



**HAL**  
open science

# Commande multi-modèles tolérante aux défauts : Application au contrôle de la dynamique d'un véhicule automobile.

Mohammed Oudghiri

► **To cite this version:**

Mohammed Oudghiri. Commande multi-modèles tolérante aux défauts : Application au contrôle de la dynamique d'un véhicule automobile.. Sciences de l'ingénieur [physics]. Université de Picardie Jules Verne, 2008. Français. NNT: . tel-00357731

**HAL Id: tel-00357731**

**<https://theses.hal.science/tel-00357731v1>**

Submitted on 1 Feb 2009

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# THESE

Présentée à  
L'UNIVERSITE DE PICARDIE JULES VERNE

Pour l'obtention du grade de  
DOCTEUR DE L'UNIVERSITE DE PICARDIE JULES VERNE

ECOLE DOCTORALE EN SCIENCES ET SANTE

Diplôme National - Arrêté du 30 mars 1992  
SPECIALITE : AUTOMATIQUE ET INFORMATIQUE INDUSTRIELLE

Présentée par

**Mohammed OUDGHIRI**

## **Commande multi-modèles tolérante aux défauts : Application au contrôle de la dynamique d'un véhicule automobile.**

Directeur de Thèse : **A. EL HAJJAJI**

Co-Directeur de Thèse : **M. CHADLI**

Présentée et soutenue publiquement le 20 Octobre 2008

### COMPOSITION DU JURY

<i>Rapporteurs :</i>	M. Laurent Foulloy	Professeur à l'Université de Savoie
	M. Dominique Meizel	Professeur, ENSIL Limoges
<i>Examineurs :</i>	M. Alain Oustaloup (Président)	Professeur, ENSEIRB Bordeaux
	M. Abdel Aitouche	Enseignant chercheur, HEI Lille
	M. Ahmed El Hajjaji	Professeur à l'UPJV, Amiens
	M. Mohammed Chadli	Maître de conférences à l'UPJV, Amiens

Mis en page avec la classe thloria.

# Remerciements

Ce mémoire présente le travail effectué durant trois ans et conclut ma thèse de doctorat en Automatique et Informatique Industrielle au sein du laboratoire de Modélisation, Informations et Systèmes (M.I.S) de l'UPJV.

Je tiens tout d'abord à remercier le Professeur El Moustapha Mouaddib ex-directeur du laboratoire CREA et le Professeur Gilles Kassel directeur du laboratoire MIS de m'avoir accueilli au sein de leurs laboratoires.

Je tiens à exprimer ma reconnaissance au Professeur Ahmed El Hajjaji en tant que directeur de thèse pour m'avoir accueilli au sein de son équipe, pour son soutien scientifique et humain ainsi que la confiance qu'il m'a témoigné tout au long de ce travail de recherche. Je remercie chaleureusement mon codirecteur de thèse Mohammed Chadli pour ses directives scientifiques, pédagogiques et même personnelles pour lesquelles je lui suis hautement redevable. De même, je lui suis extrêmement reconnaissant pour son soutien humain et moral et son aide précieuse à la rédaction de ce manuscrit de thèse.

Mes sincères remerciements à Monsieur Laurent Foulloy Professeur à l'Université de Savoie, et Monsieur Dominique Meizel Professeur à l'ENSIL, d'avoir pris le temps de juger ce travail et de m'avoir fait l'honneur d'être rapporteurs de ma thèse.

Je tiens également à remercier Monsieur Alain Oustaloup Professeur l'ENSEIRB ainsi que Monsieur Abdel Aitouche Enseignant chercheur à HEI Lille pour avoir accepté d'examiner ce travail et de faire partie de ce jury.

Merci à tous les collègues que j'ai côtoyés pendant les trois années de cette thèse, pour l'ambiance amicale qu'ils ont su faire régner au sein de l'équipe.

Finalement, je tiens à témoigner toute ma gratitude à mes parents, mon frère, mes soeurs et tous mes amis pour leur soutien quotidien, leur encouragement et leur immense disponibilité. Vous avez été force d'esprit et exemple d'amour pour accomplir cette thèse de doctorat.

Merci à tous !



# Table des matières

<b>Introduction générale</b>	<b>1</b>
<b>Références personnelles</b>	<b>5</b>
<b>Partie I : État de l'art</b>	<b>7</b>
<b>Chapitre I Systèmes tolérants aux défauts</b>	<b>9</b>
I.1 Introduction . . . . .	10
I.2 Classification de défauts . . . . .	11
I.3 Détection et isolation des défauts (FDI) . . . . .	12
I.3.1 Détection des défauts et génération des résidus . . . . .	13
I.3.2 Génération des résidus . . . . .	14
I.3.3 Isolation des défauts . . . . .	16
I.4 Classification des approches FTC . . . . .	19
I.4.1 Approche passive . . . . .	19
I.4.2 Approche active . . . . .	20
I.4.2.1 FTC active pour les systèmes linéaires . . . . .	21
I.4.2.2 FTC active pour les systèmes non linéaires . . . . .	24
I.5 Conclusion . . . . .	27
<b>Chapitre II Modélisation d'un véhicule automobile, aspects généraux</b>	<b>29</b>
II.1 Introduction . . . . .	30
II.2 Les différents mouvements du véhicule . . . . .	31
II.3 Les différents éléments du véhicule . . . . .	32
II.4 Modèle du véhicule automobile . . . . .	35
II.4.1 Paramétrage du modèle . . . . .	36
II.4.2 Modèle du châssis . . . . .	37
II.5 Modèle dérive-lacet (bicyclette) . . . . .	39

II.6	Modèle longitudinal d'un quart de véhicule . . . . .	40
II.7	Efforts de contact entre la roue et le sol . . . . .	43
II.7.1	Force latérale et angle de dérive . . . . .	43
II.7.2	Force longitudinale et taux de glissement longitudinal . . . . .	44
II.8	Modèles des forces pneumatiques . . . . .	46
II.8.1	Modèle de Pacejka, Formule "magique" . . . . .	46
II.8.2	Modèle de Burckhardt/Kiencke . . . . .	47
II.9	Conclusion . . . . .	48
<b>Chapitre III Représentation multi-modèles</b>		<b>51</b>
III.1	Introduction . . . . .	52
III.2	Modèle flou de type Takagi-Sugeno . . . . .	53
III.3	Obtention d'une structure multi-modèles . . . . .	54
III.3.1	Multi-modèles par identification . . . . .	54
III.3.2	Multi-modèles par linéarisation . . . . .	56
III.3.3	Multi-modèles basé sur les secteurs de non-linéarités . . . . .	56
III.4	Étude des multiobservateurs . . . . .	59
III.4.1	Synthèse de multiobservateurs . . . . .	60
III.4.2	Multiobservateur à mode glissant . . . . .	61
III.4.2.1	Multi-modèles à entrées inconnues . . . . .	62
III.4.2.2	Multi-modèles incertains et à entrées inconnues . . . . .	63
III.5	Stabilisation des multi-modèles . . . . .	64
III.5.1	Stabilisation par retour d'état . . . . .	64
III.5.2	Stabilisation par retour de sortie . . . . .	66
III.5.2.1	Stabilisation par retour de sortie statique . . . . .	66
III.5.2.2	Stabilisation par retour d'état reconstruit . . . . .	68
III.5.3	Stabilisation robuste des multi-modèles incertains . . . . .	69
III.5.3.1	Stabilisation robuste par retour d'état . . . . .	70
III.5.3.2	Stabilisation robuste par retour de sortie statique . . . . .	71
III.5.4	Stabilisation par un multicontrôleur $H_\infty$ basé sur observateur . . . . .	73
III.6	Conclusion . . . . .	77
<b>Partie II : Contrôle robuste d'un véhicule automobile</b>		<b>79</b>

---

<b>Chapitre IV Contrôle de la dynamique latérale</b>	<b>83</b>
IV.1 Introduction . . . . .	84
IV.2 Représentation multi-modèles incertain de la dynamique latérale du véhicule	84
IV.3 Commande multi-modèles robuste basée sur observateur . . . . .	89
IV.4 Commande robuste basée sur observateur avec rejet de perturbations . . . . .	96
IV.4.1 Commande $H_\infty$ robuste basée sur observateur . . . . .	99
IV.4.2 Stabilisation du comportement latéral du véhicule . . . . .	106
IV.5 Conclusion . . . . .	108
<b>Chapitre V Contrôle de la dynamique longitudinale</b>	<b>113</b>
V.1 Introduction . . . . .	114
V.2 Analyse en boucle ouverte . . . . .	115
V.3 Synthèse de lois de commande . . . . .	116
V.3.1 Commande linéaire avec intégrateur . . . . .	116
V.3.2 Commande adaptative à mode glissant . . . . .	119
V.4 Application à un prototype de système ABS de laboratoire . . . . .	125
V.4.1 Description du prototype . . . . .	127
V.4.2 Modélisation et stratégie de synthèse . . . . .	128
V.4.3 Résultats expérimentaux . . . . .	131
V.5 Conclusion . . . . .	132
<b>Chapitre VI Commande tolérante aux défauts capteurs</b>	<b>137</b>
VI.1 Introduction . . . . .	138
VI.2 Commande multi-modèles tolérante aux défauts capteurs . . . . .	138
VI.2.1 Stratégie de la commande FTC . . . . .	139
VI.2.2 Résultats de simulation . . . . .	143
VI.3 Commande multi-modèles $H_\infty$ tolérante aux défauts capteurs . . . . .	144
VI.3.1 Stratégie de la commande FTC . . . . .	146
VI.3.2 Résultats de simulation . . . . .	148
VI.4 Commande multi-modèles par retour de sortie tolérante aux défauts capteurs	151
VI.4.1 Stratégie de la commande FTC . . . . .	152
VI.4.2 Résultats de simulation . . . . .	158
VI.5 Conclusion . . . . .	159
<b>Conclusion générale et perspectives</b>	<b>165</b>



**Bibliographie**

**167**

# Table des figures

I.1	Classification des défauts : multiplicatifs et additifs . . . . .	12
I.2	Schéma du principe de FDI . . . . .	13
I.3	Détection des défauts capteurs par un banc d'observateurs . . . . .	16
I.4	Détection des défauts actionneurs par un banc d'observateurs . . . . .	17
I.5	Résidus directionnels . . . . .	18
I.6	Résidus directionnels . . . . .	18
I.7	Classification des commandes tolérantes aux défauts . . . . .	19
I.8	Principe de la commande tolérante aux défauts . . . . .	20
I.9	Principe de la commande basée sur un banc de régulateurs . . . . .	24
I.10	Logic de fonctionnement du superviseur . . . . .	25
I.11	Loi de commande tolérante aux fautes pour un système LPV . . . . .	27
II.1	Le système véhicule . . . . .	31
II.2	Les différents mouvements du véhicule . . . . .	32
II.3	Les organes constitutifs du mode longitudinal . . . . .	33
II.4	Les organes constitutifs du mode latéral . . . . .	34
II.5	Mécanisme de direction à crémaillère . . . . .	34
II.6	Suspension type McPherson . . . . .	35
II.7	Définition des repères . . . . .	36
II.8	Repère lié à la caisse après un mouvement de tangage . . . . .	37
II.9	Repère lié à la caisse après un mouvement de roulis . . . . .	37
II.10	dynamique du châssis du véhicule . . . . .	38
II.11	Modèle bicyclette . . . . .	39
II.12	Intégration d'un moteur CC à la colonne de direction . . . . .	41
II.13	Véhicule à quatre roues directrices . . . . .	41
II.14	Modèle bicyclette : contrôle par le moment $M_z(t)$ . . . . .	41
II.15	Modèle d'une roue . . . . .	42
II.16	Forces pneumatiques en fonction de l'angle de dérive et de l'adhérence . . . . .	44
II.17	Définition de l'angle de dérive . . . . .	44
II.18	Variation du coefficient de frottement en fonction du glissement . . . . .	45
II.19	Courbe générée par l'expression II.25 . . . . .	47
II.20	variation du coefficient d'adhérence en fonction de l'état de la chaussée . . . . .	49
IV.1	Forces pneumatiques en fonction de l'angle de dérive . . . . .	85
IV.2	Fonctions d'activation . . . . .	87

IV.3	Comparaison entre les forces réelles et les forces estimées . . . . .	87
IV.4	Variation de l'adhérence . . . . .	94
IV.5	Variation de la vitesse . . . . .	94
IV.6	Angle de braquage des roues avants donné par le conducteur, $ \delta_f  < 0.06rad$	95
IV.7	Angle de glissement latéral du véhicule et son estimée : $ \delta_f  < 0.06rad$ . . .	95
IV.8	Vitesse du lacet du véhicule et son estimée : $ \delta_f  < 0.06rad$ . . . . .	96
IV.9	Angle de braquage des roues avants donné par le conducteur, $ \delta_f  < 0.16rad$	96
IV.10	Angle de glissement latéral du véhicule et son estimée : $ \delta_f  < 0.18rad$ . .	97
IV.11	Extrait de la figure IV.10 : régime transitoire . . . . .	97
IV.12	Vitesse du lacet du véhicule et son estimée : $ \delta_f  < 0.18rad$ . . . . .	98
IV.13	Extrait de la figure IV.12 : régime transitoire . . . . .	98
IV.14	Variation de l'adhérence . . . . .	109
IV.15	Angle de braquage des roues avants . . . . .	109
IV.16	Évolution de la vitesse latérale du véhicule dans le temps . . . . .	110
IV.17	Évolution de la vitesse du lacet dans le temps . . . . .	110
IV.18	Évolution de l'accélération latérale du véhicule dans le temps . . . . .	111
V.1	Variation du coefficient d'adhérence en fonction du glissement . . . . .	115
V.2	Evolution des variables d'état en boucle ouverte . . . . .	116
V.3	Schéma bloc de la commande linéaire avec intégrateur . . . . .	118
V.4	Évolution des variables d'état : commande linéaire . . . . .	119
V.5	Glissement et glissement désiré : commande linéaire . . . . .	120
V.6	Evolution du signal de commande linéaire . . . . .	120
V.7	Fonctions d'appartenance . . . . .	125
V.8	Évolutions des variables d'état : avec la loi de commande ASMC . . . . .	125
V.9	Glissement et glissement désiré : avec la loi de commande ASMC . . . . .	126
V.10	Couple de freinage appliqué . . . . .	126
V.11	Système ABS . . . . .	127
V.12	Vue sur les deux roues du système ABS . . . . .	127
V.13	Modèle du système ABS . . . . .	128
V.14	Forces appliquées sur un quart du véhicule . . . . .	129
V.15	Évolution des deux vitesses avec commande linéaire . . . . .	132
V.16	Évolution du glissement longitudinal, $\lambda(t)$ , avec la commande linéaire . . .	133
V.17	Évolution des deux vitesses avec la commande ASMC . . . . .	134
V.18	Évolution du glissement longitudinal, $\lambda(t)$ , avec la commande ASMC . . .	135
V.19	Couple de freinage (Nm) . . . . .	135
VI.1	Première stratégie de la commande FTC . . . . .	141
VI.2	Signaux additifs aux signaux des capteurs . . . . .	144
VI.3	Variation des variables d'état sans stratégie de FTC . . . . .	145
VI.4	Signaux additifs aux signaux des capteurs . . . . .	146
VI.5	Variation des variables d'état sans stratégie de FTC . . . . .	147
VI.6	Signaux additifs aux signaux des capteurs . . . . .	148
VI.7	Variation des variables d'état avec stratégie de FTC . . . . .	149
VI.8	Zoom au voisinage de $t \approx 8s$ de la figure VI.7 . . . . .	150

---

VI.9 deuxième stratégie de la commande FTC . . . . .	151
VI.10 Signaux additifs aux signaux des capteurs . . . . .	152
VI.11 Variation des variables d'état sans stratégie de FTC . . . . .	153
VI.12 Signaux additifs aux signaux des capteurs . . . . .	154
VI.13 Variation des variables d'état sans stratégie de FTC . . . . .	155
VI.14 Signaux additifs aux signaux des capteurs . . . . .	156
VI.15 Variation des variables d'état avec stratégie de FTC . . . . .	157
VI.16 Troisième stratégie de la commande FTC . . . . .	158
VI.17 Angle de braquage $\delta_{fd}(t)$ délivré par le conducteur . . . . .	160
VI.18 Signaux additifs aux signaux des capteurs . . . . .	161
VI.19 Comparaison des variables d'état sans et avec utilisation de FTC . . . . .	161
VI.20 Signaux additifs aux signaux des capteurs . . . . .	162
VI.21 Comparaison des variables d'état sans et avec utilisation de FTC . . . . .	162
VI.22 Signaux additifs aux signaux des capteurs . . . . .	163
VI.23 Variation des variables d'état avec stratégie de FTC . . . . .	163



# Notations et abréviations

## Notations

$u$	: Vitesse longitudinale du CG du véhicule ( $m/s$ )
$v$	: Vitesse latérale du CG du véhicule ( $m/s$ )
$\beta$	: Angle de glissement latéral ( $rad$ ) ( $\approx \frac{v}{u}$ )
$r$	: Vitesse du lacet ( $rad/s$ )
$z$	: Déplacement vertical du CG du véhicule ( $m$ )
$\psi$	: Angle du lacet de la masse suspendue ( $rad$ )
$a_f/a_r$	: Distances entre respectivement le train avant, le train arrière et le centre de gravité du véhicule ( $m$ )
$\delta_f$	: Angle de braquage des roues avant ( $rad$ )
$\delta_r$	: Angle de braquage des roues arrière ( $rad$ )
$\alpha_f/\alpha_r$	: Angle de dérive latéral de la roue avant/arrière ( $rad$ )
$I_z$	: Moment d'inertie au centre de gravité du véhicule ( $kgm^2$ )
$m$	: Masse du véhicule ( $kg$ )
$m_s$	: Masse suspendue du véhicule ( $kg$ )
$I_{xx}$	: Moment d'inertie d'axe de roulis ( $kgm^2$ )
$C_\phi$	: Coefficient d'atténuation du mouvement de roulis
$K_\phi$	: Coefficient de ressort du mouvement de roulis
$e$	: Distance de l'axe de roulis au centre de gravité de la masse suspendue ( $m$ )
$2pf$	: Voie avant du véhicule ( $m$ )
$2pr$	: Voie arrière du véhicule ( $m$ )
$g$	: Constante de gravité ( $m \cdot s^{-2}$ )
$\phi$	: Angle de roulis de la masse suspendue ( $rad$ )
$p$	: Vitesse du roulis ( $rad/s$ )
$w$	: Vitesse angulaire de la roue ( $rad/s$ )
$R_w$	: Rayon à vide de la roue ( $m$ )
$I_w$	: Inertie de la roue ( $kgm^2$ )
$F_{xfi}, F_{xri}$	: Forces longitudinales exercées sur chaque roue ( $N$ )
$F_{yfi}, F_{yri}$	: Forces latérales exercées sur chaque roue ( $N$ )

## Abréviations

TS	: Takagi Sugeno
FDI	: Fault Detection and Identification
FTC	: Fault Tolerance Control
LMI	: Inégalité Matricielle Linéaire
BMI	: Inégalité Matricielle Bilineaire
LTI	: Linéaire Invariant dans le Temps
LPV	: Linéaire à Paramètres Variant
PDC	: Parallel Distributed Compensation
OPDC	: Output Parallel Distributed Compensation
ABS	: Anti-lock Braking System
SMO	: Sliding Mode Observer
OFC	: Output Feedback Control (commande par retour de sortie)
ASMC	: Adaptative Sliding Mode Controller

# Introduction générale

Ce mémoire présente le travail effectué durant trois ans au sein du laboratoire de Modélisation, Informations et Systèmes (M.I.S) de l'UPJV, sur la commande tolérante aux défauts en vue d'améliorer les performances dynamiques du véhicule sous la responsabilité de Monsieur Ahmed El hajjaji et Monsieur Mohammed Chadli.

Ces dernières décennies, la recherche dans le domaine des transports routiers a fait l'objet d'une attention particulière et intéresse de plus en plus les laboratoires, les chercheurs, les industriels et les équipementiers automobiles. En effet, plusieurs programmes de recherche, nationaux ou internationaux, ont été instaurés pour répondre aux problèmes liés à l'évolution des moyens de transports, leur gestion et leur sécurité. Les principaux objectifs ciblés sont : l'amélioration de la fluidité du trafic routier, l'augmentation de l'efficacité de l'infrastructure routière, l'amélioration de la sécurité et du confort des passagers et l'aide à la conduite.

Depuis les années 70 et l'apparition de l'électronique dans le véhicule, des éléments actifs améliorant la sécurité et le confort des passagers du véhicule ont été introduits. Ainsi sont apparus les systèmes comme l'ABS (Anti Lock Braking System), ensuite le TRC (Traction Regulation Control) et, plus récemment, l'ESP (Electronic Stability Program) et l'EHB (Electronic Hydraulic Braking). En parallèle, une demande accrue de confort des passagers, de disponibilité, de reconfiguration et de sûreté de fonctionnement de ces systèmes sont devenus de véritables enjeux du troisième millénaire. Bénéficiant des outils déjà existants en automatique, la recherche dans le domaine de supervision, a permis de développer des méthodes de sûreté de fonctionnement telles que le diagnostic et la commande tolérante aux défauts des systèmes.

Plusieurs techniques pour la surveillance et le diagnostic des défauts dans les systèmes dynamiques ont été développées ces dernières années. Cependant la plupart de ces techniques sont basées sur la surveillance du procédé seul sans la prise en compte de son interaction avec le système de commande. L'objectif de cette thèse est de proposer des stratégies de commande tolérante aux défauts permettant de s'accommoder automatiquement de l'effet de certains types de défauts qui peuvent apparaître sur des capteurs, des actionneurs ou sur le système tout en étant capable de maintenir la stabilité de ce dernier et d'éviter les situations catastrophiques. Toutes les méthodes développées dans ce manuscrit sont basées sur l'approche multi-modèles.



La contribution principale de nos travaux est de proposer des méthodes de commande tolérantes aux défauts pour le contrôle de la dynamique du châssis de véhicule automobile en considérant les modèles non linéaires des forces de contact pneu/chaussée sans mesure de l'angle de dérive. Le développement de ces nouveaux résultats est basé sur l'approche multi-modèles avec la formulation et la résolution de ces problèmes de synthèse par les techniques d'optimisation convexe LMI.

L'approche multi-modèles consiste à construire une représentation polytopique convexe pour approcher le comportement d'un système non linéaire. Cette représentation peut être obtenue à partir de la linéarisation autour de différents points de fonctionnement, par identification à partir de mesures entrées-sorties ou dans certains cas par transformations mathématiques.

Le mémoire est organisé en deux parties. La première est consacrée à l'état de l'art. Elle contient trois chapitres.

Le chapitre I décrit quelques techniques de commande tolérante aux défauts et de diagnostic à base de modèle. Nous présentons tout d'abord des approches passives et ensuite des approches actives destinées aux systèmes linéaires et non linéaires.

Le chapitre II est consacré à la modélisation de la dynamique d'un véhicule automobile. Nous décrirons les principaux éléments qui interviennent dans la dynamique du véhicule, ensuite nous présenterons quelques modèles des forces de contact pneu/sol. La dernière partie de ce chapitre est consacrée aux différents modèles des forces dues aux interactions entre les pneumatiques et la chaussée.

Nous proposons dans le chapitre III une étude bibliographique sur les systèmes non linéaires en représentation floue de type Takagi-Sugeno dite également multi-modèles. Nous présentons tout d'abord les différentes méthodes de génération d'un multi-modèles à partir d'un modèle non linéaire ensuite les méthodes de synthèse des multi-observateurs et enfin nous étudions les problèmes de stabilisation basée sur la commande PDC. Cette partie inclue également la stabilisation et l'estimation d'état robuste où le système est représenté par un multi-modèles incertain.

La deuxième partie de ce mémoire est constituée de trois chapitres.

Le chapitre IV est consacré au développement de deux lois de commande robustes pour le contrôle de la dynamique latérale d'un véhicule automobile. La première est une commande robuste basée sur observateur en considérant les incertitudes dues aux erreurs de modélisation et/ou aux variations paramétriques. La deuxième est une loi de commande robuste par retour d'état reconstruit basée sur la minimisation du critère  $H_\infty$  permettant de rejeter les perturbations extérieures tout en prenant en compte les incertitudes paramétriques. L'avantage de cette loi de commande, par rapport à celles existantes dans la littérature, est la formulation des conditions de stabilité sous forme LMI. Ainsi les gains du contrôleur et les gains de l'observateur sont obtenus en une seule étape, ce qui introduit plus de relaxation.

---

Le chapitre V est dédié au contrôle longitudinal d'un véhicule automobile. Une loi de commande robuste combinant le mode glissant, connu pour ses propriétés de robustesse vis à vis des perturbations extérieures et des erreurs de modélisation, et la représentation multi-modèles, connue par ses propriétés d'approximateur universel est proposée. Des résultats expérimentaux d'une application réelle de la méthode développée sur un prototype de système de freinage ABS, où certains paramètres physiques ne sont pas connus sont proposés. La loi de commande proposée est comparée avec une loi de commande linéaire avec integrator.

Le chapitre VI expose trois stratégies de commande tolérante aux défauts capteurs pour le contrôle et la surveillance de la dynamique latérale du véhicule. Les trois stratégies sont basées sur un bloc de diagnostic et de génération des résidus à base de modèle et un bloc de contrôle utilisant les lois de commande multi-modèles développées dans le chapitre précédent.



# Références personnelles

## Journaux internationaux

**M. Oudghiri**, M. Chadli, A. El Hajjaji, "Robust observer-based fault tolerant control for vehicle lateral dynamics", *International Journal of Vehicle Design (IJVD)*, 2008, in press.

M. Chadli, A. Elhajjaji, **M. Oudghiri**, "Robust Output Fuzzy Control for Vehicle Lateral Dynamic Stability Improvement". *International Journal of Modelling, Identification and Control*. Volume 3, No 3. 2008.

**M. Oudghiri**, M. Chadli, A. El Hajjaji, " $H_\infty$  Tracking observer-based control for T-S uncertain fuzzy models" *International Journal on Sciences and Techniques of Automatic control & computer engineering, Special Issue*, vol 1(1), pp : 287-299, December, 2007.

**M. Oudghiri**, M. Chadli, A. El Hajjaji, "Robust Fuzzy Sliding Mode Control for Antilock Braking System" *International Journal on Sciences and Techniques of Automatic control (IJ-STA)*, vol 1(1), pp13-28, July 2007.

## Conférences internationales avec comité de lecture et publication des actes

**M. Oudghiri**, M. Chadli A. El Hajjaji, "Sensors Active Fault Tolerant Control For Vehicle Via Bank of Robust  $H_\infty$  Observers", *17th International Federation of Automatic Control (IFAC) World Congress*, Seoul, Korea. July 6-11, 2008.

**M. Oudghiri**, M. Chadli A. El Hajjaji, "Control and Sensor Fault-Tolerance of Vehicle Lateral Dynamics" *17th International Federation of Automatic Control (IFAC) World Congress*, Seoul, Korea. July 6-11, 2008.

**M. Oudghiri**, M. Chadli A. El Hajjaji, "Commande adaptative floue à mode glissant d'un prototype expérimental de Système AntiBlocage (ABS)" Conférence Internationale Francophone d'Automatique, Bucarest, Roumanie. Septembre 3-5, 2008. Acceptée.

**M. Oudghiri**, M. Chadli A. El Hajjaji, "Vehicle yaw control using a robust  $H_\infty$  observer-based fuzzy controller design", *46th IEEE Conference on Decision and Control*, New Orleans, LA, USA. December 12-14, 2007.

**M. Oudghiri**, M. Chadli, A. El Hajjaji, "A fuzzy approach for sensor fault-tolerant control of vehicle lateral dynamics", *IEEE Conference on Control Applications (CCA2007)*, Singapore, Octobre 1-3 2007.

**M. Oudghiri**, M. Chadli, A. El Hajjaji, "Observer-based fault tolerant control for vehicle lateral dynamics", *European Control Conference*, Kos, Greece 2-5, pp. 632-637, July 2007.

**M. Oudghiri**, M. Chadli, A. El Hajjaji, "One-Step Procedure for Robust Output  $H_\infty$  Fuzzy Control", CD-ROM of the 15th *Mediterranean Conference on Control and Automation-MED'07*, pp. 1-7, June 27-29, 2007.

**M. Oudghiri**, M. Chadli, A. El Hajjaji, "Lateral Vehicle Velocity Estimation Using Fuzzy Sliding Mode Observer", CD-ROM of the 15th *Mediterranean Conference on Control and Automation-MED'07*, June 27-29, 2007.

**M. Oudghiri**, M. Chadli, A. El Hajjaji, "Vehicle sensor fault tolerant control using bank of robust Takagi-Sugeno observers techniques", Fourth *IEEE International Multi-Conference on Systems, Signals & Devices SSD'07*, Hammamat, Tunisia, March 19-22, 2007.

**M. Oudghiri**, M. Chadli, A. El Hajjaji, "Sliding Mode Fuzzy Controller Design for Fuzzy System", the 3rd *International Conference on Advances in Vehicle Control and Safety AVCS'07*, Buenos Aires, Argentina, 8-10 Feb 2007.

A. El Hajjaji, M. Chadli, **M. Oudghiri** and O. Pagès, "Observer-based robust fuzzy control for vehicle lateral dynamics", *American Control Conference (ACC 2006)*, pp. 4664-4669 June 14-16, 2006.

#### Conférences nationales avec comité de lecture et publication des actes

**M. Oudghiri**, M. Chadli, A. El Hajjaji, "Commande floue tolérante aux défauts capteurs pour la dynamique latérale du véhicule automobile", 2èmes *Journées Doctorales / Journées Nationales MACS*, Reims, France, 9-11 Juillet 2007.

M. Chadli, **M. Oudghiri**, A. El Hajjaji, "Commande robuste basée sur observateur de modèle flou incertain : application au véhicule à quatre roues", *JDMACS-JNMACS'05*, Lyon, France, 5-7 Sep. 2005.

# Partie I : État de l'art



# Chapitre I

## Systemes tolérants aux défauts

I



## I.1 Introduction

Les procédés physiques que nous utilisons quotidiennement sont de plus en plus équipés de systèmes électroniques automatisés qui sont devenus indispensables pour offrir le confort attendu par l'utilisateur et garantir sa sécurité. Par exemple dans le domaine de l'automobile, le véhicule est équipé de plusieurs systèmes de confort et de sécurité comme l'ABS pour le freinage, ASR pour l'antipatinage ou l'ESP pour le contrôle de trajectoire. Face à l'introduction massive de ces systèmes et de l'instrumentation qui les accompagne, il devient de plus en plus nécessaire de mettre en place des stratégies garantissant la tolérance aux défauts.

Un défaut est un événement qui agit sur un système et qui peut changer ses propriétés conduisant à une dégradation des performances du procédé voir à son instabilité [Isermann, 1997]. Ces défauts proviennent essentiellement des actionneurs, des capteurs, du contrôleur ou du procédé lui-même. Pour faire face à ce problème, différentes stratégies ont été proposées dans la littérature pour maintenir la stabilité avec un certain degré de performances du système commandé en dépit de la présence d'un dysfonctionnement [Patton, 1997], [Blanke *et al.*, 1997], [Chadli et Hajjaji, 2007]. Une telle commande porte le nom "commande tolérante aux fautes ou aux défauts" (FTC pour Fault Tolerant Control). Son objectif est de s'accommoder aux défauts dès leur apparition avec une réactivité maximale, de telle sorte qu'un faible défaut affectant un sous système n'évolue pas en défaut critique au niveau du système global. Le problème majeur rencontré lors la conception de telles lois de commandes est que la plupart des techniques de diagnostic sont développées comme un outil de surveillance pour détecter et localiser les défauts en boucle ouverte. Elles n'intègrent pas la partie commande. Le problème général qui se pose est donc de savoir comment combiner les techniques de diagnostic et les techniques de contrôle au profit d'une commande tolérante aux défauts.

Il convient de noter que la réalisation d'une commande tolérante aux défauts n'est pas un problème classique et que les conditions induites par la présence de défauts obligent à développer des stratégies particulières. La synthèse d'une loi de commande tolérante aux défauts est un problème non trivial, qui impose de mettre en œuvre une démarche comprenant en général deux étapes :

- Étape de diagnostic et évaluation des performances ;
- Étape de synthèse d'un mécanisme d'accommodation, de reconfiguration ou de restructuration de la loi de commande.

Le problème de la commande tolérante aux défauts a été largement abordé ces deux dernières décennies et a fait l'objet d'un nombre important de résultats expérimentaux et de publications. Différentes approches et méthodes ont été proposées, à titre d'exemple, on peut citer les travaux de [Blanke *et al.*, 1997], [Patton, 1997], [Isermann, 1997], [Lopez-Toribio *et al.*, 1999], [Patton et Lopez-Toribio, 2000], [Noura *et al.*, 2000], [Zolghadri, 2000], [Staroswiecki et Gehin, 2001], [Niemann et Stoustrup, 2003], [Theilliol *et al.*, 2003], [Blanke *et al.*, 2003], [Jiang *et al.*, 2006], [Rodrigues *et al.*, 2007].

Dans le domaine industriel, la commande tolérante aux défauts a été implantée dans divers applications militaires et civiles pour accommoder l'effet des défauts dans différents domaines tels que les systèmes de contrôle des avions, la technologie d'espace, les véhicules sous-marins, les centrales nucléaires et aussi les systèmes de guidage des missiles [Morse et Ossman, 1990], [Maybeck et Stevens, 1991], [Zolghadri, 2000], [Burke *et al.*, 1999], [Sullivan *et al.*, 1992].

## I.2 Classification de défauts

Une commande tolérante aux défauts est nécessaire dès l'apparition de certains types de défauts qui modifient la dynamique du système. Trois classes de défauts peuvent être définies [Staroswiecki et Gehin, 2001], [Blanke *et al.*, 2003] :

**Défauts actionneurs :** Les défauts actionneurs agissent au niveau de la partie opérative et détruisent le signal d'entrée du système. Une partie du système devient incontrôlable ; de nouveaux actionneurs doivent être utilisés. Ils peuvent causer une perte totale ou partielle de l'actionneur. Une perte totale d'un actionneur peut se produire, par exemple, à la suite d'une fracture ou coupure d'un fil électrique reliant l'actionneur au système. Un exemple de perte partielle d'un actionneur est la fuite hydraulique ou pneumatique ou encore la chute de tension d'alimentation.

**Défauts capteurs :** Ils caractérisent une mauvaise image de la grandeur physique à mesurer. Un défaut capteur peut aussi être partiel ou total. Un capteur totalement défectueux donne une information qui ne correspond pas du tout à la vraie valeur de la variable à mesurer comme par exemple la perte de contact avec la masse ou une coupure d'un fil électrique. Un défaut capteur partiel produit un signal avec plus au moins d'adéquation avec la valeur vraie de la variable à mesurer. Ceci peut se traduire par une mesure biaisée provoquant un offset au signal de sortie.

Une des solutions pour augmenter la tolérance aux défauts capteurs est de dupliquer les capteurs (redondance matérielle). Un principe de vote est appliqué sur les valeurs redondantes pour décider si une faute est présente ou non. Cette approche entraîne un coût important en instrumentation mais s'avère extrêmement fiable et simple à implanter. Elle est mise en œuvre essentiellement sur des systèmes à haut risque telles que les centrales nucléaires ou les avions.

**Défauts sur le système :** Ce sont des défauts qui apparaissent dans les composants du système lui même, c-à-d les défauts qui ne peuvent pas être classifiés ni parmi les défauts capteurs, ni parmi les défauts actionneurs. Ils représentent des changements dans les paramètres du système, ce qui induit un changement du comportement dynamique de ce dernier.

Si les défauts doivent être classés relativement à leur effets sur les performances du

système, deux types de défauts peuvent être distingués : des défauts additifs et des défauts multiplicatifs (voir figure I.1). Les défauts additifs influencent la moyenne du signal de sortie du système, alors que les défauts multiplicatifs induisent des changements sur la variance et les corrélations du signal de sortie du système, ainsi que des changements dans les caractéristiques spectrales et de la dynamique du système.

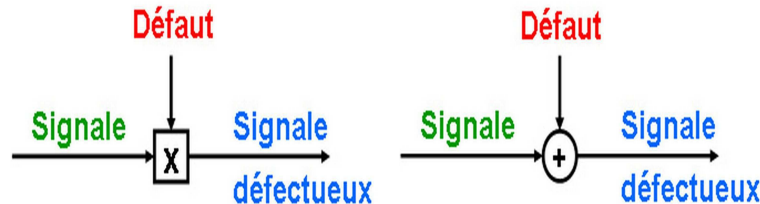


FIG. I.1 – Classification des défauts : multiplicatifs et additifs

### I.3 Détection et isolation des défauts (FDI)

L'objectif principal d'une commande FTC est de maintenir le bon fonctionnement du système à contrôler sous la présence de défauts par accommodation, reconfiguration de la loi de commande ou restructuration. Pour cela, des informations relatives aux changements induits d'éventuels défauts sont nécessaires. Dans ce contexte, un algorithme de détection et d'isolation des défauts (FDI) a un rôle très important dans la reconfiguration de la commande.

Le problème de la détection et de la localisation des défauts dans les procédés industriels intéressent de plus en plus de chercheurs et a fait l'objet de très nombreux résultats et travaux de recherche ces deux dernières décennies [Patton *et al.*, 1989], [Ragot *et al.*, 1990], [Isermann, 1997], [Chen et Patton, 1999], [Ragot et Maquin, 2000], [Blanke *et al.*, 2003], [Akhenak, 2004]. Ces développements ont non seulement concerné la formalisation théorique des problèmes rencontrés et leur résolution mais également la mise en œuvre pratique sur des processus réels.

En général, les méthodes de FDI peuvent être classées en deux catégories principales : les techniques basées sur le signal, et les techniques basées sur le modèle. Les méthodes basées sur le signal détectent les défauts en testant des propriétés spécifiques (l'analyse spectrale par exemple) de différents signaux de mesure. Les méthodes basées sur le modèle s'appuient sur la comparaison du comportement observé et du comportement attendu (prédit par un modèle) du système. Elles possèdent un éventail d'application plus important, relativement aux méthodes basées signal, et sont généralement constituées de deux étapes : génération des résidus et évaluation des résidus grâce à un système de décision [Isermann, 1997], [Chen et Patton, 1999], [Blanke *et al.*, 2003] (figure I.2). Le rôle de ce système de décision est de déterminer si le résidu est significatif pour décider de l'existence d'un défaut

Les résidus sont représentatifs des écarts entre le comportement observé du système et le comportement de référence attendu lorsque le système fonctionne « normalement ». Idéalement, un résidu doit rester à zéro en l'absence de défauts et s'éloigner significativement de zéro en présence de défauts. Ceci n'est possible que si la modélisation du système est extrêmement précise. Avec des erreurs de modélisation et de bruits de mesures, un résidu ne peut pas rester identiquement à zéro en l'absence de défauts. Il en résulte que la génération du résidu n'est pas une tâche facile.

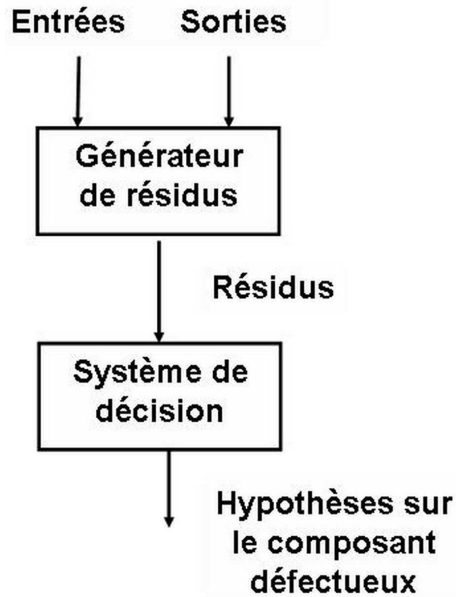


FIG. I.2 – Schéma du principe de FDI

Dans la suite, nous résumons quelques résultats concernant les différentes techniques de détection et d'isolation des défauts.

### I.3.1 Détection des défauts et génération des résidus

La procédure de détection a pour objectif de déterminer l'apparition et l'instant d'occurrence de tout phénomène anormal affectant le comportement du système surveillé. Pour parvenir à cet objectif, des résidus qui sont obtenus en comparant le comportement du modèle du système à celui du système réel sont utilisés.

Un moyen générique de construire un résidu est d'estimer le vecteur de sortie  $y(\cdot)$  du système. L'estimé  $\hat{y}(\cdot)$  est alors soustrait du signal de sortie  $y(\cdot)$  afin de former le vecteur de résidus  $r(\cdot)$  suivant :

$$r(k) = y(k) - \hat{y}(k) \quad (\text{I.1})$$

Dans la pratique, le résidu n'a pas exactement une valeur nulle en l'absence de défauts car, lors de la phase de modélisation, plusieurs hypothèses simplificatrices sont introduites

conduisant à un modèle qui ne reflète pas fidèlement le système réel. De plus, les mesures effectuées sur le système sont le plus souvent entachées de bruits de mesure. Le vecteur de résidus s'écrit alors :

$$r(k) = y_m(k) - \hat{y}(k) \quad (\text{I.2})$$

où  $y_m(\cdot)$  est la sortie mesurée du système qui est composée, en plus de la sortie réelle  $y(\cdot)$ , de bruits de diverses natures relatifs à l'instrumentation et aux incertitudes de modélisation. Dans cette situation, une méthode de détection élémentaire consiste à comparer la valeur du résidu à un seuil prédéfini  $\epsilon$  (fonction des erreurs de modélisation). Une alarme est déclenchée à chaque franchissement de ce seuil :

$$\begin{cases} r(k) \leq \epsilon & \Leftrightarrow d(k) = 0 \\ r(k) > \epsilon & \Leftrightarrow d(k) \neq 0 \end{cases} \quad (\text{I.3})$$

où  $d(\cdot)$  représente le vecteur des défauts.

Des seuils adaptatifs peuvent aussi être utilisés à des fins de robustesse. Un état de l'art des méthodes utilisant un seuil adaptatif est donné dans [Emani-Naeini *et al.*, 1988], [Franck, 1996], [Yoon et MacGregor, 2000]. On peut également modéliser le résidu comme une variable aléatoire distribuée selon une loi normale. On met ainsi en œuvre à ce niveau des tests statistiques permettant de détecter des changements des caractéristiques statistiques du résidu. Parmi les techniques basées sur la théorie de la décision statistique les plus utilisées, on peut citer les méthodes GLR (Generalized Likelihood Ratio), les méthodes SPRT (Sequential Probability Ratio Test), les tests  $\chi^2$ , la méthode CUSUM (CUMulative SUM), etc. Pour un état de l'art de ces différentes méthodes, le lecteur pourra se référer à [Basseville et Nikiforov, 1993], [Basseville, 1998], [Yoon et MacGregor, 2000], [Lai, 2000], [Yoon et MacGregor, 2001].

### I.3.2 Génération des résidus

De nombreuses approches ont été utilisées pour apporter une contribution à la solution du problème de génération des résidus. L'idée la plus naturelle, qui est utilisée dans plusieurs domaines industriels et notamment en aéronautique, est d'utiliser la redondance matérielle à base d'actionneurs et de capteurs. Cependant, bien que cette approche est très efficace, elle présente l'inconvénient d'augmenter le coût (nécessité d'installer un plus grand nombre de capteurs et d'actionneurs) et l'encombrement (espace additionnel requis pour l'installation des capteurs et des actionneurs supplémentaires) des processus.

Une autre approche, appelée redondance analytique, consiste à établir les relations entre les mesures de grandeurs dépendantes qu'elles soient de même nature ou de nature différente. Sa mise en œuvre nécessite l'existence d'un modèle (statique ou dynamique, linéaire ou non linéaire, déterministe ou stochastique) du système reliant les entrées et les sorties mesurées. L'idée principale est de vérifier la cohérence des mesures de différentes

grandeurs effectuées sur le processus et le comportement prévu pour ce processus à partir du modèle analytique qui lui est associé. Deux familles principales peuvent être distinguées dans cette approche, celles qui utilisent un modèle du système à surveiller ; elles s'appuient sur la comparaison du comportement observé et du comportement attendu (prédit par un modèle) du système. La deuxième famille concerne les méthodes pour qui seules les données acquises sur le processus permettent de caractériser son mode de fonctionnement. Par exemple les méthodes basées sur l'intelligence artificielle et du traitement du signal [Frank, 1994], [Ragot et Maquin, 2000]. Dans le chapitre VI des lois de commande FTC sont développées pour le contrôle de la dynamique du véhicule automobile. Les techniques de diagnostic utilisées sont basées sur la première méthode, dite aussi méthode de diagnostic à base de modèles.

A l'aide des observateurs, la comparaison en ligne entre les variables estimées et celles mesurées permet de générer des résidus qui vont servir d'indicateurs fiables du comportement du processus. Plusieurs travaux sur le diagnostic sont basés sur cette méthode. Par exemple la référence [Dixon, 2004] propose une procédure de détection et d'identification de défauts en utilisant un banc d'observateurs pour un système électromécanique. Dans [Zolghadri *et al.*, 1996], les auteurs ont développé un générateur de résidus, en utilisant un banc d'observateurs pour la détection et la localisation de défauts, sur une installation hydraulique en tenant compte des non-linéarités du système. Dans le domaine du véhicule, une méthode de détection de sur virage et de sous-virage en utilisant un observateur à mode glissant a été proposé dans [Edwards *et al.*, 2005].

Dans la suite deux méthodes de diagnostic à base de modèles utilisant les bancs d'observateurs sont présentées. la première permet la détection des défauts capteurs et la deuxième est utilisée pour la détection des défauts actionneurs.

### Détection des défauts capteurs

Le nombre d'observateurs utilisés est égal au nombre de combinaisons possibles de mesures ( $n^2 - 1$  avec  $n$  est le nombre de sorties du système). Chaque observateur d'état peut être piloté par différentes sorties, ce qui augmente le nombre de degrés de liberté de la détection de défauts.

La figure (I.3) illustre l'idée. Pour un but de clarté, nous proposons un exemple simple ayant deux sortie  $y_1$  et  $y_2$ , le nombre de combinaison égal à  $2^2 - 1 = 3$ .

### Détection des défauts actionneurs

Pour la détection et la localisation des défauts actionneurs, plusieurs travaux récents se sont basés sur les observateurs à entrées inconnues permettant d'estimer à la fois l'état du système et les entrées inconnues. Dans le cas des systèmes linéaires, plusieurs auteurs ont proposé des méthodes de conception d'observateur capable de reconstruire entière-

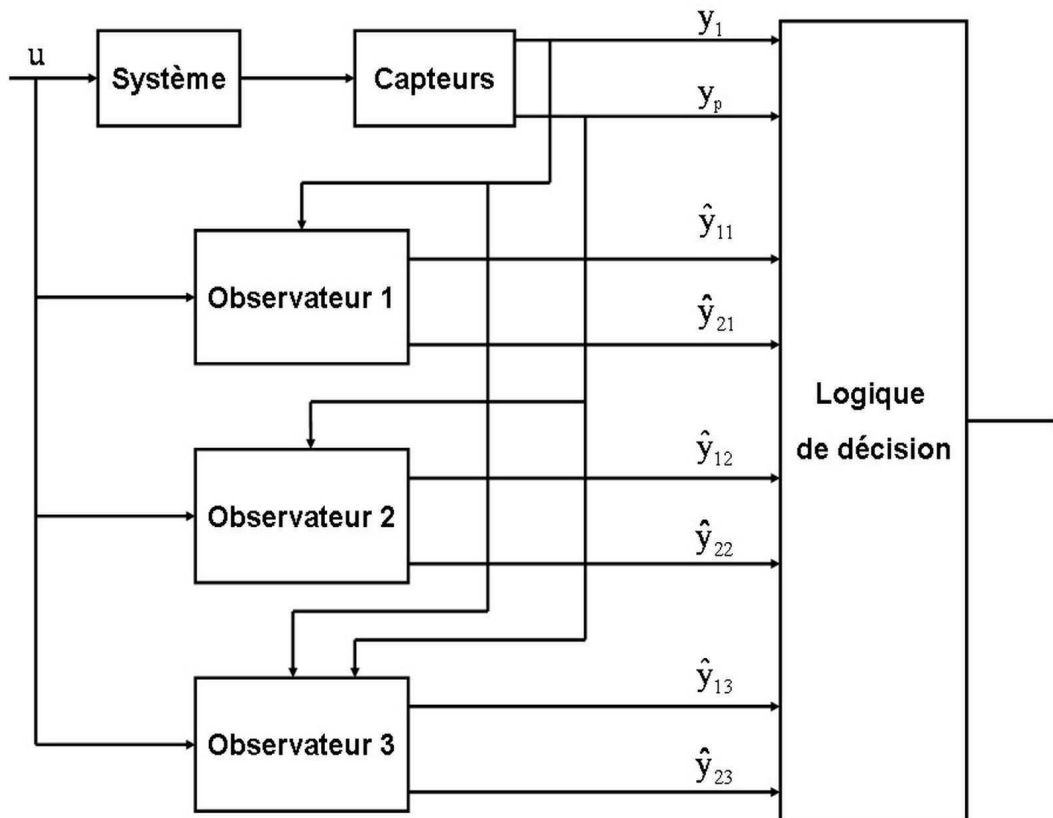


FIG. I.3 – Détection des défauts capteurs par un banc d’observateurs

ment l’état du système en présence d’entrées inconnues [Lyubchik et Kostenko, 1993], [Moreno, 2001]. Edwards et Spurgeon ont proposé deux méthodes pour détecter et estimer les défauts actionneurs en s’appuyant sur des observateurs à mode glissant, [Edwards et Spurgeon, 2000]. Dans [Liu et Peng, 2002] un algorithme d’estimation des entrées inconnues basé sur l’inverse de la dynamique du système est proposé. Dans le cas des multi-modèles, des multi-observateurs à entrées inconnues et leur applications pour le diagnostic de défauts ont été étudiés dans [Akhenak, 2004], [Akhenak et al., 2007], [Chadli et al., 2008a]. Une des structures de banc d’observateurs à entrées inconnues est représentée par la (figure I.4). Pour d’autres structure de bancs d’observateurs voir par exemple [Ragot et Maquin, 2000].

### I.3.3 Isolation des défauts

La détection de défauts est souvent suivie d’une procédure d’isolation de défauts, qui sert à distinguer (isoler) un défaut particulier. Un seul résidu peut suffire pour détecter les défauts, cependant plusieurs résidus (ou un vecteur de résidus) sont souvent requis pour l’isolation de défauts.

De façon générale, un ensemble de résidus  $r_i(\cdot)$  qui dépendent *a priori* de tous les défauts

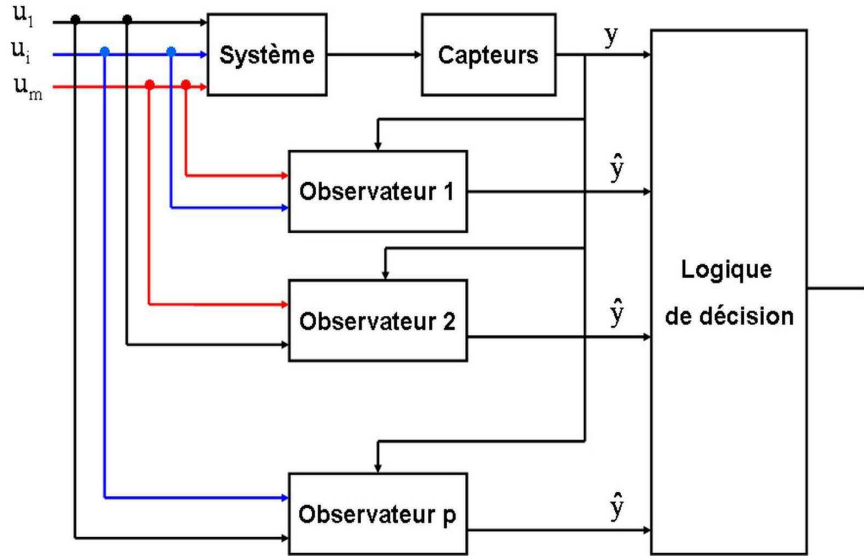


FIG. I.4 – Détection des défauts actionneurs par un banc d'observateurs à entrées inconnues

est construit en premier lieu. Ces résidus sont appelés résidus de base. Ensuite, des résidus plus « évolués » sont formés en rendant les résidus de base insensibles à certains défauts. On obtient ainsi deux types de résidus [Patton, 1994] [Patton *et al.*, 1989] : des résidus directionnels [Chen *et al.*, 1995] et des résidus structurés [Patton, 1994], [Chen *et al.*, 1995].

**Résidus directionnels** : Plus généralement, pour isoler les défauts, il est possible de concevoir pour chaque défaut particulier des résidus directionnels qui restent dans une direction spécifique de l'espace des résidus.

Le vecteur de résidus directionnels  $\vec{r}(k)$ , en réponse à un défaut  $d_i(\cdot)$ , s'explique sous la forme :

$$\vec{r}(k | d_i) = \alpha_i(k) \vec{l}_i, \quad i = \{1, \dots, m\} \quad (\text{I.4})$$

où  $\vec{l}_i$  est un vecteur constant appelé signature directionnelle du défaut  $i$  dans l'espace des résidus et  $\alpha_i$  est une fonction scalaire qui dépend de l'amplitude et de la dynamique du défaut.

Avec les résidus directionnels, le problème de l'isolation de défauts est de déterminer la signature directionnelle théorique la plus proche de la signature directionnelle obtenue par le calcul du vecteur des résidus [Beard, 1971], [Jones, 1973]. Plus précisément, le résidu d'un filtre de détection de défauts est fixé selon une direction prédéterminée pour un défaut actionneur ou reste dans un espace spécifique pour un défaut capteur. Puisque l'information importante requise pour isoler les défauts est comprise dans la direction du résidu plutôt que dans sa variation temporelle. Le problème de l'isolation de défauts se



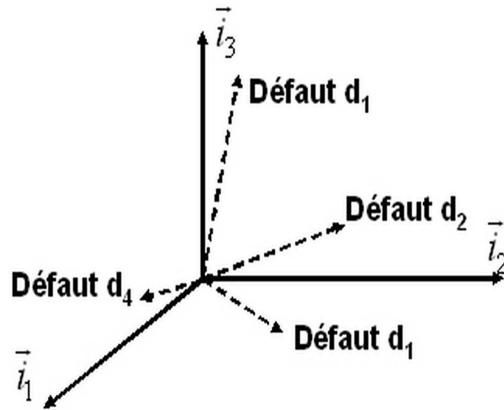


FIG. I.5 – Résidus directionnels

ramène à comparer la direction de résidus avec les directions de défauts prédéfinis.

La figure I.6 illustre ce problème d'isolation de défauts. Les trois vecteurs en pointillé représentent les signatures directionnelles théoriques prédéfinies. Les vecteurs en trait plein représentent des signatures réelles du résidu à des instants différents. La signature réelle  $r_1$  est très proche de la signature théorique du défaut 3. Il est donc probable que ce défaut soit présent sur le système à l'instant auquel  $r_1$  a été calculé. Par contre, le résidu  $r_2$  est plus difficile à évaluer car il est aussi proche de  $\vec{l}_1$  que de  $\vec{l}_2$ .

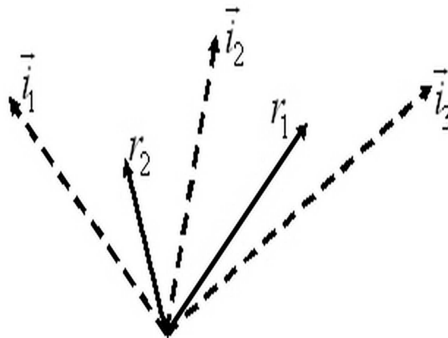


FIG. I.6 – Résidus directionnels

**Résidus structurés** : Une autre approche pour isoler les défauts est de concevoir un ensemble de résidus structurés : chaque résidu étant conçu pour être sensible à un sous ensemble de défauts mais reste insensible aux autres. Une telle conception consiste en deux étapes : la première est de spécifier la relation de sensibilité et d'insensibilité entre résidus et défauts d'après la tâche d'isolation désirée, et la seconde est de concevoir un ensemble de générateurs de résidus selon cette relation de sensibilité et d'insensibilité. L'avantage est que l'analyse du diagnostic revient simplement à déterminer lesquels de ces résidus sont non nuls.

## I.4 Classification des approches FTC

L'objectif d'une commande tolérante aux défauts consiste à déterminer une stratégie de commande qui possède la propriété de limiter, voir d'annuler, les effets d'un défaut sur les performances du système. En présence d'un défaut de faible gravité, une simple commande robuste peut suffire à maintenir les performances nominales : on parle alors d'accommodation passive du défaut. En revanche, en présence de défauts critiques, un bloc de détection et de localisation du défaut est nécessaire afin de mettre en œuvre une stratégie active de tolérance aux défauts. On distingue alors l'accommodation, la reconfiguration et la restructuration suivant la qualité des performances après défaut. La classification précédente est résumée dans la figure I.7.

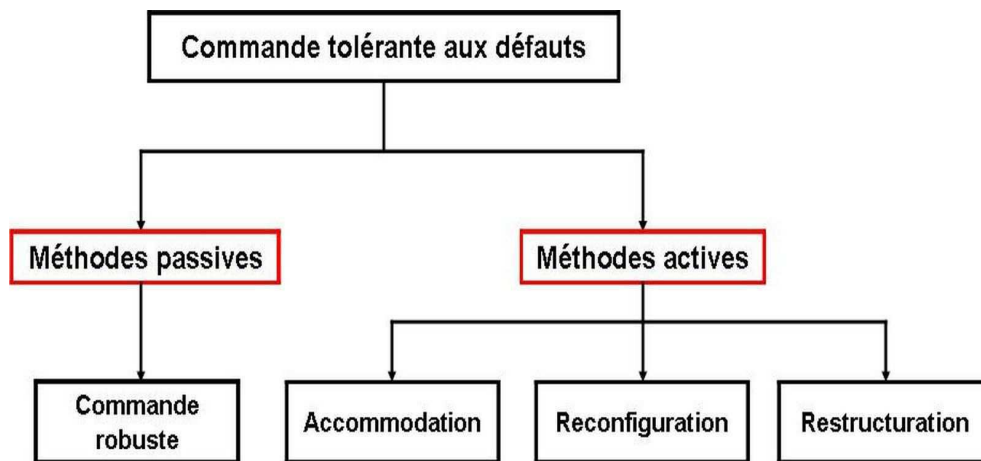


FIG. I.7 – Classification des commandes tolérantes aux défauts

### I.4.1 Approche passive

Dans l'approche passive, les techniques de contrôle robuste sont utilisées de manière à ce que le système en boucle fermée reste insensible à un ensemble connu de défauts avec des régulateurs constants et sans utilisation d'information en ligne des défauts sur le système sont utilisées [Chen et Patton, 2001, Niemann et Stoustrup, 2003]. Les défauts sont alors pris en compte dans la conception du système de commande. La méthode est basée sur l'idée simple que les défauts représentent des perturbations que la loi de commande doit prendre en considération dès sa conception initiale. Elle utilise les techniques de commande robuste par rapport aux incertitudes paramétriques et perturbations extérieures (commande  $H_\infty$ , commande à mode glissant ...). Pour une vue globale des méthodes des commandes robustes, le lecteur pourra se référer à [Zhou et Doyle, 1998].

Ce type d'approche n'a besoin ni d'un module de diagnostic pour détecter la présence des défauts ni d'un bloc de reconfiguration de la loi de commande et/ou des paramètres du système.

## I.4.2 Approche active

A la différence de l'approche passive, l'approche active réagit "activement" sur les défauts en reconfigurant en ligne la loi de commande de manière à maintenir la stabilité et les performances nominales du système [Patton, 1997], [Blanke *et al.*, 2003], [Kanev, 2004], [Weng *et al.*, 2006]. Cette approche permet alors de traiter des défauts imprévus mais nécessite une méthode efficace de détection et d'isolation des défauts permettant de fournir de manière aussi précise que possible une information sur les défauts éventuels (l'instant d'apparition, le type et l'amplitude du défaut).

L'architecture générale d'une commande FTC active est décrite dans la figure I.8, les deux blocs FDI (et FTC, constituent les deux étapes importantes de la commande.

1. le bloc "FDI" utilise l'entrée et les sorties mesurées du système. Sa fonction principale est de détecter et d'estimer le défaut ainsi que les variables d'état du système en ligne. Une fois que le défaut est apparu, le bloc "FDI" fournit en ligne les informations concernant le défaut et l'état du système au bloc "FTC". Ce schéma de FDI doit permettre de prendre en compte les différents types de défauts intervenant sur le système et d'assurer la fiabilité de ses informations pour activer le mécanisme de reconfiguration en un temps minimal.
2. le bloc "FTC" se base sur les informations délivrées par le bloc "FDI". En fonction du mécanisme utilisé et du type du défaut survenu, il accommode ou reconfigure en ligne la loi de commande afin de maintenir la stabilité, la dynamique du système ainsi que ses performances initiales.

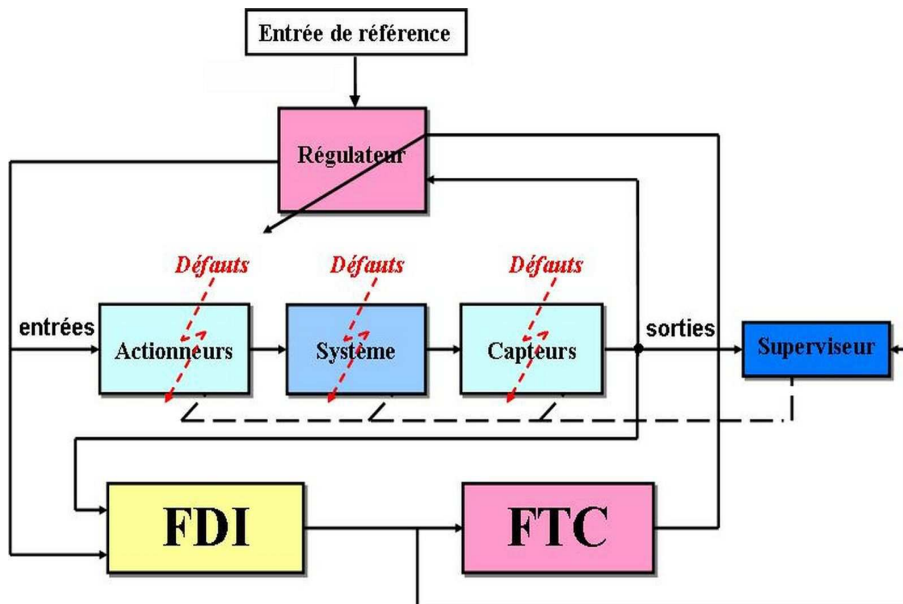


FIG. I.8 – Principe de la commande tolérante aux défauts

La figure I.8 montre que la commande FTC active contient un superviseur. Son principe est le suivant : sans défaut, la commande nominale qui a été déterminée au préalable

pour le système "parfait" rejette les perturbations et assure la stabilité du système en boucle fermée. Dans ce cas le bloc "FDI" ne détecte aucun défaut et la loi de commande ne subit aucun changement. Si un défaut se produit, le bloc "FDI" le détecte, l'isole et l'identifie. Ensuite le bloc "FTC" conçoit une nouvelle loi de commande capable de stabiliser le système défectueux.

Généralement, on distingue trois classes différentes. La première est l'accommodation des défauts. Dans ce cas, seuls les défauts de faibles amplitudes sont pris en compte. La nouvelle loi de commande est générée par l'adaptation en ligne des paramètres du régulateur et les entrées/sorties entre la loi de commande. Le système à contrôler restent inchangées [Blanke *et al.*, 2003]. La deuxième classe est la reconfiguration du système, elle est utilisée dans le cas où les parties défaillantes ne peuvent pas être accommodées [Gao et Antsaklis, 1992], [Zhang et Jiang, 1999a], [Kanev et Verhaegen, 2002], [Blanke *et al.*, 2003], [Boskovic et Mehra, 2003]. Elle est caractérisée par la modification de la structure du système de façon à compenser le défaut. La troisième classe est la restructuration, il s'agit de synthétiser une nouvelle loi de commande en modifiant la structure et les paramètres de cette dernière (voir par exemple [Staroswiecki et Gehin, 2001]). Elle est utilisée dans le cas où le problème de commande n'a pas de solution avec l'accommodation et la reconfiguration.

