



**HAL**  
open science

# Modélisation micromécanique des milieux granulaires partiellement saturés

Luc Scholtes

► **To cite this version:**

Luc Scholtes. Modélisation micromécanique des milieux granulaires partiellement saturés. Sciences de l'ingénieur [physics]. Institut National Polytechnique de Grenoble - INPG, 2008. Français. NNT : . tel-00363961v1

**HAL Id: tel-00363961**

**<https://theses.hal.science/tel-00363961v1>**

Submitted on 24 Feb 2009 (v1), last revised 6 Mar 2009 (v4)

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# INSTITUT POLYTECHNIQUE DE GRENOBLE

N° attribué par la bibliothèque :

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

## THÈSE

pour obtenir le grade de

**DOCTEUR DE L'Institut Polytechnique de Grenoble**

Spécialité : *“Matériaux, Mécanique, Génie Civil et Electrochimie”*

préparée au laboratoire SOLS, SOLIDES, STRUCTURES - RISQUES  
dans le cadre de l'École Doctorale *“Ingénierie - Matériaux, Mécanique,  
Énergétique, Environnement, Procédés, Production”*

présentée et soutenue publiquement par

Luc SCHOLTÈS

le 2 Décembre 2008

---

## Modélisation Micro-Mécanique des Milieux Granulaires Partiellement Saturés

---

Directeur de thèse : Félix DARVE  
Co-directeur de thèse : Bruno CHAREYRE

### JURY

M. P.-Y. HICHER	Professeur à l'École Centrale de Nantes	Président
M. B. SCHREFLER	Professeur à l'Université de Padova	Rapporteur
M. M. S. EL YOUSOUFI	Professeur à l'Université Montpellier 2	Rapporteur
M. F. DARVE	Professeur à l'INP Grenoble	Directeur de thèse
M. B. CHAREYRE	Maître de Conférence à l'INP Grenoble	Co-directeur
M. F. NICOT	Chargé de recherche au Cemagref	Examineur
M. V. RICHEFEU	Maître de Conférence à l'Université Joseph Fourier	Examineur



---

## Remerciements

---

Ce mémoire constitue la synthèse de trois années de doctorat passées au sein du laboratoire 3S-R, et bien que la période ait souvent pu me paraître trop courte, elle m'a néanmoins profondément marqué, aussi bien sur le plan professionnel, que personnel.

Je tiens donc à remercier l'ensemble des personnes qui ont, de plus ou moins près, participé au bon déroulement de ce travail, et ce, qu'elles aient été directement impliquées dans mon encadrement ou que je les ai tout simplement rencontrées en cours de route, au gré de mes humeurs et de mes pérégrinations. J'accorde toutefois une pensée particulière à mes deux directeurs de thèse, messieurs Félix Darve et Bruno Chareyre, qui ont accepté de me suivre durant ces trois ans, et qui ont su me donner les moyens d'arriver au terme de mon contrat à travers leur confiance et les nombreux conseils qu'ils m'ont prodigués. Ce fut un réel plaisir de travailler à leur côté et je tiens à les remercier chaleureusement pour leur pédagogie, leurs compétences scientifiques et techniques, mais aussi et surtout pour leurs qualités humaines exceptionnelles. A travers cette expérience que nous avons partagée, ils ont énormément participé à mon envie de poursuivre dans la voie de la recherche et de l'enseignement, et je les en remercie très sincèrement.

Merci également à l'ensemble des membres de mon jury de soutenance, monsieur Pierre-Yves Hicher pour avoir accepté de présider la séance, ainsi que messieurs Bernhard Schrefler et Moulay Saïd El Youssoufi pour avoir bien voulu évaluer cette thèse. Je voudrais en profiter pour adresser une mention spéciale à François Nicot pour les nombreux échanges que nous avons pu avoir au cours de ces trois années, mais aussi à Vincent Richefeu pour son expérience et ses connaissances en matière de modélisation des milieux granulaires humides.

Un grand merci également à l'ensemble des personnes qui ont partagé mon quotidien durant ces trois ans, aussi bien entre les murs, qu'à l'air libre de la montagne, ou bien encore sous les roses.

Enfin, une pensée à ma famille qui me soutient depuis toujours, et à ma très chère Muntsa.





L'étude des sols non saturés, et plus généralement des milieux granulaires multiphasiques, a été principalement traitée dans le cadre de la mécanique des milieux continus. Le comportement de ces matériaux trouvant ses origines à l'échelle des particules, nous en proposons une analyse micromécanique, basée sur des simulations numériques utilisant la Méthode des Eléments Discrets. Pour les faibles teneurs en eau, l'eau se concentre sous la forme de ponts liquides intergranulaires dont les propriétés en terme de force et de volume de liquide peuvent être interprétées à travers la théorie de la capillarité. En partant de la description des effets microscopiques de la capillarité, un modèle discret tridimensionnel a été développé. Les propriétés macroscopiques des milieux granulaires faiblement saturés sont ainsi investiguées, aussi bien en terme de rétention d'eau, que de résistance au cisaillement, au travers d'essais réalisés sur des assemblages de grains numériques. En complément d'analyse, les techniques de l'homogénéisation sont mises en oeuvre. Les analyses permettent de mettre en évidence l'importance de la distribution du liquide au sein du milieu, ainsi que le caractère tensoriel des contraintes mécaniques associées aux forces capillaires. La texture du liquide est étudiée, et l'existence d'une contrainte effective est discutée sur des bases microstructurelles. Finalement, une approche est proposée pour simuler l'effondrement au remouillage, caractéristique de la transition d'un état partiellement saturé à un état complètement saturé.

**Mots Clés :** matériaux granulaires, état non saturé/polyphasique, capillarité, micromécanique, Méthode des Eléments Discrets, contrainte effective, microstructure, effondrement au remouillage.



Unsaturated soils, and, more generally, multi-phase granular materials, have been mainly studied in the framework of continuum mechanics. As the behavior of these materials depends on particle interactions, a micromechanical approach is proposed, based upon numerical simulations using the Discrete Element Method. At low water contents, the presence of water leads to the formation of menisci between neighboring grains that can be well interpreted by the capillary theory. Starting from the local description of the capillary effects, a 3D discrete model has been developed. Macroscopic properties of low saturated granular materials are then investigated, both in terms of water retention and shear strength, from direct simulations on numerical granular assemblies. Besides, homogenisation techniques are performed. The analyses prove the crucial role of pore fluid distribution in the bulk, and computations allow a capillary stress tensor to be exhibited from capillary forces. Emphasizing this capillary stress contribution, the effective stress is reviewed. Finally, an application is proposed to simulate the wetting induced collapse of unsaturated materials.

**Key words** :Granular materials, unsaturated/multi-phase state, capillarity, micromechanics, Discrete Element Method, effective stress, microstructure, wetting induced collapse.



<b>Remerciements</b>	<b>i</b>
<b>Résumé</b>	<b>ii</b>
<b>Abstract</b>	<b>v</b>
<b>Table des matières</b>	<b>vii</b>
<b>Table des figures</b>	<b>xi</b>
<b>Introduction générale</b>	<b>1</b>
<b>Chapitre 1 Étude bibliographique</b>	<b>5</b>
1.1 Les milieux granulaires non saturés - cas des sols . . . . .	6
1.1.1 Mécanique des sols non saturés	6
1.1.1.1 L'eau dans les sols non saturés	6
1.1.1.2 Bases expérimentales du comportement des sols non saturés	10
1.1.1.3 Plasticité : l'exemple du modèle "de Barcelone"	17
1.1.2 Origines microscopiques du comportement	20
1.1.2.1 Mécanismes de cohésion interparticulaires	20
1.1.2.2 Quelles forces, à quelle échelle ?	23
1.1.2.3 les forces de capillarité	24
1.2 De l'échelle locale à l'échelle macroscopique : . . . . .	30
1.2.1 Passage micro-macro analytique : principe de l'homogénéisation	30
1.2.2 Passage micro-macro numérique : la Méthode des Eléments Discrets	32
1.2.2.1 Introduction	33
1.2.2.2 Cycle de calcul	34
1.2.2.3 Lois d'interaction	35
1.2.2.4 Conditions de convergence	38
1.2.3 Simulation du comportement des milieux granulaires secs	39
1.2.3.1 Généralités	39
1.2.3.2 Quasi-staticité	41

1.2.3.3	Choix d'un Volume Élémentaire Représentatif	42
1.2.3.4	Mise en place et contrôle des conditions aux limites	43
1.2.4	Modélisation discrète des milieux granulaires humides : états de l'art.	45
1.2.4.1	Lois d'interaction capillaire	45
1.2.4.2	Résultats majeurs	46
<b>Chapitre 2</b>	<b>Présentation du modèle numérique micromécanique</b>	<b>49</b>
2.1	Le code de calcul YADE . . . . .	50
2.2	Prise en compte des effets de l'eau . . . . .	51
2.2.1	Modélisation d'un doublet capillaire	51
2.2.1.1	Hypothèses hydriques	51
2.2.1.2	Forme du pont liquide : équation de Laplace-Young :	53
2.2.1.3	Géométrie d'un doublet capillaire	55
2.2.1.4	Analyse comportementale	57
2.2.2	Loi d'interaction capillaire	59
2.2.2.1	Gestion et répartition du liquide	59
2.2.2.2	Interprétation mécanique	62
2.2.2.3	Validation du modèle d'interaction local	65
2.3	Conclusions . . . . .	67
<b>Chapitre 3</b>	<b>Simulation du comportement des milieux granulaires humides</b>	<b>69</b>
3.1	Etude préalable . . . . .	70
3.1.1	Simulation de compressions triaxiales	70
3.1.1.1	Choix du VER et Définition des états de contrainte-déformation	70
3.1.1.2	Génération des échantillons	72
3.1.1.3	Méthode d'asservissement	74
3.1.1.4	Hypothèses de quasi-staticité	75
3.1.2	Présentation du modèle discret retenu	78
3.1.2.1	Caractéristiques des échantillons	78
3.1.2.2	Propriétés mécaniques	81
3.2	Propriétés de rétention d'eau . . . . .	84
3.2.1	Hydrologie du modèle	84
3.2.1.1	Définition des grandeurs et mécanismes hydriques invoqués	84
3.2.1.2	Domaine de validité : le régime pendulaire	86
3.2.2	Courbe caractéristique sol-eau	88
3.2.2.1	Influence des conditions mécaniques aux limites	89
3.2.2.2	Hystérésis de la rétention d'eau	90
3.2.2.3	Influence de la microstructure : taille caractéristique et granulométrie	92
3.3	Résistance au cisaillement . . . . .	94
3.3.1	Influence du mode de contrôle hydrique	94
3.3.1.1	Conditions drainée/non drainée	94
3.3.1.2	Chemins de drainage/imbibition	96

3.3.2	Propriétés mécaniques	98
3.3.2.1	Courbe intrinsèque	98
3.3.2.2	Influence de la teneur en eau	101
3.3.2.3	Influence de la taille des particules	106
3.4	Conclusions . . . . .	108
<b>Chapitre 4 Vers une formulation micromécanique de la contrainte effective</b>		<b>111</b>
4.1	Approche macroscopique . . . . .	112
4.1.1	Interprétation des résultats selon Bishop	112
4.1.2	discussion	114
4.2	Etude micromécanique . . . . .	116
4.2.1	L'eau capillaire : une contribution tensorielle ?	116
4.2.1.1	Définition du tenseur capillaire	116
4.2.1.2	Origines de l'anisotropie du tenseur capillaire	120
4.2.1.3	Influence de la teneur en eau	123
4.2.1.4	Hystérésis	125
4.2.2	Une contrainte effective microstructurale	126
4.2.2.1	Définition	126
4.2.2.2	Vérification hydrostatique	127
4.2.2.3	Description de la rupture	130
4.3	Conclusions . . . . .	131
<b>Chapitre 5 Du régime pendulaire à la saturation</b>		<b>133</b>
5.1	Phénoménologie . . . . .	134
5.1.1	Hypothèses locales : fusion des ménisques	134
5.1.2	Résultats macroscopiques	135
5.1.2.1	Courbes caractéristiques	135
5.1.2.2	Coefficient de Bishop	138
5.2	Modélisation de l'effondrement au remouillage . . . . .	142
5.2.1	A l'échelle du VER	142
5.2.1.1	Préparation des échantillons	142
5.2.1.2	Mécanismes invoqués	144
5.2.1.3	Cycles de chargements en conditions hydrostatiques : courbes "LC"	147
5.2.2	Une approche multi-échelle pour l'étude de la stabilité des pentes non saturées	151
5.2.2.1	Principe	151
5.2.2.2	Changement d'échelle	152
5.2.2.3	Exemple d'application	154
5.3	Conclusions . . . . .	156
<b>Conclusions et perspectives</b>		<b>156</b>



<b>Annexes 1</b>	<b>162</b>
<b>Annexes 2</b>	<b>168</b>
<b>Bibliographie</b>	<b>170</b>





---

## Table des figures

---

1.1	Schématisation des différents états de l'eau dans un sol : (a) régime hygroscopique, (b) régime pendulaire, (c) régime funiculaire, (d) régime capillaire. . .	7
1.2	Courbe de rétention d'eau sur un sable argileux selon Croney [23], d'après [32], .	9
1.3	Mécanismes invoqués pour l'hystérésis des courbes de rétention d'eau d'après [32]. . . . .	9
1.4	Courbes de séchage pour différents types de sols selon [23], d'après [32]. . . .	10
1.5	Principe de contraintes effectives dans un sol saturé. . . . .	11
1.6	Surface d'état $e = F(\sigma - u_a, u_a - u_w)$ de Matyas et Radhakrisma [82], d'après [31]. . . . .	12
1.7	Influence du chemin suivi sur les variations volumiques d'un échantillon d'après [31]. . . . .	13
1.8	Module de cisaillement maximal d'un sable en petites déformations en fonction du degré de saturation (a) et de la pression capillaire (b) pour trois pressions de confinement [113], d'après [90] . . . . .	14
1.9	Résistance au cisaillement d'un limon (a) [25], et d'une argile rouge (b) [42]. .	15
1.10	Non-linéarité de l'ensemble des points de rupture dans un diagramme $(\tau_{max}, u_a - u_w)$ sur un limon (a) [25], et une argile rouge (b) [42]. . . . .	15
1.11	Variations de la cohésion apparente et de l'angle de frottement avec la pression capillaire pour différents sols d'après [31]. . . . .	16
1.12	(a) Réponses volumiques lors de compressions à pression capillaire contrôlée, (b) définition des domaines d'élasticité dans le plan $(u_c, p)$ selon le modèle "de Barcelone" [3], d'après [31]. . . . .	18
1.13	Effondrement représenté par le modèle de Barcelone d'après [31]. . . . .	18
1.14	Couplage entre les surfaces de charge $LC$ et $SI$ d'après [31]. . . . .	19
1.15	Coupes à pression capillaire constante représentant les domaines d'élasticité dans le plan $(p, q)$ d'après [31]. . . . .	19
1.16	Vue tridimensionnelle du critère de plasticité dans l'espace $(p, q, u_c)$ d'après [31].	20
1.17	Remontée capillaire dans un tube selon la loi de Jurin. . . . .	22
1.18	Illustration d'un pont liquide entre deux grains de même taille. . . . .	22
1.19	Contributions comparées des forces de Van der Waals, de la capillarité et de la cimentation dans le cas des sols en fonction de la taille des particules [77]. . .	23
1.20	Contributions comparées des forces de Van der Waals, de la capillarité et de la cimentation dans le cas des sols en fonction du degré de saturation [77]. . . .	24

1.21	Forces agissant sur une molécule de liquide : (a) au sein de la masse, (b) à l'interface liquide-gaz. . . . .	25
1.22	Description d'un doublet capillaire formé de grains de même taille : (a) vue d'ensemble, (b) détail du pont liquide. . . . .	26
1.23	Détails du calcul de la force capillaire : (a) "boundary method", (b) "gorge method". . . . .	27
1.24	Approximation toroïdale. . . . .	27
1.25	Principe de l'homogénéisation-localisation dans les milieux granulaires tel que présenté par Cambou et Jean [14], selon [15]. . . . .	31
1.26	Repérage des grains. . . . .	32
1.27	Schématisation du cycle de calcul de la Méthode des Eléments Discrets. . . . .	34
1.28	Définition des notations et décomposition de la force d'interaction intergranulaire. . . . .	35
1.29	(a) Interaction de contact selon Cundall et Strack. (b) Définition de l'interpénétration $\delta_c$ . . . . .	36
1.30	Modèle élastique-plastique dans le cas de rigidités linéaires : lois normale (a) et tangentielle (b). . . . .	37
1.31	Loi de cohésion au contact : (a) modélisation, (b) principe. . . . .	38
1.32	Loi de cohésion à distance : (a) constante réversible, (b) fonction de la distance $D$ et hystérétique. . . . .	38
1.33	Exemples de modèles géométriques de grains : (a) disques collés deux à deux, (b) ellipses et (c) polyèdres, d'après [106]. . . . .	40
1.34	Résultats expérimentaux (exp) et numériques (sim) donnant l'angle de frottement macroscopique $\phi$ en fonction de l'angle de frottement intergranulaire $\varphi_c$ , compilation originale de Mahboubi et al. [80] complétée par Chareyre [15]. . . . .	40
1.35	Influence de la vitesse de déformation sur l'erreur $\Delta\sigma_{pic}$ commise sur le pic des contraintes $\sigma_{pic}$ d'après Chareyre [15]. $N$ , $\rho_s$ , $k_n$ , $\sigma_1$ , $\mu$ et $L$ désignent respectivement le nombre d'éléments constituant l'échantillon, leur masse volumique, la raideur normale, la contrainte de confinement, l'angle de frottement intergranulaire et la taille caractéristique de l'échantillon. . . . .	41
1.36	Dispersion des courbes $\sigma$ - $\varepsilon$ pour deux échantillons aux propriétés identiques de 500 et 4000 grains soumis à une sollicitation biaxiale selon [15]. . . . .	43
1.37	Exemples de conditions aux limites : (a) parois rigides, (b) souples, (c) périodiques. . . . .	44
1.38	Résultats de simulations d'essais de cisaillement sur un matériau granulaire soumis aux forces capillaires selon [96] : (a) enveloppes de rupture, (b) cohésion en fonction de la teneur en eau, comparaison numérique (DEM) /expérimental (billes de verre). . . . .	46
1.39	Variations de volume observées au remouillage en conditions hydrostatiques selon [75] : (a) simulation numérique DEM bidimensionnelle, (b) résultats expérimentaux obtenus sur une argile compactée. . . . .	47
1.40	Courbes de rétention d'eau obtenues par El Shamy et Gröger [39] à partir d'un modèle DEM. . . . .	47
2.1	Définition du volume d'interaction. (b) Les grains en pointillés ne font pas partie de la liste d'interaction. . . . .	51
2.2	Effets de la rugosité sur la capillarité en fonction de la teneur en eau $w$ : (a) régime d'aspérités, (b) régime de rugosité, (c) régime sphérique, selon [107]. . . . .	52
2.3	Définition des rayons de courbures $r_2$ et $r_1$ . . . . .	54
2.4	Définition et paramétrage du profil $y(x)$ d'un pont liquide. . . . .	54
2.5	Géométrie d'un doublet capillaire dans le cas polydisperse. . . . .	55

2.6	Position de la ligne triple (solide-liquide-gaz) sur les grains. . . . .	56
2.7	Solutions adimensionnées de l'équation de Laplace en fonction de la distance intergranulaire $D^*$ , en terme de force capillaire (a) et de volume de pont liquide (b) pour une différence de pression $\Delta u = 1000 Pa$ et un rapport de rayon $r = 1/2$ . . . . .	57
2.8	Influence du rapport de rayon $r$ sur les solutions adimensionnées de l'équation de Laplace en fonction de la distance intergranulaire $D^*$ , en terme de force capillaire (a) et de volume de pont liquide (b) pour une valeur de différence de pression $\Delta u = 1000 Pa$ . . . . .	58
2.9	Influence de la différence de pression $\Delta u$ sur les solutions adimensionnées de l'équation de Laplace en fonction de la distance intergranulaire $D^*$ , en terme de force capillaire (a) et de volume de pont liquide (b) pour une valeur de rapport de rayon $r = 1$ . . . . .	59
2.10	Schéma d'interpolation pour le calcul d'une configuration quelconque de doublet capillaire $S(r, D, u_c)$ à partir des solutions discrètes $S(r^i, D^j, u_c^k)$ (les détails du calcul sont présentés en annexe 2). . . . .	61
2.11	Orientations des deux contributions de la force capillaire. . . . .	62
2.12	Schématisation de la loi d'interaction capillaire. . . . .	63
2.13	Hystérésis de création des ponts liquides : cas du drainage (a) et de l'imbibition (b). . . . .	64
2.14	Dispositif expérimental permettant d'estimer le frottement ponctuel verre-verre en conditions sèches et humides selon Soulié [107]. . . . .	64
2.15	Comparaison des résultats issus du schéma d'interpolation (symboles géométriques) avec les prédictions de l'équation de Laplace-Young (traits continus). . . . .	66
2.16	Relation entre la force de cohésion capillaire maximale adimensionnée $F_{cap}^{max,*}$ et la taille des grains en interaction, comparaison des résultats du modèle numérique avec l'expression de Richefeu [94]. . . . .	66
3.1	Echantillon numérique de 10000 grains défini dans l'espace des sollicitations $(x_1, x_2, x_3)$ . . . . .	70
3.2	Simulation d'un même essai triaxial sur plusieurs échantillons cubiques réputés identiques (configurations initiales similaires, paramètres mécaniques identiques) constitués de 10000 sphères. . . . .	71
3.3	Gradient des déplacements à l'intérieur d'un échantillon cubique de 10000 grains pour un même incrément de chargement dans le cas de parois frottantes (a) et non frottantes (b). . . . .	72
3.4	Echantillon numérique : (a) avant compaction, (b) compacté. . . . .	73
3.5	Evolutions comparées de la pression moyenne (a), de la porosité (b), de l'indice de quasi-staticité $\lambda$ (c) et du nombre de coordination $K$ (d) lors d'une phase type de génération d'un échantillon numérique. . . . .	73
3.6	Influence de la vitesse de déformation $\dot{\epsilon}_1$ sur la courbe contrainte-déformation pour des compressions triaxiales réalisées sur le même échantillon numérique initial, sous $10 kPa$ de confinement ( $\dot{\epsilon}_0 = 0.01 s^{-1}$ ). . . . .	76
3.7	Influence de la vitesse de déformation $\dot{\epsilon}$ sur l'indice de quasi-staticité $\lambda$ pour des compressions triaxiales réalisées sur le même échantillon numérique initial, sous $10 kPa$ de confinement. $\dot{\epsilon}_0 = 0.01 s^{-1}$ . . . . .	77
3.8	Erreur relative $\frac{\Delta\sigma}{\sigma} = \frac{\bar{\sigma} - \langle\sigma\rangle}{\langle\sigma\rangle}$ entre la contrainte moyenne des efforts intergranulaires $\langle\sigma\rangle$ et la contrainte des efforts appliqués aux limites $\bar{\sigma}$ calculées au pic du déviateur en fonction (a) de la vitesse de déformation $\dot{\epsilon}_1$ , (b) de l'indice de quasi-staticité $\lambda$ . . . . .	77
3.9	Description de la méthode de recherche directionnelle tridimensionnelle . . . . .	78

3.10	Distribution angulaire de la densité des contacts dans l'échantillon. . . . .	79
3.11	Distribution angulaire des intensités des forces de contact, normalisées par la valeur moyenne des intensités. . . . .	79
3.12	Courbe granulométrique des échantillons numériques utilisés. . . . .	81
3.13	Indépendance comportementale vis-à-vis de la taille des particules selon [92] : des simulations d'essais triaxiaux ont été réalisés sur des échantillons de même volume constitués d'assemblage dont le nombre de particules diffère (de 10000 à 90000), pour deux lois de contact différentes (LTM : Loi de Transfert de Moment incluant une raideur supplémentaire en rotation). . . . .	81
3.14	Simulations d'essais triaxiaux drainés sous des pressions de confinement de 5, 10 et 20 <i>kPa</i> sur un échantillon réputé dense (à gauche), et un échantillon réputé lâche (à droite). . . . .	82
3.15	Enveloppes de rupture dans le plan de Mohr. . . . .	83
3.16	Influence de l'indice des vides sur des simulations d'essais triaxiaux drainés réalisés sous une pression de confinement de 10 <i>kPa</i> . . . . .	83
3.17	Evolution des ponts liquides avec l'augmentation de la teneur en eau : (a) régime pendulaire, (b) recouvrement des ménisques, (c) forme fusionnée. . . . .	85
3.18	Détermination de la fusion inter-ménisques : les grains en pointillés ne font pas partie de la liste d'interaction capillaire. . . . .	86
3.19	Recherche de la valeur de pression capillaire supérieure limite $u_c^+$ : nombre moyen de ménisque par particule $K_m$ en fonction de la pression capillaire $u_c$ pour deux échantillons de porosités différentes. . . . .	87
3.20	Mouillage de deux échantillons de porosités différentes : (a) évolutions comparées du degré de saturation $Sr$ , (b) du nombre moyen de ménisques indépendants par particule $K_m$ en fonction de la pression capillaire $u_c$ . . . . .	88
3.21	Mouillage de deux échantillons de porosités différentes : évolutions du nombre moyen de ménisques indépendants par particule $K_m$ en fonction du degré de saturation $Sr$ . . . . .	88
3.22	Mouillage de deux échantillons de porosités différentes réalisé sous deux modes de contrôle différents : à gauche, essai à contraintes isotropes imposées ; à droite, essai à volume constant). . . . .	89
3.23	Evolution du nombre de contacts moyen par particule $K$ (a), et du paramètre de quasi-staticité $\lambda$ (b) en fonction de la pression capillaire pendant un phase de mouillage typique appliquée à deux échantillons de porosités différentes. . . . .	90
3.24	Hysteresis lié à la formation des ponts liquides à $u_c$ constante : (a) drainage : $K_m = 2$ , (b) imbibition : $K_m = 5$ . . . . .	91
3.25	Simulations d'un cycle de drainage-imbibition sur un échantillon dense (à gauche), et un échantillon lâche (à droite). . . . .	91
3.26	Simulations d'un chemin de mouillage sur deux échantillons de tailles caractéristiques différentes, tels que $d_{50}^b = 10 d_{50}^a$ . . . . .	93
3.27	Simulations d'un chemin de mouillage sur deux échantillons de distributions granulométriques différentes, tels que $d_{50}^c = d_{50}^a$ . . . . .	93
3.28	Evolutions comparées des teneurs en eau et pressions capillaires lors de chargements triaxiaux Drainé (D), et Non Drainé (ND) appliqués sur le même échantillon. . . . .	95
3.29	Simulations de chargements triaxiaux sous 10 <i>kPa</i> en conditions Drainé et Non Drainé. . . . .	96
3.30	Evolutions comparées de $Sr$ (a) et $K_m$ (b) lors de chargements triaxiaux drainé ( $u_c$ <i> cst</i> ) et non drainé ( $w$ <i> cst</i> ) sous 10 <i>kPa</i> de confinement. . . . .	96

