de bruit et la bande est alors déclarée libre. Suivant la deuxième hypothèse, le signal reçu est composé à la fois de bruit et de signaux de télécommunications correspondant ainsi à une bande occupée.

Dans ce chapitre, nous rappellerons les solutions de ce test d'hypothèses et nous préciserons celles qui conviennent à une détection de bandes libres avec minimum d'informations a priori. Les deux méthodes retenues sont le radiomètre et le détecteur cyclostationnaire. De plus, pour respecter les contraintes temporelles de détection de bandes libres, nous proposerons à partir de ces deux méthodes une architecture hybride de détection. C'est une architecture adaptative et convergente, dans le temps, vers une

détection d'énergie relativement rapide. En dernier lieu, nous présenterons quelques approches existantes de détection des bandes libres.

4.2 Test d'hypothèses

Voici le test d'hypothèses (1.1) présenté lors du chapitre 1 :

$$\begin{array}{lcl} H_0 & : & y(t) = b(t) \\ H_1 & : & y(t) = x(t) + b(t). \end{array} \tag{4.1}$$

C'est un test binaire composé de deux hypothèses. H_0 est l'hypothèse dite *nulle* correspondant à l'événement "signal absent" et H_1 est l'hypothèse dite *alternative* correspondant à l'événement "signal présent".

Soient $p(y|H_0)$ et $p(y|H_1)$, les densités de probabilité de $y(t)$ respectivement sous H_0 et sous H_1. Lorsque les probabilités a priori $P(H_1)$ et $1 - P(H_1)$ respectivement des hypothèses H_0 et H_1 sont connues, alors le détecteur optimal, au sens du *minimum de la probabilité d'erreur* décide H_1 est vraie si :

$$\frac{p(y|H_1)}{p(y|H_0)} > \frac{1 - P(H_1)}{P(H_1)} \tag{4.2}$$

Dans le cas contraire, il décide H_0 est vraie.

Le rapport $\lambda(y) = \frac{p(y|H_1)}{p(y|H_0)}$ est appelé *rapport de vraisemblance*, les fonctions $p(y|H_0)$ et $p(y|H_1)$ sont appelées *fonctions de vraisemblance* et un test basé sur ce rapport est appelé *test de vraisemblance*.

En choisissant l'une des deux hypothèses H_0 et H_1, deux types d'erreurs peuvent se produire :

- *Erreur de premier type* : elle correspondant au cas où l'hypothèse H_1 est choisie alors que le signal est absent. En terminologie radar, cette erreur est dite de fausse alarme dont la probabilité P_{fa} est donnée par :

$$P_{fa} = Prob\left(\lambda(y) > \frac{1 - P(H_1)}{P(H_1)} \big| H_0\right) \tag{4.3}$$

- *Erreur de second type* : elle se produit lorsque l'hypothèse H_0 est choisie alors que le signal est présent. Sa probabilité P_m est donnée par :

$$P_m = Prob\left(\lambda(y) < \frac{1 - P(H_1)}{P(H_1)} \big| H_1\right) \tag{4.4}$$

  En terminologie radar, cette probabilité est appelée probabilité de non-détection (*missing probability* en anglais) et son complément $(1 - P_m)$ est désigné par la probabilité de détection P_d qui correspond à la probabilité de choisir correctement l'hypothèse H_1.

Il est courant de présenter les performances d'un détecteur à l'aide d'un réseau de courbes montrant la probabilité de détection P_d en fonction de la probabilité de fausse alarme P_{fa} (*cf.* figure 4.1). Le test est bon lorsque ces courbes sont situées au-dessus de la ligne de chance qui caractérise le hazard pur. Dans la littérature, cette représentation est appelée courbe COR (*Caractéristiques Opérationnelles du Récepteur*) [80].

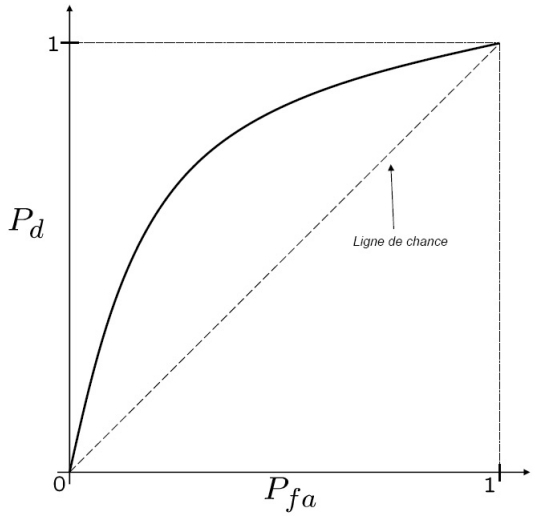


FIG. 4.1 – Exemple de courbe COR montrant la probabilité de détection P_d en fonction de la probabilité de fausse alarme P_{fa}

Les fonctions de vraisemblance (*cf.* équation (4.2)) peuvent dans certains cas être dépendantes d'un ensemble de paramètres inconnus ou aléatoires. Si des densités de probabilité a priori peuvent être définies pour ces paramètres, alors le rapport de vraisemblance *moyenné* sera préféré :

$$\lambda(y) = \frac{\int_{\{\theta\}} p_\theta(y|H_1)p(\theta)d\theta}{\int_{\{\phi\}} p_\phi(y|H_0)p(\phi)d\phi} \tag{4.5}$$

avec $\{\theta\}$ et $\{\phi\}$ les paramètres inconnus ou aléatoires et $p(\theta)$ et $p(\phi)$ leurs probabilités respectives. Par contre, si ces densités de probabilité ne peuvent pas être connues a priori, on utilise alors le principe du *maximum de vraisemblance* qui consiste à calculer le *rapport de vraisemblance généralisé* :

$$\lambda(y) = \frac{\max_\theta p_\theta(y|H_1)}{\max_\phi p_\phi(y|H_0)} \tag{4.6}$$

Ainsi, on remplace les paramètres inconnus par leurs estimateurs de maximum de vraisemblance pour obtenir le nouveau rapport de vraisemblance. Ensuite, on utilise la même règle de décision que dans (4.2) pour faire le choix entre H_0 et H_1. Le détecteur résultant n'est pas nécessairement optimal au sens du minimum de la probabilité d'erreur.

Enfin, si les probabilités a priori des hypothèses H_0 et H_1 ne peuvent pas être déterminées à l'avance, alors la règle de décision (4.2) devient :

$$\lambda(y) = \frac{p(y|H_1)}{p(y|H_0)} \underset{H_1}{\overset{H_0}{\lessgtr}} \xi \tag{4.7}$$

Afin de déterminer ξ, un critère de décision peut être utilisé comme, par exemple, le critère de *Neyman-Pearson* qui maximise la probabilité de détection P_d sous la contrainte d'une probabilité de fausse alarme constante.

Exemple : Considérons l'exemple de détection d'un signal non aléatoire dans un bruit gaussien dont le test d'hypothèses est le suivant :

$$\begin{array}{lcl} H_0 & : & \boldsymbol{y} = \boldsymbol{b} \\ H_1 & : & \boldsymbol{y} = \boldsymbol{H}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{b}. \end{array} \tag{4.8}$$

où $\boldsymbol{b}$ est un vecteur de n v.a. gaussiennes de moyennes nulles et de covariance $\boldsymbol{\Sigma}$ et $\boldsymbol{x}$, est un vecteur dont les éléments sont inconnus et non aléatoires. Comme la distribution de $\boldsymbol{y}$ suivant les deux hypothèses ne diffère qu'en moyenne alors les fonctions de vraisemblance des hypothèses H_0 et H_1 sont données par :

$$p(\boldsymbol{y}|H_0) = \frac{1}{(2\pi)^{n/2}\sqrt{|\boldsymbol{\Sigma}|}} exp\left(\frac{-\boldsymbol{y}^T\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\boldsymbol{y}}{2}\right) \tag{4.9}$$

et

$$p(\boldsymbol{y}|H_1) = \frac{1}{(2\pi)^{n/2}\sqrt{|\boldsymbol{\Sigma}|}} exp\left(\frac{-(\boldsymbol{y}-\boldsymbol{H}\boldsymbol{x})^T\boldsymbol{\Sigma}^{-1}(\boldsymbol{y}-\boldsymbol{H}\boldsymbol{x})}{2}\right) \tag{4.10}$$

Dans le cas où le vecteur $\boldsymbol{x}$ est connu, le logarithme du rapport de vraisemblance donne :

$$\ln(\lambda(\boldsymbol{y})) = \ln\left(\frac{p(\boldsymbol{y}|H_1)}{p(\boldsymbol{y}|H_0)}\right) = \boldsymbol{y}^T\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\boldsymbol{H}\boldsymbol{x} - \frac{1}{2}\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{H}^T\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\boldsymbol{H}\boldsymbol{x} \tag{4.11}$$

Comme le deuxième terme ($\frac{1}{2}\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{H}^T\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\boldsymbol{H}\boldsymbol{x}$) est constant, alors seul le premier terme est comparé à un seuil afin de choisir entre H_0 et H_1. Dans ce cas, ce terme est appelé *statistique de test*. Mais comme $\boldsymbol{x}$ est inconnu, alors le principe du maximum de vraisemblance s'applique. Dans le calcul du rapport de vraisemblance généralisé donné par l'équation (4.6), $\boldsymbol{x}$ est remplacé par son estimateur du maximum de vraisemblance $\hat{\boldsymbol{x}}$. Sous l'hypothèse que ($\boldsymbol{H}^T\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\boldsymbol{H}$) soit non singulière, cet estimateur [81] est donné par :

$$\hat{\boldsymbol{x}} = (\boldsymbol{H}^T\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\boldsymbol{H})^{-1}\boldsymbol{H}^T\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\boldsymbol{r} \tag{4.12}$$

Ce qui permet de déterminer le rapport de vraisemblance généralisé :

$$Z = \boldsymbol{y}^T\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\boldsymbol{y} \tag{4.13}$$

La statistique de test Z a une forme quadratique qui se simplifie dans le cas où $\boldsymbol{b}$ est non corrélé ($\boldsymbol{\Sigma}$ est une matrice diagonale) :

$$Z = \sum y_i^2 \tag{4.14}$$

Il s'agit bien d'un détecteur d'énergie qui compare l'énergie du signal $\boldsymbol{y}$ à un seuil afin de faire le choix entre H_0 et H_1.

4.3 Détection des signaux aléatoires

En détection de bandes libres, le signal $x(t)$ dans le test d'hypothèses (4.1) est un signal composite aléatoire de distribution inconnue. On suppose souvent le bruit gaussien mais la distribution de l'observation $y(t)$ reste toutefois inconnue suivant les deux hypothèses. Le rapport de vraisemblance (généralisé) est alors difficile à établir rendant l'évaluation du test optimal de l'équation (4.2) délicate. Une approximation du test optimal est faite dans le cas de signaux gaussiens avec un niveau faible par rapport au bruit supposé blanc gaussien. Elle est donnée par le *test localement optimal* [82] qui n'utilise que les statistiques du second ordre du signal. Cette approximation est obtenue par développent limité à l'ordre 2 du rapport de vraisemblance pour finalement aboutir à la statistique de test suivante :

$$Z = \frac{1}{N_0^2 T} \int_{-T/2}^{T/2} \int_{-T/2}^{T/2} R_{xx}(u,v) y(u) y(v) du dv \underset{H_1}{\overset{H_0}{\lessgtr}} \xi \tag{4.15}$$

avec N_0 la densité spectral de puissance du bruit. Ainsi, le nouveau détecteur calcule une transformation quadratique du signal reçu et compare le résultat à un seuil de détection.

Toutefois, dans le cas de faibles RSB, on montre dans [83] et [84] que ce détecteur localement optimal reste valide même dans le cas de signaux d'intérêt non gaussiens. Dans une approche différente, Gardner [85] établit le même détecteur (4.15) en montrant qu'il maximise la quantité suivante :

$$D \triangleq \frac{\left| E\{Z|x(t) \text{ présent}\} - E\{Z|x(t) \text{ absent}\} \right|}{(var\{Z|x(t) \text{ absent}\})^{1/2}} \tag{4.16}$$

D est appelée *deflection* et représente une mesure du RSB dans le cas de signaux aléatoires.

Selon le modèle stationnaire ou cyclostationnaire choisi pour le signal d'intérêt $x(t)$, le détecteur de l'équation (4.15) prend deux formes : dans le premier cas, on aboutit au détecteur *radiomètre*, dans le deuxième cas le détecteur est appelé détecteur *mono* ou *multi-cycles*. Étudions d'abord le radiomètre.

4.3.1 Radiomètre

Lorsque le modèle stationnaire est choisi pour le signal d'intérêt, la fonction d'auto-corrélation $R_{xx}(u,v)$ devient dépendante uniquement de la différence $u-v$ et s'écrit sous la forme : $R_{xx}(u,v) = R_{xx}(u-v)$. En effectuant dans l'équation (4.15) les changements de variables suivant :

$$\begin{aligned} u &= t + \frac{\tau}{2} \\ v &= t - \frac{\tau}{2} \end{aligned} \tag{4.17}$$

on obtient la forme suivante du détecteur localement optimal [85] :

$$Z_{ro} = \frac{1}{N_0^2} \int_{-\infty}^{\infty} R_{xx}(\tau) R_{yy}(\tau)_T d\tau \tag{4.18}$$

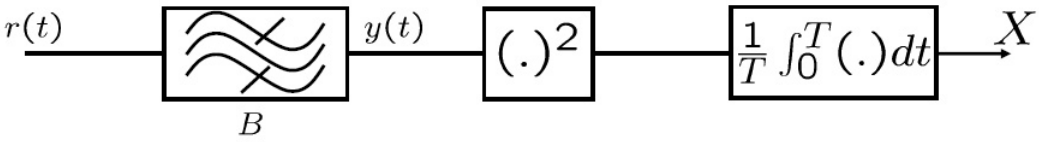


FIG. 4.2 – Le schéma-bloc du détecteur radiomètre

où $R_{yy}(\tau)_T$ est le *corrélogramme* de $y(t)$ définit par :

$$R_{yy}(\tau)_T \triangleq \begin{cases} \frac{1}{T}\int_{-(T-|\tau|)/2}^{(T-|\tau|)/2} y(t-\frac{\tau}{2})y(t+\frac{\tau}{2})dt, & |\tau| \leq T \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \tag{4.19}$$

En applicant le théorème de Parseval [72] à l'équation (4.18), la statistique de test Z_{ro} devient :

$$Z_{ro} = \frac{1}{N_0^2}\int_{-\infty}^{\infty} S_{xx}(f)P_T(f)df \tag{4.20}$$

avec $P_T(f)$ le *periodogramme* de $y(t)$ donné par :

$$P_T(f) \triangleq \frac{1}{T}|Y_T(f)|^2 \tag{4.21}$$

et

$$Y_T(f) \triangleq \int_{-T/2}^{T/2} y(t)e^{-i2\pi ft}dt \tag{4.22}$$

Ainsi, le détecteur localement optimal calcule le périodogramme du signal observé $y(t)$. Le résultat obtenu est ensuite corrélé avec le spectre idéal du signal aléatoire $x(t)$ attendu. Dans la littérature, ce détecteur est appelé *radiomètre optimal*. Cependant, si la densité spectrale de puissance $S_{xx}(f)$ de l'équation (4.20) ne peut être connue a priori, alors on la remplace dans l'équation (4.20) par une constante non nulle S_0, sur la bande passante $[-B, B]$ du signal attendu pour obtenir la statistique de test suivante :

$$Z_r = \frac{S_0}{N_0^2}\int_{-B}^{B} P_T(f)df \tag{4.23}$$

Le détecteur obtenu est appelé le *radiomètre* ou détecteur d'énergie dont la statistique de test est proportionnelle à l'énergie du signal reçu. L'application, à l'équation (4.23), du théorème de Parseval aboutit, dans le domaine temporel, à la statistique de test suivante :

$$Z_r \propto \frac{1}{T}\int_0^T y(t)^2 dt \tag{4.24}$$

Urkowitz [40] a étudié le détecteur d'énergie dont la statistique de test X est égale au deuxième terme de l'équation (4.24) et le schéma-bloc est donné par la figure 4.2.
Pour un produit $B \cdot T$ grand, Urkowitz montre que la statistique X suit une loi normale de moyenne μ_i et de variance σ_i^2 fonctions de l'hypothèse H_i $(i = 1, 2)$ vérifiée :

$$\begin{array}{lll} H_0 & \mu_0 = N_0BT, & \sigma_0 = N_0^2BT \\ H_1 & \mu_1 = N_0BT(rsb+1), & \sigma_1 = N_0^2BT(2rsb+1) \end{array} \tag{4.25}$$

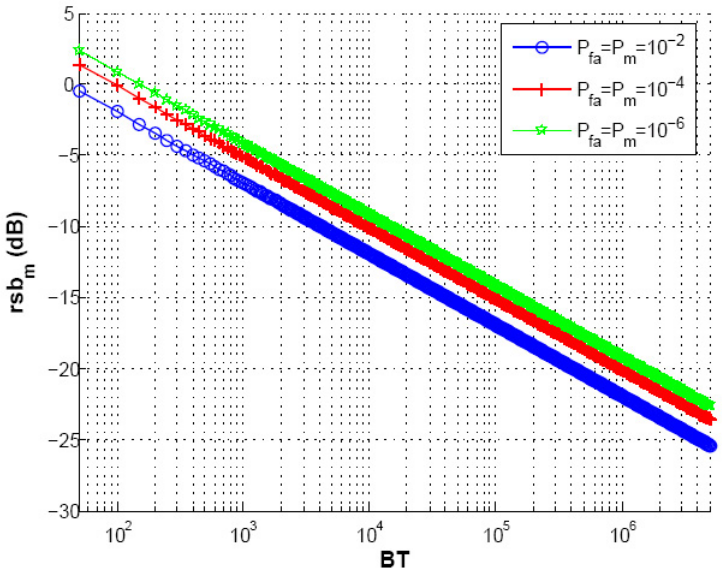


FIG. 4.3 – Variation du rapport rsb_n en fonction du produit BT

avec rsb le rapport signal à bruit définit par :

$$rsb \triangleq \frac{E_x}{N_0 B} \tag{4.26}$$

E_x désigne la puissance du signal d'intérêt $x(t)$ sur la durée T et N_0 la densité spectrale de puissance mono-latérale du bruit blanc gaussien. Les probabilités de détection P_d et de fausse alarme P_{fa} deviennent :

$$P_{fa} = Q\left\{\frac{\xi - \mu_0}{\sigma_0}\right\} \tag{4.27}$$

et

$$P_d = Q\left\{\frac{\xi - \mu_1}{\sigma_1}\right\} \tag{4.28}$$

avec

$$Q(u) \triangleq \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_u^\infty e^{-v^2/2} dv \tag{4.29}$$

Pour une probabilité de fausse alarme désirée $P_{fa,des}$, on détermine le seuil de détection ξ_0 adéquat de la manière suivante :

$$\xi_0 = \mu_0 + \sigma_0 Q^{-1}(P_{fa,des}) = GN_0 \tag{4.30}$$

avec

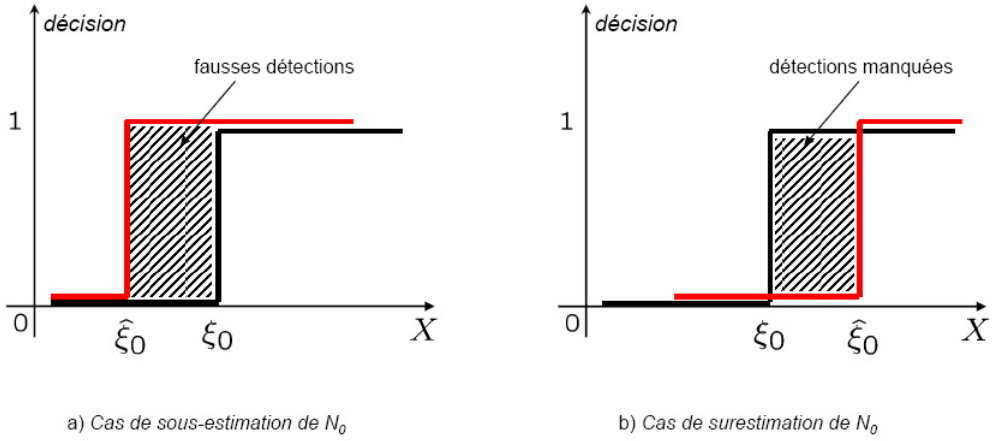
$$G = [BT + \sqrt{BT} Q^{-1}(P_{fa,des})] \tag{4.31}$$

Soient $P_{d,des}$ la probabilité de détection désirée, $u \triangleq Q^{-1}(P_{d,des})$ et $v \triangleq Q^{-1}(P_{fa,des})$. Dans [86] on montre que le rapport rsb minimum garantissant les probabilités $P_{fa,des}$ et

$P_{d,des}$ est donné par :

$$rsb_m = \frac{v}{\sqrt{BT}} + \frac{u}{BT}[u - \sqrt{u^2 + BT + 2v\sqrt{BT}}] \tag{4.32}$$

La variation de ce rapport en fonction du produit BT est montrée par la figure 4.3 pour différentes valeurs de probabilité $P_{fa,des}$ et de probabilité de non-détection $P_{m,des} = 1 - P_{d,des}$. On constate, que le rsb requis pour la détection diminue à mesure que le produit BT augmente. Il faut noter que BT est proportionnel au nombre d'observations disponibles lorsque le signal reçu est échantillonné.



a) *Cas de sous-estimation de N_0* b) *Cas de surestimation de N_0*

FIG. 4.4 – Erreurs de décision dans le cas d'incertitudes d'estimation du niveau de bruit N_0

Ces performances du radiomètre sont exactes à condition que la densité spectrale N_0 du bruit soit connue avec précision. Lors d'une communication classique entre émetteur et récepteur, il s'établit un échange de données préliminaires dont le contenu est connu par le récepteur. Ce dernier est donc capable de déterminer, avec précision, une estimation de N_0. Cet aspect coopératif entre émetteur et récepteur est, malheureusement, absent dans le cas d'une détection des bandes libres car aucun échange de données est effectué entre les terminaux radio opportuniste lors de la détection. Par la suite, l'estimation du niveau de bruit N_0 n'est pas exemptée d'erreurs d'autant plus que la bande de fréquences testée peut être occupée. Comme le seuil de détection est proportionnel à N_0 (*cf.* équation (4.30)), il ne peut donc être déterminé avec exactitude, ce qui dégradent d'autant plus les performances du radiomètre.

Soient $\hat{N}_0$ un estimé de N_0 et $\hat{\xi}_0$ le seuil de détection correspondant. Dans le cas d'une sous-estimation de N_0, *i.e.* $\hat{N}_0 \leq N_0$, la figure 4.4.a montre q'une mauvaise décision est effectuée lorsque l'énergie X du signal reçu est située dans l'intervalle $[\hat{\xi}_0, \xi_0]$. Dans le cas d'une détection de bandes libres, cette mauvaise décision se traduit par la déclaration d'une bande occupée alors qu'elle est libre, entraînant du coup, l'augmentation de la probabilité de fausse alarme. Dans le cas contraire d'une sur-estimation de N_0, *i.e.* $\hat{N}_0 \geq N_0$, la figure

4.4.b montre qu'une mauvaise décision est effectuée lorsque l'énergie X du signal reçu est située dans l'intervalle $[\xi_0, \hat{\xi}_0]$. En terme de détection de bandes libres, ceci consiste à déclarer la bande testée est libre, alors qu'elle est occupée, d'où une probabilité de non-détection plus importante.

On constate donc que l'incertitude sur le niveau du bruit conduit, suivant les cas, soit à une sous-exploitation des bandes libres par les systèmes secondaires ou soit à plus d'interférences générées sur les systèmes primaires.

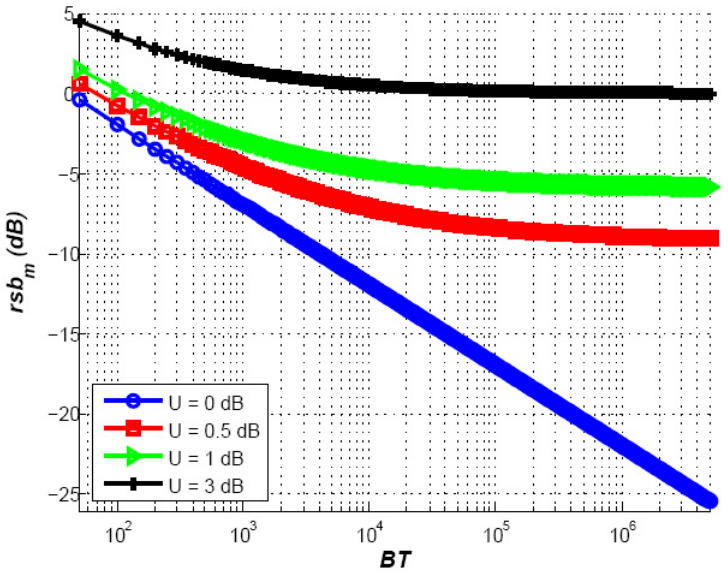


FIG. 4.5 – Variation du rapport rsb_n en fonction du produit BT pour différentes valeurs de l'incertitude U

Afin de tenir compte de l'incertitude d'estimation de N_0, on propose dans [86] d'utiliser un seuil $\hat{\xi}_0$ de détection différent, donné par :

$$\hat{\xi}_0 = U\xi_0 \tag{4.33}$$

avec U l'incertitude pic-à-pic sur l'estimation de N_0 donnée par :

$$U \triangleq \frac{1+\epsilon_2}{1-\epsilon_1} \geq 1 \tag{4.34}$$

ϵ_1 et ϵ_2 déterminent l'intervalle d'incertitude sur l'estimation de N_0 :

$$(1-\epsilon_1)N_0 \leq \hat{N}_0 \leq (1+\epsilon_2)N_0 \tag{4.35}$$

Ainsi, l'expression du rsb_m [86] devient :

$$rsb_m \approx (U-1) + O\left(\frac{1}{\sqrt{BT}}\right) \tag{4.36}$$

Le terme $(U-1)$ détermine le RSB minimum en dessous duquel la détection n'est plus possible indépendamment des paramètres $P_{fa,des}$, $P_{fa,des}$, et T du détecteur. Dans le cas

$P_{fa,des} = 1 - P_{d,des} = 0.01$ et U variable, la figure 4.5 montre la variation du rsb_m en fonction de BT pour différentes valeurs de U . Quelque soit U nul ou non, on constate que le rapport rsb_m est décroissant à mesure que le produit BT augmente. En revanche, lorsque $U \neq 0$ (présence d'incertitude), cette décroissance tend asymptotiquement vers sa valeur limite $U - 1$. Par exemple, pour $U = 3$ dB, cette valeur limite du rsb_m est 2 dB.

Malgré sa faible complexité et sa facilité d'implémentation, le radiomètre ne permet pas une détection fiable des bandes libres surtout si l'incertitude portant sur le niveau du bruit est importante ou que le rapport signal à bruit est faible.

4.3.2 Détecteurs mono ou multi-cycles

Lorsque le modèle cyclostationnaire est adopté pour le signal d'intérêt $x(t)$, la fonction d'autocorrélation $R_{xx}(u, v)$ s'exprime, en fonction de l'autocorrélation cyclique :

$$R_{xx}(u, v) = \sum_{\alpha} R_{xx}(\alpha, u - v) e^{i\pi\alpha(u+v)} \tag{4.37}$$

En remplaçant $R_{xx}(u, v)$ dans (4.15) par son expression de l'équation (4.37), et en effectuant le changement de variable spécifié dans (4.17), on obtient la statistique de test du *détecteur multi-cycles cohérent* :

$$Z_{mc} = \sum_{\alpha} \frac{1}{N_0^2} \int_{-B}^{B} R_{xx}(\alpha, \tau)^* R_{yy}(\alpha, \tau)_B d\tau \tag{4.38}$$

avec $R_{yy}(\alpha, \tau)_B$ le corrélogramme cyclique de $y(t)$ dont l'expression est présentée dans [85]. Le détecteur localement optimal calcule le corrélogramme de l'observation sur toutes les fréquences cycliques contenues dans le signal à détecter et le résultat obtenu est ensuite corrélé avec l'autocorrélation cyclique idéale du signal attendu.

Dans le domaine fréquentiel, et en applicant le théorème de Parseval, cette statistique de test s'écrit de la manière suivante :

$$Z_{mc} = \sum_{\alpha} \frac{1}{N_0^2} \int_{-\infty}^{\infty} S_{xx}(\alpha, f)^* S_{yy}(\alpha, f)_B df \tag{4.39}$$

avec $S_{yy}(\alpha, f)_B$ le periodogramme cyclique de l'observation $y(t)$.

Dans la pratique, l'implementation du détecteur multi-cycles est rendue impossible par la non connaissance des fonctions idéales $R_{xx}(\alpha, \tau)$ ou $S_{xx}(\alpha, \tau)$ des signaux à détecter. En effet, leurs phases ne peuvent pas être déterminées à l'avance car les signaux attendus sont aléatoires. Par exemple, supposons que l'on reçoit $\bar{y}(t) = y(t - t_0)$ avec t_0 un retard quelconque. Dans la statistique de l'équation (4.38), la fonction $R_{xx}(\alpha, \tau)$ doit être remplacée par $\bar{R}_{xx}(\alpha, \tau) = R_{xx}(\alpha, \tau) e^{i2\pi\alpha t_0}$ afin d'éviter que les termes à l'intérieur de la somme s'additionnent constructivement ou destructivement.

Pour s'affranchir de cette indétermination de la phase, deux alternatives sont possibles [85]. Dans la première, l'implémentation de la statistique Z_{mc} s'effectue d'une manière adaptative. C'est-à-dire qu'à chaque calcul de Z_{mc}, une recherche de phase est faite suivant

la maximisation de la statistique Z_{mc}. Si cela ne suffit pas, une deuxième alternative consiste à détecter une seule fréquence à la fois :

$$Z_\alpha = \Big| \int_{-\infty}^{\infty} S_{xx}(\alpha, f)^* S_{yy}(\alpha, f)_B df \Big| \underset{H_1}{\overset{H_0}{\lessgtr}} \xi \tag{4.40}$$

Pour $\alpha = 0$, le détecteur obtenu est le radiomètre optimal. Pour $\alpha \neq 0$, le détecteur est dit *détecteur mono-cycle cohérent.*

Dans un environnement bruité de densité spectrale N_0 connue, Gardner [74] et Izzo [87] montrent qu'en terme de déflexion, le détecteur radiomètre optimal est meilleur que le détecteur mono-cycle cohérent. Dans ces travaux de thèse, Rostaing [75] reprend cette étude en considérant différents modèles de bruit : gaussien et non-gaussien, blanc et non-blanc. Il conclue que, dans une situation réaliste caractérisée par un niveau spectrale N_0 variable, les performances du radiomètre optimale se dégradent considérablement devenant nettement inférieures à celles du détecteur mono-cycle. Par ailleurs, Rostaing montre aussi la supériorité du détecteur mono-cycle dans un environnement bruité caractérisé par des interférences additives.

Dans la littérature, d'autres méthodes de détection/estimation cyclique existent. Par exemple, Zivanovic et Gardner [88] définissent le degré de cyclostationarité d'un processus aléatoire par :

$$DCS = \frac{\sum_{\alpha \neq 0} \int_{-\infty}^{\infty} |R_{xx}(\alpha, \tau)|^2 d\tau}{\int_{-\infty}^{\infty} |R_{xx}(0, \tau)|^2 d\tau} \tag{4.41}$$

Il s'agit de mesurer la distance entre la corrélation du processus d'intérêt et la corrélation du processus stationnaire le plus proche. On peut aussi définir le degré de cyclostationarité d'un processus sur une fréquence α par :

$$DCS^\alpha = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} |R_{xx}(\alpha, \tau)|^2 d\tau}{\int_{-\infty}^{\infty} |R_{xx}(0, \tau)|^2 d\tau} \tag{4.42}$$

Même si les auteurs de cet article n'abordent pas le problème de détection, cette notion de degré de cyclostationarité peut être utile à la détection. Il suffit alors de comparer la mesure DCS (ou DCS^α) à un seuil dont la valeur est fixée par un critère tel que P_{fa} constante.

Hurd et Gerr [89] proposent un test de présence de la cyclostationarité basé sur le calcul de la corrélation spectrale normalisée :

$$\gamma(\alpha_p, \alpha_q, M) = \frac{|\sum_{m=0}^{M-1} I_N(\alpha_{p+m}) I_N^*(\alpha_{q+m})|^2}{\sum_{m=0}^{M-1} |I_N(\alpha_{p+m})|^2 \sum_{m=0}^{M-1} |I_N(\alpha_{q+m})|^2} \tag{4.43}$$

avec $I_N(\alpha) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e{-}j\pi\alpha$, $\alpha_k = 2\pi k/N$ et M un paramètre de lissage. La présence, sur le tracé de $\gamma(\alpha_p, \alpha_q, M)$ en fonction de α_p, de lignes sombres parallèles à la diagonale indiquent la cyclostationarité du signal $x(n)$. La détection est donc effectuée d'une manière visuelle.

Dandawaté et Giannakis [6] proposent des tests de présence de la cyclostationarité sur une fréquence donnée. Ce sont des tests statistiques dont la règle de décision est :

$$Z = N\hat{\boldsymbol{C}}_{kx}^{(T)}\boldsymbol{\Sigma}_{kx}^{-1}\hat{\boldsymbol{C}}_{kx}^{(T)\prime} \underset{H_1}{\overset{H_0}{\lessgtr}} \xi \tag{4.44}$$

avec $\hat{\boldsymbol{C}}_{kx}^{(T)}$, un vecteur d'estimations des cumulants d'ordre k du processus $x(n)$, $\hat{\boldsymbol{C}}_{kx}^{(T)\prime}$ le vecteur transposé de $\hat{\boldsymbol{C}}_{kx}^{(T)}$ et $\boldsymbol{\Sigma}_{kx}$ la matrice de covariance de $\hat{\boldsymbol{C}}_{kx}^{(T)}$. À la différence des deux méthodes précédentes, les auteurs déterminent les distributions de la statistique Z suivant les deux hypothèses H_0 et H_1. Ce qui permet, par la suite, de déterminer pour une probabilité de fausse alarme donnée, le seuil de détection ξ.
En annexe A, on détaille la notion des cumulants ainsi que l'algorithme de test de présence de la cyclostationarité dans le cas de l'utilisation des statistiques d'ordre 2. Très présent dans la littérature, cet algorithme est utilisé dans la reconnaissance des standards accessibles à un terminal radio logicielle [90] ou dans la détection des canaux de fréquences libres sur la bande GSM [91]. Dans ces exemples, les systèmes à détecter sont a priori connus permettant le test de cyclostationarité sur un nombre réduit de fréquences.

Les travaux de Marchand [7] reprennent les tests proposés par Dandawaté [6] dans le cas de la détection et de la reconnaissance en aveugle des modulations numériques linéaires à l'aide des statistiques d'ordre supérieur [79]. Afin de réduire la complexité de calcul, Marchand introduit une simplification dans l'algorithme de test de Dandawaté sans dégradation des performances. Cette simplification consiste en effet à considérer dans le calcul de la statistique (4.44) que $\boldsymbol{\Sigma}_{kx}$ est diagonale. Marchand montre que la détection à l'ordre 4 surpasse l'ordre 2 pour des signaux qui sont mis en forme par un filtre d'excès de bande faible exigeant toutefois une complexité de calcul trop importante. De plus, afin de remédier l'indétermination a priori de la fréquence cyclique, Marchand propose de rechercher la cyclostationarité sur un large intervalle de fréquences en répétant plusieurs fois le test de Dandawaté, aboutissant également à une complexité et un temps de calculs important.

Dans [92], le problème d'estimation en aveugle du débit symbole des modulations linéaires est abordé. Ce débit ou de manière équivalent, la fréquence cyclique α_0 est donnée par :

$$\alpha_0 := \arg \max_{\alpha\in\Omega} J_{\boldsymbol{W}}(\alpha) \tag{4.45}$$

avec

$$J_{\boldsymbol{W}}(\alpha) := \boldsymbol{r}_y^{(\alpha)*}\boldsymbol{W}\boldsymbol{r}_y^{(\alpha)} \tag{4.46}$$

$\boldsymbol{r}_y^{(\alpha)} = [R(\alpha,\tau_1),\ldots,R(\alpha,\tau_N)]$ est le vecteur des autocorrélations cycliques de $y(n)$, Ω est l'intervalle sur lequel le débit symbole est recherché et $\boldsymbol{W}$ une matrice de pondération. Dans le cas d'une recherche fine, on montre que le choix idéal de la matrice $\boldsymbol{W}$ est la matrice identité $\boldsymbol{W} = \boldsymbol{I}$, et dans le cas d'une recherche grossière, le meilleur choix est la matrice de covariance de $\boldsymbol{r}_y$ ($\boldsymbol{W} = \boldsymbol{\Sigma}_{2y}$) confirmant ainsi les travaux de Dandawaté.

4.4 Architecture hybride de détection des bandes libres

Dans l'accès opportuniste au spectre radio, les USs s'engagent à ne pas créer d'interférences aux UPs par des accès non désirés à leurs bandes de fréquences. Pour cela, les USs doivent donc procéder à une vérification périodique de ces bandes. Plus cette périodicité est importante, plus le risque d'interférences est faible. Par la suite, la vérification des bandes de fréquences dans un terminal radio opportuniste est une tache soumise à une contrainte de temps d'autant plus que le nombre des bandes partagées avec les UPs peut être important.

	Complexité de calcul	insensibilité aux variations du niveau de bruit	connaissances a priori	détection à faible rsb
radiomètre	+	-	niveau du bruit N_0	+
Détecteur cyclostationnaire.	-	+	fréquences cycliques	+

TAB. 4.1 – Comparaison des principales propriétés des détecteurs d'énergie (radiomètre) et cyclostationnaire. Le (+) signifie un avantage et le (-) signifie un inconvénient

Le tableau 4.1 dresse une comparaison entre le radiomètre et le détecteur cyclostationnaire. À l'exception de sa sensibilité aux variations du niveau de bruit, le radiomètre représente la solution la plus adaptée à la détection des bandes libres. Simple et de complexité réduite, elle convient parfaitement à la détection en aveugle des bandes libres puisque aucune information a priori n'est exigée sur les signaux à détecter. Tandis que le détecteur cyclostationnaire qui, malgré sa robustesse en cas d'incertitudes sur le niveau de bruit, nécessite la connaissance des fréquences cycliques du signal. L'absence de cette information conduit à une recherche exhaustive sur un large intervalle de fréquences cycliques afin de pouvoir prendre une décision, mais contribuant ainsi à une complexité prohibitive. Aucune de ces méthodes ne peut donc être favorisée car d'une part le radiomètre n'est efficace et d'autre part le détecteur cyclostationnaire n'est pas rapide. Cependant, le tableau 4.1 permet de constater que ces méthodes sont complémentaires. En effet, les avantages de l'une sont les inconvénients de l'autre et vice-vers-ça. Ainsi, dans le but de détecter les bandes libres rapidement et avec le minimum d'informations a priori, nous proposons une architecture de détection hybride qui allie la simplicité du radiomètre et la robustesse du détecteur cyclostationnaire. Comme le montre la figure 4.6, cette architecture est adaptative. Elle présente deux étages de détection, un étage primaire de détection d'énergie et un étage secondaire de détection cyclostationnaire, et un étage d'adaptation.

