



# Reconstruction 3D du bassin humain à partir d'images médicales multimodales incomplètes. Application à l'assistance de la chirurgie de la prothèse totale de la hanche (PTH).

Ligia Miriam Amavizca Ruiz

## ► To cite this version:

Ligia Miriam Amavizca Ruiz. Reconstruction 3D du bassin humain à partir d'images médicales multimodales incomplètes. Application à l'assistance de la chirurgie de la prothèse totale de la hanche (PTH).. Automatique / Robotique. Institut National Polytechnique de Grenoble - INPG, 2005. Français. NNT: . tel-00357244

**HAL Id: tel-00357244**

**<https://theses.hal.science/tel-00357244>**

Submitted on 29 Jan 2009

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE  
GRENOBLE, FRANCE**

No. attribué par la bibliothèque

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**THESE**

pour obtenir le grade de

**DOCTEUR DE L'INPG**

*Spécialité : Imagerie, Vision et Robotique*

Préparée au laboratoire GRAVIR à l'INRIA Rhône-Alpes,  
dans le cadre de l'Ecole Doctorale  
Mathématiques, Sciences et Technologie de l'Information

présentée et soutenue publiquement

par

**Ligia Miriam AMAVIZCA RUIZ**

le 20/10/2005

**Titre**

**Reconstruction 3D du bassin humain à partir  
d'images médicales multimodales incomplètes.  
Application à l'assistance de la chirurgie de la  
prothèse totale de la hanche (PTH).**

**Directeurs de Thèse**

Christian LAUGIER et Emmanuel MAZER

**JURY**

M. Augustin LUX	Président
M. Hervé DELINGETTE	Rapporteur
M. Rachid ALAMI	Rapporteur
M. Christian LAUGIER	Directeur de thèse
M. Emmanuel MAZER	Co-Directeur de thèse
M. François LEITNER	Examineur



À mon époux et mon fils.

À ma mère, mes grands-parents et mes frères.

À ma famille.



# Remerciements

Je souhaite tout d'abord remercier le Conseil National de Science et Technologie du Mexique (CONACYT) pour avoir financé cette thèse.

Je souhaite remercier Christian Laugier, mon directeur de thèse, pour m'avoir accueilli dans son équipe pour réaliser cette thèse, pour son soutien et sa confiance qui m'ont permis de mener à bien ce travail.

J'adresse également mes remerciements à Emmanuel Mazer, mon co-directeur de thèse, pour son point de vue qui c'est montré très complémentaire à ce document.

Un grand merci à François Leitner de l'entreprise AESCULAP de B-BRAUN avec qui nous avons travaillé en collaboration, pour m'avoir soutenu et encouragé au long de ce travail.

Je remercie également, Hervé Delingette et Rachid Alami, pour avoir accepté de rapporter mon travail et pour leur temps passé à travailler sur ce document. Je remercie également Augustin Lux pour m'avoir fait l'honneur de présider mon jury de thèse.

J'adresse également mes remerciements à James Crowley, directeur du laboratoire GRAVIR au sein duquel j'ai réalisé mon travail dans d'excellentes conditions.

Je souhaite également remercier le personnel de l'INRIA Rhône-Alpes et en particulière le centre de documentation.

Je tiens à remercier aussi à tous les membres de l'équipe e-Motion de l'INRIA Rhône-Alpes.

Un grand merci à la famille Veau pour son accueil et son amitié.

Mes chaleureux remerciements à mes amis du Mexique pour leur soutien et encouragements.





# Table des matières

<b>Acknowledgements</b>	<b>vi</b>
Résumé . . . . .	xiv
<b>I Introduction</b>	<b>1</b>
Contexte du travail . . . . .	3
Problème médical abordé et difficultés . . . . .	5
Problème scientifique abordé . . . . .	6
Organisation du document . . . . .	8
<b>II Contexte applicatif de la thèse</b>	<b>11</b>
<b>1 Anatomie</b>	<b>13</b>
1.1 Définitions . . . . .	13
1.1.1 Hanche, bassin ou pelvis . . . . .	13
1.1.2 La position de référence . . . . .	13
1.1.3 Les plans anatomiques . . . . .	14
1.1.4 Les axes de référence . . . . .	14
1.1.5 Les orientations anatomiques . . . . .	15
1.2 La hanche . . . . .	15
1.2.1 Face externe . . . . .	16
1.2.2 Face interne . . . . .	19
1.3 Le fémur . . . . .	20
1.3.1 Diaphyse . . . . .	20
1.3.2 Épiphyse proximale . . . . .	20
1.3.3 Épiphyse distale . . . . .	23
1.4 Mouvements de la hanche . . . . .	23
1.4.1 Flexion . . . . .	23
1.4.2 Extension . . . . .	23
1.4.3 Abduction . . . . .	24
1.4.4 Adduction . . . . .	24
1.4.5 Rotation . . . . .	25

1.4.6	Circumduction . . . . .	25
1.5	Les ligaments . . . . .	25
1.5.1	Ligaments extracapsulaires . . . . .	26
1.5.2	Ligament intracapsulaire . . . . .	26
1.6	Croissance du bassin . . . . .	26
1.7	Conclusion et caractéristiques anatomiques importantes . . . . .	29
<b>2</b>	<b>Prothèse totale de la hanche</b>	<b>31</b>
2.1	Définition . . . . .	31
2.2	Étape préopératoire . . . . .	31
2.2.1	Types de prothèses . . . . .	32
2.3	Étape peropératoire . . . . .	34
2.3.1	La voie d'abord . . . . .	35
2.3.2	Luxation de l'articulation . . . . .	36
2.3.3	Préparation de la cavité cotyloïdienne . . . . .	36
2.3.4	Implantation de la prothèse cotyloïdienne . . . . .	38
2.3.5	Préparation de la cavité fémorale . . . . .	38
2.3.6	Implantation de la prothèse fémorale . . . . .	38
2.3.7	Suture . . . . .	38
2.4	Étape postopératoire . . . . .	39
2.5	Positionnement de prothèses . . . . .	40
2.5.1	Orientation des implants . . . . .	40
2.5.2	Accroche osseuse . . . . .	42
2.5.3	Amplitude de mouvement de la hanche et collision des implants . . . . .	42
2.5.4	Centrage ligamentaire . . . . .	44
2.6	Dysplasie . . . . .	45
2.7	Images médicales . . . . .	46
2.7.1	Difficultés d'exploitation des différentes images . . . . .	47
2.8	Conception, validation et simulation . . . . .	48
2.9	Complications . . . . .	48
2.10	Conclusion . . . . .	49
<b>III</b>	<b>État de l'Art</b>	<b>51</b>
<b>3</b>	<b>Systèmes informatiques d'assistance à la chirurgie de la PTH</b>	<b>53</b>
3.1	Systèmes basés sur images TDM/IRM . . . . .	53
3.1.1	Systèmes de navigation et de planification . . . . .	53
3.1.2	Systèmes robotiques . . . . .	56
3.1.3	Systèmes pour traiter la dysplasie . . . . .	58

3.1.4	Systèmes de simulation . . . . .	60
3.2	Systèmes basés sur des images radiographiques . . . . .	61
3.3	Conclusion et discussion . . . . .	64
<b>4</b>	<b>Modèles existants du bassin</b>	<b>69</b>
4.1	Modèles géométriques du bassin . . . . .	69
4.1.1	Modèles pour la médecine . . . . .	70
4.1.2	Modèles pour les études ergonomiques . . . . .	72
4.1.3	Modèles en informatique . . . . .	75
4.2	Modèles biomécaniques de la hanche . . . . .	76
4.3	Conclusion . . . . .	76
<b>IV</b>	<b>Reconstruction du modèle du bassin humain par l'utilisation d'un <i>atlas probabiliste</i></b>	<b>79</b>
<b>5</b>	<b>Vers un modèle générique du bassin : l'<i>atlas probabiliste</i></b>	<b>81</b>
5.1	Caractéristiques particulières du bassin . . . . .	81
5.1.1	Discussion . . . . .	82
5.2	Les points caractéristiques du bassin . . . . .	84
5.2.1	Centre de la hanche . . . . .	86
5.3	Les distances caractéristiques . . . . .	87
5.4	Les angles caractéristiques . . . . .	88
5.5	Vers un modèle bayésien du bassin . . . . .	88
<b>6</b>	<b>Modélisation bayésienne.</b>	<b>93</b>
6.1	Programmation bayésienne . . . . .	93
6.1.1	Définitions fondamentales. . . . .	93
6.1.2	Méthode de la programmation bayésienne. . . . .	97
6.2	Modélisation géométrique probabiliste . . . . .	101
6.2.1	Définitions et notation de base pour la modélisation géométrique	101
6.2.2	Graphe cinématique probabiliste . . . . .	101
6.2.3	Présence de cycles et la cohérence du modèle . . . . .	102
6.2.4	Problème géométrique probabiliste . . . . .	102
6.2.5	Représentation d'incertitudes . . . . .	103
6.3	Distribution normale multivariées . . . . .	104
6.4	Exemple d'un problème géométrique probabiliste prenant en compte des incertitudes . . . . .	105
6.4.1	Le graphe cinématique probabiliste . . . . .	109
6.4.2	Le problème géométrique probabiliste . . . . .	109
6.4.3	Le programme bayésien . . . . .	111
6.4.4	Méthode de résolution . . . . .	119

<b>7</b>	<b>Procédure de reconstruction 3D</b>	<b>123</b>
7.1	Principales étapes de la reconstruction 3D . . . . .	123
7.1.1	Présentation générale . . . . .	123
7.1.2	Obtention de l'information échographique (3D) . . . . .	124
7.1.3	Obtention de l'information radiographique (2D) . . . . .	125
7.1.4	Mise en correspondance des données . . . . .	125
7.1.5	Obtention de l'atlas probabiliste du patient à partir d'un modèle bayésien . . . . .	125
7.1.6	Méthode de déformation . . . . .	125
<b>8</b>	<b>Modèle bayésien du système</b>	<b>127</b>
8.1	Introduction . . . . .	127
8.2	Le graphe cinématique probabiliste . . . . .	130
8.3	Le problème géométrique probabiliste . . . . .	131
8.4	Programme bayésien du système . . . . .	133
8.5	Formes paramétriques et identification . . . . .	136
8.5.1	Définition de $P(Atlas^C)$ . . . . .	136
8.5.2	Définition de $P(T_C^R)$ . . . . .	137
8.5.3	Définition de $P(Atlas_R)$ . . . . .	137
8.5.4	Définition de $P(\overline{T}_E^{RB})$ . . . . .	137
8.5.5	Définition de $P(T_E^{RB}   \overline{T}_E^{RB})$ . . . . .	138
8.5.6	Définition de $P(\overline{Atlas}_E)$ . . . . .	138
8.5.7	Définition de $P(Atlas_E   \overline{Atlas}_E)$ . . . . .	138
8.5.8	Définition de $P(Atlas_E^{RB}   \overline{T}_E^{RB} Atlas_E)$ . . . . .	139
8.5.9	Définition de $P(T_C^{RB}   Atlas_E^{RB})$ . . . . .	140
8.5.10	Définition de $P(\mathcal{E}_R   Atlas_R T_C^R Atlas_R^C)$ . . . . .	144
8.5.11	Définition de $P(\mathcal{E}_E   Atlas_E^{RB} T_C^{RB} Atlas^C)$ . . . . .	145
<b>9</b>	<b>Méthode de déformation du maillage</b>	<b>147</b>
9.1	Principe de la méthode . . . . .	147
9.2	Calcul de la fonction de déplacement . . . . .	149
9.2.1	Obtention de $I(s_i)$ . . . . .	149
9.2.2	Calcul des poids des points de contrôle influençant un sommet . . . . .	151
<b>10</b>	<b>Implémentation, Expérimentation et Résultats</b>	<b>153</b>
10.1	Apprentissage de l'atlas bayésien . . . . .	153
10.2	Méthode de résolution . . . . .	156
10.2.1	Estimation numérique des intégrales . . . . .	157

10.2.2	Optimisation numérique de la distribution . . . . .	159
10.3	Résultats . . . . .	160
10.3.1	Résultats de l'expérimentation in vivo . . . . .	161
10.3.2	Résultats de l'expérimentation en simulation . . . . .	162
10.4	Conclusion . . . . .	164
<b>V</b>	<b>Conclusion et perspectives</b>	<b>169</b>
<b>11</b>	<b>Conclusion et perspectives</b>	<b>171</b>
11.1	Contributions . . . . .	171
11.2	Améliorations et extensions possibles . . . . .	174
11.2.1	Bibliothèque de maillages du bassin . . . . .	174
11.2.2	Validation du modèle . . . . .	174
11.2.3	Incorporation de données peropératoires . . . . .	175
11.2.4	Les modèles 3D des prothèses . . . . .	175
11.2.5	Validation clinique . . . . .	175
11.2.6	Modèle 3D de bassin dysplasiques . . . . .	175
11.2.7	Applications de l'atlas probabiliste . . . . .	176
<b>A</b>	<b>Anthropométrie</b>	<b>179</b>
A.1	Sexe . . . . .	179
A.1.1	Fémur . . . . .	186
A.2	Race . . . . .	189
A.3	Âge . . . . .	192
	<b>Bibliographie</b>	<b>195</b>

## Résumé

Cette thèse s'inscrit dans le cadre de la chirurgie assistée par ordinateur et concerne plus particulièrement la prothèse totale de la hanche (PTH). Dans ce contexte, le but de ce travail est l'obtention d'un modèle numérique 3D du bassin du patient à partir de données incomplètes.

Le processus de la PTH se divise en deux étapes principales. L'étape préopératoire, qui consiste à sélectionner le type de prothèse et à planifier son positionnement et l'étape peropératoire où le chirurgien met en place les prothèses. Dans une technique conventionnelle, le médecin est confronté à la tâche de positionner les prothèses dans un espace 3D, tout en réalisant une planification avec des données 2D (i.e. la radiographie du patient). Le médecin se guide par expérience et grâce aux outils opératoires des fabricants de prothèses. D'un autre côté, il existe une technique utilisant des images médicales issues d'Images par Résonance Magnétique (IRM) ou Tomodensitométrie (TDM) ou Scanner en 2D qui permet la reconstruction 3D du bassin, mais elle s'avère souvent limitée par plusieurs facteurs : (i) le temps d'attente de rendez vous pour l'examen IRM est trop long, (ii) les appareils sont peu accessibles pour les cliniques, (iii) la difficulté de réaliser une segmentation automatique pour l'obtention du volume 3D, (iv) l'impossibilité de l'exposition aux études IRM, Scanner ou TDM pour certains patients. Ainsi, la plupart des orthopédistes optent pour une technique conventionnelle.

À partir de cette problématique, nous proposons ici une méthodologie pour l'obtention d'un modèle 3D du bassin du patient à partir de données 2D et 3D partielles et minimalement invasives. Les données 2D correspondent aux données obtenues à partir d'une seule image radiographique et les données 3D partielles correspondent aux données obtenus à partir d'images échographiques. Le modèle personnalisé est obtenu à partir de la déformation d'un maillage générique du bassin. La déformation consiste à déplacer des points de contrôle (un sous-ensemble des points du maillage) qui vont s'adapter aux dimensions du patient. Ces points de contrôle correspondent à des points caractéristiques du bassin obtenus à partir des données radiographiques et échographiques.

Ce travail de thèse apporte deux contributions principales :

- un étude des principales caractéristiques anthropométriques du bassin et du fémur, afin d'obtenir toute l'information utile pour la reconstruction d'un modèle 3D,
- une méthodologie pour l'obtention d'un volume 3D du bassin à partir de

données radiographiques et échographiques partielles.

La méthode proposée pour l'obtention du modèle 3D à partir de données 2D et 3D partielles, est composée de quatre étapes : (i) obtention des données radiographiques (2D) et échographiques (3D) correspondant aux points caractéristiques, (ii) mise en correspondance des données, (iii) obtention des points 3D à partir des données radiographiques et (iv) obtention du modèle 3D du bassin par déformation du maillage générique. Ces différentes étapes posent des problèmes liés à l'information 3D dans les données radiographiques et à la difficulté d'obtention des données échographiques. Pour résoudre le problème de l'obtention des coordonnées 3D à partir des données 2D (radiographiques) nous avons fait appel aux techniques de *morphing* et aux techniques bayésiennes.



# Première partie

## Introduction



## Contexte du travail

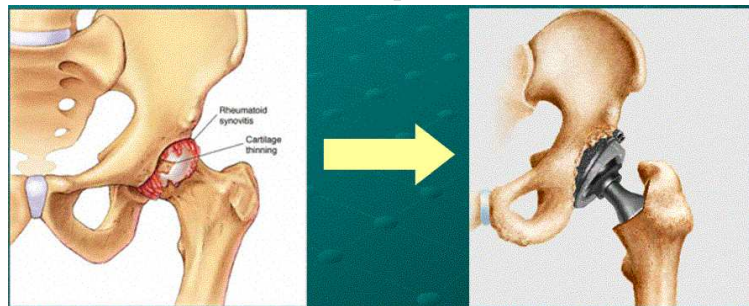
Ce travail de thèse est réalisé dans le contexte de la chirurgie orthopédique assistée par ordinateur (COAO) et plus précisément en ce qui concerne la chirurgie de la prothèse totale de la hanche (PTH).

La chirurgie assistée par ordinateur (GMCAO) a pour objectif d'assister le chirurgien dans la réalisation de gestes diagnostiques ou thérapeutiques les plus précis et les moins invasifs possibles [31]. La GMCAO est un travail de recherche interdisciplinaire qui fait intervenir différentes sources d'information, outils et techniques de l'informatique ainsi que du domaine clinique. La partie informatique concerne essentiellement le traitement numérique d'images médicales, le développement de systèmes chirurgicaux et les systèmes robotiques associés. La partie clinique est liée à l'anatomie et à la connaissance des aspects du diagnostic et des techniques thérapeutiques de la pathologie étudiée. Par le passé, l'imagerie médicale n'était utilisée qu'à des fins de diagnostic et de localisation de pathologies. Maintenant le traitement numérique de l'image et l'utilisation de systèmes chirurgicaux augmentent la perception et les capacités d'action du chirurgien. Les techniques d'imagerie permettent le traitement des images médicales pour obtenir un modèle de la réalité sous une forme numérique. En chirurgie cette réalité correspond à l'anatomie du malade reproduite à partir de l'imagerie médicale composée de coupes en deux dimensions (2D). Contrairement à l'imagerie médicale conventionnelle, le traitement d'images permet une vision en trois dimensions (3D) du patient, sous la forme d'une copie conforme mais numérique. Cette représentation en 3D augmente la visibilité des organes en les rendant plus perceptibles. Les systèmes chirurgicaux interviennent donc lors de l'obtention de la représentation 3D des organes et de l'utilisation du modèle dans les étapes du traitement du patient : avant l'opération (planification), pendant l'opération (contrôle) et après l'opération (validation). D'un autre côté, la robotique constitue une aide technique à la réalisation du geste chirurgical. Le but de la chirurgie assistée par ordinateur est donc d'obtenir un résultat plus proche de la planification préopératoire qu'avec la technique conventionnelle.

La GMCAO a des applications dans la chirurgie orthopédique et dans la chirurgie des tissus mous (chirurgie viscérale, cardiaque, etc.). L'amélioration du geste chirurgical en chirurgie orthopédique est particulièrement important dans la mise en place de prothèses, une erreur dans le placement des composants peut être à l'origine de luxations ou d'usure anormale et donc d'échecs prématurés. À l'inverse de beaucoup de tissus mous, l'os peut être étudié par une imagerie non invasive, coupé par des outils manuels et manipulé sans déformation significative.

La PTH est une prothèse qui s'utilise pour le traitement de maladies et de traumatismes de la structure de la hanche ou du fémur. Elle est utilisée lorsque les surfaces articulaires entre la tête du fémur et le cotyle sont trop abîmées pour permettre une mobilité suffisante. Elle consiste à remplacer l'articulation coxo-fémorale endommagée par deux surfaces articulaires artificielles (Fig. 2.1) : la cupule, qui est la prothèse cotyloïdienne sur le pelvis et la tige qui est la prothèse fémorale. Trois étapes sont utilisées dans ce processus :

- L'étape préopératoire permet de sélectionner le type de prothèse qui convient le mieux au patient et de planifier son positionnement optimal. Par positionnement optimal on entend celui qui permet de retrouver, dans la mesure du possible, les fonctions de mobilité du patient.
- Dans l'étape peropératoire le chirurgien prépare tout d'abord l'emplacement des implantations : fraisage de la partie cotyloïdienne et préparation de la partie fémorale. Puis il met en place les prothèses. Bien entendu, ces deux processus sont réalisés selon le positionnement planifié.
- Dans l'étape postopératoire le chirurgien détermine la qualité de la chirurgie effectuée en évaluant entre autres le positionnement final de la prothèse.



**Fig. 1:** PTH : Remplacement de l'articulation coxo-fémorale endommagée par deux surfaces articulaires artificielles.

À présent, les systèmes d'assistance à la chirurgie développés pour la PTH permettent l'analyse préopératoire et l'assistance opératoire dans la pose de la prothèse. Compte tenu de la conformation anatomique du bassin, la plupart des systèmes nécessitent des images médicales par Résonance Magnétique (IRM) ou Tomodensitométrie (TDM) ou Scanner pour la reconstruction 3D du bassin et de l'extrémité supérieure du fémur.

Les étapes du traitement avec un système d'assistance chirurgicale sont modifiées par rapport à celles du traitement conventionnel :

- L'étape préopératoire à acquérir les images médicales des organes pour l'obtention du modèle 3D des structures osseuses. L'intervention est préparée grâce à un logiciel de planification qui permet de déterminer la position idéale de la

prothèse et de choisir l'implant à partir du modèle 3D du pelvis. La position de la prothèse est évaluée par des tests de collision prenant en compte les différents mouvements de la hanche. La reconstruction 3D des organes permet de pratiquer une simulation de la procédure chirurgicale et de définir la meilleure trajectoire des instruments.

- Dans le bloc opératoire les systèmes permettent de faciliter et d'améliorer l'implantation de la prothèse. Au début de l'intervention, le chirurgien collecte des points sur le bassin pour connaître le positionnement du patient sur la table d'opération et les relier aux données préopératoires. Le but est de minimiser la distance entre les points opératoires et le modèle préopératoire. Puis, le système guide le chirurgien pour placer la prothèse cotyloïdienne et fémorale selon la position précédemment choisie.
- Finalement, dans l'étape postopératoire, le système évalue la position finale de la prothèse en comparaison de la position planifiée.

L'utilisation de systèmes d'assistance chirurgicale de la PTH présente plusieurs avantages en comparaison de la technique chirurgicale conventionnelle. Ces systèmes apportent au médecin une aide considérable pour le diagnostic et le traitement. Un volume 3D du bassin à partir d'images TDM/IRM/Scanner permet au médecin d'analyser, de sélectionner, et, de valider la meilleure position de la prothèse sur le patient. Dans le bloc opératoire, il permet au médecin d'être plus sûr de la position 3D des outils pour réaliser les gestes chirurgicaux, et ainsi obtenir une meilleure précision du positionnement des prothèses.

## Problème médical abordé et difficultés

Malgré les avantages de la chirurgie assistée par ordinateur, cette technique est encore peu développée. Les limites des systèmes actuels sont liées aux difficultés d'accessibilité aux images médicales dont :

- le temps d'attente de rendez vous pour l'examen est trop long,
- les appareils pour l'obtention d'images TDM/IRM/Scanner sont peu accessibles pour les cliniques,
- une segmentation automatique des images pour l'obtention du volume 3D est difficile à réaliser,
- certains patients ne peuvent pas s'exposer aux études TDM/IRM/Scanner.

C'est pourquoi, la plupart des orthopédistes optent encore pour une technique conventionnelle. Les problèmes de ce type de techniques sont :

- La planification préopératoire et le guidage préopératoire d'une PTH se réalise avec une radiographie antéropostérieure du bassin du patient ;

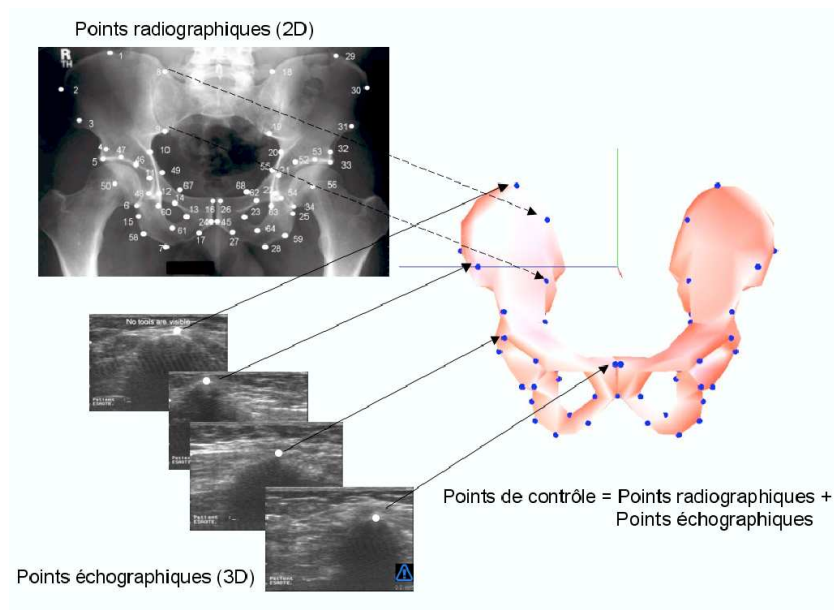
- La chirurgie se réalise dans un espace 3D où le médecin est confronté à la tâche de poser les prothèses dans la position planifiée avec des données 2D.
- Le médecin doit prendre en compte les mouvements du patient lors de l’implantation de la prothèse. Il doit alors se laisser guider par son expérience et travailler avec les outils opératoires des fabricants de prothèses.
- Les outils fournis par les fabricants de prothèses utilisent des mires d’alignement à mettre en correspondance avec les axes caractéristiques du patient (antéropostérieur, médial, distal) et ils ne prennent pas en compte les mouvements du patient.

La technique conventionnelle peut conduire à un mauvais positionnement de la prothèse. Selon Hassan [37] **plus de 42% des cas de la PTH avec des outils conventionnels sont en dehors de la “zone sûre de positionnement” de Lewinnek [57]. Ceci inclut les interventions réalisées par des chirurgiens expérimentés.** Certains des problèmes précédents ont été résolus par quelques systèmes comme ceux de Mollard [95] et Kiefer[109]. Ces systèmes n’utilisent pas des images TDM/IRM/Scanner et ils utilisent le système Orthopilot pour localiser les instruments et la hanche du patient lors du guidage dans l’implantation de la prothèse. Néanmoins il existe toujours les problèmes de (i) la planification et (ii) de la validation du positionnement de la prothèse qui sont réalisés sur des données 2D, ainsi que (iii) l’impossibilité du traitement des hanches dysplasiques avec ces systèmes.

## Problème scientifique abordé

Afin de contribuer à résoudre les problèmes pratiques mentionnés précédemment, nous proposons une méthodologie pour l’obtention d’un modèle 3D du bassin du patient à partir de données 2D et 3D **partielles**. Les données 2D correspondent aux données obtenues à partir d’une seule image radiographique antéropostérieure, et les données 3D partielles correspondent aux données obtenues à partir d’images échographiques ; c’est à dire à l’aide de procédures rapides, non invasives et peu coûteuses. Le modèle personnalisé du patient est alors obtenu à partir de la “déformation” d’un maillage du bassin. Cette “déformation” permet de respecter les caractéristiques géométriques du bassin, tout en déplaçant des “points de contrôle” (un sous-ensemble des points du maillage) afin de s’adapter au modèle du patient. Les “points de contrôle” sont obtenus à partir des données radiographiques et échographiques (Fig. 2). Ils correspondent à une sélection de points caractéristiques du bassin que nous avons réalisée dans le chapitre 5 et que nous décrivons dans le paragraphe 5.2.

Ce travail de thèse fait notamment deux contributions :



**Fig. 2:** *Obtention du modèle personnalisé du patient à partir de la “déformation” d’un maillage du bassin. Cette “déformation” permet de respecter les caractéristiques géométriques du bassin, tout en déplaçant des “points de contrôle” (un sous-ensemble des points du maillage) afin de s’adapter au modèle du patient. Les “points de contrôle” sont obtenus à partir de points radiographiques et échographiques.*

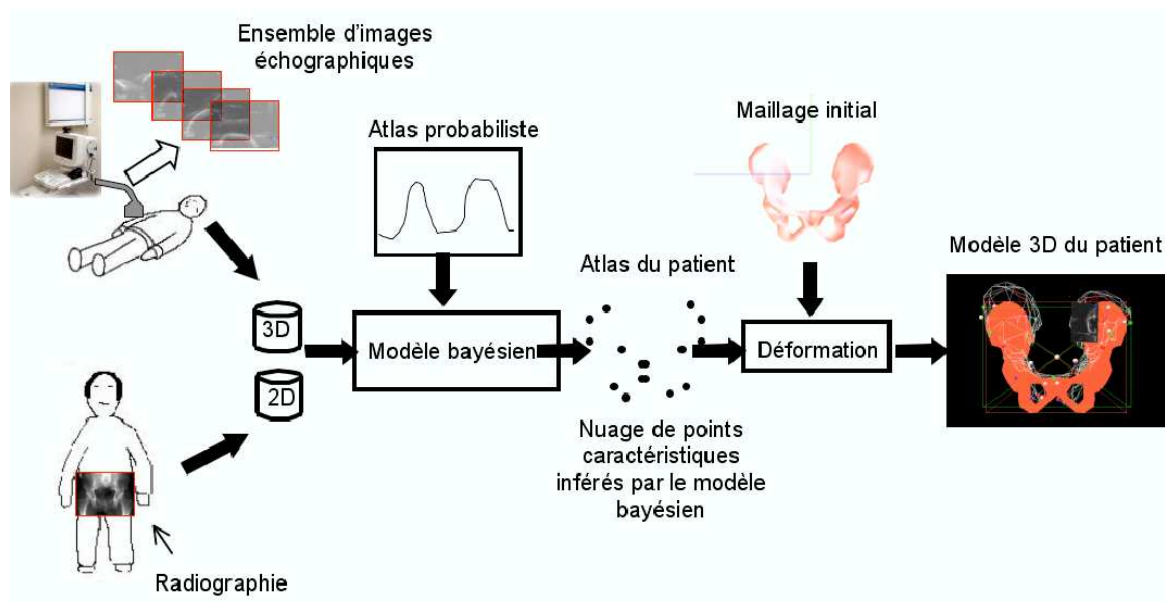
- un étude des principales caractéristiques anthropométriques du bassin et du fémur, afin d’obtenir toute l’information utile pour la reconstruction d’un modèle 3D,
- une méthodologie pour l’obtention d’un volume 3D du bassin à partir de données radiographiques et échographiques partielles.

La méthode proposée pour l’obtention du modèle 3D à partir de données 2D et 3D partielles, est composée de trois étapes (Fig. 3) :

- (i) obtention des données radiographiques (2D) et échographiques (3D) correspondant aux points caractéristiques,
- (ii) obtention des points 3D des données radiographiques partir d’un atlas probabiliste et un modèle bayésien et
- (iii) obtention du modèle 3D du bassin par déformation du maillage générique.

Ces différentes étapes posent des problèmes liés au manque d’information 3D dans les données radiographiques et à la difficulté de l’obtention des données échographiques. Pour résoudre le problème de l’obtention des coordonnées 3D à partir des données 2D (radiographiques) nous avons fait appel aux techniques de *morphing* et aux techniques bayésiennes. Nous avons utilisé les techniques bayésiennes,

pour l'obtention d'un *atlas probabiliste* des proportions du bassin, c'est à dire des distributions de probabilité sur les relations entre les dimensions du bassin.



**Fig. 3:** Description générale du système d'obtention du modèle 3D du bassin à partir de données 2D et 3D partielles. À partir d'un ensemble de points 3D (échographies) et des points 2D (radiographie), le modèle bayésien utilise l'atlas probabiliste et infère l'atlas du patient. Cet ensemble, un nuage de points 3D, est ensuite utilisé pour réaliser la déformation d'un maillage du bassin initial. Le bassin déformé représente le modèle 3D du bassin du patient.

## Organisation du document

La première partie de ce document décrit le contexte applicatif de cette thèse. D'abord les caractéristiques anatomiques et géométriques du bassin et du fémur sont décrites. Puis, nous traitons les sujets liés à la prothèse totale de la hanche (PTH). Nous abordons ensuite le problème de l'acquisition et de l'exploitation des images médicales en vue de l'obtention d'un modèle 3D du bassin du patient. Finalement, nous décrivons les problèmes liés au traitement de la dysplasie (déformation de la hanche).

Dans la deuxième partie, nous présentons l'analyse de l'état de l'art des principaux systèmes informatiques existants pour l'assistance à la chirurgie de la PTH, ainsi que les modèles de bassin existants. Les systèmes ont été classifiés par ce sur quoi ils sont basés : TDM (Tomodensitométrie), IRM (Images par Résonance Magnétique) ou Scanner, et images radiographiques. Les avantages et inconvénients de



ces systèmes sont discutés. Nous présentons aussi l'état de l'art des méthodes pour l'obtention de modèles du bassin, les paramètres proposés par plusieurs auteurs et les résultats obtenus. Nous décrivons les possibilités d'exploitation de ces méthodes dans la construction du modèle 3D du bassin.

La troisième partie du manuscrit présente la méthodologie suivie pour l'obtention d'un modèle 3D du bassin à partir de données radiographiques et échographiques. Nous présentons d'abord une sélection de caractéristiques exploitables du bassin et du fémur issues de notre recherche dans la littérature. Puis, nous présentons la méthodologie que nous avons suivie pour l'obtention du modèle 3D d'un bassin humain par l'utilisation d'un atlas probabiliste et un modèle bayésien. Cette méthodologie est divisée en trois étapes : obtention de l'information du patient, obtention d'un atlas probabiliste et d'un modèle géométrique probabiliste et méthode de déformation d'un maillage.

Dans la quatrième partie du document nous présentons les expérimentations et résultats obtenus lors de la modélisation du bassin.

Finalement la dernière partie de ce document, correspond aux conclusions et perspectives de ce travail.



## Deuxième partie

### Contexte applicatif de la thèse



# Chapitre 1

## Anatomie

Dans ce chapitre nous décrivons les caractéristiques anatomiques et géométriques du bassin et du fémur. Nous présentons aussi leurs mouvements, leurs ligaments ainsi que le processus de croissance du bassin. Tous ces aspects seront présentés après les définitions cliniques nécessaires à la compréhension de ce chapitre.

### 1.1 Définitions

#### 1.1.1 Hanche, bassin ou pelvis

Nous présentons ici les définitions de la hanche, du bassin et du pelvis.

La **hanche** est l'articulation du fémur avec l'os iliaque.

Le **bassin** est la ceinture osseuse fermée à la base du tronc par le sacrum, le coccyx et les deux os iliaques. La cavité circonscrite par cette ceinture est composée en haut par le *grand bassin*, faisant partie de l'abdomen, et, en bas, par le *petit bassin* ou *pelvis*.

Le **pelvis** est la partie inférieure du bassin. Elle est aussi appelée *petit bassin* [9].

#### 1.1.2 La position de référence

La position de référence est dite la position **anatomique**, elle correspond au corps humain, vivant, en position debout, les membres supérieurs le long du corps, paumes en avant, le regard droit et horizontal.

### 1.1.3 Les plans anatomiques

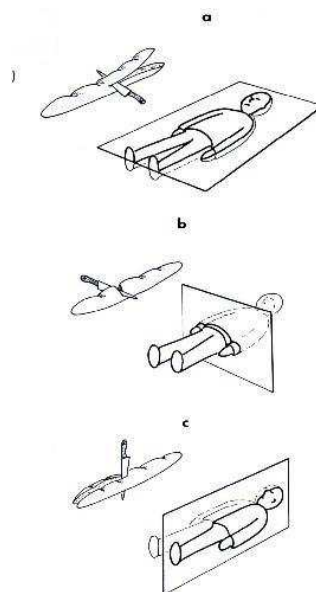
Les plans anatomiques se réfèrent aux plans par rapport au corps, quelle que soit sa position dans l'espace (Fig. 1.1).

**Le plan frontal** sépare le corps en parties antérieure et postérieure.

**Le plan transversal** sépare le corps en parties supérieure et inférieure.

**Le plan sagittal** sépare le corps en parties droite et gauche.

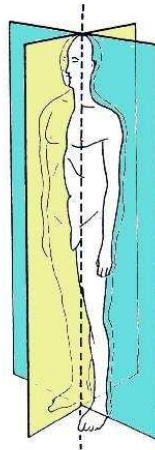
De cette façon tout plan parallèle au plan d'origine frontal est dit frontal, tout plan parallèle au plan d'origine transversal est dit transversal et tout plan parallèle au plan d'origine sagittal est dit plan sagittal.



**Fig. 1.1:** Les trois plans anatomiques, frontal (a), transversal (b), sagittal(c).

### 1.1.4 Les axes de référence

L'axe du corps est défini comme l'intersection des plans sagittal et frontal d'origine (Fig. 1.2) et forme une verticale qui passe par le centre du corps [8] cette verticale est appelée *l'axe longitudinale*. L'intersection des plans frontal et transversal forment *l'axe coronal*.



**Fig. 1.2:** *L'axe anatomique du corps ou axe longitudinal.*

### 1.1.5 Les orientations anatomiques

Concernant les orientations, les termes associés aux différentes désignations sont (Fig. 1.3) :

Terme	Désignation	Synonyme
Supérieur	Haut	Crânial
Inférieur	Bas	Caudal
Antérieur	Avant	Ventral
Postérieur	Arrière	Dorsal
Médiale	Vers l'axe du corps	Interne
Latéral	Du côté opposé à l'axe du corps	Externe
Externe	Superficiel	
Profond	Profond	Interne

Dans les paragraphes suivants nous décrivons les caractéristiques anatomiques et géométriques du bassin et du fémur. Principalement ceux qui correspondent à la région de l'articulation coxo-fémorale. Cette région correspond à la zone d'implantation de la PTH.

## 1.2 La hanche

La hanche est l'articulation du membre inférieur, située à sa racine (Fig. 1.4). Elle a pour fonction d'orienter les corps dans toutes les directions de l'espace ; elle possède trois axes et trois degrés de liberté [?]. Les mouvements de la hanche sont

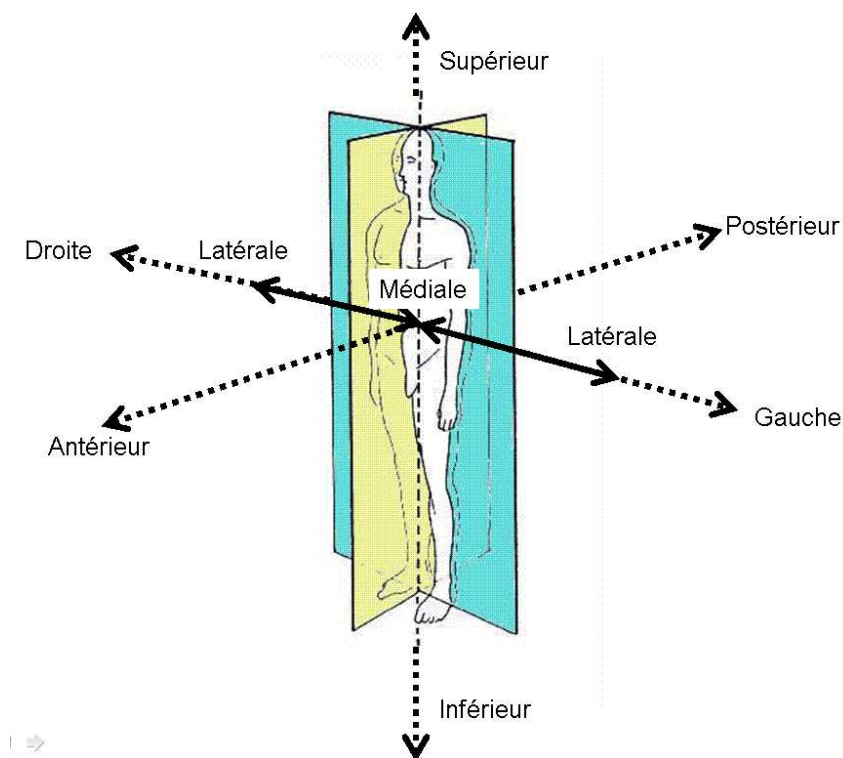


Fig. 1.3: *Les orientations du corps.*

réalisés par une seule articulation qui est l'articulation coxo-fémorale. Le point où se croisent les trois axes de mouvement de l'articulation coxo-fémorale correspond au **centre de la hanche** (Fig. 1.5).

L'os coxal (Fig. 1.6) est un os plat, pair et non symétrique. C'est un os pair parce qu'il y a deux os coxaux pour former le squelette de la ceinture pelvienne. Cet os est articulé en arrière avec le sacrum, en avant avec l'os coxal controlatéral et latéralement avec le fémur.

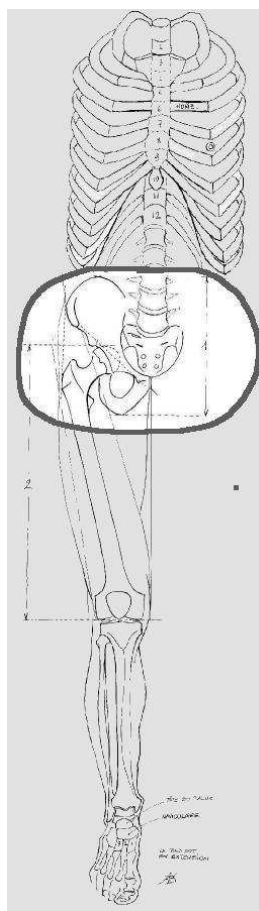
L'os coxal, possède 2 faces : externe et interne (Fig. 1.7) ; 4 bords : antérieur, postérieur, supérieur et inférieur ; et 4 angles : antéro-supérieur, postéro-supérieur, antéro-inférieur et postéro-inférieur (Fig. 1.8).

Nous allons décrire principalement les caractéristiques de la face externe car c'est l'endroit d'insertion de la PTH.

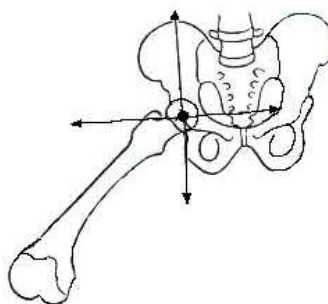
### 1.2.1 Face externe

La face externe (Fig. 1.7b) de l'os coxal comprend trois parties distinctes : la partie supérieure, la moyenne et l'inférieure. La surface articulaire de la hanche qui



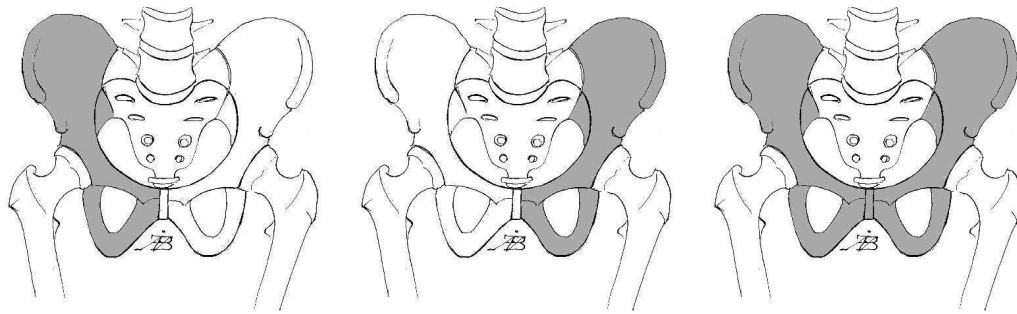


**Fig. 1.4:** *La hanche : articulation proximale du membre inférieur.*

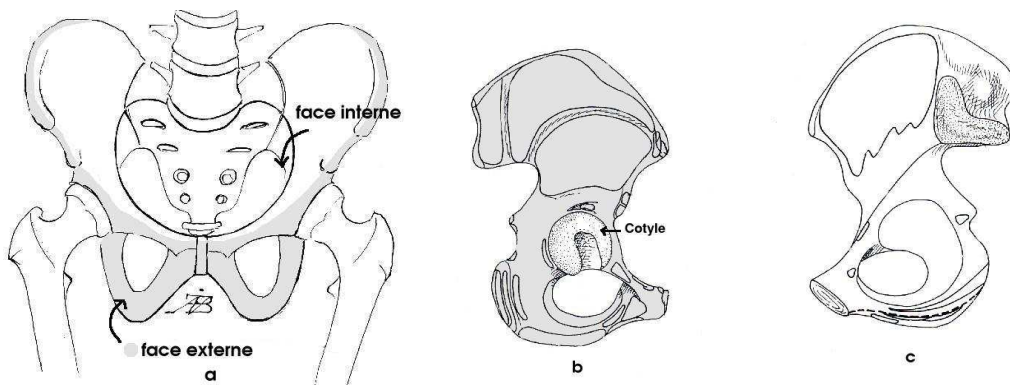


**Fig. 1.5:** *Le centre de la hanche est le point où se croisent les trois axes de mouvement de l'articulation coxo-fémorale.*

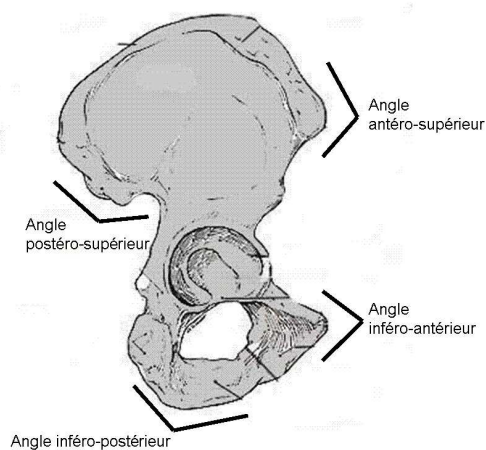
touche le fémur est le cotyle et elle se trouve dans la partie moyenne de l'os coxal.



**Fig. 1.6:** Les os coxaux droit et gauche montrés en gris (vue antérieure), qui forment le squelette de la ceinture pelvienne et qui s'articulent avec le sacrum et le fémur correspondant.



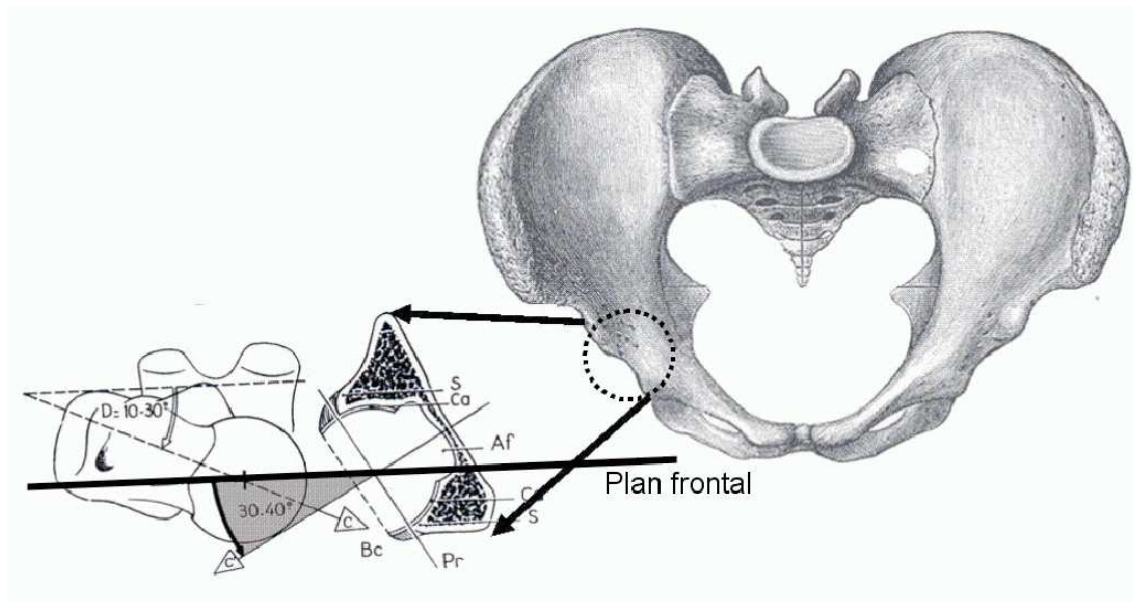
**Fig. 1.7:** Vue antérieure de l'os coxal (a). Vue de profil de l'os coxal, vue de la face externe (b) et vue de la face interne (c).



**Fig. 1.8:** Les angles de l'os coxal : antéro-supérieur, postéro-supérieur, antéro-inférieur et postéro-inférieur.

### 1.2.1.1 Le cotyle

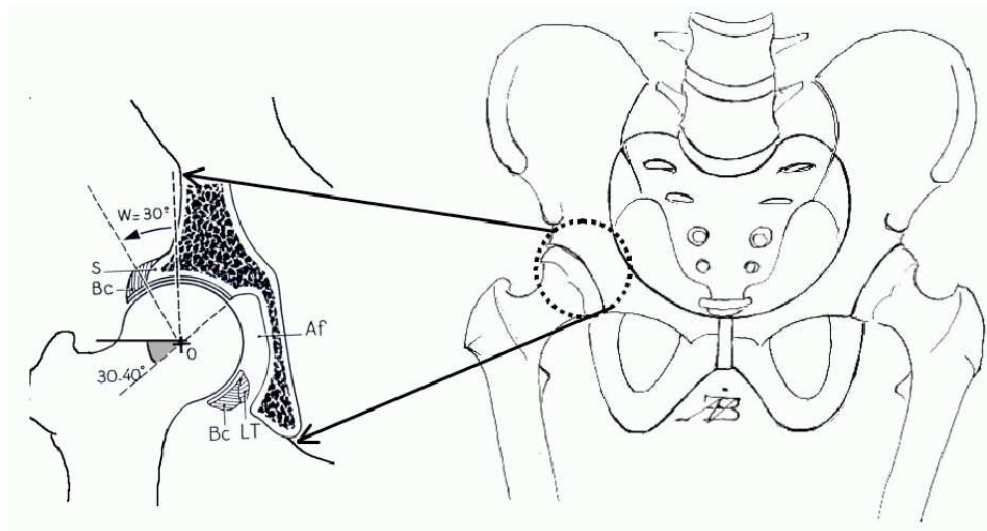
Le cotyle est une excavation profonde sphéroïde ; il s'articule avec la tête fémorale. Il est orienté vers l'avant et vers le bas. L'orientation vers l'avant est bien visible sur une coupe transversale (Fig. 1.9). L'axe du cotyle forme un angle de 30° à 40° avec un plan frontal. L'orientation vers le bas est bien visible sur une coupe frontale (Fig. 1.10). L'axe du cotyle forme un angle de 30° à 40° avec un plan transversal. Ceci implique que la partie supérieure du cotyle déborde la tête en dehors ; ce débord est mesuré par l'angle de recouvrement W, qui normalement, est de 30°.



**Fig. 1.9:** *Vue supérieure du cotyle et du fémur. Sourcil cotyloïdien (S), Croissante articulaire (Ca), Arrière fond du cotyle (Af), Plan tangent au sourcil cotyloïdien (Pr), Bourrelet cotyloïdien (Bc), Axe du cotyle (C'), Axe du col fémoral (C), Angle d'antéversion fémoral (D).*

### 1.2.2 Face interne

La face interne (Fig. 1.7c) présente deux parties : le grand bassin, au-dessus de l'os coxal et le petit bassin, en dessous de l'os coxal. La ligne de démarcation est celle qui forme la partie moyenne.



**Fig. 1.10:** Vue antérieure du cotyle et du fémur. Sourcil cotyloïdien (S), Bourrelet cotyloïdien (Bc), Arrière fond du cotyle (Af), Centre de la tête fémorale (O).

## 1.3 Le fémur

Le fémur forme le squelette de la cuisse. Il s'agit d'un os long, pair et non symétrique. Le fémur est articulé avec l'os coxal en haut, la rotule et le tibia en bas. L'os est partagé inégalement entre ces deux articulations. Le fémur est divisé en trois régions : une diaphyse et deux épiphyses, proximale et distale (Fig. 1.11).

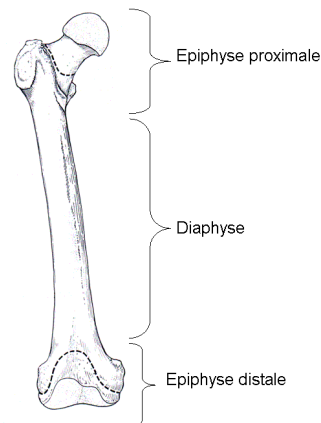
Nous nous intéressons principalement aux caractéristiques de l'articulation coxo-fémorale.

### 1.3.1 Diaphyse

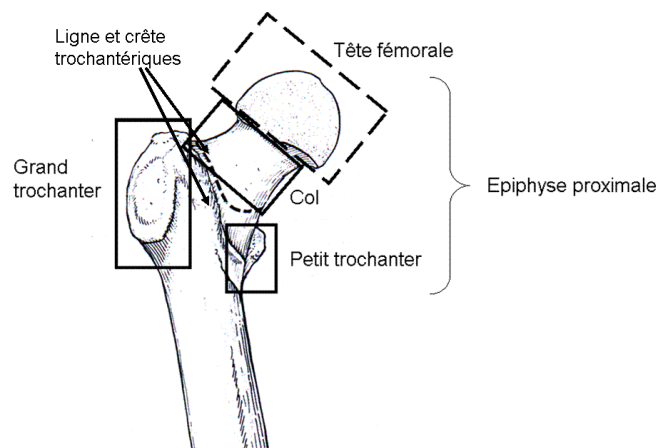
La diaphyse (Fig. 1.11) est une région prismatique triangulaire, incurvée en avant et possède trois faces (antérieure, postéro-latérale et postéro-médiale) et trois bords (latéral, médial et postérieur). La diaphyse est la partie la plus longue du fémur et elle relie les extrémités de l'os.

### 1.3.2 Épiphyse proximale

L'épiphyse proximale (Fig. 1.12) est irrégulière, elle comprend : la tête fémorale, le col du fémur, le grand et le petit trochanter unis par la ligne et la crête trochantériques.



**Fig. 1.11:** *Le fémur est composé de trois parties. Les épiphyses proximale et distale et la diaphyse.*



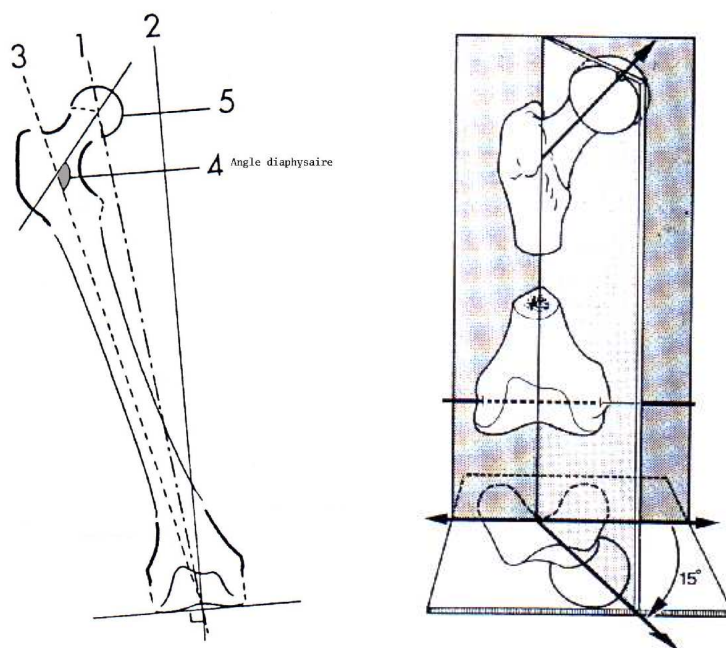
**Fig. 1.12:** *Les différents composantes de l'épiphyse proximale : la tête fémorale, le col du fémur, le grand et le petit trochanter. Ces quatre parties sont unies par la ligne et la crête trochantériques.*

### 1.3.2.1 Tête fémorale

La tête fémorale (Fig. 1.12) est une surface articulaire située dans la partie supéro-médiale, répondant à la surface demi-lunaire du cotyle, à son ligament transverse et au bourrelet cotyloïdien. Elle est de type sphéroïde et congruente. Sa forme représente les 2/3 d'une sphère de 4 à 5 cm. de diamètre.

### 1.3.2.2 Le col de la tête fémorale

Le col de la tête fémorale (Fig. 1.12) supporte la tête et la sépare des tubérosités. Il forme un angle sur le plan frontal avec la diaphyse qui est l'angle cervico-diaphysaire ou angle diaphysaire (Fig. 1.13), d'environ 123 à 137° [94], il se dirige vers l'avant, représentant un angle d'antéversion avec le plan frontal sur le plan transversal de 15° chez l'adulte.



**Fig. 1.13:** Angle diaphysaire et angle d'antéversion du fémur.

### 1.3.2.3 Grand trochanter

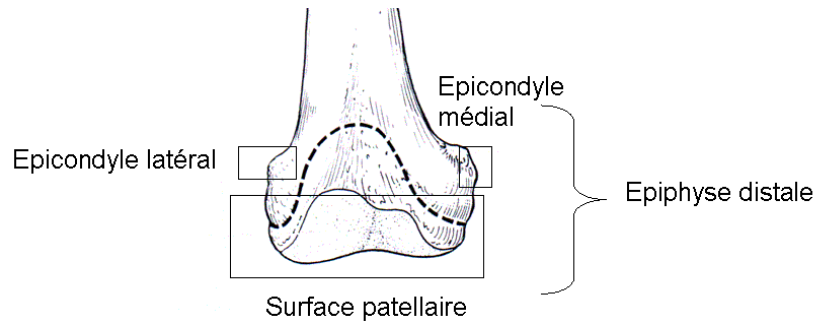
Le grand trochanter (Fig. 1.12) est une protubérance volumineuse, située à la partie supéro-latérale de l'extrémité supérieure, de forme grossièrement cubique. Il est composé de cinq faces : les faces supérieure, latérale, antérieure, médiale et postérieure.

### 1.3.2.4 Petit trochanter

Le petit trochanter (Fig. 1.12) est une protubérance nettement moins volumineuse que le grand trochanter, il est situé dans la concavité de l'angle cervico-diaphysaire et en retrait du plan frontal. Il a la forme d'une saillie conique.

### 1.3.3 Épiphyse distale

L'épiphyse distale (Fig. 1.14) est volumineuse et irrégulière, elle est plus étendue transversalement que l'épiphyse proximale. Sa face postérieure, saillante, est divisée par la fosse intercondyloire en deux condyles, médial et latéral. Le condyle médial, plus étroit que le latéral, est déjeté médialement par rapport à l'axe du fémur.