3.31	Simulation d'essais triaxiaux à pression capillaire constante ( $20\text{ kPa}$ ) réalisés sur un échantillon résultant respectivement d'un drainage et d'une imbibition.	97
3.32	Evolutions comparées des degrés de saturation et du nombre de ménisques par particule lors de chargements triaxiaux réalisés sur un échantillon résultant respectivement d'un drainage et d'une imbibition. . . . .	97
3.33	Comparaison des résultats d'essais triaxiaux réalisés sur un même échantillon dans une configuration sèche et humide, pour trois pressions de confinement ( $5, 10$ et $20\text{ kPa}$ ). . . . .	99
3.34	Critère de Mohr-Coulomb tracé pour le cas sec et le cas humide. . . . .	100
3.35	Courbes triaxiales sec/non-saturé comparées pour un confinement de $10\text{ kPa}$ .	100
3.36	Vidange d'un matériau granulaire sec (a) et humide (b) d'après Richefeu [94].	101
3.37	Courbes triaxiales obtenues sur un même échantillon pour plusieurs valeurs de degré de saturation $Sr$ , sous un confinement de $10\text{ kPa}$ . . . . .	102
3.38	(a) Enveloppes de rupture obtenues pour plusieurs degré de saturation $Sr$ dans le plan $(p,q)$ ; (b) évolution de la cohésion en fonction du degré de saturation.	102
3.39	Définition de la contrainte de traction $\sigma_t$ ("tensile strength"). . . . .	103
3.40	Comparaisons théorie/expérience de l'évolution de la cohésion avec la teneur en eau : (a) modèle numérique discret/théorie selon Richefeu; (b) expérience selon Lu/théorie selon Rumpf d'après [78]. . . . .	104
3.41	Valeur moyenne de la force capillaire en fonction du degré de saturation. . . . .	105
3.42	Evolution de la cohésion en fonction de la teneur en eau selon Rumpf pour différentes tailles de particules, d'après Lu et al.[78]. . . . .	106
3.43	Effet de la taille des grains sur les propriétés macroscopiques des matériaux granulaires non saturés : comparaison entre deux échantillons tels que $d_{50}^b = 10 d_{50}^a$ . . . . .	107
3.44	Comparaison des prédictions du modèle numérique discret avec des résultats expérimentaux de [94] obtenus à partir d'essais de cisaillement sur des assemblages de billes de verre de même dimension. . . . .	108
4.1	(a) Calibration de l'équation de Van Genuchten (équation (1.3)) d'après les résultats du modèle discret; (b) estimation de la pression d'entrée d'air $u_c^e$ selon l'équation de Van Genuchten calée ( $n = 2, 5$ ; $\alpha = 0, 23$ ; $Sr^{res} = 0\%$ ). . . . .	113
4.2	Enveloppes de rupture obtenues pour plusieurs pressions capillaires $u_c$ , décrites en contraintes effectives : (a) $\chi = Sr$ ; (b) $\chi = \left(\frac{u_c}{u_c^e}\right)^{-0.55}$ . . . . .	113
4.3	Evolutions de la cohésion : comparaison entre les résultats du modèle ED et les prédictions de la contrainte effective selon (a) $\chi = Sr$ et (b) $\chi = \left(\frac{u_c}{u_c^e}\right)^{-0.55}$ . . . . .	114
4.4	Volume élémentaire d'un milieu granulaire humide soumis à un chargement extérieur. . . . .	116
4.5	Forces interparticulaires : (a) contact "sec", (b) ménisque capillaire seul, (c) contact "humide". . . . .	117
4.6	Evolutions des composantes axiales respectives des tenseurs $\sigma_{ij}$ , $\sigma_{ij}^{cont}$ et $\sigma_{ij}^{cap}$ pour un chargement triaxial à pression capillaire constante sous $10\text{ kPa}$ de confinement : vérification de la sommation $\sigma_{ij} = \sigma_{ij}^{cont} + \sigma_{ij}^{cap}$ . . . . .	118
4.7	Evolutions des composantes principales axiale $\sigma_1^{cap}$ et latérale $\sigma_2^{cap}$ du tenseur capillaire pour un chargement triaxial à pression capillaire constante sous $10\text{ kPa}$ de confinement : anisotropie induite. . . . .	119
4.8	Evolutions comparées de l'indice de sphéricité $\psi$ (a), de la porosité $n$ (b) et des nombre moyens de contacts $K$ et de ménisques $K_m$ (c) pour un chargement triaxial à pression capillaire constante sous $10\text{ kPa}$ de confinement. . . . .	120



4.9	Distribution des orientations des contacts $P_{cont}(\vec{n})$ et des ménisques capillaires $P_m(\vec{n})$ pour plusieurs niveaux de déformations lors d'un chargement triaxial. .	121
4.10	Orientations des forces de contact $\langle F_{cont.l} \rangle_{\vec{n}}$ et capillaires $\langle F_{cap.l} \rangle_{\vec{n}}$ moyennes pour plusieurs niveaux de déformations lors d'un chargement triaxial.	122
4.11	Evolutions des composantes principales du tenseur capillaire (a) et de son indice de sphéricité (b) pour plusieurs degrés de saturation. . . . .	124
4.12	Courbes caractéristiques donant l'évolution de la contrainte capillaire moyenne lors d'un cycle de drainage-imbibition sous chargement hydrostatique : (a) en fonction de la contrainte capillaire moyenne, (b) en fonction de la teneur en eau.	125
4.13	Essai de mouillage réalisé sur une échantillon isotrope sous un confinement constant égal à 5 kPa. . . . .	127
4.14	Variations de volume engendrées respectivement par une compression mécanique et un mouillage correspondant à une même variation isotrope de la contrainte effective micromécanique $\bar{\sigma}_{cont}$ (5 kPa). . . . .	128
4.15	Evolutions du nombre de coordination engendrées respectivement par une compression mécanique et un mouillage correspondant à une même variation isotrope de la contrainte effective micromécanique $\bar{\sigma}_{cont}$ (5 kPa). . . . .	128
4.16	Vérification hydrostatique de l'équation (4.13). . . . .	129
4.17	Efforts intergranulaires produits par (a) un mouillage, (b) une compression mécanique aux limites. . . . .	129
4.18	Enveloppe de rupture unique décrite selon la contrainte effective intergranulaire $\bar{\sigma}_{cont}$ , obtenue pour des simulations d'essais triaxiaux réalisés à différentes teneurs en eau. . . . .	130
4.19	(a) Evolution de la contrainte capillaire moyenne lors de simulations d'essais triaxiaux réalisés pour différentes teneurs en eau, et (b) mise en relation de la cohésion avec les contraintes capillaires moyenne calculées au pic du déviateur des contraintes. . . . .	131
5.1	Illustration de la superposition des ménisques capillaires via la définition des angles de remplissage $\delta_{ij}$ . $\eta$ est égale au nombre de ménisques superposés. . .	134
5.2	Courbes caractéristiques donnant la relation entre la pression capillaire (a), la contrainte capillaire moyenne (b) ainsi que les variation de volume (c) en fonction du degré de saturation, selon que la fusion des ménisque soit ignorée, binaire ou linéaire lors d'un essai de mouillage complet. . . . .	136
5.3	Courbes caractéristiques donnant la relation entre la contrainte capillaire moyenne (a) ainsi que les variations de volume (b) en fonction du degré de saturation, pour l'hypothèse de fusion binaire des ménisques lors d'un cycle complet de séchage-imbibition. . . . .	137
5.4	Relations entre le coefficient de Bishop $\chi$ et le degré de saturation, obtenues avec le modèle numérique discret lors d'un cycle complet de séchage-imbibition en conditions hydrostatiques. . . . .	139
5.5	Relations entre le coefficient de Bishop $\chi$ et le degré de saturation, obtenues avec le modèle numérique discret pour chacune des hypothèses de fusion des ménisques, et comparées avec les expressions théoriques de Schrefler ( $\chi = Sr$ ) et Khalili ( $\chi = \left(\frac{u_c}{u_c^0}\right)^{-0.55}$ ) (conditions hydrostatiques). . . . .	139
5.6	Estimation de la relation $\chi = f(Sr)$ sur l'ensemble du domaine de non saturation.	141
5.7	Coefficients $\chi$ en fonction du degré de saturation issus de la littérature pour différents type de sols, selon [?]. . . . .	141
5.8	Effets des forces capillaires sur la compaction d'un assemblage, (a) cas sec, (b) cas non saturé : $V_1 < V_2$ . . . . .	144

5.9	Simulation de l'effondrement au remouillage : évolution de la pression capillaire (a), de la porosité (b), et de la contrainte capillaire moyenne (c) en fonction du degré de saturation. . . . .	145
5.10	Simulation de l'effondrement au remouillage : évolution de la porosité (a), de l'indice de quasi-staticité (b) et des nombres moyen de contact et de ménisques par grains (c) en fonction du nombre d'itérations. . . . .	146
5.11	Présentation des cycles de chargement appliqués à l'échantillon numérique initialement métastable (A). . . . .	147
5.12	Cycles de chargement dans le plan hydrostatique ( $u_c, p$ ) réalisés sur un échantillon numérique initialement métastable. . . . .	148
5.13	Définition des courbes d'effondrement $LC$ d'après les différents chemins de chargement appliqués à l'échantillon numérique (figure 5.15) : $LC_{u_c}$ correspond à l'évolution de la courbe initiale $LC_0$ due au remouillage, $LC_p$ à l'évolution de $LC_0$ due à la compression mécanique. . . . .	148
5.14	Déformations volumiques produites par la répétition des cycles de séchage-mouillage sur un échantillon effondré. . . . .	149
5.15	(a) Variations de volume de l'échantillon numérique métastable soumis à plusieurs chemins de chargement dans le plan ( $p, u_c$ ). (b) Résultats expérimentaux obtenus sur une argile compactée selon [? ]. . . . .	150
5.16	(a) Schématisation de la distribution verticale de la pression capillaire dans un massif; (b) illustration par la loi de Jurin : $ u_w^1  <  u_w^2  <  u_w^3  <  u_w^4 $ . . . . .	152
5.17	Modélisation schématique d'une pente granulaire. . . . .	153
5.18	Validation du changement d'échelle : application du facteur $\alpha$ aux forces capillaires d'un échantillon b de taille caractéristique $d_b^{50} = \alpha d_a^{50}$ (b* identifie la transformation). . . . .	154
5.19	Stabilisation sous gravité d'une pente granulaire simulée [? ]. . . . .	155
5.20	Simulation de la remontée de la nappe : (a) état effondré, (b) champ des déplacements lors de l'effondrement (la taille des traits est proportionnelle à la vitesse des particules). . . . .	155
21	Ensemble de configurations de doublet capillaire respectant l'équation de Laplace dans l'espace ( $\Delta u^*, F^*, D^*$ ) pour une valeur du rapport de rayon $r$ . Chaque point correspond à une configuration $\{r, \Delta u^*, D^*, F_{cap}^*, V_m^*, \delta_1, \delta_2\}_{(\theta)}$ . . . . .	167
22	Schématisation du principe de l'interpolation linéaire. . . . .	169







---

Introduction générale

---

De par son omniprésence et la pluralité de ses formes dans notre environnement, la matière granulaire suscite l'intérêt de nombreuses communautés scientifiques, que ce soit celles des mécaniciens du solide, des mécaniciens des sols, ou même encore des physiciens de la matière condensée. En effet, à travers leur caractère divisé, les milieux granulaires ont un comportement global qui trouve ses origines à l'échelle des interactions entre les particules. L'interprétation des mécanismes mis en jeu est donc rendue possible, et leur modélisation assez facilement envisageable. Seulement, même les matériaux pulvérulents les plus simples, où n'interviennent que des interactions de contacts et de frottement entre les grains, peuvent présenter des comportements complexes du fait du grand nombre de particules mises en jeu. Par exemple, les phénomènes de ségrégations, d'avalanches, de répartition des forces ou d'écoulements font encore l'objet d'un important effort de recherche, en perpétuelle évolution depuis les premières études consacrées, initiées par Coulomb au *XVIII<sup>e</sup>* siècle.

Depuis une trentaine d'années, le développement de nouveaux outils numériques, basés expressément sur l'aspect divisé des matériaux, a ouvert de nouvelles voies vers la compréhension des mécanismes impliqués. Les méthodes aux éléments discrets (DEM), telles qu'elles furent introduites par Cundall et Strack à la fin des années soixante-dix [27], offrent ainsi des possibilités sans cesse croissantes quant à la simulation des milieux granulaires. En effet, de par leur nature discrète, les méthodes DEM permettent l'accès à des informations locales complémentaires, dont la richesse d'exploitation est tout à fait intéressante pour l'étude du comportement des assemblages de grains. En outre, la modélisation étant fondée sur la description des interactions entre chacune des particules constituant le milieu, la retranscription de phénomènes physiques spécifiques est rendu possible via la définition de lois locales correspondantes. D'ailleurs, si l'essentiel des travaux développés jusqu'à présent concernent surtout les milieux pulvérulents purement frottants [14], ces dernières années ont vu l'adaptation de lois d'interactions plus complexes [51; 64; 95], élargissant ainsi le champ d'application des méthodes discrètes aux matériaux poreux multiphasiques, éventuellement cohésifs, jusqu'alors principalement étudiés dans le cadre de la mécanique des milieux continus.

Dans ce contexte, les travaux présentés dans cette thèse s'intéressent à la modélisation du comportement de milieux granulaires au sein desquels la présence conjuguée des phases solide, liquide et gazeuse génère des mécanismes de cohésion capillaire. L'intérêt principal de cette étude tient dans le fait que la matière ainsi traitée, bien qu'idéalisée, est dans une configuration proche de l'état dans lequel on peut la trouver à l'état naturel, en interaction avec l'humidité ambiante de son environnement. A travers une modélisation discrète des phénomènes capillaires mis en jeu, nous verrons donc comment la présence d'eau interstitielle et les mécanismes de cohésion interparticulaires associés peuvent influencer le comportement global des matériaux partiellement saturés.

Cette approche, au contraire des approches phénoménologiques classiques, nous permettra d'apporter un point de vue original sur des concepts généralement formulés dans le cadre de la mécanique des milieux continus, en leur attribuant des mécanismes microscopiques identifiables. De nouveaux éclaircissements pourront ainsi être avancés concernant l'hystérésis de la rétention d'eau ou bien encore les origines de la cohésion macroscopique des matériaux granulaires humides, alors qu'une analyse micromécanique complémentaire nous permettra de discuter le concept de contrainte effective, dont l'extension aux matériaux non saturés reste, encore à ce jour, sujet à controverses.

Bien entendu, la modélisation proposée est limitée aux faibles teneurs en eau pour lesquelles la phase liquide est distribuée de façon discontinue dans l'espace poral (le régime pendulaire),

mais, étant donné les nombreux enjeux associés à la transition d'un état partiellement saturé, à un état complètement saturé, il semble essentiel de pouvoir s'y intéresser. Nous proposerons donc également une méthode capable de simuler les phénomènes d'effondrement associés à cette transition, pouvant trouver des applications directes en ingénierie civile ou dans la prévision des risques naturels.

A ce niveau, il est important de signaler que, si les travaux ont ici été développés principalement dans le cadre de la mécanique des sols et du Génie Civil, ils peuvent néanmoins être étendus à d'autres domaines concernés par le traitement de la matière granulaire sous forme de poudres et de grains, que ce soit dans les industries métallurgique et de procédés, dans l'industrie pharmaceutique, ou bien encore, dans l'agro-alimentaire.

Ce mémoire comporte cinq chapitres.

Le premier chapitre est consacré à l'introduction de la problématique de l'étude. Dans une première partie, à travers le cas des sols non saturés, nous proposons une description des propriétés hydro-mécaniques des milieux granulaires multiphasiques, ainsi qu'une analyse microscopique des phénomènes à l'origine du comportement global des matériaux. La deuxième partie est quant à elle dévolue à la présentation de l'approche multi-échelle qui a servi de base à l'ensemble de nos travaux. Le principe et les possibilités des Méthodes DEM quant à la simulation du comportement des milieux granulaires sont introduits, et les résultats majeurs concernant leur adaptation aux matériaux humides sont finalement présentés.

Le chapitre 2 contient les principaux fondements de nos travaux, puisqu'il est dévolu à la description du modèle micromécanique développé et utilisé tout au long de la thèse. Les hypothèses et les choix qui nous ont conduit à l'établissement d'une loi d'interaction interparticulaire représentative des phénomènes de capillarité sont développés, et une validation des capacités du modèle à l'échelle des grains est également proposée.

Le chapitre 3 constitue l'axe central de ce mémoire puisqu'il est entièrement dédié à la validation macroscopique du modèle. Nous verrons comment, en soumettant des assemblages de grains élémentaires à des chemins de sollicitation classiques de la mécanique des sols, le comportement des milieux granulaires partiellement saturés peut être simulé. En s'appuyant sur la représentativité de la modélisation, les propriétés de rétention d'eau et de résistance au cisaillement des matériaux humides sont investiguées, les analyses mettant notamment en avant l'influence de la distribution du liquide sur le comportement global des assemblages.

Dans le chapitre 4, une analyse micromécanique du comportement des milieux partiellement saturés est proposée. Les techniques de l'homogénéisation sont utilisées afin d'étudier les contraintes mécaniques associées à la phase liquide. Un tenseur capillaire est mis en évidence et sa dépendance forte vis-à-vis de la texture du milieu granulaire démontrée. Par ailleurs, l'existence d'une contrainte effective généralisée est investiguée sur des bases microstructurales.

Le chapitre 5 est consacré à l'extension du modèle micromécanique sur l'ensemble du domaine non saturé. Plus particulièrement, nous présenterons les capacités du modèle à reproduire les phénomènes d'effondrement observés au remouillage des matériaux non saturés, ainsi que les nombreuses possibilités offertes quant à la compréhension des mécanismes microstructuraux associés.





# CHAPITRE 1

---

Étude bibliographique

---

## 1.1 Les milieux granulaires non saturés - cas des sols

D'une manière générale, un sol est un milieu complexe formé de sable, de limon, d'argile et - dans le cas des sols de surface - de matière organique. Par nature, il s'agit donc d'un milieu fortement hiérarchisé dont les échelles structurales peuvent varier du micromètre au centimètre, sinon plus. Dès lors, comment savoir dans quelles conditions un sol peut être valablement assimilé à un milieu granulaire simple, tel que son comportement soit régi par des interactions de solides en contact ? Si la question ne se pose pas pour les sols sableux, il est évident qu'il n'en va pas de même dans le cas des sols riches en argiles pour lesquels la pertinence de l'analogie se doit d'être vérifiée. En effet, il semble plutôt inadapté de vouloir considérer des mélanges argile-eau aux comportements physico-chimiques complexes comme de simples assemblages granulaires. Il faut donc préciser que, si le parallélisme est fait dans ce travail de thèse, cela tient plus d'un contexte d'étude où le sol est vu comme un milieu poreux dans lequel l'eau interstitielle interagit avec la structure matricielle granulaire. Il se trouve en fait que, à condition de choisir la bonne échelle, la notion de grains reste généralement admissible, même dans le cas des sols très fins d'origine argileuse. Tout se passe finalement comme si l'assemblage granulaire constituait un système de référence dont on étudierait les perturbations liées à la présence d'eau, et l'on verra d'ailleurs que, suivant sa cohabitation avec l'air dans les pores, les implications en terme de comportement offrent une grande plage de variation.

### 1.1.1 Mécanique des sols non saturés

L'objet de cette section est de fournir les éléments de base de la mécanique des sols non saturés, afin de permettre au lecteur de comprendre et assimiler le contexte de l'étude et les différents outils qui seront développés tout au long de ce manuscrit.

#### 1.1.1.1 L'eau dans les sols non saturés

L'état et le comportement des sols sont très sensibles à la quantité d'eau qu'ils contiennent. Ainsi, au même titre que la teneur en eau  $w$ , définie comme le rapport entre le poids de liquide  $m_l$  et le poids du solide  $m_s$  contenus dans le sol ( $w = \frac{P_l}{P_s}$ ), le degré de saturation  $Sr$  est généralement introduit comme indicateur de la proportion d'eau en condition de non saturation.  $Sr$  est défini par le rapport entre le volume de liquide  $V_l$  et le volume des vides  $V_v$  du matériau :

$$Sr = \frac{V_l}{V_v} \quad (1.1)$$

avec  $V_v$  égal à la différence entre le volume total du sol  $V$  et le volume des grains solides  $V_s$ .

$Sr$  peut varier entre 0 et 1, ce qui rend possible de nombreuses combinaisons de comportement au matériau selon la cohabitation de l'eau et de l'air dans ses pores. Par exemple, ce sont les variations de teneur en eau qui sont à l'origine des phénomènes de retrait ou de gonflement des sols de surface, souvent problématiques dans le cadre des constructions du génie civil étant donné les phénomènes de fissuration et de soulèvements associés.

De manière générale, l'eau peut se trouver dans de nombreux états différents dans les milieux divisés comme les sols, mais deux grandes distinctions peuvent être faites : l'eau interfaciale

dont les propriétés dépendent de la proximité d'une surface solide, et l'eau capillaire qui est liée à la présence et à la forme d'une interface liquide-air.

- l'eau interfaciale peut être l'eau de constitution qui entre dans la composition chimique des matériaux, ou l'eau liée (également désignée comme eau adsorbée) que l'on trouve à la surface des grains très fins. Elle est généralement orientée par les forces d'attraction moléculaire et les forces électrostatiques.
- l'eau capillaire est tout simplement l'eau contenue dans les pores (elle contient donc également une fraction d'eau interfaciale au niveau des surfaces solides).

Ces états de l'eau dans les pores sont directement dépendant de la nature minéralogique des particules ainsi que de leurs dimensions. Par exemple, dans les sols fins argileux, étant donné l'attraction physico-chimique exercée par les argiles sur les molécules d'eau l'eau peut se trouver dans les deux états indiqués ci-avant. Par contre, dans les sables, il n'y a pas d'eau de constitution, et l'eau liée n'existe que si les aspérités de surface des particules sont suffisamment marquées pour permettre son "adsorption".

La principale question est donc de savoir comment l'eau va se distribuer au sein de la structure du milieu en fonction de sa teneur en eau. Si l'on considère un milieu initialement sec dont on augmente progressivement la teneur en eau, celui-ci va transiter par plusieurs régimes hydriques selon la distribution du liquide (fig 1.1).

Ainsi, pour les très faibles teneurs en eau pour lesquelles l'eau est principalement présente sous forme liée ou adsorbée, on parle de régime hygroscopique (a) ; comme précisé ci-avant, ce régime est quasiment inexistant pour les sols granulaires comme les sables ou les limons. Avec l'augmentation de la teneur en eau, du fait des phénomènes de tension superficielle aux interfaces eau/air, des ponts liquides vont se former entre les grains. Tant que la phase liquide reste discontinue au sein du milieu, c'est le régime pendulaire (b), si l'augmentation du volume d'eau est telle que les ponts liquides fusionnent pour former une phase liquide continue, il s'agit du régime funiculaire (c). Enfin, avant d'arriver à la saturation complète du matériau, le sol passe par un régime pour lequel ses pores sont totalement remplies par l'eau capillaire dans laquelle l'air n'est présent que sous forme de bulles : le régime capillaire (d).

