



HAL
open science

VIBRATIONS DUES AU PASSAGE D'UN TRAMWAY : MESURES EXPÉRIMENTALES ET SIMULATIONS NUMÉRIQUES

Marc Maldonado

► **To cite this version:**

Marc Maldonado. VIBRATIONS DUES AU PASSAGE D'UN TRAMWAY : MESURES EXPÉRIMENTALES ET SIMULATIONS NUMÉRIQUES. Sciences de l'ingénieur [physics]. Ecole Centrale de Nantes (ECN), 2008. Français. NNT : . tel-00356222

HAL Id: tel-00356222

<https://theses.hal.science/tel-00356222>

Submitted on 26 Jan 2009

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

École Centrale de Nantes

ÉCOLE DOCTORALE

SCIENCES POUR L'INGÉNIEUR, GÉOSCIENCES ARCHITECTURE 0498

Année 2008

N° B.U. :

Thèse de Doctorat

Diplôme délivré par l'École Centrale de Nantes

Spécialité : GÉNIE MÉCANIQUE

Présentée et soutenue publiquement par :

Marc MALDONADO

le 20 octobre 2008

à l'École Centrale de Nantes

Titre

VIBRATIONS DUES AU PASSAGE D'UN TRAMWAY : MESURES EXPERIMENTALES ET SIMULATIONS NUMERIQUES

Jury

Président :	David BIGAUD	Professeur, LASQUO-ISTIA, Université d'Angers
Rapporteurs :	Régis DUFOUR Denis DUHAMEL	Professeur, LAMCOS, INSA Lyon Professeur ENPC, UR Navier, Marne la Vallée
Examineurs :	Lutz AUERSCH-SAWORSKI Olivier CHIELLO Donatien LE HOUÉDEC Franck POISSON	Directeur de Recherches, BAM, Berlin (Allemagne) Chargé de Recherches, INRETS, Bron Professeur Émérite, GEM, École Centrale de Nantes Ingénieur de Recherches, SNCF, Paris

Directeur de thèse : Donatien LE HOUÉDEC

Laboratoire : Institut de Recherche en Génie Civil et Mécanique, École Centrale de Nantes N° ED 0498-04

Remerciements

Lorsque j'ai souhaité me tourner vers le domaine de la recherche, je ne pensais pas évoluer autant en quelques années, tant sur le plan des connaissances que sur l'aspect relationnel. Le plaisir du travail de recherche réside pour moi, avant tout, dans le fait de pouvoir élargir considérablement son champ de vision intellectuelle, directement par la consultation d'articles, ou lors de rencontres dans des congrès par exemple.

D'emblée, je tiens à remercier tout particulièrement Donatien LE HOUÉDEC pour avoir bien voulu m'encadrer durant ces quatre années de thèse. J'ai découvert à son contact un plaisir intact dans le travail de recherche, plaisir qu'il a su me transmettre petit à petit pour finalement devenir une vraie passion. Je suis heureux d'avoir travaillé un moment à ses côtés. Sa présence et sa simplicité m'ont souvent remis sur les rails à des moments de doute.

Le partenariat du contrat PREDIT m'a permis de travailler en collaboration avec Olivier CHIELLO, de l'INRETS. Ses connaissances et sa disponibilité ont constitué pour moi une aide très précieuse. Son approche rigoureuse et pragmatique d'un dossier de recherche et son sérieux ont été pour moi un modèle que j'ai essayé de suivre.

Je remercie également les autres membres du jury, les Professeurs Régis DUFOUR et Denis DUHAMEL pour avoir bien voulu rapporter sur mon mémoire de thèse, ainsi que le Professeur David BIGAUD pour avoir présidé le jury de soutenance, et Franck POISSON qui a apporté ses compétences dans le domaine ferroviaire.

Enfin, je remercie Lutz AUERSCH pour m'avoir fait l'honneur d'être membre du jury, et pour m'avoir montré, lors de diverses conversations, son approche pragmatique et son plaisir de partager ses travaux.

Je suis reconnaissant envers Nicolas MOËS pour avoir bien voulu accueillir au sein du GeM un étudiant « atypique », rapidement passionné par ce monde nouveau qu'il a découvert, notamment lors des réunions de recherche. Une part de ma reconnaissance va aux membres du laboratoire pour l'ambiance agréable qu'ils ont maintenue et pour la disponibilité face à mes questions techniques et administratives.

Je remercie particulièrement Jean-Pierre REGOIN, pour sa disponibilité et ses compétences techniques. Dans le cadre du contrat PREDIT, la campagne expérimentale n'aurait pas été possible sans son encadrement et son savoir-faire.

Je souhaite également dire un grand merci à Eric MANCEAU qui m'a permis de me connecter à distance pour effectuer mes calculs sur le cluster de l'École depuis Cholet, de jour comme de nuit, et à Jean-Paul LARCHER, pour ses relectures de papiers en anglais. Les « ground-borne vibrations » n'ont plus de secret pour lui.

Enfin, un travail de thèse dans ma situation de professeur agrégé, enseignant « à plein temps », de surcroît loin du laboratoire de rattachement, n'a pas été de tout repos pour mes proches. Les soirées détentes furent souvent rares, et les vacances de l'ordre du concept. J'embrasse donc tendrement ma femme Véronique, pour sa patience et son soutien amoureux, et mes trois enfants, et je leur dédicace cet ouvrage.

Table des matières

Introduction	1
1 Analyse bibliographique	5
1.1 Introduction	6
1.2 Rappels sur la propagation des ondes dans le sol	7
1.2.1 Ondes de volume – Onde de surface	7
1.2.2 Amortissement des ondes	9
1.3 Modélisation du sol	11
1.3.1 Rappel de quelques approches	11
1.3.2 Comportement d'un sol multicouche	15
1.4 Modélisation des efforts dynamiques au contact roue/rail	17
1.5 Modélisation de la voie – Couplage voie/sol	18
1.5.1 Rappel de quelques résultats	18
1.5.2 Analyse de certains travaux	20
1.6 Conclusion et stratégie	27
2 Campagne expérimentale	29
2.1 Introduction	30
2.2 Description des 4 sites - critères de choix	30
2.2.1 Types de poses de voie	31
2.2.2 Types de rames	35
2.2.3 Données disponibles pour les différents sols	36
2.3 Essais au marteau	37
2.3.1 Vibrations de la voie et du sol	37
2.3.2 Réceptances de voie	39
2.3.3 Mobilités de transfert voie/sol	40
2.3.4 Mobilités de transfert en champ libre	43
2.3.5 Estimation de la courbe de dispersion pour chaque sol	45
2.3.6 Obtention de la courbe de dispersion par la méthode de l'analyse des vitesses de phase	48
2.4 État de surface des rails	50
2.5 Mesures embarquées : vibrations des essieux	51
2.5.1 Méthodologie	51
2.5.2 Résultats	51
2.6 Mesures des vibrations sur le sol suite au passage du tramway	55
2.6.1 Procédure de dépouillements des mesures	55
2.6.2 Analyse des vibrations générées par chaque essieu d'une même rame	61
2.6.3 Étude de la répétabilité pour une même configuration de passage	62
2.6.4 Vibrations au passage sur les différents sites	63

2.6.5	Niveaux vibratoires sur le rail	63
2.6.6	Influence de la vitesse sur les vibrations	66
2.6.7	Effet du site sur les vibrations	67
2.6.8	Effet de la rame sur les vibrations	68
2.6.9	Atténuation des vibrations voie/sol	68
2.6.10	Evolution des vibrations à la surface du sol	69
2.7	Bilan de la campagne de mesures	70
3	Modélisation du comportement vibratoire de l'ensemble rail/assise/sol	73
3.1	Introduction	74
3.2	Modèle semi-analytique de sol multicouche	74
3.2.1	Etude pour une couche	75
3.2.2	Cas du massif semi-infini	79
3.2.3	Mise en équations pour le sol complet	80
3.3	Modèle pour une pose classique et un chargement symétrique	83
3.3.1	Modèle de voie à deux dimensions	83
3.3.2	Couplage voie / sol	85
3.4	Modèle pour une pose classique et un chargement non symétrique	88
3.4.1	Modèle de voie à trois dimensions	88
3.4.2	Couplage voie / sol	91
3.4.3	Autre possibilité pour l'écriture du couplage en rotation	95
3.5	Modèle pour une pose de voie sur dalle flottante	96
3.5.1	Premier modèle de voie	96
3.5.2	Équations couplées	98
3.5.3	Deuxième modèle de voie	100
3.5.4	Équations couplées	102
3.6	Interaction voie/essieu	103
3.7	Conclusion	106
4	Comparaison simulation numérique/résultats expérimentaux	107
4.1	Introduction	108
4.2	Caractéristiques mécaniques des sols étudiés	109
4.2.1	Remarques préliminaires	109
4.2.2	Site en pose classique (Ferrière)	110
4.2.3	Site en pose isolante sur dalle flottante (Libération)	118
4.2.4	Étude de convergence	120
4.2.5	Comparaison avec le modèle développé par L. AUERSCH	126
4.3	Caractéristiques mécaniques des voies étudiées	127
4.3.1	Pose classique	127
4.3.1.1	Réceptance de la voie	128
4.3.1.2	Mobilités de transfert voie-sol	129
4.3.2	Pose sur dalle flottante	133
4.3.2.1	Réceptance de la voie	133
4.3.2.2	Mobilités de transfert voie-sol	135
4.4	Efficacité de la fondation élastique vis-à-vis de la pose classique	138
4.5	Détermination des efforts dynamiques au contact roue/rail	142
4.5.1	Définition des paramètres d'essieu	142
4.5.2	Validation du modèle voie/essieu	145

4.5.3	Identification de la rugosité combinée	147
4.5.4	Définition des efforts	150
4.5.5	Conclusion	151
4.6	Simulation du passage d'un tramway	152
4.6.1	Principe du calcul	152
4.6.2	Résultats obtenus sur le site en pose classique	154
4.6.3	Résultats obtenus sur le site en pose isolante	162
4.6.4	Bilan concernant les niveaux estimés	165
4.6.5	Conclusion	166
	Conclusion et perspectives	169
	Références	173
A	Compléments concernant la description des mesures	183
A.1	Types de poses	183
A.2	Photographies : positionnement des accéléromètres sur les 4 sites	186
A.3	Localisation des points de sondages autour des 4 sites de mesures	188
A.4	Connaissance des sols pour les 4 sites	190
B	Compléments concernant les mesures au passage des tramways	191
B.1	Récapitulatif des mesures au passage des tramways sur les 4 sites	191
B.2	Étude de répétabilité des mesures - exemples	193
B.3	Comparaison des niveaux vibratoires entre les tramways A et B (tiers d'oc- tave)	195
B.4	Comparaison des niveaux vibratoires entre les tramways A et B (bandes fines)	197

Table des figures

1.1	Ensemble tramway–voie–sol	7
1.2	Différents modèles de voie disponibles – D’après [Kru01]	19
2.1	Réseau des tramways nantais : localisation des sites pour les mesures vibratoires	31
2.2	Pose classique (Ferrière) - Vue en coupe	32
2.3	Pose isolante <i>Dephi</i> (Longchamp) - Vue en coupe	33
2.4	Pose isolante <i>dalle flottante</i> (Libération) - Vue en coupe	34
2.5	Entrées disponibles sur la chaîne de mesures - Exemple sur Ferrière	37
2.6	Caractérisation du sol suivant deux directions par rapport à la voie	38
2.7	Mesures des réceptances - amplitudes et cohérence	40
2.8	Mobilités ponctuelle et de transfert voie/sol sur les 4 sites	41
2.9	Atténuation des vibrations voie/sol - référence sur le rail pour les 3 sites "avec dalle"	42
2.10	Cohérences sur les mesures de mobilités de transfert en sol libre à 4, 8 et 16m du point d’impact au marteau - Sites Ferrière, Longchamp et Libération	43
2.11	Mesures des mobilités de transfert du sol à 2,4,8 et 16m	44
2.12	Atténuation des vibrations dans le sol à 2, 4 et 6m	45
2.13	Schéma de principe des mesures SASW (d’après [Fot00])	47
2.14	Courbes de dispersion obtenues pour les sites Ferrière, Longchamp et Libération	48
2.15	Estimation des vitesses de phase en fonction de la fréquence - Libération	49
2.16	Niveaux de rugosité du rail par tiers d’octave en fonction du site	50
2.17	Identification des modes symétrique et antisymétrique dans la DSP moyenne des accélérations de l’essieu de type A à 30km/h sur les quatre sites	52
2.18	Identification des modes symétrique et antisymétrique dans la DSP moyenne des accélérations de l’essieu de type B à 30km/h - Libération et Souillarderie	53
2.19	Niveaux d’accélération moyens (tiers d’octave) en fonction de la vitesse - Essieu type A - Souillarderie	53
2.20	Niveaux d’accélération moyens (tiers d’octave) pour les 2 types d’essieux - Libération - 40km/h	54
2.21	Mesures au passage du tramway type B à 20 km/h - Pose classique (Ferrière)	56
2.22	Estimation des DSP pour l’accélération du rail, sur le passage complet et en valeur moyenne - Ferrière - Tramway B - 20km/h	58
2.23	Niveaux vibratoires sur le rail - DSP valeur <i>rms</i> - Tramway B - Ferrière	58
2.24	Niveaux vibratoires sur le rail - DSP valeurs maximales - Tramway B - Ferrière	58
2.25	Spectrogramme du passage (DSP) - mesure sur le rail - Tramway B - 20km/h - Ferrière	59

2.26	Spectrogramme du passage (DSP) - mesure sur le rail - Tramway A - 20km/h - Ferrière	59
2.27	Niveaux vibratoires sur le rail maxi et moyens - Tramway B - Ferrière . . .	60
2.28	Niveaux vibratoires sur le rail au passage - Tramway B - Ferrière	60
2.29	Exemple de fiche pour une mesure sur le rail au passage - tramway B - Ferrière	60
2.30	Comparaison des niveaux vibratoires sur le rail pour les 3 essieux du tramway B	61
2.31	Comparaison des niveaux vibratoires à 2,5m pour les 3 essieux du tramway B	62
2.32	Mesures au passage du tramway sur les 4 sites - rame A - DSP valeurs maximales	64
2.33	Mesures au passage du tramway sur les 4 sites - rame B - DSP valeurs maximales	65
2.34	Comparaison des niveaux vibratoires moyens estimés sur 3 et 4 bogies - rame A, Ferrière, 30 km/h	66
2.35	Effet du site sur les niveaux des vitesses moyennes par tiers d'octave sur le rail	67
2.36	Atténuation des vibrations dans le sol au passage du tramway A - Référence sur le rail	69
2.37	Atténuation des vibrations dans le sol au passage du tramway B - Référence sur le rail	69
3.1	Modèle analytique - Sol multicouche chargé en surface	75
3.2	Modèle analytique - Pose classique - Chargement symétrique	83
3.3	Modèle pour la voie, incluant le rail double (gauche) et la dalle de béton (droite)	84
3.4	Modèle analytique - Pose classique - Chargement non symétrique	88
3.5	Équilibre dynamique des rails et de la dalle de béton - Chargement non symétrique - Voie symétrique	89
3.6	Analyse du couplage dalle/sol sur les déplacements et les efforts pour le mode de roulis	94
3.7	Modèle analytique n°1 - Pose de voie sur dalle flottante	96
3.8	Équilibre dynamique de la dalle d'assise - Pose sur dalle flottante	98
3.9	Modèle analytique n°2 - Pose de voie sur dalle flottante	100
3.10	Équilibre dynamique de la dalle d'assise - Pose sur dalle flottante - Modèle prenant en compte les deux dalles	102
3.11	Modèle utilisé pour l'interaction voie/essieu	104
4.1	Courbe de dispersion obtenue par inversion – Ferrière – Comparaison avec les données expérimentales	111
4.2	Inversion de la courbe de dispersion suivant le principe du sol équivalent à la profondeur $\lambda_r/3$	112
4.3	Comparaison des profils de sols obtenus – Ferrière	113
4.4	Comparaison mesures/simulation sur la réponse du sol suite à une excitation ponctuelle avec un massif souple et un amortissement constant sur le sol, valant 4% – Ferrière (suivant tableau A.1)	115
4.5	Comparaison mesures/simulation sur la réponse du sol suite à une excitation ponctuelle avec un massif souple et un amortissement variable – Ferrière (suivant tableau 4.2)	115

4.6	Comparaison mesures/simulation sur la réponse du sol suite à une excitation ponctuelle – Modèle retenu – Ferrière (suivant tableau 4.3)	116
4.7	Simulation de la vitesse de phase pour les distances 1, 2 et 4m du point d’excitation – Ferrière – Modèle retenu (suivant tableau 4.3)	117
4.8	Courbe de dispersion obtenue par inversion – Libération – Comparaison avec les données expérimentales	118
4.9	Comparaison des profils de sols obtenus – Libération	119
4.10	Comparaison mesures/simulation sur la réponse du sol suite à une excitation ponctuelle - Libération - Modèle retenu	119
4.11	Déplacements transformés pour une excitation à 50Hz - Partie réelle - Ferrière	121
4.12	Déplacements transformés pour une excitation à 50Hz - Partie imaginaire - Ferrière	121
4.13	Déplacements transformés pour une excitation à 100Hz - Partie réelle - Ferrière	122
4.14	Déplacements transformés pour une excitation à 100Hz - Partie imaginaire - Ferrière	122
4.15	Amplitudes des déplacements transformés - Représentation dans le plan fréquence–nombre d’onde	123
4.16	Dispersion du sol (Ferrière) calculée à l’aide des vitesses transformées – Comparaison avec la mesure (pointillés noir)	124
4.17	Dispersion du sol (Ferrière) calculée à l’aide des déplacements transformés – Comparaison avec la mesure (pointillés noir)	124
4.18	Amplitude du déplacement vertical du sol pour les distances de 0 à 48m de l’excitation - Résultats obtenus avec $N = 256, 512, 1024, 2048$ et 4096 points	125
4.19	Evolution de l’erreur sur le calcul des déplacements dans le sol avec 256, 512, 1024 et 2048 points – Référence pour $N = 4096$ points	125
4.20	Mobilités de transfert en champ libre – Comparaison des calculs effectués avec la méthode semi-analytique et une méthode basée sur les éléments de frontière	126
4.21	Comparaison modèle/mesure pour la réceptance d’un rail (amplitude et phase) – Ferrière	129
4.22	À gauche : raideur dynamique du sol sous la dalle estimée à l’aide du modèle semi-analytique – Excitation symétrique – Ferrière. À droite : comparaison des raideurs dynamiques calculées pour différents types de sols	131
4.23	Compliance calculée (amplitude et phase) – Ferrière	131
4.24	Comparaison modèle/mesure pour la mobilité de transfert voie/sol à 2,5m du rail extérieur – Ferrière – Trois cas d’excitations : symétrique – sur un seul rail – antisymétrique	132
4.25	Analyse paramétrique sur la mobilité de transfert calculée à 2,5m – Variation du module de Young, de l’épaisseur et de l’amortissement de la dalle d’assise – Données du tableau 4.5 et utilisation du modèle numérique 1 (efforts symétriques)	133
4.26	Comparaison modèle/mesure pour la réceptance d’un rail (amplitude et phase) – Libération	135
4.27	Comparaison modèle/mesure pour la mobilité de transfert voie/sol à 2,5m du rail extérieur – Libération – Quatre cas d’excitations : sur le rail extérieur – antisymétrique – symétrique – sur le rail intérieur	136

4.28	Analyse paramétrique sur la mobilité de transfert calculée à 2,5m – Variations des paramètres mécaniques des dalles flottante et d’assise – Données du tableau 4.6 et excitation de la forme (0,P)	137
4.29	Points de calcul (représentation en vue de dessus) – Excitation sur le rail extérieur (point O) – Calcul sous le point $O(0, 0)$ à l’interface dalle/sol, et sur le sol aux points $A(0; 3, 2)$, $B(-8; 3, 2)$ et $C(-16; 3, 2)$	139
4.30	Déplacement du rail, de la dalle et du sol à l’interface voie/sol pour quatre configurations voie/sol	139
4.31	Perte par insertion estimée au niveau du contact dalle/sol pour le sol raide et le sol souple	140
4.32	Réponse du sol pour $y = 3,2\text{m}$ et $x = 0, 8$ et 16m pour les deux sites étudiés	141
4.33	Réceptances verticale ponctuelle et croisée du rail, calculées pour la pose classique – Amplitude et phase	143
4.34	Fonctions de transfert calculées entre le déplacement de l’essieu et la rugosité combinée – Parties symétrique et antisymétrique – Ferrière, rame A	143
4.35	Fonctions de transfert calculées entre le déplacement de l’essieu et la rugosité combinée – Parties symétrique et antisymétrique – Libération, rame A	144
4.36	Fonctions de transfert calculées entre le déplacement de l’essieu et la rugosité combinée – Parties symétrique et antisymétrique – Libération, rame B	144
4.37	Validation des accélérations (DSP) des essieux – Mode symétrique	146
4.38	Validation des accélérations (DSP) des essieux – Mode antisymétrique	146
4.39	Identification du niveau de DSP de la rugosité combinée – Rame A – Ferrière	148
4.40	Identification du niveau de DSP de la rugosité combinée – Rame A – Libération	148
4.41	Identification du niveau de DSP de la rugosité combinée – Rame B – Libération	148
4.42	Rugosités combinées simplifiées pour le calcul des efforts – Ferrière et Libération – Rames A et B	149
4.43	Rugosités combinées simplifiées (tiers d’octave) pour le calcul des efforts – Ferrière et Libération – Rames A et B – Comparaison avec deux courbes limites normalisées pour le rail	149
4.44	Estimation des efforts au contact roue/rail à 40km/h – Amplitude (DSP) de l’effort ramené sur un rail – Calculs à partir des accélérations mesurées (à gauche), des rugosités de rails mesurées (au milieu) et des rugosités combinées simplifiées (à droite)	151
4.45	Calcul au passage (représentation en vue de dessus) – Première étape – Mobilité de transfert estimée sur un segment du sol	153
4.46	Calcul au passage (représentation en vue de dessus) – Troisième étape – Principe de sommation des contributions de chaque essieu	154
4.47	Comparaison des niveaux de la DSP (valeurs maximales) pour les réponses du rail et à 2,5m de la voie – rame A, Ferrière – Calculs à partir des accélérations d’essieux mesurées – Partie symétrique prise en compte jusqu’à 100Hz	155

4.48	Comparaison des niveaux de la DSP (valeurs maximales) pour les réponses du rail et à 2,5m de la voie – rame A, Ferrière – Calculs à partir des rugosités combinées	156
4.49	Atténuation des vibrations dans le sol à 2,5m du rail (référence sur le rail) – Ferrière, rames A et B – Comparaison entre les résultats au passage et au marteau (à gauche : mesures – à droite : calculs)	157
4.50	Comparaison des niveaux de la DSP (valeurs maximales) pour les réponses du rail et à 2,5m de la voie – rame A, Ferrière – Calculs à partir des accélérations d’essieux mesurées – Partie symétrique prise en compte jusqu’à 100Hz – analyse sur le 3 ^{ième} bogie	159
4.51	Comparaison des niveaux de la DSP (valeurs maximales) pour les réponses du rail et à 2,5m de la voie – rame A, Ferrière – Calculs à partir des rugosités combinées – analyse sur le 3 ^{ième} bogie	159
4.52	Comparaison des niveaux de la DSP (valeurs maximales) pour les réponses du rail et à 2,5m de la voie – rame B, Ferrière – Calculs à partir des rugosités combinées	161
4.53	Comparaison des niveaux de la DSP (valeurs maximales) pour les réponses du rail et à 2,5m de la voie – rame B, Ferrière – Calculs à partir des rugosités mesurées sur les rails	161
4.54	Comparaison des niveaux de la DSP (valeurs maximales) pour les réponses du rail et à 2,5m et à 5m de la voie – rame A, Libération – Calculs à partir des accélérations mesurées et des rugosités combinées (pour les deux graphes du bas)	163
4.55	Comparaison des niveaux de la DSP (valeurs maximales) pour les réponses du rail, à 2,5m et à 5m de la voie – rame B, Libération – Calculs à partir des accélérations mesurées et des rugosités combinées (pour les deux graphes du bas)	163
4.56	Atténuation des vibrations dans le sol à 2,5m du rail (référence sur le rail) – Libération, rames A et B – Comparaison entre les résultats au passage et au marteau (à gauche : mesures – à droite : calculs)	164
4.57	Atténuation des vibrations dans le sol à 5m du rail (référence sur le rail) – Libération, rames A et B – Comparaison calculs/mesures au passage	164
4.58	Écarts des calculs par rapport aux mesures - Puissance vibratoire (dB, référence $5 \cdot 10^{-8}m/s$) estimée sur la bande de fréquences 20–200Hz	165
A.1	Pose classique sur semelle cannelée (béton de calage non mis en place)	184
A.2	Pose classique sur semelle cannelée - détail	184
A.3	Pose classique - Revêtement gazon (Ferrière)	186
A.4	Pose isolante "Dephi" - Revêtement pavé (Longchamp)	186
A.5	Pose isolante "dalle flottante" - Revêtement pavé (Libération)	187
A.6	Pose type S.N.C.F. - Voie ballastée (Souillarderie)	187
A.7	Site Ferrière - 2 points de sondages	188
A.8	Site Longchamp - 2 points de sondages	188
A.9	Site Libération - 2 points de sondages	189
A.10	Site Souillarderie - 2 points de sondages	189
B.1	Répétabilité des mesures sur 4 passages - Sur rail - tramway B - 20km/h - Ferrière	193

B.2	Répétabilité des mesures sur 4 passages - 0,5m du rail - tramway B - 20km/h - Ferrière	193
B.3	Répétabilité des mesures sur 4 passages - 1,2m du rail - tramway B - 20km/h - Ferrière	194
B.4	Répétabilité des mesures sur 4 passages - 2,5m du rail - tramway B - 20km/h - Ferrière	194
B.5	Différences de niveaux vibratoires (dB) entre le tramway A et B	196
B.6	Mesures au passage du tramway sur les 4 sites - 20km/h - rames A et B - DSP valeurs maximales	198
B.7	Mesures au passage du tramway sur les 4 sites - 30km/h - rames A et B - DSP valeurs maximales	199
B.8	Mesures au passage du tramway sur les 4 sites - 40km/h - rames A et B - DSP valeurs maximales	200
B.9	Mesures au passage du tramway sur Ferrière et Souillarderie - 50km/h - rames A et B - DSP valeurs maximales	201

Liste des tableaux

2.1	Pose classique (Ferrière) - Caractéristiques principales	32
2.2	Pose isolante <i>Dephi</i> (Longchamp) - Caractéristiques principales	33
2.3	Pose isolante <i>dalle flottante</i> (Libération) - Caractéristiques principales	34
2.4	Pose ballastée (Souillarderie) - Caractéristiques principales	35
2.5	Caractéristiques principales des tramways A et B	35
2.6	Répartition des charges pour les tramways A et B (unité : $10^3 daN$)	36
4.1	Profil de sol obtenu suivant la procédure d'inversion – Massif souple – Ferrière	111
4.2	Profil de sol avec définition de l'amortissement – massif souple - Ferrière	114
4.3	Profil de sol retenu – Ferrière	116
4.4	Profil de sol obtenu suivant la procédure d'inversion – Libération	118
4.5	Paramètres de voie en entrée du modèle - Pose classique	128
4.6	Paramètres de voie en entrée du modèle - Pose sur dalle flottante	134
4.7	Valeurs des rugosités combinées simplifiées par tiers d'octave – Rames A et B – Libération et Ferrière	150
A.1	Données initiales des différents sous-sols	190
B.1	Tableau récapitulatif de l'ensemble des mesures au passage des tramways sur les 4 sites	192
B.2	Tableau récapitulatif des mesures au passage des tramways sur les 4 sites - total	192

Notations principales

a	$m.s^{-2}$	Accélération verticale (mesure)
b	m	Demi-largeur de la dalle de béton
C_0	N	Couple par unité de longueur de voie (action de la dalle en rotation sur le sol ou action du polystyrène sur la dalle flottante en rotation)
d	m	Distance excitation–point de mesure (sol libre)
D_c	$N.m^2$	Raideur en torsion (dalle)
D_d	$N.m^2$	Raideur en torsion (dalle d'assise)
E_r	$N.m^{-2}$	Module de Young du rail
E_c	$N.m^{-2}$	Module de Young du béton
$E_r I_r$	$N.m^2$	Raideur en flexion – rail
$E_c I_c$	$N.m^2$	Raideur en flexion – dalle
$E_d I_d$	$N.m^2$	Raideur en flexion – dalle d'assise
f	Hz	Fréquence de l'excitation
F_0	$N.m^{-1}$	Action par unité de longueur de voie – dalle/sol ou dalle/ploystyrène
F	$N.m^{-1}$	Action par unité de longueur de voie – dalle/sol
F_c	$N.m^{-1}$	Action par unité de longueur de voie – dalle/sol
F_1	$N.m^{-2}$	Action linéique et par unité de longueur de voie – dalle/sol
F_d	$N.m^{-1}$	Action par unité de longueur de voie – dalle d'assise/sol
F_{d0}	$N.m^{-1}$	Action par unité de longueur de voie – dalle d'assise/sol
F_{d1}	$N.m^{-2}$	Action linéique et par unité de longueur de voie – dalle d'assise/sol
$G = \mu$	$N.m^{-2}$	Module de cisaillement (deuxième coefficient de Lamé)
\bar{H}_0	$m^2.N^{-1}$	Réceptance linéique verticale du contact dalle/sol (domaine transformé)
\bar{H}_1	$m^2.N^{-1}$	Réceptance linéique "de rotation" du contact dalle/sol (domaine transformé)
H_{wrS}		Fonction de transfert entre la rugosité combinée et la partie symétrique du déplacement de l'essieu
H_{wrA}		Fonction de transfert entre la rugosité combinée et la partie anti-symétrique du déplacement de l'essieu
I_{0c}	$kg.m$	Moment quadratique polaire (dalle)
I_d	$kg.m$	Moment quadratique polaire (dalle d'assise)
h	m	Épaisseur d'une couche du sol
k_p	$N.m^{-2}$	Raideur linéique des semelles
k_{poly}	$N.m^{-2}$	Raideur linéique de la couche isolante en polystyrène
k_i	m^{-1}	Nombre d'onde (onde P, S ou R)

m_r	$kg.m^{-1}$	Masse linéique du rail
m_c	$kg.m^{-1}$	Masse linéique de la dalle de béton
N		Nombre de points de discrétisation
P	N	Force ponctuelle s'appliquant sur le rail
$[Q]$		Matrice flexibilité pour un sol multicouche (domaine transformé)
Q_c	m^{-1}	Nombre d'onde de coupure
$[R]$		Matrice raideur pour un massif semi-infini (domaine transformé)
$[S]$		Matrice des contraintes pour une couche horizontale (domaine transformé)
$[T]$		Matrice des déplacements pour une couche horizontale (domaine transformé)
u, v, w	m	Déplacements longitudinal, latéral et vertical
\vec{u}	m	Vecteur déplacements
$\{u^*\}$		Vecteur des déplacements (domaine transformé)
V_p	$m.s^{-1}$	Vitesse de l'onde de compression
V_s	$m.s^{-1}$	Vitesse de l'onde de cisaillement
V_r	$m.s^{-1}$	Vitesse de l'onde de Rayleigh
α	rad	Rotation de la dalle d'assise
β, γ	m^{-1}	Coordonnées dans l'espace des nombres d'ondes
η		Coefficient d'amortissement d'une couche du sol
η_p		Coefficient d'amortissement – semelle
η_r		Coefficient d'amortissement – rail
η_c		Coefficient d'amortissement – dalle
η_d		Coefficient d'amortissement – dalle d'assise
λ		Coefficient de Lamé
λ_r		Longueur de l'onde de Rayleigh
ω	$rad.s^{-1}$	Pulsation de la charge
$\{\Sigma\}$		Matrice des contraintes assemblée (domaine transformé)
ν		Coefficient de Poisson
$\sigma_{xz}, \sigma_{yz}, \sigma_{zz}$	$N.m^{-2}$	Contraintes longitudinales, latérales et verticales
$\bar{\Sigma}_c$	$N.m^{-2}$	Tenseur des contraintes de Cauchy
$\{\sigma^*\}$		Vecteur des contraintes (domaine transformé)
ρ	$kg.m^{-3}$	Masse volumique
Θ	rad	Rotation de la dalle

Remarque

Ce document .pdf est prévu pour une lecture sur ordinateur.

Le carré orange en bas de page permet un retour à la page précédemment consultée.

Introduction

Les vibrations générées dans le sol par les transports guidés urbains peuvent conduire à des nuisances importantes pour les populations riveraines, en particulier dans le cas de rues étroites. La propagation de ces vibrations, de la voie aux bâtiments, puis la régénération de ces vibrations à l'intérieur des bâtiments peuvent être la source d'un bruit de grondement audible dans la bande de fréquence 30-200 Hz. Des vibrations sensibles par l'homme dans la gamme 5-80 Hz peuvent également être présentes [Pep99]. L'Union Internationale des Chemins de Fer (UIC) a reconnu le besoin de travaux de recherche sur ces phénomènes [Hem00]. Le problème des vibrations générées dans le sol soulève en effet de nombreuses questions dont les plus fréquentes portent sur la manière de les atténuer, en particulier au niveau de la plate-forme, ou sur leur aptitude à se propager dans le sol sur une longue distance. De plus, la question de l'origine de ces vibrations, pourtant primordiale, est en général peu approfondie.

Dans ce cadre, il s'agit donc de concevoir des outils prévisionnels permettant de simuler au mieux les phénomènes observés. En fait, le cas des véhicules circulant à basse vitesse (comparée aux vitesses des ondes dans le sol) a été relativement peu étudié, sauf pour le cas des voies enfouies (métro). De plus, l'environnement urbain et les types de poses de voie rencontrés pour les tramways français ne sont pas souvent analysés dans la littérature, les voies étant généralement ballastées. Enfin, rares sont les auteurs qui s'attachent à prendre en compte avec précision l'ensemble des phénomènes (à savoir le véhicule en mouvement, la voie et le sol). À l'aide d'hypothèses simplificatrices, l'objectif dans notre étude vise donc à assurer au mieux le couplage véhicule/voie/sol grâce à une modélisation adaptée et en intégrant les résultats issus de la bibliographie. Le modèle doit donc permettre de prévoir de manière convenable et crédible la réponse des différents éléments (rail, dalle, sol) en fonction des caractéristiques des véhicules, de la voie et du sol.

Au cours de travaux antérieurs, l'Institut de Recherche en Génie Civil et Mécanique (GEM) a mis au point différentes méthodes de calcul, applicables aux cas de charges mobiles [LM99, LM02] mais ne prenant pas en compte la voie. À l'aide de ces résultats, Picoux *et al.* [Pic02, Pic03, Pic05] ont développé un modèle de voie et d'excitation adapté au cas des voies SNCF ballastées. Ce modèle a été validé par des mesures expérimentales. Le modèle d'excitation retenu prend en compte une composante quasi-statique créée



par le poids des axes du train à laquelle s'ajoute une composante harmonique due aux irrégularités de contact roue-rail. De nombreux points sont à faire évoluer vis-à-vis de ces travaux si l'on souhaite les adapter au cas du tramway.

- Dans le cas des trains, la composante quasi-statique a un effet non-négligeable, ce qui n'est pas le cas du tramway. Elle n'est donc pas à prendre en compte.
- Le modèle disponible tient compte des irrégularités de surface établies théoriquement à l'aide d'une fonction probabilité. Or, les irrégularités de contact étant la cause première des vibrations dans la voie pour le cas du tramway, il paraît donc nécessaire de connaître de façon plus approfondie l'excitation dynamique, source des vibrations dans la voie puis le sol. Le modèle d'excitation doit être précisé à l'aide de mesures (corrélation entre les différentes contributions notamment).
- Le tramway se déplace généralement sur une pose utilisant une dalle de béton plutôt que du ballast. Un modèle théorique prenant en compte différents types de poses spécifiques au tramway doit donc être développé.
- Le type de sous-sol rencontré en configuration urbaine nécessite une campagne de mesures appropriée et une validation pertinente *via* un modèle numérique.

Le travail de cette thèse se concentre donc sur des points non abordés dans les travaux précédents.

D'une part, les mesures expérimentales et les modèles numériques ont été proposés pour que les comparaisons modèles/mesures puissent être faites à différents niveaux (réponse du sol seul, réponse de la voie lors d'une excitation impulsionnelle, mesures au passage d'un tramway). Il est en effet primordial de disposer de plusieurs mesures indépendantes sur différents items pour vérifier si le modèle est acceptable [Aue05a]. Ceci constitue un point important de ce travail, permettant au passage de définir des données d'entrée précises concernant les paramètres de l'étude.

D'autre part, les réponses des différents éléments de la voie sont considérées (essieu, rail, dalle) et les conditions de couplage voie/sol sont élaborées dans le cas particulier d'une dalle de béton en appui sur le sol (ou isolée du sol à l'aide d'un matériau spécifique), cette dalle pouvant avoir des mouvements de translation verticale (pilonnement) et de rotation (roulis). Enfin, le modèle d'excitation multisource est revu pour se rapprocher du type de sollicitation effectivement dû au passage d'un tramway.



Le plan général de ce mémoire se décompose en quatre parties distinctes :

- **l'étude bibliographique** dont l'objectif est de faire rapidement le point d'une part, sur les connaissances actuelles concernant les vibrations dans le domaine ferroviaire, et d'autre part de montrer l'intérêt des travaux développés dans la suite du mémoire ;
- **la campagne expérimentale** qui permet d'analyser le comportement vibratoire des différents éléments entrant en jeu dans le phénomène étudié. Les mesures vibratoires sont effectuées notamment sur les essieux, le rail et le sol ;
- **les modèles numériques** avec différentes propositions pour prendre en compte deux types de pose de voie (une pose classique sur dalle d'assise, et une pose sur "dalle flottante" correspondant à une pose isolante) ;
- **la confrontation modèles/mesures**, les simulations numériques étant réalisées sur différents aspects distincts (réponses du sol en champ libre, réponses de la voie sous une excitation impulsionnelle, simulations d'un passage de tramway) permettant de valider les modèles pas-à-pas et d'affiner les caractéristiques mécaniques de la voie et du sol.





1

Analyse bibliographique

Sommaire

1.1	Introduction	6
1.2	Rappels sur la propagation des ondes dans le sol	7
1.2.1	Ondes de volume – Onde de surface	7
1.2.2	Amortissement des ondes	9
1.3	Modélisation du sol	11
1.3.1	Rappel de quelques approches	11
1.3.2	Comportement d'un sol multicouche	15
1.4	Modélisation des efforts dynamiques au contact roue/rail	17
1.5	Modélisation de la voie – Couplage voie/sol	18
1.5.1	Rappel de quelques résultats	18
1.5.2	Analyse de certains travaux	20
1.6	Conclusion et stratégie	27



1.1 Introduction

L'analyse des vibrations générées par le trafic ferroviaire est le sujet de nombreux travaux de recherche, généralement en vue de valider ou d'améliorer une configuration véhicule/voie/sol existante. La plupart des études concernées se focalisent :

- soit sur le comportement véhicule/voie, notamment au niveau du contact roue/rail pour l'estimation de l'excitation due aux essieux (donnant naissance aux vibrations dans la voie) ;
- soit sur la propagation des vibrations dans le sol.

En revanche, un nombre plus réduit d'études prend en compte l'ensemble de la structure. Dans les premiers cas d'analyse, des approches simplifiées sont proposées pour la partie de la structure qui ne fait pas l'objet de l'étude particulière. Ainsi, lorsque celle-ci se focalise sur la partie "excitation", la modélisation de l'ensemble véhicule/voie peut être très détaillée. En revanche, la contribution du sol (couplage) n'est parfois pas prise en compte ou modélisée de façon très simplifiée (fondation de Winkler), et la propagation dans le sol n'est pas abordée. D'autres travaux proposent des modélisations pour les deux aspects "excitation" et "propagation" mais avec une résolution découplée. Enfin, des études sont disponibles au sujet du comportement des sols (partie "propagation") soumis à une excitation s'approchant du cas ferroviaire. On peut citer le cas des charges mobiles s'appliquant directement à la surface d'un sol, ou *via* un rail (modélisé par une poutre) reposant ou non sur une semelle élastique avec prise en compte des traverses, *etc.*

Néanmoins, durant ces dix dernières années, des travaux plus détaillés ont été réalisés, principalement dédiés à l'analyse des trains à grandes vitesses. En effet, ce type de véhicules induit des vibrations importantes, voire des déplacements de rails pouvant être préjudiciables à la tenue de la structure en fatigue. De plus, dans certains cas de sols souples, il est possible que la vitesse du train dépasse celle des ondes dans le sol (régime super-Rayleigh), et dans ce cas il peut apparaître une amplification des vibrations. D'autres études se concentrent sur la circulation d'un véhicule dans une voie enterrée (tunnel, ou voie de métro).

Pour le cas du tramway, il existe à l'heure actuelle seulement un nombre réduit d'études. Vis-à-vis d'un train classique, le tramway correspond en effet à un véhicule se déplaçant à faible vitesse, en site urbain, et utilisant des poses spécifiques reposant souvent sur un sol hétérogène, voir figure 1.1. Généralement dans les études réalisées, le sol est supposé multicouche, avec l'hypothèse supplémentaire que les couches sont horizontales.

Dans ce premier chapitre, on propose quelques brefs rappels concernant la propagation des ondes dans le sol. Puis, une étude bibliographique est établie pour les différents points constituant la structure véhicule/voie/sol. On évoque ainsi les différentes modélisations existantes pour le sol, pour l'excitation localisée au contact roue/rail et pour la voie. Enfin,



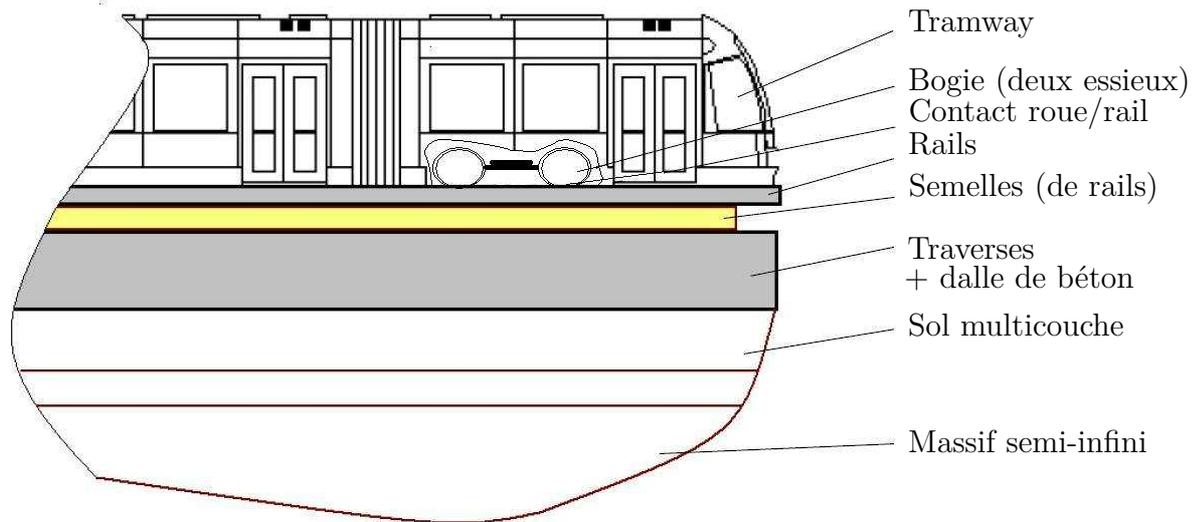


Figure 1.1 - Ensemble tramway-voie-sol

une stratégie de travail est définie, ayant pour objectif la modélisation des vibrations au passage d'un tramway, d'abord sur la voie (excitation) puis dans le sol (propagation).

1.2 Rappels sur la propagation des ondes dans le sol

1.2.1 Ondes de volume – Onde de surface

L'effet d'une action mécanique variable avec le temps à la surface d'un sol induit localement un déplacement des particules constituant ce sol. Ce déplacement se propage alors dans le sol et en surface sous la forme d'ondes qui véhiculent l'énergie provenant de l'action initiale. De nombreuses techniques de caractérisation des sols, soumis à des faibles déplacements, sont basées sur l'étude de la propagation de ces ondes. Ces techniques sont appropriées parce qu'il existe un lien étroit entre le phénomène de propagation d'ondes et les paramètres physiques définissant le sol.

En première approche, l'hypothèse d'un sol homogène, à comportement isotrope, élastique et non dissipatif (amortissement nul) peut être retenue pour l'étude des phénomènes de propagation d'ondes. Cette hypothèse est valable notamment lorsque les déplacements dans le sol sont faibles (caractéristiques mécaniques du sol fixes). Dans ce cas, on peut établir à l'aide de l'équation de Navier et du principe de décomposition de Helmholtz (voir notamment [Gra75, Deg02]) qu'il existe deux types d'ondes (dites ondes de volume)



se propageant à des vitesses définies par :

$$V_p = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}} \quad (1.1)$$

$$V_s = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} \quad (1.2)$$

où les termes λ et μ correspondent aux coefficients de Lamé et ρ à la masse volumique du sol. Le rapport des deux vitesses s'écrit par ailleurs sous la forme :

$$\frac{V_s}{V_p} = \sqrt{\frac{1 - 2\nu}{2 \cdot (1 - \nu)}} \quad (1.3)$$

ne faisant intervenir que le coefficient de Poisson. Dans la réalité, $\nu \in]0; 0,5[$, ceci conduit à $V_p > V_s$.

La première onde est dite de "compression-traction", elle induit une déformation volumique dans le sens de la propagation, sans déformation dans le sens perpendiculaire. L'onde est dite longitudinale, ou onde de compression, ou encore onde P , de vitesse V_p . La seconde onde est dite de "cisaillement", elle induit une déformation volumique dans le sens perpendiculaire au sens de propagation. L'onde est dite transversale, ou de cisaillement, ou encore onde S , de vitesse V_s .

En présence d'une surface libre, un troisième type d'ondes apparaît (dite onde de surface). La découverte de cette onde revient à l'observation des sismologues : lors de secousses sismiques, il a été constaté l'arrivée de deux secousses correspondant aux ondes P (primaire) et S (secondaire) suivies rapidement par une forte secousse responsable en général des dégâts causés par le séisme. Rayleigh (1885) a été le premier à montrer l'existence de cette onde, qui porte le nom d'onde de Rayleigh ou onde R . Celle-ci transmet une énergie importante qu'elle dissipe moins rapidement que les ondes S et P , parce qu'elle reste localisée en surface. Par exemple, Miller et Pursey (1955) ont montré que dans le cas d'une zone d'excitation circulaire, reposant sur un massif semi-infini élastique, isotrope, de coefficient de Poisson théorique égal à 0,5, les énergies véhiculées par les ondes R , S et P correspondent respectivement à 67, 26 et 7% de l'énergie totale transmise par la source. De plus, l'onde de Rayleigh est localisée à la surface du sol, sur une profondeur de l'ordre d'une longueur d'onde (dans laquelle 90% de l'énergie de l'onde est contenue), et la décroissance en surface du massif des amplitudes des déplacements, due à l'onde de Rayleigh, est plus lente que celle due aux ondes de volume.

Pour un massif semi-infini, en écrivant qu'à la surface libre les contraintes sont nulles, on aboutit à une équation du sixième degré en V_r/V_s pour laquelle la seule solution acceptable prend la forme approchée portant le nom d'équation de Viktorov (1967) :

$$V_r = \frac{0.87 + 1.12\nu}{1 + \nu} \cdot V_s \quad (1.4)$$



où V_r est la vitesse de l'onde superficielle de Rayleigh.

Pour un massif semi-infini, il existe certains résultats analytiques. Par exemple en première approximation :

- pour une excitation ponctuelle, l'amplitude des ondes de Rayleigh décroît en $1/\sqrt{d}$ contre $1/d^2$ pour l'amplitude des ondes volumiques (d étant la distance à l'excitation) ;
- pour une excitation linéique, l'amplitude des ondes de Rayleigh ne varie pas, alors qu'elle varie en $1/d^{3/2}$ pour les ondes volumiques.

On vérifie que le "rapport" de décroissance entre les deux types d'ondes conserve dans les deux cas la même valeur. En outre, dans le cas d'un massif homogène, à comportement élastique et linéaire, l'onde de Rayleigh ne dépend pas de la fréquence (pas de caractère dispersif).

1.2.2 Amortissement des ondes

Si on considère un sol à comportement élastique pur, le seul facteur de décroissance des vibrations est la distance. Cette décroissance est dite "géométrique". Expérimentalement, on observe que la décroissance est plus rapide que celle prévue par la décroissance géométrique, dépendant directement du type de sol considéré, ceci justifiant l'introduction d'un second amortissement, dit interne.

Par ailleurs, dans la plupart des problèmes de propagation d'ondes, les énergies mises en jeu sont suffisamment faibles pour que les déformations restent petites. Mais la relation contrainte-déformation obtenue expérimentalement lors d'un chargement cyclique est curviligne, et forme une boucle d'hystérésis montrant un comportement réel non-linéaire avec dissipation d'énergie. L'aire que limite la boucle de chargement est proportionnelle à l'énergie dissipée au cours du cycle. Le rapport de cette énergie dissipée à l'énergie maximale emmagasinée au cours du chargement définit un coefficient de perte, ou coefficient d'amortissement interne η . Des études expérimentales montrent que η est indépendant de la fréquence caractéristique du chargement, au moins dans le domaine 0–25Hz [Hei92].

Pour prendre en compte ce phénomène (non-linéarité dans le comportement, et décroissance des ondes) tout en conservant une loi de comportement linéaire, les paramètres caractérisant le massif sont d'abord idéalisés à l'aide de la réponse obtenue suite à un chargement quasi-statique. Ensuite, la dissipation d'énergie peut être considérée en première approche à l'aide d'un modèle viscoélastique ; le plus simple est composé d'un système ressort-amortisseur (visqueux), soit positionné en série (modèle de Maxwell), soit en parallèle (modèle de Kelvin-Voigt). Des modèles plus élaborés existent, par exemple à l'aide de la fonction relaxation introduisant une loi de comportement sous forme intégrale [Chr03], mais ils sont difficilement exploitables. Dans le cas du modèle de Kelvin-Voigt, les coefficients de Lamé et le module de Young du sol prennent des formes complexes. Par exemple,



le module de Young est défini par :

$$\tilde{E} = E \cdot (1 + i \cdot \xi \cdot \omega) \quad (1.5)$$

où ω est la pulsation de l'excitation, et ξ le coefficient d'amortissement visqueux. Le terme d'amortissement intervient dans la partie imaginaire et dépend de la fréquence de l'excitation ; ceci permettant d'expliquer l'affaiblissement plus rapide des vibrations de fréquence élevée.

Dans la réalité, la boucle d'hystérésis n'est pas elliptique et la loi d'amortissement interne n'est donc pas viscoélastique de type Kelvin–Voigt, ou Maxwell. De plus, chaque modèle ne fait qu'approcher la réalité, puisque dans le cas d'un sol réel, le comportement visualisé est non-élastique et l'amortissement suit une loi complexe.

Les facteurs principaux affectant le module de Young d'un sol et l'amortissement sont [Jon87] :

- l'amplitude des déplacements ;
- la valeur moyenne de la contrainte ;
- le nombre de cycles de chargement.

Le module de Young et l'amortissement sont généralement considérés comme variant proportionnellement avec les déplacements ; cela signifie que la boucle d'hystérésis admet une surface plus large (donc une dissipation d'énergie plus grande) lorsque les déplacements augmentent.

Partant du fait que le module de Young du sol dépend de la fréquence de l'excitation dans le cas d'un comportement non-linéaire, il apparaît que le module de Coulomb :

$$G = \mu = \frac{E}{2 \cdot (1 + \nu)} \quad (1.6)$$

et par conséquent la vitesse de l'onde S définie par l'équation (1.2) dépendent aussi de la fréquence. Dans ce cas, on dit que la vitesse V_s a un caractère dispersif. Ainsi l'amortissement interne et la dispersion de la vitesse de l'onde de cisaillement sont deux phénomènes liés. Pour prendre en compte ce phénomène, une partie complexe est ajoutée aux vitesses des ondes de volume, faisant intervenir deux amortissements distincts. Viktorov (1967) a montré que l'amortissement prédominant correspond à celui introduit sur l'onde de cisaillement, et qu'il se retrouve en grande partie sur l'onde de Rayleigh.

Finalement, un amortissement interne de type hystérétique est introduit, ne faisant pas la distinction entre l'amortissement dû au cisaillement et celui dû à la compression. Il est fréquemment utilisé dans la littérature, parce qu'il correspond aux relevés expérimentaux de manière plus précise que les autres formes d'amortissement [Ber96]. Le module de Young s'écrira par exemple :

$$\tilde{E} = E \cdot (1 + i \cdot \eta) \quad (1.7)$$



où η est le coefficient d'amortissement hystérétique. On note que la loi d'amortissement est indépendante de la fréquence de l'excitation. Généralement, le coefficient d'amortissement ainsi défini est supposé constant, bien qu'en réalité il dépende de la distance considérée par rapport à l'excitation, puisqu'il est proportionnel à l'amplitude des déplacements.

Il faut noter par ailleurs que l'introduction de vitesses complexes présente avant tout un intérêt pratique pour la réalisation des calculs, retirant les singularités présentes dans le cas d'étude sans amortissement (dénominateurs ne s'annulant pas).

1.3 Modélisation du sol

1.3.1 Rappel de quelques approches

Le comportement d'un sol soumis à une excitation, ponctuelle ou répartie, a été le sujet de nombreuses études, d'abord purement analytiques et validées par des confrontations expérimentales, puis le plus souvent numériques, avec le développement des moyens de calculs. Les problèmes de propagation d'ondes dans un milieu "hétérogène" (souvent supposé multicouche) sont caractérisés par de nombreux phénomènes (dispersion, diffraction, amortissement, réflexion des ondes aux interfaces entre couches, *etc.*) et le recours à des méthodes inverses peut permettre de déterminer les paramètres caractérisant le sol et les ondes qui s'y propagent [Joh96, Lai98, Fot00, Cha03]. Gazetas [Gaz83] propose un "historique" rassemblant un grand nombre de méthodes analytiques et numériques toujours utilisées; il présente de nombreuses formules simplifiées adimensionnées (tirées de différentes approches analytiques ou numériques) de raideurs ou de compliances (m/N) pour différents sols couplés à des structures rigides de formes variées (parallélépipédique, cylindrique, *etc.*), enfouies ou non dans le sol.

Méthodes analytiques : On peut citer, entre autres :

- Awojobi [Awo72] qui propose un modèle pour l'estimation de la réponse vibratoire verticale d'une fondation rectangulaire rigide excitée sur un massif semi-infini ;
- Luco [Luc76] qui analyse le cas d'une fondation circulaire reposant sur un sol multicouche viscoélastique. Les modèles d'amortissement hystérétique et de Kelvin-Voigt sont utilisés ;
- Lin [Lin78] qui étudie le cas d'une fondation circulaire reposant sur un massif semi-infini anisotropique ;
- Prange [Pra78] qui analyse le cas d'un sol horizontal homogène, à comportement élastique et donne les expressions des déplacements en surface pour un chargement ponctuel à l'aide de développements asymptotiques ;



- Le Houédec [Le 80] qui étudie le cas d'un chargement sur une bande infinie.

De nombreuses études sont disponibles au sujet d'une charge (ponctuelle) mobile à la surface d'un sol (*traveling point load*). Elles se basent sur différents modèles mathématiques.

On peut citer :

- Barber [Bar96] qui étudie la réponse d'un demi-espace élastique à l'aide de la technique de Smirnov-Sobolev en ramenant le problème sur deux dimensions ;
- Bakker *et al.* [Bak99] et De Hoop [Hoo02] qui analysent le cas d'un demi-espace et proposent des améliorations sur la méthode de Cagniard.

Méthodes semi-analytiques : Le développement des outils de calculs a permis de mettre en œuvre des modèles définis par des équations analytiques, discrétisées en espace (modèles semi-analytiques). Les solutions sont basées sur la détermination des déplacements en tout point de la surface du sol multicouche (fonction de Green), causés par une force unitaire harmonique s'appliquant en un point particulier de la surface.

- "**Direct stiffness method**" : due à Kausel et Roësset [Kau81] qui proposent la détermination d'une matrice raideur globale pour caractériser le sol, par assemblage des matrices raideur pour chaque couche du sol. Les équations d'ondes sont résolues analytiquement pour chaque couche et pour le massif semi-infini. Le modèle est appliqué au cas d'un sol multicouche viscoélastique sur lequel se déplace une charge ponctuelle. Ce type d'approche est utilisée par Jones *et al.* pour des charges rectangulaires dans le cas d'un massif semi-infini [Jon93a], ou pour l'étude d'une couche élastique reposant sur un massif semi-infini [Jon93b, Jon98] ou sur un massif parfaitement rigide [Jon92, Jon97]. De nombreux auteurs utilisent cette méthode [LM02, Lom03].
- "**Flexibility matrix approach**" : Haskell [Has53] et Thomson [Tho50] ont formulé des matrices de transfert dans le domaine fréquences-nombres d'onde dans le cas d'un massif multicouche. Les matrices sont déduites de la solution exacte des équations d'ondes et expriment la relation entre les vecteurs déplacements aux interfaces d'une couche du sol. Jones *et al.* [Jon99] et Sheng *et al.* [She99, She04b] utilisent ce modèle ;
- "**Thin layer method**" : c'est une méthode numérique efficace pour l'analyse des phénomènes de propagation d'ondes dans des sols multicouches. À l'aide d'une procédure de discrétisation analogue à celle employée pour la méthode des éléments finis, le champ de déplacements est discrétisé dans la direction verticale alors que les équations d'ondes sont résolues analytiquement dans le plan horizontal. On retrouve les critères sur la taille des éléments finis pour avoir une solution induisant une dispersion numérique faible. La formulation peut se faire soit dans le domaine fréquentiel et la solution correspond à un problème aux valeurs propres, soit dans le domaine temporel avec une résolution dans le domaine fréquence-nombres d'onde et l'obtention des fonctions de Green dans le cas de sources ponctuelles. Celebi et Schmid [Cel05] proposent une comparaison entre



un modèle utilisant la "*thin layer method*" et un modèle développé avec la méthode des éléments de frontière. Le couplage avec la voie est envisagé à l'aide du principe de sous-structuration. Le cas d'un train de charges (amplitudes fixes) se déplaçant sur un rail modélisé par éléments finis est par exemple étudié pour plusieurs cas de sols (massif semi-infini, couche sur substratum rigide, couche souple ou rigide sur massif semi-infini). L'étude est menée pour des vitesses autour du régime de Rayleigh. Le cas de l'efficacité d'une tranchée est étudiée ;

- Duhamel *et al.* [Duh05] proposent un modèle de structure multicouche semi-infinie, à comportement élastique ou thermo-viscoélastique suivant la loi de Huet-Sayegh. La méthode consiste, par double transformation de Fourier, à poser le problème dans l'espace des nombres d'onde horizontaux et à résoudre analytiquement suivant l'épaisseur. La solution est obtenue par double transformée de Fourier inverse. Le chargement considéré est constitué d'une charge constante en amplitude, uniformément répartie sur une surface rectangulaire, et se déplaçant à vitesse constante. Les déplacements et les contraintes en différents points du sol peuvent être estimés, en fonction du chargement, de la température ou de la vitesse de déplacement de la charge ;
- Lieb et Sudret [Lie98] développent un modèle pour l'étude d'un massif semi-infini supportant une poutre d'Euler-Bernoulli, sur laquelle une charge linéique constante ou harmonique se déplace. Les équations pour le massif sont résolues dans le domaine transformé des nombres d'onde, et l'originalité des travaux réside dans le fait qu'une transformée en ondelettes est pratiquée avant le retour dans le domaine réel. Globalement, l'algorithme utilisé permet de réduire les temps de calcul par rapport à une méthode faisant appel à des transformées de Fourier rapides.

Méthodes numériques : Plusieurs méthodes permettent de simuler les phénomènes de propagation d'ondes. On trouve principalement les différences finies, les éléments finis et les éléments de frontière. Les deux dernières méthodes sont actuellement les plus utilisées pour l'étude des vibrations induites par un trafic ferroviaire.

La méthode des éléments finis (Fem) est très performante car elle permet de modéliser des structures et des géométries très complexes. Mais cette approche n'est pas directement adaptée à l'étude de la propagation des ondes dans le sol, dont la propagation s'étend "à l'infini". Ainsi, la réflexion des ondes à l'extrémité du domaine (fini) de calcul pose des problèmes lorsqu'une excitation harmonique (régime établi) est étudiée [Hal03]. Une alternative simple consiste à prendre un domaine très grand de part et d'autre de l'excitation, de sorte que les déplacements aux frontières du domaine deviennent négligeables, du fait de l'amortissement des ondes. Pour un massif semi-infini, la profondeur du domaine doit, quant à elle, être égale à au moins trois fois la longueur de l'onde de Rayleigh (à cette profondeur l'onde de Rayleigh n'intervient plus). Cette méthode amène à des temps de calculs qui peuvent devenir importants, surtout lorsque



l'on considère des maillages variables et un domaine de taille variable avec la fréquence. En effet, le critère de linéarité de la solution est respecté en général si la maille a une taille minimale de l'ordre du dixième de la longueur de l'onde, ceci variant en fonction de l'élément fini considéré ; ce point devant être pris en compte pour limiter les phénomènes de dissipation numérique. Cette dissipation peut provoquer une variation artificielle de la vitesse de propagation des ondes en fonction des caractéristiques du modèle éléments finis. Semblat et Brioist [Sem00] ont montré que l'utilisation d'éléments finis à degré d'interpolation élevé permet de réduire de façon significative cette dispersion numérique tout en limitant de fait la réduction de la taille des éléments finis.

Plusieurs alternatives sont possibles pour éviter la réflexion des ondes. Wass et Lysmer [Waa72] puis Segol *et al.* [Seg75] présentent des approches permettant d'estimer les efforts nodaux à mettre en place sur les frontières latérales pour obtenir des "frontières absorbantes" pour le cas de géométries plane ou axisymétrique. La caractéristique de ces conditions aux frontières est liée au fait qu'elles absorbent l'énergie de n'importe quel type d'onde (au sens numérique, elles représentent la rigidité exacte des deux régions latérales semi-infinies). Sur ce principe, Laghrouche [Lag96] propose une formulation variationnelle limitant les développements théoriques pour les frontières absorbantes, et couple des éléments infinis spécifiques pour généraliser la méthode au cas tridimensionnel. Pour éviter la réflexion des ondes aux bords du domaine le recours aux éléments infinis est également possible [Zie83, Cha99, Hje07], ou l'utilisation d'approches plus spécifiques [Hig92] ; à ce sujet, Krenk et Kirkegaard [Kre01] proposent une formulation par éléments finis originale, pour laquelle les conditions aux limites particulières sur les frontières du domaine sont estimées *via* les matrices impédance et raideur des surfaces latérales, à l'aide de considérations sur les radiations des ondes. D'autres procédures, par exemple à l'aide d'éléments finis non linéaires [Had03] mis en œuvre dans le code industriel ABAQUS[®], donnent de bons résultats.

Il existe aussi des éléments infinis disponibles dans certains codes industriels (par exemple, basés sur les travaux de Cohen et Jennings [Coh83]), mais la prise en compte d'un amortissement hystérétique n'est en général pas proposée de façon satisfaisante et il est alors nécessaire d'utiliser un amortissement dépendant de la fréquence (par exemple, amortissement de Rayleigh).

La méthode des équations intégrales et sa version numérique des **éléments de frontière (Bem)** sont fondées sur la décomposition du problème général en problèmes locaux posés sur chacun des domaines et en un problème global assurant le couplage entre les différents domaines : c'est le principe de la sous-structuration. Cela se traduit par une équation posée à la frontière du domaine réduisant ainsi le nombre de degrés de liberté ainsi que l'effort de maillage. Le champ de déplacements généré dans un domaine infini, ayant les mêmes caractéristiques que le domaine d'étude, par l'application d'une sollicitation



ponctuelle doit être calculé : il s'agit de rechercher la fonction de Green (comme pour les approches semi-analytiques) relative au problème. Cette méthode est efficace dans le cas de domaines non bornés, car les conditions de décroissance ou de réflexion à l'infini sont implicitement prises en compte, évitant ainsi la troncature du domaine. De plus, dans le cas de problèmes tridimensionnels souvent coûteux en temps de calculs lorsqu'ils sont traités par éléments finis, cette méthode permet de réduire le nombre de degrés de liberté de manière conséquente. Les premières études sont menées notamment par Beskos [Bes87], qui utilise les équations intégrales pour l'étude de l'efficacité d'écrans de béton pour la réduction de vibrations sur un massif semi-infini. Une revue est disponible dans Beskos [Bes03]. La méthode peut être appliquée soit dans le domaine temporel (*pure time domain BEM*) ou dans le domaine fréquentiel (*hybrid domain approach*) avec retour à la solution *via* une transformée de Fourier inverse [Bod02].

La méthode des éléments de frontière permet parfois de traiter des problèmes difficiles à résoudre avec la méthode des éléments finis. Plus généralement, les deux méthodes (BEM et FEM) ont des spécificités très complémentaires. Par exemple, [Aue90, Bod00, Ada00, Aue05b] présentent des modèles couplant les éléments finis et les équations intégrales, ceci permettant plus de détails dans la modélisation de la voie et du sol, et donnant un modèle numérique efficace et rapide. Andersen *et al.* [And07] présentent une revue d'ensemble concernant les méthodes FEM/BEM utilisées pour l'étude de la propagation des ondes dans les structures et le sol pour des charges mobiles.

1.3.2 Comportement d'un sol multicouche

En général, le sol est, par hypothèse simplificatrice, constitué de couches horizontales ayant un comportement isotrope, homogène et élastique pour chaque couche. On propose ici quelques résultats utiles pour la suite de ce rapport.

Le cas d'un sol multicouche est analysé par Laghrouche [Lag96], et Auersch [Aue94]. Pour étudier la réponse d'un sol soumis à une excitation ponctuelle, ce dernier auteur utilise un modèle numérique basé sur la méthode des éléments de frontière. Il analyse dans un premier temps le comportement des sols homogènes, en considérant plusieurs raideurs de sol. Les vibrations verticales des points de la surface du sol sont estimées pour des distances allant de 3 à 50m. Il ressort de ces analyses plusieurs remarques :

- pour les fréquences "basses" (en général inférieures à 100Hz) l'amplitude de la vitesse vibratoire augmente avec la fréquence, sans que l'amortissement interne joue de rôle visible ;
- pour les fréquences plus élevées, l'amortissement interne intervient et les amplitudes vibratoires décroissent. Elles diminuent d'autant plus vite que la distance du point d'impact considérée est grande ;



- les amplitudes de vibrations en "basses" fréquences sont inversement proportionnelles au module de Young du sol : si le sol est mou, les amplitudes augmentent ;
- par ailleurs, un sol dur produit des amplitudes plus élevées qu'un sol mou aux "hautes" fréquences et en champ lointain (l'amortissement agit "moins" sur le sol dur).

Se basant sur ces résultats comme référence, l'auteur analyse ensuite la réponse de différentes configurations de sol bicouche. Nous retiendrons l'analyse de la configuration d'un sol ayant une première couche souple d'épaisseur h , et reposant sur un massif semi-infini plus rigide. Tous les résultats sont établis à l'aide de l'onde de Rayleigh du sol le plus mou. La profondeur atteinte par cette onde est de l'ordre de $1/2$ à 1 fois la longueur de l'onde, et par conséquent elle dépend directement de la fréquence. Ainsi, pour les basses fréquences, la longueur d'onde est généralement beaucoup plus élevée que la première couche de sol, et les amplitudes des vibrations sont déterminées par le massif semi-infini. La fréquence f_0 de "transition" correspond alors à

$$f_0 = \frac{V_s}{2h} \quad (1.8)$$

Au delà de la fréquence f_0 , l'onde de Rayleigh évolue sur la première couche du sol, qui pilote alors les amplitudes des vibrations de surface. Enfin, pour les plus hautes fréquences et en champ lointain on retrouve le massif semi-infini pour gouverner les réponses vibratoires (l'influence de l'amortissement sur l'onde de Rayleigh pour le sol souple est forte, et finalement les modes de Rayleigh d'ordre supérieur évoluant sur le massif semi-infini plus rigide et moins amorti procurent des amplitudes plus élevées en surface). On note que la fréquence f_0 caractérise la résonance de la couche supérieure de sol, dans le cas où elle est considérée comme reposant sur une base rigide. [Lag96] indique que les fréquences de résonance d'une couche reposant sur un substratum rigide sont données par la relation :

$$f_n = (2n - 1) \frac{V_p}{4h} \quad (1.9)$$

où V_p correspond à la vitesse de l'onde de compression. Sachant en outre que, dans le cas où le coefficient de Poisson vaut $0,3$, on peut écrire :

$$\frac{V_p}{V_s} = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\mu}} = \sqrt{\frac{2(1 - \nu)}{1 - 2\nu}} \simeq 2$$

On trouve alors une relation similaire à l'équation (1.8) concernant la fréquence de résonance.

Auersch [Aue94] propose aussi une analyse de l'impact de l'amortissement sur les réponses. Il choisit un modèle de sol homogène pour lequel l'amortissement est faible en profondeur, et augmente en s'approchant de la surface. Ce modèle est lié à l'idée que, "si on augmente l'amortissement lorsque la profondeur diminue", alors "l'atténuation des ondes augmente avec la fréquence" (puisque l'onde de Rayleigh se déplace, aux hautes fréquences, sur



les couches superficielles), caractère souvent vérifié expérimentalement [Lom03]. L'amortissement important aux hautes fréquences n'est visible qu'en champ proche. En champ lointain, l'atténuation des amplitudes du premier mode de Rayleigh (sur la couche souple) induit de si petites amplitudes que ce sont les ondes voyageant en plus grande profondeur (et ainsi dans des couches moins amorties) qui dominent dans le domaine "hautes fréquences et champ lointain". Zywicki [Zyw99] propose une analyse expérimentale au sujet de l'amortissement interne, en prenant en compte les différents modes de propagation des ondes de surface dans le cas d'un sol multicouche. Une conclusion importante qui rejoint les remarques précédentes est que l'amortissement dépend effectivement de la fréquence dans le cas d'un sol hétérogène.

1.4 Modélisation des efforts dynamiques au contact roue/rail

De nombreux auteurs prennent en compte l'excitation dynamique de façon simplifiée. Gerstberger [Ger05] utilise des irrégularités sur le rail établies théoriquement via une fonction densité de puissance spectrale. Pour des études paramétriques, certains auteurs considèrent uniquement un défaut localisé sur le rail. Dans le cas des trains à grandes vitesses, seule la composante quasi-statique due aux déplacements des essieux est considérée, permettant un découplage véhicule/voie et une résolution simplifiée [Pao03].

Dans le cas de la circulation d'un véhicule de type tramway, les vibrations basses fréquences (jusqu'à 200Hz) propagées dans le sol sont dues au couplage véhicule-voie, précisément au niveau des contacts roues/rails. Les phénomènes d'excitation qui peuvent être à l'origine de ces vibrations sont de quatre natures différentes :

- une force quasi-statique mobile représentant le poids du véhicule se déplaçant sur la voie ;
- les joints du rail et les systèmes d'aiguillage ;
- l'usure ondulatoire de la roue et du rail ;
- l'excitation paramétrique liée à la nature discontinue du support (rail posé sur traverses).

Le premier phénomène n'intervient pas dans le cadre précis du tramway, véhicule roulant à faible vitesse [Deg01, She03]. Picoux [Pic02] confirme aussi qu'une force quasi-statique mobile est un phénomène d'excitation inefficace à basse vitesse.

Concernant les joints du rail et les systèmes d'aiguillage, ce sont des mécanismes d'excitation ponctuels et localisés. À basse vitesse, l'excitation paramétrique (liée à la fréquence de passage des roues sur les traverses qui est proportionnelle à la vitesse) ne devrait agir



que dans la partie inférieure du spectre (en dessous de 25Hz) [Nor98, Aue05b].

Enfin, la pose des rails sur supports discrets peut être étudiée en supposant une pose sur supports continus de raideur équivalente à la pose discontinue (voir paragraphe suivant 1.5).

Par conséquent, si on met de côté les excitations localisées (joints du rail, *etc.*), l'excitation principale au contact roue/rail (source de vibrations) provient de l'état de surface (on parle de rugosité) des rails et des roues en contact.

1.5 Modélisation de la voie – Couplage voie/sol

1.5.1 Rappel de quelques résultats

En ce qui concerne l'étude de la propagation des vibrations, de nombreux modèles véhicule/voie/sol ont été récemment développés [Kno98, She04b, Aue05b, Lom06a], très complets ou simplifiés, résolus dans le domaine temporel ou fréquentiel. Un point essentiel qui ressort de ces différentes études est que l'ensemble de la structure doit être modélisé pour rendre compte correctement des phénomènes vibratoires, au niveau de la voie comme dans le sol. Généralement, les approches qui sont utilisées pour modéliser la voie sont à ranger dans deux groupes, comme l'analysent les auteurs dans [Kru01] : le premier groupe dans lequel on trouve une représentation par éléments finis des différents éléments de la voie, et le second qui inclut, pour sa part, des « méthodes » de modélisation se basant sur une discrétisation des éléments de la voie, non plus spatiale, mais à l'aide d'équations analytiques, discrétisées le plus souvent dans le domaine des nombres d'onde à l'aide de transformées de Fourier (ou résolues à l'aide de transformées de Laplace). Clairement, l'utilisation de modèles se basant sur le second groupe est avantageuse : d'abord, ces approches permettent des résolutions numériques rapides, sachant en contrepartie que la complexité des modèles est limitée (éléments linéaires, structure homogène, périodique). Certaines configurations correspondant au mouvement du véhicule ferroviaire (courbe, freinage, accélération, *etc.*) sont difficiles à prendre en compte. Ensuite, elles permettent de coupler la voie à un modèle de sol élaboré, puisqu'une transformation dans le domaine des nombres d'ondes a été effectuée sur la voie. En outre, les problèmes de réflexion d'ondes (conditions aux limites de type frontières absorbantes ou utilisation d'éléments infinis dans le cas de modèles du premier groupe) n'existent pas. Les modèles du deuxième groupe proposés dans la littérature (voir article de synthèse [Lom06b]) retiennent en général pour le rail et la dalle de béton constituant la voie, un modèle de poutre infinie sollicitée en flexion, sur appuis continus dans le cas du rail. Cette notion d'appui continu (semelle) pour le rail (en comparaison à des modèles sur appuis discontinus, ce qui correspond à la réalité) est



adaptée au cas d'étude de vibrations jusqu'à 500Hz, comme le montrent les auteurs dans [Cui00, Aue05b]. La dalle de béton, lorsqu'elle existe, est généralement modélisée à l'aide d'une poutre d'Euler–Bernoulli, ou d'une plaque mince de Kirchhoff [Kar05]. La figure 1.2 présente une vue d'ensemble de la plupart des modèles disponibles dans la littérature.

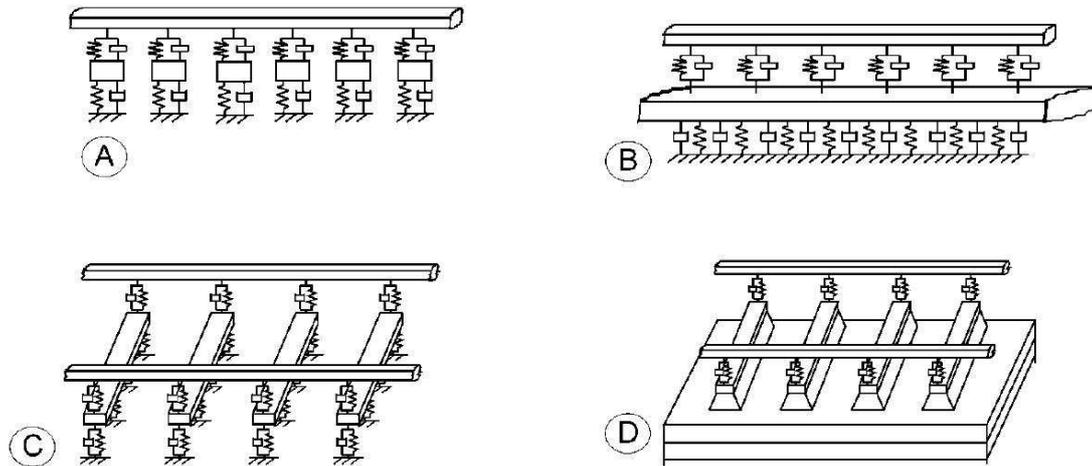


Figure 1.2 - Différents modèles de voie disponibles – D'après [Kru01]

L'exemple A correspond à un rail unique modélisé par une poutre reposant sur des éléments viscoélastiques (ressorts/amortisseurs), et des masses concentrées modélisant généralement les traverses. L'exemple B propose un modèle assez similaire, les traverses sont modélisées par une poutre de Timoshenko ou d'Euler–Bernoulli pouvant prendre en compte par exemple une dalle de béton. L'ensemble repose sur une fondation de Winkler (ensemble de ressorts/amortisseurs). Dans le cas C, les deux rails sont pris en compte, et les traverses sont modélisées par des poutres sollicitées en flexion simple. L'exemple D correspond à un modèle élaboré de voie : l'assise de voie (ballast ou dalle de béton) est prise en compte (suivant un modèle de poutre en flexion, ou selon des éléments fins de type poutres verticales à deux noeuds, *etc.*), et le sol est considéré multicouche.