Le grand inconvénient de l'approche active est la limitation du temps disponible pour recalculer la nouvelle loi de commande à chaque instant de détection d'un défaut.

Par la suite, quelques stratégies de commande FTC active sont proposées. Nous distinguons entre les méthodes destinées aux systèmes linéaires et les méthodes destinées aux systèmes non linéaires. Nous ne prétendons pas recouvrir toutes les approches existantes dans la littérature. Le lecteur intéressé pourra se référer aux différents travaux cités.

#### I.4.2.1 FTC active pour les systèmes linéaires

Dans le cas des systèmes linéaires, parmi les méthodes de FTC active les plus connues, nous pouvons citer :

- **méthode de pseudo inverse**

La méthode du pseudo inverse a été largement traitée par de nombreux chercheurs ces dernières années [Huang et Stengel, 1990], [Blanke *et al.*, 2003], [Staroswiecki, 2005]. Elle est utilisée dans le cas des systèmes linéaires et se base sur la minimisation de la norme de la distance entre le modèle en boucle fermée du système défectueux et le modèle de référence. Son principe est décrit ci-dessous.

Dans le cas nominal, le système est décrit par une représentation d'état de la forme :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (\text{I.5})$$

avec  $A \in \mathfrak{R}^{n \times n}$ ,  $B \in \mathfrak{R}^{n \times m}$  et  $C \in \mathfrak{R}^{q \times n}$  représentent les matrices du système dans le cas nominal.

Afin d'obtenir des performances spécifiques, on considère que le système est commandé par un contrôleur par retour d'état  $u(t) = Kx(t)$ ,  $K \in \mathfrak{R}^{m \times n}$ . Le système en boucle fermée est :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = (A + BK)x(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (\text{I.6})$$

L'apparition d'un défaut, qui peut être un défaut sur le système, un défaut capteur ou un défaut actionneur, conduit à une modification du modèle décrit maintenant par

$$\begin{cases} \dot{x}_f(t) = A_f x_f(t) + B_f u_f(t) \\ y_f(t) = C_f x_f(t) \end{cases} \quad (\text{I.7})$$

où  $A_f \in \mathfrak{R}^{n \times n}$ ,  $B_f \in \mathfrak{R}^{n \times m}$ ,  $C_f \in \mathfrak{R}^{q \times n}$  et l'indice  $f$  indique la situation en défaut du système.

Cette méthode consiste à déterminer une nouvelle matrice de gain  $K_f$  de telle sorte que la dynamique du système défaillant en boucle fermée soit approximativement égale à celle du système nominal.

$$u_f = K_f x_f \quad (\text{I.8})$$

$$A + BK = A_f + B_f K_f \quad (\text{I.9})$$

Une approximation au sens des moindres carrés est donnée par :

$$K_f = B_f^+(A + BK - A_f) \quad (\text{I.10})$$

où  $B_f^+$  est la matrice pseudo-inverse de la matrice  $B_f$ . Cette approche a l'avantage d'être simple et facile à implémenter en ligne car les changements sur le système causés par un défaut sont calculés directement par (I.10). Le principal inconvénient relatif à cette méthode réside dans la non garantie de la stabilité du système en boucle fermée. Afin de remédier à ce problème, une méthode de pseudo-inverse modifiée a été proposée dans [Gao et Antsaklis, 1992], [Staroswiecki, 2005]. La méthode introduit une contrainte supplémentaire de tel sorte que le système en boucle fermée soit stable. Malheureusement cette contrainte supplémentaire augmente considérablement le temps de calcul. Un compromis doit alors être trouvé entre la stabilité et les performances du système reconfiguré.

Un autre inconvénient majeur de cette méthode est la nécessité de connaître le modèle mathématique du système défaillant  $(A_f, B_f, C_f)$  pour calculer le nouveau gain  $K_f$ .

• **méthode par placement de structure propre**

La méthode par placement de structure propre pour la reconfiguration de lois de commande est une approche plus intuitive que l'approche par pseudo inverse. Elle vise à faire coïncider les structures propres (c.à.d les valeurs propres et les vecteurs propres) des matrices des systèmes nominaux et en défaut en boucle fermée. L'idée principale est d'assigner exactement les plus importantes valeurs propres de ces matrices, et au même temps de minimiser la différence entre les différents vecteurs propres correspondants. Cette méthode a été développée aussi bien avec une loi de commande par retour d'état [Zhang et Jiang, 1999a], [Zhang et Jiang, 2000] qu'avec une loi de commande par retour de sortie [Konstantopoulos et Antsaklis, 1996]. Plus précisément, dans le cas de retour d'état  $u(t) = Kx(t)$ , si  $\lambda_i, i = 1, 2, \dots, n$  sont les valeurs propres de la matrice d'état du système en boucle fermée  $A + BK$  et si  $v_i$  sont leurs vecteurs propres correspondants, la méthode par placement de structure propre consiste à calculer le nouveau gain  $K_f$  de retour d'état pour le modèle en défaut (I.7), solution du problème d'optimisation suivant [Zhang et Jiang, 1999a] :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Trouver } K_r \\ \text{tel que } (A_f + B_f K_f)v_i^f = \lambda_i v_i^f, i = 1, 2, \dots, n \\ \text{et } v_i^f = \arg \min_{v_i^f} \|v_i - v_i^f\|_{W_i}^2 \end{array} \right. \quad (\text{I.11})$$

où  $\|v_i - v_i^f\|_{W_i}^2 = (v_i - v_i^f)^T W_i (v_i - v_i^f)$  et  $W_i$  est une matrice de pondération définie positive servant de degré de liberté supplémentaire. En d'autres termes, le nouveau gain  $K_f$  est synthétisé de manière à ce que les pôles du système en boucle fermée coïncident avec les pôles du système nominale en boucle fermée de même que les vecteurs propres des matrices d'état doivent être les plus proches possibles. Du fait que les valeurs et les vecteurs propres déterminent la forme de la réponse temporelle du système en boucle fermée, le but est donc de garantir une dynamique du système en boucle fermée la plus proche possible de celle du système nominal. Ainsi la méthode par placement de structure permet de garantir la stabilité du système en boucle fermée. La charge de calcul relative à cette méthode ne semble pas importante dans la mesure où l'expression analytique de la solution de (I.11) est disponible, *i.e.* une optimisation en ligne n'est pas nécessaire [Zhang et Jiang, 1999a]. Cependant, les incertitudes de modèles ainsi que les incertitudes relatives au processus FDI ne sont pas aisément incorporables dans ce problème d'optimisation.

### I.4.2.2 FTC active pour les systèmes non linéaires

Les techniques de FTC active présentées précédemment sont toutes basées sur un modèle linéaire du système à surveiller. Dans le cas d'un modèle non linéaire, de nombreux travaux sur la FTC active existent, nous pouvons citer :

- **méthode basée sur banc de régulateurs**

C'est une approche à accommodation active où seuls les paramètres de la commande sont modifiés suite à l'occurrence d'un défaut. Son principe est basé sur l'idée qu'il existe un banc de régulateurs pré-calculés pour chaque mode de fonctionnement. Elle est connue aussi sous le nom "commande multi-modèle adaptative" (MMAC pour *Multi Model adaptive Control*) où chaque scénario de défaut est décrit par un modèle différent. Ces modèles sont implantés en parallèle, où chacun possède un régulateur propre (figure I.9). Le premier régulateur correspond au fonctionnement nominal du système. Les autres prennent en compte l'apparition d'un défaut particulier entraînant le système en dehors de sa zone de fonctionnement nominal.

La sélection du régulateur associé au mode de fonctionnement actif est effectuée par un superviseur (figure I.9) constitué d'un ensemble d'estimateurs (figure I.10). Chacun de ces derniers reconstruit le vecteur de sortie du système quelque soit son mode de fonctionnement (défectueux ou non). A chaque instant, l'estimateur le plus proche du système actif, est déterminé en calculant les erreurs  $e_j(t)$  entre les sorties estimées  $\hat{Y}_j$  et les mesures  $Y$  à l'instant  $t$ . L'estimateur correspondant à l'erreur minimale est choisi. Le régulateur correspondant est ensuite appliqué au système en utilisant une logique de commutation avec une période d'attente  $T_{min} > 0$  imposée pour prévenir des commutations trop rapides.

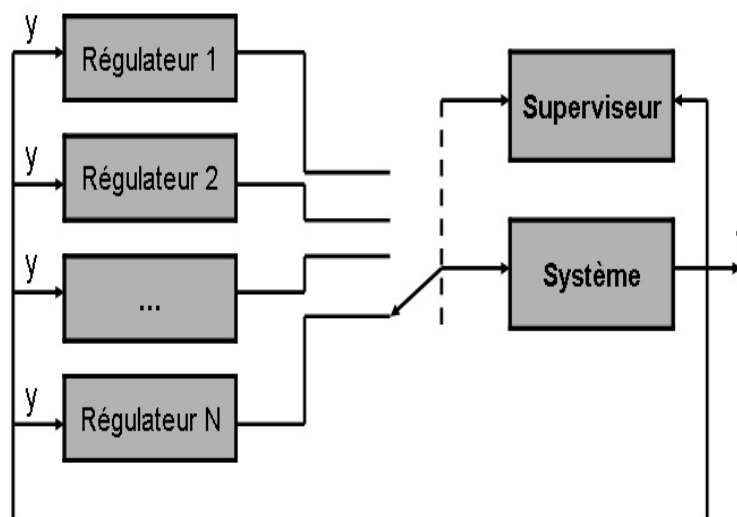


FIG. I.9 – Principe de la commande basée sur un banc de régulateurs

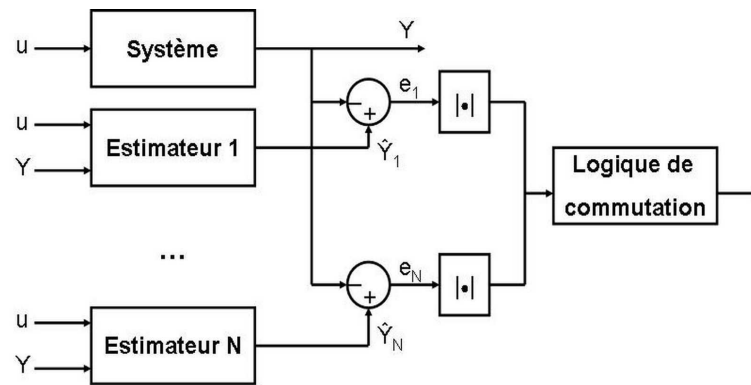


FIG. I.10 – Logic de fonctionnement du superviseur

Plusieurs études ont utilisé ce type d'approche. Nous pouvons citer par exemple les travaux de [Maybeck et Pogoda, 1989], [Narendra *et al.*, 1995], [Boskovic et Mehra, 1998] et [Boskovic *et al.*, 2000] pour détecter les défauts capteurs et actionneurs et reconfigurer la commande dans le domaine de l'aviation.

Pour des systèmes avec relativement peu de modes de défaillances ou des modèles parfaitement connus, la commutation de modèles multiples possède l'avantage d'être très rapide et stable. Des travaux récents ont étendu les résultats de la commande MMAC du cadre linéaire vers le non linéaire [Narendra *et al.*, 2003]. Cependant, les défauts non répertoriés peuvent toujours apparaître constituant ainsi la principale limitation de ces méthodes. L'explosion du nombre de modèles avec le nombre de défauts simultanés considérés représente également une autre limitation.

L'inconvénient de cette méthode est le calcul a priori des gains des régulateurs correspondant à chaque situation du système. Pour faire face à ce problème, une méthode fondée sur le principe d'interaction de modèles multiples (IMM pour Interacting Multiple Model) a été développée pour des défauts de type capteur et actionneur [Zhang et Jiang, 1999b], [Yang *et al.*, 2000]. Cette technique est basée sur la représentation du système en défaut par une combinaison convexe de modèles pré-définis à travers des fonctions de pondérations. Dans cette approche, le problème de détection de défauts consiste à identifier en ligne les fonctions de pondérations. Plusieurs méthodes d'identification ont été utilisées pour effectuer cette tâche, les deux principales sont : la méthode basée sur l'utilisation d'un filtre de Kalman [Maybeck, 1999], [Zhang et Jiang, 1999b] et celle basée sur la minimisation de l'erreur de sortie [Kanev *et al.*, 2001].

L'approche par interaction de modèles multiples possède des capacités attractives vis-à-vis du traitement du cas multi-défauts et cela en combinant (de façon convexe) les différents modèles mono-défaut. Cependant, le calcul en ligne des fonctions de pondérations conduit à une perte de vitesse de convergence propre à la méthode MMAC.

- Réseaux de neurones



Les stratégies d'accommodation aux défauts fondées sur les techniques d'apprentissage par réseaux de neurones, ont aussi reçu une grande attention de la part de la communauté s'intéressant à la commande tolérante aux défauts (voir par exemple [Farrell *et al.*, 1993], [Napolitano *et al.*, 1999]).

Dans [Polycarpou et Helmicki, 1995], [Polycarpou, 2001] une approche permettant d'estimer le défaut en ligne à l'aide de réseaux de neurones a été utilisée. Cette estimation sert à la fois au diagnostic et à l'accommodation aux défauts. Une procédure systématique pour la mise en œuvre d'un algorithme d'estimation non linéaire a été développée. Un schéma d'apprentissage a été également proposé en utilisant la théorie de Lyapunov. Cette approche est valable pour une classe particulière de systèmes multivariables non linéaires soumis à des défauts abrupts uniquement. Elle requiert également que tous les états du système soient mesurés. Les auteurs utilisant ces techniques soulignent cependant les difficultés de mise en œuvre de ces dernières à cause des capacités de calcul nécessaires et du manque d'outils de validation des algorithmes d'estimation et de commande par réseaux de neurones.

### • Logique floue

La théorie de la logique floue a également été utilisée pour concevoir des techniques d'accommodation aux défauts dans le cadre de systèmes non linéaires. Le schéma d'accommodation est basé sur une commande floue adaptative permettant l'apprentissage en ligne de nouvelles dynamiques inconnues causées par l'apparition des défauts [Yixin et Passino, 2001]. Cette approche a pour mérite de traiter des systèmes non linéaires et inclue les représentations multi-modèles où des fonctions d'interpolation qui sont synthétisées de telle manière que la dynamique du modèle représente au mieux la dynamique du système.

Les méthodes d'accommodation aux défauts basées sur la logique floue ont été appliquées à de nombreux systèmes non linéaires, comme par exemple, une chaudière à gaz [Aubrun *et al.*, 1993], un système d'air conditionné [Liu et Dexter, 2001], un moteur [Lopez *et al.*, 2000], un avion [Schram et Verbruggen, 1998] et une centrale nucléaire [Eryurek et Upadhyaya, 1995]. Dans [Lopez-Toribio *et al.*, 1999], les modèles flous de types Takagi-Sugeno ont été utilisés en FTC à l'aide d'observateurs et de régulateurs Takagi-Sugeno.

### • Approches basées sur la modélisation LPV

Une autre approche pour synthétiser une loi de commande FTC active pour les systèmes LPV (Linéaire à Paramètres Variants en utilisant des méthodes d'optimisation LMI a été également étudiée. Elle a fait l'objet de nombreux travaux ces dernières années, ([Bennani *et al.*, 1999], [Chen et Patton, 2001], [Ganguli *et al.*, 2002], [Gaspar *et al.*, 2005], [Gaspar et Bokor, 2006], [Weng *et al.*, 2006]). L'idée consiste à synthétiser un régulateur LPV  $K(\hat{\theta}_f)$  garantissant la stabilité et les performances d'un système représenté par un modèle LPV noté  $P(\theta_f)$  où  $\theta_f \in \mathfrak{R}^{q\theta}$  représente un vecteur de paramètres susceptible de

varier avec le temps  $\forall \theta_f \in \Theta$ ,  $\Theta$  représente le domaine de variation de  $\theta_f$  et  $\hat{\theta}_f$  est un vecteur de paramètre estimé. L'idée est illustrée dans la figure I.11. Par exemple, dans [Ganguli *et al.*, 2002], la synthèse de commande FTC active par reconfiguration pour un avion Boeing 747-100/200 en utilisant l'approche LPV en présence de défauts actionneurs a été présentée alors que dans [Weng *et al.*, 2006] une loi de commande FTC active sur un pendule inversé a été appliquée.

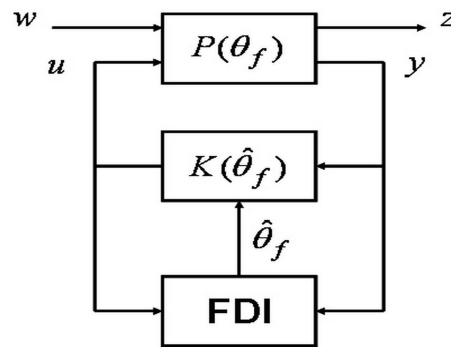


FIG. I.11 – Loi de commande tolérante aux fautes pour un système LPV

$w$  représente le vecteur de perturbations exogènes et  $z$  le vecteur de signaux à "surveiller".  $u$  et  $y$  correspondent respectivement aux signaux de commande et de mesure.

## I.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons exposé différents travaux de recherche effectués dans le domaine de la commande tolérante aux défauts (FTC). Nous avons présenté différentes méthodes de génération des résidus utilisées pour la détection et l'isolation des défauts qui peuvent apparaître dans un procédé industriel.

Nous nous sommes intéressés par la suite à la commande FTC passive et active. Des méthodes FTC destinées aux systèmes linéaires et ensuite les principales approches actives pour les systèmes non linéaires ont été abordées.

Il a été montré que l'accommodation des défauts se fait soit en sélectionnant des lois de commande pré-calculées ou en synthétisant une nouvelle loi de commande en ligne. Les deux approches requièrent l'utilisation d'un algorithme de détection et d'identification de défauts (FDI) afin d'identifier les changements induits par les différents défauts et de reconfigurer la loi de commande en ligne. La synthèse de cette classe de systèmes nécessite donc la cohabitation de différentes tâches, à savoir : la détection de défauts en ligne, la prise de décision en temps réel et la reconfiguration de la loi de commande. Ces techniques feront l'objet de la partie II de ce manuscrit où elles sont appliquées à la dynamique d'un véhicule automobile.



## Chapitre II

# Modélisation d'un véhicule automobile, aspects généraux

## II.1 Introduction

L'objectif de cette thèse étant d'élaborer des stratégies de commande tolérante aux défauts capables de maintenir le bon comportement latéral et longitudinal du véhicule automobile en présence de certains types de défauts capteurs. Cela requiert la connaissance d'un modèle mathématique représentant la dynamique du système étudié. Dans ce chapitre, nous présentons une étude bibliographique du comportement des principales dynamiques qui existent dans un véhicule automobile. Elles seront ensuite utilisées dans la deuxième partie pour la synthèse des lois de commande tolérantes aux défauts.

Depuis quelques années, la recherche dans le domaine des transports routiers et notamment l'automobile fait l'objet d'une attention particulière et intéresse de plus en plus de chercheurs et d'industriels [Moreau *et al.*, 1998], [Ackermann, 1998], [Basset *et al.*, 1999], [Hadri, 2001], [Ciocan, 2005], [Venture, 2003], [Imine, 2003], [Stephant, 2004], [Mammar *et al.*, 2004], [Lin *et al.*, 2004], [Shraim, 2007], [Oudghiri *et al.*, 2007e], [Oudghiri *et al.*, 2008c]. Plusieurs programmes de recherche ont été lancés au niveau national comme au niveau international. Leurs objectifs consistent à développer des nouveaux systèmes d'aide à la conduite et à garantir au conducteur et aux passagers la plus grande sécurité et le plus de confort possible.

Le véhicule routier proprement dit est un système mécanique très complexe qui présente des caractéristiques fortement non linéaires. Des organes de liaison entre la masse suspendue du véhicule et les essieux, tels que les ressorts ou les amortisseurs, sont à l'origine de ces non linéarités. Son comportement dynamique est en fait une réponse à des excitations de différentes natures (figure II.1) parmi lesquelles nous pouvons citer les commandes de l'Entité en Charge de la Conduite (ECC), les effets de l'aérodynamique, des perturbations, l'interaction pneumatique/chaussée et les manoeuvres du conducteur qui se traduisent par des actions d'accélération, de freinage ou de braquage des roues. Les efforts générés par ces actions se manifestent autour des trois axes orthogonaux  $Gx$ ,  $Gy$ ,  $Gz$  (figure II.2) du repère du véhicule. Ainsi en fonction de la direction de ces efforts, des déplacements du véhicule sont possibles le long de ces axes. Les moments de ces efforts produisent respectivement autour de ces axes les mouvements de roulis, tangage et lacet. A ces actions peuvent aussi correspondre des mouvements de débattement des suspensions.

La modélisation des véhicules routiers pour le contrôle automatique a été largement étudiée (voir par exemple [Pham, 1991], [Gillespie, 1992], [Debay, 1996], [Kiencke et Nielsen, 2000], [Ackermann *et al.*, 2002], [Kiencke et Nielsen, 2005]). Généralement, elle comprend la modélisation de plusieurs éléments (châssis, trains roulants, suspension, direction, moteur, . . .) avec la prise en compte de l'influence des forces du contact pneu/sol. La modélisation de l'ensemble de ces éléments est assez complexe pour exprimer le comportement d'un véhicule par des équations dynamiques. De plus la cinématique de certains éléments, en l'occurrence la suspension, peut influencer beaucoup cette dynamique. Pour plus de simplicité, la modélisation peut être réduite pour cibler une application bien définie. Souvent dans la littérature, le comportement d'un véhicule est décrit en deux parties : un mode latéral qui tient compte des mouvements transversaux du véhicule sur la chaussée et un

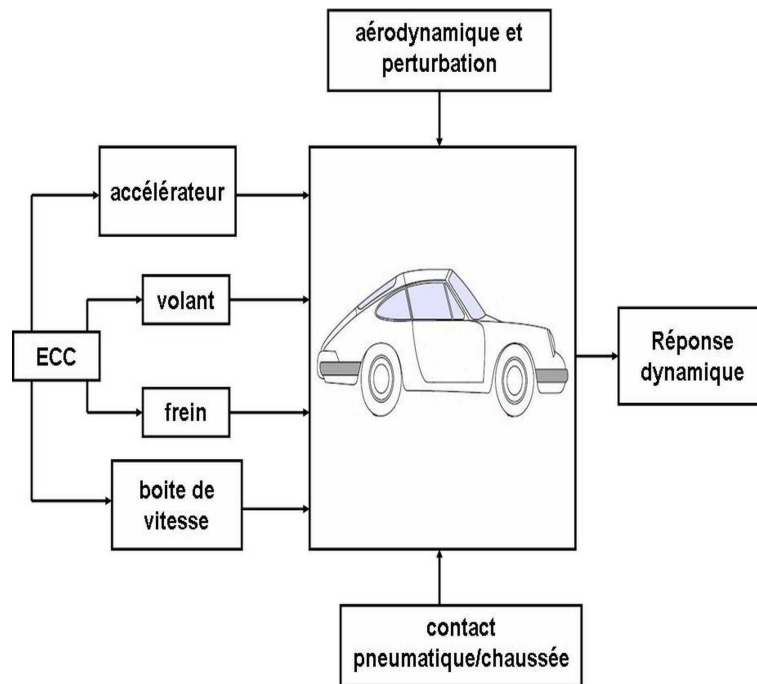


FIG. II.1 – Le système véhicule

mode longitudinal gérant la dynamique du véhicule relative au régime moteur (accélération et freinage).

Dans ce chapitre, nous présentons quelques éléments nécessaires à la modélisation d'un véhicule automobile. Nous commençons tout d'abord par montrer les différents mouvements ainsi que les principaux éléments qui la constitue. Ensuite, un véhicule complet est modélisé sous certaines hypothèses simplificatrices. Le modèle non linéaire d'un demi véhicule automobile pour l'étude du comportement latéral est présenté. Ensuite, la modélisation d'un quart de véhicule pour l'étude du freinage est donnée. Enfin, nous discuterons les modèles de forces de contact pneu/chaussée.

## II.2 Les différents mouvements du véhicule

Le véhicule automobile représenté sur la figure II.2 est un système complexe possédant six degrés de liberté constitués par un ensemble de rotations et de translations de la caisse qui est considérée comme une masse suspendue. Le système d'axes par rapport auquel sont définis les différents mouvements du véhicule est le repère orthonormé direct  $R(G, x, y, z)$  de la figure II.2. L'origine de ce repère est pris au centre de gravité du véhicule. La translation sur l'axe  $Gx$  caractérise le déplacement longitudinal  $x$  du véhicule et le déplacement latéral  $y$  se fait selon l'axe  $Gy$ . La translation sur l'axe  $Gz$  permet le mouvement vertical  $z$  de la caisse du véhicule par l'intermédiaire de ses suspensions. Par ailleurs, les mouvements de rotations de la caisse par rapport aux trois axes sont :

- le *roulis* ( $\phi$ ) qui est dû à des oscillations autour de l'axe  $Gx$ , phénomène en particulier ressenti lorsque le véhicule se déplace dans un virage.
- le *tangage* ( $\theta$ ) qui est produit par des mouvements angulaires autour de l'axe  $Gy$ , phénomène qui intervient lors des phases d'accélération et de freinage.
- le *lacet* ( $\psi$ ) qui est le mouvement de rotation autour de l'axe  $Gz$ .

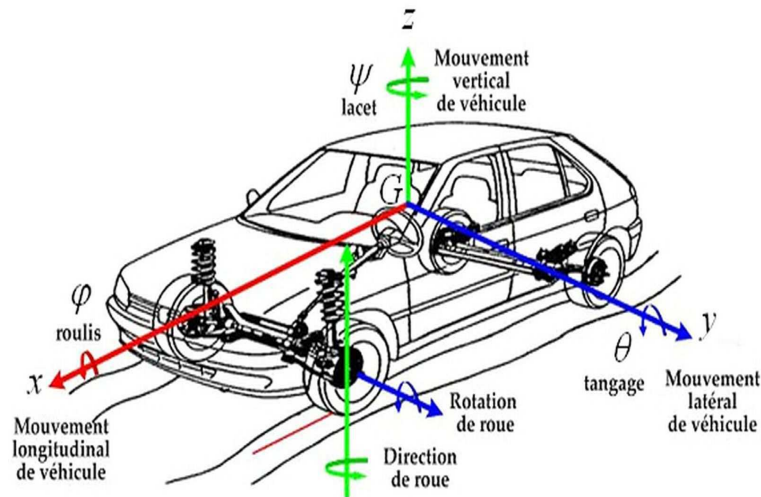


FIG. II.2 – Les différents mouvements du véhicule

Les hypothèses simplificatrices sont de nature variées et interviennent entre autres au niveau des moments d'inertie du véhicule. Du fait de la symétrie du véhicule par rapport à un plan vertical-longitudinal, les moments d'inertie croisés ( $I_{xy}, I_{yx}$ ) sont relativement faibles comparés aux valeurs des moments dans les directions  $y$  et  $z$ .

### II.3 Les différents éléments du véhicule

Le véhicule est une structure mécanique composée de plusieurs éléments. Chaque dispositif a une fonction bien précise qu'il est nécessaire de bien comprendre pour la modélisation. Le moteur et les transmissions assurent la production des efforts de traction ainsi que leur transmission aux roues. Les trains roulants, la suspension et la direction concourent à guider le véhicule, à transmettre les forces motrices et de freinage tout en assurant le confort des passagers. Le châssis est destiné à accueillir les trains roulants. Il permet de supporter et de transmettre la production des efforts de freinage. Dans cette partie nous décrirons le châssis ainsi que l'ensemble des éléments intervenant dans les deux modes longitudinal et latéral et ceux caractérisant la suspension.

- **Le châssis**

Le châssis (ou la caisse) est le corps principal du véhicule. C'est la structure métallique externe. A la fin du montage elle contient l'habitacle, le groupe moteur et le système de

commande du pilote : pédale, volant, levier de vitesse. Cet ensemble constitue la masse suspendue.

Les mouvements du châssis par rapport au sol, dans les trois directions, se caractérisent par trois translations : l'avance suivant l'axe longitudinal  $x$ , le ballant suivant l'axe transversal  $y$  et le pompage suivant l'axe vertical  $z$ , et trois rotations : le roulis  $\varphi$ , le tangage  $\theta$  et le lacet  $\psi$ .

Les paramètres inertiels de la caisse sont généralement représentés par :

- sa masse  $M$
- la position de son centre de gravité  $G$
- les seconds moments d'inertie par rapport à chaque axe  $x, y, z$  :  $I_x, I_y, I_z$
- les produits d'inertie :  $I_{xy}, I_{xz}, I_{yz}$

Les efforts principaux qui agissent sur la caisse sont les charges verticales, qui se transmettent par l'intermédiaire de la liaison au sol (pneumatique, trains, suspensions...). Elles sont quasiment égales à la charge verticale des pneus. Mais les efforts transversaux et longitudinaux venant du contact pneu/sol sont aussi à considérer. Les efforts aérodynamiques s'appliquent aussi sur la caisse et lorsque la vitesse longitudinale du véhicule dépasse  $90\text{km/h}$  il devient indispensable de les prendre en compte. Ils proviennent du déplacement relatif du véhicule par rapport à l'atmosphère et sont donc principalement appliqués dans la direction longitudinale sauf en cas de vent latéral fort. L'influence de la composante verticale de l'effort aérodynamique est aussi importante pour la stabilité du véhicule roulant à grande vitesse.

- **Les éléments pour le contrôle longitudinal**

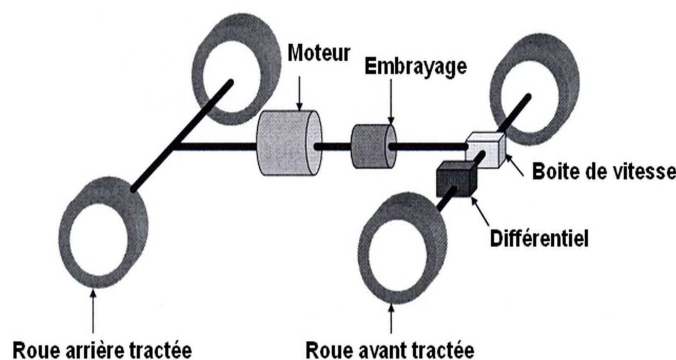


FIG. II.3 – Les organes constitutifs du mode longitudinal

La figure ci-dessus présente une schématisation par bloc des organes principaux du contrôle longitudinal du véhicule. Les sous-systèmes intervenant dans la dynamique longitudinale sont constitués du groupe motorisation, du système de freinage, du groupe embrayage ou convertisseur de couple, de la transmission, des roues et du contact pneu/chaussée.



Cette chaîne moteur permet ainsi au véhicule d'entamer des phases d'accélération, de freinage, des arrêts et des redémarrages.

- **Les éléments pour le contrôle latéral**

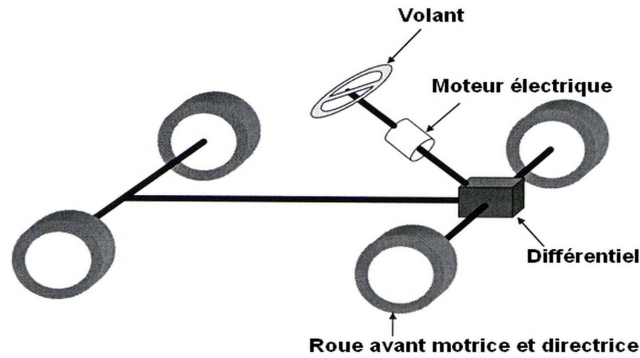


FIG. II.4 – Les organes constitutifs du mode latéral

La dynamique latérale du véhicule est régie par quatre sous-ensembles : le volant, la colonne de direction, les roues directrices et le contact pneu/chaussée comme le montre la figure II.4. Ces éléments permettent au véhicule de se déplacer latéralement par action du conducteur sur le volant, d'évoluer dans un virage et d'effectuer des changements de voie. Le principe du système directeur est de permettre au conducteur de diriger les roues avec précision sans trop d'efforts. Ceci est basé sur une commande par démultiplication et éventuellement assistée. Le rapport de démultiplication est en relation avec le couple nécessaire pour orienter les roues et le couple désiré à appliquer au volant par le conducteur. Le mécanisme de crémaillère est le système le plus répandu pour réaliser cette démultiplication (voir la figure II.5).

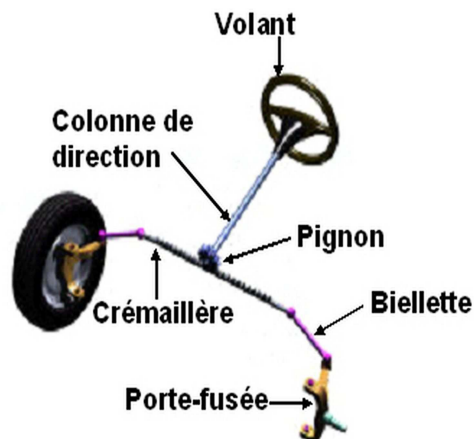


FIG. II.5 – Mécanisme de direction à crémaillère

- **La suspension**

Le mécanisme de suspension est composé des éléments suivants : ressort, amortisseur, barre anti-roulis ainsi que les différents organes géométriques et structurels assurant la liaison verticale entre la roue et le châssis. Les véhicules automobiles sont équipés de ce dispositif avec pour objectif d'isoler la structure principale du véhicule par rapport aux chocs et aux sollicitations générées par les irrégularités de la chaussée. De ce fait la suspension doit agir comme un filtre afin d'éliminer les fréquences de vibrations indésirables pour assurer la bonne tenue de route et le confort des passagers. Quant aux amortisseurs, ils servent à amortir les oscillations, Les mécanismes de suspension les plus répandus. Ils sont conçus pour permettre une configuration à roues indépendantes (exemple de suspension de type McPherson, figure II.6). Toutefois, l'utilisation des barres anti-roulis créent un lien et une interdépendance des roues du même essieu. Cette interdépendance est uniquement dans le sens vertical des roues.



FIG. II.6 – Suspension type McPherson

En générale, trois types de suspension existent : les suspensions passives, les suspensions semi-actives qui utilisent les principes mécaniques classiques et comportent un module qui ajuste l'effort de la suspension en fonction de l'objectif de confort ou de tenue de route. Plus récemment, sont apparus les suspensions actives, entièrement pilotées, qui nécessitent un apport en énergie important, rendant difficile leur implantation sur le véhicule.

Étant donné que l'objectif principal de cette thèse est d'élaborer des lois de commande robustes et tolérantes aux défauts pour les deux dynamiques, latérale et longitudinale, d'un véhicule automobile, l'étude du mouvement vertical n'est pas abordée.

## II.4 Modèle longitudinal et latéral du véhicule automobile

L'objet de cette section est de présenter un modèle décrivant la dynamique d'un véhicule routier avec couplage des deux mouvement latéral et longitudinal. Pour des raisons de simplicité, nous nous limitons à un aspect global du comportement du véhicule.

Pour des aspects plus détaillés, le lecteur peut se référer aux présentations données dans [Chamaillard, 1996], [Hadri, 2001], [Venture, 2003], [Imine, 2003], [Stephant, 2004].

### II.4.1 Paramétrage du modèle

La première étape nécessaire à tout problème de mécanique consiste à mettre en place un paramétrage adapté, c'est-à-dire à introduire des repères liés aux solides et des paramètres à la fois géométriques et cinématiques. Les paramètres géométriques permettent de décrire la géométrie du système en positionnant les uns par rapport aux autres. Les paramètres cinématiques correspondent aux degrés de liberté entre les solides.

Comme le montre la figure II.7, nous pouvons distinguer trois repères. Le premier repère qu'il convient de mettre en place est un repère absolu  $R_a(O_a, x_a, y_a, z_a)$  associé au mouvement du véhicule par rapport au sol, d'origine  $O_a$  qui est la projection du centre d'inertie du châssis sur le sol. Il convient ensuite d'associer un repère lié au véhicule  $R_v(G, x, y, z)$ , orienté de telle façon que l'axe  $\vec{x}$  corresponde à l'axe longitudinal du véhicule. Il est orienté de l'arrière vers l'avant. L'axe  $\vec{z}$  correspond à l'axe vertical du véhicule, il est orienté du bas vers le haut. L'axe  $\vec{y}$  correspond à l'axe transversal du véhicule, il est orienté de façon à ce que le trièdre  $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$  soit direct. L'origine  $G$  du repère véhicule est le centre de gravité du véhicule. Le troisième repère est le repère roue  $R_r(R, x_r, y_r, z_r)$ , il y en a quatre, un par roue ( $i = 1$  à 4). Chaque repère lié au pneumatique a pour origine le point de contact sol-roue. L'axe  $x_{ri}$  est dans le plan de la roue,  $y_{ri}$  est perpendiculaire au plan de la roue et  $z_{ri}$  est normal au plan de la route. Le repère roue est utilisé pour déterminer les efforts pneumatiques. Par ailleurs, la caisse (masse suspendue) effectue des mouvements de roulis ( $\varphi$ ) et de tangage ( $\theta$ ) par rapport à la masse non suspendue (voir figures II.8 et II.9).

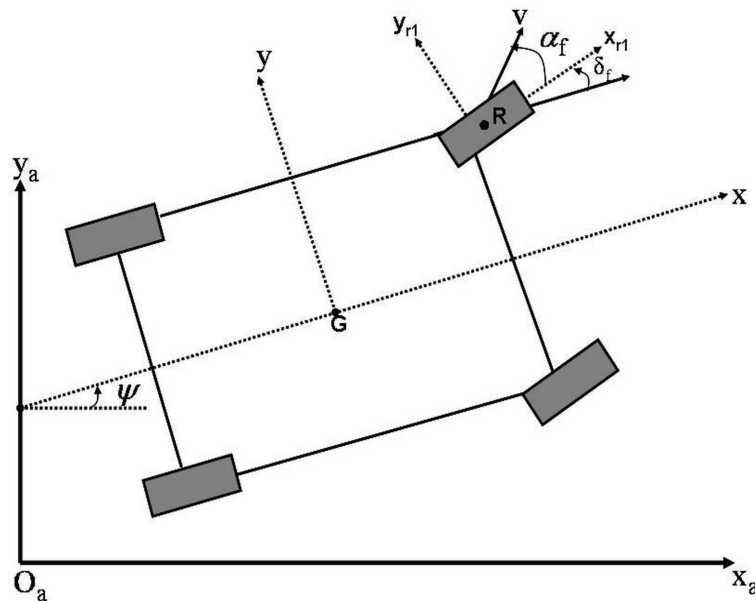


FIG. II.7 – Définition des repères

Un autre repère lié à ce mouvement de la caisse est désigné par  $R_c(O_c, x_c, y_c, z_c)$ . Il est déduit du repère  $R_v$  par deux rotations d'Euler

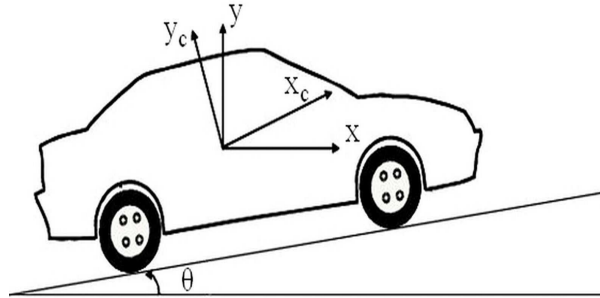


FIG. II.8 – Repère lié à la caisse après un mouvement de tangage

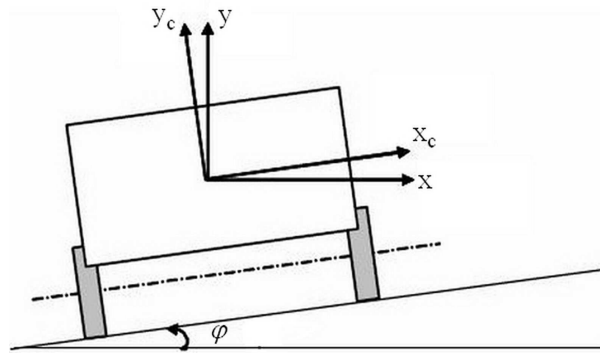


FIG. II.9 – Repère lié à la caisse après un mouvement de roulis

## II.4.2 Modèle du châssis

Un modèle assez complexe de la dynamique du châssis d'un véhicule automobile a huit degrés de liberté peut être considéré. Il englobe les deux dynamiques, latérale et longitudinale. Les degrés de liberté associés à ce modèle sont : les deux vitesses longitudinale et latérale ( $u, v$ ), la vitesse du lacet ( $r$ ), la vitesse du roulis ( $p$ ) et les vitesses de rotation des quatre roues ( $w_{f1}, w_{f2}, w_{r1}, w_{r1}$ ).

Sur le modèle du véhicule de la figure II.10,  $a_f$  et  $a_r$  représentent respectivement la distance entre le centre de gravité et les deux axes avant et arrière.  $2P_f$  et  $2P_r$  ( $f$  pour avant (*front*) et  $r$  pour arrière (*rear*)) désignent respectivement la distance entre les roues avant et arrières.

Pour déterminer les équations du mouvement, il suffit d'écrire le principe fondamental de la dynamique appliqué au point  $G$ , considéré comme un point fixe dans le repère véhicule  $R_v$ . En négligeant le tangage et la suspension, les équations de la dynamique peuvent

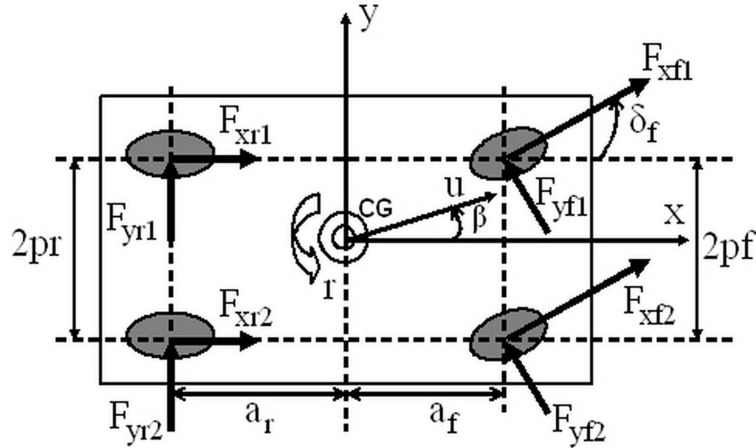


FIG. II.10 – dynamique du châssis du véhicule

s'écrire de la manière suivante :

• Mouvement longitudinal :

$$m(\dot{u} - vr) = (F_{xf1} + F_{xf2})\cos(\delta_f) - (F_{yf1} + F_{yf2})\sin(\delta_f) + (F_{xr1} + F_{xr2}) \quad (\text{II.1})$$

• Mouvement latéral :

$$m(\dot{v} + ur) = (F_{xf1} + F_{xf2})\sin(\delta_f) + (F_{yf1} + F_{yf2})\cos(\delta_f) + (F_{yr1} + F_{yr2}) \quad (\text{II.2})$$

• Mouvement du lacet :

$$I_z \dot{r} = a_f(F_{xf1} + F_{xf2})\sin(\delta_f) + a_f(F_{yf1} + F_{yf2})\cos(\delta_f) - a_r(F_{yr1} + F_{yr2}) \\ + p_f(F_{xf2} - F_{xf1})\cos(\delta_f) + p_r(F_{xr2} - F_{xr1}) \quad (\text{II.3})$$

• Mouvement du roulis :

$$I_{xx} \dot{p} = -m_s e(\dot{v} - ur) + m_s g e \sin\phi + K_\phi \phi - C_\phi p \\ \dot{\phi} = p \quad (\text{II.4})$$

• Mouvement des roues :

$$I_w \dot{\omega}_{f1} = -R_w F_{xf1} + T_{f1} \\ I_w \dot{\omega}_{f2} = -R_w F_{xf2} + T_{f2} \\ I_w \dot{\omega}_{r1} = -R_w F_{xr1} + T_{r1} \\ I_w \dot{\omega}_{r2} = -R_w F_{xr2} + T_{r2} \quad (\text{II.5})$$

où  $T_i$  avec  $i = f_1, f_2, r_1, r_2$  est la différence entre le couple d'accélération ( $Td$ ) et le couple du freinage ( $Tb$ ) appliqué sur la roue  $i$

$$T_i = Td_i - Tb_i$$

Ce type de modèle n'est cependant pas simple à utiliser en pratique. Tout d'abord, il est nécessaire de connaître les couples moteurs et freineurs appliqués à chaque roue. Ensuite, il nécessite la connaissance de la hauteur du centre de gravité et de la position de l'axe de roulis. Ceci n'est pas facile dans la mesure où le cas de charge du véhicule est un problème difficile. En effet, suivant la répartition des masses à l'intérieur du véhicule, toutes les dynamiques seront influencées, notamment celle du roulis.

## II.5 Modèle dérive-lacet (bicyclette)

La dynamique latérale du véhicule est étudiée depuis les années 50. Segel a développé en 1956 un modèle à trois degrés de liberté pour décrire les mouvements latéraux de dérive et du lacet [segel, 1956]. La plupart des travaux précédents sur la dynamique latérale du véhicule ont utilisé le modèle 'bicyclette' qui ne prend en compte que les vitesses latérale et du lacet [Tan et Tomizuka, 1990], [Mammar et Koenig, 2002], [Hsiao et Tomizuka, 2004], [Edwards *et al.*, 2005], [J.Wu *et al.*, 2007]. Comme son nom l'indique, le modèle ne comporte que deux roues (figure II.11). Le nombre de degrés de liberté considérés peut être différent selon l'application.

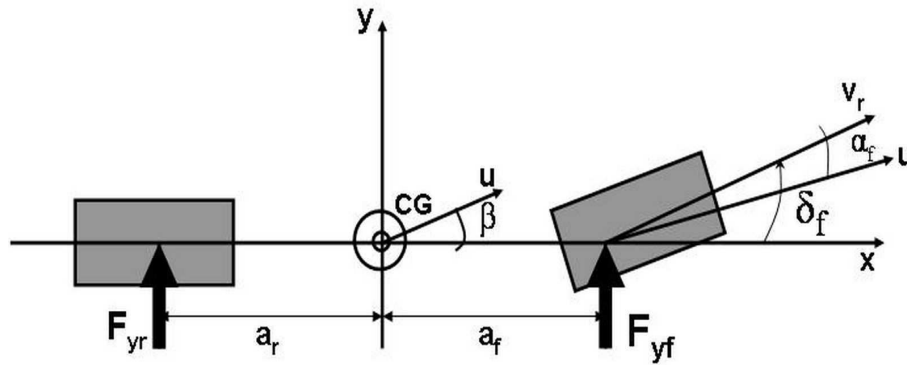


FIG. II.11 – Modèle bicyclette

### Structure et Hypothèses de modélisation

La modélisation nominale du comportement dynamique du véhicule doit prendre en compte la géométrie, la cinématique et la dynamique des liaisons. Pour cela, nous admettons un certain nombre d'hypothèses pour réduire la complexité tout en garantissant un certain degré de réalisme et d'efficacité de la modélisation.

- La vitesse longitudinale est constante ( $\dot{x}(t) = u = cst$ ).
- Pas de mouvement de roulis, ni de tangage.
- L'angle de braquage ( $\delta_f$ ) est faible.
- L'angle du lacet entre le véhicule et la chaussée est faible.

Les hypothèses ci dessus nous permettent d'effectuer les simplifications suivantes :

$$\cos(\delta_f) = 1, \sin(\delta_f) = 0, \dot{p} = 0, \quad (\text{II.6})$$

$$F_{xf1} = F_{xf2} = F_{xf}, F_{xr1} = F_{xr2} = F_{xr}, \quad (\text{II.7})$$

$$F_{yf1} = F_{yf2} = F_{yf}, F_{yr1} = F_{yr2} = F_{yr}. \quad (\text{II.8})$$

Des deux équations (II.2) et (II.3), on déduit les équations simplifiées de la dynamique

latérale suivantes :

- Équation du mouvement latéral

$$m(\dot{v} + ur) = (F_{yf1} + F_{yf2}) + (F_{yr1} + F_{yr2}) \quad (\text{II.9})$$

$$= 2F_{yf} + 2F_{yr} \quad (\text{II.10})$$

Le mouvement latéral du véhicule peut aussi être exprimé en fonction de l'angle de glissement latéral ( $\beta$ ) en considérant l'approximation  $\beta \approx \frac{v}{u}$ . L'équation (II.9) devient :

$$\dot{\beta} = \frac{2F_{yf} + 2F_{yr}}{mu} - r \quad (\text{II.11})$$

- Équation du mouvement du lacet

$$I_z \dot{r} = 2a_f F_{yf} - 2a_r F_{yr} \quad (\text{II.12})$$

Ce modèle est l'un des plus utilisés pour l'étude du comportement de la dynamique latérale des véhicules [Kiencke et Nielsen, 2000], [Pacejka, 2002], [Hsiao et Tomizuka, 2004], [Chadli *et al.*, 2008b]. Il permet, par exemple, d'étudier la stabilité du véhicule en virage selon le potentiel d'adhérence, l'état dans lequel se trouve le système et la commande de braquage appliquée à la roue [Mammar et Koenig, 2002]. L'objectif est alors de définir la loi de commande nécessaire à appliquer au véhicule pour rester dans la zone de stabilité. Avec ce modèle, la stratégie d'assistance consiste à ajouter un couple à celui délivré par le conducteur grâce à l'intégration d'un moteur à courant continu sur la colonne de direction (figure II.12) [Xiang et Xiaoqun, 2006], [Burton, 2003].

Une autre stratégie pour la stabilisation du comportement latéral du véhicule automobile consiste à agir sur les couples de braquage des quatre roues (voir figure II.13) (4WS pour Four "Wheel Steering") [Hajjaji *et al.*, 2006], [J.Wu *et al.*, 2007], [Zhang *et al.*, 2007]. Nous pouvons également citer une autre stratégie d'assistance utilisant comme variable de contrôle le moment du châssis autour du centre de gravité [Goodarzi *et al.*, 2001], [Esmailzadeh *et al.*, 2003], [J.Wu *et al.*, 2007], [Oudghiri *et al.*, 2007k]. Ce dernier est généré grâce au système de freinage ABS en appliquant des couples de freinage sur chaque roue d'amplitude différente, dans ce cas l'équation du mouvement du lacet II.12 devient

$$I_z \dot{r} = 2a_f F_{yf} - 2a_r F_{yr} + M_z \quad (\text{II.13})$$

avec  $M_z$  représente le moment autour du centre de gravité du véhicule (voir figure II.14).

## II.6 Modèle longitudinal d'un quart de véhicule

Le modèle à une roue, comme présenté sur la figure II.15 est intéressant pour étudier la dynamique longitudinale du véhicule. Les équations qui décrivent cette dynamique sont



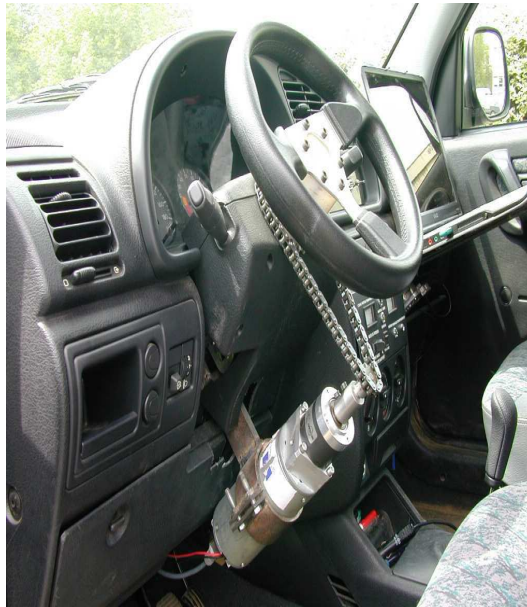


FIG. II.12 – Intégration d'un moteur CC à la colonne de direction

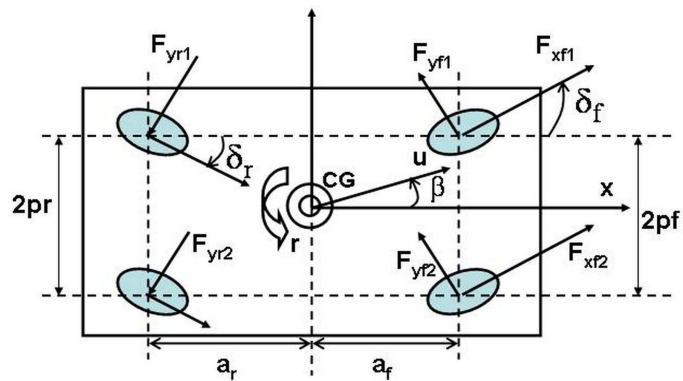


FIG. II.13 – Véhicule à quatre roues directrices

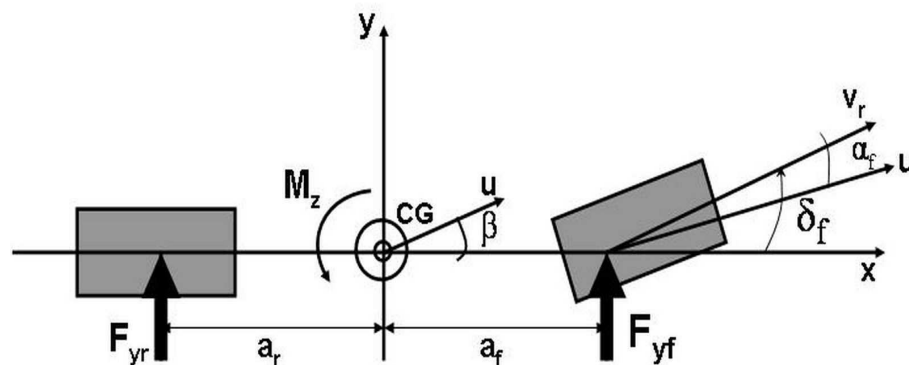


FIG. II.14 – Modèle bicyclette : contrôle par le moment  $M_z(t)$



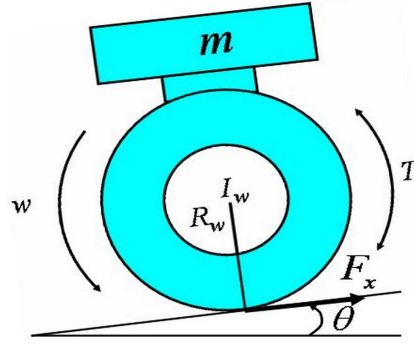


FIG. II.15 – Modèle d'une roue

déterminées par l'application des lois de Newton sur les quatre roues du véhicule. C'est la somme des forces totales appliquées sur le véhicule pendant l'opération de freinage. Elles peuvent être déduites des équations (II.1) et (II.5) en considérant le cas où la route n'est pas plane et l'existence des frottements visqueux.

$$\dot{u}(t) = \frac{-1}{m}[F_x(t) + B_v u(t) + F_\theta(\theta)] \quad (\text{II.14})$$

$$\dot{w}(t) = \frac{1}{I_w}[-T_b(t) - B_w w(t) + T_t(t)] \quad (\text{II.15})$$

avec  $B_v$  est le coefficient du frottement visqueux,  $F_x(x)$  est la force longitudinale,  $F_\theta(\theta)$  est la force verticale,  $B_w$  est le coefficient du frottement de la roue,  $I_w$  l'inertie de la roue,  $T_b(t)$  le couple de freinage,  $T_t(t)$  est le couple généré par le glissement entre la roue et la chaussée.

Les expressions des forces sont données comme suivant :

$$F_\theta(\theta) = mg \sin(\theta) \quad (\text{II.16})$$

$$F_x(t) = \mu(\lambda) F_z(\theta) \quad (\text{II.17})$$

$$F_z(\theta) = mg \cos(\theta) \quad (\text{II.18})$$

$$T_t(t) = R_w F_x \quad (\text{II.19})$$

avec  $F_z(\theta)$  est la force verticale appliquée sur la roue et  $\mu(\lambda)$  est l'adhérence de la chaussée.

Ce modèle est étudié en détail dans le chapitre V pour la synthèse de lois de commande robustes pour réguler le taux de glissement pneu/sol en vue d'améliorer le freinage et éviter le blocage des roues :le système de freinage ABS. Ces lois de commande sont validées expérimentalement sur un prototype d'ABS [InTeCo, ] dont dispose le laboratoire MIS (Modélisation, Information et Système) [Oudghiri *et al.*, 2007g], [Oudghiri *et al.*, 2008a].

## II.7 Efforts de contact entre la roue et le sol

Les efforts qui prennent naissance dans l'interface de contact entre le pneumatique et la chaussée sont des variables clés dans la reconstruction des divers mouvements du véhicule. C'est en effet cette surface qui permet à la fois de diriger le véhicule, transmettre les efforts créés par le moteur et assurer de bonne performance de freinage. Les phénomènes impliqués dans l'interaction de contact entre le pneumatique et la chaussée sont complexes et difficiles à modéliser. Mais comprendre ces efforts permet de mieux modéliser le véhicule.

La littérature est riche en développement et en analyse théorique sur la modélisation des efforts d'interaction pneumatique/chaussée et leur estimation. Nous pouvons par exemple citer les travaux de [Bakker *et al.*, 1989], [Gim et Nikravesh, 1990], [Gim et Nikravesh, 1991], [Pacejka, 1996], [Canudas et Tsiotras, 1999], [Stephant *et al.*, 2001], [Hadri, 2001], [Baffet *et al.*, 2007]. Dans ce sens, les modèles développés sont très compliqués à cause du couplage entre les différentes composantes du torseur des forces et de moments résultants des réactions de contact pneumatique chaussée. Pour des raisons de simplicité, des modèles analytiques de moindre complexité ont été développés en découplant les dynamiques longitudinale et latérale du véhicule. Parmi les modèles existant qui décrivent le comportement du pneumatique, on trouve des modèles analytiques [Captain *et al.*, 1990], [Gim et Nikravesh, 1990] basés sur une description physique du phénomène de déformations élémentaires du pneumatique dans l'aire de contact et des modèles empiriques basés essentiellement sur l'expérimentation. Les modèles les plus connus qui utilisent ce type d'approche sont celui développé par Bakker et Pacejka [Bakker *et al.*, 1989] [Pacejka, 2002] et celui développé par Burckhardt et Kiencke [Burckhardt, 1993] [Kiencke et Nielsen, 2000]. Ils permettent de représenter le comportement du pneumatique dans des conditions de fonctionnement bien particulières et consistent à concevoir une formule mathématique et les paramètres décrivant aux mieux une courbe de mesure acquise expérimentalement.

### II.7.1 Force latérale et angle de dérive

La force latérale  $F_y$  est la force appliquée entre le pneu et la chaussée suivant l'axe  $Y$ . Elle est essentiellement décrite en fonction de l'angle de dérive  $\alpha$  défini ci-dessous. La figure II.16 montre l'évolution de la force latérale  $F_y$  en fonction de l'angle de dérive pour différents états de chaussée.

Dans les chapitres qui suivent (IV et VI), des lois de commande tolérantes aux défauts (passives et actives) pour le contrôle de la dynamique latérale du véhicule sont développées en tenant en compte des linéarités dues à ces forces.

**Angle de dérive :** Un pneumatique est dit en dérive si la direction du vecteur vitesse  $\vec{v}_r$  du centre de la roue n'est pas confondue avec celle du vecteur vitesse de son point de contact  $\vec{u}$ .

L'angle de dérive d'un pneumatique (figure II.17) est donc l'angle formé par ces deux vecteurs vitesses, son expression est :

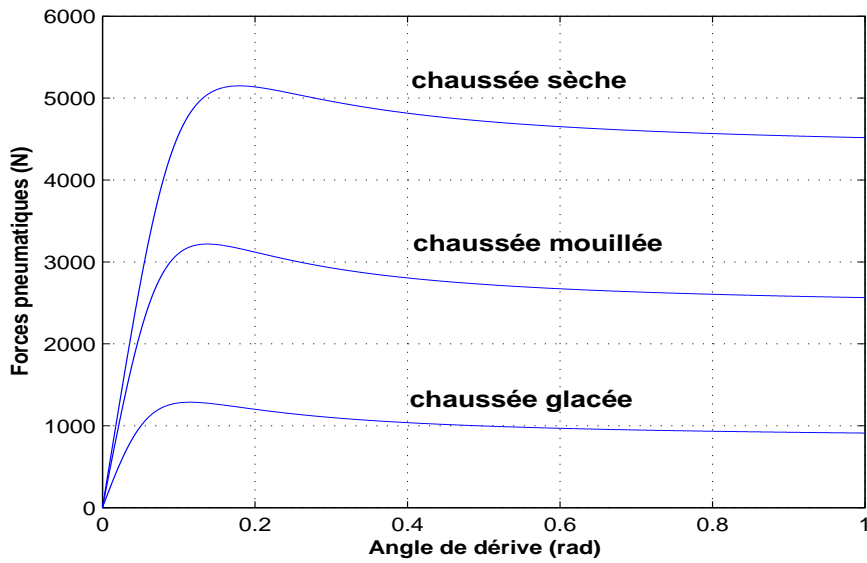


FIG. II.16 – Forces pneumatiques en fonction de l'angle de dérive et de l'adhérence

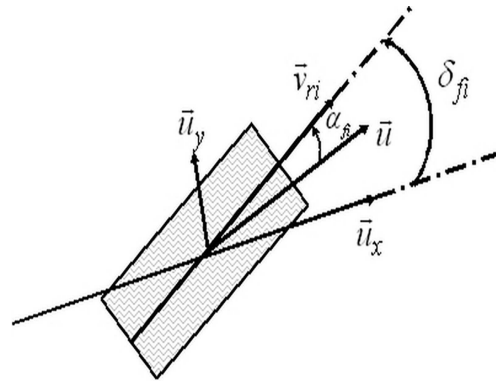


FIG. II.17 – Définition de l'angle de dérive

$$\alpha_{fi} = -\arctan\left(\frac{u_y}{u_x}\right) + \delta_{fi} \quad (\text{II.20})$$

où  $\delta_{fi}$  est l'angle de braquage de la roue  $i$ ,  $u_x$  et  $u_y$  sont les projections de la vitesse  $\vec{u}$  respectivement selon l'axe longitudinal et latéral du véhicule.

## II.7.2 Force longitudinale et taux de glissement longitudinal

La force longitudinale  $F_x$  est la force appliquée selon l'axe  $X$  entre la surface de contact du pneu et la chaussée. Elle dépend du coefficient d'adhérence longitudinale  $\mu$  et de la force verticale  $F_z$ . Elle est donnée par l'expression suivante :

$$F_x = \mu F_z \quad (\text{II.21})$$

Le coefficient d'adhérence  $\mu$  caractérise l'état de la chaussée. Il varie en fonction du glissement  $\lambda$  défini ci-dessous, de la charge et de la vitesse du véhicule. Son évolution par rapport au glissement longitudinal  $\lambda$  est montré dans la figure II.18 pour un état de chaussée donné. L'adhérence est nulle lorsque  $\mu$  tend vers 0.