4.4.1 Étage de détection d'énergie

Après filtrage du signal reçu sur une bande de fréquences d'intérêt, le premier traitement de détection effectué sur ce signal est du type détection d'énergie. Afin de tenir compte d'une éventuelle incertitude sur le niveau du bruit, nous proposons d'introduire une modification dans la règle de décision.

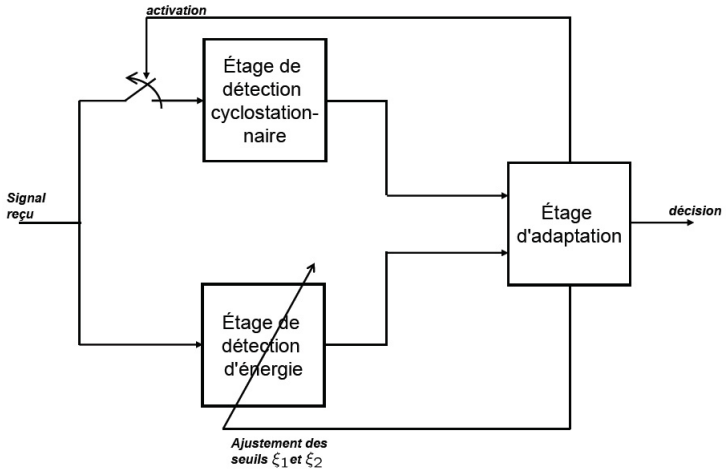


FIG. 4.6 – Architecture de détection des bandes libres

Soient $[N_1, N_2]$ l'intervalle d'incertitude sur le niveau réel du bruit N_0 et X l'énergie du signal reçu. Soient ξ_1 et ξ_2 les seuils calculés respectivement à partir de N_1 et N_2 à l'aide de l'équation (4.30). Le seuil de détection optimal ξ_0 (inconnu) est par la suite dans l'intervalle $[\xi_1, \xi_2]$. D'après l'étude des performances du radiomètre dans le cas d'incertitude sur N_0, nous avons vu que lorsque X est dans l'intervalle $[0, \xi_1]$ ou $[\xi_2, \infty]$, alors une décision ferme du type signal présent ou signal absent peut être rendue sans aucune ambiguïté. Cependant, la difficulté de décision se situe lorsque X est dans l'intervalle $[\xi_1, \xi_2]$. D'après la figure 4.4, le choix de l'une de ces deux décisions n'est pas sans mauvaises conséquences : augmentation de la probabilité P_{fa} ou de la probabilité P_m. Pour y remédier, nous utilisons une règle de décision comme le montre la figure 4.7. C'est une règle à trois états de décisions : *signal présent*, *signal absent* et *incertain*. Ainsi, lorsque X est dans l'intervalle $[\xi_1, \xi_2]$ une décision du type incertain est rendue permettant de garantir que :

$$P_{fa} \leq P_{fa,0} \quad \text{et} \quad P_m \leq P_{m,0} \tag{4.47}$$

avec $P_{fa,0}$ et $P_{m,0}$ respectivement les probabilités de fausse alarme et de non-détection du radiomètre dans le cas de non incertitude sue l'estimation de N_0.

Cette règle de décision permet alors l'utilisation du radiomètre, dans la détection des bande libres, quelque soit l'incertitude sur N_0 sans que les problèmes de sous-exploitation des bandes libres ou d'interférences créées aux systèmes primaires ne soient aggravés.

4.4.2 Étage de détection cyclostationnaire

Lorsque le premier étage délivre une décision du type incertain, une détection du type cyclostationnaire est effectuée à l'étage secondaire de l'architecture proposée. Selon la connaissance des systèmes primaires deux cas se présentent :

– *1er cas* : les fréquences cycliques caractéristiques des systèmes primaires sont connues rendant applicable le test de présence de la cyclostationarité de Dandawaté. Cepen-

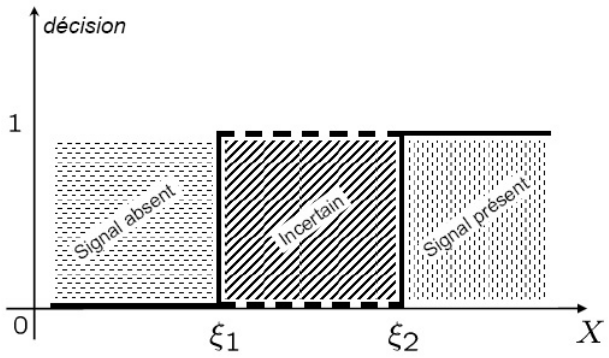


FIG. 4.7 – La nouvelle règle de décision du détecteur d'énergie

dant, nous proposons, dans le chapitre 5, un deuxième test statistique de présence de la cyclostationarité basé sur un test de nullité de la fonction d'autocorrélation instantanée du signal. Pour une fréquence donnée, et à la différence du test de Dandawaté, le test proposé vérifie la présence de la cyclostationarité sur cette fréquence et sur ces harmoniques. Ainsi dans le cas des signaux dont le spectre cyclique est riche en fréquences cycliques, *i.e.* les signaux CDMA ou OFDM, les performances peuvent être améliorées.

– *2ème cas* : les fréquences cycliques caractéristiques des systèmes primaires sont inconnues rendant les tests de présence de la cyclostationarité sur plusieurs fréquences nécessaires.

Dans l'équation (4.38) l'autocorrélation idéale $R_{xx}(\alpha,\tau)$ inconnue a priori est approchée par le corrélogramme cyclique $R_{yy}(\alpha,\tau)_B$ pour les fréquences $\alpha \neq 0$. La statistique de test devient alors :

$$\tilde{Z}_{mc} = \sum_{\alpha} \frac{1}{N_0^2} \int_{-B}^{B} |R_{yy}(\alpha,\tau)_B|^2 d\tau \tag{4.48}$$

Le problème de l'indétermination de la phase ne se pose pas et le détecteur multicycle, dit *non cohérent*, peut facilement être implémenté. Ainsi, nous proposons dans le chapitre 6 un test basé sur la statistique de l'équation (4.48) permettant de vérifier, en une seule étape, la présence de la cyclostationarité sur un intervalle de fréquences.

4.4.3 Étage d'adaptation

Au-delà de la détection des bandes libres, la radio opportuniste est capable d'ajuster ces paramètres en fonction de son environnement et de son vécu. C'est pourquoi un étage d'adaptation est rajouté à l'architecture de détection permettant, d'une part, l'activation de l'étage de détection cyclostationnaire lorsque la détection d'énergie est défaillante (décision du type incertain), d'autre part, l'ajustement des paramètres ξ_1 et ξ_2 de l'étage de détection d'énergie en fonction de la détection cyclostationnaire :

- *Cas d'une bande détectée libre :* le seuil inférieur ξ_1 est ajusté à la valeur actuelle de l'énergie X du signal reçu car pout toutes les valeurs de X inférieures à cette valeur, la bande doit être déclarée libre.
- *Cas d'une bande détectée occupée :* le seuil inférieur ξ_2 est ajusté à la valeur actuelle de l'énergie X du signal reçu car pour toutes les valeurs de X supérieures à cette valeur, la bande doit être déclarée occupée.

La figure 4.8 présente l'algorithme de cette architecture hybride de détection. Au cours du temps, la zone de décision *incertain* du premier étage converge jusqu'au seuil optimal ξ_0 et le radiomètre devient alors plus performant réduisant ainsi le champ d'action de la détection cyclostationnaire. À l'état permanent, la détection d'énergie est la détection dominante de l'architecture héritant tous les avantages du radiomètre : détection simple, complexité réduite et détection en aveugle.

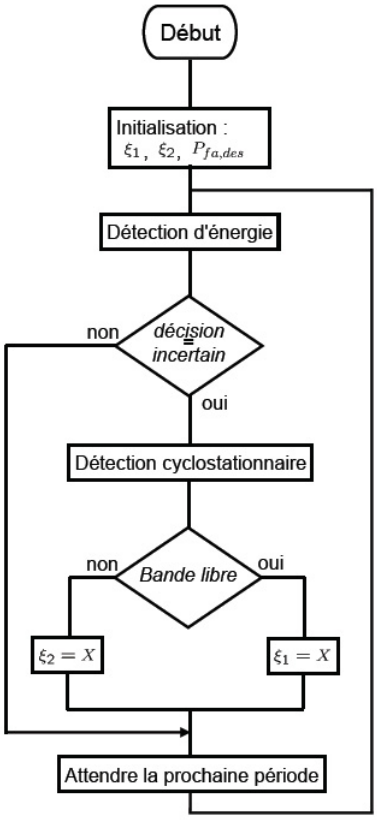


FIG. 4.8 – Algorithme de l'architecture de détection hybride

4.4.4 Limites de fonctionnement de l'architecture proposée

De la description précédente du système de détection proposé, on constate que cette solution permet une détection des bandes libres avec minimum d'informations et en un temps minimum. Cette solution ne présente pas que des avantages, mais elle a aussi quelques

limites.

Lorsqu'une bande de fréquences est testée, le système de détection délivre une décision du type bande libre ou occupée sans donner plus de détails sur le contenu de cette bande notamment dans le cas d'occupation de cette bande. Cependant, une bande peut ne pas être complètement occupée, c'est à dire que des sous-intervalles de cette bande sont libres comme on peut le voir sur l'exemple de la figure 4.9. Par la suite, une des limites de cette solution est que des opportunités de communication existantes peuvent être manquées lorsque la largeur de la bande testée est importante devant la taille de ces opportunités.

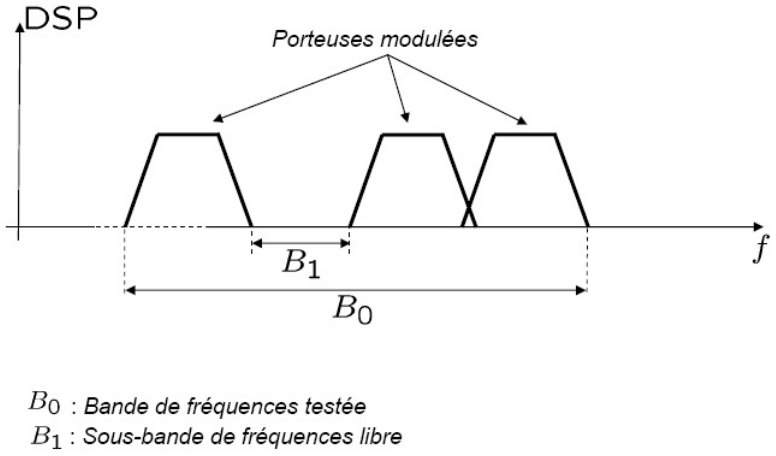


FIG. 4.9 – Exemple d'opportunité de communication manquée dans le cas de test d'un large intervalle de fréquences

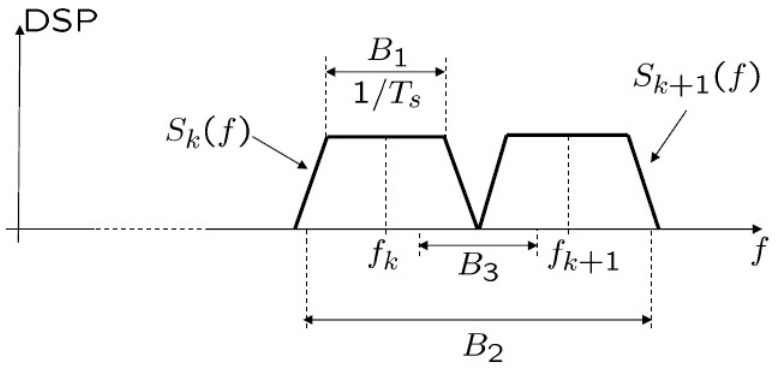


FIG. 4.10 – Exemple de configuration d'une partie du spectre

Dans le chapitre 3, nous avons vu que la présence de la cylostationarité dans un signal s'explique dans le domaine fréquentiel par la présence de corrélation entre les composantes spectrales de ce signal distantes de la fréquence cyclique $\alpha_s = 1/T_s$ avec T_s la période symbole. Par exemple, dans le cas de la figure 4.10, choisir des bandes de fréquences

comme B_1 ou B_2 permet de détecter la cyclostationarité provenant du signal $S_k(f)$ ou des deux signaux. Ceci n'est cependant pas le cas si l'on choisit une bande comme B_3 même si sa largeur est supérieure à α_s. En effet, sur cette bande les composantes fréquentielles distantes de α_s ne sont pas corrélées entre elles car elles proviennent de signaux ($S_k(f)$ et $S_{k+1}(f)$) indépendants. Dans ce cas particulier, la bande B_3 sera détectée libre par l'étage de détection cyclostationnaire alors qu'elle ne l'est pas. Ce cas limite ne se pose pas dans le cas du détecteur d'énergie qui continue à détecter la bande testée, en l'occurrence la bande B_3 dans le cas de la figure 4.10, comme occupée si le niveau d'énergie sur cette bande est significatif devant le niveau du bruit.

Afin de remédier au dernier inconvénient du système proposé, il suffit de considérer un chevauchement des bandes de fréquences adjacentes testées comme expliqué au chapitre 2.

4.5 Approches de détection des bandes libres

Dans cette section, on fournit un aperçu sur les approches de détection des bandes de fréquences libres que l'on peut retrouver dans la littérature. Un objectif commun à toutes ces approches est la détection avec minimum d'informations a priori et dans les brefs délais. Par conséquent, on retrouve l'idée de détection sur plusieurs étapes dans beaucoup de publications.

Dans [5], la détection des bandes de fréquences libres est effectuée sur les 56 canaux de fréquences de la bande TV allant de 54 MHz à 862 MHz. Sur chaque canal, de largeur 6 MHz, deux types de systèmes primaires cohabitent : le système de télé-diffusion ATSC (Advanced Television Systems Committee) et le système microphone sans fils de largeur de bande 200 kHz. Afin d'optimiser la détection des bandes libres, on propose une approche de détection à deux étapes :

- Étape de détection grossière (*coarse detection*) : périodiquement, l'ensemble des canaux de la bande TV est vérifié à l'aide d'une détection peu fiable mais de complexité de calcul réduite (détection d'énergie par exemple). Le but est de déterminer les canaux de fréquences susceptibles d'être libres.
- Étape de détection fine (*fine detection*) : cette étape est effectuée lors d'une communication. À partir des canaux de fréquences supposés libres lors de la première étape, une méthode de détection plus robuste (détection cyclostationnaire par exemple) affinera cette hypothèse jusqu'à déterminer le canal libre.

Dans [93], une méthode applicable à l'étape de détection grossière est proposée. Sur chaque canal de la bande TV, une analyse multi-résolutions basée sur l'application de la transformée par paquets d'ondelettes discrètes [94] est effectuée. Des bancs de filtres IIR poly-phases sont utilisés pour réduire la complexité de la méthode. Chaque canal est découpé en plusieurs sous-canaux de largeur 200 kHz chacun et dont on estime la puissance en réception. Un tri croissant de ces puissances permet de déterminer les sous-canaux probablement occupés.

Dans [95], on s'intéresse à la détection de canaux de fréquences libres sur la bande TV. Connaissant les spécificités de ces signaux, la détection est effectuée en recherchant des pics d'énergie dans le spectre cyclique du signal reçu.

Dans [96], les bandes libres sont déterminées par reconnaissance en aveugle des standards existants. L'approche proposée se déroule en plusieurs étapes. Dans un premier temps, le signal large bande reçu est analysé de manière très grossière afin de déterminer les plages de fréquences contenant une énergie significative. Ensuite, une analyse plus fine permet d'accéder à des informations comme la bande passante du canal, la distinction entre signal mono et multi-porteuse ou le type d'étalement de spectre. Dans cette étape, la bande passante du canal est déterminée selon la méthode proposée dans [97], et le type d'étalement de spectre est fourni par une analyse temps/fréquence. Une fusion de l'ensemble des ces informations est réalisée en troisième étape aboutissant à une décision plus fiable sur le standard présent. Cette fusion peut être simplement réalisée par des règles logiques mais son manque de robustesse amène les auteurs à considérer des solutions plus évoluées, basées sur les réseaux de neurones.

Une approche de détection différente, basée sur la détermination du nombre de signaux présents dans une série temporelle, est proposée dans [98]. Contrairement aux méthodes conventionnelles basées sur la détection d'énergie et la cyclostationarité, cette nouvelle approche ne requiert aucune information a priori. Elle est en effet basée sur la détection d'indépendance du signal reçu sans aucune connaissance de la nature du signal transmis. Afin de détecter cette indépendance, on applique le critère AIC (Akaike's Information Criterion) développé par Akaike [99], [100], pour la sélection du modèle. Les résultats de détection sont obtenus sur plusieurs standards et montrent de bonnes performances de détection en aveugle des bandes libres. Néanmoins, cette méthode de sous-espace assume une parfaite synchronisation du signal reçu.

4.6 Conclusions

La détection des bandes libres se résume à une détection d'un signal dans le bruit. Le signal d'intérêt est un signal composite reçu et filtré sur la bande à tester. Comme ce signal est aléatoire de densité de probabilité inconnue, le rapport de vraisemblance est difficilement estimable. Son développement à l'ordre 2 aboutit au test localement optimal qui ne fait intervenir que les statistiques d'ordre 2 de l'observation. En fonction du modèle statistique choisi de l'observation, deux familles de détecteur sont obtenues.
Pour un modèle stationnaire, le détecteur est le radiomètre ou détecteur d'énergie. C'est un détecteur simple de complexité et de temps de calcul réduits mais présente l'inconvénient d'être sensible à un mauvaise estimation du niveau de bruit N_0. Pour un modèle cyclostationnaire choisi, le détecteur est le détecteur mono ou multi-cycles. C'est un détecteur capable de détecter à faible RSB, insensible à la mauvaise estimation du niveau du bruit, mais présente l'inconvénient d'un temps de calcul plus important.

Pour la radio opportuniste, la volonté de minimiser les interférences créées aux utilisateurs primaires, amène les bandes de fréquences à être vérifiées fréquemment par les utilisateurs secondaires. La détection des bandes libres est donc soumise à une contrainte

temporelle non négligeable, et c'est pourquoi nous avons proposé une architecture de détection adaptative présentant un temps de calcul décroissant dans le temps. Elle se compose de deux étages de détection : un étage de détection d'énergie qui tient compte de l'incertitude sur le niveau du bruit et un étage de détection cyclostationnaire qui fonctionne lorsque le détecteur d'énergie échoue. Grâce à un troisième étage d'adaptation, la détection cyclostationnaire est de moins en moins sollicité à mesure que le détecteur d'énergie devient de plus en plus performant. Ainsi, à l'état permanent, la détection tend à une détection d'énergie amenant l'architecture hybride de détection à la même complexité calcul que le radiomètre.

Concernant la détection cyclostationnaire, des tests de présence de la cyclostationarité sont nécessaires et nous proposons dans le chapitre 5, un test de présence de la cyclostationarité à utiliser lorsque la fréquence cyclique est connue. Dans le chapitre 6, nous proposons un test de présence aveugle de la cyclostationarité permettant de s'affranchir de la connaissance des fréquences cycliques du signal à détecter.

Chapitre 5

Test de présence de la cyclostationarité sur une fréquence

Sommaire

6.1 Introduction 97
6.2 Estimateur de l'indicateur de cyclostationarité 98
6.2.1 Propriétés asymptotiques de l'estimateur 99
6.2.2 Indicateur modifié de la cyclostationarité 101
6.3 Test de présence de la cyclostationarité sur un petit intervalle de fréquences 104
6.3.1 Statistique de test 104
6.3.2 Estimation de la variance de l'estimateur 105
6.3.3 Determination du filtre $h(n)$ 106
6.3.4 Algorithme de test 107
6.3.5 Résultats de simulation 108
6.4 Test de présence de la cyclostationarité sur un large intervalle de fréquences 112
6.4.1 Procédure de recherche horizontale 113
6.4.2 Procédure de recherche verticale 116
6.4.3 Procédure de recherche verticale améliorée 119
6.5 Conclusions 123

5.1 Introduction

Dans le chapitre 4, nous avons proposé une architecture de détection des bandes libres qui intègre à la fois la détection d'énergie et la détection cyclostationnaire. Lorsque le rapport RSB est élevé ou l'incertitude sur le niveau du bruit est faible, l'étage de détection d'énergie est en mesure de détecter seul les bandes libres. Dans le cas contraire, *i.e.* le rapport RSB est faible ou l'incertitude sur le niveau du bruit est importante, le détecteur cyclostationnaire prend la relève car il est insensible aux incertitudes d'estimation du niveau du bruit. Dans ce chapitre, nous proposons un test de présence de la cyclostationarité qui décide, pour une fréquence donnée, si le signal reçu est cyclostationnaire ou non à

cette fréquence. Ce test s'applique lorsque les systèmes primaires sont connus du terminal radio opportuniste et que les harmoniques de leurs fréquences cycliques fondamentales sont présentes. Un test concurrent serait que l'on répète le test de cyclostationarité de Dandawaté et Giannakis plusieurs fois sur chacune des harmoniques mais cela conduit à une complexité de calcul importante.

Lors de l'étude des processus aléatoires au chapitre 3, il est mentionné que la différence entre un processus cyclostationnaire et un processus stationnaire se situe au niveau de la dépendance des statistiques du processus du temps. En effet dans le cas cyclostationnaire, les statistiques du processus sont périodiques en fonction du temps. Alors que dans le cas des processus stationnaires, les statistiques sont indépendantes du temps. C'est précisément cette particularité des processus cyclostationnaires que l'on cherche à exploiter dans le test proposé.

Soient $x(t)$ un processus aléatoire à temps continu et $r_{xx}(t,\tau)$ sa fonction d'autocorrélation. D'une manière générale, on peut mettre cette fonction d'autocorrélation sous la forme suivante :

$$r_{xx}(t,\tau) = \underbrace{r_{xx}(\tau)}_{\text{CC}} + \underbrace{\sum_{\alpha\in\mathcal{A}_\alpha} R_{xx}(\alpha,\tau)e^{i2\pi\alpha t}}_{\text{CP}} \tag{5.1}$$

Le terme de droite est formé de deux composantes (CC et CP) respectivement continue et périodique en fonction du temps. La composante CP est non nulle si et seulement si le processus $x(n)$ est cyclostationnaire. Par contre, la composante CC est non nulle quelque soit $x(t)$ cyclostationnaire ou non. Ainsi, en posant $\bar{r}_{xx}(t,\tau) = r_{xx}(t,\tau) - r_{xx}(\tau)$, le test de présence de la cyclostationarité devient équivalent au test d'hypothèses suivant :

$$\begin{array}{ll} H_0 & \bar{r}_{xx}(t,\tau) = 0 \quad \forall t \\ H_1 & \bar{r}_{xx}(t,\tau) \neq 0 \quad \text{pour quelques valeurs de } t \end{array} \tag{5.2}$$

où l'hypothèse H_0 correspond au cas d'un processus $x(t)$ stationnaire et l'hypothèse H_1 correspond au cas d'un processus $x(t)$ cyclostationnaire.

Afin de résoudre ce test d'hypothèses, nous utiliserons dans ce chapitre l'estimateur de la fonction d'autocorrélation d'un processus cyclostationnaire proposé dans [62]. Cet estimateur est basé sur la technique de calcul de la moyenne synchronisée. Pour T_e la période d'échantillonnage de $x(t)$ et P_0 un nombre entier supérieur à 2, cet estimateur présente la particularité d'avoir des valeurs non nulles si et seulement si $x(t)$ est cyclostationnaire de fréquence cyclique multiple entier de $\frac{T_e}{P_0}$. Par conséquent, le test de cyclostationarité que nous proposons est effectué, non plus sur une seule fréquence comme dans [6], mais sur un ensemble discret de fréquences donné par $\{\frac{kT_e}{P_0},\ k \in \mathbb{N}^*\}$. Cette particularité du test proposé permet, comme on le verra sur des simulations, d'améliorer la détection en cas de présence d'harmoniques de la fréquence cyclique fondamentale. Cependant, lorsque ces harmoniques sont absentes, parce qu'un filtre d'émission est appliqué, le test proposé ne fait pas mieux que le test de cyclostationarité de Dandawaté et Giannakis qui devient plus avantageux. En utilisant la théorie asymptotique des moyennes temporelles des processus mixte (*Asymptotic Theory of Mixed Time Avearged*) développée par Dandawaté et

Giannakis (voir Annexe B), nous déterminerons les propriétés asymptotiques de cet estimateur, à savoir sa convergence et sa distribution suivant H_0 et H_1. Ceci nous permettra par la suite d'établir la statistique de test adéquate pour (5.2) et proposer l'algorithme de détection de la cyclostationarité.

5.2 Estimateur de la fonction d'autocorrélation d'un processus cyclostationnaire

Soit $x(t)$ un processus aléatoire presque cyclostationnaire à temps continu et de fréquence cyclique $\alpha_f = \frac{1}{T_0}$. la fonction d'autocorrélation $r_{xx}(t,\tau)$ de $x(t)$ est alors donnée par :

$$\begin{aligned} r_{xx}(t,\tau) &= E\{x(t)x(t-\tau)\} \\ &= \sum_{k=-1}^{k=1} R_{xx}\left(\frac{k}{T_0},\tau\right) e^{j2\frac{k}{T_0}t} \end{aligned} \tag{5.3}$$

En désignant par $f_\tau(t)$ le processus défini à partir de $x(t)$ par :

$$f_\tau(t) = x(t)x^*(t-\tau) \tag{5.4}$$

l'équation (5.3) devient :

$$E\{f_\tau(t)\} = \sum_{k=-1}^{1} R_{xx}\left(\frac{k}{T_0},\tau\right) e^{j2\pi\frac{k}{T_0}t} \tag{5.5}$$

Le développement en séries de Fourier de l'équation (5.5) devient celui de la moyenne statistique de $f_\tau(t)$. Cette moyenne est périodique de période T_0, par la suite $f_\tau(t)$ est périodique de période T_0 dite dans ce cas *période cachée*. Nous pouvons alors écrire $f_\tau(t)$ sous la forme d'une somme de sinusoïdes complexes, de périodes T_0, et d'une composante aléatoire $\omega_\tau(t)$:

$$f_\tau(t) = \sum_{k=-1}^{1} R_{xx}\left(\frac{k}{T_0},\tau\right) e^{j2\pi\frac{k}{T_0}t} + \omega_\tau(t) \tag{5.6}$$

Connaissant T_0, il est possible d'évaluer à l'aide de la technique de calcul de la moyenne synchronisée [62] (ou *synchronized average*), la composante périodique dans $f_\tau(t)$. Dans l'exemple de la figure 5.1, cette technique consiste à diviser la trajectoire de $f_\tau(t)$ en morceaux de longueur T_0. Ces morceaux sont ensuite arrangés verticalement comme le montre la figure 5.2. La valeur à un instant t quelconque dans l'intervalle $[0,\ T_0]$ de la composante périodique est estimée en calculant la moyenne des valeurs prises par la trajectoire au même instant dans chaque morceau. C'est-à-dire aux instants $t,\ t \pm T_0,\ t \pm 2T_0,\ t \pm 3T_0,\ \ldots,\ t \pm NT_0$. Ceci aboutit au final à la réduction des effets aléatoires indésirables. La composante périodique dans $f_\tau(t)$ est donnée par :

$$\hat{M}_f(t) = \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^{N} f_\tau(t + nT_0) \tag{5.7}$$

Il faut remarquer que lorsque $f_\tau(t)$ est périodique de période cachée $T_k = \frac{T_0}{k}$, alors la moyenne $\hat{M}_f(t)$ sera formée de k périodes de la composante périodique dans $f_\tau(t)$. Ainsi,

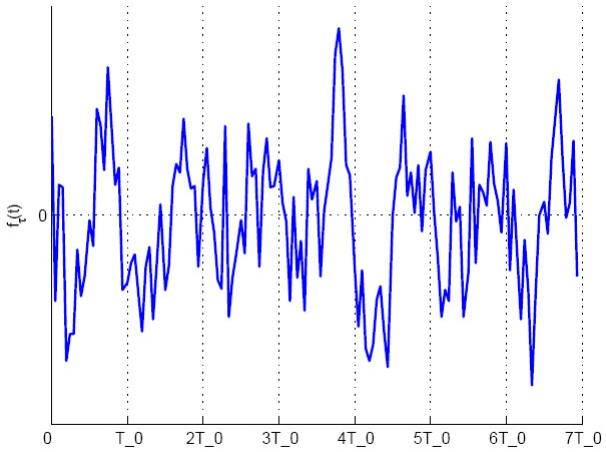


FIG. 5.1 – Variation dans le temps du processus aléatoire $f_\tau(t)$

la technique de calcul de la moyenne synchronisée permet d'extraire, pour une valeur donnée de T_0, toutes les composantes dans le processus $f_\tau(t)$ périodiques de périodes égales aux fractions entières de T_0.

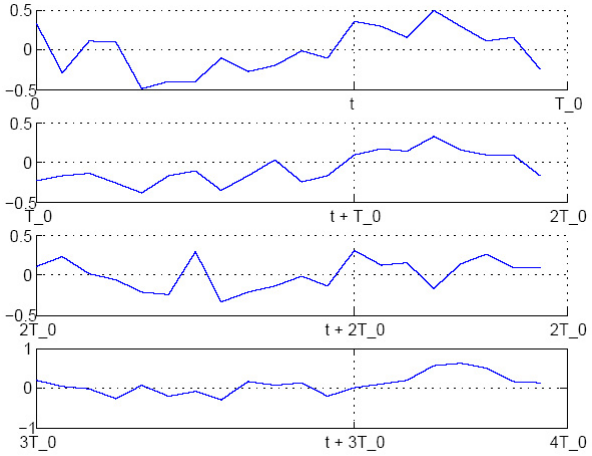


FIG. 5.2 – Illustration de la technique de calcul de la moyenne synchronisée

Selon le même principe, un estimateur de la fonction d'autocorrélation d'un processus cyclostationnaire $x(t)$ de période cyclique T_0 peut être établi. L'expression de cet estimateur [62] est donnée par :

$$\hat{r}_{xx}^{(N)}(t,\tau) = \frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1} x\left(t + kT_0 + \frac{\tau}{2}\right) x^*\left(t + kT_0 - \frac{\tau}{2}\right) \tag{5.8}$$

Considérons l'exemple d'un signal modulé en MDP2 de période symbole T_s et un filtre d'émission du type cosinus surélevé de facteur de retombée $\beta = 0,8$. L'autocorrélation de

ce signal est formée de deux sinusoïdes complexes de fréquences $\alpha_f = \pm\frac{1}{T_s}$ (*cf.* chap. 3). Les résultats d'estimation de cette autocorrélation à l'aide de l'estimateur de l'équation (5.8)), pour $T_0 = 10T_s$ et différentes valeurs de N, sont fournis à la figure 5.3. Ces résultats sont en accord avec le résultat attendu puisque quelque soit la valeur de N, on arrive à distinguer les dix périodes d'une sinusoïdes réelle de période T_s. Cette distinction est de plus en plus aisée à mesure que N augmente.

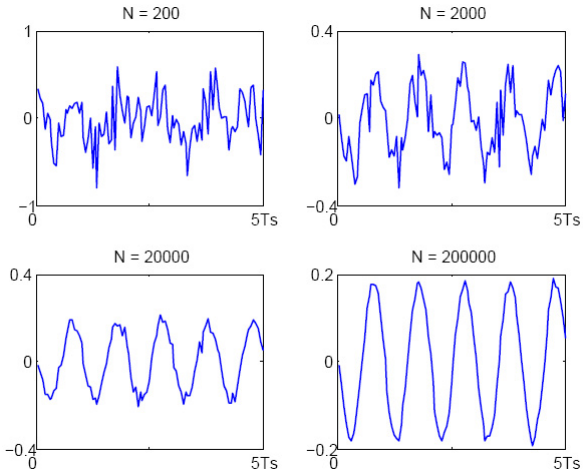


FIG. 5.3 – Estimation pour différentes valeurs de N de la fonction d'autocorrélation variant dans le temps d'un signal MDP2 avec un filtre de mise en forme du type cosinus-surélevé

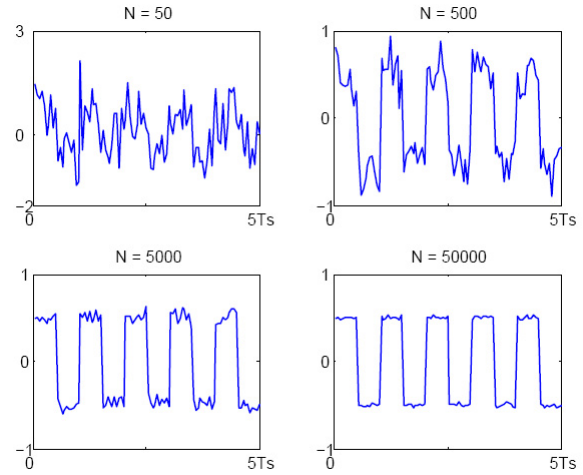


FIG. 5.4 – Estimation pour différentes valeurs de N de la fonction d'autocorrélation variant dans le temps d'un signal MDP2 avec un filtre de mise en forme rectangulaire

Lorsqu'une forme d'onde rectangulaire des symboles de données est employée, le développement en série de Fourier de l'autocorrélation contient la fréquence α_f et ces

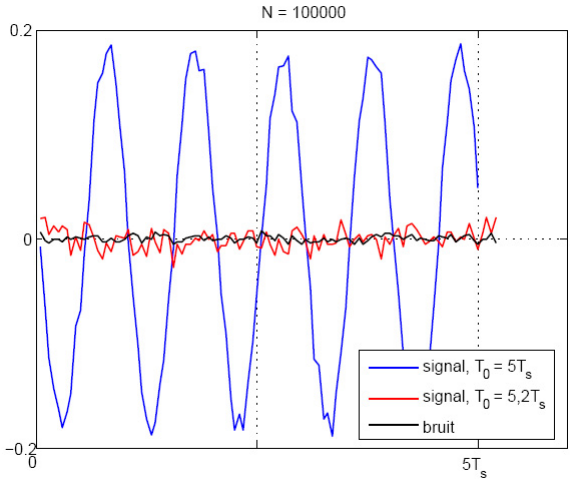


FIG. 5.5 – Estimation des fonctions d'autocorrélation variant dans le temps d'un signal MDP2 ($T_0 = 5T_s$ et $T_0 = 5,2T_s$) et d'un signal bruit

harmoniques. La figure 5.4 présente les résultats d'estimation de cette autocorrélation pour différentes valeurs de N et pour $T_0 = 10T_s$. Ces résultats montrent comme prévu, une autocorrélation sous forme d'un signal carré de période T_s riche en harmoniques.
Considérons maintenant le cas d'un calcul non synchronisé de la moyenne, *i.e.* T_0 est un multiple non entier de la période T_s. La figure 5.5 montre les résultats d'estimation de l'autocorrélation du signal MDP2 avec filtrage d'émission dans le cas de $T_0 = 5T_s$ et $T_0 = 5,2T_s$. Sur la même figure, on porte le résultat de l'estimateur dans le cas d'un signal stationnaire (un bruit blanc gaussien de moyenne nulle). Que ce soit dans le cas de calcul non synchronisé ou dans le cas d'un signal stationnaire, on constate que les valeurs de l'estimateur sont presque nulles. C'est exactement cette propriété discriminatoire de l'estimateur que l'on cherche à exploiter pour tester si un signal est cyclostationnaire ou non pour une période cyclique T_0 donnée.

Dans le cas d'un processus à temps discret $x(n) = x(nT_e)$, l'expression de l'estimateur devient :

$$\hat{r}_{xx}^{(N)}(n,\tau) = \frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1} x(n+kP_0)x^*(n+kP_0-\tau) \tag{5.9}$$

Les propriétés de cet estimateur seront étudiées dans les paragraphes suivants.

5.3 Propriétés asymptotiques de l'estimateur

Soit $x(n)$ un processus aléatoire vérifiant les deux conditions de la théorie asymptotique des moyennes temporelles des processus mixtes présentée en Annexe B.

5.3.1 Convergence

À partir de l'équation (B.16) nous pouvons écrire :

$$\lim_{N\to\infty} \hat{r}_{xx}^{(N)}(n,\tau) \overset{m.q.}{=} \lim_{N\to\infty} \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} r_{xx}(n+kP_0,\tau) \tag{5.10}$$

avec ($\overset{m.q.}{=}$) désignant la convergence en moyenne quadratique.
Lorsque $x(n)$ est cyclostationnaire de période cyclique égale à P_0 ou une de ses fractions entières, on a $r_{xx}(n+kP_0,\tau) = r_{xx}(n,\tau)$ quelque soit k. Par la suite, l'équation (5.10) devient :

$$\lim_{N\to\infty} \hat{r}_{xx}^{(N)}(n,\tau) \overset{m.q.}{=} r_{xx}(n,\tau) \tag{5.11}$$

D'où l'estimateur $\hat{r}_{xx}^{(N)}(n,\tau)$ de l'équation (5.9) est convergent.
Toutefois, comme notre objectif est de faire de la détection, il est alors important de voir quel résultat produit cet estimateur dans le cas de non synchronisation (*i.e.* la période cyclique du signal est une fraction non entière de la période de calcul P_0 de l'estimateur). La réponse à cette question a déjà été donnée lorsque nous avons considéré cette situation en simulation. Mais, il est intéressant de donner l'explication théorique. En effet, dans ce cas, le second terme de l'équation (5.10) peut être vu comme l'estimation de la moyenne d'une fonction périodique et déterministe. Quand cette moyenne est nulle (*cf.* figure (5.5)), l'estimateur converge asymptotiquement vers 0 quelque soient n et τ. Par la suite, pour N grand, la présence de l'interférence du type cyclostationnaire dont les fréquences cycliques sont différentes de celle du signal d'intérêt n'affecte pas la qualité de l'estimation. Dans le cas de la détection, il est alors possible de discerner la présence d'un signal d'intérêt cyclostationnaire (de période cyclique égale à $\frac{P_0}{k}$, $k \in \mathbb{N}^*$) dans un bruit de tout type (stationnaire, cyclostationnaire).

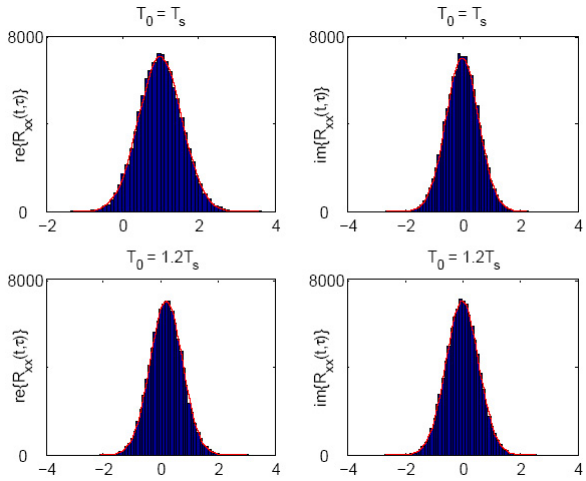


FIG. 5.6 – Distributions simulées, pour différentes valeurs de N, des parties réelle et imaginaire de l'estimateur $\hat{r}_{xx}^{(N)}(n,\tau)$

5.3.2 Comportement asymptotique normal

Pour une valeur de τ donnée, la théorie asymptotique des moyennes temporelles des processus mixtes permet d'établir qu'asymptotiquement, les valeurs de l'estimateur $\hat{r}_{xx}^{(N)}(n,\tau)$ sont des v.a. conjointement gaussiennes dont les variances sont données par (B.8) et (B.9).

