



HAL
open science

Le gravitino, candidat à la matière noire et les implications en nucléosynthèse primordiale.

Sean Bailly

► **To cite this version:**

Sean Bailly. Le gravitino, candidat à la matière noire et les implications en nucléosynthèse primordiale.. Physique des Hautes Energies - Expérience [hep-ex]. Université Montpellier II - Sciences et Techniques du Languedoc, 2008. Français. NNT: . tel-00361392

HAL Id: tel-00361392

<https://theses.hal.science/tel-00361392>

Submitted on 14 Feb 2009

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITÉ MONTPELLIER II
SCIENCES ET TECHNIQUES DU LANGUEDOC

THÈSE

pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ MONTPELLIER II

Discipline : **Constituants élémentaires de la matière**

École Doctorale : **Informatique Structures et Systèmes**

présentée et soutenue publiquement par

Sean BAILLY

le 25 novembre 2008

Le gravitino, candidat à la matière noire et les implications en nucléosynthèse primordiale

JURY

Mme Geneviève BÉLANGER	LAPTH, Annecy-Le-Vieux	Rapporteur
M. Michel CAPDEQUI-PEYRANÈRE	LPTA, Montpellier	Directeur de thèse
M. Pierre FAYET	LPT-ENS, Paris	Examinateur
M. Karsten JEDAMZIK	LPTA, Montpellier	Co-directeur
M. Martin LEMOINE	IAP, Paris	Président du jury
M. Gilbert MOULTAKA	LPTA, Montpellier	Co-directeur
M. Jean ORLOFF	LPC, Clermont-Ferrand	Rapporteur
M. Richard TAILLET	LAPTH, Annecy-Le-Vieux	Examinateur

Table des matières

Introduction	1
I Du côté de la Cosmologie	5
1 Le modèle du Big Bang	9
1.1 Quelques notions de relativité générale	9
1.2 Équations d'Einstein	10
1.3 Dynamique de l'évolution de l'Univers	11
1.3.1 Principe cosmologique	11
1.3.2 Métrique de Robertson-Walker	11
1.3.3 Équations de Friedmann-Lemaître	12
1.3.4 Évolution du facteur d'échelle	13
1.3.5 Expansion accélérée de l'Univers et énergie noire	14
1.4 Histoire Thermique de l'Univers	16
1.4.1 Thermodynamique à l'équilibre	17
1.4.2 Découplage du bain thermique	19
1.5 Les grandes étapes dans l'histoire de l'Univers	23
2 Nucléosynthèse primordiale	35
2.1 Modèle standard de Nucléosynthèse primordiale	36
2.2 Contraintes observationnelles	40
2.2.1 Deutérium	40
2.2.2 Hélium-3	41
2.2.3 Hélium-4	42
2.2.4 Lithium-7	42

2.2.5	Lithium-6	44
2.2.6	Béryllium-9	44
2.3	BBN et désintégration de particules reliques	45
2.3.1	Particules inertes	45
2.3.2	Photons et leptons chargés	46
2.3.3	Mésons	46
2.3.4	Nucléons	47
2.4	CBBN et états liés	48
2.4.1	Énergie de liaison	49
2.4.2	Abondance des états liés	50
2.4.3	Catalyse	52
3	Matière noire	57
3.1	Mise en évidence	57
3.1.1	Échelle galactique	57
3.1.2	Échelle des amas galactiques	59
3.1.3	Échelle cosmologique	59
3.2	Candidats à la matière noire	59
3.3	Expériences de détection	61
3.3.1	Expériences de détection directe	61
3.3.2	Expériences de détection indirecte	61
3.3.3	Expériences en collisionneurs	63
3.4	Théorie alternative : MOND	63
II	À l'ombre de la Physique des Particules	65
4	Le modèle standard de la physique des particules	69
4.1	Les particules du modèle standard	69
4.1.1	Les fermions	69
4.1.2	Les bosons de jauge	71
4.2	Les interactions du modèle standard	71
4.2.1	Cas d'une symétrie abélienne	72
4.2.2	Cas d'une symétrie non abélienne (théorie de Yang-Mills)	73

4.2.3	Les interactions du modèle standard	74
4.3	Mécanisme de Higgs et brisure électrofaible	76
4.4	Les limites du modèle standard	78
5	Supersymétrie	81
5.1	Algèbre et supermultiplets	82
5.2	Lagrangien supersymétrique	84
5.2.1	Le lagrangien chirale libre	84
5.2.2	Les interactions du multiplet chirale	86
5.2.3	Lagrangien du supermultiplet de jauge	87
6	Brisure de SUSY et supergravité	89
6.1	Bases de la brisure de la supersymétrie globale	89
6.1.1	Origine de la brisure	90
6.1.2	Nécessité d'un secteur caché	91
6.2	Supergravité et gravitino	92
6.2.1	Modèle de Wess-Zumino	92
6.2.2	Lagrangien du gravitino	94
6.2.3	Théorie effective pour des gravitinos légers	95
6.2.4	Brisure spontanée de la supersymétrie locale	96
6.3	Médiation de la brisure	98
6.3.1	Brisure transmise par interaction gravitationnelle	99
6.3.2	Brisure transmise par interaction de jauge	99
7	Modèle standard supersymétrique minimal	103
7.1	Contenu en particules	103
7.2	Le modèle	105
7.3	R-parité et matière noire	106
7.4	La brisure électrofaible	107
7.5	Spectre du MSSM	109
7.5.1	Neutralinos et charginos	109
7.5.2	Gluinos	110
7.5.3	Squarks et sleptons	110
7.5.4	Équations du groupe de renormalisation	111

8	Gravitino et cosmologie	115
8.1	Problème du gravitino	115
8.2	Production thermique pendant le réchauffage	115
8.3	Gravitino instable	119
III	Le gravitino dans tous ses états	121
9	Désintégration de NLSP en gravitino	127
9.1	Stau	128
9.1.1	Désintégration à deux corps	128
9.1.2	Désintégration à quatre corps : rapport d'embranchement	132
9.1.3	Désintégration à quatre corps : énergie	135
9.2	Neutralino	142
9.2.1	Désintégration à deux corps	142
9.2.2	Désintégration à trois corps	143
9.3	GMSB	145
10	Densité relique de gravitino	149
10.1	Densité relique de neutralino	150
10.2	Densité relique du stau	152
10.3	Coannihilation	153
10.4	Gravitino, matière noire	155
11	Résoudre les problèmes du lithium et la matière noire	159
11.1	Contraintes de la nucléosynthèse primordiale	159
11.2	Construire un modèle générique	161
11.3	Stau NLSP	164
11.3.1	Gravitino lourd	164
11.3.2	Gravitino léger	170
11.4	Neutralino NLSP	172
11.5	Masse de gravitino arbitraire	173
12	Le gravitino au collisionneur	177
12.1	Stau NLSP	178
12.2	Neutralino NLSP	179

Conclusion	179
A Conventions et constantes	185
B Diagrammes d'annihilation et coannihilation	191
B.1 Annihilation de Stau	191
B.2 Coannihilation Stau-Slepton	193
B.3 Coannihilation Slepton-Neutralino	193
B.4 Annihilation du Neutralino	194

Remerciements

Une thèse est une expérience extraordinaire à plus d'un titre. C'est pour commencer une durée, trois ans, qui semblent comme une éternité au début et qui à la fin semblent avoir passé trop vite. C'est aussi la rencontre d'un grand nombre de personnes, car une thèse ne se fait pas seul. Chacun a contribué à sa façon à l'élaboration de ma thèse, ceux avec qui j'ai collaboré, ceux qui ont apporté de la joie au quotidien et ceux qui m'ont soutenu dans les moments difficiles. J'espère que ces collaborations et ces amitiés ne s'arrêteront pas avec la fin de cette thèse mais continueront encore longtemps.

Je voudrais commencer par remercier le directeur du LPTA, Alain Falvard pour m'avoir accueilli au sein de ce laboratoire et André Neveu sans qui cette thèse n'aurait jamais trouvé de financement !

Un grand merci à Michel Capdequi-Peyranère pour avoir accepté de diriger ma thèse et sa relecture attentive de mon manuscrit.

À Gilbert Moulta et Karsten Jedamzik, je vous témoigne ma reconnaissance pour cette collaboration et la confiance que vous m'avez témoignée. J'ai beaucoup appris en votre présence grâce à votre complémentarité et votre grande expertise en physique des particules et en cosmologie. La tâche était ardue, mais il me semble que nous avons tous les trois mené à bien ce projet. Je veux tout particulièrement remercier Gilbert qui a toujours eu une oreille attentive dans les moments difficiles et qui a su trouver les mots pour me remonter le moral. J'espère garder de fructueux contacts avec vous et continuer l'exploration des épineux problèmes à l'interface entre la cosmologie et la physique des particules.

Je remercie Pierre Fayet, Martin Lemoine et Richard Taillet qui m'ont fait l'honneur d'avoir accepté d'évaluer mon travail, leur relecture du mémoire et faire partie du jury et toute ma reconnaissance à Geneviève Bélanger et Jean Orloff pour avoir accepté d'être les rapporteurs.

Je remercie l'ensemble des membres du LPTA qui ont tous participé de près ou de loin à mon cadre de travail. Mention spéciale à Cyril Hugonie pour nos échanges d'idées. Et je n'oublie pas Aïcha, Sylviane, Michèle, Josette, Dominique et Nicolas sans qui il n'y aurait pas eu de missions, de stylos, de cahiers ou de solutions aux problèmes informatiques. J'ai pris beaucoup de plaisir à m'impliquer dans la vie du labo, aussi bien pour les manifestations à destination du grand public, qu'au sein du laboratoire.

Je tiens à remercier les doctorants du LPTA et des labos voisins : Armand (le lanceur de projectiles en tous genres), Christian (notre spiderman), Federico (l'homme aux nombreuses nationalités), Mohamed (le sage de la montagne, maître du jeu de mots), Olivier (mon coéquipier de rugby au pub), Radouane (l'homme qui fait non toute la journée, parti à l'aventure à l'autre

bout du monde après m'avoir supporté dans son bureau pendant trois ans), Romain et Nadia (nos mathématiciens préférés), Sylvain (superman parti pour Smallville), Marwan, Andrea et Patrick (les astroboys), et puis les petits jeunes Amine, Bruno l'alsacien, Bruno le brésilien, Fabio, Guillaume, Jérémie, Petrutza et Véronique. Vous tous, je vous remercie pour les soirées, les sorties, les parties de foot, les pauses café, les rires, les discussions qu'on a eu tous ensemble.

Je remercie mes trois stagiaires Myriam, Emily et Lauriane. Ce fut un réel plaisir de toucher à l'enseignement par ces stages, de transmettre mes connaissances, de découvrir des choses avec vous et surtout de voir votre motivation et les progrès entre le début du stage et la fin. Cette expérience fut très enrichissante.

Il y a quatre personnes qui comptent beaucoup à mes yeux. Sans eux, rien de tout ça n'aurait été possible. Je remercie Delphine pour sa douce folie et nos franches rigolades, Marion pour sa sagesse et sa vision non-scientifique, Maud pour son rire et le grand rayon de soleil quotidien et Anthony, l'ami de Vancouver et pourtant si proche au quotidien, qu'est ce que je ferais sans un ami aussi "awesome" que toi (ta modestie va encore en prendre un coup) ! À tous les quatre, merci pour votre gentillesse, votre soutien permanent, vos conseils, nos discussions et pour m'avoir supporté tout ce temps.

Et pour finir, mes pensées vont à ma famille, mes parents, mon frère et ma soeur, qui m'ont fait confiance dans mes études, mes choix et chez qui j'ai trouvé un soutien permanent et absolu.

Introduction

La cosmologie décrit l'histoire de l'Univers depuis ses tous premiers instants à aujourd'hui. Le modèle du Big Bang élaboré au cours du XX^e siècle donne une vision très convaincante de l'Univers, reproduisant de façon satisfaisante un grand nombre d'observations. Il permet en particulier de prédire l'abondance des éléments légers tels que le deutérium ou l'hélium produits dans l'Univers jeune lors de la nucléosynthèse primordiale (BBN pour Big Bang nucleosynthesis) ou d'expliquer le spectre de puissance du fond diffus cosmologique. Néanmoins quelques problèmes restent sans réponse. Dans cette thèse, j'ai porté mon attention sur deux problèmes qu'on peut réunir par le fait qu'ils sont tous les deux liés à la matière contenue dans l'Univers. La matière existe sous deux formes dans l'Univers, on distingue la matière baryonique, qui compose les étoiles, les planètes et tout ce qu'on rencontre au quotidien, de la matière noire, une forme exotique de matière non-baryonique. Les noyaux des atomes composant la matière baryonique sont synthétisés durant la BBN et plus tard dans les étoiles. Il est possible de faire des prédictions sur l'abondance des éléments produits pendant la BBN et comparer les résultats des modèles aux observations. Le modèle standard donne de bons résultats pour le deutérium, et les isotopes de l'hélium mais présente des anomalies pour les isotopes du lithium dont les abondances théoriques ne sont pas en accord avec les valeurs observées. La matière noire est cinq fois plus abondante que la matière baryonique dans l'Univers mais sa nature reste aujourd'hui inconnue. Ces deux problèmes cosmologiques peuvent sembler très différents néanmoins, certains modèles de physique des particules permettent de résoudre simultanément les problèmes du lithium et de la matière noire.

Au cours des années soixantes, la physique des particules a trouvé une description cohérente dans le cadre du modèle standard. Celui-ci a permis la prédiction de l'existence de nouvelles particules découvertes ultérieurement et a été testé avec grande précision dans les accélérateurs de particules. Aujourd'hui, il est clairement établi que le modèle standard est une théorie effective, approximation à basse énergie d'une théorie plus fondamentale. Il est nécessaire d'étudier des modèles "au delà du modèle standard". Un des candidats les plus attractifs est la supersymétrie, qui introduit simplement une symétrie entre fermions et bosons. La phénoménologie découlant de la supersymétrie est très riche et peut apporter des solutions aux problèmes de la cosmologie.

Le travail effectué lors de cette thèse concerne la résolution des problèmes du lithium et de la matière noire à partir de la physique des particules et en particulier dans le cadre de la supersymétrie. La phénoménologie de la supersymétrie est très riche. Il a été fait le choix de se placer dans le cadre du modèle standard supersymétrique minimal (MSSM) avec des scénarios où la brisure de la supersymétrie est transmise par interaction gravitationnelle (CMSSM) ou par

interaction de jauge (GMSB). Nous avons porté notre attention aux situations où la particule supersymétrique la plus légère (LSP pour Lightest Supersymmetric Particle) est le gravitino et la deuxième plus légère (NLSP pour Next to LSP) est le stau ou le neutralino.

Une fois le cadre "physique des particules" posé, il est possible d'étudier les problèmes cosmologiques. Le premier concerne les problèmes du lithium. Les taux de production du lithium-6 et lithium-7 peuvent être modifiés par rapport aux prédictions du modèle standard de la nucléosynthèse primordiale en supposant qu'une particule instable se désintègre pendant cette période. Dans notre situation, la NLSP se désintègre en gravitino et autres particules du modèle standard, en particulier des photons et des nucléons, qui vont induire des réactions dans le milieu et produire les isotopes du lithium dans des proportions compatibles avec les données observationnelles. À ce phénomène de désintégration de particule relique pendant la BBN, on peut ajouter des réactions de catalyse par la formation d'états liés. En effet dans le cas du stau NLSP, cette particule chargée forme un état lié avec les noyaux des éléments légers modifiant les sections efficaces de certaines réactions contribuant aussi à changer les taux de production de lithium.

Simultanément, nos scénarios offrent un bon candidat à la matière noire. Le gravitino est stable (en supposant la conservation de la R-parité), il est électriquement neutre et n'interagit que très faiblement avec la matière. Il est donc nécessaire de produire le gravitino en abondance compatible avec les dernières estimations de la densité relique de matière noire. Le gravitino peut être produit par deux mécanismes dit "non-thermique" et "thermique". Dans le premier cas, le gravitino est produit par désintégration de la NLSP, processus utilisé pour résoudre les problèmes du lithium. Dans le deuxième cas, le gravitino est produit lors de la période de réchauffage consécutive à la période inflationnaire. Il est possible de produire le gravitino lors de réactions de diffusion des particules présentes dans le milieu.

Il est intéressant de voir qu'il est possible de résoudre simultanément ces deux problèmes cosmologiques sans que ceci ait été posé comme une contrainte a priori. Il a aussi été important de confronter ces scénarios avec des contraintes cosmologiques et collisionneurs.

Cette étude a nécessité la mise en place d'un outil informatique relativement important basé sur un certain nombre de codes disponibles pour la communauté tels que Suspect (pour calculer les spectres de masse des particules supersymétriques), micrOMEGAs (pour calculer la densité relique de matière noire), CalcHEP (donnant les largeurs de désintégration de la NLSP) et un code permettant de calculer les abondances des éléments légers produits pendant la nucléosynthèse primordiale (développé par Karsten Jedamzik). Il a été nécessaire de modifier certains de ces programmes pour les adapter aux scénarios étudiés et d'établir une interface entre ces différents codes.

Les deux premières parties présentent le cadre général de la thèse.

La première partie aborde l'aspect cosmologique en trois chapitres. Je présente les grandes lignes du modèle du Big Bang en insistant en particulier sur le calcul de densité relique de particules par l'équation de Boltzmann. Un chapitre est dédié à la nucléosynthèse primordiale et les effets de la désintégration de particules reliques pendant la BBN et les états liés. Le dernier chapitre concerne la matière noire.

La deuxième partie introduit le côté physique des particules. Je commence par présenter le modèle standard puis la supersymétrie, la supergravité et l'apparition du gravitino dans la théorie

et finalement les aspects phénoménologiques du MSSM.

La dernière partie présente les résultats de ce travail de thèse. Pour résoudre les problèmes du lithium, je présente le calcul des largeurs de désintégration de la NLSP pendant la BBN et le calcul de l'énergie hadronique. Pour la densité relique de matière noire, les productions thermiques et non-thermiques sont détaillées. De nombreuses contraintes sont aussi discutées comme les perturbations du spectre du fond diffus cosmologique par l'injection d'entropie lors de la désintégration de la NLSP ou les contraintes provenant des collisionneurs.

Première partie
Du côté de la Cosmologie

La cosmologie est la branche des sciences qui étudie l'Univers dans sa globalité pour en comprendre la nature et l'origine. La volonté de comprendre le monde et son fonctionnement commence dès l'Antiquité. On retrouve des modèles décrivant l'Univers dans la plupart des civilisations comme en Mésopotamie, en Égypte ou en Grèce. La cosmologie de cette époque est avant tout une cosmologie religieuse qui se fonde sur des mythes et des légendes qui racontent tantôt la naissance du monde, le périple du soleil et des planètes dans le ciel ou suggèrent la forme de l'univers. La méthode scientifique est absente de ces modèles d'univers. À partir du XVII^e siècle, l'invention des premiers instruments optiques comme la lunette astronomique de Galilée permettent l'utilisation de mesures précises pour comprendre la structure de l'Univers. Au fur à mesure de nouvelles observations, la vision de l'Univers se modifie. Le modèle géocentrique est remplacé par le modèle héliocentrique, puis le Soleil n'est finalement qu'une étoile parmi tant d'autres dans un bras d'une galaxie spirale.

La cosmologie moderne naît en 1915 avec la relativité générale d'Albert Einstein et les premiers modèles cosmologiques dynamiques par Alexander Friedmann en 1922. La description de notre Univers s'est enrichie au cours du XX^e siècle en fonction des nouvelles observations, des nouvelles données et des avancées théoriques. Cette description forme aujourd'hui un ensemble cohérent appelé *modèle du Big Bang*, qui suppose que l'Univers était initialement très dense et très chaud. Il est en expansion ce qui entraîne son refroidissement et une baisse de sa densité. Ce modèle est très populaire car il permet de décrire relativement simplement l'évolution de l'Univers et il est en bon accord avec les observations actuelles.

Néanmoins, certaines questions ne sont pas simplement résolues dans le cadre du modèle du Big Bang. Des modifications enrichissant le modèle permettent de résoudre certaines questions. Quelques problèmes comme l'origine de l'homogénéité de l'Univers à grande échelle peuvent trouver une réponse satisfaisante en introduisant une phase inflationnaire dans les premiers instants de l'Univers. Mais d'autres sujets sont encore des questions ouvertes tels la nature de la matière noire, qui explique la courbe de rotation des galaxies, l'origine de l'énergie noire à la source de l'expansion accélérée de l'Univers ou le mécanisme de baryogenèse expliquant le fait que l'Univers ne contient que de la matière et pas d'antimatière.

Mon travail de thèse se concentre sur deux problèmes cosmologiques qu'il est possible de regrouper sous une thématique unique « Deux problèmes du secteur de la matière ». Les observations de l'Univers nous permettent d'estimer quelle est la part de matière dans l'Univers, celle-ci correspond à environ 26% de la densité totale d'énergie de l'Univers. La matière existe sous deux formes, la matière ordinaire (4% de la densité totale) qui compose les étoiles, les planètes et les êtres vivants et la matière noire (22% de la densité totale) dont la nature est inconnue. Le premier problème étudié concerne la matière ordinaire et la production des éléments les plus légers (deutérium, hélium, lithium. . .) dans les premières secondes de l'Univers pendant la nucléosynthèse primordiale. Le modèle décrivant l'abondance des éléments produit peut être confronté à des observations. Il présente des anomalies pour les isotopes du lithium. Ce sont ces anomalies que nous cherchons à résoudre en modifiant le modèle théorique de nucléosynthèse primordiale. Le deuxième problème concerne la nature de la matière qui ne peut être observée directement. Le modèle de physique des particules que nous utiliserons par la suite permet de résoudre ces deux problèmes simultanément.

Avant d'aborder l'aspect physique des particules et la résolution des problèmes cosmologiques, cette première partie du mémoire présente une petite balade du côté de la cosmologie pour

donner le cadre de ce travail de thèse. Le premier chapitre décrit le modèle du Big Bang et les notions importantes utiles tout au long de ce travail. Le suivant présente la nucléosynthèse primordiale, l'ensemble des processus à l'origine de la formation des éléments légers lorsque l'Univers était âgé de quelques seconde. J'introduirai les problèmes du lithium dont l'abondance observée dans l'Univers est en désaccord avec les prédictions théoriques et la possibilité de résoudre ces problèmes en supposant que des particules instables se désintègrent pendant la nucléosynthèse primordiale. La dernière partie donne un aperçu de la problématique de la matière noire dont la nature reste encore inconnue à ce jour.

Chapitre 1

Le modèle du Big Bang

Le modèle du Big Bang décrit l'Univers comme un système se trouvant initialement dans un état de densité et température élevées en expansion et se refroidissant. Ce modèle permet de décrire l'évolution thermodynamique de l'Univers, le fond diffus cosmologique, l'abondance des éléments légers, la formation des grandes structures et le contenu de l'Univers actuel.

Ce chapitre a pour objectif de présenter les grandes lignes du modèle standard de la cosmologie. Une première partie décrira les ingrédients fondamentaux pour modéliser un univers en expansion à partir de la relativité générale avec les équations d'Einstein. Celles-ci relient la géométrie de l'Univers à son contenu énergétique et permettent d'étudier la dynamique de l'évolution de l'Univers. La deuxième partie décrira l'aspect thermodynamique d'un univers en expansion. La dernière partie présentera une chronologie de l'Univers avec les grandes étapes de son évolution. Ce chapitre s'appuie principalement sur les références [1, 2].

1.1 Quelques notions de relativité générale

La relativité générale fut élaborée par Albert Einstein en 1915. Cette théorie repose sur la *relativité restreinte* et le *principe d'équivalence* qui suppose que la masse inertielle et la masse gravitationnelle sont identiques. La conséquence directe est que la chute libre des corps ne dépend pas des masses et donc formellement un champ de gravitation statique est équivalent à un référentiel accéléré.

Cette théorie permet de décrire les trajectoires des particules dans un univers courbe. L'intervalle ds entre deux points de l'espace-temps s'exprime alors en fonction de la métrique $g_{\mu\nu}$ et du système de coordonnées d'espace-temps x^μ , $\mu = 0, 1 \dots 3$ par

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu \quad (1.1)$$

En relativité restreinte, l'espace plat et statique est décrit par la *métrique de Minkowski*

$$g_{\mu\nu} = \text{diag}(1, -1, -1, -1) \quad (1.2)$$

Il existe d'autres conventions pour cette métrique, par exemple celle plus souvent utilisée en cosmologie ayant la signature $(-, +, +, +)$. En relativité générale, l'espace est courbe, la forme de la métrique peut être beaucoup plus complexe.

On définit les *symboles de Christoffel* à partir du tenseur métrique

$$\Gamma_{\mu\nu}^{\lambda} = \frac{1}{2}g^{\lambda\sigma} (\partial_{\mu}g_{\sigma\nu} + \partial_{\nu}g_{\mu\sigma} - \partial_{\sigma}g_{\mu\nu}) \quad (1.3)$$

Le *tenseur de Riemann* se construit à partir des symboles de Christoffel

$$R^{\rho}_{\lambda\mu\nu} = \partial_{\mu}\Gamma^{\rho}_{\lambda\nu} - \partial_{\nu}\Gamma^{\rho}_{\lambda\mu} + \Gamma^{\sigma}_{\lambda\nu}\Gamma^{\rho}_{\sigma\mu} - \Gamma^{\sigma}_{\lambda\mu}\Gamma^{\rho}_{\sigma\nu} \quad (1.4)$$

il contient toute l'information sur la courbure de l'espace-temps. Il mesure le changement d'un 4-vecteur lors de son transport parallèle sur un chemin fermé.

On définit le *tenseur de Ricci* comme une contraction du tenseur de Riemann

$$R_{\mu\nu} = R^{\sigma}_{\mu\sigma\nu} \quad (1.5)$$

et le *scalaire de Ricci* (scalaire de courbure) par la trace du tenseur de Ricci

$$R = g^{\mu\nu}R_{\mu\nu} = R^{\mu}_{\mu} \quad (1.6)$$

Ces grandeurs interviennent directement dans les équations d'Einstein.

1.2 Équations d'Einstein

Pour obtenir des équations du mouvement, on applique le principe de moindre action sur l'action proposée par David Hilbert et Albert Einstein

$$S = \frac{1}{2\kappa} \int \sqrt{-g}(R - 2\Lambda)d^4x + S_{\text{mat}} \quad (1.7)$$

où g est le déterminant de la métrique $g^{\mu\nu}$, S_{mat} est l'action des champs de matière et κ est un paramètre libre qui est identifié en imposant de retrouver la gravitation newtonienne dans la limite des champs faibles. On trouve

$$\kappa = \frac{8\pi G_N}{c^4} \quad (1.8)$$

où G_N la constante de gravitation de Newton est reliée à la masse de Planck par $G_N = 1/m_{\text{Pl}}^2$, avec $m_{\text{Pl}} = 1.2 \times 10^{19}$ GeV. On utilisera par la suite la masse de Planck réduite $M_{\text{Pl}} = m_{\text{Pl}}/\sqrt{8\pi} = 2.4 \times 10^{18}$ GeV.

Le terme Λ est la constante cosmologique initialement introduite par Einstein pour décrire un univers statique. Il la retira de son équation quand les observations de Edwin Hubble furent interprétées comme une preuve que l'Univers était en expansion (voir section 1.3.2. Elle est aujourd'hui réintroduite dans l'équation pour rendre compte de l'*expansion accélérée* de l'Univers.

Le principe de moindre action pose

$$\delta S = 0 \quad (1.9)$$

On obtient alors les équations d'Einstein (avec les unités naturelles $c = \hbar = 1$)

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} = 8\pi G_N T_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} \quad (1.10)$$

avec $T^{\mu\nu}$ le tenseur énergie-impulsion défini par

$$T_{\mu\nu} = -\frac{2}{\sqrt{-g}} \frac{\delta S_{\text{mat}}}{\delta g^{\mu\nu}} \quad (1.11)$$

La conservation du tenseur énergie-impulsion donne

$$\nabla_\nu T^{\mu\nu} = 0 \quad (1.12)$$

Les équations d'Einstein éq. 1.10 permettent de relier la géométrie de l'Univers (partie gauche de l'équation) au contenu matériel de l'Univers (partie droite). Elles sont les bases de la cosmologie moderne.

1.3 Dynamique de l'évolution de l'Univers

1.3.1 Principe cosmologique

Les équations d'Einstein permettent de décrire un univers dynamique, en contraction ou en expansion. Certaines hypothèses simplificatrices permettent de résoudre ces équations. Il est supposé que l'Univers est homogène et isotrope, ces hypothèses sont d'ailleurs physiquement justifiées par les observations de l'Univers à grande échelle. Ces deux hypothèses constituent le *principe cosmologique*. L'homogénéité suppose que tous les points de l'Univers sont statistiquement semblables. L'étude des galaxies (par des programmes comme SDSS ¹ ou 2dF ²) semble indiquer une distribution homogène pour des échelles supérieures à ~ 100 Mpc. L'isotropie implique que toutes les directions autour d'un point sont équivalentes. Les observations du fond diffus cosmologique mettent en évidence une isotropie de la température, les fluctuations relatives (mesurées par les missions COBE [3] et WMAP [4]) étant de l'ordre de 10^{-5} .

1.3.2 Métrique de Robertson-Walker

Le principe cosmologique, en imposant un certain nombre de symétries, détermine la forme de la métrique, on obtient la *métrique de Robertson-Walker* en coordonnées sphériques

$$ds^2 = dt^2 - a^2(t) \left[\frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2) \right] \quad (1.13)$$

¹Sloan Digital Sky Survey : <http://www.sdss.org/>

²Two Degree Field system : <http://www.aao.gov.au/2df/>

$a(t)$ est appelé *facteur d'échelle* et peut être déterminé à partir des équations d'Einstein. Il dépend du temps et permet donc de décrire un Univers dynamique en contraction ou en expansion.

Le paramètre k prend respectivement les valeurs 1, 0, -1 selon que l'univers est sphérique, plat ou hyperbolique.

En 1929, Edwin Hubble observe une relation directe entre la distance et la vitesse de fuite des galaxies. Hubble n'a étudié que des galaxies proches de la Voie Lactée et obtient une relation linéaire entre distance et vitesse

$$v = H_0 d \quad (1.14)$$

reliés par le paramètre de Hubble H_0 , l'indice 0 indique qu'on prend la valeur de H mesurée aujourd'hui, cette grandeur varie avec le temps et décrit le taux d'expansion de l'Univers, on le paramétrise souvent par

$$H_0 = 100h \text{ km.s}^{-1} \cdot \text{Mpc}^{-1} \quad (1.15)$$

avec $h = 0.70 \pm 0.01$. La valeur de H_0 est aujourd'hui mesurée avec précision par diverses méthodes en bon accord entre elles [5, 4].

Pour mesurer la vitesse de déplacement des galaxies, la grandeur utilisée est le *redshift*. Le spectre lumineux des galaxies s'éloignant est décalé vers les grandes longueurs d'onde, vers le rouge d'où le terme anglais de redshift. On définit le redshift comme la variation de la longueur d'onde d'un photon entre le moment de son émission λ_{emis} et de son observation λ_{obs} sur la Terre

$$z = \frac{\lambda_{obs} - \lambda_{emis}}{\lambda_{emis}} \quad (1.16)$$

Le redshift est directement relié au facteur d'échelle

$$1 + z = \frac{\lambda_{obs}}{\lambda_{emis}} = \frac{a_{obs}}{a_{emis}} \quad (1.17)$$

La relation de Hubble, éq. 1.14, est interprétée comme une mise en évidence de l'Univers en expansion. Les galaxies s'éloignent de nous à cause de l'expansion de l'Univers.

Le paramètre de Hubble est relié au facteur d'échelle par

$$H = \frac{\dot{a}}{a} \quad (1.18)$$

où le point dénote une dérivation par rapport au temps t . Si on connaît l'évolution du facteur d'échelle dans le temps, le redshift peut alors servir comme unité de temps ou de distance.

1.3.3 Équations de Friedmann-Lemaître

Les équations d'Einstein permettent de déterminer la dynamique du facteur d'échelle. On suppose que l'Univers est rempli d'un fluide parfait de densité d'énergie ρ et de pression p . Le principe cosmologique impose la forme du tenseur énergie-impulsion

$$T_{\nu}^{\mu} = \text{diag}(\rho, -p, -p, -p) \quad (1.19)$$

	w	densité	facteur d'échelle
rayonnement	$w = 1/3$	$\propto 1/a^4$	$\propto t^{1/2}$
matière	$w = 0$	$\propto 1/a^3$	$\propto t^{2/3}$
constante cosmologique	$w = -1$	cste	$\propto e^{Ht}$

TAB. 1.1 – Équation d'état, densité d'énergie et facteur d'échelle pour différents types de fluides

Avec ces hypothèses, les équations d'Einstein prennent le nom d'*équations de Friedmann-Lemaître*

$$H^2 = \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho - \frac{k}{a^2} + \frac{\Lambda}{3} \quad (1.20)$$

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}(\rho + 3p) + \frac{\Lambda}{3} \quad (1.21)$$

La conservation du tenseur énergie-impulsion, éq. (1.12) donne également

$$\dot{\rho} + 3H(\rho + p) = 0 \quad (1.22)$$

Cette équation est équivalente à la deuxième équation de Friedmann, éq. (1.21).

1.3.4 Évolution du facteur d'échelle

Pour déterminer simultanément $\rho(t)$, $p(t)$ et $a(t)$, on introduit l'équation d'état du fluide qui s'écrit :

$$p = w\rho \quad (1.23)$$

La densité d'énergie s'écrit (avec l'équation 1.22) alors en fonction du facteur d'échelle (si w est constant)

$$\rho(a) \propto a^{-3(1+w)} \quad (1.24)$$

La valeur de w varie selon la nature du fluide et vaut respectivement 0, 1/3, -1 pour de la matière non-relativiste, le rayonnement et la constante cosmologique. L'évolution des différents paramètres selon la nature du fluide est donnée dans le tableau 1.1

Si une espèce domine par son abondance, l'Univers suit sa dynamique. Ainsi l'Univers a successivement connu une ère de radiation puis une ère de matière et aujourd'hui une ère dominée par la constante cosmologique.

Il est d'usage de réécrire les équations de Friedmann en fonction de grandeurs réduites. On définit une densité critique correspondant à une courbure nulle :

$$\rho_c = \frac{3H^2}{8\pi G_N} \quad (1.25)$$

On définit ensuite des densités réduites pour les différentes composantes de la matière Ω_i et la densité de matière totale Ω_m

$$\Omega_i = \frac{\rho_i}{\rho_c} \quad (1.26)$$

$$\Omega_m = \sum_i \Omega_i \quad (1.27)$$

De même, on définit des densités réduites pour la constante cosmologique et la courbure

$$\Omega_\Lambda = \frac{\Lambda}{3H^2} \quad (1.28)$$

$$\Omega_k = -\frac{k}{a^2 H^2} \quad (1.29)$$

La première équation de Friedmann, éq. (1.20), se réécrit simplement

$$\Omega_m + \Omega_\Lambda + \Omega_k = \Omega_{\text{tot}} + \Omega_k = 1 \quad (1.30)$$

Cette relation montre que les termes de matière et de la constante cosmologique déterminent à eux seuls la géométrie de l'Univers. On aura respectivement un univers fermé, plat ou ouvert pour $\Omega_{\text{tot}} > 1$, $= 1$ ou < 1 correspondant respectivement à une densité totale $\rho_{\text{tot}} > \rho_{\text{crit}}$, $\rho_{\text{tot}} = \rho_{\text{crit}}$ ou $\rho_{\text{tot}} < \rho_{\text{crit}}$.

1.3.5 Expansion accélérée de l'Univers et énergie noire

Les supernovae de type Ia (SNIa) sont un outil particulièrement important en cosmologie car elles peuvent servir de chandelles standards. La courbe de luminosité des SNIa est très caractéristique et permet après une opération de normalisation (voir Fig. 1.1) de déterminer la distance à laquelle se trouve la supernova. Les supernovae ont donc été utilisées pour prolonger le diagramme de Hubble et vérifier la loi de Hubble, éq. (1.14), à plus grand redshift. Deux équipes ont publié leurs résultats en 1998, le Supernova Cosmology Project (SCP) [7] avec 42 supernovae comprises dans un redshift $0.101 < z < 0.830$ et le High-Z Supernova Search Team (HZT) avec 34 SNIa à une distance $0.16 < z < 0.62$ [8]. Les résultats des deux équipes sont présentés dans la figure Fig. 1.2 et permettent de conclure que l'Univers est en expansion accélérée. Si la relativité générale décrit correctement la gravitation alors une expansion accélérée n'est possible que si l'Univers est dominé par un fluide avec une équation d'état $w < -1/3$ appelé *énergie noire*. La combinaison de nombreuses observations et notamment celles des supernovae et du fond diffus cosmologique permet de conclure que l'Univers est plat ($\Omega_{\text{tot}} = 1.02 \pm 0.02$) avec une densité d'énergie noire $\Omega_{DE} \simeq 0.72$ et de matière $\Omega_m \simeq 0.28$ (voir Fig. 1.3).

La nature de l'énergie noire n'est pas connue. Un candidat naturel est la constante cosmologique avec $w = -1$ mais sa densité ne peut pas être expliquée par la physique des particules, qui donne des valeurs de densité de 60 ordres de grandeur supérieures. Il existe d'autres modèles d'énergie noire tels que la quintessence, le gaz de Chaplygin, ou des approches modifiant la gravitation telles que les théories scalaire-tenseur.

La nature de la matière noire fait également l'objet de recherches. Étant un élément central de cette thèse, son étude sera discutée au chapitre 3.

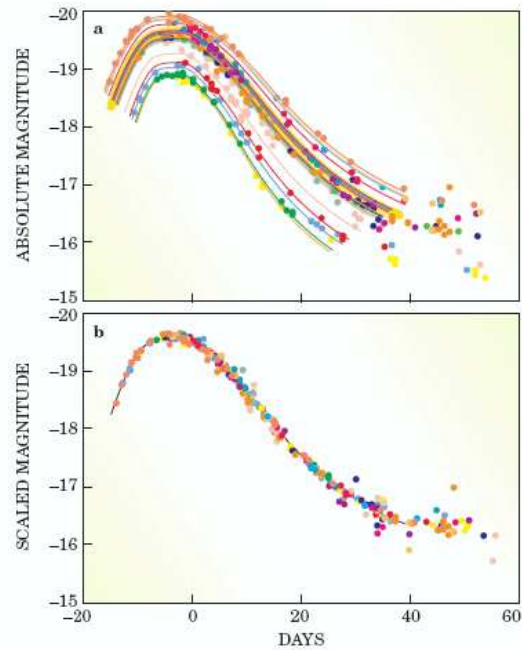


FIG. 1.1 – Normalisation des courbes de luminosité des supernovae Ia par dilatation du temps, figure tirée de [6]

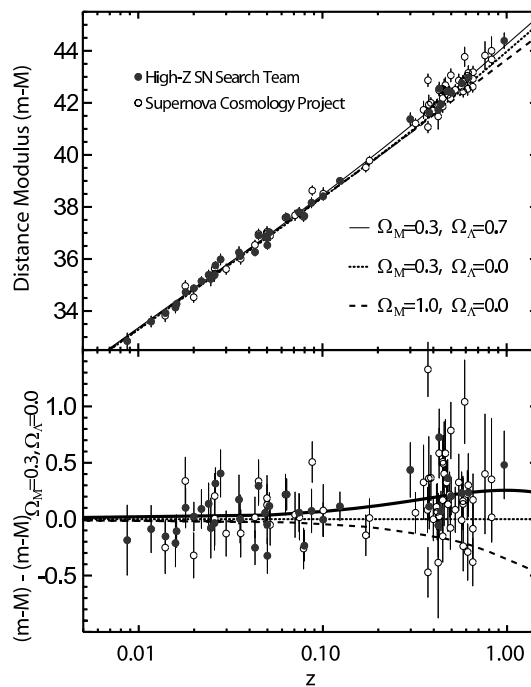


FIG. 1.2 – Diagramme de Hubble, résultats des études sur les supernovae de SCP et HZT, source [9]

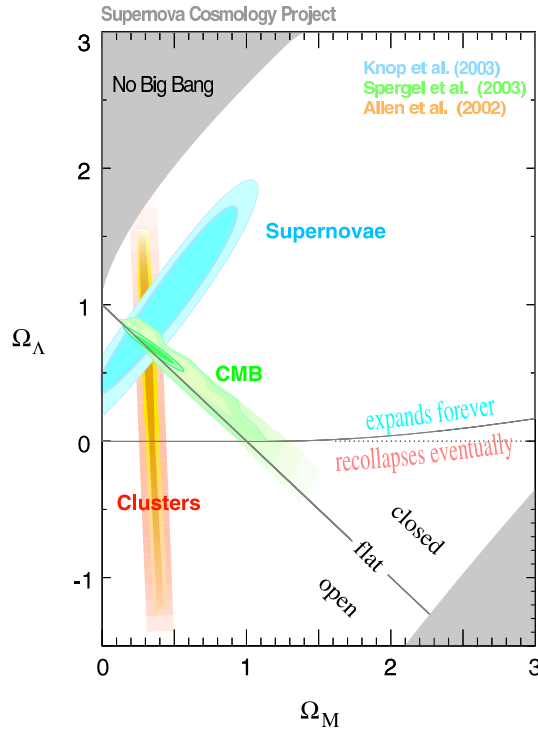


FIG. 1.3 – Densité d'énergie noire en fonction de la densité de matière avec les résultats des études sur les supernovae, le fond diffus cosmologique et les amas de galaxies

1.4 Histoire Thermique de l'Univers

La récession des galaxies découverte par Hubble et l'étude du fond diffus cosmologique à 2.725 K sont des observations essentielles du modèle du Big Bang, qui prédit un passé très chaud et très dense pour l'Univers, celui-ci s'étant progressivement refroidi lors de son expansion.

L'histoire thermique de l'Univers se résume principalement à l'évolution de la température T_i des différents éléments qui le composent par rapport à l'évolution d'une température de référence T , la température des photons. Si le taux d'interaction Γ d'une espèce avec le bain thermique à la température T est plus grand que le taux d'expansion de l'Univers $\Gamma \gtrsim H$, l'espèce est considérée en équilibre thermique et $T_i = T$. Lorsque $\Gamma \lesssim H$, l'espèce n'interagit quasiment plus avec le bain thermique, elle se découple du bain thermique, sa température évolue différemment de T . On parle de gel (*freeze-out* en anglais) de l'espèce.

Nous présenterons dans cette partie certaines notions de thermodynamique pour des particules à l'équilibre thermique puis hors équilibre décrivant le *freeze-out* et permettant le calcul de la densité relique de ces particules.

1.4.1 Thermodynamique à l'équilibre

Fonction de distribution

Pour décrire des processus physiques, il faut déterminer la fonction de distribution $f(\mathbf{p}, T)$ des particules présentes dans l'Univers où \mathbf{p} désigne la quantité de mouvement et T la température de l'Univers.

Pour une particule de masse m en équilibre thermodynamique à une température T suivant une statistique de Fermi-Dirac ou Bose-Einstein, la fonction de distribution est

$$f_i(\mathbf{p}, T) = \frac{g_i}{\exp[(E - \mu)/T_i] \pm 1} \quad (1.31)$$

où g_i compte le nombre de degrés de liberté de spin et μ est le potentiel chimique de l'espèce, T_i est la température associée à l'espèce en question.

Quantités thermodynamiques

On définit la densité de particules, la densité d'énergie et la pression pour chaque espèce

$$n_i(\mathbf{p}, T) = \int f_i(\mathbf{p}, T) d^3\mathbf{p} \quad (1.32)$$

$$\rho_i(\mathbf{p}, T) = \int E f_i(\mathbf{p}, T) d^3\mathbf{p} \quad (1.33)$$

$$p_i(\mathbf{p}, T) = \int \frac{|\mathbf{p}|^2}{3E} f_i(\mathbf{p}, T) d^3\mathbf{p} \quad (1.34)$$

Il est possible de déterminer ces quantités dans certains cas limites

- $T \gg m$: particule ultra-relativiste

$$n = \begin{cases} \frac{\zeta(3)}{\pi^2} g_B T^3 & \text{(bosons)} \\ \frac{3}{4} \frac{\zeta(3)}{\pi^2} g_F T^3 & \text{(fermions)} \end{cases} \quad (1.35)$$

$$\rho = \begin{cases} \frac{\pi^2}{30} g_B T^4 & \text{(bosons)} \\ \frac{7}{8} \frac{\pi^2}{30} g_F T^4 & \text{(fermions)} \end{cases} \quad (1.36)$$

$$p = \rho/3 \quad \text{(bosons et fermions)} \quad (1.37)$$

où apparaît la fonction de Riemann $\zeta(3) \sim 1.202$.

- $T \ll m$: particule non-relativiste

Dans ce cas-là, les distributions de Fermi-Dirac et Bose-Einstein peuvent être remplacées par la distribution de Maxwell-Boltzmann soit $f(\mathbf{p}, T) \sim \exp(-E/kT)$ avec $E \simeq m + p^2/2m$, on a alors

$$n = g \left(\frac{mT}{2\pi} \right)^{3/2} \exp\left(-\frac{m}{T}\right) \quad (1.38)$$

$$\rho = mn \quad (1.39)$$

$$p = nT \ll \rho \quad (1.40)$$

Il apparaît clairement une fonction de suppression $\exp(-m/T)$ dans l'expression de la densité n de particules non-relativistes. La densité de ces particules devient rapidement très faible avec le refroidissement de l'Univers.

Nombre de degrés de liberté relativistes

La densité totale de rayonnement, c'est-à-dire l'ensemble des particules relativistes, est donnée par

$$\rho_{\text{tot}} = g_*(T) \frac{\pi^2}{30} T^4 \quad (1.41)$$

et donc la pression s'écrit

$$p_{\text{tot}} = \frac{\rho_{\text{tot}}}{3} = g_*(T) \frac{\pi^2}{90} T^4 \quad (1.42)$$

g_* représente le nombre effectif de degrés de liberté des particules relativistes

$$g_*(T) = \sum_{i \in \text{bosons}} g_{B,i} \left(\frac{T_{B,i}}{T} \right)^4 + \frac{7}{8} \sum_{i \in \text{fermions}} g_{F,i} \left(\frac{T_{F,i}}{T} \right)^4 \quad (1.43)$$

Il faut noter que les particules qui contribuent majoritairement sont les particules à l'équilibre thermodynamique ($T_i = T$), les espèces découplées ayant une température $T_i < T$.

Entropie

La deuxième loi de la thermodynamique nous donne dans le cas d'une expansion adiabatique la conservation de l'entropie d'un volume comobile :

$$TdS = d(\rho a^3) + pd(a^3) = 0 \quad (1.44)$$

On définit s la densité d'entropie

$$S = sa^3 \quad (1.45)$$

On en déduit

$$s = \frac{\rho + p}{T} \quad (1.46)$$

La densité d'entropie est dominée par la contribution des particules relativistes ; avec les expressions de ρ_{tot} et p_{tot}

$$s = \frac{2\pi^2}{45} g_{*s} T^3 \quad (1.47)$$

avec

$$g_{*s} = \sum_{i \in \text{bosons}} g_{B,i} \left(\frac{T_i}{T} \right)^3 + \frac{7}{8} \sum_{i \in \text{fermions}} g_{F,i} \left(\frac{T_i}{T} \right)^3 \quad (1.48)$$

À $g_{*s} = \text{cste}$, l'expression de la densité d'entropie nous donne le comportement de la température de l'Univers : $T \propto a^{-1}$. La figure Fig. 1.4 donne l'évolution de g_* et g_{*s} au cours de l'histoire de l'Univers. Pour la plus grande partie de l'histoire de l'Univers, $T_i = T$ pour toutes les espèces relativistes et donc $g_{*s} = g_*$.

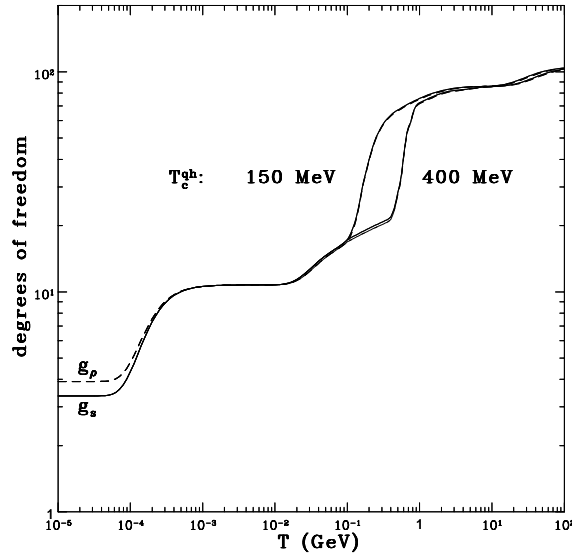


FIG. 1.4 – Évolution de g_* (trait plein) et g_{*s} (tirets) au cours de l’histoire de l’Univers pour une échelle QCD de 150 ou 400 MeV. Figure tirée de [10].

1.4.2 Découplage du bain thermique

Une particule est à l’équilibre thermique si elle interagit suffisamment avec le reste des particules de l’Univers. De façon schématique, on estime qu’une particule n’interagit pas suffisamment si le taux d’interaction est plus faible que le taux d’expansion de l’Univers. Si cette particule n’est plus à l’équilibre, on dit qu’elle est découplée de l’Univers.

Particules découplées

On considère une espèce de particules X avec un taux de réaction $\Gamma_X \sim n \langle \sigma v \rangle$, n et $\langle \sigma v \rangle$ étant la densité de particules de l’espèce et la moyenne thermique de la section efficace. Pour une interaction faible avec un boson de masse $m > T$, la section efficace typique $\sigma \sim \alpha^2 T^2 / m^4$ et $n \propto a^{-3} \propto T^3$, le taux de réaction a donc une dépendance en température $\Gamma \sim T^5$. Ces particules sont à l’équilibre thermodynamique si $\Gamma_X > H$. Pendant l’ère dominée par la radiation, le paramètre de Hubble est relié à la température ³

$$H = \left[\frac{8\pi G_N}{3} \left(\frac{\pi^2}{30} \right) \right]^{1/2} g_*^{1/2} T^2 \simeq 1.66 g_*^{1/2} \left(\frac{T^2}{M_{\text{Pl}}} \right) \quad (1.49)$$

Ainsi avec l’expansion de l’Univers et la baisse de la température, les espèces finissent nécessairement par découpler, entraînant des modifications profondes de la forme sous laquelle se trouve le contenu matériel de l’Univers et amenant de brusques évolutions du nombre effectif de degrés de liberté relativistes, voir figure Fig. 1.4.

³En intégrant $H = -\dot{T}/T$, le temps est obtenu de façon équivalente $t(T) \simeq 0.3 g_*^{-1/2} (M_{\text{Pl}}/T^2)$

De plus, lorsque $T < m_X$ où m_X est la masse d'une particule, celle-ci passe du statut de particule relativiste au régime non-relativiste. Son entropie est transférée au bain de photons relativistes et aux autres particules relativistes, ce qui entraîne une hausse de la température de l'Univers.

Lors du découplage, la population X n'interagit plus avec les autres particules (*freeze-out*). Son évolution est indépendante de celle de l'Univers, la densité après découplage devient respectivement selon que l'espèce X est relativiste ou non (T_f et a_f sont la température et le facteur d'échelle à l'instant du freeze-out)

$$n_{X,R} = \begin{cases} \frac{\eta(3)}{\pi^2} g_B T_f^3 \left(\frac{a_f}{a}\right)^3 & (\text{bosons}) \\ \frac{3}{4} \frac{\eta(3)}{\pi^2} g_F T_f^3 \left(\frac{a_f}{a}\right)^3 & (\text{fermions}) \end{cases} \quad (1.50)$$

$$n_{X,NR} = g \left(\frac{m T_f}{2\pi}\right)^{3/2} \exp\left(-\frac{m}{T_f}\right) \left(\frac{a_f}{a}\right)^3 \quad (1.51)$$

Ces équations permettent en principe de calculer la densité relique des particules X. Néanmoins cela suppose que le découplage se produise à une température bien précise, ce qui n'est en pratique pas réalisé. La densité relique est en général calculée en résolvant l'équation différentielle d'évolution des populations, l'équation de Boltzmann.

Équation de Boltzmann

L'évolution de la fonction de distribution est obtenue à partir de l'équation de Boltzmann

$$L[f] = C[f] \quad (1.52)$$

où $L = d/ds$ est l'opérateur de Liouville et C est l'opérateur des collisions, décrivant les interactions de la particule considérée.

En supposant un espace-temps homogène et isotrope, avec la densité de particules n et en intégrant sur l'impulsion, l'équation de Boltzmann est :

$$\dot{n}_i + 3Hn_i = \frac{g_i}{(2\pi)^3} \int C[f_i(p_i, t)] \frac{d^3 p_i}{2E_i} = C_i \quad (1.53)$$

Pour une interaction de la forme $i + j \rightarrow k + l$, le terme de collision s'écrit en supposant l'invariance CP (impliquant $|\mathcal{M}|^2 = |\mathcal{M}|^2_{i+j \rightarrow k+l} = |\mathcal{M}|^2_{k+l \rightarrow i+j}$)

$$C_i = (2\pi) \int \delta^{(4)}(p_i + p_j - p_k - p_l) \frac{g_i d^3 p_i}{2(2\pi)^3 E_i} \times \dots \times \frac{g_l d^3 p_l}{2(2\pi)^3 E_l} \times |\mathcal{M}|^2 [f_k f_l (1 \pm f_i)(1 \pm f_j) - f_i f_j (1 \pm f_k)(1 \pm f_l)] \quad (1.54)$$

Pour les situations cosmologiques pertinentes correspondant à $E \gg T$, l'Univers est suffisamment refroidi pour ne pas être dominé par les effets quantiques qui sont négligeables, on a $1 \pm f \simeq 1$ et on peut remplacer les distributions de Fermi-Dirac ou Bose-Einstein par des distributions de Maxwell-Boltzmann. L'équation de Boltzmann devient

$$\dot{n}_i + 3Hn_i = \frac{g_i \dots g_l}{(2\pi)^8} \int \delta^{(4)}(p_i + p_j - p_k - p_l) \frac{d^3 p_i}{2E_i} \times \dots \times \frac{d^3 p_l}{2E_l} |\mathcal{M}|^2 [f_k f_l - f_i f_j] \quad (1.55)$$

Dans le cas du gel d'une interaction et de particules reliques, on suppose qu'à une température supérieure à sa masse, la particule massive X est en équilibre thermodynamique avec son antiparticule, seule l'annihilation et l'annihilation inverse peuvent modifier sa densité

$$X + \bar{X} \leftrightarrow l + \bar{l} \quad (1.56)$$

si cette particule reste à l'équilibre thermodynamique, sa densité relique est donnée par l'équation (1.38) :

$$n \propto (mT)^{3/2} \exp\left(\frac{-m}{T}\right) \quad (1.57)$$

et devient rapidement négligeable quand l'Univers refroidit. Mais l'annihilation est incapable de garder les particules en équilibre pendant l'expansion de l'Univers (freeze-out). Il faut évaluer le terme $(f_k f_l - f_i f_j)$. Les particules l et \bar{l} sont en équilibre thermodynamique, en négligeant le potentiel chimique les distributions sont de la forme $f_l = \exp(-E_l/T)$ et $f_{\bar{l}} = \exp(-E_{\bar{l}}/T)$. La conservation de l'énergie impose $E_X + E_{\bar{X}} = E_l + E_{\bar{l}}$ d'où $f_l f_{\bar{l}} = \exp[-(E_X + E_{\bar{X}})/T] = f_X^{eq} f_{\bar{X}}^{eq}$ où f_X^{eq} et $f_{\bar{X}}^{eq}$ sont les distributions si X était à l'équilibre thermodynamique. L'équation de Boltzmann s'écrit simplement

$$\dot{n}_X + 3Hn_X = -\langle\sigma v\rangle (n_X^2 - n_X^{eq2}) \quad (1.58)$$

La section efficace moyennée sur la distribution de vitesse est donnée par

$$\begin{aligned} \langle\sigma v\rangle = \frac{1}{n_X^{eq2}} \int \frac{d^3p_X}{2E_X} \frac{d^3p_{\bar{X}}}{2E_{\bar{X}}} \frac{d^3p_l}{2E_l} \frac{d^3p_{\bar{l}}}{2E_{\bar{l}}} \delta^{(4)}(p_X + p_{\bar{X}} - p_l - p_{\bar{l}}) \times \\ \times |\mathcal{M}|^2 \frac{\exp[-(E_X + E_{\bar{X}})/T]}{(2\pi)^8} \end{aligned} \quad (1.59)$$

Il est utile d'éliminer la dépendance de l'expansion, on définit une nouvelle variable, la densité comobile, correspondant à la densité normalisée par l'entropie pour supprimer toute dépendance à l'expansion de l'Univers

$$Y = \frac{n}{s} \quad (1.60)$$

En utilisant la conservation de l'entropie $sa^3 = cste$ et $H = \dot{a}/a$, l'équation de Boltzmann se réécrit pour la particule X

$$\dot{Y}_X = -\langle\sigma v\rangle s (Y_X^2 - Y_X^{eq2}) \quad (1.61)$$

La figure 1.5 donne l'évolution de Y en fonction de $x = m/T$. En trait plein, la courbe donne l'évolution de la densité de X à l'équilibre thermodynamique avec une décroissance exponentielle et en pointillés, l'évolution de X hors équilibre thermodynamique. La densité comobile devient quasi constante, sa valeur est d'autant plus grande que la section efficace d'annihilation est petite.

Classiquement, la section efficace est calculée en utilisant un développement non-relativiste en puissance de v^2 . Cette approximation n'est plus valide dans certaines situations particulières comme la présence de seuil de masse, de résonance ou de coannihilation, voir les articles [11, 12] pour une discussion détaillée de ces effets. Dans le cas de la coannihilation, une ou plusieurs

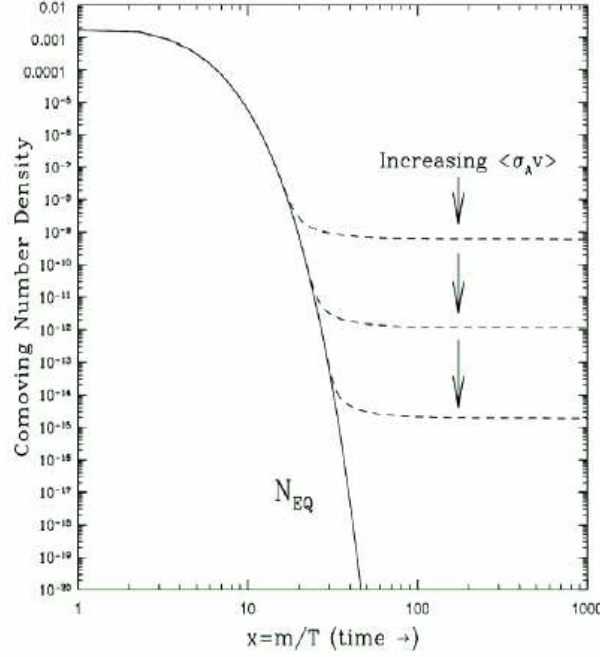


FIG. 1.5 – Évolution de l'abondance d'une espèce X découplant du plasma en fonction de $x = m/T$. Figure extraite de [1]

particules ont une masse proche de celle de la particule relique. Il faut alors modifier l'équation de Boltzmann et la section efficace. En supposant N particules $X_{i=1\dots N}$ de masse m_i et de degré de liberté g_i avec $m_1 \leq m_2 \leq \dots \leq m_N$ et la particule la plus légère X_1 est stable, l'équation de Boltzmann s'écrit

$$\frac{dn}{dt} + 3Hn = - \sum_{i,j}^N \langle \sigma_{ij} v_{ij} \rangle (n_i n_j - n_i^{\text{eq}} n_j^{\text{eq}}) \quad (1.62)$$

où $n = \sum n_i$ est la densité de la particule relique en supposant que la désintégration des particules X_i est rapide. La section efficace σ_{ij} est la section efficace d'annihilation ($i = j$) ou coannihilation ($i \neq j$) en particules du modèle standard et v_{ij} est la vitesse relative. En faisant l'approximation

$$\frac{n_i}{n} \simeq \frac{n_i^{\text{eq}}}{n^{\text{eq}}} \quad (1.63)$$

on obtient

$$\frac{dn}{dt} + 3Hn = - \langle \sigma_{\text{eff}} v \rangle (n^2 - n_{\text{eq}}^2) \quad (1.64)$$

avec

$$\langle \sigma_{\text{eff}} v \rangle = \sum_{i,j} \langle \sigma_{ij} v_{ij} \rangle \frac{n_i^{\text{eq}} n_j^{\text{eq}}}{n^{\text{eq}} n^{\text{eq}}} \quad (1.65)$$

En suivant Edsjo et Gondolo [13], la moyenne thermique de la section efficace s'écrit

$$\langle \sigma_{\text{eff}} v \rangle = \frac{\int_0^\infty dp_{\text{eff}} p_{\text{eff}}^2 W_{\text{eff}} K_1\left(\frac{\sqrt{s}}{T}\right)}{m_1^4 T \left[\sum_i \frac{g_i m_i^2}{g_1 m_1^2} K_2\left(\frac{m_i}{T}\right) \right]^2} \quad (1.66)$$

où K_i sont les fonctions de Bessel de deuxième espèce et d'ordre i . La quantité W_{eff} est définie comme

$$W_{\text{eff}} = \sum_{ij} \frac{p_{ij}}{p_{11}} \frac{g_i g_j}{g_1^2} W_{ij} \quad (1.67)$$

avec $W_{ij} = 4E_i E_j \sigma_{ij} v_{ij}$ et p_{ij} l'impulsion de la particule X_i dans le référentiel du centre de masse de la paire $X_i X_j$.

La prise en compte des détails de la coannihilation est maintenant bien intégrée dans des codes numériques tels que DarkSUSY [14] ou micrOMEGAs [15], ce dernier code ayant été utilisé pour ce travail.

1.5 Les grandes étapes dans l'histoire de l'Univers

La description de l'Univers dans le cadre du modèle du Big Bang commence au temps de Planck $t = 10^{-43}$ secondes. Avant cette date, la gravitation nécessite une description quantique mais il n'existe pas de modèle de gravitation quantique viable à ce jour. Il existe des théories prometteuses telles que la gravité quantique à boucles (loop quantum gravity en anglais) ou la théorie des cordes. À partir du temps de Planck, la gravitation est décrite par la théorie de la relativité générale tandis que les interactions forte et électrofaible peuvent être unifiées et décrites dans le cadre d'une théorie de grande unification.

À $t = 10^{-35}$ secondes, la température est de l'ordre de 10^{16} GeV. L'Univers subit une transition de phase, les interactions forte et électrofaible ne sont plus unifiées. Il y a une importante formation de monopôles magnétiques massifs dont la densité devrait provoquer une fermeture de l'Univers en Big Crunch. Ce problème peut être résolu en faisant l'hypothèse que l'Univers a connu une période inflationnaire.

Inflation

L'inflation correspond à une période de l'histoire de l'Univers où celui-ci est en expansion accélérée. Cette période se situe dans les tout premiers instants de l'Univers et permet de résoudre un grand nombre de problèmes cosmologiques. Elle permet entre autres d'expliquer la platitude de l'Univers (pourquoi l'Univers a une courbure nulle), le problème de l'horizon (comment des régions du fond diffus cosmologique non causalement liées se trouvent à la même température), le problème des monopôles (particules probablement produites dans les premiers instants de l'Univers mais non observées aujourd'hui) ou permet la générations de fluctuations de densités qui évoluent pour donner lieu aux grandes structures observées dans l'Univers actuel.

Le mécanisme réel de l'inflation n'est pas connu. Je présente ici les grandes lignes et les caractéristiques principales de cette époque. L'inflation est générée par un champ scalaire ϕ , l'inflaton,

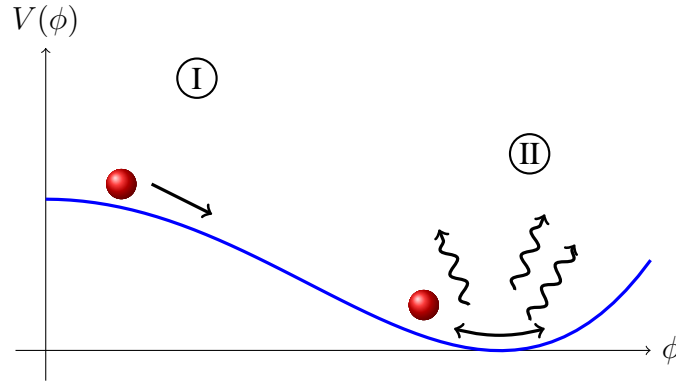


FIG. 1.6 – Le potentiel de l’inflaton avec le slow-roll (I), l’inflaton se déplace lentement vers le minimum du potentiel. En ce point, l’inflaton oscille et se désintègre en particules (II) et induit la période de réchauffage

dont la dynamique est décrite par un potentiel qui doit être très plat pour permettre le roulement lent (« slow-roll » en anglais). Il est possible de définir pour l’inflaton une densité ρ et une pression p de la façon suivante

$$\rho = \dot{\phi}^2/2 + V(\phi) \quad p = \dot{\phi}^2/2 - V(\phi) \quad (1.68)$$

Dans l’hypothèse où le potentiel est très plat, l’énergie cinétique est négligeable devant l’énergie potentielle $\dot{\phi} \ll V(\phi)$. L’évolution du facteur d’échelle au cours du temps est proche de celle d’un espace-temps de de Sitter

$$\frac{a(t)}{a(t_i)} \simeq \exp [H(t - t_i)] \quad (1.69)$$

avec le paramètre de Hubble presque constant, il s’écrit à partir de la première équation de Friedmann éq. (1.20)

$$H^2 = \frac{8\pi G_N}{3} V(\phi) \quad (1.70)$$

L’inflation dure $\sim 10^{-32}$ secondes, le facteur d’échelle augmente exponentiellement (au moins d’un facteur 10^{26}) et dilue complètement la densité des particules présentes avant l’inflation comme les monopôles. Parallèlement, la température chute brutalement. À la fin de l’inflation, l’équation d’évolution de ϕ se ramène à celle d’un oscillateur amorti par friction et l’inflaton se désintègre en particules du modèle standard (et leurs partenaires supersymétriques, si la supersymétrie existe). Les étapes de l’inflation sont représentées sur le potentiel de l’inflaton, Fig. 1.6, avec d’abord le slow-roll (I) puis la désintégration de l’inflaton (II).

Lors de la désintégration de l’inflaton, un grand nombre de photons de haute énergie sont émis, ce qui entraîne une élévation importante de la température de l’Univers, la température maximale T_R est appelée *température de réchauffage post-inflationnaire*. La figure 1.7 donne l’évolution du facteur d’échelle et de la température dans un modèle sans inflation, la température décroît de façon monotone tandis que le facteur d’échelle augmente. Dans le modèle avec inflation, le facteur d’échelle augmente brutalement entraînant une chute de la température suivi

d'une période de réchauffage. Cette dernière est cruciale pour l'asymétrie matière-antimatière (voir ci-dessous) et pose une valeur minimale à la température de réchauffage. Nous verrons par la suite que la production thermique de gravitinos dépend également de T_R et pose une limite supérieure à cette température pour éviter une surproduction de gravitinos qui dépasserait la densité critique de l'Univers.

L'inflation permet d'expliquer pourquoi des régions aujourd'hui causalement disjointes présentent les mêmes caractéristiques comme la même température de fond diffus cosmologique. Avant l'inflation, ces régions étaient causalement liées, le champ de l'inflaton est identique en tous points de l'Univers. Après l'expansion exponentielle et la séparation causale de certaines régions de l'Univers, l'inflaton se désintègre identiquement en tous points de l'Univers et permet ainsi d'avoir une température identique dans des régions non-causalement liées.

La période inflationnaire est une période cruciale dans l'histoire de l'Univers, elle a fixé de nombreux paramètres qui ont donné les conditions initiales pour amener l'Univers à évoluer vers l'état que nous observons aujourd'hui.

Baryogenèse : $T \sim 100 \text{ GeV}$

Notre galaxie est principalement composée de matière, puisque les antiparticules sont quasiment absentes. On observe les antiparticules en particulier dans les rayons cosmiques, principalement sous la forme d'antiprotons et de positrons. Ils sont produits lors de collisions des particules des rayons cosmiques avec les noyaux du gaz interstellaire. Leur abondance est minime, on mesure par exemple un antiproton pour 10^4 protons. Il est très difficile d'expliquer l'excès de baryons. Il y a plusieurs solutions pour obtenir cet excès de baryons :

- excès imposé par des conditions initiales de l'Univers mais cela nécessite un ajustement très fin pas très naturel
- matière et antimatière sont séparées spatialement dans des régions différentes. Cela suppose une forte émission de rayons X aux frontières des régions. Celle-ci est fortement contrainte. De plus, un mécanisme à l'origine de la séparation matière-antimatière est difficile à concevoir
- baryogenèse : un mécanisme physique dynamique induisant l'asymétrie baryonique.

La baryogenèse semble le meilleur moyen de production de l'asymétrie baryonique. On suppose que dans les premiers instants, l'Univers contenait des baryons \mathcal{B} et antibaryons $\bar{\mathcal{B}}$ en grande quantité et dans des proportions presque identiques. Le mécanisme de baryogenèse produit un petit excès de baryons par rapport aux antibaryons. Il s'ensuit un important processus d'annihilation $\mathcal{B} + \bar{\mathcal{B}} \rightarrow \gamma + \gamma$. L'excès de baryons ne s'annihile pas, ce qui entraîne que l'Univers aujourd'hui contient uniquement des baryons mais en petite quantité devant la densité de photons. L'étude du fond diffus cosmologique et la nucléosynthèse primordiale permettent d'estimer ce rapport à

$$\eta = \frac{n_{\mathcal{B}} - n_{\bar{\mathcal{B}}}}{n_{\gamma}} \simeq \frac{n_{\mathcal{B}}}{n_{\gamma}} \sim 10^{-10} \quad (1.71)$$

En 1967, A. Sakharov énonce les trois conditions nécessaires à la baryogenèse [16]

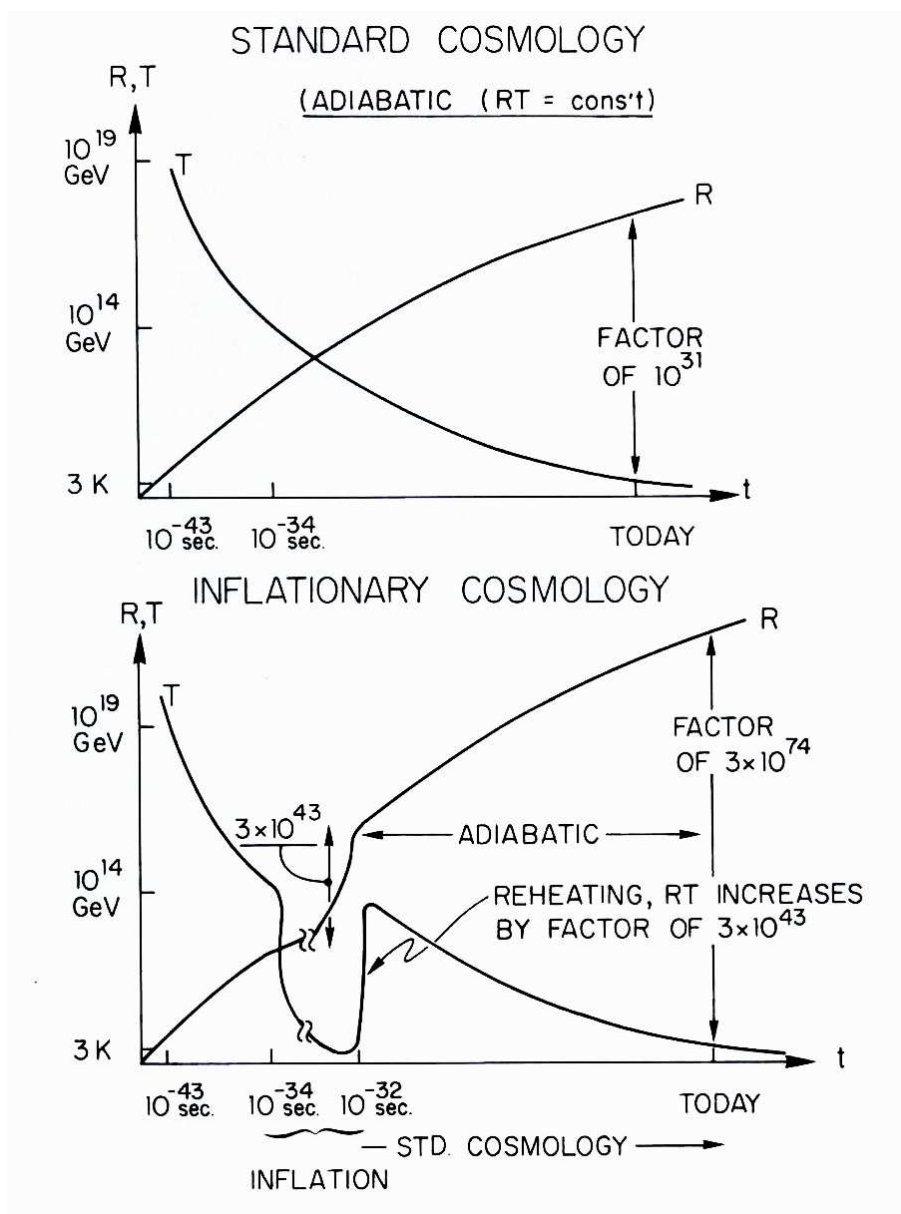


FIG. 1.7 – Évolution du facteur d'échelle et de la température dans le scénario sans inflation et avec inflation. Figure extraite de [1]

- violation du nombre baryonique : en supposant un état initial sans asymétrie $B = 0$, il est nécessaire d'avoir un mécanisme violant le nombre baryonique pour obtenir $B \neq 0$;
- violation de C et CP permet d'avoir des taux de réactions pour les baryons différents de ceux des antibaryons ;
- l'Univers doit être hors équilibre thermodynamique pour que les réactions inverses à celles produisant l'asymétrie ne compensent pas ces dernières.