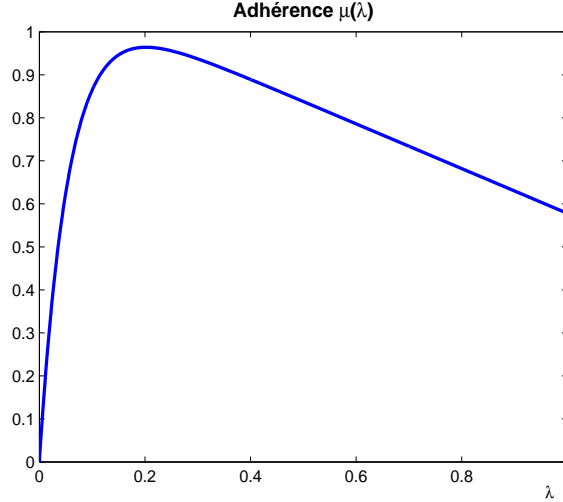


FIG. II.18 – Variation du coefficient de frottement en fonction du glissement

**Taux de glissement longitudinal :** Le taux de glissement longitudinal  $\lambda_i$  de la roue  $i$  peut être obtenu suivant l'expression suivante :

$$\begin{cases} \lambda(t) = \frac{w_v(t) - w_w(t)}{w_v(t)} & \text{si } w_v(t) > w_w(t) & \text{(freinage)} \\ \lambda(t) = \frac{w_w(t) - w_v(t)}{w_v(t)} & \text{si } w_w(t) > w_v(t) & \text{(accélération)} \end{cases} \quad (\text{II.22})$$

avec

$$w_v(t) = \frac{u(t)}{R_w} \quad (\text{II.23})$$

$u(t)$  étant la vitesse longitudinale du centre de gravité du véhicule,  $w_v(t)$  est la vitesse angulaire du véhicule ( $rad/s$ ),  $R_w$  est le rayon de la roue et  $w_w$  est la vitesse angulaire de la roue. Il décrit la différence normalisée entre la vitesse angulaire du véhicule et la vitesse angulaire de la roue. Ainsi, en fonction de la valeur prise par  $\lambda$ , on distingue deux situations :

- \*  $\lambda = 0$ , la roue est libre : aucune force longitudinale n'est exercée sur la roue.
- \*  $\lambda = 1$ , la roue est bloquée ( $w_w(t) = 0$ ).

Notons qu'à l'heure actuelle, le glissement longitudinal reste une variable difficile à estimer à cause de la connaissance imprécise du rayon dynamique de la roue qui dépend de plusieurs facteurs comme l'état de la pneumatique, la nature de la chaussée, la pression,

la température, la charge,...

Rappelons que le système de freinage et d'anti-blocage de la roue (ABS) est conçu pour contrôler le glissement longitudinal et le maintenir autour d'une valeur désirée qui se situe entre 0.1 et 0.25 garantissant une force longitudinale maximale et ensuite un meilleur freinage sans blocage de la roue (voir chapitre V).

## II.8 Modèles des forces pneumatiques

La modélisation des efforts interagissant entre le pneumatique et la chaussée est complexe car de nombreux phénomènes physiques interfèrent selon une multitude de caractéristiques environnementales et de paramètres de pneumatique (nature de la chaussée, température, pression, ...). Plusieurs modèles décrivant le comportement dynamique du pneumatique existent dans la littérature. Dans la suite, nous présentons deux modèles à savoir le modèle de Pacejka [Bakker *et al.*, 1987] et le modèle de Burckhardt/Kiencke [Burckhardt, 1993], [Kiencke et Nielsen, 2000]. Ils sont utilisés dans les chapitres suivants.

### II.8.1 Modèle de Pacejka, Formule "magique"

Le modèle de Pacejka est un modèle empirique. Il permet d'exprimer, simplement par le jeu de paramètres, les efforts longitudinaux, transversaux et d'auto-alignement pour différentes conditions du contact pneu/sol (sol sec, humide, verglacé...) et pour différentes charges verticales. L'identification des paramètres de ce modèle impose la disposition de suffisamment d'informations.

Cette formule est la plus connue et certainement la plus utilisée des modélisations des efforts de contact entre le pneumatique et la chaussée. Sa première version a été présentée en 1987 [Bakker *et al.*, 1987]. Depuis, plusieurs améliorations ont été apportées à la version de base pour tenir compte entre autre des couplages tangentiels.

La forme générale de la "formule magique" proposée pour exprimer les expressions des forces tangentielles est donnée par :

$$y(x) = D \sin(C \arctan(Bx - E(Bx - \arctan(Bx)))) \quad (\text{II.24})$$

Cette formule permet de produire une courbe qui passe par l'origine. Dans certains cas de figure, il peut être intéressant de produire une courbe décalée. Une translation horizontale de la courbe par  $S_h$  et un décalage vertical par  $S_v$  peuvent alors être ajoutés.

$$\begin{aligned} Y(X) &= y(x) + S_v \\ x &= X + S_h \end{aligned} \quad (\text{II.25})$$

La variable  $Y$  correspond à la force longitudinale  $F_x$ , à la force latérale  $F_y$  ou au moment d'auto-alignement. La variable  $X$  représente le glissement longitudinal ou l'angle de dérive.  $S_v$  est utilisé pour introduire un décalage vertical, alors que  $S_h$  est utilisé pour

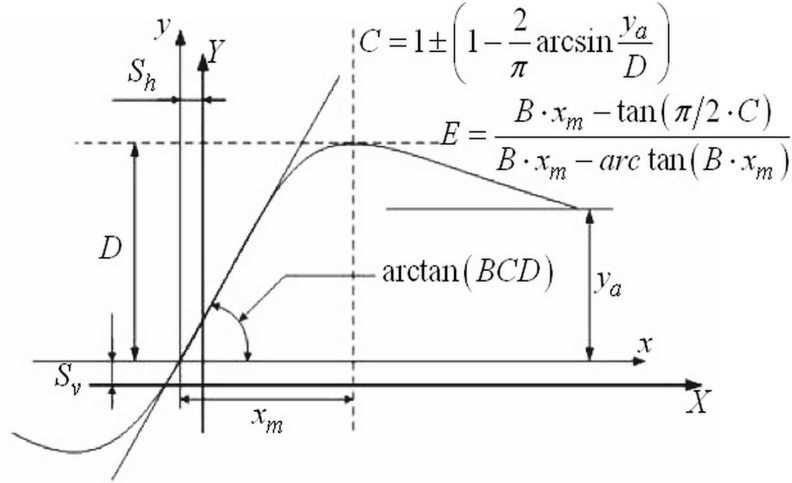


FIG. II.19 – Courbe générée par l'expression II.25

permettre un décalage horizontal de la courbe par rapport à l'origine.

Les paramètres de la formule permettent d'ajuster l'allure de cette caractéristique par rapport aux relevés expérimentaux. En effet, le coefficient  $D$  correspond au maximum de la courbe d'adhérence. Le coefficient  $C$  est une constante qui fixe le type de courbe quant au coefficient  $B$  il permet d'ajuster la pente à l'origine. Le coefficient  $E$  contrôle l'abscisse de glissement à laquelle la valeur maximale est atteinte. La variable  $\arctan(BCD)$  représente la pente à l'origine de la courbe, c'est-à-dire au point d'inflexion, pour les efforts transversaux, cela correspond à la rigidité de dérive. Finalement, le calcul des différents efforts se fait comme suivant :

– Efforts longitudinaux :

$$F_x(\lambda + S_{hx}) = D_x \sin(B_x(\lambda + S_{hx}) - E_x(B_x(\lambda + S_{hx}) - \arctan(B_x(\lambda + S_{hx})))) + S_{vx}$$

– Efforts transversaux :

$$F_y(\alpha + S_{hy}) = D_y \sin(B_y(\alpha + S_{hy}) - E_y(B_y(\alpha + S_{hy}) - \arctan(B_y(\alpha + S_{hy})))) + S_{vy}$$

– Moments d'auto-alignement :

$$M_z(\alpha + S_{hz}) = D_z \sin(B_z(\alpha + S_{hz}) - E_z(B_z(\alpha + S_{hz}) - \arctan(B_z(\alpha + S_{hz})))) + S_{vz}$$

avec  $\lambda$  et  $\alpha$  représentent respectivement le glissement longitudinal et la dérive du pneumatique.

## II.8.2 Modèle de Burckhardt/Kiencke

Ce modèle est basé sur le coefficient de frottement pneu/sol qui caractérise l'état de la chaussée. Dans le cas des efforts longitudinaux, le coefficient de frottement est donné en

Surface conditions	$c_1$	$c_2$	$c_3$
Asphalte, sec	1,2801	23,99	0,52
Asphalte, mouillé	0,857	33,822	0,347
Beton, sec	1,1973	25,168	0,5373
Grenailles, sec	1,3713	6,4565	0,6691
Grenailles, mouillées	0,4004	33,708	0,1204
Neige	0,1946	94,129	0,0646
Glace	0,05	306,39	0

TAB. II.1 – Paramètres du modèle de Burckhardt en fonction du type de chaussée

fonction du glissement  $\lambda$ , de la vitesse du véhicule  $u$  et de quatre paramètres  $c_1$ ,  $c_2$ ,  $c_3$  et  $c_4$  :

$$\mu(\lambda, u) = [c_1(1 - e^{-c_2\lambda}) - c_3\lambda]e^{-c_4\lambda u} \quad (\text{II.26})$$

La figure II.20 représente les caractéristiques du coefficient de frottement en fonction de divers types de revêtement et d'état de chaussée.

La définition des paramètres de l'expression (II.26) est donnée ci-dessous. Ils caractérisent l'état de la surface de la chaussée (voir tableau II.1).

$u(t)$  est la vitesse du véhicule

$c_1$  est la valeur maximale de la courbe d'adhérence

$c_2$  est un paramètre qui détermine la forme de la courbe d'adhérence

$c_3$  est la différence entre la valeur maximale du frottement et la valeur  $\lambda = 1$

$c_4$  est le paramètre qui caractérise l'humidité de la chaussée, compris entre  $0.02 - 0.04s/m$

En s'inspirant du modèle de Burckhardt, U. Kiencke a élaboré un modèle permettant de calculer les efforts longitudinaux et latéraux.

$$F_x = \mu(\lambda, u)F_z \quad (\text{II.27})$$

$$F_y = \mu(\alpha, u)F_z \quad (\text{II.28})$$

## II.9 Conclusion

Après avoir défini les principaux éléments qui décrivent le comportement dynamique du châssis d'un véhicule automobile, nous avons présenté deux modèles de forces de contact pneu/sol. Ces derniers constituent les principales non linéarités du modèle du véhicule.

Utilisant quelques hypothèses simplificatrices, un modèle non linéaire dérive/lacet qui décrit d'une façon acceptable la dynamique latérale du véhicule et un autre qui décrit la

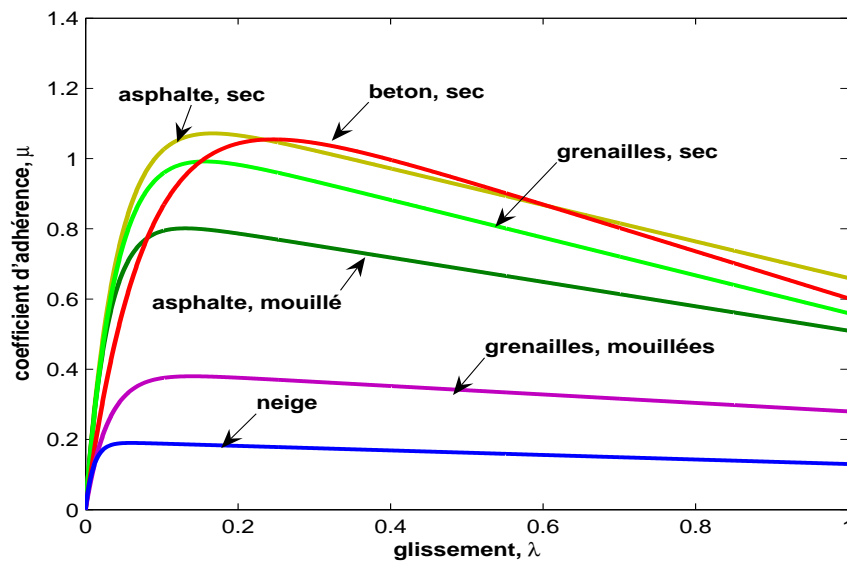


FIG. II.20 – variation du coefficient d'adhérence en fonction de l'état de la chaussée

dynamique longitudinale sont établis.

Dans les chapitres IV et VI, le modèle non linéaire de la dynamique latérale du véhicule sera approximé par un multimodèle et ensuite des lois de commande robustes (chapitre IV) et tolérantes aux défauts capteurs (chapitre VI) seront élaborées. L'objectif est de maintenir la stabilité et les bonnes performances de la dynamique du véhicule sans et en présence des défauts capteurs. Ces lois de commande seront validées en simulation en considérant un modèle non linéaire de la dynamique latérale du véhicule.





## Chapitre III

# Représentation multi-modèles

## III.1 Introduction

Dans les chapitres suivants, la modélisation de la dynamique du véhicule automobile ainsi que la synthèse des différentes lois de commande reposeront sur la représentation floue de type Takagi-Sugeno (TS) [Takagi et Sugeno, 1985], [Tanaka *et al.*, 1998a] dite également multi-modèles [Chadli, 2002].

L'approche multi-modèles, inspirée de la représentation floue [Boukezzoula *et al.*, 2004], [Boukezzoula *et al.*, 2007], a connu un intérêt certain depuis de nombreuses années [Johansen et Foss, 1992], [Murray-Smith et Johansen, 1997], [Lo et Lin, 2003], [Kau *et al.*, 2007], [Huai-Ning, 2008], [Oudghiri *et al.*, 2007h], [Oudghiri *et al.*, 2008c]. L'idée de cette approche est l'appréhension du comportement non linéaire d'un système par un ensemble de modèles locaux caractérisant le comportement du système dans différentes zones de fonctionnement. En effet, les multi-modèles s'écrivent sous forme d'interpolation entre des modèles linéaires (LTI) valide dans une zone de fonctionnement. Trois méthodes peuvent être utilisées pour l'obtention d'un multi-modèles :

- Méthode par identification de type boîte noire lorsque le système non linéaire n'a pas de forme analytique.
- Méthode par linéarisation du système autour de plusieurs points de fonctionnement lorsqu'on dispose d'un modèle mathématique.
- Méthode basée sur des transformations mathématiques lorsqu'un modèle analytique est disponible.

Si l'on dispose par exemple des mesures d'entrées/sorties du système, il faut procéder par identification [Plamen et Filev, 2004], [Kukolj et Levi, 2004], [Johansen et Foss, 1993], [Petersen *et al.*, 2003], [Abonyi *et al.*, 2001], [Wu et Lu, 1999], [Johansson *et al.*, 1998], [Gasso *et al.*, 2002] en imposant une structure multi-modèles [Johansen *et al.*, 1998]. Dans le cas des deux premières méthodes, les paramètres du multi-modèles (paramètres des modèles locaux et des fonctions d'activation) sont obtenus en utilisant des algorithmes d'optimisation numériques en choisissant la structure du multi-modèles ainsi que les fonctions d'activation.

Pour des systèmes représentés sous forme multi-modèles, la commande multicontrôleur a été largement étudiée [Wang *et al.*, 1996], [Tanaka *et al.*, 1996], [Tanaka *et al.*, 1998b], [Guerra et Vermeirn, 2001], [Guerra *et al.*, 1999], [Chadli, 2002], [M. Chadli, 2005], [Hajjaji *et al.*, 2006], [Oudghiri *et al.*, 2008b]. L'approche de type PDC est souvent la plus utilisée.

De nombreux travaux concernant l'estimation d'état, la détection des défauts en utilisant l'approche multi-modèles sont également proposées ces dernières années [Theilliol *et al.*, 1998], [Noura *et al.*, 2000], [Theilliol *et al.*, 2002], [Theilliol *et al.*, 2003], [Akhenak, 2004], [Rodrigues, 2005]. Dans le cas de FTC, la synthèse des lois de commande prend en compte les informations provenant d'un module FDI.

Par la suite, nous présentons un bref état d'art sur les multi-modèles. Nous commençons tout d'abord par présenter les différentes techniques d'obtention d'un multi-modèles. Ensuite nous étudions les multiobservateurs et les multirégulateurs en se basant sur les fonctions de Lyapunov quadratique. Ces résultats présentés serviront également pour les travaux que nous abordons dans les chapitres suivants.

## III.2 Modèle flou de type Takagi-Sugeno

Le modèle flou Takagi et Sugeno (TS) [Takagi et Sugeno, 1985] est décrit par des règles "si-alors" qui représentent des modèles LTI. Ainsi, tout modèle flou TS d'un système non linéaire est structuré comme une interpolation de systèmes linéaires. Il est prouvé que les modèles flous TS sont des approximateurs universels [Buckley, 1992], [Castro, 1995].

Un modèle flou de type TS [Takagi et Sugeno, 1985] utilise des règles comme suit :

Règle  $i$  :

$$\text{Si } z_1(t) \text{ est } F_{i1} \text{ et, } \dots, \text{ et } z_p(t) \text{ est } F_{ip} \text{ Alors } \begin{cases} \dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i u(t) \\ y(t) = C_i x(t) \end{cases} \quad (\text{III.1})$$

Où  $x(t) \in \mathfrak{R}^n$  est le vecteur d'état,  $i = \{1, \dots, M\}$ ,  $M$  est le nombre de règles,  $F_{ij}$  sont les fonctions d'appartenance des ensembles flous,  $j = \{1, \dots, p\}$ ,  $u(t) \in \mathfrak{R}^m$  est le vecteur d'entrée,  $y(t) \in \mathfrak{R}^q$  est le vecteur de sortie,  $A_i \in \mathfrak{R}^{n \times n}$ ,  $B_i \in \mathfrak{R}^{n \times m}$  et  $C_i \in \mathfrak{R}^{q \times n}$ .  $z_1(t), \dots, z_p(t)$  sont les variables des prémisses qui peuvent être des fonctions des variables d'état, des entrées ou une combinaison des deux. A chaque règle est attribué un poids  $w_i(z(t))$  qui dépend du vecteur  $z(t) = [z_1(t), \dots, z_p(t)]$  et du choix de l'opérateur logique. L'opérateur "et" est souvent choisi comme étant le produit, d'où :

$$w_i(z(t)) = \prod_{j=1}^p F_{ij}(z_j(t)), \quad i = 1, \dots, M \text{ avec } w_i(z(t)) \geq 0, \text{ pour tout } t \geq 0 \quad (\text{III.2})$$

Le modèle global est :

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \frac{\sum_{i=1}^M w_i(z(t)) (A_i x(t) + B_i u(t))}{\sum_{i=1}^M w_i(z(t))} \\ &= \sum_{i=1}^M \mu_i(z(t)) (A_i x(t) + B_i u(t)) \end{aligned} \quad (\text{III.3})$$

où

$$\mu_i(z(t)) = \frac{w_i(z(t))}{\sum_{i=1}^M w_i(z(t))} \quad (\text{III.4})$$

Le signal de sortie est obtenu par la même technique

$$y(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(z(t)) C_i x(t) \quad (\text{III.5})$$

La fonction  $\mu_i(x(t))$  dite d'activation détermine le degré d'activation du  $i^{\text{me}}$  modèle local associé. Selon la zone où évolue le système, cette fonction indique la contribution plus ou moins importante du modèle local correspondant dans le modèle global. Elle assure un passage progressif de ce modèle aux modèles locaux voisins. Ces fonctions dépendent généralement du vecteur d'état  $x(t)$ . Elles peuvent être de forme triangulaire, sigmoïdale ou gaussienne, et satisfont les propriétés suivantes (convexité) :

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^M \mu_i(x(t)) = 1 \\ 0 \leq \mu_i(x(t)) \leq 1 \end{cases} \quad (\text{III.6})$$

La particularité d'un modèle TS est que les ensembles flous sont seulement utilisés dans la partie prémisse des règles. La partie conclusion est décrite par des modèles numériques. Cette particularité rend un modèle flou TS équivalent à un multi-modèles.

Les modèles flous TS peuvent être des modèles flous continus ou des modèles flous discrets [Tanaka et Sano, 1995], [Tanaka et Wang, 2001], [Gasso, 2000], [Chadli, 2002]. Dans la suite de ce mémoire, seul le modèle continu est utilisé. La représentation multi-modèles est employée pour approximer le modèle non linéaire du véhicule et également pour la synthèse des lois de commande.

### III.3 Obtention d'une structure multi-modèles

Dans cette section, nous décrivons les trois méthodes d'obtention d'une structure multi-modèles à partir d'un modèle non linéaire.

#### III.3.1 Multi-modèles par identification

En représentant un système non linéaire sous forme multi-modèles, le problème de l'identification des systèmes non linéaires est réduit à l'identification des sous-systèmes

définis par des modèles locaux linéaires et des fonctions d'activation. Les méthodes d'optimisation numérique sont alors utilisées pour estimer ces paramètres.

La forme général d'un multi-modèles décrivant un système dynamique non linéaire continu dans le temps est :

$$x(t) = \sum_{i=1}^M \mu_i(\xi(t)) (A_i x(t) + B_i u(t)) \quad (\text{III.7})$$

$$(\text{III.8})$$

Où  $\xi(t) \in \mathfrak{R}^q$  est le vecteur des variables de décision et  $\mu(\cdot)$ ,  $i \in I_M$  sont les fonctions d'activation. Elles déterminent le degré d'activation du  $i^{me}$  modèle local associé.

Généralement la construction d'un multi-modèles à partir des entrées/sorties exige :

- La définition d'une structure de multi-modèles
- La définition des fonctions d'appartenance
- L'estimation des paramètres des fonctions d'activation et des modèles locaux
- L'évaluation des performances du multi-modèles

Pour l'estimation des paramètres, plusieurs méthodes d'optimisation numérique peuvent être utilisées, selon les information disponibles a priori. Elles sont généralement basées sur la minimisation d'une fonction de l'écart entre la sortie estimée du multi-modèles  $y_m(t)$  et la sortie mesurée du système  $y(t)$ . Le critère le plus utilisé est le critère qui représente l'écart quadratique entre les deux sorties indiquées.

$$J(\theta) = \frac{1}{2} \sum_{t=1}^N \epsilon(t, \theta)^2 = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (y_m(t) - y(t))^2 \quad (\text{III.9})$$

où  $N$  est l'horizon d'observation et  $\theta$  est le vecteur de paramètres des modèles locaux et ceux des fonctions d'activation.

Les méthodes de minimisation du critère  $J(\theta)$  s'appuient, le plus souvent, sur un développement limité du critère  $J(\theta)$  autour d'une valeur particulière du vecteur de paramètres  $\theta$  et d'une procédure itérative de modification progressive de la solution. Si l'on note  $k$  l'indice d'itération de la méthode de recherche et  $\theta(k)$  la valeur de la solution à l'itération  $k$ , la mise à jour de l'estimation s'effectue de la manière suivante :

$$\theta(k+1) = \theta(k) - \eta D(k) \quad (\text{III.10})$$

où  $\eta$  représente un facteur d'ajustement permettant de régler la vitesse de convergence vers la solution.  $D(k)$  est la direction de recherche dans l'espace paramétrique. Selon la façon dont  $D(k)$  est calculée, on distingue différentes méthodes d'optimisation numérique dont les principales sont : algorithme Levenberg-Marquardt, algorithme du gradient et algorithme de Newton, algorithme de Gauss-Newton.

### III.3.2 Multi-modèles par linéarisation

Dans ce cas, on dispose de la forme analytique du modèle non linéaire du processus physique qu'on linéarise autour de différents points de fonctionnement judicieusement choisis. Considérons le système non linéaire suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = F(x(t), u(t)) \\ y(t) = G(x(t), u(t)) \end{cases} \quad (\text{III.11})$$

où  $(F, G) \in \mathfrak{R}^{2n}$  sont des fonctions non linéaires continues,  $x(t) \in \mathfrak{R}^n$  est le vecteur d'état et  $u(t) \in \mathfrak{R}^m$  est le vecteur d'entrée. Par la suite, nous représenterons le système non linéaire (III.11) par un multi-modèles, composé de plusieurs modèles locaux linéaires ou affines obtenus en linéarisant le système non linéaire autour d'un point de fonctionnement arbitraire  $(x_i, u_i) \in \mathfrak{R}^n \times \mathfrak{R}^m$  [Johansen et Foss, 1993], [Murray-Smith et Johansen, 1997], [Gasso, 2000] :

$$\begin{cases} \dot{x}_m(t) = \sum_{i=1}^M \mu_i(\xi(t)) (A_i x_m(t) + B_i u(t) + D_i) \\ y_m(t) = \sum_{i=1}^M \mu_i(\xi(t)) (C_i x_m(t) + E_i u(t) + N_i) \end{cases} \quad (\text{III.12})$$

avec

$$\begin{aligned} A_i &= \left. \frac{\partial F(x,u)}{\partial x} \right|_{\substack{x=x_i \\ u=u_i}}, & B_i &= \left. \frac{\partial F(x,u)}{\partial u} \right|_{\substack{x=x_i \\ u=u_i}}, & D_i &= F(x_i, u_i) - A_i x - B_i u \\ C_i &= \left. \frac{\partial G(x,u)}{\partial x} \right|_{\substack{x=x_i \\ u=u_i}}, & E_i &= \left. \frac{\partial G(x,u)}{\partial u} \right|_{\substack{x=x_i \\ u=u_i}}, & N_i &= G(x_i, u_i) - C_i x - E_i u \end{aligned}$$

Notons que dans ce cas, le nombre de modèles locaux ( $M$ ) dépend de la précision de modélisation souhaitée, de la complexité du système non linéaire et du choix de la structure des fonctions d'activation. Ces dernières doivent satisfaire les propriétés (III.6).

### III.3.3 Multi-modèles basé sur les secteurs de non-linéarités

Considérons le cas général d'un système continu non linéaire :

$$\dot{x}(t) = f(x(t)) + Bu(t) \quad (\text{III.13})$$

avec  $x(\cdot) \in \mathfrak{R}^p$ ,  $u(\cdot) \in \mathfrak{R}^m$ ,  $f(x(\cdot)) \in \mathfrak{R}^p$  et  $B \in \mathfrak{R}^{p \times m}$ .

La méthode de transformation exposée a été initiée par Tanaka et al [Wang et al., 1996], [Tanaka et al., 1996]. Elle est basée sur une transformation des fonctions scalaires origines de la non linéarité. L'avantage de cette méthode est de ne pas engendrer d'erreur d'approximation et de minimiser le nombre de modèles locaux. Cette méthode est basée sur la bornitude des fonctions continues.

**Lemme 1** : soit  $h(x(t))$  une fonction bornée de  $[a, b] \rightarrow \mathfrak{R}$  pour tout  $x \in [a, b]$  avec  $(a, b) \in \mathfrak{R}^{+2}$ . Alors il existe deux fonctions

$$\begin{aligned} F^i(\cdot) : [a, b] &\rightarrow [0, 1], i \in I_2 \\ x(t) &\rightarrow F^i(x(t)) \end{aligned} \quad (\text{III.14})$$

avec  $F^1(x(t)) + F^2(x(t)) = 1$  et deux scalaires  $\alpha$  et  $\beta$  tels que

$$h(x(t)) = F^1(x(t))\alpha + F^2(x(t))\beta \quad (\text{III.15})$$

Une décomposition de  $h(x(t))$  est considérée sur  $[a, b]$  comme suivant

$$\beta = \min_{x \in [a, b]}(h(x)), \quad \alpha = \max_{x \in [a, b]}(h(x)) \quad (\text{III.16})$$

$$F^1(x(t)) = \frac{h(x(t)) - \beta}{\alpha - \beta}, \quad F^2(x(t)) = \frac{\alpha - h(x(t))}{\alpha - \beta} \quad (\text{III.17})$$

Sous l'hypothèse de la continuité et la bornitude des fonctions  $f(x(t))$  et  $g(x(t))$  données en (III.13) avec  $f(0) = 0$  et  $g(0) = 0$ , ces fonctions peuvent être réécrites sous la forme suivante :

$$f(x(t)) = \sum_{i=1}^2 F^i(x(t))A_i x(t), \quad g(x(t)) = \sum_{i=1}^2 F^i(x(t))C_i x(t) \quad (\text{III.18})$$

Le modèle (III.13) devient

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^2 F^i(x(t)) (A_i x(t) + B_i u(t)) \\ y(t) = \sum_{i=1}^2 F^i(x(t)) (C_i x(t) + D_i u(t)) \end{cases} \quad (\text{III.19})$$

Dans ce cas, le multi-modèles (III.19) obtenu représente de façon exacte le modèle non linéaire (III.13) sur l'intervalle compact considéré.

### Exemple d'illustration

Afin d'illustrer la méthode, nous proposons le modèle non linéaire autonome de dimension 2 suivant :

$$\dot{x} = f(x(t)) = \begin{pmatrix} -x_1(t) + x_1(t)x_2^3(t) \\ -x_2(t) + (3 + x_2(t))x_1^3(t) \end{pmatrix} \quad (\text{III.20})$$

Nous supposons que les variables d'état sont bornées :



$$x_1(t) \in [-1, 1] \text{ et } x_2(t) \in [-1, 1]$$

Le modèle (III.20) peut être réécrit comme suit :

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & x_1(t)x_2^2(t) \\ (3 + x_2(t))x_1^2(t) & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} \quad (\text{III.21})$$

L'équation (III.21) présente deux non linéarités qu'on notera  $z_1(x(t))$  et  $z_2(x(t))$  respectivement tels que :

$$z_1(x(t)) = x_1(t)x_2^2(t), \quad z_2(x(t)) = (3 + x_2(t))x_1^2(t) \quad (\text{III.22})$$

Nous évaluons ensuite les valeurs minimales et maximales de  $z_1(t)$  et  $z_2(t)$  :

$$\begin{aligned} \max_{x_1(t), x_2(t)} z_1(t) &= 1, & \min_{x_1(t), x_2(t)} z_1(t) &= -1 \\ \max_{x_1(t), x_2(t)} z_2(t) &= 4, & \min_{x_1(t), x_2(t)} z_2(t) &= 0 \end{aligned}$$

Ainsi, on peut réécrire les termes non linéaires  $z_1(x(t))$  et  $z_2(x(t))$  comme suit :

$$z_1(x(t)) = F_1^1(x(t)) \cdot 1 + F_1^2(x(t)) \cdot (-1) \quad (\text{III.23})$$

$$z_2(x(t)) = F_2^1(x(t)) \cdot 4 + F_2^2(x(t)) \cdot 0 \quad (\text{III.24})$$

avec

$$F_1^1(x(t)) + F_1^2(x(t)) = 1, \quad (\text{III.25})$$

$$F_2^1(x(t)) + F_2^2(x(t)) = 1 \quad (\text{III.26})$$

et

$$F_1^1(x(t)) = \frac{z_1(t) + 1}{2}, \quad F_1^2(x(t)) = \frac{1 - z_1(t)}{2} \quad (\text{III.27})$$

$$F_2^1(x(t)) = \frac{z_2(t)}{4}, \quad F_2^2(x(t)) = \frac{4 - z_2(t)}{4} \quad (\text{III.28})$$

On aboutit alors à quatre modèles locaux par combinaison des quatre fonctions  $F_1^1, F_1^2, F_2^1, F_2^2$ .

Le multi-modèles équivalent au modèle non linéaire (III.20) est :

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^4 \mu_i(x(t)) A_i x(t) \quad (\text{III.29})$$

avec :

$$A_1 = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}, \quad A_4 = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

et

$$\mu_1(t) = F_1^1(x(t)) \times F_2^1(x(t))$$

$$\mu_2(t) = F_1^1(x(t)) \times F_2^2(x(t))$$

$$\mu_3(t) = F_1^2(x(t)) \times F_2^1(x(t))$$

$$\mu_4(t) = F_1^2(x(t)) \times F_2^2(x(t))$$

Après ce bref rappel sur les méthodes d'obtention des multi-modèles, nous abordons par la suite les problèmes de commande et d'observation des multi-modèles. Seuls les résultats basés sur les fonctions de Lyapunov quadratiques et l'approche LMI seront présentés.

## III.4 Étude des multiobservateurs

Un observateur est destiné à reconstruire entièrement ou partiellement le vecteur d'état d'un système à partir des entrées connues, des sorties et du modèle dynamique de celui-ci. Dans le cas des systèmes représentés par des multi-modèles, la conception d'un multiobservateur suppose que les modèles locaux sont localement observables, c'est-à-dire que toutes les paires  $(A_i, C_i)$  sont observables. Diverses approches ont été développées pour la synthèse de multiobservateurs pour des multi-modèles avec et sans incertitudes [Patton *et al.*, 1998], [Shaocheng et Yiqian, 2000]. La synthèse de multiobservateurs à entrées inconnues a été également abordée par de nombreux travaux. Par exemple dans [Akhenak *et al.*, 2004c], [Chadli *et al.*, 2008a] des multiobservateurs robustes pour une classe de systèmes représentés par des multi-modèles incertain et à entrées inconnues ont été développés et appliqués pour le diagnostic des défauts.

Par la suite, nous proposons deux types de multiobservateur. Le premier est classique et obtenu par interpolation de plusieurs observateurs locaux de type Luenberger, le deuxième est un multiobservateur à mode glissant où des incertitudes paramétriques du modèle sont considérés.

### III.4.1 Synthèse de multiobservateurs

Considérons un système dynamique non linéaire représenté par un multi-modèles, composé de  $M$  modèles locaux, décrit par les équations suivantes :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^M \mu_i(z(t)) (A_i x(t) + B_i u(t)) \\ y(t) = \sum_{i=1}^M \mu_i(z(t)) (C_i x(t) + D_i u(t)) \end{cases} \quad (\text{III.30})$$

où  $x(t) \in \mathfrak{R}^n$  est le vecteur d'état,  $u(t) \in \mathfrak{R}^m$  est le vecteur d'entrées et  $y(t) \in \mathfrak{R}^p$  représente le vecteur de sorties. Les matrices  $A_i$ ,  $B_i$ ,  $C_i$  et  $D_i$  sont de dimensions appropriées.  $\mu_i(z(t))$  sont les fonctions d'activation des modèles locaux et  $z(t)$  représente le vecteur de variables de décision dépendant de variables mesurables.

L'expression du multiobservateur est la suivante

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = \sum_{i=1}^M \mu_i(z(t)) (A_i \hat{x}(t) + B_i u(t) + G_i (y(t) - \hat{y}(t))) \\ \hat{y}(t) = \sum_{i=1}^M \mu_i(z(t)) (C_i \hat{x}(t) + D_i u(t)) \end{cases} \quad (\text{III.31})$$

où  $\hat{x}(t)$  représente le vecteur d'état estimé par le multiobservateur,  $\hat{y}(t)$  est le vecteur de sortie estimé et  $G_i \in \mathfrak{R}^{n \times p}$  sont les gains de l'observateur à calculer. L'erreur d'estimation d'état est définie par l'équation suivante :

$$e(t) = x(t) - \hat{x}(t) \quad (\text{III.32})$$

La dynamique de l'erreur d'estimation d'état s'explique :

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) &= \dot{x}(t) - \dot{\hat{x}}(t) \\ &= \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M \mu_i(z(t)) \mu_j(z(t)) (A_i - G_i C_j) e(t) \end{aligned} \quad (\text{III.33})$$

Si l'erreur d'estimation d'état (III.33) converge asymptotiquement vers zéro, l'estimation des vecteurs d'état converge asymptotiquement vers les vecteurs d'état du multi-modèles (III.30) (voir par exemple Tanaka [Tanaka *et al.*, 1996] et Ma [Ma *et al.*, 1998], [Liu et Zhang, 2003]).

**Théorème 1** *le multiobservateur (III.31) est asymptotiquement convergent, s'il existe une matrice symétrique  $P > 0$  et des matrices  $Q_{ij}$ ,  $G_i$  avec  $Q_{ii}$  sont symétriques et  $Q_{ji} = Q_{ij}^T$  pour  $i \neq j$ , vérifiant les inégalités suivantes :*

$$(A_i - G_i C_i)^T P + P^T (A_i - G_i C_i) + Q_{ii} < 0; \quad i = 1, \dots, M \quad (\text{III.34})$$

$$\left( \frac{A_i - G_i C_j + A_j - G_j C_i}{2} \right)^T P + P^T \left( \frac{A_i - G_i C_j + A_j - G_j C_i}{2} \right) + Q_{ij} + Q_{ij}^T \leq 0; \quad i < j \quad (\text{III.35})$$

$$\begin{pmatrix} Q_{11} & \cdots & Q_{1M} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ Q_{M1} & \cdots & Q_{MM} \end{pmatrix} > 0 \quad (\text{III.36})$$

La linéarisation de ces inégalités matricielles est obtenue facilement avec le changement de variables  $Y_i = P G_i$ . Dans le cas où la sortie  $y(t)$  est linéaire, c'est-à-dire ( $C_1 = C_2 = \dots = C_r = C$ ), les conditions de stabilité (III.34, III.35 et III.36) du multiobservateur (III.31) se simplifient comme suit :

$$(A_i - G_i C)^T P + P^T (A_i - G_i C) < 0 \quad i = 1, \dots, M \quad (\text{III.37})$$

### III.4.2 Multiobservateur à mode glissant

Les premiers travaux sur les observateurs à mode glissant ont été réalisés par Utkin en utilisant une structure discontinue [Utkin, 1992]. Walcott et Zak ont utilisé une approche basée sur la méthode de Lyapunov consistant à synthétiser un observateur qui, avec des hypothèses appropriées, assure la décroissance asymptotique de l'erreur d'estimation d'état même en présence de non linéarités et d'incertitudes sur l'entrée du système [Walcott et Zak, 1988]. Edwards et Spurgeon [Edwards et Spurgeon, 1994], [Edwards et Spurgeon, 2000] ont proposé une stratégie de conception d'observateur, semblable du point de vue structure de modèle à celle de Walcott et de Zak, en offrant de plus un algorithme de résolution.

Plusieurs structures d'observateur ont été conçues dans le cas des systèmes linéaires incertains [Xiong et Saif, 2000], [Fan et Hsieh, 2002]. Dans le cadre de l'approche multimodèles, Palm et al [Palm et Bergstern, 2000] ont présenté une méthode de synthèse de multiobservateurs pour un modèle TS sous forme canonique. Récemment dans [Akhenak, 2004], [Akhenak et al., 2004a] un multiobservateur à mode glissant doté d'un terme discontinu (glissant) pour compenser à la fois les entrées inconnues (perturbations additives) et les incertitudes de modèles (perturbations multiplicatives) a été développé. Les conditions proposées sont sous forme de LMI.

### III.4.2.1 Multi-modèles à entrées inconnues

Considérons un système non linéaire représenté par le multi-modèles à entrées inconnues suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^M \mu_i(z(t)) (A_i x(t) + B_i u(t) + R_i \bar{u}(t) + D_i) \\ y(t) = \sum_{i=1}^M \mu_i(z(t)) C_i x(t) \end{cases} \quad (\text{III.38})$$

où  $\bar{u}(t)$  représente le vecteur des entrées inconnues, borné et non nul :

$$\|\bar{u}(t)\| \leq \rho \quad (\text{III.39})$$

$\rho$  est un scalaire positif et  $\|\cdot\|$  représente la norme euclidienne. Le multiobservateur est de la forme suivante

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = \sum_{i=1}^M \mu_i(z(t)) (A_i \hat{x}(t) + B_i u(t) + D_i + G_i (y(t) - C \hat{x}(t) + R_i \nu_i(t))) \\ \hat{y}(t) = \sum_{i=1}^M \mu_i(z(t)) C_i \hat{x}(t) \end{cases} \quad (\text{III.40})$$

Les gains  $G_i$  et les variables  $\nu_i$  doivent être déterminés pour assurer la convergence du multiobservateur (III.40).

**Théorème 2** [Akhenak, 2004] : *L'erreur d'estimation d'état entre le multi-modèles (III.38) et le multiobservateur (III.40), converge asymptotiquement vers zéro s'il existe un scalaire positif  $\beta$ ,  $P$ , une matrice symétrique et définie positive, et les gains  $G_i$  satisfont les contraintes suivantes :*

$$(A_i - G_i C_j)^T P + P (A_i - G_i C_j) + \beta I < 0 \quad (\text{III.41})$$

$$C^T F_i^T = P R_i, \quad i \in \{1, \dots, M\} \quad (\text{III.42})$$

Les termes  $\nu_i(t)$  sont définis par :

$$\text{si } r(t) \neq 0, \text{ alors } \nu_i(t) = 0.5 \frac{\beta^{-1} \|P R_i\|^2}{r^T(t) r(t)} P^{-1} \sum_{j=1}^M \mu_j(z(t)) C_j^T r(t) \quad (\text{III.43})$$

$$\text{si } r(t) = 0, \text{ alors } \nu_i(t) = 0$$

Des relaxations peuvent être introduites comme dans le théorème 1.

### III.4.2.2 Multi-modèles incertains et à entrées inconnues

Soit le multi-modèles incertain suivant

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^M \mu_i(z(t)) ((A_i + \Delta A_i(t))x(t) + (B_i + \Delta B_i(t))u(t) + R_i \bar{u}(t) + D_i) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (\text{III.44})$$

Les matrices d'incertitudes  $\Delta A_i(t)$  et  $\Delta B_i(t)$  sont considérées bornées en norme

$$\begin{aligned} \|\Delta A_i(t)\| &< \delta_{1i} \\ \|\Delta B_i(t)\| &< \delta_{2i} \end{aligned} \quad (\text{III.45})$$

$\bar{u}(t) \in \mathfrak{R}^q$ , est le vecteur des entrées inconnues. Le multiobservateur du multi-modèles (III.44) est de la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = \sum_{i=1}^M \mu_i(z(t)) (A_i \hat{x}(t) + B_i u(t) + D_i + G_i (y(t) - \hat{y}(t)) + R_i \nu_i(t) + \alpha_i(t)) \\ \hat{y}(t) = C \hat{x}(t) \end{cases} \quad (\text{III.46})$$

La conception du multi-observateurs est basée sur la détermination des matrices de gain  $G_i$ , des variables  $\nu_i(t) \in \mathfrak{R}^q$  et  $\alpha_i(t) \in \mathfrak{R}^n$

**Théorème 3** [Akhenak et al., 2004c] : Supposons qu'il existe une matrice  $P$  symétrique et définie positive, des matrices  $F_i$  et des scalaires positifs  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  et  $\beta_3$  satisfaisant les contraintes suivantes :

$$\begin{pmatrix} \bar{A}_i^T P + P A_i + \beta_1 (1 + \beta_2^{-1}) \delta_{1i}^2 I & P \\ P & -(\beta_1^{-1} + \beta_3^{-1})^{-1} \end{pmatrix} < 0, \quad (\text{III.47})$$

$$C^T F_i^T = P R_i \quad i \in \{1, \dots, M\} \quad (\text{III.48})$$

avec :

$$\bar{A}_i = A_i - G_i C \quad \text{et} \quad r(t) = y(t) - \hat{y}(t) \quad (\text{III.49})$$

alors l'erreur d'estimation d'état du multiobservateur (III.46) converge asymptotiquement vers zéro, avec  $\nu_i(t)$  et  $\alpha_i(t)$  sont données par les relations suivantes :

$$\begin{cases} \text{si } r(t) \neq 0 \\ \text{si } r(t) = 0 \end{cases} \begin{cases} \nu_i(t) = \rho \frac{F_i r(t)}{\|F_i r(t)\|} \\ \alpha_i(t) = (\beta_1 (1 + \beta_2) \delta_{1i}^2 \hat{x}^T(t) + \beta_3 \delta_{2i}^2 \|u(t)\|^2) \frac{P^{-1} C^T r(t)}{2r^T(t)r(t)} \\ \nu_i(t) = 0 \\ \alpha_i(t) = 0 \end{cases} \quad (\text{III.50})$$

## III.5 Stabilisation des multi-modèles

Dans le cadre des multi-modèles, plusieurs techniques pour élaborer des lois de commande existent dans la littérature. La plupart reposent sur l'approche de Lyapunov quadratique [Wang *et al.*, 1996], [Tanaka *et al.*, 1998b], [Guerra et Vermeirn, 2001], [Chadli, 2002], [Tuan *et al.*, 2001], [Liu et Zhang, 2003], [Oudghiri *et al.*, 2007c]. Il s'agit de chercher une matrice symétrique définie positive et donc sa fonction de Lyapunov quadratique associée garantissant certaines conditions sous forme de LMI. L'avantage de cette approche est sa facilité de mettre en œuvre. Son inconvénient est qu'elle conduit à des conditions de stabilité souvent conservatives.

Dans la suite, nous présentons quelques résultats à partir desquels nous nous sommes inspirés pour l'élaboration de nouvelles lois de commande tolérantes aux défauts dans les chapitres suivants.

### III.5.1 Stabilisation par retour d'état

Pour stabiliser les multi-modèles, la loi de commande  $u(t)$  de type PDC est souvent utilisée [Tanaka et Wang, 2001]. Celle-ci correspond à un retour d'état non linéaire qui utilise les mêmes fonctions  $\mu_i(z(t))$  que le modèle (III.3) et des gains constants  $K_i$  tels que :

$$u(t) = - \sum_{i=1}^M \mu_i(z(t)) K_i x(t) \quad (\text{III.51})$$

En appliquant la loi de commande (III.51) au modèle (III.3), la boucle fermée prend la forme suivante :

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M \mu_i(z(t)) \mu_j(z(t)) (A_i - B_i K_j) x(t) \quad (\text{III.52})$$

Les conditions de stabilité du système en boucle fermée reviennent à chercher les gains de commande tels que la dérivée de la fonction de Lyapunov quadratique  $V(x(t)) = x(t)^T P x(t)$ ,  $P > 0$  soit négative. La dérivée de la fonction le long des trajectoires du multi-modèles (III.52) s'écrit :

$$\dot{V}(t) = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M \mu_i(z(t)) \mu_j(z(t)) x^T(t) ((A_i - B_i K_j)^T P + P(A_i - B_i K_j)) x(t) < \alpha \quad (\text{III.53})$$

En posant  $G_{ij} = (A_i - B_i K_j)$ , les conditions suffisantes suivantes sont énoncées.

**Théorème 4** [Liu et Zhang, 2003]

Le multi-modèles en boucle fermée (III.52) est asymptotiquement stable si il existe une

matrice symétrique  $P > 0$  et des matrices  $Q_{ij}$  avec  $Q_{ji} = Q_{ij}^T$  vérifiant les inégalités suivantes :

$$G_{ii}^T P + P G_{ii} + Q_{ii} < 0 \quad (\text{III.54})$$

$$\left( \frac{G_{ij} + G_{ji}}{2} \right)^T P + P \left( \frac{G_{ij} + G_{ji}}{2} \right) + Q_{ij} + Q_{ij}^T \leq 0 \quad i < j \quad (\text{III.55})$$

$$\begin{pmatrix} Q_{11} & \cdots & Q_{1M} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ Q_{M1} & \cdots & Q_{MM} \end{pmatrix} > 0 \quad (\text{III.56})$$

pour tout  $i, j = 1, 2, \dots, M$ , exceptées les paires  $(i, j)$  telles que  $\mu_i(z(t))\mu_j(z(t)) = 0$ .

La détermination des gains  $K_j$  ( $j = 1, 2, \dots, M$ ) de la loi de commande PDC passe alors par la transformation des conditions du théorème 4 en un problème équivalent prenant la forme d'inégalités matricielles linéaires [Ghaoui, 1997] pouvant être résolues par les outils numériques existants. Cette transformation correspond à de simples changements de variables bijectifs  $X = P^{-1}$  et  $K_i = M_i P^{-1}$  en multipliant à droite par la matrice  $X$  et à gauche par sa transposée (congruence) les inégalités (III.54), (III.55), (III.56). On obtient les expressions LMI suivantes en fonction des variables  $X$ ,  $M_i$  et  $S_{ij}$  :

$$A_i X + X A_i - B_i M_i - M_i^T B_i^T + S_{ii} < 0 \quad (\text{III.57})$$

$$A_i X + X A_i + A_j X + X A_j - B_i M_j - M_j^T B_i^T - B_j M_i - M_i^T B_j^T + S_{ij} + S_{ij}^T < 0 \quad i < j \quad (\text{III.58})$$

$$\begin{pmatrix} S_{11} & \cdots & S_{1M} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{M1} & \cdots & S_{MM} \end{pmatrix} > 0 \quad (\text{III.59})$$

Notons que le nombre des conditions à vérifier est  $M(M+1)/2$ , et que ce nombre croit en fonction du nombre de règles  $M$ . Il est alors clair que le nombre de modèles locaux est un des facteurs importants du conservatisme des résultats issus des conditions (III.57), (III.58) et (III.59) du théorème 4.

Pour réduire d'avantage le conservatisme introduit par le choix d'une fonction de Lyapunov quadratique, de nombreux travaux ont proposé des méthodes utilisant des



fonctions de Lyapunov non quadratique, comme par exemple les fonctions de Lyapunov quadratiques par morceaux proposées dans [Johansson *et al.*, 1998], [Chadli, 2006]. D'autres travaux proposent également des fonctions de Lyapunov non quadratiques, dites polyquadratiques, de la forme  $V(x(t)) = x(t)^T \sum_{i=1}^M \mu_i(z(t)) P_i x(t)$  [Chadli *et al.*, 2005b], [Chadli *et al.*, 2002b], [Guerra et Vermeirn, 2004].

### III.5.2 Stabilisation par retour de sortie

Les lois de commande présentées précédemment sont basées sur la disponibilité complète des variables d'état du système à tout instant. Par conséquent, dans le cas où l'état du système n'est pas totalement disponible, il est possible de synthétiser une commande par retour de sortie (statique ou dynamique).

Pendant les deux dernières décennies, le problème de commande par retour de sortie statique a attiré l'attention de plusieurs chercheurs [Cao *et al.*, 1998], [Kar, 1999], [Chadli *et al.*, 2002a], [Huang et Nguang, 2007], [Lo et Lin, 2003], [Kau *et al.*, 2007], [Huai-Ning, 2008].

Cette section est composée de deux parties. Dans la première, nous présentons des conditions de stabilité d'un multi-modèles muni d'une loi de commande par retour de sortie statique. Dans la deuxième partie une loi commande par retour de sortie dynamique (basée sur observateur) est proposée.

#### III.5.2.1 Stabilisation par retour de sortie statique

Dans la littérature, de nombreux chercheurs se sont intéressés aux problèmes de stabilisation des multi-modèles par retour de sortie en utilisant des fonctions de Lyapunov quadratiques et non quadratiques (voir par exemple [Chadli *et al.*, 2002a], [Chadli *et al.*, 2002c], [Liu et Zhang, 2003], [Huang et Nguang, 2007], [Huai-Ning, 2008]). Des améliorations de performances ont été également introduites, notamment par le placement de pôles. Les résultats exposés dans cette partie sont issus de [Chadli *et al.*, 2002a].

Considérons la loi de commande par retour de sortie statique suivante :

$$u(t) = \sum_{i=1}^M \mu_i(z(t)) F_i y(t) \quad (\text{III.60})$$

A partir de (III.30), avec  $C_i = C \ \forall i = 1, \dots, M$ ,  $D_i = 0$ , et (III.60), le multi-modèles en boucle fermée s'écrit sous la forme

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M \mu_i(z(t)) \mu_j(z(t)) ((A_i + B_i F_j C) x(t)) \quad (\text{III.61})$$

A partir du théorème 4, la synthèse de la loi de commande par retour de sortie statique peut être aisément obtenue en remplaçant  $G_{ij}$  par  $\bar{A}_{ij} = A_i + B_i F_j C$ . Ainsi les conditions de stabilité de (III.61) sont

$$\bar{A}_{ii}^T P + P \bar{A}_{ii} + Q_{ii} < 0 \quad i = 1, \dots, M \quad (\text{III.62})$$

$$\left( \frac{\bar{A}_{ij} + \bar{A}_{ji}}{2} \right)^T P + P \left( \frac{\bar{A}_{ij} + \bar{A}_{ji}}{2} \right) + Q_{ij} + Q_{ji} \leq 0 \quad i < j \quad (\text{III.63})$$

$$\begin{pmatrix} Q_{11} & \dots & Q_{1M} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ Q_{M1} & \dots & Q_{MM} \end{pmatrix} > 0 \quad (\text{III.64})$$

avec  $Q_{ji} = Q_{ij}^T$ .

On remarque que les conditions de stabilité (III.62) et (III.63) sont non linéaires en  $P$  et  $F_i \forall i \in I_M$  et qu'il n'est pas possible de les linéariser par changement de variables, ce qui constitue la difficulté majeur de la stabilisation par retour de sortie statique.

Cependant dans le cas où la matrice de sortie  $C$  est de plein rang ligne, une formulation convexe avec des contraintes algébriques de ce problème non linéaire (III.62) et (III.63) est proposée.

**Théorème 5** [*Chadli et al., 2002a*] : Supposons qu'il existe une matrice  $X > 0$ , des matrices  $N_i, M$  et  $Q_{ij}$  avec  $Q_{ji} = Q_{ij}^T$  qui vérifient :

$$A_i X + X A_i^T + B_i N_i C + C^T N_i^T B_i^T + Q_{ii} < 0, \quad \forall i \in I_M \quad (\text{III.65})$$

$$(A_i + A_j) X + X (A_i + A_j)^T + (B_i N_j + B_j N_i) C + C^T (B_i N_j + B_j N_i)^T + Q_{ij} + Q_{ji} \leq 0, \quad i < j \quad (\text{III.66})$$

$$\begin{pmatrix} Q_{11} & \dots & Q_{1M} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ Q_{M1} & \dots & Q_{MM} \end{pmatrix} > 0 \quad (\text{III.67})$$

avec

$$CX = MX \quad (\text{III.68})$$

alors le multi-modèles (III.61) est globalement asymptotiquement stable. Le retour de sortie non linéaire (III.60) est défini par

$$F_i = N_i M^{-1} \quad (\text{III.69})$$

On note que l'élaboration de ce type de loi de commande par retour de sortie statique suppose que la matrice de sortie de tous les modèles locaux est la même ( $C_1 = C_2 = \dots = C$ ).

### III.5.2.2 Stabilisation par retour d'état reconstruit

De nombreux travaux concernant la synthèse de commande basée sur multiobservateur ont été publiés ces dernières années pour la stabilisation des multi-modèles. Les résultats existants dans ce domaine sont très variés selon les fonctions de Lyapunov choisies pour le cas continue et discret avec et sans incertitude [Cao *et al.*, 1998], [Kar, 1999], [Chadli *et al.*, 2002a], [Huang et Nguang, 2007], [Lo et Lin, 2003], [Kau *et al.*, 2007], [Huai-Ning, 2008], [Lee *et al.*, 2001], [Shaocheng et Han-Hiong, 2002], [Chadli et Hajjaji, 2006].

Dans le chapitre IV, ce résultat sera étendu au problème de stabilisation d'un multi-modèles incertain avec reconstruction du vecteur d'état. Les variables de décision ( $z(t)$ ) seront considérées comme mesurables. Le lecteur intéressé par le cas où les variables de décision ne sont pas mesurables, pourra se référer par exemple à [Chadli, 2002], [Lauber, 2003].

La structure de la loi de commande basée sur observateur est

$$u(t) = - \sum_{i=1}^M \mu_i(z(t)) K_i \hat{x}(t) \quad (\text{III.70})$$

Le modèle augmenté constitué de la boucle fermée complète du multi-modèles et de l'erreur d'estimation est le suivant :

$$\begin{pmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{e}(t) \end{pmatrix} = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M \mu_i(z(t)) \mu_j(z(t)) \begin{pmatrix} A_i - B_i K_j & B_i K_j \\ 0 & A_i - L_i C_j \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x(t) \\ e(t) \end{pmatrix} \quad (\text{III.71})$$

avec  $e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$  est l'erreur d'estimation.

Étant donnée que toutes les variables de décision  $z(t)$  sont mesurables, il a été démontré que le principe de séparation est garantie [Ma *et al.*, 1998]. On peut donc déterminer les gains du multicontrôleur  $K_i$  et les gains du multiobservateur  $L_i$  séparément à partir des conditions suivantes

$$G_{ii}^T P_1 + P_1 G_{ii} + Q_{ii} < 0 \quad (\text{III.72})$$

$$\left( \frac{G_{ij} + G_{ji}}{2} \right)^T P_1 + P_1 \left( \frac{G_{ij} + G_{ji}}{2} \right) + Q_{ij} + Q_{ji} \leq 0 \quad i < j \quad (\text{III.73})$$

$$\begin{pmatrix} Q_{11} & \cdots & Q_{1M} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ Q_{M1} & \cdots & Q_{MM} \end{pmatrix} > 0 \quad (\text{III.74})$$

$$(A_i - L_i C_i)^T + P(A_i - L_i C_i) + S_{ii} < 0; \quad i = 1, \dots, M \quad (\text{III.75})$$

$$\left( \frac{A_i - L_i C_j + A_j - L_j C_i}{2} \right)^T P + P \left( \frac{A_i - L_i C_j + A_j - L_j C_i}{2} \right) + S_{ij} + S_{ji} \leq 0; \quad i < j \quad (\text{III.76})$$

$$\begin{pmatrix} S_{11} & \cdots & S_{1M} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{M1} & \cdots & S_{MM} \end{pmatrix} > 0 \quad (\text{III.77})$$

où  $G_{ij} = A_i - B_i K_j$ ,  $P_1 > 0$ ,  $P_2 > 0$ ,  $Q_{ji} = Q_{ij}^T$  et  $S_{ji} = S_{ij}^T$ .

### III.5.3 Stabilisation robuste des multi-modèles incertains

La stabilisation quadratique des multi-modèles incertains a été largement étudiée dans la littérature ces dernières années [Tanaka *et al.*, 1996], [Cao *et al.*, 1998], [Kar, 1999], [Lee *et al.*, 2001], [Shaocheng et Han-Hiong, 2002], [Chadli *et al.*, 2005a], [Kau *et al.*, 2007], [Kau *et al.*, 2007], [Huai-Ning, 2008]. Elle concerne les systèmes incertains et/ou perturbés. Dans la suite, nous exposons quelques concepts de base que nous avons exploités, dans les chapitres suivants pour la mise en œuvre des lois de commande multi-modèles tolérantes aux défauts.

### III.5.3.1 Stabilisation robuste par retour d'état

Le multi-modèles incertain considéré est de la forme :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^M \mu_i(z(t)) ((A_i + \Delta A_i)x(t) + (B_i + \Delta B_i)u(t)) \\ y(t) = \sum_{i=1}^M \mu_i(z(t)) C_i x(t) \end{cases} \quad (\text{III.78})$$

où les incertitudes sont supposées structurées de la forme :

$$\Delta A_i = D_i F_i(t) E_{A_i}, \Delta B_i = D_i F_i(t) E_{B_i}$$

avec  $D_i$ ,  $E_{A_i}$  et  $E_{B_i}$  sont des matrices connues et constantes et les incertitudes  $F_i(t)$  sont inconnues et vérifient les conditions :

$$F_i^T(t) F_i(t) \leq I$$

avec  $I$  est la matrice identité de dimension appropriée.

Les conditions de stabilisation sont données par ce théorème.

**Théorème 6** [*Chadli et Hajjaji, 2006*] : Soit le multi-modèles incertain (III.78) et la loi de commande (III.51). Le multi-modèles en boucle fermée est globalement asymptotiquement stable, s'il existe une matrice symétrique et définie positive  $P > 0$ , des matrices  $M_i$  et des scalaires  $\varepsilon_{ij}$  ( $i, j = 1, \dots, M$ ) telles que les inégalités matricielles suivantes sont vérifiées

$$\begin{pmatrix} \Phi_{ii} & * & * \\ E_{A_i}Q - E_{B_i}M_i & -\varepsilon_{ii}I & * \\ D_i^T & 0 & -\varepsilon_{ii}^{-1}I \end{pmatrix} < 0 \quad i = 1, \dots, M \quad (\text{III.79})$$

$$\begin{pmatrix} \Psi_{ij} & * & * & * & * \\ E_{A_i}Q - E_{B_i}M_j & -\varepsilon_{ij}I & * & * & * \\ E_{A_j}Q - E_{B_j}M_i & 0 & -\varepsilon_{ij}I & * & * \\ D_i^T & 0 & 0 & \varepsilon_{ij}^{-1}I & * \\ D_j^T & 0 & 0 & 0 & \varepsilon_{ij}^{-1}I \end{pmatrix} < 0 \quad i < j \quad (\text{III.80})$$

avec

$$\Phi_{ii} = QA_i^T + A_iQ - M_i^T B_i^T - B_i M_i \quad (\text{III.81})$$

$$\Psi_{ij} = QA_i^T + A_iQ + QA_j^T + A_jQ - M_j^T B_i^T - B_i M_j - M_i^T B_j^T - B_j M_i \quad (\text{III.82})$$

Les gains du contrôleur sont donnés par :  $K_i = M_i Q^{-1}$ .

Nous notons que les conditions de stabilité (III.79) et (III.82) sont non linéaires en  $\varepsilon_{ij}^{-1}$ . Une façon de surmonter ce problème est transformer ces inégalités en LMI en fixant les variables  $\varepsilon_{ij}$ .

Les lois de commande développées dans les sections précédentes ne tiennent pas compte des perturbations externes. Ces problèmes récurrents ont fait l'objet de plusieurs travaux ces dernières années [Tanaka *et al.*, 1996], [Teixeira et Stanislaw, 1999], [Lee *et al.*, 2001], [Shaocheng et Han-Hiong, 2002], [Guerra et Vermeirn, 2004], [M. Chadli, 2005], [Oudghiri *et al.*, 2007c], [Huai-Ning, 2008]. Cette problématique sera étudiée en détail dans la partie II où nous développons deux lois de commande robustes basées sur observateur avec la minimisation du critère  $H_\infty$ . Ces lois de commande seront utilisées par la suite pour le contrôle de la dynamique latérale du véhicule automobile.

### III.5.3.2 Stabilisation robuste par retour de sortie statique

Considérons le cas général d'un multi-modèles incertain de la forme suivante

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \sum_{i=1}^M h_i(z(t)) [(A_i + \Delta A_i)x(t) + (B_i + \Delta B_i)u(t)] \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned} \quad (\text{III.83})$$

où  $M$  est le nombre de modèles,  $x(t) \in \mathfrak{R}^p$  est le vecteur d'état,  $u(t) \in \mathfrak{R}^m$  est le vecteur d'entrée,  $y(t) \in \mathfrak{R}^l$  est le vecteur de sortie,  $A_i$ ,  $B_i$  et  $C$  sont des matrices de dimensions appropriés.  $\Delta A_i$ ,  $\Delta B_i$  représentent les incertitudes paramétriques.  $z(t) \in \mathfrak{R}^q$  est le vecteur de décision supposé mesurable.

La commande multi-modèles par retour de sortie statique s'écrit sous la forme :

$$u(t) = \sum_{i=1}^M h_i(z) F_i y(t) \quad (\text{III.84})$$

avec  $F_i \in \mathfrak{R}^{m \times l}$  sont les gains du contrôleur à déterminer.

Tenant compte de (III.84) le modèle en boucle fermée devient :

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M \mu_i(z) \mu_j(z) (\bar{A}_{ij} + \Delta \bar{A}_{ij}) x(t) \quad (\text{III.85})$$

où

$$\bar{A}_{ij} = A_i + B_i F_j C, \quad \Delta \bar{A}_{ij} = \Delta A_i + \Delta B_i F_j C \quad (\text{III.86})$$

**Théorème 7** [Chadli et al., 2002c] : Si il existe des matrices  $N_i$ ,  $M$ ,  $S_{ij}$  et  $Q > 0$  et des scalaires  $\epsilon_{ij}$ ,  $\delta_{ij}$  tels que  $\forall i < j, (i, j) \in I_M^2$  :

$$Q > 0 \quad (III.87)$$

$$\begin{pmatrix} T_{ii} + S_{ii} & * & * \\ E_{Ai}Q & -\epsilon_{ii}I & * \\ E_{Bi}NC & 0 & -\delta_{ii}I \end{pmatrix} < 0 \quad (III.88)$$

$$\begin{pmatrix} T_{ij} + T_{ji} + S_{ij} + S_{ij}^T & * & * \\ \begin{pmatrix} E_{Ai} \\ E_{Aj} \end{pmatrix} Q & - \begin{pmatrix} \epsilon_{ij}I & 0 \\ 0 & \epsilon_{ji}I \end{pmatrix} & * \\ \begin{pmatrix} E_{Bi}N_j \\ E_{Bj}N_i \end{pmatrix} C & 0 & - \begin{pmatrix} \delta_{ij}I & 0 \\ 0 & \delta_{ji}I \end{pmatrix} \end{pmatrix} < 0 \quad (III.89)$$

$$\begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} & \cdots & S_{1M} \\ S_{12}^T & S_{22} & \cdots & S_{2M} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{1M}^T & S_{2M}^T & \cdots & S_{MM} \end{pmatrix} > 0 \quad (III.90)$$

$$CQ = MC \quad (III.91)$$

avec :

$$T_{ij} = QA_i^T + A_iQ + C^T N_j^T B_i^T + B_i N_j C + \epsilon_{ij} D_i D_i^T + \delta_{ij} D_i D_i^T.$$

Alors, le multi-modèles incertain (III.83) est asymptotiquement stable via le contrôleur non linéaire (III.84), avec  $F_i = N_i C C^T (C Q C^T)^{-1} \quad \forall i \in \{1, \dots, M\}$ .