Le couplage sol/voie s'effectue sous la forme d'équations qui peuvent être établies de différentes façons. Dans l'article [Rüe03] où de très nombreux auteurs ont collaboré sur la modélisation et le calcul de plusieurs cas de réponses de voies, on peut trouver des méthodes exactes ou approchées, basées sur les écritures matricielles du comportement des différentes couches du sol sous la forme de matrices de flexibilité. On trouve aussi l'approche très répandue qui correspond à l'utilisation de méthodes utilisant les éléments de frontière pour l'établissement des fonctions de Green et l'écriture dans le domaine des nombres d'ondes de la raideur ponctuelle du sol (*point load solution*). La méthode des éléments finis est parfois utilisée mais généralement la longueur d'un train et sa vitesse imposent un domaine de calcul de taille importante, et par conséquent les temps de cal-

culs peuvent devenir très longs. Un compromis peut être trouvé, la réponse estimée du sol n'étant correcte que dans un champ "proche" de la voie [Hal03, Eke02]. Enfin, des méthodes simplifiées, basées sur une expérience théorique et expérimentale sont proposées par des auteurs comme Auersch [Aue05c]. L'excitation dynamique est en général modélisée par un ensemble de sources ponctuelles. Elle est déterminée selon les cas (vitesse du véhicule) en prenant en compte uniquement la force quasi-statique due aux essieux (masses non suspendues) et l'excitation paramétrique due à la discontinuité du support ou l'état de surface des roues et des rails. Les masses non suspendues sont modélisées soit à l'aide de simples masses, ou *via* des formulations multicorps prenant en compte l'ensemble du véhicule. A l'aide de ces modèles, la plupart des recherches antérieures ont porté sur les applications du type train, se focalisant principalement sur l'effet des grandes vitesses vis-à-vis des vitesses de propagation des ondes dans le sol [Kog03]. Dans ce cas, la prise en compte de l'excitation due à l'usure ondulatoire de la voie et des rails est rarement considérée. Les études se concentrent souvent soit sur l'analyse du comportement de la voie, soit sur la réponse du sol. Pour les études « complètes », à titre d'exemple, on peut citer les travaux importants réalisés sur le site argileux de Ledsgard (en Suède, près de Goteborg) [Ado99, Kay00, Mad00, Sme02] en vue de l'implantation d'une ligne à grande vitesse. Sur le plan français, une étude précédente menée dans le cadre du PREDIT2 a permis de conduire une campagne d'essais expérimentaux sur une voie SNCF et de proposer un modèle de simulation numérique [Pic03, Pic05].

Enfin, les études vibratoires sur le tramway sont assez peu développées [Dat00, Bro01]. Dans ce cas, en prévision de l'implantation d'une nouvelle ligne, des méthodes simplifiées peuvent déjà apporter des éléments intéressants de réponse, même si la validation ne vient qu'*a posteriori* après la réalisation de la voie. En 2004, le projet du tramway d'Athènes a, par exemple, été mené en suivant cette démarche [Mal04, Mal05].

1.5.2 Analyse de certains travaux

Krylov [Kry95] fait une étude dans le cas des trains à grandes vitesses, basée sur les phénomènes d'excitation quasi-statique. Les rails sont modélisés par des poutres de Timoshenko, reposant sur des traverses rigides, posées sur un massif semi-infini. La contribution de chaque traverse est ainsi prise en compte. L'excitation provient uniquement du déplacement des masses d'essieu. Le couplage voie-sol est assuré à l'aide de l'estimation de la fonction de Green pour un demi-espace, se basant sur la solution approchée de Lamb.

Knothe et Wu [Kno98] comparent un modèle de pose sur fondation de Winkler similaire aux modèles A ou B (figure 1.2), encore souvent utilisé, à un modèle plus élaboré de voie sur ballast. Ils concluent que la prise en compte du sol est nécessaire lorsqu'une étude est menée pour des fréquences jusqu'à 200Hz. En effet, dans ce cas, l'excitation



générée sur le rail se propage *via* le ballast dans le sol. Une étude sur les conditions de couplage voie/sol est proposée. Les auteurs montrent qu'il est plus judicieux de formuler le couplage en termes de déplacements (identiques sur l'interface voie/sol) en exprimant une "matrice flexibilité" (*dynamic flexibility matrix*) plutôt qu'un couplage formulé en termes de contraintes à l'aide d'une "matrice raideur".

Sheng *et al.* [She99] étudient la propagation des vibrations générées par un chargement constant ou harmonique, se déplaçant le long d'un modèle de voie, et reposant sur un sol multicouche ou un massif semi-infini. Le modèle de voie est constitué d'une première poutre (matérialisant le rail), reposant sur un ensemble de ressorts (appui continu), s'appuyant sur une seconde poutre (matérialisant les traverses) sans raideur en flexion. Cet ensemble repose sur une première couche modélisant le ballast. La contrainte à l'interface ballast/sol est supposée uniforme. L'excitation considérée provient du déplacement de l'effort ponctuel (unitaire) sur le rail (double), et se décompose en une partie constante et une partie harmonique. La réponse du sol est calculée dans le domaine transformé des nombres d'onde horizontaux, et l'étude s'intéresse à l'évolution des vibrations en fonction de la vitesse du véhicule (régimes sub et super-Rayleigh). Les auteurs montrent que la charge non-harmonique en déplacement crée un phénomène de propagation d'ondes dans le sol uniquement si la vitesse du "véhicule" dépasse celle des ondes de Rayleigh pour le sol (régime super-Rayleigh). Dans [She00] les auteurs proposent un calcul prenant un compte un ensemble de charges (unitaires) harmoniques en déplacement. Ces charges sont supposées corrélées, leurs phases étant estimées à l'aide des espacements entre charges et de la vitesse du "train". Sheng *et al.* [She03] indiquent que la plupart des modèles ne prennent en compte qu'une excitation fixe provenant des essieux en déplacement sur la voie. Ils soulignent que le trafic de fret, correspondant aux cas de charges à l'essieu importantes et à des vitesses de déplacement "modérées", amène pourtant le plus de plaintes à propos de vibrations perçues dans les bâtiments voisins des voies. De plus, les vibrations, induites par les charges quasi-statiques d'essieux mobiles sur la voie, sont indépendantes de la dynamique du véhicule et de la qualité de la voie. Le modèle pour la voie et le sol reste similaire aux travaux précédents, mais le véhicule est pris en compte à l'aide d'une formulation multicorps en vibrations verticales. L'excitation dynamique au contact roue/rail est estimée à l'aide des irrégularités verticales (rugosités mesurées) des profils du rail. Les déplacements du rail et du sol sont d'abord calculés par sommation (complexe) des déplacements provenant des différentes contributions des essieux pour une seule longueur d'onde d'irrégularité, dans le domaine réel. Puis une transformée de Fourier est réalisée sur les déplacements et la rugosité du rail est utilisée pour déduire le spectre de puissance moyen des déplacements. Les auteurs montrent que dans la majorité des cas, la composante de l'excitation dynamique amène les plus forts niveaux de vibrations, notamment en régime sub-Rayleigh. Les résultats des simulations numériques sont comparés par



rapport à des mesures pour deux configurations : trains à grande vitesse (passages à 70 et 200km/h sur deux sites différents) et train transportant du fret (50km/h). Les différences obtenues entre les mesures et les simulations peuvent parfois aller jusqu'à 20dB (sur les vitesses vibratoires, spectres de puissance *rms*). Dans [She04b] l'effet de la superposition des excitations dues aux différents essieux est analysé en détails. Enfin, les auteurs développent dans [She04a] un modèle théorique pour l'estimation des vibrations dues aux irrégularités des rails et des roues voire même d'excentricité des roues. L'étude est menée pour un seul essieu, sur différents sols, pour des vitesses allant de 0 à 200km/h et pour une voie ballastée et sur dalle de béton. L'excitation provient d'une discontinuité de 0,1mm sur le rail. Il apparaît que le type de sol multicouche ainsi que la vitesse du véhicule ont un effet négligeable sur la réponse de la voie. Par contre, les réponses des sols sont fortement liées à leurs caractéristiques. De plus, les paramètres de la voie influent fortement sur l'effort dynamique au contact roue/rail. La contribution de la composante dynamique de l'excitation roue/rail est d'autant plus importante que la vitesse du véhicule est faible ou que le point considéré pour les vibrations dans le sol est éloigné de la voie.

Wu et Thompson [Wu99] étudient le comportement d'une voie préchargée. Les modèles de voie sont classés suivant quatre catégories :

- poutre uniforme, infinie, sur supports continus avec prise en compte des masses des différents composants (traverses, ballast, semelles, *etc.*) ;
- poutre d'Euler ou de Timoshenko sur supports discontinus ;
- rail modélisé par éléments finis sur supports continus et prise en compte des traverses et du ballast ;
- rail modélisé par éléments finis sur supports périodiques.

Les deux premières catégories, selon les auteurs, sont meilleures pour l'étude des vibrations verticales plutôt que latérales. Par contre, les deux dernières sont plus adaptées pour des études en "hautes" fréquences car la déformation de la section droite du rail est prise en compte. Les voies sur semelles raides doivent en priorité être modélisées à l'aide de pose discontinue. La raideur des semelles de rails a un comportement non-linéaire, elle est fonction du chargement et de la fréquence. Les conclusions principales tirées de ces travaux sont les suivantes. Le passage d'une roue induit localement une précharge importante, de l'ordre de 2 fois la précharge statique constituée par la fixation du rail (et son poids propre). Ceci produit une augmentation locale de la raideur de semelle, celle-ci étant multipliée par deux environ. Cet effet est local car il n'apparaît que sur quelques travelages (un travelage correspondant à la distance séparant deux traverses). La réceptance ponctuelle du rail en basses fréquences (en dessous de 1000Hz environ) est donc gouvernée par les supports locaux et le chargement dû aux roues : sous l'effet du passage d'une roue, la réceptance du rail baisse sensiblement. En revanche, la décroissance des ondes dans le rail est peu affectée par la présence de la roue.



Datoussaïd et al. [Dat00] présentent une étude concernant le tramway. Le couplage voie/sol n'est pas considéré. Les fonctions de Green approchées du sol permettent d'évaluer la réponse du sol suite à l'excitation estimée sous la voie. L'excitation dynamique provient d'une discontinuité créée sur la voie (largeur 1mm, hauteur 5mm), censée être représentative d'un joint de rail, ou d'un changement de direction pour la voie. Le véhicule et la voie sont modélisés respectivement par des formulations multicorps et éléments finis.

Kim et Lee [Kim00] proposent une étude expérimentale et théorique originale concernant l'ensemble voie-sol. Les auteurs analysent la propagation et l'amortissement des vibrations sur différents sols et pour différentes excitations, notamment au marteau hydraulique pour le sol et au passage de différents trains (de 70 à 135km/h), sur des distances jusqu'à 38m. Il ressort que l'énergie générée par le train se retrouve dans le sol selon les trois directions (verticale, longitudinale et transversale). L'excitation provient principalement du passage des essieux (charge statique) et de la discontinuité du support des rails (rails posés sur traverses). La gamme de fréquences correspondante est comprise entre 7 et 70Hz. L'étude, principalement expérimentale, indique que la vitesse du train et sa longueur influent sur l'atténuation des vibrations dans le sol (et sur les niveaux vibratoires), et selon les cas l'excitation due au train peut être considérée, soit comme un ensemble de sources ponctuelles, soit comme une source linéique.

Bode *et al.* [Bod00] proposent un modèle tridimensionnel pour des charges mobiles couplant les méthodes des éléments finis et de frontière. La voie est constituée de rails reposant sur des traverses discrètes rigides et est modélisée à l'aide du code éléments finis ANSYS®. Le sol est considéré homogène et la réceptance du sol est calculée *via* les fonctions de Green dans le cas d'actions ponctuelles harmoniques. Le couplage voie/sol est réalisé en efforts et en déplacements à l'aide d'une procédure itérative. Des conditions de contact non-linéaire (rupture du contact) peuvent être prises en compte. Le problème est résolu dans le domaine temporel, bien que les fonctions de Green soient, au préalable, établies dans le domaine temporel : le modèle est ainsi nommé "*hybrid time domain approach*". Cette approche permet notamment de considérer des modèles de voie "quelconques", et des types de sols ayant des propriétés non-linéaires.

Cui et Chew [Cui00] analysent l'efficacité d'une pose sur "dalle flottante" (la dalle de béton repose sur une fondation élastique, en général un élastomère). La voie est modélisée à l'aide de poutres de Timoshenko, la dalle flottante par une masse linéique et la fondation élastique par un ensemble de ressorts/amortisseurs. Le sol est supposé infiniment rigide. Les équations analytiques sont résolues à l'aide de transformées de Laplace permettant d'obtenir les réceptances du rail et de la dalle. L'analyse se concentre sur l'efficacité de la pose à filtrer les efforts dynamiques suite au passage d'une charge d'amplitude constante. La comparaison est menée par rapport à un modèle de voie sans fondation élastique.



Kruse et Popp [Kru01] exposent un algorithme de résolution, utilisant les différents modèles de voie présentés sur la figure 1.2 et pouvant prendre en compte une modélisation du véhicule à l'aide d'un ensemble de masses/ressorts/amortisseurs, voire par éléments finis (notamment les essieux). L'excitation de la voie prend différentes formes : elle peut être causée par le passage des supports discrets de rails, ou due à un défaut de surface considéré sur le rail, ou encore en considérant un défaut de circularité des roues. Les analyses effectuées sont théoriques, mais ces différents modèles sont repris lors de l'étude comparative (*benckmarck*) effectuée par différents organismes de recherche [Rüe03]. L'évolution de la force au contact roue/rail est présentée et la compliance de la voie ("inverse" de la raideur, en m/N) est analysée pour différents types de voie et de modèles de sols. L'élasticité des traverses (raideur en flexion) semble être un point important à considérer. Le sous-sol doit être pris en compte pour caractériser la réponse d'une voie si celle-ci est "souple" (pose sur ballast), mais pas lorsqu'elle est suffisamment rigide (pose sur dalle de béton). Le passage des supports de rails discrets affecte peu l'effort au contact roue/rail (variation de l'effort inférieure à 10%), indiquant qu'un modèle sur supports continus est acceptable.

Bitzenbauer et Dinkel [Bit02] proposent deux modèles de voie pour le cas des poses sur voie ballastée et sur dalle de béton. Le rail et la dalle lorsqu'elle est présente sont modélisés par des poutres de Timonshenko. Pour la voie sur dalle, la liaison rail/dalle et dalle/sol est assurée par un ensemble continu de ressorts/amortisseurs. Les équations de voie sont écrites dans le domaine du nombre d'onde suivant la direction de la voie. Le véhicule est considéré suivant plusieurs propositions de formulations multicorps. L'excitation prise en compte correspond d'une part aux forces mobiles dues à chaque essieu en déplacement, et d'autre part aux défauts de planéité des rails (rugosité). La réceptance (complexe) du rail est transformée pour prendre en compte cette rugosité dans le domaine du nombre d'onde. La rugosité est modélisée par un défaut de type sinusoïdal simple. Une étude paramétrique est proposée pour différents modèles plus ou moins sophistiqués concernant le véhicule et la voie.

Metrikine et Popp [Met99b] développent une étude sur les vibrations en régime établi d'une poutre sur supports périodiques (discrets), reposant sur un massif semi-infini. L'objectif principal est l'étude de l'effet du demi-espace élastique sur la réponse vibratoire de la "voie" et le passage d'un modèle à trois dimensions en un modèle équivalent (exact) à deux dimensions. Pour cela, le concept de la raideur équivalente du sol est utilisé : la raideur du sol est estimée *via* un modèle semi-analytique. L'équation de Navier et les conditions de couplage sont écrites dans le domaine spatial, puis une transformée de Fourier à trois dimensions est réalisée, permettant de résoudre le problème dans le domaine fréquence–nombres d'onde. La raideur du sol est alors écrite en fonction de la fréquence dans le domaine réel (transformée de Fourier inverse à deux dimensions). Elle est fina-



lement fonction de la fréquence des vibrations des poutres et de l'évolution de la phase des ondes se propageant sur les supports voisins, et le problème devient un problème à deux dimensions. La raideur doit avoir une partie imaginaire car les ondes transmettent de l'énergie aux semelles de rails, puis au sol. Dans [Met99a] les auteurs s'intéressent aux ondes latérales de propagation et utilisent un modèle de poutre d'Euler-Bernoulli reposant sur un massif homogène. Le processus de résolution est similaire. Le cas d'un oscillateur (modélisant la suspension première d'un véhicule), constitué d'un système masse-ressort-masse, en appui sur une poutre et reposant sur un demi-espace est analysé dans [Met05]. Le modèle théorique est mis en équations et résolu à l'aide d'une transformée de Laplace sur le temps (le régime oscillatoire n'étant pas un régime permanent) et d'une double transformée de Fourier sur l'espace horizontal.

Kaynia *et al.* [Kay00] présentent des résultats de mesures pour un train à grande vitesse sur un sol très souple. Les mesures confirment le phénomène connu d'amplification des vibrations lorsque la vitesse du véhicule est proche de celle des ondes de Rayleigh dans le sol. La méthode de simulation des ondes dans le sol est basée sur l'estimation de la fonction de Green (*Dynamic stiffness method*). Le sol considéré est multicouche, viscoélastique. La voie est prise en compte à l'aide de poutres d'Euler-Bernoulli. L'excitation correspond à un ensemble de charges ponctuelles, d'amplitudes constantes, se déplaçant sur la voie à vitesse constante.

Van Den Broeck [Bro01] utilise une formulation par éléments finis pour décrire le train et la voie. La raideur du sol (multicouche, couches horizontales, comportement viscoélastique) est estimée à l'aide d'une formulation utilisant les fonctions de Green (BEM). Les conditions de couplage voie/sol sont résolues à l'aide d'un processus itératif et la solution est écrite dans le domaine temporel. Ceci permet de prendre en compte des non-linéarités dans les lois de comportements. La rugosité des rails est prise en compte pour l'estimation de la réponse vibratoire de la voie et du sol. L'étude est validée notamment pour le cas d'un tramway. L'auteur conclut que la modélisation du sol (stratifié) est un point déterminant dans le calcul des réponses vibratoires (plusieurs modèles de sols sont comparés pour analyser leur influence respective).

Auersch [Aue05a, Aue05b] utilise une méthode combinée FEM (voie)-BEM (sol) pour calculer l'interaction voie/sol. Cette méthode permet d'étudier une voie ballastée et une voie sur dalle. La modélisation du sol est considérée avec attention, parce que la réponse de la voie est fortement liée au sous-sol. Les résultats sont présentés à l'aide de la compliance (flexibilité) de la voie (exprimée en m/N). La matrice raideur globale du sol est obtenue à l'aide d'un assemblage de matrices élémentaires déduites des fonctions de Green dans le domaine fréquentiel. Le véhicule est modélisé à l'aide d'une formulation multicorps. La raideur dynamique du véhicule peut alors être estimée : elle représente les effets d'inertie



et les fréquences propres du véhicule, notamment la fréquence propre (vibration verticale) de la superstructure, ainsi que les fréquences propres des modes de vibrations verticale et de rotation des bogies. L'auteur indique que l'élasticité de la structure peut être prise en compte, mais qu'elle semble limitée. Ainsi, les solides considérés sont supposés rigides, en particulier les essieux. L'excitation prise en compte est due d'une part aux irrégularités du véhicule et de la voie, d'autre part au passage du train sur les traverses (appuis de rails discrets). Lorsque le sol est introduit dans un modèle de voie, il apparaît, à la différence des modèles utilisant une fondation de Winkler, que la force appliquée sur une traverse induit des déplacements sur les traverses adjacentes. Ce couplage se vérifie expérimentalement. Ainsi le chargement n'est pas proportionnel au déplacement sur le rail. Une analyse paramétrique sur la sensibilité de la compliance aux différents paramètres de la voie (ballastée) et du sol indique clairement que le sol joue un rôle prépondérant sur la réponse de la voie. Dans une moindre mesure, la distance séparant les traverses influe sur la compliance. Les autres paramètres (raideur en flexion du rail, raideur des semelles, module de cisaillement du ballast) interviennent peu. De nombreuses mesures ont été effectuées pour valider le modèle :

- compliances de la voie suite à des impacts et excitations harmoniques sur le rail, avec et sans train (à l'arrêt) ;
- déplacements dans la voie au passage du train (déplacements du rail et des traverses), accélérations des essieux, réponses du sol sur des distances de 2,5 à 20m, contraintes dans le sol sous le ballast.

Sur la base de ces différents résultats, l'auteur propose des méthodes simplifiées faisant appel à des modèles pratiques permettant rapidement d'analyser le comportement d'une voie (efficacité d'une pose par exemple) [Aue05c].

Un résultat important consiste dans le développement d'un code rapide, rassemblant tous ces savoirs-faire, avec un objectif de simplicité [Rue05]. Ainsi les modèles nécessitant des calculs longs sont simplifiés (pas de formulations FEM-BEM). Le modèle prend en compte les irrégularités de la voie comme excitation principale. Il permet :

- le calcul des efforts à l'interface voie/sol pour différents types de voie ;
- l'estimation de la propagation des ondes dans le sol à l'aide d'un modèle de propagation à deux dimensions ;
- et enfin le calcul de la réponse des bâtiments à l'aide de formules simplifiées (validées en comparaison avec des modèles éléments finis, combinés avec la *thin layer method* pour le sol ou la BEM).



1.6 Conclusion et stratégie

L'étude bibliographique présentée montre qu'il existe de très nombreux modèles et résultats disponibles concernant les vibrations induites par un véhicule ferroviaire au niveau de la voie et du sol. En revanche, peu d'études sont finalement disponibles sur le sujet précis du tramway (véhicule lent, en zone urbaine et utilisant des poses de voies spécifiques), et les poses sur dalle de béton sont relativement peu étudiées (on trouve principalement des poses sur ballast, celle-ci étant la plus répandue à l'heure actuelle). Dans ce contexte, ce travail de thèse avait pour but de développer des outils de simulation pour prédire le comportement de l'ensemble de la structure tramway/voie/sol.

Le choix de la méthode pour la modélisation de l'ensemble véhicule/voie/sol se pose alors dans le cadre de cet objectif à atteindre. Concernant le véhicule, au regard de la bibliographie effectuée, il paraît nécessaire de prendre en compte l'excitation liée à la rugosité des roues et des rails. Un modèle incluant seulement la masse de l'essieu excitée par la rugosité combinée roue/rail est dès lors suffisant. Pour le sol, nous disposons au laboratoire d'un modèle semi-analytique développé pour le cas de sols multicouches. Son efficacité ayant déjà été validée, il a été proposé de conserver cette approche, sachant qu'elle permet des calculs rapides. Pour la voie, notre choix de modélisation s'est alors orienté vers des modèles analytiques, permettant une écriture dans le domaine du nombre d'onde correspondant à l'axe de la voie et un couplage facilité avec le modèle numérique retenu pour le sol. Ces modèles de voies permettent aussi une résolution rapide (les équations sont discrétisées selon une seule dimension correspondant à l'axe de la voie), la contrepartie étant qu'ils doivent être simples et qu'ils ne rendent pas aussi bien compte des comportements réels des structures que les modèles éléments finis par exemple.

La stratégie retenue a été la suivante :

- **réalisation d'une campagne de mesures** sur différents points de vibrations (essieux, rail, voie) afin de disposer de données expérimentales suffisantes lors de la confrontation avec les simulations numériques. En particulier, les comparaisons, et par conséquent les mesures, doivent être faites sur des points "différents" et indépendants pour que la validation soit acceptable ;
- **développement de modèles théoriques adaptés** aux types de poses et de sols, en recherchant un compromis entre des modèles très élaborés et trop simplifiés. En effet, la structure réelle voie/sol, très complexe, n'est pas exactement connue. Par exemple, la voie est enfouie, sa construction est achevée et certains éléments peuvent ne pas correspondre exactement au cahier des charges initial. De même, le sous-sol n'est pas constitué de simples couches horizontales homogènes, dans la réalité il existe par ailleurs des structures enterrées (canalisations par exemple) ;
- **validation des modèles théoriques** à l'aide d'une confrontation avec les mesures à



différents niveaux (sol seul, voie/sol lors d'une excitation unitaire, voie/sol au passage).

À la suite de cette démarche, si la confrontation modèles/mesures donne des résultats encourageants, alors il pourra être envisagé d'approfondir certains points, soit sur l'aspect expérimental (réalisation des mesures complémentaires), soit sur l'aspect théorique (développements de modèles plus élaborés).



2

Campagne expérimentale

Sommaire

2.1	Introduction	30
2.2	Description des 4 sites - critères de choix	30
2.2.1	Types de poses de voie	31
2.2.2	Types de rames	35
2.2.3	Données disponibles pour les différents sols	36
2.3	Essais au marteau	37
2.3.1	Vibrations de la voie et du sol	37
2.3.2	Réceptances de voie	39
2.3.3	Mobilités de transfert voie/sol	40
2.3.4	Mobilités de transfert en champ libre	43
2.3.5	Estimation de la courbe de dispersion pour chaque sol	45
2.3.6	Obtention de la courbe de dispersion par la méthode de l'analyse des vitesses de phase	48
2.4	État de surface des rails	50
2.5	Mesures embarquées : vibrations des essieux	51
2.5.1	Méthodologie	51
2.5.2	Résultats	51
2.6	Mesures des vibrations sur le sol suite au passage du tramway	55
2.6.1	Procédure de dépouillements des mesures	55
2.6.2	Analyse des vibrations générées par chaque essieu d'une même rame	61
2.6.3	Étude de la répétabilité pour une même configuration de passage	62
2.6.4	Vibrations au passage sur les différents sites	63
2.6.5	Niveaux vibratoires sur le rail	63
2.6.6	Influence de la vitesse sur les vibrations	66
2.6.7	Effet du site sur les vibrations	67
2.6.8	Effet de la rame sur les vibrations	68
2.6.9	Atténuation des vibrations voie/sol	68
2.6.10	Evolution des vibrations à la surface du sol	69
2.7	Bilan de la campagne de mesures	70



2.1 Introduction

Dans ce chapitre consacré à la démarche expérimentale concernant l'évaluation des vibrations liées au passage d'un tramway, nous présentons et analysons des mesures qui ont été réalisées en septembre 2005, puis complétées notamment en mars 2006, à Nantes (44), sur quatre sites différents. Le choix des sites provient principalement d'une volonté d'analyser des configurations voie/sol différentes. Nous développons ici la préparation des campagnes de mesures et les différents résultats qui en découlent.

Dans l'objectif des chapitres suivants consacrés à la proposition de modèles et à leur validation, la connaissance des données physiques "précises" concernant chaque site est indispensable pour pouvoir prétendre modéliser, *via* une approche numérique, le comportement vibratoire de la voie et du sol. Ces données physiques, parfois disponibles auprès des concepteurs de la voie, doivent par conséquent être affinées à l'aide d'une approche expérimentale pour permettre de construire une base de données (qualitatives et quantitatives) fiable, condition nécessaire à la validation des modèles numériques.

2.2 Description des 4 sites - critères de choix

La campagne expérimentale concernant les mesures vibratoires au passage d'un tramway a été réalisée dans le cadre d'un programme de recherche PREDIT. Ce programme associait notamment deux laboratoires de recherche (le LTE de l'INRETS et le GEM de l'École Centrale de Nantes), un bureau d'études (SERDB), un industriel dans le domaine des systèmes d'isolation acoustique et vibratoire (CDM), et un exploitant de lignes de tramways (Semitan), voir Pallas *et al.* [Pal07]. Le choix des sites de mesures communs pour les vibrations et le bruit a donc été effectué de façon à couvrir le maximum de configurations représentatives. La figure 2.1 indique les lieux de mesures, tous situés en milieu urbain, dans l'agglomération de Nantes.

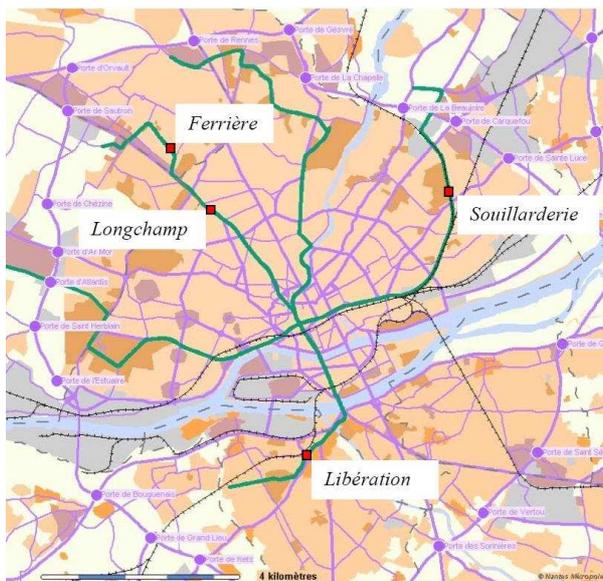


Figure 2.1 - Réseau des tramways nantais : localisation des sites pour les mesures vibratoires

2.2.1 Types de poses de voie

Chaque site propose une pose de voie particulière, le premier (Ferrière) correspond à une pose dite "classique", les deux suivants (Longchamp et Libération) à des poses "isolantes", et le dernier (Souillarderie) à une pose rencontrée en général pour le trafic ferroviaire.

Les pages suivantes présentent succinctement les quatre sites et on trouvera :

- une photo présentant l'environnement dans lequel s'inscrit la voie ;
- un tableau récapitulatif des caractéristiques principales de la pose ;
- une vue en coupe de la voie.

La voie du site Souillarderie appartient à la plus ancienne ligne de tramway de Nantes (1985) et correspond à une voie SNCF réutilisée, ce qui explique qu'il n'y ait pas de vue en coupe disponible pour ce site.

Enfin en annexe [A.1](#) un descriptif plus détaillé de chacune des poses est disponible.



		Épaisseur (mm)
Rail	À gorge 35GP	152,5
Semelle	Cannelée (caoutchouc)	9
Traverse	Bibloc béton - Noyée dans du béton de calage	250
Assise	Dalle béton (une par voie)	190
Fond de forme	Graves Non Traités GNT0/32 (un par voie)	200

Nom du site	Type de pose de voie	Type de revêtement	Configuration spatiale	année de mise en service	Hauteur totale de voie (mm)
Ferrière	Classique	Gazon 140mm	Rue ouverte	2004	800

Tableau 2.1 - Pose classique (Ferrière) - Caractéristiques principales

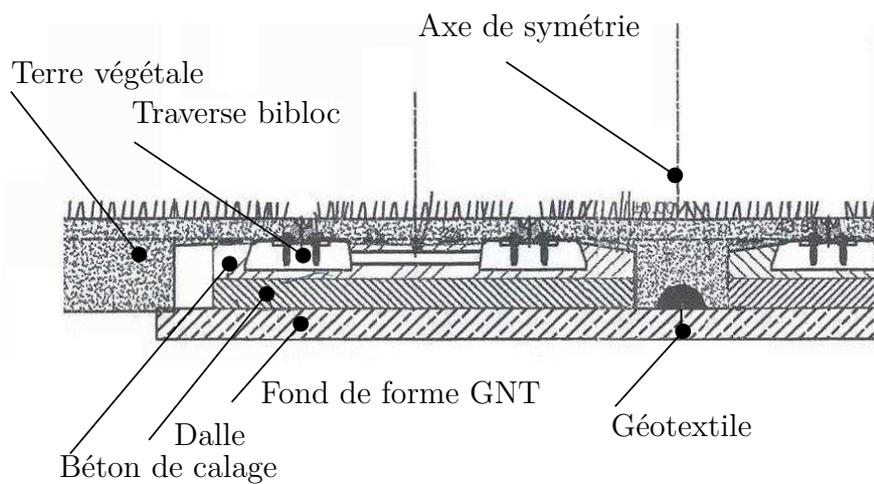


Figure 2.2 - Pose classique (Ferrière) - Vue en coupe



		Épaisseur (mm)
Rail	À gorge 35GP	152,5
Semelle	souple (élastomère)	12,5
Traverse	Bibloc béton - Noyée dans du béton de calage	320
Assise	Dalle béton (une seule pour les deux voies)	200
Fond de forme	Non	

Nom du site	Type de pose de voie	Type de revêtement	Configuration spatiale	année de mise en service	Hauteur totale de voie (mm)
Longchamp	Isolante <i>Dephi</i>	Pavé 80mm	Rue en U	2000	630

Tableau 2.2 - Pose isolante *Dephi* (Longchamp) - Caractéristiques principales

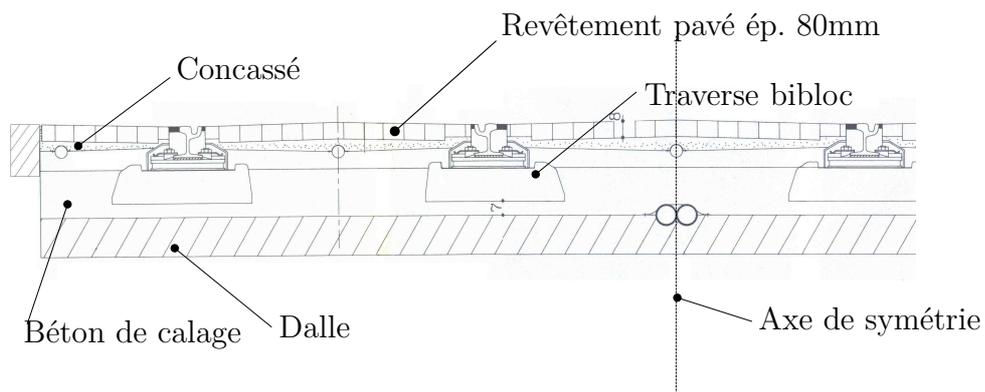
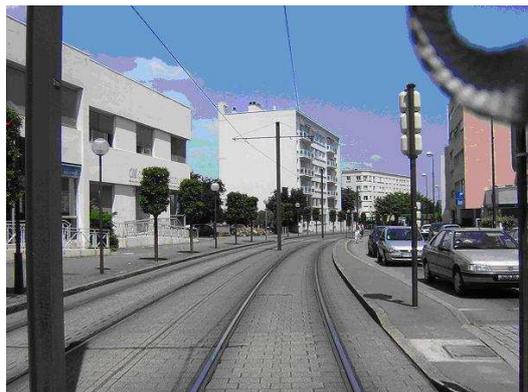


Figure 2.3 - Pose isolante *Dephi* (Longchamp) - Vue en coupe



		Épaisseur (mm)
Rail	À gorge 35GP	152,5
Semelle	cannelée (caoutchouc)	9
Traverse	Bibloc béton - Noyée dans du béton de calage	300
Assise	Dalle béton (une par voie)	290
Couche isolante	Polystyrène	250
Fond de forme	Béton (un seul pour les deux voies)	100

Nom du site	Type de pose de voie	Type de revêtement	Configuration spatiale	année de mise en service	Hauteur totale de voie (mm)
Libération	Isolante dalle flottante	Pavé 80mm	Rue en L	1994	1050

Tableau 2.3 - Pose isolante dalle flottante (Libération) - Caractéristiques principales

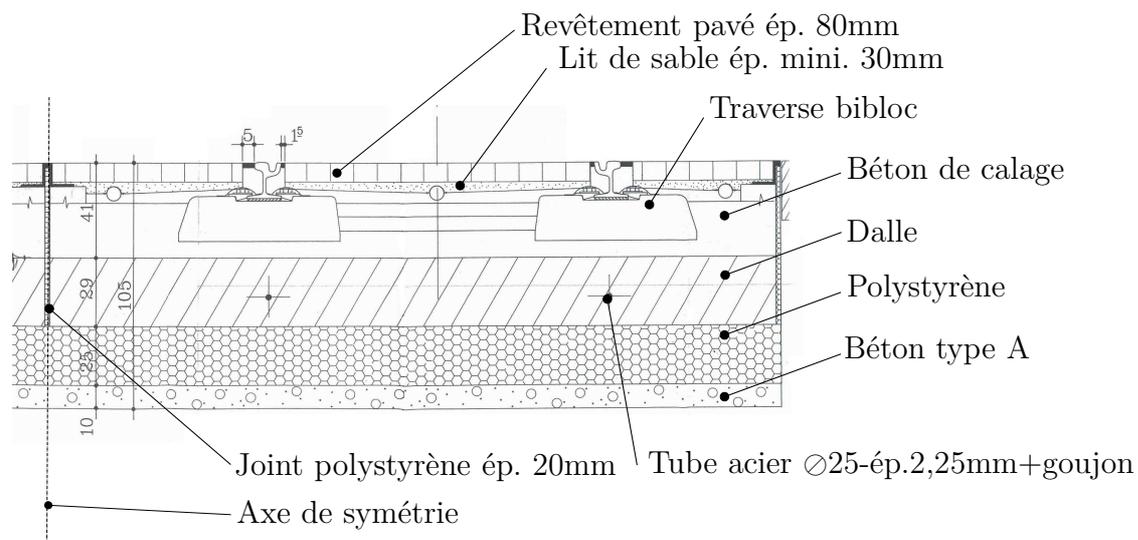


Figure 2.4 - Pose isolante dalle flottante (Libération) - Vue en coupe



		Épaisseur (mm)
Rail	À gorge 50E6	153
Semelle	pas d'information	
Traverse	Monobloc bois	
Assise	Ballast	200
Fond de forme	Graves Non Traités GNT20/40	200

Nom du site	Type de pose de voie	Type de revêtement	Configuration spatiale	année de mise en service	Hauteur totale de voie (mm)
Souillarderie	Voie SNCF requalifiée	Ballast	voie ouverte	1985	400

Tableau 2.4 - Pose ballastée (Souillarderie) - Caractéristiques principales

2.2.2 Types de rames

Deux types de rames, de technologie et de génération différentes, ont été rencontrés lors des mesures vibratoires. Ils se distinguent principalement par leur nombre de bogies et le poids des rames. Le premier type de véhicule, noté A est constitué de bogies avec essieux, alors que le second type de véhicule (plus récent), noté B, est constitué de roues indépendantes (ceci permettant notamment d'avoir un plancher bas, facilitant l'accès au tramway pour tous les usagers, en particulier les handicapés moteurs). Notons que pour le tramway A, les bogies 1 et 4 sont moteurs, les autres étant dits porteurs. Pour le tramway B, les bogies 1 et 3 sont moteurs et le bogie 2 est porteur. Pour les mesures effectuées, les tramways utilisés roulaient sans passager (poids constant), de nuit (à partir de minuit) de façon à réduire au minimum les interactions avec d'autres excitations vibratoires, comme le trafic routier par exemple ; chaque rame ayant été testée avec une vitesse de passage stabilisée à 20, 30, 40 et 50km/h, en ligne droite.

type	longueur <i>m</i>	largeur <i>m</i>	hauteur <i>m</i>	bogies moteurs <i>nombre</i>	bogies porteurs <i>nombre</i>	masse à vide $10^3 kg$	masse maximale $10^3 kg$
A	39,15	2,30	3,25	2	2	53,2	82,4
B	36,40	2,40	3,25	2	1	38,5	69,2

Tableau 2.5 - Caractéristiques principales des tramways A et B



type	Bogie 1		Bogie 2		Bogie 3		Bogie 4	
	Vide	Maximum	Vide	Maximum	Vide	Maximum	Vide	Maximum
A	14,0	20,6	12,6	20,6	12,6	20,6	14,0	20,6
B	13,0	22,2	12,5	24,8	13,0	22,2		

Tableau 2.6 - Répartition des charges pour les tramways A et B (unité : $10^3 daN$)

2.2.3 Données disponibles pour les différents sols

Durant la phase d'avant-projet d'implantation d'une ligne de tramway, des sondages ou des carottages ont été effectués *in situ*, avec pour objectif principal de caractériser le sous-sol sur lequel la voie devait être implantée afin de préconiser les choix du fond de forme nécessaire lorsque le sol étudié était jugé trop souple. Finalement, nous disposons de données plus ou moins précises relatives aux quatre sites étudiés ; d'une part parce que les études menées sur le sol ont été réalisées par plusieurs bureaux d'études, à des périodes différentes, avec des cahiers des charges variables ; d'autre part, parce que ces mesures disponibles sont limitées et parfois les lieux sondés sont assez éloignés du site que nous souhaitons effectivement caractériser. Quoiqu'il en soit, pour chaque site nous disposons déjà des informations synthétisées en annexe dans le tableau A.1 et sur les figures A.7 à A.10.

Par ailleurs, il faut noter que les sondages répertoriés dans ce tableau ont été effectués bien avant l'implantation de la voie de tramway, sauf pour le site Souillarderie. Par conséquent, les sous-sols "actuels" sur les trois sites avec dalle ne correspondent pas exactement à ceux définis dans le tableau récapitulatif. En particulier, la hauteur de chaque voie (800mm pour Ferrière, 630mm pour Longchamp et 1050mm pour Libération) sera à prendre en considération.

Enfin, d'autres éléments sont également disponibles pour la caractérisation des sols mais ils n'apportent pas d'informations précises supplémentaires pour les sites étudiés ici (on trouve principalement des tests à la plaque suivant le mode opératoire LCPC, des études hydrogéologiques de certains échantillons de sols, des analyses granulo-sédimentométriques, des mesures au pénétromètre statique). Ce constat nous a donc conduit à mener également une campagne expérimentale devant nous permettre de bénéficier pour chaque site de données fiables pour les sols avoisinant les voies de circulation, ceci étant absolument nécessaire pour la mise au point et la validation des outils de simulation que nous présentons dans le chapitre 3.



2.3 Essais au marteau

2.3.1 Vibrations de la voie et du sol

Ces essais concernent la caractérisation de l'environnement (sols, éventuellement plateformes et voies de circulation routière) de façon à préciser les caractéristiques physiques et mécaniques des milieux concernés. Comme nous l'avons vu, l'exploitant du réseau des tramways nantais (Semitan) dispose d'informations (coupes transversales, caractérisation et sondage des sols) pour les sites concernés ; mais d'une part, celles-ci restent très descriptives et d'autre part, la réalisation d'un chantier ne respecte pas toujours strictement les directives du cahier des charges. Ces remarques s'appliquent d'ailleurs aussi bien aux sols qu'aux assises de la voie (semelles de voie et dispositifs d'isolation en particulier). Par conséquent, pour disposer de données crédibles en vue de les utiliser par la suite dans le cadre de la simulation numérique, des mesures au marteau d'impact avec capteur de force ont été réalisées sur les différents sites expérimentaux, à l'aide d'accéléromètres fichés dans le sol ou collés sur le rail.

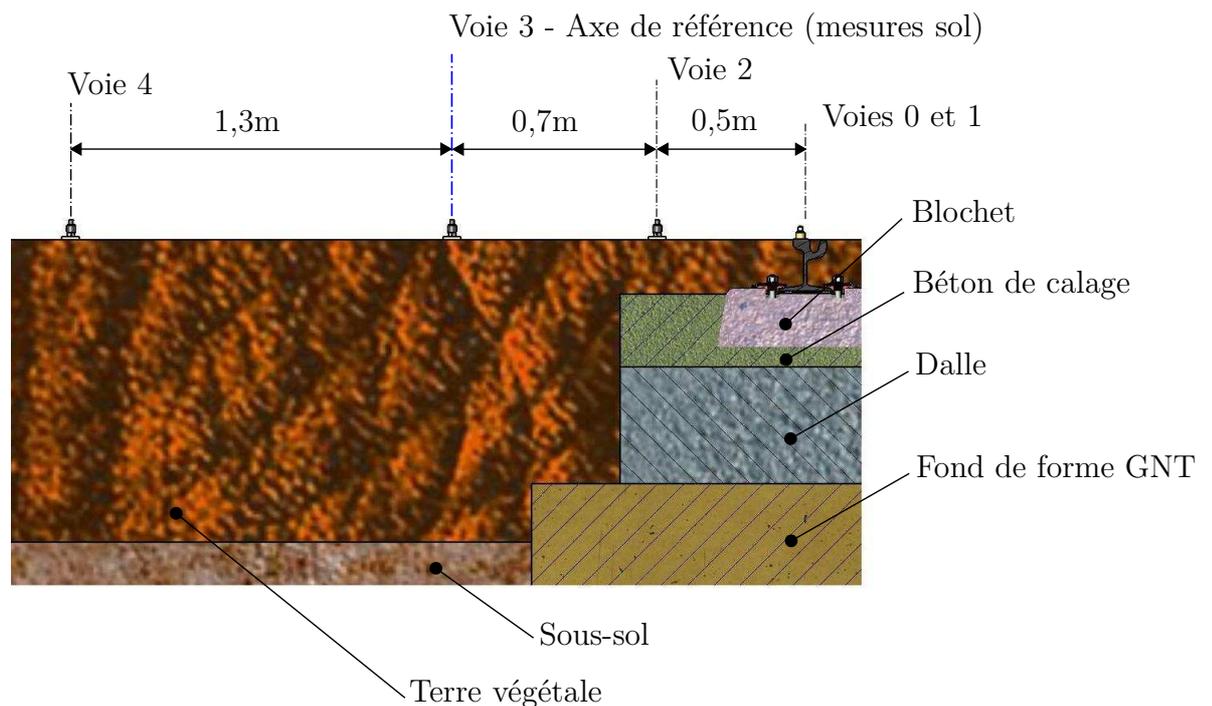


Figure 2.5 - Entrées disponibles sur la chaîne de mesures - Exemple sur Ferrière

Dans ce cas, trois séries de mesures sont envisagées :

- Série 1 : mesures des mobilités de transfert voie/sol exprimées en $mm/s/kN$ (ratio vitesse verticale du sol / force d'impact). La configuration est présentée sur la figure 2.5 et basée sur l'utilisation des réponses vibratoires dans le sol suite à un impact réalisé sur le rail ;

- Série 2 : mesures de la réceptance (verticale) ponctuelle du rail (*ratio* déplacement du rail / force d'impact). La configuration de mesures se réduit à l'utilisation d'un accéléromètre (voie 1) fixé sur le rail (voir figure 2.5) à côté du point où est effectué l'impact au marteau (voie 0) ;
- Série 3 : mesures des mobilités de transfert sol/sol. La configuration est présentée sur la figure 2.6 et utilise les réponses vibratoires du sol suite à un impact au marteau sur le sol, en dehors de la dalle de pose de voie. La procédure a été effectuée d'abord perpendiculairement à la voie, à 1,2m du rail (la position centrale des mesures est repérée par un "axe de référence"), et ensuite parallèlement à la voie. La distance entre le point d'impact et le premier capteur, ainsi que la distance entre les deux capteurs est identique et doublée à chaque nouvelle mesure. La distance varie de 0,25m à 16m. La procédure appliquée suit la méthode SASW (*Spectral Analysis of Surface Waves*), par exemple décrite par Foti [Fot00] et Joh [Joh97]. Les impacts au marteau dans le sens parallèle à la voie ont donc été effectués de part et d'autre de l'axe de référence qui reste fixe : impact en A et A'. Dans le sens perpendiculaire à la voie, les mesures ont été effectuées en s'éloignant de la voie.

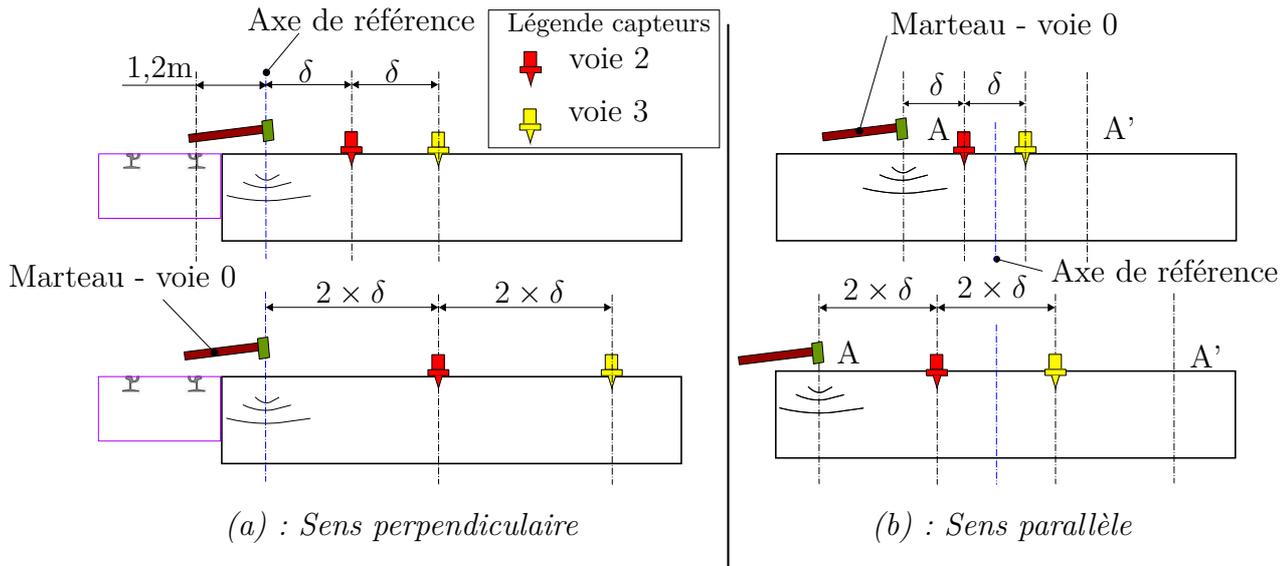


Figure 2.6 - Caractérisation du sol suivant deux directions par rapport à la voie

L'exploitation des relevés de la troisième série permet à terme de déduire les caractéristiques des différentes couches de terrain (épaisseur, caractéristiques mécaniques,...) moyennant certaines hypothèses de départ (couches homogènes, isotropes, horizontales), alors que la deuxième série servira à caractériser le type de pose de voie. Les données des trois séries seront utilisées *in fine* pour la validation du modèle numérique dans cette configuration particulière (impact ponctuel), et au recalage de certaines données de voie (caractéristiques de la dalle par exemple).

Nous présentons maintenant les différents éléments constituant les deux chaînes de mesures (pour plus de détails sur ces éléments, voir annexe A1) :

- Voie 0 - Marteau Bruël et Kjaer : marteau à impact avec capteur de force (excitation du rail ou du sol). Cette voie est utilisée pour évaluer la force imposée au rail (impact) ;
- Voie 1 - Accéléromètre ICP type 353 B15 : ce transducteur est aimanté sur le rail très proche de l'impact au marteau pour les mesures de réceptance du rail ;
- Voies 2 à 5 - Accéléromètre ICP type 393A03 : ce capteur est monté, en fonction des sites, soit vissé sur une plaque parallélépipédique en acier collée sur le sol (cyanocrylate), soit vissé sur un pieu en acier enfoncé dans le sol (terre ou ballast) pour assurer un couplage suffisant avec le milieu, voir photos en annexe. Seules les voies 2 (capteur rouge) et 3 (capteur jaune) sont utilisées dans le cas de mesures de caractérisation du sol.

Les mesures de caractérisation de sol et de voie n'ont pas été effectuées sur le site Souillarderie. L'explication principale vient de la configuration du sous-sol. En effet, concernant le sol (voir à cet effet la photo 2.4), la voie est implantée sur un "talus" présentant un dévers important. La modélisation numérique de ce type de sol est délicate, c'est pourquoi il a été choisi de ne pas se focaliser sur ce dernier site. Dès lors, les mesures de réceptances de rail pour cette voie n'ont pas été menées, et seules les mesures de mobilités voie/sol ont été effectuées. Néanmoins, pour les données relatives à la voie du site Souillarderie, la bibliographie importante concernant ce type de pose sur ballast pourra nous fournir des informations fiables utilisables pour une modélisation numérique éventuelle.

2.3.2 Réceptances de voie

L'estimation des réceptances de voie (*ratio* déplacement du rail / force d'impact) permet en particulier d'évaluer les raideurs des semelles de rail. Elles seront donc utilisées dans le chapitre relatif à la validation des modèles numériques.

La figure 2.7 présente les résultats de réceptances obtenues pour les trois sites "sur dalle", à savoir Ferrière (pose classique), Longchamp (pose *Dephi*) et Libération (dalle flottante). La cohérence est acceptable (supérieure à 0,95) à partir de 28Hz, 16Hz et 11Hz respectivement pour ces trois sites. Les amplitudes mesurées sont conformes aux valeurs attendues pour la pose classique et avec dalle flottante. En particulier pour ce dernier site, la résonance de dalle est bien visible autour de 20Hz. Il semble que les raideurs de semelle associées à ces deux poses soient assez proches puisque les réceptances sont proches en dehors de la résonance de la dalle sur la couche isolante. En revanche, l'amplitude de la réceptance mesurée sur le site en pose *Dephi* n'est pas conforme à celle attendue, puisque ce type de pose comporte théoriquement une semelle plus souple que la semelle utilisée en pose classique notamment. Or, la mesure indique le contraire.



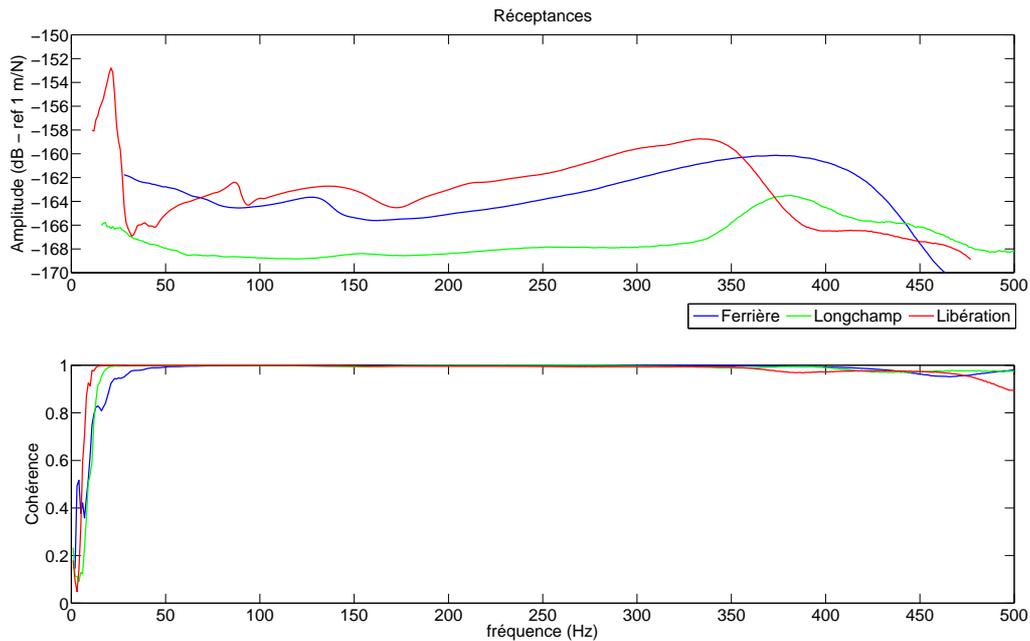


Figure 2.7 - Mesures des réceptances - amplitudes et cohérence

2.3.3 Mobilités de transfert voie/sol

Ces mesures fournissent une estimation des vitesses vibratoires à la surface du sol, à différentes distances de la voie, suite à un impact ponctuel réalisé sur le rail. Les informations recueillies serviront surtout à la validation des modèles numériques sur l'étude de la réponse du sol suite à un impact ponctuel sur un rail.

Les résultats obtenus pour les quatre sites sont présentés sur la figure 2.8. En plus des mobilités de transfert mesurées à 0,5, 1,2 et 2,5m du rail suite à l'impact sur le rail, on donne aussi la mesure de la réponse vibratoire ponctuelle du rail, non plus sous la forme d'une réceptance comme sur la figure 2.7, mais sous la forme d'une mobilité de transfert (ponctuelle). Les mesures retenues ont une cohérence supérieure à 0,95. L'analyse de ces mesures amène les remarques suivantes :

- Mobilités ponctuelles du rail : les réponses du rail sur les différents sites sont assez similaires, les amplitudes augmentant avec la fréquence. Ceci correspond à un comportement linéaire dans la réponse du rail avec peu d'effet d'amortissement dans la gamme de fréquences 20-160Hz envisagée ;
- Mesures vibratoires sur le sol à 0,5m du rail : dans le cas des poses sur dalle, ce capteur est situé "au-dessus" de la dalle de béton utilisée pour la voie, comme le montre la figure 2.5. Par conséquent, le couplage dalle/revêtement de surface est à prendre en considération pour l'analyse de ces mesures. Ainsi, le site Ferrière présente un découplage net, et les niveaux vibratoires sont atténués, sauf autour de la fréquence de 60Hz

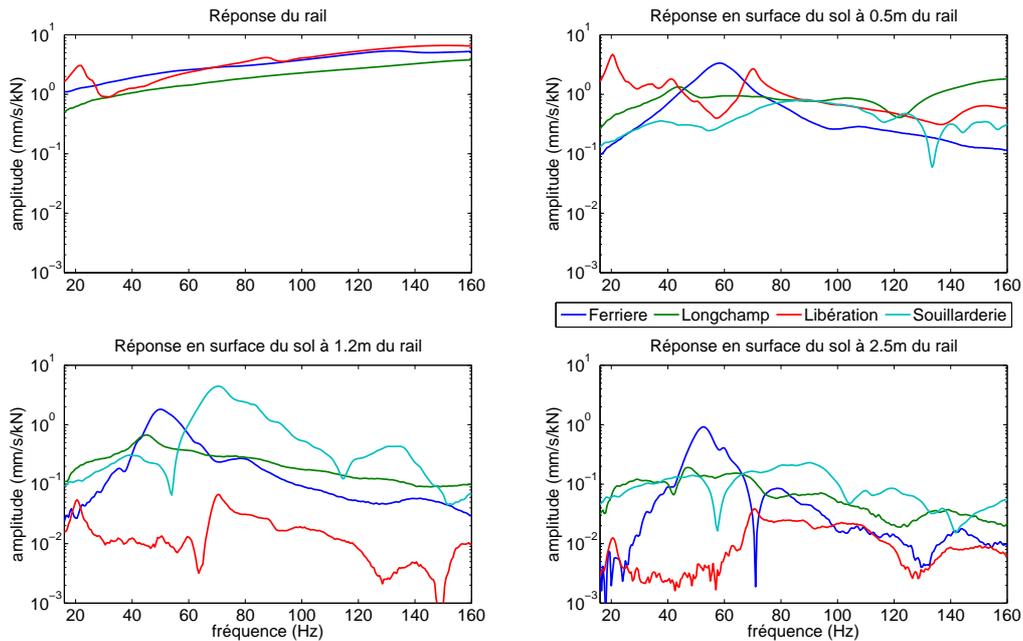


Figure 2.8 - Mobilités ponctuelle et de transfert voie/sol sur les 4 sites

- où il apparaît probablement une résonance voie/sol. La gamme de fréquences prépondérante pour la transmission des vibrations sur Ferrière se situe ainsi approximativement entre 40 et 80Hz. Le site Longchamp présente des niveaux vibratoires certes atténués, mais moins que le site en pose classique, ce qui montre un couplage dalle/revêtement de surface plus fort que sur le site précédent. Par ailleurs, les niveaux de Longchamp ne sont pas conformes à ceux attendus pour une pose sur semelle souple. Pour le site Libération, on obtient des niveaux vibratoires plus élevés que pour une pose classique, ce qui est en accord avec le comportement d'une dalle flottante ; jusqu'à 45Hz environ, les niveaux vibratoires sont comparables à ceux du rail (la résonance de dalle étant toujours visible), puis il apparaît une atténuation ; autour de 70Hz une résonance voie/sol semble visible, phénomène similaire à celui rencontré sur Ferrière. Enfin pour le site sur voie ballastée il apparaît une bonne atténuation des vibrations de la part du ballast ;
- Mesures vibratoires sur le sol à 1,2m du rail : ce capteur est situé "en dehors" de la dalle de béton pour les voies sur dalle. Ainsi, on trouve une atténuation très forte des vibrations mesurées sur le sol pour le site sur dalle flottante. En revanche, pour la voie ballastée, on note une "reprise" des vibrations avec une résonance probable voie/sol assez marquée ; ceci est dû au point de mesure, situé sur le rebord de la voie limitant le ballast (voir la photo A.6, voie 3) ;
 - Mesures vibratoires sur le sol à 2,5m : les niveaux vibratoires sur le site Libération restent les plus faibles, surtout pour la gamme de fréquences 20-70Hz ; ceci confirme l'efficacité de la pose avec dalle flottante. Par ailleurs, la pose isolante *Dephi* semble peu



efficace, mais son efficacité est à prendre en compte avec le type de sous-sol sur lequel repose la structure de voie, voir paragraphe 2.3.4.

Etant donné que les sols sont différents d'un site à l'autre, la comparaison des effets de pose de voie ne peut pas être effectuée au regard des mesures précédentes. Par contre l'étude de l'atténuation des vibrations depuis le rail jusqu'aux différents points du sol est intéressante car elle pourra être mise en parallèle avec l'étude de l'atténuation des vibrations induites par le tramway depuis le rail jusqu'au sol. Dans cette optique, on propose ci-après sur la figure 2.9, l'atténuation (dB) des vibrations sur le sol aux 3 distances, en prenant comme référence les niveaux sur le rail (mobilité ponctuelle). Le site Souillarderie n'est pas étudié ici, puisque la réceptance de voie n'a pas été mesurée.

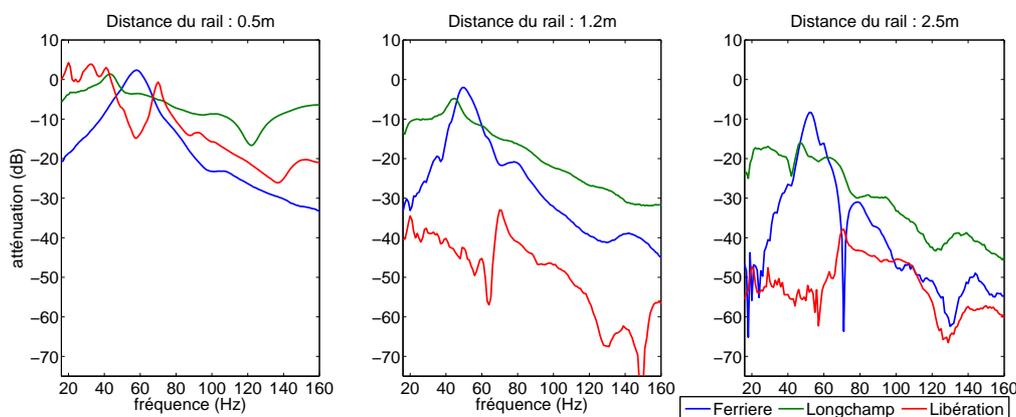


Figure 2.9 - Atténuation des vibrations voie/sol - référence sur le rail pour les 3 sites "avec dalle"

L'analyse des atténuations pour les trois sites confirme le comportement des différentes voies :

- le site sur pose classique présente une faible atténuation des vibrations dans la zone de résonance voie/sol (autour de 60Hz) et une forte atténuation des vibrations pour les trois distances en dehors de cette fréquence de résonance. L'évolution des atténuations en fonction de la distance indique que l'amortissement interne du sol intervient de façon non négligeable ;
- le site sur pose spécifique *Dephi* présente une atténuation faible dans la gamme de fréquences 20-60Hz, et plus marquée au delà de 60Hz. L'évolution des atténuations avec la distance semble indiquer que l'amortissement interne du sol est modéré pour ce site ;
- le site sur dalle flottante présente une atténuation forte des vibrations à 1,2m, confirmant l'efficacité de la pose. L'évolution des atténuations à 1,2 et 2,5m indique que l'amortissement du sol est faible.

2.3.4 Mobilités de transfert en champ libre

Ces mesures fournissent une estimation des vitesses vibratoires à la surface du sol, à différentes distances de la voie, suite à un impact ponctuel réalisé sur le sol. Les informations recueillies serviront surtout à la caractérisation du sous-sol (suivant la méthode *Spectral Analysis of Surface Waves* : SASW, voir à ce propos le paragraphe 2.3.5) et de validation des modèles numériques sur l'étude théorique de la réponse du sol suite à un impact ponctuel sur le sol.

Comme le montre la figure 2.10, la cohérence varie en fonction du point de mesure et du site considérés :

- elle est très proche de l'unité pour des mesures inférieures ou égales à 4m, dans la gamme de fréquences 20-200Hz ;
- à 8m, elle reste généralement supérieure à 0,9 mais uniquement dans la gamme de fréquences allant de 30 jusqu'à 120Hz, sauf pour le site Libération où elle reste bonne jusqu'à 200Hz ;
- à 16m, elle devient médiocre sur le site Ferrière en dehors de la gamme 30-120Hz.

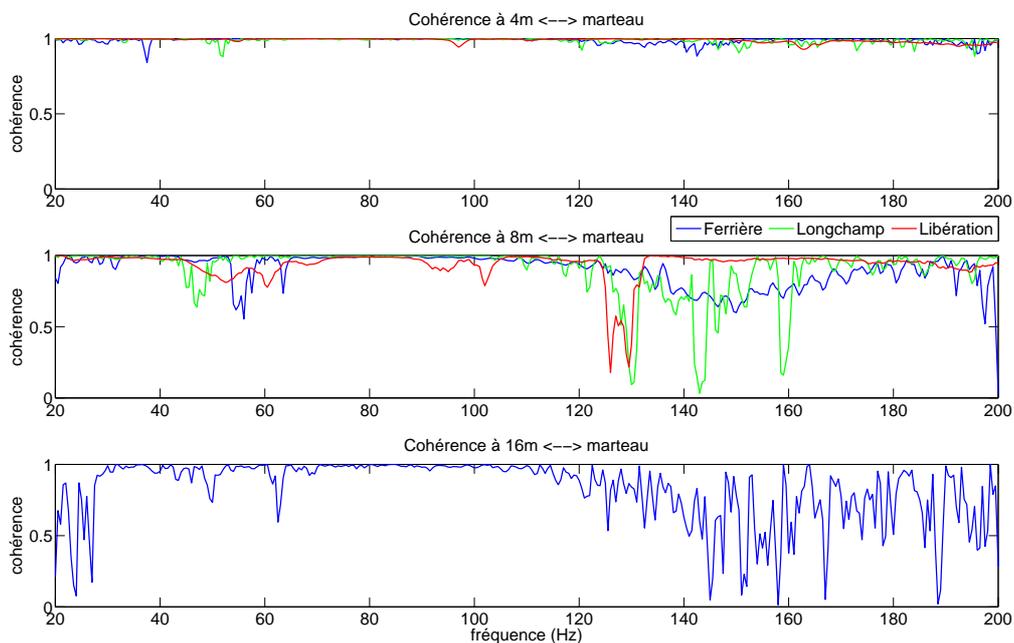


Figure 2.10 - Cohérences sur les mesures de mobilités de transfert en sol libre à 4, 8 et 16m du point d'impact au marteau - Sites Ferrière, Longchamp et Libération

Les résultats des mesures de mobilité de transfert du sol après un impact sur le sol sont présentés sur la figure 2.11 (le site Souillarderie n'ayant pas été étudié à cause de la configuration de sol en remblai). Certaines caractéristiques des 3 sols sont visibles sur



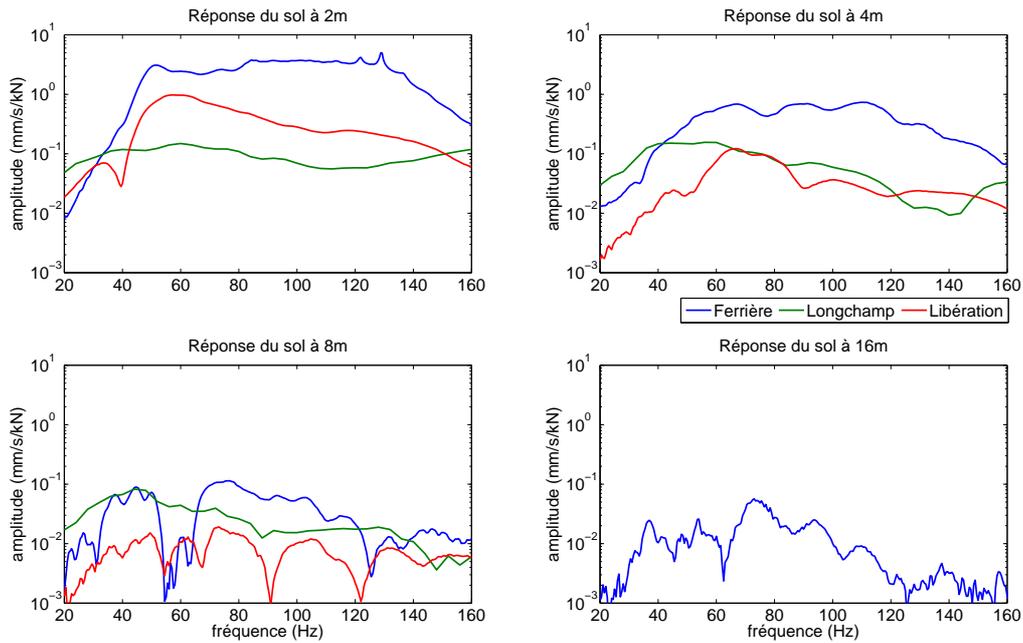


Figure 2.11 - Mesures des mobilités de transfert du sol à 2,4,8 et 16m

cette figure : il apparaît en particulier que la gamme de fréquences de transmission des vibrations en champ libre se situe pour ces sols entre 40 et 140Hz. L'analyse de la réponse pour chaque sol en fonction de la fréquence permet de faire les remarques suivantes :

- Pour le site Ferrière, l'allure de la réponse (palier sur les amplitudes pour la gamme de fréquences 50-130Hz) est caractéristique d'un sol constitué d'au moins une couche souple, et reposant sur un sous-sol plus rigide. De plus, la progression rapide des amplitudes autour de 40-50Hz indique que la variation de raideur du sol avec la profondeur est bien marquée. La connaissance de la raideur de la première couche (et précisément la valeur de la vitesse de l'onde de cisaillement) associée au palier d'amplitudes peut permettre d'estimer grossièrement l'épaisseur de la couche *via* l'équation 1.8 ;
- Pour le site Longchamp, en partant de la fréquence de 20Hz, la réponse du sol présente une première zone où les amplitudes augmentent avec la fréquence ; ensuite elles diminuent quand la fréquence augmente (entre 60 et 110Hz environ à 2m, la zone se déplaçant vers les fréquences plus élevées lorsque la distance considérée du point d'impact augmente) ; enfin, les amplitudes des vibrations augmentent à nouveau pour les fréquences supérieures. Ce phénomène est caractéristique d'un sol constitué d'une première couche rigide, reposant sur un sous-sol plus souple : le sous-sol souple gouverne les niveaux vibratoires aux plus faibles fréquences sachant que la première couche rigide atténue les vibrations (qui seraient obtenues sans elle), alors qu'elle pilote les niveaux aux fréquences plus élevées, la transition étant faite autour d'une fréquence difficile à définir (120-160Hz) et liée à l'épaisseur de la couche rigide ;
- Pour le site Libération, on retrouve un sol certainement constitué d'une (ou plusieurs)

couches souples reposant sur un sous-sol plus rigide. En effet, il apparaît une résonance assez marquée autour de 60-70Hz. Dans ce cas, l'équation 1.8 doit permettre d'obtenir une estimation assez précise de l'épaisseur de la première couche souple.

En termes d'atténuation des vibrations avec la distance sur les différents sols, la figure 2.12 présente les résultats obtenus pour trois distances : 2, 4 et 6m. Il apparaît que les sols des sites Ferrière et Libération présentent un comportement assez similaire pour les atténuations jusqu'à 100Hz, fréquence au-delà de laquelle les vibrations sont plus atténuées sur le sol engazonné. Ce comportement peut probablement expliquer les niveaux vibratoires similaires dans la réponse voie/sol à partir de 100Hz sur les deux sites (mobilités de transfert, voir figure 2.8) : le sol correspondant à la pose "dalle flottante" atténue moins les vibrations après 100Hz. Pour le dernier sol (site Longchamp), les vibrations sont peu atténuées avec la distance.

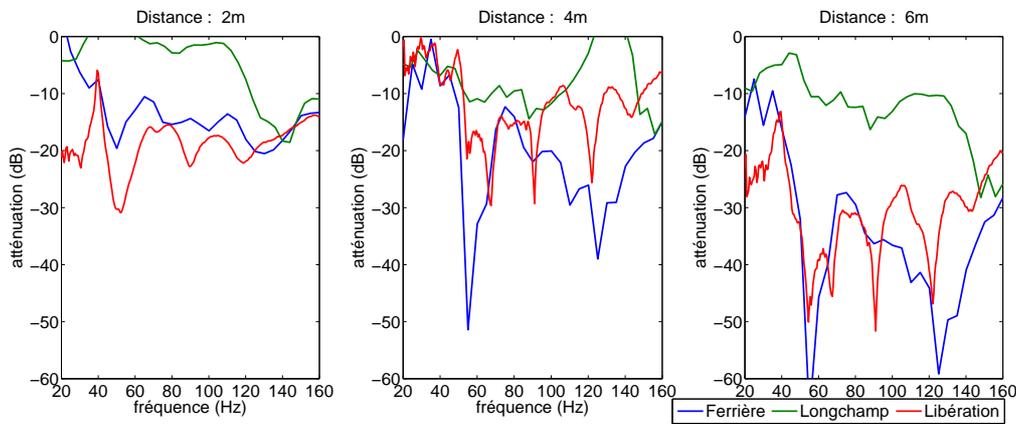


Figure 2.12 - Atténuation des vibrations dans le sol à 2, 4 et 6m

Finalement, le comportement des 3 sols peut se résumer comme suit :

- Ferrière : sol "souple" fortement amorti ;
- Libération : sol "mi-dur" moyennement amorti ;
- Longchamp : sol "dur" faiblement amorti.

2.3.5 Estimation de la courbe de dispersion pour chaque sol

De façon à définir le sous-sol précisément, pour chaque site étudié, la procédure d'analyse spectrale des ondes de surface a été mise en œuvre et se déroule suivant trois étapes. La première étape correspond à la collecte des données sur le terrain. Elle a été effectuée suivant la démarche décrite au paragraphe 2.3.1 (mesures correspondant à la série 3). La seconde étape s'intéresse à la dispersion géométrique des ondes de surface. La procédure, développée dans ce paragraphe, permet d'obtenir la "courbe de dispersion" de l'onde de Rayleigh (correspondance entre la valeur de la vitesse de l'onde de surface et la fréquence considérée) pour chaque sol. En dernière étape (partie 4), on trouve l'établissement d'un



"profil" pour chaque sol. Celui-ci est supposé multicouche, et la courbe de dispersion établie à l'étape précédente fournit des informations permettant, moyennant un processus d'inversion, de définir les caractéristiques mécaniques de chaque couche (en particulier la vitesse de l'onde de cisaillement et ainsi la raideur des différentes couches).

La dispersion géométrique des ondes, *i.e.* la dépendance de la vitesse de l'onde de Rayleigh à la fréquence, est liée directement aux caractéristiques du sous-sol. A titre d'illustration, si on se place dans le cas d'un massif semi-infini constitué d'un sol homogène à comportement linéaire et élastique, la décroissance exponentielle des vibrations avec la profondeur ([Lam04]) implique alors que seule la partie du massif située sur environ une longueur d'onde est affectée de façon significative par la propagation des ondes. Sachant de plus que la longueur de l'onde λ_r est liée directement à la fréquence par la relation :

$$\lambda_r = \frac{V_r}{f} \quad (2.1)$$

il est clair alors que, plus la fréquence de l'onde est basse, plus celle-ci pénètre le sol en profondeur. Ainsi, dans le cas d'un massif homogène, les ondes traversent un sol ayant des caractéristiques identiques et finalement la vitesse de l'onde de surface est indépendante de la fréquence. A l'opposé, dans le cas d'un sol hétérogène, les ondes de surface, en fonction de la fréquence, mettent à contribution dans leur propagation différentes couches du sol, et en conséquence la vitesse de l'onde résultante proviendra d'une combinaison des propriétés mécaniques des différentes couches mises en jeu.

Finalement, l'allure de la courbe de dispersion est classée, en général, suivant le critère de variation de la raideur du sol avec la profondeur :

- dans le cas d'un sol pour lequel la raideur augmente de façon continue et monotone avec la profondeur, la courbe de dispersion est dite normale, et la vitesse V_r décroît avec la fréquence ;
- dans le cas d'un sol pour lequel la raideur diminue avec la profondeur, la courbe de dispersion est dite inversée, et la vitesse de l'onde de surface augmente avec la fréquence.

Evidemment, ces considérations théoriques ne reflètent pas souvent le comportement global du sol étudié, mais cette classification de la courbe de dispersion (normale ou inversée) permet néanmoins d'appréhender plus précisément le type de sol avant la procédure d'inversion, en analysant uniquement l'allure de la courbe de dispersion obtenue pour un sol donné.

Le processus de mesures peut être résumé à l'aide de la figure 2.13 : à chaque fréquence d'excitation correspond la caractérisation d'une partie du sol, un impact puissant générant des vibrations basses fréquences caractérise le sol en profondeur, alors qu'un impact faible permet plutôt de définir les premières couches.

Une attention particulière doit être prise vis-à-vis de la zone de validité des résultats :



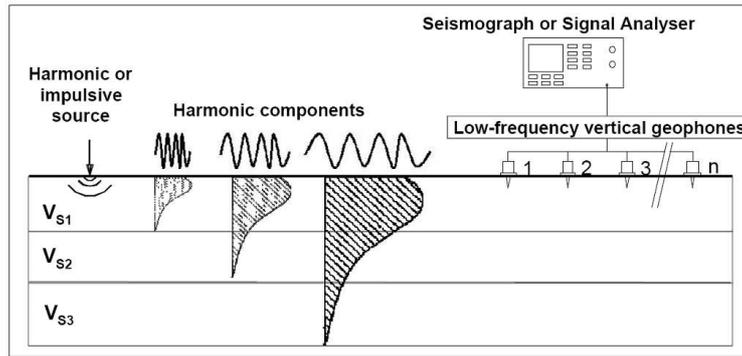


Figure 2.13 - Schéma de principe des mesures SASW (d'après [Fot00])

seules sont prises en compte les ondes ayant des longueurs comprises entre

$$\frac{\delta}{2} < \lambda_r < 3\delta \quad (2.2)$$

où δ correspond à la distance identique entre les 2 capteurs et entre le point d'impact et le premier capteur (voir figure 2.6). Ce critère, dû à Heisey [Lai98], permet de minimiser l'effet des ondes de volume prépondérantes en champ proche et l'effet des modes supérieurs des ondes de Rayleigh en champ lointain (l'atténuation des amplitudes du premier mode de Rayleigh, voyageant sur une faible profondeur, est en général plus importante que celles des modes supérieurs, ceux-ci étant présents en plus grande profondeur sur des couches généralement moins amorties). La courbe de dispersion finale est donc le résultat d'une moyenne sur l'ensemble des courbes de dispersion obtenues pour chaque valeur de δ , variant de 0,25 à 16m, en fonction des sites. Elle est supposée représentative du mode fondamental des ondes de Rayleigh.