L'hygrométrie des sols est généralement estimée à travers l'établissement de leurs courbes de rétention, également désignées comme les courbes caractéristiques "sol-eau" car elles constituent en elles-mêmes des courbes représentatives de leur propriétés mécaniques. En effet, celles-ci permettent de déterminer leur capacité à attirer et retenir l'eau qui est intrinsèquement liée à leur structure et, par conséquent, à l'histoire de leur chargement. En pratique, ces courbes sont obtenues en soumettant un échantillon de sol à un cycle de drainage-imbibition

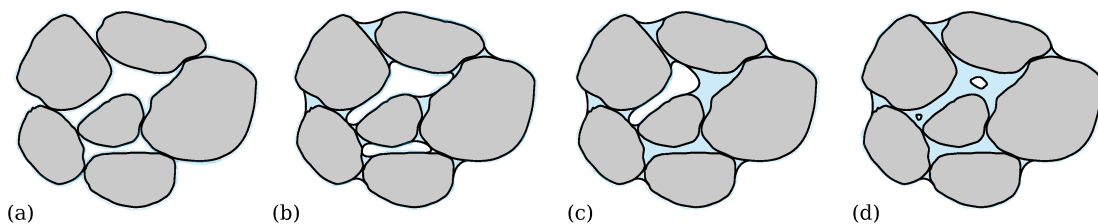


FIG. 1.1 – Schématisation des différents états de l'eau dans un sol : (a) régime hygroscopique, (b) régime pendulaire, (c) régime funiculaire, (d) régime capillaire.

grâce au contrôle de la différence de pression entre ses phases liquide et gazeuse. Cette différence de pression ( $u_a - u_w$ ) entre l'air et l'eau, malgré l'universalité de sa définition, fait souvent l'objet de confusion sémantique, les termes de succion et de pression capillaire étant indifféremment utilisés. Afin d'établir des bases claires pour la suite de ce travail, il est nécessaire de rappeler ici quelques définitions concernant ces deux termes.

Initialement, la succion a été définie comme la dépression nécessaire (dans un système isotherme) pour amener le potentiel de l'eau libre à la même valeur que celui de l'eau contenue dans un échantillon de sol libéré de toute contrainte extérieure [112]. Seulement, selon que l'eau libre mise en contact avec l'échantillon est pure ou identique à celle effectivement contenue dans ses pores, on mesurera deux valeurs différentes de succion :

- dans le premier cas (eau pure), la différence de pression ( $u_a - u_w$ ) mesurée correspondra effectivement à la succion totale  $s$  dans le sol.
- dans le second cas (eau du sol en place), étant donné l'action complémentaire des sels dissous dans l'eau, on ne mesurera que la succion matricielle  $s'$ , la différence  $s'' = s - s'$  représentant la contribution dues aux phénomènes d'osmose (ce sont ces phénomènes qui permettent aux plantes d'absorber les nutriments du sol).

Par la suite, pour éviter tout risque de confusion, la différence  $u_a - u_w$  sera donc désignée comme la pression capillaire, et nous la noterons  $u_c$ .

$u_c$  est directement reliée à l'humidité relative ambiante  $h$  (définie comme le rapport de la pression partielle de vapeur d'eau sur la pression de vapeur saturante correspondant au changement de phase liquide-gaz) par une des relations fondamentales de la thermodynamique, la loi de Kelvin :

$$u_c = u_a - u_w = \frac{RT}{gM} \ln(h) \quad (1.2)$$

où  $R$  est la constante molaire des gaz ( $R = 8,3143 \text{ J.mol}^{-1}.K^{-1}$ ),  $T$  la température thermodynamique,  $M$  la masse molaire de l'eau ( $M = 18,016 \text{ g.mol}^{-1}$ ) et  $g$  l'accélération due à la pesanteur ( $g = 9.81 \text{ m.s}^{-2}$ ).

Outre le fait que  $h$  soit une fonction de la température, l'équation (1.2) indique qu'une valeur de  $u_c$  donnée impose une humidité relative qui correspond, par conséquent, à une valeur donnée de teneur en eau pour un échantillon de sol. L'application de paliers de pression capillaire, croissants dans le cas d'un séchage, ou décroissants dans le cas d'un mouillage, permet dès lors l'obtention des courbes reliant la teneur en eau  $w$  du sol à la pression capillaire  $u_c$ .

La figure 1.2 présente les courbes de rétention obtenues par Cronney [23] sur un sable argileux. On peut noter, tout d'abord, que le chemin parcouru lors du séchage n'est pas superposé à celui parcouru lors du remouillage. Ce phénomène d'hystérésis est typique des milieux poreux : il n'existe pas de relation unique entre la pression capillaire et la teneur en eau, celle-ci dépend du chemin hydrique parcouru et par conséquent de l'histoire du matériau. Les origines de cette hystérésis sont multiples comme illustré sur la figure 1.3. La principale cause en est la connection en série ou en parallèle des pores (figure 1.3(a) et 1.3(b)), aussi référencés comme "ink-bottle effect", qui conduisent à des teneurs en eau plus importante dans le cas d'un séchage que d'un remouillage, mais les effets liés à la différence entre l'angle de contact au séchage et l'angle de contact au remouillage (figure 1.3(c)) ont également leur importance. Les courbes caractéristiques donnent ainsi une indication sur la porosité du milieu : plus la porosité sera élevée, plus l'hystérésis sera marquée. Par conséquent, elles sont très dépendantes de la distribution granulométrique du matériau. Par exemple, on peut facilement imaginer qu'un

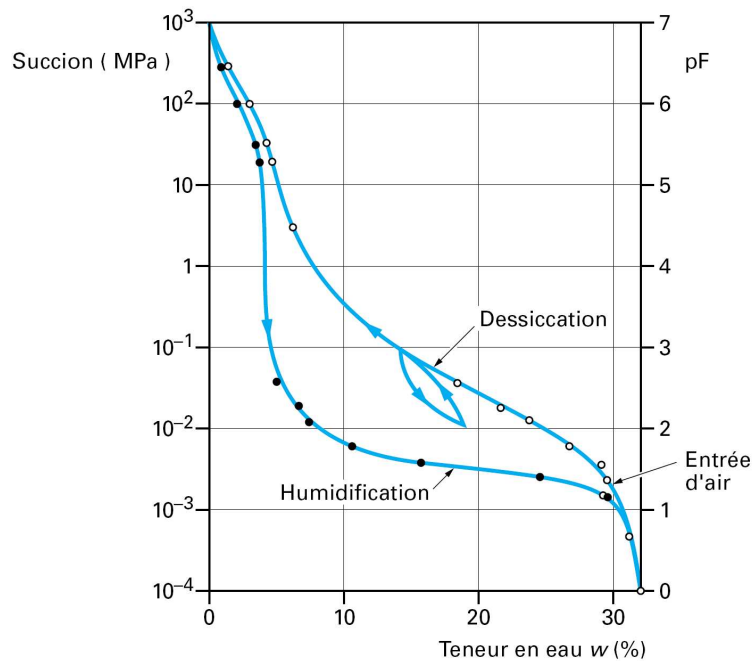


FIG. 1.2 – Courbe de rétention d’eau sur un sable argileux selon Crooney [23], d’après [32], .

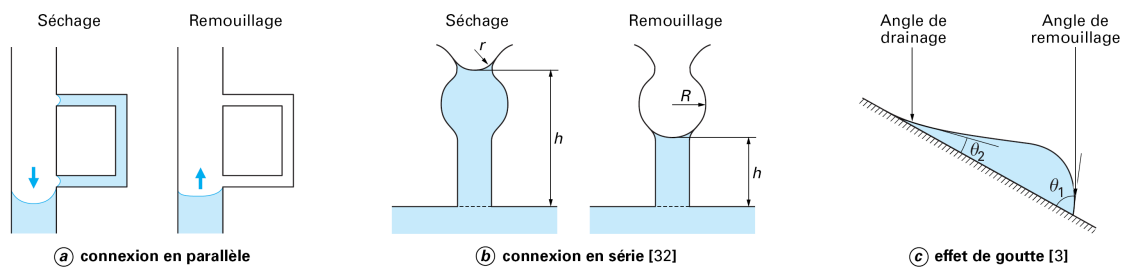


FIG. 1.3 – Mécanismes invoqués pour l’hystérésis des courbes de rétention d’eau d’après [32].

sable bien classé possédant une distribution très serrée de ses pores intergranulaires, se videra beaucoup plus rapidement qu’une argile à granulométrie étalée dont les pores seront affectés progressivement suivant leur taille (figure 1.4). Ainsi, lors d’un séchage, la pression capillaire à affecter pour faire apparaître les premières bulles d’air dans un sol (appelée pression d’entrée d’air, cf. figure 1.2) sera d’autant plus élevée que le réseau de ses pores sera complexe et étriqué. De la même façon, l’effet de la compacité sur les courbes est également facilement interprétable. En effet, un sable plus dense aura une teneur en eau à saturation plus faible et le vidage des pores mobilisera des pressions capillaires plus fortes.

Parce qu’elles donnent des indications essentielles sur les propriétés des sols, la prédiction des courbes de rétention d’eau ont fait, et font encore, l’objet de nombreuses recherches. A l’heure actuelle, le modèle de référence pour l’obtention des courbes de rétention d’eau est celui proposé par Van Genuchten [111] dans les années quatre-vingt. Ce modèle constitue une référence car il permet l’obtention d’une relation  $(S_r, u_c)$  à partir de deux uniques paramètres  $\beta$  et  $n$  :

$$S_r = S_r^{res} + (1 - S_r^{res}) \left( \frac{1}{1 + [\beta u_c]^n} \right)^{(1 - \frac{1}{n})} \quad (1.3)$$

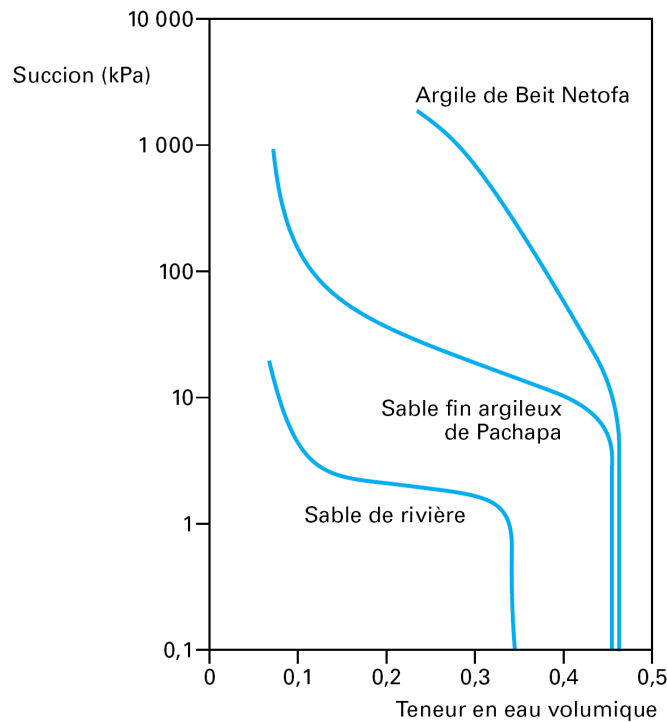


FIG. 1.4 – Courbes de séchage pour différents types de sols selon [23], d'après [32].

et du degré de saturation résiduel  $Sr^{res}$  correspondant à l'eau de constitution du matériau, persistente quelque soit le niveau de pression capillaire appliqué. Par contre, l'hystérésis de la rétention d'eau ne peut pas être prise en compte.

Comme nous l'avons vu, il n'existe pas de relation unique entre la pression capillaire et la teneur en eau des sols non saturés. La zone comprise entre les deux courbes de drainage et d'imbibition pouvant être facilement atteinte par un sol soumis à des cycles d'humidité climatiques, la connaissance du profil de teneurs en eau d'un massif n'est, par conséquent, pas suffisante pour en déduire la pression capillaire correspondante. Sachant que le comportement des sols dépend directement de leur teneur en eau et de l'histoire de leur chargement, on mesure aisément les difficultés supplémentaires induites par cette hystérésis dans la prévision de leur comportement mécanique.

### 1.1.1.2 Bases expérimentales du comportement des sols non saturés

Pendant longtemps, en raison des difficultés à la fois expérimentales et d'interprétation des mesures impliquées par les effets de la saturation partielle, la mécanique des sols s'est principalement limitée à l'étude des sols secs et saturés. Dans un tel contexte, l'aspect polyphasique solide-liquide-gaz des sols n'était pris en compte que pour des applications spécifiques, comme les matériaux compactés des remblais et barrages, et ce, uniquement au travers d'essais empiriques. Pourtant, outre leur évidente dépendance vis-à-vis de la nature minéralogique des particules constitutantes, les déformations et la résistance des sols non saturés sont directement influencées par l'état du sol et la cohabitation eau-air dans ses pores (porosité, degré de saturation, pressions de l'eau, pression du gaz, contraintes extérieures). La description du comportement mécanique sous la forme d'une relation entre les charges (contraintes, pressions) et

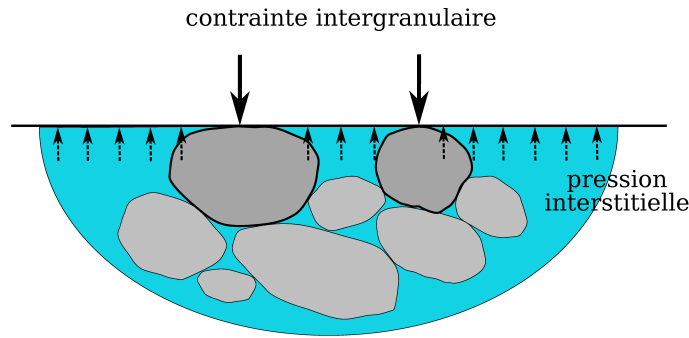


FIG. 1.5 – Principe de contraintes effectives dans un sol saturé.

la déformation du sol s'appuie donc nécessairement sur des essais dans lesquels les contraintes et la pression capillaire peuvent être contrôlées. Ces essais sont généralement réalisés sur des appareils dérivés de ceux classiquement utilisés en laboratoire (oedomètre, appareil triaxial, boîte de cisaillement) auxquelles ont été ajoutées des techniques de contrôle de la pression capillaire.

Deux principales méthodes ont été développées : (1°) la technique dite de "translation d'axes" ([9]) qui consiste à appliquer une pression d'air contrôlée au sein de l'échantillon tout en gardant la pression d'eau nulle, et (2°), la technique osmotique ([66]), où la composition de la solution aqueuse dans laquelle est placé l'échantillon contrôle la pression de l'eau via les échanges moléculaires entre l'eau contenue dans l'échantillon et celle de la solution (c'est la concentration en polyéthylène glycol, ou PEG, de la solution qui fixe la pression de l'eau).

A noter, dans les deux cas, les variations volumiques entraînent des essais nécessairement plus lents du fait des phénomènes d'échange et d'uniformisation des pressions impliquées.

D'un point de vue descriptif, les premiers auteurs abordant la mécanique des sols non saturés ont tenté d'adapter le concept de contrainte effective de Terzaghi [109]. Ce concept, déjà bien admis et vérifié dans le cas des sols saturés, stipule que "la contrainte effective est une fonction de la contrainte totale et de la pression interstitielle de l'eau, contrôlant les effets mécaniques dus à une modification de l'état de contrainte auquel est soumis un élément de sol" :

$$\sigma' = F(\sigma, u_w) = \sigma - u_w \quad (1.4)$$

les effets d'une telle modification pouvant se mesurer par le biais des variations de volume ou de la résistance au cisaillement du sol. Dans le cas des sols saturés, la grandeur physique  $u_w$ , qui est positive ou nulle, est effectivement une contrainte isotrope qui agit dans l'eau et le solide avec la même intensité, dans toutes les directions (figure 1.5). Il est d'ailleurs bien admis que le comportement d'un sol saturé est identique à celui d'un sol sec à condition d'exprimer les résultats en fonction des contraintes effectives de Terzaghi. Comme nous allons le voir, ceci est beaucoup moins évident pour les sols non saturés. De nombreuses tentatives d'élargissement du concept de contrainte effective ont été effectuées dans les années 50 [7; 2; 62], toutes aboutissant à des conclusions divergentes. Finalement, après avoir montré expérimentalement la dépendance du comportement d'un sol non saturé vis-à-vis des grandeurs  $(\sigma - u_a)$  et  $(u_a - u_w)$ , Bishop et Blight [8] ont proposé une première expression de la contrainte effective adaptée aux cas non saturé :

$$\sigma'_{ij} = \sigma_{ij}^* + \chi(u_a - u_w)\delta_{ij} \quad (1.5)$$



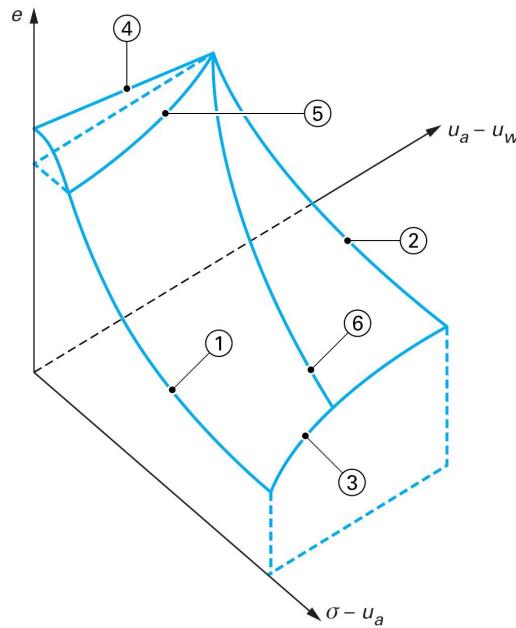


FIG. 1.6 – Surface d'état  $e = F(\sigma - u_a, u_a - u_w)$  de Matyas et Radhakrisha [82], d'après [31].

avec

$$\sigma_{ij}^* = \sigma_{ij} - u_a \delta_{ij} \quad (1.6)$$

la contrainte nette, et  $\chi$  le coefficient de Bishop dont la valeur, comprise entre 0 et 1, est une fonction du degré de saturation  $Sr$  du matériau ( $\chi = 1$  pour un sol saturé, et  $\chi = 0$  pour un sol sec).

Toutefois, des vérifications expérimentales [63] ont fait apparaître un certain nombre de limitations à cette relation lorsque les aspects volumiques sont effectivement déterminants, notamment dans la description des phénomènes d'effondrement qui caractérisent souvent les sols non saturés. En effet, sous charges extérieures constantes, un échantillon de sol compacté à pression capillaire ou teneur en eau constante soumis à un remouillage (annulation de la pression capillaire, cf. courbes caractéristiques du chapitre précédent) a tendance à s'effondrer sous son propre poids alors que, d'après l'équation (1.5), celui-ci devrait, par définition, augmenter de volume du fait de la diminution de contrainte effective générée (voir section suivante).

Dans l'impossibilité de décrire complètement le comportement des sols non saturés à l'aide d'une contrainte effective unique, de nombreux auteurs, à l'image de Coleman [21], ont proposé de considérer indépendamment les variables contrainte nette ( $\sigma - u_a$ ) et pression capillaire ( $u_a - u_w$ ) afin d'observer expérimentalement leur effet sur des grandeurs telles que l'indice des vides  $e$  ou la résistance à la rupture. Certains auteurs ont d'ailleurs défini des surfaces d'état liant l'indice des vides  $e$ , la contrainte nette ( $\sigma - u_a$ ) et la pression capillaire ( $u_a - u_w$ ). La figure 1.6 représente par exemple la surface d'état :

$$e = F(\sigma - u_a, u_a - u_w) \quad (1.7)$$

de Matyas et Radhakrishna [82] obtenue par mesure des variations de volume d'échantillons soumis à des contraintes isotropes. Les six chemins illustrés sur celle-ci représentent respectivement :

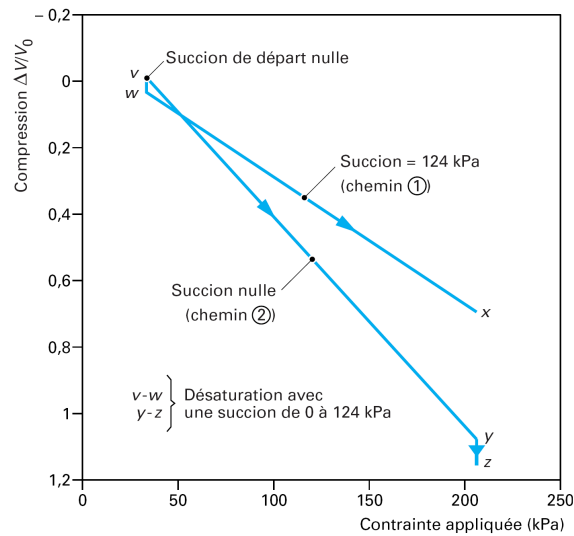


FIG. 1.7 – Influence du chemin suivi sur les variations volumiques d'un échantillon d'après [31].

- 1 - la consolidation du sol saturé.
- 2 - la compression en condition de non saturation, à pression capillaire constante.
- 3 - la saturation sous charge constante.
- 4 - le gonflement sous charge nulle.
- 5 - la saturation à volume constant.
- 6 - la compression à teneur en eau constante.

et permettent de suivre effectivement les effets de la saturation partielle sur les variations volumiques pour des chemins de chargement, de déchargement, de drainage et d'imbibition, pour autant que l'évolution appliquée soit monotone. En première approximation, on peut d'ailleurs y retrouver certains traits de comportement particuliers, comme le phénomène de retrait-gonflement propre aux sols superficiels soumis à des variations du niveau de la nappe phréatique (chemin 4), ou la diminution de la compressibilité du sol (sa rigidification) lorsque celui-ci sèche (chemin 1 et 2). A noter, l'effondrement au remouillage présenté sur le chemin 3 ne peut être observé que si la contrainte sous laquelle il est effectué est supérieure à la contrainte de gonflement définie par l'intersection du chemin 5 sur le plan  $(\sigma - u_a)$ , en-dessous, le remouillage engendre un gonflement (chemin 4). De plus, cette surface est conditionnée par le sens de variation des chargement : en joignant de deux façons différentes deux points de l'espace  $(\sigma - u_a, u_a - u_w)$ , on obtient des variations de volume différentes. La figure 1.7, tout en confirmant qu'une augmentation de la pression capillaire diminue la compressibilité du matériau, montre en effet l'influence du chemin suivi et donc de l'histoire du matériau sur son comportement comme il a déjà été noté dans la section précédente.

En terme de résistance au cisaillement, le développement des essais de laboratoire a permis de nombreuses avancées dans la caractérisation du comportement des sols non saturés.

En petites déformations ( $\varepsilon < 10^{-5}$ ), il est maintenant bien vérifié que leur comportement est élastique non linéaire, fonction de la contrainte moyenne et du degré de saturation. Wu, par exemple, grâce à des essais réalisés à l'aide de colonnes résonnantes de torsion sur un

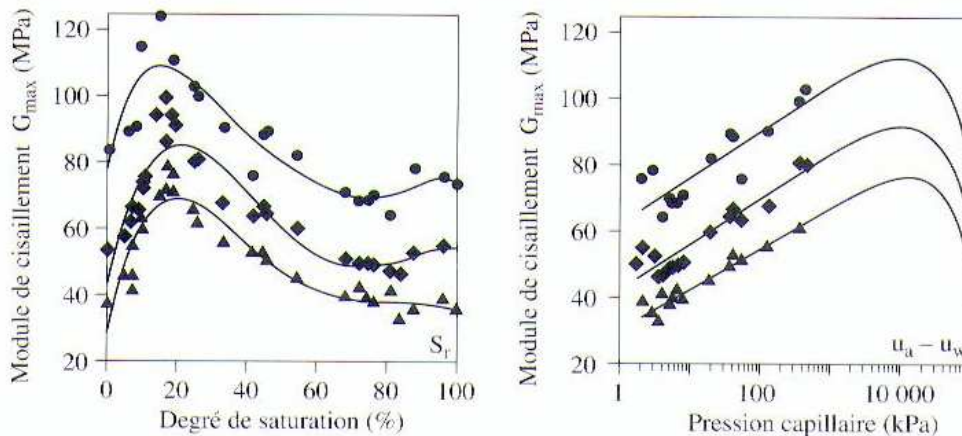


FIG. 1.8 – Module de cisaillement maximal d'un sable en petites déformations en fonction du degré de saturation (a) et de la pression capillaire (b) pour trois pressions de confinement [113], d'après [90] .

sable [113], a mis en évidence un maximum du module de cisaillement élastique pour un degré de saturation de l'ordre de 15 à 20 % (1.8(a)), alors que, retracés en fonction de la pression capillaire (1.8(b)), les résultats montrent une augmentation plus ou moins linéaire de la rigidité en fonction du logarithme de  $u_c$ . On peut noter que, à partir d'un niveau maximum de pression capillaire, il y a un retour à zéro de la courbe. Ce point constitue une caractéristique propres aux sols pulvérulents, ceux-ci devenant complètement secs pour les très forts niveaux de pression capillaire. Dans le cas d'un sol argileux, l'augmentation devrait se poursuivre jusqu'aux plus hautes pressions du fait de la présence d'eau de constitution et des actions physico-chimiques associées.

En grandes déformations, les résultats sont généralement exprimés en termes d'évolution de la cohésion et de l'angle de frottement en fonction de la pression capillaire ou de la teneur en eau comme illustré sur les figures 1.9, 1.10 et 1.11.

Premièrement, et ceci est généralement aussi bien observé pour les sables que pour les argiles, l'augmentation de la pression capillaire a tendance à renforcer les matériaux, la cohésion engendrée étant d'ailleurs d'autant plus importante que la pression capillaire est élevée (figure 1.9).

En outre, si la linéarité des critères de rupture dans le plan  $(p, q)$  est généralement vérifiée, la non linéarité de l'augmentation de la cohésion avec la pression capillaire est également plutôt bien admise (figure 1.10). Par ailleurs, le déviateur des contraintes maximal semble tendre vers une asymptote horizontale dont l'intensité est inversement proportionnelle à la taille des particules du matériau comme le suggèrent les résultats comparés entre un limon et une argile. En revanche, l'angle de frottement  $\Phi$  n'augmente pas toujours avec la pression capillaire comme le montre la figure 1.11, la tendance semblant être à l'augmentation pour les sols plutôt plastiques, et denses et à la diminution pour les sols peu plastiques et lâches.