D'autres travaux sur la stabilisation des multi-modèles à la fois incertains et perturbés via un contrôleur  $H_\infty$  ont été également publiés ces dernières années (voir par exemple [Shaocheng et Han-Hiong, 2002], [Kau et al., 2007], [Lo et Lin, 2003], [Huai-Ning, 2008], [Kau et al., 2007]).

Par la suite nous proposons deux résultats sur la stabilisation des multi-modèles perturbés via un multicontrôleur  $H_\infty$  basé sur observateur. Dans le premier résultat, les conditions de stabilité sont sous forme BMI, alors que dans le deuxième, ils sont sous forme LMI.

### III.5.4 Stabilisation par un multicontrôleur $H_\infty$ basé sur observateur

Considérant un multi-modèles avec  $M$  modèles locaux :

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \sum_{i=1}^M \mu_i(z) (A_i x(t) + B_{1i} w(t) + B_{2i} u(t)) \\ z(t) &= \sum_{i=1}^M \mu_i(z) (C_{1i} x(t) + D_{1i} u(t)) \\ y(t) &= \sum_{i=1}^M \mu_i(z) (C_{2i} x(t) + D_{2i} w(t)) \end{aligned} \quad (\text{III.92})$$

avec  $x(t) \in \mathfrak{R}^n$  est le vecteur d'état,  $z(t) \in \mathfrak{R}^q$  est la variable de sortie contrôlée,  $w(t) \in \mathfrak{R}^l$  est le vecteur des perturbations extérieures supposé connu et bornée,  $u(t) \in \mathfrak{R}^m$  est la variable d'entrée,  $y(t) \in \mathfrak{R}^h$  est la variable de sortie. Les matrices  $A_i \in \mathfrak{R}^{n \times n}$ ,  $B_{1i} \in \mathfrak{R}^{n \times l}$ ,  $B_{2i} \in \mathfrak{R}^{n \times m}$ ,  $C_{1i} \in \mathfrak{R}^{q \times n}$ ,  $D_{1i} \in \mathfrak{R}^{q \times m}$ ,  $C_{2i} \in \mathfrak{R}^{h \times n}$  et  $D_{2i} \in \mathfrak{R}^{h \times l}$  sont connues et de dimensions appropriées.  $z_1, \dots, z_M$  sont les variables de décision supposées mesurables et ne dépendent pas de  $u(t)$  et  $w(t)$ .

Le multiobservateur considéré est de la forme suivante :

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}(t) &= \sum_{i=1}^M \mu_i(z) (A_i \hat{x}(t) + B_{1i} w(t) + B_{2i} u(t) - L_i (y(t) - \hat{y}(t))) \\ \hat{y}(t) &= \sum_{i=1}^M \mu_i(z) (C_{2i} \hat{x}(t) + D_{2i} w(t)) \end{aligned} \quad (\text{III.93})$$

où  $\hat{x}(t) \in \mathfrak{R}^n$  et  $\hat{y}(t) \in \mathfrak{R}^h$  représentent respectivement l'estimée du vecteur d'état et du vecteur de sortie.  $L_i \in \mathfrak{R}^{n \times h}$  ( $i = 1, \dots, M$ ) sont les gains de l'observateur à déterminer.

Le multicontrôleur basé sur observateur est

$$u(t) = \sum_{i=1}^M \mu_i(z) K_i \hat{x}(t) \quad (\text{III.94})$$

où  $K_i$  sont les gains du multicontrôleur qui doivent être désignés. Les résultats suivants sont basés sur [Liu et Zhang, 2003].

Définissons les deux nouvelles variables :



$$e(t) = \hat{x}(t) - x(t) \quad (\text{III.95})$$

$$\bar{x}(t) = (x(t)^T, e(t)^T)^T \quad (\text{III.96})$$

Le modèle en boucle fermée, constitué du modèle (III.92), de l'observateur (III.93) et du contrôleur (III.94) est

$$\begin{pmatrix} \dot{\hat{x}}(t) \\ z(t) \end{pmatrix} = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M \mu_i(z) \mu_j(z) \begin{pmatrix} \bar{A}_{ij} & \bar{B}_i \\ \bar{C}_{ij} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{x}(t) \\ w(t) \end{pmatrix} \quad (\text{III.97})$$

avec

$$\bar{A}_{ij} = \begin{pmatrix} A_i + B_{2i}K_j & B_{2i}K_j \\ 0 & A_i + L_iC_{2j} \end{pmatrix} \quad (\text{III.98})$$

$$\bar{B}_i = \begin{pmatrix} B_{1i} \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (\text{III.99})$$

$$\bar{C}_{ij} = (C_{1i} + D_{1i}K_j \quad D_{1i}K_j) \quad (\text{III.100})$$

**Définition III.1** *Le système (III.97) est stable et la performance  $H_\infty$  est garantie, sous des conditions initiales nulles, si il est exponentiellement stable avec*

$$\int_0^\infty (z^T(t)z(t) - \gamma^2 w^T(t)w(t)) dt < 0 \quad (\text{III.101})$$

avec  $\gamma$  est le taux d'atténuation désiré des perturbations extérieures.

**Lemme 2** [Xiaodong et Gینگling, 2003] : *Pour un scalaire positif donné  $\gamma > 0$ , si il existe des matrices  $P > 0$ ,  $Z_{ij}$  où  $Z_{ji} = Z_{ij}^T$ ,  $i, j = 1, 2, \dots, r$ , tels que les deux inégalités matricielles suivantes sont vérifiées*

$$\bar{A}_{ij}^T P + P \bar{A}_{ij} + \frac{1}{\gamma^2} P \bar{B}_i \bar{B}_i^T P \leq Z_{ij}, \quad (\text{III.102})$$

$$H_k = \begin{pmatrix} Z_{11} & \dots & Z_{1M} & \bar{C}_{1k}^T \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ Z_{M1} & \dots & Z_{MM} & \bar{C}_{rk}^T \\ \bar{C}_{1k} & \dots & \bar{C}_{rk} & -I \end{pmatrix}_{(k=1, \dots, M)} < 0 \quad (\text{III.103})$$

alors, le système en boucle fermée (III.97) est asymptotiquement stable et la performance  $H_\infty$  (III.101) est garantie via le contrôleur (III.94).

Se basant sur ce résultat non linéaire, les auteurs de [Liu et Zhang, 2003] ont proposé un algorithme de linéarisation en deux étapes comme le montre le théorème suivant.

**Théorème 8** : Pour un scalaire  $\gamma > 0$  donné, il existe une loi de commande basée sur observateur (III.94) qui assure la stabilité asymptotique du système (III.92) et garantit la performance  $H_\infty$  avec un taux d'atténuation  $\gamma$  si

Étape 1 : Il existe des matrices  $Z > 0$ ,  $M_i$ ,  $N_{ij}$  et  $Z_{ij} = Z_{ij}^T$ ,  $i, j = 1, 2, \dots, M, j > i$ , tels que les LMI suivantes sont satisfaites :

$$\begin{pmatrix} ZA_i^T + A_i Z + B_{2i} M_i + M_i^T B_{2i}^T + \gamma^{-2} B_{1i} B_{1i}^T & B_{2i} M_i \\ M_i^T B_{2i}^T & N_{ii} \end{pmatrix}_{i=1,2,\dots,M} < Z_{ii} \quad (\text{III.104})$$

$$\begin{pmatrix} Z(A_i + A_j)^T + (A_i + A_j)Z + B_{2i} M_j + M_j^T B_{2i}^T & B_{2i} M_j + B_{2j} M_i \\ + B_{2j} M_i + M_i^T B_{2j}^T + \gamma^{-2} (B_{1i} B_{1j}^T + B_{1j} B_{1i}^T) & N_{ij} + N_{ji}^T \\ M_i^T B_{2j}^T + M_j^T B_{2i}^T & \end{pmatrix}_{j>i} \leq Z_{ij} + Z_{ij}^T \quad (\text{III.105})$$

$$\begin{pmatrix} Z_{11} & \dots & Z_{1M} & V_{1k}^T \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ Z_{1M}^T & \dots & Z_{MM} & V_{Mk}^T \\ V_{1k} & \dots & V_{Mk} & -I \end{pmatrix}_{k=1,2,\dots,M} < 0 \quad (\text{III.106})$$

avec  $V_{ik} = [ C_{1i} Z + D_{1i} M_k \quad D_{1i} M_k ]$

Étape 2 : il existe des matrices  $Y > 0$  et  $J_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, M$  telles que les LMI suivantes sont satisfaites

$$A_i^T Y + Y A_i + C_{2i}^T J_i^T + J_i C_{2i} < Z^{-1} N_{ii} Z^{-1}, \quad i = 1, 2, \dots, M \quad (\text{III.107})$$

$$(A_i + A_j)^T Y + Y (A_i + A_j) + C_{2i}^T J_j^T + J_j C_{2i} + C_{2j}^T J_i^T + J_i C_{2j} < Z^{-1} (N_{ij} + N_{ij}^T) Z^{-1}, \quad j > i \quad (\text{III.108})$$

Les gains du contrôleur  $K_i$  et les gains de l'observateur  $L_i$  sont donnés par

$$K_i = M_i Z^{-1}, \quad L_i = Y^{-1} J_i, \quad i = 1, 2, \dots, M \quad (\text{III.109})$$

La résolution des conditions de stabilité (III.104-III.108) en deux étapes augmente le conservatisme de la méthode : c'est l'inconvénient majeur de la méthode. Afin de surmonter cet inconvénient, les auteurs de [Lin et al., 2005] ont proposé de nouvelles conditions de stabilité sous forme inégalités matricielles linéaires en une seule étape :

**Théorème 9** : Pour un scalaire  $\gamma > 0$  donné, il existe une loi de commande III.94 qui assure la stabilité asymptotique du système III.92 et garantit la performance  $H_\infty$  avec un taux d'atténuation  $\gamma$  si il existe des matrices  $K_i, L_i, \bar{X} > 0, \bar{Y} > 0, P_{ij} = P_{ij}^T, i, j = 1, 2, \dots, M, j > i$ , telles que les inégalités matricielles suivantes sont satisfaites

$$\bar{X}\Lambda_{ii}^T + \Lambda_{ii}\bar{X} + \gamma^{-2}B_{1i}B_{1i}^T < P_{ii} \quad (III.110)$$

$$\Gamma_{ii}^T\bar{Y} + \bar{Y}\Gamma_{ii} < Q_{ii} \quad i = 1, 2, \dots, M \quad (III.111)$$

$$\bar{X}\Lambda_{ij}^T + \Lambda_{ij}\bar{X} + \gamma^{-2}(B_{1i}B_{1j}^T + B_{1j}B_{1i}^T) \leq P_{ij} + P_{ij}^T \quad (III.112)$$

$$\Gamma_{ij}^T\bar{Y} + \bar{Y}\Gamma_{ij} \leq Q_{ij} + Q_{ij}^T \quad j > i \quad (III.113)$$

$$\begin{pmatrix} P_{11} & \dots & P_{1M} & \bar{X}\bar{U}_{1k}^T \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ P_{1M}^T & \dots & P_{MM} & \bar{X}\bar{U}_{Mk}^T \\ \bar{U}_{1k}\bar{X} & \dots & \bar{U}_{rk}\bar{X} & -I \end{pmatrix} < 0 \quad k = 1, 2, \dots, M \quad (III.114)$$

$$\begin{pmatrix} Q_{11} & \dots & Q_{1M} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ Q_{1M}^T & \dots & Q_{MM} \end{pmatrix} < 0 \quad (III.115)$$

avec

$$\Lambda_{ii} = A_i + B_{2i}K_i, \quad \Lambda_{ij} = A_i + A_j + B_{2i}K_j + B_{2j}K_i \quad (III.116)$$

$$\Gamma_{ii} = A_i + L_iC_{2i}, \quad \Gamma_{ij} = A_i + A_j + L_iC_{2j} + L_jC_{2i} \quad (III.117)$$

$$\bar{U}_{1k} = C_{1i} + D_{1i}K_k \quad (III.118)$$

**Preuve** : voir [Lin et al., 2005]

Ce résultat présente l'avantage d'être linéaire par rapport aux résultats développés dans [Liu et Zhang, 2003]. Cependant, ces auteurs ne considèrent pas les incertitudes dues aux erreurs de modélisation et aux variations paramétriques. Dans le chapitre suivant, un nouveau résultat concernant la stabilisation des multi-modèles via un contrôleur par retour d'état reconstruit avec la prise en compte des incertitudes de modélisation et les perturbations extérieures sera présenté. Les conditions de stabilité sont sous forme LMI et permettent d'obtenir les gains du contrôleur et de l'observateur en une seule étape [Oudghiri et al., 2007f].

## III.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté quelques résultats sur la stabilisation et l'observation des multi-modèles. Tout d'abord, nous avons présenté les différentes techniques pour l'obtention d'un multi-modèles. Ensuite, nous avons exposé quelques résultats pour la synthèse de multi-observateurs et particulièrement la synthèse de multi-observateurs à mode glissant pour des multi-modèles incertains avec entrées inconnues. La dernière partie de ce chapitre a concerné l'étude de la stabilisation des multi-modèles. Différentes techniques basées sur l'approche de Lyapunov quadratique ont été présentées. Des conditions de stabilité avec introduction de relaxation pour les multi-modèles incertains ont été également proposées.

Rappelons que les travaux que nous abordons dans les chapitres suivants concernent le contrôle robuste et tolérant aux défauts pour la dynamique d'un véhicule automobile. Cette dernière est représentée par un multi-modèles incertain dont certains variables d'état ne sont pas mesurables. Des lois de commande robustes qui prennent en compte les incertitudes de modélisation ainsi que la non disponibilité de l'ensemble des variables d'état seront développées en s'inspirant des méthodes présentées dans ce chapitre. Des conditions de stabilité sous forme inégalités matricielles linéaires seront également proposées.



# Partie II : Contrôle robuste d'un véhicule automobile

## Introduction

Depuis quelques années, il y a un effort continu de la part des industriels et des chercheurs sur le développement de nouvelles structures et de systèmes de sécurité active permettant d'améliorer les performances du véhicule en termes de stabilité et de tenue de route [Ackermann, 1998], [Pacejka, 2002], [Lin *et al.*, 2004], [Hsiao et Tomizuka, 2004], [Oudghiri *et al.*, 2007g]. Certains systèmes sont déjà commercialisés et intégrés sur la plupart des véhicules de tourisme. Le but ultime reste toujours la fabrication des véhicules faciles à conduire avec une sécurité "absolue". Dans ce sens, plusieurs travaux sont développés dans la littérature [Bennett *et al.*, 1999], [Ciocan, 2005], [YI *et al.*, 2003], [Hsiao et Tomizuka, 2004], [Lin *et al.*, 2004], [Stephant, 2004], [Oudghiri *et al.*, 2007k], [Zhang *et al.*, 2007], [Oudghiri *et al.*, 2008c]. La majorité de ces travaux utilisent les techniques de commande avancées pour élaborer de nouvelles générations de systèmes de sécurité active. Notre travail rentre dans ce cadre.

Le véhicule est un système complexe sujet à de nombreuses incertitudes (dont l'origine peut être la vitesse et l'adhérence des pneumatiques) et soumis à de multiples perturbations (telles que des vents latéraux, variation de la masse, variation de l'adhérence du pneumatique ou bien la déviation de la route) qui peuvent dégrader son comportement, voir le déstabiliser. A tous ces contraintes s'ajoute sa dynamique totalement dépendante du couple formé du pneumatique et de la chaussée. Le fonctionnement de cette interaction est caractérisé par un paramètre qui est l'adhérence. La connaissance de ce paramètre en temps réel est quasiment impossible à l'heure actuelle. C'est dans ce cadre que l'introduction de la robustesse dans les lois de commande utilisées pour les systèmes de contrôle de la dynamique du véhicule, latérale et longitudinale, (ESP, ABS, . . .) est devenue indispensable.

Dans cette partie, nous présentons trois différentes lois de commande robustes. Elle est constituée de deux chapitres. Le premier est consacré au contrôle robuste de la dynamique latérale et le deuxième traite le contrôle longitudinal du véhicule automobile.

Dans le premier, nous exposons tout d'abord la méthode d'approximation du modèle non linéaire de la dynamique d'un véhicule par un multimodèle incertain à deux modèles locaux. Les variations du coefficient d'adhérence seront prises en compte. Ensuite, deux lois de commande robustes multimodèles que nous appliquons ensuite au contrôle de la dynamique du véhicule seront développées. La première est par retour d'état basée sur observateur. Les conditions suffisantes de stabilité obtenues par cette dernière sont données sous forme de BMI. Un algorithme de résolution en deux étapes permettant de déterminer les gains du contrôleur et de l'observateur est proposé. La deuxième loi de commande qui sera développée dans ce chapitre est de type  $H_\infty$  basée sur observateur. Sa particularité est la minimisation de l'effet des perturbations extérieures sur les sorties contrôlées. Les conditions de stabilité sont données, cette fois, sous forme LMI permettant de déterminer les gains du contrôleur et de l'observateur simultanément.

Le second chapitre est consacré au contrôle robuste de la dynamique longitudinale

---

d'un véhicule automobile. Deux lois de commande seront également développées. La première est une commande par retour d'état linéaire avec intégrateur. La deuxième est une commande multimodèle à mode glissant. Les deux lois de commande seront dans un premier temps validées par simulation, ensuite elles seront appliquées sur un prototype de laboratoire de système de freinage ABS.





## Chapitre IV

# Contrôle robuste de la dynamique latérale d'un véhicule automobile

## IV.1 Introduction

Le véhicule est un système complexe sujet à de nombreuses incertitudes sur la masse, la vitesse, l'adhérence pneu/sol, etc. L'usage d'un correcteur classique peut difficilement remplir l'ensemble des objectifs en terme de performances et de robustesse imposés sur la totalité du domaine de fonctionnement. Afin d'assister le conducteur dans ses manœuvres, l'objectif est d'élaborer une loi de commande robuste qui tient compte, à la fois, de la non-linéarité du modèle de la dynamique du véhicule et des incertitudes dues aux pertes d'efficacité de certains éléments constituant le système (variation de la masse, changement d'état de la chaussée, etc.) ou aussi liées aux erreurs de modélisation. Plusieurs travaux récents concernant le contrôle robuste de la dynamique du véhicule automobile ont été publiés [Mammar et Koenig, 2002], [Mammar *et al.*, 2004], [Raharijaona *et al.*, 2004], [Lin *et al.*, 2004], [Hajjaji *et al.*, 2006], [Oudghiri *et al.*, 2007k], [J.Wu *et al.*, 2007], [Chadli *et al.*, 2008b].

Ce chapitre se compose de trois parties. Dans la première, nous approximons le modèle non linéaire de la dynamique latérale du véhicule automobile donné dans le chapitre II par un multi-modèles incertain à deux modèles locaux. Dans la deuxième partie, nous développons une loi de commande multi-modèles basée sur observateur que nous appliquons ensuite pour le contrôle de la dynamique latérale d'un véhicule à quatre roues directrices où l'angle de braquage des roues arrière constitue l'entrée de commande. Dans la troisième partie, une loi de commande  $H_\infty$  basée sur multiobservateur est développée. Elle tient compte des incertitudes de modélisation et des perturbations extérieures. Les conditions de stabilité, sous forme LMI, permettent de déterminer les gains du multi-contrôleurs ainsi que du multi-observateurs en une seule étape. Cette loi de commande sera ensuite utilisée pour le contrôle de la dynamique latérale du véhicule à deux roues directrices où l'entrée de commande est le moment autour du centre de gravité du véhicule.

## IV.2 Représentation multi-modèles incertain de la dynamique latérale du véhicule

Considérons le modèle du véhicule à quatre roues directrices (figure II.13) dont le modèle non linéaire qui caractérise la dynamique latérale est décrit par les deux équations (II.11) et (II.12) avec  $F_{yf1} = F_{yf2} = F_{yf}$  et  $F_{yr1} = F_{yr2} = F_{yr}$ .

On remarque que les non linéarités du modèle proviennent essentiellement des forces de contact pneu/sol données par la figure IV.1. Notre idée est d'approximer les deux forces par un multi-modèles à deux modèles locaux. Les forces latérales s'écrivent alors :

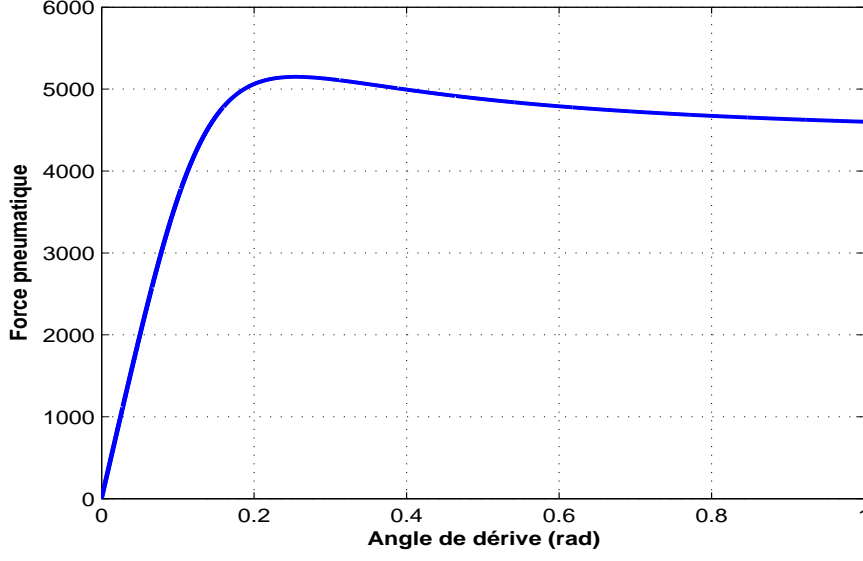


FIG. IV.1 – Forces pneumatiques en fonction de l’angle de dérive

$$F_{yf} = h_1(|\alpha_f|) C_{f1} \alpha_f + h_2(|\alpha_f|) C_{f2} \alpha_f \quad (\text{IV.1})$$

$$F_{yr} = h_1(|\alpha_r|) C_{r1} \alpha_r + h_2(|\alpha_r|) C_{r2} \alpha_r \quad (\text{IV.2})$$

avec  $C_{fi}$  et  $C_{ri}$  représentent les coefficients de rigidité des roues avant et arrières respectivement.  $h_1(|\alpha(t)_f|)$  et  $h_2(|\alpha(t)_f|)$  représentent les fonctions d’activation avec  $h_1(\cdot) + h_2(\cdot) = 1$  et  $h_1(\cdot) > 0$ ,  $h_2(\cdot) > 0$ . Leurs expressions sont données par (IV.3).

$$h_i(|\alpha(t)_f|) = \frac{w_i(|\alpha_f(t)|)}{\sum_{i=1}^2 w_i(|\alpha_f(t)|)}, \quad i = 1, 2 \quad (\text{IV.3})$$

où

$$w_i(|\alpha_f|) = \frac{1}{\left(1 + \left|\left(\frac{|\alpha_f| - c_i}{a_i}\right)\right|\right)^{2b_i}} \quad (\text{IV.4})$$

L’objectif est d’optimiser les paramètres des modèles locaux  $C_{fi}$ ,  $C_{ri}$  et les fonctions d’activation  $h_i(|\alpha(t)_f|)$  pour un coefficient de frottement donné ( $\mu = 0.5$  par exemple).

En utilisant l'algorithme d'optimisation de Levenberg-Marquardt combiné avec les moindres carrés, minimisant l'écart quadratique entre les expressions non linéaires des forces latérales données par le modèle de Pacejka (II.24) et les forces estimées (IV.1, IV.2), nous obtenons les valeurs numériques données par le tableau IV.2.

Coefficients de rigidité nominaux	
$C_{f10}$	60412.7
$C_{r10}$	60088
$C_{f20}$	4814
$C_{r20}$	3425
Paramètres des fonctions d'activation	
$a_1$	0.5077
$b_1$	3.1893
$c_1$	-0.4356
$a_2$	0.4748
$b_2$	5.3907
$c_2$	0.5622

TAB. IV.1 – Valeurs numériques du multi-modèles

Les fonctions d'activation  $h_1(|\alpha_f|)$  et  $h_2(|\alpha_f|)$  ainsi que les forces pneumatiques sont représentées par les figures IV.2 et IV.3. Nous remarquons que les forces pneumatiques en représentation multi-modèles (IV.1 et IV.2) suivent correctement les forces pneumatiques réelles. La figure IV.3 montre la bonne approximation obtenue.

En supposant que l'angle de glissement latéral est très faible ( $\beta \ll 1$ ), les angles de dérive pneumatiques des roues avants et arrières peuvent être approximés par les expressions suivantes :

$$\alpha_f \cong -\beta - \frac{a_f}{u}r + \delta_f \quad (\text{IV.5})$$

$$\alpha_r \cong -\beta + \frac{a_r}{u}r + \delta_r \quad (\text{IV.6})$$

En remplaçant dans le modèle non linéaire de la dynamique latérale du véhicule (équations II.11 et (II.12)) les forces par leurs expressions (IV.1, IV.2) et en tenant compte de (IV.5 et (IV.6)), nous obtenons le multi-modèles suivant :

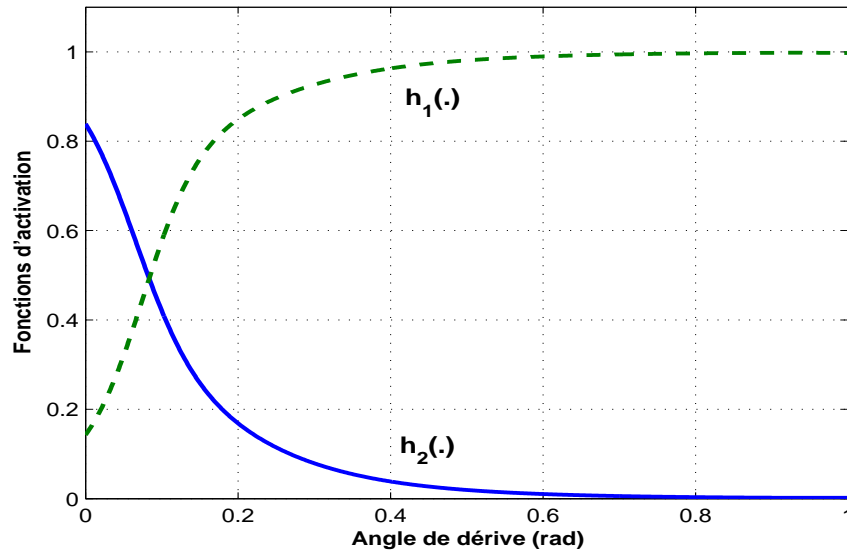


FIG. IV.2 – Fonctions d'activation

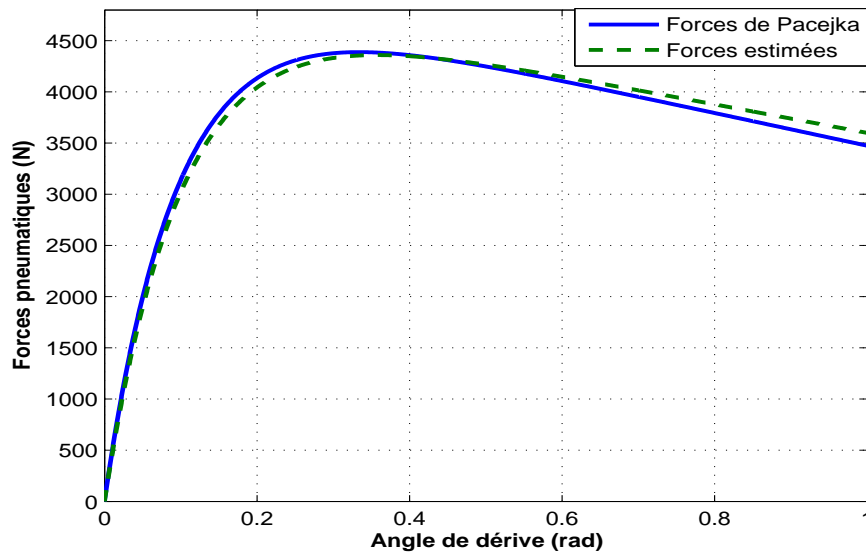


FIG. IV.3 – Comparaison entre les forces réelles et les forces estimées

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^2 h_i(|\alpha_f(t)|) (A_i x(t) + B_{f_i} \delta_f(t) + B_{r_i} \delta_r(t)) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (\text{IV.7})$$

avec

$$x(t) = \begin{pmatrix} \beta(t) \\ r(t) \end{pmatrix}, \quad A_i = \begin{pmatrix} -2 \frac{C_{fi} + C_{ri}}{mu} & -2 \frac{C_{fi} a_f - C_{ri} a_r}{I_z} - 1 \\ -2 \frac{C_{fi} a_f - C_{ri} a_r}{I_z} & -2 \frac{mu^2 + C_{ri} a_r^2}{I_z u} \end{pmatrix}, \quad (IV.8)$$

$$B_{fi} = \begin{pmatrix} 2 \frac{C_{fi}}{mu} \\ 2 \frac{a_f C_{fi}}{I_z} \end{pmatrix}, \quad B_{ri} = \begin{pmatrix} 2 \frac{C_{ri}}{mu} \\ -2 \frac{a_r C_{ri}}{I_z} \end{pmatrix}, \quad C = (0 \quad 1) \quad (IV.9)$$

Le modèle global n'est que la somme des deux modèles locaux, pondérés par des fonction d'activation  $h_1 \left( \left| \alpha(t)_f \right| \right)$  et  $h_2 \left( \left| \alpha(t)_f \right| \right)$ .

**Remarque 1** : Rappelons que dans le cas d'un véhicule à deux roues directrices  $\delta_r(t) = 0$ . Rappelons également que seule la vitesse du lacet  $r$  est supposée mesurable, l'angle de glissement latéral  $\beta$  sera estimé.

Le multi-modèles (IV.7) est valide pour un état de chaussée donné ( $\mu = 0.5$ ). Pour prendre en considération la variation des coefficients de rigidité en fonction de l'adhérence de la chaussée, on suppose qu'ils s'écrivent sous la forme suivante :

$$C_{fi} = C_{fi0} (1 + d_i f_i), \quad C_{ri} = C_{ri0} (1 + d_i f_i) \quad (IV.10)$$

Avec  $C_{fi0}$  et  $C_{ri0}$  représentent les coefficients de rigidité nominaux. Ils correspondent à une adhérence  $\mu_0$  donnée.  $f_i(t)$  est une fonction aléatoire qui dépend du temps et vérifie la propriété  $\|f_i(t)\| \leq 1$ .  $d_i$  représente la déviation du coefficient de rigidité par rapport à la valeur nominale. D'où le multi-modèles incertain :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^2 h_i \left( \left| \alpha(t)_f \right| \right) \left( (A_{i0} + \Delta A_i) x(t) + (B_{fi0} + \Delta B_{fi}) \delta_f(t) + (B_{ri0} + \Delta B_{ri}) \delta_r(t) \right) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (IV.11)$$

Les matrices  $A_{i0}$ ,  $B_{fi0}$  et  $B_{ri0}$  représentent les matrices du modèle nominal du véhicule calculées pour une adhérence  $\mu_0$  donnée.

$$A_{i0} = \begin{pmatrix} -2 \frac{C_{fi0} + C_{ri0}}{mu} & -2 \frac{C_{fi0} a_f - C_{ri0} a_r}{I_z} - 1 \\ -2 \frac{C_{fi0} a_f - C_{ri0} a_r}{I_z} & -2 \frac{mu^2 + C_{ri0} a_r^2}{I_z u} \end{pmatrix}, \quad (IV.12)$$

$$B_{fi0} = \begin{pmatrix} 2 \frac{C_{fi0}}{mu} \\ 2 \frac{a_f C_{fi0}}{I_z} \end{pmatrix}, \quad B_{ri0} = \begin{pmatrix} 2 \frac{C_{ri0}}{mu} \\ -2 \frac{a_r C_{ri0}}{I_z} \end{pmatrix}, \quad C = (0 \quad 1) \quad (IV.13)$$

$\Delta A_i, \Delta B_{f_i}$  et  $\Delta B_{r_i}$  représentent les incertitudes paramétriques dues aux variations des coefficients de rigidité et qui peuvent englober les variations d'autres paramètres comme la masse et la vitesse du véhicule. Elles s'écrivent sous la forme

$$\Delta A_i = D_i F_i E_{1i}, \quad \Delta B_{f_i} = D_i F_i E_{f_{2i}}, \quad \Delta B_{r_i} = D_i F_i E_{r_{2i}} \quad (\text{IV.14})$$

où

$$D_i = \begin{pmatrix} d_i & 0 \\ 0 & d_i \end{pmatrix}, \quad F_i = \begin{pmatrix} f_i & 0 \\ 0 & f_i \end{pmatrix}, \quad E_{1i} = \begin{pmatrix} -2 \frac{C_{f_{i0}} + C_{r_{i0}}}{mu} & -2 \frac{C_{f_{i0}} a_f - C_{r_{i0}} a_r}{\mu u^2} \\ -2 \frac{C_{f_{i0}} a_f - C_{r_{i0}} a_r}{I_z} & -2 \frac{C_{f_{i0}} a_f^2 + C_{r_{i0}} a_r^2}{I_z u} \end{pmatrix} \quad (\text{IV.15})$$

$$E_{f_{2i}} = \begin{pmatrix} 2 \frac{C_{f_{i0}}}{m v} \\ 2 \frac{a_f C_{f_{i0}}}{I_z} \end{pmatrix}, \quad E_{r_{2i}} = \begin{pmatrix} 2 \frac{C_{r_{i0}}}{m v} \\ -2 \frac{a_r C_{r_{i0}}}{I_z} \end{pmatrix} \quad (\text{IV.16})$$

Par la suite, nous présentons deux lois de commande robustes avec reconstruction d'état. Dans la synthèse de la première loi de commande, nous prenons en compte les incertitudes dues aux erreurs de modélisation. Dans la synthèse de la deuxième loi de commande, les perturbations extérieures sont prises en compte également.

### IV.3 Commande multi-modèles robuste basée sur observateur

Considérons le multi-modèles incertain suivant :

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \sum_{i=1}^M h_i(z(t)) [(A_i + \Delta A_i) x(t) + (B_i + \Delta B) u(t)] \\ y(t) &= \sum_{i=1}^M h_i(z(t)) C_i x(t) \end{aligned} \quad (\text{IV.17})$$

Avec  $h_i(z(t))$ , ( $i = 1, \dots, M$ ) sont les fonctions d'activation vérifiant la propriété de convexité.  $z(t) = [z_1(t), \dots, z_n(t)]^T$  sont des variables mesurables,  $x(t) \in \mathfrak{R}^n$  est le vecteur d'état,  $u(t) \in \mathfrak{R}^m$  est le vecteur d'entrée et  $y(t) \in \mathfrak{R}^p$  est le vecteur de sortie du système.  $A_i \in \mathfrak{R}^{n \times n}$ ,  $B_i \in \mathfrak{R}^{n \times m}$ ,  $C_i \in \mathfrak{R}^{p \times n}$  sont respectivement les matrices d'état, d'entrée et de sortie du modèle.

$\Delta A_i$  et  $\Delta B_i$  représentent les incertitudes paramétriques du modèle. Elles vérifient les propriétés suivantes :

$$\begin{aligned} [\Delta A_i, \Delta B_i] &= D_i F_i(t) [E_{1i}, E_{2i}] \\ F_i^T(t) F_i(t) &\leq I \end{aligned} \quad (\text{IV.18})$$



Avec  $D_i$ ,  $E_{1i}$  et  $E_{2i}$  sont des matrices réelles connues de dimensions appropriées,  $F_i(t)$  est une matrice inconnue et  $I$  est la matrice identité.

Soit le multi-observateurs :

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}}(t) &= \sum_{i=1}^M h_i(z(t)) [A_i \hat{x}(t) + B_i u(t) + G_i(y(t) - \hat{y}(t))] \\ \hat{y}(t) &= \sum_{i=1}^M h_i(z(t)) C_i \hat{x}(t)\end{aligned}\tag{IV.19}$$

Où les  $G_i$  ( $i = 1, \dots, M$ ) sont les gains de l'observateur à déterminer.

Pour évaluer la dynamique de convergence du multi-observateurs (IV.19), on définit l'erreur entre le multi-modèles incertain (IV.17) et le multiobservateur (IV.19) par :

$$e(t) = x(t) - \hat{x}(t)\tag{IV.20}$$

La loi de commande considérée est de la forme :

$$u(t) = - \sum_{i=1}^M h_i(z(t)) K_i \hat{x}(t)\tag{IV.21}$$

Avec  $K_i$  ( $i = 1, \dots, M$ ) représentent les gains de la loi de commande à déterminer pour assurer la stabilisation robuste du modèle (IV.17) muni de son observateur (IV.19).

A partir des systèmes (IV.19)-(IV.21), on obtient les équations suivantes :

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M h_i(z(t)) h_j(z(t)) (A_i + \Delta A_i - (B_i + \Delta B_i) K_j) x(t) \\ &+ \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M h_i(z(t)) h_j(z(t)) (B_i + \Delta B_i) K_j e(t)\end{aligned}\tag{IV.22}$$

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}}(t) &= \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M h_i(z(t)) h_j(z(t)) (A_i - B_i K_j) \hat{x}(t) \\ &+ \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M h_i(z(t)) h_j(z(t)) G_i C_j e(t)\end{aligned}\tag{IV.23}$$

$$\begin{aligned}\dot{e}(t) &= \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M h_i(z(t)) h_j(z(t)) (A_i - G_i C_j + \Delta B_i K_j) e(t) \\ &+ \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M h_i(z(t)) h_j(z(t)) (\Delta A_i - \Delta B_i K_j) x(t)\end{aligned}\tag{IV.24}$$

La stabilisation asymptotique du multi-modèles incertain (IV.17), avec reconstitution de l'état par le multiobservateur (IV.19) est obtenue par les conditions suivantes.

**Théorème 10** [Chadli et Hajjaji, 2006] : Si il existe des matrices symétriques définies positives  $Q > 0$  et  $P > 0$ , des matrices  $M_i$ ,  $N_i$  et des scalaires positifs  $\varepsilon_{ij}$  tels que les inégalités matricielles suivantes sont vérifiées  $\forall (i, j) \in I_M^2, i < j$ , alors le multi-modèles incertain (IV.17) est globalement asymptotiquement stable via la loi de commande (IV.21) basée sur le retour d'état reconstruit (IV.19) :

$$\begin{pmatrix} \Phi_{ii} & * & * \\ (E_{1i}Q - E_{2i}M_i - (\varepsilon_{ii}^{-1} + 1)^{-1}I & * & * \\ D_i^T & 0 & -(\varepsilon_{ii} + 1)^{-1}I \end{pmatrix} < 0 \quad (\text{IV.25})$$

$$\begin{pmatrix} \Psi_{ij} & * & * & * & * \\ E_{1i}Q - E_{2i}M_j - (\varepsilon_{ij}^{-1} + 1)I & * & * & * & * \\ E_{ij}Q - E_{2j}M_i & 0 & -(\varepsilon_{ij}^{-1} + 1)I & * & * \\ D_i^T & 0 & 0 & -\varepsilon_{ij}^{-1} & * \\ D_j^T & 0 & 0 & 0 & -\varepsilon_{ij}^{-1} \end{pmatrix} < 0 \quad (\text{IV.26})$$

$$\begin{pmatrix} \Gamma_{ii} & * & * \\ E_{2i}K_i - (\varepsilon_{ii}^{-1} + 1)^{-1}I & * & * \\ D_i^T P & 0 & -(\varepsilon_{ii}^{-1} + 1)^{-1}I \end{pmatrix} < 0 \quad (\text{IV.27})$$

$$\begin{pmatrix} \Theta_{ij} & * & * & * & * \\ E_{2i}K_j - (\varepsilon_{ij}^{-1} + 1)^{-1}I & * & * & * & * \\ D_i^T P & 0 & -(\varepsilon_{ij} + 1)^{-1}I & * & * \\ E_{2j}K_i & 0 & 0 & -(\varepsilon_{ij}^{-1} + 1)^{-1}I & * \\ D_j^T P & 0 & 0 & 0 & -(\varepsilon_{ij} + 1)^{-1}I \end{pmatrix} < 0 \quad (\text{IV.28})$$

Avec \* représente le transposé de l'élément symétrique.

$$\Phi_{ii} = QA_i^T + A_iQ - M_i^T B_i^T - B_i M_i + I \quad (\text{IV.29})$$

$$\begin{aligned} \Psi_{ij} &= QA_i^T + A_iQ + QA_j^T + A_jQ - M_j^T B_i^T - B_i M_j - M_i^T B_j^T - B_j M_i \\ &\quad + D_i D_i^T + D_j D_j^T + 2I \end{aligned} \quad (\text{IV.30})$$

$$\Gamma_{ii} = A_i^T P + PA_i - C_i^T N_i^T - N_i C_i + K_i^T B_i^T B_i K_i \quad (\text{IV.31})$$

$$\begin{aligned} \Theta_{ij} &= A_i^T P + PA_i + A_j^T P + PA_j - C_i^T N_j^T - N_i C_j - C_j^T N_i^T - N_j C_i + K_i^T B_j^T B_j K_i \\ &\quad + K_j^T B_i^T B_i K_j \end{aligned} \quad (\text{IV.32})$$

Les gains du contrôleur (IV.21) et de l'observateur (IV.19) sont définis par :

$$K_i = M_i Q^{-1}, \quad G_i = P^{-1} N_i \quad (\text{IV.33})$$

Il est important de remarquer que le principe de séparation permettant de synthétiser séparément le régulateur et l'observateur tout en garantissant la stabilisation du modèle en boucle fermée, n'est pas garanti pour le cas des multi-modèles incertains.

Notons que ces conditions sont sous forme BMI. Afin de pouvoir utiliser l'outil LMI, il est possible de résoudre séquentiellement les conditions de synthèse (IV.25)-(IV.28), en appliquant l'algorithme suivant :

**Algorithme de résolution :**

- i.) Résoudre les deux LMIs (IV.25) et (IV.26) pour obtenir  $Q$  et  $M_i$ , et puis déduire  $K_i = M_i Q^{-1}$ .
- ii.) Remplacer les  $K_i$  dans (IV.27) et (IV.28) et résoudre les deux autres LMI pour obtenir  $P$  et  $N_i$ .
- iii.) Déduire les gains de l'observateur  $G_i = P_2^{-1} N_i$ .

**Résultats de simulation**

Dans ce paragraphe, nous utilisons la commande robuste basée sur observateur que nous venons de présenter (Théorème 10) pour le contrôle latéral du véhicule. Notons que, dans ce travail, nous considérons à la fois les non-linéarités liées aux forces de contact, les variations de l'adhérence pneu sol et la non disponibilité de la mesure du glissement latéral du véhicule. L'entrée de commande est l'angle de braquage des roues arrières  $\delta_r$ .

Considérons le multi-modèles incertain (IV.11) qui représente le comportement non linéaire du véhicule décrit par les deux équations (II.11) et (II.12), avec les matrices du système nominal  $A_{i0}$ ,  $B_{fi0}$  et  $B_{ri0}$  définies en (IV.12, IV.13) et les incertitudes  $\Delta A_i$ ,  $\Delta B_{fi}$  et  $\Delta B_{ri}$  définies en (IV.14, IV.15 et IV.16).

L'expression de la loi de commande considérée est de la forme :

$$\delta_r(t) = - \sum_{i=1}^2 h_i (|\alpha_f|) K_i \hat{x}(t) \quad (\text{IV.34})$$

avec  $\hat{x} \in \mathfrak{R}^2$  est l'estimée du vecteur d'état  $x = \begin{pmatrix} \beta & r \end{pmatrix}^T$  obtenue par le multiobservateur suivant

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = \sum_{i=1}^2 h_i (|\alpha_f|) ((A_i \hat{x}(t) + B_{r_i} \delta_r(t) + B_{f_i} \delta_f(t) + G_i (y(t) - \hat{y}(t)))) \\ \hat{y}(t) = C \hat{x}(t) \end{cases} \quad (\text{IV.35})$$

où  $G_i$  ( $i = 1, 2$ ) sont les gains de l'observateur à déterminer et  $C = \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

D'après l'analyse faite précédemment, la stabilité du comportement du véhicule via le multi-contrôleurs (IV.34) basée sur le multi-observateurs (IV.35) est obtenue par les conditions du théorème 10 en utilisant la procédure de résolution décrite précédemment.

La résolution des conditions (IV.25), (IV.26), (IV.27) et (IV.28), en utilisant la toolbox LMI de MATLAB, donne les gains, du contrôleur et de l'observateur, suivant :

$$K_1 = \begin{bmatrix} 15.8025 & -24.0576 \end{bmatrix}, \quad K_2 = \begin{bmatrix} 18.3904 & -27.9664 \end{bmatrix} \quad (\text{IV.36})$$

$$G_1 = \begin{bmatrix} 97.5800 & 165.0050 \end{bmatrix}^T, \quad G_2 = \begin{bmatrix} -62.6313 & 169.3824 \end{bmatrix}^T \quad (\text{IV.37})$$

Pour illustrer la robustesse de la commande, nous considérons que

- i.) La vitesse du véhicule varie entre  $20m/s$  et  $30m/s$ . (voir figure IV.5)
- ii.) L'adhérence de la chaussée varie de 1 (chaussée sèche) à 0.4 (chaussée glacée) (figure IV.14).
- iii.) Toutes les simulations sont effectuées en considérant le modèle non linéaire de la dynamique latérale du véhicule (équations (II.11) et (II.12)).

Les paramètres du modèle sont donnés par le tableau IV.2.

Paramètres	$I_z$	$m$	$a_f$	$a_r$
Valeurs	$3000 \text{ kgm}^2$	$1500 \text{ kg}$	$1.5 \text{ m}$	$1.3 \text{ m}$

TAB. IV.2 – Valeurs numériques du multi-modèles nominale

Nous étudions deux cas :

**Cas 1 :** Nous appliquons un angle de braquage des roues avants faible ( $|\delta_f| < 0.06rad$ , figure IV.6) et nous comparons le comportement dynamique du véhicule avec *i*) utilisation d'un multicontrôleur basé sur observateur ( $\delta_r(t) = -\sum_{i=1}^2 h_i (|\alpha_f|) K_i \hat{x}(t)$ ), *ii*) utilisation d'un contrôleur ( $\delta_r(t) = -K \hat{x}(t)$ ) par retour d'état reconstruit linéaire et *iii*) sans contrôleur. Les résultats de ces simulations sont montrés dans les figures IV.7 et IV.8. Nous

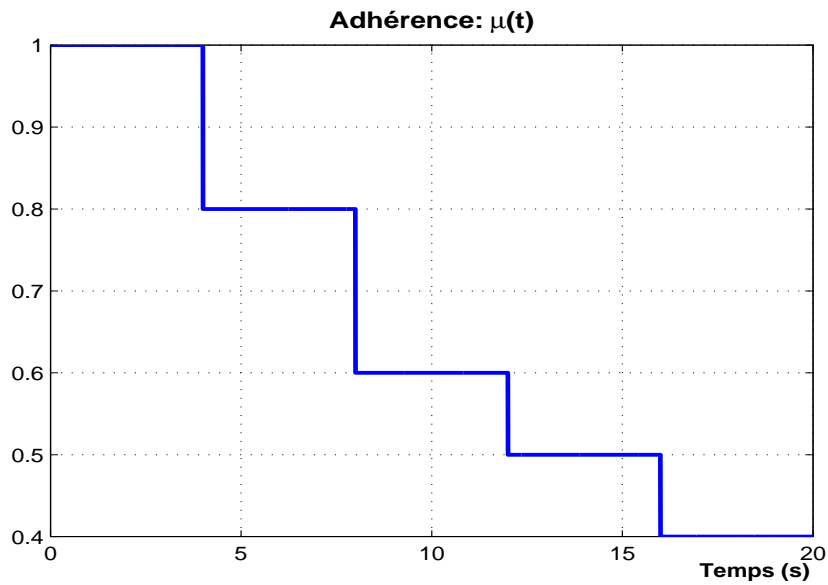


FIG. IV.4 – Variation de l'adhérence

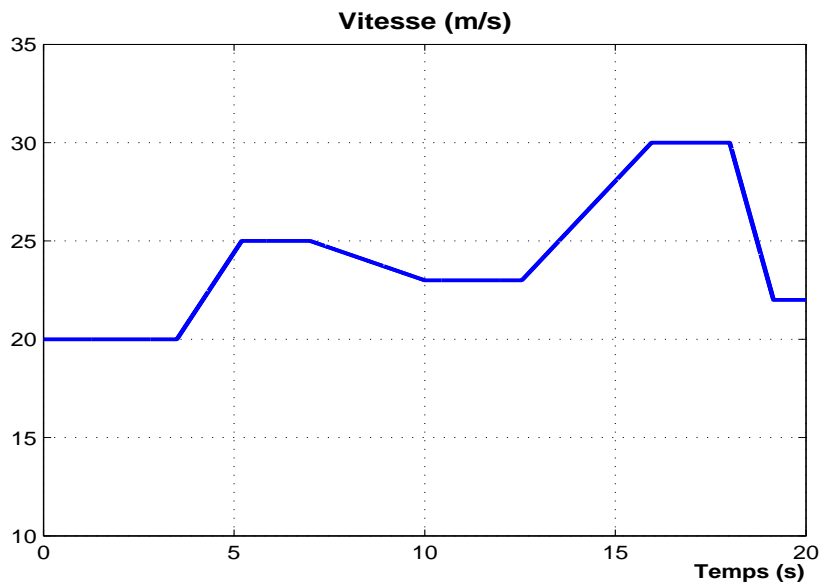


FIG. IV.5 – Variation de la vitesse

constatons que le véhicule reste stable avec les deux types de contrôleurs (approche multi-modèles et approche linéaire) mais sans contrôle, le véhicule perd sa stabilité.

**Cas 2 :** Afin d'analyser l'efficacité de la loi de commande proposée, nous augmentons l'angle de braquage des roues avants ( $|\delta_f| < 0.18rad$ , figure IV.9) et nous comparons le comportement dynamique du véhicule dans les mêmes conditions que précédemment. les résultats de ces simulations sont montrés dans les figures IV.10, IV.11, IV.12 et IV.13. Nous constatons qu'avec un contrôleur linéaire, le véhicule perd sa stabilité, alors qu'avec

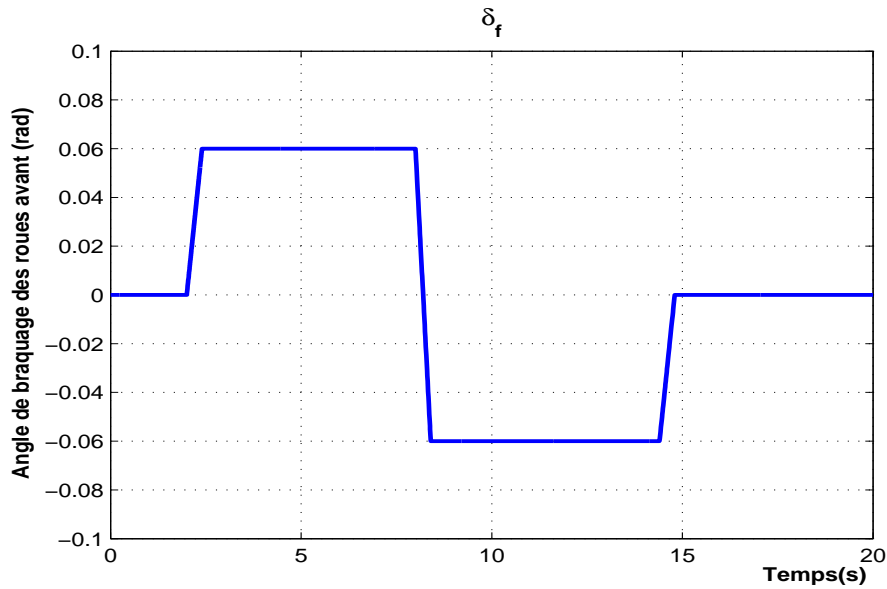


FIG. IV.6 – Angle de braquage des roues avants donné par le conducteur,  $|\delta_f| < 0.06rad$

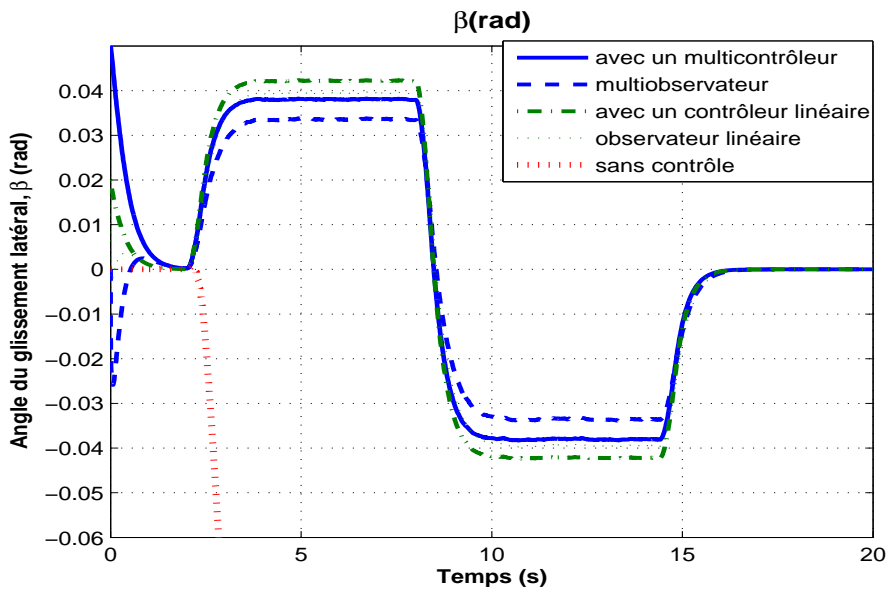


FIG. IV.7 – Évolution de l'angle de glissement latéral du véhicule et son estimée en boucle fermée pour un angle de braquage  $|\delta_f| < 0.06rad$  dans les trois cas : avec le multicontrolleur (IV.34), avec un contrôleur linéaire et sans contrôle.

le multicontrolleur (IV.34) le véhicule maintient sa stabilité latérale [Chadli *et al.*, 2008b].

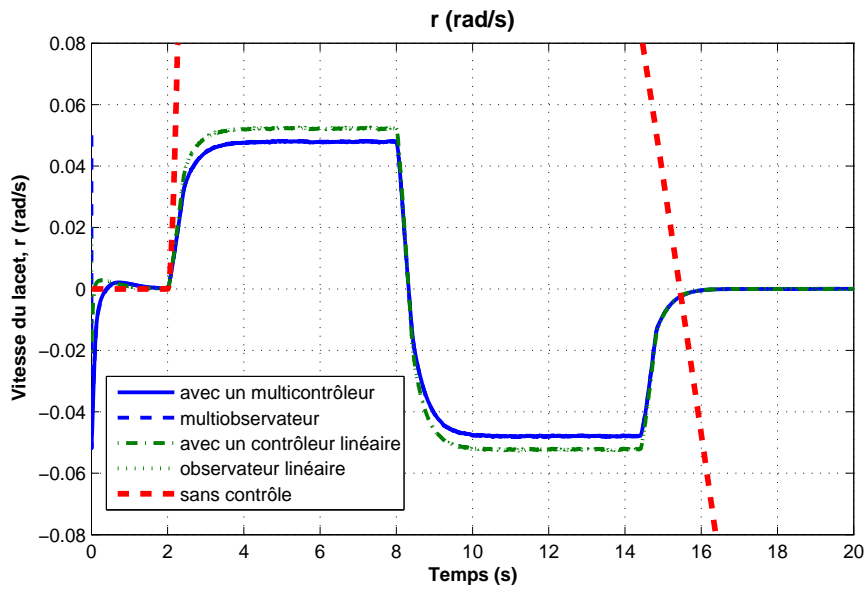


FIG. IV.8 – Évolution de la vitesse du lacet du véhicule et son estimée en boucle fermée pour un angle de braquage  $|\delta_f| < 0.06rad$  dans les trois cas : avec le multicontrôleur (IV.34), avec un contrôleur linéaire et sans contrôle.

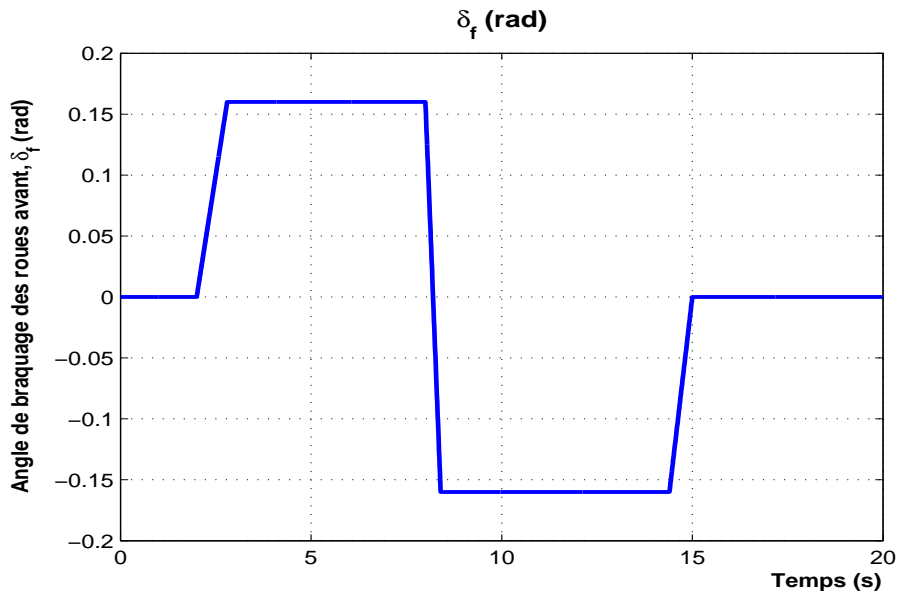


FIG. IV.9 – Angle de braquage des roues avant donné par le conducteur,  $|\delta_f| < 0.16rad$

## IV.4 Commande robuste basée sur observateur avec rejet de perturbations

De nombreux travaux traitant la commande  $H_\infty$  pour les systèmes non linéaires en représentation multi-modèles ont été publiés ces dernières années [Lee et al., 2001],

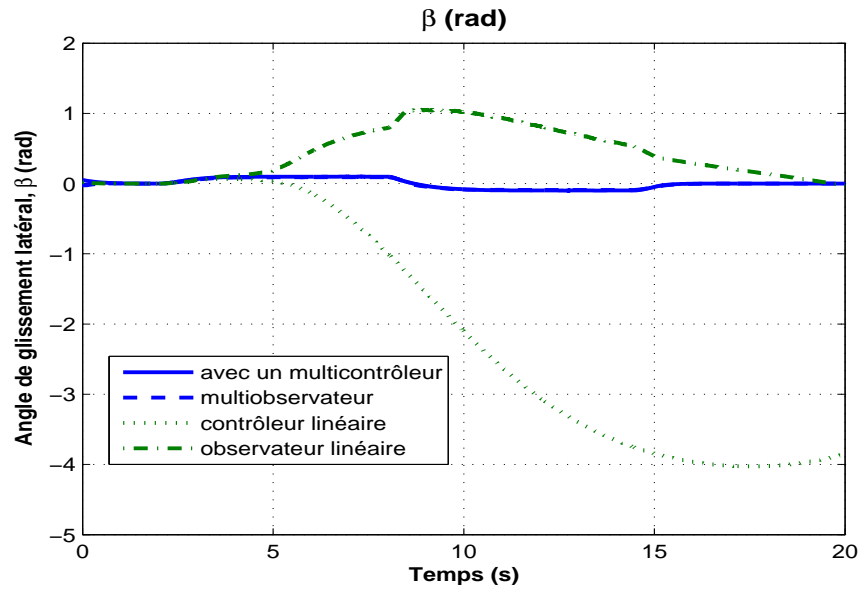


FIG. IV.10 – Évolution de l’angle de glissement latéral du véhicule et son estimée en boucle fermée pour un angle de braquage  $|\delta_f| < 0.18rad$  dans les trois cas : avec le multicontrôleur (IV.34), avec un contrôleur linéaire et sans contrôle.

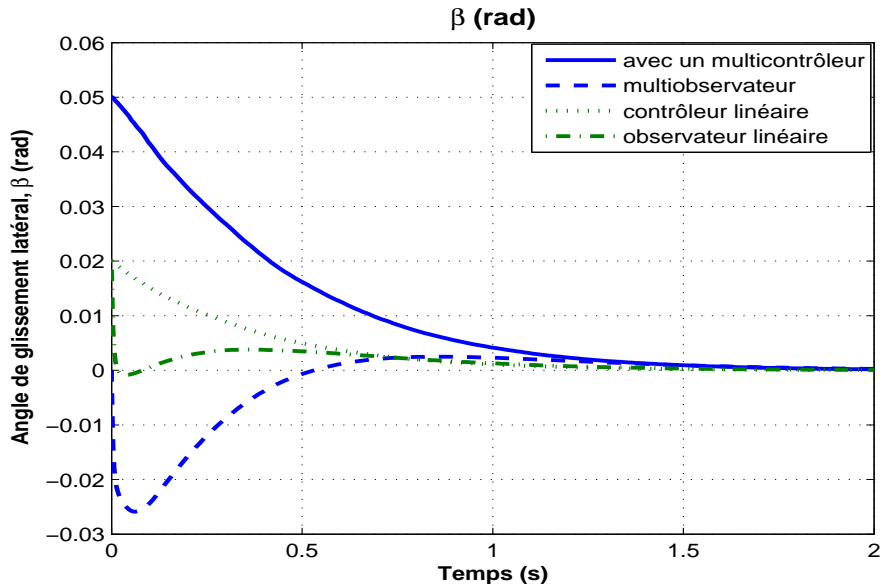


FIG. IV.11 – Extrait de la figure IV.10 : régime transitoire

[Xiaodong et Gingling, 2003], [Lo et Lin, 2004a], [Lo et Lin, 2004b], [Lin *et al.*, 2005], [Yoneyama, 2006], [Kau *et al.*, 2007]. Dans le travail de [Lin *et al.*, 2005], les auteurs ont proposé une commande basée sur observateur pour les multi-modèles. Les conditions de stabilité proposées sont sous forme LMI mais les incertitudes dues aux erreurs de modélisation et aux variations paramétriques n’ont pas été considérées. Le travail des auteurs



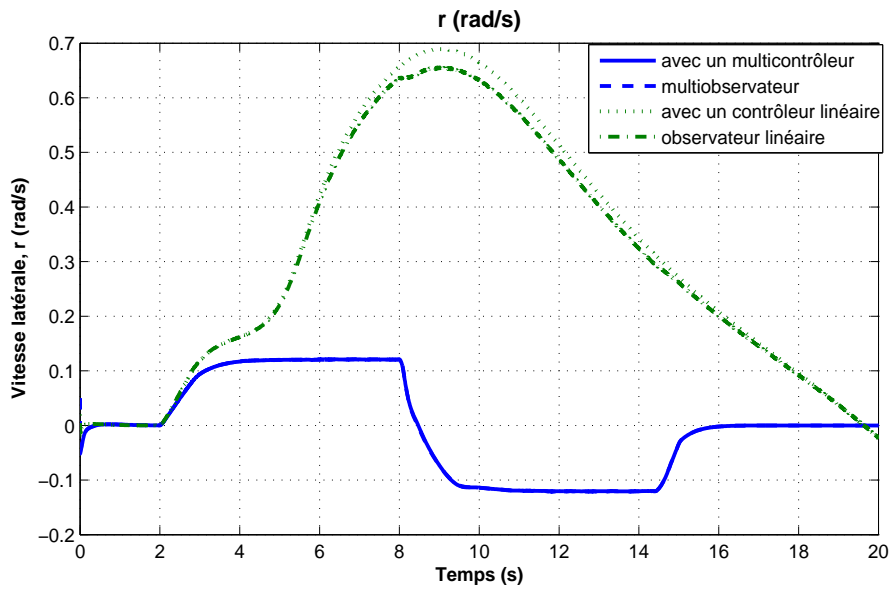


FIG. IV.12 – Évolution de la vitesse du lacet du véhicule et son estimée en boucle fermée pour un angle de braquage  $|\delta_f| < 0.18rad$  dans les trois cas : avec le multicontrôleur (IV.34), avec un contrôleur linéaire et sans contrôle.