La courbe de dispersion est déterminée d'abord par le calcul d'un spectre de puissance croisé qui définit le déphasage, en fonction de la fréquence, entre les ondes mesurées par le capteur le plus éloigné de la source et celles obtenues par le capteur le plus proche [Fot00, Joh96]. Une autre méthode, équivalente, consiste à estimer le temps nécessaire à l'onde pour parvenir aux deux capteurs en analysant les vitesses de phase [Aue05c]. Les résultats sont présentés sur les figures 2.14; pour les sites Ferrière et Longchamp, la méthode SASW a été utilisée, alors que pour le site Libération la méthode d'analyse des vitesses de phase a été privilégiée pour des problèmes de dispersion dans les résultats (on trouve une illustration de cette méthode au paragraphe suivant 2.3.6). Notons que la gamme de fréquences retenue par la suite pour l'analyse du comportement du sol sera limitée à l'intervalle 0-200Hz.

L'analyse rapide des courbes de dispersion pour les trois sols confirme leurs caractéristiques déjà mises en avant lors de l'étude des fonctions de transfert en champ libre :

- le sol du site Ferrière est bien le plus souple, sa raideur augmentant avec la profondeur. Au-delà de 120Hz la vitesse de l'onde de Rayleigh est constante, ce qui permet de



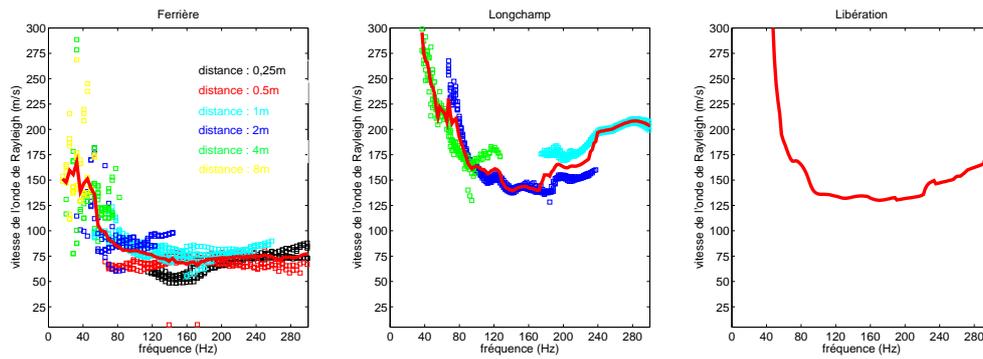


Figure 2.14 - Courbes de dispersion obtenues pour les sites Ferrière, Longchamp et Libération

caractériser la première couche du sol. Celle-ci admet une vitesse pour l'onde de cisaillement proche de 80m/s (puisque $V_s \approx 1.1 \times V_r$ suivant l'équation 1.4 avec $\nu \simeq 0.3$). Son épaisseur est, en première approche, de l'ordre de 0,5 fois la longueur de l'onde ([Aue05c]), donc voisine de $0.5 \times \frac{80}{120} \simeq 0.25m$ (l'utilisation de l'équation 1.8 est délicate ici car aucune résonance franche n'a été visualisée sur les réponses en champ libre). Notons que la vitesse de l'onde de surface estimée dans la gamme de fréquences 0-50Hz est à considérer avec précaution (moyenne sur des mesures présentant une dispersion importante) ;

- le sol du site Longchamp est bien le plus raide des trois sols, l'allure de la courbe de dispersion qui s'infléchit à partir de 160Hz montrant qu'il existe une ou plusieurs couches rigides en surface, reposant sur un sol plus souple, lui-même reposant sur un sol dont la raideur augmente avec la profondeur ;
- le site Libération présente un sol déjà qualifié précédemment de "mi-dur", pour lequel là aussi la raideur augmente avec la profondeur si l'analyse se réduit à la gamme de fréquences allant de 0 à 200Hz. On peut alors considérer ce sol comme relativement homogène, avec une première couche pour laquelle $V_r \simeq 130m/s$ (valeur lue à partir de 100Hz environ), et dont l'épaisseur h peut être déterminée assez précisément au regard de la résonance d'amplitude visualisée précédemment sur la figure 2.11, cette résonance étant située autour de $f = 70Hz$. Ainsi, on peut en déduire, suivant l'équation 1.8, que l'épaisseur de cette couche vaut $h = \frac{130 \times 1,1}{2 \times f} \simeq 1m$.

Ces différents éléments seront approfondis lors du processus d'inversion.

2.3.6 Obtention de la courbe de dispersion par la méthode de l'analyse des vitesses de phase

Le sol étudié sur le site Libération présente des dispersions importantes lorsque la procédure classique SASW est employée. Pour pallier ce problème, une analyse se basant sur le temps d'arrivée des ondes a été utilisée. Les arguments des fonctions de transfert en

champ libre sont évalués; si ces angles sont suffisamment réguliers, une vitesse d'onde peut être calculée pour chaque fréquence. Pour cela, on suppose qu'il existe une relation linéaire entre l'argument φ de la fonction de transfert et la distance courante x du point d'impact :

$$\varphi = \varphi_0 + \varphi' \cdot x \quad (2.3)$$

En considérant les arguments mesurés φ pour n points de mesures situés à des distances différentes, on obtient n équations linéaires faisant intervenir les paramètres inconnus φ_0 et φ' . En prenant une valeur moyenne on obtient les paramètres inconnus et finalement l'argument φ' (vitesse de phase) permet d'obtenir la vitesse de l'onde considérée (onde de Rayleigh) :

$$V_r = \frac{2\pi \cdot f}{\varphi'} \quad (2.4)$$

A titre d'illustration, on donne sur la figure 2.15 les mesures d'arguments, obtenues pour des distances allant de 0,25 à 4m et pour huit fréquences. La figure présente l'estimation des droites obtenues par régression linéaire, respectant l'équation 2.3, pour chaque fréquence considérée.

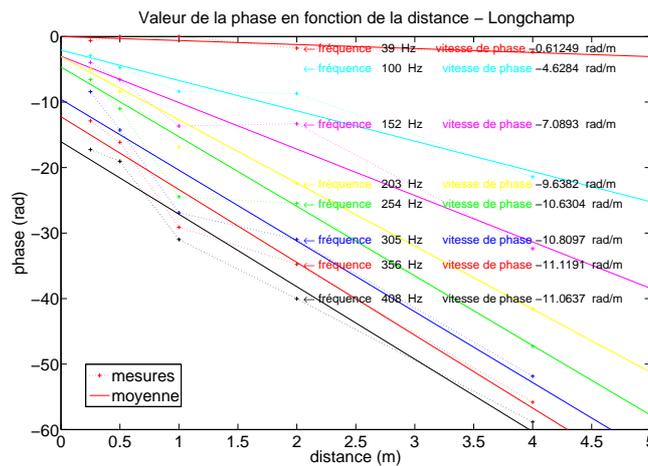


Figure 2.15 - Estimation des vitesses de phase en fonction de la fréquence - Libération

Les courbes de dispersion obtenues ici pourraient sans doute être améliorées soit à l'aide d'une nouvelle campagne de mesures plus élaborées (notamment en utilisant des points de mesures sur des distances plus grandes, Schevenels *et al.* [Sch08]), soit en choisissant un processus permettant d'extraire le bruit inhérent à la mesure de la phase à l'aide de transformées en ondelettes de signaux harmoniques [Kim02].



2.4 État de surface des rails

Les irrégularités de surface des rails et des roues sont principalement à l'origine des vibrations du véhicule et donc des sollicitations dynamiques auxquelles la voie est soumise. En ce qui concerne les rails, ces irrégularités peuvent être définies comme la variation du profil longitudinal du rail au niveau de la bande de roulement. On parle alors de rugosité du rail : à un défaut de longueur d'onde λ correspond une fréquence de vibration $f = v/\lambda$, où v est la vitesse de passage du tramway.

La procédure des mesures, effectuées par l'INRETS, n'est pas détaillée ici. On présente sur la figure 2.16 uniquement les résultats obtenus sur les quatre sites concernant les niveaux de rugosité pour les rails. On note que la variation des niveaux de rugosité moyens avec le site est importante et peut atteindre jusqu'à 10dB entre Longchamp et Libération. A Longchamp, les niveaux de rugosité sont faibles. Sur les deux autres sites, les niveaux sont intermédiaires et assez comparables.

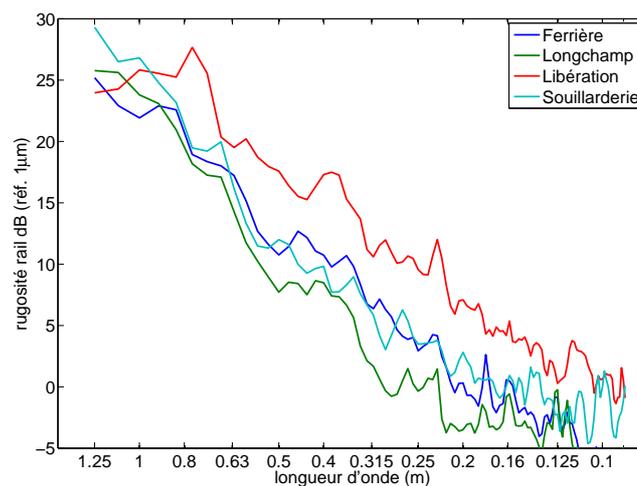


Figure 2.16 - Niveaux de rugosité du rail par tiers d'octave en fonction du site

2.5 Mesures embarquées : vibrations des essieux

Les sollicitations dynamiques auxquelles la voie est soumise sont liées aux vibrations du véhicule au passage. Pour des fréquences variant entre 10 et 200 Hz, on pense que les vibrations des masses non suspendues (essieux montés) en constituent la part prépondérante, les fréquences de résonance des suspensions premières ne dépassant pas 5 Hz en règle générale. De plus, dans cette gamme de fréquences, on peut supposer que les masses non suspendues se comportent encore essentiellement comme des solides rigides. La mesure des vibrations des essieux au passage apparaît donc comme la manière la plus directe d'évaluer les efforts dynamiques au contact roue-rail.

2.5.1 Méthodologie

Simultanément à la campagne de mesures de vibrations induites sur le rail et sur le sol, une série d'enregistrements réalisés par l'INRETS a permis de recueillir des informations sur les efforts dynamiques transmis par le tramway. Pour cela, les vibrations verticales ont été caractérisées expérimentalement à l'aide d'accéléromètres placés sur les parties fixes (boîtes d'essieux) des essieux d'un bogie porteur. Sur la rame de type A, trois accéléromètres ont été utilisés, dont deux sur les boîtes droite et gauche de l'essieu avant et un sur une boîte de l'essieu arrière d'un bogie. Sur la rame de type B, deux accéléromètres seulement ont été fixés sur les boîtes droite et gauche de l'essieu avant. Les mesures ont été réalisées sur une période variable avec la vitesse mais constante en terme de distance parcourue par le véhicule, soit une distance de 40 m de part et d'autre du point fixe de mesure des vibrations de la voie.

2.5.2 Résultats

De façon générale, les niveaux d'accélération mesurés à proximité des roues d'un bogie porteur augmentent avec la fréquence sur la plage de 20 à 70 Hz. Entre 90 et 130 Hz :

- sur Longchamp et Souillarderie on observe un plateau avec un ou deux pics plus ou moins marqués ;
- sur Ferrière et Libération les niveaux augmentent sensiblement pour atteindre un maximum autour de 130Hz.

Enfin, au-delà de 130Hz, les niveaux redescendent.

Une analyse plus détaillée a porté sur les points suivants :

- répétabilité des mesures ;
- stationnarité du signal et événements transitoires ;
- comparaisons/corrélations entre les roues ;



- effet de la vitesse ;
- effet du site ;
- effet du type de rame.

La répétabilité est très bonne (moins de 2 dB d'écart entre les mesures) sauf sur le site de Libération où les mesures varient avec le sens de circulation, en particulier dans le tiers d'octave 50 Hz. Les signaux sont globalement stationnaires. Les événements transitoires visibles semblent liés aux défauts de surface localisés sur les rails.

Les niveaux d'accélération à proximité des différentes roues d'un même bogie sont assez proches. La corrélation entre les accélérations à proximité des roues droite et gauche d'un même essieu est différente selon qu'il s'agit d'une rame de type A ou d'une rame de type B. Pour la rame de type A, on observe deux fréquences pour lesquelles la cohérence est très proche de l'unité. À ces fréquences, les spectres d'accélérations présentent des maximums d'amplitude correspondant probablement à la résonance de modes du système essieu/voie. La décomposition des accélérations mesurées sur un mode symétrique et un mode antisymétrique permet d'ailleurs de retrouver assez bien les deux pics dans le spectre (cf. figure 2.17, pics autour de 65 et 70 Hz pour le mode symétrique et autour de 110 et 120 Hz pour le mode antisymétrique, respectivement sur les sites Ferrière et Libération).

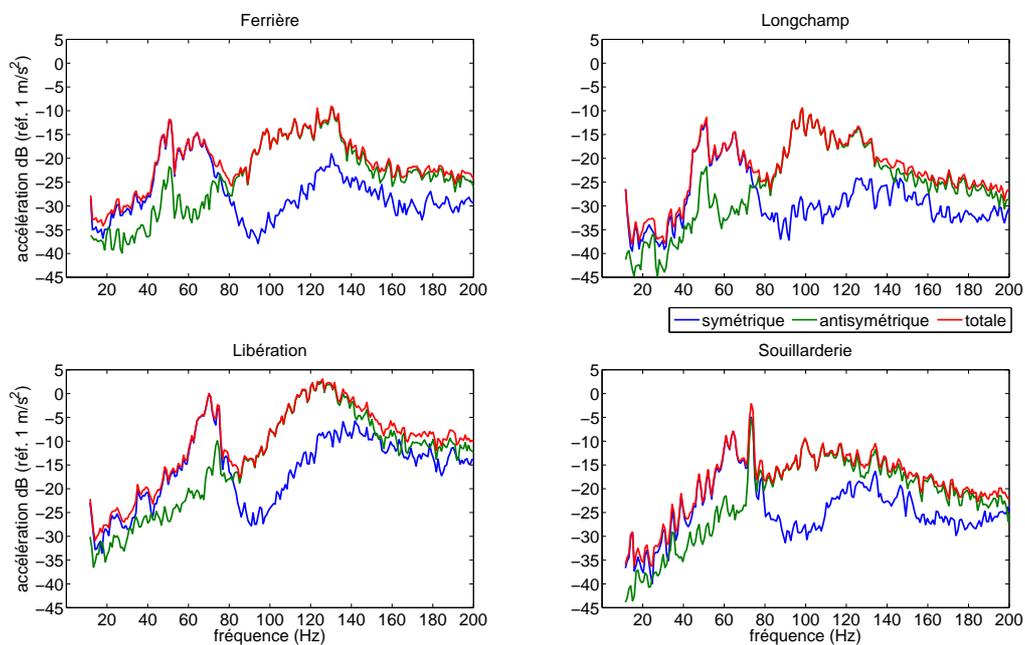


Figure 2.17 - Identification des modes symétrique et antisymétrique dans la DSP moyenne des accélérations de l'essieu de type A à 30km/h sur les quatre sites

Pour la rame de type B, la cohérence est toujours assez faible, ce qui semble en accord avec le fait que les roues d'un même essieu sont indépendantes pour ce type de rame (2

demi-essieux). Cependant, les spectres d'accélération présentent tout de même deux pics qu'on peut retrouver par décomposition sur un mode symétrique et un mode antisymétrique (autour de 80 et 120 Hz), voir figure 2.18. Quant aux cohérences entre deux roues adjacentes (c'est-à-dire sur le même rail), elles sont toujours assez faibles.

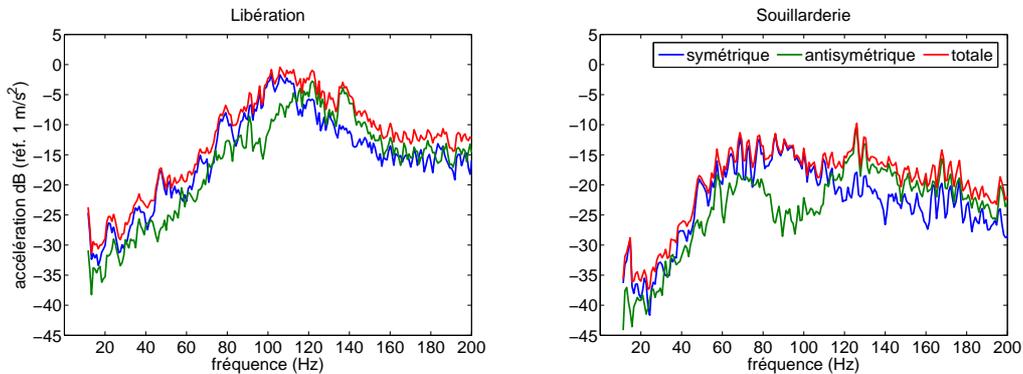


Figure 2.18 - Identification des modes symétrique et antisymétrique dans la DSP moyenne des accélérations de l'essieu de type B à 30km/h - Libération et Souillarderie

L'effet de la vitesse sur les niveaux de vibrations est faible. Les niveaux ont tendance à croître légèrement avec la vitesse mais principalement dans les premiers tiers d'octave. En bandes fines, on peut observer le décalage de nombreux pics avec la vitesse, probablement liés à la rugosité. La coïncidence entre un pic de rugosité et les fréquences de résonance voie/essieu peut alors conduire à des niveaux importants dans certains tiers d'octave supérieurs (voir figure 2.19 à 50km/h et 125Hz).

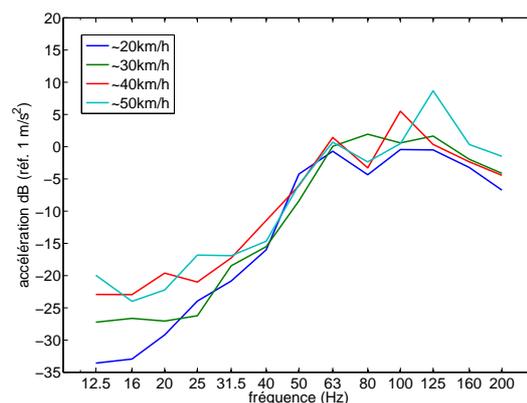


Figure 2.19 - Niveaux d'accélération moyens (tiers d'octave) en fonction de la vitesse - Essieu type A - Souillarderie

L'effet du site sur les vibrations est assez important dans certaines gammes de fréquences, voir les figures 2.17 et 2.18. Sur le site de Libération en particulier, on observe des niveaux de 3 à 10 dB plus élevés que sur les autres sites. Cette différence est cohérente avec le niveau de rugosité mesuré sur les rails pour ce site avec un écart qui atteint jusqu'à 10dB

par rapport à Longchamp (site où la rugosité des rails est la plus faible, voir paragraphe précédent).

Finalement, les différences observées sur les niveaux de rugosité entre les sites se retrouvent assez bien sur les niveaux d'accélération : c'est à Longchamp que les niveaux sont les plus faibles tandis que sur les sites de Ferrière et de Souillarderie, les spectres se distinguent surtout dans les tiers d'octave supérieurs c'est-à-dire pour les petites longueurs d'onde. La rugosité des rails semble donc bien être l'excitation prépondérante.

L'allure générale des spectres, l'effet de la vitesse et celle des sites sur les vibrations sont assez semblables entre la rame de type A et la rame de type B. Seules les fréquences de résonance voie/essieu changent comme indiqué plus haut. Par ailleurs l'effet de la résonance du mode antisymétrique de la rame de type B est faible et est souvent noyé dans la résonance du mode symétrique notamment dans la représentation en tiers d'octave, d'où un spectre globalement plus lisse et un peu moins élevé dans les tiers d'octave supérieurs (*cf.* figure 2.20). Dans les spectres en bandes fines, on peut également observer quelques pics se décalant avec la vitesse mais distincts selon la rame. Il pourrait s'agir de pics de rugosité des roues.

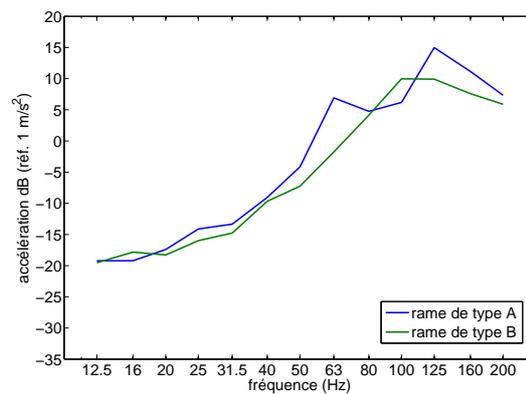


Figure 2.20 - Niveaux d'accélération moyens (tiers d'octave) pour les 2 types d'essieux - Libération - 40km/h

2.6 Mesures des vibrations sur le sol suite au passage du tramway

2.6.1 Procédure de dépouillements des mesures

La chaîne de mesures utilisée pour l'étude du passage d'un tramway à vitesse stabilisée est identique à celle décrite au paragraphe 2.3.1 sauf pour la voie 1 ; cette dernière utilise toujours un transducteur, mais aimanté cette fois sous le champignon du rail pour des mesures d'accélération verticales au passage du tramway. Notons que la face inférieure du champignon où est placé l'accéléromètre présente une légère dépouille, l'angle que fait la normale à cette face par rapport à la verticale étant de 0,2 radian (soit un cosinus proche de 0,98). La mesure d'accélération n'est donc pas exactement faite suivant la verticale, mais l'erreur est faible. Enfin, il faut noter que ce capteur est soumis, lors du passage du tramway, à de fortes accélérations ainsi qu'à un bruit haute fréquence important propagé et rayonné par le rail.

Les mesures sont effectuées en acquisition temporelle, et l'analyse est réalisée en temps différé. La fréquence d'échantillonnage est de 4096Hz : il a été montré en effet qu'une fréquence d'échantillonnage supérieure à 400Hz (voir [Fau96]) devait être utilisée lors de l'enregistrement de mesures des accélérations en régime dynamique pour avoir une exactitude raisonnable lors du calcul des déplacements (les vitesses étant obtenues par intégration numérique suivant la méthode des trapèzes).

La figure 2.21 présente un relevé type de mesures au passage, en fonction du temps, sur le rail et à 2,5m de la voie, pour le tramway type B, à une vitesse stabilisée proche de 20km/h, sur le site en pose classique. La vitesse de passage précise (20,8km/h) est déduite en analysant la mesure d'accélération du rail et en tenant compte de la distance inter-bogie. La valeur obtenue est confirmée par une mesure à l'aide de cellules infrarouges fixes installées en bordure de voie et de plaques réfléchissantes disposées sur le flanc de la rame étudiée.

Pour l'analyse des mesures au passage, les vibrations du sol correspondent à un signal transitoire (long) car tout le signal est mesuré dans la fenêtre d'acquisition, et déterministe, donc l'analyse fréquentielle peut théoriquement être réalisée *via* une transformée de Fourier classique (fenêtre rectangulaire, pas de moyenne), de la forme :

$$\bar{A}(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} a(t) \cdot e^{-i \cdot 2\pi f \cdot t} \cdot dt \quad (2.5)$$

où le spectre en fréquence $A(f)$ correspond à la transformée de l'accélération $a(t)$ prise en considérant tout le signal temporel. La densité spectrale de puissance s'écrit alors :

$$DSP(a(t)) = \frac{[\bar{A}(f)]^2}{\Delta f} \quad (2.6)$$



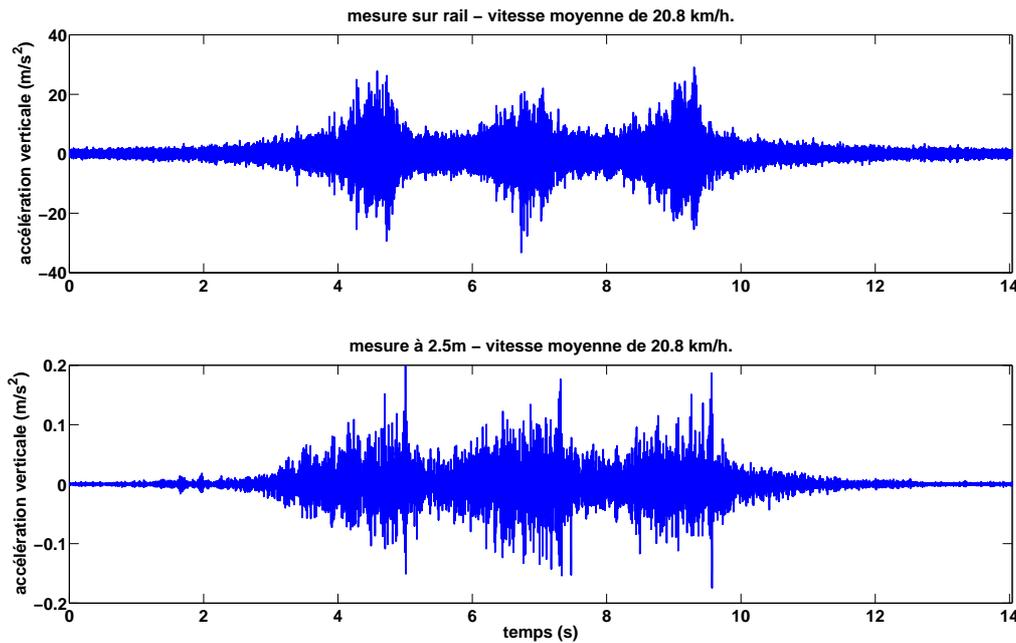


Figure 2.21 - Mesures au passage du tramway type B à 20 km/h - Pose classique (Ferrière)

où Δf correspond à la résolution fréquentielle. L'analyse des mesures au passage à l'aide de cette procédure sera nommée "DSP sur passage complet".

De façon plus fine, on réalise plutôt une analyse par transformées de Fourier successives, à l'aide d'une fenêtre de Hann sur une partie du signal uniquement. La fenêtre est définie en fonction de la vitesse du tramway, de sorte que sa taille corresponde au passage complet d'un bogie (allant de 1.9 à 0.8s respectivement pour des passages allant de 20 à 50 km/h). La fenêtre est placée au "début" du signal complet, puis on déplace celle-ci d'un pas de temps assez faible (125ms) pour obtenir un recouvrement suffisant, de l'ordre de 90% au minimum. Par exemple, sur 14s d'acquisition temporelle, au moins 95 analyses par transformée de Fourier sont réalisées. Ce processus d'analyse est assez similaire à celui proposé dans la norme allemande [Din95].

La fenêtre de Hann est définie par l'équation 2.7 suivante [Cot02] :

$$w(t) = \begin{cases} 0,5[1 - \cos(2\pi\frac{t}{T})] & \text{si } t \in [0, T] \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.7)$$

où T correspond à la durée de la fenêtre de mesure. D'un point de vue énergétique, le terme

$$c_{hann} = \frac{1}{T} \int_0^T |w(t)|^2 dt = \frac{3}{8} \quad (2.8)$$

caractérise la puissance moyenne (valeur quadratique) du signal temporel $w(t)$. Cette puissance est parfois appelée "constante de normalisation" pour la fenêtre de Hann ; elle permet de corriger l'atténuation des niveaux du spectre, due à la pondération par la fenêtre

de Hann, en conservant une puissance moyenne identique à celle qui serait obtenue à l'aide d'une fenêtre rectangulaire. En effet, le signal temporel fenêtré, noté a_{wp} , pondéré par ce coefficient, s'écrit :

$$\forall t \in [0, T], a_{wp}(t) = \frac{a(t)w(t)}{\sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T |w(t)|^2 dt}} = \frac{a_w(t)}{\sqrt{c_{hann}}} \quad (2.9)$$

où a_w correspond au signal fenêtré non pondéré. Les transformées de Fourier des deux signaux fenêtrés (pondéré et non pondéré) sont liées par la relation :

$$\bar{A}_{wp}(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} a_{wp}(t) \cdot e^{-i.2\pi f.t} . dt = \frac{1}{\sqrt{c_{hann}}} \int_{-\infty}^{+\infty} a_w(t) \cdot e^{-i.2\pi f.t} . dt = \frac{1}{\sqrt{c_{hann}}} \bar{A}_w(f) \quad (2.10)$$

La densité spectrale de puissance de ce spectre s'écrit alors simplement sous la forme

$$DSP(a_{wp}(t)) = \frac{[\bar{A}_w(f)]^2}{c_{hann} \cdot \Delta f} \quad (2.11)$$

où on retrouve la pondération par le coefficient c_{hann} vis-à-vis de l'équation (2.6). Finalement, la quantité spectrale utilisée sera la densité spectrale de puissance en valeur *rms* ; pour la DSP sur le passage complet, il n'y a bien sûr qu'un seul traitement par transformée de Fourier, par conséquent la valeur n'est pas "moyennée" mais ce choix s'explique pour permettre une comparaison entre l'analyse sur le passage complet et par fenêtres successives. En termes d'accélération, on présente sur la figure 2.22 les DSP estimées, d'une part sur le passage complet, et d'autre part *via* l'utilisation d'une fenêtre balayant le signal pour obtenir une valeur moyennée.

Il apparaît sur la figure que l'analyse de la DSP moyennée fournit des résultats sensiblement identiques à ceux disponibles à l'aide d'une analyse sur le signal complet. On note néanmoins que les résultats sont plus uniformes sur les valeurs *rms* (effet de la moyenne). Par ailleurs, l'analyse par simple transformée de Fourier sur tout le passage estompe de nombreuses informations essentielles à la compréhension du phénomène vibratoire, puisque c'est le passage "complet" du tramway qui est caractérisé par ce procédé. Par exemple, l'influence d'un essieu n'est pas visible.

Dès lors, on choisit de réaliser chaque dépouillement de mesure sur les vitesses à l'aide d'une DSP moyennée (valeur *rms* en $mm/s/Hz^{1/2}$), comme l'illustre la figure 2.23, mais en prenant soin de conserver les niveaux maximum observés sur les fenêtres intermédiaires (figure 2.24). Ces niveaux maximum sont déterminés à l'aide d'une analyse du spectrogramme au passage (figures 2.25 et 2.26), utilisant une représentation temps/fréquence pour la DSP.

En outre, une analyse par bande de tiers d'octave est proposée (figure 2.27). Pour chaque fenêtre d'analyse, la puissance spectrale du signal est estimée : valeur rms^2 par tiers d'octave en $(mm/s)^2$ et normalisée en *dB* (référence $(5.10^{-5}mm/s)^2$). Ceci permet pour



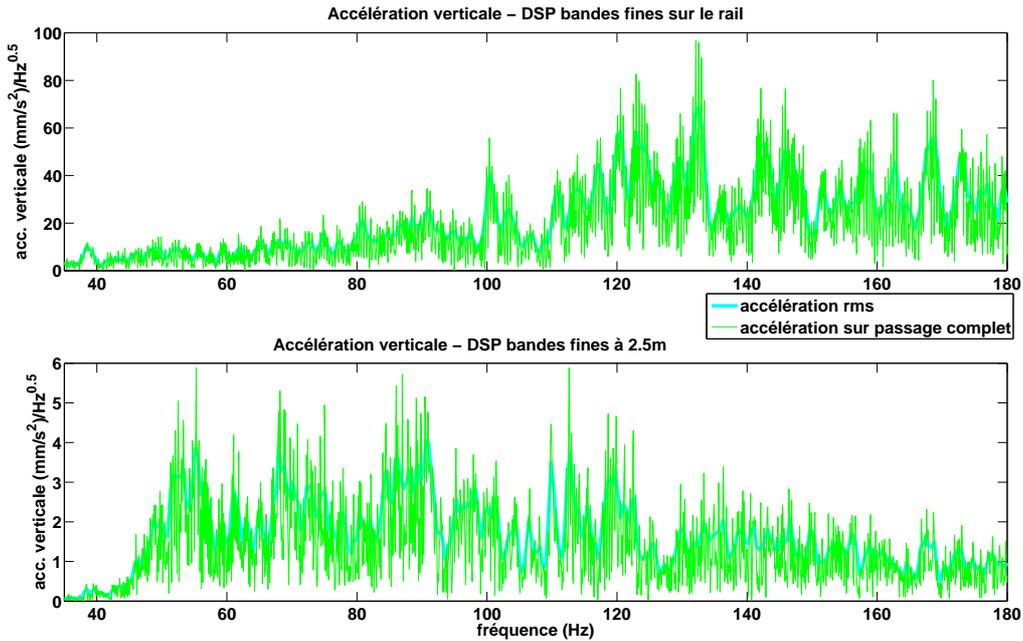


Figure 2.22 - Estimation des DSP pour l'accélération du rail, sur le passage complet et en valeur moyenne - Ferrière - Tramway B - 20km/h

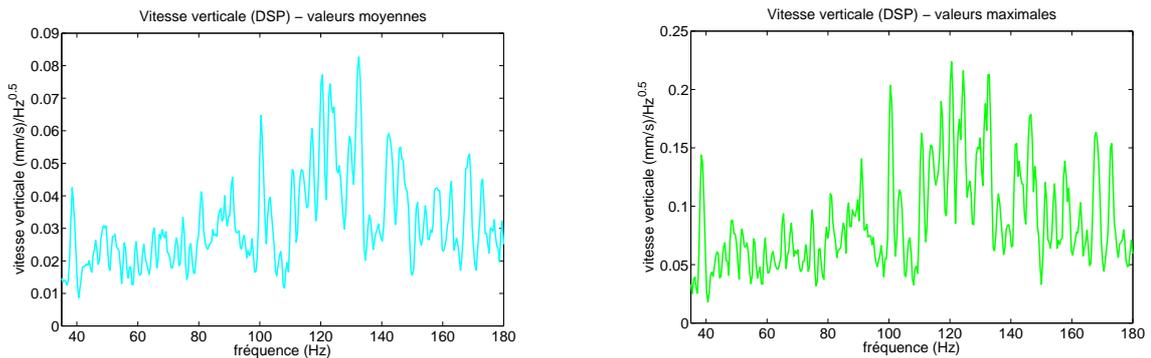


Figure 2.23 - Niveaux vibratoires sur le rail - DSP valeur rms - Tramway B - Ferrière

Figure 2.24 - Niveaux vibratoires sur le rail - DSP valeurs maximales - Tramway B - Ferrière

chaque fréquence centrale de bande de tiers d'octave, de construire l'évolution temporelle de la vitesse *rms*, pour visualiser le passage du tramway. On peut alors extraire les informations suivantes *via* cette analyse en tiers d'octave, voir figure 2.28 :

- le niveau vibratoire maximal visualisé pour chaque fréquence centrale de bande ;
- le niveau vibratoire moyen qui peut être calculé en considérant que le passage du tramway devient significatif lorsque le niveau (pour une fréquence donnée) dépasse la valeur seuil définie par : $Valeur\ seuil = niveau\ max - 20\ dB$;
- le niveau vibratoire rms obtenu par moyenne sur l'ensemble des fenêtres d'analyse ;
- le niveau vibratoire sur passage complet obtenu par transformée de Fourier sur tout le

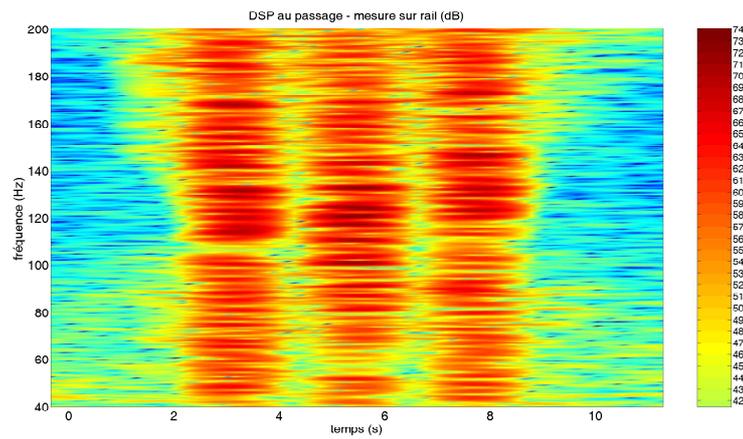


Figure 2.25 - Spectrogramme du passage (DSP) - mesure sur le rail - Tramway B - 20km/h - Ferrière

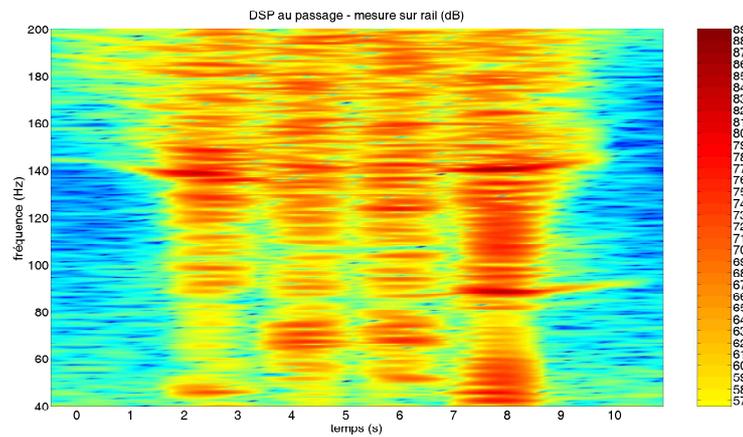


Figure 2.26 - Spectrogramme du passage (DSP) - mesure sur le rail - Tramway A - 20km/h - Ferrière

signal.

L'intérêt majeur de l'utilisation du "niveau vibratoire moyen" utilisant le critère -20dB est que son estimation est indépendante de la fenêtre globale d'analyse (sur l'exemple, fenêtre de 14s environ), à la différence des niveaux vibratoires *rms* ou au passage complet qui, par construction, sont estimés sur la fenêtre globale d'analyse. Ceci signifie que si la taille de la fenêtre d'analyse est augmentée, seul le "niveau vibratoire moyen" reste invariable.

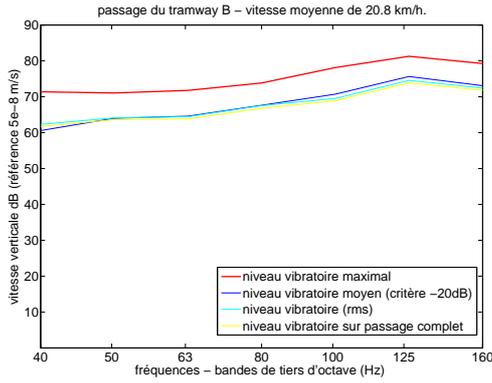


Figure 2.27 - Niveaux vibratoires sur le rail maxi et moyens - Tramway B - Ferrière

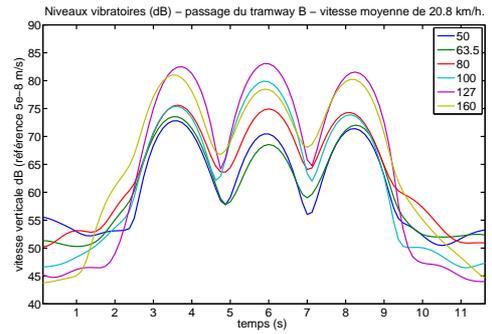


Figure 2.28 - Niveaux vibratoires sur le rail au passage - Tramway B - Ferrière

Au bilan, une fiche de mesure est établie pour chaque passage d'un tramway, comme l'illustre la figure 2.29.

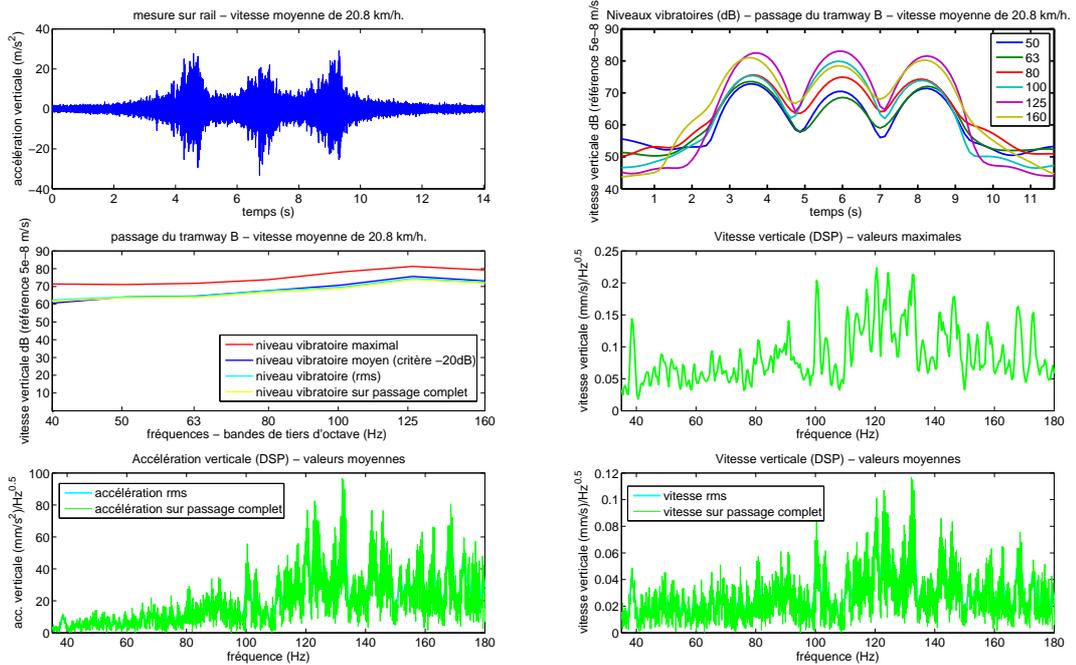


Figure 2.29 - Exemple de fiche pour une mesure sur le rail au passage - tramway B - Ferrière

Les données utilisées dans la suite de ce mémoire concernent les niveaux suivants :

- niveaux vibratoires (spectre de puissance en dB référence $(5.10^{-5} mm/s)^2$) maximum et moyen (critère -20dB) par bandes de tiers d'octave;
- niveaux (DSP en $mm/s/Hz^{1/2}$) maximum et moyen (rms) en bandes fines;
- spectrogramme (DSP en $mm/s/Hz^{1/2}$) du passage.



2.6.2 Analyse des vibrations générées par chaque essieu d'une même rame

L'analyse spectrale des enregistrements permet de déterminer la distribution fréquentielle de l'énergie des signaux observés. L'étude comparative, pour les deux types de rames, des spectrogrammes sur chacun des trois essieux (rame B, voir figure 2.25) ou quatre essieux (rame A, voir figure 2.26) montre que les niveaux sont assez identiques pour une même rame, quel que soit l'essieu considéré. Néanmoins, la rame A présente des différences plus marquées, en particulier pour un essieu qui génère des vibrations importantes. Les différences sont liées principalement aux différences de défauts des roues (rugosité) ou à un défaut local situé sur une roue (méplat par exemple). En fonction des essieux, les niveaux vibratoires *rms* présentent des différences moins marquées que les niveaux maximum, dépendant plus directement des essieux. Par exemple, pour le rail, la figure 2.30, à mettre en parallèle avec la figure 2.27, montre que l'essieu 2 du tramway B présente des niveaux vibratoires maximum supérieurs aux autres essieux autour de 100Hz, mais les niveaux moyens sont comparables, quel que soit l'essieu considéré. De plus, cette différence entre essieux s'estompe avec la distance, ainsi à 2,5m les 3 essieux ont des contributions plus proches, voir la figure 2.31.

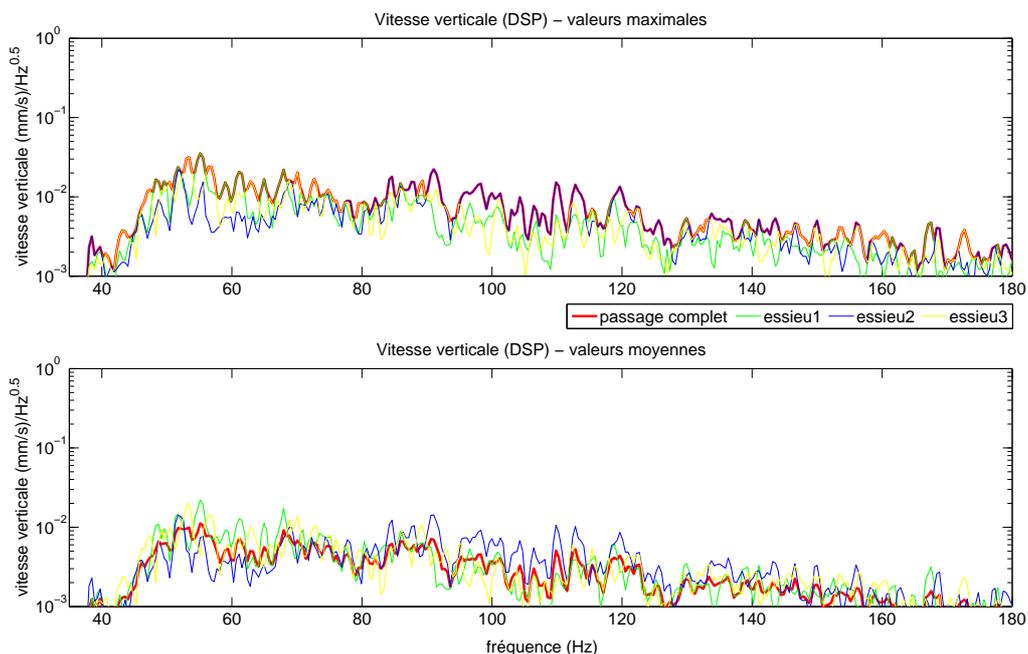


Figure 2.30 - Comparaison des niveaux vibratoires sur le rail pour les 3 essieux du tramway B

Finalement, dans un esprit de simplification, nous ne ferons dorénavant plus de distinction entre les différents essieux d'une même rame, puisque l'analyse des mesures sera faite sur le signal complet. Néanmoins, l'étude conjointe des niveaux maximum et moyen permet d'avoir une idée assez précise de la réponse vibratoire de la voie et du sol.

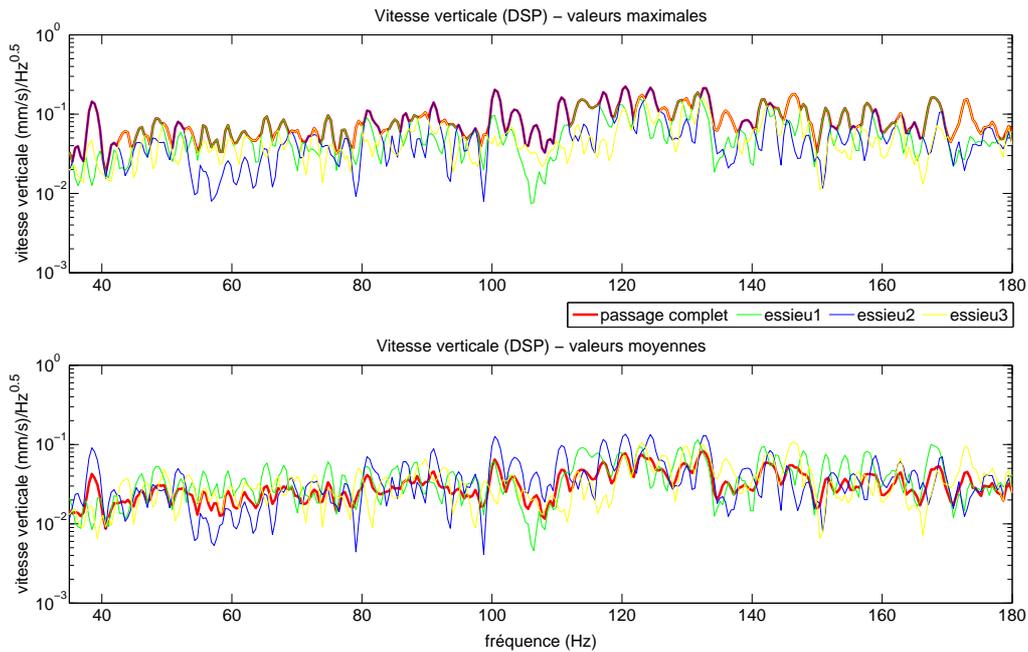


Figure 2.31 - Comparaison des niveaux vibratoires à 2,5m pour les 3 essieux du tramway B

2.6.3 Étude de la répétabilité pour une même configuration de passage

Le nombre d'enregistrements (en général au moins 3 pour chaque vitesse et chaque rame - annexe B.1) a permis d'étudier la répétabilité des mesures pour des passages jugés "identiques". On donne en annexe B.2 un exemple d'analyse de répétabilité. Plusieurs éléments sont à prendre en considération lors de l'analyse, notamment :

- la vitesse de passage d'une rame, même stabilisée, est soumise à des variations entre le début et la fin du passage de la rame, et la vitesse moyenne estimée n'est jamais exactement égale à la vitesse précise voulue (20, 30, 40 ou 50km/h) ;
- le sens de passage d'une rame peut influencer sur les niveaux mesurés.

Sur ce dernier point, il ressort des analyses que, de façon générale, le sens de passage (direct ou indirect) ne change pas significativement l'allure des réponses vibratoires et dorénavant, le sens de passage ne sera plus pris en compte.

Finalement, les mesures retenues présentent des écarts inférieurs à 3dB sur les niveaux par tiers d'octave vis-à-vis de la valeur moyenne des mesures. Cela signifie que certaines mesures ont été écartées lorsqu'elles présentaient visiblement des différences plus importantes par rapport aux autres mesures pour un passage dans des conditions jugées identiques. Le critère de répétabilité retenu est donc établi uniquement sur la base des niveaux vibratoires par tiers d'octave.

2.6.4 Vibrations au passage sur les différents sites

L'ensemble des mesures au passage est récapitulé sous la forme des deux figures 2.32 et 2.33, correspondant respectivement aux passages des rames A et B. Les 4 sites sont présentés pour chaque figure, ce qui permet de comparer, ligne par ligne, les différences d'amplitudes vibratoires entre les différentes configurations de voies et de sols envisagées.

2.6.5 Niveaux vibratoires sur le rail

Pour le tramway A, sur le rail, on distingue les niveaux de vibrations les plus significatifs pour les fréquences situées dans les gammes de fréquences 50-70Hz et 110-130Hz. Ceci correspond probablement à une excitation liée aux deux premiers modes de vibrations des essieux (mode symétrique autour de 65Hz et mode antisymétrique autour de 125Hz), ces modes ayant été identifiés par l'INRETS suite à l'analyse des vibrations des essieux. Pour le tramway type B, les niveaux vibratoires sont maximum dans une gamme de fréquences comprises entre 80 et 160Hz, variable en fonction des sites. Certains pics visibles sont probablement dus à la rugosité des roues, car ils se décalent avec la fréquence mais ils sont distincts selon la rame. La coïncidence entre un pic de rugosité et une fréquence de résonance voie/essieu peut conduire à des niveaux importants dans certains tiers d'octave, voir la rame A, à 50km/h sur Souillarderie qui présente un pic à 120Hz déjà vu sur la figure 2.19.

Les niveaux attendus sur le rail pour la pose *Dephi* (Longchamp) ne sont pas conformes. Ceci confirme le problème déjà entrevu lors de l'estimation de la réceptance de voie sur ce site. Après inspection locale du site, il apparaît qu'un caniveau d'assainissement est situé au droit des points de mesures. Celui-ci constitue peut-être un point dur dans la liaison entre le rail et la dalle de béton. Il peut s'agir aussi d'un vieillissement de la pose engendrant une modification du comportement de l'élastomère de la semelle et sa rigidification.



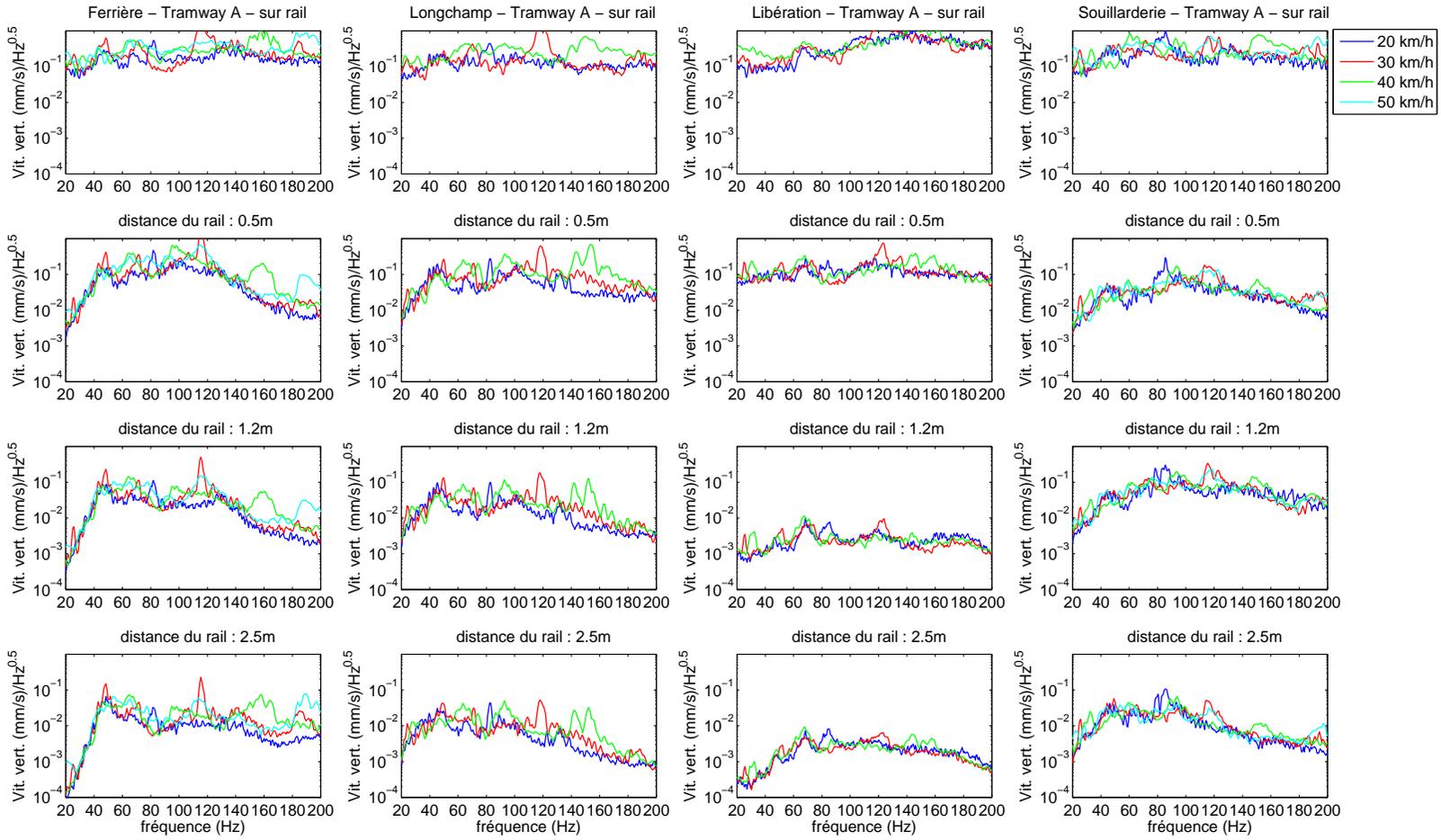


Figure 2.32 - Mesures au passage du tramway sur les 4 sites - rame A - DSP valeurs maximales



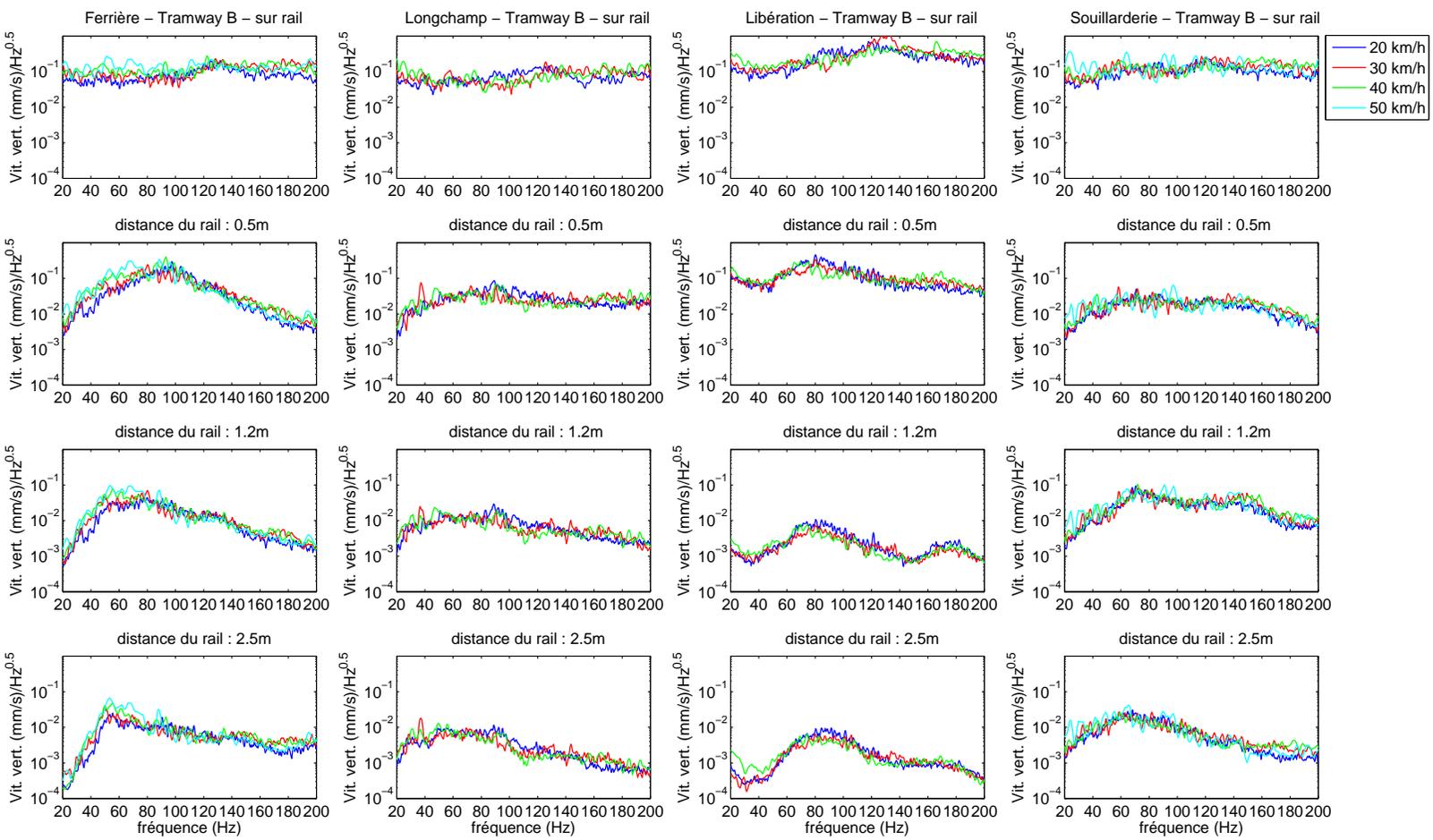


Figure 2.33 - Mesures au passage du tramway sur les 4 sites - rame B - DSP valeurs maximales



2.6.6 Influence de la vitesse sur les vibrations

La vitesse ne peut pas être considérée comme un facteur déterminant : l'allure spectrale des réponses vibratoires visualisées sur les figures précédentes est assez stable, quelle que soit la vitesse de passage envisagée (allant de 20 à 50km/h selon les sites). Il faut noter que la vitesse d'une rame reste très inférieure, quel que soit le sol considéré, à la vitesse de propagation des ondes superficielles dans le sol (régime sub-Rayleigh), ce qui peut expliquer la faible influence de la vitesse sur les réponses vibratoires. Au bilan, l'examen de ces résultats ne permet pas d'étudier et de caractériser une loi de variation indiscutable des vitesses de vibrations verticales obtenues en fonction de la vitesse de passage du tramway. Il semble néanmoins que le tramway de type A induise des niveaux vibratoires qui augmentent avec la vitesse pour certaines gammes de fréquences.

Il apparaît en outre une raie d'amplitude pour le tramway A, dépendante directement de la vitesse de déplacement de la rame. Précisément, pour une vitesse moyenne de 20km/h, soit environ 5,5m/s, la raie est située autour de 80Hz environ (visible sur le rail et le sol), et elle se déplace autour de 120Hz à 30km/h, et 160Hz à 40km/h. Cette raie est donc caractéristique d'un défaut (rugosité) situé au niveau du contact roue/rail, et dont la longueur d'onde serait voisine de $\frac{5,5m/s}{80Hz} \simeq 0,07m$, soit 7cm. Le défaut se localise sur un essieu d'un bogie porteur, comme le montre la figure 2.34, sur laquelle une analyse des niveaux vibratoires moyens a été effectuée, d'une part en considérant toute la rame (4 bogies), et d'autre part en excluant le bogie sur lequel le défaut a été identifié (analyse sur 3 bogies).

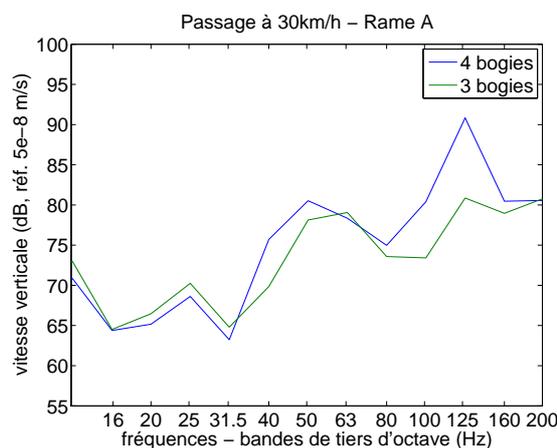


Figure 2.34 - Comparaison des niveaux vibratoires moyens estimés sur 3 et 4 bogies - rame A, Ferrière, 30 km/h

Ce défaut dans les mesures sera à prendre en compte lors de la comparaison avec les niveaux calculés à l'aide de modèles numériques ; on notera qu'il apporte des niveaux vibratoires élevés, ce qui confirme bien la nécessité d'un bon état de surface du rail et des roues pour limiter les vibrations induites.

2.6.7 Effet du site sur les vibrations

L'effet du site sur les vibrations du rail est analysé sur la figure 2.35. Pour la rame A il faut distinguer sur cette figure les niveaux générés par le défaut de rugosité (longueur d'onde de 7cm) signalé plus haut. Ainsi, à 20km/h, le pic sur la fréquence 80Hz est bien visible pour tous les sites, hormis le site Libération où le pic est atténué. Ce pic se déplace sur la fréquence centrale 125Hz pour la vitesse de 30km/h puis 160Hz à 40km/h. Si on "retire" ce pic de l'analyse des niveaux vibratoires, il ressort que sur les trois sites Ferrière, Longchamp et Souillarderie les niveaux sont comparables, et pour le site Libération on obtient des niveaux plus élevés à partir de 80Hz, parfois avec une différence supérieure à 10dB. De plus, pour les fréquences centrales de 40 et 50Hz, les niveaux vibratoires sur Ferrière et Souillarderie à 20 et 30 km/h présentent des amplitudes plus élevées que sur Libération : ce phénomène reste inexpliqué.

Pour la rame B, la différence sur les niveaux mesurés sur Libération et les trois autres sites est plus franche que pour le rame A, cette différence allant de 5 à 15dB à partir de la fréquence 80Hz. L'analyse de l'effet de site pour cette rame confirme bien les conclusions obtenues à l'aide des mesures d'accélération des roues, cf. figures 2.17 et 2.18.

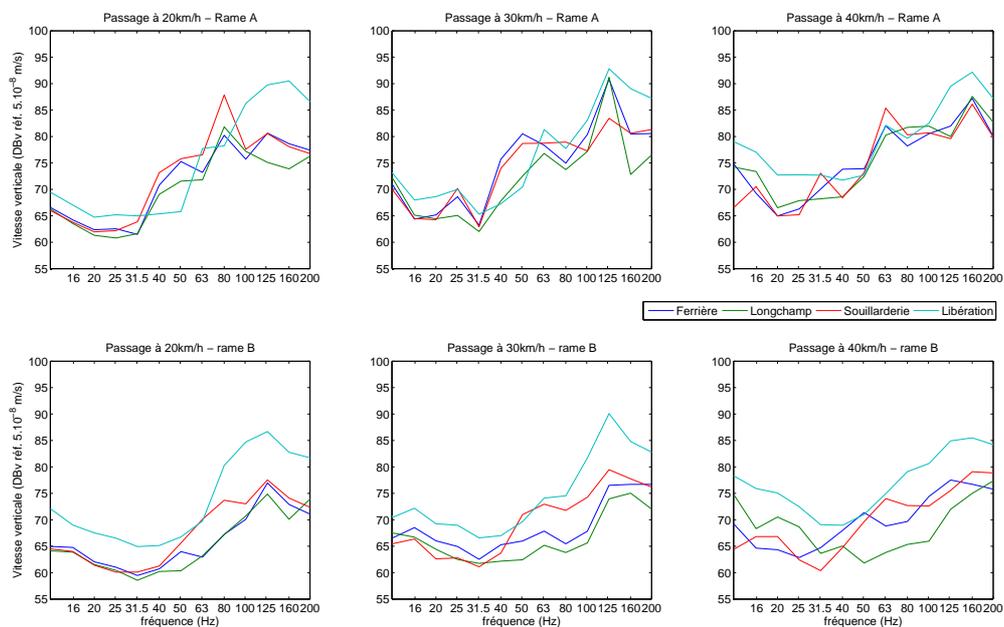


Figure 2.35 - Effet du site sur les niveaux des vitesses moyennes par tiers d'octave sur le rail



2.6.8 Effet de la rame sur les vibrations

Les niveaux de vibrations du tramway B sont approximativement de 1,5 à 2 fois plus faibles que ceux dus au tramway A, pour tous les sites sauf Libération. Ceci revient à une différence de l'ordre de 5 à 6dB, comme l'illustre la figure en annexe B.5, qui présente la différence des niveaux entre le tramway A et le tramway B. On vérifie bien par tiers d'octave que globalement le tramway A produit plus de vibrations que le tramway B, mais ceci est à relativiser puisque, en fonction de la fréquence centrale considérée, la différence peut fortement évoluer. Sur les sites Libération et Ferrière, on remarque que la différence des niveaux entre les rames A et B est importante autour de 63 et 125Hz, correspondant aux fréquences de résonance voie/essieu de la rame A (autour de ces fréquences, le tramway A génère plus de vibrations que le tramway B, de l'ordre de 5dB) et moindre autour de 80Hz, correspondant à la fréquence de résonance voie/essieu de la rame B (autour de cette fréquence, le tramway B génère plus de vibrations que le tramway A).

On donne de plus en annexe (figures B.6 à B.9) la comparaison des spectres (DSP) au passage (niveaux maximum) pour chaque couple (vitesse, site).

2.6.9 Atténuation des vibrations voie/sol

De la même manière que lors des mesures au marteau, il est intéressant d'analyser l'atténuation des vibrations depuis le rail jusqu'au sol. Ceci permet de s'abstenir d'une analyse prenant en compte de façon indépendante le type de pose, la rugosité des rails et des roues ainsi que les caractéristiques du sol.

Les figures 2.36 et 2.37 présentent l'atténuation des vibrations dans le sol vis-à-vis d'une part des niveaux mesurés sur le rail pour les passages des rames A et B et d'autre part des mesures effectuées au marteau (déjà présentées sur la figure 2.9).

Elles permettent en particulier de comparer le comportement de la voie lors du passage réel d'un tramway avec le comportement de la voie lors d'un impact au marteau sur le rail. Les atténuations obtenues avec ces deux types d'excitation vibratoire présentent des différences notables, mais ceci était prévisible, puisque l'énergie dissipée et l'excitation produite (bande passante) lors d'un impact au marteau et lors du passage d'un tramway sont de nature très différentes.

L'atténuation des vibrations dans le sol par rapport aux niveaux générés sur le rail est assez similaire pour les deux types de rames, ce qui permet de conclure que la différence sur les niveaux mesurés sur le rail comme sur le sol, par rapport aux atténuations obtenues au marteau, vient principalement de l'excitation différente pour les deux rames considérées.



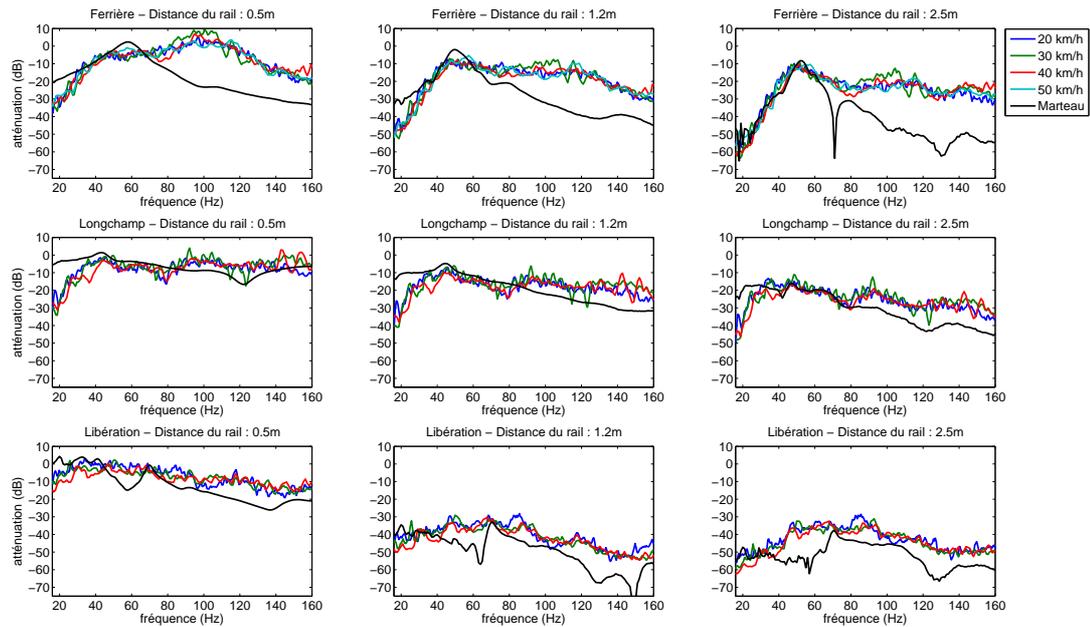


Figure 2.36 - Atténuation des vibrations dans le sol au passage du tramway A - Référence sur le rail

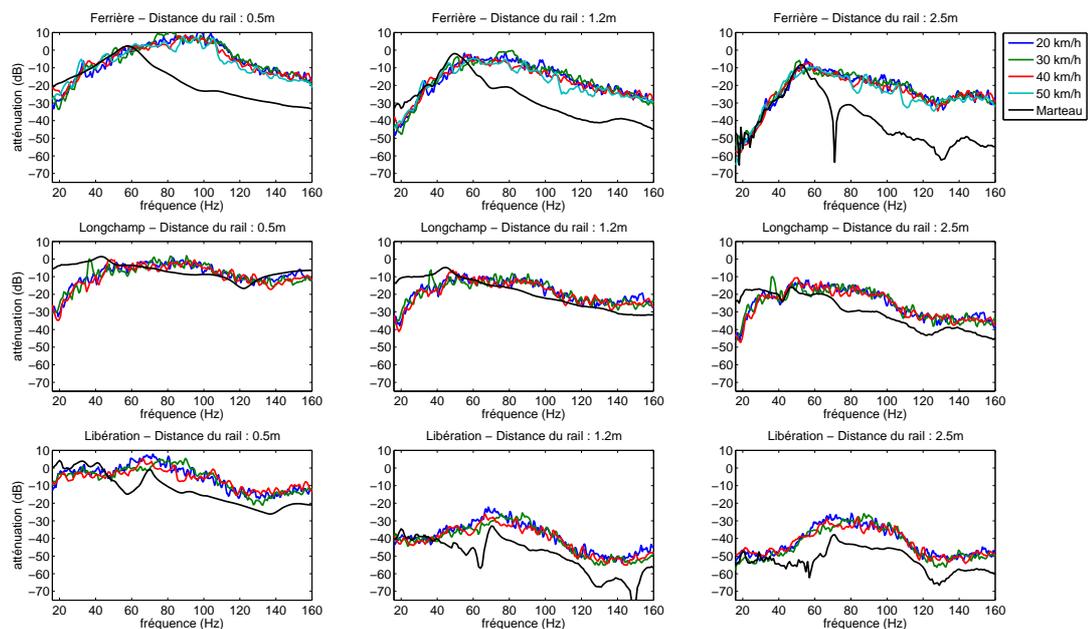


Figure 2.37 - Atténuation des vibrations dans le sol au passage du tramway B - Référence sur le rail

2.6.10 Evolution des vibrations à la surface du sol

L'analyse de la propagation des vibrations dans le sol à 0,5, 1,2 et 2,5m indique que l'excitation issue du rail se transmet dans le sol principalement dans la gamme 40-140Hz (la rame A générant en outre des vibrations au-delà de 140Hz qui se retrouvent dans

le sol de façon non négligeable). Cette gamme correspond bien à celle obtenue pour les réponses en champ libre. Lorsque la distance à la voie augmente, les niveaux maximum ont tendance à se décaler vers les fréquences les plus faibles.

2.7 Bilan de la campagne de mesures

En ce qui concerne la **génération des vibrations**, la campagne de mesures a permis de mettre en évidence les principaux points suivants :

1. Pour les longueurs d'ondes comprises entre 10cm et 1,5m, les niveaux de rugosité des rails varient selon les sites sur un intervalle de 10dB environ. Les plus forts niveaux sont observés sur le site de Libération (en légère courbe).
2. L'analyse des vibrations mesurées sur les boîtes d'essieux d'un bogie (porteur) fait apparaître deux résonances dans la gamme 10–200Hz. La première correspond à un mode symétrique, la seconde à un mode antisymétrique. Les vibrations des roues appartenant à des essieux différents sont très faiblement corrélées (rame A).
3. Pour les deux types de rame, les fréquences de résonances sont différentes (63/125Hz pour la rame de type A contre 80-100/125Hz pour la rame de type B). Pour la rame de type B, la résonance du mode antisymétrique est par contre très peu marquée.
4. Les niveaux de vibrations mesurés varient avec le site dans un intervalle de 10dB environ. C'est sur le site de Libération, qui présente les plus forts niveaux de rugosité, que l'on observe les niveaux de vibrations les plus élevés.

En ce qui concerne la **propagation des vibrations** dans la voie et le sol, l'analyse des mesures permet de faire ressortir les points suivants :

5. Le type de rame a effectivement une influence appréciable sur le niveau des vibrations : les niveaux vibratoires générés par le tramway type A sont plus élevés que ceux induits par le tramway type B, l'ordre de grandeur étant de 5dB en moyenne.
6. La vitesse de la rame ne peut pas être considérée comme un paramètre essentiel, bien entendu des écarts sont constatés, surtout pour le tramway type A, mais ils sont généralement de l'ordre de grandeur de la variation des mesures (2 à 3dB) pour des conditions expérimentales identiques.
7. L'analyse en bandes fines valide les fréquences autour de 65Hz et de 125Hz (tramway type A) et la gamme 80-100Hz (tramway type B) comme étant prépondérantes pour les amplitudes de vibrations, sur le rail et en champ proche.
8. L'utilisation d'une pose sur dalle flottante (site Libération) joue effectivement un rôle de réduction du niveau des vibrations transmises au sol, avec une efficacité



conforme en moyenne aux préconisations annoncées par le constructeur et ceci quel que soit le type de rame. Par contre, l'utilisation d'une pose isolante spécifique *Dephi* (site Longchamp) n'est pas totalement validée, compte tenu des incohérences apparues lors des mesures vis-à-vis des données fournies par la SEMITAN.

9. L'atténuation des vibrations dans le sol par rapport aux niveaux générés sur le rail est identique quelle que soit la rame considérée ce qui indique que les différences entre les rames A et B sont dues principalement à une excitation différente.





3

Modélisation du comportement vibratoire de l'ensemble rail/assise/sol

Sommaire

3.1	Introduction	74
3.2	Modèle semi-analytique de sol multicouche	74
3.2.1	Etude pour une couche	75
3.2.2	Cas du massif semi-infini	79
3.2.3	Mise en équations pour le sol complet	80
3.3	Modèle pour une pose classique et un chargement symétrique	83
3.3.1	Modèle de voie à deux dimensions	83
3.3.2	Couplage voie / sol	85
3.4	Modèle pour une pose classique et un chargement non symétrique	88
3.4.1	Modèle de voie à trois dimensions	88
3.4.2	Couplage voie / sol	91
3.4.3	Autre possibilité pour l'écriture du couplage en rotation	95
3.5	Modèle pour une pose de voie sur dalle flottante	96
3.5.1	Premier modèle de voie	96
3.5.2	Équations couplées	98
3.5.3	Deuxième modèle de voie	100
3.5.4	Équations couplées	102
3.6	Interaction voie/essieu	103
3.7	Conclusion	106



3.1 Introduction

Dans le chapitre précédent, nous avons présenté la campagne expérimentale qui nous a permis de recueillir, sur les différents sites, des informations relatives aux réponses vibratoires du rail et du sol dans le cas de différents types de sollicitations : impact sur le rail, impact sur le sol et passage du tramway. Il s'agit maintenant de proposer des outils de simulation devant conduire à l'estimation des mêmes réponses à l'aide de modèles établis à partir de données et d'hypothèses convenables. Dans cet objectif, on propose d'abord dans ce chapitre un modèle semi-analytique pour le sol, permettant de calculer notamment :

- la réponse vibratoire du sol en surface suite à une excitation harmonique s'appliquant en surface ;
- l'état de contraintes à la surface du sol.