Les essais expérimentaux ont permis d'adapter les critères de résistance au cisaillement déjà validés pour les sols saturés ou secs. Ainsi, malgré les évidentes lacunes du concept de

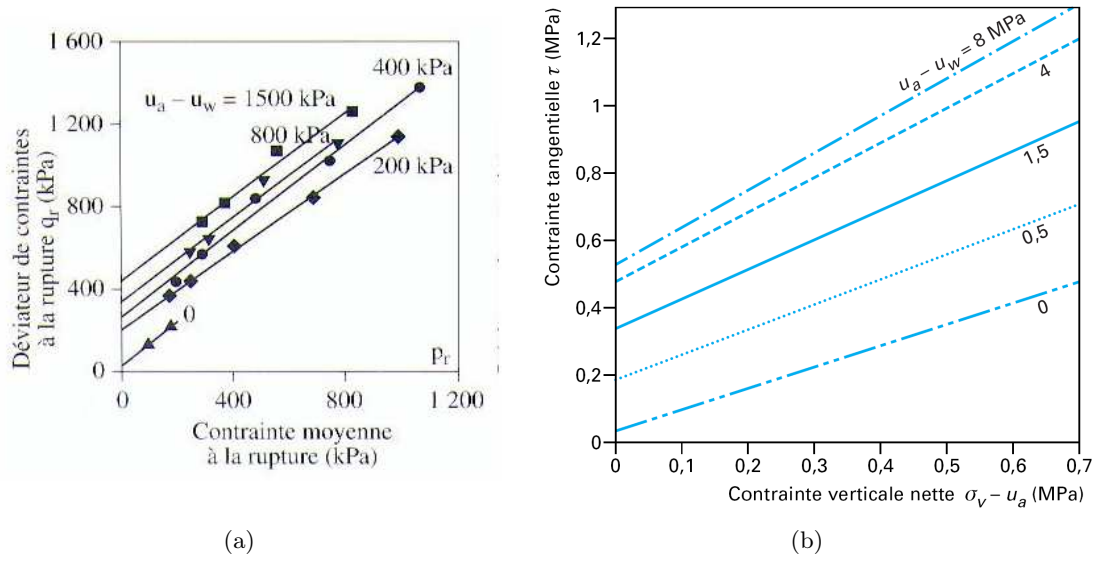


FIG. 1.9 – Résistance au cisaillement d’un limon (a) [25], et d’une argile rouge (b) [42].

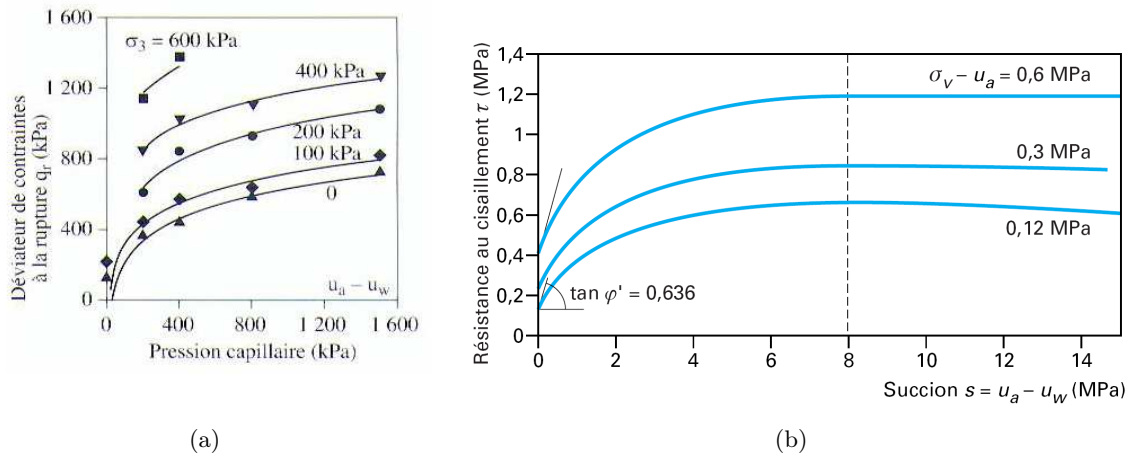


FIG. 1.10 – Non-linéarité de l’ensemble des points de rupture dans un diagramme  $(\tau_{max}, u_a - u_w)$  sur un limon (a) [25], et une argile rouge (b) [42].

contrainte effective, un critère de type Mohr-Coulomb amélioré a été proposé à partir de l’hypothèse de Bishop :

$$\tau = c' + \sigma' \tan \Phi' = c' + (\sigma - u_a) \tan \Phi' + (u_a - u_w) \chi \tan \Phi' \quad (1.8)$$

avec  $\chi$  une fonction du degré de saturation  $Sr$  du matériau, tel que :

$$\chi = \begin{cases} 0 & \text{si } Sr = 0 \\ 1 & \text{si } Sr = 1 \end{cases} \quad (1.9)$$

Le plus souvent,  $\chi$  est pris égal à  $Sr$  comme préconisé par Schrefler [104], mais, étant évident que celui-ci dépend de la microstructure du matériau, les auteurs ont essayé de développer des expressions de  $\chi$  s’y rapportant. Ainsi, Khalili et Khabbaz [67], après avoir exploité plusieurs

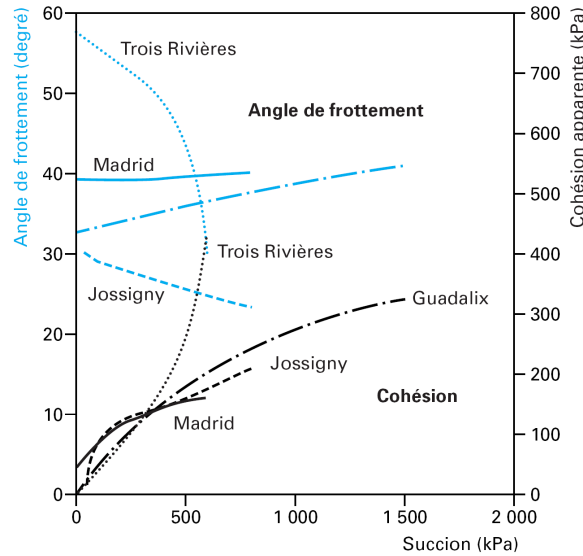


FIG. 1.11 – Variations de la cohésion apparente et de l’angle de frottement avec la pression capillaire pour différents sols d’après [31].

données expérimentales publiées dans la littérature ont proposé l’expression suivante :

$$\chi = \left( \frac{(u_a - u_w)}{(u_a - u_w)_e} \right)^{-0.55} \quad (1.10)$$

où  $(u_a - u_w)_e$  correspond à la pression capillaire d’entrée d’air pour laquelle les premières bulles apparaissent dans le liquide (cf. figure 1.2), ce qui permet de prendre en compte indirectement un effet lié à la microstructure.

Fredlund et al.[48], pour leur part, ont défini un critère de rupture dans lequel est introduit un deuxième angle de frottement  $\Phi^b$  censé quantifier l’augmentation de la résistance avec la pression capillaire :

$$\tau = c' + (\sigma - u_a)\tan\Phi' + (u_a - u_w)\tan\Phi^b \quad (1.11)$$

On peut remarquer que si  $\Phi^b$  est constant, l’expression (1.10) implique une augmentation linéaire de la résistance avec la pression capillaire. Or, comme présenté précédemment sur la figure 1.10, ceci n’est pas conforme à la réalité. Fredlund et al. proposent donc un critère bi-linéaire tel que  $\Phi^b = \Phi'$  pour les faibles valeurs de succion inférieures à la pression d’entrée d’air et  $\Phi^b$  constant au-delà.

Du fait de leur état de saturation variable, le comportement des sols non saturés est beaucoup plus complexe que celui des sols saturés. En effet, un certain nombre de phénomènes sont directement reliés à la pression capillaire qui gouverne directement le degré de saturation d’un sol. Ainsi, contrairement aux sols saturés dont le comportement est assimilable à celui de matériaux élastoplastiques écrouissables, les caractéristiques plastiques des sols non saturés nécessitent la prise en compte de nouvelles variables dans la définition des modèles de comportement.

### 1.1.1.3 Plasticité : l'exemple du modèle "de Barcelone"

Si le concept de contrainte effective peut être envisagé dans le cas où l'on s'intéresse au comportement élastique des sols non saturés, l'approche en variables indépendantes s'impose par contre dès qu'il est nécessaire de considérer les déformations plastiques et l'écroutissement. Parmi les trois combinaisons possibles entre  $\sigma$ ,  $u_a$  et  $u_w$ , le choix le plus répandu consiste à coupler la contrainte nette ( $\sigma - u_a$ ) et la pression capillaire  $u_c = (u_a - u_w)$ , l'intérêt de cette dernière résidant dans la possible prise en compte des effets d'hystérésis liés à l'eau, complètement déterminants dans l'établissement de son comportement hydromécanique.

Dans le cadre de l'élastoplasticité écroutissable, de nombreux modèles de comportement ont été développés, principalement sur la base du modèle "de Barcelone", introduit par Alonso et al. [3]. Etant capable de reproduire un grand nombre de traits caractéristiques propres au comportement des sols non saturés, nous lui consacrons cette section comme illustration de leurs propriétés plastiques, le détail de ses paramètres pouvant être consulté dans l'ouvrage de référence [3].

Nous avons vu que la désaturation d'un sol soumis à une augmentation de pression capillaire a tendance à le rigidifier et à le renforcer, ce qui se traduit par :

- une diminution de la compressibilité.
- une augmentation de la pression de consolidation qui limite la zone où le comportement du sol est raisonnablement élastique (zone surconsolidée) de la zone où la compression engendre des déformations irréversibles.
- une augmentation de la résistance au cisaillement.

D'un point de vue volumique, ces aspects sont pris en compte par le modèle de Barcelone de la façon indiquée sur la figure 1.12(a), représentant les variations du volume spécifique  $v = 1 + e$  ( $e$  est l'indice des vides) en fonction du logarithme de la pression moyenne nette  $p = \frac{1}{3}(\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}) - u_a$ , dans le cas de chargements isotropes. Si l'on représente également ces essais dans un plan (pression capillaire-pression moyenne nette), on observe que le lieu des pressions de préconsolidation a la forme particulière indiquée sur la figure 1.12(b), compatible avec l'augmentation de la pression de préconsolidation avec la pression capillaire.

Ce lieu est en fait une surface de charge à partir de laquelle se développent des déformations plastiques. Appelée courbe *LC* (pour "Loading Collapse"), elle est la principale caractéristique des modèles utilisés pour les sols non saturés. Si l'effet de la consolidation sur le comportement élasto-plastique écroutissable généralement observé dans les sols (en condition de saturation ou de saturation partielle) est bien représenté, la courbe *LC* permet également de rendre compte des déformations volumiques caractéristiques des sols non saturés soumis à des chemins de remouillage (figure 1.13). En effet, pour des chemins de succion descendants sous une pression  $p_1 > p_0^*$ , le sol aura tendance à gonfler dans le domaine élastique, par contre, celui-ci s'effondrera à l'intersection de son chemin avec la courbe *LC*, augmentant ainsi la pression de consolidation du sol en la faisant passer de  $p_0^*$  à  $p_{01}^* = p_1$ .

Un autre aspect important du comportement des sols non saturés est également intégré dans le modèle par le biais d'une seconde surface de charge appelée *SI* (pour Suction Increase), représentée sur les figures 1.12(b) et 1.13. Il s'agit en fait de la valeur de succion maximum que le sol ait connue. La courbe *SI* limite ainsi le domaine élastique pour les chemins de succions croissantes. Son principal intérêt est que, couplée avec la courbe *LC* (figure 1.14),

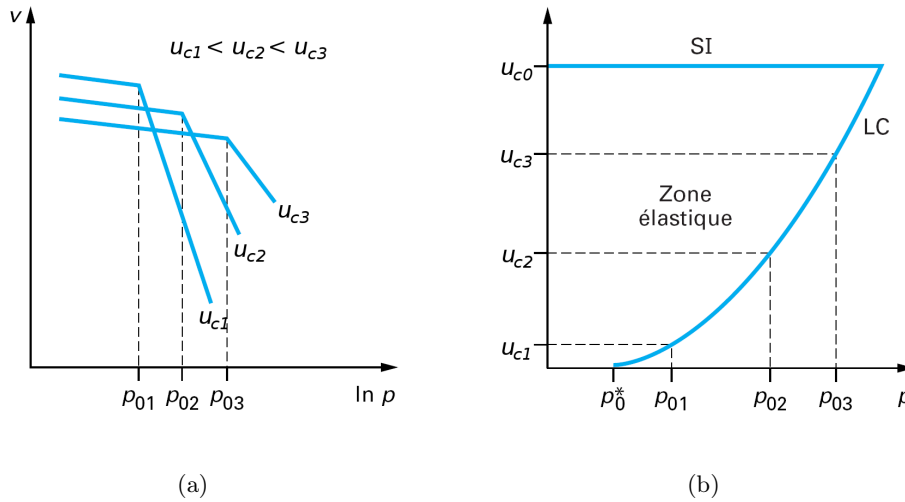


FIG. 1.12 – (a) Réponses volumiques lors de compressions à pression capillaire contrôlée, (b) définition des domaines d'élasticité dans le plan  $(u_c, p)$  selon le modèle "de Barcelone" [3], d'après [31].

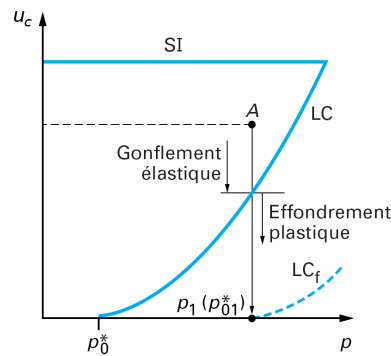
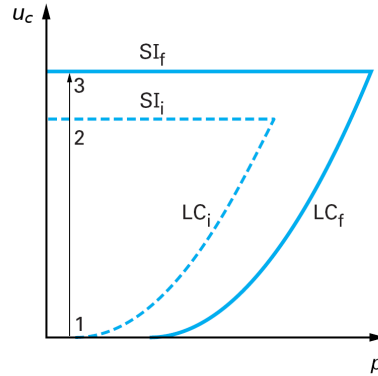
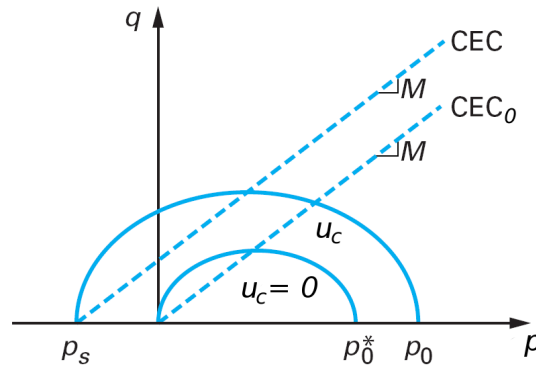


FIG. 1.13 – Effondrement représenté par le modèle de Barcelone d'après [31].

elle permet de rendre compte de l'augmentation de la pression de consolidation engendrée par les déformations irréversibles lors d'une augmentation de succion. En effet, le modèle admet qu'un déplacement de  $SI$  vers les succions croissantes engendre automatiquement un déplacement homothétique de  $LC$  vers les pressions moyennes croissantes.

Si le modèle est effectivement représentatif du comportement des sols non saturés sous chargement isotrope, sa description dans l'espace triaxial des contraintes est basée sur le modèle Cam-Clay modifié [97], d'ores et déjà validé dans la modélisation du comportement des sols saturés et dont les aspects relatifs au comportement déviatorique sont repris. L'état de contrainte-déformation dans un essai triaxial classique étant donné par les valeurs principales  $\sigma_1$  et  $\sigma_2 = \sigma_3$ , et  $\varepsilon_1$  et  $\varepsilon_2 = \varepsilon_3$ ; l'effet du déviateur des contraintes  $q = (\sigma_1 - \sigma_2)$  peut être interprété dans le plan  $(p, q)$ , avec  $p = \frac{1}{3}(\sigma_1 + 2\sigma_2)$  la pression moyenne nette. Dans ce plan, Alonso et al. proposent de décrire, à pression capillaire  $u_c$  constante, la surface du domaine d'élasticité par une ellipse (figure 1.15), capable de prendre en compte l'augmentation de la résistance au cisaillement avec la succion, via un écrouissage volumique entraînant

FIG. 1.14 – Couplage entre les surfaces de charge  $LC$  et  $SI$  d'après [31].FIG. 1.15 – Coupes à pression capillaire constante représentant les domaines d'élasticité dans le plan  $(p, q)$  d'après [31].

l'agrandissement de sa surface. Son expression, paramétrée par  $u_c$ , est définie par :

$$q^2 - M^2(p + ku_c)(p_0 - p) = 0 \quad (1.12)$$

où  $ku_c$  correspond à l'augmentation de la cohésion avec la pression capillaire et  $M$  à la pente de la courbe d'état critique  $EC$ . Celle-ci permet de préciser les conditions de rupture en cisaillement et notamment l'augmentation de la résistance à la rupture avec la pression capillaire. En effet, selon le concept d'état critique [98], la rupture du sol conduit le trajet de chargement sur un point de la courbe  $EC$  définie dans le plan  $(p, q)$  par :

$$|q| = M(p + ku_c) \quad (1.13)$$

Dans le cas d'un trajet de chargement tel que  $\sigma_1 < \sigma_2$ , cela conduit à l'équation suivante :

$$\frac{\sigma_2 - \sigma_1}{2} + \left( \frac{\sigma_2 + \sigma_1}{2} + u_a \right) \frac{3M}{(6+M)} - ku_c \frac{3M}{(6+M)} = 0 \quad (1.14)$$

représentant un critère de Mohr-Coulomb d'angle de frottement interne  $\sin\phi = \frac{3M}{(6+M)}$  et de cohésion  $C = ku_c \tan\phi$ .

En associant la dimension  $u_c$  à ce plan, on obtient la surface de charge complète du modèle



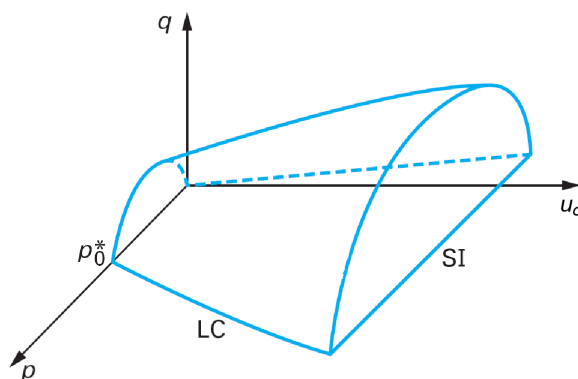


FIG. 1.16 – Vue tridimensionnelle du critère de plasticité dans l'espace  $(p, q, u_c)$  d'après [31].

de Barcelone présentée sur la figure 1.16, fermée par le plan  $u_c = p_{cap}^0$  où  $p_{cap}^0$  définit la ligne *SI*.

Globalement, que ce soit en terme de compression ou de résistance au cisaillement, les effets de la saturation partielle des sols sur leur comportement se traduit par un renforcement de leurs propriétés. Si ces implications comportementales à l'échelle globale du matériau sont plutôt bien prises en compte par les modèles phénoménologiques existant, ce renforcement global est en fait la conséquence d'un renforcement des liens entre les particules qui le composent. En effet, la saturation partielle engendre l'existence de forces d'attraction interparticulaires supplémentaires liées aux effets de l'eau. Ce couplage hydro-mécanique complexe étant à la base de caractéristiques comportementales particulières, il est important de comprendre quelles en sont les véritables origines.

## 1.1.2 Origines microscopiques du comportement

Que ce soit dans le cas de milieux frictionnels purs, dans le cas de milieux cohésifs, de milieux saturés ou même non saturés, le comportement global d'un sol trouve ses origines à l'échelle des grains, dans les interactions interparticulaires. Si les mécanismes de friction sont maintenant bien identifiés notamment grâce à la théorie de Coulomb, la pluralité des mécanismes de cohésion mis en jeu dans les milieux granulaires non saturés posent la question de l'importance de leur contribution respective.

### 1.1.2.1 Mécanismes de cohésion interparticulaires

Les mécanismes de cohésion dans les sols non saturés ont de multiples origines, aussi bien physiques que chimiques; la présence d'eau n'étant, d'ailleurs, pas forcément une condition nécessaire à leur existence. Dans tous les cas, la cohésion est due aux forces d'attraction intergranulaires dont la nature varie suivant les matériaux et la dimension des particules.

Parmi les forces universellement présentes quel que soit le matériau concerné, on retrouve les forces de Van der Waals [55; 59], interaction d'origine électromagnétique le plus souvent attractive, et les forces électrostatiques, dont l'attractivité ou la répulsivité dépend du signe des charges mises en jeu. Ces dernières dépendent de la composition ionique des matériaux, et sont

donc difficilement interprétables en terme d'effort interparticulaire. Cependant, il semblerait que, sauf dans le cas de milieux particuliers (certaines argiles fortement polarisables), les forces de cohésion associées restent généralement négligeables du fait de la compensation des phénomènes d'attraction et de répulsion. Les forces de Van der Waals sont, quant à elles, directement liées à la composition atomique des matériaux.

L'interaction totale de Van der Waals résulte de la combinaison de trois types de forces, toutes d'origine dipolaire :

- les forces de Keesom dues aux effets d'orientation,
- les forces de Debye dues aux effets d'induction,
- et les forces de London dues aux effets de dispersion,

dont l'intensité est inversement proportionnelle à la distance interatomique  $r$  à la puissance 6. Etant additive entre tous les atomes de deux particules interagissant entre elles, la dépendance en  $r^{-6}$  par rapport à la distance interatomique se transforme en une dépendance en  $D^{-2}$  par rapport à la distance interparticulaire [105]. Par exemple, dans le cas de deux sphères en interaction, la force d'attraction résultante vaut :

$$F_{VdW} = \frac{AR}{12D^2} \quad (1.15)$$

avec  $R$  le rayon des sphères et  $A$  la constante de proportionnalité de Hamaker qui dépend de la nature des matériaux ( $10^{-20} J$  pour les argiles par exemple). En théorie, les forces de VdW agissent à l'infini et ne présentent donc pas de rupture à l'éloignement. En pratique, la distance effective pour laquelle les forces sont significatives est de l'ordre du  $nm$  [50].

Si la présence d'eau peut effectivement modifier les interaction de Van der Waals (voir section suivante), celle-ci se traduit plutôt par la formation de ponts liquides entre les particules, dont l'intensité est directement liée à la quantité d'eau mise en jeu et à sa composition. Les phénomènes mis en jeu peuvent s'expliquer au travers de la théorie de la capillarité (Laplace, 1805) et sont souvent illustrés par la loi de Jurin :

$$u_a - u_l = \frac{2\gamma_l \cos\theta}{r} \quad (1.16)$$

traduisant la remontée du liquide, caractérisé par sa tension superficielle  $\gamma_l$ , dans un tube de rayon  $r$  plongé dans un récipient à surface libre (figure 1.17), avec  $u_a$  et  $u_l$  respectivement les pressions de l'air et du liquide, et  $\theta$  l'angle de raccordement entre le ménisque et le tube.

De nombreuses expressions ont été proposées pour déterminer la force d'attraction résultant d'un pont liquide entre deux particules. Entre deux sphères de même taille (figure 1.18), celle-ci peut s'exprimer par :

$$F_{cap} = 2\pi\gamma_l r_2 + \pi r_2^2 (u_a - u_l) \quad (1.17)$$

avec  $r_2$  correspondant au rayon de courbure intérieur du pont,  $\gamma_l$  la tension superficielle du liquide et  $(u_a - u_l)$  la différence de pression entre l'air et la phase liquide ([53; 43]). Nécessairement, de la même façon que l'intensité de la force, la distance intergranulaire  $D$  à partir de laquelle le pont va se rompre dépend directement de la quantité de liquide présente et de la taille des particules en interaction.

Evidemment, les forces d'interaction sont très dépendantes de la composition des matières mises en jeu. Ainsi, selon que l'on ait affaire à de l'eau pure ou à l'eau effectivement en place

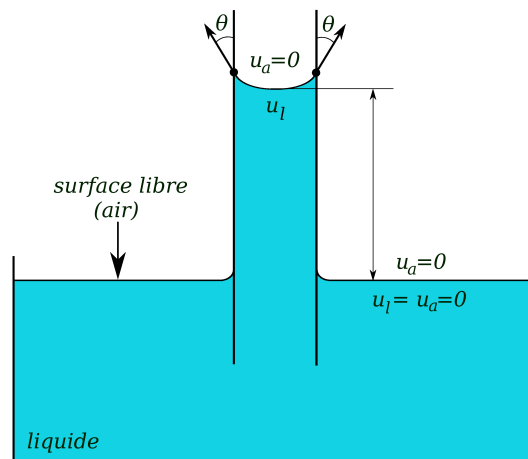


FIG. 1.17 – Remontée capillaire dans un tube selon la loi de Jurin.