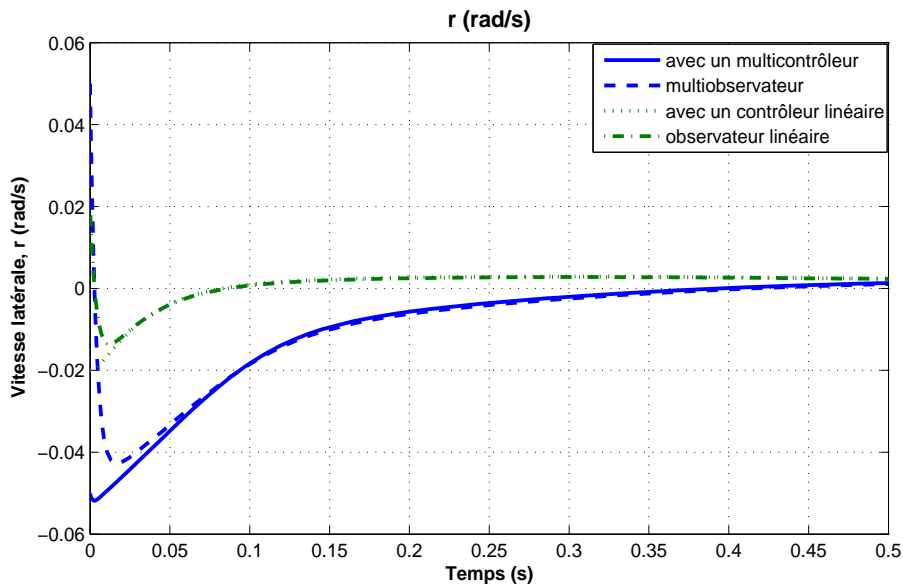


FIG. IV.13 – Extrait de la figure IV.12 : régime transitoire

de [Lo et Lin, 2004a] quant à eux considère une commande basée sur observateur pour les multi-modèles incertains avec rejet de perturbations extérieures. L'inconvénient de cette méthode est la non-linéarité des conditions de stabilité. L'obtention des gains du contrôleur et de l'observateur nécessite deux étapes, ce qui introduit beaucoup de conservatisme.

Dans cette partie, nous proposons la synthèse d'une loi de commande robuste basée sur observateur pour un multi-modèles incertain avec rejet de perturbations extérieures. Les conditions suffisantes de stabilité sont formulées sous forme de LMI. Elles permettant de déterminer à la fois les gains du multicontrôleur et du multiobservateur en une seule étape.

#### IV.4.1 Commande $H_\infty$ robuste basée sur observateur

Le travail que nous présentons dans cette section est basé sur les résultats présentés dans le chapitre III sur le multicontrôleur  $H_\infty$  (Théorèmes 8 et 9). Nous proposons un nouveau algorithme pour la stabilisation d'un multi-modèles incertain et perturbé. Les avantages de cet algorithme par rapport à celui présenté dans la section précédente se résument en trois points : *i.*) nous supposons que les incertitudes portent sur toutes les matrices (matrices d'état  $A_i$ , matrices des entrées  $B_i$  et les matrices des sorties  $C_i$ ) alors que dans le chapitre précédent, nous n'avons considéré les incertitudes que sur la matrice d'état et la matrice des entrées, *ii.*) nous supposons que le système est affecté par des perturbations extérieures ( $w(t)$ ), ce qui n'est pas le cas pour la méthode présentée dans le chapitre précédent, *iii.*) les conditions de stabilité proposées sont linéaires où les gains du contrôleur ainsi que de l'observateur sont déterminés en une seule étape ce qui réduit le conservatisme de la méthode précédente.

Soit le cas général d'un système non linéaire décrit par un multi-modèles incertain soumis à des perturbations externes défini comme suit :

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \sum_{i=1}^M \mu_i(\xi) ((A_i + \Delta A_i)x(t) + B_{1i}w(t) + (B_{2i} + \Delta B_{2i})u(t)) \\ z(t) &= \sum_{i=1}^M \mu_i(\xi) (C_{1i}x(t) + D_{1i}u(t)) \\ y(t) &= \sum_{i=1}^M \mu_i(\xi) ((C_{2i} + \Delta C_{2i})x(t) + D_{2i}w(t)) \end{aligned} \quad (\text{IV.38})$$

$\Delta A_i$ ,  $\Delta B_{2i}$  et  $\Delta C_{2i}$  représentent les matrices d'incertitudes paramétriques de dimensions appropriées. On suppose qu'elles s'expriment de la manière suivante :

$$\Delta A_i = D_{Ai}F_i(t)E_{Ai} \quad \Delta B_i = D_{Bi}F_i(t)E_{Bi} \quad (\text{IV.39})$$

$$\Delta C_i = D_{Ci}F_i(t)E_{Ci} \quad (i = 1, \dots, M). \quad (\text{IV.40})$$

avec  $E_{Ai}$ ,  $E_{Bi}$ ,  $E_{Ci}$ ,  $D_{Ai}$ ,  $D_{Bi}$  sont des matrices constantes de dimensions appropriées, et la matrice incertaine  $F_i(t)$ , bornée de la façon suivante

$$F(t)_i^T F(t)_i < I \quad i = 1, \dots, M \quad (\text{IV.41})$$

Le multi-observateurs et multi-contrôleurs sont définis en (III.93) et (III.94) respectivement. L'objectif est de déterminer  $K_i$  et  $L_i$ ,  $i = 1, \dots, M$  afin de satisfaire les conditions suivantes :

- Le système représenté par le multi-modèles (IV.38) est asymptotiquement stable en présence de perturbations extérieures  $w(t)$ .
- L'atténuation des perturbations extérieures est garantie par la norme  $H_\infty$ , i.e. trouver pour un  $\gamma > 0$ , un contrôleur (III.94) basé sur observateur (III.93) telle que la condition (III.101) est satisfaite.

**Théorème 11** : Si il existe des matrices  $Z > 0$ ,  $Y > 0$ ,  $M_i$ ,  $J_i$  et  $Q_{ij}$  avec  $Q_{ji} = Q_{ij}^T$  et des scalaires positifs  $\alpha > 0$ ,  $\varepsilon_{kij}$ ,  $k = 2, \dots, 5$  et  $i, j = 1, \dots, M$ , telles que les LMI suivantes sont vérifiées

$$\begin{pmatrix} \Theta_{ii} & \Lambda_{ii} \\ * & \Psi_{ii} \end{pmatrix}_{i=1, \dots, M} < Q_{ii} \quad (\text{IV.42})$$

$$\begin{pmatrix} \Theta_{ij} + \Theta_{ji} & \Lambda_{ij} + \Lambda_{ji} \\ * & \Psi_{ij} + \Psi_{ji} \end{pmatrix}_{i < j} < Q_{ij} + Q_{ji} \quad (\text{IV.43})$$

$$\begin{pmatrix} Q_{11} & \cdots & Q_{1M} & V_{1k}^T \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ Q_{M1} & \cdots & Q_{MM} & V_{rk}^T \\ V_{1k} & \cdots & V_{Mk} & -I \end{pmatrix}_{k=1, 2, \dots, M} < 0 \quad (\text{IV.44})$$

avec

$$V_{ik} = \begin{pmatrix} C_{1i}Z + D_{1i}M_k & D_{1i}M_k \end{pmatrix} \quad (\text{IV.45})$$

Alors, la stabilité du multi-modèles (IV.38) avec la performance  $H_\infty$  (III.101) est garantie pour une atténuation  $\gamma$  via le contrôleur (III.94).

avec  $\Theta_{ij}$ ,  $\Lambda_{ij}$  et  $\Psi_{ij}$  sont données dans (IV.46), (IV.47) et (IV.48) respectivement.

$$\Theta_{ij} = \begin{pmatrix} \Gamma & ZE_{Ai}^T & M_j^T E_{Bi}^T & ZD_{Bi} & ZE_{Ai}^T & M_j^T E_{Bi}^T & ZE_c^T \\ E_{Ai}Z & -\varepsilon_{1ii}I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ E_{Bi}M_j & 0 & -\varepsilon_{2ij}^{-1}I & 0 & 0 & 0 & 0 \\ D_{Bi}^T Z & 0 & 0 & -\varepsilon_{2ij}I & 0 & 0 & 0 \\ E_{Ai}Z & 0 & 0 & 0 & -\varepsilon_{4ii}^{-1}I & 0 & 0 \\ E_{Bi}M_j & 0 & 0 & 0 & 0 & -\varepsilon_{3ij}^{-1}I & 0 \\ E_C Z & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\varepsilon_{5ii}^{-1}I \end{pmatrix} \quad (\text{IV.46})$$

$$\Lambda_{ij} = \begin{pmatrix} B_{2i}M_j & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{IV.47})$$

$$\Psi_{ij} = \begin{pmatrix} -2\alpha Z & M_j^T E_{Bi}^T & \alpha I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ E_{Bi}M_j & -\varepsilon_{3ij}^{-1}I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ E_{Bi}M_j & 0 & -\varepsilon_{6ij} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \alpha I & 0 & 0 & \Lambda & YD_{Bi} & YD_{Ai} & YD_{Bi} & J_i D_c \\ 0 & 0 & 0 & D_{Bi}^T Y & -\varepsilon_{3ij}I & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & D_{Ai}^T Y & 0 & -\varepsilon_{4ii}I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & D_{Bi}^T Y & 0 & 0 & -\varepsilon_{3ij}I & 0 \\ 0 & 0 & 0 & D_c^T J_i^T & 0 & 0 & 0 & -\varepsilon_{5ii}I \end{pmatrix} \quad (\text{IV.48})$$

$$\begin{aligned} \Gamma &= (ZA_i^T + M_j^T B_i^T) + (ZA_i^T + M_j^T B_i^T)^T + \gamma^{-2} B_{1i} B_{1i}^T \\ &+ \varepsilon_{1ii} D_{Ai} D_{Ai}^T + \varepsilon_{6ij} D_{Bi} D_{Bi}^T \end{aligned} \quad (\text{IV.49})$$

$$\Lambda = A_i^T Y + C_{2j}^T J_i^T + Y A_i + J_i C_{2j} \quad (\text{IV.50})$$

Les gains du contrôleur et de l'observateur sont donnés par :

$$K_i = M_i Z^{-1}, \quad L_i = Y^{-1} J_i \quad (\text{IV.51})$$

**Preuve :**

Afin de démontrer le théorème 11, nous aurons besoin des deux lemmes suivants

**Lemme 1** [*Chadli et Hajjaji, 2006*] : Soit deux matrices  $X$  et  $Y$  de dimensions appropriées, on a

$$X^T Y + Y^T X \leq \varepsilon X^T X + \varepsilon^{-1} Y^T Y \quad (\text{IV.52})$$

où  $\varepsilon$  est un scalaire positif.

**Lemme 2** [*N.Essounbouli et al., 2006*] : Soit une matrice définie négative  $\Omega < 0$ . Etant donné une matrice  $X$  de dimension appropriée telle que  $X^T \Omega X < 0$  alors  $\exists \alpha \in \mathbb{R}$  telle que  $\alpha > 0$  et  $X^T \Omega X \leq -2\alpha X - \alpha^2 \Omega^{-1}$ .

Pour démontrer le théorème 11, nous partons des conditions de stabilité données dans le Lemme 2 avec  $P = \text{diag}\{X, Y\}$ ,  $Z_{ji} = Z_{ij}^T$  et en remplaçant  $\bar{A}_{ij}$  et  $\bar{B}_i$  par leurs expressions données par (IV.53) et (IV.54) :

$$\bar{A}_{ij} = \begin{pmatrix} A_i + \Delta A_i + (B_{2i} + \Delta B_{2i})K_j & (B_{2i} + \Delta B_{2i})K_j \\ -(\Delta A_i + \Delta B_{2i}K_j + L_i\Delta C_{2j}) & A_i + L_iC_{2j} - \Delta B_{2i}K_j \end{pmatrix} \quad (\text{IV.53})$$

$$\bar{B}_i = \begin{pmatrix} B_{1i} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{IV.54})$$

En utilisant (IV.39) et (IV.40), la condition (III.102) devient

$$G_{ij} + \Delta G_{ij} \leq Z_{ij} \quad (\text{IV.55})$$

avec

$$G_{ij} = \begin{pmatrix} G_{ij}^{11} & XB_{2i}K_j \\ ** & G_{ij}^{22} \end{pmatrix}, \quad \Delta G_{ij} = \begin{pmatrix} \Delta G_{ij}^{11} & \Delta G_{ij}^{12} \\ * & \Delta G_{ij}^{22} \end{pmatrix} \quad (\text{IV.56})$$

où

$$G_{ij}^{11} = (A_i + B_iK_j)^T X + X(A_i + B_iK_j) + \frac{1}{\gamma^2}XB_{1i}B_{1i}^T X \quad (\text{IV.57})$$

$$G_{ij}^{22} = (A_i + L_iC_j)^T Y + Y(A_i + L_iC_j) \quad (\text{IV.58})$$

$$\Delta G_{ij}^{11} = (D_{Ai}FE_{Ai} + D_{Ai}FE_{Bi}K_j)^T X + X(D_{Ai}FE_{Ai} + D_{Ai}FE_{Bi}K_j) \quad (\text{IV.59})$$

$$\Delta G_{ij}^{12} = -(D_{Ai}FE_{Ai} + D_{Bi}FE_{Bi}K_j + L_iD_cFE_c)^T Y + XD_{Bi}FE_{Bi}K_j \quad (\text{IV.60})$$

$$\Delta G_{ij}^{22} = -(D_{Bi}FE_{Bi}K_j)^T Y - YD_{Bi}FE_{Bi}K_j \quad (\text{IV.61})$$

Par l'application du Lemme 1 sur la matrice d'incertitudes  $\Delta G_{ij}$ , on obtient

$$\Delta G_{ij}^{11} \leq \varepsilon_{1ii}^{-1}E_{Ai}^T E_{Ai} + \varepsilon_{1ii}XD_{Ai}D_{Ai}^T X + \varepsilon_{2ij}K_j^T E_{Bi}^T E_{Bi}K_j + \varepsilon_{2ij}^{-1}D_{Bi}D_{Bi}^T \quad (\text{IV.62})$$

$$\Delta G_{ij}^{22} \leq \varepsilon_{3ij}K_j^T E_{Bi}^T E_{Bi}K_j + \varepsilon_{3ij}^{-1}YD_{Bi}D_{Bi}^T Y \quad (\text{IV.63})$$

$$\begin{aligned}
 \begin{pmatrix} 0 & \Delta G_{ij}^{12} \\ \Delta G_{ij}^{12T} & 0 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} -E_{Ai}^T F^T \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & D_{Ai}^T Y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ Y D_{Ai} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -F E_{Ai} & 0 \end{pmatrix} \\
 &+ \begin{pmatrix} -K_j^T E_{Bi}^T F^T \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & D_{Bi}^T Y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ Y D_{Bi} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -F E_{Bi} K_j & 0 \end{pmatrix} \\
 &+ \begin{pmatrix} -E_c^T F^T \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & D_c^T L_i^T Y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ Y L_i D_c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -F E_c & 0 \end{pmatrix} \\
 &+ \begin{pmatrix} X D_{Bi} \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & F E_{Bi} K_j \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ K_j^T E_{Bi}^T F^T \end{pmatrix} \begin{pmatrix} D_{Bi}^T X & 0 \end{pmatrix} \quad (IV.64) \\
 &\leq \varepsilon_{4ii} \begin{pmatrix} -E_{Ai}^T F^T \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -F E_{Ai} & 0 \end{pmatrix} + \varepsilon_{4ii}^{-1} \begin{pmatrix} 0 \\ Y D_{Ai} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & D_{Ai}^T Y \end{pmatrix} \\
 &+ \varepsilon_{3ij} \begin{pmatrix} -K_j^T E_{Bi}^T F^T \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -F E_{Bi} K_j & 0 \end{pmatrix} + \varepsilon_{3ij}^{-1} \begin{pmatrix} 0 \\ Y D_{Bi} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & D_{Bi}^T Y \end{pmatrix} \\
 &+ \varepsilon_{5ii} \begin{pmatrix} -E_c^T F^T \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -F E_c & 0 \end{pmatrix} + \varepsilon_{5ii}^{-1} \begin{pmatrix} 0 \\ Y L_i D_c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & D_c^T L_i^T Y \end{pmatrix} \\
 &+ \varepsilon_{6ij} \begin{pmatrix} X D_{Bi} \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} D_{Bi}^T X & 0 \end{pmatrix} + \varepsilon_{6ij}^{-1} \begin{pmatrix} 0 \\ K_j^T E_{Bi}^T F^T \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

Ainsi,  $G_{ij} + \Delta G_{ij}$  se retrouve majorée de la façon suivante

$$G_{ij} + \Delta G_{ij} \leq \begin{pmatrix} \Phi_{11} & X B_{2i} K_j \\ * & \Phi_{22} \end{pmatrix} \quad (IV.65)$$

où

$$\begin{aligned}
 \Phi_{11} &= (A_i + B_i K_j)^T X + X (A_i + B_i K_j) + \gamma^{-2} X B_{1i} B_{1i}^T X \\
 &+ \varepsilon_{1ii}^{-1} E_{Ai}^T E_{Ai} + \varepsilon_{1ii} X D D^T X + \varepsilon_{2ij} K_j^T E_{Bi}^T E_{Bi} K_j + \varepsilon_{2ij}^{-1} D_{Bi} D_{Bi}^T \\
 &+ \varepsilon_{4ii} E_{Ai}^T E_{Ai} + \varepsilon_{3ij} K_j^T E_{Bi}^T E_{Bi} K_j + \varepsilon_{5ii} E_c^T E_c + \varepsilon_{6ij} X D_{Bi} D_{Bi}^T X
 \end{aligned} \quad (IV.66)$$

$$\begin{aligned}
 \Phi_{22} &= (A_i + L_i C_j)^T Y + Y (A_i + L_i C_j) + \varepsilon_{3ij} K_j^T E_{Bi}^T E_{Bi} K_j \\
 &+ \varepsilon_{3ij}^{-1} Y D_{Bi} D_{Bi}^T Y + \varepsilon_{4ii}^{-1} Y D_{Ai} D_{Ai}^T Y + \varepsilon_{3ij}^{-1} Y D_{Bi} D_{Bi}^T Y \\
 &+ \varepsilon_{5ii}^{-1} Y L_i D_c D_c^T L_i^T Y + \varepsilon_{6ij}^{-1} K_j^T E_{Bi}^T E_{Bi} K_j
 \end{aligned} \quad (IV.67)$$

Par conséquent, les conditions de stabilité (IV.55) et (III.103) sont vérifiées si

$$\left( \begin{array}{cc} \Phi_{11} & XB_{2i}K_j \\ * & \Phi_{22} \end{array} \right)_{i,j=1,\dots,M} \leq Z_{ij} \quad (\text{IV.68})$$

$$H_k = \left( \begin{array}{cccc} Z_{11} & \dots & Z_{1M} & \bar{C}_{1k}^T \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ Z_{M1} & \dots & Z_{MM} & \bar{C}_{Mk}^T \\ \bar{C}_{1k} & \dots & \bar{C}_{Mk} & -I \end{array} \right)_{k=1,\dots,M} < 0 \quad (\text{IV.69})$$

En pré- et post- multipliant l'inégalité (IV.68) par  $\text{diag}\{Z, Z\}$  et l'inégalité (IV.69) par  $\left\{ \frac{Z, \dots, Z, I}{M \text{ fois}} \right\}$  avec  $Z = X^{-1}$ ,  $M_i = K_i Z$ ,  $J_i = Y L_i$ , on obtient une nouvelle forme des conditions de stabilité

$$\left( \begin{array}{cc} Z\Phi_{11}Z & B_{2i}M_j \\ * & Z\Phi_{22}Z \end{array} \right)_{i,j=1,\dots,M} \leq Q_{ij} \quad (\text{IV.70})$$

$$\left( \begin{array}{cccc} Q_{11} & \dots & Q_{1M} & V_{1k}^T \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ Q_{M1} & \dots & Q_{MM} & V_{Mk}^T \\ V_{1k} & \dots & V_{Mk} & -I \end{array} \right)_{k=1,\dots,M} < 0 \quad (\text{IV.71})$$

avec

$$\begin{aligned} Z\Phi_{11}Z &= (ZA_i^T + M_j^T B_i^T) + (ZA_i^T + M_j^T B_i^T)^T + \gamma^{-2} B_{1i} B_{1i}^T \\ &+ \varepsilon_{1ii}^{-1} Z E_{Ai}^T E_{Ai} Z + \varepsilon_{1ii} D_{Ai} D_{Ai}^T + \varepsilon_{2ij} M_j^T E_{Bi}^T E_{Bi} M_j \\ &+ \varepsilon_{2ij}^{-1} Z D_{Bi} D_{Bi}^T Z + \varepsilon_{4ii} Z E_{Ai}^T E_{Ai} Z + \varepsilon_{3ij} M_j^T E_{Bi}^T E_{Bi} M_j \\ &+ \varepsilon_{5ii} Z E_c^T E_c Z + \varepsilon_{6ij} D_{Bi} D_{Bi}^T \end{aligned} \quad (\text{IV.72})$$

$$Z\Phi_{22}Z = \varepsilon_{3ij} M_j^T E_{Bi}^T E_{Bi} M_j + \varepsilon_{6ij}^{-1} M_j^T E_{Bi}^T E_{Bi} M_j + Z\Pi Z \quad (\text{IV.73})$$

$$Q_{ij} = Z Z_{ij} Z \quad (\text{IV.74})$$

$$V_{ik} = \left( C_{1i} Z + D_{1i} M_k \quad D_{1i} M_k \right) \quad (\text{IV.75})$$

où

$$\begin{aligned} \Pi &= A_i^T Y + C_j^T J_i^T + Y A_i + J_i C_j + \varepsilon_{3ij}^{-1} Y D_{Bi} D_{Bi}^T Y \\ &+ \varepsilon_{4ii}^{-1} Y D_{Ai} D_{Ai}^T Y + \varepsilon_{3ij}^{-1} Y D_{Bi} D_{Bi}^T Y + \varepsilon_{5ii}^{-1} J_i D_c D_c^T J_i^T \end{aligned} \quad (\text{IV.76})$$

Le Lemme 2 permet de majorer  $Z\Pi Z$  par

$$Z\Pi Z \leq -2\alpha Z - \alpha^2\Pi^{-1} \quad (\text{IV.77})$$

Par la prise en compte de (IV.72), (IV.82) et (IV.77) et en séparant les termes directes et croisés de l'équation (IV.70), nous obtenons les conditions de stabilité suivantes :

$$\begin{pmatrix} \Sigma_{ii} & B_{2i}M_i \\ * & T_{ii} \end{pmatrix} \leq Q_{ij} \quad (i = 1, \dots, M) \quad (\text{IV.78})$$

$$\begin{pmatrix} \Sigma_{ij} + \Sigma_{ji} & B_{2i}M_j + B_{2j}M_i \\ * & T_{ij} + T_{ji} \end{pmatrix} \leq Q_{ij} + Q_{ji} \quad (i < j) \quad (\text{IV.79})$$

$$\begin{pmatrix} Q_{11} & \dots & Q_{1M} & V_{1k}^T \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ Q_{M1} & \dots & Q_{MM} & V_{Mk}^T \\ V_{1k} & \dots & V_{Mk} & -I \end{pmatrix}_{k=1, \dots, M} < 0 \quad (\text{IV.80})$$

avec

$$\begin{aligned} \Sigma_{ij} = & (ZA_i^T + M_j^T B_i^T) + (ZA_i^T + M_j^T B_i^T)^T + \gamma^{-2} B_{1i} B_{1i}^T \\ & + \varepsilon_{1ii}^{-1} Z E_{Ai}^T E_{Ai} Z + \varepsilon_{1ii} D_{Ai} D_{Ai}^T + \varepsilon_{2ij} M_j^T E_{Bi}^T E_{Bi} M_j \\ & + \varepsilon_{2ij}^{-1} Z D_{Bi} D_{Bi}^T Z + \varepsilon_{4ii} Z E_{Ai}^T E_{Ai} Z + \varepsilon_{3ij} M_j^T E_{Bi}^T E_{Bi} M_j \\ & + \varepsilon_{5ii} Z E_c^T E_c Z + \varepsilon_{6ij} D_{Bi} D_{Bi}^T \end{aligned} \quad (\text{IV.81})$$

$$T_{ij} = \varepsilon_{3ij} M_j^T E_{Bi}^T E_{Bi} M_j + \varepsilon_{6ij}^{-1} M_j^T E_{Bi}^T E_{Bi} M_j - 2\alpha Z - \alpha^2\Pi^{-1} \quad (\text{IV.82})$$

Le complément de Schur permet d'obtenir les conditions suffisante de stabilité du théorème 11. ■

Les conditions de stabilisation du théorème 11 représentent l'avantage d'être linéaires. Elles permettent de synthétiser à la fois le contrôleur et l'observateur en une seule étape. Ceci réduit le conservatisme de la méthode par rapport aux méthodes existantes [Liu et Zhang, 2003], [Lo et Lin, 2004a], [Lin et al., 2005].

Par la suite, la loi de commande développée dans cette section est utilisée pour le contrôle de la dynamique latérale d'un véhicule automobile avec rejet des perturbation extérieures et des incertitudes paramétriques. Nous verrons à travers les résultats de simulation, l'apport de la méthode proposée.



## IV.4.2 Stabilisation du comportement latéral du véhicule

Dans ce paragraphe, nous appliquons la loi de commande que nous venons de présenter à la dynamique latérale d'un véhicule automobile à deux roues directrice afin de maintenir sa stabilité. Dans ce cas, l'angle de braquage des roues arrières est nul ( $\delta_r(t) = 0$ ). Le modèle considéré est non linéaire et décrit par les deux équations (II.9) et (II.13) à deux degrés de liberté qui sont la vitesse latérale  $v(t)$  et la vitesse du lacet  $r(t)$  du véhicule. Lors de la synthèse de la loi de commande, le modèle non linéaire est transformé en un multi-modèles incertain par l'approximation des forces latérales par un multi-modèles à deux modèles locaux (IV.1 et IV.2). La commande considérée dans ce paragraphe est le moment  $M_z$  autour du centre de gravité du véhicule. Ce dernier est généré en agissant sur le couple de freinage de chaque roue.

En remplaçant les forces  $F_{yfi}$  et  $F_{yri}$  par leurs expressions décrites en (IV.1) et (IV.2), on obtient le multi-modèles suivant :

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \sum_{i=1}^2 h_i(\alpha_f)(A_i x(t) + B_{fi} \delta_f(t) + B M_z(t)), \\ z(t) &= \sum_{i=1}^2 h_i(\alpha_f) C_{1i} x(t), \\ y(t) &= \sum_{i=1}^2 h_i(\alpha_f)(C_{2i} x(t) + D_i \delta_f(t)) \end{aligned} \quad (IV.83)$$

avec  $x(t) = [v(t) \ r(t)]^T$ ,  $y(t) = [a_y(t) \ r(t)]^T$  et  $z(t) = r(t)$

où  $a_y(t) = \dot{v}(t) + u(t)r(t)$  est l'accélération latérale et  $z(t)$  représente la sortie à contrôler.

$$A_i = \begin{bmatrix} -2 \frac{C_{fi} + C_{ri}}{mu} & -2 \frac{C_{fi} a_f - C_{ri} a_r}{mu} - u \\ -2 \frac{C_{fi} a_f - C_{ri} a_r}{I_z u} & -2 \frac{C_{fi} a_f^2 + C_{ri} a_r^2}{I_z u} \end{bmatrix}, \quad (IV.84)$$

$$B_{fi} = \begin{bmatrix} 2 \frac{C_{fi}}{mu} \\ 2 \frac{a_f C_{fi}}{I_z} \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{I_z} \end{bmatrix}, D_i = \begin{bmatrix} 2 \frac{C_{fi}}{m} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (IV.85)$$

$$C_{1i} = [0 \ 1], C_{2i} = \begin{bmatrix} -2 \frac{C_{fi} + C_{ri}}{mu} & -2 \frac{C_{fi} a_f - C_{ri} a_r}{mu} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (IV.86)$$

Afin de prendre en compte les variations du coefficient d'adhérence, on obtient

$$\begin{aligned}
 \dot{x}(t) &= \sum_{i=1}^2 h_i(|\alpha_f|) ((A_i + \Delta A_i)x(t) + (B_{f_i} + \Delta B_{f_i})\delta_f(t) + BM_z), \\
 z(t) &= \sum_{i=1}^2 h_i(|\alpha_f|) C_{1i}x(t), \\
 y(t) &= \sum_{i=1}^2 h_i(|\alpha_f|) ((C_{2i} + \Delta C_{2i})x(t) + (D_i + \Delta D_i)\delta_f(t))
 \end{aligned} \tag{IV.87}$$

On suppose que les incertitudes paramétriques  $\Delta A_i$ ,  $\Delta B_{f_i}$  et  $\Delta C_{2i}$  et  $\Delta D_i$  s'écrivent sous la forme suivante

$$\begin{aligned}
 \Delta A_i(t) &= D_{A_i} F_i(t) E_{A_i}, & \Delta B_{f_i}(t) &= D_{B_{f_i}} F_i(t) E_{B_{f_i}} \\
 \Delta C_{2i}(t) &= D_{C_i} F_i(t) E_{C_i}, & \Delta D_i(t) &= D_{D_i} F_i(t) E_{D_i}
 \end{aligned} \tag{IV.88}$$

où  $D_*$  et  $E_*$  ( $*$  =  $A_i, B_{f_i}, C_i, D_i$ ) sont des matrices réelles connues de dimensions appropriées. Elles caractérisent la structure des incertitudes.  $F_i(t)$  ( $i = 1, 2$ ) sont des matrices inconnues telle que  $F_i(t)^T F_i(t) < I$  ( $i = 1, 2$ ) avec  $I$  est la matrice identité de dimension appropriée.

L'expression de la loi de commande est :

$$M_z(t) = \sum_{i=1}^2 h_i(|\alpha_f|) K_i \hat{x}(t), \tag{IV.89}$$

avec  $\hat{x}(t) \in \mathfrak{R}^2$  représente l'état estimé et  $K_i \in \mathfrak{R}^{1 \times 2}$  ( $i = 1, 2$ ) sont les gains du multicontrolleur à déterminer.

La structure du multi-observateurs utilisé est basée sur la structure du modèle du véhicule (IV.83).

$$\begin{aligned}
 \dot{\hat{x}}(t) &= \sum_{i=1}^2 h_i(\alpha_f) (A_i \hat{x}(t) + BM_z(t) + B_{f_i} \delta_f(t) + B_w w(t) - L_i (y(t) - \hat{y}(t))) \\
 \hat{y}(t) &= \sum_{i=1}^2 h_i(\alpha_f) (C_{2i} \hat{x}(t) + D_i \delta_f(t) + D_w w(t))
 \end{aligned} \tag{IV.90}$$

où  $\hat{y}(t) \in \mathfrak{R}^2$  est le vecteur de sorties estimées.  $L_i \in \mathfrak{R}^{2 \times 2}$  ( $i = 1, 2$ ) sont les gains de l'observateur à déterminer.

La résolution des quatre LMI (IV.42), (IV.43) et (IV.44) du théorème 11, avec  $\epsilon_{k^{**}} = 1$  ( $k = 2, 3, 4, 5$ ),  $\gamma = 0.5732$  et les incertitudes paramétriques de la forme

$$D_{Ai} = D_{Bfi} = D_{Ci} = D_{Di} = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix} \quad (\text{IV.91})$$

$$E_{Ai} = \begin{bmatrix} -2\frac{C_{fi}+C_{ri}}{mu} & -2\frac{C_{fi}a_f-C_{ri}a_r}{I_z u} \\ -2\frac{C_{fi}a_f-C_{ri}a_r}{I_z u} & -2\frac{C_{fi}a_f^2+C_{ri}a_r^2}{I_z u} \end{bmatrix}, \quad E_{Bfi} = \begin{bmatrix} 2\frac{C_{fi}}{mu} \\ 2\frac{a_f C_{fi}}{I_z} \end{bmatrix} \quad (\text{IV.92})$$

$$E_{Ci} = \begin{bmatrix} -2\frac{C_{fi}+C_{ri}}{mu} & -2\frac{C_{fi}a_f-C_{ri}a_r}{mu} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad E_{Di} = \begin{bmatrix} 2\frac{C_{fi}}{m} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{IV.93})$$

On obtient

$$K_1 = 10^3 \begin{bmatrix} -0.550 & -6.408 \end{bmatrix}, \quad K_2 = 10^3 \begin{bmatrix} 0.794 & -6.426 \end{bmatrix} \quad (\text{IV.94})$$

$$L_1 = \begin{bmatrix} -0.9283 & 4.6052 \\ -2.0011 & 12.2327 \end{bmatrix}, \quad L_2 = \begin{bmatrix} 0.0034 & 2.5205 \\ -2.5034 & 6.1203 \end{bmatrix} \quad (\text{IV.95})$$

$$\epsilon_{111} = 6.0257, \quad \epsilon_{122} = 2.4066, \quad \epsilon_{611} = 5.8503, \quad \epsilon_{622} = 2.3681, \quad (\text{IV.96})$$

Par la suite, nous appliquons, le contrôleur (IV.89) pour maintenir la stabilité du véhicule donné par les deux équation (II.9) et (II.13) en considérant une adhérence de chaussée variable (voir figure IV.14) et un angle de braquage des roues dont le profil est donné par la figure IV.15. L'évolutions des deux variables d'état (la vitesse latérale  $v$  et la vitesse du lacet  $r$ ), l'accélération latérale  $a_y$  ainsi que leurs estimés sont montrés dans les figures IV.16, IV.17 et IV.18. Nous constatons que le contrôleur (IV.89) synthétisé dans ce chapitre, maintient les bonnes performances du véhicule en termes de stabilité et de manoeuvrabilité malgré la variation de l'adhérence de la chaussée.

En comparant avec les résultats de simulations du chapitre précédent (figures IV.7, IV.8), nous observons la qualité d'estimation des variables d'état en utilisant la loi de commande basée sur le critère  $H_\infty$  en comparaison avec la loi de commande développée dans le chapitre précédent.

## IV.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons tout d'abord présenté une méthode d'approximation des forces latérales de Pacejka [Pacejka, 2002] par des expressions multi-modèles. Les erreurs

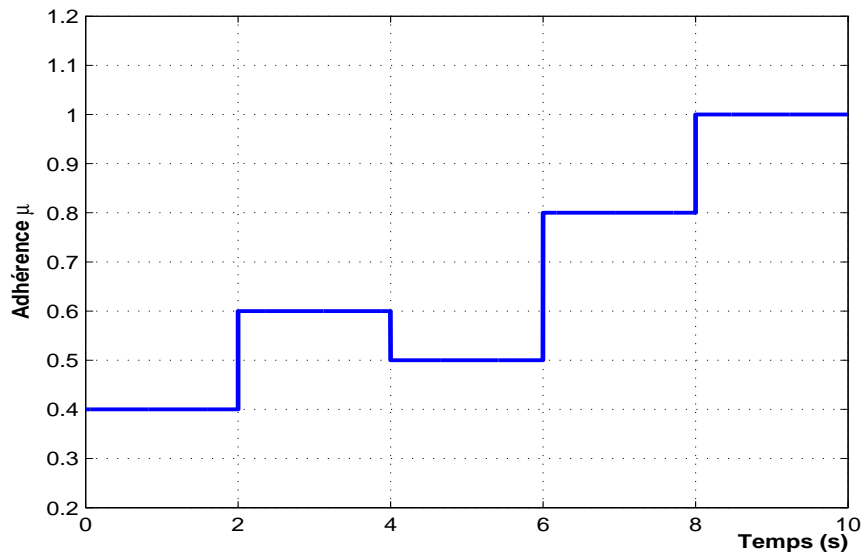


FIG. IV.14 – Variation de l'adhérence

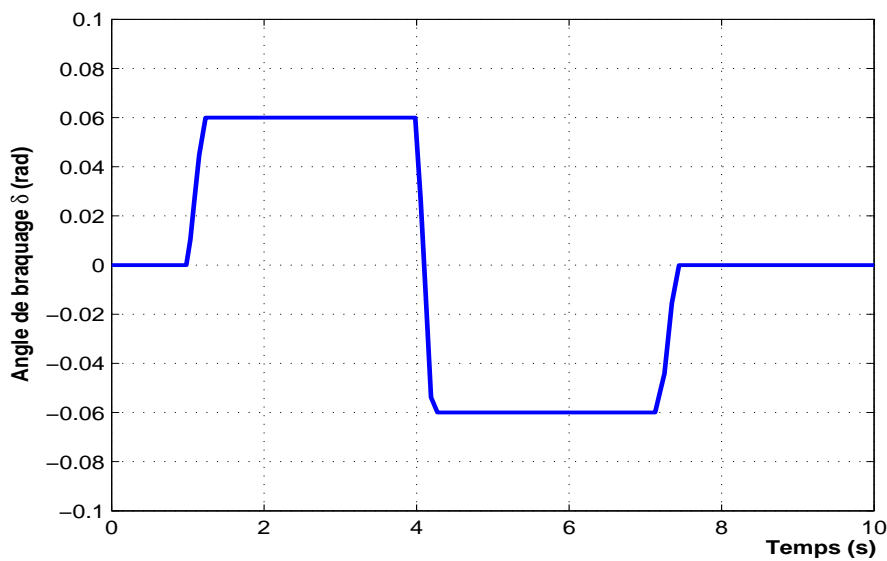


FIG. IV.15 – Angle de braquage des roues avants

de modélisation (dues aux variations des coefficients de rigidité et aussi aux variations d'autres paramètres comme la masse et la vitesse du véhicule) sont prises en compte en introduisant des incertitudes paramétriques dans le multi-modèles. Cette étape nous a permis d'obtenir un multi-modèles incertain qui représente la dynamique latérale du véhicule sur toute la plage de variation de l'angle de dérive  $\alpha_f$ .

Dans la seconde partie de ce chapitre, nous avons proposé des conditions suffisantes de

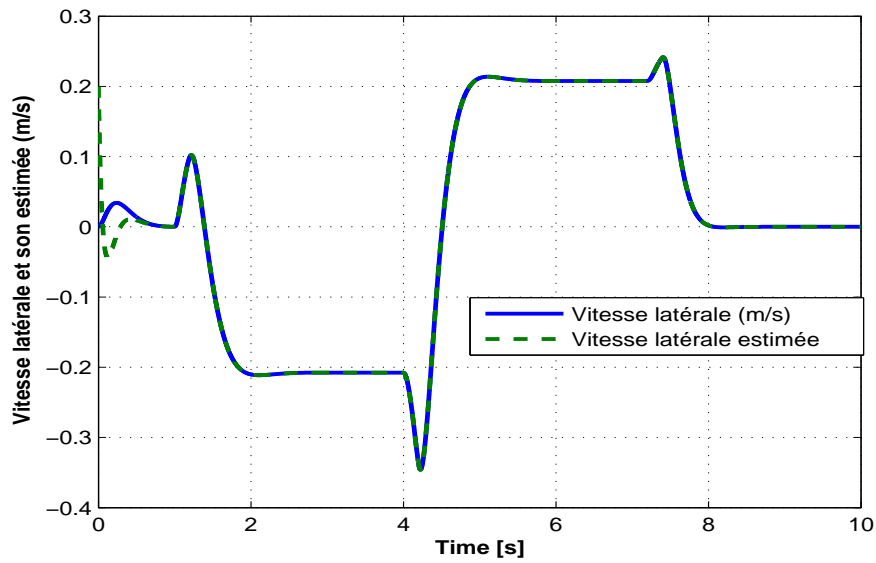


FIG. IV.16 – Évolution de la vitesse latérale du véhicule dans le temps

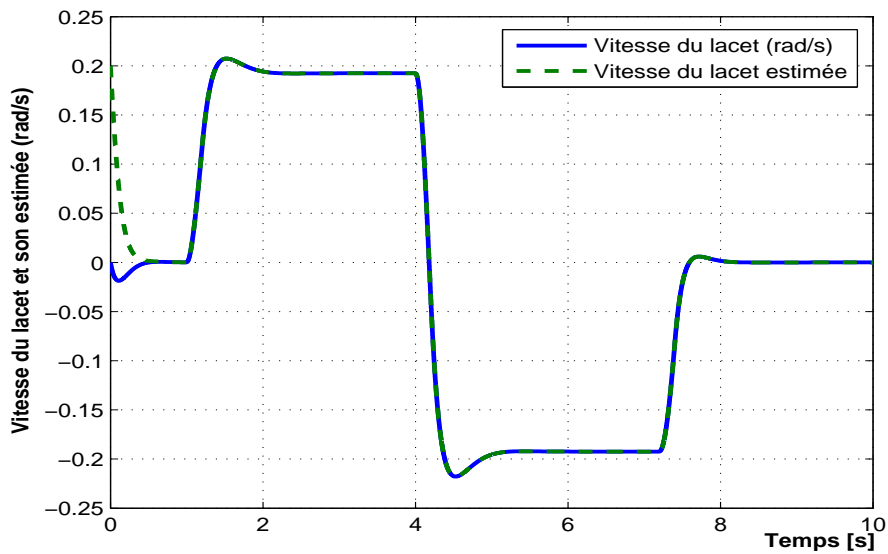


FIG. IV.17 – Évolution de la vitesse du lacet dans le temps

stabilité d'un multi-modèles incertain via un contrôleur basé sur observateur sous forme BMI avec un algorithme de résolution séquentielle. Ce contrôleur est ensuite appliqué pour la stabilisation de la dynamique latérale d'un véhicule automobile à quatre roues directrices. La non disponibilité de la mesure de l'angle de glissement latéral du véhicule ainsi que la variation de l'état de la chaussée sont considérés. Une comparaison entre un contrôleur linéaire et le multicontrôleur a été proposée et a montré le bénéfice de ce dernier pour la stabilisation de la dynamique latérale du véhicule.

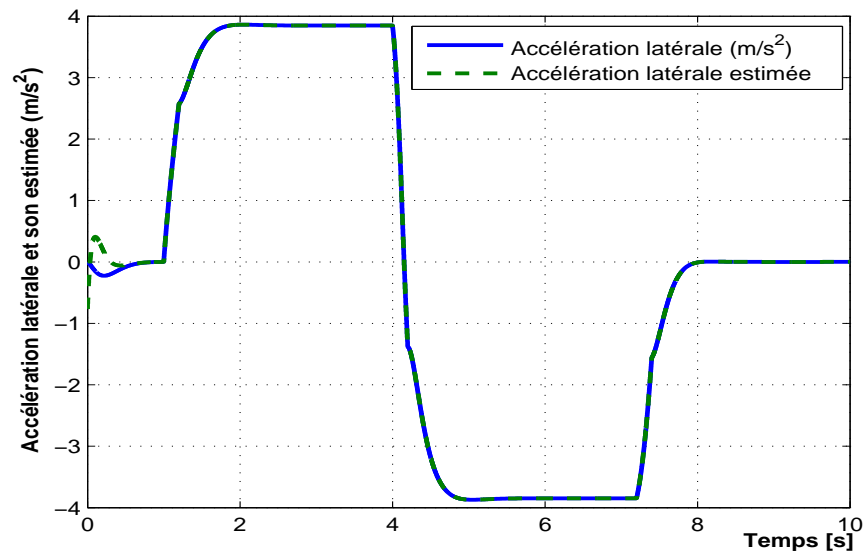


FIG. IV.18 – Évolution de l'accélération latérale du véhicule dans le temps

La troisième partie du chapitre a été consacrée d'abord à la présentation de nouvelles conditions de stabilisation d'un multi-modèles via un contrôleur basé sur observateur, avec la prise en compte des incertitudes paramétriques et des perturbations extérieures. Il s'agit donc de la synthèse d'une loi de commande robuste avec performance  $H_\infty$ . Les conditions obtenues sont sous forme LMI et représentent l'avantage d'être linéaire. Ensuite, cette loi de commande est appliquée pour le contrôle du comportement latéral du véhicule en présence de perturbations extérieurs ainsi que des variations paramétriques (vitesse longitudinale, adhérence, ...).

Les résultats présentés dans les deux dernières parties de ce chapitre s'inscrivent dans les techniques dites FTC passive où leur capacité de tolérance aux défauts reste restreinte aux défauts de faibles amplitudes. Une extension de cette méthode aux problèmes de FTC active est étudié dans le chapitre VI.



# Chapitre V

## Contrôle robuste de la dynamique longitudinale d'un véhicule automobile



## V.1 Introduction

Parmi les systèmes de contrôle de la dynamique longitudinale du véhicule automobile, nous pouvons citer l'ABS (Anti-lock Braking System). Il s'agit d'un système qui a montré son efficacité au niveau du maintien de la stabilité du véhicule pendant les manœuvres du freinage. Il a été développé initialement pour empêcher le blocage des roues quand le freinage est activé. Son principe de fonctionnement se base sur le contrôle du glissement longitudinale de chaque roue afin d'éviter son blocage et garder l'adhérence des pneus à son maximum.

Les algorithmes de contrôle dans les systèmes d'ABS sont en général caractérisés par la robustesse vis-à-vis des fortes incertitudes qui caractérisent les roues et le changement rapide des propriétés de la surface de la route. Plusieurs travaux récents proposent l'utilisation des méthodes basées sur des lois de commande avancées pour la nouvelle génération de l'ABS [Unsal et Kachroo, 1999], [Buckhort, 2002], [Nouillant *et al.*, 2002], [Petersen *et al.*, 2003], [YI *et al.*, 2003], [de Wit *et al.*, 2003].

Les différents résultats obtenus sur le contrôle du freinage du véhicule peuvent être classifiés selon le type de la loi de commande utilisée. Dans cette partie, nous allons rappeler quelques résultats sur l'ABS, ensuite nous les comparons avec la solution que nous proposons dans ce chapitre. Ainsi, l'approche présentée dans [Drakunov *et al.*, 1995] est basée sur la recherche du couple de freinage optimum à l'aide du mode glissant. Cette approche nécessite la connaissance des forces appliquées sur chaque roue. Un observateur à mode glissant est utilisé pour les estimer. Cette méthode a été testée en simulation et aussi en temps réel sur un véhicule [T. Kawabe et Watanabe, 1997]. Dans [Freeman, 1995], une autre approche théorique est présentée où les auteurs proposent un contrôleur adaptatif non linéaire basé sur l'approche de Lyapunov pour la régulation du glissement. Une extension de cette méthode est donnée dans [Yu, 1997] où les auteurs ont introduit une nouvelle fonction de Lyapunov qui prend en compte la variation de la vitesse. Une commande linéarisante par retour d'état avec prise en considération la variation de l'adhérence des pneus en fonction de la vitesse a été également utilisée dans [Liu et Sun, 1995]. Dans [Taheri et Law, 1991] un simple contrôleur proportionnel dérivé déterminé par la méthode de Ziegler-Nichols est proposé. Le but est de faire converger le glissement vers un glissement désiré estimée en ligne.

L'étude proposée dans ce chapitre présente une méthode robuste pour le contrôle du glissement longitudinale du véhicule lors d'un freinage d'urgence. Elle combine le mode glissant, connu par ses propriétés de robustesse vis à vis des perturbations extérieures et des erreurs de modélisation et la représentation multi-modèles connue par ses propriétés d'approximateur universel.

La structure du chapitre est comme suivant : Nous étudions tout d'abord le modèle qui représente la dynamique longitudinal du véhicule donné par les équations (II.14) et (II.15) en boucle ouverte. Ensuite, nous développons deux lois de commandes pour le contrôle du taux de glissement autour d'une valeur désirée. La première est une loi de commande linéaire avec intégrateur et la deuxième est une loi de commande adaptative à mode glissant. Des résultats de simulations de chaque loi de commande sont proposés. La dernière partie du chapitre est consacrée aux applications réelles des deux lois de commande dé-

veloppées sur un prototype du système de freinage ABS du laboratoire permettant de valider expérimentalement ces lois de commande.

## V.2 Analyse en boucle ouverte

D'après le modèle de la dynamique longitudinale donné par les équation (II.14) et (II.19), nous remarquons que la variation de la vitesse du véhicule  $u(t)$  et celle de la roue  $w(t)$ , dépend directement du glissement longitudinal  $\lambda(t)$  défini par (II.22) et du coefficient de l'adhérence  $\mu(t)$  que nous définissons dans la paragraphe suivant.

### Coefficient d'adhérence $\mu$

Il caractérise l'état de la chaussée et vérifie les propriétés suivantes  $\mu(\lambda = 0) = 0$  et  $\mu(\lambda) > 0$  pour  $\lambda > 0$ . La figure (V.1) montre sa variation en fonction du glissement  $\lambda$ . Nous pouvons remarquer sur la figure que le coefficient d'adhérence augmente en fonction du glissement jusqu'à une valeur  $\lambda_0$ , où il atteint son maximum  $\mu_{max}$ . Pour un glissement important, le coefficient d'adhérence décroît jusqu'à un minimum  $\mu_{min}$  où la roue est bloquée. Par conséquent, la force longitudinale devient très faible et l'angle de glissement latéral augmente, ce qui entraîne l'instabilité du véhicule. Ce phénomène physique est une des motivations de développement de l'ABS afin de garder le glissement autour de son optimum ( $\lambda_0$ ). Ceci permet de maximiser la force longitudinale et maintenir la stabilité latérale du véhicule pendant le freinage.

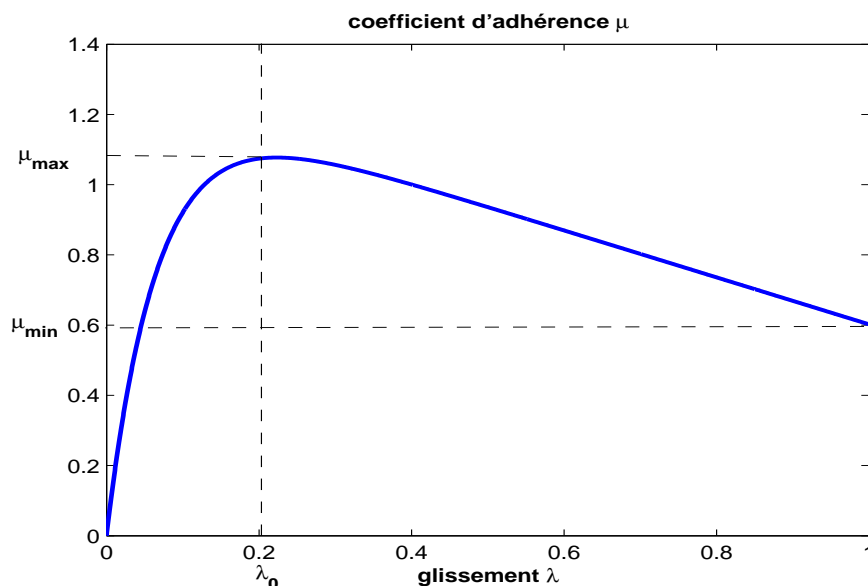


FIG. V.1 – Variation du coefficient d'adhérence en fonction du glissement

## Analyse en boucle ouverte

Sans contrôle, l'évolution de la vitesse du véhicule  $u(t)$  ainsi que la vitesse de la roue  $w(t)$  en fonction du temps lors de la phase du freinage pour un couple de freinage constant ( $T_b = 500 \text{ Nm}$ ) est donnée dans la figure V.2. Les valeurs numériques des paramètres utilisés sont les suivantes :  $M_v = 4 * 342 \text{ Kg}$ ,  $B_v = 6 \text{ Ns}$ ,  $J_w = 1.13 \text{ Nm s}^2$ ,  $R_w = 0.33 \text{ m}$  et  $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$ . Nous remarquons que la vitesse des roues converge vers zéro bien avant la vitesse du véhicule (0.25s après le début du freinage), entraînant un blocage des roues et ensuite le glissement du véhicule.

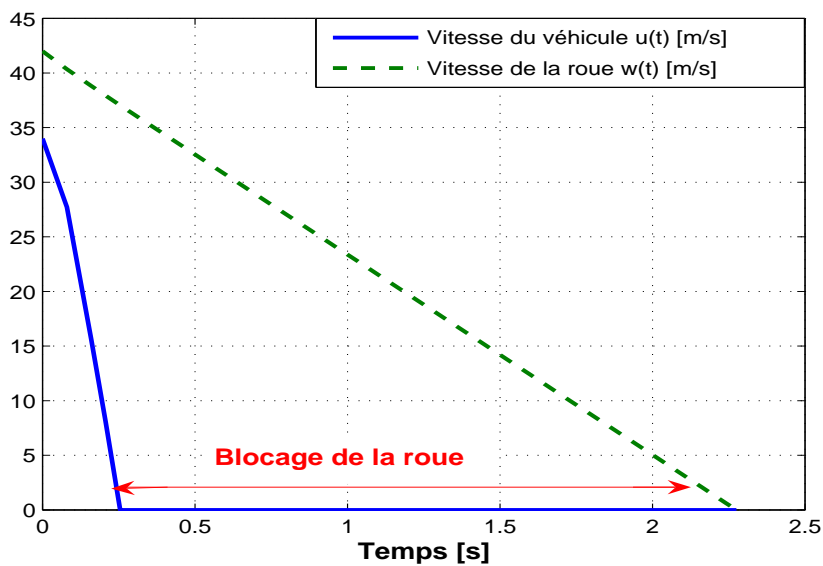


FIG. V.2 – Evolution des variables d'état en boucle ouverte

## V.3 Synthèse de lois de commande

L'objectif des lois de commande que nous développons par la suite, consiste à garder le glissement longitudinal  $\lambda(t)$  autour d'un glissement désiré  $\lambda_d$ . D'après la figure V.1, nous remarquons que l'adhérence est maximale pour un glissement  $0.1 \leq \lambda \leq 0.25$ . Par la suite nous allons considérer  $\lambda_d = 0.2$  comme valeur du taux de glissement désiré.

### V.3.1 Commande linéaire avec intégrateur

Considérons le modèle non linéaire de la dynamique longitudinale du véhicule décrit par les équations (II.14) et (II.15). L'entrée de commande est le couple de freinage :  $u(t) = T_b(t)$ .

Posons :

$$x_1(t) = \frac{u(t)}{R_w}, \quad x_2(t) = w(t), \quad \text{et} \quad x(t) = [x_1(t) \quad x_2(t)]^T \quad (\text{V.1})$$

Le modèle constitué par les deux équations (II.14) et (II.15) est équivalent à :

$$\dot{x}(t) = f(x(t)) + gu(t) \quad (\text{V.2})$$

avec

$$f(x(t)) = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-1}{mR_w} [F_x(t) + B_v R_w x_1(t) + F_\theta(\theta)] \\ \frac{1}{J_w} [-T_b(t) - B_w x_2(t) + R_w F_x(t)] \end{bmatrix} \quad (\text{V.3})$$

$$g = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{-1}{J_w} \end{bmatrix} \quad (\text{V.4})$$

$$y(t) = \lambda(t) = \frac{x_1(t) - x_2(t)}{x_1(t)} \quad (\text{V.5})$$

$f(x(t))$  et  $g$  sont deux fonctions continues.

En linéarisant le modèle (V.3) autour du point de fonctionnement  $(x_0, u_0)$  avec  $x_0 = [x_{10} \quad x_{20}]^T$ ,  $u_0 = -B_w x_{20} + R_w F_x$ , on obtient :

$$\dot{\Delta x}(t) = A \Delta x(t) + B \Delta u(t) \quad (\text{V.6})$$

$$y(t) = C \Delta x(t) \quad (\text{V.7})$$

avec

$$\Delta x = x - x_0, \quad \text{et} \quad \Delta u = u - u_0 \quad (\text{V.8})$$

$$A = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} \end{bmatrix}_{\substack{x_0 \\ u_0}}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{-1}{J_w} \end{bmatrix} \quad (\text{V.9})$$

$$C = \left[ \frac{\partial \lambda}{\partial x_1} \quad \frac{\partial \lambda}{\partial x_2} \right]_{\substack{x_0 \\ u_0}} \quad (\text{V.10})$$

Pour éliminer l'erreur statique entre la sortie du système  $\lambda(t)$  et la sortie désirée  $\lambda_d(t)$ , nous introduisons un intégrateur dans la chaîne directe (voir figure V.3).

On a

$$e(t) = \int_0^t (\lambda(\tau) - \lambda_d(\tau)) d\tau \Rightarrow \dot{e}(t) = \lambda(t) - \lambda_d(t) \quad (\text{V.11})$$

Le système augmenté s'écrit sous la forme

$$\dot{X}(t) = \bar{A}X(t) + \bar{B}U(t) + R\lambda_d(t) \quad (\text{V.12})$$

avec

$$X = \begin{bmatrix} x_1 - x_{10} \\ x_2 - x_{20} \\ e \end{bmatrix}, \quad \bar{A} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ C & 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{B} = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix}, \quad R = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} \quad (\text{V.13})$$

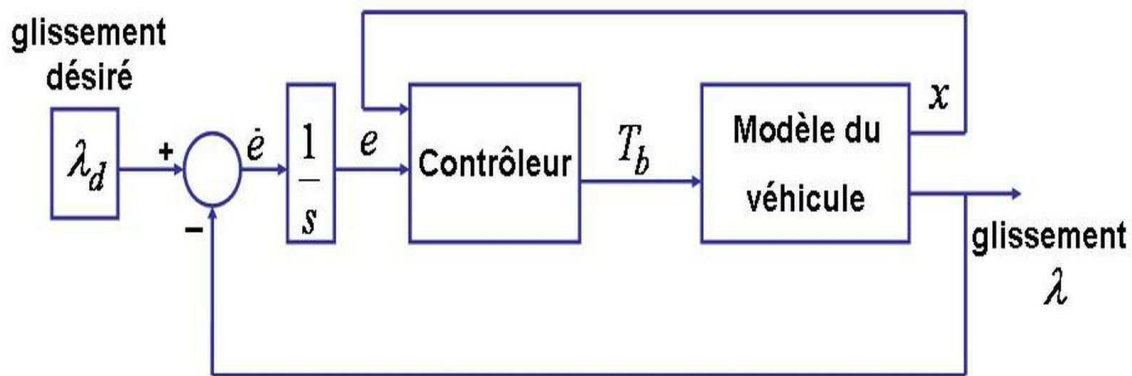


FIG. V.3 – Schéma bloc de la commande linéaire avec intégrateur

En considérant une loi de commande par retour d'état de la forme :

$$U(t) = -KX(t) \quad (\text{V.14})$$

et après avoir vérifié la commandabilité du système, le gain  $K$  du contrôleur peut être facilement déterminé en utilisant les techniques de commande linéaire (commande optimale, placement de pôles, ...), .

## Résultats de simulation

Pour les simulations, le modèle (II.14) et (II.15) a été linéarisé autour du point  $x_{10} = 160rad/s$ ,  $x_{20} = 200rad/s$ .

Le gain du contrôleur pour les pôles du systèmes en boucle fermée  $P = [-7 \quad -6 \quad -0.15]$  est :

$$K = [ 26 \quad -32.50 \quad 99.98 ] \quad (\text{V.15})$$

En boucle fermée, la figure V.4 montre l'évolution dans le temps des vitesses angulaires des deux roues. Nous remarquons que les deux vitesses s'annulent au même temps, ainsi le blocage de la roue est évité. Une comparaison entre le taux du glissement longitudinal du véhicule et le glissement désiré est montrée par la figure V.5. Le couple de freinage  $T_b$  appliqué sur la roue lors du freinage est montré également par la figure V.6. L'inconvénient majeur de ce type de commande, est sa validité autour du point de fonctionnement choisi. D'où la nécessité d'une loi de commande non linéaire.

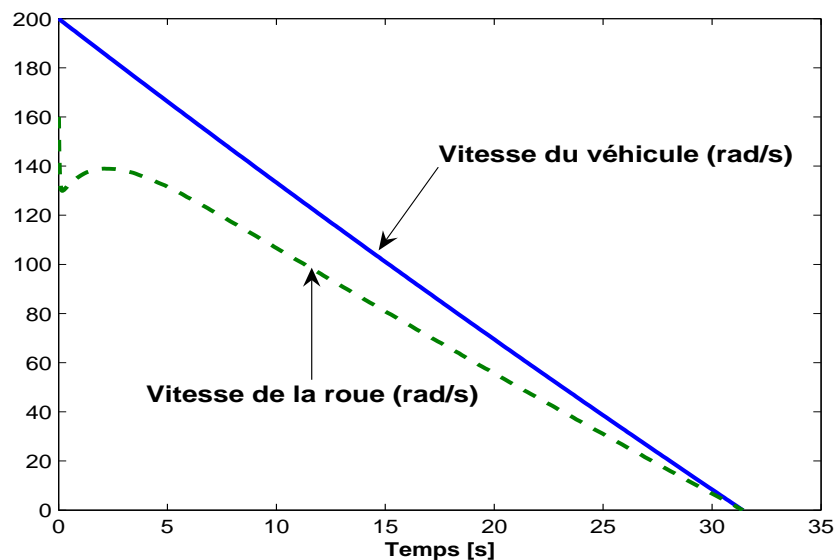


FIG. V.4 – Évolution des variables d'état : commande linéaire ( $x_{10} = 200rad/s$ ,  $x_{20} = 160rad/s$ )

Nous constatons que la durée du freinage est d'environ 33s (figure V.4).

### V.3.2 Commande adaptative à mode glissant

Dans cette partie, nous proposons une loi de commande robuste. Elle combine le mode glissant et la représentation multi-modèles et prend en considération les perturbations extérieures ainsi que les variations paramétriques (variation d'état des roues, changement de l'adhérence, etc.).