Ensuite, trois modèles de voie sont explicités, avec comme objectif de rendre compte au mieux du comportement de deux types de poses de voie : la pose classique et la pose sur dalle flottante.

Un premier modèle ne prenant en compte que l'excitation symétrique sur les rails (modèle à deux dimensions) a d'abord été envisagé pour l'étude de la pose classique, mais ses limites lors de la comparaison modèle/mesures ont conduit à développer un second modèle (à trois dimensions), capable de prendre en compte également le mode d'excitation antisymétrique. Ensuite, un modèle plus spécifique (décliné suivant deux variantes) est proposé pour le cas de la pose sur dalle flottante rencontrée lors de la campagne expérimentale sur le site Libération.

Enfin un modèle pour l'estimation de l'excitation dynamique des rails par le tramway est présenté. Il se base sur l'hypothèse que les efforts générés sont principalement dus aux défauts de planéité des rails et de circularité des roues, les poids propres du tramway en déplacement jouant un rôle négligeable dans l'excitation vibratoire. Ces défauts (exprimés à l'aide de niveaux de rugosité pour les rails et les roues) excitent les roues du tramway et la suspension première qui, en retour, induisent des efforts sur les rails.

3.2 Modèle semi-analytique de sol multicouche

Considérons un chargement rectangulaire, vertical, uniforme, harmonique et fixe, s'appliquant sur la surface d'un sol multicouche, reposant sur un massif homogène semi-infini, voir figure 3.1 .



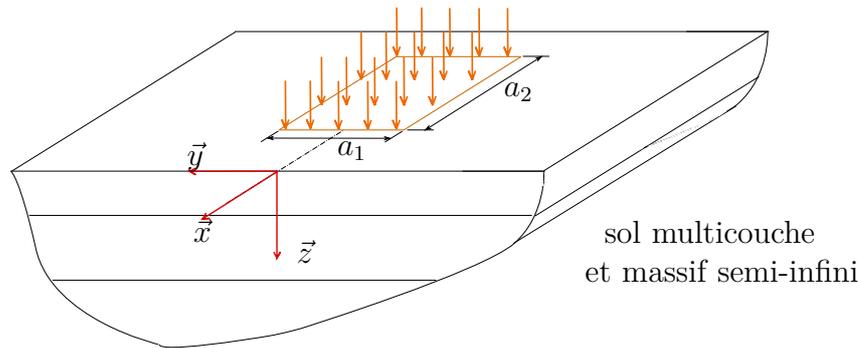


Figure 3.1 - *Modèle analytique - Sol multicouche chargé en surface*

Ce chargement correspond :

- dans le cas des essais au marteau, à un impact sur une zone rectangulaire du sol très réduite pour laquelle a_1 et a_2 seront des distances très faibles ;
- dans le cas de l'étude du comportement couplé voie/sol (simulation de la réponse voie/sol suite à un impact sur le rail, et simulation du passage d'un tramway), le chargement viendra de l'action de contact entre la dalle d'assise de la voie et le sol. La distance a_2 sera alors infinie et la distance a_1 correspondra à la largeur de la dalle d'assise.

L'objectif est de calculer d'une part, la réponse vibratoire de la surface du sol suite à ce chargement rectangulaire, et d'autre part, d'estimer les contraintes en surface.

Pour cela, les équations d'équilibre dynamique sont d'abord écrites pour chaque couche, puis, à l'aide des conditions aux limites en déplacements et contraintes aux interfaces entre couches, l'écriture d'un système matriciel global est effectuée pour caractériser le comportement du sol multicouche, en ne conservant comme inconnues du problème que les contraintes à la surface et les déplacements sur chaque couche.

3.2.1 Etude pour une couche

Considérons une couche de sol homogène, horizontale, dont le comportement est par hypothèse isotrope, élastique et linéaire. Soient E , ρ , ν et η respectivement le module de Young, la masse volumique, le coefficient de Poisson et le coefficient d'amortissement interne de la couche. Les directions \vec{x} et \vec{y} définissent le plan horizontal et la direction \vec{z} correspond à la verticale descendante. L'épaisseur de la couche vaut h , la cote variant de $z = 0$ à $z = h$. On donne ci-après, la loi de comportement (loi de Hooke) liant le tenseur des contraintes de Cauchy $\bar{\bar{\Sigma}}_c$ au vecteur déplacement $\vec{u}(x, y, z, t)$:

$$\bar{\bar{\Sigma}}_c = \lambda \cdot \text{div} \vec{u} \cdot \bar{\bar{1}} + \mu \cdot (\text{grad} \vec{u} + \text{grad}^T \vec{u}) \quad (3.1)$$



et l'équation d'équilibre local d'un élément de volume, sous forme tensorielle :

$$\overrightarrow{div} \overline{\Sigma}_c + \rho \cdot \overrightarrow{F} = \rho \cdot \frac{d^2 \overrightarrow{u}}{dt^2} \quad (3.2)$$

Si les forces de volumes \overrightarrow{F} sont négligées, l'utilisation des paramètres de Lamé définis par :

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda = \frac{v \cdot E}{(1 - 2v)(1 + v)} \\ \mu = \frac{E}{2(1 + v)} \end{array} \right. \quad (\text{Module de cisaillement}) \quad (3.3)$$

permet d'obtenir l'équation d'équilibre dynamique de Navier :

$$(\lambda + \mu) \cdot \overrightarrow{grad}(\overrightarrow{div} \overrightarrow{u}) + \mu \cdot \overrightarrow{\Delta} \overrightarrow{u} = \rho \cdot \frac{d^2 \overrightarrow{u}}{dt^2} \quad (3.4)$$

On introduit une fonction "dilatation" Θ telle que :

$$\Theta(x, y, z, t) = \overrightarrow{div} \overrightarrow{u} \quad (3.5)$$

L'équation vectorielle de Navier (3.4) donne une équation scalaire, par sommation des trois composantes, chacune étant dérivée respectivement suivant les directions x , y et z :

$$(\lambda + 2\mu) \cdot \Delta \Theta - \rho \cdot \ddot{\Theta} = 0 \quad (3.6)$$

Pour l'étude de phénomènes harmoniques, la variable temps peut être omise, sachant que chaque variable (par exemple Θ) peut s'écrire :

$$\Theta(x, y, z, t) = \Theta^*(x, y, z) \cdot e^{i\omega \cdot t} \quad (3.7)$$

ω étant la pulsation de l'excitation considérée. Les termes écrits dans la suite avec un astérisque indiqueront que le temps est omis. Ensuite, l'utilisation d'une transformée de Fourier à deux dimensions :

$$\bar{\Theta}^*(\beta, \gamma, z) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \Theta^*(x, y, z) \cdot e^{-i \cdot (\beta \cdot x + \gamma \cdot y)} \cdot dx \cdot dy \quad (3.8)$$

fournit une écriture des équations du mouvement dans le domaine des nombres d'ondes β et γ pour les directions x et y ; les dérivées en espace suivant les directions x et y admettent une transformée de Fourier (T.F.) dans le domaine des nombres d'ondes comme suit :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \Theta^*(x, y, z)}{\partial x} \xrightarrow{\text{T.F.}} i\beta \cdot \bar{\Theta}^* \\ \frac{\partial \Theta^*(x, y, z)}{\partial y} \xrightarrow{\text{T.F.}} i\gamma \cdot \bar{\Theta}^* \end{array} \right. \quad (3.9)$$

L'équation (3.6) peut s'écrire à l'aide de la vitesse de l'onde de compression sous la forme :

$$V_p^2 \cdot \Delta \Theta^* - \ddot{\Theta}^* = 0 \quad (3.10)$$



Cette équation transformée dans les domaines des nombres d'ondes devient :

$$\left(\frac{d^2}{dz^2} - \alpha_1^2 \right) \cdot \bar{\Theta}^* = 0 \quad (3.11)$$

où on a posé :

$$\begin{cases} \alpha_1^2 = \beta^2 + \gamma^2 - k_1^2 \\ k_1^2 = \frac{\omega^2}{V_p^2} \end{cases} \quad (3.12)$$

La solution générale de l'équation (3.11) prend la forme :

$$\bar{\Theta}^* = \bar{A} \cdot e^{-\alpha_1 \cdot z} + \bar{B} \cdot e^{\alpha_1 \cdot (z-h)} \quad (3.13)$$

La solution, initialement proposée par Jones [Jon87] pour des problèmes à deux dimensions (directions \vec{y} et \vec{z}), est modifiée en utilisant un recalage d'argument à l'aide de la cote h correspondant à l'épaisseur de la couche dans le cas à deux dimensions [Pic02, Pic05]. Cette procédure est adaptée ici au cas à trois dimensions : elle assure un conditionnement correct des matrices déplacements et contraintes définies ci-après et évite de subdiviser chaque couche du massif en sous-couches, limitant ainsi les temps de calculs. Si on utilise maintenant l'équation de Navier (3.4) écrite pour chaque composante dans le domaine transformé, il vient :

$$\begin{cases} \frac{\lambda + \mu}{\mu} \cdot i\beta \cdot \bar{\Theta}^* + \left(\frac{d^2}{dz^2} - \alpha_2^2 \right) \cdot \bar{u}^* = 0 \\ \frac{\lambda + \mu}{\mu} \cdot i\gamma \cdot \bar{\Theta}^* + \left(\frac{d^2}{dz^2} - \alpha_2^2 \right) \cdot \bar{v}^* = 0 \\ \frac{\lambda + \mu}{\mu} \cdot \frac{d\bar{\Theta}^*}{dz} + \left(\frac{d^2}{dz^2} - \alpha_2^2 \right) \cdot \bar{w}^* = 0 \end{cases} \quad (3.14)$$

avec

$$\begin{cases} \alpha_2^2 = \beta^2 + \gamma^2 - k_2^2 \\ k_2^2 = \frac{\omega^2}{V_s^2} \end{cases} \quad (3.15)$$

Suivant la définition de la fonction de dilatation donnée à l'équation (3.5), on obtient l'écriture dans le domaine transformé :

$$\bar{\Theta}^* = i\beta \cdot \bar{u}^* + i\gamma \cdot \bar{v}^* + \frac{d\bar{w}^*}{dz} \quad (3.16)$$

Les problèmes de singularité n'apparaissent pas dès lors qu'un amortissement est introduit sur les vitesses V_p et V_s . Le système d'équations (3.14) et la forme définie à l'équation (3.16) donnent le système suivant à résoudre :

$$\left(\frac{d^2}{dz^2} - \alpha_2^2 \right) \cdot \begin{Bmatrix} \bar{u}^* \\ \bar{v}^* \\ \bar{w}^* \end{Bmatrix} = -\frac{\lambda + \mu}{\mu} \cdot \begin{Bmatrix} i\beta \cdot (\bar{A} \cdot e^{-\alpha_1 \cdot z} + \bar{B} \cdot e^{\alpha_1 \cdot (z-h)}) \\ i\gamma \cdot (\bar{A} \cdot e^{-\alpha_1 \cdot z} + \bar{B} \cdot e^{\alpha_1 \cdot (z-h)}) \\ \alpha_1 \cdot (-\bar{A} \cdot e^{-\alpha_1 \cdot z} + \bar{B} \cdot e^{\alpha_1 \cdot (z-h)}) \end{Bmatrix} \quad (3.17)$$



La solution générale s'obtient avec :

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} \bar{u}^* \\ \bar{v}^* \\ \bar{w}^* \end{Bmatrix} &= \frac{\bar{A} \cdot e^{-\alpha_1 \cdot z}}{k_1^2} \cdot \begin{Bmatrix} -i\beta \\ -i\gamma \\ \alpha_1 \end{Bmatrix} + \frac{\bar{B} \cdot e^{\alpha_1 \cdot (z-h)}}{k_1^2} \cdot \begin{Bmatrix} -i\beta \\ -i\gamma \\ -\alpha_1 \end{Bmatrix} \\ &+ e^{-\alpha_2 \cdot z} \cdot \begin{Bmatrix} \bar{C} \\ \bar{D} \\ \bar{G} \end{Bmatrix} + e^{\alpha_2 \cdot (z-h)} \cdot \begin{Bmatrix} \bar{E} \\ \bar{F} \\ \bar{H} \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (3.18)$$

où les deux premiers termes correspondent à une solution particulière de l'équation avec second membre, et les deux derniers termes à la solution générale de l'équation sans second membre. Notons que pour le cas d'un milieu semi-infini détaillé au paragraphe 3.2.2, \bar{B} est nul pour tenir compte de la décroissance des ondes avec la profondeur (condition de Sommerfeld à l'infini). L'égalité des équations (3.13) et (3.16) permet ensuite de lever par exemple les inconnues \bar{G} et \bar{H} , et la solution prend la forme :

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} \bar{u}^* \\ \bar{v}^* \\ i\bar{w}^* \end{Bmatrix} &= \frac{\bar{A} \cdot e^{-\alpha_1 \cdot z}}{k_1^2} \cdot \begin{Bmatrix} -i\beta \\ -i\gamma \\ i\alpha_1 \end{Bmatrix} + \frac{\bar{B} \cdot e^{\alpha_1 \cdot (z-h)}}{k_1^2} \cdot \begin{Bmatrix} -i\beta \\ -i\gamma \\ -i\alpha_1 \end{Bmatrix} \\ &+ e^{-\alpha_2 \cdot z} \cdot \begin{Bmatrix} \bar{C} \\ \bar{D} \\ -\frac{1}{\alpha_2} \cdot (\beta \cdot \bar{C} + \gamma \cdot \bar{D}) \end{Bmatrix} + e^{\alpha_2 \cdot (z-h)} \cdot \begin{Bmatrix} \bar{E} \\ \bar{F} \\ \frac{1}{\alpha_2} \cdot (\beta \cdot \bar{E} + \gamma \cdot \bar{F}) \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (3.19)$$

En outre, la loi de comportement (3.1) s'écrit dans le domaine transformé :

$$\begin{cases} \bar{\sigma}_{xz}^* = \mu \cdot \left(\frac{d\bar{u}^*}{dz} + i\beta \cdot \bar{w}^* \right) \\ \bar{\sigma}_{yz}^* = \mu \cdot \left(\frac{d\bar{v}^*}{dz} + i\gamma \cdot \bar{w}^* \right) \\ \bar{\sigma}_{zz}^* = \lambda \cdot \bar{\Theta}^* + 2\mu \cdot \frac{d\bar{w}^*}{dz} \end{cases} \quad (3.20)$$

Finalement, en considérant les déplacements et les contraintes aux interfaces sur les faces supérieure (cote relative 0) et inférieure (cote relative h) de la couche, on forme les vecteurs déplacements $\{\bar{u}^*\}$ et contraintes $\{\bar{\sigma}^*\}$ comme suit :

$$\begin{aligned} \{\bar{u}^*\}^T &= \left\{ \bar{u}^*(0), \bar{v}^*(0), i \cdot \bar{w}^*(0), \bar{u}^*(h), \bar{v}^*(h), i \cdot \bar{w}^*(h) \right\}^T \\ \{\bar{\sigma}^*\}^T &= \left\{ -\bar{\sigma}_{xz}^*(0), -\bar{\sigma}_{yz}^*(0), -i \cdot \bar{\sigma}_{zz}^*(0), +\bar{\sigma}_{xz}^*(h), +\bar{\sigma}_{yz}^*(h), +i \cdot \bar{\sigma}_{zz}^*(h) \right\}^T \end{aligned} \quad (3.21)$$

de sorte que :

$$\begin{aligned} \{\bar{u}^*\} &= [T] \cdot \left\{ \bar{A}, \bar{B}, \bar{C}, \bar{D}, \bar{E}, \bar{F} \right\}^T \\ \{\bar{\sigma}^*\} &= [S] \cdot \left\{ \bar{A}, \bar{B}, \bar{C}, \bar{D}, \bar{E}, \bar{F} \right\}^T \end{aligned} \quad (3.22)$$

La barre située au-dessus d'une variable indique sa représentation dans le domaine des nombres d'ondes, ainsi souvent les termes β et γ ne seront pas indiqués et seule la cote z



sera spécifiée.

Les matrices des déplacements $[T]$ et des contraintes $[S]$ s'écrivent dans le domaine transformé et avec l'utilisation de l'argument recalé selon :

$$[T] = \begin{pmatrix} -\frac{i\cdot\beta}{k_1^2} & -\frac{i\cdot\beta}{k_1^2} \cdot e_1 & 1 & 0 & e_2 & 0 \\ -\frac{i\cdot\gamma}{k_1^2} & -\frac{i\cdot\gamma}{k_1^2} \cdot e_1 & 0 & 1 & 0 & e_2 \\ \frac{i\cdot\alpha_1}{k_1^2} & -\frac{i\cdot\alpha_1}{k_1^2} \cdot e_1 & -\frac{\beta}{\alpha_2} & -\frac{\gamma}{\alpha_2} & \frac{\beta}{\alpha_2} \cdot e_2 & \frac{\gamma}{\alpha_2} \cdot e_2 \\ -\frac{i\cdot\beta}{k_1^2} \cdot e_1 & -\frac{i\cdot\beta}{k_1^2} & e_2 & 0 & 1 & 0 \\ -\frac{i\cdot\gamma}{k_1^2} \cdot e_1 & -\frac{i\cdot\gamma}{k_1^2} & 0 & e_2 & 0 & 1 \\ \frac{i\cdot\alpha_1}{k_1^2} \cdot e_1 & -\frac{i\cdot\alpha_1}{k_1^2} & -\frac{\beta}{\alpha_2} \cdot e_2 & -\frac{\gamma}{\alpha_2} \cdot e_2 & \frac{\beta}{\alpha_2} & \frac{\gamma}{\alpha_2} \end{pmatrix} \quad (3.23)$$

$$[S] = \mu \times \begin{pmatrix} -\frac{2i\cdot\beta\cdot\alpha_1}{k_1^2} & \frac{2i\cdot\beta\cdot\alpha_1}{k_1^2} \cdot e_1 & \frac{\alpha_2^2+\beta^2}{\alpha_2} & \frac{\beta\cdot\gamma}{\alpha_2} & -\frac{\alpha_2^2+\beta^2}{\alpha_2} \cdot e_2 & -\frac{\beta\cdot\gamma}{\alpha_2} \cdot e_2 \\ -\frac{2i\cdot\gamma\cdot\alpha_1}{k_1^2} & \frac{2i\cdot\gamma\cdot\alpha_1}{k_1^2} \cdot e_1 & \frac{\beta\cdot\gamma}{\alpha_2} & \frac{\alpha_2^2+\gamma^2}{\alpha_2} & -\frac{\beta\cdot\gamma}{\alpha_2} \cdot e_2 & -\frac{\alpha_2^2+\gamma^2}{\alpha_2} \cdot e_2 \\ \frac{k_1^2+2\alpha_2^2}{k_1^2} \cdot i & \frac{k_1^2+2\alpha_2^2}{k_1^2} \cdot i \cdot e_1 & -2\beta & -2\gamma & -2\beta \cdot e_2 & -2\gamma \cdot e_2 \\ \frac{2i\cdot\beta\cdot\alpha_1}{k_1^2} \cdot e_1 & -\frac{2i\cdot\beta\cdot\alpha_1}{k_1^2} & -\frac{\alpha_2^2+\beta^2}{\alpha_2} \cdot e_2 & -\frac{\beta\cdot\gamma}{\alpha_2} \cdot e_2 & \frac{\alpha_2^2+\beta^2}{\alpha_2} & \frac{\beta\cdot\gamma}{\alpha_2} \\ \frac{2i\cdot\gamma\cdot\alpha_1}{k_1^2} \cdot e_1 & -\frac{2i\cdot\gamma\cdot\alpha_1}{k_1^2} & -\frac{\beta\cdot\gamma}{\alpha_2} \cdot e_2 & -\frac{\alpha_2^2+\gamma^2}{\alpha_2} \cdot e_2 & \frac{\alpha_2^2+\gamma^2}{\alpha_2} & \frac{\beta\cdot\gamma}{\alpha_2} \\ -\frac{k_1^2+2\alpha_2^2}{k_1^2} \cdot i \cdot e_1 & -\frac{k_1^2+2\alpha_2^2}{k_1^2} \cdot i & 2\beta \cdot e_2 & 2\gamma \cdot e_2 & 2\beta & 2\gamma \end{pmatrix}$$

où on a posé :

$$\begin{aligned} e_1 &= e^{-\alpha_1 \cdot h} \\ e_2 &= e^{-\alpha_2 \cdot h} \end{aligned} \quad (3.24)$$

Dès lors, le système à résoudre peut s'écrire sous la forme suivante, permettant notamment d'éliminer les constantes précédentes :

$$[S] \cdot [T]^{-1} \cdot \{\bar{u}^*\} = \{\bar{\sigma}^*\} \quad (3.25)$$

où $[S] \cdot [T]^{-1}$ est la matrice raideur directe de la couche considérée, dans le domaine transformé, et son inverse sera nommée la matrice dynamique de flexibilité dans le domaine des nombres d'ondes.

3.2.2 Cas du massif semi-infini

Pour le massif semi-infini, il est possible d'écrire de la même façon une matrice raideur 3×3 , notée $[R]$, faisant intervenir uniquement les déplacements et contraintes sur la face supérieure du massif, soit à la cote notée O_{sup} :

$$[R] \cdot \{\bar{u}^*(0_{sup}), \bar{v}^*(0_{sup}), i \cdot \bar{w}^*(0_{sup})\}^T = \{-\bar{\sigma}_{xz}^*(0_{sup}), -\bar{\sigma}_{yz}^*(0_{sup}), -i \cdot \bar{\sigma}_{zz}^*(0_{sup})\}^T \quad (3.26)$$

Cette matrice admet la forme suivante :

$$[R] = \frac{\mu}{\Lambda} \begin{pmatrix} \beta^2 \alpha_1 + \gamma^2 \alpha_2 - \alpha_1 \alpha_2^2 & \beta \gamma (\alpha_2 - \alpha_1) & \beta (\alpha_2^2 + \beta^2 + \gamma^2 - 2\alpha_1 \alpha_2) \\ & -2\alpha_1 \gamma^2 - \alpha_1 \beta^2 + \alpha_1 \alpha_2^2 & \gamma (\alpha_2^2 + \beta^2 + \gamma^2 - 2\alpha_1 \alpha_2) \\ & sym. & -\alpha_2 \cdot (\omega / V_s^2)^2 \end{pmatrix} \quad (3.27)$$

où :

$$\Lambda = -(\beta^2 + \gamma^2 - \alpha_1 \cdot \alpha_2) \quad (3.28)$$

3.2.3 Mise en équations pour le sol complet

L'assemblage des matrices raideurs précédentes ($[S] \cdot [T]^{-1}$ pour chaque couche et $[R]$ pour le massif semi-infini) permet d'obtenir d'abord une matrice raideur globale, puis par inversion une matrice de flexibilité pour le sol complet, représentant la réponse de la surface du sol, dans le domaine transformé, et prenant en compte le sous-sol dans son intégralité. Ceci explique l'utilisation des signes négatifs et positifs dans la définition des vecteurs contraintes (équations (3.21) (3.26)), de façon à annuler toutes les contributions en termes de contraintes pour chaque interface entre couches (contraintes internes), et à ne conserver que les contraintes en surface et les déplacements sur chaque couche.

La matrice flexibilité du sol est notée $[Q]$, son rang vaut $m = 3 \times (n + 1)$, où n est le nombre de couches. On définit par ailleurs les vecteurs déplacements et contraintes sous la forme :

$$\begin{aligned} \{\bar{U}^*\}^T &= \{\bar{u}^*(0), \bar{v}^*(0), i \cdot \bar{w}^*(0), \bar{u}^*(h_1), \bar{v}^*(h_1), i \cdot \bar{w}^*(h_1), \dots, \\ &\dots, \bar{u}^*(h_n), \bar{v}^*(h_n), i \cdot \bar{w}^*(h_n)\}^T \quad (3.29) \\ \{\bar{\Sigma}^*\}^T &= \{-\bar{\sigma}_{xz}^*(0), -\bar{\sigma}_{yz}^*(0), -i \cdot \bar{\sigma}_{zz}^*(0), 0, 0, 0, \dots, 0, 0, 0\}^T \end{aligned}$$

Finalement, le système à résoudre dans le domaine transformé des nombres d'ondes s'écrit sous forme matricielle :

$$\{\bar{U}^*\} = [Q] \cdot \{\bar{\Sigma}^*\} \quad (3.30)$$

On propose ci-après l'algorithme utilisé pour l'établissement de la matrice flexibilité $[Q]$, programmé en fortran90. Un nombre de points de calculs $N = 2048$ assure en général une réponse en surface calculée précise, sachant que le nombre d'onde de coupure associé est fixé à $Q_c = 20m^{-1}$ [LM99]. Cette valeur doit être suffisamment élevée pour éviter les problèmes d'oscillations liés à la troncature des formes intégrales telles que celles définies à l'équation (3.8), ce point sera précisé dans la section 4.2.4 "Étude de convergence". Le domaine plan (\vec{x}, \vec{y}) associé est alors discrétisé suivant une zone rectangulaire de côté 320m. Le nombre de couches n est supposé non nul sur l'algorithme proposé.



```

Procédure Matrice flexibilité( $\beta, \gamma$ )
  [ Calcul des termes de la matrice raideur pour chaque couple de va-
    leurs discrètes des nombres d'ondes ( $\beta, \gamma$ ) puis détermination de la matrice
    flexibilité]
  Pour  $\beta$  de 0 à  $Q_c/2 + 1$  faire
    Pour  $\gamma$  de 0 à  $Q_c/2 + 1$  faire
      Pour numcou de 1 à  $n$  faire
        [ Calcul pour la couche numéro numcou de la matrice raideur
          [  $k(\beta, \gamma)$  ] de taille  $6 \times 6$  et ajout dans la matrice raideur globale
          [  $K(\beta, \gamma)$  ] de taille  $3 \cdot (n + 1)$  ]
        Calcul des matrices [  $T$  ] et [  $S$  ]

        Calcul de  $[T]^{-1}$  et de la matrice raideur de la couche
        courante  $k = [S][T]^{-1}$ 

        Pour  $m$  de 1 à 6 faire
          Pour  $p$  de 1 à 6 faire
             $c \leftarrow 3 \cdot (\text{numcou} - 1)$ 
             $K(c + m, c + p) \leftarrow K(c + m, c + p) + k(m, p)$ 
          Fin Pour
        Fin Pour
      Fin Pour
      [ Calcul pour le massif semi-infini de la matrice raideur [  $R(\beta, \gamma)$  ]
        de taille  $3 \times 3$  et ajout dans la matrice raideur globale ]
      Calcul de la matrice [  $R$  ]
       $c \leftarrow 3 \cdot (n + 1)$ 
      Pour  $m$  de 1 à 3 faire
        Pour  $p$  de 1 à 3 faire
           $K(c + m, c + p) \leftarrow K(c + m, c + p) + R(m, p)$ 
        Fin Pour
      Fin Pour
    Fin Pour
  [ Inversion de [  $K$  ] et obtention de la matrice flexibilité ]
  [  $Q$  ] = [  $K$  ]-1
Fin

```

Algorithme 1: Construction de la matrice flexibilité d'un sol multicouche

Comme la matrice flexibilité est symétrique dans le domaine des nombres d'ondes par rapport au point $(\beta, \gamma) = (0, 0)$, son calcul n'est effectué que sur le domaine réduit $0 \leq \alpha, \beta \leq Q_c/2 + 1$. Avec ce procédé, le temps de calcul sur l'algorithme global est réduit d'un facteur 3.

L'algorithme proposé peut être utilisé sous la forme proposée pour le calcul de la réponse du sol en surface suite à une excitation harmonique ponctuelle. Cette excitation s'écrit



dans ce cas selon :

$$P_u(x, y, t) = P_u^* \cdot e^{i\omega t} \cdot \delta(x, y) \quad (3.31)$$

L'amplitude P_u^* est constante et on définit le symbole de Dirac à deux variables par :

$$\delta(x, y) = \begin{cases} 1 & \text{si } (x, y) = (0, 0) \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (3.32)$$

La transformée de Fourier suivant les directions \vec{x} et \vec{y} de l'excitation donne une contribution sous la forme d'une contrainte constante dans le domaine transformé (propriété de la fonction Dirac transformée) :

$$\bar{\sigma}_{zz}^*(\beta, \gamma, 0) = P_u^* \quad (3.33)$$

L'utilisation des équations (3.29) et (3.30) permet d'écrire la relation contrainte-déformation verticales dans le domaine transformé par le biais de la matrice flexibilité :

$$\bar{w}^*(\beta, \gamma, 0) \equiv \bar{w}^*(0) = -Q_{33}(\beta, \gamma) \cdot \bar{\sigma}_{zz}^*(\beta, \gamma, 0) \quad (3.34)$$

où $Q_{33}(\beta, \gamma)$ est le terme de la troisième ligne, troisième colonne de la matrice flexibilité globale.

Le système est résolu dans le domaine des nombres d'onde, puis par transformée de Fourier inverse à deux dimensions, le déplacement réel est calculé. Notons que l'excitation est, par hypothèse, harmonique. Nous utiliserons néanmoins le modèle numérique présenté pour calculer la réponse du sol suite à une excitation ponctuelle. En effet, les mobilités de transfert obtenues expérimentalement dans le cas d'une excitation ponctuelle (marteau) et harmonique à la surface d'un sol donnent des résultats identiques [Aue05c].

Dans les paragraphes suivants, trois modèles de voie sont développés pour correspondre à deux types de poses rencontrés lors de la campagne expérimentale. Les deux premiers modèles (paragraphes 3.3 et 3.4) seront utilisés pour le site Ferrière, le troisième modèle (paragraphe 3.5) correspond à la pose rencontrée sur Libération. En fait, compte tenu des incohérences apparues lors de l'interprétation des résultats expérimentaux obtenus sur le site Longchamp (pose *Dephi*) et ne répondant pas à l'attente de ce qui était envisagé pour ce type de voie, il a été jugé préférable d'écarter ce site pour l'analyse comparative des résultats issus d'une part de la simulation numérique et d'autre part des mesures, celles-ci n'étant pas garanties. Pour le site de la Souillarderie, la problématique était totalement différente puisque elle concernait une voie SNCF "requalifiée" en voie de tramway. Pour ce type de voie, les modèles de structure ont déjà été validés lors d'études diverses, même si dans notre cas la voie en question était réalisée sur un remblai important.



3.3 Modèle pour une pose classique et un chargement symétrique

3.3.1 Modèle de voie à deux dimensions

La voie repose sur un sol multicouche suivant la figure 3.2. L'excitation est supposée identique sur les deux rails et l'axe de symétrie de la pose est situé entre les deux rails. Ainsi les déplacements verticaux de tous les points considérés à une même cote z sont identiques et le modèle se ramène à un modèle à deux dimensions suivant les axes \vec{x} et \vec{z} , de sorte que les deux rails seront modélisés comme un rail double.

Les rails et l'assise bétonnée de la voie sont assimilés à des poutres d'Euler. Il faut noter

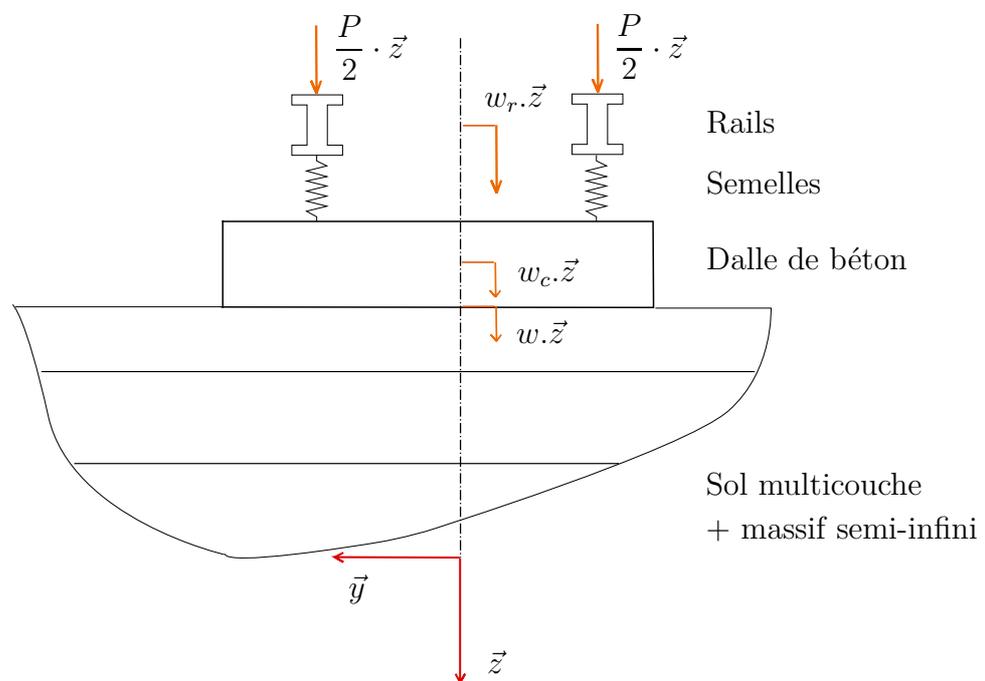


Figure 3.2 - *Modèle analytique - Pose classique - Chargement symétrique*

que dans l'assise bétonnée, on considère une dalle globale de béton incluant les deux éléments suivants : les traverses biblocs (béton) noyées dans du béton de calage, et la dalle de béton sur laquelle repose les traverses. Les semelles de rails sont modélisées sous la forme de ressorts, voir les figures 3.2 et 3.3. Le modèle de voie "continue" ainsi réalisé fournit des résultats fiables concernant par exemple la réceptance de la voie [Lom06a, Cui00].

On peut écrire les équations suivantes pour le rail double et la dalle de béton :

$$2 \cdot E_r \cdot I_r \cdot w_{r,x^4}(x, t) + 2 \cdot m_r \cdot \ddot{w}_r(x, t) + 2 \cdot k_p \cdot (w_r(x, t) - w_c(x, t)) = P(t) \cdot \delta(x - x_0) \quad (3.35)$$

$$E_c \cdot I_c \cdot w_{c,x^4}(x, t) + m_c \cdot \ddot{w}_c(x, t) = 2 \cdot k_p \cdot (w_r(x, t) - w_c(x, t)) - F_0(x, t) \quad (3.36)$$



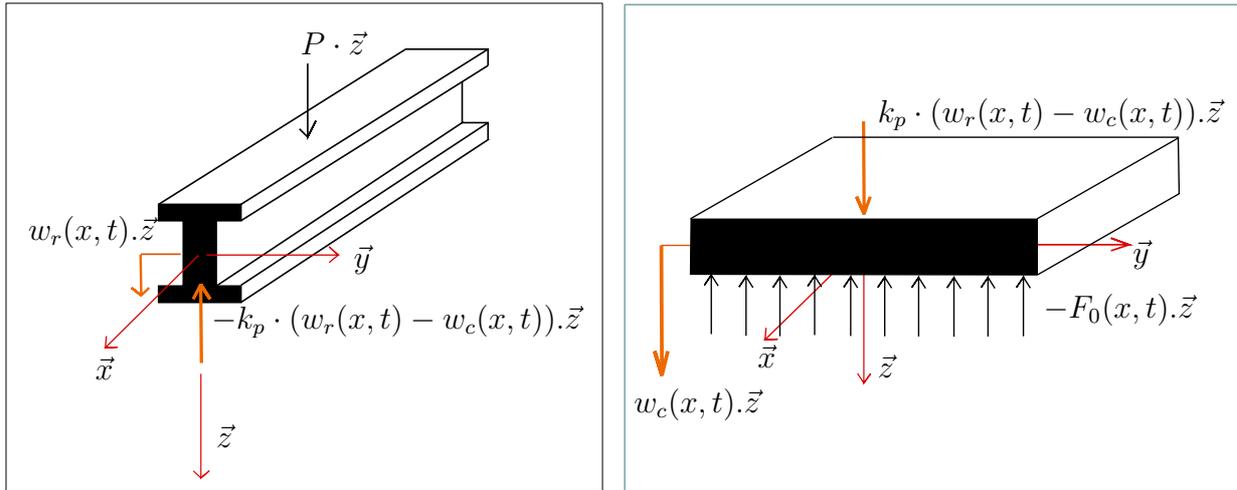


Figure 3.3 - Modèle pour la voie, incluant le rail double (gauche) et la dalle de béton (droite)

avec le symbole de Kronecker :

$$\delta(x - x_0) = \begin{cases} 1 & \text{si } x = x_0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (3.37)$$

L'amortissement est pris en compte sous la forme d'un amortissement hystérétique, ce qui introduit une partie complexe sur les quantités suivantes :

$$\begin{cases} E_c \cdot I_c & \longrightarrow & E_c \cdot I_c \cdot (1 + i \cdot \eta_c) \\ E_r \cdot I_r & \longrightarrow & E_r \cdot I_r \cdot (1 + i \cdot \eta_r) \\ k_p & \longrightarrow & k_p \cdot (1 + i \cdot \eta_p) \end{cases} \quad (3.38)$$

Le terme w correspond au déplacement vertical du rail (indice r) ou de la dalle (indice c), fonction du temps t et de la position courante le long de la voie suivant la direction x . Les termes $2 \cdot m_r$ ou m_c , $2 \cdot E_r \cdot I_r$ ou $E_c \cdot I_c$ et η_r ou η_c définissent respectivement la masse, la raideur en flexion et le coefficient d'amortissement pour le rail double ou la dalle de béton, tous ces éléments étant considérés par unité de longueur dans la direction x .

Enfin, k_p et η_p sont respectivement la raideur et le coefficient d'amortissement pour la semelle continue du rail.

Les équations sont écrites par la suite dans le domaine du nombre d'onde β , correspondant à la direction \vec{x} . Dans ce cas, les équations (3.35) et (3.36) s'écrivent de la manière suivante dans le domaine transformé :

$$\begin{aligned} -2 \cdot \{m_r \cdot \omega^2 + k_p \cdot (1 + i \cdot \eta_p) + E_r \cdot I_r \cdot (1 + i \cdot \eta_r) \cdot \beta^4\} \cdot \bar{w}_r^*(\beta) \dots \\ -2 \cdot k_p \cdot (1 + i \cdot \eta_p) \cdot \bar{w}_c^*(\beta) = P^* \end{aligned} \quad (3.39)$$

$$\begin{aligned} \{-m_c \cdot \omega^2 + 2 \cdot k_p \cdot (1 + i \cdot \eta_p) + E_c \cdot I_c \cdot (1 + i \cdot \eta_c) \cdot \beta^4\} \cdot \bar{w}_c^*(\beta) \dots \\ -2 \cdot k_p \cdot (1 + i \cdot \eta_p) \cdot \bar{w}_r^*(\beta) = -\bar{F}_0^*(\beta) \end{aligned} \quad (3.40)$$



P^* correspond à la transformée de Fourier (une dimension) de la force ponctuelle $P^* \cdot \delta(x - x_0)$ s'appliquant sur les deux rails à l'abscisse $x = x_0$.

3.3.2 Couplage voie / sol

La réceptance du sol est introduite pour compléter les équations de voie et fournir la "raideur" du sol dans le domaine transformé. Précisément, le déplacement vertical de la dalle de béton doit être égal au déplacement du sol sous la dalle : cette condition à la limite sur la surface de contact entre la dalle et la surface du sol associée est écrite suivant la direction \vec{x} dans le domaine du nombre d'onde β , et pour $y = 0$. Sur cette dernière condition on admet l'hypothèse que les déplacements restent identiques sous la dalle pour $-b < y < b$ (b est la demi-largeur de l'interface entre la voie et le sol). Le couplage est donc écrit en égalant les déplacements de l'équation (3.41) (déplacement vertical de la dalle) et (3.42) (vibration verticale de la surface du sol, soit $z = 0$, avec $y = 0$, *i.e.* dans le plan de symétrie de la dalle de béton) :

$$w_c^*(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \bar{w}_c^*(\beta) \cdot e^{i \cdot \beta \cdot x} \cdot d\beta \quad (3.41)$$

$$w^*(x, 0, 0) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \bar{w}^*(\beta, \gamma, 0) \cdot e^{i \cdot \beta \cdot x} \cdot d\beta \cdot d\gamma \quad (3.42)$$

Ainsi l'équation de couplage (pour la première couche) est donnée par :

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \bar{w}^*(\beta, \gamma, 0) \cdot d\gamma = \bar{w}_c^*(\beta) \quad (3.43)$$

Où le terme $\bar{w}^*(\beta, \gamma, 0)$ est déduit de l'équation (3.34). La contrainte verticale qui s'applique à la surface du sol s'écrit dans le domaine réel :

$$\sigma_{zz}^*(x, y, 0) = \begin{cases} \frac{F_0^*(x)}{2b} & \text{si } -b < y < b \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (3.44)$$

et sa transformée de Fourier à deux dimensions s'écrit :

$$\bar{\sigma}_{zz}^*(x, y, 0) = \bar{F}_0^*(\beta) \cdot \frac{\sin(\gamma \cdot b)}{\gamma \cdot b} = \bar{F}_0^*(\beta) \cdot \text{sinc}(\gamma \cdot b) \quad (3.45)$$

Ainsi, la forme :

$$\bar{w}_c^*(\beta) = H_0(\beta) \cdot \bar{F}_0^*(\beta) \quad (3.46)$$

fournit la réceptance verticale du sol, due à un chargement surfacique harmonique dans le domaine du nombre d'onde β (lié à la direction \vec{x} (voir [She04b])) :

$$H_0(\beta) = -\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} Q_{33}(\beta, \gamma) \cdot \text{sinc}(\gamma \cdot b) \cdot d\gamma \quad (3.47)$$

Les conditions aux limites "naturelles" à l'interface dalle/sol devraient imposer des déplacements et des efforts identiques sur la dalle et le sol. Le modèle retenu ici respecte



la condition en efforts imposés, mais réduit la condition en déplacements sur la droite ($y = 0, z = 0$), ce qui indique que les déplacements sont "libres" sur le sol en dehors de cette droite pour l'interface dalle/sol (différents types de conditions aux limites "libres" en déplacements sont étudiés dans Ruecker *et al.* [Rüe03]).

En fait, si l'on s'intéresse à une condition à la limite en déplacements pour une ordonnée $y = y_0 \neq 0$, il est nécessaire d'écrire la condition de couplage suivante, à comparer avec l'équation (3.43) :

$$\bar{w}_c^*(\beta) = -\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \bar{w}^*(\beta, \gamma, 0) \cdot e^{i\gamma \cdot y_0} \cdot d\gamma \quad (3.48)$$

Cette équation de couplage pose deux problèmes . Dans un premier temps, on note que la fonction intégrée n'est ni paire, ni impaire. Le couplage résultant, s'il était utilisé pour remplacer celui de l'équation (3.47), en $y_0 = b$ par exemple, donnerait un résultat non acceptable car la symétrie en déplacements de la dalle ne serait pas conservée. Dans un deuxième temps, et pour les mêmes raisons, l'équation (3.48) n'est utilisable que pour une seule valeur de y , sous l'hypothèse initiale d'un déplacement de dalle indépendant de y .

Au final, les équations couplées peuvent s'écrire dans le domaine des nombres d'ondes comme suit :

$$\begin{pmatrix} A_1(\beta) & A_2(\beta) & 0 \\ A_2(\beta) & A_3(\beta) & 1 \\ 0 & 1 & -H_0(\beta) \end{pmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \bar{w}_r^*(\beta) \\ \bar{w}_c^*(\beta) \\ \bar{F}_0^*(\beta) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P^* \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3.49)$$

où

$$\begin{cases} A_1(\beta) = -2 \cdot \{m_r \cdot \omega^2 + k_p \cdot (1 + i \cdot \eta_p) + E_r I_r \cdot (1 + i \cdot \eta_r) \cdot \beta^4\} \\ A_2(\beta) = -2 \cdot k_p \cdot (1 + i \cdot \eta_p) \\ A_3(\beta) = -m_c \cdot \omega^2 + 2 \cdot k_p \cdot (1 + i \cdot \eta_p) + E_c I_c \cdot (1 + i \cdot \eta_c) \cdot \beta^4 \end{cases} \quad (3.50)$$

Les inconnues du système matriciel (3.49) ainsi considéré sont $\bar{w}_r^*(\beta)$ (déplacement vertical du rail), $\bar{w}_c^*(\beta)$ (déplacement vertical du centre de la section droite de la dalle de béton) et $\bar{F}_0^*(\beta)$ (force agissant entre la dalle de béton et le sol).



On propose ci-dessous l'algorithme de résolution utilisé. Le calcul est effectué pour une fréquence donnée.

[Réponses voie et vol : utilisation des équations de la voie et du sol et calcul dans le domaine réel]

Pour f de 1 à 200Hz faire

Appel Procédure Matrice Flexibilité $(\beta, \gamma) \leftarrow$ voir algorithme (1)

Pour β de 0 à $Q_c/2 + 1$ faire

Pour γ de 0 à $Q_c/2 + 1$ faire

 Calcul de la réceptance $H_0(\beta) \leftarrow$ équation (3.47)

Fin Pour

Fin Pour

Pour β de $-Q_c$ à $+Q_c$ faire

 Calcul de $\bar{w}_r^*(\beta)$, $\bar{w}_c^*(\beta)$ et $\bar{F}_0^*(\beta) \leftarrow$ système d'équations (3.49)

Pour γ de $-Q_c$ à $+Q_c$ faire

 Calcul de $\bar{\sigma}_{zz}^*(\beta, \gamma, 0) \leftarrow$ équation (3.45)

 Calcul de $\bar{w}^*(\beta, \gamma, 0) \leftarrow$ équation (3.34)

Fin Pour

Fin Pour

[Retour dans le domaine réel : utilisation de transformées de Fourier inverse à une ou deux dimensions]

 IFFT 1D : Obtention de $w_r^*(x)$, $w_c^*(x)$, $F_0^*(x)$

 IFFT 2D : Obtention de $w^*(x, y, 0)$, $\sigma_{zz}^*(x, y, 0)$

Fin Pour

Algorithme 2: Calcul de la réponse du sol et de la voie - Excitation symétrique - Pose classique



3.4 Modèle pour une pose classique et un chargement non symétrique

Le modèle de voie précédent ne permet que la prise en compte de sollicitations identiques exercées sur chaque rail (efforts symétriques). Comme nous le verrons dans la comparaison des résultats numériques et expérimentaux sur le site Ferrière, cette modélisation simplifiée n'est pas suffisante pour prévoir correctement le comportement du sol au-delà de 80Hz. L'objectif de ce second modèle de voie, faisant intervenir la rotation de la dalle est donc d'examiner le cas de sollicitations différentes sur chacun des deux rails (efforts non symétriques).

3.4.1 Modèle de voie à trois dimensions

La voie repose sur un sol multicouche comme le montre la figure 3.4. Comme pour le modèle précédent, l'axe de symétrie de la pose est toujours situé entre les deux rails. En revanche, l'excitation est supposée différente sur chaque rail, ce qui induit une rotation de la dalle de béton.

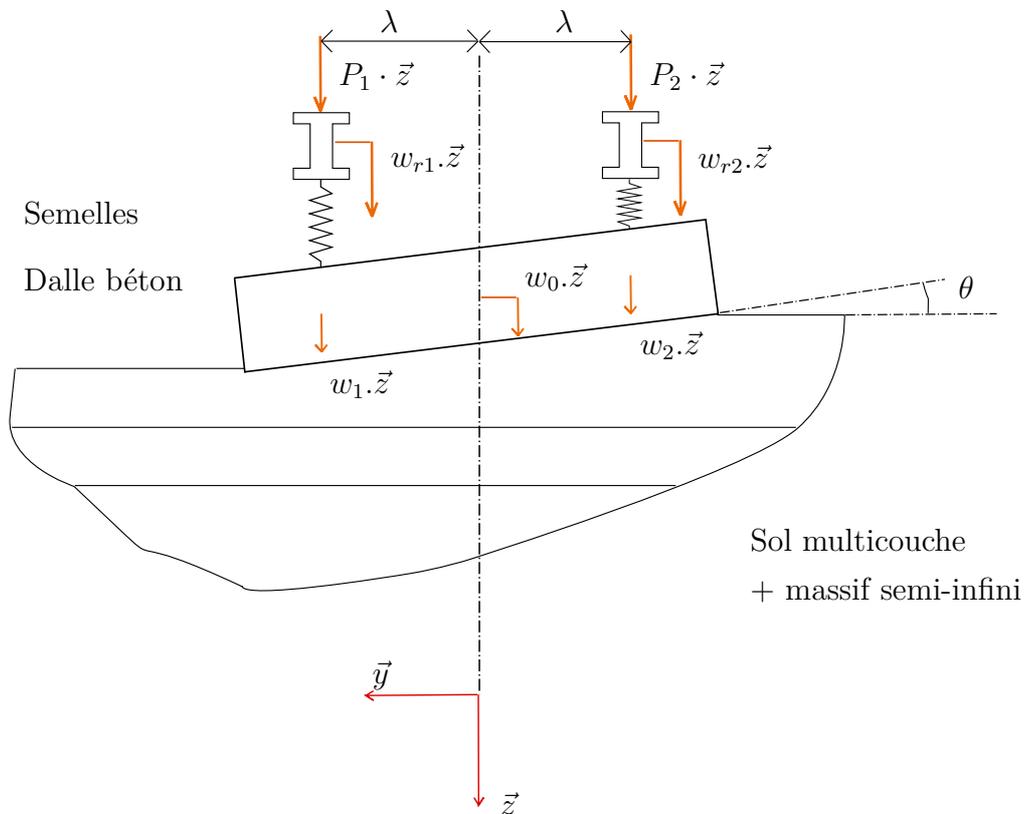


Figure 3.4 - *Modèle analytique - Pose classique - Chargement non symétrique*

Les rails sont assimilés à des poutres d'Euler sollicitées en flexion, m_r correspond à la

masse d'un rail, chaque rail admettant une raideur en flexion notée $E_r \cdot I_r$.

La dalle de béton est modélisée par une poutre prismatique droite de faible épaisseur sollicitée en flexion et torsion, sa section droite restant droite après déformation. Les semelles de rails sont modélisées sous la forme de ressorts.

Les déplacements w_1 et w_2 sont liés aux paramètres θ et w_0 à l'aide des expressions suivantes, en supposant que la dalle de béton reste droite (temps omis) :

$$w_1^*(x) = w_0^*(x) + \lambda \cdot \theta^*(x) \quad (3.51)$$

$$w_2^*(x) = w_0^*(x) - \lambda \cdot \theta^*(x) \quad (3.52)$$

Les paramètres intervenant pour l'équilibre dynamique de chaque rail et de la dalle de béton sont présentés sur la figure 3.5; les actions mécaniques exercées sur chaque rail se résument à des résultantes notées $P_1(x, t)$ et $P_2(x, t)$.

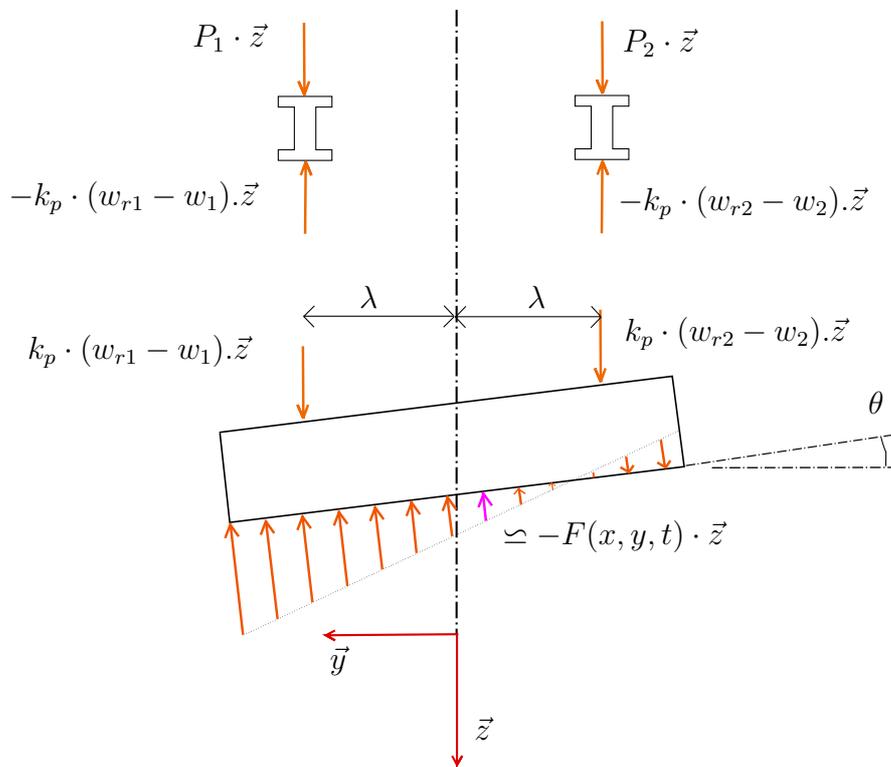


Figure 3.5 - Équilibre dynamique des rails et de la dalle de béton - Chargement non symétrique - Voie symétrique

On peut décomposer le mouvement de la dalle suivant un mode de pilonnement (excitation symétrique sur les deux rails) et de roulis (excitation antisymétrique), chaque mode faisant intervenir respectivement les paramètres w_0 et θ . Ainsi, l'effort linéique de contact $F(x, y, t)$ de la dalle sur le sol est considéré comme la superposition d'un effort uniformément réparti $\frac{F_0(x, t)}{2 \cdot b}$ dû au mode de pilonnement et d'un effort réparti suivant une loi



triangulaire $F_1(x, t) \cdot \frac{y}{b}$ pour le cas du mode de roulis, soit :

$$F(x, y, t) = \frac{1}{2b} \cdot (F_0(x, t) + 2 \cdot F_1(x, t) \cdot y) \quad (3.53)$$

Les équations d'équilibre dynamique s'écrivent, en omettant le temps et par unité de longueur de voie :

$$E_r \cdot I_r \cdot w_{r1,x^4}^*(x) + m_r \cdot \ddot{w}_{r1}^*(x) + k_p \cdot \{w_{r1}^*(x) - w_1^*(x)\} = P_1^* \cdot \delta(x - x_0) \quad (3.54)$$

$$E_r \cdot I_r \cdot w_{r2,x^4}^*(x) + m_r \cdot \ddot{w}_{r2}^*(x) + k_p \cdot \{w_{r2}^*(x) - w_2^*(x)\} = P_2^* \cdot \delta(x - x_0) \quad (3.55)$$

$$E_c \cdot I_c \cdot w_{0,x^4}^*(x) + m_c \cdot \ddot{w}_0^*(x) = k_p \cdot \{w_{r1}^*(x) + w_{r2}^*(x) - 2 \cdot w_0^*(x)\} - F_0^*(x) \quad (3.56)$$

$$\begin{aligned} -D_c \cdot \theta_{,x^2}^*(x) + I_{0c} \cdot \ddot{\theta}^*(x) = k_p \cdot \lambda \cdot \{w_{r1}^*(x) - w_1^*(x)\} \\ + k_p \cdot \lambda \cdot \{w_2^*(x) - w_{r2}^*(x)\} - C_0^*(x) \end{aligned} \quad (3.57)$$

où D_c et I_{0c} correspondent respectivement à la raideur en torsion et au moment quadratique polaire suivant l'axe \vec{x} de la dalle de béton, définis par :

$$I_{0c} = \rho \cdot \left(\frac{b \cdot h_d^3}{6} + 2 \frac{h_d \cdot b^3}{3} \right) \quad (3.58)$$

$$D_c = 2G \cdot \frac{b \cdot h_d^3}{3} \quad (3.59)$$

G étant le module de cisaillement de la dalle de béton.

Le couple $C_0^*(x)$ (considéré par unité de longueur de voie) provient du mode antisymétrique, et vaut :

$$C_0^*(x) = \int_{-b}^{+b} \left(\frac{F_1^*(x)}{b} \cdot y \right) y \cdot dy = \frac{2}{3} \cdot F_1^*(x) \cdot b^2 \quad (3.60)$$

L'utilisation des équations (3.51), (3.52) et (3.60) dans le système d'équations (3.54) à (3.57) conduit aux quatre équations suivantes :

$$\begin{aligned} \{-m_r \cdot \omega^2 + k_p \cdot (1 + i \cdot \eta_p) + E_r I_r \cdot (1 + i \cdot \eta_r) \cdot \beta^4\} \cdot \bar{w}_{r1}^*(\beta) \\ - k_p \cdot (1 + i \cdot \eta_p) \cdot \{\bar{w}_0^*(\beta) + \lambda \cdot \bar{\theta}^*(\beta)\} = P_1^* \end{aligned} \quad (3.61)$$

$$\begin{aligned} \{-m_r \cdot \omega^2 + k_p \cdot (1 + i \cdot \eta_p) + E_r I_r \cdot (1 + i \cdot \eta_r) \cdot \beta^4\} \cdot \bar{w}_{r2}^*(\beta) \\ - k_p \cdot (1 + i \cdot \eta_p) \cdot \{\bar{w}_0^*(\beta) - \lambda \cdot \bar{\theta}^*(\beta)\} = P_2^* \end{aligned} \quad (3.62)$$

$$\begin{aligned} \{-m_c \cdot \omega^2 + 2 \cdot k_p \cdot (1 + i \cdot \eta_p) + E_c I_c \cdot (1 + i \cdot \eta_c) \cdot \beta^4\} \cdot \bar{w}_0^*(\beta) \\ - k_p \cdot (1 + i \cdot \eta_p) \cdot \{\bar{w}_{r1}^*(\beta) + \bar{w}_{r2}^*(\beta)\} = -\bar{F}_0^*(\beta) \end{aligned} \quad (3.63)$$

$$\begin{aligned} \{-I_{0c} \cdot \omega^2 + 2k_p \cdot (1 + i \cdot \eta_p) \cdot \lambda^2 + D_c \cdot (1 + i \cdot \eta_c) \cdot \beta^2\} \cdot \bar{\theta}^*(\beta) \\ + k_p \cdot (1 + i \cdot \eta_p) \cdot \lambda \cdot \{\bar{w}_{r2}^*(\beta) - \bar{w}_{r1}^*(\beta)\} = -\frac{2}{3} b^2 \cdot \bar{F}_1^*(\beta) \end{aligned} \quad (3.64)$$

Sur ce système, il reste les six inconnues \bar{w}_{r1}^* , \bar{w}_{r2}^* , $\bar{\theta}^*$, \bar{w}_0^* , \bar{F}_0^* et \bar{F}_1^* . Pour avoir une solution, il est donc nécessaire d'écrire deux équations de couplage qui sont obtenues suivant la procédure détaillée au paragraphe suivant.



3.4.2 Couplage voie / sol

La première équation de couplage est similaire à l'équation (3.43) :

$$\bar{w}_0^*(\beta) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \bar{w}^*(\beta, \gamma, 0) \cdot d\gamma \quad (3.65)$$

sachant que la contrainte verticale qui s'applique à la surface du sol dans le domaine réel, est de la forme :

$$\sigma_{zz}^*(z=0) = \begin{cases} \frac{1}{2b} \cdot (F_0^*(x) + 2 \cdot F_1^*(x) \cdot y) & \text{si } -b < y < b \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (3.66)$$

et sa transformée de Fourier à deux dimensions s'écrit :

$$\bar{\sigma}_{zz}^*(0) = \bar{F}_0^*(\beta) \cdot \text{sinc}(\gamma \cdot b) + \bar{F}_1^*(\beta) \cdot g(\gamma) \quad (3.67)$$

où la fonction $g(\gamma)$ est la transformée de Fourier de la fonction $F_1^*(x) \cdot \frac{y}{b}$ pour $|y| < b$, *i.e.* :

$$\begin{aligned} g(\gamma) &= \int_{-b}^{+b} \frac{y}{b} \cdot e^{-i\gamma y} \cdot dy \\ &= \frac{2 \cdot i}{\gamma} \cdot \{\cos(\gamma \cdot b) - \text{sinc}(\gamma \cdot b)\} \end{aligned} \quad (3.68)$$

On peut alors, à l'aide de l'égalité (3.34) utilisant la matrice de flexibilité, écrire la condition de couplage (3.65) sous la forme :

$$\bar{w}_0^*(\beta) = H_0(\beta) \cdot \bar{F}_0^*(\beta) + G_1(\beta) \cdot \bar{F}_1^*(\beta) \quad (3.69)$$

On retrouve la réceptance verticale du sol $H_0(\beta)$ définie à l'équation (3.47), auquel s'ajoute le terme :

$$G_1(\beta) = -\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \bar{Q}_{33}(\beta, \gamma) \cdot g(\gamma) \cdot d\gamma \quad (3.70)$$

Mais la fonction $g(\gamma)$ est impaire et la fonction \bar{Q}_{33} paire, de sorte que l'intégrale précédente est nulle :

$$G_1(\beta) = 0 \quad (3.71)$$

Finalement, la première équation de couplage reste identique à celle obtenue en (3.46), soit :

$$\bar{w}_0^*(\beta) = H_0(\beta) \cdot \bar{F}_0^*(\beta) \quad (3.72)$$

ce qui confirme que le déplacement de pilonnement w_0 associé au mode symétrique, induit bien uniquement un effort uniformément réparti.

La deuxième équation de couplage pourrait *a priori* être obtenue par exemple en écrivant que le déplacement sur le bord de la dalle de béton (en $y = \pm b$ et $z = 0$) est



identique au déplacement du sol, quelle que soit la valeur de x (condition à la limite en déplacement). Mais, comme nous l'avons noté précédemment à l'aide de l'équation (3.48), les fonctions intégrées introduites dans l'équation de couplage associée n'admettent aucune parité. Par exemple, pour une équation de couplage en $y = b$, il résulterait l'écriture suivante :

$$\bar{w}_0^*(\beta) + b \cdot \bar{\theta}^*(\beta) = C_0(\beta) \cdot \bar{F}_0^* + C_1(\beta) \cdot \bar{F}_1^*(\beta) \quad (3.73)$$

où les deux formes C_0 et C_1 sont non nulles et différentes de $H_0(\beta)$. Or le découplage des modes de pilonnement et de roulis devrait imposer $C_0(\beta) = H_0(\beta)$. Dès lors, l'utilisation de l'équation (3.73) ne donnera pas des résultats acceptables.

Pour éviter ces problèmes, liés à la non-symétrie des équations de couplage écrites en déplacements pour $y \neq 0$, une alternative est d'introduire une condition à la limite d'égalité entre la rotation de la dalle $\theta^*(x)$ et l'inclinaison de la surface du sol par rapport à la verticale \vec{z} , considérée en $y = 0$: la rotation de la dalle et celle du sol sont identiques en $y = 0$ (mais uniquement en ce point, sous les hypothèses retenues).

La rotation de la dalle étant donnée par la relation :

$$\theta^*(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \bar{\theta}^*(\beta) \cdot e^{i\beta \cdot x} \cdot d\beta \quad (3.74)$$

et celle de la surface du sol par :

$$\begin{aligned} \theta^*(x, y, 0) &= \frac{\partial w^*(x, y, 0)}{\partial y} \\ &= \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \bar{w}^*(\beta, \gamma, 0) \cdot e^{i\beta \cdot x} \cdot i\gamma \cdot e^{i\gamma \cdot y} \cdot d\beta \cdot d\gamma \end{aligned} \quad (3.75)$$

l'équation de couplage sur la rotation en $y = 0$ s'écrit ainsi :

$$\bar{\theta}^*(\beta) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \bar{w}^*(\beta, \gamma, 0) \cdot i\gamma \cdot d\gamma \quad (3.76)$$

L'utilisation de l'équation (3.67) fournit l'écriture suivante :

$$\begin{aligned} \bar{\theta}^*(\beta) &= \left\{ -\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} Q_{33}(\beta, \gamma) \cdot \text{sinc}(\gamma \cdot b) \cdot i\gamma \cdot d\gamma \right\} \cdot \bar{F}_0^*(\beta) \\ &\quad + \left\{ -\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} Q_{33}(\beta, \gamma) \cdot g(\gamma) \cdot i\gamma \cdot d\gamma \right\} \cdot \bar{F}_1^*(\beta) \end{aligned} \quad (3.77)$$

La première forme intégrale de l'équation précédente est nulle car la fonction intégrée est impaire. La seconde forme est non nulle (fonction intégrée paire) et en posant :

$$H_1(\beta) = -\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} Q_{33}(\beta, \gamma) \cdot g(\gamma) \cdot i\gamma \cdot d\gamma \quad (3.78)$$

on peut écrire :

$$\bar{\theta}^*(\beta) = H_1(\beta) \cdot \bar{F}_1^*(\beta) \quad (3.79)$$



Finalement, les équations couplées peuvent s'écrire dans le domaine des nombres d'ondes comme suit :

$$\begin{pmatrix} A_1(\beta) & 0 & A_2(\beta) & A_4(\beta) \\ & A_1(\beta) & A_2(\beta) & -A_4(\beta) \\ & & A_3(\beta) + H_0^{-1}(\beta) & 0 \\ \text{sym.} & & & A_5(\beta) + \frac{2}{3}b^2 \cdot H_1^{-1}(\beta) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \bar{w}_{r1}^*(\beta) \\ \bar{w}_{r2}^*(\beta) \\ \bar{w}_0^*(\beta) \\ \bar{\theta}^*(\beta) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P_1^* \\ P_2^* \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.80)$$

où

$$\begin{cases} A_1(\beta) = -m_r \cdot \omega^2 + k_p \cdot (1 + i \cdot \eta_p) + E_r I_r \cdot (1 + i \cdot \eta_r) \cdot \beta^4 \\ A_2(\beta) = -k_p \cdot (1 + i \cdot \eta_p) \\ A_3(\beta) = -m_c \cdot \omega^2 + 2 \cdot k_p \cdot (1 + i \cdot \eta_p) + E_c I_c \cdot (1 + i \cdot \eta_c) \cdot \beta^4 \\ A_4(\beta) = A_2 \cdot \lambda \\ A_5(\beta) = -I_{0c} \cdot \omega^2 + 2k_p \cdot (1 + i \cdot \eta_p) \cdot \lambda^2 + D_c \cdot (1 + i \cdot \eta_c) \cdot \beta^2 \end{cases} \quad (3.81)$$

Ci-après on donne l'algorithme de résolution utilisé pour ce modèle.

[Réponses voie et vol utilisation des équations de la voie et du sol et calcul dans le domaine réel]

Pour f de 1 à 200Hz faire

Appel Procédure Matrice Flexibilité $(\beta, \gamma) \leftarrow$ voir algorithme (1)

Pour β de 0 à $Q_c/2 + 1$ faire

Pour γ de 0 à $Q_c/2 + 1$ faire

 Calcul de la réceptance $H_0(\beta) \leftarrow$ équation (3.47)

 Calcul de $H_1(\beta) \leftarrow$ équation (3.78)

Fin Pour

Fin Pour

Pour β de $-Q_c$ à $+Q_c$ faire

 Calcul de $\bar{w}_{r1}^*(\beta), \bar{w}_{r2}^*(\beta), \bar{w}_0^*(\beta)$ et $\bar{\theta}^*(\beta) \leftarrow$ système d'équations (3.80)

Pour γ de $-Q_c$ à $+Q_c$ faire

 Calcul de $\bar{\sigma}_{zz}^*(\beta, \gamma, 0) \leftarrow$ équation (3.67)

 Calcul de $\bar{w}^*(\beta, \gamma, 0) \leftarrow$ équation (3.34)

Fin Pour

Fin Pour

[Retour dans le domaine réel utilisation de transformées de Fourier à une ou deux dimensions]

 IFFT 1D : Obtention de $w_{r1}^*(x), w_{r2}^*(x), w_0^*(x), \theta^*(x)$

 IFFT 2D : Obtention de $w^*(x, y, 0), \sigma_{zz}^*(x, y, 0)$

Fin Pour

Algorithme 3: Calcul de la réponse du sol et de la voie - Excitation non symétrique
- Pose classique



On propose sur la figure 3.6 une illustration du couplage obtenu sur les déplacements et les efforts à l'interface entre la dalle et le sol. En abscisse est repérée la position suivant l'axe x , la valeur 0 correspondant au milieu de la dalle (les paramètres de voie retenus sont ceux utilisés plus loin pour la pose classique, voir tableau 4.5 et le sol retenu est celui constituant le massif semi-infini, voir tableau 4.3).

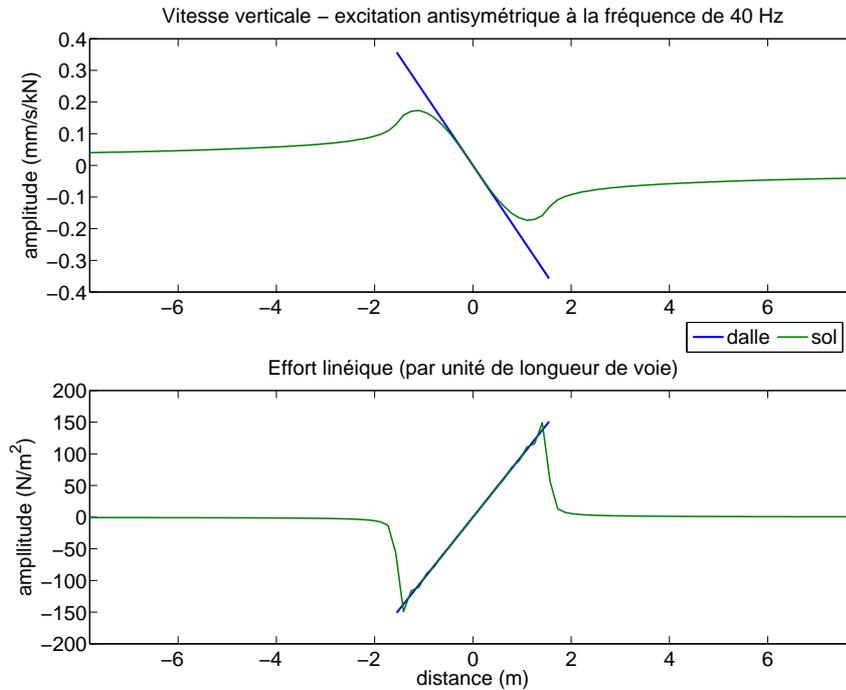


Figure 3.6 - Analyse du couplage dalle/sol sur les déplacements et les efforts pour le mode de roulis

3.4.3 Autre possibilité pour l'écriture du couplage en rotation

Une autre écriture de la deuxième équation de couplage est proposée : dans un premier temps, le problème est résolu en utilisant l'algorithme (2), ceci permettant notamment de calculer la raideur "réelle" k_{sol} du sol à l'interface dalle/sol, à l'aide du déplacement de la dalle et de la force s'exerçant sur celle-ci :

$$k_{sol}(x) = \frac{F_0^*(x)}{w_0^*(x)} \quad (3.82)$$

Ensuite, en supposant que la raideur du sol reste identique le long de l'interface entre la dalle de béton et le sol (ce qui est cohérent avec une loi de répartition de l'effort de type triangulaire), on peut estimer la force élémentaire $f^*(x, y)$ s'exerçant sur la dalle pour le cas du roulis :

$$f^*(x, y) = \left(\frac{k_{sol}(x)}{2b} \cdot dy \right) \cdot \theta^*(x) \cdot y \quad (3.83)$$

et le moment induit, défini à l'équation (3.60) devient :

$$C_0^*(x) = \left(\frac{k_{sol} \cdot b^2}{3} \right) \cdot \theta^*(x) \quad (3.84)$$

Le terme $\frac{2}{3}b^2 \cdot H_1^{-1}(\beta)$ du système matriciel (3.80) peut alors être remplacé par $\frac{b^2}{3} \cdot k_{sol}(x)$.

En fait, cette méthode pose des problèmes numériques (la symétrie de la réponse n'est pas toujours respectée) et augmente les temps de calculs car la résolution des équations couplées est effectuée deux fois (premier temps pour l'estimation de la raideur réelle, puis second temps pour la résolution). Elle n'a donc pas été retenue.



3.5 Modèle pour une pose de voie sur dalle flottante

3.5.1 Premier modèle de voie

La voie repose sur un sol multicouche suivant la figure 3.7. À la différence des modèles précédents, l'axe de symétrie de la pose est défini par $[G, \vec{z}]$ (en G, on pose $y = 0$), sachant que la deuxième voie de roulement est supposée fixe (dalle flottante fixe).

Pour la voie excitée, les rails sont assimilés à des poutres d'Euler sollicitées en flexion, m_r correspond à la masse d'un rail, chaque rail admettant une raideur en flexion notée $E_r \cdot I_r$. Les semelles de rails sont modélisées sous la forme de ressorts. La dalle flottante et la dalle d'assise sont modélisées par des poutres prismatiques droites de faible épaisseur, sollicitées en flexion et torsion, les sections droites restant droites après déformations.

Les excitations des deux rails constituent les données d'entrée du problème, elles sont

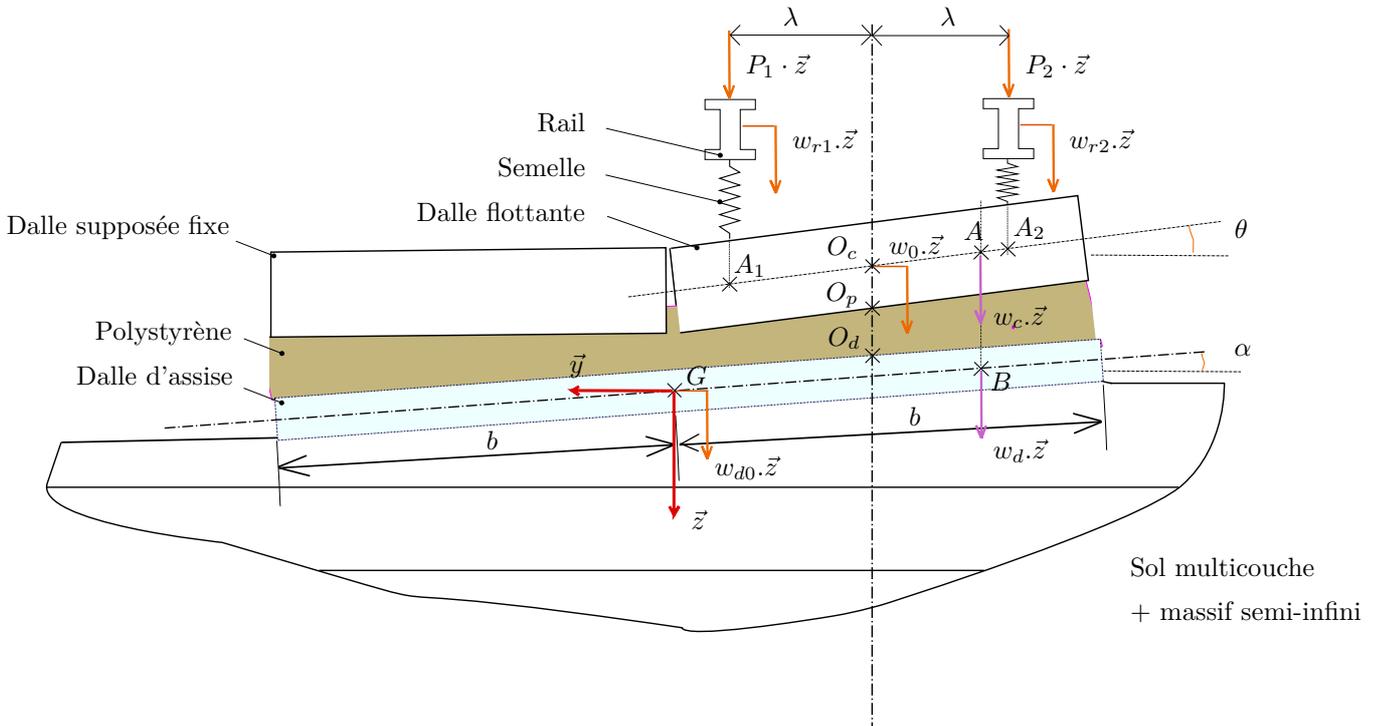


Figure 3.7 - Modèle analytique n°1 - Pose de voie sur dalle flottante

notées $P_1 \cdot \delta(x-x_0) \cdot e^{i\omega \cdot t}$ et $P_2 \cdot \delta(x-x_0) \cdot e^{i\omega \cdot t}$. Les inconnues cinématiques sont, pour chaque rail, $w_{r1}(x, t)$ et $w_{r2}(x, t)$, pour la dalle flottante $w_0(x, t)$ et $\theta(x, t)$, pour la dalle d'assise $w_{d0}(x, t)$ et $\alpha(x, t)$. Les inconnues sthéniques correspondent aux composantes de l'effort de contact $F_d(x, y, t)$ (effort linéique considéré par unité de longueur de voie) du sol sur la dalle d'assise, elles sont notées $F_{d0}(x, t)$ (correspondant au mouvement de pilonnement) et $F_{d1}(x, t)$ (mouvement de rotation). Comme précédemment, on peut écrire cet effort sous



la forme :

$$F_d(x, y, t) = \frac{1}{2b} \cdot (F_{d0}(x, t) + 2 \cdot F_{d1}(x, t) \cdot y) \quad (3.85)$$

Les équations de couplage associées s'écrivent alors :

$$\bar{w}_{d0}^*(\beta) = H_0(\beta) \cdot \bar{F}_{d0}^*(\beta) \quad (3.86)$$

$$\bar{\alpha}^*(\beta) = H_1(\beta) \cdot \bar{F}_{d1}^*(\beta) \quad (3.87)$$

En A et B, on considère deux points courants sur les dalles flottante et d'assise, pour lesquels les déplacements s'écrivent respectivement :

$$w_c^*(x, y) = w_0^*(x) + \theta^*(x) \cdot \left(y + \frac{b}{2}\right) \quad \text{pour } y \in [-b, 0] \quad (3.88)$$

$$w_d^*(x, y) = w_{d0}^*(x) + \alpha^*(x) \cdot y \quad \text{pour } y \in [-b, b] \quad (3.89)$$

Les équations d'équilibre dynamique restent identiques aux équations (3.61) à (3.64), le sol étant remplacé par la couche de polystyrène. Ainsi, la définition du torseur des actions mécaniques $\{F_0^*(x), C_0^*(x)\}$ est modifié, puisqu'il ne modélise plus l'action de la dalle flottante sur le sol, mais sur le polystyrène, au point de réduction 0_p . Si on note k_{poly} la raideur du polystyrène, la force élémentaire appliquée par la dalle flottante sur le polystyrène peut s'écrire :

$$df^*(x, y) = \frac{k_{poly}}{b} \cdot \{w_c^*(x, y) - w_d^*(x, y)\} \cdot dy \quad (3.90)$$

sachant que :

$$F_0^*(x) = \int_{-b}^0 df^*(x, y) \quad (3.91)$$

il vient :

$$F_0^*(x) = k_{poly} \cdot \left\{w_0^*(x) - w_{d0}^*(x) + \frac{\alpha^*(x) \cdot b}{2}\right\} \quad (3.92)$$

Cette résultante est indépendante de la rotation θ en raison de la symétrie du chargement associé par rapport à l'axe (O_c, \vec{z}) . Le couple $C_0^*(x)$ (considéré par unité de longueur de voie) quant à lui s'exprime comme suit :

$$C_0^*(x) = \int_{-b}^0 df^*(x, y) \cdot \left(y + \frac{b}{2}\right) = \frac{k_{poly} \cdot b^2}{12} \cdot (\theta^*(x) - \alpha^*(x)) \quad (3.93)$$

Par ailleurs, l'étude de l'équilibre dynamique de la dalle d'assise visible sur la figure (3.8) indique que les actions mécaniques extérieures auxquelles la dalle est soumise sont les suivantes :



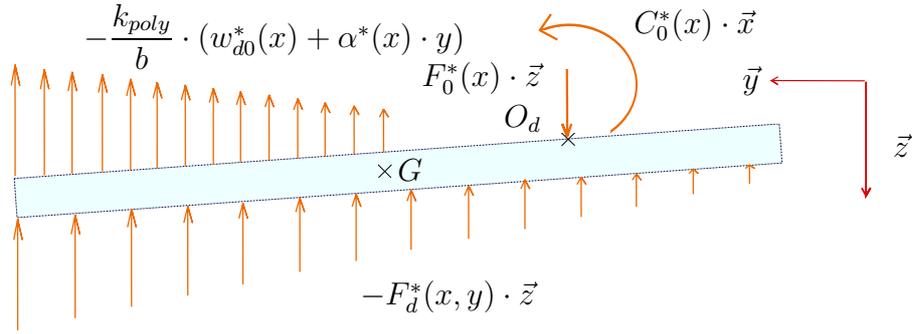


Figure 3.8 - Équilibre dynamique de la dalle d'assise - Pose sur dalle flottante

- action de la dalle flottante, transmise *via* la couche de polystyrène, au point de réduction O_d ;
- action du polystyrène sous la dalle fixe , sous la forme d'une force linéique ;
- réaction du sol.