Le modèle standard de la physique des particules contient ces trois conditions mais la violation de CP est trop faible pour reproduire le bon ordre de grandeur pour η .

Une solution possible de baryogenèse vient du secteur des leptons appelée leptogenèse [17]. Pour expliquer la faiblesse des masses des neutrinos gauches par le mécanisme de « see-saw » (basculer en français), on introduit des neutrinos de Majorana très massifs singulets de l'interaction faible donc d'hélicité droite. Ces neutrinos se couplent aux neutrinos gauche via un couplage de Yukawa produisant un terme de masse de Dirac M_D lors de la brisure électrofaible. Étant liée à la brisure, la masse de Dirac est de l'ordre de grandeur de la brisure. Les neutrinos droits peuvent également avoir une masse de Majorana M qui peut être beaucoup plus élevée que l'échelle de brisure électrofaible puisqu'il n'y a pas de lien entre les deux. Nous obtenons une matrice de masse pour les neutrinos dite matrice see-saw

$$(\nu_L, N) \begin{pmatrix} 0 & M_D \\ M_D^T & M \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_L \\ N \end{pmatrix} \quad (1.72)$$

ce qui donne en diagonalisant une masse effective pour les neutrinos gauches

$$M_\nu = M_D \frac{1}{M} M_D \quad (1.73)$$

Cette valeur peut être très petite si $M \gg M_D$ et permet d'expliquer la faible masse des neutrinos gauche.

Les neutrinos droits sont produits par des réactions thermiques lors du réchauffage si $T_R \gtrsim M$. Ces neutrinos sont instables, leur désintégration hors équilibre et avec une violation de CP génère une asymétrie leptonique qui est convertie en asymétrie baryonique par des processus de type sphaléron (processus électrofaible rare [18]) tant que $T \gtrsim 100$ GeV. La leptogenèse thermique explique l'asymétrie baryonique si $T_R \gtrsim 3 \times 10^9$ GeV [19]. Cette contrainte est particulièrement intéressante dans le cadre de cette thèse car la production thermique de gravitinos pendant le réchauffage dépend de la température T_R .

Brisure électrofaible : $T \simeq 100$ GeV

Autour de $T_{MS} \sim 100$ GeV, la symétrie électrofaible est brisée. La brisure de la symétrie du modèle standard $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ en $SU(3)_C \times U(1)_{em}$ est décrite par le mécanisme de Higgs. Les particules couplées au champ scalaire de Higgs acquièrent une masse. C'est le cas des bosons de jauge W^\pm, Z et des fermions du modèle standard. Le modèle standard et sa brisure par le mécanisme de Higgs seront détaillés au chapitre 4.

Transition quark-hadron : $T \simeq 150 - 300 \text{ MeV}$

Aux alentours de $T_{\text{QCD}} \sim 150 - 300 \text{ MeV}$, l'Univers passe d'un état de plasma quark-gluon à un plasma de hadrons. À cette température, les quarks deviennent confinés dans les baryons et les mésons. Cette transition de phase est relativement mal comprise car elle est décrite par la chromodynamique quantique, théorie nécessitant un traitement non-perturbatif et qui rend difficiles les calculs et les prédictions quantitatives.

Découplage des neutrinos et annihilation e^+e^- : $T \simeq 1 \text{ MeV}$

Lorsque la température passe en dessous de $T_\nu \sim 1 \text{ MeV}$, les neutrinos découplent du bain thermique. Le taux des interactions qui les maintenaient en équilibre thermique avec les photons devient inférieur au taux d'expansion de l'Univers. Peu de temps après, lorsque T atteint la masse des électrons $m_e = 511 \text{ keV}$, les électrons et les positrons s'annihilent

$$e^- + e^+ \rightarrow \gamma + \gamma \quad (1.74)$$

Nucléosynthèse primordiale : $T \simeq 100 \text{ keV}$

À des températures $T \gtrsim 0.1 \text{ MeV}$, les photons empêchent la formation de noyaux légers par des réactions de photodissociation. Lorsque la température atteint $T_{\text{BBN}} \sim 0.1 \text{ MeV}$, l'énergie des photons devient trop faible et les noyaux de deutérium puis d'hélium-3, hélium-4, lithium-6 et lithium-7 sont formés. Cette étape importante de l'histoire de l'Univers est décrite en détail au chapitre 2.

Transition rayonnement-matière : $T \simeq 1 \text{ eV}$

Cette étape n'est pas due au refroidissement de l'Univers mais correspond simplement à l'instant où les densités de matière et rayonnement deviennent égales. À partir de cet instant la densité de matière dépasse la densité de rayonnement et domine la dynamique de l'Univers. Cela s'explique par les comportements différents des densités en fonction du redshift, la densité d'énergie du rayonnement évolue en $\rho_{\text{rad}} \propto a^{-4} \propto (1+z)^4$ tandis que la densité d'énergie de matière évolue en $\rho_{\text{m}} \propto a^{-3} \propto (1+z)^3$. La dilution de la matière est donc plus lente. Cette transition a lieu pour un redshift $1+z_{\text{eq}} \simeq 3369$ soit un âge de l'Univers d'environ 51000 ans.

Découplage photon-matière : $T \simeq 0.4 \text{ eV}$

Dans le plasma, photons et électrons sont couplés par diffusion Thomson. Le libre parcours moyen des photons est très court. Au redshift $z = 1089 \pm 2$, les électrons et les protons se combinent pour former de l'hydrogène neutre, cette période est appelée la recombinaison primordiale. Les photons découplent de la matière, leur libre parcours moyen devient suffisamment grand pour nous parvenir aujourd'hui. À cause de l'expansion de l'Univers, la longueur d'onde

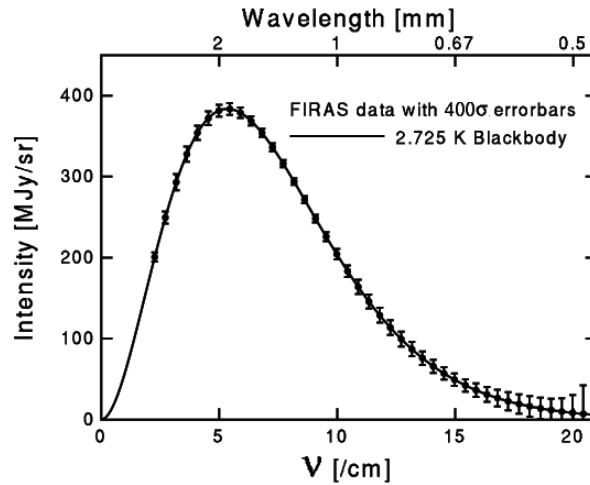


FIG. 1.8 – Spectre du fond diffus cosmologique. Crédit : Ned Wright

de ces photons est fortement décalée dans le rouge. Ces photons constituent le rayonnement de fond diffus cosmologique noté CMB pour « cosmic microwave background ».

Avant le découplage, les photons sont parfaitement thermalisés, leur spectre est celui d'un corps noir. En l'absence d'injection d'entropie ultérieure au découplage, le spectre reste celui d'un corps noir durant toute l'évolution de l'Univers malgré le redshift. Le spectre a été mesuré par l'instrument FIRAS du satellite COBE, le résultat est donné par la figure Fig. 1.8.

La température associée à ce spectre est

$$T_{CMB} = 2.725 \pm 0.001 \text{ K} \quad (1.75)$$

À partir de la distribution et la température du corps noir, il est possible de calculer la densité de photons aujourd'hui

$$n_\gamma = 410.431 \text{ cm}^{-3} \quad (1.76)$$

Pour étudier les photons du CMB, il faut d'abord soustraire le rayonnement des avant-plans provenant des émissions de poussière galactique, les émissions synchrotrons des électrons et des sources extra-galactiques très énergétiques (AGN, quasars...). Un autre effet est à soustraire, le système solaire est en déplacement dans l'Univers créant un dipôle de température à cause de l'effet Doppler. Une hémisphère semble plus chaude tandis que l'autre semble plus froide. Il est possible de définir un référentiel privilégié dans lequel il n'y a pas de dipôle. Les variations de température associées au dipôle sont de l'ordre de $\delta T/T = 10^{-3}$, correspondant à une vitesse de $368 \pm 2 \text{ km s}^{-1}$. On soustrait les fluctuations de température liées au dipôle.

La carte du ciel est maintenant quasi homogène et isotrope confirmant l'hypothèse du principe cosmologique. Les fluctuations résiduelles appelées anisotropies du CMB sont de l'ordre de $\delta T/T = 10^{-5}$.

L'étude des anisotropies de température permet de déterminer un grand nombre de caractéristiques cosmologiques moyennant certaines hypothèses (comme le fait d'utiliser un modèle

Λ CDM, où l'Univers est composé d'énergie noire sous la forme d'une constante cosmologique et de matière noire). On commence par faire un développement en harmoniques sphériques $Y_{\ell m}$ des anisotropies de température pour une direction \mathbf{n}

$$\frac{\Delta T}{T}(\mathbf{n}) = \sum_{\ell=2}^{\infty} \sum_{m=-\ell}^{\ell} a_{\ell m} Y_{\ell m}(\mathbf{n}) \quad (1.77)$$

Le spectre de puissance est défini par la moyenne d'ensemble des fluctuations de température

$$C_{\ell} = \frac{1}{2\ell + 1} \sum_m \langle a_{\ell m} a_{\ell m}^* \rangle \quad (1.78)$$

C_{ℓ} est le moment multipolaire d'ordre ℓ . L'ensemble des C_{ℓ} constitue le spectre de puissance du CMB. Il contient toute l'information statistique si les fluctuations sont gaussiennes. Le produit $\ell(\ell + 1)C_{\ell}$ est une mesure des fluctuations moyennes $\Delta T/T$ à l'échelle angulaire $\theta \sim \pi/\ell$. Les différentes caractéristiques du spectre de puissance C_{ℓ} dépendent étroitement des différents paramètres cosmologiques.

Les faibles fluctuations de température naissent de fluctuations quantiques de densité pendant l'inflation. Suite à la période inflationnaire, le plasma primordial peut être considéré comme un fluide parfait dans lequel les photons sont couplés à la matière. La gravité attire et comprime ce fluide dans les puits de potentiel créés par les fluctuations de densité. La pression de radiation des photons s'oppose à cette compression et génère des oscillations acoustiques dans le fluide. Ces ondes « sonores » gèlent dans le CMB lors de la recombinaison. Les zones comprimées et raréfiées apparaissent respectivement comme des zones froides et chaudes dans le CMB donnant lieu à des pics acoustiques dans le spectre de puissance du fond diffus cosmologique.

Ces oscillations se déplacent à la vitesse du son $c_s \simeq \sqrt{1/3}c$. Les perturbations ne sont donc pas présentes pour des longueurs d'onde plus grandes que $d_s = \int_0^{t_{\text{rec}}} c_s dt/a(t)$ distance maximale parcourue par une onde sonore depuis le Big Bang. Le premier pic acoustique est alors placé à l'échelle angulaire $\theta = d_s/d_A$ où $d_A \propto \tau_0 \sqrt{\Omega_{\text{tot}}}$ est la distance angulaire. Comme cette distance dépend fortement de la courbure, la position du premier pic et l'écartement entre les pics dans le spectre d'anisotropies du CMB permet de déterminer la valeur de la courbure. Dans le cas d'un Univers plat, le premier pic acoustique se situe à $\ell \simeq 200.1 \pm 0.8$.

D'autres effets agissent sur l'énergie des photons, avant et pendant le découplage :

- effet Sachs-Wolfe : il correspond à un redshift gravitationnel sur la surface de dernière diffusion. Le potentiel gravitationnel crée des puits dont les photons doivent s'extraire, produisant une perte d'énergie. Les fluctuations de température sont de la forme $\Delta T/T = 1/3\Psi$ où Ψ est le potentiel gravitationnel. Cet effet est dominant à grande échelle angulaire et forme un plateau dans le spectre des anisotropies du CMB
- amortissement Silk : les photons voient leur libre parcours moyen augmenter considérablement pendant la recombinaison, ces photons diffusent et se redistribuent entre les zones chaudes et les zones froides, uniformisant la température et induisant un certain amortissement qui apparaît dans le spectre de puissance vers $\ell \sim 140\sqrt{\Omega_{b0}h^2}/0.019h$ donc avant le premier pic acoustique. Au delà de $\ell \simeq 2000$ les multipôles sont presque totalement amortis.

effet	mécanisme physique	échelle angulaire
Sachs-Wolfe	redshift gravitationnel	$1^\circ < \theta < 90^\circ$
Acoustique	oscillations acoustiques	$0.1^\circ < \theta < 1^\circ$
Amortissement Silk	dissipation des fluctuations	$\theta \lesssim 0.1^\circ$

TAB. 1.2 – Phénomènes agissant à différentes échelles angulaires sur le spectre de puissance du fond diffus cosmologique

Il existe aussi des effets entre l'instant de dernière diffusion et le moment de l'observation :

- effet Sachs-Wolfe intégré : il est dû à l'évolution temporelle du potentiel gravitationnel le long de la trajectoire du photon
- vers $z \sim 10$, l'Univers subit une réionisation de l'hydrogène par les étoiles chaudes, les photons du CMB sont à nouveau diffusés
- effet Sunyaev-Zel'dovich : effet Compton des γ_{CMB} sur les électrons dans les gaz chauds et ionisés des amas de galaxies.

Les missions COBE et WMAP ont permis d'obtenir le spectre de puissance Fig. 1.9 des anisotropies du CMB. Des études de maximum de vraisemblance (dans le cadre du modèle Λ CDM) permettent de déterminer la valeur des différents paramètres cosmologiques entrant en jeu dans la forme du spectre de puissance, voir Tab. 1.3.

L'étude du CMB permet de calculer un paramètre important pour la nucléosynthèse primordiale, le rapport densité de baryons sur densité de photons [20]

$$\eta = \frac{n_B}{n_\gamma} = (6.225 \pm 0.170) \times 10^{-10} \quad (1.79)$$

Transition matière-énergie noire : $T \sim 10^{-3}$ eV

L'Univers semble depuis peu dominé par l'énergie noire. L'expansion de l'Univers devient une expansion accélérée. Cette transition s'effectue quand la densité d'énergie noire devient plus importante que la densité de matière. Dans le cas d'une énergie noire sous forme de constante cosmologique, la densité d'énergie de celle-ci est constante $\rho_\Lambda = \text{cste}$ et celle de la matière évolue en $\rho_m \propto a^{-3} \propto (1+z)^3$. La transition s'effectue à un redshift $z_\Lambda \simeq 0.33$

Situation actuelle : $T = 2.725$ K $\sim 2 \times 10^{-4}$ eV

La température de l'Univers est actuellement $T = 2.725$ K $\simeq 2.3 \times 10^{-4}$ eV. L'Univers est décrit de façon très satisfaisante par un modèle Λ CDM dominé par l'énergie noire sous forme de constante cosmologique de densité d'énergie $\Omega_\Lambda^0 \simeq 0.72$, une composante de matière $\Omega_m^0 \simeq 0.28$ dont une quantité de matière baryonique $\Omega_{\text{baryons}}^0 \simeq 0.046$, le reste de la matière

grandeur	influences sur le spectre de puissance	valeur moyenne $\pm 1\sigma$
densité baryonique	<ul style="list-style-type: none"> - fixe la fréquence des oscillations du plasma par l'intermédiaire de la vitesse du son, quand Ω_{b0} augmente, c_s diminue et la fréquence d'oscillation est plus faible. Ω_{b0} influe sur la position des pics et sur leur espacement - fixe l'amplitude relative des pics, le deuxième pic sera d'autant plus bas que Ω_{b0} est élevé - influe sur l'amortissement Silk en changeant le libre parcours moyen des photons, plus Ω_{b0} est élevé plus l'amortissement est important 	$\Omega_b h^2 = 0.02265 \pm 0.00059$
densité de matière totale	peut être considérée comme contenant principalement la matière noire, celle-ci n'agit que gravitationnellement sur les photons, contribue principalement au terme de Sachs-Wolfe intégré en fixant l'instant d'égalité matière-radiation	$\Omega_m h^2 = 0.1369 \pm 0.003$
constante cosmologique	<ul style="list-style-type: none"> - agit sur la position des pics acoustiques en modifiant la relation distance angulaire-décalage spectral - la constante cosmologique domine aujourd'hui, les potentiels de Bardeen (potentiel gravitationnel) décroissent avec le temps ce qui induit un effet Sachs-Wolfe intégré tardif qui augmente la puissance à grande échelle angulaire 	$\Omega_\Lambda h^2 = 0.354 \pm 0.008$
courbure	<ul style="list-style-type: none"> - effets similaires à la constante cosmologique - déviation géodésique, ce qui implique que les pics acoustiques vont être décalés vers de plus hauts monopôles pour des espaces ouverts et plus petits dans des espaces fermés 	$-0.0175 < \Omega_k < 0.0085$

TAB. 1.3 – Influence des paramètres cosmologiques sur le spectre de puissance du fond diffus cosmologique et la valeur de ces paramètres à partir du meilleur ajustement sur les mesures du spectre de puissance (ref. [4])

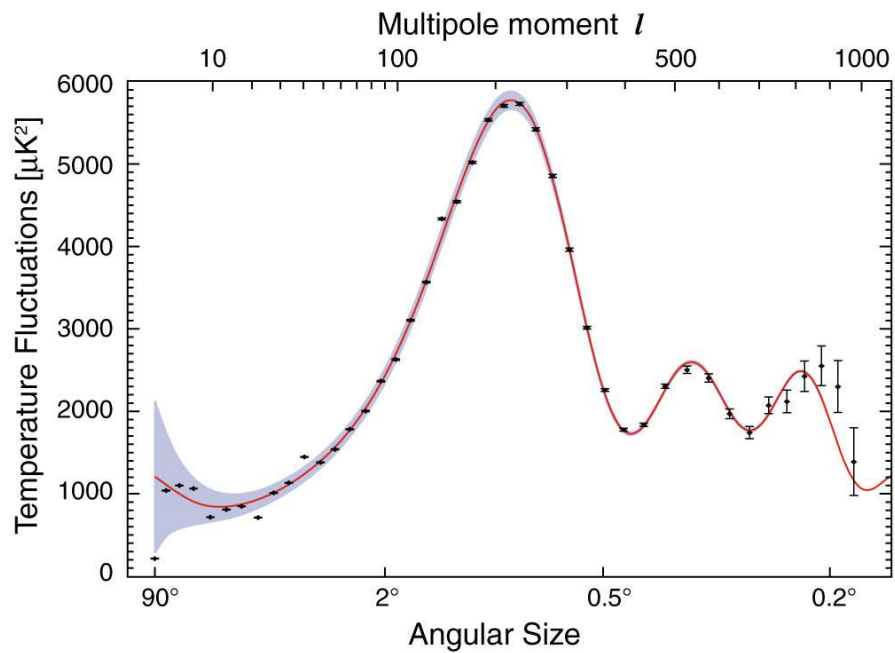


FIG. 1.9 – Spectre de puissance du fond diffus cosmologique. Crédit : NASA / WMAP Science Team.

est sous forme de matière noire froide décrite plus en détails au chapitre 3. La densité totale d'énergie permet de contraindre la géométrie de l'Univers, elle vaut $\Omega_{\text{tot}} = 1.02 \pm 0.02$, ce qui est compatible avec un univers plat.

Chapitre 2

Nucléosynthèse primordiale

La nucléosynthèse primordiale (BBN pour « Big Bang nucleosynthesis ») décrit la formation des éléments légers tels que le deutérium, l'hélium-3, l'hélium-4, le lithium-6 et le lithium-7 dans les premiers instants de l'Univers (entre 1 et 10^4 secondes après le Big Bang). Les éléments plus lourds sont produits dans les réactions nucléaires au sein des étoiles.

La nucléosynthèse est une importante source d'informations car elle permet d'étudier les tout premiers instants de l'Univers. Les prédictions des modèles de nucléosynthèse primordiale sur la production des différents éléments dépendent fortement des conditions (température, contenu en particules) qui règnent dans l'Univers à cette époque. Le modèle le plus simple, appelé *modèle standard de nucléosynthèse primordiale* (SBBN pour Standard Big Bang Nucleosynthesis), ne dépend que d'un unique paramètre, la densité de baryons dans l'Univers (la densité d'antibaryons est négligeable suite à la baryogenèse). L'estimation de ce paramètre, par des observations indépendantes de la BBN (ex : fond diffus cosmologique, voir chapitre 1), permet de calculer les prédictions sur les abondances du modèle et de les confronter aux mesures astrophysiques. Malgré la difficulté d'obtenir des mesures fiables des abondances primordiales à partir des observations, les résultats de la SBBN sont en bon accord avec les observations pour des éléments contenant peu de nucléons ($A \leq 4$). Pour les isotopes du lithium, les résultats ne sont pas compatibles ; on parle des « problèmes du lithium ». Néanmoins la SBBN semble être une bonne base pour décrire de façon complète la nucléosynthèse primordiale. De nombreuses variantes ont été étudiées, comme des modèles présentant des inhomogénéités de distributions de baryons (e.g. [21, 22]), contenant des particules instables (voir par exemple un des premiers articles [23]), des neutrinos stériles (e.g. [24]), des champs magnétiques (e.g. [25]), des domaines d'antimatière (e.g. [26]) ou des théories alternatives de gravité (e.g. [27]). . . Nous nous intéresserons dans cette thèse à un modèle de nucléosynthèse primordiale contenant des particules reliques instables dont la désintégration pendant et après la BBN permet de résoudre les problèmes du lithium. De tels scénarios apparaissent de façon naturelle dans les extensions supersymétriques du modèle standard qui seront décrites au chapitre 5. De plus, lorsque les particules reliques portent une charge électrique négative, elles peuvent former des états liés avec les éléments légers du plasma. Des phénomènes de catalyse permettent de produire en grande quantité du lithium-6 et du béryllium-9, on parle de « Catalyzed Big Bang Nucleosynthesis » (CBBN).

Je présenterai dans ce chapitre la SBBN, le statut observationnel pour les éléments légers prin-

cipaux mettant en évidence les limites de la SBBN pour le lithium nécessitant des extensions de ce modèle. Je discuterai les effets de particules reliques instables se désintégrant pendant la BBN et la CBBN. Tous ces phénomènes sont inclus dans le code numérique et privé de Karsten Jedamzik [28, 29] calculant les abondances primordiales des éléments légers et qui a été intensivement utilisé dans cette étude.

2.1 Modèle standard de Nucléosynthèse primordiale

Le modèle standard de la nucléosynthèse primordiale (SBBN) est le plus simple car il ne dépend que d'un seul paramètre, la densité de baryons. Il est basé sur un certain nombre d'hypothèses simplificatrices, le plasma de baryons est considéré homogène et libre de défauts et de particules reliques instables ; il suppose également que les potentiels chimiques leptoniques sont négligeables et qu'il n'existe que trois saveurs de neutrinos. La durée de vie du neutron qui est expérimentalement mesurée ($\tau_n = 885.7 \pm 0.8$ secondes [30]) est prise comme une constante dans ce modèle.

La densité de baryons peut être obtenue en étudiant le fond diffus cosmologique car l'amplitude et la distribution angulaire des fluctuations de température du CMB dépendent directement de la densité de baryons. Ces fluctuations ont été étudiées par la mission spatiale WMAP [31, 20] (voir chapitre 1) dont les résultats combinés avec les observations des amas de galaxies par la collaboration Sloan Digital Sky Survey [32] donnent le rapport baryon sur photon :

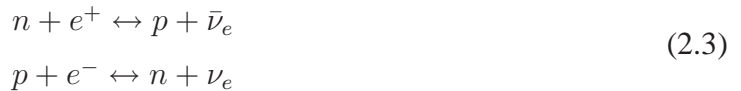
$$\eta = \frac{n_B}{n_\gamma} = (6.225 \pm 0.170) \times 10^{-10} \quad (2.1)$$

Ce paramètre est souvent écrit sous la forme

$$\eta_{10} = 10^{10} \eta = 6.225 \pm 0.170 \quad (2.2)$$

En connaissant la durée de vie du neutron et les taux de réactions nucléaires mis en jeu (source principale d'incertitudes théoriques), cette valeur permet de calculer les abondances dans le cadre de la SBBN.

L'histoire de la nucléosynthèse primordiale se déroule en plusieurs étapes. Pour des temps inférieurs à la seconde, l'équilibre thermodynamique est établi entre toutes les particules présentes dans le plasma : neutrinos, électrons, positrons, protons, neutrons et photons. Les interactions faibles



maintiennent le rapport de densités de neutrons sur protons à sa valeur d'équilibre $n/p = e^{-Q/T}$ où $Q = 1.293$ MeV est la différence de masses entre les nucléons et T la température de l'Univers.

Avec l'expansion de l'Univers, la température diminue. Le taux de réaction d'échange neutrons-protons $\Gamma_{n \leftrightarrow p} \sim G_F^2 T^5$ chute plus rapidement que le paramètre de Hubble $H \sim \sqrt{g_* G_N} T^2$, où G_F , G_N et g_* désignent respectivement la constante de Fermi, la constante gravitationnelle et

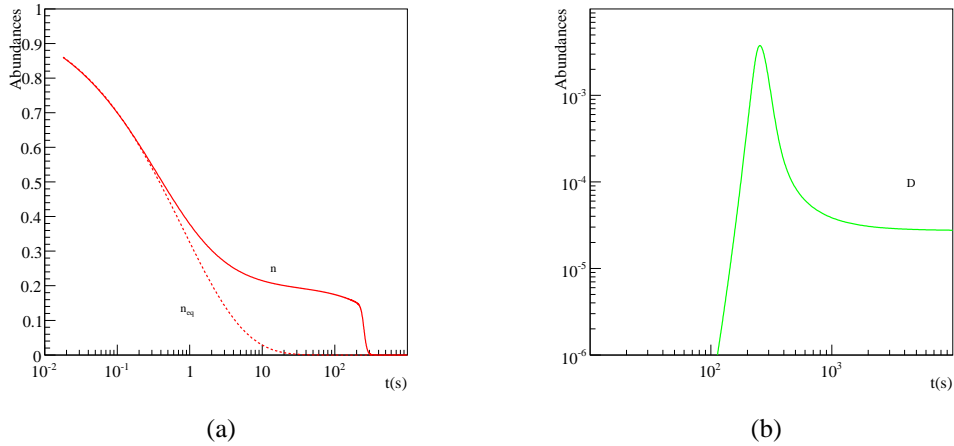


FIG. 2.1 – À gauche, l'évolution de la densité de neutrons libres en fonction du temps (traits pleins), et évolution du même rapport dans le cas de l'équilibre thermique (tirets), à droite la densité de deutérium

le nombre de degrés de liberté des particules relativistes dans le milieu. L'interaction faible ne suffit plus pour maintenir l'équilibre, on a un *freeze-out* à la température $T_f \sim (g_* G_N / G_F^4)^{1/6} \simeq 0.8$ MeV, ce qui correspond à un Univers âgé d'environ une seconde. La fraction de neutrons se fige à la valeur de $(n/p)_f = e^{-Q/T_f} \simeq 1/6$. Néanmoins, la désintégration β du neutron continue et le rapport atteint une valeur $n/p \simeq 1/7$ quand la production de deutérium devient importante. La figure 2.1(a) donne l'évolution du rapport neutron-sur-proton en fonction du temps. En pointillé, l'abondance à l'équilibre thermique. On observe l'écart à l'équilibre vers une seconde et le freeze-out donnant un « plateau ». Enfin, la disparition complète des neutrons est liée à la formation des noyaux d'hélium vers 200 s.

Le premier élément à se former est le deutérium. Sa synthèse est initialement impossible à cause de la photodissociation par des photons d'énergie supérieure à l'énergie de liaison du deutérium $E_b = 2.23$ MeV. Mais la synthèse du deutérium ne commence pas à la température $T = E_b$ à cause de la forte densité de photons par rapport aux baryons. A $T \lesssim E_b$, la distribution d'énergie des photons implique qu'une quantité importante des photons est toujours très énergétique. Les autres éléments ne sont pas produits non plus. Seules les réactions à deux corps ont une probabilité non négligeable (à cause des faibles densités de nucléons) et donc la formation des éléments plus lourds que le deutérium nécessitent la présence de deutérium. La nucléosynthèse est donc bloquée, on parle du *goulot du deutérium*. La probabilité de photodissociation du deutérium reste importante jusqu'à une température de $T \simeq 80$ keV (~ 200 s).

Une fois la production de deutérium possible, elle s'effectue très rapidement par la réaction $p(n, \gamma)D$, voir la figure 2.1(b). Les autres éléments légers, hélium-3 et hélium-4 sont synthétisés à leur tour dans les réactions $D(p, \gamma)^3\text{He}$ et $^3\text{He}(D, p)^4\text{He}$. Un nouveau goulot d'étranglement se présente à l'hélium-4 car il n'y a pas d'élément stable à 5 nucléons. Presque tous les neutrons sont alors capturés par ^4He qui est l'élément synthétisé le plus abondant car ayant la plus grande énergie de liaison $E_b = 28$ MeV et il est donc l'élément le plus stable. Néanmoins un

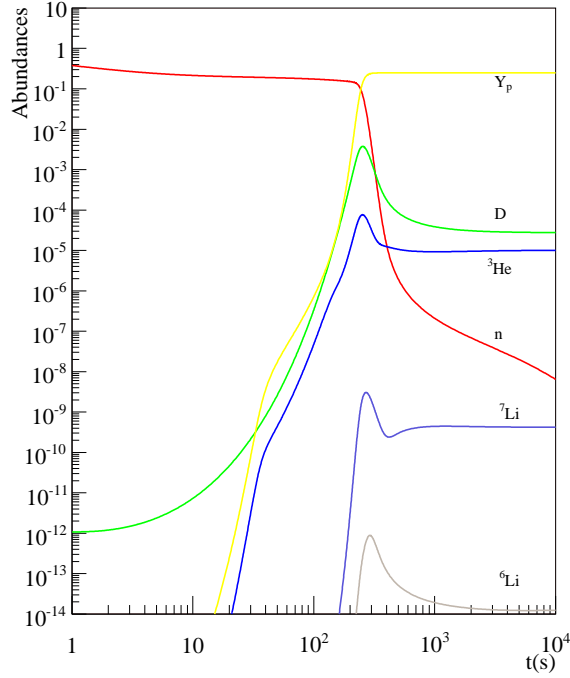


FIG. 2.2 – Évolution de tous les éléments légers en fonction du temps dans le modèle SBBN

petit pourcentage d'hélium-4 interagit pour former du lithium-7 et du béryllium-7. Une quantité infime de lithium-6 est aussi formé. Au bout de 20 minutes ($T \lesssim 30 \text{ keV}$ ¹), la nucléosynthèse s'arrête. Les réactions nucléaires sont hautement supprimées car l'agitation thermique est insuffisante pour vaincre la répulsion coulombienne, à cela s'ajoute l'absence de neutrons libres (tous inclus dans l'hélium-4) et l'absence d'éléments stables avec 8 nucléons.

La figure 2.2 donne l'évolution de tous les éléments légers produits pendant la nucléosynthèse primordiale en fonction du temps.

Dans le cadre de la SBBN, le calcul des abondances est relativement aisé puisqu'il ne dépend que d'un seul paramètre, le rapport η_{10} . La figure 2.3 donne l'abondance des différents éléments en fonction de η_{10} . L'abondance primordiale de l'hélium-4 est limitée par l'abondance de neutrons et est donc indépendante de η_{10} . Une simple estimation de la fraction primordiale est donnée par

$$Y_p = \frac{4y}{1 + 4y} \simeq \frac{2(n/p)}{1 + n/p} \simeq 0.25 \quad (2.4)$$

où $y = n_{He}/n_H$. La dépendance résiduelle de Y_p en fonction de η_{10} vient du fait que pour une plus grande valeur de η_{10} , le goulot du deutérium se termine plus tôt, quand le rapport n/p a une valeur plus élevée ce qui entraîne une augmentation logarithmique de Y_p avec η_{10} .

Le deutérium et l'hélium-3 ont une dépendance en η_{10} plus marquée. Pour $1 < \eta_{10} < 10$ il est possible de donner une expression analytique des abondances. Les incertitudes proviennent des

¹La température est reliée au temps par la relation $t \simeq 10^6 \text{ s} (\text{keV}/T)^2$.

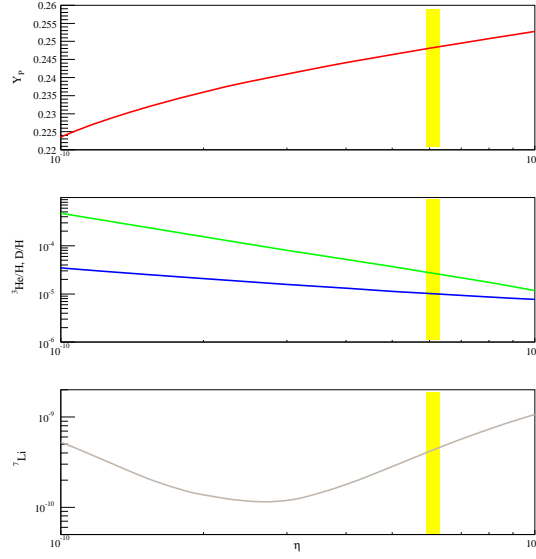


FIG. 2.3 – Évolution du deutérium, de l'hélium-3, de l'hélium-4 et du lithium-7 en fonction du paramètre η . La bande verticale jaune (grise) donne la valeur du paramètre η donnée par l'étude du CMB (voir éq. (2.2))

taux de réactions nucléaires et des interactions faibles qui sont mal connus

$$\left(\frac{\text{D}}{\text{H}}\right) = 5.5 \pm 0.8 \times 10^4 \eta_{10}^{-1.6} \quad (2.5)$$

$$\left(\frac{{}^3\text{He}}{\text{H}}\right) = 1.8 \pm 0.3 \times 10^4 \eta_{10}^{-0.63} \quad (2.6)$$

La dépendance de l'abondance du lithium-7 en fonction de η_{10} est un peu particulière. Pour $\eta_{10} < 3$, le lithium-7 est produit par des réactions ${}^4\text{He} + {}^3\text{H} \rightarrow {}^7\text{Li} + \gamma$ tandis qu'à $\eta_{10} > 3$, la production de béryllium-7 par ${}^4\text{He} + {}^3\text{He} \rightarrow {}^7\text{Be} + \gamma$ est suivie d'une désintégration β donnant le lithium-7. On a

$$\left(\frac{{}^7\text{Li}}{\text{H}}\right) = (1.2 \pm 0.7) \times 10^{-11} (57.8 \eta_{10}^{-2.38} + 0.37 \eta_{10}^{2.38}) \quad (2.7)$$

Des résultats plus précis peuvent être obtenus numériquement. Il existe de nombreux codes de calcul des abondances des éléments légers produits durant la BBN. Nous utilisons en particulier le code (non-public) de Karsten Jedamzik pour ce travail. Ce code est basé sur le programme de Kawano [33] mais contient toutes les dernières évolutions, la prise en compte des dernières mesures expérimentales de taux de réactions, la possibilité d'avoir des particules reliques se désintégrant pendant la BBN et la formation d'états liés.

2.2 Contraintes observationnelles

La mesure des abondances primordiales des éléments légers est complexe pour plusieurs raisons. L'évolution post-BBN est différente pour chaque nucléide. Certains sont détruits dans les étoiles, d'autres sont produits par des réactions au sein des étoiles ou dans des collisions de rayons cosmiques. Il semble relativement difficile de mettre des contraintes sur les abondances primordiales pour ces éléments. Il est malgré tout possible d'étudier des zones où l'évolution post-BBN est limitée permettant d'estimer les abondances primordiales.

Les contraintes observationnelles présentées ici sont extraites principalement de la revue de G. Steigman [34].

2.2.1 Deutérium

Le deutérium a une évolution post-BBN relativement simple. Ayant une faible énergie de liaison, le deutérium est donc un élément fragile qui est détruit dans les étoiles dont la température dépasse $6 \times 10^5 \text{K}$. Il est aussi produit dans les étoiles mais sa destruction sous forme d'hélium-3 domine et est plus rapide qu'une possible éjection du deutérium dans le milieu interstellaire. L'abondance du deutérium ne peut que décroître avec le temps. Les observations actuelles fournissent une borne inférieure à l'abondance de deutérium.

Le deutérium peut être observé dans le système solaire et dans le milieu interstellaire. En effectuant des observations dans des zones de redshift élevé et dans des objets de faible métallicité, l'abondance de deutérium devrait croître et atteindre un plateau qui correspondrait à l'abondance prédite par la SBBN. De telles observations sont possibles en étudiant le spectre d'absorption dans des nuages de gaz neutres de la lumière émise par des quasars éloignés. Le rapport D/H est déduit de la comparaison des raies d'absorption du deutérium et des raies plus larges de l'hydrogène. D_1 et H_1 ont des spectres d'absorption identiques ce qui rend difficile la détermination du rapport D/H . Seuls 6 quasars (QSOALS pour quasi stellar objects absorption-line system) ont été sélectionnés dans l'étude de O'Meara et al. [35] permettant d'obtenir des résultats relativement fiables et robustes. Néanmoins il y a une dispersion relativement importante dans les résultats qui ne peut être complètement expliquée par des erreurs observationnelles. Cette dispersion masque un possible plateau primordial de deutérium et suggère la présence d'erreurs systématiques qui sont difficilement estimées. Steigman [34] utilise le même échantillon de QSOALS mais utilise une méthode de calcul de la moyenne des résultats quelque peu différente. Il obtient une abondance de deutérium primordial

$$\left(\frac{D}{H}\right) = (2.68_{-0.25}^{+0.27}) \times 10^{-5} \quad (2.8)$$

Ce résultat est compatible avec la valeur $D/H = (2.60 \pm 0.16) \times 10^{-5}$ calculée par la SBBN. Dans notre étude, nous considérons les bornes conservatives suivantes prenant en compte de possibles erreurs systématiques :

$$2.2 \times 10^{-5} \lesssim \left(\frac{D}{H}\right) \lesssim 5.3 \times 10^{-5} \quad (2.9)$$

La limite supérieure correspond à une borne à 2σ sur la mesure observationnelle fiable la plus élevée qui est $D/H = (4.0 \pm 0.65) \times 10^{-5}$. Ce choix est très conservatif car il n'est pas exclu que des mécanismes procèdent à la destruction efficace du deutérium.

2.2.2 Hélium-3

L'hélium-3 a une évolution post-BBN plus complexe que le deutérium. Il existe des processus de destruction de l'hélium-3 dans les couches internes des étoiles, et des processus de formation par fusion de l'hydrogène et du deutérium. L'hélium-3 est ensuite amené par des mécanismes de turbulence et de convection dans les couches externes et plus froides des étoiles où il n'est pas détruit. Il peut ensuite être éjecté dans le milieu interstellaire. L'abondance d'hélium-3 est mesurée à partir de raies d'émission dans les fréquences radios des régions H_{II} (gaz ionisé) et dans les nébuleuses préstellaires. Du fait des différents processus contribuant à l'évolution de l'abondance de ^3He , les régions dont l'abondance se rapproche le plus de la valeur issue de la nucléosynthèse primordiale sont les régions les plus anciennes, celles de plus faible métallicité. Cela correspond aux régions périphériques de la galaxie car l'activité stellaire y est moins intense par contraste avec les régions centrales de la galaxie. Cela est confirmé par l'observation d'un gradient de métallicité en fonction de la distance au centre de la Galaxie qui devrait s'accompagner d'un gradient positif ou négatif d'abondance de ^3He selon que les processus de formation ou de destruction dominant. Les données (voir [36]) ne mettent pas en évidence un gradient et suggèrent un équilibre entre les processus de création et de désintégration de l'hélium-3. Dans ce cas, la valeur moyenne de l'hélium-3 est une estimation de son abondance primordiale mais la grande dispersion dans les mesures montrent que l'évolution de l'hélium-3 n'est pas encore bien comprise et donc comprend une grande erreur systématique sur cette valeur moyenne.

Les mesures sur ^3He peuvent servir de contrôle de cohérence dans les calculs sans être une contrainte forte. Bania et al. [36] ont adopté la limite supérieure sur l'abondance primordiale mesurée dans des régions H_{II} de faible métallicité :

$$\left(\frac{^3\text{He}}{\text{H}}\right) \lesssim (1.1 \pm 0.2) \times 10^{-5} \quad (2.10)$$

La valeur standard de la nucléosynthèse primordiale est $^3\text{He}/\text{H} = (1.05 \pm 0.04) \times 10^{-5}$. Les deux résultats sont consistants mais il est à souligner que les incertitudes sur l'évolution de l'hélium-3 ne permettent pas de conclure sur le résultat de la SBBN.

L'abondance d'hélium-3 est souvent normalisée par l'abondance de deutérium [37, 38, 28]. Ce choix est motivé par le fait que le deutérium est plus fragile que l'hélium-3. Le rapport $^3\text{He}/\text{D}$ ne peut que croître au cours du temps. Nous prendrons la limite supérieure conservative de Jedamzik [28]

$$\left(\frac{^3\text{He}}{\text{D}}\right) \lesssim 1.72 \quad (2.11)$$

2.2.3 Hélium-4

L'évolution post-BBN de l'hélium-4 est simple. La nucléosynthèse stellaire utilise l'hydrogène pour synthétiser de l'hélium-4 entrant à son tour dans le cycle de production des éléments plus lourds tels C, N et O. L'abondance d'hélium-4 croît dans des proportions non-négligeables par rapport à son abondance primordiale.

L'hélium-4 est détecté à partir des raies de la recombinaison de l'hélium ionisé principalement dans les régions H_{II} extragalactiques de faible métallicité ainsi que dans les nébuleuses planétaires, les étoiles jeunes. Pour s'affranchir de la production stellaire, on corrèle l'abondance d'hélium-4 à celle d'autres éléments comme l'oxygène. Les régions de faible métallicité doivent avoir des abondances d'hélium-4 quasi primordiales, une extrapolation de métallicité nulle donne une estimation de l'abondance primordiale. L'incertitude sur l'abondance de ⁴He est dominée principalement par les erreurs systématiques. L'étude d'Izotov et Thuan [39, 40] repose sur une sélection de 82 régions H_{II} donnant une très faible erreur statistique ; une analyse fine des données donne l'abondance primordiale $Y_p = 0.2472 \pm 0.0012$. L'analyse par une autre équipe des mêmes données donne la valeur $Y_p = 0.249 \pm 0.009$ [41]. L'origine des possibles erreurs statistique est discutée dans [34]. Comme il n'est pas clair comment traiter les erreurs systématiques, nous utiliserons les contraintes conservatives

$$0.232 < Y_p < 0.258 \quad (2.12)$$

qui incluent la plupart des résultats présentés dans [41] et est en accord avec le résultat $Y_p^{\text{SBBN}} = 0.2487 \pm 0.0006$ de la SBBN [34].

2.2.4 Lithium-7

Le lithium-7 est détecté dans le spectre d'absorption de l'atmosphère des étoiles de faible métallicité (Population II) du halo galactique et dans les étoiles des amas globulaires.

À faible métallicité un plateau, *plateau de Spite*, a été observé pour le rapport ⁷Li/H. La valeur moyenne de ce plateau est considérée comme proche de l'abondance primordiale. De nombreuses études ont été effectuées sur la mesure du lithium-7 dans les étoiles de faible métallicité parmi lesquelles [42, 43, 44, 45, 46, 47, 48]. Les estimations de l'abondance de lithium-7 primordial sont toutes compatibles avec l'intervalle $1.2 \times 10^{-10} \lesssim {}^7\text{Li}/\text{H} \lesssim 1.9 \times 10^{-10}$. Ces valeurs sont incompatibles d'un facteur 2-3 avec la valeur prédite par la SBBN ${}^7\text{Li}/\text{H} \simeq (4.26_{-0.86}^{+0.91}) \times 10^{-10}$ [49].

Cette situation est encore plus critique suite aux récents calculs de Cyburt et al. [50] prenant en compte d'une part une réévaluation du taux de réaction de ³He(α , γ)⁷Be [51, 52, 53, 54] dont les incertitudes ont été fortement réduites et d'autre part la nouvelle valeur du rapport baryon-sur-photon mesurée par WMAP. Cyburt et al. obtiennent une abondance de lithium pour la SBBN ${}^7\text{Li}/\text{H} \simeq (5.24_{-0.62}^{+0.71}) \times 10^{-10}$.

De nombreuses sources d'erreurs systématiques ont été étudiées mais ne semblent pas pouvoir expliquer complètement cette incompatibilité comme les incertitudes sur les taux de réactions nucléaires qui seraient à l'origine d'une surestimation des prédictions de la SBBN (comme

${}^3\text{He}(\alpha, \gamma){}^7\text{Be}$ ou ${}^7\text{Be}(D, p){}^2{}^4\text{He}$, voir [55]). Ces taux ont été contraints dans une étude effectuée sur le flux de neutrinos solaires [56] qui conclut que ces incertitudes ne peuvent résoudre le problème. Une autre source d'erreurs viendrait de la calibration de la température des étoiles étudiées, une relation directe existant entre l'abondance de lithium-7 et la température de ces étoiles. Une sous-estimation de la température ($T \sim 1500$ K) pourrait expliquer en partie le problème, car cela amène à une estimation de l'abondance de lithium-7 plus grande (ce qui explique en particulier les valeurs importantes de [43, 57] donnant ${}^7\text{Li}/\text{H} = (2.19 \pm 0.28) \times 10^{-10}$ pour l'amas globulaire NGC 6397). La calibration a été prise en compte avec précision dans les études les plus récentes.

La dépletion du lithium-7 reste une possibilité non-exotique et viable expliquant la différence entre la SBBN et les observations. Le lithium-7 est un élément fragile, facilement détruit dans les parties internes des étoiles. En effet, le lithium-7 atmosphérique pourrait être détruit lorsqu'il est transporté vers l'intérieur plus chaud de l'étoile. Ce phénomène est bien observé dans les étoiles ayant une large zone de convection (les étoiles les plus froides) mais peu dans les étoiles de la séquence principale, plus chaude et avec une zone de convection plus étroite, qui laisse le lithium-7 dans les régions externes et donc en modifie peu l'abondance. Les arguments s'opposant à la dépletion du lithium reposent sur le fait que la distribution de lithium-7 en fonction de la température des étoiles ou leur métallicité est très uniforme et serait difficilement reproduite si la dépletion était active. De plus, la dépletion serait plus ou moins efficace selon les mouvements de rotation des étoiles induisant une dispersion sur l'abondance de lithium d'une étoile à une autre. Enfin, la présence d'abondance non négligeable de lithium-6, élément encore plus fragile que le lithium-7 suppose que les processus de destruction stellaire sont limités.

Le scénario le plus simple est d'accepter que le plateau de Spite indique l'abondance primordiale de lithium-7. Néanmoins la situation n'est pas aussi simple. Des modélisations stellaires plus riches (ex : diffusion atomique, turbulences) peuvent induire des phénomènes de dilution et destruction du lithium-7. Korn et al. [58] ont proposé un modèle stellaire de diffusion à partir de turbulences de magnitude paramétrisée mais d'origine inconnue et de diffusion atomique. Ils obtiennent une réduction de l'abondance de lithium-7 d'un facteur 1.95 dans l'atmosphère des étoiles de population II. Combiné aux autres erreurs statistiques, ce modèle permet d'être en accord avec les résultats de la SBBN, ce qui en fait une piste intéressante mais pas encore statistiquement probante.

Aux processus de destruction stellaire, il faut tenir compte de la possibilité de former du lithium-7 par collisions de rayons cosmiques (p, α , noyaux CNO) enrichissant d'autant plus la discussion sur l'évolution post-BBN du lithium-7.

Il est clair que le problème du lithium-7 ne peut plus venir d'erreurs systématiques. L'origine de cette anomalie pourrait venir en partie de processus astrophysiques ou de mécanismes physiques, tel la désintégration de particules reliques instables pendant la BBN, discutée dans la section suivante.

Comme les processus de destruction dominent l'évolution post-BBN du lithium-7, nous prenons uniquement une borne inférieure sur l'abondance de ${}^7\text{Li}$

$$\left(\frac{{}^7\text{Li}}{\text{H}}\right) \gtrsim 8.5 \times 10^{-11} \quad (2.13)$$

2.2.5 Lithium-6

Le lithium-6 est mesuré dans les étoiles de faible métallicité comme le lithium-7. Asplund et al. ont étudié une dizaine d'étoiles et obtiennent un rapport d'abondance ${}^6\text{Li}/{}^7\text{Li} \sim 0.05$ [47]. Ils avancent la possibilité d'un "plateau du lithium-6" pour des étoiles de faible métallicité, de la même façon que pour le lithium-7 (il est à noter que l'observation du plateau est contestée par [59], l'interprétation dépend beaucoup du modèle de simulations adoptées). Les mesures donnent une abondance de ${}^6\text{Li}/\text{H} \sim (3 - 5) \times 10^{-12}$. Cette valeur semble donc être une bonne estimation de la valeur primordiale mais est plusieurs ordres de grandeur supérieure à la prédiction ${}^6\text{Li}/\text{H} \sim 10^{-15} - 10^{-14}$ de la SBBN. L'origine de cette incompatibilité est inconnue. Le lithium-6 observé dans le soleil ou les étoiles à grande métallicité est produit par interaction avec des rayons cosmiques, par spallation ($p + \text{CNO} \rightarrow \text{LiBeB}$) ou fusion ($\alpha + \alpha \rightarrow {}^6\text{Li} + \dots$). Ce type de production de lithium-6 échoue par un facteur 50 à expliquer l'abondance observée dans les étoiles de faible métallicité car le processus principal $\text{D}(\alpha, \gamma){}^6\text{Li}$ est une transition quadrupole et donc fortement supprimé [60]. Pour produire une abondance de ${}^6\text{Li}/\text{H} \sim 5 \times 10^{-12}$, il faudrait des rayons cosmiques dont l'énergie par nucléon présent dans l'Univers soit de l'ordre de ~ 100 eV. Des sources pour de tels rayons sont proposées dans [61].

Le problème du lithium-6 est d'autant plus important si on considère les processus de destruction. Si le lithium-7 est détruit dans les étoiles d'un facteur 2-3 pour être compatible avec la SBBN, le lithium-6 doit être détruit d'un facteur au moins équivalent ; il est alors possible d'avoir une abondance de lithium-6 aussi élevée que ${}^6\text{Li}/\text{H} \lesssim 4 \times 10^{-11}$ ou ${}^6\text{Li}/{}^7\text{Li} \lesssim 0.1$ qui donne l'abondance observée après destruction dans les étoiles. Mais comme le lithium-6 est plus fragile que le lithium-7 à cause d'une énergie de liaison plus faible, la destruction de lithium-6 peut être plus importante que celle du lithium-7. Nous suivons le choix de contraintes de [28] en suivant le raisonnement de [62] et nous utiliserons la borne supérieure suivante

$$\left(\frac{{}^6\text{Li}}{{}^7\text{Li}}\right) \lesssim 0.66 \quad (2.14)$$

Les résultats des deux isotopes de lithium présentent d'importantes différences avec le modèle standard de nucléosynthèse primordiale. Il est relativement difficile d'obtenir des abondances fiables à partir des observations mais le travail important sur les erreurs systématiques montre que les erreurs viennent peut-être de la SBBN et non des modèles d'évolution post-BBN des éléments. Cela est peut-être le signe qu'il est nécessaire d'étudier des modèles de nucléosynthèse au delà du modèle standard comme des modèles avec des particules reliques produites dans les premiers instants de l'Univers qui se désintègrent pendant ou après la nucléosynthèse primordiale.

2.2.6 Béryllium-9

Dans le cadre de la SBBN, le béryllium-9 est produit dans des quantités infimes à cause d'un gap dans la chaîne de production des éléments due à l'absence d'élément stable avec huit nucléons $A = 8$. On retrouve déjà une situation similaire pour le lithium-6 et lithium-7 qui sont difficilement produits à cause de l'absence d'élément stable à $A = 5$. Le béryllium-9 subit donc une double suppression. Les calculs dans le cadre de la SBBN donnent ${}^9\text{Be}/\text{H} \lesssim 10^{-17}$ [63].

La récente découverte de la possibilité de catalyser des réactions nucléaires par la formation d'états liés entre les noyaux légers et une particule massive chargée négativement pendant et juste après la nucléosynthèse primordiale a nécessité de réétudier la physique pendant la BBN dans le contexte de la CBBN (pour Catalyzed Big Bang Nucleosynthesis), qui sera présentée ultérieurement dans ce mémoire. Un certain nombre d'articles [64, 65, 66, 67] ont souligné la possibilité de catalyser la réaction de capture de neutron par le béryllium-8 (à courte durée de vie) pour former le béryllium-9 (stable), entraînant une production primordiale non-négligeable de ${}^9\text{Be}$.

Les observations (voir par exemple [68, 69, 70]) ne permettent pas de conclure à l'existence d'un plateau comme pour le lithium-7. Néanmoins, dans les étoiles de très faible métallicité, en supposant l'abondance primordiale, il est possible d'estimer ${}^9\text{Be}/\text{H} \sim 10^{-14} - 10^{-13}$. Nous prendrons une borne supérieure sur l'abondance de ${}^9\text{Be}$ primordial identique à [67]

$$\left(\frac{{}^9\text{Be}}{\text{H}}\right) \lesssim 2.1 \times 10^{-13} \quad (2.15)$$

Le béryllium-9 est une sonde intéressante pour des modèles au delà de la SBBN, complétant de façon intéressante les isotopes du lithium, dans la mesure où ${}^9\text{Be}$ est moins fragile que ${}^6\text{Li}$ et ${}^7\text{Li}$ permettant de poser des contraintes plus robustes.

2.3 BBN et désintégration de particules reliques

Dans l'Univers primordial, la température est suffisamment élevée pour produire des particules massives et meta-stables. En se désintégrant, ces particules injectent une certaine quantité de particules énergétiques dans le plasma. Si les particules reliques se désintègrent pendant ou après la nucléosynthèse, les particules injectées peuvent avoir un impact non-négligeable sur les prédictions de la BBN. Une étude détaillée de la nucléosynthèse dans ce cas nécessite de prendre en considération les interactions des particules primaires mais aussi secondaires lors de leur thermalisation dans le plasma. Une analyse a été menée dans les articles [71, 38, 28]. L'impact des produits de la désintégration dépend de la nature des particules, de leur énergie et de la température du plasma lors de leur injection. On distingue les cascades hadroniques, composées de nucléons, antinucléons et mésons, des cascades électromagnétiques, composées de photons, électrons et positrons, et les particules inertes. La classification n'est pas exacte puisque les protons et les mésons ont également des interactions électromagnétiques avec le plasma.

2.3.1 Particules inertes

Les neutrinos ont une probabilité d'interaction avec le plasma très faible et ils sont donc considérés sans effet sur les produits de la nucléosynthèse. Cependant, il est à noter que dans l'Univers très primordial ($\tau \sim 1$ seconde), des neutrinos très énergétiques (~ 100 GeV) ne peuvent pas être considérés comme inertes. Ils produisent des paires d'électrons par diffusion sur les neutrinos du plasma.

Le gravitino, que nous étudions par la suite, est également considérée comme une particule inerte. Ses interactions étant purement gravitationnelle, cette hypothèse est bien valable. Ainsi toute présence de gravitino dans le plasma n'influe pas sur l'abondance des éléments légers.

2.3.2 Photons et leptons chargés

Les photons et les leptons chargés sont rapidement thermalisés par des réactions électromagnétiques avec les photons du plasma $\gamma + \gamma_{bg} \rightarrow e^- + e^+$. Ces réactions sont très rapides à cause de la densité importante de photons dans le milieu. Les électrons et positrons produits vont procéder à des diffusions Compton $e^- + \gamma_{bg} \rightarrow \gamma + e^-$.

Le spectre d'énergie des photons est supprimé à haute énergie pour $E_\gamma > E_{max}$, l'énergie seuil de production de paire électron-positron [72]

$$E_{max} = \frac{m_e^2}{22T} \simeq 12 \text{ MeV} \left(\frac{\text{keV}}{T} \right) \quad (2.16)$$

Pour une énergie supérieure à E_{max} , les photons injectés sont rapidement convertis en paires électron-positron. A haute température, le seuil d'énergie est très bas, peu de photons sont suffisamment énergétiques pour induire des réactions de photodissociation. Quand l'Univers se refroidit, E_{max} augmente et certains photons deviennent suffisamment énergétiques pour photodissocier les éléments légers. A $T = 1 \text{ keV}$ ($T = 10 \text{ keV}$), il n'y a pas de photons avec une énergie supérieure à 12 MeV (1.2_{unit} MeV).

Les photons sont rapidement thermalisés et produisent des photons secondaires, de moindre énergie. Ces derniers participent à des réactions de diffusion Compton et des productions de paires Bethe-Heitler ($\gamma + p(^4\text{He}) \rightarrow p(^4\text{He}) + e^- + e^+$). Les électrons et les muons sont thermalisés par des processus similaires. Le tau peut également produire des mésons mais ceux-ci produisent des cascades électromagnétiques avant d'interagir par des processus hadroniques.

Pour $t \lesssim 10^4 \text{ s}$, E_{max} est trop faible et il n'y a pas de photodissociation. L'injection de photons dans le plasma n'est pas contrainte par la nucléosynthèse primordiale.

Pour $10^4 \leq t \leq 10^6 \text{ s}$, certains photons peuvent alors détruire le deutérium ayant l'énergie de liaison la plus faible $E_b = 2.225 \text{ MeV}$; on a donc des contraintes sur l'injection de photons par la limite inférieure sur l'abondance de deutérium.

Pour $10^6 \leq t \leq 10^7 \text{ s}$, il est possible de réduire l'abondance de lithium-7 par des réactions ${}^7\text{Li} + \gamma \rightarrow {}^6\text{Li} + n$, mais ces réactions produisent trop de lithium-6. Il y a également des réactions de photodissociation du deutérium trop importantes.

Pour $t \geq 10^7 \text{ s}$, E_{max} est suffisamment élevée pour permettre la destruction de l'hélium-4 par le processus $\gamma + {}^4\text{He} \rightarrow n + {}^3\text{He}$. Une destruction d'une faible fraction d'hélium entraîne une forte contrainte sur une surproduction de deutérium.

2.3.3 Mésons

Les mésons sont produits en grande quantité principalement dans les phénomènes d'hadronisation mais également par interaction électrofaible comme dans la désintégration du lepton tau

ou la production de paire de mésons dans la diffusion de neutrinos très énergétiques sur les neutrinos de fond.

Les mésons chargés (pions et kaons) ont un effet non négligeable pour des temps de l'ordre de $\sim 10^{-1} - 10^1$ s lors de réactions d'échange de charges avec les nucléons [73, 38]



Des protons sont convertis en neutrons et réciproquement. La réaction étant asymétrique, un plus grand nombre de protons sont convertis en neutrons, ce qui augmente la production d'hélium-4.

Pour des temps inférieurs à 1 seconde, les réactions d'échange de charge ont lieu mais sont moins efficaces que les interactions faibles qui maintiennent le rapport neutron-sur-proton à sa valeur à l'équilibre.

Pour des temps supérieurs à la seconde, le temps d'interaction des mésons est de la forme [73, 74]

$$\tau_{\text{int}} = \frac{1}{\langle \sigma_{\text{had}} v \rangle n_B} \simeq 1.8 \times 10^{-8} \text{ s} \left(\frac{100 \text{ mb}}{\langle \sigma_{\text{had}} v \rangle} \right) \left(\frac{6 \times 10^{-10}}{\eta} \right) \left(\frac{t}{1 \text{ s}} \right)^{3/2} \quad (2.19)$$

où $\langle \sigma_{\text{had}} v \rangle$ est la section efficace d'interaction forte, $\eta = n_b/n_\gamma$ et t est le temps auquel le méson est produit par désintégration de la particule relique. Ce temps d'interaction est à comparer avec la durée de vie typique des pions et kaons $(E_{\text{meson}}/m_{\text{meson}}) \times 10^{-8}$ s. Ainsi, pour des durées de vie de la particule relique de $t \gtrsim 10 - 100$ s, les mésons se désintègrent par processus électromagnétiques avant d'interagir avec les nucléons du plasma.

2.3.4 Nucléons

Les nucléons non-thermiques, produits de désintégrations de particules reliques, se thermalisent par interactions électromagnétiques et hadroniques avec les particules du plasma.

Pour $t \lesssim 150$ s, les protons et les neutrons de haute énergie ($E \gtrsim 100$ GeV) se thermalisent principalement par diffusions électromagnétiques (produisant des électrons, positrons et photons interagissant à leur tour avec le plasma) du type :

- diffusion coulombienne : le proton chargé diffuse sur les électrons et positrons du plasma. Le processus est très fréquent et se fait avec un faible échange d'impulsion ; on peut donc considérer qu'il induit une perte continue d'énergie du proton
- diffusion Thomson : le proton perd de l'énergie en interagissant avec les photons du fond diffus cosmologique. Ce processus est surtout important pour une température élevée. Le processus est très fréquent à cause de la grande densité de photons ; la perte d'énergie est aussi considérée comme continue car l'échange d'énergie par diffusion Thomson est faible
- diffusion via le moment magnétique : le neutron possède un moment magnétique qui lui permet de diffuser sur les électrons et positrons du plasma. Ce processus est important pour $T > 50$ keV lorsque la densité de paires e^\pm est importante.

Les interactions hadroniques non-thermiques des nucléons sont

- interaction élastique N-N et N- ^4He : ce processus est efficace pour thermaliser des nucléons de faible énergie ($E \lesssim 1$ GeV). Il commence à être important pour les neutrons pour des températures inférieures à 90 keV et inférieures à 20 keV pour les protons
- interaction inélastique N-N : les nucléons énergétiques ne sont pas stoppés par diffusion élastique mais par diffusion inélastique. Cette diffusion entraîne la production de pions induisant une conversion de protons en neutrons
- annihilation nucléon-antinuécléon : les désintégrations hadroniques peuvent produire des antinucléons qui s'annihilent avec les nucléons pré-existants dans le plasma. Comme les protons sont plus abondants que les neutrons et à cause d'une section efficace de $p\bar{p}$ augmentée d'un facteur de Coulomb, l'annihilation se fait préférentiellement avec les protons. Le rapport neutrons/protons augmente et donc l'abondance de l'hélium-4 également
- réactions de fusion non-thermiques : elles sont particulièrement importantes pour le lithium-6. Après une spallation ou photodésintégration de l'hélium-4, des noyaux de ^3H et ^3He sont produits. Ils procèdent ultérieurement à la fusion avec ^4He pour former ^6Li par la réaction $^3\text{H}(^4\text{He}, n)^6\text{Li}$ et $^3\text{He}(^4\text{He}, p)^6\text{Li}$. Plus rarement, certaines réactions de fusion entre des noyaux ^4He énergétiques et des noyaux ^4He thermalisés peuvent produire ^6Li et ^7Li .

Pour des temps $t < 1$ s, l'action des baryons est nulle car les interactions faibles maintiennent le rapport à l'équilibre. Entre $1 \leq t \leq 100$ s, le rapport augmente en faveur des neutrons, entraînant une production importante de deutérium qui est rapidement brûlé en hélium-4. La contrainte sur une surproduction d'hélium-4 est faible du fait de la grande abondance de ^4He . Pour $t > 100$ s, le deutérium produit ne fusionne plus pour donner de l'hélium ; on obtient une forte contrainte sur la surproduction de deutérium [73, 75]. Au delà de $t \gtrsim 150$ s ($T \sim 90$ keV), les protons et les neutrons injectés interagissent avec les baryons du plasma avant de thermaliser. Des réactions de spallation de l'hélium-4 entraînent la production de deutérium, ^3H , ^3He et ^6Li . La surproduction de deutérium est une contrainte forte sur le nombre de nucléons injectés dans le plasma et sur leur énergie.

Pour conclure, l'injection de particules peut modifier les prédictions de la SBBN et modifier l'abondance des différents éléments. Il existe une fenêtre $10^2 \lesssim t \lesssim 10^3$ s où les effets de production et destruction du deutérium par les photons et les nucléons se compensent avec une possible résolution du problème du lithium-7. Si la durée de vie est proche de 10^3 s, il est alors également possible de résoudre le problème de l'abondance du lithium-6 [71], voir le chapitre 11.

2.4 CBBN et états liés

Il a été souligné en 2006 par Pospelov [64] que les prédictions de la SBBN peuvent subir des modifications importantes lorsqu'on étudie des scénarios incluant la présence de particules massives et chargées négativement qui vont former des états liés avec les noyaux des éléments légers. Les premières études sur la formation de ces états liés remontent aux années 80 lorsque

des modèles de matière noire chargée étaient étudiés [76, 77, 78]. Pospelov a montré que ces états liés pouvaient catalyser certaines réactions en augmentant de plusieurs ordres de grandeur la section efficace de celles-ci. La nucléosynthèse primordiale en présence de ces états liés est appelée CBBN pour Catalyzed Big Bang Nucleosynthesis. Les phénomènes physiques induits par les états liés sont nombreux et en l'espace de deux ans un grand nombre d'articles sont sortis sur le sujet [79, 80, 81, 82, 83, 84, 65, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 29, 92, 93, 66, 94, 95, 67]. L'intérêt des états liés est l'importante formation de lithium-6 et de béryllium-9.

Pour la suite de ce chapitre, on note X la particule chargée négativement et (NX) l'état lié du noyau N avec la particule X . Pour étudier la nucléosynthèse dans le cadre de CBBN, il faut calculer les énergies de liaison des états liés, l'abondance des états liés et ensuite les différents phénomènes physiques permettant une catalyse des réactions nucléaires qui apporteront une solution aux problèmes du lithium et permettent une production primordiale importante de béryllium.

Ces nouveaux phénomènes ont été intégrés dans le programme de calcul des abondances des éléments légers développé par Karsten Jedamzik. J'ai intensivement utilisé ce programme au cours de mon travail. Je présente ici les aspects principaux de la nucléosynthèse primordiale dans le cadre de la formation des états liés.

2.4.1 Énergie de liaison

Pour estimer l'énergie de liaison de l'état lié (NX) , on exprime l'hamiltonien du système en supposant une distribution de charge uniforme dans le noyau léger.

$$H = \begin{cases} \frac{p^2}{2m_N} - \frac{Z_N Z_X \alpha}{2r_N} + \frac{Z_N Z_X \alpha}{2r_N} \left(\frac{r}{r_N}\right)^2 & \text{pour } r < r_N \\ \frac{p^2}{2m_N} - \frac{Z_N Z_X \alpha}{2r_N} & \text{pour } r > r_N \end{cases} \quad (2.20)$$

avec α la constante de structure fine, $r_N \sim 1.2A^{1/3}/200 \text{ MeV}^{-1}$ est le rayon nucléaire, A , Z_N et Z_X sont le nombre atomique du noyau, les charges électriques du noyau et de X . On suppose que $m_X \gg m_N$, ce qui est justifié car X est dans notre cas un stau de masse $m_{\tilde{\tau}} > 100 \text{ GeV}$ et les nucléides ont une masse de l'ordre du GeV.

Dans le premier cas, la particule X est dans le rayon nucléaire. L'énergie de liaison peut être estimée avec l'approximation de l'oscillateur harmonique. Dans le cas de petits noyaux, la particule X est en dehors du noyau. L'énergie de liaison est traitée comme dans le cas de l'hydrogène. On obtient :

$$E_b = \begin{cases} \frac{3}{2} \left[\frac{Z_N Z_X \alpha}{r_N} - \frac{1}{r_N} \left(\frac{Z_N Z_X \alpha}{m_N r_N} \right) \right] & \text{pour } r < r_N \\ \frac{1}{2} Z_N^2 Z_X^2 \alpha^2 m_N & \text{pour } r > r_N \end{cases} \quad (2.21)$$

Les situations intermédiaires sont traitées avec une fonction d'onde test [96]. Le tableau 2.1 donne les énergies de liaison et une estimation du rayon de Bohr des états liés ainsi que le rayon du noyau. Le rayon de Bohr est donné par

$$a_b \simeq \frac{1}{\alpha Z_N Z_X m_N} \quad (2.22)$$

noyau	E_b (keV)	a_b (fm)	r_N (fm)
^1H	24.97	28.8	0.895
^2H	49.5	14.4	1.3
^3H	72.6	9.6	1.7
^3He	269	5.2	1.951
^4He	349.6	4.8	1.673
^6Li	842.5	2.1	2.37
^7Li	897.6	1.9	2.50
^7Be	1385	1.5	2.50

TAB. 2.1 – Énergie des états liés, estimation du rayon de Bohr et rayon du noyau [88]

2.4.2 Abondance des états liés

Le calcul de l'abondance des états liés est présenté dans Kohri et al. [79]. La capture de X est supposée faite dans l'état fondamental, la section efficace du processus est

$$\sigma v \simeq \frac{2^9 \pi^2 \alpha Z_N^2}{3e^4} \frac{E_b}{m_N^3 v} \quad (2.23)$$

où v est la vitesse relative de X . Pour les temps où la capture est efficace, les particules sont non-relativistes et donc $m_N v^2/2 \simeq 3T/2$. La moyenne thermique de la section efficace donne

$$\langle \sigma v \rangle = \frac{2^9 \pi \alpha Z_N^2 \sqrt{2\pi}}{3e^4} \frac{E_b}{m_N^2 \sqrt{m_N T}} \quad (2.24)$$

Si on suppose l'équilibre thermodynamique, $\langle \sigma v \rangle n_X / H > 1$, l'abondance des états liés est donnée par l'équation de Saha

$$n_{(NX)} = \frac{2}{\pi^2} \zeta(3) \frac{n_N}{n_\gamma} n_X \left(\frac{2\pi T}{m_N} \right)^{3/2} e^{E_b/T} \quad (2.25)$$

Il est possible d'estimer la température critique à laquelle le taux de photodissociation de l'état lié est égal au taux d'expansion de Hubble. À cette température T_c , l'état lié commence à se former. On obtient $T_c \simeq E_b/30$, ce qui donne une température critique de ~ 10 keV pour ^4He et ~ 1 keV pour l'hydrogène. Les courbes d'abondance des figures Fig. 2.4 et Fig. 2.5 sont compatibles avec ces estimations. Dans le cas général, il faut résoudre les équations de

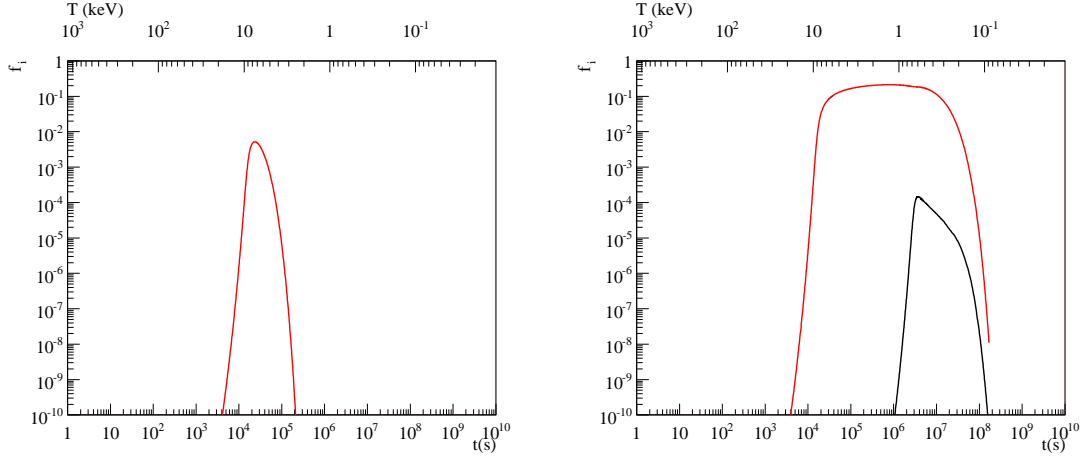


FIG. 2.4 – Abondance relative $f = n_b/n$ des états liés (${}^4\text{He}X$) (rouge) et (pX) (noir) pour $\Omega_X h^2 = 0.1$ et $m_X = 100$ GeV, et $\tau_X = 10^4$ s (figure de gauche), $\tau_X = 10^7$ s (figure de droite)

Boltzmann

$$\frac{\partial}{\partial t} n_X + 3H n_X = \left[\frac{\partial}{\partial t} n_X \right]_{\text{capture}} \quad (2.26)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} n_N + 3H n_N = \left[\frac{\partial}{\partial t} n_N \right]_{\text{fusion}} + \left[\frac{\partial}{\partial t} n_N \right]_{\text{capture}} \quad (2.27)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} n_{(NX)} + 3H n_{(NX)} = \left[\frac{\partial}{\partial t} n_{(NX)} \right]_{\text{fusion}} - \left[\frac{\partial}{\partial t} n_X \right]_{\text{capture}} \quad (2.28)$$

Les termes de fusion correspondent aux réactions de fusion nucléaire. Les termes de capture sont obtenus en étudiant le processus $N + X \rightarrow (NX) + \gamma$ et le processus inverse $(NX) + \gamma \rightarrow N + X$, on obtient

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} n_X \right]_{\text{capture}} \simeq - \langle \sigma v \rangle (n_N n_X - n_{(NX)} n_\gamma(E > E_b)) \quad (2.29)$$

avec

$$n_\gamma(E > E_b) = T^3 \left(\frac{m_N}{2\pi T} \right)^{3/2} e^{-E_b/T} \quad (2.30)$$

Les figures Fig. 2.4 et Fig. 2.5 présentent l'abondance relative $f_i = n_{(N_i X)}/n_{N_i}$ pour les états liés du proton et de l'hélium-4. Les abondances dépendent fortement de la durée de vie de X . Pour des durées de vie de X inférieures au temps critique de formation de l'état lié (NX) , la production de (NX) est négligeable. Cela est illustré sur les figures Fig. 2.4(a) et Fig. 2.5(a) où la durée de vie de X est inférieure au temps de production de (HX) . Ainsi toutes les réactions liées à (HX) sont absentes. La comparaison des figures Fig. 2.4 et Fig. 2.5 montre l'influence de $\Omega_X h^2$ sur l'abondance des états liés.