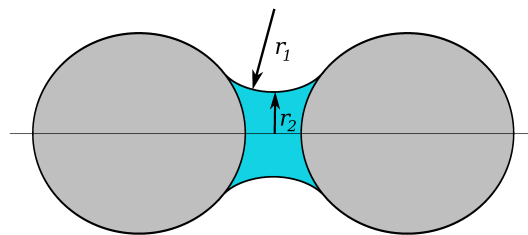


FIG. 1.18 – Illustration d'un pont liquide entre deux grains de même taille.

dans les sols, l'intensité des phénomènes peut changer. Pour la même raison, de nombreuses liaisons chimiques peuvent intervenir dans les mécanismes de cohésion interparticulaires. En effet, les liaisons hydrogènes, métalliques ou covalentes génèrent des forces d'attraction d'origine moléculaire très importantes lorsque les distances d'interaction sont petites (échelle atomique). Cependant, en dehors des lieux extrêmement contraints (comme les centres de stockage de déchets par exemple), ces liaisons ont tendance à être saturées par les substances contenues dans les sols : leur contribution n'a donc pas véritablement lieu d'exister vis-à-vis de celles précédemment citées. De la même façon, par précipitation ou cristallisation de certains composés présents, on peut assister à la création de liens par cimentation entre les particules, les sels dissous dans l'eau en étant souvent à l'origine. Dépendant complètement de la nature des transformations chimiques, la résistance de ces liens solides est difficilement évaluable, mais il faut bien garder à l'esprit que ceux-ci peuvent engendrer de très fortes contraintes de cohésion comme dans le cas des roses des sables par exemple.

Enfin, en dehors de toute considération physique ou chimique, on peut noter que la forme des particules et leur position relative peuvent créer une sorte de cohésion apparente au sein d'un milieu granulaire du fait des effets de géométrie de surface. En effet, les irrégularités de surface associées à l'imbrication des particules peuvent contribuer de façon non négligeable à la résistance au déplacement entre deux particules en mouvement l'une par rapport à l'autre, mais cela concerne plutôt ses propriétés de frottement que sa capacité cohésive en soi.

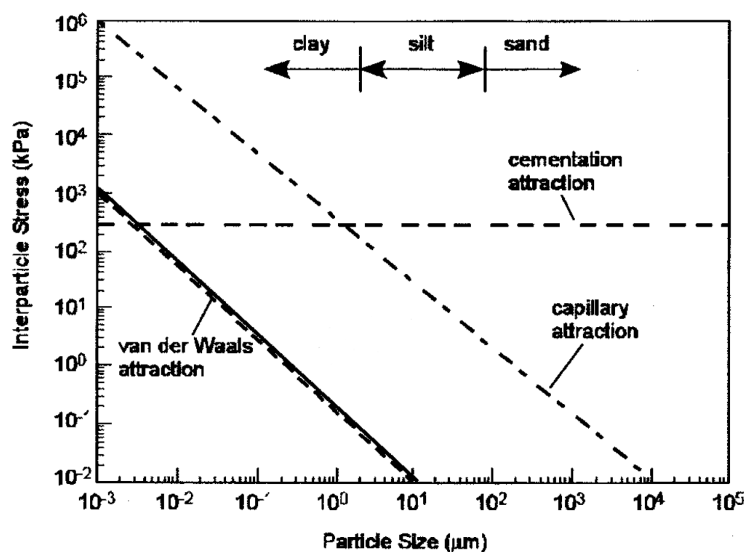


FIG. 1.19 – Contributions comparées des forces de Van der Waals, de la capillarité et de la cimentation dans le cas des sols en fonction de la taille des particules [77].

#### 1.1.2.2 Quelles forces, à quelle échelle ?

Comme nous l'avons vu, l'interaction entre deux grains de sol peut résulter de nombreuses origines suivant la nature des particules, leur taille, mais aussi la nature de la phase liquide introduite (salinité de l'eau, composition chimique). Evidemment, selon les configurations de sol considérées (sables, limons, argiles) et leur teneur en eau, on imagine facilement que certaines forces d'attraction qui seront prépondérantes dans certains cas, n'auront pas forcément leur rôle à jouer dans d'autres cas.

Dans un premier temps, si l'on compare plus précisément les contributions respectives des principaux mécanismes évoqués ci-avant à l'échelle globale d'un sol, deux grandes tendances peuvent d'ores et déjà être distinguées vis-à-vis des considérations de taille (figure 1.19), [77] :

- Dans le cas des sols dits pulvérulents ou granulaires (sables et limons), les forces de Van der Waals restent quasi-nulles étant donné la taille moyenne des particules en place, ce sont la cimentation et la capillarité qui sont prépondérantes vis-à-vis de la résistance du matériau.
- Dans les sols fins argileux par contre, les forces de Van der Waals se doivent d'être prises en compte, d'autant plus d'ailleurs que la taille moyenne des particules diminue, et les trois mécanismes sont à considérer.

De la même façon, la quantité d'eau présente dans le sol va également énormément influencer sur l'intensité relative de ces différents mécanismes (figure 1.20). En effet, les forces de Van der Waals ainsi que les forces de capillarité sont directement liées au degré de saturation du sol et n'ont pas les mêmes effets macroscopiques selon que celui-ci est faiblement ou fortement saturé.

Comme nous l'avons précisé, étant donné l'intensité des forces engendrées, les processus

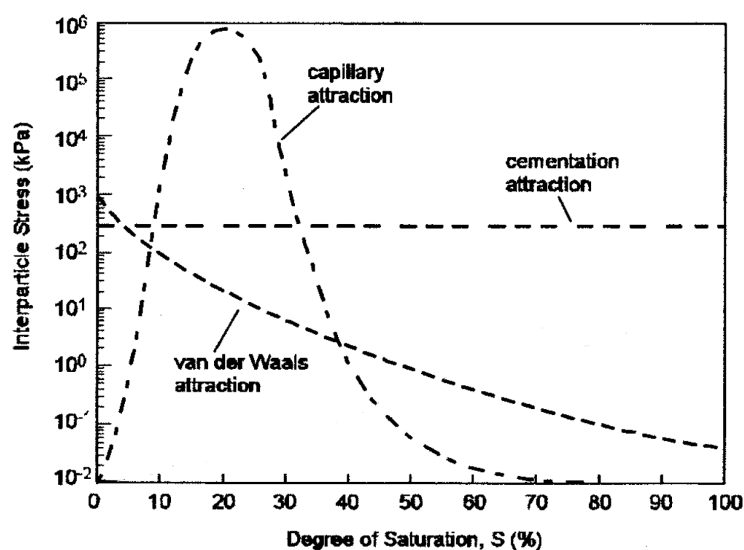


FIG. 1.20 – Contributions comparées des forces de Van der Waals, de la capillarité et de la cimentation dans le cas des sols en fonction du degré de saturation [77].

de cimentation ou de cristallisation peuvent avoir des conséquences non négligeables dans le comportement des sols non saturés (figures 1.19 et figure 1.20). Cependant, l'interaction fluide solide n'est plus directement en jeu dans ce type de lien, la cohésion engendrée est de type solide et n'est, par conséquent, pas dépendante de la teneur en eau du matériau (figure 1.20).

Finalement, en terme de couplage hydro-mécanique, les mécanismes effectivement en jeu sont donc : les forces de Van der Waals et les forces dues à la capillarité. Si l'on se repositionne plus précisément vis-à-vis du cadre initial de notre étude, on peut, d'ores et déjà, limiter les forces à prendre en considération à celles liées aux effets capillaires. En effet, les argiles ne sont pas à proprement parler des matériaux "granulaires" au sens où nous l'entendons étant donné qu'ils ne sont pas pulvérulents, et que la complexité de leur structure ne permet pas de les considérer véritablement comme un simple arrangement de grains. Sachant que le but initial de ce travail est de comprendre les origines du renforcement des sols non saturés, et notamment l'augmentation de leur résistance au cisaillement liée à la présence d'eau porale (voir section 1.1.1.2), l'étude des mécanismes locaux de capillarité apparaît d'autant plus pertinente qu'ils sont les seuls dont l'origine est directement liée à l'eau.

### 1.1.2.3 les forces de capillarité

L'origine physique des forces de capillarité est liée aux phénomènes de tension superficielle qui se produisent à l'interface entre deux liquides non miscibles ou entre un liquide et un gaz ([30]). Le nombre et la nature des molécules étant différents d'un milieu à l'autre, les molécules situées à l'interface sont soumises à un ensemble de forces d'interaction non équilibrées (figure 1.21).

Les molécules ayant tendance à être attirées vers leur milieu d'appartenance respectif, elles génèrent une force de tension à l'interface qui se comporte, dès lors, comme une membrane tendue s'opposant à ses déformations. Cette tension, bien que d'origine moléculaire, est généralement quantifiée par une grandeur macroscopique appelée tension superficielle, traduisant

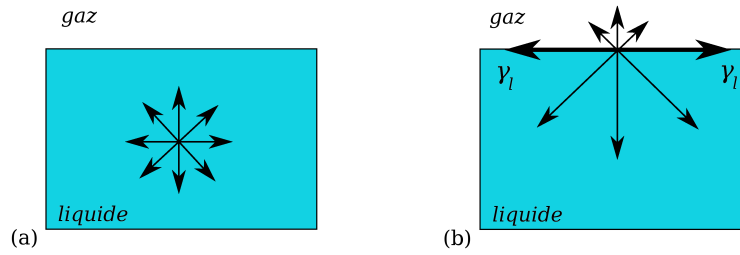


FIG. 1.21 – Forces agissant sur une molécule de liquide : (a) au sein de la masse, (b) à l'interface liquide-gaz.

l'intensité de la force par unité de longueur. Celle-ci peut varier énormément suivant le liquide considéré et dépend également de sa température. Par exemple, dans le cas de l'eau, sa valeur est donnée par ([84]) :

$$\gamma_w(T) = 0.1171 - 0.0001516.T(N.m^{-1}) \quad (1.18)$$

avec  $T$  la température en Kelvins, ce qui donne, par exemple,  $0.073 N.m^{-1}$  à  $20^\circ C$ . Ses effets peuvent être assez impressionnants, c'est elle, par exemple, qui permet aux insectes de marcher sur l'eau.

Entre deux particules, du fait des phénomènes de tension superficielle, le liquide a tendance à se concentrer sous la forme d'un pont intergranulaire (figure 1.18). Le phénomène engendre également une dépression à l'intérieur du pont liquide, créant un saut de pression entre les deux phases à la traversée de l'interface. La loi de Laplace permet d'exprimer cette différence de pression  $\Delta u = u_{gaz} - u_{liquide}$  comme le produit de la tension superficielle  $\gamma_l$  du liquide par la courbure moyenne  $C$  de la surface extérieure du pont au niveau de l'interface :

$$\Delta u = \gamma_l C = \gamma_l \left( \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) \quad (1.19)$$

Suivant que sa forme soit concave ou convexe, la différence de pression  $\Delta u$  est négative ou positive, générant une force attractive ou repulsive selon le cas. Ainsi, dans le cas attractif, la tension superficielle contribue doublement à la cohésion par capillarité entre deux grains avec, d'une part, l'effet de membrane tendue à l'interface, et, d'autre part, l'action de la différence de pression comme l'ont montré Fisher et Haines [53; 43] dans les premiers travaux s'y rapportant.

De par son importance dans de nombreux domaines d'ingénierie, les auteurs se sont intensément intéressés à la caractérisation des ponts capillaires, que ce soit en terme de force engendrée ou de volume de liquide mobilisé. Plusieurs modélisations du phénomène peuvent être trouvées dans la littérature, toutes basées sur une idéalisation de l'interaction capillaire dans laquelle les grains sont assimilés à des particules parfaitement sphériques et, dans la plupart des cas, également parfaitement lisses. Ainsi, à l'image des travaux originels de Haines et Fischer, la capillarité a principalement été appréhendée à l'échelle d'un doublet capillaire formé de grains de même taille tel que présenté sur la figure 1.22.

Les grains de rayon  $R$  sont séparés par une distance  $D$ , la position de la ligne triple solide-liquide-gaz est indiquée par l'angle  $\delta$  qui indique, du coup, la portion de grain solide mouillée par le pont liquide. La façon dont le liquide mouille le solide est caractérisé par  $\theta$ , appelé également angle de mouillage. L'axe  $x$  du doublet est défini par la droite passant par les

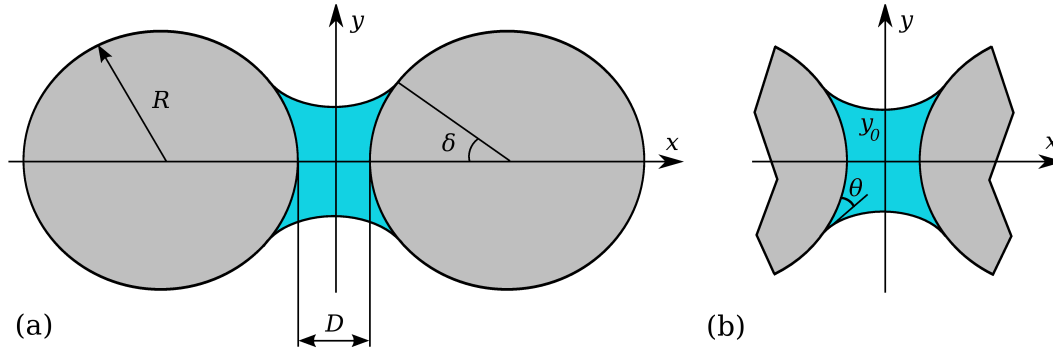


FIG. 1.22 – Description d'un doublet capillaire formé de grains de même taille : (a) vue d'ensemble, (b) détail du pont liquide.

centres des deux sphères, il constitue un axe de symétrie pour le pont liquide qui est un volume axisymétrique dont la forme est décrite par le profil  $y(x)$ , fermé à ses extrémités par les calottes sphériques correspondant à la surface mouillée des grains.

Comme précisé ci-avant, le profil  $y(x)$  du pont liquide est défini par l'équation de Laplace-Young (équation (1.19)), lui conférant une forme particulière telle que sa courbure moyenne est constante égale à  $\frac{\Delta u}{\gamma_l}$  sur toute sa longueur. Au final, c'est de la définition de sa forme que va dépendre l'expression de la force capillaire associée. Celle-ci peut d'ailleurs être déterminée indifféremment selon les deux méthodes suivantes ([58]) :

- la méthode aux limites, ou "boundary method" (figure 1.23(a)), consiste à calculer la force au niveau de la ligne triple comme initialement introduit par Haines et Fischer :

$$F_{boundary} = \Delta u \pi R^2 \sin^2 \delta + 2\pi \gamma_l R \sin \delta \sin(\delta + \theta) \quad (1.20)$$

Cette expression considère l'application de la différence de pression  $\Delta u$  sur la totalité de la surface mouillée des grains ( $\pi R^2 \sin^2 \delta$ ), ainsi que la contribution de la tension superficielle  $\gamma_l * \sin(\delta + \theta)$  sur le périmètre correspondant ( $2\pi R \sin \delta$ ).

- la méthode du rayon de gorge, ou "gorge method" (figure 1.23(b)), qui utilise l'aire de projection correspondant au rayon de gorge  $y_0$  du pont liquide pour déterminer le terme associé à  $\Delta u$ , et la tangente à ce rayon pour le terme associé à  $\gamma_l$  :

$$F_{gorge} = \Delta u \pi y_0^2 + 2\gamma_l \pi y_0 \quad (1.21)$$

Si ces deux expressions fournissent des résultats tout à fait identiques, on peut remarquer cependant que le calcul aux limites multiplie les variables géométriques à prendre en compte ( $R, \theta, \delta$ ), ce qui ne va pas vraiment dans le sens de sa généralisation. De plus, cet aspect, certainement un atout dans le cas d'interactions entre des grains de même taille, lui rend difficile une application aux matériaux polydisperses. La méthode du rayon de gorge est ainsi généralement privilégiée, limitant les variables à considérer au rayon  $y_0$ . Cependant, la forme du pont liquide telle que définie par l'équation de Laplace-Young ne permet pas une description directe de  $y_0$ , sa valeur étant une fonction de la différence de pression  $\Delta u$  et non une grandeur géométrique facilement accessible : son calcul passe donc nécessairement par la détermination du profil  $y(x)$ .

Une approximation classique consiste à considérer que le profil du pont prend la forme d'un arc de cercle (figure 1.24), conférant la forme d'un tore au pont liquide. Cette hypothèse

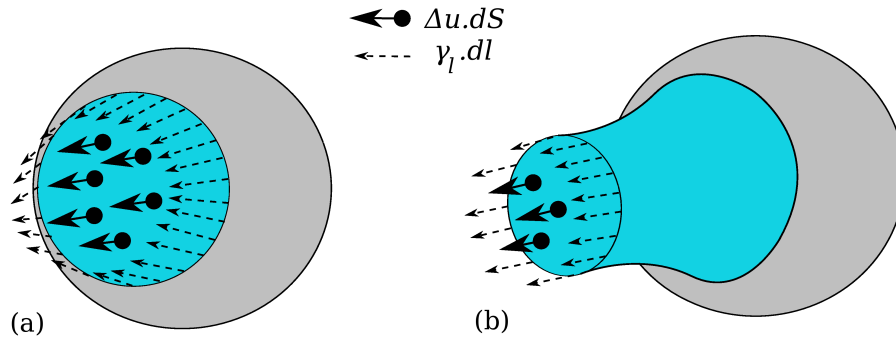


FIG. 1.23 – Détails du calcul de la force capillaire : (a) "boundary method", (b) "gorge method".

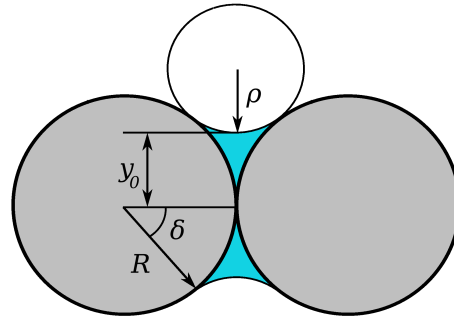


FIG. 1.24 – Approximation toroïdale.

simplicatrice, désignée comme "l'approche toroïdale", permet une description plus aisée de la géométrie du pont, les calculs de la force et du volume engendrés en sont, du coup, grandement facilités ([58; 73]) puisque, d'après le théorème de Pythagore :

$$(R + \rho)^2 = R^2 + (\rho + y_0)^2 \quad (1.22)$$

ce qui donne :

$$\rho = \frac{y_0^2}{(2R - 2y_0)} \quad (1.23)$$

En injectant ce résultat dans l'équation de Laplace-Young, on relie ainsi directement le rayon de gorge  $y_0$  à la valeur de la différence de pression  $\Delta u$  et la force résultante est effectivement accessible d'après l'équation (1.21).

Seulement, si les résultats expérimentaux semblent confirmer l'acceptabilité de cette méthode [81; 19], plusieurs restrictions rendent son utilisation limitée. En effet, l'équation (1.22) n'est plus valable lorsque les grains ont des tailles différentes, alors que la distribution de taille des milieux granulaires est justement ce qui leur confère une grande part de leur spécificité. Pour contourner le problème, Derjaguin et al. [34] proposent une approximation consistant à considérer un rayon moyen équivalent  $R_{1,2}$  pour les deux grains en interaction tel que :

$$\frac{1}{R_{1,2}} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \quad (1.24)$$

Cette approximation, aussi pratique soit-elle, ne repose par contre sur aucune justification physique et on peut effectivement se poser la question de sa légitimité. Par ailleurs, contrairement à la définition du profil selon l'équation de Laplace, l'approximation toroïdale ne permet



pas de conserver constante la courbure moyenne  $C$  de l'interface sur toute la longueur du pont. Si cet aspect semble peu problématique pour des grains strictement en contact (erreur inférieure à 10 % par rapport à la solution exacte pour le calcul de la force, selon [73]), on peut néanmoins se poser la question de la validité de l'approche quant à l'évolution du pont liquide avec l'augmentation de la distance intergranulaire, notamment vis-à-vis de la définition de sa rupture et du calcul des volumes mis en jeu.

Pour s'affranchir de ces approximations, Mikami et al. [83], les premiers, en développant une méthode de résolution numérique des équations (1.18) et (1.20) combinées, ont proposé une relation explicite décrivant la force capillaire en fonction des paramètres du doublet capillaire aisément mesurables ( $D, V$ ) et potentiellement reliés aux propriétés du pont ( $\theta, \gamma_l$ ). L'expression résultante de la force consiste en fait en un ajustement mathématique réalisé sur un ensemble de solutions discrètes vérifiant les équations (1.18) et (1.20) (voir l'annexe 1 pour le détail des calculs).

En étendant les résultats de Mikami et al. au cas polydisperse, Soulié [107; 108] a ainsi pu définir une expression donnant une approximation de la force capillaire, quelque soit la taille des grains concernés et leur distance d'interaction :

$$F^{cap} = \begin{cases} -\pi\gamma_l\sqrt{R_1R_2}[\exp(A\frac{D}{R_2} + B) + C] & \text{si } D > 0 \\ -\pi\gamma_l\sqrt{R_1R_2}[\exp(B) + C] & \text{si } D < 0 \end{cases} \quad (1.25)$$

où  $A, B$  et  $C$  sont des fonctions du volume  $V_{pont}$  du pont liquide et de l'angle de mouillage  $\theta$ , avec

$$\begin{aligned} A &= -1, 1\left(\frac{V_{pont}}{R_2^3}\right)^{-0,53}, \\ B &= (-0, 148\ln\left(\frac{V_{pont}}{R_2^3}\right) - 0, 96)\theta^2 - 0, 0082\ln\left(\frac{V_{pont}}{R_2^3}\right) + 0, 48, \\ C &= 0, 0018\ln\left(\frac{V_{pont}}{R_2^3}\right) + 0, 078 \end{aligned} \quad (1.26)$$

Cette expression, bien qu'assez complexe, a été vérifiée expérimentalement et permet une détermination explicite efficace de la force capillaire à partir de paramètres décrivant le pont liquide ( $R_1, R_2, D, V, \theta$ ). Cependant, malgré sa praticité, le lien entre la force capillaire et la différence de pression  $\Delta u$  est occulté, ce qui peut devenir problématique lorsque l'on s'intéresse, par exemple, aux phénomènes de rétention d'eau dans les sols (voir section 1.1.1.1).

Afin de compléter les modèles, il est également nécessaire de s'intéresser aux conditions de rupture des ponts liquides, l'existence de la force capillaire étant directement liée à celle du pont qui l'engendre. En effet, pour des raisons d'équilibre thermodynamique, un pont liquide ne peut perdurer indéfiniment avec l'augmentation de la distance intergranulaire. Ainsi, à partir de considérations énergétiques appliquées à la surface de l'interface liquide-gaz, Lian et al. [73], ont proposé un critère permettant de définir la distance de rupture  $D_{rupture}$  d'un pont liquide en fonction de son volume  $V_{pont}$  et de l'angle de mouillage  $\theta$  du liquide :

$$D_{rupture} = (1 + 0, 5\theta)V_{pont}^{1/3} \quad (1.27)$$

plusieurs fois validé de façon expérimentale [81; 73; 108]. On peut citer, par exemple, les résultats de Cho et Santamarina [19] qui, à partir d'essais de traction entre deux billes de verre de rayons identiques  $R = 1, 6 \text{ mm}$  reliées par de l'eau pure ( $\theta \approx 0$ ), ont approximé les distances correspondantes à la rupture des ponts liquides pour plusieurs volumes de liquide par l'expression suivante :

$$\frac{D_{rupture}}{2R} = 0, 53G_s \left( \frac{V_{pont}}{V_{spheres}} \right)^{1/3} \quad (1.28)$$

avec  $G_s$  le poids spécifique des particules (pour le verre,  $G_s \approx 2,5$ ). Si l'on développe cette expression, on arrive à :

$$\frac{D_{rupture}}{2R} = 0,53G_s \left( \frac{V_{pont}}{2\frac{4}{3}\pi R^3} \right)^{1/3} \quad (1.29)$$

qui nous donne finalement :

$$D_{rupture} = \frac{0,53G_s}{\left(\frac{\pi}{3}\right)^{1/3}} V_{pont}^{1/3} \quad (1.30)$$

soit, avec les dimensions,

$$D_{rupture} \approx 1,3V_{pont}^{1/3} \quad (1.31)$$

On retrouve effectivement un résultat similaire à l'expression (1.27).

A noter par ailleurs, ce critère empirique a également été vérifié d'un point de vue théorique par Dai et Lu [28], à partir de l'étude de la stabilité d'un pont liquide cylindrique.

Cette section nous a permis de constater que les chercheurs se sont beaucoup intéressés aux interactions capillaires dans l'objectif précis de leur modélisation. On a pu voir d'ailleurs qu'une difficulté notable réside dans la résolution du théorème de Laplace, notamment à travers le couplage entre la force et la forme du pont liquide.

En partant du principe que c'est effectivement à l'échelle des grains que les propriétés macroscopiques des matériaux peuvent être explicitées, on comprend bien l'intérêt grandissant de la communauté scientifique pour ces manifestations locales de l'eau, d'autant plus d'ailleurs dans le domaine des sols où les questions restent nombreuses quant aux implications macroscopiques associées.