Soit $x(n)$ un signal à modulation MDP4 de période symbole N_s et une mise en forme rectangulaire des symboles de données. Ce signal est noyé dans un bruit blanc gaussien avec un rapport RSB égale à $-5\ dB$. Pour $P_0 = N_s$ et $P_0 = 1,2N_s$, la figure 5.6 montre les distributions obtenues par simulation des parties réelles et imaginaires de $\hat{r}_{xx}^{(N)}(n_0,\tau)$ à un instant n_0 donné. On observe sur cette figure, qu'indépendamment de la valeur de P_0, les distributions obtenues approchent la distribution gaussienne théorique fournie en référence (courbe en rouge). Pour $P_0 = N_s$, la partie réelle de $\hat{r}_{xx}^{(N)}(n_0,\tau)$ est centrée sur une moyenne non nulle, alors que dans le cas de non synchronisation, la partie réelle et la partie imaginaire de $\hat{r}_{xx}^{(N)}(n_0,\tau)$ sont centrées autour de 0.

5.3.3 Calcul des covariances

Bien que ces covariances soient fournies par [6] (*cf.* annexe B), nous allons déterminer d'autres expressions plus simple moyennant quelques hypothèses légitimes sur le processus $x(n)$.

Hypothèse 1 : Soit que $x(t)$ est stationnaire ou soit que $x(n)$ est cyclostationnaire de période cyclique égale à P_0.

Hypothèse 2 : Le processus $x(n)$ est a-dependant avec $a \ll P_0$.

Hypothèse 3 : Pour une valeur de τ donnée, les valeurs de l'estimateur $\hat{r}_{xx}^{(N)}(n,\tau)$ sont des v.a. indépendantes entre elles.

L'hypothèse 2 découle de la condition de mélange (voir Annexe B) qui stipule que des échantillons de $x(n)$ bien séparés dans le temps sont approximativement indépendants. Mais dans le cas des modulations numériques linéaires avec filtrage à l'émission (*i.e.* filtre en cosinus surélevé), cette hypothèse devient peu réaliste. Toutefois, on peut toujours s'arranger pour qu'elle soit satisfaite en choisissant une période P_0 plus grande à condition bien sûr que cette période reste multiple entier de la période cyclique dans le signal. Il faut noter que pour le même nombre d'échantillons du signal reçu, le choix de P_0 plus grand a un coût en terme de réduction des performances car le nombre N de moyennes dans le calcul de $\hat{r}_{xx}^{(N)}(n,\tau)$ (*cf.* équation 5.9) devient plus petit. Mais comme nous l'avons évoqué dans l'introduction, le test proposé présente peu d'intérêt par rapport aux tests existants dans le cas d'utilisation du filtrage à l'émission. Par la suite, on se met dans le cas où ce filtrage est absent, ce qui permet aussi de simplifier les calculs.
L'hypothèse 3 est asymptotiquement vraie car d'après l'équation (B.6), on a :

$$\lim_{N\to\infty} cum\{\hat{r}_{xx}^{(N)}(n_0,\tau),\cdots,\hat{r}_{xx}^{(N)}(n_m,\tau)\} = 0, \quad \forall m \in \mathbb{Z}^* \tag{5.12}$$

Cette dernière expression reste vraie même dans le cas de termes $\hat{r}_{xx}^{(N)}(n,\tau)$ conjugués.

Ainsi, en utilisant la multilinéarité des cumulants [101], on peut écrire :

$$cov\{\hat{r}_{xx}^{(N)}(n,\tau),\ \hat{r}_{xx}^{*(N)}(n,\tau)\} = \frac{1}{N^2}\sum_{k=0}^{N-1}\sum_{l=0}^{N-1} cov\{x(n+kP_0)x^*(n+kP_0-\tau),\ x^*(n+lP_0)x(n+lP_0-\tau)\} \quad (5.13)$$

or,

$$\begin{aligned} cov\{x(n+kP_0)x^*(n+kP_0-\tau),\ x^*(n+lP_0)x(n+lP_0-\tau)\} = \\ cum\{x(n+kP_0),\ x^*(n+kP_0-\tau),\ x^*(n+lP_0),\ x(n+lP_0-\tau)\} + \\ cov\{x(n+kP_0),\ x^*(n+lP_0)\}cov\{x^*(n+kP_0-\tau),\ x(n+lP_0-\tau)\} + \\ cov\{x(n+kP_0),\ x(n+lP_0-\tau)\}cov\{x^*(n+kP_0-\tau),\ x^*(n+lP_0)\} \end{aligned} \quad (5.14)$$

À partir des propriétés des cumulants et de l'hypothèse 2, on voit que le second terme de l'équation (5.14) est nul sauf si $l = k$. En prenant en compte la périodicité des propriétés statistiques (hypothèse 1), on détermine (*cf.* annexe C) une forme simplifiée de l'équation (5.14) :

$$\begin{aligned} cov\{x(n+kP_0)x^*(n+kP_0-\tau),\ x^*(n+kP_0)x(n+kP_0-\tau)\} = \\ cov\{x(n)x^*(n-\tau),\ x^*(n)x(n-\tau)\} \end{aligned} \quad (5.15)$$

Comme cette équation est indépendante de l et de k, on obtient :

$$cov\{\hat{r}_{xx}^{(N)}(n,\tau),\ \hat{r}_{xx}^{*(N)}(n,\tau)\} = \frac{1}{N} cov\{f_\tau(n),\ f_\tau^*(n)\} \quad (5.16)$$

et de la même manière, on montre que :

$$cov\{\hat{r}_{xx}^{(N)}(n,\tau),\ \hat{r}_{xx}(n,\tau)\} = \frac{1}{N} cov\{f_\tau(n),\ f_\tau(n)\} \quad (5.17)$$

où le processus f_τ est défini par $f_\tau(n) = x(n)x^*(n-\tau)$.

Par conséquent, les covariances conjuguée et non conjuguée de l'estimateur $\hat{r}_{xx}^{(N)}(n,\tau)$ sont proportionnelles aux covariances du processus $f_\tau(n)$. Comme $f_\tau(n)$ est un processus cyclostationnaire, alors ses covariances sont estimées à l'aide de l'estimateur convergent de l'équation (5.9). Dans ce cas, on écrit que :

$$cov\left\{\hat{r}_{xx}^{(N)}(n,\tau),\ \hat{r}_{xx}^{*(N)}(n,\tau)\right\} = \frac{1}{N}\hat{r}_{f_\tau f_\tau}^{(N)}(n,0) \quad (5.18)$$

et

$$cov\left\{\hat{r}_{xx}^{(N)}(n,\tau),\ \hat{r}_{xx}^{(N)}(n,\tau)\right\} = \frac{1}{N}\hat{r}_{f_\tau f_\tau^*}^{(N)}(n,0) \quad (5.19)$$

Nous vérifions par simulation que la covariance conjuguée $cov\{\hat{r}_{xx}^{(N)}(n,\tau),\ \hat{r}_{xx}^{(N)}(n,\tau)\}$ est très inférieure à la covariance non conjuguée $cov\{\hat{r}_{xx}^{(N)}(n,\tau),\ \hat{r}_{xx}^{*(N)}(n,\tau)\}$. Par exemple, pour $x(n)$ un signal à modulation MDP4 (ou MAQ16) de période symbole $N_s = T_s/T_e =$

20, une mise en forme rectangulaire des symboles de données et noyé dans un bruit blanc gaussien, les figures 5.7, 5.8 montrent, pour $n = 5$ et différentes valeurs du rapport RSB, la variation de :

$$\theta(\tau) = \frac{|cov\{\hat{r}_{xx}^{(N)}(n,\tau),\ \hat{r}_{xx}^{*(N)}(n,\tau)\}|}{|cov\{\hat{r}_{xx}^{(N)}(n,\tau),\ \hat{r}_{xx}^{(N)}(n,\tau)\}|} \tag{5.20}$$

en fonction de τ. En réalité $\theta(\tau)$ représente la moyenne des valeurs prises par ce paramètre en répétant l'expérience 1000 fois. On constate alors que le rapport $\theta(\tau)$ des covariances présente des valeurs élevées (supérieur à 100) sauf pour $\tau = 0$ où les covariances conjuguée et non conjuguée coincident. Cette constation s'applique aussi en faible RSB (-5dB) ; c'est typiquement le cas qui nous intéresse. Par la suite, nous faisons l'hypothèse que $cov\{\hat{r}_{xx}^{(N)}(n,\tau),\ \hat{r}_{xx}^{(N)}(n,\tau)\}$ est négligeable devant $cov\{\hat{r}_{xx}^{(N)}(n,\tau),\ \hat{r}_{xx}^{*(N)}(n,\tau)\}$, ce qui revient en quelque sorte à supposer que la variable aléatoire $\hat{r}_{xx}^{(N)}(n,\tau)$ est circulaire. On verra que cette hypothèse simplifiera considérablement la procédure de détection sans toutefois dégrader les performances de détection. La comparaison des performances théoriques aux performances simulées de l'algorithme de détection permet de le vérifier.

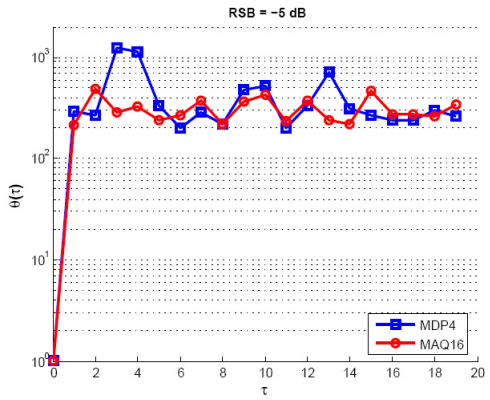


FIG. 5.7 – Courbes de variation de $\theta(\tau)$ en fonction de τ, RSB = -5 dB et $N_s = 50$

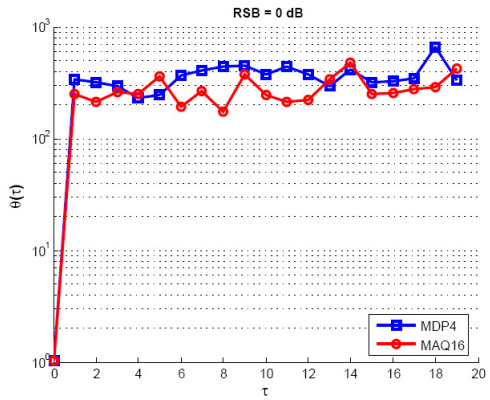


FIG. 5.8 – Courbes de variation de $\theta(\tau)$ en fonction de τ, RSB = 0 dB et $N_s = 30$

5.3.4 Distributions des parties réelle et imaginaire de l'estimateur

Soient $\hat{a}_{xx}^{(N)}(n,\tau)$ et $\hat{b}_{xx}^{(N)}(n,\tau)$ respectivement les parties réelle et imaginaire de $\hat{r}_{xx}^{(N)}(n,\tau)$ lorsque $\tau \neq 0$. Pour des valeurs de τ et n fixées, nous faisons l'hypothèse que les v.a. $\hat{a}_{xx}^{(N)}(n,\tau)$ et $\hat{b}_{xx}^{(N)}(n,\tau)$ sont statistiquement indépendantes. En effet, comme :

$$\hat{a}_{xx}^{(N)}(n,\tau) = \frac{1}{2}\left(\hat{r}_{xx}^{(N)}(n,\tau) + \hat{r}_{xx}^{*(N)}(n,\tau)\right) \tag{5.21}$$

et

$$\hat{b}_{xx}^{(N)}(n,\tau) = -i\frac{1}{2}\left(\hat{r}_{xx}^{(N)}(n,\tau) - \hat{r}_{xx}^{*(N)}(n,\tau)\right) \tag{5.22}$$

alors la covariance entre $\hat{a}_{xx}^{(N)}(n,\tau)$ et $\hat{b}_{xx}^{(N)}(n,\tau)$ est fonction des covariances conjuguées et non conjuguées de $\hat{r}_{xx}^{(N)}(n,\tau)$. En utilisant le fait que les covariances de $\hat{r}_{xx}^{(N)}(n,\tau)$ s'évanouissent asymptotiquement on obtient alors :

$$\lim_{N\to\infty} cov\left\{\hat{a}_{xx}^{(N)}(n,\tau),\ \hat{b}_{xx}^{(N)}(n,\tau)\right\} = 0 \tag{5.23}$$

Cette indépendance entre les parties réelle et imaginaire de $\hat{r}_{xx}^{(N)}(n,\tau)$ nous permet d'écrire :

$$\begin{aligned} cov\left\{\hat{r}_{xx}^{(N)}(n,\tau),\ \hat{r}_{xx}^{(N)}(n,\tau)\right\} &= cov\left\{\hat{a}_{xx}^{(N)}(n,\tau)\right\} + cov\left\{\hat{b}_{xx}^{(N)}(n,\tau)\right\} = \sigma^{(N)2}(n,\tau) \\ cov\left\{\hat{r}_{xx}^{(N)}(n,\tau),\ \hat{r}_{xx}^{(N)*}(n,\tau)\right\} &= cov\left\{\hat{a}_{xx}^{(N)}(n,\tau)\right\} - cov\left\{\hat{b}_{xx}^{(N)}(n,\tau)\right\} = 0 \end{aligned} \tag{5.24}$$

D'où la conclusion que $\hat{a}_{xx}^{(N)}(n,\tau)$ et $\hat{b}_{xx}^{(N)}(n,\tau)$ ont la même distribution :

$$\hat{a}_{xx}^{(N)}(n,\tau) \sim \mathcal{N}\left(a_{xx}(n,\tau),\ \frac{\sigma^{(N)2}(n,\tau)}{2}\right) \tag{5.25}$$

$$\hat{b}_{xx}^{(N)}(n,\tau) \sim \mathcal{N}\left(b_{xx}(n,\tau),\ \frac{\sigma^{(N)2}(n,\tau)}{2}\right) \tag{5.26}$$

avec $a_{xx}(n,\tau)$ et $b_{xx}(n,\tau)$ les valeurs asymptotiques de $\hat{a}_{xx}^{(N)}(n,\tau)$ et $\hat{b}_{xx}^{(N)}(n,\tau)$, *i.e.*

$$\begin{aligned} a_{xx}(n,\tau) &= \lim_{N\to\infty} \hat{a}_{xx}^{(N)}(n,\tau) \\ b_{xx}(n,\tau) &= \lim_{N\to\infty} \hat{b}_{xx}^{(N)}(n,\tau) \end{aligned} \tag{5.27}$$

Pour N grand, la figure 5.9 donne les distributions de $\hat{a}_{xx}^{(N)}(n,\tau)$ et $\hat{b}_{xx}^{(N)}(n,\tau)$ obtenues par simulation dans le cas d'un signal $x(t)$ en bande de base modulé en MDP4 avec une forme d'onde rectangulaire. Comme on peut le constater, ces distributions ramenées autour de 0 sont presque confondues.

5.4 Procédure de test de présence de la cyclostationarité

Maintenant que les propriétés de l'estimateur sont établies, nous pouvons nous intéresser à la procédure de test.

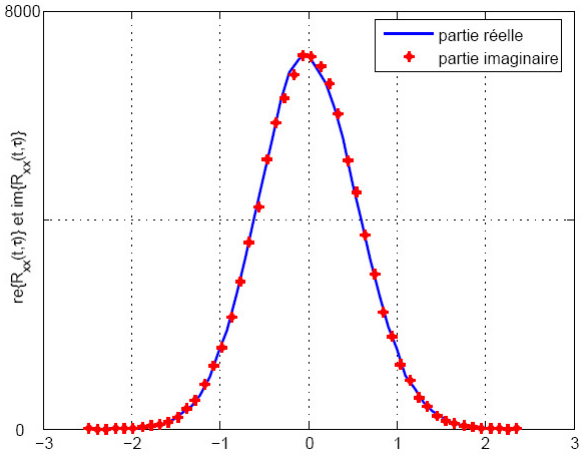


FIG. 5.9 – Comparaison des distributions simulées des parties réelle et imaginaire de la covariance non conjuguée de l'estimateur $\hat{r}_{xx}^{(N)}(n,\tau)$

Pour une valeur de τ donnée et pour $N \to \infty$, la réécriture de l'équation (5.1) dans le cas de l'estimateur $\hat{r}_{xx}^{(N)}(n,\tau)$ donne :

$$\lim_{N\to\infty} \hat{r}_{xx}^{(N)}(n,\tau) = \underbrace{r(\tau)}_{\text{CC}} + \underbrace{\sum_{k\neq 0} R(\frac{k}{P_0},\tau)e^{i2\pi\frac{k}{P_0}n}}_{\text{CP}} \tag{5.28}$$

Pour une valeur de P_0 donnée, la composante CP est non nulle si et seulement si le signal $x(n)$ est cyclostationnaire de fréquence cyclique fondamentale un multiple entier de $\frac{1}{P_0 T_e}$. Alors que la composante CC est non nulle quelque soit le signal $x(t)$ stationnaire ou cyclostationnaire. Dans la suite, on suppose que cette composante est nulle. En pratique, il suffit d'enlever la composante continue au produit $x(n)x^*(n-\tau)$ avant d'estimer l'autocorrélation. Par conséquent, on peut écrire :

$$\begin{array}{ll} H_0 & \lim_{N\to\infty} \hat{r}_{xx}^{(N)}(n,\tau) = 0 \\ H_1 & \lim_{N\to\infty} \hat{r}_{xx}^{(N)}(n,\tau) = r_{xx}^{(N)}(n,\tau) \end{array} \tag{5.29}$$

où H_0 est l'hypothèse nulle correspondant au cas d'un signal stationnaire et H_1 est l'hypothèse alternative correspondant à la présence d'un signal de fréquence cyclique un multiple entier de $\frac{1}{P_0 T_e}$.
Pour des valeurs de N faibles, l'estimation de $\hat{r}_{xx}^{(N)}(n,\tau)$ n'est pas identiquement nulle même suivant l'hypothèse H_0. Dans ce cas, il est plus convenable d'écrire le test d'hypothèses (5.29) sous la forme :

$$\begin{array}{ll} H_0 & \hat{r}_{xx}^{(N)}(n,\tau) = \varepsilon^{(N)}(n,\tau) \\ H_1 & \hat{r}_{xx}^{(N)}(n,\tau) = r_{xx}(n,\tau) + \varepsilon^{(N)}(n,\tau) \end{array} \tag{5.30}$$

où $\varepsilon^{(N)}(n,\tau)$ est l'erreur d'estimation telle que $\lim_{N\to\infty} \varepsilon^{(N)}(n,\tau) = 0$.

Comme $r_{xx}(n,\tau)$ est une quantité déterministe alors $\varepsilon^{(N)}(n,\tau)$ est une variable aléatoire à valeurs complexes, de moyenne nulle et de même variance que $\hat{r}_{xx}^{(N)}(n,\tau)$, soit :

$$\mathfrak{Re}\{\hat{\varepsilon}_{xx}^{(N)}(n,\tau)\} \sim \mathcal{N}\left(0,\ \frac{\sigma^{(N)2}(n,\tau)}{2}\right) \tag{5.31}$$

$$\mathfrak{Im}\{\hat{\varepsilon}_{xx}^{(N)}(n,\tau)\} \sim \mathcal{N}\left(0,\ \frac{\sigma^{(N)2}(n,\tau)}{2}\right) \tag{5.32}$$

5.4.1 La statistique de test

Selon que l'on néglige la covariance conjuguée de l'estimateur (cas de $\tau \neq 0$) ou non (cas de $\tau = 0$), deux expressions différentes de la statistique de test sont à considérer.

Pour une valeur de τ donnée non nulle, la résolution du test d'hypothèse (5.30) au sens du maximum de vraisemblance (*cf.* section 4.2) lorsque les observations sont indépendantes (non corrélées) passe par l'utilisation de la statistique de test suivante :

$$Z(\tau) = 2L\sum_{l=0}^{L-1}\frac{|\hat{r}_{xx}^{(N)}(l,\tau)|^2}{\sigma^{(N)2}(l,\tau)} = L\sum_{l=0}^{L-1}\frac{(\hat{a}_{xx}^{(N)}(l,\tau))^2}{\sigma^{(N)2}(l,\tau)/2} + L\sum_{l=0}^{L-1}\frac{(\hat{b}_{xx}^{(N)}(l,\tau))^2}{\sigma^{(N)2}(l,\tau)/2} \tag{5.33}$$

La comparaison de cette statistique à un seuil permet donc de déterminer l'hypothèse la vraisemblable :

$$Z(\tau) \underset{H_1}{\overset{H_0}{\lessgtr}} \xi \tag{5.34}$$

$Z(\tau)$ est la somme de $2L$ v.a. gausssiennes de variances unité, indépendantes entre elles et élevées au carrée. Suivant H_0, ces v.a. sont centrées, par conséquent $Z(\tau)$ suit une loi du chi-deux à $2L$ degrés de liberté :

$$Z(\tau)|H_0 \sim \chi^2_{2L} \tag{5.35}$$

Alors que suivant H_1, les v.a. $\hat{a}_{xx}^{(N)}(l,\tau)$ et $\hat{b}_{xx}^{(N)}(l,\tau)$ sont centrées autour de $a_{xx}(l,\tau)$ et $b_{xx}(l,\tau)$ respectivement. Par la suite, $Z(\tau)$ suit une loi du chi-deux non centrée à $2L$ degrés de liberté :

$$Z(\tau)|H_1 \sim \chi^2_{2L}(\gamma) \tag{5.36}$$

où γ est le coefficient de décentrage de la loi, il est donné par :

$$\gamma(\tau) = 2L\sum_{l=0}^{L-1}\frac{|r_{xx}(l,\tau)|^2}{\sigma^{(N)2}(n,\tau)} = L\sum_{l=0}^{L-1}\frac{(a_{xx}(l,\tau))^2 + (b_{xx}(l,\tau))^2}{\sigma^{(N)2}(n,\tau)/2} \tag{5.37}$$

Lorsque $2L$ est suffisamment grand, les lois de distribution de $Z(\tau)$ peuvent être approchées [57] suivant les deux hypothèses par une loi normale de paramètres :

$$\begin{array}{lll} H_0 & \mu_0 = 2L, & \sigma_0 = 4L \\ H_1 & \mu_1 = 2L+\gamma, & \sigma_1 = 4(L+\gamma) \end{array} \tag{5.38}$$

Lorsque $\tau = 0$, l'estimateur $\hat{r}_{xx}^{(N)}(n,\tau)$ devient une v.a. à valeurs réelles de variances $\sigma^{(N)2}(n,\tau=0)$. Une expression différente de la statistique de test est à considérer :

$$Z(\tau=0) = L\sum_{l=0}^{L-1}\frac{(\hat{r}_{xx}^{(N)}(l,\tau=0))^2}{\sigma^{(N)2}(l,\tau=0)} \tag{5.39}$$

Les distributions de cette statistique suivant H_0 et H_1 deviennent :

$$\begin{aligned} Z(\tau=0)|H_0 &\sim \chi_L^2 \\ Z(\tau=0)|H_1 &\sim \chi_L^2(\gamma) \end{aligned} \tag{5.40}$$

où γ est le coefficient de décentrage de la loi donné par :

$$\gamma(\tau=0) = L\sum_{l=0}^{L-1}\frac{(r_{xx}(l,\tau=0))^2}{\sigma^{(N)2}(n,\tau=0)} \tag{5.41}$$

À partir de la connaissance des lois de la statistique suivant H_0 et H_1, les performances théoriques du détecteur en terme de probabilités de fausse alarme (P_{fa}) et de détection (P_d) peuvent être déterminées pour un seuil ξ donné.

5.4.2 Performances théoriques

La probabilité de fausse alarme est la probabilité de décider qu'un signal cyclostationnaire de fréquence cyclique fondamentale multiple entier de $\frac{1}{P_0 T_e}$ est présent alors que ce n'est pas le cas :

$$P_{fa} = \mathrm{P}(Z(\tau) > \xi | H_0) \tag{5.42}$$

Soit $p_n(u)$ la densité de la loi chi-deux à n degrés de liberté. L'équation (5.42) devient :

$$P_{fa} = \int_{\xi}^{\infty} p_{2L}(u)du = 1 - \Gamma\left(L, \frac{\xi}{2}\right) \tag{5.43}$$

où $\Gamma(a,u)$ est la fonction gamma incomplète dont l'expression peut être trouvée à la référence [57].

La probabilité de détection est la probabilité de décider qu'un signal cyclostationnaire de fréquence cyclique fondamentale multiple entier de $\frac{Fe}{P_0}$ est présent quand c'est le cas :

$$P_d = \mathrm{P}(Z(\tau) > \xi | H_1) \tag{5.44}$$

Soit $g_{n,\theta}(u)$ la densité de la loi chi-deux décentrée à n degrés de liberté et de coefficient de décentrage θ dont l'expression peut être trouvée dans la référence [57]. On exprime la probabilité de détection P_d sous la forme suivante :

$$P_d = \int_{\xi}^{\infty} g_{2L,\gamma}(u)du \tag{5.45}$$

Lorsque L est grand (≥ 10), ces probabilités peuvent être approximées par :

$$P_{fa} = Q\left(\frac{\xi-\mu_0}{\sigma_0}\right) \quad \text{et} \quad P_d = Q\left(\frac{\xi-\mu_1}{\sigma_1}\right) \tag{5.46}$$

avec

$$Q(a) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_a^{\infty} e^{-\frac{y^2}{2}}dy \tag{5.47}$$

5.4.3 Algorithme de détection

Soit $x(n)$ le processus aléatoire échantillonné. Pour des valeurs données de τ, L, P_0 et de la probabilité de fausse alarme désirée $P_{fa,des}$, les étapes de l'algorithme de test de présence de la cyclostationarité sont les suivantes :

1. Soustraire au produit $x(t)x^*(t-\tau)$ sa composante continue.
2. Estimer à l'aide de l'équation (5.9) les L valeurs $\left[\hat{r}_{xx}^{(N)}(1,\tau),\cdots,\hat{r}_{xx}^{(N)}(L,\tau)\right]$ de $r_{xx}(n,\tau)$.
3. Calculer à l'aide de l'équation (5.18) les L variances $\left[\hat{\sigma}^{(N)2}(1,\tau),\cdots,\hat{\sigma}^{(N)2}(L,\tau)\right]$ de chacune des L estimations de $r_{xx}(n,\tau)$.
4. Calculer selon l'équation (5.33) ou (5.39) la statistique de test $Z(\tau)$.
5. Déterminer, à partir de l'équation (5.42), le seuil de détection ξ tel que $P_{fa} = P_{fa,des}$
6. Déclarer que $x(n)$ est cyclostationnaire de fréquence cyclique fondamentale dans l'ensemble $\{\frac{k}{P_0 T_e} \;/\; k \in \mathbb{N}^* \text{ et } \frac{k}{P_0 T_e} < \frac{1}{2T_e}\}$ si $Z(\tau) \geq \xi$. Dans le cas contraire, déclarer que $x(n)$ est non cyclostationnaire sur aucune des fréquences de cet ensemble.

5.5 Résultats de simulation

Dans cette section, quelques résultats de simulation de l'algorithme proposé sont fournis sous forme de courbes COR ($P_d = f(P_{fa})$). Les résultats sont donnés pour un signal d'intérêt du type MDP4 avec une forme d'onde rectangulaire des symboles de données et échantillonné à la période T_e. Ce signal, de période symbole $T_s = 20$, est immergé dans un bruit blanc gaussien. L'autocorrélation est estimée pour $P_0 = \frac{T_s}{T_e} = 20$, $\tau = 10$ et N variable. À chaque fois, on répète l'expérience 1000 fois dans les mêmes conditions pour estimer les probabilités P_{fa} et P_d.

Pour $L = 10$, les figures 5.10 et 5.11 montrent les performances du détecteur respectivement pour des RSB de -5 dB et -10 dB. Quelque soit la valeur du RSB, on observe que les performances s'améliorent à mesure que N grandit. En effet, les approximations gaussiennes utilisées pour l'estimateur $\hat{r}_{xx}^{(N)}(1,\tau)$ deviennent de plus en plus vraies que le nombre d'échantillons N est grand. Par la suite, pour atteindre des performances de détection satisfaisantes ($P_d \geq 0.9$ et $P_{fa} \leq 0.1$) à faible RSB, N doit être choisi grand.

Pour un RSB $= -5\,dB$ et $N = 80$, la figure 5.12 montre les performances obtenues pour différentes valeurs de L. On constate que pour les mêmes conditions de simulation (RSB fixe) et même nombre de symboles (N fixe), les performance du détecteur s'améliorent en augmentant le nombre L d'estimées de l'autocorrélation utilisées dans le calcul de la statistique de test. Cette propriété du détecteur donne un degré de liberté de plus pour atteindre les performances de détection souhaitées à faible RSB.

Lorsque le signal d'intérêt est absent mais que de l'interférence cyclostationnaire existe (présence d'un signal de fréquences cycliques différentes de celles du signal d'intérêt), la figure 5.13 montre que la détection n'a pas lieu, *i.e.* $P_d \simeq P_{fa}$, quelque soient le RSB et le nombre N. Ainsi le détecteur est capable de fonctionner avec n'importe quel type de

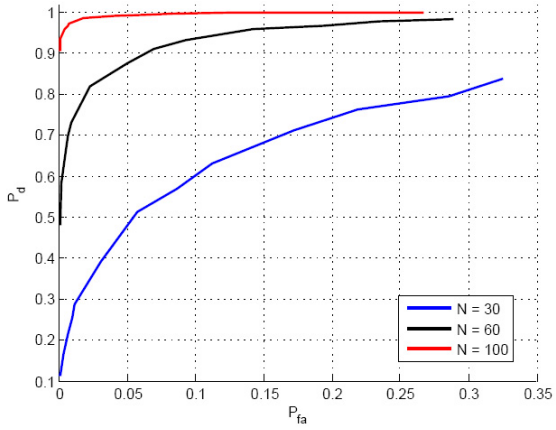


FIG. 5.10 – Courbes COR simulées, RSB =-5 dB et $L = 20$

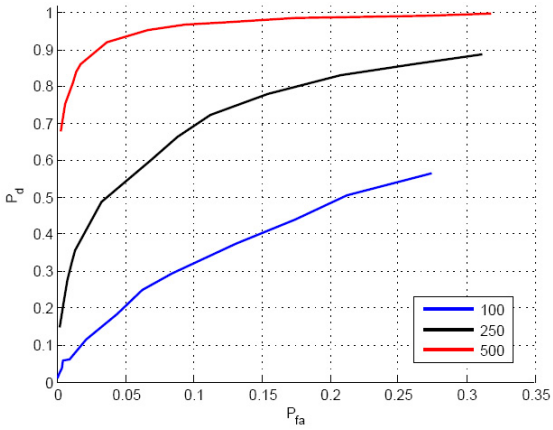


FIG. 5.11 – Courbes COR simulées, RSB =-10 dB et $L = 20$

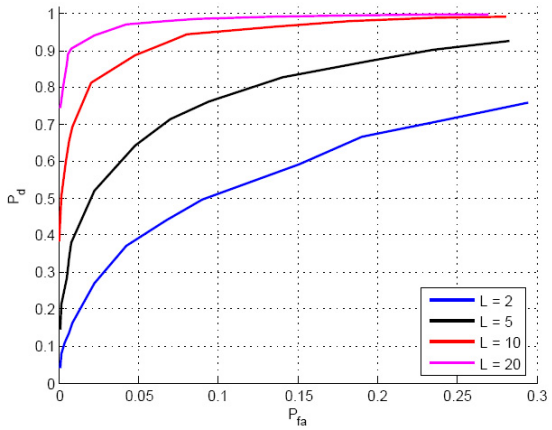


FIG. 5.12 – Courbes COR simulées, RSB =-5 dB et $N = 80$

bruit (stationnaire ou non).

Pour différentes valeurs de N, la figure 5.14 compare les probabilités de fausse alarme théoriques et simulées. Pour N de plus en plus grand, on constate que les courbes simulées convergent vers la courbe de P_{fa} théorique déterminée à partir de l'équation (5.43). Le test proposé garantit donc une probabilité de fausse alarme constante.

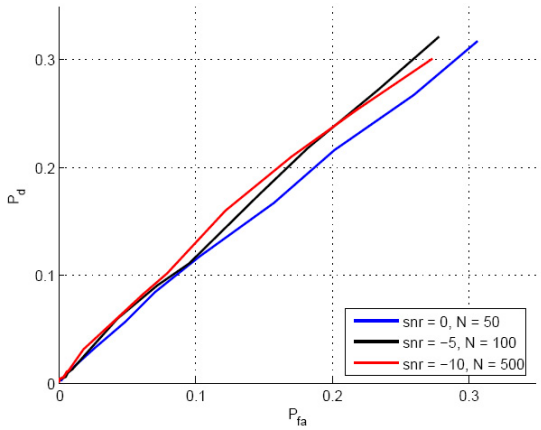


FIG. 5.13 – Performance simulées en présence d'un bruit cyclostationnaire

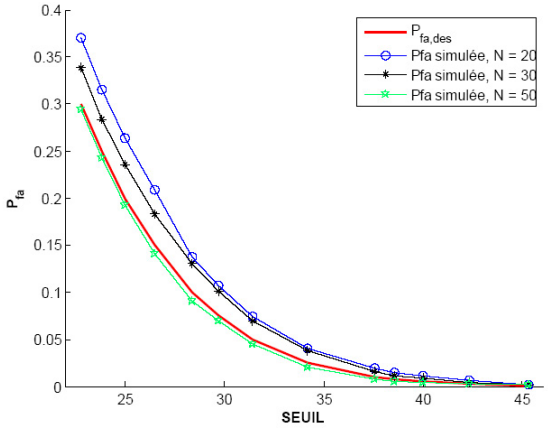


FIG. 5.14 – Comparaison des probabilités de fausse alarme théorique est simulée, $L = 20$

Les figures 5.15, 5.16 et 5.17 montrent les performances de détection simulées et théoriques respectivement pour des valeurs du RSB de 0 dB, -5 dB et -10 dB. Bien qu'il soit facile de déterminer théoriquement la probabilité P_{fa}, la probabilité de détection théorique, quant à elle, est un peu difficile à calculer car elle nécessite la connaissance du coefficient de décentrage γ (*cf.* équation (5.37)) de la loi chi-deux de distribution de la statistique de test suivant H_1. Les résultats théoriques sont obtenus en remplaçant γ dans l'équation de la probabilité théorique (5.37) par son estimation, la statistique de test Z. Au bout de 1000 expériences, la probabilité de détection théorique est déterminée en calculant

la moyenne des probabilités de détection théoriques de chaque expérience. Par la suite, les tracés de probabilité de détection théoriques sur ces figures ne sont qu'approximatifs. Ceci explique la faible différence observée entre les performances théoriques et simulées.

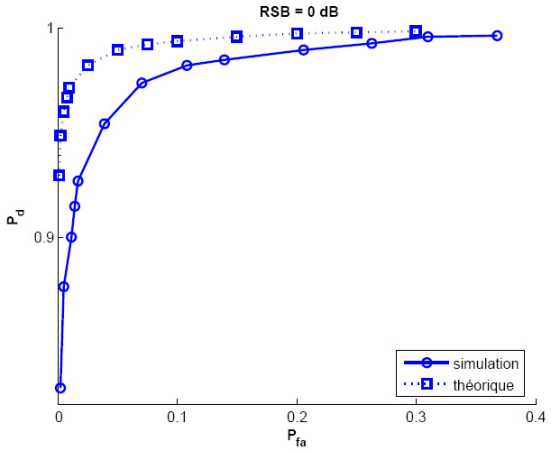


FIG. 5.15 – Performances théorique et simulée, RSB = 0 dB, $N = 20$ et $L = 20$

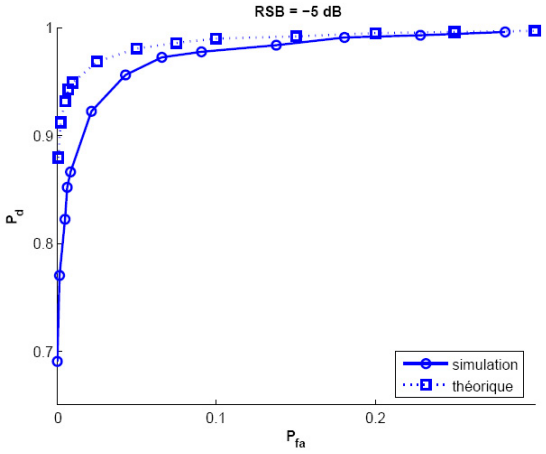


FIG. 5.16 – Performances théorique et simulée, RSB = -5 dB, $N = 75$ et $L = 20$

Dans les mêmes conditions de RSB et de nombre de symboles N, les figures 5.18 et 5.19 comparent les performances de détection de l'algorithme proposé (TPC1) aux performances de détection de l'algorithme de test de cyclostationarité (TPC2) de Dandawaté et Giannakis [6] (*cf.* annexe A.2). Cette comparaison est faite dans le cas d'une forme d'onde rectangulaire et dans le cas d'un filtre d'émission du type cosinus surélevé de facteur de retombée $\beta = 0.3$. Ces figures montrent qu'une différence dans les performances existe entre les deux tests. Dans le cas d'une mise en forme rectangulaire, cette différence est en faveur du test TPC1 qui détecte la cyclostationarité, non seulement sur la fréquence cyclique fondamentale, mais aussi sur ses harmoniques. Ceci peut être avantageux dans la détection de certains signaux comme l'OFDM et le DS-CDMA dont l'ensemble des

fréquences cycliques est constitué d'harmoniques d'une fréquence cyclique fondamentale. Cependant, lorsqu'un filtre d'émission est employé, la figure 5.19 montre que le signal n'est détecté qu'à un RSB plus élevé (RSB = 5 dB) et un nombre de symbole plus important (N = 500). Ceci est bien le cas des deux tests avec une avance du test TPC2, ce qui confirme les hypothèses faites dans l'introduction à savoir que le test proposé (TPC1) ne s'applique que lorsque des harmoniques de la fréquence cyclique fondamentale sont présentes.