**Fig. 1.14:** *Les différentes composantes de l'épiphyse distale.*

## 1.4 Mouvements de la hanche

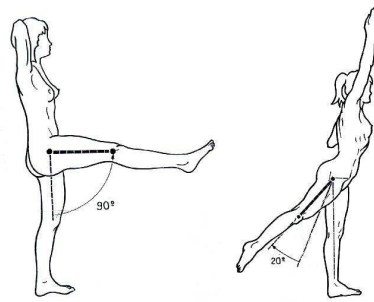
Dans ce paragraphe, nous analysons les différents mouvements de la hanche afin de faire apparaître les valeurs utilisées en pratique comme critères du bon positionnement d'une PTH.

### 1.4.1 Flexion

La flexion de la hanche (Fig. 1.15) est le mouvement qui porte la face antérieure de la cuisse à la rencontre du tronc. La cuisse et l'ensemble du membre inférieur se trouvent reportés en avant du plan frontal passant par l'articulation. Lorsque le genou est étendu la flexion n'est que de  $90^\circ$ , tandis que lorsque le genou est fléchi elle atteint ou dépasse  $120^\circ$ .

### 1.4.2 Extension

L'extension (Fig. 1.15) porte le membre inférieur en arrière du plan frontal. Lorsque le genou est étendu l'extension est de  $20^\circ$  ou plus, lorsqu'il est fléchi elle est de  $10^\circ$ .



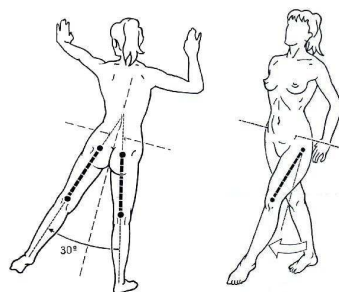
**Fig. 1.15:** *Mouvements de flexion (gauche) et d'extension (droite) de la hanche.*

### 1.4.3 Abduction

L'abduction (Fig. 1.16) porte le membre inférieur directement en dehors et l'éloigne du plan de symétrie du corps. Théoriquement, il est tout à fait possible d'effectuer un mouvement d'abduction au niveau d'une seule hanche, en pratique l'abduction d'une hanche s'accompagne automatiquement d'une abduction égale dans l'autre hanche. Ceci est net à partir de 30° d'amplitude pour laquelle on commence à apprécier une inclinaison du bassin.

### 1.4.4 Adduction

L'adduction (Fig. 1.16) porte le membre inférieur en dedans et le rapproche du plan de symétrie du corps, il n'existe pas de mouvement d'adduction pure. L'amplitude maximale de l'adduction est de 30°.

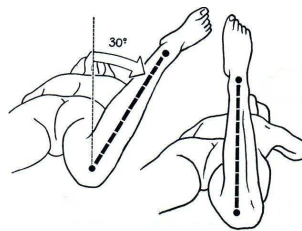


**Fig. 1.16:** *Mouvements d'abduction (gauche) et d'adduction (droite) de la hanche.*



### 1.4.5 Rotation

Les mouvements de rotation longitudinale de la hanche (Fig. 1.17) s'effectuent autour de l'axe mécanique du membre inférieur. En position de rectitude, cet axe est confondu avec l'axe vertical de l'union coxo-fémorale. Dans ce cas la rotation externe est le mouvement qui porte la pointe du pied en dehors, alors que la rotation interne porte la pointe du pied en dedans. L'amplitude totale de la rotation interne est de  $30^\circ$  à  $40^\circ$ . L'amplitude totale de la rotation externe est de  $60^\circ$ . L'amplitude des rotations dépend de l'angle d'antéversion du col fémoral.



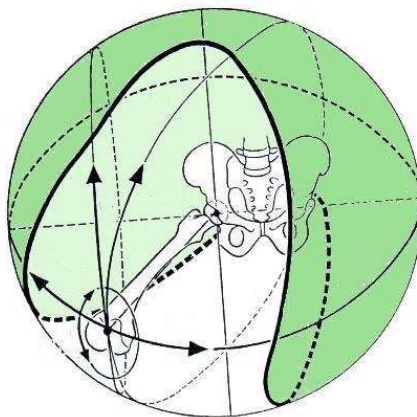
**Fig. 1.17:** *Mouvement de rotation de la hanche. La rotation externe est le mouvement qui porte la pointe du pied en dehors et la rotation interne porte la pointe du pied en dedans.*

### 1.4.6 Circumduction

Le mouvement de circumduction de la hanche (Fig. 1.18) se définit comme étant la combinaison des mouvements élémentaires simultanément autour des trois axes. Lorsque la circumduction est poussée jusqu'à son amplitude extrême, l'axe du membre inférieur décrit dans l'espace un cône dont le sommet est occupé par le centre de l'articulation coxo-fémorale : c'est le cône de circumduction.

## 1.5 Les ligaments

La hanche contient le ligament le plus puissant du corps humain : le ligament ilio-fémoral ou ligament de Bertin. Ce ligament a une résistance à la traction d'environ 350 kg. La hanche compte avec cinq autres ligaments, dont quatre sont extra-capsulaires et un est intra-capsulaire [6].



**Fig. 1.18:** *Espace décrit par le mouvement de circumduction de la hanche.*

### 1.5.1 Ligaments extracapsulaires

Les ligaments extracapsulaires (Fig. 1.19) sont le ligament annulaire de Weber ou zone orbiculaire, le ligament ilio-fémoral, le ligament ischio-fémoral et le ligament pubofémoral. Les trois derniers renforcent la capsule et empêchent les mouvements trop étendus. Le ligament annulaire encercle la partie la plus étroite du col du fémur. La tête du fémur s'insère dans le ligament annulaire, à côté du bourrelet cotyloïdien. Ce ligament sert de moyen supplémentaire pour maintenir le contact entre la tête et le cotyle.

### 1.5.2 Ligament intracapsulaire

Le ligament intracapsulaire est le ligament rond. Il a pour rôle de vasculariser la tête fémorale grâce à l'artère du ligament rond. Il s'étend de la fossette fémorale à l'arrière fond du cotyle en se divisant en trois faisceaux, un dans l'arrière fond, un de chaque côté de la partie articulaire du cotyle.

## 1.6 Croissance du bassin

Dans ce paragraphe nous faisons une description du processus de croissance naturelle du bassin. Nous nous intéressons à ce processus à fin de l'utiliser comme guidage de la méthode de déformation que nous présentons dans le chapitre 9. En

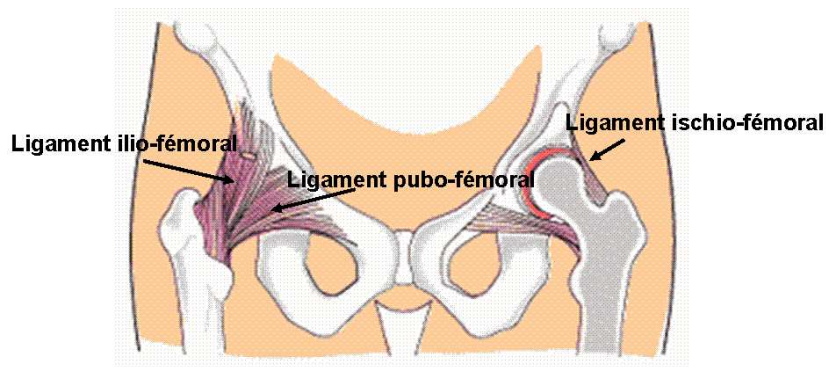


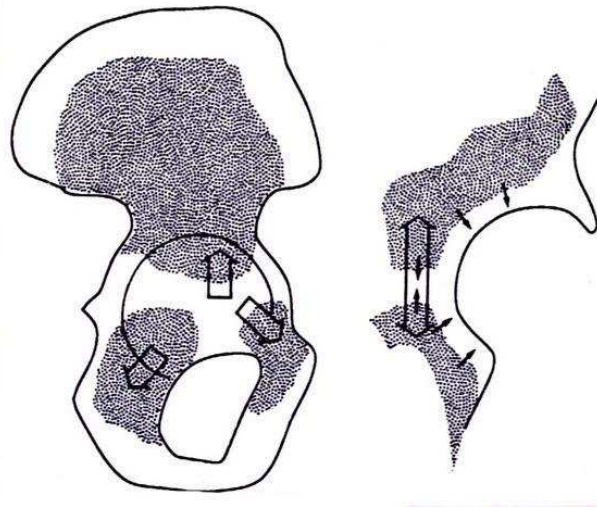
Fig. 1.19: *Ligaments de la hanche.*

effet, nous voulons que la déformation du maillage du bassin suive le processus de croissance naturelle pour obtenir un modèle plus proche de la réalité.

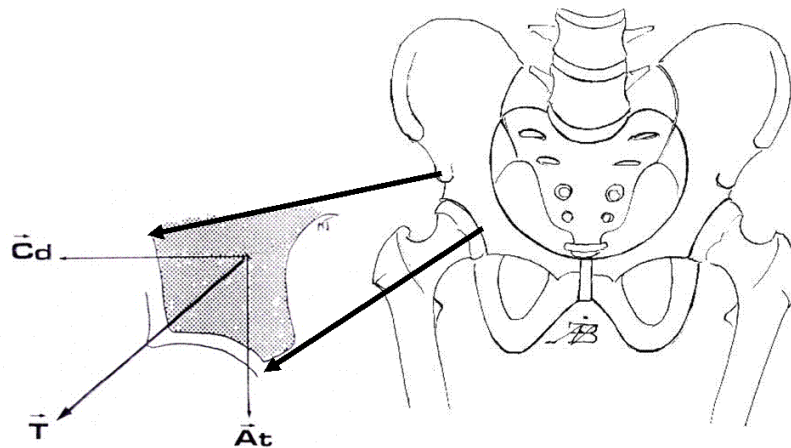
Le processus de croissance du bassin est lié au processus de croissance du fémur. La croissance du fémur proximal et le diamètre du cotyle sont responsables des changements de longueur, taille et forme du corps. À la naissance, le fémur proximal a une plaque de croissance qui est continue du côté médial au côté latéral de l'os et qui est partagé avec la tête fémorale, le col fémoral et le grand trochanter. La forme finale du fémur proximal est dépendante de la croissance du col et du grand trochanter. Le développement de la forme du cotyle est intéressant : le diamètre du cotyle doit augmenter pour s'adapter à la croissance de la tête fémorale. La façon dont le cotyle grossit vers le centre n'est pas évident. Le mécanisme de croissance du cartilage du cotyle est continu et il a une tendance à séparer les composants osseux du pelvis (Fig. 1.20). Il existe également l'addition du matériel à la surface cotyloïdienne grâce à la pression de la tête fémorale et à la loi de Hueter-Volkmann<sup>1</sup>. La combinaison des deux mécanismes produit un cotyle sphérique avec un diamètre plus grand [106].

Jacquemier et al. [44] soulignent que le développement du cotyle est le résultat du bon fonctionnement des structures de croissance. En regardant le développement dans le plan frontal, celui-ci se réalise vers le bas en s'éloignant du corps et peut être présenté par un vecteur ( $T$ ) (Fig. 1.21); il se décompose en une composante de croissance qui s'éloigne du corps ( $Cd$ ), et une composante d'abaissement du toit ( $At$ ). Ces deux composantes illustrent le mécanisme d'enrobage de la tête du fémur par le cotyle.

<sup>1</sup>La loi de Hueter-Volkmann est un concept orthopédique qui concerne la croissance de l'os.



**Fig. 1.20:** “Croissance du bassin. Le cotyle augmente son diamètre par trois mécanismes. Le premier est un mécanisme de croissance qui souligne le cartilage articulaire. La croissance est représentée par de petites flèches. Par lui même le diamètre cotyloïdienne va diminuer. Le deuxième mécanisme est localisé dans l’union de l’os et du cartilage et il a tendance à séparer les composantes osseuses du pelvis comme l’indique la flèche double. Le troisième mécanisme est la modification de la formation du cartilage osseux dans le cotyle par la pression et le mouvement de la tête fémorale, qui maintient la sphéricité de l’union” [106].



**Fig. 1.21:** Croissance du bassin. Le développement du toit du cotyle dans le plan frontal se réalise vers le bas en s’éloignant du corps et peut être présenté par un vecteur ( $T$ ) ; il se décompose en une composante de croissance qui s’éloigne du corps ( $Cd$ ), et une composante d’abaissement du toit ( $At$ ).

## 1.7 Conclusion et caractéristiques anatomiques importantes

Nous concluons que l'information des caractéristiques anatomiques et géométriques du bassin et du fémur trouvées dans la bibliographie de l'anatomie ne sont pas suffisantes pour construire un modèle du bassin. En effet, les valeurs des caractéristiques retrouvées ne donnent pas d'informations précises sur les variations entre races, âges ou sexe et elles ne sont pas suffisantes pour décrire la structure du bassin.

Nous présentons dans ce paragraphe les caractéristiques anatomiques et géométriques les plus importantes de la hanche et du fémur que nous avons trouvées dans la bibliographie.

La hanche est l'articulation du membre inférieur ayant pour fonction d'orienter le corps dans toutes les directions. Les mouvements de la hanche sont réalisés par l'articulation coxo-fémorale dont le cotyle nous intéresse principalement. Le cotyle est une excavation profonde sphéroïde qui s'articule avec la tête fémorale. Ses principales caractéristiques géométriques sont : son angle d'antéversion et son angle d'inclinaison. L'angle d'antéversion est l'angle qu'il forme avec le plan frontal sur un plan transversal qui est de 30 à 40°. L'angle d'inclinaison est l'angle qu'il forme avec le plan transversal sur un plan frontal qui est de 30 à 40°. La partie supérieure du cotyle déborde la tête en dehors, selon un angle de recouvrement qui normalement est de 30°. Le fémur est articulé avec l'os coxal, en haut, la rotule et le tibia en bas. La tête du fémur est une surface articulaire située dans la partie supéro-médiale, répondant à la surface demi-lunaire du cotyle. Elle est de type sphéroïde et congruente. Sa forme représente les 2/3 d'une sphère de 4 à 5 cm. de diamètre. Les principales caractéristiques géométriques du fémur sont l'angle cervico-diaphysaire et l'angle d'antéversion. L'angle cervico-diaphysaire est l'angle qui forme le col de la tête fémorale avec la diaphyse sur le plan frontal, il est d'environ 123 à 137°. L'angle d'antéversion est l'angle qui forme le col fémoral avec le plan frontal sur un plan transversal, il est de 15° chez l'adulte.



# Chapitre 2

## Prothèse totale de la hanche

Dans ce chapitre nous présentons divers sujets liés à la prothèse totale de la hanche (PTH) : définition, étape préopératoire, étape peropératoire, étape postopératoire, critères de positionnement, conception et complications.

### 2.1 Définition

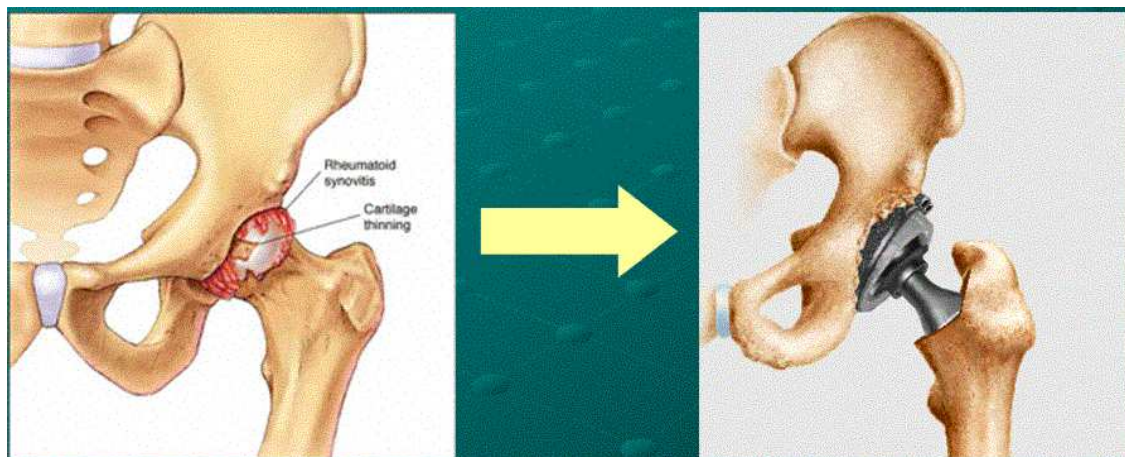
La PTH consiste à remplacer l'articulation coxo-fémorale endommagée par deux surfaces articulaires artificielles (Fig. 2.1). La cupule, qui est la prothèse cotyloïdienne sur la hanche et la tige qui est la prothèse fémorale (Fig. 2.2). Trois étapes sont identifiées dans ce processus :

- préopératoire ;
- peropératoire ;
- postopératoire.

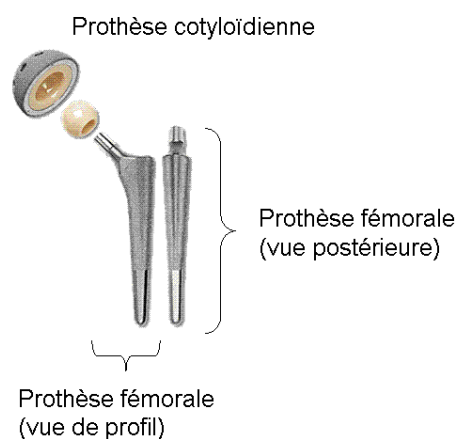
### 2.2 Étape préopératoire

L'étape préopératoire permet de **sélectionner le type de prothèse** qui convient le mieux au patient et de **planifier son positionnement** optimal.

De manière standard l'étude préopératoire est réalisée à partir d'une radiographie antéro-postérieure (Fig. 2.3) du bassin du patient. Elle permet de choisir la taille de la prothèse du cotyle et la pièce fémorale adaptée. Cette sélection se fait en superposant sur la radiographie des calques qui contiennent les prothèses selon leur différentes tailles et formes (Fig. 2.4).



**Fig. 2.1:** PTH : Remplacement de l'articulation coxo-fémorale endommagée par deux surfaces articulaires artificielles.



**Fig. 2.2:** Prothèse totale de la hanche. La cupule, qui est la prothèse cotyloïdienne sur le pelvis et la tige qui est la prothèse fémorale.

### 2.2.1 Types de prothèses

Le choix de la prothèse est fait en fonction des caractéristiques du patient. Ces caractéristiques comprennent par exemple : sa morphologie, son activité et son âge. Elles influent alors dans le type de la prothèse (Fig. 2.5) : matériel, forme, taille, couple de frottement et méthode de fixation.

- *Le choix du matériel* est lié à la biocompatibilité, la résistance à la corrosion et aux fractures ;
- *Les formes et tailles* sont déterminées par les prothèses. Ces prothèses peuvent être modulaires, c'est-à-dire qu'elles comportent plusieurs segments. Ces seg-





Fig. 2.3: Radiographie antéro-postérieure du bassin.

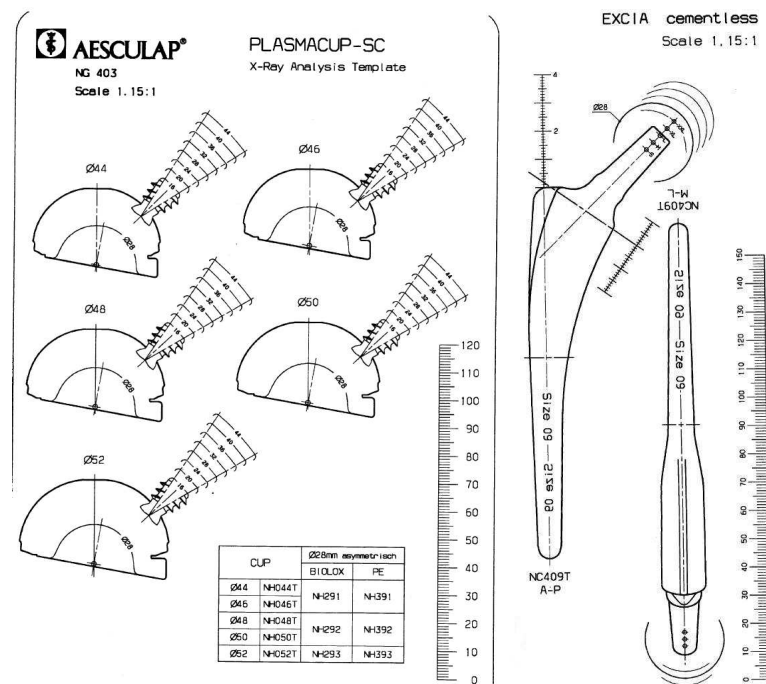


Fig. 2.4: Calques contenant les différentes tailles et formes des prothèses cotyloïdienne (gauche) et fémorale (droite). Elles sont superposées sur la radiographie antéro-postérieure du patient pour ainsi sélectionner celle qui convient le mieux.

ments de taille variable s'emboîtent les uns sur les autres pour former un implant définitif;

- *Le couple de frottement* assure le bon fonctionnement de l'articulation artificielle. Ce couple est confirmé par la tête fémorale et le cotyle prothétique ;

- La méthode de fixation de la prothèse peut varier : elle peut être cimentée, non cimentée ou hybride ;



**Fig. 2.5:** Trois différents types de prothèses. La différence entre ces prothèses n'est pas seulement dans la forme mais aussi dans le matériel, la taille, le couple de frottement et la méthode de fixation.

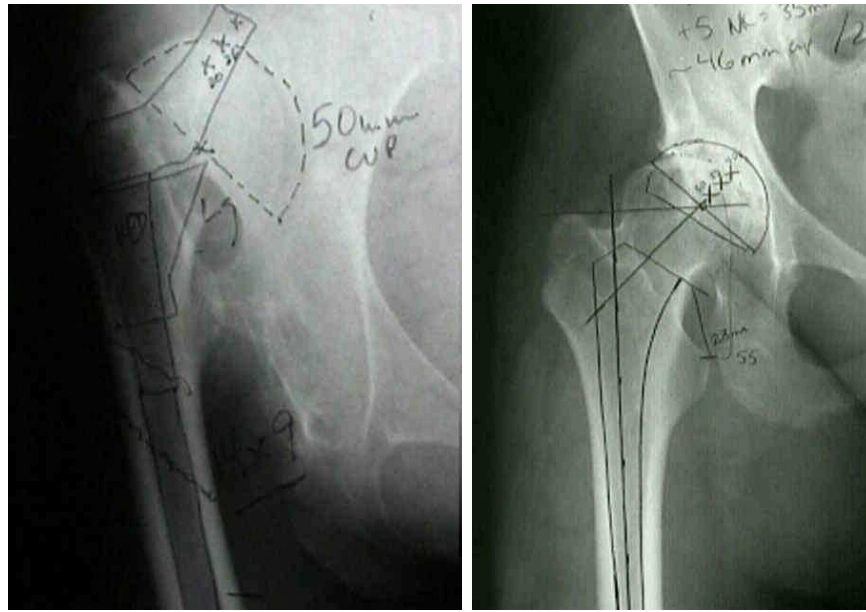
Ainsi, quand le chirurgien a sélectionné le type de prothèse, il planifie son positionnement optimal sur la radiographie (Fig. 2.6) dans le cas d'une planification préopératoire conventionnelle. Par positionnement optimal on entend celui qui permet de retrouver, dans la mesure du possible, les fonctions de mobilité du patient. Le positionnement de la prothèse sera traité en détail dans la section 2.5. Les chirurgiens utilisent aussi la télémétrie de façon occasionnelle ou systématique (suivant leurs habitudes) pour analyser les différences de longueur des membres. Les images de résonance magnétique (IRM) sont uniquement utilisées quand la géométrie du cotyle et/ou du fémur présente une variation anatomique ou notamment chez les sujets jeunes.

## 2.3 Étape peropératoire

Dans l'étape peropératoire, le chirurgien réalise **l'implantation des prothèses**, ce processus se fait en plusieurs temps :

- abord chirurgical ;
- luxation de l'articulation ;
- préparation de la cavité cotyloïdienne ;
- implantation de la prothèse cotyloïdienne ;
- préparation de la cavité fémorale ;
- implantation de la prothèse fémorale ;
- suture.

La technique d'implantation peropératoire permet d'améliorer la qualité de reconstruction de l'articulation et de mieux retrouver l'équilibre de la musculature

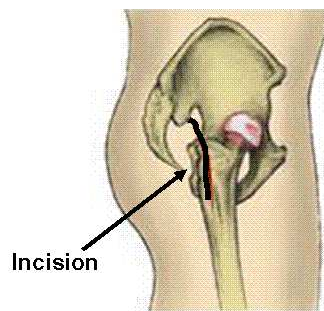


**Fig. 2.6:** *Étude préopératoire radiographique. Sélection du type de prothèse et planification de son positionnement.*

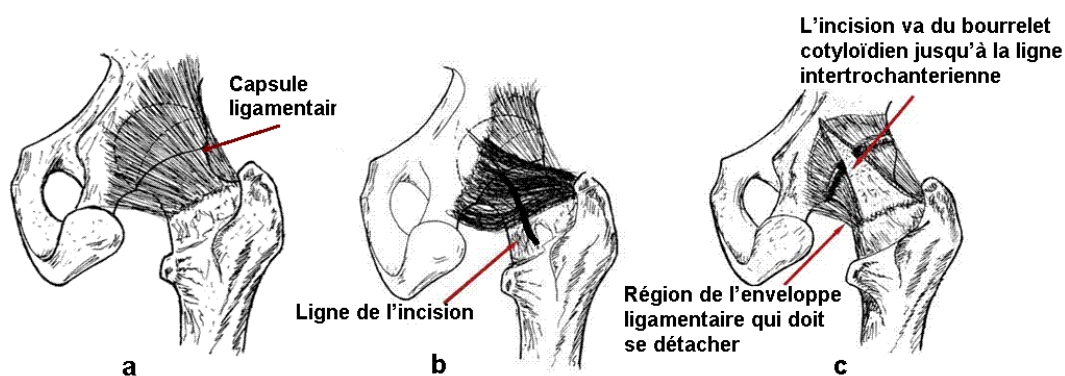
périarticulaire.

### 2.3.1 La voie d'abord

Pendant la chirurgie, le médecin réalise d'abord l'incision (Fig. 2.7) de la hanche. Puis, il sépare les ligaments et les muscles pour avoir accès aux os de l'articulation. La voie d'abord permet d'atteindre l'articulation entre les divers éléments qui la constituent et à travers les interstices musculaires (Fig. 2.8). Il faut remarquer que la hanche est une articulation entourée d'éléments musculaires et vaso-nerveux [11] et que par conséquent il est très important de minimiser les dégâts anatomiques. Il existe différentes voies d'abord : des abords antérieurs, des abords externes, des abords antéro-externes ou postéro-externes et des abords postérieurs (pour une description plus détaillée des voies d'abord voir [11]). Certainement, la voie d'abord modifie inévitablement la structure de la capsule ligamentaire. Les complications dues aux voies d'abord sont essentiellement les traumatismes artério-veineux, les lésions nerveuses, les pertes sanguines et les luxations. Les traumatismes artéro-veineux sont parfois une source de séquelles fonctionnelles du membre opéré, leur fréquence varie de 0,15% à 0,67% des interventions [11].



**Fig. 2.7:** Vue extérieure de la voie d'abord chirurgicale de la hanche (ligne en noir).



**Fig. 2.8:** Voie d'abord postérieure : capsule ligamentaire en phase postérieure (a), la capsule ligamentaire, le ligament ischio-fémoral et le tracé de l'incision (le ligament ischio-fémoral croise obliquement le col fémoral) (b), incision capsulaire (c).

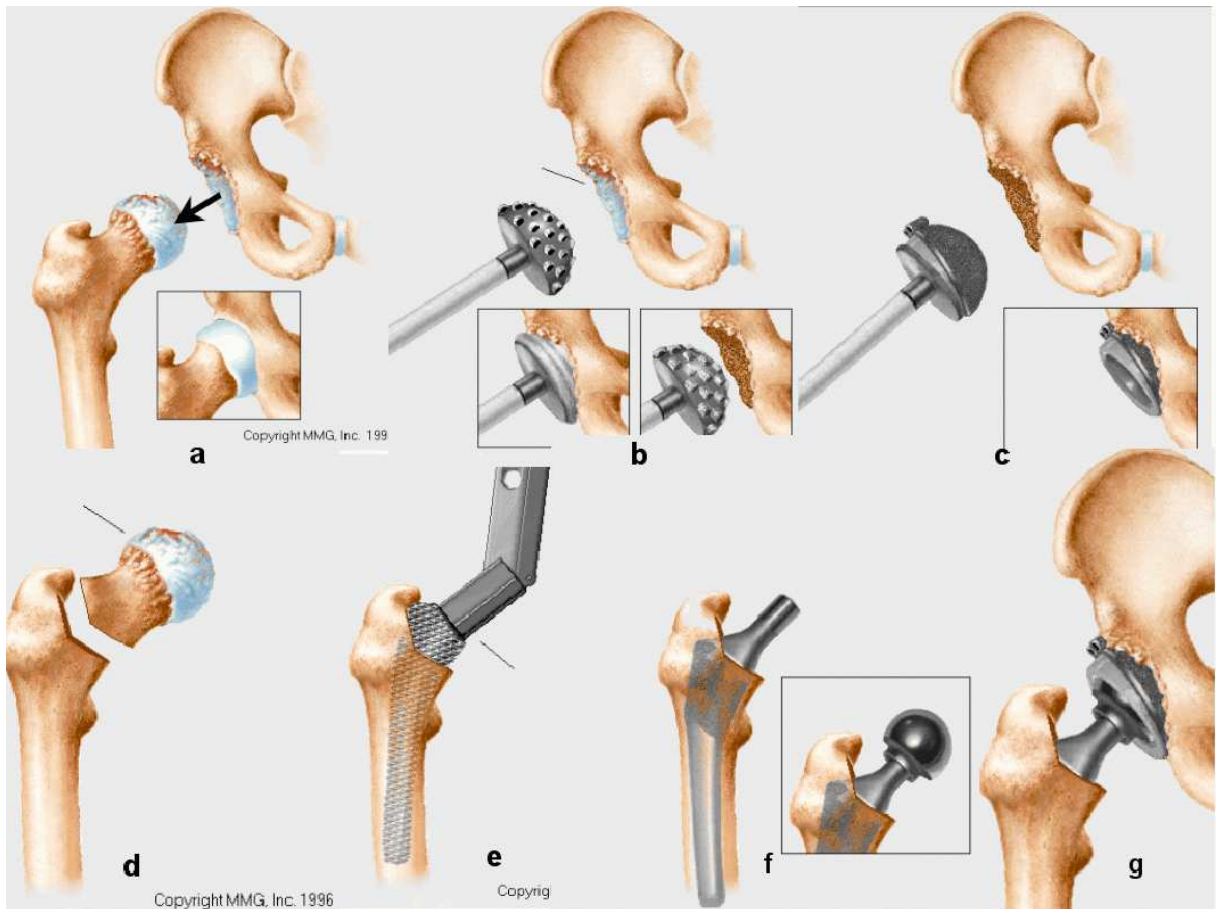
### 2.3.2 Luxation de l'articulation

Après avoir atteint l'articulation, le médecin doit réaliser la luxation de la hanche qui consiste à séparer le cotyle et la tête fémorale (Fig. 2.9a).

### 2.3.3 Préparation de la cavité cotyloïdienne

La préparation de la cavité cotyloïdienne consiste à réaliser le fraisage de la cavité pour l'adapter à la taille de la prothèse, pour obtenir le positionnement planifié de la prothèse et permettre une bonne accroche osseuse (Fig. 2.9b) (l'accroche osseuse est traitée plus en détail dans le paragraphe 2.5.2).

Le problème principal du processus peropératoire commence essentiellement à partir de cette étape et il consiste à réaliser correctement le positionnement planifié. En effet, les positions du pelvis du patient sur la table chirurgicale et des outils



**Fig. 2.9:** Phases de l'étape peropératoire de la PTH : luxation de l'articulation (a), fraisage de la cavité cotyloïdienne (b), insertion de la prothèse cotyloïdienne (c), extraction de la tête fémorale (d), élargissement du fût fémoral (e), implantation de la prothèse fémorale (f) et assemblage des prothèses (g).

chirurgicaux sont difficiles à connaître, ce qui complique la tâche du médecin pendant la chirurgie. Les outils chirurgicaux traditionnels incluent des guides mécaniques utilisés pour aligner la prothèse cotyloïdienne par rapport aux axes longitudinal et coronal du patient. Ces outils supposent que l'orientation du tronc et du pelvis du patient sont alignés avec la table chirurgicale. Ils ne prennent pas en compte les variations anatomiques du patient, ni les variations de la position du pelvis pendant la chirurgie. En plus, le médecin doit gérer l'appui et l'alignement des outils pendant le fraisage. L'utilisation de ce type d'outils pour le positionnement de la prothèse conduit à des variations entre la position planifiée et la position de la prothèse implantée. Ces variations génèrent des problèmes comme la collision des prothèses, ou encore l'obtention d'une amplitude de mouvement de la hanche en dehors des valeurs normales ce qui conduit à terme à la dislocation des prothèses.

### 2.3.4 Implantation de la prothèse cotyloïdienne

À la suite du fraisage de la cavité cotyloïdienne, le médecin insère la prothèse dans la cavité (Fig. 2.9c). Dans le cas d'une prothèse non cimentée la cupule est juste mise en place et parfois vissée à l'os. Pour une prothèse cimentée, du ciment est utilisé pour coller la prothèse à l'os.

### 2.3.5 Préparation de la cavité fémorale

La préparation de la cavité fémorale se réalise par l'ostéotomie<sup>1</sup> du col fémoral, l'extraction de la tête fémorale (Fig. 2.9d) et l'élargissement du fût fémoral (Fig. 2.9e). Semblablement à la préparation de la cavité cotyloïdienne, la préparation de la cavité fémorale est réalisée avec les guides mécaniques fournis par les fabricants de prothèses.

### 2.3.6 Implantation de la prothèse fémorale

Après avoir préparé la cavité fémorale la tige est insérée dans le canal du fémur. Similairement à la prothèse cotyloïdienne et pour une prothèse non cimentée, la prothèse est juste mise en place dans l'os. Pour une prothèse cimentée, le canal du fémur est plus large que la tige de la prothèse et le ciment est utilisé pour fixer la prothèse à l'os. Une fois la tige mise en place, la tête de la prothèse qui remplace la tête fémorale est attachée à la tige (Fig. 2.9f).

### 2.3.7 Suture

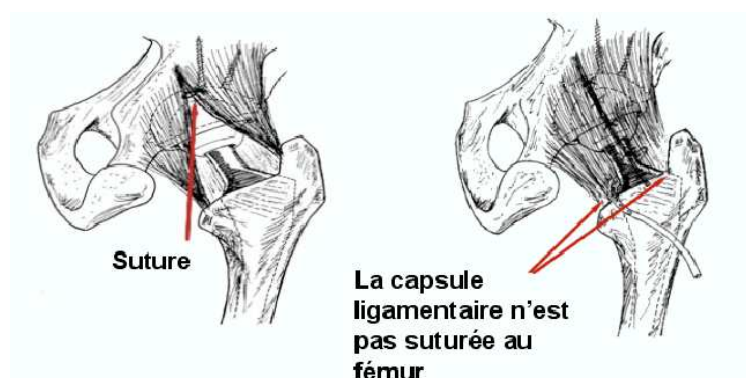
Après l'implantation des prothèses et son assemblage (Fig. 2.9g), l'incision est fermée mais la partie détachée de la capsule ligamentaire n'est pas suturée au fémur (Fig. 2.10). Cet aspect est considéré aussi dans la problématique de reconstruction de la hanche, spécialement dans le centrage ligamentaire.

Lattanzi et al. [55] ont évalué l'exactitude du positionnement de prothèses avec des outils peropératoires conventionnels. Ils ont trouvé des variations entre le positionnement planifié et le positionnement obtenu inférieurs à 5mm de position et inférieurs à 5° pour l'orientation de la prothèse fémorale, et inférieurs à 8mm pour la position et 10° pour l'orientation de la prothèse cotyloïdienne. Selon Hassan [37]

---

<sup>1</sup>Ostéotomie : section complète d'un os, effectué dans le but d'en modifier la direction, la longueur ou la position.





**Fig. 2.10:** *Suture de l'incision chirurgicale. Les parties détachées de la capsule ligamentaire pour l'abord chirurgicale ne sont pas suturées au fémur.*

plus du 42% des cas de la PTH avec des outils conventionnels sont en dehors de la “zone sûre” de Lewinnek [57] ; ceci inclut les interventions réalisées par des chirurgiens expérimentés. À ce jour, les processus préopératoire et peropératoire commencent à être guidés par des systèmes informatiques basés sur des images médicales TDM/IRM qui permettent aux médecins d’avoir une idée plus précise de la morphologie et position du pelvis du patient et des outils chirurgicaux grâce à l’utilisation de diodes infrarouges détectées par des caméras optiques (une description détaillée des caractéristiques de ces systèmes informatiques se trouve dans le chapitre 3).

## 2.4 Étape postopératoire

Finalement, dans l’étape postopératoire **on détermine la qualité de la chirurgie effectuée** en évaluant, entre autre, le positionnement final de la prothèse. Le positionnement de la prothèse est évalué par l’étude de radiographies antéro-postérieure postopératoires (Fig. 2.11) du patient dont on mesure le positionnement de la prothèse cotyloïdienne. Des méthodes de mesure du positionnement de la prothèse à partir d’une radiographie se trouvent dans les références suivantes : [26, 14, 34, 128, 54].

D’autres évaluations consistent en une série de tests et questionnaires réalisés du point de vue du patient et du médecin. Ces tests incluent [11] :

- Le test IADL (*Instrumental Activities of Daily Living*) de Lawton qui est une échelle d’activités quotidiennes dites instrumentales mesurant les possibilités du patient à accomplir seul ces activités à son domicile.
- Le test ADL (*Activity of daily living*) qui est une échelle de 6 activités spéci-

fiques de la vie quotidienne.

- Le test de Harris rempli par le médecin qui permet d'évaluer l'efficacité du soin du point de vue de la ré-éducation.
- L'indice de Karnofsky qui est un indicateur de santé très utilisé et qui est fixé par le médecin.
- Le test d'échelle visuelle analogique (EVA) pour la mesure de la douleur.
- Les indices pour la mesure de la gêne fonctionnelle, les indices algofonctionnelles et WOMAC.
- Les tests d'évaluation du handicap, EVA et MACTAR.



**Fig. 2.11:** Radiographie postopératoire du bassin pour la validation de positionnement.

## 2.5 Positionnement de prothèses

Le positionnement de la prothèse doit suivre différents critères comme : **l'orientation des implants**, **l'accroche osseuse**, **l'amplitude de mouvement**, **la collision des implants** et **le centrage ligamentaire**.

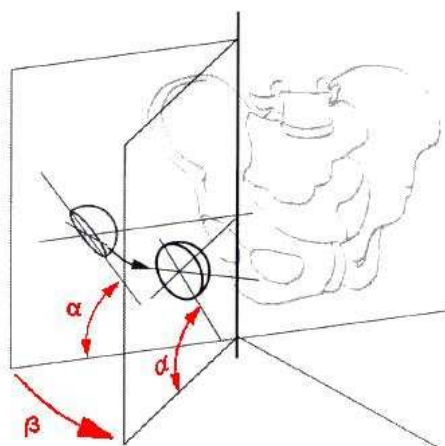
### 2.5.1 Orientation des implants

L'orientation de la PTH est basée sur la direction des implants prothétiques par rapport aux plans et axes anatomiques. L'orientation de la prothèse cotyloïdienne (Fig. 2.12) se base sur :

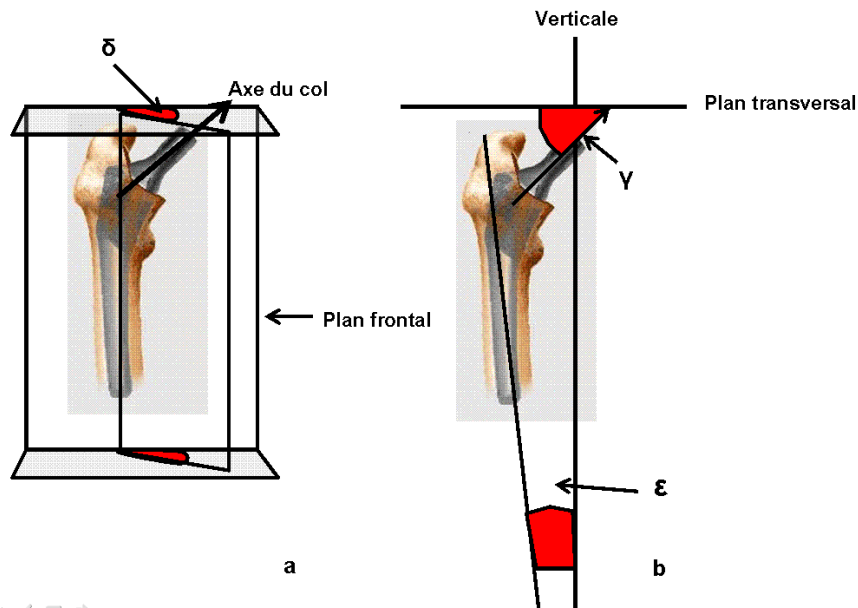


- l’angle d’inclinaison ( $\alpha$ ) qui se forme entre l’axe du cotyle et un plan transversal ;
  - et l’angle d’antéversion ( $\beta$ ) qui se forme entre l’axe du cotyle et un plan frontal.
- Pour la prothèse fémorale (Fig. 2.13) l’orientation se base sur :
- l’angle d’inclinaison ( $\gamma$ ) qui est l’angle formé entre l’axe du col de la prothèse et un plan transversal ;
  - l’angle d’antéversion ( $\delta$ ) qui se forme entre l’axe du col fémoral et un plan frontal ;
  - et finalement l’angle varus ( $\epsilon$ ) qui se forme entre l’axe de la diaphyse de la prothèse et l’axe fémoral.

L’orientation est essentielle pour la stabilité de la prothèse. Il existe différents travaux concernant l’orientation qui se basent généralement sur l’étude des paramètres “standards” : les angles d’inclinaison et d’antéversion de deux implants (cotyloïdien et fémoral) et l’angle de varus pour l’implant fémoral. Si les valeurs de positionnement sortent des limites des valeurs proposées, il existe un grand risque de dislocation de la prothèse. Plusieurs auteurs affirment que l’orientation de l’implant cotyloïdien a une grande importance dans le bon positionnement de la prothèse. Le Tableau 2.1 montre la synthèse de notre recherche sur les valeurs de positionnement de la PTH dans la littérature. Actuellement les valeurs d’orientation pour la prothèse cotyloïdienne les plus utilisées sont ceux de Lewinnek et al.[57]. Ils proposent un intervalle de  $45 \pm 10^\circ$  d’inclinaison et  $15 \pm 10^\circ$  d’antéversion. Selon Dorr et al. [27], 23% des dislocations sont dues à une mauvaise orientation des implants. Selon Lewinnek et al. [57] le pourcentage est supérieur à 33%. Dans un travail plus récent, Coventry a [23] établi ce pourcentage à 50%.



**Fig. 2.12:** Orientation de la prothèse cotyloïdienne. Angle d’inclinaison ( $\alpha$ ) et angle d’antéversion ( $\beta$ ).



**Fig. 2.13:** Orientation de la prothèse fémorale. Angle d'inclinaison ( $\gamma$ ), angle d'antéversion ( $\delta$ ) et angle de varus ( $\epsilon$ ).

### 2.5.2 Accroche osseuse

L'implantation de la prothèse doit chercher à obtenir le plus possible le contact avec l'os pour arriver à une intégration à long terme. Le but est d'avoir une interaction entre la prothèse et l'os proche à celle de l'union naturelle. L'implantation d'une prothèse cotyloïdienne entraîne une altération des contraintes internes mécaniques dans la région periacétabulaire d'une manière significative et très différente de celle de la hanche naturelle [82]. Donc, quand le processus de remodelisation commence, il est très important qu'il existe une intégration osseuse et une charge du cotyle normales pour une bonne reconstruction de la hanche. Dans le cas contraire, la prothèse génère une érosion déclenchant des réactions inflammatoires qui favoriseront la réabsorption osseuse autour des implants [11]. Ainsi, une bonne qualité de fixation initiale de l'implant assure de bons résultats.

### 2.5.3 Amplitude de mouvement de la hanche et collision des implants

L'amplitude de mouvement de la hanche dépend du positionnement de la prothèse. Une amplitude supérieure ou inférieure à celle considérée comme normale<sup>2</sup>

<sup>2</sup>La description détaillée des mouvements de la hanche et ces valeurs d'amplitude normales sont décrits dans la section 1.4

Auteurs	Prothèse Cotyloïdienne	
	Angle d'inclinaison	Angle d'antéversion
D'Lima et al. [26]	45-55°	
Dorr et al. [27]	inférieur à 55°	0-30°
Gore et al. [33]	inférieur à 55°	
Harkess [110]		5-10°
Jaramaz et al. [47]	40-50°	15-20°
Khan et al. [49]	inférieur à 50°	inférieur à 15°
Kummer et al. [53]	35-45°	0-10°
Lewinnek et al. [57]	35-55°	5-25°
Miljkovic et al. [61]	inférieur à 60°	0-30°
Schmalzried et al. [67]	inférieur à 50°	
Seki et al. [69]	30-50°	1-30°

**Tab. 2.1:** Tableau des valeurs proposées pour le positionnement de la prothèse totale de la hanche selon différents auteurs

peut entraîner des dislocations ou des réactions de l'os à la surcharge de la hanche ou au contraintes internes. En effet, une amplitude supérieure provoque des collisions des implants et des dislocations. Plusieurs travaux ont été réalisés à ce sujet [91, 45, 46, 47, 57, 69, 26, 53, 61, 49, 27, 110, 93, 43]. Dans la suite, nous décrivons brièvement ceux de Jaramaz [91, 45, 46, 47] et Seki [69] qui correspondent aux travaux les plus cités dans la bibliographie.

Jaramaz et al. [46] proposent une “zone sure” d'amplitude de mouvement. Cette zone d'amplitude considère des valeurs de positionnement de la prothèse qui diminuent la collision des implants. En effet, une analyse est effectuée en utilisant un simulateur d'amplitude de mouvement de la prothèse. Le simulateur permet de prédire la collision pour différentes valeurs de positionnement des implants.

Seki et al. [69] utilisent un modèle 3D du bassin pour étudier les valeurs de positionnement des implants qui permettent d'effectuer des mouvements de flexion et extension<sup>3</sup> sans collision. Les valeurs de positionnement qu'ils proposent se trouvent entre 1° et 30° d'antéversion entre 30 et 50° d'inclinaison pour l'implant cotyloïdien, et entre 0° et 7° d'angle valgus pour l'implant fémoral (voir Tableau 2.1). Seki et al. indiquent qu'il existe une corrélation inverse entre l'angle d'antéversion de l'implant cotyloïdien avec l'angle de lordoses lombaire<sup>4</sup> et l'angle sacro-horizontale<sup>5</sup>.

<sup>3</sup>Flexion : mouvement vers le corps sur le plan sagittal ; extension : mouvement en s'écartant du corps en plan sagittal

<sup>4</sup>Lordose lombaire : accentuation de la courbature de la part de l'épine iliaque qui est entre le thorax et le pelvis

<sup>5</sup>Angle sacro-horizontale : inclinaison antéro-postérieure de l'union sacroiliaque par rapport à l'ilion

### 2.5.4 Centrage ligamentaire

La hanche est une articulation profonde entourée d'éléments musculaires volumineux et qui, de plus, est barrée par des éléments nobles fondamentaux pour la vitalité et le fonctionnement du membre inférieur. Ces éléments vasculo-nerveux musculaires situés soit en avant, soit latéralement, soit en arrière permettent l'équilibre du bassin. La fonction de la capsule ligamentaire de la hanche est de contraindre les translations entre le fémur et le cotyle tout en permettant des mouvements de rotation. Malgré le rôle très important de la capsule ligamentaire pour la stabilité de la hanche, ces propriétés mécaniques sont mal connues. Les travaux effectués actuellement se basent principalement sur : (i) l'étude des propriétés des matériaux de la capsule ligamentaire [38, 39], (ii) la contribution des ligaments et muscles sur les forces résultantes et les moments de la capsule [80] et (iii) l'influence de la voie d'abord chirurgicale sur les propriétés biomécaniques postopératoires [11]. Un abord chirurgical anatomique cherche à atteindre l'articulation entre ces divers éléments en minimisant les dégâts. Toutes les voies d'abord ont des avantages et des inconvénients différents. En effet, selon un étude de l'ANAES <sup>6</sup> actuellement il n'est pas possible de préconiser une voie d'abord qui serait la meilleure et il manque des études biomécaniques pour différencier les voies d'abord et leur impact sur le fonctionnement de la hanche. Cette étude peut être trouvée dans le rapport de l'ANAES [11].

Hewitt et al. [38] ont étudié les propriétés des matériaux des ligaments ischio-fémoraux et iliofémoraux de la capsule ligamentaire en tension. Ils soulignent les différences entre les matériaux et les structures des ligaments. Principalement ils font remarquer que les valeurs de résistance à la déchirure du tissu des ligaments iliofémoraux antérieurs sont plus significatifs que pour les ligaments ischiofémoraux postérieurs. La portion fémorale du ligament ischio-fémoral est de 2 à 3 fois plus contrainte que les autres régions. Cette contrainte peut expliquer la raison pour la quelle il s'agit d'une aire prédisposée à la dislocation postérieure. Le ligament ilio-fémoral peut résister à une force supérieure à celle que supporte le ligament ischio-fémoral. Ces observations suggèrent que les propriétés biomécaniques de la capsule ligamentaire contribuent à l'incidence de la dislocation de la hanche antérieure en comparaison à la dislocation postérieure.

Vrahas et al. [80] ont fait des études sur la contribution de ligaments et muscles sur les moments et forces de la hanche. Comme d'autres auteurs, Vrahas et al. affirment que la contribution des ligaments sur les moments et forces de la hanche est négligeable. Les résultats de leurs études montrent que cette contribution est de 10% sur les moments totaux du cycle de marche.

---

<sup>6</sup>ANAES : Agence Nationale d'Accréditation et d'évaluation en Santé

## 2.6 Dysplasie

La dysplasie est une anomalie du développement de la hanche qui amène à des anomalies de l'union coxo-fémorale. Il existe essentiellement trois types de dysplasie [36]. Le premier type correspond à la tête fémorale déformée qui est contenue dans le vrai cotyle. Le deuxième type correspond à une dislocation basse, quand la tête fémorale articule avec un faux cotyle. Finalement, le troisième type est une grande dislocation : la tête fémorale a migré et elle n'a aucun contact avec le vrai cotyle ou le faux cotyle. Les paramètres de positionnement d'une PTH en cas de dysplasie ne peuvent pas être les mêmes que pour une hanche normale. Il existe plusieurs travaux sur le positionnement d'une PTH pour la dysplasie [83, 86, 134, 116, 117, 84, 85, 102, 63, 66, 28, 22]. La technique proposée par la plupart de ces travaux consiste à insérer la prothèse dans la cavité cotyloïdienne qui a le plus de matière osseuse mais qui ne correspond pas précisément au positionnement naturel du cotyle. Cette insertion exige parfois un renforcement du cotyle déformé par des greffes osseuses.

Ozturkmen et al. [63] ont évalué le traitement de la dysplasie et celle de la dislocation congénitale de la hanche pour la PTH. La méthode proposée consiste à placer l'implant cotyloïdien au niveau du cotyle réel en faisant des greffes aux patients avec un cotyle déformé. Selon les évaluations, la dysplasie est mieux guérie par la PTH que par d'autres traitements. Cependant, ils n'indiquent pas de valeurs de positionnement de la prothèse, ce qui paraît normal étant donné la nature du problème, différent pour chaque patient.

Sanchez-Sotelo et al. [66] proposent de reconstruire le cotyle le plus près possible de son emplacement normal. Pour obtenir un accroche osseuse suffisante de l'implant cotyloïdien, ils médialisent ou latéralisent l'orifice cotyloïdien où ils ont fait des greffes sur l'os latéral du cotyle. Ces résultats montrent une amélioration du fonctionnement de la hanche et une diminution significative de la douleur caractéristique des patients dysplasiques. Les critères de positionnement des prothèses ne sont pas mentionnés.

Dorr et al. [28] rapportent 24 PTH avec la technique de protrusion médiale pour stabiliser l'implant cotyloïdien. Ils ont placé l'implant cotyloïdien en direction de la ligne de Kohler<sup>7</sup>. Ils ont fait des greffes pour la partie supéro-latérale du cotyle. Le pourcentage de la surface de l'implant cotyloïdien qui a été mis en direction de la ligne de Kohler était en moyenne de 41% pour des hanches peu déformées (types 1 et 2) et 44% pour des hanches très déformées (type 3). Les radiographies ont montré de 7 à 17% de la surface de l'implant accrochée à l'os. Aucune prothèse n'a dû être réopérée après 13 ans de suivi.

---

<sup>7</sup>Ligne de Kohler : ligne qui part de l'ischion à travers la ligne ilioischiatique

Buttner et al. [22] ont traité 21 hanches dysplasiques, 16 d'entre elles ont été placées dans le cotyle réel, une sur le sourcil cotyloïdien et 4 sur le faux cotyle. Ils ont obtenu des valeurs du test de Harris<sup>8</sup> de 37.1 à 84.7 sans signe de migration de l'implant cotyloïdien. Les auteurs ont conclu que les hanches dysplasiques peuvent être traitées par une PTH sans l'utilisation de greffes ou de perforations du cotyle.

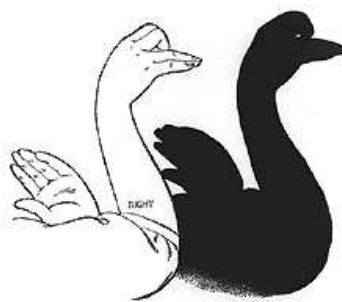
Wierusz et al. [83, 86, 134, 116, 117, 84, 102] ont traité la dysplasie de 6000 enfants pendant 45 ans (1946-1991). Les modalités de ces traitements, le type et le nombre d'opérations réalisées en utilisant leur technique sont présentes dans [102]. Dans un autre article [134], ils décrivent comment positionner la tête et le col fémoraux en hanches dysplasiques. Dans [84] ils décrivent 9 angles et indices qui caractérisent le cotyle et le fémur proximal. Pour établir ces valeurs ils ont analysé 260 hanches d'individus âgés de 1 à 22 ans.

## 2.7 Images médicales

En chirurgie, les images médicales jouent un rôle très important. La plupart des données sur les patients sont obtenues à partir d'images médicales. Dans la PTH, les médecins utilisent généralement des radiographies antéropostérieures du bassin pour réaliser leur diagnostic, planifier l'opération et évaluer ces résultats. Les radiographies de profil ne sont pas utilisées car elles ne définissent pas la forme réelle du pelvis. En dysplasie, il est impossible pour le chirurgien de déterminer l'état de la hanche à partir d'une radiographie. Dans ce cas, le chirurgien utilise des images TDM ou IRM. Quelque soit la modalité utilisée, il existe toujours une différence entre les données obtenues à partir des images médicales et la réalité, surtout dans les cas des radiographies que l'on peut comparer à des ombres chinoises (Fig. 2.14) [1]. Par exemple, lors de la prise d'une cliché radiographique, le patient peut bouger ou peut être placé avec une inclinaison impossible à reconnaître sur la radiographie. Différents chercheurs ont déjà étudié la validité de l'usage des différents types d'images médicales en PTH [54, 83, 135, 125]. Kuo et al. [54] ont comparé l'exactitude de l'information obtenue à partir des images TDM et des radiographies. Ces études ont montré que les images TDM sont assez précises pour les mesures d'orientation du fémur. Par contre, les radiographies ont montré des inconsistances significatives dans les mesures. Wierusz et al. [83, 135] proposent d'utiliser des images IRM qui sont plus précises pour le diagnostic sur la hanche. Ceci a l'inconvénient d'être coûteux et difficile à mettre en oeuvre sur une grande échelle à cause de la difficulté d'accès à l'IRM.

---

<sup>8</sup>Test de Harris : Test utilisé pour évaluer l'état de la hanche d'un patient avant et après une opération.



**Fig. 2.14:** *L'image radiographique peut se comparer à des ombres chinoises [1].*

### 2.7.1 Difficultés d'exploitation des différentes images

La planification et l'évaluation de la PTH sont réalisées par différents types d'images médicales qui sont obtenues en situant le patient en différentes positions. La radiographie par exemple, est prise dans une position verticale, l'échographie ou l'IRM en position couchée. L'inclinaison du pelvis est difficile à contrôler sur des images médicales et elle a une influence directe sur l'apparence du cotyle. La problématique de la PTH cherche à minimiser les erreurs de positionnement. Connaître la vraie position du pelvis du patient pour une position donnée est très important. Nous nous intéressons à connaître les variations du positionnement des os dans les différentes positions du patient lors de l'obtention de données à partir d'images médicales. Nous décrivons dans la suite les différents travaux [30, 70, 75] étudiant ces différences qui concernent principalement l'inclinaison du pelvis en position debout et couchée et les variations de l'inclinaison normale du pelvis chez les patients.

Eddine et al. [30] ont étudié les variations de l'antéversion pelvienne en positions debout et couchée. Ils ont trouvé des grandes variations dans la position du pelvis dans le passage de la position debout à la position couchée. Ils expliquent que c'est la raison par laquelle les études TDM réalisées en position couchée ne permettent pas de les comparer avec les études postopératoires en position debout. Un grand angle d'antéversion de la prothèse cotyloïdienne peut être caché quand l'étude est faite en position couchée. Ils indiquent que l'erreur peut être d'environ  $20^\circ$ . Ils recommandent donc d'interpréter avec précaution les valeurs de positionnement obtenus à partir d'une étude TDM.

Siebenrock et al. [70] ont évalué l'inclinaison du pelvis. Ils ont défini un rang normal de la distance entre la symphyse et l'union entre le sacrum et le coccyx en 86 radiographies antéropostérieures standards du pelvis. Leurs travaux montrent l'existence d'une corrélation significative entre cette distance et l'inclinaison pelvienne. Ils indiquent qu'il existe des signes de rétroversion significativement plus prononcées et



des angles d'inclinaison pelvienne inférieures pour les pelvis des hommes par rapport aux femmes.

Vaz et al. [75] ont obtenu des paramètres morphologiques, de la position du pelvis et de la colonne. Ces paramètres ont été obtenus chez des personnes d'anatomie normale et en position debout. Les paramètres pelviens qu'ils ont trouvé sont : *l'angle d'incidence pelvienne*, *l'angle sacral*, et *l'angle d'inclinaison du pelvis*. Les valeurs moyennes se montrent dans le Tableau 2.2. La moyenne de la taille du pelvis est de  $123\text{mm}$  ( $\pm 9\text{mm}$ ). Ils n'ont pas trouvé une corrélation statistique significative entre l'inclinaison du pelvis et la lordose globale du corps.