La formation d'états liés est d'autant plus importante que la densité de X est grande. Pour être exact, cela dépend de $\Omega_X h^2 = \frac{1}{2} \Omega_X h^2$. La densité relicue de X est un paramètre crucial dans le calcul des abondances des éléments légers.

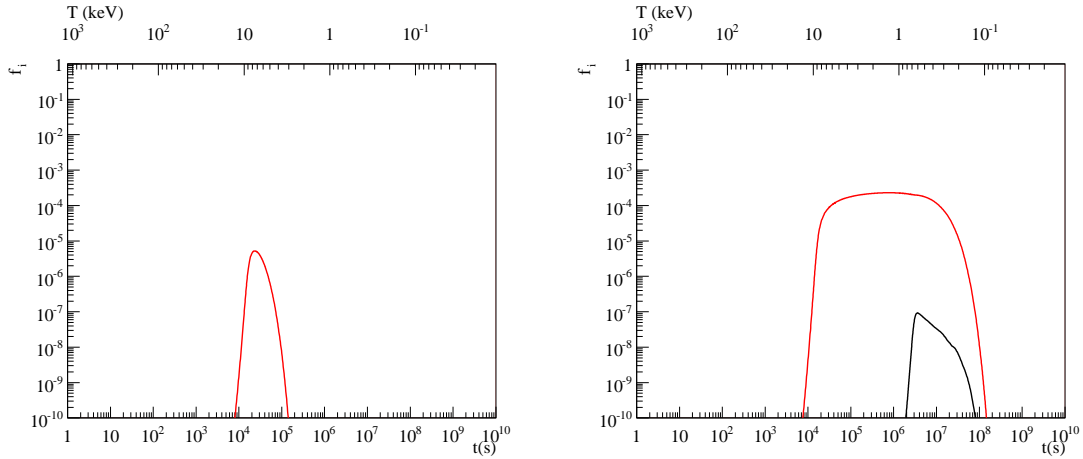


FIG. 2.5 – Mêmes figures que 2.4 avec $\Omega_X h^2 = 10^{-4}$

2.4.3 Catalyse

Écrantage de la barrière coulombienne

Les noyaux légers sont tous chargés positivement, la fusion ne peut avoir lieu que si la barrière coulombienne est franchie par effet tunnel. Le taux de réaction est supprimé par un facteur exponentiel. Dans le cas d'un état lié, la charge négative de X réduit la barrière coulombienne et donc réduit la suppression par le facteur de Coulomb. Les effets ont été étudiés par Kohri et al. [79].

Pour la réaction de fusion standard, avec un état lié ou deux états liés entre eux, le facteur de Coulomb s'écrit

$$a + b \rightarrow \dots \quad F_{ab}(v) \simeq \frac{2\pi Z_a Z_b \alpha}{v} e^{-\frac{2\pi Z_a Z_b \alpha}{v}} \quad (2.31)$$

$$(aX) + b \rightarrow \dots \quad F_{(aX)b}(v_1) \simeq \frac{2\pi Z_{(aX)} Z_b \alpha}{v_1} e^{-\frac{2\pi Z_{(aX)} Z_b \alpha}{v_1}} \quad (2.32)$$

$$(aX) + (bX) \rightarrow \dots \quad F_{(aX)(bX)}(v_2) \simeq \frac{2\pi Z_{(aX)} Z_{(bX)} \alpha}{v_2} e^{-\frac{2\pi Z_{(aX)} Z_{(bX)} \alpha}{v_2}} \quad (2.33)$$

où α est la constante de structure fine, Z_i ($i = a, b$) est la charge de l'élément i , $Z_{(iX)} = Z_i - Z_X$ est la charge de l'état lié (iX) et v, v_1, v_2 sont les vitesses relatives de a et b , (aX) et b , (aX) et (bX) respectivement.

Le facteur F dans le cas des états liés est plus élevé que dans le cas SBBN, ce qui entraîne une augmentation directe des sections efficaces des processus avec états liés. Néanmoins, la formation des états liés se faisant après la SBBN, ces effets sont peu importants d'après [88] considérant que les effets obtenus par [79] viennent de choix ad-hoc non justifiés.

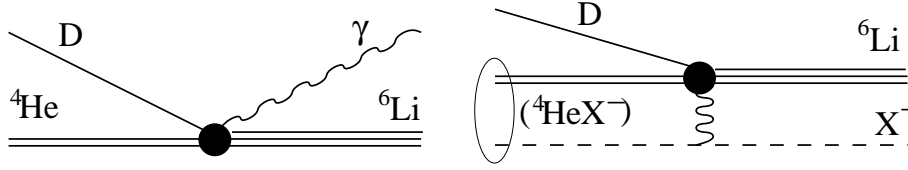


FIG. 2.6 – Fusion de l'hélium-4 et deutérium avec ou sans état lié

Réactions sans photons et synthèse de lithium-6 et béryllium-9

Ce type de catalyse fut souligné en premier par Pospelov [64] dans le cas de la fusion de l'hélium-4 avec le deutérium pour produire du lithium-6. Cette réaction s'accompagne d'une transition quadropole. La section efficace est proportionnelle à λ_γ^{-5} où $\lambda_\gamma \simeq 130$ fm est la longueur d'onde du photon émis. Dans le cas de CBBN, on a l'état lié (${}^4\text{He}X$), il n'y a plus d'émission de photon (voir figure 2.6) :



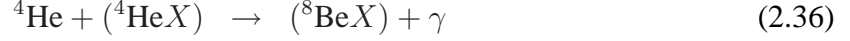
En première estimation, la longueur d'onde du photon est remplacée par le rayon de Bohr de (${}^4\text{He}X$), $a_{{}^4\text{He}X} \simeq 4.8$ fm. La section efficace est ainsi augmentée d'un facteur $\sim 10^7$. La production de lithium-6 devient alors très importante. La plupart des taux de réactions dans le cadre de CBBN sont calculés dans l'approximation de Born. Cette approximation est valide dans des processus avec des transferts de faible énergie. Dans le cas de la réaction de l'éq. 2.35, l'énergie de diffusion est de l'ordre de 10–100 keV alors que la réaction nucléaire est de l'ordre de 10 MeV et est complètement négligée dans l'estimation de Pospelov. Cette réaction ne peut pas être traitée perturbativement. C'est le cas de la plupart des processus de CBBN, néanmoins l'approximation de Born a été utilisée dans de nombreuses études pour donner une première estimation. Un calcul exact du processus de l'éq. 2.35 par Hamaguchi et al. [84] en résolvant l'équation de Schrödinger à trois corps réduit le facteur estimé par Pospelov d'un ordre de grandeur. Celui-ci reste donc très important. Lorsque l'état lié (${}^4\text{He}X$) se forme à $T \simeq 10$ keV ($t > 10^4$ s), les réactions de la SBBN sont négligeables, comme le processus de destruction du lithium-6 ${}^6\text{Li} + p \rightarrow {}^3\text{He} + {}^4\text{He}$. Il y a donc un problème de surproduction de lithium-6. Cela pose des contraintes sur la durée de vie de X et son abondance. Pour $\tau_X < 10^4$ s, il n'y a pas de formation de l'état lié et le processus de production de lithium-6 catalysé n'a pas lieu.

Il est à noter que ces contraintes se basent sur un seul processus catalysé et pourraient être relaxées dans une étude globale des effets de la catalyse.

Récemment, Kamimura et al. ont entrepris un effort important de calculer exactement les S-factors des processus catalysés [97]. Ces résultats permettent d'effectuer un traitement plus rigoureux de l'ensemble des réactions intervenant dans la CBBN.

Il a été discuté dans [88] que la formation de l'état lié (pX) vers $T \simeq 1$ keV pourrait participer à la destruction du lithium-6 par la réaction ${}^6\text{Li} + (pX) \rightarrow X + {}^3\text{He} + {}^4\text{He}$. Il semble cependant improbable d'obtenir un espace de solution à grande durée de vie de X à cause des effets de photodésintégration des états liés et des réactions d'échange de X entre les éléments.

La catalyse peut aussi amener à la production de béryllium-9 [64, 65, 66, 67]. Comme indiqué précédemment, cet élément n'est pas produit dans le cadre de la SBBN à cause de l'absence d'élément stable à $A = 8$. La production de béryllium-9 se fait en deux étapes, la fusion radiative de deux noyaux d'hélium-4 en béryllium-8 suivi de la capture d'un neutron pour donner le béryllium-9



Le béryllium-8, seul, est très instable et se désintègre rapidement, ce qui exclut la formation de béryllium-9 dans le cadre de la SBBN. au contraire l'état lié (${}^9\text{Be}X$) est stable et peut donc amener à la formation de béryllium-9 dont l'abondance peut alors être au niveau des résultats observationnels, ${}^9\text{Be}/\text{H} \sim 10^{-14} - 10^{-13}$.

Kamimura et al. [97] ont émis des réserves sur les processus catalysés de production du béryllium-9. Il n'est pas clair que ces processus obtiennent des facteurs très grands. Nous avons utilisé néanmoins l'approximation de Born, le béryllium-9 n'étant pas l'élément central de ce travail.

Photodissociation des états liés

Dans le cas d'une particule relique chargée et instable, celle-ci peut se désintégrer induisant des cascades électromagnétiques et une production de photons énergétiques, qui thermalisent selon les réactions décrites dans la section 2.3 mais peuvent aussi détruire les états liés à partir de $T \simeq 30$ keV [88]. En particulier, la photodissociation détruit les états liés (${}^4\text{He}X$) et surtout (pX) du fait d'une énergie de liaison plus faible et d'une section efficace de dissociation plus importante.

Réactions d'échange de X

La particule X dans un état lié peut être transférée par une réaction exothermique à un état lié avec un noyau plus lourd. Ces réactions d'échange de X sont très importantes. La réaction (pX) + ${}^4\text{He} \rightarrow ({}^4\text{He}X) + p$ réduit de deux ordres de grandeur l'abondance des états liés (pX) [67]. La plupart des X de (pX) sont captés par l'hélium-4 à cause de la forte abondance de ${}^4\text{He}$. Une deuxième réaction relativement efficace est l'échange de X entre le proton et le deutérium (pX) + $D \rightarrow p + (DX)$. La durée de vie de l'état lié (DX) est très courte et est détruit par les réactions (DX) + $p \rightarrow X + {}^3\text{He}$ et (DX) + ${}^3\text{H} \rightarrow {}^4\text{He} + n + X$. Les réactions d'échange de X sont donc contraintes par la limite inférieure sur l'abondance de deutérium et par la limite supérieure sur le rapport des abondances ${}^3\text{He}/D$.

Pour conclure ce chapitre, on peut souligner la grande richesse phénoménologique de la nucléosynthèse primordiale en présence d'états liés dans le cadre de la CBBN. Les premières estimations ont suggérées une borne supérieure sur la durée de vie de la particule relique de l'ordre de 2.10^3 s pour éviter une surproduction de lithium-6. Les incertitudes liées à l'approximation de Born ne permettaient pas encore d'avoir une assurance forte en cette contrainte. Des études Monte-Carlo [88, 29] ont mis en évidence que les incertitudes sur les 19 processus principaux rendaient possible une résolution des problèmes du lithium pour une durée de vie de X

de 10^6 s. Les derniers résultats de Kamimura et al. [97] ont permis de réduire drastiquement les incertitudes sur les taux de réactions grâce à des calculs rigoureux des S-factors. La conclusion semble confirmer la limite sur la durée de vie de la particule relique de l'ordre de $2 - 5 \times 10^3$ s.

Chapitre 3

Matière noire

Le modèle du Big Bang décrit de façon satisfaisante l'histoire de l'Univers et son évolution thermodynamique. Mais seules les observations permettent de déterminer la nature et l'abondance des différents éléments qui le composent. Par exemple l'étude de la nucléosynthèse primordiale et du fond diffus cosmologique permet de connaître l'abondance de baryons dans l'Univers, l'observation des supernovae de type Ia suggère l'existence d'énergie noire source de l'expansion accélérée de l'Univers. Dans les années 1930, J. Oort étudiant le mouvement des étoiles dans la galaxie et F. Zwicky analysant la dynamique des galaxies dans l'amas du Coma arrivèrent à la conclusion que la masse induisant ces mouvements était supérieure à la masse de la matière lumineuse. Ce problème de *masse manquante* peut être résolu en altérant les lois de la gravitation (voir la section 3.4) soit en supposant l'existence de matière non lumineuse interagissant très faiblement avec la matière ordinaire, *la matière noire*.

Les effets de cette matière s'observent à différentes échelles astrophysiques et cosmologiques. Mais la nature des particules composant la matière noire est encore inconnue. Il existe de nombreux candidats possibles tels que les neutrinos du modèle standard ou des candidats présents dans des modèles au-delà du modèle standard comme dans la supersymétrie ou les théories avec des dimensions supplémentaires.

Dans ce chapitre, je présenterai quelques observations mettant en évidence l'existence de la matière noire, des candidats possibles et des expériences mises en place pour mesurer les caractéristiques de la matière noire, par des méthodes de détection directe ou indirecte. Je rappellerai aussi qu'il existe des théories alternatives à la matière noire en illustrant le cas de MOND permettant d'expliquer certaines observations.

Ce chapitre s'appuie principalement sur l'article de revue de Bertone et al. [98].

3.1 Mise en évidence

3.1.1 Échelle galactique

Une des mises en évidence de la matière noire les plus convaincantes est l'étude des courbes de rotation des galaxies, c'est à dire l'étude des vitesses circulaires des étoiles et du gaz en fonction

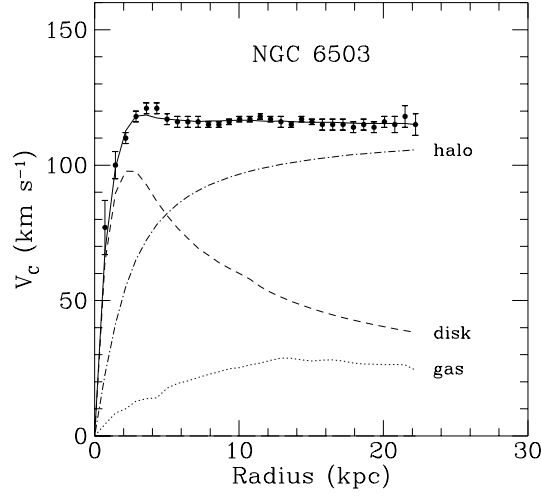


FIG. 3.1 – Courbe de rotation de NGC 6503 présentant les mesures de la vitesse radiale en fonction de la distance au centre galactique et indiquant les contributions des différentes composantes : le gaz (pointillés), le disque (tirets) et le halo (pointillés-tirets). Figure tirée de Ref. [100]

de leur distance au centre galactique.

Lorsque la distribution de masse a une symétrie sphérique, la vitesse de rotation se déduit de la mécanique newtonienne :

$$v(r) = \sqrt{\frac{G_N M(r)}{r}} \quad (3.1)$$

où $M(r)$ désigne la masse comprise dans une sphère de rayon r ,

$$M(r) = 4\pi \int \rho(r) r^2 dr \quad (3.2)$$

et $\rho(r)$ le profil de densité. Au delà du disque lumineux, la masse est quasiment constante, la vitesse de rotation du gaz devrait décroître en $v \propto 1/\sqrt{r}$. Dans les années 1970, Vera Rubin et al. [99] mesurent les vitesses de rotation $v(r)$ des étoiles et du gaz composant la galaxie par analyse Doppler de la spectroscopie optique et des raies à 21 cm du gaz d'hydrogène. Les courbes de rotation présentent souvent un plateau caractéristique pour des grandes distances par rapport au centre galactique et bien au delà de la partie visible du disque galactique qui ne peut être expliqué par la seule matière lumineuse (voir Fig. 3.1 pour une courbe de rotation typique). Il est possible d'expliquer ce plateau en ajoutant un halo de matière noire. Pour avoir une vitesse constante et reproduire les courbes de rotation, on doit avoir un profil de densité de la matière noire loin du centre en $\rho(r) \propto 1/r^2$. Le profil est moins bien connu à proximité du centre galactique. L'étude du profil de matière noire au centre galactique par les courbes de rotation est difficile car ceci nécessite d'observer des détails fins du centre galactique où les variations des courbes sont rapides et la résolution angulaire est insuffisante. Néanmoins, ce type d'étude a été mené par exemple [101] mettant au jour une incompatibilité avec les profils obtenus dans le cadre de simulations numériques sur la formation des galaxies. Les simulations

mettent en évidence un profil relativement piqué au centre galactique. Ce résultat fut obtenu entre autres par deux équipes, par Navarro, Frenk et White [102] et par l'équipe de Moore [103], ce dernier obtenant un profil un peu plus piqué que les premiers. Les observations montrent que certaines galaxies présentent un profil de matière noire piquée tandis que d'autres présentent un coeur où la densité de matière noire est constante indépendamment du rayon (en particulier les galaxies naines et les LSB, « low surface-brightness »). Les différences entre les simulations et les observations pourraient venir de la difficulté de simuler la formation des galaxies et la nécessité pour les calculs de définir un volume minimal.

3.1.2 Échelle des amas galactiques

Dès 1933, Fritz Zwicky étudie le mouvement des galaxies dans l'amas de la Chevelure de Bérenice (Coma cluster) en appliquant le théorème du viriel (applicable dans les systèmes dynamiques à l'équilibre). Ce théorème relie l'énergie cinétique $T = mv^2/2$ à l'énergie potentielle $U = -G_N mM/r$ de la façon suivante (avec m , v et r la masse, la vitesse et la distance dans l'amas de la galaxie, M la masse totale de l'amas) :

$$2T - |U| = 0 \quad (3.3)$$

Les vitesses des galaxies mesurées au sein de l'amas par Zwicky ne sont pas compatibles avec l'estimation de la masse de l'amas. Zwicky appelle cette contradiction le problème de masse manquante. L'ajout de matière noire permet de résoudre ce problème. Cette étude fut reproduite sur différents amas de galaxies par des méthodes indépendantes : la dynamique des galaxies, l'utilisation de l'effet de lentille gravitationnelle et l'étude de l'émission en rayons X par les gaz chauds. Une illustration de la complémentarité des deux dernières méthodes sera donnée dans le dernier paragraphe de ce chapitre avec l'étude du « Bullet Cluster ».

3.1.3 Échelle cosmologique

L'étude des anisotropies de température du CMB permet de mesurer la densité d'énergie de la matière dans l'Univers. Cette valeur est bien supérieure à la densité d'énergie de la seule matière baryonique (voir chapitre 1)

$$\Omega_m h^2 = 0.1369 \pm 0.003 \quad \Omega_b h^2 = 0.02265 \pm 0.00059 \quad (3.4)$$

Cette mesure est une preuve importante de l'existence de matière noire dans notre Univers.

Enfin les simulations numériques à N-corps reproduisant la formation des grandes structures nécessitent la présence de matière noire pour obtenir une distribution de structures compatibles avec les observations.

3.2 Candidats à la matière noire

La partie précédente montre que de nombreuses observations astrophysiques et cosmologiques ne peuvent être expliquées qu'en supposant l'existence de matière noire. Nous connaissons

son abondance et nous savons qu'elle doit être majoritairement non-baryonique et ne porter ni charge électrique ni de charge de couleur pour ne pas interagir avec la matière ordinaire. De plus, la matière noire doit être stable ou avoir une durée de vie de l'ordre de l'âge de l'Univers. Mais les particules composant la matière noire n'ont toujours pas été détectées et leur nature reste inconnue. La physique des particules fournit un certain nombre de candidats pouvant provenir de différents modèles. Nous supposons dans ce travail, qu'un unique type de particules compose la matière noire (il est possible d'imaginer une matière noire mixte composée de plusieurs types de particules).

Le modèle standard contient une particule susceptible de constituer la matière noire, le neutrino. Suite aux observations de l'oscillation des neutrinos, il est certain qu'au moins deux types de neutrinos ont une masse non nulle. Ils peuvent donc contribuer à la matière noire [104]. En sommant sur les trois espèces de neutrinos, la densité relique de ces particules est

$$\Omega_\nu h^2 = \sum_{i=1}^3 \frac{m_i}{93 \text{ eV}} \quad (3.5)$$

L'étude de la désintégration β du tritium pose des limites supérieures sur la masse du neutrino électronique, $m_{\nu_e} < 2 \text{ eV}$ [30]. La contribution des neutrinos est inférieure à $\Omega_\nu h^2 < 0.064$ et donc ne reproduit pas à elle seule la totalité de la matière noire. Un deuxième argument pour rejeter le neutrino comme candidat matière noire est donné par la formation des grandes structures. Les neutrinos sont des particules relativistes, on parle de matière noire chaude, HDM pour « Hot Dark Matter ». Lors de la formation des structures, les neutrinos diffusent des régions de grande densité vers les régions de densité plus faible, la conséquence est un lissage des structures à petites échelles, inférieures à $\sim 40 \times (30 \text{ eV}/m_\nu) \text{ Mpc}$, correspondant au libre parcours moyen (*free-streaming*) des neutrinos. La matière noire chaude entraîne un scénario top-down de formation des structures avec dans un premier temps la formation des grandes structures suivies d'effondrements locaux amenant à la formation des petites structures. Ce scénario n'est pas compatible avec les observations favorisant un scénario bottom-up (formation de petites structures se regroupant pour former les grandes structures) et donc une matière noire de type Cold (CDM) ou Warm Dark Matter (WDM).

Les candidats pour la matière noire sont donc à chercher du côté d'autres modèles. Parmi ces candidats, on trouve :

- neutrinos stériles, possibles partenaires très massifs des neutrinos du modèle standard (voir [105, 106, 107])
- axions, cette particule apparaît dans la théorie de Peccei-Quinn [108] pour résoudre les problèmes de violation de CP dans la chromodynamique quantique. Ces particules pourraient avoir une masse de l'ordre de $m_A \sim 10^{-5} - 10^{-3} \text{ eV}$ et seraient de bons candidats à la matière noire (voir par exemple la revue récente [109])
- particules supersymétriques dans des modèles avec conservation de la R-parité tels que le sneutrino, le neutralino, le gravitino,...
- particule de Kaluza-Klein la plus légère. Elle est prédite dans des théories avec des dimensions supplémentaires avec conservation de la KK-parité (voir [110, 111])
- Q-balls, ces objets sont des solitons non-topologiques stables apparaissant dans les théories supersymétriques (voir [112]).

Les observations de différentes natures permettent de poser des contraintes sur ces différents candidats. Dans ce travail, nous nous concentrons sur le cas de matière noire supersymétrique composée de gravitinos. La supersymétrie et la physique du gravitino seront présentées dans les chapitres 5 et 6.2.

3.3 Expériences de détection

Nous présentons ici des méthodes de détection de la matière noire lorsque celle-ci est une particule massive interagissant faiblement avec la matière, WIMP pour « Weakly Interacting Massive Particle » comme le neutralino. Il existe des méthodes de détection directe où l'on étudie l'interaction du WIMP avec la matière et des expériences de détection indirecte dans lesquelles sont étudiées les particules émises lors de l'annihilation de WIMPs. Dans les collisionneurs de particules, il sera peut être possible de produire ces WIMPs.

Si le candidat à la matière noire est le gravitino, les expériences de détection directe ne fonctionnent pas car la probabilité d'interaction avec la matière est encore plus faible que celle des WIMPs, on qualifie le gravitino de superWIMP. Le processus d'annihilation est également très faible rendant la détection indirecte également difficile.

3.3.1 Expériences de détection directe

Le principe de ce genre d'expériences est simple. La galaxie est remplie de WIMPs, une partie traverse la Terre avec une probabilité d'interaction très faible. Ces expériences vont chercher à détecter l'interaction de ces particules avec la matière lors de la diffusion de la particule de matière noire sur un noyau en enregistrant l'énergie de recul du noyau.

Il est possible de calculer un taux d'évènements par unité de temps et par unité de masse du détecteur connaissant la densité et la distribution des vitesses du WIMP ainsi que la section efficace de diffusion WIMP-noyau. Les ordres de grandeur couramment utilisés sont une densité locale de matière noire $\rho \simeq 0.3 \text{ GeV/cm}^3$ et une distribution maxwellienne de vitesse centrée en $v \simeq 220 \text{ km/s}$ correspondant à la vitesse du système solaire dans la galaxie. Le flux est relativement important mais l'énergie de recul maximale attendue pour un noyau cible est de l'ordre de 100 keV ce qui représente un signal difficile à mesurer à cause des nombreuses sources de bruit. Des expériences comme CDMS ou EDELWEISS permettent aujourd'hui de mettre des bornes supérieures sur la section efficace de diffusion WIMP-nucléon.

Les récents résultats de l'expérience DAMA-LIBRA [113] présentent une modulation annuelle du signal expliqué par le mouvement de la Terre autour du Soleil et serait compatible avec un neutralino de masse $m_\chi \lesssim 10 \text{ GeV}$ [114]. Ce résultat est observé par aucune autre expérience et reste à être confirmé.

3.3.2 Expériences de détection indirecte

Les rayons cosmiques permettent de faire une étude de détection indirecte de matière noire. Les WIMPs peuvent participer à des réactions d'annihilation. Le taux d'annihilation est proportion-

nel au carré de la densité de WIMPs, $\Gamma_A \propto \rho_{DM}^2$. Lors de ces réactions d'annihilation, de nombreuses particules peuvent être produites comme des paires de particules électrons-positrons, des antiprotons, des neutrinos et des rayons gamma. Il est possible d'étudier d'une part les rayons gamma et d'autres part les antiparticules qui sont rarement produits dans les processus astrophysiques.

Les simulations de formation de grandes structures montrent que la matière noire ne se distribue pas uniformément mais constitue des « clumps », des régions de surdensité de matière noire. Les processus d'annihilation sont fortement boostés dans les clumps. La taille des clumps et leur abondance dans la galaxie n'est pas connue aujourd'hui et fait l'objet encore de développements théoriques.

Ces particules peuvent aussi provenir de la désintégration de gravitinos instables (selon le processus $\tilde{G} \rightarrow \gamma + \nu$) dans des modèles de supersymétrie avec gravitino LSP et violation de la R-Parité. À cause de la suppression des interactions du gravitino par la masse de Planck et une faible valeur de la violation de R-Parité, le gravitino instable peut être néanmoins candidat à la matière noire car sa durée de vie est grande devant l'âge de l'Univers [115, 116, 117, 118].

Rayons gamma

Il s'agit de photons d'énergie de l'ordre du GeV au TeV. En pénétrant dans l'atmosphère, ils interagissent très rapidement avec la matière par création de paires e^+e^- . Il existe donc deux dispositifs observationnels possibles. Une observation directe des rayons gamma avec des télescopes spatiaux ou une observation au sol de la lumière Cerenkov émise par les particules chargées appartenant à la gerbe électromagnétique induite par le rayon gamma interagissant dans la haute atmosphère. MAGIC, HESS, VERITAS et CANGAROO sont des expériences au sol d'étude des rayons gamma, elles ont détectées un certain nombre de sources de rayons gamma de l'ordre du TeV. Le télescope spatial EGRET a établi un large catalogue de sources gamma dont beaucoup restent non-identifiées. De plus EGRET a mesuré un excès de rayons gamma provenant du centre galactique. Il reste difficile d'interpréter cet excès comme provenant d'annihilation de WIMPs mais plus probablement comme produit de processus astrophysiques. L'observatoire spatial Fermi/GLAST (lancé en juin 2008) devrait prendre la suite d'EGRET, améliorer la mesure du spectre des rayons gamma et être complémentaire des expériences basées au sol.

Positrons et antiprotons

Entre 1995 et en 2000, l'expérience HEAT (pour High Energy Antimatter Telescope) a mesuré un excès de flux de positrons bien supérieur au flux prédit. La source de ces positrons n'est pas connue mais pourrait provenir de l'annihilation de matière noire. Une distribution homogène de matière noire ne peut cependant pas reproduire le flux de positrons total.

Contrairement aux photons, les positrons et antiprotons sont continuellement déviés par les champs magnétiques galactiques, il est donc impossible d'en déterminer la source. De plus les positrons perdent de l'énergie par diffusion Compton inverse et synchrotron. L'énergie mesurée est donc très différente de l'énergie initiale sauf pour des positrons émis à proximité de la

Terre. Les derniers résultats de deux ans de prise de données par le satellite PAMELA [119] présentent un excès de positrons qui pourraient provenir de l'annihilation de matière noire. Ce résultat récent reste à confirmer. L'expérience en ballon ATIC a également mis en évidence un signal intéressant [120]. Une autre expérience, AMS devrait prochainement décoller et procéder à une analyse de la composition des rayons cosmiques.

3.3.3 Expériences en collisionneurs

Le démarrage proche du Large Hadron Collider (inauguré en septembre 2008, mais démarrage effective courant 2009) permet d'espérer d'importantes découvertes en physique des particules comme la découverte du boson de Higgs, de la supersymétrie, de dimensions supplémentaires, etc... Il serait donc possible de détecter le candidat à la matière noire et d'en mesurer certaines caractéristiques comme la masse. Une courte revue [121] sur l'étude de la matière noire au LHC présente en particulier la production de particules supersymétriques et la cascade de désintégration amenant à la particule supersymétrique la plus légère, candidat potentiel à la matière noire.

Dans le cas du gravitino, le chapitre 12 résume les possibilités de détection selon la masse du gravitino et la nature de certaines particules.

3.4 Théorie alternative : MOND

L'hypothèse de la matière noire n'est pas la seule théorie avancée pour expliquer les observations telles que les courbes de rotation des galaxies. Une des théories les plus connues est MOND (pour MODified Newtonian Dynamics) qui modifie la loi newtonienne de la gravitation. MOND fut proposée en 1983 par Mordehai Milgrom [122] qui fit l'hypothèse que la seconde loi de Newton $\vec{F} = m\vec{a}$ n'est valable que lorsque l'accélération gravitationnelle est importante. Selon cette théorie, il existerait une accélération limite a_0 séparant deux régimes, pour $|\vec{a}| \gg a_0$ on retrouve le comportement newtonien, pour $|\vec{a}| \ll a_0$ il est nécessaire de modifier la loi de Newton

$$\vec{F} = m \times \mu\left(\frac{|\vec{a}|}{a_0}\right) \vec{a} \quad (3.6)$$

où

$$\mu(x) = 1 \quad \text{si } |x| \gg 1 \quad (3.7)$$

$$\mu(x) = x \quad \text{si } |x| \ll 1 \quad (3.8)$$

Dans la plupart des situations $|\vec{a}| > a_0$, la loi de Newton n'est donc pas modifiée. L'accélération a_0 est alors une constante fondamentale de la nature, l'ajustement de ce paramètre aux courbes de rotation des galaxies donne une valeur numérique de l'ordre de $a_0 \simeq 1.2 \times 10^{-10} \text{ m.s}^{-2}$. Ce modèle permet de reproduire avec succès les courbes de rotation des galaxies.

La théorie MOND peut reproduire un certain nombre d'autres observations. Il est très difficile de départager entre des théories avec matière noire et MOND. Néanmoins, il est à noter que

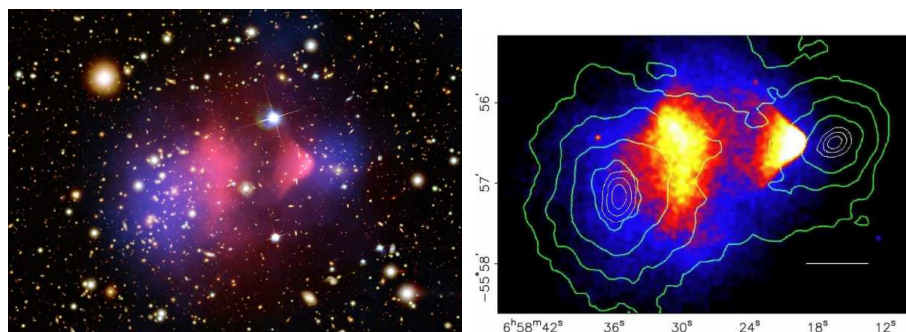


FIG. 3.2 – Deux vues du Bullet Cluster, à gauche, l'image représente la matière collisionnelle, les gaz (rouge) et la matière non-collisionnelle, i.e. matière noire et galaxies (bleu). À droite, cartographie du Bullet Cluster dans les rayons X et les lignes de niveau représentant la densité obtenue par l'étude de lentille gravitationnelle.

les partisans de MOND doivent également faire l'hypothèse de l'existence de "matière noire", des neutrinos massifs de 2 eV nécessaires pour reproduire les observations à l'échelle des amas galactiques.

Une observation cruciale pour départager matière noire et MOND a été menée à partir des effets de lentille gravitationnelle et des émissions en rayons X de deux amas en collision appelé « Bullet Cluster ». Clowe et al. mettent en évidence que le potentiel gravitationnel de chaque amas est décalé par rapport aux sources de rayons X [123, 124]. Ces observations sont illustrées sur les figures 3.2. Cette non-correspondance entre la distribution de masse et des sources de rayons X s'explique simplement dans le cas de l'hypothèse de la matière noire. Le gaz, à l'origine des émissions de rayon X, lors de la collision, interagit et est ralenti, tandis que la matière noire et les galaxies sont non-collisionnelles et ne sont pas ralenti par d'autres effets que les effets gravitationnels. Ces distributions sont plus difficilement explicables dans le cadre de la théorie MOND.

En 2004, Jacob Bekenstein a proposé une extension relativiste de MOND compatible avec les tests de relativité générale [125]. Cette théorie est appelée TeVeS, pour « Tensor-Vector-Scalar gravity ». Cette théorie pourrait expliquer les observations du Bullet Cluster [126].

Deuxième partie

À l'ombre de la Physique des Particules

De nombreux problèmes cosmologiques trouvent des solutions à l'ombre de la physique des particules. C'est le chemin que nous avons décidé de suivre pour expliquer la nature de la matière noire et sa production ainsi que pour résoudre les problèmes du lithium. Il est donc nécessaire d'introduire les notions de physique des particules que j'ai utilisé dans ce travail.

Dans les années 1930, l'association de la mécanique quantique et de la relativité restreinte a permis de développer la théorie quantique des champs, outil indispensable à la description des interactions fondamentales entre les particules élémentaires. Un concept crucial est la notion de symétrie, qui est le reflet des propriétés du système étudié. L'outil mathématique décrivant correctement les symétries est la théorie des groupes, ainsi à chaque interaction est associée un groupe dont les caractéristiques donnent les propriétés de l'interaction.

Les physiciens élaborent des théories quantiques d'abord de l'électromagnétisme puis de l'interaction faible et l'interaction forte. Ces théories s'accompagnent de découvertes de nouvelles particules. Dans les années 70, l'interaction forte et l'unification de l'interaction électromagnétique avec l'interaction faible sont décrits dans un ensemble cohérent appelé le *modèle standard* avec le groupe associé $SU(3)_C \times U(2)_L \times U(1)_Y$. Pour conserver les propriétés de renormalisabilité de la théorie et ainsi permettre une interprétation physique des résultats, les masses des particules doivent être introduites uniquement par le mécanisme de Higgs, qui suppose l'existence d'une particule, le boson de Higgs. Le modèle standard décrit avec précision et succès ces trois interactions à des énergies inférieures au TeV.

Néanmoins certains indices, tels que les problèmes théoriques dans le secteur du boson de Higgs, le nombre importants de paramètres libres ou la hiérarchie des masses suggèrent que le modèle standard n'est qu'une théorie effective à basse énergie d'une théorie plus fondamentale. De plus, d'un point de vue expérimental, le boson de Higgs, particule cruciale dans le modèle, n'a toujours pas été détecté. Le modèle standard sera brièvement décrit au chapitre 4.

Pour résoudre les problèmes du modèle standard, il est nécessaire d'élaborer des théories "au delà du modèle standard". Il existe de nombreuses théories, mais une des plus prometteuses est la supersymétrie. L'idée de base de cette théorie est d'introduire une symétrie entre les fermions et les bosons. Les conséquences théoriques et phénoménologiques de la supersymétrie sont très importantes et apportent des solutions élégantes aux problèmes du modèle standard. quand la supersymétrie est élevée au rang de symétrie locale, on obtient la supergravité et l'apparition de la particule au centre de cette thèse, le gravitino. La supersymétrie, la supergravité et la phénoménologie du modèle standard Supersymétrique Minimal (MSSM) seront décrits dans les chapitres 5, 6.2 et 7.

Chapitre 4

Le modèle standard de la physique des particules

Le modèle standard (MS) est développé dans les années 1960. Il décrit les interactions entre les particules. Il est relativement prédictif et a pu être testé avec grande précision. Parmi ses succès, on peut souligner la prédiction de l'existence de certaines particules (boson W, boson Z, quark top) confirmée a posteriori par les expériences en collisionneur. Aujourd'hui toutes les particules du modèle ont été observées à l'exception du boson de Higgs, « clé de voûte » du modèle car cette particule se manifeste dans le mécanisme de Higgs qui permet de rendre massives toutes les particules de la théorie. Le futur collisionneur LHC au CERN a été construit pour découvrir le boson de Higgs et confirmer son existence. Le modèle standard a connu de nombreux succès mais présente quelques problèmes théoriques qui implique de chercher des modèles au delà du modèle standard. Malgré ses limites, le modèle standard est un bon point de départ pour des modèles plus raffinés. Cette partie permet d'introduire des notions importantes en physique des particules tout en présentant brièvement le modèle standard puis les limites dont souffre le modèle justifiant la nécessité d'aller au-delà du MS.

4.1 Les particules du modèle standard

Le modèle standard contient peu de particules, chacune caractérisée par sa masse et des charges quantiques comme la charge électrique, la charge de couleur ou le spin. Les fermions sont des particules de spin $1/2$, ils obéissent à la statistique de Fermi-Dirac. Ces fermions constituent la matière ordinaire. Ils interagissent entre eux par échange de bosons de jauge, particules de spin entier, qui suivent la statistique de Bose-Einstein. Les interactions obéissent à des symétries locales et internes dont découlent les propriétés des particules.

4.1.1 Les fermions

Les particules composant la matière peuvent être classés en deux groupes, les leptons et les quarks et sont rangées en trois générations. La première génération contient les particules les

plus légères (quarks u et d, deux leptons l'électron et son neutrino) et suffit à constituer la matière ordinaire. Les particules des deux autres générations reproduisent les mêmes caractéristiques que les particules de la première génération à la différence près qu'elles sont plus lourdes et instables et ne composent pas la matière ordinaire, elles ne sont produites que dans les événements de hautes énergies comme les collisions de rayons cosmiques dans la haute atmosphère ou les expériences en accélérateurs.

Il est aussi à noter que pour chaque particule, il existe une antiparticule possédant la même masse mais des charges opposées.

Une propriété importante, en particulier pour l'interaction faible est la chiralité des fermions. On définit deux opérateurs de projection P_L et P_R

$$P_L = \frac{1 - \gamma^5}{2} \quad P_R = \frac{1 + \gamma^5}{2} \quad (4.1)$$

avec la matrice de Dirac $\gamma^5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3$ (voir annexe A pour la définition des matrices de Dirac). Ces opérateurs projettent un fermion Ψ dans son état de chiralité gauche $\Psi_L = P_L\Psi$ et droite $\Psi_R = P_R\Psi$.

Leptons

Ils ne sont pas sensibles à l'interaction forte. Il existe trois leptons chargés (électron, muon, tau) et trois leptons neutres, les neutrinos. Les leptons sont habituellement rangés en doublets de $SU(2)_L$ contenant un lepton chargé de chiralité gauche et un neutrino. Les leptons chargés possèdent aussi une composante droite, singulets de l'interaction faible, c'est à dire qu'ils n'interagissent pas par interaction faible. Les neutrinos n'ont pas de composante droite. On a donc les doublets et les singulets suivants

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix}_L \quad \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu^- \end{pmatrix}_L \quad \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau^- \end{pmatrix}_L \quad (4.2)$$

$$e_R^- \quad \mu_R^- \quad \tau_R^-$$

Dans la version initiale du modèle standard, seuls les neutrinos gauches étaient connus et leur masse était prise nulle. Depuis la découverte de l'oscillation des neutrinos, nous savons que ces particules sont massives, ce qui implique l'existence de composantes droites, qui sont des singulets des interactions faible et forte, ce qui explique leur non-détection.

Quarks

Ils sont sensibles aux trois interactions du modèle standard, il en existe six saveurs (up, down, charm, strange, top, bottom) chacune existant en trois versions de couleurs de l'interaction forte. À cause du confinement, les quarks ne sont jamais observés seuls, ils forment des baryons (composés de trois quarks), des antibaryons (composés de trois antiquarks) et des mésons (composés d'un quark et d'un antiquark) qui sont alors sans charge de couleur. Les quarks u, c et t ont une

charge électrique $+2/3e$, les quarks d , s et b ont une charge $-1/3e$. Les composantes gauches forment des doublets de l'interaction faible, les composantes droites sont des singulets

$$\begin{array}{ccc} \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L & \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}_L & \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}_L \\ u_R & c_R & t_R \\ d_R & s_R & b_R \end{array} \quad (4.3)$$

L'existence de trois générations de fermions ajoute une complexité dans le secteur des quarks. En effet, on observe un mélange des états de quarks, les états propres de masse (états propres de la propagation) sont différents des états propres de saveur (états propres de l'interaction faible). Le passage d'une base à une autre se fait par la matrice de Cabibbo, Kobayashi, Maskawa (CKM)

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} = V_{CKM} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix} \quad (4.4)$$

La matrice V_{CKM} est souvent représentée comme le produit de trois rotations dans l'espace des saveurs avec une phase induisant une violation de la symétrie CP .

4.1.2 Les bosons de jauge

Les fermions interagissent entre eux par échange de particules dites médiatrices de spin 1 : les bosons de jauge. À chaque interaction est associée des bosons, le photon γ pour l'interaction électromagnétique, les bosons W^\pm et Z^0 pour l'interaction faible et les huit gluons g_a pour l'interaction forte. Les caractéristiques des bosons sont données par l'interaction qu'ils véhiculent et de façon formelle par le groupe de symétrie qui décrit l'interaction.

4.2 Les interactions du modèle standard

Les interactions du modèle standard se basent sur les théories de jauge qui sont des théories des champs basées sur un groupe de symétries locales, appelé groupe de jauge. L'invariance par transformation locale est appelée invariance de jauge. Par exemple l'électrodynamique quantique (QED) qui décrit l'interaction électromagnétique peut être décrite simplement en imposant une invariance de la théorie sous une symétrie $U(1)$ locale, qui est un groupe abélien. Les transformations liées aux groupes $SU(2)$ et $SU(3)$ sont des symétries non-abéliennes du fait que ces groupes sont non-commutatifs.

4.2.1 Cas d'une symétrie abélienne

On commence par décrire un champ fermionique $\Psi(x)$ de masse m et sans interactions. Son lagrangien s'écrit

$$\mathcal{L} = \bar{\Psi}(x)(i\gamma^\mu\partial_\mu - m)\Psi(x) \quad (4.5)$$

avec $\bar{\Psi} = \Psi^\dagger\gamma^0$. L'équation du mouvement du champ est obtenue à partir de l'équation d'Euler-Lagrange :

$$\partial_\mu \left(\frac{\delta\mathcal{L}}{\delta(\partial_\mu\bar{\Psi})} \right) - \frac{\delta\mathcal{L}}{\delta\bar{\Psi}} = 0 \quad (4.6)$$

On s'intéresse particulièrement aux symétries du lagrangien. D'après le théorème de Noether, si le lagrangien est invariant par une transformation $\Psi(x) \rightarrow \Psi'(x')$ dépendant d'un paramètre continu α , on peut définir des grandeurs physiques conservées, un courant et une charge conservés. La transformation peut être une symétrie d'espace-temps (ex : l'invariance par translation des coordonnées d'espace-temps impliquent la conservation de l'énergie et de l'impulsion du système) ou une symétrie interne (ex : rotation de phase). Dans le cas d'une symétrie interne, le courant s'écrit

$$J^\mu(x) = \frac{\delta\mathcal{L}}{\delta(\partial_\mu\Psi(x))} \frac{\delta\Psi(x)}{\delta\alpha} \quad (4.7)$$

La conservation du courant s'écrit

$$\partial_\mu J^\mu = 0 \quad (4.8)$$

La charge conservée associée est définie par

$$Q = \int d^3x J^0(x) \quad (4.9)$$

Le lagrangien éq. (4.5) est clairement invariant sous une transformation $U(1)$ globale $\Psi(x) \rightarrow e^{-iq\alpha}\Psi(x)$ (où q est la charge électrique).

On suppose maintenant le paramètre $\alpha(x)$ dépendant des coordonnées d'espace-temps. Le lagrangien n'est plus invariant sous cette symétrie $U(1)$ locale $\Psi(x) \rightarrow \Psi'(x) = e^{-iq\alpha(x)}\Psi(x)$ car

$$\partial_\mu\Psi' = e^{iq\alpha(x)}(\partial_\mu\Psi(x) - iq\partial_\mu\alpha(x)\Psi(x)) \quad (4.10)$$

Pour restaurer l'invariance du lagrangien, il est nécessaire d'introduire un champ de jauge $A_\mu(x)$ se transformant selon

$$A_\mu(x) \rightarrow A'_\mu(x) = A_\mu(x) - \frac{1}{g}\partial_\mu\alpha(x) \quad (4.11)$$

avec g une constante de couplage et en remplaçant les dérivées du lagrangien par des dérivées covariantes

$$\partial_\mu\Psi(x) \rightarrow D_\mu\Psi(x) = \partial_\mu\Psi(x) - igqA_\mu(x)\Psi(x) \quad (4.12)$$

qui se transforme

$$(D_\mu\Psi)' = \partial_\mu\Psi'(x) - igqA'_\mu(x)\Psi'(x) = e^{-iq\alpha(x)}D_\mu\Psi \quad (4.13)$$

Le lagrangien

$$\mathcal{L} = \bar{\Psi}(x)(i\gamma^\mu D_\mu - m)\Psi(x) \quad (4.14)$$

est bien invariant sous la symétrie $U(1)$ locale. Dans le cas de la QED, on identifie le fermion Ψ à un électron, le boson A_μ au photon et la charge de l'électron $g = e$, $q = -1$. Enfin, on complète le lagrangien en ajoutant le terme cinétique invariant de jauge pour le boson de jauge A_μ . On définit le tenseur du champ force électromagnétique

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu \quad (4.15)$$

Le lagrangien total de la QED est

$$\mathcal{L}_{\text{QED}} = \bar{\Psi}(x)(i\gamma^\mu D_\mu - m)\Psi(x) - \frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} \quad (4.16)$$

Pour obtenir l'invariance de jauge locale, il a donc été nécessaire d'ajouter un champ de jauge se couplant au fermion.

Le boson de jauge n'a pas de terme de masse dans le lagrangien, il est donc de masse nulle. Un terme de masse explicite $m^2 A^\mu A_\mu$ n'est pas invariant de jauge et est donc interdit dans le lagrangien. Une théorie de jauge peut donc contenir des bosons de jauge de masse nulle comme pour la QED ou des bosons qui acquièrent une masse par l'intermédiaire d'un mécanisme externe tel que le mécanisme de Higgs discuté au paragraphe 4.3.

4.2.2 Cas d'une symétrie non abélienne (théorie de Yang-Mills)

Dans le cas d'une symétrie non abélienne comme $SU(2)$ ou $SU(3)$, la démarche est similaire à $U(1)$. On veut construire un lagrangien symétrique sous $SU(n)$ locale, c'est-à-dire invariant sous les transformations $\Psi(x) \rightarrow U(\epsilon_a)\Psi(x)$ avec $a = 1 \dots n^2 - 1$

$$U(\epsilon_a) = \exp \left[-i \sum_a \epsilon_a(x) J^a \right] \quad (4.17)$$

où J^a sont les générateurs du groupe et $\epsilon_a(x)$ est un paramètre infinitésimal.

La dérivée covariante prend la forme

$$D_\mu = \partial_\mu - igJ_a A_\mu^a \quad (4.18)$$

où g est la constante de couplage de l'interaction. Il y a autant de champs de jauge que de générateurs du groupe de symétrie. Le lagrangien s'écrit maintenant

$$\mathcal{L}_{SU(n)} = \bar{\Psi}(x)(i\gamma^\mu D_\mu - m)\Psi(x) - \frac{1}{4}F^{\mu\nu a}F_{\mu\nu}^a \quad (4.19)$$

où les tenseurs $F_{\mu\nu}^a$ s'écrivent

$$F_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + g\lambda^{abc}A_\mu^b A_\nu^c \quad (4.20)$$

avec λ^{abc} les constantes de structure du groupe.

Les champs de jauge se transforment également. On peut vérifier que pour une transformation infinitésimale $\epsilon_a \ll 1$, on a

$$A_\mu^a \rightarrow A_\mu^a - \frac{1}{g}\partial_\mu \epsilon^a + \lambda^{abc}\epsilon^b A_\mu^c \quad (4.21)$$

4.2.3 Les interactions du modèle standard

Le modèle standard décrit les interactions électrofaible et forte. La première est comprise comme une théorie de jauge basée sur le groupe $SU(2)_L \times U(1)_Y$ et la seconde est basée sur $SU(3)_C$. Le modèle standard est donc associé au groupe de symétrie $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$.

L'interaction forte

L'interaction forte est la moins bien comprise des forces du modèle standard. En effet, elle se comporte différemment selon le régime d'énergie.

À basse énergie, l'interaction forte impose aux quarks d'être confinés. Ils se regroupent de façon que l'ensemble soit neutre sous $SU(3)_C$. On obtient deux types de hadrons : des mésons composés d'un quark et d'un antiquark (ex. : pions π) et des baryons composés de trois quarks (ex. : protons, neutrons). On ne peut pas observer un quark seul car si on tente de séparer deux quarks, l'énergie du système augmente avec la distance de séparation jusqu'à atteindre une énergie suffisante pour la création d'une nouvelle paire quark-antiquark à partir du vide afin de créer des hadrons. Le processus de formation de paires de quark-antiquark et la formation de mésons et de baryons est appelée *hadronisation*.

Dans ce régime, l'interaction forte se manifeste comme une interaction résiduelle entre hadrons globalement neutres de couleur mais composés de particules non neutres. Cette interaction maintient les protons et les neutrons dans les noyaux des atomes par échange de pions π^\pm et π^0 de masse respective 139 MeV et 135 MeV et de durée de vie $\tau_\pi \sim \hbar/(m_\pi c^2) \sim 8 \times 10^{-23}$ s. Il en résulte une interaction à très courte distance de l'ordre du fermi. La constante de couplage est alors grande devant l'unité $\alpha \sim 15$, le traitement perturbatif ne peut pas approximer correctement l'interaction. Il est nécessaire de faire appel à des simulations numériques sur réseau pour l'étudier.

À haute énergie, c'est-à-dire au dessus de l'énergie de transition quark/hadron, l'interaction forte est alors une interaction entre les quarks et transmise par les gluons. Le modèle standard décrit l'interaction forte dans ce régime. La théorie est appelée *chromodynamique quantique* (notée QCD pour Quantum ChromoDynamics) et est basée sur des particule portant une charge de couleur. Il existe trois valeurs pour cette charge notées rouge (r), vert (g) et bleu (b). Les quarks portent une couleur, il existe donc trois versions de chaque quark. Les huit gluons portent chacun deux couleurs et changent la couleur d'un quark lors de leur interaction. La constante de couplage est notée g_s . La QCD est décrite à l'aide d'une théorie basée sur le groupe $SU(3)_C$. Cette théorie à haute énergie peut se décrire en terme de théorie perturbative. Cela est dû au fait que la constante de couplage diminue à mesure que l'énergie des particules mises en jeu augmente. Cette constante de couplage tend vers zéro quand l'échelle d'énergie tend vers l'infini (équivalent à des échelles de distance tendant vers zéro), on parle de liberté asymptotique. Les quarks se comportent comme s'ils étaient libres.

L'interaction électrofaible

Cette interaction correspond à l'unification de l'interaction faible et l'interaction électromagnétique.

a) Secteur bosonique

L'interaction électrofaible est décrite par le groupe de symétrie $SU(2)_L \times U(1)_Y$, on en déduit directement qu'il faut trois bosons de jauge pour la partie $SU(2)$ et un boson pour la partie $U(1)$ noté respectivement W_μ^a , $a = 1, 2, 3$ et B_μ . La partie cinétique du lagrangien s'écrit naturellement

$$\mathcal{L}_{\text{boson}} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^a F^{\mu\nu a} - \frac{1}{4}G_{\mu\nu}G^{\mu\nu} \quad (4.22)$$

avec $F_{\mu\nu}^a$ donné par l'éq. (4.20) avec pour constantes de structure le tenseur de Levi-Civita et $G_{\mu\nu}$ est donné par l'éq. (4.15) dans le cas d'un symétrie abélienne. Les quatre bosons sont de masse nulle, des termes de masse explicites ne peuvent être ajoutés au lagrangien sans perdre l'invariance de jauge.

b) Secteur fermionique

Les premières études de l'interaction faible ont mis en évidence l'importance de la chiralité des fermions. Les interactions de jauge conservent la chiralité, il est donc nécessaire de traiter séparément chacune des projections des fermions. Les charges associées à l'interaction faible donnent des doublets de $SU(2)$ pour les particules d'hélicité gauche et des singulets pour des particules d'hélicité droite.

La charge électrique (générateur de la symétrie électromagnétique $U(1)_{\text{em}}$) est reliée au générateur hypercharge Y de $U(1)_Y$ et à T_3 le générateur diagonal de $SU(2)_L$ par la relation

$$Q = T_3 + \frac{Y}{2} \quad (4.23)$$

Le lagrangien purement fermionique en interaction électrofaible avec les 4 bosons de jauge s'écrit

$$\mathcal{L}_{\text{fermion}} = \bar{\Psi} i \gamma^\mu D_\mu \Psi \quad (4.24)$$

avec

$$D_\mu \Psi = \left(\partial_\mu - ig J_a A_\mu^a - ig' \frac{Y}{2} B_\mu \right) \Psi \quad (4.25)$$

où g et g' sont des constantes de couplage de $SU(2)$ et $U(1)$, J^a sont les générateurs non nuls de $SU(2)$ si Ψ décrit un fermion faisant partie d'un doublet et sont nuls dans le cas d'un singulet et Y est l'hypercharge.

4.3 Mécanisme de Higgs et brisure électrofaible

Le secteur électrofaible est décrit par la symétrie de jauge $SU(2)_L \times U(1)_Y$. L'invariance de jauge du lagrangien sous cette symétrie ne permet pas d'introduire de termes de masses pour les bosons et les fermions. Cependant les expériences montrent qu'un grand nombre de particules sont massives. Le mécanisme de Higgs permet d'introduire des masses pour ces particules tout en préservant les critères de renormalisabilité de la théorie. Ce mécanisme consiste en une brisure spontanée de la symétrie électrofaible $SU(2)_L \times U(1)_Y \rightarrow U(1)_{em}$ qui conserve la symétrie du lagrangien mais pas de l'état du vide. Dans le cas d'une symétrie globale, le théorème de Goldstone montre que pour chaque générateur de symétrie brisé, il existe un état physique de masse nulle appelé boson de Goldstone.

Dans le cas d'une symétrie locale comme dans le modèle standard, la brisure est décrite par le mécanisme de Higgs, proposée par trois équipes simultanément Brout et Englert, Higgs, Guralnik et Hagen et Kibble [?, ?, ?]. Un doublet complexe scalaire est introduit dans le modèle, il est appelé champ de Higgs. Lors de la brisure électrofaible, trois des quatre degrés de liberté du champ de Higgs sont absorbés par les bosons de jauge qui acquièrent une masse et une polarisation longitudinale. Le degré de liberté résiduel est le boson de Higgs physique. Les fermions obtiennent une masse grâce à des couplages de Yukawa au champ de Higgs.

La dynamique du champ de Higgs permet de générer la brisure spontanée de la symétrie électrofaible $SU(2)_L \times U(1)_Y \rightarrow U(1)_{em}$. Le champ de Higgs est un doublet de $SU(2)$ avec une hypercharge $Y(\Phi) = 1$

$$\Phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} \quad (4.26)$$

Le lagrangien total de l'interaction électrofaible est donné par

$$\mathcal{L}_{EW} = \mathcal{L}_{boson} + \mathcal{L}_{fermion} + \mathcal{L}_{Higgs} + \mathcal{L}_{Yukawa} \quad (4.27)$$

Les deux premiers termes sont donnés par les équations éq. (4.22) et éq. (4.24).

Le terme \mathcal{L}_{Higgs} décrit la dynamique du champ scalaire. Cette dynamique doit être invariante par transformation de jauge sous $SU(2)_L \times U(1)_Y$. Le champ scalaire obéit à l'équation de Klein-Gordon. Il contient aussi un terme de potentiel d'ordre inférieur à 4 pour conserver la renormalisabilité de la théorie

$$\mathcal{L}_{Higgs} = D_\mu \Phi^\dagger D^\mu \Phi - V(\Phi) \quad (4.28)$$

avec un potentiel de la forme

$$V(\Phi) = a\Phi^\dagger\Phi + \lambda(\Phi^\dagger\Phi)^2 \quad (4.29)$$

En toute généralité, le champ de Higgs peut interagir avec les fermions par des couplages de Yukawa ou couplages trilineaires

$$\mathcal{L}_{Yukawa} = f_e \bar{l}_L \Phi e_R + f_u \bar{q}_L \tilde{\Phi} u_R + f_d \bar{q}_L \Phi d_R + h.c. \quad (4.30)$$

où les f sont les constantes de couplages de Yukawa et $\tilde{\Phi} = i\sigma_2 \Phi^*$.

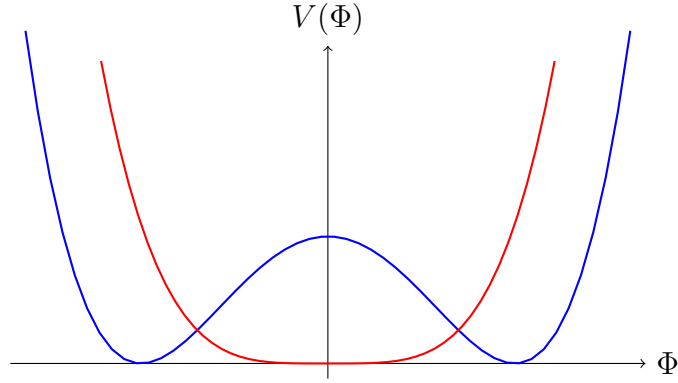


FIG. 4.1 – Potentiel du champ du Higgs avec $a > 0$ (courbe rouge) n'induisant pas de brisure et avec $a < 0$ (courbe bleue en forme de "chapeau mexicain") créant la brisure spontanée de la symétrie électrofaible

La brisure de la symétrie est induite par la forme du potentiel de l'éq. (4.29). Pour $a = -\mu^2 < 0$, le potentiel prend la forme d'un "chapeau mexicain" (voir Fig. 4.1) qui oblige le champ scalaire à choisir un état fondamental $\langle \Phi \rangle_0$ (on parle de vev pour vacuum expectation value) qui ne sera plus invariant sous $SU(2)_L$ alors que le lagrangien total reste invariant. Le minimum est atteint pour $\Phi^\dagger \Phi = v^2/2$ avec $v = \sqrt{\mu^2/\lambda}$, un choix possible pour la vev est

$$\langle \Phi \rangle_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} \quad (4.31)$$

On introduit quatre nouveaux champs (correspondant aux quatre degrés de liberté du champ de Higgs) pour décrire les fluctuations autour du vide. Trois de ces degrés de liberté sont "absorbés" par les champs de jauge W_μ^a qui deviennent massifs après la redéfinition suivante

$$W_\mu^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}}(W_\mu^1 \mp iW_\mu^2) \quad (4.32)$$

$$(4.33)$$

$$\begin{pmatrix} Z^\mu \\ A^\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_W & -\sin \theta_W \\ \sin \theta_W & \cos \theta_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W_3^\mu \\ B^\mu \end{pmatrix} \quad (4.34)$$

avec

$$\tan \theta_W = g'/g \quad (4.35)$$

Les bosons de jauge W^\pm et Z^0 sont massifs, leurs masses sont reliées à la vev et à l'angle de Weinberg par

$$M_W = gv/2 = M_Z \cos \theta_W \quad (4.36)$$

L'angle et les masses ont été mesurés avec grande précision dans les collisionneurs du CERN (LEP) et du SLAC [30]

$$\sin^2 \theta_W = 0.23152 \quad m_W = 80.403 \pm 0.029 \text{ GeV} \quad m_Z = 91.1876 \pm 0.0021 \text{ GeV} \quad (4.37)$$

ce qui correspond à une valeur pour la vev de $v \simeq 246$ GeV.

Le dernier degré de liberté devient une particule physique, le boson de Higgs, de masse

$$m_h = \sqrt{2}\mu = \sqrt{2\lambda}v \quad (4.38)$$

Cette particule n'a toujours pas été observée dans les collisionneurs, c'est un des objectifs principaux du Tevatron au Fermilab et du LHC au CERN. Le modèle standard ne prédit pas la masse du boson de Higgs. Le collisionneur LEP du CERN a permis de contraindre la masse à 95% de confiance

$$m_h \gtrsim 114.4 \text{ GeV} \quad (4.39)$$

4.4 Les limites du modèle standard

Le modèle standard est avant tout un grand succès théorique et expérimental de la physique des particules. Tous les fermions du modèle standard ont été observés expérimentalement. La validité du modèle standard aux énergies étudiées jusqu'à présent en collisionneurs n'a pas été mise en défaut par les données expérimentales. Parmi les grands succès du modèle, on peut souligner la prédiction des bosons W^\pm et Z (observés en 1983 au CERN par les collaborations UA1 et UA2) et la prédiction du quark top (observé en 1995 au Tevatron par les collaborations CDF et D0).

Malgré ses succès, le modèle standard contient un certain nombre de problèmes suggérant que le modèle n'est qu'une théorie effective, approximation à basse énergie d'une théorie plus fondamentale.

Le modèle standard contient 19 paramètres libres qui ne sont pas déterminés par la théorie. Il s'agit des 3 constantes de couplage, 1 paramètre QCD source de possible violation de la symétrie CP dans les interactions fortes, 6 masses pour les quarks, 3 angles de mélange des quarks et 1 phase de violation de la symétrie CP par les interactions faibles, 3 masses pour les leptons chargés et les 2 paramètres λ et μ du potentiel de Higgs. De plus, si on considère les neutrinos massifs, il faut rajouter au moins 9 paramètres. Ces paramètres ne peuvent être déterminés qu'expérimentalement. Une théorie plus fondamentale devrait pouvoir expliquer l'origine de ces paramètres.

L'existence d'une théorie plus fondamentale est fortement suggérée par l'étude des constantes de couplage des interactions forte, faible et électromagnétique. Les constantes de couplage $g_1 = \sqrt{5/3}g'$, $g_2 = g$ et $g_3 = g_s$ dépendent de l'échelle d'énergie, l'évolution de ces constantes sont décrites par les équations du groupe de renormalisation. À l'ordre d'une boucle, on a :

$$\frac{d}{dt}g_a = \frac{1}{16\pi^2}b_a g_a^3 \quad (a = 1, 2, 3) \quad (4.40)$$

où $t = \ln(Q/Q_0)$ avec Q l'échelle d'énergie, $Q_0 \simeq 2 \times 10^{16}$ GeV l'échelle initiale et $b_a^{MS} = (41/10, -19/6, -7)$ sont donnés par le modèle. La figure Fig. 4.2 donne le résultat de l'évolution des constantes de couplage sous la forme $\alpha_a = g_a^2/4\pi$. Les courbes en pointillés correspondent au modèle standard, la convergence des courbes suggère une possible unification des

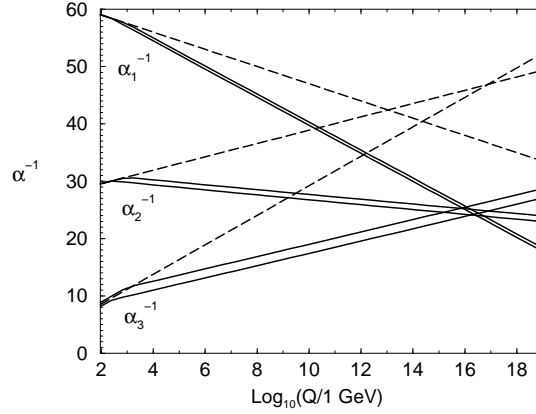


FIG. 4.2 – Évolution des constantes de couplage en fonction de l'échelle d'énergie pour le modèle standard (tirets) et pour la supersymétrie (traits pleins)

constantes de couplage à une échelle d'énergie de l'ordre de $10^{15} - 10^{16}$ GeV dite de Grande Unification à partir de laquelle on trouve une théorie de Grande Unification (GUT pour Grand Unified Theory). L'unification des constante de couplage ne se fait pas en un point dans le modèle standard malgré les incertitudes théoriques. Les courbes en traits pleins montrent le résultat pour un modèle au-delà du modèle standard appelé supersymétrie qui sera présenté au chapitre 5. Dans le cas de la supersymétrie, on a $b_a^{SUSY} = (33/5, 1, -3)$ et les courbes se coupent à une énergie $M \sim 2 \times 10^{16}$ GeV. Ce résultat encourage à regarder des théories au delà du modèle standard.

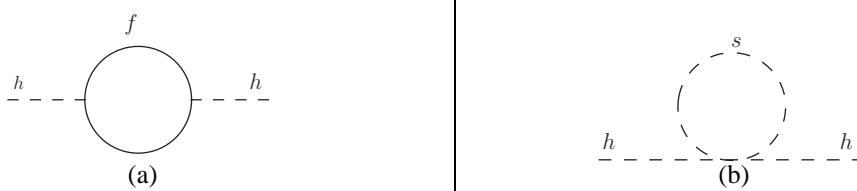
Le modèle standard n'explique pas pourquoi il y a trois générations de particules et n'explique pas non plus la hiérarchie des masses entre les particules fixée à la main par les constantes de couplage de Yukawa. Le potentiel de Higgs est aussi mis à la main dans le modèle. La théorie au-delà du modèle standard devrait présenter une brisure spontanée et dynamique de la symétrie électrofaible.

Les masses des champs scalaires comme le boson de Higgs obtiennent des corrections radiatives (voir Fig. 4.3(a) et Fig. 4.3(b)) entraînant des divergences quadratiques

$$m_h^2 = m_0^2 + \alpha \lambda \frac{\Lambda^2}{16\pi^2} \quad (4.41)$$

où m_0 est la masse « nue » du boson de Higgs, α est un nombre positif ou négatif et Λ est l'énergie de coupure introduite pour régulariser les diagrammes à une boucle.

La dépendance quadratique ne peut pas être absorbée par la procédure de renormalisation et prend une valeur de l'ordre de l'échelle de la nouvelle physique au delà du modèle standard, c'est-à-dire de l'ordre de l'échelle de la masse de Planck $M_{Pl} = 2.4 \times 10^{18}$ GeV où l'interaction gravitationnelle devient du même ordre de grandeur que les autres interactions. Dans l'hypothèse d'une théorie de grande unification, l'ordre de grandeur est $\Lambda \sim 10^{16}$ GeV. Pour avoir une masse du boson de Higgs de l'ordre de l'échelle électrofaible, il devient nécessaire d'ajuster sur plus de 15 ordres de grandeur le rapport m_0/Λ , ce qui n'est pas très satisfaisant. Ce problème est connu sous le nom de *problème de hiérarchie des échelles* car il prend sa source



$$\delta m_h^2 = -\frac{|\lambda_f|^2}{16\pi^2} \left(-2\Lambda^2 + 6m_f^2 \ln \left(\frac{\Lambda}{m_f} \right) + \dots \right) \quad \left| \quad \delta m_h^2 = -\frac{\lambda_s}{16\pi^2} \left(\Lambda^2 - 2m_s^2 \ln \left(\frac{\Lambda}{m_s} \right) + \dots \right)$$

FIG. 4.3 – Corrections radiatives à une boucle à la masse du boson de Higgs avec une boucle de fermion (a) et une boucle de scalaire (b)

dans la grande différence entre l'échelle électrofaible et l'échelle GUT. Ce problème est résolu de façon élégante dans le cadre de la supersymétrie.

Par ailleurs, d'un point de vue cosmologique, le modèle standard ne permet pas d'expliquer l'asymétrie baryonique et n'offre pas de bon candidat pour la matière noire (voir chap. 3 pour le cas des neutrinos).

Chapitre 5

Supersymétrie

La supersymétrie trouve sa source dans une recherche d'extension des symétries d'espace-temps (groupe de Poincaré) à des symétries internes. La supersymétrie propose une symétrie entre bosons et fermions. Cette simple idée a des conséquences théoriques et phénoménologiques particulièrement extraordinaires pour la physique des particules.

Les premières recherches datent des années 1960. En 1967, Coleman et Mandula montrent avec leur fameux *no-go theorem* que l'extension du groupe de Poincaré à des symétries internes est impossible en utilisant des opérateurs bosoniques. En 1971, Golfand et Likhtman puis l'année suivante Volkov et Akulov étendent le groupe avec des opérateurs fermioniques, c'est la naissance de la supersymétrie. En 1973, Wess et Zumino étendent à 4 dimensions les "transformations de superjauge" développées à deux dimensions en théorie des cordes par Neveu et Schwarz, Ramond, Gervais et Sakita. Le modèle de Wess et Zumino permettait de construire une théorie supersymétrique et renormalisable à quatre dimensions. Une prédiction phénoménologique importante de la supersymétrie était que le boson et le fermion liés par cette symétrie formant un supermultiplet avaient la même masse. Or expérimentalement, aucune paire de superpartenaires n'était observée. La supersymétrie était au mieux une symétrie brisée. Les premiers modèles de brisure de la supersymétrie furent développés par Fayet et Iliopoulos (1974) puis O'Raifeartaigh (1975). Les premiers modèles phénoménologiques essayèrent d'associer des fermions et des bosons connus dans des supermultiplets comme le photon avec le neutrino, le gluon avec le quark, mais ces modèles ne fonctionnaient pas. En 1976, Fayet propose d'associer à chaque particule du modèle standard une nouvelle particule. Dans sa version la plus simple, cette extension est appelée modèle standard supersymétrique minimal (MSSM).

Parallèlement, certains se sont intéressés au problème d'élever la supersymétrie au rang de symétrie locale. Il est alors nécessaire d'introduire une particule de spin $3/2$ pour préserver l'invariance de jauge. Cette particule est appelée gravitino car elle est le partenaire supersymétrique du graviton. La supersymétrie locale est alors appelée *supergravité*, les premiers résultats furent découverts en 1976 par Ferrara, Freedman et van Nieuwenhuizen suivi de Deser et Zumino. Lors de la brisure de la supersymétrie globale, un fermion de goldstone ou goldstino apparaît. Dans la théorie locale, par un mécanisme de *super-Higgs*, le goldstino est absorbé par le gravitino qui acquiert une masse.

La supersymétrie est une extension du modèle standard prometteuse. Elle permet de résoudre

certains des problèmes du modèle standard :

- meilleure unification des constantes de couplage à l'échelle GUT
- la brisure électrofaible est réalisée par corrections radiatives
- la supersymétrie protège la masse du Higgs des corrections radiatives quadratiques : les signes des contributions à δm_h^2 sont opposés pour les fermions et les bosons. Les constantes de couplage de Yukawa des superpartenaires sont reliées par la relation $|\lambda_f|^2 = \lambda_s$. Même dans le cas de la supersymétrie brisée, on élimine ainsi les divergences quadratiques des diagrammes de la Fig. 4.3, la contribution radiative à la masse du Higgs est de l'ordre de $m_s^2 - m_f^2$. L'échelle électrofaible est stabilisée si $|m_s^2 - m_f^2| \lesssim 1 \text{ TeV}$
- certaines particules supersymétriques sont de bons candidats pour la matière noire

D'un autre côté, la supersymétrie introduit également des problèmes. Les expériences de physique des particules mettent en évidence le fait que si la supersymétrie existe, c'est une symétrie brisée. Le mécanisme de la brisure de la supersymétrie n'est pas connu ce qui implique de façon générale d'introduire plus d'une centaine de paramètres. La supersymétrie reste néanmoins une extension du modèle standard très séduisante aussi bien pour la physique des particules que pour la cosmologie, domaine dans lequel nous allons appliquer cette théorie pour résoudre les problèmes du lithium et la nature de la matière noire.

