

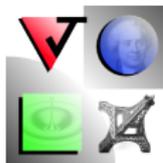
Propagation brutale de fissures et effets dynamiques : application industrielle à la notion de longueur d'arrêt

Pierre-Emmanuel Dumouchel

Institut Jean le Rond d'Alembert - université PARIS 6

EDF R&D - LaMSID

6 mars 2008

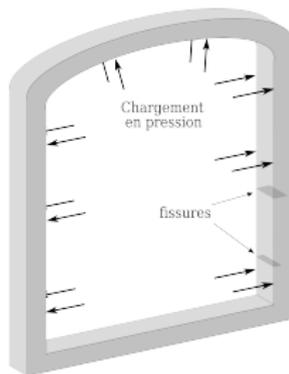


- 1 Contexte industriel
- 2 Décollement d'un film à travers une discontinuité de ténacité
- 3 Décollement d'un film à travers un défaut de ténacité
- 4 Décollement d'un film à travers une infinité de défauts
- 5 Propagation brutale à travers un milieu 2D

- 1 Contexte industriel
- 2 Décollement d'un film à travers une discontinuité de ténacité
- 3 Décollement d'un film à travers un défaut de ténacité
- 4 Décollement d'un film à travers une infinité de défauts
- 5 Propagation brutale à travers un milieu 2D

Contexte industriel – Présentation générale

- Fissuration des cuves REP



Section d'une cuve de réacteur avec son réseau de petites fissures

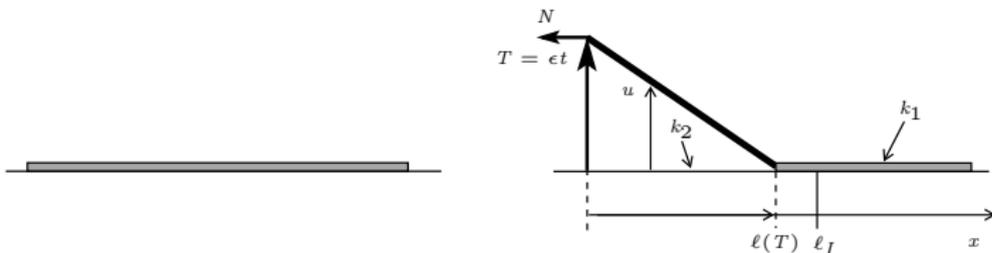
- Présence de petites fissures due à l'activité neutronique
- Scénario accidentel tel que la rupture d'une tuyauterie

- 1 Contexte industriel
- 2 **Décollement d'un film à travers une discontinuité de ténacité**
 - Présentation générale du modèle
 - Approche quasi-statique
 - Approche dynamique
- 3 Décollement d'un film à travers un défaut de ténacité
- 4 Décollement d'un film à travers une infinité de défauts
- 5 Propagation brutale à travers un milieu 2D

Présentation générale du modèle

- Discontinuité de ténacité en $\ell(T) = \ell_I$ avec $k_2 > k_1$
- Déplacement imposé T avec une vitesse de déplacement ϵ
- Construction des énergies cinétique $\mathcal{K}(T)$, de surface $\mathcal{S}(T)$ et potentielle $\mathcal{P}(T)$:

$$\mathcal{K}(T) = \frac{\rho}{2} \int_0^{\ell(T)} \dot{u}^2 dx, \quad \mathcal{S}(T) = \int_0^{\ell(T)} k(x) dx, \quad \mathcal{P}(T) = \frac{N}{2} \int_0^{\ell(T)} u'^2 dx$$



Découlement du film à travers une interface discontinue en ténacité

Présentation générale du modèle – glossaire

Quasi-statique

- Energie totale :

$$\mathcal{E} = \mathcal{P} + \mathcal{S}$$

- Critère de griffith :

$$G^s = G_c$$

Dynamique

- Energie totale :

$$\mathcal{E} = \mathcal{P} + \mathcal{S} + \mathcal{K}$$

- Critère de griffith :

$$G^d = G_c$$

Approche quasi-statique — Formulation du problème d'évolution

- La détermination de $u(x, T)$ se base sur le théorème de l'énergie potentielle

$$\mathcal{P}(T) = \min_{\{v(0)=T, v \geq 0\}} \frac{1}{2} \int_0^{\ell(T)} v'(x)^2 dx, \quad (1)$$

- L'évolution de $\ell(T)$ est déterminée à partir d'un principe d'évolution basé sur l'énergie totale $\mathcal{E}(T, \ell(T))$

$$\mathcal{E}(T, l) = \frac{T^2}{2l} + \int_0^l k(x) dx \quad (2)$$

On considère deux principes d'évolution :

(ULM) On recherche $\ell(T)$ tel que ces trois conditions soient vérifiées :

- Condition d'irréversibilité : $T \mapsto \ell(T)$ monotone croissant
- Condition de stabilité : $\exists h(T) > 0$ tel que $\forall l \in [\ell(T), \ell(T) + h(T)]$, $\mathcal{E}(T, \ell(T)) \leq \mathcal{E}(T, l)$
- Condition de conservation de $\mathcal{E}(T, \ell(T))$