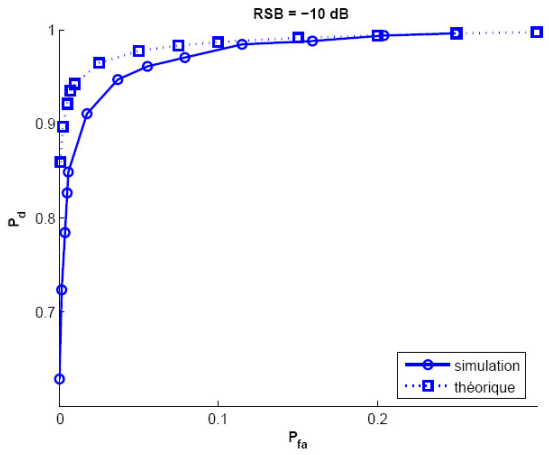


FIG. 5.17 – Performances théorique et simulée, RSB = -10 dB, $N = 500$ et $L = 20$

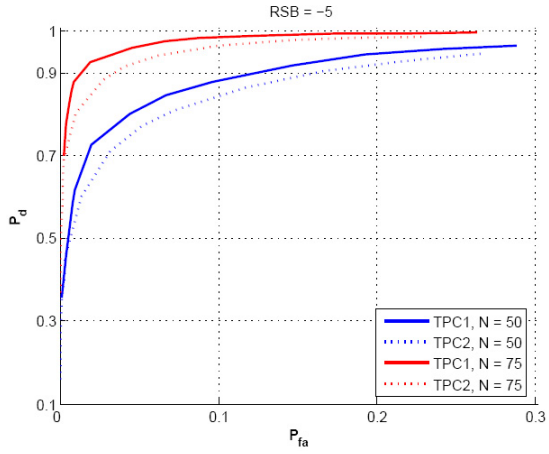


FIG. 5.18 – Comparaison des performances du test proposé (TPC1) et d'un deuxième test (TPC2) donnée dans [6]. Le signal détecté utilise une forme d'onde rectangulaire des symboles de données

Les performances de détection de cet algorithme dans le cas de signaux de communication pratiques sont données par les figures 5.20 et 5.21. Pour la figure 5.20, le signal d'intérêt est un signal DS-CDMA décrit dans la section 3.3. La statistique de test Z est calculée pour $\tau = 0$, $P_0 = 2T_s/T_e$ et $L = P_0$ à l'aide l'équation (5.39). Pour simuler les effets du canal de propagation, nous utilisons un canal du type *Typical Urban* [102] avec

une vitesse de déplacement égale à $15m/s$. Alors que pour la figure 5.21, le signal d'intérêt est un signal DVB-T décrit dans la section 3.3. La statistique de test Z est calculée pour $\tau = T_u/T_e$, $P_0 = T_s/T_e$ et $L = P_0$. Le canal de propagation utilisé est du type *Indoor B* [102] avec une vitesse de l'utilisateur égale à $5m/s$. On observe que les performances de l'algorithme de détection sont meilleures dans le cas du signal DVB-T où les effets du canal choisi semblent être moins gênants pour la détection. En effet, dans les figures 3.5 et 3.7 montrant les modules des autocorrélations respectivement des signaux DS-CDMA et DVB-T, nous avons vu que les pics aux harmoniques de la fréquence cyclique fondamentale sont plus nets avec le signal DVB-T qu'avec le signal DS-CDMA. Ceci pourrait donc expliquer les meilleures performances de détection obtenues dans le cas du signal DVB-T.

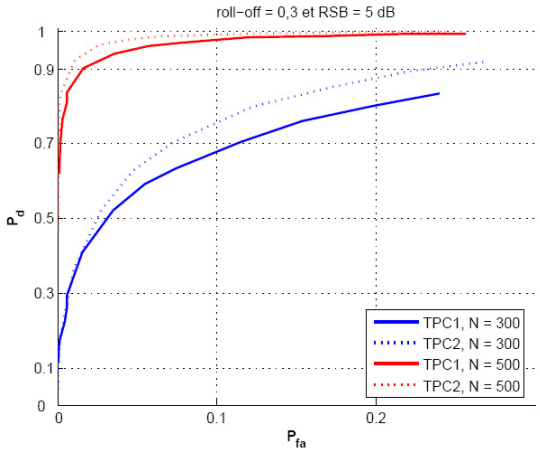


FIG. 5.19 – Comparaison des performances du test proposé (TPC1) et d'un deuxième test (TPC2) donnée dans [6]. Le signal détecté utilise une forme d'onde du type cosinus-surélevé

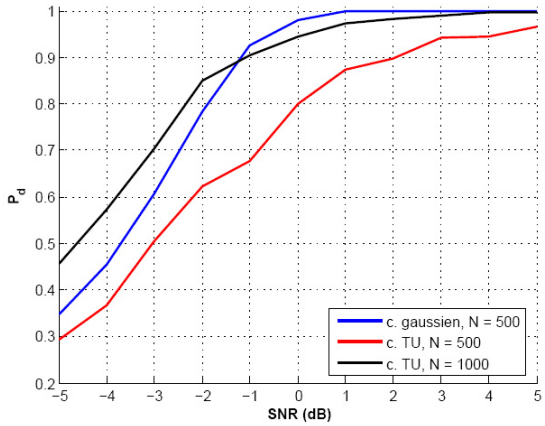


FIG. 5.20 – Performances simulées dans le cas d'un signal d'intérêt du type DS-CDMA, d'un canal de propagation du type *Typical Urban* [102] et $P_{fa} = 0.01$

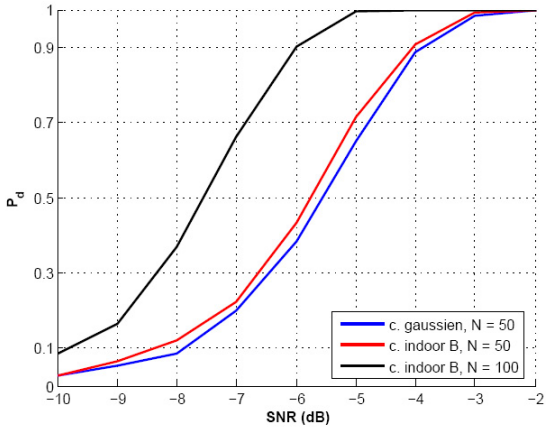


FIG. 5.21 – Performances simulées dans le cas d'un signal d'intérêt du type DVB-T, d'un canal de propagation du type *Indoor B* [102] et $P_{fa} = 0.01$

5.6 Conclusions

Au cours de ce chapitre, nous avons proposé et valider un test de présence de la cyclostationarité d'ordre 2. Pour une fréquence donnée, ce test vérifie la présence de la cyclostationarité sur cette fréquence et/ou sur ses harmoniques. Dans le cas de présence d'harmoniques de la fréquence cyclique fondamentale, les résultats de simulation montrent les bonnes performances de détection du test proposé. En plus, ces performances sont améliorées à mesure que le nombre d'échantillons du signal ou de l'autocorrélation augmente. Par ailleurs, les performances du test proposé comparées aux performances du test de Dandawaté et Giannakis semblent être meilleures dans le cas de certains signaux présentant un spectre cyclique riche en harmoniques de la fréquence cyclique fondamentale.
Dans le contexte de la détection des bandes libres, ce test s'utilise, seul ou intégré à l'architecture de détection proposée dans le chapitre 4, lorsque les systèmes primaires sont connus du terminal radio opportuniste. Dans le cas contraire, nous proposons dans le chapitre suivant un test en aveugle de présence de la cyclostationarité.

Chapitre 6

Test en aveugle de présence de la cyclostationarité

6.1 Introduction

Le test de présence de la cyclostationarité proposé au chapitre 5 ainsi que le test de Dandawaté (*cf.* annexe A.2) nécessitent la connaissance a priori de la fréquence cyclique dans le signal d'intérêt. Dans le cas contraire, *i.e.* fréquence cyclique inconnue, une recherche exhaustive de présence de la cyclostationarité sur un large intervalle de fréquences doit être effectuée. Mais l'utilisation de ces tests dans cette recherche conduit à une complexité et un temps de calcul importants et sont donc inenvisageables dans le contexte d'une détection périodique et en temps réel des bandes libres. Pour cela, nous proposons dans ce chapitre un test de présence de la cyclostationarité, sur un intervalle de fréquences, s'effectuant en une seule étape. Lorsqu'il est employé seul ou intégré à l'architecture de détection présentée dans le chapitre 4, il permet une détection en aveugle des bandes libres.

Soient $x(n) = x(nT_e)$ un processus aléatoire échantillonné à la fréquence $F_e = \frac{1}{T_e}$, $R_{xx}(\alpha, \tau)$ sa fonction d'AC et $T(\tau)$ la fonction définie par :

$$T(\tau) = \sum_{\alpha_1}^{\alpha_2} |R_{xx}(\alpha, \tau)|^2; \quad \alpha_1 < \alpha_2 \leq \frac{F_e}{2} \tag{6.1}$$

Pour une valeur de τ donnée, la fonction $T(\tau)$ peut être interprétée comme étant l'énergie de la fonction d'autocorrélation $r_{xx}(t, \tau)$ sur l'intervalle $I_\alpha = [\alpha_1, \alpha_2]$. Lorsque le processus $x(n)$ est cyclostationnaire de fréquence cyclique $\alpha_f \in I_\alpha$, la fonction $T(\tau) \neq 0$ est non nulle pour quelques valeurs de τ. Dans le cas contraire, *i.e.* $\alpha_f \notin I_\alpha$ ou $x(n)$ est stationnaire, la fonction $T(\tau)$ est nulle $\forall \tau$. Par conséquent, un test de nullité de la fonction $T(\tau)$ sur quelques valeurs de τ permet de déterminer si le processus $x(t)$ est cyclostationnaire ou non sur un intervalle I_α donné.

Soit $T = [T(\tau_1), \ldots, T(\tau_M)]$ le vecteur des valeurs prises par l'indicateur de cyclostationarité $T(\tau)$ lorsque τ est dans l'ensemble $B_\tau = \{\tau_1, \ldots, \tau_M\}$. Le test de présence de la cyclostationarité sur I_α que nous proposons consiste alors à effectuer le test d'hypothèses

suivant :

$$\begin{array}{ll} H_0 & T \equiv 0 \\ H_1 & T \neq 0 \end{array} \tag{6.2}$$

où H_0 est l'hypothèse nulle qui correspond au cas d'un processus $x(n)$ non cyclostationnaire sur l'intervalle I_α et H_1 est l'hypothèse alternative qui correspond au cas d'un processus $x(n)$ cyclostationnaire sur cet intervalle.

Le contenu de ce chapitre est organisé de la manière suivante :
Dans un premier temps, nous déterminons un estimateur de l'indicateur de cyclostationarité $T(\tau)$. En se servant de la théorie asymptotique des moyennes temporelles des processus mixtes (voir annexe B), nous montrons que cet estimateur est convergent et suit asymptotiquement une loi normale dont on détermine la variance.
Après avoir déterminer les propriétés asymptotiques de l'estimateur, nous présenterons, dans un deuxième temps, un test statistique de présence de la cyclostationarité sur un intervalle de fréquences. Les résultats de simulation de ce test montrent que les performances de détection sont de moins en moins bonnes que la largeur de l'intervalle testé augmente. Afin d'améliorer les performances, tout en garantissant une probabilité de fausse alarme constante, nous proposons à partir de ce test une nouvelle procédure de test de la cyclostationarité sur un large intervalle de fréquences.

6.2 Estimateur de l'indicateur de cyclostationarité

Soit $\hat{T}^{(N)}(\tau)$ la valeur estimée de $T(\tau)$ à partir de N observations du processus réel $x(n)$. Un estimateur sans biais de $T(\tau)$ peut être établi à partir de l'estimateur suivant de $R_{xx}(\alpha,\tau)$:

$$\hat{R}_{xx}^{(N)}(\alpha,\tau) = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} x(n)x(n-\tau)e^{-j2\pi\alpha n T_e} \tag{6.3}$$

Soient $\alpha_e = \frac{1}{NT_e}$ le pas d'échantillonnage fréquentiel, $\alpha_1 = k_1\alpha_e$, $\alpha_2 = k_2\alpha_e$ et $y_0(n,\tau) = \frac{1}{\sqrt{N}}x(n)x(n-\tau)$. En remplaçant $R_{xx}(\alpha,\tau)$ dans l'équation (6.1) par son estimateur de l'équation (6.3), on obtient :

$$\begin{aligned}
\hat{T}^{(N)}(\tau) &= \frac{1}{N}\sum_{k=k_1}^{k_2} \Big|\sum_{n=0}^{N-1} y_0(n,\tau)e^{j2\pi\frac{k}{N}n}\Big|^2 \\
&= \frac{1}{N}\sum_{k=k_1}^{k_2}\sum_{n_1=0}^{N-1}\sum_{n_2=0}^{N-1} y_0(n_1,\tau)y_0(n_2,\tau)e^{j2\pi\frac{k}{N}(n_1-n_2)} \\
&= \frac{1}{N}\sum_{n_1,n_2=0}^{N-1}\left\{y_0(n_1,\tau)y_0(n_2,\tau)\underbrace{\sum_{k=k_1}^{k_2} e^{j2\pi\frac{k}{N}(n_1-n_2)}}_{h(n_1-n_2)}\right\} \\
&= \frac{1}{N}\sum_{n_1=0}^{N-1}\Big\{y_0(n_1,\tau)\underbrace{\sum_{n_2=0}^{N-1} y_0(n_2,\tau)h(n_1-n_2)}_{y_1(n_1,\tau)}\Big\}
\end{aligned} \tag{6.4}$$

soit au final l'expression suivante de l'estimateur :

$$\hat{T}^{(N)}(\tau) = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} y_0(n,\tau)y_1(n,\tau) \tag{6.5}$$

avec $y_1(n,\tau) = h(n) * y_0(n,\tau)$ le processus obtenu par filtrage de $y_0(n,\tau)$ à l'aide du filtre $h(n)$ de réponse impulsionnelle $h(n) = \sum_{k=k_1}^{k_2} e^{j2\pi kn/N}$.

6.2.1 Propriétés asymptotiques de l'estimateur

L'un des avantages de la forme obtenue (6.5) de l'estimateur $\hat{T}^{(N)}(\tau)$ est de faciliter l'établissement des propriétés asymptotiques de l'estimateur à l'aide de la théorie des moyennes temporelles des séries mixtes présentée en annexe B. En effet, on voit aisément que $\hat{T}^{(N)}(\tau)$ peut se mettre sous la forme de l'équation (B.15) de la manière suivante :

$$\hat{T}^{(N)}(\tau) = \hat{\mathcal{M}}^{(N)}_{y_0,y_1}(0,0) \tag{6.6}$$

ainsi $\hat{T}^{(N)}(\tau)$ devient un estimateur du moment conjoint d'ordre 2 [103] des processus $y_0(n,\tau)$ et $y_1(n,\tau)$ au point de coordonnées $\{(\eta_0,\eta_1) = (0,0)\}$. Ce moment d'ordre 2 est défini par :

$$m_{y_0,y_1}(\eta_0,\eta_1) \triangleq E\{y_0(n-\eta_0,\tau)y_1(n-\eta_1,\tau)\} \tag{6.7}$$

Afin d'utiliser les résultats de la théorie des moyennes temporelles des processus mixtes, les processus $y_0(n,\tau)$ et $y_1(n,\tau)$ doivent impérativement vérifier la condition de mélange (voir annexe B) ainsi que la condition suivante :

$$\lim_{N\to\infty}\frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} E\{y_0(n-\eta_0,\tau)y_1(n-\eta_1,\tau)\} \text{ existe } \forall\ \eta_0 \text{ et } \eta_1. \tag{6.8}$$

Dans la suite, on fait l'hypothèse que le processus $x(n)$ vérifie la condition de mélange. Pour tout $m \in \mathbb{Z}$, cette condition s'exprime sous la forme :

$$\sum_{\xi_1\ldots\xi_m=-\infty}^{\infty} \sup_n |\xi_l cum\{x(n), x(n+\xi_1),\ldots,x(n+\xi_m)\}| < \infty, \qquad l \in \{0,\ldots,m\} \tag{6.9}$$

Dans ce cas, on montre dans [103] que le processus $y_0(n,\tau)$ vérifie aussi la condition de mélange. Alors, on a :

$$\sum_{\xi_1\ldots\xi_m=-\infty}^{\infty} \sup_n |\xi_l cum\{y_0(n), y_0(n+\xi_1),\ldots,y_0(n+\xi_m)\}| < \infty, \qquad l \in \{0,\ldots,m\} \tag{6.10}$$

Pour démontrer que $y_1(n,\tau)$ vérifie cette condition, nous supposons que $h(n)$ est un filtre à réponse impulsionnelle finie, *i.e.* $h(n) = \sum_{l=0}^{L-1} h_l\delta(n-l)$ et $\rho = |\prod_{l=0}^{L-1} h_l|$ est une quantité finie. Dans ce cas, à partir de la multi-linéarité des cumulants [101], on obtient :

$$\begin{aligned} &cum\{y_1(n,\tau), y_1(n-\xi_1,\tau),\ldots,y_1(n-\xi_m,\tau)\} \leq \\ &\quad \rho \sum_{l_0,\ldots,l_m=0}^{L-1} cum\{y_0(n-l_0,\tau), y_0(n-l_1-\xi_1,\tau),\ldots,y_0(n-l_m-\xi_m,\tau)\} \end{aligned} \tag{6.11}$$

En effectuant le changement de variable suivant : $k = n - l_0, \lambda_1 = l_1 - l_0, \ldots, \lambda_m = l_m - l_0$, l'équation (6.11) devient :

$$cum\{y_1(n,\tau), y_1(n-\xi_1,\tau), \ldots, y_1(n-\xi_m,\tau)\} \leq \rho \sum_{\lambda_1,\ldots,\lambda_m=-(L-1)}^{L-1} cum\{y_0(k,\tau), y_0(k-\lambda_1-\xi_1,\tau), \ldots, y_0(k-\lambda_m-\xi_m,\tau)\} \quad (6.12)$$

Ensuite, pour tout $m \in \mathbb{Z}$ et $\forall r \in \{1,\ldots,m\}$ on peut écrire que :

$$\sum_{\xi_1,\ldots,\xi_m=-\infty}^{\infty} \sup_n |\xi_r cum\{y_1(n,\tau), y_1(n-\xi_1,\tau), \ldots, y_1(n-\xi_m,\tau)\}| \leq \rho \sum_{\lambda_1,\ldots,\lambda_m=-(L-1)}^{L-1} \sum_{\xi'_1,\ldots,\xi'_m=-\infty}^{\infty} \sup_k |\xi'_r cum\{y_0(k,\tau), y_0(k-\xi'_1,\tau), \ldots, y_0(k-\xi'_m,\tau)\}| \quad (6.13)$$

avec $\xi' = \lambda + \xi$. Comme $y_0(n,\tau)$ vérifie déjà la condition de mélange, la somme interne effectuée sur les $\{\xi'_i\}_{i=1}^m$ dans le terme de droite de l'inégalité est donc finie. De plus, la somme externe effectuée sur les $\{\lambda'_i\}_{i=1}^m$ est aussi une somme finie. 0n établit alors :

$$\sum_{\xi_1,\ldots,\xi_m=-\infty}^{\infty} \sup_n |\xi_r cum\{y_1(n,\tau), y_1(n-\xi_1,\tau), \ldots, y_1(n-\xi_m,\tau)\}| \leq \infty \quad \forall m \in \mathbb{Z} \text{ et } r \in \{1,\ldots,m\} \quad (6.14)$$

d'où $y_1(n,\tau)$ vérifie à son tour la condition de mélange.

Pour $y_0(n,\tau)$ et $y_1(n,\tau)$ vérifiant la condition de mélange et sous l'hypothèse qu'ils vérifient aussi la condition donnée par l'équation (6.8), la théorie des moyennes temporelles des processus mixtes permet d'établir que :

$$\lim_{N\to\infty} \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} y_0(n-\eta_0,\tau) y_1(n-\eta_1,\tau) \overset{m.q.}{=} \lim_{N\to\infty} \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} E\{y_0(n-\eta_0,\tau) y_1(n-\eta_1,\tau)\} \quad (6.15)$$

Pour $\eta_0 = 0$ et $\eta_1 = 0$, le terme de droite dans l'équation (6.15) devient :

$$\lim_{N\to\infty} \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} E\{y_0(n,\tau) y_1(n,\tau)\} = \lim_{N\to\infty} \sum_{k=k_1}^{k_2} E\{|\hat{R}_{xx}^{(N)}(k\alpha_e,\tau)|^2\} \quad (6.16)$$

Comme $|\hat{R}_{xx}^{(N)}(\alpha,\tau)|^2$ peut s'écrire aussi sous la forme $|\hat{R}_{xx}^{(N)}(\alpha,\tau)|^2 = \hat{R}_{xx}^{(N)}(\alpha,\tau)\hat{R}_{xx}^{(*N)}(\alpha,\tau)$, alors on a :

$$E\{|\hat{R}_{xx}^{(N)}(\alpha,\tau)|^2\} = cov\{\hat{R}_{xx}^{(N)}(\alpha,\tau), \hat{R}_{xx}^{(*N)}(\alpha,\tau)\} + E\{\hat{R}_{xx}^{(N)}(\alpha,\tau)\} E\{\hat{R}_{xx}^{(*N)}(\alpha,\tau)\} \quad (6.17)$$

Dans [6], on montre que l'estimateur $\hat{R}_{xx}^{(N)}(\alpha,\tau)$ donné par l'équation (6.3) est un estimateur convergent en moyenne quadratique. Cela signifie que :

$$\lim_{N\to\infty} \hat{R}_{xx}^{(N)}(\alpha,\tau) = R_{xx}(\alpha,\tau) \quad \text{et} \quad \lim_{N\to\infty} cov\{\hat{R}_{xx}^{(N)}(\alpha,\tau), \hat{R}_{xx}^{(*N)}(\alpha,\tau)\} = 0 \quad (6.18)$$

Ainsi, en utilisant ce résultat, on montre que :

$$\lim_{N\to\infty} \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} E\{y_0(n,\tau) y_1(n,\tau)\} = T(\tau) \tag{6.19}$$

L'équation (6.15) devient alors :

$$\lim_{N\to\infty} \hat{T}^{(N)}(\tau) \overset{m.q.}{=} T(\tau) \tag{6.20}$$

d'où la convergence en moyenne quadratique de l'estimateur $\hat{T}^{(N)}(\tau)$.

En plus de la converge, le théorème des moyennes temporelles des processus mixtes permet d'établir, pour N assez grand, que les v. a. $\hat{T}^{(N)}(\tau_i)$, $i = 1, \ldots, M$ sont conjointement gaussiennes de covariances données par :

$$\lim_{N\to\infty} N cov\{\hat{T}^{(N)}(\tau_i), \hat{T}^{(N)}(\tau_j)\} = S_{2f}(\tau_i, \tau_j) \tag{6.21}$$

avec

$$S_{2f}(\tau_i, \tau_j) \triangleq \lim_{N\to\infty} \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{\xi=-\infty}^{\infty} cum\{f_{\tau_i}(n;\tau_i), f_{\tau_j}(n+\xi;\tau_j)\} \tag{6.22}$$

où $f_{\tau_i}(n;\tau_i) = y_0(n,\tau_i) y_1(n,\tau_i)$ et $f_{\tau_j}(n;\tau_j) = y_0(n,\tau_j) y_1(n,\tau_j)$.
En se plaçant dans le cas de N grand, on peut faire l'hypothèse que les v. a. $\hat{T}^{(N)}(\tau_i)$, $i = 1, \ldots, M$ sont indépendantes entre elles. Ceci n'est vrai qu'asymptotiquement car d'après la même théorie (des moyennes temporelles des processus mixtes) on a :

$$\lim_{N\to\infty} cum\{\hat{T}^{(N)}(\tau_1), \ldots, \hat{T}^{(N)}(\tau_m)\} = 0 \quad \forall m \in \mathbb{N} \tag{6.23}$$

En conclusion, l'estimateur $\hat{T}^{(N)}(\tau)$ vérifie :

$$\hat{T}^{(N)}(\tau) \ \sim \ \mathcal{N}\left(\mu^{(N)}(\tau), \sigma^{(N)2}(\tau)\right) \tag{6.24}$$

avec $\mu^{(N)}(\tau)$ et $\sigma^{(N)2}(\tau)$ qui sont respectivement la moyenne et la variance de la v. a. $\hat{T}^{(N)}(\tau)$.

6.2.2 Indicateur modifié de la cyclostationarité

On vient d'établir à la section précédente que l'estimateur $\hat{T}^{(N)}(\tau)$ suit asymptotiquement une loi normale de variance $\sigma^{(N)2}(\tau)$ donnée par l'équation (6.22) et de moyenne $\mu^{(N)}(\tau)$ inconnue. On sait seulement que $\lim_{N\to\infty} \mu^{(N)}(\tau) = T(\tau)$. Ce manque de connaissance sur la moyenne $\mu^{(N)}(\tau)$ entraîne des difficultés à distinguer les hypothèses de l'équation (6.2) entre elles. En effet, la prise de décision aurait été simplifiée si cette moyenne aurait été nulle suivant l'hypothèse H_0 et non nulle suivant l'hypothèse alternative H_1. Mais comme $\hat{T}^{(N)}(\tau)$ est une quantité strictement positive, alors suivant H_0, $\mu^{(N)}(\tau)$ est aussi strictement positive.

Afin d'avoir une moyenne nulle de l'estimateur suivant H_0 et non nulle suivant H_1, nous proposons d'introduire une légère modification dans la définition de l'indicateur de

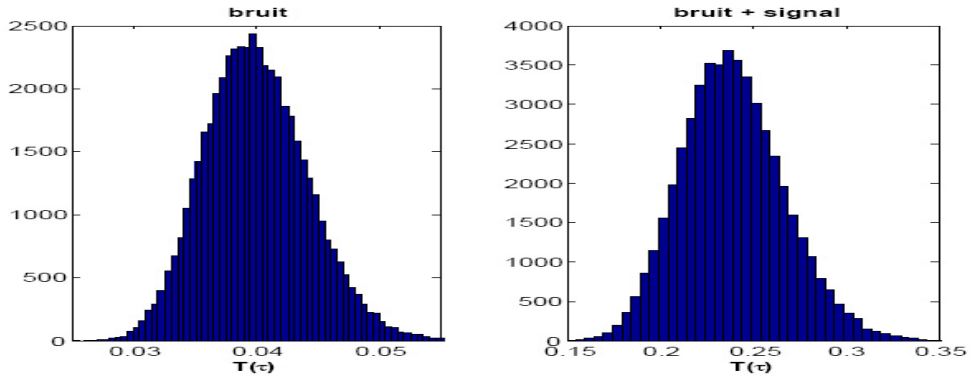


FIG. 6.1 – Distributions obtenues par simulation de $\hat{T}^{(N)}(\tau)$ suivant les deux hypothèse H_0 et H_1, $N = 2048$ et $\tau = T_s/2$

cyclostationarité sans pour autant que l'expression de son estimateur ni ses propriétés asymptotiques soient changées. Cette modification consiste à remplacer dans l'équation (6.1) la somme uniforme par une somme pondérée de ± 1 comme le montre l'équation suivante :

$$T_m(\tau) = \sum_{k=k_1}^{k_2} (-1)^k |R_{xx}(k\alpha_e, \tau)|^2 \tag{6.25}$$

On vérifie facilement que le nouvel indicateur $T_m(\tau)$ possède les mêmes propriétés que $T(\tau)$. Il est nul lorsque le signal $x(n)$ n'est pas cyclostationnaire sur l'intervalle I_α et non nul dans le cas contraire. Ceci permet, par la suite, de garder le même test d'hypothèses que celui donné par l'équation (6.2). Enfin, on montre aussi que l'estimateur $\hat{T}_m^{(N)}(\tau)$ de $T_m(\tau)$ a la même expression que l'estimateur $\hat{T}^{(N)}(\tau)$ avec comme seul changement le filtre $h(n)$ qui devient :

$$h(n) = \sum_{k=k_1}^{k_2} (-1)^k e^{j2\pi kn/N} \tag{6.26}$$

Pour $x(n)$ un signal modulé en MDP4 avec une mise en forme rectangulaire des symboles de données et un débit symbole $\frac{1}{T_s} = 5$ kHz, les figures 6.1 et 6.2 montrent respectivement les distributions de $\hat{T}^{(N)}(\tau)$ et $\hat{T}_m^{(N)}(\tau)$ obtenues par simulation lorsque $I_\alpha = [4kHz, 8kHz]$, $N = 2048$ et $\tau = T_s/2$. Cette simulation est répétée dans le cas de plusieurs types de signaux. À chaque fois, on vérifie que suivant l'hypothèse H_0, les valeurs prises par $\hat{T}_m^{(N)}(\tau)$ suivent bien une loi de probabilité gaussienne de moyenne nulle. Alors que dans le cas de $\hat{T}^{(N)}(\tau)$, la distribution gaussienne est décalée d'une moyenne non nulle indépendamment de l'hypothèse vérifiée (H_0 ou H_1).

En effet, la moyenne nulle suivant H_0 de l'estimateur modifié peut avoir une explication. L'estimateur modifié est donné par :

$$\hat{T}_m^{(N)}(\tau) = \sum_{k=k_1}^{k_2} (-1)^k |\hat{R}_{xx}^{(N)}(k\alpha_e, \tau)|^2 \tag{6.27}$$

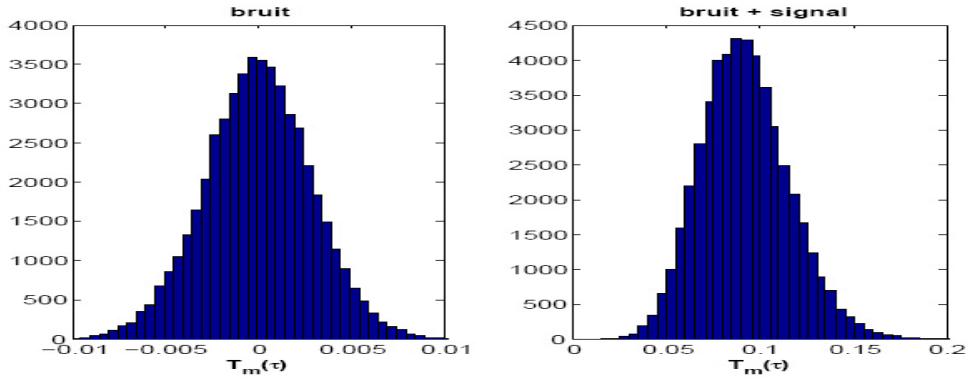


FIG. 6.2 – Distributions obtenues par simulation de $\hat{T}_m^{(N)}(\tau)$ suivant les deux hypothèse H_0 et H_1, $N = 2048$ et $\tau = T_s/2$

En posant $a^{(N)}(k\alpha_e) = |\hat{R}_{xx}^{(N)}(k\alpha_e, \tau)|^2$ et $b^{(N)}(k\alpha_e) = a^{(N)}((k+1)\alpha_e) - a^{(N)}(k\alpha_e)$, l'équation (6.27) devient :

$$\hat{T}_m^{(N)}(\tau) = \sum_{l=l_1}^{l_2} b^{(N)}(l\alpha_e) \tag{6.28}$$

avec $l_1 = k_1$, $l_2 = \text{Ent}[k_2/2]$ et Ent[•] l'opérateur partie entière.
Dans [6], on montre que $\hat{R}_{xx}^{(N)}(k\alpha_e, \tau)$ est une v.a. complexe asymptotiquement gaussienne de variance non conjuguée $v^{(N)}(k\alpha_e)$ et de moyenne égale à $R_{xx}(k\alpha_e, \tau)$. Par la suite $a^{(N)}(k\alpha_e)$ est une v.a. qui suit asymptotiquement une loi du type chi-deux à deux degrés de libertés. Soit $m_a^{(N)}(k\alpha_e)$ la moyenne statistique de cette v.a. Lorsque $k\alpha_e$ est une fréquence cyclique (*i.e.* $R_{xx}(k\alpha_e, \tau) \neq 0$), la loi de $a^{(N)}(k\alpha_e)$ est non centrée et sa moyenne est fonction de $v^{(N)}(k\alpha_e)$ et de $R_{xx}(k\alpha_e, \tau)$. Dans le cas contraire, *i.e.* $k\alpha_e$ n'est pas une fréquence cyclique ($R_{xx}(k\alpha_e, \tau) = 0$), la loi chi-deux est centrée et $m_a^{(N)}(k\alpha_e)$ est fonction uniquement de $v^{(N)}(k\alpha_e)$.
Pour N assez grand, deux fréquences consécutives $\alpha_k = k\alpha_e$ et $\alpha_{k+1} = (k+1)\alpha_e$ deviennent très proches l'une de l'autre et on peut considérer, à partir de l'expression (*cf.* équation (A.20)) de $v^{(N)}(\alpha)$, que $\hat{R}_{xx}^{(N)}(\alpha_k, \tau)$ et $\hat{R}_{xx}^{(N)}(\alpha_{k+1}, \tau)$ ont presque la même variance. Si une des fréquences α_k et α_{k+1} est cyclique, alors les v.a. $a^{(N)}(\alpha_k)$ et $a^{(N)}(\alpha_{k+1})$ ont des moyennes différentes. Par la suite $b^{(N)}(k\alpha_e)$ est une v.a. de moyenne non nulle. Dans le cas contraire, *i.e.* aucune de ces fréquences est cyclique, $a^{(N)}(\alpha_k)$ et $a^{(N)}(\alpha_{k+1})$ ont des moyennes presque égales et $b^{(N)}(k\alpha_e)$ devient une v.a. de moyenne nulle. Ceci permet, suivant l'hypothèse H_0, de voir que la somme dans (6.28) est une somme de termes $b^{(N)}(l\alpha_e)$ de moyennes nulles, par conséquent $\hat{T}_m^{(N)}(\tau)$ est aussi de moyenne nulle. Alors que suivant H_1, au moins un des termes $b^{(N)}(l\alpha_e)$ est de moyenne non nulle, dans ce cas $\hat{T}_m^{(N)}(\tau)$ est aussi de moyenne non nulle.
Dans cette explication, nous avons considéré que les valeurs de $\hat{R}_{xx}^{(N)}(k\alpha_e, \tau)$ sont des v.a. indépendantes entre elles (ce qui est vrai asymptotiquement) et de variances conjuguées nulles [7]

6.3 Test de présence de la cyclostationarité sur un petit intervalle de fréquences

Après avoir introduit cette modification, nous pouvons à présent mettre l'estimateur $\hat{T}_m^{(N)}(\tau)$ sous la forme générale suivante :

$$\hat{T}_m^{(N)}(\tau) = \mu(\tau) + \varepsilon^{(N)}(\tau) \tag{6.29}$$

Dans cette équation, $\varepsilon^{(N)}(\tau)$ est l'erreur d'estimation. Comme $\mu(\tau)$ est une quantité déterministe nulle suivant l'hypothèse H_0 et de valeur quelconque non nulle suivant l'hypothèse H_1, alors $\varepsilon^{(N)}(\tau)$ est une v.a. de même loi de distribution que $\hat{T}_m^{(N)}(\tau)$ et de moyenne nulle.

6.3.1 Statistique de test

Soient $\hat{\boldsymbol{T}}_m^{(N)}$, $\hat{\boldsymbol{\Xi}}$ et $\hat{\boldsymbol{\Upsilon}}$ les vecteurs définis respectivement par :

$$\begin{aligned} \hat{\boldsymbol{T}}_m^{(N)} &= [\hat{T}_m^{(N)}(\tau_1), \ldots, \hat{T}_m^{(N)}(\tau_M)] \\ \boldsymbol{\Xi} &= [\mu(\tau_1), \ldots, \mu(\tau_M)] \\ \boldsymbol{\Upsilon}^{(N)} &= [\varepsilon^{(N)}(\tau_1), \ldots, \varepsilon^{(N)}(\tau_M)] \end{aligned} \tag{6.30}$$

Le test d'hypothèse idéal donné en (6.2) se réécrit dans le cas de l'estimateur $\hat{\boldsymbol{T}}_m^{(N)}(\tau)$ suivant la forme suivante

$$\begin{array}{ll} H_0 & \hat{\boldsymbol{T}}_m^{(N)} = \boldsymbol{\Upsilon}^{(N)} \\ H_1 & \hat{T}_m^{(N)} = \boldsymbol{\Xi} + \boldsymbol{\Upsilon}^{(N)} \end{array} \tag{6.31}$$

Ceci est un test de nullité de la moyenne du vecteur aléatoire $\hat{\boldsymbol{T}}_m^{(N)}$ dont la solution au sens du maximum de vraisemblance (*cf.* section 4.2) stipule que l'on compare la statistique de test suivante :

$$Z^{(N)} = \sum_{i=1}^{M} \frac{(\hat{T}_m^{(N)}(\tau_i))^2}{\sigma^{(N)2}(\tau_i)} \tag{6.32}$$

à un seuil de détection ξ afin de choisir entre H_0 et H_1 :

$$Z^{(N)} \underset{H_1}{\overset{H_0}{\lessgtr}} \xi \tag{6.33}$$

avec $\sigma^{(N)2}(\tau)$ la variance de $\hat{T}_m^{(N)}(\tau)$ donnée par (6.22).

$Z^{(N)}$ est la somme de M v.a. gaussiennes de variances unité, élevées au carré et indépendantes entre elles. Par la suite $Z^{(N)}$ suit une loi du chi-deux à M degrés de libertés. Suivant l'hypothèse H_0, cette loi est centrée car les v.a. gaussiennes sont centrées. Alors que suivant H_1 cette loi est non centrée de coefficient de décentrage γ donné par :

$$Z^{(N)} = \sum_{i=1}^{M} \frac{(T_m(\tau_i))^2}{\sigma^{(N)2}(\tau_i)} \tag{6.34}$$

Comme la statistique de test (6.33) est semblable à celle utilisée au chapitre 5, dans ce cas les deux tests présentent les mêmes performances théoriques que celles présentées dans la section 5.4.2.

6.3.2 Estimation de la variance de l'estimateur

Afin de pouvoir mettre en oeuvre le test statistique de l'equation (6.33), un estimateur consistant de la variance $\sigma^{(N)2}(\tau)$ doit être établi. Cette variance est donnée par :

$$\lim_{N\to\infty} N\sigma^{(N)2}(\tau) = S_{2f}(\tau,\tau) \tag{6.35}$$

Cependant, il est difficile d'établir un estimateur consistant de $S_{2f}(\tau,\tau)$ car il nécessite de connaître au préalable les fréquences cycliques. Pour illustrer cette difficulté, nous considérons une situation un peu simple où on essaie d'estimer :

$$\sum_{\xi=-\infty}^{\infty} \left\langle cum\{y(n,\tau)^2, y(n+\xi,\tau)^2\}\right\rangle_n \tag{6.36}$$

où $\langle\bullet\rangle_n$ désigne l'opérateur moyenne temporelle. Ce terme est du même type que (6.22). Par ailleurs, la somme est en pratique finie car le processus est M-dépendant, avec $M<\infty$. Il convient donc d'estimer de façon consistante chaque terme $\left\langle cum\{y(n,\tau)^2, y(n+\xi,\tau)^2\}\right\rangle_n$, pour chaque ξ. Prenons $\xi=0$ pour simplifier, c'est-à-dire que l'on cherche à estimer

$$\langle E\left(y(n,\tau)^4\right)\rangle_n - \langle\left(E\left(y(n,\tau)^2\right)\right)^2\rangle_n \tag{6.37}$$

Le premier terme s'estime facilement par :

$$E\left(y(n,\tau)^4\right)\rangle_n = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1}\left(y(n,\tau)\right)^4 \tag{6.38}$$

Alors que le deuxième terme peut être estimé, en utilisant l'identité de Parseval, par :

$$\langle\left(E\left(y(n,\tau)^2\right)\right)^2\rangle_n = \sum_{\alpha_k}|R_{yy}(\alpha_k,0)|^2 \tag{6.39}$$

avec α_k les fréquences cycliques de $y(n,\tau)$. Ainsi, on constate que la fonction $S_{2f}(\tau,\tau)$ dépend de la fonction d'autocorrélation de $x(n)$ aux fréquences cycliques α_k. Comme ces fréquences α_k sont a priori inconnues, alors on ne peut ni estimer les fonctions d'autocorrélations correspondantes, ni déterminer un estimateur consistant de $S_{2f}(\tau,\tau)$. Une situation similaire est rencontrée dans [6] mais avec une expression différente de $S_{2f}(\tau,\tau)$. Dans cette référence, le problème d'estimation consistante de $S_{2f}(\tau,\tau)$ lorsque les fréquences cycliques α_k sont a priori inconnues, est passé sous silence. Cependant, dans [104] une solution est proposée consistant à estimer $S_{2f}(\tau,\tau)$ uniquement sur des intervalles de fréquences α où les termes inconnus sont négligeables.

