



**HAL**  
open science

# Modélisation Numérique de la Formation du Noyau Terrestre : Contribution des Impacts Météoritiques.

Julien Monteux

► **To cite this version:**

Julien Monteux. Modélisation Numérique de la Formation du Noyau Terrestre : Contribution des Impacts Météoritiques.. Sciences de la Terre. Université Claude Bernard - Lyon I, 2009. Français. NNT: . tel-00363623

**HAL Id: tel-00363623**

**<https://theses.hal.science/tel-00363623>**

Submitted on 23 Feb 2009

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

N° d'ordre : 006-2008  
N° attribué par la bibliothèque :

## **THÈSE**

en vue d'obtenir le grade de

Docteur de l'Université de Lyon – École Normale Supérieure de Lyon

spécialité : Sciences de la Terre et Univers

Laboratoire de Sciences de la Terre  
École doctorale de Sciences de la Terre

présentée et soutenue publiquement le 14 janvier 2009

**par Monsieur Julien MONTEUX**

---

**Titre :**

**MODÉLISATION NUMÉRIQUE DE LA FORMATION DU NOYAU  
TERRESTRE : CONTRIBUTION DES IMPACTS MÉTÉORITIQUES**

---

Directeurs de thèse : Monsieur Yanick RICARD  
Monsieur Nicolas COLTICE

Après avis de : Monsieur Claude JAUPART, Membre/Rapporteur  
Monsieur Christophe SOTIN, Membre/Rapporteur

Devant la Commission d'examen formée de :  
Monsieur Nicolas COLTICE Membre  
Madame Isabelle DANIEL, Membre  
Monsieur Claude JAUPART, Membre/Rapporteur  
Monsieur Yanick RICARD, Membre  
Monsieur Henri SAMUEL, Membre  
Monsieur Christophe SOTIN, Membre/Rapporteur



## Résumé

Dans cette thèse, nous avons étudié les effets thermiques des impacts météoritiques et leurs contributions à la formation du noyau terrestre par modélisations numériques. Les impacts météoritiques apportent sur leur cible une quantité importante d'énergie. Cette énergie permet une augmentation locale de la température en dessous du point d'impact dans une région sphérique appelée isobaric core et dont le rayon est de l'ordre de grandeur du rayon de l'impacteur. Nous avons montré dans nos modèles que l'augmentation de température est proportionnelle au carré du rayon de la planète impactée.

Un impact géant sur une petite protoplanète engendre une anomalie thermique sans fusion significative. Si l'impacteur est trop petit, l'anomalie thermique va seulement se refroidir par diffusion. Lorsque l'impacteur dépasse une taille critique, l'anomalie thermique subit d'abord une phase advective isotherme puis refroidit par diffusion. L'épaisseur de l'anomalie thermique à la fin de l'étape advective ne dépend que des paramètres rhéologiques du corps impacté.

Lors d'un impact géant sur une protoplanète avec un rayon supérieur au millier de kilomètres, l'énergie apportée par la collision peut s'ajouter à l'énergie fossile issue des radioactivités éteintes et peut générer localement des zones de fusion partielle. Lors des stades primitifs de formation des planètes, de tels événements ont pu provoquer une ségrégation locale entre le fer très dense et les silicates plus légers. L'anomalie chimique de fer a ensuite pu migrer vers le centre de la Terre et contribuer à la formation du noyau terrestre. Nous avons développé des modèles d'évolution thermique par dissipation visqueuse dans la phase métallique plongeant dans du matériel indifférencié. Le réchauffement du fer dépend essentiellement des viscosités mises en jeu dans la dynamique et du volume du diapir de fer. Pour des volumes de fer trop faibles et donc pour des impacteurs de rayons inférieurs à 70 km, la phase métallique plonge en se refroidissant. Lorsque son volume est suffisant, le diapir de fer se réchauffe lors de sa chute vers le centre. Ce chauffage est fonction des paramètres rhéologiques de la planète impactée et notamment des contrastes de viscosité mis en jeu.

Ces résultats soulignent l'importance de l'accrétion sur l'état thermique interne d'une planète en croissance. Nos modèles permettent de mieux contraindre le comportement thermique du fer et la dissipation de l'énergie potentielle du fer une fois le centre de la planète atteint. Ainsi, une planète formée par l'accrétion de petits impacteurs peut potentiellement avoir un noyau avec une température liée aux vitesses d'impacts mais le chauffage visqueux concernera essentiellement le matériel indifférencié.



## Remerciements

Ce manuscrit est le fruit de trois années et demie de thèse. Cette période doctorale m'a permis un épanouissement tant sur le plan personnel que sur le plan professionnel qui n'aurait eu lieu sans l'aide et les rencontres avec les personnes auxquelles j'adresse ici toute ma gratitude.

Je tiens tout d'abord à remercier mes deux co-encadrants : Yanick Ricard et Nicolas Coltice. Ces travaux n'auraient pu être réalisés sans leur aide généreuse. Leur rigueur scientifique n'aura eu d'égal que leur enthousiasme contagieux. Je les remercie pour leurs encouragements dans les moments difficiles et pour les grands moments sportifs vécus sur les terrains de squash ou de jorky.

Je tiens aussi à remercier tout particulièrement Fabien Dubuffet pour son aide précieuse et patiente dans le développement des outils numériques mais aussi pour être un collègue de travail sur lequel on peut toujours compter.

Je souhaiterais remercier les membres du jury d'avoir accepté de poser un regard critique sur mes travaux de recherche.

Je n'aurais pu mener de front mes projets scientifiques et mon monitorat puis mon ATER sans un planing d'enseignement optimal et adapté à mon activité de recherche. Je remercie donc les personnes qui m'ont encadrées pendant mon activité d'enseignement et tout particulièrement Isabelle Daniel, Pascal Allemand et Francis Albarède.

Je tiens aussi à remercier les scientifiques qui m'ont accordé leur confiance en me permettant de participer à des activités de recherches excitantes et d'élaborer des projets de recherche qui seront, je l'espère, développés plus tard. Ainsi, je tiens à remercier entre autres Stéphane Labrosse, Gabriel Tobie, Gael Choblet et Mark Jellinek.

Merci à tous les personnes que j'ai pu côtoyer pendant ces années au sein de l'U.F.R. de Sciences de la Terre de Lyon et qui ont contribué, d'une façon ou d'une autre, à mon développement professionnel. Merci ainsi à tous les co-bureaux, doctorants, post-doctorants, chercheurs, personnels de labo des deux laboratoires qui ont participé à la création d'un environnement de travail stimulant dans une ambiance amicale.

Enfin, je tiens enfin à remercier mon entourage proche (famille, belle-famille et amis) pour leurs encouragements avec une mention spéciale pour Pauline et son soutien quotidien sans faille.



# Table des matières

<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>1 De la nébuleuse aux planètes rocheuses</b>	<b>5</b>
1.1 Formation des planètes . . . . .	6
1.1.1 Des poussières aux planétésimaux . . . . .	8
1.1.2 Des planétésimaux aux protoplanètes . . . . .	8
1.1.3 Impacts météoritiques géants . . . . .	14
1.2 Les météorites témoins des premiers âges . . . . .	20
1.2.1 Les chondrites . . . . .	20
1.2.2 Les achondrites . . . . .	21
1.3 Modèles internes des objets du système solaire . . . . .	22
1.3.1 Modèles internes des planètes telluriques . . . . .	24
1.3.2 Modèles internes des planètes gazeuses . . . . .	25
1.3.3 Modèles internes de deux satellites de Jupiter : Callisto et Ganymède . . . . .	26
1.3.4 Modèle interne d'un astéroïde différencié : Vesta . . . . .	27
1.4 Conclusion . . . . .	27
<b>2 Le chauffage des planétésimaux et des protoplanètes</b>	<b>29</b>
2.1 Chauffage par radioactivités éteintes . . . . .	29
2.2 Chauffage par impact météoritique . . . . .	31
2.2.1 Vitesse et fréquence d'impact . . . . .	31
2.2.2 Répartition de l'énergie d'impact . . . . .	32
2.2.3 Physique de l'impact . . . . .	33
2.2.4 Augmentation locale de la pression suite à un impact . . . . .	34
2.2.5 Répartition de l'augmentation de la température . . . . .	36
2.2.6 Effet de la déformation post-impact . . . . .	38
2.3 Conclusion . . . . .	39
<b>3 La séparation des phases</b>	<b>41</b>



3.1	Fusion dans le système Fer/Silicates . . . . .	42
3.1.1	Fusion dans la phase métallique . . . . .	42
3.1.2	Fusion dans la phase silicatée . . . . .	44
3.1.3	Fusion partielle en fonction de la taille de la planète . . . . .	47
3.2	Transport de la phase métallique dans l'isobaric core . . . . .	50
3.2.1	Percolation du métal liquide dans une matrice silicatée . . . . .	51
3.2.2	Pluie métallique en milieu liquide . . . . .	53
3.3	Transport de la phase métallique vers le centre de la planète . . . . .	55
3.3.1	Hydrofracturation . . . . .	55
3.3.2	Instabilités de Rayleigh-Taylor . . . . .	56
3.4	Conclusion . . . . .	56
<b>4</b>	<b>Modélisation thermo-mécanique sans séparation de phases</b>	<b>59</b>
4.1	Modèle physique . . . . .	59
4.1.1	Equations générales . . . . .	59
4.1.2	Adimensionnement et approximations . . . . .	60
4.2	Modèle numérique . . . . .	62
4.3	Benchmark du modèle numérique . . . . .	65
4.3.1	Fonction de courant . . . . .	65
4.3.2	Diffusion . . . . .	66
4.4	Dynamique de réajustement thermo-mécanique après impact . . . . .	67
	<b>Article : Thermo-mechanical adjustment after impacts during planetary growth</b>	<b>69</b>
	Introduction . . . . .	70
	Model description . . . . .	71
	Thermal state after an impact . . . . .	71
	Thermo-mechanical model . . . . .	73
	Results . . . . .	75
	Advective stage and Diffusive stage . . . . .	75
	Time and length scales . . . . .	77
	Discussion and conclusion . . . . .	80
<b>5</b>	<b>Modélisation thermo-mécanique avec séparation de phases</b>	<b>83</b>
5.1	Modèle physique . . . . .	84
5.2	Modèle numérique . . . . .	87
5.3	Benchmark du modèle numérique . . . . .	90
5.3.1	Résolution des équations mécaniques . . . . .	90
5.3.2	Résolution des équations de transport . . . . .	93
5.4	Dynamique d'une anomalie thermique sphérique . . . . .	98

5.5	Dynamique de l'anomalie thermo-chimique post-impact . . . . .	101
5.5.1	Séparation partielle du Fer . . . . .	101
5.5.2	Modèle de séparation Fer/silicates . . . . .	105
<b>Article : A Model of Metal-Silicate Separation on Growing Planets</b>		<b>107</b>
	Introduction . . . . .	107
	Thermo-chemical state after large impact . . . . .	108
	Thermal state . . . . .	108
	Compositional state . . . . .	110
	Dynamic model of differentiation . . . . .	111
	Physical model . . . . .	111
	Numerical model . . . . .	113
	Thermal evolution of sinking metallic diapir : Analytical considerations . . . . .	114
	Sinking velocity . . . . .	114
	Global energy conversion . . . . .	115
	Maximum temperature . . . . .	116
	Thermal regime of the metallic sphere . . . . .	117
	Numerical models . . . . .	120
	Numerical models of sinking metallic drops . . . . .	120
	Application to global evolution after an impact . . . . .	122
	Discussion and conclusion . . . . .	129
<b>Conclusion</b>		<b>133</b>
<b>Perspectives</b>		<b>135</b>
<b>Annexe A : Méthode détaillée de résolution des équations de la convection</b>		<b>137</b>
	Résolution de l'équation de Navier-Stokes . . . . .	137
	Résolution de l'équation de la chaleur . . . . .	146
<b>Annexe B : Deformation and rupture of the oceanic crust may control growth of Hawaiian volcanoes</b>		<b>149</b>



# Introduction

La plupart des planètes et des lunes actuelles du système solaire possèdent un noyau dense composé de métaux ou de roches entouré de matériel plus léger (roche ou glace). Par exemple, la Terre est essentiellement composée de deux phases : une phase métallique constituant le noyau et une phase silicatée composante majeure du manteau susjacent.

Cette structure minimisant l'énergie gravitationnelle implique des mécanismes et des échelles de temps largement débattus. Pour expliquer une telle structure, l'hypothèse d'une accréation hétérogène a d'abord été évoquée (*Wanke, 1981*). Selon cette première hypothèse, l'accréation terrestre aurait d'abord fait intervenir du matériel métallique formant le noyau puis du matériel silicaté pour former le manteau. Cette théorie explique difficilement la présence d'éléments légers dans le noyau et a laissé place à une seconde hypothèse d'une accréation homogène (*Stevenson, 1990*) selon laquelle les planètes se sont formées par accréation de matériel composé de fer réparti uniformément dans une matrice silicatée : le matériel indifférencié.

La théorie de l'accréation homogène est largement admise et la composition actuelle des grands réservoirs géochimiques laissent donc penser que la Terre a subi dans son histoire un processus majeur de différenciation séparant le fer dans le noyau et les silicates dans le manteau. La différenciation des planètes telluriques s'est produite pendant les dernières étapes d'accréation ou juste après leur formation quelques dizaines de millions d'années après la formation des premiers corps solides (*Yin et al., 2002; Kleine et al., 2002; Touboul et al., 2007*). Cette différenciation nécessite l'intervention de phénomènes de fusion. Les expérimentations à hautes pressions et hautes températures en laboratoire montrent que les températures de fusion des deux phases sont fonction de leurs compositions chimiques et des conditions thermo-

dynamiques dans lesquelles elles se trouvent. La différenciation nécessite un apport énergétique important lié à l'histoire primitive de formation des planètes.

En effet, les premières étapes de la formation des planètes ont joué un rôle primordial sur leurs évolutions thermo-chimiques et leurs futures structures internes. Les planètes du système solaire se sont formées à partir d'un disque protoplanétaire composé de poussières et de gaz. Par cohésion et par instabilités gravitationnelles, des corps de plus en plus volumineux se sont rapidement formés. Les planétésimaux ainsi formés ont pu incorporer des éléments tels que le  $^{26}\text{Al}$  et le  $^{60}\text{Fe}$  qui lors de leurs désintégrations ont libéré une quantité importante de chaleur. Cette chaleur a pu permettre des épisodes de différenciation chez les petits planétésimaux. Les impacts entre planétésimaux ont permis la formation de protoplanètes avec des rayons importants ( $> 1000\text{km}$ ). Les vitesses d'impact et les énergies apportées suite aux collisions entre deux corps ont fortement été influencées par les rayons des corps en présence dans le système solaire. Pour des corps suffisamment gros formés en quelques millions d'années, les impacts permettent un apport considérable d'énergie.

L'épisode de séparation entre fer et silicates semble donc être fortement lié aux phénomènes d'accrétions notamment au niveau des échelles de temps. Les chaleurs de désintégration des isotopes à courtes périodes ne peuvent pas apporter suffisamment d'énergie pour faire fondre le matériel indifférencié. Les protoplanètes volumineuses nécessitent un temps d'accrétion trop long pour que la chaleur de désintégration permette de séparer le fer dense des silicates légers dans des planètes. Les impacts météoritiques lors de stades avancés de la croissance des planètes ont donc pu jouer un rôle important dans la séparation des phases silicatées et métalliques. Les impacts météoritiques géants pourraient être responsables de fusion à l'échelle planétaire et ainsi de la formation d'océans magmatiques primitifs qui auraient pu être des lieux préférentiels de séparation fer/silicates.

La répartition de l'énergie suivant un impact météoritique géant et la conversion de cette énergie en chaleur sont difficiles à prédire. Seule les approches numériques permettent de contraindre cette répartition (*Croft, 1982; Tonks and Melosh, 1992; Pierazzo et al., 1997*). Les résultats montrent que la variation d'énergie thermique suivant un impact géant sur une planète se répartit principalement dans une région sphérique avec un rayon de l'ordre de

grandeur du rayon de l'impacteur. L'augmentation de température qui en résulte est fonction du rayon du corps impacté. Pour des planètes suffisamment volumineuses, cette région sphérique a aussi pu être le lieu d'une importante différenciation et de phénomènes de migration à grande échelle du matériel métallique contribuant ainsi à la formation du noyau des planètes. L'énergie gravitationnelle libérée par de tels événements est une source de chaleur importante qui pourrait elle aussi contribuer à la séparation fer/silicates.

Cette thèse propose de comprendre les effets thermiques des impacts météoritiques et leurs contributions à la formation du noyau des planètes en croissance par la modélisation. Après avoir détaillé les modalités de croissance des objets du système solaire, les sources d'énergie thermique primitives puis les processus possibles de migration du fer dans une région partiellement fondue, nous présenterons les modèles numériques de réajustement thermo-mécanique suivant un impact météoritique sans séparation de phases caractéristiques des protoplanètes trop petites pour qu'un impact provoque une fusion partielle significative dans le système fer/silicates. Puis nous présenterons des modèles numériques de réajustement thermo-chimique suivant un impact géant provoquant la fusion de la phase métallique puis sa migration vers le centre de la planète impactée contribuant ainsi à la formation d'un noyau métallique.



# Chapitre 1

## De la nébuleuse aux planètes rocheuses

Le système solaire s'est formé il y a plus de  $4567.2 \pm 0.6$  millions d'années. Durant l'effondrement de la nébuleuse présolaire, la température augmente fortement et rapidement dans la nébuleuse puis diminue (*Encrenaz et al.*, 2003). La combustion de l'hydrogène se déclenche et le Soleil démarre son activité intense. L'hydrogène, l'hélium et les éléments volatiles sont éjectés vers l'extérieur du disque de gaz entourant le Soleil. Les composés chimiques du système solaire se condensent en fonction de leur température et donc de leur éloignement au soleil. Les métaux se condensent près de l'étoile centrale, les roches associées à des métaux un peu plus loin et les glaces se forment au delà d'une limite appelée "limite de glace".

Des instabilités et des collisions dans la zone de condensation des roches forment les planétésimaux puis des planètes telluriques (Mercure, Vénus, Terre, Mars). Plus loin, les planètes gazeuses (Jupiter, Saturne, Uranus et Neptune) se forment avec un rapport solide/gaz faible.

Il existe des différences fondamentales entre les poussières ou les grains millimétriques ayant composé le nuage circumstellaire et les planètes du système solaire telles que nous les connaissons aujourd'hui. Afin de comprendre la composition chimique et les caractéristiques



thermo-dynamiques des planètes, il est nécessaire de comprendre les mécanismes ayant permis l'accumulation de matière conduisant à la formation des planètes. Les matériaux constituant les planètes se sont agglomérés lors de la phase d'accrétion grâce aux phénomènes tels que les instabilités gravitationnelles et les impacts météoritiques. Ces processus mettent en jeu non seulement des échanges de matière mais aussi d'importantes quantités d'énergie.

## 1.1 Formation des planètes

La théorie admise jusque vers les années 1980 sur l'accrétion des planètes du système solaire était celle de l'effondrement gravitationnel. Le refroidissement de la nébuleuse pré-solaire aurait entraîné une diminution de l'agitation thermique. La force d'attraction entre les particules aurait permis, localement, de former rapidement des corps volumineux : les planètes. A partir de 1940, isolée de tout contact scientifique avec l'extérieur de l'U.R.S.S., l'équipe soviétique de Schmidt a montré que les orbites quasi-circulaires des diverses planètes du système solaire étaient la conséquence de l'interaction progressive d'une multitude de protoplanètes d'orbites elliptiques quelconques. Les élèves de Schmidt (Safronov et Levin) ont ainsi développé la théorie selon laquelle l'accrétion des corps se fait progressivement et implique le disque protoplanétaire dans son intégralité (Fig. 1.1) (*Schmidt*, 1944; *Safronov*, 1969). Selon cette théorie, les forces gravitationnelles interviennent peu dans la concentration des planétésimaux. Les corps les plus volumineux contrôlent les vitesses de dispersion et les corps grandissent avec le même taux de croissance.

Les planètes gazeuses ou géantes ont la particularité de posséder une atmosphère qui peut représenter plus de 90% de sa masse totale. Il existe deux modèles de formation des planètes géantes. Le premier est le modèle d'instabilité gravitationnelle (*Boss*, 1997) : une instabilité dans le disque protoplanétaire provoque un effondrement brutal et une fragmentation en corps avec des masses de l'ordre de celle de Jupiter. Le deuxième est le modèle "coeur solide" (*Mizuno et al.*, 1978) : un embryon de silicates et de glaces se forme rapidement. La croissance de l'embryon accrete une enveloppe de gaz qui s'effondre sur le noyau rocheux lorsque sa masse est suffisante. Seul le deuxième modèle explique l'enrichissement des

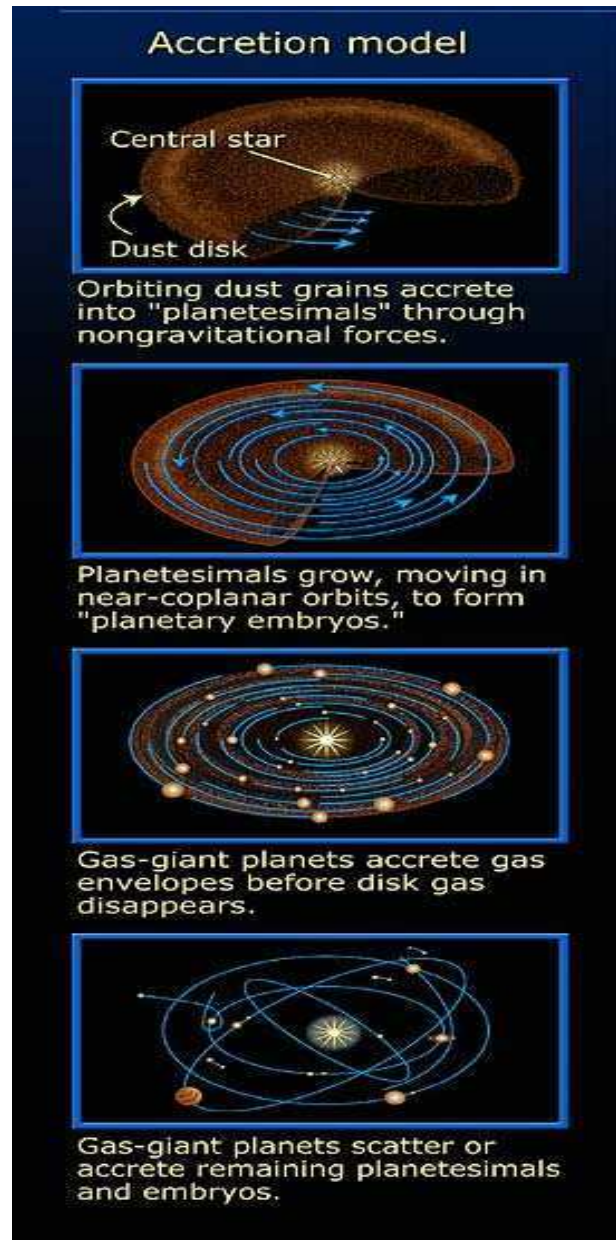


FIG. 1.1 – Les principales étapes de formation des planètes selon *Safronov* (1969). (De haut en bas : de la plus ancienne à la plus récente)

planètes géantes de notre système en éléments lourds. Cependant, seul le premier modèle peut expliquer les planètes extra-solaires de type "Jupiter chaud".

Le modèle standard de formation des planètes rocheuses ou telluriques (*Safronov*, 1969;

*Canup et al.*, 2000) commence avec un disque protoplanétaire de gaz et de poussières tournant autour d'une proto-étoile et se poursuit en 3 étapes. L'accrétion des particules de poussière forment des planétésimaux de tailles kilométriques (en  $\sim 10^6$  ans), l'accumulation de planétésimaux produit des embryons planétaires de la taille de Mars (en  $\sim 10^{5-6}$  ans) et les impacts géants ont lieu entre embryons planétaires ou protoplanètes. Cette dernière phase est plus longue ( $\sim 10^{7-8}$  ans) et permet de former des planètes de la taille de la Terre.

### 1.1.1 Des poussières aux planétésimaux

Les disques protoplanétaires sont principalement composés de gaz et contiendraient une fraction massique de poussières inférieure 1% (*Ida et al.*, 2001). Durant les premières étapes de formation des planètes dans le nuage de gaz circumstellaire, les collisions ont permis d'agglomérer les grains de poussières. Ces particules passent d'une taille micrométrique à une taille centimétrique (*Safronov*, 1969; *Wurm and Blum*, 2000). Les processus évoqués pour permettre la formation de planétésimaux de tailles kilométriques sont les instabilités gravitationnelles (*Goldreich and Ward*, 1973) ou le "collage" par collisions (*Weidenschilling and Cuzzi*, 1993). Ce processus est modélisé par des codes 3D biphasés (Gaz+poussières) "Smoothed Particles Hydrodynamics (S.P.H.)" (*Barrière-Fouchet et al.*, 2005; *Laibe et al.*, 2008). Ces particules centimétriques migrent ensuite rapidement vers la partie centrale du disque où leurs concentrations augmentent. La croissance des particules devient ainsi plus efficace.

Les corps formés sont des planétésimaux et ont des rayons de plusieurs dizaines de kilomètres. Ces blocs sont concentrés initialement dans des régions gazeuses soumises à de hautes pressions. Des instabilités dans le couplage solide/gaz favorisent ensuite la croissance de planétésimaux (*Youdin*, 2005; *Johansen and Youdin*, 2007). Ces planétésimaux vont ensuite s'agglomérer pour former des protoplanètes.

### 1.1.2 Des planétésimaux aux protoplanètes

Lorsque deux objets d'orbites et de tailles différentes se percutent, le choc peut être plus ou moins élastique et les impacteurs peuvent de façon générale rebondir et repartir dans

d'autres directions, se briser et donner de plus petits fragments ou s'agglomérer et donner un seul élément plus gros.

Il existe principalement deux méthodes d'étude de formation des protoplanètes à partir de planétésimaux. La première est une approche moyennée, statistique basée sur la cinématique des planétésimaux. Ce type d'études s'intéresse aux probabilités de collision et aux modifications du chemin d'un planétésimal passant près d'une protoplanète plus massive. L'attraction gravitationnelle tend à augmenter la probabilité d'être impacté (la section efficace de collision) des planétésimaux les plus gros. Ce dernier phénomène est appelé "gravitational scattering". L'avantage de cette méthode est de pouvoir utiliser un grand nombre d'éléments et ainsi de modéliser l'effet de la fragmentation. Les orbites sont cependant moyennées (*Wetherill and Stewart, 1989*). La deuxième approche est une approche discrète basée sur des simulations 2D ou 3D à N-corps avec jusqu'à 5000 planétésimaux (*Kokubo and Ida, 1996, 1998; Richardson et al., 2000*). Cette méthode est certes très précise (évolution de la masse, de la position et des vitesses calculées simultanément sans approximation) mais est limitée en nombre d'éléments. Cette limitation en nombre de planétésimaux étudiés empêche donc d'observer l'effet de la fragmentation des corps même si celui-ci est important surtout pendant l'accrétion tardive des planètes (*Wetherill and Stewart, 1989*).

De façon générale, ni l'approche moyennée ni l'approche discrète ne traitent convenablement la fragmentation et l'aggrégation des corps. Les lois de fragmentation/aggrégation sont soit paramétrées de façon empirique (*Holsapple, 1994*), soit chaque collision est supposée parfaitement anélastique et conduire au collage des impacteurs (*Agnor et al., 1999; Kokubo and Ida, 2000*). Des mesures de laboratoire de probabilités de fragmentation/aggrégation existent (*Wurm and Blum, 2000*) mais sont d'interprétation délicate. Les simulations numériques d'évolution des disques protoplanétaires montrent que le passage de planétésimaux aux protoplanètes se fait en deux étapes successives.

### Stade de croissance dit "runaway"

Ce stade de croissance a d'abord été mis en évidence par *Wetherill and Stewart* (1989) grâce à l'étude de la formation des planétésimaux par la théorie cinétique "particle in a box". Le mode de croissance "runaway" est mis en évidence en tenant compte de la présence de grains dans la distribution initiale, de la fragmentation et de la friction dynamique des gros planétésimaux par les plus petits. La friction dynamique induit des faibles excentricités et inclinaisons aux planétésimaux les plus massifs et réduit les vitesses relatives entre les corps les plus gros (*Stewart and Wetherill*, 1988).

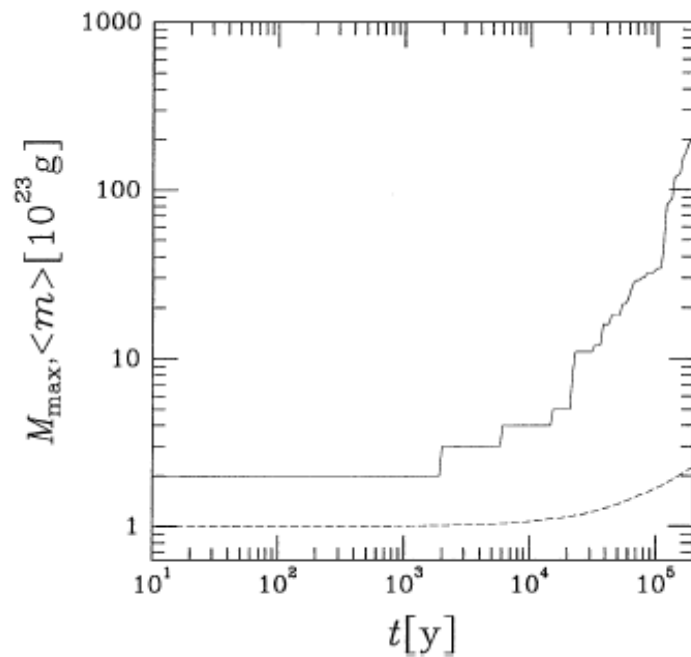


FIG. 1.2 – Evolution en fonction du temps de la masse maximale (trait plein) et de la masse moyenne du système (trait tireté) pendant le stade "runaway". Selon *Kokubo and Ida* (2000).

Les modèles numériques de *Kokubo and Ida* (1996, 2000) permettent de caractériser ce stade de croissance par des simulations à N-corps en 3 dimensions. Durant ce stade, le taux de croissance des planetesimaux  $dM/dt$  varie typiquement comme  $M^{4/3}$  et le taux de croissance du rayon comme  $dR/dt \propto R^4$ . Quand les vitesses de collision entre éléments sont faibles et la convergence gravitationnelle importante, les corps les plus gros grossissent plus vite que

les plus autres et se séparent ainsi du reste de la distribution des masses. Dans ces modèles, l'effet du rebond d'un planétésimal sur l'autre et de la fragmentation sont négligés. Quand deux corps sont suffisamment proches, (distance inférieure à la somme de leurs rayons), ils entrent en collision. La collision est considérée comme parfaite au sens où elle mène toujours à l'accrétion. Seuls les modèles de *Kokubo and Ida* (2000) tiennent compte de l'effet de la présence de gaz dans la nébuleuse. Leurs résultats, dans des simulations comprenant initialement 3000 corps de mêmes masses, montrent que le rapport entre la masse maximale atteinte par un corps et la masse moyenne des corps augmente avec le temps. En 200 000 ans, le nombre de corps passe de 3000 à 1322 et les corps les plus gros voient leurs masses multipliées par 200 alors que la masse moyenne a seulement doublé (Fig. 1.2). Pendant ce stade, pour  $10^{20} \text{ kg} < m < 10^{21} \text{ kg}$ , en ajustant la distribution du nombre de corps  $N_C$  en fonction de leurs masses  $m$  par une relation du type :

$$\frac{dN_C}{dm} \sim n \sim m^\alpha, \quad (1.1)$$

avec  $n$  le nombre de corps dans chaque intervalle de masse, *Kokubo and Ida* (2000) obtiennent  $\alpha < -2$  ce qui est caractéristique du stade "runaway" avec accrétion idéale. Le corps le plus gros est à l'écart de cette distribution de masse (Fig. 1.3).

Ces résultats sont en accord avec les précédents modèles où la croissance des proto-planètes se fait dans un milieu dépourvu de gaz ("gas-free") (*Kokubo and Ida*, 1996, 1998). Le gaz a seulement pour effet de diminuer les vitesses de dispersions et les excentricités des planétésimaux. Comme la masse totale est  $\int nm dm \sim m^{\alpha+2}$ ,  $\alpha < -2$  signifie que les petits corps contiennent l'essentiel de la masse.

La croissance durant le stade "runaway" est aussi influencée et facilitée par la présence de corps massifs dans le disque protoplanétaire (*Kortenkamp et al.*, 2001). Au fur et à mesure de leurs croissances, les planétésimaux résultant de ce stade ("runaway planetesimals") commencent à interagir les uns avec les autres.

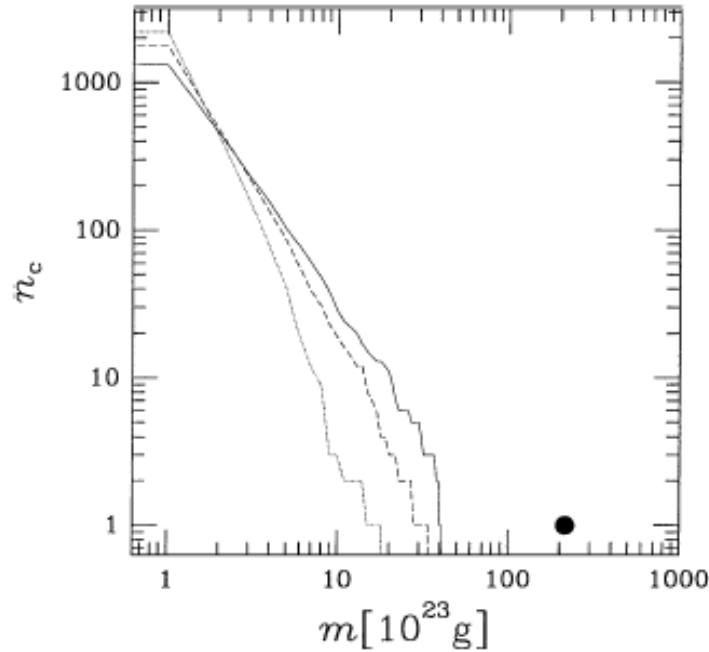


FIG. 1.3 – Nombre cumulé de planétésimaux en fonction de leurs masses pendant le stade "runaway" pour  $t = 50\,000$  ans (trait pointillé),  $t = 100\,000$  ans (trait tireté) et  $t = 200\,000$  ans (trait plein). Une protoplanète formée en 200 000 ans est représentée sur la figure par un point. Selon *Kokubo and Ida* (2000)

### Stade de croissance oligarchique

Les premières protoplanètes se forment à l'issue du stade de croissance runaway. Les collisions et le taux de croissance des protoplanètes sont ensuite régulés par la dispersion due aux interactions entre deux protoplanètes et par la friction dynamique due aux interactions protoplanètes-planétésimaux (*Kokubo and Ida*, 1995). Lors de la dispersion, la friction dynamique n'est pas efficace. Les excentricités des protoplanètes et la distance orbitale entre protoplanètes augmentent. La formation de corps de masses importantes entraîne l'apparition d'un phénomène de dispersion qui conduit à un éclaircissement de la région environnante de la protoplanète. Ce phénomène provoque un ralentissement du taux de croissance. L'effet de la dispersion est suivi par l'effet de la friction dynamique qui diminue les excentricités des protoplanètes rendant ainsi leurs orbites plus circulaires (*O'Brien et al.*, 2006). Durant ce stade le taux de croissance des planetesimaux  $dM/dt$  varie typiquement comme  $M^{2/3}$  et le taux de croissance des rayons comme  $dR/dt \propto R^2$  c'est-à-dire simplement comme la section

efficace des planétésimaux. Le mode de croissance devient ainsi "oligarchique" et les plus petites protoplanètes grandissent plus vite que les grosses tandis que le rapport de masse entre protoplanètes et planétésimaux continue d'augmenter (Fig 1.4).

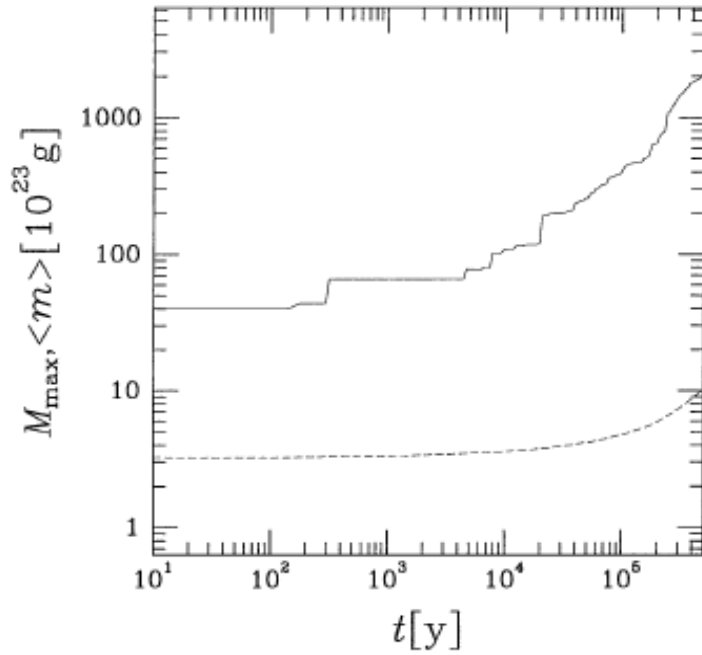


FIG. 1.4 – Evolution en fonction du temps de la masse maximale (trait plein) et de la masse moyenne du système (trait tireté) pendant le stade de croissance oligarchique. Selon *Kokubo and Ida* (2000).

En ajustant le nombre de corps  $N_C$  en fonction de leur masse  $m$  par une relation du type  $\frac{dN_C}{dm} \sim m^\alpha$ , *Kokubo and Ida* (1998) observent l'effet de la raréfaction de matériel permettant à  $\alpha$  de passer de  $-2.5$  à  $-1.9$ . A une distance d'environ 1 U.A. (distance Terre-Soleil), une dizaine de protoplanètes se forment avec des masses  $m > 10^{22}$  kg ( $r \sim 1000$  km avec  $\rho = 2000$  kg.m $^{-3}$ ) (Fig 1.5). Parmi celles-ci deux protoplanètes de masse  $M = 1 - 3 \times 10^{23}$  kg contiennent 38% de la masse totale du système.

Le seuil de rupture des roches  $\sigma_{max}$  est de l'ordre de  $3 \times 10^8$  Pa. La topographie maximale qui peut exister est  $\delta R$  tel que  $\sigma_{max} = \rho g \delta R \sim 4/3 \pi G \rho^2 R \delta R$ . Une fois que les protoplanètes auront atteint un rayon suffisant (pour  $R > 1000$  km,  $\delta R < 60$  km), elles deviendront rondes



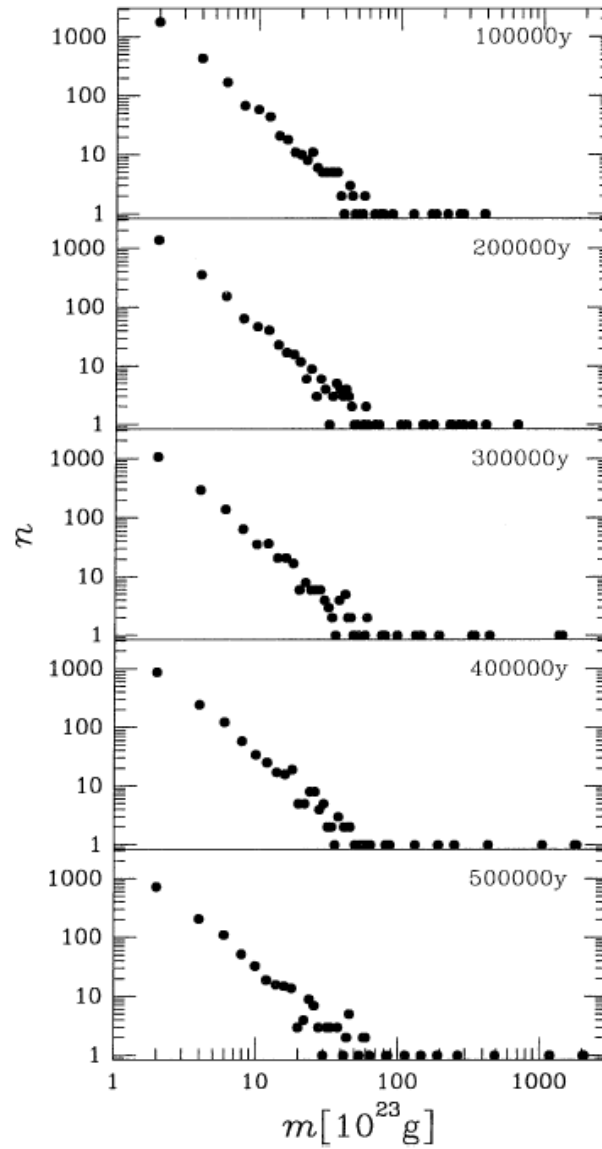


FIG. 1.5 – Nombre de corps en fonction de leurs masses pendant le stade de croissance oligarchique pour  $t$  compris entre 100000 et 500000 ans. Selon *Kokubo and Ida* (2000).

sous l'effet combiné de la rotation et de la gravitation.

### 1.1.3 Impacts météoritiques géants

Au cours de la croissance des planètes telluriques, les collisions entre protoplanètes ne sont pas des événements exceptionnels (*Agnor et al.*, 1999). Les impacts géants sont maintenant

connus pour être inévitables durant les étapes tardives de l'accrétion des planètes. Par les modélisations de type N-corps (*Chambers and Wetherill, 1998; Chambers, 2001; Raymond et al., 2004; O'Brien et al., 2006*), il est possible de suivre la croissance d'embryons planétaires en suivant l'évolution de leurs masses, demi grand axe, excentricités, inclinaisons, obliquité et période de rotation. Différentes simulations de croissance de planètes ont été menées par *Agnor et al. (1999)* en faisant varier la distribution initiale de tailles d'embryons planétaires. Les conditions initiales de leurs modèles sont les conditions suivant le stade oligarchique (*Weidenschilling et al., 1997*). Les excentricités, faibles initialement, augmentent grâce aux interactions gravitationnelles. Après  $10^5$  années, les excentricités deviennent suffisantes pour provoquer des collisions. Les collisions sont traitées par *Agnor et al. (1999)* comme des fusions inélastiques. Ainsi la fragmentation due à la collision n'est pas traitée. Le résultat d'un impact est un corps de densité homogène et sphérique. A la fin du stade de croissance par aggrégation d'embryons planétaires, il reste peu de planètes mais elles sont bien séparées.

L'étude des vitesses d'impact montre que les effets de dispersion et d'interaction gravitationnelle sont plus importants sur les petits corps. Ces deux phénomènes modifient significativement les excentricités et inclinaisons des petits corps. Les vitesses des objets de masses faibles sont ainsi plus rapides (Fig 1.6 et 1.7). Les résultats de ces différentes simulations montrent que les premières planètes telluriques apparaissent entre 0.5 et 1 U.A. en moins de  $2 \times 10^8$  ans. En moyenne il reste 2 planètes telluriques  $m > 0.5M_{\oplus}$ . Seuls les 2-3 derniers impacts contribuent de façon importante à la masse finale et au moment angulaire des planètes telluriques. Les deux plus gros impacts apportent environ 50 % de la masse finale. Le dernier impacteur apporte en moyenne 8% de la masse finale. En prenant l'exemple de la Terre, le dernier impacteur n'était probablement pas le plus grand. Ces résultats négligent la présence de planètes géantes gazeuses. Dans les expériences de *Agnor et al. (1999)*, l'hypothèse d'accrétion parfaite entraîne une surestimation systématique du moment angulaire acquis par les embryons par collision. L'effet de la fragmentation et des petits corps doit être pris en compte afin d'éviter cette surestimation.

Les impacts géants ont pu avoir des conséquences majeures sur l'évolution tardive des planètes telluriques. Nous savons que certaines caractéristiques du système solaire peuvent être expliquées par les impacts géants. Les impacts météoritiques sont aussi invoqués pour

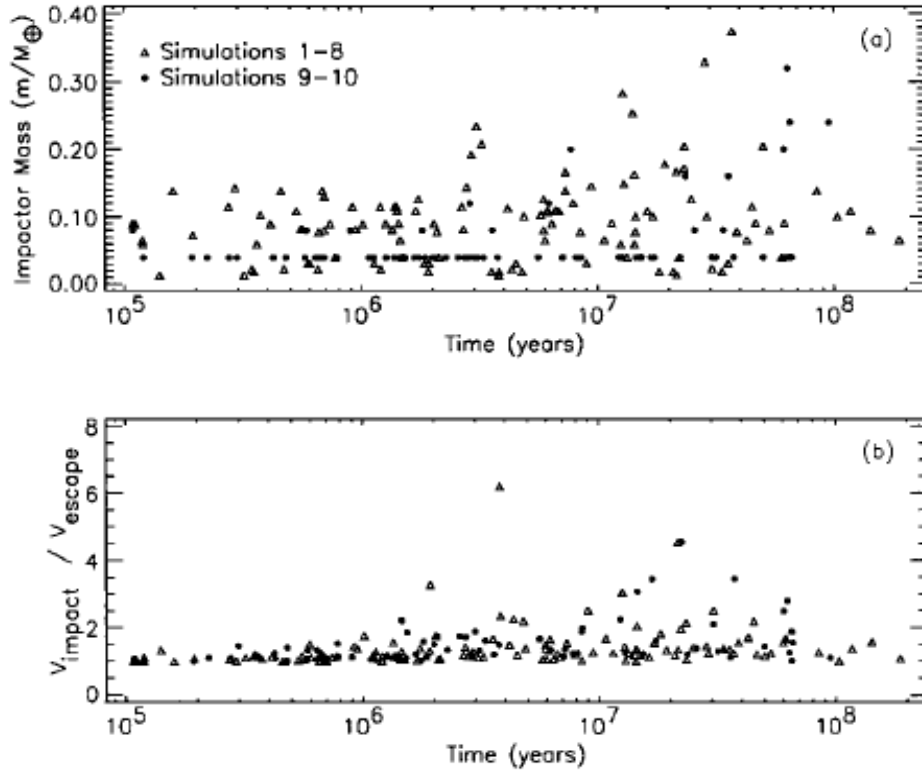


FIG. 1.6 – Masse de l'impacteur et vitesse d'impact de chaque collision en fonction du temps d'impact et ce pour les 10 simulations (Agnor *et al.*, 1999).

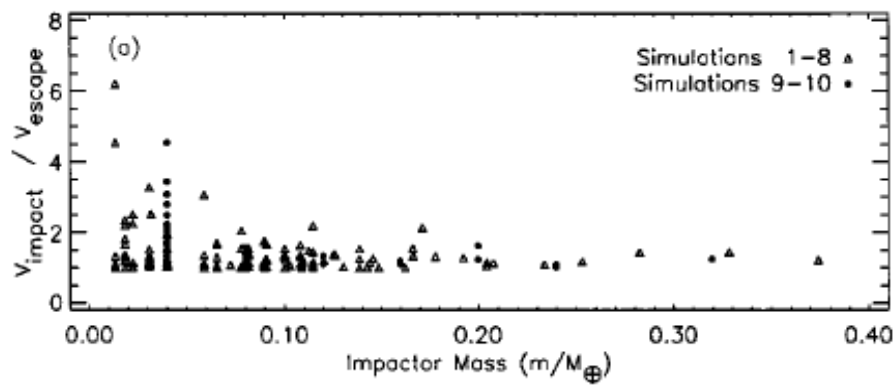


FIG. 1.7 – Vitesse d'impact lors de la collision en fonction de la masse de l'impacteur (Agnor *et al.*, 1999)

expliquer la disparition de l'atmosphère terrestre primitive (Wetherill, 1985), la densité importante de Mercure et sa composition importante en fer (Benz *et al.*, 1988), la formation

du système Terre-Lune, la rotation rétrograde de Vénus, la dichotomie martienne ou encore les moments angulaires actuels des planètes. En effet, les moments angulaires de rotation des planètes sont acquis lors de leur accréation par impact avec d'autres protoplanètes. Les impacts peuvent augmenter ou réduire le moment angulaire de rotation de la planète impactée. Le moment angulaire final dépend de l'ensemble des précédents impacts géants.

La formation de la Lune est probablement due à un ou plusieurs impacts géants durant l'histoire primitive de la Terre. La faible taille du noyau métallique lunaire par rapport à son manteau et le fait que la Lune et la Terre aient la même composition isotopique en oxygène (*Wiechert et al.*, 2001) supportent l'idée que, tôt dans l'histoire de la Terre, à un moment où la Terre était déjà différenciée (70 Ma après sa formation), la Terre a été impactée par un objet de taille importante. Le champ de débris suivant cet impact, essentiellement formé de matériel terrestre mantellique et donc appauvri en fer, s'est ensuite réaccrété autour de la Terre permettant la formation de la Lune tournant en orbite autour de la Terre. Les noyaux de l'impacteur et de la Terre se sont mélangés pour former le noyau terrestre (*Hartmann and Davis*, 1975). Les études du moment angulaire du système Terre-Lune menées par *Cameron and Ward* (1976) ont ensuite permis d'arriver à la même conclusion en donnant un ordre de grandeur de la taille de l'impacteur : entre  $1/3$  et  $1/2$  rayon terrestre. L'impact ayant formé le système Terre-Lune se serait fait avec de l'ordre de quelques  $\text{km.s}^{-1}$ . Cette théorie a donné naissance à de nombreux travaux de modélisation de cet impact notamment à l'aide des codes S.P.H. (Smoothed Particle Hydrodynamics) développés par *Canup and Asphaug* (2001). La similarité de composition isotopique en oxygène (*Wiechert et al.*, 2001) et en tungstène (*Touboul et al.*, 2007) laisse entrevoir deux possibilités. Soit la Lune s'est formée essentiellement à partir de matériel terrestre, soit les manteaux lunaire et terrestre se sont équilibrés à la suite de l'impact géant. Or, dans les modèles dynamiques (*Canup*, 2004), la majorité du matériel lunaire proviendrait de l'impacteur.

La Terre et l'impacteur ayant formé la Lune avaient des origines et donc potentiellement des compositions isotopiques pré-impact distinctes. *Pahlevan and Stevenson* (2007) décrivent les phénomènes qui ont pu conduire à une homogénéisation des réservoirs terrestres et lunaires et expliquer les similarités actuelles des compositions isotopiques de la Terre et de la Lune (*Wiechert et al.*, 2001). Une atmosphère silicatée post-impact aurait servi de milieu

d'équilibration chimique entre l'océan magmatique terrestre et le disque protolunaire liquide engendrés par l'impact. Le temps caractéristique de refroidissement du disque ( $\sim 10^3$  ans) étant plus long que le temps caractéristique pour échanger la masse du disque de magma avec l'atmosphère (1 semaine), le disque proto-lunaire et la proto-Terre ont ainsi pu atteindre l'équilibre diffusif. L'échange liquide/vapeur serait facilité par le caractère biphasé du processus. Ce processus expliquerait les similarités isotopiques actuelles en oxygène (*Pahlevan and Stevenson, 2007*) entre la Terre et la Lune et pourrait expliquer les similarités en Tungstène (*Touboul et al., 2007*). Certaines théories évoquent même plusieurs impacts à l'origine du système Terre-Lune (*Agnor et al., 1999*) (entre 1.6 collisions et 3.5 ont pu être nécessaires pour former le système Terre-Lune). Les impacts peuvent augmenter ou réduire le moment angulaire de rotation de la planète impactée.

*Zuber (2001)* a montré qu'il existait sur Mars une dichotomie entre le nord et le sud avec une croûte de 30 km moins épaisse au Nord qu'au Sud. Cette dichotomie est probablement la conséquence d'un impact géant de Mars avec un objet de diamètre compris entre 1600 et 2400 km (*Marinova et al., 2008; Andrews-Hanna et al., 2008; Nimmo et al., 2008*). Les simulations hydrodynamiques S.P.H. de *Marinova et al. (2008)* 3D suggèrent un impact d'énergie  $3 - 6 \times 10^{29} J$  et d'angle d'impact compris entre 30 et 60°. Cet impact se serait déroulé seulement 100 Ma après la formation de Mars (juste après l'impact lunaire) et aurait ainsi permis de creuser le bassin boréal observé au Nord.

Plus récemment, les enregistrements pétrologiques sur la Lune ont suggéré que 700 Ma après la formation des planètes (*Hartmann et al., 2000*), les planètes telluriques ont subi un bombardement météoritique tardif intense (L.H.B.). L'origine de ce bombardement peut être due à la présence temporaire d'une cinquième planète tellurique avec une orbite située entre Mars et la ceinture d'astéroïdes (*Chambers and Lissauer, 2002*), à des collisions dans la ceinture d'astéroïdes qui amèneraient à créer une population d'astéroïdes proche de la Terre (Near Earth Asteroids) (*Zappala et al., 1998*) ou à la migration rapide des planètes géantes provoquant une déstabilisation des planétésimaux situés en dehors des orbites des planètes et dans la ceinture d'astéroïdes (*Levison et al., 2001; Gomes et al., 2005*).