L'objectif de ce chapitre et des deux suivants est d'explicitier les grandes étapes pour obtenir une théorie supersymétrique et les notions essentielles qui seront utilisées dans cette étude. Ce premier chapitre présente les bases de la supersymétrie et la construction de la théorie en utilisant principalement les références [127, 128]. Le chapitre suivant présente la brisure de la supersymétrie, la supergravité et les propriétés du gravitino. Enfin le dernier chapitre présente le modèle standard supersymétrique minimal (MSSM) et les aspects phénoménologiques de la supersymétrie.

5.1 Algèbre et supermultiplets

La supersymétrie est une symétrie dont l'effet est de transformer un état bosonique en état fermionique et réciproquement. Les générateurs de la supersymétrie sont de type fermionique notés Q_α et la transformation est schématiquement

$$Q |\text{boson}\rangle = |\text{fermion}\rangle \quad Q |\text{fermion}\rangle = |\text{boson}\rangle \quad (5.1)$$

La version la plus simple de la supersymétrie ne contient qu'un seul couple de générateurs Q_α et $\bar{Q}^{\dot{\alpha}}$ (où les indices $\alpha, \dot{\alpha} = 1, 2$ indiquent les composantes des spineurs de Weyl, voir l'annexe A pour les notations sur les spineurs de Weyl), c'est la supersymétrie $N = 1$. Nous travaillons uniquement dans cette supersymétrie¹. Les opérateurs Q sont des opérateurs fermioniques, ils

¹Les modèles à $N > 1$ entraînent l'existence de supermultiplet contenant simultanément les hélicités gauche et droite d'une particule. Ces deux états doivent alors se transformer de la même façon par les symétries de jauge or expérimentalement nous savons que l'interaction faible distingue les hélicités gauche et droite [129]

anticommutent entre eux. L'algèbre supersymétrique est

$$\{Q_\alpha, \bar{Q}_{\dot{\beta}}\} = 2(\sigma_\mu)_{\alpha\dot{\beta}} P^\mu \quad (5.2)$$

$$\{Q_\alpha, Q_\beta\} = \{\bar{Q}^{\dot{\alpha}}, \bar{Q}^{\dot{\beta}}\} = 0 \quad (5.3)$$

$$[Q_\alpha, P^\mu] = [\bar{Q}^{\dot{\alpha}}, P^\mu] = 0 \quad (5.4)$$

$$[Q_\alpha, M^{\mu\nu}] = i(\sigma^{\mu\nu})_\alpha^\beta Q_\beta \quad (5.5)$$

$$[Q_\alpha, R] = Q_\alpha \quad (5.6)$$

$$[\bar{Q}_{\dot{\beta}}, R] = -\bar{Q}_{\dot{\beta}} \quad (5.7)$$

avec P^μ les générateurs des translations et $M^{\mu\nu}$ les générateurs des transformations de Lorentz et R le générateur de la R-symétrie. Les générateurs $(\sigma^{\mu\nu})_\alpha^\beta$ sont définis par

$$(\sigma^{\mu\nu})_\alpha^\beta = \frac{1}{4} [(\sigma^\mu)_{\alpha\dot{\gamma}}(\bar{\sigma}^\nu)^{\dot{\gamma}\beta} - (\sigma^\nu)_{\alpha\dot{\gamma}}(\bar{\sigma}^\mu)^{\dot{\gamma}\beta}] \quad (5.8)$$

La supersymétrie possède une symétrie interne globale $U(1)$, la R-symétrie, qui est une sorte de généralisation de la symétrie chirale. La brisure de cette symétrie continue peut être à l'origine d'une symétrie discrète, la R-parité, qui joue un rôle important dans la phénoménologie de la supersymétrie.

Les générateurs de la supersymétrie commutent avec P^μ , éq. (5.4), il y a donc conservation de l'énergie et de l'impulsion. L'anticommutation de l'éq. (5.2) relie les symétries internes aux symétries d'espace-temps. Dans le cas d'une supersymétrie locale, le paramètre de la transformation de supersymétrie dépend des coordonnées d'espace-temps et donc la commutation de deux transformations de supersymétrie locales est une translation d'espace-temps dépendant également des coordonnées. La supersymétrie vérifie alors l'invariance de Lorentz locale et contient donc une certaine représentation de la gravitation appelée *supergravité* et présentée au chapitre 6.2.

Les représentations irréductibles de cet algèbre sont appelées les supermultiplets. Ils contiennent chacun un boson et un fermion. Les particules appartenant au même supermultiplet ont la même masse mais pas le même spin. De plus, dans un supermultiplet, il y a égalité entre le nombre de degrés de liberté bosoniques et fermioniques $n_b = n_f$.

On peut distinguer deux représentations en théorie des champs :

- supermultiplet chiral contient deux champs scalaires réels formant ensemble un champ scalaire complexe ϕ appelé le sfermion et un champ fermionique de Weyl ψ . Les deux champs ont la même masse. Le champ scalaire a deux degrés de liberté, le fermion sur la couche de masse (on-shell) en a aussi deux mais en a quatre quand il est hors de la couche de masse (off-shell). Pour équilibrer les degrés de liberté, on ajoute au supermultiplet un champ scalaire complexe F qui n'a pas de terme cinétique, il ne se propage pas et il est appelé champ auxiliaire. Le contenu du supermultiplet chiral est

$$\Psi = (\phi, \psi_\alpha, F) \quad (5.9)$$

- supermultiplet de jauge contient dans le cas général un grand nombre de champs. Dans le cas de la jauge de Wess-Zumino, le supermultiplet comprend un fermion de Weyl (le

jaugino) λ_α^a , un boson de jauge (de masse nulle) A_a^μ et un champ scalaire réel auxiliaire D^a . Le boson de jauge a deux degrés de liberté on-shell comme le fermion mais trois off-shell. Le champ scalaire réel D^a apporte un degré de liberté bosonique supplémentaire off-shell

$$\Phi = (\lambda_\alpha^a, A_a^\mu, D^a) \quad (5.10)$$

où a est l'indice du groupe de jauge

Les particules du modèle standard et leurs partenaires supersymétriques sont rangés dans ces multiplets. Il n'est pas possible de remplir un supermultiplet avec les particules connues, aucun superpartenaire n'ayant été détecté à ce jour dans les expériences de physique des particules. Ceci pose un problème phénoménologique puisque les particules d'un supermultiplet doivent avoir la même masse et devraient donc avoir été produites dans les expériences. Pour expliquer ce résultat, il faut supposer que les particules supersymétriques sont plus massives que leur partenaire du modèle standard suite à une brisure de la supersymétrie.

5.2 Lagrangien supersymétrique

Pour construire une théorie supersymétrique, nous commençons par introduire le cas le plus simple, le modèle de Wess et Zumino contenant un supermultiplet scalaire de masse nulle et sans interaction pour voir comment concrètement les champs se transforment. Puis nous introduirons les interactions, ce qui conduira à la notion de superpotentiel.

5.2.1 Le lagrangien chiral libre

L'action la plus simple que l'on peut construire avec le supermultiplet chiral est celle du modèle de Wess-Zumino sans masse et sans interaction. Dans le cas on-shell, qui est suffisant quand il n'y a pas d'interaction, nous avons simplement un fermion ψ et un scalaire complexe ϕ

$$S = \int d^4x (\mathcal{L}_{\text{scalaire}} + \mathcal{L}_{\text{fermion}}) \quad (5.11)$$

avec

$$\mathcal{L}_{\text{scalaire}} = \partial^\mu \phi^* \partial_\mu \phi \quad (5.12)$$

$$\mathcal{L}_{\text{fermion}} = i\bar{\psi} \bar{\sigma}^\mu \partial_\mu \psi \quad (5.13)$$

Si on applique une transformation supersymétrique globale de paramètre ϵ^α (fermion de Weyl infinitésimal indépendant des coordonnées d'espace-temps $\partial^\mu \epsilon_\alpha = 0$) sur le champ scalaire ϕ , le résultat doit être proportionnel au champ fermionique ψ

$$\delta\phi = \sqrt{2}\epsilon\psi \quad \text{et} \quad \delta\phi^* = \sqrt{2}\bar{\epsilon}\bar{\psi} \quad (5.14)$$

La transformation infinitésimale sur le lagrangien du champ scalaire est :

$$\delta\mathcal{L}_{\text{scalaire}} = \sqrt{2}(\epsilon\partial^\mu\psi)\partial_\mu\phi^* + \sqrt{2}\partial^\mu\phi(\bar{\epsilon}\partial_\mu\bar{\psi}) \quad (5.15)$$

D'un point de vue dimensionnel, en unités de masse, on a

$$[\phi] = 1 \quad [\psi] = \frac{3}{2} \quad [\epsilon] = -\frac{1}{2} \quad (5.16)$$

Pour que l'action reste invariante sous la transformation de supersymétrie, il faut que la somme $\delta\mathcal{L}_{\text{scalaire}} + \delta\mathcal{L}_{\text{fermion}}$ soit nulle à une divergence totale près (ne contribuant pas à l'action). Cela est possible si le champ fermionique a pour transformation infinitésimale

$$\delta\psi_\alpha = i\sqrt{2}(\sigma^\mu\bar{\epsilon})_\alpha\partial_\mu\phi \quad \text{et} \quad \delta\bar{\psi}_{\dot{\alpha}} = -i\sqrt{2}(\epsilon\sigma^\mu)_{\dot{\alpha}}\partial_\mu\phi^* \quad (5.17)$$

Pour s'assurer qu'il s'agit bien d'une transformation de supersymétrie, il faut vérifier que l'algèbre ferme. Dans le cas de l'éq. 5.2, on applique deux fois les transformations précédentes aux champs. On obtient

$$\phi \rightarrow \psi \rightarrow \partial\phi \quad \psi \rightarrow \partial\phi \rightarrow \partial\psi \quad (5.18)$$

On retrouve bien le champ initial sur lequel est appliqué l'opérateur impulsion $P^\mu \sim i\partial^\mu$, ce qui correspond bien à l'algèbre supersymétrique. Il est nécessaire d'utiliser les équations du mouvement $\bar{\sigma}^\mu\partial_\mu\psi = 0$ pour obtenir ce résultat. Il n'est donc pas trivial de pouvoir fermer l'algèbre dans le cas de champs off-shell. En fait, il suffit d'introduire un terme contenant le champ auxiliaire F dans l'action qui s'écrit

$$S = \int d^4x(\mathcal{L}_{\text{scalaire}} + \mathcal{L}_{\text{fermion}} + \mathcal{L}_{\text{aux}}) \quad (5.19)$$

avec

$$\mathcal{L}_{\text{aux}} = F^*F \quad (5.20)$$

Les transformations infinitésimales du champ auxiliaire sont :

$$\delta F = i\sqrt{2}\bar{\epsilon}\bar{\sigma}^\mu\partial_\mu\psi \quad \text{et} \quad \delta F^* = -i\sqrt{2}\partial_\mu\bar{\psi}\bar{\sigma}^\mu\epsilon \quad (5.21)$$

La variation du terme \mathcal{L}_{aux} donne

$$\delta\mathcal{L}_{\text{aux}} = i\sqrt{2}\epsilon(\bar{\sigma}^\mu)\partial_\mu\psi F^* - i\sqrt{2}\partial_\mu\bar{\psi}(\bar{\sigma}^\mu)\epsilon F \quad (5.22)$$

Cette variation s'annule bien dans le cas on-shell avec l'équation de mouvement $F = F^* = 0$ (uniquement vrai car les particules sont de masse nulle). Dans le cas off-shell, cette variation est compensée par une modification des transformations du champ ψ . On obtient finalement

$$\begin{aligned} \delta\phi &= \sqrt{2}\epsilon\psi & \delta\phi^* &= \sqrt{2}\bar{\epsilon}\bar{\psi} \\ \delta\psi_\alpha &= i\sqrt{2}(\sigma^\mu\bar{\epsilon})_\alpha\partial_\mu\phi + \sqrt{2}\epsilon_\alpha F & \delta\bar{\psi}_{\dot{\alpha}} &= -i\sqrt{2}(\epsilon\sigma^\mu)_{\dot{\alpha}}\partial_\mu\phi^* + \sqrt{2}\bar{\epsilon}_{\dot{\alpha}}F^* \\ \delta F &= i\sqrt{2}\bar{\epsilon}\bar{\sigma}^\mu\partial_\mu\psi & \delta F^* &= -i\sqrt{2}\partial_\mu\bar{\psi}\bar{\sigma}^\mu\epsilon \end{aligned} \quad (5.23)$$

Le lagrangien libre est totalement invariant par transformation supersymétrique aussi bien dans des configurations on-shell que off-shell.

L'invariance par une transformation implique la conservation d'un courant, c'est également le cas de la supersymétrie. Le *supercourant* j_α^μ est un 4-vecteur portant un indice spinoriel puisque les générateurs de la supersymétrie sont fermioniques

$$j_\alpha^\mu = -i\sqrt{2}\sigma^\nu\bar{\sigma}^\mu\psi_\alpha\partial_\nu\phi^* \quad (5.24)$$

5.2.2 Les interactions du multiplet chiral

Dans un cas réaliste, il existe plusieurs supermultiplets chiraux $\Psi^i = (\phi^i, \psi^i, F^i)$ impliquant des termes d'interaction entre les champs. Il n'est pas évident a priori que l'introduction d'interactions permettent la conservation de l'invariance par les transformations supersymétriques. Il est cependant possible d'obtenir une telle théorie mais l'exigence d'un lagrangien renormalisable et invariant par les transformations supersymétriques pose de fortes contraintes sur les couplages. Le lagrangien d'interaction est de la forme suivante (pour une démonstration, le lecteur peut se référer à [127]) :

$$\mathcal{L}_{int} = -\frac{1}{2}W^{ij}(\phi)\psi_i\psi_j + V(\phi, \phi^*) + c.c. \quad (5.25)$$

où W^{ij} est un polynôme dans les champs scalaires ϕ . La condition d'invariance par transformation supersymétrique impose que les termes de $\delta\mathcal{L}_{int}$ (non explicité) en $\psi_i\psi_j$ s'annulent si W^{ij} ne dépend que des champs ϕ et est complètement symétrique. La seule possibilité est

$$W^{ij} = M^{ij} + \frac{1}{6}y^{ijk}\phi_k \quad (5.26)$$

où M^{ij} est une matrice de masse symétrique et y^{ijk} est un couplage de Yukawa. On écrit

$$W^{ij} = \frac{\partial^2 W}{\partial\phi_i\partial\phi_j} \quad (5.27)$$

en définissant le *superpotentiel* W

$$W = \frac{1}{2}M^{ij}\phi_i\phi_j + \frac{1}{6}y^{ijk}\phi_i\phi_j\phi_k \quad (5.28)$$

Il est important de noter que le superpotentiel est fonction des champs ϕ mais pas de ϕ^* pour que le lagrangien d'interaction soit invariant par transformation supersymétrique. Le superpotentiel est une fonction holomorphe (ou analytique).

En imposant que \mathcal{L}_{int} est invariant, on détermine la forme du potentiel scalaire $V(\phi, \phi^*)$ en fonction du superpotentiel :

$$V = W_i^*W^i = F_i F^{*i} \quad (5.29)$$

avec

$$F_i = -\frac{\partial W}{\partial\phi^i} = -W_i^* \quad F^{*i} = -\frac{\partial W}{\partial\phi_i} = -W^i \quad (5.30)$$

Le lagrangien pour le supermultiplet chiral en interaction est

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{chiral} = & -\partial^\mu\phi^{i*}\partial_\mu\phi_i - i\psi^{i\dagger}\bar{\sigma}^\mu\partial_\mu\psi_i \\ & -\frac{1}{2}M^{ij}\psi_i\psi_j - \frac{1}{2}M_{ij}^*\psi^{i\dagger}\psi^{j\dagger} - \frac{1}{2}y^{ijk}\phi_i\psi_j\psi_k - \frac{1}{2}y_{ijk}^*\phi_i^*\psi^{j\dagger}\psi^{k\dagger} \\ & -(M_{ik}^*M^{kj}\phi^{*i}\phi_j + \frac{1}{2}M^{im}y_{jkm}^*\phi_i\phi^{*j}\phi^{*k} + \frac{1}{2}M_{im}^*y^{jkm}\phi_i^*\phi_j\phi_k + \frac{1}{4}y^{ijm}y_{klm}^*\phi_i\phi_j\phi^{*k}\phi^{*l}) \end{aligned} \quad (5.31)$$

La première ligne donne les propagateurs libres du champ scalaire et fermionique. La deuxième ligne correspond au premier terme du lagrangien d'interaction éq. 5.25 et la troisième ligne est le potentiel scalaire.

5.2.3 Lagrangien du supermultiplet de jauge

De la même façon que pour le supermultiplet chiral, on va exprimer le lagrangien libre du supermultiplet de jauge qui contient un boson de jauge A_μ^a , un fermion de Weyl λ_a et un champ auxiliaire D_a analogue au champ F du supermultiplet chiral ($a = 1 \dots 8$ pour $SU(3)_C$, $a = 1, 2, 3$ pour $SU(2)_L$ et $a = 1$ pour $U(1)_Y$). La forme du lagrangien est complètement déterminée par les conditions d'invariance de jauge :

$$\delta_{\text{jauge}} A_\mu^a = \partial_\mu \Lambda^a + g f^{abc} A_\mu^b \Lambda^c \quad (5.32)$$

$$\delta_{\text{jauge}} \lambda^a = g f^{abc} \lambda^b \Lambda^c \quad (5.33)$$

avec Λ^a le paramètre infinitésimal des transformations de jauge, g la constante de couplage et f^{abc} la constante de structure du groupe.

La densité de lagrangien du supermultiplet de jauge est

$$\mathcal{L}_{\text{jauge}} = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu}^a F^{\mu\nu a} - i \lambda^\dagger \bar{\sigma}^\mu D_\mu \lambda^a + \frac{1}{2} D^a D^a \quad (5.34)$$

avec le champ de Yang-Mills

$$F_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + g f^{abc} A_\mu^b A_\nu^c \quad (5.35)$$

et la dérivée covariante appliquée au champ du jaugino

$$D_\mu \lambda^a = \partial_\mu \lambda^a + g f^{abc} A_\mu^b \lambda^c \quad (5.36)$$

Les transformations des champs du supermultiplet de jauge peuvent être induites à un coefficient multiplicateur près, sachant que la transformation contient le spineur de Weyl infinitésimal ϵ pour obtenir un champ fermionique à partir d'un champ bosonique et inversement, les matrices de Pauli permettent de contracter ou introduire des indices de Lorentz. On obtient

$$\delta A_\mu^a = i (\bar{\epsilon} \sigma_\mu \lambda^a + \bar{\lambda}^a \sigma_\mu \epsilon) \quad (5.37)$$

$$\delta \lambda_\alpha^a = -\frac{1}{2} (\sigma^\mu \bar{\sigma}^\nu \epsilon)_\alpha F_{\mu\nu}^a - i D^a \epsilon_\alpha \quad (5.38)$$

$$\delta D^a = \bar{\epsilon} \sigma^\mu D_\mu \lambda^a - D_\mu \bar{\lambda}^a \sigma^\mu \epsilon \quad (5.39)$$

À ce stade, le lagrangien général contient des supermultiplets chiraux et des supermultiplets de jauge. Ce lagrangien est invariant par transformation supersymétrique. Il reste une dernière étape qui est l'introduction d'interaction entre les supermultiplets chiraux et les supermultiplets de jauge. Dans le modèle standard, les fermions et les bosons de jauge interagissent. Une théorie supersymétrique doit contenir ces interactions en restant invariante par transformation supersymétrique. On suppose que les supermultiplets chiraux transforment selon un certain groupe de jauge. L'approche simple consistant à changer les dérivées usuelles ∂^μ en dérivées covariantes D^μ

$$\partial_\mu \phi_i \rightarrow D_\mu \phi_i = \partial_\mu \phi_i - ig A_\mu^a (T^a \phi)_i \quad (5.40)$$

$$\partial_\mu \psi_i \rightarrow D_\mu \psi_i = \partial_\mu \psi_i - ig A_\mu^a (T^a \psi)_i \quad (5.41)$$

suffit à introduire des interactions entre A_μ^a et les champs scalaire ϕ_i et fermion ψ_i du supermultiplet chiral. Il faut ajouter des termes supplémentaires au lagrangien pour obtenir les interactions entre ϕ_i et ψ_i et λ^a et D^a .

La densité de lagrangien complète est :

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{\text{chiral}} + \mathcal{L}_{\text{jauge}} - \sqrt{2}g(\phi^* T^a \psi)\lambda^a - \sqrt{2}g\lambda^{\dagger a}(\psi^\dagger T^a \phi) + g(\phi^* T^a \phi)D^a \quad (5.42)$$

où les lagrangiens $\mathcal{L}_{\text{chiral}}$ et $\mathcal{L}_{\text{jauge}}$ sont donnés par les équations éq. (5.31) et éq. (5.34). Le lagrangien total reste invariant par les transformations de supersymétrie en modifiant uniquement le terme δF_i

$$\delta F_i = i\epsilon^\dagger \bar{\sigma}^\mu D_\mu \psi_i + \sqrt{2}g(T^a \phi)_i \epsilon^\dagger \lambda^{\dagger a} \quad (5.43)$$

À l'instar du champ F , l'équation du mouvement du champ auxiliaire D^a permet de l'exprimer en fonction des champs ϕ

$$D^a = -g(\phi^* T^a \phi) \quad (5.44)$$

Le potentiel scalaire complet est

$$V(\phi, \phi^*) = F^{*i} F_i + \frac{1}{2} \sum_a D^a D^a = W_i^* W^i + \frac{1}{2} \sum_a g^2 (\phi^* T^a \phi)^2 \quad (5.45)$$

Le potentiel scalaire est une somme de carrés, il est donc toujours positif ou nul. Les deux contributions au potentiel sont appelées "termes F" et "termes D". Les premiers sont fixés par les couplages de Yukawa, les seconds par les interactions de jauge. Ils jouent un rôle important dans la brisure de la supersymétrie, discutée au chapitre suivant.

Chapitre 6

Brisure de SUSY et supergravité

La supersymétrie fait une forte prédiction sur le spectre de masse des particules. Les superpartenaires doivent avoir la même masse si la supersymétrie est une symétrie de la nature. Expérimentalement, aucun partenaire supersymétrique d'une particule du modèle standard n'a été découvert à ce jour. Il faut supposer que ces particules sont plus massives que leur partenaire, leur permettant d'échapper à toute détection aujourd'hui. Cela n'est possible que si la supersymétrie est une symétrie brisée. La brisure de la supersymétrie est un élément crucial dans la construction d'un modèle supersymétrique, mais le mécanisme réel de brisure n'est pas connu. Il existe de nombreux modèles théoriques. L'objectif de ce chapitre est de présenter les éléments essentiels de la brisure spontanée de la supersymétrie, comme la nécessité d'un secteur caché, l'introduction du gravitino, le partenaire du graviton dans la brisure de la supersymétrie locale et différents modes de médiation de la brisure de la supersymétrie entre le secteur caché et le secteur visible. Il est important de bien distinguer les deux problèmes mentionnés ici qui sont d'une part déterminer le mécanisme réel de la brisure spontanée de la supersymétrie et d'autre part le mécanisme de transmission de la brisure de la supersymétrie du secteur caché au secteur visible.

6.1 Bases de la brisure de la supersymétrie globale

Un modèle phénoménologique réaliste de la supersymétrie doit contenir une brisure de la supersymétrie pour expliquer la différence de masse entre les superpartenaires. La brisure doit être spontanée dans un but de minimalité de la théorie où la brisure vient directement de la dynamique de la théorie. La brisure doit aussi être "douce" pour ne pas introduire des divergences quadratiques.

Le mécanisme réel n'est pas connu. D'un point de vue pratique, on paramétrise cette brisure en introduisant des termes supplémentaires dans le lagrangien brisant explicitement la supersymétrie permettant malgré tout d'étudier la phénoménologie de la supersymétrie. De façon générale, les termes ajoutés sont

$$\mathcal{L}_{\text{soft}} = - \left(\frac{1}{2} M_a \lambda^a \lambda^a + \frac{1}{6} a^{ijk} \phi_i \phi_j \phi_k + \frac{1}{2} b^{ij} \phi_i \phi_j + t^i \phi_i \right) + c.c. - (m^2)_j^i \phi^{j*} \phi_i \quad (6.1)$$

où M_a sont les masses de jauginos, $(m^2)_j^i$ et b^{ij} sont des masses de scalaires, a^{ijk} sont des couplages et t^i des couplages de "tadpole" n'apparaissant que dans le cas d'un champ scalaire singlet de jauge (qui n'existe pas dans le MSSM par exemple). Les termes de $\mathcal{L}_{\text{soft}}$ donnent une masse aux scalaires et aux jauginos tout en gardant les fermions des supermultiplets chiraux et les bosons de jauge de masse nulle.

6.1.1 Origine de la brisure

Dans le cas d'une symétrie globale, la brisure spontanée signifie que l'état du vide n'est plus invariant par la symétrie. Dans le cas de la supersymétrie globale, on a $Q_\alpha |0\rangle \neq 0$ et $\bar{Q}_{\dot{\alpha}} |0\rangle \neq 0$. On peut définir l'opérateur hamiltonien H en fonction des générateurs de la supersymétrie en utilisant la relation éq. (5.2) de l'algèbre :

$$H = P^0 = \frac{1}{4}(Q_1\bar{Q}_1 + \bar{Q}_1Q_1 + Q_2\bar{Q}_2 + \bar{Q}_2Q_2) \quad (6.2)$$

si la supersymétrie n'est pas brisée, on a $H|0\rangle = 0$ et l'énergie du vide est nulle. De façon réciproque, si l'énergie du vide est nulle :

$$\langle 0|H|0\rangle = 0 \Rightarrow \frac{1}{4}(\|\bar{Q}_1|0\rangle\|^2 + \|Q_1|0\rangle\|^2 + \|\bar{Q}_2|0\rangle\|^2 + \|Q_2|0\rangle\|^2) = 0 \quad (6.3)$$

et donc

$$Q|0\rangle = 0 \quad (6.4)$$

la supersymétrie est une symétrie du vide. On en déduit que la supersymétrie globale est spontanément brisée si et seulement si

$$\langle 0|H|0\rangle \neq 0 \quad (6.5)$$

Cette situation est très différente d'une symétrie de jauge qui est brisée si le champ prend une valeur non-nulle dans l'état fondamental. Dans les cas simples, on a $\langle 0|H|0\rangle = \langle 0|V|0\rangle$ où V est le potentiel scalaire de la théorie éq. (5.45) qui est également une somme de termes carrés. Il est possible de briser spontanément la supersymétrie si au moins un champ auxiliaire ne s'annule pas dans l'état du vide $\langle F_i \rangle \neq 0$ et/ou $\langle D^a \rangle \neq 0$.

Ces vev sont générées dynamiquement dans des modèles de brisure de la supersymétrie. Le mécanisme réel n'est pas connu, il est néanmoins possible de façon effective, de considérer qu'on obtient une vev qui brise la supersymétrie sans description du modèle sous-jacent. Il y a donc deux mécanismes effectifs possibles :

- Brisure par le champ D^a : mécanisme de Fayet-Iliopoulos [130]
- Brisure par le champ F_i : mécanisme de O'Raifeartaigh [131, 132]

Pour illustrer l'obtention de la brisure dans un de ces modèles, on présente un modèle simplifié dans le cadre du mécanisme de O'Raifeartaigh. La brisure par le champ F_i intervient par l'ajout d'un terme linéaire dans le superpotentiel. Une réalisation simple de la brisure spontanée de la supersymétrie avec ce mécanisme est possible en prenant trois supermultiplets chiraux $(\phi_i, \psi_i, F_i)_{i=1,2,3}$ et le superpotentiel

$$W = -k\phi_1 + m\phi_2\phi_3 + \lambda\phi_1\phi_3^2 \quad (6.6)$$

avec k , m et λ trois constantes réelles et strictement positives. En rappelant que $F_i = -\partial W^*/\partial\phi^{*i}$ et $V = \sum_i |F_i|^2$, on a l'expression du potentiel scalaire

$$V = |k - \lambda\phi_3^2|^2 + |-m\phi_3|^2 + |-m\phi_2 - 2\lambda\phi_1\phi_3|^2 \quad (6.7)$$

ϕ_1 et ϕ_2 peuvent être choisis de façon à annuler le dernier terme. Pour une valeur fixée de ϕ_3 , on aura une direction plate où le potentiel est constant ¹, ceci est une caractéristique des modèles supersymétriques. En prenant $\phi_1 = \phi_2 = 0$, on aura deux cas donnant des minimums différents. Dans le cas $m^2 > 2\lambda k$, le minimum du potentiel vaut $V = k^2$ et $\phi_3 = 0$. En développant le potentiel autour de son minimum, le spectre de masse du modèle comprend six champs scalaires réels de masses $0, 0, m^2, m^2, m^2 - 2\lambda k, m^2 + 2\lambda k$ et trois fermions de Weyl de masses $0, m^2, m^2$. On n'a plus de dégénérescence des masses, la symétrie a bien été brisée.

Lors de la brisure spontanée, il apparaît toujours un mode de Goldstone de masse nulle portant les mêmes charges que le générateur de la symétrie brisée. Dans le cas de la supersymétrie globale, le générateur Q est fermionique, le mode de Goldstone est un fermion de Weyl neutre de masse nulle appelé goldstino. Il s'agit de ψ_1 dans l'exemple précédent. Le lagrangien effectif pour le goldstino \tilde{G} s'écrit

$$\mathcal{L}_{\text{goldstino}} = -i\tilde{G}\bar{\sigma}^\mu\partial_\mu\tilde{G} - \frac{1}{\langle F \rangle}(\tilde{G}\partial_\mu j^\mu + c.c.) \quad (6.8)$$

décrivant les interactions du goldstino avec les autres supermultiplets présents dans le supercourant [133, 134], elles sont supprimées par l'échelle de la brisure de la supersymétrie. La forme de l'interaction ne dépend que de la divergence du supercourant et est indépendante des détails de la brisure de la supersymétrie.

6.1.2 Nécessité d'un secteur caché

Les masses des particules à l'ordre de l'arbre doivent vérifier la relation (le lecteur pourra se référer à [127] pour une démonstration)

$$Tr(\mathbf{m}_s^2) - 2Tr(\mathbf{m}_F^\dagger\mathbf{m}_F) + 3Tr(\mathbf{m}_V^2) = 0 \quad (6.9)$$

avec \mathbf{m}_s , \mathbf{m}_F et \mathbf{m}_V les matrices de masse des particules scalaires, fermions et vecteurs. Cette relation est maintenue même avec brisure de la supersymétrie et prédit donc l'existence par exemple de scalaires très légers, ce qui est incompatible avec les résultats expérimentaux ². Ce problème suggère que les termes de brisure de la supersymétrie apparaissent de façon indirecte. La brisure se fait donc dans un secteur dit "caché". Ce secteur interagit que faiblement avec le secteur "visible" qui contient les particules du modèle standard et leurs partenaires supersymétriques. La transmission de la brisure au secteur visible peut se faire par l'intermédiaire

¹Les directions plates sont particulièrement intéressantes pour la construction de modèles supersymétriques d'inflation avec un potentiel permettant un slow-roll

²Cette conclusion est valide si on se limite au groupe du modèle standard $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$. L'ajout d'une symétrie $U(1)$ supplémentaire permet en principe d'engendrer des masses pour les scalaires élevées tout en maintenant la relation sur les traces [135].

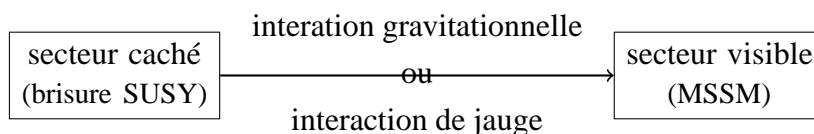


FIG. 6.1 – Brisure de supersymétrie avec secteur caché

d'interactions directes et non-renormalisables (interaction gravitationnelle) ou par l'intermédiaire d'interactions de jauge avec les particules d'un secteur dit "messenger" qui donnent les masses softs aux jauginos et aux scalaires par des corrections radiatives. Ces deux types de modèles seront détaillés à la fin de ce chapitre après l'introduction du secteur gravitationnel dans la supersymétrie locale.

6.2 Supergravité et gravitino

La supersymétrie présentée au chapitre précédent est une symétrie globale. En physique des particules, la plupart des symétries sont locales, il semble intéressant d'élever la supersymétrie à une symétrie locale. La supersymétrie locale contient une certaine représentation de la gravitation portant le nom de *supergravité*.

Pour préserver l'invariance par supersymétrie locale, il se révèle nécessaire d'introduire une particule de spin 3/2, le gravitino, partenaire supersymétrique du graviton de spin 2. Lors de la brisure de la supersymétrie locale, le gravitino acquiert une masse par le *mécanisme de super-Higgs*. La masse du gravitino dépend fortement du mécanisme de brisure et sa transmission au secteur visible. Le gravitino peut être la particule supersymétrique la plus légère et dans le cas de modèle avec conservation de la R-parité, nous verrons qu'il est un bon candidat à la matière noire.

6.2.1 Modèle de Wess-Zumino

Le modèle de Wess-Zumino permet d'illustrer le passage de la supersymétrie globale à la supersymétrie locale. Nous utilisons la procédure de Noether qui consiste à ajouter des termes supplémentaires au lagrangien ou aux lois de transformations de façon à avoir un lagrangien invariant.

Le lagrangien du modèle de Wess-Zumino a été présenté au chapitre précédent avec les transformations des champs dans le cas de supersymétrie globale (sans le champ auxiliaire)

$$\mathcal{L}_0 = \partial^\mu \phi \partial_\mu \phi^* + i\bar{\psi} \bar{\sigma}^\mu \partial_\mu \psi \quad (6.10)$$

$$\delta\phi = \sqrt{2}\epsilon\psi \quad \text{et} \quad \delta\psi_\alpha = -i\sqrt{2}(\sigma^\mu \bar{\epsilon})_\alpha \partial_\mu \phi \quad (6.11)$$

Pour la suite, les champs sont redéfinis en termes de spineur de Majorana ψ et de deux champs réels A et B tel que

$$\phi = \frac{1}{\sqrt{2}}(A + iB) \quad (6.12)$$

Les transformations supersymétriques sont de la forme

$$\delta A = \bar{\xi}\psi \quad (6.13)$$

$$\delta B = i\bar{\xi}\gamma_5\psi \quad (6.14)$$

$$\delta\psi = -i\gamma^\mu\partial_\mu(A + i\gamma_5B)\xi \quad (6.15)$$

avec maintenant le paramètre de la transformation un spineur de Majorana

$$\xi = \begin{pmatrix} \epsilon \\ \bar{\epsilon} \end{pmatrix} \quad (6.16)$$

Dans le cas de supersymétrie locale, le paramètre de la transformation $\xi \rightarrow \xi(x)$ dépend des coordonnées d'espace-temps. Le lagrangien précédent n'est plus invariant, la variation du lagrangien est

$$\delta\mathcal{L}_0 = \partial_\mu\bar{\xi}j^\mu \quad (6.17)$$

avec le supercourant

$$j^\mu = \partial(A - i\gamma_5B)\gamma^\mu\psi \quad (6.18)$$

La procédure de Noether est similaire à celle des théories de jauge du modèle standard (voir chapitre 4). Le premier terme ajouté est celui couplant le courant de Noether à un champ de jauge. Dans le cas de la supersymétrie locale, comme le paramètre de transformation porte un indice spinoriel, le champ de jauge porte également un indice spinoriel en plus d'un indice de Lorentz, il est appelé gravitino ψ_μ^α et a un spin 3/2. Le terme $\delta\mathcal{L}_0$ est éliminé en ajoutant le terme couplant le supercourant au gravitino

$$\mathcal{L}_1 = -\frac{\kappa}{2}\bar{\psi}_\mu j^\mu \quad (6.19)$$

avec κ la constante de couplage dimensionnée. La loi de transformation du gravitino par transformation supersymétrique locale est prise comme :

$$\delta\psi_\mu = 2\kappa^{-1}\partial_\mu\xi \quad (6.20)$$

La variation de \mathcal{L}_1 donne

$$\delta\mathcal{L}_1 = -\partial_\mu\bar{\xi}J^\mu + i\kappa\bar{\psi}^\mu\gamma^\nu\xi \left(\partial_\mu A\partial_\nu A - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}\partial_\rho A\partial^\rho A + \dots \right) \quad (6.21)$$

Des termes en B et croisés en A et B sont également présents mais ne seront pas discutés ici. Le premier terme annule $\delta\mathcal{L}_0$, l'expression entre parenthèses n'est autre que le tenseur-énergie impulsion associée au champ A :

$$T_{\mu\nu} = \partial_\mu A\partial_\nu A - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}\partial_\rho A\partial^\rho A + \dots \quad (6.22)$$

Le tenseur énergie-impulsion est le courant associé aux translations. Pour éliminer le deuxième terme de $\delta\mathcal{L}_1$ par la procédure de Noether, on ajoute un terme du lagrangien couplant le tenseur énergie-impulsion à un champ de jauge $g_{\mu\nu}$ qui est la métrique locale, qui se transforme sous la supersymétrie en

$$\delta g_{\mu\nu} = -\frac{\kappa}{2}(\psi_\mu\gamma_\nu\xi + \bar{\psi}_\nu\gamma_\mu\xi) \quad (6.23)$$

Le champ de spin 2 correspondant est le graviton, le partenaire supersymétrique du gravitino et la constante de couplage κ est le couplage gravitationnel $\kappa^{-1} = M_{\text{Pl}}$. La théorie supersymétrique contient nécessairement des fermions, le champ gravitationnel est mieux décrit par des tétrades e_μ^a que par le tenseur métrique $g_{\mu\nu}$, liés par la relation $g_{\mu\nu} = e_\mu^m e_\nu^n \delta_{mn}$. De plus, comme nous travaillons dans un espace courbe, la dérivée de l'éq. (6.20) est remplacée par une dérivée covariante

$$\delta\psi_\mu = 2\kappa^{-1}D_\mu\xi \quad D_\mu\xi = \partial_\mu\xi + \frac{1}{2}\omega_\mu^{mn}\sigma_{mn}\xi \quad (6.24)$$

où ω_μ^{mn} est la connection de spin, correspondant fermionique des symboles de Christoffel. Elle peut être vu comme un champ auxiliaire du doublet (e_μ^m, ψ_μ^a) . Il peut être exprimé en fonction de e_μ^m .

L'étude du modèle de Wess-Zumino montre qu'il est nécessaire d'introduire un supermultiplet gravitationnel (e_μ^m, ψ_μ) contenant le graviton et le gravitino pour conserver l'invariance par supersymétrie locale.

6.2.2 Lagrangien du gravitino

Le lagrangien du gravitino libre est

$$\mathcal{L}_{3/2\text{libre}} = -\frac{1}{2}\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}\bar{\psi}_\mu\gamma_5\gamma_\nu\partial_\rho\psi_\sigma - \frac{1}{4}m_{3/2}\bar{\psi}_\mu[\gamma^\mu, \gamma^\nu]\psi_\nu \quad (6.25)$$

La variation du lagrangien, éq. (6.25), par la formule d'Euler-Lagrange donne l'équation du mouvement du gravitino, appelée équation de Rarita-Schwinger :

$$-\frac{1}{2}\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}\gamma_5\gamma_\nu\partial_\rho\psi_\sigma - \frac{1}{4}m_{3/2}[\gamma^\mu, \gamma^\nu]\psi_\nu = 0 \quad (6.26)$$

On dénombre initialement 16 degrés de liberté pour le gravitino. A partir de l'équation du mouvement, on obtient deux équations de contrainte supprimant 8 degrés de liberté :

$$\gamma^\mu\psi_\mu = 0 \quad (6.27)$$

$$\partial^\mu\psi_\mu = 0 \quad (6.28)$$

on déduit de ces contraintes et de l'équation du mouvement que le gravitino vérifie l'équation de Dirac d'un champ spinoriel massif qui n'apporte pas de contrainte supplémentaire

$$(\not{\partial} - m_{3/2})\psi_\lambda = 0 \quad (6.29)$$

On obtient 8 degrés de liberté physiques correspondant à $2s + 1 = 4$ degrés de liberté pour le gravitino et $2s + 1 = 4$ degrés de liberté pour son antiparticule. Comme le gravitino est

une particule de Majorana, la particule est égale à son antiparticule, il faut diviser par deux les degrés de liberté. Le gravitino massif a donc 4 degrés de liberté correspondant aux polarisations $\pm 1/2, \pm 3/2$. Le gravitino non-massif a deux degrés de liberté correspondant aux polarisations $\pm 3/2$.

Le tenseur polarisation du gravitino de quadri-impulsion p est

$$\begin{aligned}\Pi_{\mu\nu}(p) &= \sum_s \psi_\mu^{(s)}(p) \bar{\psi}_\nu^{(s)}(p) \\ &= -(\not{p} + m_{3/2}) \left(g_{\mu\nu} - \frac{p_\mu p_\nu}{m_{3/2}^2} \right) - \frac{1}{3} \left(\gamma_\mu + \frac{p^\mu}{m_{3/2}} \right) (\not{p} - m_{3/2}) \left(\gamma_\nu + \frac{p_\nu}{m_{3/2}} \right)\end{aligned}\quad (6.30)$$

Le développement du lagrangien complet de supergravité contenant les supermultiplets chiraux, de jauge et gravitationnel est donné dans un certain nombre de références comme [136]. Le lagrangien de supergravité contient les interactions du gravitino. En l'absence de brisure de la supersymétrie locale et du mécanisme de super-Higgs (discutés dans la section 6.2.4, les interactions du gravitino sont purement gravitationnelles, supprimées par la masse de Planck, et donc totalement négligeables dans la plupart des situations. Avec le mécanisme de super-Higgs, le gravitino absorbe les degrés de liberté du goldstino formant ses degrés de polarisation longitudinaux $\pm 1/2$. Le gravitino devient massif et dans la limite où sa masse est faible devant les masses des autres particules, ses interactions sont dominées par les interactions du goldstino. Le gravitino se couple à tous les champs mais tous ne sont pas utiles pour cette étude. La première hypothèse est de ne considérer que les termes de dimension 5, les termes de dimensions supérieures sont d'autant plus supprimés par la masse de Planck et donc négligeables. De plus, nous ne considérons que des processus avec un gravitino externe, qui vérifie donc l'éq. (6.28). Les termes pertinents pour la suite de cette étude sont rassemblés dans le terme de densité de lagrangien suivant

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{\text{int}} &= -\frac{i}{\sqrt{2}M_{\text{Pl}}} [D_\mu \phi^{*i} \bar{\psi}_\nu \gamma^\mu \gamma^\nu \chi_L^i - D_\mu \phi^i \bar{\chi}_L^i \gamma^\nu \gamma^\mu \psi_\nu] \\ &\quad - \frac{i}{8M_{\text{Pl}}} \bar{\psi}_\mu [\gamma^\rho, \gamma^\sigma] \gamma^\mu \lambda^a F_{\rho\sigma}^a\end{aligned}\quad (6.31)$$

La première ligne donne les interactions du gravitino avec les supermultiplets chiraux par exemple gravitino-lepton-slepton ou gravitino-lepton-slepton-boson de jauge. La deuxième ligne donne les interactions du gravitino avec les supermultiplets de jauge du type gravitino-jaugino-boson de jauge.

6.2.3 Théorie effective pour des gravitinos légers

D'après le mécanisme de super-Higgs, les degrés de liberté du goldstino deviennent les composantes longitudinales du gravitino. Ces composantes dominent quand les énergies en présence sont très grandes par rapport à la masse du gravitino. Il est possible d'approximer les interactions du gravitino à ses seules composantes $\pm \frac{1}{2}$ dans ce régime. Il est possible d'établir un

lagrangien effectif en reliant le gravitino ψ^μ au goldstino \tilde{G}

$$\psi^\mu = i\sqrt{\frac{2}{3}}\frac{1}{m_{3/2}}\partial^\mu\tilde{G} \quad (6.32)$$

Le lagrangien effectif est obtenu à partir du lagrangien éq. (6.31) où le gravitino est remplacé par éq. (6.32), on utilise également les équations de mouvement des différentes particules (une dérivée totale est également supprimée) (voir [137])

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{eff,int}} = & i\frac{m_\phi^2 - m_\chi^2}{\sqrt{3}M_{\text{Pl}}m_{3/2}} \left(\bar{\tilde{G}}\chi_L\phi^* - \bar{\chi}_L\tilde{G}\phi \right) \\ & - \frac{M_\alpha}{4\sqrt{6}M_{\text{Pl}}m_{3/2}} \bar{\tilde{G}}[\gamma^\mu, \gamma^\nu]\lambda^a F_{\mu\nu}^a \end{aligned} \quad (6.33)$$

Cette expression suppose que toutes les particules sont on-shell et que l'approximation du goldstino est valable. Dans notre étude, les particules ne sont pas toujours on-shell et les énergies en présence ne sont pas toujours très importantes devant la masse du gravitino. Il est donc nécessaire d'utiliser le gravitino complet et les interactions du lagrangien éq. (6.31).

6.2.4 Brisure spontanée de la supersymétrie locale

Comme dans le cas de la supersymétrie globale, il est nécessaire de briser la supersymétrie locale pour obtenir des particules supersymétriques plus massives que leurs partenaires du modèle standard. Il est nécessaire d'étudier l'analogie du mécanisme de Higgs dans le cadre de la supergravité. Des champs scalaires obtiennent une vev induisant la brisure spontanée de la supergravité. Le fermion de Goldstone, le goldstino, issu de la brisure est absorbé par le gravitino qui devient massif. Le goldstino apporte deux degrés de polarisation supplémentaires $\pm 1/2$ au gravitino, s'ajoutant aux deux degrés de polarisation $\pm 3/2$ initiaux. On parle du *mécanisme de super-Higgs*.

Il est possible d'expliciter la brisure de la supersymétrie locale en étudiant uniquement le secteur des supermultiplets chiraux. La composante scalaire, en prenant une vev, signe la brisure de la supersymétrie tandis que la composante fermionique donne le goldstino. Le potentiel scalaire s'écrit [136] :

$$V_F = e^{K/M_{\text{Pl}}^2} \left[\left(W_i + \frac{K_i}{M_{\text{Pl}}^2} W \right) K^{ij*} \left(W_{j*} + \frac{K_{j*}}{M_{\text{Pl}}^2} W \right) - 3 \frac{W^* W}{M_{\text{Pl}}} \right] \quad (6.34)$$

avec le superpotentiel $W(\Phi)$ dépendant uniquement des champs Φ et le potentiel de Kähler $K(\Phi^*, \Phi)$, une fonction réelle des champs scalaires dont la dérivée seconde définit une métrique sur une variété complexe paramétrisée par les champs scalaires.

Les notations sont :

$$K_i = \frac{\partial K}{\partial \Phi_i} \quad K_{j*} = \frac{\partial K}{\partial \Phi_j^*} \quad K_{ij*} = \frac{\partial^2 K}{\partial \Phi_i \partial \Phi_j^*} \quad (6.35)$$

et $(K^{-1})^{ij*}$ est l'inverse de la métrique de Kähler K_{j*k}

$$(K^{-1})^{ij*} K_{j*k} = \delta_k^i \quad (6.36)$$

On définit la fonction de Kähler $G(\Phi^*, \Phi)$ qui s'exprime en fonction du superpotentiel et du potentiel de Kähler

$$G(\Phi^*, \Phi) = \frac{K(\Phi^*, \Phi)}{M_{\text{Pl}}^2} + \ln \frac{|W(\Phi)|^2}{M_{\text{Pl}}^6} \quad (6.37)$$

Le potentiel scalaire peut être réécrit uniquement en fonction de $G(\Phi^*, \Phi)$

$$V_F = M_{\text{Pl}}^4 e^G [G_i (G^{-1})^{ij*} G_{j*} - 3] \quad (6.38)$$

Il est à noter que le potentiel peut être négatif contrairement au cas de la supersymétrie globale. La brisure de la supersymétrie peut être réalisée à partir de champs auxiliaires F^i prenant une vev non-nulle. Les champs auxiliaires F^i s'écrivent

$$F^i = M_{\text{Pl}}^3 e^{G/2} (G^{-1})^{ij*} G_{j*} \quad (6.39)$$

La constante cosmologique ayant une valeur proche de zéro $V \leq 10^{-45} \text{ GeV}^4$, le potentiel scalaire est ajusté pour s'annuler dans l'état du vide où le champ $\langle \Phi_i \rangle \neq 0$. On obtient donc deux conditions pour la brisure de la supergravité :

$$\frac{\partial V}{\partial \phi} \Big|_{\langle \Phi_i \rangle \neq 0} = 0 \quad (6.40)$$

$$V \Big|_{\langle \Phi_i \rangle \neq 0} = 0 \quad (6.41)$$

Ces deux conditions amènent à la relation

$$M_{\text{Pl}}^2 \langle G_i (G^{-1})^{ij*} G_{j*} \rangle = 3 \quad (6.42)$$

Si on note

$$\langle F_i (G^{-1})^{ij*} F_{j*} \rangle = M_S^4 \quad (6.43)$$

où M_S est l'échelle de la brisure de la supersymétrie et en utilisant les équations (6.39) et (6.42), on obtient

$$M_S^4 = 3 M_{\text{Pl}}^4 e^{\langle G \rangle} \quad (6.44)$$

Dans le lagrangien de supergravité complet [136], en identifiant les termes susceptibles de donner une masse au gravitino, on obtient

$$m_{3/2} = \langle e^{G/2} \rangle M_{\text{Pl}} \quad (6.45)$$

En utilisant les deux relations précédentes, la masse du gravitino se réécrit

$$m_{3/2} = \frac{M_S^2}{\sqrt{3} M_{\text{Pl}}} \quad (6.46)$$

Cette relation entre la masse du gravitino et l'échelle de brisure de la supersymétrie est générique et indépendant de la transmission de la brisure de la supersymétrie au secteur visible. Cette

masse disparaît si la supersymétrie n'est pas brisée $\langle F^i \rangle \rightarrow 0$. Le fait d'avoir un gravitino de masse non nulle est un signe manifeste de la brisure de la supersymétrie puisque le partenaire supersymétrique du gravitino, le graviton reste de masse nulle, ce qui assure que l'interaction gravitationnelle est de portée infinie.

Il reste alors à expliciter la forme de la fonction de Kähler. Par exemple, dans le modèle minimal de supergravité, on prend $K_{ij^*} = \delta_{ij}$. Le potentiel de Kähler est de la forme

$$K = \phi_i \phi_i^* \quad (6.47)$$

Le choix de la forme du superpotentiel va déterminer comment la brisure de la supersymétrie est transmise du secteur caché au secteur visible. Si on prend un superpotentiel W comme la somme de deux fonctions séparant les champs du secteur caché de ceux du secteur visible

$$W(\phi_i, \Phi_m) = W_V(\phi_i) + W_C(\Phi_m) \quad (6.48)$$

où ϕ_i dénote les champs scalaires usuels (squarks, sleptons et Higgs) constituant le secteur visible et Φ_m sont des champs scalaires supplémentaires responsables de la brisure de la supersymétrie dans le secteur caché. Dans le potentiel scalaire [eq. 6.38](#), les termes couplant les champs des deux secteurs sont supprimés par la masse de Planck, les interactions entre les secteurs transmettant la brisure sont donc uniquement gravitationnelles. La forme du superpotentiel W_C n'est pas connue.

Il est possible de prendre un superpotentiel comme le précédent avec en plus des champs dits messagers, qui vont couplés aux champs ϕ_i et Φ_m par des interactions de jauge

$$W(\phi_i, \Phi_m, M) = W_V(\phi_i, M) + W_C(\Phi_m, M) \quad (6.49)$$

Dans ce modèle, les couplages entre les deux secteurs se font par des interactions de jauge par l'intermédiaire des messagers. Les interactions gravitationnelles sont également présentes mais moins importantes. La transmission de la brisure entre le secteur caché et le secteur visible se fait principalement par interaction de jauge.

Ces deux types de médiation de la brisure de la supersymétrie entre le secteur caché et le secteur visible sont détaillés dans la section suivante.

6.3 Médiation de la brisure

L'origine de la brisure dynamique de la supersymétrie à une échelle d'énergie M_S est un problème encore ouvert comme nous l'avons vu plus haut. Une deuxième question est la transmission de la brisure aux particules supersymétriques (voir [paragraphe 6.2.4](#)). Dans le cas de scénarios avec un secteur caché où s'effectue la brisure, celui-ci contient un superchamp qui prend une vev non-nulle pour le terme F notée $\langle F_0 \rangle \sim M_S^2$ induisant la brisure de la supersymétrie. Cette brisure peut alors être transmise au secteur visible par diverses interactions. Nous présentons ici les deux schémas les plus courants, par interaction gravitationnelle (mSUGRA) ou par interaction de jauge (GMSB).

6.3.1 Brisure transmise par interaction gravitationnelle

Les interactions gravitationnelles entre le secteur caché et le secteur visible, donnée par le potentiel scalaire éq. (6.38) et la forme du superpotentiel éq. (6.48), nécessitent l'ajout de termes non-renormalisables au lagrangien de la supersymétrie

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{NR}} = & -\frac{1}{M_{\text{Pl}}} F \left(\frac{1}{2} f_a \lambda^a \lambda^a + \frac{1}{6} y'^{ijk} \phi_i \phi_j \phi_k + \frac{1}{2} \mu'^{ij} \phi_i \phi_j \right) + c.c. \\ & -\frac{1}{M_{\text{Pl}}^2} F F^* k_j^i \phi_i \phi^{*j} \end{aligned} \quad (6.50)$$

où les paramètres f_a , k_j^i , y'^{ijk} et μ'^{ij} sont supposés déterminés par une théorie plus fondamentale. On retrouve la forme du lagrangien des termes de brisure douce $\mathcal{L}_{\text{soft}}$ de l'éq. (6.1). Les masses softs $m_{\text{soft}} \sim \langle F_0 \rangle / M_{\text{Pl}}$, pour être de l'ordre de l'échelle électrofaible, nécessitent une échelle de brisure de la supersymétrie de l'ordre de $\sqrt{\langle F_0 \rangle} \sim 10^{10} - 10^{11}$ GeV. La masse du gravitino est aussi de l'ordre de l'échelle électrofaible ($m_{3/2} \sim 100$ GeV).

Il est difficile de travailler dans le cas général (qui contient plus de cent paramètres), il est donc courant d'utiliser le modèle minimal mSUGRA (pour "minimal SUperGRAvity") qui suppose une certaine universalité de paramètres à l'échelle GUT

- universalité des masses des jauginos égales à $m_{1/2}$
- universalité des masses des scalaires égales à m_0
- universalité des constantes de couplages trilineaires égales à A_0

il existe un autre paramètre pour les couplages bilinéaires B_0 . Dans le cas réellement minimal mSUGRA, B_0 et A_0 sont reliés, il est donc plus courant de travailler dans le CMSSM (pour « constrained minimal supersymmetric standard model ») qui ne suppose pas de relation entre ces deux paramètres. Le paramètre B_0 est remplacé par deux autres paramètres $\tan \beta$ (rapport des vev des champs de Higgs) et le signe de μ (paramètre du secteur de Higgs) car ils permettent de calculer des conditions pour la brisure électrofaible, éq. (7.13) et éq. (7.14) du chapitre suivant.

Le modèle est très prédictif, il ne dépend que de cinq paramètres. Les équations du groupe de renormalisation permettent de calculer le spectre de masses et les angles de mélange à basse énergie (voir chapitre 7). Parmi les autres avantages de ce modèle, il permet de générer radiativement la brisure électrofaible et il permet d'éviter des processus induisant des changements de saveur ou de violation de CP fortement contraints par l'expérience (voir références dans [127]).

6.3.2 Brisure transmise par interaction de jauge

Dans ce modèle, la brisure de la supersymétrie est transmise du secteur caché au secteur visible par des interactions de jauge. La transmission peut être indirecte avec l'apparition d'un secteur intermédiaire dit secteur messenger qui interagit d'une part avec le secteur caché et d'autre part avec le secteur visible par des interactions de jauge. Ce modèle est noté GMSB pour « Gauge Mediated Supersymmetry Breaking » (voir [138, 139, 127]).

La brisure de la supersymétrie dans le secteur caché est transmise au secteur messenger qui contient un singulet de jauge S dont les composantes scalaire S et auxiliaire F obtiennent des vev $\langle S \rangle$ et $\langle F_S \rangle$ respectivement (voir [140, 141, 142, 143, 144, 145, 146, 147, 148, 149, 150, 151]). Ces vev sont liées à l'échelle de la brisure de la supersymétrie. La vev $\langle S \rangle$ donne la masse aux messagers tandis que $\langle F_S \rangle$ est à l'origine de la brisure de la supersymétrie. Dans le modèle particulier de [149, 150, 151], on a :

$$\langle S \rangle \sim \langle F_S \rangle^{1/2} \sim \mathcal{O}\left(\frac{g_{\text{mess}}^2}{16\pi^2} M_S\right) \quad (6.51)$$

où g_{mess} est la constante de couplage entre le secteur caché et le secteur messenger. On définit l'échelle de brisure dans le secteur messenger

$$\Lambda_{\text{mess}} = \frac{\langle F_S \rangle}{\langle S \rangle} = \kappa \frac{g_{\text{mess}}^2}{16\pi^2} M_S = \kappa \frac{g_{\text{mess}}^2}{16\pi^2} \sqrt{m_{3/2} M_{\text{Pl}}} \quad (6.52)$$

où on suppose que $\kappa = F_S/F_0$ où $\sqrt{F_0}$ est l'échelle fondamentale de la brisure de la supersymétrie tandis que F_S est l'échelle de brisure sentie par les particules messagères se manifestant comme la différence de masse entre les fermions et scalaires messagers. La valeur de κ dépend du mode de transmission de la brisure de la supersymétrie du secteur caché au secteur messenger. Si la brisure est communiquée par des interactions directes, $\kappa < 1$, si la transmission se fait par des effets radiatifs alors $\kappa \ll 1$.

Dans ce secteur messenger, les supermultiplets chiraux appelés *messagers* sont des doublets de $SU(2)_L$ (L et \bar{L}) et des triplets de $SU(3)_C$ (Q et \bar{Q}) rangés dans des supermultiplets de grande unification. On note N_5 le nombre de ces supermultiplets.

Le superpotentiel s'écrit

$$W_{\text{mess}} = \lambda_2 S L \bar{L} + \lambda_3 S Q \bar{Q} \quad (6.53)$$

Quand les composantes du singulet S obtiennent des vev, les fermions messagers obtiennent une masse $M_{\text{mess}} = \lambda_i \langle S \rangle$ tandis que les composantes scalaires des champs messagers présentent une matrice de masse

$$\begin{pmatrix} \lambda_i^2 \langle S \rangle^2 & \lambda_i \langle F_S \rangle \\ \lambda_i \langle F_S \rangle & \lambda_i^2 \langle S \rangle^2 \end{pmatrix} \quad i = 2, 3 \quad (6.54)$$

donnant des valeurs propres de masses $\sqrt{\lambda_i^2 \langle S \rangle^2 \pm \lambda_i \langle F_S \rangle}$. On obtient tout de suite une condition de stabilité pour avoir des masses de messenger positives $\langle F_S \rangle < \lambda \langle S \rangle^2 = M_{\text{mess}}^2$. La brisure de la supersymétrie est effective dans le secteur messenger pour $\langle F_S \rangle \neq 0$.

Cette violation de la supersymétrie est communiquée au secteur visible par des corrections radiatives. Les jauginos obtiennent une masse soft à partir de corrections à une boucle (Fig. 6.2) tandis que les scalaires obtiennent une masse soft à partir de diagrammes à deux boucles (Fig. 6.3).

Les lignes fermioniques et scalaires correspondent aux messagers. Il en résulte des masses de jauginos

$$M_a = \frac{\alpha_a}{4\pi} \Lambda_{\text{mess}} N_5 g \left(\frac{\Lambda_{\text{mess}}}{M_{\text{mess}}} \right) \quad (6.55)$$

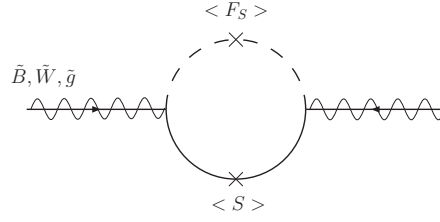


FIG. 6.2 – Contribution aux masses des jauginos dans les modèles GMSB à partir de diagrammes de Feynman à 1 boucle

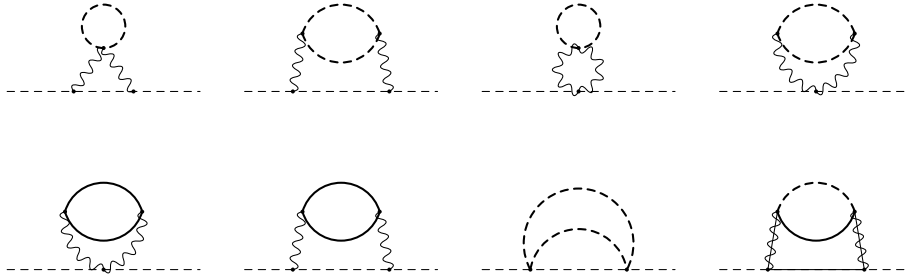


FIG. 6.3 – Diagrammes de Feynman à deux boucles contribuant à la masse des scalaires. Figure tirée de [127]

et pour les scalaires

$$m_{\phi_i}^2 = 2\Lambda_{\text{mess}}^2 N_5 \sum_{a=1}^3 C_a(i) \left(\frac{\alpha_a}{4\pi}\right)^2 f\left(\frac{\Lambda_{\text{mess}}}{M_{\text{mess}}}\right) \quad (6.56)$$

avec $C_a(i)$ les invariants de Casimir quadratiques³. Les fonctions à une et deux boucles sont définies par

$$\begin{aligned} g(x) &= \frac{1}{x^2} [(1+x) \log(1+x) + (1-x) \log(1-x)] \\ f(x) &= \frac{1+x}{x^2} \left[\log(1+x) - 2\text{Li}_2\left(\frac{x}{1+x}\right) + \frac{1}{2}\text{Li}_2\left(\frac{2x}{1+x}\right) \right] + (x \leftrightarrow -x) \end{aligned} \quad (6.57)$$

Li_2 est la fonction de Spence.

La masse des jauginos est proportionnelle à N_5 , celle des scalaires est proportionnelle à $\sqrt{N_5}$. Pour N_5 grand, les squarks et sleptons sont plus légers que les jauginos. Pour $N_5 = 1$, le neutralino est la particule la plus légère, pour $N_5 = 2$ c'est généralement le stau (sans considérer le gravitino qui est toujours la particule la plus légère dans ces modèles).

Les couplages trinéaires apparaissent à l'ordre de deux boucles. On peut donc considérer avec une bonne approximation qu'à l'échelle de masse des messagers

$$\mathbf{a}_u = \mathbf{a}_d = \mathbf{a}_e = 0 \quad (6.58)$$

³Pour des représentations fondamentales de $SU(N)$, $C_N(i) = (N^2 - 1)/2N$, soit $C_2(i) = 3/4$ et $C_3(i) = 4/3$. Pour $U(1)$, $C_1(i) = 3Y_i^2/5$ où Y_i est l'hypercharge

Les paramètres de ce modèle sont M_{mess} , Λ_{mess} , N_5 et $\tan \beta$ ainsi que le signe de μ comme pour mSUGRA.

De façon générale, le rapport $F_0/M \sim G_F^{-1/2}$ qui est l'échelle électrofaible (G_F est la constante de Fermi). M est la masse typique du modèle de transmission. Dans le cas de la médiation gravitationnelle, $M = M_{\text{Pl}}$, ce qui donne une échelle de brisure de la supersymétrie $\sqrt{F_0} \sim 10^{11}$ GeV. Dans le GMSB, les interactions gravitationnelles sont toujours présentes, pour que leur contribution aux masses softs soit négligeable, la masse typique du GMSB doit être inférieure à la masse de Planck, la masse des messagers est typiquement inférieure à 10^{15} GeV. L'échelle de brisure dans le GMSB est beaucoup plus faible que dans le scénario gravitationnel, $\sqrt{F_0} \lesssim 10^8 - 10^9$ GeV. La masse du gravitino dans le GMSB est inférieure ou égale à 1 GeV, elle peut être très légère, de l'ordre du keV.

Chapitre 7

Modèle standard supersymétrique minimal

Le chapitre 5 présente la méthode générale pour construire un lagrangien supersymétrique. Celle-ci est appliquée dans ce chapitre pour obtenir l'extension supersymétrique du modèle standard la plus simple, appelée modèle standard supersymétrique minimal (MSSM). Il est construit à partir de la structure de groupes de jauge du modèle standard $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$. Le contenu en particules est minimal, dans le sens qu'il est introduit un partenaire supersymétrique pour chaque particule du modèle standard ainsi qu'un deuxième doublet de Higgs, mais aucun autre champ n'est ajouté (il existe des modèles d'extension du MSSM supposant l'existence de champs supplémentaires). Il est également fait l'hypothèse qu'une symétrie discrète est conservée dans le MSSM, cette symétrie est appelée R-parité, elle peut venir de la brisure de la R-symétrie discutée dans l'algèbre de la supersymétrie au chapitre 5.

7.1 Contenu en particules

Si la supersymétrie existe, les particules doivent appartenir à des supermultiplets. Dans les années 1976-1977, P. Fayet a entrepris d'étudier cette organisation en supermultiplets. La première idée est que des particules du modèle standard peuvent former une paire de superpartenaires. Une hypothèse intéressante est le cas du photon et neutrino, ce boson et ce fermion sont de masse nulle et tous deux de charge électrique nulle et sans couleur. Il est aussi possible d'apparier les bosons W^\pm et les leptons e^\pm (ce qui suppose que la supersymétrie n'est pas une symétrie exacte de la nature, expliquant la différence de masse entre ces particules). Un modèle peut être construit [152] mais il n'est pas possible de former des supermultiplets pour les autres leptons et pour les particules avec des charges de couleur (quarks et gluons). Cela a amené P. Fayet à introduire de nouvelles particules, un superpartenaire pour chaque particule du MS [153, 154], voir les tableaux 7.1 et 7.2.

Un fermion gauche et un fermion droit subissent des traitements différents dans le modèle standard, leurs superpartenaires scalaires sont différents, on les identifie avec l'indice L ou R lié à leur partenaire du MS tout en sachant qu'étant des scalaires, ces particules n'ont pas de chiralité.

Noms		spin 0	spin 1/2	$SU(3)_C, SU(2)_L, U(1)_Y$
squarks, quarks ($\times 3$ familles)	Q	$(\tilde{u}_L \tilde{d}_L)$	$(u_L d_L)$	$(3, 2, \frac{1}{3})$
	\bar{u}	\tilde{u}_R^*	u_R^\dagger	$(\bar{3}, 1, -\frac{4}{3})$
	\bar{d}	\tilde{d}_R^*	d_R^\dagger	$(\bar{3}, 1, \frac{2}{3})$
sleptons, leptons ($\times 3$ familles)	L	$(\tilde{\nu}_L \tilde{e}_L)$	$(\nu_L e_L)$	$(1, 2, -1)$
	\bar{e}	\tilde{e}_R^*	e_R^\dagger	$(1, 1, 2)$
Higgs, higgsino	H_u	$(H_u^+ H_u^0)$	$(\tilde{H}_u^+ \tilde{H}_u^0)$	$(1, 2, 1)$
	H_d	$(H_d^0 H_d^-)$	$(\tilde{H}_d^0 \tilde{H}_d^-)$	$(1, 2, -1)$

TAB. 7.1 – Les supermultiplets chiraux du MSSM

Pour des raisons de renormalisabilité de la théorie, les fermions du MS sont mis dans des supermultiplets chiraux et les bosons de jauge dans des supermultiplets de jauge (le gravitino et le graviton ne sont pas considérés comme inclus dans le MSSM).

Contrairement au modèle standard, le MSSM contient deux doublets de Higgs au lieu d'un seul. La raison en est multiple. D'une part, le superpotentiel doit être holomorphe et donc il ne contient pas simultanément un champ scalaire et son complexe conjugué. Les termes de Yukawa avec le champ de Higgs qui étaient de la forme $\bar{u}QH^*$ dans le modèle standard ne peuvent pas apparaître dans le superpotentiel. Pour donner une masse aux fermions, on introduit un doublet de Higgs noté H_u d'hypercharge faible $Y = +1$ dont le couplage de Yukawa du type $\bar{u}QH_u$ donne une masse aux quarks de charge $q = +2/3$ et un doublet de Higgs noté H_d d'hypercharge faible $Y = -1$ dont le couplage de Yukawa du type $\bar{d}QH_d$ et $\bar{e}LH_d$ donne une masse aux quarks de charge $q = -1/3$ et aux leptons chargés.

Il existe deux autres arguments pour expliquer la nécessité d'avoir deux doublets de bosons de Higgs. D'une part, une théorie doit vérifier les conditions d'absence d'anomalies¹. Ces conditions sont "miraculeusement" vérifiées dans le modèle standard. Avec la supersymétrie, on introduit un certain nombre de nouveaux fermions. Les jauginos ne contribuent pas aux anomalies car leur hypercharge est nulle, seuls les higgsinos contribuent. S'il n'y a qu'un seul doublet de Higgs, il n'y a qu'un seul doublet de higgsino et il n'y a plus annulation des anomalies. Le deuxième doublet de higgsino avec une hypercharge opposée restaure les conditions d'absence d'anomalies.

Enfin, avec un seul doublet de higgsino, spineur de Dirac chargé, on obtient un chargino de masse nulle, qui n'est évidemment pas observé expérimentalement.

Dans le secteur des supermultiplets de jauge, on observe un certain nombre de superpositions de différents états quantiques. Après la brisure électrofaible, on a un mélange des bosons B^0 et

¹Les anomalies surviennent dans le calcul de contraintes de graphes triangulaires dans lesquels circulent tous les fermions possibles. Elles doivent être contrôlées sous peine de briser la renormalisabilité de la théorie. Condition d'absence des anomalies $\text{Tr}[Y^3] = 0$ et $\text{Tr}[Y] = 0$ où Y est l'hypercharge faible. Les traces sont calculées sur tous les doublets de fermions

Noms	spin 1/2	spin 1	$SU(3)_C, SU(2)_L, U(1)_Y$
gluino, gluon	\tilde{g}	g	(8, 1, 0)
winos, bosons W	$\tilde{W}^i \ i = 1, 2, 3$	$W^i \ i = 1, 2, 3$	(1, 3, 0)
bino, boson B	\tilde{B}^0	B^0	(1, 1, 0)

TAB. 7.2 – Les supermultiplets de jauge du MSSM

W^3 pour former le boson Z^0 et le photon γ comme dans le modèle standard. Leurs partenaires supersymétriques se mélangent aussi pour former le zino \tilde{Z} et le photino $\tilde{\gamma}$. Mais ces particules ne sont pas observables directement car les jauginos et les higgsinos se mélangent pour former les charginos $\chi_{1,2}^\pm$ et les neutralinos $\chi_{1,2,3,4}^0$.

7.2 Le modèle

Le superpotentiel du MSSM s'écrit

$$W_{\text{MSSM}} = \bar{u} \mathbf{y}_u Q H_u - \bar{d} \mathbf{y}_d Q H_d - \bar{e} \mathbf{y}_e L H_d + \mu H_u H_d \quad (7.1)$$

où $H_u, H_d, Q, L, \bar{u}, \bar{d}, \bar{e}$ sont les superchamps chiraux associés aux supermultiplets du tableau 7.1. Les paramètres $\mathbf{y}_u, \mathbf{y}_d, \mathbf{y}_e$ sont des matrices 3×3 des constantes de couplage de Yukawa pour les 3 familles de particules. Les indices de familles et de jauge n'ont pas été indiqués, ainsi le terme $\bar{u} \mathbf{y}_u Q H_u = \bar{u}^{ia} (\mathbf{y}_u)_i^j Q_{j\alpha a} (H_u)_\beta \epsilon^{\alpha\beta}$, avec $i = 1, 2, 3$ l'indice des familles et $a = 1, 2, 3$ l'indice de jauge. Le « terme μ » s'écrit $\mu (H_u)_\alpha (H_d)_\beta \epsilon^{\alpha\beta}$. Ce terme donne naissance au problème " μ ". Le paramètre μ est responsable du fait que les Higgs prennent une vev non nulle et donnent une masse aux particules du modèle. Il doit donc être de l'ordre de l'échelle électrofaible, mais rien dans le modèle n'impose une échelle si petite devant l'échelle de la masse de Planck².

Les matrices de Yukawa donnent les masses des fermions lors de la brisure électrofaible. Comme les fermions de la troisième génération sont les plus massifs, il est généralement fait l'approximation suivante sur la forme des matrices de Yukawa

$$\mathbf{y}_u \simeq \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & y_t \end{pmatrix} \quad \mathbf{y}_d \simeq \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & y_b \end{pmatrix} \quad \mathbf{y}_e \simeq \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & y_\tau \end{pmatrix} \quad (7.2)$$

²Ce problème peut être résolu dans une extension du MSSM comme le NMSSM qui introduit un champ singlet supplémentaire qui prend une vev donnant une valeur effective à μ .