(UGM) On recherche $\ell(T)$ tel que $\mathcal{E}(T, \ell(T))$ soit minimum global $\forall T > 0$

Approche quasi-statique – quelques résultats

Proposition

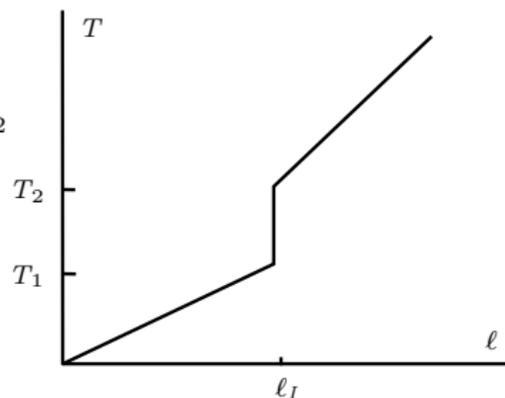
La formulation (UGM) est équivalente au problème de minimisation suivant

$$\text{Pour } T \geq 0, \ell(T) = \arg \min_{l \geq 0} \mathcal{E}(T, l)$$

- Cas discontinu avec accroissement de ténacité

$$k(x) = \begin{cases} k_1 & \text{si } 0 < x < \ell_I \\ k_2 & \text{sinon} \end{cases} \quad \text{avec } k_1 < k_2$$

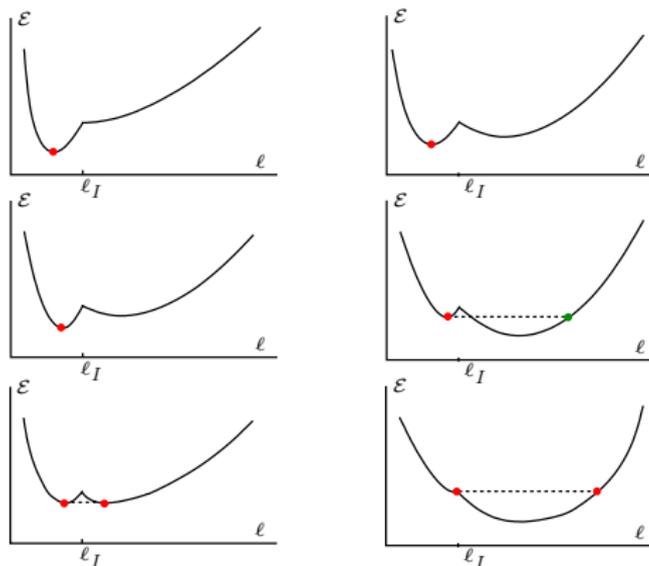
Les réponses (ULM) et (UGM) sont identiques



Évolution de la charge en fonction de la fissuration pour les solutions (UGM) et (ULM)

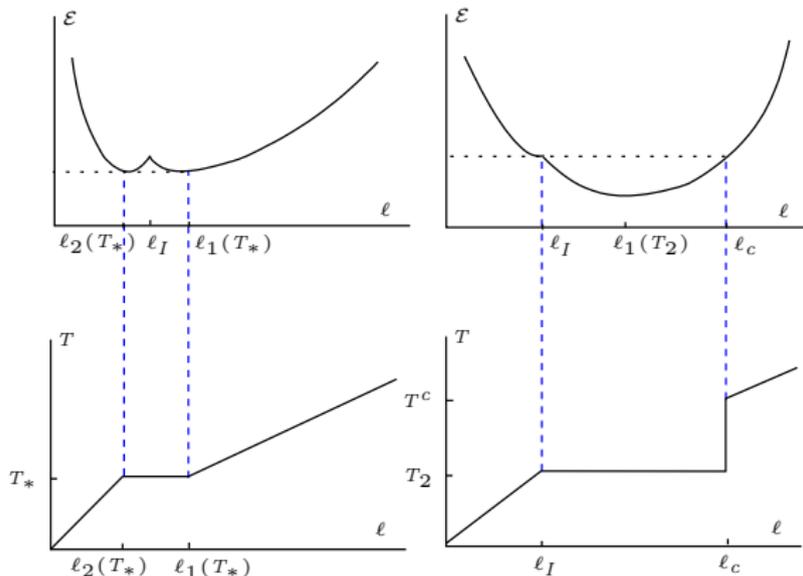
Approche quasi-statique – Solution (UGM) et (ULM) avec diminution de la ténacité (1)

- Cas discontinu avec diminution de ténacité



Evolution de l'énergie totale : à gauche la solution (UGM), à droite la solution (ULM)

Approche quasi-statique — Solution (UGM) et (ULM) avec diminution de la ténacité (2)



Solution quasi-statique : à gauche la solution (UGM), à droite la solution (ULM) métastable

Approche dynamique – équations dynamiques (1)

Définition de trois domaines dans le plan espace-charge (x, T) :

- S_ϵ^0 , le front de fissure
- S_ϵ , les ondes de choc avec $S_\epsilon^0 \subset S_\epsilon$
- $\mathcal{Q} \setminus S_\epsilon$ domaine régulier dans le plan (x, T)