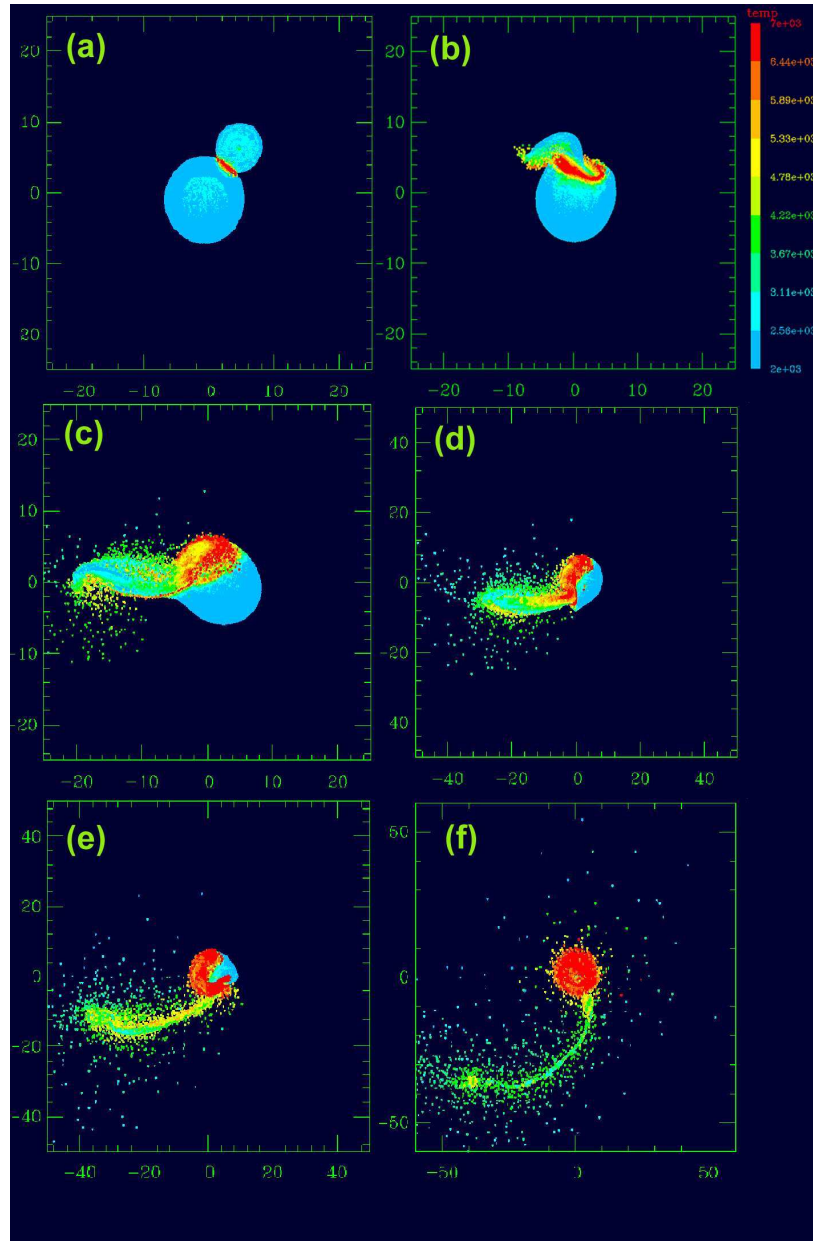


FIG. 1.8 – Exemple de modélisation numérique de l'évolution de la température suivant un impact météoritique géant en fonction du temps (de a à f). Ce modèle numérique a été réalisé à l'aide d'un code S.P.H. (Smoothed Particle Hydrodynamics) (*Canup*, 2004)

Ce bombardement tardif a pu empêcher le développement de la vie pendant plusieurs millions d'années sur Terre et sur Mars.

## 1.2 Les météorites témoins des premiers âges

La chute de météorites est un phénomène encore observable aujourd'hui. Environ 26 kg/Mkm<sup>2</sup> de matière tombe tous les ans sur terre (*Halliday et al.*, 1989). Ainsi, plus de 20 000 objets classés comme météorites sont répertoriés. Ces objets sont d'origine différentes et présentent ainsi de grandes diversités minéralogiques et chimiques. Les météorites sont classées en deux catégories principales qui diffèrent selon la présence ou l'absence de chondres. Un chondre est une petite sphérule principalement constituée de minéraux silicatés. Leur texture pourrait témoigner du refroidissement rapide d'un liquide silicaté dans un milieu à gravité réduite.

### 1.2.1 Les chondrites

Les chondrites sont les météorites les plus fréquemment rencontrées mais aussi les roches les plus primitives du système solaire. En effet, leur composition chimique est très peu fractionnée par rapport à celle du soleil et donc du système solaire. De plus, les âges radiométriques absolus indiquent que les chondrites sont composées de structures d'âges très anciens (4567 Ma). Enfin, les chondrites sont enrichies en <sup>26</sup>Mg, produit de la désintégration du <sup>26</sup>Al, élément à courte période existant seulement pendant les premiers millions d'années du système solaire. Les chondrites sont composées de chondres, de phases métalliques (Fer métal, sulphure), d'inclusions réfractaires (Calcium Aluminium rich Inclusions (C.A.I.)) dans une matrice silicatée (Fig 1.9). Les abondances de ces éléments varient selon le type de chondrite.

Les datations à partir du système Mg-Al indiquent que les C.A.I. se seraient formées 1 à 2 Ma avant les chondres. Les minéraux qui composent les C.A.I. sont parmi les premiers solides condensés à partir du refroidissement du disque protoplanétaire. La datation absolue de C.A.I. de la météorite Efremovka par la méthode Pb/Pb donne un âge de 4567.2 +/- 0.6 Ma qui peut ainsi être interprétée comme le commencement du stade de formation de notre système planétaire (*Amelin et al.*, 2002). Les chondres de la météorite Acfer seraient plus jeunes (4564.7 +/- 0.6 Ma). Lors de la condensation de la nébuleuse, des poussières de fer et de silicates flottaient entre 0,5 et 3 Unités Astronomiques du soleil. Un phénomène très mal expliqué a en-

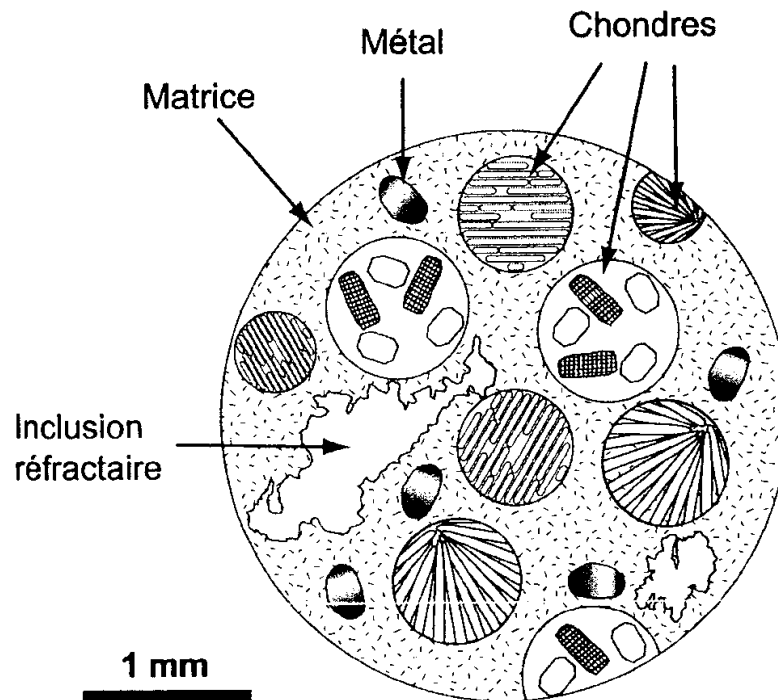


FIG. 1.9 – Schématisation de la composition d'une météorite chondritique. (D'après Beck (2005))

généralisé les chondres, petites gouttes de liquides rapidement solidifiées. Ce phénomène pourrait être une décompression suivant une onde de choc, des décharges électriques, une irradiation à proximité du proto-soleil (Amelin *et al.*, 2002). La formation des planétésimaux a rassemblé chondres et poussières silicato-ferreuse en corps de taille hectométrique à kilométrique. Les chondrites proviennent d'astéroïdes trop petits pour avoir été fondus (cf. Chapitre 2). Elles ont été arrachées plus récemment à des corps parents (petits astéroïdes) par des collisions inter-astéroïdales, quelque part dans la ceinture des astéroïdes.

### 1.2.2 Les achondrites

Les achondrites sont caractérisées par l'absence de chondre. Les achondrites diffèrent entre elles sur leurs origines pétrogénétiques et sur leurs proportions en fer et en silicates. On distingue ainsi les météorites de fer (les sidérites), les associations de fer et de silicates (pallasites et mésosidérites) et les roches silicatées magmatiques (H.E.D., S.N.C., Angrites, Uréilites, Aubrites).



Les achondrites se rejoignent sur le fait qu'elles sont issues d'un corps ayant subi un épisode de différenciation chimique à grande échelle. Les achondrites proviendraient de la fracturation d'un corps originel de plus grande taille constitué de diverses enveloppes similaire à la Terre. C'est pour cela que ces météorites sont appelées "météorites différenciées" par opposition aux chondrites, qui n'auraient pas subi de différenciation. La composition chimique globale des corps-parents des achondrites est très proche de celle des chondrites. Les corps parents des achondrites subiraient ensuite une différenciation chimique avec migration des éléments les plus denses vers le centre de la protoplanète.

### 1.3 Modèles internes des objets du système solaire

La plupart des planètes et lunes du système solaire ont un noyau dense entouré de matériel plus léger. Pour expliquer ces phénomènes de répartition, une hypothèse émise était que ces corps planétaires avaient subi une accréation hétérogène apportant d'abord le matériel dense pour former les noyaux puis les matériels légers pour former le manteau (*Wanke*, 1981). L'autre hypothèse veut que l'accréation se soit faite de façon homogène à partir de corps de compositions chimiques similaires, différenciés ou non. Dans cette hypothèse généralement admise, l'énergie d'accréation et l'énergie due aux désintégrations radioactives ont permis d'apporter suffisamment d'énergie aux planètes du système solaire pour permettre la séparation de leurs matériaux répartis initialement de façon homogène. Les éléments chimiques composant les planètes vont se répartir en fonction de leurs affinités chimiques en quatre réservoirs définis par Goldschmidt (Fig. 1.10) :

- les éléments atmosphériques que l'on retrouve surtout sous forme gazeuse,
- les éléments lithophiles qui se concentrent dans la partie silicatée des planètes (manteau, croûte),
- les éléments chalcophiles qui sont relativement appauvris et qui forment des minéraux instables à hautes températures,
- les éléments sidérophiles (métaux à fortes densités) qui sont appauvris dans les parties silicatées mais enrichis dans les phases métalliques.

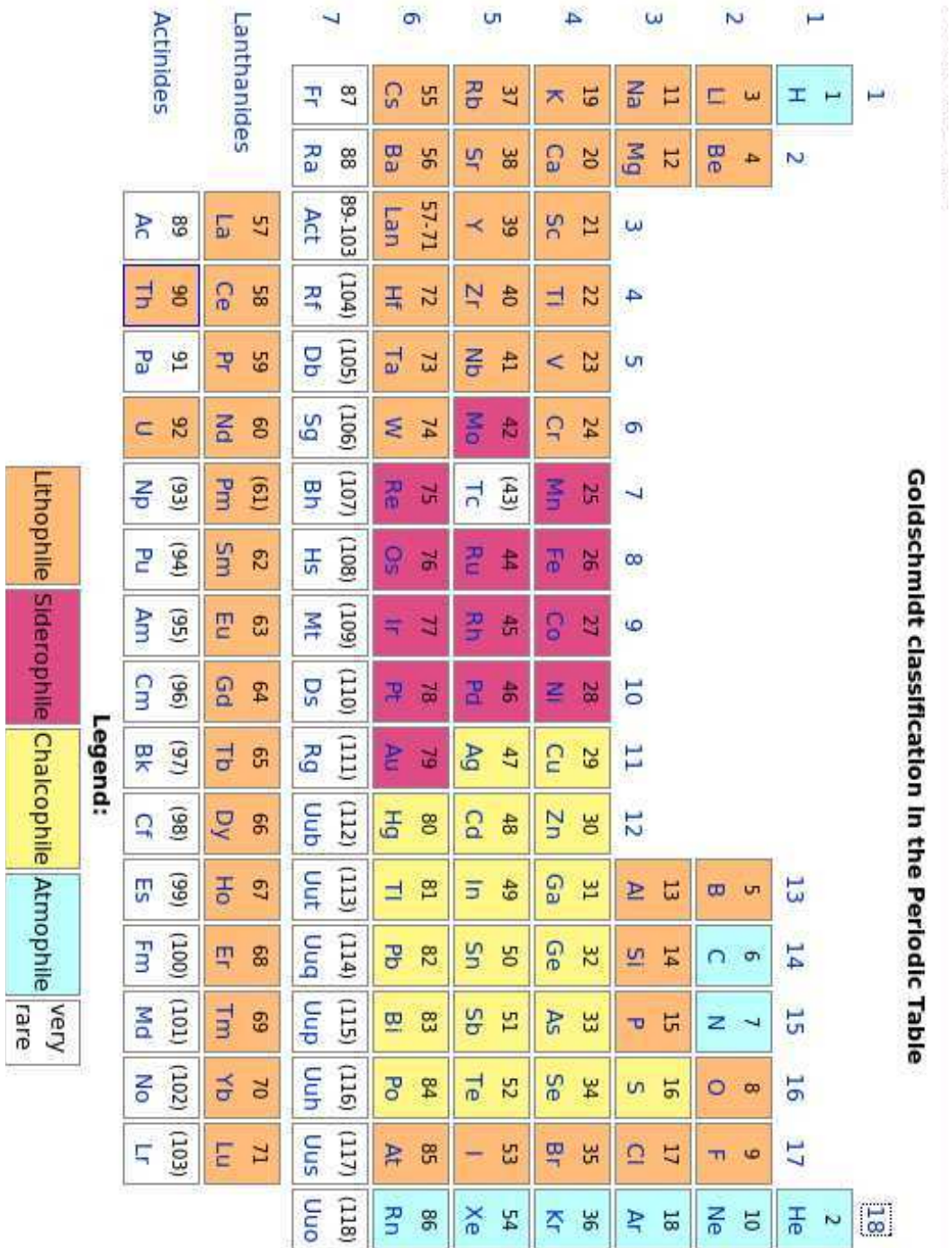


FIG. 1.10 – Classification de Goldschmidt dans le tableau de classification périodique des éléments chimiques (Illustration credit : Wikipedia).

### 1.3.1 Modèles internes des planètes telluriques

Les différences d'affinités chimiques et de densités de ces éléments se retrouvent aujourd'hui dans la structure géochimique des planètes du système solaire. On distingue différents types de réservoirs géochimiques selon les planètes (telluriques, gazeuses, lunes...).

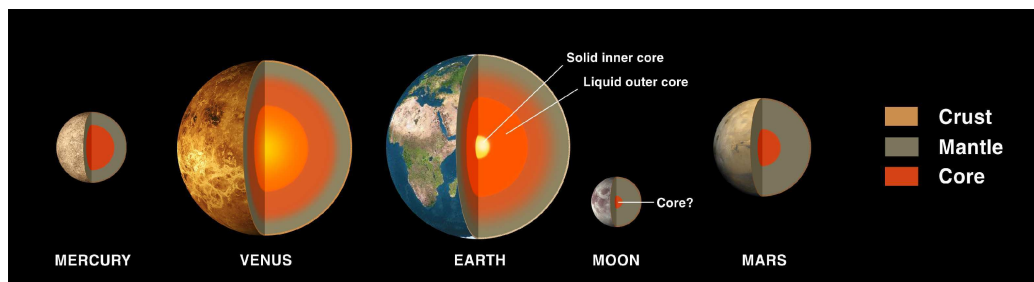


FIG. 1.11 – Représentation schématique de la structure interne actuelle des planètes telluriques et de la Lune (Illustration credit : NASA)

La Terre est divisée en unités physiques distinctes avec, à son centre un noyau interne métallique solide entouré d'un noyau externe métallique liquide. Le noyau est enveloppé par un manteau silicaté puis par une croûte océanique et une croûte continentale. La Terre est caractérisée par la présence à sa surface d'océans et d'une atmosphère gazeuse. La structure interne de la Terre est principalement connue par les données sismiques qui permettent d'observer de façon indirecte les frontières entre les réservoirs terrestres. Les vitesses des ondes sismiques étant fonction de la densité des matériaux traversés, il est possible, par des modèles d'inversion, d'avoir une idée de la composition chimique des réservoirs traversés (*Mattern et al.*, 2005). La tomographie sismique est un outil essentiel pour obtenir une image de la structure interne de la Terre (modèle PREM). Cependant, il est encore impossible d'avoir de telles données sur d'autres planètes.

Les structures internes des autres planètes sont estimées grâce à l'étude de leurs moments d'inertie et de leurs éventuels champs magnétiques. Ainsi, les planètes telluriques du système solaire (Mercure, Vénus, Mars, Lune) possèderaient toutes un noyau métallique plus dense (Fig. 1.11). Parmi ces objets, nous possédons seulement des échantillons des enveloppes supérieures de la Terre, de la Lune (missions Apollo et rares météorites lunaires) et de Mars

(météorites Shergottites-Nakhlites-Chassignites (S.N.C.) et ALH 84001).

Des analyses chimiques précises de ces échantillons en laboratoires permettent de dater les grands événements de ces planètes tels que leurs différenciations. La séparation manteau-noyau peut être datée par le couple Pb/Pb. Lors de la formation du noyau terrestre, l'uranium (lithophile) et le plomb (sidérophile) ont été fractionnés laissant un manteau enrichi en uranium produisant plus de plomb radiogénique. Lorsque l'on reporte des mesures d'échantillons terrestres (laves, sédiments) dans le diagramme  $^{207}\text{Pb}/^{204}\text{Pb} = f(^{206}\text{Pb}/^{204}\text{Pb})$ , ils s'alignent sur un isochrone de 4.45 Ga. La séparation du noyau terrestre est donc antérieure à 100 Ma après la formation de la Terre. La séparation manteau-noyau a aussi pu être datée grâce à la radioactivité éteinte du  $^{182}\text{Hf}$  qui produit du  $^{182}\text{W}$  avec une période de 9 Ma. L'hafnium est un élément lithophile que l'on retrouve ainsi dans les roches silicatées alors que le tungstène est un élément sidérophile qui se retrouve donc dans le noyau métallique. Si ce fractionnement a lieu pendant la durée de vie de  $^{182}\text{Hf}$ , le réservoir silicaté se distinguera par un excès en  $^{182}\text{W}$  radiogénique et ainsi par un rapport  $^{182}\text{W}/^{184}\text{W}$  élevé. Les mesures géochimiques par la méthode Hf/W prédisent une différenciation de la Terre en moins de 60 Ma (*Yin et al.*, 2002; *Kleine et al.*, 2002; *Touboul et al.*, 2007).

### 1.3.2 Modèles internes des planètes gazeuses

Les structures internes des planètes gazeuses (Jupiter, Saturne, Uranus, Neptune) sont estimées principalement grâce à des expériences à hautes pressions en laboratoires et à des analyses spectroscopiques et in situ par télescopes et satellites des niveaux supérieurs de leurs atmosphères. Enfin, les missions satellitales (Pioneer et Voyager) permettent de mesurer leurs masses, rayons et moments gravitationnels. Ainsi, les structures internes des planètes gazeuses du système solaire sont divisées en trois régions distinctes. Jupiter et Saturne sont constituées d'un noyau dense rocheux, d'une couche d'hydrogène métallique et d'une couche d'hydrogène gazeux. Uranus et Neptune sont elles aussi composées de 3 couches de natures différentes : un noyau central rocheux, une couche de glace et une enveloppe d'Hydrogène et d'Hélium gazeux. Les proportions de ces enveloppes sont répertoriées dans la Figure 1.12. Les compositions chimiques des planètes gazeuses du système solaire sont faiblement contraintes. La découverte

de planètes géantes extra-solaires laisse cependant entrevoir des progrès significatifs dans la compréhension de leurs structures et de leurs formations (Guillot, 1999).

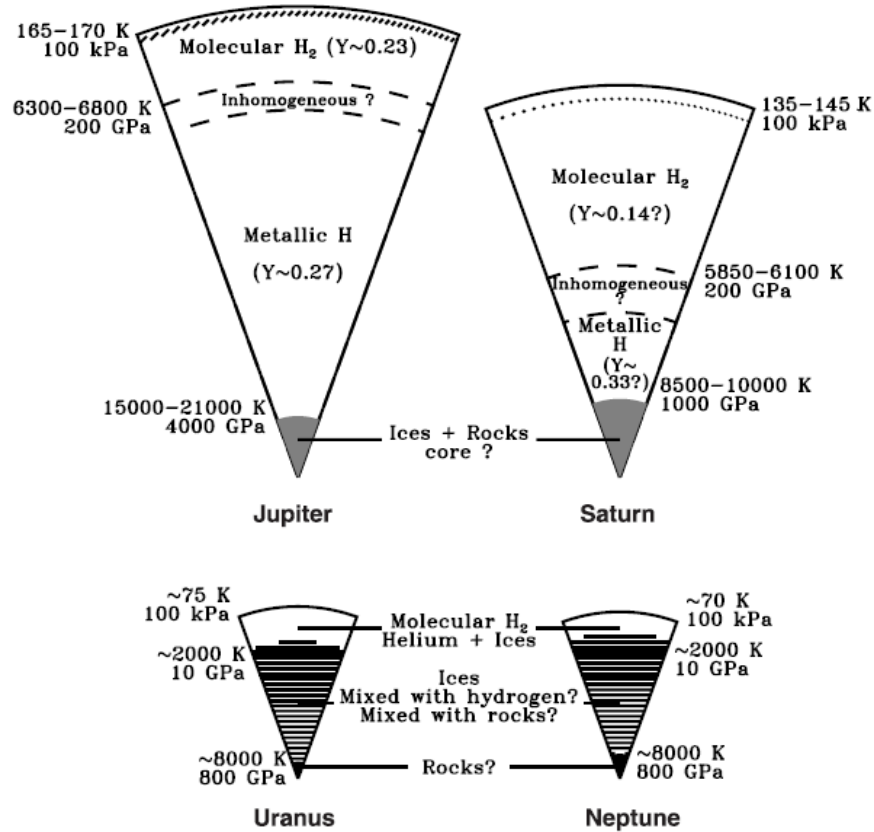


FIG. 1.12 – Représentation schématique de la structure interne actuelle de Jupiter, Saturne, Uranus, Neptune. (D'après (Guillot, 1999))

### 1.3.3 Modèles internes de deux satellites de Jupiter : Callisto et Ganymède

Callisto et Ganymède, les deux plus grands satellites de Jupiter ont des rayons et des masses similaires et leurs intérieurs sont composés d'un mélange de glaces et de roches. Les estimations de leurs moments d'inertie par la mission Galileo (Anderson et al., 1998, 2001) suggèrent que Callisto est partiellement différenciée, avec une proportion de roches croissante avec la profondeur caractérisant un arrangement partiel de ses constituants. Ganymède quant à elle semble complètement différenciée en 3 couches majeures : un noyau métallique recouvert d'un manteau silicaté puis d'une épaisse couche de glace d'eau (Anderson et al., 1996; Sohl

*et al.*, 2002; *Spohn and Schubert*, 2003). La différenciation partielle de Callisto résulterait d'une accréation plus lente et d'un chauffage par effets de marées plus faible que pour Ganymède (*Canup and Ward*, 2002; *Mosqueira and Estrada*, 2003; *Showman et al.*, 1997). Une accréation lente et prolongée permettrait d'évacuer plus efficacement la chaleur accumulée par impacts, par chauffage radioactif et par contraction empêchant ainsi les phénomènes de fusion et donc de différenciation globale. La lente ségrégation amenant à un enrichissement progressif en silicates en direction du centre de Callisto serait un phénomène plus tardif (*Nagel et al.*, 2004).

#### 1.3.4 Modèle interne d'un astéroïde différencié : Vesta

Vesta est un objet majeur de la ceinture d'astéroïde situé entre Mars et Jupiter. Avec un diamètre moyen d'environ 530 km, c'est ainsi le deuxième plus gros objet de la ceinture après Cérés. Vesta possède un cratère géant de 460 km de diamètre qui pourrait être la conséquence d'un impact survenu il y a 1 Ga et dont les ejecta auraient ensuite pu impacter la Terre. Les caractéristiques optiques et notamment les spectres de réflectance de Vesta indiquent qu'il serait ainsi le corps parent des météorites achondritiques du groupe Howardite Eucrite Diogenite (H.E.D.) (*Binzel and Xu*, 1993). Les données isotopiques de ces météorites indiquent que Vesta se serait formée dans les 20 premiers millions d'années du système solaire. Les données spectrales indiquent que Vesta a subi un chauffage suffisant (probablement par désintégration isotopique du  $^{26}\text{Al}$  (*Ghosh and McSween*, 1998)) pour permettre une différenciation de sa structure interne en un noyau métallique, un manteau rocheux et une croûte. Cette différenciation serait arrivée tôt dans l'histoire de Vesta (entre 4 et 16 Ma après la formation des C.A.I.) (*Lee and Halliday*, 1997; *Kleine et al.*, 2002).

## 1.4 Conclusion

Les impacts météoritiques jouent un rôle prépondérant dans le développement des planètes. Ils apportent non seulement la matière nécessaire à leur croissance mais modifient aussi leurs caractéristiques (moment angulaire, excentricités, inclinaison). Les temps caractéristiques des

différentes phases de croissance sont résumés dans la Figure 1.13.

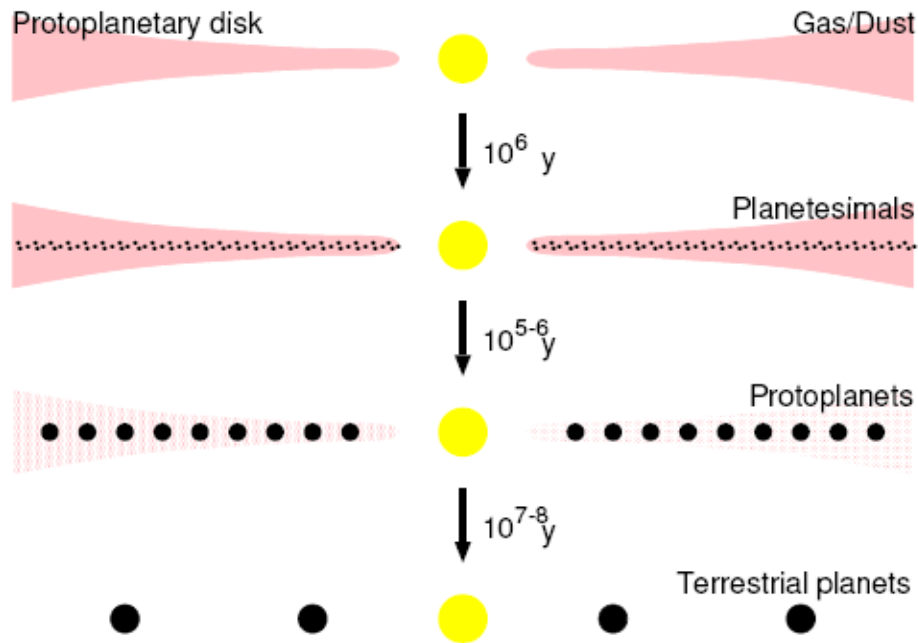


FIG. 1.13 – Représentation schématique des différentes phases d'évolution des planètes. Les temps caractéristiques de ces étapes sont indiqués. (selon Kokubo)

Pendant la croissance des planètes, les vitesses d'impact sont de l'ordre de la vitesse d'échappement. Lorsqu'une protoplanète atteint un rayon de 1000 km cette vitesse atteint  $1.3 \text{ km.s}^{-1}$ . L'énergie déposée modifie les conditions thermo-dynamiques de la planète impactée. Le matériel apporté sur les planètes était réparti initialement de façon homogène. L'énergie apportée par les impacts météoritiques ainsi que l'énergie libérée par la désintégration radioactive d'éléments tels que l' $^{26}\text{Al}$  et le  $^{60}\text{Fe}$  pourraient faciliter la séparation des éléments chimiques.

## Chapitre 2

# Le chauffage des planétésimaux et des protoplanètes

L'état thermique des planètes aux stades primitifs de leur formation est peu connu. Outre le chauffage par les impacts météoritiques, le chauffage par désintégration des éléments radioactifs à courtes demie-vies a probablement influé considérablement sur les températures primitives des planétésimaux.

### 2.1 Chauffage par radioactivités éteintes

La désintégration radioactive s'accompagne d'un dégagement d'énergie sous forme de rayonnement ( $\gamma$ ) ou de l'émission de particules  $\alpha$  ou  $\beta$  dont la diffusion dans les matériaux environnants dégage d'importantes quantités de chaleur. L'émission de neutrino, par contre, ne dissipe pas d'énergie localement. Les éléments isotopiques (parents) à courtes demi-vies ont maintenant disparu mais un excès d'éléments (fils) issus de cette désintégration peut se retrouver dans les météorites intégrant des C.A.I. ou des chondres. L'étude de ces radioactivités maintenant "éteintes" dans les météorites donne des informations importantes sur l'environnement initial de formation des premiers corps et des étoiles (*Meyer and Clayton, 2000*).

Deux de ces radioactivités éteintes ont pu participer à l'état thermique initial des planétésimaux



Nuclide	$\tau_{1/2}$ (Myr)	Daughter Nuclide	Initial abundance
$^{60}\text{Fe}$	1.5	$^{60}\text{Ni}$	$4 \times 10^{-9}$
$^{26}\text{Al}$	0.7	$^{26}\text{Mg}$	$5 \times 10^{-5}$

TAB. 2.1 – Deux couples d’isotopes radioactifs à courtes périodes dans le système solaire primitif (selon (*Goswami and Vanhala*, 2000)).

(Tab.2.1) la désintégration du  $^{26}\text{Al}$  et la désintégration du  $^{60}\text{Fe}$ , l’importance de cette radioactivité étant cependant très discutée (*Goswami and Vanhala*, 2000). Des excès importants de  $^{26}\text{Mg}$  ont été trouvés confinés dans des CAI (inclusions riches en Calcium et Aluminium) dans des météorites carbonnées et dans chondrites ordinaires mais aussi dans du matériel météoritique non réfractaire (*Hutcheon and Hutchison*, 1989). Cette présence de  $^{26}\text{Mg}$  en excès traduit la présence passée de  $^{26}\text{Al}$ . Le  $^{26}\text{Al}$  était ainsi présent en quantité significative pendant les premiers millions d’années du système solaire.

Soit  $H$  le taux de production interne de chaleur par désintégration isotopique d’un planétésimal de rayon  $R$ . Ce chauffage prend le pas sur la diffusion thermique lorsque  $\rho C_p H$  est supérieur à  $kT/R^2$  avec  $k$  la conductivité thermique du planétésimal et  $T$  sa température.  $H \sim T/t$  donc lorsque  $\rho C_p R^2/(kt) \gg 1$ , le planétésimal se réchauffe plus vite qu’il ne se refroidit par diffusion avec  $t$  l’âge du planétésimal. En 1Ma et pour des objets avec des rayons inférieurs à 5 km, le refroidissement par diffusion était prépondérant. En 1 Ma, selon (*Kokubo and Ida*, 2000), les planétésimaux les plus volumineux auraient atteint des rayons de  $\sim 10-100$  km. La chaleur associée à la désintégration était donc globalement retenue. La température maximale atteinte au centre d’un planétésimal de rayon  $R = 30\text{km}$  aurait pu dépasser 1270 K (*Schramm et al.*, 1970; *Hutcheon and Hutchison*, 1989). Les plus gros objets auraient ainsi pu subir une éventuelle différenciation via la désintégration de  $^{26}\text{Al}$  puis évacuer leur chaleur par diffusion. Au moment où les protoplanètes commencent à atteindre des tailles importantes ( $\sim 1000\text{km}$ ), elles ont évacué par diffusion une partie importante de leur chaleur issue de la désintégration radioactive des éléments à courte période. Ces protoplanètes se sont formées par impacts avec des objets différenciés ou non.

## 2.2 Chauffage par impact météoritique

Lorsque les protoplanètes atteignent des rayons  $\sim 1000km$ , elles peuvent avoir retenu une partie de la chaleur de désintégration radioactive des éléments radioactifs à courte périodes. Le flux de chaleur en surface a pu être limité par la formation d’une atmosphère de vapeur dense (*Abe and Matsui, 1985*). Le faible flux de chaleur en surface a pu permettre une homogénéisation de la chaleur. A ce stade et au premier ordre, la température d’une protoplanète peut être considérée comme constante en fonction de la profondeur. A l’énergie thermique apportée par la désintégration radioactive primitive s’ajoute l’énergie désormais non négligeable apportée par les impacts météoritiques.

### 2.2.1 Vitesse et fréquence d’impact

La vitesse d’impact peut se décomposer en deux contributions : la vitesse d’échappement  $v_{esc}$  et la vitesse à l’infini  $v_{\infty}$ .

$$v_{imp}^2 = v_{esc}^2 + v_{\infty}^2 \quad (2.1)$$

La vitesse d’échappement est uniquement fonction des masses et des rayons des corps mis en jeu lors de l’impact.

$$v_{esc} = \sqrt{2G(M + m)/(R + r)} \quad (2.2)$$

avec  $M$  et  $m$  les masses des 2 corps présents lors de l’impact et  $R$  et  $r$  leurs rayons.  $G$  est la constante de gravitation universelle. La vitesse à l’infini est la vitesse à une distance éloignée du corps impacté et dépend de l’excentricité de l’orbite de l’objet et de son inclinaison. Selon les stades de croissance, la vitesse à l’infini peut varier en fonction de la taille des corps présents dans le système susceptibles d’accélérer ou non l’impacteur. Selon Kokubo et Ida (1996), durant la formation des protoplanètes (oligarchic and runaway growth),  $v_{\infty}^2/v_{esc}^2$  est très petit ( $< 0.05$ ).  $v_{\infty}$  peut ainsi être négligée (*Senshu et al., 2002*).

Il existe ainsi une grande variété de vitesses d’impact. Dans le cas des ”hypervelocity impacts” les vitesses d’impact peuvent atteindre plusieurs dizaines de  $km.s^{-1}$  comme ce fut le cas des fragments de la comète Shoemaker-Levy 9 qui, après avoir tourné pendant 2 ans

en orbite autour de Jupiter, l'ont percutée à des vitesses  $\sim 60 \text{ km.s}^{-1}$  (*Asphaug and Benz, 1996*). Le plus connu des impacts géants, celui qui a donné naissance à la Lune après collision avec la Terre, a pu se produire à une vitesse  $v_{imp}$  environ égale à la vitesse d'échappement entre une proto-Terre (avec  $M \sim M_{\odot}$ ) et un corps de la taille de Mars (*Canup and Asphaug, 2001*). L'impact à l'origine de la dichotomie martienne pourrait aussi être un impact à faible vitesse avec  $v_{imp} \sim 4 \text{ km.s}^{-1}$ .

La fréquence des impacts diminue avec le temps car de moins en moins de matériel est disponible dans le système solaire. Cependant, *Agnor et al. (1999)* ont montré que les impacts comme ceux à l'origine de la formation de la Lune ne sont pas des cas isolés et ont pu se répéter plusieurs fois au cours de la formation des planètes telluriques. Les vitesses impliquées dans les phénomènes d'impact sont accompagnées par l'apport d'une quantité importante d'énergie sur le corps impacté provoquant ainsi des modifications catastrophiques.

### 2.2.2 Répartition de l'énergie d'impact

Lors d'un impact entre deux protoplanètes, une quantité importante d'énergie est libérée. Cette énergie est l'énergie cinétique de l'impacteur et est proportionnelle au carré de sa vitesse :

$$E_{imp} = E_{cin} = \frac{1}{2} m_{imp} v_{imp}^2 \quad (2.3)$$

Cette énergie est généralement insuffisante pour détruire le corps impacté. L'énergie nécessaire pour disperser un objet de masse  $M$  et de rayon  $R$  en transportant chacun de ses éléments à l'infini en luttant contre les forces de gravité est (*Chandrasekhar, 1939*) :

$$E_{binding} = \frac{3}{5} \frac{GM^2}{R} = \frac{3}{10} m v_{esc}^2 \quad (2.4)$$

Dans le cas d'un impact géant se produisant entre un corps (de masse  $m$  et de rayon  $r$ ) et un embryon planétaire (de masse  $M$  et de rayon  $R$ ), si  $m < \frac{6}{10} M$  (ou si  $r < 0.85R$  et les 2 corps ont la même densité), l'énergie d'impact est trop faible pour atteindre  $E_{binding}$  avec  $v_{esc}^2 = 2GM/R$ . Une partie de l'énergie cinétique d'impact est transmise à l'impacteur sous forme d'énergie interne et va permettre de le détruire. La majeure partie de l'énergie d'impact

(70 à 85%) est transférée au corps impacté sous forme d'énergie interne (*O'Keefe and Ahrens, 1977*). Cette énergie interne permet une augmentation locale de la température ainsi que la formation d'un cratère d'impact.

Deux points importants sont à souligner afin de quantifier l'effet thermique d'un impact. D'une part l'efficacité avec laquelle l'énergie cinétique de la météorite est convertie en énergie thermique est importante à quantifier. *Safronov (1969)* et *Kaula (1979)* ont postulé que les impacteurs apportent une fraction  $\gamma$  de leur énergie dans la planète en croissance. D'autre part, il est important de connaître la distribution de l'énergie thermique post-impact (*Stevenson, 1987*). *Tonks and Melosh (1992)* considère une répartition hémisphérique sous le point d'impact alors que *Croft (1982)* propose une augmentation de la température localisée dans une sphère de rayon comparable à celui de l'impacteur.

### 2.2.3 Physique de l'impact

Un impact météoritique s'il se produit à des vitesses supérieures aux vitesses des ondes élastiques crée une onde de choc dans le matériel impacté ce qui provoque un changement de l'état thermodynamique du matériel impacteur et impacté. L'incorporation de la résolution précise d'équations d'état dans les simulations numériques 3D (comme celles développées par *Canup (2004)*) est nécessaire pour mieux comprendre les effets des impacts géants.

Les relations entre les paramètres thermodynamiques des matériaux sont caractérisées par les équations d'Hugoniot-Rankine (*Tonks and Melosh, 1993*). Un front d'onde de choc, plat, se propage comme une discontinuité qui vérifie :

$$\rho(U - v_p) = \rho_0 U \quad (2.5)$$

$$\rho(P - P_0) = \rho_0 v_p U \quad (2.6)$$

$$\rho(E - E_0) = (P + P_0)(V_0 - V)/2 \quad (2.7)$$

avec  $\rho_0$  et  $\rho$  les densités non compressées et compressées,  $V_0(= 1/\rho_0)$  et  $V(= 1/\rho)$  les volumes spécifiques,  $P_0$  et  $P$  les pressions à l'avant et à l'arrière de l'onde de choc,  $E_0$  et  $E$  leurs

énergies spécifiques,  $v_p$  est la vitesse des particules derrière l'onde de choc et  $U$  la vitesse du choc.

Le passage de l'onde de choc provoque une compression brutale qui se traduit par une addition irréversible d'énergie provoquant ainsi une hausse de la pression et de l'entropie. Après le passage de l'onde de choc, le matériel se décomprime jusqu'à pression ambiante de façon adiabatique. En connaissant les équations d'état et les caractéristiques thermodynamiques des matériaux mis en jeu (capacité calorifique, chaleur latente de fusion ...), on peut connaître l'état thermodynamique (pression, température, taux de fusion ...) du matériel post-impacté. On doit rajouter la connaissance des équations d'état des matériaux aux équations d'Hugoniot-Rankine. On combine généralement des codes hydrodynamiques (ex : SPH) avec des modèles d'équation d'état (ANEOS *Thompson and Lauson* (1984); *Tonks and Melosh* (1993); *Pierazzo et al.* (1997)).

#### 2.2.4 Augmentation locale de la pression suite à un impact

Selon les modèles numériques permettant la résolution des équations Eq.2.5, Eq.2.6 et Eq.2.7, l'énergie suivant un impact n'est pas répartie uniformément. Dans le cas d'un impact à l'échelle d'une planète, les zones à hautes pressions peuvent s'étendre à travers une partie importante de la planète cible. Mais les pressions maximales sont surtout atteintes près du site d'impact.

Les résultats numériques de *O'Keefe and Ahrens* (1975) ont montré que l'augmentation de pression dans le matériel impacté avait un comportement dépendant de la distance du point d'impact. Près du point d'impact, l'augmentation de pression est relativement constante. Pour *Tonks and Melosh* (1992), la région où la pression est constante est une hémisphère centrée sous le point d'impact alors que selon *Croft* (1982) et *Pierazzo et al.* (1997), cette augmentation est répartie dans une sphère sous le point d'impact qu'ils appellent isobaric core. L'isobaric core se forme par la pénétration de l'impacteur dans le corps impacté. Comme l'impacteur plonge, le matériel du corps impacté situé à proximité est fortement comprimé (*O'Keefe and Ahrens*, 1975). Soit  $\gamma_{IC}$  le rapport de rayons entre impacteur et isobaric core. La valeur de  $\gamma_{IC}$  est estimée par l'équilibre des énergies (*Senshu et al.*, 2002). Selon l'approximation

”planar impact”, la vitesse des particules à la surface de contact  $v_p$  est environ la moitié de la vitesse d’impact  $v_{imp}$  si impacteur et impacté ont la même composition. Imaginons que toute l’énergie se transforme en énergie interne dans l’isobaric core et dans l’impacteur. On obtient ainsi :

$$\frac{4}{3}\pi r_{imp}^3 \frac{v_{imp}^2}{2} = \frac{4}{3}\pi r_{imp}^3 \frac{v_p^2}{2} + \frac{4}{3}\pi r_{IC}^3 \frac{v_p^2}{2} \quad (2.8)$$

Avec  $v_p = v_{imp}/2$ , on aboutit à :

$$\gamma_{ic} = \frac{r_{ic}}{r_{imp}} = 3^{1/3} \sim 1.44, \quad (2.9)$$

Selon *Senshu et al.* (2002), le pic de pression dans l’isobaric core est classiquement exprimé par une loi empirique de la forme :

$$P_{peak} = \rho_0 [C_0 + S v_p] v_p \quad (2.10)$$

où  $C_0$  est la vitesse du son,  $S$  est une constante,  $v_p$  est la vitesse des particules ( $= v_{imp}/2$ ) et  $\rho_0$  la densité du matériel non comprimé. En dehors de l’isobaric core, la pression et la vitesse des particules diminue rapidement avec la distance (*Melosh*, 1989) :

$$v_p = v_{p,c} (r/r_{ic})^{-2} \quad (2.11)$$

avec  $v_{p,c}$  la vitesse des particules à l’intérieur de l’isobaric core. Ainsi, en s’éloignant d’une distance  $r$  de l’isobaric core, l’augmentation de pression diminue et :

$$P_{peak}(r) = \rho_0 [C_0 + S v_{p,c} (\frac{r}{R_{ic}})^{-2}] v_{p,c} (\frac{r}{R_{ic}})^{-2}, \quad (2.12)$$

Si les matériels impacté et impacteur ont la même composition :

$$v_{p,c} = \frac{1}{2} v_{imp}, \quad (2.13)$$

### 2.2.5 Répartition de l'augmentation de la température

L'augmentation de l'entropie  $\Delta s$  suivant un impact et la relaxation adiabatique de la pression due au choc de l'impact provoque une augmentation de température (*Senshu et al.*, 2002) :

$$T_{after} = T_{before} \exp\left(\frac{\Delta s}{C_p}\right) \quad (2.14)$$

avec  $C_p$  la chaleur spécifique. *Senshu et al.* (2002) ont exprimé cette augmentation de température en fonction du pic de pression dans l'isobaric core par un fit polynomial de la forme :

$$\Delta T \sim a_1 P_{peak} + a_2 P_{peak}^2 + a_3 P_{peak}^3 + a_4 P_{peak}^4, \quad (2.15)$$

avec  $a_1, a_2, a_3, a_4$  des constantes. En combinant Eq.2.12, Eq.2.13 et Eq.2.15, on obtient ainsi l'augmentation de la température à une distance  $r$  de l'isobaric core. En ajustant cette relation par une loi du type  $\Delta T(r) = \Delta T(R_{ic}/r)^m$ , on obtient  $m \sim 4.4$ . Après la relaxation adiabatique de la pression, la perturbation thermique est à symétrie sphérique et vérifie :

$$\begin{cases} T(r) = T_0 + \Delta T & \text{si } r < R_{ic} \\ T(r) = T_0 + \Delta T(R_{ic}/r)^m & \text{si } r > R_{ic} \end{cases} \quad (2.16)$$

avec  $r$  la distance au centre de l'isobaric core.

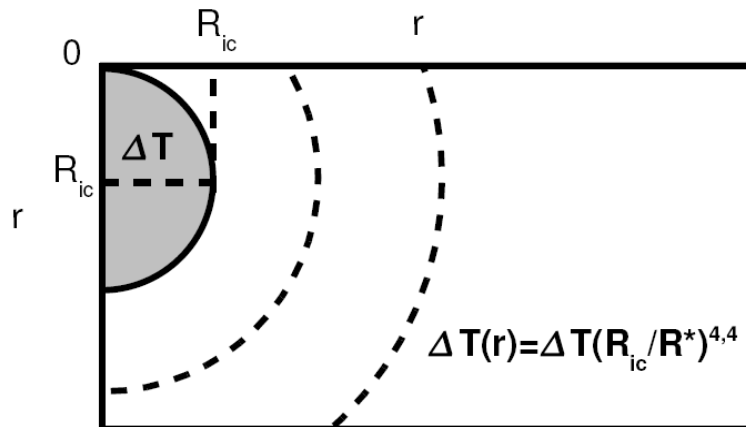


FIG. 2.1 – Schéma de la répartition de l'augmentation de la température après impact météoritique.

L'augmentation de température dans l'isobaric core est une fonction de la vitesse d'impact. En considérant que la fraction  $\gamma$  de l'énergie cinétique ( $E_{cin}$ ) d'impact sert uniquement à augmenter la température dans et en dehors de l'isobaric core, on peut calculer cette augmentation de température. L'énergie nécessaire pour chauffer l'isobaric core de  $\Delta T$  est :

$$E_{ic} = \frac{4}{3}\pi\rho_{IC}R_{ic}^3C_p\Delta T \quad (2.17)$$

L'énergie nécessaire pour chauffer le matériel en dehors de l'isobaric core est :

$$E_{ext} = 2\pi\Delta T\rho_{ic}C_p \int_0^\pi \int_{R_{ic}}^{+\infty} \left(\frac{R_{ic}}{r}\right)^m r^2 \sin\theta d\theta dr \quad (2.18)$$

En considérant :

$$\gamma E_{cin} = E_{ic} + E_{ext} \quad (2.19)$$

Avec :

$$\rho_{ic} = \rho_{imp} = \rho \quad (2.20)$$

et

$$R_{ic} = 3^{1/3}R_{imp} \quad (2.21)$$

on obtient ainsi :

$$\Delta T = \frac{4}{9}\pi\gamma \left[ \frac{2(m-2)(m-3)}{2m^2-4m-3} \right] \frac{\rho GR^2}{C_p} \quad (2.22)$$

Avec

$$f(m) = \frac{2m^2-4m-3}{2(m-2)(m-3)} \quad (2.23)$$

ou  $f(m)$  représente le volume effectivement chauffé normalisé par le volume de l'isobaric core (i.e.,  $f(m) = 1$  si seul l'isobaric core est chauffé). On obtient :

$$\Delta T = \frac{4}{9}\pi \frac{\gamma}{f(m)} \frac{\rho GR^2}{C_p} \quad (2.24)$$

Dans notre modèle, l'augmentation de température n'est pas fonction de la taille de l'impacteur mais dépend uniquement du carré du rayon de la planète impactée. D'après Eq.2.24



et en considérant  $\gamma = 0.3$ , pour un corps impacté de la taille de Mars (i.e.  $R = 3400\text{km}$ ),  $\Delta T \sim 400\text{ K}$  et pour un corps impacté de la taille de la Terre (i.e.  $R = 6400\text{km}$ ),  $\Delta T \sim 1600\text{ K}$ . La température de fusion des roches silicatées est de l'ordre de  $1670\text{ K}$ . Si la température initiale du corps impacté est élevée ou si son rayon est important, la température post-impact peut dépasser la température de fusion de ce matériel. Il est donc important de connaître l'état thermique initial d'une planète pour savoir si oui ou non il y a changement de phase après un impact météoritique.

### 2.2.6 Effet de la déformation post-impact

Comme décrit précédemment, une partie importante de l'énergie d'impact va servir à déformer la planète impactée et ainsi à former le cratère d'impact. Lors de l'impact, une partie du matériel va subir un phénomène appelé excavation pendant lequel une partie de la matière et donc de la chaleur est éjectée du cratère d'impact (*Melosh, 1989*). Une autre partie du matériel va être déplacée au sein du cratère par le passage de l'onde de choc. Ce déplacement permet d'ouvrir un cratère transitoire, dont la profondeur dépend de la taille de l'impacteur. Après le passage de l'onde de choc, le plancher du cratère remonte de sa profondeur transitoire jusqu'à sa profondeur finale provoquant éventuellement la formation d'un pic ou d'un anneau central .

La question posée ici est de savoir si le modèle de l'isobaric core est encore valable après les phénomènes de déformation post-impact. Les grands impacteurs ( $r_{imp} > 100\text{ km}$ ) créent des cratères complexes dont la profondeur  $d$  est constante et fonction de la taille du corps impacté et négligeable devant la taille des grands impacteurs. (Dans le cas de la Lune et pour  $r_{imp} > 100\text{ km}$ ,  $d/r_{imp} < 5\%$ ) (*Melosh, 1989*). *Tonks and Melosh (1993)* ont estimé la fraction  $f$  de matériel retenue après phénomène d'excavation. Cette fraction est fonction de la taille du cratère qui est elle-même fonction de la masse de l'impacteur. Pour des impacts terrestres, plus le cratère d'impact est important, plus la fraction de matériel chauffé retenue est importante et ce quelque soit la géométrie de la zone chauffée (hémisphère ou Isobaric Core sphérique). Cette fraction est estimée en utilisant les profils d'excavation prédits par les modèles de *Maxwell (1977)*. Ces modèles permettent de relier vitesse radiale de flux d'excavation  $v_r$  et la

distance  $r$  du point d'impact :

$$v_r = \alpha(t)/r^Z \quad (2.25)$$

où  $\alpha(t)$  est une fonction du temps caractérisant la force du flux de matière excavée et  $Z$  une puissance sans dimension.  $Z = 3$  est une approximation satisfaisante du flux de matière excavée (*Austin et al.*, 1981). Avec  $Z=3$ , pour de grands impacteurs (i.e. de rayon supérieurs à 100 km),  $f$  dépasse les 80%. Pour des impacts sur des protoplanètes avec un rayon  $R < R_{\oplus}$ , cette fraction est probablement plus importante ( $> 90\%$ ) car les impacts se font à des vitesses plus faibles. L'énergie excavée lors de grands impacts sur des planètes en croissance est donc négligeable.

Le rebond isostatique rapide qui suit permet aussi de déformer l'isobaric core. Le flux de matière orienté verticalement permet au cratère transitoire de devenir le cratère final. Les simulations numériques montrent qu'initialement après la formation du cratère, peu de chaleur se retrouve en dehors du cratère. La chaleur post-impact reste principalement sous le point d'impact (*Turtle et al.*, 2003). La géométrie finale de l'isobaric core n'est sans doute pas significativement différente de la géométrie sphérique initiale de nos modèles.

## 2.3 Conclusion

L'état thermique primitif des planètes en croissance est fortement influencé par le chauffage par désintégration des isotopes à courtes demi-vies telles que  $^{26}\text{Al}$  et  $^{60}\text{Fe}$ . Ce chauffage n'a été actif que pendant les premiers millions d'années du système solaire. Le chauffage par impacts météoritiques sur des corps de plus en plus volumineux a ensuite pu se surimposer à la chaleur fossile de désintégration radioactive. Les impacts météoritiques provoquent une augmentation locale de la température répartie dans une sphère, l'isobaric core, sous le point d'impact. Cette augmentation de température est proportionnelle au carré du rayon de la planète impactée et ne dépend pas de la taille de l'impacteur. Cette augmentation de température peut éventuellement, selon le rayon de la planète impactée et selon son état thermique avant l'impact, provoquer la fusion du matériel choqué. Ce phénomène serait suivi d'un

autre phénomène : la séparation locale des silicates légers et du fer plus lourd.

## Chapitre 3

# La séparation des phases

Les planètes telluriques sont principalement composées de deux phases chimiques : une phase métallique dense et une phase silicatée plus légère. Les conditions thermodynamiques peuvent être favorables à des changements de phase tels que le passage de l'état solide à l'état liquide. Sous certaines conditions, 2 phases (ex : solide et liquide) peuvent coexister. Ces conditions sont caractérisées par les lois de la thermodynamiques qui permettent de prédire les domaines de pression et de température de stabilité des phases (*Mattern et al.*, 2005). Dans un matériel indifférencié, du fait de la différence de température de condensation, les phases métalliques et silicatées sont séparées et non pas mélangées.

Les phases métallique et silicatée ont des propriétés thermodynamiques différentes. En effet, la température de fusion de la phase métallique est inférieure à celle de la phase silicatée (*Agee*, 1997; *Fei et al.*, 1997; *Ghosh and McSween*, 1998). Ces propriétés thermodynamiques sont fonctions de la composition chimique des deux phases. La chaleur apportée par la désintégration des éléments radioactifs à courtes périodes et par les impacts météoritiques permettent d'augmenter la température dans les protoplanètes. Considérons un embryon de fer solide pris dans une matrice silicatée solide. La croissance de l'embryon de fer ne peut se faire que par diffusion chimique. Ce processus est bien trop long pour former un corps suffisamment gros pour pouvoir migrer vers le centre de la Terre dans une échelle de temps rapide, contrainte par les données géochimiques. La séparation fer/silicate nécessite donc un processus de fusion pour permettre une migration rapide du fer. Lorsque la température de

fusion de la phase métallique et/ou de la phase silicatée est atteinte après un impact, leurs différences de densité va entraîner la séparation de ces deux phases à l'intérieur de l'isobaric core par percolation ou par sédimentation en milieu liquide. La phase métallique concentrée à la base de l'isobaric core pourra ensuite migrer vers le centre de la protoplanète impactée et contribuer à la formation de son noyau.

### 3.1 Fusion dans le système Fer/Silicates

Un diagramme de phase résume les conditions de température et de pression auxquelles une substance peut exister sous différentes phases (ex : Fig. 3.4). Pour chacune des phases, la pression, la température et les fractions molaires sont les variables intensives qui déterminent l'état. Dans le système Fer/Silicates, il existe deux transitions de phases majeures : la fusion de la phase métallique et la fusion de la phase silicatée. L'objectif de cette partie est de déterminer les conditions de stabilité des deux phases et leurs états après un impact météoritique.