#### Dynamique du taux de glissement longitudinal

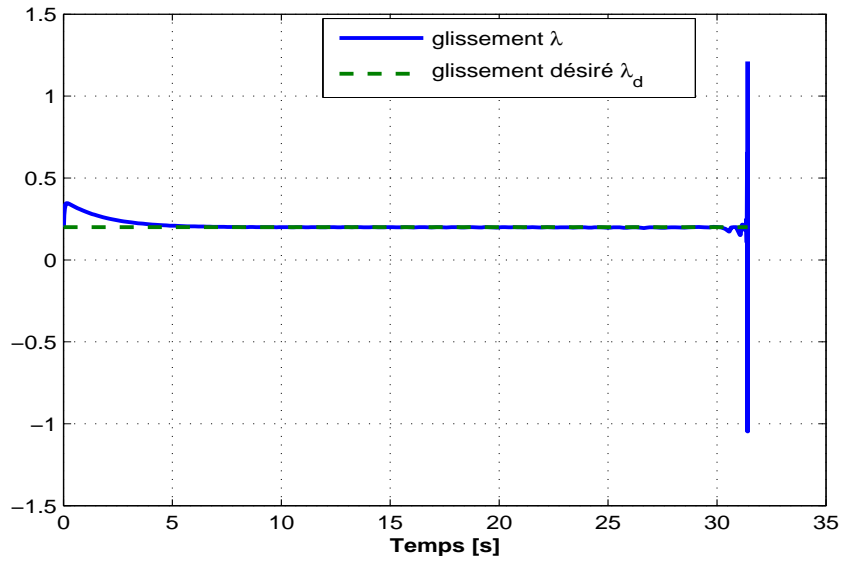


FIG. V.5 – Glissement et glissement désiré : commande linéaire

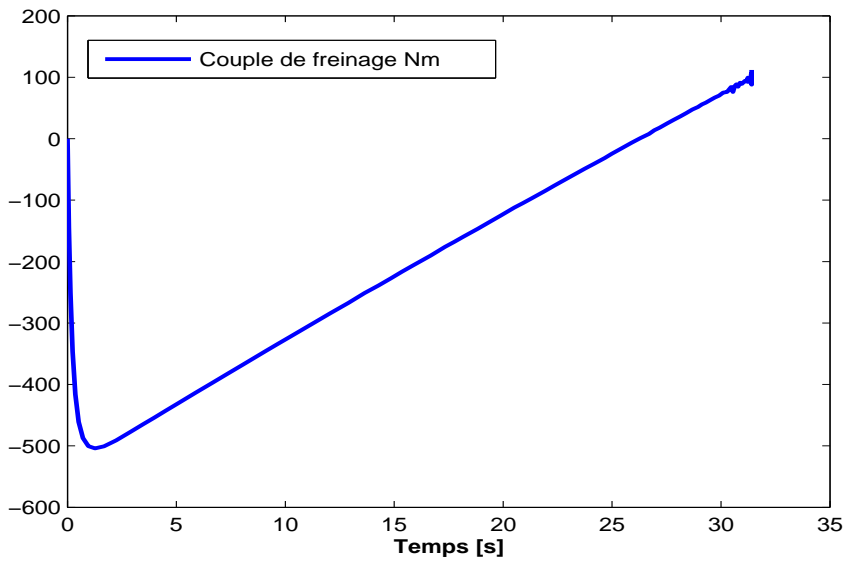


FIG. V.6 – Evolution du signal de commande linéaire

La dérivée par rapport au temps du taux de glissement défini en (II.22) lors de la phase du freinage est :

$$\dot{\lambda}(t) = \frac{(1 - \lambda(t)) \dot{w}_v(t) - \dot{w}_w(t)}{w_v} \quad (\text{V.16})$$

avec  $w_v(t) = \frac{u(t)}{R_w}$ .

En considérant (II.14) et (II.15), l'expression (V.16) devient :

$$\dot{\lambda} = F_p(\lambda, t) + G_p u(t) \quad (\text{V.17})$$

avec

$$F_p(\lambda, t) = \left( \frac{4F_t + B_v R_w w_v}{M_v R_v w_v} \right) \lambda + \frac{\frac{-(4F_t + B_v R_w w_v + F_\theta)}{M_v R_w} - \frac{(-B_w W_w + T_t)}{J_w}}{w_w} \quad (\text{V.18})$$

$$G_p = 1/J_w \quad \text{et} \quad u(t) = T_b(t)/w_v(t). \quad (\text{V.19})$$

Si les paramètres du modèle décrit dans l'équation (V.17) sont précis, i. e. la fonction  $F_p$  est parfaitement connue, nous pouvons choisir la loi de commande dite idéale suivante

$$u(t) = u^*(t) = G_p^{-1} \left[ -F_p(\lambda, t) + \dot{\lambda}_d(t) + k_1 \lambda_e(t) \right] \quad (\text{V.20})$$

ou  $\lambda_d(t)$  représente le taux de glissement désiré et  $\lambda_e(t)$  l'erreur de poursuite définie comme suit

$$\lambda_e(t) = \lambda_d(t) - \lambda(t) \quad (\text{V.21})$$

En injectant l'expression (V.20) dans (V.17), on obtient

$$\dot{\lambda}_e(t) + k_1 \lambda_e(t) = 0 \quad (\text{V.22})$$

Si  $k_1$  est positif, alors l'erreur de poursuite converge vers zéro ( $\lim_{t \rightarrow \infty} \lambda_e(t) = 0$ ).

En effet si le modèle est parfaitement connu alors la loi de commande (V.20) garantit la convergence asymptotique du glissement vers le glissement désiré. Cependant, comme  $F_p$  est d'une part une fonction à plusieurs paramètres difficilement identifiables et d'autre part, dépend du coefficient d'adhérence  $\mu$  qui varie en fonction de l'état de la chaussée, la commande précédente ne peut pas être déterminée avec précision. Pour remédier à ce problème, nous proposons dans le paragraphe suivant une méthode de synthèse de loi de commande adaptative qui combine le mode glissant et la représentation multi-modèles.

### Synthèse de la loi de commande multi-modèles adaptative à mode glissant

Nous définissons la surface de glissement suivante :



$$s(t) = \lambda_e(t) + k_2 \int_0^t \lambda_e(\tau) d\tau \quad (\text{V.23})$$

où  $k_2$  est une constante positive à déterminer.

On considère la loi de commande sous la forme suivante [Oudghiri *et al.*, 2007g] :

$$u(t) = u_{fs}(t) + u_{sm}(t) \quad (\text{V.24})$$

où  $u_{fs}(t)$  est une commande multi-modèles qui approxime la loi de commande idéale (V.20), son expression est la suivante :

$$u_{fs} = \sum_{i=1}^n w_i \times (\alpha_i + s\beta_i) / \sum_{i=1}^n w_i \quad (\text{V.25})$$

avec  $s$  est la surface de glissement,  $w_i$  ( $i = 1, \dots, n$ ) sont les fonctions d'appartenance et  $(\alpha_i, \beta_i)$  ( $i = 1, \dots, n$ ) constituent les paramètres du contrôleur.

L'équation (V.25) peut être réécrite sous la forme vectorielle :

$$u_{fs} = (\alpha^T + s\beta^T)\xi \quad (\text{V.26})$$

avec  $\alpha = [\alpha_1, \dots, \alpha_n]^T$ ,  $\beta = [\beta_1, \dots, \beta_n]^T$  et  $\xi = [\xi_1, \dots, \xi_n]^T$  où  $\xi_i$  est définie par

$$\xi_i = w_i / \sum_{i=1}^n w_i \quad (\text{V.27})$$

$u_{sm}(t)$  est la commande dite attractive qui sera déterminée ultérieurement.

Notre objectif est de déterminer les paramètres  $\alpha_i, \beta_i$  et la commande  $u_{sm}$  afin que l'erreur entre le glissement mesuré et le glissement désiré converge vers zéro.

**Proposition 1.** Étant donné trois scalaires positifs  $\eta_1, \eta_2$  et  $\eta_3$ , il existe une loi de commande adaptative de la forme

$$u(t) = u_{fs}(t) + u_{sm}(t) \quad (\text{V.28})$$

où

$$u_{fs}(t) = (\alpha^T(t) + s\beta^T(t))\xi \quad (\text{V.29})$$

$$u_{sm}(t) = \hat{E} \operatorname{sgn}(s(t)) \operatorname{sgn}(G_p) \quad (\text{V.30})$$

avec les lois d'adaptations suivantes :

$$\dot{\alpha}(t) = \eta_1 s(t) \xi \quad (\text{V.31})$$

$$\dot{\beta}(t) = \eta_2 s^2(t) \xi \quad (\text{V.32})$$

$$\dot{\hat{E}}(t) = \eta_3 |s(t)| \operatorname{sgn}(G_p) \quad (\text{V.33})$$

garantissant la convergence asymptotique de taux de glissement du système (V.17) vers un glissement désiré avec une erreur bornée.

**Preuve :**

En remplaçant (V.28) dans l'expression (V.17), nous obtenons :

$$\dot{\lambda} = F_p(\lambda, t) + G_p(\lambda, t) (u_{fs}(s, \alpha, \beta) + u_{sm}(s, t)) \quad (\text{V.34})$$

Nous allons montrer par la suite que la loi de commande (V.28) converge vers la loi de commande, supposée idéale, (V.22).

En effet, après multiplication de (V.20) par  $G_p$ , en remplaçant  $\lambda$  par son expression donnée par (V.21) et en tenant compte de l'équation (V.34), on obtient :

$$\dot{\lambda}_e(t) + k_2 \lambda_e(t) = G_p(u^*(t) - u_{fs}(t) - u_{sm}(t)) = \dot{s}(t) \quad (\text{V.35})$$

la loi de commande  $u^*(t)$ , supposée idéale, est approximée comme suit

$$\hat{u}^*(t) = (\alpha^{*T} + s\beta^{*T})\xi + \epsilon(t) \quad (\text{V.36})$$

La variable  $\epsilon(t)$  représente l'erreur d'approximation, supposée bornée ( $|\epsilon| \leq E$ ).

En posant  $\tilde{u}(t) = \hat{u}^*(t) - u_{fs}(t)$  et en utilisant (V.26), on obtient

$$\tilde{u}(t) = (\tilde{\alpha}^T + \tilde{\beta}^T s)\xi + \epsilon(t) \quad (\text{V.37})$$

avec  $\tilde{\alpha}(t) = \alpha^* - \alpha(t)$ ,  $\tilde{\beta}(t) = \beta^* - \beta(t)$ ,  $\alpha^* = [\alpha_1^*, \dots, \alpha_n^*]^T \in \mathfrak{R}^n$ ,  $\beta^* = [\beta_1^*, \dots, \beta_n^*]^T \in \mathfrak{R}^n$ .

On définit la fonction de Lyapunov par l'expression suivante :

$$V(s(t), \tilde{\alpha}, \tilde{\beta}, \tilde{E}) = \frac{1}{2} s^2(t) + \frac{G_p}{2\eta_1} \tilde{\alpha}^T \tilde{\alpha} + \frac{G_p}{2\eta_2} \tilde{\beta}^T \tilde{\beta} + \frac{G_p}{2\eta_3} \tilde{E}^2 \quad (\text{V.38})$$

avec  $\tilde{E}(t) = E - \hat{E}(t)$  et  $\hat{E}(t)$  l'estimation de la borne supérieure de l'erreur d'approximation.

La dérivée par rapport au temps de la fonction (V.38) en utilisant les expressions (V.35) et (V.37) est donnée par :

$$\begin{aligned}
 \dot{V}(s(t), \tilde{\alpha}, \tilde{\beta}, \tilde{E}) &= s(t)\dot{s}(t) + \frac{G_p}{\eta_1}\tilde{\alpha}^T\dot{\tilde{\alpha}} + \frac{G_p}{\eta_2}\tilde{\beta}^T\dot{\tilde{\beta}} + \frac{G_p}{\eta_3}\tilde{E}\dot{\tilde{E}} \\
 &= s(t)G_p(\tilde{\alpha}^T\xi + \tilde{\beta}s(t)\xi + \epsilon - u_{sm}) + \frac{G_p}{\eta_1}\tilde{\alpha}^T\dot{\tilde{\alpha}} + \frac{G_p}{\eta_2}\tilde{\beta}^T\dot{\tilde{\beta}} + \frac{G_p}{\eta_3}\tilde{E}\dot{\tilde{E}} \\
 &= G_p\tilde{\alpha}^T(s(t)\xi + \frac{\dot{\tilde{\alpha}}}{\eta_1}) + G_p\tilde{\beta}^T(s^2(t)\xi + \frac{\dot{\tilde{\beta}}}{\eta_2}) + s(t)G_p(\epsilon - u_{sm}) + \frac{G_p}{\eta_3}\tilde{E}\dot{\tilde{E}}
 \end{aligned} \tag{V.39}$$

Si

$$\dot{\tilde{\alpha}} = -\dot{\tilde{\alpha}} = \eta_1 s(t)\xi \tag{V.40}$$

$$\dot{\tilde{\beta}} = -\dot{\tilde{\beta}} = \eta_2 s^2(t)\xi \tag{V.41}$$

$$u_{sm} = \hat{E} \operatorname{sgn}(s(t)) \operatorname{sgn}(G_p) \tag{V.42}$$

$$\dot{\tilde{E}}(t) = -\dot{\tilde{E}}(t) = \eta_3 |s(t)| \operatorname{sgn}(G_p) \tag{V.43}$$

Nous avons

$$\begin{aligned}
 \dot{V}(s(t), \tilde{\alpha}, \tilde{\beta}, \tilde{E}) &= \epsilon s(t)G_p - |s| |G_p| \hat{E} - |s| |G_p| \tilde{E} \\
 &= \epsilon s(t)G_p - E |s(t)| |G_p| \\
 &\leq -|s(t)| |G_p| (E - |\epsilon|) \leq 0
 \end{aligned} \tag{V.44}$$

■

## Résultats de simulation

En simulation, le modèle de référence choisi est de la forme :

$$\dot{\lambda}_d(t) = -10\lambda_d(t) + 10\lambda_r(t) \text{ avec } \lambda_r(t) = 0.2 \tag{V.45}$$

Nous appliquons la loi de commande (V.28) au modèle non linéaire de la dynamique longitudinal donné par les deux équations (II.14) et (II.15). Le nombre des modèles locaux utilisés est  $n = 5$ . La figure V.7 représente les fonctions d'activation. Les paramètres choisis de la commande sont  $k_1 = k_2 = 100$ ,  $\eta_1 = 25$  et  $\eta_2 = \eta_3 = 1$ . Les figures V.8 et V.9 montrent respectivement les deux vitesses angulaires (du véhicule  $w_v(t)$  et de la roue  $w_w(t)$ ) et le taux de glissement lors de la phase de freinage. Le couple de freinage est représenté dans la figure V.10. Nous remarquons qu'à aucun moment la roue se bloque et que le taux du glissement converge vers le taux désiré

Nous remarquons que la durée de freinage avec la loi de commande ASMC est d'environ 22s (figure V.8). Cette durée est plus faible par rapport à la durée de freinage en utilisant la loi de commande linéaire (voir figure V.4).

Par la suite, nous proposons la validation expérimentale des algorithmes de commande que nous venons de proposer sur un système réel de freinage et d'anti-blocage (ABS) [InTeCo, ].

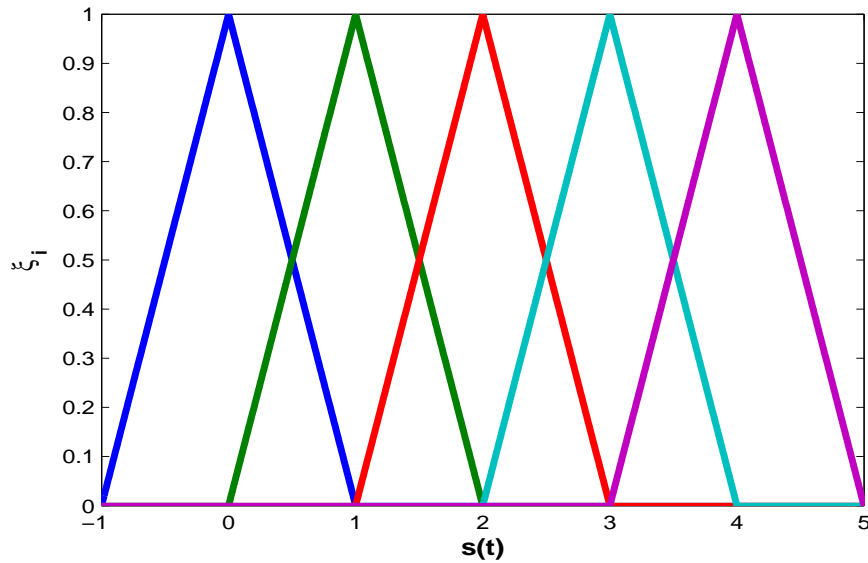


FIG. V.7 – Fonctions d'appartenance

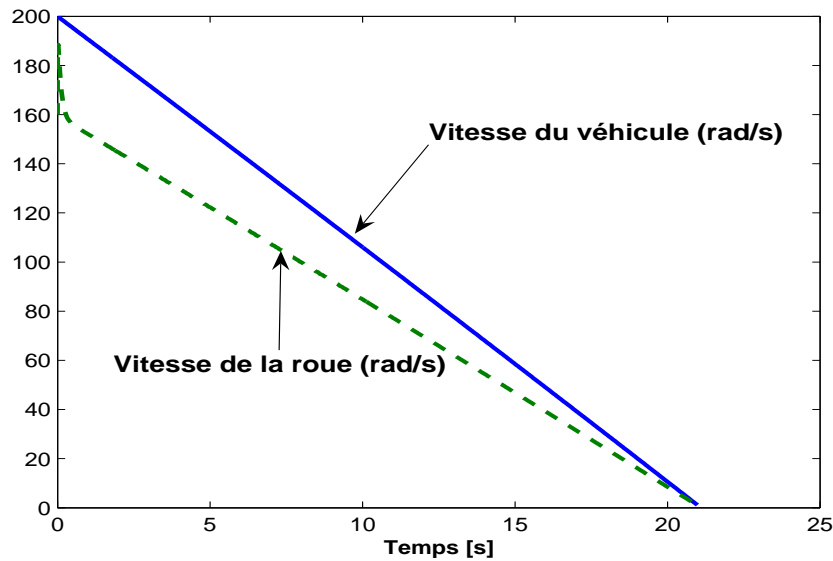


FIG. V.8 – Évolutions des variables d'état : avec la loi de commande ASMC  
 $x_{10} = 200\text{rad/s}$ ,  $x_{20} = 160\text{rad/s}$

## V.4 Application à un prototype de système ABS de laboratoire

Dans cette partie, nous donnons tout d'abord une description du prototype expérimentale du système ABS sur lequel nous avons validé notre étude présentée dans la section précédente. Ensuite, nous présentons les résultats expérimentaux obtenus lors de l'appli-

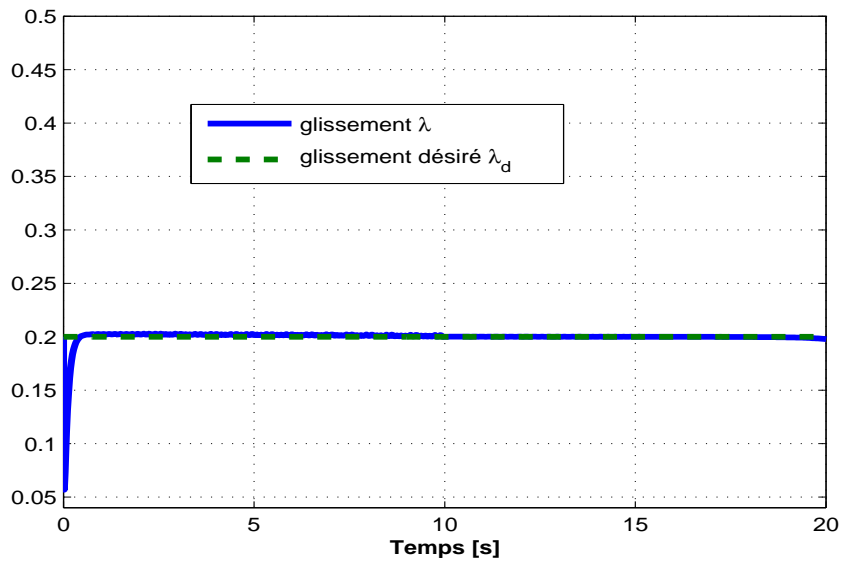


FIG. V.9 – Glissement et glissement désiré : avec la loi de commande ASMC

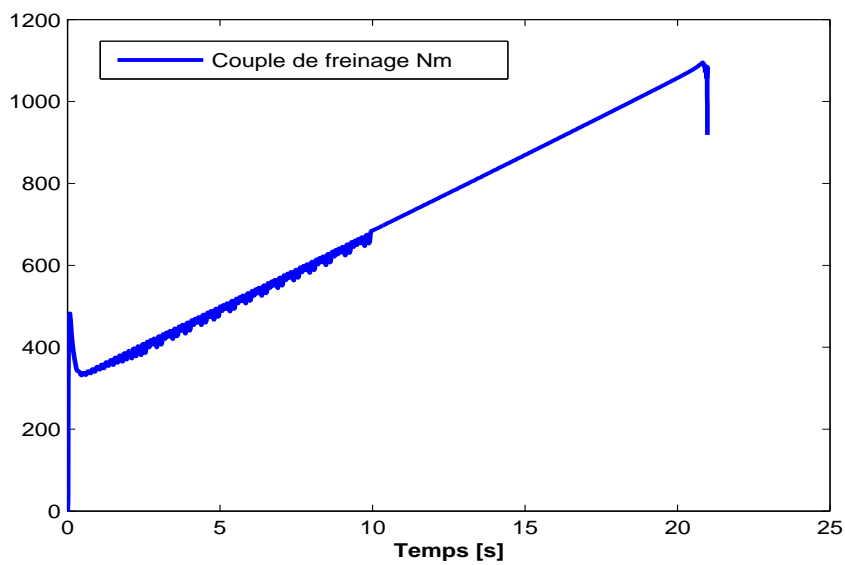


FIG. V.10 – Couple de freinage appliqué à la roue supérieure : avec la loi de commande ASMC

cation des deux lois de commande développées, à savoir, une loi de commande linéaire avec intégrateur et une loi de commande ASMC.

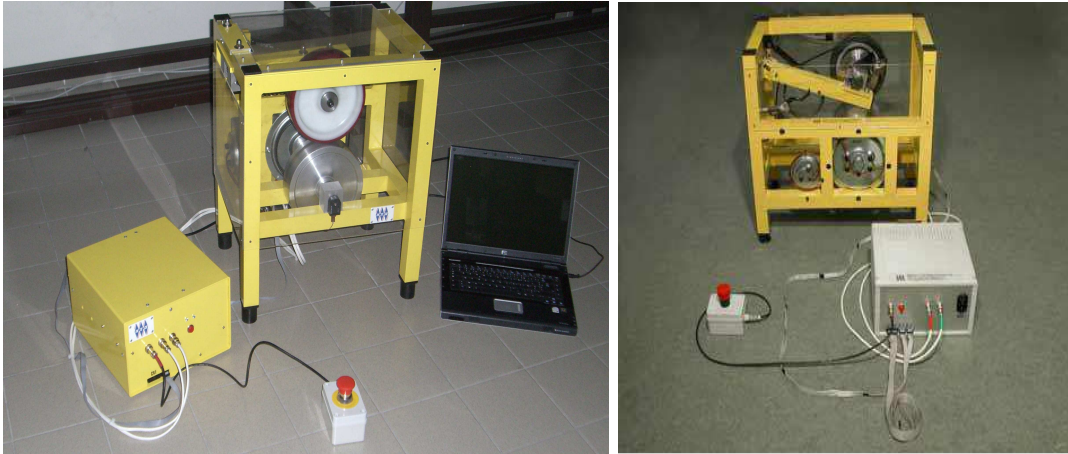


FIG. V.11 – Système ABS



FIG. V.12 – Vue sur les deux roues du système ABS

#### V.4.1 Description du prototype

Le banc d'essais du système ABS que nous étudions est constitué essentiellement de deux roues (voir figure V.12). La première  $R_1$  (qui est au dessus) représente la roue du véhicule et la deuxième  $R_2$  (qui est au dessous) représente la chaussée. Sa vitesse est supposée égale à la vitesse du véhicule. Les deux roues sont pilotées par deux moteurs à courant continu. le premier (qui pilote  $R_2$ ) est utilisé dans la phase d'accélération et le deuxième (qui pilote  $R_1$ ) est utilisé dans la phase du freinage. Chacune des deux roues est reliée à un codeur qui mesure son angle de rotation.

Le système ABS est connecté avec un PC via une interface de puissance qui sert à amplifier les signaux de commande envoyés par le PC vers l'ABS et aussi à convertir les pulsations envoyées par les codeurs aux signaux numériques (16 bits).

Le PC est équipé d'une carte d'entrées/sorties numériques "RT-DAC4/PCI-D". Cette dernière assure la communication entre le PC et l'interface de puissance. La configura-

tion et la programmation de cette carte se fait avec le logiciel MATLAB/SIMULINK et l'environnement temps réel RTWR.

### V.4.2 Modélisation et stratégie de synthèse

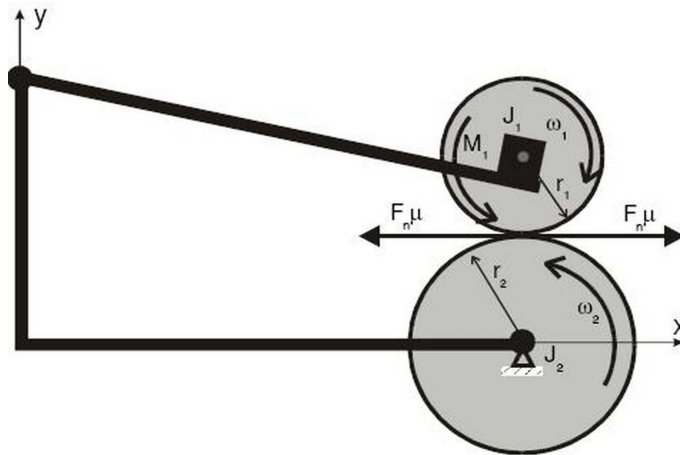


FIG. V.13 – Modèle du système ABS

Avant d'établir les équations qui décrivent la dynamique du système ABS, nous définissons les variables suivantes :

- $x_1(t)$  : vitesse angulaire de la roue  $R_1$  ( $rad/s$ )
- $x_2(t)$  : vitesse angulaire de la roue  $R_2$  ( $rad/s$ )
- $r_1$  : rayon de la roue  $R_1$  ( $m$ )
- $r_2$  : rayon de la roue  $R_2$  ( $m$ )
- $s$  : signe( $r_2 x_2 - r_1 x_1$ )
- $s_1$  : signe( $x_1$ )
- $s_2$  : signe( $x_2$ )

- **Équations du mouvement**

L'ensemble des couples et forces qui agissent sur les deux roues du système ABS sont montrés par la figure V.13. On peut différencier trois couples qui sont exercés sur la roue supérieure : le couple de freinage  $M_1$ , le couple de frottement visqueux  $M_{10}$  et le couple du frottement avec la roue inférieure. Cette dernière est soumise à deux couples et deux forces qui sont : le couple du frottement visqueux, le couple du frottement avec la roue supérieure, la force de gravité exercée par la roue supérieure et la force de pression de l'amortisseur.

Les différents paramètres sont donnés ci dessous :

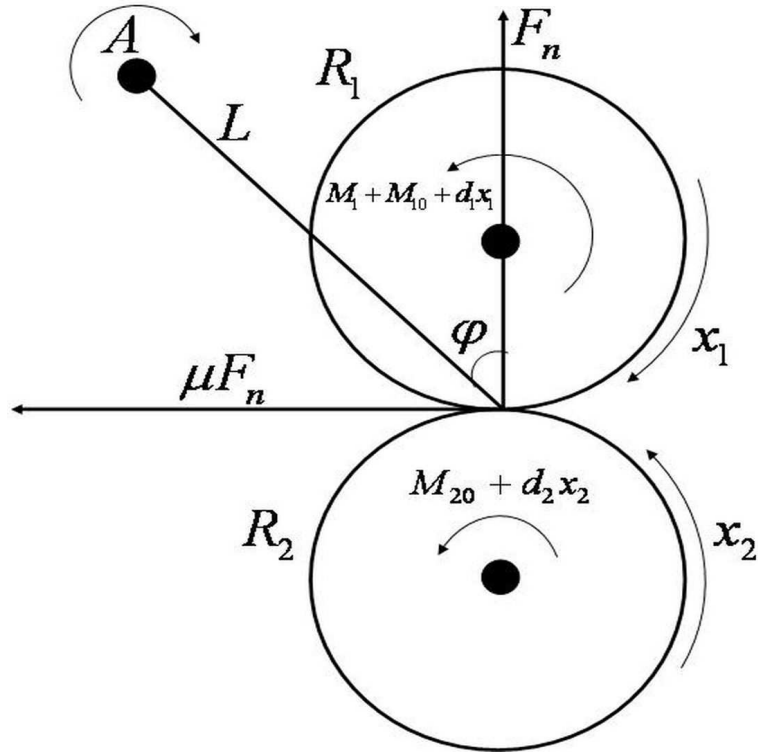


FIG. V.14 – Forces appliquées sur un quart du véhicule

- $J_1$  :moment d'inertie de la roue supérieure ( $kgm^2$ )
- $F_n$  :force normale générée par la roue supérieure et appliquée sur la roue inférieure ( $N$ )
- $\mu(\lambda)$  :coefficient d'adhérence entre les deux roues
- $d_1$  :coefficient de frottement visqueux de la roue supérieure ( $kgm^2/s$ )
- $d_2$  :coefficient de frottement visqueux de la roue inférieure ( $kgm^2/s$ )
- $M_{10}$  :frottement statique de la roue supérieure ( $Nm$ )
- $M_{20}$  :frottement statique de la roue inférieure ( $Nm$ )
- $M_g$  :représente le couple gravitationnel et d'amortisseur ( $Nm$ )
- $L$  :distance entre le point de contact des deux roues et l'axe de rotation du levier ( $m$ )  
(voir figure V.14)( $m$ )
- $\varphi$  :l'angle entre la normale qui passe par le point de contact et la ligne  $L$  ( $rad$ )

Les équations de la dynamique du système sont obtenues en appliquant les lois fondamentales de la dynamique sur les deux roues.

– L'équation du mouvement de la roue  $R_1$  est :

$$J_1 \dot{x}_1 = F_n r_1 s \mu(\lambda) - d_1 x_1 - s_1 M_{10} - s_1 M_1 \quad (V.46)$$

– L'équation du mouvement de la roue  $R_2$  est :

$$J_2 \dot{x}_2 = -F_n r_2 s \mu(\lambda) - d_2 x_2 - s_2 M_{20} \quad (V.47)$$



Pour obtenir l'expression de la force normale  $F_n$ , on évalue la somme des couples exercés au point  $A$  (voir figure V.14).

$$F_n L(\sin\varphi - s\mu(\lambda)\cos\varphi) = M_g + s_1 M_1 + s_1 M_{10} + d_1 x_1 \quad (\text{V.48})$$

$$F_n = \frac{M_g + s_1 M_1 + s_1 M_{10} + d_1 x_1}{L(\sin\varphi - s\mu(\lambda)\cos\varphi)} \quad (\text{V.49})$$

Pendant la phase du freinage ( $x_2 > x_1$ ), le taux du glissement entre les deux roues est défini comme la différence normalisée des vitesses des deux roues :

$$\lambda = \frac{r_2 x_2 - r_1 x_1}{r_2 x_2} \quad (\text{V.50})$$

En remplaçant  $F_n$  par son expression (V.48) dans (V.46) et (V.47), on obtient :

$$J_1 \dot{x}_1 = \frac{M_g + s_1 M_1 + s_1 M_{10} + d_1 x_1}{L(\sin\varphi - s\mu(\lambda)\cos\varphi)} r_1 s\mu(\lambda) - d_1 x_1 - s_1 M_{10} - s_1 M_1 \quad (\text{V.51})$$

$$J_2 \dot{x}_2 = -\frac{M_g + s_1 M_1 + s_1 M_{10} + d_1 x_1}{L(\sin\varphi - s\mu(\lambda)\cos\varphi)} r_2 s\mu(\lambda) - d_2 x_2 - s_2 M_{20} \quad (\text{V.52})$$

On pose :

$$S(\lambda) = \frac{s\mu(\lambda)}{L(\sin\varphi - s\mu(\lambda)\cos\varphi)} \quad (\text{V.53})$$

les équations données dans (V.51 et V.52) deviennent :

$$\dot{x}_1 = S(\lambda)(c_{11}x_1 + c_{12}) + c_{13}x_1 + c_{14} + (c_{15}S(\lambda) + c_{16})s_1 M_1, \quad (\text{V.54})$$

$$\dot{x}_2 = S(\lambda)(c_{21}x_1 + c_{22}) + c_{23}x_2 + c_{24} + c_{25}S(\lambda)s_1 M_1 \quad (\text{V.55})$$

avec

$$c_{11} = \frac{r_1 d_1}{J_1}, c_{12} = \frac{(s_1 M_{10} + M_g) r_1}{J_1}, c_{13} = -\frac{d_1}{J_1}, c_{14} = -\frac{s_1 M_{10}}{J_1}, c_{15} = \frac{r_1}{J_1}, c_{16} = -\frac{1}{J_1}, c_{21} = -\frac{r_2 d_1}{J_2},$$

$$c_{22} = -\frac{(s_1 M_{10} + M_g) r_2}{J_2}, c_{23} = -\frac{d_2}{J_2}, c_{24} = -\frac{s_2 M_{20}}{J_2}, c_{25} = -\frac{r_2}{J_2}.$$

## Dynamique du glissement de la roue

La dérivée par rapport au temps du taux de glissement défini en (V.50) est :

$$\dot{\lambda} = \frac{(1 - \lambda)r_2\dot{x}_2 - r_1\dot{x}_1}{r_2x_2} \quad (\text{V.56})$$

En considérant les expressions données en (V.54, V.55), l'expression (V.56) devient :

$$\dot{\lambda} = F_p(\lambda, t) + G_p u(t) \quad (\text{V.57})$$

avec

$$F_p(\lambda, t) = \frac{[(1 - \lambda)r_2(S(c_{21}x_1 + c_{22}) + c_{23}x_2 + c_{24}) - r_1(S(c_{11}x_1 + c_{12}) + c_{13}x_1 + c_{14}))]}{r_2x_2} \quad (\text{V.58})$$

$$G_p(\lambda, t) = \frac{(1 - \lambda)r_2(c_{25}Ss_1 - r_1c_{15}S + c_{16})s_1}{r_2x_2} \quad \text{et} \quad u(t) = M(t) \quad (\text{V.59})$$

### V.4.3 Résultats expérimentaux

Cette section permet de montrer l'efficacité et la robustesse de la loi de commande adaptative à mode glissant présentée dans la section V.3.2 et son avantage par rapport à une loi de commande linéaire. Nous avons tout d'abord testé la loi de commande linéaire avec intégrateur sur le prototype du système freinage ABS. L'évolution des vitesses des deux roues ainsi que la variation du taux de glissement sont donnés respectivement dans les figures V.15 et V.16. Un zoom sur ces courbes pendant la phase de freinage est également montré par ces figures. Notons tout d'abord que les résultats expérimentaux sont constitués de deux phases : une phase d'accélération et une phase de freinage. Nous remarquons sur la figure V.15 le non blocage de la roue lors du freinage. Cependant, le taux du glissement n'est pas autour du taux désiré (0.2) et les forces de freinage sont faibles, ce qui augmente la durée de freinage (environ 10s).

Les figures V.17, V.18 et V.19 présentent les résultats obtenus lors de l'application de la loi de commande adaptative à mode glissant (ASMC) sur le prototype du système de freinage ABS. L'évolutions des vitesses des deux roues ainsi que la variation du taux de glissement sont donnés respectivement dans les figures V.17 et V.18. Remarquons que la valeur du taux du glissement lors du freinage reste autour de 0.2 ce qui montre le non blocage de roue et par conséquent l'efficacité de la méthode. La durée du freinage est de 2s environ, i.e beaucoup plus rapide par rapport au freinage avec la loi de commande linéaire.

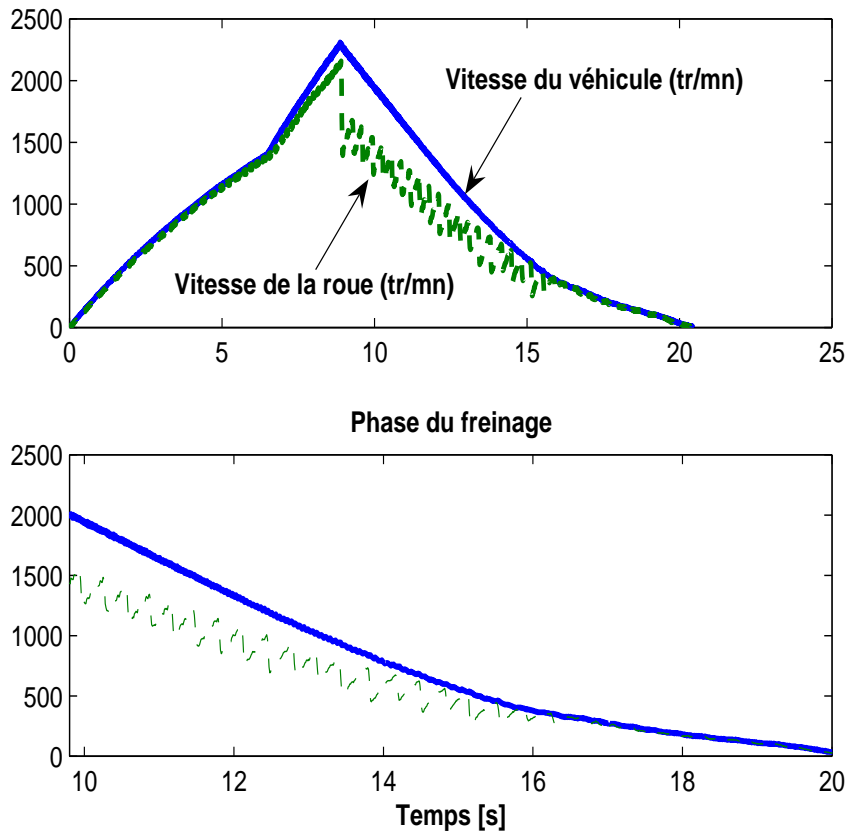
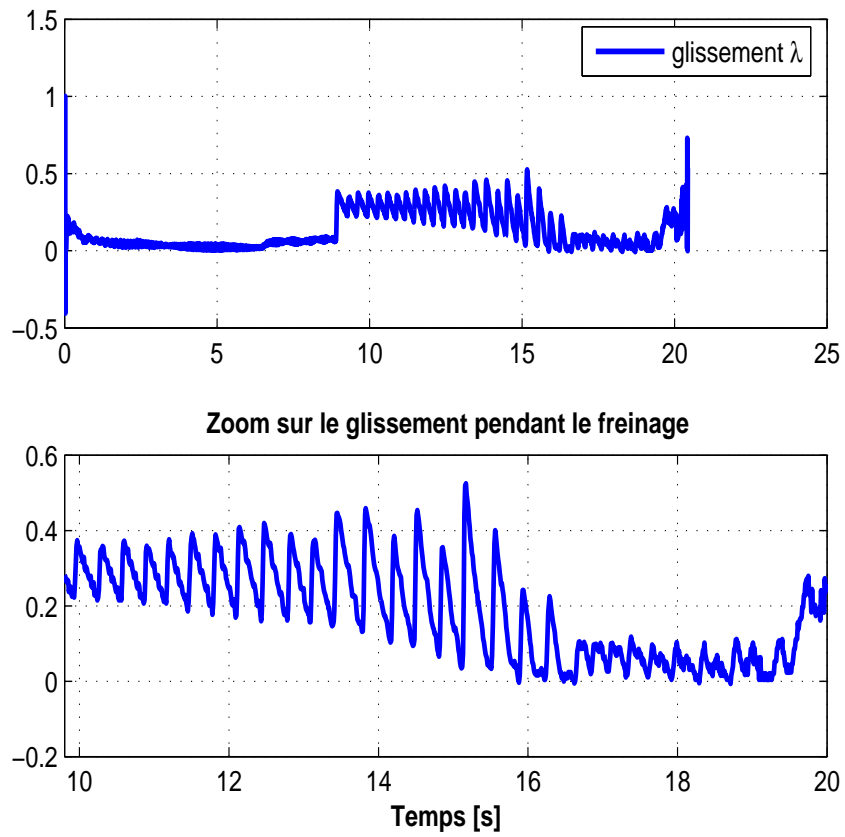


FIG. V.15 – Évolution des deux vitesses, de la roue et du véhicule, avec la commande linéaire

## V.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons proposé une loi de commande combinant le mode glissant et l'approche multi-modèles pour la régulation du taux de glissement entre la roue et la chaussée en vue d'améliorer le freinage sans blocage de la roue. La variation de l'état de la chaussée ainsi que la non connaissance de certains paramètres du système sont considérés. Nous avons montré l'intérêt de l'algorithme à mode glissant proposé par rapport à la commande linéaire. Cette comparaison est effectuée tout d'abord à travers des résultats de simulation et ensuite à travers des résultats obtenus par une application réelle sur un prototype du système de freinage dont le modèle est supposé partiellement inconnu. Les résultats expérimentaux obtenus ont permis de valider la loi de commande proposée et de montrer l'apport d'une telle approche.

FIG. V.16 – Évolution du glissement longitudinal,  $\lambda(t)$ , avec la commande linéaire

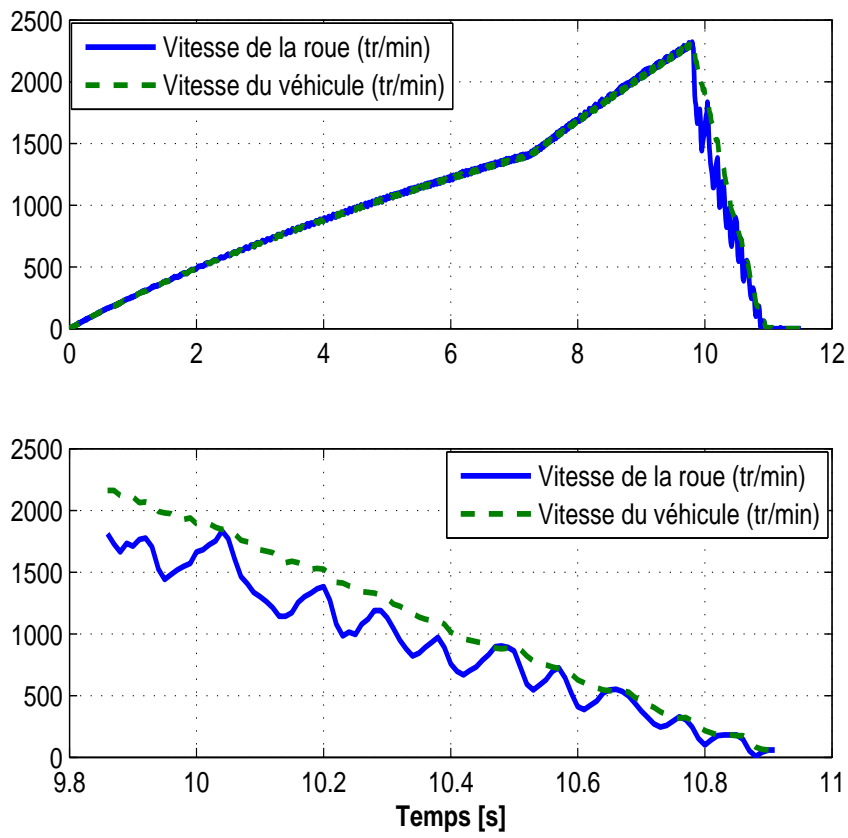


FIG. V.17 – Évolution des deux vitesses, de la roue et du véhicule, avec la commande ASMC

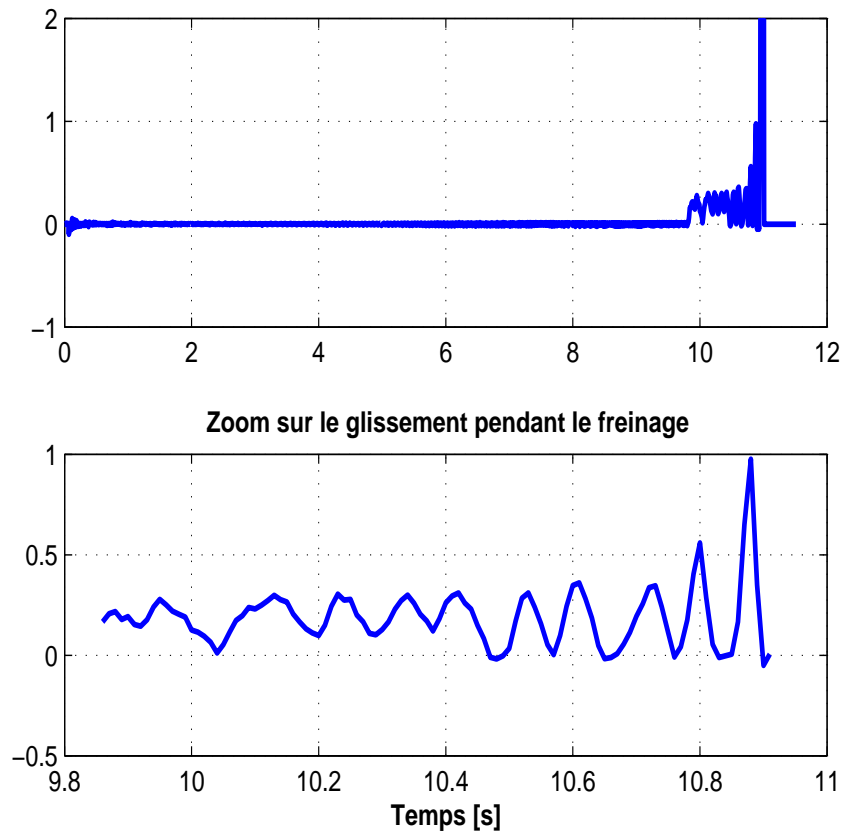


FIG. V.18 – Évolution du glissement longitudinal,  $\lambda(t)$ , avec la commande ASMC

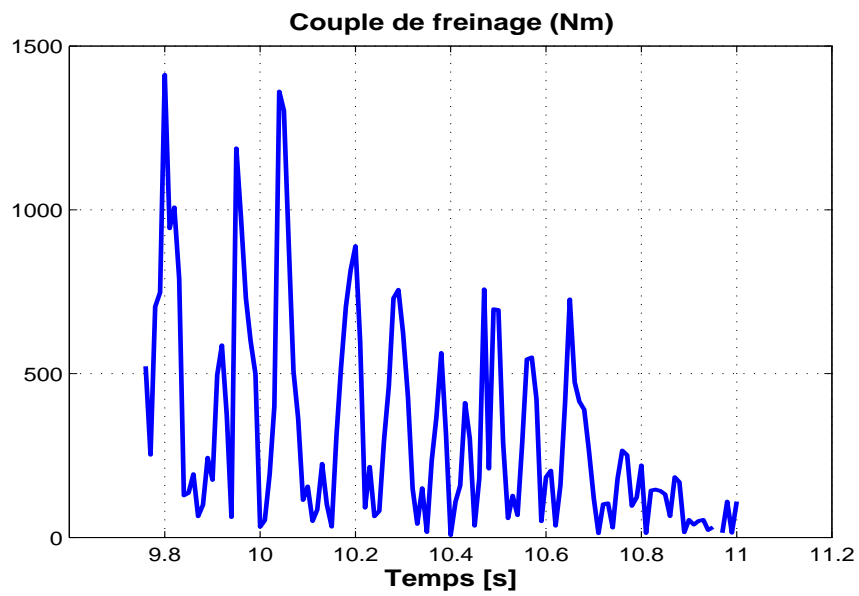


FIG. V.19 – Couple de freinage (Nm)



# Chapitre VI

## Commande tolérante aux défauts capteurs pour la dynamique latérale d'un véhicule automobile



## VI.1 Introduction

Afin d'améliorer la sécurité et le confort des passagers, la plupart des véhicules automobiles récents sont équipées par des systèmes d'assistance à la conduite comme DSC (Dynamic Stability control), ABS (Antilock Braking System) [Nouillant *et al.*, 2002], [de Wit *et al.*, 2003], [Oudghiri *et al.*, 2007g], ESP (Electronic Stabilization Programme) [Kiencke et Nielsen, 2000]. Cependant, la détection des défauts dans ces systèmes est généralement réalisée par des algorithmes simples qui peuvent être améliorés en utilisant des techniques récentes en diagnostic et en commande. En général, si un défaut capteur drastique survient, le système d'assistance à la conduite est souvent mis hors service. Cette situation peut être améliorée en introduisant un module permettant de détecter et de localiser le défaut et ensuite continuer à contrôler le système à partir de l'estimée de la variable à mesurer au lieu du capteur défaillant en se basant sur le modèle nominal du véhicule. Cette technique appelée commande tolérante aux défauts (FTC pour Fault Tolerant Control), permet alors aux systèmes d'assistance à la conduite de rester actifs et efficaces malgré la présence des défauts (voir par exemple [Patton, 1997], [Noura *et al.*, 2000], [Blanke *et al.*, 2003], [Theilliol *et al.*, 2003], [Rodrigues *et al.*, 2005a], [Staroswiecki, 2005], [Oudghiri *et al.*, 2007e]). L'étude que nous présentons dans ce chapitre traite le problème de la commande tolérante aux défauts pour le maintien de la stabilité latérale du véhicule automobile lorsqu'un des capteurs devient défaillant [Hsiao et Tomizuka, 2004], [Oudghiri *et al.*, 2007e], [Oudghiri *et al.*, 2008c], [Oudghiri *et al.*, 2008b]. Ce travail complète les résultats développés dans le chapitre IV.

Dans ce chapitre, nous présentons trois stratégies différentes de FTC active. La technique utilisée est composée d'un bloc de détection et d'identification des défauts constitué d'un banc d'observateurs (voir chapitre III), un bloc pour l'accommodation et la correction de la loi de commande et un bloc de décision sélectionnant la loi de commande adéquate afin de maintenir le bon comportement latéral du véhicule automobile lorsqu'un des capteurs utilisés devient défaillant. Les trois stratégies se différencient entre elles essentiellement par les algorithmes de détection et d'isolation des défauts et les algorithmes de contrôle utilisés.

## VI.2 Commande multi-modèles tolérante aux défauts capteurs

Considérons le modèle bicyclette II.11 de la dynamique latérale du véhicule automobile que nous avons présenté au chapitre II en prenant comme sorties l'accélération latérale  $a_y$  et la vitesse du lacet  $r$  et comme variables d'état la vitesse latérale  $v$  et la vitesse du lacet  $r$ .

Le multi-modèles incertain qui décrit cette dynamique est décrit par les équations suivantes

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \sum_{i=1}^2 h_i(|\alpha_f|) ((A_i + \Delta A_i)x(t) + (B_{f_i} + \Delta B_{f_i})\delta_f(t) + BM_z), \\ y(t) &= \sum_{i=1}^2 h_i(|\alpha_f|)(C_i x(t) + D_i \delta_f(t)) \end{aligned} \quad (\text{VI.1})$$

avec  $x(t) = [v(t) \ r(t)]^T$  et  $y(t) = [a_y(t) \ r(t)]^T$ .

où  $M_z(t)$ , le moment d'inertie autour du centre de gravité du véhicule, est considéré comme variable de commande. Les matrices  $A_i$ ,  $B_{f_i}$ ,  $B$ ,  $C_i$  et  $D_i$  sont données par (IV.84, IV.85 et IV.86). Les matrices d'incertitude paramétriques sont données par (IV.88).

La structure de la loi de commande multi-modèles basée sur observateur est :

$$u(t) = \sum_{i=1}^2 h_i(|\alpha_f|) K_i \hat{x}(t) \quad (\text{VI.2})$$

avec  $K_i$  ( $i = 1, 2$ ) sont les gains du contrôleur à déterminer et  $\hat{x}(t)$  est l'estimée du vecteur d'état  $x(t)$ .

### VI.2.1 Stratégie de la commande FTC

Dans cette partie, nous utilisons la technique des bancs d'observateurs afin de maintenir la stabilité latérale du véhicule automobile même en présence des défauts capteurs. L'étude est basée sur la loi de commande robuste par retour d'état reconstruit (VI.2) développée dans le chapitre IV (Théorème 10).

Avant de développer la structure de la commande FTC, nous considérons les hypothèses suivantes :

1. Soit  $C_i^l$  ( $i, l = 1, 2$ ) la  $l^{\text{me}}$  ligne de la matrice  $C_i$ . Nous supposons que toutes les paires  $(A_i, C_i^l)$  sont observables.
2. Un défaut capteur est modélisé par un signal additif au signal du capteur, ce qui se traduit par

$$y = \begin{pmatrix} a_y \\ r \end{pmatrix} = \sum_{i=1}^2 h_i(|\alpha_f|) (C_i x + D_i \delta_f + F f(t)) \quad (\text{VI.3})$$

où  $f(t)$  représente le défaut,  $F$  est la matrice de distribution des défaut définie par :

- Pour un défaut sur le capteur de l'accélération latérale :  $F = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix}^T$
- Pour un défaut sur le capteur de vitesse du lacet :  $F = \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix}^T$

3. A chaque instant  $t$ , au maximum un seul capteur peut être défaillant. Cette supposition implique le choix de la matrice  $F$ .
4. Si un capteur est défectueux, alors toutes les sorties estimées par l'observateur utilisant ce capteur, sont défectueuses. Les autres observateurs n'utilisant pas ce capteur fournissent une estimation correcte.

La méthode que nous proposons est illustrée par la figure VI.1. Le bloc de détection et d'isolation des défauts (FDI) contient deux multi-observateurs robustes. Chacun estime le vecteur des sorties du système à partir d'une sortie différente. Le premier se base sur la première sortie (l'accélération latérale  $a_y(t)$ ) et le second se base sur la deuxième sortie (la vitesse du lacet  $r(t)$ ). L'idée est de générer quatre résidus ( $r_i(t) = y_i(t) - \hat{y}_i(t)$ ), les différences entre les sorties mesurées et les sorties estimées par le premier observateur et ensuite par le deuxième. Dans le cas d'un défaut sur un des deux capteurs, l'analyse des résidus permet de le localiser à partir du bloc de décision. Une information est ensuite envoyée au commutateur qui lui permet de sélectionner le bon vecteur estimé (par l'observateur utilisant la sortie du capteur non défaillant) afin de constituer le contrôleur

$$M_z(t) = \sum_{i=1}^2 h_i(|\alpha_f|) K_i \hat{x}(t).$$

**Bloc de détection et d'isolation des défauts** Il est constitué de deux multi-observateurs développés dans le chapitre III. Le premier estime le vecteur d'état de la dynamique du véhicule à partir de l'accélération latérale  $a_y$  (observateur 1). Sa structure est :

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}_1(t) &= \sum_{i=1}^2 h_i(|\alpha_f|) (A_i \hat{x}_1(t) + B M_z(t) + B_{f_i} \delta_f(t) + G_i^1 (a_y(t) - \hat{a}_{y1}(t))) \\ \hat{a}_{y1}(t) &= \sum_{i=1}^2 h_i(|\alpha_f|) (C_i^1 \hat{x}_1(t) + D_i^1 \delta_f(t)) \end{aligned} \quad (\text{VI.4})$$

Le second multi-observateurs estime le vecteur d'état de la dynamique du véhicule à partir de la vitesse du lacet  $r$  (observateur 2). Sa structure est :

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}_2(t) &= \sum_{i=1}^2 h_i(|\alpha_f|) (A_i \hat{x}_2(t) + B M_z(t) + B_{f_i} \delta_f(t) + G_i^2 (r(t) - \hat{r}_2(t))) \\ \hat{r}_2(t) &= \sum_{i=1}^2 h_i(|\alpha_f|) (C_i^2 \hat{x}_2(t) + D_i^2 \delta_f(t)) \end{aligned} \quad (\text{VI.5})$$

Les indices ' 1' et ' 2', indiquent que l'estimation considérée est celle de l'observateur 1 et 2 respectivement.

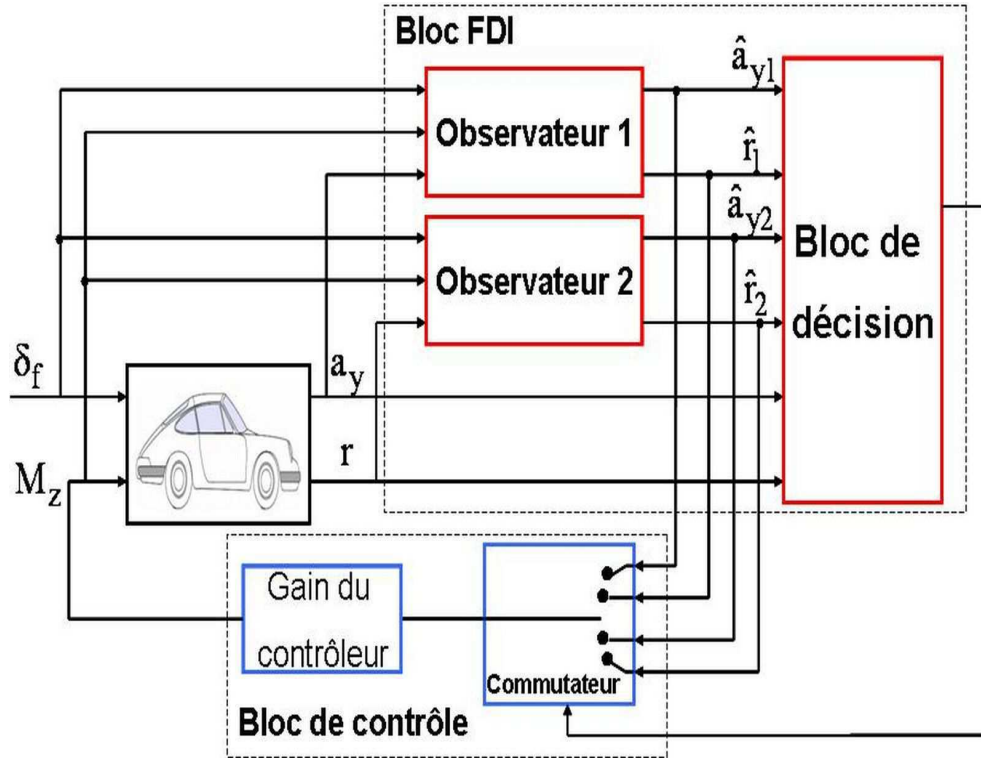


FIG. VI.1 – Première stratégie de la commande FTC

avec  $C_i^l$  et  $D_i^l$  sont respectivement les  $l^{me}$  lignes des matrices  $C_i$  et  $D_i$ .  $G_i^l(i, l = 1, 2)$  sont les gains des deux observateurs à déterminer après résolutions des inégalités matricielles données par le théorème 1. Les variables  $\hat{x}_i(t)$ ,  $\hat{a}_{yi}(t)$  et  $\hat{r}_i(t)$  ( $i = 1, 2$ ) sont respectivement les estimées du vecteur d'état, de l'accélération latérale et de la vitesse du lacet par l'observateur  $i$ .

La loi de commande prend la forme suivante.

$$M_z(t) = - \sum_{i=1}^2 h_i(|\alpha_f|) K_i \hat{x}_i(t) \quad (VI.6)$$

avec

- $l = 1$  Si le capteur de la vitesse du lacet (capteur 2) est défaillant.
- $l = 2$  Si le capteur de l'accélération latérale (capteur 1) est défaillant.

On définit les quatre résidus par :

$$R_{1,ay} = \hat{a}_{y1} - a_y \qquad R_{2,ay} = \hat{a}_{y2} - a_y \qquad (\text{VI.7})$$

$$R_{1,r} = \hat{r}_1 - r_1 \qquad R_{2,r} = \hat{r}_2 - r_2 \qquad (\text{VI.8})$$

avec

$$\begin{pmatrix} \hat{a}_{y1}(t) \\ \hat{r}_1(t) \end{pmatrix} = \sum_{i=1}^2 h_i(|\alpha_f|) (C_i \hat{x}_1(t) + D_i \delta_f(t)) \qquad (\text{VI.9})$$

$$\begin{pmatrix} \hat{a}_{y2}(t) \\ \hat{r}_2(t) \end{pmatrix} = \sum_{i=1}^2 h_i(|\alpha_f|) (C_i \hat{x}_2(t) + D_i \delta_f(t)) \qquad (\text{VI.10})$$

$$(\text{VI.11})$$

En général, en absence de défauts, un résidu doit rester nul et s'éloigner significativement de zéro en présence de défauts [Blanke *et al.*, 1997], [Chen et Patton, 1999]. Ceci n'est possible que si la modélisation du système est extrêmement précise et en absence totale de bruits. Avec des erreurs de modélisation et des bruits de mesures, un résidu ne peut pas rester identiquement à zéro en l'absence de défauts. Dans la littérature, on trouve plusieurs techniques qui permettent de déterminer le seuil en fonction des erreurs de modélisation [Isermann, 1997], [Blanke *et al.*, 2003], [Staroswiecki, 2005]. Dans ce travail la technique de détection et d'isolation des défauts capteurs utilisée est basée sur l'analyse des normes des différents résidus comparées à un seuil  $T_h$  prédéfini [Patton *et al.*, 1998], [Bennett *et al.*, 1999].

Le fonctionnement du bloc de décision est basé sur le principe suivant :

Si  $\max(\|R_{1,ay}, R_{1,r}\|, \|R_{2,ay}, R_{2,r}\|) > T_h$  alors un défaut s'est produit dans un des deux capteurs ( $\|\cdot\|$  représente la norme euclidienne).

Le commutateur a pour rôle de sélectionner le bon vecteur estimé du vecteur d'état en fonction de l'information délivrée par le bloc de décision à fin de constituer la loi de commande (VI.6). Son principe de fonctionnement est le suivant :

Si  $\|R_{1,ay}, R_{1,r}\| > \|R_{2,ay}, R_{2,r}\|$ , alors le capteur de l'accélération latéral est défaillant et le commutateur commute sur l'estimée du vecteur d'état délivré par l'observateur 2 (basé sur le capteur de la vitesse du lacet). Ainsi la loi de commande (VI.6) est basée sur l'observateur 2 (VI.5). Dans le cas contraire, le capteur défaillant est celui de la vitesse du lacet. Par conséquent le commutateur sélectionne l'estimée du vecteur d'état délivré par l'observateur 1.

## VI.2.2 Résultats de simulation

Les simulations suivantes sont effectuées en considérant le multi-modèles incertain du véhicule défini par (VI.1) avec les paramètres donnés par le tableau IV.2.

La résolution des contraintes (IV.25), (IV.26), (IV.27) et (IV.28) en utilisant la Toolbox LMI de MATLAB nous donne :

- Gains du contrôleur TS :

$$K_1 = 10^5 \begin{bmatrix} -1.1914 & 1.1616 \end{bmatrix}, \quad K_2 = 10^5 \begin{bmatrix} -1.2623 & 1.3102 \end{bmatrix} \quad (\text{VI.12})$$

- Gains des deux observateurs TS :

$$G_1^1 = \begin{bmatrix} -35.9102 & 6.2245 \end{bmatrix}^T, \quad G_2^1 = \begin{bmatrix} -223.2973 & 43.8026 \end{bmatrix}^T \quad (\text{VI.13})$$

$$G_1^2 = \begin{bmatrix} -50.7356 & 5.7456 \end{bmatrix}^T, \quad G_2^2 = \begin{bmatrix} -28.2271 & 3.0782 \end{bmatrix}^T \quad (\text{VI.14})$$

Les résultats de simulation sont donnés par les figures VI.2 - VI.8. Notons que ces simulations sont effectuées sur le modèle non linéaire du véhicule II.11 en supposant une vitesse longitudinale constante  $u = 20m/s$ .

Afin de montrer l'efficacité de la méthode proposée, nous avons étudié trois situations différentes. La stratégie FTC que nous venons de présenter n'est employée que dans la troisième situation.

- **Première situation** : le capteur de l'accélération latérale est supposé défaillant entre 2s et 10s et le capteur de la vitesse du lacet reste sans défaut (figure VI.2). On constate à partir de l'analyse de l'évolution des variables d'état (figure VI.3) que, pour un profil de route donné par le conducteur (première courbe de la figure VI.3), dès l'apparition du défaut sur le capteur de l'accélération latérale, le véhicule perd sa stabilité (courbes 2 et 3 de la figure VI.3).

- **Deuxième situation** : le capteur de l'accélération latérale reste sans défaut et le capteur de la vitesse du lacet est supposé défaillant entre 12s et 18s (figure VI.12). On constate à partir de l'analyse de l'évolution des variables d'état que, pour un même profil de route que la fois précédente (première courbe de la figure VI.5), dès l'apparition du défaut sur le capteur de la vitesse du lacet, le véhicule perd ses performances de stabilité (courbes 2 et 3 de la figure VI.5).