Équations pour la dynamique :

- Equation de compatibilité cinématique d'Hadamard :

$$v'_\epsilon - \dot{e}_\epsilon = 0 \text{ dans } \mathcal{Q} \setminus S_\epsilon, \llbracket v_\epsilon \rrbracket + c \llbracket e_\epsilon \rrbracket = 0 \text{ sur } S_\epsilon$$

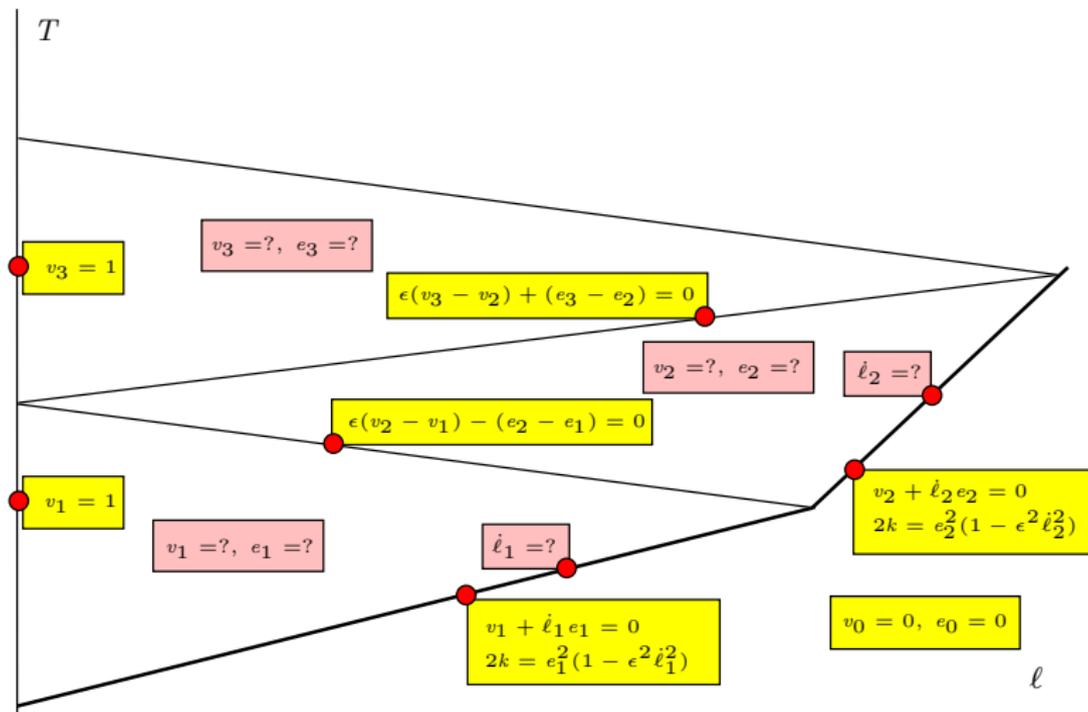
- Bilan de quantité de mouvement :

$$e'_\epsilon - \epsilon^2 \dot{v}_\epsilon = 0 \text{ dans } \mathcal{Q} \setminus S_\epsilon, \llbracket e_\epsilon \rrbracket + c\epsilon^2 \llbracket v_\epsilon \rrbracket = 0 \text{ sur } S_\epsilon \setminus S_\epsilon^0$$

- Critère de propagation de Griffith :

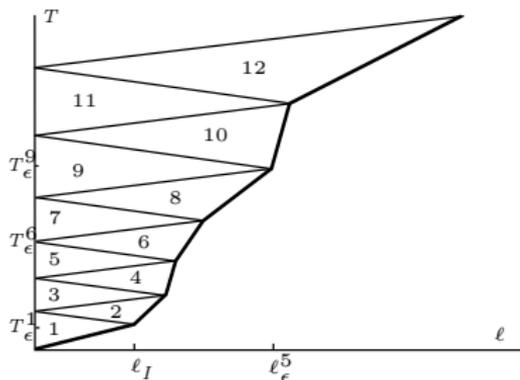
$$\dot{\ell}_\epsilon \geq 0, G_\epsilon \leq k(\ell_\epsilon), (G_\epsilon - k(\ell_\epsilon))\dot{\ell}_\epsilon = 0 \text{ avec } G_\epsilon = \frac{1}{2} \llbracket e_\epsilon^2 \rrbracket - \frac{1}{2} \epsilon^2 \llbracket v_\epsilon^2 \rrbracket,$$

Approche dynamique – équations dynamiques (2)

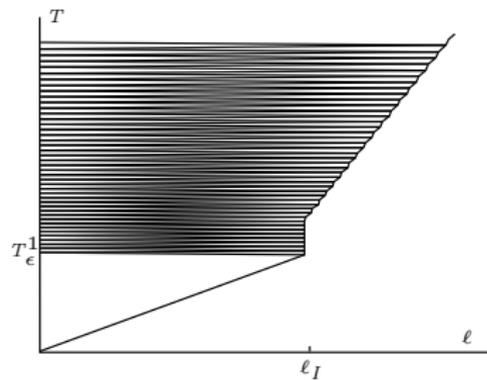


Approche dynamique – Solution ondulatoire (1)