Pour compléter le MSSM, on explicite les termes softs de l'éq. (6.1)

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{\text{soft}}^{MSSM} = & -\frac{1}{2} \left(M_1 \tilde{B} \tilde{B} + M_2 \tilde{W} \tilde{W} + M_3 \tilde{g} \tilde{g} + c.c. \right) \\
& - \left(\tilde{u} \mathbf{a}_u \tilde{Q} H_u - \tilde{d} \mathbf{a}_d \tilde{Q} H_d - \tilde{e} \mathbf{a}_e \tilde{L} H_d + c.c. \right) \\
& - \tilde{Q}^\dagger \mathbf{m}_Q^2 \tilde{Q} - \tilde{L}^\dagger \mathbf{m}_L^2 \tilde{L} - \tilde{u} \mathbf{m}_u^2 \tilde{u}^\dagger - \tilde{d} \mathbf{m}_d^2 \tilde{d}^\dagger - \tilde{e} \mathbf{m}_e^2 \tilde{e}^\dagger \\
& - m_{H_u}^2 H_u^* H_u - m_{H_d}^2 H_d^* H_d - (b H_u H_d + c.c.) \tag{7.3}
\end{aligned}$$

La première ligne correspond aux jauginos avec M_1 , M_2 et M_3 sont les masses des bino, winos et gluinos. La deuxième ligne donne les couplage de type a^{ijk} dans l'éq. (6.1). Les \mathbf{a}_u , \mathbf{a}_d et \mathbf{a}_e sont des matrices complexes 3×3 dans l'espace des familles. La troisième ligne donne les masses softs des squarks et sleptons, \mathbf{m}_Q^2 , \mathbf{m}_L^2 , \mathbf{m}_u^2 , \mathbf{m}_d^2 , \mathbf{m}_e^2 sont des matrices 3×3 dans l'espace des familles. La dernière ligne correspond au secteur du Higgs.

Si les matrices de masse \mathbf{m}_Q^2 , \mathbf{m}_L^2 , \mathbf{m}_u^2 , \mathbf{m}_d^2 , \mathbf{m}_e^2 ne sont pas diagonales, il y a mélange entre les différentes générations. Les matrices \mathbf{a}_u , \mathbf{a}_d , \mathbf{a}_e induisent aussi des mélanges entre les composantes gauche et droite des différentes générations. Ces réactions avec changement de saveurs sont fortement contraintes expérimentalement par l'étude de réactions du type $\mu \rightarrow e\gamma$ dans le secteur leptonique ou $B \rightarrow X_s \gamma$, $B_s \rightarrow \mu^+ \mu^-$ et par exemple le système des kaons neutres $K^0 \leftrightarrow \bar{K}^0$ dans le secteur des quarks. Pour éviter ces effets de changement de saveurs, on suppose que les matrices de masses sont diagonales

$$\mathbf{m}_Q^2 = m_Q^2 \mathbf{I} \quad \mathbf{m}_L^2 = m_L^2 \mathbf{I} \quad \mathbf{m}_u^2 = m_u^2 \mathbf{I} \quad \mathbf{m}_d^2 = m_d^2 \mathbf{I} \quad \mathbf{m}_e^2 = m_e^2 \mathbf{I} \tag{7.4}$$

et les matrices de couplages trilineaires sont proportionnelles aux matrices de Yukawa

$$\mathbf{a}_u = A_{u0} \mathbf{y}_u \quad \mathbf{a}_d = A_{d0} \mathbf{y}_d \quad \mathbf{a}_e = A_{e0} \mathbf{y}_e \tag{7.5}$$

D'après l'approximation sur la forme des matrices de Yukawa, éq. (7.2), seuls les squarks et les sleptons de la troisième génération présentent un fort couplage et présentent un mélange important entre les composantes gauches et droites.

7.3 R-parité et matière noire

Le superpotentiel du MSSM n'inclut pas de termes violant le nombre baryonique (B) ou le nombre leptonique total (L). De façon générale, on pourrait ajouter des termes invariants de jauge et renormalisables violant B ou L. Ces termes ont des conséquences expérimentales relativement catastrophiques. Ils permettent en particulier d'avoir des canaux de désintégration du proton (exemple : $p \rightarrow e^+ \pi^0$) donnant une durée de vie du proton relativement courte et donc incompatible avec les limites expérimentales $\tau_p > 10^{31}$ ans.

Une nouvelle symétrie conservée est alors ajoutée au MSSM pour exclure les termes violant B ou L du superpotentiel. La R-parité est définie par [155]

$$P_R = (-1)^{3B+L+2s} \tag{7.6}$$

où s est le spin de la particule. Les particules du modèle standard ont toute $P_R = +1$ tandis que les superpartenaires ont $P_R = -1$.

La R-parité peut être vue comme le résidu discret de la brisure d'une symétrie continue $U(1)$, la R-symétrie agissant sur les opérateurs de la supersymétrie comme dans l'algèbre, voir éq. 5.6.

En plus de préserver la stabilité du proton, la conservation de la R-parité implique que la particule supersymétrique la plus légère (LSP pour Lightest Supersymmetric Particle) est nécessairement stable. Si la LSP est électriquement neutre et n'interagit que très faiblement avec la matière ordinaire, elle est alors un candidat potentiel pour la matière noire. Il existe des modèles où la R-parité n'est pas conservée. De tels modèles ne seront pas abordés dans ce travail.

7.4 La brisure électrofaible

Dans le MSSM, la brisure électrofaible est plus complexe que dans le modèle standard car le MSSM contient deux doublets de Higgs $H_u = (H_u^+, H_u^0)$ et $H_d = (H_d^0, H_d^-)$. Le potentiel scalaire prend la forme

$$V = (|\mu|^2 + m_{H_u}^2)(|H_u^0|^2 + |H_u^+|^2) + (|\mu|^2 + m_{H_d}^2)(|H_d^0|^2 + |H_d^-|^2) \quad (7.7)$$

$$+ [b(H_u^+ H_d^- - H_u^0 H_d^0) + c.c.] \quad (7.8)$$

$$+ \frac{1}{8}(g^2 + g'^2)(|H_u^0|^2 + |H_u^+|^2 - |H_d^0|^2 - |H_d^-|^2)^2 + \frac{1}{2}g^2 |H_u^+ H_d^{0*} + H_u^0 H_d^{-*}|^2 \quad (7.9)$$

Les termes proportionnels à $|\mu|^2$ viennent des termes F , les termes proportionnels aux constantes de couplages g et g' viennent des termes D , les autres termes viennent de $\mathcal{L}_{\text{soft}}$.

Le minimum du potentiel doit briser la symétrie électrofaible en gardant la symétrie électromagnétique. Certaines contraintes sur le potentiel scalaire imposent des relations entre les paramètres³. Il y a un risque a priori de ne pas conserver la charge électrique. En fait, le minimum du potentiel ne brise pas la symétrie électromagnétique car les vev des champs de Higgs sont toujours anti-parallèles :

$$\langle H_u \rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ v_u \end{pmatrix} \quad \langle H_d \rangle = \begin{pmatrix} v_d \\ 0 \end{pmatrix} \quad (7.10)$$

Ces vev sont reliées à la vev du modèle standard (voir l'éq. (4.36)) par

$$v_u^2 + v_d^2 = \left(\frac{v}{\sqrt{2}} \right)^2 \simeq (174 \text{ GeV})^2 \quad (7.11)$$

Le rapport des vev est conventionnellement noté

$$\tan \beta = v_u / v_d \quad (7.12)$$

³Le potentiel doit être borné inférieurement, cela est vérifié avec la condition suivante $2b < 2|\mu|^2 + m_{H_u}^2 + m_{H_d}^2$ et pour ne pas avoir le minimum stable $m_{H_u} = m_{H_d} = 0$ et avoir la brisure électrofaible, il faut avoir $b^2 > (|\mu|^2 + m_{H_u}^2)(|\mu|^2 + m_{H_d}^2)$

Les conditions pour avoir un minimum $\partial V/\partial H_d^0 = \partial V/\partial H_u^0 = 0$ donnent les relations suivantes (en utilisant l'expression de la masse du boson Z, éq. 4.36)

$$m_{H_u}^2 + |\mu|^2 = b \cot \beta + (m_Z^2/2) \cos(2\beta) \quad (7.13)$$

$$m_{H_d}^2 + |\mu|^2 = b \tan \beta - (m_Z^2/2) \cos(2\beta) \quad (7.14)$$

qui permettent d'exprimer les paramètres $b = B_0\mu$ et $|\mu|$ en fonction de $\tan \beta$ sans pouvoir déterminer la phase de μ .

Les deux doublets de Higgs du MSSM contiennent au total huit degrés de liberté. Lors de la brisure électrofaible, trois de ces degrés de liberté (G^0, G^\pm) deviennent les composantes longitudinales des bosons W^\pm et du Z^0 . Les cinq scalaires restant sont cinq Higgs physiques :

- 2 Higgs neutres et pairs par transformation CP : h^0, H^0
- 2 Higgs chargés : H^\pm
- 1 Higgs neutre et impair sous CP : A^0

Les états propres de masse sont obtenus par rotation selon :

$$\begin{pmatrix} \text{Re}H_d^0 \\ \text{Re}H_u^0 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} H^0 \\ h^0 \end{pmatrix} \quad (7.15)$$

$$\begin{pmatrix} \text{Im}H_d^0 \\ \text{Im}H_u^0 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \cos \beta & \sin \beta \\ -\sin \beta & \cos \beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} G^0 \\ A^0 \end{pmatrix} \quad (7.16)$$

$$\begin{pmatrix} H_d^\pm \\ H_u^\pm \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \beta & \sin \beta \\ -\sin \beta & \cos \beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} G^\pm \\ H^\pm \end{pmatrix} \quad (7.17)$$

On a défini h^0 comme le boson de Higgs neutre le plus léger. Les masses de ces bosons de Higgs au niveau de l'arbre sont

$$m_{h^0, H^0}^2 = \frac{1}{2} \left(m_{A^0}^2 + m_Z^2 \mp \sqrt{(m_{A^0}^2 - m_Z^2)^2 + 4m_Z^2 m_{A^0}^2 \sin^2(2\beta)} \right) \quad (7.18)$$

$$m_{H^\pm}^2 = m_{A^0}^2 + m_W^2 \quad (7.19)$$

$$m_{A^0}^2 = 2|\mu|^2 + m_{H_u}^2 + m_{H_d}^2 \quad (7.20)$$

En prenant en compte les corrections radiatives, il est possible de mettre une contrainte sur la masse maximale du boson de Higgs léger (voir [30] et références citées) :

$$m_{h^0} \lesssim 135 \text{ GeV} \quad (7.21)$$

Au niveau de l'arbre, les angles de mélange du secteur des bosons de Higgs sont reliés par :

$$\tan 2\alpha = \tan 2\beta \left(\frac{m_{A^0}^2 + M_Z^2}{m_{A^0}^2 - M_Z^2} \right) \quad (7.22)$$

7.5 Spectre du MSSM

7.5.1 Neutralinos et charginos

Suite à la brisure électrofaible, les higgsinos et les jauginos électrofaibles se mélangent. Les higgsinos neutres et les jauginos neutres forment quatre états propres de masse appelés neutralinos ($\chi_{1,2,3,4}^0$) tandis que les higgsinos chargés et les winos forment deux états propres de masse chargés positivement et deux états chargés négativement appelés charginos ($\chi_{1,2}^\pm$).

Dans la base des états de jauge ($\tilde{B}, \tilde{W}^0, \tilde{H}_d^0, \tilde{H}_u^0$), la matrice de mélange des états de neutralinos est

$$M_{\chi^0} = \begin{pmatrix} M_1 & 0 & -c_\beta s_W m_Z & s_\beta s_W m_Z \\ 0 & M_2 & c_\beta c_W m_Z & -s_\beta c_W m_Z \\ -c_\beta s_W m_Z & c_\beta c_W m_Z & 0 & -\mu \\ s_\beta s_W m_Z & -s_\beta c_W m_Z & -\mu & 0 \end{pmatrix} \quad (7.23)$$

avec les abréviations $s_\beta = \sin \beta$, $c_\beta = \cos \beta$, $s_W = \sin \theta_W$ et $c_W = \cos \theta_W$. Il est possible de diagonaliser la matrice pour obtenir les masses des neutralinos [156]. Le neutralino le plus léger s'écrit :

$$\chi_1^0 = N_{11}\tilde{B} + N_{12}\tilde{W}^0 + N_{13}\tilde{H}_u^0 + N_{14}\tilde{H}_d^0 \quad (7.24)$$

où les N_{ij} sont les éléments de la matrice de diagonalisation.

Dans le cas relativement probable où

$$m_Z \ll |\mu \pm M_1|, |\mu \pm M_2| \quad (7.25)$$

alors les états propres de masse des neutralinos sont assez simples. Le $\chi_1^0 \simeq \tilde{B}$ est un pur bino, $\chi_2^0 \simeq \tilde{W}^0$ est un pur wino, les deux autres neutralinos sont des higgsinos $\chi_3^0, \chi_4^0 \simeq (\tilde{H}_u^0 \pm \tilde{H}_d^0)/\sqrt{2}$ avec les masses propres

$$m_{\chi_1^0} = M_1 - \frac{m_Z^2 s_W^2 (M_1 + \mu \sin 2\beta)}{\mu^2 - M_1^2} + \dots \quad (7.26)$$

$$m_{\chi_2^0} = M_2 - \frac{m_W^2 (M_2 + \mu \sin 2\beta)}{\mu^2 - M_2^2} + \dots \quad (7.27)$$

$$m_{\chi_3^0} = |\mu| + \frac{m_Z^2 (I - \sin 2\beta) (\mu + M_1 c_W^2 + M_2 s_W^2)}{2(\mu + M_1)(\mu + M_2)} + \dots \quad (7.28)$$

$$m_{\chi_4^0} = |\mu| + \frac{m_Z^2 (I + \sin 2\beta) (\mu - M_1 c_W^2 - M_2 s_W^2)}{2(\mu - M_1)(\mu - M_2)} + \dots \quad (7.29)$$

Le spectre de charginos peut être donné de la même façon. La matrice de mélange des charginos s'écrit sous la forme de matrice en blocs dans la base des états propres de jauge ($\tilde{W}^+, \tilde{H}_u^+, \tilde{W}^-, \tilde{H}_d^-$)

$$M_{\chi^\pm} = \begin{pmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{X}^T \\ \mathbf{X} & \mathbf{0} \end{pmatrix} \quad \text{avec} \quad \mathbf{X} = \begin{pmatrix} M_2 & \sqrt{2}s_\beta m_W \\ \sqrt{2}c_\beta m_W & \mu \end{pmatrix} \quad (7.30)$$

La diagonalisation de cette matrice donne la masse des charginos. Dans la limite de l'éq. (7.25), on a des charginos χ_1^\pm de type winos et des charginos χ_2^\pm de type higgsinos avec les masses

$$m_{\chi_{1,2}^\pm} = \frac{1}{2} \left[\mu^2 + M_2^2 + 2M_W^2 \mp \sqrt{(\mu^2 - M_2^2)^2 + 4M_W^2(\mu^2 + 2\mu M_2 \sin \beta + M_2^2) + 4M_W^4 \cos^2 2\beta} \right] \quad (7.31)$$

7.5.2 Gluinos

Les gluinos portent une charge de couleur, ce qui les empêche de se mélanger aux autres particules supersymétriques. La masse du gluino M_3 est reliée à la masse du bino et des winos dans les modèles mSUGRA ou GMSB par l'hypothèse d'universalité de l'éq. (7.44)

$$M_3 = \frac{\alpha_s}{\alpha} \sin^2 \theta_W M_2 = \frac{3}{5} \frac{\alpha_s}{\alpha} \cos^2 \theta_W M_1 \quad (7.32)$$

avec $\alpha_a = g_a^2/4\pi$.

7.5.3 Squarks et sleptons

Les matrices de masse des squarks de type up et down sont de la forme suivante avec $i = 1, 2, 3$ l'indice des familles :

$$\begin{aligned} M_{u_i}^2 &= \begin{pmatrix} m_{u_i LL}^2 & m_{u_i LR}^2 \\ m_{u_i RL}^2 & m_{u_i RR}^2 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} m_{Q_i}^2 + m_{u_i}^2 + \frac{1}{6}(4M_W^2 - M_Z^2) \cos 2\beta & m_{u_i}(A_{u_i} - \mu \cot \beta) \\ m_{u_i}(A_{u_i} - \mu \cot \beta) & m_{\bar{u}_i}^2 + m_{u_i}^2 + \frac{2}{3}(-M_W^2 + M_Z^2) \cos 2\beta \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (7.33)$$

$$\begin{aligned} M_{d_i}^2 &= \begin{pmatrix} m_{d_i LL}^2 & m_{d_i LR}^2 \\ m_{d_i RL}^2 & m_{d_i RR}^2 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} m_{Q_i}^2 + m_{d_i}^2 - \frac{1}{6}(2M_W^2 + M_Z^2) \cos 2\beta & m_{d_i}(A_{d_i} - \mu \tan \beta) \\ m_{d_i}(A_{d_i} - \mu \tan \beta) & m_{\bar{d}_i}^2 + m_{d_i}^2 + \frac{1}{3}(M_W^2 - M_Z^2) \cos 2\beta \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (7.34)$$

On obtient une matrice similaire pour les sleptons chargés :

$$\begin{aligned} M_{e_i}^2 &= \begin{pmatrix} m_{e_i LL}^2 & m_{e_i LR}^2 \\ m_{e_i RL}^2 & m_{e_i RR}^2 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} m_{L_i}^2 + m_{e_i}^2 + \frac{1}{2}(M_W^2 - 2M_Z^2) \cos 2\beta & m_{e_i}(A_{e_i} - \mu \tan \beta) \\ m_{e_i}(A_{e_i} - \mu \tan \beta) & m_{\bar{e}_i}^2 + m_{e_i}^2 + (M_W^2 - M_Z^2) \cos 2\beta \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (7.35)$$

avec $m_{Q_i}^2, m_{\bar{u}_i}^2, m_{\bar{d}_i}^2, m_{L_i}^2, m_{\bar{e}_i}^2$ les masses softs, $A_{u_i}, A_{d_i}, A_{e_i}$ les couplages trilineaires et $m_{u_i}, m_{d_i}, m_{e_i}$ les masses des fermions associés. Les éléments non diagonaux sont proportionnels à la masse du fermion, on peut donc considérer que ces éléments sont nuls pour les deux premières générations de squarks, il n'y a donc pas de mélange entre les états gauche et droit. Les effets de mélange sont non-négligeables pour la troisième famille. Dans le cas du stau, on a :

$$\begin{pmatrix} \tilde{\tau}_1 \\ \tilde{\tau}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_\tau & \sin \theta_\tau \\ -\sin \theta_\tau & \cos \theta_\tau \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{\tau}_L \\ \tilde{\tau}_R \end{pmatrix} \quad (7.36)$$

où θ_τ est l'angle de mélange des staus. Les conventions sont prises de façon à avoir la relation $m_{\tilde{\tau}_1} < m_{\tilde{\tau}_2}$. Les masses physiques du stau sont données par :

$$m_{\tilde{\tau}_{1,2}}^2 = m_{RR}^2 + \frac{1}{2} \left[\delta \mp \sqrt{\delta^2 + 4m_\tau^2(a_\tau - \mu \tan \beta)} \right] \quad (7.37)$$

avec $\delta = m_{LL}^2 - m_{RR}^2$.

7.5.4 Équations du groupe de renormalisation

Les équations du groupe de renormalisation permettent d'obtenir le spectre du MSSM à basse énergie à partir des paramètres du modèle donnés à une échelle particulière à haute énergie. Les équations permettent de calculer l'évolution des paramètres softs entre les deux échelles d'énergie.

Dans le CMSSM, il est supposé qu'il existe une échelle à haute énergie où il existe une universalité entre différents paramètres. Cette échelle devrait être l'échelle de Planck puisque le CMSSM repose sur une transmission gravitationnelle de la brisure supersymétrique du secteur caché au secteur visible. Comme la physique entre l'échelle de Planck et l'échelle GUT n'est pas connue, il est communément admis de commencer à l'échelle GUT où les couplages des interactions du Modèle Standard sont égaux :

$$g_1 = g_2 = g_3 = g_{\text{GUT}} \quad (7.38)$$

où g_{GUT} est la valeur des constantes de couplages à l'échelle GUT.

Il est supposé l'universalité :

- masses des jauginos : $M_{1/2} = M_1 = M_2 = M_3$
- masses des scalaires : $m_0 = m_Q = m_L = m_{\bar{u}} = m_{\bar{d}} = m_{\bar{e}}$
- couplages trilineaires : $A_0 = A_u = A_d = A_e$

Les équations du groupe de renormalisation à une boucle donnent l'évolution des constantes de couplage de jauge

$$\frac{d}{dt} g_a = \frac{1}{16\pi^2} b_a g_a^2 \quad (b_1, b_2, b_3) = \begin{cases} (41/10, -19/6, -7) & \text{modèle standard} \\ (33/5, 1, -3) & \text{MSSM} \end{cases} \quad (7.39)$$

avec $t = \ln(Q/Q_0)$ (Q est l'échelle d'énergie et $Q_0 \simeq 2 \times 10^{16}$ GeV l'échelle initiale, typiquement l'échelle GUT) et les constantes b_i au premier ordre sont données par

$$b_1 = -2N_F - \frac{3}{10}N_D \quad (7.40)$$

$$b_2 = 6 - 2N_F - \frac{1}{2}N_D \quad (7.41)$$

$$b_3 = 9 - 2N_F \quad (7.42)$$

avec N_F nombre de familles de fermions et N_D nombre de doublets de Higgs.

L'évolution des masses des jauginos est donnée par les équations du groupe de renormalisation à une boucle

$$\frac{d}{dt}M_a = \frac{1}{8\pi^2}b_a g_a^2 M_a \quad (7.43)$$

Les trois rapports M_a/g_a^2 sont constants lors de l'évolution de l'échelle d'énergie. En supposant l'unification des constantes de couplage à l'échelle GUT, on a la relation

$$\frac{M_1}{g_1^2} = \frac{M_2}{g_2^2} = \frac{M_3}{g_3^2} = \frac{m_{1/2}}{g_{\text{GUT}}^2} \quad (7.44)$$

Les équations du groupe de renormalisation pour le paramètre μ , les couplages de Yukawa, les couplages trilineaires et les masses soft des scalaires sont plus complexes car ces équations sont couplées entre elles. De façon générique, on a pour les scalaires :

$$\frac{dm_{\phi_i}^2}{dt} = F_i(g_a^2 M_a^2, a = 1, 2, 3) - \frac{6}{5}Y_i g_1^2 \xi \quad (7.45)$$

où $F_i(x)$ est une combinaison linéaire des produits $g_a^2 M_a^2$ avec des coefficients différents pour chaque scalaire, Y_i est l'hypercharge et

$$\xi = \frac{1}{2}m_{H_2}^2 - \frac{1}{2}m_{H_1}^2 + \sum_{i=1}^3 \left(\frac{1}{2}m_{Q_i}^2 - m_{\bar{u}_i}^2 + \frac{1}{2}m_{d_i}^2 \right) - \left(\frac{1}{2}m_{L_i}^2 - \frac{1}{2}m_{\bar{e}_i}^2 \right) \quad (7.46)$$

Un programme comme SuSpect [157] calcule le spectre de masse des particules supersymétriques à partir des paramètres de différents modèles comme CMSSM ou GMSB. Dans le cas CMSSM, le programme résout les équations du groupe de renormalisation et vérifie qu'on obtient les conditions de brisure électrofaible. Les masses softs sont utilisées pour calculer les masses physiques. Le processus de résolution des équations du groupe de renormalisation est réitéré en injectant les masses des particules dans les équations. Une fois une condition de convergence atteinte, des corrections aux masses sont ajoutées pour obtenir les masses pôles. La figure Fig. 7.1 donne l'évolution des masses en fonction de l'échelle d'énergie pour un modèle CMSSM.

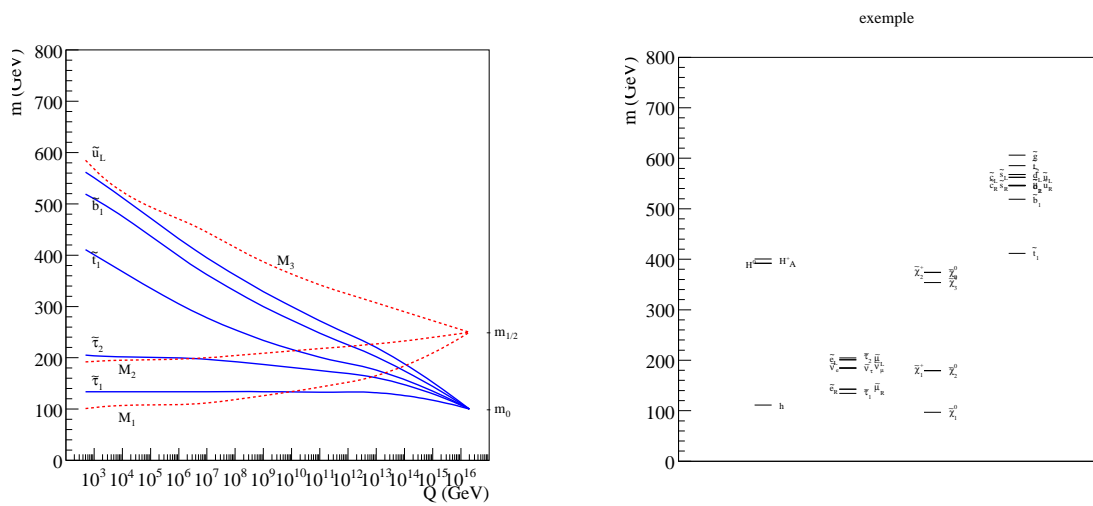


FIG. 7.1 – Exemple d'évolution des masses de scalaires et des masses softs des jauginos M_1, M_2 et M_3 pour un spectre mSUGRA avec $m_{1/2} = 250$ GeV, $m_0 = 100$ GeV, $A_0 = 0$, $\tan \beta = 10$ et $\mu > 0$ et le spectre de masse à l'échelle d'énergie $Q = 500$ GeV

Chapitre 8

Gravitino et cosmologie

Les modèles avec un gravitino LSP sont au centre de ce travail de thèse. Le gravitino est un candidat intéressant pour la matière noire et la désintégration de la NLSP en gravitino permet de résoudre les anomalies du lithium pour la nucléosynthèse primordiale. Mais le gravitino joue d'autres rôles en cosmologie. Je présente ici quelques-uns de ces autres aspects comme le problème du gravitino, la production thermique de gravitino après l'inflation ou la possibilité d'avoir un gravitino LSP instable dans des modèles violant la R-parité.

8.1 Problème du gravitino

La production thermique est surtout efficace à haute température. Pour éviter la fermeture de l'Univers avec une densité de gravitino $\Omega_{3/2} > 1$, Pagels et Primack ont posé la contrainte

$$m_{3/2} \lesssim 2h^2 \text{ keV} \quad (8.1)$$

Cette valeur est très faible et s'accorde difficilement avec les modèles supersymétriques. Par exemple, des modèles de type mSUGRA prédisent une masse de l'ordre de l'échelle électro-faible. Cette contrainte est relaxée si l'abondance initiale de gravitinos est diluée suite à une période inflationnaire. Il est alors possible de considérer que la densité de gravitino est nulle à la fin de l'inflation.

Mais le problème peut ressurgir après l'inflation car la densité de gravitino est repeuplée suivant deux mécanismes de production dits thermique et non-thermique. Le premier est lié à des processus de diffusion, qui ont lieu pendant la période de réchauffage post-inflationnaire (voir la section suivante). La production non-thermique fait l'objet de cette thèse et sera discutée dans la dernière partie de ce mémoire.

8.2 Production thermique pendant le réchauffage

Pendant l'inflation, toute population initiale de gravitino, ainsi que de tout type de particules, est diluée exponentiellement avec l'expansion de l'Univers. Pendant la phase de réchauffage,

l'Univers est repeuplé de particules. Des modèles de baryogenèse par leptogenèse suggèrent des température de réchauffage de l'ordre de $T_R \simeq 10^8 - 10^{10}$ GeV. Pour de telles températures, les réactions de diffusion inélastiques du type $a + b \rightarrow \psi^\mu + c$ entre des particules du bain thermique mettant en jeu le gravitino ψ^μ sont non négligeables. On parle de production thermique des gravitinos. La température de découplage du gravitino est très importante du fait des interactions très faibles du gravitino. Le gravitino n'est plus en équilibre thermique après l'inflation si la température de réchauffage est inférieure à la température de découplage. Pour déterminer la température de découplage, on compare la densité de gravitino produit thermiquement à la valeur à l'équilibre. Pour un fermion de Majorana de spin $1/2$, la densité est $n^{eq} = 3\zeta(3)T^3/(2\pi^2)$, ce qui donne une densité comobile

$$Y^{eq} = \frac{n^{eq}}{s} \simeq 1.8 \times 10^{-3} \quad (8.2)$$

En comparant à la production thermique explicitée ci-dessous, par exemple pour $m_{1/2} = 500$ GeV, si $m_{3/2} = 10$ MeV ($m_{3/2} = 1$ GeV), on trouve une température de découplage de $T_f \simeq 10^{14}$ GeV ($T_f \simeq 10^{10}$ GeV). Pour des températures de réchauffage inférieures à la température de découplage, le gravitino est hors équilibre, l'évolution de son abondance est décrite par l'équation de Boltzmann éq. 1.53 :

$$\frac{dn_{\tilde{G}}}{dt} + 3Hn_{\tilde{G}} = C_{\tilde{G}} \quad (8.3)$$

où H est le paramètre de Hubble et $C_{\tilde{G}}$ le terme de collision décrivant la production et la destruction du gravitino.

Avec $Y_{\tilde{G}} = n_{\tilde{G}}/s$, l'équation de Boltzmann se réécrit simplement

$$\frac{dY_{\tilde{G}}}{dt} = \frac{C_{\tilde{G}}}{s} \quad (8.4)$$

Enfin, comme l'Univers est dominé par la radiation, on utilise $dt = -dT/H(T)T$

$$dY_{\tilde{G}} = -\frac{C_{\tilde{G}}dT}{s(T)H(T)T} \quad (8.5)$$

La production de gravitinos se fait entre T_R et une température plus basse comme T_{BBN} . En supposant l'absence d'injection d'entropie entre la BBN et aujourd'hui, on a

$$Y_{\tilde{G}}(T_0) \simeq Y_{\tilde{G}}(T_{BBN}) \quad (8.6)$$

La densité relique de gravitinos issue de la production thermique s'écrit

$$\Omega_{\tilde{G}}^{TP} h^2 = m_{\tilde{G}} Y_{\tilde{G}}(T_0) s(T_0) \frac{h^2}{\rho_c(T_0)} \quad (8.7)$$

Les premiers calculs de la production thermique de gravitinos [158, 159] sont dépendants de cut-off arbitraires. La production de gravitino a été calculée à partir de processus QCD et indépendant de cut-off arbitraire par Bolz et al. [160, 161]. Ils utilisent la procédure de Braaten et Yuan pour le calcul de la production d'axions [162]. Cette procédure nécessite que les constantes de couplage soient $g_i \ll 1$ correspondant à $T_R \gg 10^6$ GeV.

Pradler et Steffen [163, 164] ont suivi la même procédure que Bolz et al. en ajoutant des processus de diffusion électrofaibles pour avoir une étude complète de $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$. La production et la densité de gravitino deviennent

$$Y_\psi = \sum_{\alpha=1}^3 \left(1 + \frac{M_\alpha(T_R)^2}{3m_{3/2}^2} \right) y_\alpha g_\alpha(T_R)^2 \ln \left(\frac{k_\alpha}{g_\alpha(T_R)} \right) \left(\frac{T_R}{10^{10} \text{ GeV}} \right) \quad (8.8)$$

$$\begin{aligned} \Omega_\psi^{\text{TP}} h^2 &= \sum_{\alpha=1}^3 \left(1 + \frac{M_\alpha(T_R)^2}{3m_{3/2}^2} \right) \omega_\alpha g_\alpha(T_R)^2 \ln \left(\frac{k_\alpha}{g_\alpha(T_R)} \right) \left(\frac{m_{3/2}}{100 \text{ GeV}} \right) \left(\frac{T_R}{10^{10} \text{ GeV}} \right) \\ &\simeq 0.32 \left(\frac{10 \text{ GeV}}{m_{3/2}} \right) \left(\frac{m_{1/2}}{1 \text{ TeV}} \right)^2 \left(\frac{T_R}{10^8 \text{ GeV}} \right) \end{aligned} \quad (8.9)$$

avec $y_\alpha = (0.653, 1.604, 4.276) \times 10^{-12}$, $\omega_\alpha = (0.018, 0.044, 0.117)$ et $k_\alpha = (1.266, 1.312, 1.271)$ pour $U(1)_Y$, $SU(2)_L$ et $SU(3)_C$ respectivement. Les constantes de couplage g_α et les masses des jauginos M_α sont obtenues à la température de réchauffage T_R grâce aux équations du groupe de renormalisation.

Rychkov et Strumia [165] ont repris l'étude précédente en soulignant que certains processus importants doivent également être pris en compte. L'ajout principal est la désintégration possible du gluon en gluino et gravitino, réaction permise grâce aux masses thermiques des particules, pour les bosons :

$$m_{V_1}^2 = \frac{11}{4} g_Y^2 T^2 \quad m_{V_2}^2 = \frac{9}{4} g_2^2 T^2 \quad m_{V_3}^2 = \frac{9}{4} g_3^2 T^2 \quad (8.10)$$

et pour le gluino, on obtient $m_\lambda^2 = m_{V_3}^2/2$. A cet effet, il faut ajouter des processus de diffusion utilisant le couplage de Yukawa non négligeable du quark top. La contribution à la densité relique peut atteindre 10% si A_t est plus grand que la masse des jauginos. Rychkov et Strumia ont également inclus un traitement plus correct de la période de réchauffage n'utilisant pas l'approximation du réchauffage instantané. La température T_R ne représente plus la température maximale mais la température à laquelle l'inflaton arrête de se désintégrer. Cet effet permet une réduction de 25% sur la densité relique. Les taux de production $\gamma_S + \gamma_D$ correspondent aux contributions des couplages de jauge et γ_{top} à la contribution du couplage de Yukawa du quark top :

$$\gamma_S = 1.29 \frac{T^6}{8\pi^5 M_{\text{Pl}}^2} \sum_{\alpha=1}^3 g_\alpha^2 \left(1 + \frac{M_\alpha^2}{3m_{3/2}^2} \right) (C'_\alpha - C_\alpha) \quad (8.11)$$

$$\gamma_D = \frac{T^6}{2(2\pi)^3 M_{\text{Pl}}^2} \sum_{\alpha=1}^3 n_\alpha \left(1 + \frac{M_\alpha^2}{3m_{3/2}^2} \right) f_\alpha \left(\frac{m_{V_\alpha}}{T} \right) \quad (8.12)$$

$$\gamma_{top} = 1.30 \frac{9\lambda_t^2 T^6}{2M_{\text{Pl}}^2 \pi^5} \left(1 + \frac{A_t^2}{3m_{3/2}^2} \right) \quad (8.13)$$

avec $C_\alpha = \alpha(\alpha^2 - 1) = \{0, 6, 24\}$, $C'_\alpha = \{11, 21, 48\}$, $n_\alpha = \{1, 3, 8\}$, λ_t est le couplage de Yukawa du quark top et A_t est le couplage trilineaire. Les fonctions f_α sont tracées dans la fig. 1 de [165].

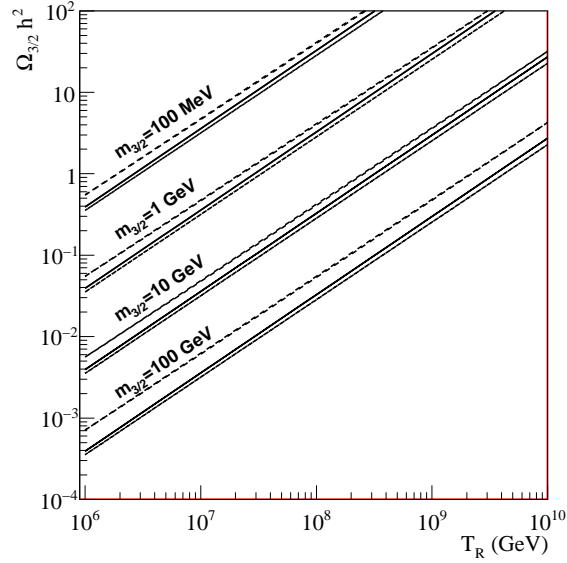


FIG. 8.1 – Densité relic de gravitino par production thermique en fonction de la température de réchauffage, pour $m_{1/2} = 1$ TeV et différentes valeurs de $m_{3/2}$. En trait plein, l'équation de Pradler et Steffen, en pointillés courts, la même équation mais seulement la contribution de $SU(3)$ et en tirets longs, l'équation de Rychkov et Strumia

Le taux de production de gravitinos est

$$\gamma = \gamma_S + \gamma_D + \gamma_{top} \quad (8.14)$$

On obtient

$$Y(T_0) = \frac{\gamma(T_R)}{H(T_R)s(T_R)} \quad (8.15)$$

et la densité relic de gravitinos, avec l'éq. 8.7

$$\Omega_{\tilde{G}}^{TP} h^2 = 0.00167 \left(\frac{m_{3/2}}{1 \text{ GeV}} \right) \left(\frac{T_R}{10^{10} \text{ GeV}} \right) \left(\frac{\gamma(T_R)}{T_R^6/M_{\text{Pl}}} \right) \quad (8.16)$$

La figure 8.1 permet de comparer les différences entre les formules éq. (8.9) et éq. (8.16). La figure donne la densité relic thermique de gravitino en fonction de la température de réchauffage à partir de l'équation (8.9) (ligne continue), la même équation mais en incluant uniquement les effets de $SU(3)$ (pointillés courts) et l'équation (8.16). La figure donne les résultats pour différentes masses de gravitino $m_{3/2} = 0.1, 1, 10, 100$ GeV en fixant $m_{1/2} = 1$ TeV et $A_0 = 0$ (donc la contribution du couplage de Yukawa du top est négligeable). Le calcul de Rychkov et Strumia présente une contribution plus importante à la densité relic que la formule de Pradler et Steffen, d'environ un facteur deux.

8.3 Gravitino instable

Le gravitino peut aussi bien être instable s'il n'est pas la LSP ou dans des modèles avec violation de la R-parité. Ces deux situations ne font pas l'objet de cette thèse mais méritent d'être signalées car présentent également des contraintes cosmologiques intéressantes. Dans le cas de la violation de la R-parité, le gravitino peut être méta-stable avec une très longue durée de vie, restant donc un potentiel candidat à la matière noire. Les désintégrations produisent principalement des neutrinos et des photons. Le flux de neutrinos permettrait par exemple, pour un gravitino de $m_{3/2} \sim 150$ GeV et une durée de vie $\tau_{3/2} \sim 10^{26}$ s, d'expliquer certaines anomalies du spectre gamma [166].

Dans le cas où le neutralino est la LSP, pour des masses $m_{3/2} < 10$ TeV, la durée de vie du gravitino est suffisamment grande pour que les désintégrations commencent après la nucléosynthèse primordiale. L'abondance des éléments légers peut être fortement affectée par des réactions de photo- et hadro-dissociation. Ce qui impose des contraintes sur l'abondance des gravitinos et donc sur la température de réchauffage, voir par exemple [167].

Troisième partie

Le gravitino dans tous ses états

J'aborde dans cette troisième partie le travail original de cette thèse. Les deux parties précédentes ont permis de donner une vue d'ensemble de la cosmologie et de la physique des particules en insistant particulièrement sur les points essentiels pour cette thèse que sont deux problèmes cosmologiques dans le domaine de la matière : la nature de la matière noire et les anomalies sur l'abondance des isotopes du lithium primordial composant en partie la matière baryonique. Mon sujet de thèse consiste à traiter ces problèmes dans le contexte de la supersymétrie en focalisant l'attention sur une particule, le *gravitino*.

Dans des modèles supersymétriques avec conservation de la R-parité, la particule la plus légère est stable et peut être un bon candidat pour la matière noire. Le neutralino est un des candidats les plus étudiés. Avec une masse $m_{\chi} = 100 \text{ GeV} - 1 \text{ TeV}$, on obtient une densité relique de neutralino compatible avec les mesures de densité relique de matière noire [168, 169, 170]. Le gravitino est un autre candidat possible pour la matière noire [171, 172, 159, 160]. Il a été étudié dans le cadre du CMSSM [173, 174, 175, 176, 74, 177, 178], sa masse est de l'ordre de l'échelle électrofaible. Le gravitino a également été étudié dans le GMSB [179, 180, 181, 182], sa masse est inférieure au GeV. Après l'inflation, le gravitino est produit selon deux mécanismes, thermique (voir chapitre 8) et non-thermique correspondant à la désintégration de particules supersymétriques en gravitino et autres particules du modèle standard. Ce processus a été abondamment étudié [159, 174, 74, 177, 178], motivé par les conséquences en nucléosynthèse primordiale. En effet, si l'injection de particules lors de la désintégration a lieu pendant la BBN ou après, cela peut modifier les abondances des différents éléments.

Dans le but de résoudre les problèmes du lithium de la BBN et celui de la matière noire, nous avons étudié des scénarios où le gravitino est la LSP dans des modèles CMSSM et GMSB. La NLSP, stau ou neutralino, se désintègre en gravitino. Nous avons regardé l'impact de la désintégration de la NLSP sur le problème du lithium et la contribution de la production non-thermique à la densité relique de matière noire, à laquelle nous avons ajouté les résultats de la production thermique, la somme des deux donnant la densité totale de gravitino. Cette étude repose principalement sur des simulations numériques faisant appel à un certain nombre de programmes (SuSpect, CalcHEP, micrOMEGAs, et le code BBN de Karsten Jedamzik).

L'aspect physique des particules de cette étude est très important. Nous avons étudié en détails les processus de désintégration et d'annihilation de la NLSP. Les premiers interviennent dans le cadre de la BBN, où il est important de calculer les rapports d'embranchement des désintégrations à deux corps induisant des cascades électromagnétiques (production de photons, électrons et positrons primaires et/ou secondaires) et des désintégrations à trois ou quatre corps induisant des cascades hadroniques (production de nucléons lors de processus d'hadronisation). Les processus d'annihilation et de coannihilation de la NLSP interviennent dans le calcul de la densité relique de la NLSP. Ces processus ont été étudiés dans deux modèles supersymétriques CMSSM et GMSB et en particulier l'influence des différents paramètres des modèles et nous avons procédé à la comparaison des modèles CMSSM et GMSB qui peuvent sous certains choix de paramètres présenter des résultats pour la BBN et la matière noire très similaires.

Les rapports d'embranchement et les énergies injectées dans les différentes cascades doivent être calculés avec précision car ces grandeurs sont essentielles pour les calculs de BBN. Le rapport d'embranchement hadronique est calculé de la façon la plus exacte par des processus de désintégration à trois et quatre corps selon la nature de la NLSP (stau ou neutralino) dans des scénarios CMSSM et GMSB, ce qui est à comparer à [183] se restreignant au cas du stau NLSP

de façon modèlle indépendante. Les rapports d'embranchement ont été calculés en prenant en compte toutes les composantes du gravitino sans faire appel à l'approximation du goldstino. Une étude détaillée de l'influence des paramètres des modèles sur les rapports d'embranchement a également été faite. De plus, certains processus, en particulier ceux incluant un boson de Higgs virtuel, ont été pris en compte, ces processus pouvant être relativement importants pour certains choix de paramètres (grand $\tan \beta$). Ces canaux sont en fait négligeables dans la désintégration de la NLSP mais s'avèrent importants dans les processus d'annihilation.

L'énergie injectée dans les cascades hadroniques a également été traitée avec grande attention. Nous avons procédé à un calcul le plus « réaliste » possible dans le cas du stau NLSP. Nous avons procédé, pour un choix de paramètres du modèle, à une génération de distribution d'impulsions de la paire quark-antiquark, à l'origine d'un processus d'hadronisation produisant des nucléons. Le nombre moyen de nucléons générés par désintégration et le spectre d'énergie des nucléons permet un calcul précis des effets des cascades hadroniques sur l'abondance des éléments légers produits pendant la BBN. Ceci est à comparer avec la méthode de Steffen [183] reposant sur le calcul d'une énergie moyenne à partir de la masse invariante de la paire quark-antiquark. Nous montrons que l'approximation de Steffen donne de bons résultats pour des durées de vie de la NLSP pertinentes pour cette étude.

L'abondance des éléments légers est sensible à la nature de la désintégration de la NLSP, à la quantité de NLSPs présentes dans le plasma et au moment où a lieu la désintégration. Donc, en plus des rapports d'embranchement et des énergies, la BBN est également sensible à la durée de vie de la NLSP et sa densité relique. On suppose que la température de *freeze-out* est plus élevée que la température correspondant à la désintégration de la NLSP, cette hypothèse est tout à fait raisonnable, car de façon approchée la température de *freeze-out* est donnée par $T_f \simeq m_{\text{NLSP}}/20$ et pour une NLSP d'au moins 100 GeV, la température est largement supérieure à la température au début de la BBN qui est de l'ordre de 0.1 MeV. Les simulations numériques incluent les résultats les plus récents de la nucléosynthèse primordiale comme la possibilité d'avoir la formation d'états liés entre une NLSP chargée et les éléments légers. Dans le cas d'un gravitino lourd (CMSSM) avec un stau NLSP, nous retrouvons des résultats déjà connus montrant qu'il est possible de résoudre les problèmes du lithium-7 pour des durées de vie de la NLSP inférieure à 10^3 s, du lithium-6 pour des durées supérieures et les deux problèmes simultanément pour une durée de vie d'environ 10^3 s. Dans le cas de gravitinos légers (GMSB), nous montrons qu'il est possible de résoudre le problème du lithium-7 pour un neutralino NLSP avec une durée de vie de 10^2 s ou obtenir la bonne abondance de lithium-6 avec un stau NLSP avec une durée de vie de 10^3 s.

Le problème de la matière noire et la densité relique de gravitino a aussi été étudié. La production non-thermique est donnée directement par la densité relique de NLSP, cette dernière influant également sur les calculs d'abondances des éléments légers. Pour les processus d'annihilation et coannihilation, qui déterminent la densité relique de la NLSP, nous avons regardé comment la contribution de certains canaux devenait importante en fonction des paramètres et quelles régions de paramètres donnaient également des densités reliques intéressantes pour la BBN.

Nous montrons qu'il est possible d'obtenir une densité relique de gravitino compatible avec les contraintes WMAP sur la matière noire vérifiant simultanément les deux problèmes du lithium ou seulement celui du lithium-7. Ce résultat est remarquable en ce sens que ce n'était pas une

exigence première de cette étude. Lorsque la densité relique non-thermique est trop faible pour WMAP, il est encore possible de résoudre le problème du lithium-6 ou du lithium-7. Le fait de ne pas considérer la production thermique de gravitino revient à supposer que la température de réchauffage après l'inflation est relativement basse. Si cette température est importante la contribution thermique devient importante. Il est alors possible de retrouver une densité relique compatible avec WMAP, ce qui impose des contraintes sur la température de réchauffage.

Enfin, nous avons regardé succinctement dans quelle mesure les scénarios étudiés pouvaient être découverts au LHC. Une grande partie des scénarios avec le stau NLSP et un gravitino lourd (type CMSSM) ne peuvent pas être observés au LHC, le stau ayant une masse supérieure au TeV. Il semble donc difficile de mettre en évidence des modèles qui permettent, en cosmologie, de résoudre simultanément les deux problèmes du lithium. Mais pour des masses de gravitino plus légères (type GMSB), le stau et le neutralino sont suffisamment légers pour être produits au LHC. On peut donc espérer contraindre en partie ces modèles et exclure un grand nombre de scénarios.

Ce travail de thèse a donné lieu à deux articles. Le premier porte essentiellement sur les résultats concernant la nucléosynthèse primordiale et la résolution des problèmes du lithium [184]. Le deuxième présente également les résultats physique des particules qui ont amené aux calculs BBN [185].

Chapitre 9

Désintégration de NLSP en gravitino

Pour résoudre les problèmes d'abondance du lithium-6 et lithium-7 prédits par le modèle standard de nucléosynthèse primordiale, la première modification possible est de supposer qu'il existe des particules instables présentes dans l'Univers primordial qui se désintègrent pendant la BBN. Dans le cadre de la supersymétrie, ce scénario est réalisé simplement dans le cadre d'un gravitino LSP dans un modèle CMSSM ou GMSB. La NLSP peut être le neutralino ou le stau selon les paramètres du modèle. Dans CMSSM, la masse du stau est estimée par une solution approchée à une boucle des équations du groupe de renormalisation en fonction des masses des scalaires et des jauginos à l'échelle GUT ainsi que $\tan \beta$ dans la limite de faible mixing [186] :

$$m_{\tilde{\tau}_R}^2 = m_0^2 + 0.15m_{1/2}^2 - 0.23 \cos(2\beta)M_Z^2 \quad (9.1)$$

et la masse du neutralino, éq. 7.26, permettent de déterminer la condition sur $m_{1/2}$ et m_0 tel que la NLSP est le stau ou le neutralino.

Dans GMSB, il existe une relation approximative, réf. [138], donnant une condition sur les paramètres pour avoir un stau droit plus léger que le neutralino

$$N > \frac{66}{5(13\xi_1 - 2)} \quad \xi_1 = \frac{\alpha_1^2(M_1)}{\alpha_1^2(M_{\text{mess}})} = \left(1 + \frac{11}{4\pi} \alpha_1(M_1) \ln \frac{M_1^2}{M_{\text{mess}}^2}\right)^2 \quad (9.2)$$

N et M_{mess} sont les paramètres du GMSB, le nombre et la masse des messagers, M_1 est la masse du bino. En première approximation, on peut considérer que le neutralino est la NLSP pour $N = 1$ et le stau NLSP pour $N \geq 2$. On peut avoir le neutralino NLSP pour $N = 2$ avec une grande valeur de M_{mess} .

Indépendamment de sa nature, la NLSP est instable et se désintègre en LSP et en particules du modèle standard. Les caractéristiques de la désintégration telles que la durée de vie de la NLSP, la nature des particules produites et leur énergie dépendent fortement de la nature de la NLSP et des paramètres du modèle. Les effets sur la nucléosynthèse primordiale peuvent être très différents. Il est donc nécessaire d'étudier d'une part les cascades électromagnétiques obtenues à partir des désintégrations à 2 corps du stau et du neutralino et d'autre part les cascades hadroniques venant des désintégrations à 4 corps du stau ou à 3 corps pour le neutralino permettant la formation d'une paire de quark-antiquark qui produit des nucléons par hadronisation.

Dans ce chapitre, nous décrivons le calcul des rapports d'embranchement et les énergies des cascades électromagnétique et hadronique pour le stau et le neutralino. La cascade électromagnétique se développe suffisamment rapidement, les effets dépendent uniquement de l'énergie totale et du temps d'injection et pas de la nature des primaires et leur énergie. Dans le cas d'une cascade hadronique, le rapport d'embranchement et l'énergie totale sont calculés mais la situation est plus complexe et nécessite d'utiliser un code comme Pythia [187] pour déterminer la distribution d'énergie des particules des nucléons.

Les grandeurs calculées pour étudier les cascades dépendent de façon importante sur le choix du modèle, ces dépendances seront également étudiées dans ce chapitre.

9.1 Stau

9.1.1 Désintégration à deux corps

Le processus de désintégration à deux corps $\tilde{\tau} \rightarrow \tau \tilde{G}$ est le processus dominant de la désintégration du stau. La largeur de désintégration totale peut être approximée par la largeur de désintégration à deux corps. La largeur de désintégration de ce processus s'écrit [188]

$$\Gamma(\tilde{\tau} \rightarrow \tau \tilde{G}) = \frac{1}{48\pi} \frac{(m_{\tilde{\tau}}^2 - m_{3/2}^2 - m_{\tau}^2)^4}{m_{\tilde{\tau}}^3 M_{\text{Pl}}^2 m_{3/2}^2} \left[1 - \frac{4m_{3/2}^2 m_{\tau}^2}{(m_{\tilde{\tau}}^2 - m_{3/2}^2 - m_{\tau}^2)^2} \right]^{3/2} \quad (9.3)$$

Dans le cadre de mSUGRA avec un gravitino de l'ordre de 100 GeV, la masse du lepton tau ($m_{\tau} \simeq 1.77$ GeV) est négligeable devant les autres masses (approximation faite dans la plupart des études, par exemple [74, 183]). La largeur de désintégration s'écrit alors :

$$\Gamma(\tilde{\tau} \rightarrow \tau \tilde{G}) = \frac{1}{48\pi} \frac{m_{\tilde{\tau}}^5}{M_{\text{Pl}}^2 m_{3/2}^2} \left(1 - \frac{m_{3/2}^2}{m_{\tilde{\tau}}^2} \right)^4 \quad (9.4)$$

Dans notre étude, la masse du lepton tau n'est pas toujours négligeable devant la masse du gravitino qui peut être très léger en particulier dans le modèle GMSB. Aucune approximation sur les masses n'est faite dans la simulation numérique.

Dans l'approximation du goldstino, quand la masse du gravitino est négligeable devant la masse du stau, les composantes $\pm 3/2$ du gravitino sont négligées. L'expression de la largeur de désintégration est similaire à l'éq. 9.4 à la puissance de la parenthèse près (encore une fois la masse du lepton tau est négligée) :

$$\Gamma(\tilde{\tau} \rightarrow \tau \tilde{G}) = \frac{1}{48\pi} \frac{m_{\tilde{\tau}}^5}{M_{\text{Pl}}^2 m_{3/2}^2} \left(1 - \frac{m_{3/2}^2}{m_{\tilde{\tau}}^2} \right)^2 \quad (9.5)$$

La différence entre les expressions éq. 9.4 et éq. 9.5 est particulièrement sensible pour un rapport des masses proche de l'unité. La variation est inférieure à 1% pour $m_{3/2}/m_{\tilde{\tau}} \lesssim 0.07$ et 10% pour $m_{3/2}/m_{\tilde{\tau}} \lesssim 0.22$. L'approximation du goldstino est valable dans une grande majorité

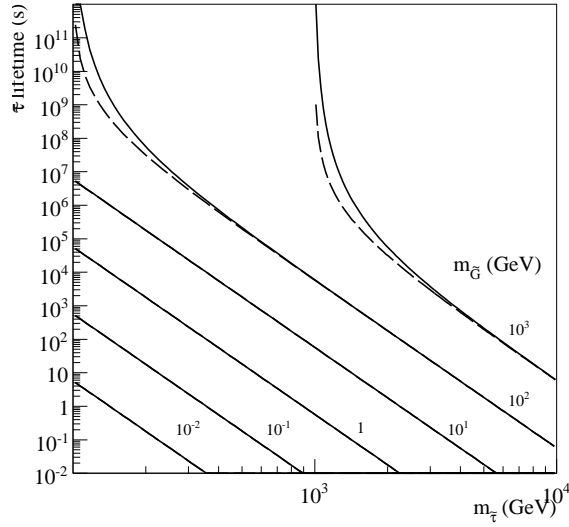


FIG. 9.1 – Durée de vie du stau en fonction de la masse du stau. Les différentes courbes correspondent à différentes masses du gravitino calculées à partir de la largeur de désintégration de l'éq. (9.4). Les courbes en tirets correspondent à la durée de vie du stau dans l'approximation du goldstino de l'éq. (9.5)

des spectres de masse mais présente une certaine déviation au calcul exact pour certains choix de paramètres. L'approximation du goldstino ne sera donc pas utilisée dans les simulations numériques.

Les expressions de la largeur de désintégration ont été vérifiées analytiquement et numériquement en utilisant CalcHEP. Initialement, CalcHEP ne prenait pas en compte les particules de spin 3/2 et les seuls modèles utilisés existants par CalcHEP ne contenaient que le goldstino. Suite à quelques discussions avec A. Pukhov, il a implémenté le traitement de processus avec des particules de spin 3/2 dans CalcHEP et j'ai écrit un modèle contenant le gravitino. L'accord entre les expressions analytiques et les résultats numériques ont permis de vérifier la bonne implémentation dans CalcHEP.

La durée de vie du stau est égale à l'inverse de la largeur de désintégration totale et comme celle-ci est largement dominée par le processus à deux corps, la durée de vie du stau est :

$$\tau \simeq \frac{1}{\Gamma(\tilde{\tau} \rightarrow \tau \tilde{G})} \quad (9.6)$$

La durée de vie du stau est donnée par la figure Fig. 9.1 en fonction de la masse du stau et pour différentes masses de gravitino. Les courbes en tirets montrent la durée de vie dans l'approximation du goldstino, la déviation devient importante pour des masses de stau et gravitino fortement dégénérées. De plus, dans ces régions, l'espace de phase est restreint et donne des durées de vie très grandes. La figure montre qu'il est possible d'avoir naturellement un temps de vie du stau de l'ordre de $10^2 - 10^6$ s. De telles durées de vie sont intéressantes pour la nucléosynthèse primordiale par les effets de désintégration électromagnétiques et hadroniques du stau

(voir section 2.3 du chapitre sur la nucléosynthèse primordiale) et part les effets de formation d'états liés entre le stau chargé et les éléments légers (voir chapitre 2.4). Comme le gravitino a une masse de l'ordre de l'échelle électrofaible ($m_{3/2} = \mathcal{O}(100)$ GeV) dans le CMSSM, le stau doit avoir une masse de l'ordre du TeV pour donner des durées de vie $\tau = 10^2 - 10^6$ s. De telles prévisions sur la masse du stau sont assez pessimistes pour une possible détection au LHC. Dans le cadre du GMSB, la masse du gravitino est plus légère et donc par conséquent la masse du stau doit être prise plus petite pour satisfaire aux conditions sur sa durée de vie, permettant d'envisager une détection au LHC de tels scénarios.

Pour les effets dûs à la désintégration du stau, il faut estimer le rapport d'embranchement électromagnétique B_{em} , par des désintégrations induisant une cascade électromagnétique avec des photons, électrons et positrons, le rapport d'embranchement hadronique B_{had} , par des désintégrations induisant une cascade hadronique avec des nucléons et les énergies associées à ces désintégrations E_{em} et E_{had} .

La désintégration à deux corps du stau produit un gravitino et un lepton tau. Cette dernière particule est instable et se désintègre en électrons, muons, neutrinos et mésons (pions et kaons principalement). L'équation (2.19) donne un rapport d'embranchement hadronique du méson évoluant en $t^{-3/2}$. Pour $t \gtrsim 10^2$ s, le rapport d'embranchement est inférieur à 10^{-3} . La contribution hadronique des mésons, et donc des processus de désintégration à deux corps, est négligeable. Les mésons ne participent qu'à des processus électromagnétiques pour des durées de vie du stau pertinentes pour la BBN. Le rapport d'embranchement électromagnétique est donc quasiment égal à 1

$$B_{\text{em}} \simeq \frac{\Gamma(\tilde{\tau} \rightarrow \tau \tilde{G})}{\Gamma_{\text{tot}}} \simeq 1 \quad (9.7)$$

L'énergie associée aux désintégrations électromagnétiques provient de l'énergie du lepton τ

$$E_{\tau} = \frac{m_{\tilde{\tau}}^2 - m_{3/2}^2}{2m_{\tilde{\tau}}} \quad (9.8)$$

Une partie de cette énergie est emportée par les neutrinos, elle est donc perdue pour la cascade électromagnétique. L'énergie manquante exacte nécessite une analyse fine du modèle et dépend principalement de la chiralité du stau et de sa masse. Cette analyse n'est pas faite ici. Nous prenons une énergie électromagnétique $E_{\text{em}} = x \cdot E_{\tau}$ [174]. En faisant une hypothèse d'équipartition de l'énergie entre les particules issues de la désintégration du tau, on trouve une énergie minimale avec $x^{\text{min}} = 1/3$ et pour le maximum $x = 1$ en supposant qu'il n'y a pas de perte d'énergie. Nous prendrons pour cette étude une valeur intermédiaire

$$E_{\text{em}} = \frac{1}{2} \left(\frac{m_{\tilde{\tau}}^2 - m_{3/2}^2}{2m_{\tilde{\tau}}} \right) \quad (9.9)$$

Les figures 9.2 montrent les effets du choix du coefficient x pour l'énergie électromagnétique pour des énergies $E_{\text{em}} = 0.5 \cdot E_{\tau}$ et $E_{\text{em}} = E_{\tau}$. Les figures montrent les variations sur les abondances du deutérium, l'hélium-4, le lithium-6 et lithium-7 selon $(A^{E_{\tau}} - A^{0.5E_{\tau}})/A^{0.5E_{\tau}}$. Le seul élément sensible au choix du facteur est le lithium-6, on observe des variations jusqu'à 20% pour une masse de gravitino de 10 GeV. Cela s'explique par le fait que le ${}^6\text{Li}$ est un

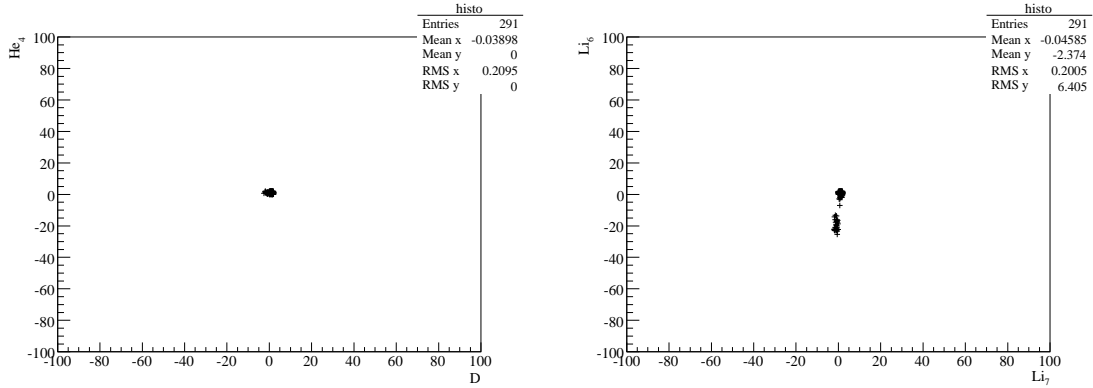


FIG. 9.2 – Variation relative des abondances de différents éléments (deutérium et hélium-4 à gauche et lithium-6 et lithium-7 à droite) selon $(A^{E_\tau} - A^{0.5E_\tau})/A^{0.5E_\tau}$, pour $E_{\text{em}} = 0.5E_\tau$ et $E_{\text{em}} = E_\tau$ pour une masse de gravitino de $m_{3/2} = 10 \text{ GeV}$

élément fragile facilement photodissocié, dont l'abondance est réduite si l'énergie de la cascade électromagnétique est plus importante.

Une autre quantité pertinente est la densité d'énergie électromagnétique injectée

$$\xi_{\text{EM}} = E_{\text{em}} B_{\text{em}} Y_{\tilde{\tau}} \quad (9.10)$$

où $Y_{\tilde{\tau}} = n_{\tilde{\tau}}/s$ est la densité comobile du stau. Cette grandeur permet de prendre en compte des contraintes venant de l'étude du fond diffus cosmologique. L'injection de photons lors des désintégrations du stau peuvent être à l'origine de déformations du spectre du CMB. Nous présentons brièvement cette contrainte qui s'avère être peu importante pour des durées de vie du stau intéressantes pour la BBN.

L'étude du fond diffus cosmologique permet de contraindre les désintégrations électromagnétiques de la NLSP car l'injection de photons peut être à l'origine d'une déformation du spectre du fond diffus cosmologique et dévier du spectre du corps noir [158, 189, 173, 174, 177]. Pour des temps d'intérêt pour cette étude, le processus de thermalisation dominant est la diffusion Compton $\gamma e^- \rightarrow \gamma e^-$. Le nombre de photons est conservé car des processus comme la double diffusion Compton $\gamma e^- \rightarrow \gamma \gamma e^-$ et le bremsstrahlung thermique $e^- X \rightarrow e^- X \gamma$, où X est un ion, sont inefficaces. Le spectre des photons suit une distribution de Bose-Einstein avec un potentiel chimique μ non nul :

$$f = \frac{1}{e^{(E-\mu)/T} - 1} \quad (9.11)$$

L'étude du spectre du fond diffus cosmologique par la mission COBE [3] a permis de contraindre le potentiel chimique :

$$|\mu| < 9 \times 10^{-5} \quad (9.12)$$

Cette limite entraîne des contraintes sur l'énergie électromagnétique libérée lors de la désintégration du stau. Pour une densité baryonique faible $\Omega_b h^2 \lesssim 0.1$, comme c'est le cas dans notre

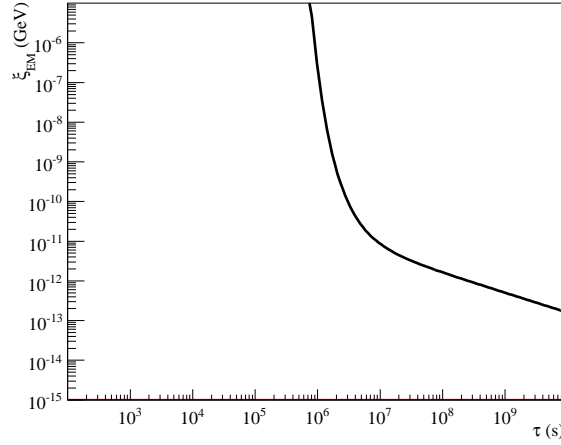


FIG. 9.3 – Contraintes du CMB sur ξ_{EM} en fonction de la durée de vie de la NLSP. Les régions au dessus de la courbe est exclue.

Univers, la double diffusion Compton domine le processus de thermalisation. Le bremsstrahlung est négligeable. Le potentiel chimique est relié à ξ_{EM} par [190]

$$\mu = 8.01 \times 10^2 \left(\frac{\tau}{1 \text{ sec}} \right)^{1/2} e^{-(\tau_{dC}/\tau)^{5/4}} \times \left(\frac{7.04 \xi_{EM}}{1 \text{ GeV}} \right) \quad (9.13)$$

où le temps de réaction de la double diffusion Compton est :

$$\tau_{dC} = 1.46 \times 10^8 (T_0/2.7 \text{ K})^{-12/5} (\Omega_b h^2)^{4/5} (1 - Y_p/2)^{4/5} \text{ sec} \quad (9.14)$$

$$\simeq 6.085 \times 10^6 \text{ s} \quad (9.15)$$

La contrainte sur l'énergie injectée, éq. (9.10) s'écrit :

$$\xi_{EM} < 1.59 \times 10^{-8} e^{(\tau_{dC}/\tau)^{5/4}} \left(\frac{1 \text{ s}}{\tau} \right)^{1/2} \quad (9.16)$$

Cette limite n'est valable que pour des durées de vie de staus $\tau \lesssim 8.8 \times 10^9 \text{ s}$. Pour des durées de vie plus importantes, les diffusions Compton élastiques ne permettent pas d'obtenir un spectre de Bose-Einstein. Mais ces durées de vie de staus dépassent celles étudiées ici. La figure 9.3 montre que la contrainte du fond diffus cosmologique est importante pour de longues durées de vie. Les déformations du spectre du fond diffus cosmologique permettent d'exclure des temps de vie de stau $\gtrsim 10^6 - 10^7 \text{ s}$, ce qui correspond à une différence de masse entre le gravitino et le stau relativement faibles. Ces régions sont néanmoins peu pertinentes pour cette étude, la région d'intérêt est pour $\tau < 10^6 \text{ s}$.

9.1.2 Désintégration à quatre corps : rapport d'embranchement

La désintégration à deux corps contribue uniquement à des cascades électromagnétiques. Les désintégrations hadroniques proviennent de processus à plus de deux corps, comme ceux contenant un photon, un boson de jauge Z ou W , ou un boson de Higgs se désintégrant en paire de

quark-antiquark suivi d'un processus d'hadronisation produisant des protons et des neutrons. Il est donc nécessaire de regarder des processus produisant quatre corps dans l'état final. Les rapports d'embranchement de ces processus sont fortement supprimés mais les nucléons produits même en faible quantité ont un impact important sur la production/destruction des éléments pendant et après la nucléosynthèse primordiale.

Les premiers articles [74, 177] calculant ces processus utilisent l'approximation suivante : les diagrammes avec un échange de boson virtuel sont négligeables, seuls les diagrammes avec un boson de jauge Z ou W on-shell ont une contribution non-négligeable.

Ainsi, le rapport d'embranchement hadronique s'écrit comme la somme des produits du rapport d'embranchement de la désintégration du stau à trois corps ($\tilde{\tau} \rightarrow \tau\tilde{G}Z$ et $\tilde{\tau} \rightarrow \nu_\tau\tilde{G}W$) et du rapport d'embranchement de la désintégration du boson en paire quark-antiquark plus un terme englobant la petite contribution des processus avec un boson virtuel

$$B_{\text{had}}(\tilde{\tau} \rightarrow \tau\tilde{G}q\bar{q}) = B_{\text{had}}(\tilde{\tau} \rightarrow \tau\tilde{G}Z)B(Z \rightarrow q\bar{q}) + B_{\text{had}}(\tilde{\tau} \rightarrow \nu_\tau\tilde{G}W)B(W \rightarrow q\bar{Q}) + B_{\text{had}}^{\text{virt}} \quad (9.17)$$

avec $B_{\text{had}}(Z \rightarrow q\bar{q}) \simeq 0.7$, $B_{\text{had}}(W \rightarrow q\bar{Q}) \simeq 0.68$ [30] et

$$B_{\text{had}}(\tilde{\tau} \rightarrow \tau\tilde{G}Z) = \frac{\Gamma(\tilde{\tau} \rightarrow \tau\tilde{G}Z)}{\Gamma_{\text{tot}}} \quad (9.18)$$

$$B_{\text{had}}(\tilde{\tau} \rightarrow \nu_\tau\tilde{G}W) = \frac{\Gamma(\tilde{\tau} \rightarrow \nu_\tau\tilde{G}W)}{\Gamma_{\text{tot}}} \quad (9.19)$$

où la largeur de désintégration totale est presque totalement dominée par la désintégration à deux corps

$$\Gamma_{\text{tot}} \simeq \Gamma(\tilde{\tau} \rightarrow \tau\tilde{G}) \quad (9.20)$$

Le terme $B_{\text{had}}^{\text{virt}}$ donne une estimation de la contribution des diagrammes avec échange de boson off-shell, il est pris de l'ordre de grandeur $\mathcal{O}((\alpha/4\pi)^2) \sim \mathcal{O}(10^{-6})$.

La contribution des diagrammes avec échange de boson W sont fortement supprimés car le stau le plus léger $\tilde{\tau}_1 = \cos\theta_\tau\tilde{\tau}_R + \sin\theta_\tau\tilde{\tau}_L$ est généralement dominé par sa composante droite singlet des interactions faibles. Dans l'article de Steffen [183], le stau utilisé est un stau droit, ces derniers diagrammes ont alors une contribution exactement nulle. Cette étude, modèle indépendant fait des hypothèses restrictives sur les masses reliant la masse du stau droit à la masse du neutralino le plus léger considéré comme un bino par l'équation $m_\chi = 1.1m_{\tilde{\tau}}$.

Nous avons entrepris de faire une étude modèle dépendant en explorant un espace de paramètres importants dans des modèles CMSSM et GMSB. Dans ces conditions, l'état propre de masse du stau le plus léger est un mélange des états propres d'interaction dominé par la composante droite mais néanmoins contenant une composante gauche. Pour être sûr de prendre en compte toutes les contributions aux largeurs de désintégrations, nous avons inclus les processus avec γ , Z mais également W et h . Nous avons également traité les cas neutralino NLSP.

Dans le cas du CMSSM, les paramètres initiaux sont :

$$m_0, \quad M_{1/2}, \quad A_0, \quad \tan\beta, \quad \text{sgn}(\mu) \text{ et } m_{3/2} \quad (9.21)$$

Dans le cas de GMSB :

$$M_{\text{mess}}, \quad \Lambda, \quad N, \quad \tan \beta, \quad \text{sgn}(\mu) \text{ et } m_{3/2} \quad (9.22)$$

Il peut être intéressant d'étudier l'influence des différents paramètres sur les rapports d'embranchement. Dans le cas du CMSSM, nous effectuons des scans en $m_0 \in [10, 2000]$ GeV et $m_{1/2} \in [100, 6000]$ GeV (sauf pour l'étude de la région focus point nécessitant de plus grandes valeurs de m_0) pour différentes valeurs de $\tan \beta$ et A_0 avec μ toujours pris positif. Pour GMSB, nous effectuons un scan sur $\Lambda \in [5 \times 10^4, 5 \times 10^6]$ GeV pour différentes valeurs de M_{mess} et $\tan \beta$ avec μ positif et $N = 1$ ou 2 . Les résultats seront présentés au chapitre 11.