- **Troisième situation** : l'algorithme de FTC est utilisé. On suppose que les deux capteurs deviennent défaillants l'un après l'autre : le capteur de l'accélération latérale est défaillant entre 2s et 8s et le capteur de la vitesse du lacet est défaillant entre 12s et 18s (figure VI.14). On note qu'à aucun moment les deux sont défaillants au même temps.

D'après les courbes données par la figure VI.7, on remarque que pour un même profil d'angle de braquage que les deux situations précédentes, le véhicule garde ses bonnes performances en terme de stabilité malgré la présence des défauts sur les capteurs ce qui montre l'efficacité de la méthode proposée.

Sur la figure VI.7, on voit un pic apparaît à l'instant 8s, c'est à cet instant que la commutation entre les deux observateurs s'effectue. Un zoom sur la zone de commutation (figure VI.8) montre que la durée de commutation est de 0.001s, c'est le temps minimum de commutation entre les deux observateurs pour assurer le bon fonctionnement de la stratégie FTC proposée.

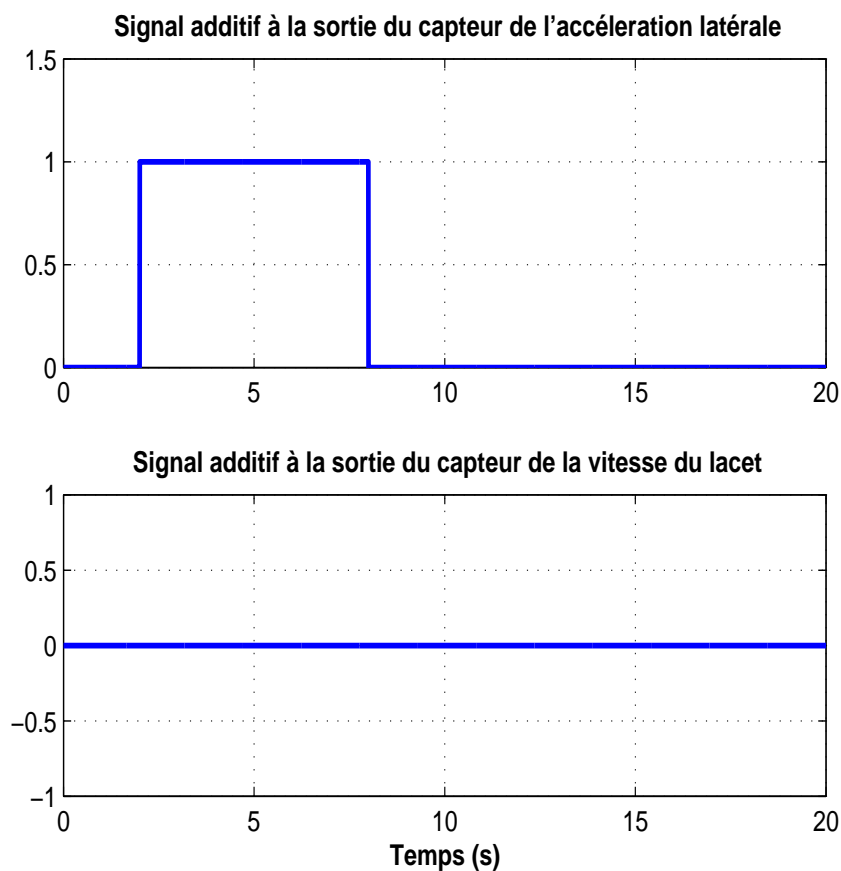
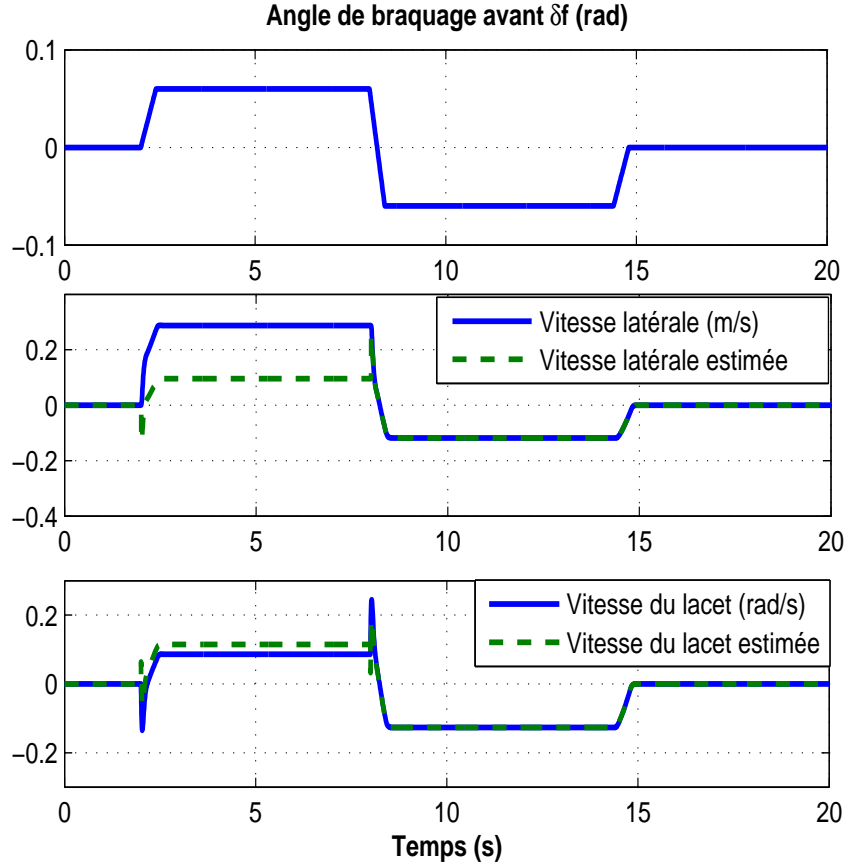


FIG. VI.2 – Signaux additifs aux signaux des capteurs

### VI.3 Commande multi-modèles $H_\infty$ tolérante aux défauts capteurs

Dans cette partie, une commande  $H_\infty$  tolérante aux défauts capteurs est développée pour la dynamique latérale du véhicule automobile. Cette dernière est représentée par le


 FIG. VI.3 – Variation des deux variables d'état  $v(t)$  et  $r(t)$  sans utilisation de la stratégie FTC

multi-modèles incertain (IV.87) étudié dans la chapitre IV. La stratégie FTC considérée est basée sur les conditions de stabilité du théorème 11.

$$\begin{aligned}
 \dot{x}(t) &= \sum_{i=1}^2 h_i(|\alpha_f|) ((A_i + \Delta A_i)x(t) + (B_{fi} + \Delta B_{fi})\delta_f(t) + BM_z(t)), \\
 z(t) &= C_1 x(t), \\
 y(t) &= \sum_{i=1}^2 h_i(|\alpha_f|) ((C_{2i} + \Delta C_{2i})x(t) + D_i \delta_f(t))
 \end{aligned} \tag{VI.15}$$

avec  $x(t) = [v(t) \ r(t)]^T$ ,  $y(t) = [a_y(t) \ r(t)]^T$  et  $z(t)=r(t)$

où  $a_y(t)$  est l'accélération latérale,  $r(t)$  est la vitesse du lacet et  $M_z(t)$  est le moment d'inertie autour du centre de gravité du véhicule considéré comme variable de commande.

Les matrices  $A_i$ ,  $B_{fi}$ ,  $B$ ,  $C_{2i}$  et  $D_i$  sont données par (IV.84, IV.85 et IV.86) et  $C_1 =$



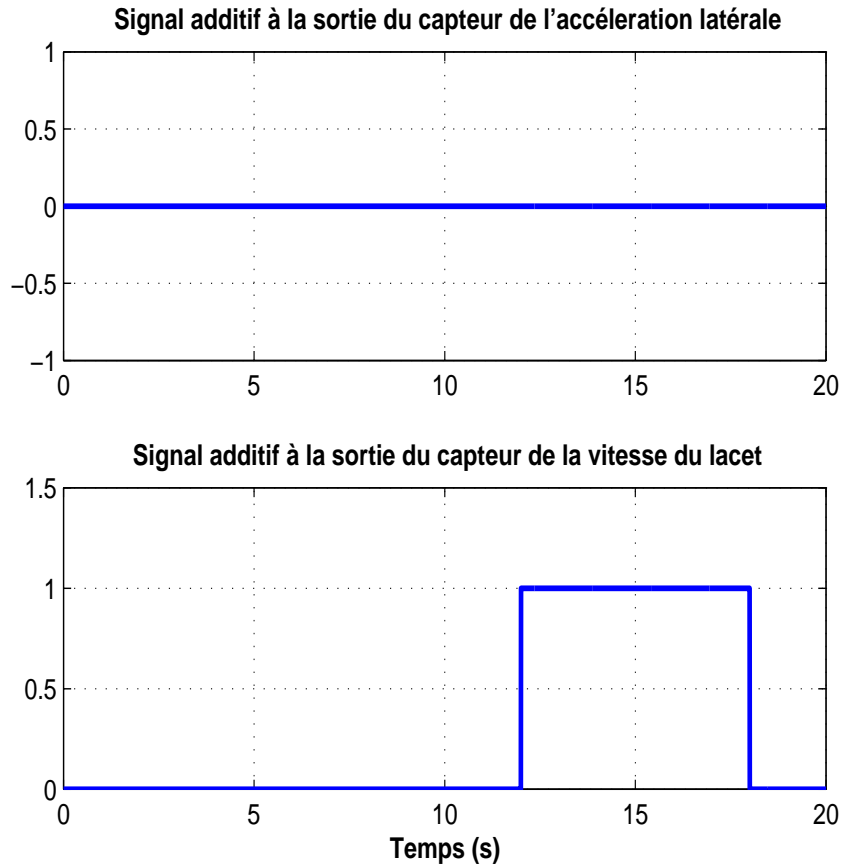


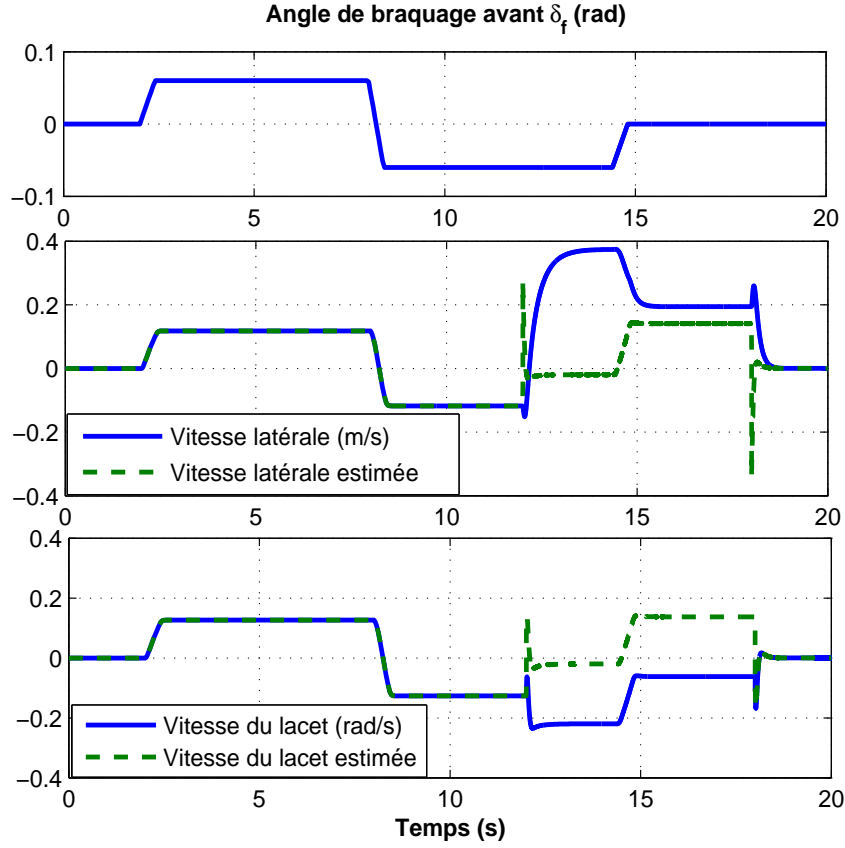
FIG. VI.4 – Signaux additifs aux signaux des capteurs

$\begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}$ .  $\Delta A_i$ ,  $\Delta B_i$  et  $\Delta C_i$  représentent les matrices d'incertitudes paramétriques de dimensions appropriées dont la structure est définie en (IV.88).

### VI.3.1 Stratégie de la commande FTC

Le principe de la stratégie est montré dans la figure VI.9. Le bloc de diagnostic FDI est le même que celui présenté dans le paragraphe précédent. Il est basé sur les deux observateurs (VI.4) et (VI.5) qui permettent de générer les quatre résidus  $R_{1,ay} = \hat{a}_{y1} - a_y$ ,  $R_{2,ay} = \hat{a}_{y2} - a_y$ ,  $R_{1,r} = \hat{r}_1 - r_1$ ,  $R_{2,r} = \hat{r}_2 - r_2$ .

Contrairement au schéma FTC du paragraphe précédent où le bloc de contrôle est constitué d'un seul régulateur, Le bloc de contrôle utilisé dans la stratégie de FTC que nous proposons dans ce paragraphe contient deux régulateurs. Ainsi chaque contrôleur lui correspond un observateur. Ceci est dû aux conditions de stabilisation des lois de commandes employées (Théorème 11). En effet, la résolution des conditions de stabilisation pour le régulateur utilisé dans le paragraphe précédent se fait en deux étapes et ne dépendent pas des matrices de sortie  $C_i$ , ce qui permet d'avoir un régulateur commun.


 FIG. VI.5 – Variation des deux variables d'état  $v(t)$  et  $r(t)$  sans utilisation de la stratégie FTC

Dans ce paragraphe, la résolution des conditions de stabilisation des régulateurs basés sur observateurs se fait en une seule étape et les gains du régulateur dépendent des gains de l'observateur.

- Contrôleur 1 :

$$M_z^1 = - \sum_{i=1}^2 h_i(|\alpha_f|) K_i^1 \hat{x}_1(t) \quad (\text{VI.16})$$

- Contrôleur 2 :

$$M_z^2 = - \sum_{i=1}^2 h_i(|\alpha_f|) K_i^1 \hat{x}_2(t) \quad (\text{VI.17})$$

où  $M_z$  est le moment autour du centre de gravité du véhicule.

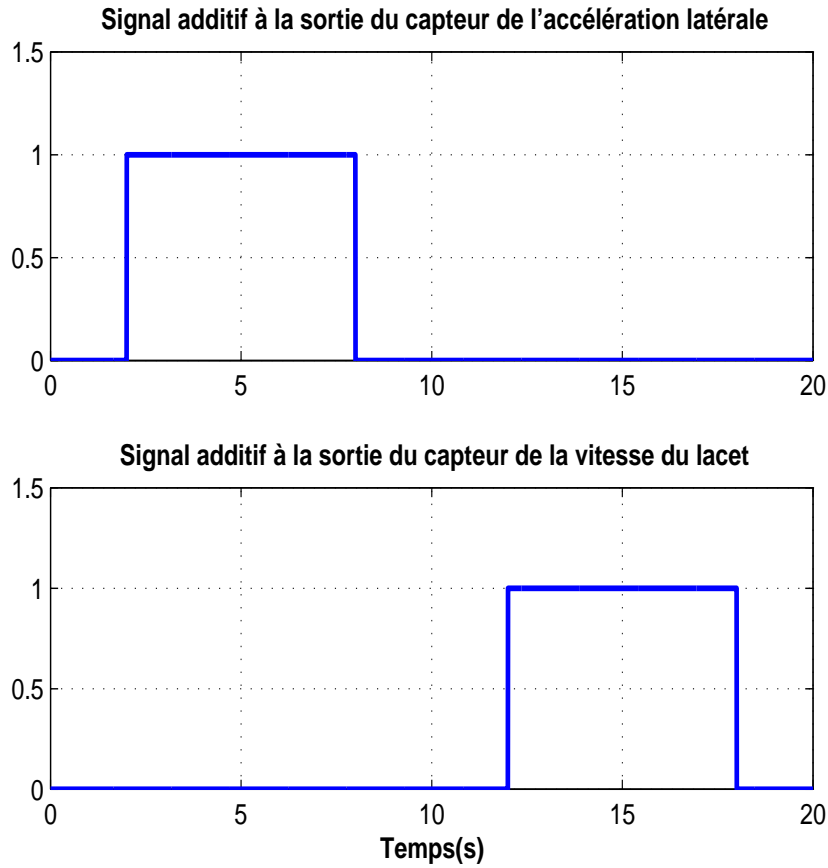


FIG. VI.6 – Signaux additifs aux signaux des capteurs

### VI.3.2 Résultats de simulation

La simulation est effectuée en considérant le multi-modèles incertain du véhicule défini par (VI.15) avec les paramètres donnés dans le tableau IV.2. La vitesse longitudinale est considérée constante ( $u(t) = 20m/s$ ).

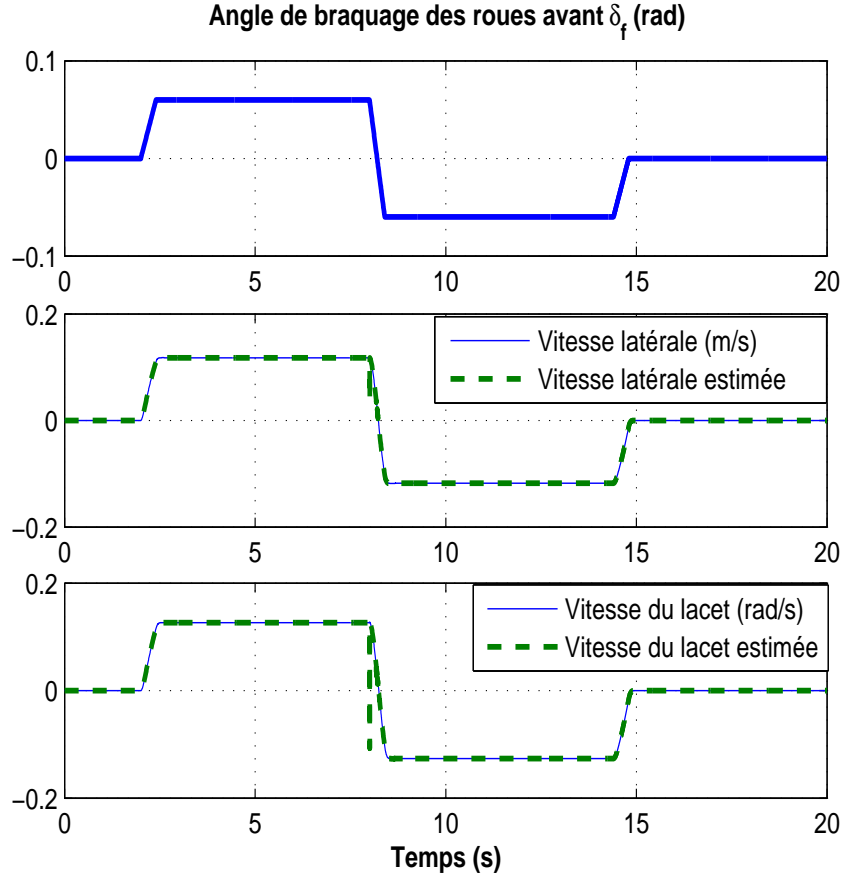
Les conditions de stabilité des deux contrôleurs (VI.16), (VI.17) basés respectivement sur les deux observateurs (VI.4) et (VI.5) sont données par les quatre LMI (IV.42), (IV.43) et (IV.44).

La résolution de ces LMI donne :

- Gains des deux multicontrôleurs :

$$K_1^1 = 10^3 \begin{bmatrix} -0.5483 & -6.4169 \end{bmatrix}, \quad K_2^1 = 10^3 \begin{bmatrix} 0.7802 & -6.4249 \end{bmatrix} \quad (\text{VI.18})$$

$$K_1^2 = 10^3 \begin{bmatrix} -0.5535 & -6.4097 \end{bmatrix}, \quad K_2^2 = 10^3 \begin{bmatrix} 0.7832 & -6.4280 \end{bmatrix} \quad (\text{VI.19})$$


 FIG. VI.7 – Variation des deux variables d'état  $v(t)$  et  $r(t)$  avec utilisation de la stratégie FTC

- Gains des deux multi-observateurs :

$$G_1^1 = \begin{bmatrix} -6.4547 \\ -16.3823 \end{bmatrix}, \quad G_2^1 = \begin{bmatrix} -6.5373 \\ -19.5597 \end{bmatrix} \quad (\text{VI.20})$$

$$G_1^2 = \begin{bmatrix} 15.2767 \\ 7.6614 \end{bmatrix}, \quad G_2^2 = \begin{bmatrix} 20.4305 \\ -0.0279 \end{bmatrix} \quad (\text{VI.21})$$

Afin d'illustrer l'efficacité de la méthode, nous avons étudié les trois situations suivantes

- Défaut sur le capteur de l'accélération latérale entre 2s et 8s et pas de défaut sur le capteur de la vitesse du lacet.
- Défaut sur le capteur de l'accélération latérale entre 12s et 18s et pas de défaut sur le capteur de la vitesse du lacet.
- Défauts sur le capteur de l'accélération latérale entre 2s et 8s et sur le capteur de la vitesse du lacet entre 12s et 18s.

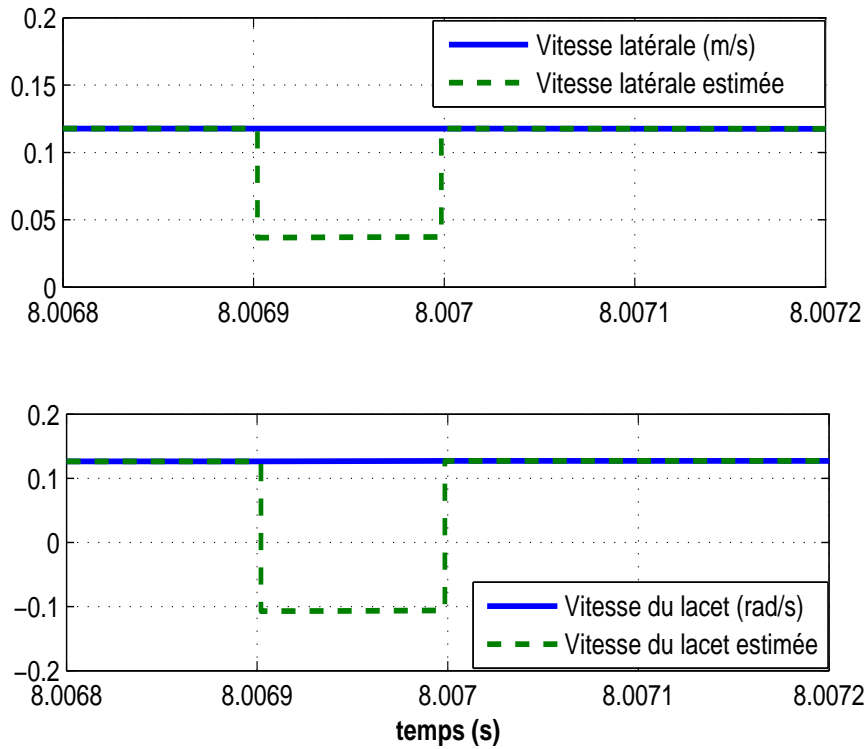


FIG. VI.8 – Zoom au voisinage de  $t \approx 8s$  de la figure VI.7

Les résultats de simulation sont donnés par les figures VI.10-VI.15.

Les deux figures VI.11 et VI.13 montrent que sans utilisation de la stratégie de FTC proposée, dès l'apparition d'un défaut sur l'un des deux capteurs, le véhicule perd sa stabilité. Au contraire, lorsqu'on utilise l'algorithme de FTC (figure VI.15), on remarque que la stabilité du véhicule est maintenue malgré la présence d'un défaut sur le capteur de l'accélération latérale ou sur le capteur de la vitesse du lacet.

Les avantages de cette méthode par rapport à celle présentée auparavant se résument en deux points. Le premier est le fait d'utiliser deux contrôleurs dans le bloc de régulateur à la place d'un seul. Le deuxième avantage vient de la prise en compte des incertitudes dues aux erreurs de modélisation et la présence des perturbations extérieures. Rappelons que dans la première stratégie, seules les incertitudes sont prises en compte.

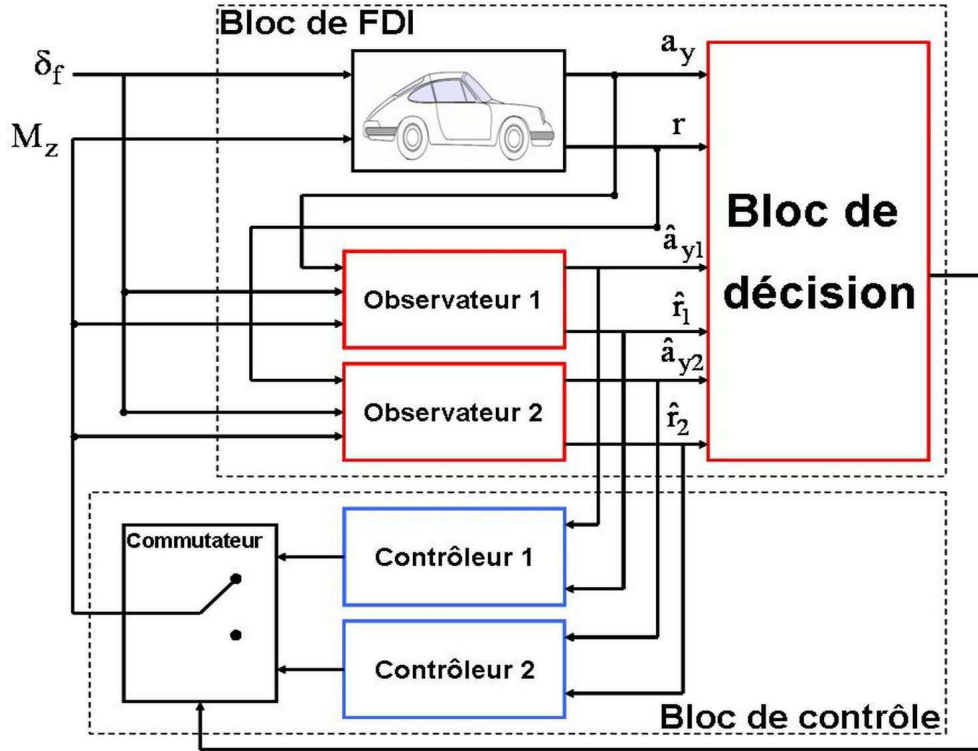


FIG. VI.9 – deuxième stratégie de la commande FTC

## VI.4 Commande multi-modèles par retour de sortie tolérante aux défauts capteurs

L'objectif est de proposer une troisième stratégie de commande tolérante aux défauts capteurs afin de l'appliquer à la surveillance et le maintien du bon comportement latérale du véhicule automobile lors de la défaillance d'un des capteurs. Le modèle de la dynamique latérale du véhicule considéré dans cette partie est celui décrit en (VI.22) avec comme variables d'état la vitesse latérale  $v(t)$  et la vitesse du lacet  $r(t)$  supposées mesurables. La variable de contrôle considérée est l'angle de braquage des roues avant ( $\delta_{fc}(t)$ ).

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \sum_{i=1}^2 h_i(|\alpha_f|) ((A_i + \Delta A_i)x(t) + (B_{fi} + \Delta B_{fi})(\delta_{fd}(t) + \delta_{fc}(t))), \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned} \quad (\text{VI.22})$$

Lorsque la sortie mesurée est la vitesse latérale ( $y(t) = v(t)$ ), la matrice de sortie est  $C = C_1 = [1 \ 0]$  et lorsque la sortie mesurée est la vitesse du lacet ( $y(t) = r(t)$ ), la matrice de sortie est  $C = C_2 = [0 \ 1]$ .

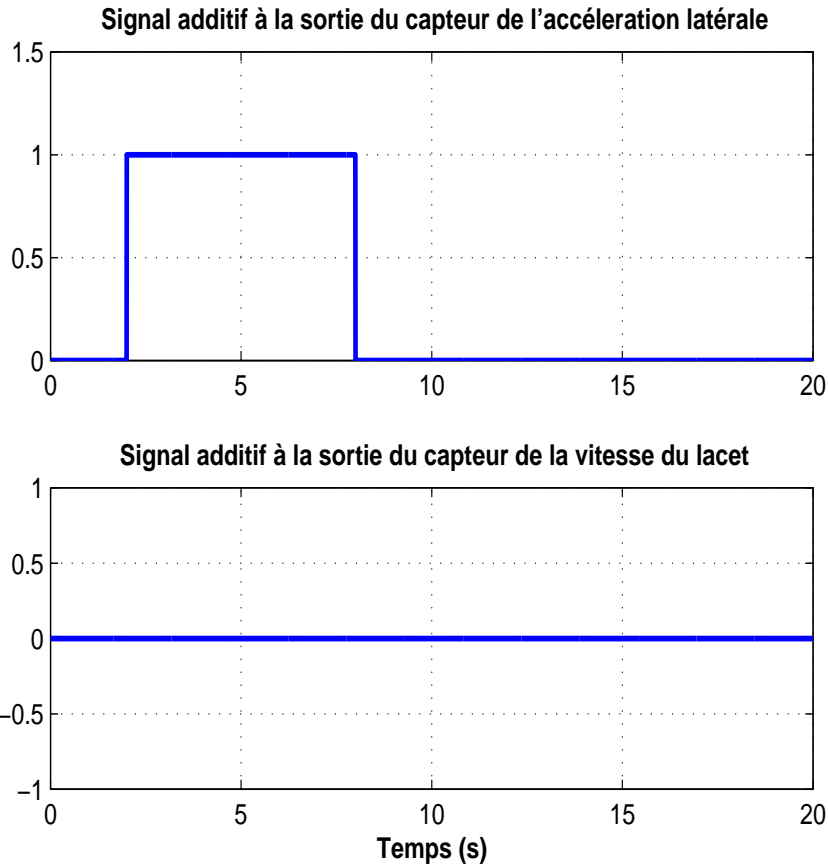


FIG. VI.10 – Signaux additifs aux signaux des capteurs

### VI.4.1 Stratégie de la commande FTC

Le principe de la stratégie que nous proposons dans cette partie est montré par la figure VI.16. Contrairement aux deux stratégies FTC présentées auparavant, dans cette partie le banc d'observateurs utilise des multi-observateurs à mode glissant. Le bloc de contrôle utilise un banc de deux contrôleurs chacun est basé sur une commande par retour de sortie statique (RSS).

Le rôle de chaque bloc de la figure VI.16 est donné ci-dessous :

- **Bloc de FDI** : Dans ce bloc, les défauts sur les capteurs de la vitesse latérale et de la vitesse du lacet seront détectés et isolés. Son principe est basé sur deux étapes :

- *Génération des résidus* : Différences entre les sorties mesurées et les sorties estimées ( $r_i(t) = y_i(t) - \hat{y}_i(t)$ ).

- *Prise de décision* : Les résidus  $r_i$  sont examinés et ensuite une règle de décision est appliquée afin de décider l'existence d'un défaut capteur ou non.

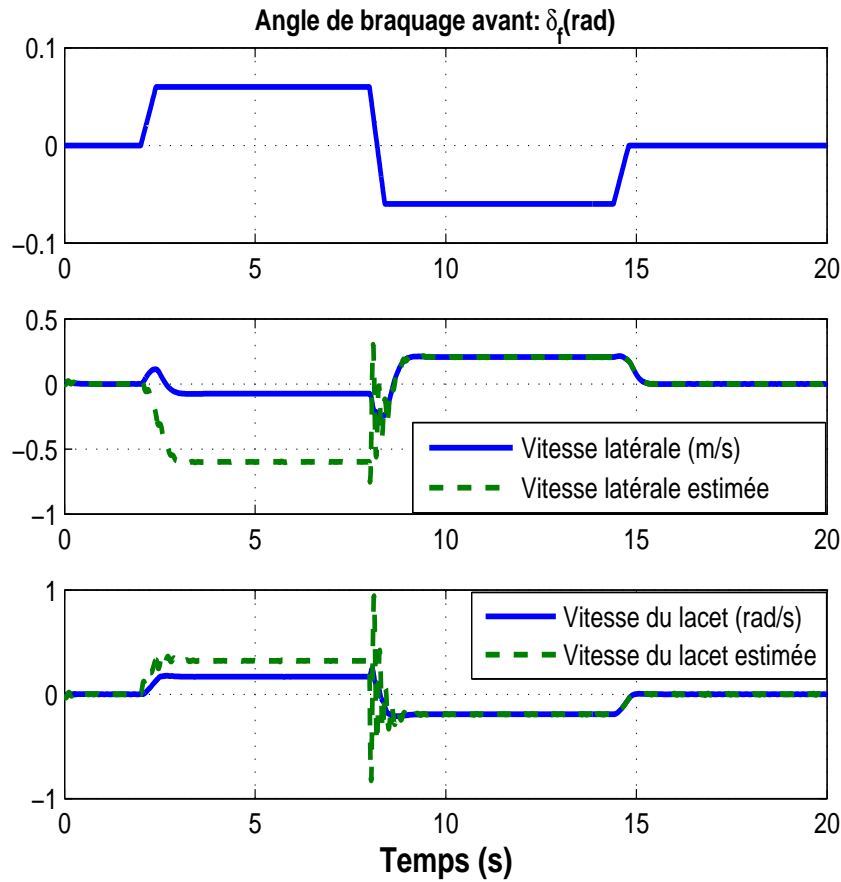


FIG. VI.11 – Variation des deux variables d'état  $v(t)$  et  $r(t)$  sans utilisation de la stratégie FTC

L'ensemble des résidus générés par les deux observateurs de la figure VI.16 est donné comme suit

$$R_{v,1} = v - \hat{v}_1 \qquad R_{v,2} = v - \hat{v}_2 \qquad (\text{VI.23})$$

$$R_{r,1} = r - \hat{r}_1 \qquad R_{r,2} = r - \hat{r}_2 \qquad (\text{VI.24})$$

Afin de détecter et identifier les éventuels défauts capteurs, nous avons besoin en plus des deux dernières hypothèses citées dans la page 139 et de l'hypothèse suivante :

1. les défaut capteurs sont modélisé par des signaux additifs aux sorties des capteurs

$$y(t) = C_i x(t) + D_i f(t), \quad \text{avec } i = 1, 2. \qquad (\text{VI.25})$$

où  $i = 1$  lorsque  $y(t) = v(t)$  et  $i = 2$  lorsque  $y(t) = r(t)$ .  $f(t)$  représente le défaut et  $D_i$  ( $i=1, 2$ ) représentent les matrices de distribution des défauts. Elles sont définies comme suivant :



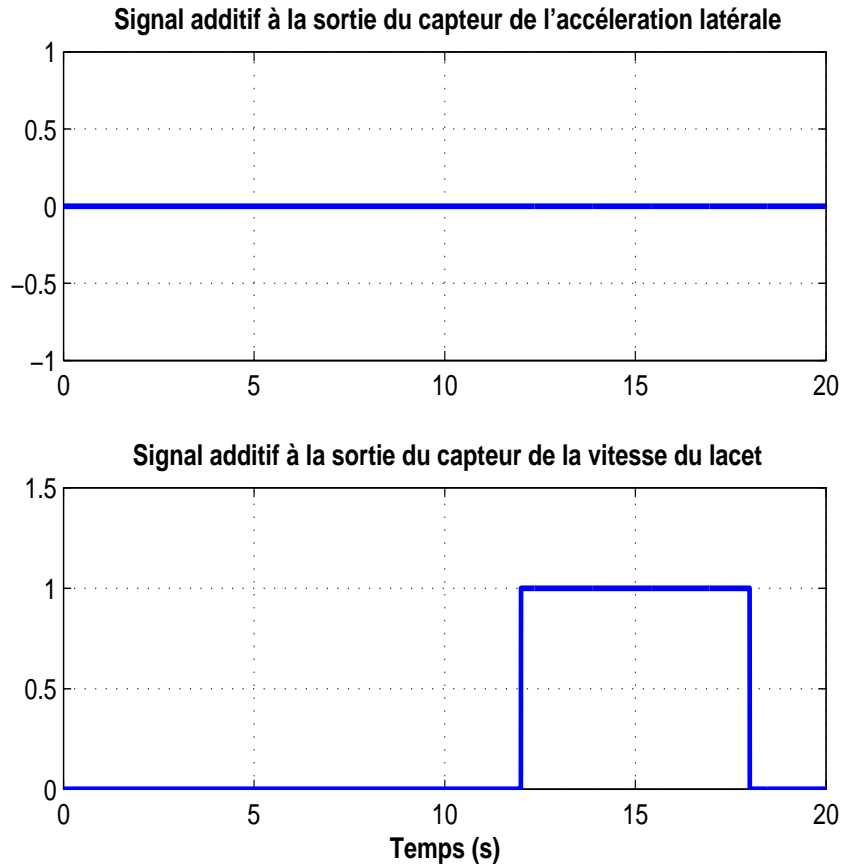


FIG. VI.12 – Signaux additifs aux signaux des capteurs

- Lorsque le capteur de la vitesse latérale qui est défaillant  $D_1 = [d_1 \ d_2]^T = [1 \ 0]^T$ .
- Lorsque le capteur de la vitesse du lacet qui est défaillant  $D_2 = [d_1 \ d_2]^T = [0 \ 1]^T$ .

A partir des résidus donnés par (VI.23) et les hypothèses cités au dessus, nous construisons la table logique VI.1 qui permet d'identifier et aussi localiser le défaut. Notons que dans la deuxième colonne de la table, les valeurs prises par les résidus sont '1' et '0', le '1' pour un résidu non nul et le '0' pour mentionner que le résidu est nul.

Fault	$[R_{v,1} \ R_{v,2} \ R_{r,1} \ R_{r,2}]$
Lateral velocity sensor	[0 1 1 1]
Yaw rate sensor	[1 1 1 0]

TAB. VI.1 – Table logique pour l'isolation du défaut

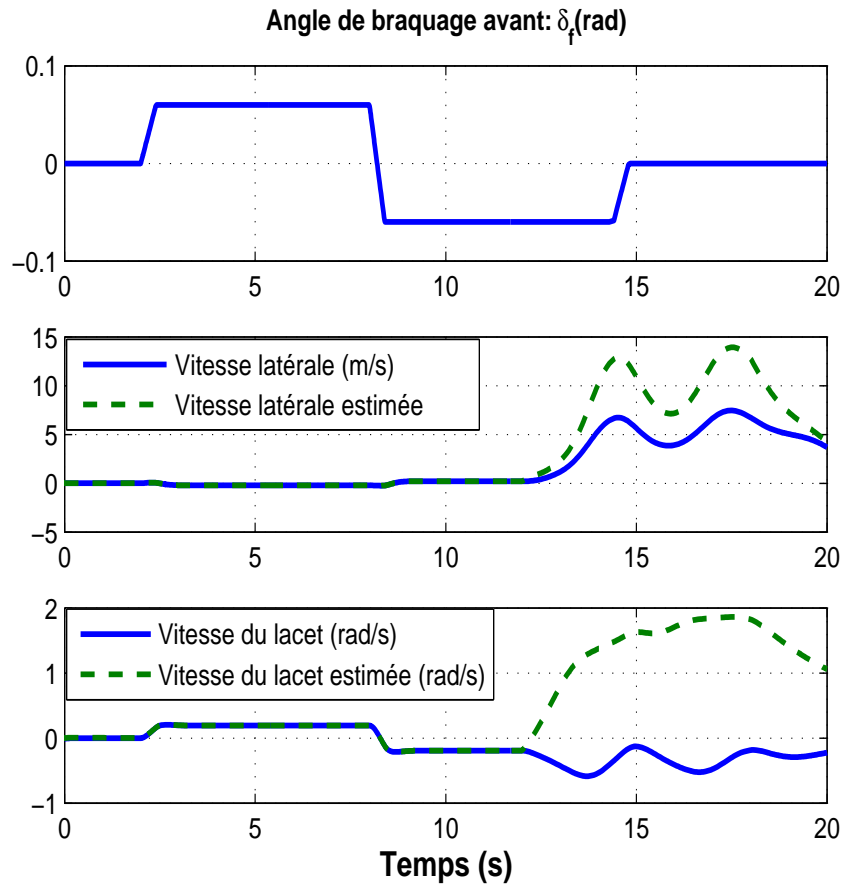


FIG. VI.13 – Variation des deux variables d'état  $v(t)$  et  $r(t)$  sans utilisation de la stratégie FTC

•**Bloc de contrôle** : Constitué de deux contrôleurs, chacun basé sur une commande multi-modèles robuste par retour de sortie statique [Chadli *et al.*, 2002a]. Le premier utilise la mesure de la vitesse latérale  $v(t)$  et le deuxième utilise la mesure de la vitesse du lacet  $r(t)$ . La synthèse de cette commande ainsi que les conditions de stabilités sont donnés par la suite.

•**Bloc de commutation** : Basé sur la logique suivante, *Si*  $R_{v,1}$  est important et  $R_{r,2}$  est faible, *alors* sélectionner le "contrôleur 1". *Si non* sélectionner le "contrôleur 2".

### Bloc de détection et d'isolation des défauts

Son rôle est la détection et la localisation des défauts capteurs. Il est constitué de deux multi-observateurs à mode glissant, chacun estime le vecteur d'état du système. Ce type d'observateurs est largement utilisé pour l'estimation d'état pour de nombreuses raisons. Parmi celles-ci, on peut citer *i)* la garantie d'une convergence de l'erreur d'estimation d'état en temps fini, *ii)* sa robustesse par rapport aux variations de certains paramètres du système. Après l'estimation du vecteur de sortie par les deux observateurs, un vecteur

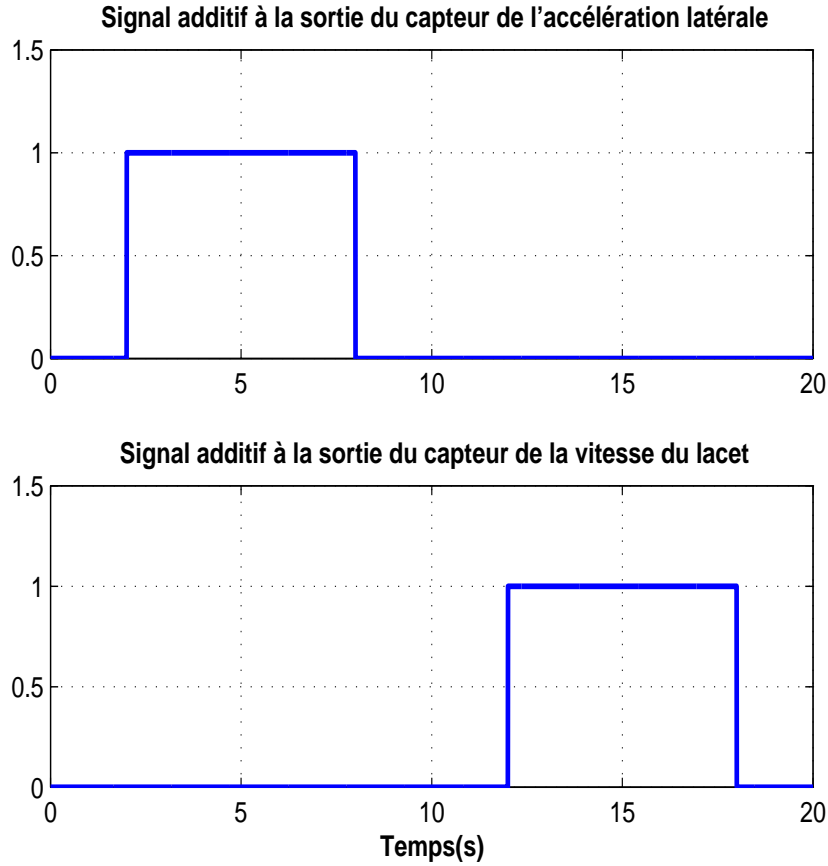


FIG. VI.14 – Signaux additifs aux signaux des capteurs

de résidus est généré par la comparaison entre les sorties estimées et les sorties mesurées. L'analyse de ces résidus permet de détecter et localiser les défauts qui sont susceptibles d'apparaître sur les capteurs.

La structure des deux multi-observateurs à mode glissant est :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}_1(t) = \sum_{i=1}^M \mu_i(z(t)) (A_i \hat{x}(t) + B_i u(t) + L_i (y(t) - \hat{y}(t)) + \alpha_i(t)) \\ \hat{y}(t) = \sum_{i=1}^M \mu_i(z(t)) (C_i \hat{x}(t) + D_i u(t)) \end{cases} \quad (\text{VI.26})$$

où  $L_i$  et  $\alpha_i(t)$  ( $i \in \{1, 2\}$ ) sont les gains des observateurs qui doivent être déterminés par la résolution des LMI données par le théorème 3.

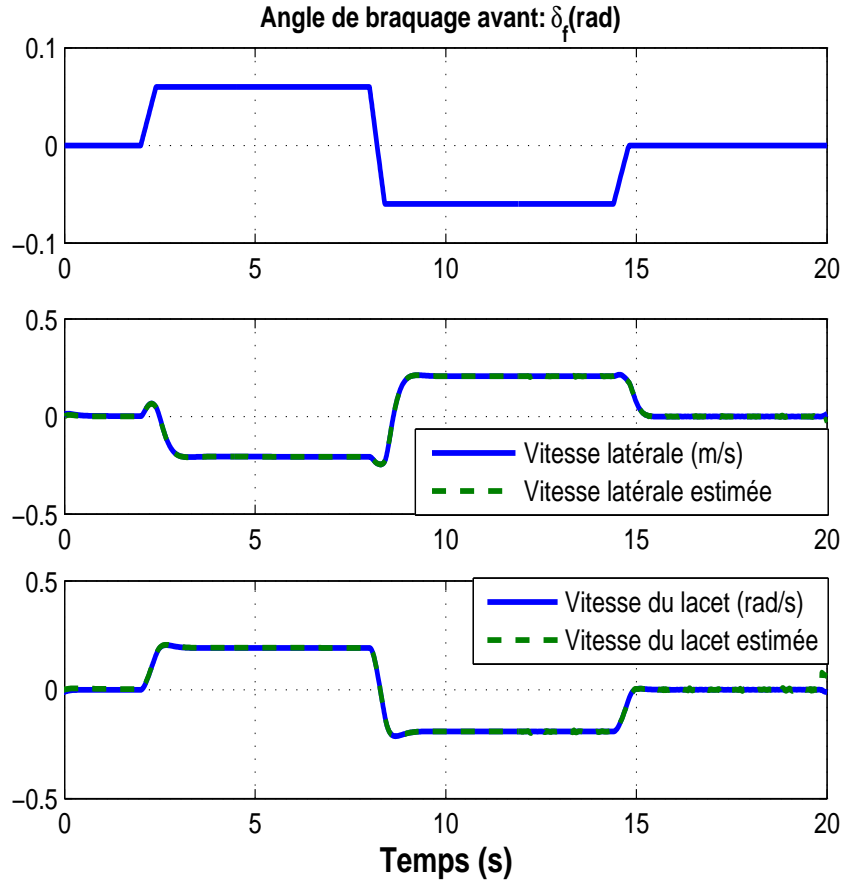


FIG. VI.15 – Variation des deux variables d'état  $v(t)$  et  $r(t)$  avec utilisation de la stratégie FTC

- SMO 1 :

$$\dot{\hat{x}}_1(t) = \sum_{i=1}^2 h_i(|\alpha_f|) (A_i \hat{x}_1(t) + B_{fi}(\delta_{fd}(t) + \delta_{fc}(t)) + L_i^1(y(t) - \hat{y}(t)) + \alpha_i^1(t)), \quad (\text{VI.27})$$

$$\hat{y}(t) = \hat{v}(t) = C_1 \hat{x}_1(t)$$

- SMO 2 :

$$\dot{\hat{x}}_2(t) = \sum_{i=1}^2 h_i(|\alpha_f|) (A_i \hat{x}_2(t) + B_{fi}(\delta_{fd}(t) + \delta_{fc}(t)) + L_i^2(y(t) - \hat{y}(t)) + \alpha_i^2(t)), \quad (\text{VI.28})$$

$$\hat{y}(t) = \hat{r}(t) = C_2 \hat{x}_2(t)$$

A partir du théorème 7, on déduit les expressions des deux contrôleurs utilisés dans le schéma donné par la figure VI.16 :

- Contrôleur 1 :

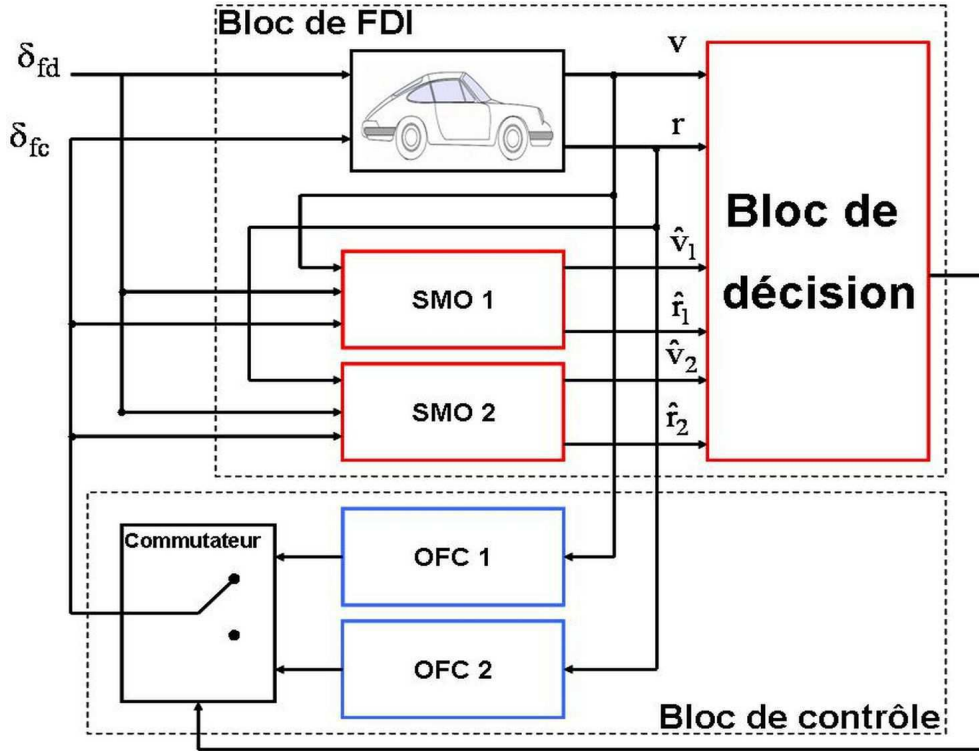


FIG. VI.16 – Troisième stratégie de la commande FTC

$$\delta_{fc1}(t) = \sum_{i=1}^2 h_i(|\alpha_f|) F_i^1 v(t) = \sum_{i=1}^2 h_i(|\alpha_f|) F_i^1 C_1 x(t) \quad (\text{VI.29})$$

- Contrôleur 2 :

$$\delta_{fc2}(t) = \sum_{i=1}^2 h_i(|\alpha_f|) F_i^2 r(t) = \sum_{i=1}^2 h_i(|\alpha_f|) F_i^2 C_2 x(t) \quad (\text{VI.30})$$

avec  $F_i^j$  ( $i, j \in \{1, 2\}$ ) les gains des multicontrôleurs à déterminer à partir des quatre LMI (III.87), (III.88), (III.89), (III.90) et l'égalité (III.91).

## VI.4.2 Résultats de simulation

La simulation est effectuée en considérant le multi-modèles incertain du véhicule défini par (VI.22) avec les paramètres donnés dans le tableau IV.2. La vitesse longitudinale est considérée constant ( $u(t) = 20m/s$ ).

La résolution des LMI du théorème 7 permet de trouver les gains suivants :

- Gains du contrôleur 1 (avec  $C = C_1 = [1 \ 0]$ ) :

$$F_1^1 = -0.0422, \quad F_2^1 = -0.0014$$

- Gains du contrôleur 2 (avec  $C = C_2 = [0 \ 1]$ ) :

$$F_2^1 = -5.8156, \quad F_2^2 = -3.2056$$

Pour obtenir les gains des deux observateurs (SMO 1 et SMO 2), on résout les équations données par le théorème 3. Après résolution, on obtient

- Gains de l'observateur 1 (SMO 1) :

$$L_1^1 = [ 91.0911 \quad -22.8865 ]^T, \quad L_1^2 = [ 36.0722 \quad -9.9945 ]^T$$

- Gains de l'observateur 2 (SMO 2) :

$$L_2^1 = [ 163.2350 \quad 488.8202 ]^T, \quad L_2^2 = [ 22.3700 \quad 495.4687 ]^T$$

Pour la simulation, nous avons considéré que l'angle de braquage  $\delta_{fd}$  est connu et généré par le conducteur comme c'est montré dans la figure VI.17.

Les trois situations décrites dans les deux paragraphes précédents sont étudiées. Dans les deux premières où la stratégie de FTC n'est pas utilisée. Le véhicule perd sa stabilité dès l'apparition d'un défaut sur le capteur de la vitesse latérale (voir figure VI.19) à l'instant  $2s$  ou sur le capteur de la vitesse du lacet (voir figure VI.21) à l'instant  $6s$ .

Avec l'utilisation de la stratégie FTC proposée dans ce paragraphe, nous remarquons, d'après la figure VI.23, que malgré l'apparition des défauts sur les deux capteurs (à condition qu'ils ne soient pas simultanés), le véhicule maintient ses performances de stabilité.

## VI.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté trois techniques différentes de commande tolérante aux défauts capteurs dans le but de maintenir la stabilité latérale du véhicule automobile lors de la défaillance de l'un des capteurs utilisés. Les trois techniques utilisent un module FDI pour la détection et l'isolation du défaut.

La différence entre les trois technique réside dans les algorithmes utilisés pour la détection des défauts et le contrôle. En effet, dans les deux premières techniques, le bloc FDI est constitué de deux multi-observateurs dont la structure est donnée par la figure (III.30), alors que la troisième technique est constitué de deux multi-observateurs à mode glissant. Cette dernière a l'avantage d'être plus robuste vis-à-vis des erreurs de modélisation.

Les trois techniques utilisent des lois de commande différentes. Dans la première technique de FTC (figure VI.1) ou un seul contrôleur est utilisé, la loi de commande est

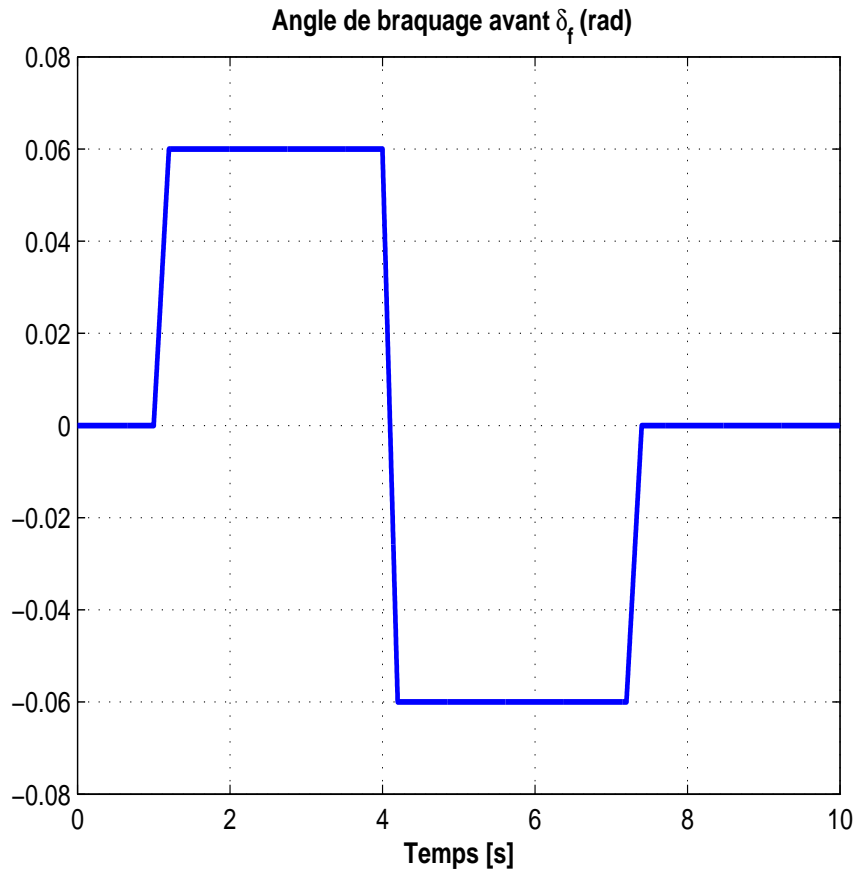


FIG. VI.17 – Angle de braquage  $\delta_{fd}(t)$  délivré par le conducteur

basée sur observateur et les incertitudes de modélisation sont prises en compte. Dans la deuxième technique de FTC (figure VI.9), deux contrôleurs sont utilisés et des commandes  $H_\infty$  basées sur observateur avec prise en compte des incertitudes de modélisation et rejet des perturbations extérieures sont proposées. Enfin, dans la troisième technique de FTC (figure VI.16), deux contrôleurs par retour de sortie statique sont utilisés. Les observateurs à mode glissant sont utilisés uniquement pour la détection et l'isolation des défauts.

Les résultats de simulation présentés ont permis d'illustrer les performances des trois algorithmes proposés.

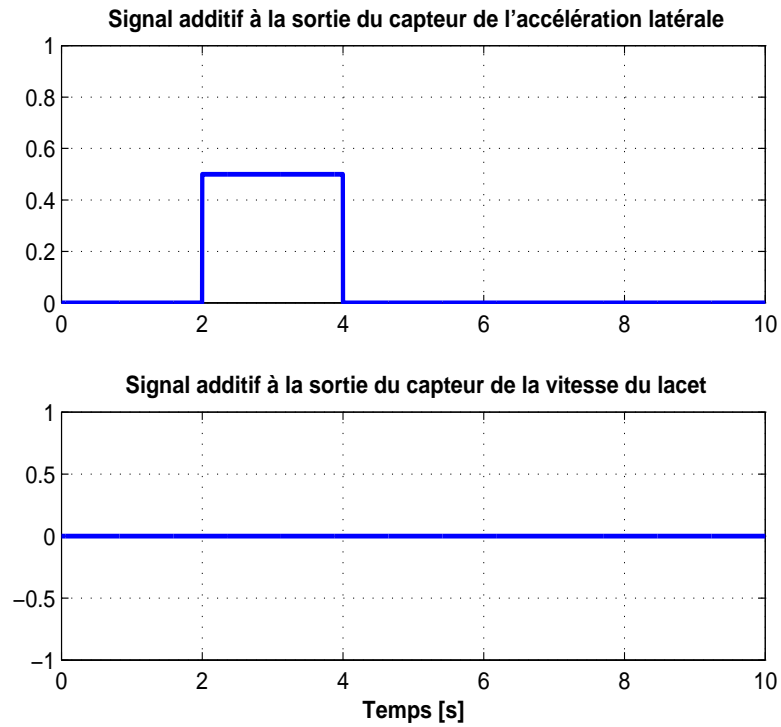


FIG. VI.18 – Signaux additifs aux signaux des capteurs

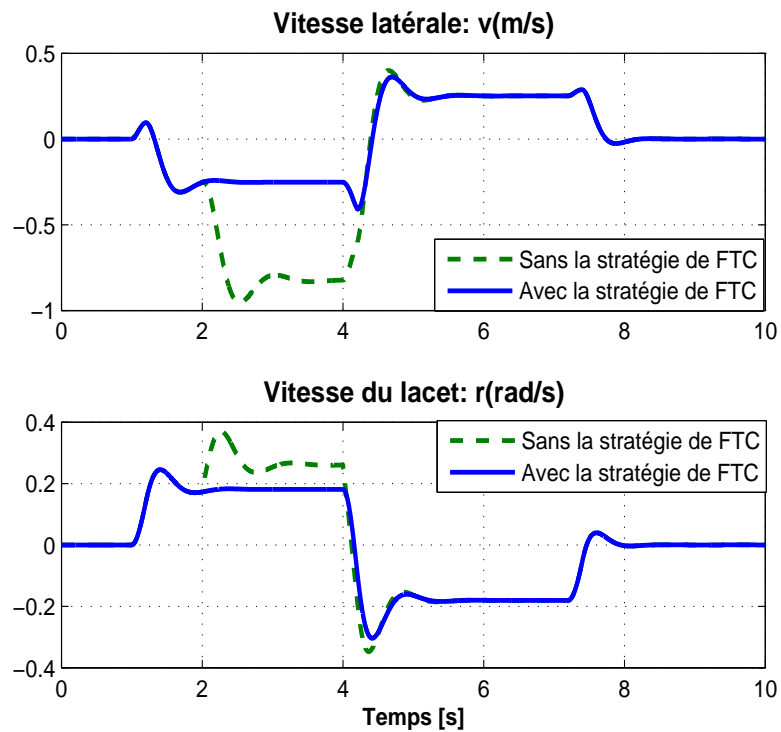


FIG. VI.19 – Comparaison entre les variables d'état lorsque le capteur de la vitesse latérale est défectueux entre 2s et 4s : avec et sans utilisation de l'algorithme de FTC



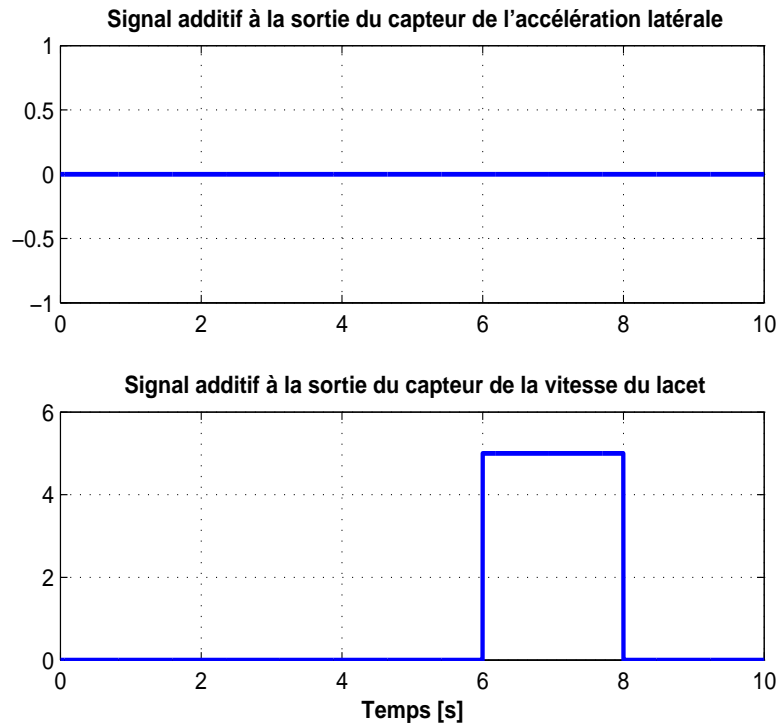


FIG. VI.20 – Signaux additifs aux signaux des capteurs

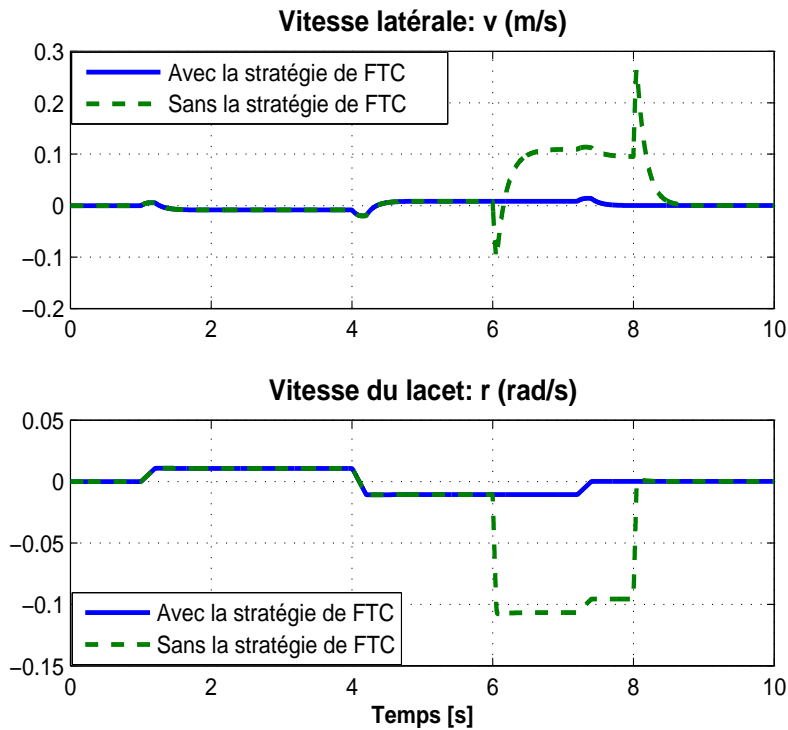


FIG. VI.21 – Comparaison entre les variables d'état lorsque le capteur de la vitesse du lacet est défectueux entre 6s et 8s : avec et sans utilisation de l'algorithme de FTC

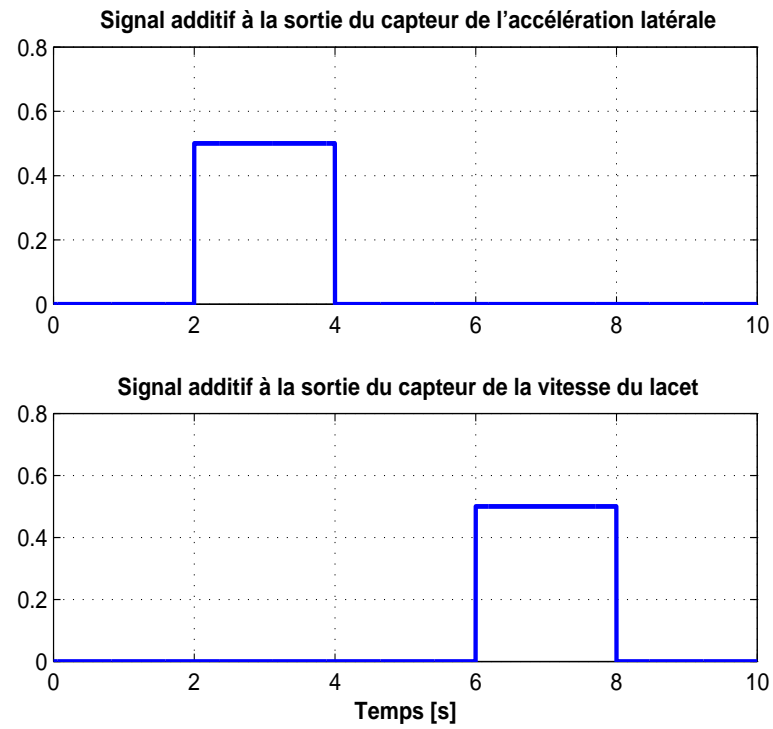
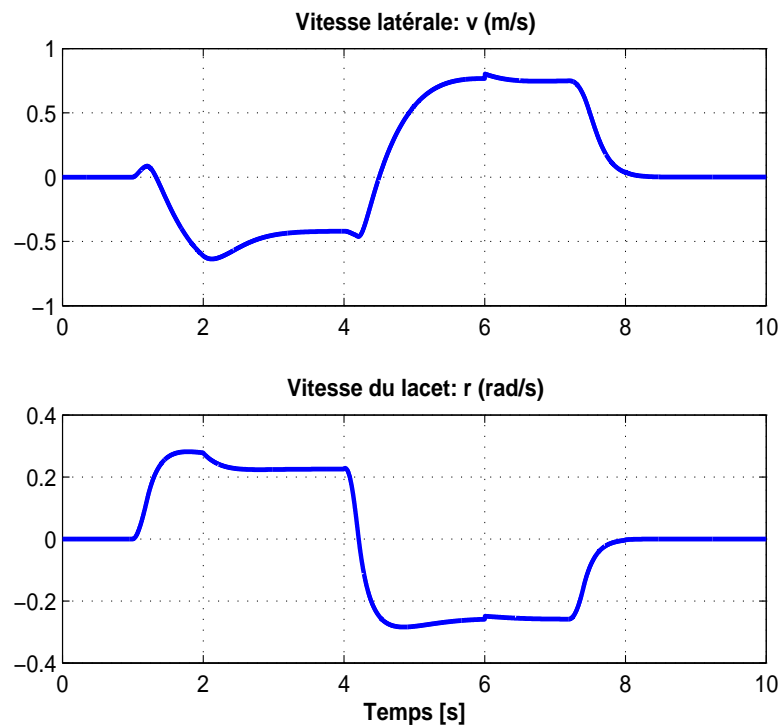


FIG. VI.22 – Signaux additifs aux signaux des capteurs

FIG. VI.23 – Variation des deux variables d'état  $v(t)$  et  $r(t)$  avec utilisation de la stratégie FTC



# Conclusion générale et perspectives

Le travail effectué dans ce mémoire concerne le développement de stratégies de commande tolérantes aux défauts pour le contrôle de la dynamique du châssis d'un véhicule automobile et plus précisément la dynamique longitudinale et la dynamique latérale. Comme nous l'avons bien rappelé dans la partie I consacré à l'état de l'art, le véhicule automobile est un système mécatronique non linéaire très complexe, difficile à modéliser avec précision et sujet à de plusieurs variations paramétriques (masse, contact pneu/sol, angle de dérive, forces pneumatiques, etc.). Afin de pouvoir développer des lois de commande capables de maintenir la stabilité d'un véhicule automobile dans des conditions critiques et valables dans une large zone de fonctionnement, nous avons adopté l'approche multi-modèles.