Les équations d'équilibres étant écrites au centre de gravité G de la section droite, il vient les équations complémentaires :

$$E_d \cdot I_d \cdot w_{d,x^4}^*(x) + m_d \cdot \ddot{w}_{d0}^*(x) = -F_{d0}^*(x) + F_0^*(x) - k_{poly} \cdot \left\{ w_{d0}^*(x) + \frac{\alpha^*(x) \cdot b}{2} \right\} \quad (3.94)$$

$$\begin{aligned} -D_d \cdot \alpha_{,x^2}^*(x) + I_{0d} \cdot \ddot{\alpha}^*(x) &= -\frac{2}{3} \cdot F_{d1}^*(x) \cdot b^2 \quad \dots \\ -F_0^*(x) \cdot \frac{b}{2} + C_0^*(x) - k_{poly} \cdot b \cdot \left\{ \frac{w_{d0}^*(x)}{2} + \frac{\alpha^*(x) \cdot b}{3} \right\} & \quad (3.95) \end{aligned}$$

3.5.2 Équations couplées

Le problème à résoudre peut s'écrire dans le domaine des nombres d'ondes suivant le système (3.96) proposé page suivante, en posant $\tilde{k}_{poly} = k_{poly} \cdot (1 + i \cdot \eta_{poly})$ pour prendre en compte l'amortissement interne sur la couche de polystyrène de raideur k_{poly} supposée uniforme.

On remarque la contribution du couplage sur la deuxième matrice 6×6 . En outre, le système matriciel ainsi considéré est symétrique (matrice carrée symétrique), malgré un problème posé non symétrique sur la figure 3.7.



$$\begin{pmatrix}
A_1(\beta) & 0 & A_2(\beta) & A_4(\beta) & 0 & 0 \\
& A_1(\beta) & A_2(\beta) & -A_4(\beta) & 0 & 0 \\
& & A_3(\beta) + \tilde{k}_{poly} & 0 & -\tilde{k}_{poly} & \tilde{k}_{poly} \cdot \frac{b}{2} \\
& & & A_5(\beta) + \tilde{k}_{poly} \cdot \frac{b^2}{12} & 0 & -\tilde{k}_{poly} \cdot \frac{b^2}{12} \\
& & & & A_6(\beta) & 0 \\
\text{sym.} & & & & & A_7(\beta)
\end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \bar{w}_{r1}^*(\beta) \\ \bar{w}_{r2}^*(\beta) \\ \bar{w}_0^*(\beta) \\ \bar{\theta}^*(\beta) \\ \bar{w}_{d0}^*(\beta) \\ \bar{\alpha}^*(\beta) \end{pmatrix} \dots$$

$$\dots + \begin{pmatrix}
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
& 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
& & 0 & 0 & 0 & 0 \\
& & & 0 & 0 & 0 \\
& & & & H_0^{-1}(\beta) & 0 \\
\text{sym.} & & & & & \frac{2}{3}b^2 \cdot H_1^{-1}(\beta)
\end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \bar{w}_{r1}^*(\beta) \\ \bar{w}_{r2}^*(\beta) \\ \bar{w}_0^*(\beta) \\ \bar{\theta}^*(\beta) \\ \bar{w}_{d0}^*(\beta) \\ \bar{\alpha}^*(\beta) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P_1^* \\ P_2^* \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.96)$$

où les termes de la matrice sont définis en (3.81), (3.88), (3.89) et :

$$\begin{cases} A_6(\beta) = -m_d \cdot \omega^2 + 2k_{poly} \cdot (1 + i \cdot \eta_{poly}) + E_d I_d \cdot (1 + i \cdot \eta_d) \cdot \beta^4 \\ A_7(\beta) = -I_{0d} \cdot \omega^2 + k_{poly} \cdot (1 + i \cdot \eta_p) \cdot \frac{2b^2}{3} + D_d \cdot (1 + i \cdot \eta_d) \cdot \beta^2 \end{cases} \quad (3.97)$$

L'algorithme de résolution utilisé est semblable à l'algorithme (3). Notons que les temps de calculs de ces différents algorithmes, programmés en fortran90, sont de moins de 30 secondes pour une fréquence donnée, dans le cas d'une voie sur massif semi-infini, et de une minute environ pour le cas d'un sol constitué de 2 couches reposant sur un massif semi-infini (ces temps sont obtenus sur un ordinateur bi-processeur 64bits, avec 6Go de mémoire vive et une vitesse d'horloge de 2GHz).

Nous verrons lors de la confrontation modèle/mesures au chapitre suivant que la modélisation de la voie ainsi adoptée n'est pas assez réaliste pour rendre compte du comportement vibratoire du sol. En particulier, la deuxième dalle flottante joue un rôle important, bien qu'elle ne soit pas excitée directement lorsque l'on considère un choc au marteau sur un rail ou lors du passage d'un tramway. Par conséquent, un modèle prenant en compte les vibrations des deux dalles est proposé ci-après.



3.5.3 Deuxième modèle de voie

La voie repose sur un sol multicouche suivant la figure 3.9. À la différence du modèle précédent, la deuxième voie de roulement est prise en compte suivant le même modèle que la première voie, son excitation provenant de la couche de polystyrène.

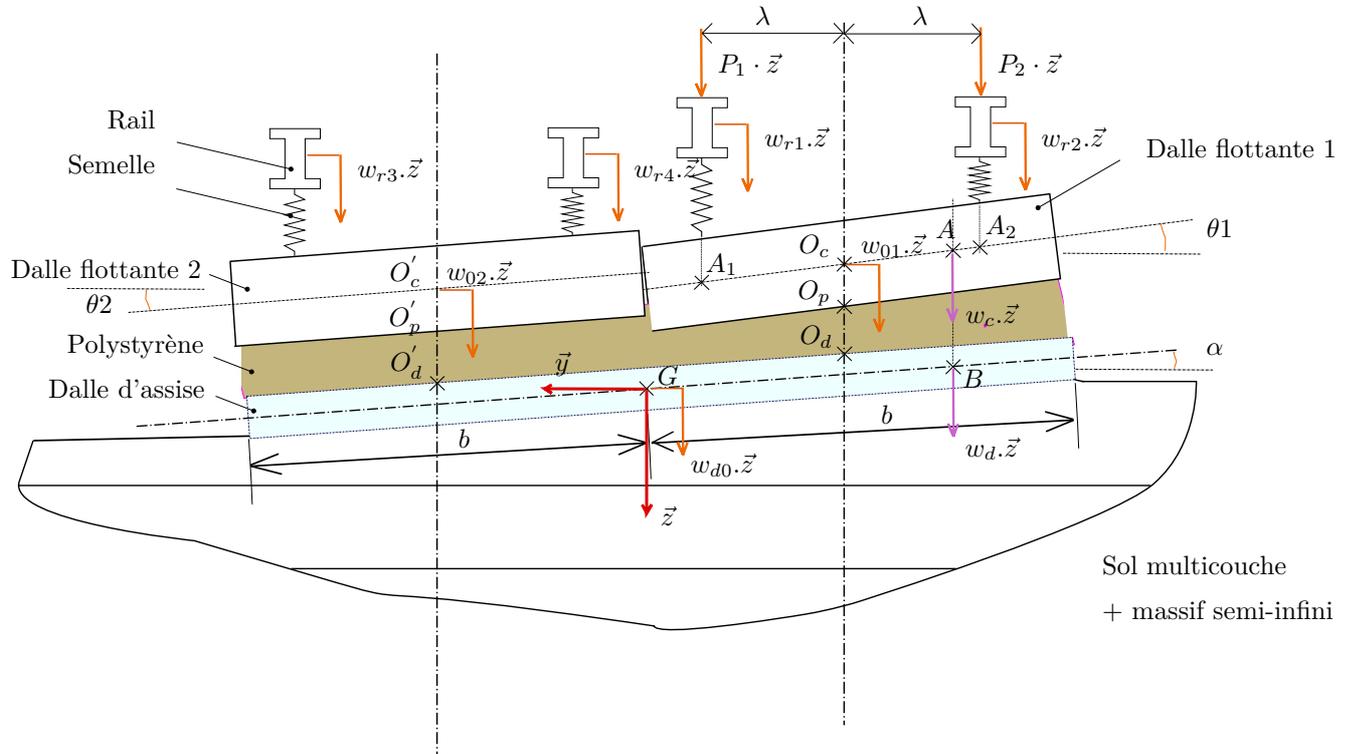


Figure 3.9 - Modèle analytique n°2 - Pose de voie sur dalle flottante

Les excitations des deux rails constituent toujours les données d'entrée du problème, elles sont notées $P_1 \cdot \delta(x - x_0) \cdot e^{i\omega \cdot t}$ et $P_2 \cdot \delta(x - x_0) \cdot e^{i\omega \cdot t}$. Les inconnues cinématiques sont :

- $w_{r1}(x, t)$ et $w_{r2}(x, t)$ pour les rails reposant sur la dalle flottante excitée directement, $w_{r3}(x, t)$ et $w_{r4}(x, t)$ pour les rails liés à la dalle flottante excitée indirectement ;
- $w_{01}(x, t)$, $\theta_1(x, t)$ et $w_{02}(x, t)$, $\theta_2(x, t)$ pour le déplacement et la rotation de chaque dalle flottante ;
- $w_{d0}(x, t)$ et $\alpha(x, t)$ pour la dalle d'assise.

Les inconnues sthéniques correspondent aux composantes de l'effort de contact $F_d(x, y, t)$ (effort linéique considéré par unité de longueur de voie) du sol sur la dalle d'assise, elles sont notées $F_{d0}(x, t)$ et $F_{d1}(x, t)$. Comme précédemment, on peut écrire cet effort selon l'équation (3.85) et les équations de couplage restent identiques aux formes (3.87).

Les équations établies précédemment pour la première dalle flottante restent valables, en prenant soin d'ajouter un indice "1" pour le déplacement et la rotation. De plus, à l'instar de la première dalle flottante et de l'équation (3.88), on peut écrire le déplacement d'un



point courant sur la dalle flottante 2 selon :

$$w_{c2}^*(x, y) = w_{02}^*(x) + \theta_2^*(x) \cdot \left(y - \frac{b}{2}\right) \quad \text{pour } y \in [0, b] \quad (3.98)$$

La force élémentaire appliquée par la dalle flottante 2 sur le polystyrène peut s'écrire :

$$df_2^*(x, y) = \frac{k_{poly}}{b} \cdot \{w_{c2}^*(x, y) - w_d^*(x, y)\} \cdot dy \quad (3.99)$$

sachant que la force globale s'écrit :

$$F_{02}^*(x) = \int_0^b df_2^*(x, y) \quad (3.100)$$

il vient :

$$F_{02}^*(x) = k_{poly} \cdot \left\{w_{02}^*(x) - w_{d0}^*(x) - \frac{\alpha^*(x) \cdot b}{2}\right\} \quad (3.101)$$

Cette résultante est indépendante de la rotation θ_2 en raison de la symétrie du chargement associé par rapport à l'axe (O'_c, \vec{z}) . Le couple $C_{02}^*(x)$ (considéré par unité de longueur de voie) correspondant à l'action de la dalle flottante 2 sur le polystyrène s'exprime comme suit au point de réduction O'_d :

$$C_{02}^*(x) = \int_0^b df_2^*(x, y) \cdot \left(y - \frac{b}{2}\right) = \frac{k_{poly} \cdot b^2}{12} \cdot (\theta_2^*(x) - \alpha^*(x)) \quad (3.102)$$

où on retrouve une équation similaire à la forme (3.93).

Par ailleurs, l'étude de l'équilibre dynamique de la dalle d'assise visible sur la figure 3.10 indique que les actions mécaniques extérieures auxquelles la dalle est soumise sont les suivantes :

- action de la dalle flottante 1, transmise *via* la couche de polystyrène, au point de réduction O_d ;
- action de la dalle flottante 2, transmise *via* la couche de polystyrène, au point de réduction O'_d ;
- réaction du sol.

Les équations d'équilibres étant écrites au centre de gravité G de la section droite, celles concernant la dalle d'assise s'écrivent :

$$E_d \cdot I_d \cdot w_{d,x^4}^*(x) + m_d \cdot \ddot{w}_{d0}^*(x) = -F_{d0}^*(x) + F_{01}^*(x) + F_{02}^*(x) \quad (3.103)$$

$$\begin{aligned} -D_d \cdot \alpha_{,x^2}^*(x) + I_{0d} \cdot \ddot{\alpha}^*(x) &= -\frac{2}{3} \cdot F_{d1}^*(x) \cdot b^2 \quad \dots \\ &+ \{F_{02}^*(x) - F_{01}^*(x)\} \cdot \frac{b}{2} + C_{01}^*(x) + C_{02}^*(x) \end{aligned} \quad (3.104)$$



3.6 Interaction voie/essieu

Les caractéristiques des efforts générés par le passage des tramways et exercés sur les rails sont directement liées aux irrégularités de surface des roues et des rails. Pour mieux appréhender cette relation, on présente brièvement dans ce paragraphe l'outil de simulation développé par l'INRETS pour la génération des vibrations au niveau du contact roue/rail. Les vibrations verticales d'un essieu permettent, *via* la prise en compte de la masse de cet essieu, de définir la force qui s'exerce sur les 2 rails simultanément pour un essieu (mode de pilonnement "P2" [Cox08]). Ces vibrations sont reliées aux irrégularités de surface des roues et des rails (rugosités). On se propose ainsi de définir les fonctions de transfert reliant les efforts dynamiques au contact roues/rails et les vibrations des essieux aux irrégularités de surface des roues et des rails (rugosité combinée). Ces fonctions sont données dans le cas d'un essieu rigide et d'une voie caractérisée par sa réceptance.

Au regard de la gamme de fréquences étudiée, on considère d'abord les deux hypothèses suivantes :

- les vibrations des masses non suspendues (essieux) constituent la part prépondérante des vibrations du véhicule, les fréquences de résonance des suspensions premières ne dépassant pas 5 Hz en règle générale ;
- les masses non suspendues se comportent essentiellement comme des solides rigides.

On considère un essieu rigide de masse M_w et d'inertie I_w (masses non suspendues), soumis à un effort statique N (poids des masses suspendues et non suspendues), roulant à une vitesse constante v sur une voie dont le comportement est supposé élastique, voir figure 3.11.

On se place en régime harmonique de pulsation ω dans un repère mobile se déplaçant avec l'essieu. Les réceptances verticales (ratio déplacement/effort) ponctuelles et croisées au niveau des rails sont notées respectivement $H_{t11}(\omega) = H_{t22}(\omega)$ et $H_{t12}(\omega) = H_{t21}(\omega)$. On fait l'hypothèse que ces réceptances en repère mobile sont identiques aux réceptances en repère fixe. Cette hypothèse est justifiée si les vitesses des ondes dans le rail, la plateforme et le sol sont bien supérieures à la vitesse de l'essieu, ce qui est le cas pour les tramways. Les déformations localisées au contact roue/rail sont prises en compte par une raideur de contact k_H ne dépendant que de l'effort statique N et des courbures de la roue et du rail au point de contact (modèle de Hertz linéarisé).

On note respectivement $z_w = \{z_{w1}, z_{w2}\}^T$, $z_t = \{z_{t1}, z_{t2}\}^T$, $f_t = -\{f_{t1}, f_{t2}\}^T$ les déplacements de l'essieu et des rails ainsi que les efforts appliqués sur l'essieu et les rails aux points de contact roues/rail. Ce sont les déplacements relatifs imposés par les irrégularités de surface des rails et des roues, pris en compte *via* une rugosité combinée, notée $r(\omega) = \{r_1, r_2\}^T$ qui constituent l'excitation du système. A chaque longueur d'onde de



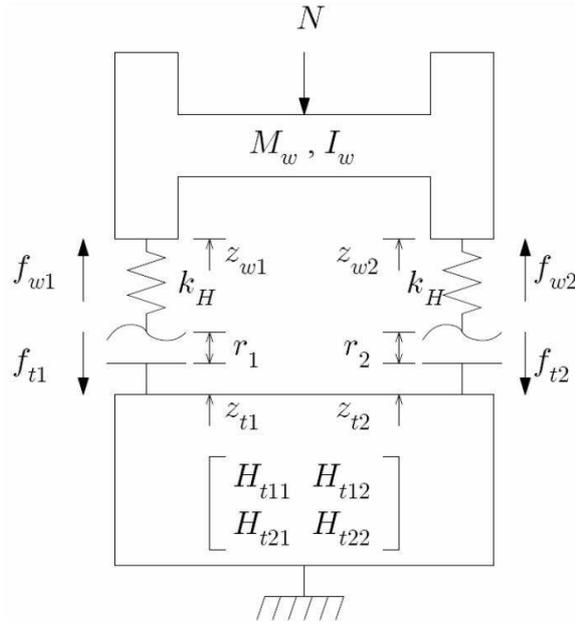


Figure 3.11 - Modèle utilisé pour l'interaction voie/essieu

rugosité λ correspond une excitation de pulsation $\omega = 2\pi \cdot v/\lambda$.

La mise en équation d'un tel système permet d'exprimer directement les déplacements de l'essieu et les efforts au contact en fonction des rugosités :

$$z_{wS} = \frac{z_{w1} + z_{w2}}{2} = H_{wrS} \cdot \frac{r_1 + r_2}{2} = H_{wrS} \cdot r_S \quad (3.106)$$

$$z_{wA} = \frac{z_{w1} - z_{w2}}{2} = H_{wrA} \cdot \frac{r_1 - r_2}{2} = H_{wrA} \cdot r_A \quad (3.107)$$

$$f_{wS} = \frac{f_{w1} + f_{w2}}{2} = -\omega^2 \cdot M_w \cdot z_{wS} \quad (3.108)$$

$$f_{wA} = \frac{f_{w1} - f_{w2}}{2} = -\omega^2 \cdot \frac{I_w}{d^2} \cdot z_{wA} \quad (3.109)$$

où $H_{wrS}(\omega)$ et $H_{wrA}(\omega)$ sont les fonctions de transfert entre la rugosité combinée et les parties symétrique et antisymétrique des déplacements de l'essieu données par :

$$H_{wrS} = \left\{ 1 - \frac{\omega^2 \cdot M_w}{2} \cdot \left(H_{t11} + H_{t12} + \frac{1}{k_H} \right) \right\}^{-1} \quad (3.110)$$

$$H_{wrA} = \left\{ 1 - \frac{\omega^2 \cdot I_w}{2d^2} \cdot \left(H_{t11} - H_{t12} + \frac{1}{k_H} \right) \right\}^{-1} \quad (3.111)$$

Elles font chacune apparaître une zone fréquentielle de résonance caractérisée par une inertie de l'essieu proche de la raideur dynamique de la voie :

- en dessous de cette résonance, la fonction de transfert est proche de l'unité ; le déplacement de l'essieu est proche de la rugosité imposée ;
- autour de la résonance, le déplacement de l'essieu est maximal et son amplitude est contrôlée par l'amortissement de la voie ;

– au dessus de la résonance, le déplacement de l'essieu décroît et c'est la voie qui reprend l'essentiel de la rugosité imposée.

Par la suite, ce modèle permet de déduire, à l'aide des résultats expérimentaux, les masse et inertie de l'essieu mesuré (pour les deux rames). Les caractéristiques mécaniques des essieux étant précisées, il est alors possible de déterminer les efforts s'appliquant sur chaque rail, soit directement à partir des accélérations mesurées, soit à l'aide de la rugosité estimée pour les rails (celle des roues n'ayant pas été mesurée) et du modèle présenté ici, soit encore à l'aide d'une rugosité combinée recalée et l'utilisation du même modèle.



3.7 Conclusion

Différentes modélisations ont été proposées dans ce chapitre :

- premièrement, deux modèles de voies sont disponibles pour le cas d'étude d'une pose classique, le premier ne prenant en compte que le mode d'excitation symétrique (modèle de voie à deux dimensions), le second pouvant tenir compte d'une excitation différente sur chaque rail (modèle à trois dimensions) ;
- deuxièmement, deux modèles de voies (à trois dimensions) sont utilisables pour le cas d'étude d'une pose sur dalle flottante, le premier ne prenant pas en compte les vibrations de la dalle flottante non excitée, et le second estimant les vibrations des deux dalles flottantes, dans le but de fournir un modèle physique plus réaliste ;
- enfin, un modèle pour le calcul des efforts aux contacts roues/rails est proposé.

Ces différents modèles analytiques, mis en œuvre à l'aide d'outils numériques, doivent être validés dans le chapitre suivant à l'aide d'une comparaison avec les résultats issus des campagnes expérimentales.



4

Comparaison simulation numérique/résultats expérimentaux

Sommaire

4.1	Introduction	108
4.2	Caractéristiques mécaniques des sols étudiés	109
4.2.1	Remarques préliminaires	109
4.2.2	Site en pose classique (Ferrière)	110
4.2.3	Site en pose isolante sur dalle flottante (Libération)	118
4.2.4	Étude de convergence	120
4.2.5	Comparaison avec le modèle développé par L. AUERSCH	126
4.3	Caractéristiques mécaniques des voies étudiées	127
4.3.1	Pose classique	127
4.3.2	Pose sur dalle flottante	133
4.4	Efficacité de la fondation élastique vis-à-vis de la pose classique	138
4.5	Détermination des efforts dynamiques au contact roue/rail	142
4.5.1	Définition des paramètres d'essieu	142
4.5.2	Validation du modèle voie/essieu	145
4.5.3	Identification de la rugosité combinée	147
4.5.4	Définition des efforts	150
4.5.5	Conclusion	151
4.6	Simulation du passage d'un tramway	152
4.6.1	Principe du calcul	152
4.6.2	Résultats obtenus sur le site en pose classique	154
4.6.3	Résultats obtenus sur le site en pose isolante	162
4.6.4	Bilan concernant les niveaux estimés	165
4.6.5	Conclusion	166



4.1 Introduction

Dans ce chapitre, on se propose d'une part de simuler le comportement des voies sur pose classique et sur dalle flottante en utilisant les modèles présentés au chapitre précédent, et d'autre part de procéder à une comparaison des résultats obtenus à l'aide de ces simulations et de ceux relevés lors de la campagne expérimentale.

Pour cela, les caractéristiques mécaniques du sol sur lequel repose chaque voie sont d'abord précisées. Cette étape, venant clore la procédure SASW, permet en outre de valider le modèle semi-analytique pour le sol en confrontant les réponses estimées aux mesures issues des essais au marteau. Ensuite, les caractéristiques des deux voies sont recalées en comparant les mesures aux simulations numériques dans le cas d'un impact au marteau sur le rail. Puis, les efforts dynamiques s'exerçant sur le rail pour chaque tramway sont estimés à l'aide du modèle d'interaction voie-essieu. Les rugosités (mesurées) du rail, la masse et l'inertie (recalées) des essieux constituent les paramètres d'entrées du modèle. Enfin, la simulation de la réponse du sol et de la voie au passage d'un tramway est envisagée sur les deux types de poses, pour les deux rames (avec et sans essieu). Pour terminer, il est effectué une comparaison des résultats obtenus avec les mesures réalisées lors des différents passages.

Par ailleurs, une analyse paramétrique est proposée pour quantifier l'impact des différents éléments de la voie sur la réponse vibratoire dans le sol. L'efficacité de la dalle flottante vis-à-vis de la pose classique est alors envisagée compte-tenu du type de sol sur lequel la voie est placée.

On précise de nouveau que l'étude comparative est réduite à deux sites sur lesquels chaque pose est représentative d'une solution trouvée habituellement pour une voie de tramway. Les simulations se focalisent donc sur les sites Ferrière et Libération, où les poses classique et sur dalle flottante sont utilisées.

Les deux autres sites n'ont pas été retenus. En effet, même s'il contient une pose spécifique, le site de Longchamp n'a pas été exploité à cause des incohérences observées lors des mesures (réceptance non conforme à la pose, atténuations des vibrations au passage non significatives, *etc.*). Quant au site de Souillarderie sur lequel une voie SNCF requalifiée est utilisée, la pose (voie sur ballast), plus connue, présente moins d'intérêt à être modélisée ; de plus le sol en remblai sur ce site posait des problèmes de modélisation.



4.2 Caractéristiques mécaniques des sols étudiés

4.2.1 Remarques préliminaires

La caractérisation d'un sol suivant la procédure d'analyse spectrale des ondes de surface (SASW) est constituée de trois étapes :

- mesures en surface (présentées au paragraphe 2.3.4) ;
- évaluation des courbes de dispersion pour la vitesse de l'onde superficielle de Rayleigh (disponibles sur les figures 2.14) ;
- inversion des courbes de dispersion pour obtenir le "profil" de chaque sol, à savoir la valeur de la vitesse de l'onde de cisaillement en fonction de la profondeur.

Le troisième et dernier point de la méthode SASW est mis en place dans les deux sections qui suivent.

- Pour chaque sol on réalise le processus d'inversion à l'aide d'un algorithme développé par Lai et Rix [Lai98], programmé avec MATLAB[®] et disponible sous licence publique générale de GNU. Le résultat obtenu est discuté en comparaison avec une méthode d'inversion moins élaborée [Aue05c, Gaz80].
- Puis le profil de sol obtenu est affiné, en particulier concernant la valeur de l'amortissement interne (non pris en compte dans les processus d'inversion précédents) pour chaque couche, à l'aide du modèle semi-analytique présenté au paragraphe 3.2. La comparaison modèle/mesures s'appuie d'une part sur les mobilités de transfert en champ libre (amplitudes des réponses vibratoires du sol), et d'autre part sur la courbe de dispersion (phases des réponses vibratoires).

Cette dernière procédure permet au passage de valider le modèle numérique (sur l'estimation de la réponse en champ libre du sol de même que sur l'établissement de la courbe de dispersion) suite à un impact ponctuel sur le sol.

Une attention particulière sera portée sur la crédibilité de la solution de profil de sol retenu. En effet, le principe même du processus d'inversion est basé sur une méthode d'optimisation ayant pour but de trouver le profil de sol pour lequel la courbe de dispersion théorique se rapproche le plus de la courbe expérimentale. Or le caractère d'unicité de la solution est difficile à établir, étant donné que les hypothèses de départ (le "vecteur initial" pour l'optimisation) sont définies selon des critères peu précis (épaisseurs des couches en particulier). Par ailleurs, la courbe de dispersion obtenue en un point donné du sol, et suivant une direction donnée, peut différer assez largement de celle que l'on obtiendrait quelques mètres plus loin, ou suivant une direction différente. On pourra trouver à ce propos une analyse pour les cas de stratification de sols non homogènes [Guc92] et une analyse de fiabilité des résultats, suivant des méthodes de type Monte-Carlo par chaînes de Markov [Sch08].



4.2.2 Site en pose classique (Ferrière)

Le tableau A.1 présente les informations disponibles pour le sol environnant la voie sur le site Ferrière. En première approche, on retiendra un sol constitué des couches suivantes :

- première couche d'épaisseur 0,4m (terre végétale remplaçant le remblai graveleux en place avant l'implantation de la voie) ;
- seconde couche d'épaisseur 0,6m (micaschiste altéré) ;
- troisième couche d'épaisseur 3m (micaschiste altéré) ;
- massif semi-infini (pas d'information sur le type de sol).

Le choix du vecteur initial lors de la procédure d'inversion peut jouer un rôle sur l'optimum (s'il est local) résultant de l'optimisation. En effet, cette procédure est menée uniquement sur les valeurs à attribuer aux modules de Young (ou de façon équivalente, à la vitesse de l'onde de cisaillement) de chaque couche. Les autres paramètres (nombre de couches et épaisseur, masse volumique, coefficient de Poisson de chaque couche) sont fixés au début de la procédure d'inversion, sachant qu'ils ont une influence sur la courbe de dispersion et ainsi sur le résultat lors du processus d'inversion. Une bonne connaissance des éléments constitutifs du sous-sol avant inversion permet donc de choisir un vecteur initial ayant des caractéristiques normalement assez proches de la solution après optimisation, limitant du même coup les risques de caractéristiques non réalistes.

Dans le cadre de ce travail, il pouvait alors être intéressant d'améliorer la procédure d'inversion, puisqu'elle se résume à la détermination des modules de Young du sol multicouche, les autres paramètres étant fixés au départ. La méthode proposée a été envisagée de la façon suivante : à l'aide du modèle semi-analytique disponible, il est possible soit d'estimer la courbe de dispersion, soit de calculer la réponse du sol en un point donné. Par conséquent, une procédure d'optimisation peut être menée sur ces deux jeux de données (dispersion et réponses en surface à différentes distances). Elle peut prendre en compte tous les paramètres mécaniques pour chaque couche (amortissement γ compris), voire même leur nombre et leurs épaisseurs. Le problème correspond alors à une optimisation non linéaire. Outre la procédure d'optimisation en elle-même, les temps de calculs nécessaires pour l'évaluation du "vecteur candidat" entre deux pas d'optimisation peuvent devenir importants (plusieurs heures si l'optimisation est menée sur une gamme de fréquences étendue) et mener à un temps de calcul pour l'optimisation globale difficilement acceptable. De plus, le candidat solution lorsqu'il existe n'est pas forcément unique. Finalement, cette approche, complexe, a été mise de côté (priviliégiant la procédure classique d'inversion) mais elle reste envisageable pour des travaux futurs. Elle devrait alors s'accompagner de mesures complémentaires de mobilités de transfert pour atteindre des distances plus grandes (64m par exemple) afin d'avoir à disposition une courbe de dispersion expérimentale très précise notamment pour les fréquences faibles.



Le profil obtenu en première approche pour le sol est défini dans le tableau 4.1. L'inversion qui en résulte donne une courbe de dispersion acceptable par rapport à la courbe expérimentale, comme l'illustre la figure 4.1.

	couche 1	couche 2	couche 3	massif
$E \times 10^6 (N/m^2)$	26	56.5	313	128
ν	0.4	0.35	0.33	0.3
$\rho (kg/m^3)$	1600	1700	1800	1900
Épaisseur (m)	0.4	0.6	1	∞
Vitesse onde S (m/s)	77	111	257	161

Tableau 4.1 - Profil de sol obtenu suivant la procédure d'inversion – Massif souple – Ferrière

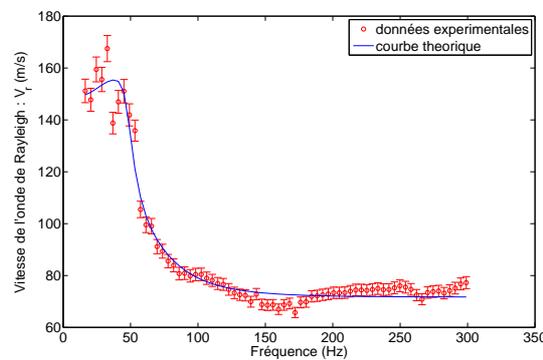


Figure 4.1 - Courbe de dispersion obtenue par inversion – Ferrière – Comparaison avec les données expérimentales

Les coefficients de Poisson sont plus élevés à la surface parce que la teneur en eau de ce type de sol est sans doute plus forte sur les premières couches, étant donné l'environnement engazonné. Les masses volumiques sont choisies augmentant légèrement avec la profondeur.

Un point important ressort vis-à-vis du profil de sol obtenu : la dernière couche est plus raide que le massif semi-infini, qualifié de "souple". L'allure non monotone de la courbe de dispersion est à l'origine de ce résultat. Mais, comme cela a été déjà précisé dans la partie expérimentale, la vitesse de l'onde de surface estimée sur la gamme de fréquences 0-50Hz pour ce site est à considérer avec précaution (les mesures présentant une dispersion importante). Or, cette gamme de fréquences caractérise le massif : à 50Hz, la vitesse de l'onde de surface est proche de 140m/s, soit une longueur de l'onde de Rayleigh de 2,8m. Il est admis habituellement que l'onde de surface se déplace sur une profondeur de l'ordre d'une longueur d'onde. Dès lors, le module de Young du massif semi-infini (et dans une moindre mesure celui de la couche 3) est obtenu par comparaison avec des données incertaines, et il ne peut pas être, à ce stade, validé correctement à l'aide de la courbe de dispersion.



En complément de ce résultat, une procédure rapide d'inversion, due en premier à Gazetas [Gaz80] peut être effectuée. Elle fonctionne correctement si le sol envisagé présente une raideur qui augmente avec la profondeur (et de façon "régulière"). Alors, pour une fréquence donnée f_0 , il correspond une valeur de la vitesse de l'onde de Rayleigh liée à la longueur d'onde par la relation :

$$\lambda_r(f_0) = \frac{V_r(f_0)}{f_0} \quad (4.1)$$

Comme l'onde de Rayleigh est une onde superficielle, qui traverse le sol sur une profondeur généralement inférieure à une longueur d'onde, on admet (ceci dépend des auteurs, et reste une valeur empirique) que la couche située à la profondeur $\lambda_r(f_0)/3$ est caractérisée par la vitesse $V_s(f_0)$ déduite de la vitesse $V_r(f_0)$ via la relation de Viktorov, équation (1.4). La figure 4.2, due à Prange [Pra90] illustre la procédure en posant $V_s \simeq 1,1 \cdot V_r$ ce qui est le cas lorsque le coefficient de Poisson est proche de 0,2.

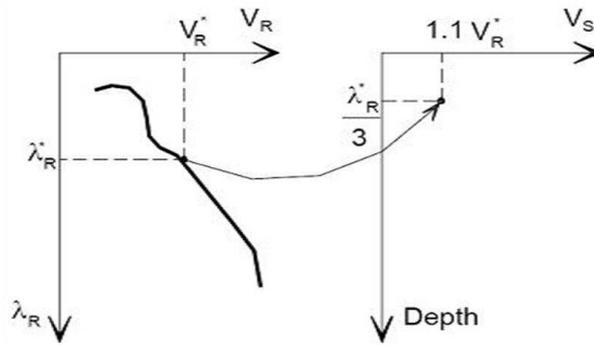


Figure 4.2 - Inversion de la courbe de dispersion suivant le principe du sol équivalent à la profondeur $\lambda_r/3$

On peut étendre cette procédure pour un sol ayant une raideur augmentant de façon continue, c'est-à-dire qu'on ne considère plus de couches pour le sol. Ainsi, chaque couple $(f_0, V_r(f_0))$ définit la raideur du sous-sol à la profondeur $\lambda_r(f_0)/3$. Finalement, on propose sur la figure 4.3 la comparaison des résultats obtenus pour les deux procédures d'inversion.

Cette figure montre que, selon le critère $\lambda_r/3$, le sol est caractérisé ici sur une profondeur de 3m environ. Ceci constitue une limite importante des mesures effectuées, et confirme que la définition du sol situé au-delà de cette profondeur ne peut pas être complètement validée. Par ailleurs, les résultats sont différents suivant les deux procédures du fait de la présence d'une couche intermédiaire plus raide que les deux couches adjacentes. Ceci provient de l'allure de la courbe de dispersion expérimentale : pour les fréquences faibles, la courbe n'est pas monotone décroissante. Cela peut induire lors de la procédure d'inversion une solution où le massif semi-infini est moins raide que la couche qu'il supporte, alors que

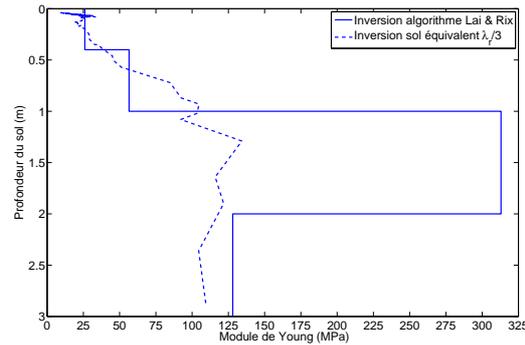


Figure 4.3 - *Comparaison des profils de sols obtenus – Ferrière*

la procédure de définition du sol suivant le "critère $\lambda_r/3$ " ne permet pas, par hypothèse, de relever efficacement une telle variation. Précisément, nous avons noté qu'à 50Hz, la longueur de l'onde de Rayleigh vaut 2,8m, donc le sol est caractérisé avec cette fréquence à une profondeur de seulement 1m. Pour de plus grandes profondeurs, l'incertitude sur l'allure de la courbe expérimentale engendre une incertitude sur le type de sol : seules les deux premières couches du tableau 4.1 sont donc définies avec suffisamment de précision.

Au bilan, l'analyse de ces résultats met en évidence le fait que la procédure de mesures de caractérisation du sol, effectuée sur ce site, est imparfaite. Notons que seulement six impacts au marteau ont été réalisés pour chaque position des capteurs, la qualité des mesures étant validée à l'aide de la cohérence. La distance maximale inter-capteurs utilisée était de 16m, au delà le bruit important rendait les mesures non exploitables pour une excitation effectuée à l'aide d'un marteau. Sur ce dernier point, récemment Degrande *et al.* [Lom03, Pyl04, Sch08] ont montré qu'il était possible, à l'aide d'un simple marteau, d'obtenir des résultats corrects jusqu'à 64m. Pour cela, un nombre important d'impacts doit être effectué, de l'ordre de 50 à 100 pour chaque configuration de mesure. Une moyenne est ensuite réalisée, ayant pour effet "d'extraire" le bruit apparent sur les mesures pour les distances élevées (la cohérence finale venant valider ces mesures). La caractérisation du sol pourrait donc être améliorée sensiblement à l'aide de mesures (non bruitées) jusqu'à 64m par exemple, puisqu'alors le sol serait défini avec précision sur une profondeur importante.

Pour affiner le profil de sol retenu, (et notamment mieux caractériser le massif au-delà de 1m de profondeur), en n'utilisant que les seules mesures disponibles jusqu'à 16m, on se propose en deuxième étape d'utiliser le modèle semi-analytique et de comparer les résultats à l'aide des données expérimentales concernant :

- les réponses du sol aux différentes distances ;
- la courbe de dispersion.

En procédant de cette façon, on utilise à nouveau la courbe de dispersion, donc l'analyse de la phase de la vitesse vibratoire en différents points de mesures. Mais en plus, l'amplitude de cette vitesse vibratoire est prise en compte, ce qui n'est pas le cas dans la procédure d'inversion présentée précédemment. Cette analyse complémentaire peut permettre d'affiner les paramètres du sol.

Pour simplifier la procédure, l'analyse paramétrique porte sur le module de Young de la dernière couche et du massif semi-infini, ainsi que sur la valeur de l'amortissement interne dans chaque couche. Ce sont en effet ces deux points qui restent mal définis suite à l'inversion.

L'amortissement interne dans les différentes couches joue un rôle important vis-à-vis de la réponse vibratoire du sol. En effet, si on conserve les données indiquées dans le tableau 4.1 en fixant la valeur de l'amortissement à 4% pour tout le sol multicouche, on obtient des résultats qui ne correspondent pas bien avec les mesures, comme l'illustre la figure 4.4.

Cette différence entre le modèle numérique et les mesures a déjà été visualisée :

- par Auersch [Aue94], qui pallie ce problème *via* l'utilisation d'une fonction de transfert. Celle-ci joue le rôle d'un filtre "passe-haut", permettant d'atténuer les amplitudes des réponses estimées numériquement à partir d'une fréquence "de coupure" (correspondant à la zone d'amplitude maximale des vibrations pour chaque distance) ;
- et confirmée par Lombaert *et al.* [Kog03, Lom06a]. Ces derniers auteurs imputent cette défaillance à la valeur de la raideur de la première couche (probablement trop élevée) ou à l'amortissement du sol, sans toutefois proposer de solutions.

Dans le cas présent, une solution consiste à fixer un amortissement important sur les premières couches du sol. En effet, les amplitudes de vibrations doivent être atténuées lorsque les fréquences sont élevées, ce qui fait intervenir principalement la première couche du sol, et dans une moindre mesure les couches suivantes. Le tableau 4.2 récapitule les données retenues avec cette nouvelle approche, et la figure 4.5 présente la comparaison entre les mesures et la simulation pour les réponses du sol et l'estimation de la courbe de dispersion.

	couche 1	couche 2	couche 3	massif
$E \times 10^6 (N/m^2)$	26	56,5	313	128
ν	0,4	0,35	0,33	0,3
$\rho (kg/m^3)$	1600	1700	1800	1900
η	0,15	0,10	0,10	0,08
Épaisseur (m)	0,4	0,6	1	∞
Vitesse onde S (m/s)	77	111	257	161

Tableau 4.2 - Profil de sol avec définition de l'amortissement – massif souple - Ferrière



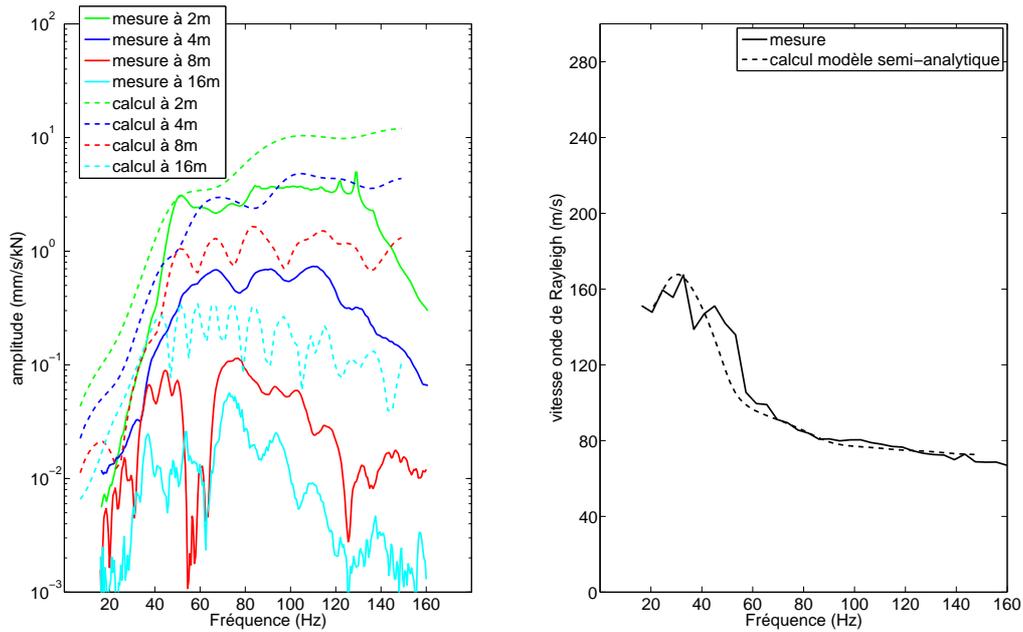


Figure 4.4 - Comparaison mesures/simulation sur la réponse du sol suite à une excitation ponctuelle avec un massif souple et un amortissement constant sur le sol, valant 4% – Ferrière (suivant tableau A.1)

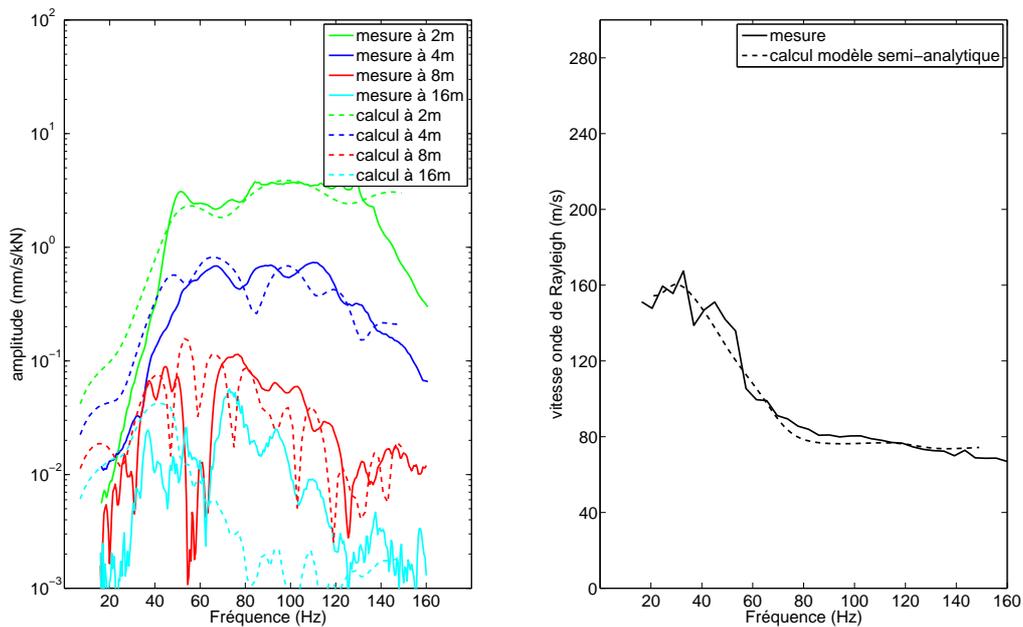


Figure 4.5 - Comparaison mesures/simulation sur la réponse du sol suite à une excitation ponctuelle avec un massif souple et un amortissement variable – Ferrière (suivant tableau 4.2)

Le module de Young du massif semi-infini et de la troisième couche peuvent être estimés au regard de l'évolution des amplitudes dans la gamme 0–50Hz, pour les mesures sur le sol. En effet, les amplitudes des vitesses vibratoires augmentent sensiblement dans



cette gamme, preuve de la présence d'une couche reposant sur un massif plus raide. Ceci contredit l'inversion réalisée précédemment, et l'allure de la courbe de dispersion est plus probablement décroissante monotone, ou à l'inverse avec des vitesses augmentant lorsque la fréquence diminue. Compte-tenu des remarques précédentes concernant le processus d'inversion, on choisit d'inclure la troisième couche dans le massif semi-infini. Il est alors possible d'obtenir des réponses calculées pour le sol toujours en assez bonne adéquation avec les mesures pour la gamme de fréquences 0–50Hz, et surtout des résultats plus satisfaisants que précédemment à 16m.

	couche 1	couche 2	massif
$E \times 10^6 (N/m^2)$	26	56,5	207
ν	0,4	0,35	0,33
$\rho (kg/m^3)$	1600	1700	1800
η	0,15	0,10	0,06
Épaisseur (m)	0,4	0,6	∞
Vitesse onde S (m/s)	77	111	208

Tableau 4.3 - Profil de sol retenu – Ferrière

Le tableau 4.3 présente les données finalement retenues, et sur la figure 4.6 on note l'amélioration des résultats obtenus avec la simulation numérique utilisant ces données.

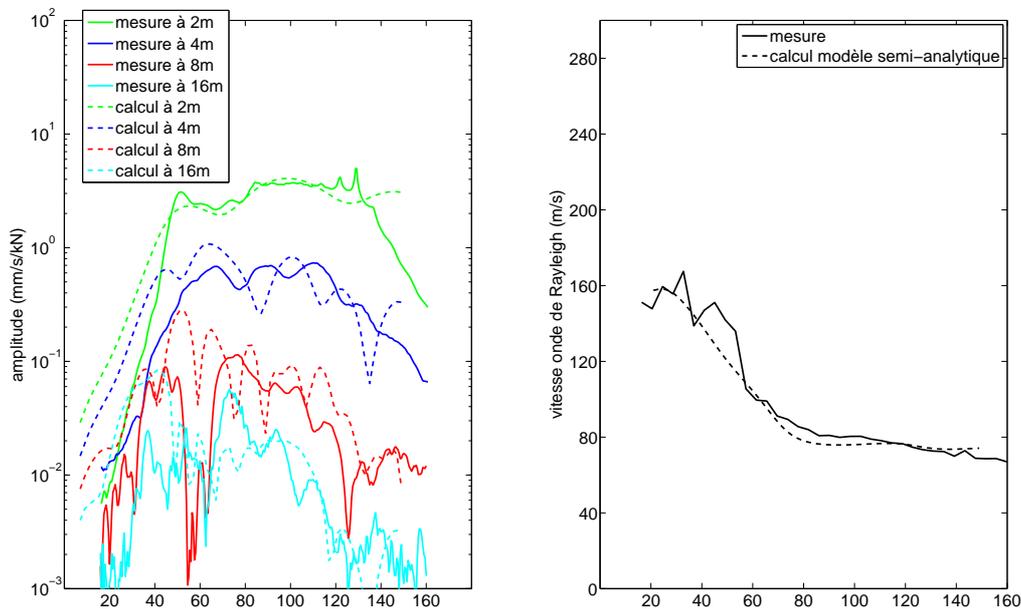


Figure 4.6 - Comparaison mesures/simulation sur la réponse du sol suite à une excitation ponctuelle – Modèle retenu – Ferrière (suivant tableau 4.3)

Remarque : la courbe de dispersion est obtenue à l'aide du modèle semi-analytique en considérant une procédure d'analyse de la vitesse de phase, à l'instar de la méthode utilisée expérimentalement. Dans le cas numérique, la phase de la vitesse complexe calculée est relevée pour différentes distances, puis une vitesse de phase est estimée pour chaque fréquence de calculs. A titre d'illustration, on présente sur la figure 4.7 les vitesses de phase obtenues par regression linéaire pour quelques fréquences.

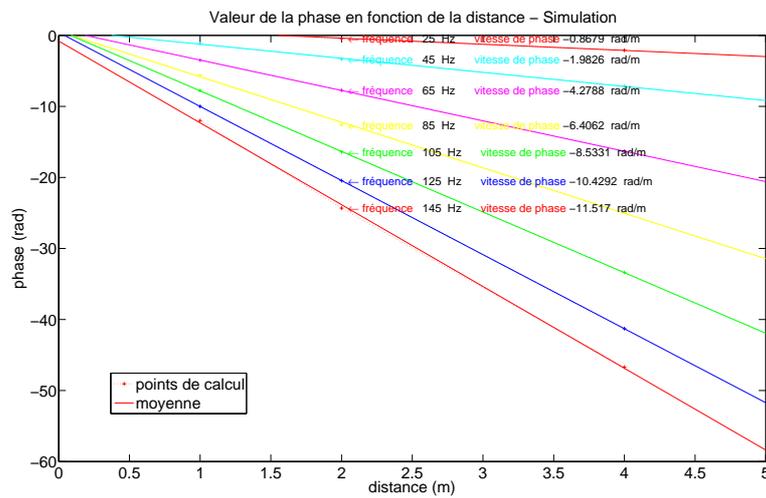


Figure 4.7 - Simulation de la vitesse de phase pour les distances 1, 2 et 4m du point d'excitation – Ferrière – Modèle retenu (suivant tableau 4.3)

4.2.3 Site en pose isolante sur dalle flottante (Libération)

Le tableau A.1 présente les informations disponibles pour le sol environnant la voie sur le site Libération. En première approche, on retiendra un sol constitué des couches suivantes :

- première couche d'épaisseur 0,6m (voirie) ;
- seconde couche d'épaisseur 0,6m (limon sableux) ;
- troisième couche d'épaisseur 1,8m (gneiss) ;
- massif semi-infini (pas d'information sur le type de sol).

Le profil obtenu pour le sol est défini dans le tableau 4.4.

	couche 1	couche 2	couche 3	couche 4	massif
$E \times 10^6 (N/m^2)$	101	157	341	667	50000
ν	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3
$\rho (kg/m^3)$	2000	2000	2000	2000	2000
η	0,4	0,2	0,2	0,1	0,05
Épaisseur (m)	0,6	0,4	1	1	∞
Vitesse onde S (m/s)	144	175	260	360	3100

Tableau 4.4 - Profil de sol obtenu suivant la procédure d'inversion – Libération

L'inversion qui en résulte donne une courbe de dispersion relativement satisfaisante comme l'illustre la figure 4.8.

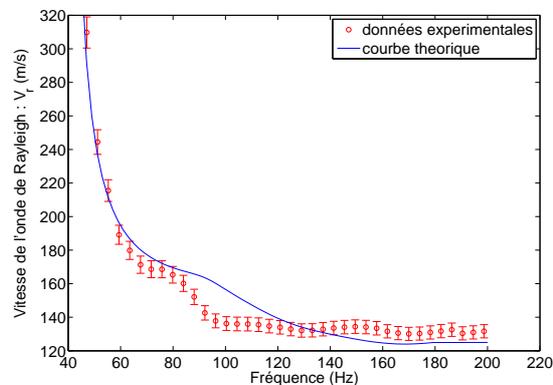


Figure 4.8 - Courbe de dispersion obtenue par inversion – Libération – Comparaison avec les données expérimentales

Comme pour le premier sol, il est possible de comparer le profil de sol obtenu par inversion et celui trouvé directement à l'aide du critère de "sol équivalent" sur une profondeur valant $\lambda_r/3$. La comparaison est proposée sur la figure 4.9. Pour le type de sol étudié, on trouve une bonne similitude entre les deux procédures. Encore une fois le module de Young du massif semi-infini est sujet à discussion. La valeur fixée par inversion semble assez arbitraire. Ce type de limite a déjà été énoncé dans la littérature, Lombaert et Degrande [Lom03] .



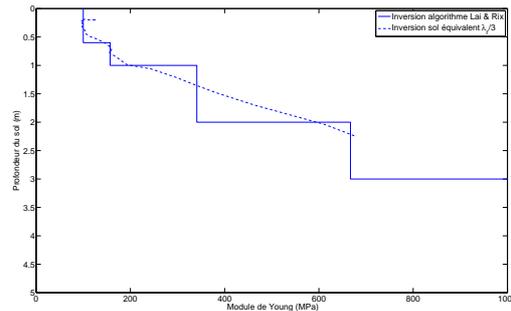


Figure 4.9 - Comparaison des profils de sols obtenus – Libération

Finalement, la figure 4.10 présente les résultats obtenus avec les données du tableau 4.4, et qui montre une comparaison satisfaisante pour les différentes courbes représentées.

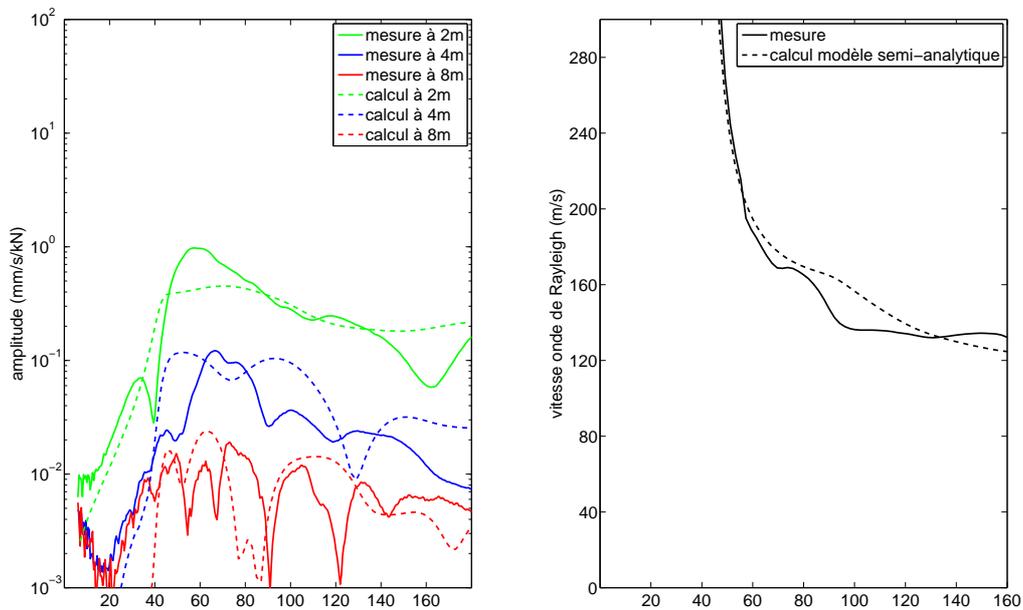


Figure 4.10 - Comparaison mesures/simulation sur la réponse du sol suite à une excitation ponctuelle - Libération - Modèle retenu

En conclusion, les deux sols correspondant aux poses classique et sur dalle flottante ont été définis par comparaison avec les mesures. La procédure a été effectuée d'abord à l'aide d'outils usuels d'inversion, puis en utilisant le modèle semi-analytique. Les différentes comparaisons indiquent que la réponse du sol est prédite de façon satisfaisante pour les deux sols à l'aide du modèle numérique. Ceci constitue indirectement la validation du modèle pour les cas de calculs en champ libre.

4.2.4 Étude de convergence

Dans ce paragraphe, on se propose d'analyser la précision des calculs effectués. Elle dépend :

- d'une part, de la finesse de la discrétisation effectuée sur le domaine réel (et sur l'espace des nombres d'onde), définie par le nombre de points de discrétisation ;
- et d'autre part de la taille du domaine discrétisé (réel et transformé), défini par le nombre d'onde de coupure.

L'algorithme de résolution n° 1 est utilisé ici, suivant la procédure décrite en particulier par l'équation (3.34). De façon à réduire les temps de calcul d'une part, et pour s'assurer de la précision suffisante des résultats, il est nécessaire de choisir un nombre d'onde "de coupure" (nombre d'onde maximal) assez grand et une discrétisation dans le domaine transformé assez fine.

Valeur du nombre d'onde de coupure. A titre d'illustration, les déplacements transformés sont calculés pour le sol défini dans le tableau 4.3. Le nombre de points utilisés pour la discrétisation est fixé à $N = 2048$, et le nombre d'onde de coupure à $Q_c = 20m^{-1}$. On présente les résultats sur un seul quadrant du domaine transformé, pour les deux cas suivants :

- une fréquence d'excitation harmonique de 50Hz sur les figures 4.11 et 4.12 ;
- une fréquence d'excitation harmonique de 100Hz sur les figures 4.13 et 4.14.

L'étude est limitée à un quart de plan dans le domaine transformé, les trois autres domaines se déduisant par symétrie. Le calcul des nombres d'ondes k_1 , k_2 et k_r respectivement pour l'onde de compression, de cisaillement et de Rayleigh dans le cas d'un sol parfaitement élastique (sans amortissement) peut se faire, pour une couche donnée, suivant l'équation :

$$k_i = \frac{2\pi \cdot f}{V_i} \quad (4.2)$$

Ces nombres révèlent une corrélation avec les positions des différents extremum visualisés sur les tracés des amplitudes pour les deux fréquences considérées. Plus généralement, la correspondance devient visible si on représente dans le domaine fréquence – nombre d'onde les amplitudes des déplacements transformés, comme proposé sur la figure 4.15. Notons alors que le nombre d'onde k est défini par :

$$k = \sqrt{\gamma^2 + \beta^2} \quad (4.3)$$

ceci étant dû à la symétrie de révolution pour les déplacements calculés dans le plan des nombres d'onde (γ, β) .

Sur cette figure on a superposé trois droites (en traits pointillés) représentant le calcul *via* l'équation (4.2) des nombres d'onde (en fonction de la fréquence) :

- de Rayleigh pour la première couche (noir) ;



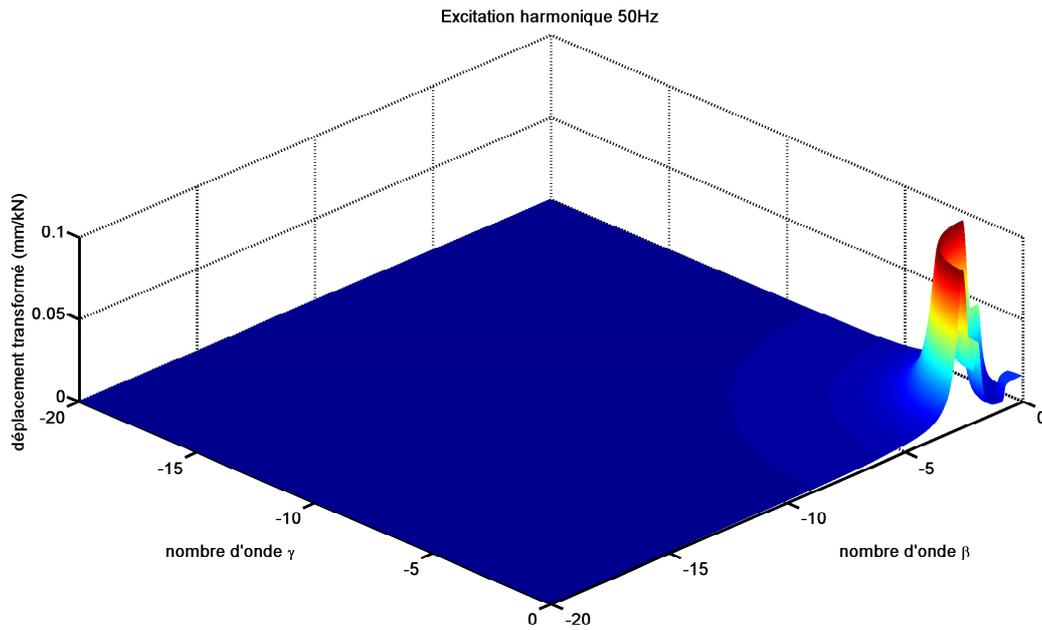


Figure 4.11 - *Déplacements transformés pour une excitation à 50Hz - Partie réelle - Ferrière*

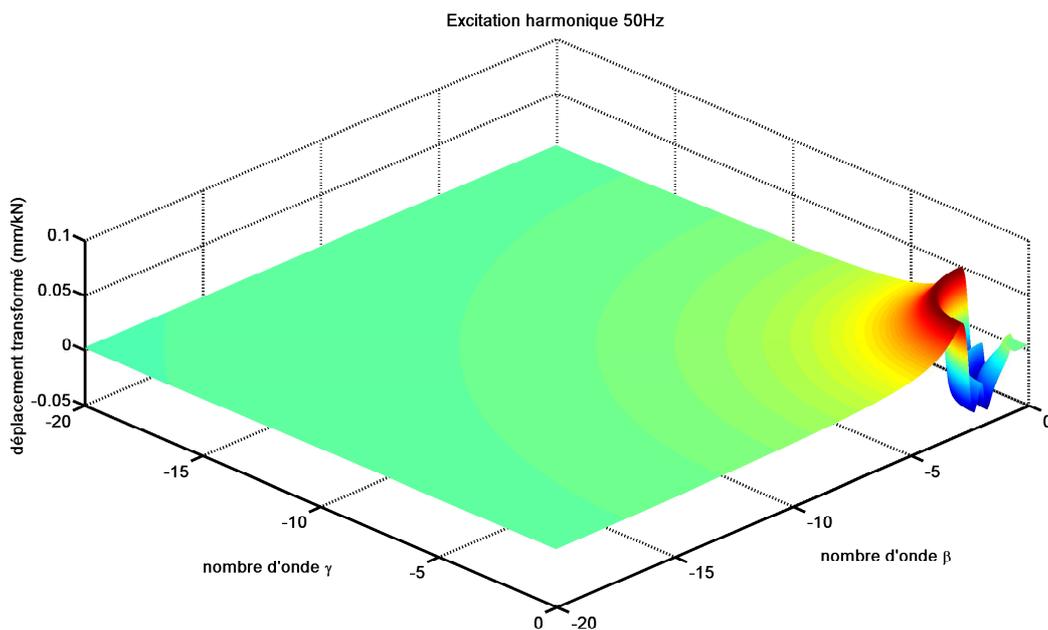


Figure 4.12 - *Déplacements transformés pour une excitation à 50Hz - Partie imaginaire - Ferrière*

- de cisaillement pour la seconde couche (vert) ;
- de cisaillement pour le massif semi-infini (jaune).

Finalement, chaque zone de maximum, sur les amplitudes présentées, représente une onde de propagation. Dans le cas d'un massif semi-infini, chaque pic serait relié à une fréquence de résonance naturelle. Ici, le sol considéré étant multicouche, les interfaces β entre couches

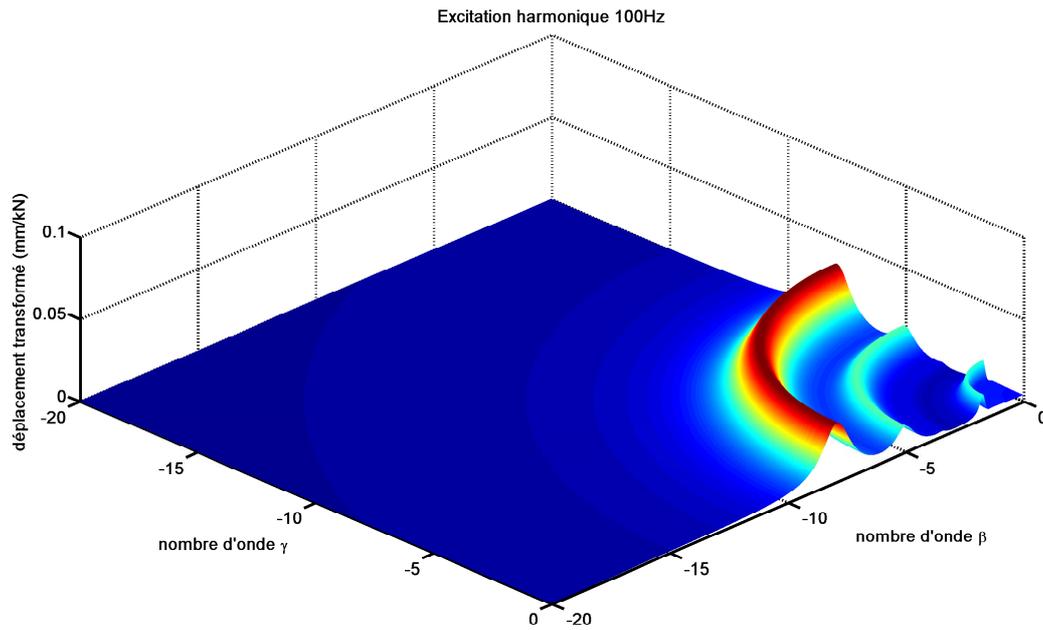


Figure 4.13 - *Déplacements transformés pour une excitation à 100Hz - Partie réelle - Ferrière*

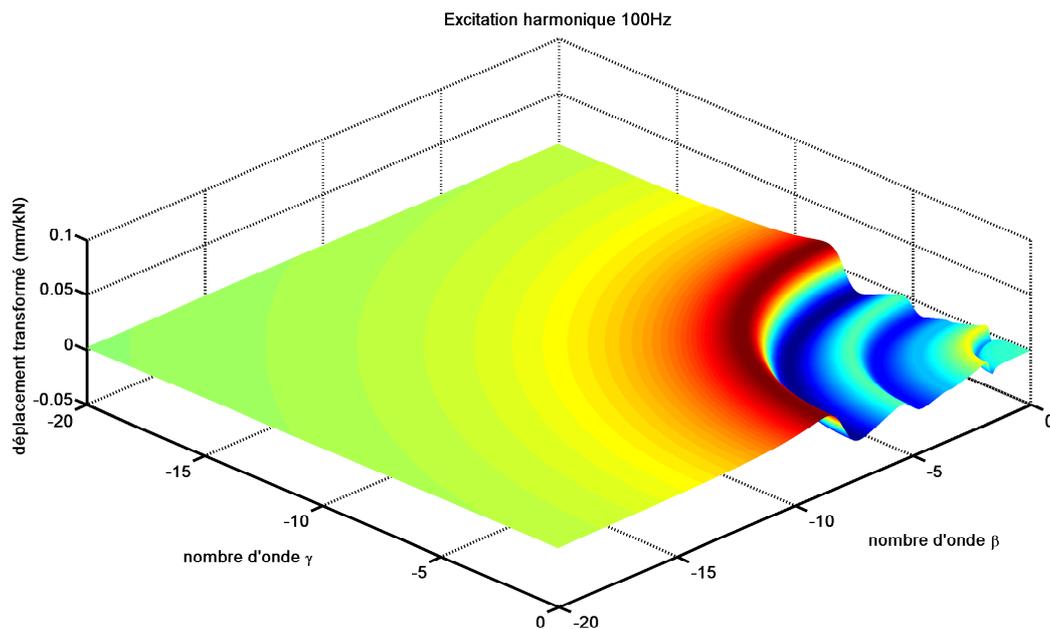


Figure 4.14 - *Déplacements transformés pour une excitation à 100Hz - Partie imaginaire - Ferrière*

génèrent des ondes réfractées et réfléchies, et l'interaction entre les ondes de compression et de cisaillement produit de nouvelles ondes de propagation. Néanmoins, le premier mode de propagation s'apparente à celui des ondes de Rayleigh (onde non dispersive se propageant en surface) et on distingue la correspondance avec la droite en traits pointillés noir matérialisant le nombre d'onde de Rayleigh (en surface).

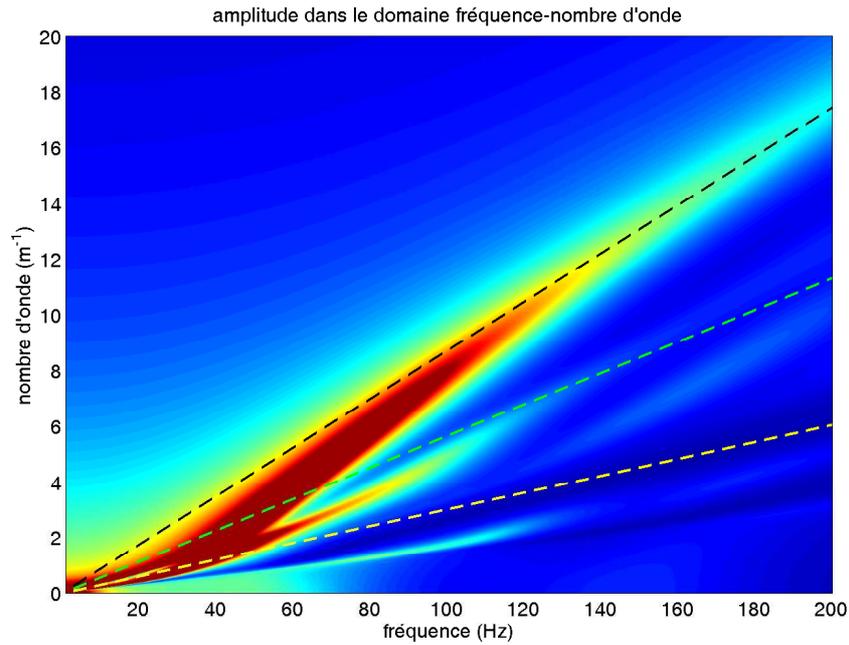


Figure 4.15 - Amplitudes des déplacements transformés - Représentation dans le plan fréquence-nombre d'onde

Notons que l'utilisation de ces données permet aussi l'obtention de la courbe de dispersion. A cet effet, les déplacements transformés du sol sont multipliés par $i \cdot \omega$ et les vitesses de vibrations résultantes peuvent alors être tracées en fonction de la fréquence et de la vitesse de l'onde estimée à l'aide de l'équation (4.2) par permutation des axes. On présente sur la figure 4.16 la courbe obtenue, sur laquelle on a superposé la courbe de dispersion expérimentale. La comparaison est correcte et confirme les résultats déjà visualisés sur la figure 4.6.

Il faut noter que l'utilisation des vitesses de vibration donne de meilleurs résultats que l'utilisation directe des amplitudes calculées [Aue05c], les déplacements étant dominants en basses fréquences et pour des vitesses d'onde faibles, ce qui n'est pas le cas pour les vitesses vibratoires, comme le montre la figure 4.17. La zone triangulaire limitant les données pour les vitesses faibles et aux hautes fréquences n'est due qu'au choix des paramètres (Q_c, N). Il faudrait en effet augmenter le nombre d'onde de coupure pour obtenir des informations dans cette zone, mais elle ne présente pas d'intérêt.

Au bilan, on note qu'un nombre d'onde de coupure valant $Q_c = 20m^{-1}$ est suffisant pour englober largement la zone où les amplitudes calculées sont non nulles. Pour les fréquences basses, il pourrait paraître intéressant de choisir un nombre d'onde maximal plus faible, mais la taille du domaine, qui se calcule à l'aide de la relation :

$$X_{max} = \frac{\pi \cdot (N - 1)}{2 \cdot Q_c} \quad (4.4)$$



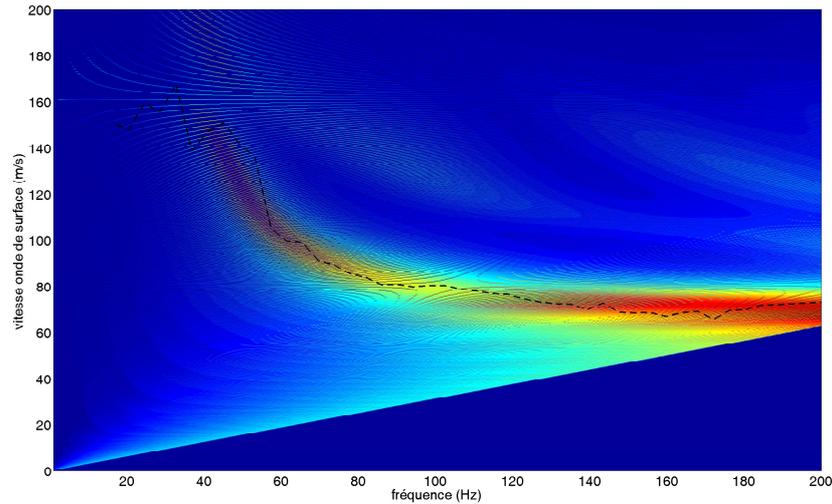


Figure 4.16 - Dispersion du sol (Ferrière) calculée à l'aide des vitesses transformées – Comparaison avec la mesure (pointillés noir)

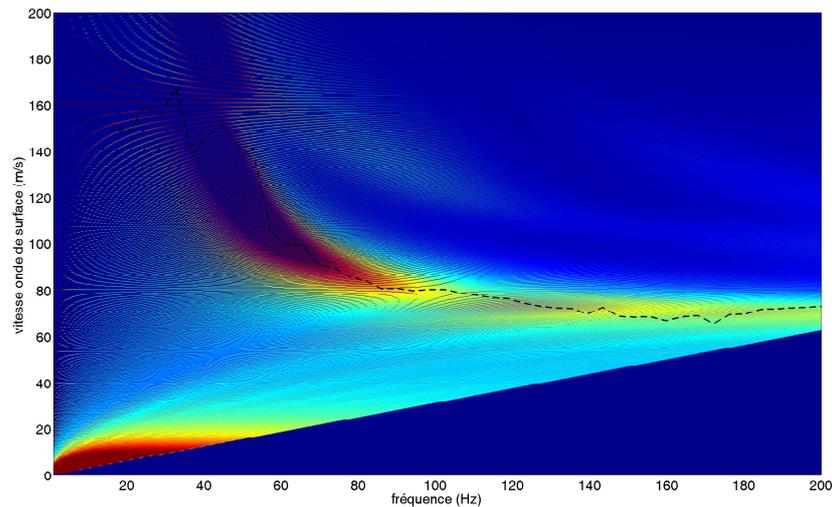


Figure 4.17 - Dispersion du sol (Ferrière) calculée à l'aide des déplacements transformés – Comparaison avec la mesure (pointillés noir)

indique que si l'on souhaite conserver une taille de domaine constante, le nombre de points doit être réduit en proportion. Or, le fait de réduire la valeur du nombre d'onde de coupure augmente en proportion la résolution spatiale, définie par :

$$\Delta x = \frac{\pi}{Q_c} \cdot \frac{N-1}{N} \simeq \frac{\pi}{Q_c} \quad (4.5)$$

ceci étant préjudiciable à la précision des résultats comme nous allons le voir.