- Cas discontinu avec accroissement de ténacité



Solution dynamique dans le plan espace-charge
lorsque la vitesse de chargement est non nulle



Solution dynamique dans le plan espace-charge
lorsque la vitesse de chargement devient très petite

L'évolution du front de décollement converge en tous points lorsque $\epsilon \rightarrow 0$ vers les solutions (ULM) et (UGM)

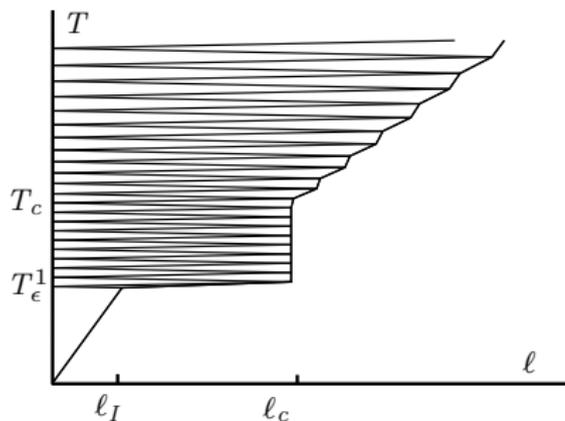
Approche dynamique – Evolution ondulatoire (2)

- Cas discontinu avec diminution de ténacité

Evolution ondulatoire : les cercles représentent la position des ondes de choc

Lorsque le front de décollement arrive en $x = \ell_I$, alors il se propage brutalement. Ensuite il marque un temps d'arrêt durant 3 allers-retours de l'onde de choc avant de repartir.

Approche dynamique – Solution ondulatoire (3)



Solution ondulatoire dynamique lorsque $\epsilon \rightarrow 0$

- L'énergie cinétique est nulle lorsque $l = l_I$ et $l = l_c$
- Lorsque $T_1 < T < T_c$, alors le front s'arrête durant n allers-retours des ondes de choc
- Durant la propagation brutale $\lim_{\epsilon \rightarrow 0} \dot{l} = c$

Résultat de convergence

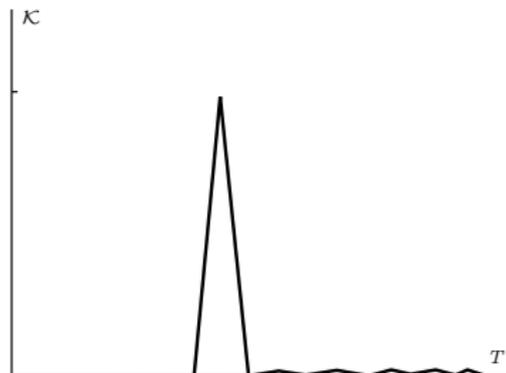
La solution dynamique converge, lorsque $\epsilon \rightarrow 0$, vers la solution quasi-statique métastable (approche (ULM))

Bilan

Propagation brutale à énergie totale quasi-statique constante

L'énergie cinétique joue un rôle éphémère

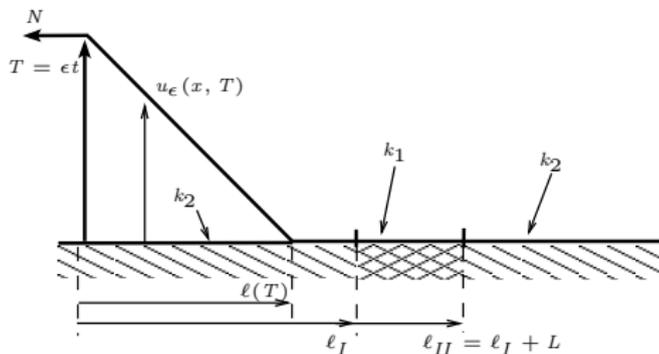
Convergence de la solution dynamique limite vers la solution métastable dans le cas d'une diminution de ténacité



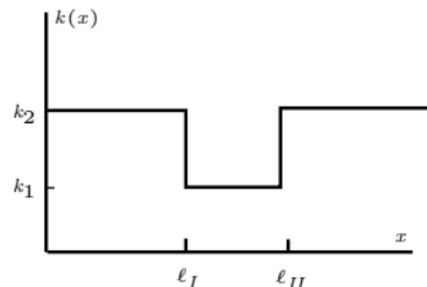
- 1 Contexte industriel
- 2 Décollement d'un film à travers une discontinuité de ténacité
- 3 Décollement d'un film à travers un défaut de ténacité**
 - Présentation du modèle
 - Approche quasi-statique
 - Approche dynamique
- 4 Décollement d'un film à travers une infinité de défauts
- 5 Propagation brutale à travers un milieu 2D