#### 3.1.1 Fusion dans la phase métallique

L'augmentation de température dans l'isobaric core après un impact est fonction du carré du rayon de la planète impactée Eq.2.24. Au cours de la croissance des planètes, le rayon du corps impacté a pu être suffisant pour qu'un impact permette d'atteindre localement la température de fusion du fer. Cette température a pu être atteinte sans pour autant dépasser la température de fusion des silicates. Pour caractériser l'équilibre solide/liquide du fer pur, il suffit de connaître la température ou la pression du système pour savoir dans quelle phase (solide ou liquide) se trouve le Fer. Cependant, d'autres éléments chimiques que le Fer ont pu se retrouver dans la phase métallique. Le noyau terrestre est principalement composé de Fer et de Nickel avec un rapport  $Fe/Ni \sim 16$  (Birch, 1964; McDonough and Sun, 1995). Cependant, les données sismologiques montrent un écart de la densité du noyau de 6 à 10% inférieure par rapport à une composition pure en fer. Le noyau est donc aussi probablement composé d'une combinaison d'éléments légers tels que H, C, N, Mg, S, O et Si (Birch, 1964; Poirier, 1994; Jephcoat and Olson, 1987; Hillgren et al., 2000).

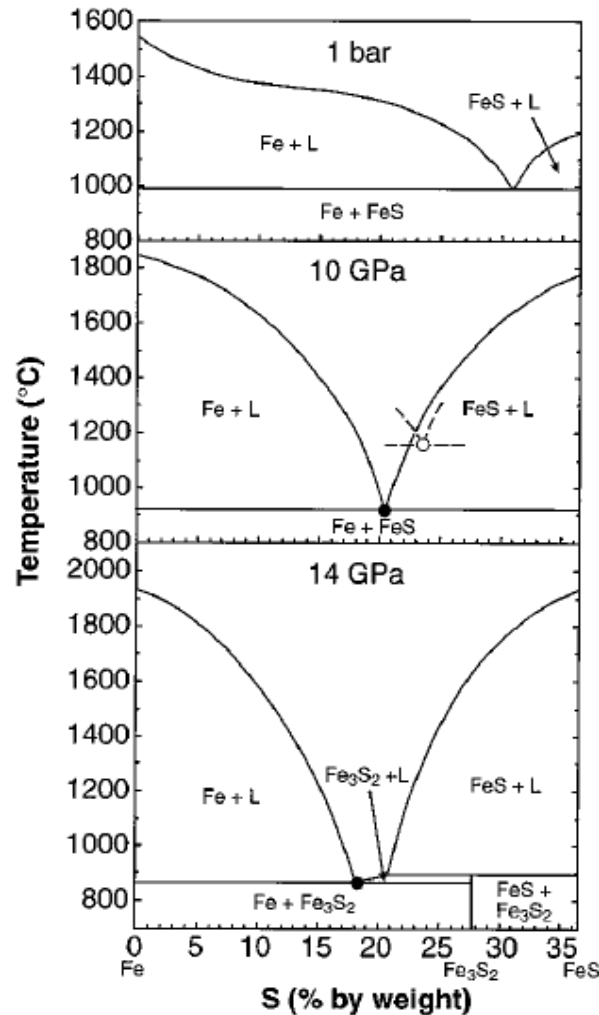


FIG. 3.1 – Diagrammes de phases du système Fe-FeS pour des pressions de 1 bar, 10 GPa et 14 GPa (d'après (Fei *et al.*, 1997)).

Lors de la formation du noyau, le fer a aussi entraîné avec lui des éléments chimiques dits modérément à très sidérophiles (ayant une forte affinité pour le fer) rendant le manteau primitif appauvri en ces éléments par rapport à une composition chondritique. Cependant, les analyses chimiques de péridotites montrent que certains de ces éléments ne sont actuellement pas autant appauvris que prévu. Certains modèles géochimiques supposent ainsi une étape tardive d'accrétion de matériel chondritique alors que la Terre possédait déjà plus de 95% de sa masse. Cette étape de "vernissage tardif" aurait réhomogénéisé les concentrations en éléments très sidérophiles dans le manteau (Chou, 1978). Le soufre est un élément important dans

l'état thermodynamique de la phase métallique puisque c'est un élément léger et sidérophile. L'alliage Fe-FeS est caractérisé par un comportement eutectique à pression faible (<10GPa) avec un point eutectique de fusion à  $T=1000^{\circ}\text{C}$  avec 31% en masse de soufre (Fig 3.1). L'augmentation de la pression permet à la composition à l'eutectique d'être plus riche en fer (*Fei et al.*, 1997). Contrairement aux résultats prédits par (*Usselman*, 1975) la température à l'eutectique diminue avec la pression (860° à 14 GPa). A des pressions supérieures à 14 GPa, le système se complique avec l'apparition de la phase  $\text{Fe}_3\text{S}_2$ . Si la phase  $\text{Fe}_3\text{S}_2$  est retrouvée dans des météorites, cela peut renseigner sur les conditions  $P(>14\text{GPa})$  et  $T(<900^{\circ}\text{C})$  des corps parents.

La chaleur latente du fer est  $L_{Fe} = 2.7 \times 10^5 \text{ J/kg}$  (*Ghosh and McSween*, 1998). La source de chaleur nécessaire pour atteindre la température à l'eutectique de Fe-FeS peut être la désintégration d'éléments aux radioactivités éteintes (*Yoshino et al.*, 2003). Un autre phénomène de chauffage important est le chauffage par impacts (en complément si le chauffage par désintégration n'est pas suffisant). Pour *Yoshino et al.* (2003), en considérant un planétésimal de 30 km de rayon formé en  $\sim 0.5 \text{ Ma}$ , les radioactivités éteintes entraînent un dépassement systématique de la température de fusion du système Fe-FeS et parfois des silicates dans des échelles de temps comparables au temps de formation du noyau terrestre (*Yin et al.*, 2002; *Kleine et al.*, 2002).

### 3.1.2 Fusion dans la phase silicatée

Le manteau terrestre actuel est issu d'un matériel parent riche en silicates. La composition chimique du matériel parent des planètes telluriques est sujette à débats. Le matériel parent avait probablement une composition chimique chondritique mais le type de chondrite est difficile à prédire. Le manteau terrestre actuel pourrait être issu d'un assemblage de différents types de météorites. Les expériences en laboratoires ont permis d'étudier la stabilité des silicates de certaines météorites chondritiques à hautes températures et pressions. Les expériences de *Agee* (1997) ont été effectuées sur la météorite chondritique Allende. Selon *Agee* (1997), la météorite chondritique carbonnée Allende est un des candidats possible pour estimer la composition moyenne d'une Terre fraîchement accrétée. Elle est composée des éléments nécessaires

pour former la croûte, le manteau et le noyau (Tab. 3.2) : des silicates calco-alumineux et ferro-magnésiens et des alliages Fe-Ni-S.

*Agee* (1997) a étudié les changements de phase de la météorite Allende CV3 en fonction de la pression et de la température (Fig. 3.3). Il en déduit que la température de fusion d'une planète avec une composition chondritique est beaucoup plus faible (300 à 400 K) que celle du manteau actuel pour la gamme de pression rencontrée dans le manteau terrestre supérieur (entre 5 et 25 GPa). Allende, comme toutes les chondrites carbonnées a une composition chimique riche en fer 3.2. Ce facteur est en partie responsable de plus faibles solidus et liquidus que dans le manteau constitué de péridotites. A 3 GPa (environ 100km de profondeur sur Terre), la température du solidus des silicates de la météorite Allende est 1400°C.

Un bombardement météoritique intense et des rapport initiaux  $^{26}\text{Al}/^{27}\text{Al}$  et  $^{60}\text{Fe}/^{56}\text{Fe}$  élevés apportent des quantités de chaleur importantes. Le  $^{26}\text{Al}$  et le  $^{60}\text{Fe}$  sont des éléments qui se sont formés tôt dans l'histoire du système solaire et qui ont des temps de demi-vie courts (Tab.2.1). Des rapport initiaux  $^{26}\text{Al}/^{27}\text{Al} > 7.7 \times 10^{-6}$  et  $^{60}\text{Fe}/^{56}\text{Fe} > 2 \times 10^{-7}$  ont pu permettre pour des âges inférieurs à 3 Ma de dépasser la température de fusion des silicates dans les planétésimaux (*Yoshino et al.*, 2003). Un océan magmatique a pu se former en surface. Le manteau appauvri en FeO (qui a fondu facilement et est allé dans le noyau) a vu son solidus et liquidus augmenter jusqu'aux valeurs actuelles. La séparation du fer dans le manteau par un stade océan magmatique rend ce manteau plus difficile à faire fondre. La fusion des silicates est un phénomène important à quantifier car elle peut faciliter la ségrégation du fer. En effet, la vitesse de chute d'une bille de fer est inversement proportionnelle à la viscosité du milieu traversé. La fusion des silicates peut faciliter les déformations et ainsi permettre à la phase métallique de rejoindre plus facilement le centre de la planète. La Figure 3.4 résume les données expérimentales sur les chondrites carbonnées, la péridotite mantellique et les courbes de fusion d'alliage métalliques.

L'olivine ( $(\text{Mg,Fe})_2\text{SiO}_4$ ) est le composant majeur du manteau terrestre actuel. Ses caractéristiques cristallographiques changent avec la pression, la température et donc avec la profondeur. Les études sismiques et les données en laboratoire montrent que l'olivine usuelle (= olivine  $\alpha$ ) stable à basses pressions se transforme en wadsleyite (= olivine  $\beta$ ) vers 410 km.



	Allende bulk silicate Jarosewich	Allende silicate liquid Agee et al. ( <i>n</i> = 16)	$\pm 1\sigma$	KLB-1 bulk silicate Takahashi	KLB-1 silicate liquid Zhang and Herzberg ( <i>n</i> = 148)	$\pm 1\sigma$
SiO <sub>2</sub>	36.63	38.57	0.14	44.48	45.55	0.94
TiO <sub>2</sub>	0.16	0.14	0.00	0.16	0.12	0.03
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	3.50	3.71	0.14	3.59	3.50	0.49
Cr <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	0.56	0.55	0.02	0.31	nd	nd
FeO	29.06	24.79	0.53	8.10	9.04	0.77
MgO	26.35	29.23	0.65	39.22	36.63	1.32
MnO	0.19	0.20	0.02	0.12	0.14	0.03
CaO	2.79	2.62	0.11	3.44	3.26	0.43
NiO	nd	0.17	0.03	0.25	nd	nd
CoO	nd	0.03	0.00	nd	nd	nd
Na <sub>2</sub> O	0.48	0.48	0.03	0.30	0.33	0.08
K <sub>2</sub> O	0.03	0.00	0.00	0.02	nd	nd
P <sub>2</sub> O <sub>5</sub>	0.25	0.29	0.02	nd	nd	nd
Total (wt.%)	100.00	101.10		99.99	98.57	
FeO/(FeO + MgO) (molar)	0.38	0.32		0.10	0.12	

FIG. 3.2 – Composition chimique des fractions silicatées de la météorite Allende et de la péridotite KLB-1 (d'après (Agee, 1997)).

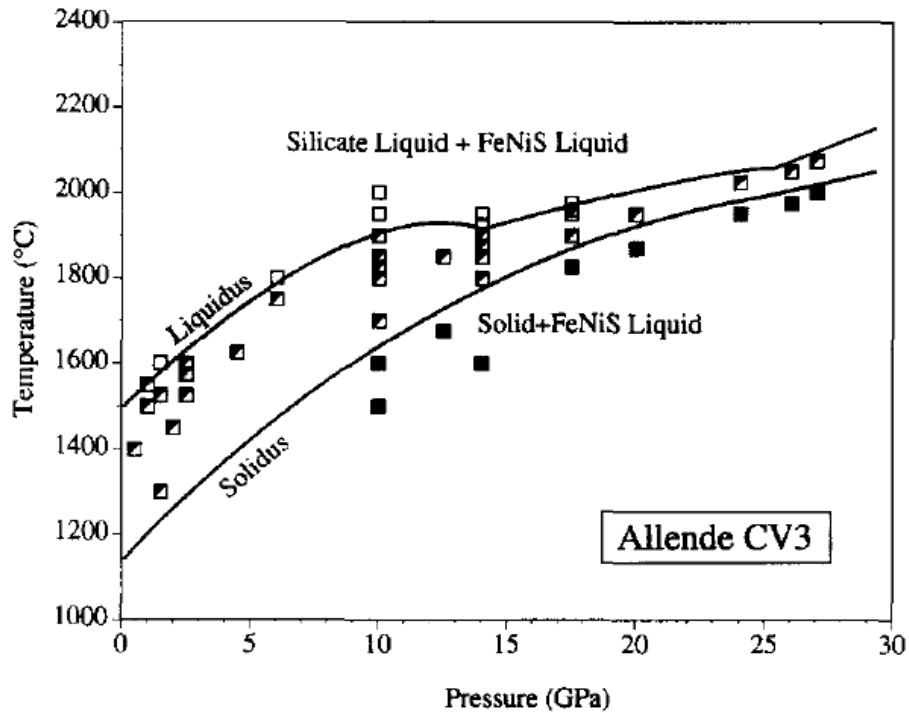


FIG. 3.3 – Diagramme de phases en fonction de la pression et de la température de la météorite Allende (d'après (Agee, 1997)).

La wadsleyite se transforme ensuite en ringwoodite (= olivine $\gamma$ ) à 520 km de profondeur puis en perovskite  $(\text{Mg,Fe})\text{SiO}_3$  + magnésiwustite  $\text{MgO}$  vers 660 km. Une dernière transition de phase est observée avec la transformation de  $\text{MgSiO}_3$  en post-pérovskite. Cette transition, observée en laboratoire à une pression de 125 GPa et à une température de 2500 K entraînerait une différence de densité de 1 à 1.2 % et pourrait expliquer la discontinuité sismique observée dans la couche D'' à la base du manteau terrestre.

### 3.1.3 Fusion partielle en fonction de la taille de la planète

Considérons une protoplanète de température initiale  $T_0$  avec une composition chimique terrestre (32% en masse de phase métallique et 68% de phase silicatée (Anderson and Kovach, 1967)). Le but de cette partie est de caractériser l'état thermodynamique et la température dans l'isobaric core (I.C.) en fonction de l'énergie fournie. Les énergies sont dans cette partie ramenées à des énergies par unité de masse ( $E/m_{ic}$ ). L'état thermique initial de l'isobaric core

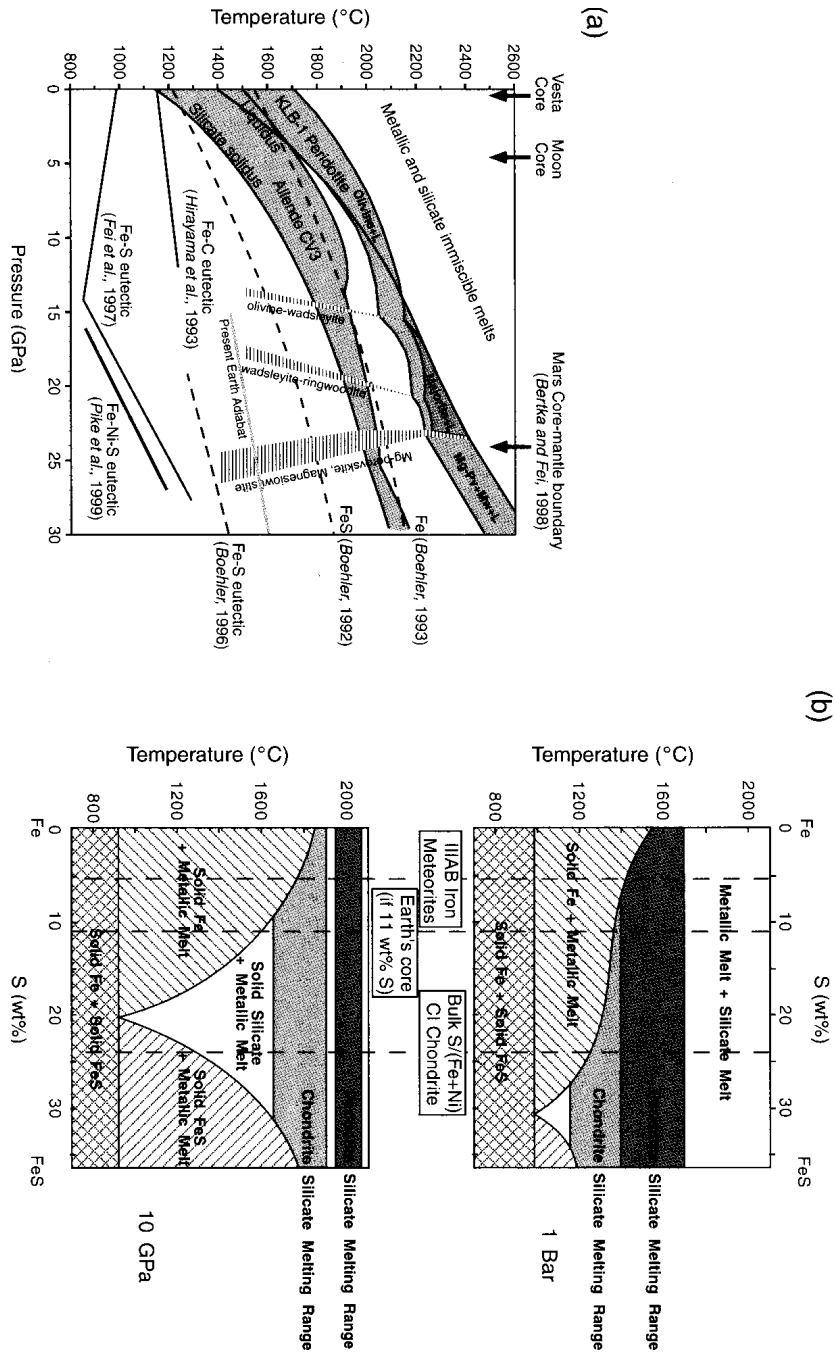


FIG. 3.4 – (a) Températures expérimentales de fusion en fonction de la pression pour une chondrite carbonnée (Allende) et pour une péridotite (KLB-1). Sont aussi représentées différentes courbes de fusion faisant intervenir Fe et les pressions à l'intérieur des noyaux de la Lune, de Vesta et à la frontière manteau-noyau de Mars. (b) Compositions du système Fe-FeS en fonction de la température pour des pressions de 1 bar (haut) et 10 GPa (bas). D'après (*Rushmer et al.*, 2000)

est  $E_0 = C_p T_0$  où  $C_p$  est la capacité calorifique du matériel indifférencié.

Une augmentation de l'énergie de  $\delta E$  dans l'isobaric core se traduit par une augmentation de la température de  $\delta T = \delta E / C_p$ . Lorsque la température atteinte dans le système dépasse la température eutectique de l'alliage Fe-FeS  $T_{EFe-FeS} = 1270$  K (*Fei et al.*, 1997), une partie de l'énergie est utilisée pour faire fondre la phase métallique. A  $T = T_{EFe-FeS}$ , 32% (fraction massique du fer dans l'isobaric core) de la variation d'énergie  $\delta E$  vont être utilisés pour faire fondre la phase métallique et 68% (fraction massique de silicate dans l'isobaric core) de la variation d'énergie  $\delta E$  vont être utilisés pour augmenter la température globale de l'isobaric core. Lorsque  $\delta E = L_{Fe}$  (i.e. tout le fer a fondu), l'augmentation de température dans l'isobaric core est  $\delta T = 68\% L_{Fe} / C_p$ . La température augmente ensuite de nouveau de la façon suivante :  $\delta T = \delta E / C_p$ . Lorsque la température atteinte est suffisante pour commencer à faire fondre la phase silicatée ( $T = T_{solSi} = 1670$  K (*Agee*, 1997)), 32% de la variation d'énergie  $\delta E$  vont être utilisés pour augmenter la température globale de l'isobaric core et 68% de la variation d'énergie  $\delta E$  vont être utilisés pour faire fondre la phase métallique. Lorsque  $\delta E = L_{Si}$  (i.e. toute la phase silicatée a fondu), l'augmentation de température dans l'isobaric core est  $\delta T = 32\% L_{Si} / C_p$ . En considérant  $L_{Fe} = 2.7 \times 10^5$  J.kg<sup>-1</sup> et  $L_{Si} = 4 \times 10^5$  J.kg<sup>-1</sup> (*Ghosh and McSween*, 1998) et  $C_p = 936$  J.kg<sup>-1</sup>.K<sup>-1</sup>, on obtient la figure 3.5.

En connaissant l'état thermique d'une planète et son rayon (donc l'augmentation de température  $\Delta T$  suivant un impact), on peut connaître l'énergie disponible dans l'isobaric core. On peut ainsi connaître sa température et l'état dans lequel se trouvent les phases silicatées et métalliques (solides, partiellement fondues ou liquides). Dans le cas d'une proto-planète de la taille de Mars avec une température initiale  $T_0 \sim 1000$  K, un impact météoritique provoquera une fusion partielle de la phase métallique sans fusion de la phase silicatée. Pour une protoplanète de la taille de la Terre, un impact entraîne systématiquement la fusion de la phase métallique. Pour que toute la phase silicatée soit fondue, il suffit que la température initiale soit supérieure à 300 K.

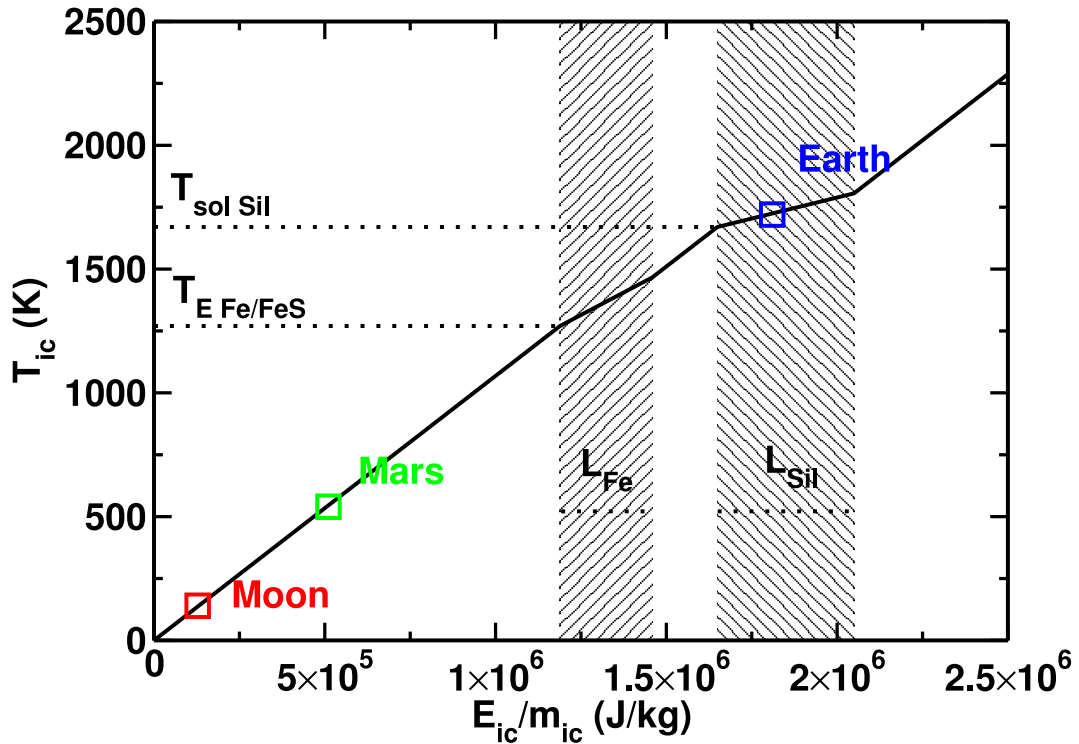


FIG. 3.5 – Température dans l’isobaric core en fonction de l’énergie fournie au système par unité de masse. Les domaines de fusion de la phase métallique et de la phase silicatée sont représentées (zones hachurées). Les énergies apportées par impact météoritique sur une protoplanète de la taille de la Lune, de Mars et de la Terre sont indiquées.

### 3.2 Transport de la phase métallique dans l’isobaric core

Une fois fondue, la phase métallique plus dense a pu migrer rapidement vers le bas de l’isobaric core formé après impact par percolation à l’échelle du grain (*Stevenson, 1990; Yoshino et al., 2003*) ou par pluie de gouttelettes de fer dans les silicates (*Stevenson, 1990; Höink et al., 2005*)

### 3.2.1 Percolation du métal liquide dans une matrice silicatée

A l'échelle du grain, la fusion de la phase métallique entraîne la formation de poches de métal liquide localisées le long des limites de grains. Ce phénomène est fonction de l'angle formé par le liquide en contact avec deux grains solides (*Von Bargaen and Waff*, 1986), de la fraction volumique de liquide et du régime de contraintes dans le système. Cet angle  $\theta$  est appelé angle diédral ou angle de mouillage (Fig. 3.6). La valeur de  $\theta$  caractérise les énergies d'interface entre les phases en contact. Si  $\theta > 60^\circ$ , le liquide est confiné dans des poches aux coins des grains. Si  $\theta < 60^\circ$ , le matériel fondu remplit les canaux entre les grains solides et forme un réseau connecté. La ségrégation de la phase métallique et sa migration vers le bas de la région partiellement fondue par percolation devient possible. Les angles diédraux des alliages de Fer fondus dans une matrice solide riche en silicates sont grands ( $\sim 108^\circ$  pour des pressions comprises entre 2 et 20 GPa).

Cependant, l'efficacité de la percolation dépend aussi de la fraction volumique de matériel liquide dans la matrice solide. La limite de percolation dans un système solide/liquide pour des angles diédraux supérieurs à  $100^\circ$  n'est pas connue précisément. *Von Bargaen and Waff* (1986) montrent par modélisation numérique que, dans un cas où le liquide est réparti de façon homogène dans la matrice, la fraction volumique seuil de liquide pour laquelle la percolation devient possible est faible ( $\sim 5.7\%$ ). Les expériences de mesure de la conductivité de *Yoshino et al.* (2003) confirment que pour des fractions volumiques métalliques faibles (3-6%) la percolation est possible dans une matrice silicatée. Ils montrent aussi que ce seuil de percolation est indépendant de la composition en sulfure de la phase métallique. Pour des fractions volumiques inférieures à 5 %, la connectivité est contrôlée par les tensions de surface à l'interface liquide/cristal. Pour des fractions volumiques de liquide supérieures à 5 %, le liquide forme un réseau interconnecté et la perméabilité est contrôlée par la taille effective des chenaux liquides.

Enfin, l'efficacité de la percolation dépend du régime de contrainte du milieu. En effet, les études expérimentales à hautes pressions montrent qu'à des conditions hydrostatiques (avec une pression de confinement comprise entre 400 et 450 MPa), la phase métallique fondue ne forme pas de réseau interconnecté (*Shannon and Agee*, 1996). Cependant, des déformations

par contraintes cisailantes comprises entre 60 et 100 MPa peuvent permettre d'interconnecter une fraction significative des poches isolées (*Bruhn et al.*, 2000). Ces conditions de pression pourraient se retrouver à faible profondeur dans un manteau en convection. La mobilité des alliages Fe-FeS peut aussi être facilitée par une fusion partielle de la matrice silicatée.

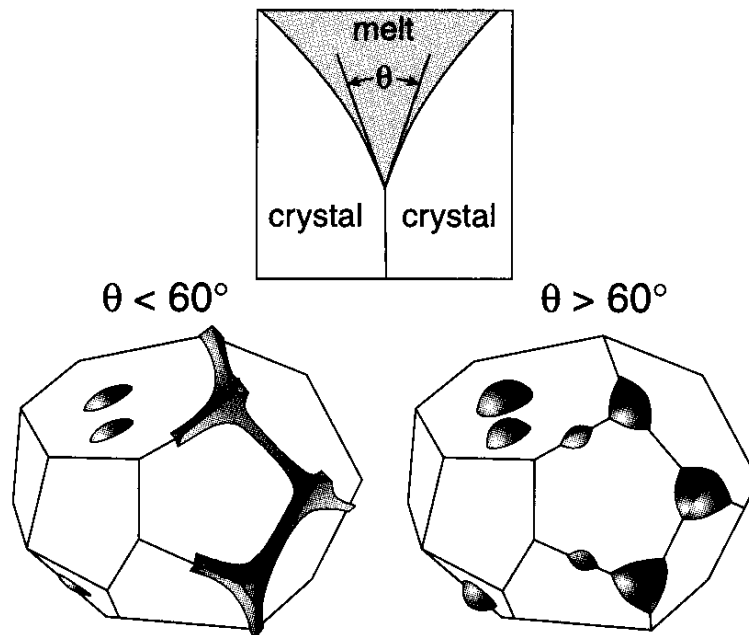


FIG. 3.6 – Illustration de l'interconnectivité du réseau liquide en fonction de l'angle de mouillage d'après (*Rushmer et al.*, 2000). Définition de l'angle de mouillage  $\theta$  (haut). Si  $\theta < 60^\circ$ , le liquide forme un réseau interconnecté (bas gauche) et si  $\theta > 60^\circ$ , le liquide est isolé en poches.

La fusion de l'alliage Fe-FeS et ainsi la percolation de cet alliage peut avoir lieu à des températures ( $\sim 1270$  K) inférieures à la température de fusion des silicates ( $\sim 1670$ K). Si la phase métallique fondue est capable de former un réseau connecté, ses vitesses de migration sont rapides et peuvent être calculées à partir de la loi de Darcy.

$$v = (k/\eta)dP/dh \quad (3.1)$$

avec  $v$  la vitesse de la phase fondue par rapport à la matrice solide,  $k$  la perméabilité,  $\eta$  la viscosité de la phase fondue et  $dP/dh$  le gradient de pression hydrostatique ( $= \Delta\rho g$  avec  $\Delta\rho$  la différence de densité entre matériel fondu et matrice et  $g$  l'accélération gravitationnelle).

Imaginons un impact sur une planète en croissance ayant un rayon  $R = 3000$  km ( $g = 3.5\text{ms}^{-2}$ ). Si l'état thermique initial le permet, la phase métallique dans l'isobaric core atteint la température de fusion du fer. La matrice silicatée est quant à elle solide. La viscosité du fer liquide est très faible par rapport à la viscosité des silicates solides et dépend fortement de la température. Pour une température proche de l'eutectique, la viscosité d'un alliage Fe-FeS est  $\sim 0.02$  Pa.s (Dobson et al., 2000). La différence de densité entre fer et silicates est  $\Delta\rho = 4500$  kg/m<sup>3</sup>. En considérant une perméabilité  $k = a^2\Psi/(24\pi)$  (Turcotte and Schubert, 1982) avec  $a$  la taille de grains ( $a = 10^{-3}$ m) et  $\Psi$  la fraction fondue ( $\Psi = 17\%$ ), la vitesse de ségrégation dans l'isobaric core est  $v \sim 10^{-3}$  m/s soit  $\sim 30$  km/an. Pour un impacteur avec un rayon  $r_{imp} = 100$  km, le rayon de l'isobaric core correspondant sera  $R_{ic} = 144$  km (Eq.2.9). Il faudra donc environ 5 ans pour que le fer présent dans la partie supérieure de l'isobaric core rejoigne le bas de l'isobaric core. Ce modèle ne tient pas compte des phénomènes de compaction qui peuvent être engendrés lors de l'écoulement de la phase métallique dans la matrice silicatée et modifier la dynamique de ségrégation de la phase métallique (Bercovici et al., 2001a,b; Ricard et al., 2001; Sramek et al., 2007). La compaction peut notamment dissiper une partie de la variation d'énergie potentielle provoquée par la chute d'un diapir de fer vers le noyau et la transformer en chaleur.

Cette échelle de temps très courte par rapport aux temps caractéristiques de relaxation visqueuse (cf. Partie 2). On peut donc considérer que la ségrégation de la phase métallique dans l'isobaric core est un phénomène quasi instantané par rapport à la relaxation thermique qui se fait en plusieurs millions d'années.

### 3.2.2 Pluie métallique en milieu liquide

Suite à un impact géant, une "émulsion", mélange de silicates et fer liquides, peut se former. Afin de minimiser l'énergie du système, des billes de fer se forment. La taille caractéristique des gouttes de fer est difficile à prédire et dépend de la dynamique du milieu considéré. L'approche développée par Ulvrova et al. (in prep.) caractérise les magnitudes entre les forces qui tendent à modifier la sphéricité d'une bille de fer pendant son déplacement (les forces visqueuses, les forces d'inerties et les forces de flottabilité) et les forces qui tendent



à renforcer cette sphéricité (les forces dues aux tensions de surface). Les forces de flottabilité et de tension de surface dépendent de la taille de la bille de fer. On peut donc déduire une taille caractéristique maximale que peut atteindre une bille de fer pour laquelle les forces de tension de surface maintiennent l'intégrité de la bille de fer. Lorsque le rayon de la bille de fer est plus petit que cette taille caractéristique maximale, la bille plonge dans le matériel silicaté sans être déformée. Ce rayon caractéristique est unique et dépend de la gravité, des densités mises en jeu et de la tension de surface. Pour la Terre, cette taille caractéristique serait  $\sim 1$  cm.

Pour prédire la taille caractéristique d'une bille de fer liquide dans des silicates liquides, *Stevenson* (1990) considère qu'une partie de l'énergie suivant un impact est transformée en turbulence. Dans un écoulement turbulent, les gouttelettes de Fer ont une taille comprise entre la plus grande échelle de l'écoulement (ex : la taille de la Terre) et la plus petite échelle imposée par la viscosité : l'échelle de Kolmogorov. La théorie de la "cascade de Kolmogorov" prédit l'échelle pour laquelle une bille de fer perd plus d'énergie par dissipation visqueuse qu'elle n'en gagne par la formation de grosses structures d'écoulement. Les modèles analytiques de *Stevenson* (1990) prédisent eux aussi une grandeur caractéristique de l'ordre du centimètre.

Les gouttelettes de fer dans l'émulsion sont plus denses que les silicates et plongent en direction du centre de la terre avec une vitesse caractéristique de l'ordre de la vitesse de Stokes. Cette vitesse est fonction de l'inertie du système. Les modèles numériques de sédimentation en milieu liquide permettent de mieux comprendre la dynamique d'un océan magmatique primitif (*Solomatov and Stevenson, 1993*). *Höink et al.* (2005) ont étudié la dynamique des gouttelettes en milieu non turbulent et observent trois régimes selon les paramètres rhéologiques du milieu : suspension, séparation et alternance de phases de séparation et de suspension. Le régime dominant de la dynamique du système est fonction de  $B$  rapport entre flottabilités thermiques et chimiques. Pour des rapports de flottabilités élevés, les variations de densité dues aux différences de composition chimique entre fer et silicates prennent le pas sur les variations de densité dues aux différences de température et les gouttelettes de fer se collectent en bas de l'isobaric core. Ces modèles numériques réalisés dans le cadre d'un océan magmatique et utilisant une taille caractéristique des gouttelettes pour la Terre de l'ordre du centimètre prédisent

### 3.3. TRANSPORT DE LA PHASE MÉTALLIQUE VERS LE CENTRE DE LA PLANÈTE 55

un temps de séparation fer silicate faible ( $< 100$  ans). La percolation décrite précédemment et la pluie de gouttelettes de fer en milieu liquide provoquent la séparation rapide du fer et des silicates.

## 3.3 Transport de la phase métallique vers le centre de la planète

La phase métallique très dense, une fois accumulée à la base de l'isobaric core, peut former un volume de fer qui va exercer une contrainte déviatorique élevée sur le milieu sous-jacent. Cette contrainte engendre des déformations cassantes et/ou visqueuses au sein du matériel indifférencié. La phase métallique migre ainsi vers le centre de la planète impactée.

### 3.3.1 Hydrofracturation

Lorsqu'un impact implique des vitesses d'impact élevées pour libérer assez d'énergie pour permettre la fusion d'une partie du corps impacté, un impacteur volumineux pour que le volume fondu soit significatif et un corps impacté suffisamment gros pour que le volume de matériel fondu non excavé soit suffisant, l'anomalie de composition chimique présente dans l'isobaric core et notamment le volume de Fer situé à sa base exercent une contrainte importante sur le matériel sous-jacent non différencié. Cette contrainte peut suffire à fracturer ce matériel si elle est supérieure à la limite d'élasticité (*Tonks and Melosh, 1992; Solomatov, 2000*). La contrainte seuil aux conditions de la surface de la Terre serait de l'ordre de 2 GPa (*Davies, 1982*).

La contrainte déviatorique générée par une bille de Fer de rayon  $R_{Fe}$  est  $\sim \Delta\rho g R_{Fe}$ . Pour  $R_{Fe} > 45$  km et dans le cas d'une planète de la taille de la Terre, cette contrainte déviatorique dépasse la contrainte seuil que peut supporter une roche à la surface de la Terre et le fer plonge vers le centre. Ce phénomène serait inévitable pendant la croissance des planètes lorsque leurs rayons atteindraient des rayons supérieurs à celui de la Lune (*Tonks and Melosh, 1992*). Cependant, ce mode de transport n'est réaliste que dans un modèle où le matériel traversé par le fer est froid. Si le matériel situé en dessous de l'anomalie thermo-chimique est chaud jusqu'au centre de la planète, les déformations engendrées par le déplacement du fer seront

des déformations visqueuses avec viscosité qui est aussi fonction de la contrainte.

### 3.3.2 Instabilités de Rayleigh-Taylor

Une fois le fer et les silicates séparés, l'isobaric core forme un système avec à sa base 32% de sa masse (17% de son volume) composée de la phase métallique et au dessus 68% de sa masse (83% de son volume) composée de la phase silicatée. La densité du fer est supérieure à la densité du matériel indifférencié sous-jacent. La superposition de deux fluides de densités différentes engendre une instabilité gravitationnelle appelée instabilité de Rayleigh-Taylor. Sous l'effet de cette instabilité gravitationnelle, l'interface entre la phase métallique et la phase indifférenciée va se distordre de manière visqueuse et entraîner des mouvements dans les deux milieux. La phase métallique plus dense va plonger vers le centre de la planète. De telles instabilités ont pu constituer le mode de migration du Fer vers le centre de la planète et ainsi contribuer à la formation de son noyau (*Stevenson, 1981*). De large gouttes de fer de rayon  $\sim 100$  km ont aussi pu croître en base d'océans magmatiques (*Stevenson, 1990*) (Fig. 3.7)) et migrer vers le centre de la Terre.

## 3.4 Conclusion

Les corps ayant au cours de leur croissance atteint rapidement des rayons importants ont pu subir une différenciation globale grâce à la chaleur de désintégration des éléments tels que  $^{26}\text{Al}$  et  $^{60}\text{Fe}$ . Certains des impacteurs frappant les protoplanètes pourraient ainsi avoir été différenciés dans leur histoire. L'impact avec un corps plus volumineux a probablement permis une redistribution de la phase métallique de l'impacteur au sein du corps impacté. Certaines protoplanètes peuvent avoir atteint lentement des rayons élevés sans pour autant subir de différenciations globales. Les impacts météoritiques sur des protoplanètes permettent des augmentations locales de température. Si la planète impactée a un rayon faible, les impacteurs n'apportent pas assez d'énergie pour faire fondre la phase métallique et engendrent seulement une anomalie thermique. Si la planète impactée a un rayon suffisant, les impacts géants provoquent une séparation locale du fer et des silicates.

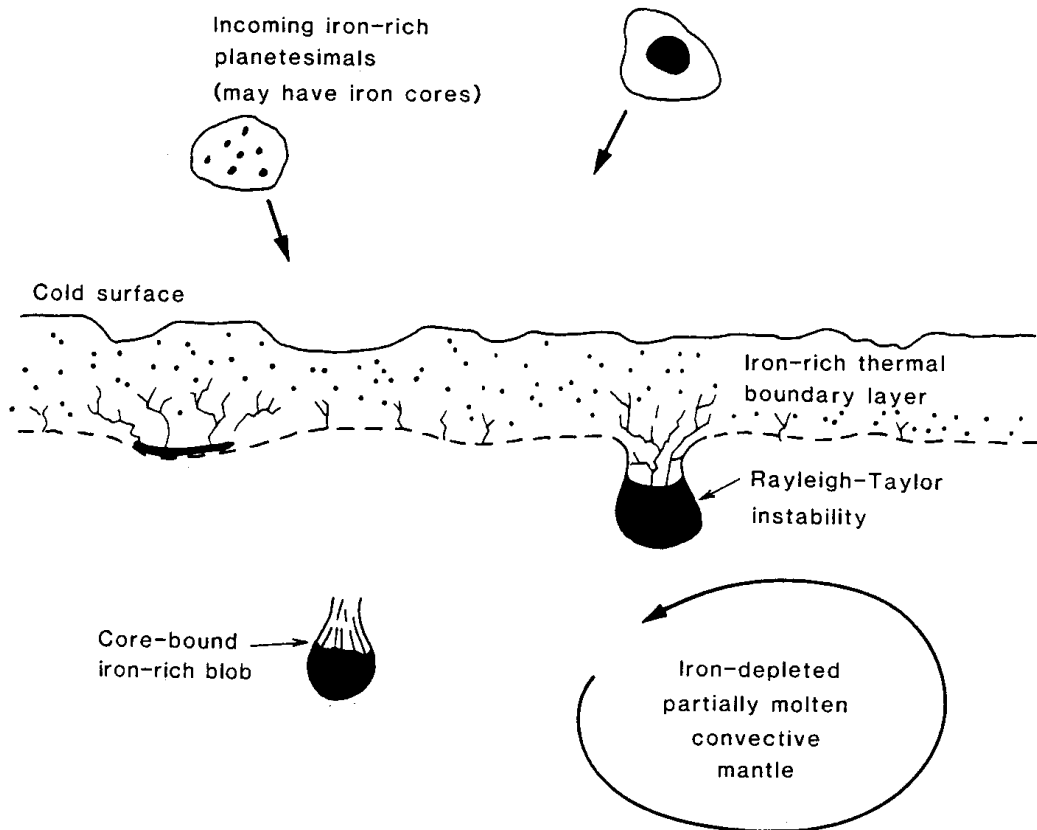


FIG. 3.7 – Schéma de la migration du fer d'après (Stevenson, 1981). Le fer percole à la base de la couche limite thermique et migre ensuite rapidement vers le noyau par des instabilités de Rayleigh-Taylor.

Il est important de noter qu'au cours de leurs croissances, les protoplanètes sont passées successivement par des régimes au cours desquels le fer et les silicates étaient liquides et/ou solides (Fig. 3.5). La phase métallique plus dense a ensuite pu migrer vers le centre de la planète impactée et contribuer à la formation de son noyau.

Afin de caractériser la dynamique des anomalies thermo-chimique formées suite à impacts météoritiques, nous avons développé un code numérique permettant de résoudre les équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement, de la chaleur et de la composition chimique. Dans les chapitres suivants, nous nous intéressons au réajustement thermo-mécanique post-impact sur une planète indifférenciée sans puis avec séparation de phase.



## Chapitre 4

# Modélisation thermo-mécanique sans séparation de phases

Nous avons vu dans le chapitre précédent qu'un impact météoritique entraînait une augmentation locale de la température sous le point d'impact dans une région sphérique appelée isobaric core. Si la taille du corps impacté est faible, cette augmentation de température ne permet pas de fusion partielle et n'entraîne pas de séparation fer/silicates. L'anomalie thermique créée par impact météoritique va subir un réajustement thermo-mécanique dont la dynamique repose sur les équations de la mécanique des fluides monophasés en l'absence de séparation de phase. Nous proposons dans ce chapitre de caractériser l'évolution de l'anomalie thermique provoquée par un impact afin de donner les principales échelles de temps et de distance de cette dynamique.

### 4.1 Modèle physique

#### 4.1.1 Equations générales

La dynamique de relaxation de l'anomalie thermique provoquée par un impact repose sur les équations de la dynamique des milieux continus.

L'équation de conservation de la masse :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v}) = 0 \quad (4.1)$$

où  $\rho$  est la densité et  $\vec{v}$  la vitesse du fluide.

L'équation de transport de la quantité de mouvement :

$$\rho \frac{D\vec{v}}{Dt} = -\vec{\nabla} P + \vec{\nabla} \cdot \vec{\tau} + \rho \vec{g} \quad (4.2)$$

avec  $P$  la pression,  $\vec{\tau}$  le tenseur des contraintes liées au cisaillement dans le fluide,  $\vec{g}$  l'accélération de la pesanteur et avec la dérivée totale :

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \vec{v} \cdot \vec{\nabla} \quad (4.3)$$

L'équation de transport de l'énergie interne :

$$\rho C_p \frac{DT}{Dt} - \vec{\nabla} \cdot (k \vec{\nabla} T) = \alpha T \frac{DP}{Dt} + \vec{\tau} : \vec{\nabla} \vec{v} + \rho H \quad (4.4)$$

avec  $C_p$  la capacité calorifique à pression constante,  $k$  la conductivité thermique,  $\alpha$  le coefficient d'expansion thermique et  $H$  la production de chaleur par unité de masse.

#### 4.1.2 Adimensionnement et approximations

Les équations de conservation sont adimensionnées en utilisant comme grandeurs caractéristiques les grandeurs listées dans le tableau 5.2. Cette adimensionnalisation est classique (cf. *Ricard (2007)*) si ce n'est que l'échelle de longueur est fournie par le rayon de l'isobaric core et non celui de la planète elle-même. Dans ce chapitre, nous considérons que la densité du fluide est fonction de la température (approximation du petit nombre de Mach) (*Ricard, 2007*) :

$$\rho = \rho_0 [1 - \alpha(T - T_0)] \quad (4.5)$$

Suivant l'approximation de Boussinesq, la densité et la température de référence sont con-

Variables	Grandeurs caractéristiques
Longueur	$R_{ic}$ : rayon de l'isobaric core
Température	$\Delta T$ : augmentation de température due à l'impact
Vitesse	$v_S = \frac{\alpha \rho_0 g \Delta T R_{ic}^2}{\eta_0}$ : vitesse de l'ordre de $v_{Stokes}$
Temps	$t_S = \frac{\eta_0}{\alpha \rho_0 g \Delta T R_{ic}}$ : temps de l'ordre de $t_{Stokes}$
Pression	$P = \frac{\eta_0}{t_S}$ : Pression visqueuse

TAB. 4.1 – Grandeurs caractéristiques utilisées pour l'adimensionnement des équations de conservation de la masse, de la chaleur et de la quantité de mouvement. Avec  $\eta_0$  la viscosité loin du point d'impact,  $\alpha$  le coefficient d'expansion thermique,  $g$  la gravité et  $\rho_0$  la densité du corps impacté.

stantes en fonction de la profondeur et la dissipation thermique est nulle. L'équation Eq.4.1 peut s'écrire :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{v} = 0, \quad (4.6)$$

L'adimensionnement de Eq.4.6 aboutit à :

$$\vec{\nabla}^* \cdot \vec{v}^* = 0, \quad (4.7)$$

L'adimensionnement de Eq.4.2 permet d'évaluer le rapport des forces en présence et de déterminer celles qui peuvent être négligées. Ainsi, Eq.4.2 devient :

$$\frac{Ra_{ic}}{Pr} \frac{D\vec{v}^*}{Dt^*} = -\vec{\nabla}^* P^* + \vec{\nabla}^* \cdot \left( \frac{\eta(T^*)}{\eta_0} \vec{\nabla}^* \vec{v}^* + \left[ \frac{\eta(T^*)}{\eta_0} \vec{\nabla}^* \vec{v}^* \right]^T \right) + T^* \vec{e}_z, \quad (4.8)$$

Le nombre de Prandtl ( $Pr$ ) est un nombre sans dimension, rapport du temps caractéristique de la diffusion thermique sur le temps caractéristique de la diffusion de la quantité de mouvement.

$$Pr = \frac{\eta}{\kappa \rho_0} \quad (4.9)$$

Pour le manteau terrestre, le nombre de Prandtl est  $\sim 10^{23}$ . Le nombre de Rayleigh ( $Ra_{ic}$ ) de l'isobaric core est le rapport entre les forces d'Archimède et les termes de diffusion (thermique et cinématique) :

$$Ra_{ic} = \frac{\alpha \rho_0 g_0 \Delta T R_{ic}^3}{\kappa \eta_0}. \quad (4.10)$$

En prenant les valeurs listées dans le Tableau 5.3, on aboutit à  $Ra_{ic} < 10^5$ .  $\frac{Ra_{ic}}{Pr}$  est très petit. On peut donc négliger les termes d'inertie. Ainsi l'équation de conservation de la



rayon de la planète	$R$	1000 - 4000 km
rayon de l'impacteur	$R_{imp}$	100 - 400 km
densité moyenne	$\rho_0$	4270 kg m <sup>-3</sup>
capacité calorifique	$C_p$	1000 J kg <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup>
diffusité thermique	$\kappa$	10 <sup>-6</sup> m <sup>2</sup> s <sup>-1</sup>
température initiale	$T_0$	K
augmentation de la température post-impact	$\Delta T$	(voir Eq.2.24) K
viscosité	$\eta_0$	10 <sup>22</sup> Pa.s
coefficient de dilatation thermique	$\alpha$	5 × 10 <sup>-5</sup> K <sup>-1</sup>
gravité	$g_0 = 4\pi G\rho_0 R/3$	m s <sup>-2</sup>

TAB. 4.2 – Paramètres caractéristiques utilisés pour le modèle numérique

quantité de mouvement se résume à :

$$-\vec{\nabla}^* P^* + \vec{\nabla}^* \cdot \left( \frac{\eta(T^*)}{\eta_0} \vec{\nabla}^* v^* + \left[ \frac{\eta(T^*)}{\eta_0} \vec{\nabla}^* v^* \right]^T \right) + T^* \vec{e}_z = 0, \quad (4.11)$$

Dans l'approximation de Boussinesq, on néglige le chauffage visqueux, interne et par compression/décompression adiabatique. Ainsi l'équation de la chaleur se résume à :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = -\vec{v} \cdot \vec{\nabla} T + \kappa \vec{\nabla}^2 T, \quad (4.12)$$

Son adimensionnement mène à :

$$\frac{\partial T^*}{\partial t^*} = -v^* \cdot \vec{\nabla}^* T^* + \frac{\nabla^{*2} T^*}{Ra_{ic}}, \quad (4.13)$$

## 4.2 Modèle numérique

Les équations Eq.4.7 et Eq.4.11 peuvent être découplées de l'équation Eq.4.13. L'absence de forces inertielles dans le système implique que les équations du mouvement sont instantanées. Ainsi la connaissance du champ de densité à un instant  $t$  permet de connaître directement le champ de vitesse associé. Nous avons développé un code numérique permettant de résoudre en différences finies et au second ordre de précision les équations Eq.4.7, Eq.4.11 et Eq.4.13 (Fig. 4.1).

Dans ce chapitre, nous nous intéressons à la dynamique de réajustement d'une anomalie thermique sphérique créée par un impact météoritique. Nous utilisons la symétrie présente dans le système plutôt que de faire le calcul en 3 dimensions. Les équations Eq.4.7 et Eq.4.13 sont résolues en utilisant une formulation en fonction de courant avec une méthode d'inversion directe et implicite. En géométrie axisymétrique cylindrique, pour un fluide incompressible, la conservation de la masse se réduit à :

$$\frac{\partial v_z}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r v_r) = 0 \quad (4.14)$$

avec  $v_r$  et  $v_z$  les vitesses suivant  $r$  et  $z$ . On définit la fonction de courant  $\psi(r, z)$ , solution générale de l'équation Eq.4.14, par :

$$\begin{cases} v_r = -\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial z} \\ v_z = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \end{cases} \quad (4.15)$$

L'équation de la chaleur Eq.4.11 est résolue grâce à un schéma Implicite aux Directions Alternées (ADI). Toutes les équations sont résolues au second ordre de précision dans le temps et dans l'espace. Les termes d'advection sont calculés avec un schéma aux différences centrées. Le nombre de Peclet de grille est le rapport entre temps de diffusion et temps d'advection dans une cellule du maillage. Le schéma aux différences centrées engendre des oscillations numériques pour des nombres de Peclet de grille  $\geq 2$ . Cependant, pour des nombres de Peclet de grille  $\leq 20$ , ces oscillations sont négligeables (*Dubuffet et al.*, 2000). Dans nos simulations le nombre de Peclet de grille maximal atteint est de l'ordre de l'unité. Nous avons utilisé pour chaque simulation au moins  $129 \times 129$  points. Les conditions aux limites sont des conditions de glissement sans frottement (free-slip) qui sont en géométrie axisymétrique cylindrique :

$$\sigma_{rz} = \eta \left( \frac{\partial v_r}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial r} \right) = 0 \quad (4.16)$$

Pour la température, les flux de chaleurs sont nuls aux limites sauf en surface où la température imposée est nulle. La résolution numérique des équations Eq.4.7, Eq.4.11 et Eq.4.13 sera développée en Annexe A.

## Résolution Numérique

Conditions initiales de  $T^\circ$

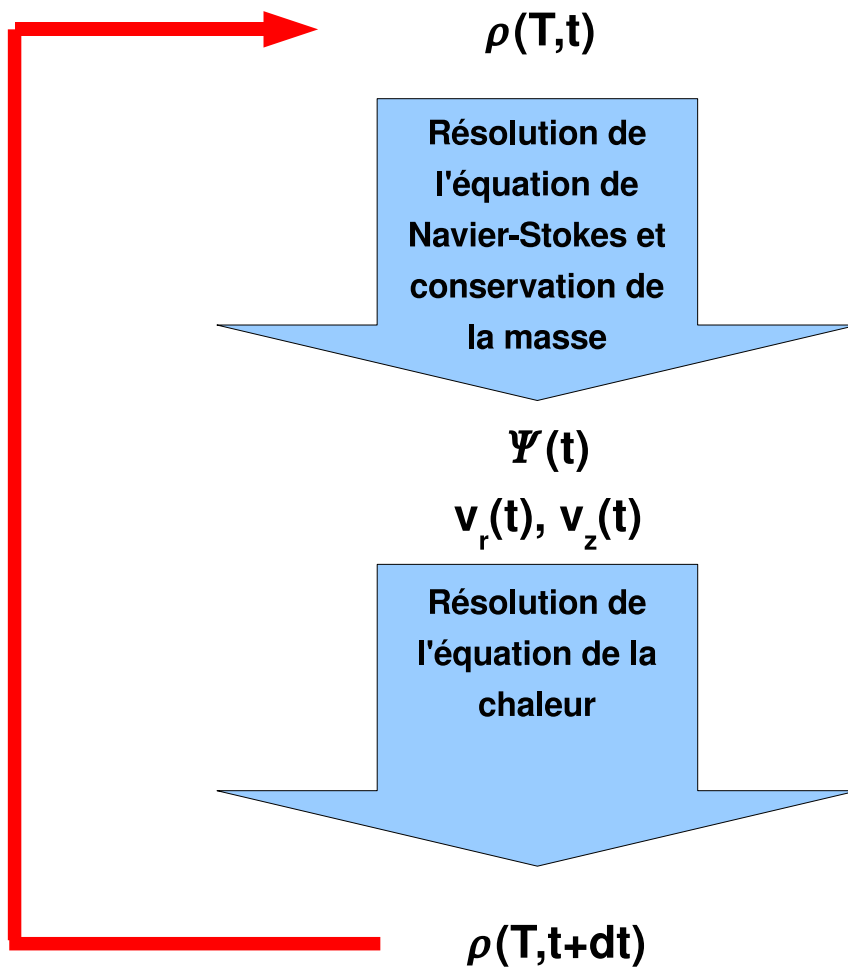


FIG. 4.1 – Représentation schématique de la structure du code numérique permettant la résolution des équations Eq.4.7, Eq.4.11 et Eq.4.13.