Paramètre	Moyenne
Angle d'incidence pelvienne	$51.7^\circ$ ( $\pm 11.5^\circ$ )
Angle sacral	$39.4^\circ$ ( $\pm 9.3^\circ$ )
Angle d'inclinaison du pelvis	$12.3^\circ$ ( $\pm 5.9^\circ$ )

**Tab. 2.2:** Valeurs moyennes des paramètres morphologiques du pelvis et de la colonne chez des personnes d'anatomie normale et en position debout.

## 2.8 Conception, validation et simulation

La PTH est un processus chirurgical qui a donné de très bons résultats pour la plupart des patients. Cependant, ces résultats ne permettent pas de faire des innovations facilement car toutes les nouvelles prothèses doivent être complètement validées afin d'éviter des échecs. Actuellement, il est nécessaire de réaliser des validations précliniques avec l'objectif d'identifier des échecs et les paramètres associés à celui-ci [79]. L'expérimentation est actuellement le seul moyen d'identifier ces paramètres. Des exemples de ces paramètres sont : la pression entre prothèses [98, 32], la friction [17, 18], les contraintes internes [41, 42, 73, 16], la charge [60, 16], la remodelisation de l'os [92] et la fatigue des tissus qui sont en contact avec la prothèse [79] qui sont généralement étudiés avec des modèles biomécaniques. D'autres paramètres comme l'adaptation de tissus, l'ampleur de contraintes internes ou pressions peuvent être étudiés par simulation en utilisant, par exemple, des méthodes d'éléments finis [40, 78, 91, 87].

## 2.9 Complications

Les principales complications d'une PTH sont : la dislocation, la luxation, la perte des prothèses cotyloïdienne et fémorale, la détérioration des nerfs sciatique et



fémoral et les infections superficielles ou profondes. Les études ont montré une forte relation des complications avec : (i) le positionnement de prothèses, (ii) l'état post-opératoire des tissus, (iii) la méthode de fixation des prothèses et (iv) l'accouplement du trochanter [23, 11].

## 2.10 Conclusion

Ce chapitre permet de comprendre la problématique présente dans les différentes étapes de la PTH.

L'étape préopératoire consiste à réaliser la sélection du type de prothèse et ainsi que la planification de son positionnement optimal. Le choix de la prothèse se fait en fonction des caractéristiques du patient (morphologie, activité, age). Le positionnement de prothèses se base sur l'orientation des implants dans les différents plans et axes anatomiques du patient. Plusieurs auteurs ont cherché les valeurs d'orientation standard les plus convenables pour l'orientation de la PTH. Le tableau 2.1 (page 43) montre la synthèse de notre recherche sur les valeurs de positionnement de la PTH trouvées dans la littérature. Les valeurs d'orientation les plus utilisées dans la littérature actuelle sont ceux qui correspondent à la "zone sure" de Lewinnek et al. [57] : un intervalle de  $45^\circ \pm 10^\circ$  d'inclinaison et  $15^\circ \pm 10^\circ$  d'antéversion pour la prothèse cotyloïdienne. Le problème principal de cette étape est la méconnaissance de la structure 3D du bassin du patient pour réaliser le choix de la prothèse et la planification optimale de son positionnement.

Dans l'étape peropératoire, qui est l'étape où les prothèses sont implantées, nous soulignons principalement les problèmes liés aux aspects de la voie d'abord et des processus de préparation de la cavité cotyloïdienne et fémorale.

- La voie d'abord doit atteindre l'articulation de la façon la plus anatomique en minimisant au maximum les dégâts ; mais des modifications de la capsule ligamentaire sont inévitables, malgré le soin apporté au processus. Selon les études de l'ANAES [11] actuellement il n'est pas possible de préconiser une voie d'abord. Il manque des études biomécaniques pour différencier les voies d'abord et leur impact sur le fonctionnement de la hanche.
- Dans la phase de préparation de la cavité cotyloïdienne et fémorale nous soulignons le problème de fraisage du cotyle et d'élargissement du fût fémoral en utilisant les outils chirurgicaux traditionnels fournis par les fabricants. Le problème repose sur le fait qu'ils ne prennent pas en compte les variations anatomiques et de position du pelvis sur la table. Cela conduit à des variations entre la position planifiée et la position obtenue des prothèses et par

conséquence à la dislocation, luxation ou au descellement des prothèses.

À ce jour, les processus préopératoire et peropératoire conventionnels sont améliorés par des systèmes informatiques basés en images médicales TDM/IRM qui permettent aux médecins d’avoir une idée plus précise de la morphologie du pelvis du patient, de la position du pelvis sur la table chirurgicale et des outils chirurgicaux. Tout cela, grâce à l’obtention d’un volume 3D du bassin du patient à partir d’images TDM/IRM et l’utilisation de caméras optiques qui détectent les outils chirurgicaux munis de diodes infrarouges (une description détaillée des caractéristiques de ces systèmes informatiques se trouve dans le chapitre 3, page 53).

Peu de travaux existent sur le traitement de la dysplasie, nous avons remarqué notamment les travaux de Wierusz et al. [83, 86, 134, 116, 117, 84] qui font une description du positionnement de la tête et le col fémoral.

## Troisième partie

### État de l'Art



## Chapitre 3

# Systèmes informatiques d'assistance à la chirurgie de la PTH

Ce chapitre décrit les principaux systèmes informatiques d'assistance à la chirurgie de la PTH. Ces systèmes permettent l'analyse préopératoire et le guidage opératoire dans la pose de la prothèse. La plupart d'entre eux sont utilisés actuellement dans le bloc opératoire et permettent de faciliter et améliorer l'implantation de la prothèse. Nous identifions deux classes de systèmes : (i) systèmes basés en images médicales TDM (Tomodensitométrie) ou IRM (Images par Résonance Magnétique) et (ii) systèmes basés en images radiographiques.

### 3.1 Systèmes basés sur images TDM/IRM

Dans les systèmes basés en images médicales se trouvent des systèmes de planification préopératoire et de navigation peropératoire, les systèmes robotiques, les systèmes pour la dysplasie et les systèmes de simulation.

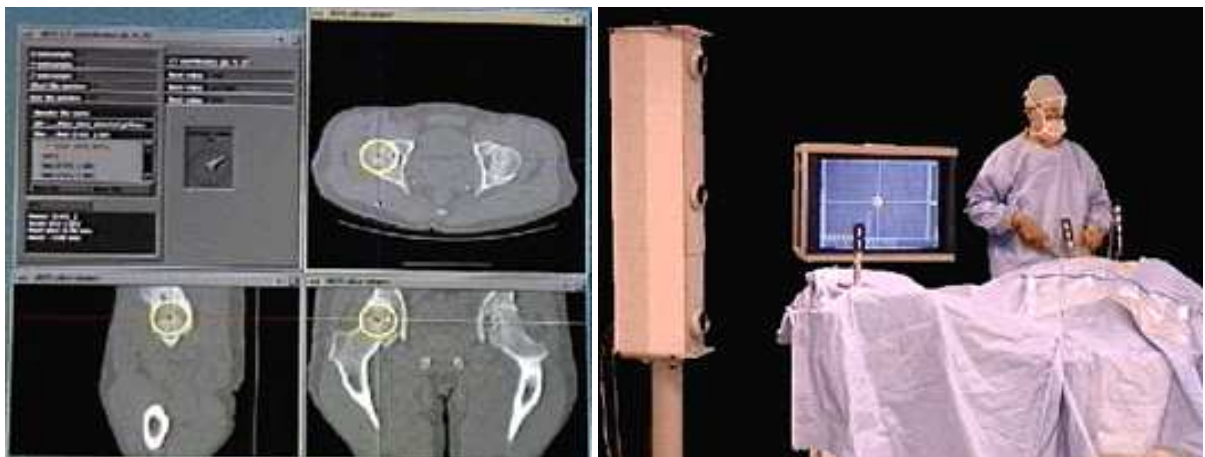
#### 3.1.1 Systèmes de navigation et de planification

##### Système HipNav

Dans les systèmes de navigation et de planification nous trouvons HipNav (Fig. 3.1) développé à l'Université Carnegie Mellon [91, 45, 46, 47, 71, 20, 25]. Le système permet une planification préopératoire et offre un guidage opératoire. La planification consiste à sélectionner l'orientation et position des deux prothèses à partir d'images

TDM (Tomodensitométrie) du pelvis du patient et d'une surface 3D du pelvis obtenue avec ces images. La taille de la prothèse cotyloïdienne est sélectionnée par rapport aux mesures du cotyle de la surface 3D. La sélection du positionnement de la prothèse est validée par un test de collision prenant en compte les différents mouvements de la hanche. Pendant l'opération, le chirurgien collecte des points sur le bassin. Ces points sont utilisés pour faire une mise en correspondance avec la surface 3D et connaître le positionnement du patient sur la table d'opération. Le but est de minimiser la distance entre les points opératoires et le modèle préopératoire. Le système guide le chirurgien pour placer la prothèse cotyloïdienne selon la position choisie précédemment.

Les résultats obtenus montrent que les outils conventionnels ne prennent pas en compte les variations de positionnement du patient pendant l'opération ce qui provoque un mauvais positionnement final de la prothèse dans le cas de chirurgie conventionnelle. Des différences entre le positionnement donné par les outils conventionnels et le positionnement donné par le système ont été obtenus. Le système a été évalué sur 6 cadavres. L'erreur d'orientation obtenue dans l'évaluation a été de  $0.5$  à  $1.5^\circ$ . Puis le système a été utilisé pour l'implantation de la prothèse de 20 patients. Les valeurs d'abduction et de flexion obtenues ont été supérieures aux valeurs des guides mécaniques. Le temps opératoire a été supérieur de 10 à 15min. Les valeurs du système ont différé de ceux des radiographies postopératoires de  $0^\circ$  à  $6^\circ$  pour la flexion.



**Fig. 3.1:** Le système de navigation HipNav permet de planifier le positionnement de la prothèse avec des images TDM en différentes orientations et un guidage opératoire avec un volume 3D du bassin.

## Système NCCR

Le système NCCR (Computer Aided and Image Guided Medical Interventions Project) [90] est un système de planification préopératoire et un système de navigation (Fig. 3.2). Le système utilise des images TDM pour les transformer en modèles graphiques 3D du bassin et du fémur. Les modèles sont utilisés pour la planification préopératoire des implants. Lorsque le chirurgien donne le positionnement des prothèses, le système fournit l'amplitude de mouvement qui correspond par simulation. Pendant la chirurgie il est possible d'utiliser un appareil de navigation pour guider le médecin dans le positionnement des prothèses. L'assistance de l'appareil se fait par : (i) le fraisage de la partie cotyloïdienne, (ii) l'implantation de la prothèse, et (iii) l'implantation de la tige dans la tête fémorale. Lorsque l'implantation est finie le chirurgien peut vérifier l'exactitude obtenue en comparant la position des points sur la prothèse et les points planifiés. Nous n'avons pas trouvé de tests cliniques du système.



**Fig. 3.2:** Le système de planification NCCR utilise des images TDM pour les transformer en modèles graphiques 3D du pelvis et du fémur. Pendant la chirurgie il est possible d'utiliser un appareil de navigation pour guider le médecin dans le positionnement des prothèses.

## Système BrainLab

Le système BrainLab de VectorVision [51] est un système de planification et de navigation de la prothèse cotyloïdienne (Fig. 3.3). Dans la planification, le système permet de reconstruire une image 3D du bassin à partir de la segmentation automatique d'images TDM. Par contre, il faut que la séparation du volume du bassin et du fémur soit faite à la main. Dans la reconstruction du volume, le plan frontal du pelvis

est contenu dans les points des épines iliaques et de la symphyse pubienne. Le système de navigation propose une position initiale de la prothèse cotyloïdienne qui est ajustée par le chirurgien selon des critères biomécaniques. Le système montre la position de la coupe par des images 2D en 3 plans différents simultanément. Pendant le fraisage du cotyle, le chirurgien peut connaître la position exacte des appareils par rapport à l'os pelvien. L'écran de l'ordinateur montre les valeurs d'inclinaison et d'antéversion de l'appareil en relation aux plans du pelvis. La position finale de la prothèse est vérifiée pour qu'elle soit dans la position planifiée.



**Fig. 3.3:** Système de navigation VectorVision de BrainLab. Le choix de la taille et position optimale de la prothèse se fait à partir d'un volume obtenu d'images TDM du patient. La validation du positionnement et le choix de prothèse sont effectués à partir d'une simulation de l'amplitude de mouvement de la hanche et de la longueur de la jambe.

### 3.1.2 Systèmes robotiques

Les deux systèmes robotiques d'assistance de la PTH que l'on peut remarquer sont : Caspar et ROBODOC.

#### Système Caspar

Le système Caspar (Fig. 3.4) a été utilisé en Allemagne ainsi qu'en France par quelques centres médicaux. Il permet de réaliser une planification préopératoire avec



des images IRM (Imagerie par Résonance Magnétique) et des marqueurs implantés aux patients sous anesthésie. Un volume du bassin obtenu à partir des images IRM est utilisé par ce système pour sélectionner la prothèse qui convient le mieux selon les mesures anatomiques. Le système utilise un bras de robot qui est connecté à un système de navigation pour réaliser ces mouvements. Le robot effectue l'implantation de la prothèse fémorale selon la position et l'orientation choisie dans l'analyse préopératoire. Les résultats obtenus par ce système montrent une augmentation en temps chirurgical d'environ 30min et une perte de sang supérieure (de 640cc à 706cc) à celle d'une opération conventionnelle. Il n'y a pas de cas reporté de dislocation ni d'infection de la prothèse mais il y a un nombre supérieur de muscles endommagés [124]. Mazoochian et al. [59] ont étudié 10 patients qui ont reçu une PTH guidée par le système. Ils ont obtenu des différences entre la position planifiée et la position obtenue, ces différences ont été en moyenne de 7,8° pour les angles, de 1,8mm pour la déviation médiale et de 1,2mm pour la déviation latérale.

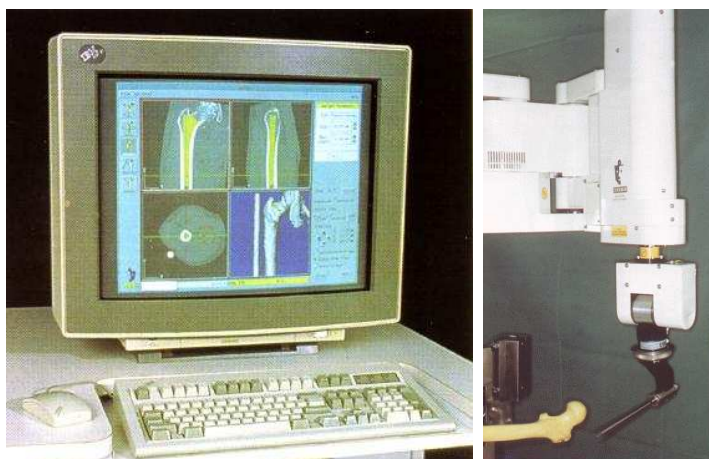


**Fig. 3.4:** *Le bras de robot du système Caspar effectue l'implantation de la prothèse fémorale selon la position et l'orientation choisie dans l'analyse préopératoire.*

### Système ROBODOC

ROBODOC (Fig. 3.5) est un robot contrôlé par le système nommé Orthodoc qui effectue une planification préopératoire avec un volume du bassin obtenu à partir d'images IRM. Le système sélectionne dans une bibliothèque de prothèses, le type de prothèse qui correspond le mieux au volume du bassin. Le système n'utilise pas de marqueurs pour localiser les données préopératoires et opératoires, par contre, il utilise des nuages de points qui sont collectés au début de l'opération pour les localiser

avec les données préopératoires. Le robot effectue l'usinage du fémur en fonction de la forme de la prothèse choisie. Les résultats montrent des prothèses implantées sans défauts de positionnement frontal avec une erreur de positionnement de  $0,256mm$  comparé à  $2,79mm$  pour la chirurgie manuelle [124, 81].



**Fig. 3.5:** Le système ROBODOC est contrôlé par le système nommé Orthodoc qui effectue une planification préopératoire avec un volume du bassin obtenu à partir d'images IRM. Le robot effectue la préparation du fémur en fonction de la forme de la prothèse choisie.

### 3.1.3 Systèmes pour traiter la dysplasie

#### Système SurgiGATE

Le système SurgiGATE de Haaker[129] réalise la planification et la navigation de la PTH en hanches normales et dysplasiques. Le système reconstruit un modèle 3D du bassin du patient à partir d'images TDM et permet de choisir la prothèse à partir d'une base de données. Le système calcule et prédit le positionnement de la prothèse fémorale en hanches dysplasiques en considérant le centre de la hanche. Pendant l'opération, le système utilise une caméra optique pour la détection de diodes infrarouges attachées aux outils chirurgicaux. Puis, il fait une mise en correspondance du pelvis du patient avec le volume préopératoire. L'opération se déroule avec la technique conventionnelle mais la direction et la profondeur des outils sont montrées sur l'écran de l'ordinateur. Les différences entre la position des outils par rapport à la position planifiée sont montrées sur l'écran. Le positionnement final de la prothèse est vérifié pour qu'elle soit dans l'intervalle de tolérance de la position planifiée. Le système a été utilisé pour l'implantation de 70 prothèses cotyloïdiennes et 2 prothèses de hanches dysplasiques. Les résultats montrent une congruence entre

les valeurs préopératoires et postopératoires. Le temps opératoire a été augmenté de 15 à 20min. Il n'y a pas de perte de sang additionnelle. Il n'y a pas des complications opératoires à cause du système. Il existe une mise en correspondance difficile en cas de révision de prothèse. De même pour les prothèses luxées la navigation a été très difficile. Selon Haaker, pour les hanches dysplasiques, les systèmes basés sur des données fluoroscopiques 2D (comme le système Optotrak) et de cinématique ne sont pas capables de calculer le positionnement. Les hanches dysplasiques sont fréquemment liées à des fémurs pathologiques qui ont besoin de l'adaptation des implants avec un positionnement hors des standards. Parfois, la technique a besoin d'augmenter l'amplitude des mouvements de la hanche et aussi nécessite un système de navigation contenant une grande librairie des différents implants. Le positionnement des implants en hanches dysplasiques est très difficile à effectuer avec des radiographies préopératoires mais il est possible de le faire avec les images TDM. Le centre de la hanche est calculé à partir de la hanche opposée. Dans d'autres cas, le positionnement du centre de la hanche standard ou normal est modifié pour contrebalancer le problème de déformation des tissus qui enveloppent l'articulation. Il est possible par exemple, que le centre de la hanche déformée soit situé 5cm plus haut que la hanche opposée. Les tissus mous ne permettent donc pas de reconstruire le centre de hanche à la même hauteur. Par conséquence, le positionnement de prothèses en hanches dysplasiques est différent du positionnement standard, avec une antéversion plus grande que les valeurs standard. Néanmoins, Haaker estime qu'un système de navigation et de planification basé sur des images TDM est prometteur pour la reconstruction de hanches dysplasiques. Cependant, il considère nécessaire d'étudier l'exactitude de la reconstruction du centre de la hanche opposée. Des études manquent sur le positionnement correct du centre de la hanche, l'orientation de la prothèse cotyloïdienne, l'antéversion de la prothèse fémorale et l'équilibre des tissus mous. Il suggère de réaliser des reconstructions virtuelles des cotyles déformés avec les vraies dimensions de la tête fémorale du patient.

### Système Navitrack

Le système Navitrack de Babisch et al. [15] est un système basé sur des images TDM qui réalisent la planification préopératoire par la simulation de l'étape opératoire. La planification préopératoire consiste à l'obtention d'un volume 3D du bassin à partir d'images TDM. La sélection de la taille et de la position de la prothèse à partir des images TDM et le volume 3D. Puis, par la simulation de l'opération, le chirurgien sélectionne l'implant à partir d'une base de données et planifie son positionnement. La position choisie est validée par des mouvements de rotation. Pendant l'opération, le système fait une mise en correspondance entre le modèle préopéra-

toire et le pelvis du patient. Puis, il guide le chirurgien pour la pose de la prothèse dans le positionnement planifié. En l'étape postopératoire s'obtiennent des images TDM pour l'évaluation du positionnement. Le système a été utilisé sur 43 patients dont 31 étant pour le traitement de la dysplasie et 12 cas pour la reconstruction du cotyle. Après l'opération, toutes les prothèses cotyloïdiennes ont été dans la "zone sure" entre 35° et 55° d'inclinaison et 5° et 25° d'antéversion. Les auteurs ont trouvé des différences de 5° d'inclinaison et 10° d'antéversion entre la position peropératoire et la position postopératoire calculée des images TDM.

### 3.1.4 Systèmes de simulation

D'autres types de systèmes développés pour l'assistance d'une PTH sont ceux de la simulation informatique. Ils servent à réaliser des tests pré-cliniques et à construire des modèles. Avec les systèmes informatiques, il est donc possible d'effectuer des tests cliniques dans des laboratoires virtuels. Par exemple, les prothèses peuvent être modélisées directement sans avoir besoin de prototypes ou le positionnement de la prothèse peut être défini dans un volume 3D des parties osseuses. Les systèmes informatiques de simulation en la PTH sont nombreux [62], [69], [65], [26], [45], [89], [35], [87] et [55]. Nous allons décrire ceux de Lattanzi [55] et Handels [35]. Les lecteurs peuvent lire les publications correspondantes pour plus des détails.

#### Système Hip-Op

Hip-Op [55] est un système de simulation pour la planification préopératoire et le support opératoire (Fig. 3.6). Il utilise des images TDM pour planifier le positionnement de la prothèse sans ciment et pour obtenir un volume 3D du bassin. Le système montre des différents types d'images au même temps comme le volume TDM et des images radiographiques dans différents vues. L'utilisateur peut naviguer entre les différentes images de l'anatomie du patient et peut choisir les prothèses à partir d'une librairie. Le chirurgien doit évaluer le type, la taille et la position de la prothèse sélectionnée par le système. Le système a été évalué pour connaître la répétitivité dans le positionnement de la prothèse entre différents médecins et pour un même médecin. Chaque membre d'une équipe de médecins a effectué la planification du positionnement plusieurs fois afin d'évaluer les différences. Ils ont trouvé que la planification du positionnement était consistant pour chaque médecin et entre médecins. Les médecins les plus expérimentés sont ceux qui ont eu moins de variations pour poser la prothèse. Le système a été utilisé cliniquement sur 21 patients avec une hanche déformée. Ils ont obtenu des différences entre le positionnement planifié et le

positionnement obtenu. Ces différences ont été constatées pour la prothèse fémorale de 5mm en position et 5° en orientation et pour la prothèse cotyloïdienne de 10° en orientation.



**Fig. 3.6:** Le système de planification Hip-Op sélectionne la position des prothèses avec des images TDM en coupes transversales du cotyle et du fémur à différents niveaux

### Système VIRTOPS

VIRTOPS [35] est un système de planification préopératoire virtuelle, pour la conception de prothèses sur mesure et la simulation de l'opération. La planification opératoire et conception de prothèses sur mesure se réalise avec des méthodes de réalité virtuelle. Le système utilise des images IRM et TDM segmentées pour l'obtention d'un volume 3D. Le système permet de simuler la reconstruction du bassin pour ainsi définir la position et la géométrie de la prothèse. Un prototype du système a été utilisé pour réaliser la planification rétrospective de l'opération. Pendant la planification il est possible de générer des images stéréo, une souris 3D est utilisée pour la navigation du modèle virtuel. Les auteurs ont effectué une comparaison des différentes stratégies opératoires mais ils n'ont pas encore évalué l'exactitude des résultats.

## 3.2 Systèmes basés sur des images radiographiques

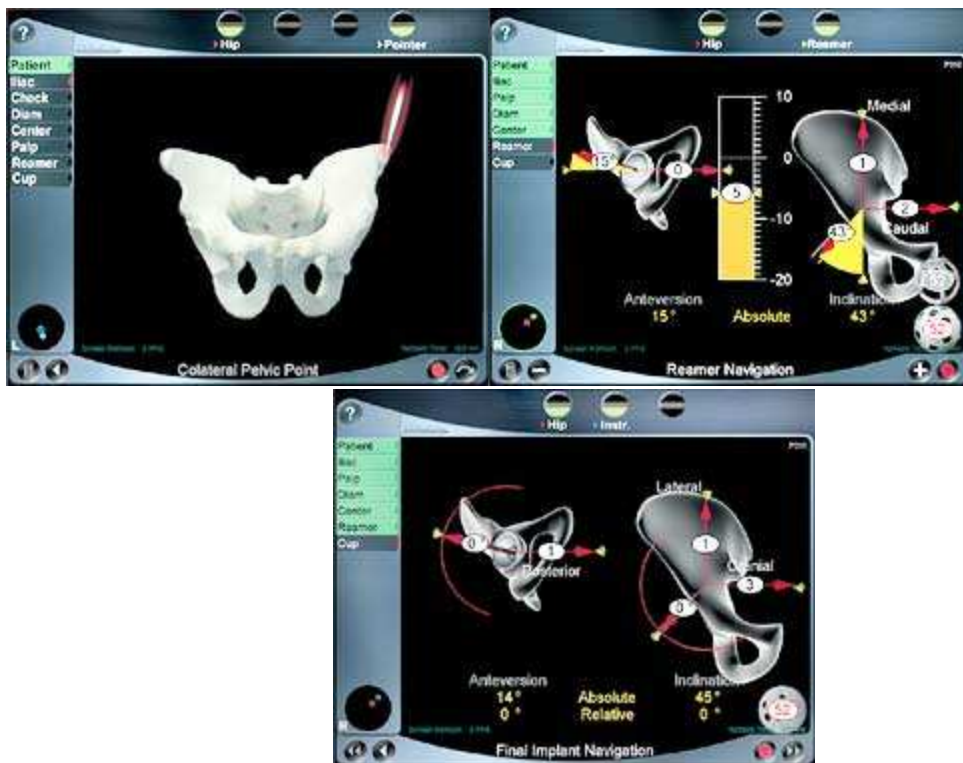
Les systèmes que nous allons présenter réalisent la planification préopératoire et le guidage opératoire sans l'utilisation d'images TDM/IRM. Ils sont déjà utilisés dans les blocs opératoires.

## Système THA d'AESCULAP

Mollard et Leitner [95] présentent un système de navigation cotyloïdienne THA (“Total Hip Arthroplasty”) développé par l’entreprise AESCULAP de BBraun (Fig. 3.7) qui utilise le système Orthopilot. Dans leur système, ils ont pour but d’optimiser la robustesse du geste du chirurgien pendant le positionnement de la prothèse, ce qui veut dire qu’il placera toujours la prothèse cotyloïdienne selon l’orientation choisie par le médecin. Cette orientation choisie par le médecin est établie par une étude visuelle sur une radiographie antéropostérieure du bassin (selon ces connaissances et habitudes). Cette position est utilisée par le système Orthopilot pour guider l’implantation de la prothèse pendant la chirurgie. Les auteurs ont proposé comme référence, le plan antérieur défini par les crêtes iliaques et la symphyse pubienne. Le système prend en compte les mouvements du patient pendant la chirurgie, ce qui permet de diminuer l’erreur du positionnement. Ils gardent les valeurs naturelles du cotyle du patient lors de l’opération en alignant au mieux le bord du cotyle d’essai avec les bords de la cavité cotyloïdienne pour placer la prothèse dans cette position. Le système indique au chirurgien l’orientation que l’appareil de fraisage doit avoir pour obtenir le positionnement défini précédemment. Les résultats de positionnement de la prothèse à la fin de l’opération sont présentés au chirurgien afin qu’il puisse le comparer aux données postopératoires mesurées soit par scannographie, soit par radiographie. Le problème de ce système est qu’il réalise la planification préopératoire à partir d’une image radiographique. En effet le système ne permet ni (i) de choisir la position optimale de la prothèse selon ses caractéristiques géométriques du patient et (ii) ni de valider cette position.

Kiefer [109] a utilisé le système précédent pour l’implantation de 147 prothèses. Les premiers résultats ont permis d’obtenir de façon précise un positionnement de la prothèse dans la “zone sûre” de Lewinnek [57]. Il n’a pas eu des complications peropératoires. L’opération a duré 9min de plus. Le patient a perdu 1350ml de sang. Les limites du système de navigation trouvées sont : (i) le manque d’information de l’anatomie osseuse spécifique du patient sans l’utilisation des images TDM et (ii) la méconnaissance de la position du cotyle et de sa forme anatomique en pelvis dysplasiques, une radiographie standard ne pouvant pas donner cette information clairement. Si le système est utilisé pour un pelvis de configuration anatomique normal il permet de réduire la dislocation de prothèses.





**Fig. 3.7:** Système de navigation cotyloïdienne THA de AEscULAP. Vue de l'écran qui accompagne la navigation du fraisage avec les mesures d'inclinaison et d'antéversion de l'appareil (supérieure droite) et affichage de la position finale de la prothèse (inférieure).

### Système MediCAD

Le système MediCAD [15] est un système de simulation préopératoire de l'implantation de la prothèse fémorale sans l'utilisation d'images TDM/IRM. Le système permet de faire une analyse biomécanique de la géométrie du bassin, forces et centre de la hanche sur un plan frontal. L'analyse de la nouvelle géométrie du bassin permet de déterminer la position de la prothèse cotyloïdienne et fémorale. Après la simulation de l'implantation de la prothèse fémorale, le logiciel analyse la nouvelle géométrie pour déterminer la meilleure position de la prothèse cotyloïdienne. Le système a été utilisé pour implanter la PTH de 43 patients. Sur ces 43 cas, 27 cas ont eu des résultats excellents, 14 cas ont eu des résultats satisfaisants et 2 cas n'ont pas été reconstruits de façon idéale. Le système sans images TDM a été évalué, selon les auteurs, les premiers résultats étaient prometteurs. L'étape préopératoire a été réduite à une planification standard en 2D en éliminant le temps de reconstruction du volume 3D. L'évaluation radiographique postopératoire montre des résultats similaires à ceux des applications basées sur des images TDM.

### 3.3 Conclusion et discussion

Les systèmes d'assistance à la chirurgie de la PTH permettent en général de réaliser la planification préopératoire et le guidage opératoire. Dans la planification, le médecin est assisté dans le choix de la prothèse, de son orientation et de son positionnement. Dans le guidage opératoire, les systèmes assistent le chirurgien dans le processus de pose de la prothèse dans le positionnement planifié. Les tâches précédentes sont exécutées avec un volume 3D obtenu à partir d'images TDM ou IRM. L'obtention d'un volume 3D à partir d'images TDM/IRM implique beaucoup plus de temps et d'effort que dans la technique conventionnelle. Le temps supplémentaire est dû aux tâches pour réaliser l'étude TDM/IRM, la segmentation d'images et la reconstruction 3D du volume par un ou plusieurs experts. En plus, au présent l'information provenant des images TDM ou IRM n'est pas très accessible pour tous les établissements médicaux. "En France un examen de diagnostique par IRM a un délai de 38 jours en moyenne" [11], ce qui est particulièrement long selon la Société Française de Chirurgie Orthopédique et Traumatologique (SOFOT).

C'est pour cela et à cause du coût de ces types d'examens que la plupart des orthopédistes réalisent la planification préopératoire d'une PTH avec une radiographie antéropostérieure du bassin du patient. Uniquement "en cas de variations anatomiques (dysplasie) ou de patients jeunes"[11], l'étude se réalise à partir des images TDM ou IRM. Il est nécessaire de remarquer, que le médecin doit réaliser la chirurgie dans un espace 3D. Donc, lors de l'opération, le médecin est confronté à la tâche de poser les prothèses dans la position planifiée avec des données 2D. Il doit réaliser ces gestes au travers d'une incision dans les muscles du patient, prenant en compte les mouvements du patient et en ayant comme seule information, la radiographie. Le médecin doit se laisser guider par son expérience et s'aider avec les outils opératoires fournis par les fabricants de prothèses. Ces outils fournissent des mires d'alignement mettant en correspondance avec les axes caractéristiques du patient (antéropostérieur, médial, distal) mais ils ne prennent pas en compte les mouvements du patient.

Ceci indique le manque de systèmes d'assistance chirurgicale sans l'utilisation d'images TDM/IRM. Certains des problèmes précédents ont été résolus par quelques systèmes que nous avons nommés dans les paragraphes précédents comme ceux de Mollard [95] et Kiefer[109]. Ces systèmes permettent d'obtenir le positionnement des prothèses planifié en ayant une référence du pelvis indépendante à la position du patient. Néanmoins, il existe toujours les problèmes de la planification qui est réalisé sur des données 2D et du traitement de hanches dysplasiques qui ne peut pas être traité avec ces systèmes.



Tous les systèmes de navigation prennent en compte le mouvement du patient pendant l'opération ce qui permet de minimiser l'erreur du positionnement. Pour certains systèmes, le chirurgien reçoit l'information d'orientation des implants en temps réel. La plupart de systèmes trouvent des différences entre la position planifiée et la position obtenue. L'erreur moyenne obtenue par les systèmes pour la prothèse fémorale est de  $5mm$  pour les positions et  $5^\circ$  pour les orientations. Pour la prothèse cotyloïdienne, les écarts sont de  $8mm$  et  $10^\circ$ .

Le systèmes robotiques permettent d'obtenir une grande précision du positionnement de la prothèse (erreur de  $0.256mm$  à  $2.79mm$ ). Néanmoins, ils causent une augmentation du temps de la chirurgie d'environ  $30min$ , une perte de sang supérieure à celle d'une opération conventionnelle (de  $640cc$  à  $706cc$ ) et un nombre supérieur de muscles endommagés. Pour les hanches dysplasiques, les auteurs qui ont un système basé sur radiographies, indiquent qu'elles ne fournissent pas une information suffisante de la forme anatomique du pelvis. Ils proposent d'utiliser des images TDM. Ils mentionnent aussi le manque d'études sur le centre de hanche, l'orientation de la prothèse cotyloïdienne et l'antéversion de la prothèse fémorale qui permettent d'obtenir l'équilibre des tissus mous des hanches dysplasiques.

Nous présentons les tableaux 3.1 et 3.2 qui résument les caractéristiques principales des systèmes existants pour l'assistance de la PTH qui utilisent des images TDM/IRM ou des images radiographiques.

Dans le chapitre suivant, nous étudions les modèles de bassins humains existants. Cette étude nous permettra de construire un modèle 3D générique du bassin.

SYSTÈMES BASÉS EN IMAGES TDM/IRM										
Système	Système	HipNav	VIRTOPS	HipOp	SurgiGATE	NCCR	Navitrack	BrainLab	Robodoc	Caspar
	Année <sup>a</sup>	1997-2002	2001	2002-2003	2000	2003	2003	2003	1998 et 2001	2000 et 2004
	Simulation	✓	✓	✓	✓	✓	✓	non	non	non
	Type d'images utilisées	TDM	IRM et TDM	TDM et radiographies	TDM	TDM	TDM	TDM	TDM	IRM
Étape préopératoire	Reconstruction d'un volume 3D	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
	Planification de la position et de la taille de la coupe	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	non	non
	Planification de la position de la tige	non	non	✓	✓	✓	non	non	✓	✓
	Évaluation de la position de la prothèse <sup>b</sup>	✓	✓	✓	?	✓	✓	✓	✓	?
Étape peropératoire	Utilisation de cameras optiques et diodes infrarouges	✓	non	non	✓	?	✓	✓	✓	✓
	Mise en correspondance pelvis et volume 3D	✓	non	non	✓	✓	✓	✓	✓	✓
	Guidage en l'orientation du fraisage du cotyle	✓	non	non	✓	✓	✓	✓	non	non
	Guidage en l'orientation de l'usinage du fémur	non	non	non	✓	✓	✓	✓	✓	✓
Étape post-opératoire	Évaluation postopératoire	✓	non	non	✓	non	✓	✓	✓	✓
Clinique	Nombre de patients	20	non	21	72	non	43	34	994	10
	Réalisation de tests cliniques	✓	non	non	✓	non	✓	✓	✓	✓

**Tab. 3.1:** *Systèmes existants pour l'assistance de la chirurgie de la PTH basés en images TDM/IRM, les données non trouvées sont signalés avec le symbole “?”.*

<sup>a</sup>La date correspond à l'année de publication des articles.

<sup>b</sup>Évaluation par des tests de collision ou d'amplitude de mouvement.

SYSTÈMES BASÉS EN IMAGES RADIOGRAPHIQUES			
Système	Système	THA/Orthopilot	MediCAD
	Année <sup>a</sup>	2002	1998 et 2001
	Simulation	non	✓
	Type d'images utilisées	Radiographies	Radiographies
Étape préopératoire	Reconstruction d'un volume 3D	non	non
	Planification position et taille coupe	✓	✓
	Planification position tige	non	✓
	Évaluation de la position <sup>b</sup>	✓	✓
Étape peropératoire	Cameras optiques et diodes infrarouges	✓	non
	Mise en correspondance pelvis et volume 3D	non	non
	Guidage orientation du fraissage du cotyle	✓	non
	Guidage en l'orientation de l'usinage du fémur	non	non
Étape post-opératoire	Évaluation postopératoire	✓	✓
Clinique	Nombre de patients	147	43
	Tests cliniques	✓	✓

**Tab. 3.2:** *Systèmes existants pour l'assistance de la chirurgie de la PTH basés en images radiographiques.*

<sup>a</sup>La date correspond à l'année de publication des articles.

<sup>b</sup>Évaluation par des tests de collision ou d'amplitude de mouvement.



# Chapitre 4

## Modèles existants du bassin

Notre objectif est d’obtenir un modèle 3D du bassin d’un patient sans utiliser des images CT, Scanner ou IRM. Dans un premier temps nous avons réalisé une recherche pour connaître les modèles existants du bassin. Cette recherche nous permet de connaître les méthodes d’obtention des modèles 3D du bassin, les paramètres et les résultats associés. Dans ce chapitre, nous présentons les modèles du bassin existants dans la littérature. Ces modèles ont été développés dans des domaines qui sont en relation avec la PTH : la biomécanique, la médecine, l’ergonomie et l’informatique. En fait, nous avons été étonnés de trouver peu de modèles 3D du bassin. Ceci est dû au fait de la forte complexité de la structure du bassin ( voir le chapitre 5 ). Les modèles 3D existants sont répartis en quatre catégories : (i) les modèles obtenus à partir d’images médicales CT, Scanner ou IRM, (ii) volumes obtenus par le scanner 3D de la surface du bassin, (iii) les modèles géométriques obtenus à partir de mesures 3D directes sur les os du pelvis et (iv) les modèles obtenus par la déformation d’un maillage 3D.

### 4.1 Modèles géométriques du bassin

La modélisation géométrique est l’étape dans laquelle sont définies de manière numérique les diverses caractéristiques géométriques d’un objet. La géométrie du pelvis humain est un aspect important dans la dynamique du corps. La connaissance de ces paramètres a diverses applications en médecine, l’ergonomie et l’informatique entre autres. Ces différents domaines ont besoin d’un modèle géométrique du bassin pour des diverses raisons. En médecine, nous pouvons remarquer l’utilisation des modèles géométriques du bassin dans l’orthopédie et l’obstétrique. L’ergonomie cherche à développer des objets adaptés à la morphologie du corps humain. Finalement, l’informatique est le moyen qui permet d’exploiter les modèles géométriques dans les

différentes applications.

Dans les paragraphes suivants, nous faisons la description des modèles géométriques du bassin que nous avons trouvé dans la littérature. Ces modèles sont présentés selon les domaines d'application.

### 4.1.1 Modèles pour la médecine

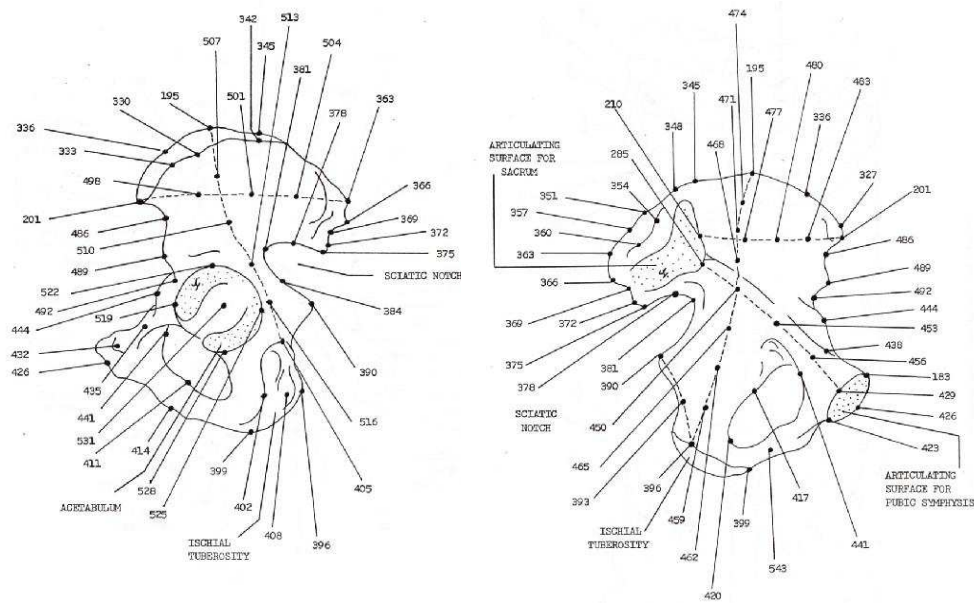
Nous avons trouvé quelques modèles géométriques du bassin pour les applications médicales. En général, ces modèles sont faits pour mieux connaître les caractéristiques géométriques de l'os. Dans ces travaux, nous avons ceux de Reynolds et al. [64] qui ont étudié les caractéristiques géométriques du pelvis et du sacrum, Kepple et al. [48] présentent une base de données tridimensionnelles des os de la jambe pour l'obtention de modèles normatifs des os, Thompson et al. [74] qui présentent un modèle géométrique du cotyle et Menschik [105] qui décrit un modèle géométrique de l'union coxo-fémorale.

#### 4.1.1.1 Modèle géométrique du pelvis

Reynolds et al. [64] ont mesuré la taille et la forme tridimensionnelle du pelvis des hommes et femmes adultes. Ils ont obtenu une série complète de dimensions anthropométriques d'environ 3000 squelettes de la collection du musée de histoire naturelle de Cleveland. Ils ont acquis les coordonnées  $(x, y, z)$  d'une série de points palpables surfaciques du pelvis (Fig. 4.1). Avec ces points ils ont défini des modèles qui sont classifiés en : femme petite, homme moyen et homme grand (les autres modèles possibles n'ont pas été définis dû aux intérêts de l'étude). Cette information donne une estimation de la variation de la géométrie du pelvis des hommes et femmes adultes américains pour la représentation du pelvis.

#### 4.1.1.2 Modèles musculosquelettiques des os de la jambe.

Kepple et al. [48] ont réalisé l'acquisition d'une base de données tridimensionnelles des os de l'extrémité inférieure du corps humain. Cette base de données a été obtenue afin de développer des modèles musculosquelettiques du pelvis, des fémurs, des tibias et péronés et des pieds. Les auteurs ont utilisé des techniques de statistique et de mise à l'échelle pour générer des modèles représentatifs qui ont été divisés en groupes et tests basés par les différences en genre et en race. Ils ont obtenu plus de 12 000 points anatomiques qui ont été digitalisés sur 52 squelettes. Les résultats de l'étude sur le pelvis ont été divisés en un modèle homme, un modèle femme noire et un

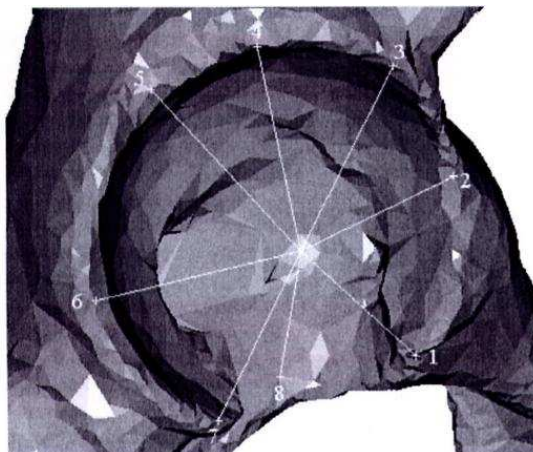


**Fig. 4.1:** *Points tridimensionnels du pelvis obtenus par Reynolds et al. [64]. Face externe et interne du pelvis gauche.*

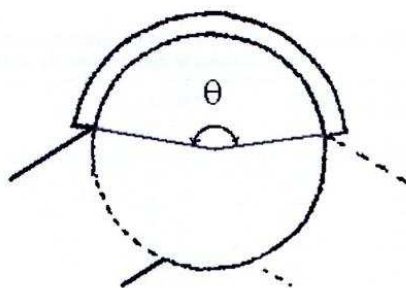
modèle femme blanche. Les pieds ont été séparés en modèles noirs et blancs. Des modèles individuels ont été développés pour le fémur, tibia et péroné.

#### 4.1.1.3 Modèle géométrique du cotyle

Thompson et al. [74] ont étudié la morphologie du cotyle. Ils ont obtenu la surface 3D du cotyle de 18 os coxaux avec un scanner 3D de surfaces. Ils ont calculé le rayon et le centre de la sphère qui s'adapte le mieux aux dimensions du cotyle. La sphère est sélectionnée selon la moyenne et l'écart type des distances entre les points de la surface de l'os et la sphère. Sur le bord du cotyle, ils ont sélectionné huit points (Fig. 4.2) à des distances à peu près égales. Trois de ces points sont utilisés pour établir comme référence un plan d'orientation. Thompson et al. ont trouvé les vecteurs qui lient les huit points du bord au centre de la sphère. Les angles entre les vecteurs et la normale du plan de référence sont ainsi calculés. Les angles ont été jumelés et sommés pour donner un angle sous-tendu (écart angulaire) du bord cotyloïdien en quatre directions (Fig. 4.3). Les auteurs indiquent que la moyenne des angles est de  $158^\circ$  (angles de  $145^\circ$  à  $173^\circ$ ). Les angles les plus grands ont dépassé le  $180^\circ$ . Dans la direction antéropostérieure, la moyenne des angles est de  $152^\circ$ . Ils indiquent que les hommes ont des angles sous-tendus plus grands que les femmes. Néanmoins, la différence n'est pas statistiquement significative. Ils font remarquer que le fraisage de la cavité cotyloïdienne lors de la PTH augmente les angles d'environ  $10^\circ$ .



**Fig. 4.2:** Localisation des points du bord cotyloïdien et les vecteurs qui les lient au centre de la sphère. Antérieur(1), supérieur(3), postérieur(5) et inférieur(7) [74].



**Fig. 4.3:** Angle sous-tendu  $\theta$  et son effet dans le degré de mouvement de l'union coxo-fémorale [74].

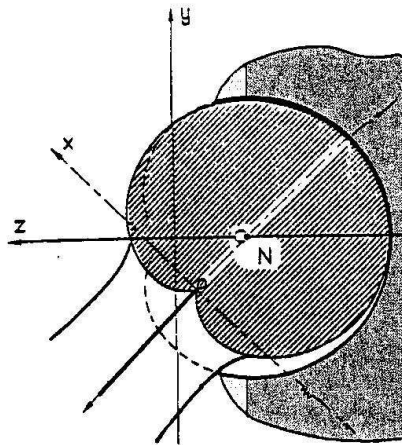
#### 4.1.1.4 Modèle géométrique de l'union coxo-fémorale

Menschik [105] propose que la forme qui s'adapte le mieux à l'union coxo-fémorale est une coquille (Fig. 4.4) au lieu d'une sphère. Il a mesuré les formes du cartilage et de l'os de huit hanches normales avec une machine à coordonnées C.N.C. ("Computer Numerical Control") et il a évalué sa forme tridimensionnelle. Il propose une équation qui décrit la forme de la tête fémorale et le cotyle (Fig. 4.5). Il indique que l'utilisation de cette forme dans la prothèse de la hanche diminue le risque de dislocations et d'érosion.

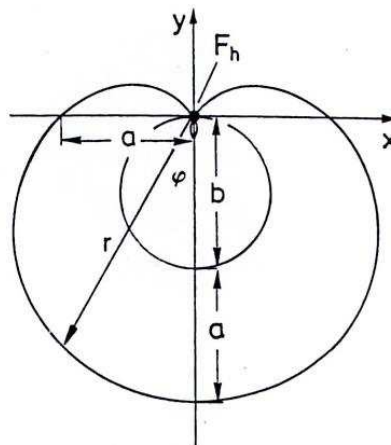
#### 4.1.2 Modèles pour les études ergonomiques

Les volumes en 3D du bassin ont été utilisés pour le développement d'objets ergonomiques. Moes et al. [120] utilisent des volumes 3D du bassin et du fémur obtenus





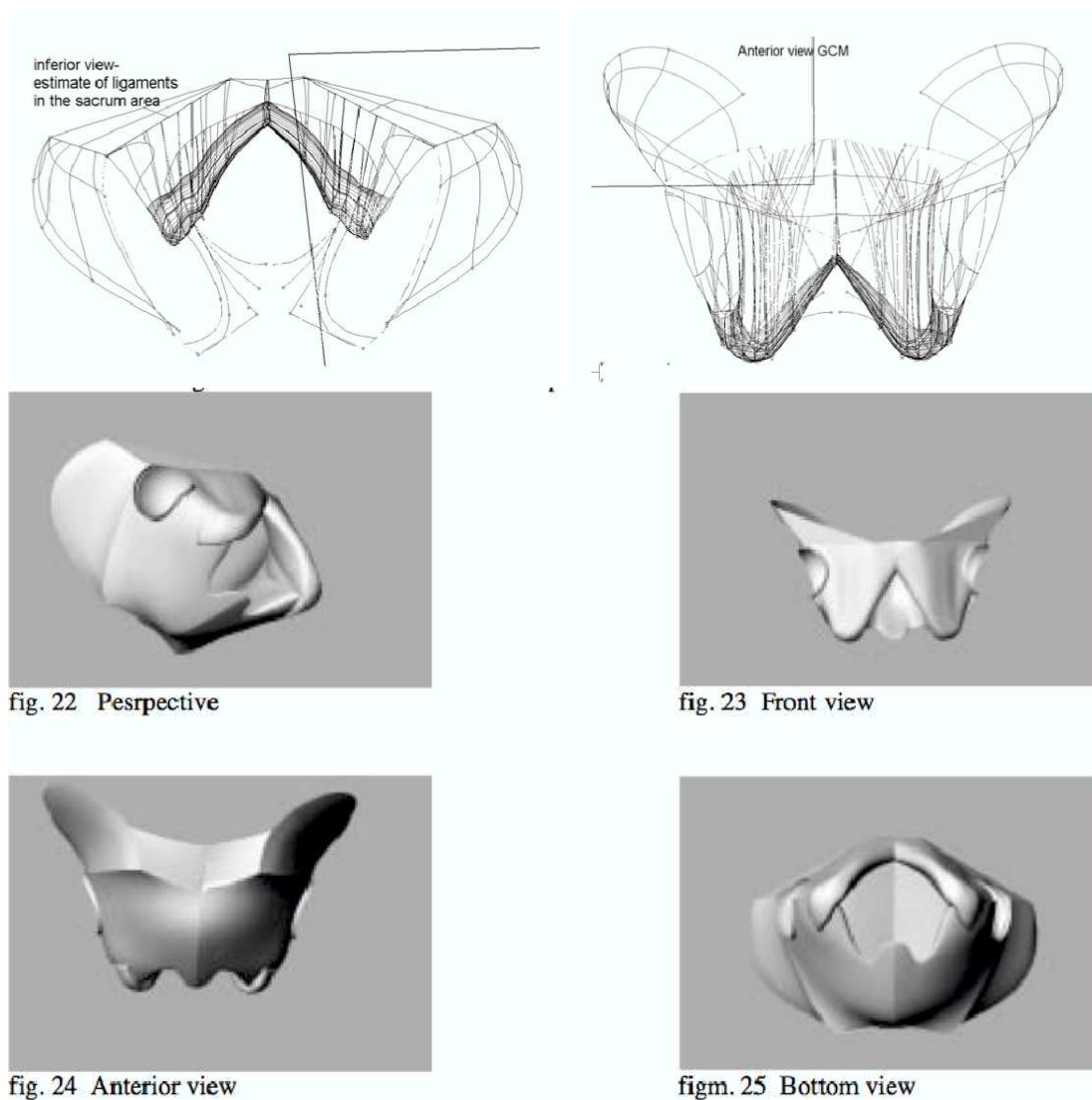
**Fig. 4.4:** Selon Menschik la forme qui s'adapte le mieux à l'union coxo-fémorale est une coquille.



**Fig. 4.5:** Équation générale d'une coquille de l'union coxo-fémorale (Fig. 4.4)  $r = a + b \cos \varphi$  ou  $F_h$  est le centre géométrique.

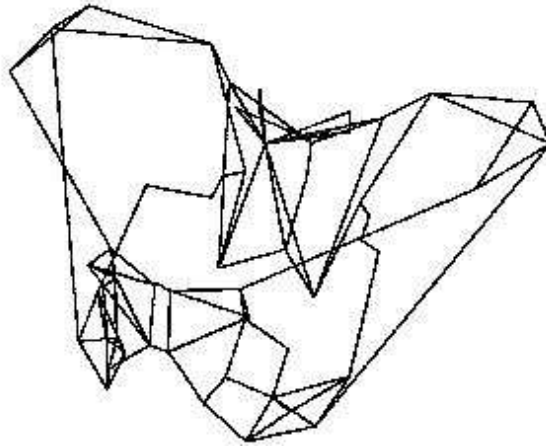
à partir d'un scanner 3D de surfaces pour modéliser le support de sièges et pour corriger les aspects de distribution de pression. Ils utilisent un modèle géométrique simplifié du bassin qui représente les régions qui sont en contact avec le siège. Le modèle simplifié correspond à l'enveloppe du bassin dont certaines régions ne sont pas très détaillées (Fig. 4.6). Les régions du volume simplifié sont celles qui permettront de réaliser des changements de taille pour les différents tests. La taille est déterminée par les distances entre les tubérosités ischiatiques et les épines iliaques supérieures.

Besnault et al. [19] ont obtenu un modèle géométrique (Fig. 4.7) du pelvis humain pour évaluer de nouveaux systèmes de sécurité automobile. Ils ont utilisé les données



**Fig. 4.6:** *Modèle simplifié du bassin de Moes [120], utilisé pour la modélisation d'objets ergonomiques.*

de Reynolds [64] (voir détails dans le paragraphe 4.1.1.1, page 70) pour réaliser une étude des caractéristiques géométriques du pelvis. Ils ont sélectionné uniquement les caractéristiques qui sont faciles à mesurer. Dans ces caractéristiques ils ont trouvé des points spécifiques permettant d'effectuer la déformation d'un maillage par une méthode d'interpolation Kriging [19]. La déformation a été réalisée de façon à ce que le maillage s'adapte aux valeurs des différentes géométries présentées par Reynolds. Les auteurs mentionnent que le volume déformé n'a pas encore été validé.



**Fig. 4.7:** *Modèle géométrique du bassin par Besnault et al. [19].*

### 4.1.3 Modèles en informatique

L'informatique joue un rôle très important dans le développement de systèmes d'assistance chirurgicale. Particulièrement l'infographie et la modélisation géométrique sont très utilisées dans la PTH. En effet, les méthodes de déformation et de *morphing* présentent un intérêt particulier lorsqu'un volume 3D du bassin du patient doit être obtenu sans l'utilisation des images TDM/IRM. Ainsi, le but est d'obtenir le volume du bassin du patient à partir de la déformation d'un maillage 3D du bassin.

De façon générale le but des applications du *morphing* et de la déformation est très différent au nôtre [100]. La plupart des méthodes sont conçues pour réaliser des effets visuels. En fait, nous cherchons une méthode nous permettant de déformer le volume du bassin en respectant ses caractéristiques géométriques du point de vue anthropométrique. Dans cette direction, nous avons trouvé les travaux de Durand et al. [29] et Kshirsagar [52].

Durand et al. [29] présentent une méthode pour résoudre des incohérences entre les topologies lors des échanges de données. L'algorithme utilise la théorie des splines variationnelles et permet d'améliorer l'exactitude de la continuité d'une géométrie sous-jacente en procédant par des modifications légères tout en préservant la qualité esthétique globale. Selon les auteurs, la méthode peut être étendue à la résolution de problèmes de déformation sous contraintes de continuité.

La méthode de déformation de Kshirsagar [52] est une méthode qui permet de réaliser la déformation d'un maillage 3D en déplaçant un ensemble de points de contrôle. Cet ensemble de points établit des régions d'influence dans le maillage. Chaque point

du maillage est alors sous l'influence d'un ou plusieurs points de contrôle en fonction de sa distance angulaire. Ainsi les influences des points de contrôle auront un poids calculé selon ces distances.

## 4.2 Modèles biomécaniques de la hanche

La biomécanique est une science qui combine l'ingénierie mécanique avec la biologie et la physiologie. Elle est liée à l'étude du corps humain. En biomécanique, les principes de la mécanique sont utilisés pour la conception, la planification et l'analyse des systèmes pour la biologie et la médecine. La biomécanique a contribué au perfectionnement du diagnostic médical et le processus de traitement [7]. Elle permet de planifier les implants et le choix des outils et appareils médicaux.

Les modèles biomécaniques permettent de connaître certains paramètres de la PTH, comme par exemple : le stress, la fatigue, la corrosion, la charge et la stabilité. Plusieurs travaux ont été réalisés à ce sujet [77, 58, 21, 40, 24]. Nous allons analyser un des plus complets, celui de Viceconti et al. [77]. Dans ce travail, les auteurs ont validé un nouveau type de prothèse : la prothèse sur mesure ("Custom-made prosthesis", CMP) pour le projet HIPCOM en utilisant un modèle 3D du bassin, des méthodes numériques et expérimentales. Ils ont évalué, expérimentalement la stabilité et le stress de cette nouvelle prothèse en la comparant à d'autres prothèses. Le modèle 3D du bassin est obtenu par la segmentation d'images TDM du bassin. La méthode numérique prédit les mesures expérimentales, le stress et les micromouvements de la prothèse. Les résultats obtenus ont permis la validation de la nouvelle prothèse et mis en évidence le besoin d'optimisation de la géométrie de la prothèse cotyloïdienne qui permet de minimiser le stress.