Présentation du modèle

- Interface constituée d'un défaut de taille $L = \ell_{II} - \ell_I$



Décollement du film à travers une interface avec défaut



Evolution de la ténacité $x \mapsto k(x)$

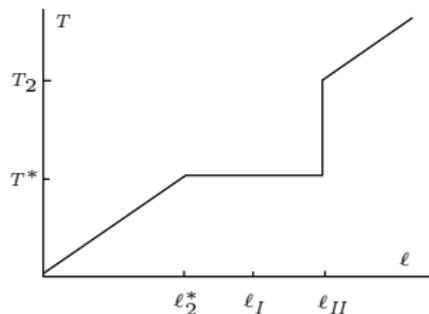
Approche quasi-statique – solution (UGM) et (ULM)

Solution quasi-statique (UGM)

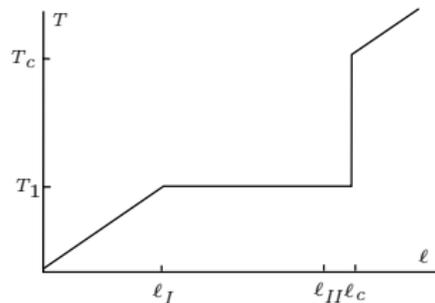
Lorsque le film se décolle à travers le défaut en suivant une approche (UGM), il ne “saute” jamais au-delà du fond du défaut

Solution métastable

Le film “saute” lorsque $T = T_1 = \sqrt{2k_2}\ell_I$ jusqu'à la position $x = \ell_c$ au-delà du fond du défaut $x = \ell_{II}$.



Exemple de solution (UGM)



Solution (ULM) métastable

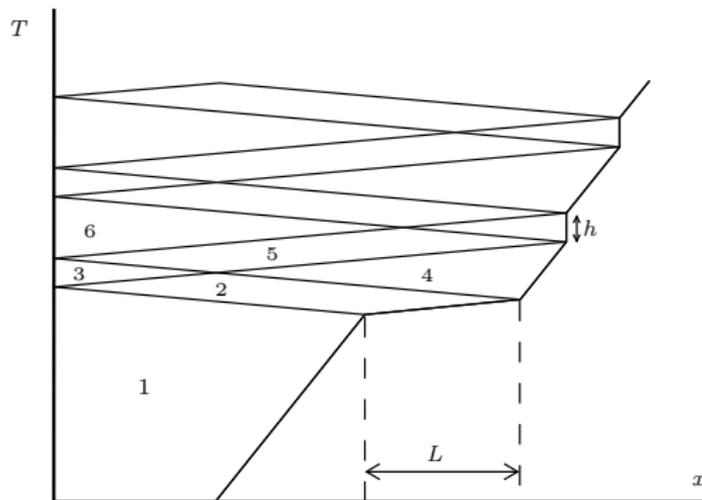
Approche dynamique – Solution ondulatoire

Solution ondulatoire du film se décollant à travers un défaut

Une première onde de choc est générée lorsque le front de décollement entre dans le défaut, puis une seconde apparaît lorsqu'il en sort.

Approche dynamique – Construction d'une récurrence

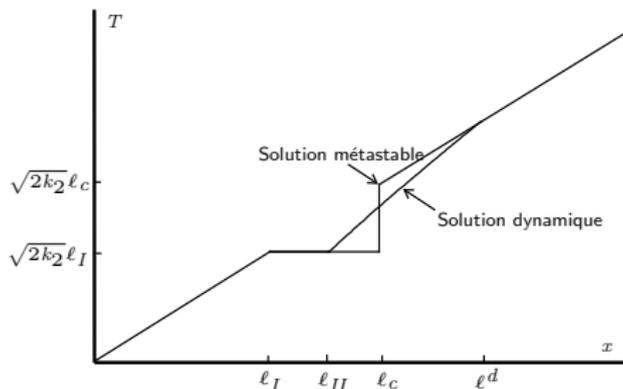
- Construction de la solution dynamique ondulatoire pour un ϵ donné



Evolution des ondes de choc dans le plan (x, T) lors de la traversée du défaut

Approche dynamique – solution dynamique limite

- Construction de la solution dynamique limite ($\epsilon \rightarrow 0$)



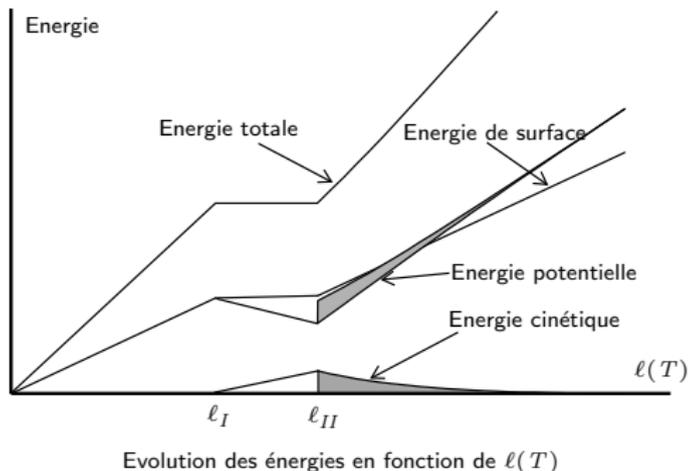
Comparaison entre les solutions dynamique limite et métastable