## 1.2 De l'échelle locale à l'échelle macroscopique :

Nous l'avons vu précédemment, les milieux granulaires, qu'ils soient secs, saturés ou non saturés, sont le siège de nombreux phénomènes physiques qui trouvent leur origine à l'échelle locale des grains. Naturellement, on peut donc se poser la question du choix de l'échelle de la description : en effet, comment rendre compte précisément du comportement global de ce type de matériaux qui sont discontinus et hétérogènes par définition ? De par leur nature discrète, il semble plutôt judicieux de vouloir les caractériser à partir de leurs propriétés microscopiques au lieu de les considérer comme des milieux continus. Depuis plusieurs années déjà, de nombreux chercheurs se sont intéressés au sujet, et les approches multi-échelles constituent aujourd'hui une alternative pertinente vis-à-vis des méthodes phénoménologiques usuelles quant à la construction de modèles de comportement des matériaux. En effet, contrairement à ces dernières qui sont basées sur des formulations mathématiques définies dans le cadre de la thermodynamique et dont les paramètres sont identifiés a posteriori à partir d'essais expérimentaux, les équations constitutives qui découlent des méthodes multi-échelles reposent sur des grandeurs physiques intrinsèques et directement mesurables. Les caractéristiques macroscopiques des matériaux sont ainsi directement déduites de leur structure microscopique et ne sont pas liées au choix de la forme mathématique de la loi de comportement. Dans ce contexte, les modélisations numériques basées sur des approches en éléments discrets constituent véritablement un outil privilégié pour étudier l'influence des phénomènes locaux sur le comportement macroscopique des matériaux granulaires. En effet, outre la relative simplicité des paramètres numériques mis en oeuvre dans ces simulations, chaque grain de matière étant traité indépendamment, le contrôle de leur objectivité/intégrité reste entier. Ces méthodes étant, pour le moment, encore peu connues et assez originales vis-à-vis des méthodes aux éléments finis classiquement utilisées par les mécaniciens, nous y consacrons ici une partie de l'étude bibliographique en ayant, au préalable présenté le principe des approches multi-échelles.

### 1.2.1 Passage micro-macro analytique : principe de l'homogénéisation

Le principe des approches multi-échelles est l'établissement de liens entre le comportement macroscopique des matériaux et les différents mécanismes de déformations et de rupture mis en jeu à l'échelle de leurs particules. Ces méthodes sont donc à même, par essence, d'apporter des réponses précises sur l'origine de certains aspects complexes du comportement des sols, comme les phénomènes de dilatance sous contrainte déviatoire, l'influence de l'anisotropie structurelle ou encore, dans le cas qui nous intéresse plus particulièrement, l'effet de la présence d'eau porale intergranulaire.

D'après la littérature, deux grandes approches peuvent être différenciées [14] :

- d'une part, les approches de type statistique dont les déductions macroscopiques probabilistes sont basées sur des connaissances partielles de la structure microscopique
- et d'autre part, les approches de type déterministe basées sur des développements asymptotiques où la structure microscopique est complètement connue.

Bien évidemment, selon le cas de figure, l'une ou l'autre des ces méthodes devra être privilégiée, mais si les approches peuvent différer selon les auteurs, l'homogénéisation peut être globalement schématisée de la façon dont Cambou et Jean [14] l'ont définie (figure 1.25).

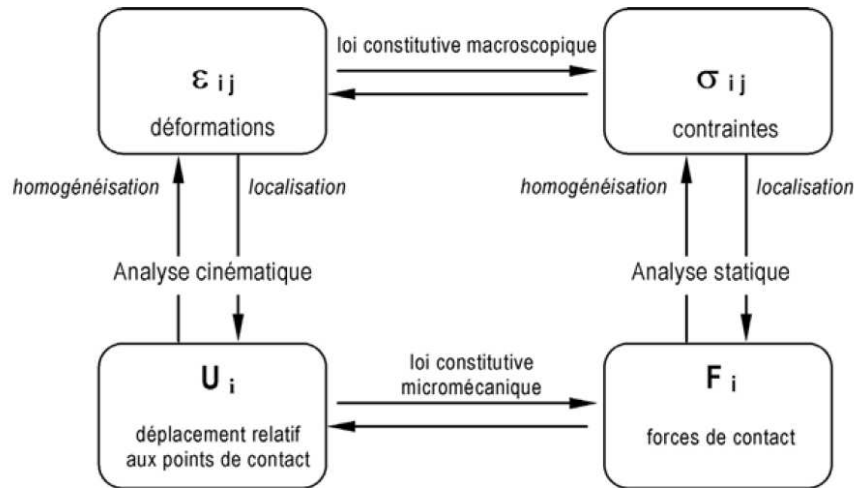


FIG. 1.25 – Principe de l'homogénéisation-localisation dans les milieux granulaires tel que présenté par Cambou et Jean [14], selon [15].

A ce niveau, une précision sémantique se doit d'être faite. En effet, s'il est maintenant assez bien entendu que l'homogénéisation définit la procédure de détermination du comportement macroscopique à partir des propriétés locales ( $\bar{\varepsilon}$  à partir des déplacements  $u$  et  $\bar{\sigma}$  à partir des forces  $\vec{F}$ ), le terme de localisation est souvent ambiguë du fait de son utilisation dans la description d'un phénomène lié au comportement plastique des matériaux : la "localisation des déformations" comme l'ont pu étudier Desrues d'un point de vue expérimental [35], ou Rice d'un point de vue théorique [93]. Dans le cadre lié au comportement à la rupture des matériaux, il s'agit effectivement de la description de la concentration des déformations sous une forme localisée comme on peut l'observer dans le cas d'apparition de bandes de cisaillement au sein d'un échantillon, alors que dans le cadre des méthodes de changement d'échelles, la localisation correspond à la phase de détermination des champs des déformations ou des contraintes locales (soient  $\vec{F}$  et  $u$  par développement), à partir des grandeurs liées à la sollicitation macroscopique ( $\bar{\sigma}$  et  $\bar{\varepsilon}$ ) du matériau. Ainsi, la localisation fournit un retour de l'échelle globale à l'échelle microscopique, et la procédure complète d'homogénéisation correspond finalement à l'association de cette première phase avec une seconde étape lors de laquelle les champs microscopiques sont moyennés sur l'ensemble du matériau.

Seulement, si le passage micro-macro est réalisable par moyenne dans le cas des milieux continus, la situation est plus compliquée pour les milieux discrets car les efforts sont décrits par des forces (éventuellement des torseurs) à partir desquelles il faut déterminer les tenseurs des contraintes macroscopiques : il y a un changement de nature dans la description des efforts entre les deux échelles, alors que dans les milieux continus, les efforts internes sont directement représentés par un tenseur des contraintes. Ainsi, plusieurs expressions du tenseur des contraintes du milieu continu équivalent (tenseur des contraintes de Cauchy) ont été définies, que ce soit par considération de la résultante des efforts sur une facette séparant deux parties du milieu [76], par analogie avec les milieux continus [70] ou par analogie entre puissances virtuelles des efforts intérieurs du milieu discret et d'un milieu continu [13; 11]. Cependant, bien que les méthodes diffèrent, les expressions obtenues sont analogues. Dans nos travaux, nous considérerons l'expression définie par Love [76] d'après les travaux initiaux

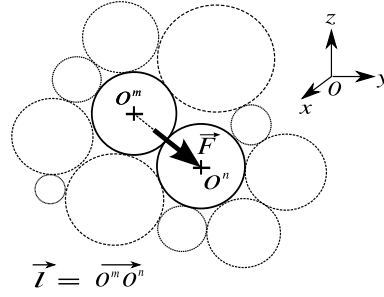


FIG. 1.26 – Repérage des grains.

de Cauchy et Poisson :

$$\langle \bar{\sigma} \rangle_{ech} = \sigma_{ij}^{contacts} = \frac{1}{V} \sum_{contacts} F_i l_j \quad (1.32)$$

dont la mise en oeuvre s'illustre facilement via la figure 1.26 associée, avec  $\vec{F}$  la force intergranulaire appliquée à chaque contact et  $\vec{l}$  le vecteur branche associé, reliant le centre de gravité des grains en interaction.

Evidemment, le but de ces méthodes étant de trouver des caractéristiques moyennes équivalentes de milieux qui sont par définition hétérogènes, l'applicabilité et la légitimité de ces techniques sont fortement soumises à condition, que ce soit au niveau de la définition du domaine concerné (sa taille) ou des conditions de sa sollicitation (conditions aux limites). Le Lemme de Hill [57] est généralement invoqué comme justification de la procédure de localisation-homogénéisation. Celui-ci établit que, dans un milieu continu  $\Omega$  en équilibre, si le champ des déplacements  $\vec{u}(M)$  et le champ des forces  $\vec{F}(M)$  sont tels que  $\forall M \in \Omega$  :

$$\vec{u}(M) = \bar{\varepsilon} \cdot \vec{x} \quad \text{ou} \quad \vec{F}(M) = \bar{\sigma} \cdot \vec{x} \quad (1.33)$$

avec  $\bar{\varepsilon}$  et  $\bar{\sigma}$  constants sur  $\Omega$ , alors, en l'absence de forces volumiques ( $div(\bar{\sigma}) = 0$ ),  $\bar{\sigma}$  et  $\bar{\varepsilon}$  vérifient :

$$\langle \bar{\sigma} : \bar{\varepsilon} \rangle = \langle \bar{\sigma} \rangle : \langle \bar{\varepsilon} \rangle \quad (1.34)$$

condition de macro-homogénéité assurant l'égalité entre le travail macroscopique et la moyenne du travail microscopique local sur le volume considéré. Il est important de noter que c'est cette condition qui va nous permettre de définir un cadre théorique cohérent pour la mise en oeuvre de simulations numériques (section 2.1.2).

## 1.2.2 Passage micro-macro numérique : la Méthode des Eléments Discrets

L'objectif de ce chapitre n'étant pas de faire une présentation détaillée des différentes méthodes numériques discrètes existantes, nous nous intéresserons plus particulièrement à la méthode que nous avons utilisée au cours de ce travail de thèse (la Méthode des Eléments Discrets) ainsi qu'à ses possibilités vis-à-vis de la simulation du comportement des matériaux granulaires. Les principaux résultats concernant la prise en compte des effets de l'eau dans les simulations numériques discrètes seront développés dans une section consacrée (section 1.2.3).

### 1.2.2.1 Introduction

Au même titre que de nombreuses méthodes numériques discrètes, la Méthode des Eléments Discrets (DEM) connaît à l'heure actuelle un véritable engouement dans l'ensemble de la communauté scientifique travaillant dans le domaine des matériaux granulaires, que ce soit pour la caractérisation de leur comportement [14] ou pour l'étude de leurs propriétés en écoulement [44]. Outre l'intérêt évident qu'elles offrent quant à la description des discontinuités matérielles propres aux milieux granulaires, leur principal attrait réside dans le faible nombre de paramètres mécaniques qu'elles requièrent, contrairement à bon nombre de méthodes phénoménologiques, mais également dans le fait que toutes les grandeurs mécaniques sont accessibles, alors que certaines d'entre elles sont difficilement mesurables par l'expérience. Dans ces méthodes, les grains sont considérés indépendamment les uns des autres, rigides ou simplement déformables, chacun d'entre eux présentant un mouvement qui est régi par les équations du mouvement et les lois d'interaction intergranulaire prédéfinies par le modélisateur. Evidemment, leur principal inconvénient est directement lié à leur particularité : l'approche étant basée sur un processus itératif combinant des calculs dynamiques et des calculs d'interactions, les coûts numériques sont directement proportionnels au nombre de particules considérées. Les échantillons de matériaux traités comportent donc nécessairement un nombre limité de grains qui rend impossible la reproduction d'expériences à l'échelle d'une structure et dont on peut se demander si le comportement est effectivement représentatif du milieu considéré (nous discuterons d'ailleurs de la question de la représentativité des simulations dans un chapitre spécialement consacré).

Depuis les premières simulations effectuées par Cundall et Strack [27], plusieurs approches numériques ont été développées dans le but d'étudier le comportement des matériaux granulaires. Parmi celles-ci, deux grandes classes peuvent être distinguées : l'originelle Méthode des Elements Discrets telle qu'initiée par Cundall et Strack, et la Dynamique des Contacts introduite par Moreau [85] et Jean [61].

- Inspirée des méthodes dites de dynamique moléculaire, la Méthode des Eléments Discret, également appelée Méthode des Eléments Distincts, considère les actions mécaniques entre les grains, exprimées de manière explicite en fonction de l'incrément ou de la vitesse de déformation du contact, sous la forme de lois d'interaction généralement simplifiées (ressort, patins et amortisseurs, voir section 1.2.2.3). Le mouvement de chacun des grains est, "tout simplement", régi par le Principe Fondamental de la Dynamique mettant en jeu un schéma d'intégration explicite (voir section suivante).
- Si l'objet reste la description des contacts interparticulaires, l'approche de la Dynamique des Contacts (DC) se distingue de la DEM principalement par la manière dont ceux-ci sont traités. En effet, la DC ne décrit pas l'évolution des contacts puisqu'elle considère des particules indéformables dont les interactions sont décrites par des lois de chocs, lois à seuil telles que présentées sur la figure 1.30. Contrairement à la DEM, la résolution du problème permettant d'accéder aux mouvements des grains et aux forces nécessite un traitement implicite de l'équation de la dynamique et des relations intergranulaires.

Remarquons que ces méthodes ont été principalement appliquées au cas de matériaux granulaires pulvérulents, le cas de la cohésion entre grains ayant également été traité [33], mais ce n'est que depuis quelques années que la prise en compte de la présence d'eau poreuse commence à se développer, principalement d'ailleurs, à travers les effets liés à la capillarité [51; 64; 107; 94; 39].

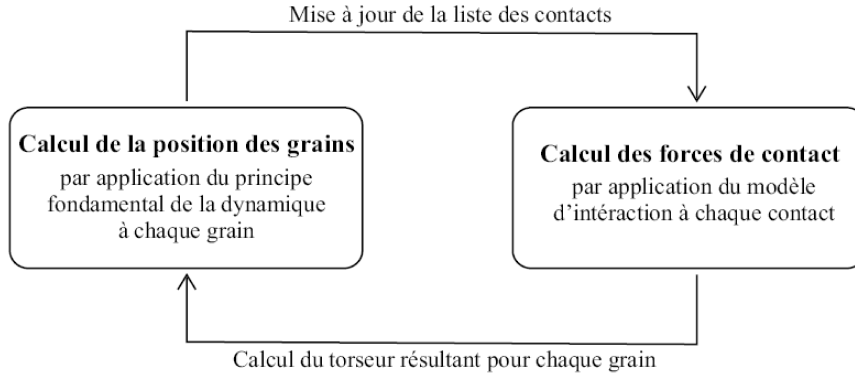


FIG. 1.27 – Schématisation du cycle de calcul de la Méthode des Éléments Discrets.

### 1.2.2.2 Cycle de calcul

Nous présentons ici le cycle de calcul généralement employé par la DEM, aussi bien en 2D qu'en 3D (figure 1.27). Celui-ci s'articule autour de 2 principales étapes au cours desquelles interviennent les considérations mécaniques : la calcul de la position des grains et le calcul des forces d'interactions. Le milieu granulaire étant représenté par un assemblage de particules en interaction, la mise à jour de la liste des contacts entre ces deux étapes constitue sans conteste un point clef de la simulation, tant par son importance dans la cohérence du calcul que dans sa consommation en temps.

A chaque interval de temps  $\Delta t$  du calcul, connaissant la position des grains, leur orientation et leur forme, il faut nécessairement dresser la liste des interactions. Dans le cas de grains sphériques, la procédure est évidemment simplifiée du fait que deux grains sont en interaction de contact lorsque la distance entre leur centre est inférieure à la somme des deux rayons, mais cela peut devenir assez délicat lorsque des grains polyédriques sont considérés [88].

Passé cette étape de recherche des interactions, les efforts exercés sur chaque particule sont calculés à partir des lois d'interaction telles que définies dans le paragraphe suivant. Le torseur résultant  $\{\vec{F}, \vec{M}\}_g$  des efforts s'appliquant sur chacun des grains  $g$  permet dès lors de gérer l'évolution cinématique des particules via le Principe Fondamental de la Dynamique. Plaçons nous dans le cas, qui sera le notre, de grains de forme sphérique. Dans l'espace orienté par les directions  $i$  ( $i = 1, 2$  en 2D,  $i = 1, 2, 3$  en 3D), si l'on caractérise le mouvement d'un grain  $g$  par sa position  $x_i$ , sa vitesse en translation  $\dot{x}_i$  et sa vitesse en rotation  $\dot{\omega}_i$ , et que l'on note  $m$  sa masse et  $J$  son moment d'inertie, les accélérations en translation  $\ddot{x}_i$  et en rotation  $\ddot{\omega}_i$  sont obtenues par application directe du PFD :

$$\begin{aligned}\ddot{x}_i &= F_g/m, \\ \ddot{\omega}_i &= M_g/J\end{aligned}\tag{1.35}$$

Afin de suivre leur évolution au cours du temps, les positions des particules sont mises à jour tous les intervalles de temps  $\Delta t$  par intégration des accélérations  $\ddot{x}_i$  et  $\ddot{\omega}_i$  suivant un schéma aux différences finies centrées du premier ordre :

- Dans un premier temps, les vitesses sont calculées au temps  $t + \Delta t/2$  :

$$\begin{aligned}\dot{x}_i^{[t+\Delta t/2]} &= \dot{x}_i^{[t-\Delta t/2]} + \ddot{x}_i^{[t]}. \Delta t \\ \dot{\omega}_i^{[t+\Delta t/2]} &= \dot{\omega}_i^{[t-\Delta t/2]} + \ddot{\omega}_i^{[t]}. \Delta t\end{aligned}\tag{1.36}$$

– puis, les positions sont déterminées au temps  $t + \Delta t$  :

$$\begin{aligned} x_i^{[t+\Delta t]} &= x_i^{[t]} + \dot{x}_i^{[t+\Delta t/2]} \cdot \Delta t \\ \omega_i^{[t+\Delta t]} &= \omega_i^{[t]} + \dot{\omega}_i^{[t+\Delta t/2]} \cdot \Delta t \end{aligned} \quad (1.37)$$

La liste des contacts est ainsi mise à jour à chaque itération, permettant la perpétuation du cycle de calcul. On peut noter que la méthode d'intégration fait l'hypothèse que les accélérations et les vitesses des particules sont constantes sur chaque intervalle de temps. Dès lors, il est évident que la discrétisation du temps aura toute son importance dans le traitement du problème, et que le choix du pas de temps  $\Delta t$  est un point capital des simulations utilisant la DEM.

### 1.2.2.3 Lois d'interaction

L'intérêt principal des Méthodes aux Eléments Discrets réside dans la définition des lois d'interactions entre les particules. De par leur spécificité, ce sont elles qui vont dicter les comportements local et global des assemblages. Un des atouts de la DEM tenant dans la capacité des modèles à reproduire des phénomènes mécaniques complexes à partir d'un nombre réduit de paramètres mécaniques, il est évidemment nécessaire d'implémenter des lois d'interaction simples afin de conserver le "contrôle" des modélisations et éviter ainsi la dérive souvent observée dans les modèles phénoménologiques macroscopiques.

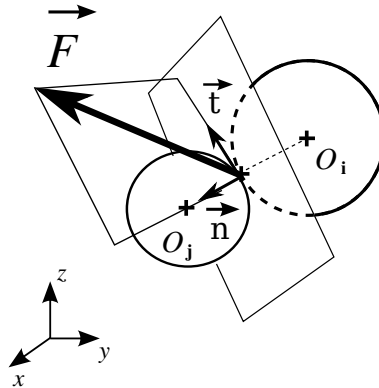


FIG. 1.28 – Définition des notations et décomposition de la force d'interaction intergranulaire.

Le principe est assez simple : le milieu est constitué d'un assemblage de grains ; à chaque grain  $i$  repéré dans l'espace de référence global  $\mathfrak{R} = (O, \vec{X}, \vec{Y}, \vec{Z})$  est associé son centre  $O_i$  et son rayon d'interaction  $R_i$ . Lorsque le grain  $i$  considéré interagit avec un grain  $j$  donné, celui-ci lui transmet son action via une force  $\vec{F}$  et un moment  $\vec{M}$ . La force d'interaction  $\vec{F}$  de  $j$  sur  $i$  permet la définition du repère d'interaction locale  $(C, \vec{n}, \vec{t})$  associé (figure 1.28), où  $C$  est le point d'application de  $\vec{F}$  sur  $i$ ,  $\vec{n}$  est le vecteur unitaire normal défini par :

$$\vec{n} = \frac{C\vec{O}_j}{\|C\vec{O}_j\|} \quad (1.38)$$

et  $\vec{t}$  est un vecteur unitaire définissant le plan tangent tel que :

$$\vec{t} \cdot \vec{n} = 0. \quad (1.39)$$



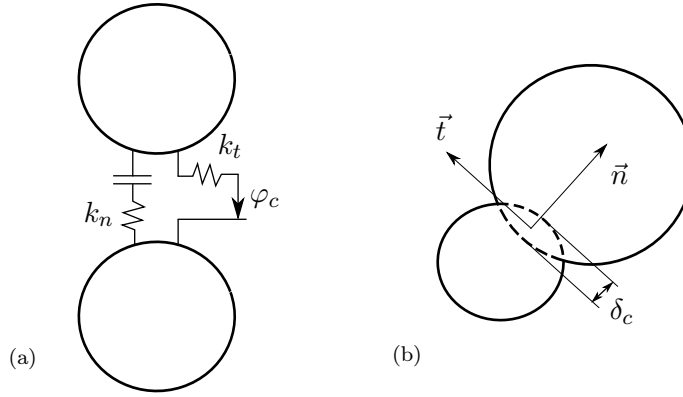


FIG. 1.29 – (a) Interaction de contact selon Cundall et Strack. (b) Définition de l'interpénétration  $\delta_c$

$\vec{F}$  peut donc se décomposer en une composante normale  $\vec{F}_n$  et une composante tangentielle  $\vec{F}_t$ . Si  $\vec{F}_n$  est dirigée vers le centre du grain  $i$ , son action est répulsive et sa valeur  $F_n$  est positive. Par contre, lorsqu'elle est orientée vers l'extérieur (vers le grain  $j$ ), son action est attractive et sa valeur négative. La distance intergranulaire  $D$  est simplement définie comme la distance intercentre  $|O_i\vec{O}_j|$  à laquelle sont soustraits les rayons des deux grains :

$$D = |O_i\vec{O}_j| - (R_i + R_j) \quad (1.40)$$

Les lois d'interaction sont en fait les fonctions reliant les forces (et les moments) d'interaction aux variables locales de la simulation dont le statut dépend de ceux des interactions à simuler. En d'autres termes, c'est au travers des lois d'interaction que l'on va fixer les conditions d'existence des fonctions qui les définissent. Chaque modélisateur peut donc définir ses propres lois d'interaction en fonction du comportement à simuler.

Pour le cas des milieux granulaires frottants, de nombreuses possibilités ont été proposées afin de simuler les interactions de contacts interparticulaires. Initialement, Cundall et Strack [27] ont proposé l'utilisation de ressorts et de patin dans les directions normales et tangentielles pour relier les grains effectivement en contact (figure 1.29(a)), l'ensemble résultant en un modèle élastique-plastique des plus simple. Les contacts sont caractérisés par une distance d'interpénétration  $\delta_c$  (figure 1.29(b)) définie telle que :

$$\delta = \begin{cases} D & \text{si } D \leq 0 \\ 0 & \text{si } D > 0 \end{cases} \quad (1.41)$$

Formellement, la force normale au contact est donnée par :

$$F_n = k_n \delta_c \quad (1.42)$$

avec  $k_n$  la rigidité normale (1.30(a)), tandis que la force tangentielle est calculée incrémentalement à chaque pas de temps par :

$$\Delta F_t = k_t u_t \quad (1.43)$$

avec  $u_t$  le déplacement tangentiel relatif, et  $k_t$  la rigidité tangentielle (1.30(b)). La résistance de contact étant définie par une loi de frottement de Coulomb,  $F_t$  est limitée à une valeur maximale qui dépend de l'effort normal  $F_n$  appliqué, par le biais de l'angle de frottement intergranulaire  $\varphi_c$  :

$$|F_t| \leq F_n \tan \varphi_c \quad (1.44)$$

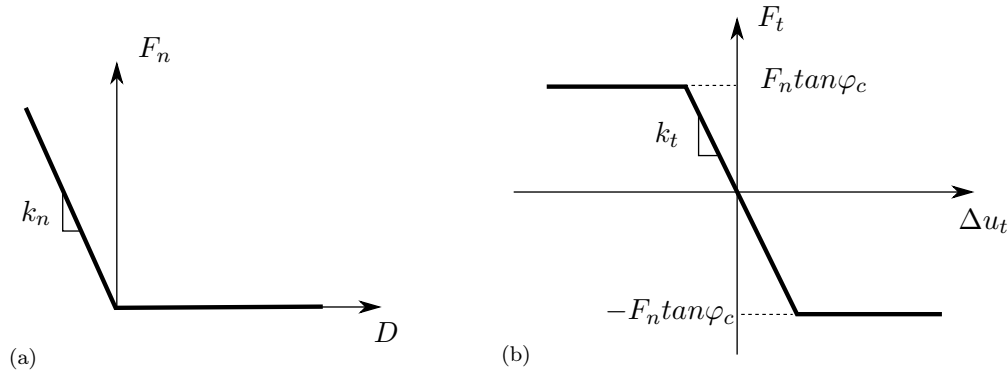


FIG. 1.30 – Modèle élastique-plastique dans le cas de rigidités linéaires : lois normale (a) et tangentielle (b).