## 4.3 Conclusion

L'étude du pelvis a diverses applications, non seulement dans le domaine médical, mais aussi dans des domaines comme la biomécanique, l'ergonomie et l'informatique. Malgré cela, il n'existe pas de modèle géométrique complet applicable à tous ces domaines, et plus particulièrement à notre problème. Les modèles actuels sont obtenus : (i) à partir d'images médicales CT, Scanner ou IRM, (ii) à partir du scanner 3D de la surface du bassin, (iii) à partir de mesures de points en coordonnées 3D  $(x, y, z)$  du bassin et (iv) par la déformation d'un maillage 3D. Nous concluons que la plupart des modèles existants ne nous conviennent pas car :

- Ils utilisent des images TDM/IRM/Scanner pour les obtenir

- La méthode d’obtention du volume par le scanner 3D de la structure du bassin ne peut pas s’utiliser dans la pratique médicale
- Il s’agit de modèles très simplifiés ou pas assez précis
- Les modèles appartiennent à une personne en particulière
- Les modèles ont été modifiés pour correspondre aux mesures représentatives d’une population
- Les modèles n’ont pas été validés

Nous sommes intéressés principalement par les modèles d’application médicale et les modèles informatiques présentés dans les paragraphes 4.1.1 et 4.1.3, ces modèles nous permettront :

- d’utiliser des mesures de points en coordonnées 3D  $(x, y, z)$  pour l’obtention d’un modèle générique du bassin,
- d’obtenir le volume 3D du patient par la déformation d’un maillage, la méthode de déformation de Kshirsagar [52] est celle qui nous semble la plus intéressante car elle nous permettra de réaliser une déformation d’un maillage 3D du bassin en respectant ces caractéristiques géométriques,
- d’utiliser les modèles du cotyle et de l’union coxo-fémorale qui peuvent être intéressants pour compléter, corriger ou valider le volume 3D obtenu.

Ainsi notre but est d’obtenir un modèle 3D du bassin d’un patient à partir de données accessibles, non invasives et peu coûteuses. Nous voulons utiliser de données obtenues à partir d’une radiographie antéropostérieure (2D) et d’images échographiques partielles (3D). Ces données seront utilisées par une méthode de déformation qui nous permettra d’obtenir le modèle 3D du patient en respectant les caractéristiques géométriques génériques du bassin.

Dans le chapitre suivant nous présentons d’abord des caractéristiques et des proportions particulières du bassin et du fémur obtenues au cours de notre recherche dans la littérature, ces caractéristiques ont été trouvées dans des travaux d’anthropométrie. Puis, nous présentons une sélection des caractéristiques en vue de les utiliser pour l’obtention d’un modèle générique du bassin.



## Quatrième partie

### Reconstruction du modèle du bassin humain par l'utilisation d'un *atlas probabiliste*





# Chapitre 5

## Vers un modèle générique du bassin : l'*atlas probabiliste*

Dans ce chapitre nous décrivons les caractéristiques les plus génériques du bassin : points, distances et angles. La plupart de ces caractéristiques sont utilisées dans la classification anthropométrique avec l'objectif d'étudier les mesures du corps humain. Le but de cette recherche a été d'obtenir des données qui puissent être intégrées dans un modèle géométrique générique du bassin.

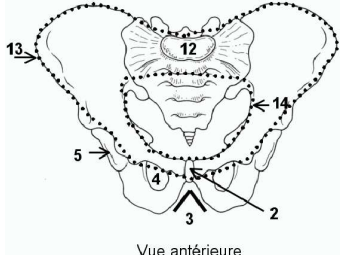
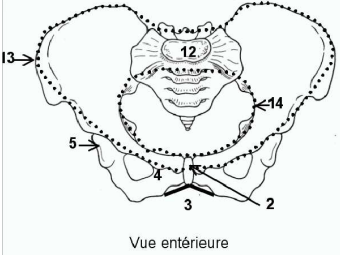
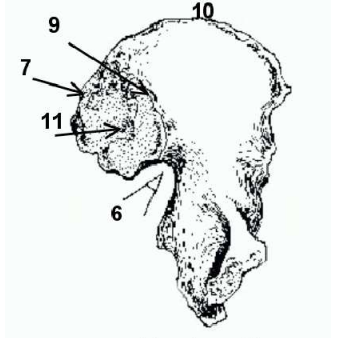
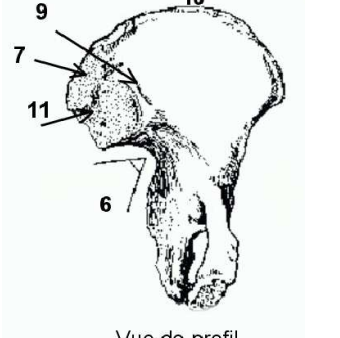
### 5.1 Caractéristiques particulières du bassin

Les caractéristiques du bassin et du fémur ont été étudiées par plusieurs auteurs. Ces caractéristiques permettent par exemple de déterminer le sexe, la race et l'âge du sujet qu'elles appartenaient, en utilisant des indices et dimensions pour réaliser la classification. Pour des raisons de simplicité, nous présentons dans ce paragraphe un résumé des caractéristiques principales du bassin trouvées dans la littérature. La description détaillée (indices, auteurs, études, etc.) est dans l'annexe A (page 179). Le résumé des caractéristiques se présente en deux tableaux :

(i) Le Tableau 5.1 (tiré de [4]) décrit les traits morphologiques du bassin les plus remarquables selon le sexe.

(ii) Le Tableau 5.2 montre les caractéristiques du bassin et du fémur que nous considérons les plus utilisées en anthropométrie.

Une discussion décrivant les résultats obtenus par cette recherche est présentée dans le paragraphe suivant.

#	Trait	Mâle	Femelle
		 Vue antérieure	 Vue antérieure
		 Vue de profil	 Vue de profil
1	Pelvis	Massif, rugueuse, endroit des muscles bien prononcé	Moins massif, lisse
2	Symphyse	Plus haut	Plus bas
3	Angle subpubien	En forme de V	En forme de U, arrondi, angle obtuse vaste et divergent
4	Foramen obturé	Grand, souvent ovoïde	Petit, triangulaire
5	Cotyle	Grand, tend à avoir une direction latérale	Petit, tend à avoir une direction antérolatérale
6	Grande incisure sciatique	Plus petite, fermée, profonde	Plus grande, vaste, peu profonde
7	Espace postauriculaire	Étroit	Vaste
8	Sillon preauriculaire	Non fréquent	Plus fréquent et mieux développé
9	Sillon postauriculaire	Non fréquent	Plus fréquent, surface auriculaire plus acérée
10	Ilion	Haut qui tend à être vertical	Plus bas, latéralement divergent
11	Tubérosité iliaque	Grande, non dressée	Petite ou absente, montée ou variée
12	Sacrum	Plus long, plus étroit avec une courbature plus distribuée; souvent 5 segments ou plus	Plus court, plus vaste, avec une tendance de courbature en S1-2 et S2-5 <sup>1</sup> ; 5 segments
13	Bord pelvien	En forme de coeur	Circulaire, elliptique
14	Pelvis ou cavité	Relativement plus petite	Oblique, peu profonde, ample

**Tab. 5.1:** Différences dans la morphologie du pelvis selon le sexe [4].

### 5.1.1 Discussion

La recherche réalisée en l'anthropométrie nous a permis de réaliser que l'obtention d'un volume 3D générique du bassin est un problème ouvert et difficile à résoudre.

Bassin	
1	Diamètre antéropostérieur
2	Diamètre maximal transverse
3	Hauteur sciatique
4	Travers de la grande incisure sciatique
5	Distance du bord du cotyle au bord adjacent de la grande incisure sciatique
6	Aire de la surface du cotyle
7	Aire de la surface de l'ilion
8	Point le plus bas de la grande incisure sciatique à la projection pyramidale
9	Longueur de la grande incisure sciatique
10	Diamètre verticale du cotyle
11	Hauteur iliaque supérieure
12	Hauteur iliaque inférieure
13	Longueur iliaque
14	Longueur du pubis
15	Longueur de l'ischion
16	Longueur pubo-acetabulaire
17	Longueur tubercle pubien cotyle
18	Hauteur tubercle de la symphyse
19	Longueur bi iliaque
20	Angle de la symphyse
21	Angle pelvien
22	Angle d'antéversion du cotyle
23	Angle d'inclinaison du cotyle
Fémur	
24	Diamètre de la tête du fémur
25	Largeur bicondyalaire
26	Ligne trochantérique oblique
27	Angle collodiaphysaire
28	Angle d'antéversion fémorale
29	Circonférence fémorale

**Tab. 5.2:** *Caractéristiques principales du bassin et du fémur utilisées en anthropométrie pour la classification.*

A notre connaissance, les spécialistes n'ont pas encore l'information suffisante pour concrétiser des valeurs ou des indices pour la classification du bassin selon le sexe ou la race. Une classification selon le sexe du bassin qui soit indépendante de la race est possible seulement en utilisant les caractéristiques morphologiques du Tableau 5.1. Dans la bibliographie nous avons trouvé que les valeurs de classification existantes appartenaient en général à une population spécifique ou bien que ces valeurs sont obtenues avec des indices différents.

Ce problème se présente aussi pour la classification selon le sexe à partir du fémur. Cependant, le fémur ne présente pas autant de variations que le bassin. Cela a permis à Viceconti et al. [76] de proposer un modèle standardisé du fémur.

Les valeurs les plus génériques du bassin que nous avons trouvé dans la littérature sont un ensemble de valeurs moyennes des points caractéristiques qui ont été décrits dans les paragraphes 4.1.1.1 et 4.1.1.2. Cependant, il n'existe pas de statistiques

sur les relations entre les différents points caractéristiques permettant de savoir par exemple, la proportion de la longueur du bassin par rapport à sa largeur.

Ce manque d'information permettant la classification générique du bassin et l'objectif d'obtenir un modèle générique pour la construction du modèle 3D du patient, nous ont conduit à sélectionner des points, des distances et des angles caractéristiques du bassin à partir de cette étude. Ces caractéristiques sont décrites dans le paragraphe suivant et elles seront utilisées pour la construction d'un *atlas probabiliste* du bassin que nous présentons dans le chapitre suivant.

## 5.2 Les points caractéristiques du bassin

Les points caractéristiques que nous avons sélectionnés à partir de l'étude réalisée dans la bibliographie de l'anthropométrie du bassin sont présentés dans les listes ci-dessus. Les listes contiennent le noms des points et leurs descriptions. Les noms des points  $P_{n=1...70}$  sont présentés par paires à cause de la symétrie du bassin. En effet nous avons deux points correspondant à la même description mais situés à chaque coté du bassin (à droite ou à gauche). Par exemple, les points  $P_1, P_{29}$  correspondent aux points supérieurs des crêtes iliaques du bassin.  $P_1$  est sur la crête iliaque droite et  $P_{29}$  est sur la crête iliaque gauche.

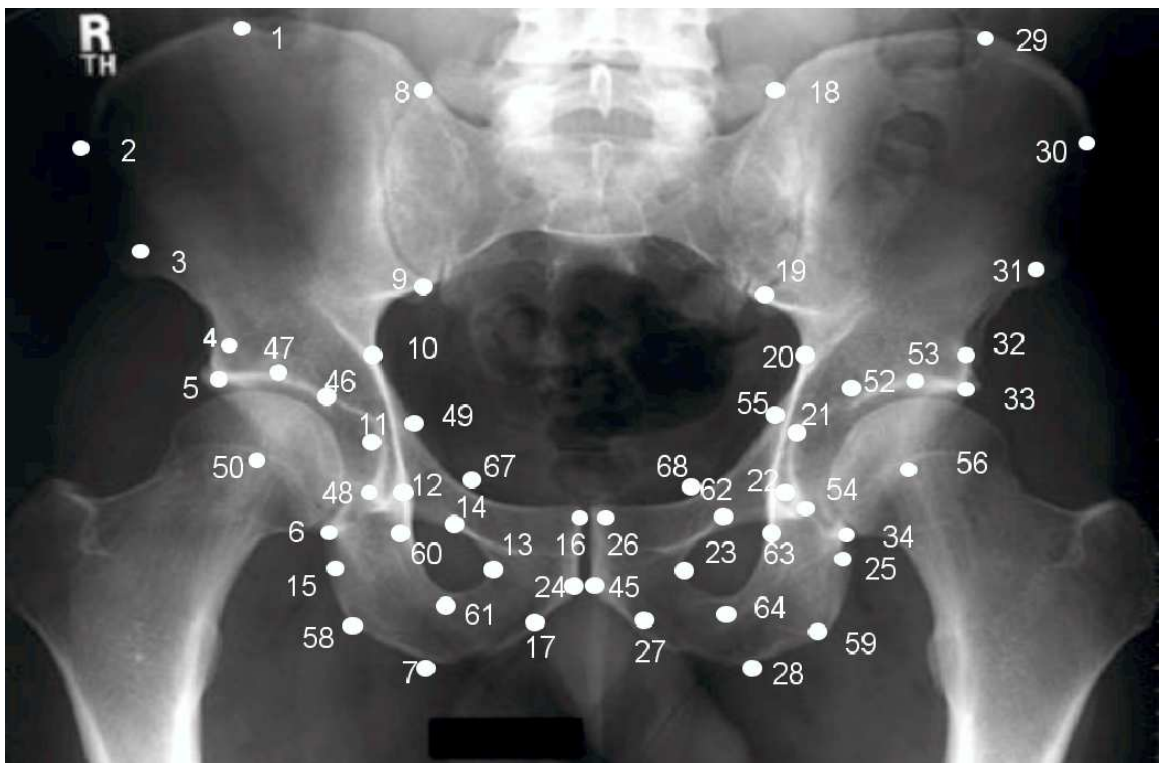
Les points ont été sélectionnés par les critères suivants :

- Les points sont caractéristiques et faciles à reconnaître sur les images,
- Les points sont obtenus à partir d'une radiographie antéropostérieure, une sonde échographique ou par palpation externe.

L'ensemble de points caractéristiques du bassin en vue de face et identifiables à partir d'une radiographie (Fig. 5.1) sont :

- Points : Description
- $P_1, P_{29}$  : Point supérieur de la crête iliaque
- $P_2, P_{30}$  : Point le plus latéral de la crête iliaque
- $P_3, P_{31}$  : Épine antérieure supérieure
- $P_4, P_{32}$  : Épine antérieure inférieure
- $P_5, P_{33}$  : Point supérieur du bord du cotyle
- $P_6, P_{34}$  : Point inférieur du bord du cotyle
- $P_7, P_{28}$  : Point inférieur de la tubérosité ischiatique
- $P_8, P_{18}$  : Point supérieur de la surface articulaire
- $P_9, P_{19}$  : Point inférieur de la surface articulaire
- $P_{10}, P_{20}$  : Point sur la ligne arquée pour obtenir le diamètre intérieur du pelvis

- $P_{11}, P_{21}$  : Fosse acétabulaire
- $P_{12}, P_{22}$  : Larme acétabulaire
- $P_{13}, P_{23}$  : Point médial sur le bord du foramen obturé
- $P_{14}, P_{62}$  : Point supérieur sur le bord du foramen obturé
- $P_{15}, P_{25}$  : Point le plus supérieur sur le bord de la tubérosité ischiatique
- $P_{16}, P_{26}$  : Point supérieur de la surface de la symphyse
- $P_{17}, P_{27}$  : Angle subpubien
- $P_{24}, P_{45}$  : Point inférieur de la surface de la symphyse
- $P_{49}, P_{55}$  : Point intérieur de la fosse acétabulaire
- $P_{58}, P_{59}$  : Point les plus latéral sur le bord de la tubérosité ischiatique
- $P_{61}, P_{64}$  : Point inférieur sur le bord du foramen obturé
- $P_{67}, P_{68}$  : Point sur la branche supérieure du pubis à l'origine du pectiné

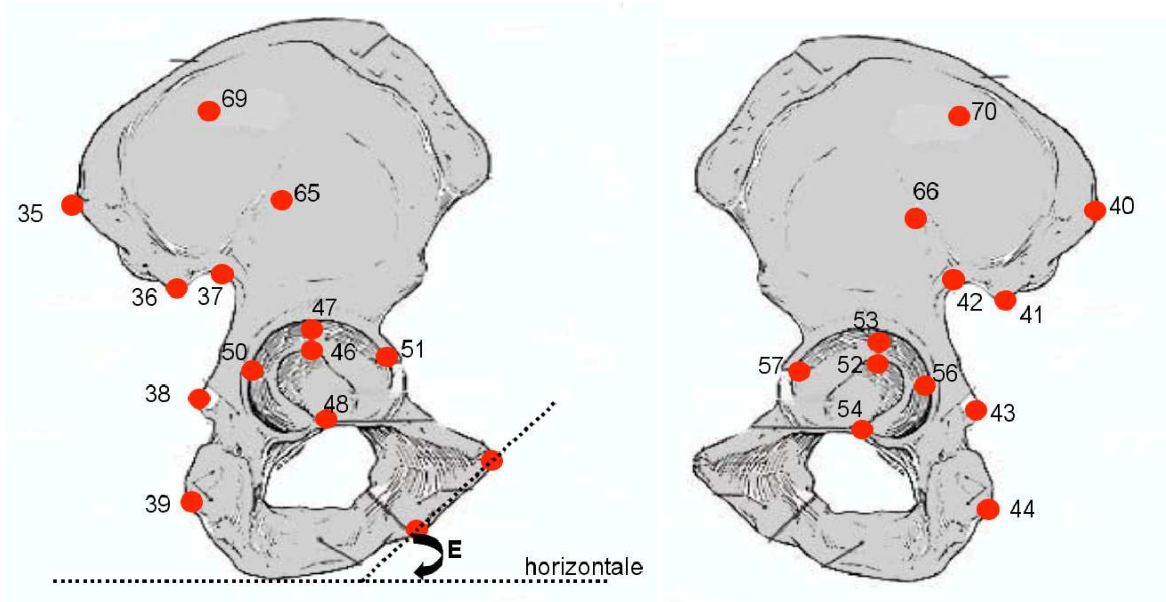


**Fig. 5.1:** Points caractéristiques obtenus à partir d'une radiographie antéropostérieure. Afin de ne pas trop charger l'information sur l'image nous avons représenté les points par leur numéro, c'est à dire par exemple le point  $P_1$  est représenté par le numéro 1 sur l'image.

L'ensemble de points caractéristiques sélectionnés sur une vue de profil sont identifiables à partir d'une échographie (Fig. 5.2) :

- $P_{35}, P_{40}$  : Épine iliaque postérieure et supérieure
- $P_{36}, P_{41}$  : Épine iliaque postérieure et inférieure

- $P_{37}, P_{42}$  : Grand incisure sciatique
- $P_{38}, P_{43}$  : Épine ischiatique
- $P_{39}, P_{44}$  : Point inférieur de la grand incisure sciatique
- $P_{46}, P_{52}$  : Point supérieur de la fosse acétabulaire
- $P_{47}, P_{53}$  : Point supérieur du cotyle
- $P_{48}, P_{54}$  : Point inférieur de la fosse acétabulaire
- $P_{50}, P_{56}$  : Point postérieur du bord du cotyle
- $P_{51}, P_{57}$  : Point de l'incisure ilio-pubienne
- $P_{65}, P_{66}$  : Point sur les fibres postérieures de l'origine du petit fessier sur la ligne entre l'épine antérieure supérieure et l'épine iliaque postéro-supérieure
- $P_{69}, P_{70}$  : Point sur la ligne entre le point le plus latéral de la crête iliaque et l'épine iliaque postéro-supérieure à l'origine des fibres postérieures du moyen fessier



**Fig. 5.2:** Points caractéristiques du bassin (droite et gauche) en vue de profil. Afin de ne pas trop charger l'information sur les images nous avons représenté les points par leur numéro, c'est à dire par exemple le point  $P_{35}$  est représenté par le numéro 35 sur l'image.

### 5.2.1 Centre de la hanche

Nous proposons d'obtenir le centre de la hanche à partir de l'équation de la sphère circonscrite dans quatre points, dans notre cas, il s'agit de quatre points sur le cotyle, par exemple les points :  $P_{46}$ ,  $P_{47}$ ,  $P_{50}$  et  $P_{51}$ . Bien entendu, il est toujours possible de calculer le centre de la hanche à partir d'un autre ensemble de points sur

la surface du cotyle.

#### 5.2.1.1 Coordonnées du centre de la hanche

Nous obtenons les coordonnées du centre de la hanche  $(x_c, y_c, z_c)$  par le calcul du centre d'une sphère unique déterminée par quatre points non coplanaires  $PS_1, PS_2, PS_3$  et  $PS_4$  :

- $PS_1 = P_{46} = (x_1, y_1, z_1)$
- $PS_2 = P_{47} = (x_2, y_2, z_2)$
- $PS_3 = P_{50} = (x_3, y_3, z_3)$
- $PS_4 = P_{51} = (x_4, y_4, z_4)$

La sphère est calculée à partir des coordonnées de ces points. L'équation de cette sphère est donnée par la matrice d'équations  $M$  :

$$M = \begin{bmatrix} x^2 + y^2 + z^2 & x & y & z & 1 \\ x_1^2 + y_1^2 + z_1^2 & x_1 & y_1 & z_1 & 1 \\ x_2^2 + y_2^2 + z_2^2 & x_2 & y_2 & z_2 & 1 \\ x_3^2 + y_3^2 + z_3^2 & x_3 & y_3 & z_3 & 1 \\ x_4^2 + y_4^2 + z_4^2 & x_4 & y_4 & z_4 & 1 \end{bmatrix}$$

dont le déterminant est égal à zéro  $|M| = 0$ .

Ainsi le centre de la sphère, se calcule comme suit :

$$x_c = +0.5 \frac{|M_{12}|}{|M_{11}|}$$

$$y_c = -0.5 \frac{|M_{13}|}{|M_{11}|}$$

$$z_c = +0.5 \frac{|M_{14}|}{|M_{11}|}$$

où  $|M_{ij}|$  est le déterminant de la matrice mineure  $M_{ij}$  de  $M$ .

## 5.3 Les distances caractéristiques

Les distances sont obtenues à partir des points caractéristiques (Fig. 5.3). Elles correspondent aux données suivantes :

- $D_{1a}$  : Hauteur du bassin (droite), distance entre  $P_1$  et  $P_7$ .
- $D_{1b}$  : Hauteur du bassin (gauche), distance entre  $P_{29}$  et  $P_{28}$ .
- $D_2$  : Longueur extérieure du bassin, distance entre  $P_2$  et  $P_{30}$ .
- $D_3$  : Longueur intérieure du bassin, distance entre  $P_{10}$  et  $P_{20}$ .



- $D_4$  : Longueur inter iliaque, distance entre  $P_9$  et  $P_{19}$ .
- $D_5$  : Longueur inter-pubien, distance entre  $P_{16}$  et  $P_{26}$ .
- $D_6$  : Longueur inter-tubéral, distance entre  $P_7$  et  $P_{28}$ .
- $D_7$  : Longueur inter foramen, distance entre  $P_{13}$  et  $P_{23}$ .
- $D_8$  : Longueur entre les épines iliaques, distance entre  $P_3$  et  $P_{31}$ .

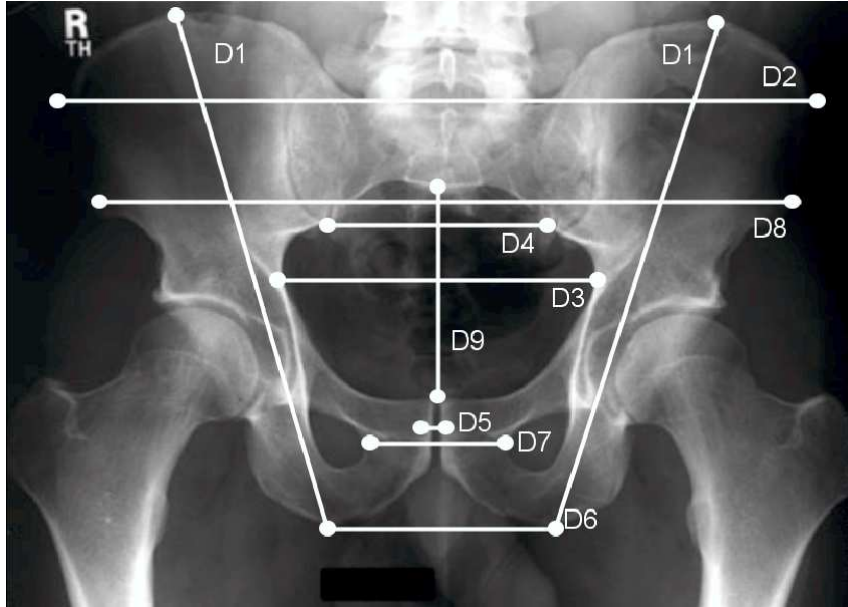


Fig. 5.3: Distances caractéristiques obtenues à partir des points radiographiques.

## 5.4 Les angles caractéristiques

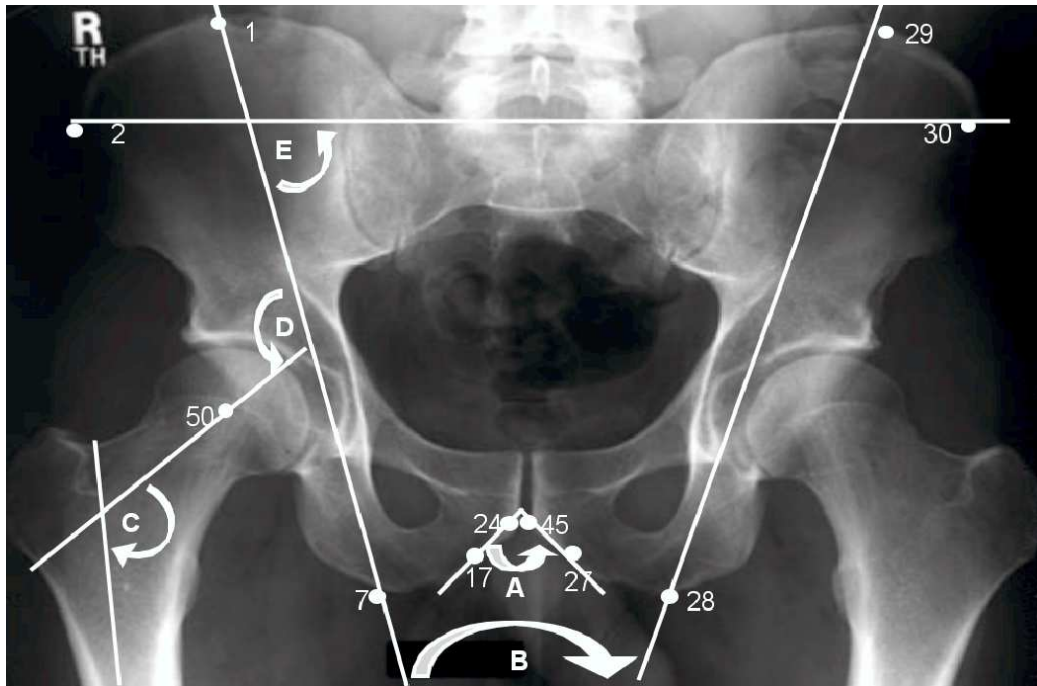
Les angles caractéristiques que nous avons sélectionné sont (Fig. 5.4 et 5.2) :

- A : Angle pubien ; angle formé entre les lignes des points  $P_{17}$  à  $P_{24}$  et  $P_{27}$  à  $P_{45}$
- B : Angle pelvien ; angle formé entre les lignes des points  $P_7$  à  $P_1$  et  $P_{28}$  à  $P_2$
- C : Angle cervico-diaphysaire ; angle formé entre la ligne du col fémorale et la ligne de la diaphyse fémorale
- D : Angle formé entre les lignes des points  $P_2$  à  $P_{30}$  et  $P_1$  à  $P_7$
- E : Angle d'inclinaison de la symphyse formé entre les lignes du point  $P_{16}$  et  $P_{24}$  et le plan transversal

## 5.5 Vers un modèle bayésien du bassin

Cette sélection permet de conclure que la description de la topologie du bassin est basée sur trois types de caractéristiques principales :





**Fig. 5.4:** Angles caractéristiques obtenus à partir de la radiographie.

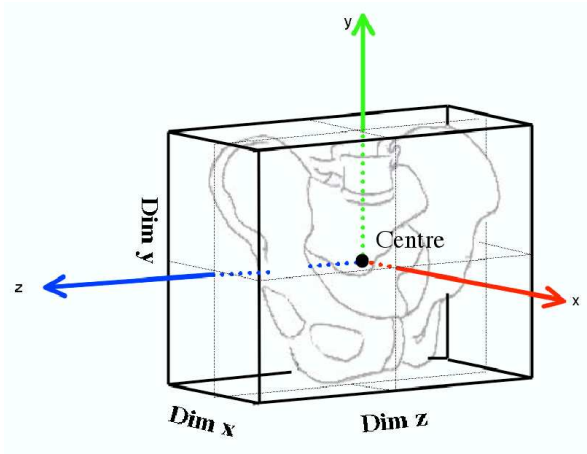
- Points,
- distances et
- angles.

Néanmoins, il faut remarquer que le centre de la hanche, les distances et les angles peuvent être calculés en utilisant les points caractéristiques présentés dans la section 5.2. Nous proposons donc de regarder la topologie du bassin, comme l'ensemble de ces points.

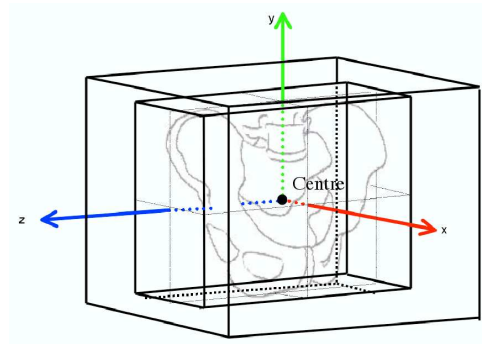
**DEFINITION 1.** *L'atlas du bassin d'un patient, noté **atlas**, est défini comme l'ensemble de valeurs des points caractéristiques de son bassin  $\mathbf{atlas} \subset \{\mathbf{p}_i = (x_i, y_i, z_i) \mid i = 1, 2, \dots, 70\}$ .*

Par convention, les points de l'atlas d'un patient sont définis dans le repère du centre du parallélépipède englobant son bassin (voir Fig. 5.5). Remarquez que de cette manière, le centre de l'atlas reste le même quelque soient les dimensions du patient (Fig. 8.12). Nous verrons dans le Chapitre 6 que le centre de l'atlas peut être calculé en utilisant les paires de points  $(P_3, P_{35})$ ,  $(P_1, P_7)$  et  $(P_2, P_{30})$ . En effet, ces points permettent de calculer les dimensions du parallélépipède englobant et par conséquence le centre.

Nous avons vu au long de ce document qu'il n'existe pas de modèle générique du bassin et que les données existantes comportent une certaine variabilité, en autres



**Fig. 5.5:** Parallélépipède englobant le bassin et centre du parallélépipède.



**Fig. 5.6:** Le centre de l'atlas d'un patient reste le même quelque soient les dimensions du bassin du patient.

termes, qu'il existe un nombre infini de valeurs possibles pour **atlas**. Cependant les valeurs possibles sont bornées, par exemple, par les personnes ayant le bassin le plus grand et le plus petit sur la terre. En plus, certaines valeurs sont plus fréquentes que d'autres, c'est-à-dire qu'on peut mesurer quantitativement la valeur **atlas**. Précisément, en probabilité on peut exprimer l'incertitude d'**atlas** en termes quantitatives par la probabilité de l'évènement **atlas** noté  $P(\mathbf{atlas})$ . On dit alors qu'il existe une variable aléatoire *Atlas* représentant toutes les valeurs possibles des points caractéristiques et sa distribution de probabilité  $P(Atlas)$ . Ainsi  $P(\mathbf{atlas}) = P(Atlas = \mathbf{atlas})$  représente la probabilité de que les points caractéristiques prennent les valeurs dénotées par **atlas**.

Nous proposons donc l'obtention d'un *atlas probabiliste* des points caractéristiques du bassin, c'est-à-dire la construction de  $P(Atlas)$ . Ainsi, un bassin sera vu comme une structure reliant des "points caractéristiques" décrits par la distribution

de probabilité.

**DEFINITION 2.** *L’atlas probabiliste est défini comme un modèle générique du bassin représenté par une distribution de probabilité  $P(\text{Atlas})$ . Cette distribution capture l’incertitude des dimensions des points caractéristiques du bassin. Plus particulièrement, nous définissons l’atlas probabiliste comme un modèle basé sur une analyse statistique de distribution normale multivariée<sup>2</sup>.*

$$P(\text{Atlas}) = \text{Distribution Gaussienne Multivariée}$$

Grâce à l’atlas probabiliste et à un modèle bayésien intégrant l’estimation de quelques points caractéristiques d’un patient en utilisant une radiographie et quelques échographies, il nous est possible d’estimer l’atlas du patient. Une fois que l’atlas du patient a été estimé, il nous est possible de construire une estimation du modèle 3D de son bassin. Dans le chapitre 7, nous présentons une description générale de cette procédure.

---

<sup>2</sup>L’obtention de distributions normales mutivariées est décrite dans le chapitre 7.



# Chapitre 6

## Modélisation bayésienne.

Le but de ce chapitre est de présenter les notions et les principes de base utilisés dans la modélisation d'un problème probabiliste, le concept d'un programme bayésien et l'identification et modélisation d'un problème géométrique probabiliste.

Ainsi nous commençons par introduire la programmation bayésienne et la modélisation géométrique probabiliste. Puis, nous décrivons l'analyse statistique multivariées. Finalement, nous présentons un exemple simple mais complet d'un problème géométrique probabiliste illustrant la modélisation et la résolution du problème par l'approche bayésien.

### 6.1 Programmation bayésienne

Dans cette section nous présentons brièvement les principes du calcul bayésien pour la compréhension de la méthode d'obtention d'un modèle probabiliste [10, 126]. En effet, le calcul bayésien est une méthode de modélisation et d'inférence qui permet de prendre en compte des incertitudes. Nous nous plaçons dans le cadre de la théorie du raisonnement probabiliste appelée *Probability as Logic* (PaL) [131]. Cette théorie permet d'étendre la logique à des propositions dont la vérité n'est pas connue avec certitude et de formaliser la notion de raisonnement plausible.

#### 6.1.1 Définitions fondamentales.

##### 6.1.1.1 Probabilité d'une proposition logique.

Une proposition logique est un énoncé qui peut être vrai ou faux. Nous définissons la plausibilité (probabilité)  $P(A)$  d'une proposition  $A$  comme le degré de

certitude accordé à sa véracité. Toute probabilité d'une proposition  $A$  ne peut être donnée qu'au vu d'un ensemble de *connaissances préalables* dénotés  $\pi$ . Alors, il est convenable d'expliciter dans les notations les connaissances  $\pi$  qui ont permis d'assigner une valeur  $P_A$  à une proposition  $A$  en écrivant  $P(A|\pi) = P_A$ . Dans le but de simplifier les notations nous allons supprimer l'écriture des connaissances  $\pi$  dans les formules manipulés dans le reste du document. Nous utiliserons, dans ce qui suit, la notation  $AB$  pour la conjonction de  $A$  et  $B$ ,  $A + B$  pour la disjonction et  $\neg A$  et  $\neg B$  pour les négations.

### 6.1.1.2 Règles de calcul.

Deux règles fondamentales sont à la base de toute inférence probabiliste. Étant données les propositions logiques  $A$  et  $B$ , ces deux règles sont la règle du produit et la règle de normalisation.

**Règle du produit.** La règle du produit donne la probabilité d'une conjonction.

$$P(A B) = P(A)P(A|B) = P(B)P(A|B) \quad (6.1)$$

**Règle de normalisation.** La règle de normalisation exprime le fait que la somme des probabilités d'une proposition et de sa négation est égale à 1.

$$P(A) + P(\neg A) = 1 \quad (6.2)$$

### 6.1.1.3 Autres définitions et notations.

**Probabilité d'une disjonction.** L'utilisation des règles 6.1 et 6.2 permet d'écrire la probabilité d'une disjonction comme suit :

$$P(A + B) = P(A) + P(B) - P(A B) \quad (6.3)$$

Si  $A$  et  $B$  sont indépendantes donc :

$$P(A + B) = P(A) + P(B) \quad (6.4)$$

### 6.1.1.4 Variable discrète - distribution de probabilité discrète.

Si l'on veut assigner des probabilités aux différentes valeurs numériques d'une variable discrète  $X$ . Nous devons définir un ensemble de propositions logiques mutuellement exclusives  $A_n \equiv X = n$ , où  $n$  prend toutes les valeurs possibles de  $X$  et

considère les probabilités  $P(A_n) = f(n)$ . La fonction  $f$  représente une *distribution de probabilité discrète* sur la plage de variation de la variable  $X$ .

La notation  $P(X)$  est utilisé pour désigner une distribution de probabilité sur une variable discrète  $X$ . Les règles 6.1 et 6.2 se appliquent dans le contexte des variables discrètes et s'écrivent pour deux variables discrètes  $X$  et  $Y$ , comme suit :

$$P(X Y) = P(X)P(Y|X) = P(Y)P(X|Y)$$

$$\sum_X P(X) = 1$$

#### 6.1.1.5 Densité de probabilité.

Afin de considérer la notion de probabilité d'une variable continue  $X$  en utilisant les résultats obtenus pour les propositions logiques, nous prenons le raisonnement donné par Jaynes [131]. Nous définissons les deux propositions suivantes :

$$F_1 \equiv (X \leq q) \tag{6.5}$$

$$F_2 \equiv (X > q) \tag{6.6}$$

Les deux propositions sont exhaustives et mutuellement exclusives. La probabilité de  $F_1$  dépend de  $q$  en définissant une fonction  $G$  telle que :

$$P(F_1) = G(q)$$

La fonction  $G$  est croissante.

Soit la proposition  $W \equiv (a < X \leq b)$  (la valeur de  $x$  dans l'intervalle  $]a, b]$ ). Notons  $A$  et  $B$  les propositions suivantes :

$$A \equiv (X \leq a) \tag{6.7}$$

$$B \equiv (X \leq b) \tag{6.8}$$

Nous avons l'égalité  $B = A + W$ . En plus, comme  $A$  et  $W$  sont mutuellement exclusives, l'application de la règle de la somme permet d'écrire :

$$P(B) = P(A) + P(W)$$

ce qui donne finalement :

$$P(a < X \leq b) = P(W) = G(b) - G(a)$$

Si  $G$  est différentiable, nous avons :

$$P(a < X \leq b) = \int_a^b g(X) dX$$

Dont  $g(X) = \frac{dG(X)}{dX}$  La fonction  $g$  est appelée *densité de probabilité* ou bien *distribution de probabilité* sur la variable  $X$ . Dans le reste du document nous l'appellerons distribution de probabilité et nous utiliserons la notation  $P(X)$  pour dénoter la distribution sur une variable continue. Pour les cas des variables continues, les deux règles fondamentales 6.1 et 6.2 restent valides et s'écrivent respectivement pour deux variables  $X$  et  $Y$  comme suit :

$$P(X Y) = P(X)P(Y|X) = P(Y)P(X|Y)$$

$$\int P(X) dX = 1$$

La distribution  $P(XY)$  est appelée la *distribution conjointe* de  $X$  et  $Y$ .

#### 6.1.1.6 Distribution marginale

Soit  $X$  et  $Y$  deux variables numériques. On appelle *distribution marginale* de  $X$  par rapport à  $Y$  la distribution de probabilité :

$$P(X) = \sum_Y P(X Y) = \sum_Y P(Y)P(X|Y), \text{ quand } Y \text{ est discrète}$$

$$P(X) = \int P(X Y) dY = \int P(Y)P(X|Y) dY, \text{ quand } Y \text{ est continue}$$

#### 6.1.1.7 Formule de Bayes.

La formule de *Bayes* est obtenue par la transformation directe de la règle du produit.

$$P(X|Y) = \frac{P(X Y)}{P(Y)} = \frac{P(X)P(Y|X)}{P(Y)} = \frac{P(X)P(Y|X)}{\sum_X P(X)P(Y|X)}$$

Lorsque  $Y$  est connu,  $P(Y)$  est une constante indépendante de  $X$ . On sait donc que  $P(X|Y)$  est proportionnel à  $P(X)P(Y|X)$  et on peut déduire le coefficient de proportionnalité de la règle de normalisation. La règle de proportionnalité entre distributions est noté  $\alpha$  :

$$P(X|Y) \propto P(X)P(Y|X)$$

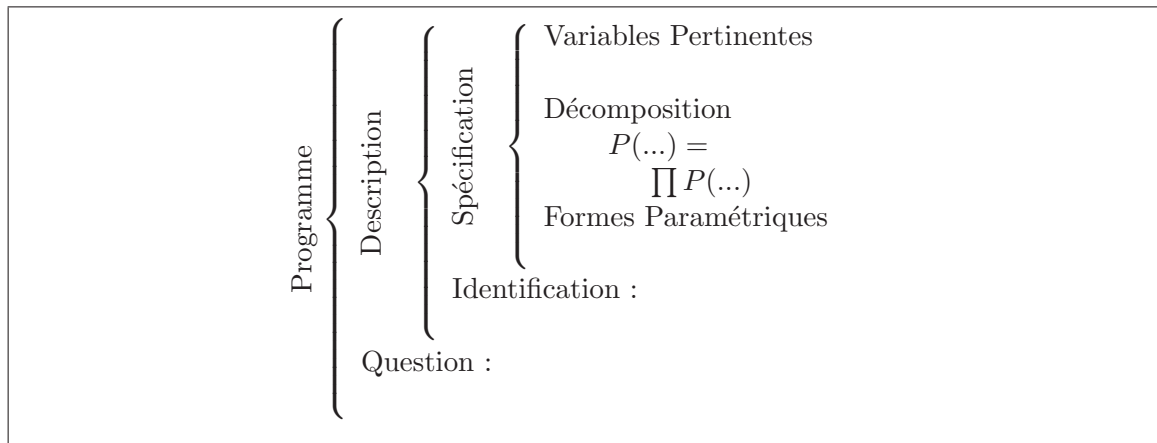


### 6.1.2 Méthode de la programmation bayésienne.

Dans ce paragraphe, nous présentons brièvement la définition d'un *Programme Bayésien*. Cette méthode se base sur un objet formel, la description [123, 114]. La définition d'un *programme bayésien* se fait grâce à une description définie en trois phases :

- la spécification de connaissances préalables
- l'identification des valeurs des paramètres des distributions de probabilité
- l'utilisation de la description

Nous allons décrire plus en détail chacune des phases de la programmation bayésienne dans les paragraphes suivants ainsi que le concept de description. La Figure 6.1 illustre la structure générale d'un programme bayésien.



**Fig. 6.1:** Structure générale d'un programme bayésien.

#### 6.1.2.1 Définition de la description.

Une description est dénotée formellement par la distribution de probabilité conjointe d'un ensemble de variables  $V_1, \dots, V_n : P(V_1 \dots V_n | \pi)$  déterminée au vu des connaissances préalables  $\pi$  dont une partie est spécifiée par le programmeur et le reste peut provenir d'un ensemble de données expérimentales.

#### 6.1.2.2 Spécification

La spécification est la partie la plus délicate du travail du programmeur. Au cours de cette phase, il doit énoncer explicitement les connaissances qu'il apporte à

la description et celles qui résultent d'un processus adaptatif dépendant d'un jeu particulier de données expérimentales. On peut distinguer trois types de connaissance : le choix de variables pertinentes, l'expression des dépendances entre les variables retenues sous la forme d'un produit de distributions élémentaires et enfin la forme paramétrique associée à chaque une de ces distributions.

### Connaissances préalables structurelles : le choix des variables pertinentes.

Nous appelons *connaissances préalables structurelles*, les connaissances permettant de définir l'ensemble de variables  $V_1 \dots V_n$  pour la description. Toutes les autres variables sont ainsi supposées non pertinentes pour le problème considéré.

**Connaissances préalables de dépendance : le choix d'une décomposition de la distribution conjointe.** Comme énoncé précédemment, la description sur les variables  $V_1 \dots V_n$  a pour but la définition de la distribution conjointe  $P(V_1 \dots V_n | \delta\pi)$ . Cette forme mathématique est une distribution de probabilité à  $n$  dimensions. La règle du produit 6.1 nous permet de décomposer cette expression, en l'exprimant sous forme de produit de distributions.

Prenons un exemple une distribution conjointe  $P(XYZ)$  de 3 variables  $X, Y$  et  $Z$ . L'application de la règle du produit permet d'écrire :

$$P(X Y Z) = P(Z)P(Y|Z)P(X|Y Z)$$

Cette seconde étape de la spécification permet également d'exprimer les relations de dépendance, ou d'indépendance, entre les variables. Ces indépendance permettent réduire fortement les dimensions des termes apparaissant dans la décomposition. Si l'on suppose, dans notre exemple, que les variables  $X$  et  $Y$  sont indépendantes sachant la valeur de  $Z$ , on aura :

$$P(X Y Z) = P(Z)P(Y|Z)P(X|Z)$$

**Connaissances préalables d'observation : le choix des formes paramétriques.** Il faut maintenant associer à chacun des termes apparaissant dans la décomposition choisie à l'étape précédente une forme paramétrique. Pour cela, nous allons fournir des à priori sur les valeurs des distributions de probabilité de manière à modifier par l'expérience. Ce dernier point est composé d'un ensemble de valeurs initiales pour les paramètres, et d'un mécanisme de mise à jour au vu des données

expérimentales (ce mécanisme peut éventuellement être vide si l'on veut figer la distribution lors de la présente phase de spécification). Une description dans laquelle tous les termes sont ainsi fixés est appelée *spécification (description) à priori*.

Les formes paramétriques sont en générale des lois de probabilité classiques, par exemple des lois uniformes ou des lois normales. Une question à une autre description peut également être utilisée comme un programme probabiliste. Ce point sera illustré dans le chapitre suivant.

### 6.1.2.3 Identification

Les formes paramétriques peuvent contenir des paramètres libres, comme les moyennes ou écarts types de distributions gaussiennes. Il est nécessaire de fixer les valeurs numériques de ces paramètres pour achever notre description. Ces valeurs peuvent soit être obtenues par un processus d'apprentissage, soit fixées à priori par le programmeur.

### 6.1.2.4 Utilisation

Au terme des phases de spécification et d'identification, nous disposons d'une description complètement définie. La phase d'utilisation va consister à mettre en oeuvre les descriptions par le biais de questions probabilistes.

### 6.1.2.5 Définition de question.

Poser une question consiste à chercher la distribution de probabilité d'un certain nombre de variables  $\xi_q$  de la description, connaissant les valeurs d'autres variables  $\xi_c$ , et éventuellement en ignorant les valeurs d'un troisième groupe de variables  $\xi_i$ . Une question probabiliste est donc n'importe quelle expression de la forme :

$$P(V_k \dots V_l | v_m \dots v_n) \quad (6.9)$$

Où  $\varepsilon_q = \{V_k, \dots, V_l\} \neq \emptyset$ ,  $\varepsilon_c = \{V_m, \dots, V_n\}$ , et  $\varepsilon_i = \{V_o, \dots, V_p\}$  est l'ensemble des variables n'apparaissant ni dans  $\varepsilon_q$ , ni dans  $\varepsilon_c$ . Ces trois ensembles doivent bien sûr former une partition de l'ensemble des variables considérées pour que la question ait un sens.

### 6.1.2.6 Inférence

La connaissance de la distribution conjointe  $P(V_1 \dots V_n)$  et l'application des règles du produit 6.1 et de la marginalisation 6.2 nous permet de répondre à toute question de la forme 6.9. D'abord, nous appliquons la règle de Bayes :

$$P(V_k \dots V_l | v_m \dots v_n) = \frac{P(V_k \dots V_l v_m \dots v_n)}{P(v_m \dots v_n)} \quad (6.10)$$

Puis, en appliquant la règle de la marginalisation, nous pouvons exprimer le dénominateur et le numérateur de ce quotient en fonction de la distribution conjointe que l'on sait calculer :

$$P(V_k \dots V_l | v_m \dots v_n) = \frac{\sum_{V_o \dots V_p} P(V_k \dots V_l v_m \dots v_n V_o \dots V_p)}{\sum_{V_k \dots V_l V_o \dots V_p} P(V_k \dots V_l v_m \dots v_n V_o \dots V_p)} \quad (6.11)$$

La normalisation sur les variables  $V_o \dots V_p$  fait que cette méthode de résolution d'une question puisse être coûteuse. Cependant différentes formes de simplification peuvent apparaître lors de l'inférence, grâce aux indépendances formulées dans la distribution conjointe.

### 6.1.2.7 Décision

Le résultat de l'inférence fournit une distribution de probabilité sur les variables cherchées. Cette distribution de probabilité résume les connaissances préalables du programmeur sur le problème et les informations apportées et par des observations extéroceptives par exemple. Le plus courant est de choisir la valeur correspondante au maximum de probabilité ou de tirer les valeurs aléatoirement selon la distribution obtenue.

## 6.2 Modélisation géométrique probabiliste

Dans cette section nous présentons les notions et principes de la modélisation d'un problème géométrique probabiliste. Nous commençons par présenter les définitions et notations de base utilisées. Puis nous montrons comment un problème géométrique peut être résolu par l'utilisation du calcul bayésien en tenant compte des incertitudes. Dans le paragraphe 6.4 nous présentons un exemple simple mais complet d'un problème géométrique probabiliste illustrant la modélisation et la résolution du problème par l'approche bayésienne.

### 6.2.1 Définitions et notation de base pour la modélisation géométrique

Dans ce paragraphe, nous définissons un ensemble de notions de base utilisées pour la modélisation géométrique [119]. Dans la pratique, une grande catégorie de problèmes géométriques peut être spécifiée en modélisant les objets présents dans l'environnement comme des corps rigides et en décrivant les situations (poses) et les mobilités relatives entre ces derniers. Dans le cas général, la pose relative d'un objet (solide)  $O_A$  associé à un repère  $A$  par rapport à un autre objet  $O_B$  associé à un repère  $B$  est donnée par 6 paramètres indépendants (3 paramètres de translation et 3 paramètres de rotation), représentant la transformation géométrique de  $A$  en  $B$ . Cette localisation relative dans l'espace peut s'exprimer par une matrice de transformation homogène  $4 \times 4$  :

$$T_A^B = \begin{bmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{t} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

où  $\mathbf{R}$  représente la matrice de rotation du repère  $B$  par rapport au repère  $A$  et  $\mathbf{t}$  représente le 3-vecteur de translation entre les origines de  $\mathcal{R}_A$  et  $\mathcal{R}_B$ .

Cette représentation en matrices homogènes présente l'avantage de permettre d'écrire la pose entre deux repères  $A$  et  $Z$  reliés par une chaîne de transformations

$$(T_1^A, T_2^1, \dots, T_{n-1}^n, T_n^Z)$$

### 6.2.2 Graphe cinématique probabiliste

Nous proposons de représenter l'état de connaissance sur la pose relative des différents objets géométriques par une distribution de probabilité sur les paramètres de cette pose. **Ainsi, en utilisant la probabilité nous pouvons représenter les incertitudes présentes dans chaque relation.**

**DEFINITION 3.** Nous définissons un graphe cinématique probabiliste [119] comme un graphe donné par un ensemble de  $n$  sommets  $S = \{S_1, \dots, S_n\}$  et un ensemble de  $m$  arcs  $A = \{A_i^j, \dots, A_l^n\}$  où  $A_i^j \in A$  représente l'arc allant du sommet  $S_i$  au sommet  $S_j$ . Chaque  $S_i \in S$  représente soit un repère soit un point. En conséquence chaque  $A_i^j$  représente une relation géométrique entre :

- (i) deux repères,
- (ii) un repère et un point,
- (iii) deux points.

Ainsi,  $A_i^j$  est respectivement :

- (a) une transformation du repère  $S_i$  au repère  $S_j$ ,
- (b) la position du point  $i$  dans le repère  $S_j$  ou
- (c) la distance du point  $i$  au point  $j$ .

Chaque arc est appelé lien cinématique probabiliste et a une distribution de probabilité associée  $P(A_i^j)$  qui représente la relation de  $S_i$  par rapport à  $S_j$ . Il est aussi étiqueté par un ensemble (éventuellement vide) de contraintes d'égalité  $O(Q_i^j) = 0$  induites par une éventuelle relation de contact entre deux sommets  $S_i$  et  $S_j$ . Un graphe a les propriétés suivantes :

- Caractère orienté : Le graphe est par définition orienté. Généralement les relations  $A_i^j$  et  $A_j^i$  sont différentes, par exemple  $T_i^j \neq T_j^i$  ;
- Connexité : Le graphe est de nature connexe car seuls nous intéressent les repères liés directement ou indirectement entre eux ;
- Présence de cycles : Le graphe peut contenir de cycles.

### 6.2.3 Présence de cycles et la cohérence du modèle

Comme nous venons de le mentionner, le graphe cinématique peut contenir des cycles. Un cycle représente l'existence de plusieurs chemins reliant deux sommets. L'utilisation de chacun de ces chemins permet de calculer une pose relative entre les deux sommets en question. Le calcul de ces poses peut donner des résultats différents, ce qui rend le modèle *incohérent*. Pour que le modèle soit cohérent, toutes les poses calculées en utilisant les différents chemins doivent être identiques. Nous appelons cela la contrainte de *fermeture de cycles* [119].

### 6.2.4 Problème géométrique probabiliste

**DEFINITION 4.** Soit un graphe cinématique probabiliste [119] défini par un ensemble de  $n$  sommets  $S = \{S_1, \dots, S_n\}$  et un ensemble de  $m$  arcs  $A = \{A_i^j, \dots, A_l^n\}$ , la spécification d'un **problème géométrique probabiliste** à partir de ce graphe se

fait par la définition du rôle des paramètres de la pose de chaque arc  $A_i^j$  vis-à-vis du problème en question. Les statuts (rôles) qui peuvent être appliqués aux paramètres sont *Inconnu*, *Fixe* ou *Libre* et ils sont définis comme suit :

- **Inconnu** est utilisé pour les paramètres dont les valeurs sont les inconnus du problème.
- **Fixe** est utilisé pour les paramètres dont les valeurs sont connues et fixes.
- **Libre** est utilisé pour les paramètres qui vont prendre leur valeur suivant une distribution de probabilité. Ces paramètres permettent d'exprimer les incertitudes géométriques liées au modèle.

### 6.2.5 Représentation d'incertitudes

La représentation d'incertitudes entre deux systèmes de référence a été proposé par Puget [127]. Il indique que l'estimation  $\bar{T}_A^B$  du repère  $A$  au repère  $B$ , dont la position réelle est  $T_A^B$  diffère de la position estimée par un erreur de position  $\epsilon$  (exprimé dans le repère  $B$ ) [119] de façon que :

$$T_A^B = \bar{T}_A^B \epsilon$$

Nous associons à cette erreur un 6-vecteur aléatoire  $\vec{\epsilon}$  dont les trois premières coordonnées  $\tau$  représentent l'erreur de translation et les trois dernières  $\omega$  représentent l'erreur en rotation :

$$\vec{\epsilon} = \begin{pmatrix} \tau \\ \omega \end{pmatrix}$$

La relation entre la matrice de transformation  $\epsilon$  :

$$\epsilon = \begin{bmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{t} \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix}$$

et  $\vec{\epsilon} = (\tau \ \omega)^T$  est :

$$\mathbf{t} = \tau$$

$$\mathbf{R}_\omega = \begin{bmatrix} \omega_x \omega_x v\theta + c\theta & \omega_x \omega_y v\theta - \omega_z s\theta & \omega_x \omega_z v\theta + \omega_y s\theta \\ \omega_x \omega_y v\theta + \omega_z s\theta & \omega_y \omega_y v\theta + c\theta & \omega_y \omega_z v\theta - \omega_x s\theta \\ \omega_x \omega_z v\theta - \omega_y s\theta & \omega_y \omega_z v\theta + \omega_x s\theta & \omega_z \omega_z v\theta + c\theta \end{bmatrix}$$

où  $\omega = \{\omega_x, \omega_y, \omega_z\}$ ,  $c\theta = \cos \theta$ ,  $s\theta = \sin \theta$ ,  $v\theta = (1 - \cos \theta)$  et  $\theta = \text{norm}(\omega)$  [5].

Plus particulièrement nous considérons que  $\vec{\epsilon}$  est un vecteur aléatoire distribué suivant une loi normale (gaussienne) de moyenne nulle et de matrice de covariance

$\Delta_\epsilon :$

$$\forall i, j \in [1, 6], \Delta_{\epsilon_i}^j = E(\epsilon_i, \epsilon_j)$$

où  $E$  est l'espérance mathématique et  $\epsilon_i$  est la  $i^{me}$  coordonnée de  $\vec{\epsilon}$ . Cette matrice de covariance  $\Delta_{\epsilon_A}^B$  associée à une transformation  $T_A^B$  représentant la position relative entre deux repères  $A$  et  $B$ , quantifie l'incertitude sur cette position. Une position connue sans incertitude aura une matrice de covariance  $\Delta_\epsilon = \mathbf{0}$ .

### 6.3 Distribution normale multivariées

L'analyse statistique multivariées concerne des variables qui correspondent à des ensembles de mesures  $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  d'un nombre d'individus ou d'objets  $\{\mathbf{x}_{i=1\dots m}\}$ . Les mesures faites sur un individu sont assemblées et représentées dans un vecteur en colonne :

$$\mathbf{x}^i = [x_1^i, x_2^i, \dots, x_n^i]$$

L'ensemble d'observations de tous les individus d'un échantillon constitue un ensemble de vecteurs qui forment une matrice d'observations :

$$M_{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} x_1^1 & x_2^1 & x_3^1 & \dots & x_n^1 \\ x_1^2 & x_2^2 & x_3^2 & \dots & x_n^2 \\ x_1^3 & x_2^3 & x_3^3 & \dots & x_n^3 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ x_1^m & x_2^m & x_3^m & \dots & x_n^m \end{bmatrix}$$

Dont le nombre de lignes ( $m$ ) est le nombre d'observations et le nombre de colonnes est le nombre de variables mesurées ( $n$ ).

Ainsi, les données qui seront analysées sont présentées dans une ou plusieurs matrices. Les caractéristiques d'intérêt pour une distribution univariée sont la moyenne  $\mu$  (comme une mesure de localisation) et l'écart type  $\sigma$  (comme une mesure de variation). Dans une analyse multivariées, l'aspect essentiel repose sur la dépendance entre les différentes variables. La dépendance entre deux variables implique la covariance entre elles, c'est à dire le produit moyen entre les écarts types de ces moyennes. La covariance est standardisée par les écarts types et elle correspond au coefficient de corrélation qui sert comme une mesure de degré de dépendance. Le vecteur moyen  $\mathbf{x}_\mu$  (correspondant aux moyennes univariées) se calcule par :

$$\mathbf{x}_\mu = \left[ \frac{\sum_{i=1}^m x_1^i}{m}, \frac{\sum_{i=1}^m x_2^i}{m}, \frac{\sum_{i=1}^m x_3^i}{m}, \dots, \frac{\sum_{i=1}^m x_n^i}{m} \right] \quad (6.12)$$

où  $m$  est le nombre d'observations.



La matrice de covariance  $\Delta$  (composée par les variances univariables et covariances bivariables) est un ensemble de moments statistiques :

$$\Delta = \frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^m (\mathbf{x}^i - \mathbf{x}_\mu)(\mathbf{x}^i - \mathbf{x}_\mu)^T$$

où  $\mathbf{x}^i$  est un vecteur en colonne.