Nombre de points de discrétisation : On propose le calcul de la réponse (amplitude) du sol modélisé pour Ferrière, suite à une excitation harmonique de 60Hz. Le calcul est effectué en fixant $Q_c = 20m^{-1}$ et avec un nombre de points de discrétisation valant



respectivement 256, 512, 1024, 2048 et 4096 (cas pris comme référence). Les résultats sont présentés sur les figures 4.18 et 4.19.

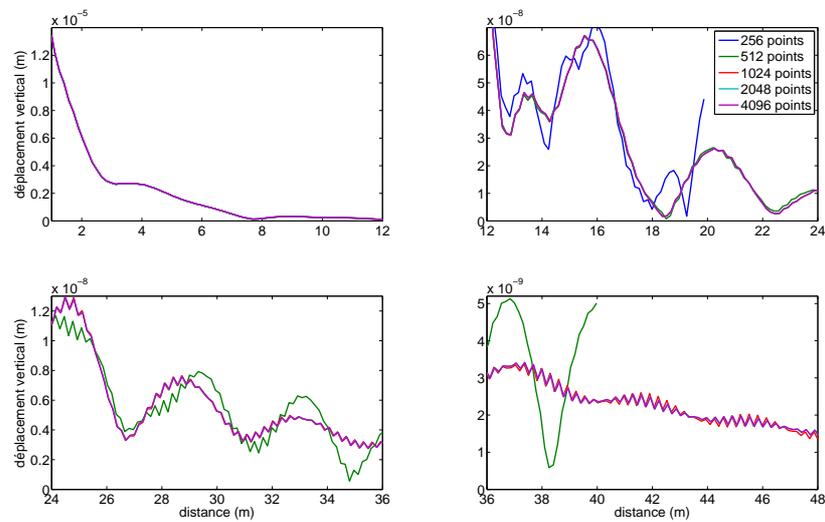


Figure 4.18 - Amplitude du déplacement vertical du sol pour les distances de 0 à 48m de l'excitation - Résultats obtenus avec $N = 256, 512, 1024, 2048$ et 4096 points

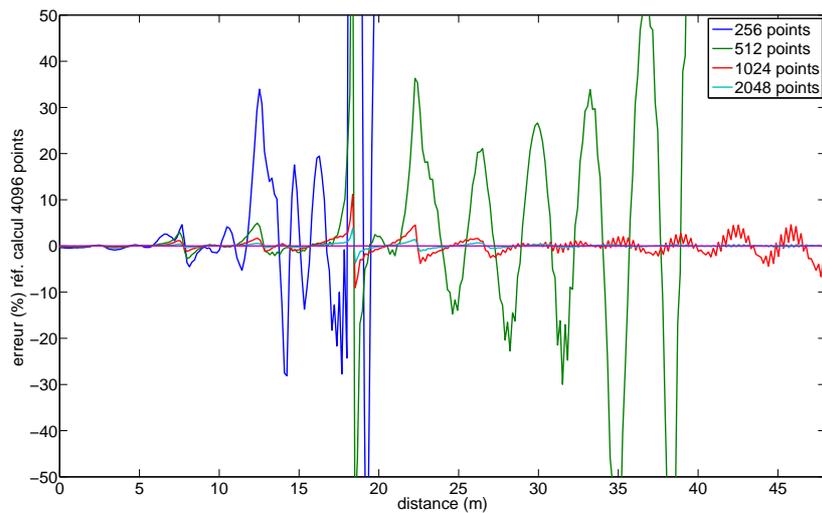


Figure 4.19 - Evolution de l'erreur sur le calcul des déplacements dans le sol avec 256, 512, 1024 et 2048 points - Référence pour $N = 4096$ points

Il apparaît sur ces figures que la précision des calculs (comparés aux résultats obtenus pour 4096 points) est correcte avec 256 points si la distance considérée par rapport au point d'impact reste faible (inférieure à 10m par exemple). Sinon, le nombre de points doit augmenter. Plus généralement, on sait que pour un nombre de points donné, le carré spatial de discrétisation admet un côté de longueur $2 \cdot X_{max}$, où X_{max} est défini par l'équation (4.4). Selon les résultats obtenus sur les figures précédentes, il apparaît grossièrement que la réponse est estimée correctement (erreur inférieure à 10%) si la

distance considérée reste inférieure à $\frac{1}{4} \cdot X_{max}$. Ainsi, pour 256 points, $X_{max} \approx 20m$ et les résultats sont corrects jusqu'à 5m. Pour 2048 points, $X_{max} \approx 160m$ et les résultats obtenus doivent être corrects jusqu'à 40m environ. Au delà il faudrait considérer un calcul avec 4096 points.

4.2.5 Comparaison avec le modèle développé par L. Auersch

Les données pour les sols, précisées dans les tableaux 4.3 et 4.4 ont été utilisées par Lutz Auersch qui a réalisé les calculs des mobilités de transfert. La méthode, basée sur une modélisation par éléments de frontière, est détaillée dans [Aue94]. Les résultats sont présentés sur la figure 4.20. On note une très bonne concordance entre les deux méthodes.

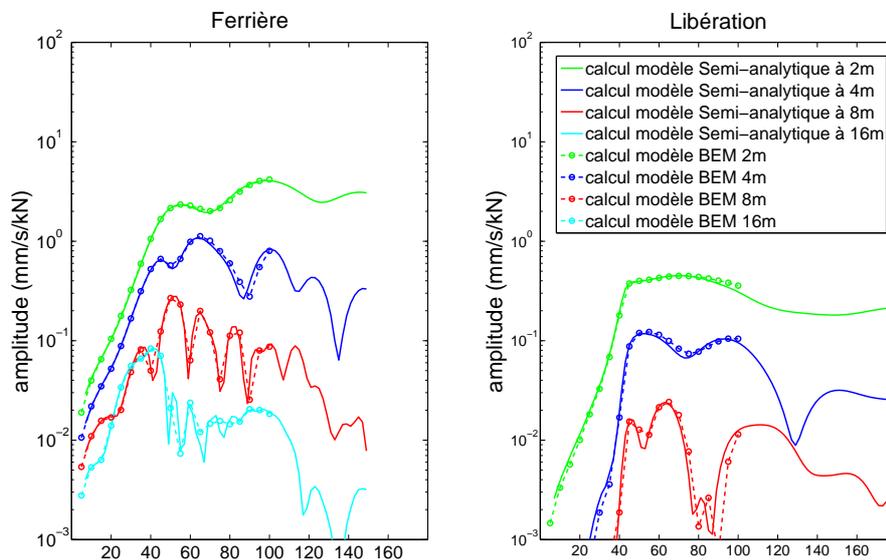


Figure 4.20 - Mobilités de transfert en champ libre – Comparaison des calculs effectués avec la méthode semi-analytique et une méthode basée sur les éléments de frontière

4.3 Caractéristiques mécaniques des voies étudiées

Les données techniques concernant les poses de voie classique et sur dalle flottante ont été précisées dans la section 2.2.1 et en annexe A.1. Même si certaines données techniques sont bien définies (dimensions des dalles, type de semelles sous rail, *etc.*), il est intéressant de procéder à un recalage de certains paramètres, en particulier concernant les semelles de rails (raideur, amortissement) et la couche isolante (raideur du polystyrène, amortissement) dans le cas de la pose sur dalle flottante. Par ailleurs, les paramètres mécaniques des bétons (module de Young, masse volumique) pourront aussi être précisés, de même que la hauteur des dalles de béton "équivalentes", compte-tenu des simplifications dues aux modèles (une seule dalle représentant plusieurs parties bétonnées, contenant parfois des inserts métalliques).

Pour chaque pose, deux types de résultats expérimentaux sont utilisés pour cette analyse :

- la réceptance du rail (amplitude et phase) est examinée pour le recalage des paramètres des semelles et lorsqu'elle existe des paramètres de la couche isolante ;
- les mobilités de transfert voie-sol (mesures à 2,5m) sont exploitées pour recalculer les données concernant les dalles de béton et valider au passage les caractéristiques du sol associé à la pose.

4.3.1 Pose classique

Concernant la dalle modélisée pour la pose classique, il faut rappeler qu'elle inclut une dalle d'assise sur laquelle reposent les traverses biblocs noyées dans le béton de calage (voir figure 2.2). Or les deux blocs de chaque traverse sont reliés par une entretoise métallique. Dès lors, la dalle "de béton" modélisée n'est pas constituée d'un matériau homogène, et de ce fait n'est pas isotrope. Ceci indique que les relations définies sur un modèle de poutre sollicitée en flexion-torsion peuvent être discutables, non seulement par rapport aux dimensions de la section droite (plus grande dimension de la section droite valant 3,1m pour une longueur de dalle généralement de 30m), mais aussi vis-à-vis de l'homogénéité de la dalle prise comme modèle.

Malgré cette remarque, on utilisera les relations classiques issues de la théorie des poutres. Ainsi, les équations (4.6) ci-après sont choisies pour le calcul de la raideur en flexion de la dalle, et l'inertie de rotation de la section droite. Les relations (4.7) sont utilisées quant à elles pour le calcul de la raideur en torsion de la dalle :

$$I_c = \frac{b \cdot h_d^3}{6} \qquad I_{0c} = \rho \cdot \left(\frac{b \cdot h_d^3}{6} + \frac{2 \cdot h_d \cdot b^3}{3} \right) \qquad (4.6)$$

$$D_c = G \cdot \frac{2 \cdot b \cdot h_d^3}{3} \qquad G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \qquad (4.7)$$



Le tableau 4.5 présente les données retenues, compte-tenu des dimensions choisies pour la dalle. Les éléments indiqués en texte gras pour la dalle sont déduits par calculs selon les équations (4.6) et (4.7).

rail	masse	m_r	55	$kg \text{ par } ml$
	raideur en flexion	$E_r I_r$	4,326	$MN \cdot m^2$
	amortissement	η_r	0,1	
semelle de rail	raideur	k_p	90	$MN \cdot m^{-2}$
	travelage		0,75	m
	amortissement	η_p	0,3	
dalle de béton	épaisseur	h_c	0,61	m
	demi-largeur	b	1,55	m
	masse volumique	ρ_c	2500	$kg \cdot m^{-3}$
	module de Young	E_c	30	GPa
	amortissement	η_c	0,1	
	coefficient de Poisson	ν	0,3	
	masse	m_c	4728	kg/m
	raideur en flexion	$E_c I_c$	1759	$MN \cdot m^2$
	raideur en torsion	D_c	2580	$MN \cdot m^2$
	moment polaire	I_{0c}	3930	$kg \cdot m$

Tableau 4.5 - Paramètres de voie en entrée du modèle - Pose classique

4.3.1.1 Réceptance de la voie

La réceptance mesurée sur un rail nous renseigne principalement sur la semelle de rail. Les caractéristiques du rail étant connues (rail à gorge 35GP) et indiquées dans le tableau 4.5, la confrontation modèle/mesures peut se faire en faisant appel aux modèles semi-analytiques proposés dans le chapitre précédent. Notons que dans le cas d'une pose classique, un modèle semi-analytique à deux dimensions suffirait pour calculer la réponse du rail. Ce modèle inclut dans ce cas le rail double (poutre d'Euler en flexion), solidaire de semelles continues (ressorts), et reposant soit directement sur une fondation de type Winkler [Kru97], soit suivant un modèle plus élaboré, *via* une dalle modélisée comme une poutre d'Euler en flexion. La raideur de la fondation n'influence pas la réponse du rail dès lors que le sol ainsi modélisé est suffisamment rigide, ce qui est généralement le cas. La figure 4.21 présente les résultats obtenus pour l'amplitude et la phase de la réceptance, en comparaison avec les mesures. Les calculs sont menés à l'aide des modèles suivants :

- un modèle simplifié où le sol est parfaitement rigide ;
- le modèle prenant en compte un chargement symétrique (mode de pilonnement), nommé **modèle 1** par la suite ; dans ce cas, l'effort est supposé réparti sur les deux rails (ce qui revient à considérer un rail double reposant sur une semelle deux fois plus rigide) et la réceptance estimée pour les deux rails est multipliée par deux pour obtenir une réceptance sur un seul rail, comme dans le cas expérimental ;
- le modèle prenant en compte un chargement non symétrique, nommé **modèle 2** ; dans



ce cas, l'effort est appliqué sur un seul rail (effort appliqué nul sur le second rail), et la réceptance estimée est comparée directement avec celle mesurée.

La raideur et l'amortissement de la semelle ont été recalés respectivement vis-à-vis de l'amplitude et de la phase de la réceptance mesurée, dans la gamme de fréquences 20-200Hz.

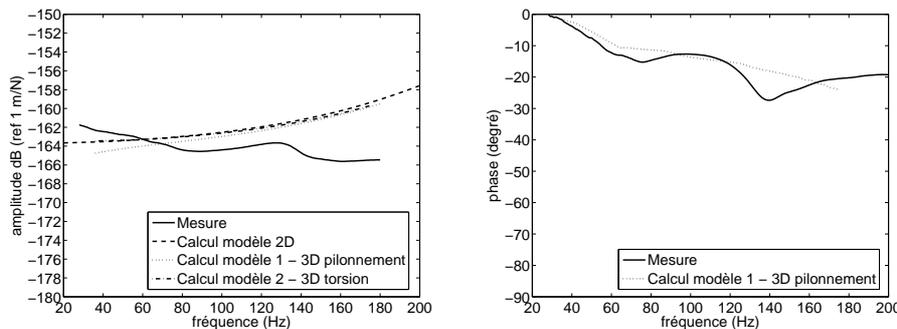


Figure 4.21 - Comparaison modèle/mesure pour la réceptance d'un rail (amplitude et phase) – Ferrière

La raideur trouvée pour la semelle rentre bien dans la gamme de valeurs classiquement rencontrées pour ce type de poses. On note que la réceptance théorique est assez uniforme : dans la bande de fréquences 20-200Hz, elle est presque uniquement liée à la raideur et à l'amortissement de la semelle sous rail (le sol influe en fait légèrement pour le cas du sol souple rencontré sur le site Ferrière). Elle croît en haute fréquence, la fréquence de résonance rail/semelle étant située au dessus de la gamme étudiée.

Compte-tenu des différences entre la mesure et le calcul (de l'ordre de 6dB à 200Hz), la raideur de la semelle pourrait éventuellement être rendue dépendante de la fréquence, avec une augmentation de la raideur lorsque la fréquence augmente. Par exemple, le rapport de la raideur dynamique de la semelle préchargée à 200Hz par rapport à la raideur statique peut être estimé expérimentalement dans une plage de 1,5 à 2 [Wet02].

4.3.1.2 Mobilités de transfert voie-sol

La pose considérée est enfouie dans le sol. Mais la dalle de béton, en appui sur le sous-sol, est en contact direct avec la terre la recouvrant, ceci assurant un couplage important dalle/sol sur toutes les surfaces de la dalle. Ceci concerne aussi sa surface horizontale supérieure, située à environ 10–15cm de la surface du sol. Par conséquent, il a été décidé (pour simplifier) de considérer la voie comme étant posée sur le sol.

Dans le cas du site Ferrière, le sol sur lequel repose alors la voie est relativement "souple", les deux premières couches ayant des vitesses pour l'onde de cisaillement valant respecti-

vement 77 et 111m/s. Néanmoins, la raideur du sol équivalente reste suffisamment importante pour que la rotation de la dalle, lors d'une excitation au marteau, soit négligeable. Pour première preuve, on donne sur la figure 4.22 à gauche, les raideurs dynamiques du sol estimées *via* le modèle semi-analytique, dans le cas d'une excitation symétrique s'exerçant sur les deux rails (modèle 1). Les raideurs correspondent au rapport de la force (par unité de longueur de voie) estimée au contact dalle/sol avec le déplacement vertical d'un point de l'interface dalle/sol. La force est évaluée quant à elle à partir de la contrainte à l'interface : cet "effort linéique par unité de longueur de voie" est simplement multiplié par la largeur de la dalle pour obtenir un effort par unité de longueur de voie. Généralement, la compliance (ou flexibilité) du sol exprimée en m/N est préférée pour présenter le comportement d'un sol soumis à l'action d'une voie [Aue08]. Elle est donc tracée (amplitude et phase) sur la figure 4.23, et correspond simplement à l'inverse de la raideur dynamique.

Les résultats obtenus sont conformes à ceux attendus pour ce type de massif multicouche : les ondes sont en partie réfléchies aux interfaces entre couches et la compliance admet des pics de résonance associés [Kru00].

L'étude des figures montre notamment que la raideur dynamique du sol augmente avec la fréquence de l'excitation. Elle présente un pic d'amplitude autour de 56Hz, correspondant à la résonance de l'ensemble de la voie sur le sol, déjà visualisée sur les réponses mesurées sur le sol. L'article de Auersch [Aue05a] amène de nombreuses informations vis-à-vis de ce résultat :

- ce type de réponse est surtout visualisable dans le cas d'une voie non préchargée (le tramway n'est pas présent lors des mesures au marteau de choc), la résonance voie/sol s'estompant pour des mesures effectuées en présence du véhicule sur la voie ;
- la réponse statique ou pour les faibles fréquences d'excitation est de l'ordre de 10 à 20% plus élevée quand la voie n'est pas préchargée ; la conclusion tirée est que la raideur de la voie ainsi que l'amortissement dépendent des conditions de chargement ;
- l'amplitude de la compliance (dans le cas d'un sol souple) est nettement plus élevée pour les faibles fréquences, phénomène confirmé dans le cas étudié ici. Par ailleurs, le déphasage augmente (en valeur absolue) rapidement avec la fréquence, preuve d'un amortissement important dû à la voie. Cet amortissement provient de la propagation des ondes dans le sol et est d'autant plus important que l'interface de contact dalle/sol est grande ;
- la compliance statique estimée autour de $10 \cdot 10^{-9}$ m/N est conforme à la gamme généralement mesurée, sachant ici que cette compliance correspond à l'action d'un effort sur les deux rails, supposée matérialiser l'excitation dynamique due à un essieu. Généralement les valeurs de compliance (estimée avec un effort symétrique sur les deux rails) sont situées entre 3 et $5 \cdot 10^{-9}$ m/N, dans le cas d'un sol moyennement raide ou raide



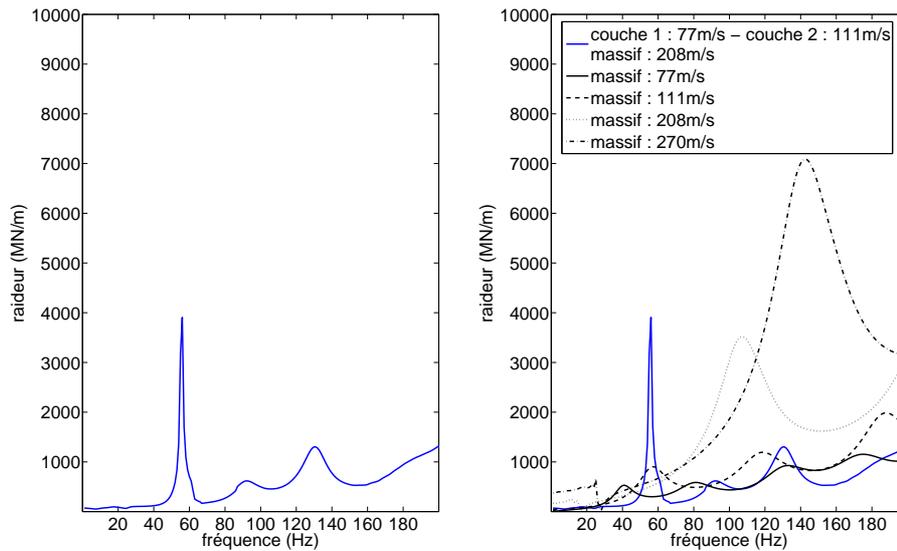


Figure 4.22 - À gauche : raideur dynamique du sol sous la dalle estimée à l'aide du modèle semi-analytique – Excitation symétrique – Ferrière. À droite : comparaison des raideurs dynamiques calculées pour différents types de sols

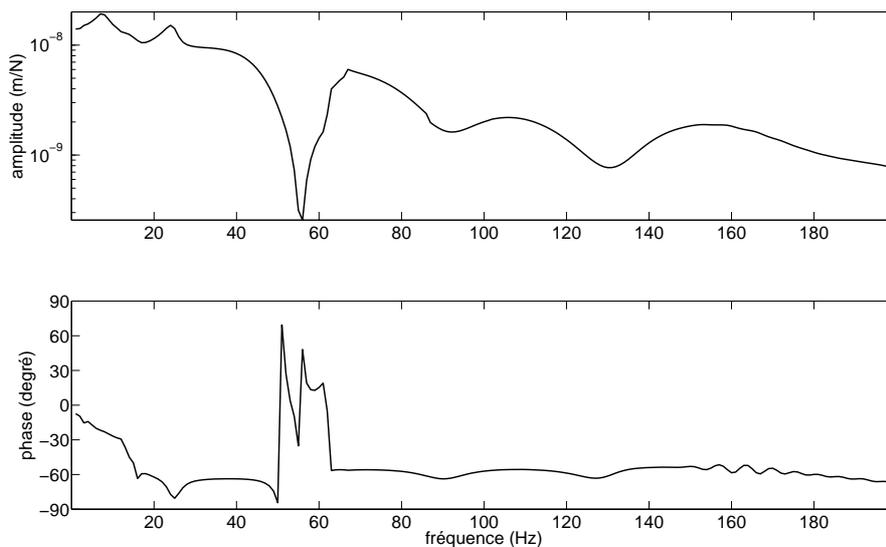


Figure 4.23 - Compliance calculée (amplitude et phase) – Ferrière

(la vitesse de l'onde de cisaillement valant entre 150 et 300m/s) et pour des semelles de rails "raides" (ce qui correspond à notre cas).

Enfin, sur la figure 4.22, à droite, on trouve différents calculs de raideurs dynamiques obtenues pour des sols homogènes. Le dernier massif a des caractéristiques identiques à la référence [Aue05a]. Il semble clair que la raideur dynamique d'un sol est influencée de façon significative par la nature de ce sol, et donc la propagation des ondes s'en trouve affectée. Les autres paramètres de la voie n'influencent pas notablement la compliance.

La figure 4.24 présente trois comparaisons entre la mesure de la mobilité de transfert

voie/sol à 2,5m du rail et les calculs :

- dans un premier temps, le calcul est mené à l'aide du modèle 1, l'excitation harmonique ayant une amplitude identique sur les deux rails ; l'effort sur le premier rail, valant $P/2$ est donc identique à l'effort sur le second rail, soit $P/2$;
- puis le calcul est effectué pour le cas d'une excitation valant P sur le rail extérieur (modèle 2) ;
- enfin, le calcul est réalisé pour une excitation antisymétrique, de module $P/2$ sur le premier rail et $-P/2$ sur le second rail (modèle 2).

Les amplitudes vibratoires sont toutes rapportées au module de l'excitation P .

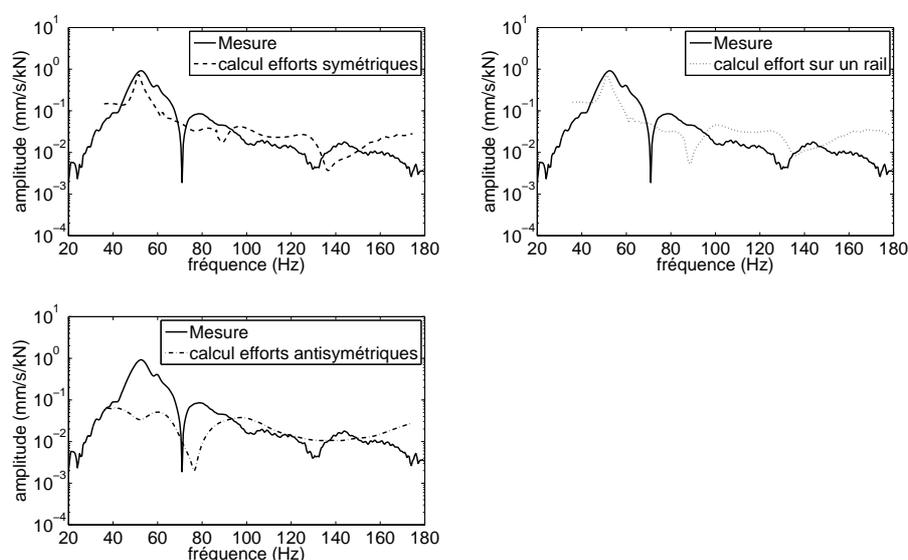


Figure 4.24 - Comparaison modèle/mesure pour la mobilité de transfert voie/sol à 2,5m du rail extérieur - Ferrière - Trois cas d'excitations : symétrique - sur un seul rail - antisymétrique

L'analyse des résultats obtenus amène plusieurs commentaires. D'une part, les réponses calculées pour le cas d'une excitation symétrique et sur un seul rail sont très proches. Ceci constitue la seconde preuve de l'influence faible de la rotation de la dalle pour ce type de pose. D'autre part, lorsque l'excitation devient antisymétrique, la réponse calculée change. La résonance voie/sol n'est plus visible, ce qui paraît physiquement cohérent. En dessous de 90Hz la réponse du sol est alors nettement plus faible pour le cas d'une excitation antisymétrique par rapport aux autres modes d'excitations.

On propose sur la figure 4.25 une analyse de sensibilité pour la mobilité de transfert vis-à-vis des paramètres suivants pour la dalle d'assise : le module de Young, l'épaisseur et l'amortissement. Dans le cas d'une variation de l'épaisseur de la dalle, sa masse est changée ainsi que la raideur en flexion.

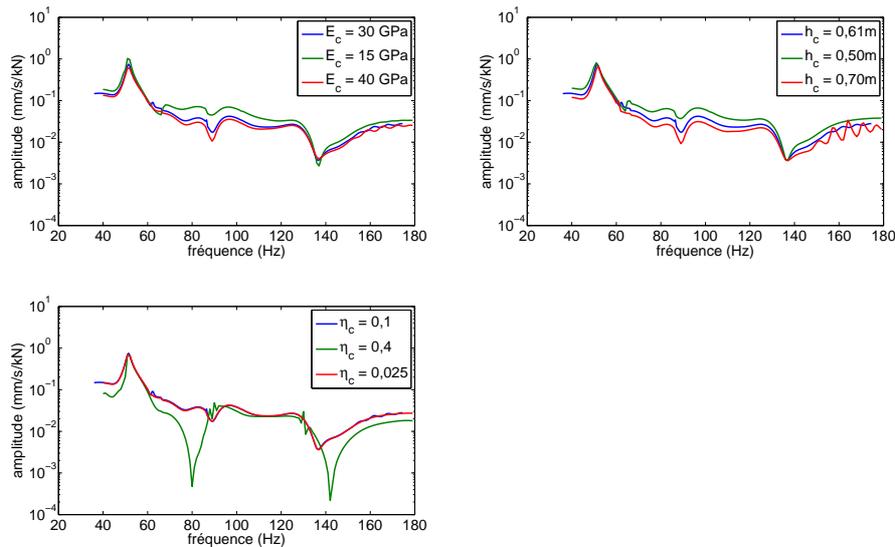


Figure 4.25 - Analyse paramétrique sur la mobilité de transfert calculée à 2,5m - Variation du module de Young, de l'épaisseur et de l'amortissement de la dalle d'assise - Données du tableau 4.5 et utilisation du modèle numérique 1 (efforts symétriques)

Il ressort de la lecture des figures que le module de Young, comme l'épaisseur de la dalle, jouent un rôle peu significatif sur la réponse calculée. En revanche, l'amortissement de la dalle joue un rôle important, puisque lorsqu'il augmente, les pics d'antirésonance sont plus marqués. Néanmoins, un amortissement valant 0,1 a été retenu, jugeant que les amplitudes calculées dans ce cas étaient plus représentatives de la mesure.

4.3.2 Pose sur dalle flottante

Les remarques faites pour les paramètres de la dalle d'assise dans le cas d'une pose classique sont applicables pour la dalle flottante : la dalle réelle n'est pas homogène, elle inclut en particulier des barres d'acier comme renforts (voir figure 2.4). De plus, le fond de forme bétonné admet une largeur de 6,2m pour une épaisseur de 0,1m, ce qui indique que le modèle "poutre" associé n'est pas forcément tout à fait approprié.

Les relations définies pour la pose classique, équations (4.6) et (4.7) sont à nouveau utilisées pour les deux dalles (flottante et d'assise), en prenant soin d'adapter le paramètre de largeur au cas de calcul. Le tableau 4.6 présente les données retenues. Les éléments indiqués en texte gras pour les dalles sont déduits par calculs des autres paramètres.

4.3.2.1 Réceptance de la voie

Le calcul de la réceptance de voie dans ce cas de pose nécessite la modélisation de la couche isolante, de façon à rendre compte de la résonance voie/polystyrène, située autour

rail	masse	m_r	55	$kg \text{ par } ml$
	raideur en flexion	$E_r I_r$	4,326	$MN \cdot m^2$
	amortissement	η_r	0,1	
semelle de rail	raideur	k_p	110	$MN \cdot m^{-2}$
	travelage		0,75	m
	amortissement	η_p	0,3	
dalle flottante	épaisseur	h_c	0,59	m
	demi-largeur	$b/2$	1,55	m
	masse volumique	ρ_c	2200	$kg \cdot m^{-3}$
	module de Young	E_c	15	GPa
	amortissement	η_c	0,1	
	coefficient de Poisson	ν_c	0,3	
	masse	m_c	4024	kg/m
	raideur en flexion	$E_c I_c$	796	$MN \cdot m^2$
	raideur en torsion	D_c	1224	$MN \cdot m^2$
	moment polaire	I_{0c}	3339	$kg \cdot m$
polystyrène	raideur	k_{poly}	20,5	$MN \cdot m^{-2}$
	amortissement	η_{poly}	0,07	
dalle d'assise	épaisseur	h_d	0,1	m
	demi-largeur	b	3,1	m
	masse volumique	ρ_d	2200	$kg \cdot m^{-3}$
	module de Young	E_d	15	GPa
	amortissement	η_d	0,1	
	coefficient de Poisson	ν_d	0,3	
	masse	m_d	1364	kg/m
	raideur en flexion	$E_d I_d$	7,75	$MN \cdot m^2$
	raideur en torsion	D_d	11,9	$MN \cdot m^2$
	moment polaire	I_{0d}	800	$kg \cdot m$

Tableau 4.6 - Paramètres de voie en entrée du modèle - Pose sur dalle flottante

de 20Hz. Par contre, un modèle à deux dimensions incluant uniquement le rail, les semelles de rails, la dalle flottante, et le polystyrène reposant sur un massif rigide suffit pour estimer précisément la réponse vibratoire du rail. On présente les résultats obtenus sur la figure 4.26. L'amplitude de la résonance rail-semelle-dalle flottante/polystyrène est pilotée par l'amortissement recalé en conséquence, alors que la raideur du polystyrène contrôle la fréquence de résonance. Sur la gamme 40-200Hz, la raideur de la semelle est recalée par rapport au niveau d'amplitude de la réceptance, et l'amortissement à l'aide de la phase.

La raideur trouvée pour la semelle et ce type de pose est conforme à ce qui se trouve dans la littérature. Le comportement de la réceptance théorique est similaire à celui de la pose classique, à la différence de la zone basse fréquence. Pour la gamme 0-30Hz, l'effet de la couche isolante se concrétise en effet par un pic autour de 20Hz, correspondant à la résonance de la voie sur le polystyrène.



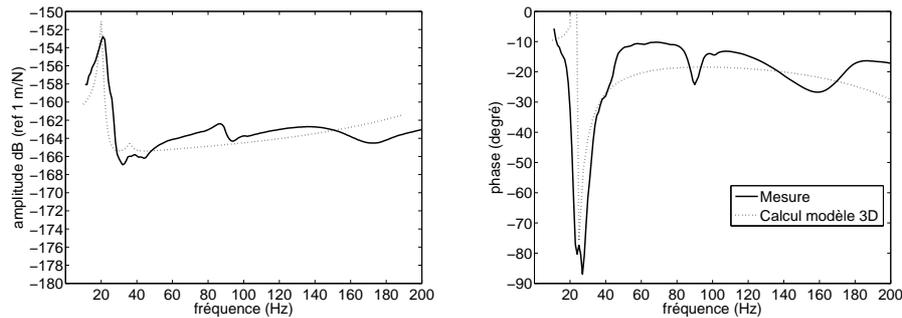


Figure 4.26 - Comparaison modèle/mesure pour la réceptance d'un rail (amplitude et phase) – Libération

4.3.2.2 Mobilités de transfert voie-sol

La dalle flottante étant isolée latéralement (polystyrène posé verticalement), le couplage voie/sol se fait principalement sur le sous-sol où repose la dalle d'assise. Par conséquent, et de façon à mieux rendre compte du réel, les premières couches du sol sont retirées sur une épaisseur correspondant à la profondeur de la voie, [Lom06a]. Ainsi, l'épaisseur de la pose complète étant d'environ un mètre, les deux premières couches définies sur le tableau 4.4 sont retirées.

La figure 4.27 présente quatre comparaisons entre la mesure de mobilité de transfert voie/sol à 2,5m du rail et les calculs effectués à l'aide du modèle semi-analytique n°2 défini au paragraphe 3.5.3 :

- **calcul (0,P)** mené à l'aide d'une excitation harmonique s'exerçant sur le rail dit "extérieur"; en se référant à la figure 3.9, l'effort sur le rail extérieur vaut $P_2 = P$ et l'effort sur le rail intérieur est nul, $P_1 = 0$;
- **calcul (-P/2,P/2)** réalisé pour une excitation antisymétrique, de module $P/2$ sur le premier rail et $-P/2$ sur le second rail ;
- **calcul (P/2,P/2)** correspond à une excitation symétrique, valant $P/2$ sur le premier rail et $P/2$ sur le second rail ;
- **calcul (P,0)** effectué en considérant une action uniquement sur le rail intérieur, soit $P_2 = 0$ et $P_1 = P$.

Les amplitudes vibratoires sont toutes rapportées au module de l'excitation P .

Le modèle semi-analytique retenu correspond au modèle prenant en compte les mouvements (translation et rotation) des deux dalles, c'est-à-dire le modèle n°2. En effet, le modèle n°1, supposant que la dalle non excitée reste immobile, ne donne pas des résultats satisfaisants : en particulier la réponse au delà de 70Hz est largement sous-estimée. Ceci peut s'expliquer par le fait que l'amplification nette de la réponse dans la gamme 70-120Hz est probablement due à un mouvement de corps rigides des trois dalles (flottantes et d'assise) sur le sol, ce qui signifie que les mouvements de la dalle flottante non excitée

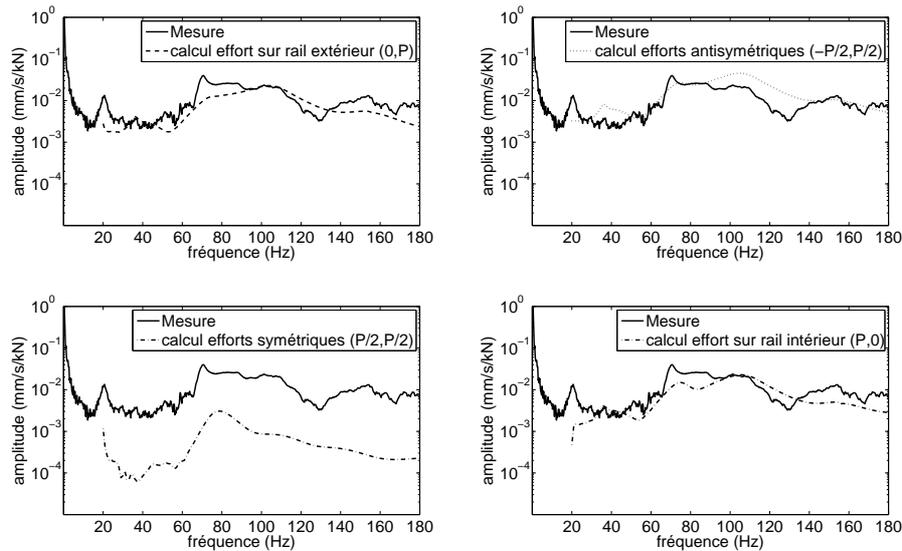


Figure 4.27 - Comparaison modèle/mesure pour la mobilité de transfert voie/sol à 2,5m du rail extérieur – Libération – Quatre cas d’excitations : sur le rail extérieur – antisymétrique – symétrique – sur le rail intérieur

doivent être pris en compte.

L’étude des courbes de comparaison mesure/calculs amène plusieurs remarques :

- Le modèle (0,P) donne des résultats acceptables par rapport à la mesure. Ce modèle correspond directement au cas expérimental (excitation du rail extérieur). Notons par contre que la résonance visible à 20Hz sur la mesure se retrouve de façon très atténuée par le calcul. La reprise de niveaux vibratoires importants autour de 70Hz est, quant à elle, assez bien prédite.
- Le résultat du calcul pour le cas d’une excitation symétrique montre que les vibrations induites dans le sol sont nettement moins importantes que pour une excitation non symétrique. L’efficacité de la pose est donc optimisée si l’excitation de l’essieu sur la voie est symétrique.
- Pour le calcul avec une excitation antisymétrique (-P/2,P/2), on note une amplification de la réponse du sol. Ce résultat est intéressant parce qu’il signifie qu’une excitation antisymétrique produit plus de vibrations dans le sol qu’une excitation symétrique ou localisée sur un seul rail, pour une même amplitude de la source d’excitation.
- Le cas d’excitation du rail intérieur (P,0) donne des résultats très proches du cas d’excitation (0,P). Seule la résonance voie/polystyrène qui était faiblement visible sur le cas (0,P) disparaît au profit d’une antirésonance.

On propose sur la figure 4.28 une analyse de sensibilité pour la mobilité de transfert vis-à-vis des paramètres suivants pour les deux dalles : le module de Young, l’épaisseur et l’amortissement. La raideur en torsion de la dalle d’assise est aussi analysée. En effet, la

valeur retenue ($800\text{MN}/\text{m}^2$) dans le tableau 4.6 ne correspond pas à la valeur théorique ($4370\text{MN}/\text{m}^2$) obtenue par calculs suivant l'équation (4.7). On peut supposer que la dalle d'assise n'a pas un comportement isotrope, ceci pouvant expliquer l'écart entre la valeur théorique et recalée.

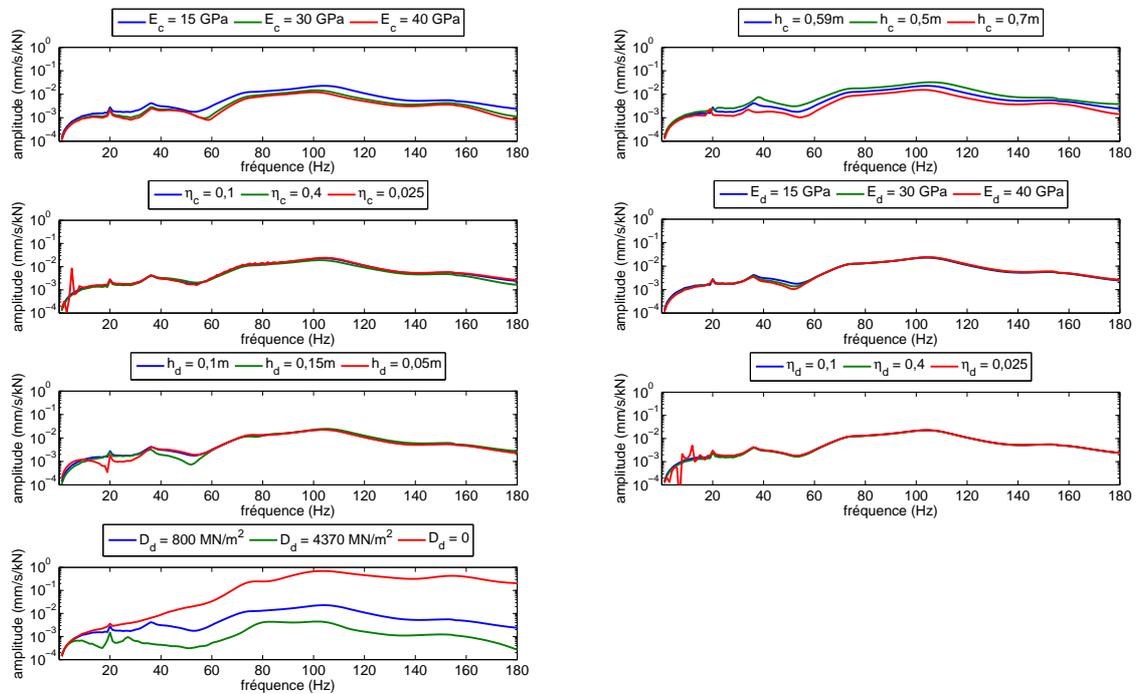


Figure 4.28 - Analyse paramétrique sur la mobilité de transfert calculée à 2,5m – Variations des paramètres mécaniques des dalles flottante et d'assise – Données du tableau 4.6 et excitation de la forme (0,P)

Au bilan, il apparaît trois facteurs dominant la réponse vibratoire dans le sol :

- lorsque le module de Young de la dalle flottante augmente, les niveaux vibratoires diminuent ;
- lorsque l'épaisseur de la dalle diminue (ce qui réduit alors la masse, les raideurs en torsion et flexion et l'inertie polaire) les niveaux augmentent et inversement ;
- la raideur en torsion de la dalle d'assise est un paramètre essentiel, puisque lorsqu'elle est nulle, les niveaux vibratoires sont très importants, augmentant avec la fréquence. Inversement, une forte raideur en torsion limite les niveaux vibratoires.

4.4 Efficacité de la fondation élastique vis-à-vis de la pose classique

L'efficacité d'une pose doit être considérée en fonction du sol sur lequel elle repose. D'autre part, lorsqu'une isolation par fondation élastique est préconisée sur une portion de voie, différentes informations sont disponibles grâce aux spécifications données par les fournisseurs. Malheureusement, ces caractéristiques ne sont souvent établies que dans le contexte de conditions particulières (chargement, type de sollicitation, prise en compte ou non du vieillissement, *etc.*). À titre d'exemple, sur le site Libération, l'efficacité annoncée pour la pose de la fondation élastique doit atteindre un niveau minimal de 20dB par rapport à la pose classique à partir de la fréquence 63Hz. Il est donc intéressant d'examiner comment les outils de simulation que nous avons mis au point peuvent confirmer ou infirmer ce résultat sur le site en question. Bien entendu, dans ce cadre, on se limitera à une analyse relative aux résultats théoriques car on ne dispose évidemment pas de résultats expérimentaux en pose classique sur le site Libération.

Pour analyser l'impact du type de sol vis-à-vis de la "qualité" de la pose, on se propose d'utiliser les deux types de sol définis précédemment et d'analyser les réponses vibratoires obtenues, sur la voie et dans le sol, lorsqu'une pose classique ou une pose sur dalle flottante est choisie. Le sol du site Ferrière sera qualifié de souple, et celui du site Libération de raide. La pose classique correspond à celle présentée pour le site Ferrière, et la pose isolante à la voie reposant sur une dalle flottante (site Libération).

On examine par conséquent quatre cas :

- pose classique sur sol souple (cas du site Ferrière) ;
- pose isolante sur sol souple ;
- pose classique sur sol raide ;
- pose isolante sur sol raide (cas du site Libération).

L'axe de la voie est notée \vec{x} et l'axe perpendiculaire à la voie dans le plan horizontal est noté \vec{y} (voir figure 4.29). L'objectif est de définir l'atténuation des vibrations depuis la voie jusqu'au sol, non seulement au droit de l'excitation (plan de normale \vec{x} passant par O) mais aussi en des points distants du plan d'excitation ($x = 8$ ou 16 m), directement sous la pose ($y = 0$) ou sur le sol à une certaine distance ($y = 3,2$ m ce qui correspond au point situé à 2,5m du rail extérieur).

La figure 4.30 présente la réponse calculée pour le rail, la dalle (dalle d'assise pour la pose classique et flottante pour la pose isolante) et l'interface entre la dalle (dalle d'assise dans les deux cas) et le sol.

- **Réponse du rail.** Pour une même pose, la réponse du rail est très peu influencée par le



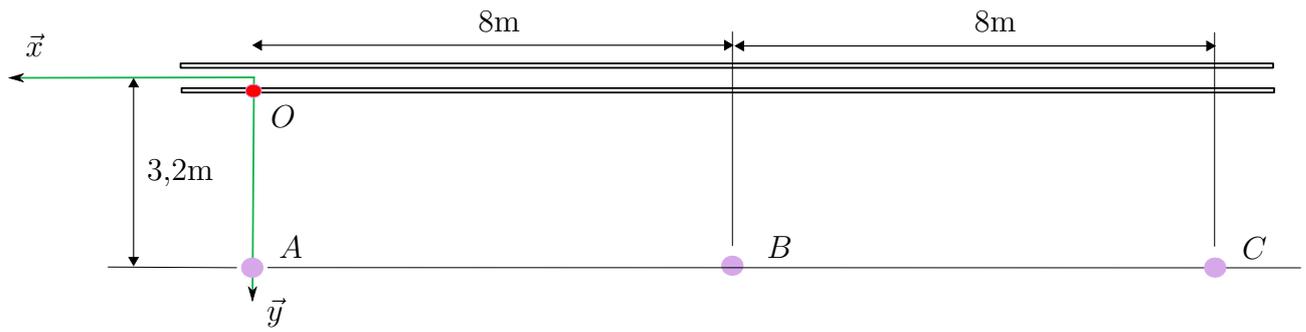


Figure 4.29 - Points de calcul (représentation en vue de dessus) – Excitation sur le rail extérieur (point O) – Calcul sous le point $O(0, 0)$ à l'interface dalle/sol, et sur le sol aux points $A(0; 3, 2)$, $B(-8; 3, 2)$ et $C(-16; 3, 2)$

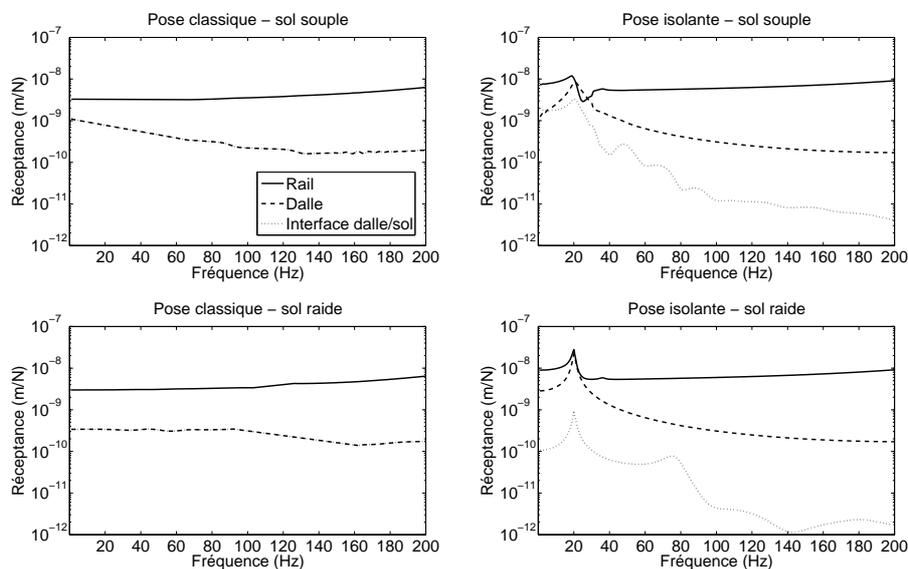


Figure 4.30 - Déplacement du rail, de la dalle et du sol à l'interface voie/sol pour quatre configurations voie/sol

type de sol sur lequel la voie repose. Pour un même sol, en basses fréquences, la présence de la couche isolante (dalle flottante) entraîne des déplacements plus importants sur le rail. Ensuite, la pose isolante induit une amplification de la réponse du rail autour de la fréquence de résonance voie/polystyrène (20Hz). Puis pour des fréquences supérieures (à partir de 40Hz environ), les réponses du rail pour les deux types de pose deviennent similaires.

- **Réponse de la dalle flottante.** Cette dalle n'existe que pour la pose isolante. Il apparaît que le type de sol n'influence pas le comportement vibratoire de cette dalle (découplage).
- **Réponse de la dalle d'assise.** Pour la pose classique, les déplacements de la dalle se confondent avec ceux de l'interface dalle/sol. Ils sont plus élevés sur le sol souple

comparés au sol raide, notamment dans la gamme 0-120Hz. Pour la pose isolante, les déplacements de la dalle d'assise sur le sol sont aussi plus élevés si la voie repose sur un sol souple.

La raideur du sol intervient donc dans la réponse vibratoire dans la dalle située à l'interface avec le sol. Lorsque la raideur du sol augmente, les vibrations à l'interface diminuent.

La figure 4.31 présente l'atténuation des vibrations selon la relation classique suivante :

$$IL = 20 \cdot \log \left(\frac{v_{classique}}{v_{isolée}} \right) \quad (4.8)$$

où le terme IL correspond à la "perte par insertion" : une valeur positive indique que la voie isolée donne une réponse vibratoire $v_{isolée}$ plus faible que la réponse $v_{classique}$ obtenue avec la pose classique.

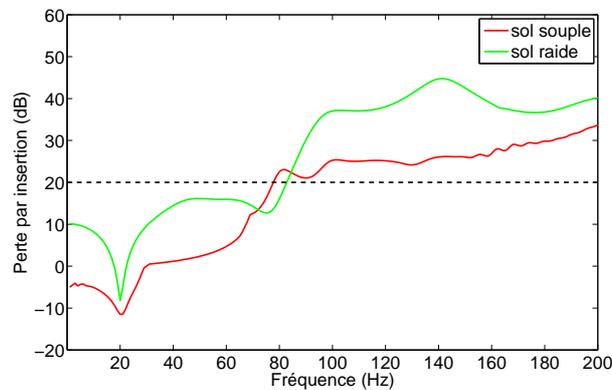


Figure 4.31 - Perte par insertion estimée au niveau du contact dalle/sol pour le sol raide et le sol souple

La perte par insertion obtenue sur les deux types de sol présente une allure similaire. En basses fréquences, l'atténuation existe peu et provient essentiellement de l'effet de la semelle du rail qui répartit le chargement (ponctuel) sur une surface importante. La perte par insertion atteint environ -10dB autour de 20Hz (correspondant à la fréquence de résonance voie/polystyrène). Puis l'efficacité de la pose isolante apparaît. Globalement l'efficacité de la pose est plus grande si elle est utilisée sur un sol raide. Rappelons que ce type de pose sur dalle flottante est censée produire une atténuation d'au moins -20dB à partir de 63Hz (sur la fréquence centrale de tiers d'octave). Sur les résultats obtenus, on observe ce niveau d'atténuation plutôt à partir de 80Hz (à 60Hz la perte par insertion est faible pour le sol souple – moins de 5dB, et de l'ordre de 15dB environ pour le sol raide).

La figure 4.32 présente les réponses du sol aux trois points A , B et C pour les deux configurations voie/sol rencontrées sur Libération et Ferrière. Pour la pose classique, l'atténuation des vibrations avec la distance $\sqrt{x^2 + y^2}$ est visible. Par contre, pour la pose

isolante, les amplitudes vibratoires s'atténuent peu dans la gamme 40-80Hz, et vont même jusqu'à augmenter autour de 60Hz.

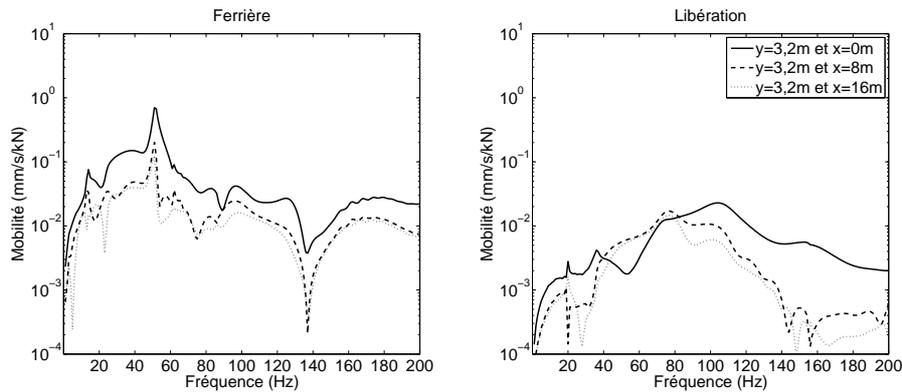


Figure 4.32 - Réponse du sol pour $y=3,2m$ et $x=0, 8$ et $16m$ pour les deux sites étudiés

Cette étude est à mettre en parallèle avec celle proposée par Lombaert *et al.* [Lom06b]. Les auteurs concluent qu'une analyse d'efficacité de pose isolante ne peut se réduire à un modèle 2D. En effet, lorsque la vitesse de l'onde de flexion dans la dalle, définie par :

$$V_{flexion} = \sqrt[4]{\frac{E_c I_c}{m_c}} \cdot \omega^2 \quad (4.9)$$

est plus élevée que la vitesse des ondes superficielles dans le sol (ce qui est généralement le cas), l'onde se propage dans la dalle et l'effet de l'atténuation avec la distance selon x s'estompe.

Ici, nous sommes dans le cas où la vitesse de l'onde de flexion est plus élevée que celles des ondes dans le sol. Ceci explique que les vibrations ne s'atténuent pas uniformément avec la distance et que l'efficacité de la pose est meilleure si on l'étudie dans le plan perpendiculaire à l'axe de la voie et contenant l'excitation plutôt qu'ailleurs.

4.5 Détermination des efforts dynamiques au contact roue/rail

Dans cette section on s'intéresse à la définition des efforts s'exerçant au niveau des contacts roues/rails. La méthodologie suit la démarche établie par l'INRETS [Pal07]. Dans un premier temps les fonctions de transfert entre la rugosité combinée et les parties symétrique et antisymétrique des déplacements sont utilisées pour recalculer la masse et l'inertie des essieux pour les deux rames, en utilisant les fréquences de résonance essieux/voie mesurées. Les rugosités mesurées (du rail) permettent ensuite d'obtenir par calculs les accélérations des roues et de valider au passage le modèle, par comparaison avec les mesures. Elles permettent aussi de déterminer théoriquement les accélérations des roues de la rame B, sur Ferrière (sachant que les mesures sont manquantes). Ensuite, les rugosités combinées sont déterminées indirectement, sur les deux sites pour les deux rames, à partir des accélérations d'essieux. La comparaison des rugosités combinées avec les rugosités mesurées apportent alors indirectement des informations sur les rugosités des roues (inconnues). Finalement, les efforts imposés par les roues sur les rails sont estimés dans les différentes configurations.

4.5.1 Définition des paramètres d'essieu

Les masses (masses non suspendues) et inerties des essieux sont mal connues. Pour tenter de les déterminer on utilise les fonctions de transfert entre la rugosité combinée et les parties symétrique et antisymétrique des déplacements, pour obtenir respectivement la masse et l'inertie de l'essieu considéré. Le recalage se fait en comparant, d'une part, la fréquence de résonance obtenue pour chaque mode (symétrique et antisymétrique) à l'aide de la fonction de transfert associée, et d'autre part, la fréquence de résonance essieu/voie visualisée expérimentalement pour le mode étudié.

Pour la rame A, dans le cas du site en pose classique, la résonance du mode symétrique est située autour de 65Hz, alors que la résonance du mode antisymétrique est visualisée autour de 110Hz.

L'utilisation des formes (3.111) permet d'écrire que la résonance est obtenue lorsque le dénominateur des fonctions de transfert passe par un minimum. Les dénominateurs ne s'annulent pas car l'amortissement de la semelle du rail, η_p , induit des formes complexes sur les réceptances. Pour déterminer la masse et l'inertie de l'essieu, il est alors nécessaire de connaître :

- les réceptances verticales ponctuelle et croisée, qui sont déterminées par calculs *via* le modèle numérique prenant en compte la rotation de la dalle ; les résultats obtenus sont présentés sur la figure 4.33 ;
- la raideur de contact k_H , qui est déterminée en considérant un modèle de Hertz et un



effort dynamique linéarisé (vibration faible devant le déplacement statique) [Joh85], de valeur 917MN/m pour la rame A et 915MN/m pour la rame B (la légère différence provenant de la charge à l'essieu qui n'est pas identique pour les deux rames, voir tableau 2.6).

Ceci permet de trouver les caractéristiques suivantes pour l'essieu de la rame A : $M_w^A \sim 1500kg$ et $I_w^A \sim 240kg.m^2$. L'ordre de grandeur de l'inertie obtenue peut être analysé en supposant que l'essieu est constitué de deux roues "massives", et en négligeant alors l'inertie de l'arbre d'essieu. En notant M_r^A la masse d'une "roue équivalente" pour la rame A, il vient alors :

$$M_r^A = \frac{I_w^A}{2 \cdot d^2} \quad (4.10)$$

et la masse peut être estimée à 235kg.

Graphiquement, on présente sur la figure 4.34 les fonctions de transfert obtenues et les réceptances ponctuelle et croisée utilisées pour la détermination des paramètres de l'essieu.

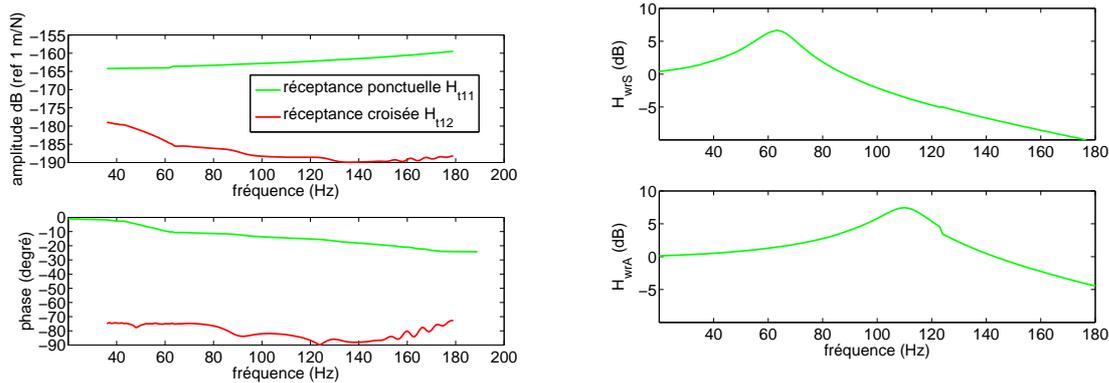


Figure 4.33 - Réceptances verticale ponctuelle et croisée du rail, calculées pour la pose classique - Amplitude et phase

Figure 4.34 - Fonctions de transfert calculées entre le déplacement de l'essieu et la rugosité combinée - Parties symétrique et antisymétrique - Ferrière, rame A

On observe que l'amplitude de la réceptance croisée est négligeable par rapport à la réceptance ponctuelle, les valeurs prises étant de 15 à 30dB inférieures. Ainsi, les résonances des fonctions de transfert H_{wrA} et H_{wrS} sont principalement liées à la réceptance ponctuelle du rail. Par ailleurs, alors que la phase de la réceptance ponctuelle vaut environ -20 degrés entre 50 et 140Hz (ceci correspondant à un amortissement équivalent valant 0,35 soit une valeur proche de η_r), celle de la réceptance croisée est proche de -90 degrés, indiquant un très fort amortissement entre les deux rails.

Les paramètres d'essieu ainsi définis peuvent alors être utilisés sur le site Libération en calculant pour cette pose (et la rame A) les fonctions H_{wrS} et H_{wrA} . Les résultats obtenus correspondent bien aux conclusions des mesures d'accélération pour ce site, où il apparaît

que les fréquences de résonances voie/essieu sont légèrement plus élevées que pour la pose classique (ceci étant cohérent avec la raideur de la semelle, plus élevée sur Libération) :

- la résonance du mode symétrique est bien visualisée autour de 70Hz ;
- la résonance du mode antisymétrique apparaît correctement autour de 120Hz.

Les résultats sont visualisés sur la figure 4.35.

Pour la rame B, les mesures sur la voie avec dalle flottante indiquent que la résonance du mode symétrique est située autour de 100Hz et celle du mode antisymétrique autour de 120Hz. Or, sur cette rame, les demi-essieux situés sur un même axe de rotation sont indépendants, et donc théoriquement décorrélés. Ainsi il semble que, d'un point de vue physique, la superstructure du tramway modifie le comportement des masses non suspendues et qu'il existe une certaine corrélation entre ces demi-essieux. On conserve donc une procédure de recalage effectuée sur les modes d'excitations symétrique et antisymétrique, comme pour la rame A. On détermine ainsi la masse $M_{w/2}^B$ de chaque demi-essieu et la masse "modale" M_r^B (d'une "roue équivalente") associée au mode antisymétrique. Les valeurs retenues sont $M_{w/2}^B \sim 350kg$ et $M_r^B \sim 250kg$, qui donnent les fonctions de transfert représentées sur la figure 4.36.

La masse de l'essieu A (1500kg) est donc plus de deux fois supérieure à la masse de l'essieu "global" de type B (700kg). L'inertie de l'essieu A équivaut quant à elle à une masse de roue (235kg) assez proche de la masse modale estimée (250kg) pour les demi-essieux B.

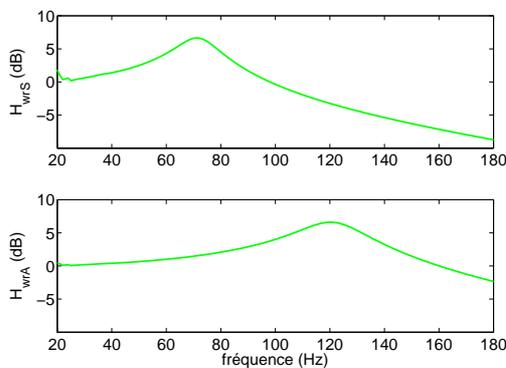


Figure 4.35 - Fonctions de transfert calculées entre le déplacement de l'essieu et la rugosité combinée - Parties symétrique et antisymétrique - Libération, rame A

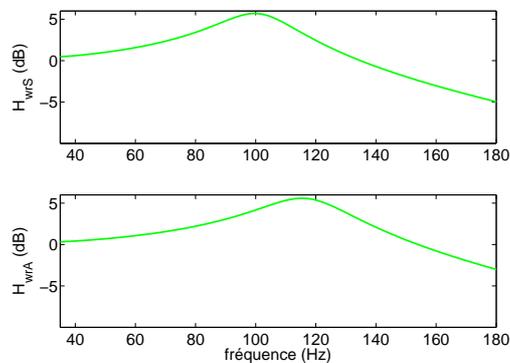


Figure 4.36 - Fonctions de transfert calculées entre le déplacement de l'essieu et la rugosité combinée - Parties symétrique et antisymétrique - Libération, rame B

4.5.2 Validation du modèle voie/essieu

Sous l'hypothèse que les rugosités des deux rails ne sont pas corrélées, la "cohérence" entre les densités spectrales de puissance (DSP) des rugosités est nulle. Par conséquent, les DSP des rugosités symétrique et antisymétrique considérées pour les deux rails sont identiques. Ceci permet d'utiliser comme pour le cas symétrique la rugosité expérimentale (symétrique) suivante (DSP) en se basant sur l'équation (3.106) :

$$S_r(\lambda)^2 = \frac{S_{r1}(\lambda)^2 + S_{r2}(\lambda)^2}{4} \quad (4.11)$$

où les indices 1 et 2 correspondent aux deux rails.

La validation du modèle est d'abord effectuée sur le mode d'excitation symétrique. La figure 4.37 présente les calculs réalisés pour les quatre configurations rames/poses envisagées.

La comparaison entre les niveaux de vibrations mesurés et ceux calculés à partir de la rugosité des rails est satisfaisante jusqu'à 100Hz environ, en particulier sur le site Libération où la rugosité des rails est élevée. Dans ce cas, la rugosité des roues (non déterminée expérimentalement) peut en effet être négligée. Au-dessus de 100Hz, le spectre des vibrations mesurées sur la rame A fait apparaître un deuxième pic correspondant probablement à un mode élastique d'essieu, non pris en compte dans les modèles. Enfin, pour la rame B sur le site Ferrière les niveaux d'accélération sont calculés afin d'obtenir les efforts en entrée du modèle pour cette configuration rame/essieu qui n'a pas fait l'objet de mesures d'accélération d'essieu.

La validation du modèle est ensuite analysée pour le mode d'excitation antisymétrique. La figure 4.38 présente les calculs réalisés pour les quatre configurations rames/poses envisagées.

La comparaison entre les niveaux de vibrations mesurés et ceux calculés dans le cas antisymétrique à partir de la rugosité des rails est satisfaisante sur le site Libération à partir de 40Hz environ. En revanche, pour le site Ferrière pour la rame A, les niveaux calculés sont surestimés : sur la gamme 30-65Hz, la différence peut atteindre 4,5dB ; le pic de résonance est moins diffus dans le cas théorique, et l'amplitude estimée largement surestimée, de l'ordre de 6,5dB. Néanmoins, l'allure générale des niveaux estimés reste acceptable. Enfin la figure 4.37 présente également les niveaux calculés pour la rame B (Ferrière), utilisés pour l'estimation des efforts à la section suivante.



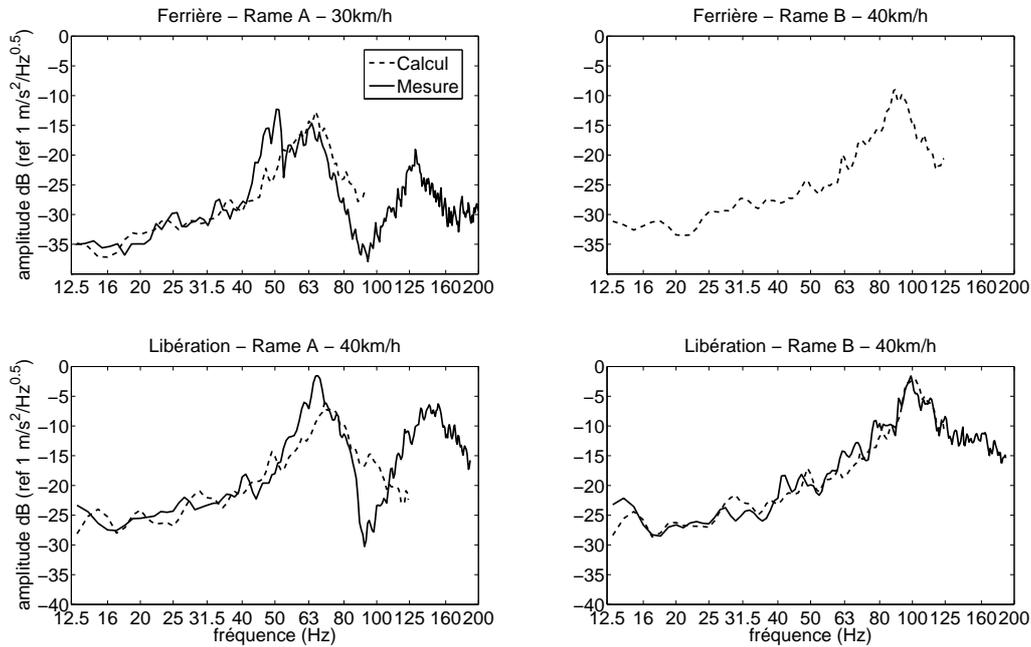


Figure 4.37 - Validation des accélérations (DSP) des essieux – Mode symétrique

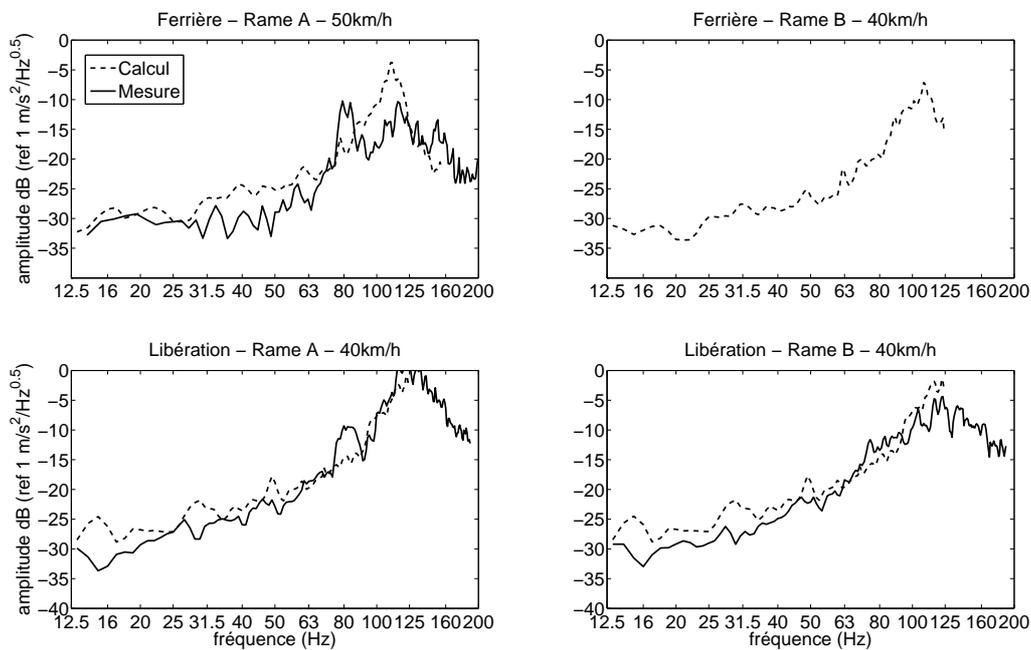


Figure 4.38 - Validation des accélérations (DSP) des essieux – Mode antisymétrique

4.5.3 Identification de la rugosité combinée

Une deuxième manière de valider le modèle consiste à identifier la rugosité combinée à partir des mesures de vibrations des essieux en inversant la relation (3.111). On donne sur les figures 4.39, 4.40 et 4.41 pour les trois configurations mesurées, les rugosités estimées à partir des accélérations expérimentales. Ces figures amènent plusieurs commentaires.

- Pour les rugosités obtenues *via* la partie symétrique des accélérations, on retiendra certaines conclusions tirées par l'INRETS : pour le site Libération, on note très peu de différences entre les rugosités combinée et mesurée, et ce quel que soit le type de rame. Cela signifie que la rugosité des roues peut être négligée. Pour le site Ferrière (rame A), pour la gamme de longueurs d'onde allant de 10 à 20cm, un pic apparaît sur la rugosité combinée. Il se retrouve sur le site Longchamp (non présenté ici), preuve que la rugosité des roues intervient de façon non négligeable. Ce pic de rugosité induit un pic d'amplitude sur l'accélération mesurée, autour de 50Hz à 30km/h, visualisable sur la figure 4.37 (et qui se retrouve à 50km/h autour de 80Hz, voir figure 4.38). Aux petites longueurs d'onde (10cm environ), on perd la décroissance observée aux grandes longueurs d'onde. Il faut noter que ces conclusions sont tirées suite à des mesures effectuées sur un seul bogie. Par conséquent, il peut s'avérer que d'autres défauts sur certaines roues viennent affecter la réponse vibratoire du rail, puis du sol. Ceci vient étayer les analyses des mesures présentées sur les figures 2.32 et 2.33, pour lesquelles il apparaît certains pics d'amplitudes sur les mesures de vibrations au passage.
- Pour les rugosités obtenues *via* la partie antisymétrique des accélérations, on trouve des résultats assez proches des précédents et les conclusions tirées sont identiques. Néanmoins, les niveaux de rugosités déterminés sont globalement un peu plus faibles (de l'ordre de 2 à 3dB), restant dans la gamme de précision des mesures. Il apparaît à nouveau que la décroissance de la rugosité devient moins forte pour les plus faibles longueurs d'onde.

À partir de ces courbes, on peut extraire une rugosité combinée simplifiée en deux parties linéaires (en gris sur les figures). Elle décroît pour les grandes longueurs vers les longueurs d'onde les plus faibles, jusqu'à 10cm environ puis se stabilise. Selon les rames, la stabilisation est différente. Pour le cas de Libération et la rame B, la décroissance reste assez proche de celle observée sur les grandes longueurs d'onde. Sur ce même site, mais pour la rame A, on note en revanche que la décroissance est presque inexistante. Ceci pourrait être dû à la rugosité des roues plus importante sur cette rame. Ce type de comportement se retrouve sur le site Ferrière pour cette même rame.



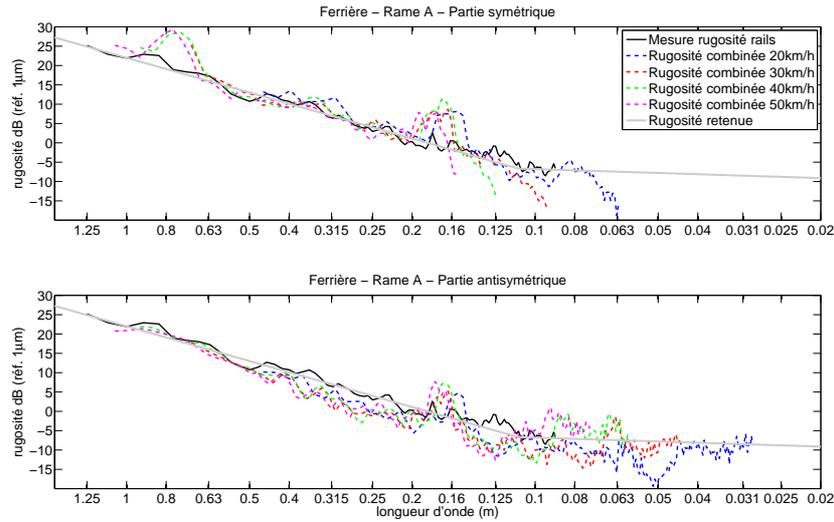


Figure 4.39 - Identification du niveau de DSP de la rugosité combinée - Rame A - Ferrière

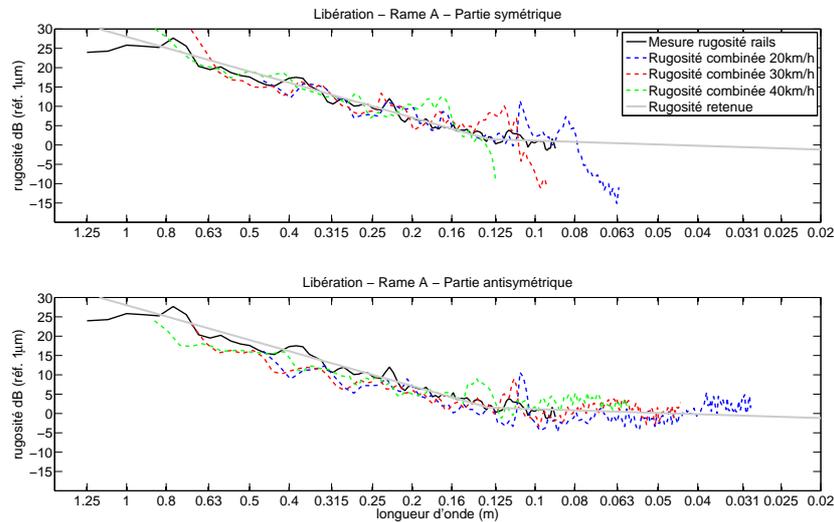


Figure 4.40 - Identification du niveau de DSP de la rugosité combinée - Rame A - Libération

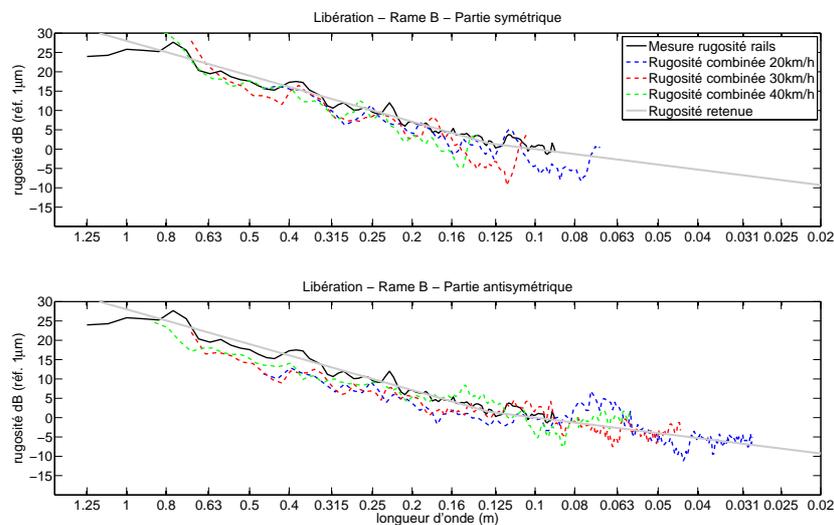


Figure 4.41 - Identification du niveau de DSP de la rugosité combinée - Rame B - Libération

En extrapolant au cas non mesuré (Ferrière, rame B), on peut définir une rugosité combinée pour cette configuration. Au bilan, on propose quatre rugosités combinées simplifiées, visualisables sur la figure 4.42. Elles diffèrent peu des rugosités expérimentales, sauf sur les petites longueurs d'ondes (inférieures à 10cm). L'objectif est d'obtenir des valeurs de rugosité pour une gamme de longueurs d'onde allant jusqu'à 3cm environ, ceci étant nécessaire pour le calcul des vibrations associées dans la gamme 0-200Hz (par exemple, à 20km/h, une longueur d'onde de 3cm induit une excitation de fréquence 185Hz), et par la suite des efforts aux contacts roue/rail.