Dans un souci évident de représentativité et afin de se rapprocher au mieux de la réalité des contacts entre grains, certains auteurs ont introduit des raideurs interparticulaires non linéaires en s'appuyant sur la théorie des contacts de Hertz. Cependant, si la physique au contact est effectivement mieux représentée, il a été démontré ([26]) que l'apport de précision au niveau des résultats à l'échelle de l'assemblage était négligeable par rapport à l'augmentation de temps de calcul engendrée, notamment dans le cas de problèmes quasi-statiques (voir section 1.2.3.2). D'autres auteurs [79] ont cherché à représenter la déformation plastique du contact, phénomène couramment observé dans les matériaux réels, en attribuant une raideur différente à l'interaction suivant son statut "chargé" ou "déchargé" vis-à-vis de la charge maximale qu'il a subit. La plastification du contact peut ainsi être prise en compte dans le sens où la force normale appliquée au grain dépend de l'histoire de son chargement. Dans la même optique, après avoir constaté que le contact entre deux grains de sable ne s'effectuait pas strictement en un point mais plutôt à l'échelle d'une surface, Iwashita et Oda [60] en 2D, et plus récemment Plassiard [92] en 3D, ont cherché à modéliser une résistance au roulement entre les grains en contact. Les lois d'interaction classiques restent de mise dans les directions normales et tangentielles, mais, on autorise la transmission d'un moment opposé au roulement via l'introduction de ressorts supplémentaires fonctionnant en rotation, ce qui a pour conséquence d'augmenter la capacité de résistance au cisaillement de l'assemblage.

De la même façon, la cohésion interparticulaire peut également être introduite. Le cas le plus simple consiste à considérer que celle-ci ne génère qu'une résistance normale à la traction entre deux particules en contact. Cette résistance est généralement prise en compte en ajoutant un lien seuil  $c$  en série avec la rigidité normale comme présenté sur la figure 1.31(a), la séparation des grains nécessitant dès lors l'application d'un effort normal supérieur à la force de cohésion  $F_{coh}$  engendrée (figure 1.31(b)).

Cependant, réserver la cohésion aux grains strictement en contact est forcément limitant. En effet, de la même façon que les interactions de contact sont définies en fonction de la distance d'interpénétration des grains, un mécanisme de cohésion doit pouvoir être défini en fonction de la distance intergranulaire, et laisser ainsi l'opportunité de modéliser les mécanismes de cohésion à distance comme ce peut être le cas pour les phénomènes d'attraction gravitaire, les forces de Van der Waals ou encore les forces capillaires (voir section 1.1.2.2).

Quelque soit l'effet cohésif mis en jeu entre les grains, on peut considérer que la force d'attraction  $F_{coh}$  peut exister jusqu'à une certaine distance intergranulaire  $D_0$  donnée (figure 1.32(a)). Dès lors, la loi ainsi définie peut être totalement réversible telle que le passage entre

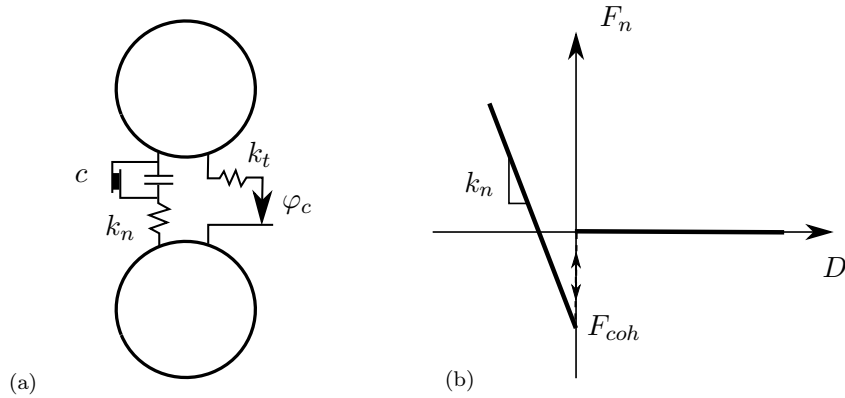


FIG. 1.31 – Loi de cohésion au contact : (a) modélisation, (b) principe.

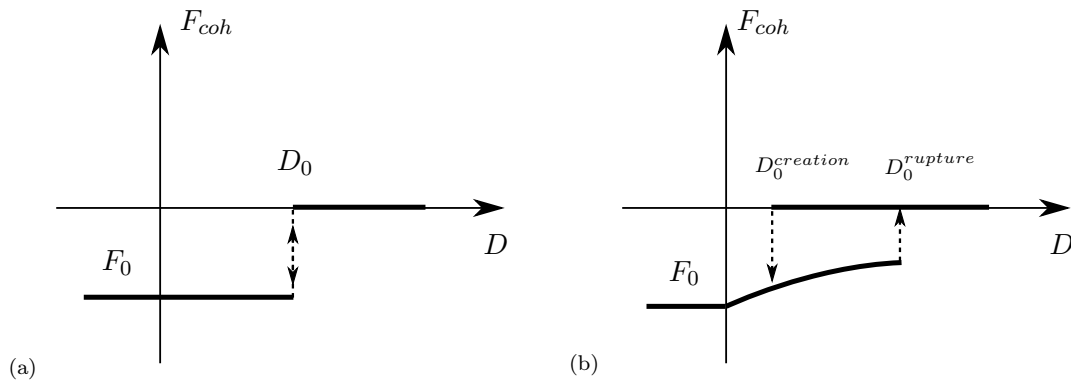


FIG. 1.32 – Loi de cohésion à distance : (a) constante réversible, (b) fonction de la distance  $D$  et hystérétique.

les états cohésifs et non-cohésifs se fassent pour une même distance  $D^0$  ou impliquer une hystérésis comportementale en fixant une distance de création  $D_0^{creation}$  différente (inférieure) à la distance de rupture  $D_0^{rupture}$  du lien. En outre, sa valeur peut être choisie constante uniforme ou fonction de  $D$  suivant les phénomènes à prendre en compte (figure 1.32(b)).

#### 1.2.2.4 Conditions de convergence

Nous l'avons vu précédemment (section 1.2.2.2), la résolution numérique de la DEM est basée sur une discrétisation du temps en intervalles  $\Delta t$  pendant lequel le cycle de calcul est effectué. Aussi, de la même façon que dans le cas d'un système constitué d'oscillateurs masse/ressort, la convergence du calcul vers une solution stable est conditionnée par une valeur du pas de temps qui permette la propagation des ondes dans le milieu. En effet, si l'on considère que chaque grain de l'assemblage peut être comparé à un oscillateur de masse  $m$  relié par un ressort de rigidité  $k$  à un corps fixe, le pas de temps  $\Delta t$  doit être choisi suffisamment petit par rapport à la période propre  $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$  de chacun des systèmes oscillants afin d'éviter que l'assemblage ne s'emballe sous l'effet de l'amplification des phénomènes cinétiques. En conséquence,  $\Delta t$  doit être strictement inférieur à la plus petite période propre obtenue sur l'ensemble des particules de l'assemblage.

Dans la majorité des codes de calcul, on détermine, pour chaque degré de liberté  $i$  de

l'espace, les raideurs équivalentes  $K_i^{trans}$  et  $K_i^{rot}$ , respectivement en translation et en rotation, des contacts entourant chacun des grains. Le pas de temps critique  $\Delta t_{crit}$  est finalement calculé comme une fraction  $\alpha$  de la plus petite période propre équivalente  $T_i$  de l'assemblage :

$$\Delta t_{crit} = \alpha \cdot \min(T_i) = \alpha \cdot \min\left(\sqrt{\frac{m}{K_i^{trans}}}, \sqrt{\frac{J}{K_i^{rot}}}\right) \quad (1.45)$$

En pratique,  $\alpha$  est choisi de manière à assurer un résultat inchangé lorsque le calcul est réalisé avec une valeur inférieure.

De par la nature du PFD (et à condition de choisir le bon pas de temps), le cycle de calcul de la DEM assure l'équilibre dynamique de l'assemblage granulaire. Ainsi, toute action appliquée sur l'assemblage génère des ondes qui, par interaction, se propagent dans l'ensemble du milieu. Dans le cas d'ondes de faible amplitude, si les interactions de contact sont purement élastiques, le frottement ne permet pas de dissiper l'énergie et les ondes sont indéfiniment présentes dans le milieu. En général, pour éviter ce phénomène qui perturbe la résolution numérique, les codes de calcul permettent l'introduction d'un amortissement dans le système. Celui-ci peut être de différents types.

Une solution classique repose sur l'ajout d'une dissipation visqueuse à la loi de contact reliant les grains entre eux [60], un terme de viscosité directement proportionnel à la vitesse de la sollicitation étant ainsi ajouté à la force élastique. Une autre possibilité, global, consiste à calculer cette force visqueuse par rapport au repère du laboratoire. Cundall [27], pour sa part, a proposé un amortissement numérique "non visqueux" s'appliquant indépendamment sur chaque grain, qui a pour effet d'amortir les vibrations en agissant directement sur leur torseur résultant. Pratiquement, avant l'application du PFD, on ajoute une force et un moment d'amortissement  $\{F^a, M^a\}_g$  à la force et au moment résultant  $\{F_a, M_a\}_g$  tel que :

$$\begin{aligned} F_i^a &= -D^a |F_i| \text{sign}(\dot{x}_i) \\ M_i^a &= -D^a |M_i| \text{sign}(\dot{\omega}_i) \end{aligned} \quad (1.46)$$

où  $D^a$  est le coefficient d'amortissement, grandeur adimensionnelle comprise entre 0 et 1, et  $\text{sign}$  est une fonction renvoyant le signe d'un scalaire. Concrètement, cet amortissement a pour effet de diminuer la force résultante si celle-ci est motrice, et de l'accroître si elle s'oppose au mouvement.

On peut noter que, dans tous les cas, l'amortissement est fortement lié à la vitesse des sollicitations, et ses effets sont d'autant plus négligeables que les vitesses tendent vers 0.

### 1.2.3 Simulation du comportement des milieux granulaires secs

#### 1.2.3.1 Généralités

Les codes de calcul s'appuyant sur la DEM utilisent classiquement des grains de forme circulaire en 2D ou sphérique en 3D pour leur évidente simplicité de traitement tant au niveau de la recherche de contact que des lois d'interaction. Bien entendu, cette schématisation ne permet pas de reproduire quantitativement certaines caractéristiques propres aux matériaux granulaires communs, dont les grains ne sont pas sphériques. Par exemple, afin d'atteindre des angles de frottement  $\phi$  au pic du déviateur des contraintes réalistes, les auteurs ont cherché à affiner le modèle géométrique des grains (figure 1.33), la relation entre l'angle de frottement

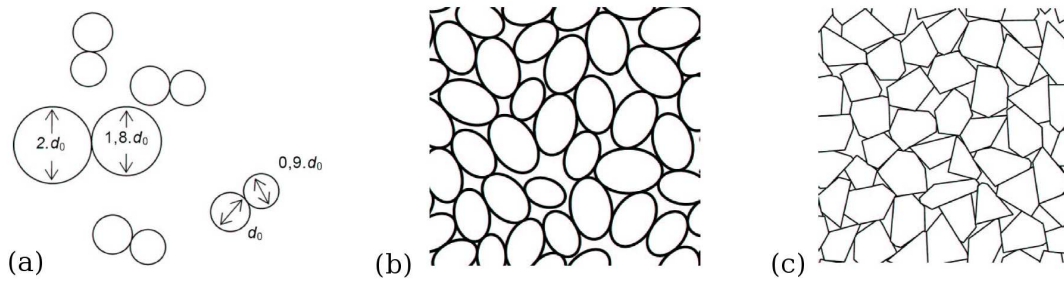


FIG. 1.33 – Exemples de modèles géométriques de grains : (a) disques collés deux à deux, (b) ellipses et (c) polyèdres, d'après [106].

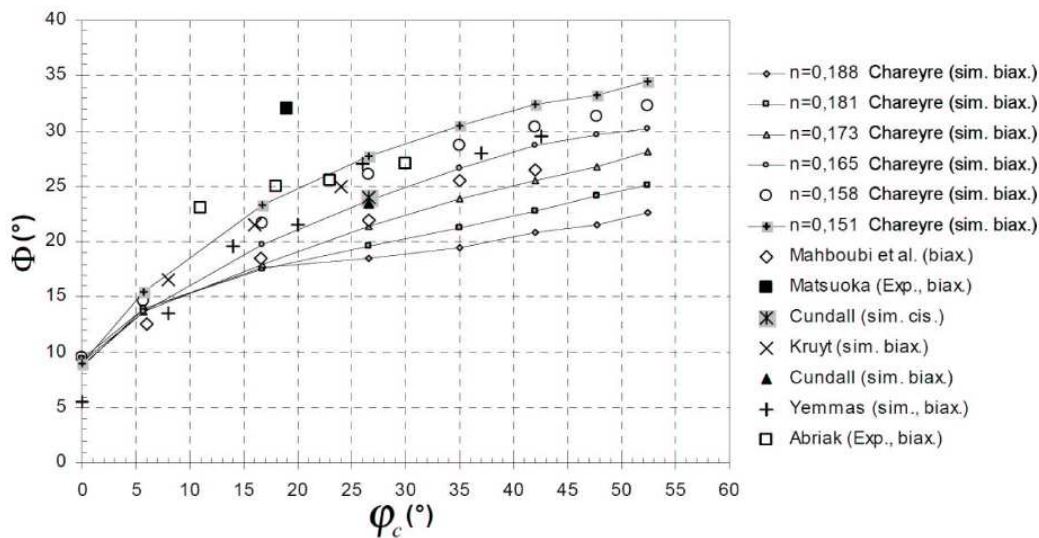


FIG. 1.34 – Résultats expérimentaux (exp) et numériques (sim) donnant l'angle de frottement macroscopique  $\phi$  en fonction de l'angle de frottement intergranulaire  $\varphi_c$ , compilation originale de Mahboubi et al. [80] complétée par Chareyre [15].

microscopique  $\varphi_c$  et celui macroscopique  $\phi$  n'étant pas linéaire (figure 1.34) comme l'a montré Chareyre [15].

Ces problèmes sont effectivement cruciaux lorsque le but de la modélisation est de reproduire un comportement donné, mais leur importance n'est plus justifiée lorsque l'on s'intéresse au comportement en soi du matériau.

Conceptuellement, les modèles 3D sphériques peuvent être assimilés à des assemblages de billes de verre, matériau modèle largement utilisé pour étudier les origines microscopiques du comportement des milieux granulaires. De la même façon que pour ces matériaux modèles, la granularité des assemblages doit être choisie en connaissance de cause. De fait, une taille unique de grains est à proscrire si l'on veut éviter les arrangements cristallins et les singularités comportementales qui en découlent. Les sols granulaires sont ainsi préférentiellement étudiés au travers d'assemblages polydisperses.

Plusieurs aspects phénoménologiques caractéristiques des matériaux granulaires ont pu être reproduits par les simulations DEM comme l'influence du chemin de chargement sur le résultat des simulations, le concept d'état critique, la localisation des déformations en bande de

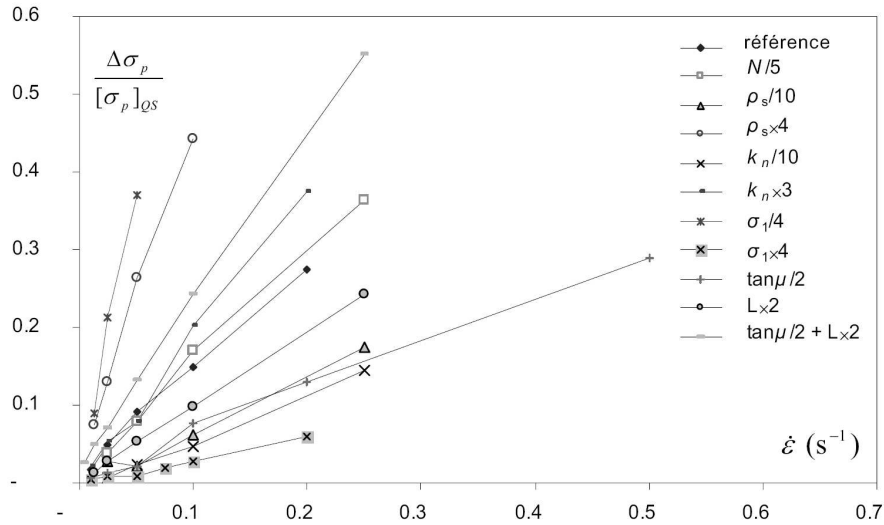


FIG. 1.35 – Influence de la vitesse de déformation sur l'erreur  $\Delta\sigma_{pic}$  commise sur le pic des contraintes  $\sigma_{pic}$  d'après Chareyre [15].  $N$ ,  $\rho_s$ ,  $k_n$ ,  $\sigma_1$ ,  $\mu$  et  $L$  désignent respectivement le nombre d'éléments constituant l'échantillon, leur masse volumique, la raideur normale, la contrainte de confinement, l'angle de frottement intergranulaire et la taille caractéristique de l'échantillon.

cisaillement, ou encore les phénomènes de liquéfaction sous chargement cyclique. Cependant, la comparaison directe de résultats expérimentaux et numériques reste délicate. En effet, il est très difficile de reproduire exactement la microstructure initiale d'un assemblage de grains dont on sait qu'elle influe directement sur son comportement. Malgré tout, certains auteurs ayant cherché à reproduire des essais de laboratoire [38] ont obtenu des résultats satisfaisants.

### 1.2.3.2 Quasi-staticité

En mécanique des sols, les caractéristiques mécaniques que l'on peut mesurer lors de l'application d'un chemin de chargement sont des constantes qui ne doivent pas dépendre de la vitesse de sollicitation. Lors des simulations DEM, il est donc également indispensable de garder le contrôle sur les effets inertiels liés au chargement. Dans cet optique, les modélisateurs ont pour habitude d'invoquer le caractère quasi-statique des simulations.

Dans sa définition exacte, la quasi-staticité caractérise une évolution faite d'une succession d'états d'équilibre statique. En pratique, le moyen de vérification le plus simple est d'effectuer 2 sollicitations à deux vitesses de chargement différentes : le chargement peut être considéré quasi-statique si les résultats obtenus sont identiques. Chareyre [15], par exemple, a analysé l'influence de la vitesse de sollicitation sur la simulation d'essais triaxiaux. Son constat est que l'erreur  $\Delta\sigma_{pic}$  commise sur le pic des contraintes  $\sigma_{pic}$  dépend linéairement de la vitesse de déformation  $\dot{\epsilon}$  lorsque celle-ci n'est pas trop élevée (figure 3.6). Ce résultat permet notamment d'effectuer deux essais à deux vitesses de chargement distinctes afin d'en déduire la valeur de contrainte au pic correspondant à un essai quasi-statique par simple interpolation.

Plusieurs indices ont été introduits pour essayer de quantifier cette quasi-staticité. Par exemple, Mahboubi et al., [80], proposent un indice égal au rapport entre la moyenne des

résultantes  $\vec{F}$  agissant sur chaque grain  $i$  de l'assemblage, et la moyenne des forces normales  $f_n^{ext}$  agissant sur le milieu :

$$\lambda = \frac{\langle \sum_{i=1}^N \vec{F}_i \rangle}{\langle f_n^{ext} \rangle} \quad (1.47)$$

Cet indice revient à faire la comparaison entre les efforts internes liés aux interactions de contact et les efforts extérieurs appliqués sur le milieu, sachant que l'un n'existe pas sans l'autre. Les auteurs considèrent que le chargement est quasi-statique si sa valeur ne dépasse pas 1%. Nous développerons ce point dans la section 2.1.2.2.

### 1.2.3.3 Choix d'un Volume Élémentaire Représentatif

Il est classiquement admis que le comportement d'un matériau granulaire peut être assimilé à celui d'un milieu continu matériellement simple à condition que son comportement soit défini, en chaque point, par une loi macroscopique en contraintes-déformations. Pour cette raison, les essais de laboratoire (triaxiaux, oedométriques...) sont réalisés sur des échantillons de sol comportant un nombre suffisant de granulats, dont la taille se doit d'être petite par rapport à la taille de l'échantillon. Evidemment, cette précaution doit également être vérifiée dans les simulations numériques discrètes. Il faut s'assurer, en prenant un nombre suffisant de particules, que la dimension des hétérogénéités soit petite vis à vis des dimensions de l'assemblage, mais aussi de la sollicitation. Cependant, comme souligné par Chareyre [15], que signifie "suffisant" ? Comment juger de la validité ou non des simulations ?

Dans le cadre des études de matériaux hétérogènes par les approches multi-échelle, cela se traduit généralement par la définition d'un Volume Élémentaire Représentatif (VER). Élémentaire car considéré comme un point matériel du milieu, et Représentatif car ayant un comportement mécanique identique au milieu macroscopique équivalent : c'est le plus petit volume pour lequel, selon Cambou [14], il est possible de déterminer une loi de comportement unique reliant les contraintes aux déformations. Par essence, cette définition du VER basée sur l'unicité du comportement est difficilement concevable dans le cadre des simulations discrètes. En effet, comment caractériser le comportement unique d'un assemblage granulaire sachant que, inexorablement, la spécificité des configurations initiales d'une simulation engendrent autant de solutions "exactes" correspondantes ? La variabilité est inhérente aux méthodes discrètes, et ce, indépendamment des erreurs liées à la méthode de résolution.

Plusieurs auteurs [14] se sont ainsi intéressés à la caractérisation du VER, et ont tenté d'estimer le nombre minimum d'hétérogénéités à prendre en considérations. Par exemple, à partir d'essais expérimentaux sur des rouleaux de Schneebeli, Calvetti et al. [12] ont montré que le calcul des déformations globales à partir du champ des déplacements discrets (aussi appelé homogénéisation cinématique) est fonction de la taille du domaine sur lequel est effectué le calcul. Ils estiment une convergence satisfaisante des calculs vers les valeurs mesurées expérimentalement à partir d'un volume égal à dix fois la taille du plus gros élément, qui correspondrait, dès lors, au VER et confirmerait les analyses déjà faites par Biarez et Hicher [5]. Malgré tout, du fait de l'inhérente variabilité de la DEM, l'approche consistant à caractériser le VER en fonction de la dispersion des résultats semble la plus pertinente puisqu'il est maintenant bien admis que celle-ci diminue avec le nombre de particules, un comportement asymptotique pouvant être mis en avant dans la limite des grands systèmes. Chareyre [15], par exemple, dans le cas de simulations bidimensionnelles, a montré que l'écart type calculé sur les valeurs du pic des contraintes diminue avec le nombre de grains  $N$  mis en jeu,

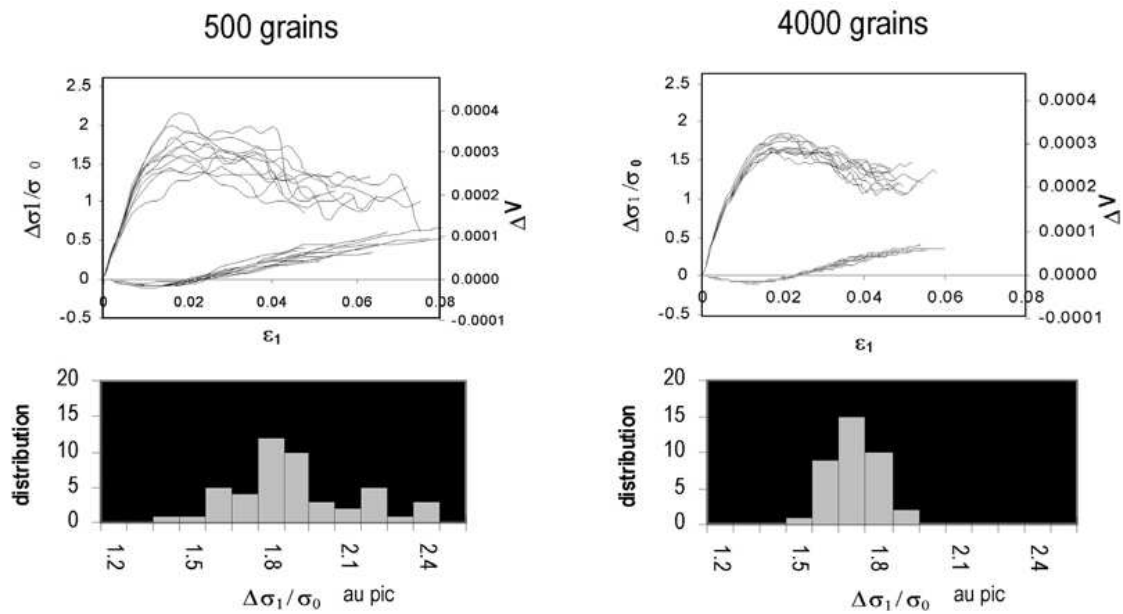


FIG. 1.36 – Dispersion des courbes  $\sigma$ - $\epsilon$  pour deux échantillons aux propriétés identiques de 500 et 4000 grains soumis à une sollicitation biaxiale selon [15].

proportionnellement à  $N^{-1/2}$  comme illustré sur la figure 1.36.

Cette approche probabiliste a finalement conduit les expérimentateurs et numériciens à caractériser le VER en fonction des résultats de leurs simulations : le nombre de grains à considérer est fixé selon que les différences deviennent négligeables d'un essai à un autre. Plusieurs échantillons du même matériau doivent pouvoir reproduire des comportements mécaniques équivalents, l'acceptabilité de la variabilité des résultats étant, bien entendu, laissée au jugement de l'expérimentateur. Ceci étant, dans le cadre des simulations numériques, il faut bien garder en tête que le coût de calcul est directement lié au nombre de particules en interaction.