Ce qui nous donne :

$$\Delta = \begin{bmatrix} \sigma_{x_1}^2 & \sigma_{x_1,y_1} & \sigma_{x_1,z_1} & \cdots & \sigma_{x_1,x_{70}} & \sigma_{x_1,y_{70}} & \sigma_{x_1,z_{70}} \\ \vdots & & & \cdots & & & \vdots \\ \sigma_{z_{70},x_1} & \sigma_{z_{70},y_1} & \sigma_{z_{70},z_1} & \cdots & \sigma_{z_{70},x_{70}} & \sigma_{z_{70},y_{70}} & \sigma_{z_{70}}^2 \end{bmatrix} \quad (6.13)$$

pour  $x_{1...70}, y_{1...70}, z_{1...70}$ .

La distribution normale multivariables en dimension  $n$  est complètement déterminé par son *vecteur moyen*  $\mathbf{x}_\mu$  et la *matrice de covariance*  $\Delta$ . Elle se calcule comme suit :

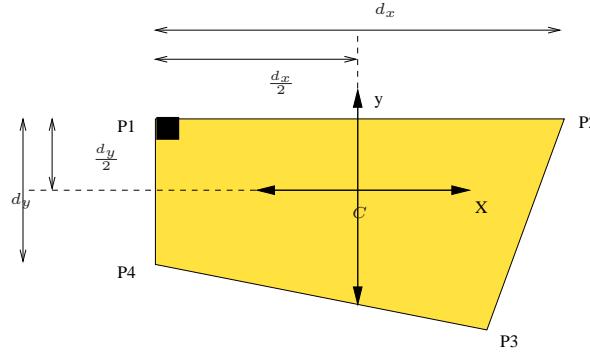
$$Normale(\mathbf{x}, \mathbf{x}_\mu, \Delta) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{n}{2}} \sqrt{\text{Det}(\Delta)}} e^{-\frac{1}{2}(\mathbf{x}-\mathbf{x}_\mu)^T \Delta^{-1}(\mathbf{x}-\mathbf{x}_\mu)} \quad (6.14)$$

## 6.4 Exemple d'un problème géométrique probabiliste prenant en compte des incertitudes

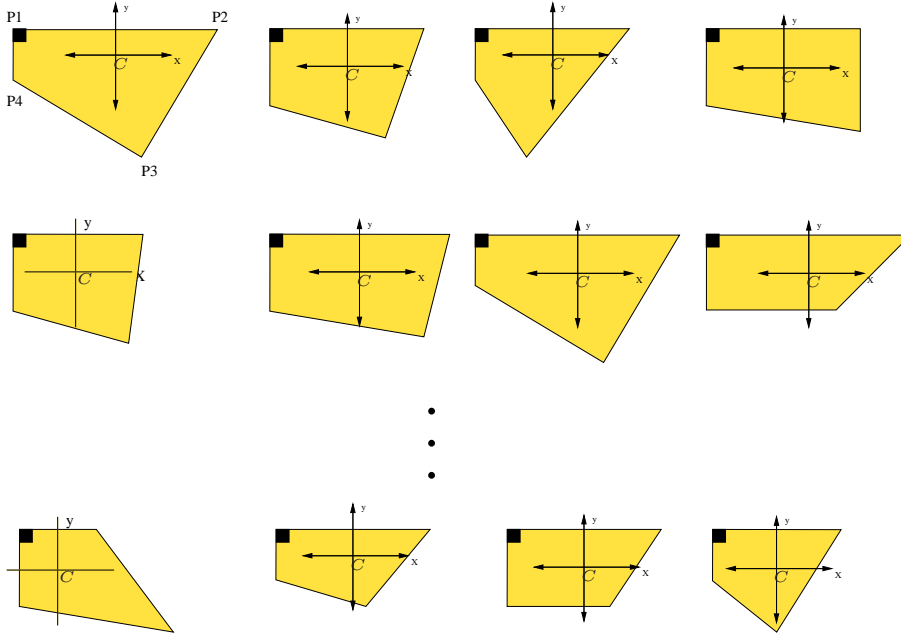
Le but de ce paragraphe est d'illustrer un problème géométrique probabiliste simple ainsi que la méthode de résolution correspondante. Cet exemple nous permettra de mieux comprendre le modèle de notre système décrit dans les prochains chapitres, ainsi que la résolution des problèmes posés par ce modèle.

Supposons que nous voulions obtenir les dimensions de l'objet 2D montré dans la Fig. 6.2. L'objet appartient à une famille de quadrilatères définis par les points  $P_1, P_2, P_3$  et  $P_4$  (voir Fig. 6.3). On suppose que tous les membres de cette famille ont deux côtés orthogonaux composés par les lignes  $(P_4, P_1)$  et  $(P_1, P_2)$ . Le centre  $C$  du quadrilatère est défini par les points moyens de ses deux côtés orthogonaux. Les axes du système de références de l'objet sont parallèles à ces lignes :  $(P_1, P_2)$  est parallèle à l'axe  $x$  et  $(P_4, P_1)$  est parallèle à l'axe  $y$ .

Le but est de reconstruire *une nouvelle instance de cette famille d'objets* à partir de l'information fournie par deux caméras  $A$  et  $B$ . La caméra  $A$  nous donne une vue supérieure de l'objet (Fig. 6.4). Cette caméra fournit les coordonnées 2D des points



**Fig. 6.2:** *Quadrilatère défini par les points  $P_1, P_2, P_3$  et  $P_4$ . Le centre  $C$  du quadrilatère est défini par les points moyens de ses deux côtés orthogonaux.*



**Fig. 6.3:** *Instances d'une famille de quadrilatères définis par les points  $P_1, P_2, P_3$  et  $P_4$ . Tous les membres de cette famille ont deux côtés orthogonaux composés par les lignes  $(P_4, P_1)$  et  $(P_1, P_2)$ . Le centre  $C$  du quadrilatère est défini par les points moyens de ses deux côtés orthogonaux.*

$P_1, P_2$  et  $P_4$ . Par contre, on suppose que la caméra  $A$  n'est pas capable de voir le point  $P_3$ .

Sans la présence d'incertitude, les coordonnées des points fournis par la caméra  $A$  sont :

$$P_1^A = (x_1^A, y_1^A), \quad P_2^A = (x_2^A, y_2^A), \quad P_4^A = (x_4^A, y_4^A)$$

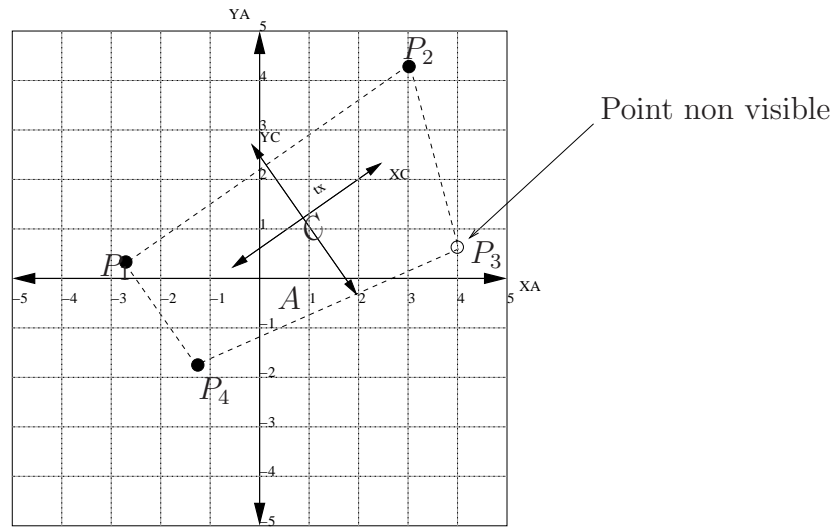
où

$$P_i^A = T_C^A P_i^C$$

et

$$T_C^A = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha & x_C^A \\ \sin \alpha & \cos \alpha & y_C^A \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

La matrice  $T_C^A$  représente la position de l'objet par rapport à la caméra  $A$ . Les variables  $\alpha$  et  $(x_C^A, y_C^A)$  représentent la position entre le repère de la caméra et le repère de l'objet<sup>1</sup>. Donc  $T_C^A$  est complètement défini par trois paramètres  $(\alpha, x_C^A, y_C^A)$ .



**Fig. 6.4:** Vue du repère de la camera  $A$  par rapport aux repère de l'objet  $C$ .

Une deuxième caméra, cette fois-ci unidimensionnelle, observe aussi l'objet. La caméra  $B$  obtient uniquement une projection des points  $P_2, P_3$  et  $P_4$  de l'objet (Fig. 6.5). La caméra  $B$  est approximativement parallèle à l'axe  $x$  de l'objet, ainsi elle fournit les coordonnées  $x$  des trois points par rapport à sa position.

Les coordonnées des points fournis par la caméra  $B$  sont :

$$x_2^B, \quad x_3^B, \quad x_4^B$$

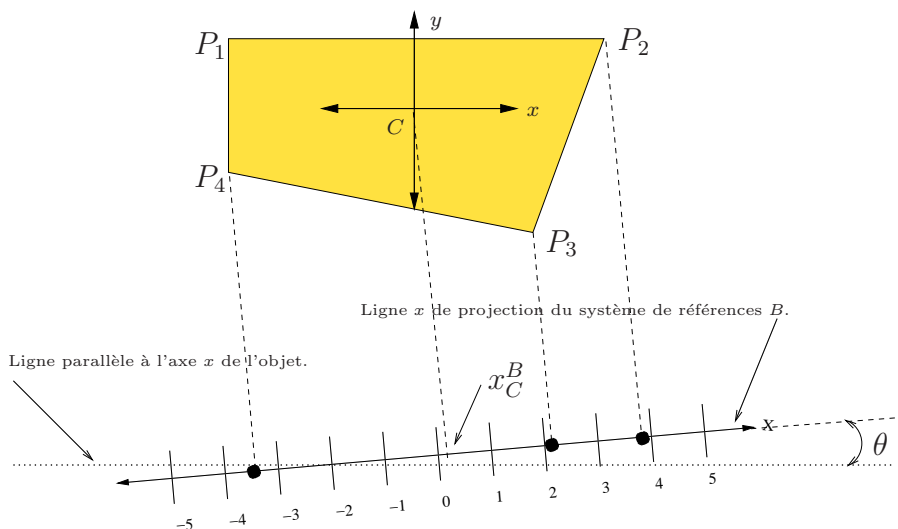
Un point  $P_i^C = (x_i^C, y_i^C)$  est projeté dans le point  $x_i^B$  comme suit :

$$x_i^B = x_i^C \cos \theta - y_i^C \sin \theta + x_C^B \quad (6.15)$$

où  $x_C^B$  est la projection de l'origine de  $C$  dans le repère de  $B$ .

Donc  $T_C^B$  est complètement défini par deux paramètres  $(\theta, x_C^B)$ .

<sup>1</sup>L'origine de  $C$  dans le repère de  $A$  est  $(x_C^A, y_C^A)$



**Fig. 6.5:** Vue de la projection des points de l'objet où la caméra unidimensionnelle  $B$  est approximativement parallèle à l'axe  $x$  de l'objet.

Ainsi, nous identifions les objets géométriques (noeuds) et les relations (arcs et par conséquence variables) suivants :

Les objets géométriques sont :

- $C$  le système de référence du centre de l'objet ;
- $A$  le système de référence de la caméra  $A$  ;
- $B$  le système de référence de la caméra  $B$  ;
- $P_1, P_2, P_3, P_4$  les points de l'objet.

Les variables sont :

- $P_i^C$  le point  $i$  de l'objet exprimé dans le repère du centre de l'objet ;
- $P_i^A$  le point  $i$  de l'objet exprimé dans le repère de la caméra  $A$  ;
- $x_i^B$  la projection du point  $i$  de l'objet exprimé dans le repère de la caméra  $B$  ;
- $T_C^A$  la matrice de transformation de la caméra  $A$  au repère  $C$  de l'objet ;
- $T_C^B$  la transformation du repère de la caméra  $B$  au repère du centre de l'objet  $C$ .

Les objets géométriques et les relations que nous venons d'énoncer seront utilisés dans l'identification du *graphe cinématique probabiliste*, du *problème géométrique probabiliste* et du *programme bayésien* correspondant à notre système. Dans le paragraphes suivants, nous présentons ces processus.

### 6.4.1 Le graphe cinématique probabiliste

Le graphe cinématique probabiliste du problème est composé de l'ensemble :

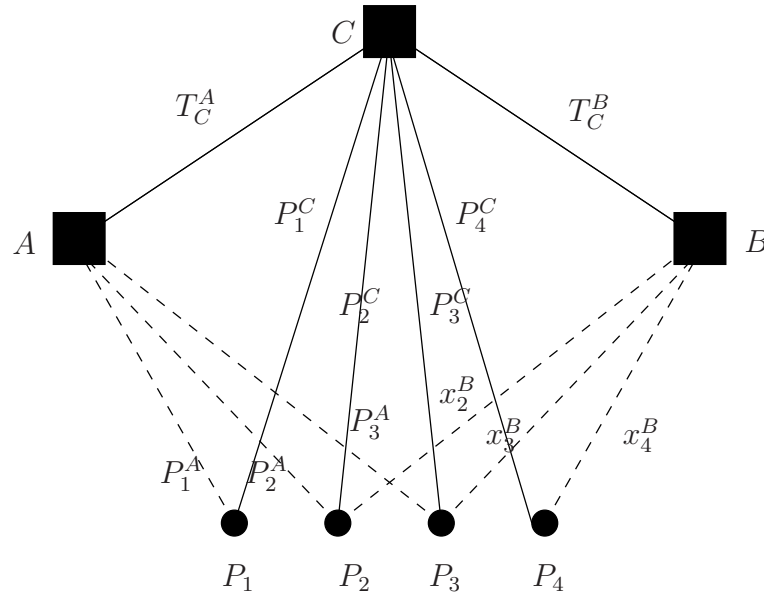
$$S = \{C, A, B, P_1, P_2, P_3, P_4\}$$

représentant les différents repères et les points de l'objet.

L'ensemble d'arcs est :

$$A = \{T_C^A, T_C^B, P_1^C, P_2^C, P_3^C, P_4^C, P_1^A, P_2^A, P_4^A, x_2^B, x_3^B, x_4^B\}$$

Le graphe cinématique probabiliste se présente dans la Fig. 6.6. Nous faisons remarquer qu'il existe des cycles représentés par les lignes de  $P_i^A$  et  $x_j^B$ . Ces cycles correspondent à des contraintes égalités.

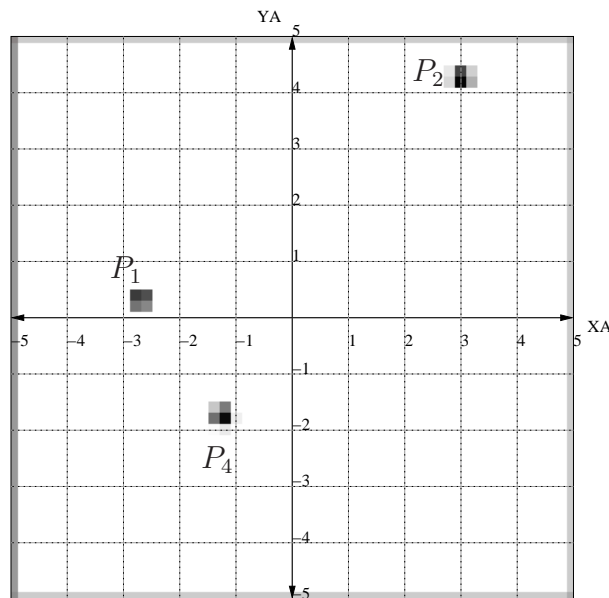


**Fig. 6.6:** Le graphe cinématique du problème géométrique. Les systèmes de référence sont montrés par un carré et les points par un point. Les lignes pointillées indiquent la présence d'un cycle et en conséquence l'existence d'une contrainte dans le modèle.

### 6.4.2 Le problème géométrique probabiliste

Dans ce paragraphe nous identifions le problème géométrique probabiliste de notre exemple. Ceci nous permettra ensuite de formuler le programme bayésien.

Dans ce problème nous voulons reconstruire la nouvelle instance de la famille de quadrilatères (formé par les quatre points  $P_1, P_2, P_3$  et  $P_4$ ). Nous supposons que des



**Fig. 6.7:** Les points  $P_1, P_2$  et  $P_4$  vues par la camera  $A$  sont détectés avec une certaine incertitude car sa rétine n'a pas une grande précision.

données *incomplètes et incertaines* sont disponibles sur les arcs du graphe cinématique.

Nous allons supposer que la rétine de la caméra  $A$  n'a pas une grande précision, en fait nous obtenons des taches au lieu de points comme information (Fig. 6.7). Donc, à cause de l'incertitude dans la lecture des points, nous obtenons une estimation  $\bar{P}_1^A, \bar{P}_2^A, \bar{P}_4^A$  des points  $P_1^A, P_2^A, P_4^A$  repérés par la caméra  $A$ . Notez que la matrice de transformation  $T_C^A$  peut être obtenue à partir des points  $P_1^A, P_2^A, P_4^A$ . Pour la caméra  $B$ , nous supposons qu'il n'existe pas d'incertitude dans la lecture des projections des points, c'est-à-dire, nous obtenons les vrais points  $x_2^B, x_3^B, x_4^B$ ; par contre il existe de l'incertitude dans la position de la caméra, c'est-à-dire il existe de l'incertitude dans les paramètres  $\theta$  et  $x_C^B$  définissant la transformation  $T_C^B$ .

$Quad^C$	$= \{P_1^C, P_2^C, P_3^C, P_4^C\}$	L'ensemble de points qui forment l'objet dans le repère du centre de l'objet ;
$Quad_A$	$= \{P_1^A, P_2^A, P_4^A\}$	L'ensemble de points repérés par la caméra $A$ dans le repère $A$ ;
$\overline{Quad}_A$	$= \{\overline{P}_1^A, \overline{P}_2^A, \overline{P}_4^A\}$	L'ensemble des estimations des points repérés par la caméra $A$ dans le repère $A$ ;
$Quad_B$	$= \{x_2^B, x_3^B, x_4^B\}$	L'ensemble des projections des points repérés par $B$ ;
Soit : $\mathcal{E}_A$	$= \{\varepsilon_{A1}, \varepsilon_{A2}, \varepsilon_{A4}\}$	L'erreur engendrée par les points dans le repère de $A$ et le repère de $C$ . Cette valeur correspond à la contrainte égalité de la fermeture du cycle engendré par les points de l'objet et les points de la caméra $A$ ;
$\mathcal{E}_B$	$= \{\varepsilon_{B2}, \varepsilon_{B3}, \varepsilon_{B4}\}$	L'erreur engendrée par les points dans le repère $B$ et dans le repère de $C$ . Cette valeur correspond à la contrainte égalité de la fermeture du cycle engendré par les points repérés par la caméra $B$

Avec les ensembles de variables précédents<sup>2</sup> nous pouvons identifier le problème géométrique probabiliste consistant à trouver la distribution suivante :

$$P(Quad^C | \overline{Quad}_A Quad_B \mathcal{E}_A \mathcal{E}_B)$$

Les statuts des variables sont décrits ci-dessus :

Inconnu	: $Quad^C$
Fixe	: $\overline{Quad}_A, Quad_B, \mathcal{E}_A, \mathcal{E}_B$
Libre	: $Quad_A, T_C^A, T_C^B$

où  $Quad^C$  est l'inconnue du problème nous voulons obtenir les valeurs des points ;  $\overline{Quad}_A, Quad_B, \mathcal{E}_A, \mathcal{E}_B$  sont les paramètres connus, on connaît les estimations des points dans  $A$  et les projections dans  $B$ ,  $(\mathcal{E}_A = \mathbf{0})$  et  $(\mathcal{E}_B = \mathbf{0})$  sont les contraintes ; finalement  $Quad_A, T_C^A, T_C^B$  sont les paramètres inconnus qui vont prendre sa valeur suivant une distribution de probabilité.

### 6.4.3 Le programme bayésien

Pour faciliter la définition du programme bayésien nous définissons deux sous-ensembles de  $Quad^C$  :

<sup>2</sup>Par des raisons de simplicité dans ce manuscrit nous considérons qu'un ensemble de variables définit aussi la conjonction de ses variables. Par exemple, l'ensemble  $\{P_1^C, P_2^C, P_3^C, P_4^C\}$  représente aussi la conjonction  $(P_1^C \wedge P_2^C \wedge P_3^C \wedge P_4^C)$

$$\begin{aligned}
Quad_A^C &= \{P_1^C, P_2^C, P_4^C\} && \text{L'ensemble de points repérés par } A \text{ dans le} \\
&&& \text{repère } C; \\
Quad_B^C &= \{P_2^C, P_3^C, P_4^C\} && \text{L'ensemble des points repérés par } B \text{ dans le} \\
&&& \text{repère } C.
\end{aligned}$$

Le programme bayésien résultant est montré dans la Fig. 6.8 et sa représentation graphique est montré dans la Fig. 6.9.

Ainsi pour répondre à la question de notre programme bayésien nous devons tout d'abord trouver la distribution posée par le problème géométrique probabiliste :

$$\begin{aligned}
P(Quad^C | \overline{Quad}_A Quad_B \mathcal{E}_A \mathcal{E}_B) = & \quad (6.16) \\
& \frac{\int_{Quad_A, T_C^A, T_C^B} P(Quad^C Quad_A \overline{Quad}_A T_C^A \mathcal{E}_A Quad_B T_C^B \mathcal{E}_B)}{\int_{Quad^C, Quad_A, T_C^A, T_C^B} P(Quad^C Quad_A \overline{Quad}_A T_C^A \mathcal{E}_A Quad_B T_C^B \mathcal{E}_B)}
\end{aligned}$$

Le dénominateur de l'équation 6.16 est seulement une constante de normalisation, en conséquence :

$$\begin{aligned}
P(Quad^C | \overline{Quad}_A Quad_B \mathcal{E}_A \mathcal{E}_B) &\propto \\
& \frac{1}{Z} \int_{Quad_A, T_C^A, T_C^B} P(Quad^C \overline{Quad}_A Quad_A T_C^A \mathcal{E}_A Quad_B T_C^B \mathcal{E}_B) \\
&= \frac{1}{Z} \int_{Quad_A, T_C^A, T_C^B} \left[ \begin{array}{l} P(Quad^C) P(\overline{Quad}_A) \\ P(Quad_A | \overline{Quad}_A) P(T_C^A | Quad_A) \\ P(\mathcal{E}_A | Quad_A^C T_C^A Quad_A) P(Quad_B) \\ P(T_C^B) P(\mathcal{E}_B | Quad_B T_C^B Quad_B^C) \end{array} \right]
\end{aligned}$$

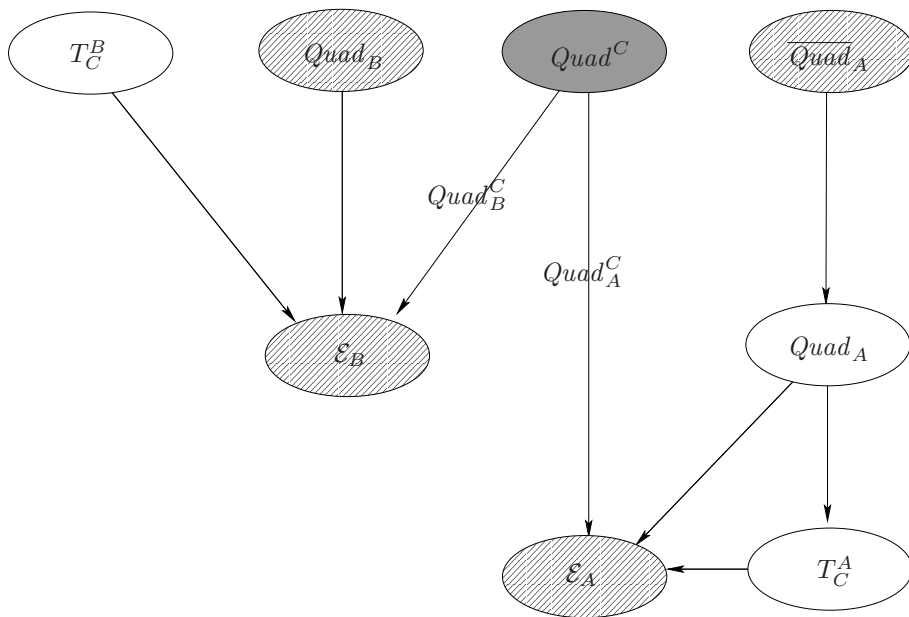
Étant donné que nous connaissons les valeurs **quad**<sub>B</sub>, et **quad**<sub>A</sub> des variables  $Quad_B$  et  $\overline{Quad}_A$  (i.e.  $Quad_B = \mathbf{quad}_B$ ,  $\overline{Quad}_A = \mathbf{quad}_A$ ), nous pouvons introduire les valeurs (constantes)  $P(Quad_B = \mathbf{quad}_B)$  et  $P(\overline{Quad}_A = \mathbf{quad}_A)$  dans la constante de normalisation obtenant une deuxième constante  $Z'$ , nous avons alors :

$$\begin{aligned}
P(\overline{Quad}_A Quad_B \mathcal{E}_A \mathcal{E}_B) &\propto \quad (6.17) \\
& \frac{1}{Z'} \int_{Quad_A, T_C^A, T_C^B} \left[ \begin{array}{l} P(Quad^C) P(Quad_A | \overline{Quad}_A) \\ P(T_C^A | Quad_A) P(\mathcal{E}_A | Quad_A^C T_C^A Quad_A) \\ P(T_C^B) P(\mathcal{E}_B | Quad_B T_C^B Quad_B^C) \end{array} \right]
\end{aligned}$$

Ensuite, étant donné que  $P(T_C^A | Quad_A)$  est un Dirac (variable intermédiaire), nous pouvons éliminer la somme sur  $T_C^A$  ainsi que sa distribution. Nous obtenons







**Fig. 6.9:** Représentation graphique ou réseau bayésien du programme montré dans la Fig. 6.8. Les noeuds rayés correspondent à l'information disponible, le noeud gris correspond à l'information recherchée.

l'expression finale suivante :

$$P(Quad^C | \overline{Quad}_A Quad_B \mathcal{E}_A \mathcal{E}_B) \propto \frac{1}{Z'} \int_{Quad_A, T_C^B} \begin{bmatrix} P(Quad^C) P(Quad_A | \overline{Quad}_A) \\ P(\mathcal{E}_A | Quad_A^C T_C^A Quad_A) P(T_C^B) \\ P(\mathcal{E}_B | Quad_B T_C^B Quad_B^C) \end{bmatrix} \quad (6.18)$$

avec :

$$T_C^A = f_1(Quad_A)$$

où  $f_1$  est la fonction qui calcule la matrice de transformation  $T_C^A$  à partir des points  $P_1, P_2, P_4$ .

Cette distribution nous permet alors de trouver la réponse à la question de notre programme bayésien : inférer le modèle de l'objet à partir des données disponibles tout en prenant en compte les incertitudes générées lors de l'obtention des données. Le modèle de l'objet le plus probable est donné par **quad\*** :

$$\mathbf{quad}^* = Best(P(Quad^C | \overline{Quad}_A = \overline{\mathbf{quad}}_A Quad_B = \mathbf{quad}_B \mathcal{E}_A = 0 \mathcal{E}_B = 0))$$

où la fonction  $Best(\cdot)$  retourne la valeur la plus probable de la distribution, c'est à

dire  $\mathbf{quad}^*$  est la valeur de  $Quad^C$  que maximise<sup>3</sup> :

$$\frac{1}{Z'} \int_{Quad_A, T_C^A, T_C^B} \begin{bmatrix} P(Quad^C) P(Quad_A | \overline{Quad}_A = \overline{\mathbf{quad}}_A) \\ P(\mathcal{E}_A = 0 | Quad_A^C T_C^A Quad_A) P(T_C^B) \\ P(\mathcal{E}_B = 0 | Quad_B = \mathbf{quad}_B T_C^B Quad_B^C) \end{bmatrix}$$

avec  $T_C^A = f_1(Quad_A)$ .

Étant donné qu'il s'agit d'une maximisation, nous pouvons oublier la constante  $Z'$ .

#### 6.4.3.1 Formes paramétriques et identification

$P(Quad^C)$  correspond au modèle probabiliste de la variable  $Quad^C$ .

$$P(Quad^C) = \text{Normale}(Quad^C, \mathbf{quad}_\mu, \Delta_1)$$

Le modèle probabiliste de  $Quad^C$  représente un modèle générique de l'objet et consiste en une distribution de probabilité qui capture l'incertitude des proportions entre les points de l'objet. Le modèle probabiliste est un modèle basé sur une analyse statistique de distribution normale multivariées. Ainsi,  $\mathbf{quad}_\mu$  et  $\Delta_1$  sont obtenus à partir de l'analyse de  $m$  instances de la famille d'objets. La moyenne  $\mathbf{quad}_\mu$  se calcule comme suit :

$$\mathbf{quad}_\mu = \left[ \left( \frac{\sum_{i=1}^m x_1^{1C}}{m}, \frac{\sum_{i=1}^m y_1^{1C}}{m} \right), \left( \frac{\sum_{i=1}^m x_2^{1C}}{m}, \frac{\sum_{i=1}^m y_2^{1C}}{m} \right), \left( \frac{\sum_{i=1}^m x_3^{1C}}{m}, \frac{\sum_{i=1}^m y_3^{1C}}{m} \right), \left( \frac{\sum_{i=1}^m x_4^{1C}}{m}, \frac{\sum_{i=1}^m y_4^{1C}}{m} \right) \right] \quad (6.19)$$

La matrice  $\Delta_1$  est obtenue par :

$$\Delta_1 = \frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^m (\mathbf{quad}_i - \mathbf{quad}_\mu)(\mathbf{quad}_i - \mathbf{quad}_\mu)^T \quad (6.20)$$

$$= \begin{bmatrix} \sigma_{x_1}^2 & \sigma_{x_1, y_1} & \sigma_{x_1, x_2} & \sigma_{x_1, y_2} & \sigma_{x_1, x_3} & \sigma_{x_1, y_3} & \sigma_{x_1, x_4} & \sigma_{x_1, y_4} \\ \vdots & & & & \dots & & & \vdots \\ \sigma_{y_4, x_1} & \sigma_{y_4, y_1} & \sigma_{y_4, x_2} & \sigma_{y_4, y_2} & \sigma_{y_4, x_3} & \sigma_{y_4, y_3} & \sigma_{y_4, x_4} & \sigma_{y_4}^2 \end{bmatrix} \quad (6.21)$$

où  $\mathbf{quad}_i$  est un vecteur en colonne.

$P(\overline{Quad}_A)$  correspond à la distribution de probabilité des points estimés par la caméra A. Cette distribution peut être considérée comme inconnue car

<sup>3</sup>Nous rappelons que  $Quad_B^C, Quad_A^C \subset Quad^C$ .

nous connaissons la valeur de  $\overline{Quad}_A$  ce qui permet l'introduction de la constante  $P(\overline{Quad}_A = \mathbf{quad}_A)$  dans la constante  $Z'$  présentée dans le paragraphe 6.4.3.

$P(Quad_A | \overline{Quad}_A)$  correspond à la distribution de probabilité des points dans le repère de la caméra  $A$ , étant donné ces estimés  $\overline{Quad}_A$ . Cette distribution est définie comme :

$$P(Quad_A | \overline{Quad}_A) = \prod_{i \in \{1,2,4\}} P(P_i^A | \overline{P}_i^A)$$

Avec  $P(P_i^A | \overline{P}_i^A)$  une distribution normale multivariées centrée sur  $\overline{P}_i^A$  et de matrice de covariance  $\Delta_2$  :

$$P(P_i^A | \overline{P}_i^A) = \text{Normale}(P_i^A, \overline{P}_i^A, \Delta_2)$$

La matrice de covariance  $\Delta_2$  est donnée à priori. Nous supposons qu'un point de la caméra  $P_i^A$  se trouve à une distance de 0.5 unités du point estimé  $\overline{P}_i^A$ . Donc, nous pouvons, par exemple, dire que  $2\sigma_x \approx 0.5$  et  $2\sigma_y \approx 0.5$ ,  $\Delta_2$  est alors <sup>4</sup> :

$$\Delta_2 = \begin{bmatrix} \sigma_x^2 & 0 \\ 0 & \sigma_y^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0625 & 0 \\ 0 & 0.0625 \end{bmatrix} \quad (6.22)$$

Une instance de  $P(P_i^A | \overline{P}_i^A)$  pour  $\overline{P}_i^A = (-2.95, 0.25)$  est montrée dans la Fig. 6.10.

$P(T_C^A | Quad_A)$  correspond au calcul de la transformation  $T_C^A$  entre le centre de l'objet  $C$  et le repère de la caméra  $A$ . Elle est calculée à partir des points de l'objet  $Quad_A$  et correspond à une distribution Dirac (variable intermédiaire) définie comme suit :

$$P(T_C^A | Quad_A) = \begin{cases} 1 & \text{Si } T_C^A = f_1(Quad_A) \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

où  $f_1(Quad_A)$  est la fonction qui décrit le processus du paragraphe suivant.

---

<sup>4</sup>En effet, dans une distribution normale 95% du volume est contenu dans la surface à 1.96 écarts types de la moyenne.

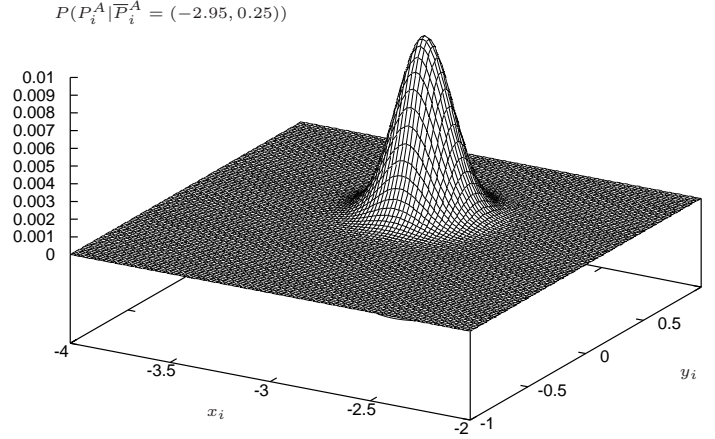


Fig. 6.10: La distribution  $P(P_i^A | \bar{P}_i^A = (-2.95, 0.25))$ .

Processus d'obtention de la matrice de transformation  $T_C^A$  à partir de  $Quad_A$ . La matrice de transformation  $T_C^A$  correspond à une matrice :

$$T_C^A = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha & x_C^A \\ \sin \alpha & \cos \alpha & y_C^A \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

où

$$\alpha = \tan^{-1} \frac{(y_1^A - y_2^A)}{(x_1^A - x_2^A)}$$

et

$$x_C^A = \frac{(x_2' + x_1')}{2}, \quad y_C^A = \frac{(y_4' + y_1')}{2}$$

avec :

$$\begin{aligned} x_1' &= x_1^A \cos \alpha - y_1^A \sin \alpha, & y_1' &= x_1^A \sin \alpha + y_1^A \cos \alpha \\ x_2' &= x_2^A \cos \alpha - y_2^A \sin \alpha, & y_4' &= x_4^A \sin \alpha + y_4^A \cos \alpha \end{aligned}$$

$P(\mathcal{E}_A | Quad^C T_C^A Quad_A)$  correspond à la distribution de probabilité des erreurs engendrées par la transformation des points dans  $C$  à  $A$ .

$$P(\mathcal{E}_A | Quad_A T_C^A Quad^C) = \prod_{i \in \{1,2,4\}} P(\varepsilon_{Ai} | P_i^C T_C^A P_i^A)$$

Où chacune de ces distributions  $P(\varepsilon_{Ai} | P_i^A T_C^A P_i^C)$  est une distribution normale centrée sur  $\|P_i^A - T_C^A P_i^C\|$  et de matrice de covariance  $\Delta_3$  :

$$P(\varepsilon_{Ai} | P_i^A T_C^A P_i^C) = \text{Normale}(\varepsilon_{Ai}, \|P_i^A - T_C^A P_i^C\|, \Delta_3)$$

$\Delta_3$  représente l'intervalle d'erreur admis par la contrainte égalité de fermeture du cycle engendré par les points de l'objet et les points de la caméra  $A$ . Nous considérons  $\Delta_3$  une valeur à priori, par exemple, avec un erreur admissible d'une distance de 0.5 unités et une matrice de covariance  $\Delta_3 = 0.01$  unités.

$$\Delta_3 = \begin{bmatrix} \sigma_x^2 & 0 \\ 0 & \sigma_y^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.001 & 0 \\ 0 & 0.001 \end{bmatrix} \quad (6.23)$$

$P(Quad_B)$  est la distribution de probabilité des points obtenus à partir de la caméra  $B$  dans le repère de  $B$ . Cette distribution peut être considérée comme inconnue car nous connaissons la valeur de  $Quad_B$  ce qui permet l'introduction de la constante  $P(Quad_B = \mathbf{quad}_B)$  dans la constante  $Z'$  présenté dans le paragraphe 6.4.3.

$P(T_C^B)$  est la distribution de probabilité de la transformation du repère de l'objet au repère de la caméra  $B$ . Il s'agit d'une distribution normale multivariées centrée sur  $\mu$  et avec matrice de covariance  $\Delta_4$  :

$$P(T_C^B) = \text{Normale}(T_C^B, \mu, \Delta_4)$$

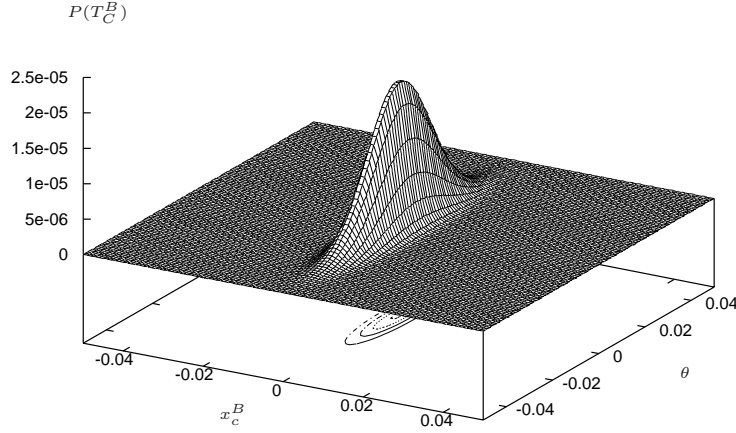
Les valeurs de  $\mu$  et celle de la matrice de covariance  $\Delta_4$  sont données à priori. Nous supposons que la position de la camera  $B$  varie entre  $\pm 0.01$  unités par rapport à l'objet et que son orientation ( $\theta$ ) varie entre  $\pm 3^\circ$ . Ainsi,  $\mu = \mathbf{0}$  et

$$\Delta_4 = \begin{bmatrix} \sigma_x^2 & 0 \\ 0 & \sigma_\theta^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.001 & 0 \\ 0 & 0.00068 \end{bmatrix} \quad (6.24)$$

La distribution  $P(T_C^B) = \text{Normale}(T_C^B, \mathbf{0}, \Delta_4)$  est montrée dans la Fig. 6.11.

$P(\mathcal{E}_B | Quad_B T_C^B Quad_B^C)$  correspond à la contrainte du cycle engendré par la transformation des points dans  $C$  à  $B$ .

$$P(\mathcal{E}_B | Quad_B T_C^B Quad_B^C) = \prod_{i \in \{2,3,4\}} P(\varepsilon_{Bi} | P_i^B T_C^B P_i^C)$$



**Fig. 6.11:** La distribution  $P(T_C^B) = \text{Normale}((x_c^B, \theta), \mathbf{0}, \Delta_4)$ .

Avec  $P(\varepsilon_{Bi} | P_i^B T_C^B P_i^C)$  étant une distribution normale centrée sur  $\|P_i^B - T_C^B P_i^C\|$  et matrice de covariance  $\Delta_5$

$$P(\varepsilon_{Bi} | P_i^B T_C^B P_i^C) = \text{Normale}(\varepsilon_{Bi}, \|P_i^B - T_C^B P_i^C\|, \Delta_5)$$

$\Delta_5$  représente l'intervalle d'erreur admis par la contrainte égalité de fermeture du cycle engendré par les points de l'objet et les points de la caméra  $B$ . La matrice  $\Delta_5$  est une valeur donnée à priori, par exemple, avec un erreur admissible d'une distance de 0.5 unités et  $\Delta_5 = 0.01$  unités.

#### 6.4.4 Méthode de résolution

Dans les sections précédentes nous avons vu que la résolution du problème géométrique consiste en maximiser la fonction :

$$\int_{Quad_A, T_C^A, T_C^B} \begin{bmatrix} P(Quad^C) P(Quad_A | \overline{Quad}_A = \overline{quad}_A) \\ P(\mathcal{E}_A = \mathbf{0} | Quad_A^C T_C^A Quad_A) P(T_C^B) \\ P(\mathcal{E}_B = \mathbf{0} | Quad_B = \mathbf{quad}_B T_C^B Quad_B^C) \end{bmatrix}$$

pour la valeur de la variable  $Quad^C$ . Ceci engendre deux problèmes numériques liés à l'utilisation du calcul bayésien : *l'intégration et l'optimisation*.

Le problème de l'intégration vient de la dimension de l'espace d'intégration qui peut être très grand.

Le problème d'optimisation vient de la non convexité de la fonction.

Une discussion approfondie sur ces deux problèmes est en dehors de ce travail de thèse. Cependant, nous présentons dans les paragraphes suivants une brève introduction aux méthodes de résolution de ces problèmes.

#### 6.4.4.1 Le problème de l'intégration

Le calcul intégral est la base de l'application du calcul bayésien, mais les méthodes d'évaluation algébrique de ces intégrales s'avèrent limitées [119]. Une des solutions à ce problème est de calculer numériquement une approximation des intégrales. Les méthodes de calcul intégral doivent être sélectionnées selon les fonctions à intégrer et la dimension de l'espace d'intégration. Ces méthodes se classifient en deux types :

- les méthodes basés sur la subdivision du domaine de l'intégration comme les méthodes du trapèze et de Simpson ;
- les méthodes stochastiques appelés de Monte Carlo [122].

#### 6.4.4.2 Le problème d'optimisation

De façon générale pour  $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ , l'optimisation consiste en faire :

$$\max_x f(x) \quad (6.25)$$

Pour résoudre le problème de l'équation 6.25 nous pouvons utiliser deux types de méthodes qui sont : les méthodes locales et les méthodes globales.

**Les méthodes locales** Les méthodes locales, cherchent à trouver un maximum local à partir d'un point initial donné  $x_0$ . Cette recherche est itérative et consiste en :

$$x_{n+1} = x_n + \Delta x_n$$

ou  $\Delta x_n$  peut être calculé par la méthode du gradient qui est :

$$\Delta x_n = \kappa \frac{\delta f(x_n)}{\delta x}$$

où  $\kappa$  est un réel positif.

Cette méthode suppose qu'il existe des dérivées de l'ordre 1 ou plus pour  $f(x)$  et elle permet de trouver uniquement des optima locaux qui dépendent de  $x_0$ .



**Les méthodes globales** Les méthodes globales, cherchent à trouver un optimum global de l'équation 6.25. Ces méthodes se basent sur l'estimation d'une probabilité de la variable  $x$  proportionnelle à la valeur de la fonction en  $x$ . C'est-à-dire :

$$p(x) \approx f(x) \quad (6.26)$$

Parmi les méthodes qui réalisent ce type de calcul se trouvent : les méthodes de Monte Carlo [122], de recuit simulé [122] et les algorithmes génétiques [111].

Une discussion plus détaillée sur les méthodes d'optimisation et les méthodes d'intégration peut être trouvée dans [119]. Dans le contexte de cette thèse nous avons utilisé le logiciel *ProBT*® pour la résolution de ces deux problèmes. *ProBT*® est un moteur d'inférence bayésienne utilisant les méthodes citées dans [119] et conçu pour la résolution de problèmes probabilistes par le paradigme de la programmation bayésienne. Il a été développé au sein de l'équipe e-Motion du laboratoire GRAVIR.



# Chapitre 7

## Procédure de reconstruction 3D

### 7.1 Principales étapes de la reconstruction 3D

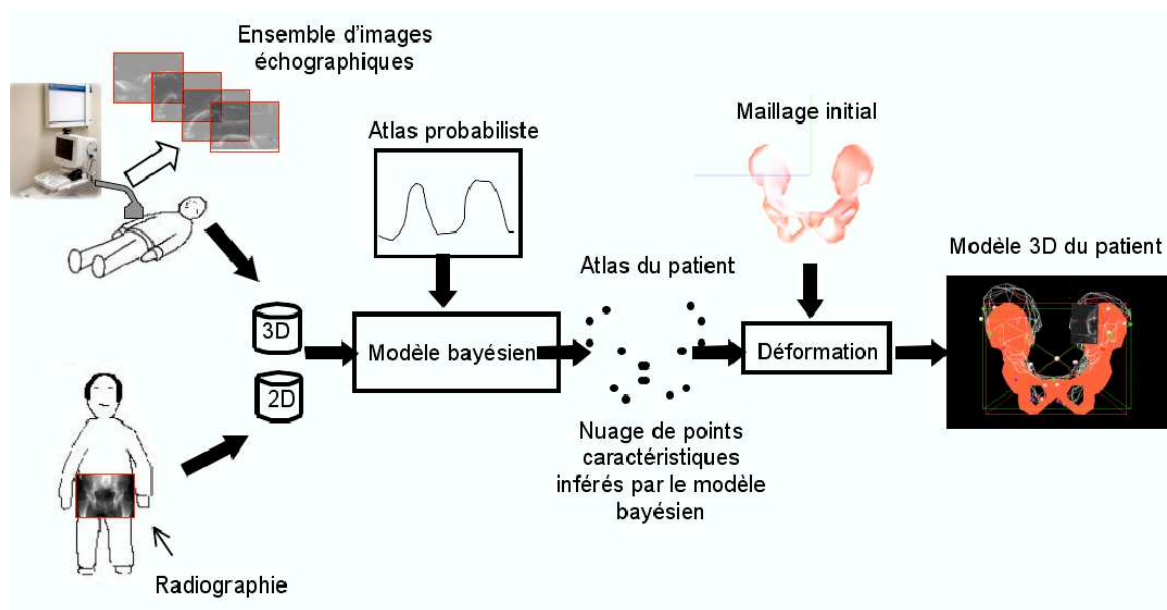
#### 7.1.1 Présentation générale

La reconstruction 3D du bassin d'un patient est effectuée à partir de l'atlas probabiliste du bassin et de la connaissance partielle d'un sous ensemble de points de l'atlas du bassin du patient. Ces données partielles sont obtenues à partir de deux sources différentes : la radiographie et l'échographie. Bien entendu, la connaissance des points caractéristiques du patient à partir de ces deux sources est partielle car la radiographie est une information en deux dimensions et la sonde échographique ne permet d'identifier que quelques points caractéristiques. De plus, la reconnaissance des points caractéristiques dans une échographie est une tâche difficile que seul un médecin expérimenté peut effectuer avec un degré d'incertitude qui peut être très variable. Il y a donc à la fois des données manquantes et des données entachées d'incertitude. C'est pourquoi nous avons décidé d'utiliser un modèle bayésien intégrant l'information obtenue sur le patient et celle de l'atlas probabiliste, ce modèle permet d'obtenir l'information manquante, c'est à dire d'inférer l'atlas du patient. Finalement, la déformation d'un maillage initial en fonction du calcul précédent, permet l'obtention du modèle 3D personnalisé. Nous appliquons pour cela les cinq étapes suivantes (Fig. 7.1) :

- obtention de l'information échographique (3D),
- obtention de l'information radiographique (2D),
- mise en correspondance des données,
- obtention de *l'atlas* du patient en combinant *l'atlas probabiliste* et le modèle bayésien des données,
- déformation du maillage en respectant les données et les contraintes morpho-

logiques.

Ces différentes étapes sont décrites brièvement dans les paragraphes suivants.



**Fig. 7.1:** Description générale du système. À partir d'un ensemble de points 3D (échographies) et de points 2D (radiographie), le modèle bayésien utilise l'atlas probabiliste et infère l'atlas du patient. Cet ensemble, un nuage de points 3D, est ensuite utilisé pour réaliser la déformation d'un maillage du bassin initial. Le bassin déformé représente le modèle 3D du bassin du patient.

### 7.1.2 Obtention de l'information échographique (3D)

L'information tridimensionnelle s'obtient à partir des images échographiques du patient contenant des coupes du bassin dont nous pouvons récupérer des points caractéristiques. La prise de l'image échographique se fait avec l'utilisation d'un système Orthopilot qui permet de localiser des diodes infrarouges afin de pouvoir positionner l'image de la sonde échographique par rapport au bassin. La position de chaque image échographique est représentée par une matrice homogène dans le repère du "Rigid Body" du patient. La méthode d'obtention de données échographiques est décrite dans le paragraphe 8.1.

### 7.1.3 Obtention de l'information radiographique (2D)

Les données radiographiques sont obtenues à partir d'une radiographie antéro-postérieure du bassin du patient. Il s'agit de reconnaître et de sélectionner les points caractéristiques du bassin sur l'image. C'est à dire reconnaître les points montrés dans la Figure 5.1. Lors de l'utilisation de cette information, nous prenons en compte la position du patient (lors de la prise de la radiographie) qui est représentée par des angles de rotation dans les plans frontaux, transversaux et sagittaux du patient. La méthode d'obtention des données radiographiques est décrite dans le paragraphe 8.1

### 7.1.4 Mise en correspondance des données

Les données du patient se trouvent dans des référentiels différents. Il est donc nécessaire de faire une mise en correspondance. La mise en correspondance est faite par rapport au centre de l'atlas du patient. Ce centre correspond au centre du parallélépipède englobant le bassin. Nous décrivons ce processus dans le paragraphe 8.5.9.1.

### 7.1.5 Obtention de l'atlas probabiliste du patient à partir d'un modèle bayésien

L'atlas du patient s'obtient grâce à l'utilisation d'un modèle bayésien intégrant l'information du patient et l'atlas probabiliste. L'atlas probabiliste est une distribution de probabilité qui capture l'incertitude des proportions entre les points caractéristiques du bassin et représente un modèle géométrique général du bassin. Nous avons construit notre atlas probabiliste à partir des données du bassin de 52 patients. Ces données ont été proportionnés par Kepple et al. [48]. Le système bayésien est décrit dans le chapitre 8.

### 7.1.6 Méthode de déformation

Dans la phase finale, le maillage initial du bassin est déformé en fonction de l'atlas inféré du patient. Le maillage déformé représente alors le modèle 3D du patient. Cette déformation est réalisée en utilisant des "points de contrôle" du maillage. Les points de contrôle sont déplacés de manière à satisfaire à la fois les caractéristiques de l'atlas du patient et les caractéristiques géométriques génériques du bassin humain. La méthode de déformation est présentée dans le Chapitre 9.

Dans le chapitre suivant, nous présentons en détail les étapes de reconstruction du modèle 3D du bassin d'un patient.

# Chapitre 8

## Modèle bayésien du système

### 8.1 Introduction

Dans notre système, nous voulons obtenir l’atlas du patient à partir de données radiographiques (2D) et échographiques (3D). Ces données incomplètes et incertaines doivent nous permettre d’inférer l’atlas du patient en trouvant les valeurs les plus probables grâce à l’utilisation d’un modèle bayésien. Pour résoudre ce problème, il faut tout d’abord modéliser le système sous la forme d’un *graphe cinématique probabiliste* [119]. Ce graphe permet de décrire la relation associée aux données du patient (voir Fig. 8.1) ainsi que d’identifier les relations entre les données et les incertitudes.

Dans le système, une image échographique représente une coupe du bassin contenant un point  $P_i$  de l’atlas. La localisation 3D d’une échographie est réalisée à l’aide d’un ensemble de diodes placées sur un corps rigide appelé “*Rigid Body*”. Grâce à ce mécanisme chaque image échographique peut être positionnée dans l’espace (i.e. par la détermination de la transformation géométrique correspondante). Ainsi, *si nous supposons qu’il n’y a pas d’incertitude* dans la localisation des échographies ni dans la localisation des points, ces dernières pourront être exprimées dans le repère du “*Rigid Body*”. Les points échographiques, qui sont dans leur propre référentiel  $E_i$ , sont exprimés dans le repère du “*Rigid Body*” par la transformation  $T_{E_i}^{RB}$ ,

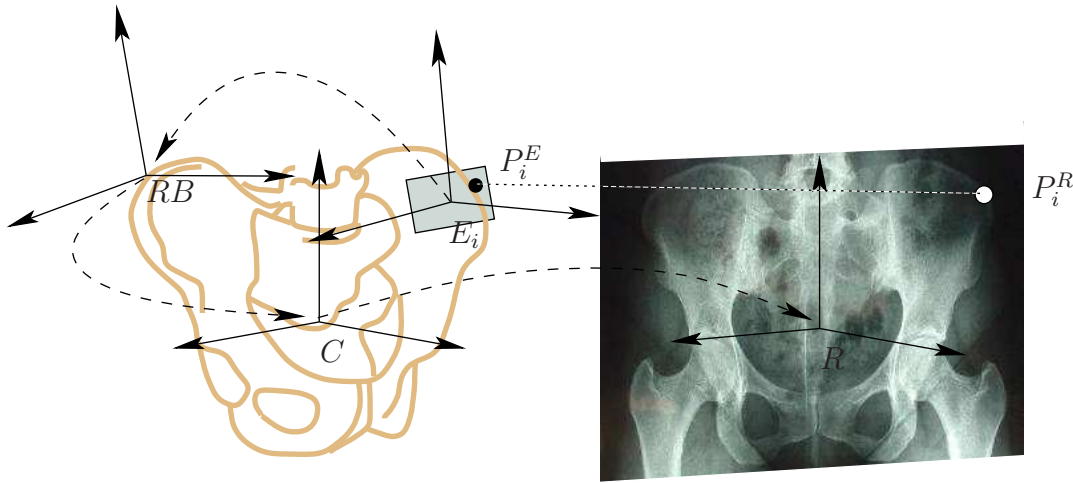
$$P_i^{RB} = T_{E_i}^{RB} P_{E_i}^i$$

D’un autre côté, un point  $P_i^C$ , par rapport au centre de l’atlas, peut être exprimé dans le repère du “*Rigid Body*” en faisant :

$$P_i^{RB} = T_C^{RB} P_i^C$$

La matrice  $T_{E_i}^{RB}$  représente la position de l'échographie par rapport au "Rigid Body" qui a été placé sur le patient. La valeur de la matrice  $T_C^{RB}$  peut être calculée par un sous ensemble de points de l'atlas du patient. Le calcul de cette transformation est décrit dans le paragraphe 8.5.9.1.

Similairement aux échographies, nous disposons de la projection des points de l'atlas du patient dans une radiographie. Les projections des points sont identifiées par le médecin sur l'image radiographique. Bien entendu les points projetés ont uniquement deux composantes car la radiographie est une donnée 2D. Ainsi, un point 3D  $P_i$  de l'atlas est représenté par le point 2D de la radiographie  $P_{yzi}^R$ . La notation "yz" de  $P_{yzi}^R$  est dûe au fait que le plan de la radiographie coïncide avec le plan  $yz$  du repère de l'atlas du patient. Bien entendu,  $P_{yzi}^R$  prend en compte la position du patient lors de la prise de l'image, c'est-à-dire  $P_{yzi}^R = projection_{yz}(x_i^R, y_i^R, z_i^R)$  avec  $[x_i^R, y_i^R, z_i^R]^T = T_C^R P_i^C$  où  $T_C^R$  est la transformation du centre de l'atlas à la radiographie. Cette position est représentée par des angles de rotation dans les plans frontaux, transversaux et sagittaux du patient (Fig. 8.2).



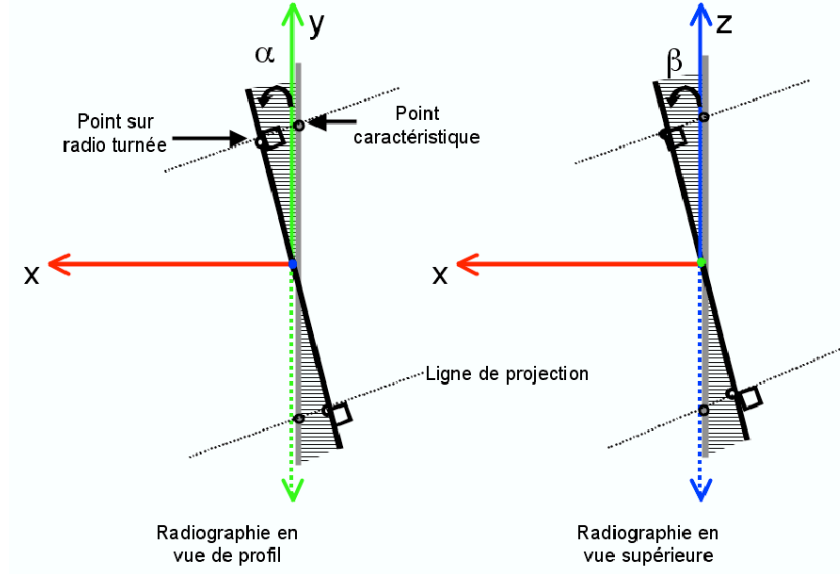
**Fig. 8.1:** Représentation des différents systèmes de références des données. La radiographie  $R$ , une des images échographiques  $E_i$ , le "Rigid Body"  $RB$  et le centre de l'atlas  $C$ .

Ainsi, nous identifions les objets géométriques (noeuds) et leurs relations (arcs ou variables) suivants.

Objets géométriques :

- $C$  le système de référence du centre de l'atlas du patient ;
- $RB$  le système de référence du "Rigid Body" ;
- $R$  le système de référence de la radiographie ;





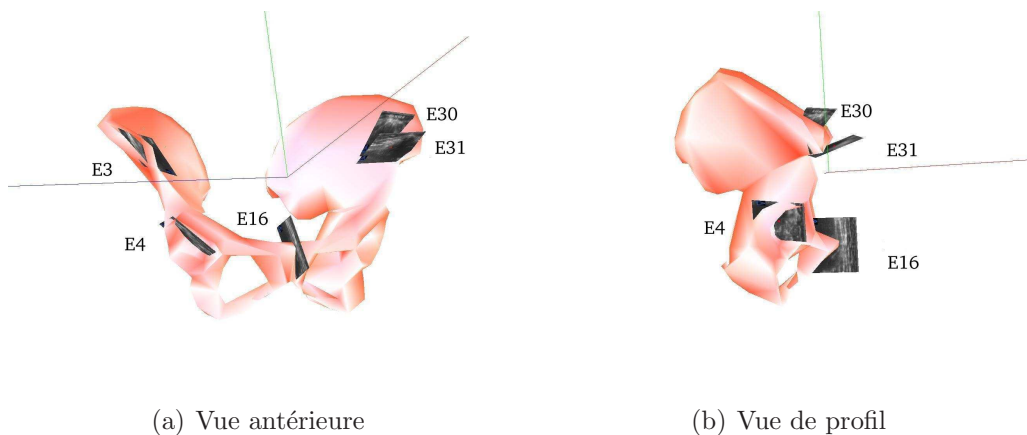
**Fig. 8.2:** Deux des angles de rotation du patient lors de la prise de l'image radiographique.