### 4.3 Benchmark du modèle numérique

Des études comme celle de *Blankenbach et al.* (1989) et *Busse et al.* (1994) permettent de tester ou réaliser un "benchmark" des codes comme celui que nous avons développé. Cependant, ils se limitent à des géométries cartésiennes et il n'existe pas à notre connaissance de benchmark en géométrie axisymétrique sphérique. Nous avons donc testé notre code à l'aide de comparaison avec des solutions analytiques.

#### 4.3.1 Fonction de courant

Afin de vérifier la précision et la qualité des solutions numériques obtenues après la résolution des équations Eq.4.7 et Eq.4.11, nous avons imposé un champ de densité analytique et résolu analytiquement l'équation de Navier-Stokes à l'aide du logiciel de calcul symbolique Maple. A partir du champ de densité analytique et des conditions aux limites imposées, nous avons comparé les fonctions de courant analytiques  $\Psi_{ana}(r, z)$  et les fonctions de courant numériques  $\Psi_{num}(r, z)$  obtenue après inversion du champ de densité analytique grâce à notre code numérique. La norme  $\mathcal{L}^2$  de l'erreur  $\epsilon$  entre  $\Psi_{num}$  et  $\Psi_{ana}$  est :

$$\epsilon = \frac{\sum_{i,j} (\sqrt{(\Psi_{num}(i, j) - \Psi_{ana}(i, j))^2})}{n_z n_r} \quad (4.17)$$

avec  $n_z$  nombre de points suivant la direction  $\vec{e}_z$  (parallèle à la gravité) et  $n_r$  nombre de points suivant la direction  $\vec{e}_r$  (perpendiculaire à  $\vec{e}_z$ ) ( $1 < i < n_r$  et  $1 < j < n_z$ ).

Nous avons testé différentes fonctions  $\Psi_{ana}(r, z)$  comme par exemple :

$$\Psi_{ana}(r, z) = r^3(r-1)^3 z^3(z-1)^3 \quad (4.18)$$

avec une viscosité fonction de  $r$   $\eta(r) = (1+r)^2$  (pratiquement, nous introduisons les expressions de  $\Psi_{ana}(r, z)$  et  $\eta(r)$  dans l'expression de l'équation de Navier Stokes Eq.4.11 et en déduisons la distribution de densité appropriée,  $T^*$ , que nous introduisons dans notre code numérique pour en calculer  $\Psi_{num}(r, z)$ ). La Figure 4.3.1 montre qu'une augmentation de la résolution d'un facteur 2 permet une diminution de l'erreur d'un facteur 4. Ce résultat confirme que

les équations Eq.4.7 et Eq.4.13 sont bien résolues au second ordre de précision dans l'espace.

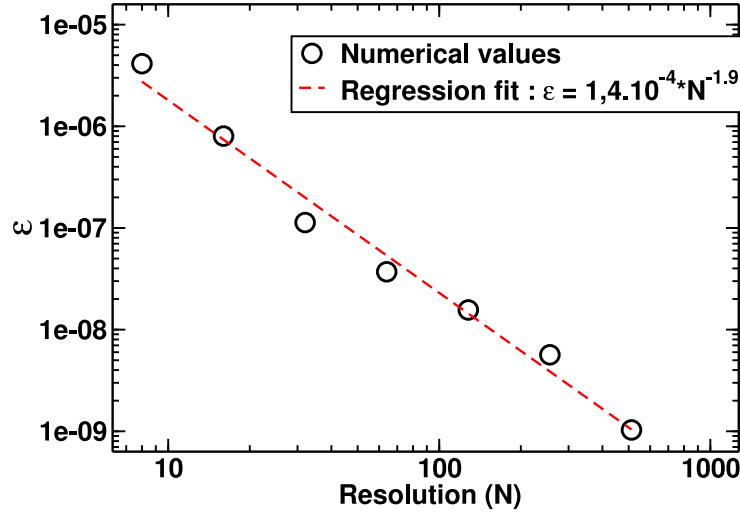


FIG. 4.2 – Erreur en fonction de la résolution. Ce test a été réalisé avec une viscosité fonction de  $r$  :  $\eta(r) = (1 + r)^2$  et  $\Psi$  une fonction polynomiale de  $r$  et  $z$  : Eq.4.18.

### 4.3.2 Diffusion

Dans cette partie, on teste la résolution de la diffusion dans l'équation de conservation de la chaleur avec chauffage interne :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \kappa \nabla^2 T + \phi, \quad (4.19)$$

Pour tester la résolution de la diffusion thermique, on cherche un profil de température théorique ne dépendant que de  $r$  satisfaisant Eq.4.19. On impose une production de chaleur interne adimensionnée  $\phi^* = 1$  et  $v_r = v_\theta = 0$ . Les conditions aux limites pour la température sont : flux nuls sur toutes les surfaces, sauf en  $r = 1$  où la température est nulle. Ainsi lorsque le système devient stationnaire :

$$\nabla_r^2 T^* + \phi^* = 0 \quad (4.20)$$

avec

$$\nabla_r^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \quad (4.21)$$

Une fois l'état stationnaire atteint, on compare le profil de température obtenu au profil théorique de diffusion :

$$T^*_{theo}(r^*) = \frac{1}{4}(1 - r^{*2}) \quad (4.22)$$

La Figure 4.3.2 montre qu'une augmentation de la résolution d'un facteur 2 permet une diminution de l'erreur d'un facteur 4. Ce résultat confirme que l'équation Eq.4.11 est bien résolue au sec

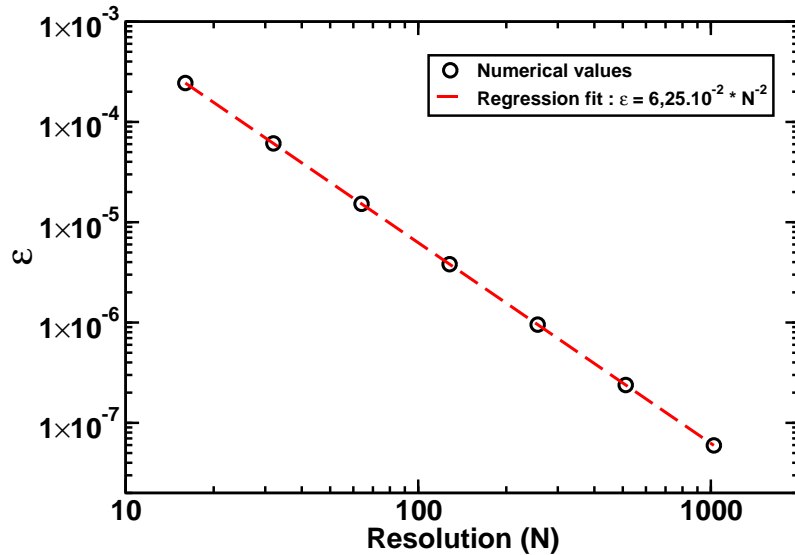


FIG. 4.3 – Erreur en fonction de la résolution lors du test de la diffusion thermique.

#### 4.4 Dynamique de réajustement thermo-mécanique après impact

Les impacts météoritiques sur une protoplanète provoquent une augmentation locale de la température après passage de l'onde de choc sous le point d'impact. Afin de caractériser la dynamique de réajustement thermo-mécanique de l'anomalie thermique créée par impact météoritique, nous avons suivi son évolution géométrique (épaisseur et extension radiale) et l'évolution de sa température en fonction du temps.

Pour déterminer les échelles de temps et de longueur, nous avons utilisé le code numérique en géométrie axisymétrique cylindrique avec viscosité variable détaillé précédemment. Les résultats (qui seront détaillés dans l'article de ce chapitre) montrent que pour des  $Ra_{ic}$  faibles, l'anomalie thermique se refroidit par diffusion. Pour des  $Ra_{ic}$  suffisamment grands, la dynamique de l'anomalie thermique est caractérisée par une étape advective d'étalement à température et volumes constants sous la surface puis par une étape diffusive de refroidissement.

Nous nous sommes intéressés au temps auquel le transport de chaleur par diffusion prend le pas sur le transport par advection. L'épaisseur de l'anomalie thermique après l'étape d'advection ne dépend pas de la taille initiale de l'impacteur mais uniquement des propriétés physiques du corps impacté. Le temps nécessaire à l'étape d'advection dépend de la taille de l'impacteur et des propriétés physiques du corps impacté. Les échelles de temps sont comparables à la durée d'accrétion des planètes.

# Article : Thermo-mechanical adjustment after impacts during planetary growth

L'article suivant est publié dans la revue *Geophysical Research Letters* (*Monteux et al.*, 2007).

The thermal evolution of planets during their growth is strongly influenced by impact heating. The temperature increase after a collision is mostly located next to the shock. For Moon to Mars size planets where impact melting is limited, the long term thermo-mechanical readjustment is driven by spreading and cooling of the heated zone. To determine the time and length scales of the adjustment, we developed a numerical model in axisymmetric cylindrical geometry with variable viscosity. We show that if the impactor is larger than a critical size, the spherical heated zone isothermally flattens until its thickness reaches a value for which motionless thermal diffusion becomes more effective. The thickness at the end of advection depends only on the physical properties of the impacted body. The obtained timescales for the adjustment are comparable to the duration of planetary accretion and depend mostly on the physical properties of the impacted body.



## Introduction

Impacts have strongly influenced the evolution of planets : a collision of the Earth with a Mars-sized body is at the origin of the formation of the Moon (*Hartmann and Davis, 1975*) and the impact by a kilometer-sized body could be responsible for the mass extinction at the K-T boundary (*Alvarez et al., 1980*). It is during accretion that impacts played the most significant role, depositing and burying heat into growing planetary bodies.

When the impact velocity becomes larger than the elastic velocities in the impactor, a shock wave develops. The shock pressure, increasing with the size of the impacted body, is nearly uniform in a spherical region next to the impact (the isobaric core), and strongly decays away from it *Croft (1982)*. Following the adiabatic pressure release, the peak pressure being independent of impactor size, a temperature increase of several hundred degrees remains on Moon to Mars size bodies *Senshu et al. (2002)* (see Eq.5.34). Hence, the hotter temperatures are located close to the surface during planetary growth (*Kaula, 1979*) and large impacts have caused extensive melting and formation of magma oceans on Earth (*Tonks and Melosh, 1993*).

The thermal anomaly caused by an impact generates a buoyant thermal anomaly that ultimately drives an isostatic adjustment. If the impact velocity is larger than  $7.5 \text{ km.s}^{-1}$ , a significant volume of the isobaric core is molten (*O'Keefe and Ahrens, 1977*) hence the adjustment is controlled by two-phase flow and probably hydrofracturation (*Solomatov, 2000*). For smaller planets or planetesimals, melting is nearly absent therefore the thermo-mechanical adjustment is dominated by the slow viscous deformation and thermal diffusion of the hot thermal anomaly.

In this study, we investigate the thermal relaxation and viscous deformation after the shock of an impactor on a small planet or planetesimal in order to derive scalings for the relevant length and time scales of the thermo-mechanical adjustment.

## Model description

### Thermal state after an impact

Energy balance calculations and shock simulations suggest that the radius of the isobaric core  $R_{ic}$  is comparable or slightly larger than that of the impactor  $R_{imp}$  and we use  $R_{ic} = 3^{1/3}R_{imp}$  (Senshu *et al.*, 2002; Pierazzo *et al.*, 1997). Away from the isobaric core, the shock wave propagates and the peak pressure decays with the square of the distance  $r$  from the center of the isobaric core (Pierazzo *et al.*, 1997). Just after the adiabatic pressure release, the thermal perturbation corresponds to an isothermal sphere of radius  $R_{ic}$  and temperature  $T_0 + \Delta T$  that decays when  $r > R_{ic}$  as

$$T(r) = T_0 + \Delta T \left( \frac{R_{ic}}{r} \right)^m, \quad (4.23)$$

with  $m \sim 4.4$  as proposed by Senshu *et al.* (2002).

The energy dissipated as heat following the shock is a fraction of the kinetic energy of the impactor. The impactor velocity  $v_{imp}$  should be comparable to the escape velocity  $v_{imp} = \sqrt{2gR}$ , where  $g = 4/3G\pi\rho R$ ,  $\rho$  and  $R$  are the gravity, density and radius of the impacted growing planet (Kokubo and Ida, 1996). Assuming  $\rho \sim \rho_{imp} \sim \rho_{ic}$ , the temperature increase  $\Delta T$  is

$$\Delta T = \frac{4\pi}{9} \frac{\gamma}{f(m)} \frac{\rho GR^2}{C_p}, \quad (4.24)$$

where  $C_p$  is the heat capacity of the impacted body and  $G$  is the gravitation constant. The efficiency of kinetic to thermal energy conversion  $\gamma$  is close to 0.3 according to physical and numerical models (O'Keefe and Ahrens, 1977). The function  $f(m)$  represents the volume effectively heated normalized by the volume of the isobaric core (i.e.,  $f(m) = 1$  if only the isobaric core is heated). Assuming  $R_{ic} \ll R$  and integrating Eq.4.23 leads to  $f(m) \sim 2.7$  and 37% of the impact heating is released within the isobaric core. The temperature increase does not depend on the size of the impactor but on the square of the radius of the impacted body.

Immediately after the shock, a fraction of the isobaric core is removed during crater exca-

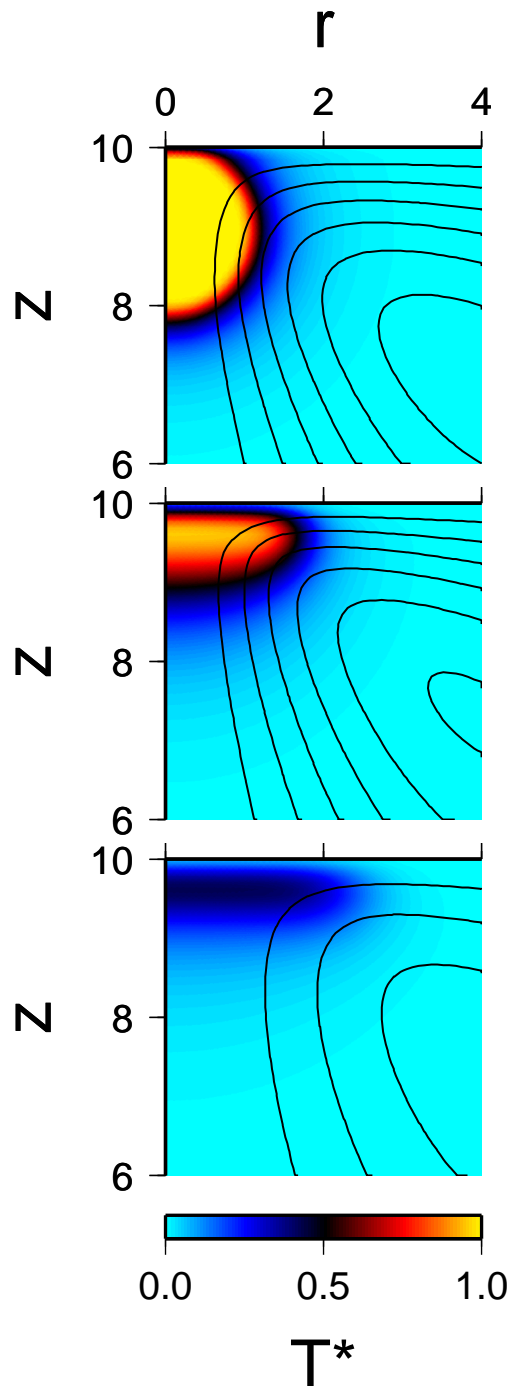


FIG. 4.4 – Close up view of the non dimensional temperature fields and streamlines computed for a temperature dependent viscosity at non-dimensionalized times  $t^* = 0$  (top),  $t^* = 3$  (middle) and  $t^* = 10$  (bottom) (we use  $\lambda = 10^{-2}$  and  $Ra_{ic} = 10^2$  (see 2.2)).

vation. However, it is only for small impactors (less than 5 km of radius) and large planets (more than 3000 km of radius) that a significant fraction of the heated zone is redistributed (Maxwell, 1977). Because our study is focused on large impacts ( $> 10\text{km}$ ) on small planets ( $< 3000\text{km}$ ), we can neglect the excavated heat or consider it as an additional uncertainty on the parameters  $\gamma$  or  $f(m)$  (see Eq.5.34). Following excavation, reduction of the crater depth to at most few kilometers takes place through isostatic rebound. The total amount of vertical motion that occurs during the isostatic process (a few km), and its duration (typically a few  $10^3\text{y}$ ) are negligible compared to the lengthscales and timescales of thermal readjustment. After the crater formation, most of the initial energy still remains below the crater (Turtle *et al.*, 2003). Modelling these processes of mass and energy redistribution is beyond the scope of this paper since we are interested in the long term consequences of shock heating as in Reese *et al.* (2002).

The proposed thermal state following an impact sketched in Fig.1 (top) is that of a cold body of homogeneous temperature  $T_0$  perturbed by the impact of a sphere of radius  $R_{ic}$  (the depth of the crater being negligible compared to the heated zone).

### Thermo-mechanical model

The governing non-dimensional equations for the extremely viscous flow of a cooling hot drop are

$$-\vec{\nabla}P^* + \vec{\nabla} \cdot \left( \frac{\eta(T^*)}{\eta_0} \vec{\nabla} \vec{v}^* + \left[ \frac{\eta(T^*)}{\eta_0} \vec{\nabla} \vec{v}^* \right]^T \right) + T^* \vec{e}_z = 0, \quad (4.25)$$

$$\frac{\partial T^*}{\partial t^*} = \frac{\nabla^2 T^*}{Ra_{ic}} - \vec{v}^* \cdot \vec{\nabla} T^*, \quad (4.26)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{v}^* = 0, \quad (4.27)$$

where distances, temperature and velocity are normalized by  $R_{ic}$ ,  $\Delta T$  and the characteristic Stokes velocity  $v_s$  of the isobaric core

$$v_s = \frac{\alpha \rho g \Delta T R_{ic}^2}{\eta_0}, \quad (4.28)$$

where  $\eta_0$  is the viscosity far from the impact and  $\alpha$  the thermal expansivity of the impacted body.  $Ra_{ic}$  is the Rayleigh number based on the isobaric core radius :

$$Ra_{ic} = \frac{\alpha \rho g \Delta T R_{ic}^3}{\kappa \eta_0}. \quad (4.29)$$

We define a Rayleigh number based on the size of the isobaric core  $R_{ic}$  since in all our experiments, the radius of the planet  $R$  remains much larger than  $R_{ic}$  and thus does not affect the dynamics except through the gravity and the temperature increase (see Eq.5.34).

For planets of Moon to Mars size the gravity and the temperature increase are not very large (e.g.  $g \simeq 3 \text{ m s}^{-2}$ ,  $\Delta T \simeq 300 \text{ K}$ ). We also consider impactors with radius small compared to the planet radius (e.g.  $R_{ic} \simeq 300 \text{ km}$ ). In this case,  $Ra_{ic}$  should remain moderate (say lower than  $10^5$ ) assuming that the coldest material of the growing planetesimal have a viscosity  $\eta_0$  comparable to that of the present day Earth, say around  $10^{21} \text{ Pa s}$  (e.g.  $Ra_{ic} \simeq 4700$  for  $\kappa = 10^{-6} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ ,  $\alpha = 5 \times 10^{-5} \text{ K}^{-1}$ ,  $C_p = 1200 \text{ J K}^{-1} \text{ kg}^{-1}$ ,  $\rho = 3870 \text{ kg m}^{-3}$ ). The viscosity is temperature-dependent  $\eta(T^*) = \eta_0 \lambda^{T^*}$ ,  $\lambda$  being the viscosity ratio (lower than 1) between the hottest ( $T^* = 1$ ) and the coldest ( $T^* = 0$ ) material. This viscosity decreases sharply with temperature and its expression is simpler to implement than the usual Arrhenius law.

We developed and benchmarked against analytical solutions (see appendix) a finite difference code to solve Eq.4.25 and Eq.4.27 in axisymmetric cylindrical geometry. We use a stream function formulation for the Stokes equation with a direct implicit inversion method (*Schubert et al.*, 2001). The heat equation Eq.4.26 is solved by an Alternating Direction Implicit (ADI) scheme. All the equations are discretized with a second order accuracy in space and time. Advection terms are calculated with a centered differences scheme. This scheme is known to produce numerical oscillations for grid Peclet numbers larger than  $\simeq 20$  (the grid Peclet number is  $Ra \Delta x^2 v^* / \Delta t$  where  $\Delta x$  is the grid dimension and  $\Delta t$  the time step) (*Dubuffet et al.*, 2000) but in our simulations, the maximum Peclet number remains of order unity. We used at least  $129 \times 129$  grid points and the dimensions of the calculation domain varies between  $10R_{ic} \times 10R_{ic}$  and  $100R_{ic} \times 100R_{ic}$ . Boundary conditions are free-slip, isothermal at the surface and insulating on other walls. In order to keep a good accuracy in a large enough domain and with strong viscosity variations we run the simulations up to  $Ra_{ic} = 10^4$  only,

from which we fit scaling laws that can be extrapolated to higher Rayleigh numbers.

The geometrical evolution of the post-impact thermal anomaly as a function of time is monitored by its non-dimensional radial extent  $R^*(t^*)$ , its thickness  $a^*(t^*)$  and its maximum temperature  $T_{max}^*(t^*)$ .  $a^*(t^*)$  is the depth where the second derivative of the vertical temperature profile at  $r = 0$  is zero. Along this profile the maximum temperature value  $T_{max}^*(t^*)$  is reached at  $z = z_{max}^*$ .  $R^*(t^*)$  is the distance where the second derivative of the horizontal temperature profile at  $z = z_{max}^*$  is zero.

## Results

For large enough Rayleigh numbers, the thermal relaxation consists in an early advective stage corresponding to an isothermal flattening of the hot drop, followed by a later stage of diffusive cooling. For  $Ra_{ic} \leq 4.9$ , cooling is motionless.

### Advective stage and Diffusive stage

Fig.2 shows a first stage in the thermal relaxation corresponding to isothermal spreading of the buoyant hot region below the surface. This phenomenon of viscous gravity currents has been widely studied (*Bercovici and Lin, 1996; Koch and Koch, 1995; Huppert, 1982; Koch and Manga, 1996*).

The evolution of the shape is comparable to these works even though they were either designed to study mantle plumes fed by a deeper conduit (*Bercovici and Lin, 1996*) or compositional plumes (*Koch and Manga, 1996*). Moreover, the analytical results and scaling laws given by (*Koch and Koch, 1995*) have been mostly derived in a regime where  $R^* \gg a^*$  which is not really the case in our calculations.

During the advective stage (see Fig.1 (middle)), the aspect ratio of the drop is increasing while the temperature and the volume of the thermal anomaly remain nearly constant,

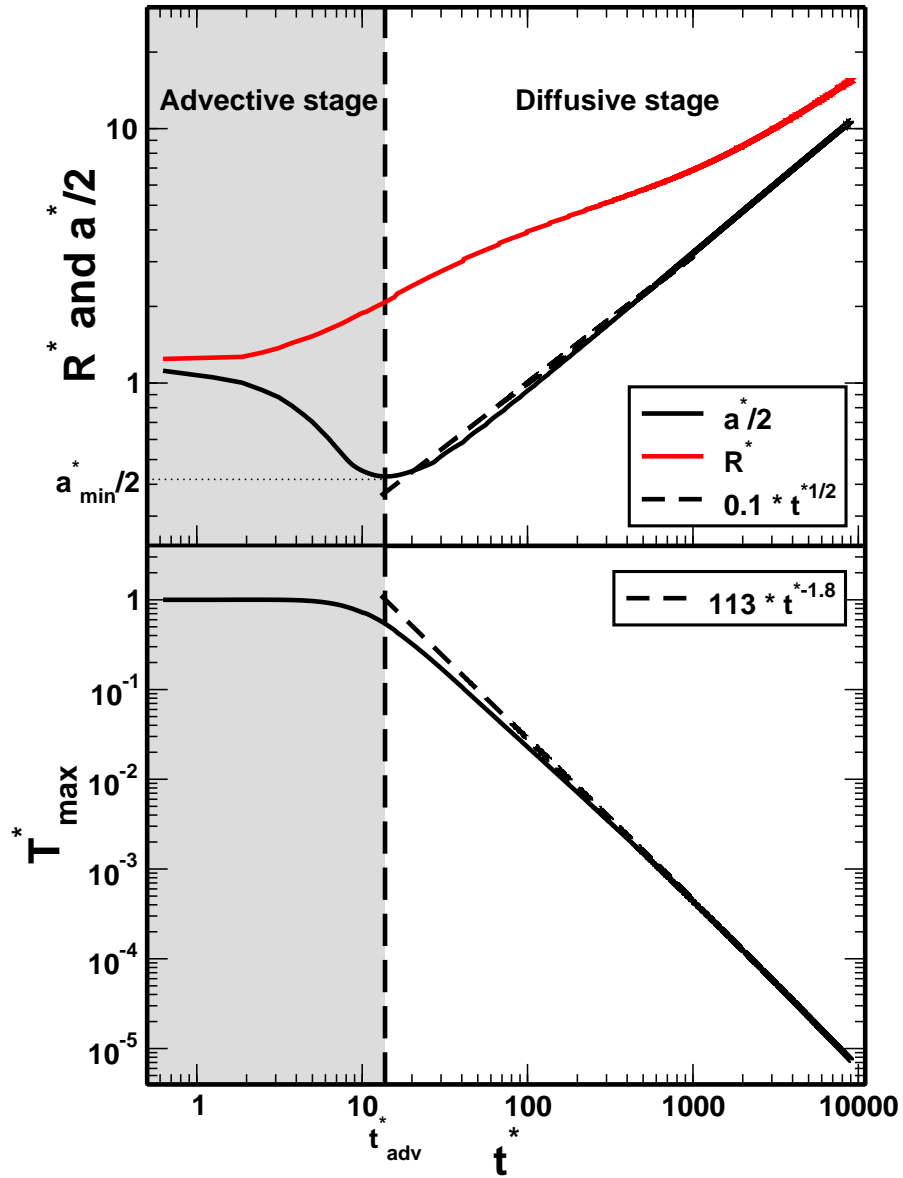


FIG. 4.5 – Thickness  $a^*/2$  (black solid line) and radial extent  $R^*$  (red solid line) (top) and maximal temperature at  $r = 0$  (bottom) as functions of time  $t^*$  for  $Ra_{ic} = 10^2$ . Power-law fits following a diffusive solution are depicted by dashed lines. The equilibrium between diffusive (gray field) and advective (white field) stages is obtained at  $t^* = t_{adv}^*$ .

i.e.

$$\frac{a^*}{2} R^{*2} \sim 1. \quad (4.30)$$

The second stage of thermal relaxation is dominated by diffusion. After the hot drop stops flattening, heat is diffused in all directions and more efficiently through the top isothermal cold surface. As a consequence,  $R^*$  and  $a^*$  increase with time as seen in Fig.2. The evolution of  $a^*(t^*)$  is rapidly consistent with a purely diffusive model :  $a^*(t^*) \sim \sqrt{2\kappa t^*}$ . The lateral extent,  $R^*(t^*)$ , evolves more slowly but reaches a similar diffusive behavior after a long time. The temperature decreases rapidly with the power of  $-1.8$  (see Fig.1 (bottom) and Fig.2).

### Time and length scales

The transition from the advective to the diffusive stage happens when the diffusion velocity,  $\kappa/a$  overcomes the advection velocity which is of order  $\alpha\rho g\Delta T a^2/\eta_0$ . This simple balance implies that

$$\frac{a_{min}^*}{2} = c_1 Ra_{ic}^{-1/3}, \quad (4.31)$$

where  $c_1$  is a constant. The volume of the hot anomaly being constant, the radius of the thermal anomaly at the end of the advective stage,  $R_{adv}^*$  is easily obtained by combining Eq.4.31 and Eq.4.30 :

$$R_{adv}^* = c_1^{-1/2} Ra_{ic}^{1/6}. \quad (4.32)$$

The time  $t_{adv}$  at the end of the advection stage corresponds to the time needed to advect the bottom of the thermal anomal from its initial depth  $2R_{ic}$  to its final depth  $a_{min}$ . As the vertical velocity  $\partial a/\partial t$  is of order of  $-\alpha\rho g\Delta T a^2/\eta_0$ , we get

$$\frac{\partial a}{\partial t} = -c_2 \frac{\alpha\rho g\Delta T a^2}{\eta_0}, \quad (4.33)$$

where  $c_2$  is a geometrical factor.

Integration of Eq.4.33 from  $a(0) = 2R_{ic}$  to  $a(t_{adv}) = a_{min}$  using Eq.4.31 implies that the



end of the advection phase occurs at

$$t_{adv}^* = \frac{1}{c_2} \left( \frac{1}{2c_1} Ra_{ic}^{1/3} - \frac{1}{2} \right). \quad (4.34)$$

These scalings of Eq.4.31, Eq.4.32 and Eq.4.34 are confirmed by fitting the results of the numerical experiments shown in Fig.3 with  $c_1 \sim 1.7$  and  $c_2 \sim 0.2$ .

Of course, the transition between advective and diffusive stages only occurs when the initial size of the isobaric core is larger than the minimum thickness given by Eq.4.31. This threshold  $Ra_{ic}^t$  obtained when  $a_{min}^* = 2$  corresponds to the threshold Rayleigh number

$$Ra_{ic}^t = c_1^3 = 4.9. \quad (4.35)$$

For  $Ra_{ic} < Ra_{ic}^t$ ,  $a_{min}^* = 2Ra_{ic}$  and  $t_{adv}^*$  is not defined. Below  $Ra_{ic}^t$  the heat is diffused out without advection.

The previous scalings obtained for a uniform viscosity are also valid for large viscosity contrast. Our simulations depicted in Fig.3 (squares for  $\lambda = 10^{-1}$  and triangles for  $\lambda = 10^{-2}$ ) show that large viscosity contrasts enable the drop an easier spreading below the surface in agreement with *Koch and Koch (1995)*. As the resistance to internal shearing decreases with  $\lambda$ , horizontal velocity contrasts are more important for low viscosities. As a result, the thickness decreases by about 10 %, the radial extent increases by a similar amount and the advection time decreases by a factor  $\sim 2$ . The temperature dependence of the viscosity affects our results by a minor amount because the readjustment is mostly controlled by the viscosity far from the isobaric core.

The scaling laws with physical dimensions can be easily expressed. Using Eq.5.34 and assuming that the planet density remains uniform so that  $g = 4/3\pi G\rho R$ , the minimal thickness of the thermal anomaly and the time to reach this thickness are

$$a_{min} = 2b_1 \frac{L^2}{R} \quad (4.36)$$

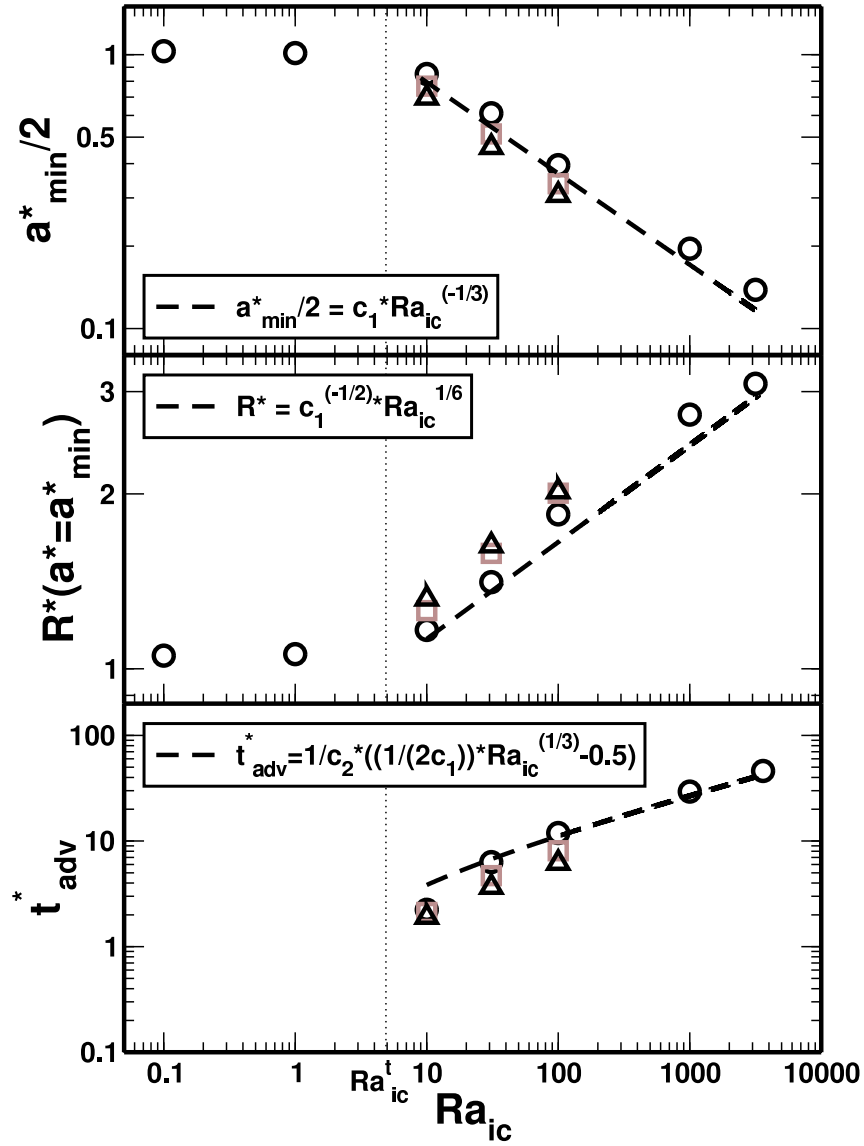


FIG. 4.6 – Minimum thickness  $a_{min}^*/2$  (top), radial extent  $R^*$  (middle) and time of equilibrium  $t_{adv}^*$  (bottom) as functions of  $Ra_{ic}$  for different viscosity contrasts (black circles for a uniform viscosity, brown squares and black triangles for  $\lambda = 10^{-1}$  and  $\lambda = 10^{-2}$ ). The dashed lines correspond to the predictions of Eq.4.31, Eq.4.32 and Eq.4.34 (we use  $c_1 = 1.7$ ,  $c_2 = 0.2$ ).

and

$$t_{adv} = b_2 \frac{L^2}{\kappa} \left( \frac{L}{R} \right)^2 \left( 1 - b_1 \frac{L^2}{RR_{ic}} \right). \quad (4.37)$$

In these expressions,  $b_1$  and  $b_2$  are dimensionless constants,

$$b_1 = \frac{3}{2} c_1 \left( \frac{f(m)}{2\gamma\pi^2} \right)^{1/3} \sim 1.96, \quad b_2 = \frac{b_1^2}{2c_1^3 c_2} \sim 1.96, \quad (4.38)$$

and the properties of the impacted planet appear through a characteristic length

$$L = \left( \frac{C_p \kappa \eta_0}{\alpha \rho^3 G^2} \right)^{1/6} \sim 212 \text{ km}. \quad (4.39)$$

## Discussion and conclusion

We developed a thermo-mechanical model for the long term relaxation after an impact. In a first stage, the heated region spreads below the surface until diffusive cooling becomes more effective. The transition between the advective and diffusive stages is described by a thickness  $a_{min}$  and timescale  $t_{adv}$  for which we proposed scalings laws. Hence we can predict geometrical and time evolution of the thermal anomaly caused by a meteoritical impact as functions of rheological parameters of the impacted planetesimal and impactor. All our results are summarized in Fig.4.

The temperature increase (top panel) and the thickness of the thermal anomaly after advection (middle panel) do not depend on the initial size of the impactor but only on the properties of the impacted body (and therefore its radius assuming known its other properties, see Eq.5.34 and Eq.4.36). As the volume of the isobaric core is proportional to that of the impactor the minimum thickness of the thermal anomaly corresponds also to the minimum radius of the impactor that can trigger advection (middle panel). For a Mars size planet ( $R = 3400$  km), impacts increase the temperature by 390 K (in relative agreement with *Senshu et al.* (2002)) and post-impact advection only occurs for impactors with radius larger than 18 km. After advection, the thickness of the thermal anomaly is 52 km for all impactors larger than 18 km. For smaller impactors, only heat diffusion occurs.

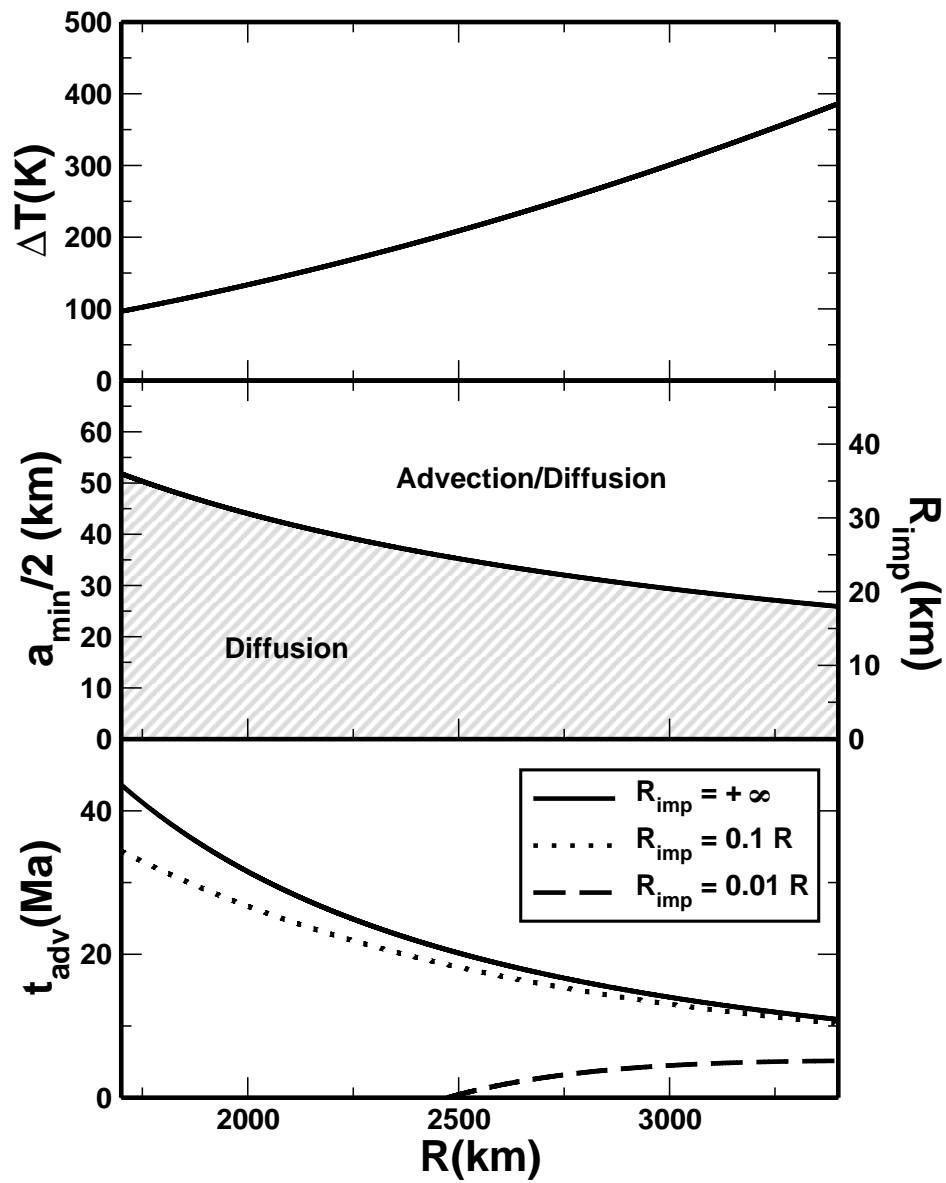


FIG. 4.7 – Temperature increase  $\Delta T$  (top), thickness  $a_{min}/2$  (middle) and advection time  $t_{adv}$  (bottom) as functions of the planetary radius. For too small impactors (right side label), advection does not occur. The advection time is plotted for different impactor radii.

The duration of advection depends on the impactor size (Fig.4 bottom panel). As shown in Eq.4.37, the time of advection is lower than a threshold value obtained for an infinitely large impactor (which of course would disrupt the planet). For a Mars size planet impacted by bodies with 1/10 to 1/100 smaller radii, advection ends up after, 10 Myr, 5 Myr, respectively. After this advective stage, heat is slowly removed by diffusion in  $\sim 20$  Myr.

These timescales are of the same order as those for accretion and differentiation (*Yin et al.*, 2002). Hence, until impact melting is efficient, heat brought by impacts is stored within the mantle even taking into account of the deformation of the heated region. The scalings proposed here could be used to compute more accurate one dimensional thermal evolution models of growing planets.

#### **Acknowledgements**

The authors thank J. Schmalzl, H. Samuel and anonymous reviewer for their usefull comments about the manuscript. They also thank J. Melosh and M. Monnereau for helpfull discussions. This project was funded by the A.N.R. ETHER.

## Chapitre 5

# Modélisation thermo-mécanique avec séparation de phases

Les planètes telluriques sont composées principalement de phases silicatées et de phases métalliques. La fugacité d'oxygène peut jouer un rôle important vis à vis de la quantité de fer métallique disponible pour former le noyau. L'évolution de ces conditions pendant la formation de la Terre restent difficiles à contraindre (*Wood et al.*, 2006). La phase métallique plus dense se trouve au centre des planètes et les silicates plus légers se trouvent au dessus et forment le manteau. Cependant, cette différenciation n'a pas toujours existé. Pendant les stades de formation primitifs, les planètes étaient indifférenciées et le fer et les silicates étaient répartis de façon homogène. Les impacts météoritiques apportent une quantité importante de chaleur sur le corps impacté. Cette énergie, si elle est suffisante, peut éventuellement, comme nous le verrons dans le chapitre suivant, créer une différenciation locale entre le fer dense et les silicates plus légers dans la zone chauffée. Le fer pourra ensuite migrer vers le centre de la planète impactée et former le noyau. Afin de caractériser le réajustement thermo-mécanique d'une telle anomalie thermo-chimique, et notamment ses effets sur la formation du noyau terrestre, nous devons utiliser une géométrie plus réaliste que la géométrie axisymétrique cylindrique précédemment utilisée. Nous avons donc développé un autre code numérique permettant de résoudre les équations de la dynamique des milieux continus en géométrie axisymétrique sphérique. Dans ce code numérique, la gravité n'est plus constante mais varie en

fonction de  $r$  la distance au centre de la planète impactée.

Afin de tester ce code et en plus des études de benchmark que nous développerons dans la partie suivante, nous avons suivi la dynamique d'une anomalie seulement thermique en géométrie axisymétrique sphérique dans des conditions similaires à celles listées dans le chapitre précédent (*Monteux et al.*, 2007).

## 5.1 Modèle physique

La grande différence de potentiel de gravité entre une planète différenciée et une planète homogène rend indispensable la prise en compte de la dissipation visqueuse. Nous utilisons donc dans notre modèle l'approximation étendue de Boussinesq (*Christensen and Yuen*, 1985). Dans cette approximation, on introduit la dissipation thermique par frottements visqueux et la compression-décompression adiabatique. Dans ce modèle nous considérons aussi les variations de densité dues à la composition chimique  $C$  en plus des variations de densités dues à la températures. Les variations de densité d'origines compositionnelles sont d'ailleurs bien plus larges que celles d'origines thermiques. Le transport de la composition chimique se fait principalement par advection. La diffusivité chimique est faible et sera négligée. Ainsi l'équation de conservation de la composition chimique  $C$  (fraction volumique de metal) est :

$$\frac{\partial C}{\partial t} = -\vec{v} \cdot \vec{\nabla} C, \quad (5.1)$$

Les équations adimensionnées caractérisant la dynamique du système sont :

$$-\vec{\nabla}^* P^* + \vec{\nabla}^* \cdot \left( \frac{\eta(T^*)}{\eta_0} \vec{\nabla}^* \vec{v}^* + \left[ \frac{\eta(T^*)}{\eta_0} \vec{\nabla}^* \vec{v}^* \right]^T \right) + \left( T^* - BC^* \right) \frac{g(r)}{g(R)} \vec{e}_z = 0, \quad (5.2)$$

$$\frac{\partial T^*}{\partial t^*} = \frac{\nabla^{*2} T^*}{Ra_T} - \vec{v}^* \cdot \vec{\nabla}^* T^* + Di \left( \frac{\eta}{\eta_0} \Phi - v_r^* \left( T^* + \frac{T_0}{\Delta T} \right) \frac{g(r)}{g(R)} \right), \quad (5.3)$$

$$\frac{\partial C^*}{\partial t^*} = -\vec{v}^* \cdot \vec{\nabla}^* C^*, \quad (5.4)$$

$$\vec{\nabla}^* \cdot \vec{v}^* = 0, \quad (5.5)$$

Les distances, la température et les vitesses sont normalisées par les grandeurs listées dans le

Variables	Grandeurs caractéristiques
Longueur	$R$ : rayon de la planète impactée
Température	$\Delta T$ : augmentation de température due à l'impact
Vitesse	$v_S = \frac{\alpha\rho_0 g \Delta T R^2}{\eta_0}$ : vitesse de l'ordre de $v_{Stokes}$
Temps	$t_S = \frac{\eta_0}{\alpha\rho_0 g \Delta T R}$ : temps de l'ordre de $t_{Stokes}$
Pression	$P = \frac{\eta_0}{t_s}$ : Pression visqueuse

TAB. 5.1 – Grandeurs caractéristiques utilisées pour l'adimensionnement des équations de conservation de la masse, de la chaleur, de la composition chimique et de la quantité de mouvement. Avec  $\eta_0$  la viscosité loin du point d'impact,  $\alpha$  le coefficient d'expansion thermique,  $g$  la gravité et  $\rho_0$  la densité du corps impacté.

tableau 5.1. Cette fois-ci nous avons choisi le rayon de la planète comme unité de longueur.

$Di$  est le nombre de dissipation et  $Di = \alpha\rho_0 g R / \overline{\rho C_p}$ .

Par souci de simplicité, nous considérons que  $\overline{\rho C_p} = \rho_{Fe} C_p^{Fe} = \rho_{Si} C_p^{Si}$ . La fonction de dissipation  $\Phi$  est définie par la relation  $\Phi = 2\dot{\epsilon}_{ij}\dot{\epsilon}_{ij}$  et convertit l'énergie potentielle en chaleur.

$Ra_T$  est le nombre de Rayleigh thermique basé sur le rayon de la planète impactée  $R$  :

$$Ra_T = \frac{\alpha\rho_0 g \Delta T R^3}{\kappa\eta_0}. \quad (5.6)$$

avec la diffusivité thermique  $\kappa = k / \overline{\rho C_p}$ . Le nombre sans dimension  $B$  représente le rapport entre les forces de flottabilités dues aux variations de la composition chimique et les forces de flottabilités dues aux variations de température :

$$B = \frac{Ra_C}{Ra_T} = \frac{\Delta\rho_0}{\rho_0 \alpha \Delta T}, \quad (5.7)$$

avec  $\Delta\rho_0 = \rho_{Fe} - \rho_{Si}$  et  $\rho_0$  la densité moyenne de la planète. La gravité est une fonction linéaire du rayon de la planète impactée :

$$g(r) = \frac{4}{3} G \pi \rho_0 r, \quad (5.8)$$

Afin de suivre la dynamique d'une anomalie thermo-chimique provoquée par un impact météoritique sur une planète en croissance, nous avons développé un code numérique permettant de résoudre les équations Eq.5.2, Eq.5.3, Eq.5.4 et Eq.5.5 avec une viscosité pouvant



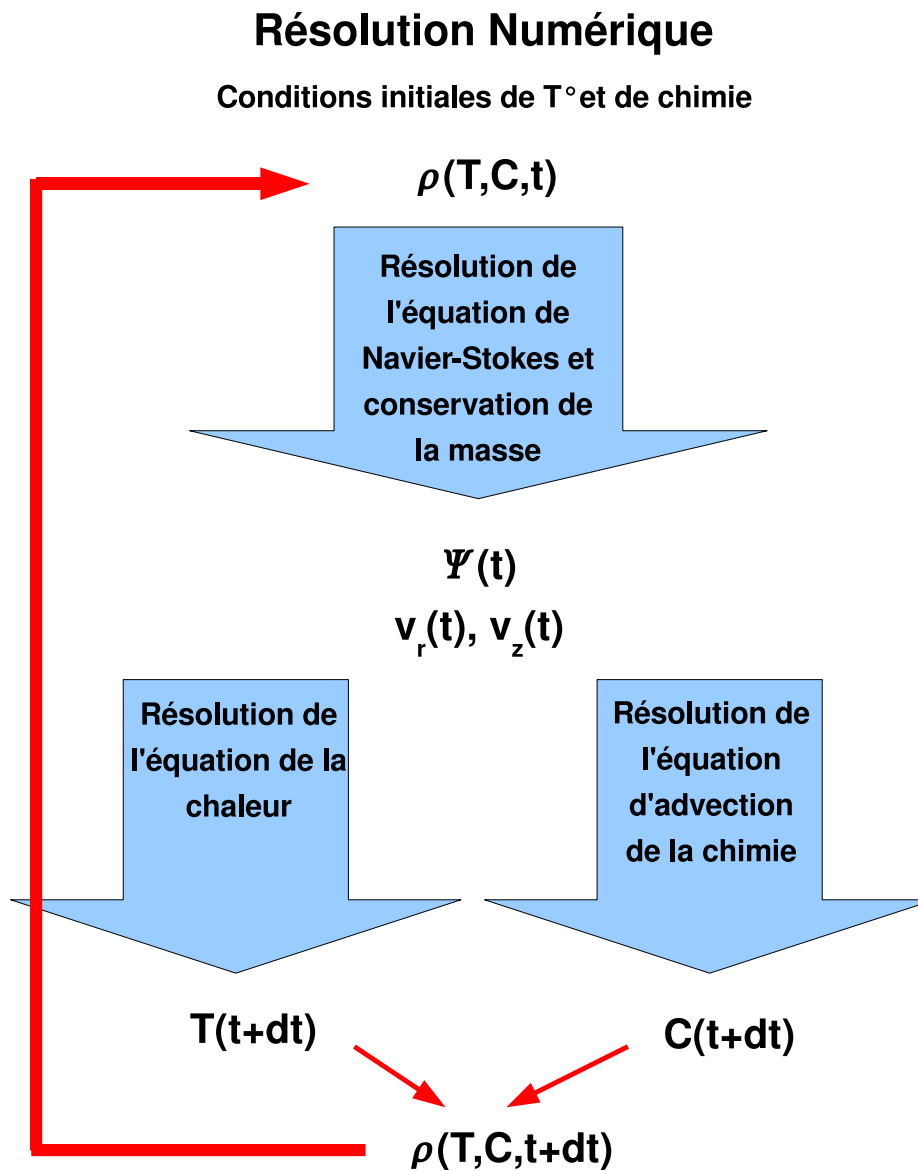


FIG. 5.1 – Représentation schématique de la structure du code numérique permettant la résolution des équations Eq.5.2, Eq.5.3, Eq.5.4 et Eq.5.5

dépendre de la chimie et/ou de la température, en géométrie axisymétrique sphérique et en volumes finis.

## 5.2 Modèle numérique

En géométrie axisymétrique sphérique, pour un fluide incompressible, la conservation de la masse se réduit à :

$$\frac{\partial}{\partial r}(r^2 v_r) + \frac{r}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta}(\sin \theta v_\theta) = 0 \quad (5.9)$$

avec  $v_r$  et  $v_\theta$  les vitesses suivant  $r$  et  $\theta$ . On définit la fonction de courant  $\psi(r, \theta)$  par :

$$\begin{cases} v_r = \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \\ v_\theta = -\frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \psi}{\partial r} \end{cases} \quad (5.10)$$

La figure 5.1 schématise la méthode de résolution des équations Eq.5.2, Eq.5.3, Eq.5.4 et Eq.5.5. La structure du code est sensiblement la même que celle utilisée précédemment en géométrie axisymétrique cylindrique. Nous utilisons une formulation en fonction de courant pour la résolution de l'équation de Stokes avec une méthode d'inversion implicite directe (*Schubert et al.*, 2001). L'équation de la chaleur est résolue par un schéma implicite aux directions alternées (A.D.I.) (*Peaceman and Rachford*, 1955; *Douglas*, 1955). Toutes les équations sont discrétisées au second ordre de précision dans l'espace et dans le temps.

Les conditions aux limites pour la fonction de courant sur la surface et l'axe de symétrie sont des conditions de glissement sans frottement (free-slip). En géométrie axisymétrique sphérique ces conditions s'écrivent :

$$\sigma_{r\theta} = \eta \left( r \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{v_\theta}{r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} \right) = 0 \quad (5.11)$$

Pour la température, les flux de chaleurs sont nuls aux limites sauf en surface où la température imposée est nulle.

Pour résoudre le transport d'un champ peu diffusif par rapport au champ de température comme c'est le cas pour un champ chimique, les modèles numériques de *Honda et al.* (1993); *Tackley and King* (2003); *Höink et al.* (2005) utilisent des méthodes de traceurs. La composi-

tion est proportionnelle à la concentration en traceurs. Cette méthode nécessite une résolution différente des équations de transport thermique et chimique. Nous proposons dans ce chapitre d'utiliser une même formulation pour les transports de chaleur et de chimie.