Dans la suite, nous proposons d'utiliser un estimateur non consistant de $S_{2f}(\tau,\tau)$. En effet, $S_{2f}(\tau,\tau)$ est la valeur de la densité spectrale de puissance du processus f_τ à la fréquence 0, il est alors possible d'estimer la variance $\sigma^{(N)2}(\tau)$ à partir des observations du processus $x(n)$. Dans [101], plusieurs estimateurs de la DSP sont étudiés. Pour une fréquence nulle, un estimateur non biaisé et à variance minimale basé sur la méthode du périodogramme lissé est donné par :

$$\hat{S}_{2f}^{(N)}(\tau,\tau) = \frac{1}{\sum_{j=1}^{J}\varpi_j}\sum_{i=1}^{J}\varpi_i F_\tau^{(N)}\left(\frac{i}{N}\right) \tag{6.40}$$

avec

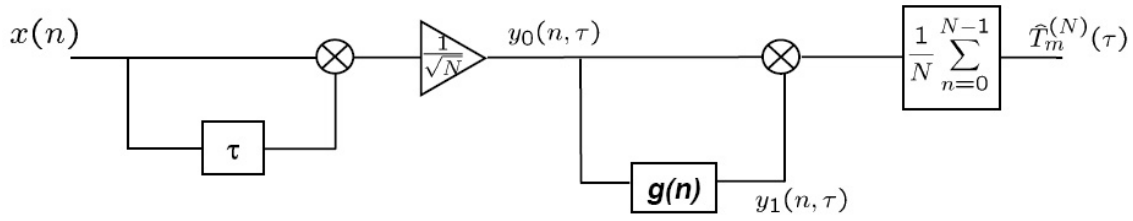


FIG. 6.3 – schéma bloc de l'estimateur de $\hat{T}_m^{(N)}(\tau)$

– $\{\varpi\}_{i=-J}^{J}$ est une fenêtre de lissage spectrale de longueur $2J+1$ et vérifie la condition suivante :

$$\sum_{j=-J}^{J} \varpi_j = 1 \tag{6.41}$$

– $F_\tau^{(N)}(\lambda)$ est le périodogramme du processus $f_\tau(n,\tau)$:

$$F_\tau^{(N)}(\lambda) = \frac{1}{N}\Big|\sum_{n=0}^{N-1} f_\tau(n,\tau)e^{-j2\pi\lambda n}\Big|^2 \tag{6.42}$$

Par la suite l'estimateur de la variance $\sigma(\tau)^{(N)2}$ s'écrira sous la forme suivante :

$$\hat{\sigma}^{(N)2}(\tau) = \frac{1}{N\sum_{j=1}^{J}\varpi_j}\sum_{i=1}^{J}\varpi_i F_\tau^{(N)}\left(\frac{i}{N}\right) \tag{6.43}$$

6.3.3 Determination du filtre $h(n)$

En déterminant l'expression (6.5) de l'estimateur $\hat{T}^{(N)}(\tau)$ (ou de $\hat{T}_m^{(N)}(\tau)$), notre but était de faciliter l'étude des propriétés de l'estimateur à l'aide de la théorie des moyennes temporelles des processus mixtes. Mais par la suite, nous avons remarqué l'intérêt pratique d'une telle expression en terme d'implémentation. En effet, comme on peut le voir sur la figure 6.3, l'estimation $\hat{T}_m^{(N)}(\tau)$ s'obtient à partir des observations du processus $x(n)$ par des simples opérations de retard temporel, de multiplication et de filtrage. D'où l'intérêt de déterminer la réponse impulsionnelle du filtre $h(n)$.

Soit $g(n)$ la fonction définie par :

$$g(n) = \sum_{l=-(L-1)}^{L-1}(-1)^l e^{j2\pi\frac{l}{N}n} \tag{6.44}$$

Comme $(-1)^l = e^{-j2\pi\frac{l}{N}\cdot\frac{N}{2}}$, alors $g(n)$ devient la transformée de Fourier discrète inverse de la fonction :

$$G(l) = \Pi(l)e^{-j2\pi\frac{l}{N}\cdot\frac{N}{2}} \tag{6.45}$$

avec $\Pi(l)$ est la fonction porte définie par

$$\Pi(l) = \begin{cases} 1 & |l| < L \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \tag{6.46}$$

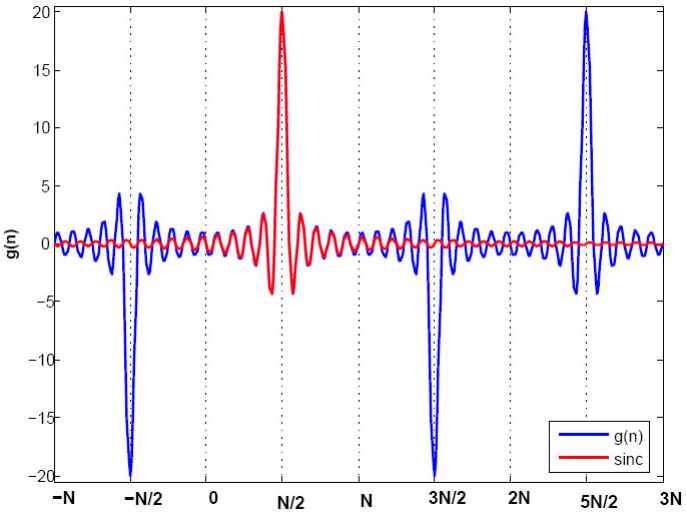


FIG. 6.4 – Comparaison entre la fonction $g(n)$ et la fonction $Lsinc(\frac{L}{N}(n-\frac{N}{2}))$

$G(l)$ est une fonction à support limité à $\pm L$ (ou de manière équivalente à $\pm\frac{N}{2}$) par conséquent $g(n)$ est une fonction périodique. Son expression exacte est donnée par :

$$g(n) = L\frac{sinc(\frac{L}{N}(n-\frac{N}{2}))}{sinc(\frac{1}{N}(n-\frac{N}{2}))} \tag{6.47}$$

Pour $N = 100$ et $L = 20$, l'allure de cette fonction est donnée à la figure 6.4. On observe que cette fonction est périodique de période $2N$, centrée autour de $\frac{N}{2}$ lorsque $n \in [0, N]$. Sur la même figure on trace aussi la fonction $Lsinc(\frac{L}{N}(n-\frac{N}{2}))$ et on constate que les deux fonctions sont bien superposées. En réalité, ceci est attendu puisque pour N très grand, le terme *sinc* au dénominateur de (6.47) devient presque constant comparé aux variations du numérateur sur l'intervalle $[0, N]$. Ainsi, on peut approcher $g(n)$ sur cet intervalle par le filtre en cosinus surélevé que l'on désigne par $\hat{g}(n)$. Ce filtre, dont l'expression est donnée par l'équation (3.40), est à réponse impulsionnelle finie et est facilement réalisable. En plus, il permet une bonne approximation pratique de la fonction *sinc* lorsque le coefficient de roll-off β est choisi très faible.

Pour retrouver l'expression du filtre $h(n)$, il suffit de voir que ce dernier est une translation en fréquentiel autour de la fréquence $\frac{k_1+k_2}{2NT_e}$ du filtre $g(n)$ défini pour $L = \frac{k_2-k_1}{2}+1$. Par la suite, le filtre $h(n)$ retenu en pratique s'exprimera de la manière suivante :

$$\hat{h}(n) = \cos\left(2\pi\frac{k_1+k_2}{N}n\right)\hat{g}(n) \tag{6.48}$$

6.3.4 Algorithme de test

Soit $x(n)$ le processus aléatoire échantillonné. Pour des valeurs données de l'ensemble des retards $B_\tau = \{\tau_1 \dots \tau_M\}$ et de la probabilité de fausse alarme désirée $P_{fa,des}$, les étapes de l'algorithme de test de présence de la cyclostationarité sur un intervalle I_α quelconque

sont les suivantes :

1. Déterminer les coefficients du filtre $\hat{h}(n)$ à partir de la connaissance de α_1 et α_2.
2. Estimer à l'aide de l'équation (6.5) les M valeurs $\left[\hat{T}_m^{(N)}(\tau_1), \ldots, \hat{T}_m^{(N)}(\tau_M)\right]$ de $T_m(\tau)$.
3. Calculer à l'aide de l'équation (6.43) les M variances $\left[\hat{\sigma}^{(N)2}(\tau_1), \ldots, \hat{\sigma}^{(N)2}(\tau_M)\right]$ de chacune des M v.a. $\hat{T}_m^{(N)}(\tau)$.
4. Calculer selon l'équation (6.33) la statistique de test $Z^{(N)}$.
5. Déterminer, à partir de l'équation (5.42), le seuil de détection ξ tel que $P_{fa} = P_{fa,des}$
6. Si $Z^{(N)} \geq \xi$, déclarer que $x(n)$ est cyclostationnaire sur l'intervalle I_α. Sinon, déclarer que $x(n)$ est non cyclostationnaire sur cet intervalle.

Dans le cas d'un processus $x(n)$ à valeurs complexes, l'estimateur de l'équation (6.5) produit des valeurs complexes alors que $T_m(\tau)$ est une quantité réelle. En réalité, ceci est dû à l'utilisation de l'approximative du filtre $h(n)$ faite en (6.48). Afin de contourner cette situation dans le calcul de la statistique de test, on remplace $\hat{T}_m^{(N)}(\tau)$ par sa partie réelle. En détection des bandes libres, ceci ne sera pas une problématique. En effet, le caractère aveugle de la détection signifie que l'on ignore aussi bien les fréquences cycliques que les fréquences porteuses des utilisateurs primaires. Par la suite, on ne peut pas parler d'enveloppe complexe du signal reçu sur la bande à tester. Le signal $x(n)$ est dans ce cas à valeurs réelles.

6.3.5 Résultats de simulation

Afin de présenter les performances simulées de l'algorithme proposé, nous considérons un signal d'intérêt du type MDP4 avec une forme d'onde rectangulaire des symboles de données. Ce signal est de fréquence symbole $F_s = \frac{1}{T_s} = 5$kHz. Il est immergé dans un bruit blanc gaussien et échantillonné à la fréquence $F_e = 20F_s$. Les probabilités de détection et de fausse alarme sont estimées en répétant l'expérience 1000 fois dans les mêmes conditions.

Pour des RSB de 0 dB et -5 dB, les figures 6.5 et 6.6 montrent respectivement les courbes COR ($P_d = f(P_{fa})$) simulées pour $M = 10$, $I_\alpha = [3.5\ 11.5]$ kHz et différentes valeurs de N. On observe que les performances du test aveugle s'améliorent à mesure que le nombre N d'échantillons augmente. Ceci est attendu puisque l'estimateur de l'indicateur $\hat{T}_m^{(N)}(\tau)$ est asymptotiquement convergent.
Dans la figure 6.7, on fixe N et on fait varier M tout en gardant la même taille de l'intervalle I_α. On observe alors que les performances s'améliorent aussi en augmentant M permettant d'avoir un degré de liberté de plus dans le détermination des performances du test à un RSB et I_α donnés. Toutefois, lorsque le RSB est plus faible et/ou I_α est plus large, les valeurs de M et N peuvent devenir trop importantes. On peut, par exemple, voir cette situation dans la figure 6.8 qui montre les performances de l'algorithme dans le cas de RSB =-8 dB, $N = 32768$, $M = 20$ et différentes largeurs de l'intervalle I_α. Pour $I_\alpha = [3.5\ 11.5]$ kHz, on constate que le détecteur n'est pas en mesure de détecter le signal même avec une grande valeur de $N = 32768$. Au contraire, en diminuant la taille de I_α, tout en gardant figé le reste des paramètres, les performances s'améliorent

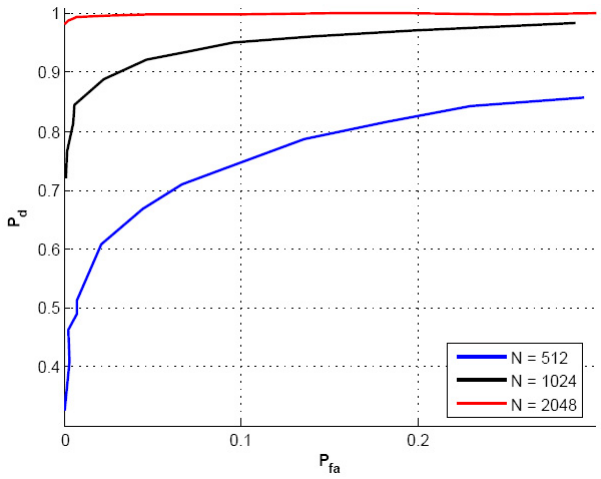


FIG. 6.5 – Courbes COR simulées, RSB =0 dB et $M = 10$

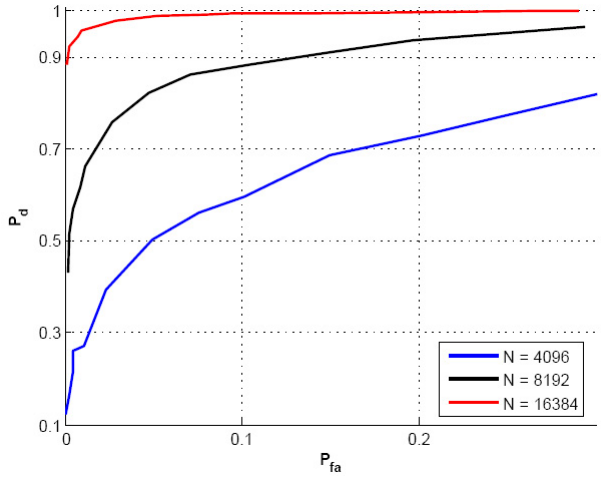


FIG. 6.6 – Courbes COR simulées, RSB =-5 dB et $M = 10$

considérablement. Par conséquent, le choix de la taille de I_α est un facteur déterminant dans les performances du test aveugle.

Pour mieux appréhender l'effet de la largeur de cet intervalle sur le comportement de l'algorithme, on montre dans la figure 6.9, les probabilités de fausse alarme simulées pour différentes largeurs de l'intervalle de test. On constate que les courbes obtenues sont toutes confondues et que la probabilité P_{fa} reste inchangée. Ceci, permet donc de comprendre que dans le cas de la figure 6.8, la réduction de la taille de l'intervalle I_α n'agit que sur la probabilité de détection. Cette probabilité s'améliore avec la réduction de la taille de l'intervalle de test.

Dans le cas de la figure 6.10, on compare la probabilité P_{fa} obtenue par simulation pour différentes valeurs de N à la probabilité de fausse alarme théorique. Cette compa-

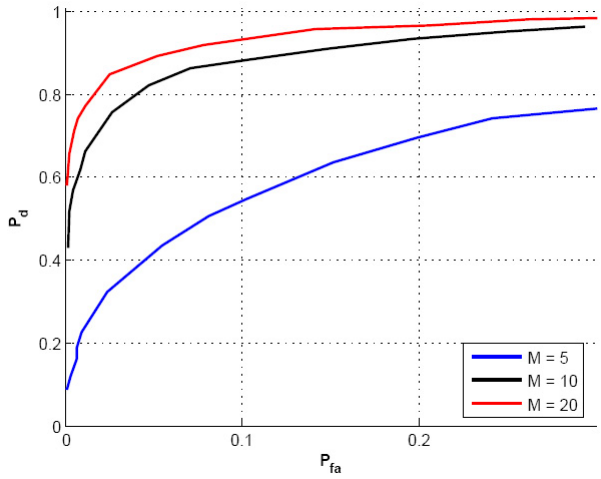


FIG. 6.7 – Courbes COR simulées, RSB =-5 dB et $N = 8192$

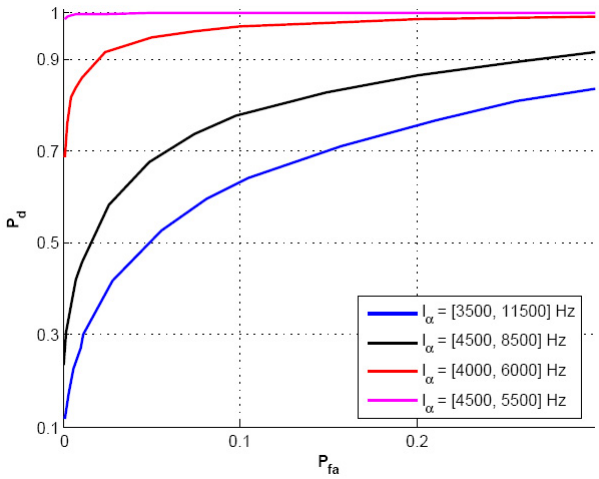


FIG. 6.8 – Courbes COR simulées pour différentes largeurs de l'intervalle I_α, RSB =-8 dB, $N = 32768$ et $M = 20$

raison, faite pour $M = 10$, montre une bonne correspondance entre valeurs simulées et valeurs théoriques de la probabilité P_{fa}. Cette correspondance s'améliore lorsque N augmente.

Pour une valeur du RSB égale à 0 dB, un signal d'intérêt du type DVB-T (*cf.* section 3.3) et un canal de propagation du type *Indoor B* [102] avec une vitesse de déplacement de l'utilisateur égale à $5m/s$, la figure 6.11 montre les performances simulées de l'algorithme. Ce type de signal, présenté au chapitre 3, a une fréquence cyclique fondamentale $\alpha_f = 3571$ kHz et échantillonné à la cadence 40 échantillons par période symbole. À cette fréquence, l'autocorrélation cyclique est maximale si le retard $\tau = T_u$, T_u étant la période utile du symbole de données. C'est cette valeur de τ que l'on choisit pour effectuer le test.

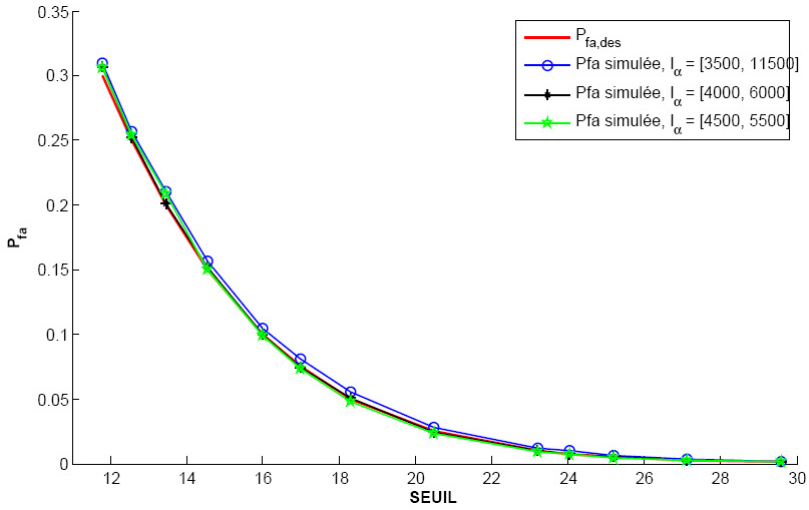


FIG. 6.9 – Probabilités de fausse alarme obtenues par simulation en fonction du seuil de détection pour différentes largeurs de l'intervalle I_α, $N = 1024$ et $M = 10$

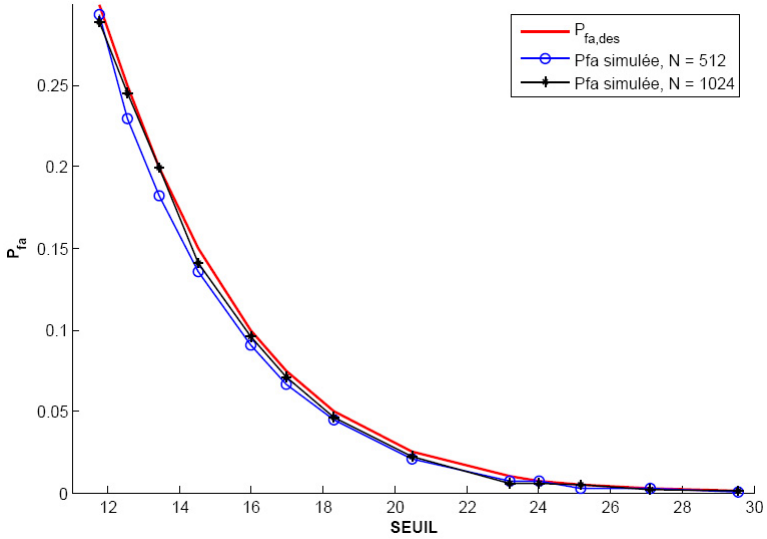


FIG. 6.10 – Probabilités de fausse alarme obtenues par simulation en fonction du seuil de détection pour différentes valeurs de N et $M = 10$

La connaissance de T_u ne signifie pas automatiquement la connaissance de la fréquence cyclique dans le signal car en fonction de la taille de l'intervalle de garde I_g ($T_u/4$, $T_u/8$, $T_u/16$ ou $T_u/32$) on peut avoir 4 fréquences cycliques différentes (3571, 3968, 4201 ou 4329 kHz). Par la suite, le choix d'un intervalle $I_\alpha =]0, 5]$ kHz permet de couvrir largement ces fréquences cycliques et de les détecter simultanément sans que la taille de l'intervalle de garde soit connue à l'avance. Il faut noter, qu'avec un test de cyclostationarité sur une seule fréquence cyclique tel que celui présenté au chapitre 5 ou celui de Dandawaté [6], 4 tests consécutifs doivent être effectués afin de s'assurer qu'aucun signal DVB-T de période

utile $T_u = 224\ \mu s$ est présent.

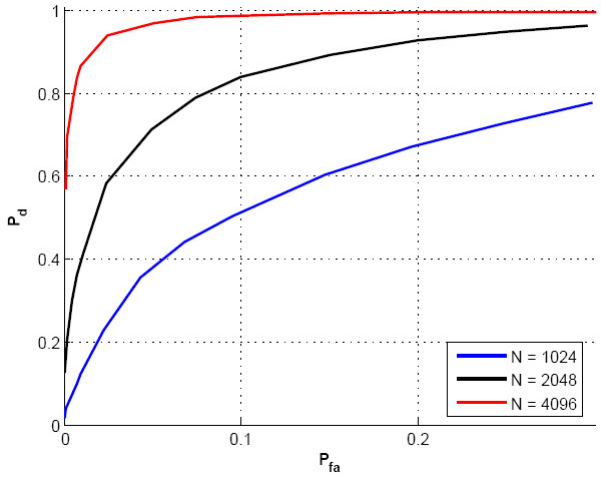


FIG. 6.11 – Courbes COR simulées pour différentes valeurs de N avec un signal d'intérêt du type DVB-T (*cf.* section 3.3) et un canal de propagation du type *Indoor B* [102], RSB =0 dB et $M = 1$

6.4 Test de présence de la cyclostationarité sur un large intervalle de fréquences

Dans la problématique de détection des bandes libres, selon que l'incertitude sur la connaissance des fréquences cycliques des systèmes primaires est importante ou non, deux cas de figures peuvent être recensés. Lorsque cette incertitude est faible, cela permet de réduire au maximum la taille de l'intervalle de test I_α, comme par exemple dans le cas de la détection de la télévision numérique. Dans ce cas, l'utilisation de l'algorithme de test tel que proposé dans le paragraphe 6.3.4 permet d'atteindre l'objectif. Cependant lorsque le terminal radio opportuniste a une grande incertitude sur les fréquences cycliques des systèmes primaires, la détection des bandes libres ne peut être dans ce cas fiable que si un test de présence de cyclostationarité sur un large intervalle de fréquences cycliques est effectué. Or d'après les simulations, les performances de l'algorithme de test dépendent énormément de la largeur de cet intervalle I_α. Pour un nombre constant d'échantillons du signal reçu, les performances de détection diminuent à mesure que la taille de l'intervalle I_α augmente. Afin d'améliorer ces performances lors du test d'un large intervalle I_α, on peut augmenter le nombre d'observations. Mais on remarque rapidement que cette solution nécessite que le terminal possède des capacités de calculs de plus en plus importantes ainsi que de l'espace mémoire. Cela augmente aussi le temps d'attente avant qu'une décision soit prise.

Toutefois, comme le test de cyclostationarité présente une probabilité de fausse alarme constante indépendamment de la largeur de l'intervalle testé, alors le test d'un large intervalle peut être transformé en une succession de tests de sous-intervalles de tailles inférieures

de telle sorte que sur chaque sous-intervalle, les performances de détection de l'algorithme soient bonnes. Ainsi, on constate qu'en plus des tests de présence de la cyclostationarité sur un intervalle de fréquences cycliques, le problème de détection en aveugle des bandes libres nécessite aussi des procédures efficaces de recherche de la cyclostationarité sur un large intervalle. Plusieurs procédures de recherche sont envisageables. Dans la suite, nous en présentons deux.

6.4.1 Procédure de recherche horizontale

Soient $x(n)$ un processus aléatoire à temps discret, I_α l'intervalle des fréquences cycliques à tester et $\{I_\alpha^i\}_{i=1}^K$ l'ensemble des K sous-intervalles de I_α de tailles égales tel que $I_\alpha = \cup_{i=1}^K I_\alpha^i$. Soit $P_{fa,des}$ la probabilité de fausse alarme désirée pour le test de cyclostationarité aussi bien sur un sous-intervalle que sur le grand intervalle I_α. L'algorithme de cette procédure est donné par la figure 6.12. C'est une procédure de recherche simple composée de K étapes. Pour chaque étape, un test aveugle de présence de la cyclostationarité sur un sous-intervalle est effectué. Si le test d'une étape n'est pas concluant, alors une nouvelle étape est envisagée sur un autre sous-intervalle. La procédure de recherche s'arrête lorsqu'une détection se produit ou que toutes les étapes sont effectuées. Par rapport à un test aveugle de présence de la cyclostationarité sur le grand intervalle I_α, cette procédure de recherche améliore considérablement la probabilité de détection. En effet cela est dû aux bonnes performances de l'algorithme de test sur chaque sous-intervalle I_α^i de taille plus petite. En revanche, il est moins évident de voir quelle valeur de probabilité de fausse alarme effective $P_{fa,ef}$ engendre cette procédure. Afin de la déterminer, nous définissons les deux événements élémentaires d_i et r_i suivants :

- d_i : l'événement qui correspond à la détection de la cyclostationarité sur le sous-intervalle I_α^i.
- r_i : l'événement qui correspond à la non détection de la cyclostationarité sur le sous-intervalle I_α^i

D'après cette procédure, le test d'un sous-intervalle I_α^i n'est effectué que si les $(i-1)$ tests des sous-intervalles précédents ne sont pas concluants. Par la suite, l'événement D de détection de la cyclostationarité sur l'intervalle I_α est défini à partir des événements élémentaires d_i et r_i de la manière suivante :

$$\begin{aligned} D &= d_1 \vee (r_1 \wedge d_2) \vee (r_1 \wedge r_2 \wedge d_3) \vee \cdots \vee (r_1 \wedge \cdots \wedge r_{K-1} \wedge d_K) \\ &= \bigvee_{i=1}^{K} \left(\bigwedge_{j=0}^{i-1} r_j \right) d_i \end{aligned} \tag{6.49}$$

avec r_0 l'événement certain, *i.e.* $P(r_0) = 1$, introduit pour des commodités de représentation.

Comme le résultat du test de cyclostationarité sur un sous-intervalle I_α^i quelconque est indépendant des résultats de tests sur les autres sous-intervalles, alors la probabilité de l'événement D, union de K événements indépendants $e_i = (\cap_{j=0}^{i-1} r_j) d_i$, se met sous la forme suivante :

$$P(D) = \sum_{i=1}^{K} \left(\prod_{j=0}^{i-1} P(r_j) \right) P(d_i) \tag{6.50}$$

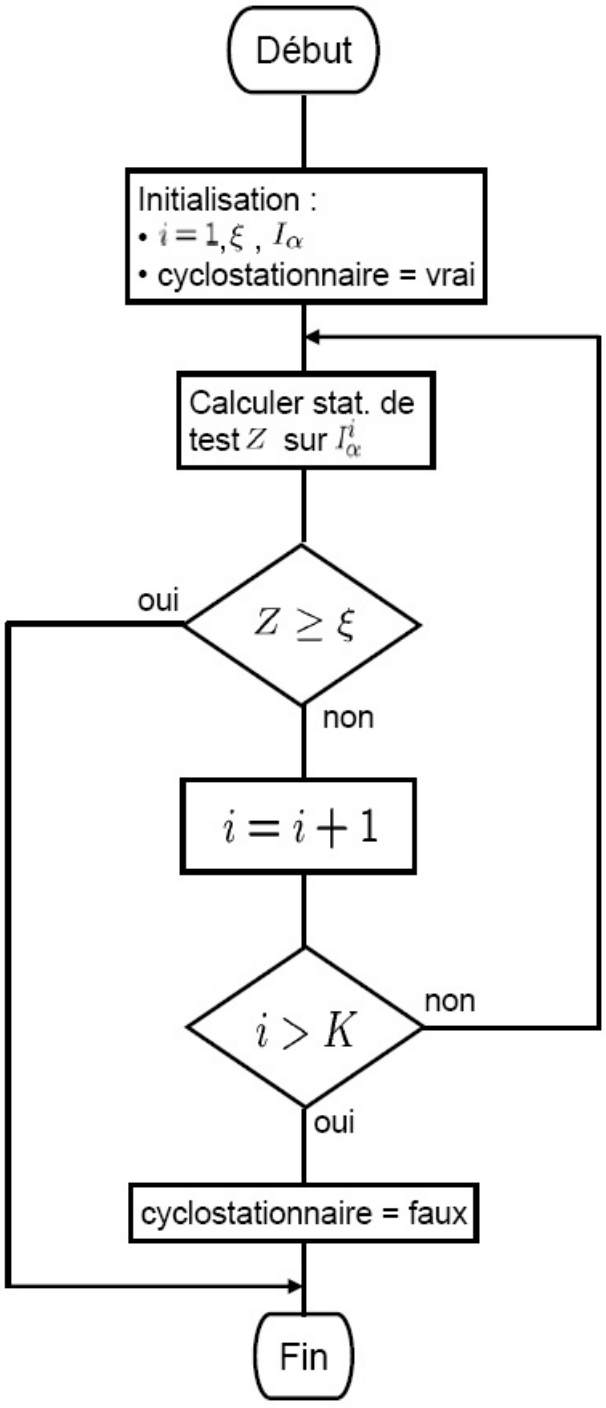


FIG. 6.12 – Algorithme de recherche horizontale

Suivant l'hypothèse H_1, $P(D|H_1)$ désigne la probabilité de détection totale de la procédure de recherche horizontale. Mais comme les probabilités des événements élémentaires d_i et r_i sont inconnues suivant cette hypothèse (elles sont fonctions de plusieurs paramètres comme le RSB, la largeur du sous-intervalle, la position de l'intervalle de cyclostationarité, etc.), il est très difficile de déterminer la valeur de $P(D|H_1)$. De toute façon, on sait que cette probabilité sera au moins égale à la probabilité de détection sur un sous-intervalle qui est déjà satisfaisante. Par contre, il est plus important d'évaluer la probabilité de fausse alarme $P_{fa,ef}$ donnée par $P(D|H_0)$ d'autant plus que l'on sait déterminer les probabilités des événements élémentaires d_i et r_i suivant H_0. Pour tout i, $i = 1, \ldots, K$, ces probabilités s'expriment en fonction de la probabilité $P_{fa,des}$ par :

$$\begin{aligned} P(d_i) &= P(d) = P_{fa,des} \\ P(r_i) &= P(r) = 1 - P_{fa,des} \end{aligned} \tag{6.51}$$

Comme la probabilité de chaque événement est indépendante du rang i, $i = 1, \ldots, K$, de l'étape de test, alors la probabilité $P(D|H_0)$ donnée par l'équation (6.50) est une somme de K termes d'une suite géométrique $(u_i)_{i\in\mathbb{N}}$ de raison $q = P(r)$ et de premier terme $u_0 = P(d)$. On obtient donc l'expression suivante de la probabilité de fausse alarme $P_{fa,ef}$:

$$P_{fa,ef}^{(K)} = P(D|H_0) = P(d) \cdot \frac{1 - (P(r))^K}{1 - P(r)} \tag{6.52}$$

Cette probabilité est fonction du nombre K de sous-intervalles. Son taux d'accroissement est :

$$P_{fa,ef}^{(K+1)} - P_{fa,ef}^{(K)} = P(d) \cdot (P(r))^K \tag{6.53}$$

ce taux est positif et tend vers 0 lorsque $K \to \infty$. Par la suite, la probabilité de fausse alarme $P_{fa,ef}^{(K)}$ est une fonction croissante de K et tend asymptotiquement vers une valeur constante.
En remarquant que $P(d) = 1 - P(r)$, l'équation (6.52) se simplifie pour devenir :

$$P_{fa,ef}^{(K)} = 1 - (P(r))^K \tag{6.54}$$

$P(r)$ est une probabilité, *i.e.* $P(r) < 1$, alors pour K grand, on a :

$$\lim_{K\to\infty} P_{fa,ef}^{(K)} = 1 \tag{6.55}$$

On en conclut que la probabilité de fausse alarme effective de cette stratégie de recherche tend vers 1 lorsque le nombre des sous-intervalles devient très important.
Pour une valeur relativement faible de K et en faisant l'approximation $P(r_i) = 1 - P_{fa,des} \simeq 1$ dans l'équation (6.50), la probabilité $P_{fa,ef}^{(K)}$ devient :

$$P_{fa,ef}^{(K)} = K \times P_{fa,des} \tag{6.56}$$

Par la suite, la probabilité de fausse alarme réelle est K fois la probabilité de fausse alarme fixée pour le test sur chaque sous-intervalle. Si on ajoute à cela la charge de calcul totale de la procédure qui est égale au pire cas (signal non cyclostationnaire sur l'intervalle I_α) à K fois la charge de calcul du test de cyclostationarité sur un sous-intervalle, alors on peut facilement voir que cette procédure n'est pas la meilleure au sens de la probabilité de fausse alarme et de charge de calcul même si elle améliore les performances de détection.

6.4.2 Procédure de recherche verticale

La stratégie de recherche horizontale parait comme une stratégie de recherche naturelle suite au constat, établi par simulation, que les performances de l'algorithme s'améliorent à mesure que la taille de l'intervalle testé diminue. Cependant, cette stratégie ne tient pas compte du fait que pour une largeur donnée de l'intervalle des fréquences cycliques, les performances du test augmentent en fonction du RSB. Supposons, par exemple que la fréquence cyclique dans le processus est située dans le dernier sous-intervalle I_α^K de l'intervalle I_α et que le RSB est élevé. Afin de détecter cette cyclostationarité, la stratégie de recherche horizontale teste tous les sous-intervalles de I_α. Au contraire, il est possible de détecter cette cyclostationarité en effectuant le test, non plus sur les $\{I_\alpha^i\}_{i=1}^K$ mais sur des sous-intervalles $\{I_\alpha^{i'}\}_{i'=1}^{K'}$ de tailles plus importantes. Comme $K' < K$, alors un nombre inférieur de tests devient nécessaire. Ceci présente la philosophie de la stratégie de recherche verticale que nous proposons par la suite.

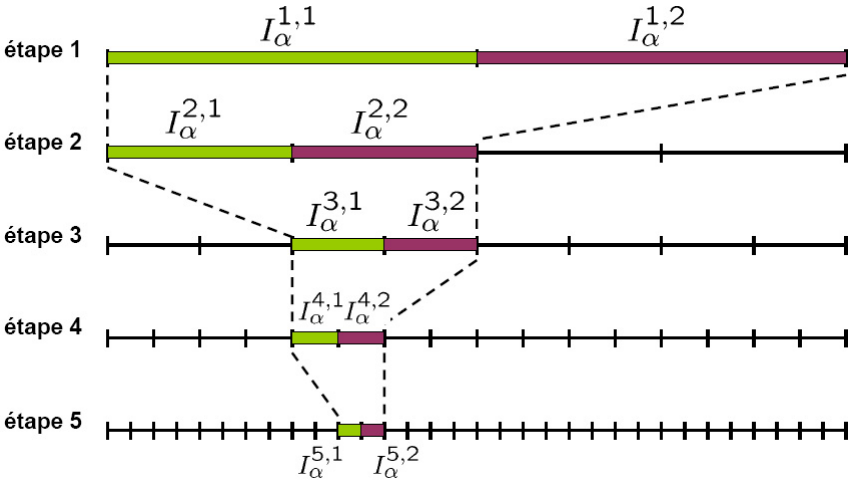


FIG. 6.13 – Exemple de recherche verticale

Supposons que K (le nombre des sous-intervalles dans la procédure de recherche horizontale) soit une puissance de 2, *i.e.* $K = 2^L$. Comme on peut le voir sur l'exemple de la figure 6.13 dans le cas de $K = 32$, la procédure de recherche verticale est constituée de $L = 5$ étapes de test. Dans chaque étape, deux et seulement deux sous-intervalles sont testés. La largeur de chaque sous-intervalle testé à une étape i quelconque est égale à la moitié de celle de chaque sous-intervalle testé à l'étape précédente. Ainsi, pour $i = 1, \ldots, L$, cette largeur est donnée par :

$$\frac{\text{largeur}(I_\alpha)}{2^i} \tag{6.57}$$

Chaque étape de la recherche commence par le test du sous-intervalle de gauche (ou de droite). En cas de détection, la procédure de recherche s'arrête avec comme décision la cyclostationarité du processus. Dans le cas contraire, le test de cyclostationarité est repris sur le sous-intervalle de droite (ou de gauche). S'il y a une détection, alors fin de la recherche avec détection. Sinon, une des deux raisons suivantes est à l'origine de la non détection :

– Soit que le processus n'est pas cyclostationnaire sur l'intervalle I_α.
– Soit que le process est cyclostationnaire sur l'un des deux sous-intervalles mais que cette cyclostationarité ne peut être détectée à ce niveau de la recherche.

Peu importe la raison, le détecteur ne peut prendre une décision ferme tant que la cyclostationarité n'a pas été détectée ou que la procédure de recherche n'est pas à sa dernière étape. Afin d'affiner la recherche, un sous-intervalle parmi les deux testés à l'étape courante doit donc être choisi pour une nouvelle étape de tests.

Soient $Z_{i,1}$ et $Z_{i,2}$ les statistiques de test calculées respectivement sur les deux sous-intervalles $I_\alpha^{i,g}$ et $I_\alpha^{i,d}$ de l'étape courante et ξ le seuil de détection correspondant à une probabilité $P_{fa,des}$ donnée. Dans le cas de non cyclostationarité du processus sur l'intervalle I_α^i, l'un ou l'autre des deux sous-intervalles peut être choisi indifféremment. Par contre, si le processus est cyclostationnaire sur l'un des deux sous-intervalles de l'étape courante, alors il est vraisemblable que ce sous-intervalle soit celui qui correspond à la statistique de test la plus grande entre $Z_{i,1}$ et $Z_{i,2}$. Ceci se justifie aussi de la manière suivante : si à l'étape courante, on accepte d'une manière fictive que la probabilité $P_{fa,des}$ soit plus grande alors la plus petite valeur de cette probabilité permettant la détection de la cyclostationarité est celle qui correspond à un seuil de détection égal au maximum entre $Z_{i,1}$ et $Z_{i,2}$. Ceci permet de choisir le sous-intervalle correspondant à ce maximum. L'algorithme détaillé de cette stratégie de recherche verticale est fourni à la figure 6.14.