- $\{P_1, P_2, \dots, P_n\}$  les points de l'atlas du patient.

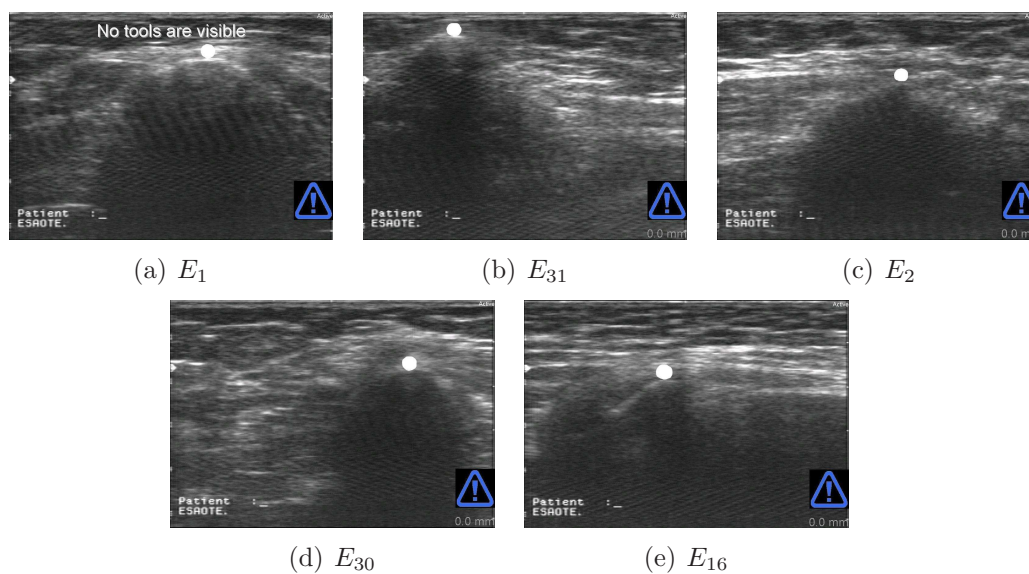
Relations :

- $T_C^R$  la matrice de transformation du centre de l'atlas à la radiographie.
- $T_{E_i}^{RB}$  la matrice de transformation du repère de l'échographie  $i$  au repère du "Rigid Body".
- $T_C^{RB}$  la matrice de transformation du système repère du centre de l'atlas au repère du "Rigid Body".
- $P_i^C$  le point  $i$  de l'atlas du patient exprimé dans le repère du centre de l'atlas.
- $P_{yzi}^R$  le point  $i$  de l'atlas du patient projeté dans la radiographie.
- $P_i^E$  le point  $i$  de l'atlas du patient exprimé dans le repère de l'échographie  $E_i$ .
- $P_i^{RB}$  le point  $i$  de l'atlas du patient exprimé dans le repère du "Rigid Body".

Comme nous l'avons mentionné auparavant, la prise des images échographiques (Figs. 8.3 et 8.4) est faite à l'aide d'un système qui localise en 3D des diodes infrarouges et qui permet ainsi de positionner l'image de la sonde échographique dans l'espace. C'est-à-dire que le système fournit une estimation  $\bar{T}_{E_i}^{RB}$  de la matrice  $T_{E_i}^{RB}$ . Notez qu'il n'est pas possible d'obtenir la vraie matrice  $T_{E_i}^{RB}$  à cause de divers facteurs impliqués dans le système, principalement le mouvement du patient. En effet le "Rigid Body" est attaché au patient grâce à une ceinture, ce qui provoque une incertitude dans le positionnement de chaque prise. Similairement, le point  $P_i^{E_i}$  ne peut pas être obtenu sans une certaine incertitude car le point est sélectionné manuellement par le médecin dans l'image échographique (voir Fig. 8.4). Ainsi le médecin obtient une approximation de  $P_i^{E_i}$  noté  $\bar{P}_i^{E_i}$ .



**Fig. 8.3:** Deux vues de quelques images échographiques du bassin  $E_3$ ,  $E_4$ ,  $E_{16}$ ,  $E_{30}$  et  $E_{31}$ . Les mêmes images sont montrées dans la Fig. 8.4 et elles cherchent à trouver respectivement les points caractéristiques  $P_3$ ,  $P_4$ ,  $P_{16}$ ,  $P_{30}$  et  $P_{31}$ .



**Fig. 8.4:** Dans chacune des images échographiques l'estimation  $\bar{P}_i^{E_i}$  (point blanc) de point caractéristique  $P_i$  est sélectionné manuellement par le médecin.

Dans les prochains paragraphes nous allons définir le *graphe cinématique* probabiliste, le *problème géométrique probabiliste* et le *programme bayésien* correspondants à notre système.

## 8.2 Le graphe cinématique probabiliste

Le graphe cinématique probabiliste est composé par l'ensemble

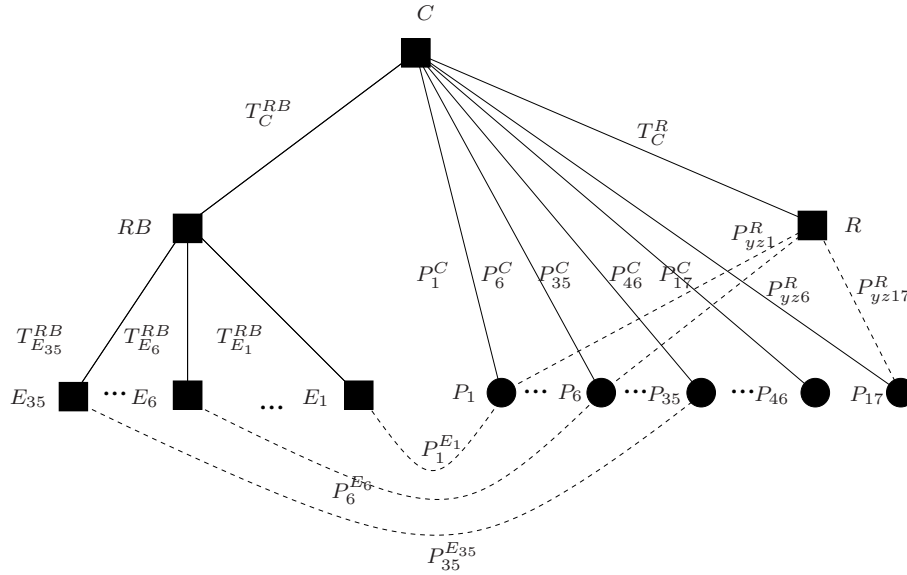
$$S = \{C, RB, R, P_1, \dots, P_n, E_1, E_2, \dots, E_m\}$$

représentant les différents repères et les points de l'atlas.

L'ensemble des arcs est :

$$A = \{T_C^R, T_{E_1}^{RB}, \dots, T_{E_n}^{RB}, T_C^{RB}, P_1^C, \dots, P_n^C, P_1^R, \dots, P_k^R, P_1^{E_1}, \dots, P_n^{E_m}\}$$

Le graphe cinématique probabiliste se présente dans la Fig. 8.5.



**Fig. 8.5:** Graphe cinématique probabiliste représentant les différentes entités géométriques du système (noeuds), et les relations entre elles (arcs). Les noeuds correspondants à un système de références sont marqués avec un carré, et les noeuds correspondants à un point sont marqués avec un cercle. L'arc entre deux repères représente une matrice de transformation, et l'arc entre un point et un repère représente la position du point par rapport au repère.

### 8.3 Le problème géométrique probabiliste

Dans ce paragraphe, nous allons identifier le problème géométrique probabiliste de notre système. Ceci nous permettra ensuite de formuler le programme bayésien.

Pour faciliter la lecture dans les paragraphes suivants nous définissons ici des ensembles de points de l'atlas, un ensemble de matrices de transformation, et deux ensembles d'erreurs.

Soit :

$I_{Atlas}$	$\subset \{1, 2, \dots, 70\}$	L'ensemble d'indices de l'atlas ;
$I_{E'}$	$\subset I_{Atlas}$	L'ensemble d'indices des points de l'atlas nécessaires pour calculer le centre de l'atlas ;
$I_E$	$\subset I_{Atlas}$ t.q. $I_{E'} \subset I_E$	Les indices des points échographiques incluant les indices des points nécessaires pour calculer le centre de l'atlas ;
$I_R$	$\subset I_{Atlas}$	Les indices des points radiographiques ;

Nous définissons :

$Atlas^C$	$= \{P_i^C   i \in I_{Atlas}\}$	L'ensemble des points de l'atlas dans le repère du centre de l'atlas ;
$Atlas_R$	$= \{P_{yzi}^R   i \in I_R\}$	L'ensemble des points radiographiques dans le repère de la radiographie $R$ ;
$Atlas_E$	$= \{P_i^{E_i}   i \in I_E\}$	L'ensemble des points échographiques dans le repère de l'échographie $E_i$ ;
$\overline{Atlas_E}$	$= \{\overline{P}_i^{E_i}   i \in I_E\}$	L'ensemble des points échographiques estimés dans le repère de l'échographie $E_i$ ;
$Atlas_E^{RB}$	$= \{P_i^{RB}   i \in I_E\}$	L'ensemble des points échographiques dans le repère du "Rigid Body" $RB$ ;
$\mathcal{T}_E^{RB}$	$= \{T_{E_i}^{RB}   i \in I_E\}$	L'ensemble des matrices de transformation du repère de l'échographie $E_i$ au repère du "Rigid Body" $RB$ ;
$\overline{\mathcal{T}}_E^{RB}$	$= \{\overline{T}_{E_i}^{RB}   i \in I_E\}$	L'ensemble des matrices de transformation estimées du repère de l'échographie $E_i$ au repère du "Rigid Body" $RB$ ;
$\mathcal{E}_R$	$= \{\varepsilon_{Ri}   i \in I_R\}$	L'erreur entre les points radiographiques et les points de l'atlas. Cette valeur correspond à la contrainte d'égalité de la fermeture du cycle engendré par les points de l'atlas et les points projetés dans la radiographie ;
$\mathcal{E}_E$	$= \{\varepsilon_{Ei}   i \in I_E\}$	L'erreur entre les points échographiques et les points de l'atlas. Cette valeur correspond à la contrainte d'égalité de la fermeture du cycle engendré par les points de l'atlas et les points des échographies.

Le problème géométrique probabiliste consiste à trouver la distribution suivante :

$$P(Atlas^C \mid \overline{\mathcal{T}}_E^{RB} \overline{Atlas_E} Atlas_R \mathcal{E}_R \mathcal{E}_E)$$

Ainsi, nous définissons les statuts des variables ci-dessus :

Inconnu	:	$Atlas^C$
Fixe	:	$\overline{T}_E^{RB}, \overline{Atlas}_E, Atlas_R, \mathcal{E}_R, \mathcal{E}_E$
Libre	:	$T_C^R, T_E^{RB}, Atlas_E^{RB}, T_C^{RB}, Atlas_E$

où l' $Atlas^C$  est l'inconnu du problème;  $\overline{T}_E^{RB}, \overline{Atlas}_E, Atlas_R, \mathcal{E}_R, \mathcal{E}_E$  sont les paramètres connus avec  $(\mathcal{E}_R = \mathbf{0})$  et  $(\mathcal{E}_E = \mathbf{0})$  étant les contraintes; et  $Atlas_E^{RB}, T_C^{RB}, Atlas_E, T_E^{RB}, T_C^R$  sont les paramètres inconnus qui vont prendre leur valeur suivant leur distribution de probabilité.

## 8.4 Programme bayésien du système

Pour faciliter la définition du programme bayésien, nous définissons deux sous-ensembles de  $Atlas^C$  :

$Atlas_R^C$	$= \{P_i^R   i \in I_R\}$	L'ensemble des points radiographiques dans le repère du centre de l'atlas $C$ .
$Atlas_E^C$	$= \{P_i^E   i \in I_E\}$	L'ensemble des points échographiques dans le repère du centre de l'atlas $C$ .

Le programme bayésien résultant se montre dans la Fig. 8.6 et sa représentation graphique est montrée dans la Fig. 8.7.

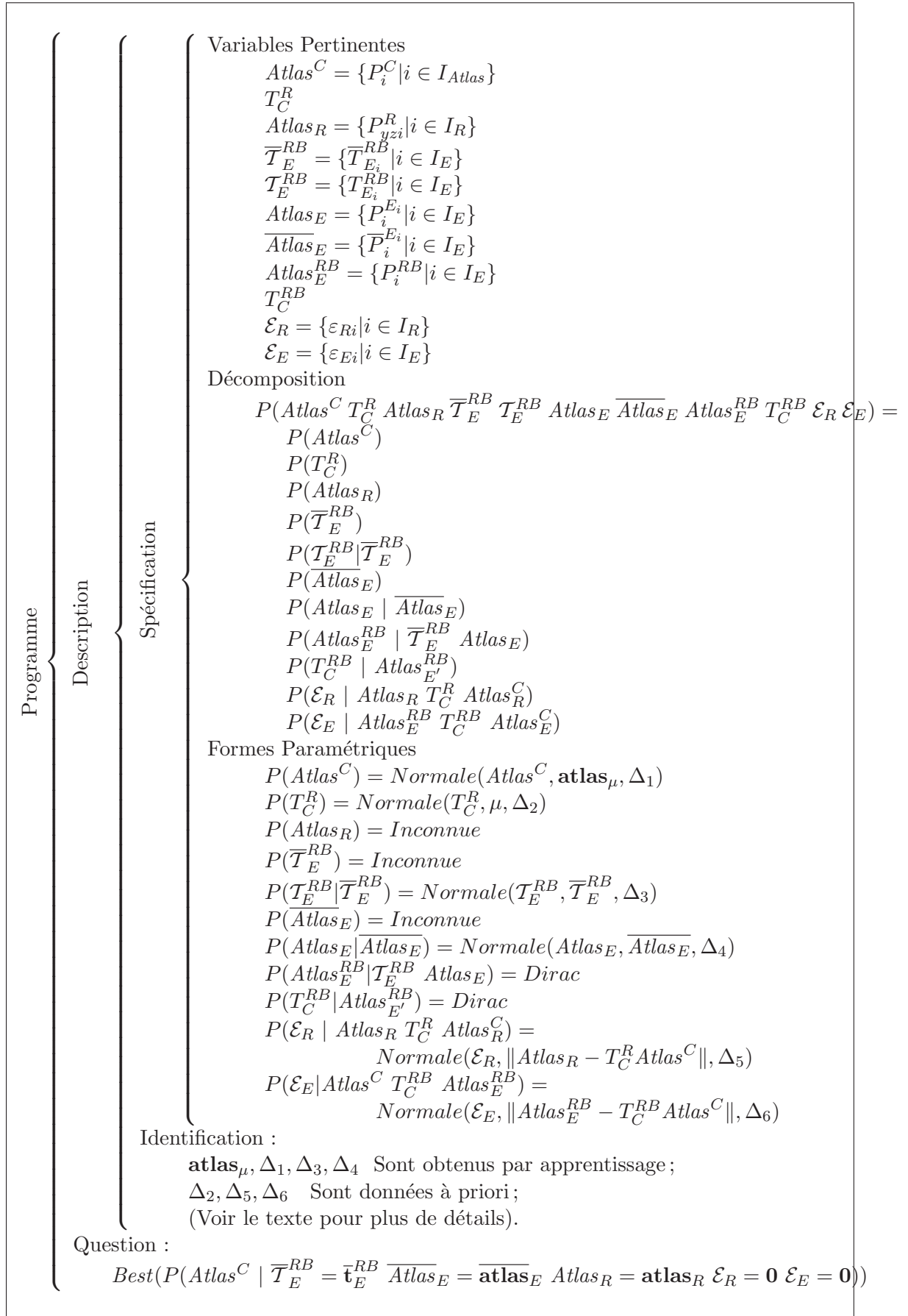
Ainsi pour répondre à la question de notre programme bayésien nous devons tout d'abord trouver la distribution posée par le problème géométrique probabiliste :

$$P(Atlas^C | \overline{T}_E^{RB} \overline{Atlas}_E Atlas_R \mathcal{E}_R \mathcal{E}_E) = \frac{\int_{T_C^R, T_E^{RB}, Atlas_E^{RB}, T_C^{RB}, Atlas_E} P(Atlas^C T_C^R Atlas_R \overline{T}_E^{RB} T_E^{RB} Atlas_E \overline{Atlas}_E Atlas_E^{RB} T_C^{RB} \mathcal{E}_R \mathcal{E}_E)}{\int_{Atlas^C, T_C^R, T_E^{RB}, Atlas_E^{RB}, T_C^{RB}, Atlas_E} P(Atlas^C T_C^R Atlas_R \overline{T}_E^{RB} T_E^{RB} Atlas_E \overline{Atlas}_E Atlas_E^{RB} T_C^{RB} \mathcal{E}_R \mathcal{E}_E)} \quad (8.1)$$

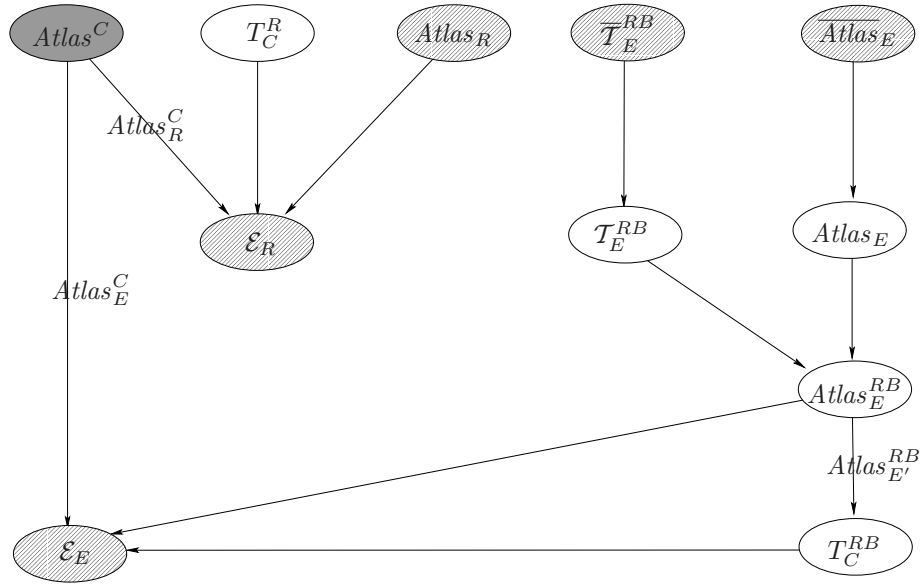
Le dénominateur de l'équation 8.1 est seulement une constante de normalisation, en conséquence :

$$\begin{aligned} P(Atlas^C | \overline{T}_E^{RB} \overline{Atlas}_E Atlas_R \mathcal{E}_R \mathcal{E}_E) &\propto \frac{1}{Z} \int_{T_C^R, T_E^{RB}, Atlas_E^{RB}, T_C^{RB}, Atlas_E} P(Atlas^C T_C^R Atlas_R \overline{T}_E^{RB} T_E^{RB} Atlas_E \overline{Atlas}_E Atlas_E^{RB} T_C^{RB} \mathcal{E}_R \mathcal{E}_E) \\ &= \frac{1}{Z} \int_{T_C^R, T_E^{RB}, Atlas_E^{RB}, T_C^{RB}, Atlas_E} \left[ \begin{array}{l} P(Atlas^C) P(\overline{T}_E^{RB}) P(T_C^R) P(Atlas_R) \\ P(T_E^{RB} | \overline{T}_E^{RB}) P(Atlas_E) P(Atlas_E | \overline{Atlas}_E) \\ P(Atlas_E^{RB} | T_E^{RB} Atlas_E) P(T_C^{RB} | Atlas_E^{RB}) \\ P(\mathcal{E}_R | Atlas_R T_C^R Atlas_E^C) \\ P(\mathcal{E}_E | Atlas_E^{RB} T_C^{RB} Atlas_E^C) \end{array} \right] \end{aligned}$$

Étant donné que nous connaissons les valeurs  $\mathbf{atlas}_R, \mathbf{t}_{E_i}^{RB}$  et  $\mathbf{atlas}_E$  des variables  $Atlas_R, \overline{T}_E^{RB}$  et  $\overline{Atlas}_E$  (i.e.  $Atlas_R = \mathbf{atlas}_R, \overline{T}_E^{RB} = \mathbf{t}_E^{RB}, \overline{Atlas}_E = \mathbf{atlas}_E$ ), nous



**Fig. 8.6:** Le programme bayésien permettant de calculer l'atlas du patient à partir des données échographiques et radiographiques.



**Fig. 8.7:** Représentation graphique ou réseau bayésien du programme montré dans la Fig. 8.6. Les noeuds rayés correspondent à l'information disponible, le noeud gris correspond à l'information recherchée.

pouvons introduire les valeurs (constantes)  $P(\text{Atlas}_R = \mathbf{atlas}_R)$ ,  $P(\overline{T}_E^{RB} = \overline{\mathbf{t}}_E^{RB})$  et  $P(\overline{\text{Atlas}}_E = \overline{\mathbf{atlas}}_E)$  dans la constante de normalisation obtenant une deuxième constante  $Z'$ , nous avons alors :

$$P(\text{Atlas}^C | \overline{T}_E^{RB} \overline{\text{Atlas}}_E \text{Atlas}_R \mathcal{E}_R \mathcal{E}_E) \propto \quad (8.2)$$

$$\frac{1}{Z'} \int_{T_C^R, T_E^{RB}, \text{Atlas}_E^{RB}, T_C^{RB}, \text{Atlas}_E} \left[ \begin{array}{l} P(\text{Atlas}^C) P(T_C^R) \\ P(T_E^{RB} | \overline{T}_E^{RB}) P(\text{Atlas}_E | \overline{\text{Atlas}}_E) \\ P(\text{Atlas}_E^{RB} | T_E^{RB} \text{Atlas}_E) P(T_C^{RB} | \text{Atlas}_E^{RB}) \\ P(\mathcal{E}_R | \text{Atlas}_R T_C^R \text{Atlas}_R^C) \\ P(\mathcal{E}_E | \text{Atlas}_E^{RB} T_C^{RB} \text{Atlas}_E^C) \end{array} \right]$$

Ensuite, étant donnés que  $P(\text{Atlas}_E^{RB} | T_E^{RB} \text{Atlas}_E)$  et  $P(T_C^{RB} | \text{Atlas}_E^{RB})$  sont des Diracs, nous pouvons éliminer les sommes sur  $\text{Atlas}_E^{RB}$  et  $T_C^{RB}$  ainsi que les distributions. Nous obtenons l'expression finale suivante :

$$P(\text{Atlas}^C | \overline{T}_E^{RB} \overline{\text{Atlas}}_E \text{Atlas}_R \mathcal{E}_R \mathcal{E}_E) \propto \quad (8.3)$$

$$\frac{1}{Z'} \int_{T_C^R, T_E^{RB}, \text{Atlas}_E} \left[ \begin{array}{l} P(\text{Atlas}^C) P(T_C^R) \\ P(T_E^{RB} | \overline{T}_E^{RB}) P(\text{Atlas}_E | \overline{\text{Atlas}}_E) \\ P(\mathcal{E}_R | \text{Atlas}_R T_C^R \text{Atlas}_R^C) \\ P(\mathcal{E}_E | \text{Atlas}_E^{RB} T_C^{RB} \text{Atlas}_E^C) \end{array} \right]$$

avec :

$$\text{Atlas}_E^{RB} = f_1(T_E^{RB}, P_i^{E_i})$$

et

$$T_C^{RB} = f_2(P_i^{RB})$$

Cette distribution nous permet alors de trouver la réponse à la question de notre programme bayésien : inférer l'atlas du patient à partir des données disponibles tout en prenant en compte les incertitudes générées lors de l'obtention de données. L'atlas du patient le plus probable est donné par **atlas**<sup>\*</sup> :

$$\mathbf{atlas}^* = \text{Best}(P(\text{Atlas}^C \mid \overline{T}_E^{RB} = \overline{\mathbf{t}}_E^{RB} \mid \overline{\text{Atlas}_E} = \overline{\mathbf{atlas}_E} \mid \text{Atlas}_R = \mathbf{atlas}_R \mid \mathcal{E}_R = \mathbf{0} \mid \mathcal{E}_E = \mathbf{0})) \quad (8.4)$$

où la fonction  $\text{Best}(\cdot)$  retourne la valeur la plus probable de la distribution, c'est-à-dire **atlas**<sup>\*</sup> est la valeur de  $\text{Atlas}^C$  que maximise<sup>1</sup> :

$$\frac{1}{Z'} \int_{T_C^R, T_E^{RB} \mid \text{Atlas}_E} \left[ \begin{array}{l} P(\text{Atlas}^C) P(T_C^R) \\ P(T_E^{RB} \mid \overline{\mathbf{t}}_E^{RB} \mid \overline{T}_E^{RB}) P(\text{Atlas}_E \mid \overline{\text{Atlas}_E} = \overline{\mathbf{atlas}_E}) \\ P(\mathcal{E}_R = \mathbf{0} \mid \text{Atlas}_R = \mathbf{atlas}_R \mid T_C^R \mid \text{Atlas}_R^C) \\ P(\mathcal{E}_E = \mathbf{0} \mid \text{Atlas}_E^{RB} \mid T_C^{RB} \mid \text{Atlas}_E^C) \end{array} \right] \quad (8.5)$$

avec  $T_C^{RB} = f_2(\text{Atlas}_E^{RB})$  et  $\text{Atlas}_E^{RB} = T_E^{RB} \text{Atlas}_E$ .

Étant donnée qu'il s'agit d'une maximisation, nous pouvons oublier la constante  $Z'$ .

## 8.5 Formes paramétriques et identification

### 8.5.1 Définition de $P(\text{Atlas}^C)$

Soit  $\{\text{Atlas}_1^C, \text{Atlas}_2^C, \dots, \text{Atlas}_n^C\}$  une partition d' $\text{Atlas}^C$ .

$P(\text{Atlas}^C)$  correspond à l'*atlas probabiliste* où

$$P(\text{Atlas}^C) = \prod_{i=1}^n P(\text{Atlas}_i^C)$$

avec

$$P(\text{Atlas}_i^C) = \text{Normale}(\text{Atlas}_i^C, \mathbf{atlas}_\mu^i, \Delta_1^i)$$

---

<sup>1</sup>Nous rappelons que  $\text{Atlas}_R^C, \text{Atlas}_E^C \subset \text{Atlas}^C$ .



C'est-à-dire  $Atlas_i^C$  est un sous-ensemble de points caractéristiques de l'atlas représentant une région du bassin. Cette division par régions a été motivée par deux raisons : (i) la croissance naturelle du bassin est effectuée par régions, plus ou moins indépendantes et (ii) cette division permet de simplifier le calcul. En effet, une seule distribution pour tous les points de l'atlas provoquerait que l'équation 8.5 soit plus difficile à optimiser.

L'*atlas probabiliste* représente un modèle générique du bassin et consiste en une distribution de probabilités qui capture l'incertitude des proportions entre les points caractéristiques du bassin. L'*atlas probabiliste* est un modèle basé sur une analyse statistique de distributions normales multivariées. Dans notre cas,  $\mathbf{atlas}_\mu$  et  $\Delta_1$  ont été obtenus à partir de l'analyse des 52 fichiers des données fournis par Kepple [48] ces données sont décrites plus en détail dans le paragraphe 4.1.1.2.

### 8.5.2 Définition de $P(T_C^R)$

$P(T_C^R)$  est une distribution normale multivariée centrée sur  $\mu$  et avec matrice de covariance  $\Delta_2$  :

$$P(T_C^R) = \text{Normale}(T_C^R, \mu, \Delta_2)$$

Les valeurs de  $\mu$  et de la matrice de covariance  $\Delta_2$  sont données à priori. Nous considérons que la position du patient lors de la prise de l'image radiographique varie de  $\pm 3^\circ$  d'orientation dans les angles de rotation  $\alpha$  et  $\beta$  des axes des plans transversal et sagittal, et de  $\pm 1^\circ$  dans l'angle de l'axe du plan frontal, ainsi  $\mu = \mathbf{0}$ .

### 8.5.3 Définition de $P(Atlas_R)$

$P(Atlas_R)$  est la distribution de probabilité des points radiographiques dans le repère de la radiographie. Elle peut être considérée comme inconnue car nous connaissons la valeur de  $Atlas_R$  ce qui permet l'introduction de la constante  $P(Atlas_R = \mathbf{atlas}_R)$  dans la constante  $Z'$  présentée dans le paragraphe 8.4.

### 8.5.4 Définition de $P(\overline{T}_E^{RB})$

La distribution  $P(\overline{T}_E^{RB})$  correspond à la distribution de probabilité des matrices de transformation du repère de l'échographie au repère du "*Rigid Body*". Cette distribution peut être considérée comme inconnue car nous connaissons la valeur de la

variable  $\overline{\mathcal{T}}_{E_i}^{RB}$  ce qui permet l'introduction de la constante  $P(\overline{\mathcal{T}}_E^{RB} = \overline{\mathbf{t}}_E^{RB})$  dans la constante  $Z'$  présentée dans le paragraphe 8.4.

### 8.5.5 Définition de $P(\mathcal{T}_E^{RB} | \overline{\mathcal{T}}_E^{RB})$

La distribution  $P(\mathcal{T}_E^{RB} | \overline{\mathcal{T}}_E^{RB})$  représente la probabilité des matrices de transformation des repères des échographies au repère du “*Rigid Body*” sachant ses estimations  $\overline{\mathcal{T}}_E^{RB}$ . Cette distribution est définie comme :

$$P(\mathcal{T}_E^{RB} | \overline{\mathcal{T}}_E^{RB}) = \prod_{i \in I_E} P(T_{E_i}^{RB} | \overline{T}_{E_i}^{RB})$$

Où chaque  $P(T_{E_i}^{RB} | \overline{T}_{E_i}^{RB})$  est une distribution normale multivariable centrée sur  $\overline{T}_{E_i}^{RB}$  et avec un écart type  $\Delta_3$  :

$$P(T_E^{RB} | \overline{T}_E) = \text{Normale}(T_{E_i}^{RB}, \overline{T}_{E_i}^{RB}, \Delta_3)$$

Nous avons obtenu la valeur de la matrice de covariance  $\Delta_3$  en réalisant plusieurs prises d'une image échographique dans la même position. En fait, nous avons attaché un “*Rigid Body*” au patient avec une ceinture et un autre “*Rigid Body*” à la sonde échographique.

### 8.5.6 Définition de $P(\overline{Atlas}_E)$

$P(\overline{Atlas}_E)$  correspond à la distribution de probabilité des points échographiques estimés  $\overline{Atlas}_E$  dans les repères des images échographiques  $E_i$ . Cette distribution peut être considérée comme inconnue car nous connaissons la valeur de  $\overline{Atlas}_E$  ce qui permet l'introduction de la constante  $P(\overline{Atlas}_E = \overline{\mathbf{atlas}}_E)$  dans la constante  $Z'$  présentée dans le paragraphe 8.4.

### 8.5.7 Définition de $P(Atlas_E | \overline{Atlas}_E)$

$P(Atlas_E | \overline{Atlas}_E)$  correspond aux points échographiques dans les différents repères des échographies  $E_i$  étant donné ses estimés  $\overline{Atlas}_E$ . Cette distribution est définie comme :

$$P(Atlas_E | \overline{Atlas}_E) = \prod_{i \in I_E} P(P_i^{E_i} | \overline{P}_i^{E_i})$$

Avec  $P(P_i^{E_i} | \overline{P}_i^{E_i})$  étant une distribution normale multivariable centrée sur  $\overline{P}_i^{E_i}$  et une matrice de covariance  $\Delta_4$  :

$$P(P_i^{E_i} | \overline{P}_i^{E_i}) = \text{Normale}(P_i^{E_i}, \overline{P}_i^{E_i}, \Delta_4)$$

Pour la matrice de covariance  $\Delta_4$ , nous considérons que le médecin est capable de localiser un point caractéristique à partir d'une image échographique avec une erreur de 1cm, mais en réalité cette valeur dépend du médecin (un médecin peut être plus précis qu'un autre). Nous avons estimé  $\Delta_4$  avec un test où nous avons placé un cotyle et une tête fémorale en plâtre et trois marqueurs en fer dans une bassine remplie de gélatine (Fig. 8.8). Nous avons pris plusieurs images échographiques en différentes positions pour identifier les marqueurs et à partir d'elles nous avons estimé la valeur de  $\Delta_4$ .



**Fig. 8.8:** Dispositif pour les essais de prises d'images échographiques. Le cotyle et le fémur en plâtre sont placés dans une bassine remplie de gélatine.

### 8.5.8 Définition de $P(Atlas_E^{RB} | \overline{T}_E^{RB} Atlas_E)$

$P(Atlas_E^{RB} | \overline{T}_E^{RB} Atlas_E)$  correspond à la distribution de probabilité des points échographiques dans le repère du "Rigid Body" étant donné les ensembles des transformations  $\overline{T}_E^{RB}$  et l'ensemble des points  $Atlas_E$ . Nous avons :

$$P(Atlas_E^{RB} | \overline{T}_E^{RB} Atlas_E) = \prod_{i \in I_E} P(P_i^{RB} | \overline{T}_{E_i}^{RB} P_i^{E_i})$$

Avec  $P(P_i^{RB}|T_{E_i}^{RB} P_i^{E_i})$  une distribution Dirac définie comme suit .

$$P(P_i^{RB}|T_{E_i}^{RB} P_i^{E_i}) = \begin{cases} 1 & \text{Si } P_i^{RB} = f_1(T_{E_i}^{RB}, P_i^{E_i}) \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

où

$$f_1(T_{E_i}^{RB}, P_i^{E_i}) = T_{E_i}^{RB} P_i^{E_i}$$

### 8.5.9 Définition de $P(T_C^{RB}|Atlas_{E'}^{RB})$

$P(T_C^{RB}|Atlas_{E'}^{RB})$  correspond au calcul de la transformation  $T_C^{RB}$  entre le repère du “*Rigid Body*”  $RB$  et le centre de l’atlas  $C$ . Elle est calculée à partir des points  $Atlas_{E'}^{RB}$  et correspond à une distribution Dirac définie comme suit :

$$P(T_C^{RB}|P_i^{RB}) = \begin{cases} 1 & \text{Si } T_C^{RB} = f_2(Atlas_{E'}^{RB}) \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

où  $f_2(Atlas_{E'}^{RB})$  est la fonction qui décrit le processus du paragraphe suivant.

#### 8.5.9.1 Processus d’obtention de la matrice de transformation $T_C^{RB}$ à partir de $Atlas_{E'}^{RB}$

La matrice de transformation  $T_C^{RB}$  est obtenue à partir de deux éléments : (i) le plan frontal du patient correspondant au plan  $yz$  et (ii) le centre de l’atlas du patient. Ces deux éléments sont obtenus à partir des points échographiques. La matrice de transformation  $T_C^{RB}$  peut être écrite comme suit :

$$T_C^{RB} = \begin{pmatrix} R_{RB}^C & \mathbf{t} \\ \mathbf{0} & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{I}_3 & \mathbf{t} \\ \mathbf{0} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R_{RB}^C & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & 1 \end{pmatrix} \quad (8.6)$$

avec

$$R_C^{RB} = \begin{bmatrix} x_x & y_x & z_x \\ x_y & y_y & z_y \\ x_z & y_z & z_z \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{t} = [t_x, t_y, t_z]^T$$

La matrice de rotation  $R_{RB}^C$  représente la différence d’orientation entre le repère du “*Rigid Body*” et le système de référence du centre de l’atlas. En fait, le repère du “*Rigid Body*” a une orientation et une position plus ou moins arbitraires. Le “*Rigid*

*Body*” est fixé dans le bassin du patient sans un vrai soucis d’orientation. En effet, le positionnement du “*Rigid Body*” n’affecte pas l’obtention de points échographiques. En contraste, le système de référence du centre de l’atlas a une orientation et une position bien précises. Dans ce dernier, le plan  $yz$  est parallèle au plan frontal du patient et l’axe  $y$  coïncide avec l’axe longitudinal du patient (Voir Fig. 8.9). L’origine dans ce cas est placée dans le centre de l’atlas.

**Calcul de la matrice  $R_C^{RB}$**  Le plan frontal du patient (Fig. 8.9) est décrit par les points  $\{P_3, P_{16}, P_{31}\}$ . Ainsi l’orientation du repère du “*Rigid Body*” est obtenue comme suit :

L’axe des coordonnées  $x$ , est obtenu à partir de la normale  $\mathbf{n}$  du plan frontal. Soit  $\mathbf{v}_1 = \overrightarrow{P_3P_{16}}$  et  $\mathbf{v}_2 = \overrightarrow{P_3P_{31}}$  nous avons que :

$$\begin{aligned} \mathbf{n} &= \mathbf{v}_1 \times \mathbf{v}_2 \\ \mathbf{n} &= \begin{bmatrix} (y_{16} - y_3)(z_{31} - z_3) - (z_{16} - z_3)(y_{31} - y_3) \\ (z_{16} - z_3)(x_{31} - x_3) - (x_{16} - x_3)(z_{31} - z_3) \\ (x_{16} - x_3)(y_{31} - y_3) - (y_{16} - y_3)(x_{31} - x_3) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

alors

$$\mathbf{x} = [x_x, x_y, x_z]^T = \frac{\mathbf{n}}{\|\mathbf{n}\|}$$

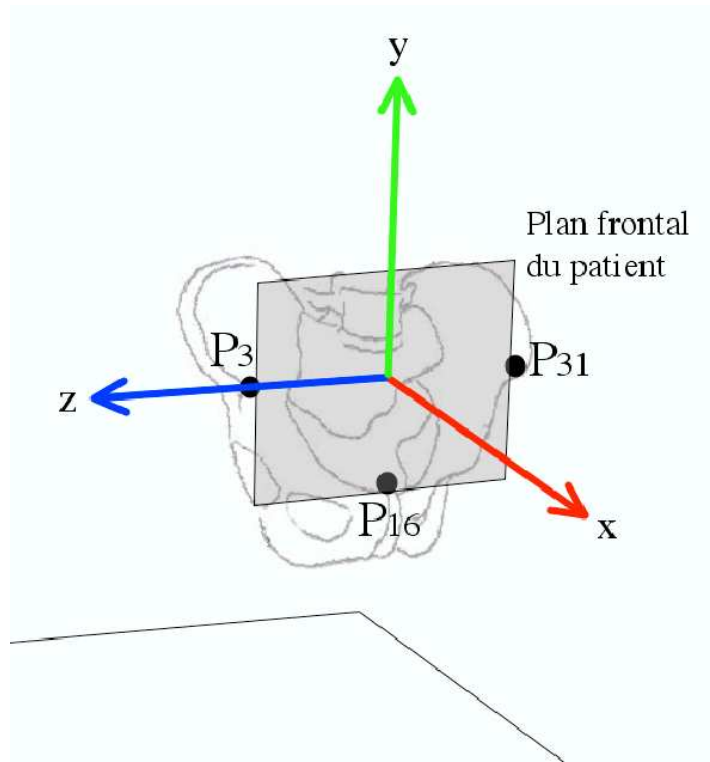
L’axe  $z$  est le vecteur obtenu à partir de la normalisation de  $\overrightarrow{P_{31}P_3}$  soit :

$$\mathbf{z} = [z_x, z_y, z_z]^T = \frac{\overrightarrow{P_{31}P_3}}{\|\overrightarrow{P_{31}P_3}\|}$$

Finalement, nous avons :

$$\mathbf{y} = [y_x, y_y, y_z]^T = \mathbf{z} \times \mathbf{x}$$

**Calcul du vecteur de translation  $t$**  Pour l’obtention du vecteur de translation  $t$ , nous avons besoin uniquement de six points  $P_1, P_2, P_3, P_7, P_{30}$  et  $P_{35}$ . Ces points permettent de trouver le centre de l’atlas défini comme le centre du parallélépipède inscrit dans les dimensions du bassin (Fig. 8.10). Ce parallélépipède est aligné sur le système de référence  $C$ , par conséquent  $t_x, t_y$  et  $t_z$  sont respectivement calculés à partir des paires  $(P_3, P_{35})$ ,  $(P_1, P_7)$  et  $(P_2, P_{30})$  (Voir Fig. 8.11).



**Fig. 8.9:** *Système de référence obtenu à partir du plan frontal du patient décrit par les points  $P_3, P_{16}, P_{31}$ . Ce système de référence a comme origine le centre de l'atlas du patient.*

Soit

$$\begin{aligned}
 P'_1 &= [x'_1, y'_1, z'_1] = R_C^{RB} P_1 \\
 P'_2 &= [x'_2, y'_2, z'_2] = R_C^{RB} P_2 \\
 P'_3 &= [x'_3, y'_3, z'_3] = R_C^{RB} P_3 \\
 P'_7 &= [x'_7, y'_7, z'_7] = R_C^{RB} P_7 \\
 P'_{30} &= [x'_{30}, y'_{30}, z'_{30}] = R_C^{RB} P_{30} \\
 P'_{35} &= [x'_{35}, y'_{35}, z'_{35}] = R_C^{RB} P_{35}
 \end{aligned}$$

Le centre de l'atlas par rapport au système de référence est centré sur l'origine du "Rigid Body" mais avec l'orientation du centre de l'atlas. Il est calculé comme

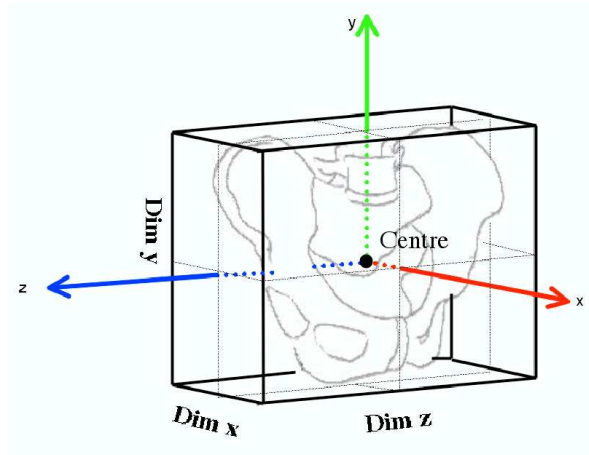


Fig. 8.10: Parallélépipède englobant le bassin et centre du parallélépipède.

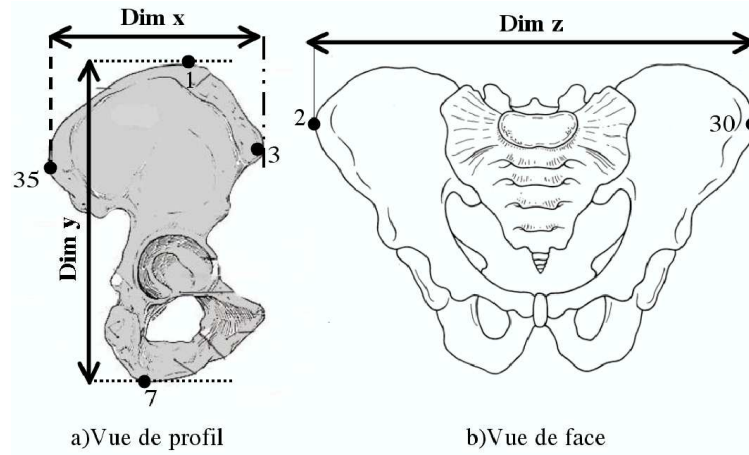


Fig. 8.11: Les trois dimensions du parallélépipède englobant le bassin obtenues à partir des points du patient.

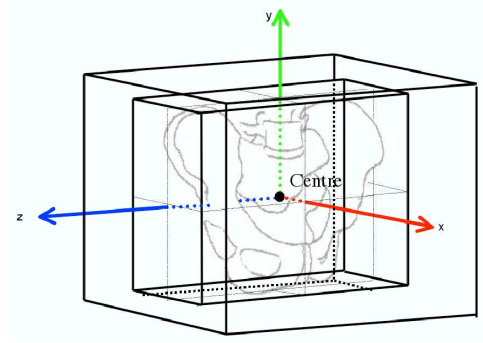
suit :

$$\begin{aligned}
 x' &= \frac{(x'_{35} + x'_3)}{2} \\
 &= \frac{x_x x_{35} + y_x y_{35} + z_x z_{35} + x_x x_3 + y_x y_3 + z_x z_3}{2} \\
 y' &= \frac{(y'_1 + y'_7)}{2} \\
 &= \frac{x_y x_1 + y_y y_1 + z_y z_1 + x_y x_7 + y_y y_7 + z_y z_7}{2} \\
 z' &= \frac{(z'_2 + z'_{30})}{2} \\
 &= \frac{x_z x_2 + y_z y_2 + z_z z_2 + x_z x_{30} + y_z y_{30} + z_z z_{30}}{2}
 \end{aligned}$$

Ainsi,

$$\begin{bmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \end{bmatrix} = R_{RB}^C \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix}$$

Avec ce calcul, le centre reste le même quelques soient les dimensions du bassin du patient (Fig. 8.12).



**Fig. 8.12:** Le centre de l'atlas d'un patient reste le même quelques soient les dimensions du bassin du patient.

### 8.5.10 Définition de $P(\mathcal{E}_R \mid Atlas_R T_C^R Atlas_R^C)$

$P(\mathcal{E}_R \mid Atlas_R T_C^R Atlas_R^C)$  correspond à la contrainte du cycle engendré par les points radiographiques de l'atlas dans le repère de la radiographie.

$$P(\mathcal{E}_R \mid Atlas_R T_C^R Atlas_R^C) = \prod_{i \in I_R} P(\varepsilon_{Ri} \mid P_i^R T_C^R P_i^C)$$

Avec  $P(\varepsilon_{Ri} \mid P_i^R T_C^R P_i^C)$  étant une distribution normale centrée sur  $\|P_i^R - T_C^R P_i^C\|$  et de matrice de covariance  $\Delta_5$

$$P(\varepsilon_{Ri} \mid P_i^R T_C^R P_i^C) = \text{Normale}(\varepsilon_{Ri}, \|P_i^R - T_C^R P_i^C\|, \Delta_5)$$

$\Delta_5$  représente l'intervalle d'erreur admis par la contrainte d'égalité de fermeture du cycle entre les points de l'atlas et les points radiographiques. Nous considérons que  $\Delta_5$  a une valeur a priori, avec une erreur admissible de 3mm.



### 8.5.11 Définition de $P(\mathcal{E}_E | Atlas_E^{RB} T_C^{RB} Atlas_E^C)$

$P(\mathcal{E} | Atlas_E^{RB} T_C^{RB} Atlas_E^C)$  correspond à la distribution de probabilité des erreurs engendrées lors de l'estimation des points échographiques.

$$P(\mathcal{E}_E | Atlas_E^{RB} T_C^{RB} Atlas_E^C) = \prod_{i \in I_E} P(\varepsilon_{Ei} | P_i^{RB} T_C^{RB} P_i^C)$$

Où chacune de ces distributions  $P(\varepsilon_{Ei} | P_i^{RB} T_C^{RB} P_i^C)$  est une distribution normale multivariable centrée sur  $\|P_i^{RB} - T_C^{RB} P_i^C\|$  et de matrice de covariance  $\Delta_6$  :

$$P(\varepsilon_{Ei} | P_i^{RB} T_C^{RB} P_i^C) = \text{Normale}(\varepsilon_{Ei}, \|P_i^{RB} - T_C^{RB} P_i^C\|, \Delta_6)$$

$\Delta_6$  représente l'intervalle d'erreur admis par la contrainte d'égalité de fermeture du cycle entre les points de l'atlas et les points échographiques. Nous considérons que  $\Delta_6$  a une valeur à priori, avec une erreur admissible de 3mm.

Dans le chapitre suivant, nous allons présenter la méthode de déformation d'un maillage qui nous permettra d'obtenir le modèle 3D du patient à partir de l'atlas.



## Chapitre 9

# Méthode de déformation du maillage

Dans ce chapitre, nous présentons la méthode de déformation du maillage. Nous avons choisi cet algorithme parce qu'il nous permet de déformer un volume 3D du bassin en respectant ses caractéristiques géométriques. L'algorithme de déformation est dérivé de celui de Kshirsagar [52]. Il consiste à déplacer des points de contrôle (un sous-ensemble des points du maillage) qui deviendront l'atlas du patient. Le déplacement de ces points de contrôle est déterminé par la différence de position entre les points sur le maillage et les points de l'atlas du patient.

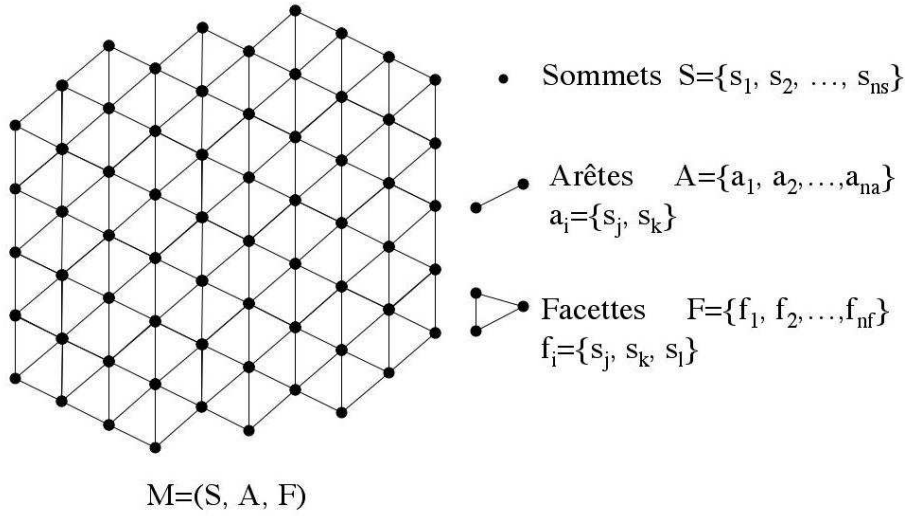
### 9.1 Principe de la méthode

La déformation  $M'$  d'un maillage  $M$  s'obtient en fonction du déplacement d'un sous-ensemble des sommets du maillage  $M$ . Nous appelons ce sous-ensemble l'ensemble des *points de contrôle*. Ces points de contrôle vont entraîner des déplacements des sommets du maillage n'étant pas des points de contrôle appelés *sommets complémentaires*.

**DEFINITION 5.** Nous définissons un maillage triangulaire noté  $M = (S, A, F)$  comme un système de sommets, arêtes et facettes interconnectés (Fig. 9.1). Particulièrement :

- $S = \{s_1, s_2, s_3, \dots, s_{ns}\}$  est l'ensemble de sommets.
- $A = \{a_1, a_2, a_3, \dots, a_{na}\}$  est l'ensemble d'arêtes.
- $F = \{f_1, f_2, f_3, \dots, f_{nf}\}$  est l'ensemble de facettes.

où un sommet  $s_i$  est un point dans l'espace, une arête est formée par deux sommets  $a_i = (s_j, s_k)$ , et une facette est formée par trois sommets  $f_i = (s_i, s_j, s_k)$ .



**Fig. 9.1:** Représentation du maillage triangulaire.

**DEFINITION 6.** Nous définissons une déformation du maillage  $M = (S, A, F)$  comme le maillage  $M'$  résultant du déplacement des sommets de  $S$ . C'est-à-dire  $M' = (S', A, F)$  avec

$$S' = \{s'_i = s_i + \delta(s_i) | s_i \in S\}$$

où  $\delta(s_i)$  est appelé le déplacement du sommet  $s_i$ .

**DEFINITION 7.** Soit  $M = (S, A, F)$  un maillage,  $(S_p, S_c)$  une partition de  $S$ ,  $D_p = \{\delta_p(s_i) | s_i \in S_p\}$  un ensemble de déplacements et  $\delta_c(s_i, S_p, D_p)$  une fonction retournant un déplacement pour  $s_i \in S_c$ . Nous définissons la déformation donnée par  $(S_p, S_c)$ ,  $D_p$  et  $\delta_c(s_i, S_p, D_p)$  comme  $M' = (S', A, F)$  avec  $s'_i \in S'$  défini comme :

$$s'_i = \begin{cases} s_i + \delta_p(s_i) & \text{Si } s_i \in S_p, \\ s_i + \delta_c(s_i, S_p, D_p) & \text{Sinon.} \end{cases}$$

$S_p$  est dit l'ensemble des points de contrôle,  $S_c$  l'ensemble des sommets complémentaires,  $D_p$  le déplacement des points de contrôle et  $\delta_c(s_i, S_p, D_p)$  la fonction de déplacement des point complémentaires.

L'ensemble de sommets qui correspondent aux points de contrôle  $S_p$  ainsi que l'ensemble des vecteurs de déplacement  $D_p$  doit être fourni par l'utilisateur. L'algorithme de déformation doit donc, calculer l'ensemble de vecteurs de déplacement des sommets complémentaires  $S_c$ , grâce à la fonction  $\delta_c(s_i, S_p, D_p)$ .

Dans les paragraphes suivants, nous décrivons le processus de définition de la fonction  $\delta_c(s_i, S_p, D_p)$ . Pour raisons de clarté, nous notons  $p_i$  un sommet de  $S_p$  et  $s_i$  un sommet de  $S_c$ .

## 9.2 Calcul de la fonction de déplacement

La fonction  $\delta_c(s_i, S_p, D_p)$  de déplacement des sommets complémentaires  $S_c$  est calculée comme suit :

$$\delta_c(s_i, S_p, D_p) = \frac{\sum_{p_j \in I(s_i)} \frac{W(s_i, p_j) \delta_p(p_j)}{(d(s_i, p_j))^2}}{\sum_{p_j \in I(s_i)} \frac{W(s_i, p_j)}{(d(s_i, p_j))^2}} \quad (9.1)$$

où

- $I(s_i) \subset S_p$ .
- $d(s_i, p_j)$  est la longueur du chemin minimal entre les sommets  $s_i$  et  $p_j$ , c'est-à-dire la distance géodésique,
- $W(s_i, p_j)$  est le “poids d'influence” du point de contrôle  $p_j$  sur  $s_i$ .

Notez que  $\delta_c(s_i, S_p, D_p)$  de l'équation (9.1) résulte de la combinaison des déplacements de points de contrôle dans  $I(s_i)$ . Le numérateur de l'expression (9.1) est précisément cette combinaison. Le dénominateur est uniquement une pondération.

Ainsi il ne nous reste qu'à définir  $W(s_i, p_j)$  et  $I(s_i) \subset S_p$  pour que notre fonction soit complètement définie.

### 9.2.1 Obtention de $I(s_i)$

Soit  $p^* \in S_p$  le point de contrôle le plus proche de  $s_i$ . L'ensemble de points de contrôle proches de  $s_i$  noté  $\Pi(s_i) \subset S_p$  est défini comme l'ensemble de points de contrôle réunissant les deux conditions suivantes :

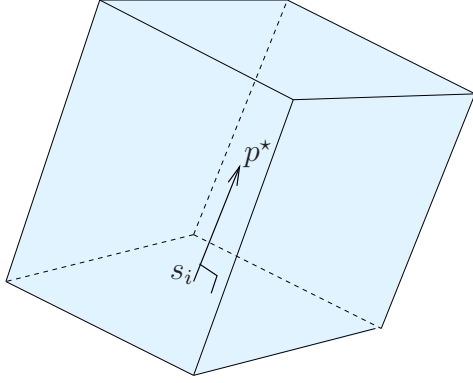
1. Le point de contrôle est inclus dans le demi-espace défini par  $\overrightarrow{s_i p^*}$  (voir Fig. 9.2) ;
2. Le point de contrôle est un voisin de  $p^*$  ;

Soit  $p_j \in S_p$ , la première condition est facilement vérifiée en calculant l'angle entre les vecteurs  $\overrightarrow{s_i p^*}$  et  $\overrightarrow{s_i p_j}$

$$\theta_{s_i, p_j} = \cos^{-1} \left( \frac{(p^* - s_i) \cdot (p_j - s_i)}{(\|p^* - s_i\| * \|p_j - s_i\|)} \right) \quad (9.2)$$

si  $\text{abs}(\theta_{s_i, p_j}) < \frac{\pi}{2}$ , alors  $p_j$  est dans le demi-espace.

Maintenant nous définissons le concept de voisinage. Notez que la définition du point de contrôle le plus proche pour tous les sommets dans  $S_c$  défini implicite-



**Fig. 9.2:** Le demi-espace défini par  $p^*$  et  $s_i$  est l'espace  $E \subset \mathbb{R}^3$  où  $\forall p \in E$  la valeur absolue de l'angle entre  $s_i p$  et  $s_i p^*$  est inférieure à  $\frac{\pi}{2}$ .

ment une partition  $\{S(p_i) | p_i \in S_p\}$  de  $S_c$ . Le sous-ensemble  $S(p_i)$  est dit la *région d'influence* de  $p_i$ .

**DEFINITION 8.** La région d'influence  $S(p_i)$  du point de contrôle  $p_i$  se définit comme l'ensemble de sommets qui sont plus proches de  $p_i$  que n'importe quel autre point de contrôle  $p_k$ . La région d'influence s'obtient comme suit :

$$S(p_i) = \{s_j \in S_c \mid d(p_i, s_j) \leq d(p_k, s_j) \forall p_k \in S_p\} \quad (9.3)$$

**DEFINITION 9.** Un point de contrôle  $p_j$  est voisin d'un autre point de contrôle  $p_i$  si sa région d'influence touche la région d'influence de  $p_i$  (i.e. les régions partagent une ou plusieurs arêtes) (voir Fig. 9.3).

Avec les définitions précédentes, nous pouvons définir  $I(s_i)$ , l'ensemble des points de  $S_p$  influençant le déplacement de  $s_i$ .

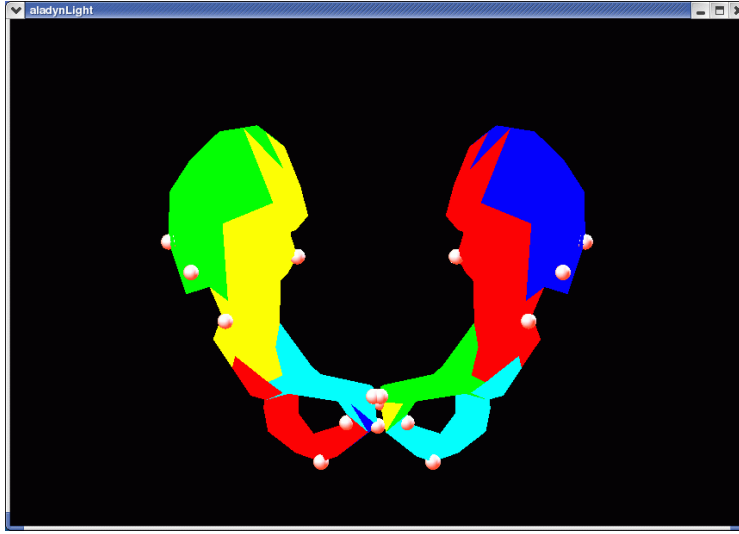
**DEFINITION 10.** L'ensemble des points de contrôle influençant le sommet  $s_i$  noté  $I(s_i)$  est défini comme suit :

$$I(s_i) = \{p_j \in \Pi(s_i) \mid d(p^*, p_j) < \bar{d}(s_i)\} \quad (9.4)$$

où  $\bar{d}(s_i)$  est la distance moyenne aux points de contrôle  $\Pi(s_i)$  ; elle est pondérée par l'alignement avec  $\overrightarrow{s_i p^*}$  :

$$\bar{d}(s_i) = \begin{cases} \frac{\sum_{p_j \in \Pi(s_i)} d(p_i^*, p_j) \cos(\theta_j(s_i, p_j))}{\sum_{p_j \in \Pi(s_i)} \cos(\theta(s_i, p_j))} & \text{Si } \Pi(s_i) \neq \emptyset \\ 1 & \text{Sinon} \end{cases} \quad (9.5)$$

Le calcul de la distance pondérée est fait pour éviter que les points de contrôle qui sont très éloignés aient une influence sur le sommet. De cette façon ; uniquement les points de contrôle les “plus proches” sont sélectionnés.