Courbe de relaxation de l'énergie cinétique pour $\ell \in [\ell_{II}, \ell_d]$

$$T(\ell) = \sqrt{2k_2} \left(\ell_I - \ell_{II} + \ell + \frac{k_2(\ell_{II} - \ell_I)}{k_2 - k_1} \ln \frac{k_2(\ell_{II} - \ell_I) + \ell(k_1 - k_2)}{\ell_{II}k_1 - \ell_I k_2} \right)$$

Approche dynamique – Interprétation énergétique

- Relaxation de l'énergie cinétique par rapport à la charge T

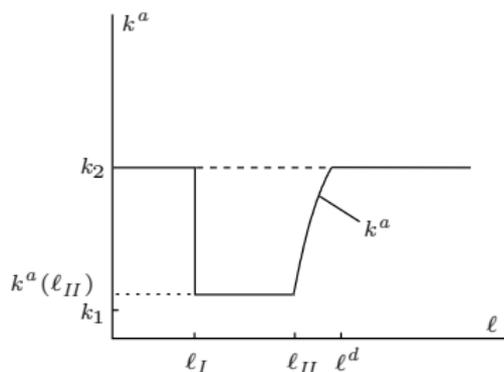


Approche dynamique – Construction d'une loi universelle

- Construction d'une loi universelle $\dot{\ell} = \mathcal{F}(\ell)$

$$\mathcal{F}(\ell) = \frac{(-k_1 + k_2)\ell - k_2 L}{\sqrt{2k_2}(-k_1 + k_2)\ell}$$

- Modification de la statique en introduisant une ténacité apparente $k^a(x)$.



Bilan

Phénomène de relaxation de l'énergie cinétique lié à la présence d'un défaut

Cas avec diminution de la ténacité

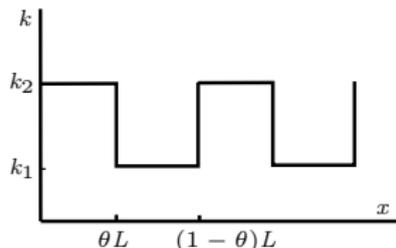
- Soit la structure se propage brutalement à énergie totale constante
- Soit elle cherche à supprimer l'énergie cinétique résiduelle en la relaxant

L'histoire du chargement n'influe pas sur le mécanisme de relaxation

- 1 Contexte industriel
- 2 Décollement d'un film à travers une discontinuité de ténacité
- 3 Décollement d'un film à travers un défaut de ténacité
- 4 Décollement d'un film à travers une infinité de défauts**
 - Présentation du modèle
 - Approche quasi-statique
 - Approche dynamique
- 5 Propagation brutale à travers un milieu 2D

Présentation du modèle

- Le film se décolle à travers une interface ayant une infinité de défauts.
- Les solutions (UGM) et (ULM) métastable lorsque $L \rightarrow 0$ seront présentées.
- La solution dynamique lorsque $\epsilon \rightarrow 0$ et $L \rightarrow 0$ sera introduite en fonction du paramètre θ .



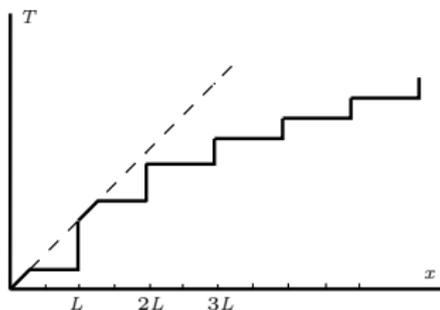
Evolution de la ténacité $k(x)$

Approche quasi-statique (1)

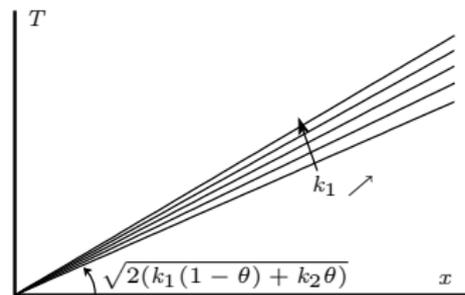
- Solution quasi-statique (UGM)

Solution (UGM) limite

La solution quasi-statique (UGM) présente une ténacité équivalente lorsque $L \rightarrow 0$ égale à la moyenne arithmétique des ténacités



D décollement du film selon une approche (UGM)



Solution quasi-statique (UGM) lorsque $L \rightarrow 0$ et pour différentes valeurs de k_1

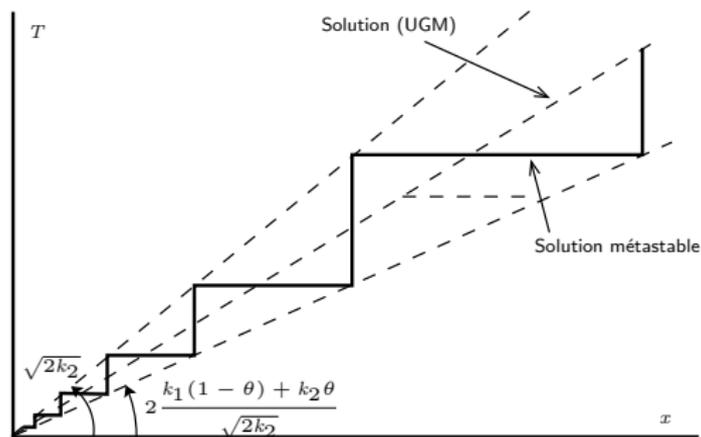
Approche quasi-statique (2)