Après un bref état de l'art sur la commande FTC, les aspects généraux de la modélisation d'un véhicule automobile ainsi que l'approche multi-modèles, nous avons synthétisé deux approches de commande FTC passives en vue du contrôle latéral de la dynamique d'un véhicule automobile. La première concerne une loi de commande multi-modèles par retour d'état reconstruit où les incertitudes dues aux erreurs de modélisation et aux variations paramétriques ont été prises en compte. Un algorithme de résolution sous forme de LMI en deux étapes a été proposé aux conditions de stabilité proposées [Chadli et Hajjaji, 2006]. La seconde approche concerne la conception d'une loi de commande basée sur observateur avec rejet de perturbations extérieures [Oudghiri *et al.*, 2007f]. Pour réduire le conservatisme des méthodes existantes, nous avons proposé un algorithme permettant de calculer simultanément les gains du contrôleur et ceux de l'observateur en résolvant un ensemble d'inégalités matricielles linéaires.

Concernant la dynamique longitudinale du véhicule automobile, une loi de commande adaptative floue à mode glissant a été proposée pour le contrôle du taux de glissement longitudinal lors de l'opération de freinage d'un véhicule automobile [Oudghiri *et al.*, 2007h]. Cette loi de commande a été validée expérimentalement sur un prototype de système ABS disponible au laboratoire M.I.S. [Oudghiri *et al.*, 2008a].

La deuxième partie de notre travail concerne la FTC active. Trois stratégies de commande tolérantes aux défauts capteurs ont été proposées. Ces stratégies ont pour objectif de maintenir la stabilité en virage d'un véhicule automobile avec/sans présence des défauts capteurs [Oudghiri *et al.*, 2007e], [Oudghiri *et al.*, 2008b]. Les trois stratégies utilisent un bloc de détection et d'identification des défauts (FDI) constitué d'un banc d'observateurs,

d'un bloc pour l'accommodation et la correction de la loi de commande et d'un bloc de décision sélectionnant la loi de commande adéquate. Ceci permet de maintenir le bon comportement latéral du véhicule automobile lorsqu'un des capteurs utilisés devient défaillant [Oudghiri *et al.*, 2008c], [Chadli *et al.*, 2008b]. Dans les trois stratégies nous n'avons traité que les défauts capteurs additifs et en supposant qu'à chaque instant au maximum un seul capteur peut être défaillant. Ces stratégies se différencient entre elles essentiellement par les algorithmes de détection et d'isolation des défauts et les algorithmes de contrôle utilisés. Ces trois stratégies utilisent toutes la technique des bancs d'observateurs.

Les résultats de simulation obtenus par les trois différentes stratégies ont montré qu'il est possible de maintenir le bon comportement d'un véhicule automobile malgré la présence des incertitudes de modélisation et des défauts capteurs.

En dépit des développements effectués et les résultats obtenus, de nombreuses perspectives à ce travail peuvent être considérées. Il s'agit tout d'abord de l'amélioration des blocs de FDI employés dans les différentes stratégies de FTC en prenant compte des erreurs de mesures et en considérant des seuils de détection de défauts adaptatifs. Il serait également intéressant d'étendre ces travaux aux commandes tolérantes aux défauts actionneurs. Concernant le modèle du véhicule, il s'agit de considérer un modèle plus complet avec plus de degrés de liberté (couplage entre la dynamique latérale, la dynamique longitudinale et la suspension).

Il serait également très intéressant de valider ces différents algorithmes de contrôle sur un simulateur industriel en utilisant des mesures réelles et par la suite sur un véhicule automobile.

# Bibliographie

- [Abonyi *et al.*, 2001] J. Abonyi, R. Babuska, et F. Szeifert. Fuzzy modeling with multivariate membership functions : Gray-box identification and control design. *Conference on Systems, Man and Cybernetics*, 31, 2001.
- [Ackermann *et al.*, 2002] J. Ackermann, P. Blue, T.Bünthe, L. Güvenc, D. Kaesbauer, M. Kordt, M. Mulher, et D. Odenthal. Robust control, the parameter space approach. *Springer-Verlag London ldt*, 2002.
- [Ackermann, 1998] J. Ackermann. Active steering for better safety, handling and comfort. *Advances in Vehicle Control and Safety*, 1998.
- [Akhenak *et al.*, 2003] A. Akhenak, M. Chadli, J. Ragot, et D. Maquin. Sliding mode multiple observer for fault detection and isolation. *42th IEEE Conference on Decision and Control, Hawaii, USA*, 1 :953–958, 2003.
- [Akhenak *et al.*, 2004a] A. Akhenak, M. Chadli, J. ragot, et D. Maquin. Design of robust fuzzy observer for uncertain takagi-sugeno models. *IEEE International Conference on Fuzzy Systems, Budapest, Hongrie*, pages 1327–1330, 2004.
- [Akhenak *et al.*, 2004b] A. Akhenak, M. Chadli, J. Ragot, et D. Maquin. Design of robust fuzzy observer for uncertain takagi-sugeno models. *IEEE International Conference on Fuzzy Systems, Budapest, Hungary*, 2004.
- [Akhenak *et al.*, 2004c] A. Akhenak, M. Chadli, J. Ragot, et D. Maquin. State estimation of uncertain multiple model with unknown inputs. *43rd IEEE Conference on Decision and Control, Atlantic, Bahamas*, 2004.
- [Akhenak *et al.*, 2007] A. Akhenak, M. Chadli, D. Maquin, et J. Ragot. Design of a sliding mode fuzzy observer for uncertain takagi-sugeno fuzzy model : application to automatic steering of vehicles. *International Journal of Vehicle Autonomous Systems*, 5, 2007.
- [Akhenak, 2004] A. Akhenak. Conception d’observateurs non linéaires par approche multimodèle : application au diagnostic. *Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Lorraine*, 2004.
- [Assawinchaichote et Nguang, 2002] W. Assawinchaichote et K. Nguang. Fuzzy observer-based controller design for singularly perturbed nonlinear systems : an lmi approach. *IEEE conference on Decision and Control*, 2 :2165–2170, 2002.
- [Aubrun *et al.*, 1993] C. Aubrun, D. Sauter, H. Noura, et M. Robert. Fault diagnosis and reconfiguration of systems using fuzzy logic : Application to a therma plant. *Journal of Systems Science*, 24, 1993.

- [Baffet *et al.*, 2007] G. Baffet, A. Charara, et D. Lechner. Experimental evaluation of a sliding mode observer for tire-road forces and an extended kalman filter for vehicle sideslip angle. *46 th IEEE Conference on Decision and Control*, 2007.
- [Bakker *et al.*, 1987] E. Bakker, L. Nyborg, et H.B. Pacejka. Tyre modelling for use in vehicle dynamics studies. *SAE Transaction*, 1987.
- [Bakker *et al.*, 1989] E. Bakker, H.B. Pacejka, et L. Linder. A new tire model with an application in vehicle dynamics studies. *SAE Transaction*, 98(6) :101–113, 1989.
- [Basset *et al.*, 1999] M. Basset, J.Baujon J.P. Lauffenburger, et G.L.Gissinger. Intelligent driver aid system : The navigation aided intelligent cruise control project. *Journées d’Etude : Automatique et Automobile*, 1999.
- [Basseville et Nikiforov, 1993] M. Basseville et I.V. Nikiforov. Detection of abrupt changes - theory and application. *Prentice Hall information and system sciences series*, 1993.
- [Basseville, 1998] M. Basseville. On-board component fault detection and isolation using the statistical local approach. *Automatica*, 34 :1391–1396, 1998.
- [Beard, 1971] R.V. Beard. Failure accommodation in linear systems through self- reorganization. *Thèse de PhD, Massachusetts Institute of Technology*, 1971.
- [Bennani *et al.*, 1999] S. Bennani, R. Van der Sluis, G. Schram, et J. A. Mulder. Control law reconfiguration using linear parameter varying control. *AIAA-99-4137*, 1999.
- [Bennett *et al.*, 1999] S. M. Bennett, R.J. Patton, et S. Daley. Sensor fault-tolerant control of a rail traction drive. *Control Engineering Practice*, 7 :217–225, 1999.
- [Blanco *et al.*, 2001] Y. Blanco, W. Perruquetti, et P. Borne. Stability and stabilizability on nonlinear systems and t-s fuzzy models. *Mathematical Problems in Engineering*, 7 :221–240, 2001.
- [Blanke *et al.*, 1997] M. Blanke, R. Azadi-Zamanabadi, SA. Bgh, et CP. Lunau. Fault tolerant control systems. *Control Eng. Prcatice*, pages 693–702, 1997.
- [Blanke *et al.*, 2003] M. Blanke, M. Kinnaert, J. Lunze, et M. Staroswiecki. Diagnosis et fault-tolerant control. *Springer-Verlag*, 2003.
- [Boskovic *et al.*, 1999] J.D. Boskovic, S. Li, et R.K. Mehra. Intelligent control of spacecraft in the presence of actuator failures. *Conference on Decision and Control*, 1999.
- [Boskovic *et al.*, 2000] J.D. Boskovic, S. Li, et R.K. Mehra. Reconfigurable flight control design using multiple switching controllers and on-line estimation of damage related parameters. *IEEE, Conference on Control Application*, 2000.
- [Boskovic et Mehra, 1998] J.D. Boskovic et R.K. Mehra. A multiple model-based reconfigurable flight control system design. *Conference on Decision and Control*, 1998.
- [Boskovic et Mehra, 2003] J.D. Boskovic et R.K. Mehra. Failure detection, identification and reconfiguration system for a redundant actuator assembly. *Proceedings of the 5th Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety for Technical Processes (SAFE-PROCESS’2003)*, pages 429–434, 2003.
- [Boukezzoula *et al.*, 2004] R. Boukezzoula, S. Galichet, et L. Foulloy. Observer-based fuzzy adaptive control for a class of nonlinear systems : Real-time implementation for a robot wrist. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 12, 2004.

- 
- [Boukezzoula *et al.*, 2007] R. Boukezzoula, S. Galichet, et L. Foulloy. Fuzzy feedback linearizing controller and its equivalence with the fuzzy nonlinear internal model control structure. *International Journal of Applied Mathematics and Computer Science*, 17, 2007.
- [Buckhort, 2002] K. R. Buckhort. Reference input wheel tracking using sliding mode control. *SAE 2002 World congress*, 2002.
- [Buckley, 1992] J. J. Buckley. Universal fuzzy controllers. *Automatica*, 28, 1992.
- [Burckhardt, 1993] M. Burckhardt. Slip control braking of an automobile during combined braking and steering maneuvers. *Fahrwerktechnik : Radschlupf-Regelsysteme*, 1993.
- [Burke *et al.*, 1999] J.J Burke, P. Lu, et Z. Wu. Reconfigurable flight control designs with application to the x-33 vehicle. *NASA Report No : TM-1999-206582*, 1999.
- [Burton, 2003] A.W Burton. Innovation drivers for electric power-assisted steering. *Control Systems Magazine*, 23, 2003.
- [Canudas et Tsiotras, 1999] C. Canudas et P. Tsiotras. Dynamic tyre friction models for vehicle traction control. *In 38th IEEE-CDC*, 1999.
- [Cao *et al.*, 1998] Y.Y. Cao, J. Lam, et Y.X. Sun. Static output feedback stabilization : an lmi approach. *Automatica*, 34, 1998.
- [Captain *et al.*, 1990] K.M. Captain, A.B. Boghani, et D.N. Wormly. Analytical tire models for dynamic vehicle simulation. *vehicle system dynamics*, 8 :1–32, 1990.
- [Castro, 1995] J. Castro. Fuzzy logic controllers are universal approximator. *IEEE Transactions on Systems Man and Cybernetics-part C*, 25 :629–635, 1995.
- [Chadli *et al.*, 2002a] M. Chadli, D. Maquin, et J. Ragot. An lmi formulation for output feedback stabilisation in multiple model approach. *Conference on Decision and Control, Las Vegas, Nevada, 2002*.
- [Chadli *et al.*, 2002b] M. Chadli, D. Maquin, et J. Ragot. Nonquadratic stability analysis of takagi-sugeno models. *IEEE Conference on Decision and Control, Las Vegas*, 2 :2143–2148, 2002.
- [Chadli *et al.*, 2002c] M. Chadli, D. Maquin, et J. Ragot. Static output feedback for takagi-sugeno systems : an lmi approach. *In Proc. of the 10th Mediterranean Conference on Control and Automation, Lisboa, Portugal, 2002*.
- [Chadli *et al.*, 2005a] M. Chadli, D. Maquin, et J. Ragot. Quadratic stability and stabilization of interval takagi-sugeno model : Lmi approach. *13th Mediterranean Conference on Control and Automation MED'05, Limassol, Cyprus, 2005*.
- [Chadli *et al.*, 2005b] M. Chadli, D. Maquin, et J. Ragot. Stability analysis and design for continuous-time takagi-sugeno control systems. *International Journal of Fuzzy Systems*, 7, 2005.
- [Chadli *et al.*, 2005c] M. Chadli, M. Oudghiri, et A. El Hajjaji. Commande robuste basée sur observateur de modèle flou incertain : application au véhicule à quatre roues. *JDMACS-JNMACS'05, Lyon, France, 2005*.
- [Chadli *et al.*, 2008a] M. Chadli, A. Akhenak, Didier Maquin, et José Ragot. Fuzzy observer for fault detection and reconstruction of unknown input fuzzy models. *International Journal of Modelling, Identification and Control*, 3, 2008.



- [Chadli *et al.*, 2008b] M. Chadli, A. El Hajjaji, et M. Oudghiri. Robust output fuzzy control for vehicle lateral dynamic stability improvement. *International Journal of Modelling, Identification and Control*, 2, 2008.
- [Chadli et Hajjaji, 2006] M. Chadli et A. El Hajjaji. observer-based robust fuzzy control of nonlinear systems with parametric uncertainties. *Journal of Fuzzy Sets and Systems*, 157 :1276–1281, 2006.
- [Chadli et Hajjaji, 2007] M. Chadli et A. El Hajjaji. Moment robust fuzzy observer-based control for improving driving stability. *International Journal of Vehicle Autonomous Systems*, 5, 2007.
- [Chadli, 2002] M. Chadli. Stabilité et commande de systèmes décrits par des multimodèles. *Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Lorraine, Nancy, France.*, 2002.
- [Chadli, 2006] M. Chadli. On the stability analysis of uncertain fuzzy models. *International Journal of Fuzzy Systems*, 8, 2006.
- [Chamaillard *et al.*, 2004] Y. Chamaillard, P. Higelin, et A. Charlet. A simple method for robust control design, application on a non-linear and delayed system : Engine torque control. *Control Engineering Practice*, 12, 2004.
- [Chamaillard, 1996] Y. Chamaillard. Modélisation et identification de systèmes complexes. application à des véhicules routiers en vue de l'étude d'un nouveau système de freinage. *Thèse de doctorat de l'Université de Haute Alsace*, 1996.
- [Chamseddine *et al.*, 2006] A. Chamseddine, H. Noura, et M. Ouladsine. Sensor fault detection, identification and fault toletant control : Application to active suspension. *American Control Conference*, 2006.
- [Chen *et al.*, 1995] J. Chen, R. J. Patton, et H. Y. Zhang. Design of robust structured and directional residuals for fault isolation via unknow input observers. *Proceedings of the 3rd European Control Conference*, 1995.
- [Chen et Patton, 1999] J. Chen et R.J Patton. Robust model-based fault diagnosis for dynamics systems. *Academic Publishers*, 1999.
- [Chen et Patton, 2001] J. Chen et R.J. Patton. Fault-tolerant control systems design using the linear matrix inequality approach. *Europeen Control Conference*, 10, 2001.
- [Chow et Willsky, 1984] E. Y. Chow et A.S. Willsky. Analytical redundancy and the design of robust detection systems. *IEEE Trans. on Automatic Control*, 29, 1984.
- [Ciocan, 2005] A. Ciocan. Contribution à l'analyse et à la commande du véhicule automobile. *Thèse de doctorat de l'Université de Picardie Jules Verne*, Septembre 2005.
- [de Wit *et al.*, 2003] C. Canudas de Wit, P. Tsiotras, E. Velenis, M. Basset, et Gerard Gissinger. Feedforward and crone feedback control strategies for automobile abs. *Dynamic Friction Models for Road/Tire Longitudinal Interaction*, 39, 2003.
- [Debay, 1996] P. Debay. Amélioration de l'accessibilité des autobus urbains pour les personnes à mobilité réduite : guidage à l'accostage. *Thèse de doctorat de l'Université des Sciences et Technologies de Lille*, Septembre 1996.

- 
- [Demirci et Kersetecioglu, 2005] U. Demirci et F. Kersetecioglu. Fault tolerant control with re-configuring sliding-mode schemes. *Turk J Elec Engin*, 13, 2005.
- [Diao et Passino, 2001] Y. Diao et KM. Passino. Fault tolerant stable adaptive fuzzy/neural control for a turbune engine. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 9 :494–509, 2001.
- [Diao et Passino, 2002] Y. Diao et KM. Passino. Intelligent fault-tolerant control using adaptive and learning methods. *Control Eng. Prcatice*, 10 :801–817, 2002.
- [Dixon, 2004] R. Dixon. Observer-based fdia : application to an electromechanical positioning system. *Control Engineering Practice*, 12 :1113–1125, 2004.
- [Drakunov *et al.*, 1995] S. Drakunov, Ü. Özgüner, P. Dix, et B. Ashrafi. Abs control using optimum search via sliding modes. *IEEE Trans. Control Systems Technology*, 3 :79–85, 1995.
- [Edwards *et al.*, 2005] C. Edwards, R.G. Herbden, et S.K. Spurgeon. Sliding mode observers for vehicle mode detection. *Vehicle System Dynamics*, 43, 2005.
- [Edwards et Spurgeon, 1994] C. Edwards et S. K. Spurgeon. On the development of discontinuous observers. *International Journal of Control*, 25 :1211–1229, 1994.
- [Edwards et Spurgeon, 2000] C. Edwards et S. K. Spurgeon. Sliding mode observers for fault detection and isolation. *Automatica*, 36, 2000.
- [Emani-Naeini *et al.*, 1988] A. Emani-Naeini, M. M. Hathter, et S. M. Rock. Effect of model uncertainty on failure detection : The threshold selection. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 33 :1106–1115, 1988.
- [Eryurek et Upadhyaya, 1995] E. Eryurek et B. R. Upadhyaya. An integrated fault tolerant control and diagnostics system for nuclear power plants. *In proceedings of the Topical Meeting on Computer Based Human Support Systems : Technology, Methods and Future*, pages 267–274, 1995.
- [Esmailzadeh *et al.*, 2003] E. Esmailzadeh, A. Goodarzi, et G.R. Vossoughi. Optimal yaw moment control law for improved vehicle handling. *Mechatronics*, 13 :659–675, 2003.
- [Fan et Hsieh, 2002] K. K. Fan et J. G. Hsieh. Lmi approach to design of robust state observer for uncertain systems with time-delay perturbation. *IEEE International Conference on Industrial Technology*, 42 :1111–1115, 2002.
- [Farrell *et al.*, 1993] J. A. Farrell, T. Berger, et B. D. Appleby. Using learning techniques to accommodate unanticipated faults. *IEEE Control Systems Magazine*, 13 :40–49, 1993.
- [Franck, 1996] P. M. Franck. Analytical and qualitative model-based fault diagnosis - a survey and some new results. *European Journal of Control*, 2 :6–28, 1996.
- [Frank, 1994] P. M. Frank. Enhancement of robustness in observer-based fault detection. *International Journal of Control*, 59 :955–981, 1994.
- [Freeman, 1995] R. Freeman. Robust slip control for a single wheel. *Research Report CCEC 95-0403, University of California*, 1995.
- [Ganguli *et al.*, 2002] S. Ganguli, A. Marcos, et G. Balas. Reconfigurable lqv control design for boeing 747-100/200 longitudinal axis. *Proc. of the American Control Conference (ACC'02)*, pages 3612–3617, 2002.

- [Gao et Antsaklis, 1992] Z. Gao et P.J. Antsaklis. reconfigurable control system design via perfect model-following. *International Journal of Control*, 56, 1992.
- [Gaspar *et al.*, 2005] P. Gaspar, I. Szaszi, et J. Bokor. reconfigurable control structure to prevent the rollover of heavy vehicles. *Control Engineering Practice*, 13 :699–711, 2005.
- [Gaspar et Bokor, 2006] P. Gaspar et J. Bokor. A fault-tolerant rollover prevention system based on an lpv method. *International Journal of Vehicle Design*, 42 :392–412, 2006.
- [Gasso *et al.*, 2002] K. Gasso, G. Mourot, et J. Ragot. Structure identification of multiple models with output error local models. *In Proc. of the 15th Triennial World Congress, IFAC, Spain*, 2002.
- [Gasso, 2000] K. Gasso. Identification des systèmes dynamiques non-linéaires : approche multi-modèles. *Thèse de doctorat de l'INPL*, 2000.
- [Geromel *et al.*, 1996] J. C. Geromel, P.L. Peres, et S.R. Souza. Convex analysis of output feedback control problems : robust stability and performance. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 41, 1996.
- [Ghaoui, 1997] L. El Ghaoui. Approche lmi pour la commande : une introduction. *Ecole d'été d'Automatique de Grenoble, identification et commande robustes : approche LMI*, 1997.
- [Gillespie, 1992] T.D. Gillespie. Fundamentals of vehicle dynamics. *Society of Automotive Engineers (SAE)*, 1992.
- [Gim et Nikravesh, 1990] G. Gim et P.E. Nikravesh. An analytical model of pneumatic tyres for vehicle dynamic simulations part 1 : Pure slips. *Int. J. Vehicle Design*, 11(6) :589–618, 1990.
- [Gim et Nikravesh, 1991] G. Gim et P.E. Nikravesh. An analytical model of pneumatic tyres for vehicle dynamic simulations part 2 : Comprehensive slips. *Int. J. Vehicle Design*, 12(1) :19–38, 1991.
- [Goodarzi *et al.*, 2001] A. Goodarzi, E. Esmailzadeh, et G.R. Vossoughi. Direct yaw moment control for motorized wheel electric vehicles. *Proceedings of DETC'01 ASME Design Engineering Technical Conferences*, pages 9–12, 2001.
- [Guerra *et al.*, 1999] T. M. Guerra, L. Vermeirn, F. Delmotte, et P. Borne. Lois de commande pour systèmes flous continus. *APII-JESA*, 33, 1999.
- [Guerra et Vermeirn, 2001] T. M. Guerra et L. Vermeirn. Control laws for takagi-sugeno fuzzy models. *Fuzzy Set and Systems*, 33, 2001.
- [Guerra et Vermeirn, 2004] T. M. Guerra et L. Vermeirn. Lmi-based relaxed nonquadratic stabilization conditions for nonlinear systems in the takagi-sugeno's form. *Automatica*, 40, 2004.
- [Hadjili et Wertz, 2002] M. L. Hadjili et V. Wertz. Takagi-sugeno fuzzy modeling incorporating input variables selection. *IEEE Transactions on fuzzy systems*, 10 :728–742, 2002.
- [Hadri, 2001] A. El Hadri. Modélisation de véhicule, observation d'état et estimation des forces pneumatiques : Application au contrôle longitudinal. Thèse de doctorat, Université Versailles Saint Quentin en Yvelines, Paris-France, 2001.

- 
- [Hajjaji *et al.*, 2006] A. El Hajjaji, M. Chadli, M. Oudghiri, et O. Pages. Observer-based robust fuzzy control for vehicle lateral dynamics. *American Control Conference, Minnesota, USA*, pages 4664–4669, 2006.
- [Henry *et al.*, 2002] D. Henry, A. Zolghadri, M. Monsion, et S. Ygorra. Off-line robust fault diagnosis using the generalized singular value. *Automatica*, 38, 2002.
- [Henry et Zolghadri, 2004] D. Henry et A. Zolghadri. Robust fault diagnosis in uncertain linear parameter varying systems. *IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics*, 38, 2004.
- [Hong et Langari, 2000] S. K. Hong et R. Langari. An lmi-based fuzzy control system design with ts framework. *Information sciences*, 123 :163–179, 2000.
- [Hsiao et Tomizuka, 2004] T. Hsiao et M. Tomizuka. Observer-based sensor fault detection and identification. with application to vehicle lateral control. *American Control Conference*, 2004.
- [Huai-Ning, 2008] W. Huai-Ning. An ilmi approach to robust  $h_2$  static output feedback fuzzy control for uncertain discrete-time nonlinear systems. *Automatica*, 2008.
- [Huang et Nguang, 2007] D. Huang et S. K. Nguang. Static output feedback controller design for fuzzy systems : An ilmi approach. *Information Sciences*, 177 :3005–3015, 2007.
- [Huang et Stengel, 1990] C. Y. Huang et R. Stengel. Restructurable control using proportional-integral implicit model following. *Control et Dynamics*, 2 :303–309, 1990.
- [Imine, 2003] H. Imine. Observation d'états d'un véhicule pour l'estimation du profil dans les traces de roulement. *Thèse de doctorat de l'Université de Versailles - Saint-Quentin-en-Yvelines*, Decembre 2003.
- [InTeCo, ] InTeCo. Abs the laboratory anti-lock braking system controlled from pc. <http://www.inteco.com.pl/>.
- [Isermann, 1997] R. Isermann. Supervision, fault detection et fault diagnosis methods - an introduction. *Control Eng. Practice*, 5 :639–652, 1997.
- [J. R. Layne et Yurkovich, 1993] K. M. Passino J. R. Layne et S. Yurkovich. Fuzzy learning control for antiskid braking systems. *IEEE Trans. Control Systems Technology*, 1 :122–129, June 1993.
- [Jliang *et al.*, 2006] B. Jliang, M. Staroswiecki, et V. Cocquempot. Fault accommodation for nonlinear dynamic systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 51, 2006.
- [Johansen *et al.*, 1998] T. A. Johansen, K. J. Hunt, P. J. Gawthrop, et H. Fritz. Off-equilibrium linearisation and design of gain-scheduled control with application to vehicle speed control. *Control Engineering Practice*, 6 :167–180, 1998.
- [Johansen et Foss, 1992] T. A. Johansen et A. B. Foss. Non linear local model representation for adaptive systems. *IEEE International Conference on Intelligent control and instrumentation*, 2 :677–682, 1992.
- [Johansen et Foss, 1993] T. A. Johansen et A. B. Foss. Constructing narmax using armax. *International Journal of Control*, 58, 1993.

- [Johansson *et al.*, 1998] M. Johansson, A. Rantzer, et K. Arzen. Piecewise quadratic stability for affine sugeno systems. *IEEE International Conference on Fuzzy Systems Proceedings*, 1 :55–60, 1998.
- [Jones, 1973] H.J. Jones. Failure detection in linear systems. *Thèse de Massachusetts Institute of Technology*, 1973.
- [J.Wu *et al.*, 2007] J.Wu, H.Tang, L.Shaoyuan, et W.Fang. Improvement of vehicle handling and stability by integrated control of four wheel steering and direct yaw moment. *Chinese Control Conference*, pages 730–735, 2007.
- [Kaminaga et Naito, 1998] M. Kaminaga et G. Naito. Vehicle body slip angle estimation using an adaptive observer. *Proc. of the 4th Int. Symp. On Advanced Vehicle Control (AVEC)*, pages 207–212, September 1998.
- [Kanev *et al.*, 2001] S. Kanev, M. Verhaegen, et G. Nijssse. A method for the design of fault-tolerant systems in case of sensor and actuator faults. *Europeen Control Conference*, 2001.
- [Kanev et Verhaegen, 2002] S. Kanev et M. Verhaegen. Controller reconfiguration for non-linear systems. *Control Eng. Prcatice*, 8 :1223–1235, 2002.
- [Kanev, 2004] S. Kanev. Robuste fault-tolerant control. *Ph.D. Thesis, Univesity of Twente, The Netherlands*, 2004.
- [Kar, 1999] I. N. Kar. Design of static output feedback controller for uncertain systems. *Automatica*, 35, 1999.
- [Kau *et al.*, 2007] S. Kau, H. Lee, C.M. Yang, C.H. Lee, L. Hong, et C.H. Fang. Robust  $H_\infty$  fuzzy static output feedback control of t-s fuzzy systems with parametric uncertainties. *Fuzzy sets and systems*, 158 :135–146, 2007.
- [Kiencke et Nielsen, 2000] U. Kiencke et N. Nielsen. Automotive control system. *Springer*, 2000.
- [Kiencke et Nielsen, 2005] U. Kiencke et N. Nielsen. Aautomotive control systems for engine, driveline, and vehicle. 2d edition. *Springer*, 2005.
- [Kim et Lee, 2000] E. Kim et H. Lee. New approaches to relaxed quadratic stability condition of fuzzy control systems. *IEEE TRANSACTIONS ON FUZZY SYSTEMS*, 8, 2000.
- [Konstantopoulos et Antsaklis, 1996] I. Konstantopoulos et P. J. Antsaklis. An eigenstructure assignement approach to control reconfiguration. *In proceedings of the 4th IEEE Mediterranean Symposium on Control and Automation*, 1996.
- [Kukulj et Levi, 2004] D. Kukulj et E. Levi. Identification of complex systems based on neural and takagi-sugeno fuzzy model. *IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics, Part B*, 34, 2004.
- [Lai, 2000] L. T. Lai. Sequential multiple hypothesis testing and efficient fault detection-isolation in stochastic systems. *IEEE Transactions on Information Theory*, 46 :695–700, 2000.
- [Lauber, 2003] J. Lauber. Moteur à allumage commandé avec egr : modélisation et commande non linéaire. *Thèse de doctorat, LAMIH, Université de Valenciennes*, 2003.



- 
- [Lee *et al.*, 2001] K.R Lee, E.T Jeung, et H.B Park. Robust fuzzy  $H_\infty$  control for uncertain nonlinear systems via state feedback : An lmi approach. *Fuzzy Sets and Systems*, 120 :123–134, 2001.
- [Lee, 1990] C. C. Lee. Fuzzy logic in control systems : Fuzzy logic controller-part i, ii, rans. (*IEEE trans. syst. man cybern*, 20 :404–435, 1990.
- [Lin *et al.*, 2004] M. Lin, A. Popov, et S. Mcwilliam. Stability and performance studies of driver-vehicle systems with electronic chassis control. *Vehicle system dynamics*, 41, 2004.
- [Lin *et al.*, 2005] C. Lin, Q. Wang, et T. Lee. Improvement on observer-based  $H_\infty$  control for T-S fuzzy systems. *Automatica*, 41 :1651–1656, 2005.
- [Liu et Dexter, 2001] X. F. Liu et A. Dexter. Fault tolerant supervisory control of a vav air conditioning systems. *Energy Buildings*, 33 :379–389, 2001.
- [Liu et Peng, 2002] C. S. Liu et H. Peng. Inverse-dynamics based state and disturbance observers for linear time-invariant systems. *Journal of Dynamic System, Measurement, and Control*, 124 :732–737, 2002.
- [Liu et Sun, 1995] Y. Liu et J. Sun. Target slip tracking using gain-scheduling for braking systems. *American Control Conference*, pages 1178–1182, 1995.
- [Liu et Zhang, 2003] X. Liu et Q. Zhang. New approaches to controller designs based on fuzzy observers for t-s fuzzy systems via lmi. *Automatica*, 39, 2003.
- [Lo et Lin, 2003] J. C. Lo et M. L. Lin. Robust  $h_\infty$  nonlinear control via fuzzy static output feedback. *IEEE Trans. Circuits Systems Part I*, 50, 2003.
- [Lo et Lin, 2004a] J. Lo et M. Lin. Observer-based robust  $H_\infty$  control for fuzzy systems using two-step procedure. *IEEE Trans. Fuzzy Systems*, 12 :350–359, 2004.
- [Lo et Lin, 2004b] J. Lo et M. Lin. Robust  $H_\infty$  nonlinear modeling and control via uncertain fuzzy systems. *Fuzzy sets and systems*, 143 :189–209, 2004.
- [Lopez *et al.*, 2000] C. J. Lopez, R. J. Patton, et S. Daley. Takagi-sugeno fuzzy fault tolerant control for an induction motor. *Neural Computing*, 1 :19–28, 2000.
- [Lopez-Toribio *et al.*, 1998] C. J. Lopez-Toribio, R. J. Patton, et S. Daley. Supervisory fault tolerant system using fuzzy multiple inference modelling. *In Proceedings of IFAC Workshop On-line Fault Detection and Supervision in the Chemical Process Industries*, 1998.
- [Lopez-Toribio *et al.*, 1999] C.J. Lopez-Toribio, R.J Patton, et S. Daley. A multiple model approach to fault-tolerant control using takagi-sugeno fuzzy modelling : real application to an induction motor drive system. *European Control Conference*, 1999.
- [Lyubchik et Kostenko, 1993] L. M. Lyubchik et Y. T. Kostenko. The output control of multivariable systems with unmeasurable arbitrary disturbances - the inverse model approach. *European Control Conference*, pages 1160–1165, 1993.
- [M. Chadli, 2005] A. El Hajjaji M. Chadli. Output robust stabilisation of uncertain takagi-sugeno model. *44th IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference ECC, Seville, Spain*, 2005.

- [Ma *et al.*, 1998] X. J. Ma, Z. Q. Sun, et Y. Y. He. Analysis and design of fuzzy controller and fuzzy observer. *IEEE Transactions of Fuzzy Systems*, 9, 1998.
- [Mammar *et al.*, 2004] S. Mammar, T. Raharijaona, S. Glaser, et G. Duc. Lateral driving assistance using robust control embedded driver-vehicle-road model. *vehicle system dynamics*, 41 :311–320, 2004.
- [Mammar et Koenig, 2002] S. Mammar et D. Koenig. Vehicle handling improvement by active steering. *vehicle system dynamics*, 38 :211–242, 2002.
- [Maquin et Ragot, 2000] D. Maquin et J. Ragot. Diagnostic des systèmes linéaires. *Hermes Science Publications*, 2000.
- [Maybeck et Pogoda, 1989] P.S. Maybeck et D.L. Pogoda. Multiple model adaptive controller for the stol f-15 with sensor/actuator failures. *Conference on Decision and Control*, pages 1566–1572, 1989.
- [Maybeck et Stevens, 1991] P.S. Maybeck et R. D. Stevens. Reconfigurable flight control via multiple model adaptive control methods. *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, 27, 1991.
- [Maybeck, 1999] P.S. Maybeck. Multiple model adaptive algorithms for detecting and compensating sensor and actuator/surface failures in aircraftflight controlsystems. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 9 :1051–1070, 1999.
- [Moreau *et al.*, 1998] X. Moreau, M. Nouillant, et A. Oustaloup. A new passive control of road vehicle heave and roll motion based on new integer derivative : the passive crone suspension. *Advances in Vehicle Control and Safety*, 1998.
- [Moreno, 2001] J. Moreno. Quasi-unknown input observers for linear systems. *Conference on Decision and Control*, pages 732–737, 2001.
- [Morère, 2000] Y. Morère. Mise en oeuvre de lois de commandes pour les modèles flous de type takagi sugeno. *Doctorat de l'université de valenciennes et du Haut Cambrésis, Lille*, 2000.
- [Morse et Ossman, 1990] W.D. Morse et K.A. Ossman. Model following reconfigurable flight control system for the afti/f-16. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 13, 1990.
- [Murray-Smith et Johansen, 1997] R. Murray-Smith et T. A. Johansen. Multiple model approaches to modelling and control. *Taylor and Francis*, 1997.
- [Napolitano *et al.*, 1995a] M. R. Napolitano, S. Naylor, C. D. Neppach, et V. Casdorff. On-line learning nonlinear direct neurocontrollers for restructurable control systems. *Journal of Guidance, Dynamics and Control*, 18 :170–176, 1995.
- [Napolitano *et al.*, 1995b] M. R. Napolitano, C. D. Neppach, V. Casdorff, S. Naylor, M. Innocenti, et G. Silvestri. A neural network-based sceme for sensor failure detection, identification and accommodation. *AIAA Journal of Control and Dynamics*, 18 :1280–1286, 1995.
- [Napolitano *et al.*, 1999] M. R. Napolitano, G. Molinaro, M. Innocenti, B. Seanor, et D. Martinelli. A complete hardware package for a fault-tolerant control system using on-line learning neural networks. *In proceedings of the American Control Conference*, pages 2615–2619, 1999.

- 
- [Narendra *et al.*, 1995] K. Narendra, J. Balakrishnan, et M. Kernal. Adaptation and learning using multiple models, switching and tuning. *IEEE Contr. Syst. Mag*, pages 37–51, 1995.
- [Narendra *et al.*, 2003] K.S. Narendra, O.A. Driollet, M. Filer, et K. George. Adaptive control using multiple models witching and tuning. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, 17 :87–102, 2003.
- [N.Essounbouli *et al.*, 2006] N.Essounbouli, N.Manamanni, A.Hamzaoui, et J. Zaytoon. Synthesis of switching controllers : A fuzzy supervisor approach. *Nonlinear Analysis*, 65 :1689–1704, 2006.
- [Niemann et Stoustrup, 2003] H. Niemann et J. Stoustrup. Passive fault tolerant control of double inverted pendulum-a case study example. *Symposium Safeprocess*, 10 :1029–1034, 2003.
- [Nouillant *et al.*, 2002] C. Nouillant, F. Assadian, X. Moreau, et A. Oustaloup. Feedforward and crone feedback control strategies for automobile abs. *Vehicle System Dynamics : International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility*, 38 :293–315, 2002.
- [Noura *et al.*, 2000] H. Noura, D. Sauter, F. Hamelin, et D. Theilliol. Fault-tolerant control in dynamic systems : Application to a windingmachine. *IEEE Control Systems Magazine*, 20, 2000.
- [Oudghiri *et al.*, 2007a] M. Oudghiri, M. Chadli, et A. El Hajjaji. Commande floue tolérante aux défauts capteurs pour la dynamique latérale du véhicule automobile. *2èmes Journées Doctorales / Journées Nationales MACS, Reims, France*, 2007.
- [Oudghiri *et al.*, 2007b] M. Oudghiri, M. Chadli, et A. El Hajjaji. A fuzzy approach for sensor fault-tolerant control of vehicle lateral dynamics. *IEEE, Conference on Control Application, Singapore*, 2007.
- [Oudghiri *et al.*, 2007c] M. Oudghiri, M. Chadli, et A. El Hajjaji.  $h_\infty$  tracking observer-based control for t-s uncertain fuzzy models. *International Journal on Sciences and Techniques of Automatic control*, 1, 2007.
- [Oudghiri *et al.*, 2007d] M. Oudghiri, M. Chadli, et A. El Hajjaji. Lateral vehicle velocity estimation using fuzzy sliding mode observer. *CD-ROM of the 15th Mediterranean Conference on Control and Automation-MED'07, Athens, Greece*, 2007.
- [Oudghiri *et al.*, 2007e] M. Oudghiri, M. Chadli, et A. El Hajjaji. Observer-based fault tolerant control for vehicle lateral dynamics. *European Control Conference, Kos, Greece*, pages 632–637, 2007.
- [Oudghiri *et al.*, 2007f] M. Oudghiri, M. Chadli, et A. El Hajjaji. One-step procedure for robust output  $h_\infty$  fuzzy control. *CD-ROM of the 15th Mediterranean Conference on Control and Automation-MED'07, Athens, Greece*, 2007.
- [Oudghiri *et al.*, 2007g] M. Oudghiri, M. Chadli, et A. El Hajjaji. Robust fuzzy sliding mode control for antilock braking system. *International Journal on Sciences and Techniques of Automatic control*, 1, 2007.
- [Oudghiri *et al.*, 2007h] M. Oudghiri, M. Chadli, et A. El Hajjaji. Robust observer-based fault tolerant control for vehicle lateral dynamics. *International Journal of Vehicle Design (IJVD), In press.*, 2007.



- [Oudghiri *et al.*, 2007i] M. Oudghiri, M. Chadli, et A. El Hajjaji. Sliding mode fuzzy controller design for fuzzy system. *3rd International Conference on Advances in Vehicle Control and Safety AVCS'07, Buenos Aires, Argentina, 2007.*
- [Oudghiri *et al.*, 2007j] M. Oudghiri, M. Chadli, et A. El Hajjaji. Vehicle sensor fault tolerant control using bank of robust takagi-sugeno observers techniques. *Fourth IEEE International Multi-Conference on Systems, Signals and Devices SSD'07, Hammamat, Tunisia, 2007.*
- [Oudghiri *et al.*, 2007k] M. Oudghiri, M. Chadli, et A. El Hajjaji. Vehicle yaw control using a robust  $h_\infty$  observer-based fuzzy controller design. *46th IEEE Conference on Decision and Control, New Orleans, USA, 41, 2007.*
- [Oudghiri *et al.*, 2008a] M. Oudghiri, M. Chadli, et A. El Hajjaji. Commande adaptative floue à mode glissant d'un prototype expérimental de système antiblocage (abs). *Conférence Internationale Francophone d'Automatique, Bucarest, Roumanie, 2008.*
- [Oudghiri *et al.*, 2008b] M. Oudghiri, M. Chadli, et A. El Hajjaji. Control and sensor fault-tolerance of vehicle lateral dynamics. *17th International Federation of Automatic Control (IFAC) World Congress, Seoul, Korea, 2008.*
- [Oudghiri *et al.*, 2008c] M. Oudghiri, M. Chadli, et A. El Hajjaji. Sensors active fault tolerant control for vehicle via bank of robust  $h_\infty$  observers. *17th International Federation of Automatic Control (IFAC) World Congress, Seoul, Korea, 2008.*
- [Pacejka, 1996] H.B. Pacejka. The tyre as a vehicle component. *In Proceeding of the 26th FISITA congress'96 : Engineering challenge human friendly vehicles, 1996.*
- [Pacejka, 2002] H.B. Pacejka. Tyre and vehicle dynamics. *Butterworth-Heinemann Ltd, ISBN 0-7506-5141-5, 2002.*
- [Palm *et al.*, 1997] R. Palm, D. Driankov, et H. Hellendoorn. Model based fuzzy control. *Springer-Verlag, 1997.*
- [Palm et Bergstern, 2000] R. Palm et P. Bergstern. Sliding mode observer for a takagi sugeno fuzzy system. *IEEE International Conference on Fuzzy Systems, 2 :665–670, 2000.*
- [Patton *et al.*, 1989] R. J. Patton, P.M. Frank, et R.N. Clark. Fault diagnosis in dynamic systems : theory and application. *International Series in Systems and Control Engineering. Prentice Hall, Englewood Cliffs, 1989.*
- [Patton *et al.*, 1998] R. J. Patton, J. Chen, et C. J. Lopez-Toribio. Fuzzy observer for nonlinear dynamic systems fault diagnosis. *IEEE Conference on Decision and Control, 1 :84–89, 1998.*
- [Patton et Lopez-Toribio, 2000] R.J. Patton et C.J. Lopez-Toribio. Multiple-model fault tolerant control of an induction motor in the presence of uncertainty. *IFAC SAFEPROCESS 2000, 2000.*
- [Patton, 1994] R. J. Patton. Robust model-based fault detection : the state of art. *Proceedings of IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety for- Technical Processes, 1994.*
- [Patton, 1997] R. J. Patton. Fault tolerant control. *IFAC SAFEPROCESS'97, 2 :1033–1055, 1997.*

- 
- [Petersen *et al.*, 2003] I. Petersen, T. A. Johansen, J. Kalkkuhl, et J. Lüdemann. Gain-scheduled wheel slip control in automotive brake systems. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 11, 2003.
- [Pham, 1991] A.T. Pham. Nouvelle méthode de modélisation de la dynamique des véhicules. *SIA*, 1991.
- [Plamen et Filev, 2004] A. Plamen et D. P. Filev. An approach to online identification of takagi-sugeno fuzzy models. *IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics*, 34, 2004.
- [Polycarpou et Helmicki, 1995] M. M. Polycarpou et A. Helmicki. Automated fault detection and accommodation : A learning systems approach. *IEEE Transactions on Systems Man and Cybernetics*, 25 :1447–1458, 1995.
- [Polycarpou, 2001] M. M. Polycarpou. Fault accommodation of a class of multivariable nonlinear dynamical systems using a learning approach. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 46 :736–742, 2001.
- [Ragot *et al.*, 1990] J. Ragot, M. Darouach, D. Maquin, et G. Bloch. Validation de données et diagnostic. *Hermès Science Publications*, 1990.
- [Ragot et Maquin, 2000] J. Ragot et D. Maquin. Diagnostic des systèmes linéaires. *Hermès Science Publication*, 2000.
- [Raharijaona *et al.*, 2004] T. Raharijaona, G. Duc, et S. Mammar. H-infinity controller synthesis and analysis with application to lateral driving assistance. *1st IFAC Symposium on Advances in Automotive Control*, 2004.
- [Rodrigues *et al.*, 2005a] M. Rodrigues, D. Theilliol, et D. Sauter. Design of an active fault tolerant control and polytopic unknown input observer for nonlinear systems described by a multi-model representation. *Proc. 44th IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference ECC*, 2005.
- [Rodrigues *et al.*, 2005b] M. Rodrigues, D. Theilliol, et D. Sauter. Design of an active fault tolerant control for nonlinear systems described by a multi-model representation. *The 20th IEEE International Symposium on Intelligent Control (ISIC'05) and the 13th Mediterranean Conference on Control and Automation (MED'05)*, 2005.
- [Rodrigues *et al.*, 2007] M. Rodrigues, D. Theilliol, S. Aberkane, et D. Sauter. Fault tolerant control design for polytopic lpv system. *International Journal of Applied Mathematics and Computer Science*, 17, 2007.
- [Rodrigues, 2005] M. Rodrigues. Diagnostic et commande active tolérante aux défauts appliqués aux systèmes décrits par des multi-modèles linéaires. *Phd thesis. Université Henri Poincaré*, 2005.
- [SAE, ]
- [Sala *et al.*, 2005] A. Sala, T. M. Guerra, et R. Babuska. Perspectives of fuzzy systems and control. *Fuzzy Sets and Systems*, 156 :432–444, 2005.
- [Schram et Verbruggen, 1998] G. Schram et H. B. Verbruggen. A fuzzy logic approach to fault tolerant control. *Journal A*, 39 :14–21, 1998.
- [segel, 1956] M. segel. Theoretical prediction and experimental substantiation of the response of the automobile to steering control. *Proc. automobile division of the institut of mechanical engineers*, 1956.

- [Shaocheng et Han-Hiong, 2002] T. Shaocheng et L. Han-Hiong. Observer-based robust fuzzy control of nonlinear systems with parametric uncertainties. *Fuzzy Sets and Systems*, 131 :165–184, 2002.
- [Shaocheng et Yiqian, 2000] T. Shaocheng et T. Yiqian. Analysis and design of fuzzy robust observer for uncertain nonlinear systems. *IEEE International Conference on Fuzzy Systems*, 2 :993–996, 2000.
- [Shin et Gregory, 2007] J. Shin et I. Gregory. Robust gain-scheduled fault tolerant control for a transport aircraft. in *Proceedings of 16th IEEE International Conference on Control Applications Part of IEEE Multi-conference on Systems and Control*, 2007.
- [Shraim, 2007] H. Shraim. Modélisation, estimation et contrôle pour la dynamique du véhicule. *Thèse de doctorat de l'Université l'Université Paul Cézanne*, Septembre 2007.
- [Slotine et Li, 1991] J.E. Slotine et W.P. Li. Applied nonlinear control. *Prentice-Hall*, 1991.
- [Staroswiecki et Gehin, 2001] M. Staroswiecki et A. Gehin. From control to supervision. *IFAC Safeprocess 2000*, 1 :312–323, 2001.
- [Staroswiecki, 2005] M. Staroswiecki. Fault tolerant control : the pseudo-inverse method revisited. *Proc. 16th IFAC World Congress*, 2005.
- [Stephant *et al.*, 2001] J. Stephant, A. Charara, et D. Meizel. Contact roue-sol : Comparaison de modèles d'efforts. *Journées d'Etude : Automatique et Automobile*, 2001.
- [Stephant, 2004] J. Stephant. Contribution à l'étude et à la validation expérimentale d'observateurs appliqués à la dynamique du véhicule. *Thèse de doctorat de l'Université de Technologie Compiègne*, 2004.
- [Sullivan *et al.*, 1992] J.W. Sullivan, P. McCarty, G. Yoshimoto, et R. Pelavin. Intelligent system for autonomous uuv monitoring, diagnosis and control. *Proceeding of 1992 AIAA Guidance, Navigation and Control Conf*, Augaust 1992.
- [T. Kawabe et Watanabe, 1997] I. Notsu T. Kawabe, M. Nakazawa et Y. Watanabe. A sliding mode controller for wheel slip ratio control system. *Vehicle system dynamics*, 27 :393–408, 1997.
- [Taheri et Law, 1991] S. Taheri et E. Law. Slip control braking of an automobile during combined braking and steering maneuvers. *Advanced Automotive Technologies*, 40 :209–227, 1991.
- [Takagi et Sugeno, 1985] T. Takagi et M. Sugeno. Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control. *Conference on Systems, Man and Cybernetics*, 15, 1985.
- [Tan et Edwards, 2002] C. P. Tan et C. Edwards. Sliding mode observers for detection and reconstruction of sensor faults. *Automatica*, 38 :1815–1821, 2002.
- [Tan et Tomizuka, 1990] H. S. Tan et M. Tomizuka. Discret-time controller design for robust vehicle traction. *IEEE Contr. Syst. Mag*, 10 :107–113, 1990.
- [Tanaka *et al.*, 1996] K. Tanaka, T. Ikeda, et H. O. Wang. Robust stabilization of a class of uncertain nonlinear systems via fuzzy control : quadratic stabilizability,  $h_\infty$  control theory, and linear matrix inequalities. *IEEE Trans. Fuzzy Systems*, 4, 1996.

- 
- [Tanaka *et al.*, 1998a] K. Tanaka, T. Ikeda, et H.O Wang. Fuzzy regulators and fuzzy observers : relaxed stability conditions and lmi-based designs. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 6, 1998.
- [Tanaka *et al.*, 1998b] K. Tanaka, M. Nishimura, et H. O. Wang. Multi-objective fuzzy control of high rise/high speed elevators using lmis. *American Control Conference*, 6, 1998.
- [Tanaka et Sano, 1995] K. Tanaka et M. Sano. Trajectory stabilization of model car via fuzzy control. *Fuzzy Sets and Systems*, 70 :155–170, 1995.
- [Tanaka et Sugeno, 1992] K. Tanaka et M. Sugeno. Stability analysis and design of fuzzy control systems. *Fuzzy Sets and Systems*, 45, 1992.
- [Tanaka et Wang, 2001] K. Tanaka et H.O. Wang. Fuzzy control systems design and analysis : A linear matrix inequality approach. *John Wiley and Sons Inc*, 2001.
- [Tao *et al.*, 2001] G. Tao, X. Ma, et S. Joshi. Adaptive state feedback and tracking control of systems with actuator failures. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 46, 2001.
- [Teixeira et Stanislaw, 1999] C. M. Marcelo Teixeira et H. Stanislaw. Stabilising controller design for uncertain nonlinear systems using fuzzy models. *IEEE Trans. of Fuzzy Systems*, 7, 1999.
- [Theilliol *et al.*, 1998] D. Theilliol, H. Noura, et D. Sauter. Fault tolerant control method for actuator and component faults. *In Proc. of the 37th IEEE Conference on decision and control*, 1998.
- [Theilliol *et al.*, 2002] D. Theilliol, H. Noura, et J. C. Ponsart. Fault diagnosis and accommodation of three tank system based on analytical redundancy. *ISA Transactions*, 41 :365–382, 2002.
- [Theilliol *et al.*, 2003] D. Theilliol, D. Sauter, et J. C. Ponsart. A multiple model based approach for fault tolerant control in nonlinear systems. *In Proc. IFAC Symposium Safeprocess*, 2003.
- [Toulotte, 2006] P. F. Toulotte. Attelage virtuel pour véhicules automatisés. *Thèse de doctorat en automatique de l'Université de Valenciennes et du Hainaut Cambrésis*, 2006.
- [Tuan *et al.*, 2001] H.D. Tuan, P. Apkarian, T. Narikiyo, et Y. Yamamoto. Parameterized linear matrix inequality techniques in fuzzy control system design. *IEEE Transactions on Fuzzy System*, 9, 2001.
- [Unsal et Kachroo, 1999] C. Unsal et P. Kachroo. Sliding mode measurement feedback control for antilock braking systems. *IEEE Trans. Control Systems Technology*, 7 :271–280, 1999.
- [Utkin, 1977] V.I. Utkin. Variable structure systems with sliding modes. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 22, 1977.
- [Utkin, 1992] V.I. Utkin. Sliding modes in control optimization. *Springer-Verlag*, 1992.
- [Veillette, 2002] R. Veillette. Design of reliable control systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 37 :290–304, 2002.
- [Venkat *et al.*, 2003] A. N. Venkat, P. Vijaysai, et R. D. Gudi. Identification of complex nonlinear processes based on fuzzy decomposition of the steady state space. *Journal of process control*, 13 :473–488, 2003.

- [Venture, 2003] G. Venture. Identification des paramètres dynamiques d'une voiture. *Thèse de doctorat de l'École Centrale de Nantes et l'Université de Nantes*, Novembre 2003.
- [Walcott et Zak, 1988] B. L. Walcott et S. H. Zak. Combined observer-controller synthesis for uncertain dynamical systems with applications. *IEEE Trans. on Systems, Man and Cybernetics*, 18 :88–104, 1988.
- [Wang et al., 1996] H. O. Wang, K. Tanaka, et M. Griffin. An approach to fuzzy control of nonlinear systems : stability and design issues. *IEEE Trans. Fuzzy Systems*, 4, 1996.
- [Wang, 1994] X.A. Wang. Design and stability analysis. *Englewood Cliffs, NJ : Prentice-Hall. Adaptive Fuzzy Systems and Control*, 1994.
- [Weng et al., 2006] Z. Weng, R. Patton, et P. Cui. Active fault tolerant control of a double inverted pendulum. *6th IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes (SAFEPROCESS'06)*, 2006.
- [Wijesoma, 1990] S.W. Wijesoma. Robust trajectory following of robots using computed torque structure with vss. *International Journal of Control*, 52, 1990.
- [Wu et Lu, 1999] H. C. Wu et C. N. Lu. Automatic fuzzy model identification for short-term load forecast. *IEEE Generation, Transmission and Distribution*, 146, 1999.
- [Xiang et Xiaoqun, 2006] C. Xiang et C. Xiaoqun. Control-oriented model for electric power steering system. *Steering and Suspension Technology and Tire and Wheel Technology*, 2006.
- [Xiaodong et Gingling, 2003] L. Xiaodong et Z. Gingling. New approaches to  $H_\infty$  controller design based on fuzzy observers for T-S fuzzy systems via LMI. *Automatica*, 39 :1571–1582, 2003.
- [Xiong et Saif, 2000] Y. Xiong et M. Saif. Sliding-mode observer for uncertain systems. linear systems case. *IEEE Conference on Decision and Control*, 1 :316–321, 2000.
- [Yang et al., 2000] Z. Yang, R. Izadi-Zamanabadi, et M. Blank. On-line multiple model based adaptive control reconfiguration for a class of nonlinear control systems. *IFAC Symposium on fault detection, supervision and safety for technical Process-Safe process*, 2000.
- [YI et al., 2003] J. YI, L. ALVAREZ, X. Claeys, et R. HOROWITZ. Emergency braking control with an observer-based dynamic tire/road friction model and wheel angular velocity measurement. *Vehicle System Dynamics*, 39, 2003.
- [Yixin et Passino, 2001] D. Yixin et K. M. Passino. Stable fault-tolerant adaptive fuzzy/neural control for turbine engine. *IEEE Control Systems Technology*, 9 :494–509, 2001.
- [Yoneyama, 2006] J. Yoneyama. Robust  $H_\infty$  control analysis for takagi-sugeno general uncertain fuzzy systems. *Fuzzy sets and systems*, 157 :2205–2223, 2006.
- [Yoon et MacGregor, 2000] S. Yoon et J. F. MacGregor. Statistical and causal model-based approaches to fault detection and isolation. *AIChE Journal*, 46 :1813–1824, 2000.



- 
- [Yoon et MacGregor, 2001] S. Yoon et J. F. MacGregor. Fault diagnosis with multivariable statistical model part i : Using steady state fault signature. *Journal of Process Control*, 11 :387–393, 2001.
- [Young, 1993] K.D. Young. Variable structure control for robotics and aerospace applications. *Elsevier Science Publishers*, 1993.
- [Yu, 1997] J.S. Yu. A robust adaptive wheel-slip controller for antilock brake system. *Conference on Decision and Control*, 3 :2545–2546, 1997.
- [Zadeh, 1965] L. Zadeh. Fuzzy sets. *Information and Control*, 8 :338–353, 1965.
- [Zhang et al., 2007] J. Zhang, Y. Zhang, L. Chen, et J. Yang. A fuzzy control strategy and optimization for four wheel steering system. *Vehicular Electronics and Safety*, pages 1–6, 2007.
- [Zhang et Jiang, 1999a] Y. Zhang et J. Jiang. Design of integrated fault detection, diagnosis and reconfigurable control systems. *Conference on Decision and Control*, 1999.
- [Zhang et Jiang, 1999b] Y. Zhang et J. Jiang. An interacting multiple-model based fault detection diagnosis and fault tolerant control approach. *Conference on Decision and Control*, 1999.
- [Zhang et Jiang, 2000] Y. Zhang et J. Jiang. Design of proportional integral reconfigurable control systems via eigenstructure assignement. *American Control Conference*, 2000.
- [Zhao et Jiang, 1998] Q. Zhao et J. Jiang. Reliable state feedback control system design against actuator failure. *Automatica*, 34 :1267–1272, 1998.
- [Zhou et Doyle, 1998] K. Zhou et J. C. Doyle. Essentials of robust control. *Prentice Hall*, 1998.
- [Zolghadri et al., 1996] A. Zolghadri, D. Henry, et M. Monsion. Design of nonlinear observer for fault diagnosis : A case study. *Control Engineering Practice*, 4, 1996.
- [Zolghadri, 2000] A. Zolghadri. A redundancy-based strategy for safety management in a modern civil aircraft. *Control Engineering Practice*, 8, 2000.