**Fig. 9.3:** Le maillage d'un bassin avec ses points de contrôle et ses régions d'influence. La région d'influence de chaque point de contrôle est établie par la couleur des facettes. Le voisinage d'un point de contrôle  $P$  peut se définir par les points de contrôle dont la région d'influence touche la région d'influence du point  $P$ .

### 9.2.2 Calcul des poids des points de contrôle influençant un sommet

Dans le calcul du poids d'influence des points en  $I(s_i)$  nous voulons que :

$$W(s_i, p_j) \leq 1$$

en plus nous voulons que pour deux points de contrôle  $p_k$  et  $p_j$  avec  $d(p_k, s_i) \leq d(p_j, s_i)$  alors  $W(s_i, p_k) \geq W(s_i, p_j)$ . Autrement dit l'influence d'un point  $p_j$  est inversement proportionnelle à sa distance. Ainsi nous avons que :

$$W(s_i, p_j) = 1 - \frac{d(p_j, s_i)}{\bar{d}(s_i)}$$

Dans le chapitre suivant, nous présentons, les expérimentations et les résultats obtenus lors de l'acquisition du volume 3D du bassin de 52 sujets.





# Chapitre 10

## Implémentation, Expérimentation et Résultats

### 10.1 Apprentissage de l’atlas bayésien

Pour effectuer l’apprentissage de l’atlas bayésien nous avons procédé de la façon suivante : à partir d’une base de données contenant  $m$  instances d’un sous ensemble des 70 points caractéristiques (décrits dans le Chapitre 5), nous avons défini  $I_{Atlas} \subset \{1, 2, \dots, 70\}$  et la partition  $\{Atlas_1^C, Atlas_2^C, \dots, Atlas_m^C\}$  de  $Atlas^C$  tout ceci en fonction des points disponibles. Finalement nous avons réalisé l’identification des moyennes et des matrices de covariance des distributions normales multivariées  $P(Atlas_1), P(Atlas_2), \dots, P(Atlas_m)$ .

La base de données a été obtenue auprès de Thomas M. Kepple [48] du Laboratoire de Biomécanique de l’Institut National de la Santé à Bethesda aux Etats Unis. Ces données proviennent de 52 squelettes humains choisis dans la collection Terry de l’Institut Smithsonian de Washington. Kepple nous a fourni les 52 fichiers correspondants aux 52 squelettes. Chaque fichier contient 46 points du bassin. Parmi ces 46 points, 30 sont des points caractéristiques de l’ensemble de 70 points définis dans le paragraphe 5.2. Les 16 points restants ne sont pas utilisés pour la construction de l’atlas bayésien. Cependant nous montrerons plus tard comment ces points peuvent être utilisés pour la validation de notre système.

Ainsi, pour notre expérimentation, l’ensemble d’indices  $I_{Atlas}$  contient 30 points. Ces 30 points ont été utilisés pour l’apprentissage de  $P(Atlas^C)$ , plus particulièrement :

$$I_{Atlas} = \{2, 3, 4, 7, 15, 16, 17, 24, 25, 26, 27, 28, 30, 31, 32, \\ 35, 39, 40, 44, 45, 58, 59, 61, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70\}$$

Une fois  $I_{Atlas}$  défini, nous avons sélectionné les ensembles d'indices  $I_E$ ,  $I_{E'}$  et  $I_R$  correspondants aux indices des points échographiques pour le calcul de  $T_C^{RB}$  et aux indices des points radiographiques respectivement :

$$\begin{aligned} I_E &= \{2, 3, 7, 16, 26, 28, 30, 31, 35, 40\} \\ I_{E'} &= \{2, 3, 7, 16, 30, 31, 35\} \\ I_R &= \{2, 3, 4, 7, 15, 16, 17, 24, 25, 26, 27, 28, 30, 31, 32, 45, 58, 59, 61, 64, 67, 68\} \end{aligned}$$

Les Figures 10.1 et 10.2 montrent les points caractéristiques de notre atlas. L'ensemble des points de l'atlas qui ne sont ni échographiques ni radiographiques sont appelés points *non observables*, ce qui rappelle que le point n'as pas été observé ni par la radiographie ni par l'échographie. Remarquez qu'un point non observable sera alors inféré grâce à la valeur des autres points de l'atlas. Bien entendu, la matrice de covariance de l'atlas bayésien reflète la valeur de probabilité du point étant donné l'état des connaissances.

Nous avons partitionné  $Atlas^C$  en six sous ensembles  $\{Atlas_1^C, Atlas_2^C, \dots, Atlas_6^C\}$  définis de la façon suivante :

$$\begin{aligned} Atlas_1^C &= \{P_2^C, P_3^C, P_4^C, P_{35}^C, P_{65}^C, P_{69}^C\} & Atlas_2^C &= \{P_{30}^C, P_{31}^C, P_{32}^C, P_{40}^C, P_{66}^C, P_{70}^C\} \\ Atlas_3^C &= \{P_7^C, P_{15}^C, P_{39}^C, P_{58}^C\} & Atlas_4^C &= \{P_{28}^C, P_{25}^C, P_{44}^C, P_{59}^C\} \\ Atlas_5^C &= \{P_{16}^C, P_{17}^C, P_{24}^C, P_{61}^C, P_{67}^C\} & Atlas_6^C &= \{P_{26}^C, P_{27}^C, P_{45}^C, P_{64}^C, P_{68}^C\} \end{aligned} \quad (10.1)$$

Chacun de ces sous ensembles réunit deux caractéristiques :

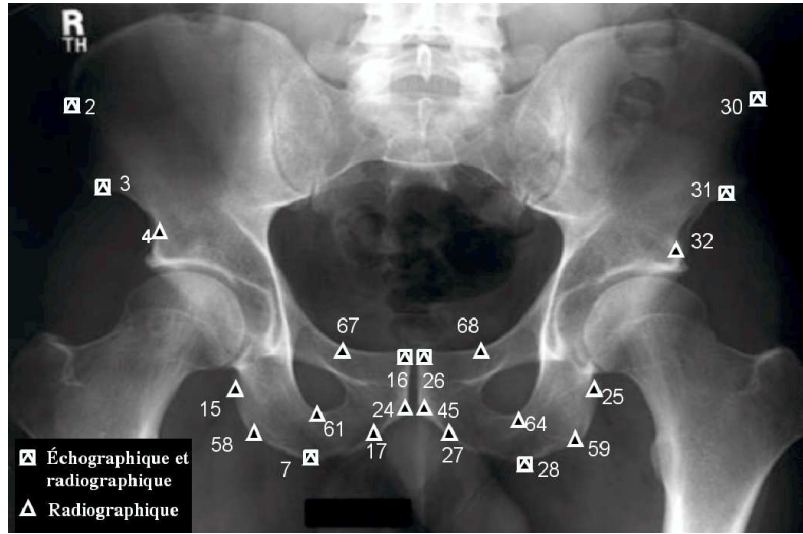
1. Tous les points du sous ensemble appartiennent à la même région de croissance du bassin (Voir Section 1.6).
2. Au moins un point échographique est contenu dans l'ensemble.

Ce choix est motivé par deux facteurs : le premier consiste à grouper les points corrélés entre eux par le processus naturel de croissance du bassin. Le deuxième consiste à introduire au moins un point contenant de l'information sur les trois proportions (dans les directions  $x, y, z$ ) du bassin.

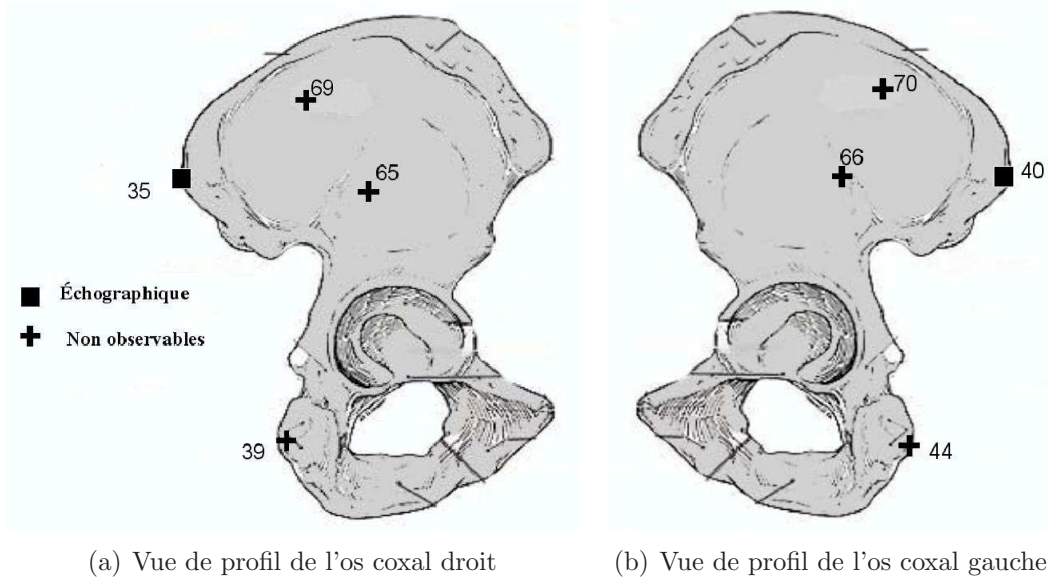
Notez que, à ce stade, tous les éléments principaux permettant la définition complète de notre programme bayésien sont réunis (Voir Paragraphe 8.4 page 133).

Une fois obtenues les données échographiques et radiographiques du patient, il nous reste à exécuter le calcul de l'expression suivante<sup>1</sup> :

<sup>1</sup>Nous rappelons que  $\mathbf{atlas}_R^C, \mathbf{atlas}_E^C \subset \mathbf{atlas}$



**Fig. 10.1:** Vue antérieure des points caractéristiques du bassin utilisés dans notre atlas bayésien. Les points purement radiographiques sont indiqués par un triangle et les points radiographiques et échographiques sont indiqués par un carré avec un triangle à l'intérieur.



**Fig. 10.2:** Points caractéristiques du bassin utilisés dans notre atlas bayésien. Les points échographiques sont montrés par un carré et les points non observés par une croix.

$$\max_{\text{atlas}^C \in \text{Atlas}^C} \left( \int_{T_C^R, T_E^{RB}} \text{Atlas}_E \left[ \begin{array}{l} P(\text{atlas}^C) P(T_C^R) \\ P(T_E^{RB} | \overline{T}_E^{RB} = \overline{t}_E^{RB}) P(\text{Atlas}_E | \overline{\text{Atlas}_E} = \overline{\text{atlas}_E}) \\ P(\mathcal{E}_R = \mathbf{0} | \text{Atlas}_R = \text{atlas}_R, T_C^R, \text{atlas}_C^R) \\ P(\mathcal{E}_E = \mathbf{0} | \text{Atlas}_E^{RB}, T_C^{RB}, \text{atlas}_E^C) \end{array} \right] \right) \quad (10.2)$$

avec  $\text{Atlas}_E^{RB} = f_1(T_E^{RB}, P_i^{E_i})$  et  $T_C^{RB} = f_2(\text{Atlas}_{E'}^{RB})$ .

Dans le prochain paragraphe, nous expliquons les méthodes sélectionnées pour effectuer ce calcul.

## 10.2 Méthode de résolution

Nous avons écrit notre programme bayésien dans *ProBT*<sup>®</sup>, un logiciel développé au sein de l'équipe e-Motion du laboratoire GRAVIR et conçu pour l'écriture de programmes bayésiens. *ProBT*<sup>®</sup> est une librairie en C++ permettant le développement de logiciels utilisant les techniques bayésiennes. Il est disponible pour diverses plateformes. La librairie *ProBT*<sup>®</sup> a deux composantes : (i) une "Application Program Interface" (API) pour construire des modèles bayésiens et (ii) une machine d'inférence bayésienne (MIB) de haute performance qui permet l'exécution de tous les calculs probabilistes en mode exact ou approximatif.

L'API de *ProBT*<sup>®</sup> comprend :

1. **Un module d'espace d'état** qui permet de spécifier les variables du modèle, soit, dans notre cas :

$$Atlas^C, T_C^R, Atlas_R, \overline{T}_E^{RB}, T_E^{RB}, Atlas_E, \overline{Atlas}_E, Atlas_E^{RB}, T_C^{RB}, \mathcal{E}_R, \mathcal{E}_E$$

2. **Un module d'apprentissage expérimental** pour l'identification des paramètres des distributions de probabilité les plus utilisées et/ou les dépendances entre les variables du modèle. Ce module est utilisé principalement pour l'apprentissage des distributions  $P(Atlas_1), P(Atlas_2), \dots, P(Atlas_8)$ .
3. **Un module de distributions de probabilité** incluant les distributions statistiques les plus utilisées, la construction de distributions conjointes et la spécification de contraintes d'inégalité  $n$ -dimensionnelles. Ce module permet de définir toutes les formes paramétriques de la distribution conjointe, particulièrement celles avec des paramètres donnés à priori, par exemple  $P(T_C^R)$ .

Le MIB comprend :

1. **Un module exact d'inférence** qui consiste en un algorithme de propos général pour le calcul optimal des marginalisations.
2. **Un module d'inférence approximative** composé de :
  - Un ensemble de méthodes d'optimisation et d'intégration.
  - Un générateur de nombres aléatoires.
  - Un ensemble de méthodes d'échantillonnage.

Grâce à ces composantes, *ProBT*<sup>®</sup> permet de se concentrer sur la modélisation plutôt que sur la résolution des problèmes de calcul.

Comme nous l'avons remarqué auparavant, la résolution de l'expression (10.2) est divisée en deux sous-problèmes : (i) la résolution de l'intégrale et (ii) la maximisation. Dans les paragraphes suivants, nous décrivons brièvement les techniques utilisées dans *ProBT*<sup>®</sup> pour la résolution de ces deux problèmes dans l'implantation de notre système.

### 10.2.1 Estimation numérique des intégrales

Le calcul d'intégrales (sommations) est la base de l'inférence bayésienne. Malheureusement, les méthodes d'intégration analytique semblent limitées dans les applications du monde réel où les fonctions ont des formes complexes et les espaces d'intégration ont des dimensions très grandes. En plus, ces techniques ne sont pas utiles pour l'inférence de propos générales où les distributions ne sont pas que des simples tableaux de probabilité.

Ainsi dans notre implantation, nous avons opté pour une intégration numérique par la méthode de Monte Carlo. Cette méthode cherche à approximer efficacement l'intégrale suivante  $n$ -dimensionnelle (où  $n$  peut être très grand).

$$I = \int P(x)g(x)d^d x \quad (10.3)$$

Nous faisons l'hypothèse que nous ne pouvons pas intégrer chaque position de  $x$  sur l'ensemble de l'espace d'intégration donc l'intégrale (10.3) doit être estimée par un échantillon, l'approximation  $\hat{I}$  de  $I$  est définie par :

$$\hat{I} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N P(x^{(i)})g(x^{(i)}) \quad (10.4)$$

Puisque les distributions de probabilité de haute dimension sont souvent concentrées dans une petite région  $T$  de l'espace d'intégration  $\Omega_X$  connue comme "l'ensemble typique", le nombre de points  $N$  dessinés uniformément pour l'espace d'intégration  $x$  doit être suffisamment grand pour recouvrir la région  $T$  contenant à peine la masse de probabilité  $P(X)$ . Au lieu d'explorer l'espace d'intégration uniformément, la méthode de Monte Carlo essaye d'utiliser l'information fournie par la distribution  $P(x)$  pour explorer l'espace plus efficacement. L'idée principale de ces techniques est d'approximer l'intégrale (10.3) par l'estimation de l'espérance mathématique de la fonction  $g(x)$  sur la distribution  $P(x)$

$$\sigma^2 = \int P(x)(g(x) - \langle g(x) \rangle)^2 d^d x.$$

Visiblement, si nous sommes capables de générer un ensemble de points (vecteurs)  $\{x^{(i)}\}_{i=1}^N$  de  $P(x)$ , l'espérance mathématique de  $\hat{I}$  est  $I$ . Ainsi, au fur et au mesure que le nombre  $N$  d'échantillons augmente, la variance de l'approximation de  $\hat{I}$  diminue comme  $\frac{\sigma^2}{N}$ , où  $\sigma^2$  est la variance de  $g$  :

$$\sigma^2 = \int P(x)(g(x) - \langle g(x) \rangle)^2 d^d x.$$

Supposons que nous sommes capables d'obtenir un ensemble d'échantillons  $\{x^{(i)}\}_{i=1}^N$  ( $d$ -vecteurs) de la distribution  $P(x)$ , ainsi nous pouvons utiliser ces échantillons pour obtenir l'approximation :

$$\hat{I} = \frac{1}{N} \sum_i g(x^{(i)}). \quad (10.5)$$

Cette méthode de Monte Carlo assume la capacité d'échantillonner la distribution  $P(x)$  efficacement et elle est appelée "l'intégration parfaite de Monte Carlo". Ceci est possible quand  $P(x)$  est une distribution standard simple avec une méthode directe d'échantillonnage, ou un produit de distributions standards dans lequel un échantillonnage direct est possible en utilisant l'algorithme de Gibbs. Par exemple, si

$$P(x) = P(x_1)P(x_2|x_1),$$

où  $P(x_1)$  est une distribution uniforme en  $[a..b[$  et  $P(x_2|x_1)$  est une distribution normale avec  $x_1$  comme moyenne et variance fixe, alors tirer un point  $x^{(t)} = (x_1^{(t)}, x_2^{(t)})$  consiste en :

1. tirer  $x_1^{(t)}$  d'après  $P(x_1)$  (i.e. uniformément entre  $a$  et  $b$ ).
2. tirer  $x_2^{(t)}$  à partir de la distribution normale  $P(x_2|x_1 = x_1^{(t)})$ .

Ainsi, dans notre cas, approximer l'intégrale

$$\int_{T_C^R, T_E^{RB} \text{ Atlas}_E} \left[ \begin{array}{l} P(\mathbf{atlas}^C)P(T_C^R) \\ P(T_E^{RB} | \overline{T}_E^{RB} = \overline{\mathbf{t}}_E^{RB})P(\text{Atlas}_E | \overline{\text{Atlas}}_E = \overline{\mathbf{atlas}}_E) \\ P(\mathcal{E}_R = \mathbf{0} | \text{Atlas}_R = \mathbf{atlas}_R \text{ } T_C^R \text{ } \text{Atlas}_R^C = \mathbf{atlas}_R^C) \\ P(\mathcal{E}_E = \mathbf{0} | \text{Atlas}_E^{RB} \text{ } T_C^{RB} \text{ } \text{Atlas}_R^C = \mathbf{atlas}_E^C) \end{array} \right]$$

consiste à exécuter la procédure ci-après  $N$  fois. En commençant avec  $\hat{I} = 0$  nous faisons :

1. Tirer un point  $\mathbf{t}_C^R$  de  $T_C^R$  d'après  $P(T_C^R)$ ;
2. Tirer  $\mathbf{t}_E^{RB}$  d'après  $P(T_E^{RB} | \overline{T}_E^{RB} = \overline{\mathbf{t}}_E^{RB})$ ;

3. Tirer  $\mathbf{atlas}_E$  d'après  $P(Atlas_E \mid \overline{Atlas_E} = \overline{\mathbf{atlas}_E})$ ;
4. Calculer  $\mathbf{atlas}_E^{RB} = f_1(\mathbf{t}_E^{RB}, \mathbf{atlas}_E)$
5. Calculer  $\mathbf{t}_C^{RB} = f_2(\mathbf{atlas}_{E'}^{RB})$ ;
6. Finalement calculer

$$\hat{I} = \hat{I} + \left[ \begin{array}{l} P(\mathbf{atlas})P(T_C^R = \mathbf{t}_C^R) \\ P(\mathcal{T}_E^{RB} = \mathbf{t}_E^{RB} \mid \overline{\mathcal{T}_E^{RB}} = \overline{\mathbf{t}_E^{RB}})P(Atlas_E = \mathbf{atlas}_E \mid \overline{Atlas_E} = \overline{\mathbf{atlas}_E}) \\ P(\mathcal{E}_R = \mathbf{0} \mid Atlas_R = \mathbf{atlas}_R \ T_C^R = \mathbf{t}_C^R \ Atlas_R^C = \mathbf{atlas}_R^C) \\ P(\mathcal{E}_E = \mathbf{0} \mid Atlas_E^{RB} = \mathbf{atlas}_E^{RB} \ T_C^{RB} = \mathbf{t}_C^{RB} \ Atlas_E^C = \mathbf{atlas}_E^C) \end{array} \right]$$

### 10.2.2 Optimisation numérique de la distribution

*ProBT*<sup>®</sup> permet aussi de sélectionner la méthode d'optimisation. Dans notre cas, nous avons opté pour une méthode de descente de gradient. Cette méthode cherche à trouver un maximum local à partir d'un point initial donné  $x^{(0)}$ . Cette recherche est itérative, le point optimale est trouvé en faisant :

$$x^{(n+1)} = x^{(n)} + \Delta x^{(n)}$$

Il nous faut alors un point initial de  $Atlas^C$

$$\begin{aligned} \mathbf{atlas}^0 &= (p_2^0, p_3^0, \dots, p_{70}^0) \\ &= (x_2^0, y_2^0, z_2^0, x_3^0, y_3^0, \dots, x_{70}^0, y_{70}^0, z_{70}^0) \end{aligned}$$

à partir du quel la descente du gradient est effectuée. Pour déterminer ce point initial, nous avons procédé comme suit :

Premièrement, nous avons calculé une approximation de la matrice  $T_{RB}^C$  à partir des points échographiques approximés et de l'ensemble des matrices  $\mathcal{T}_E^{RB}$ . Le calcul de cette matrice est analogue au calcul de  $T_C^{RB}$  décrit dans le paragraphe 8.5.9.1 (i.e.  $T_{RB}^C$  est l'inverse de  $T_C^{RB}$ ). Ainsi nous avons pu obtenir une approximation des points échographiques par rapport au centre approximé de l'atlas noté  $\mathbf{atlas}_E^{\overline{C}}$  avec :

$$\begin{aligned} \mathbf{atlas}_E^{\overline{C}} &= (p_{E2}, p_{E3}, p_{E7}, \dots, p_{E40}) \\ &= (x_{E2}, y_{E2}, z_{E2}, x_{E3}, y_{E3}, \dots, x_{E40}, y_{E40}, z_{E40}) \end{aligned}$$

Similairement nous notons l'ensemble de valeurs des points radiographiques par :

$$\begin{aligned}
\mathbf{atlas}_R &= (p_{R2}, p_{R3}, p_{R4}, \dots, p_{R68}) \\
&= (x_{R2}, y_{R2}, z_{R2}, x_{R3}, y_{R3}, \dots, x_{R68}, y_{R68}, z_{R68})
\end{aligned}$$

Ainsi, nous avons appliqué la règle suivante pour établir la valeur de  $p_i^0 = (x_i^0, y_i^0, z_i^0) \in \mathbf{atlas}^0$ .

1. **Si le point est échographique et radiographique** alors la composante  $x$  de  $p_i^0$  est fixée par la composante  $x$  du point échographique  $p_{Ei}$  et les composantes  $y$  et  $z$  sont fixées par le point radiographique  $p_{Ri}$ .
2. Sinon **si le point est échographique mais pas radiographique** alors le point  $p_i^0$  est fixé par la valeur du point échographique.
3. Sinon **si le point est radiographique mais pas échographique** alors la composante  $x$  du point  $p_i^0$  est fixée par la moyenne de  $x_i$  dans l'atlas. Les valeurs  $y$  et  $z$  sont alors fixées par la valeur du point radiographique.
4. Finalement si nous ne sommes pas dans les cas précédents le point  $p_i^0$  est simplement approximé par la moyenne du point  $i$  de l'atlas bayésien.

La règle précédente assume que l'information fournie par la radiographie est plus certaine que celle fournie par l'échographie et par les moyennes. D'autre part l'information fournie par les échographies est plus certaine que celle fournie par les moyennes.

Cette procédure nous permet d'initier la descente du gradient dans une région prometteuse de l'espace de recherche.

## 10.3 Résultats

Dans les paragraphes suivants nous décrivons les expérimentations menées dans ce travail de thèse. Pour tester notre modèle, nous avons réalisé deux types d'expérimentations : (i) *in vivo* et (ii) *en simulation*.

L'expérimentation *in vivo* consiste à réaliser tout les pas décrits dans le Chapitre 7 avec une personne réelle en utilisant une radiographie de l'individu et en réalisant des prises échographiques. Le but de cette expérimentation a été de valider la faisabilité du système et d'identifier d'éventuels problèmes liés à la prise des échographies.



L'expérimentation par simulation consiste à générer des données artificielles à partir de la base des données de la collection de Terry et ensuite réaliser l'inférence et la déformation. Dans ce cas, nous simulons l'obtention de données radiographiques et échographiques. Le but de cette expérimentation a été de réaliser une série statistiques permettant d'évaluer la méthode. Ces statistiques nous permettent d'avoir une idée des valeurs d'erreur attendues lors de l'utilisation du système dans la vie réelle ainsi que l'approximation du temps de calcul.

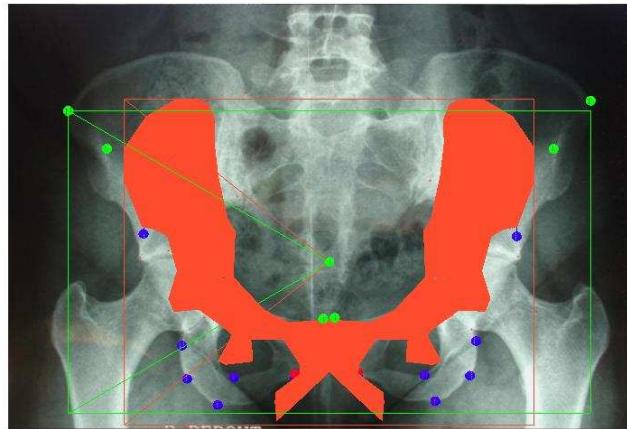
### 10.3.1 Résultats de l'expérimentation in vivo

Pour réaliser notre expérimentation in vivo, nous avons cherché un volontaire possédant une radiographie antéropostérieure de son bassin et prêt à suivre la série de prises échographiques. Ainsi, nous avons réuni les données nécessaires pour tester le système. Nous avons introduit les données de la radiographie antéropostérieure du bassin et les images échographiques de l'individu. Puis, nous avons réalisé l'obtention du volume 3D du bassin.

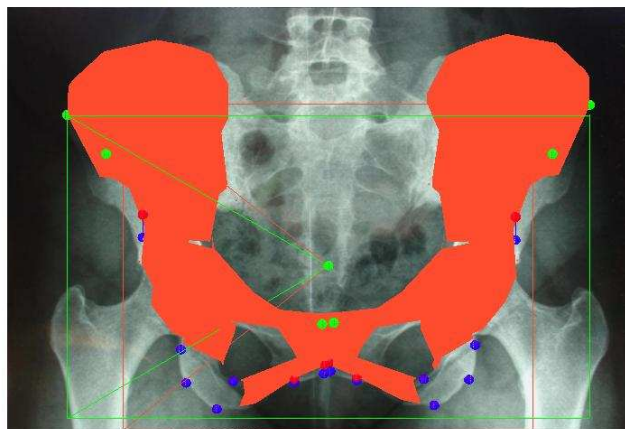
Dans la Fig. 10.3 nous présentons le modèle 3D obtenu à partir des points radiographiques (points foncés) et des points échographiques (points clairs) d'une personne. Le maillage initial se déforme pour s'adapter aux points caractéristiques du patient.

La principale difficulté que nous avons rencontrée dans ce cas est l'obtention des images échographiques correspondantes aux points de l'atlas. Il faut remarquer que ces prises ont été effectués par l'auteur de cette thèse, dû à la difficile disponibilité d'un médecin expert. Évidemment, il est nécessaire d'avoir des connaissances en imagerie médicale pour reconnaître (sur l'images échographiques) les structures osseuses contenant les points caractéristiques. Cependant même avec l'erreur que cette manque d'expertise aurait pu entraîner les résultats semblent cohérents, au moins dans la topologie du bassin obtenu.

Au cours de ce travail de thèse, nous avons rencontré comme limite principale, l'accès aux données médicales des patients. En effet, l'accès aux images Scanner/TDM/IRM qui nous intéressaient afin de réaliser des validations s'avère difficile à cause de son caractère confidentiel. D'un autre côté, nous ne pouvions pas faire suivre un examen Scanner/TDM/IRM à notre individu volontaire sans de vraies raisons médicales. Ainsi, cette expérimentation est complémentaire à l'expérimentation en simulation.



(a) Maillage initial du bassin et radiographie du patient.



(b) Modèle 3D du bassin du patient obtenu à partir de la déformation du maillage initial.

**Fig. 10.3:** *Le maillage initial du bassin (a) est déformé grâce à l’atlas inféré du patient (b).*

### 10.3.2 Résultats de l’expérimentation en simulation

Dans notre expérimentation en simulation, nous avons généré de données artificielles en utilisant la base de données de la collection Terry. Nous avons procédé comme suit :

1. Pour les données radiographiques, nous avons tout d’abord transformé les données des “individus” au centre de l’atlas car ces données sont par rapport à un autre système de référence inconnu. Ensuite, nous avons engendré une matrice

de transformation  $\mathbf{t}_C^R$  du centre de l’atlas à la radiographie. Cette transformation est engendrée de façon aléatoire mais en utilisant la distribution  $P(T_C^R)$ . Puis nous avons transformé les points radiographiques exprimés dans le centre de l’atlas au système de référence de la radiographie artificielle. Ces points constituent alors **atlas**<sub>R</sub>.

2. Pour chaque point échographique  $i$  de la base des données originale (par rapport à un “Rigid Body” avec positionnement inconnu), nous avons engendré sa matrice de transformation  $\mathbf{t}_{Ei}^{RB}$ . Dans cette matrice, l’orientation est fixée de façon aléatoire uniforme pendant que son origine est fixé avec un tirage aléatoire suivant une distribution normale. Cette distribution a une matrice de covariance produisant des points à une distance inférieure ou égale à 1,5 centimètre du point  $i$ . Ainsi nous avons obtenu la valeur de l’ensemble de transformations  $\mathbf{t}_E^{RB}$  de la variable  $\mathcal{T}_E^{RB}$ .
3. Finalement nous avons calculé les points  $p_{Ei}$  dans  $\overline{\mathbf{atlas}}_E$  avec un tirage aléatoire suivant une distribution normale centrée sur zéro et avec une matrice de covariance produisant des points à une distance inférieure ou égale à 2,0 centimètres.

Ainsi nous avons mené une expérimentation pour les 52 “patients virtuels” de la base de données. A chaque fois que nous exécutons la reconstruction du bassin du patient  $i$ , nous avons exclu ses données de l’apprentissage.

Dans cette expérimentation, nous avons obtenu le temps d’exécution du programme bayésien ainsi que l’erreur moyenne entre les points de l’atlas inféré et le vrai atlas. Les temps et les erreurs sont montrés dans le Tableau 10.1 (la première et deuxième colonne). L’expérimentation a été effectuée en approximant la somme avec  $N = 100$ .

Nous nous sommes intéressés aussi aux erreurs des différents ensembles des points : (i) échographiques, (ii) radiographiques, (iii) échographiques et radiographiques et (iv) non observables. Ces erreurs sont montrés dans le Tableau 10.1 (quatrième à la sixième colonne).

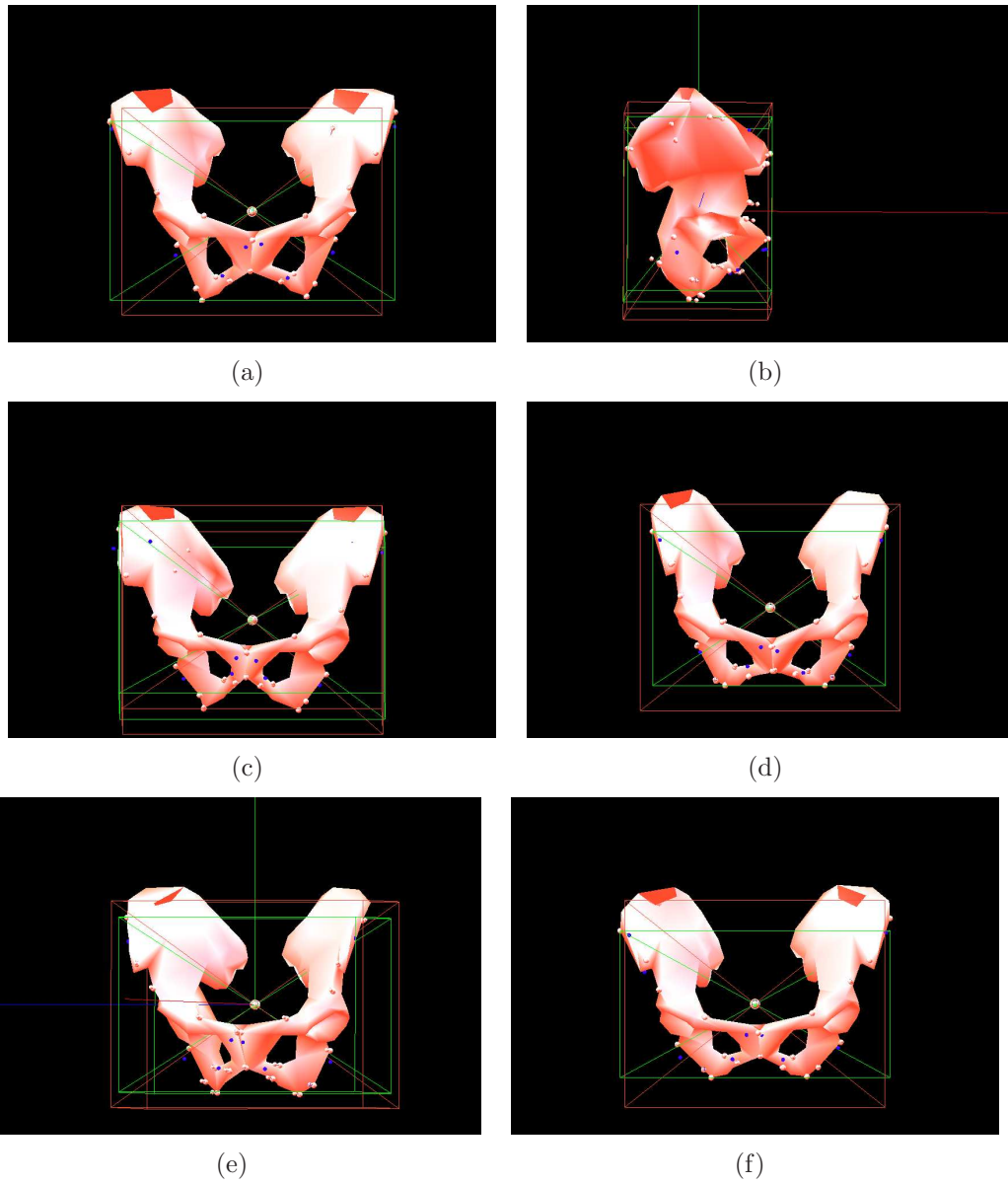
La dernière colonne montre la distance moyenne des points de la base de données de Terry (non inclus dans notre atlas) au maillage résultant. Ces erreurs permettent, dans une certaine mesure, de mesurer la distance moyenne qui existerait entre le vrai modèle du patient et le modèle inféré. Les valeurs moyennes des tous les tests sont présentés dans le Tableau 10.2.

## 10.4 Conclusion

L'expérimentation *in vivo* nous a permis de conclure qu'il est tout à fait possible de réunir les données requises par le système. La principale difficulté est la récupération des données échographiques qui requiert l'expertise de celui qui les réalise. Dans notre cas, la prise de l'ensemble des images échographiques a été effectuée en approximativement deux heures. Par contre, un expert pourrait faire ce même travail en quelques minutes. Si nous considérons le temps de calcul du processus d'inférence, le modèle du bassin pourrait être obtenu en quelques heures, en incluant les prises radiographiques et échographiques.

Notre expérimentation par simulation montre que les modèles du bassin obtenus sont tout à fait cohérents avec la topologie du bassin. Nous avons visualisé chacun de ces modèles avec l'objectif de faire une inspection visuelle et de pouvoir apprécier où se trouvaient les erreurs. Ainsi, nous avons vu que pour la plupart des points de contrôle où l'erreur était importante le point inféré se trouvait dans la surface du maillage. Nous avons trouvé cette caractéristique très intéressante. Nous considérons que la topologie des modèles obtenus respecte les caractéristiques géométriques du bassin (voir Fig. 10.4) : l'optimisation nous conduit à trouver des modèles cohérents avec l'apprentissage. Par exemple, si nous comparons le modèle du bassin obtenu à partir de l'atlas inféré avec le modèle obtenu à partir des points initiaux de la descente de gradient (**atlas**<sup>0</sup>) nous remarquons que ce dernier modèle a une structure déformée. Ce qui montre que l'optimisation nous mène aux points cohérents de l'espace de recherche.

Les expérimentations menées *in vivo* et simulées montrent que la méthode est faisable et prometteuse. À notre connaissance c'est la seule méthode de reconstruction de ce type ayant été testée expérimentalement.



**Fig. 10.4:** *Quelques modèles 3D du bassin obtenus dans l'expérimentation par simulation.*

Individu	Moyennes des erreurs en millimètres						Points non inclus dans l'atlas
	Temps	Général	Écho.	Radio	Écho. et radio	Non observables	
1	90	5,2	4,5	4,9	4,7	7,0	10,9
2	91	8,0	8,4	6,9	7,8	10,9	9,4
3	82	4,3	3,5	3,4	3,7	7,8	10,5
5	106	7,6	7,9	6,3	6,6	10,4	12,4
4	89	5,9	3,9	3,8	3,1	13,2	9,7
6	87	5,2	5,8	4,3	4,6	6,6	9,3
7	63	7,5	5,7	5,2	5,0	16,0	11,3
8	63	7,8	5,8	6,9	5,8	11,7	10,2
9	98	7,5	5,5	7,1	4,5	8,1	11,4
10	57	6,3	4,6	3,7	3,8	15,5	10,6
11	117	9,6	7,3	8,4	5,4	12,3	9,4
12	80	8,5	6,6	8,7	6,9	8,8	10,2
13	97	6,4	7,7	4,6	6,1	10,5	9,9
14	105	6,8	9,2	4,4	6,9	11,6	9,3
15	107	7,2	7,3	5,5	5,9	11,5	9,9
16	95	5,8	4,3	4,1	3,8	11,9	9,9
17	89	7,0	5,7	5,3	5,5	13,1	10,5
18	73	7,0	6,1	5,0	6,3	14,7	10,2
19	80	5,4	4,0	4,4	4,4	10,4	10,2
20	107	9,8	4,9	9,0	4,6	14,2	10,7
21	108	4,5	4,7	2,9	4,3	9,9	9,0
22	83	18,7	5,6	15,3	4,5	34,0	11,2
23	85	6,5	9,2	5,9	8,6	7,2	10,6
24	71	6,9	6,1	5,1	4,7	12,0	11,4
25	107	8,9	8,1	6,3	7,9	18,0	11,3
26	94	6,0	2,5	4,4	2,2	12,6	12,2
27	90	7,4	7,6	6,3	7,5	11,0	8,8
28	79	13,5	11,6	13,2	12,2	16,2	9,5
29	89	7,7	4,0	5,1	1,9	15,6	9,1
30	97	6,9	5,0	6,6	3,8	6,8	10,7
31	73	5,8	5,5	4,6	5,0	9,8	9,5
32	87	6,3	6,9	4,6	5,5	10,6	11,2
33	90	8,6	8,2	7,9	7,8	10,8	10,2
34	107	28,9	15,0	31,4	14,8	24,2	9,6
35	88	9,7	5,7	9,6	5,1	10,5	10,5
36	100	6,0	4,0	4,3	2,9	11,1	10
37	81	7,5	4,2	5,1	4,3	17,6	10,8
38	80	6,9	7,1	5,2	6,0	11,6	9,8
39	94	9,7	11,1	8,1	9,9	13,8	10,5
40	81	11,3	14,3	8,5	14,0	20,1	11,4
41	82	7,1	10,9	5,3	9,5	10,6	9,7
42	95	8,0	6,9	5,4	6,2	17,0	11,7
43	82	6,4	5,5	4,7	5,5	12,7	11,0
44	55	8,6	5,9	8,1	4,7	10,0	11,0
45	96	5,7	5,7	4,4	5,9	10,8	9,4
46	106	6,6	7,7	5,8	6,7	7,9	11,7
47	113	12,1	13,6	8,2	11,6	23,0	11,8
48	82	13,2	8,1	13,3	8,6	15,4	11,2
49	75	6,7	4,1	6,6	3,7	7,3	11,3
50	71	5,5	5,8	4,7	4,7	7,0	10,1
51	83	7,3	5,8	6,6	4,4	8,5	10,8
52	109	8,0	8,9	6,2	8,7	14,3	9,2

**Tab. 10.1:** Valeurs du temps d'exécution et des erreurs obtenus dans le calcul du modèle 3D du bassin de 52 individus.

Moyenne	Erreur en mm
De tous les points	8,1
Des points échographiques	6,8
Des points radiographiques	6,7
Des points échographiques et radiographiques	6,1
Des points non observés	12,5
Des points non inclus dans l'atlas	10,4

**Tab. 10.2:** *Moyenne des erreurs en millimètres pour l'ensemble des tests.*





## Cinquième partie

### Conclusion et perspectives



# Chapitre 11

## Conclusion et perspectives

Dans ce chapitre, nous présentons la conclusion et les perspectives de notre travail de thèse. Tout d’abord, nous rappelons les contributions apportées. Puis, nous présentons les améliorations et extensions envisageables pour la méthode proposée.

### 11.1 Contributions

Nous avons abordé le problème de l’obtention d’un modèle 3D du bassin à partir de données 2D et 3D partielles du patient pour un système d’assistance chirurgicale à la pose de prothèse totale de la hanche (PTH). Ces données ont été acquises de façon minimalement invasives à partir d’une image radiographique antéropostérieure (2D) et d’images échographiques (3D) du bassin. Nous avons aussi réalisé une étude des principales caractéristiques du bassin afin de réunir l’information nécessaire à la reconstruction d’un modèle 3D du bassin.

Les systèmes actuels d’assistance chirurgicale à la pose de la PTH utilisent en générale un modèle 3D du bassin du patient obtenu à partir d’images IRM/TDM/Scanner. En pratique, l’obtention de ces modèles est compliquée du fait de plusieurs facteurs : (i) le temps d’attente du rendez-vous pour l’examen IRM est trop long, (ii) les appareils sont peu accessibles pour les cliniques, (iii) il s’avère difficile de réaliser une segmentation automatique pour l’obtention du volume 3D et (iv) il est impossible d’exposer certains patients aux rayonnements IRM/TDM/Scanner. Ainsi, la plupart des orthopédistes optent pour une technique conventionnelle qui n’est pas toujours optimale. D’abord, parce que la planification préopératoire est réalisé avec une radiographie antéropostérieure du patient seulement. La sélection du type de prothèse et la planification de son positionnement se fait alors avec des données 2D seulement et ces choix ne sont ainsi pas totalement fiables. Puis, dans

l'étape peropératoire, lors de l'implantation de la prothèse, le médecin, n'a pas l'information 3D de la position du bassin du patient pour poser la prothèse dans la position planifiée. Enfin, le médecin est guidé par les outils fournis par les fabricants de prothèses qui ne prennent pas en compte les mouvements du patient lors de l'opération. Ces problèmes conduisent, entre autre, à un mauvais positionnement de la prothèse et les conséquences possibles sont le déboîtement de la prothèse ou pire un endommagement irrémédiable. Selon Hassan [37], **plus de 42% des cas de pose de la PTH avec des outils conventionnels sont en dehors de la zone sûre de positionnement de Lewinnek [57]**. Lors de l'étude de ce problème, nous avons conclu que c'est l'absence d'un modèle 3D du patient qui est l'obstacle principal à des opérations sûres. Celui-ci doit pouvoir être obtenu à partir de données rapidement accessibles, de manière moins coûteuse et moins invasive que les images IRM/TDM/Scanner. Pour ce faire, nous avons d'abord étudié les modèles de bassin existants. A notre étonnement, nous avons découvert qu'il n'existait pas de modèle 3D du bassin qui puisse être utilisé dans une application médicale. Les connaissances géométriques du bassin acquises par l'anatomie ne permettent en effet pas de reconstruire un modèle du bassin. Les modèles 3D de bassins existants sont des modèles simplifiés qui ne peuvent pas avoir d'applications génériques. Nous avons donc orienté notre recherche vers l'élaboration d'un modèle générique du bassin où des paramètres génériques le représente. Malheureusement, nous ne sommes pas parvenu à trouver de paramètres génériques permettant d'obtenir un modèle générique du bassin. Cependant dans l'anthropométrie, nous avons découvert qu'il existait des indices caractéristiques pour la classification du bassin selon le sexe, l'âge ou la race, mais ils ne sont déterminés que pour un ensemble spécifique d'individus. Ainsi, à notre connaissance, les chercheurs n'ont pas encore défini de paramètres ou de méthodes leur permettant d'obtenir un modèle générique ou standard du bassin. La recherche des modèles et des caractéristiques génériques du bassin que nous avons réalisé, nous a permis d'effectuer une sélection de caractéristiques dont la plupart peuvent être obtenues à partir des données radiographiques et échographiques du patient. Nous avons décidé de construire le modèle du patient à partir de la déformation d'un maillage du bassin qui s'adaptera aux caractéristiques géométriques du patient tout en respectant celles du bassin. Les données du patient sont obtenues à partir d'une image radiographique antéropostérieure et d'images échographiques. Ainsi, nous avons décidé de faire appel aux techniques de *morphing* et de déformation. De façon générale, nous avons trouvé que les buts des applications de *morphing* et de déformation sont très différents des nôtres. La plupart des méthodes sont conçues pour réaliser des effets visuels. Cherchant une méthode de déformation qui permette de respecter les caractéristiques géométriques du bassin, nous nous sommes intéressés à la méthode de déformation de Kshirsagar [52]. Cette méthode consiste à déplacer un

sous-ensemble de points d'un maillage appelés *points de contrôle* qui vont s'adapter aux dimensions du patient. Le problème principal pour l'obtention du modèle 3D fut alors le recueil de l'information inconnue propre au patient et la prise en compte des incertitudes provenant : (i) de l'information 3D des données radiographiques et (ii) de l'information qui ne peut pas être obtenue à partir de l'échographie. Pour résoudre ces problèmes, nous avons fait appel aux techniques bayésiennes. En effet, l'utilisation de techniques bayésiennes nous a permis d'obtenir un modèle géométrique générique du bassin basé sur la fonction de distribution de probabilités de ses caractéristiques. Nous appelons ce modèle l'*atlas probabiliste*. Ainsi, l'information disponible du patient est utilisée par un *modèle bayésien* pour obtenir les données inconnues et construire le modèle 3D du patient.

Cette thèse comporte deux contributions principales :

- une étude des principales caractéristiques anthropométriques du bassin, afin d'obtenir toute l'information utile pour la reconstruction d'un modèle 3D,
- une méthodologie pour l'obtention d'un volume 3D du bassin à partir de données radiographiques et échographiques partielles.

La méthode que nous avons proposée est composée de trois étapes :

- obtention des données radiographiques (2D) et échographiques (3D) correspondant aux points caractéristiques,
- construction d'un modèle géométrique probabiliste pour l'obtention de points 3D à partir des données radiographiques,
- obtention du modèle 3D du bassin par déformation du maillage générique.

L'obtention du modèle 3D du bassin à partir de notre méthode semble prometteuse. Nous croyons que c'est une des premières méthodes proposées pour l'acquisition du volume du bassin sans l'utilisation d'images TDM/IRM/Scanner appliquée à l'assistance à la chirurgie de la PTH. Les données médicales utilisées permettent une technique plus accessible, moins coûteuse et moins invasive par rapport à celles qui utilisent des images IRM/TDM/Scanner. Il est possible que l'atlas du bassin que nous avons obtenu soit suffisant pour la planification et le guidage de la chirurgie de la PTH. La radiographie restant toujours un passage obligé pour le diagnostic et le traitement de la PTH. De plus la méthode est suffisamment générale pour être utilisée pour obtenir les modèles 3D d'autres structures osseuses du corps humain. Une des limitations principales rencontrée lors de cette thèse fut l'accès aux données multimodales médicales des patients (images TDM/IRM/Scanner/Radiographie).

## 11.2 Améliorations et extensions possibles

Afin de pouvoir utiliser le modèle 3D du bassin dans un système d'assistance à la chirurgie de la PTH, nous proposons de :

- réaliser une bibliothèque de maillages du bassin,
- incorporer des données peropératoires,
- valider le modèle 3D obtenu,
- inclure les modèles 3D des prothèses,
- améliorer l'application de l'atlas probabiliste,
- valider cliniquement le modèle.

Nous décrivons plus en détails ces propositions dans les paragraphes suivants.

### 11.2.1 Bibliothèque de maillages du bassin

Nous suggérons de construire une bibliothèque de maillages du bassin indexée par les différentes caractéristiques taxonomiques de l'humain (race, age, sexe, etc.), les différentes pathologies et avec différents niveaux de détails. Les maillages ainsi obtenus peuvent être utilisés d'abord pour sélectionner celui qui correspond le mieux aux caractéristiques taxonomiques ou pathologiques du patient, afin d'utiliser comme maillage initial de la déformation. De la même façon, l'utilisation de maillages plus détaillés dans toute la structure ou pour les régions d'intérêt peuvent permettre d'obtenir un modèle 3D plus précis du patient.

### 11.2.2 Validation du modèle

La limitation principale que nous avons rencontrée pour la réalisation de cette thèse a été l'obtention des données médicales multimodales d'un individu (images TDM/IRM/Scanner/Radiographie/Échographies), données nécessaires à la validation de notre modèle. Nous proposons alors, la construction d'une base de données multimodales du bassin. Dans notre cas spécifique, nous avons besoin d'un modèle 3D du bassin, d'une radiographie antéropostérieure et des images échographiques correspondants aux points caractéristiques du bassin. Ceci nous permettrait alors d'évaluer les différences entre le modèle 3D du bassin obtenu à partir d'images TDM/IRM/Scanner et le modèle 3D à partir de notre méthode.

### 11.2.3 Incorporation de données peropératoires

Le modèle 3D du bassin obtenu à partir de la méthode que nous proposons peut être complété ou affiné grâce à l'obtention de points échographiques caractéristiques peropératoires. En effet, lors de la préparation de la hanche pour l'implantation de la prothèse, l'obtention de points du cotyle et de la région voisine peut permettre d'affiner le volume 3D sans que le temps opératoire soit trop allongé. Déjà les systèmes informatiques de guidage opératoire ont besoin de l'acquisition de points caractéristiques pour la mise en correspondance de données et le guidage de l'implantation de la prothèse. Il faut remarquer que la zone du cotyle n'est pas accessible par la sonde échographique et que l'obtention des points peropératoires permettrait d'obtenir un modèle plus exact.

### 11.2.4 Les modèles 3D des prothèses

Nous proposons aussi l'obtention de modèles 3D des prothèses de la hanche afin de les utiliser pour la planification et la validation préopératoire ainsi que le guidage opératoire. En effet, les modèles 3D des prothèses ne sont pas tous accessibles, il est donc nécessaire de les obtenir à fin de valider le positionnement. Ainsi, une bonne planification préopératoire permettra d'améliorer les résultats de l'implantation.

### 11.2.5 Validation clinique

L'utilisation de notre modèle dans la chirurgie doit effectivement suivre un processus de validation clinique nous permettant de connaître les résultats d'une chirurgie de la PTH avec notre modèle 3D. Nous pensons que l'acquisition du modèle 3D suivant notre méthode modifie peu la technique actuelle de la PTH. Les étapes d'obtention du volume 3D avec notre méthode ne génèrent pas de coûts supplémentaires trop élevés, hormis pour le processus d'acquisition de points échographiques.

### 11.2.6 Modèle 3D de bassin dysplasiques

Nous considérons que l'obtention du modèle 3D de bassins dysplasiques est possible à partir de notre méthode. Nous pensons aussi que l'atlas probabiliste du bassin peut être utilisé pour la reconstruction de bassins dysplasiques puisque l'atlas probabiliste du bassin contient une information générique du bassin normal et les relations entre les caractéristiques géométriques.

## 11.2.7 Applications de l'atlas probabiliste

### 11.2.7.1 Guidage dans la prise d'images échographiques

Comme nous l'avons dit auparavant, la prise d'images échographiques pour l'obtention de points caractéristiques pose le problème d'identification des structures osseuses. Pour ce faire, un expert est nécessaire pour l'obtention et l'identification des points dans l'image. Néanmoins, nous pensons qu'il est possible de développer un système de guidage pour l'obtention des points caractéristiques. En effet, le guidage peut être réalisé en utilisant l'atlas probabiliste pour identifier ou proposer la position de l'image échographique la plus probable contenant un ou plusieurs points caractéristiques. Le guidage peut être réalisé aussi par l'identification des points de la boîte englobante du bassin. Ces points peuvent être indiqués ou proposés au médecin lors du passage de la sonde échographique dans la région.

### 11.2.7.2 Extension de l'atlas probabiliste

Nous envisageons enfin la réalisation d'acquisition des modèles de tous les os du corps humains en suivant notre méthode. Les mêmes étapes de construction du modèle peuvent être suivies pour l'obtention de modèles génériques des os. Il est vrai que le processus peut se simplifier pour certains os, puisque le bassin est peut être une des structures les plus difficile à obtenir.



# ANNEXES



# Annexe A

## Anthropométrie

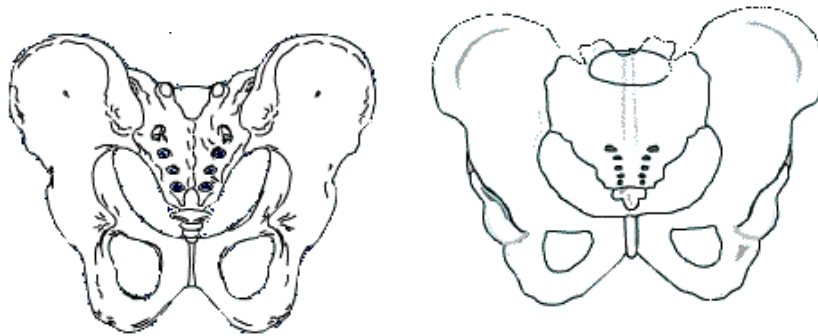
L'anthropométrie est la science qui étudie les mesures du corps humain. Ces mensurations concernent les variations des dimensions physiques et la composition du corps à différents âges et degrés de nutrition. Dans ce paragraphe nous donnons une description des caractéristiques anthropométriques principales de la hanche et du fémur. Particulièrement, nous nous intéressons aux proportions de la hanche et du fémur. Le but est d'obtenir les données nécessaires pour construire un premier modèle géométrique générique de la hanche. La hanche générique nous fournirait alors de l'information complémentaire aux données radiographiques du patient. Pour présenter ces caractéristiques, nous classifions les travaux par l'identification du sexe, race et âge.

### A.1 Sexe

En adultes, la morphologie du pelvis est la base de la détermination du sexe. Les détails les plus remarquables des différences entre sexes (Fig. [A.1](#)) se décrivent dans le Tableau [A.1](#) présenté par Krogman [\[4\]](#).

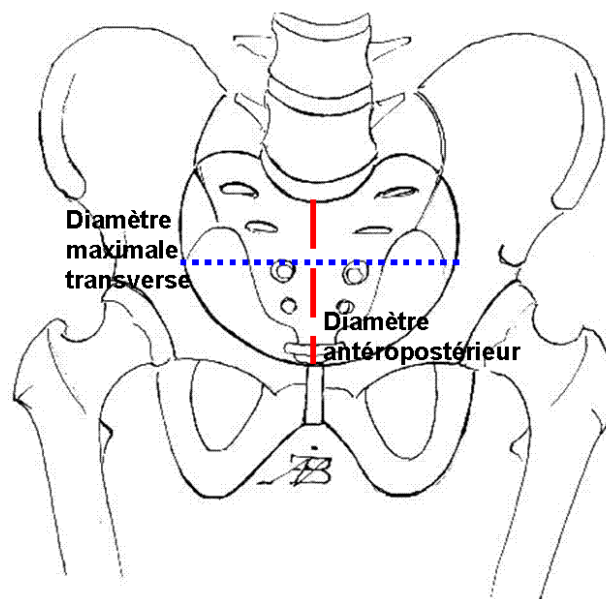
L'auteur remarque que les traits décrits dans ce tableau ne sont pas également soulignés et qu'ils n'ont pas un poids spécifique qui permet de savoir quel trait montre le plus la différence de sexe entre les autres. L'auteur dit qu'il est aussi important de savoir si les traits ont une dépendance les uns avec les autres, c'est à dire, si un trait est modifié en une direction il existe un autre qui sera modifié de façon similaire. Les études qui répondent à ces questions sur les mesures du pelvis, sont décrits ci dessous.

Une des premières classifications est effectué grâce à **l'indice pelvien** (Fig. [A.2](#)) :



**Fig. A.1:** Différences dans la morphologie du pelvis selon le sexe. Pelvis d'homme (gauche) et pelvis de femme (droite). Les principales différences sont décrites dans le Tableau A.1.

$$\text{Indice pelvien} = \frac{\text{diamètre antéropostérieur}}{\text{diamètre maximal transverse}} * 100 \quad (\text{A.1})$$



**Fig. A.2:** Dimensions utilisées pour le calcul de l'indice pelvien. Diamètre antéropostérieur et diamètre maximal transverse.

La classification basé sur cet indice divise les pelvis en :

- *Dolichopellic* : diamètre intérieur antéropostérieur excède le diamètre maximal transverse.
- *Mesatipellic* : le diamètre maximal transverse excède le diamètre antéropostérieur pas plus de 1 cm ou l'égalise.
- *Brachypellic* : le diamètre transverse excède le diamètre antéropostérieur par 1.1 à 2.9 cm.