- Solution quasi-statique (ULM) métastable

Solution (ULM) métastable

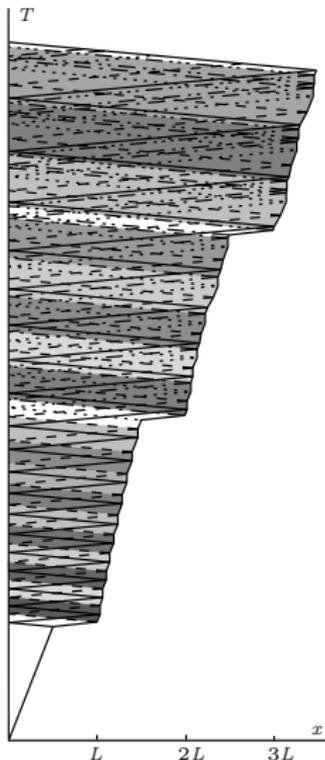
La solution métastable est une fonction en escalier évoluant entre les droites

$$l \mapsto \sqrt{2k_2}l \text{ et } l \mapsto 2 \frac{k_1(1-\theta) + k_2\theta}{\sqrt{2k_2}}l$$



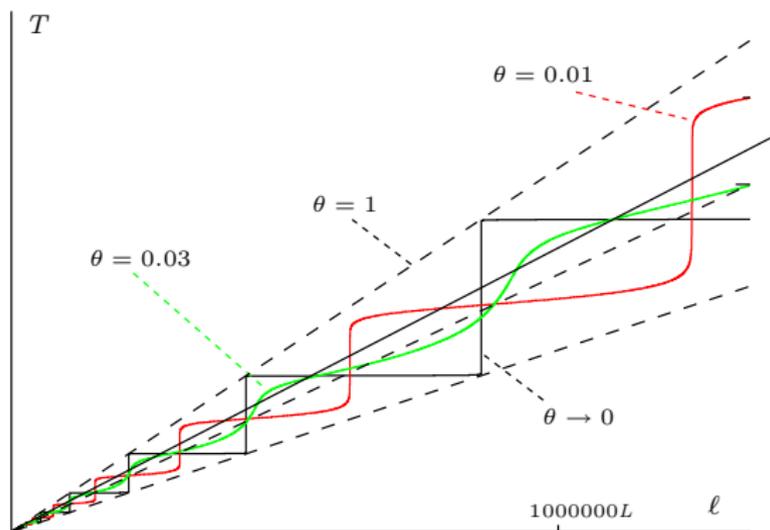
Solution quasi-statique métastable lorsque $L \rightarrow 0$

Approche dynamique – Construction ondulatoire



- Construction de la solution ondulatoire numériquement
- Prise en compte de toutes les ondes
- Prise en compte de tous les défauts

Approche dynamique – solution asymptotique

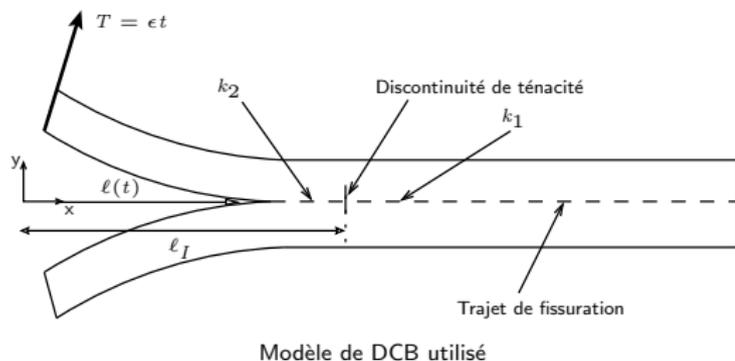


Evolution du front de décollement à un grand nombre de défauts en fonction de θ

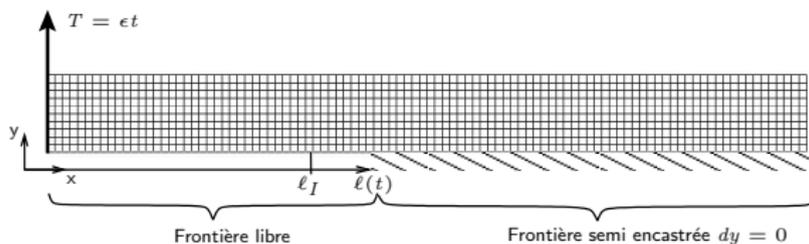
- Lorsque $\theta \rightarrow 0$ la solution dynamique limite correspond à la solution métastable.
- Lorsque $\theta \rightarrow 1$ la solution dynamique évolue selon la droite $l \mapsto \sqrt{2k_2}l$