Le calcul du rapport d'embranchement éq. (9.17) sous-estime la contribution des diagrammes avec un photon virtuel pour de faibles masses du stau et les effets du Z virtuel. Steffen souligne la nécessité de prendre en compte les contributions de ces diagrammes [183]. Le rapport d'embranchement de la désintégration à quatre corps avec échange d'un boson Z ou un photon est maintenant calculé directement avec une coupure sur la masse invariante de la paire quark-antiquark $m_{q\bar{q}} \geq m_{q\bar{q}}^{\text{cut}}$

$$B_{\text{had}}(\tilde{\tau} \rightarrow \tau \tilde{G} q \bar{q}; m_{q\bar{q}}^{\text{cut}}) = \frac{\Gamma(\tilde{\tau} \rightarrow \tau \tilde{G} q \bar{q}; m_{q\bar{q}}^{\text{cut}})}{\Gamma_{\text{tot}}} \quad (9.23)$$

où la largeur partielle de la désintégration à quatre corps est

$$\Gamma(\tilde{\tau} \rightarrow \tau \tilde{G} q \bar{q}; m_{q\bar{q}}^{\text{cut}}) = \int_{m_{q\bar{q}}^{\text{cut}}}^{m_{\tilde{\tau}} - m_{3/2} - m_{\tau}} dm_{q\bar{q}} \frac{d\Gamma(\tilde{\tau} \rightarrow \tau \tilde{G} q \bar{q})}{dm_{q\bar{q}}} \quad (9.24)$$

Les diagrammes contribuant à ce calcul sont représentés dans la figure Fig. 9.4. La largeur du boson Z est prise en compte en utilisant une fonction de Breit-Wigner. Nous avons entrepris de vérifier que certains canaux étaient sous-dominants. Les diagrammes contenant le $\tilde{\tau}_2$, des squarks, les carginos χ_2^{\pm} et les neutralinos $\chi_2^0, \chi_3^0, \chi_4^0$ ne sont pas pris en compte du fait de la masse importante de ces particules rendant la contribution de ces diagrammes négligeable. Le diagramme contenant le χ_1^0 est en général négligeable si $m_{\chi} > 1.1m_{\tilde{\tau}}$, il est néanmoins inclus dans notre calcul de la largeur de désintégration pour prendre en compte les cas où sa contribution est non-négligeable.

La coupure sur la masse invariante de la paire $q\bar{q}$ est fixée à $m_{q\bar{q}}^{\text{cut}} = 2$ GeV soit deux fois la masse d'un nucléon. En dessous de cette coupure, il n'y a pas assez d'énergie pour produire des nucléons.

La largeur de désintégration de ces processus est tracée sur la figure Fig. 9.7 en fonction de la masse du stau, pour des masses de gravitinos de 1 et 100 GeV et pour une valeur de $\tan \beta = 10$ ou $\tan \beta = 60$. La largeur de désintégration dépend peu de $\tan \beta$ qui agit surtout dans le secteur des neutralinos. On peut aussi remarquer que la largeur de désintégration chute brutalement quand l'espace de phase devient très petit ($\Delta m = m_{\tilde{\tau}} - m_{3/2}$ petit).

Le rapport d'embranchement hadronique pour des diagrammes de Feynman avec échange de boson W représentés à la figure Fig. 9.5 peuvent être calculés de façon similaire. Le rapport d'embranchement est nul dans le cas d'un pur $\tilde{\tau}_R$. À $\tan \beta$ faible, le $\tilde{\tau}_1$ est dominé par la composante droite, le rapport d'embranchement est donc négligeable. Avec $\tan \beta = 60$, la composante

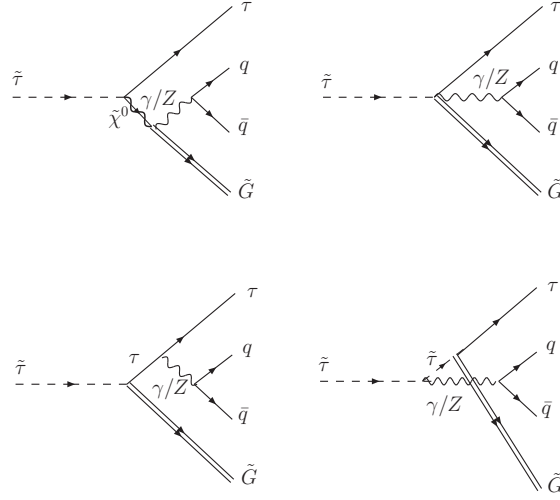


FIG. 9.4 – Diagrammes de Feynman contribuant à la désintégration à quatre corps du stau en lepton tau, gravitino et paire $q\bar{q}$ avec échange d’un boson Z ou un photon virtuel

$\tilde{\tau}_L$ devient plus importante, le rapport d’embranchement augmente, voir Fig. 9.7. Néanmoins, la contribution des diagrammes de la figure Fig. 9.5 donnent un rapport d’embranchement au moins un ordre de grandeur inférieur à celui avec échange de Z/γ . Leur contribution est cependant prise en compte dans l’étude même si elle reste sous-dominante.

De la même façon, il est possible d’étudier les contributions des processus avec échange de boson de Higgs. Les bosons de Higgs pris en compte sont les deux bosons de Higgs scalaires h et H ainsi que le boson de Higgs pseudo-scalaire A^0 . La contribution la plus importante vient du boson h qui a une masse relativement légère ($\sim 100 - 150$ GeV) comparée aux deux autres bosons de Higgs. Les processus contenant ces deux derniers sont négligeables du fait de leurs masses élevées. Globalement le secteur du Higgs contribue de façon négligeable à la largeur totale de désintégration. Dans les modèles avec une grande valeur de $\tan\beta$, la largeur de désintégration devient plus importante mais reste négligeable devant les largeurs de désintégration des autres processus, voir figure Fig. 9.7.

9.1.3 Désintégration à quatre corps : énergie

Le calcul de l’énergie hadronique fut estimée par Feng et al. à partir d’une simple relation d’équipartition de l’énergie restante [74]

$$E_{\text{had}} = \frac{1}{3}(m_{\tilde{\tau}} - m_{3/2}) \quad (9.25)$$

Steffen calcule une énergie moyenne sur le même principe que le calcul du rapport d’embranchement par convolution avec la masse invariante de la paire de quark-antiquark :

$$E_{\text{had}} = \frac{1}{\Gamma(\tilde{\tau} \rightarrow \tau \tilde{G} q \bar{q})} \int_{m_{q\bar{q}}^{\text{cut}}}^{m_{\tilde{\tau}} - m_{3/2} - m_{\tau}} dm_{q\bar{q}} m_{q\bar{q}} \frac{d\Gamma(\tilde{\tau} \rightarrow \tau \tilde{G} q \bar{q})}{dm_{q\bar{q}}} \quad (9.26)$$

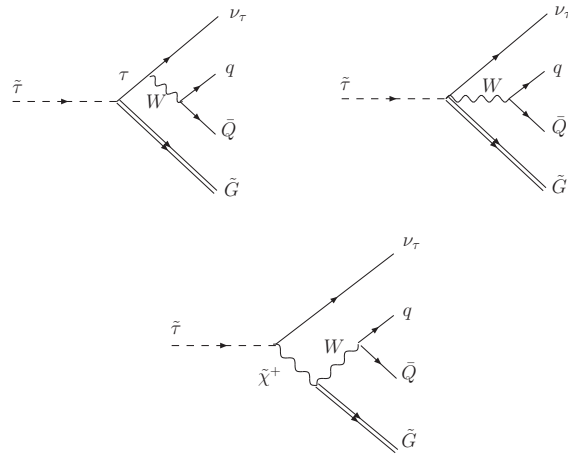


FIG. 9.5 – Diagrammes de Feynman contribuant à la désintégration à quatre corps du stau en neutrino tau, gravitino et paire $q\bar{q}$ avec échange d'un boson W

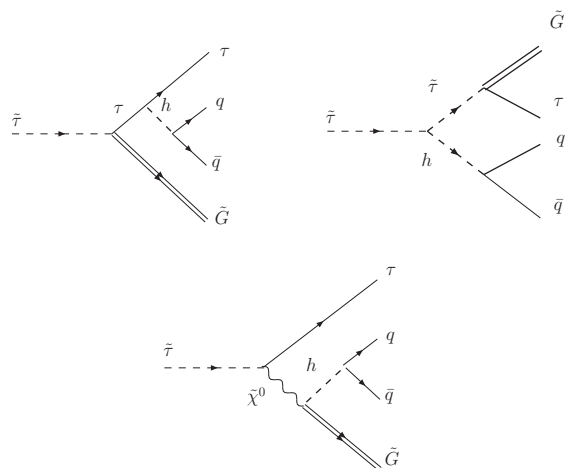


FIG. 9.6 – Diagrammes de Feynman contribuant à la désintégration à quatre corps du stau en lepton tau, gravitino et paire $q\bar{q}$ avec échange d'un boson de Higgs

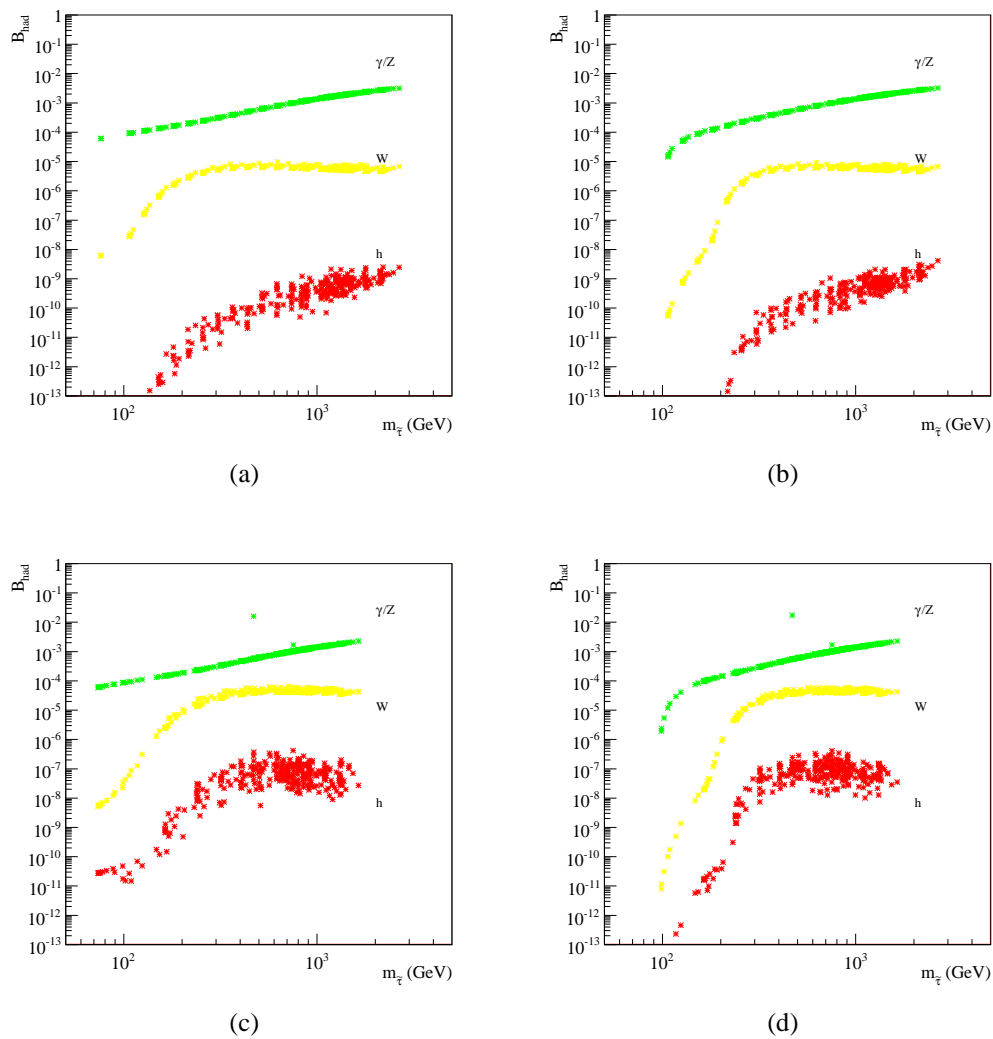


FIG. 9.7 – Rapport d’embranchement des diagrammes avec un échange de Z/γ (vert), W (jaune) et h (rouge) en fonction de la masse du stau pour des spectres mSUGRA avec $A_0 = 0$, $\text{sgn } \mu > 0$, $\tan \beta = 10$, $m_{3/2} = 10$ GeV pour la figure (a), $m_{3/2} = 90$ GeV pour la figure (b) et $\tan \beta = 60$, $m_{3/2} = 10$ GeV pour la figure (c) et $m_{3/2} = 90$ GeV pour la figure (d)

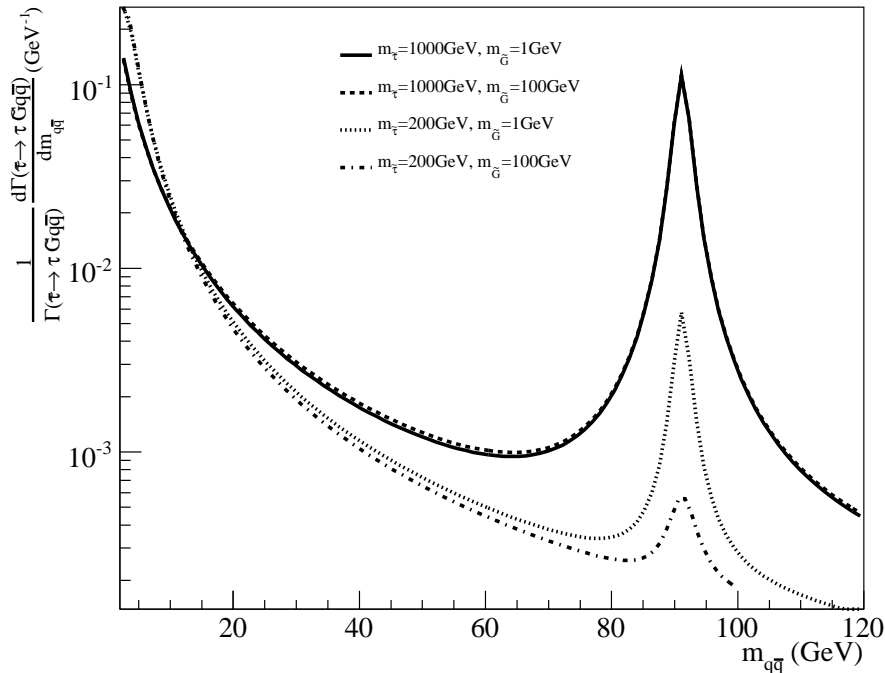


FIG. 9.8 – Distribution d'énergie en fonction de la masse invariante de la paire de quarks. quatre situations sont tracées pour des masses en GeV de gravitino et stau $(m_{3/2}, m_{\tilde{\tau}}) = (1, 200), (1, 1000), (100, 200), (100, 1000)$. On distingue clairement les résonances du photon et du boson Z .

L'énergie moyenne est intégrée sur la distribution de masse invariante. À des fins de vérification, nous avons recalculé la distribution de masse invariante pour certains spectres particuliers, la figure 9.8 est en accord avec les résultats de Steffen. On observe en $m_{q\bar{q}} \rightarrow 0$ GeV la résonance correspondant au processus avec échange de photon virtuel et en $m_{q\bar{q}} \simeq 91$ GeV la résonance correspondant à un boson Z quasiment on-shell. Ce résultat est compatible avec [183]. La distribution dépend principalement de la différence de masse du stau et du gravitino.

La comparaison des deux méthodes (voir Fig. 9.9) montre que la méthode de Feng surestime l'énergie hadronique (courbe bleue) quand $m_{\tilde{\tau}} \gg m_{3/2}$ car la paire de quark-antiquark est uniquement produite par un boson Z on-shell et donc l'énergie de la paire est toujours la même. De plus, pour de faibles masses de stau, la méthode de Feng et al. sous-estime l'énergie car elle ne prend pas en compte l'échange de photon et de Z off-shell. La courbe noire donne l'énergie hadronique selon l'équation éq. 9.26. À faible masse de stau, on voit principalement la contribution des processus avec échange de photon, puis la contribution du Z apparaît à haute masse du stau ($m_{\tilde{\tau}} \gtrsim m_{3/2} + m_Z$) et domine complètement l'énergie hadronique.

La situation pour le traitement de l'énergie de la désintégration hadronique est quelque peu plus complexe que le calcul de l'énergie de la désintégration électromagnétique. La première raison est liée au référentiel de la désintégration, celui où le stau est au repos est différent de celui dans lequel l'énergie hadronique est calculé par l'éq. (9.26). La masse invariante donne

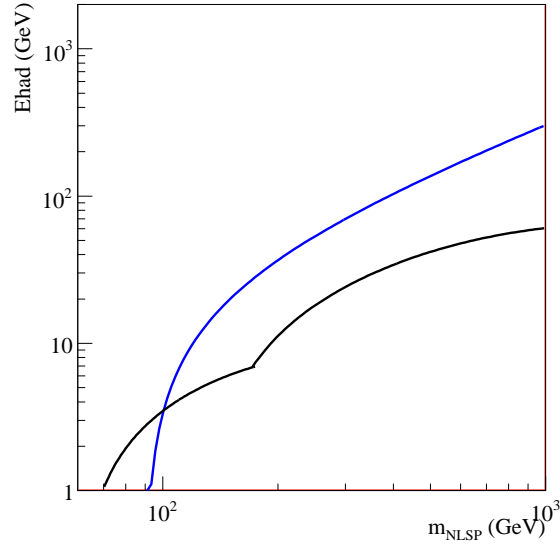


FIG. 9.9 – Comparaison des énergies hadronique calculées selon la formule éq. 9.25 (courbe bleue) et par éq. 9.26 (courbe noire) pour une masse de gravitino $m_{3/2} = 90$ GeV

l'énergie de la paire $q\bar{q}$ dans le référentiel de centre de masse de la paire $q\bar{q}$ mais ne permet pas de calculer cette énergie dans le référentiel du stau au repos, qui peut être beaucoup plus importante. De plus, il est très difficile de donner une définition unique de l'énergie hadronique. Par exemple, l'injection de dix neutrons de 10 GeV à $T = 30$ keV produit 4.3 noyaux de deutérium thermalisés, 14.4 neutrons et 4.0 noyaux avec $A = 3$ alors qu'un neutron de 100 GeV produit 0.5 noyaux de deutérium, 1.45 neutrons et 0.7 noyaux avec $A = 3$. Dans les deux situations, l'énergie totale initiale est la même mais les résultats sont très différents. La figure 9.10 indique le nombre de neutrons produits en fonction de la température à laquelle la NLSP se désintègre et produit une paire $q\bar{q}$. De haut en bas, le traitement à partir de l'estimation de l'éq. (9.25), un traitement "réaliste", et l'estimation de l'équation (9.26).

Le traitement réaliste nécessite une distribution statistique de l'énergie des nucléons (voir par exemple Fig. 9.11) et le nombre moyen de nucléons produits dans l'hadronisation de la paire $q\bar{q}$. Le nombre de nucléons N_i (neutrons, ${}^2\text{H}$, ${}^3\text{H}$...) est relié à la désintégration de X et à la température par

$$\frac{dN_i}{dN_X} = B_{\text{had}} \sum_{j=p,n} \int dE_j P_j^{\text{had}}(E_j) \frac{dN_i}{dN_j}(E_j, T) \quad (9.27)$$

où $P_j^{\text{had}} = (dN_j/dE_j)$ est la fonction de distribution des nucléons j injectés dans le plasma d'énergie initiale E_j par désintégration de X , normalisé tel que

$$\int dE_j P_j^{\text{had}}(E_j) = \langle N_j \rangle \quad (9.28)$$

est le nombre moyen de nucléons injectés par désintégration hadronique. Et dans l'expression précédente $(dN_i/dN_j)(E_j, T)$ est la production de N_i par nucléon injecté à l'énergie E_j .

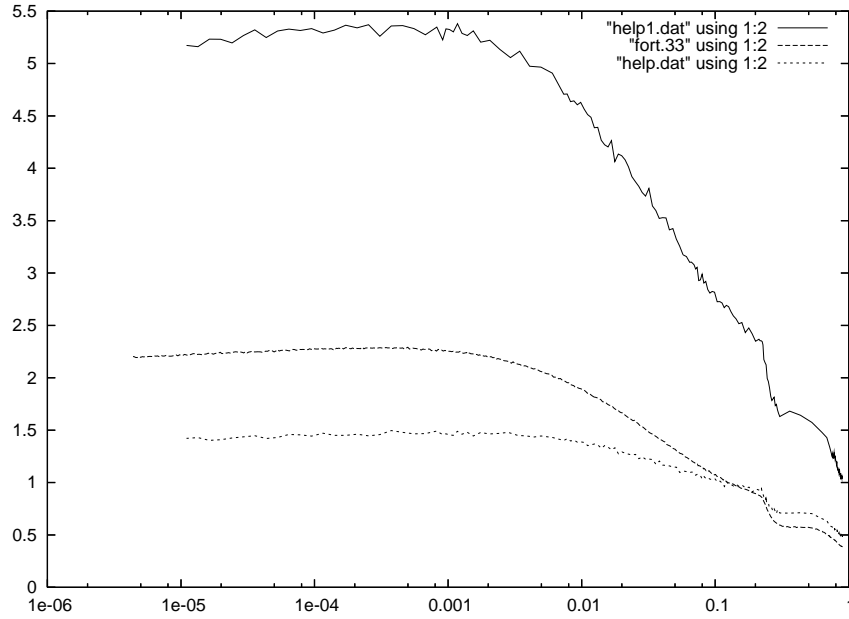


FIG. 9.10 – Neutrons produits en fonction de la température en 10^9 K pour différentes estimations de l'énergie hadronique. En trait plein l'estimation de l'éq. 9.25, en pointillés l'éq. 9.26 et en tirets l'estimation "réaliste"

Concrètement, le nombre moyen de nucléons par désintégration hadronique et le spectre d'énergie sont obtenus en utilisant dans un premier temps le programme CalcHEP qui permet de générer des distributions d'impulsions pour la paire $q\bar{q}$ lors de la désintégration d'un stau considéré au repos. Le générateur d'évènements Pythia est ensuite utilisé pour procéder à l'hadronisation de la paire pour obtenir entre autres particules des neutrons et des protons. Un grand nombre de répétitions de l'opération permet d'obtenir une distribution statistique.

La figure 9.10 montre que la méthode Feng et al. surestime grandement l'énergie hadronique et produit un grand nombre de neutrons comparé aux deux autres méthodes. De plus pour des températures supérieures à $T > 0.2 \times 10^9$ K ($\simeq 4 \times 10^3$ s), l'estimation de Steffen est compatible avec la méthode réaliste, on peut donc prendre $P_j^{\text{had}}(E_j) \simeq P_j^{E_{q\bar{q}CM}}$. En effet l'énergie des neutrons dans cette région n'a que peu d'influence sur le nombre de nucléons produits, la réaction de diffusion inélastique produisant des nucléons secondaires (voir section 2.3 du chapitre sur la nucléosynthèse primordiale)



a une section efficace appréciable uniquement à proximité du seuil de la réaction. L'énergie des nucléons injectés a peu d'influence, la quantité de nucléons produits est donc sensiblement la même pour les deux méthodes. Elle est légèrement inférieure dans le cas du calcul réaliste, ce qui permet d'obtenir en particulier une abondance de deutérium moins importante.

Pour $T < 0.2 \times 10^9$ K, les différences sont très importantes mais ces zones correspondent à des temps d'injection des neutrons venant de la désintégration du stau exclues par d'autres contraintes comme la production de lithium-6 par les états liés (cf. chapitre suivant).

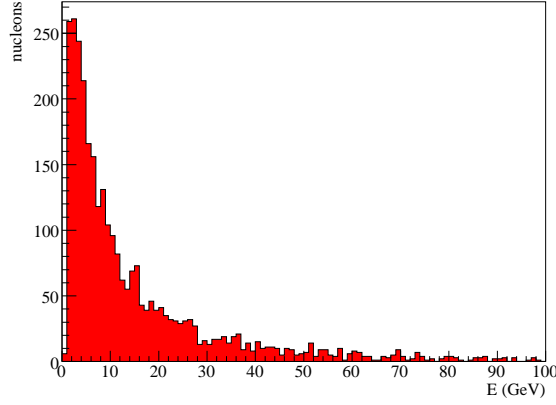


FIG. 9.11 – Distribution d'énergie des nucléons dans la désintégration d'un stau de masse $m_{\tilde{\tau}} = 990$ GeV avec production d'un gravitino $m_{3/2} = 35$ GeV et une paire $u\bar{u}$. La distribution contient 3000 nucléons.

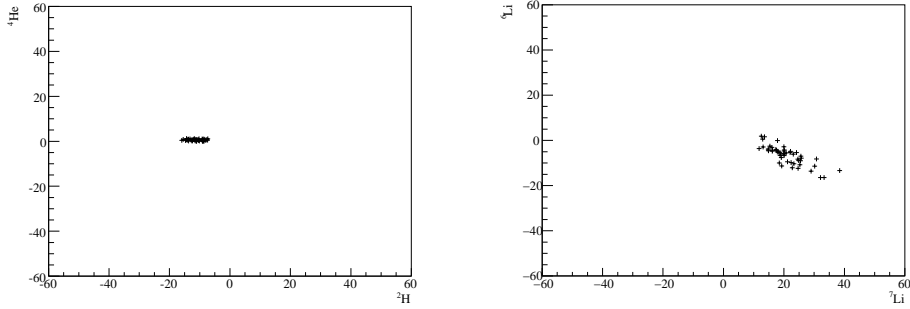


FIG. 9.12 – Comparaison sur les abondances de l'approximation de Steffen et du traitement réaliste pour le deutérium et l'hélium-4 à gauche, et du lithium-7 et lithium-6 à droite

Un petit nombre de scénarios ont été calculés avec une distribution réaliste de nucléons. Les spectres ont été utilisés pour faire les calculs de nucléosynthèse primordiale. Les scénarios utilisent un stau NLSP d'environ $m_{\tilde{\tau}} \sim 1$ TeV, des durées de vie $\tau \sim 300 - 1500$ s et produisant les densités reliques de gravitino d'environ $\Omega_h^2 \sim 0.1$. La figure 9.12 compare l'erreur en pourcents obtenus pour les abondances de deutérium, d'hélium-4, de lithium-7 et de lithium-6 en comparant l'approximation de Steffen et le calcul réaliste

$$\Delta = \frac{A^{\text{real}} - A^{\text{Steffen}}}{A^{\text{Steffen}}} \quad (9.30)$$

La déviation pour ${}^4\text{He}$ est négligeable, elle est de 10 – 20% pour le deutérium, et jusqu'à 40% pour le lithium-7. En première approximation, l'erreur est acceptable et l'estimation de Steffen sera utilisée la plupart du temps dans ce travail. Néanmoins, lorsque des résultats précis seront nécessaires, le calcul avec une distribution réaliste d'énergie des nucléons sera utilisée.

9.2 Neutralino

9.2.1 Désintégration à deux corps

Les neutralinos χ sont des combinaisons linéaires de bino, wino neutre et higgsinos. Le neutralino le plus léger s'écrit

$$\chi_1^0 = N_{11}\tilde{B} + N_{12}\tilde{W}^0 + N_{13}\tilde{H}_u^0 + N_{14}\tilde{H}_d^0 \quad (9.31)$$

Le neutralino peut se désintégrer en gravitino et diverses particules du modèle standard, le photon, le boson de jauge Z et les bosons de higgs neutres. La largeur de désintégration à deux corps pour le neutralino en prenant en compte les polarisation de spin $\pm 1/2$ et $\pm 3/2$ du gravitino :

- désintégration en photon + gravitino

$$\Gamma(\chi \rightarrow \gamma\tilde{G}) = \frac{\kappa_\gamma}{48\pi} \frac{m_\chi^5}{M_{\text{Pl}}^2 m_{3/2}^2} \left(1 - \frac{m_{3/2}^2}{m_\chi^2}\right)^3 \left(1 + 3\frac{m_{3/2}^2}{m_\chi^2}\right) \quad (9.32)$$

- désintégration en boson Z + gravitino

$$\Gamma(\chi \rightarrow Z\tilde{G}) = \frac{\kappa_Z}{48\pi} \frac{m_\chi^5}{M_{\text{Pl}}^2 m_{3/2}^2} F(M_Z) \quad (9.33)$$

$$\times \left[\left(1 - \frac{m_{3/2}^2}{m_\chi^2}\right)^3 \left(1 + 3\frac{m_{3/2}^2}{m_\chi^2}\right) - 3\frac{M_Z^2}{m_\chi^2} G(M_Z) \right] \quad (9.34)$$

- désintégration en boson de Higgs + gravitino

$$\Gamma(\chi \rightarrow h\tilde{G}) = \frac{\kappa_h}{96\pi} \frac{m_\chi^5}{M_{\text{Pl}}^2 m_{3/2}^2} F(M_h) \quad (9.35)$$

$$\times \left[\left(\frac{m_{3/2}}{m_\chi} + 1\right)^2 - \frac{m_h^2}{m_\chi^2} \right]^2 \left[\left(\frac{m_{3/2}}{m_\chi} - 1\right)^2 - \frac{m_h^2}{m_\chi^2} \right] \quad (9.36)$$

avec les coefficients

$$\kappa_\gamma = |N_{11} \cos \theta_W + N_{12} \sin \theta_W|^2 \quad (9.37)$$

$$\kappa_Z = |-N_{11} \sin \theta_W + N_{12} \cos \theta_W|^2 \quad (9.38)$$

$$\kappa_h = |-N_{13} \sin \alpha + N_{14} \cos \alpha|^2 \quad (9.39)$$

où N_{ij} sont les éléments de la matrice de mélange des neutralinos et l'angle α est donné par

$$\tan 2\alpha = \tan 2\beta \frac{(m_A^2 + M_Z^2)}{(m_A^2 - M_Z^2)} \quad (9.40)$$

et les fonctions $F(M)$ et $G(M)$ sont définies par

$$F(M) = \left[\left(1 - \left(\frac{m_{3/2} + M}{m_\chi} \right)^2 \right) \left(1 - \left(\frac{m_{3/2} - M}{m_\chi} \right)^2 \right) \right]^{1/2} \quad (9.41)$$

$$G(M) = 1 + \frac{m_{3/2}^3}{m_\chi^3} \left(-4 + \frac{m_{3/2}}{3m_\chi} \right) + \frac{M^4}{3m_\chi^4} - \frac{M^2}{m_\chi^2} \left(1 - \frac{m_{3/2}^2}{3m_\chi^2} \right) \quad (9.42)$$

On obtient des largeurs de désintégrations similaires à celle du Higgs léger pour le Higgs lourd pair par transformation de CP en remplaçant $m_h \rightarrow m_H$ et $\kappa_h \rightarrow \kappa_H = |N_{14} \sin \alpha + N_{13} \cos \alpha|^2$. Pour le higgs impair par transformation CP, on remplace $m_h \rightarrow m_A$, $m_{3/2} \rightarrow -m_{3/2}$ et $\kappa_h \rightarrow \kappa_A = |N_{14} \cos \beta + N_{13} \sin \beta|^2$.

Dans le cas d'un quasi pur bino

$$\frac{\kappa_Z}{\kappa_\gamma} \simeq 0.3 \quad \frac{\kappa_h}{\kappa_\gamma} \text{ est négligeable} \quad (9.43)$$

Dans le cas où la relation sur les masses des jauginos est vérifiée (hypothèse d'universalité à l'échelle GUT), la masse du bino est toujours la plus légère et donc le neutralino le plus léger est pratiquement toujours un pur bino. Le mode de désintégration principal du neutralino est $\chi \rightarrow \tilde{G}\gamma$. Ce processus domine la désintégration et contribue intégralement aux cascades électromagnétiques. On note

$$\Gamma_{\text{tot}} = \Gamma(\chi \rightarrow \tilde{G}\gamma) + \Gamma(\chi \rightarrow \tilde{G}Z) + \Gamma(\chi \rightarrow \tilde{G}h) \quad (9.44)$$

La durée de vie du neutralino est prise comme

$$\tau \simeq \frac{1}{\Gamma_{\text{tot}}} \quad (9.45)$$

Le rapport d'embranchement électromagnétique et l'énergie sont donnés par

$$B_{\text{em}} \simeq 1 \quad E_{\text{em}} = \frac{m_\chi^2 - m_{3/2}^2}{2m_\chi} \quad (9.46)$$

Comme nous allons le voir, le rapport d'embranchement hadronique n'est pas négligeable

Dans cette étude, nous ne ferons pas l'approximation courante de considérer le neutralino comme un pur bino, car certaines configurations avec une petite composante higgsino peuvent avoir un intérêt dans le calcul de la densité relique (voir chapitres suivants et l'étude dans la région focus point du CMSSM).

9.2.2 Désintégration à trois corps

La production de paires de quark-antiquark est obtenue par la désintégration à trois corps du neutralino. Les processus dominants sont ceux de la figure Fig. 9.13 avec échange d'un photon ou d'un boson Z virtuel. Les autres diagrammes sont négligeables, en particulier, ceux avec un higgs sont supprimés à cause de la faible composante higgsino du neutralino χ_1^0 .

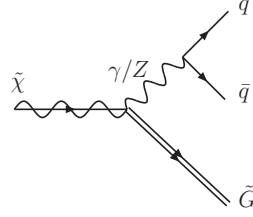


FIG. 9.13 – Diagrammes de Feynman contribuant à la désintégration à trois corps du neutralino en gravitino et paire $q\bar{q}$

L'estimation du rapport d'embranchement hadronique par Feng et Roszkowski [176, 177] suit la même procédure que pour le stau. Le boson Z et le boson de higgs sont considérés on-shell, la largeur de désintégration à deux corps est multipliée par le rapport d'embranchement hadronique du boson

$$B_{\text{had}}(\chi \rightarrow \tilde{G}q\bar{q}) = \frac{\Gamma(\chi \rightarrow \tilde{G}Z)B(Z \rightarrow q\bar{q})}{\Gamma_{\text{tot}}} + \frac{\Gamma(\chi \rightarrow \tilde{G}h)B(h \rightarrow q\bar{q})}{\Gamma_{\text{tot}}} + B_{\text{had}}^{\text{virt}} \quad (9.47)$$

avec $B(Z \rightarrow q\bar{q}) \simeq 0.7$ et $B(h \rightarrow q\bar{q}) \simeq 0.9$. Un terme supplémentaire est ajouté pour prendre en compte les processus virtuels $B_{\text{had}}^{\text{virt}} = 10^{-3}$. L'énergie hadronique est estimée à $(2/3)(m_\chi - m_{3/2})$ pour $m_\chi - m_{3/2} \gg m_Z$.

Nous avons suivi une procédure de calcul du rapport d'embranchement et de l'énergie hadronique équivalente à la méthode de Steffen pour le stau. Le rapport d'embranchement de la désintégration à trois corps avec échange d'un boson Z ou un photon est maintenant calculé directement avec une coupure sur la masse invariante de la paire quark-antiquark $m_{q\bar{q}} \geq m_{q\bar{q}}^{\text{cut}}$

$$B_{\text{had}}(\chi \rightarrow \tilde{G}q\bar{q}; m_{q\bar{q}}^{\text{cut}}) = \frac{\Gamma(\chi \rightarrow \tilde{G}q\bar{q}; m_{q\bar{q}}^{\text{cut}})}{\Gamma(\chi \rightarrow \tilde{G}X)} \quad (9.48)$$

avec $X = \gamma, Z, h$ et la largeur partielle de la désintégration à trois corps est

$$\Gamma(\chi \rightarrow \tilde{G}q\bar{q}; m_{q\bar{q}}^{\text{cut}}) = \int_{m_{q\bar{q}}^{\text{cut}}}^{m_\chi - m_{3/2}} dm_{q\bar{q}} \frac{d\Gamma(\chi \rightarrow \tilde{G}q\bar{q})}{dm_{q\bar{q}}} \quad (9.49)$$

avec l'énergie hadronique

$$E_{\text{had}} = \frac{1}{\Gamma(\chi \rightarrow \tilde{G}q\bar{q})} \int_{m_{q\bar{q}}^{\text{cut}}}^{m_\chi - m_{3/2}} dm_{q\bar{q}} m_{q\bar{q}} \frac{d\Gamma(\chi \rightarrow \tilde{G}q\bar{q})}{dm_{q\bar{q}}} \quad (9.50)$$

Les figures 9.14 donnent les rapports d'embranchement hadronique en fonction de la masse du neutralino pour des masses de gravitino $m_{3/2} = 1$ GeV et $m_{3/2} = 230$ GeV.

L'estimation de l'énergie donnée par Feng est correcte dans le régime indiqué mais sous-estime néanmoins l'énergie totale car elle ne prend pas en compte la contribution du photon qui est dominante pour $m_\chi - m_{3/2} \ll m_Z$ et qui contribue en partie pour $m_\chi - m_{3/2} > m_Z$.

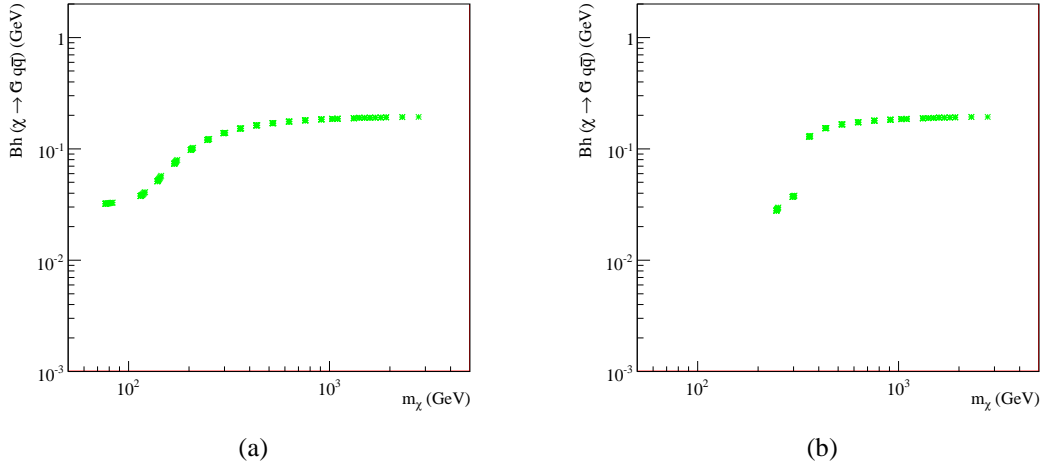


FIG. 9.14 – Largeur de désintégration du neutralino NLSP $\chi \rightarrow \tilde{G}q\bar{q}$ dans CMSSM pour $\tan\beta = 10$, $A_0 = 0$ et $m_{3/2} = 1$ GeV (à gauche) et $m_{3/2} = 230$ GeV (à droite)

À grand $\tan\beta$, le rapport d'embranchement est sensiblement le même, car la dépendance principale dans les paramètres du modèle du processus Fig. 9.13 vient de la masse du neutralino 7.26. La masse est quasiment égale à M_1 , et ainsi dépend principalement de $m_{1/2}$, la correction dépendant de $\tan\beta$ est négligeable.

La figure de droite illustre la suppression du rapport d'embranchement à cause d'un gravitino élevé pour de faibles masses de stau. Il est à noter que pour des masses élevées devant la masse du gravitino et du boson Z , le rapport d'embranchement est quasiment constant.

9.3 GMSB

Les largeurs de désintégration calculées dans le cadre du GMSB sont sensiblement similaires à celles dans le cadre du CMSSM avec un gravitino léger. La masse du gravitino est donc négligeable et le résultat indépendant de $m_{3/2}$.

La différence principale vient de l'influence des paramètres GMSB sur la nature de la NLSP. Le tableau 9.1 résume les situations possibles pour différentes valeurs de $\tan\beta$, N et masses des messagers. De façon globale, le neutralino est la NLSP pour $N = 1$ et pour de grandes valeurs de masses de messagers. Ce qui se voit assez clairement à partir de la relation éq. (9.2). Ces tendances se retrouvent un peu moins à grande valeur de $\tan\beta$. en effet, le mélange $\tilde{\tau}_L - \tilde{\tau}_R$ augmente avec $\tan\beta$, le stau peut alors être la NLSP pour des valeurs de N plus petites.

Les figures 9.15 donnent les rapports d'embranchement hadronique pour plusieurs choix de paramètres. dans toutes les figures, on a $\Lambda = 5 \cdot 10^4 - 5 \cdot 10^6$ GeV. La première figure 9.15(a) correspond à $\tan\beta = 10$ et $N = 1$, plusieurs masses de messagers sont utilisées $M_{\text{mess}} \in [10^6, 10^{11}]$ GeV. Le neutralino est quasiment toujours la NLSP, la largeur de désintégration est similaire à celle du CMSSM (figure 9.14(a)) pour des petites masses de gravitino et ne dépend

	$\tan \beta = 10$		$\tan \beta = 50$	
M_{mess}	$N = 1$	$N = 2$	$N = 1$	$N = 2$
5×10^6	97χ	9χ	62χ	4χ
	$3\tilde{\tau}$	$91\tilde{\tau}$	$27\tilde{\tau}$	$92\tilde{\tau}$
1×10^{11}	100χ	100χ	74χ	
			$15\tilde{\tau}$	$96\tilde{\tau}$

TAB. 9.1 – NLSP dans le GMSB pour différentes valeurs de paramètres sur 100 spectres pris avec $\Lambda \in [5 \times 10^4, 5 \times 10^6]$ GeV.

pas de la masse des messagers. La figure 9.15(b) a comme paramètres $\tan \beta = 10$ et $N = 2$ et les mêmes masses de messagers que la figure précédente. Le stau est la NLSP pour les plus petites masses de messenger et le neutralino pour les plus grandes. Les résultats sont similaires à ceux du CMSSM (pour le stau, comparable à 9.7(a)). Dans la figure 9.15(c), nous avons fixé une seule masse de messenger $M_{\text{mess}} = 5 \times 10^6$ GeV pour illustrer le fait que pour $\tan \beta = 50$ et $N = 1$, la nature de la NLSP dépend de la valeur de Λ dans l'intervalle considéré. En effet, le stau est la NLSP pour les plus petites et les plus grandes valeurs de Λ tandis que le neutralino est la NLSP pour les valeurs intermédiaires de Λ d'où l'aspect discontinu des courbes. Cet effet se retrouve pour les autres masses de messagers considérées, mais les transition de NLSP se font à d'autres valeurs de Λ . En particulier, si M_{mess} augmente le neutralino reste la NLSP pour des valeurs de Λ plus grandes. La figure 9.15(d) correspond à $\tan \beta = 50$ et $N = 2$, le stau est quasiment toujours la NLSP. On observe que pour des masses de messagers $M_{\text{mess}} > 10^7$ GeV, le rapport d'embranchement diminue.

Pour conclure l'étude du GMSB, pour une NLSP donnée et sa masse donnée, les résultats sur le rapport d'embranchement sont sensiblement similaires à ceux du CMSSM. La différence principale vient surtout de l'influence des paramètres sur la nature de la NLSP.

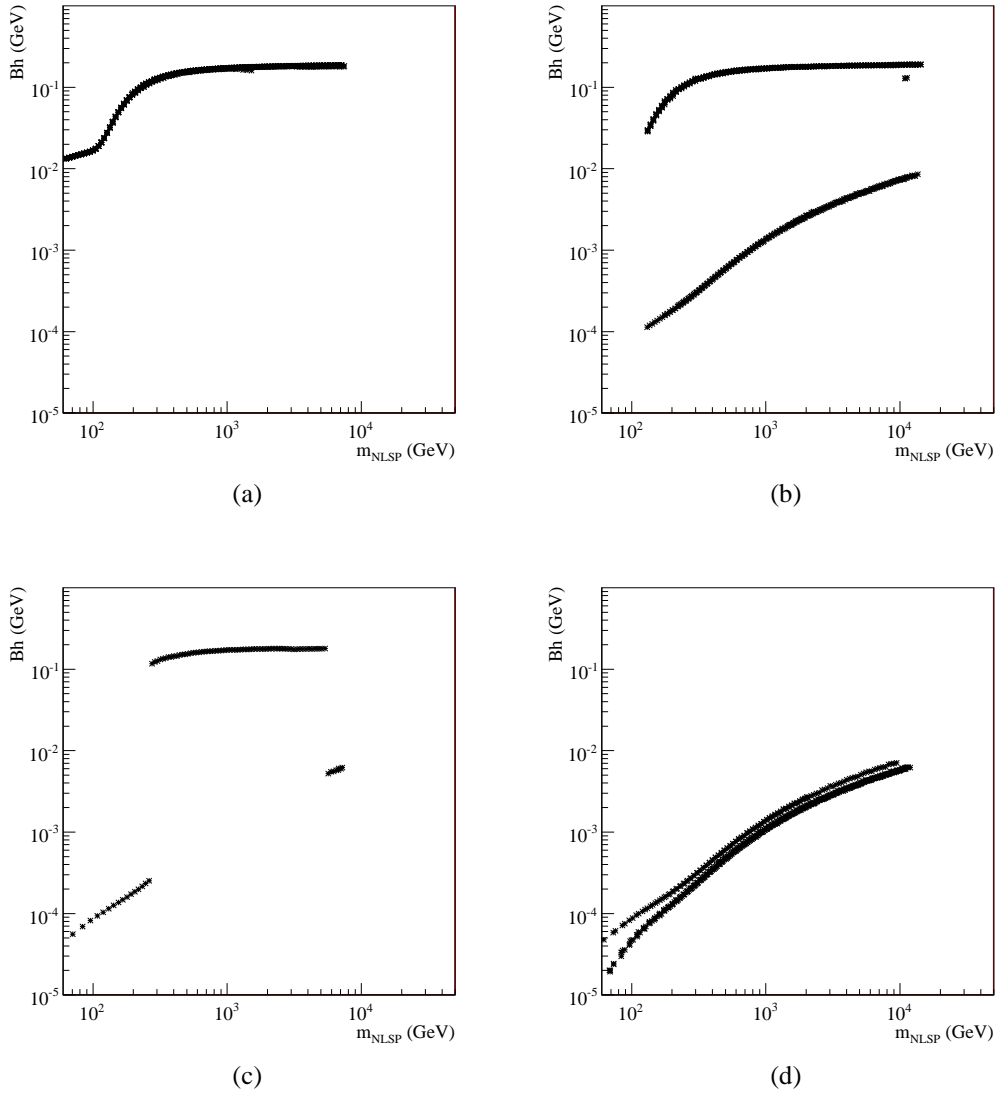


FIG. 9.15 – Rapport d'embranchement hadronique dans le modèle GMSB $\Lambda = 5.10^4 - 5.10^6$ GeV. En (a), $\tan\beta = 10, N = 1$ et $M_{\text{mess}} \in [10^6, 10^{11}]$ GeV; en (b), $\tan\beta = 10, N = 2$ et $M_{\text{mess}} \in [10^6, 10^{11}]$ GeV; en (c), $\tan\beta = 50, N = 1$ et $M_{\text{mess}} = 5 \times 10^6$ GeV; en (d), $\tan\beta = 50, N = 2$ et $M_{\text{mess}} \in [10^6, 10^{11}]$ GeV

Chapitre 10

Densité relique de gravitino

Dans les scénarios étudiés, le gravitino est la LSP. Il est stable et électriquement neutre et donc potentiellement un bon candidat pour la matière noire. La densité relique de matière noire est connue avec une grande précision (en supposant toutefois un modèle Λ CDM pour la composition de l'Univers) grâce aux résultats de l'étude du fond diffus cosmologique par les satellites COBE et WMAP. Nous calculons la densité relique de gravitino avec pour objectif de reproduire toute la matière noire. La densité relique de gravitino a deux composantes venant des différents modes de production du gravitino. La contribution thermique a été présentée au chapitre 8, les gravitinos sont produits lors de réactions de diffusion dans le plasma pendant la période de réchauffage post-inflationnaire. La contribution non-thermique est celle qui nous intéresse principalement dans ce chapitre. Dans le cadre de ce mécanisme, les gravitinos sont produits lors de réactions de désintégration de la NLSP, dont les processus sont décrits au chapitre 9. Nous nous plaçons dans le cas où la désintégration des particules supersymétriques en NLSP est rapide, ne laissant que la NLSP dans le plasma lorsque celle-ci commence à se désintégrer et on suppose également que la température de *freeze-out* de la NLSP est grande devant la température à laquelle la NLSP se désintègre. Comme les largeurs de désintégration au gravitino sont supprimées par la masse de Planck, les particules se désintègrent préférentiellement en NLSP plutôt qu'en gravitino. Chaque NLSP produit exactement un gravitino, il est donc possible de relier la densité relique non-thermique de gravitino à la densité relique de la NLSP. On a la relation :

$$n_{\text{NLSP}} = n_{3/2} \quad (10.1)$$

Ce qui est équivalent à la relation entre les densités comobiles

$$Y_{\text{NLSP}} = Y_{3/2} \quad (10.2)$$

Comme $\Omega_{\text{NLSP}} = \rho_{\text{NLSP}}/\rho_c$ et $\rho_{\text{NLSP}} = m_{\text{NLSP}}n_{\text{NLSP}} = m_{\text{NLSP}}Ys$

$$\Omega_{\text{NLSP}}h^2 = 2.73 \times 10^{11} Y_{\text{NLSP}} \left(\frac{m_{\text{NLSP}}}{1 \text{ TeV}} \right) \quad (10.3)$$

ce qui donne la relation suivante entre les densité reliques

$$\Omega_{\tilde{G}}^{\text{NTP}} h^2 = \frac{m_{\tilde{G}}}{m_{\text{NLSP}}} \Omega_{\text{NLSP}} h^2 \quad (10.4)$$

L'hypothèse de conservation de R-parité est importante car cela assure la stabilité du gravitino mais également exclut des processus de désintégration de la NLSP directement en particules du modèle standard.

Pour étudier la production non-thermique du gravitino, on étudie donc la densité relique de la NLSP. Cette densité relique est calculée avec micrOMEGAs [15] interfacée avec SuSpect [157]. Nous avons deux NLSP possibles, le neutralino et le stau. Dans le cas neutralino NLSP, cela revient à considérer une utilisation assez classique de micrOMEGAs avec des modèles sans gravitinos et neutralino LSP. Dans le cas stau NLSP, il faut noter que cela revient pour micrOMEGAs à calculer la densité relique d'une particule LSP électriquement chargée, ce qui est moins courant comme situation, la matière noire devant être électriquement neutre (néanmoins certaines études existent avec de la matière noire chargée [76] et plus récemment [191]). Nous étudions la densité relique de la NLSP dans le CMSSM et GMSB avec une attention particulière portée sur l'effet des différents paramètres des modèles. Une dernière section présente la possibilité d'obtenir la densité relique de matière noire pour le gravitino à partir du seul processus non-thermique puis avec ajout de la composante thermique.

La densité relique de la NLSP est également importante pour la nucléosynthèse primordiale, elle donne l'abondance de particules se désintégrant pendant la BBN. C'est un paramètre essentiel du chapitre suivant.

10.1 Densité relique de neutralino

Le calcul de la densité relique a beaucoup été étudié [169, 168, 13, 192, 193, 194, 195], le neutralino étant susceptible d'être lui-même un candidat possible à la matière noire.

Plus d'une centaine de processus $2 \rightarrow 2$ interviennent dans le calcul de la densité relique prenant en compte les annihilations du neutralino et les co-annihilations. Il est donc nécessaire d'utiliser un logiciel comme micrOMEGAs, qui fait appel au code de génération automatique des éléments de matrice CalcHEP. La section efficace d'annihilation du neutralino est alors calculée et on obtient la densité relique du neutralino en utilisant l'équation (1.62) du chapitre 1. La densité relique a été calculée dans le CMSSM et GMSB (après avoir adapté l'interface entre micrOMEGAs et SuSpect pour le GMSB qui n'existait pas dans la version 1.3.7 de micrOMEGAs).

La figure 10.1 montre les régions où la densité relique de neutralino est compatible avec les résultats de WMAP pour la densité relique de matière noire. On distingue plusieurs régions de l'espace des paramètres :

- région bulk : à faible m_0 , la masse du neutralino est de l'ordre de 100 GeV, en considérant des interactions électrofaibles pour le neutralino, on obtient une densité relique proche de $\Omega_\chi h^2 \sim 0.1$;
- région focus point : à grandes valeurs de m_0 , le neutralino a une composante higgsino substantielle, les processus d'annihilation $\chi^0 \chi^0 \rightarrow W^+ W^-$ et $\chi^0 \chi^0 \rightarrow Z Z$ avec échange de boson de Higgs de l'annexe B.4 (diagrammes 99 et 101) deviennent importants, la section efficace totale augmente et la densité relique de neutralino diminue et devient compatible avec WMAP ;

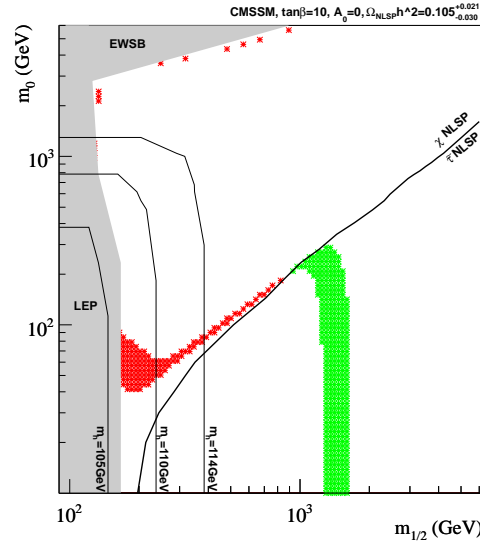


FIG. 10.1 – Densité relique de neutralino (rouge) et stau (vert) compatible avec les résultats WMAP à 3σ $\Omega_{\text{NLSP}} h^2 = 0.105^{+0.027}_{-0.030}$ pour la densité relique de matière noire

- région de coannihilation : la masse du stau est proche de celle du neutralino, des processus de coannihilation (voir annexe B.2) deviennent importants et diminuent la densité relique du neutralino
- région funnel : à grand $\tan \beta$, elle correspond à $m_\chi = m_{A^0}/2$, on obtient des résonances dans les processus d'annihilation avec échange d'un Higgs pseudo-scalaire. (diagrammes 71 et 74)

Dans toute cette étude la masse du top a été prise égale à $m_{\text{top}} = 174$ GeV. Certaines régions comme le focus point sont très sensibles à la masse du top. Un choix différent de masse, comme 175 GeV déplace cette région vers des valeurs de m_0 beaucoup plus importantes (~ 6000 GeV).

Ces régions correspondent à des régions intéressantes pour la résolution du problème de lithium-7 dans le cas de gravitinos légers comme nous le verrons au chapitre suivant. En effet, si la densité relique de neutralino est très grande, les effets de la désintégration de la NLSP sur la nucléosynthèse seront trop importants et produiront des abondances incompatibles avec les contraintes observationnelles (en particulier un excès de ^4He).

La figure 10.2 permet de comparer la densité relique de neutralino obtenue dans le CMSSM et le GMSB avec $\tan \beta = 10$ et $\mu > 0$ ($A_0 = 0$ pour le CMSSM et $N = 1$ pour le GMSB). Les situations sont très différentes, on observe une forte corrélation dans le cas du GMSB qui n'existe pas dans le CMSSM. Dans les deux modèles, les scans ont été effectués sur deux paramètres, m_0 et $m_{1/2}$ pour le CMSSM, Λ et M_{mess} pour le GMSB. En fait le spectre de masses dans le GMSB dépend peu de la masse des messagers, d'un point de vue cosmologique, on peut donc considérer qu'il n'y a qu'un seul paramètre qui est l'échelle de brisure Λ . On obtient la densité relique de matière noire pour un neutralino d'environ 100 GeV dans le GMSB. Dans le CMSSM, les possibilités sont plus importantes, pour $m_\chi \sim 100$ GeV, on va corres-

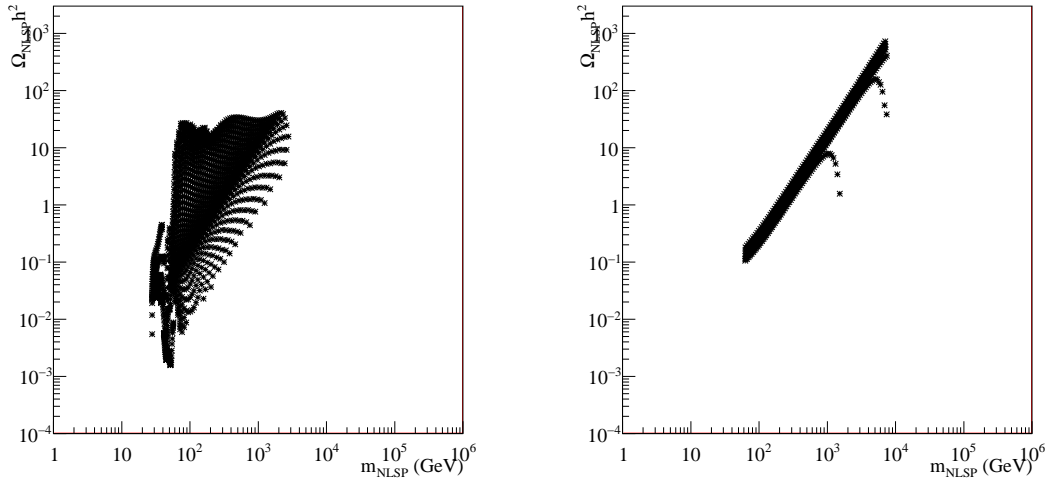


FIG. 10.2 – Densité relique du neutralino, quasi pur bino, à gauche CMSSM, à droite dans GMSB

pondre à la région bulk. On peut avoir un neutralino plus lourd qui correspondrait à la région de coannihilation satisfaisant à la densité relique de matière noire.

10.2 Densité relique du stau

Quand la température de l'Univers est de l'ordre de la masse du stau, le stau NLSP est la seule particule supersymétrique à l'équilibre thermique avec les particules du modèle standard. Il devient non-relativiste quand $T \leq m_{\tilde{\tau}}$. Les annihilations de paires en particules du modèle standard entraîne une décroissance exponentielle de la densité de staus. Le stau découple quand $T \simeq m_{\tilde{\tau}}/20$ et la densité relique de stau se fige.

De façon générale, la densité relique du stau est faible comparée à la densité relique du neutralino, à cause d'une section efficace plus importante car le stau est une particule chargée et donc est sensible à des réactions électromagnétiques. La figure 10.1 montre la région où le stau a une densité relique compatible avec WMAP. La densité relique augmente avec la masse du stau, on trouve dans la littérature des relations analytiques entre la densité comobile et la masse du stau, tel que [196, 84]

$$Y_{\tilde{\tau}} \simeq (8 - 16) \times 10^{-14} \left(\frac{m_{\tilde{\tau}_1}}{100 \text{ GeV}} \right) \quad (10.5)$$

ce qui donne une densité relique

$$\Omega_{\tilde{\tau}} h^2 = (2.2 - 4.4) \times 10^{-1} \left(\frac{m_{\tilde{\tau}_1}}{1 \text{ TeV}} \right)^2 \quad (10.6)$$

qui est valide pour le cas $\tilde{\tau}_1 \simeq \tilde{\tau}_R$ et $\tan \beta < 30$.

Un code comme micrOMEGAs prend en compte un nombre important de processus d'annihilation et coannihilation du stau et permet de calculer de façon générale la densité relique du stau

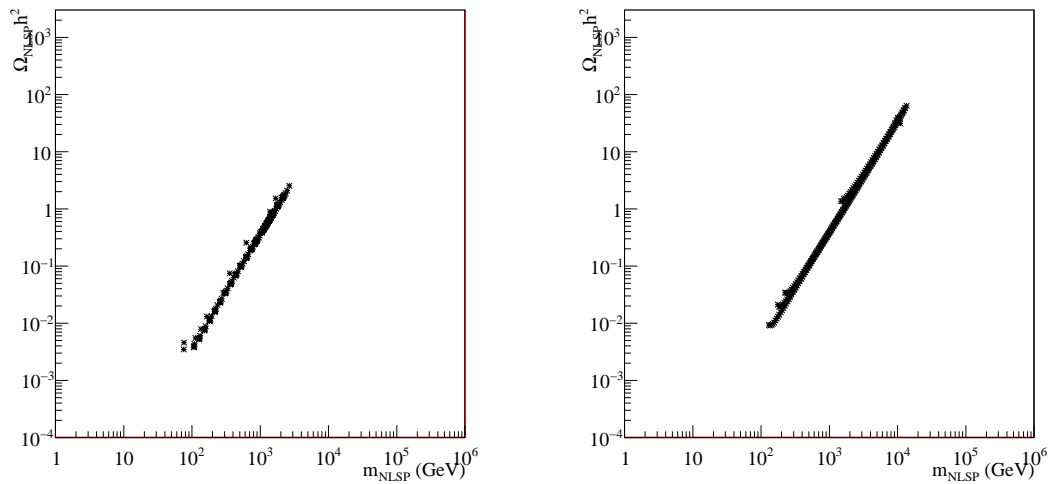


FIG. 10.3 – Densité relicue du stau, à gauche CMSSM, à droite dans GMSB

indépendamment du mélange $\tilde{\tau}_L - \tilde{\tau}_R$ et de $\tan \beta$. Les diagrammes principaux des processus sont reproduits dans l'annexe B. La figure 10.3 donne la densité relicue du stau dans le cas CMSSM et GMSB avec $\tan \beta = 10$ et $\mu > 0$ ($A_0 = 0$ pour le CMSSM et $N = 2$ pour le GMSB). Les résultats sont compatibles dans les deux modèles avec la relation analytique de l'éq. (10.6).

Néanmoins l'expression analytique, éq. (10.6) n'est pas valable à grand $\tan \beta$. La densité relicue diminue quand $\tan \beta$ augmente, comme illustré par la figure 10.4 comparée à la figure 10.3. Cela s'explique par le fait que des processus d'annihilation du type $\tilde{\tau}\tilde{\tau}^* \rightarrow hh$ et $\tilde{\tau}\tilde{\tau}^* \rightarrow WW$ deviennent importants. D'autres effets sont à l'origine d'une déviation à la formule analytique [197, 198] tel que des effets de résonances du higgs lourd quand $m_{\tilde{\tau}} = 0.5m_H$ ou les effets dûs au mélange $\tilde{\tau}_L - \tilde{\tau}_R$. Ces effets ont été étudiés en détails et seront plus amplement discutés dans [185].

10.3 Coannihilation

Nous avons porté une attention particulière à la région de coannihilation avec le stau. La figure 10.5 montre l'évolution de la densité relicue dans le CMSSM en fixant arbitrairement $m_{1/2} = 2000$ GeV. L'abscisse est exprimée en fonction du rapport $m_{\chi}/m_{\tilde{\tau}}$ pour indiquer la dégénérescence de masse entre les deux particules. Pour un rapport inférieur à 1, le neutralino est la NLSP. Loin de la région de coannihilation, la densité relicue est relativement importante puis chute fortement quand les masses deviennent proches. Du côté du stau NLSP ($m_{\chi}/m_{\tilde{\tau}} > 1$), l'effet est inverse, la dégénérescence des masses entraîne une augmentation de la densité relicue du stau. Ces effets s'expliquent en comparant les sections efficaces qui sont par ordre croissant d'intensité, les sections efficaces d'annihilation du neutralino, de coannihilation stau-neutralino et d'annihilation du stau. Ces dernières sont les plus importantes car les staus sont des particules

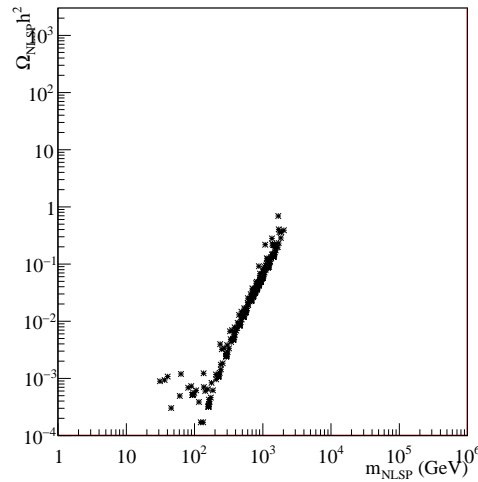


FIG. 10.4 – Densité relique du stau dans le CMSSM, à $\tan \beta = 50$

chargées et ont donc des interactions électromagnétiques.

Dans le cas du neutralino, quand la différence de masse avec le stau devient faible, les coannihilations deviennent importantes, le nombre total de degrés de liberté pertinents augmente avec la présence des staus mais cela est compensé par une section efficace totale plus importante, ce qui réduit la densité relique des neutralinos. Pour le stau, l'effet est inverse, le nombre de degrés de liberté augmente mais la section efficace totale n'est pas augmentée. La densité relique de stau augmente en présence de coannihilation.

Le stau peut également présenter des coannihilations avec les autres sleptons si la différence de masse est faible. Dans le GMSB, les sleptons sont presque dégénérés car les masses softs à l'échelle messenger dépend uniquement des nombres quantiques. La levée de dégénérescence vient des couplages de Yukawa. Ceux du sélectron et du smuon sont considérés comme nuls tandis que celui du stau apporte une contribution négative impliquant que le stau est le plus léger des sleptons. Dans le CMSSM, les masses sont également proches et la coannihilation entre sleptons peut être importante. Ces coannihilations vont également donner des densités reliques du stau plus importantes. Pour être plus précis, la densité relique calculée est la somme des densités reliques de tous les sleptons. Mais cela est équivalent pour le calcul de la densité relique de gravitino. Il est à noter que si la différence de masse entre sleptons interdit cinématiquement la désintégration $\tilde{\mu}(\tilde{e} \rightarrow \tilde{\tau}\bar{\tau}e)$, les sleptons se désintègrent directement en gravitino. Cet effet devrait être pris en compte pour la nucléosynthèse primordiale, car la désintégration du smuon et du sélectron sont purement électromagnétiques contrairement au stau. Cet effet ne change pas beaucoup les résultats et est négligé dans cette étude.

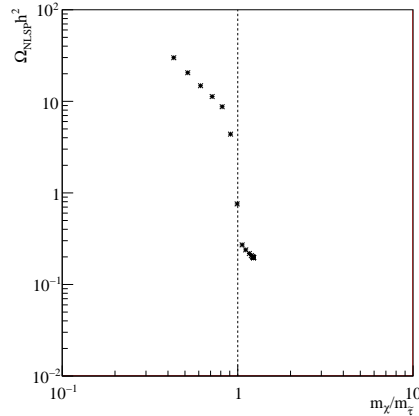


FIG. 10.5 – Effet de la dégénérescence entre stau et neutralino à $m_{1/2} = 2000$ GeV sur la densité relique de la NLSP

10.4 Gravitino, matière noire

La densité relique non-thermique du gravitino est reliée à la densité relique de la NLSP par l'équation (10.4). L'abondance est proportionnelle à la masse du gravitino et la densité relique de la NLSP. Plus le gravitino est lourd plus son abondance sera importante.

Dans le GMSB avec stau NLSP, il est difficile de reproduire la densité relique de matière noire du fait d'un gravitino très léger et une densité relique de stau faible. Dans le CMSSM, à $\tan \beta = 10$, pour des masses de stau comprises entre ~ 500 et ~ 2000 GeV et des gravitinos lourds de respectivement 500 et 100 GeV, il est possible d'obtenir la bonne densité relique. Lorsque $\tan \beta = 50$, la densité relique du stau est trop basse pour présenter des solutions à la matière noire.

Pour le neutralino NLSP, la situation dans le CMSSM permet facilement d'obtenir la bonne densité relique avec un neutralino de l'ordre de ~ 100 GeV, une densité relique $\Omega_\chi h^2 \simeq 1$ et $m_{3/2} \simeq 10$ GeV. Il existe également des solutions dans le GMSB avec un gravitino de masse $m_{3/2} = 1 - 10$ GeV et un neutralino de l'ordre du TeV avec une densité relique très grande ($\Omega_\chi \sim 10$).

Il va être donc possible d'obtenir l'abondance relique de matière noire avec le gravitino dans le CMSSM ou dans le GMSB. Nous montrons dans le chapitre suivant qu'il est également possible dans le cas d'un stau NLSP d'obtenir la densité relique de matière noire donnée par WMAP et résoudre simultanément les problèmes du lithium-6 et lithium-7.

Nous avons dans cette étude négligé la production thermique de gravitino. Cela est possible si la température de réchauffage est faible (inférieure à $T \lesssim 10^6$ GeV). Certains phénomènes cosmologiques posent des contraintes sur la température de réchauffage. Par exemple la baryogenèse par leptogenèse nécessite des températures de réchauffage importantes, de l'ordre de $T_R \sim 10^9$ GeV. Si l'Univers a connu une période d'inflation avec une température de réchauffage requise par la leptogenèse, la production de gravitino est importante et doit être

prise en compte¹. Le calcul de la production thermique de gravitino a été présentée au chapitre 8, nous utilisons ici le résultat de l'étude de Rychkov et Strumia pour la densité relique thermique de gravitino, éq. (8.16). La figure 10.6 donne la densité relique de gravitino dans le cas d'un stau NLSP en fonction de la masse du stau. En bleu, la production non-thermique seule et en noir la somme des contribution thermique et non-thermique, les figures 10.6(a) et 10.6(b) correspondent à une masse de gravitino de 90 GeV et une température de réchauffage de $T_R = 10^6$ GeV et $T_R = 10^8$ GeV respectivement. Les figures 10.6(c) et 10.6(d) sont données pour les mêmes températures mais une masse de gravitino $m_{3/2} = 10$ GeV. Sur la figure 10.6(a), la contribution thermique est négligeable. Comme la contribution thermique $\Omega^{\text{TP}} \propto m_{3/2}^{-1}$ et la contribution non-thermique $\Omega^{\text{NTP}} \propto m_{3/2}$, la densité totale est plus importante dans le cas 10.6(c) et totalement dominée par la contribution thermique alors que la température de réchauffage est également à $T_R = 10^6$ GeV. De plus, $\Omega^{\text{TP}} \propto T_R$, ce qui se comprend assez simplement, plus la température du bain est importante plus la production thermique de gravitino est efficace.

La production thermique dépend principalement de trois paramètres T_R , $m_{3/2}$ et $m_{1/2}$ exprimé ici par la masse du stau. La sensibilité à ces trois paramètres peut amener rapidement à produire une densité relique qui excède la densité relique de matière noire. Ceci impose de fortes contraintes sur la température de réchauffage. La figure 10.7 donne les limites sur la température de réchauffage en fonction de la masse du stau pour différentes masses de gravitino. Les lignes correspondent à une densité relique compatible avec WMAP, $\Omega_{3/2} h^2 \simeq 0.1$. On retrouve le comportement de l'équation (8.16).

¹Cela suppose également un scénario du Big Bang standard sans injection tardive d'entropie possible par exemple dans des modèles GMSB avec désintégration de particules messagères produites pendant le réchauffage si $T_R > M_{\text{mess}}$ [182], nous considérons cette situation jamais effective dans cette étude.