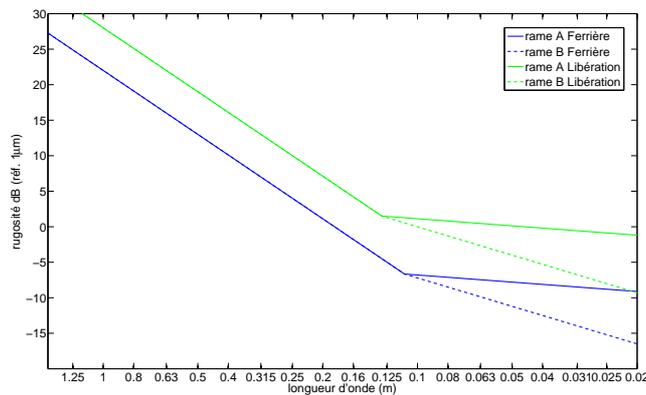


Figure 4.42 - Rugosités combinées simplifiées pour le calcul des efforts – Ferrière et Libération – Rames A et B

Les rugosités obtenues peuvent être comparées aux courbes limites de rugosité caractérisant le rail de référence dans la norme ISO-EN 3095 :2001 [Bee03] et dans la réglementation européenne sur les spécifications techniques d'interopérabilité du matériel roulant conventionnel TSI+[Com06]. La comparaison est proposée sur la figure 4.43.

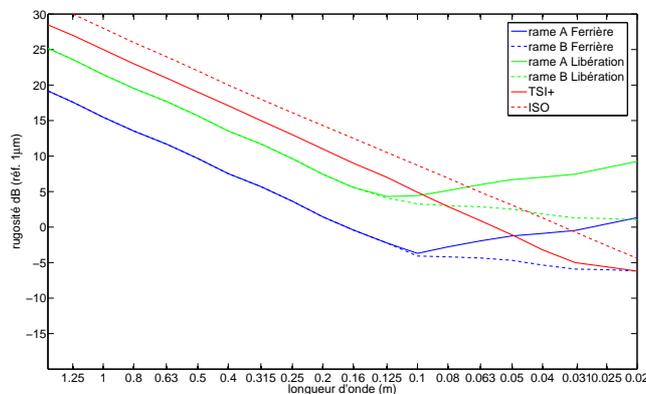


Figure 4.43 - Rugosités combinées simplifiées (tiers d'octave) pour le calcul des efforts – Ferrière et Libération – Rames A et B – Comparaison avec deux courbes limites normalisées pour le rail

Les valeurs retenues pour les rugosités combinées sont indiquées dans le tableau 4.7. Une décroissance de 6dB par octave est visible aux grandes longueurs d'onde, alors que sur les petites longueurs d'onde (à partir de 10cm environ) la décroissance se stabilise, voire s'inverse pour la rame A du fait de la rugosité importante des roues.

Longueur d'onde (m^{-1})	0,8	0,63	0,5	0,4	0,315	0,25	0,2	0,16	0,125	0,1	0,08	0,063	0,05	0,04	0,031	0,025	0,02
A – Ferrière	13,5	11,7	9,7	7,5	5,7	3,6	1,4	-0,4	-2,2	-3,7	-2,8	-1,9	-1,2	-0,9	-0,5	0,4	1,3
B – Ferrière	13,5	11,7	9,7	7,5	5,7	3,6	1,4	-0,4	-2,2	-4,1	-4,2	-4,3	-4,7	-5,4	-5,9	-6,0	-6,2
A – Libération	19,5	17,6	15,7	13,5	11,7	9,6	7,4	5,6	4,3	4,4	5,1	6,0	6,7	7,0	7,5	8,4	9,3
B – Libération	19,5	17,6	15,7	13,5	11,7	9,6	7,4	5,6	4,1	3,3	3,0	2,9	2,5	1,9	1,3	1,2	1,0

Tableau 4.7 - Valeurs des rugosités combinées simplifiées par tiers d'octave – Rames A et B – Libération et Ferrière

4.5.4 Définition des efforts

Dans la bande de fréquences 0–100Hz, l'assimilation de l'essieu à un solide rigide semble correcte. Il en résulte que la partie symétrique des efforts au contact peut être estimée directement en multipliant la partie symétrique des accélérations mesurées (ou calculées dans le cas de la rame B, Ferrière) par la masse de l'essieu. Pour la partie antisymétrique, les efforts au contact sont calculés en multipliant la partie antisymétrique des accélérations mesurées par la masse "équivalente" M_r^* (en remplaçant l'indice * par A ou B) identifiée précédemment.

Les résultats obtenus pour le calcul des efforts sur un passage à 40km/h, dans les cas symétrique et antisymétrique sont présentés sur la figure 4.44 à l'aide des trois types de données d'entrées suivants :

- avec l'utilisation des accélérations mesurées (colonne gauche) ; dans ce cas, pour la rame A, les efforts sont estimés jusqu'à 100Hz environ pour la partie symétrique ;
- avec l'utilisation des réceptances (de rails) mesurées (colonne centrale) ; la gamme de longueurs d'onde s'interrompant autour de 10cm, les efforts sont estimés (à 40km/h) jusqu'à 120Hz ;
- avec l'utilisation des réceptances (combinées) simplifiées (colonne droite).

Les résultats obtenus selon les trois cas de calculs sont très proches sauf pour Ferrière (et dans une moindre mesure, Libération), rame A où les niveaux estimés à l'aide des mesures d'accélérations sont plus élevés que pour les deux autres approches, notamment sur l'amplitude des résonances voie/essieu. Ce point s'explique à cause du pic de rugosité visualisé sur les roues de cette rame, qui se retrouve précisément autour de 65Hz à 40km/h, et qui n'apparaît que lorsque l'on utilise les accélérations mesurées.



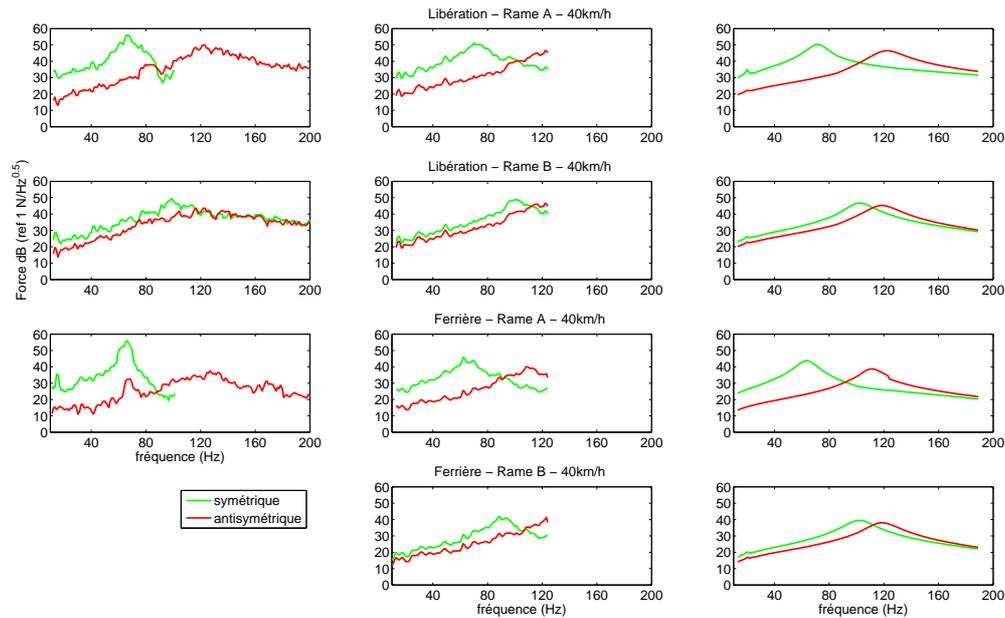


Figure 4.44 - Estimation des efforts au contact roue/rail à 40km/h – Amplitude (DSP) de l'effort ramené sur un rail – Calculs à partir des accélérations mesurées (à gauche), des rugosités de rails mesurées (au milieu) et des rugosités combinées simplifiées (à droite)

4.5.5 Conclusion

Les calculs présentés amènent deux résultats importants qui seront utilisés pour l'estimation des vibrations au passage du tramway :

- La partie symétrique des efforts pour la rame A est disponible au-delà de 100Hz à l'aide du modèle utilisant les rugosités combinées. Une incertitude demeure néanmoins concernant la contribution de l'élasticité de l'essieu et de la superstructure dans cette gamme de fréquences.
- Les efforts peuvent être estimés théoriquement à l'aide uniquement des données d'essieu (masse, inertie) et de la rugosité combinée (simplifiée ou mesurée) pour un couple donné site/rame. Notamment, le cas du site Ferrière, rame B pourra être étudié sur les calculs au passage.

4.6 Simulation du passage d'un tramway

Dans cette dernière partie, le calcul simulé d'un passage de tramway est envisagé. Les réponses vibratoires du rail et du sol en un point donné sont estimées en fonction de la position du tramway vis-à-vis de ce point. Les données d'entrées nécessaires pour cette simulation ont été définies dans les sections précédentes et correspondent :

- aux caractéristiques du tramway (nombre de bogies et d'essieux, dimensions) et à sa vitesse de passage ;
- aux paramètres du sol ;
- aux paramètres de la voie ;
- aux efforts dynamiques s'exerçant par les roues sur les rails ; ils sont estimés soit à l'aide des accélérations mesurées sur les essieux, soit grâce à la rugosité mesurée des rails, ou encore en ayant recours à la rugosité combinée simplifiée (cette dernière méthode n'utilisant plus directement de données expérimentales).

4.6.1 Principe du calcul

Rappelons d'abord que la campagne de mesures n'a pas permis d'établir une variation cohérente des réponses vibratoires en fonction de la vitesse du tramway (de 20 à 50km/h, ou moins selon les sites), les écarts obtenus étant du même ordre de grandeur que ceux observés pour des passages à conditions supposées identiques. D'un point de vue théorique, concernant l'influence faible de la vitesse, ceci apparaît d'ailleurs tout à fait logique car les vitesses de déplacement (6 à 14m/s) sont très inférieures aux vitesses de propagation des ondes de surface pour le sol. Toutefois la vitesse intervient indirectement dans la caractérisation des efforts d'excitation au contact roue-rail ; en effet, ceux-ci sont liés aux paramètres de rugosité du rail et des roues (rugosité combinée) qui, en fonction de la vitesse, influent sur les amplitudes et le domaine fréquentiel des sollicitations vibratoires. Par conséquent, le paramètre vitesse du tramway n'est pas directement pris en compte dans l'étude, par contre il intervient d'une part dans le positionnement temporel des bogies, qu'il est nécessaire de connaître pour définir la localisation des sources vibratoires, et d'autre part au niveau des efforts générés au contact roue-rail, qui peuvent évoluer avec la vitesse.

La simulation du passage est menée en trois temps. La description est faite pour un calcul sur le sol, mais la méthode est identique pour l'estimation de la réponse du rail. Considérons un calcul où l'on souhaite obtenir la réponse vibratoire d'un point à la surface du sol, noté O et situé à 2,5m du rail extérieur (soit environ 3,2m de l'axe de la voie), voir figure 4.46. L'axe de la voie est parallèle au vecteur \vec{x} et la direction de l'axe perpendiculaire à la voie est notée \vec{y} . L'origine du repère est supposée positionnée sur l'axe de la



voie.

Dans la première étape, comme le présente la figure 4.45, la réponse du sol suite à une excitation ponctuelle sur les rails est estimée pour tout x du domaine de calcul (variant de -160 à +160m) et pour $y_0 = 3,2\text{m}$. Précisément, on définit le segment de droite de longueur 320m, parallèle à la voie et situé à la distance y_0 de celle-ci. La réponse du sol est alors estimée en P , point courant sur le segment de droite; ceci permet de connaître la réponse du sol lors d'une excitation sur le rail, non seulement au droit de l'excitation mais aussi à une certaine distance suivant l'axe x du point d'excitation.

Le calcul est effectué pour des fréquences allant de 20 à 200Hz et pour les deux modes de vibrations de l'essieu (pilonnement et roulis). La réponse estimée est écrite sous la forme d'une mobilité de transfert (vitesse vibratoire rapportée à la force d'excitation) en $m/s/N$.

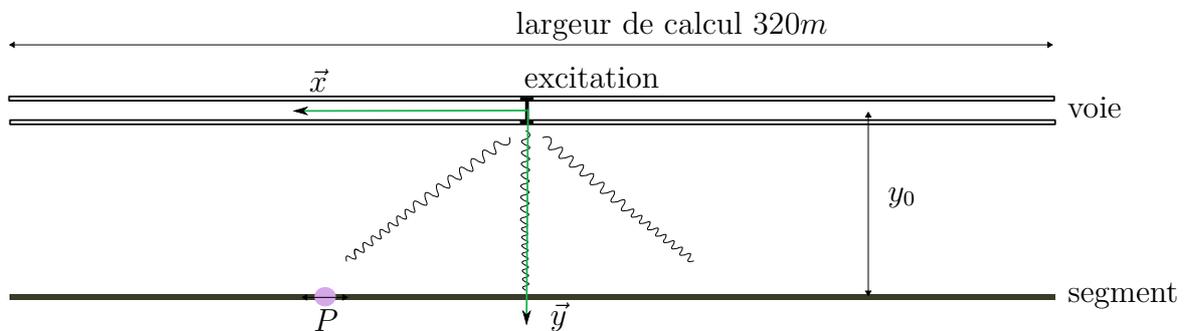


Figure 4.45 - Calcul au passage (représentation en vue de dessus) – Première étape – Mobilité de transfert estimée sur un segment du sol

Deuxièmement, on suppose que les contributions des différents essieux (conformément aux conclusions des mesures) sont décorrélés. De plus, sur un même essieu, les modes symétrique et antisymétrique d'excitation de la voie sont aussi supposés décorrélés. La procédure est réalisée sous l'hypothèse que chaque roue produit un effort sur le rail qui peut être modélisé par une excitation ponctuelle. Les forces d'excitation utilisées sont celles définies sur la figure 4.44 (niveaux de DSP, en $N/Hz^{0.5}$). Les efforts proviennent d'un calcul faisant intervenir, soit des données expérimentales directes (vibrations mesurées des essieux ou rugosités mesurées du rail), soit des données "théoriques" (rugosités combinées établies après analyse expérimentale). Finalement, l'excitation d'un essieu pour une position donnée, est obtenue en multipliant la mobilité de transfert estimée à l'étape précédente par l'excitation correspondante. On obtient alors le niveau vibratoire (DSP en $m/s/Hz^{0.5}$) de la réponse du sol suite à l'excitation d'un essieu, la contribution des modes symétrique et antisymétrique étant obtenue par sommation sur les spectres de puissance.

Enfin, la contribution de chaque essieu est prise en compte par sommation sur les puissances spectrales comme illustré sur la figure 4.46. Il est alors possible d'estimer la réponse



vibratoire du sol due à l'excitation complète provenant du tramway, pour une position donnée de celui-ci vis-à-vis du point O . Pour conserver une approche temporelle, le passage du tramway est abordé en considérant une position initiale de la rame suffisamment éloignée du point O . Ensuite, le pas de temps choisi au paragraphe 2.6.1 est utilisé pour définir une nouvelle position du tramway, et ainsi de suite. Ceci fournit la réponse vibratoire du point considéré sur le sol pour chaque position de la rame et permet *in fine* de reconstituer un "passage" temporel. Par la suite, les résultats utilisés correspondent à des

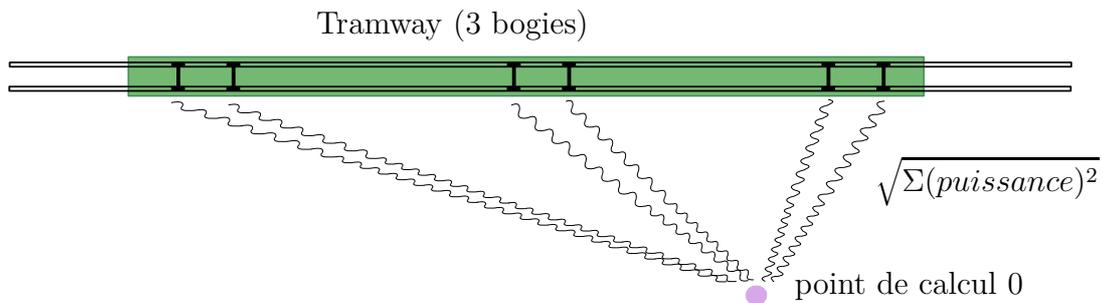


Figure 4.46 - Calcul au passage (représentation en vue de dessus) – Troisième étape – Principe de sommation des contributions de chaque essieu

niveaux mesurés/calculés maximum. Ils sont obtenus généralement lorsqu'un bogie est situé au droit du point de mesure. Les résultats disponibles pour les niveaux de vibrations *rms* n'amènent pas d'informations complémentaires par rapport aux niveaux maximum et ne seront donc pas présentés ici.

4.6.2 Résultats obtenus sur le site en pose classique

La contribution des excitations symétrique et antisymétrique est analysée sur la figure 4.47 pour le cas de la rame A.

Les résultats sont obtenus sur ces graphiques à l'aide des accélérations d'essieux mesurées. L'effort dynamique de pilonnement est pris en compte sur les deux premières colonnes de la figure jusqu'à 100Hz. En effet, au-delà de cette fréquence, l'effort ne peut raisonnablement pas être estimé *via* les accélérations mesurées, qui font apparaître un mode élastique d'essieu. La colonne de droite permet de noter la contribution des deux modes d'excitation. Il ressort de ces premiers calculs les remarques suivantes :

- les niveaux sont estimés correctement sur le rail ;
- la contribution antisymétrique est négligeable, sauf sur la gamme de fréquences entre 90 et 130Hz environ ;
- les niveaux sur le sol sont correctement estimés uniquement jusqu'à 80Hz environ.

Concernant la contribution antisymétrique, il peut paraître logique qu'elle intervienne faiblement dans la réponse du sol, même en champ proche. En effet, les ondes induites dans le sol par chaque côté de la dalle sont en opposition de phase, et la distance les séparant

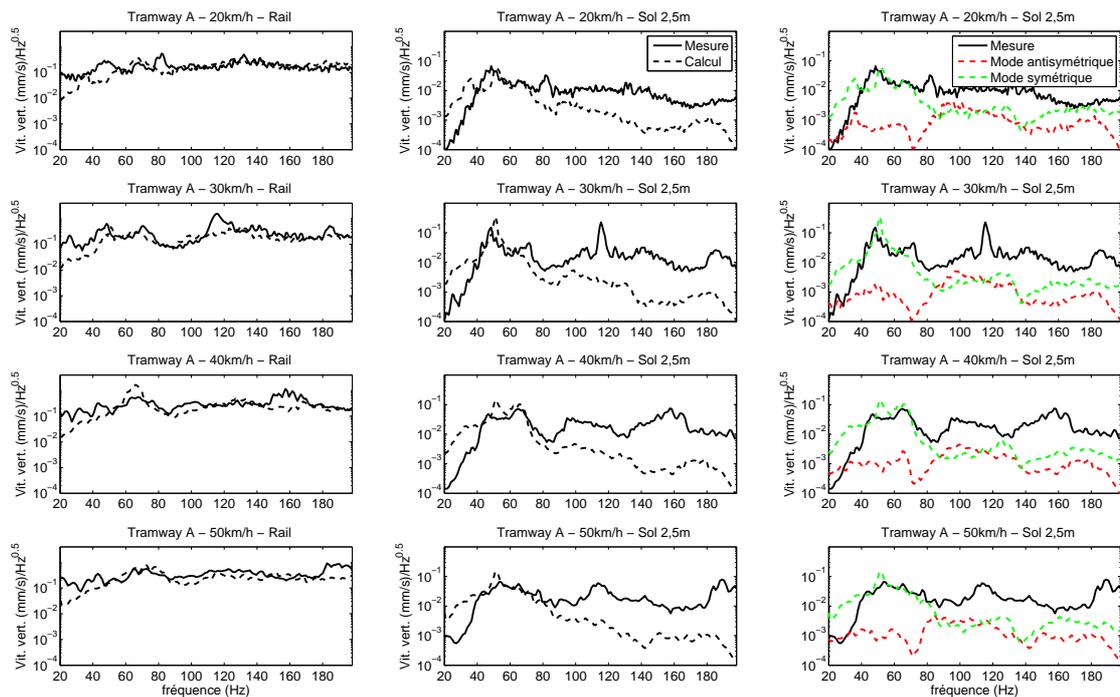


Figure 4.47 - Comparaison des niveaux de la DSP (valeurs maximales) pour les réponses du rail et à 2,5m de la voie – rame A, Ferrière – Calculs à partir des accélérations d'essieux mesurées – Partie symétrique prise en compte jusqu'à 100Hz

est faible (par rapport aux longueurs d'ondes dans le sol). Par conséquent, chaque onde induite d'un côté de la dalle admet une onde en quasi-opposition de phase sur l'autre côté, créant alors très peu de vibrations en dehors de la dalle. En fait, il semblait intéressant lors de l'étude de ce site de prendre en compte une rotation de la dalle de béton, en particulier parce les simulations de réponses vibratoires du sol ne correspondent pas bien aux mesures. Finalement, les calculs effectués montrent que la rotation de la dalle n'intervient que très peu dans la réponse du sol, et qu'un modèle incluant uniquement le mode symétrique de l'excitation donne sensiblement les mêmes résultats.

Concernant la sous-estimation des niveaux vibratoires après 80Hz, plusieurs hypothèses complémentaires peuvent être émises.

- D'abord, il faut noter que les efforts sont estimés à l'aide de mesures d'accélérations faites pour un bogie. Il est probable que les accélérations des autres bogies diffèrent, ceci étant lié notamment à l'état de circularité des roues. Par exemple, dans la partie expérimentale nous avons visualisé un pic d'amplitude à 80Hz pour une vitesse de 20km/h. Il n'est bien sûr pas prédit par le modèle et se déplace à 160Hz pour une vitesse de 40km/h. Ce défaut est sans doute situé sur une roue n'appartenant pas à l'essieu mesuré (lors des mesures embarquées). Par contre, le pic visualisé à 50Hz et 30km/h sur les efforts mesurés se retrouve bien dans la simulation, car le défaut de

rugosité est situé sur une roue appartenant à l'essieu mesuré.

- Ensuite, il peut s'agir d'un phénomène de champ proche ou d'un comportement de la voie non pris en compte dans le modèle. À ce sujet, dans la littérature il ressort généralement que les niveaux vibratoires mesurés au-delà de 100Hz sont faibles sur le sol (voir par exemple l'article présentant des mesures à 3m pour le cas d'un tramway à roues indépendantes [Bro01]), ceci confirmant bien la particularité des mesures obtenues sur Ferrière.

Pour avancer vis-à-vis de ces difficultés rencontrées, une première alternative est proposée sur la figure 4.48.

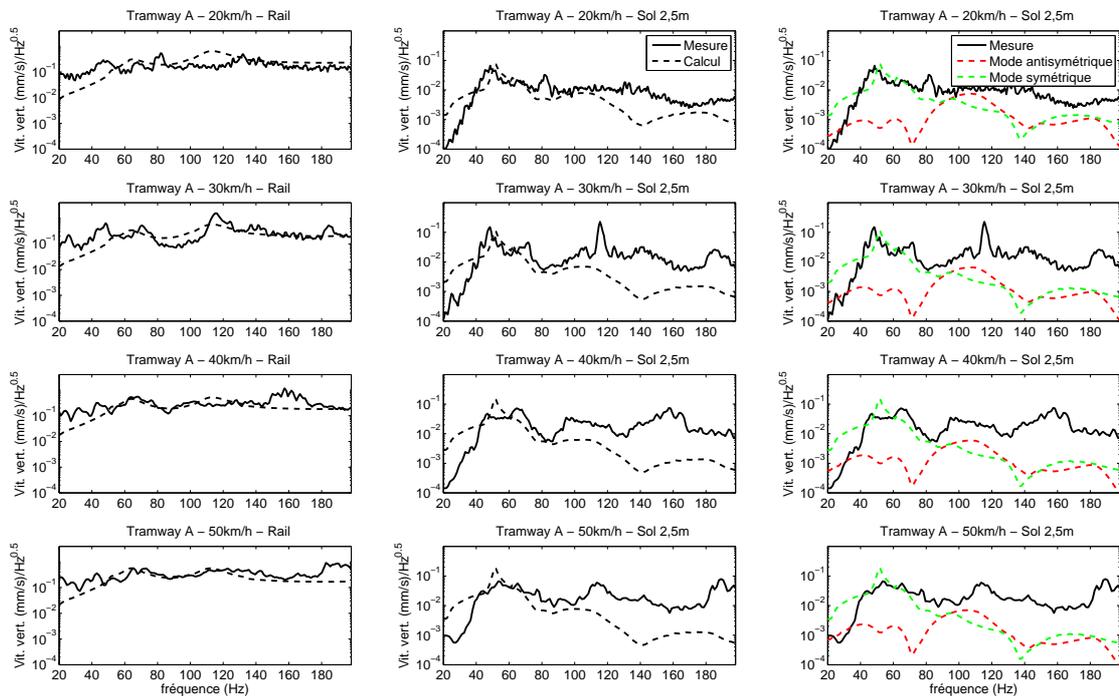


Figure 4.48 - Comparaison des niveaux de la DSP (valeurs maximales) pour les réponses du rail et à 2,5m de la voie – rame A, Ferrière – Calculs à partir des rugosités combinées

Elle présente les résultats obtenus en utilisant les rugosités combinées (simplifiées) comme données d'entrées pour le calcul des efforts. Ceci permet de prendre en compte l'effort symétrique dans la gamme complète de fréquences (0-200Hz). Les résultats sont meilleurs, mais la sous-estimation globale des niveaux sur le sol à partir de 100Hz environ demeure. Ceci peut être dû à l'effet conjugué de rugosités importantes sur les roues des bogies, et d'un comportement voie/sol mal pris en compte dans le modèle à partir de 120Hz environ.

Afin d'approfondir ce problème, on propose la comparaison des niveaux vibratoires sur le sol par rapport aux mesures ramenées sur le 3^{ème} bogie (sens direct de passage du



tramway) utilisé pour les mesures embarquées. On peut en effet supposer que si les rugosités combinées sont bien estimées pour ce bogie, la comparaison modèle/mesures doit s'améliorer. Cette hypothèse est confirmée sur les figures 4.50 et 4.51 : les calculs ne sont pas modifiés, mais l'analyse des niveaux maximum est faite sur une fenêtre n'incluant que le 3^{ème} bogie.

Les résultats obtenus par simulation vis-à-vis des mesures sur le rail sont très bons, en particulier sur la comparaison avec les calculs effectués à l'aide des accélérations mesurées. Pour les vibrations sur le sol, les niveaux maximum mesurés ont diminué par rapport à l'analyse sur un passage complet. La comparaison calculs/mesures devient acceptable, sauf sur la gamme de fréquences 110-150Hz où un phénomène restant indéterminé est à l'origine de la différence observée sur les niveaux vibratoires mesurés, plus élevés que les niveaux calculés.

Un autre point possible de comparaison peut être fait à l'aide des atténuations voie/sol. Il faut rappeler que ces atténuations mesurées au passage et au marteau montraient des différences (voir figures 2.36 et 2.37). Dans le cas présent, les atténuations sont estimées expérimentalement d'une part au marteau, d'autre part à l'aide d'une analyse réduite sur le 3^{ème} bogie et comparées aux atténuations calculées (figure 4.49). Il ressort de cette comparaison que l'atténuation au passage ne correspond pas directement à l'atténuation au marteau (ceci avait déjà été indiqué sur la partie expérimentale). Ce comportement se retrouve en partie par le calcul.

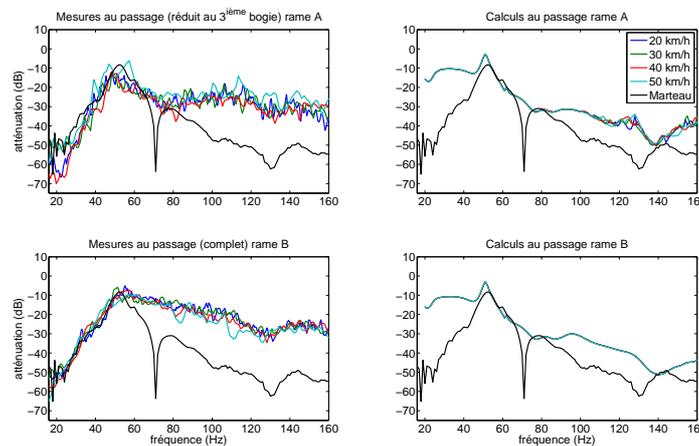


Figure 4.49 - Atténuation des vibrations dans le sol à 2,5m du rail (référence sur le rail) – Ferrière, rames A et B – Comparaison entre les résultats au passage et au marteau (à gauche : mesures – à droite : calculs)

L'explication qui peut être donnée à cette situation est la suivante. Dans le cas d'une excitation ponctuelle unitaire, l'atténuation des ondes dans le plan vertical contenant l'excitation (plan de normale \vec{z} et passant par $x = 0$), et perpendiculaire à l'axe de la

voie correspond aux mesures effectuées au marteau, et la comparaison modèle/mesures a donné des résultats satisfaisants (voir figure 4.24). Lorsque l'excitation devient multi-source, et que les sources ne sont plus dans le plan précédent contenant le point de mesure, l'atténuation des ondes est modifiée. Ceci est probablement dû au fait que chaque source vibratoire sur le rail contribue à la réponse du sol de façon différente, notamment au regard de la distance parcourue par chaque contribution. De plus, la référence sur le rail ne tient pas compte directement de l'excitation multi-source, puisqu'elle n'est considérée qu'en un seul point. Il apparaît à ce stade qu'une étude de l'atténuation des ondes dans le sol depuis la voie (lors du passage d'une rame) ne peut se limiter à des modèles à deux dimensions. En outre, pour la validation d'un modèle à trois dimensions, il est bien sûr nécessaire d'effectuer des mesures de réponses voie/sol au droit du point d'impact (par exemple, $x = 0$ et $y = 5\text{m}$), mais il peut être aussi intéressant d'effectuer des mesures parallèlement à la voie (avec $y = 5\text{m}$ et x variable) pour les essais au marteau. Ces considérations rejoignent celles énoncées dans le paragraphe 4.4.



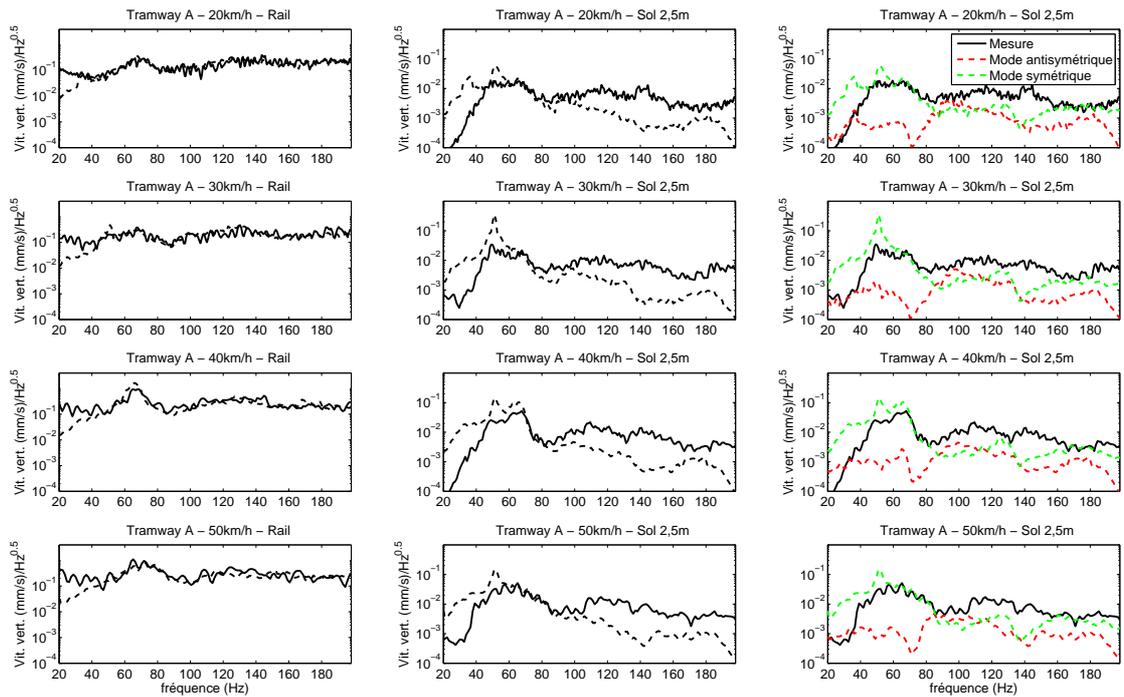


Figure 4.50 - Comparaison des niveaux de la DSP (valeurs maximales) pour les réponses du rail et à 2,5m de la voie - rame A, Ferrière - Calculs à partir des accélérations d'essieux mesurées - Partie symétrique prise en compte jusqu'à 100Hz - analyse sur le 3^{ème} bogie

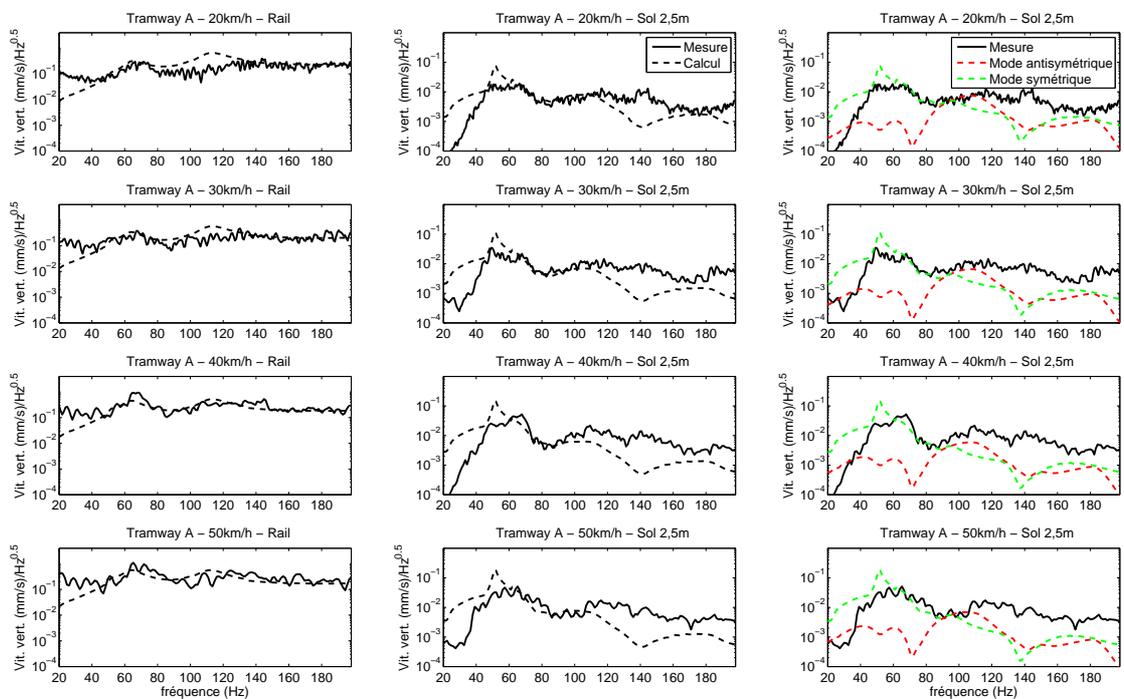


Figure 4.51 - Comparaison des niveaux de la DSP (valeurs maximales) pour les réponses du rail et à 2,5m de la voie - rame A, Ferrière - Calculs à partir des rugosités combinées - analyse sur le 3^{ème} bogie

Pour le tramway de type B, les résultats sont présentés sur la figure 4.52. Etant donné que les mesures embarquées n'ont pas été effectuées dans ce cas, on présente les résultats obtenus à l'aide des rugosités combinées. Pour comparaison, la figure 4.53 illustre les résultats obtenus à l'aide des rugosités mesurées sur les rails (la longueur d'onde estimée étant limitée à 10cm, toute la gamme de fréquences n'est pas couverte, ceci dépendant de la vitesse de passage de la rame). Les deux approches doivent donner des résultats proches sous l'hypothèse que les rugosités des roues de la rame B sont négligeables devant la rugosité des rails. Ceci semble bien vérifié, puisque les deux simulations donnent des résultats tout à fait similaires, venant valider indirectement le modèle utilisant les rugosités combinées.

Finalement, les niveaux estimés sur le rail sont nettement plus variables que les niveaux mesurés. De plus, sur le sol, les niveaux sont globalement sous-estimés, notamment autour de 70 et 140Hz. L'effort calculé pour cette rame est peut-être mal considéré. Il est aussi possible qu'une combinaison des contributions des essieux existe dans la réalité. En effet, aucune analyse de corrélation n'a été effectuée pour la rame B entre les essieux situés sur deux "axes" différents d'un même bogie. Ceci peut être mis en parallèle avec le couplage antisymétrique (faible) existant entre les roues des demi-essieux alignés : les essieux étant indépendants, les vibrations associées devraient être décorrelées, sauf si le bogie intervient.

Néanmoins, l'allure des réponses est conforme aux mesures. La contribution du mode symétrique est prédominante, comme pour la rame A sur ce même site.



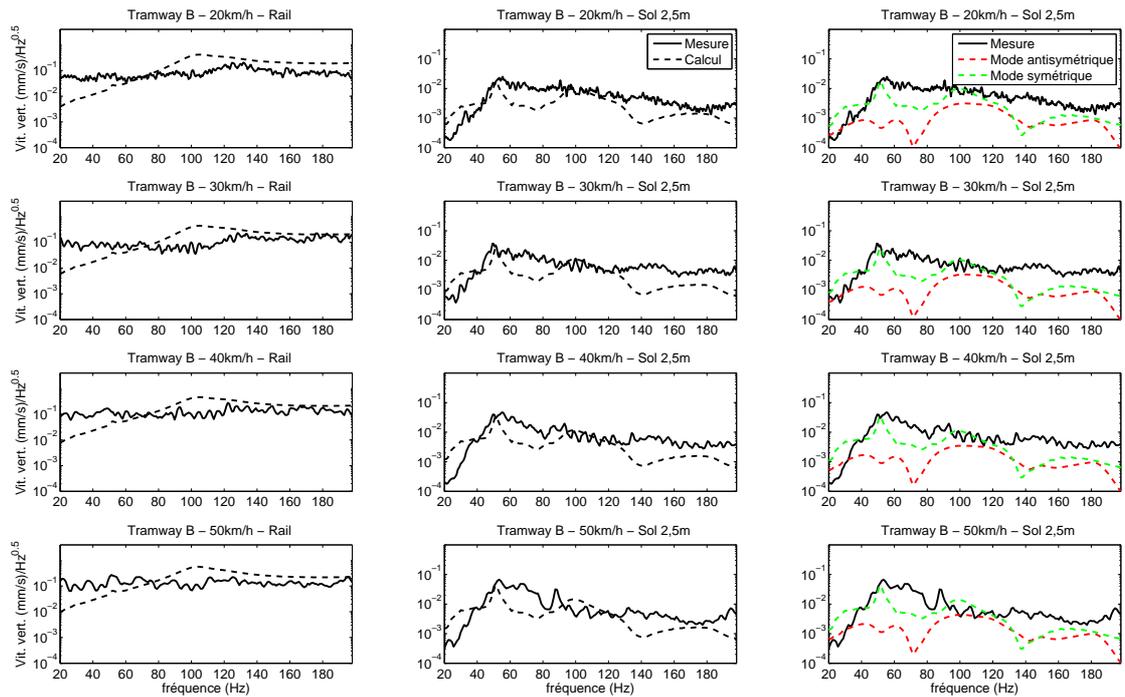


Figure 4.52 - Comparaison des niveaux de la DSP (valeurs maximales) pour les réponses du rail et à 2,5m de la voie - rame B, Ferrière - Calculs à partir des rugosités combinées

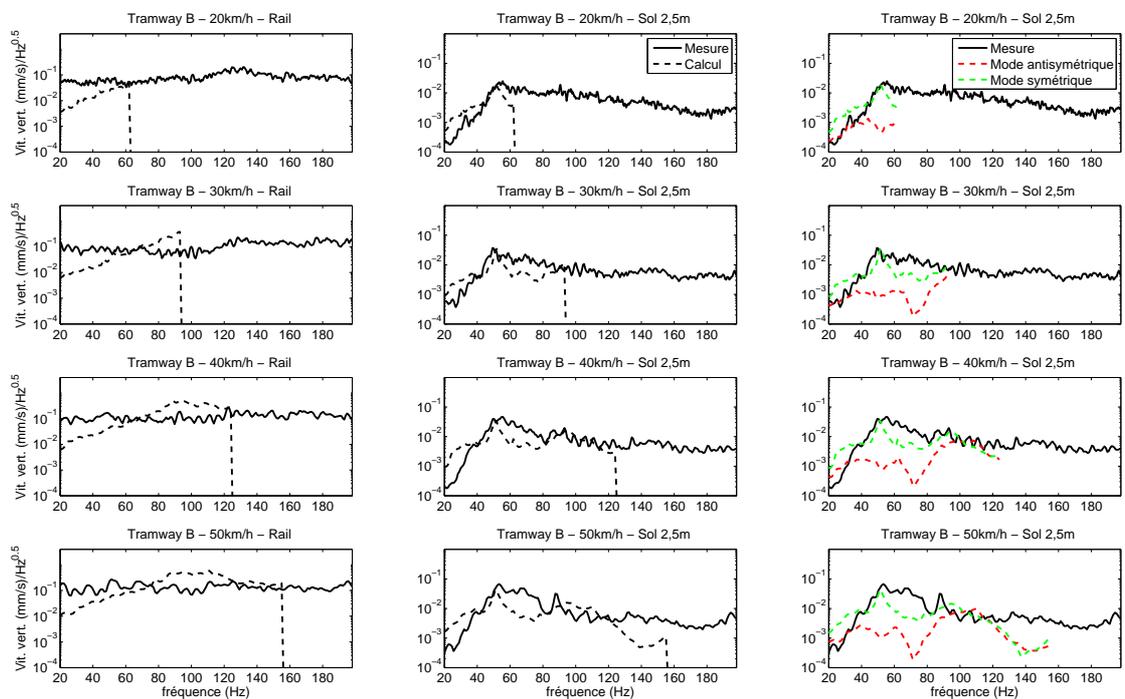


Figure 4.53 - Comparaison des niveaux de la DSP (valeurs maximales) pour les réponses du rail et à 2,5m de la voie - rame B, Ferrière - Calculs à partir des rugosités mesurées sur les rails

4.6.3 Résultats obtenus sur le site en pose isolante

Pour le cas de pose sur dalle flottante les figures 4.54 et 4.55 présentent les résultats pour les réponses vibratoires du rail, du sol à 2,5m du rail extérieur et à 5m. Le modèle numérique utilisant les deux dalles flottantes en vibrations est exploité pour ces calculs ; la contribution des efforts de pilonnement est prise en compte *via* un calcul avec des efforts symétriques sur les deux rails et la contribution des efforts de roulis utilise un calcul avec des efforts antisymétriques. Les simulations présentées sont effectuées à l'aide des accélérations mesurées pour l'obtention des efforts symétrique et antisymétrique. Par ailleurs, les contributions de ces deux modes sont aussi présentées, mais à l'aide d'un calcul utilisant les rugosités combinées. Pour les deux rames, les approches, à l'aide des accélérations mesurées ou des rugosités combinées pour l'obtention des efforts, donnent des niveaux vibratoires similaires.

Les résultats sont satisfaisants, en particulier sur le rail et à 5m. Les différences sont plus marquées pour la rame A. On note qu'à l'inverse de la pose classique, ce sont les vibrations dues au mode de pilonnement qui sont fortement atténuées dans le sol (ce qui était déjà vu avec la fonction de transfert voie/sol). Les calculs en bas des figures, effectués à l'aide des rugosités combinées, montrent en effet que la contribution du mode symétrique existe de façon non négligeable uniquement autour de 80Hz.

Globalement, à 5m du rail les niveaux sont bien estimés sur la gamme de fréquences 60-160Hz, avec des résultats moins bons pour la rame A. Inversement, sur le rail les calculs sont meilleurs pour la rame A, et on retrouve pour la rame B des différences identiques à celles observées pour cette même rame sur le site Ferrière.

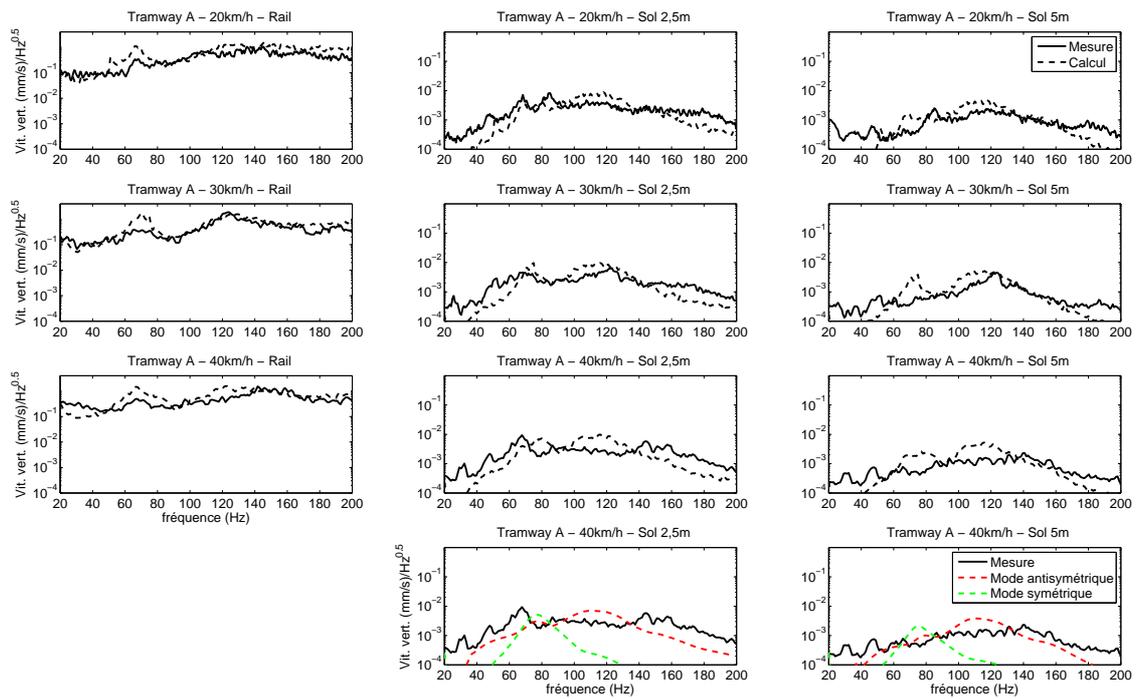


Figure 4.54 - Comparaison des niveaux de la DSP (valeurs maximales) pour les réponses du rail et à 2,5m et à 5m de la voie – rame A, Libération – Calculs à partir des accélérations mesurées et des rugosités combinées (pour les deux graphes du bas)

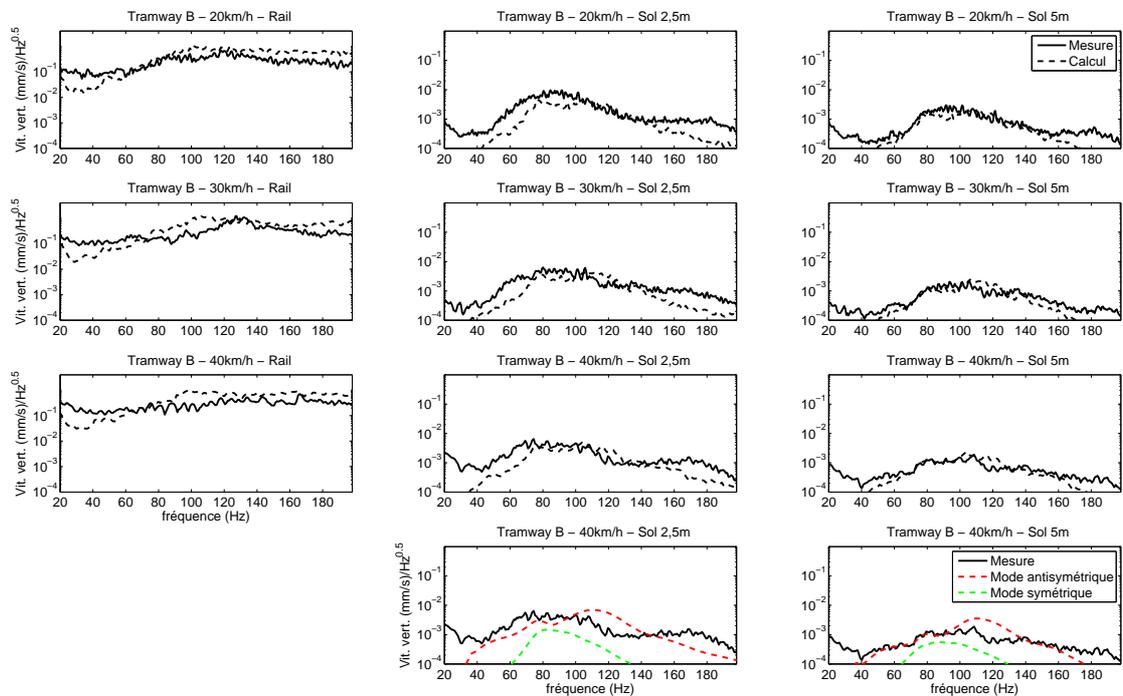


Figure 4.55 - Comparaison des niveaux de la DSP (valeurs maximales) pour les réponses du rail, à 2,5m et à 5m de la voie – rame B, Libération – Calculs à partir des accélérations mesurées et des rugosités combinées (pour les deux graphes du bas)

La comparaison des atténuations mesurées et calculées à 2,5m du rail est proposée sur la figure 4.56. Le comportement calculé de la rame A est assez proche des mesures à partir de 70Hz environ. Sur la rame B l'atténuation est globalement bien estimée. Pour la réponse à 5m du rail, les atténuations mesurées au passage et calculées sont comparées sur la figure 4.57. La comparaison donne des résultats satisfaisants.

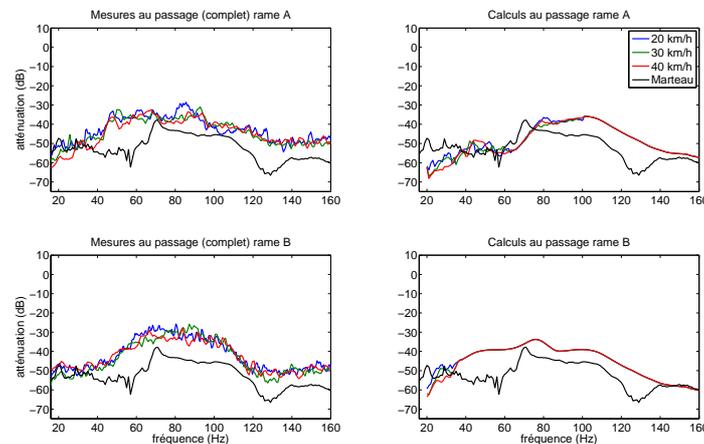


Figure 4.56 - Atténuation des vibrations dans le sol à 2,5m du rail (référence sur le rail) – Libération, rames A et B – Comparaison entre les résultats au passage et au marteau (à gauche : mesures – à droite : calculs)

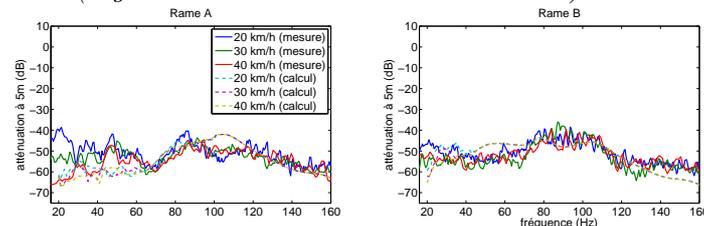


Figure 4.57 - Atténuation des vibrations dans le sol à 5m du rail (référence sur le rail) – Libération, rames A et B – Comparaison calculs/mesures au passage

Les calculs confirment bien sur cette pose les résultats obtenus lors des mesures : l'atténuation des ondes est nettement différente lorsque l'on compare le passage d'un tramway et un essai d'impact ponctuel sur le rail. Ce phénomène vient étayer les conclusions énoncées lors de l'étude de l'efficacité de la pose (voir partie 4.4) : l'atténuation des vibrations dans un plan perpendiculaire à l'axe de la voie et contenant l'excitation est plus élevée que celle obtenue sur des points en dehors du plan de l'excitation. Dans ce dernier cas, chaque essieu produit probablement des vibrations qui se propagent le long de la dalle flottante, s'atténuant plus faiblement que dans le sol avec la distance, et induisant des vibrations dans le sol qui se cumulent.

Globalement, la comparaison mesures/simulation sur le site Libération est plus satisfaisante que pour le site Ferrière. Plusieurs explications peuvent être formulées pour expliquer ces différences :

- le mode symétrique étant fortement atténué dans le cas de la pose isolante, la contribution du mode élastique supposé de l'essieu est gommée sur Libération (sur le sol) et le fait de ne pas le prendre en compte dans la simulation n'affecte pas les résultats ;
- la rugosité des rails étant élevée pour le site Libération, les défauts de rugosité supposés sur la rame A (et non pris en compte dans le modèle) influent moins sur les mesures pour ce site.

4.6.4 Bilan concernant les niveaux estimés

Les niveaux vibratoires estimés en bandes fines ont des écarts avec les mesures généralement inférieurs à 10dB. Ce niveau est à comparer avec la précision des mesures en bandes fines, de l'ordre de ± 5 dB environ.

Pour simplifier l'analyse, la figure 4.58 présente les écarts entre les niveaux simulés et mesurés sous la forme d'une "puissance vibratoire" dans la gamme de fréquences 20–200Hz.

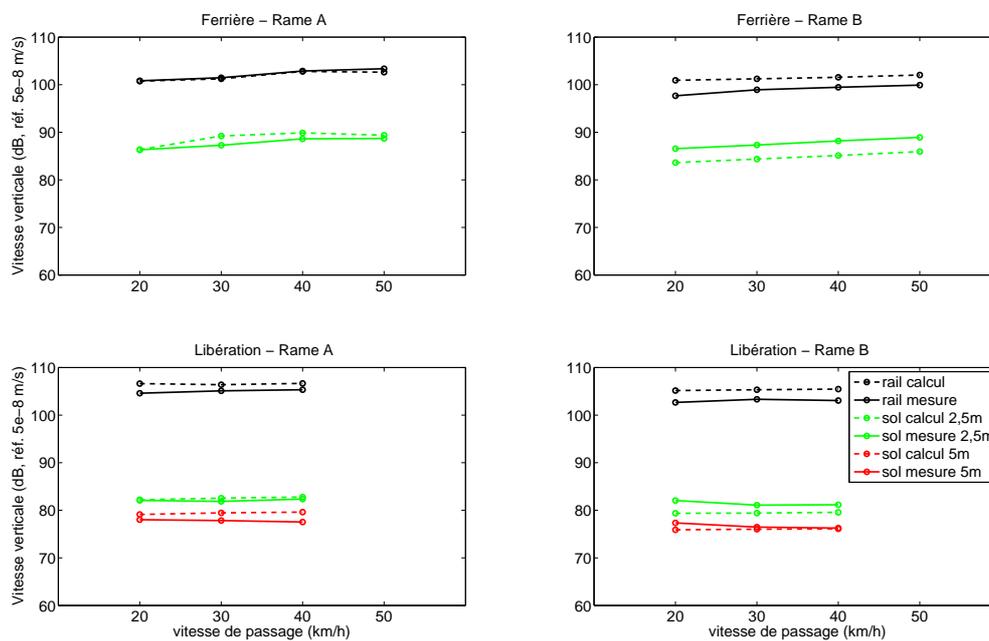


Figure 4.58 - Écarts des calculs par rapport aux mesures - Puissance vibratoire (dB, référence $5 \cdot 10^{-8} m/s$) estimée sur la bande de fréquences 20–200Hz

La comparaison est faite pour chaque vitesse de passage et pour les trois points de mesures : sur le rail, à 2,5m et à 5m du rail (Libération). La "puissance vibratoire" est obtenue



en réalisant la somme (au carré) des contributions des niveaux de DSP en bandes fines, multipliée par la résolution fréquentielle (ce qui revient à estimer l'aire sous la courbe des niveaux de la DSP).

Il ressort deux points essentiels de ces dernières comparaisons, qui pourraient faire l'objet de recherches ultérieures.

- Compte-tenu des écarts observés, et comme cela a déjà été indiqué, la prise en compte de la contribution de chaque excitation essieu/voie pourrait être approfondie principalement pour le tramway avec roues indépendantes (les excitations sont-elles vraiment décorrélées complètement entre chaque ligne d'essieu?).
- La résonance essieu/voie est peu visible au passage sur le rail (quelle que soit la rame), et les niveaux au passage sont souvent surestimés sur le rail. Il est très possible que l'effet local de raidissement de la voie, dû au chargement du tramway (non considéré dans le modèle) induise une réponse vibratoire globale du rail plus faible que la réponse estimée, ce phénomène étant maintenant connu [Wu99], mais jamais encore, à notre connaissance, pris en compte dans des modèles complets véhicule/voie/sol. Si cette raideur locale supplémentaire (des semelles de rail) était prise en compte, il paraît cohérent que la réponse estimée du sol devrait augmenter, ce qui semble acceptable puisque les résultats présentés pour le sol présentent souvent des niveaux sous-estimés.

4.6.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons tenté de procéder à une analyse comparative des résultats obtenus d'une part à l'aide des mesures expérimentales et d'autre part en utilisant les modèles de simulation proposés, sachant que pour ces calculs certaines données d'entrée devaient également être exploitées à partir des mesures. La comparaison a porté en particulier sur les niveaux de réponse (en termes de DSP) du rail et du sol en surface. Pour revenir aux résultats principaux, on peut d'abord préciser que le comportement global de la pose classique étudiée sur le site de Ferrière n'est pas toujours bien prédit par les calculs. En fait, si la réponse du rail peut être relativement bien approchée, la comparaison est nettement moins satisfaisante pour la réponse du sol pour les fréquences les plus élevées (au-delà de 120Hz). À ce sujet, plusieurs raisons peuvent être évoquées :

- les paramètres de voie et de sol ne sont pas définis de façon suffisamment précise mais ceci tient à la complexité de la structure étudiée ;
- le modèle théorique ne correspond pas à la réalité, la pose étant enfouie dans le sol, mais tous les outils actuels de simulation utilisent les mêmes approximations ;
- les différences visualisées sont dues à des phénomènes de champ proche, devant s'estomper avec la distance.



Néanmoins, les résultats présentés, en particulier lors des comparaisons expérimentales réduites à un bogie (figure 4.51) sont globalement acceptables pour des fréquences allant jusqu'à 120Hz environ. Ceci est suffisant pour prédire les vibrations induites dans le sol en champ lointain (pour des distances supérieures à 10m), puisque la propagation des ondes se fait sur une gamme de fréquences située autour de 50-130Hz (voir figure 2.11).

L'ensemble de ces résultats est à comparer aux différentes publications récentes et disponibles dans la littérature sur des sujets similaires. On peut citer par exemple [Bro01, Kog03] ou encore [Lom06a]. Dans ce dernier article, les auteurs comparent des niveaux vibratoires *rms* aux mesures effectués au passage. Les variations entre les mesures et les prédictions peuvent atteindre 10dB (soit un rapport linéaire de 3) et l'étude est réduite à des fréquences allant jusqu'à 150Hz. Globalement, nos résultats apportent donc une amélioration par rapport aux connaissances déjà acquises sur le sujet.

Pour la pose sur dalle flottante, les calculs donnent des résultats plus satisfaisants. En particulier, les vibrations calculées à 5m du rail (soit environ 5,7m de la voie de tramway) sont bien estimées. Il apparaît que le mode de rotation de la dalle contribue majoritairement dans la propagation des vibrations, le mode de pilonnement étant fortement atténué.

Enfin, il faut rappeler que la complexité du modèle réel étudié ici impose des simplifications et hypothèses associées parfois importantes. Par conséquent, la comparaison des calculs vis-à-vis des mesures doit tenir compte de ces différents choix. L'objectif est de pouvoir estimer des niveaux vibratoires (maximum et moyens) réalistes au voisinage d'une voie prévue, ceci pouvant servir à définir le type de pose, en adéquation avec le sol, et respectant le niveau acceptable de vibration pour l'environnement immédiat de la voie (régénération réduite des vibrations dans les bâtiments). Les outils de simulation qui ont été proposés dans cette étude peuvent constituer maintenant une base de référence, qui a pu être assez bien validée par rapport aux mesures expérimentales, et permettant de répondre en grande partie à cet objectif.





Conclusion et perspectives

La première étape de ce travail a été d'effectuer des mesures vibratoires pour le cas du tramway. Le choix des mesures réalisées, à la fois sur le tramway (mesures des vibrations des essieux), la voie et le sol a permis de rendre compte précisément du comportement des deux types de tramway étudiés, sur quatre types de poses.

La deuxième partie de la thèse s'est concentrée sur le développement de modèles numériques capables de rendre compte correctement des réponses de la voie et du sol. Ceci a été possible principalement parce que les modèles retenus prenaient en compte l'ensemble des éléments de la voie, avec des hypothèses appropriées, comme par exemple la rotation de la dalle de béton, ce point étant rarement considéré dans la littérature disponible sur ce sujet. Les modèles semi-analytiques ont été retenus parce qu'ils permettent une modélisation rapide de la voie, sans problème de réflexion des ondes, et un couplage aisé avec un modèle semi-analytique pour le sol, l'ensemble des équations étant écrit dans le domaine des nombres d'onde. La résolution numérique est alors rapide. Bien sûr, ce type de modèle ne permet pas de rendre compte de particularités dans la voie, puisqu'il est nécessaire que celle-ci ait des caractéristiques identiques suivant sa direction principale.

La dernière partie permet de confronter les modèles théoriques aux mesures. Les différents paramètres de voie et de sol ont été recalés à l'aide de confrontations modèles/mesures sur des essais, indépendants des mesures au passage des rames, utilisant une excitation impulsionnelle au marteau. Plusieurs configurations (deux poses, deux rames, quatre vitesses de passage) ont ensuite été envisagées pour la validation du modèle complet, permettant d'examiner sa robustesse (depuis l'excitation jusqu'aux niveaux vibratoires dans le sol). L'étude étant réduite à deux types de poses (classique et isolante), il a ainsi pu être mis en évidence les points suivants :

1. L'excitation dynamique due aux irrégularités de surface des roues et des rails (rugosité combinée) est prépondérante. L'effet de la vitesse sur les vibrations mesurées s'explique en constatant que la variation des niveaux de rugosités combinées avec la longueur d'onde est loin d'être uniforme (pics de rugosité des roues et stabilisation de la courbe aux petites longueurs d'onde).
2. Dans la première moitié de la bande de fréquence (10–100Hz environ), les efforts dynamiques au contact roue/rail sont symétriques et résultent de la résonance liée



aux masses non suspendues et à la raideur dynamique de la voie (pilonnement de l'essieu), ces deux paramètres contrôlant la fréquence et l'amplitude de la résonance. Les efforts sont par ailleurs proportionnels à la masse de l'essieu.

3. Dans la deuxième moitié de la bande de fréquence (100–200Hz), les efforts dynamiques au contact roue/rail peuvent présenter une composante non-symétrique (roulis de l'essieu par exemple).
4. Dans cette bande, l'apparition d'un mode élastique d'essieu, visualisé pour la rame A sur les accélérations mesurées (partie symétrique), ne semble pas contribuer de façon significative à l'excitation de la voie (les masses équivalentes mises en jeu devant être assez faibles). Finalement, un modèle de rugosité combinée simplifiée (se basant sur les mesures) permet d'estimer les efforts sur la bande de fréquence complète 10-200Hz en tenant compte des modes symétrique et antisymétrique de vibrations de l'essieu.
5. L'effet du type de rame sur les vibrations mesurées s'explique donc, dans la bande 10–200Hz, en considérant, d'une part pour le mode symétrique, la masse des essieux (environ deux fois supérieure pour la rame de type A) et leur type (demi-essieux pour la rame B) et d'autre part pour le mode antisymétrique, une "masse équivalente" déduite de l'inertie en rotation de l'essieu ramenée au niveau du contact roue/rail. Notons au passage que les niveaux d'efforts estimés sur le mode de pilonnement pour la rame A sont, par conséquent, environ 6dB plus élevés que ceux estimés pour la rame B, alors que les niveaux d'efforts estimés sur le mode antisymétrique sont assez proches (les masses équivalentes étant du même ordre de grandeur).
6. La mobilité de transfert voie/sol théorique (à 2.5m du rail) pour la pose classique est peu influencée par le type d'excitation (symétrique sur les deux rails, unitaire sur un rail, ou antisymétrique). En revanche, pour la pose sur dalle flottante, la réponse du sol est fortement atténuée si l'excitation est symétrique sur les deux rails et ce point explique l'atténuation prononcée des vibrations (issues du mode symétrique) dans le sol au passage des rames.
7. Pour les deux rames, les simulations donnent des résultats acceptables pour le site sur dalle flottante. Dans le cas de la pose classique, des différences apparaissent avec les mesures, au-delà de 120Hz environ. Cette différence visible pour les deux types de rames, pourrait provenir d'un phénomène de champ proche (plus visible dans le cas d'une pose classique que pour une pose isolante), ou d'un comportement de l'ensemble voie/sol non pris en compte dans les modèles.
8. Pour la rame de type B, les niveaux estimés sur le rail montrent des différences avec les mesures, indiquant probablement que l'hypothèse de décorrélation complète des excitations roues/rails n'est pas tout à fait exacte, mettant éventuellement en cause les efforts estimés; il est en effet possible que le bogie support des demi-



essieux ait une "souplesse" suffisante pour transmettre des vibrations entre les deux lignes d'essieux. Ce point pourrait aussi expliquer le mode antisymétrique visualisé entre les demi-essieux (totalement découplés théoriquement) d'une même ligne. Par conséquent, un modèle plus complexe prenant en compte les différentes excitations pourrait être envisagé (combinaison des excitations par exemple).

9. L'atténuation voie/sol au passage d'un tramway n'est pas identique à l'atténuation lors d'une excitation impulsionnelle sur le rail. Ceci a été visualisé expérimentalement et bien confirmé par les calculs pour la pose sur dalle flottante. Ainsi un modèle à trois dimensions est nécessaire pour caractériser correctement l'efficacité d'une pose isolante.
10. Les écarts entre les niveaux estimés et mesurés peuvent paraître importants mais doivent être mis en parallèle avec d'autres travaux de même nature, qui donnent des écarts dont l'ordre de grandeur est similaire (pour des environnements généralement plus homogènes – trains sur voies ferrées par exemple). Ce résultat est donc relativement satisfaisant compte-tenu des incertitudes concernant les données d'entrée : type de sol, hétérogénéité du sol, données précises pour la voie, état de surface des roues, *etc.*

Au bilan, ce travail de thèse a permis de développer des modèles numériques capables de rendre compte, de façon acceptable, de la réponse vibratoire d'une voie de tramway, et ce pour une excitation de type impulsionnel ou lors d'un passage du véhicule.

La connaissance du sol reste un impératif, de même que les caractéristiques de la voie, en particulier l'état de surface des roues et des rails. Quoiqu'il en soit, le présent travail peut servir de base solide pour l'estimation des vibrations induites par un tramway, en particulier dans le sol. Ainsi, lors de la planification d'une nouvelle voie, il pourrait être envisagé d'utiliser les modèles présentés dans ce mémoire pour simuler les réponses vibratoires du sol. Ceci ne nécessiterait alors qu'une campagne de mesures de caractérisation du sol. A l'heure actuelle, pour réduire les coûts de maintenance, les voies ballastées sont remplacées par des voies sur dalle de béton [Aue98] : les connaissances nouvelles amenées dans ce mémoire pourraient également servir lors de ce type de remplacement de voie.

En complément de notre étude, à court terme, il serait souhaitable de réaliser des mesures complémentaires pour caractériser les sols. Une nouvelle campagne de mesures au passage de tramways serait aussi intéressante, en particulier pour des mesures à des distances plus importantes que celles considérées dans ce travail.

Des considérations sur la prise en compte d'une excitation combinant les contributions des essieux, notamment dans le cas de la rame B, pourraient également être envisagées. De même, il pourrait être intéressant de développer un modèle utilisant une formulation multicorps pour le véhicule, sur lequel les essieux seraient modélisés par éléments finis ;



ceci permettrait d'analyser l'effet de l'élasticité des essieux.

Enfin, il serait judicieux de considérer la question des niveaux vibratoires induits dans les bâtiments, en fonction de la configuration voie/sol. En effet, à l'heure actuelle, lors de la conception d'une voie sur un site donné, les critères de choix du type de pose ne prennent tout simplement pas en compte le type de sol. De plus, ces critères sont établis sur des règles de décroissance des vibrations trop simplifiées (pas de prise en compte de l'amortissement interne, puisque le type de sol n'est pas considéré). Pour aller plus loin, il pourrait être intéressant de se préoccuper des critères reconnus au plan européen pour la gêne due aux vibrations des transports. Sur ce point, il existe déjà certaines normes qui constituent sans doute une base de travail [Deg05].