- 1 Contexte industriel
- 2 Décollement d'un film à travers une discontinuité de ténacité
- 3 Décollement d'un film à travers un défaut de ténacité
- 4 Décollement d'un film à travers une infinité de défauts
- 5 Propagation brutale à travers un milieu 2D**
 - Présentation du modèle
 - Approche quasi-statique
 - Approche dynamique
 - Convergence

Présentation du modèle



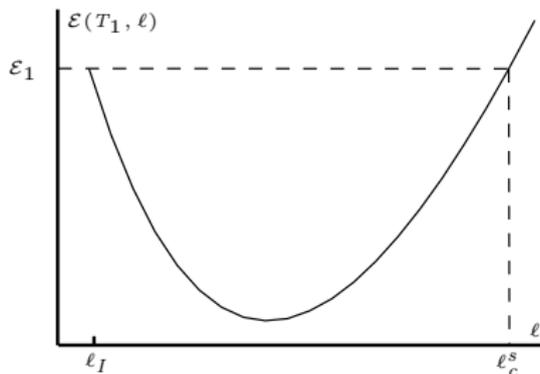
- Discontinuité de ténacité en $x = \ell_I$ avec $k_2 > k_1$
- Déplacement imposé $T = \epsilon t$
- Trajet de fissuration prédéterminé ($y = 0$ et $x > 0$)



Maillage de la DCB

Approche quasi-statique

- Recherche de la solution quasi-statique selon l'approche (ULM)
- $T = T_1$ correspond au chargement critique
- (ULM) revient à rechercher ℓ_c^s tel que $\mathcal{E}(T_1, \ell_I) = \mathcal{E}(T_1, \ell_c^s)$



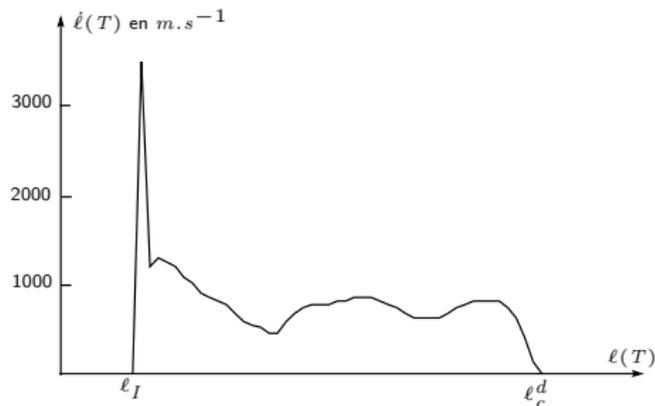
Evolution de l'énergie totale $\mathcal{E}(T_1, \ell)$

Solution statique

La solution statique métastable de la DCB possède les mêmes caractéristiques que celle du film : propagation brutale puis arrêt du front de fissure

Approche dynamique – solution numérique

- La propagation du front de fissure est pilotée par une technique de déboutonnage dynamique (recherche de $\dot{\ell}$ qui garantit le critère de Griffith)
- Propagation brutale jusqu'à $x = \ell_c^d$ puis arrêt



Evolution de $\dot{\ell}$ au cours de la propagation brutale

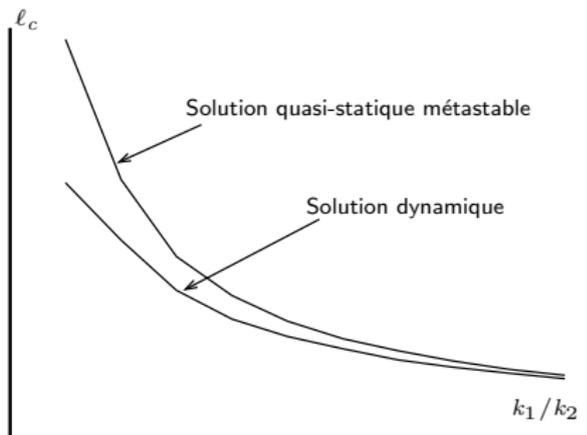
- L'énergie totale $\mathcal{E}(T, \ell(T))$ se conserve au cours de la propagation brutale
- L'énergie cinétique est nulle lorsque $\ell(T) = \ell_I$, et proche de 0 lorsque $\ell(T) = \ell_c^d$

Convergence

- La solution dynamique ne converge plus vers la solution quasi-statique métastable
- La solution statique métastable correspond à une borne supérieure pour la dynamique

Résultat de convergence

Notre approche est conservative ($\ell_c^s > \ell_c^d$) et permet de définir la notion de ténacité à l'arrêt



Evolution de ℓ_c en fonction du rapport des ténacités

Conclusion

- Propagation brutale à énergie totale constante
- Phénomène de relaxation de l'énergie cinétique lorsque le film traverse un défaut
- Construction d'une loi universelle
- Lorsque le nombre de défauts devient important, la solution s'écrit à partir d'une combinaison entre les deux premiers phénomènes
- En 2D l'approche énergétique est conservative

Perspectives

- Compréhension des mécanismes liés à la bifurcation des fissures
- Obtenir analytiquement la forme des solutions dans le cas d'un grand nombre de défauts
- Développement d'une méthode "moins" conservative en 2D à l'aide de l'analyse modale
- Construction en 2D des lois universelles numériquement