Le calcul de la nouvelle probabilité de fausse alarme est similaire au calcul effectué dans le cas de la procédure de recherche horizontale. La seule différence se situe au niveau des définitions de d_i et r_i qui deviennent :
– d_i : (détecter sur $I_\alpha^{i,g}$) **ou** ((ne pas détecter sur $I_\alpha^{i,g}$) **et** (détecter sur $I_\alpha^{i,d}$))
– r_i : (ne pas détecter sur $I_\alpha^{i,g}$) **et** (ne pas détecter sur $I_\alpha^{i,d}$)
Suivant l'hypothèse H_0, les probabilités de ces événements élémentaires en fonction de $P_{fa,des}$ sont données par :

$$\begin{aligned} P(d_i) &= P(d) = P_{fa,des}(2 - P_{fa,des}) \\ P(r_i) &= P(r) = (1 - P_{fa,des})^2 \end{aligned} \tag{6.58}$$

La nouvelle probabilité de fausse alarme effective, tous calculs faits, devient :

$$P_{fa,ef}^{(L)} = P(D|H_0) = 1 - (P(d))^{2L} \tag{6.59}$$

Comme dans le cas de la recherche horizontale, cette probabilité de fausse alarme est fonction du nombre L d'étapes de la procédure de recherche verticale. Par la suite, elle tend vers 1 lorsque L est assez grand. Mais, à plus faibles valeurs de L, on montre que :

$$P_{fa,ef}^{(L)} \simeq 2L \times P_{fa,des} \tag{6.60}$$

Comme $2L \leq 2^L = K$, l'équation (6.60) permet de conclure que cette nouvelle probabilité de fausse alarme est inférieure à celle calculée pour la recherche horizontale. Plus important que cela, la vitesse de convergence vers 1 de la probabilité de fausse alarme dans le cas de la recherche verticale est beaucoup moins rapide que la convergence dans le

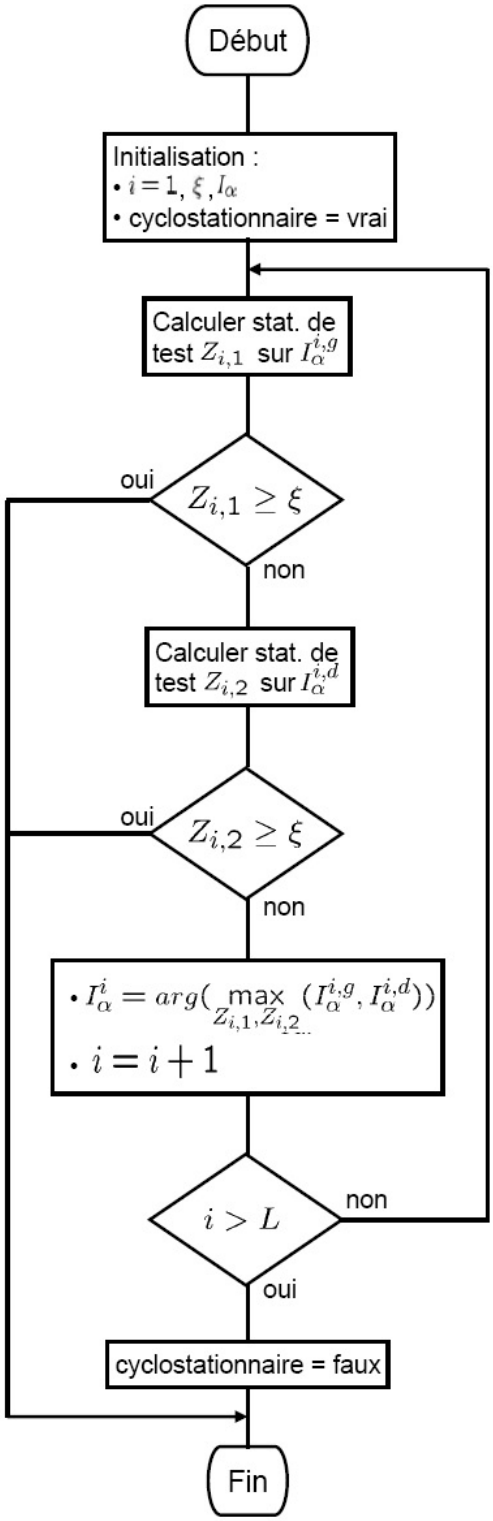


FIG. 6.14 – Algorithme de recherche verticale

cas de la recherche horizontale. Le même constat peut être établi aussi pour la charge de calcul engendrée par cette procédure qui est au maximum (suivant H_0) égale à $2L$ fois la charge de calcul du test unitaire sur un sous-intervalle. Suivant H_1, cette charge est bien inférieure selon la valeur du RSB.

Le gain, en probabilité $P_{fa,ef}$ et en charge de calcul, réalisé par rapport à la procédure de recherche horizontale peut être évalué par :

$$G = 1 - \frac{2L}{K} = 1 - \frac{L}{2^{L-1}} \tag{6.61}$$

Ce gain est de plus en plus important que L est plus grand. Par exemple, pour $K = 32$, la stratégie de test horizontale effectue au maximum 32 tests élémentaires et engendre une probabilité $P_{fa,ef} = 32 \times P_{fa,des}$ alors que la stratégie de test verticale effectue seulement 10 tests et génère une probabilité $P_{fa,ef} = 10 \times P_{fa,des}$. Soit au total, un gain $G = 70\%$.

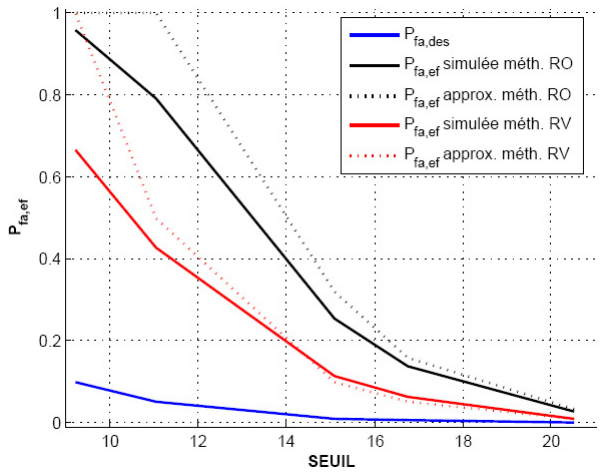


FIG. 6.15 – Probabilités de fausse alarme des deux procédures de recherche (horizontale et verticale) en fonction du seuil de détection

Pour $L = 5$ (ou $K = 32$) et pour différentes valeurs du seuil ξ de détection, on montre sur la même figure 6.15 les probabilités $P_{fa,des}$ et $P_{fa,ef}$ obtenues par simulation dans le cas des deux procédures de recherche. Cette même figure fournit aussi les valeurs approximatives de cette probabilité $P_{fa,ef}$ d'après les équations (6.56) et (6.60). On voit une nette différence entre la probabilité désirée et les probabilités effectives d'une part et l'amélioration en terme de reduction de la vitesse de convergence vers 1 qu'apporte la procédure de recherche verticale d'autre part. Il faut noter aussi la bonne approximation que donnent les expressions établies pour les probabilités de fausse alarme.

6.4.3 Procédure de recherche verticale améliorée

Bien que les performances en terme de charge de calcul et de probabilité de fausse alarme obtenues avec la procédure de recherche verticale soient relativement satisfaisantes, d'autres améliorations peuvent être apportées.

Dans chacune des procédures de recherche précédentes, que ce soit horizontale ou verticale, l'algorithme de recherche ne s'arrête que si toutes les étapes (ou sous-intervalles) sont explorées ou que la cyclostationarité est détectée. Grâce au nombre réduit d'étapes de tests, la procédure de recherche verticale arrive à améliorer les performances. Mais en réalité, ni l'une ni l'autre des deux procédures n'est capable de garder la probabilité $P_{fa,ef}$ faible lorsque le nombre d'étapes grandit. Afin d'y arriver, nous proposons d'introduire dans l'algorithme de recherche verticale la possibilité que la recherche soit arrêtée à une étape intermédiaire même si la cyclostationarité n'est pas détectée. En effet dans l'algorithme de la figure 6.14, à chaque fois qu'une étape est terminée sans détection, une nouvelle étape est entamée sur le sous-intervalle correspondant au maximum entre les deux statistiques de test. Ceci revient à considérer, d'une manière fictive, que le seuil de détection ξ est égal à ce maximum et que la probabilité $P_{fa,des}$ est autorisée à être plus grande. Comme ce maximum peut être trop faible implicant une probabilité de fausse alarme fictive trop élevée, on se propose de fixer une limite supérieure de cette probabilité. Soit $P_{fa,max}$ cette valeur limite supérieure et ξ_{min} le seuil correspondant. Par la suite, lorsque le maximum entre les deux statistiques de test est inférieur à ξ_{min}, on arrête la recherche et on déclare que le processus est non cyclostationnaire sur I_α. Par opposition au seuil de détection ξ, le seuil ξ_{min} devient un seuil de non détection. La figure 6.16 montre le nouvel algorithme de recherche.

Afin d'établir la nouvelle expression de la probabilité de fausse alarme effective, nous présentons à la figure 6.17 le diagramme états-transitions du déroulement d'une étape de la procédure modifiée à partir duquel, on peut facilement voir que les événements élémentaires d_i et r_i prennent les nouvelles définitions suivantes :

- $d_i : (Z_{i,1} \geq \xi) \vee [(Z_{i,1} < \xi) \wedge (Z_{i,2} \geq \xi)]$
- $r_i : [(Z_{i,1} \geq \xi_{min}) \vee (Z_{i,2} \geq \xi_{min})] \wedge (Z_{i,1} < \xi) \wedge (Z_{i,2} < \xi)$

Ces événements peuvent être évalués suivant H_0 en fonction de $P_{fa,max}$ et $P_{fa,des}$ de la manière suivante :

$$\begin{aligned} P(d_i) &= P(d) = P_{fa,des} \cdots (2 - P_{fa,des}) \\ P(r_i) &= P(r) = P_{fa,max} \cdots (2 - P_{fa,max}) \cdots (1 - P_{fa,des})^2 \end{aligned} \tag{6.62}$$

En injectant ces probabilités dans l'équation (6.52), on obtient la nouvelle expression de la probabilité $P_{fa,ef}^{(L)}$. Dans le cas particulier de $P_{fa,des} = 0,01$, on montre à la figure 6.18 la variation de cette probabilité $P_{fa,ef}^{(L)}$ en fonction de $P_{fa,max}$ et L. Sur cette figure on peut vérifier que la probabilité de fausse alarme est croissante et asymptotiquement ($L \to \infty$) constante. Mais contrairement aux procédures précédentes, la valeur limite de $P_{fa,ef}^{(L)}$ qui est fonction de la valeur de $P_{fa,max}$ peut être bien inférieure à 1. Pour $P_{fa,max} = 0,5$, une coupe de cette figure est donnée à la figure 6.19. Cette nouvelle figure montre que la probabilité de fausse alarme tend vers une valeur maximale autour de $0,08$ lorsque $L \to \infty$. En effet, en faisant l'approximation que $1 - P(r)^{2L} \simeq 1$ et que $2 - P_{fa,des} \simeq 2$, nous obtenons l'expression simplifiée suivante de la probabilité de fausse alarme :

$$P_{fa,ef} = \frac{2P_{fa,min}}{(1 - P_{fa,max})^2} \tag{6.63}$$

à partir de laquelle, on voit facilement que pour $P_{fa,max} \leq 0,5$ on a :

$$P_{fa,ef} \leq 8P_{fa,des} \quad \forall K \text{ et } \forall L \tag{6.64}$$

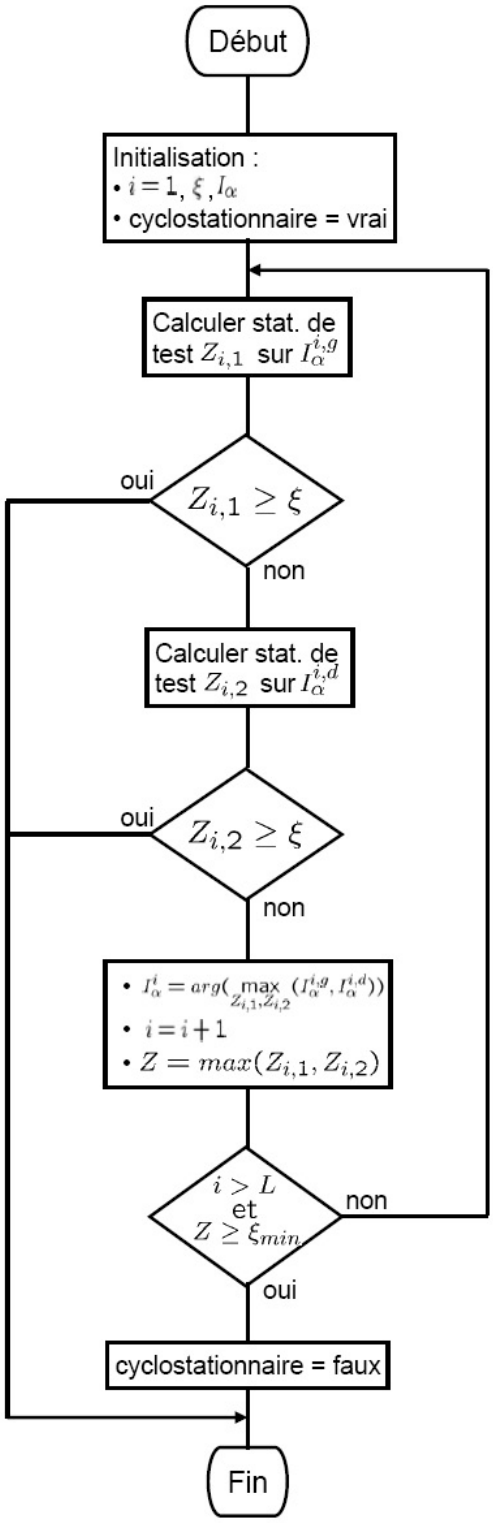
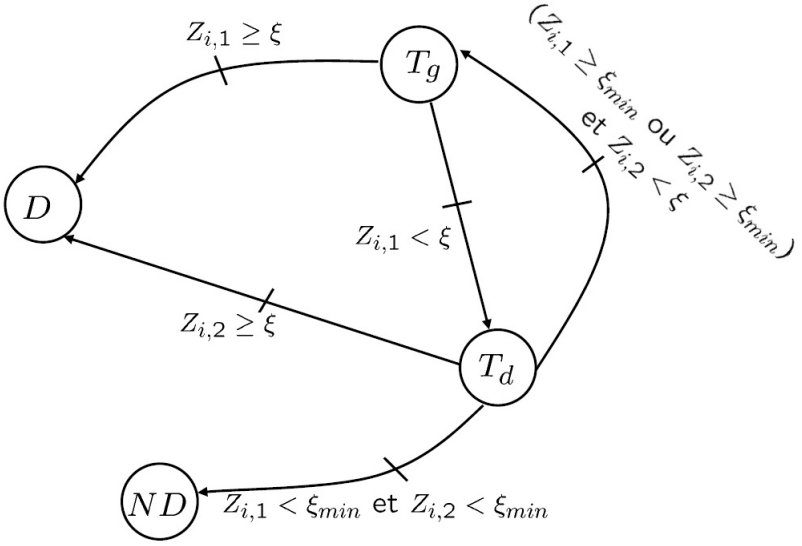


FIG. 6.16 – Algorithme de recherche verticale modifiée

Par la suite, l'introduction de ce seuil minimum de non détection permet de contrôler, voire limiter la probabilité de fausse alarme totale de l'algorithme. Par exemple, pour $K = 2^L = 32$, $P_{fa,max} \in [0.1\ 0.5]$ et $P_{fa,des} = 0.01$, la probabilité de fausse alarme effective obtenue par simulation est montrée par la figure 6.20. Comme on le constate, cette probabilité reste inférieure à $8 \times P_{fa,des} = 0.08$ pour les valeurs données de $P_{fa,max}$.



- **Tg** : test de cyclostationarité sur le sous-intervalle de gauche
- **Td** : test de cyclostationarité sur le sous-intervalle de droite
- **D** : détection de la cyclostationarité
- **ND** : cyclostationarité non détectée

FIG. 6.17 – Diagramme états-transitions d'une étape de tests

Dans le cas particulier de $P_{fa,max} = 0.5$, la figure 6.21 compare les probabilités de détection obtenues par simulation des trois procédures de recherche horizontale, verticale et verticale modifiée. Le signal considéré est un signal à modulation des symboles de données du type MDP4 avec un filtre d'émission de facteur de retombé $\beta = 0.9$. L'intervalle de recherche initial des fréquences cycliques est de taille 32 kHz centré autour de 18,5 kHz. Dans la méthode de recherche horizontale, la taille de chaque sous-intervalle est de 1 kHz alors que dans la procédure de recherche verticale la taille d'un sous-intervalle est 16 kHz à la première étape et 1kHz à la $5^{\text{ème}}$ étape.
Sur la même figure, les performances du test de cyclostationarité sur la totalité de l'intervalle de 32 kHz sont données en référence. Sur la plage des rapports RSB considérés, on constate que le test de présence de la cyclostationarité sur l'intervalle entier des fréquences cycliques échoue. Alors que grâce aux procédures de recherche, la détection de la cyclostationarité devient possible. Parmi ces procédures, la recherche horizontale affiche les performances de détection les plus importantes mais au prix d'une probabilité $P_{fa,ef}^{(32)} = 0,32$. Par contre, les procédures de recherche verticales permettent d'améliorer la détection sans

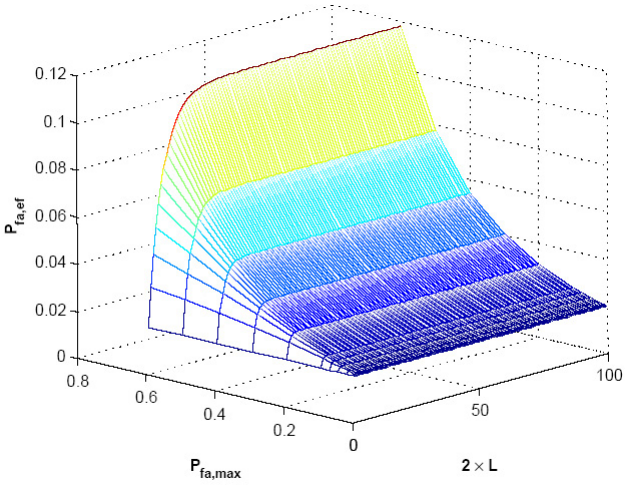


FIG. 6.18 – Courbe en trois dimensions de variation de la probabilité de fausse alarme effective en fonction de $P_{fa,max}$ et L

pour autant que la probabilité $P_{fa,ef}^{(5)}$ soit trop élevée. Sans la modification, l'algorithme de recherche verticale présente une probabilité $P_{fa,ef}^{(5)} = 10P_{fa,des} = 0,1$. Alors qu'à performances de détection à peu près égales, l'algorithme de recherche verticale modifié garantit une probabilité $P_{fa,ef} \leq 8P_{fa,des}$ indépendamment du nombre d'étapes.

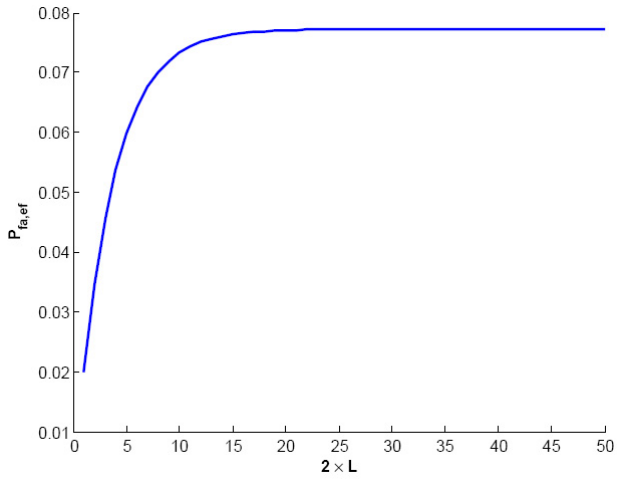


FIG. 6.19 – Courbe de variation de la probabilité de fausse alarme effective en fonction de L lorsque $P_{fa,max} = 0.5$

6.5 Conclusions

Dans ce chapitre, nous avons proposé un test aveugle de présence de la cyclostationarité. Par opposition au test proposé dans le chapitre 5, celui-ci permet de tester en une

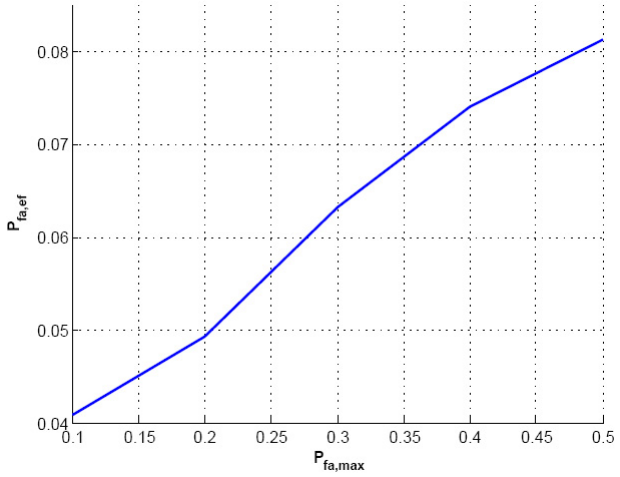


FIG. 6.20 – Probabilité $P_{fa,ef}$ obtenue par simulation pour différentes valeurs de $P_{fa,max}$

seule étape, la présence de la cyclostationarité sur un intervalle entier de fréquences. Ainsi, lorsque les systèmes primaires sont inconnus du terminal radio opportuniste, ce test, utilisé seul ou intégré à l'architecture de détection hybride proposée dans le chapitre 4, permet de déterminer les bandes libres.

Les résultats de simulation du test aveugle nous ont permis de dégager ses performances et de montrer qu'elles sont fortement liées à la taille de l'intervalle testé. Cette dépendance concerne précisément la probabilité de détection qui est de moins en moins bonne que la largeur de l'intervalle testé grandit. En revanche, la probabilité de fausse alarme est toujours constante quelque soit la largeur de cet intervalle. Ce cas arrive, par exemple, lorsque le terminal radio opportuniste n'est pas en mesure de situer les fréquences cycliques des systèmes primaires dans un petit intervalle. Afin d'améliorer les performances de détection lorsqu'il s'agit d'un large intervalle de fréquences, l'idée que nous avons eu est de transformer le test aveugle d'un large intervalle en plusieurs tests élémentaires de sous-intervalles. Le choix de la taille d'un sous-intervalle s'effectue de telle sorte que les performances de détection du test aveugle soient bonnes. Une procédure intuitive de test d'un large intervalle consiste à le partager en un nombre K de sous-intervalles et de les tester l'un après l'autre jusqu'à détecter la cyclostationarité. Nous avons montré que cette procédure engendre une probabilité de fausse alarme et une charge de calcul grandissantes en fonction de K. Pour cela, nous avons proposé une seconde procédure de recherche de la cyclostationarité permettant de réduire la charge de calcul et la probabilité de fausse alarme en réduisant le nombre de tests de sous-intervalles. Toutefois, la probabilité de fausse alarme reste dépendante du nombre $2L$ de tests et converge vers 1 lorsque ce nombre est important. Nous avons alors introduit une amélioration à cette procédure permettant de garantir, sous une certaine condition, que la probabilité de fausse alarme soit inférieure à une valeur désirée indépendamment du nombre de tests de sous-intervalles. Les résultats de simulation des trois procédures confirment l'avance de la recherche verticale modifiée par rapport aux autres procédures.

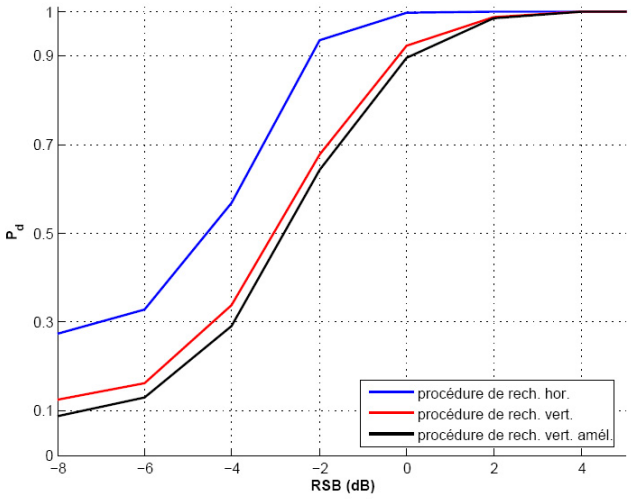


FIG. 6.21 – Comparaison des performances de détection, obtenues par simulation, des trois procédures de recherche en fonction du rapport RSB

Conclusions et Perspectives

Dans ce travail, nous avons étudié le problème de la détection de bandes de fréquences libres. Le cadre d'étude est l'accès opportuniste au spectre radio qui est une approche d'accès dynamique au spectre permettant de pallier les problèmes de pénurie des fréquences et de sous-exploitation du spectre. Pour cela, deux types d'utilisateurs du spectre sont définis. Les utilisateurs primaires (UPs) qui possèdent des ressources spectrales dédiées et les utilisateurs secondaires (USs) ou radio opportunistes qui partagent avec eux leurs ressources. Ce partage s'effectue de manière opportuniste, c'est-à-dire que les USs accèdent à ces ressources lorsqu'elles ne sont pas utilisées par les UPs et les libèrent lorsque ces derniers les réclament. Afin de ne pas créer d'interférences aux systèmes primaires, les USs doivent fréquemment vérifier les reprises de communications par les UPs. Compte tenu de l'étendu des ressources partagées, de la fréquence de vérification et du nombre de systèmes primaires différents, les terminaux radio opportunistes ont besoin d'outils de traitement du signal permettant une détection fiable, rapide et avec le minimum d'informations a priori sur le signal à détecter.

Deux méthodes de détection sont envisageables selon le modèle choisi du signal reçu, à savoir stationnaire ou cyclostationnaire.
La détection d'énergie, ou radiomètre, est une méthode de détection simple, de complexité de calcul réduite et n'exigeant aucune information sur le signal à détecter. A priori, cette méthode convient parfaitement au problème traité, sauf en cas d'erreurs d'estimation du niveau de bruit. Ce manque de fiabilité conduit à envisager de lui associer un autre type de détection.
La détection cyclostationnaire est une méthode de détection plus robuste vis-à vis des incertitudes d'estimation du niveau de bruit et capable de détecter des signaux à faibles RSB. Néanmoins, cette méthode nécessite la connaissance des fréquences cycliques des signaux à détecter. À défaut, une recherche exhaustive de la cyclostationarité sur un large intervalle de fréquences est nécessaire conduisant à un temps de calcul important.

Dans le but de minimiser le temps de détection, nous avons proposé une architecture de détection hybride des bandes libres. Cette architecture emploie à la fois la détection d'énergie et la détection cyclostationnaire. La prise en compte de l'incertitude sur le niveau du bruit dans le processus de décision, nous a permis d'envisager l'utilisation du radiomètre sans risque d'augmenter les probabilités de fausse alarme et de non-détection. En effet, la décision rendue par le radiomètre peut avoir trois états possibles. En plus des états classiques du type signal présent et signal absent, le radiomètre peut rendre une décision du type incertain lui épargnant de commettre une mauvaise décision. Lorsque le radiomètre est incertain, le détecteur cyclostationnaire prend la relève pour déterminer

l'état correct de la bande. À mesure que le détecteur cyclostationnaire est sollicité, les décisions qu'il délivre, profitent également au radiomètre qui réduit sa zone d'incertitude sur les décisions futures. L'architecture de détection proposée est donc adaptative et avec une durée de détection moyenne décroissant dans le temps. A l'instant initial, la détection est partagée entre le radiomètre et le détecteur cyclostationnaire, puis avec le temps, cette détection tend vers un caractère énergétique.

Néanmoins, cette architecture présente quelques limites de fonctionnement comme nous l'avons évoqué au chapitre 4. On cite par exemple le cas d'opportunités de communications non détectées lors du test d'un large intervalle de fréquences. Il serait donc intéressant dans la suite de ce travail de reprendre ces points afin d'y apporter des solutions.

Le bon fonctionnement de l'architecture nécessite des tests robustes de présence de la cyclostationarité. Pour des fréquences cycliques connues par le terminal radio, nous avons proposé un test de présence de la cyclostationarité sur une fréquence donnée et ses harmoniques. Dans le cas de signaux dont le spectre cyclique est formé d'harmoniques d'une fréquence cyclique fondamentale (comme le signal OFDM, DS-CDMA), les performances de détection peuvent donc être améliorées.

Dans le cas de fréquences cycliques inconnues, nous avons proposé un test aveugle permettant de savoir si le signal est cyclostationnaire sur un intervalle de fréquences. Contrairement à la solution proposée dans [75], notre algorithme est appelé une seule fois. Toutefois, pour un intervalle des fréquences testé large, les performances de détection du test en aveugle chutent. Pour y remédier, nous avons proposé une procédure de détection de la cyclostationarité sur un large intervalle. Elle consiste à répéter le test en aveugle sur des sous-intervalles. Cet algorithme, appelé procédure de recherche verticale modifiée, permet d'améliorer la détection tout en minimisant la charge de calcul et garantissant une probabilité de fausse alarme quasi-constante comparée à d'autres procédures de recherche.

Les deux tests proposés peuvent être utilisés seuls dans la détection des bandes libres. Toutefois, leur intégration dans l'architecture hybride de détection permet, grâce à l'apprentissage du détecteur radiomètre, d'aboutir à une détection fiable et rapide avec un minimum d'informations a priori.

Grâce à des scenarii réalistes de détection des bandes, il serait intéressant d'étudier les performances théoriques et simulées de l'architecture hybride et de déterminer ainsi le temps moyen de convergence de la détection hybride vers une détection d'énergie.

Souvent, on évoque dans la littérature la complexité de calcul des méthodes de détection cyclostationnaire. Bien que plus importante que celle du radiomètre, une évaluation du surcoût de complexité peut s'avérer intéressante. Dans ce mémoire, nous nous sommes concentré sur le développement des méthodes de détection avec le minimum d'informations a priori. Mais, on pourrait envisager dans la continuité de ce travail une étude de la complexité. De plus, il serait intéressant de comparer les performances et la complexité de l'architecture proposée avec celles des solutions de détection des bandes libres que l'on

peut trouver dans la littérature (*cf.* section 4.5).

Enfin, l'implémentation du test aveugle de cyclostationarité sur une plateforme radio a été faite. Notre objectif est de détecter les ressources fréquentielles disponibles dans la bande ISM autour de 2,4 GHz. Les premiers résultats sont encourageants. La limitation en fréquence d'échantillonnage de la maquette ne permet pas d'envisager des relevés de performances directement sur le signal radio, d'où la génération d'un signal de synthèse. On pourrait alors envisager de reprendre ce travail sur une maquette plus performante pour compléter l'implémentation des étages de détection d'énergie et d'adaptation. Les performances de l'architecture hybride de détection pourront être ensuite comparées aux exigences de la radio opportuniste, à savoir une détection robuste en temps réelle des bandes libres.

Annexe

Annexe A

Annexes relatives au chapitres 4

A.1 Rappels sur les statistiques d'ordre supérieur

Cette partie de l'annexe A est inspirée des références [79] et [7]. Pour avoir plus de détails sur les notions de moment et de cumulant, le lecteur peut donc se référer à ces références et aux références [101] et [105].

A.1.1 Moments et cumulants de vecteurs aléatoires à valeurs réelles

Soit $\boldsymbol{X} = [x_1, \ldots, x_k]$ un vecteur aléatoire à valeurs réelles de dimension k. On suppose que $\boldsymbol{X}$ admet une densité de probabilité $p_{\boldsymbol{X}}(\boldsymbol{\omega})$ continue et absolument sommable.

A.1.1.1 Moments

Soit $(i_1, i_2, \ldots, i_k) \in \mathbb{N}^k$ un k-uplet tel que $i_1 + i_2 + \ldots + i_k = n$. Le moment d'ordre n de $\boldsymbol{X}$ noté $M_{\boldsymbol{X},n}$ est défini par :

$$M_{\boldsymbol{X},n} \triangleq E\{x_1^{i_1} \cdots x_k^{i_k}\} = \int \omega_1^{i_1} \ldots \omega_k^{i_k} p_{\boldsymbol{X}}(\boldsymbol{\omega}) d\boldsymbol{\omega} \tag{A.1}$$

avec $\boldsymbol{\omega} = [\omega_1, \ldots, \omega_k]$.

Soit $\Phi_{\boldsymbol{X}}(\boldsymbol{U}) = E\{exp(i\boldsymbol{X}\boldsymbol{U}^T)\}$, avec $\boldsymbol{U} = [u_1, \ldots, u_k]$. Les moments d'ordres successifs sont aussi les coefficients du développement en série entière de la fonction caractéristique :

$$M_{\boldsymbol{X},n} = (-i)^n \left(\frac{\partial^n \Phi_{\boldsymbol{X}}(\boldsymbol{U})}{\partial x_1^{i_1} \cdots \partial x_k^{i_k}} \right)_{\boldsymbol{U}=0} \tag{A.2}$$

A.1.1.2 Cumulants

On définit la seconde fonction caractéristique par : $\Psi_{\boldsymbol{X}}(\boldsymbol{U}) = \ln(\Phi_{\boldsymbol{X}}(\boldsymbol{U}))$. Parallèlement aux moments, on définit le cumulant $C_{\boldsymbol{X},n}$ d'ordre n comme le n^{ieme} coefficient du développent en série entière de la seconde fonction caractéristique :

$$C_{\boldsymbol{X},n} = cum\{x_1^{i_1}, \cdots, x_k^{i_k}\} \triangleq (-i)^n \left(\frac{\partial^n \Psi_{\boldsymbol{X}}(\boldsymbol{U})}{\partial x_1^{i_1} \cdots \partial x_k^{i_k}} \right)_{\boldsymbol{U}=0} \tag{A.3}$$

A.1.1.3 Relations entre moments et cumulants

En écrivant les développements en série des fonctions ln et exp, et en identifiant les coefficients terme à terme, on peut montrer [101] que les cumulants peuvent s'écrire en fonction des moments d'ordre inférieur ou égale, et réciproquement :

$$cum\{x_1, \cdots, x_n\} = \sum_{\forall \nu} (-1)^{q-1}(q-1)! E\{\Pi_{j\in\nu_1} x_j\} \cdots E\{\Pi_{j\in\nu_q} x_j\} \tag{A.4}$$

et

$$E\{x_1 \dots x_n\} = \sum_{\forall \nu} cum\left\{\{x_j\}_{j\in\nu_1}\right\} \cdots cum\left\{\{x_j\}_{j\in\nu_q}\right\} \tag{A.5}$$

où les sommations s'effectuent sur toutes les partitions $\nu = (\nu_1, \dots, \nu_q)$ du jeux d'indices $(1, \dots, n)$, et où q est le nombre d'éléments composant la partition. Par exemple :

$$cum\{x_1\} = E\{x_1\}$$

$$cum\{x_1, x_2\} = E\{x_1 x_2\} - E\{x_1\}E\{x_2\}$$

$$cum\{x_1, x_2, x_3\} = E\{x_1 x_2 x_3\} - E\{x_1\}E\{x_2 x_3\} - E\{x_2\}E\{x_1 x_3\} - E\{x_3\}E\{x_1 x_2\}$$

A.1.2 Propriétés

A.1.2.1 Propriétés des moments

1. Multilinéarité : soit $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)$ un vecteur de constantes réelles. On a :

$$E\{(\alpha_1 x_1^{i_1}) \dots (\alpha_n x_n^{i_n})\} = \alpha_1\alpha_2 \dots \alpha_n E\{x_1^{i_1} \dots x_n^{i_n}\} \tag{A.6}$$

2. Si on peut décomposer $\{x_1 \dots x_n\}$ en deux sous-ensembles indépendants $\{x_1 \dots x_j\}$ et $\{x_{j+1} \dots x_n\}$, alors :

$$E\{x_1^{i_1} \dots x_n^{i_n}\} = E\{x_1^{i_1} \dots x_j^{i_j}\}E\{x_{j+1}^{i_{j+1}} \dots x_n^{i_n}\} \tag{A.7}$$

A.1.2.2 Propriétés des cumulants

1. Multilinéarité et invariance par translation : soit $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)$ et $\beta = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n)$ deux vecteurs de constantes réelles. On a :

$$cum\{\beta_1 + \alpha_1 x_1^{i_1}, \dots, \beta_n + \alpha_n x_n^{i_n}\} = \alpha_1\alpha_2 \dots \alpha_n cum\{x_1^{i_1}, \dots, x_n^{i_n}\} \tag{A.8}$$

2. Si on peut décomposer $\{x_1 \dots x_n\}$ en deux sous-ensembles indépendants $\{x_1 \dots x_j\}$ et $\{x_{j+1} \dots x_n\}$, alors :

$$cum\{x_1^{i_1}, \dots, x_n^{i_n}\} = 0 \tag{A.9}$$

3. Si $\boldsymbol{X}$ et $\boldsymbol{Y}$ sont deux vecteurs aléatoires indépendants, et si $\boldsymbol{Z} = \boldsymbol{X} + \boldsymbol{Y}$, alors :

$$cum\{z_1^{i_1}, \dots, z_n^{i_n}\} = cum\{x_1^{i_1}, \dots, x_n^{i_n}\} + cum\{y_1^{i_1}, \dots, y_n^{i_n}\} \tag{A.10}$$

4. Les cumulants d'ordre supérieurs ou égal à trois d'un vecteur aléatoire gaussien sont nuls.

A.2 Test statistique de présence de la cyclostationarité de Dandawaté-Giannakis

Soient $x(t)$ un processus aléatoire à temps discret et de moyenne nulle, et α une fréquence quelconque. Le test proposée par Dandawaté-Giannakis [6] permet de vérifier si $x(t)$ est cyclostationnaire à la fréquence α. ceci est équivalent à résoudre le test d'hypothèses suivant :

$$\begin{array}{ll} H_0 & R_{xx}(\alpha,\tau)=0 \quad \forall\tau \\ H_1 & R_{xx}(\alpha,\tau)\neq 0 \quad \text{pour quelques valeurs de } \tau \end{array} \tag{A.11}$$

avec H_0 est l'hypothèse nulle correspondant à un processus $x(t)$ non cyclostationnaire sur α et H_1 est l'hypothèse alternative correspondant à un processus $x(t)$ cyclostationnaire sur α.