Afin de pouvoir traiter le transport d'un champ chimique, il est nécessaire de pouvoir résoudre convenablement (i.e. sans oscillation numérique) un champ purement advectif. Pour cela, notre code numérique inclut divers schémas T.V.D. (Total Variation Diminishing) (Roe, 1986; Laney, 1998; Sránek, 2005) qui sont non seulement non-oscillants mais aussi, permettent de limiter les flux diffusifs numériques.

L'équation de transport d'un champ  $X$  purement advectif (i.e. non diffusif) est :

$$\frac{\partial X}{\partial t} + \vec{v} \cdot \vec{\nabla} X = 0, \quad (5.12)$$

On introduit un terme de flux  $F$ . Par formulation en volumes finis, l'équation précédente s'écrit :

$$\frac{\partial X}{\partial t} + \frac{F_r^N \Delta S^N - F_r^S \Delta S^S}{dV} + \frac{F_\theta^E \Delta S^E - F_\theta^W \Delta S^W}{\Delta V} = 0 \quad (5.13)$$

où les flux sur les surfaces de la maille aux points  $(i, j)$  sont :

$$\begin{cases} F_r^N = F_{j+1/2} = v_r(i, j + 1/2)X(i, j + 1/2) \\ F_r^S = F_{j-1/2} = v_r(i, j - 1/2)X(i, j - 1/2) \\ F_\theta^E = F_{i+1/2} = v_\theta(i + 1/2, j)X(i + 1/2, j) \\ F_\theta^W = F_{i-1/2} = v_\theta(i - 1/2, j)X(i - 1/2, j) \end{cases} \quad (5.14)$$

avec  $\Delta S$  la surface sur laquelle s'applique le flux et  $\Delta V$  le volume de la maille au point  $(i, j)$  (Fig.5.1). On définit  $v^+$  et  $v^-$  tels que  $F = vX = v^+X^+ + v^-X^-$  avec  $v^+ = 0$  si  $v < 0$  et  $v^- = 0$  si  $v > 0$ . La théorie des schémas Total Variation Diminishing (T.V.D.) (Roe, Osher, Van Leer, Sweby, Harten...) nous propose pour un champ  $X$  :

$$X_{j+1/2} = X_j + \lambda(X_{j+1} - X_j) \quad (5.15)$$

Lorsque  $\lambda = 0$  ce schéma est le classique schéma upwind, stable mais très diffusif. Selon ce

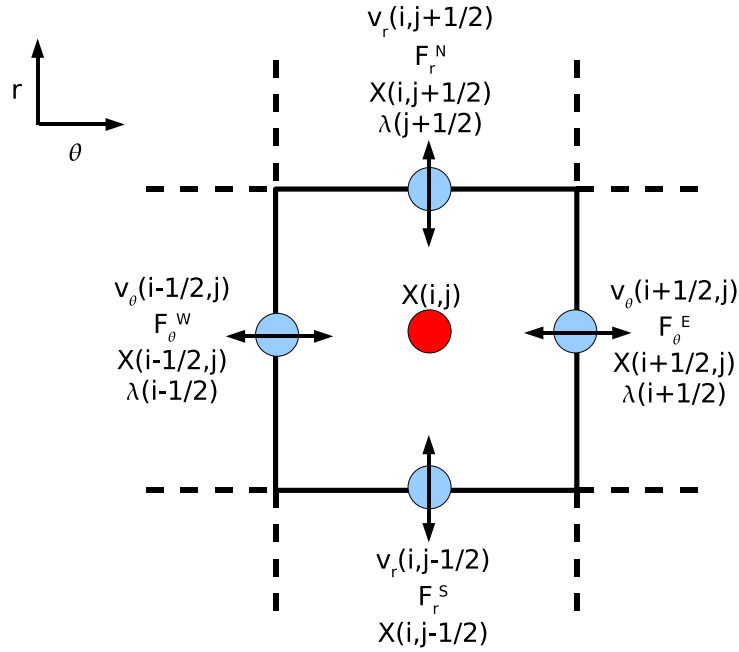


FIG. 5.2 – Schéma de discrétisation des termes intervenant dans la méthode "Limiteur de Flux".

schéma, les vitesses déterminent le sens des flux. La fonction  $\lambda(X_{j+1} - X_j)$  est la correction non linéaire au schéma Upwind. Tous les termes listés précédemment et leur domaines d'applications sont résumés dans la Figure 5.2. A une vitesse  $v > 0$  correspond  $X^+$  et  $\lambda^+$  et à une vitesse  $v < 0$  correspond  $X^-$  et  $\lambda^-$ . Ainsi, par exemple, si  $v_\theta(i - 1/2, j) > 0$  :

$$X^+(i - 1/2, j) = X(i, j) + \lambda^+(i - 1/2)(X(i) - X(i - 1)) \quad (5.16)$$

La fonction de correction  $\lambda$  est implémentée dans la résolution de l'équation de transport de la chaleur et de la composition chimique Eq.5.12 (Fig.5.1). Parmi les nombreux schémas limiteurs de flux existants, nous avons implémenté dans notre code numérique les schémas Upwind, Minmod et Superbee (Tab.5.2).

Schéma	Fonction de correction
Différences centrées finies	$\lambda^+ = \lambda^- = 1/2$
Upwind	$\lambda^+ = \lambda^- = 0$
Minmod	$\lambda(i) = (1/2) * (1 -  v  \frac{dt}{d\theta}) \minmod(1, rp(i + 1/2))$
Superbee	$\lambda(i) = \frac{1}{2} \max(0, \min(1, 2 * rp(i + \frac{1}{2})), \min(2, rp(i + \frac{1}{2})))$

TAB. 5.2 – Tableau listant les différents schémas limiteurs de flux implémentés dans notre code numérique et leurs fonctions de corrections  $\lambda$  associées.

La fonction  $\minmod(a, b)$  est définie par :

$$\begin{cases} \minmod(a, b) = 0 & \text{si } ab \leq 0 \\ \minmod(a, b) = \min(a, b) & \text{si } ab > 0 \text{ et } a > 0 \\ \minmod(a, b) = \max(a, b) & \text{si } ab > 0 \text{ et } a < 0 \end{cases} \quad (5.17)$$

$rp(i + 1/2) = \frac{X(i) - X(i-1)}{X(i+1) - X(i)}$  est le rapport des pentes contiguës. Le code a été soigneusement testé par rapport à des solutions analytiques. La résolution numérique des équations Eq.5.2, Eq.5.3, Eq.5.4 et Eq.5.5 sera développée en Annexe A.

## 5.3 Benchmark du modèle numérique

### 5.3.1 Résolution des équations mécaniques

Afin de vérifier la précision et la qualité de la résolution des équations Eq.5.2 et Eq.5.5, nous avons imposé une densité analytique  $\rho_{ana}$  telle qu'elle corresponde à une fonction de courant  $\Psi_{ana}(x, z)$  respectant les conditions aux limites de free-slip. Nous avons, grâce au logiciel Maple, obtenus, la solution suivante

$$\rho_{ana} = \cos(\theta)r(1 - r) \quad (5.18)$$

$$\Psi_{ana} = -\frac{1}{10080} \left( 7r^5 - 18r^4 + 25r^2 - 14 \right) r^2 (\cos(2\theta) - 1) \quad (5.19)$$

Cette fonction de courant correspond à des vitesses :

$$v_r = \frac{1}{2520} (7r^5 - 18r^4 + 25r^2 - 14) \cos(\theta) \quad (5.20)$$

$$v_\theta = -\frac{1}{5040}(49r^5 - 108r^4 + 100r^2 - 28)\sin(\theta) \quad (5.21)$$

Nous avons ensuite comparé cette fonction de courant analytique  $\Psi_{ana}(r, \theta)$  et la fonction de courant numérique  $\Psi_{num}(r, \theta)$  obtenues après inversion du champ de densité grâce à notre code numérique. La norme  $\mathcal{L}^2$  de l'erreur  $\epsilon$  entre  $\Psi_{num}$  et  $\Psi_{ana}$  est :

$$\epsilon = \frac{\sum_{i,j} (\sqrt{(\Psi_{num}(i,j) - \Psi_{ana}(i,j))^2})}{n_\theta n_r} \quad (5.22)$$

avec  $n_\theta$  nombre de points suivant  $\theta$  et  $n_r$  nombre de points suivant  $r$  ( $1 < i < n_\theta$  et  $1 < j < n_r$ ). Nous avons testé la résolution de la fonction de courant avec des viscosités dépendantes de la colatitude  $\theta$  (Fig. 5.3), du rayon  $r$  (Fig. 5.4) ou des deux (Fig. 5.5). Les Figures 5.3, 5.4

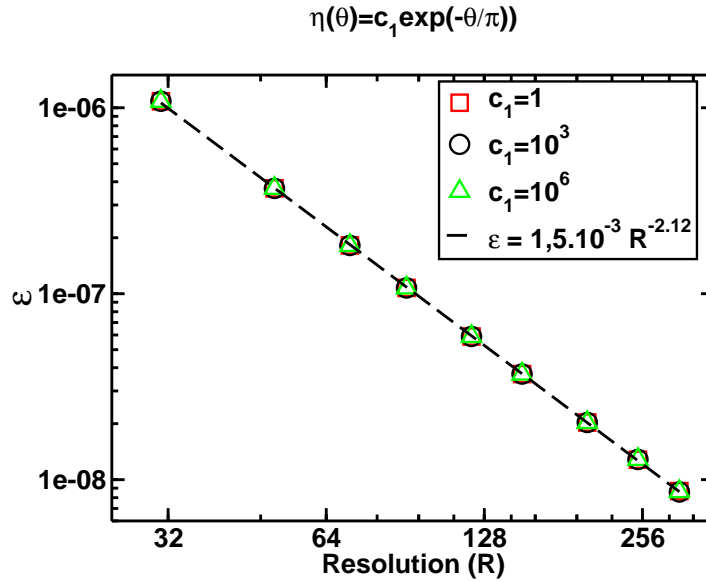


FIG. 5.3 – Erreur en fonction de la résolution pour le test sur la fonction de courant pour différentes viscosités ne dépendant que de  $\theta$ .

et 5.5 montrent qu'une augmentation de la résolution d'un facteur 2 permet une diminution de l'erreur d'un facteur 4. Ce résultat confirme que les équations Eq.5.2 et Eq.5.5 sont bien résolues au second ordre de précision dans l'espace.

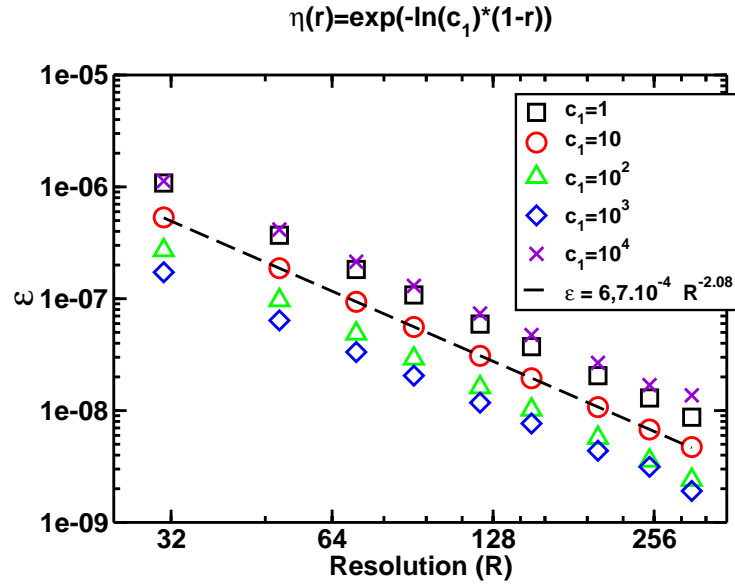


FIG. 5.4 – Erreur en fonction de la résolution pour le test sur la fonction de courant pour différentes viscosités ne dépendant que de  $r$ .

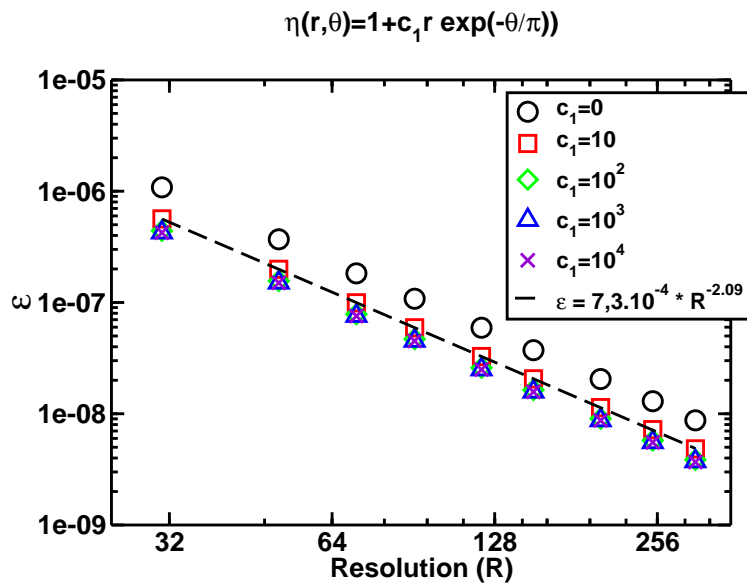


FIG. 5.5 – Erreur en fonction de la résolution pour le test sur la fonction de courant pour différentes viscosités dépendant de  $\theta$  et de  $r$ .

### 5.3.2 Résolution des équations de transport

#### Transport diffusif

Dans cette partie, on teste la résolution de la diffusion dans l'équation de conservation de la chaleur :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \kappa \nabla^2 T + \phi, \quad (5.23)$$

Pour tester la résolution de l'inversion du Laplacien, on cherche une solution stationnaire de profil de température ne dépendant que de  $r$ , solution de l'équation Eq.5.56. On impose une production de chaleur interne constante  $\phi^* = 1$ . Les conditions aux limites pour la température sont : flux nuls sur toutes les surfaces, sauf en  $r = 1$  où la température est nulle. Ainsi :

$$\nabla_r^2 T^* + \phi^* = 0 \quad (5.24)$$

avec

$$\nabla_r^2 = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right) \quad (5.25)$$

dont la solution est :

$$T^*_{ana}(r^*) = (1 - r^{*2})/6 \quad (5.26)$$

L'intégrale du flux de chaleur en surface doit converger vers  $4\pi/3$  à l'erreur de la machine près. Une fois l'état stationnaire atteint, on compare aussi le profil de température obtenu au profil théorique de diffusion. La Figure 5.6 montre que l'erreur entre les profils de température théorique et numérique diminuent d'un facteur 4 lorsque la résolution augmente d'un facteur 2. Ce résultat confirme la bonne résolution, au second ordre, de l'équation de diffusion de la chaleur.

#### Transport advectif

Parmi les limiteurs de flux listés précédemment (cf partie 2), le choix est porté vers celui qui engendre le moins d'erreurs dans le cas d'un transport advectif pur. Pour cela, on soumet une anomalie chimique sphérique à un champ de vitesse imposé de type Rybczynski-Hadamard



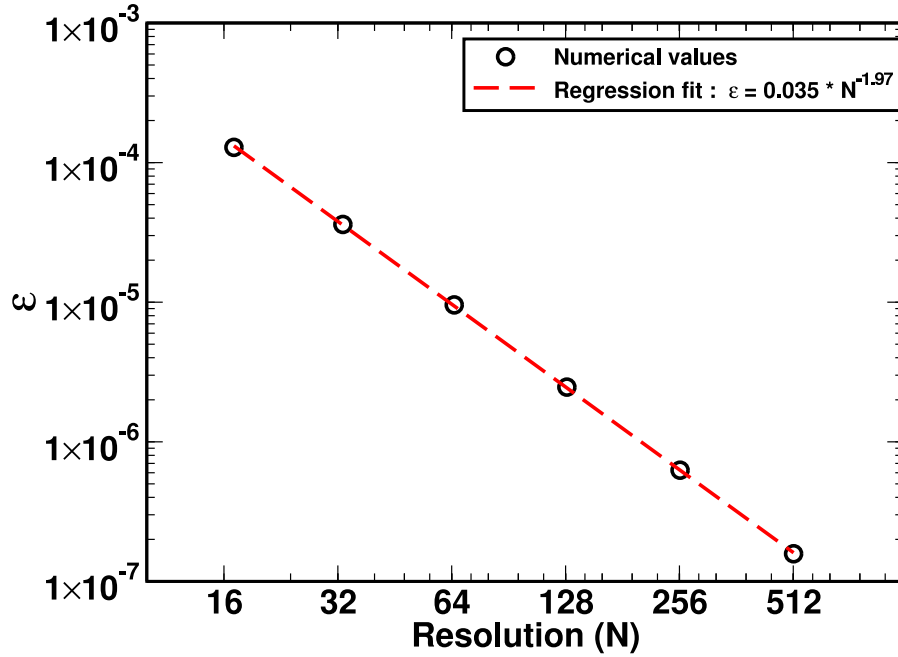


FIG. 5.6 – Erreur en fonction de la résolution pour le test sur la diffusivité thermique.

(Levich, 1962) correspondant au champ de vitesse à l'intérieur d'une bille dense qui tombe dans un milieu de densité plus faible (champ de vitesse no-slip à la surface de la bille). La diffusivité chimique est imposée nulle. Ce champ de vitesse est imposé pendant un temps  $\Delta t$  puis inversé pendant  $\Delta t$  pour comparer l'état final à l'état initial (identiques en l'absence de diffusion numérique).

Les figures 5.7, 5.8 et 5.9 représentent les compositions chimiques initiales, à  $\Delta t$  suffisamment long pour déformer la sphère et finales après un transport purement advectif pour les schémas Upwind, Minmod et Superbee détaillés précédemment. Le schéma Différence Finies Centrées n'est pas représenté ici car il est accompagné d'importantes oscillations numériques. La différence entre le champ de température final et initial est représentée sur la figure 5.10.

La norme  $\mathcal{L}^2$  de l'erreur  $\epsilon$  entre la composition chimique initiale  $X_0$  et finale  $X_{fin}$

est :

$$\epsilon = \frac{\sum_{i,j} (\sqrt{(X_0 - X_{fin})^2})}{n_\theta n_r} \quad (5.27)$$

avec  $n_\theta$  nombre de points suivant la direction  $\vec{e}_\theta$  et  $n_r$  nombre de points suivant la direction  $\vec{e}_r$ . Ces expériences sont réalisées avec des grilles  $200 \times 200$ , un nombre de Courant de 0.4 et pendant un temps  $\Delta t^* = 18.8$ . Des 3 schémas non oscillants implémentés dans notre code numérique, le schéma Superbee donne les résultats les plus satisfaisants (i.e. la diffusivité numérique est faible). Nous utiliserons donc dorénavant le schéma Superbee pour la suite de l'étude.

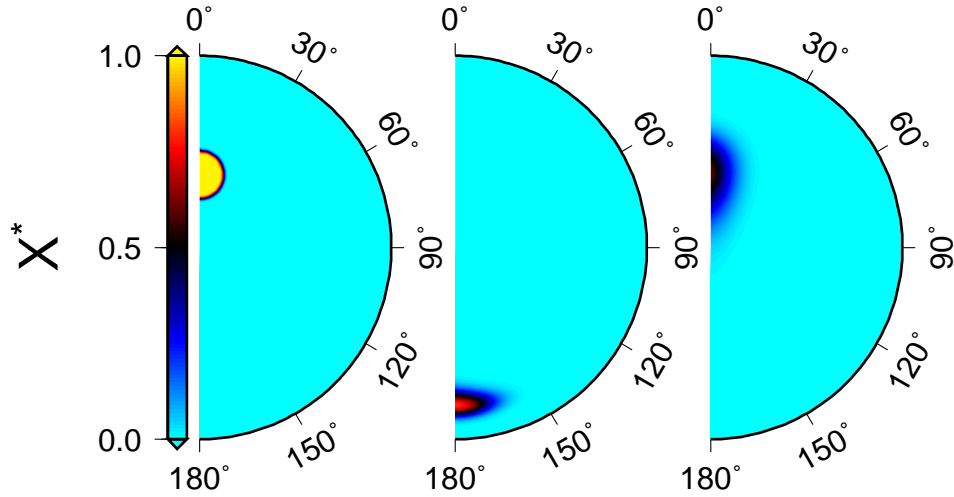


FIG. 5.7 – Evolution d'un champ de composition chimique adimensionné dans un champ de vitesse de type Rybczynski-Hadamard avec un schéma limiteur de flux Upwind. L'image de gauche représente l'état initial, celle du milieu l'état après  $\Delta t$  et celle de droite l'état final. La norme  $\mathcal{L}^2$  de l'erreur  $\epsilon$  entre la composition chimique initiale  $X_0$  et finale  $X_{fin}$  est égale à 2.9 %.

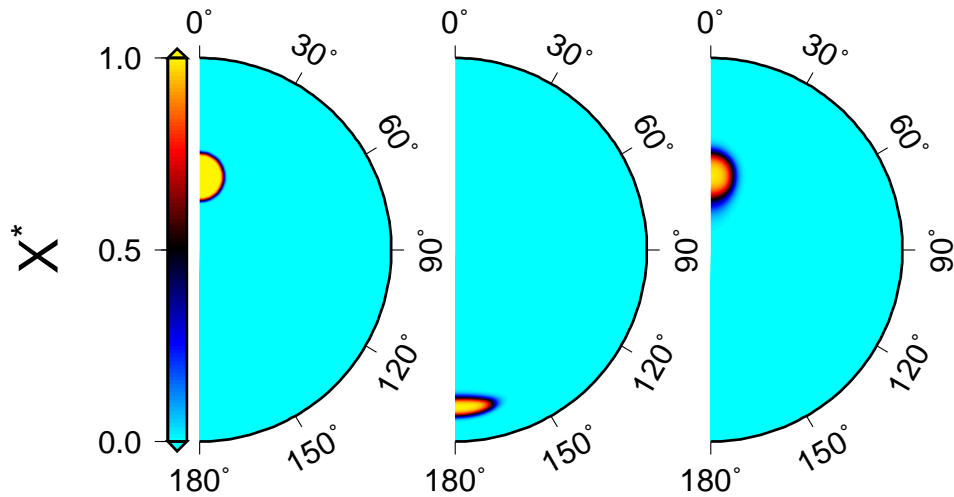


FIG. 5.8 – Evolution d'un champ de composition chimique adimensionné dans un champ de vitesse de type Rybczynski-Hadamard avec un schéma limiteur de flux Minmod. L'image de gauche représente l'état initial, celle du milieu l'état après  $\Delta t$  et celle de droite l'état final. La norme  $\mathcal{L}^2$  de l'erreur  $\epsilon$  entre la composition chimique initiale  $X_0$  et finale  $X_{fin}$  est égale à 0.98 %.

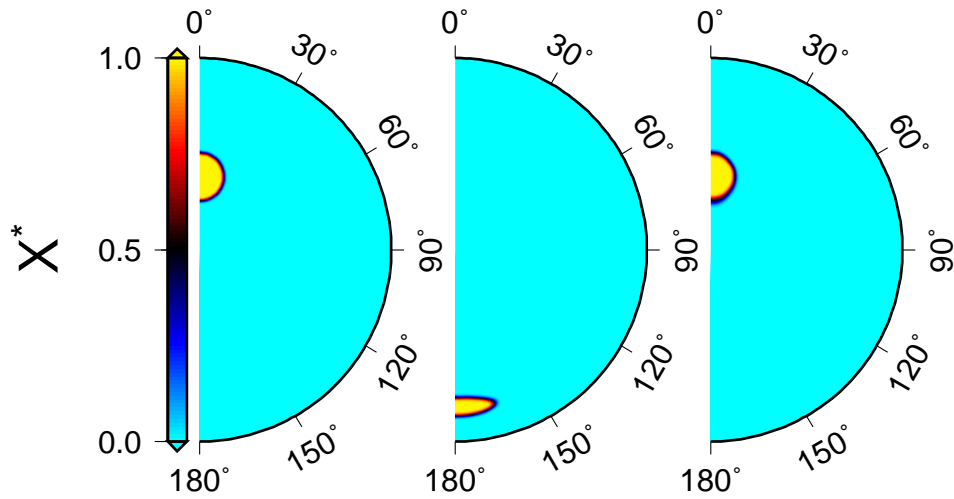


FIG. 5.9 – Evolution d'un champ de composition chimique adimensionné dans un champ de vitesse de type Rybczynski-Hadamard avec un schéma limiteur de flux Superbee. L'image de gauche représente l'état initial, celle du milieu l'état après  $\Delta t$  et celle de droite l'état final. La norme  $\mathcal{L}^2$  de l'erreur  $\epsilon$  entre la composition chimique initiale  $X_0$  et finale  $X_{fin}$  est égale à 0.28 %.

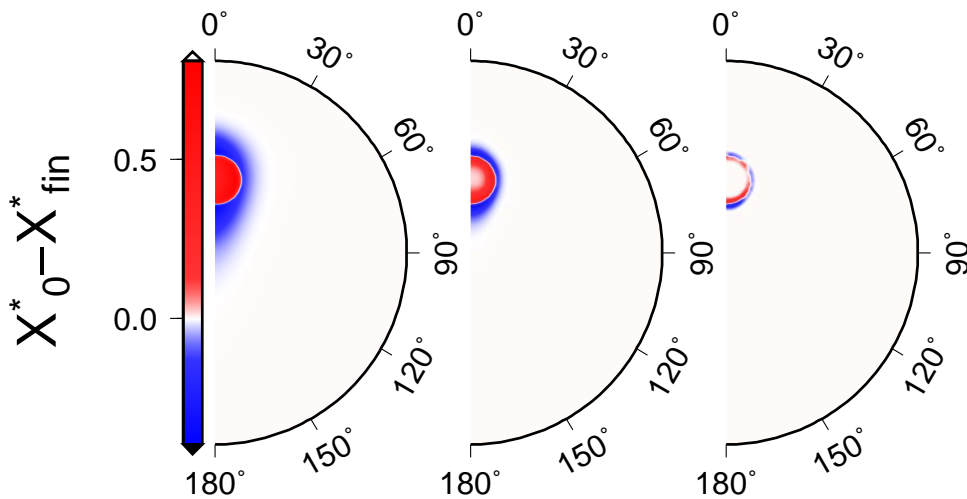


FIG. 5.10 – Différences entre états finaux et états initiaux pour les schémas Upwind (gauche), Minmod (centre) et Superbee (droite)

## 5.4 Dynamique d'une anomalie thermique sphérique

L'augmentation de température suivant un impact météoritique n'entraîne pas forcément de phénomène de fusion et donc pas nécessairement de différenciation locale au sein de l'isobaric core. Un impact sur une petite planète (i.e. vitesse d'impact faible) initialement froide ne permettra pas de dépasser la température de fusion de la phase métallique et encore moins de la phase silicatée. Ainsi, après un impact météoritique, on provoquera seulement un phénomène d'augmentation locale de la température.

Nous avons précédemment traité la dynamique d'ajustement d'une anomalie thermique sphérique provoquée par un impact météoritique en géométrie axisymétrique cylindrique (*Monteux et al.*, 2007). Nous caractérisons maintenant cette dynamique en géométrie axisymétrique sphérique avec une gravité dépendante de la profondeur. Dans cette étude et pour faire le lien avec notre travail précédent (chapitre 4), nous imposons  $Ra_C = 0$  pour ne considérer que les effets thermiques. Les distances sont maintenant adimensionnées par le rayon de la planète impactée  $R$ .

Dans nos modèles, nous avons fait varier la taille de la planète impactée tout en conservant le même rapport de taille entre planète impactée et impacteur et donc entre planète impactée et isobaric core en choisissant  $R^*_{ic} = R_{ic}/R = 0.144$ .

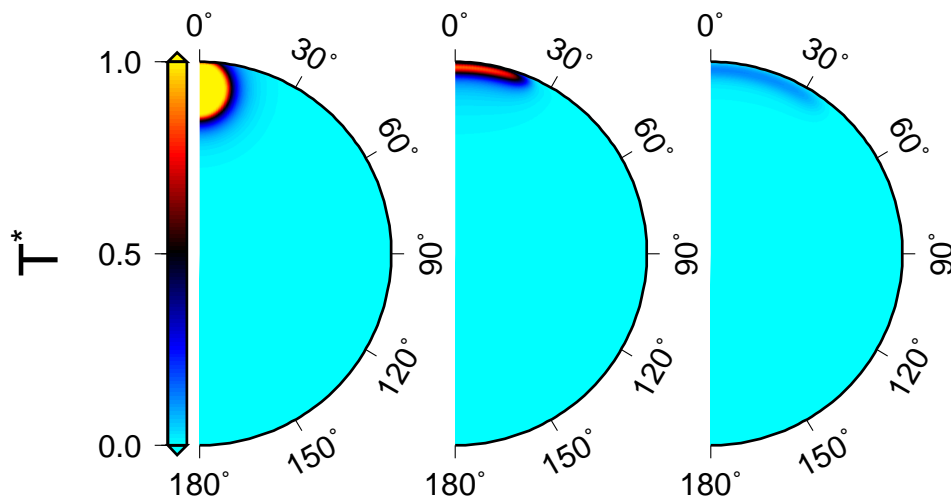


FIG. 5.11 – Evolution du champ de température adimensionné pour différents temps adimensionnés  $t^* = 0$  (haut),  $t^* = 195$  (milieu) and  $t^* = 975.5$  (bas) . La viscosité est constante en fonction de la température et  $Ra_T = 6.3 \times 10^5$ . Le modèle a une résolution de  $200 \times 200$ .

Comme décrit précédemment en géométrie cylindrique (*Monteux et al., 2007*), lorsque la taille de la planète est suffisante (lorsque son nombre de Rayleigh thermique est suffisant), la dynamique de relaxation de l'anomalie thermique se décompose en deux étapes (Fig 5.12) : une étape advective pendant laquelle l'anomalie s'étale sous la surface à température constante et une étape diffusive pendant laquelle l'anomalie thermique diffuse dans toutes les directions de l'espace. A la fin de l'étape d'advection,  $t^* = t_{adv}^*$ . Lorsque la taille de la planète est trop petite (i.e.  $Ra_T$  faible), seule l'étape diffusive est observée.

Comme décrit dans le chapitre précédent et par *Monteux et al. (2007)*, la transition entre advection et diffusion se fait lorsque la vitesse de diffusion ( $\kappa/a$ ) prend le pas sur la vitesse d'advection ( $\alpha\rho g\Delta T a^2/\eta_0$ ). Ainsi, on aboutit à la relation suivante :

$$\frac{a_{min}^*}{2} = c_1 Ra_T^{-1/3}, \quad (5.28)$$

où  $c_1$  est une constante. On considère ici que l'effet de la variation de la gravité avec la profondeur est négligeable et que  $g = g_0$  où  $g_0$  est la gravité en surface.

On observe une étape advective seulement si la taille initiale de l'isobaric core est plus grande que l'épaisseur minimale donnée par Eq.5.28. Cette taille d'isobaric core critique  $R_{ic}^t$  est obtenue lorsque  $a_{min}^* = 2$  et correspond au nombre de Rayleigh critique

$$Ra_{thresh} = (c_1/R_{ic}^*)^3 = 1734. \quad (5.29)$$

Pour  $Ra_T < Ra_{thresh}$ ,  $a_{min}^* = 2R_{ic}$  et  $t_{adv}^*$  n'est pas défini et la chaleur est diffusée sans advection. Le volume de l'anomalie thermique jusqu'à  $t^* = t_{adv}^*$  est constant.

$$\frac{a^*}{2} R^{*2} \sim V_{ic}/V = R_{ic}^{*3}, \quad (5.30)$$

avec  $V_{ic}$  et  $V$  les volumes respectifs de l'isobaric core et de la planète impactée. L'extension radiale de l'anomalie thermique à la fin de l'étape advective,  $R_{adv}^*$  est obtenu en combinant Eq.5.28 and Eq.5.30 :

$$R_{adv}^* = c_1^{-1/2} R_{ic}^{*3/2} Ra_T^{1/6}. \quad (5.31)$$

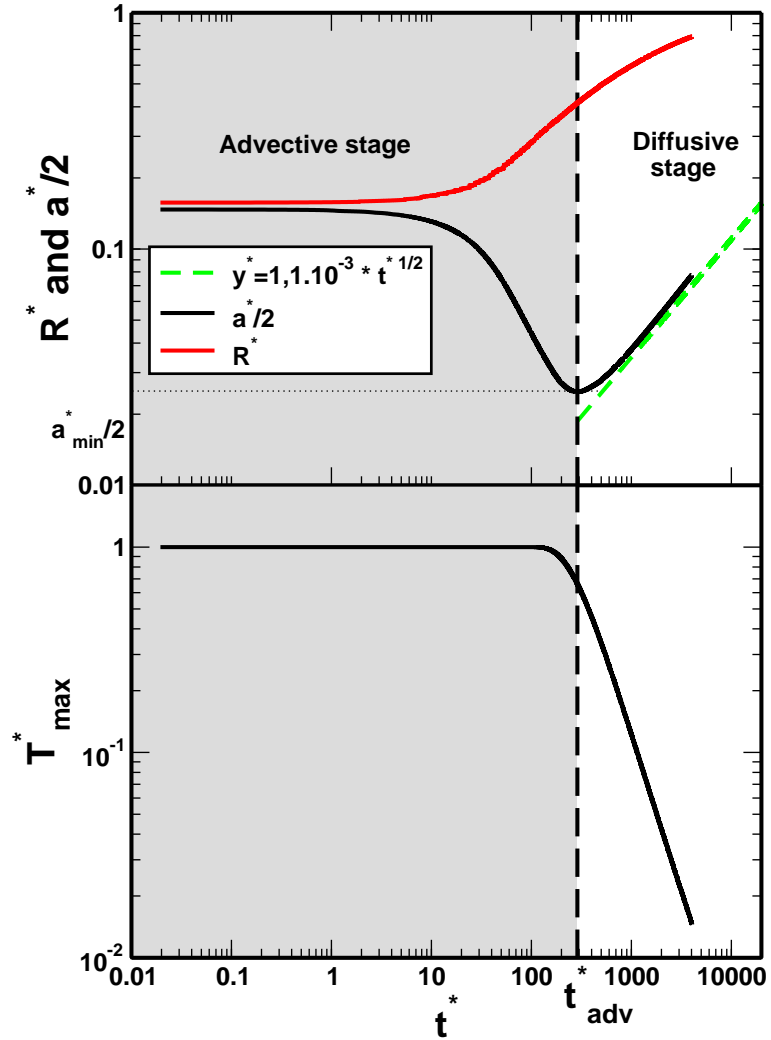


FIG. 5.12 – Épaisseur  $a^*/2$  (trait plein noir) et extension radiale  $R^*$  (trait plein rouge) (haut) et température maximale du profil en  $\theta = 0$  (bas) en fonction du temps  $t^*$  pour  $Ra_T = 6.3 \times 10^5$ . L'ajustement de l'épaisseur par une loi de type puissance pour la phase diffusive est représentée par un trait tireté vert. L'équilibre entre les étapes diffusive (zone grisée) et advective (zone blanche) est obtenu à  $t^* = t_{adv}^*$ .

Le temps  $t_{adv}$  à la fin de l'étape d'advection correspond au temps nécessaire pour advecter le bas de l'anomalie thermique de sa profondeur initiale  $2R_{ic}$  jusqu'à sa profondeur finale  $a_{min}$ .

La vitesse verticale  $\partial a/\partial t$  est de l'ordre de  $-\alpha\rho g\Delta T a^2/\eta_0$ , on obtient ainsi :

$$\frac{\partial a}{\partial t} = -c_2 \frac{\alpha\rho g\Delta T a^2}{\eta_0}, \quad (5.32)$$

avec  $c_2$  un facteur géométrique.

L'intégration de Eq.5.32 entre  $a(0) = 2R_{ic}$  et  $a(t_{adv}) = a_{min}$  en utilisant Eq.5.28 implique que la phase d'advection se déroule en

$$t_{adv}^* = \frac{1}{c_2} \left( \frac{1}{2c_1} Ra_{ic}^{1/3} - \frac{1}{2R_{ic}^*} \right). \quad (5.33)$$

Les lois d'échelles de Eq.5.28, Eq.5.31 and Eq.5.33 sont confirmées par les ajustements des résultats numériques Fig.5.13 avec  $c_1 = 1.73$  et  $c_2 \sim 0.07$ .

Ces résultats sont en accord avec les résultats développés dans le chapitre précédent. La différence de géométrie (cylindrique/sphérique) n'introduit pas de changements majeurs dans la relaxation thermique post-impact. Cependant, la géométrie et la gravité utilisées ici sont plus réalistes. Les impacts géants sur des planètes plus grosses et/ou plus chaudes peuvent entraîner une fusion partielle du fer.

## 5.5 Dynamique de l'anomalie thermo-chimique post-impact

### 5.5.1 Séparation partielle du Fer

Lors d'un impact météoritique sur une planète indifférenciée en croissance, la fusion de la phase métallique a des conséquences importantes sur la différenciation. Ainsi, une différenciation locale peut se produire entre le fer dense et les silicates plus légers dans l'anomalie thermique et jouer un rôle important dans le réajustement thermo-chimique post-impact. La phase métallique représente une fraction volumique  $\phi_{vFe} = 17\%$  du volume total de la Terre (32% en masse) et la phase silicatée une fraction volumique  $\phi_{vSil} = 83\%$  (*Anderson and Kovach, 1967*). Nous présentons ici différentes expériences numériques où la phase métallique est partiellement séparée de la phase silicatée. La dynamique post-impact est modélisée en géométrie axisymétrique sphérique. Nous montrons ici l'effet de la séparation partielle Fer-



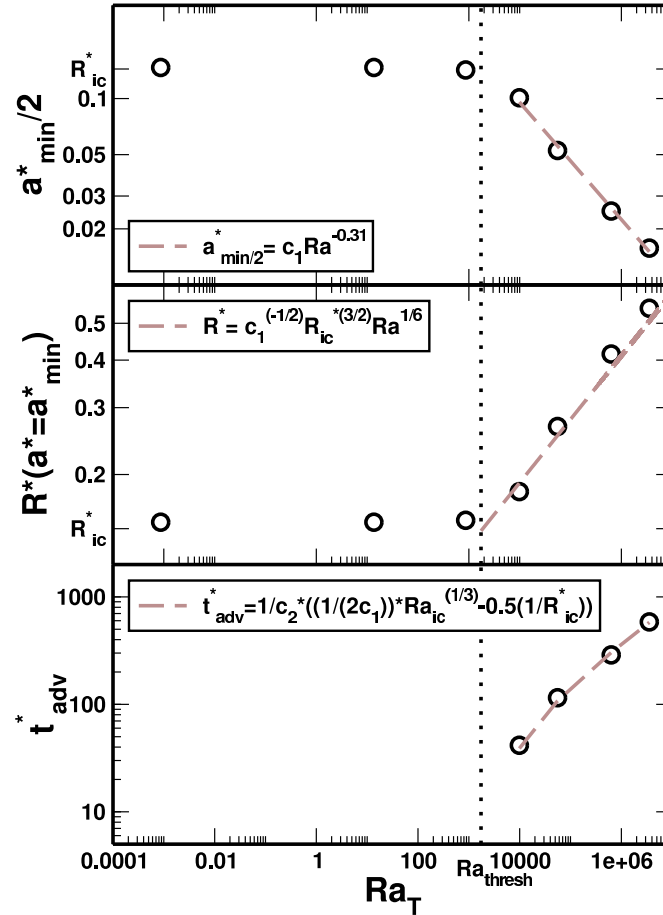


FIG. 5.13 – Epaisseur minimale  $a_{min}^*$  (haut), extension radiale  $R^*$  (milieu) et temps d'équilibre  $t_{adv}^*$  (bas) en fonction de  $Ra_T$  pour des cas à viscosité uniforme. Les traits tiretés correspondent aux modèles théoriques correspondant à Eq.5.28, Eq.5.31 et Eq.5.33 avec  $c_1 = 1.73$  et  $c_2 \sim 0.07$ .

Silicates lorsque la fraction volumique de fer séparé représente 5%, 10% et 15% du volume de l'isobaric core.

La phase métallique initialement chaude descend rapidement au centre du corps impacté tandis que la phase silicatée s'étale à la surface. La chaleur dans les silicates est extraite ensuite par diffusion à la surface. Le plongement du fer entraîne son chauffage par dissipation visqueuse. Une fois au centre de la planète impactée, le fer se refroidit par diffusion. Un panache thermique peut éventuellement se former à partir du protonoyau. Pour une planète impactée

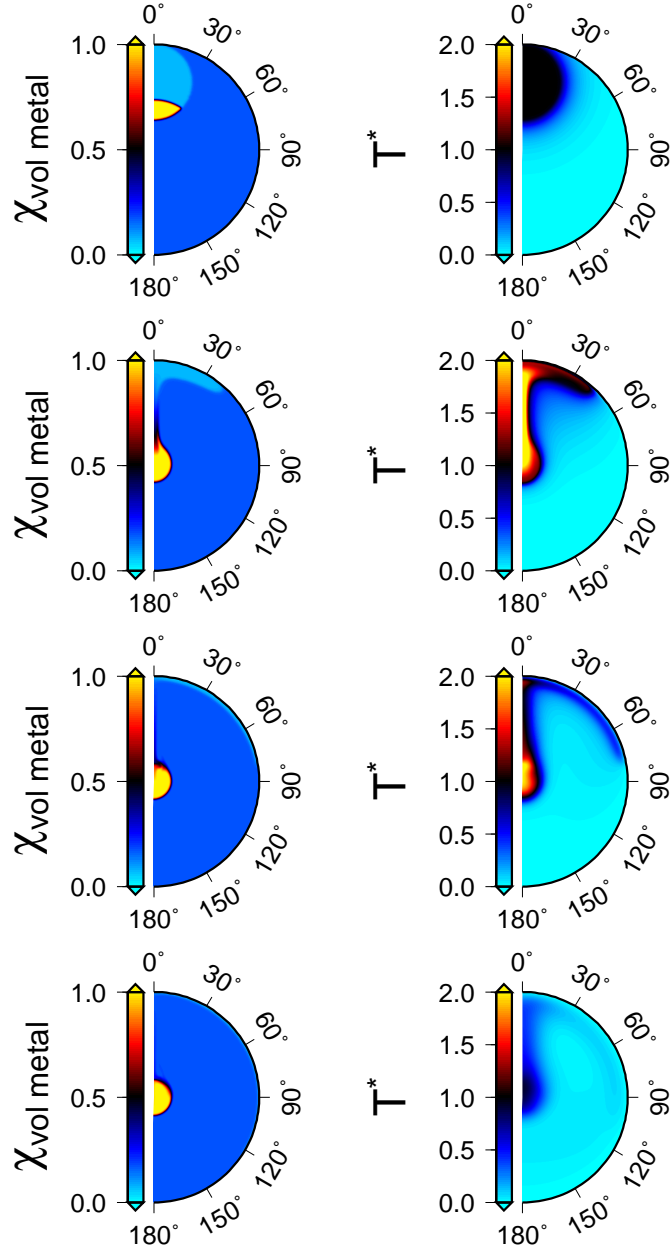


FIG. 5.14 – Evolution de la composition chimique (colonne de gauche) et du champ de température adimensionné pour différents temps adimensionnés  $t^* = 0$  (haut),  $t^* = 7.7$  (2<sup>eme</sup> ligne),  $t^* = 76$  (3<sup>eme</sup> ligne) et  $t^* = 418.3$  (bas). Initialement, 10% du volume de l'isobaric core est composé de fer fondu. La viscosité est constante en fonction de la température et de la composition chimique.  $Ra_T = 5.5 \times 10^4$ ,  $B = 154.7$ ,  $Di = 0.224$ . Le modèle a une résolution de  $200 \times 200$ .

avec  $R = 2000$  km et  $\eta = 10^{22}$  Pa.s, l'évolution jusqu'à la deuxième ligne de la Figure 5.14 est rapide  $\sim 14.5$  Myr. Nous suivons l'évolution temporelle de la variation de la température

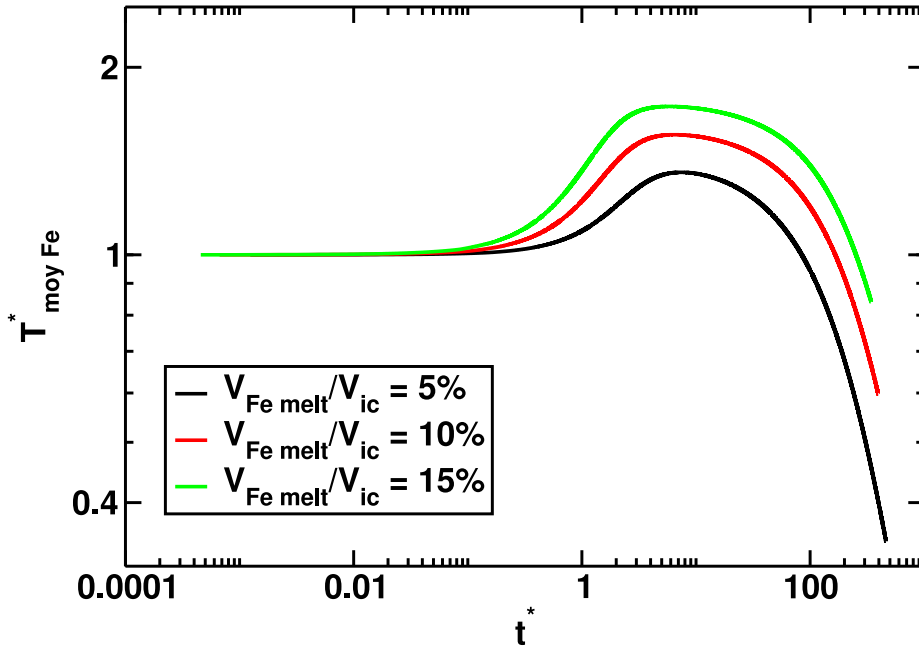


FIG. 5.15 – Evolution de la température moyenne adimensionnée de la phase métallique dans des cas où la phase métallique séparée représente 5% (trait plein noir), 10% (trait plein rouge) et 15% (trait plein vert). La viscosité est constante en fonction de la température et de la composition chimique.  $Ra_T = 5.5 \times 10^4$ ,  $B = 154.7$ ,  $Di = 0.224$ . Les modèles ont des résolutions de  $200 \times 200$ .

$\Delta T$  de la phase métallique après l'impact. Sa température augmente par dissipation visqueuse (Fig. 5.15).

Plus la fraction volumique de fer séparé est importante, plus sa température maximale après dissipation visqueuse est importante. Après que le métal a rejoint le centre de la protoplanète, sa température est environ 1.35 à 1.75 fois plus grande que la température juste après l'impact. Pour pouvoir prédire la température du fer lorsqu'il arrive au centre de la planète impactée, il est nécessaire de comprendre la dynamique l'ayant amené à plonger au centre.

### 5.5.2 Modèle de séparation Fer/silicates

Lors d'un impact sur une protoplanète indifférenciée avec un rayon supérieur au millier de kilomètres, l'augmentation de température peut provoquer la fusion de la phase métallique et/ou de la phase silicatée. Le fer dense se sépare des silicates plus légers dans la zone chauffée par l'impact. Nous présentons ici un modèle numérique en géométrie axisymétrique sphérique avec une viscosité dépendante de la température montrant l'effet de la différenciation locale sur le réajustement thermo-mécanique post-impact.

Le diapir de fer chauffé suite à l'impact descend avec une vitesse de l'ordre de la vitesse de Stokes. Son comportement thermique dépend du rapport entre les taux de refroidissement par diffusion et le taux de chauffage par dissipation visqueuse. Pour des volumes de fer séparés trop faibles et donc pour des impacteurs de rayons inférieurs à 70 km, la phase métallique plonge en se refroidissant. Lorsque son volume est suffisant, le diapir de fer se réchauffe lors de sa chute vers le centre. Ce chauffage est fonction des paramètres rhéologiques de la planète impactée et des contrastes de viscosités mises en jeu. Ces résultats soulignent l'importance de l'accrétion sur l'état thermique interne d'une planète en croissance. Nos modèles permettent de mieux contraindre le comportement thermique du fer et la répartition de l'énergie potentielle du fer convertie en chaleur lors de sa chute. Nos résultats montrent que lorsque la viscosité du diapir de fer est faible, l'énergie dissipée se retrouve essentiellement dans le matériel indifférencié. Ainsi, les caractéristiques d'accrétion d'une planète (vitesse d'impact, taille des impacteurs, taux de croissance) gouvernent l'état thermo-chimique primitif des planètes.

Ces mécanismes sont détaillés dans la partie suivante dans laquelle nous étudions la séparation fer/silicates suivant un impact dans le cas où le fer est complètement séparé des silicates. Cette partie est rédigée directement en anglais et sera prochainement soumise.



# Article : A Model of Metal-Silicate Separation on Growing Planets

L'article suivant est en préparation et sera soumis prochainement à la revue *Earth and Planetary Science Letters*.

## Introduction

Core formation is the most important differentiation event that occurred during Earth's history. The metal/silicates separation is a rapid event ( $< 60$  My) (*Yin et al.*, 2002; *Kleine et al.*, 2002; *Touboul et al.*, 2007) contemporaneous with Earth accretion and involving gravitational mechanisms such as percolation, negative diapirism and Rayleigh-Taylor instabilities (*Stevenson*, 1990; *Honda et al.*, 1993). In the homogeneous accretion hypothesis, iron segregation and thereby core formation need significant heating to exceed the melting temperature of iron alloys or of silicates. During the early stages of planetesimals formation, heating by decay of short lived radionuclides is a potential energy source to enhance early differentiation (*Yoshino et al.*, 2003). As a planetesimal grows, its gravity increases and it starts attracting violently the other surrounding planetesimals.

Impacts of large planetesimals has strongly influenced the late accretionary and thermal state of nearly fully-formed planetary bodies (*Tonks and Melosh*, 1992; *Senshu et al.*, 2002). During an impact, when the relative velocity between a planet and an impactor overcomes the seismic velocities of the medium, a shock wave develops. The shock pressure is nearly uniform in a spherical region next to the impact (the isobaric core), and strongly decays away

from it (Croft, 1982; Pierazzo *et al.*, 1997). In this domain, the kinetic energy of the impact is dissipated and leaves a temperature anomaly of several hundred degrees on Moon to Mars size bodies (Senshu *et al.*, 2002; Monteux *et al.*, 2007). The temperature that are reached are mostly related to the properties (density and radius) of the impacted body, and only weakly to those of the impactor. The melting temperature of iron alloys is lower than the silicates solidus (Fei *et al.*, 1997; Agee, 1997; Ghosh and McSween, 1998). On large impacted planets, a local differentiation may occur between heavy iron and light silicates in the heated anomaly (Tonks and Melosh, 1992). Hence, a thermo-chemical readjustment follows, associated with the sinking of the metallic component toward the center of the impacted protoplanet (Fig. 5.16).

For large planets, gravitational energy release due to core formation can induce melting of the whole planet (Stevenson, 1989; Ricard *et al.*, 2008). This subsequent melting depends on the mechanisms of the iron descent (Samuel and Tackley, 2008; Golabek *et al.*, 2008). The aim of this study is to determine the thermal evolution of iron during descent and the initial thermal state of the core. Hence, we propose analytical and numerical models of segregation of iron after large impacts and show that the size of impactors largely determine the inner thermal state of a young planet.

## Thermo-chemical state after large impact

### Thermal state

After a meteoritical impact, heating is localised in a spherical region called isobaric core just beneath the impact site. The radius of the isobaric core  $R_{ic}$  is comparable to the radius of the impactor  $R_{imp}$  and depends on energy conversion during the shock. With a minimal set of assumptions, we get  $R_{ic} = 3^{1/3} R_{imp}$  following Senshu *et al.* (2002) and Pierazzo *et al.* (1997). Just after the adiabatic pressure release, the isobaric core is isothermal and we call  $\Delta T_0$  the shock induced temperature increase. The lower script 0 indicates that we consider this instant as the origin of our time variable. Outside the isobaric core, the temperature anomaly decays as  $\Delta T_0(r) = \Delta T_0 (R_{ic}/r)^m$  with  $m \sim 4.4$  as proposed by Senshu *et al.* (2002). Assuming that

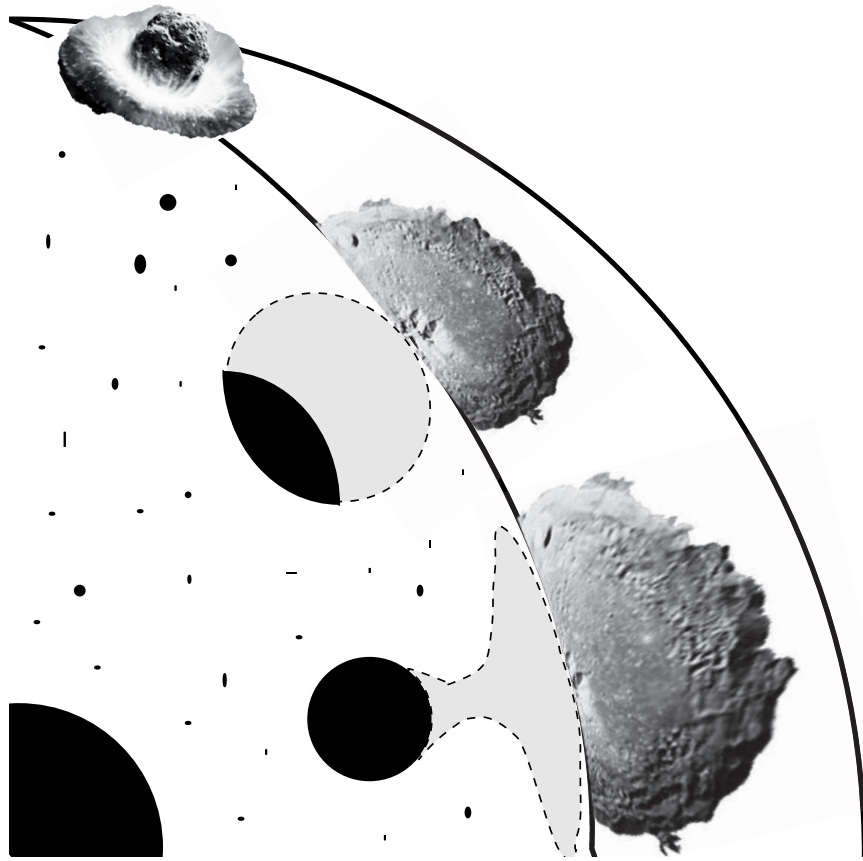


FIG. 5.16 – Schematic view of the chemical equilibration following a large impact on an undifferentiated protoplanet. In the isobaric core resulting from the dissipation of the shock wave, the temperature increase melts the iron that segregates rapidly, then sinks toward the planetary embryo center by a diapiric instability.

the kinetic energy of the impactor is controlled by the escape velocity of the impacted body, a simple energy balance (see e.g., *Monteux et al.*, 2007), indicates that

$$\Delta T_0 = \frac{4\pi}{9} \frac{\gamma}{f(m)} \frac{\rho_0^2 G R^2}{\rho C_p}, \quad (5.34)$$

where  $\overline{\rho C_p}$  is the heat capacity of the impacted body that is likely a mixture of silicate and iron,  $G$  is the gravitation constant, and where the function  $f(m)$  represents the volume effectively heated normalized by the volume of the isobaric core (typically  $f(m) \sim 2 - 3$  (*Monteux et al.*, 2007)). The empiric coefficient  $\gamma$  is the fraction of the kinetic energy of the impactor dissipated as heat. From shock experiments,  $\gamma$  ranges between 0.2 and 0.4 depending



on material properties and shock velocities (*O'Keefe and Ahrens, 1977*) (i.e., 20 to 40% of the kinetic energy is buried at depth, the rest rapidly radiated away during or shortly after the impact). The shock-induced temperature excess,  $\Delta T_0$ , strongly increases with the radius of the impacted body. According to the set of parameters of Table 1,  $\Delta T_0(\text{K}) = 4.7 \cdot 10^{-5} R^2(\text{km})$ ; for a Moon size body  $\Delta T_0$  is 140 K while it is 1925 K for an Earth size body.