Trait	Mâle	Femelle
Pelvis	Massif, rugueuse, endroit des muscles bien prononcé	Moins massif, lisse
Symphyse	Plus haut	Plus bas
Angle subpubien	En forme de V	En forme de U, arrondi, angle obtuse vaste et divergent
Foramen obturé	Grand, souvent ovoïde	Petit, triangulaire
Cotyle	Grand, tend a avoir une direction latérale	Petit, tend a avoir une direction antéro-latérale
Grande incisure sciatique	Plus petite, fermée, profonde	Plus grande, vaste, peu profonde
Espace postauriculaire	Étroit	Vaste
Sillon preauriculaire	Non fréquent	Plus fréquent et mieux développé
Sillon postauriculaire	Non fréquent	Plus fréquent, surface auriculaire plus acéré
Ilion	Haut qui tends a être verticale	Plus bas, latéralement divergent
Tubérosité iliaque	Grande, non dressé	Petite ou absente, montée ou variée
Sacrum	Plus long, plus étroit avec une courbature plus distribuée ; souvent 5 segments ou plus	Plus court, plus vaste, avec une tendance de courbature en S1-2 et S2-5 <sup>1</sup> ; 5 segments
Bord pelvien	En forme de coeur	Circulaire, elliptique
Pelvis ou cavité	Relativement plus petite	Oblique, peu profonde, ample

**Tab. A.1:** *Différences en la morphologie du pelvis selon le sexe [4].*

- *Platypellic* : le diamètre transverse excède le diamètre antéropostérieur par 3 cm.

Par rapport à ces types de pelvis, l'homme tend à être dolichopellic, la femme mesatipellic ou brachypellic. Le pelvis du type platypellic n'est pas très connu dans les deux sexes. En conclusion, le diamètre transverse intérieur doit être un peu plus grand chez les femmes et le diamètre transverse extérieur est un peu plus grand chez les hommes.

**L'indice cotylo-schiatique** qui ont établi Sauter et Privat [97] est obtenu à partir de deux mesures :

- la distance du bord du cotyle au bord adjacent de la grande incisure sciatique
- la hauteur sciatique, perpendiculaire au même bord à l'épine iliaque inférieure postérieure

L'intention des auteurs était de montrer que l'indice marquait des différences selon le sexe, cependant les résultats ont été insuffisants pour faire cette inférence car 12% des hommes ont eu un indice plus haut que le point de section et 20% des femmes un eu un indice inférieur.

D'autres auteurs [113, 13, 118, 68] ont considéré le cotyle pour différencier le sexe. Shiiho [113] a établi que toutes les dimensions cotyloïdiennes son plus petites dans le

pelvis de femmes et que le cotyle a antéversion supérieure. L'indice de Keil[13] est :

$$\text{Indice de Keil} = \frac{\text{Aire de la surface du cotyle}}{\text{Aire de la surface de l'ilion}} * 100 \quad (\text{A.2})$$

Dont les valeurs obtenus sont dans le Tableau A.2.

Sexe	Moyenne	Écart type	Rang
Mâle	13.57	0.75	12.17-15.05
Femelle	12.57	0.79	10.42-14.01

**Tab. A.2:** Classification selon le sexe à partir des valeurs de l'indice de Keil A.2 [13].

Schulter-Ellis et al. [68] ont déterminé les différences selon le sexe à partir de l'os innominé et le fémur pour des américains blancs et noirs. Ils ont pris les mesures suivantes (Fig. A.3) :

- Longueur pubo-acétabulaire ( $PS\_A$ ) : mesuré de la partie supérieure de la symphyse pubienne au bord le plus proche du cotyle
- Longueur du tubercule acétabulaire pubien ( $PT\_A$ ) : mesuré du point le plus haut du tubercule pubien au point le plus proche du cotyle
- Le diamètre acétabulaire ( $AD$ )
- La hauteur ischio-acétabulaire ( $IT\_A$ ) : mesuré de la partie la plus antérieure de la tubérosité ischiatique au bord le plus éloigné du cotyle
- Diamètre de la tête fémorale ( $FHD$ )

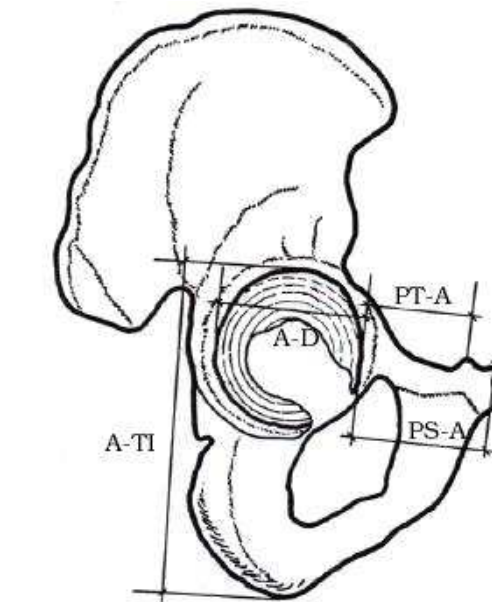
Les auteurs ont établi trois indices :

$$\text{Indice 1 de Schulter} = \frac{\text{Cotyle}}{\text{Indice pubien}} = AD * \frac{100}{PS\_A} \quad (\text{A.3})$$

$$\text{Indice 2 de Schulter} = \frac{\text{Diamètre acétabulaire}}{\text{Longueur du tubercle acétabulaire pubien}} = AD * \frac{100}{PT\_A} \quad (\text{A.4})$$

$$\text{Indice 3 de Schulter} = \frac{\text{Hauteur ischio-acétabulaire}}{\text{Longueur du tubercle acétabulaire pubien}} = IT\_A * \frac{100}{PS\_A} \quad (\text{A.5})$$

Ils ont calculé deux fonctions en utilisant  $\frac{AT}{PS\_A}$  et  $IT\_A$  pour chaque group racial. Les fonctions ont donné une exactitude de 98% chez les blancs et 97% chez les noirs. L'indice A.3 donne une exactitude de 97% pour la détermination de sexe chez les blancs et noirs.



**Fig. A.3:** Dimensions de l'os innominé utilisées pour la détermination du sexe par Schuller-Ellis et al. [68]. Longueur pubo-acétabulaire (PS\_A) : mesuré de la partie la plus supérieure de la symphyse pubienne au bord le plus proche du cotyle. Longueur du tubercule acétabulaire pubien (PT\_A) : mesuré du point le plus haut du tubercule pubien au point le plus proche du cotyle. Diamètre acétabulaire (ÉD). La hauteur ischio-acétabulaire (IT\_A) : mesuré de la partie la plus antérieure de la tubérosité ischiatique au bord le plus éloigné du cotyle. Diamètre de la tête fémorale (FHD).

D'autres auteurs [56, 108, 130, 103, 96, 118, 88] ont quantifié la taille et la forme de l'incisure sciatique ainsi comme sa relation avec les autres parties de l'os innominé.

Genovés [130] propose trois caractéristiques pour établir les différences sexuelles du pelvis :

- un indice
- trois dimensions
- quatre traits morphologiques

L'indice est :

$$\text{Indice de Genovés} = \frac{\text{Travers de la grande incisure sciatique}}{\text{Point le plus bas de la grande incisure sciatique à la projection pyramidale}} \quad (\text{A.6})$$

Les dimensions sont :

- Travers inférieur minimale de l'ilion
- Hauteur du cotyle
- Hauteur pubienne

Les traits morphologiques sont :

- Sillon preauriculaire
- Angle subpubien
- Forme de la grande incisure sciatique
- Crête pubienne

Genovés a obtenu une exactitude de 95% pour l'identification du sexe des pelvis, en utilisant ces critères de classification.

Kelley [118] a voulu obtenir une méthode d'identification du sexe à partir d'un fragment de l'os innominé pour les américains blancs et noirs. Il a mesuré le diamètre vertical du cotyle et la longueur de la grande incisure sciatique. Cette dernière a été obtenue de la base de l'épine iliaque à la projection pyramidale du bord postérieur. De cette façon Kelley a obtenu l'indice suivant :

$$\text{Indice de Kelley} = \frac{\text{Longueur de la grande incisure sciatique}}{\text{Diamètre verticale du cotyle}} \quad (\text{A.7})$$

Le Tableau A.3 montre l'information statistique de base et les points critiques entre sexes établis à partir de l'indice de Kelley. La détermination du sexe se fait avec une exactitude de 90%.

		Indice de Kelley			Homme/Femme	
Race et sexe	N	Moyenne	D.S.	Rang	Point critique	Chevauchement
Blancs						
Hommes	100	76.2	8.9	50-97	87	9/21
Femmes	100	96.5	9.4	76-122		
Noirs						
Hommes	100	71.5	8.1	55-89	86	3/16
Femmes	100	93.7	9.0	73-118		
Indiens						
Hommes	100	77.0	7.6	62-94	87	9/8
Femmes	100	96.2	7.9	76-114		

**Tab. A.3:** Valeurs de variation selon le sexe avec l'indice de Kelley modifié par Krogman [4].

Straus [136] a étudié l'ilion pour la détermination du sexe des américains blancs et noirs. Il a mesuré la hauteur iliaque inférieure, la hauteur iliaque supérieure, la hauteur iliaque directe, la longueur iliaque et l'angle subauriculaire. Il propose deux indices qui sont :

$$\text{Indice 1 de Straus} = \text{Hauteur iliaque supérieure} * \frac{100}{\text{Hauteur iliaque inférieure}} \quad (\text{A.8})$$



$$\text{Indice 2 de Straus} = \text{Longueur iliaque} * \frac{100}{\text{Hauteur iliaque directe}} \quad (\text{A.9})$$

L'indice A.8 est plus petit chez les femmes pour les deux races. Il n'y a pas de différences dans l'angle subauriculaire. L'ilion est un peu moins variable chez les noirs que chez les blancs, mais il n'y a pas de différences par sexe dans la variabilité des deux groupes. Les différences de sexe générales établis par l'auteur sont :

- la crête iliaque des hommes a une pente antérieure et postérieure plus raide
- la partie inférieure de la surface auriculaire va plus à l'arrière en hommes
- le sillon preauriculaire est absent ou très petit chez les hommes mais marqué chez les femmes
- la grande incisure sciatique est étroite et profonde chez les hommes et large et peu profonde chez les femmes

Straus a conclu que ces caractéristiques varient de façon telle qu'elles sont très limitées pour déterminer le sexe et les affinités raciales des pelvis.

Washburn [101] a étudié les différences du pelvis selon le sexe des américains blancs et noirs en utilisant les relations des dimensions ischiopubien. L'auteur affirme que le sexe peut être établi juste par l'incisure sciatique, et que 95% des pelvis peuvent être classifiés grâce à **l'indice ischiopubien** et l'incisure sciatique. Les dimensions utilisées pour calculer l'indice sont : la longueur du pubis et de l'ischion. La dimension du pubis est calculé à partir du bord du cotyle le plus proche au point supérieur de la symphyse pubienne et la dimension ischiatique au bord le plus éloigné du cotyle. Les valeur obtenues des dimensions sont indiquées dans le Tableau A.4.

Population	N	Longueur pubis			Longueur ischion			Longueur ischiopubien		
		Moyenne	D.S.	Rang	Moyenne	D.S.	Rang	Moyenne	D.S.	Rang
Homme blanc	100	73.8	4.1	65-83	88.4	4.3	75-98	83.6	4.0	73-94
Femme blanche	100	77.9	4.4	69-95	78.3	3.8	69-93	99.5	5.1	91-115
Homme noir	50	69.2	4.7	60-88	86.6	3.6	79-96	79.9	4.0	71-88
Femme noire	50	73.5	4.4	63-86	77.5	4.4	67-86	95.0	4.6	84-106

**Tab. A.4:** *Longueur du pubis et de l'ischion et indice ischiopubien par Washburn [101] modifié par Krogman [4]. N = nombre de personnes.*

Hanna et Washburn [101] ont étudié les pelvis des esquimaux. Ils ont obtenu l'indice ischiopubien et inter-iliaque, et ils ont mesuré l'incisure sciatique. Les valeurs trouvés qui classifient le pelvis selon le sexe sont décrits dans le Tableau A.5.

Xinzhi et al. [88] ont utilisé les mêmes indices et mesures de Hanna et Washburn [101] plus d'autres dimensions pour déterminer le sexe du pelvis de chinois. Ils ont trouvé que l'indice ischiopubien est une valeur typique des espèces entre les sexes. Ainsi, l'indice acétabulaire est aussi une dimension de dimorphisme sexuel<sup>2</sup>.

<sup>2</sup>Dimorphisme sexuel : fait de posséder des caractéristiques morphologiques différentes suivant

Variables	Femme			Homme		
	Moyenne	D.S.	Rang	Moyenne	D.S.	Rang
Longueur du pubis	80.1	5.1	73-90	74.1	4.0	63-85
Longueur de l'ischion	81.0	5.0	72-89	88.4	4.0	79-80
Indice ischiopubien	98.8	3.8	91-109	83.9	3.7	73-92
Angle de l'incisure sciatique	74.4	7.1	61-93	50.4	8.4	26-65
Hauteur supérieur iliaque	64.2	5.4	50-76	72.4	5.2	61-85
Hauteur inférieur iliaque	61.8	6.9	54-77	54.5	5.4	2-67
Indice inter-iliaque	104.5	14.1	73-140	133.6	15.9	100-177

**Tab. A.5:** Mesures pelviennes (mm) et indice d'esquimaux ( $N = 129$  hommes, 95 femmes) de Hanna et Washburn [101] modifié par Krogman [4].

Howells [133] a trouvé que les femmes excèdent la longueur pubienne et l'indice ischiopubien des hommes. La hauteur de l'incisure sciatique est plus grand chez les femmes que chez les hommes. Les valeurs obtenues sont trouves dans le Tableau A.6.

		Homme		Femme	
	Dimensions (mm)	Moyenne	D.S.	Moyenne	D.S.
X1	Longueur ischiale	96.9	5.65	89.3	5.0
X2	Longueur pubienne	93.2	6.48	97.0	5.31
X3	Indice ischiopubien	96.2	3.81	108.7	4.18
X4	Hauteur sciatique	41.0	4.80	47.1	5.32
X5	Longueur cotylosciatique	40.1	3.13	37.2	3.97
X6	Longueur cotylopubienne	29.7	2.71	24.8	2.63
X7	SS-SA	1.4	3.88	-7.7	4.33

**Tab. A.6:** Coefficients de la fonction discriminante pour déterminer le sexe à partir de l'os, Howells [133] modifié par Krogman [4].

### A.1.1 Fémur

Le fémur est un des os le plus étudié. Les variations dans le fémur sont inférieures à celles du pelvis ce qui a permis de générer un modèle standard du fémur. Le fémur standardisé est la surface 3D d'un os fémoral analogue<sup>3</sup>, il a été produit par les laboratoires *Pacific Research* aux États Unis [76]. Le modèle commence à être très utilisé pour les recherches expérimentales en biomécanique orthopédique. Les données expérimentales de ce fémur sont disponibles dans la littérature. Les auteurs

le sexe.

<sup>3</sup>Se dit de l'organe dont la structure et l'origine sont différentes de celles d'un autre organe mais dont la fonction est la même.

proposent d'utiliser cette géométrie comme une référence pour des études biomécaniques par éléments finis ce qui permet : (i) d'avoir une géométrie en commun plus facile pour comparer les résultats, (ii) d'utiliser des données de tests expérimentaux disponibles dans la littérature pour calibrer un modèle.

Pearson et Bell [?] ont présenté des données qui ont été utilisés amplement en anthropologie. Les dimensions dans le Tableau A.7 montrent le rang de variation entre sexes :

Dimensions(mm)	Femme	Femme ?	Sexe ?	Homme ?	Homme
Diamètre verticale de la tête	<41.5	41.5-43.5	43.5-44.5	44.5-45.5	>45.5
(Selon Stewart [2])	42.5	42.5-43.5	43.5-46.5	46.5-47.5	>47.5
Longueur poplitée <sup>4</sup>	<106	106-114.5	114.5-132	132-145	>145
Largeur bicondylaire	<72	72-74	74-76	76-78	>78
Ligne trochant. obliq.	<390	390-405	405-430	430-450	>450

**Tab. A.7:** Gamme de variations entre sexes du fémur par Pearson et Bell [?]. Stewart [2] a modifié les valeurs du diamètre de la tête fémorale.

Stewart [2] a modifié les valeurs du diamètre de la tête fémorale du Tableau A.7 pour la classification des blancs américains.

Parsons [107] a suggéré certaines catégories de sexe pour le squelette qui sont basées en mesures de fémurs de 31 hommes et 14 femmes, les valeurs obtenues sont présentées dans le Tableau A.8.

Dimensions fémorales(mm)	Rang de sexe		
	Femme	?	Homme
Longueur maximale	<400	401-449	>450
Entaille condylaire	<70	71-74	>75
Longueur du but inférieur	<71	71-72	>72
Diamètre de la tête	<44	45-47	>48

**Tab. A.8:** Range de variations du fémur selon [107].

Maltby [112] a donné des valeurs des diamètres pour la tête fémorale des blancs voir Tableau A.9.

Diamètre de la tête fémorale	Homme		Femme	
	Droit	Gauche	Droit	Gauche
Moyenne	48.0	49.6	42.0	41.5
Rang	43.0-51.0	44.0-56.0	37.5-45.5	37.0-46.0

**Tab. A.9:** Diamètres fémoraux selon Maltby [112].

Godycki [115] a trouvé que l'angle collodiaphysaire formé par le col et l'axe diaphysaire du fémur permet d'identifier le sexe comme le montre le Tableau A.10. Le tableau suggère que l'angle est inférieur de  $45^\circ$  en 61% (10% + 51%) des hommes et supérieur à  $46^\circ$  en 71% (38% + 33%). Le Tableau A.11 montre la distribution des spécimens par sexe en chaque groupe selon l'angle.

Valeurs de l'angle collodiaphysaire				
	I	II	III	IV
	$35^\circ - 40^\circ$	$41^\circ - 45^\circ$	$46^\circ - 50^\circ$	$50^\circ +$
Fémur Homme	10%	51%	26%	11%
Fémur Femme	2%	28%	38%	33%

**Tab. A.10:** Valeurs de l'angle collodiaphysaire qui classifient le fémur par sexe selon Godycki [115].

	Groupes			
	I	II	III	IV
Fémur Homme	83.4%	65%	40.6%	25%
Fémur Femme	16.6%	35%	59.3%	75%

**Tab. A.11:** Distribution de spécimens selon le sexe et l'angle, quatre groupes sont identifiés en fonction de l'angle (Godycki [115]).

L'angle collodiaphysaire forme un continuum entre les sexes. Un angle petit correspond au sexe masculin et un angle grand correspond au sexe féminin. Ils ont trouvé aussi que les mesures de la circonférence du fémur en vue transversale et la longueur du fémur sont significativement plus grands chez les hommes que chez les femmes. La mesure de la longueur du fémur permet de mieux différencier le sexe que la circonférence du fémur.

Une analyse plus détaillée est celle de Iscan [121]. Il a trouvé que le diamètre de la tête fémorale et l'entaille distale permettant de déterminer le sexe avec une exactitude de 87% et 90% pour la détermination de sexe. Lorsque les deux dimensions sont combinées en une fonction, l'exactitude augmente à 94%.

Schulter-Ellis et al. [68] pour les américains blancs et noirs ont établi que le diamètre de la tête fémorale est de 46mm ou supérieur chez les hommes et 45mm ou inférieur pour les femmes.

## A.2 Race

Classifier le squelette par race implique des problèmes liés à l'homogénéité biologique. A l'exception du pelvis et du fémur, les connaissances actuelles des dimensions des os ne sont pas les meilleurs indicateurs pour réaliser une différenciation de races. En effet, les écart types des dimensions indiquent des chevauchements considérables. Les différences fondamentales entre les races se trouvent dans les proportions par exemple, les rayons de la longueur du membre inférieur par rapport à la taille, les rayons intermembraux et les rayons intramembraux. Lors de la détermination des variations raciales du squelette, il est impossible de faire plus qu'une esquisse de toute l'information. La détermination des variations raciales est une très argumentative et difficile, c'est pour cela qu'elle a été laissée aux anthropologues physiques.

Dans les paragraphes suivants nous allons décrire les différences raciales du pelvis et du fémur.

Plusieurs études (in vivo) ont été réalisées sur la structure des pelvis de femmes de différents races [104, 12, 108]. Ces études effectuent des mesures directes du corps et en pelvimétrie<sup>5</sup> radiographique.

Adair [104] fournit des données sur l'os du pelvis de 13 populations de femmes (Tableau A.12). Il a trouvé que les dimensions interépine et bi-iliaque sont plus larges chez les blancs et plus étroites chez les noirs.

Todd [132] fait une étude des pelvis de populations des blancs et noirs, il a trouvé que pour la population des blancs, le pelvis est vaste et le torse large, et pour la population des noirs le pelvis est un pilier court pour un torse étroit.

Iscan [121] présente une étude pour la détermination de la race à partir du pelvis. Les mesures considérées sont :

- entaille bi-iliaque
- hauteur antéropostérieure du bord
- diamètre transverse du bord

Il a trouvé que les dimensions des américains sont plus grandes chez les blancs que chez les noirs. L'entaille transverse est la plus importante des trois dimensions car elle contribue le plus sur l'analyse, tandis que la hauteur antéropostérieure et l'entaille bi-iliaque contribuent de la même façon à l'analyse.

Les fonctions d'analyse ont été élargies pour étudier les différences raciales en utilisant des combinaisons des os. DiBennardo et Taylor [99] ont utilisé 15 mesures

---

<sup>5</sup>Mensuration, par des moyens cliniques échographiques ou radiologiques des dimensions du bassin obstétrical ou pelvis, de ses diamètres et de sa capacité

Variation racial pour les diamètres interépine et bi-iliaque(mm)		
Population	Diamètre interépine	Diamètre bi-iliaque
Amerindian	226	257
Javanais	202	218
Chinois	205-226	220-252
Mexicain	180	221
Péruvien	217	254
Européen	222	266
Aryen	260	270
Égyptien	224	262
Bengalais	179	216
Noir	174-217	214-269
Nouveau calédonien	204	262
Australien	182	237
Bushman	170	215

**Tab. A.12:** Variation racial pour les diamètres interépine et bi-iliaque de Adair [4].

du fémur et de l'os innominé. Ils ont fait, les mesures suivantes :

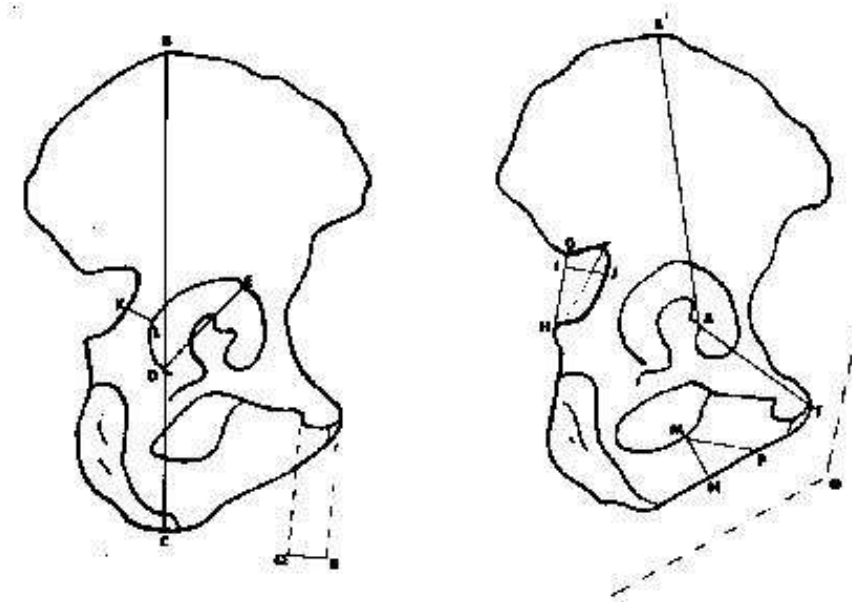
Pour l'os innominé (Fig. A.4) :

- Longueur maximale
- Diamètre acétabulaire
- Longueur pubienne
- Hauteur iliaque
- Hauteur de l'incisure
- Position de l'incisure
- Entaille cotylosciatique
- Hauteur minimale du rameau pubien inférieur
- Angle symphyseal
- Longueur oblique de rameau inférieur pubien
- Hauteur tubercule symphyseal

Pour le fémur :

- Longueur maximale
- Circonférence a mi hauteur
- Entaille épicondylaire
- Angle de position

Le Tableau A.13 présent les valeurs des coefficients qui sont utilisées pour calculer les fonctions discriminantes. La fonction 1 divise les sexes, les hommes ont des valeurs



**Fig. A.4:** Mesures de l'os innominé utilisées pour la détermination de races par DiBennardo [99].

positives et les femmes ont des valeurs négatives. La fonction 2 identifie la race, si la valeur est supérieur à 0 il s'agit d'un blanc et si la valeur est inférieure à 0 il s'agit d'un noir. Les valeurs conduisent à une exactitude de 97%.

Iskan et Cotton [3] ont développé une méthode de détermination de race en utilisant deux mesures traditionnelles. Ils ont développé sept fonctions qui combinent des dimensions du pelvis, du fémur et du tibia, de fémur avec les autres, et de chaque os individuellement. Les résultats ont montré que toutes les combinaisons qui incluent les dimensions du pelvis ont une exactitude supérieure à celles qui ne les incluent pas (Tableau A.14). Une autre observation étonnante a été que l'inclusion des dimensions du tibia améliore l'analyse de discrimination.

Khang et al. [50] ont étudié la géométrie anatomique du fémur des coréens et ils ont comparé ces résultats avec ceux des américains et des japonais. Les résultats suggèrent que les fémurs des coréens sont différents des fémurs des américains. Les principales différences sont : (i) l'angle d'antéversion plus grand d'environ  $8^\circ$ , (ii) l'indice du canal intérieur du fémur est relativement plus grand et (iii) la distance entre le petit trochanter et l'isthme est plus courte.

Straus [136] conclut que le pelvis des deux sexes est plus grand pour les blancs. Il indique, que l'ilion des noirs est un peu moins variable que celui des blancs.

Coefficients de fonctions discriminantes de l'os innominé et des dimensions fémorales et pourcentages de prédiction de race et de sexe en blancs et noirs américains			
Variables	Coefficients. de fonctions discriminantes		
	Fonction 1	Fonction 2	Fonction 3
Angle symphyseal	0.05995	-0.00111	-0.05575
L. Maximale Innominé	0.08364	0.04390	0.04546
L. pubienne	-0.14578	0.08075	-0.08350
L. fémorale	0.00493	-0.03512	-0.01044
Hauteur iliaque	-0.04005	0.08937	-0.12032
Diamètre acétabulaire	0.10898	0.04501	0.08871
Hauteur incisure sciat.	-0.12707	0.03879	0.05862
Longueur rameau obliq. pub.	-0.11760	-0.07668	0.11618
Position incisure sciatique	0.09952	-0.04870	0.02330
Hauteur rameau inf. pubien	-0.01450	0.16440	0.15029
Longueur tubercule symphyseal	-0.07388	0.01210	-0.07574
Diamètre distale du fémur	0.09048	-0.01179	-0.05310
Circ. fémorale	-0.00474	-0.07795	0.09750
Angle porteur	.03341	0.14588	-0.02561
B. cotylosclatique	-0.01507	0.08237	0.05235
Constante	-18.77931	-21.48789	10.13390
Pourcentage de prédiction	Blancs	Noirs	
Hommes	93.8	96.9	
Femmes	96.9	92.3	

**Tab. A.13:** *Coefficients de fonctions discriminantes de l'os innominé et des dimensions fémorales et pourcentages de prédiction de race et sexe pris de Krogman [4]. La description du calcul des fonctions se trouve en [99].*

### A.3 Âge

Les différences du fémur selon l'âge ont été étudiées par Stein et al. [72]. Ils concentrent leur étude dans la taille des os, la mécanique des os en la diaphyse fémorale et les différences par âge entre homme et femme. Pour la taille des os, ils ont trouvé que les os chez les personnes âgées sont plus grands que les os des jeunes. L'aire corticale de l'os est supérieure chez le jeune adulte que chez le grand adulte. Chez la femme, les os sont plus petits par rapport aux hommes quelque soit leur âge, l'aire corticale de l'os est inférieur à l'homme et le stress statique est plus haut. Chez les femmes, la proportion masse musculaire/poids est inférieure que chez les hommes. Godyski [115] a trouvé que l'âge a une influence minimale dans les fonctions significatives.

Dans ce chapitre nous avons présenté les travaux des domaines associés a la PTH. Nous avons souligné que l'étude de la hanche concerne plusieurs domaines. Spécialement celles qui contribuent a l'avance du diagnostic ou traitement médicale.



N	Hommes				Femmes			
	49		48		48		47	
	Blancs		Noirs		Blanches		Noires	
Variables	Moyenne	D.S.	Moyenne	D.S.	Moyenne	D.S.	Moyenne	D.S.
Longueur bi-iliaque	274.4	16.77	256.0	14.95	270.3	20.18	251.3	17.33
Longueur transverse	124.6	7.41	114.8	8.23	132.4	9.21	122.1	7.28
Hauteur a-p.	106.6	8.25	103.5	8.54	118.4	17.76	117.6	9.12
Haut. innominé	219.1	10.53	214.1	9.61	201.3	8.73	196.9	9.50
Longueur iliaque	163.1	8.31	156.7	8.71	159.0	8.57	151.5	9.31
Longueur ischiopub.	123.5	5.81	117.5	6.45	120.3	5.20	116.4	6.61
Longueur fémorale	452.9	22.63	479.2	24.42	423.9	23.79	440.2	24.21
Longueur bicondylaire	450.0	22.58	475.8	24.91	419.8	23.13	436.2	24.12
Diamètre a-p. fém.	29.1	3.72	30.0	3.08	26.0	2.46	27.3	1.93
Diamètre trans. fém.	29.2	2.70	28.2	2.99	26.0	2.11	25.4	2.07
Dist. ep. br. fém.	83.0	4.11	83.2	3.83	74.0	3.32	74.1	3.51
Circonf. mid. fém.	91.1	4.77	91.3	5.88	82.0	5.31	83.1	4.85
Diamètre tête fém.	41.2	2.31	47.8	2.36	42.1	2.36	42.3	2.39
Longueur tibia	363.6	17.88	400.4	24.86	341.3	21.46	363.4	20.96
Diamètre a-p. tib.	35.6	3.15	36.3	3.70	30.5	3.19	31.1	3.10
Diamètre trans. tibi.	26.3	2.55	28.4	3.39	24.0	3.09	24.7	2.50
Ep. br. tib. prox.	76.8	3.68	77.9	3.32	68.2	3.14	69.6	3.35
Ep. br. tib. dist.	46.7	2.58	46.6	2.74	41.3	2.98	42.6	2.23

**Tab. A.14:** Moyennes et écart type des dimensions utilisés pour l'identification de race par Iscan et Cotton [3] modifié par Krogman [4].  $N$  = nombre de personnes.

Nous nous sommes particulièrement intéressés aux méthodes numériques utilisées par les anthropologues pour l'obtention des modèles à partir de points. En imagerie médicale, nous avons trouvé que les études réalisés par différents types d'images (IRM, TDM, radiographie) ont des différences liées à l'exactitude de l'information obtenue. Selon Kuo et al. [54] l'information provenant d'une radiographie est celle qui présente les plus de l'inconsistance. Les images IRM et TDM sont proposées comme des données valides pour l'étude de la PTH [83, 86, 134]. Dans le même domaine nous avons trouvé qu'il existe des différences dans le positionnement du pelvis selon la position couchée ou debout d'une personne. En anthropométrie nous avons trouvé des travaux présentant les caractéristiques et proportions typiques de la hanche et du fémur pour la classification selon sexe, race et âge. Nous avons obtenu une liste de caractéristiques qui peuvent être obtenues à partir des images radiographiques ou échographiques.



# Bibliographie

- [1] *Biomécanique de la hanche saine et pathologique*. Berlin Heidelberg New York, 1977. ISBN 3-540-08370-7.
- [2] *Essentials of Forensic Anthropology : Especially as developed in the United States*. Thomas, 1979.
- [3] Race determination from de postcranial skeleton. Albuquerque, Maxwell Museum Technical Series, Univ. of New México, 1986.
- [4] *The human skeleton in forensic medicine*. Charles C. Thomas, second edition, 1986. ISBN 0-398-05224-7.
- [5] *Introduction to Robotics Mechanics and Control*. Addison Wesley Publishing Company, 1995.
- [6] *Anatomie*. Flammarion, 4, rue Casimir Delavigne, 75006 Paris, 1998.
- [7] *Fundamentals of Biomechanics*. Springer, second edition edition, 1998.
- [8] *Anatomie de l'Appareil Locomoteur*. Masson, 2001.
- [9] *Le petit larousse*. Larousse, 2003.
- [10] C. Coué. *Modèle bayésien pour l'analyse multimodale d'environnements dynamiques et encombrés : Application à l'assistance à la conduite en milieu urbain*. PhD thesis, INP Grenoble, 2003.
- [11] Agence Nationale d'Accreditation et d'Evaluation en Sante (ANAES). Protheses totales primaires de la hanche : Evaluation du choix de la prothese et des techniques operatoires. Service Communication et Diffusion, 159, rue Nationale- 75640 Paris Cedex 13, janvier 2001.
- [12] Derry D.E. On the sexual and racial characters of the human ilium. *J Anato*, pages 71–83, 1923.
- [13] Keil E. Uber das grossenverhaltnis der ufgelenkpfanne zum huftbein. *Anthropol Anzeiger*, (6) :344–353, 1930.
- [14] Agus H. et al. How should the acetabular angle of sharp be measured on a pelvic radiograph. *J Pediatr Orthop*, 22(2) :228–31, Mar-Apr 2002.

- 
- [15] Babisch et al. Computer-assited planning and navigation of total hip arthroplasty using the navitrack and medicad system. In *Navigation and robotics in total joint and spine surgery*, chapter 10, pages 83–89. Springer Verlag, 2003.
- [16] Bergmann G. et al. Hip joint loading during walking and running, measured in two patients. *Journal of Biomechanics*, 26(8) :969–990, 1993.
- [17] Bergmann G. et al. Frictional heating of total hip implants. part 1. measurements in patients. *Journal of Biomechanics*, 34 :421–428, 2001.
- [18] Bergmann G. et al. Frictional heating of total hip implants. part 2. finite element study. *Journal of Biomechanics*, 34 :429–435, 2001.
- [19] Besnault B. et al. Morphometric study of the human pelvis. pages 2065–2072, 1998.
- [20] Blackwell et al. Design and evaluation of 3-d pre-operative planning software : Application to acetabular implant alignment. Technical report, Carnegie Mellon University, The Robotics Institute, Technical Report, 1996.
- [21] Bombelli R. et al. Mechanics of the normal and osteoarthritic hip. *Clinical Orthopaedics Research*, (182) :69–78, January-February 1984.
- [22] Buttner-Janzen K. et al. Acetabular component implantation in coxarthrosis due to dysplasia after high congenital hip dislocation. *Der Chirurg*, 71(11) :1374–9, Nov 2000.
- [23] Coventry M.B. et al. 2,012 total hip arthroplasties : A study of postoperative course and early complications. *The Journal of Bone and Joint Surgery*, 56-A(2) :273–284, March 1974.
- [24] Crowninshield R.D. et al. A biomedical investigation of the human hip. *Journal of Biomechanics*, 11 :75–85, 1978.
- [25] DiGioia A.M. et al. Image guided navigation system to measure intraoperatively acetabular implant alignment. *Clinical Orthopedics and Related Research*, (355) :8–22, October 1998.
- [26] D’Lima D. et al. The effect of the orientation of the acetabular and femoral components on the range of motion of the hip at different head neck radii. *Journal of Bone and Joint Surgery*, 82-A(3) :315–321, March 2000.
- [27] Dorr L. et al. Classification and treatment of dislocations of total hip arthroplasty. *Clinical Orthopaedics and Related Research*, 173 :151–158, 1983.
- [28] Dorr L. et al. Medial protrusion technique for placement of a porous-coated, hemispherical acetabular component without cement in total hip arthroplasty in patients who have acetabular dysplasia. *Journal of Bone and Joint Surgery*, 81(1) :83–92, 1999.

- 
- [29] Durand G. et al. An aesthetic preserving algorithm for data exchange between accurac incompatible modelers. *IDMME'96 Proceedings*, 1 :465–473, 1996.
- [30] Eddine T.A. et al. Variations of pelvic anteversion in the lying and standing positions analysis of 24 control subjects and implications for ct measurement of position of a prosthetic cup. *Journal of Clinical Anatomy*, pages 105–110, 2001.
- [31] Emmanuel Corbillon et al. La chirurgie assistée par ordinateur. Technical report, Agence Nationale d'Accréditation et d'Évaluation en Santé, 159 rue Nationale, 75640 Paris, Mai 2002.
- [32] Genda E. et al. Normal hip joint contact pressure distribution in single-leg standing-effect of gender anda anatomic parameters. *Journal of Biomechanics*, 34(7) :895–905, Jul 2001.
- [33] Gore D. et al. Anterolateral compared to posterior approach in total hip arthroplasty. differences in component positioning, hip strength and hip motion. *Clinical Orthopaedics and Related Research*, 165 :180–184, 1982.
- [34] Haddad F. et al. Osteotomies around the hip : Radiographic planning and postoperative evaluation. *Instr Cours Lect*, (50) :253–61, 2001.
- [35] Handels H. et al. Three-deimensional planning and simulation of hip operations and computer-assisted construction of endoprotheses in bone tumer surgery. *Journal Computer Aided Surgery*, 0(0) :0, 1999.
- [36] Hartofilakidis et al. Congenital hip disease in adults. classification of acetabular deficiencies and operative treatment with acetabuloplasty combined with total hip arthroplasty. *J. Bone Surg. Am.*, 78(5) :683–92, May 1996.
- [37] Hassan D.M. et al. Accuracy of intraoperative assesment of acetabular prosthesis placement. *Journal of Arthroplasty*, 13 :80–84, 1998.
- [38] Hewitt J. et al. Regional material of the human hip capsule ligaments. *Orthopaedic Research Society*, February 2001.
- [39] Hewitt J. et al. The mechanical properties of the human hip capsule ligaments. *Journal of Arthroplasty*, 17(1) :82–89, 2002.
- [40] Huiskes et al. Adaptive bone-remodeling theory applyied to prosthetic design analysis. *Journal of Biomechanics*, 20(11-12) :1135–1150, 1987.
- [41] Iglic A. et al. Computer determination of contact stress distribution and size of weigth bearing area in the human hip joint. *Comput Methods Biomech Engin*, 5(2) :185–192, April 2002.
- [42] Ipavec M. et al. Mathematical modelling of stress in the hip during gait. *Journal of Biomechanics*, 32 :1229–1235, 1999.

- [43] Ito K. et al. A computational model for the assessment of hip joint range of motion based on mri. *11th Conference of the ESB*, July 1998.
- [44] Jacquemier M. et al. La croissance de la hanche. *Chirurgie et orthopédie de la hanche de l'enfant, luxation congénitale*, pages 25–42, 1991.
- [45] Jaramaz B. et al. Effect of cup orientation and neck length in range of motion simulation. In *Proceedings of the 43rd Annual Meeting of the Orthopaedic Research Society*, page 286, 1997.
- [46] Jaramaz B. et al. Range of motion after total hip arthroplasty : Experimental verification of the analytical simulator. In *Proceedings of the First Joint CVRMed / MRCAS Conference*, volume III, pages 573–582, 1997.
- [47] Jaramaz B. et al. Computer assisted measurement of cup placement in total hip replacement. *Clinical Orthopaedics and Related Research*, (354) :70–81, September 1998.
- [48] Kepple T.M. et al. A three-dimensional musculoskeletal database for the lower extremities. *Journal of Biomechanics*, 31 :77–80, 1998.
- [49] Khan A. et al. Dislocations following total hip replacement. *Journal of Bone and Joint Surgery*, 63B :214–218, 1981.
- [50] Khang G. et al. A study of korean femoral geometry. *Clinical Orthopaedics*, (406) :116–22, Jan 2003.
- [51] Kluge et al. Acetabular cup navigation with the vectorvision system. In *Navigation and robotics in total joint and spine surgery*, chapter 9, pages 76–81. Springer Verlag, 2003. 3540029346.
- [52] Kshirsargar S. et al. Feature point based mesh deformation applied to mpeg-4 facial animation. *Proceedings Deform*, pages 23–24, November 2000.
- [53] Kummer F. et al. The effect of acetabular cup orientations on limiting hip rotation. *Journal of Arthroplasty*, 14(4) :509–513, 1999.
- [54] Kuo Y. et al. Measurement of femoral anteversion by biplane radiography and computed tomography imaging : comparison with an anatomic reference. *Invest radiol*, 38(4) :221–229, April 2003.
- [55] Lattanzi R. et al. Hip-op, an innovative software to plan total hip replacement surgery. *Med Inform Internet Med*, 27(2), 2002. <http://www.ior.it/hipop/>.
- [56] Lazorthes et al. Bladder replacement and medular neurostimulation : initial experimental results. *J Urol Nephrol*, 83(2) :571–7, 1977.
- [57] Lewinnek G. et al. Dislocations after total hip replacement arthroplasties. *Journal of Bone and Joint Surgery*, 60 :217–220, 1978.
- [58] Mavcic B. et al. Mathematical estimation of stress distribution in normal and dysplastic human hips. *J Orthop Res*, 20(5) :1025–30, Sep 2002.

- 
- [59] Mazoochian F. et al. Low accuracy of stem implantation in thr using the caspar system. *Acta Orthopaedica Scandinavica*, 75(3) :261–264, june 2004.
- [60] McNamara B.P. et al. Relationship between bone-prosthesis bonding and load transfer in total hip reconstruction. *Journal of Biomechanics*, 30(6) :621–630, 1997.
- [61] Miljkovic N.D. et al. Computer aided evaluation of total hip prothesis stability. *Journal for Geometry and Graphics*, 2 :141–149, 1998.
- [62] Nikou C. et al. Range of motion after total hip arthroplasty : simulation of non-axisymmetric implants. In *Lecture Notes In Computer Science archive Proceedings of the First International Conference on Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention*, pages 700–709. Springer Verlag, 1998. ISBN :3-540-65136-5.
- [63] Ozturkmen Y. et al. Cemented total hip arthroplasty for severe dysplasia or congenital dislocation of the hip. *Acta Orthop Traumatol Turc*, 36(3) :195–202, 2002.
- [64] Reynolds H. et al. Spatial geometry of the human pelvis. Technical Report FAA-AM-82-9, FAA Civil Aeromedical Institute, P. O. Box 25082 Oklahoma City, Oklahoma 73125, March 1982.
- [65] Robinson R. et al. Joint motion and surface contact area related to component position in total hip arthroplasty. *Journal of Bone and Joint Surgery*, 79-B :140–6, 1997.
- [66] Sanchez-Sotelo J. et al. Surgical treatment od developmental dysplasia of the hip in adults : Ii. arthroplasty options. *Journal Am Acad Orthop Surg*, 10(5) :334–344, Sep-Oct 2002.
- [67] Schmalzried T. et al. The relationship between the desing, position and articular wear of acetabular components inserted without cement and the development of pelvic osteolysis. *Journal of Bone and Joint Surgery*, 76A :677–688, 1994.
- [68] Schulter-Ellis et al. Determination of sex with a discriminant analysis of new pelvic bone measuremnts. *J Forensic Sci*, 28(1) :169–80, Jan 1983.
- [69] Seki M. et al. Analysis of optimal range of socket orientations in tital hip arthroplasty wuih use of computer aided design simulation. *Journal of Bone and Joint Surgery*, pages 513–517, 1998.
- [70] Siebenrock K. A. et al. Effect of pelvic tilt on acetabular retroversion : A study of pelves from cadavers. *Clinical Orthopedics*, 407 :241–248, Feb 2003.
- [71] Simon D.A. et al. Accuracy validation in image-guided orthopaedic surgery. In *Proceedings of the Second International Symposium on Medical Robotics and Computer Assisted Surgery*, pages 185–192, 1995.

- 
- [72] Stein M.S. et al. Bone size and mechanics at the fémoral diaphysis across age and sex. *Journal of Biomechanics*, (31) :1101–1110, 1998.
- [73] Stolk J. et al. Finite element and experimental models of the composite hip joint reconstructions can produce similar bone cement stains in preclinical tests. *Journal of Biomechanics*, 2001.
- [74] Thompson M.S. et al. Acetabular morphology and resurfacing design. *Journal of Biomechanics*, 33 :1645–1653, 2000.
- [75] Vaz G. et al. Saggital morphology and equilibrium of pelvis and spine. *Eur Spine J*, 11(1) :80–7, 2002.
- [76] Viceconti M. et al. The standardized femur program. proposal for a reference geometry to be used for the creation of finite element models of the fémur. *Journal of Biomechanics*, 29 :1241, 1996a.
- [77] Viceconti M. et al. Development of a software for the design of custom-made hip prostheses using an open-source rapid application development environment. *Med Inform Internet Med.*, 25(3) :183–193, jul-sep 2000.
- [78] Viceconti M. et al. Pre-clinical validation total hip replacement : How to take into account the surgeon and the patient? *12th Conference of the European Society of Biomechanics*, 2000.
- [79] Viceconti M. et al. Pre-clinical validation of a new partially cemented femoral prosthesis by synergetic use of numerical and experimental methods. *J Biomech.*, 34(6) :723–731, jun 2001.
- [80] Vrahas M. et al. Contribution of passive tissues to the intersegmental moments at the hip. *Journal of Biomechanics*, 23(4) :357–362, 1990.
- [81] Wenger K. H. et al. Placement efficacy of the robodoc system in anatomical hip stem implantation. *Orthopaedic Research Society*, page 1059, February 2001.
- [82] Widmer K. H. et al. Contact surface and pressure load at implant-bone interface in press-fit cups compared to natural hip joints. *Orthopade.*, 26(2) :181–9, Feb 1997.
- [83] Wierusz-Kolowska M. et al. Usefulness of magnetic resonance imaging in diagnosis of selected diseases of the hip joint in children and adolescents. *Chir Narzadow Ruchu Ortop Pol*, 59(5) :429–34, 1991.
- [84] Wierusz-Kolowska M. et al. Normal values of some parameters of the acetabulum and proximal femur in radiographic images. *Chir Narzadow Ruchu Ortop Pol*, 61(3) :259–64, 1996.
- [85] Wierusz-Kolowska M. et al. Possibility of stereometric evaluation of child's hip structures by mri. *Chir Narzadow Ruchu Ortop Pol*, 64(2) :159–67, 1999.



- 
- [86] Wierusz-Kolowska M. et al. An analysis for the selected parameters of the normal hip joint during growth in magnetic resonance imaging. *Chir Narzadow Ruchu Ortop Pol*, 65(2) :131–9, 2000.
- [87] Wu G. et al. Isb recommendation of definitions of joint coordinate system of various joints for the reporting of human joint motion - part i : Ankle, hip and spine. *Journal of Biomechanics*, 2001.
- [88] Xinzhi W. et al. Sex difference and sex determination of the innominate bone of modern han nationality. *Acta Anthropol Sinica*, (1) :118–131, 1982.
- [89] Saikko V. et Calonijs O. Slide track analysis of the relative motion between femoral head and acetabular cup in walking and in hip simulators. *Journal of Biomechanics*, 2001.
- [90] Bregand C. et Dewarrat S. Nccr computer aided surgery, orthopedic planning and navigation for total hip replacement. *Computer Aided and Image Guided Interventions*, 2003.
- [91] Jaramaz B. et DiGioia AM. Pre-operative surgical simulation of an acetabular press fit : Assembly strains in bone. In *Proceedings of the International Conference of the IEEE*, volume III, pages 1101–1102. Engineering in Medicine and Biology Society, 1993.
- [92] Doblare M. et Garcia J. Application od an anisotropic bone-remodelling model based on a damage-repair theory to the analysis of the proximal femur before and after total hip replacement. *Journal of Biomechanics*, 34 :1157–1170, 2001.
- [93] Visser D. et Konnings G. A new method for measuring angles after total hip arthroplasty. a study of acetabular component. *Journal of Bone and Joint Surgery*, 63B :556–559, 1981.
- [94] Jomaah N. et Laredo J.D. Anatomie et imagerie de la hanche. *La Revue du Practicien*, 52(6) :597–604, Mars 2002.
- [95] Mollard B. et Leitner F. *Navigation de la hanche THA v1.2*. AESCULAP, BBraun, 2002.
- [96] Singh S. et Potturi B.R. Greater sciatic notch in sex determination. *J Anat.*, 125(3) :619–24, Mar 1978.
- [97] Sauter M.R. et Privat F. Une nouvelle methode de determination sexuelle de l'os coxal : l'indice cotylosciatique. *Bulletin der Schweizerischen Gesellschaft fur Anthropologie*, (28) :12–13, 1951.
- [98] Stancovski V. et Smrke D. Computer systems for determination of pressure distribution in the hip joint articular surface : validation and results. *Radiol Oncol*, 35(1) :17–9, 2001.

- [99] DiBennardo R. et Taylor J.V. Multiple discriminant function analysis of sex and race in the postcranial skeleton. *American Journal Phys Anthropol*, 1983.
- [100] Lazarus F. et Verroust A. Three-dimensional metamorphosis : a survey. *The Visual Computer*, 14 :373–389, 1998.
- [101] Hanna R.E. et Washburn S.L. The determination of the sex of skeletons, as illustrated by a study of the eskimo pelvis. *Hum Biol.*, 25(1) :21–37, Feb 1953.
- [102] Lempicki A. et Wierusz-Kolowska. Treatment for congenital dislocation of the hip at the orthopedic department of the institute of orthopedics and rehabilitation in poznan from 1946 to 1991. *Chir Narzadow Ruchu Ortop Pol*, 59(3) :219–222, 1994.
- [103] Jovanovic S. et Zivanovic S. The establishment of the sex by the great schiatic notch. *Acta Anat (Basel)*, 61(1) :101–7, 1965.
- [104] Adair F. A comparison by statistical methods in certain external pelvic measurements of french and american women. *American Journal of Obtet and Gynecol*, (2) :256–278, 1921.
- [105] Menschik F. The hip joint as a conchoid shape. *Journal of Biomechanics*, 30(9) :971–973, 1997.
- [106] Moseley C. F. Growth of the hip. *W : Lowell-Winter Pediatric Orthopaedics*, pages 35–37, 1986.
- [107] Parsons F.G. The characters of the english tigh bone :i. *Anat and Physiol*, 9 :238–267, 1913.
- [108] Letterman G.S. The greater sciatic notch in american whites and negroes. *Amercian Journal Physiology Anthropology*, 1941.
- [109] Kiefer H. Acetabular cup navigation with the orthopilot system. In *Navigation and robotics in total joint and spine surgery*, chapter 8, pages 70–75. Springer Verlag, 2003. 3540029346.
- [110] W. Harkess. Campbell’s operative orthopaedics : Arthroplasty of hip. Mosby-Year Book Inc., St. Louis Missouri, 1992.
- [111] J. Holland. Adaptation in natural ans artiftian environments. Technical report, Ann Arbor : University of Michigan Pres, 1975.
- [112] Maltby J.R.D. Some indices and mesurements of the modern femur. *J Anat*, (52) :363–382, 1917.
- [113] Shiiho K. Uber die huftpfanne. *Zeitschrift fur Morphol und Anthropol*, (17) :325–56, 1914/1915.
- [114] Bessière P. et Diard J. Lebeltel O. Bayèsien robot programming. Technical report, Autonomous Robots, 2004.

- 
- [115] Godycki M. Sur la certitude de détermination de sexe d'après le fémur, le cubitus et l'humérus. *Bull et Mém de la Soc d'Anthropol de Paris*, pages 405–410, 1957.
- [116] Wierusz-Kolowska M. Anatomy and development of the hip joint during growth. i. anatomy and development of the acetabulum. *Chir Narzadow Ruchu Ortop Pol*, 60(6) :477–83, 1995.
- [117] Wierusz-Kolowska M. Anatomy and development of the hip joint during growth. ii. anatomy and development of the acetabulum. *Chir Narzadow Ruchu Ortop Pol*, 61(1) :59–62, 1995.
- [118] Kelley M.A. Parturition and pelvic changes. *J Phys Anthropol.*, 51(4) :541–6, Nov 1979.
- [119] K. Mekhnacha. *Méthodes probabiliste bayésiennes pour la prise en compte d'incertitudes géométriques : application à la CAO-Robotique*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Grenoble, 1999.
- [120] I. Moes, M. et Horvath. Finite elements model of the human body : Geometry and non-linear material properties. *Proceedings of the third International Symposium on TMCE*, pages 477–493, 2002.
- [121] Iscan M.Y. Comparison of the hamann-todd and terry collections : A test of techniques on the determination of race, sex and stature. In press, Albuquerque, Maxwell Museum Technical Series, Univ. of New México, 1986.
- [122] R. Neal. Probabilistic inference using marcov chain monte carlo methods. Technical report, Dept. of Computer Science University of Toronto, 1993.
- [123] Lebeltel O. *Programmation Bayésienne de Robots*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Grenoble, 1999.
- [124] Reynaud P. State of the art in computer assisted surgery. *Total Hip Arthroplasty International Simposium*, (6) :307–311, decembre 2000.
- [125] M. et al. Pitt. Imaging of the pelvis and hip. *Radiographic Imaging in Orthopedics*, 21(3) :545–559, 1990.
- [126] C. Pradalier. *Navigation intentionnelle d'un robot mobile*. PhD thesis, INP Grenoble, 2004.
- [127] P. Puget. *Vérification-Correction de programmes pour la prise en compte d'incertitudes en programmation automatique des robots*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Grenoble, 1989.
- [128] Pradhan R. Planar anteversion of the acetabular cups determined from plain anetroposterior radiographs. *J Bone Joint Surg*, 81(B) :431–435, 1999.

- [129] Haaker R.G. Hip navigation using the surgigate system in dysplastic and revision cases. In *Navigation and robotics in total joint and spine surgery*, chapter 12, pages 97–101. Springer Verlag, 2003. 3540029346.
- [130] Genoves S. Revaluation of age, stature and sex of the tepexpan remains, méxico. *Am J Phys Anthropol.*, 18(20) :5–17, Sep 1960.
- [131] Jaynes E. T. Probability theory : the logic of science. Technical report, Cambridge University Press, 2003.
- [132] Todd T.W. Entrenched negro physical features. *Human Biol*, (1) :57–69, 1929.
- [133] Howells W. W. The use of multivariate techniques in the study of skeletal populations. *Am J Phys Anthropol.*, 31(3) :311–4, Nov 1969.
- [134] A. Wierusz-Kolowska et Lempicki. Centering angles of the femoral head and neck in the dysplastic hip. *Chir Narzadow Ruchu Ortop Pol*, 60(3) :177–9, 1995.
- [135] A. Wierusz-Kolowska M. et Lempicki. Modifications of certain morphologic parameters in radiology of the hip joint. *Chir Narzadow Ruchu Ortop Pol*, 60(4) :295–9, 1995.
- [136] Straus W.L. The humzn ilium : sex and stock. *Am J. Phys Anthropol*, (11) :1–28, 1927.

---

[The following text is a placeholder for the bibliography content, which is not visible in the provided image.]

# **3D human hip volume reconstruction with incomplete multimodal medical images. Application to computer assisted surgery of the total hip replacement (THR).**

This thesis is situated within the context of total hip prosthesis replacement (THR) computer-assisted surgery systems. The goal of this work is to construct a 3D hip model of the patient from partial data.

The standard THR planning process simply relies on X-ray image whereas THR computer-assisted systems use a 3D hip volume reconstructed from medical imaging techniques such as MRI, CT or Scanner. Nevertheless, 3D volumes reconstruction presents some disadvantages : (i) there is a long waiting time to get the imaging study , (ii) due to their cost, machines are not available in all clinics, (iii) a complete automatic segmentation process for the 3D volume constructions is not yet available and (iv) some patients can not be exposed to some imaging techniques such as MRI, CT or Scanner studies.

Considering these problems, we make two main contributions in this work :

- a study of the exploitable characteristics of hip and femur for 3D model reconstruction,
- a methodology for 3D hip volume reconstruction using minimally invasive imaging techniques : a single radiographic image (2D data) and a few echographic images (3D data).

The proposed method consist of three main stages : (i) data acquisition of the radiographic and echographic images of the patient hip, (ii) inference of the hip atlas of the patient and (iii) 3D hip volume reconstruction by a mesh deformation that adapts to the inferred atlas. These stages pose different problems related to the representation of the generic atlas, to the inference process, and to the radiographic and echographic data processing. To solve this problematic we use Bayesian techniques.

**Keywords :** 3D reconstruction, hip volume, multimodal medical images, THR, total hip prosthesis, pelvis, computer assisted surgery, CAS, hip probabilistic atlas, hip Bayesian model, generic hip model, 2D, 3D, bayesian system.

# **Reconstruction 3D du bassin humain à partir d'images multimodales incomplètes. Application à l'assistance de la chirurgie de la prothèse totale de la hanche (PTH).**

Cette thèse se situe dans le cadre de la chirurgie de la prothèse totale de la hanche (PTH) assistée par ordinateur. Le but de ce travail est l'obtention d'un modèle 3D du bassin du patient à partir de données incomplètes.

Actuellement dans un processus conventionnel, la planification de la PTH se fait avec une radiographie tandis que les systèmes d'assistance chirurgicale de la PTH, utilisent un volume 3D du bassin construit à partir d'images médicales IRM, TDM ou Scanner. Néanmoins la reconstruction du volume 3D s'avère limitée par plusieurs facteurs : (i) le temps d'attente de rendez vous pour l'examen de ce type est trop long, (ii) les appareils sont peu accessibles pour les cliniques, (iii) la difficulté de la segmentation automatique pour l'obtention du volume 3D et (iv) l'impossibilité de l'exposition aux études IRM, Scanner ou TDM pour certains patients.

À partir de cette problématique, ce travail de thèse apporte deux contributions principales :

- une étude des principales caractéristiques du bassin et du fémur utiles pour la reconstruction d'un modèle 3D,
- une méthodologie pour l'obtention d'un volume 3D du bassin à partir d'une radiographie et quelques images échographiques.

La méthode proposée est composée de trois étapes : (i) obtention des données radiographiques et échographiques du bassin du patient, (ii) inférence de l'atlas du bassin du patient et (iii) obtention du modèle 3D par la déformation d'un maillage s'adaptant à l'atlas inféré. Dans ce travail un atlas est constitué par un ensemble de points caractéristiques du bassin. Pour résoudre les problèmes liés à la représentation d'un atlas générique, à l'inférence et au traitement de l'information des données radiographiques et échographiques nous avons fait appel aux techniques bayésiennes.

**Mots Clés :** Reconstruction 3D, volume du bassin, pelvis, Prothèse Totale de la Hanche, PTH, chirurgie assistée par ordinateur, GMCAO, atlas probabiliste du bassin, modèle bayésien du bassin, modèle générique du bassin, images médicales multimodales, système bayésien.