Afin d'estimer la fonction d'AC $R_{xx}(\alpha,\tau)$, les auteurs utilisent l'estimateur suivant :

$$\hat{R}_{xx}^{(T)}(\alpha,\tau)=\frac{1}{T}\sum_{t=0}^{T-1}x(t)x(t+\tau)e^{-j\alpha t} \tag{A.12}$$

Lorsque $x(t)$ vérifie la condition de mélange (*cf.* annexe B), on montre que cet estimateur est convergent en moyenne quadratique, *i.e.* :

$$\lim_{T\to\infty}\hat{R}_{xx}^{(T)}(\alpha,\tau)\overset{m.q.}{=}R_{xx}(\alpha,\tau) \tag{A.13}$$

En outre, ont établit que cet estimateur suit une loi asymptotiquement gaussienne dont les covariances sont données par :

$$\lim_{T\to\infty}Tcov\{\hat{R}_{xx}^{(T)}(\alpha,\tau),\hat{R}_{xx}^{(T)}(\alpha,\rho)\} = S_{2f_{\tau,\rho}}(2\alpha;\alpha) \tag{A.14}$$

$$\lim_{T\to\infty}Tcov\{\hat{R}_{xx}^{(T)}(\alpha,\tau),\hat{R}_{xx}^{*(T)}(\alpha,\rho)\} = S_{2f_{\tau,\rho}}^{(*)}(0;-\alpha) \tag{A.15}$$

avec

$$S_{2f_{\tau,\rho}}(\alpha;\omega) \triangleq \lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\sum_{t=0}^{T-1}\sum_{\xi=-\infty}^{\infty}cov\{f(t;\tau),f(t+\xi;\rho)\}e^{-j\omega\xi}e^{-j\alpha t} \tag{A.16}$$

$$S_{2f_{\tau,\rho}}^{(*)}(\alpha;\omega) \triangleq \lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\sum_{t=0}^{T-1}\sum_{\xi=-\infty}^{\infty}cov\{f(t;\tau),f^{*}(t+\xi;\rho)\}e^{-j\omega\xi}e^{-j\alpha t} \tag{A.17}$$

et

$$f(t;\tau)\triangleq x(t)x(t+\tau) \tag{A.18}$$

On peut interpréter $S_{2f_{\tau,\rho}}(.;.)$ et $S_{2f_{\tau,\rho}}^{(*)}(.;.)$ comme des "intercorrélations spectrales" d'ordre 2 du processus $f(t;\tau)$.

Soit $F_{T,\tau}(\omega) = \sum_{t=0}^{T-1} x(t)x(t+\tau)e^{-j\omega t}$. Des estimateurs convergents de $S_{2f_{\tau,\rho}}(2\alpha;\alpha)$ et $S^{(*)}_{2f_{\tau,\rho}}(0;-\alpha)$ sont données par :

$$\hat{S}^{(T)}_{2f_{\tau,\rho}}(2\alpha;\alpha) = \frac{1}{TL}\sum_{s=-(L-1)/2}^{(L-1)/2} W^{(T)}(s) \times F_{T,\tau}\left(\alpha - \frac{2\pi s}{T}\right) F_{T,\rho}\left(\alpha + \frac{2\pi s}{T}\right) \quad \text{(A.19)}$$

$$\hat{S}^{(*T)}_{2f_{\tau,\rho}}(0;-\alpha) = \frac{1}{TL}\sum_{s=-(L-1)/2}^{(L-1)/2} W^{(T)}(s) \times F^{*}_{T,\tau}\left(\alpha + \frac{2\pi s}{T}\right) F_{T,\rho}\left(\alpha + \frac{2\pi s}{T}\right) \quad \text{(A.20)}$$

avec $W^{(T)}$, une fenêtre de pondération spectrale de largeur L impaire.

Algorithme

1. Calculer le vecteur $\hat{r}^{(T)}_{xx}$ donné par :

   $$\hat{r}^{(T)}_{xx} = [\mathfrak{Re}\{\hat{R}^{(T)}_{xx}(\alpha,\tau_1)\},\ldots,\mathfrak{Re}\{\hat{R}^{(T)}_{xx}(\alpha,\tau_N)\},\mathfrak{Im}\{\hat{R}^{(T)}_{xx}(\alpha,\tau_1)\},\ldots,\mathfrak{Im}\{\hat{R}^{(T)}_{xx}(\alpha,\tau_N)\}]$$

2. Calculer la matrice de covariance Σ du vecteur $\hat{r}^{(T)}_{xx}$ donnée par :

   $$\Sigma = \begin{pmatrix} \mathfrak{Re}\{\frac{Q+Q^{(*)}}{2}\} & \mathfrak{Im}\{\frac{Q-Q^{(*)}}{2}\} \\ \mathfrak{Im}\{\frac{Q+Q^{(*)}}{2}\} & \mathfrak{Re}\{\frac{Q^{(*)}-Q}{2}\} \end{pmatrix}$$

   avec

   $$\begin{aligned} Q(m,n) &= S_{2f_{\tau,\rho}}(2\alpha;\alpha) \\ Q^{(*)}(m,n) &= S^{(*)}_{2f_{\tau,\rho}}(0;-\alpha) \end{aligned}$$

3. Calculer la statistique de test suivante :

   $$Z = T\hat{r}^{(T)}_{xx}\Sigma^{-1}\hat{r}^{(T)\prime}_{xx}$$

   avec $\hat{r}^{(T)\prime}_{xx}$, le vecteur transposé de $\hat{r}^{(T)}_{xx}$.
   Cette statistique suit une loi du chi-deux à $2N$ degrés de libertés (χ^2_{2N}) centrée lorsque α est une fréquence cyclique et non centrée sinon.
4. Pour une probabilité de fausse alarme P_{fa} donnée, calculer le seuil de détection ξ tel que $P_{fa} = P\{\chi^2_{2N} \geq \xi\}$.
5. Déclarer que la fréquence α est cyclique si $Z \geq \xi$. Autrement, déclarer que α n'est pas une fréquence cyclique.

Annexe B

Théorie asymptotique des moyennes temporelles des processus mixtes

Un processus aléatoire est entièrement décrit par la connaissance de sa distribution de probabilité temporelle [72]. Toutefois, dans la pratique, on ne dispose que d'un nombre fini d'observations de ce processus. Par conséquent, on se contente de le caractériser à un ordre donné en estimant ses propriétés statistiques à partir des observations. C'est pourquoi, on essaie dès que possible de remplacer les moyennes d'ensemble par des moyennes temporelles.

Dans le cas des processus stationnaires, des estimateurs convergents des moments et des cumulants d'ordre 3 et 4 ont été établis dans [106], [107] et [108]. Parzen [109] s'est intéressé à une catégorie particulière de processus aléatoires dit *asymptotiquement stationnaires*, pour étudier les propriétés asymptotiques de leurs moyennes temporelles sous une certaine *condition de mélange*. Il a établi que pour un processus réel $x(n)$, on a :

$$\lim_{N\to\infty} \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n)x(n+\tau) \overset{m.q.}{=} \lim_{N\to\infty} \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} E\{x(n)x(n+\tau)\} \tag{B.1}$$

Cependant, Parzen n'a pas étudié la distribution asymptotique de cette moyenne. Dandawaté et Giannakis [103] ont généralisé l'analyse de Parzen, restreinte aux processus *asymptotiquement stationnaires*, au cas des processus mixtes (déterministes, stationnaires, nonstationnaires et complexes). Sous une *condition de mélange* différente de celle de Parzen, ils montrent que dans le cas d'un mélange de processus aléatoires $\{x_a(n)\}_{a=0}^{k}$, une relation équivalente à (B.1) existe :

$$\lim_{N\to\infty} \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x_0(n+\tau_0)\cdots x_k(n+\tau_k) \overset{m.q.}{=} \lim_{N\to\infty} \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} E\{x_0(n+\tau_0)\cdots x_k(n+\tau_k)\} \tag{B.2}$$

Ceci est vrai quelque soit k et $\boldsymbol{\tau} \equiv (\tau_0, \ldots, \tau_k)$.
De plus, Dandawaté et Giannakis démontrent le comportement asymptotique gaussien de cette moyenne et déterminent les expressions des covariances.

Soient $\{x_m(n)\}_{m=0}^{k}$ un mélange de processus (déterministes ou aléatoires) à temps discret et à valeurs complexes et $\hat{\mathcal{M}}_{K_a}^{(N)}(\tau_a)$ une moyenne temporelle définie par :

$$\hat{\mathcal{M}}_{K_a}^{(N)}(\boldsymbol{\tau}_a) \triangleq \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1}\prod_{l=0}^{K_a} x_{a,l}(n+\tau_{a,l}) \tag{B.3}$$

avec

$$x_{a,l}(n) \in \{x_m(n)\}_{m=0}^{k} \quad \text{et} \quad \boldsymbol{\tau}_a \triangleq (\tau_{a,0},\ldots,\tau_{a,K_a})$$

et N le nombre d'observations disponibles des processus $\{x_m(n)\}_{m=0}^{k}$.
Les propriétés asymptotiques de $\hat{\mathcal{M}}^{(N)}$ sont établies sous l'hypothèse que les deux conditions suivantes soient vérifiées.

Hypothèse 1 : Condition de mélange (ou *mixing condition*).

Pour tout $m \in \mathbb{Z}$, cette condition s'exprime sous la forme :

$$\sum_{\xi_1\ldots\xi_m=-\infty}^{\infty} \sup_n |\xi_l cum\{x_{u_0}(n), x_{u_1}(n+\xi_1),\ldots,x_{u_m}(n+\xi_m)\}| < \infty, \qquad l \in \{0,\ldots,m\} \tag{B.4}$$

où

$$x_u(n) \in \{x_0(n),\ x_0^*(n),\ldots,\ x_k(n),\ x_k^*(n)\} \quad \text{et} \quad \xi_0 = 1$$

L'hypothèse 1 implique que des échantillons de $x(n)$ bien séparés dans le temps sont approximativement indépendants. Cette condition de mélange a été utilisée par Brillinger et Rosenblatt [110] pour établir la convergence des estimateurs de multispectres pour un processus stationnaire.

Hypothèse 2 :

$$\lim_{N\to\infty}\frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} E\{x_0(n+\tau_0)\cdots x_k(n+\tau_k)\} \ \text{ existe } \forall \tau_0\ldots\tau_k. \tag{B.5}$$

L'hypothèse 2 définit la classe des processus $x(n)$ asymptotiquement stationnaires étudiés par Parzen.

Théorème : sous l'hypothèse que le mélange de processus $\{x_m(n)\}_{m=0}^{k}$ vérifie les conditions 1 et 2, on a :

$$cum\{\hat{\mathcal{M}}_{K_0}^{(N)}(\boldsymbol{\tau}_0),\ldots,\hat{\mathcal{M}}_{K_m}^{(N)}(\boldsymbol{\tau}_m)\} = \mathcal{O}(N^{-m}) \tag{B.6}$$

ce résultat est vrai $\forall$ K_a et $\boldsymbol{\tau}_a$, $a = 0,\ldots,m$, et en présence de termes $\hat{\mathcal{M}}_{K_a}^{(N)}(\boldsymbol{\tau}_a)$ conjugués.

De plus, ce théorème établit que pour tous K_a et $\boldsymbol{\tau}_a$, la moyenne temporelle d'un mélange de processus (déterministes et aléatoires) est convergente en moyenne quadratique, *i.e.* :

$$\lim_{N\to\infty} E\{\hat{\mathcal{M}}_{K_a}^{(N)}(\boldsymbol{\tau}_a)\} \overset{m.q.}{=} \lim_{N\to\infty} \hat{\mathcal{M}}_{K_a}^{(N)}(\boldsymbol{\tau}_a) \tag{B.7}$$

et que cette moyenne suit asymptotiquement une loi gaussienne dont les covariances sont données par :

$$\lim_{N\to\infty} N cov\{\hat{\mathcal{M}}_{K_a}^{(N)}(\boldsymbol{\tau}_a), \hat{\mathcal{M}}_{K_b}^{(N)}(\boldsymbol{\tau}_b)\} = S_{2f}(\boldsymbol{\tau}_a, \boldsymbol{\tau}_b) \tag{B.8}$$

et

$$\lim_{N\to\infty} N cov\{\hat{\mathcal{M}}_{K_a}^{(N)}(\boldsymbol{\tau}_a), \hat{\mathcal{M}}_{K_b}^{*(N)}(\boldsymbol{\tau}_b)\} = S_{2f}^{(*)}(\boldsymbol{\tau}_a, \boldsymbol{\tau}_b) \tag{B.9}$$

avec :

$$S_{2f}(\boldsymbol{\tau}_a, \boldsymbol{\tau}_b) \triangleq \lim_{N\to\infty} \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{\xi=-\infty}^{\infty} cum\{f_a(n;\boldsymbol{\tau}_a), f_b(n+\xi;\boldsymbol{\tau}_b)\} \tag{B.10}$$

$$S_{2f}^{(*)}(\boldsymbol{\tau}_a, \boldsymbol{\tau}_b) \triangleq \lim_{N\to\infty} \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{\xi=-\infty}^{\infty} cum\{f_a(n;\boldsymbol{\tau}_a), f_b^*(n+\xi;\boldsymbol{\tau}_b)\} \tag{B.11}$$

$$f_a(n;\boldsymbol{\tau}_a) \triangleq \prod_{l=0}^{K_a} x_{a,l}(n+\tau_{a,l}) \tag{B.12}$$

et

$$f_b(n;\boldsymbol{\tau}_b) \triangleq \prod_{l=0}^{K_b} x_{b,l}(n+\tau_{b,l}) \tag{B.13}$$

Le signe $^{(*)}$ dans les équations (B.9) et (B.11) est une simple notation et ne désigne pas le conjugué.

Corollaire : soit $\{x_m(n)\}_{m=0}^k$ un mélange de processus (déterministes ou aléatoires) à temps discret et à valeurs complexes de moment conjoint :

$$m_{x_0,\ldots,x_k}(n;\tau_1,\ldots,\tau_k) = E\{x_0(n+\tau_0)\cdots x_k(n+\tau_k)\} \tag{B.14}$$

Considérons l'estimateur suivant de $m_{x_0,\ldots,x_k}(t;\tau_1,\ldots,\tau_k)$:

$$\hat{\mathcal{M}}_{x_0\cdots x_k}^{(N)}(\tau_0,\ldots,\tau_k) \triangleq \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x_0(n+\tau_0)\cdots x_k(n+\tau_k) \tag{B.15}$$

alors, sous les mêmes hypothèses que le théorème précédent on a :

$$\begin{aligned} \lim_{N\to\infty} \hat{\mathcal{M}}_{x_0\cdots x_k}^{(N)}(\tau_0,\ldots,\tau_k) &\overset{m.q.}{=} \lim_{N\to\infty} \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} E\{x_0(n+\tau_0)\cdots x_k(n+\tau_k)\} \\ &\triangleq \mathcal{M}_{x_0\cdots x_k}(\tau_0,\ldots,\tau_k) \end{aligned} \tag{B.16}$$

L'estimateur du moment conjoint $m_{x_0,\ldots,x_k}(t;\tau_1,\ldots,\tau_k)$ donné par l'équation (B.15) est convergent en moyenne quadratique. De plus, $\sqrt{N}[\hat{\mathcal{M}}_{x_0\cdots x_k}^{(N)}(\tau_0,\ldots,\tau_k) - \mathcal{M}_{x_0\cdots x_k}(\tau_0,\ldots,\tau_k)]$ suit asymptotiquement une loi gaussienne complexe de moyenne nulle et de covariances données par (B.8) et (B.9) avec $K_n = k$, $\{x_{a,l}(n) = x_l(n)\}_{l=0}^k$ et $\boldsymbol{\tau}_a \equiv (\tau_0,\ldots,\tau_k)$.

Annexe C

Annexe relative au chapitre 5

Dans cette annexe, on détaille le calcul des covariances $cov\{\hat{r}_{xx}^{(N)}(n,\tau),\ \hat{r}_{xx}^{*(N)}(n,\tau)\}$ de l'estimateur $\hat{r}_{xx}^{(N)}(n,\tau)$. En utilisant la multi-linéarité des cumulants [101], cette covariance est donnée par :

$$cov\{\hat{r}_{xx}^{(N)}(n,\tau),\ \hat{r}_{xx}^{*(N)}(n,\tau)\} = \frac{1}{N^2}\sum_{k=0}^{N-1}\sum_{l=0}^{N-1} cov\{x(n+kP_0)x^*(n+kP_0-\tau),\ x^*(n+lP_0)x(n+lP_0-\tau)\} \quad \text{(C.1)}$$

En appliquant l'identité de *Leonov-Shiryaev* (voir [101], page 19), qui permet d'écrire le cumulant d'un produit de $x(n)$ sous la forme de produits des cumulants de $x(n)$, au terme de covariance situé à droite dans l'équation (C.1) on obtient :

$$cov\{x(n+kP_0)x^*(n+kP_0-\tau),\ x^*(n+lP_0)x(n+lP_0-\tau)\} = T_1 + T_2 + T_3 \quad \text{(C.2)}$$

avec

$$\begin{aligned}
T_1 &= cum\{x(n+kP_0),\ x^*(n+kP_0-\tau),\ x^*(n+lP_0),\ x(n+lP_0-\tau)\} && \text{(C.3)}\\
T_2 &= cov\{x(n+kP_0),\ x^*(n+lP_0)\}cov\{x^*(n+kP_0-\tau),\ x(n+lP_0-\tau)\} && \text{(C.4)}\\
T_3 &= cov\{x(n+kP_0),\ x(n+lP_0-\tau)\}cov\{x^*(n+kP_0-\tau),\ x^*(n+lP_0)\} && \text{(C.5)}
\end{aligned}$$

Dans le cas du terme T_1, pour $k \neq l$ on a :

$$\begin{aligned}
(n+lP_0)-(n+kP_0) &= (l-k)P_0\\
(n+lP_0)-(n+kP_0-\tau) &= (l-k)P_0+\tau\\
(n+lP_0-\tau)-(n+kP_0) &= (l-k)P_0-\tau\\
(n+lP_0-\tau)-(n+kP_0-\tau) &= (l-k)P_0
\end{aligned}$$

Pour $x(n)$ vérifiant l'hypothèse 2 ($x(n)$ est a-dependant avec $a \ll P_0$) et pour $k \neq l$, on peut considérer que :

$$\begin{aligned}
(n+lP_0)-(n+kP_0) &\gg a\\
(n+lP_0)-(n+kP_0-\tau) &\gg a\\
(n+lP_0-\tau)-(n+kP_0) &\gg a\\
(n+lP_0-\tau)-(n+kP_0-\tau) &\gg a
\end{aligned}$$

Par la suite, les deux sous-ensembles $\{x(n+kP_0),\ x^*(n+kP_0-\tau)\}$ et $\{x^*(n+lP_0),\ x(n+lP_0-\tau)\}$ sont indépendants lorsque $k \neq l$. Or, d'après les propriétés des cumulants (voir annexe A), si on peut décomposer $\{x_1 \dots x_n\}$ en deux sous-ensembles indépendants $\{x_1 \dots x_j\}$ et $\{x_{j+1} \dots x_n\}$, alors :

$$cum\{x_1^{i_1}, \dots, x_n^{i_n}\} = 0 \tag{C.6}$$

En utilisant cette propriété, on conclut que le terme T_1 est non nul si et seulement si $k = l$ et on a :

$$T_1 = cum\{x(n+kP_0),\ x^*(n+kP_0-\tau),\ x^*(n+kP_0),\ x(n+kP_0-\tau)\} \tag{C.7}$$

De la même manière, on montre que les termes T_2 et T_3 sont non nuls sauf si $k = l$ et on a :

$$\begin{aligned} T_2 &= cov\{x(n+kP_0),\ x^*(n+kP_0)\}cov\{x^*(n+kP_0-\tau),\ x(n+kP_0-\tau)\} \quad \text{(C.8)} \\ T_3 &= cov\{x(n+kP_0),\ x(n+kP_0-\tau)\}cov\{x^*(n+kP_0-\tau),\ x^*(n+kP_0)\} \end{aligned}$$

En suite, en utilisant l'hypothèse 1 qui stipule que les propriétés statistiques du processus $x(n)$ sont, soit périodiques en fonction du temps de période P_0 (ou une fraction entière de P_0), soit indépendantes du temps, on écrit :

$$\begin{aligned} T_1 &= cum\{x(n),\ x^*(n-\tau),\ x^*(n),\ x(n-\tau)\} && \text{(C.9)} \\ T_2 &= cov\{x(n),\ x^*(n)\}cov\{x^*(n-\tau),\ x(n-\tau)\} && \text{(C.10)} \\ T_3 &= cov\{x(n),\ x(n-\tau)\}cov\{x^*(n-\tau),\ x^*(n)\} && \text{(C.11)} \end{aligned}$$

Maintenant, en applicant l'identité de *Leonov-Shiryaev* dans le sens inverse, on obtient :

$$T_1 + T_2 + T_3 = cov\{x(n)x^*(n-\tau),\ x^*(n)x(n-\tau)\} \tag{C.12}$$

Par la suite, on a :

$$\begin{aligned} cov\{x(n+kP_0)x^*(n+kP_0-\tau),\ x^*(n+kP_0)x(n+kP_0-\tau)\} = \\ cov\{x(n)x^*(n-\tau),\ x^*(n)x(n-\tau)\} \end{aligned} \tag{C.13}$$

L'équation (C.1) devient alors :

$$\begin{aligned} cov\{\hat{r}_{xx}^{(N)}(n,\tau),\ \hat{r}_{xx}^{*(N)}(n,\tau)\} &= \frac{1}{N^2}\sum_{k=0}^{N-1}\sum_{l=k} cov\{x(n)x^*(n-\tau),\ x^*(n)x(n-\tau)\} \\ &= \frac{1}{N} cov\{x(n)x^*(n-\tau),\ x^*(n)x(n-\tau)\} \end{aligned}$$

Annexe D

Méthode de détection non paramétrique d'un signal cyclostationnaire de niveau faible devant le bruit

Dans cette annexe, une méthode de détection non paramétrique d'un signal cyclostationnaire de niveau faible devant le bruit est proposée. Elle ne nécessite aucune connaissance sur le niveau du bruit considéré blanc gaussien, ni sur la fréquence cyclique du signal à détecter

Soient $x(t)$ le signal cyclostationnaire transmis de fréquence cyclique α_0, $b(t)$ un bruit blanc gaussien et $y(t)$ le signal reçu. En développant le produit $y(t)y(t-\tau)$, on obtient :

$$y(t)y(t-\tau) = x(t)x(t-\tau) + x(t)n(t-\tau) + x(t-\tau)n(t) + n(t)n(t-\tau) \tag{D.1}$$

Comme $x(t)$ est cyclostationnaire alors le produit $x(t)x(t-\tau)$ peut se mettre sous la forme d'une somme de deux composantes : une composante périodique déterministe $x_p(t)$ de fréquence α_0 et une composante aléatoire (cyclostationnaire) $x_a(t)$. Sous l'hypothèse d'un signal d'intérêt de niveau faible devant le bruit, les termes de produit croisée $x(t)b(t-\tau)$ et $x(t-\tau)b(t)$ ainsi que $x_a(t)$ peuvent être négligés devant le terme $b(t)b(t-\tau)$. Par la suite, le problème de détection d'un signal cyclostationnaire dans le bruit est ramenée en un problème de détection de fréquences pures (le signal $x_p(t)$) dans un bruit $B(t)$ stationnaire ($B(t) = b(t)b(t-\tau)$).

Les détails de la solution proposée sont fournit dans l'article ci-joint à cette annexe. Ce travail [111] est publié dans the International Conference on Systems, Signals and Devices (SSD'07), Hammamet, Tunisie, 2007.

Lors d'un séjour de recherche dans le laboratoire "the communication research group" de l'université d'Oxford, ce travail a été repris dans le cas de détection des signaux Ultra Large Bande (ULB) impulsionnels [112], mais il n'est pas encore achevé.
On rappelle qu'un signal est qualifiée d'ULB si le facteur B_f suivant :

$$B_f = 2\frac{f_H - f_L}{f_H + f_L} \tag{D.2}$$

est supérieur à 0.25. Avec f_L et f_H respectivement les fréquences inférieur et supérieur à -3 db du spectre du signal. Un signal ULB impulsionnel est bien un signal cyclostationnaire de puissance (inférieur à 0.5 mW) faible devant le bruit.

Blind Spectrum Sensing for Cognitive Radios Using Delay-and-Multiply Devices

Mohamed Ghozzi[1,2], Mischa Dohler[1] and Jacques Palicot[2]
[1]France Telecom R&D, Grenoble, France.
e-mail: {mohamed.ghozzi, mischa.dohler}@orange-ftgroup.com
[2]Supelec campus de Rennes, France.
e-mail: jacques.palicot@supelec.fr

Abstract – **Cognitive radio devices will be able to seek and dynamically use frequency bands for network access; this will be done by autonomous detection of vacant bands in the radio spectrum. In this paper, we propose a new low complexity method for blind detection of primary user signals at low signal-to-noise ratios (*SNR*s). The proposed method exploits the cyclostationary property of the signals and, in the time domain, uses delay-and-multiply devices. Simulations show promising performance results of the proposed algorithm, especially when the transmitted signal bandwidth is hard limited.**

***Keywords* – cognitive radio, cyclostationarity, delay-and-multiply devices, signal detection, nonparametric detection.**

I. INTRODUCTION

The term "Cognitive Radio", defined by J. Mitola [1], was recently reused by the FCC [2] to define a class of radio systems that continuously perform spectrum sensing, dynamically identify unused (vacant) spectrum, and then operate in this spectrum at times when it is not used by incumbent radio systems.

Large parts of the spectrum are allocated to licensed radio services (primary users, PUs) with exclusive access rights. It happens that at a particular time and a specific geographic location, a part of the spectrum is not being utilized by primary users. Measurements show that less than 20% of the licensed radio spectrum is in use at any location and at any given time. As a result, large parts of the spectrum are not efficiently used. Cognitive Radios (CRs), considered here as secondary users, seem to be the solution as they are capable to sense the spectrum.

To overcome this situation, the FCC proposed to open parts of the spectrum to CRs since they are capable to sense the spectrum and utilize bands that are not being used by the primary user at the current time and location. This requires the CR to be able to efficiently detect in its location and at any part of the spectrum the absence of primary users' signals regardless of the modulation type, carrier frequency, symbol rate, etc. CRs need also be more sensitive than primary users and detect at lower *SNR* to face problems like hidden nodes. A hidden node situation is observed when a transmitter is not aware of another ongoing communication link and hence disturbs reception at the hidden node.

As they do not have full access rights, CRs must guarantee to not cause harmful interference to PUs. Hence they need to monitor the spectrum continuously to detect if PUs would resume their communications. In that case, CRs must stop and transfer their activities to another vacant band.

Since by definition CRs are autonomous, sensing algorithms ought to be blind so as to facilitate more efficient and network-independent CRs. They also need to operate at low *SNR*s to detect efficiently PUs signals. Finally, since the sensing functionality will be invoked continuously by the CRs, it will be of common interest to keep the complexity of sensing algorithms at a reasonable level.

As of today, no much work has been dedicated to blind sensing algorithms in the low *SNR* regime and exhibiting low complexity. Energy detection, whilst simpler, needs the exact knowledge of the noise variance; a wrong estimation is known to seriously impact the detection performance [3]. Cyclostationary based detection [4, 5] was proposed as an alternative since noise is stationary whilst telecommunication signals are rather cyclostationary [6]. While cyclostationary based detection does not require the knowledge on the noise variance and also allows detection at low *SNR*, the blind approach [7] is achieved at the cost of a computational high complexity.

In this paper, we propose a new blind sensing algorithm that exhibits good performances at low input *SNR*s and low complexity. It exploits the cyclostationary in the time domain using only delay-and-multiply devices and detects regenerated spectral lines at the clock frequencies using a nonparametric method.

In Section 2, we review the cyclostationary model; we will see that the traditional approach for cyclostationary detection is limited by the channel filtering, especially at low *SNR*. In Section 3, we develop our detection approach which is based on delay-and-multiply devices and

nonparametric detection. The detection algorithm steps and architecture are provided in Section 4. Finally, we present some simulation results of the proposed algorithm in Section 5. Simulation results are also compared to those coming from a well known test for presence of cyclostationarity [4].

II. Problem Statement

Let $r(t)$ denote the complex envelope of the continuous-time signal collected at the receiver antenna and filtered within the frequency band of interest. Under the hypothesis that the tested band is vacant, $r(t)$ will only be composed of the noise $n(t)$ which we assume zero-mean with unknown distribution. However, when the tested band is occupied, the received signal contains, indeed, a telecommunication signal which we suppose to be transmitted by an unknown communication source that employs linear digital modulation. $r(t)$ can be expressed as:

$$r(t) = e^{2i\pi\Delta f_0 t}\sum_{k\in\mathbb{Z}} s_k h(t-kT_s) + n(t), \qquad (1)$$

where s_k is the data weighting to the *k*th pulse, 1/Ts denotes the baud rate of the transmitter, $h(t)$ is the elementary pulse shape. For a physical signal $r(t)$, s_k and $h(t)$ are real quantities, but we assume here that they may be complex quantities. Δf_0 stands for the carrier offset due to the unknown transmitted signal carrier frequency.

In the following, we assume that the bandwidth of $r(t)$ is limited to the interval $[-(1+\beta)/2T_s, (1+\beta)/2T_s]$, where the parameter β represents the excess bandwidth and belongs to the interval $(0,1]$. Since $r(t)$ is well modeled as a cyclostationary signal [6], we can define its autocovariance function by $c_{rr}(t,\tau) = E\left\{r(t)r^*(t+\tau)\right\}$. $c_{rr}(t,\tau)$ is periodic in time t with period T_s, hence it can be written as:

$$c_{rr}(t,\tau) = \sum_{k=-1}^{1} C_{rr}^{(k\alpha_0)}(\tau)e^{2i\pi k\alpha_0 t} \qquad (2)$$

where $\alpha_0 = 1/T_s$ and $C_{rr}^{(k\alpha_0)}(\tau)$ are the cyclic frequency and the cyclic covariance of $r(t)$, respectively.

In practice, $C_{rr}^{(k\alpha_0)}(\tau)$ is estimated and it is seldom exactly zero even if α_0 is not a cyclic frequency. Perhaps at higher *SNR*s, it is possible to distinguish between real and false cyclic frequencies. But at low *SNR*s, i.e. the most likely situation in which a CR will operate in, it will be difficult to obtain the difference. Moreover, $C_{rr}^{(k\alpha_0)}(\tau)$ is greatly attenuated by the emission filter for $k \neq 0$.

A lot of work has been devoted to the test of presence of cyclostationarity by exploiting the time-varying autocorrelation in either time or frequency domains. For example, in [4], a statistical test for cyclostationarity has been proposed; it allows for a given frequency to decide if it is really a cyclic frequency or not. When the characteristic cyclic frequency α_0 of the communication source is known, then one can use this test to decide whether a given frequency band is vacant or not. However, this is not applicable in our case since we have supposed an unknown communication source. Now, let us suppose that this unknown cyclic frequency belongs to a certain interval. A trivial solution would consist in testing the maximum of frequencies within this interval. Even if small, scanning this interval would lead to a lot of computations, especially in the low *SNR* regime where more samples are needed. Moreover, as the cyclic frequency is a discrete quantity, the exact cyclic frequency might be skipped if a suitable searching step is not chosen. In [7], an attempt to test a set of cyclic frequencies at a single step time was proposed as a solution to blindly detect vacant bands. However, for large sets, the proposed solution becomes very complex.

III. Blind Detection Approach

Commonly, cyclostationary based detection needs the estimation of the cyclic autocovariance over a range of cyclic frequencies, which requires a lot of fast Fourier transform (FFT) computations. It is well known that the larger the number of samples used in an FFT calculation, the more accurate the FFT output will be. Consequently, a long time of observation is required. As a first step of simplification, we propose to detect these cyclic frequencies not on the cyclic autocovariance function but in the received signal delayed products as it will be explained in the following.

Let $y(t,\tau)$ be defined by $y(t,\tau) = r(t)r^*(t+\tau)$. In the following, we define the stochastic process $e(t,\tau)$ as:

$$e(t,\tau) = y(t,\tau) - E\left[y(t,\tau)\right]. \qquad (3)$$

According to (2) and (3), it follows readily that

$$y(t,\tau) = \sum_{k=-1}^{1} C_{rr}^{(k\alpha_0)}(\tau) e^{2i\pi k\alpha_0 t} + e(t,\tau). \qquad (4)$$

Thus, for a fixed τ, $y(t,\tau)$ can be interpreted as a sum of the complex frequencies 0, α_0, and $-\alpha_0$ corrupted by the zero-mean additive noise $e(t,\tau)$. Consequently, the initial problem of detecting vacant bands in the spectrum is now transformed to a problem of detecting unknown frequencies embedded in noise. Except for some differences, this problem was largely studied in the literature [8]. Firstly, the noise is generally supposed stationary; however, $e(t,\tau)$ is cyclostationary. Secondly, the frequencies we search to detect are unknown. To overcome the first problem, we study the product $r(t)r^*(t+\tau)$ more in details. $y(t,\tau)$ is composed of three terms: a signal×signal term, a noise×noise term, and a signal×noise cross products. The signal×signal term contains a deterministic component which is periodic with period T_s, and a random component, called the self noise. Under the assumption of a low input *SNR*, as CR received signal is expected to be, we can neglect the signal×noise cross products and signal self noise terms [9, 10]. Hence, With a real signal and Δf_0 null, we have:

$$y(t,\tau) \simeq A(\tau)\cos(2\pi\alpha_0 t + \Phi(\tau)) + \varepsilon(t,\tau) \qquad (5)$$

where $\varepsilon(t,\tau) = n(t)n(t+\tau)$ is now a stationary noise. The unknown frequency α_0 is not a problem since we do not search to estimate it. However, we can observe that with varying τ, we obtain a system of equations like (5), each equation providing more information about the detection of α_0.

Now, let T_e be the sampling period, $y(k,\tau) = y(kT_e,\tau)$ and $\varepsilon(k,\tau) = \varepsilon(kT_e,\tau)$ the sampled versions of the continuous time waveforms $y(t,\tau)$ and $\varepsilon(t,\tau)$, and $\nu_0 = \frac{T_e}{T_s}$. Then, under the assumption of identically and independently distributed (i.i.d.) noise samples, it is straightforward to show that $\varepsilon(k,\tau) = n(k)n(k+\tau)$ samples are also identically distributed. In addition, in the Appendix, we show that $\varepsilon(k,\tau)$ are independent. Consequently, the $\varepsilon(k,\tau)$ samples are i.i.d. and $\varepsilon(k,\tau)$ has a flat spectrum whatever τ.

Blind detection is not contradictor to the fact that the cyclic frequency of the received signal can be supposed less than a maximum, which we denote here $\nu_{\max}$. The decision procedure consists of comparing the energy distribution of $y(k,\tau)$ computed in the frequency bands $W_L =]0, \frac{\nu_m}{2}]$ and for several τ to the energy distribution of $y(k,\tau)$ computed in the frequency band $W_H =]\frac{\nu_m}{2}, \nu_m]$ and for several τ.

Let E_L (resp. E_H) denote the energy vector of $y(k,\tau)$ computed in the band W_L (resp. W_H) for several values of τ ($\tau = \tau_1, \tau_2, \ldots, \tau_M$); we have:

$$E_L = \begin{pmatrix} e_L(\tau_1) \\ \vdots \\ e_L(\tau_M) \end{pmatrix} \quad \text{and} \quad E_H = \begin{pmatrix} e_H(\tau_1) \\ \vdots \\ e_H(\tau_M) \end{pmatrix}$$

Under the null hypothesis (signal absent), we can suppose [11] that E_L and E_H has approximately the same distribution. However, when a signal is present, the distributions of E_L and E_H will differ only by the mean. Here, we suppose that ν_0 is in W_L or W_H indifferently and we do not address the problem when ν_0 is approximately equal to $\frac{\nu_m}{2}$.

Applying the central limit theorem, we can show that the components in E_L and E_H are Gaussian distributed. However, in the establishment of the last hypothesis testing (5), we have neglected some terms under the assumption of low input *SNR*. Subsequently, we discuss the impact of this assertion.

With the *SNR* being increased, the modulated frequency in (5) will be more intense; however, the noise×noise term does not dominate as before. Due to the latter, the assumption of normally distributed components in E_L and E_H will degrade the detection performances. Thus, for more reliability, we suggest to use a nonparametric test, which is less constrained and independent on the distributions of the components in E_L and E_H.

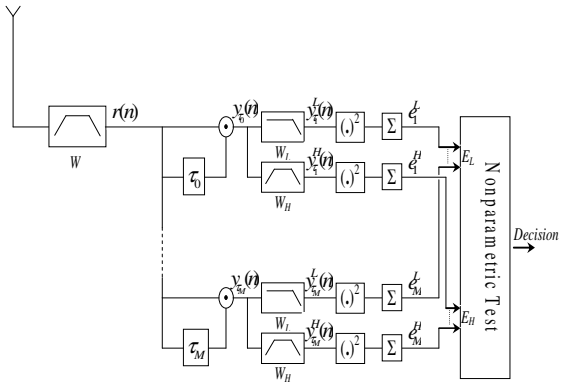


Fig. 1. The blind detector.

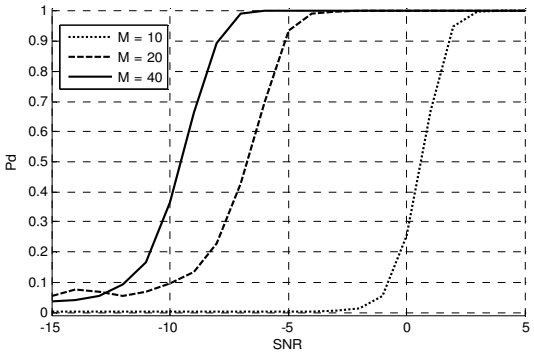


Fig. 2. P_d versus SNR for M delays, $Q = 5000$, $\beta = 0.1$.

IV. Detection Algorithm and Architecture

Here we provide the steps needed to implement the algorithm:

Step 1: Filter the collected radio signal within the frequency band W of interest. Let $r(k)$ be the obtained signal.

Step 2: Compute the vector Y defined by:

$$Y = \begin{pmatrix} y_{\tau_1}(k) \\ y_{\tau_2}(k) \\ \vdots \\ y_{\tau_M}(k) \end{pmatrix},$$

where $y_{\tau_i}(k) = r(k)r(k+\tau_i)$, $i = 1, 2, \cdots, M$.

Step 3: Compute Y_L (resp. Y_H) obtained by filtering Y within W_L (resp. W_H), i.e.

$$Y_L = \begin{pmatrix} y^L_{\tau_1}(k) \\ y^L_{\tau_2}(k) \\ \vdots \\ y^L_{\tau_M}(k) \end{pmatrix} \quad \text{and} \quad Y_H = \begin{pmatrix} y^H_{\tau_1}(k) \\ y^H_{\tau_2}(k) \\ \vdots \\ y^H_{\tau_M}(k) \end{pmatrix}$$

where $y^L_{\tau_i}(k)$ (resp. $y^H_{\tau_i}(k)$) are obtained by filtering $y_{\tau_i}(k)$ within W_L (resp. W_H), $i = 1, \cdots, M$.

Step 4: Compute the energy E_L (resp. E_H) of Y_L (resp. Y_H),

$$E_L = \begin{pmatrix} e^L_1 \\ e^L_2 \\ \vdots \\ e^L_M \end{pmatrix} \quad \text{and} \quad E_H = \begin{pmatrix} e^H_1 \\ e^H_2 \\ \vdots \\ e^H_M \end{pmatrix}$$

where $e^i_P = \sum_{k=0}^{Q-1} \left[y^P_{\tau_i}(k) \right]^2$; $P = L$ or H and $i = 1, 2, \cdots, M$.

Step 5: Applying a nonparametric test to the E_L and E_H vectors, decide if they have the same distribution. If so, declare the frequency band W to be vacant; else, declare W occupied.

Fig. 1 depicts a bloc diagram of the proposed detection algorithm, in which we can easily recognize the algorithm steps. Step 2 is realized by a stack of delay-and-multiply devices that multiplies the received signal by a delayed (and conjugated) replica of itself.

V. Simulations

In this section, we provide some simulation results of the proposed algorithm. For the nonparametric test, we use the Wilcoxon-rank sum test (equivalent to the Mann-Whitney U test) with a significance level equal to 5%. A QPSK modulated signal is generated with a symbol rate equal to 5Ksps and exposed to white Gaussian noise. Here, we take $W_L =]0, 6000]$, $W_L =]6000, 12000]$.