The thermal state of a protoplanet before an impact depends on its growth history and on its initial heating caused by short lived radionuclides like  $^{26}\text{Al}$  and  $^{60}\text{Fe}$ . This early radioactive heating can eventually cause melting and differentiation of planetesimals that have quickly grown (*Yoshino et al., 2003*). The impact heating superimposed to a sufficiently hot protoplanetary interior can trigger melting of the Fe-FeS system (eutectic temperature is close to 1250 K) (*Fei et al., 1997*) and potentially of silicates (solidus temperature is around 1500 K) (*Agee, 1997*). In these cases, a fraction of the thermal energy is converted to latent heat during the phase transformations.

### Compositional state

An impact on a large enough undifferentiated protoplanet composed of a mixture of metals and silicates can trigger phase transformations and initiate differentiation. The first component that melts is the metal phase. In the region where metal melting occurs, the liquid metal can percolate through the solid silicate matrix. Percolation is only possible for small dihedral angles ( $< 60^\circ$ ) or for large melt volume fraction above a percolation threshold. The dihedral angle of liquid iron within silicates is large ( $\sim 100^\circ$ ) in the upper mantle but decreases with increasing pressure (*Shannon and Agee, 1996*). However, the volume fraction of liquid iron is 17% if melting is complete which overcomes the percolation threshold (*Von Bagen and Waff, 1986*). The iron is collected at the bottom boundary of the melted zone forming a diapir that ultimately sinks within the interior of the impacted protoplanet (*Ricard et al., 2008*).

If the temperature exceeds the silicate solidus and eventually the liquidus, the separation of metal and silicates can occur as a metal rainfall through a turbulent magma (*Stevenson, 1990; Höink et al., 2005*). Small droplets of heavy iron sediment at the bottom of the melted

region. This scenario may not be the generic one, as it would imply that a planet embryo can maintain a melted metal component and remain undifferentiated until the silicates start melting. It seems to us more reasonable to assume that differentiation starts as soon as metal melts. Locally, however, the impact of an undifferentiated planetesimal on an already differentiated large planetary embryo, may of course, be energetic enough to melt (or even vaporize) the silicate and metal contents of the impactor and the silicates of the impacted body inside the isobaric core.

The two processes (percolation or metal rain) lead to a local differentiation within the melted region between light silicates and heavy metals on a short timescale compared to that of the slow viscous deformation (*Tonks and Melosh, 1992*). The melted region is as large or a few times larger than the isobaric core (*Pierazzo et al., 1997*). Here, we identify the initially differentiated zone to the isobaric core, iron being overlaid by pure silicates shortly after the impact (see Fig.5.16).

## Dynamic model of differentiation

The setting described in the previous section is gravitationally unstable and the metal phase sinks toward the center of the impacted planetesimal while the silicates spread underneath the surface. To study the global dynamics of this differentiation event, we develop a thermo-mechanical model in spherical axisymmetrical geometry, of viscous flow with two chemical components.

### Physical model

Sinking occurs under the action of gravity in a spherical homogeneous protoplanetary body. We neglect for simplicity the changes of gravity during the differentiation. Hence gravity  $g(r)$  increases linearly with radius  $r$  :

$$g(r) = \frac{4}{3}G\pi\rho_0r = g_0\frac{r}{R}, \quad (5.35)$$

where  $G$  is the gravitationnal constant and  $g_0$  the surface gravity. The density of undifferentiated material is  $\rho_0 = f\rho_{Fe} + (1 - f)\rho_{Si}$  where  $f$  is the volume fraction of metal (see typical numerical values in Table 1.)

The dynamics of segregation potentially involves a series of multiscale physical processes, especially to take the effects of melting into account and a realistic multiphase dynamics (Golabek *et al.*, 2008; Ricard *et al.*, 2008). No numerical models can handle simultaneously all these complexities and as a consequence, we follow the approach of Samuel and Tackley (2008) and consider a system under extended Boussinesq approximation (Christensen and Yuen, 1985) and infinite Prandtl limit, with no possible subsequent differentiation of the undifferentiated material (e.g. the volumes of pure iron and pure silicates remain during the simulations 17% and 83% of the initial isobaric core).

In agreement with the usual treatment of fluid dynamics (see e.g., Ricard, 2007), we non-dimensionalize the lengths by the planetary radius  $R$ , the velocities by a Stokes velocity  $\alpha\Delta T\rho_0g_0R^2/\eta_0$ , the temperature by  $\Delta T_0$ , the governing non-dimensionnal equations are the conservation of mass

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{v}^* = 0, \quad (5.36)$$

the conservation of momentum

$$-\vec{\nabla} P^* + \vec{\nabla} \cdot \left( \frac{\eta}{\eta_0} \left[ \vec{\nabla} \vec{v}^* + [\vec{\nabla} \vec{v}^*]^T \right] \right) + \left( T^* - BC^* \right) r^* \vec{e}_z = 0, \quad (5.37)$$

and the conservation of energy

$$\frac{\partial T^*}{\partial t^*} = \frac{\nabla^2 T^*}{Ra_T} - \vec{v}^* \cdot \vec{\nabla} T^* + Di \left( \frac{\eta}{\eta_0} \Phi - v_r^* \left( T^* + \frac{T_0}{\Delta T} \right) r^* \right), \quad (5.38)$$

where  $v^*$ ,  $P^*$ ,  $T^*$  and  $r^*$  are the non-dimensional velocity, pressure, temperature and radius,  $\eta$  the viscosity and  $T_0$  the temperature (assumed uniform) before the impact. The dimensionless dissipation function  $\Phi$  is defined by the relation expressing the conversion of potential energy into heat

$$\Phi = 2\dot{e}_{ij}\dot{e}_{ij}.$$

where  $\dot{\epsilon}_{ij}$  is the dimensionless strain rate tensor. The downward buoyancy force that drives the flow increases with the volume fraction of iron  $C^*$  that varies between 0 (pure silicates) and 1 (pure metal), 0.17 being that of undifferentiated material. The iron volume fraction is simply advected by the flow,

$$\frac{\partial C^*}{\partial t^*} = -\vec{v}^* \cdot \vec{\nabla} C^*, \quad (5.39)$$

This system depends on three nondimensional numbers,  $Ra_T$ ,  $Di$  and  $B$ .  $Ra_T$  is the thermal Rayleigh number based on the radius of the impacted planet

$$Ra_T = \frac{\alpha \rho_0 g_0 \Delta T R^3}{\kappa \eta_0}, \quad (5.40)$$

where  $\alpha$  is the thermal expansion,  $\kappa$  the heat diffusivity and  $\eta_0$  the reference viscosity of the undifferentiated material.  $Di$  is the dissipation number,

$$Di = \frac{\rho_0 \alpha g_0 R}{\rho C_p}, \quad (5.41)$$

considering for simplicity that  $\overline{\rho C_p} = \rho_{Fe} C_p^{Fe} = \rho_{Si} C_p^{Si}$  (truly,  $C_{Fe} = 500 \text{ J K}^{-1} \text{ kg}^{-1}$ ,  $C_{Si} = 1100 \text{ J K}^{-1} \text{ kg}^{-1}$ , and we use  $\overline{\rho C_p} = 4 \times 10^3 \text{ kJ K}^{-1} \text{ m}^{-3}$ ). The buoyancy ratio  $B$  is :

$$B = \frac{\Delta \rho_0}{\rho_0 \alpha \Delta T}, \quad (5.42)$$

with  $\Delta \rho_0 = \rho_{Fe} - \rho_{Si}$ . Most of the dynamics is driven by compositionnal differences because  $\Delta \rho_0 / \rho_0 \sim 100\%$  exceeds by far  $\alpha \Delta T \sim 1\%$  implying  $B \gg 1$ . In other words, we introduce a thermal Rayleigh number in agreement with the usual formalism of mantle convection but the vigor of the flow is not so much controlled by  $Ra_T$  that by the compositional Rayleigh  $Ra_\chi$ ,

$$Ra_\chi = B Ra_T = \frac{\Delta \rho_0 g_0 R^3}{\kappa \eta_0}. \quad (5.43)$$

## Numerical model

We implemented a finite volume numerical model to solve Eq.5.36, Eq.5.37, Eq.5.38 and Eq.5.39 with a temperature and composition dependent viscosity, in axi-symmetric spherical

geometry. We use a stream function formulation for the equations of motion with a direct implicit inversion method (*Schubert et al.*, 2001). Eq.5.38 and Eq.5.39 are solved by an Alternating Direction Implicit (ADI) scheme. The stream function, temperature and compositional fields are described by a second-order approximation in space. To limit numerical diffusion when solving the transport equations, especially for the compositional field, we used a Total Variation Diminishing Superbee scheme (*Roe*, 1986; *Laney*, 1998) implemented in an implicit way (*Sramek*, 2007) which enables a great resolution of pure advective fields. We used at least  $200 \times 200$  grid points. Boundary conditions are free-slip and isothermal at the surface. We benchmarked the viscous flow solver with variable viscosity and the transport scheme against several analytical solutions.

## Thermal evolution of sinking metallic diapir : Analytical considerations

Before showing the results of complex numerical simulation, we develop a simple model describing the thermal evolution of the sinking metal diapir, by approximating the metal diapir as a spherical drop falling into undifferentiated medium with a Stokes-like velocity. The radius of the metal drop  $R_{Fe}$ , can be related to the radius  $R_{ic}$  of the volume initially heated by the impact, by  $R_{Fe}^3 = fR_{ic}^3$  and to the radius of the impactor by  $R_{Fe}^3 = 3fR_{ic}^3$ .

### Sinking velocity

The velocity  $V$  of the metallic diapir in an undifferentiated medium is comparable to the Stokes velocity of a sphere of similar volume. The density difference between the metal and the undifferentiated material is a function of temperature and composition but the temperature contribution is minor. Hence, we consider  $\Delta\rho = (1 - f)\Delta\rho_0$  with  $f$  the volumic fraction of metal in the undifferentiated protoplanet. Because gravity is a linear function of depth, the velocity of the sphere decreases during sinking as

$$V = \frac{dr}{dt} = -c_1(1 - f) \frac{\Delta\rho_0 g_0 R_{Fe}^2}{\eta_S} \frac{r}{R}. \quad (5.44)$$

In equation Eq.5.44, the dimensionless constant  $c_1$  depends on the geometry of the system and on the viscosity contrast between the falling sphere and the surrounding medium.

The viscosity of the surrounding undifferentiated material  $\eta_S$  controls the sinking velocity. In the case of a sphere sinking in an infinite medium, the coefficient  $c_1$  is given by the Hadamard-Rybczynski equation and varies from  $4/15 = 0.27$  (isoviscous) to  $1/3 = 0.33$  for an inviscid sphere (*Hadamard, 1911; Rybczynski, 1911*). In the situation described in this paper, the boundary conditions are applied at a finite distance (the planetary surface) and the Hadamard and Rybczynski equation is thus only approximate (*Honda et al., 1993; Samuel and Tackley, 2008*). The exact value of the constant  $c_1$  will be obtained later through numerical experiments.

The position of the metallic drop obtained by solving Eq.5.44 varies from an initial position  $r_0$  ( $r_0 = R - R_{Fe} \sim R$ ) as

$$r(t) = r_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau_S}\right), \quad (5.45)$$

with a characteristic time equal to

$$\tau_S = \frac{\eta_S R}{c_1 \Delta \rho_0 g_0} \frac{1}{(1-f)} \frac{1}{R_{Fe}^2}. \quad (5.46)$$

As  $g_0$  is proportional to the planetary radius  $R$  (Eq.5.35), the time  $\tau_S$  is independent of the planetary radius but depends only on the diapir size  $R_{Fe}$ . Of course, no segregation occurs, i.e.,  $\tau_S \rightarrow +\infty$ , for a planet of pure silicates ( $f = 0$  which means  $R_{Fe} = 0$ ) or of pure metal ( $f = 1$ ). With the typical value of Table 5.3, this time can be computed from the size  $R_{imp}$  of the impactor and is  $\tau_S(\text{kyr}) = 2.7 \cdot 10^9 R_{imp}^{-2}(\text{km})$ .

### Global energy conversion

As we assume that the gravity remains constant with time (albeit non-uniform), the energy equation integrated over the whole planet is simply

$$\frac{d}{dt}(\Delta E_p + \Delta E_T) = F, \quad (5.47)$$

where the total potential and thermal energies are

$$\Delta E_p = \int_{\Omega} \frac{1}{2} (\rho(r, t) - \rho(r, 0)) g_0 \frac{r^2}{R} dV, \quad (5.48)$$

( $\Omega$  is the planetary volume), and

$$\Delta E_T = \int_{\Omega} \overline{\rho C_p} (T(r, t) - T(r, 0)) dV, \quad (5.49)$$

and where  $F$  is the heat flux,

$$F = \int_{\Sigma} k \frac{\partial T}{\partial r} dS, \quad (5.50)$$

( $\Sigma$  is the planetary surface). The global energy balance expressed by Eq.5.47 is closely verified by our numerical simulation as will be discussed later.

## Maximum temperature

The maximum temperature that the sinking metal can reach can be estimated by assuming that the whole variation of potential energy is only used to heat up the metal, without any radiation at the surface.

Let us consider a melted zone of radius  $R_{ic}$  underneath and tangent to the planetary surface that differentiates ultimately forming a metallic core of volume  $V_{Fe}$  and radius  $R_{Fe}$  and a shallow silicate layer of volume  $V_{Si}$  between radii  $R_S$  and  $R$ . The change of potential energy is according to Eq.5.48 (see also *Flasar*, 1973) :

$$\Delta E_p = \frac{2\pi}{5R} g_0 \left( (\rho_{Fe} - \rho_0) R_{Fe}^5 + (\rho_{Si} - \rho_0) (R^5 - R_S^5) \right). \quad (5.51)$$

The conservation of the two components implies that

$$R_{Fe}^3 = f R_{ic}^3 \quad \text{and} \quad R_S^3 = R^3 - (1 - f) R_{ic}^3. \quad (5.52)$$

Assuming  $R_{ic} \ll R$ , a Taylor expansion of Eq.5.51 leads to

$$\Delta E_p \sim -\frac{1}{2}g_0\Delta\rho_0Rf(1-f)V_{ic} = -\frac{1}{2}g_0(\rho_{Fe} - \rho_0)RV_{Fe} = -\frac{1}{2}g_0(\rho_0 - \rho_{Si})RV_{Si}, \quad (5.53)$$

where  $V_{ic}$  is the volume of the isobaric core. The change of potential energy is thus equivalent to that released by the sinking of the isobaric volume  $V_{ic}$  and excess density  $f(1-f)\Delta\rho_0$ . Alternatively it corresponds to the energy released by a metal sphere of volume  $V_{Fe}$  sinking, or of a silicate sphere rising, through undifferentiated material. If only the iron volume heats up, the change of thermal energy according to Eq.5.49 is  $\Delta E_T = \overline{\rho C_p} f \Delta\Theta V_{ic}$  where  $\Delta\Theta$  is the temperature increase (just after the impact, the metal temperature is  $T_0 + \Delta T_0$ , then it reaches at most  $T_0 + \Delta T_0 + \Delta\Theta$ ). A scaling value for the temperature increase that the metal can get during segregation is thus

$$\Delta\Theta = \frac{1-f}{2} \frac{1}{\rho C_p} g_0 \Delta\rho_0 R. \quad (5.54)$$

As  $g_0$  is proportional to  $R$  (Eq.5.35), the core segregation can increase the temperature by a quantity proportional to  $R^2$  (in agreement with *Flasar, 1973; Ricard et al., 2008*). The ratio of  $\Delta\Theta$  to the post impact temperature  $\Delta T_0$  is, according to Table 5.3,

$$\frac{\Delta\Theta}{\Delta T_0} = \frac{3f(m)}{2\gamma} \frac{(1-f)\Delta\rho_0}{\rho_0} \simeq 11.8 \quad (5.55)$$

or,  $\Delta\Theta(\text{K}) = 11.8\Delta T_0(\text{K}) = 5.6 \cdot 10^{-4} R^2(\text{km})$  which is rapidly a large quantity. Of course, in a real situation not all the energy will remain into the metal, and we will see that, when the metal diapir is too small, the metal can even cool off rather than warm up during its motion.

### Thermal regime of the metallic sphere

While the metallic sphere is sinking, it is heated by shear heating but it also cools down by diffusion. In the reference frame of the sinking drop, the conservation of energy integrated



over the volume  $V_{Fe}$  of the iron drop (or through its surface  $S_{Fe}$ ) indicates that

$$\overline{\rho C_p} V_{Fe} \frac{d\Delta T}{dt} = -k \frac{\Delta T}{\delta} S_{Fe} + \vec{\tau} : \vec{\nabla} \vec{v} V_{Fe}, \quad (5.56)$$

where we assume that the temperature and the dissipation are at first order uniform in the iron. The thickness over which the temperature diffuses  $\delta$  should be written as  $R_{Fe}$  times a function of the various dimensionless parameters of the problem (see e.g., *Ribe, 2007*). The simplest possibility would be that the radius of the iron diapir itself controls both the thermal diffusion and the dissipation that we write  $\vec{\tau} : \vec{\nabla} \vec{v} = \eta_e V^2 / R_{Fe}^2$  where  $\eta_e$  is the effective viscosity of the region where dissipation occurs. In this case, Eq.5.56 using the expressions of the time dependent position, Eq.5.45, and of the maximum temperature increase, Eq.5.54, can be recast as

$$\frac{d\Delta T}{dt} = -\frac{\Delta T}{\tau_D} + 2a \frac{\Delta \Theta}{\tau_S} \exp\left(-2\frac{t}{\tau_S}\right), \quad (5.57)$$

where the dimensionless constant

$$a = c_1 \frac{\eta_e}{\eta_S} \left(\frac{r_0}{R}\right)^2 \quad (5.58)$$

characterizes the proportion of heat effectively dissipated in the metal and  $\tau_D$  the characteristic time of diffusion

$$\tau_D = \frac{c_2 R_{Fe}^2}{3\kappa}, \quad (5.59)$$

where  $c_2$ , measuring in terms of  $R_{Fe}$  the thickness of the thermal boundary layer around the metal,  $\delta = c_2 R_{Fe}$ , is a dimensionless number to be determined empirically. Eq.5.57 indicates that the diffusion term decreases as  $R_{Fe}^2$  while the dissipation term increases with  $R_{Fe}^2$ .

The expression Eq.5.57 shows that the temperature is not necessarily an increasing function of time. More precisely, according to Eq.5.57 the metal temperature increases just after the impact ( $t \simeq 0$ ), if

$$-\frac{\Delta T_0}{\tau_D} + 2a \frac{\Delta \Theta}{\tau_S} > 0 \quad (5.60)$$

Using the expressions for the temperature increase upon impact  $\Delta T_0$  (see Eq.5.34), for the scaling for the maximum temperature increase during segregation  $\Delta \Theta$  (see Eq.5.54) and for the two time constant  $\tau_S$  and  $\tau_D$  (see Eq.5.46 and Eq.5.59), this condition implies that dissipative

heating overcomes the dissipation when

$$R_{Fe} > R_{min} \quad (5.61)$$

where  $R_{min}$  is a cumbersome expression that only involves the properties of the planet, but not its radius

$$R_{min}^4 = \frac{\Delta T_0}{\Delta \Theta} \frac{9}{8\pi} \frac{1}{c_1^2 c_2} \frac{\eta_S}{\eta_e} \frac{\eta_S \kappa}{G \rho_0 (1-f) \Delta \rho}. \quad (5.62)$$

According to the set of parameters shown in Table 1,  $R_{min} \simeq 48$  km (in Table 1, the parameters  $c_1$  and  $c_2$  have been fitted from numerical experiments, but using the Stokes value  $c_1 = 4/15$  and  $c_2 = 1$  would not change this value very much). Such a diapir corresponds to an impactor of radius  $R_{imp} \sim 60$  km ( $R_{imp} \sim R_{ic}/3^{1/3} \sim R_{Fe}/(3f)^{1/3}$ ). Therefore, only impactors larger than  $R_{imp} = 60$  km generate metallic diapirs that heat up during sinking, although their initial temperature set by the impact is not dependent on the size of the impactor.

The integration of Eq.5.57 is straightforward and leads to :

$$\Delta T = \Delta T_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau_D}\right) + a \Delta \Theta \frac{2\tau_D}{2\tau_D - \tau_S} \left( \exp\left(-\frac{t}{\tau_D}\right) - \exp\left(-2\frac{t}{\tau_S}\right) \right). \quad (5.63)$$

The initial temperature anomaly  $\Delta T_0$  decreases exponentially with time while the interplay between diffusion and dissipation controls the general temperature evolution. When the diapir heats up, it is when the heating time  $\tau_S/2$  is shorter than the diffusive time  $\tau_D$ . Typically, in the regime where the diapir heats up, the dissipation occurs before the diffusion,  $\tau_S/2 \ll t \ll \tau_D$ ; the temperature becomes simply  $\Delta T = \Delta T_0 + a \Delta \Theta$ , and the physical interpretation of  $a$  is therefore the percentage of heat dissipated inside the metal. According to Eq.5.58,  $a$  should be  $\simeq 4/15 = 0.27$  and probably lower as the effective viscosity of the hot diapir  $\eta_e$  is likely lower than the average viscosity  $\eta_S$ . As  $\Delta \Theta$  and  $\Delta T_0$  are simultaneously proportional to  $R^2$ , the maximum temperature of the diapir is at most  $\Delta T = 3.2 \Delta T_0$ : the diapir can become 3.2 times hotter than just after the impact.

Dissipation only occurs for  $\tau_S/2 \ll t \ll \tau_D$  and Eq.5.45 implies  $\exp(-2t/\tau_S)$  is just  $(r/r_0)^2$ . Hence, the dissipation term in Eq.5.57 decreases with time and therefore with depth.

When a diapir heats up, its temperature increases until  $d\Delta T/dt = 0$  at the radius  $r$  that satisfies

$$0 = -\frac{\Delta T_0 + a\Delta\Theta}{\tau_D} + 2a\frac{\Delta\Theta}{\tau_S} \left(\frac{r}{r_0}\right)^2, \quad (5.64)$$

or

$$\left(\frac{r}{r_0}\right)^2 = \frac{\Delta T_0 + a\Delta\Theta}{\Delta T_0} \left(\frac{R_{min}}{R_{Fe}}\right)^4 \simeq 4.2 \left(\frac{R_{min}}{R_{Fe}}\right)^4. \quad (5.65)$$

As we have assumed in this expression that the sinking diapir heats up before cooling by diffusion (e.g., that its temperature reaches  $\Delta T_0 + a\Delta\Theta$ ), Eq.5.65 is expected to be valid for  $R_{Fe}$  larger than  $R_{min}$ . When these two values become equal, we expect  $r = r_0 = R$ .

## Numerical models

We confront the predictions of the analytical model to spherical axisymmetric calculations of a sinking metallic drop, especially to extract the constants  $c_1$  and  $c_2$ . We then compare these results to more complex numerical experiments where a compositional anomaly is generated in the isobaric core after a large impact. The effect of variable viscosity is studied in these models.

### Numerical models of sinking metallic drops

#### Sinking velocity

We solve numerically a set of problems in which we introduce metallic spheres of different sizes ( $C = 1$ ), tangent to the surface, in undifferentiated planets of various radii ( $C = 0.17$ ). From this set of experiments, we compare the temporal evolution of the sphere position to what is predicted by Eq.5.45. The calculations presented here are isoviscous for simplicity but variable viscosity will be introduced in the more complex cases. Fig.5.17 shows that the obtained values of  $\tau_S$  in the numerical models vary as  $1/R_{Fe}^*$  as expected from the analytical model, with  $c_1 = 0.187$ . For small sphere radii, the falling velocity of the sphere is almost (70%) of the Hadamard-Rybczynski velocity. For large sphere radii, boundary effects cannot be completely neglected and the sinking velocity deviates slightly towards values smaller than

the Hadamard-Rybczynski velocity.

TAB. 5.3 – Typical parameter values for numerical models

Planet radius	$R$	1000 - 4000 km
Impactor radius	$R_{imp}$	100 - 400 km
Silicate density	$\rho_{Si}$	3500 kg m <sup>-3</sup>
Iron density	$\rho_{Fe}$	8000 kg m <sup>-3</sup>
Density difference	$\Delta\rho_0 = \rho_{Fe} - \rho_{Si}$	4500 kg m <sup>-3</sup>
Average density	$\rho_0$	4270 kg m <sup>-3</sup>
Heat capacity	$\overline{\rho C_p}$	$4 \times 10^3$ kJ K <sup>-1</sup> m <sup>-3</sup>
Heat conductivity	$k$	3 W m <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup>
Initial temperature	$T_0$	K
Metal content	$f$	0.17
Viscosity	$\eta_0$	$10^{22}$ Pa s
Viscosity ratio	$\lambda$	0.1-1
Thermal expansion coefficient	$\alpha$	$4.4 \times 10^{-5}$ K <sup>-1</sup>
Gravity	$g_0 = 4\pi G \rho_0 R/3$	m s <sup>-2</sup>
Stokes velocity scale	$\Delta\rho_0 g_0 R^2/\eta$	~100 m/yr
Time scale	$\eta/\Delta\rho_0 g_0 R$	~20 kyr
Rayleigh number Ra	$\overline{\rho C_p} \Delta\rho_0 g_0 R^3/\eta_0 k$	~ $10^8$
Buoyancy B	$\Delta\rho_0/\alpha\rho_0\Delta T$	10-100
Dissipation number	$\rho_0 \alpha g_0 R/\overline{\rho C_p}$	0.05-1
Impact energy conversion coefficient	$\gamma$	0.3
Volume effectively heated by impact	$f(m)$	2.7
Stokes velocity coefficient	$c_1$	0.1-0.2
Heat diffusion coefficient	$c_2$	0.3-2.12

### Temperature evolution

During sinking, large diapirs heat up before cooling down by diffusion when the velocity of the metal decreases sufficiently towards the center. Our theoretical predictions given by Eq.5.63 is in excellent agreement with the computed evolutions with the value  $c_1$  obtained previously, which implies that around 20% of the released heat is trapped in the metal ( $a = c_1 = 0.187$ ). Fig.5.18 shows the remarkable consistency between the numerical results and the theory, for a value of  $c_2 = 1.54$ . The maximum temperature value,  $2.34\Delta T_0$ , is in agreement with the estimate  $\Delta T = \Delta T_0 + a\Delta\Theta = 3.2\Delta T_0$  predicted before. We will see in the next subsection that these values of  $c_1$  and  $c_2$  can be used for a large range of simulations (Fig.5.20).

To verify the condition Eq.5.65 that predicts the radius for which dissipation overcomes diffusion we computed the rate of heating or cooling of metallic spheres as a function of their radius and depth. As shown in fig.5.19, our theory is very consistent with the numerical results

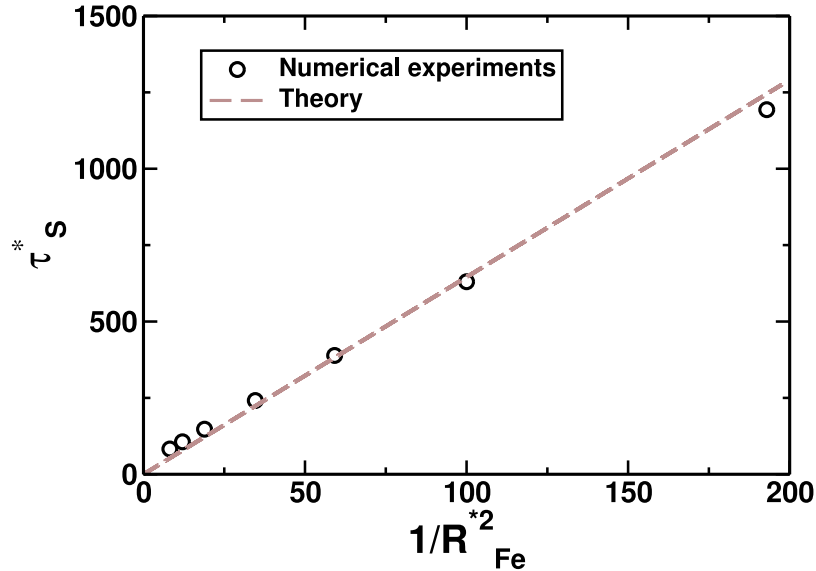


FIG. 5.17 – Characteristic sinking time  $\tau_S$  as a function of  $1/R_{Fe}^{*2}$ , where  $R_{Fe}^*$  is the non-dimensionalized metallic sphere radius. Results from numerical experiments (with uniform viscosity  $\eta_S = 10^{22}$  and  $R = 1000$  km) are represented with black circles. Theoretical fit from Eq.5.46 is shown in brown dashed line with  $c_1 = 0.187$ .

for large diapirs. For small ones, the increase of temperature starts as soon as  $R_{Fe} < R_{min}$  and they can reach a larger depth before starting to cool.

### Application to global evolution after an impact

The thermo-chemical initial conditions after an impact differ from a simple hot metallic sphere sinking within an undifferentiated material. Indeed, the denser metallic pond collected at the bottom of the isobaric core is not spherical and above it a volume of light silicates rises and spreads underneath the surface until it covers the entire surface of the planet. These deviations from our analytical model potentially modify the results obtained from the sinking metallic drop model. Here we show numerical simulations of segregations after an impact and compare them to the analytical model previously developed.

Fig.5.21 depicts the thermal and compositional evolution after an impact of a large impactor ( $R = 4000$  km and  $R_{imp} = 600$  km and  $R_{Fe} = 480$  km). The three top rows corresponds

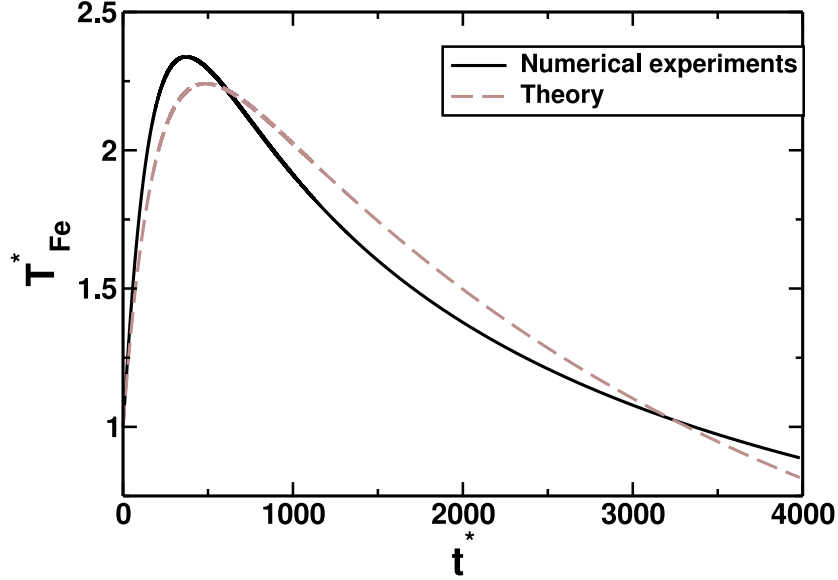


FIG. 5.18 – Temperature evolution (black line) of a metallic sphere ( $R_{Fe} = 130$  km) falling in an undifferentiated planet with  $R = 1000$  km. Theoretical evolution from Eq.5.63 is shown with a brown dashed line with  $\tau_D^* = 3264.7$  and  $\tau_S^* = 389$

to real time snapshots at 0, 1.2 and 5.7 Myrs. The metallic pond sinks towards the center of the planet while heating. This heating is in agreement with our previous findings that dissipation is larger than diffusion for large impacts. However, the metal develops a tail through sinking and is significantly deformed. In the mean time, the light silicates rise upward and heat up as well while stretching laterally to cover the whole surface of the planet. Of course, Near the surface, the diffusion of heat, out of the silicate layer, is much faster than that out of the deep protocore and this shallow hot silicate layer cools rapidly. On a longer time scale, (bottom row of Figure 5.21, at  $t \sim 1$  Ga), hot thermal plumes will start from the proto core-mantle boundary and will deliver the protocore heat to the surface.

Fig.5.23 illustrates the conversion from potential to thermal energy with time after a 300 km radius impactor strikes a 2000 km radius protoplanet. During the thermo-chemical reequilibration, the potential energy (thick line) decreases as the iron approaches the center and as the silicates spreads beneath the surface. Viscous heating induces an increase of the thermal energy (dashed line). Once the iron has reached the center of the impacted protoplanet, the

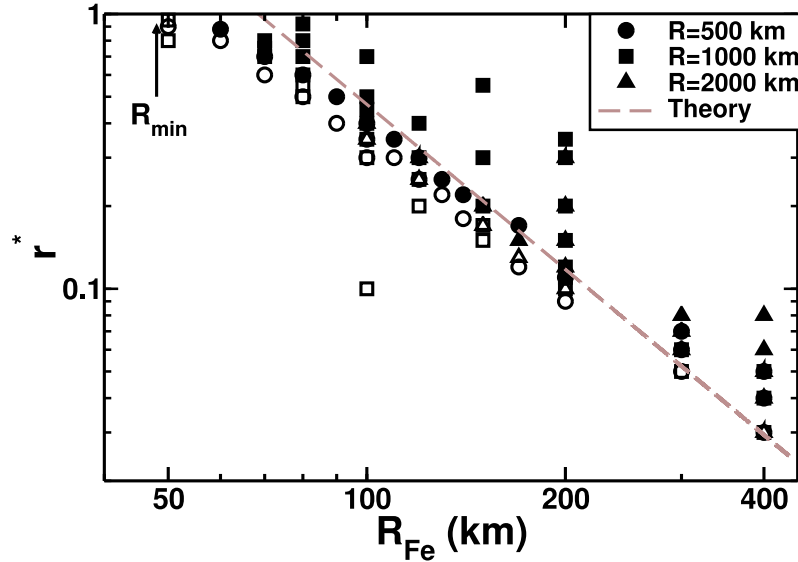


FIG. 5.19 – Thermal behaviour of a sinking metal sphere in an undifferentiated media as functions of the position and the sphere radius. Black filled symbols represent numerical experiments with viscous heating and white filled symbols represent numerical experiments with only cooling. Different symbols characterize different planets radii. Theoretical evolution from Eq.5.65 is shown with  $c_1 = 4/15$ ,  $R_{min} = 48\text{km}$  and  $\frac{\Delta\Theta}{\Delta T_0} = 11.8$  (see Eq.5.55).

thermal energy starts to decrease. During this whole process, heat is slowly removed by diffusion through the surface and the cumulative heat flux (dotted line) balances the total energy budget. This global balance (sum of potential energy, thermal energy and cumulative heat flux, thin line) see Eq.5.47) is numerically satisfied within 0.3% which illustrates the good accuracy of the numerical code.

We introduced a temperature-dependence of the viscosity in the calculations and monitored the evolution of the position  $r(t)$  of the center of inertia of the metallic ponds falling in an undifferentiated material. The viscosity varies as  $\eta = \eta_0 \lambda^{T^*}$  with  $\lambda$  being the viscosity ratio (lower than 1) between the hottest and the coldest material. We use  $\lambda = 0.25$  (Figure 5.22 middle row) and  $\lambda = 0.1$  (Figure 5.22 bottom row), the top row being the reference isoviscous case. As the temperature of iron increases with depth by a factor up to 2, it implies viscosity contrasts up to  $1/\lambda^2$  orders of magnitude between cold and hot materials.

Increasing the temperature-dependence of the viscosity softens the surrounding material

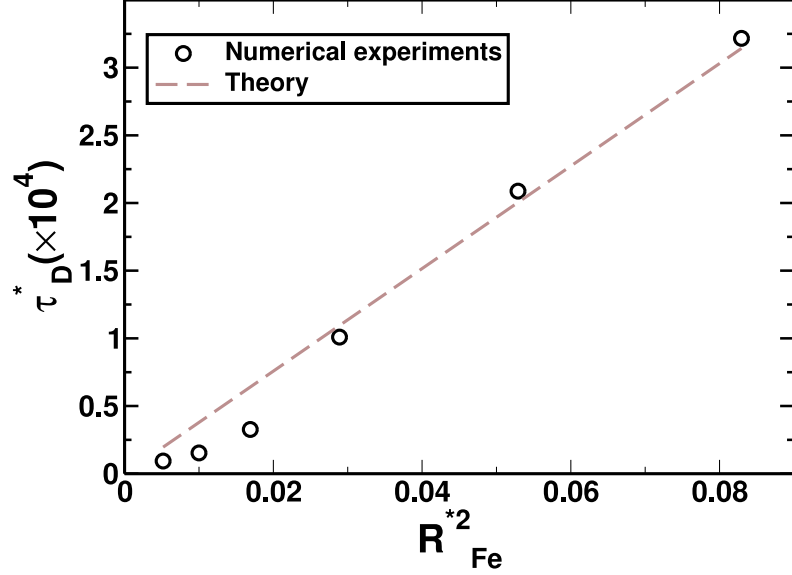


FIG. 5.20 – Non-dimensional characteristic time of diffusion  $\tau_D$  as a function of the non-dimensionalized metallic sphere radius. Results from numerical experiments (with a uniform viscosity and  $R = 1000$  km) are represented with black circles. Theoretical fit from Eq.5.59 is shown in brown dashed line with  $c_2 = 2.12$ .

around the metallic drop and the sinking velocity is increased consistently with Eq.5.44 as shown in Fig.5.22. Because the metallic pond becomes less viscous, its shape becomes more spherical and the tail developed in isoviscous experiments disappears. Lowering the viscosity in the surrounding material and within the metallic pond has also the effect of diminishing  $\eta_e$  and hence the gravitational heating (Fig.5.22).

The value for  $c_1$  computed in the isoviscous case is 0.14, which corresponds to a velocity being half of the nominal Hadamard-Rybczynski velocity. This is lower than the value obtained in the numerical experiment with metallic spheres. The initial shape here differs from a sphere hence viscous forces are larger and slow the drop down. In the variable viscosity case, the unknowns  $c_1$  and the effective viscosity  $\eta_S$  of the surrounding material cannot be determined together. Assuming  $c_1$  is identical to the isoviscous case, the obtained values for  $\eta_S/\eta_0$  are 0.43 and 0.29 for  $\lambda = 0.25$  and  $\lambda = 0.1$  respectively (see Fig.5.24). These values would correspond to undifferentiated material having a non-dimensional temperatures of  $T^* = 0.61$  and  $T^* = 0.53$  respectively, which is consistent with the temperatures computed in the vicinity



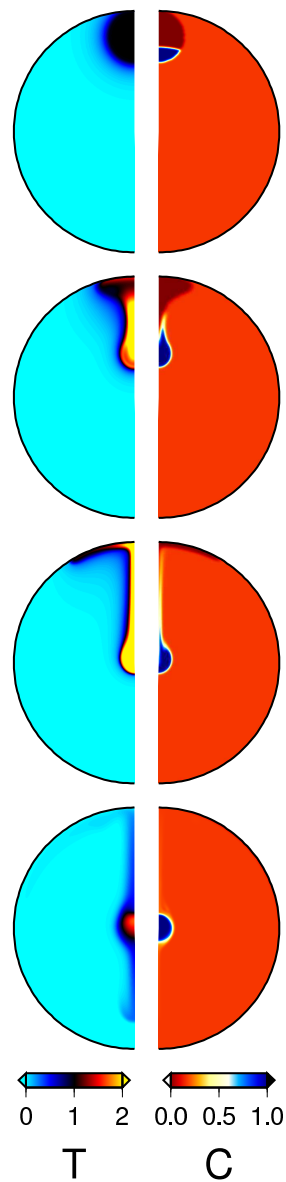


FIG. 5.21 – Non dimensional temperature (left) and composition (right) at times  $t = 0$  (first line),  $t = 1.2$  My (second line),  $t = 5.73$  My (third line) and  $t = 1$  Gy (fourth line) (computed for a uniform viscosity with  $R = 4000$  km,  $R_{imp} = 600$  km and  $200 \times 200$  grid points)

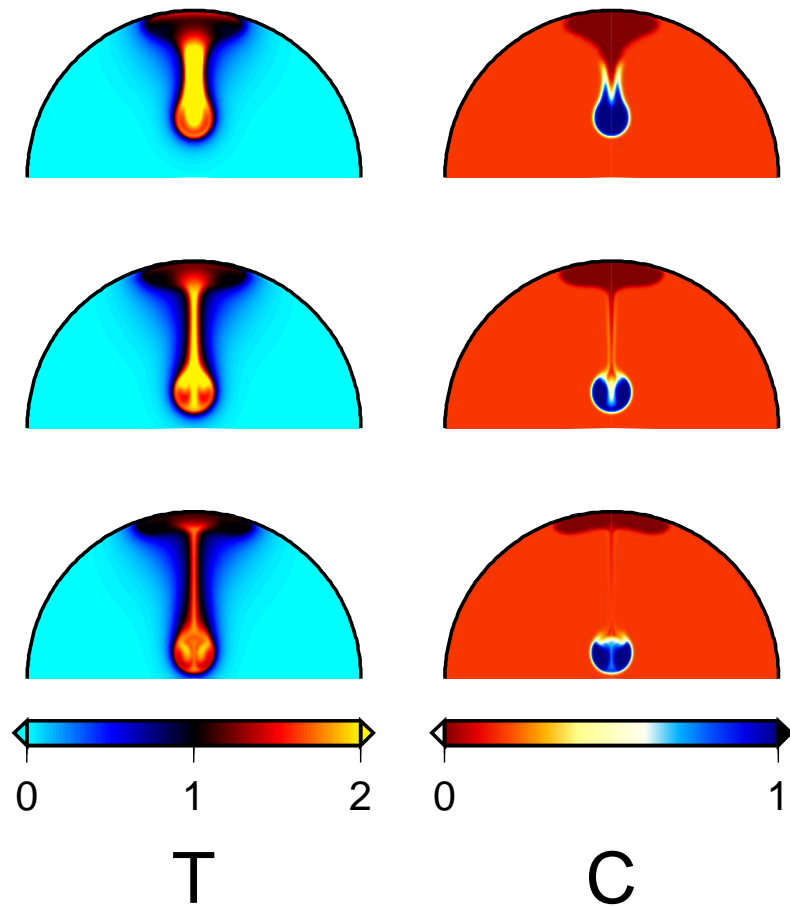


FIG. 5.22 – The three rows depict the temperature (left) and the composition (right) at  $t = 1.2$  My (with  $R = 2000$  km and  $R_{imp} = 300$  km), for a uniform viscosity (top) and for variable viscosities (contrast of  $\sim 16$  middle and of  $\sim 100$  bottom). As expected, the sinking velocity of the metallic diapir and the rising velocity of the silicates, both increase when their viscosity is decreased.

of the falling metallic pond. However, the difference in the shape of the sinking pond of metal between isoviscous and variable viscosity experiments (see Fig. 5.22) questions the quality of the assumption made on  $c_1$ .

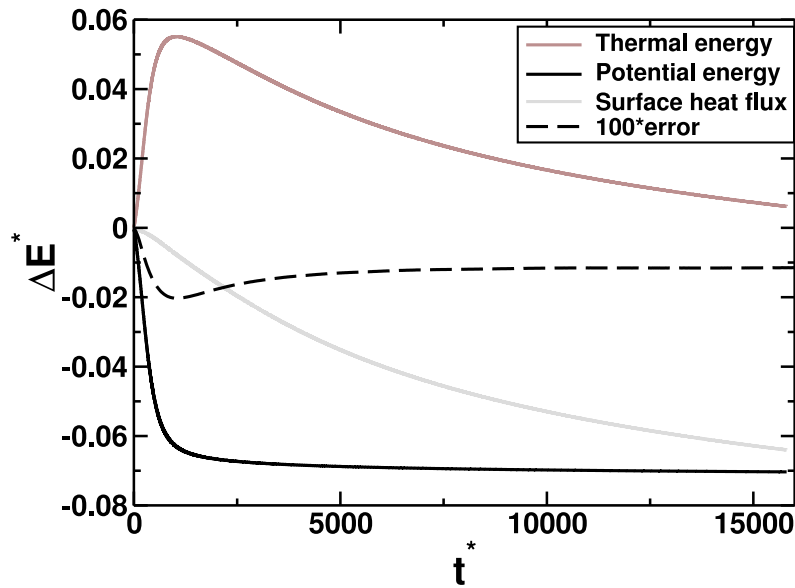


FIG. 5.23 – Nondimensionalized potential (solid black line) and thermal (solid brown line) energies and time integrated surface heat flow (solid grey line) as functions of time for uniform viscosity. The sum of these three quantities times 100 is shown in dashed black line. Its difference to zero is indicative of the accuracy of the energy conservation of the numerical code (for  $R = 2000$  km,  $R_{imp} = 300$  km and  $R_{Fe} = 240$  km).

In the experiments depicted in Fig.5.21 and Fig.5.22, the temperature in the metal increases during sinking and reaches a value close to twice the initial temperature in the isobaric core. However, heating is less pronounced with variable viscosity and decreases with the viscosity within the metal. Fitting the computed temperature evolutions in the metallic diapirs with our theoretical model gives values of  $c_2$  of 0.44, 0.36 ( $\lambda = 0.25$ ) and 0.31 ( $\lambda = 0.1$ ) in the isoviscous case and the variable viscosity cases respectively (see Fig.5.25).  $c_2$  being somewhat related to the velocity of the falling pond, it naturally decreases with increasing viscosity contrast, since the surrounding material is less viscous and hence reduces the drag force on the diapirs.

We also obtain  $\eta_e/\eta_0$  of 1.6, 0.54 and 0.28 in the isoviscous case and the variable viscosity

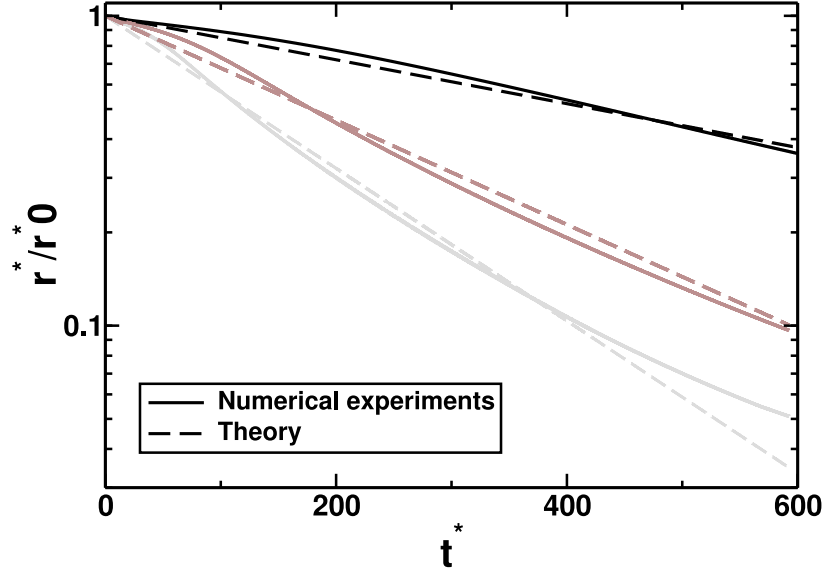


FIG. 5.24 – Position of the inertial center of the metal phase as a function of time for a uniform viscosity (solid black line) and for temperature-dependent viscosities with  $\lambda = 0.1$  (solid grey line) and  $\lambda = 0.25$  (solid brown line) (with  $R = 2000$  km and  $R_{imp} = 300$  km. Black dashed line correspond to theoretical results for the uniform viscosity from Eq.5.45 with  $c_1 = 0.14$ . Grey dashed line correspond to theoretical results for  $\lambda = 0.1$  with  $c_1 = 0.14$  and  $\eta_S/\eta_0 = 0.43$ . Brown dashed line correspond to theoretical results for  $\lambda = 0.25$  with  $c_1 = 0.14$  and  $\eta_S/\eta_0 = 0.29$ .

cases respectively. These values are similar to  $\eta_S/\eta_0$  in both calculations, showing that the effective volume of shear heating concerns a large fraction of the metal. As a consequence, the heat release of the gravitational energy becomes increasingly efficient in the surrounding undifferentiated material as the viscosity in the metal decreases (see Eq.5.58). The hot undifferentiated domain develops as a tail behind the metallic pound and forms a column of hot and light material that rises upwards as seen in Fig.5.21.

## Discussion and conclusion

Core formation events induced by meteoritical impacts play a major role on the early thermo-chemical state of growing planets. Large meteoritical impacts can trigger a local differentiation between iron and silicates in a spherical zone above the surface called the isobaric

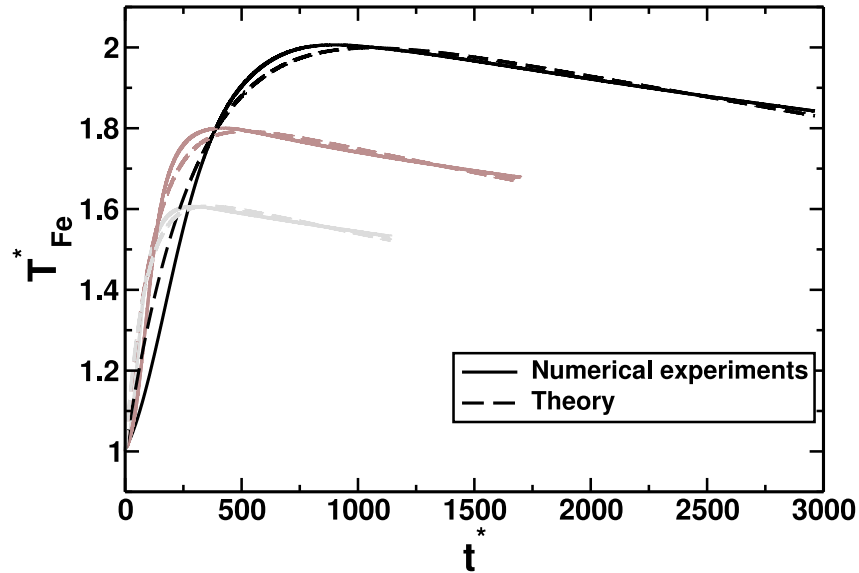


FIG. 5.25 – Temperature evolution of the metal phase as a function of time for a uniform viscosity (solid black line) and for temperature-dependent viscosities with  $\lambda = 0.1$  (solid grey line) and  $\lambda = 0.25$  (solid brown line) (with  $R = 2000$  km and  $R_{imp} = 300$  km). Black dashed line correspond to theoretical results for the uniform viscosity from Eq.5.63 with  $c_1 = 0.14$ ,  $c_2 = 0.44$  and  $\eta_e/\eta_0 = 1.6$ . Grey dashed line correspond to theoretical results for  $\lambda = 0.1$  with  $c_1 = 0.14$ ,  $c_2 = 0.31$  and  $\eta_e/\eta_0 = 0.54$ . Brown dashed line correspond to theoretical results for  $\lambda = 0.25$  with  $c_1 = 0.14$ ,  $c_2 = 0.36$  and  $\eta_e/\eta_0 = 0.28$

TAB. 5.4 – Values obtained fitting numerical experiments with theoretical predictions (Eq.5.45 and Eq.5.63) for different values of  $\lambda$  (with  $R = 2000$  km and  $R_{imp} = 300$  km)

	$\lambda = 1$	$\lambda = 0.25$	$\lambda = 0.1$
$\tau_S^*$	606	257.8	176.459
$c_1$	0.14	0.14	0.14
$\eta_S/\eta_0$	1	0.43	0.29
$T_{eq}^*$		0.61	0.53
$\tau_D^*$	18 306.7	14 796.8	12 962.6
$c_2$	0.44	0.36	0.31
$\eta_e/\eta_0$	1.6	0.54	0.28

core. The dense metal phase sinks through undifferentiated material towards the center of the impacted protoplanet which can induce viscous heating.

We followed the dynamics of the metal phase after a large impact with numerical experiments in axisymmetrical spherical geometry. The sinking velocity of the metal phase is Stokes-like and is function of the viscosity contrast between the metal phase and the undif-

ferentiated crossed media. The falling velocity increases when viscous heating decreases the viscosity of the surrounding material. A stress dependent viscosity (not considered here) would also increase this velocity.

Our results also show that viscous heating of the metallic phase only occurs for large enough metallic diapirs ( $R_{Fe} > 48$  km). To induce such a large metallic volume at the bottom of the isobaric core, the impactor has to be large enough ( $R_{imp} > 60$  km). This result underlines the importance of accretion conditions on the inner thermal state of planetary bodies. A planet accreted from small bodies can potentially have a metal core with a temperature smaller than the Fe-FeS eutectic temperature needed to separate metal and silicates. Small iron diapirs sink anyway but would ultimately bring the metal in a solid state to the core of the impacted planet.