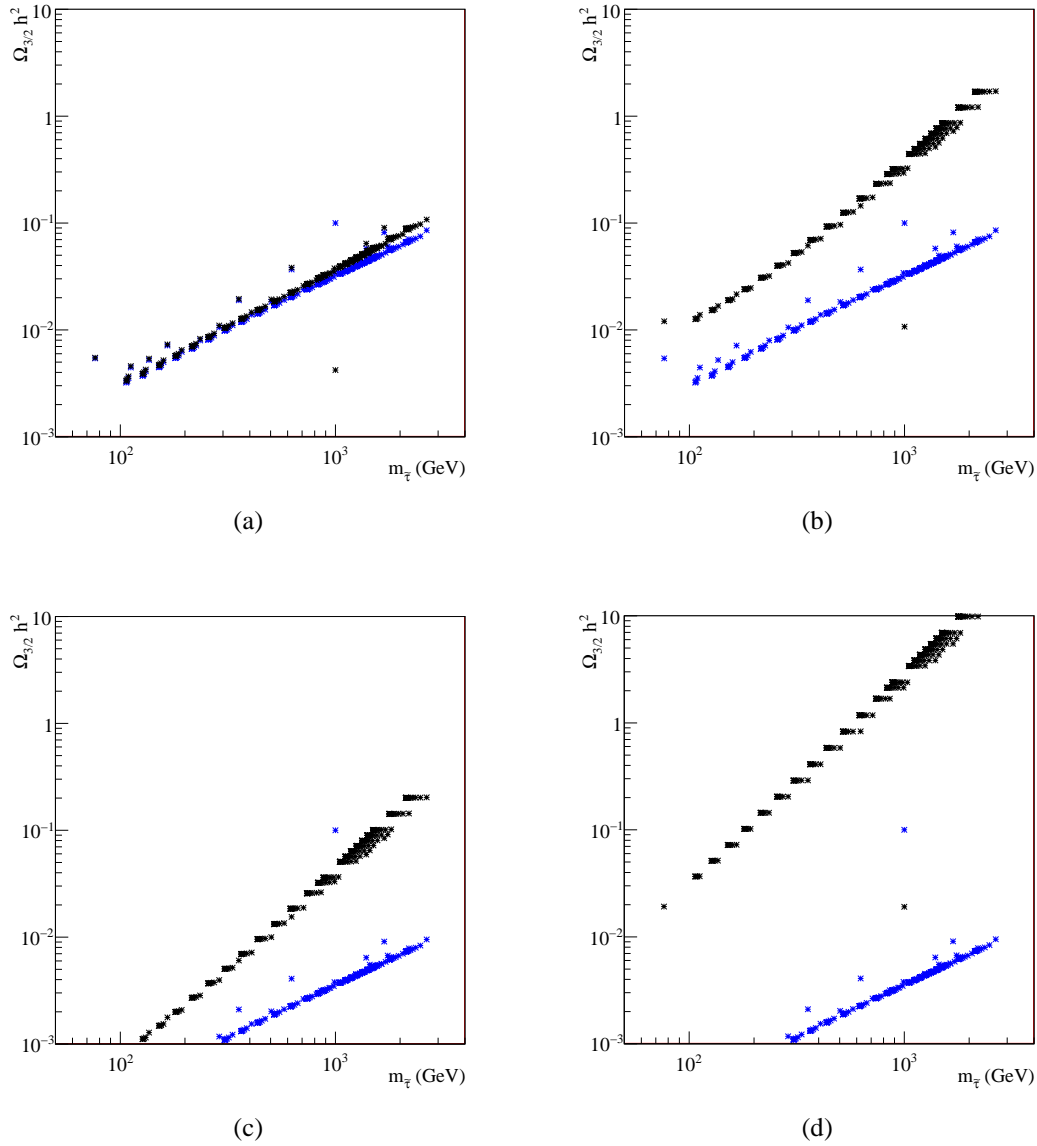


FIG. 10.6 – Densité relicue du gravitino dans le cas d'un stau NLSP. La production non-thermique est indiquée en bleu, et la densité relicue totale (non-thermique + thermique) en noir, les figures du haut correspondent à une masse de gravitino de 90 GeV, celles du bas à $m_{3/2} = 10$ GeV, les figures de gauche ont une température de réchauffage de $T_R = 10^6$ GeV, celles de droite $T_R = 10^8$ GeV

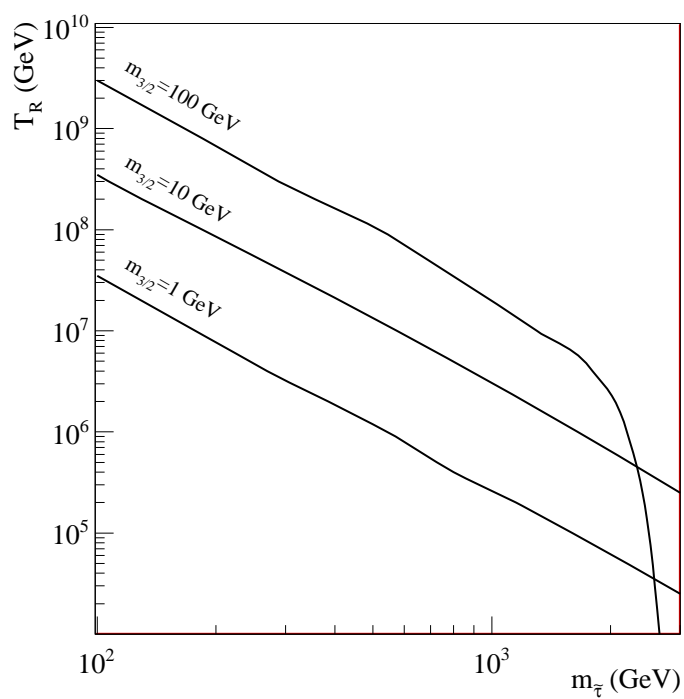


FIG. 10.7 – Contraintes sur la température de réchauffage en fonction de la masse du stau NLSP, pour différentes masses de gravitino et donnant une densité relicue $\Omega_{3/2} h^2 \simeq 0.1$

Chapitre 11

Résoudre les problèmes du lithium et la matière noire

Ce chapitre utilise tous les éléments décrits dans les sections précédentes pour étudier la possibilité d'obtenir la bonne abondance pour le lithium-6, le lithium-7 et également le béryllium-9. Nous étudions parallèlement la possibilité d'obtenir une contribution à la matière noire sous la forme de gravitinos produits par désintégration de la NLSP.

Dans un premier temps, nous rappelons les contraintes de la nucléosynthèse primordiale et définissons les combinaisons d'abondances qui nous intéressent pour résoudre les problèmes du lithium. Nous présentons ensuite les conditions générales sur la densité relique, le rapport d'embranchement hadronique et la durée de vie de la NLSP qui permettent par une méthode simple de déterminer les masses de NLSP et gravitino qui apporteront des solutions aux problèmes du lithium. Nous appliquerons ces résultats aux cas du stau et du neutralino NLSP. Et enfin, nous aborderons la même étude en considérant une masse de gravitino arbitraire dans les modèles GMSB et CMSSM.

11.1 Contraintes de la nucléosynthèse primordiale

La nucléosynthèse primordiale est décrite en détails au chapitre 2. Nous rappelons ici dans le tableau 11.1 les abondances des différents éléments légers issues des prédictions de la SBBN et des observations. Il est clair que la SBBN est un modèle relativement satisfaisant parvenant à reproduire les abondances du deutérium, de l'hélium-3 et de l'hélium-4. Mais le tableau souligne qu'il existe un problème pour le lithium-6, le lithium-7 et le béryllium-9. La discussion du chapitre 2 montre qu'il n'est pas clair si les différences entre la théorie et les observations proviennent de la SBBN, des observations ou d'une évolution post-BBN mal comprise dans laquelle des processus de destruction et/ou de production participent à modifier l'abondance primordiale. La découverte du plateau du lithium-7 semble être une bonne indication que l'abondance du lithium dans les étoiles de Population II est primordial. Lorsque l'on suppose que les désaccords entre la SBBN et les observations proviennent d'une description de la nucléosynthèse primordiale imparfaitement reproduite par la SBBN, il est nécessaire d'envisager des scénarios au delà de la SBBN.

Element	SBBN	Observations	références
$\left(\frac{D}{H}\right)$	$(2.60 \pm 0.16) \times 10^{-5}$	$(2.68^{+0.27}_{-0.25}) \times 10^{-5}$	[35, 34]
$\left(\frac{{}^3\text{He}}{H}\right)$	$(1.05 \pm 0.04) \times 10^{-5}$	$(1.1 \pm 0.2) \times 10^{-5}$	[36]
Y_p	0.2487 ± 0.0006	0.242 ± 0.002	[39, 34]
$\left(\frac{{}^6\text{Li}}{H}\right)$	$10^{-14} - 10^{-15}$	$(3 - 5) \times 10^{-12}$	[47]
$\left(\frac{{}^7\text{Li}}{H}\right)$	$(4.26^{+0.91}_{-0.86}) \times 10^{-10}$	$(1.2 - 1.9) \times 10^{-10}$	[42, 43, 44, 45, 46, 47]
$\left(\frac{{}^9\text{Be}}{H}\right)$	$< 10^{-17}$	$10^{-14} - 10^{-13}$	[68, 69, 70]

TAB. 11.1 – Abondance des éléments légers prédits par la SBBN et les résultats des observations mettant en évidence un bon accord pour les éléments avec $A \leq 4$ mais de grandes incompatibilités pour les éléments $A > 4$

Nous supposons l'existence de particules reliques instables se désintégrant pendant et après la nucléosynthèse primordiale. Dans le cadre de scénarios supersymétriques avec un gravitino LSP et R-parité conservée, la particule se désintégrant pendant la BBN est la NLSP. deux candidats NLSP sont possibles dans des modèles CMSSM et GMSB : le stau ou le neutralino. Les paramètres de la désintégration comme les rapports d'embranchement hadronique et électromagnétique ainsi que les énergies des cascades ont été calculées au chapitre 9 et la densité relique de la NLSP est donnée au chapitre 10. Des simulations numériques permettent de résoudre les équations de Boltzmann pour les espèces présentes dans le plasma (éléments légers, éléments légers en état liés, particules reliques) pendant la nucléosynthèse primordiale et calculent les abondances des éléments légers obtenues à la fin de la BBN.

Dans ce chapitre, nous étudions différents ensembles de contraintes sur les abondances permettant de résoudre le problème du lithium-6, du lithium-7 ou les deux. Nous donnons pour l'ensemble du chapitre le choix des couleurs dans les figures :

- Contraintes minimales portant sur l'hélium-4, le deutérium et ${}^3\text{He}/D$ qui sont vérifiées systématiquement dans les cas mentionnés ci-dessous
 - $Y_p \leq 0.258$
 - $1.2 \cdot 10^{-5} \leq D/H \leq 5.3 \cdot 10^{-5}$
 - ${}^3\text{He}/D \leq 1.72$
- Cas SBBN (bleu gris)
 - $2.5 \cdot 10^{-10} \leq {}^7\text{Li}$
 - ${}^6\text{Li}/{}^7\text{Li} \leq 0.001$
- Le problème du lithium-6 est résolu par désintégration de la NLSP, le lithium-7 est résolu par d'autres mécanismes astrophysiques (vert)
 - $2.5 \cdot 10^{-10} \leq {}^7\text{Li}$
 - $0.015 \leq {}^6\text{Li}/{}^7\text{Li} \leq 0.66$

- Le problème du lithium-7 est résolu par désintégration de la NLSP, le lithium-6 est résolu par d'autres mécanismes astrophysiques (rouge)
 - $8.5 \cdot 10^{-11} \leq {}^7\text{Li} \leq 2.5 \cdot 10^{-10}$
 - ${}^6\text{Li}/{}^7\text{Li} \leq 0.015$
- Les deux problèmes du lithium sont résolus simultanément par la désintégration de la NLSP (bleu foncé)
 - $8.5 \cdot 10^{-11} \leq {}^7\text{Li} \leq 2.5 \cdot 10^{-10}$
 - $0.015 \leq {}^6\text{Li}/{}^7\text{Li} \leq 0.15$
- Contraintes pour le béryllium
 - $2 \cdot 10^{-14} \leq {}^9\text{Be} \leq 2 \cdot 10^{-13}$

11.2 Construire un modèle générique

Il est utile pour la suite de commencer par dériver des résultats génériques sur les abondances du lithium en fonction de certains paramètres du modèle. Cela permet d'identifier rapidement les différents scénarios possibles.

Les grandeurs les plus importantes dans la désintégration de la particule relique sont la densité relique $\Omega_{\text{NLSP}} h^2$, le rapport d'embranchement hadronique B_{had} et la durée de vie τ_{NLSP} de la NLSP. Les désintégrations électromagnétiques ne sont importantes que pour des durées de vie de la NLSP très grandes, non considérées ici.

Si la NLSP est électriquement neutre, les résultats dépendent du produit $\Omega_{\text{NLSP}} h^2 B_{\text{had}}$. La figure 11.1 montre les contraintes qu'il est possible de dériver de façon générique en supposant qu'une particule de 1 TeV se désintègre directement en une paire $q\bar{q}$ avec une probabilité B_{had} . Cette figure présente trois zones distinctes, pour des durées de vie de la NLSP $\tau < 10^3$ s et $10^{-4} \lesssim \Omega_{\text{NLSP}} h^2 B_{\text{had}} \lesssim 0.1$, il est possible de résoudre le problème du lithium-7 (rouge). La limite à $\Omega_{\text{NLSP}} h^2 B_{\text{had}} \simeq 0.1$ est donnée par la limite $Y_p \leq 0.258$ sur l'abondance d'hélium-4. L'enveloppe supérieure de la région rouge est déterminée par $D/H \leq 5.3 \cdot 10^{-5}$ tandis que l'enveloppe inférieure est donnée par ${}^7\text{Li}/H > 2.5 \cdot 10^{-10}$. Pour des durées de vies supérieures à $\tau \gtrsim 10^3$ s, il existe des solutions pour le lithium-6 avec $10^{-6} \lesssim \Omega_{\text{NLSP}} h^2 B_{\text{had}} \lesssim 2 \cdot 10^{-4}$. Pour des durées de vie de l'ordre de 10^3 s, il est possible d'obtenir les bonnes abondances pour les deux isotopes du lithium.

La contrainte sur le deutérium peut être considérée comme trop prudente, la limite à $D/H = 4 \cdot 10^{-5}$ est donc également mentionnée. Avec cette contrainte plus sévère, il est toujours possible de résoudre les deux problèmes du lithium mais pas simultanément.

Deux scénarios sont utilisés pour illustrer les prédictions possibles d'un tel diagramme. Les points bleus correspondent à un neutralino NLSP d'une masse égale à 1 TeV dans GMSB avec un gravitino $m_{3/2} = 100$ MeV. Les points gris correspondent à un scénario CMSSM avec un stau NLSP avec $m_{\tilde{\tau}} = 1$ TeV et un gravitino $m_{3/2} = 50$ GeV. Dans le premier scénario, il est possible de résoudre le problème du lithium-7 avec une durée de vie $\tau \sim 100 - 400$ s et $\Omega_{\text{NLSP}} h^2 B_{\text{had}} \simeq 10^{-2}$. Cela est assez simple à réaliser avec le neutralino, car le rapport

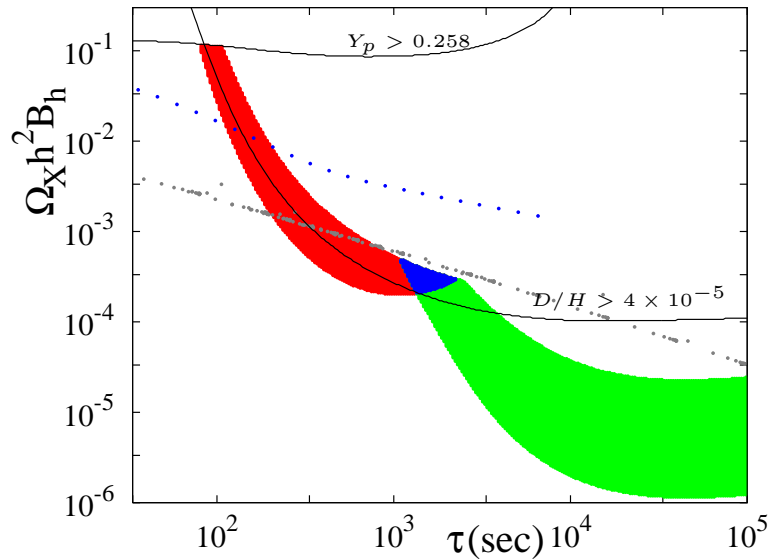


FIG. 11.1 – Espace des paramètres $\Omega_{\text{NLSP}} h^2 B_{\text{had}}$ en fonction de τ_{NLSP} , la zone rouge résoud le problème du lithium-7, la verte le lithium-6 et la région bleue résoud les deux problèmes. Deux limites $Y_p \leq 0.258$ et $D/H = 4 \cdot 10^{-5}$ sont également représentées. Les points gris correspondent à des staus NLSP dans le CMSSM avec un gravitino de masse $m_{3/2} = 50$ GeV et les points bleus sont des neutralinos dans le GMSB avec un gravitino de masse $m_{3/2} = 100$ MeV.

d'embranchement est relativement grand $B_{\text{had}} \sim 0.1$ et la densité relique peut également être très grande. Cependant, il n'est pas possible de résoudre le lithium-6, car pour de grandes durées de vie, la désintégration de neutralino produit un fort excès de lithium-6. Dans le cas du stau, les points passent très proches de la région bleue, il semble donc possible pour une durée de vie $\tau \simeq 1000$ s et $\Omega_{\text{NLSP}} h^2 B_{\text{had}} \simeq 2 \cdot 10^{-4}$ de résoudre les deux problèmes du lithium. Il est également possible de résoudre uniquement le lithium-7 avec $\tau \sim 400$ s et $\Omega_{\text{NLSP}} h^2 B_{\text{had}} \simeq 10^{-3}$.

Dans le cas d'une NLSP électriquement chargée comme le stau, les effets des états liés sont importants pour une durée de vie $\tau > 5 \times 10^3$ s. La production de lithium-6 devient très importante ce qui impose des contraintes sur $\Omega_{\text{NLSP}} h^2$ plus fortes à grandes durées de vie que dans le cas d'une NLSP neutre. La figure 11.2 montre les contraintes dans le cas d'une NLSP chargée. Il faut noter que l'ordonnée est maintenant $\Omega_{\text{NLSP}} h^2$, le rapport d'embranchement hadronique est fixé à $B_{\text{had}} = 10^{-4}$. La région rouge est sensiblement la même que celle du cas NLSP neutre. La région verte est beaucoup plus basse. Sur la figure, la région compatible avec l'abondance de béryllium-9 prise dans comme $2 \cdot 10^{-14} \leq {}^9\text{Be} \leq 2 \cdot 10^{-13}$ est également indiquée. Cette abondance ne peut être produite par les seules désintégrations hadroniques de la NLSP, ce sont les réactions de catalyse par les états liés qui produisent le béryllium dans ces proportions. La région de production du béryllium-9 est en grande partie compatible avec celle du lithium-6. Et la zone où les deux problèmes du lithium sont résolus semble aussi pouvoir résoudre le problème du béryllium. Il est à noter que le béryllium-9 est sujet à beaucoup d'incertitudes. Les limites sont donc données à simple titre indicatif. Il est cependant intéressant de voir que les trois problèmes d'abondances pourraient être résolus simultanément.

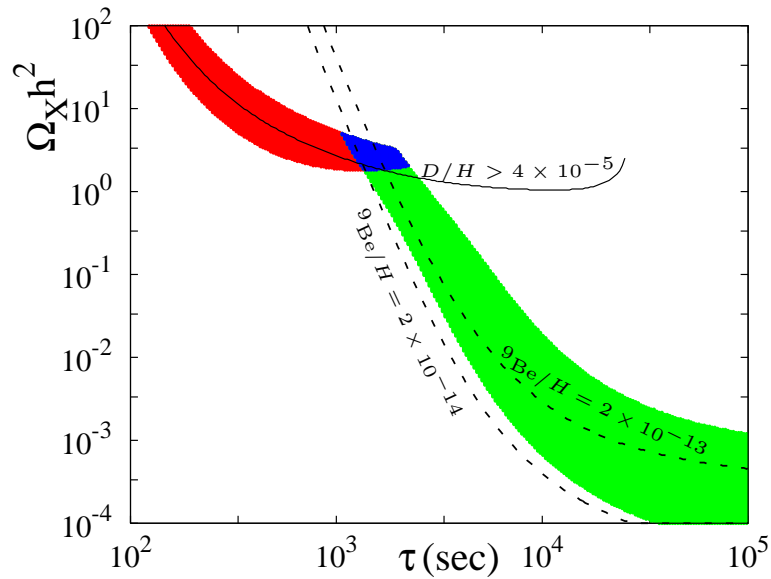


FIG. 11.2 – Espace des paramètres $\Omega_{\text{NLSP}} h^2$ en fonction de τ_{NLSP} pour $B_{\text{had}} = 10^{-4}$, la zone rouge résout le problème du lithium-7, la verte le lithium-6 et la région bleue résout les deux problèmes. La limite $D/H = 4 \cdot 10^{-5}$ est également représentée. Les lignes en pointillés indiquent les limites de la région du béryllium.

L'étude de la nucléosynthèse primordiale dans le cadre de particules reliques se désintégrant en gravitino LSP a été beaucoup étudié [73, 174, 71, 175, 74, 176, 178, 177, 199, 64, 183, 89]. Notre travail refait une analyse de ces scénarios avec les résultats les plus récents dans le cadre de la nucléosynthèse primordiale, les taux de réactions les plus actualisés pour la SBBN (en particulier ceux de la réaction $n + p \rightarrow D + \gamma$) et les calculs exacts des taux de réactions des états liés de Kamimura et al. [97]. Nous avons également calculé les largeurs de désintégration hadroniques par la méthode de Steffen [183] en utilisant le calcul complet sur les polarisations du gravitino et en incluant d'autres processus que ceux d'échange d'un photon ou d'un boson Z virtuel. La méthode a également été étendue au cas du neutralino NLSP. Enfin les énergies hadroniques ont également été calculées par la méthode de Steffen mais nous avons également mis en place une procédure d'estimation de cette énergie plus réaliste.

Les figures génériques 11.1 et 11.2 avec l'étude des densités reliques des NLSP (chapitre 10) et la durée de vie et rapport d'embranchement hadroniques des NLSP (chapitre 9) suggèrent également la possibilité de résoudre le problème du lithium-6 pour un stau NLSP avec un gravitino léger typique du GMSB et résoudre le problème du lithium-7 pour un neutralino NLSP et un gravitino également de masse typique du GMSB. Les outils mis en place peuvent également traiter les scénarios GMSB nous permettant d'étudier l'ensemble des situations présentes sur les figures génériques. Nous allons maintenant étudier les différentes NLSP et les possibles résolutions des problèmes du lithium.

11.3 Stau NLSP

11.3.1 Gravitino lourd

Nous avons décidé de considérer des gravitinos de $m_{3/2} \geq 10$ GeV comme typiques du CMSSM et des gravitinos de $m_{3/2} \leq 10$ GeV comme typiques du GMSB. Les résultats pour un gravitino lourd sont donnés dans les figures 11.3 et 11.4. La première figure donne les solutions pour les problèmes du lithium dans le plan $m_0 - m_{1/2}$ avec $\tan\beta = 10$, $A_0 = 0$ et $\mu > 0$. On trouve trois régions vérifiant le problème du lithium-6 (vert), du lithium-7 (rouge) et des deux simultanément (bleu). Il est à noter que pour un couple $(m_0 - m_{1/2})$, plusieurs masses de gravitino peuvent donner des solutions différentes, par exemple pour $m_0 = 256$ GeV- $m_{1/2} = 4203$ GeV, et un gravitino $m_{3/2} = 100$ GeV on résout lithium-7 et $m_{3/2} = 145$ GeV on résout les deux problèmes du lithium. La dépendance de la masse du stau en m_0 est relativement faible et dépendant principalement de $m_{1/2}$ pour des valeurs de m_0 petites. La dépendance en m_0 commence à intervenir à proximité de la frontière avec le neutralino NLSP. La masse du stau (à une masse de gravitino donnée) donne la durée de vie du stau qui est un des paramètres cruciaux étudiés dans la section précédente. Ainsi, les limites des régions suivent les masses des staus et sont donc quasiment indépendantes de m_0 et quasiment verticales. Cette figure est directement comparable avec les figures de l'article [199]. Nous n'avons pas fait le choix de relier la masse du gravitino aux paramètres du CMSSM et avons procédé à un scan relativement fin sur la masse du gravitino prenant des valeurs entre 10 et 500 GeV. Nous obtenons une région bleue sensiblement plus large que celle de [199], mais globalement les résultats sont proches. Sur la figure, nous avons également représenté les contraintes LEP sur la masse du chargino $m_{\chi^\pm} > 94$ GeV et indiqué des limites pour différentes masses du boson de Higgs léger.

La figure 11.4 représente les spectres précédents dans le plan de la densité relique (uniquement non-thermique) du gravitino en fonction de la durée de vie du stau. On retrouve les régions rouge, bleu et vert de la figure précédente. Nous avons également indiqué une région magenta correspondant à une zone où le lithium-6 est produit en quantité trop importante. La région hachurée indique la zone compatible avec l'abondance de béryllium-9, qui ne peut être produit que par les réactions de catalyse avec états liés. Pour les durées de vie, on retrouve les résultats du modèle générique, c'est-à-dire résolution du lithium-7 pour des durées de vie $\tau < 2 \cdot 10^3$ s, résolution du lithium-6 pour $\tau > 2 \cdot 10^3$ s et résolution des deux problèmes pour $\tau \simeq 2 \cdot 10^3$ s. On retrouve également les contraintes du deutérium et du lithium-7 formant l'enveloppe de la région rouge. La contrainte sur l'hélium-4 devrait apparaître pour des densités relique beaucoup plus grandes que 1 puisque le rapport d'embranchement hadronique typique du stau est de l'ordre de $B_{\text{had}} \sim 10^{-3}$.

On représente également sur cette figure la densité relique de matière noire à 1σ mesurée par WMAP. Il est possible de résoudre simultanément le lithium-7 et avoir toute la densité relique de matière noire à partir de la production non-thermique de gravitino. Mais il est également possible de satisfaire la densité relique de matière noire et les deux problèmes de gravitino. Il correspond à des gravitinos de l'ordre de 175 – 190 GeV et des staus NLSP avec une masse d'environ 1600 – 1700 GeV et une durée de l'ordre de 10^3 s. Ce résultat est assez surprenant car il n'était pas une exigence première de l'étude.

Les points de la zone bleue vérifiant les contraintes WMAP doivent être étudiés avec une at-

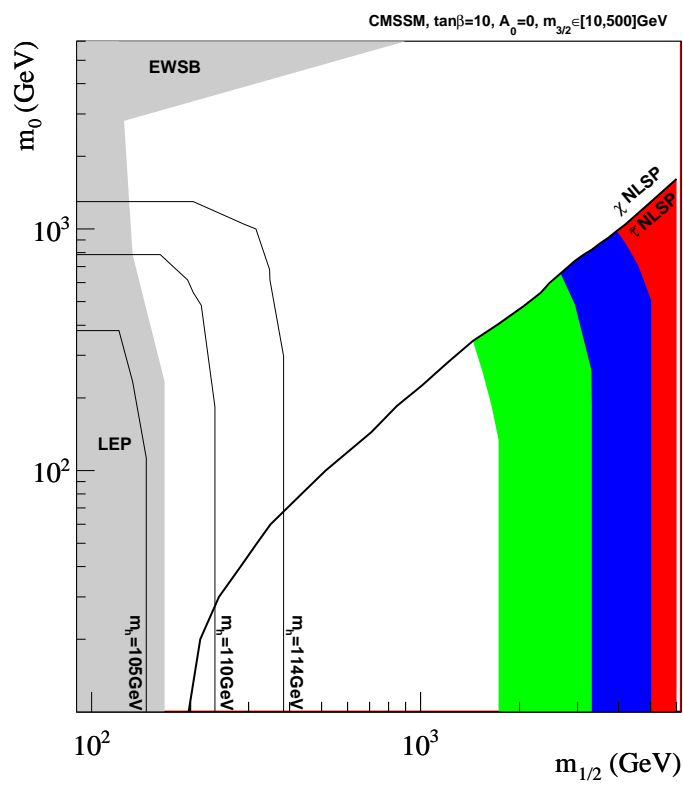


FIG. 11.3 – Résultats satisfaisant aux contraintes BBN dans le CMSSM avec un gravitino lourd et un stau NLSP dans le plan $m_0 - m_{1/2}$. Le code de couleur est donné dans la section 11.1.

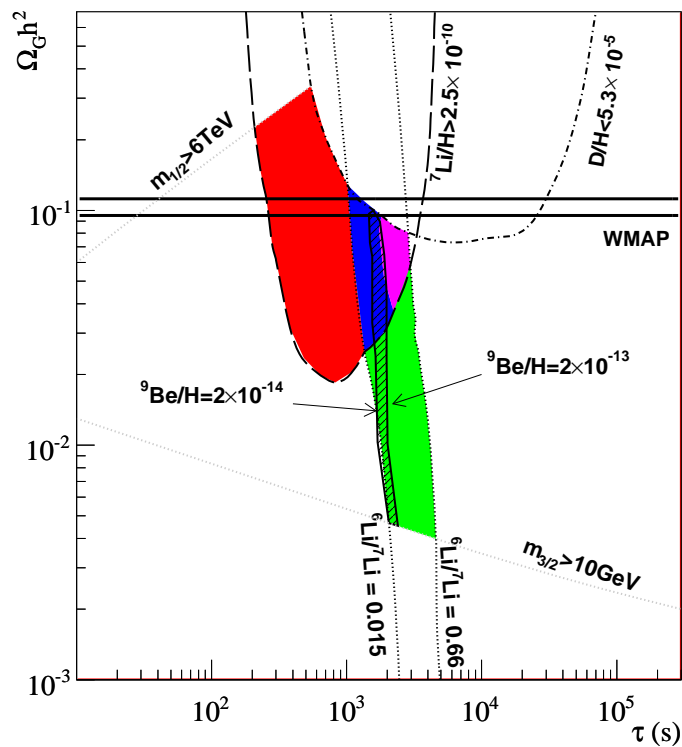


FIG. 11.4 – Densité relic de gravitino en fonction de la durée de vie du stau et les résultats BBN dans le CMSSM avec un gravitino lourd et un stau NLSP. En plus des régions rouge (${}^7\text{Li}$), verte (${}^6\text{Li}$) et bleue (${}^7\text{Li}+{}^6\text{Li}$), figurent également une région magenta indiquant un fort excès de lithium-6, une région hachurée compatible avec l'abondance observée de béryllium-9. Certaines limites BBN sont également indiquées ainsi que la densité relic de matière noire donnée par WMAP.

tention toute particulière car ils sont très sensibles à l'abondance de deutérium et sont proches de la limite $D/H > 5.3 \cdot 10^{-5}$. Le rapport d'embranchement dans notre étude est plus important que dans [199], on s'attend donc à une production de deutérium plus efficace donnant des contraintes plus fortes sur $\Omega_{\tilde{\tau}} h^2$ et donc sur $\Omega_{3/2} h^2$. Cet effet est contrebalancé par une valeur de E_{had} plus faible induisant un impact plus faible sur l'abondance des éléments.

Toujours pour étudier la sensibilité de la région bleue avec la densité relique de WMAP, il est important de noter que certains taux de réactions importants pour la SBBN peuvent avoir des incertitudes expérimentales de l'ordre de 10% entraînant des incertitudes sur les abondances calculées. Par exemple, avant une mise à jour du taux de réaction du processus $n + p \rightarrow D + \gamma$, nous n'obtenions aucun point bleu compatible avec WMAP. Les données les plus récentes sur ce processus ont permis de calculer un taux de réaction corrigé avec une meilleure précision [50]. De la même façon, le calcul des taux de réactions des processus avec état lié dans le cadre de l'approximation de Born posaient problème car il était connu que l'approximation n'était pas valide pour la plupart de ces processus. Les calculs exacts de Kamimura et al. [97] ont également permis de réduire les incertitudes. Enfin, un dernier point source de possibles incertitudes sur les abondances a été souligné dans la section 9.1.3 et concerne l'estimation de l'énergie hadronique. L'effet du traitement réaliste de l'énergie hadronique sur les abondances des éléments légers se manifeste en particulier par une réduction de l'abondance de deutérium et une augmentation de l'abondance de lithium-7. Cela est illustré sur la figure 11.5 avec une cinquantaine de points choisis dans la région vérifiant la densité relique de WMAP $0.07 \leq \Omega_{3/2} h^2 \leq 0.13$, pour deux masses de gravitinos de $m_{3/2} = 175$ GeV et $m_{3/2} = 145$ GeV. Les triangles verts correspondent aux abondances obtenues à partir de l'énergie hadronique de l'équation (9.26), la moyenne sur la masse invariante de la paire $q\bar{q}$ tandis que les points noirs correspondent aux abondances pour le traitement réaliste de l'énergie hadronique. Comme l'abondance de deutérium dans le cas réaliste est plus faible, cela va donner des contraintes moins fortes et repousser la limite $D/H > 5.3 \cdot 10^{-5}$ vers des densités $\Omega_{3/2} h^2$ plus grandes. Cela devrait autoriser une extension de la région bleue pour des densités reliques plus importantes, assurant qu'une incertude sur les taux de réaction ne pourra pas complètement éliminer la région bleue compatible avec WMAP. Pour le lithium, l'effet est inverse, le traitement réaliste produit plus de lithium-7, on s'attend donc à voir la limite ${}^7\text{Li} > 2.5 \cdot 10^{-10}$ se décaler vers des densités reliques plus grandes.

Nous montrons sur Fig. 11.6 les contraintes de différentes abondances pour le deutérium, ${}^6\text{Li}/{}^7\text{Li}$, ${}^7\text{Li}$ et ${}^9\text{Be}$ sur la densité relique dans le cas d'un stau NLSP. Les zones colorées sont les zones exclues par différentes valeurs d'abondance. Les contraintes du rapport ${}^6\text{Li}/{}^7\text{Li}$ et de ${}^9\text{Be}$ sont très similaires, elles sont principalement données par la formation des états liés de l'hélium-4 avec le stau vers 10^4 s. La combinaison des différentes contraintes laisse une très petite zone possible aux alentours de $\tau = 10^3$ s et pour une densité relique légèrement inférieure à celle de la matière noire donnée par WMAP indiquée par la zone délimitée par les lignes noires.

Nous avons également étudié les effets sur la BBN en prenant une grande valeur de $\tan \beta$. Les figures 11.7 correspondent aux figures 11.3 et 11.4 pour $\tan \beta = 50$. Le premier effet sur le spectre de masse de grand $\tan \beta$ est d'avoir un stau NLSP pour de plus grandes valeurs de m_0 , cet effet étant surtout important à petit $m_{1/2}$. La figure dans le plan $m_0 - m_{1/2}$ montre qu'il existe un grand espace des paramètres permettant la résolution du problème du lithium-6. Les régions de résolution du lithium-7 et des deux problèmes ont totalement disparu. Cela

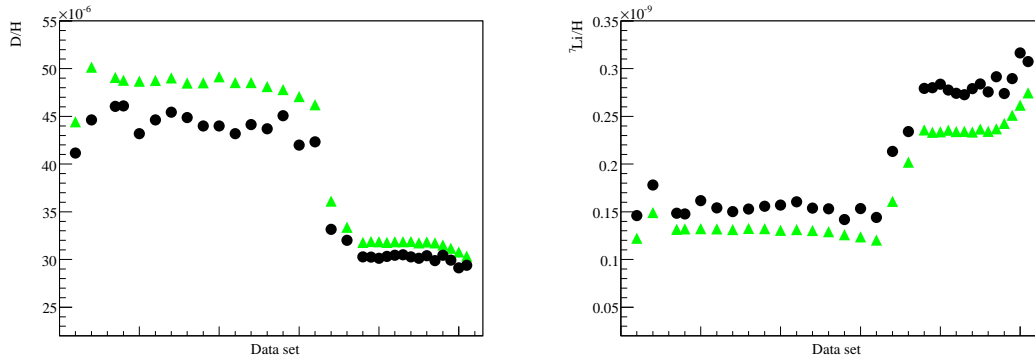


FIG. 11.5 – Abondances du deutérium (figure de gauche) et du lithium (figure de droite) pour une cinquantaine de points avec $m_{3/2} = 175$ GeV ou $m_{3/2} = 145$ GeV et une densité relicue proche de WMAP. Les triangles verts ont été calculés avec l'énergie hadronique prise comme la moyenne de la masse invariante de la paire $q\bar{q}$ et les points noirs ont été calculés avec le traitement réaliste de l'énergie hadronique décrit au chapitre 9

s'explique par le fait que l'augmentation de $\tan\beta$ n'influe pas sur le rapport d'embranchement hadronique (voir figure 9.7), seule la contribution des diagrammes avec échange d'un boson de Higgs sont augmentés mais restent sous-dominant. Par contre $\tan\beta$ a un effet important sur la densité relicue, qui est plus basse quand $\tan\beta$ augmente (voir la discussion de la section 10.2). Donc avec un B_{had} qui varie peu et une densité relicue fortement réduite, il n'est plus possible de résoudre le problème du lithium-7.

Les figures montrent tout de même quelques points qui vérifient les deux problèmes ou juste le lithium-7, bien mis en évidence sur la figure 11.7(b). Ils correspondent à des points de coannihilation avec le neutralino avec une masse de stau $m_{\tilde{\tau}} \simeq 1700$ GeV et des gravitino $m_{3/2} \simeq 175 - 205$ GeV. La densité relicue est donc augmentée pour atteindre des valeurs de l'ordre de $\Omega_{\tilde{\tau}} h^2 \sim 0.5$.

Aussi bien à $\tan\beta = 10$ ou $\tan\beta = 50$, la région donnant la bonne abondance de lithium-7 a une densité relicue de gravitino inférieure à celle nécessaire pour donner toute la densité relicue de matière. Il est toujours possible de rajouter la contribution thermique (voir chapitre 8. Les figures 11.8 illustrent l'ajout d'une composante thermique à la densité relicue de gravitino avec une température de réchauffage négligeable 11.8(a) (figure équivalente à Fig. 11.3), puis $T_R = 10^6$ GeV (Fig. 11.8(b)), $T_R = 10^7$ GeV (Fig. 11.8(c)) et $T_R = 10^8$ GeV (Fig. 11.8(d)). De façon générale, la densité relicue de gravitino augmente avec la température de réchauffage, la production thermique étant d'autant plus efficace que la température est élevée. De plus, on voit que les points correspondant à des masses de gravitino les plus faibles (ceux de plus basse densité relicue sur Fig. 11.3) ont des contribution thermique plus importantes que les points avec une masse de gravitino plus importante. Ce résultat était déjà analysé au chapitre 10 où nous notions que $\Omega_{3/2}^{TP} h^2 \propto m_{3/2}^{-1}$.

Ces figures permettent également d'estimer une limite maximale sur la température de réchauffage lorsqu'on veut résoudre les problèmes du lithium et obtenir la densité relicue de matière noire à partir du gravitino. Ainsi, jusqu'à $T_R = 10^7$ GeV, il est possible d'obtenir la matière

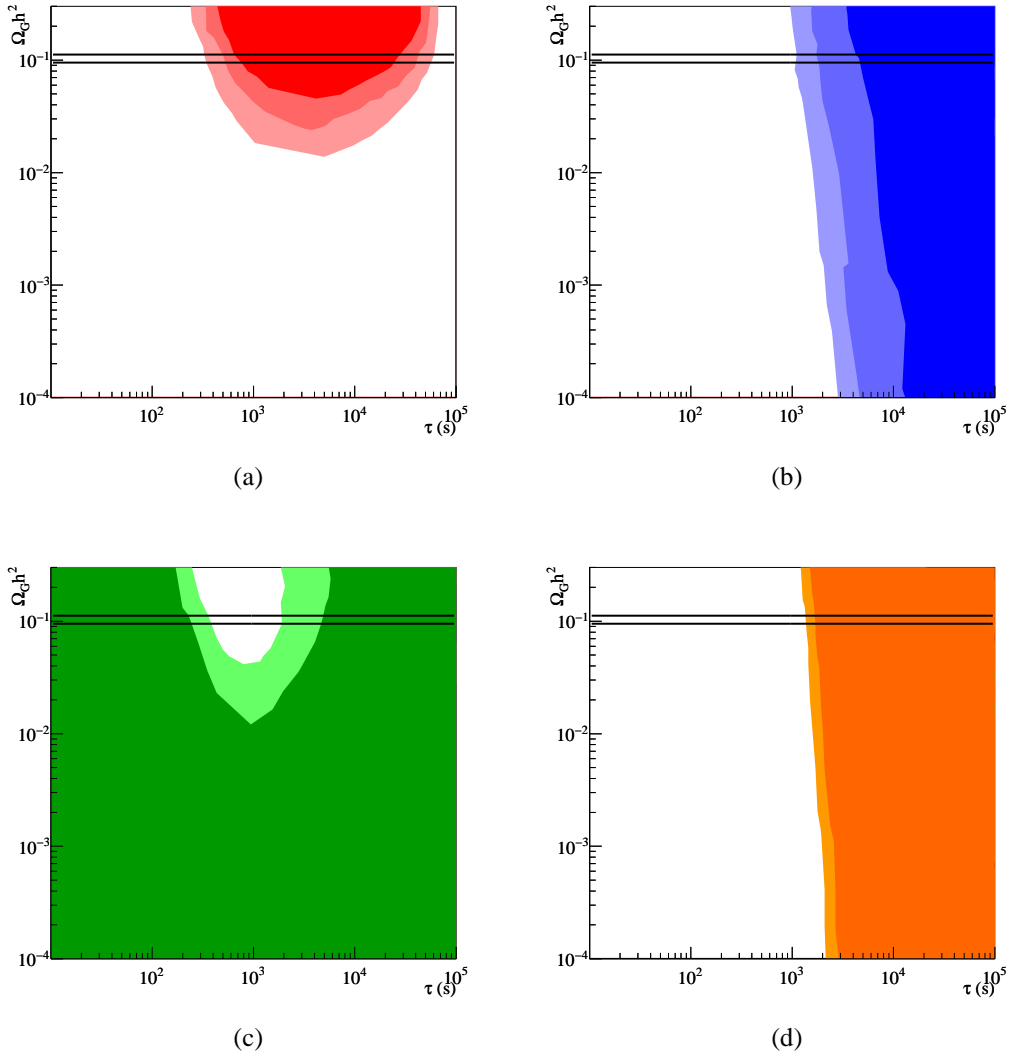


FIG. 11.6 – Contraintes des éléments légers sur la densité relicue non-thermique du gravitino et la durée de vie du stau NLSP dans le CMSSM avec $\tan \beta = 10$. Contraintes des abondances du ^2H (a) (rouge foncé $^2\text{H}/\text{H} > 4.5 \times 10^{-5}$, puis $^2\text{H}/\text{H} > 4.0 \times 10^{-5}$ et $^2\text{H}/\text{H} > 3.5 \times 10^{-5}$), $^6\text{Li}/^7\text{Li}$ (b) (bleu foncé $^6\text{Li}/^7\text{Li} > 3$, puis $^6\text{Li}/^7\text{Li} > 0.15$ et $^6\text{Li}/^7\text{Li} > 0.015$), ^7Li (c) (vert foncé $^7\text{Li}/\text{H} > 3 \times 10^{-10}$ puis $^7\text{Li}/\text{H} > 2 \times 10^{-10}$) et ^9Be (d) (orange $^9\text{Be}/\text{H} > 10^{-13}$ puis $^9\text{Be}/\text{H} > 10^{-14}$). Les lignes noires donnent la zone compatible avec la densité relicue de matière noire donnée par WMAP

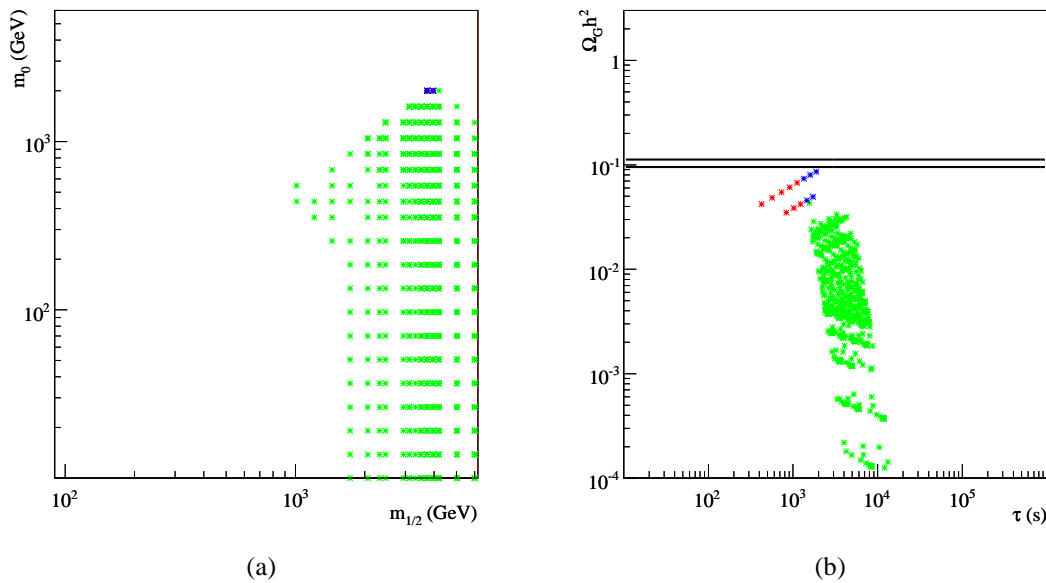


FIG. 11.7 – Figures équivalentes à Fig. 11.3 et Fig. 11.4 mais pour $\tan \beta = 50$.

noire et les deux isotopes du lithium. A $T_R = 2 \cdot 10^7$ GeV, il n'est possible d'avoir que des solutions WMAP+ ${}^6\text{Li}$. Pour des températures plus importantes, la densité relicue de gravitino devient largement plus importante que la densité relicue de matière noire.

11.3.2 Gravitino léger

L'étude générique au début de ce chapitre suggère aussi des possibilités intéressantes pour un stau NLSP avec un gravitino léger ($m_{3/2} \lesssim 10$ GeV). Nous avons donc calculé des spectres dans le cadre du GMSB où les masses de gravitino peuvent être très faibles. Pour avoir des staus NLSP, à $\tan \beta = 10$, nous prenons le nombre de messagers $N = 2$, la masse des messagers $M_{\text{mess}} = 5 \cdot 10^6$ GeV, et $\Lambda \in [5 \cdot 10^4, 5 \cdot 10^6]$ GeV. Les résultats sont donnés dans le plan $m_{3/2} - m_{\text{NLSP}}$, figure 11.9. La région bleu gris correspond aux contraintes SBBN qui sont vérifiées pour un grand espace de paramètres. Avec ce choix de paramètres, le neutralino peut également être la NLSP, il sera discuté dans la section suivante. Dans la région stau NLSP, il est possible de résoudre le problème ${}^6\text{Li}$ pour des masses de gravitino de 1 à 10 GeV. En baissant M_{mess} , il est possible d'avoir des staus NLSP plus légers et donc des solutions ${}^6\text{Li}$ pour des gravitinos un peu plus légers $m_{3/2} = 0.5 - 1$ GeV. La densité relicue de gravitino correspondante est très faible de l'ordre de $\Omega_{3/2} h^2 = 10^{-4} - 10^{-3}$. Une contribution thermique peut être ajoutée mais du fait que $\Omega_{3/2}^{TP} h^2 \propto m_{3/2}^{-1}$, la température de réchauffage maximale sera relativement basse (voir Fig. 10.7). Dans le GMSB, si la température de réchauffage est supérieure à la masse des messagers, il est possible de produire les messagers dans des proportions importantes avec une densité supérieure à la densité critique. Il est possible d'éviter ce problème en supposant les messagers instables. Leur désintégration produit une forte injection d'entropie dans l'Univers qui entraîne une dilution de la densité relicue des gravitinos produits pendant la période de

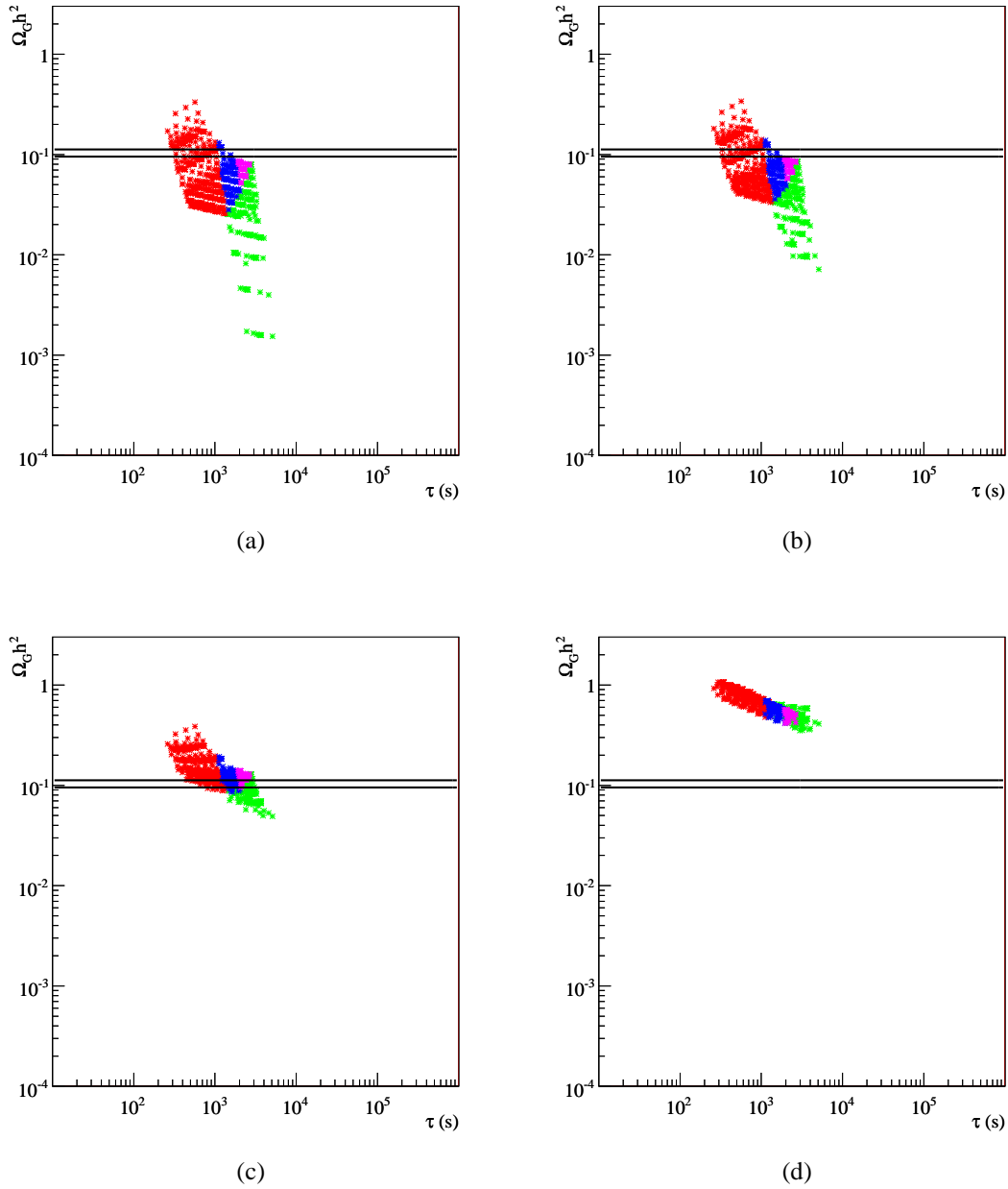


FIG. 11.8 – Densité relicue de gravitino en fonction de la durée de vie du stau NLSP en prenant en compte la contribution non-thermique et la composante thermique pour des température de réchauffage négligeable (a), $T_R = 10^6$ GeV (b), $T_R = 10^7$ GeV (c) et $T_R = 10^8$ GeV (d).

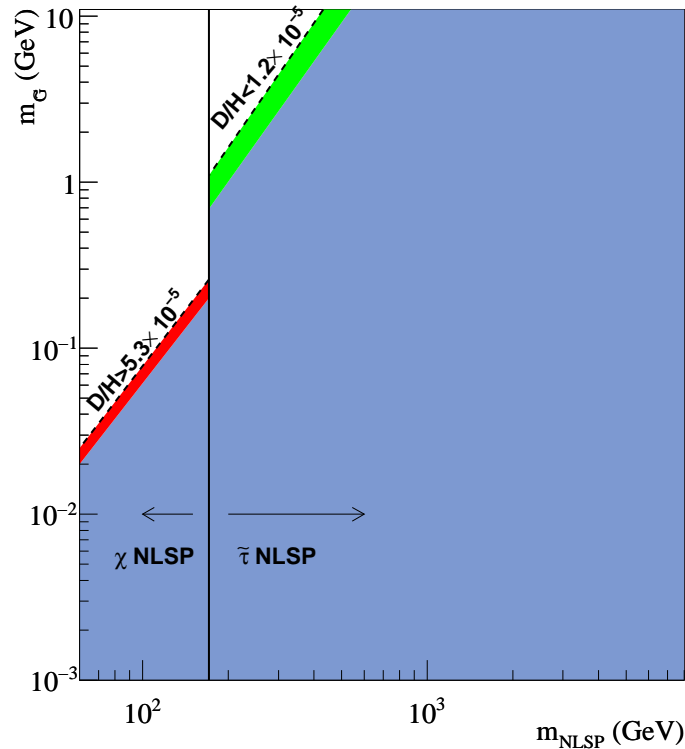


FIG. 11.9 – Résultats BBN dans le plan $m_{3/2} - m_{NLSP}$ pour GMSB avec $N = 2$, $\tan \beta = 10$, $M_{\text{mess}} = 5 \cdot 10^6$ GeV, la région bleue correspond aux conditions SBBN. La région stau NLSP présente des solutions ${}^6\text{Li}$ et la région neutralino NLSP des solutions ${}^7\text{Li}$

réchauffage [182]. De tels scénarios ne sont pas considérés dans notre étude ce qui impose que $T_R \lesssim M_{\text{mess}}$.

11.4 Neutralino NLSP

Le neutralino NLSP permet de résoudre le problème du lithium-7 avec un gravitino léger typique du GMSB. Quelques solutions sont présentées sur les figures 11.9, 11.10(a) et 11.10(b). Les trois figures sont faites à $\tan \beta = 10$ et $\Lambda \in [5 \cdot 10^4, 5 \cdot 10^6]$ GeV. La figure 11.9 correspond aux paramètres $N = 2$ et $M_{\text{mess}} = 5 \cdot 10^6$ GeV, la figure 11.10(a) $N = 1$ et $M_{\text{mess}} = 5 \cdot 10^6$ GeV et la figure 11.10(b) $N = 1$ et $M_{\text{mess}} = 10^{11}$ GeV. Sur la première figure la NLSP est majoritairement le stau mais il existe des solutions neutralino dont une part donne une solution ${}^7\text{Li}$. Dans les deux autres cas, le stau n'est pas la NLSP (ou pour très peu de points non représentés). La région intéressante correspond à des gravitinos de l'ordre de 0.1 GeV et des masses de neutralino $m_\chi \sim 100$ GeV. La région neutralino est principalement contrainte par l'abondance de deutérium et aussi par l'abondance d'hélium-4. La forme de cette dernière est assez particulière. Quand la masse du neutralino augmente pour une masse de gravitino donnée, la durée de vie du

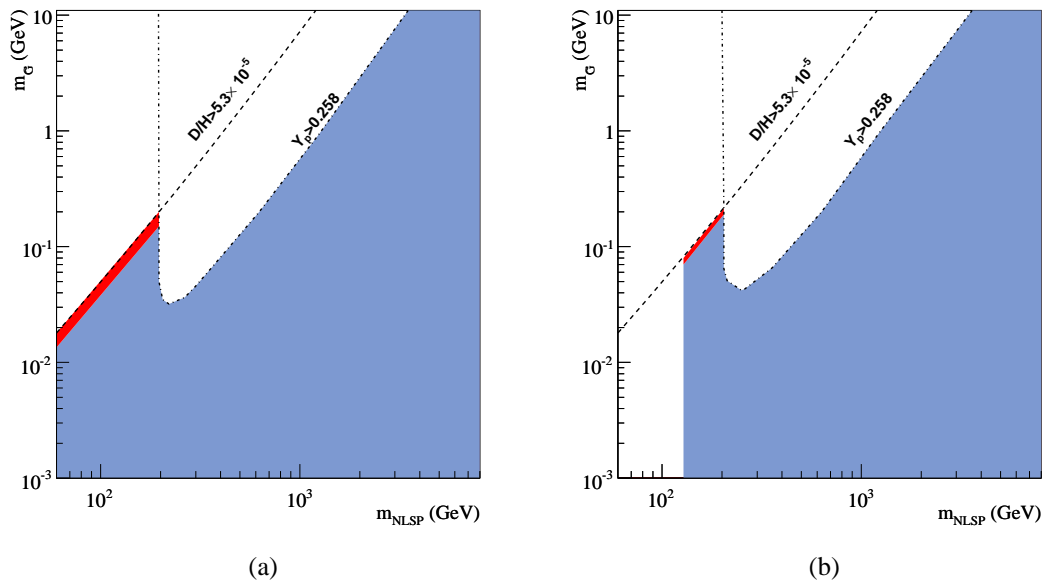


FIG. 11.10 – Solutions BBN pour neutralino NLSP dans le GMSB avec les paramètres $N = 2$ et $M_{\text{mess}} = 5 \cdot 10^6$ GeV (11.9) et $N = 1$ et $M_{\text{mess}} = 10^{11}$ GeV (11.10(b)).

neutralino diminue. Dans la région exclue, la durée de vie est de l'ordre de la seconde, or une désintégration de NLSP vers une seconde produit, entre autres, des mésons dont les réactions d'échange de charge transformant des protons en neutrons sont particulièrement efficaces aux alentours de la seconde. L'augmentation de l'abondance de neutrons entraîne une surproduction d'hélium-4, d'où l'exclusion de cette zone. Cette zone n'existe plus pour des masses de gravitino plus faibles car pour avoir une durée de vie de l'ordre de la seconde, le neutralino doit être plus léger, ce qui correspond à un espace de paramètres où la densité relicue de neutralino est plus faible et donc l'impact de la désintégration du neutralino est moins forte sur les abondances des éléments légers ce qui n'entraîne pas une surabondance d'hélium-4.

11.5 Masse de gravitino arbitraire

Le choix de la masse du gravitino distinguant les modèles GMSB des modèles CMSSM a été pris arbitrairement à 10 GeV. Ce choix est motivé par les arguments suivants : dans le CMSSM, la masse du gravitino est de l'ordre de l'échelle de brisure électrofaible et dans le GMSB la masse du gravitino est très légère. Cependant, il n'est pas clair que la masse du gravitino ne puisse pas être relativement importante dans un modèle GMSB (voir par exemple [200] qui prend des masses de gravitino $\mathcal{O}(100)$ GeV dans un modèle particulier de médiation de jauge) ou très légère dans le CMSSM. Nous avons donc décidé de façon générique de faire varier la masse du gravitino indépendamment du modèle. Les figures 11.11 montrent la comparaison entre les résultats dans le CMSSM et le GMSB pour des masses de gravitinos comprises entre 10 MeV et 100 GeV avec un stau NLSP en prenant $A_0 = 0$ pour le CMSSM, $N = 2$ et $M_{\text{mess}} = 5 \cdot 10^6$ GeV

pour le GMSB. Les résultats sont relativement similaires mettant en évidence que le mécanisme de transmission de la brisure de la supersymétrie agit très peu sur les résultats cosmologiques de cette étude. Nous pouvons néanmoins souligner que la comparaison des figures montre qu'il est possible d'avoir des solutions lithium-7 pour des masses de gravitino un peu plus légères dans le GMSB que dans le CMSSM. Mais d'un point de vue qualitatif, il y a un bon accord des résultats. La comparaison peut être faite également sur les neutralino dans le CMSSM et dans GMSB avec $N = 1$, les résultats sont également très proches. Cela provient principalement du fait que les résultats de la BBN dépendent principalement de la durée de vie de la NLSP, le rapport d'embranchement et la densité relique de la NLSP. Ces grandeurs dépendent quasiment pas des détails du spectre de masses supersymétriques et sont pour la plupart équivalentes dans les deux modèles. Ainsi pour une masse de gravitino et de NLSP donnée, les grandeurs pertinentes pour la BBN seront les mêmes dans les deux modèles.

Pour finir cette étude avec un choix arbitraire de masse du gravitino, nous représentons les modèles CMSSM avec une masse de gravitino prise entre 10 MeV et 500 GeV dans le plan $m_0 - m_{1/2}$, voir Fig. 11.12. Les résultats pour le stau ont été présentés précédemment à l'exception de la région verte à petites valeurs de $m_{1/2}$ correspondant à de petites masses de gravitino. Pour le neutralino, nous savons que la masse de gravitino doit être légère et la densité relique du neutralino est faible dans trois régions caractéristiques : le bulk, la région de coannihilation et le focus point. Et la figure montre qu'effectivement le problème du lithium-7 est résolu dans ces trois régions pour des masses de gravitino $0.01 \leq m_{3/2} \leq 0.1$ GeV dans le bulk, $0.1 \leq m_{3/2} \leq 1$ GeV dans le focus point et $0.1 \leq m_{3/2} \leq 6.5$ GeV dans la zone de coannihilation.

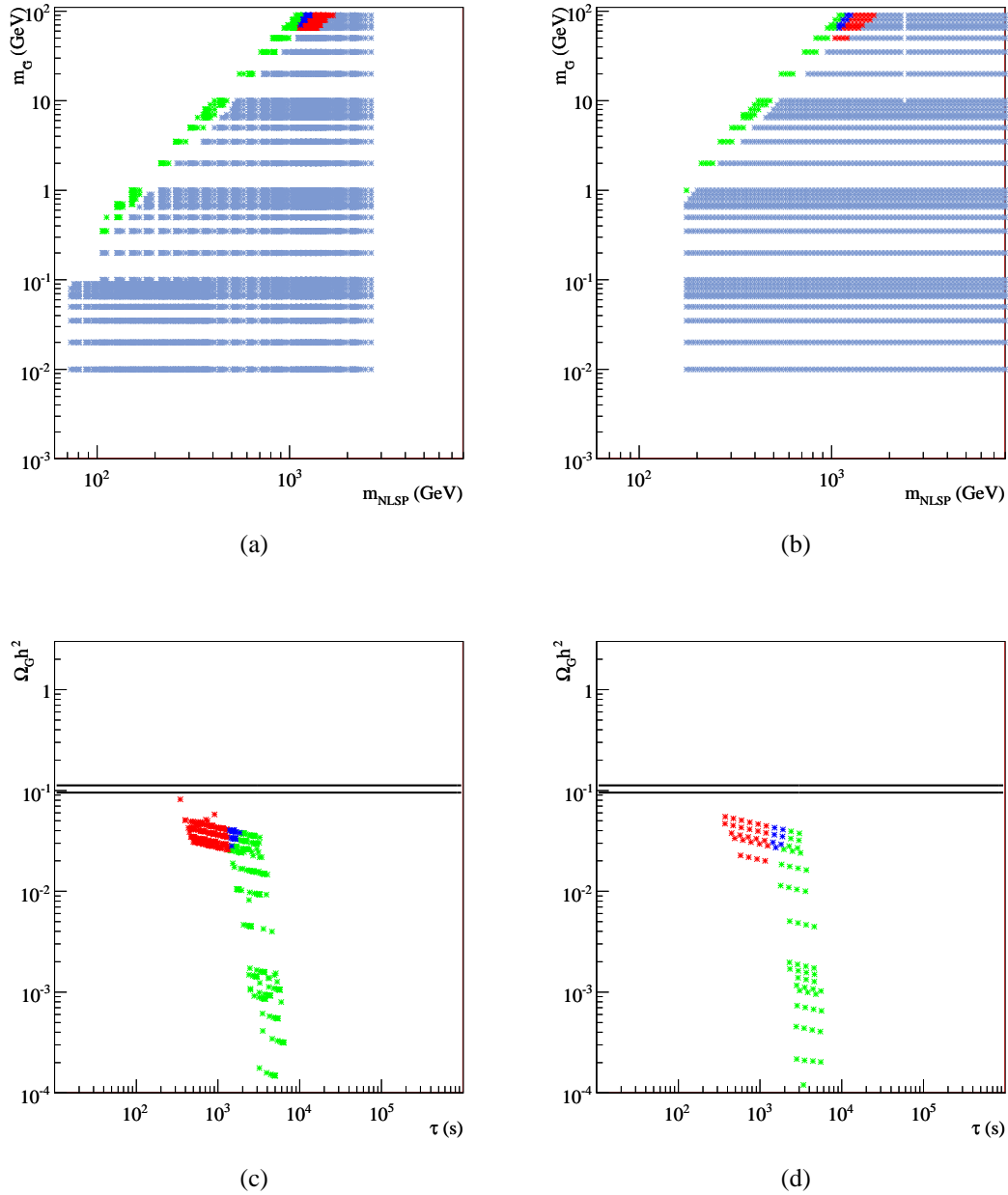


FIG. 11.11 – Comparaison entre les modèles CMSSM (a) et (c) et les modèles GMSB (b) et (d) pour des gravitinos de masses entre 10 MeV et 100 GeV.

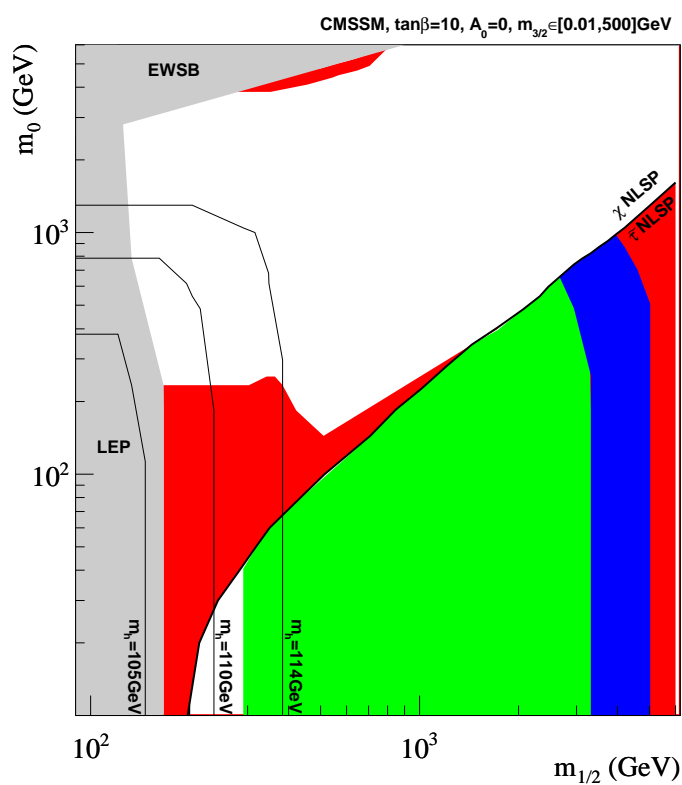


FIG. 11.12 – Résultats pour le lithium dans le CMSSM avec une masse de gravitino arbitraire prise entre 10 MeV et 500 GeV représentés dans le plan $m_0 - m_{1/2}$. Le code de couleur est donné dans la section 11.1.

Chapitre 12

Le gravitino au collisionneur

La recherche de la supersymétrie dans les expériences en collisionneur est un des objectifs principaux du futur accélérateur *Large Hadron Collider* LHC au CERN et également de l'*International Linear Collider* ILC. De nombreuses études ont également été réalisées au LEP et au Tevatron. Ces expériences n'ont pas permis de mettre en évidence l'existence de la supersymétrie mais ont pu néanmoins mettre des contraintes sur les spectres supersymétriques sous la forme de limites inférieures sur la masse de certaines particules comme le chargino, le neutralino et les sleptons.

La recherche de scénarios avec gravitino LSP est particulièrement intéressante du fait de signaux relativement atypiques aussi bien pour le stau NLSP que pour le neutralino NLSP. Ce signal est également différent selon la durée de vie de la NLSP, celle-ci pouvant se désintégrer dans le détecteur ou à l'extérieur.

Nous présentons dans ce chapitre les résultats de différentes études dans la littérature sur de tels scénarios. Ce chapitre est motivé par l'importance cruciale de la recherche de la supersymétrie en collisionneurs et en particulier la recherche des scénarios avec gravitino LSP. En effet, ces analyses sont complémentaires de notre étude de problèmes cosmologiques comme la matière noire ou la nucléosynthèse primordiale. La découverte de particules supersymétriques au LHC ou à l'ILC permettra de mesurer les masses de la LSP, de la NLSP et peut être d'autres particules du spectre supersymétrique. Ces résultats permettront par exemple de calculer la durée de vie de la NLSP. Sous certaines conditions, les études aux collisionneurs permettront de déterminer certaines grandeurs cosmologiques comme la densité relique de matière noire, la température de réchauffage [201, 202, 95] ou la masse de Planck de façon microscopique [188].

Si la supersymétrie existe et l'énergie disponible dans les collisions est suffisamment importante (grande devant les masses des particules supersymétriques), il devrait être possible de produire des particules supersymétriques. Celles-ci sont instables et suivant une chaîne de désintégration vont produire la NLSP qui se désintégrera en LSP dans le détecteur si la durée de vie de la NLSP est brève ou en dehors du détecteur dans le cas contraire. Comme dans le reste de notre étude, on suppose la conservation de la R-parité.

12.1 Stau NLSP

L'étude d'une NLSP chargée est particulièrement prometteuse et a suscité de nombreuses études [203, 204, 205, 206, 207, 208, 188, 176, 209, 210, 211, 212, 213].

Dans le cas du LHC, les particules entrant en collisions sont des protons. Les réactions principales sont de type interaction forte entre quarks ou gluons. La production de particules supersymétriques se fait principalement sous forme de squarks ou gluinos qui se désintègrent rapidement suivant une chaîne de désintégration jusqu'à la NLSP. La chaîne de désintégration se déroule rapidement, on peut donc supposer que le stau est créé au centre de la collision. La durée de vie du stau dépend de sa masse et de celle du gravitino. Si elle est courte, il peut se désintégrer dans le détecteur en émettant un gravitino, totalement invisible dans les détecteurs et un lepton tau

$$\tilde{\tau} \rightarrow \tau \tilde{G} \quad (12.1)$$

On obtient comme signal deux taus acoplanaires (la collision produit nécessairement deux chaînes de désintégration de particules supersymétriques à cause de la conservation de la R-parité) et de l'énergie manquante.

Les durées de vie du stau intéressantes pour les problèmes du lithium sont très grandes pour des expériences en collisionneur. Ce type de stau est donc méta-stable pour les expériences en collisionneur. Comme le stau est une particule chargée, il laisse une trace tel un muon très massif dans les détecteurs [203, 204, 206]. Le signal du stau peut être distingué de celui d'un muon par son pouvoir ionisant très important et son temps de vol qui est important car le stau est lent par rapport à un muon se déplaçant quasiment à la vitesse de la lumière [203, 204, 206, 208]. La mesure de la vitesse $\beta_{\tilde{\tau}} = v_{\tilde{\tau}}/c$ et de l'impulsion $p_{\tilde{\tau}}$ permettent de calculer la masse du stau suivant la relation $m_{\tilde{\tau}} = p_{\tilde{\tau}} \sqrt{1 - \beta_{\tilde{\tau}}^2} / \beta_{\tilde{\tau}}$ [208]. La plupart des staus vont se désintégrer à l'extérieur du détecteur. Si une certaine part des staus se désintègrent dans le détecteur, il est possible d'utiliser une méthode statistique pour déterminer la durée de vie du stau [208] et ainsi déduire la masse du gravitino en utilisant l'équation 9.4. Si la durée de vie est très grande la méthode précédente n'est pas applicable. Certaines études [214, 209, 210, 211, 213] ont proposé d'obtenir la durée de vie du stau en plaçant un matériau bloquant en dehors du détecteur et mesurer les émissions de tau signalant la désintégration du stau dans ce matériau. Ces études estiment qu'il sera possible de piéger de l'ordre de $\mathcal{O}(10^3 - 10^5)$ staus par an dans 1-10 kilotonne de matériau placé autour des détecteurs du LHC et de l'ILC [209, 210].

Le couple $(m_{\tilde{\tau}}, \tau_{\tilde{\tau}})$ permet de déterminer la masse du gravitino et poser des contraintes sur les scénarios de la BBN. Par exemple, une grande durée de vie du stau supérieure à 5×10^3 s serait incompatible avec la CBBN induisant une surproduction de ${}^6\text{Li}$ (sauf si la densité relique de stau est très faible). Une telle mesure de la durée de vie du stau impliquerait une histoire thermique non standard de l'Univers avec injection d'entropie [215, 83, 84] ou une température de réchauffage très basse [86].

L'obtention de la masse du stau et du gravitino permettront également de déterminer une borne supérieure sur la température de réchauffage.

La production du stau dépend principalement de sa masse. Un stau de l'ordre de 200 GeV sera produit en grande quantité au LHC dont l'énergie dans le centre de masse de la collision proton-proton est de l'ordre de $\sqrt{s} = 14$ TeV et également à l'ILC dont l'énergie dans le centre de

masse de la collision électron-positron est $\sqrt{s} = 0.5$ TeV pour la phase 1 puis $\sqrt{s} = 1$ TeV pour la phase 2. Des staus avec une masse supérieur au TeV seront difficilement produits au LHC, il sera donc impossible d'étudier ce type de scénarios.

12.2 Neutralino NLSP

Seuls les neutralinos avec une courte durée de vie peuvent être étudiés au LHC. En effet des neutralinos avec une courte durée de vie se désintègrent principalement en gravitino (énergie manquante pour le détecteur) et en photon. La durée de vie du neutralino est suffisamment importante pour que le neutralino s'éloigne du centre d'interaction. Le photon issu de sa désintégration est alors non-pointant, c'est à dire que la direction qu'il suit ne passe pas par le centre d'interaction. Ce signal est caractéristique de ce scénario [216, 217]. Ces articles présentent des méthodes pour calculer la masse du neutralino et du gravitino par des considérations de cinématique.

Si la durée de vie du neutralino est grande, celui-ci se désintègre en dehors du détecteur sans laisser de trace dans le détecteur, il est totalement invisible. C'est le cas pour les scénarios pertinents pour la nucléosynthèse primordiale. Ces scénarios ont également l'inconvénient de présenter une ambiguïté entre les cas où le gravitino est LSP avec neutralino NLSP des cas avec directement le neutralino LSP.

Conclusion

En un siècle de développement, la cosmologie moderne, amorcée avec la relativité générale d'Albert Einstein en 1915, nous offre une image relativement satisfaisante de l'Univers, sa structure, sa composition et son évolution. Le scénario standard du Big Bang et différentes observations suggèrent que l'Univers est composé principalement d'énergie noire et de matière, cette dernière regroupant la matière baryonique et la matière noire. Malgré les succès de la théorie du Big Bang, quelques questions restent en suspens dans l'attente du développement de modèles théoriques plus satisfaisants ou d'observations plus précises permettant de confirmer ou infirmer certaines hypothèses comme la nature de l'énergie noire, l'origine de l'asymétrie baryonique,...

Le travail présenté dans ce manuscrit se concentre sur deux problèmes liés au secteur de la matière. Le premier concerne la nucléosynthèse primordiale et la production des éléments légers dans les premières secondes de l'Univers. Le modèle standard associé aux mesures de la densité de baryons à partir des anisotropies du fond diffus cosmologique par le satellite WMAP permettent de déterminer l'abondance des éléments légers. Les prédictions théoriques sont en bon accord avec les observations pour des éléments ayant moins de quatre nucléons, par contre pour le lithium-6, le lithium-7 et le béryllium-9, il y a un désaccord important qui est difficilement explicable par des incertitudes sur les observations ou des mécanismes uniquement astrophysiques. Le second problème abordé dans cette thèse est lié à la nature de la matière noire. De nombreuses observations indépendantes permettent de conclure que cette matière noire est de nature non-baryonique mais ne peut être composée de particules issues du modèle standard de la physique des particules. Elle est donc constituée de particules exotiques issues de théories au delà du modèle standard.