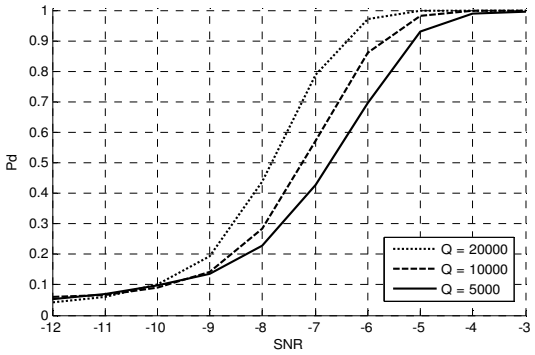


Fig. 3. P_d versus *SNR* for several values of Q, $M = 20$, $\beta = 0.1$.

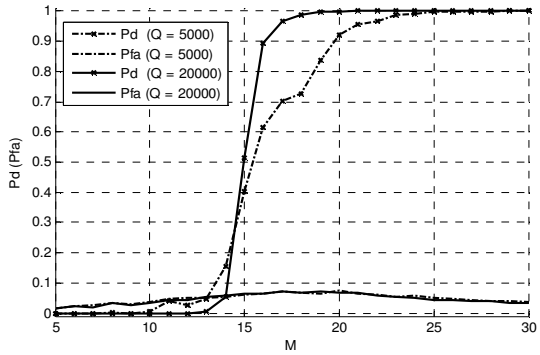


Fig. 4. P_d versus the number M of delays for different values of Q, $\beta = 0.1$ and *SNR* = -5.

Fig. 2 shows the probability of detection (P_d) versus the *SNR* for different number M of delays, $Q = 5000$ and $\beta = 0.1$. As we can observe, the minimum required *SNR* for detection is sensitive to M and decreases when the number of delays increase. In Fig. 3, the effect of varying Q on the P_d when $M = 20$ is shown. The detection algorithm performances are less sensitive to the Q parameter variation than it is for the M parameter. Really, the Q parameter affects the energy estimation, however M reflects the amount of information that we use for decision.

This trend is seen clearly in Fig. 4 which shows the detection and false alarm (P_{fa}) probabilities versus M . As the amount of information used for decision is increased, P_d increases, whereas P_{fa} is less insensitive and hence remains at 5%.

The effect of the roll-off coefficient β can be observed in Fig. 5. Results are also compared to those of a known test for presence of cyclostationarity (TPC) [4], which supposes known the cyclic frequency of the transmitted signal; however, our blind detection (BD) algorithm does not require this knowledge. For high values of the roll-off coefficient ($\beta = 0.9$), the two tests present good detection performances; the TPC test even overcomes BD algorithm. However, in practice the commonly used β values are less than 0.5. In that case, TPC fails at low *SNR*s, whereas the performance of our blind detection algorithm remains unchanged.

Another advantage of our BD algorithm is that the amount of processed data (N_s = 100 symbols) is much lesser that of the TPC (N_s = 500 symbols). Consequently, our blind detection algorithm is able to detect satisfactorily even with a little amount of data.

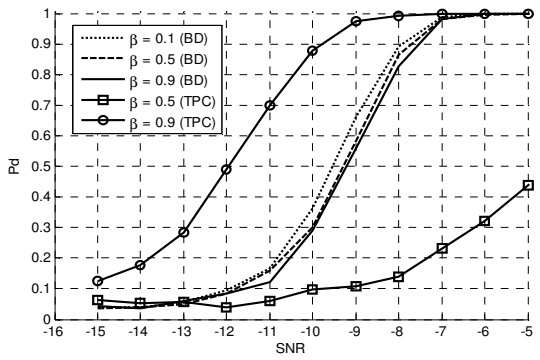


Fig. 5. P_d versus *SNR* for several values of β. i) Blind Detection (BD): N_s = 100, M = 40; ii) Test for Presence of Cyclostationarity (TPC): N_s = 500.

VI. CONCLUSION

Blind detection of telecommunication signals in a given frequency band is very helpful in cognitive radio (CR) environments; especially, when the second user (CR) does not have enough information about the primary user. A new detection method was proposed in this paper and it allows the blind sensing of primary user bands at lower *SNR*s and reasonable algorithmic complexity.

In Gaussian noise environment, the obtained performance results are promising, as has been shown by simulation. As future work, it will be important to study the algorithm's performances when the transmitted signal undergoes a multipath channel.

ACKNOWLEDGEMENT

This work has been preformed in the framework of the IST project E2R II which is partly funded by the European Union.

APPENDIX

We show independency by showing that the cumulants of order ≥ 1 of $\varepsilon(k,\tau)$ are zero. We suppose that the τ_i ($i=1,2,\ldots,M$) are all positive or all negative. We have:

$$Cum\{\varepsilon(k_1,\tau_1),\ldots,\varepsilon(k_M,\tau_M)\} =$$
$$Cum\{n(k_1)n(k_1+\tau_1),\ldots,n(k_M)n(k_M+\tau_M)\}$$

After using the Leonov-Shiryaev identity [12], we obtain:

$$Cum\{\varepsilon(k_1,\tau_1),\ldots,\varepsilon(k_M,\tau_M)\} =$$
$$\sum_{\nu} cum\{n(u),u\in\nu_1\}\cdots cum\{n(u),u\in\nu_p\}$$

where the summation on ν is over all the indecomposable partitions of the following table:

$$\begin{array}{cc} k_1 & k_1+\tau_1 \\ k_2 & k_2+\tau_2 \\ \vdots & \vdots \\ k_M & k_M+\tau_M \end{array}$$

We have two kinds of partitions. Partitions with at least one of $k_1,k_2,\ldots,k_M$ and at least one of $k_1+\tau_1,k_2+\tau_2,\ldots,k_M+\tau_M$ in the same set ν_i , and partitions where each set elements come from either $k_1,k_2,\ldots,k_M$ or $k_1+\tau_1,k_2+\tau_2,\ldots,k_M+\tau_M$. In all of these cases, the cumulants under the sum are non zero if and only if $k_1=k_2=,\ldots,=k_M$ and/or $\tau_1=\tau_2=,\ldots,=\tau_M$. This proves the independency.

REFERENCES

[1] J. Mitola. Cognitive Radio: *an Integrated Agent architecture for Software Defined Radio*. Dissertation, Royale Institude of Technology, 2000.

[2] Federal Communications Commission (FCC). *Facilitating Opportunities for Flexible, Efficient, and Reliable Spectrum Use Employing Cognitive radio technologies*. ET Docket No. 03-108, March 2005.

[3] A. Sonnenschein and P. M. Fishman. Radiometric detection of spread-spectrum signals in noise of uncertain power. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, Vol. 28, No. 3, July 1992.

[4] A. V. Dandwaté and G.B. Giannakis. Statistical tests for presence of cyclostationarity. *IEEE Transactions on Signal Processing*, Vol. 42, Issue 9, Sept. 1944, pp 2355-2369.

[5] W. A. Gardner et G. Zivanovic. Degrees of cyclostationary and their application to signal detection and estimation. *Signal Processing*, Vol. 22, No. 3, March 1991.

[6] W. A Gardner. *Statistical Spectral Analysis: A Nonprobabilistic Theory*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1988.

[7] M. Ghozzi, F. Marx, M. Dohler, and J. Palicot. Cyclostationarity-Based Test for Detection of Vacant Frequency Bands. *IEEE Crowncom'06*, Greece (2006-06).

[8] H. L. Van Trees. *Detection, Estimation, and Modulation Theory, Part I*. Wiley, 1967.

[9] C. M. Spooner and W. A. Gardner. Robust Feature Detection for Signal Interception. *IEEE Transactions on Communications*, Vol. 42, No. 5, May 1994.

[10] J. F. Kuehls and E. Geraniotis. Presence Detection of binary-Phase-Shift-Keyed and Direct-Sequence Spread-Spectrum Signals Using a Prefilter-Delay-and-Multiply Device. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, Vol. 8, No. 5, June 1990.

[11] M. N. Woinsky. Nonparametric Detection Using Spectral Data. *IEEE transaction on Information Theory*, Vol. 18, No.1, Jan. 1972.

[12] D. R. Brillinger. *Time Series: data Analysis and Theory*. San Francisco: Holden-Day, 1981.

Abréviations et notations

Abréviations

AC	Autocorrélation Cyclique
ADS	Accès Dynamique au Spectre radio
AMRC	Accès Multiple par Répartition en Codes
AMRF	Accès Multiple par Répartition en Fréquence
CDMA	Code Division Multiple Access
COR	Caractéristiques Opérationnelles du Récepteur
CS	Corrélation Spectrale
DS-CDMA	Direct Sequence CDMA
DVB-T	Digital Video Broadcasting Terrestrial
FCC	Federal Communications Commission
IES	Interférence Entre Symboles
ISM	Industriel, Scientifique et Médical
MAQ4	Modulation d'Amplitude Quadratique à 4 états
MDP2	Modulation par Déplacement de Phase à deux états
MDP4	Modulation par Déplacement de Phase quatre états
OFDM	Orthogonal Frequency Division Multiplexing
RC	Radio Cognitive
RF	Radio Fréquence
RL	Radio Logicielle
RO	Radio Opportuniste
RSB	Rapport Signal à Bruit
TAR	Technologie d'Accès Radio
TV	Télévision
UP	Utilisateur Primaire
US	Utilisateur Secondaire
WSSUS	Wide Sense Stationary Uncorrelated Scattering

Notations

i.i.d.	indépendants et identiquement distribués
v.a.	variable aléatoire
N_0	la densité spectrale de puissance du bruit
$r_{xx}(t,\tau)$	fonction d'autocorrélation variant dans le temps
$r_{xx^*}(t,\tau)$	fonction d'autocorrélation conjuguée
$R_{xx}(\alpha,\tau)$	fonction d'autocorrélation cyclique
$R_{xx^*}(\alpha,\tau)$	fonction d'autocorrélation cyclique conjuguée
$S_{xx}(t,f)$	densité spectrale instantanée
$S_{xx}(\alpha,f)$	fonction de corrélation spectrale
$S_{xx^*}(\alpha,f)$	fonction de corrélation spectrale conjuguée
$\mathcal{A}_\alpha$	ensemble des fréquences cycliques
$\mathcal{F}\{.\}$	transformée de Fourier
$\mathcal{F}^{-1}\{.\}$	transformée de Fourier inverse
$\mathcal{F}_{/\tau}\{.\}$	transformée de Fourier par rapport à τ
$\mathfrak{Re}\{.\}$	partie réelle
$\mathfrak{Im}\{.\}$	partie imaginaire
$\langle . \rangle_t$	moyenne temporelle
$E\{.\}$	moyenne statitique
$cov\{.\}$	covariance
$cum\{.\}$	cumulant
$P(r)$	probabilité de r
$p(r)$	densité de probabilité de r
P_d	probabilité de détection
P_m	probabilité de non-détection
P_{fa}	probabilité de fausse alarme
$P_{fa,des}$	probabilité de fausse alarme désirée
$P_{fa,ef}$	probabilité de fausse alarme effective
$\mathcal{N}(\mu,\sigma)$	la loi de distribution normale de moyenne μ et de variance σ
χ^2_n	la loi de distribution chi-deux à n degrés de liberté
$\chi^2_n(\gamma)$	la loi de distribution χ^2_n non centrée de coefficient de décentrage γ
$\overset{m.q.}{=}$	convergence en moyenne quadratique
$\triangleq$	par définition
$(.)^*$	le conjugué
$(.)^T$	la transposée
$\vee$	OU booléen
$\wedge$	ET booléen
$\mathbb{N}$	ensemble des entiers naturels
$\mathbb{N}^*$	ensemble des entiers naturels non nuls
$\mathbb{Z}$	ensemble des entiers relatifs
$\mathbb{Z}^*$	ensemble des entiers relatifs non nuls
$\mathbb{R}^*$	ensemble des nombres réels
$\mathbb{C}^*$	ensemble des nombres complexes

Table des figures

1.1 Les mesures d'occupation de la bande 2390 MHz- 2500 MHz, du 1 au 3 septembre 2004, dans la ville de New York [12] 7
1.2 Les mesures d'occupation de la bande 608 MHz- 698 MHz, du 1 au 3 septembre 2004 [12] 8
1.3 Les mesures d'occupation du spectre dans six villes [12] 8
1.4 Classification des modèles de l'accès dynamique au spectre radio [13] . . 9
1.5 Accès opportuniste au spectre radio [15] 10
1.6 Différence entre bande libre et opportunité 11
1.7 Architectures radio : (a) architecture classique, (b) architecture radio logicielle idéale et (c) architecture radio logicielle restreinte 15
1.8 Problème du nœud caché [15] 17

2.1 Architecture de la chaîne de détection des bandes libre dans un terminal radio opportuniste 20
2.2 Stratégies de recherche des bandes libres 21
2.3 Principe d'étalement du spectre 23
2.4 Principe de Désétalement du spectre 24
2.5 Le modulateur OFDM 25
2.6 Spectre d'un signal OFDM constitué de 7 porteuses 26
2.7 Prolongement d'un symbole OFDM par un intervalle de garde 27
2.8 Modèle du canal radio 27
2.9 Allures des fonctions de corrélation $R_{hh}(\tau)$ et $R_{HH}(\Delta f)$ [57] 31
2.10 Allures des fonctions de corrélation $R_{HH}(\Delta t)$ et $S_H(\nu)$ [57] 31
2.11 Spectre Doppler en U (en bande de base) 32

3.1 Les relations de transformées de Fourier entre les différentes fonctions de corrélation et de spectre en temporel et fréquentiel 38
3.2 Module de la fonction d'AC théorique d'un signal linéairement modulé définie en (3.10) avec une mise en forme des symboles du type rectangulaire 38
3.3 Module de la fonction de CS théorique d'un signal linéairement modulé définie en (3.10) avec une mise en forme des symboles du type rectangulaire 39
3.4 Hiérarchie entre différentes classes de processus [7] 41
3.5 Module en fonction de α et τ de la fonction d'AC d'un multiplex de signaux DS-CDMA (*cf.* tableau 3.1) 45
3.6 Module en fonction de α de la fonction d'AC d'un d'un multiplex de signaux DS-CDMA, il s'agit d'une coupe selon l'axe $\tau = 0$ de la figure 3.5 . 46

3.7 Module en fonction de α et τ de la fonction d'AC d'un signal OFDM composée de 1705 porteuses (*cf.* tableau 3.2) 47
3.8 Module en fonction de α de la fonction d'AC d'un signal OFDM, il s'agit d'une coupe selon l'axe $\tau = 0$ de la figure 3.7 48
3.9 Allure fréquentielle du filtre en cosinus surélevé pour différentes valeurs du facteur de retombée 50
3.10 Module de la fonction d'AC d'un signal linéairement modulé définie en (3.10) avec un filtre d'mission du type cosinus surélevé de facteur de retombé $\beta = 0.3$ 50
3.11 Module en fonction de α de la fonction d'AC d'un signal OFDM de même spécification que dans le cas de la figure 3.8 auquel on rajoute un bruit blanc gaussien pour avoir un RSB = -5 dB, $\tau = 0$ 52
3.12 La DSP d'un signal OFDM de même spécification que dans le cas de la figure 3.8 auquel on rajoute un bruit blanc gaussien pour avoir un RSB = -5 dB. La courbe en rouge, fournie en référence, correspond à la DSP du signal sans bruit 53

4.1 Exemple de courbe COR montrant la probabilité de détection P_d en fonction de la probabilité de fausse alarme P_{fa} 57
4.2 Le schéma-bloc du détecteur radiomètre 60
4.3 Variation du rapport rsb_n en fonction du produit BT 61
4.4 Erreurs de décision dans le cas d'incertitudes d'estimation du niveau de bruit N_0 62
4.5 Variation du rapport rsb_n en fonction du produit BT pour différentes valeurs de l'incertitude U 63
4.6 Architecture de détection des bandes libres 68
4.7 La nouvelle règle de décision du détecteur d'énergie 69
4.8 Algorithme de l'architecture de détection hybride 70
4.9 Exemple d'opportunité de communication manquée dans le cas de test d'un large intervalle de fréquences 71
4.10 Exemple de configuration d'une partie du spectre 71

5.1 Variation dans le temps du processus aléatoire $f_\tau(t)$ 78
5.2 Illustration de la technique de calcul de la moyenne synchronisée 78
5.3 Estimation pour différentes valeurs de N de la fonction d'autocorrélation variant dans le temps d'un signal MDP2 avec un filtre de mise en forme du type cosinus-surélevé 79
5.4 Estimation pour différentes valeurs de N de la fonction d'autocorrélation variant dans le temps d'un signal MDP2 avec un filtre de mise en forme rectangulaire 79
5.5 Estimation des fonctions d'autocorrélation variant dans le temps d'un signal MDP2 ($T_0 = 5T_s$ et $T_0 = 5,2T_s$) et d'un signal bruit 80
5.6 Distributions simulées, pour différentes valeurs de N, des parties réelle et imaginaire de l'estimateur $\hat{r}_{xx}^{(N)}(n,\tau)$ 81
5.7 Courbes de variation de $\theta(\tau)$ en fonction de τ, RSB = -5 dB et $N_s = 50$ 84
5.8 Courbes de variation de $\theta(\tau)$ en fonction de τ, RSB = 0 dB et $N_s = 30$. 84

5.9 Comparaison des distributions simulées des parties réelle et imaginaire de la covariance non conjuguée de l'estimateur $\hat{r}_{xx}^{(N)}(n,\tau)$ 86
5.10 Courbes COR simulées, RSB =-5 dB et $L = 20$ 90
5.11 Courbes COR simulées, RSB =-10 dB et $L = 20$ 90
5.12 Courbes COR simulées, RSB =-5 dB et $N = 80$ 90
5.13 Performance simulées en présence d'un bruit cyclostationnaire 91
5.14 Comparaison des probabilités de fausse alarme théorique est simulée, $L = 20$ 91
5.15 Performances théorique et simulée, RSB = 0 dB, $N = 20$ et $L = 20$ . . . 92
5.16 Performances théorique et simulée, RSB = -5 dB, $N = 75$ et $L = 20$ . . . 92
5.17 Performances théorique et simulée, RSB = -10 dB, $N = 500$ et $L = 20$ . . 93
5.18 Comparaison des performances du test proposé (TPC1) et d'un deuxième test (TPC2) donnée dans [6]. Le signal détecté utilise une forme d'onde rectangulaire des symboles de données 93
5.19 Comparaison des performances du test proposé (TPC1) et d'un deuxième test (TPC2) donnée dans [6]. Le signal détecté utilise une forme d'onde du type cosinus-surélevé 94
5.20 Performances simulées dans le cas d'un signal d'intérêt du type DS-CDMA, d'un canal de propagation du type *Typical Urban* [102] et $P_{fa} = 0.01$ . . 94
5.21 Performances simulées dans le cas d'un signal d'intérêt du type DVB-T, d'un canal de propagation du type *Indoor B* [102] et $P_{fa} = 0.01$ 95

6.1 Distributions obtenues par simulation de $\hat{T}^{(N)}(\tau)$ suivant les deux hypothèse H_0 et H_1, $N = 2048$ et $\tau = T_s/2$ 102
6.2 Distributions obtenues par simulation de $\hat{T}_m^{(N)}(\tau)$ suivant les deux hypothèse H_0 et H_1, $N = 2048$ et $\tau = T_s/2$ 103
6.3 schéma bloc de l'estimateur de $\hat{T}_m^{(N)}(\tau)$ 106
6.4 Comparaison entre la fonction $g(n)$ et la fonction $Lsinc(\frac{L}{N}(n - \frac{N}{2}))$ . . . 107
6.5 Courbes COR simulées, RSB =0 dB et $M = 10$ 109
6.6 Courbes COR simulées, RSB =-5 dB et $M = 10$ 109
6.7 Courbes COR simulées, RSB =-5 dB et $N = 8192$ 110
6.8 Courbes COR simulées pour différentes largeurs de l'intervalle I_α, RSB =-8 dB, $N = 32768$ et $M = 20$ 110
6.9 Probabilités de fausse alarme obtenues par simulation en fonction du seuil de détection pour différentes largeurs de l'intervalle I_α, $N = 1024$ et $M = 10$ 111
6.10 Probabilités de fausse alarme obtenues par simulation en fonction du seuil de détection pour différentes valeurs de N et $M = 10$ 111
6.11 Courbes COR simulées pour différentes valeurs de N avec un signal d'intérêt du type DVB-T (*cf.* section 3.3) et un canal de propagation du type *Indoor B* [102], RSB =0 dB et $M = 1$ 112
6.12 Algorithme de recherche horizontale 114
6.13 Exemple de recherche verticale 116
6.14 Algorithme de recherche verticale 118
6.15 Probabilités de fausse alarme des deux procédures de recherche (horizontale et verticale) en fonction du seuil de détection 119
6.16 Algorithme de recherche verticale modifiée 121
6.17 Diagramme états-transitions d'une étape de tests 122

6.18 Courbe en trois dimensions de variation de la probabilité de fausse alarme effective en fonction de $P_{fa,max}$ et L 123
6.19 Courbe de variation de la probabilité de fausse alarme effective en fonction de L lorsque $P_{fa,max} = 0.5$ 123
6.20 Probabilité $P_{fa,ef}$ obtenue par simulation pour différentes valeurs de $P_{fa,max}$ 124
6.21 Comparaison des performances de détection, obtenues par simulation, des trois procédures de recherche en fonction du rapport RSB 125

Liste des tableaux

3.1 Spécifications du mode UTRA-FDD en lien descendant 47
3.2 Spécification du standard DVB-T, mode 2k 48

4.1 Comparaison des principales propriétés des détecteurs d'énergie (radiomètre) et cyclostationnaire. Le (+) signifie un avantage et le (-) signifie un inconvénient 67

Publications de l'auteur au cours de la thèse

Publication dans des conférences

- M. Ghozzi, François Marx et J. Palicot, "Radio Cognitive : Méthodes de détection des bandes libres", Journées Scientifiques du CNFRS, Mars 2006.
- M. Ghozzi et al.,"Cyclostationarity-based test for detection of vacant frequency bands", Conférence CrownCom, Juin 2006.
- M. Ghozzi, M. Dohler and J. Palicot, "Blind spectrum sensing for cognitive radios using delay-and-multiply devices", Conférence SSD, March 2007.

Revues

- M. Ghozzi et al.,"Cognitive radio : methods for the detection of free bands", Comptes Rendus Physiques, Vol. 7, pp. 794-804, Septembre 2006.

Brevets en cours

- M. Ghozzi et F. Marx : "Test cyclique d'une bande de fréquences".
- M. Ghozzi et M. Dohler : "Détection de bande de fréquences libres".
- M. Ghozzi et M. Dohler : "Procédé de détermination de la présence d'un signal de télécommunications sur une bande de fréquences".

Bibliographie

[1] Federal Communications Commission (FCC), "Spectrum policy task force," *ET Docket No. 02-135*, November 2002.

[2] Federal Communications Commission (FCC), "Notice of proposed rule making," *ET Docket No. 04-113*, May 2004.

[3] Ofcom, "A guide to the spectrum framework review," September 2004.

[4] Ofcom, "Cognitive radio technology : A study for ofcom, volume 1," February 2007.

[5] C. Stevenson, "IEEE 802 LAN/MAN standards committee. 802.22 WG on WRANs." site internet, `http://www.ieee802.org/22/`.

[6] A.V. Dantawaté and G.B. Giannakis, "Statistical tests for presence of cyslostationarity," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 42, pp. 2355–2369, September 1994.

[7] P. Marchand, *Détection et reconnaissance de modulations numériques à l'aide des statistiques cycliques d'ordre supérieur.* Thèse de doctorat, INP Grenoble, 1998.

[8] "Union internationale des télécommunications." site internet, `http://www.itu.int/`.

[9] J.G. Remy, J. Cueugniet et C. Siben, *Systèmes de radiocommunications avec les mobiles.* Éditions Eyrolles, 1997.

[10] J. Tisal, *Le réseau GSM : Évolution GPRS, I-Mode et Wap.* Dunod, 2003.

[11] X. Lagrange, *Les réseaux radiomobiles.* Hermes Science Publications, 2000.

[12] Shared Spectrum Compagny, "Spectrum occupancy measurement." site internet, `http://www.sharedspectrum.com/measurements/`.

[13] Q. Zhao and B.M. Sadler, "A survey of dynamic spectrum access : Signal processing, networking, and regolatory policy," *IEEE Signal Processing Magazine*, vol. 24, pp. 79–89, May 2007.

[14] J.C. Clancy, *Dynamic spectrum access in cognitive radio networks.* Thèse de doctorat, université de Maryland, U.S., 2006.

[15] I.F. Akyildiz, W.Y. Lee, M.C. Vuran and S. Mohanty, "Next generation/dynamic spectrum access/cognitive radio wireless networks : A survey," *Computer Networks Journal (Elsevier)*, vol. 50, pp. 2127–2159, September 2006.

[16] D. Hatfield and P. Weiser, "Property rights in spectrum : Taking the next step," *in Proc. IEEE Int. Symp. on New Frontiers Dynamic Spectrum Access Networks, Baltimore, USA*, November 2005.

[17] "IST FP5 Drive project." site internet, `http://www.ist-drive.org/`.

[18] W. Lehr and J. Crowcroft, "Managing shared access to a spectrum commons," *in Proc. IEEE Symp. New Frontiers Dynamic Spectrum Access Networks, Baltimore, USA*, November 2005.

[19] J. Mitola, "Cognitive radio for flexible mobile multimedia communications," *IEEE International Workshop on Mobile Multimedia Communications*, 1999.

[20] S. Haykin, "Cognitive radio : Brain-empowered wireless communications," *IEEE Journal on Selected Area in Communications*, vol. 23, pp. 201–220, February 2005.

[21] M.A. Sturza and F. Ghazvinian, "Can cognitive radio operating in the TV white spaces completely protect licensed TV broadcasting," tech. rep., New America Foundation, January 2007.

[22] P. Cordier et al, "E2R cognitive pilot channel concept," *IST Summit, Mykonos*, June 2006.

[23] P. Houzé, S.B. Jemaa and P. Cordier, "Common pilot channel for network selection," *IEEE VTC in Spring conf., Melbourne*, May 2006.

[24] "IST FP6 E2R project." site internet, `http://www.e2r2.motlabs.com/`.

[25] "Site web IEEE P1900." site internet, `http://www.ieeep1900.org/`.

[26] S. Botton et al., *GPS, localisation et navigation.* Hermès, Réseaux et communications, 1996.

[27] C. Roland and J. Palicot, "A self adaptive universal receiver," *Annals Télécom*, vol. 57, no. 5, 2002.

[28] C. Roland et J. Palicot, "Selection de reseaux de radiocommunicationaccessibles pour un terminl recepteur multimode," *Brevet num FR 99 15927.*

[29] J. Mitola, *Cognitive radio : An integrated agent architecture for software defined radio.* Thèse de doctorat, Royal Institute of Technology, 2000.

[30] J. Mitola et al., "Cognitive radio : Making software radios more personal," *IEEE Personal Connunications*, vol. 6, pp. 13–18, August 1999.

[31] B.A. Fette, *Cognitive radio technology.* Elsevier, 2006.

[32] F.K. Jondral, "Software defined-radio - basics and evolution to cognitive radio," *EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking*, vol. 5, pp. 275–283, August 2005.

[33] J. Mitola, "The software radio architecture," *IEEE Communications Magazine*, 1995.

[34] C. Moy, A. Kountouris and A. Bisiaux, "HW and SW architecture for over-the-air dynamic reconfiguration by software download," *in Proc. SDR Workshop of the RAWCON'2003, Boston, USA*, 2003.

[35] J. Palicot et C. Roland, "La radio logicielle : Enjeux, contraintes et perspectives," *REE*, vol. 11, 2001.

[36] P. Loumeau et al., "Analog-to-digital conversion technical aspects," *Annales des Télécommunications*, 2002.

[37] A.K. Salkintzis, "ADC and DSP challeges in the development of software radio base stations," *IEEE Personnal Communications*, vol. 6, pp. 47–55, August 1999.

[38] W. Tuttlebee et al., *Software defined radio : Enabling technologies.* Wiley, 2002.

[39] H.L. Van Trees, *Detection, estimation, and modulation theory, Part I.* Wiley, 1967.

[40] H. Urkowitz, "Energy detection of unknown deterministic signals," *Proceeding of the IEEE*, vol. 55, pp. 523–531, April 1967.

[41] W.A. Gardner, "Signal interception : A unifying theoretical framework for feature detection," *IEEE Transaction on Communications*, vol. 36, August 1988.

[42] A. Ghasemi and E.S. Sousa, "Collaborative spectrum sensing for opportunistic access in fading environments," *in Proc. IEEE Symp. New Frontiers Dynamic Spectrum Access Networks*, pp. 131–136, November 2005.

[43] S. Mishra, A. Sahai and R. Brodersen, "Cooperative sensing among cognitive radios," *IEEE International Conference on Communications*, 2006.

[44] C. Sun, W. Zhang and K Ben Letaief, "Cooperative spectrum sensing for cognitive radios under bandwidth constraints," *IEEE Wireless Communications and networking conference (WCNC)*, 2007.

[45] P.K. Varshney, *Distributed detction and data fusion.* Springer-Verlag, 1996.

[46] H. Holma et A. Toskala, *UMTS : les réseaux mobiles de troisième génération.* Édition OEM, 2000.

[47] X. Lagrange, *Principes et évolutions de l'UMTS.* Hermes Science Publications, 2005.

[48] P. Mühlethaler, *802.11 et les réseaux sans fil.* Éditions Eyrolles, 2002.

[49] J.A.C. Bingham, "Multicarrier modulation for data transmission : An idea whose time has come," *IEEE Communications Magazine*, vol. 28, pp. 5–14, May 1990.

[50] H. Liu and G. Li, *OFDM-based broadband wireless networks : Design and optimization.* John Wiley & Sons LTD, 2005.

[51] B.P. Crow et al., "IEEE 802.11 wireless local area networks," *IEEE Communications Magazine*, vol. 35, pp. 116–126, September 1997.

[52] S. Weinstein and P. Ebert, "Data transmission by frequency-divison multiplexing using the discrete fourier tansform," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 19, pp. 628–634, October 1971.

[53] J. Dunlop and D.G. Smith, *Telecommunications engineering.* Chapman & Hall, 1944.

[54] J.D. Parsons, *The mobile radio propagation channel.* John Wiley & Sons LTD, 2000.

[55] A.B. Carlson, *Communication systems : an introduction to signals and noise un electrical communication.* McGraw-Hill, 1975.

[56] G. Baudoin et al., *Radiocommunications numériques, tome 1 : Principes, modélisation et simulation.* Dunod, 2002.

[57] J. Proakis, *Digital communications.* Mc Graw Hill, 2001.

[58] W.R. Bennett, "Statistics of regenerative digital transmission," *Bell System Technical Journal*, vol. 37, pp. 1501–1542, November 1958.

[59] E.G. Gladyshev, "Periodically correlated random sequences," *Sov. Math*, vol. 2, pp. 385–388, 1961.

[60] E.G. Gladyshev, "Periodically and almost periodically correlated random processes with continuous time parameter," *Theory of Probability and its Applications*, vol. 8, pp. 173–177, 1963.

[61] W.A. Gardner, "Exploitation of spectral redundancy in cyclostationary signals," *IEEE Signal Processing Magazine*, vol. 8, pp. 14–36, April 1991.

[62] W.A. Gardner, *Statistical spectral analysis : A nonprobabilistic theory.* Prentice-Hall, 1987.

[63] W.A. Gardner and L.E. Francks, "Charaterization of cyclostationary random signal processing," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 21, pp. 4–14, January 1975.

[64] W.A. Gardner and C.-K. Chen, "Signal-selective time-difference-of-arrival estimation for passive location of man-made signal sources in highly corruptive environments. i. theory and method," *IEEE Transactions on signal processing*, vol. 40, pp. 1168–1184, May 1992.

[65] W.A. Gardner and C.-K. Chen, "Interference-tolerant time-difference-of-arrival estimation for modulated signals," *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, vol. 36, pp. 1385–1395, September 1988.

[66] E. Serpendin et al., "Bibliography of cyclostationarity," *Signal Processing*, vol. 85, 2005.

[67] H. Hurd, G. Kallianpur and J. Farshidi, "Correlation and spectral theory for periodically correlated random fields indexed on Z2," *Journal of Multivariate Analysis*, vol. 90, pp. 359–383, August 2004.

[68] J.C. Bic, D. Duponteil and J.C Imbeaux, *Element de communications numériques.* Dunod, 1986.

[69] W.A. Gardner, "Stationarizable random processes," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 24, pp. 8–22, January 1978.

[70] J. Bass, *Cours de mathématiques, tome III.* Masson, 1971.

[71] C. Corduneanu, *Almost periodic functions.* New York : Wiley, 1961.

[72] M. Charbit, *Elements de théorie du signal : les signaux aléatoires.* Ellipses, 1990.

[73] R.A. Boyles and W.A. Gardner, "Cycloergodic proterties of discrete-parameter nonstationary stochastic processes," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 29, pp. 105–114, January 1983.

[74] W.A. Gardner and C.M. Spooner, "Signal interception : Performance advantages of cyclic feature detectors," *IEEE Transaction on Communications*, vol. 40, January 1992.

[75] P. Rostaing, *Détection de signaux modulés en exploitant leurs propriétés cyclostationnaires : Application aux signaux sonar.* Thèse de doctorat, Université de Nice - Sophia Antipolis, 1997.

[76] P. Gournay and P. Nicolas, "Analyse spectrale cyclique et analyse temps-fréquence pour l'identification automatique de transmissions," *Quinzième colloque GRETSI, Juan-les-Pins, France*, Septembre 1995.

[77] C. Bouder, G. Burel et S. Azou, "Analyse automatique d'une transmission numérique," *Dix-septième colloque GRETSI, Vannes, France*, Septembre 1999.

[78] M.M. Öner, *Aire interface identification for software radio systems.* Thèse de doctorat, Université de Karlsruhe, 2004.

[79] J.-L. Lacoume, P.-O. Amblard et P. Comon, *Statistiques d'ordre supérieur pour le traitement du signal*. Masson, 1997.

[80] L.L. Scharf, *Statistical signal srocessing : Detection, estimation, and time series analysis*. Addison-Wesley Publishing Company, 1991.

[81] A.D. Whalen, *Detection of signal in noise*. Academic Press, Inc., 1971.

[82] H.L. Van Trees, *Detection, estimation, and modulation theory, Part III*. Wiley, 1971.

[83] W.A. Gardner, "Structural characterization of locally optimum detectors in terms of locally optimum estimators and correlators," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 28, pp. 924–932, November 1982.

[84] D. Middleton, "Canonically optimum threshold detection," *IEEE Transactions on information Theory*, vol. 12, pp. 230–243, April 1966.

[85] W.A. Gardner, *Introduction to random processes with applications to signals and systems*. New York : McGraw-Hill, 1989.

[86] P.M. Fishman, "Radiometric detection of spread-spectrum signals in noise of uncertain power," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 28, pp. 654–660, July 1992.

[87] L. Izzo, L. Paura and M. Tanda, "Signal interception in non-gaussien noise," *IEEE Transactions in Communication*, vol. 40, pp. 1030–1037, June 1992.

[88] W.A. Gardner and G. Zivanovic, "Degrees of cyclostationary and their application to signal detection and estimation," *Signal processing*, vol. 22, March 1991.

[89] H.L. Hurd and N.L. Gerr, "Graphical methods for determining the presence of periodic correlation," *Journal of Time Series Analysis*, vol. 12, no. 4, pp. 337–350, 1991.

[90] M. Öner and F. Jondral, "Air interface recognition for a software radio system exploiting cyclostationarity," *in Proc. IEEE PIMRC'04, Barcelona, Spain*, vol. 3, pp. 1947–1951, September 2004.

[91] M. Öner and F. Jondral, "Extracting the channel allocation information in a spectrum pooling system exploiting cyclostationarity," *in Proc. IEEE PIMRC'04*, vol. 1, 2004.

[92] P. Ciblat et al., "Asymptotic analysis of blind cyclic correlation-based symbol-rate estimators," *IEEE Transaction on Information Theory*, vol. 48, pp. 1922–1934, July 2002.

[93] Y. Youn et al., "Discrete wavelet packet transform based energy detector for cognitive radios," *in Proc. IEEE VTC2007-spring*, 2007.

[94] S. Mallet et al., *A wavelet tour of signal processing*. Academic Press, 1999.

[95] N. Han et al., "Spectral correlation based signal detection method for spectrum sensing in IEEE 802.22 WRAN systems," *IEEE ICACT'06*, February 2006.

[96] R. Hachemani, J. Palicot and C. Moy, "A new standard recognition sensor for cognitive radio," *EUSIPCO'07, Poznan, Poland*, September 2007.

[97] C. Roland and J. Palicot, "A new concept of wireless reconfigurable receiver," *IEEE Communications Magazine*, vol. 41, pp. 124–132, July 2003.

[98] M. Haddad et al., "Cognitive radio sensing information-theoretic criteria based," *in Proceeding IEEE CrownCom'07, Orlando, USA*, August 2007.

[99] H. Akaike, "Information theory and an extension of the maximum likelihood principle," *Second International Symposium on Information Theory, Budapest*, 1973.

[100] H. Akaike, "A new look at statistical model identification," *IEEE Tran. Automat. Contr.*, vol. 19, pp. 716–723, December 1974.

[101] D.R. Brillinger, *Time series : Data analysis and theory.* Siam, 2001.

[102] ETSI TR 101 112 (V3.2.0), "Selection procedures for the choice of radio transmission technologies of the UMTS," universal mobile telecommunications system (UMTS), European Telecommunications Standards Institute, 1998.

[103] A.V. Dantawaté and G.B. Giannakis, "Asymptotic theory of mixed time averages and kth-order cyclic-moment and cumulat statistics," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 41, pp. 216–232, January 1995.

[104] L. Mazet, *Égalisation aveugle en milieur non-coopératif.* Thèse de doctorat, Université de Marne la Vallée, 1999.

[105] J.M. Mendel, "Tutorial on higher-order statistics (spectra) in signal processisng and system theory : theoretical results and some applications," *Proceedings of the IEEE*, vol. 79, pp. 278–305, March 1991.

[106] M. Rosenblatt, "Stationary sequences and random fields," *Birkhauser, Boston*, vol. 29, no. 4, pp. 670–671, 1987.

[107] M. Rosenblatt and J.W. Van Ness, "Estimation of the bispectrum," *Ann. Math. Statist.*, vol. 36, pp. 1120–1136, February 1965.

[108] P.T. Kim, "Consistent estimation of the fourth-order cumulant spectra density," *Journal of Time Series Analysis*, vol. 12, no. 1, pp. 63–71, 1991.

[109] E. Parzen, "Spectral analysis of asymptotically stationary time series," *Bull. Inst. Int. Statist.*, vol. 39, no. 2, 1962.

[110] D.R. Brillinger and M. Rosenblatt, "Asymptotic theory of estimates of k-th order spectra," *Spectral Analysis of Time Series*, vol. 57, no. 2, pp. 206–210, 1967.

[111] M. Ghozzi, M. Dohler and J. Palicot, "Blind spectrum sensing for cognitive radios using delay-and-multiply devices," in Proceeding IEEE SSD'07, Hammamet, Tunisia, March 2007.

[112] M.-G. Di Benedetto and G. Giancola, *Understanding ultra wide band radio fundamentals.* Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ, USA, 2004.