The gravitational energy release during a large metal diapir sinking is converted into viscous heating. The heat repartition (between the metal phase and the undifferentiated crossed material) following the iron sinking controls the inner thermal state of protoplanet and hence its rheological behaviour. Hence, viscous heating induces important viscosity changes in the sheared zone. Viscosity contrast between metallic and undifferentiated material is an important feature in the heating of the metallic phase. For low shear zone viscosity, the iron phase is weakly heated. Hence, gravitational energy release will mainly lead to the heating of the undifferentiated material.

A 400 km radius impactor on a 4000 km radius planet will generate a local thermal anomaly  $\Delta T = 750$  K (*Monteux et al.*, 2007). This temperature increase surimposed to the fossil thermal energy from short half-life radionucleides ( $^{26}\text{Al}$  and  $^{60}\text{Fe}$ ) and previous impacts can lead to temperature upper than the melting temperature of the metallic phase. Our analytical models confirmed by numerical experiments show that the metallic drop sinks towards the center with velocity of order of  $1 \text{ m.y}^{-1}$ . Considering  $\eta_e/\eta_S = 0.5$ , the temperature of the metallic phase can reach 1220 K but for  $\eta_e/\eta_S = 0.01$ , the metallic phase is not significantly heated. Gravitational energy conversion will lead to a temperature increase in the undifferentiated material localized within a column corresponding to the pond sinking path that can thereby induce additional differentiation.

These results are important for the understanding of the inner thermal state of growing planets. As shown in *Ricard et al.* (2008), core formation of terrestrial protoplanets could be the consequence of a runaway segregation induced by a large enough impact on undifferentiated material. These results also underline the importance of accretionary conditions (size and temporal repartition of impacts) on the thermal energy repartition and, hence, on the magnetic history of growing planets (*Elkins-Tanton et al.*, 2005).

#### **Acknowledgements**

The authors thank H. Samuel for helpfull discussions. This project was funded by the A.N.R. ETHER.

# Conclusion

Dans cette thèse, nous avons étudié les effets thermiques des impacts météoritiques et leurs contributions à la formation du noyau terrestre. Les impacts météoritiques apportent sur leur cible une quantité importante d'énergie dont une partie ( $\sim 30\%$ ) permet une augmentation locale de la température en dessous du point d'impact dans une région sphérique appelée isobaric core et dont le rayon est de l'ordre de grandeur du rayon de l'impacteur. Les bilans énergétiques réalisés dans cette étude montrent que l'augmentation de température varie comme le carré du rayon de la planète impactée.

Un impact géant sur une protoplanète froide avec un rayon inférieur au millier de kilomètres engendre une augmentation locale de la température sans fusion significative. Si l'impacteur est trop petit, l'anomalie thermique va seulement se refroidir par diffusion. Lorsque l'impacteur dépasse une taille critique, fonction de la taille de la protoplanète impactée, l'anomalie thermique subit d'abord une phase advective isotherme. L'anomalie s'étale sous la surface jusqu'à atteindre une épaisseur ne dépendant que des paramètres rhéologiques du corps impacté. Ensuite, l'anomalie se refroidit par diffusion.

Lors d'un impact géant sur une protoplanète dont le rayon est supérieur au millier de kilomètres, la variation locale d'énergie thermique apportée par la collision s'ajoutant à l'énergie thermique fossile libérée par les radioactivités éteintes peut générer localement des zones de fusion partielle. La température de fusion de la phase métallique étant plus faible que celle de la phase silicatée, le fer liquide peut se retrouver au sein d'une matrice silicatée solide. Lors des stades primitifs de formation des planètes, de tels événements peuvent provoquer une séparation locale entre le fer très dense et les silicates plus légers. L'anomalie chimique de fer peut ensuite migrer vers le centre de la Terre et contribuer à la formation du



noyau terrestre. Nous avons développé des modèles prédisant les comportements cinématique et thermique de la phase métallique. Le diapir, initialement chaud, descend avec une vitesse de l'ordre de la vitesse de Stokes et son comportement thermique dépend du rapport entre les taux de refroidissement par diffusion et le taux de chauffage par dissipation visqueuse. Pour des volumes de fer trop faibles et donc pour des impacteurs de rayons inférieurs à 70 km, la phase métallique plonge en se refroidissant. Lorsque son volume est suffisant, le diapir de fer se réchauffe lors de sa chute vers le centre. Ce chauffage est fonction des paramètres rhéologiques de la planète impactée et notamment des contrastes de viscosité mis en jeu.

Ces résultats soulignent l'importance de l'accrétion sur l'état thermique interne d'une planète en croissance. Nos modèles permettent de mieux contraindre le comportement thermique du fer et la dissipation de l'énergie potentielle du fer une fois le centre de la planète atteint. Ainsi, une planète formée par l'accrétion de petits impacteurs peut potentiellement avoir un noyau avec une température liée aux vitesses d'impacts mais le chauffage visqueux concernera essentiellement le matériel indifférencié.

# Perspectives

Les perspectives liées à ces travaux sont nombreuses. Afin de mieux décrire la dynamique de réajustement thermo-mécanique suivant un impact météoritique, je souhaite implémenter la résolution des équations des fluides biphasés développées par *Bercovici et al.* (2001a) dans mes modèles axisymétriques sphériques. Ainsi, il me sera possible de développer des modèles plus réalistes des événements de formation du noyau terrestre provoqués par impacts météoritiques. Cette étude permettra de mieux comprendre les mécanismes de ségrégation entre le fer liquide et les silicates solides et des effets thermiques des impacts durant la croissance des planètes.

Comme développé précédemment, Callisto et Ganymède, les deux plus grandes lunes de Jupiter ont des masses et des rayons relativement similaires et leurs intérieurs sont composés d'un mélange de roches et de glaces. Cependant, Callisto est seulement partiellement différenciée alors que Ganymède semble être entièrement différenciée avec un noyau de fer et un manteau silicaté recouvert par une fine couche de glace (*Anderson et al.*, 1996; *Sohl et al.*, 2002). La différenciation partielle de Callisto résulterait d'une accréation plus lente que Ganymède permettant ainsi d'évacuer la chaleur accumulée par impacts météoritiques, décroissance radioactive et par contraction, empêchant ainsi la fusion et la différenciation rapide du satellite (*Canup and Ward*, 2003; *Mosqueira and Estrada*, 2003; *Showman et al.*, 1997). Je souhaite développer un modèle numérique unidimensionnel d'évolution thermique de satellite de glace en croissance avec une méthode se rapprochant de celle développée par *Senshu et al.* (2002). En effet, leur code numérique retrace l'évolution thermique de Mars pendant sa croissance. Dans leur modèle, l'histoire thermique de Mars pendant son accréation par des corps de tailles importantes est suivie pour chaque impact en tenant compte du chauffage

résultant. J'estimerai les paramètres physiques (densité, expansivité thermique, vitesse du son dans le matériau ...) raisonnables pour un mélange fer-silicates (*Jeanloz, 1989*). Je propose de caractériser les conditions d'accrétion (nombre, taille et fréquence d'impacts météoritiques) qui n'entraînent pas de fusion globale et ainsi de différenciation. J'évaluerai l'influence de la fraction de masse en silicates sur l'évolution thermique des satellites de glace en croissance. Mon modèle unidimensionnel tiendra compte de la convection et du chauffage interne.

# Annexe A : Méthode détaillée de résolution des équations de la convection

## Résolution de l'équation de Navier-Stokes

### En géométrie axisymétrique cylindrique

En fonction de la contrainte déviatorique, l'équation de la conservation Eq.4.11 résolue en géométrie axisymétrique cylindrique s'écrit :

$$-\vec{\nabla}^* P^* + \vec{\nabla}^* \cdot \vec{\tau}^* + T^* \vec{e}_z = 0 \quad (5.66)$$

Les composantes de l'équation vectorielle précédente suivant  $\vec{e}_r$  et  $\vec{e}_z$  sont :

$$\begin{cases} -\partial_r P^* + (\vec{\nabla}^* \cdot \vec{\tau}^*)_r = 0 \\ -\partial_z P^* + (\vec{\nabla}^* \cdot \vec{\tau}^*)_z + T^* = 0 \end{cases} \quad (5.67)$$

Où  $(\vec{\nabla}^* \cdot \vec{\tau}^*)_r$  et  $(\vec{\nabla}^* \cdot \vec{\tau}^*)_z$  sont les contributions de la contrainte déviatorique suivant  $\vec{e}_r$  et  $\vec{e}_z$ . La conservation de la masse s'écrit :

$$\vec{\nabla}^* \cdot \vec{v}^* = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{r^*} \partial_r (r^* v_r^*) + \partial_z v_z^* = 0 \quad (5.68)$$

Les contributions de la contrainte déviatorique en coordonnées axisymétriques cylindriques peuvent s'écrire de la façon suivante :

$$\begin{cases} (\vec{\nabla}^* \cdot \vec{\tau}^*)_r = (\vec{\nabla}^* \cdot \vec{\tau}^*)_r^{VC} + (\vec{\nabla}^* \cdot \vec{\tau}^*)_r^{VV} \\ (\vec{\nabla}^* \cdot \vec{\tau}^*)_z = (\vec{\nabla}^* \cdot \vec{\tau}^*)_z^{VC} + (\vec{\nabla}^* \cdot \vec{\tau}^*)_z^{VV} \end{cases} \quad (5.69)$$

Les exposants  $^{VC}$  et  $^{VV}$  représentent respectivement les contributions à viscosité constante et à viscosité variable. Ces termes s'écrivent (*Schubert et al.*, 2001) :

$$\begin{cases} (\vec{\nabla}^* \cdot \vec{\tau}^*)_r^{VC} = \mu^*(r^*, z^*)(\nabla^2 v_r^* - \frac{v_r^*}{r^{*2}}) \\ (\vec{\nabla}^* \cdot \vec{\tau}^*)_z^{VC} = \mu(r^*, z^*)(\nabla^2 v_z^*) \end{cases} \quad (5.70)$$

$$\begin{cases} (\vec{\nabla}^* \cdot \vec{\tau}^*)_r^{VV} = 2\partial_r \mu^*(r^*, z^*)\partial_r v_r^* + \partial_z \mu(r^*, z^*)(\partial_r v_z^* + \partial_z v_r^*) \\ (\vec{\nabla}^* \cdot \vec{\tau}^*)_z^{VV} = 2\partial_z \mu^*(r^*, z^*)\partial_z v_r^* + \partial_r \mu^*(r^*, z^*)(\partial_r v_z^* + \partial_z v_r^*) \end{cases} \quad (5.71)$$

Pour s'affranchir de la pression  $P^*$ , on prend le rotationnel de l'Eq.5.67 :

$$\partial_r (\vec{\nabla}^* \cdot \vec{\tau}^*)_z - \partial_z (\vec{\nabla}^* \cdot \vec{\tau}^*)_r = -\partial_r T^*, \quad (5.72)$$

On introduit la fonction de courant  $\psi$  telle que :

$$\begin{cases} v_r^* = -\frac{1}{r^*} \frac{\partial \psi}{\partial z^*} \\ v_z^* = \frac{1}{r^*} \frac{\partial \psi}{\partial r^*} \end{cases} \quad (5.73)$$

On reporte les expressions de  $v_r^*$  et  $v_z^*$  en fonction de  $\psi$  dans l'équation Eq.5.72. On obtient

alors l'équation :

$$\begin{aligned}
r^4 \partial_r T^* = & \mu(r, z) \left[ -2 \left( \frac{\partial^3}{\partial r \partial z^2} \psi(r, z) \right) r^2 + 2 \left( \frac{\partial^4}{\partial r^2 \partial z^2} \psi(r, z) \right) r^3 + \left( \frac{\partial^4}{\partial z^4} \psi(r, z) \right) r^3 \right. \\
& - 3 \frac{\partial}{\partial r} \psi(r, z) + 3 \left( \frac{\partial^2}{\partial r^2} \psi(r, z) \right) r - 2 \left( \frac{\partial^3}{\partial r^3} \psi(r, z) \right) r^2 \\
& \left. + \left( \frac{\partial^4}{\partial r^4} \psi(r, z) \right) r^3 \right] \\
& + \frac{\partial}{\partial r} \mu(r, z) \left[ -3 \left( \frac{\partial^2}{\partial r^2} \psi(r, z) \right) r^2 + 2 \left( \frac{\partial^3}{\partial r \partial z^2} \psi(r, z) \right) r^3 + 3 \left( \frac{\partial}{\partial r} \psi(r, z) \right) r \right. \\
& \left. - r^2 \frac{\partial^2}{\partial z^2} \psi(r, z) + 2 \left( \frac{\partial^3}{\partial r^3} \psi(r, z) \right) r^3 \right] \\
& + \frac{\partial^2}{\partial r^2} \mu(r, z) \left( -r^3 \frac{\partial^2}{\partial z^2} \psi(r, z) + r^3 \frac{\partial^2}{\partial r^2} \psi(r, z) - r^2 \frac{\partial}{\partial r} \psi(r, z) \right) \\
& + \frac{\partial}{\partial z} \mu(r, z) \left( 2 r^3 \frac{\partial^3}{\partial r^2 \partial z} \psi(r, z) - 2 r^2 \frac{\partial^2}{\partial r \partial z} \psi(r, z) + 2 r^3 \frac{\partial^3}{\partial z^3} \psi(r, z) \right) \\
& + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \mu(r, z) \left( r^3 \frac{\partial^2}{\partial z^2} \psi(r, z) - r^3 \frac{\partial^2}{\partial r^2} \psi(r, z) + r^2 \frac{\partial}{\partial r} \psi(r, z) \right) \\
& + \frac{\partial^2}{\partial r \partial z} \mu(r, z) \left( 4 r^3 \frac{\partial^2}{\partial r \partial z} \psi(r, z) - 2 r^2 \frac{\partial}{\partial z} \psi(r, z) \right)
\end{aligned} \tag{5.74}$$

On discrétise cette équation au second ordre de précision. Cette discretisation fait apparaître la contribution de 12 points autour du point  $(i, j)$  telle que représentée sur la Figure 5.26.

On obtient ainsi l'équation au point  $(i, j)$  en fonction de la température  $T$  :

$$\begin{aligned}
r^4(i) \frac{(T(i,j) - T(i-1,j) + T(i,j-1) - T(i-1,j-1))}{2dr} = & c(i, j) \psi(i, j) + s(i, j) \psi(i, j+1) \\
& + n(i, j) \psi(i, j-1) + e(i, j) \psi(i+1, j) \\
& + w(i, j) \psi(i-1, j) + se(i, j) \psi(i+1, j+1) \\
& + sw(i, j) \psi(i-1, j+1) + ne(i, j) \psi(i+1, j-1) \\
& + nw(i, j) \psi(i-1, j-1) + ss(i, j) \psi(i, j+2) \\
& + nn(i, j) \psi(i, j-2) + ww(i-2, j) \psi(i, j) \\
& + ee(i, j) \psi(i+2, j)
\end{aligned} \tag{5.75}$$

avec l'expression suivante pour les cas à viscosité constante :

$$\begin{aligned}
c(i, j) &= r^3(i) \left( \frac{6}{dz^4} + \frac{6}{dr^4} + \frac{8}{dr^2 dz^2} \right) - \frac{6r(i)}{dr^2} \\
s(i, j) &= r^3(i) \left( \frac{-4}{dz^4} - \frac{4}{dr^2 dz^2} \right) \\
n(i, j) &= r^3(i) \left( \frac{-4}{dz^4} - \frac{4}{dr^2 dz^2} \right) \\
e(i, j) &= r^3(i) \left( \frac{-4}{dr^4} - \frac{4}{dr^2 dz^2} \right) + 2r^2(i) \left( \frac{1}{dr^3} + \frac{1}{dr dz^2} \right) + \frac{3r(i)}{dr^2} - \frac{3}{2dr} \\
w(i, j) &= r^3(i) \left( \frac{-4}{dr^4} - \frac{4}{dr^2 dz^2} \right) - 2r^2(i) \left( \frac{1}{dr^3} + \frac{1}{dr dz^2} \right) + \frac{3r(i)}{dr^2} + \frac{3}{2dr} \\
se(i, j) &= \frac{2r^3(i)}{dr^2 dz^2} - \frac{r^2(i)}{dr dz^2} \\
sw(i, j) &= \frac{2r^3(i)}{dr^2 dz^2} + \frac{r^2(i)}{dr dz^2} \\
ne(i, j) &= \frac{2r^3(i)}{dr^2 dz^2} - \frac{r^2(i)}{dr dz^2} \\
nw(i, j) &= \frac{2r^3(i)}{dr^2 dz^2} + \frac{r^2(i)}{dr dz^2} \\
ss(i, j) &= \frac{r^3(i)}{dz^4} \\
nn(i, j) &= \frac{r^3(i)}{dz^4} \\
ww(i, j) &= \frac{r^3(i)}{dr^4} + \frac{r^2(i)}{dr^3} \\
ee(i, j) &= \frac{r^3(i)}{dr^4} - \frac{r^2(i)}{dr^3}
\end{aligned} \tag{5.76}$$

et l'expression suivante pour les cas à viscosité variable :

$$\begin{aligned}
c'(i, j) &= c(i, j)\mu(i, j) + \frac{\partial \mu(i, j)}{\partial r} \left( \frac{2r^2(i)}{dz^2} + \frac{6r^2(i)}{dr^2} \right) \\
&\quad + \frac{\partial^2 \mu(i, j)}{\partial z^2} \left( \frac{2r^3(i)}{dr^2} - \frac{2r^3(i)}{dz^2} \right) \\
&\quad + \frac{\partial^2 \mu(i, j)}{\partial r^2} \left( \frac{-2r^3(i)}{dr^2} + \frac{2r^3(i)}{dz^2} \right) \\
s'(i, j) &= s(i, j)\mu(i, j) + \frac{\partial \mu(i, j)}{\partial r} \left( \frac{-r^2(i)}{dz^2} \right) \\
&\quad + \frac{\partial \mu(i, j)}{\partial z} \left( \frac{-2r^3(i)}{dz dr^2} - \frac{2r^3(i)}{dz^3} \right) \\
&\quad + \frac{\partial^2 \mu(i, j)}{\partial r \partial z} \left( \frac{-r^2(i)}{dz} \right) \\
&\quad + \frac{\partial^2 \mu(i, j)}{\partial z^2} \left( \frac{r^3(i)}{dz^2} \right) \\
&\quad + \frac{\partial^2 \mu(i, j)}{\partial r^2} \left( \frac{-r^3(i)}{dz^2} \right) \\
n'(i, j) &= n(i, j)\mu(i, j) + \frac{\partial \mu(i, j)}{\partial r} \left( \frac{-r^2(i)}{dz^2} \right) \\
&\quad + \frac{\partial \mu(i, j)}{\partial z} \left( \frac{+2r^3(i)}{dz dr^2} + \frac{2r^3(i)}{dz^3} \right) \\
&\quad + \frac{\partial^2 \mu(i, j)}{\partial r \partial z} \left( \frac{+r^2(i)}{dz} \right) \\
&\quad + \frac{\partial^2 \mu(i, j)}{\partial z^2} \left( \frac{r^3(i)}{dz^2} \right) \\
&\quad + \frac{\partial^2 \mu(i, j)}{\partial r^2} \left( \frac{-r^3(i)}{dz^2} \right)
\end{aligned} \tag{5.77}$$

$$\begin{aligned}
e'(i, j) &= e(i, j)\mu(i, j) + \frac{\partial\mu(i, j)}{\partial r} \left( \frac{-2r^3(i)}{drdz^2} + \frac{3r(i)}{2dr} - \frac{3r^2(i)}{dr^2} - \frac{r^3(i)}{dr^3} \right) \\
&\quad + \frac{\partial^2\mu(i, j)}{\partial z^2} \left( \frac{r^2(i)}{2dr} - \frac{r^3(i)}{dr^2} \right) \\
&\quad + \frac{\partial^2\mu(i, j)}{\partial r^2} \left( \frac{-r^2(i)}{2dr} + \frac{r^3(i)}{dr^2} \right) \\
w'(i, j) &= w(i, j)\mu(i, j) + \frac{\partial\mu(i, j)}{\partial r} \left( \frac{2r^3(i)}{drdz^2} - \frac{3r(i)}{2dr} - \frac{3r^2(i)}{dr^2} + \frac{r^3(i)}{dr^3} \right) \\
&\quad + \frac{\partial^2\mu(i, j)}{\partial z^2} \left( \frac{-r^2(i)}{2dr} - \frac{r^3(i)}{dr^2} \right) \\
&\quad + \frac{\partial^2\mu(i, j)}{\partial r^2} \left( \frac{r^2(i)}{2dr} + \frac{r^3(i)}{dr^2} \right) \\
se'(i, j) &= se(i, j)\mu(i, j) + \frac{\partial\mu(i, j)}{\partial r} \left( \frac{r^3(i)}{drdz^2} \right) \\
&\quad + \frac{\partial\mu(i, j)}{\partial z} \left( \frac{-r^2(i)}{2dzdr} + \frac{r^3(i)}{dzdr^2} \right) \\
&\quad + \frac{\partial^2\mu(i, j)}{\partial r\partial z} \left( \frac{r^3(i)}{dzdr} \right) \\
sw'(i, j) &= sw(i, j)\mu(i, j) + \frac{\partial\mu(i, j)}{\partial r} \left( \frac{-r^3(i)}{drdz^2} \right) \\
&\quad + \frac{\partial\mu(i, j)}{\partial z} \left( \frac{+r^2(i)}{2dzdr} + \frac{r^3(i)}{dzdr^2} \right) \\
&\quad + \frac{\partial^2\mu(i, j)}{\partial r\partial z} \left( \frac{-r^3(i)}{dzdr} \right) \\
ne'(i, j) &= ne(i, j)\mu(i, j) + \frac{\partial\mu(i, j)}{\partial r} \left( \frac{r^3(i)}{drdz^2} \right) \\
&\quad + \frac{\partial\mu(i, j)}{\partial z} \left( \frac{+r^2(i)}{2dzdr} - \frac{r^3(i)}{dzdr^2} \right) \\
&\quad + \frac{\partial^2\mu(i, j)}{\partial r\partial z} \left( \frac{-r^3(i)}{dzdr} \right) \\
nw'(i, j) &= nw(i, j)\mu(i, j) + \frac{\partial\mu(i, j)}{\partial r} \left( \frac{-r^3(i)}{drdz^2} \right) \\
&\quad + \frac{\partial\mu(i, j)}{\partial z} \left( \frac{-r^2(i)}{2dzdr} - \frac{r^3(i)}{dzdr^2} \right) \\
&\quad + \frac{\partial^2\mu(i, j)}{\partial r\partial z} \left( \frac{r^3(i)}{dzdr} \right) \\
ss'(i, j) &= ss(i, j)\mu(i, j) + \frac{\partial\mu(i, j)}{\partial z} \left( \frac{r^3(i)}{dz^3} \right) \\
nn'(i, j) &= nn(i, j)\mu(i, j) + \frac{\partial\mu(i, j)}{\partial z} \left( \frac{-r^3(i)}{dz^3} \right) \\
ww'(i, j) &= ww(i, j)\mu(i, j) + \frac{\partial\mu(i, j)}{\partial r} \left( \frac{-r^3(i)}{dr^3} \right) \\
ee'(i, j) &= ee(i, j)\mu(i, j) + \frac{\partial\mu(i, j)}{\partial r} \left( \frac{r^3(i)}{dr^3} \right)
\end{aligned}$$

Cette équation différentielle est valable en tout point du domaine. Ainsi, le système d'équations peut se mettre sous la forme :

$$A\Psi^* = -\partial_r T^* \quad (5.78)$$

Ce système est inversé par une méthode directe d'inversion (*Schubert et al.*, 2001).



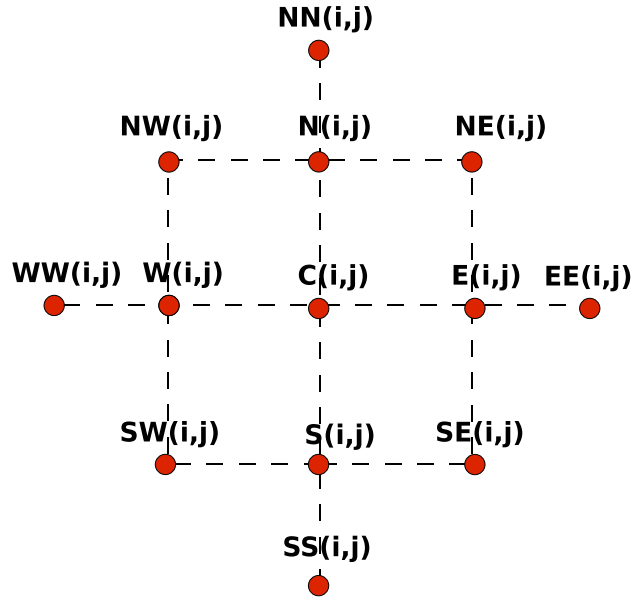


FIG. 5.26 – Schéma de discrétisation de l'opérateur appliqué à la fonction de courant  $\psi(i, j)$ . Ce schéma est utilisé pour les cas à viscosité constante (Eq.5.76) et variables (Eq.5.77)

### En géométrie axisymétrique sphérique

En géométrie axisymétrique sphérique, l'équation de la conservation de la quantité de mouvement en fonction de la contrainte déviatorique que nous résolvons numériquement s'écrit :

$$-\vec{\nabla}^* P^* + \vec{\nabla}^* \cdot \vec{\tau}^* + (T^* - BC^*) \vec{e}_r = 0 \quad (5.79)$$

Les contributions à la contrainte déviatorique à viscosité constante ( $VC$ ) et à viscosité variable ( $VV$ ) s'écrivent (*Schubert et al.*, 2001) :

$$\begin{cases} \left( \vec{\nabla}^* \cdot \vec{\tau}^* \right)^{VC} = \mu^*(r^*, \theta) \left( \nabla^2 v_r^* - \frac{2v_r^*}{r^{*2}} - \frac{2}{r^{*2}} \partial_\theta v_\theta^* - \frac{2v_\theta^* \cot \theta}{r^{*2}} \right) \\ \left( \vec{\nabla}^* \cdot \vec{\tau}^* \right)^{VV} = \mu^*(r^*, \theta) \left( \nabla^2 v_\theta^* + \frac{2}{r^{*2}} \partial_\theta v_r^* - \frac{v_\theta^*}{r^{*2} \sin^2 \theta} \right) \end{cases} \quad (5.80)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \left( \vec{\nabla}^* \cdot \vec{r}^* \right)^{VV} = 2\partial_r \mu^*(r^*, \theta) \partial_r v_r^* + \frac{1}{r^*} \partial_\theta \mu^*(r^*, \theta) \left( \frac{1}{r^*} \partial_\theta v_r^* + r^* \partial_r \left( \frac{v_\theta^*}{r^*} \right) \right) \\ \left( \vec{\nabla}^* \cdot \vec{r}^* \right)_\theta^{VV} = \frac{2}{r^*} \partial_\theta \mu^*(r^*, \theta) \left( \frac{1}{r^*} \partial_\theta v_\theta^* + \frac{v_r^*}{r^*} \right) + \partial_r \mu^*(r^*, \theta) \left( \frac{1}{r^*} \partial_\theta v_r^* + r^* \partial_r \left( \frac{v_\theta^*}{r^*} \right) \right) \end{array} \right. \quad (5.81)$$

On introduit la fonction de courant  $\psi$  telle que :

$$\left\{ \begin{array}{l} v_r^* = \frac{1}{r^{*2} \sin \theta} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \\ v_\theta^* = -\frac{1}{r^* \sin \theta} \frac{\partial \psi}{\partial r^*} \end{array} \right. \quad (5.82)$$

On suit le même raisonnement que pour le cas à géométrie axisymétrique cylindrique permettant ainsi d'obtenir l'équation au point  $(i, j)$  en fonction de la température  $T$  et de la composition chimique  $CC$  :

$$\begin{aligned} r^4(j) \sin^2 \theta(i) \left( \frac{(T(i,j) - T(i-1,j) + T(i,j-1) - T(i-1,j-1))}{2d\theta} \right. \\ \left. - \frac{B(CC(i,j) - CC(i-1,j) + CC(i,j-1) - CC(i-1,j-1))}{2d\theta} \right) = & c(i, j)\psi(i, j) + s(i, j)\psi(i, j + 1) \\ & + n(i, j)\psi(i, j - 1) + e(i, j)\psi(i + 1, j) \\ & + w(i, j)\psi(i - 1, j) + se(i, j)\psi(i + 1, j + 1) \\ & + sw(i, j)\psi(i - 1, j + 1) + ne(i, j)\psi(i + 1, j - 1) \\ & + nw(i, j)\psi(i - 1, j - 1) + ss(i, j)\psi(i, j + 2) \\ & + nn(i, j)\psi(i, j - 2) + ww(i - 2, j)\psi(i, j) \\ & + ee(i, j)\psi(i + 2, j) \end{aligned} \quad (5.83)$$

avec l'expression suivante pour les cas à viscosité constante :

$$\begin{aligned}
c(i, j) &= 2 \sin \theta(i) \left( -\frac{3r^4(j)}{dr^4} + \frac{5}{d\theta^2} - \frac{3}{d\theta^4} - \frac{4r^2(j)}{dr^2 d\theta^2} \right) + \frac{6}{\sin \theta(i) d\theta^2} \\
s(i, j) &= 4 \sin \theta(i) \left( \frac{r^4(j)}{dr^4} + \frac{r(j)}{dr d\theta^2} + \frac{r^2(j)}{dr^2 d\theta^2} \right) \\
n(i, j) &= 4 \sin \theta(i) \left( \frac{r^4(j)}{dr^4} - \frac{r(j)}{dr d\theta^2} + \frac{r^2(j)}{d\theta^2 dr^2} \right) \\
e(i, j) &= \frac{-3}{\sin \theta(i) d\theta^2} + \frac{\sin \theta(i)}{d\theta^2} \left( \frac{4}{d\theta^2} - 5 + \frac{4r^2(j)}{dr^2} \right) + \frac{\cos \theta(i)}{d\theta} \left( 3 + \frac{3}{2 \sin^2 \theta(i)} - \frac{2}{d\theta^2} - \frac{2r^2(j)}{dr^2} \right) \\
w(i, j) &= \frac{-3}{\sin \theta(i) d\theta^2} + \frac{\cos \theta(i)}{d\theta} \left( \frac{2}{d\theta^2} - \frac{3}{2 \sin^2 \theta(i)} - 3 + \frac{2r^2(j)}{dr^2} \right) + \frac{\sin \theta(i)}{d\theta^2} \left( \frac{4}{d\theta^2} - 5 + \frac{4r^2(j)}{dr^2} \right) \\
se(i, j) &= \left( \frac{\cos \theta(i)}{d\theta} - \frac{2 \sin \theta(i)}{d\theta^2} \right) \left( \frac{r(j)}{dr} + \frac{r^2(j)}{dr^2} \right) \\
sw(i, j) &= \left( -\frac{\cos \theta(i)}{d\theta} - \frac{2 \sin \theta(i)}{d\theta^2} \right) \left( \frac{r(j)}{dr} + \frac{r^2(j)}{dr^2} \right) \\
ne(i, j) &= \left( -\frac{\cos \theta(i)}{d\theta} + \frac{2 \sin \theta(i)}{d\theta^2} \right) \left( \frac{r(j)}{dr} - \frac{r^2(j)}{dr^2} \right) \\
nw(i, j) &= \left( \frac{\cos \theta(i)}{d\theta} + \frac{2 \sin \theta(i)}{d\theta^2} \right) \left( \frac{r(j)}{dr} - \frac{r^2(j)}{dr^2} \right) \\
ss(i, j) &= -\frac{r^4(j) \sin \theta(i)}{dr^4} \\
nn(i, j) &= -\frac{r^4(j) \sin \theta(i)}{dr^4} \\
ww(i, j) &= -\frac{\sin \theta(i)}{d\theta^4} - \frac{\cos \theta(i)}{d\theta^3} \\
ee(i, j) &= -\frac{\sin \theta(i)}{d\theta^4} + \frac{\cos \theta(i)}{d\theta^3}
\end{aligned} \tag{5.84}$$

et l'expression suivante pour les cas à viscosité variable :

$$\begin{aligned}
c'(i, j) &= c(i, j)\mu(i, j) + \frac{\partial\mu(i, j)}{\partial r}r(j) \sin \theta(i) \left( -\frac{8}{d\theta^2} - \frac{4r^2(j)}{dr^2} \right) \\
&\quad + \frac{\partial^2\mu(i, j)}{\partial r^2}r(j)dr \sin \theta(i) \left( \frac{2r^3(j)}{dr^3} - \frac{2r(j)}{drd\theta^2} \right) \\
&\quad + \frac{\partial\mu(i, j)}{\partial\theta} \cos \theta(i) \left( -\frac{2r^2(j)}{dr^2} - \frac{6}{d\theta^2} \right) \\
&\quad + \frac{\partial^2\mu(i, j)}{\partial\theta^2} \sin \theta(i) \left( -\frac{2r^2(j)}{dr^2} + \frac{2}{d\theta^2} \right) \\
s'(i, j) &= s(i, j)\mu(i, j) + \frac{\partial\mu(i, j)}{\partial r}r(j) \sin \theta(i) \left( \frac{2r^2(j)}{dr^2} + \frac{r(j)}{dr} - \frac{2r^3(j)}{dr^3} - \frac{2r(j)}{drd\theta^2} \right) \\
&\quad + \frac{\partial^2\mu(i, j)}{\partial r^2}r(j)dr \sin \theta(i) \left( -\frac{r^2(j)}{dr^2} - \frac{r^3(j)}{dr^3} \right) \\
&\quad + \frac{\partial\mu(i, j)}{\partial\theta} \cos \theta(i) \left( \frac{r^2(j)}{dr^2} + \frac{r(j)}{dr} \right) \\
&\quad + \frac{\partial^2\mu(i, j)}{\partial\theta^2} \sin \theta(i) \left( \frac{r^2(j)}{dr^2} + \frac{r(j)}{dr} \right) \\
&\quad - \frac{\partial^2\mu(i, j)}{\partial\theta\partial r}r(j) \frac{r(j)}{dr} \cos \theta(i) \\
n'(i, j) &= n(i, j)\mu(i, j) + \frac{\partial\mu(i, j)}{\partial r}r(j) \sin \theta(i) \left( \frac{2r^2(j)}{dr^2} - \frac{r(j)}{dr} + \frac{2r^3(j)}{dr^3} + \frac{2r(j)}{drd\theta^2} \right) \\
&\quad + \frac{\partial^2\mu(i, j)}{\partial r^2}r(j)dr \sin \theta(i) \left( \frac{r^2(j)}{dr^2} - \frac{r^3(j)}{dr^3} \right) \\
&\quad + \frac{\partial\mu(i, j)}{\partial\theta} \cos \theta(i) \left( \frac{r^2(j)}{dr^2} - \frac{r(j)}{dr} \right) \\
&\quad + \frac{\partial^2\mu(i, j)}{\partial\theta^2} \sin \theta(i) \left( \frac{r^2(j)}{dr^2} - \frac{r(j)}{dr} \right) \\
&\quad + \frac{\partial^2\mu(i, j)}{\partial\theta\partial r}r(j) \frac{r(j)}{dr} \cos \theta(i) \\
e'(i, j) &= e(i, j)\mu(i, j) + \frac{\partial\mu(i, j)}{\partial r}r(j) \left( \frac{4 \sin \theta(i)}{d\theta^2} - \frac{2 \cos \theta(i)}{d\theta} \right) \\
&\quad + \frac{\partial^2\mu(i, j)}{\partial r^2}r(j)dr \frac{r(j)}{dr} \left( \frac{\sin \theta(i)}{d\theta^2} - \frac{\cos \theta(i)}{2d\theta} \right) \\
&\quad + \frac{\partial\mu(i, j)}{\partial\theta} \frac{1}{d\theta} \left( \sin \theta(i) \left( -\frac{5}{2} + \frac{2r^2(j)}{dr^2} + \frac{2}{d\theta^2} \right) - \frac{3}{2 \sin \theta(i)} + \frac{3 \cos \theta(i)}{d\theta} \right) \\
&\quad + \frac{\partial^2\mu(i, j)}{\partial\theta^2} \left( \frac{\cos \theta(i)}{2d\theta} - \frac{\sin \theta(i)}{d\theta^2} \right) \\
&\quad + \frac{\partial^2\mu(i, j)}{\partial\theta\partial r}r(j) \frac{3 \sin \theta(i)}{d\theta} \\
w'(i, j) &= w(i, j)\mu(i, j) + \frac{\partial\mu(i, j)}{\partial r}r(j) \left( \frac{4 \sin \theta(i)}{d\theta^2} + \frac{2 \cos \theta(i)}{d\theta} \right) \\
&\quad + \frac{\partial^2\mu(i, j)}{\partial r^2}r(j)dr \frac{r(j)}{dr} \left( \frac{\sin \theta(i)}{d\theta^2} + \frac{\cos \theta(i)}{2d\theta} \right) \\
&\quad + \frac{\partial\mu(i, j)}{\partial\theta} \frac{1}{d\theta} \left( \sin \theta(i) \left( \frac{5}{2} - \frac{2r^2(j)}{dr^2} - \frac{2}{d\theta^2} \right) + \frac{3}{2 \sin \theta(i)} + \frac{3 \cos \theta(i)}{d\theta} \right) \\
&\quad + \frac{\partial^2\mu(i, j)}{\partial\theta^2} \left( -\frac{\cos \theta(i)}{2d\theta} - \frac{\sin \theta(i)}{d\theta^2} \right) \\
&\quad - \frac{\partial^2\mu(i, j)}{\partial\theta\partial r}r(j) \frac{3 \sin \theta(i)}{d\theta} \\
se'(i, j) &= se(i, j)\mu(i, j) + \frac{\partial\mu(i, j)}{\partial r} \frac{r^2(j)}{dr} \left( \frac{\sin \theta(i)}{d\theta^2} - \frac{\cos \theta(i)}{2d\theta} \right) \\
&\quad + \frac{\partial\mu(i, j)}{\partial\theta} \frac{\sin \theta(i)}{d\theta} \left( -\frac{r(j)}{dr} - \frac{r^2(j)}{dr^2} \right) \\
&\quad + \frac{\partial^2\mu(i, j)}{\partial\theta\partial r} \frac{r(j) \sin \theta(i) r(j)}{drd\theta} \\
sw'(i, j) &= sw(i, j)\mu(i, j) + \frac{\partial\mu(i, j)}{\partial r} \frac{r^2(j)}{dr} \left( \frac{\sin \theta(i)}{d\theta^2} + \frac{\cos \theta(i)}{2d\theta} \right) \\
&\quad + \frac{\partial\mu(i, j)}{\partial\theta} \frac{\sin \theta(i)}{d\theta} \left( \frac{r(j)}{dr} + \frac{r^2(j)}{dr^2} \right) \\
&\quad - \frac{\partial^2\mu(i, j)}{\partial\theta\partial r} \frac{r(j) \sin \theta(i) r(j)}{drd\theta}
\end{aligned} \tag{5.85}$$

$$\begin{aligned}
ne'(i, j) &= ne(i, j)\mu(i, j) + \frac{\partial\mu(i, j)}{\partial r} \frac{r^2(j)}{dr} \left( -\frac{\sin\theta(i)}{d\theta^2} + \frac{\cos\theta(i)}{2d\theta} \right) \\
&\quad + \frac{\partial\mu(i, j)}{\partial\theta} \frac{\sin\theta(i)}{d\theta} \left( \frac{r(j)}{dr} - \frac{r^2(j)}{dr^2} \right) \\
&\quad - \frac{\partial^2\mu(i, j)}{\partial\theta\partial r} \frac{r(j)}{dr} \frac{\sin\theta(i)r(j)}{drd\theta} \\
nw'(i, j) &= nw(i, j)\mu(i, j) + \frac{\partial\mu(i, j)}{\partial r} \frac{r^2(j)}{dr} \left( -\frac{\sin\theta(i)}{d\theta^2} - \frac{\cos\theta(i)}{2d\theta} \right) \\
&\quad + \frac{\partial\mu(i, j)}{\partial\theta} \frac{\sin\theta(i)}{d\theta} \left( -\frac{r(j)}{dr} + \frac{r^2(j)}{dr^2} \right) \\
&\quad + \frac{\partial^2\mu(i, j)}{\partial\theta\partial r} \frac{r(j)}{dr} \frac{\sin\theta(i)r(j)}{drd\theta} \\
ss'(i, j) &= ss(i, j)\mu(i, j) + \frac{\partial\mu(i, j)}{\partial r} r(j) \sin\theta(i) \frac{r^3(j)}{dr^3} \\
nn'(i, j) &= nn(i, j)\mu(i, j) - \frac{\partial\mu(i, j)}{\partial r} r(j) \sin\theta(i) \frac{r^3(j)}{dr^3} \\
ww'(i, j) &= ww(i, j)\mu(i, j) + \frac{\partial\mu(i, j)}{\partial\theta} \frac{\sin\theta(i)}{d\theta^3} \\
ee'(i, j) &= ee(i, j)\mu(i, j) - \frac{\partial\mu(i, j)}{\partial\theta} \frac{\sin\theta(i)}{d\theta^3}
\end{aligned}$$

### Résolution de l'équation de la chaleur

On cherche à résoudre l'équation d'advection-diffusion suivante :

$$\frac{\partial T^*}{\partial t^*} = \left( \frac{\nabla^{*2}}{Ra_{IC}} - \vec{v}^* \cdot \vec{\nabla}^* \right) T^* \quad (5.86)$$

En géométrie axisymétrique cylindrique le membre de droite de l'équation Eq.5.86 s'écrit :

$$\left( \frac{\nabla^2}{Ra_{IC}} - \vec{v}^* \cdot \vec{\nabla}^* \right) T^* = \frac{1}{Ra_{IC}} (\partial_r^2 T^* + \frac{1}{r^*} \partial_r T^* + \partial_{z^*}^2 T^*) - v_r^* \partial_r T^* - v_z^* \partial_z T^* - \frac{v_r^* T^*}{r^*} \quad (5.87)$$

On résoud l'équation Eq.5.86 grâce à un schéma aux directions alternées du second ordre de précision en temps (méthode A.D.I.) (*Peaceman and Rachford, 1955; Douglas, 1955*). Le schéma aux directions alternées s'écrit :

$$\begin{cases} (1 - \frac{\Delta t}{2} \Lambda_z) T^{n+1/2} = (1 + \frac{\Delta t}{2} \Lambda_r) T^n \\ (1 - \frac{\Delta t}{2} \Lambda_r) T^{n+1} = (1 + \frac{\Delta t}{2} \Lambda_z) T^{n+1/2} \end{cases} \quad (5.88)$$

L'instant  $n + 1/2$  est un instant de calcul intermédiaire. Avec

$$\begin{cases} \Lambda_z T^* = \frac{1}{Ra_{IC}} \partial_z^2 T^* - v_z^* \partial_z T^* \\ \Lambda_r T^* = \frac{1}{Ra_{IC}} \partial_r^2 T^* + \frac{1}{Ra_{IC}} \frac{1}{r^*} \partial_r T^* - v_r^* \partial_r T^* - \frac{v_r^* T^*}{r^*} \end{cases} \quad (5.89)$$

On discrétise les opérateurs  $\Lambda_z$  et  $\Lambda_r$  au second ordre de précision en différences finies centrées. Ainsi, en géométrie axisymétrique cylindrique on obtient :

$$\begin{aligned} \Lambda_z T^* &= \frac{1}{Ra_{IC}} \frac{T_{i,j+1}^* - 2T_{i,j}^* + T_{i,j-1}^*}{\Delta z^2} + \frac{v_z^* |_{i,j} (T_{i,j-1}^* + T_{i,j}^*) - v_z^* |_{i,j+1} (T_{i,j}^* + T_{i,j+1}^*)}{2\Delta z} \\ \Lambda_r T^* &= \frac{1}{Ra_{IC}} \frac{T_{i+1,j}^* - 2T_{i,j}^* + T_{i-1,j}^*}{\Delta r^2} + \frac{1}{Ra_{IC}} \frac{1}{r^*} \frac{T_{i+1,j}^* - T_{i-1,j}^*}{2\Delta r} \\ &\quad + \frac{v_r^* |_{i,j} (T_{i-1,j}^* + T_{i,j}^*) - v_r^* |_{i+1,j} (T_{i,j}^* + T_{i+1,j}^*)}{2\Delta r} - \frac{(v_r^* |_{i,j} + v_r^* |_{i+1,j}) T_{i,j}^*}{2r^*} \end{aligned} \quad (5.90)$$

On résoud successivement les deux équations Eq.5.88.

### Résolution de la première équation

$$T^{n+1/2} - \frac{\Delta t}{2} \Lambda_z T^{n+1/2} = T^n + \frac{\Delta t}{2} \Lambda_r T^n \quad (5.91)$$

Une fois la discrétisation spatiale réalisée, cette équation se factorise sous la forme :

$$A_{i,j} T_{i,j-1}^{n+1/2} + B_{i,j} T_{i,j}^{n+1/2} + C_{i,j} T_{i,j+1}^{n+1/2} = F_{i,j}^n \quad (5.92)$$

avec :

$$\begin{aligned} A_{i,j} &= -\frac{\Delta t}{2} \left( \frac{1}{Ra_{IC} \Delta z^2} + \frac{v_z |_{i,j}}{2\Delta z} \right) \\ B_{i,j} &= 1 - \frac{\Delta t}{2} \left( -\frac{2}{Ra_{IC} \Delta z^2} + \frac{v_z |_{i,j} - v_z |_{i,j+1}}{2\Delta z} \right) \\ C_{i,j} &= -\frac{\Delta t}{2} \left( \frac{1}{Ra_{IC} \Delta z^2} - \frac{v_z |_{i,j+1}}{2\Delta z} \right) \\ F_{i,j} &= T_{i,j}^n + \frac{\Delta t}{2} \left( \frac{T_{i+1}^n - 2T_i^n + T_{i-1}^n}{Ra_{IC} \Delta r^2} + \frac{1}{r} \frac{T_{i+1}^n - T_{i-1}^n}{2Ra_{IC} \Delta r} \right. \\ &\quad \left. + \frac{v_r |_{i,j} (T_{i-1}^n + T_i^n) - v_r |_{i+1,j} (T_i^n + T_{i+1}^n)}{2\Delta r} - \frac{(v_r |_{i,j} + v_r |_{i+1,j}) T_i^n}{2r} \right) \end{aligned} \quad (5.93)$$

La résolution de l'équation Eq.5.91 revient à inverser des matrices tridiagonales.

**Résolution de la seconde équation**

$$T^{n+1} - \frac{\Delta t}{2} \Lambda_r T^{n+1} = T^{n+1/2} + \frac{\Delta t}{2} \Lambda_z T^{n+1/2} \quad (5.94)$$

Une fois la discrétisation spatiale réalisée, cette équation se factorise sous la forme :

$$A_{i,j} T_{i-1,j}^{n+1} + B_{i,j} T_{i,j}^{n+1} + C_{i,j} T_{i+1,j}^{n+1} = F_{i,j}^{n+1/2} \quad (5.95)$$

$$\begin{aligned} A_{i,j} &= \frac{\Delta t}{2} \left( -\frac{1}{Ra_{IC} \Delta r^2} + \frac{1}{r} \frac{1}{2Ra_{IC} \Delta r} - \frac{v_r|_i}{2\Delta r} \right) \\ B_{i,j} &= 1 + \frac{\Delta t}{2} \left( \frac{2}{Ra_{IC} \Delta r^2} + \frac{v_r|_{i+1} - v_r|_i}{2\Delta r} + \frac{v_r|_i}{2r} \right) \\ C_{i,j} &= \frac{\Delta t}{2} \left( -\frac{1}{Ra_{IC} \Delta r^2} - \frac{1}{r} \frac{1}{2Ra_{IC} \Delta r} + \frac{v_r|_{i+1}}{2\Delta r} + \frac{v_r|_{i+1}}{2r} \right) \\ F_{i,j} &= T_{i,j}^{n+1/2} + \frac{\Delta t}{2} \left( \frac{T_{j+1}^{n+1/2} - 2T_j^{n+1/2} + T_{j-1}^{n+1/2}}{Ra_{IC} \Delta z^2} \right. \\ &\quad \left. + \frac{v_z|_j (T_{j-1}^{n+1/2} + T_j^{n+1/2}) - v_z|_{j+1} (T_j^{n+1/2} + T_{j+1}^{n+1/2})}{2\Delta z} \right) \end{aligned} \quad (5.96)$$

Comme précédemment, la résolution de l'équation Eq.5.94 revient à inverser des matrices tridiagonales. Les conditions aux limites sont liées aux conditions de transfert de la chaleur que l'on impose aux limites du système : température imposée ou flux nul.

# **Annexe B : Deformation and rupture of the oceanic crust may control growth of Hawaiian volcanoes.**

Parallèlement aux travaux réalisés dans le cadre de ma thèse, les résultats des études menées pendant mon stage de Master 2 Recherche au Laboratoire de Geophysique Interne (L.G.I.T.) de Chambéry et aux premiers mois de ma thèse ont été publiés dans l'article qui suit. Ces travaux ont été réalisés sous la direction de J.L. Got et R. Hassani en collaboration avec V. Monteiller et P. Okubo. Bien que le sujet soit très éloigné de mes travaux de thèse, j'ai pensé que ces recherches ayant été faites pendant la même période et partageant avec ceux-ci l'outil numérique, elles pouvaient figurer dans ce manuscrit.





# Deformation and rupture of the oceanic crust may control growth of Hawaiian volcanoes

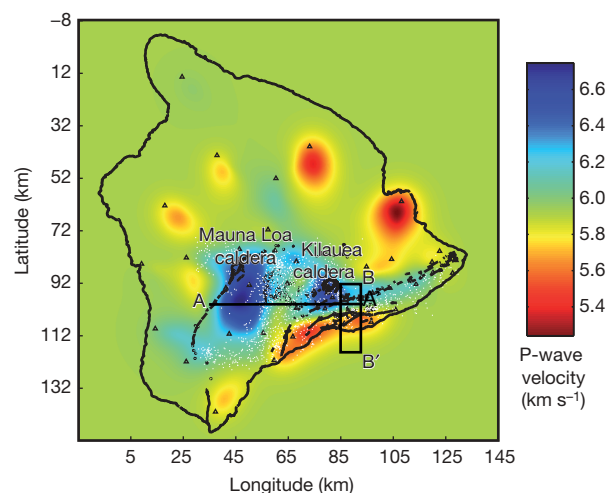
Jean-Luc Got<sup>1</sup>, Vadim Monteiller<sup>1</sup>, Julien Monteux<sup>2</sup>, Riad Hassani<sup>1</sup> & Paul Okubo<sup>3</sup>

Hawaiian volcanoes are formed by the eruption of large quantities of basaltic magma related to hot-spot activity below the Pacific Plate<sup>1,2</sup>. Despite the apparent simplicity of the parent process—emission of magma onto the oceanic crust—the resulting edifices display some topographic complexity<sup>3–5</sup>. Certain features, such as rift zones and large flank slides, are common to all Hawaiian volcanoes, indicating similarities in their genesis; however, the underlying mechanism controlling this process remains unknown<sup>6,7</sup>. Here we use seismological investigations and finite-element mechanical modelling to show that the load exerted by large Hawaiian volcanoes can be sufficient to rupture the oceanic crust. This intense deformation, combined with the accelerated subsidence of the oceanic crust and the weakness of the volcanic edifice/oceanic crust interface, may control the surface morphology of Hawaiian volcanoes, especially the existence of their giant flank instabilities<sup>8–10</sup>. Further studies are needed to determine whether such processes occur in other active intraplate volcanoes.

To understand the morphology of Hawaiian volcanoes, we must combine geophysical information about the deep structure of the volcanoes with studies of the mechanical interactions that take place within the edifices and within the oceanic crust. In this work we first computed a three-dimensional (3D) P-wave velocity model of Mauna Loa volcano and Kilauea volcano, using data from 1,435 earthquakes that were well recorded (at least 25 stations) by the Hawaiian Volcano Observatory (HVO) network between 1988 and 1999. These events were declustered in such a way that the earthquake-station ray set optimally sampled the tomographic volume. The 44,504 high-quality P arrival-times were inverted using Monteiller's probabilistic algorithm<sup>11</sup>. The resulting 3D velocity model (959,077 1-km<sup>3</sup> cubic cells) was stable and detailed, and showed most of the volcanoes' structural features (Fig. 1). Therefore, we used this model to compute double-difference locations for 1,161 highly correlated earthquakes (providing 8,444,395 cross-spectral time delays of millisecond-accuracy, from 669,903 event pairs) in the south flank of Kilauea volcano recorded between 1988 and 1999 by the HVO seismic network (Fig. 2a). The quality of the velocity model ensured that the slowness vectors used in the double-difference locations were correctly computed. Plots of time delays as a function of the angle between the slowness vector and the relative position vector for each coherent earthquake pair and each station (Supplementary Fig. 1) showed that the locations were almost perfectly coherent with the slowness vectors computed using the tomographic model. A systematic computation of the location root mean square for varying dips showed that dip is well constrained in our 3D velocity model (Supplementary Fig. 2). The double-difference location results showed earthquake locations on a subhorizontal décollement plane, and along a deeper, steeper, southward-dipping reverse fault (Fig. 2a; Supplementary Fig. 3), thus confirming some

preliminary results<sup>12,13</sup> obtained using a one-dimensional model. The inferred depth for the décollement plane (8–9 km) was obtained by double-difference relocation using time-delay measurements computed from widely correlated events into the 3D velocity model. Coherence remained greater than 80% for inter-event distances up to 1 km, leading to a well-conditioned inversion. This provides an accuracy of better than 500 m for the earthquake depth calculations. The 8.5-km depth coincides locally with the top of the oceanic crust<sup>14,15</sup>.