Dans le cadre d'une extension élégante du modèle standard, la supersymétrie, il est possible de résoudre ces deux problèmes séparément ou simultanément selon les choix fait sur le modèle.

L'étude a été faite dans des modèles spécifiques, où la transmission de la brisure de la supersymétrie se fait par interaction gravitationnelle (CMSSM) ou par interaction de jauge avec un secteur messenger (GMSB). Dans les deux cas, nous avons imposé que la particule la plus légère est le gravitino qui est un candidat potentiel à la matière noire. La deuxième particule la plus légère est le stau ou le neutralino. La désintégration de cette particule en gravitino pendant la nucléosynthèse primordiale permet de modifier les abondances des éléments et obtenir des résultats compatibles avec les observations. Ce travail nécessite de calculer un certain nombre de grandeurs comme la densité relique du stau ou du neutralino, ses largeurs de désintégration et les énergies associées ainsi que la densité relique du gravitino. Ce type d'analyses existe déjà dans la littérature. La nouveauté de mon étude est multiple, d'une part le choix de travailler dans

un modèle spécifique amène à avoir des effets qui n'apparaissent pas toujours dans des études modèles indépendantes. J'ai étudié en détails ce type d'effets importants pour la compréhension des processus dans les calculs de la densité relique du stau ou du neutralino et les largeurs de désintégration. L'étude dans le cadre du GMSB n'avait jamais été fait, là encore, il était important d'étudier les effets des différents paramètres du modèles sur les grandeurs pertinentes. Enfin, j'ai attaché un soin particulier à utiliser les résultats les plus récents dans le calcul des largeurs de désintégration comme les processus de désintégration à quatre corps pour les désintégrations hadroniques ou la prise en compte des processus avec échange de boson W ou boson de Higgs, le calcul de la densité relique thermique du gravitino ou prendre en compte les effets des états liés dans le calcul des abondances des éléments légers. De plus, j'ai regardé les effets fins d'un calcul réaliste de l'énergie hadronique sur l'abondance des éléments légers dans des régions de l'espace des paramètres très sensibles aux contraintes observationnelles.

Au cours de ce travail, j'ai pu mettre en évidence la possibilité de résoudre le problème du lithium-6, du lithium-7 et de la matière noire dans différents scénarios. Dans le GMSB, la désintégration du neutralino pendant la nucléosynthèse primordiale peut résoudre le problème du lithium-7 alors que la désintégration du stau permet d'obtenir la bonne abondance de lithium-6. Dans le CMSSM, le scénario où le stau est la deuxième particule du spectre supersymétrique est particulièrement intéressant pour la cosmologie car il peut résoudre indépendamment les deux problèmes du lithium, mais il peut simultanément résoudre les problèmes du lithium et donner une densité relique de gravitino égale à celle de la matière noire avec ou sans la contribution thermique.

La fin de cette thèse coïncide avec le démarrage du LHC, le Large Hadron Collider, accélérateur de protons atteignant une énergie de 14 TeV dans le centre de masse. Les découvertes potentielles de cet accélérateur de particules sont particulièrement nombreuses et présentent beaucoup d'espoir pour la communauté des physiciens. Le LHC découvrira-t-il le boson de Higgs ? la supersymétrie ? des dimensions supplémentaires ou quelque chose de totalement inattendu ? De façon claire, mon travail de thèse est complémentaire d'études en collisionneurs, les contraintes sur la masse du gravitino et des autres particules permettant de résoudre les divers problèmes abordés ici peuvent être potentiellement testés au LHC. Il était donc intéressant de voir de quelle façon, les scénarios avec un gravitino et un stau ou un neutralino peuvent être détectés et lesquels peuvent réellement être observés, car une masse de stau trop élevée comme dans le cas du CMSSM ne sont pas très favorables à une détection au LHC.

Le tableau suivant résume les différents modèles possibles en fonction de la masse du gravitino et la nature de la NLSP. Certains de ces modèles permettent de résoudre les anomalies du lithium-6 ou -7 ou les deux et permettent d'obtenir à partir de la seule contribution non-thermique la bonne densité relique de matière noire (en rajoutant la composante thermique, cela permet de résoudre plus facilement le problème de la matière noire). La dernière colonne indique s'il sera possible de produire la NLSP au LHC.

Gravitino	NLSP	${}^7\text{Li}$	${}^6\text{Li}$	$\Omega_{\text{DM}}h^2$	collisionneurs
léger	stau	✗	✓	✗	✓
	neutralino	✓	✗	✗	✓
lourd	stau	✓	✓	✓	✗
	neutralino	✗	✗	✓	✗

Annexe A

Conventions et constantes

Unités

Concernant les unités, nous utilisons la convention des unités "naturelles" où la vitesse de la lumière, la constante de Planck et la constante de Boltzmann sont égales à 1

$$c = \hbar = k_B = 1 \quad (\text{A.1})$$

Pour les applications numériques, un raisonnement aux dimensions permet de réintroduire ces constantes.

Algèbre de Poincaré

On note x^μ ($\mu = 0, 1, 2, 3$) les coordonnées d'espace-temps. Une transformation de Poincaré P est une transformation de Lorentz Λ suivie d'une translation a . Alors la transformation de Poincaré appliquée aux coordonnées est

$$x'^\mu = \Lambda^\mu_\nu x^\nu + a^\mu \quad (\text{A.2})$$

où Λ la transformation de Lorentz avec

$$\det \Lambda = +1 \quad \Lambda_0^0 > 1 \quad (\text{A.3})$$

Les générateurs du groupe de Poincaré sont les six générateurs $M^{\mu\nu}$ du groupe de Lorentz et les quatre générateurs P^μ du groupe des translations.

L'algèbre de Poincaré vérifie

$$[P^\mu, P^\nu] = 0 \quad (\text{A.4})$$

$$[M^{\mu\nu}, P^\lambda] = i(\eta^{\nu\lambda} P^\mu - \eta^{\mu\lambda} P^\nu) \quad (\text{A.5})$$

$$[M^{\mu\nu}, M^{\rho\sigma}] = i(\eta^{\nu\rho} M^{\mu\sigma} + \eta^{\mu\sigma} M^{\nu\rho} - \eta^{\mu\rho} M^{\nu\sigma} - \eta^{\nu\sigma} M^{\mu\rho}) \quad (\text{A.6})$$

avec le choix de métrique de Minkowski

$$\eta^{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} = \text{diag}(1, -1, -1, -1) \quad (\text{A.7})$$

Spineurs

Le *spineur de Weyl* décrit une particule de spin 1/2 et de chiralité donnée, c'est un spineur à deux composantes. Un spineur ψ_α ($\alpha = 1, 2$) est par convention de chiralité gauche, le spineur droit est noté $\bar{\chi}^{\dot{\alpha}}$.

On définit les symboles de Levi-Civita antisymétriques à deux dimensions

$$\epsilon_{\alpha\beta} = \epsilon_{\dot{\alpha}\dot{\beta}} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \quad \epsilon^{\alpha\beta} = \epsilon^{\dot{\alpha}\dot{\beta}} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A.8})$$

Ces symboles permettent de monter ou abaisser les indices des spineurs de Weyl

$$\psi^\alpha = \epsilon^{\alpha\beta} \psi_\beta \quad \bar{\psi}^{\dot{\alpha}} = \epsilon^{\dot{\alpha}\dot{\beta}} \bar{\psi}_{\dot{\beta}} \quad (\text{A.9})$$

Les spineurs anticommulent

$$\{\psi, \chi\} = \{\bar{\psi}, \bar{\chi}\} = \{\psi, \bar{\chi}\} = 0 \quad (\text{A.10})$$

On définit

$$\bar{\psi}_{\dot{\alpha}} = (\psi_\alpha)^* = (\psi_\alpha)^\dagger \quad \chi^\alpha = (\bar{\chi}^{\dot{\alpha}})^* = (\bar{\chi}^{\dot{\alpha}})^\dagger \quad (\text{A.11})$$

La sommation sur les spineurs est obtenue en considérant que les spineurs anticommulent

$$\psi\chi = \psi^\alpha\chi_\alpha = -\psi_\alpha\chi^\alpha = \chi^\alpha\psi_\alpha = \chi\psi \quad (\text{A.12})$$

$$\bar{\psi}\bar{\chi} = \bar{\psi}_{\dot{\alpha}}\bar{\chi}^{\dot{\alpha}} = -\bar{\psi}^{\dot{\alpha}}\bar{\chi}_{\dot{\alpha}} = \bar{\chi}_{\dot{\alpha}}\bar{\psi}^{\dot{\alpha}} = \bar{\chi}\bar{\psi} \quad (\text{A.13})$$

Les matrices de Pauli sont

$$\sigma^0 = \bar{\sigma}^0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \sigma^1 = -\bar{\sigma}^1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A.14})$$

$$\sigma^2 = -\bar{\sigma}^2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma^3 = -\bar{\sigma}^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (\text{A.15})$$

$$\sigma^\mu = (\sigma^0, \vec{\sigma}) \quad (\text{A.16})$$

$$\bar{\sigma}^\mu = (\sigma^0, -\vec{\sigma}) = \sigma_\mu \quad (\text{A.17})$$

Les matrices prennent les indices

$$\sigma^\mu = \sigma^\mu_{\alpha\beta} \quad \bar{\sigma}^\mu = \bar{\sigma}^{\mu\dot{\alpha}\dot{\beta}} \quad (\text{A.18})$$

On a

$$\{\sigma^i, \sigma^j\} = \delta_{ij} I_2 \quad (\text{A.19})$$

Comme les matrices de Pauli vérifient la relation

$$(\sigma^\mu \bar{\sigma}^\nu + \sigma^\nu \bar{\sigma}^\mu)_\alpha^\beta = 2\eta^{\mu\nu} \delta_\alpha^\beta \quad (\text{A.20})$$

on en déduit

$$\text{Tr} [\sigma^\mu \bar{\sigma}^\nu] = 2\eta^{\mu\nu} \quad (\text{A.21})$$

Le spineur de Dirac Ψ_D est un spineur à 4 composantes construit à partir de deux spineurs de Weyl

$$\Psi_D = \begin{pmatrix} \psi_\alpha \\ \bar{\chi}^{\dot{\alpha}} \end{pmatrix} \quad (\text{A.22})$$

On définit les matrices de Dirac γ^μ vérifiant

$$\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} = 2\eta^{\mu\nu} \quad (\text{A.23})$$

dans la représentation de Weyl

$$\gamma^\mu = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^\mu \\ \bar{\sigma}^\mu & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A.24})$$

On définit

$$\gamma_5 = \gamma^5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 = -\frac{i}{4!}\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}\gamma_\mu\gamma_\nu\gamma_\rho\gamma_\sigma = \begin{pmatrix} -I_2 & 0 \\ 0 & I_2 \end{pmatrix} \quad (\text{A.25})$$

avec le tenseur totalement antisymétrique pris dans la convention

$$\epsilon^{0123} = -\epsilon_{0123} = 1 \quad (\text{A.26})$$

Dans cette représentation, les deux composantes supérieures de Ψ_D ont une chiralité gauche notées ψ_α tandis que les deux composantes inférieures ont une chiralité droite notées $\bar{\chi}^{\dot{\alpha}}$. On définit deux projecteurs

$$P_L = \frac{(1 - \gamma_5)}{2} \quad P_R = \frac{(1 + \gamma_5)}{2} \quad (\text{A.27})$$

En appliquant ces projecteurs sur le spineur de Dirac, on sépare les composantes gauche et droite

$$\Psi_L = P_L \Psi_D \quad \Psi_R = P_R \Psi_D \quad (\text{A.28})$$

On

$$\Psi_L = \begin{pmatrix} \psi_\alpha \\ 0 \end{pmatrix} \quad \Psi_R = \begin{pmatrix} 0 \\ \bar{\chi}^{\dot{\alpha}} \end{pmatrix} \quad (\text{A.29})$$

L'adjoint du spineur de Dirac est noté

$$\bar{\Psi}_D = \Psi_D^\dagger \gamma_0 = \left(\chi^\alpha \quad \bar{\psi}_{\dot{\alpha}} \right) \quad (\text{A.30})$$

On définit le conjugué de charge Ψ_D^c du spineur de Dirac

$$\Psi_D^c = C \bar{\Psi}_D^T = \begin{pmatrix} \chi_\alpha \\ \bar{\psi}^{\dot{\alpha}} \end{pmatrix} \quad (\text{A.31})$$

avec

$$C = \begin{pmatrix} \epsilon_{\alpha\beta} & 0 \\ 0 & \epsilon^{\dot{\alpha}\dot{\beta}} \end{pmatrix} \quad (\text{A.32})$$

Le spineur de Majorana Ψ_M est un spineur de Dirac vérifiant la relation

$$\Psi_M = C\bar{\Psi}_M^T \quad (\text{A.33})$$

Ce qui implique que

$$\psi_\alpha = \chi_\alpha \quad (\text{A.34})$$

Le spineur de Majorana Ψ_M s'écrit à partir d'un unique spineur de Weyl

$$\Psi_M = \begin{pmatrix} \psi_\alpha \\ \bar{\psi}^{\dot{\alpha}} \end{pmatrix} \quad (\text{A.35})$$

Valeurs numériques

Les mesures expérimentales et observationnelles sont données avec des marges d'erreurs. Ces marges d'erreurs sont données avec une probabilité ou un degré de confiance (*confidence level* CL en anglais) qui représente la probabilité que la mesure soit contenue dans cet intervalle d'erreur. Ces probabilités s'expriment en terme de pourcentage ou en terme d'écart-type σ de la distribution de probabilité. Une erreur à 1σ signifie que pour un grand nombre de répétition de la mesure, les résultats se trouvent 68.3% du temps à moins d'un écart-type de la valeur moyenne, le degré de confiance est de 68.3%. Des erreurs à 2σ et à 3σ correspondent respectivement à un degré de confiance de 95.4% et 99.7%.

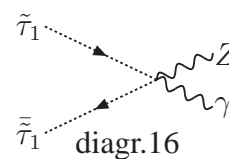
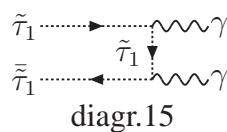
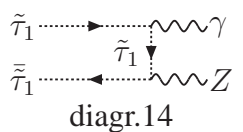
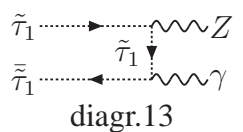
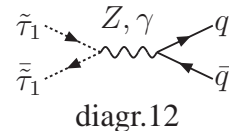
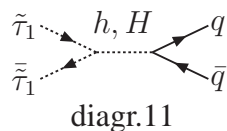
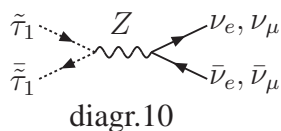
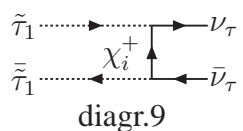
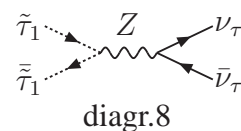
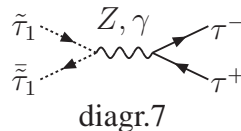
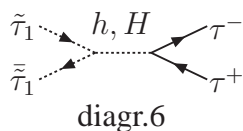
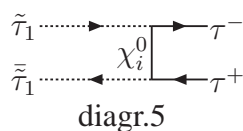
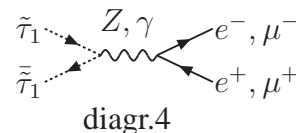
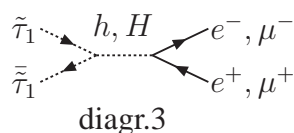
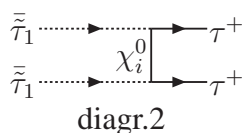
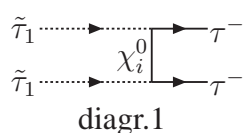
Quelques valeurs numériques utiles [30, 4, 20] sont données dans le tableau suivant (pour les données cosmologiques, les résultats de WMAP sont combinés aux résultats sur les supernovae Ia et les oscillations baryoniques acoustiques dans un modèle Λ CDM)

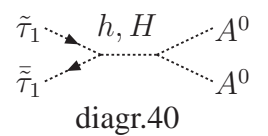
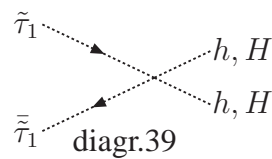
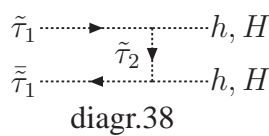
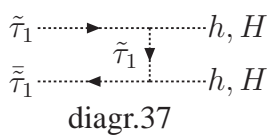
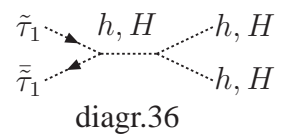
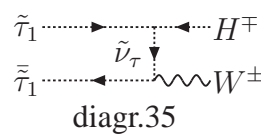
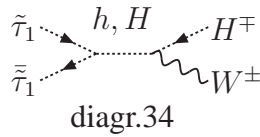
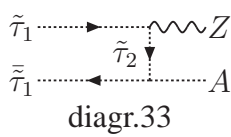
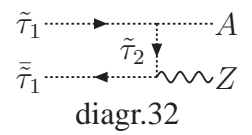
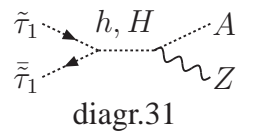
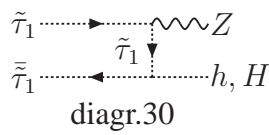
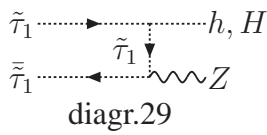
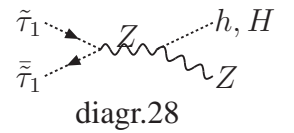
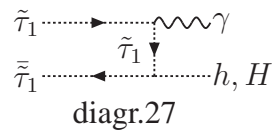
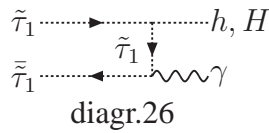
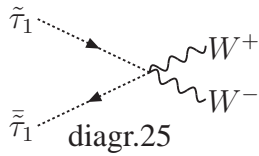
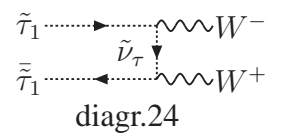
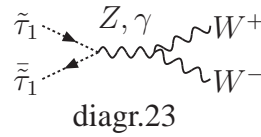
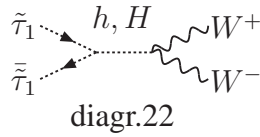
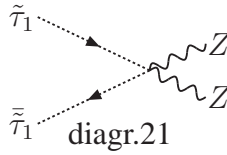
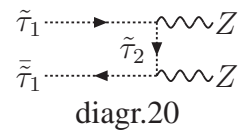
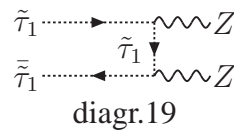
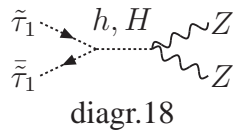
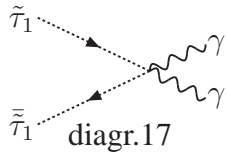
Constante	symbole	valeur
vitesse de la lumière	c	$299792458 \text{ m.s}^{-1}$
constante de Planck réduite	\hbar	$1.05 \times 10^{-34} \text{ J.s} = 6.58 \times 10^{-22} \text{ MeV.s}$
constante de Boltzmann	k_B	$8.617 \times 10^{-5} \text{ eV K}^{-1}$
constante gravitationnelle	G_N	$6.67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$
masse de Planck réduite	M_{Pl}	$2.4 \times 10^{18} \text{ GeV}$
charge de l'électron	e	$1.602 \times 10^{-19} \text{ C}$
masse de l'électron	m_e	0.511 MeV
masse du proton	m_p	938.3 MeV
masse du neutron	m_n	939.6 MeV
masse du boson Z	m_Z	91.19 GeV
masse du boson W	m_W	80.4 GeV
constante de Hubble	H_0	$70.1 \pm 1.3 \text{ km.s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$
constante de Hubble réduite	h	0.701
densité de matière	$\Omega_m h^2$	0.1369 ± 0.003
densité de baryons	$\Omega_b h^2$	0.02265 ± 0.00059
densité d'énergie noire	$\Omega_\Lambda h^2$	0.354 ± 0.008
rapport baryons sur photons	η	$(6.225 \pm 0.170) \times 10^{-10}$
âge de l'Univers	t_0	$13.73 \pm 0.12 \times 10^9 \text{ années}$

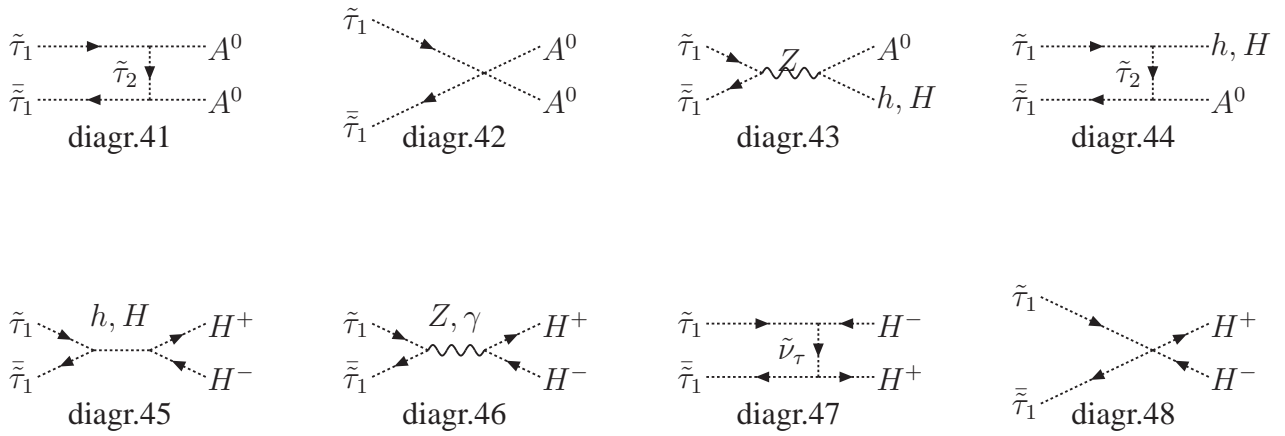
Annexe B

Diagrammes d'annihilation et coannihilation

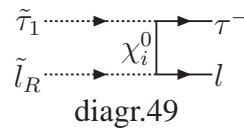
B.1 Annihilation de Stau





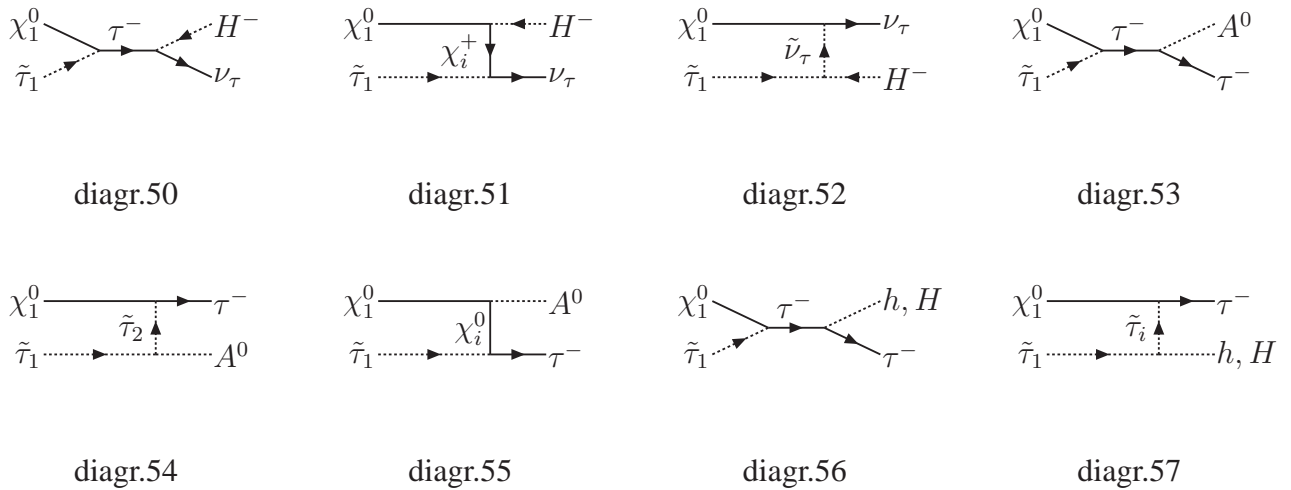


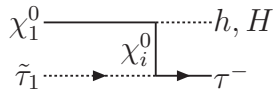
B.2 Coannihilation Stau-Slepton



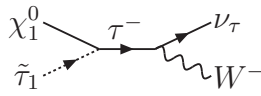
\tilde{l}_R correspond au smuon $\tilde{\mu}_R$ ou au sélectron \tilde{e}_R

B.3 Coannihilation Slepton-Neutralino

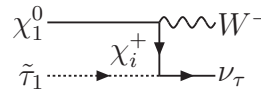




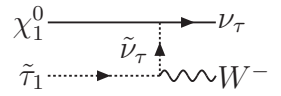
diagr.58



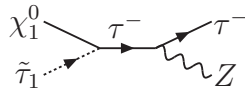
diagr.59



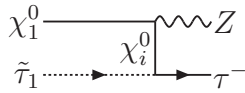
diagr.60



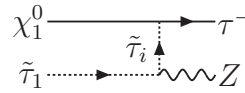
diagr.61



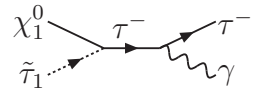
diagr.62



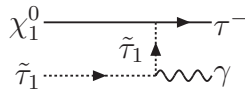
diagr.63



diagr.64

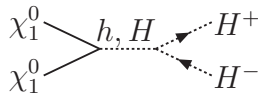


diagr.65



diagr.66

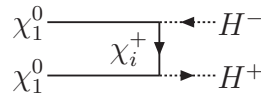
B.4 Annihilation du Neutralino



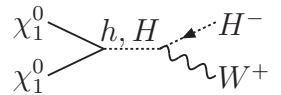
diagr.67



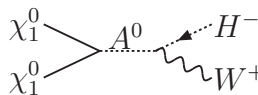
diagr.68



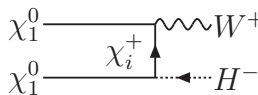
diagr.69



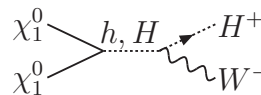
diagr.70



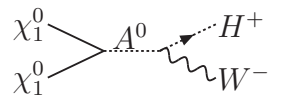
diagr.71



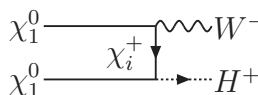
diagr.72



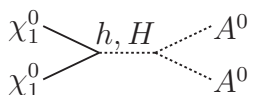
diagr.73



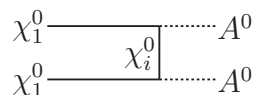
diagr.74



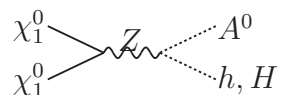
diagr.75



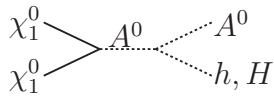
diagr.76



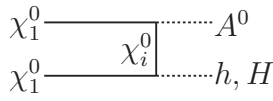
diagr.77



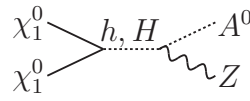
diagr.78



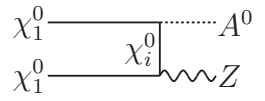
diagr.79



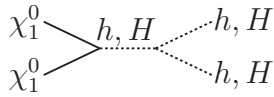
diagr.80



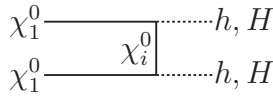
diagr.81



diagr.82



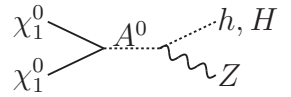
diagr.83



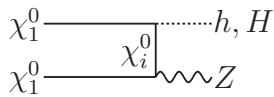
diagr.84



diagr.85



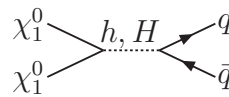
diagr.86



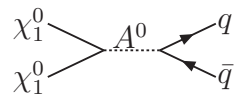
diagr.87



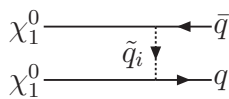
diagr.88



diagr.89



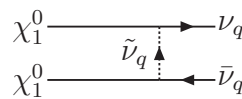
diagr.90



diagr.91



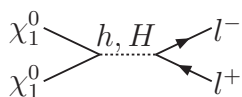
diagr.92



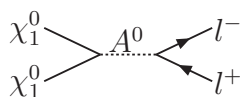
diagr.93



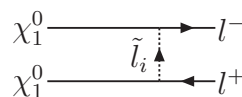
diagr.94



diagr.95



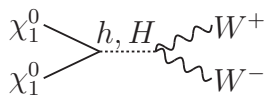
diagr.96



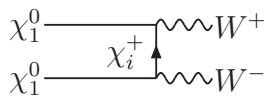
diagr.97



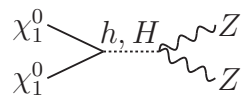
diagr.98



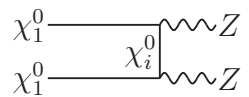
diagr.99



diagr.100



diagr.101



diagr.102

Bibliographie

- [1] E. W. Kolb and M. S. Turner. The Early universe. *Front. Phys.*, 69 :1–547, 1990.
 - [2] P. Peter and J.-P. Uzan. Cosmologie Primordiale. *Coll. Echelles, Ed. Belin*, 2005.
 - [3] D. J. Fixsen et al. The Cosmic Microwave Background Spectrum from the Full COBE/FIRAS Data Set. *Astrophys. J.*, 473 :576, 1996, astro-ph/9605054.
 - [4] G. Hinshaw et al. Five-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations :Data Processing, Sky Maps, & Basic Results. 2008, 0803.0732.
 - [5] W. L. Freedman et al. Final Results from the Hubble Space Telescope Key Project to Measure the Hubble Constant. *Astrophys. J.*, 553 :47–72, 2001, astro-ph/0012376.
 - [6] S. Perlmutter. Supernovae, dark energy, and the accelerating universe : The status of the cosmological parameters. Talk given at 19th International Symposium on Lepton and Photon Interactions at High-Energies (LP 99), Stanford, California, 9-14 Aug 1999.
 - [7] S. Perlmutter et al. Measurements of Omega and Lambda from 42 High-Redshift Supernovae. *Astrophys. J.*, 517 :565–586, 1999, astro-ph/9812133.
 - [8] A. G. Riess et al. Observational Evidence from Supernovae for an Accelerating Universe and a Cosmological Constant. *Astron. J.*, 116 :1009–1038, 1998, astro-ph/9805201.
 - [9] A. V. Filippenko. The Accelerating Universe and Dark Energy : Evidence from Type Ia Supernovae. *Lect. Notes Phys.*, 646 :191–221, 2004, astro-ph/0309739.
 - [10] S. Sarkar. Big bang nucleosynthesis and physics beyond the standard model. *Rept. Prog. Phys.*, 59 :1493–1610, 1996, hep-ph/9602260.
 - [11] K. Griest and D. Seckel. Three exceptions in the calculation of relic abundances. *Phys. Rev.*, D43 :3191–3203, 1991.
 - [12] P. Gondolo and G. Gelmini. Cosmic abundances of stable particles : Improved analysis. *Nucl. Phys.*, B360 :145–179, 1991.
 - [13] J. Edsjo and P. Gondolo. Neutralino relic density including coannihilations. *Phys. Rev.*, D56 :1879–1894, 1997, hep-ph/9704361.
 - [14] P. Gondolo et al. DarkSUSY : Computing supersymmetric dark matter properties numerically. *JCAP*, 0407 :008, 2004, astro-ph/0406204.
 - [15] G. Belanger, F. Boudjema, A. Pukhov, and A. Semenov. micrOMEGAs2.0 : A program to calculate the relic density of dark matter in a generic model. *Comput. Phys. Commun.*, 176 :367–382, 2007, hep-ph/0607059.
-

-
- [16] A. D. Sakharov. Violation of CP Invariance, c Asymmetry, and Baryon Asymmetry of the Universe. *Pisma Zh. Eksp. Teor. Fiz.*, 5 :32–35, 1967.
- [17] M. Fukugita and T. Yanagida. Baryogenesis Without Grand Unification. *Phys. Lett.*, B174 :45, 1986.
- [18] V. A. Kuzmin, V. A. Rubakov, and M. E. Shaposhnikov. On the Anomalous Electroweak Baryon Number Nonconservation in the Early Universe. *Phys. Lett.*, B155 :36, 1985.
- [19] W. Buchmuller, P. Di Bari, and M. Plumacher. Leptogenesis for pedestrians. *Ann. Phys.*, 315 :305–351, 2005, hep-ph/0401240.
- [20] J. Dunkley et al. Five-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations : Likelihoods and Parameters from the WMAP data. 2008, 0803.0586.
- [21] K. Kainulainen, H. Kurki-Suonio, and E. Sihvola. Inhomogeneous big-bang nucleosynthesis in light of recent observations. *Phys. Rev.*, D59 :083505, 1999, astro-ph/9807098.
- [22] K. Jedamzik and J. B. Rehm. Inhomogeneous Big Bang Nucleosynthesis : Upper Limit on Ω_b and Production of Lithium, Beryllium, and Boron. *Phys. Rev.*, D64 :023510, 2001, astro-ph/0101292.
- [23] S. Dimopoulos, R. Esmailzadeh, L. J. Hall, and G. D. Starkman. Is the universe closed by baryons ? Nucleosynthesis with a late decaying massive particle. *Astrophys. J.*, 330 :545, 1988.
- [24] X.-D. Shi, G. M. Fuller, and K. Abazajian. Neutrino-mixing-generated lepton asymmetry and the primordial He-4 abundance. *Phys. Rev.*, D60 :063002, 1999, astro-ph/9905259.
- [25] M. Giovannini and M. E. Shaposhnikov. Primordial magnetic fields, anomalous isocurvature fluctuations and big bang nucleosynthesis. *Phys. Rev. Lett.*, 80 :22–25, 1998, hep-ph/9708303.
- [26] J. B. Rehm and K. Jedamzik. Big bang nucleosynthesis with matter/antimatter domains. *Phys. Rev. Lett.*, 81 :3307–3310, 1998, astro-ph/9802255.
- [27] T. Damour and B. Pichon. Big bang nucleosynthesis and tensor-scalar gravity. *Phys. Rev.*, D59 :123502, 1999, astro-ph/9807176.
- [28] K. Jedamzik. Big bang nucleosynthesis constraints on hadronically and electromagnetically decaying relic particles. *Phys.Rev.D*, 74 :103509, 2006, hep-ph/0604251.
- [29] K Jedamzik. Bounds on long-lived charged massive particles from big bang nucleosynthesis. 2007, arXiv :0710.5153 [hep-ph].
- [30] W.-M. Yao et al. Review of particle physics. *J. Phys.*, G33 :1–1232, 2006.
- [31] D. N. Spergel et al. Wilkinson microwave anisotropy probe (wmap) three year results : Implications for cosmology. *ApJS*, 170, 2007, astro-ph/0603449.
- [32] M. Tegmark et al. Cosmological constraints from the sdss luminous red galaxies. *Phys.Rev.D*, 74, 2006, astro-ph/0608632.
- [33] M. S. Smith, L. H. Kawano, and R. A. Malaney. Experimental, computational, and observational analysis of primordial nucleosynthesis. *Astrophys. J. Suppl.*, 85 :219–247, 1993.
- [34] G. Steigman. Primordial nucleosynthesis in the precision cosmology era. *ARN*, ARNPS :463, 2007, arXiv :0712.1100 [astro-ph].
-

-
- [35] J. M. O’Meara et al. The deuterium to hydrogen abundance ratio towards the qso sdss1558-0031. *Astrophys. J.*, 649 :L61–L66, 2006, astro-ph/0608302.
- [36] T. M. Bania, R. T. Rood, and D. S. Balser. The cosmological density of baryons from observations of $^3\text{he}^+$ in the milky way. *Nature*, 415 :54–57, 2002.
- [37] G. Sigl, K. Jedamzik, D. N. Schramm, and V. S. Berezinsky. Helium photodisintegration and nucleosynthesis : Implications for topological defects, high-energy cosmic rays, and massive black holes. *Phys. Rev.*, D52 :6682–6693, 1995, astro-ph/9503094.
- [38] M. Kawasaki, K. Kohri, and T. Moroi. Big-bang nucleosynthesis and hadronic decay of long-lived massive particles. *Phys.Rev.D*, 71 :083502, 2005, astro-ph/0408426.
- [39] Y.I. Izotov and T.X. Thuan. Systematic effects and a new determination of the primordial abundance of 4he and dy/dz from observations of blue compact galaxies. *Astrophys. J.*, 602 :200–230, 2004, astro-ph/0310421.
- [40] Y. I. Izotov, T. X. Thuan, and G. Stasinska. The primordial abundance of 4He : a self-consistent empirical analysis of systematic effects in a large sample of low-metallicity HII regions. *Astrophys. J.*, 662 :15–38, 2007, astro-ph/0702072.
- [41] K. A. Olive and Evan D. Skillman. A Realistic Determination of the Error on the Primordial Helium Abundance : Steps Toward Non-Parametric Nebular Helium Abundances. *Astrophys. J.*, 617 :29, 2004, astro-ph/0405588.
- [42] J. A. Thorburn. The primordial lithium abundance from extreme subdwarfs : New observations. *Astrophys. J.*, 421 :318–343, 1994.
- [43] P. Bonifacio and P. Molaro. The primordial lithium abundance. *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, 285 :847–861, 1997, astro-ph/9611043.
- [44] S. G. Ryan, , J. E. Norris, and T. C. Beers. The spite lithium plateau : Ultra-thin but post-primordial. *Astrophys. J.*, 523 :654–677, 1999, astro-ph/9903059.
- [45] J. Melendez and I. Ramirez. Reappraising the spite lithium plateau : Extremely thin and marginally consistent with wmap. *Astrophys. J.*, 615 :L33, 2004, astro-ph/0409383.
- [46] C. Charbonnel and F. Primas. The lithium content of the galactic halo stars. 2005, astro-ph/0505247.
- [47] M. Asplund et al. Lithium isotopic abundances in metal-poor halo stars. *Astrophys. J.*, 644 :229–259, 2006, astro-ph/0510636.
- [48] A. Hosford, S. G. Ryan, A. E. Garcia Perez, J. E. Norris, and K. A. Olive. Lithium abundances of halo dwarfs based on excitation temperature. I. LTE. 2008, 0811.2506.
- [49] R. H. Cyburt. Primordial Nucleosynthesis for the New Cosmology : Determining Uncertainties and Examining Concordance. *Phys. Rev.*, D70 :023505, 2004, astro-ph/0401091.
- [50] R. H. Cyburt, B. D. Fields, and K. A. Olive. A Bitter Pill : The Primordial Lithium Problem Worsens. 2008, 0808.2818.
- [51] B. S. Nara Singh, M. Hass, Y. Nir-El, and G. Haquin. A New Precision Measurement of the $^3\text{He}(^4\text{He},\gamma)^7\text{Be}$ Cross section. *Phys. Rev. Lett.*, 93 :262503, 2004, nucl-ex/0407017.
- [52] Gy. Gyurky et al. $^3\text{He}(\alpha,\gamma)^7\text{Be}$ cross section at low energies. *Phys. Rev.*, C75 :035805, 2007, nucl-ex/0702003.
-

-
- [53] F. Confortola et al. Astrophysical S-factor of the He-3(alpha,gamma)Be-7 reaction measured at low energy via prompt and delayed gamma detection. *Phys. Rev.*, C75 :065803, 2007, 0705.2151.
- [54] T. A. D. Brown et al. The $3\text{He} + 4\text{He} \rightarrow 7\text{Be}$ Astrophysical S-factor. *Phys. Rev.*, C76 :055801, 2007, 0710.1279.
- [55] A. Coc, E. Vangioni-Flam, P. Descouvemont, A. Adahchour, and C. Angulo. Updated Big Bang Nucleosynthesis confronted to WMAP observations and to the Abundance of Light Elements. *Astrophys. J.*, 600 :544–552, 2004, astro-ph/0309480.
- [56] R. H. Cyburt, B. D. Fields, and K. A. Olive. Solar neutrino constraints on the bbn production of li. *Phys. Rev.*, D69 :123519, 2004, astro-ph/0312629.
- [57] P. Bonifacio et al. The lithium content of the globular cluster NGC 6397. 2002, astro-ph/0204332.
- [58] A.J. Korn et al. A probable stellar solution to the cosmological lithium discrepancy. *Nature*, 442 :657–659, 2006, astro-ph/0608201.
- [59] R. Cayrel et al. Line shift, line asymmetry, and the $6\text{Li}/7\text{Li}$ isotopic ratio determination. 2007, 0708.3819.
- [60] Kenneth M. Nollett, Martin Lemoine, and David N. Schramm. Nuclear Reaction Rates and Primordial 6Li . *Phys. Rev.*, C56 :1144–1151, 1997, astro-ph/9612197.
- [61] N. Prantzos. Li6 in the early galaxy : energetics, evolution and stellar depletion. 2005, astro-ph/0510122.
- [62] O. Richard, G. Michaud, and J. Richer. Implications of wmap observations on li abundance and stellar evolution models. *Astrophys. J.*, 619 :538–548, 2005, astro-ph/0409672.
- [63] D. Thomas, D. N. Schramm, K. A. Olive, and B. D. Fields. Primordial nucleosynthesis and the abundance of beryllium and boron. *Astrophys. J.*, 406 :569–579, 1993, astro-ph/9206002.
- [64] M. Pospelov. Particle physics catalysis of thermal big bang nucleosynthesis. *Phys. Rev. Lett.*, 98 :231301, 2007, hep-ph/0605215.
- [65] C. Bird, K. Koopmans, and M. Pospelov. Primordial Lithium Abundance in Catalyzed Big Bang Nucleosynthesis. 2007, hep-ph/0703096.
- [66] M. Pospelov. Bridging the primordial $A=8$ divide with Catalyzed Big Bang Nucleosynthesis. 2007, 0712.0647.
- [67] M. Pospelov, J. Pradler, and F. D. Steffen. Constraints on Supersymmetric Models from Catalytic Primordial Nucleosynthesis of Beryllium. 2008, 0807.4287.
- [68] F. Primas, M. Asplund, P. E. Nissen, and V. Hill. The beryllium abundance in the very metal-poor halo star G 64-12 from VLT/UVES observations. 2000, astro-ph/0009482.
- [69] A. M. Boesgaard and M. C. Novicki. Beryllium in the Ultra-Lithium-Deficient, Metal-Poor Halo Dwarf, G186-26. *Astrophys. J.*, 633 :L125–L128, 2005, astro-ph/0509483.
- [70] A. M. Boesgaard and M. C. Novicki. Beryllium in Disk and Halo Stars – Evidence for a Beryllium Dispersion in Old Stars. *Astrophys. J.*, 641 :1122–1130, 2006, astro-ph/0512317.
-

-
- [71] K. Jedamzik. Did something decay, evaporate, or annihilate during big bang nucleosynthesis? *Phys. Rev.*, D70 :063524, 2004, astro-ph/0402344.
- [72] M. Kawasaki and T. Moroi. Electromagnetic cascade in the early universe and its application to the big bang nucleosynthesis. *Astrophys. J.*, 452 :506, 1995, astro-ph/9412055.
- [73] M.H. Reno and D. Seckel. Primordial nucleosynthesis : The effects of injecting hadrons. *Phys.Rev.D*, 37 :3441, 1988.
- [74] J. L. Feng, S. Su, and F. Takayama. Superwimp gravitino dark matter from slepton and sneutrino decays. *Phys.Rev.D*, 70 :063514, 2004, hep-ph/0404198.
- [75] K. Kohri. Primordial nucleosynthesis and hadronic decay of a massive particle with a relatively short lifetime. *Phys. Rev.*, D64 :043515, 2001, astro-ph/0103411.
- [76] A. De Rujula, S. L. Glashow, and U. Sarid. Charged Dark Matter. *Nucl. Phys.*, B333 :173, 1990.
- [77] S. Dimopoulos, D. Eichler, R. Esmailzadeh, and G. D. Starkman. Getting a charge out of dark matter. *Phys. Rev.*, D41 :2388, 1990.
- [78] J. Rafelski, M. Sawicki, M. Gajda, and D. Harley. Reactions of charged massive particle in a deuterium environment. *Phys. Rev.*, A44 :4345, 1991.
- [79] K. Kohri and F. Takayama. Big bang nucleosynthesis with long lived charged massive particles. *Phys. Rev.*, D76 :063507, 2007, hep-ph/0605243.
- [80] M. Kaplinghat and A. Rajaraman. Big bang nucleosynthesis with bound states of long-lived charged particles. *Phys. Rev.*, D74 :103004, 2006, astro-ph/0606209.
- [81] R. H. Cyburt, J. R. Ellis, B. D. Fields, K. A. Olive, and V. C. Spanos. Bound-state effects on light-element abundances in gravitino dark matter scenarios. *JCAP*, 0611 :014, 2006, astro-ph/0608562.
- [82] F. D. Steffen. Constraints on gravitino dark matter scenarios with long-lived charged sleptons. *AIP Conf. Proc.*, 903 :595–598, 2007, hep-ph/0611027.
- [83] J. Pradler and F. D. Steffen. Constraints on the reheating temperature in gravitino dark matter scenarios. *Phys. Lett.*, B648 :224–235, 2007, hep-ph/0612291.
- [84] K. Hamaguchi, T. Hatsuda, M. Kamimura, Y. Kino, and T. T. Yanagida. Stau-catalyzed Li-6 production in big-bang nucleosynthesis. *Phys. Lett.*, B650 :268–274, 2007, hep-ph/0702274.
- [85] M. Kawasaki, K. Kohri, and T. Moroi. Big-Bang Nucleosynthesis with Long-Lived Charged Slepton. *Phys. Lett.*, B649 :436–439, 2007, hep-ph/0703122.
- [86] F. Takayama. Extremely Long-Lived Charged Massive Particles as A Probe for Reheating of the Universe. *Phys. Rev.*, D77 :116003, 2008, 0704.2785.
- [87] T. Jittoh et al. Possible solution to the ${}^7\text{Li}$ problem by the long lived stau. *Phys. Rev.*, D76 :125023, 2007, 0704.2914.
- [88] K. Jedamzik. The cosmic ${}^6\text{Li}$ and ${}^7\text{Li}$ problems and BBN with long-lived charged massive particles. *Phys. Rev.*, D77 :063524, 2008, 0707.2070.
- [89] J. Pradler and F. D. Steffen. Implications of Catalyzed BBN in the CMSSM with Gravitino Dark Matter. *Phys. Lett.*, B666 :181–184, 2008, 0710.2213.
-

-
- [90] J. Kersten and K. Schmidt-Hoberg. The Gravitino-Stau Scenario after Catalyzed BBN. *JCAP*, 0801 :011, 2008, 0710.4528.
- [91] J. Pradler and F. D. Steffen. CBBN in the CMSSM. 2007, 0710.4548.
- [92] M. Kusakabe, T. Kajino, R. N. Boyd, T. Yoshida, and G. J. Mathews. A Simultaneous Solution to the 6Li and 7Li Big Bang Nucleosynthesis Problems from a Long-Lived Negatively-Charged Leptonic Particle. *Phys. Rev.*, D76 :121302, 2007, 0711.3854.
- [93] M. Kusakabe, T. Kajino, R. N. Boyd, T. Yoshida, and G. J. Mathews. The X^- Solution to the 6Li and 7Li Big Bang Nucleosynthesis Problems. 2007, 0711.3858.
- [94] M. Kawasaki, K. Kohri, T. Moroi, and A. Yotsuyanagi. Big-Bang Nucleosynthesis and Gravitino. 2008, 0804.3745.
- [95] F. D. Steffen. Probing the Reheating Temperature at Colliders and with Primordial Nucleosynthesis. 2008, 0806.3266.
- [96] R. N. Cahn and S. L. Glashow. Chemical signatures for superheavy elementary particles. *Science*, 213 :607–611, 1981.
- [97] M. Kamimura, Y. Kino, and E. Hiyama. Big-Bang Nucleosynthesis Reactions Catalyzed by a Long-Lived Negatively-Charged Leptonic Particle. 2008, 0809.4772.
- [98] G. Bertone, D. Hooper, and J. Silk. Particle dark matter : Evidence, candidates and constraints. *Phys. Rept.*, 405 :279–390, 2005, hep-ph/0404175.
- [99] V. C. Rubin, N. Thonnard, and Jr. Ford, W. K. Rotational properties of 21 SC galaxies with a large range of luminosities and radii, from NGC 4605 / $R = 4\text{kpc}/$ to UGC 2885 / $R = 122\text{ kpc}/$. *Astrophys. J.*, 238 :471, 1980.
- [100] K. G. Begeman, A. H. Broeils, and R. H. Sanders. Extended rotation curves of spiral galaxies : Dark haloes and modified dynamics. *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, 249 :523, 1991.
- [101] J. D. Simon, A. D. Bolatto, A. Leroy, L. Blitz, and E. L. Gates. High-Resolution Measurements of the Halos of Four Dark Matter-Dominated Galaxies : Deviations from a Universal Density Profile. *Astrophys. J.*, 621 :757–776, 2005, astro-ph/0412035.
- [102] J. F. Navarro, C. S. Frenk, and S. D. M. White. The Structure of Cold Dark Matter Halos. *Astrophys. J.*, 462 :563–575, 1996, astro-ph/9508025.
- [103] B. Moore, F. Governato, T. Quinn, J. Stadel, and G. Lake. Resolving the Structure of Cold Dark Matter Halos. *Astrophys. J.*, 499 :L5, 1998, astro-ph/9709051.
- [104] B. W. Lee and S. Weinberg. Cosmological lower bound on heavy-neutrino masses. *Phys. Rev. Lett.*, 39 :165–168, 1977.
- [105] S. Dodelson and L. M. Widrow. Sterile-neutrinos as dark matter. *Phys. Rev. Lett.*, 72 :17–20, 1994, hep-ph/9303287.
- [106] A. D. Dolgov and S. H. Hansen. Massive sterile neutrinos as warm dark matter. *Astropart. Phys.*, 16 :339–344, 2002, hep-ph/0009083.
- [107] T. Asaka, S. Blanchet, and M. Shaposhnikov. The nuMSM, dark matter and neutrino masses. *Phys. Lett.*, B631 :151–156, 2005, hep-ph/0503065.
- [108] R. D. Peccei and H. R. Quinn. Constraints Imposed by CP Conservation in the Presence of Instantons. *Phys. Rev.*, D16 :1791–1797, 1977.
-

-
- [109] S. J. Asztalos, L. J. Rosenberg, K. van Bibber, P. Sikivie, and K. Zioutas. Searches for astrophysical and cosmological axions. *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.*, 56 :293–326, 2006.
- [110] G. Servant and T. M. P. Tait. Is the lightest Kaluza-Klein particle a viable dark matter candidate? *Nucl. Phys.*, B650 :391–419, 2003, hep-ph/0206071.
- [111] D. Hooper and S. Profumo. Dark matter and collider phenomenology of universal extra dimensions. *Phys. Rept.*, 453 :29–115, 2007, hep-ph/0701197.
- [112] A. Kusenko and M. E. Shaposhnikov. Supersymmetric Q-balls as dark matter. *Phys. Lett.*, B418 :46–54, 1998, hep-ph/9709492.
- [113] R. Bernabei et al. First results from DAMA/LIBRA and the combined results with DAMA/NaI. 2008, 0804.2741.
- [114] A. Bottino, F. Donato, N. Fornengo, and S. Scopel. Interpreting the recent results on direct search for dark matter particles in terms of relic neutralino. 2008, 0806.4099.
- [115] F. Takayama and M. Yamaguchi. Gravitino dark matter without R-parity. *Phys. Lett.*, B485 :388–392, 2000, hep-ph/0005214.
- [116] G. Moreau and M. Chemtob. R-parity violation and the cosmological gravitino problem. *Phys. Rev.*, D65 :024033, 2002, hep-ph/0107286.
- [117] G. Bertone, W. Buchmuller, L. Covi, and A. Ibarra. Gamma-Rays from Decaying Dark Matter. *JCAP*, 0711 :003, 2007, 0709.2299.
- [118] K. Ishiwata, S. Matsumoto, and T. Moroi. High Energy Cosmic Rays from the Decay of Gravitino Dark Matter. 2008, 0805.1133.
- [119] O. Adriani et al. Observation of an anomalous positron abundance in the cosmic radiation. 2008, 0810.4995.
- [120] J. Chang et al. An excess of cosmic ray electrons at energies of 300.800 GeV. *Nature*, 456 :362–365, 2008.
- [121] H. Baer and X. Tata. Dark matter and the LHC. 2008, 0805.1905.
- [122] M. Milgrom. A Modification of the Newtonian dynamics as a possible alternative to the hidden mass hypothesis. *Astrophys. J.*, 270 :365–370, 1983.
- [123] D. Clowe, A. Gonzalez, and M. Markevitch. Weak lensing mass reconstruction of the interacting cluster 1E0657-558 : Direct evidence for the existence of dark matter. *Astrophys. J.*, 604 :596–603, 2004, astro-ph/0312273.
- [124] D. Clowe et al. A direct empirical proof of the existence of dark matter. *Astrophys. J.*, 648 :L109–L113, 2006, astro-ph/0608407.
- [125] J. D. Bekenstein. Relativistic gravitation theory for the MOND paradigm. *Phys. Rev.*, D70 :083509, 2004, astro-ph/0403694.
- [126] G. W. Angus, H.Y. Shan, H.S. Zhao, and B. Famaey. On the law of gravity, the mass of neutrinos and the proof of dark matter. *Astrophys. J.*, 654 :L13–L16, 2007, astro-ph/0609125.
- [127] S. P. Martin. A supersymmetry primer. 1997, hep-ph/9709356.
- [128] I. J. R. Aitchison. Supersymmetry in particle physics : An elementary introduction. SLAC-R-865.
-

-
- [129] D. Bailin and A. Love. Supersymmetric gauge field theory and string theory. Bristol, UK : IOP (1994) 322 p. (Graduate student series in physics).
- [130] P. Fayet and J. Iliopoulos. Spontaneously Broken Supergauge Symmetries and Goldstone Spinors. *Phys. Lett.*, B51 :461–464, 1974.
- [131] L. O’Raifeartaigh. Spontaneous Symmetry Breaking for Chiral Scalar Superfields. *Nucl. Phys.*, B96 :331, 1975.
- [132] P. Fayet. Spontaneous Supersymmetry Breaking Without Gauge Invariance. *Phys. Lett.*, B58 :67, 1975.
- [133] P. Fayet. Mixing Between Gravitational and Weak Interactions Through the Massive Gravitino. *Phys. Lett.*, B70 :461, 1977.
- [134] P. Fayet. Scattering Cross-Sections of the Photino and the Goldstino (Gravitino) on Matter. *Phys. Lett.*, B86 :272, 1979.
- [135] P. Fayet. Relations Between the Masses of the Superpartners of Leptons and Quarks, the Goldstino Couplings and the Neutral Currents. *Phys. Lett.*, B84 :416, 1979.
- [136] J. Wess and J. Bagger. Supersymmetry and supergravity. Princeton, USA : Univ. Pr. (1992) 259 p.
- [137] P. Fayet. Lower Limit on the Mass of a Light Gravitino from $e^+ e^-$ Annihilation Experiments. *Phys. Lett.*, B175 :471, 1986.
- [138] G. F. Giudice and R. Rattazzi. Theories with gauge-mediated supersymmetry breaking. *Phys. Rept.*, 322 :419–499, 1999, hep-ph/9801271.
- [139] A. de Gouvea, T. Moroi, and H. Murayama. Cosmology of supersymmetric models with low-energy gauge mediation. *Phys. Rev.*, D56 :1281–1299, 1997, hep-ph/9701244.
- [140] P. Fayet. Massive gluinos. *Phys. Lett.*, B78 :417, 1978.
- [141] M. Dine, W. Fischler, and M. Srednicki. Supersymmetric Technicolor. *Nucl. Phys.*, B189 :575–593, 1981.
- [142] S. Dimopoulos and S. Raby. Supercolor. *Nucl. Phys.*, B192 :353, 1981.
- [143] M. Dine and W. Fischler. A Phenomenological Model of Particle Physics Based on Supersymmetry. *Phys. Lett.*, B110 :227, 1982.
- [144] M. Dine and M. Srednicki. More supersymmetric technicolor. *Nucl. Phys.*, B202 :238, 1982.
- [145] M. Dine and W. Fischler. A Supersymmetric GUT. *Nucl. Phys.*, B204 :346, 1982.
- [146] L. Alvarez-Gaume, M. Claudson, and M. B. Wise. Low-Energy Supersymmetry. *Nucl. Phys.*, B207 :96, 1982.
- [147] C. R. Nappi and B. A. Ovrut. Supersymmetric Extension of the $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ Model. *Phys. Lett.*, B113 :175, 1982.
- [148] S. Dimopoulos and S. Raby. Geometric Hierarchy. *Nucl. Phys.*, B219 :479, 1983.
- [149] M. Dine and A. E. Nelson. Dynamical supersymmetry breaking at low-energies. *Phys. Rev.*, D48 :1277–1287, 1993, hep-ph/9303230.
- [150] M. Dine, A. E. Nelson, and Y. Shirman. Low-energy dynamical supersymmetry breaking simplified. *Phys. Rev.*, D51 :1362–1370, 1995, hep-ph/9408384.
-

-
- [151] M. Dine, A. E. Nelson, Y. Nir, and Y. Shirman. New tools for low-energy dynamical supersymmetry breaking. *Phys. Rev.*, D53 :2658–2669, 1996, hep-ph/9507378.
- [152] P. Fayet. Supergauge Invariant Extension of the Higgs Mechanism and a Model for the electron and Its Neutrino. *Nucl. Phys.*, B90 :104–124, 1975.
- [153] P. Fayet. Supersymmetry and Weak, Electromagnetic and Strong Interactions. *Phys. Lett.*, B64 :159, 1976.
- [154] P. Fayet. Spontaneously Broken Supersymmetric Theories of Weak, Electromagnetic and Strong Interactions. *Phys. Lett.*, B69 :489, 1977.
- [155] G. R. Farrar and P. Fayet. Phenomenology of the Production, Decay, and Detection of New Hadronic States Associated with Supersymmetry. *Phys. Lett.*, B76 :575–579, 1978.
- [156] M. M. El Kheishen, A. A. Aboshousha, and A. A. Shafik. Analytic formulas for the neutralino masses and the neutralino mixing matrix. *Phys. Rev.*, D45 :4345–4348, 1992.
- [157] A. Djouadi, J.-L. Kneur, and G. Moultaka. SuSpect : A Fortran code for the supersymmetric and Higgs particle spectrum in the MSSM. *Comput. Phys. Commun.*, 176 :426–455, 2007, hep-ph/0211331.
- [158] J. R. Ellis, J. E. Kim, and D. V. Nanopoulos. Cosmological Gravitino Regeneration and Decay. *Phys. Lett.*, B145 :181, 1984.
- [159] T. Moroi, H. Murayama, and M. Yamaguchi. Cosmological constraints on the light stable gravitino. *Phys. Lett.*, B303 :289–294, 1993.
- [160] M. Bolz, W. Buchmuller, and M. Plumacher. Baryon asymmetry and dark matter. *Phys. Lett.*, B443 :209–213, 1998, hep-ph/9809381.
- [161] M. Bolz, A. Brandenburg, and W. Buchmuller. Thermal Production of Gravitinos. *Nucl. Phys.*, B606 :518–544, 2001, hep-ph/0012052.
- [162] E. Braaten and T. C. Yuan. Calculation of screening in a hot plasma. *Phys. Rev. Lett.*, 66 :2183–2186, 1991.
- [163] J. Pradler and F. D. Steffen. Thermal gravitino production and collider tests of leptogenesis. *Phys. Rev.*, D75 :023509, 2007, hep-ph/0608344.
- [164] J. Pradler. Electroweak Contributions to Thermal Gravitino Production. 2007, 0708.2786.
- [165] V. S. Rychkov and A. Strumia. Thermal production of gravitinos. *Phys. Rev.*, D75 :075011, 2007, hep-ph/0701104.
- [166] L. Covi, M. Grefe, A. Ibarra, and D. Tran. Unstable Gravitino Dark Matter and Neutrino Flux. 2008, 0809.5030.
- [167] K. Kohri, T. Moroi, and A. Yotsuyanagi. Big-bang nucleosynthesis with unstable gravitino and upper bound on the reheating temperature. *Phys. Rev.*, D73 :123511, 2006, hep-ph/0507245.
- [168] H. Goldberg. Constraint on the photino mass from cosmology. *Phys. Rev. Lett.*, 50 :1419, 1983.
- [169] J. R. Ellis, J. S. Hagelin, D. V. Nanopoulos, K. A. Olive, and M. Srednicki. Supersymmetric relics from the big bang. *Nucl. Phys.*, B238 :453–476, 1984.
-

-
- [170] G. Jungman, M. Kamionkowski, and K. Griest. Supersymmetric dark matter. *Phys. Rept.*, 267 :195–373, 1996, hep-ph/9506380.
- [171] H. Pagels and J. R. Primack. Supersymmetry, Cosmology and New TeV Physics. *Phys. Rev. Lett.*, 48 :223, 1982.
- [172] S. Weinberg. Cosmological Constraints on the Scale of Supersymmetry Breaking. *Phys. Rev. Lett.*, 48 :1303, 1982.
- [173] J. L. Feng, A. Rajaraman, and F. Takayama. Superweakly-interacting massive particles. *Phys. Rev. Lett.*, 91 :011302, 2003, hep-ph/0302215.
- [174] J. L. Feng, A. Rajaraman, and F. Takayama. SuperWIMP dark matter signals from the early universe. *Phys. Rev.*, D68 :063504, 2003, hep-ph/0306024.
- [175] J. R. Ellis, K. A. Olive, Y. Santoso, and V. C. Spanos. Gravitino dark matter in the CMSSM. *Phys. Lett.*, B588 :7–16, 2004, hep-ph/0312262.
- [176] J. L. Feng, S. Su, and F. Takayama. Supergravity with a gravitino LSP. *Phys. Rev.*, D70 :075019, 2004, hep-ph/0404231.
- [177] L. Roszkowski, R. Ruiz de Austri, and K.-Y. Choi. Gravitino dark matter in the CMSSM and implications for leptogenesis and the LHC. *JHEP*, 08 :080, 2005, hep-ph/0408227.
- [178] D. G. Cerdeno, K.-Y. Choi, K. Jedamzik, L. Roszkowski, and R. Ruiz de Austri. Gravitino dark matter in the CMSSM with improved constraints from BBN. *JCAP*, 0606 :005, 2006, hep-ph/0509275.
- [179] M. Fujii and T. Yanagida. Natural gravitino dark matter and thermal leptogenesis in gauge-mediated supersymmetry-breaking models. *Phys. Lett.*, B549 :273–283, 2002, hep-ph/0208191.
- [180] M. Fujii, M. Ibe, and T. Yanagida. Thermal leptogenesis and gauge mediation. *Phys. Rev.*, D69 :015006, 2004, hep-ph/0309064.
- [181] M. Lemoine, G. Moutaka, and K. Jedamzik. Natural gravitino dark matter in SO(10) gauge mediated supersymmetry breaking. *Phys. Lett.*, B645 :222–227, 2007, hep-ph/0504021.
- [182] K. Jedamzik, M. Lemoine, and G. Moutaka. Gravitino dark matter in gauge mediated supersymmetry breaking. *Phys. Rev.*, D73 :043514, 2006, hep-ph/0506129.
- [183] F. D. Steffen. Gravitino dark matter and cosmological constraints. *JCAP*, 0609, 001, 2006, hep-ph/0605306.
- [184] S. Bailly, K. Jedamzik, and G. Moutaka. Gravitino Dark Matter and the Cosmic Lithium Abundances. 2008, 0812.0788.
- [185] S. Bailly, K. Jedamzik, and G. Moutaka. en préparation.
- [186] W. de Boer, R. Ehret, and D. I. Kazakov. Predictions of SUSY masses in the minimal supersymmetric grand unified theory. *Z. Phys.*, C67 :647–664, 1995, hep-ph/9405342.
- [187] T. Sjostrand, S. Mrenna, and P. Skands. PYTHIA 6.4 physics and manual. *JHEP*, 05 :026, 2006, hep-ph/0603175.
- [188] W. Buchmuller, K. Hamaguchi, M. Ratz, and T. Yanagida. Supergravity at colliders. *Phys. Lett.*, B588 :90–98, 2004, hep-ph/0402179.
-

-
- [189] R. H. Cyburt, J. R. Ellis, B. D. Fields, and K. A. Olive. Updated nucleosynthesis constraints on unstable relic particles. *Phys. Rev.*, D67 :103521, 2003, astro-ph/0211258.
- [190] W. Hu and J. Silk. Thermalization constraints and spectral distortions for massive unstable relic particles. *Phys. Rev. Lett.*, 70 :2661–2664, 1993.
- [191] L. Chuzhoy and E. W. Kolb. Reopening the window on charged dark matter. 2008, 0809.0436.
- [192] J. R. Ellis, T. Falk, K. A. Olive, and M. Srednicki. Calculations of neutralino stau coannihilation channels and the cosmologically relevant region of MSSM parameter space. *Astropart. Phys.*, 13 :181–213, 2000, hep-ph/9905481.
- [193] J. R. Ellis, K. A. Olive, and Y. Santoso. Calculations of neutralino stop coannihilation in the CMSSM. *Astropart. Phys.*, 18 :395–432, 2003, hep-ph/0112113.
- [194] H. Baer, C. Balazs, and A. Belyaev. Neutralino relic density in minimal supergravity with co- annihilations. *JHEP*, 03 :042, 2002, hep-ph/0202076.
- [195] J. Edsjo, M. Schelke, P. Ullio, and P. Gondolo. Accurate relic densities with neutralino, chargino and sfermion coannihilations in mSUGRA. *JCAP*, 0304 :001, 2003, hep-ph/0301106.
- [196] T. Asaka, K. Hamaguchi, and K. Suzuki. Cosmological gravitino problem in gauge mediated supersymmetry breaking models. *Phys. Lett.*, B490 :136–146, 2000, hep-ph/0005136.
- [197] M. Ratz, K. Schmidt-Hoberg, and M. W. Winkler. A note on the primordial abundance of stau NLSPs. 2008, 0808.0829.
- [198] J. Pradler and F. D. Steffen. Thermal relic abundances of long-lived staus. 2008, 0808.2462.
- [199] K. Jedamzik, K.-Y. Choi, L. Roszkowski, and R. Ruiz de Austri. Solving the cosmic lithium problems with gravitino dark matter in the CMSSM. *JCAP*, 0607 :007, 2006, hep-ph/0512044.
- [200] S. Shirai, F. Takahashi, T. T. Yanagida, and K. Yonekura. Gauge Mediation with Sequestered Supersymmetry Breaking. *Phys. Rev.*, D78 :075003, 2008, 0808.0848.
- [201] K.-Y. Choi, L. Roszkowski, and R. Ruiz de Austri. Determining Reheating Temperature at Colliders with Axino or Gravitino Dark Matter. *JHEP*, 04 :016, 2008, 0710.3349.
- [202] K.-Y. Choi, L. Roszkowski, and Roberto R. de Austri. Determining Reheating Temperature at LHC with Axino or Gravitino Dark Matter. 2008, 0811.2427.
- [203] M. Drees and X. Tata. Signals for heavy exotics at hadron colliders and supercolliders. *Phys. Lett.*, B252 :695–702, 1990.
- [204] A. Nisati, S. Petrarca, and G. Salvini. On the possible detection of massive stable exotic particles at the LHC. *Mod. Phys. Lett.*, A12 :2213–2222, 1997, hep-ph/9707376.
- [205] S. Ambrosanio, G. D. Kribs, and S. P. Martin. Signals for gauge-mediated supersymmetry breaking models at the CERN LEP2 collider. *Phys. Rev.*, D56 :1761–1777, 1997, hep-ph/9703211.
-

-
- [206] J. L. Feng and T. Moroi. Tevatron signatures of long-lived charged sleptons in gauge-mediated supersymmetry breaking models. *Phys. Rev.*, D58 :035001, 1998, hep-ph/9712499.
- [207] S. P. Martin and J. D. Wells. Cornering gauge-mediated supersymmetry breaking with quasi-stable sleptons at the Tevatron. *Phys. Rev.*, D59 :035008, 1999, hep-ph/9805289.
- [208] S. Ambrosanio, B. Mele, S. Petrarca, G. Polesello, and A. Rimoldi. Measuring the SUSY breaking scale at the LHC in the slepton NLSP scenario of GMSB models. *JHEP*, 01 :014, 2001, hep-ph/0010081.
- [209] K. Hamaguchi, Y. Kuno, T. Nakaya, and M. M. Nojiri. A study of late decaying charged particles at future colliders. *Phys. Rev.*, D70 :115007, 2004, hep-ph/0409248.
- [210] J. L. Feng and B. T. Smith. Slepton trapping at the Large Hadron and International Linear Colliders. *Phys. Rev.*, D71 :015004, 2005, hep-ph/0409278.
- [211] A. Brandenburg, L. Covi, K. Hamaguchi, L. Roszkowski, and F. D. Steffen. Signatures of axinos and gravitinos at colliders. *Phys. Lett.*, B617 :99–111, 2005, hep-ph/0501287.
- [212] F. D. Steffen. Collider signatures of axino and gravitino dark matter. 2005, hep-ph/0507003.
- [213] K. Hamaguchi, M. M. Nojiri, and A. de Roeck. Prospects to study a long-lived charged next lightest supersymmetric particle at the LHC. *JHEP*, 03 :046, 2007, hep-ph/0612060.
- [214] J. L. Goity, W. J. Kossler, and M. Sher. Production, collection and utilization of very longlived heavy charged leptons. *Phys. Rev.*, D48 :5437–5439, 1993, hep-ph/9305244.
- [215] W. Buchmuller, K. Hamaguchi, M. Ibe, and T. T. Yanagida. Eluding the BBN constraints on the stable gravitino. *Phys. Lett.*, B643 :124–126, 2006, hep-ph/0605164.
- [216] K. Kawagoe, T. Kobayashi, M. M. Nojiri, and A. Ochi. Study of the gauge mediation signal with non-pointing photons at the CERN LHC. *Phys. Rev.*, D69 :035003, 2004, hep-ph/0309031.
- [217] K. Hamaguchi, E. Nakamura, and S. Shirai. A Measurement of Neutralino Mass at the LHC in Light Gravitino Scenarios. *Phys. Lett.*, B666 :57–61, 2008, 0805.2502.
-

Le gravitino, candidat à la matière noire et les implications en nucléosynthèse primordiale

Résumé : Le modèle standard de la physique des particules a été développé dans les années 1970. Malgré de grands succès expérimentaux, il présente des problèmes qui ne peuvent être résolus qu'avec des extensions du modèle. La supersymétrie est un candidat particulièrement intéressant, qui postule simplement une symétrie supplémentaire entre bosons et fermions. En plus d'apporter des réponses dans le domaine de la physique des particules, la supersymétrie trouve des applications intéressantes en cosmologie. Elle contient des candidats possibles à la matière noire, qui représente 25% de la densité d'énergie de l'Univers et dont la nature est inconnue. Un autre problème cosmologique intéressant est celui des problèmes du lithium dans le cadre de la nucléosynthèse primordiale décrivant la production des éléments légers dans les premières secondes de l'Univers après le Big Bang. Les abondances de lithium prévues par la théorie sont incompatibles avec les observations. J'étudie ici un scénario où une particule supersymétrique, le gravitino, est un candidat à la matière noire et la production de cette particule par désintégration d'autres particules supersymétriques permet de résoudre les problèmes du lithium.

Mots clés : matière noire, BBN, supersymétrie, mSUGRA, GMSB, gravitino, stau, neutralino, lithium

Gravitino, dark matter candidate and implications for big bang nucleosynthesis

Abstract : The Standard Model of particle physics was developed in the 1970s'. Despite many experimental successes, it presents many problems that can only be solved with models beyond the Standard Model. Supersymmetry is an interesting candidate, postulating a new symmetry between fermions and bosons. This model can also have interesting applications in cosmology. It offers potentially good candidates for dark matter, what represents 25% of the energy density of the Universe, and its nature is unknown. Another cosmological problem is the lithium problems in Big Bang Nucleosynthesis describing the production of light elements in the first seconds of the Universe. The lithium abundance predicted by the theory is inconsistent with observations. I study a scenario in which a supersymmetric particle, the gravitino, is the candidate for dark matter and the production of this particle through the decay of other supersymmetric particles may solve the lithium problems.

Key words : dark matter, BBN, supersymmetry, mSUGRA, GMSB, gravitino, stau, neutralino, lithium

Discipline : Physique des particules et cosmologie

Laboratoire de physique théorique et astroparticules, CNRS UMR5207
Université Montpellier II
Case Courrier 070, Bât. 13
place Eugène Bataillon