Références

- [Ada00] M. ADAM, G. PFLANZ et G. SCHMID : Two and three-dimensional modelling of half-space and train-track embankment under dynamic loading. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering* doi:[10.1016/S0267-7261\(00\)00068-3](https://doi.org/10.1016/S0267-7261(00)00068-3), 19:559–573, 2000. 15
- [Ado99] K. ADOLFSSON, B. ANDREASSON, A. BODARE et C. MADSHUS : High speed lines on soft ground - evaluation and analyses of measurements from the West coast line, Banverket. Rapport technique, 2-9710-502, Parties 1-2, 1999. 20
- [And07] L. ANDERSEN, S.R.K. NIELSEN et S. KRENK : Numerical methods for analysis of structure and ground vibration from moving loads. *Computers & Structures* doi:[10.1016/j.compstruc.2006.08.061](https://doi.org/10.1016/j.compstruc.2006.08.061), 85(1-2):43–58, 2007. 15
- [Aue90] L. AUERSCH et G. SCHMID : A simple boundary element formulation and its application to wavefield excited soil-structure interaction. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics* doi:[10.1002/eqe.4290190702](https://doi.org/10.1002/eqe.4290190702), 19:931–947, 1990. 15
- [Aue94] L. AUERSCH : Wave propagation in layered soils : theoretical solution in wavenumber domain and experimental results of hammer and railway traffic excitation. *Journal of Sound and Vibration* doi:[10.1006/jsvi.1994.1228](https://doi.org/10.1006/jsvi.1994.1228), pages 233–264, 1994. 15, 16, 114, 126
- [Aue98] L. AUERSCH : Vehicle-track-interaction and soil dynamics. *Vehicle System Dynamics Supplement* doi:[10.1080/00423119808969586](https://doi.org/10.1080/00423119808969586), 28:553–558, 1998. 171
- [Aue05a] L. AUERSCH : Dynamics of the railway track and the underlying soil : the boundary element solution, theoretical results and their experimental verification. *Vehicle System Dynamics* doi:[10.1080/00423110412331307663](https://doi.org/10.1080/00423110412331307663), 43 (9):671–695, 2005. 2, 25, 130, 131
- [Aue05b] L. AUERSCH : The excitation of ground vibration by rail traffic : theory of vehicle-track interaction and measurements on high-speed lines. *Journal of Sound and Vibration* doi:[10.1016/j.jsv.2004.06.017](https://doi.org/10.1016/j.jsv.2004.06.017), 284:103–132, 2005. 15, 18, 19, 25
- [Aue05c] L. AUERSCH : Simplified methods for wave propagation and soil-structure interaction : the dispersion of layered soil and the approximation of fe-bem results. *Proceedings of Eurodyn 2005*, pages 1303–1308, 2005. 20, 26, 47, 48, 82, 109, 123



- [Aue08] L. AUERSCH : Dynamic interaction of various beams with the underlying soil – finite and infinite, half-space and Winkler models. *European Journal of Mechanics* doi:[10.1016/j.euromechsol.2008.02.001](https://doi.org/10.1016/j.euromechsol.2008.02.001), 27:933–958, 2008. 130
- [Awo72] A.O. AWOJOBI : Vertical vibration of a rigid circular body and harmonic rocking of a rigid rectangular body on an elastic stratum. *International Journal of Solids and Structures* doi:[10.1016/0020-7683\(72\)90041-8](https://doi.org/10.1016/0020-7683(72)90041-8), 8(6):759–774, 1972. 11
- [Bak99] M.C.M. BAKKER, M.D. VERWEIJ, B.J. KOOLJ et H.A. DIETERMANN : The traveling point load revisited. *Wave motion* doi:[10.1016/S0165-2125\(98\)00029-8](https://doi.org/10.1016/S0165-2125(98)00029-8), 29:119–135, 1999. 12
- [Bar96] J.R. BARBER : Surface displacements due to a steadily moving point force. *Journal of Applied Mechanics* doi:[0.1115/1.2788856](https://doi.org/0.1115/1.2788856), 63(2):245–251, 1996. 12
- [Bee03] A. Van BEEK et E. VERHEIJEN : Harmonised accurate and reliable methods for the EU directive on the assessment and management of environmental noise - HARMONOISE – Definition of track influence : roughness in rolling noise. *Information Society Technologies (IST)*, 2003. 149
- [Ber96] I.A. BERESNEV et K.L. WEN : Nonlinear soil response—a reality? *Bulletin of the Seismological Society of America*, 86(6):1964–1978, 1996. 10
- [Bes87] D.E. BESKOS : Boundary element methods in dynamic analysis. *Applied Mechanics Reviews*, 40(1):1–23, 1987. 15
- [Bes03] D.E. BESKOS : Boundary element advances in solid mechanics. *CISM International Centre for Mechanical Sciences*, 440, 2003. 15
- [Bit02] J. BITZENBAUER et J. DINKEL : Dynamic interaction between a moving vehicle and an infinite structure excited by irregularities—Fourier transforms solution. *Archive of Applied Mechanics* doi:[10.1007/s00419-001-0200-y](https://doi.org/10.1007/s00419-001-0200-y), 72(2-3):199–211, 2002. 24
- [Bod00] C. BODE, R. HIRSCHAUER et S.A. SAVIDIS : Three-dimensional time domain analysis of moving loads on railway tracks on layered soils. *Proceedings of Wave 2000, A.A. Balkema, Rotterdam*, pages 3–12, 2000. 15, 23
- [Bod02] C. BODE, R. HIRSCHAUER et S.A. SAVIDIS : Soil-structure interaction in the time domain using halfspace Green’s functions. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering* doi:[10.1016/S0267-7261\(02\)00020-9](https://doi.org/10.1016/S0267-7261(02)00020-9), 22(4):283–295, 2002. 15
- [Bro01] P. Van Den BROECK : *Prediction model for ground-borne vibrations due to railway traffic*. Thèse de doctorat, Katholieke Universiteit Leuven, 2001. 20, 25, 156, 167
- [Cel05] E. CELEBI et G. SCHMID : Investigation of ground vibrations induced by moving loads. *Engineering Structures* doi:[10.1016/j.engstruct.2005.05.011](https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2005.05.011), 27(14):1981–1998, 2005. 12



- [Cha99] E. CHADWICK, P. BETTESS et O. LAGHROUCHE : Diffraction of short waves modelled using new mapped wave envelope finite and infinite elements. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, pages 335–354, 1999. 14
- [Cha03] R. CHAMMAS, O. ABRAHAM, H.A. PEDERSEN et J.F. SEMBLAT : Characterization of heterogeneous soils using surface waves : homogenization and numerical modeling. *International Journal of Geomechanics (ASCE) doi:10.1061/(ASCE)1532-3641(2003)3:1(55)*, 3(1):55–63, 2003. 11
- [Chr03] R.M. CHRISTENSEN : Theory of viscoelasticity : Second edition. *Courier Dover Publications*, 2003. 9
- [Coh83] M. COHEN et P.C. JENNINGS : Silent boundary methods for transient analysis. *Computational Methods for Transient Analysis, T. Belytschko Editor*, 1:301–360, 1983. 14
- [Com06] COMMISSION DECISION OF 23 DECEMBER 2005 CONCERNING THE TECHNICAL SPECIFICATION FOR INTEROPERABILITY RELATING TO THE SUBSYSTEM ROLLING STOCK – NOISE OF THE TRANS-EUROPEAN CONVENTIONAL RAIL SYSTEM : *Official Journal of the EU*, 2006. 149
- [Cot02] F. COTTET : Traitement des signaux et acquisition des données - Cours et exercices résolus. *Dunod*, 2002. 56
- [Cox08] S.J. COX, A. WANG et A. ADEDIPE : Survey of metro excitation frequencies and coincidence of different modes. *Noise and vibration mitigation for rail transportation systems - Proceedings of the 9th International workshop on railway noise (IWRN), Munich, Germany, 4-8 septembre 2007*, 97:78–85, 2008. 103
- [Cui00] F. CUI et C.H. CHEW : The effectiveness of floating slab track system - Part one. Receptance methods. *Applied Acoustics doi:10.1016/S0003-682X(00)00014-1*, 61:441–453, 2000. 19, 23, 83
- [Dat00] S. DATOUSSAÏD, B. DESTAEDELEER, O. VERLINDEN et C. CONTI : Vehicle-track interaction and ground propagation of vibrations for urban vehicles. *European Journal of Mechanical Engineering*, 45(2):87–93, 2000. 20, 23
- [Deg01] G. DEGRANDE et G. LOMBAERT : An efficient formulation of Krylov’s prediction model for train induced vibrations based on the dynamic reciprocity theorem. *Journal of Acoustical Society of America doi:10.1121/1.1388002*, 110(3):1379–1390, 2001. 17
- [Deg02] G. DEGRANDE : Wave propagation in the soil : theoretical background and application to traffic induced vibrations. *Proceedings of Eurodyn 2002*, pages 27–40, 2002. 7
- [Deg05] K.G. DEGEN, W. BEHR et H.P. GRÜTZ : Investigations and results concerning railway-induced ground-borne vibrations in Germany. *Journal of Sound and Vibration doi:10.1016/j.jsv.2005.12.021*, 293:865–872, 2005. 172



- [Din95] DIN45672 : Schwingungsmessungen in der umgebung von schienenverkehrswegen : auswerteverfahren. *Deutsches Institut für Normung*, 1995. 56
- [Duh05] D. DUHAMEL, A. CHABOT, P. TAMAGNY et L. HARFOUCHE : Viscoroute : logiciel de modélisation viscoélastique des chaussées bitumineuses. *Bulletin des laboratoires des ponts et chaussées*, 258-259:89–103, 2005. 13
- [Eke02] T. EKEVID et N.E. WIBERG : Wave propagation related to high-speed train : a scaled boundary FE-approach for unbounded domains. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* doi:[10.1016/S0045-7825\(02\)00341-9](https://doi.org/10.1016/S0045-7825(02)00341-9), 191(36):3947–3964, 2002. 20
- [Fau96] B.C. FAULKNER, F.W. BARTON, T.T. BABER et W.T. MCKEEL : Determination of bridge response using acceleration data. *report FHWA/VA-97-R5, Virginia Transportation Research Council, USA*, pages 1–23, 1996. 55
- [Fot00] S. FOTI : *Multistation methods for geotechnical characterisation using surface waves*. Thèse de doctorat, Politecnico di Torino, Italy, 2000. ix, 11, 38, 47
- [Gaz80] G. GAZETAS : Vibrational characteristics of soil deposits with variable wave velocity. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics* doi:[10.1002/nag.1610060103](https://doi.org/10.1002/nag.1610060103), 6 (1):1–20, 1980. 109, 112
- [Gaz83] G. GAZETAS : Analysis of machine foundation vibrations : state of the art. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering* doi:[10.1016/0261-7277\(83\)90025-6](https://doi.org/10.1016/0261-7277(83)90025-6), 2(1):2–42, 1983. 11
- [Ger05] U. GERSTBERGER : Prediction of dynamics loads beneath tunnels due to railway traffic. *Proceedings of Eurodyn 2005*, pages 2053–2058, 2005. 17
- [Gra75] K.F. GRAFF : Wave motion in elastic solids. *Dover Publications*, 1975. 7
- [Guc92] N. GUCUNSKI et R.D. WOODS : Numerical simulation of the SASW test. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering* doi:[10.1016/0267-7261\(92\)90036-D](https://doi.org/10.1016/0267-7261(92)90036-D), 11:213–227, 1992. 109
- [Had03] M.N.S. HADI et B.C. BODHINAYAKE : Non-linear finite element analysis of flexible pavements. *Advances in Engineering Software* doi:[10.1016/S0965-9978\(03\)00109-1](https://doi.org/10.1016/S0965-9978(03)00109-1), 34(11):657–662, 2003. 14
- [Hal03] L. HALL : Simulations and analyses of train-induced ground vibrations in finite element models. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering* doi:[10.1016/S0267-7261\(02\)00209-9](https://doi.org/10.1016/S0267-7261(02)00209-9), 23(5):403–413, 2003. 13, 20
- [Has53] N. HASKELL : The dispersion of surface waves on multilayered media. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 43(1):17–34, 1953. 12
- [Hei92] J.F. HEITZ : *Propagation d'ondes en milieu non linéaire. Applications à la reconnaissance des sols et au génie parasismique*. Thèse de doctorat, Université Joseph-Fourier–Grenoble I, 1992. 9



- [Hem00] B. HEMSWORTH : Reducing groundborne vibrations : State-of-the-art study. *Journal of Sound and Vibration* doi:[10.1006/jsvi.1999.2642](https://doi.org/10.1006/jsvi.1999.2642), 231(3):703–709, 2000. 1
- [Hig92] R.L. HIGDON : Absorbing boundary conditions for acoustic and elastic waves in stratified media. *Journal of Computational Physics* doi:[10.1016/0021-9991\(92\)90016-R](https://doi.org/10.1016/0021-9991(92)90016-R), 101(2):386–418, 1992. 14
- [Hje07] K.D. HJELMSTAD, Q. ZUO et J. KIM : Elastic pavement analysis using infinite elements. *Journal of the Transportation Research Board* doi:[10.3141/1568-09](https://doi.org/10.3141/1568-09), 1568/1997:72–76, 2007. 14
- [Hoo02] A.T. De HOOP : The moving-load problem in soil dynamics. The vertical displacement approximation. *Wave motion* doi:[10.1016/S0165-2125\(02\)00028-8](https://doi.org/10.1016/S0165-2125(02)00028-8), 36(4):335–346, 2002. 12
- [Joh85] K.L. JOHNSON : Contact mechanics. *Cambridge University Press, Cambridge*, 1985. 143
- [Joh96] S.H. JOH : Advances in interpretation and analysis for Spectral Analysis of Surface Waves. *Offshore Technology Research Center, University of Texas at Austin*, 1996. 11, 47
- [Joh97] S.H. JOH : *Advances in interpretation and analysis techniques for Spectral Analysis of Surface Waves (SASW) measurements*. Thèse de doctorat, University of Texas, Austin, 1997. 38
- [Jon87] D.V. JONES : *The surface propagation of ground vibration*. Thèse de doctorat, University of Southampton, ISVR, 1987. 10, 77
- [Jon92] D.V. JONES et M. PETYT : Ground vibration in the vicinity of a strip load : an elastic layer on a rigid foundation. *Journal of Sound and Vibration*, 152(3):501–515, 1992. 12
- [Jon93a] D.V. JONES et M. PETYT : Ground vibration in the vicinity of a rectangular load on a half-space. *Journal of Sound and Vibration* doi:[10.1006/jsvi.1993.1288](https://doi.org/10.1006/jsvi.1993.1288), 166(1):141–159, 1993. 12
- [Jon93b] D.V. JONES et M. PETYT : Ground vibration in the vicinity of a strip load : an elastic layer on an elastic half space. *Journal of Sound and Vibration*, 161(1):1–18, 1993. 12
- [Jon97] D.V. JONES, O. LAGHROUCHE, D. Le HOUÉDEC et M. PETYT : Ground vibration in the vicinity of a rectangular load acting on a viscoelastic layer over a rigid foundation. *Journal of Sound and Vibration* doi:[10.1006/jsvi.1996.0899](https://doi.org/10.1006/jsvi.1996.0899), 203(2):307–319, 1997. 12
- [Jon98] D.V. JONES, D. Le HOUÉDEC et M. PETYT : Ground vibration due to a rectangular harmonic load. *Journal of Sound and Vibration* doi:[10.1006/jsvi.1997.1367](https://doi.org/10.1006/jsvi.1997.1367), 212(1):61–74, 1998. 12



- [Jon99] D.V. JONES, X. SHENG et M. PETYT : Simulations of ground vibration from a moving harmonic load on a railway track. *Journal of Sound and Vibration* doi:[10.1006/jsvi.1999.2559](https://doi.org/10.1006/jsvi.1999.2559), 231(3):739–751, 1999. 12
- [Kar05] A. KARLSTRÖM et A. BOSTRÖM : An analytical model for train-induced ground vibrations from railways. *Journal of Sound and Vibration* doi:[10.1016/j.jsv.2005.07.041](https://doi.org/10.1016/j.jsv.2005.07.041), 292(1-2):221–241, 2005. 19
- [Kau81] E. KAUSEL et J.M. ROËSSET : Stiffness matrices for layered soils. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 71:1743–1761, 1981. 12
- [Kay00] A.M. KAYNIA, C. MADSHUS et P. ZACKRISSON : Ground vibration from high speed trains : prediction and countermeasure. *Journal of Geotechnical and Environmental Engineering* doi:[10.1016/S0267-7261\(03\)00061-7](https://doi.org/10.1016/S0267-7261(03)00061-7), pages 531–537, 2000. 20, 25
- [Kim00] D.S. KIM et J.S. LEE : Propagation and attenuation characteristics of various ground vibrations. *Soil Dynamics and Earthquake engineering* doi:[10.1016/S0267-7261\(00\)00002-6](https://doi.org/10.1016/S0267-7261(00)00002-6), 19:115–126, 2000. 23
- [Kim02] D.S. KIM et H.C. PARK : Determination of dispersive phase velocities for SASW method using harmonic wavelet transform. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering* doi:[10.1016/S0267-7261\(02\)00043-X](https://doi.org/10.1016/S0267-7261(02)00043-X), 22:675–684, 2002. 49
- [Kno98] K. KNOTHE et Y. WU : Receptance behaviour of railway track and subgrade. *Archive of Applied Mechanics* doi:[10.1007/s004190050179](https://doi.org/10.1007/s004190050179), 68:457–470, 1998. 18, 20
- [Kog03] J.P. KOGUT, G. LOMBAERT, S. FRANÇOIS, G. DEGRANDE, W. HAEGEMAN et L. KARL : High speed train induced vibrations : in situ measurements and numerical modelling. *Proceedings of Tenth International Congress on Sound and Vibration – Stockholm*, 2003. 20, 114, 167
- [Kre01] S. KRENK et P.H. KIRKEGAARD : Local tensor radiation conditions for elastic waves. *Journal of Sound and Vibration* doi:[10.1006/jsvi.2001.3789](https://doi.org/10.1006/jsvi.2001.3789), 247(5):875–896, 2001. 14
- [Kru97] U.J. KRUZE : Refined calculations or improved understanding of rail vibrations. *Acta Acustica*, 83 (1):506–515, 1997. 128
- [Kru00] H. KRUZE et K. POPP : The influence of wave propagation in the subsoil on the train-track dynamics. *Proceedings of the 2nd International Workshop Wave 2000*, pages 171–183, 2000. 130
- [Kru01] H. KRUSE et K. POPP : A modular algorithm for linear, periodic train-track models. *Archive of Applied Mechanics* doi:[10.1007/s004190000151](https://doi.org/10.1007/s004190000151), 71:473–486, 2001. ix, 18, 19, 24
- [Kry95] V.V. KRYLOV : Generation of ground vibrations by superfast trains. *Applied Acoustics* doi:[10.1016/0003-682X\(95\)91370-I](https://doi.org/10.1016/0003-682X(95)91370-I), 44:149–164, 1995. 20



- [Lag96] O. LAGHROUCHE : *Simulation numérique de propagation d'ondes dans les sols - Application à l'isolation vibratoire*. Thèse de doctorat, Université de Nantes - Ecole Centrale de Nantes, 1996. [14](#), [15](#), [16](#)
- [Lai98] C.G. LAI et G.J. RIX : Simultaneous inversion of Rayleigh phase velocity and attenuation for near-surface site characterisation. *National Science Foundation and U.S. Geological Survey*, 1998. [11](#), [47](#), [109](#)
- [Lam04] H. LAMB : On the propagation of tremors over the surface of an elastic solid. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, 203:1–42, 1904. [46](#)
- [Le 80] LE HOUÉDEC, D. : Réduction et propagation dans le sol des vibrations dues au trafic routier urbain : cas particulier des chaussées sur fondation élastique. Thèse de doctorat d'Etat, Université de Nantes - ENSM Nantes, 1980. [12](#)
- [Lie98] M. LIEB et B. SUDRET : A fast algorithm for soil dynamics calculation by wavelet decomposition. *Archive of Applied Mechanics* doi:[10.1007/s004190050152](#), 68(3-4):147–157, 1998. [13](#)
- [Lin78] Y.J. LIN : Dynamic response of circular plates resting on viscoelastic halfspace. *Journal of Applied Mechanics*, 45:379–384, 1978. [11](#)
- [LM99] G. LEFEUVE-MESGOUEZ : *Propagation d'ondes dans un massif soumis à des charges se déplaçant à vitesse constante*. Thèse de doctorat, Université de Nantes - École Centrale de Nantes, 1999. [1](#), [80](#)
- [LM02] G. LEFEUVE-MESGOUEZ, A.T. PELOW et D. LE HOUÉDEC : Surface vibration due to a sequence of high speed moving harmonic rectangular loads. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering* doi:[10.1016/S0267-7261\(02\)00034-9](#), 22(6):459–473, 2002. [1](#), [12](#)
- [Lom03] G. LOMBAERT et G. DEGRANDE : The experimental validation of a numerical model for the prediction of the vibrations in the free field produced by road traffic. *Journal of Sound and Vibration* doi:[10.1016/S0022-460X\(02\)01048-9](#), 262:309–331, 2003. [12](#), [17](#), [113](#), [118](#)
- [Lom06a] G. LOMBAERT, G. DEGRANDE, J. KOGUT et S. FRANÇOIS : The experimental validation of a numerical model for the prediction of railway induced vibrations. *Journal of Sound and Vibration* doi:[10.1016/j.jsv.2006.03.048](#), 297:512–535, 2006. [18](#), [83](#), [114](#), [135](#), [167](#)
- [Lom06b] G. LOMBAERT, G. DEGRANDE, B. VANHAUWERE, B. VANDEBORGHET et S. FRANÇOIS : The control of ground-borne vibrations from railway traffic by means of continuous floating slabs. *Journal of Sound and Vibration* doi:[10.1016/j.jsv.2006.05.013](#), 297:946–961, 2006. [18](#), [141](#)
- [Luc76] J.E. LUCO : Vibrations of a rigid disc on a layered viscoelastic medium. *Nuclear Engineering and Design* doi:[10.1016/0029-5493\(76\)90026-1](#), 36(3):325–340, 1976. [11](#)



- [Mad00] C. MADSHUS et A.M. KAYNIA : High speed railway lines on soft ground : dynamic behaviour at critical train speed. *Journal of Sound and Vibration* doi:10.1006/jsvi.1999.2647, 231(3):689–701, 2000. 20
- [Mal04] M. MALDONADO et D. Le HOUÉDEC : Problèmes vibratoires liés à la construction du tramway d'Athènes. *XIVème colloque "Vibrations, Chocs et bruit" - Actes CD-Rom*, 2004. 20
- [Mal05] M. MALDONADO et D. Le HOUÉDEC : Vibrations induced by tramways : propagation, isolation and perception. *Proceedings of Eurodyn 2005*, pages 2047–2052, 2005. 20
- [Met99a] A.V. METRIKINE et H.A. DIETERMANN : Lateral vibrations of an axially compressed beam on an elastic half-space due to a moving lateral load. *European Journal of Mechanics* doi:10.1016/S0997-7538(99)80008-4, pages 147–158, 1999. 25
- [Met99b] A.V. METRIKINE et K. POPP : Vibration of a periodically supported beam on an elastic half-space. *European Journal of Mechanics* doi:10.1016/S0997-7538(99)00141-2, pages 679–701, 1999. 24
- [Met05] A.V. METRIKINE, S.N. VERICHEV et J. BLAAUWENDRAAD : Stability of a 2-mass oscillator moving on a beam supported by a visco-elastic half space. *International Journal of Solids and Structures* doi:10.1016/j.ijsolstr.2004.03.006, 42:1187–1207, 2005. 25
- [Nor98] A. NORDBORG : Parametrically excited rail/wheel vibrations due to track-support irregularities. *Acustica*, 84(5):854–859, 1998. 18
- [Pal07] M.A. PALLAS, C.P. BERTIN, O. CHIELLO, J. LELONG, P. CHAMPELOVIER, J. LAMBERT, T. LEGOUIS, D. Le HOUÉDEC, M. MALDONADO, D. THIJSSSEN et J.P. DAVID : Caractérisation des sources et évaluation de la perception du bruit et des vibrations des tramways. *Programme PREDIT "bruit des transports terrestres" - Rapport final*, 2007. 30, 142
- [Pao03] R. PAOLUCCI, A. MAFFEIS, L. SCANDELLA, M. STUPAZZINI et M. VANINI : Numerical prediction of low-frequency ground vibrations induced by high-speed trains at Ledsgaard, Sweeden. *Nuclear Engineering and Design* doi:10.1016/S0267-7261(03)00061-7, 23(6):425–433, 2003. 17
- [Pep99] A.T. PELOW, C.J.C. JONES et M. PETYT : Surface vibration propagation over a layered elastic half-space with an inclusion. *Applied Acoustics* doi:10.1016/S0003-682X(98)00031-0, 56:283–296, 1999. 1
- [Pic02] B. PICOUX : *Etude théorique et expérimentale de la propagation dans le sol des vibrations émises par un trafic ferroviaire*. Thèse de doctorat, Université de Nantes - Ecole Centrale de Nantes, 2002. 1, 17, 77



- [Pic03] B. PICOUX, R. ROTINAT, J.P. REGOIN et D. Le HOUÉDEC : Prediction and measurements of vibrations from a railway track lying on a peaty ground. *Journal of Sound and Vibration* doi:[10.1016/S0022-460X\(03\)00725-9](https://doi.org/10.1016/S0022-460X(03)00725-9), 267:575–589, 2003. 1, 20
- [Pic05] B. PICOUX et D. Le HOUÉDEC : Diagnosis and prediction of vibrations from railway trains. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering* doi:[10.1016/j.soildyn.2005.07.002](https://doi.org/10.1016/j.soildyn.2005.07.002), 25 (12):905–921, 2005. 1, 20, 77
- [Pra78] B. PRANGE : Primary and secondary interferences in wavefields. *Dynamical Methods in Soil and Rock Mechanics, A.A. Balkema, Rotterdam* doi:[10.1007/BF02591314](https://doi.org/10.1007/BF02591314), pages 281–308, 1978. 11
- [Pra90] B. PRANGE et C. VRETTOS : Evaluation of in situ effective shear modulus from dispersion measurements. *Proceedings of the American Society of Civil Engineers – Journal of Technical Engineering* doi:[10.1061/\(ASCE\)0733-9410\(1990\)116:10\(1581\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9410(1990)116:10(1581)), 116 (10):1581–1585, 1990. 112
- [Pyl04] L. PYL, G. DEGRANDE, G. LOMBAERT et W. HAEGEMAN : Validation of a source–receiver model for road traffic–induced vibrations in buildings. part i : source model. *Journal of Engineering Mechanics* doi:[10.1061/\(ASCE\)0733-9399\(2004\)130:12\(1377\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9399(2004)130:12(1377)), 130(12):1377–1393, 2004. 113
- [Rüe03] W. RÜECKER, L. AUERSCH, M. BAESSLER, K. KNOTHE, Y. WU, U. GERSTBERGER, K. POPP, H. KRUSE, S. SAVIDIS, R. HIRSCHANER, C. BODE, W. SCHEPERS, G. SCHMID et F. FRIEDRICH : A comparative study of results from numerical track–subsoils calculations. *System dynamics and long-term behaviour of railway vehicles, track and subgrade - Springer Eds.*, pages 471–488, 2003. 19, 24, 86
- [Rue05] W. RUECKER, L. AUERSCH, U. GERSTBERGER et C. MEINHARDT : A practical method for the prediction of railway vibration. *Proceedings of Eurodyn 2005*, 2005. 26
- [Sch08] M. SCHEVENELS, G. LOMBAERT, G. DEGRANDE et S. FRANÇOIS : A probabilistic assessment of resolution in the SASW test and its impact on the prediction of ground vibrations. *Geophysical Journal International* doi:[10.1111/j.1365-246X.2007.03626.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.2007.03626.x), 172(1):262–275, 2008. 49, 109, 113
- [Seg75] G. SEGOL, P.C.Y. LEE et J.F. ABEL : Finite element mesh gradation for surface waves. *Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE*, 101:1177–1181, 1975. 14
- [Sem00] J.F. SEMBLAT et J.J. BRIOIST : Efficiency of higher order finite elements for the analysis of seismic wave propagation. *Journal of Sound and Vibration* doi:[10.1006/jsvi.1999.2636](https://doi.org/10.1006/jsvi.1999.2636), 231:460–467, 2000. 14



- [She99] X. SHENG, C.J.C. JONES et M. PETYT : Ground vibration generated by a harmonic load acting on a railway track. *Journal of Sound and Vibration* doi:10.1006/jsvi.1999.2232, 225:3–28, 1999. 12, 21
- [She00] X. SHENG, C.J.C. JONES, M. PETYT et J. THOMPSON : Author’s reply. *Journal of Sound and Vibration* doi:10.1006/jsvi.2000.2942, 236(2):362–366, 2000. 21
- [She03] X. SHENG, C.J.C. JONES et D.J. THOMPSON : A comparison of a theoretical model for quasi-statically and dynamically induced environmental vibration from trains with measurements. *Journal of Sound and Vibration* doi:10.1016/S0022-460X(03)00728-4, 267:621–635, 2003. 17, 21
- [She04a] X. SHENG, C.J.C. JONES et D.J. THOMPSON : A theoretical model for ground vibration from trains generated by vertical irregularities. *Journal of Sound and Vibration* doi:10.1016/j.jsv.2004.01.006, 272:937–965, 2004. 22
- [She04b] X. SHENG, C.J.C. JONES et D.J. THOMPSON : A theoretical study on the influence of the track on train-induced ground vibration. *Journal of Sound and Vibration* doi:10.1016/S0022-460X(03)00781-8, 272:909–936, 2004. 12, 18, 22, 85
- [Sme02] A. SMEKAL et E. BERGGREN : Mitigation of track vibration at Ledsgard Sweden, field measurements before and after soil improvement. *Proceedings of Eurodyn 2002*, pages 491–496, 2002. 20
- [Tho50] W.T. THOMPSON : Transmission of elastic waves through a stratified soil medium. *Journal of Applied Physics*, 21:81–93, 1950. 12
- [Waa72] G. WAAS et J. LYSMER : Shear waves in plane infinite structures. *Journal of the Engineering Mechanics Division*, 98:85–105, 1972. 14
- [Wet02] R.G. WETTSCHURECK, M. HEIM et M. TENCKLENBURG : Long-term behavior of Sylomer® ballast mats installed in the rapid transit railway tunnel near the Philharmonic Hall of Munich, Germany. *Rail Engineering International*, 4:6–11, 2002. 129
- [Wu99] T.X. WU et D.J. THOMPSON : The effects of local preload on the foundation stiffness and vertical vibration of railway track. *Journal of Sound and Vibration* doi:10.1006/jsvi.1998.1939, 219(5):881–904, 1999. 22, 166
- [Zie83] O.C. ZIENKIEWICZ, C. EMSON et P. BETTESS : A novel boundary infinite element. *International Journal for numerical Methods in Engineering* doi:10.1002/nme.1620190307, 19:393–404, 1983. 14
- [Zyw99] D. J. ZYWICKI : *Advanced signal processing methods applied to engineering analysis of seismic surface waves*. Thèse de doctorat, Georgia Institute of Technology, 1999. 17



A

Compléments concernant la description des mesures

Sommaire

A.1	Types de poses	183
A.2	Photographies : positionnement des accéléromètres sur les 4 sites	186
A.3	Localisation des points de sondages autour des 4 sites de mesures	188
A.4	Connaissance des sols pour les 4 sites	190

A.1 Types de poses

Le premier type de pose correspond à une pose dite "classique". Une voie de tramway de ce type admet une hauteur totale de plate-forme variant de 570 à 600mm (fonction de la traverse bloc utilisée), sans prendre en compte le "sol d'assise", ou "fond de forme" sur lequel la voie repose. En effet, la voie repose sur un sol terrassé dont le module d'élasticité (déterminé par un essai à la plaque lors du cycle de charge-décharge : "méthode LCPC") doit être supérieur à 35MPa. Dans le cas contraire, une couche de graves non traitées (GNT) de granulométrie 0/32mm ou de graves reconstituées humidifiées (GRH) sur une épaisseur supplémentaire de 200mm en profondeur est mise en place, pour obtenir une rigidité suffisante du sol d'assise de la plate-forme.

La figure A.1 décrit les différents éléments constituant alors la voie reposant sur le sol d'assise. On distingue :

- une dalle d'épaisseur 190mm en béton "de type A" (à base de ciment CLK45) ;
- des traverses "biblocs" (qui reposent sur cette dalle) constituées chacune de deux blocs (ou blochets, épaisseur 190mm) de béton armé liés par une entretoise métallique de



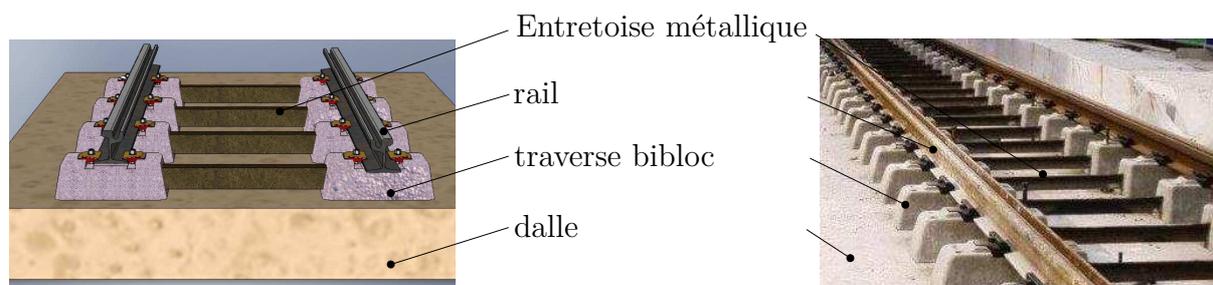


Figure A.1 - Pose classique sur semelle cannelée (béton de calage non mis en place)

section en L. La distance entre deux traverses (travelage) est de 0,75m pour les voies sur dalle. Les traverses sont ensuite noyées dans du béton "de type B" (à base de ciment CPJ45 ou 55). Globalement, l'épaisseur de cette "dalle" de béton supplémentaire est de 250mm ;

- des semelles cannelées en caoutchouc d'épaisseur 9mm, assurant l'interface entre le patin du rail et la table d'appui de la traverse. Ces semelles sont montées précontraintes, *via* des écrous de serrage autofreinés (type Nylstop) et des attaches "nabla", voir figure A.2. Les attaches élastiques sont exécutées à partir de profilés laminés en acier à ressort à haute limite élastique. Les butées isolantes s'insèrent dans les réservations prévues sur les traverses. Elles sont réalisées en nylon (thermoplastique) et participent à l'isolation du rail par rapport aux courants vagabonds ;
- deux rails à gorge 35GP (longueur jusqu'à 18m, poids 54,78kg/m, hauteur 152,5mm) ;
- enfin, la dernière couche est constituée, soit d'un revêtement de surface utilisant des pavés (reposant sur un lit de sable de 50mm pour les anciennes poses, ou sur un lit de concassés sur 100mm), soit à l'aide d'une surface de terre recouverte de gazon, comme dans le cas du site Ferrière. La voie ainsi constituée est placée enfouie dans le sol, de façon à avoir la partie haute du rail située au niveau de la chaussée finale, comme l'illustre la figure 2.2.

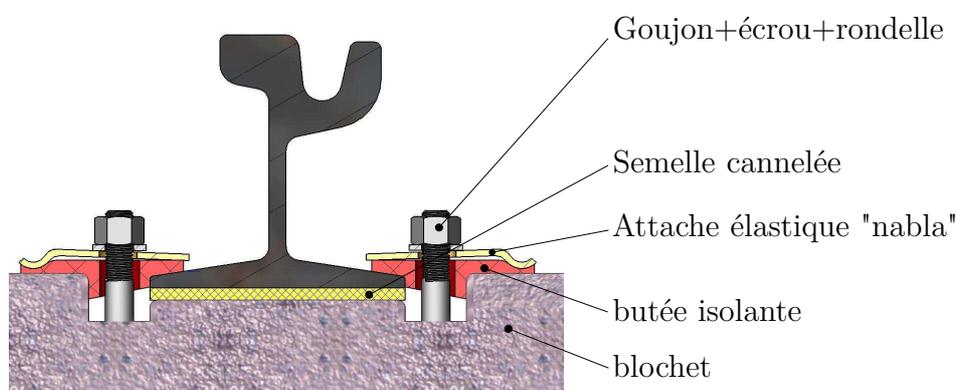


Figure A.2 - Pose classique sur semelle cannelée - détail

Il est à noter que beaucoup de poses différentes ont été utilisées sur le réseau de tramways de la ville de Nantes. Chaque portion de voie, en fonction de son année de mise en service, contient des types de pose spécifiques. Ainsi, la pose présente sur Ferrière est constituée de deux voies totalement découplées (voir figure 2.2), non seulement parce qu'il y a une dalle de béton par voie, mais aussi parce que le fond de forme est séparé par un joint (géotextile) permettant notamment l'écoulement des eaux pluviales. Sur Libération on trouve une dalle de béton indépendante (soit une dalle par voie), mais un fond de forme bétonné monobloc commun aux deux voies. Enfin, sur Longchamp, une dalle de béton monobloc commune aux deux voies est utilisée, reposant sur un fond de forme monobloc.

Le deuxième type de pose rencontré correspond à l'utilisation de semelles spécifiques, proposées par la société C.D.M. (Composite Damping System) et illustré par la figure 2.3. La pose porte le nom de pose *Dephi*. La semelle cannelée traditionnelle est remplacée par un semelle plus épaisse (12,5 mm) et plus souple, constituée de liège, d'élastomère et de kevlar. Le fabricant indique une atténuation des vibrations, pour ce type de semelles vis-à-vis des semelles classiques, de l'ordre de 10dB pour une fréquence supérieure à 63Hz. Notons néanmoins que ces caractéristiques d'isolations vibratoires ne tiennent compte ni de l'excitation réelle provenant d'un passage de tramway, ni du type de sol sur lequel est réellement placée la voie.

Le troisième type de pose rencontré est illustré sur la figure 2.4. Cette pose a des caractéristiques similaires à celles de la pose classique, avec deux différences notables : la dalle de béton est plus épaisse (épaisseur voisine de 290mm pour la dalle et de 300mm pour la couche de béton supplémentaire) et elle s'appuie sur un matelas continu de polystyrène de 250mm reposant à son tour sur une couche de béton de 100mm (béton de type A). Ce type de pose est souvent appelé "pose -20dB" ; la dalle est posée sur un matériau souple, impliquant un découplage vibratoire important de la dalle vis-à-vis du sol voisin.

Enfin, le dernier type de pose (sur ballast) rencontré correspond à une voie SNCF requalifiée. Les traverses sont en bois. La dalle de béton et le béton de recouvrement sont remplacés par du ballast (roches dures concassées) d'épaisseur 200mm, le ballast jouant un rôle d'isolation vibratoire. Il repose sur une couche de 20cm constituée de graves non traitées (GNT) de granulométrie 20/40mm. Le travelage est de 0,6m. La référence du rail utilisé est U50 (nouvelle désignation 50E6), sa masse linéique valant 50,9kg et sa hauteur 153mm. Au bilan, la hauteur totale de pose est voisine de 40cm environ (ballast 20cm, sous-ballast 200mm) et la voie ainsi constituée est "posée" sur la surface du sol.

A.2 Photographies : positionnement des accéléromètres sur les 4 sites

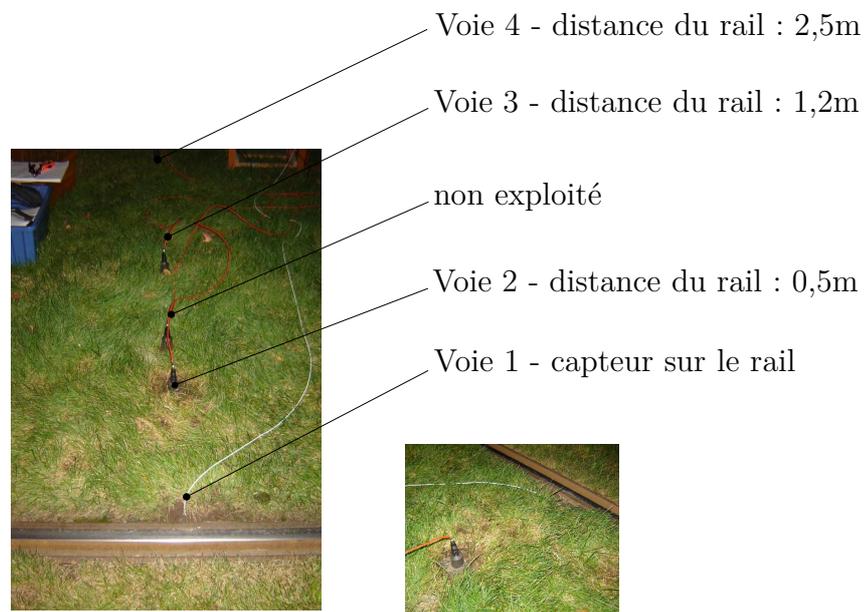


Figure A.3 - Pose classique - Revêtement gazon (Ferrière)

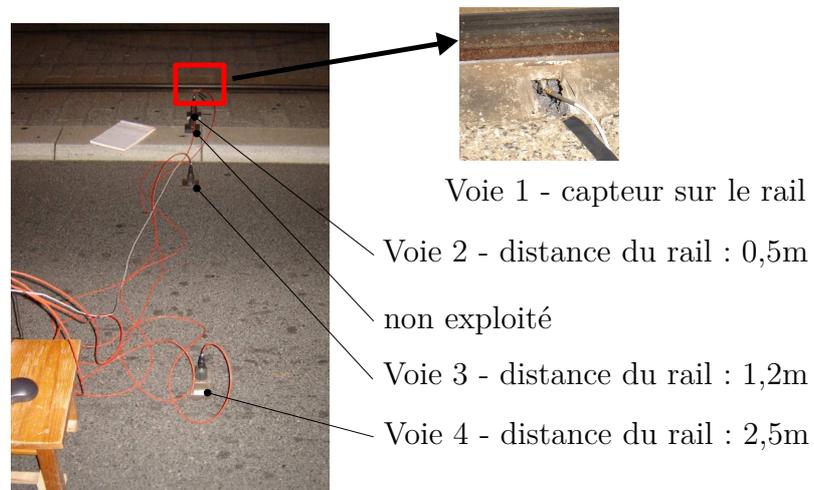


Figure A.4 - Pose isolante "Dephi" - Revêtement pavé (Longchamp)

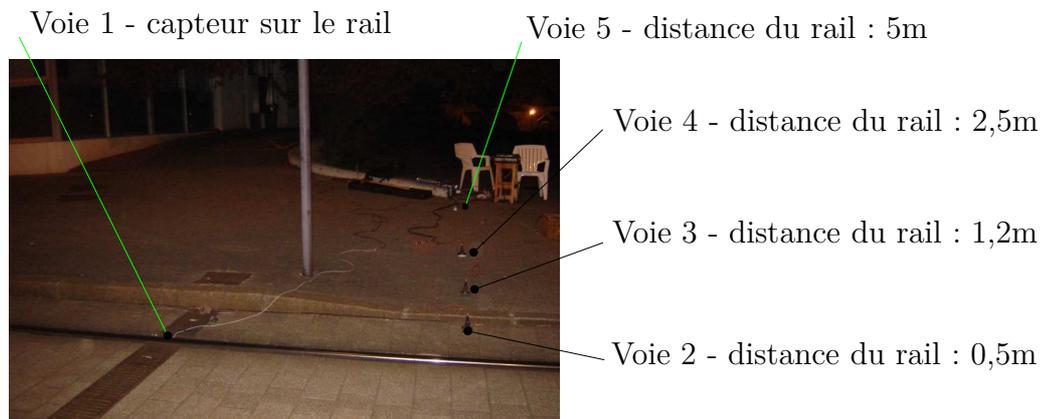


Figure A.5 - Pose isolante "dalle flottante" - Revêtement pavé (Libération)

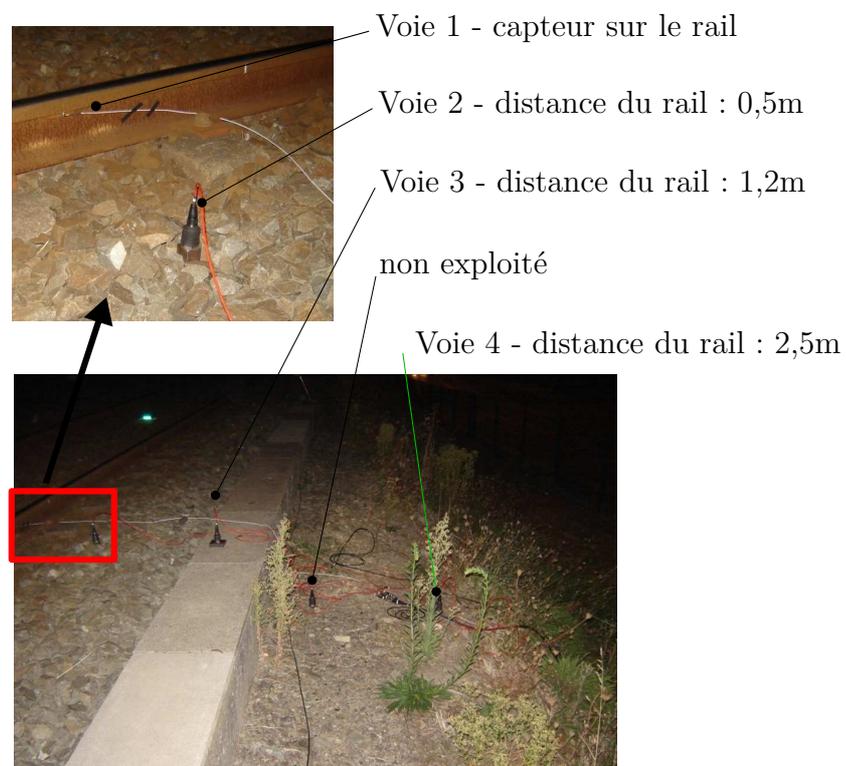


Figure A.6 - Pose type S.N.C.F. - Voie ballastée (Souillarderie)

A.3 Localisation des points de sondages autour des 4 sites de mesures

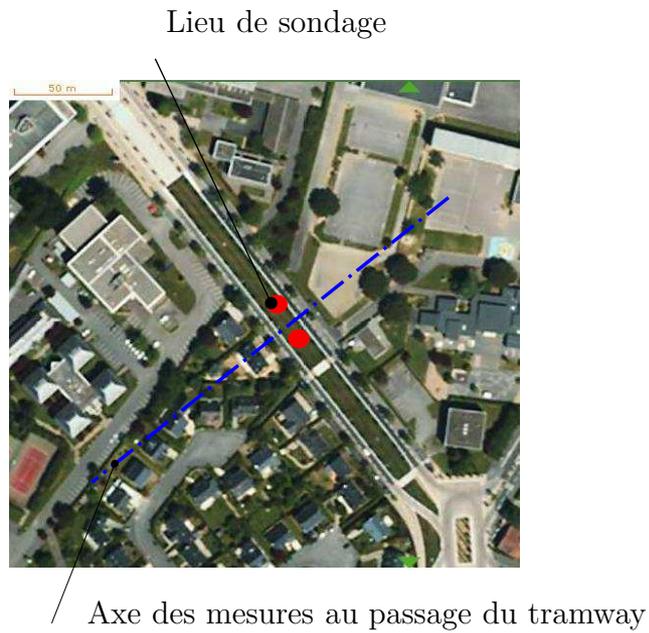


Figure A.7 - Site Ferrière - 2 points de sondages

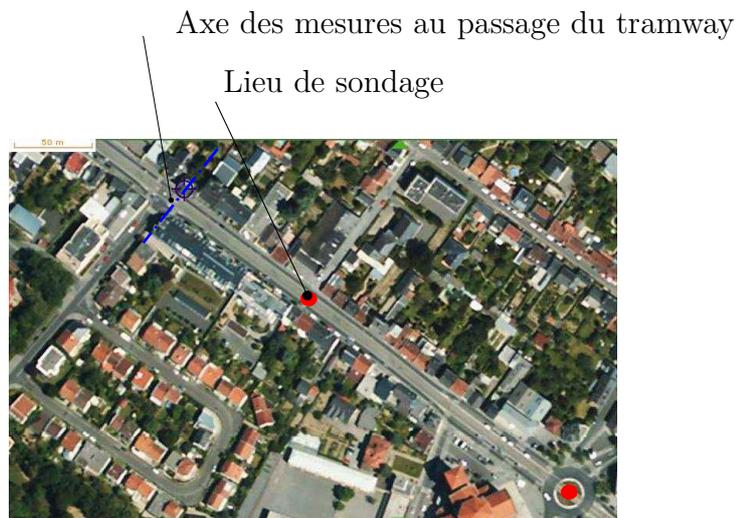


Figure A.8 - Site Longchamp - 2 points de sondages

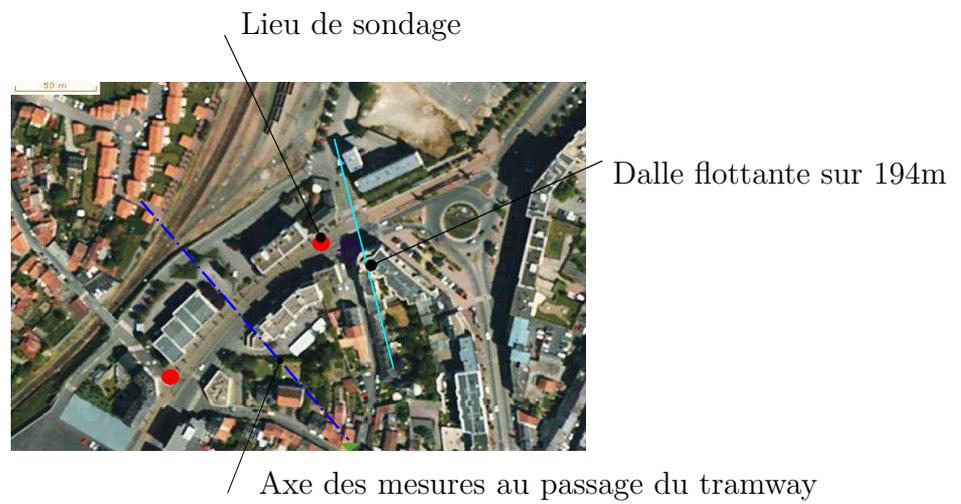


Figure A.9 - Site Libération - 2 points de sondages

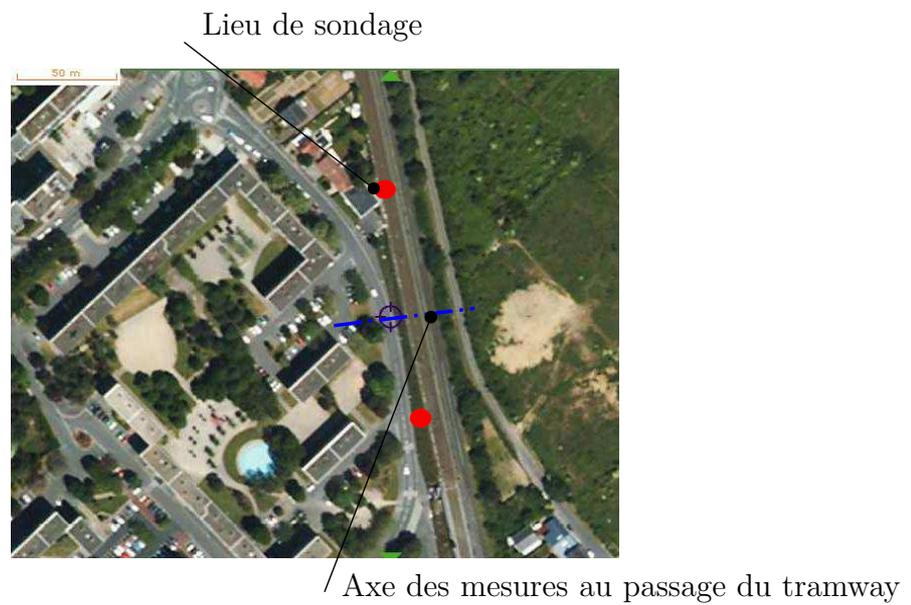


Figure A.10 - Site Souillarderie - 2 points de sondages

A.4 Connaissance des sols pour les 4 sites

Site	Sondage n°	Distance m	Profondeur m	Description du sol
Ferrière	1	5	0 - 0.4	Remblai graveleux
			0.4 - 1	Micaschiste altéré beige-ocre
			1 - 4	Micaschiste altéré gris-beige
				Arrêt
Ferrière	2	5	0 - 0.4	Remblai graveleux de micaschiste ocre-gris
			0.4 - 0.8	Remblai argilo-graveleux ocre-gris
			0.8 - 1	Argile d'altération du micaschiste ocre
			1 - 4	Micaschiste altéré ocre
	Arrêt			
Longchamp 1	1	120	0 - 0.5	Remblai sablo-graveleux gris
			0.5 - 4	Micaschiste altéré sablo-limoneux beige-ocre
			4 - 5	Micaschiste altéré brun-gris
				Arrêt
Libération	1	50	0 - 0.5	Chaussée
			0.5 - 1.7	Gneiss altéré ocre
			1.7 - 3	Gneiss beige
				Arrêt
Libération	2	70	0 - 0.65	Chaussée
			0.65 - 1.2	Limon sableux brun
			1.2 - 1.5	Gneiss ocre
			1.5 - 3	Gneiss beige compact
	Arrêt			
Souillarderie1	1	50	0 - 0.3	Limon finement sableux, brun, contenant quelques graviers et débris de végétaux
			0.3 - 1.4	Limon légèrement argileux, beige, avec passage d'argile
			1.4 - 1.7	Limon sableux brun, contenant des graviers et cailloux de quartz et de schiste
				Arrêt
Souillarderie2	2	60	0 - 0.4	Limon sablo-graveleux, noirâtre, contenant des cailloux et débris de végétaux
			0.4 - 0.7	Sable limoneux brun, micacé, contenant des fragments de schiste altéré
				Refus

Tableau A.1 - Données initiales des différents sous-sols

B

Compléments concernant les mesures au passage des tramways

Sommaire

B.1	Récapitulatif des mesures au passage des tramways sur les 4 sites	191
B.2	Étude de répétabilité des mesures - exemples	193
B.3	Comparaison des niveaux vibratoires entre les tramways A et B (tiers d'octave)	195
B.4	Comparaison des niveaux vibratoires entre les tramways A et B (bandes fines)	197

B.1 Récapitulatif des mesures au passage des tramways sur les 4 sites

Le tableau [B.1](#) présente les différentes mesures effectuées au passage des tramways. Le sens direct correspond au sens de circulation habituel du tramway. Les mesures étant effectuées sur une seule voie de circulation avec toujours le même tramway A ou B, le "retour" du tramway est aussi mesuré au passage (sens indirect). Parfois, la limitation obligatoire de vitesse (voisinage de carrefours par exemple) n'a pas permis de réaliser toutes les mesures envisagées. Le site Ferrière contient plus de mesures parce qu'il correspondait aux premières mesures (mises au point). Au bilan, le tableau [B.2](#) récapitule le nombre total de mesures effectuées sur les quatre sites, pour chaque rame et à chaque vitesse stabilisée.



Tramway	Sens	Vitesse km/h	Nombre de mesures			
			Ferrière	Longchamp	Souillarderie	Libération
A	direct	20	2	1	2	2
		30	1	3	1	2
		40	5	3	0	2
		50	5	0	3	2
B	direct	20	2	1	2	2
		30	1	3	2	2
		40	5	3	1	2
		50	5	0	3	2
A	indirect	20	3	6	1	2
		30	9	1	2	2
		40	1	0	3	2
		50	0	0	0	2
B	indirect	20	3	6	1	2
		30	9	1	2	2
		40	1	0	4	2
		50	0	0	0	2

Tableau B.1 - *Tableau récapitulatif de l'ensemble des mesures au passage des tramways sur les 4 sites*

Tramway	Vitesse km/h	Nombre de mesures			
		Ferrière	Longchamp	Souillarderie	Libération
A	20	5	7	3	4
	30	10	4	3	4
	40	6	3	3	4
	50	5	0	3	4
B	20	5	7	3	4
	30	10	4	3	4
	40	6	3	3	4
	50	5	0	3	4

Tableau B.2 - *Tableau récapitulatif des mesures au passage des tramways sur les 4 sites - total*

B.2 Étude de répétabilité des mesures - exemples

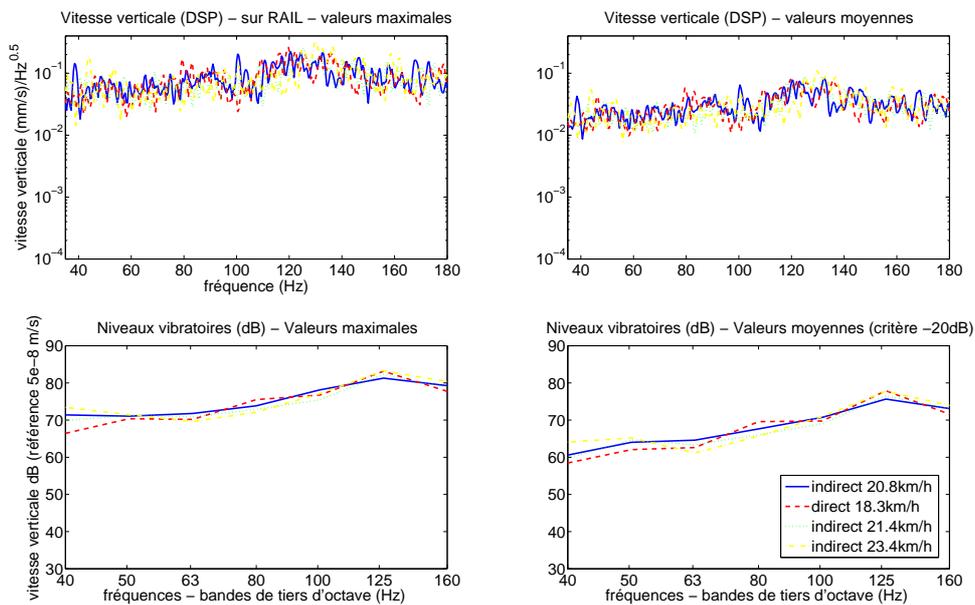


Figure B.1 - Répétabilité des mesures sur 4 passages - Sur rail - tramway B - 20km/h - Ferrière

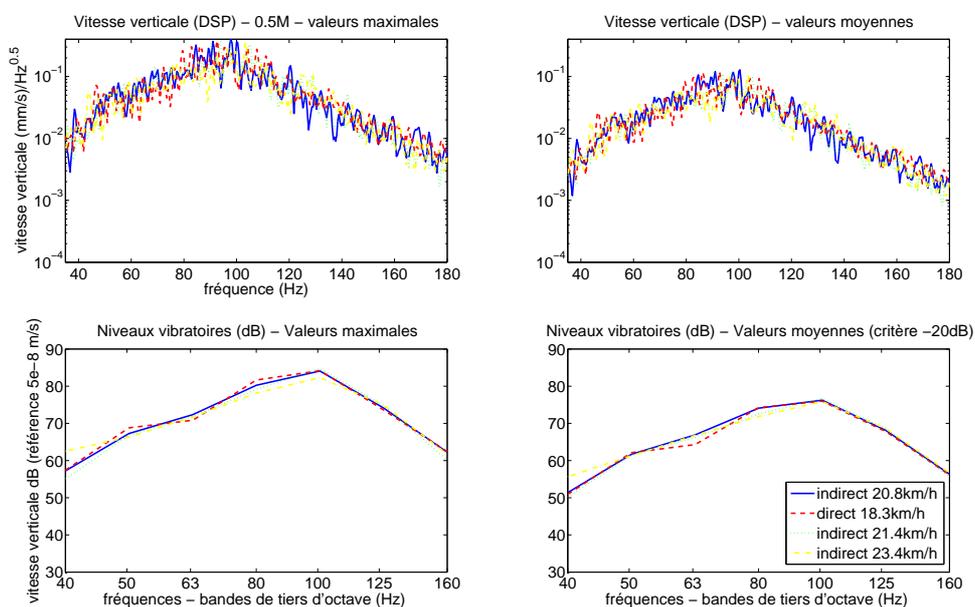


Figure B.2 - Répétabilité des mesures sur 4 passages - 0,5m du rail - tramway B - 20km/h - Ferrière

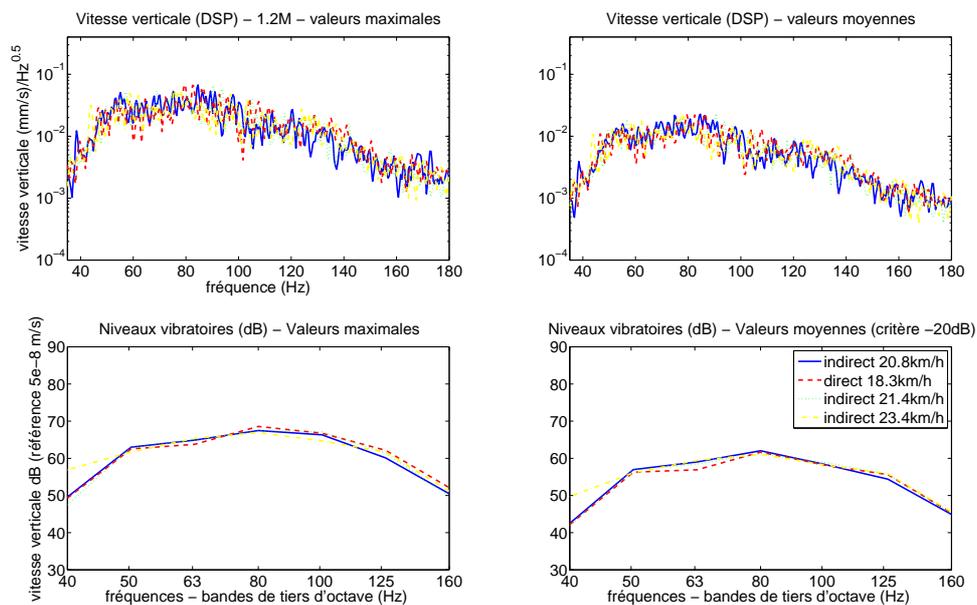


Figure B.3 - Répétabilité des mesures sur 4 passages - 1,2m du rail - tramway B - 20km/h - Ferrière

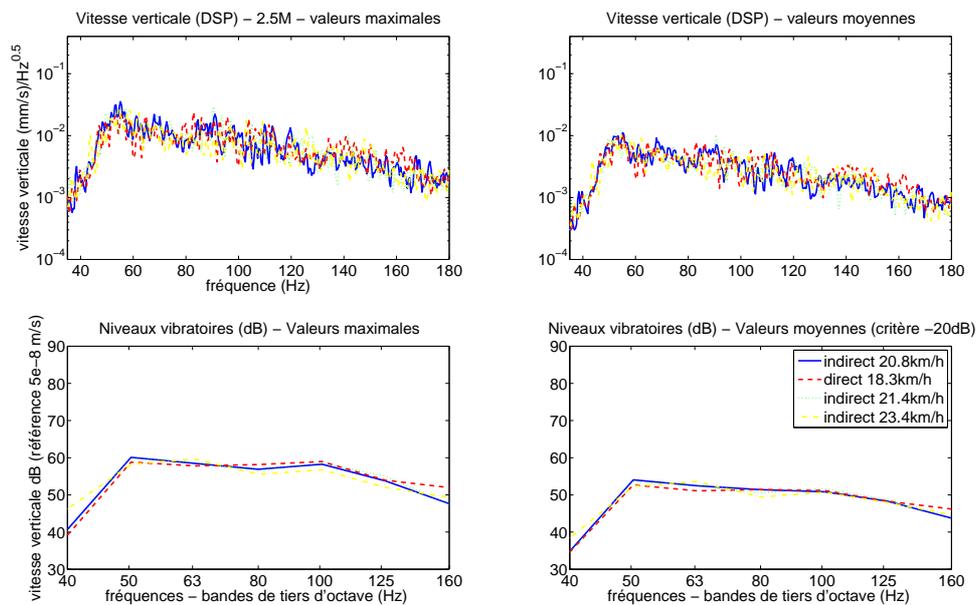


Figure B.4 - Répétabilité des mesures sur 4 passages - 2,5m du rail - tramway B - 20km/h - Ferrière

B.3 Comparaison des niveaux vibratoires entre les tramways A et B (tiers d'octave)



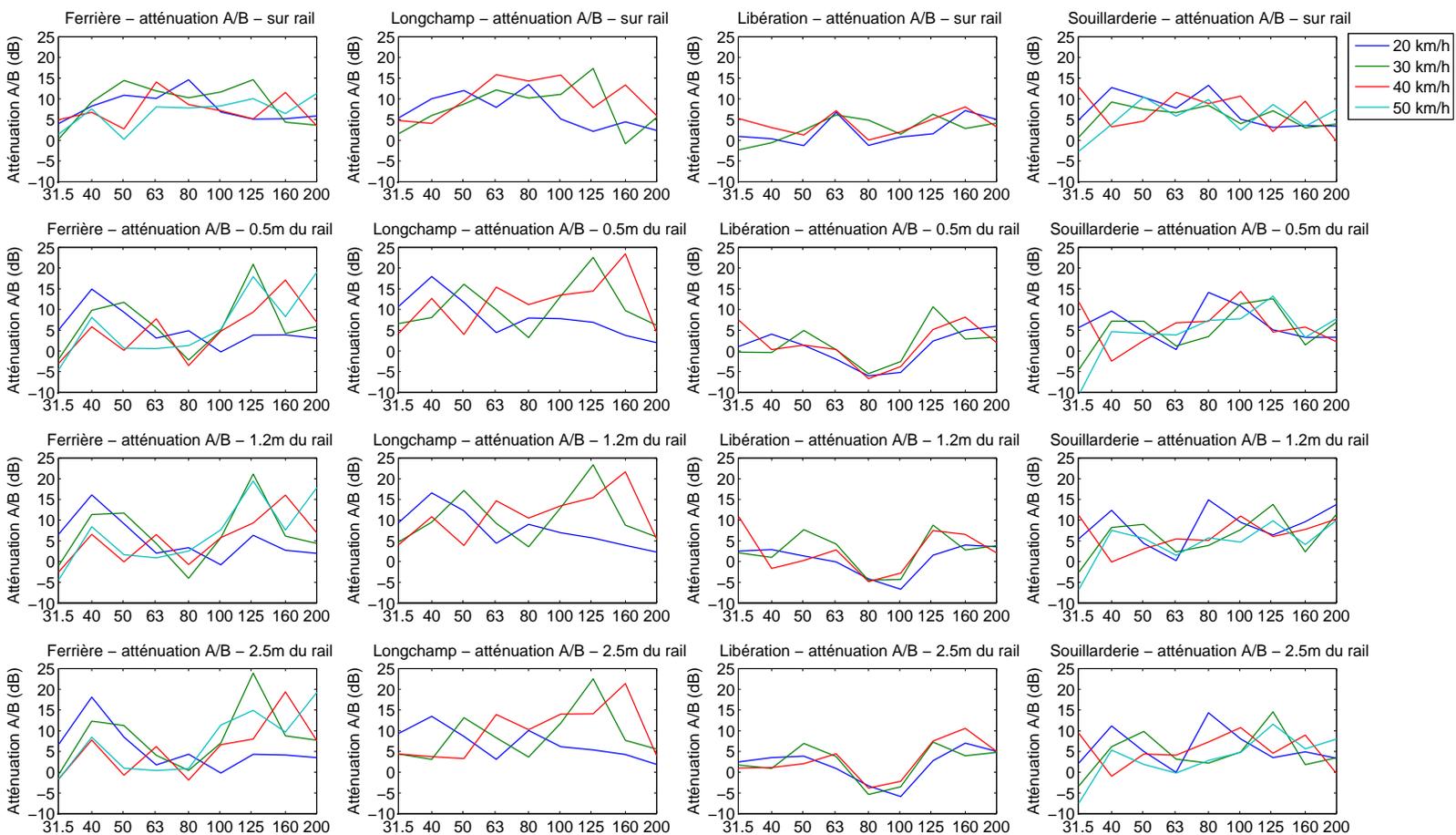


Figure B.5 - *Différences de niveaux vibratoires (dB) entre le tramway A et B*



B.4 Comparaison des niveaux vibratoires entre les tramways A et B (bandes fines)

Pour la figure [B.9](#), seules les sites Ferrière et Souillarderie sont présentés car le passage d'une rame à la vitesse de 50 km/h n'a pas été possible sur les deux autres sites.



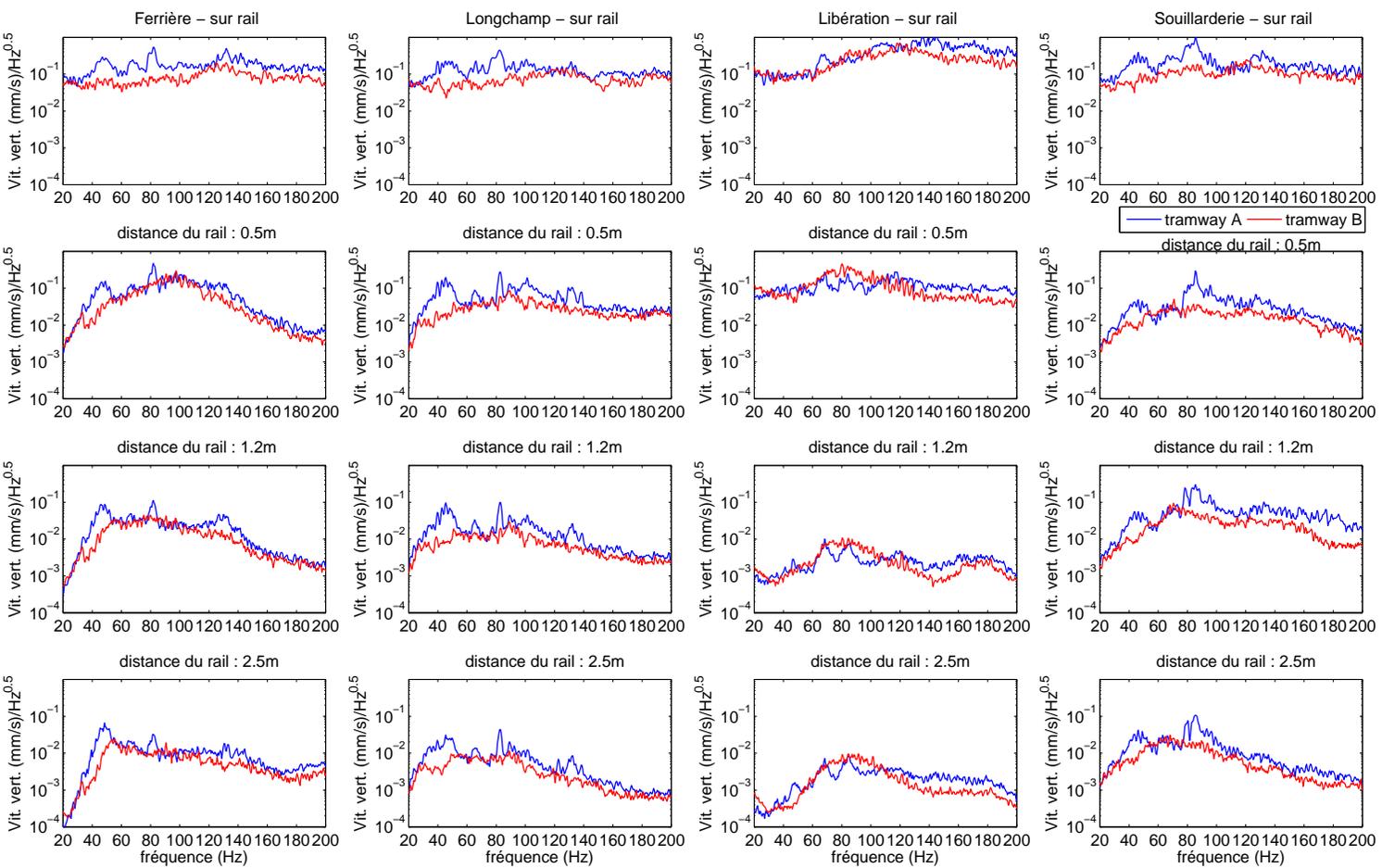


Figure B.6 - Mesures au passage du tramway sur les 4 sites - 20km/h - rames A et B - DSP
valeurs maximales



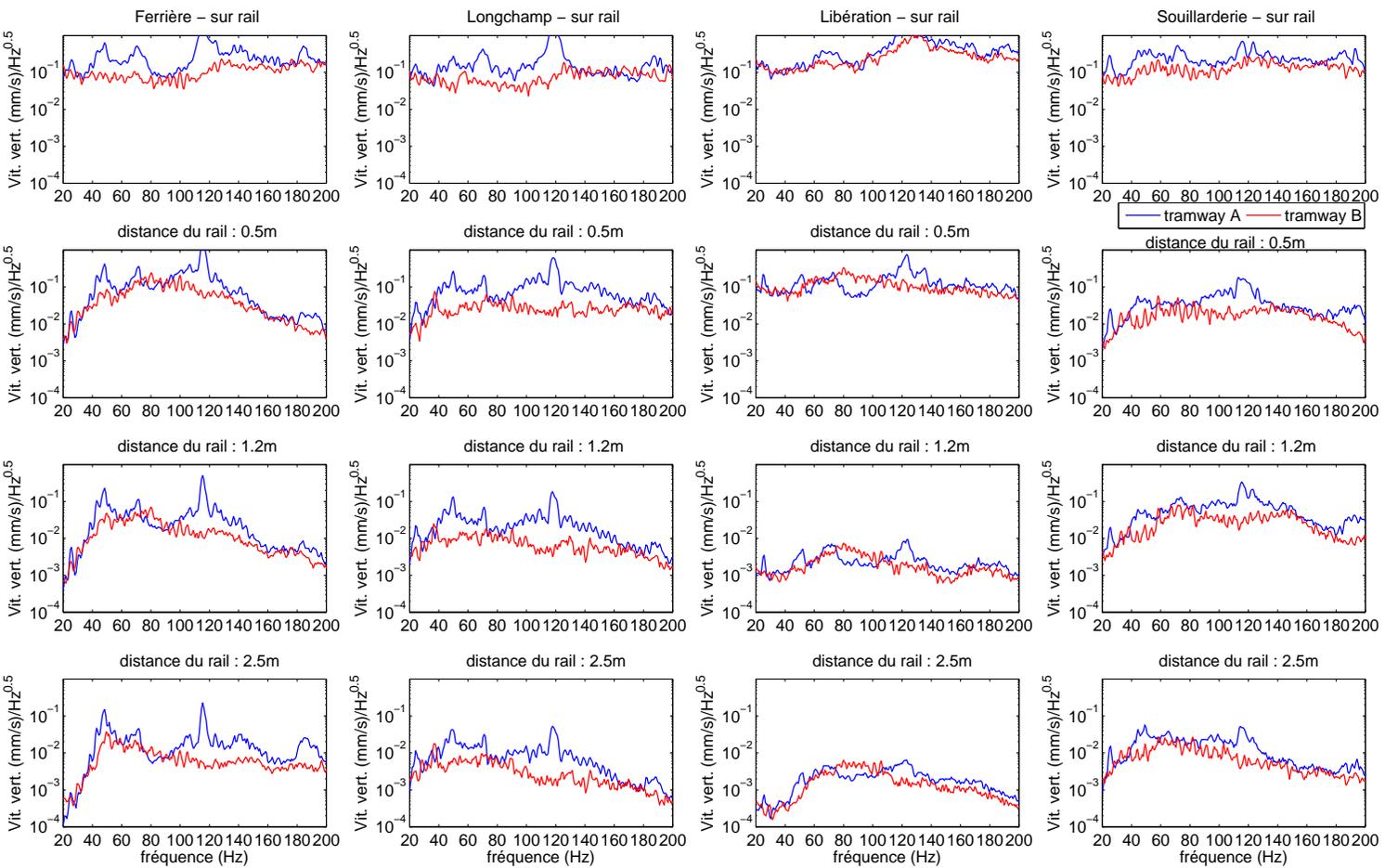


Figure B.7 - Mesures au passage du tramway sur les 4 sites - 30km/h - rames A et B - DSP valeurs maximales



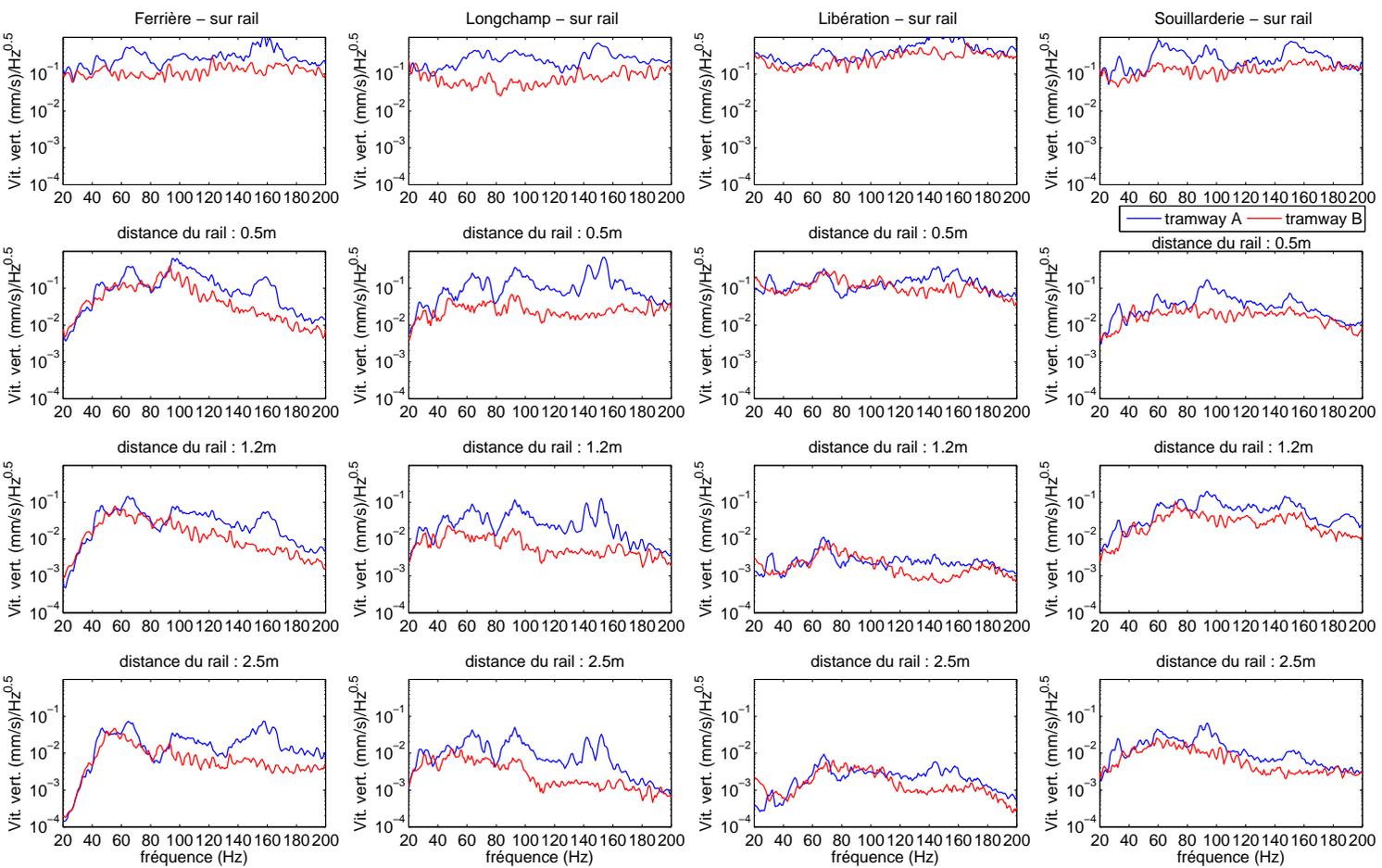


Figure B.8 - Mesures au passage du tramway sur les 4 sites - 40km/h - rames A et B - DSP
valeurs maximales



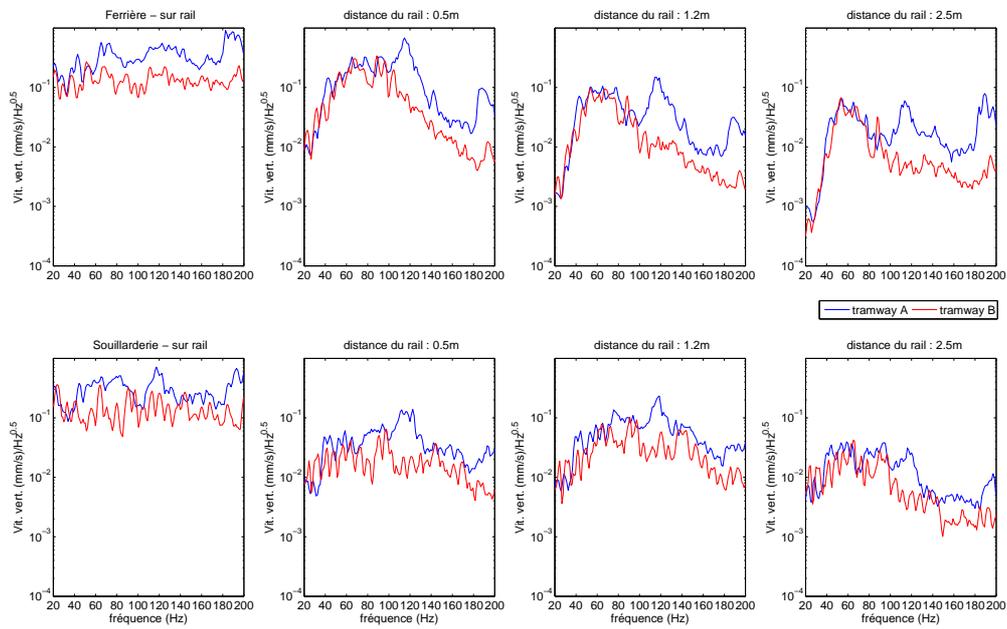


Figure B.9 - *Mesures au passage du tramway sur Ferrière et Souillarderie - 50km/h - rames A et B - DSP valeurs maximales*



VIBRATIONS DUES AU PASSAGE D'UN TRAMWAY :
MESURES EXPÉRIMENTALES ET SIMULATIONS NUMÉRIQUES

Résumé

La circulation des tramways peut produire des vibrations se propageant dans le sol, et induire une gêne pour les personnes résidant et travaillant dans les bâtiments voisins de la voie. Par conséquent, lors de la réalisation d'une ligne de tramway, il est important de considérer ces phénomènes vibratoires. Dans ce contexte, l'objectif de ce travail est double. Premièrement, les procédures expérimentales permettant d'analyser les vibrations générées par le tramway sont présentées, prenant en compte notamment : la vitesse et le type de rame (deux constructeurs), le type de pose (classique ou sur dalle flottante), et les caractéristiques du sol. Le traitement des données expérimentales fournit des informations sur le sol (procédure SASW), une validation du comportement de la voie (mobilités de transfert voie-sol et réceptance du rail) en comparaison avec les données constructeurs, et l'estimation des efforts dynamiques exercés par les essieux sur les rails (mesures de vibrations sur un bogie porteur). Le second objectif correspond à la validation des modèles numériques (prenant en compte la voie et le sol) pour la prédiction des vibrations générées. Les efforts dynamiques provenant des essieux sont estimés à partir de rugosités simplifiées pour les rails et les roues, ces rugosités étant validées par comparaison avec les mesures. Les équations couplées sont résolues dans le domaine des nombres d'onde, à l'aide de transformées de Fourier (une ou deux dimensions). L'effet de la rotation de la dalle flottante ou d'assise est pris en compte et intervient de façon significative dans la réponse du sol. Étant donné que la précision des amplitudes vibratoires calculées dans le cas d'un passage de tramway est correcte, ce travail peut être utilisé pour l'analyse et la validation de nouvelles lignes de tramways.

Mots-clés : Tramway – Types de pose – Propagation d'ondes dans le sol – Approche expérimentale
Modélisation voie/sol – Excitation roue/rail – Simulations numériques

VIBRATIONS DUE TO A TRAM PASSAGE :
EXPERIMENTAL INVESTIGATIONS AND NUMERICAL SIMULATIONS

Abstract

Tram traffic can produce vibrations propagating in soil leading to annoyance for people living or working in neighbouring buildings. Thus vibration is an important parameter to be considered when planning new lines. Within this topic, the aim of this work is twofold. The first objective is to present experimental investigations for the analysis of tram induced vibrations, taking into account various parameters : tram speed, tram type (two manufacturers), track type (standard or floating slab track), and ground configuration. Experimental data and numerical analysis provide a subsoil characterization (SASW test), a validation of the track behaviour (track-soil transfer functions and track receptance) in comparison with manufacturer's data, and an estimation of the dynamic axle loads acting on the rails (measurements on a carrying bogie). The second objective is to validate numerical models, taking into account track and soil, for the prediction of these tram induced vibrations. Dynamic axle loads are calculated from a simplified wheel-rail surface unevenness, which is validated in comparison with measurements. Coupled equations are solved in the frequency and wave number domain, using Fourier transforms (one or two dimensional). Slab rotations are taken into account and it is shown that these rotations have a strong influence on the ground response. Since the accuracy of the computed wave field amplitudes in the case of a tram passage is rather good, this work can be used for the analysis and validation of new planned lines.

Keywords : Tramway – Track type – Ground-borne vibrations – Experimental investigations
Track-sol model – Wheel-rail excitation – Numerical simulations

Discipline : Sciences de l'Ingénieur