Travel-time tomography was used to determine the deep structure of the volcanoes. The resulting cross-sections show roughly triangular, high-velocity cores beneath the calderas and rifts. Plots of P-wave velocities in the south flank of Kilauea along a north–south horizontal profile (Fig. 2b) showed that velocity falls substantially with distance from the rift axis. The norm of the velocity gradient is largest near the intersection of the reverse fault plane and the décollement plane. This maximum is reached for a P-wave velocity of roughly 6 km s<sup>-1</sup>, which is the limit used<sup>14</sup> to differentiate between intrusive rocks and lava flows in Hawaiian volcanoes. Reverse faulting initiates

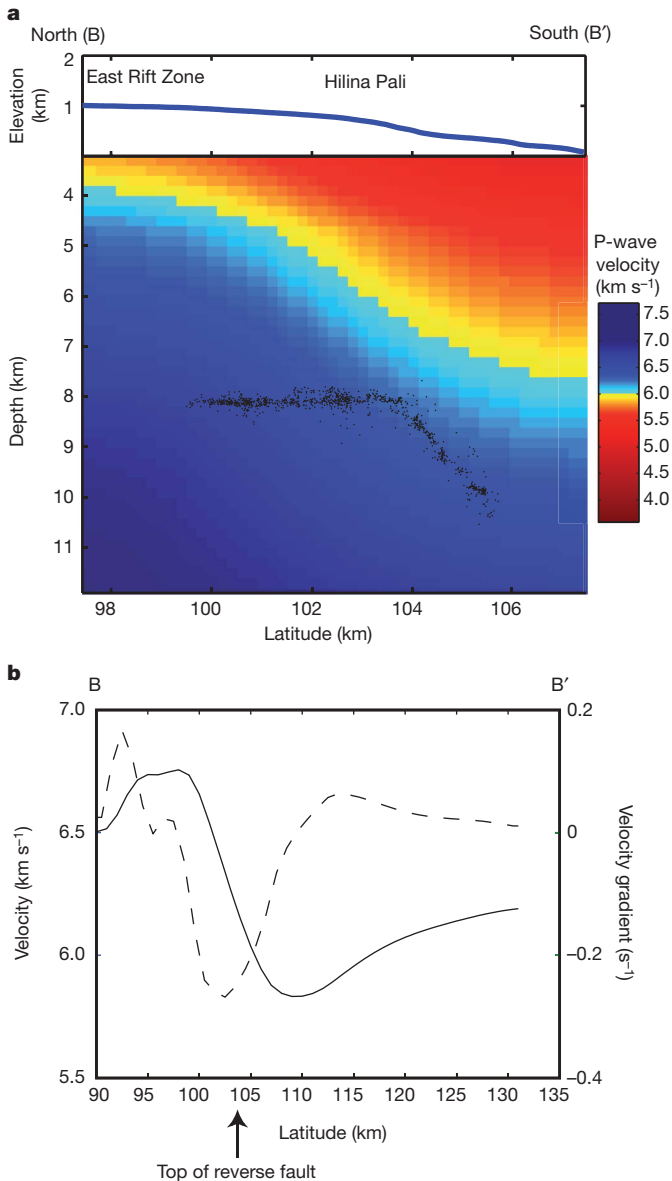


**Figure 1 | Map of Hawaii Island.** The map shows the main topographic features, the epicentres of the earthquakes used for the tomographic model (white dots) and for the double-difference relocation (black dots), and the location of the HVO short-period seismic stations (open triangles). The solid rectangle and the solid line show the locations of the cross-sections presented respectively in Figs 2a and b, and in Fig. 4. Colour is used to represent P-wave seismic velocities after travel-time tomographic inversion, at 6 km depth. The resulting model is the simplest that best fits the data (optimal *a priori* information: velocity parameter correlation length  $\lambda = 5$  km, velocity standard deviation  $\sigma_v = 1$  km s<sup>-1</sup>). It may be compared to former P-wave velocity models<sup>26,27</sup>.

<sup>1</sup>Laboratoire de Géophysique Interne et Tectonophysique, Université de Savoie, 73376, Le Bourget-du-Lac, France. <sup>2</sup>Laboratoire de Sciences de la Terre, Ecole Normale Supérieure, 69364, Lyon, France. <sup>3</sup>US Geological Survey Hawaiian Volcano Observatory, Hawaii National Park, 97560, Hawaii, USA.

near the core/cover boundary, at the depth of the décollement plane, and propagates through the oceanic crust.

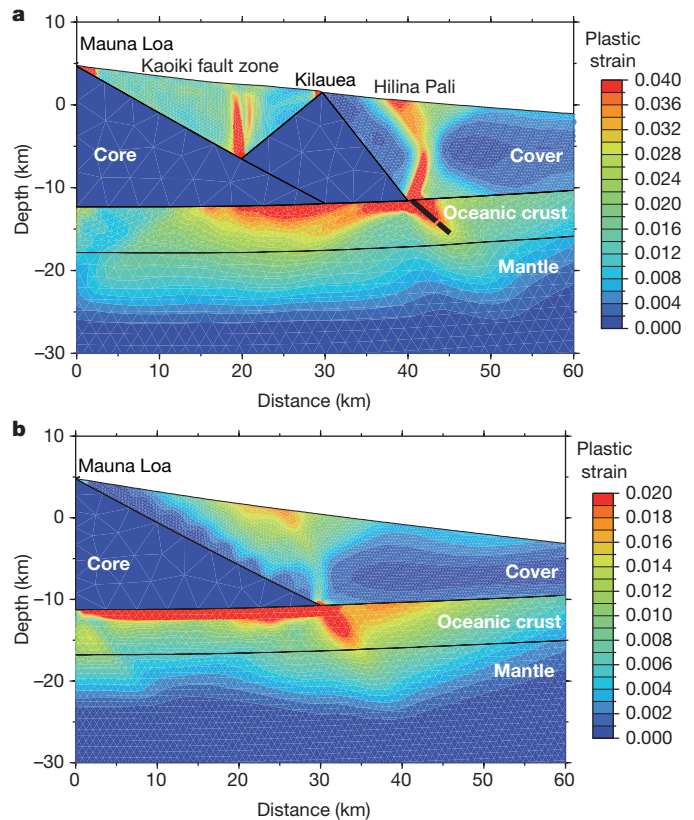
To ascertain the conditions required for such a rupture of the oceanic crust to take place, we drew up a mechanical model of the interaction between Hawaiian-type volcanoes and oceanic crust. Geometrical boundary conditions and constitutive laws of these bodies are provided by tomographic results and by Hill and



**Figure 2 | Double-difference location and tomography results.**

**a**, North–south cross-section of the velocity model (Fig. 1) and location of relocated earthquakes on the south flank of Kilauea volcano. The colour scale highlights the velocity interval of 5.8–6.2 km s<sup>-1</sup> that marks<sup>14</sup> the separation between intrusive rocks (core rocks) and lava flows (cover rocks). Double-difference relocation uses this tomographic velocity model, thereby ensuring that ray parameters are correctly calculated. We carried out relocation using 1,161 correlated earthquakes (coherence >80%) on the south flank of Kilauea volcano recorded by the HVO network between 1988 and 1999. The average errors for the relocations were found to be 100 m vertically and 50 m horizontally. **b**, Velocity (solid line) and velocity gradient (dashed line) as a function of distance along a horizontal north–south profile across the south flank of Kilauea. The velocity profile is the mean, at 8.5 km depth, of 10 north–south contiguous profiles across the rectangular area B–B' indicated in Fig. 1. The arrow indicates the abscissa of the intersection of the reverse fault with the décollement plane; it shows that the reverse fault initiates in the neighbourhood of the highest velocity gradient (core/cover boundary).

Zucca's correspondence<sup>14</sup> between local rock formations and velocities. Drilling experiments<sup>16</sup> in and around rift zones have shown that the peripheral cover surrounding rift zones is mainly composed of altered lavas whose mechanical properties are characterized by low Young's modulus, cohesion and friction coefficient. We therefore represented the slow peripheral cover by an elastic-plastic material, and carried out various numerical experiments using an elastic or elastic-plastic material for the dense and fast cores (Fig. 3; Supplementary Figs 4–9). The oceanic crust was represented by an elastic-plastic material<sup>17</sup>. Basal décollement (top of the oceanic crust) is represented by an interface with a Coulomb friction law (angle of friction  $\phi = 10^\circ$ )<sup>4,18</sup>. Finite-element calculations of the deformation of this model were carried out using the ADELI code<sup>19</sup>. They showed

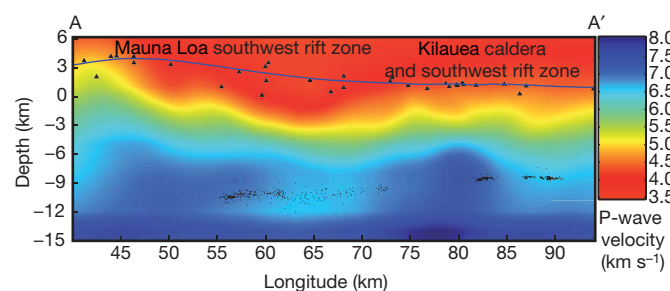


**Figure 3 | Model of the mechanical interaction between the volcanic edifice and the oceanic crust.**

**a**, Mauna Loa and Kilauea volcanoes are both represented by a dense and elastic core (Young's modulus  $E = 100$  GPa, Poisson's ratio  $\nu = 0.25$ , density  $\rho = 2,900$  kg m<sup>-3</sup>), and a light elastic-plastic cover ( $E = 60$  GPa,  $\nu = 0.25$ , cohesion  $C = 1$  MPa, angle of friction  $\phi = 15^\circ$ ,  $\rho = 2,600$  kg m<sup>-3</sup>). The oceanic crust is represented by an elastic-plastic material<sup>17</sup> ( $E = 100$  GPa,  $\nu = 0.25$ ,  $C = 1$  MPa,  $\phi = 15^\circ$ ,  $\rho = 2,900$  kg m<sup>-3</sup>). The décollement plane is represented by an interface with a Coulomb friction law ( $\phi = 10^\circ$ )<sup>4,18</sup>. The dimensions of the cores were deduced from the tomographic model. Colours are used to show the plastic deformation (norm of the deviatoric plastic strain tensor). Notice the plasticized shear zone created at the edge of the dense core. Deformation in the volcanic edifice and along the décollement plane is due to the gravitational and flexural stresses. Introducing a moderate amount of plasticity (Supplementary Fig. 4:  $C = 5$  MPa,  $\phi = 25^\circ$ ) in the cores does not notably change the computed deformations. A homogeneous elastic-plastic model for cores, covers and oceanic crust (Supplementary Fig. 5) preserves a recognizable plasticized shear zone at the edge of the Kilauea dense core. **b**, Model of the squeezing of the elastic-plastic oceanic crust by an isolated volcano of Mauna Loa. A plasticized shear zone, which cuts through the entire oceanic crust, is created at the edge of the dense core. It has a dip comparable to the reverse fault dip found by double-difference relocation (Fig. 2a). Additional horizontal displacement due to the expansion of the rift zones does not change the major features evidenced at lower strain rates (Supplementary Fig. 6).

that, provided there is a realistic density contrast between the core and the cover, the deviatoric stress can locally attain the plasticity threshold and reverse faults can cut through the oceanic crust. Thus, the load of the volcano can cause intense plastic deformation of the oceanic crust, even though the volcano may be of limited size (for example, Kilauea) (Fig. 3a). A large enough volcano (for example, Mauna Loa) may rupture the oceanic crust completely (Fig. 3b). Petrological and volcanological features<sup>20,21</sup> have provided further evidence for oceanic crust rupture under the load of Hawaiian volcanoes. Our model also shows that the effusive cover, both between Mauna Loa and Kilauea (Kaoiki fault zone), and on the south flank of Kilauea volcano (Hilina fault scarps), is plasticized by the squeezing action of the cores of the volcanoes (Fig. 3a; Supplementary Fig. 4).

Double-difference relocation of 732 earthquakes (Fig. 4) indicated that décollement earthquakes occur at depths of around 10 to 11 km under Mauna Loa and at depths of around 8 to 9 km under the south flank of Kilauea. The vertical uncertainty for these relocations was less than 500 m. The difference in décollement depth is about  $2 \pm 1$  km for 10 to 15 km horizontally between Mauna Loa and Kilauea volcanoes. Based on the hypothesis that the décollement plane coincides with the top of the oceanic crust, the top of the oceanic crust between Kilauea and Mauna Loa slopes at an angle of  $9 \pm 5^\circ$ , whereas the average slope below the oceanic crust of the Hawaiian islands is between  $1.5$  and  $3^\circ$ . This has been confirmed by careful inspection of active seismic results<sup>14,15</sup>. Such local variations in flexure may be considered anomalous; they cannot be explained using homogeneous elastic models<sup>22</sup>. Elastic-plastic models (Fig. 3) also place the bases of Mauna Loa and Kilauea volcanoes at similar levels. If such a slope variation was confined to the 5- to 6-km-thick crust, it would represent an unrealistic deformation greater than 15%; hence this deformation must also concern the upper mantle. Interestingly, the southwest rift zone occupies the same position with respect to Mauna Loa as the reverse fault revealed by double-difference location occupies with respect to Kilauea. These observations and the results of elastic-plastic modelling on the scale of Mauna Loa (Fig. 3b) suggest that the rift system forming Kilauea may have initiated in the local rupture of the oceanic crust caused by the loading exerted by Mauna Loa, leading to magmatic eruption, collapse of the oceanic crust below Mauna Loa (eventually accelerated by the relative displacement of the mantle plume) and further propagation of the rift as fast as the volcanic load increases. At depth, the seismicity ( $\sim 30$  km) in the neighbourhood of the Mauna Loa/Kilauea volcano feeding



**Figure 4 | East-west cross-section between Mauna Loa and the south flank of Kilauea.** See earthquake locations and profile A–A', Fig. 1. The cross-section shows the tomographic model and relocated earthquakes (black dots). Resolution of the tomographic model is represented through a chequerboard test (Supplementary Fig. 9). We identified 732 relocated earthquakes along the décollement plane beneath Mauna Loa and the south flank of Kilauea by using a cross-spectral coherence criterion (similarity of the waveforms), and relocated them using cross-spectral time delays. We selected events located beneath the easternmost part of the southeast flank of Mauna Loa (longitude: 62 to 72 km) for the similarity of their travel times and focal mechanisms, and relocated them using travel-time differences. Relocation results may be compared to former locations computed along similar profiles<sup>28,29</sup>.

system indicates movements<sup>6</sup> along subhorizontal planes, consistent with the flexural stresses<sup>7</sup> induced by the volcanic load.

Geodetic measurements clearly show that Kilauea and, to a lesser extent, Mauna Loa grow horizontally<sup>23–25</sup>. Therefore, topographic variations in the top of the oceanic crust may also constrain the (horizontal) growth of Hawaiian volcanoes. It is often thought that Kilauea buttresses Mauna Loa, blocking its seaward displacement. The topography of the oceanic crust may provide a more efficient explanation. The horizontal force,  $F$ , required to move a non-deformable wedge of weight  $P$ , along a slope inclined at an angle  $\theta$ , and with an internal angle of friction  $\phi$  is  $F = P \tan(\theta + \phi)$ . The apparent basal friction coefficient along the décollement plane of Kilauea volcano is thought to be very low<sup>4,18</sup> (close to 0.1,  $\phi \approx 5^\circ$  to  $10^\circ$ ). With such friction coefficients, slope variation appears to be a critical factor in determining the mechanical evolution of Mauna Loa and Kilauea: more than three times as much energy is required to move a body up a  $10^\circ$  slope than along a horizontal surface. To reach an equivalent value by increasing the weight,  $P$ , of the wedge, the thickness of Kilauea volcano would have to be double the thickness of the southeast flank of Mauna Loa, which is contrary to the best recent estimates<sup>5</sup>.

Topographical variations in the top of the oceanic crust could also explain why the surface topographic slopes are steeper near large eruptive centres, such as Mauna Loa<sup>3</sup>. The apparent coefficient of friction increases with the slope of the oceanic crust and the edifice remains stable for higher topographic slopes, as long as it has sufficient internal strength<sup>4,18</sup>. The variations in the slope of the oceanic crust across and along the rift zones, added to the squeezing action of the central core on the plastic cover (Supplementary Fig. 6), may therefore explain the giant gravitational readjustments observed<sup>8–10</sup>.

The topography of the oceanic crust may also be responsible for (1) the blocking and relatively weak eruptive activity along the southwest rift zone, and (2) the existence of an 'aseismic' zone along the ramp, whereas the southeast flank of Mauna Loa shows some horizontal displacement<sup>25</sup>. Could this zone accumulate sufficient stress to be the source of major earthquakes, such as the great Kau (magnitude  $\sim 8$ ) earthquake, today's expression of Lipman's 'piggyback' tectonics<sup>5</sup>?

Received 12 April; accepted 12 November 2007.

- Wilson, J. T. A possible origin of the Hawaiian Islands. *Can. J. Phys.* **41**, 863–870 (1963).
- Morgan, W. J. Convection plumes in the lower mantle. *Nature* **230**, 42–43 (1971).
- Mark, R. K. & Moore, J. G. in *Volcanism in Hawaii* (eds Decker, R. W., Wright, T. L. & Stauffer, P. H.) *US Geol. Surv. Prof. Pap.* **1350**, 101–107 (1987).
- Morgan, J. K. Volcanotectonic interactions between Mauna Loa and Kilauea: insights from 2-D discrete element simulations. *J. Volcanol. Geotherm. Res.* **150**, 109–131 (2006).
- Lipman, P. W., Sisson, T. W., Coombs, M. L., Calvert, A. & Kimura, J.-I. Piggyback tectonics: long-term growth of Kilauea on the south flank of Mauna Loa. *J. Volcanol. Geotherm. Res.* **151**, 73–108 (2006).
- Wolfe, C., Okubo, P. G. & Shearer, P. Mantle fault zone beneath Kilauea volcano, Hawaii. *Science* **300**, 478–480 (2003).
- Pritchard, M. E., Rubin, A. M. & Wolfe, C. J. Do flexural stresses explain the mantle fault zone beneath Kilauea volcano? *Geophys. J. Int.* **168**, 419–430 (2007).
- Lipman, P. W., Normark, W. R., Moore, J. G., Wilson, J. B. & Gutmacher, C. E. The giant submarine Alike debris slide, Mauna Loa, Hawaii. *J. Geophys. Res.* **93**, 4279–4299 (1988).
- Moore, J. G. et al. Prodigious submarine landslides on the Hawaiian ridge. *J. Geophys. Res.* **94**, 17465–17484 (1989).
- Moore, J. G., Normark, W. R. & Holcomb, R. T. Giant Hawaiian landslides. *Annu. Rev. Earth Planet. Sci.* **22**, 119–144 (1994).
- Monteiller, V., Got, J.-L., Virieux, J. & Okubo, P. G. An efficient algorithm for double-difference tomography and location in heterogeneous media, with an application to the Kilauea volcano, Hawaii. *J. Geophys. Res.* **110**, B12306 doi:10.1029/2004JB003466 (2005).
- Got, J.-L., Fréchet, J. & Klein, F. W. Deep fault plane geometry inferred from multiple relative relocation beneath the south flank of Kilauea. *J. Geophys. Res.* **99**, 15375–15386 (1994).
- Got, J.-L. & Okubo, P. G. New insights into Kilauea's volcano dynamics brought by large-scale relative relocation of microearthquakes. *J. Geophys. Res.* **108**, 2337 doi:10.1029/2002JB002060 (2003).
- Hill, D. P. & Zucca, J. J. in *Volcanism in Hawaii* (eds Decker, R. W., Wright, T. L. & Stauffer, P. H.) *US Geol. Surv. Prof. Pap.* **1350**, 903–917 (1987).

15. Watts, A. B. & ten Brink, U. S. Crustal structure, flexure and subsidence history of the Hawaiian islands. *J. Geophys. Res.* **94**, 10473–10500 (1989).
16. Schiffman, P., Watters, R. J., Thompson, N. & Walton, A. W. Hyaloclastites and the slope stability of Hawaiian volcanoes: insights from the Hawaiian Scientific Drilling Project's 3-km drill core. *J. Volcanol. Geotherm. Res.* **151**, 217–228 (2006).
17. Hassani, R., Jongmans, D. & Chéry, J. Study of plate deformation and stress in subduction processes using two-dimensional numerical models. *J. Geophys. Res.* **102**, 17951–17965 (1997).
18. Dieterich, J. H. Growth and persistence of Hawaiian volcanic rift zones. *J. Geophys. Res.* **93**, 4258–4270 (1988).
19. Hassani, R. & Chéry, J. Anelasticity explains topography associated with Basin and Range normal faulting. *Geology* **24**, 1095–1098 (1996).
20. Jackson, E. D., Shaw, H. R. & Bargar, K. E. Calculated geochronology and stress field orientation along the Hawaiian chain. *Earth Planet. Sci. Lett.* **26**, 145–155 (1975).
21. Davis, A. S. & Clague, D. A. Volcaniclastic deposits from the North Arch volcanic field, Hawaii: explosive fragmentation of alkalic lava at abyssal depths. *Bull. Volcanol.* **68**, 294–307 (2006).
22. Wessel, P. A re-examination of the flexural deformation beneath the Hawaiian islands. *J. Geophys. Res.* **98**, 12177–12190 (1993).
23. Swanson, D. A., Duffield, W. A. & Fiske, R. S. Displacement of the south flank of Kilauea volcano: The result of forceful intrusion of magma into the rift zones. *US Geol. Surv. Prof. Pap.* **963**, 1–39 (1976).
24. Owen, S. *et al.* Rapid deformation of the south flank of Kilauea volcano, Hawai'i. *Science* **267**, 1328–1332 (1995).
25. Miklius, A. & Cervelli, P. Interaction between Kilauea and Mauna Loa. *Nature* **421**, 229–230 (2003).
26. Thurber, C. H. Seismic detection of the summit magma complex of Kilauea Volcano, Hawaii. *Science* **223**, 165–167 (1984).
27. Okubo, P., Benz, H. M. & Chouet, B. A. Imaging the crustal magma sources beneath Mauna Loa and Kilauea volcanoes, Hawaii. *Geology* **25**, 867–870 (1997).
28. Denlinger, R. P. & Okubo, P. G. Structure of the mobile south flank of Kilauea Volcano, Hawaii. *J. Geophys. Res.* **100**, 24499–24507 (1995).
29. Klein, F. W., Koyanagi, R. Y., Nakata, J. S. & Tanigawa, W. R. in *Volcanism in Hawaii* (eds Decker, R. W., Wright, T. L. & Stauffer, P. H.) *US Geol. Surv. Prof. Pap.* **1350**, 1019–1186 (1987).

**Supplementary Information** is linked to the online version of the paper at [www.nature.com/nature](http://www.nature.com/nature).

**Acknowledgements** This work was supported by grants from CNRS. (J.-L. G.) and CEA (V.M.).

**Author Information** Reprints and permissions information is available at [www.nature.com/reprints](http://www.nature.com/reprints). Correspondence and requests for materials should be addressed to J.-L.G. (e-mail: [jlgot@univ-savoie.fr](mailto:jlgot@univ-savoie.fr)).

# Bibliographie

- Abe, Y., and T. Matsui (1985), The formation of an impact-generated  $H_2O$  atmosphere and its implications for the early thermal history of the earth., *jgr*, *90*, 545–+.
- Agee, C. B. (1997), Melting temperatures of the Allende meteorite : implications for a Hadean magma ocean, *Phys. Earth Planet. Int.*, *100*, 41–47.
- Agnor, C. B., R. M. Canup, and H. F. Levison (1999), On the Character and Consequences of Large Impacts in the Late Stage of Terrestrial Planet Formation, *Icarus*, *142*, 219–237, doi :10.1006/icar.1999.6201.
- Alvarez, L. W., W. Alvarez, F. Asaro, and H. V. Michel (1980), Extraterrestrial cause for the Cretaceous Tertiary extinction, *Science*, *208*, 1095–1108.
- Amelin, Y., A. N. Krot, I. D. Hutcheon, and A. A. Ulyanov (2002), Lead Isotopic Ages of Chondrules and Calcium-Aluminum-Rich Inclusions, *Science*, *297*, 1678–1683.
- Anderson, D. L., and R. L. Kovach (1967), The composition of the terrestrial planets, *Earth and Planetary Science Letters*, *3*, 19–+.
- Anderson, J. D., E. L. Lau, W. L. Sjogren, G. Schubert, and W. B. Moore (1996), Gravitational constraints on the internal structure of Ganymede, *nat*, *384*, 541–543, doi : 10.1038/384541a0.
- Anderson, J. D., G. Schubert, R. A. Jacobson, E. L. Lau, W. B. Moore, and W. L. Sjo Gren (1998), Distribution of Rock, Metals, and Ices in Callisto, *Science*, *280*, 1573–+.

- Anderson, J. D., R. A. Jacobson, T. P. McElrath, W. B. Moore, G. Schubert, and P. C. Thomas (2001), Shape, Mean Radius, Gravity Field, and Interior Structure of Callisto, *Icarus*, *153*, 157–161, doi :10.1006/icar.2001.6664.
- Andrews-Hanna, J. C., M. T. Zuber, and W. B. Banerdt (2008), The Borealis basin and the origin of the martian crustal dichotomy, *Nature*, *453*, 1212–1215, doi :10.1038/nature07011.
- Asphaug, E., and W. Benz (1996), Size, Density, and Structure of Comet Shoemaker-Levy 9 Inferred from the Physics of Tidal Breakup, *Icarus*, *121*, 225–248, doi :10.1006/icar.1996.0083.
- Austin, M. G., J. M. Thomsen, S. F. Ruhl, D. L. Orphal, W. F. Borden, S. A. Larson, and P. H. Schultz (1981), Z-model analysis of impact cratering - an overview, in *Multi-ring basins : Formation and Evolution*, edited by R. B. Merrill and P. H. Schultz, pp. 197–205.
- Barrière-Fouchet, L., J.-F. Gonzalez, J. R. Murray, R. J. Humble, and S. T. Maddison (2005), Dust distribution in protoplanetary disks. Vertical settling and radial migration, *aap*, *443*, 185–194, doi :10.1051/0004-6361 :20042249.
- Beck, P. (2005), Pétrogén'ese et métamorphisme de choc des météorites martiennes, Ph.D. thesis, Ecole Normale Supérieure de Lyon.
- Benz, W., W. L. Slattery, and A. G. W. Cameron (1988), Collisional stripping of Mercury's mantle, *Icarus*, *74*, 516–528, doi :10.1016/0019-1035(88)90118-2.
- Bercovici, D., and J. Lin (1996), A gravity current model of cooling mantle plume heads with temperature-dependent buoyancy and viscosity, *J. Geophys. Res.*, *101*, 3291–3310, doi :10.1029/95JB03538.
- Bercovici, D., Y. Ricard, and G. Schubert (2001a), A two phase model for compaction and damage, 1 : General theory, *J. Geophys. Res.*, *106*, 8887–8906.
- Bercovici, D., Y. Ricard, and G. Schubert (2001b), A two phase model for compaction and damage, 3 : Damage, *J. Geophys. Res.*, *106*, 8925–8939.
- Binzel, R. P., and S. Xu (1993), Chips off of asteroid 4 Vesta - Evidence for the parent body of basaltic achondrite meteorites, *Science*, *260*, 186–191.

- Birch, F. (1964), Density and Composition of Mantle and Core, *jgr*, *69*, 4377–+.
- Blankenbach, B., et al. (1989), A benchmark comparison for mantle convection codes, *Geophysical Journal International*, *98*, 23–38, doi :10.1111/j.1365-246X.1989.tb05511.x.
- Boss, A. P. (1997), Giant planet formation by gravitational instability., *Science*, *276*, 1836–1839.
- Bruhn, D., N. Groebner, and D. L. Kohlstedt (2000), An interconnected network of core-forming melts produced by shear deformation, *nat*, *403*, 883–886, doi :10.1038/35002558.
- Busse, F. H., et al. (1994), 3D convection at infinite Prandtl number in Cartesian geometry : A benchmark comparison, *Geophysical and Astrophysical Fluid Dynamics*, *75*, 39–59.
- Cameron, A. G. W., and W. R. Ward (1976), The Origin of the Moon, in *Lun. Planet. Inst. Conf. Abs.*, vol. 7, pp. 120–122.
- Canup, R. M. (2004), Simulations of a late lunar-forming impact, *Icarus*, *168*, 433–456, doi : 10.1016/j.icarus.2003.09.028.
- Canup, R. M., and E. Asphaug (2001), Origin of the Moon in a giant impact near the end of the Earth’s formation, *Nature*, *412*, 708–712.
- Canup, R. M., and W. R. Ward (2002), Formation of the Galilean Satellites : Conditions of Accretion, *aj*, *124*, 3404–3423, doi :10.1086/344684.
- Canup, R. M., and W. R. Ward (2003), Formation of the Galilean satellites : Conditions of accretion, *Astron. J.*, *124*, 3404–3423.
- Canup, R. M., K. Righter, and et al. (2000), *Origin of the earth and moon*, Origin of the earth and moon, edited by R.M. Canup and K. Righter and 69 collaborating authors. Tucson : University of Arizona Press ; Houston : Lunar and Planetary Institute, c2000. (The University of Arizona space science series).
- Chambers, J. E. (2001), Making More Terrestrial Planets, *Icarus*, *152*, 205–224, doi : 10.1006/icar.2001.6639.



- Chambers, J. E., and J. J. Lissauer (2002), A New Dynamical Model for the Lunar Late Heavy Bombardment, in *Lunar and Planetary Institute Conference Abstracts, Lunar and Planetary Institute Conference Abstracts*, vol. 33, pp. 1093–+.
- Chambers, J. E., and G. W. Wetherill (1998), Making the Terrestrial Planets : N-Body Integrations of Planetary Embryos in Three Dimensions, *Icarus*, 136, 304–327, doi : 10.1006/icar.1998.6007.
- Chandrasekhar, S. (1939), *An introduction to the study of stellar structure*, Chicago, Ill., The University of Chicago press [1939].
- Chou, C.-L. (1978), Fractionation of Siderophile Elements in the Earth's Upper Mantle, in *Lunar and Planetary Science Conference, Lunar and Planetary Science Conference*, vol. 9, pp. 219–230.
- Christensen, U. R., and D. A. Yuen (1985), Layered convection induced by phase transitions, *J. Geophys. Res.*, 90, 10,291–10,300.
- Croft, S. K. (1982), *A first-order estimate of shock heating and vaporization in oceanic impacts*, vol. 190, 143-152 pp., Geological Implications of Impacts of Large Asteroids and Comets on Earth, edited by T.L. Silver and P.H. Schultz, Spec. Pap. Geol. Soc. Am.
- Davies, G. F. (1982), Ultimate strength of solids and formation of planetary cores, *grl*, 9, 1267–1270.
- Dobson, D. P., W. A. Crichton, L. Vocadlo, A. P. Jones, Y. Wang, T. Uchida, M. Rivers, S. Sutton, and J. P. Brodholt (2000), In situ measurement of viscosity of liquids in the Fe-FeS system at high pressures and temperatures, *American Mineralogist*, 85, 1838–1842.
- Douglas, J. (1955), On the numerical integration of  $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{\partial u}{\partial t}$  by implicit methods, *J. Soc. Ind. Appl. Math.*, 3(1), 42–65, doi :10.1137/0103004.
- Dubuffet, F., M. Rabinowicz, and M. Monnereau (2000), Multiple scales in mantle convection, *Earth and Planetary Science Letters*, 178, 351–366.

- Elkins-Tanton, L. T., S. E. Zaranek, E. M. Parmentier, and P. C. Hess (2005), Early magnetic field and magmatic activity on Mars from magma ocean cumulate overturn, *Earth Planet. Sci. Lett.*, *236*, 1–2.
- Encrenaz, T., J. Bibring, and M. Blanc (2003), *Le système solaire*, EDP Sciences Editions.
- Fei, Y., C. M. Bertka, and L. W. Finger (1997), High-Pressure Iron-Sulfur Compound, Fe<sub>3</sub>S<sub>2</sub>, and Melting Relations in the FeFeS System, *Science*, *275*, 1621–1623.
- Flasar, F. M. (1973), Gravitational Energy Sources in Jupiter, *apj*, *186*, 1097–1106.
- Ghosh, A., and H. Y. McSween (1998), A Thermal Model for the Differentiation of Asteroid 4 Vesta, Based on Radiogenic Heating, *Icarus*, *134*, 187–206, doi :10.1006/icar.1998.5956.
- Golabek, G. J., H. Schmeling, and P. J. Tackley (2008), Earth’s core formation aided by flow channelling instabilities induced by iron diapirs, *Earth Planet. Sci. Lett.*, doi : 10.1016/j.epsl.2008.02.033.
- Goldreich, P., and W. R. Ward (1973), The Formation of Planetesimals, *apj*, *183*, 1051–1062.
- Gomes, R., H. F. Levison, K. Tsiganis, and A. Morbidelli (2005), Origin of the cataclysmic Late Heavy Bombardment period of the terrestrial planets, *nat*, *435*, 466–469, doi : 10.1038/nature03676.
- Goswami, J. N., and H. A. T. Vanhala (2000), Extinct Radionuclides and the Origin of the Solar System, *Protostars and Planets IV*, pp. 963–+.
- Guillot, T. (1999), Interior of Giant Planets Inside and Outside the Solar System, *Science*, *286*, 72–77.
- Hadamard, J. (1911), Mouvement permanent lent d’une sphère liquide et visqueuse dans un liquide visqueux, *C. R. Acad. Sci.*, *152*, 1735–1738.
- Halliday, I., A. T. Blackwell, and A. A. Griffin (1989), The flux of meteorites on the earth’s surface, *Meteoritics*, *24*, 173–178.
- Hartmann, W. K., and D. R. Davis (1975), Satellite-sized planetesimals and lunar origin, *Icarus*, *24*, 504–514.

- Hartmann, W. K., G. Ryder, L. Dones, and D. Grinspoon (2000), *The Time-Dependent Intense Bombardment of the Primordial Earth/Moon System*, pp. 493–512, Origin of the earth and moon, edited by R.M. Canup and K. Righter and 69 collaborating authors. Tucson : University of Arizona Press., p.493-512.
- Hillgren, V. J., C. K. Gessmann, and J. Li (2000), *An Experimental Perspective on the Light Element in Earth's Core*, pp. 245–263, Origin of the earth and moon, edited by R.M. Canup and K. Righter and 69 collaborating authors. Tucson : University of Arizona Press., p.245-263.
- Höink, T., J. Schmalzl, and U. Hansen (2005), Formation of compositional structures by sedimentation in vigorous convection, *Phys. Earth Planet. Int.*, *153*, 11–20.
- Holsapple, K. A. (1994), Catastrophic disruptions and cratering of solar system bodies : A review and new results, *Planetary and Space Science*, *42*, 1067–1078, doi :10.1016/0032-0633(94)90007-8.
- Honda, R., H. Mizutani, and T. Yamamoto (1993), Numerical simulation of Earth's core formation., *J. Geophys. Res.*, *98*, 2075–2090.
- Huppert, H. E. (1982), The propagation of two-dimensional and axisymmetric viscous gravity currents over a rigid horizontal surface, *J. Fluid Mech.*, *121*, 43–58.
- Hutcheon, I. D., and R. Hutchison (1989), Evidence from the Semarkona ordinary chondrite for Al-26 heating of small planets, *nat*, *337*, 238–241, doi :10.1038/337238a0.
- Iida, A., T. Nakamoto, H. Susa, and Y. Nakagawa (2001), A shock heating model for chondrule formation in a protoplanetary disk, *Icarus*, *153*, 430–450, doi :10.1111/j.1365-246X.2004.02549.x.
- Jeanloz, R. (1989), Shock wave equation of state and finite strain theory, *J. Geophys. Res.*, *94*, 5873–5886.
- Jephcoat, A., and P. Olson (1987), Is the inner core of the Earth pure iron ?, *nat*, *325*, 332–335.

- Johansen, A., and A. Youdin (2007), Protoplanetary Disk Turbulence Driven by the Streaming Instability : Nonlinear Saturation and Particle Concentration, *apj*, *662*, 627–641, doi : 10.1086/516730.
- Kaula, W. M. (1979), Thermal evolution of earth and moon growing by planetesimal impacts, *J. Geophys. Res.*, *84*, 999–1008.
- Kleine, T., C. Münker, K. Mezger, and H. Palme (2002), Rapid accretion and early core formation on asteroids and the terrestrial planets from Hf-W chronometry, *Nature*, *418*, 952–955.
- Koch, D. M., and D. L. Koch (1995), Numerical and theoretical solutions for a drop spreading below a free fluid surface, *J. Fluid Mech.*, *287*, 251–278.
- Koch, D. M., and M. Manga (1996), Neutrally buoyant diapirs : A model for Venus coronae, *Geophys. Res. Lett.*, *23*, 225–228, doi :10.1029/95GL03776.
- Kokubo, E., and S. Ida (1995), Orbital evolution of protoplanets embedded in a swarm of planetesimals, *Icarus*, *114*, 247–257, doi :10.1006/icar.1995.1059.
- Kokubo, E., and S. Ida (1996), On runaway growth of planetesimals, *Icarus*, *123*, 180–191, doi :10.1006/icar.1996.0148.
- Kokubo, E., and S. Ida (1998), Oligarchic Growth of Protoplanets, *Icarus*, *131*, 171–178, doi :10.1006/icar.1997.5840.
- Kokubo, E., and S. Ida (2000), Formation of Protoplanets from Planetesimals in the Solar Nebula, *Icarus*, *143*, 15–27, doi :10.1006/icar.1999.6237.
- Kortenkamp, S. J., G. W. Wetherill, and S. Inaba (2001), Runaway Growth of Planetary Embryos Facilitated by Massive Bodies in a Protoplanetary Disk, *Science*, *293*, 1127–1129, doi :10.1126/science.1062391.
- Laibe, G., J.-F. Gonzalez, L. Fouchet, and S. T. Maddison (2008), SPH simulations of grain growth in protoplanetary disks, *aap*, *487*, 265–270, doi :10.1051/0004-6361 :200809522.
- Laney, C. B. (1998), *Computational gasdynamics*, Cambridge University Press, Cambridge.

- Lee, D. C., and A. N. Halliday (1997), Core formation on Mars and differentiated asteroids, *nat*, 388, 854–857.
- Levich, V. (1962), *Physicochemical Hydrodynamics*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ.
- Levison, H. F., L. Dones, C. R. Chapman, S. A. Stern, M. J. Duncan, and K. Zahnle (2001), Could the Lunar “Late Heavy Bombardment” Have Been Triggered by the Formation of Uranus and Neptune?, *Icarus*, 151, 286–306, doi :10.1006/icar.2001.6608.
- Marinova, M. M., O. Aharonson, and E. Asphaug (2008), Mega-impact formation of the Mars hemispheric dichotomy, *Nature*, 453, 1216–1219, doi :10.1038/nature07070.
- Mattern, E., J. Matas, Y. Ricard, and J. Bass (2005), Lower mantle composition and temperature from mineral physics and thermodynamic modelling, *Geophysical Journal International*, 160, 973–990, doi :10.1111/j.1365-246X.2004.02549.x.
- Maxwell, D. E. (1977), Simple Z model for cratering, ejection, and the overturned flap., in *Impact and Explosion Cratering : Planetary and Terrestrial Implications*, edited by D. J. Roddy, R. O. Pepin, and R. B. Merrill, pp. 1003–1008.
- McDonough, W., and S. Sun (1995), The composition of the Earth, *Chem. Geol.*, 120, 223–253.
- Melosh, H. J. (1989), *Impact cratering : A geologic process*, 253 pp., Research supported by NASA. New York, Oxford University Press (Oxford Monographs on Geology and Geophysics, No. 11), 1989, 253 p.
- Meyer, B. S., and D. D. Clayton (2000), Short-Lived Radioactivities and the Birth of the sun, *Space Science Reviews*, 92, 133–152, doi :10.1023/A :1005282825778.
- Mizuno, H., K. Nakazawa, and C. Hayashi (1978), Instability of a gaseous envelope surrounding a planetary core and formation of giant planets, *Progress of Theoretical Physics*, 60, 699–710.
- Monteux, J., N. Coltice, F. Dubuffet, and Y. Ricard (2007), Thermo-mechanical adjustment after impacts during planetary growth, *Geophys. Res. Lett.*, 34, 24,201–24,205.

- Mosqueira, I., and P. R. Estrada (2003), Formation of the regular satellites of giant planets in an extended gaseous nebula II : satellite migration and survival, *Icarus*, *163*, 232–255, doi :10.1016/S0019-1035(03)00077-0.
- Nagel, K., D. Breuer, and T. Spohn (2004), A model for the interior structure, evolution, and differentiation of Callisto, *Icarus*, *169*, 402–412, doi :10.1016/j.icarus.2003.12.019.
- Nimmo, F., S. D. Hart, D. G. Korycansky, and C. B. Agnor (2008), Implications of an impact origin for the martian hemispheric dichotomy, *Nature*, *453*, 1220–1223, doi : 10.1038/nature07025.
- O'Brien, D. P., A. Morbidelli, and H. F. Levison (2006), Terrestrial planet formation with strong dynamical friction, *Icarus*, *184*, 39–58, doi :10.1016/j.icarus.2006.04.005.
- O'Keefe, J. D., and T. J. Ahrens (1975), Shock effects from a large impact on the Moon, in *Proc. Lunar Sci. Conf.*, vol. 6, edited by R. B. Merrill, pp. 2831–2844.
- O'Keefe, J. D., and T. J. Ahrens (1977), Impact-induced energy partitioning, melting, and vaporization on terrestrial planets, in *Lun. Planet. Sci. Conf.*, vol. 8, edited by R. B. Merrill, pp. 3357–3374.
- Pahlevan, K., and D. J. Stevenson (2007), Equilibration in the aftermath of the lunar-forming giant impact, *Earth and Planetary Science Letters*, *262*, 438–449, doi : 10.1016/j.epsl.2007.07.055.
- Peaceman, D. W., and H. H. Rachford (1955), The numerical solution of parabolic and elliptic differential equations, *J. Soc. Ind. Appl. Math.*, *3*(1), 28–41, doi :10.1137/0103003.
- Pierazzo, E., A. M. Vickery, and H. J. Melosh (1997), A Reevaluation of Impact Melt Production, *Icarus*, *127*, 408–423.
- Poirier, J.-P. (1994), Light elements in the Earth's outer core : A critical review, *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, *85*, 319–337, doi :10.1016/0031-9201(94)90120-1.
- Raymond, S. N., T. Quinn, and J. I. Lunine (2004), Making other earths : dynamical simulations of terrestrial planet formation and water delivery, *Icarus*, *168*, 1–17, doi : 10.1016/j.icarus.2003.11.019.

- Reese, C. C., V. S. Solomatov, and J. R. Baumgardner (2002), Survival of impact-induced thermal anomalies in the Martian mantle, *Journal of Geophysical Research (Planets)*, *107*, 1–12, doi :10.1029/2000JE001474.
- Ribe, N. M. (2007), *Physics of Mantle Convection*, vol. 7, Schubert, G. editor in Chief, Elsevier.
- Ricard, Y. (2007), *Physics of Mantle Convection*, vol. 7, Schubert, G. editor in Chief, Elsevier.
- Ricard, Y., D. Bercovici, and G. Schubert (2001), A two phase model for compaction and damage, 2 : Compaction, *J. Geophys. Res.*, *106*, 8907–8924.
- Ricard, Y., O. Sramek, and F. Dubuffet (2008), A multi-phase model of runaway core-mantle segregation in planetary embryos, *Earth and Planetary Science Letters*, *101*.
- Richardson, D. C., T. Quinn, J. Stadel, and G. Lake (2000), Direct Large-Scale N-Body Simulations of Planetesimal Dynamics, *Icarus*, *143*, 45–59, doi :10.1006/icar.1999.6243.
- Roe, P. L. (1986), Characteristic-based schemes for the Euler equations, *Annual Review of Fluid Mechanics*, *18*, 337–365.
- Rushmer, T., W. G. Minarik, and G. J. Taylor (2000), *Physical Processes of Core Formation*, 227-243 pp., Origin of the earth and moon, edited by R.M. Canup and K. Righter and 69 collaborating authors. Tucson : University of Arizona Press.
- Rybczynski, W. (1911), über die fortschreitende bewegung einer flüssigen kugel in einen medium, *Bull. Acad. Sci. Cracovie*, *1*, 40–46.
- Safronov, V. S. (1969), *Evolution of the Protoplanetary Cloud and Formation of the Earth and Planets*, 1969.
- Samuel, H., and P. J. Tackley (2008), Dynamics of core formation and equilibration by negative diapirism, *G3*, *9*, 6011–6026.
- Schmidt, O. Y. (1944), Meteoritic Theory of the Origin of the Earth and Planets, *Dokl Akad. Nantz*.

- Schramm, D. N., F. Tera, and G. J. Wasserburg (1970), The isotopic abundance of  $^{26}\text{Mg}$  and limits on  $^{26}\text{Al}$  in the early Solar System, *Earth and Planetary Science Letters*, *10*, 44–59.
- Schubert, G., D. L. Turcotte, and P. Olson (2001), *Mantle convection in the Earth and planets*, Cambridge University Press.
- Senshu, H., K. Kuramoto, and T. Matsui (2002), Thermal evolution of a growing Mars, *J. Geophys. Res.*, *107*, 1–13.
- Shannon, M. C., and C. B. Agee (1996), High pressure constraints on percolative core formation, *Geophys. Res. Lett.*, *23*, 2717–2720.
- Showman, A. P., D. J. Stevenson, and R. Malhotra (1997), Coupled Orbital and Thermal Evolution of Ganymede, *Icarus*, *129*, 367–383, doi :10.1006/icar.1997.5778.
- Sohl, F., T. Spohn, D. Breuer, and K. Nagel (2002), Implications from Galileo Observations on the Interior Structure and Chemistry of the Galilean Satellites, *Icarus*, *157*, 104–119, doi :10.1006/icar.2002.6828.
- Solomatov, V. S. (2000), *Fluid Dynamics of a Terrestrial Magma Ocean*, pp. 323–338, Origin of the earth and moon, edited by R.M. Canup and K. Righter and 69 collaborating authors. Tucson : University of Arizona Press., p.323-338.
- Solomatov, V. S., and D. J. Stevenson (1993), Suspension in convective layers and style of differentiation of a terrestrial magma ocean, *jgr*, *98*, 5375–5390.
- Spohn, T., and G. Schubert (2003), Oceans in the icy Galilean satellites of Jupiter?, *Icarus*, *161*, 456–467, doi :10.1016/S0019-1035(02)00048-9.
- Srámek, O. (2005), Pétrogénèse et métamorphisme de choc des météorites martiennes, Ph.D. thesis, Ecole Normale Supérieure de Lyon.
- Sramek, O. (2007), Modèle d'écoulement biphasé en sciences de la terre : fusion partielle, compaction et différenciation,, Ph.D. thesis, Ecole Normale Supérieure de Lyon.
- Sramek, O., Y. Ricard, and D. Bercovici (2007), Simultaneous melting and compaction in deformable two-phase media, *Geophys. J. Int.*, *168*, 964–982.



- Stevenson, D. J. (1981), Models of the earth's core, *Science*, *214*, 611–619.
- Stevenson, D. J. (1987), Origin of the moon - The collision hypothesis, *Annual Review of Earth and Planetary Sciences*, *15*, 271–315, doi :10.1146/annurev.ea.15.050187.001415.
- Stevenson, D. J. (1989), *Formation and early evolution of the Earth*, 818-868 pp., in Mantle convection and plate tectonics, W.R. Peltier, ed.
- Stevenson, D. J. (1990), *Fluid dynamics of core formation*, 231-249 pp., Origin of the Earth edited by H. E. Newsom and J. H. Jones, eds., Oxford Univ., New York.
- Stewart, G. R., and G. W. Wetherill (1988), Evolution of planetesimal velocities, *Icarus*, *74*, 542–553, doi :10.1016/0019-1035(88)90120-0.
- Tackley, P. J., and S. D. King (2003), Testing the tracer ratio method for modeling active compositional fields in mantle convection simulations, *Geochemistry, Geophysics, Geosystems*, pp. 1–+.
- Thompson, S. L., and H. S. Lauson (1984), *Improvements in the Chart D Radiation-hydrodynamic CODE III : Revised Analytic Equations of State*, Sandia National Laboratory.
- Tonks, W. B., and H. J. Melosh (1992), Core formation by giant impacts, *Icarus*, *100*, 326–346.
- Tonks, W. B., and H. J. Melosh (1993), Magma ocean formation due to giant impacts, *J. Geophys. Res.*, *98*, 5319–5333.
- Touboul, M., T. Kleine, B. Bourdon, H. Palme, and R. Wieler (2007), Late formation and prolonged differentiation of the Moon inferred from W isotopes in lunar metals, *Nature*, *450*, 1206–1209.
- Turcotte, D., and G. Schubert (1982), *Geodynamics, Applications of continuum physics to geological problems*, John Wiley and Sons, New York.
- Turtle, E. P., E. Pierazzo, and D. P. O'Brien (2003), Numerical modeling of impact heating and cooling of the Vredefort impact structure, *Meteoritics and Planetary Science*, *38*, 293–303.

- Ulvrova, M., N. Coltice, F. Dubuffet, Y. Ricard, S. Labrosse, G. Velimsky, and O. Sramek (in prep.), Metal-silicate equilibration in magma ocean, *Geophys. Res. Lett.*
- Usselman, T. (1975), Experimental approach to the state of the core : part 1. the liquidus relations of the Fe-rich portion of the Fe-Ni-S system from 30 to 100 kb., *Am. J. Sci.*, *275*, 278–290.
- Von Bagen, N., and H. S. Waff (1986), Permeabilities, interfacial areas and curvatures of partially molten systems : Results of numerical computations of equilibrium microstructures, *Jgr*, *91*, 9261–9276.
- Wanke, H. (1981), Constitution of terrestrial planets, *Royal Society of London Philosophical Transactions Series A*, *303*, 287–301.
- Weidenschilling, S. J., and J. N. Cuzzi (1993), Formation of planetesimals in the solar nebula, in *Protostars and Planets III*, edited by E. H. Levy and J. I. Lunine, pp. 1031–1060.
- Weidenschilling, S. J., D. Spaute, D. R. Davis, F. Marzari, and K. Ohtsuki (1997), Accretional Evolution of a Planetesimal Swarm, *Icarus*, *128*, 429–455, doi :10.1006/icar.1997.5747.
- Wetherill, G. W. (1985), Occurrence of giant impacts during the growth of the terrestrial planets, *Science*, *228*, 877–879.
- Wetherill, G. W., and G. R. Stewart (1989), Accumulation of a swarm of small planetesimals, *Icarus*, *77*, 330–357, doi :10.1016/0019-1035(89)90093-6.
- Wiechert, U., A. N. Halliday, D.-C. Lee, G. A. Snyder, L. A. Taylor, and D. Rumble (2001), Oxygen Isotopes and the Moon-Forming Giant Impact, *Science*, *294*, 345–348.
- Wood, B. J., M. J. Walter, and J. Wade (2006), Accretion of the Earth and segregation of its core, *nat*, *441*, 825–833, doi :10.1038/nature04763.
- Wurm, G., and J. Blum (2000), An Experimental Study on the Structure of Cosmic Dust Aggregates and Their Alignment by Motion Relative to Gas, *apjl*, *529*, L57–L60, doi : 10.1086/312447.

- Yin, Q., S. B. Jacobsen, K. Yamashita, J. Blichert-Toft, P. Télouk, and F. Albarède (2002), A short timescale for terrestrial planet formation from Hf-W chronometry of meteorites, *Nature*, *418*, 949–952.
- Yoshino, T., M. J. Walter, and T. Katsura (2003), Core formation in planetesimals triggered by permeable flow, *Nature*, *422*, 154–157.
- Youdin, A. N. (2005), Planetesimal Formation without Thresholds. I : Dissipative Gravitational Instabilities and Particle Stirring by Turbulence, *ArXiv Astrophysics e-prints*.
- Zappala, V., A. Cellino, B. J. Gladman, S. Manley, and F. Migliorini (1998), NOTE : Asteroid Showers on Earth after Family Breakup Events, *Icarus*, *134*, 176–179, doi : 10.1006/icar.1998.5946.
- Zuber, M. T. (2001), The crust and mantle of Mars, *Nature*, *412*, 220–227.

## Résumé

Dans cette thèse, nous avons étudié les effets thermiques des impacts météoritiques et leurs contributions à la formation du noyau terrestre par modélisations numériques. Les impacts météoritiques apportent sur leur cible une quantité importante d'énergie qui permet une augmentation locale de la température fonction du rayon de la planète impactée dans une région sphérique en dessous du point d'impact. Un impact géant sur une petite protoplanète engendre une anomalie thermique sans fusion significative. Lorsque l'impacteur dépasse une taille critique, l'anomalie thermique subit d'abord une phase advective isotherme puis refroidit par diffusion. L'épaisseur de l'anomalie thermique à la fin de l'étape advective ne dépend que de la taille et des paramètres rhéologiques du corps impacté. Lors d'un impact géant sur une protoplanète indifférenciée avec un rayon supérieur au millier de kilomètres, l'énergie apportée peut générer localement de la fusion partielle et une ségrégation entre le fer très dense et les silicates plus légers. Le fer migre ensuite vers le centre de la planète et contribue ainsi à la formation du noyau. Nous avons développé des modèles d'évolution thermique par dissipation visqueuse de la phase métallique plongeant dans du matériel indifférencié. Lorsque son volume est suffisant, le diapir de fer se réchauffe lors de sa chute vers le centre. Ce chauffage est fonction des paramètres rhéologiques de la planète impactée et notamment des contrastes de viscosité mis en jeu.

## Summary

In this thesis, we study the thermal effects of meteoritical impacts and their contributions to core formation using numerical modeling. Meteoritical impacts lead to a local temperature increase function of the radius of the impacted body in a spherical region above the surface. A large impact on a small protoplanet lead to a thermal anomaly without significant melting. For large enough impactors, the thermal anomaly first flatens above the surface by isothermal advection and then cools by diffusion. The thickness of the thermal anomaly at the end of advection depends only on the radius and rheological parameters of the impacted body. After a large impact on a large undifferentiated protoplanet, the temperature increase can generate local melting and separation between heavy iron and light silicates. The iron sinks towards the center of impacted body and contributes to core formation. We develop models of thermal evolution of the metallic phase. The iron can undergo viscous heating while sinking through undifferentiated material. The temperature of the iron only increases for large enough metallic diapirs. This heating is function of the rheological parameters of the impacted body and depends mainly on viscosity contrasts involved in the dynamics.

## Mots clés (keywords)

Impacts, noyau, différenciation, planètes en croissance, modélisation numérique, accréation (Impacts, core, differentiation, growing planets, numerical modeling, accretion).