#### 1.2.3.4 Mise en place et contrôle des conditions aux limites

Que ce soit pour la simulation d'essais de laboratoire ou de problèmes aux limites, la génération d'un état initial maîtrisé est de première importance. En effet, le comportement d'un assemblage granulaire est directement conditionné par les propriétés initiales de celui-ci, que ce soit sa densité, sa granularité, son homogénéité (ou hétérogénéité) ou encore l'isotropie (ou l'anisotropie) de sa microstructure. Les techniques mises en oeuvre, souvent très variables, peuvent être distinguées en deux grandes familles : les méthodes géométriques basées sur des algorithmes géométriques de positionnement des éléments [65], et les méthodes dynamiques qui constituent en elles-mêmes des simulations utilisant le cycle de calcul de la DEM. L'avantage de ces dernières est la création d'échantillons déjà stables vis à vis de la simulation alors que les méthodes géométriques, par définition, ne prennent en compte aucune considération mécanique et nécessitent, dès lors, une phase de calcul de stabilisation. Par contre, contrairement aux algorithmes géométriques, les propriétés des échantillons créés par méthode dynamique ne sont que des paramètres contrôlés a posteriori.



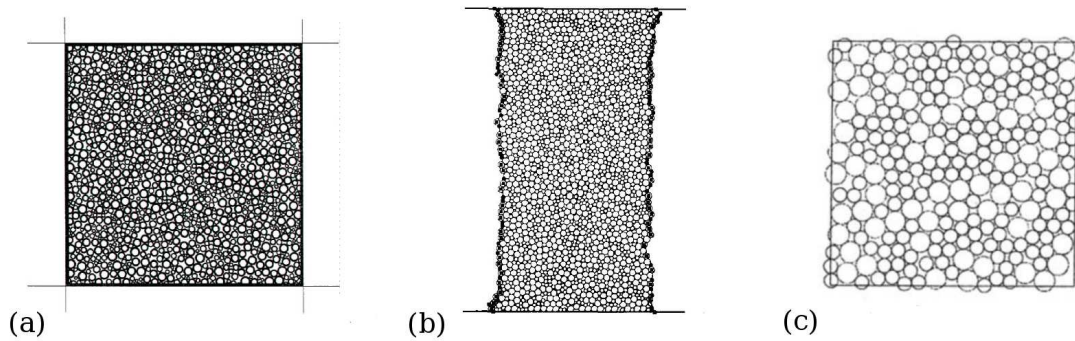


FIG. 1.37 – Exemples de conditions aux limites : (a) parois rigides, (b) souples, (c) périodiques.

On trouve deux grands types de méthodes de génération dynamique, le dépôt sous gravité (ou pluviation) et le compactage. Si l'on peut concevoir que la pluviation reflète effectivement la réalité d'un dépôt sédimentaire, les assemblages résultants ont une distribution des orientations de contact anisotrope, préférentiellement orientée selon la direction du dépôt. De plus, la régularité de la surface libre des échantillons ainsi générés n'est pas assurée. Cette méthode est ainsi plutôt tournée vers des applications concernant les sols de surface et les problèmes aux limites associés. Pour sa part, à condition de contrôler correctement son processus, le compactage permet l'obtention d'échantillons dont l'isotropie et l'homogénéité peuvent être contrôlées, plus propices aux essais de caractérisation. En outre, leur densité peut être assez facilement ajustée. En effet, à partir d'arrangements aléatoires de grains, la compaction, qui peut s'effectuer soit par réduction du volume global, soit par grossissement progressif des rayons, produit des assemblages plus ou moins denses suivant la valeur de l'angle de frottement  $\varphi_c$  entre les grains. Plus celui-ci est faible, plus l'échantillon sera dense, la densité maximale étant atteinte pour un angle de frottement nul.

Par ailleurs, pour soumettre l'assemblage granulaire à un programme de chargement choisi, il faut pouvoir contrôler son état de contrainte-déformation. De manière générale, le contrôle s'effectue en imposant des conditions aux limites en force ou en déplacement. La solution la plus classique consiste à placer l'assemblage granulaire dans une boîte déformable (1.37(a)) dont chacune des faces est une paroi rigide directement en contact avec les grains de l'échantillon. Leur position et leur orientation sont ainsi définies en fonction de l'état de contrainte-déformation à simuler.

Evidemment, cette solution simplificatrice a des conséquences sur les comportements simulés, la rigidité des parois ayant tendance à forcer l'homogénéité du champ des déformations dans l'échantillon. Ainsi, dans des travaux dédiés à l'étude de la localisation des déformations, les auteurs [60], en s'inspirant des membranes généralement utilisées en laboratoire, ont introduit des conditions aux limites souples (figure 1.37(b)). Il semblerait que celles-ci favorisent effectivement l'apparition de bandes de cisaillement au sein des échantillons. Signalons également que les parois rigides présentent l'inconvénient de perturber l'arrangement de la structure granulaire avec une plus grande porosité au niveau de ses bords. Pour éviter ces perturbations, certains auteurs [26] préconisent l'utilisation de conditions aux limites périodiques, en faisant l'hypothèse que l'échantillon se trouve au coeur d'un espace périodique où les conditions aux limites sur une face sont également vraies sur la face opposée (figure 1.37(c)). Un inconvénient de cette méthode est que la localisation de la déformation ne peut se développer que si elle vérifie les conditions de périodicité imposées aux frontières de l'échantillon.

### 1.2.4 Modélisation discrète des milieux granulaires humides : états de l'art.

Après avoir présenté les possibilités de la DEM vis-à-vis de la modélisation des milieux granulaires dans leur généralité, nous nous concentrons ici plus précisément sur les adaptations qu'en ont pu faire les modélisateurs pour la simulation des milieux granulaires humides/polyphasiques, ainsi que les principaux résultats obtenus à ce jour.

#### 1.2.4.1 Lois d'interaction capillaire

Nous l'avons vu, la présence d'eau dans les matériaux granulaires se traduit par l'existence de forces d'attraction interparticulaires. Seulement, si le phénomène est désormais plutôt bien admis, une grande difficulté réside encore dans la définition d'un modèle d'interaction représentatif qui soit en accord avec la théorie de Laplace (section 1.1.2.3). Le fonctionnement d'un code de calcul aux éléments discrets tenant dans la définition de ses lois d'interaction locales, on comprend bien le problème (majeur !) à surmonter pour les modélisateurs.

En effet, si la loi d'interaction capillaire est une loi cohésive par définition (figure 1.31), le calcul de son intensité est rendu délicat car fonction de nombreux paramètres conjugués (pression capillaire, forme/volume du pont liquide, dimensions des particules concernées). Parmi les solutions proposées par les modélisateurs, deux grandes tendances peuvent être distinguées :

- 1° La méthode la plus répandue [51; 52; 64; 39] consiste à faire l'approximation associant la forme du pont liquide à celle d'un tore (section 1.1.2.3), dont les rayons extérieur et intérieur  $y_0$  et  $\rho$  peuvent être reliés au rayon  $R$  des grains (figure 1.24) par :

$$y_0 = R(\sec(\delta) - 1) \quad \text{et} \quad \rho = R(1 + \tan(\delta) - \sec(\delta)) \quad (1.48)$$

avec  $\sec(x) = \frac{1}{\cos(x)}$ , et  $\delta$  l'angle de remplissage indiquant la portion de grain mouillé. La pression capillaire  $u_c$  valant :

$$u_c = \gamma_w \left( \frac{1}{y_0} + \frac{1}{\rho} \right) \quad (1.49)$$

la force capillaire associée s'obtient d'après l'équation (1.21) par :

$$F_{cap} = 2\pi R\gamma_w (1 + \tan(\delta/2))^{-1} \quad (1.50)$$

Pour étendre le calcul au cas polydisperse, Jiang et al. [64] utilisent l'hypothèse simplificatrice de Derjaguin (équation 1.24). Le point intéressant de cette approche est que le modélisateur garde le lien entre la pression capillaire  $u_c$  et les forces capillaires  $F_{cap}$  (équations (1.48),(1.49) et (1.50)). Par contre, sorti du cas monodisperse, le calcul du volume  $V_{pont}$  du pont devient difficile car propre à chaque paire de grains en interaction, et l'évolution de sa forme avec la distance intergranulaire nécessite une résolution numérique itérative comme le précise Gröger dans ses travaux [52; 39]. Malheureusement, le schéma de résolution n'est pas explicitée...

- 2° La deuxième méthode, issue des travaux de Mikami et al. [83] et reprise par l'équipe du LMGC<sup>1</sup> de Montpellier [108; 95], repose sur l'implémentation de l'expression explicite (équation (1.25)), donnant une approximation mathématique de la force capillaire en

<sup>1</sup>Laboratoire de Mécanique et de Génie Civil

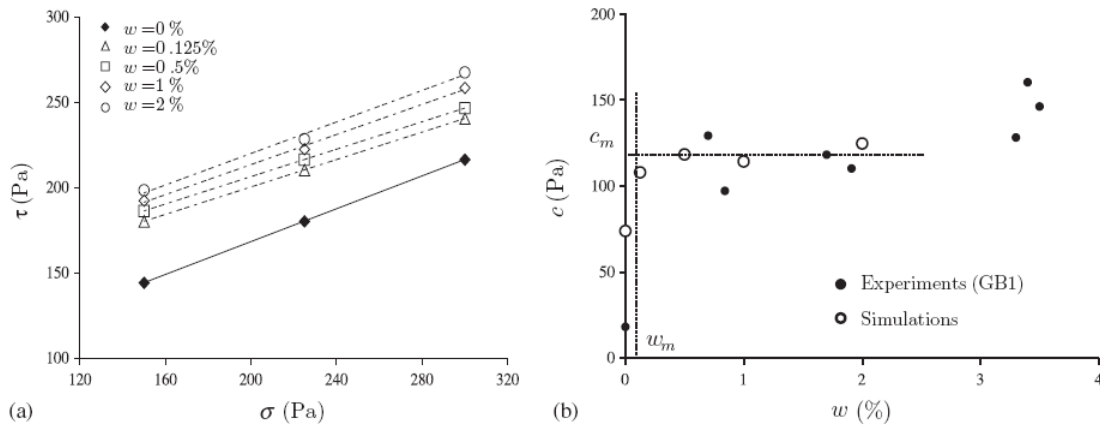


FIG. 1.38 – Résultats de simulations d’essais de cisaillement sur un matériau granulaire soumis aux forces capillaires selon [96] : (a) enveloppes de rupture, (b) cohésion en fonction de la teneur en eau, comparaison numérique (DEM) /expérimental (billes de verre).

fonction de paramètres liés à la géométrie du pont (volume, distance intergranulaire, angle de contact). Le grand avantage de cette expression est son caractère explicite qui facilite grandement les calculs et limite la perte de temps associée au traitement des données dans le cycle de calcul. Par contre, le lien entre  $F_{cap}$  et  $u_c$  n’est plus direct, et pose, dès lors, la question de la répartition du liquide au sein du milieu (cf. [94]).

Dans les deux cas, on voit bien le problème inhérent à la résolution de l’équation de Laplace-Young, et les difficultés engendrées par les différentes approximations. Nous proposerons, dans le chapitre 2 consacré au développement du modèle micromécanique, une approche permettant de résoudre certains problèmes mis en évidence ici.

#### 1.2.4.2 Résultats majeurs

Parmi l’ensemble des résultats obtenus par les auteurs, et malgré la diversité des options de modélisation, l’augmentation de la résistance au cisaillement engendrée par l’introduction de ponts capillaires est sans aucun doute celui qui fait l’unanimité. En effet, que les échantillons soient soumis à des essais de cisaillement [95], de compressions simples [108] ou biaxiales [64], ou bien encore de traction [52; 39], la résistance des assemblages est généralement augmentée, l’effet des forces capillaires se traduisant à l’échelle macroscopique par un gain de cohésion.

A ce titre, citons plus particulièrement les travaux de Richefeu [94; 95; 96], remarquables dans le sens où la comparaison est faite entre les résultats de simulations numériques et d’essais de laboratoire, confirmant l’augmentation de la cohésion des matériaux avec la teneur en eau dans le domaine pendulaire (figure 1.38(b)), ainsi que l’indépendance de l’angle de frottement macroscopique vis-à-vis de la présence de ponts capillaires (figure 1.38(a)).

D’autres auteurs [51; 74; 75] se sont intéressés à la modélisation de l’effondrement classiquement observé au remouillage des sols non saturés (section 1.1.1.3), et si Liu et al. [74; 75] ont réussi à reproduire qualitativement des résultats de laboratoire (figure 1.39), Gili et Alonso [51] ont pu mettre en avant les origines microstructurales du phénomène, notamment l’influence des ponts capillaires sur la stabilité des matériaux compactés non saturés. Une analyse

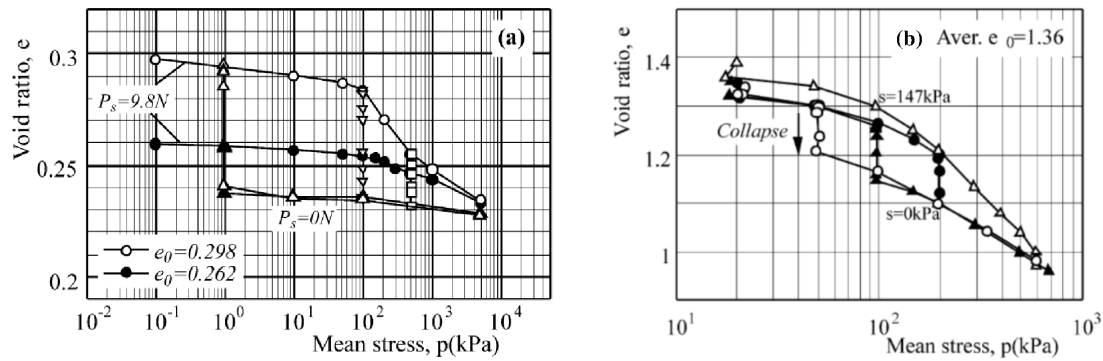


FIG. 1.39 – Variations de volume observées au remouillage en conditions hydrostatiques selon [75] : (a) simulation numérique DEM bidimensionnelle, (b) résultats expérimentaux obtenus sur une argile compactée.

plus détaillée sera proposée dans le dernier chapitre de ce manuscrit (chapitre 5).

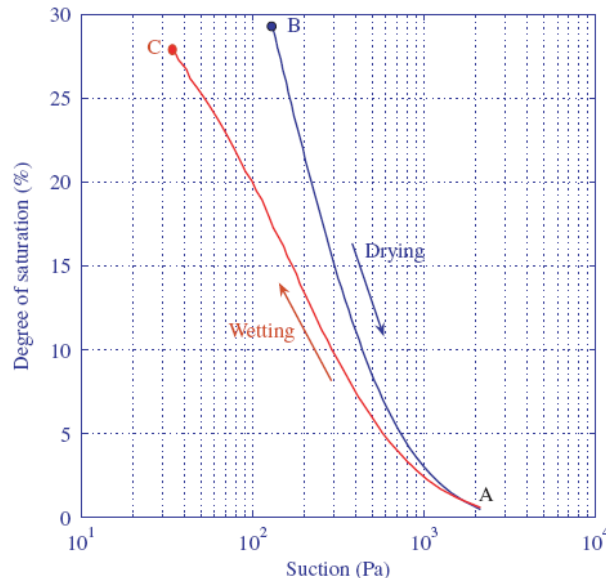


FIG. 1.40 – Courbes de rétention d'eau obtenues par El Shamy et Gröger [39] à partir d'un modèle DEM.

On peut remarquer toutefois que, parmi l'ensemble de ces résultats, le lien entre les grandeurs macroscopiques teneur en eau et pression capillaire a très peu été traité, seuls Jiang et al. [64] et El Shamy et Gröger [39] ayant pu l'introduire à travers l'utilisation de l'approximation toroïdale dans leurs simulations.

Jiang et al., grâce aux outils de l'homogénéisation (cf. section 1.2.1), se sont ainsi servis de leurs résultats numériques pour confronter et perfectionner les critères de rupture classiquement utilisés en mécanique des sols non saturés (cf. section 1.1.1.2), en y introduisant des paramètres permettant de traduire l'effet de la distribution granulométrique du matériau. Nous verrons effectivement que l'approche multi-échelle peut fournir certains éclaircissements sur la description mécanique du comportement des milieux partiellement saturés (chapitre 4), notamment vis-à-vis du concept de contrainte effective.

El Shamy et Gröger, pour leur part, sont les premiers à avoir proposé des courbes de rétention d'eau issues de simulations DEM (figure 1.40), dans le cas d'assemblages monodisperses. Ils ont d'ailleurs réussi à mettre en avant une hystérésis comportementale liée aux phénomènes de création et de rupture des ménisques intergranulaires. Nous reviendrons plus en détails sur ce point dans le chapitre 3.

Les résultats présentés dans ce paragraphe mettent en avant les nombreuses possibilités des méthodes DEM vis-à-vis de la modélisation du comportement des matériaux granulaires partiellement saturés. Cependant, si la pluralité des résultats est tout à fait remarquable, ceux-ci proviennent d'autant de modèles et d'hypothèses différents concernant la prise en compte des effets de la capillarité. Les difficultés rencontrées à l'échelle des grains limitent finalement les applications à l'échelle global du matériau. Un modèle basé sur une loi d'interaction locale adaptée devrait donc permettre une caractérisation comportementale plus généralisée.

---

### Présentation du modèle numérique micromécanique

---

Comme nous l'avons évoqué précédemment, l'étude du comportement des matériaux non saturés a été principalement traitée dans le cadre de la mécanique des milieux continus. Ce n'est que récemment que les approches multi-échelle ont commencé à être appliquées à l'étude des couplages hydro-mécaniques, grâce, notamment, aux travaux initiés par Château et Dormieux [16; 17] dans le cadre de la mécanique des milieux poreux [22]. A l'image des développements récents en la matière [51; 52; 64; 95], un aspect original de ce travail de thèse est de proposer une approche micromécanique du problème, s'appuyant sur une modélisation numérique discrète des phénomènes mis en jeu à l'échelle des grains. La principale difficulté résidant dans la définition d'un modèle d'interaction local qui soit à la fois représentatif des effets microscopiques de l'eau et adapté à une implémentation numérique dans un code de calcul, il est nécessaire d'y accorder une attention particulière.

Ce chapitre est ainsi consacré au modèle micromécanique que nous avons développé et utilisé tout au long de ce travail de thèse. Après une brève description de l'outil numérique initialement à notre disposition, nous nous intéresserons aux différentes hypothèses qui nous ont conduit à l'établissement de son couplage hydro-mécanique via la prise en compte des effets de capillarité. Enfin, la loi d'interaction capillaire telle qu'elle a été implémentée dans le code sera présentée, et une validation sera finalement proposée.

## 2.1 Le code de calcul YADE

Le code de calcul YADE (pour "Yet Another Dynamic Engine", [1; 68; 69]), propose un environnement Open Source écrit en C++ permettant le développement de modèles numériques discrets en trois dimensions. Il s'agit en fait d'une évolution du code SDEC [37], basée sur la méthode de calcul aux éléments discrets (DEM) initialement introduite par Cundall et Strack [27], dont les capacités sont en perpétuelle évolution grâce à la mise en commun du travail de ses utilisateurs. Comme de nombreux codes utilisant la DEM, YADE considère des éléments sphériques identifiés indépendamment par leur propre masse  $m$ , rayon  $R$  et moment d'inertie  $I_0$ . A chaque itération du cycle de calcul (figure 1.27), les positions des grains sont re-calculées par intégration du Principe Fondamental de la Dynamique, à partir des forces résultantes définies par les lois d'interaction locales interparticulaires. L'intégration du PFD s'effectue suivant un schéma aux différences finies centrées comme précisé dans la section 1.2.2.2.

Dans sa version de base, YADE propose des lois d'interaction classiques de type "contact" qui sont définies par des rigidités normales et tangentielles et un angle de frottement intergranulaire (section 1.2.2.3). Par ailleurs, le code offre la possibilité d'utiliser un artefact ayant pour objectif la simulation de la résistance au roulement propre aux grains réels non sphériques. Etant donné l'orientation de ce travail de thèse dont l'objet est l'étude des effets de la saturation partielle sur le comportement des milieux granulaires, cette option n'a pas été considérée dans nos simulations, et le jeu de paramètres micro-mécaniques se restreint finalement à la rigidité normale  $k_n$ , la rigidité tangentielle  $k_t$  et l'angle de frottement intergranulaire  $\phi_c$ . La loi d'interaction de contact utilisée est donc celle présentée sur les figures 1.29 et 1.30, traduite par les relations (1.42, 1.43 et 1.44).

A noter également, de manière à avoir des interpénétrations qui soient proportionnelles à la taille des grains en interaction, les valeurs des raideurs de contact sont définies à partir d'un module de rigidité global  $E_{global}$ , et d'un coefficient  $\alpha$ , tels que :

$$\begin{cases} k_n = 2E_{global} * \frac{R1 * R2}{(R1 + R2)} \\ k_t = \alpha k_n \end{cases} \quad (2.1)$$

L'intervention du module  $E_{global}$  permet ainsi d'homogénéiser le comportement élastique à l'échelle des assemblages, et d'assurer l'indépendance de leur rigidité globale vis-à-vis de la taille des éléments.

Afin de permettre la convergence du système vers un état d'équilibre quasi-statique (voir section 1.2.3.2), outre la définition d'un pas de temps suffisamment petit pour assurer la stabilité du schéma d'intégration (section 1.2.2.4), les dissipations d'énergie sont rendues possibles grâce à un amortissement "non visqueux" (section 1.2.2.4) s'appliquant indépendamment à chacun des éléments. Les forces et moments d'amortissement qui leur sont appliqués sont ainsi définis par l'équation (1.46).

Enfin, une particularité du code est que, pour éviter le calcul de force entre des grains n'interagissant pas les uns avec les autres (typiquement séparés par un grain au minimum), la liste des paires en interaction est construite à partir d'un volume d'alerte au-delà duquel les grains ne sont plus considérés (figure 2.1). Evidemment, ce volume d'interaction (un cube d'arête  $c$ ) doit pouvoir s'adapter au type d'interaction traité par le modèle, et on imagine facilement que si celui-ci peut être limité aux rayons des grains pour le cas de contacts frictionnels purs

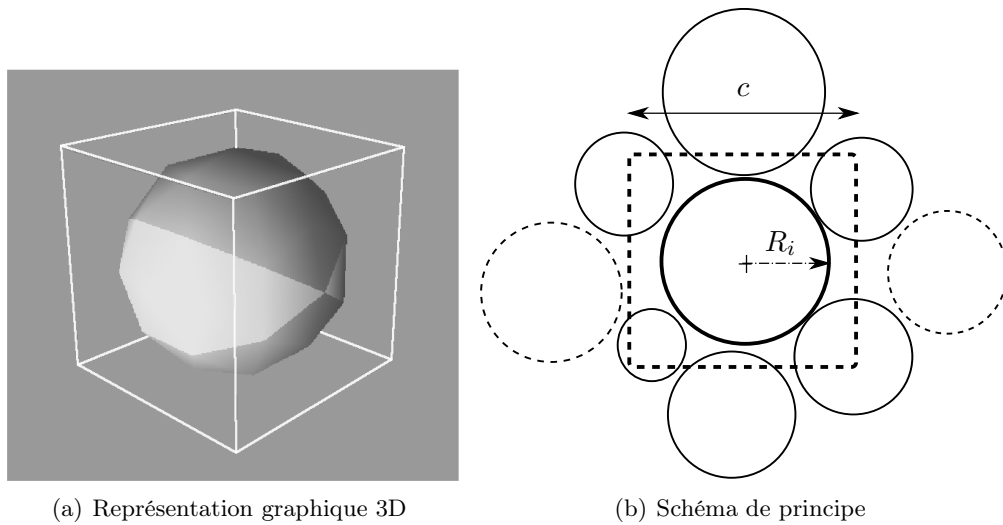


FIG. 2.1 – Définition du volume d'interaction. (b) Les grains en pointillés ne font pas partie de la liste d'interaction.

( $c = 2R_i$ ), il devra s'agrandir pour prendre en compte les interactions définies hors contact ( $c > 2R_i$ ), comme les interactions d'origines capillaires par exemple.

## 2.2 Prise en compte des effets de l'eau

D'après l'étude bibliographique, les forces capillaires sont les seules forces interparticulaires directement en rapport avec la présence d'eau dans les milieux granulaires. Le problème étant appréhendé ici à l'échelle des particules, il s'agit, dans un premier temps, d'étudier la façon dont deux grains en interaction vont être affectés par la capillarité. A terme, l'objectif est d'arriver à mettre en relation les différents paramètres physiques intervenant dans les interactions capillaires, à savoir, les forces intergranulaires et les volumes de liquide, avec les paramètres géométriques à la base du fonctionnement des méthodes DEM (distance interparticulaire, taille des grains), pour être capable, in fine, d'en étudier les conséquences à l'échelle d'un assemblage.

Dans la suite, à l'instar de Soulié [107], on désignera par "doublet capillaire", une paire de grains liés par un pont liquide comme représenté sur la figure 1.22.

### 2.2.1 Modélisation d'un doublet capillaire

#### 2.2.1.1 Hypothèses hydriques

Etant donné l'idéalisation du milieu granulaire qui est faite dans les simulations numériques discrètes, un certain nombre de caractéristiques propres aux interactions capillaires réellement en jeu dans les sols ne seront évidemment pas prises en compte. Afin d'établir un modèle local représentatif de la cohésion par capillarité, il est donc nécessaire de poser plusieurs hypothèses quant à la définition du doublet capillaire.



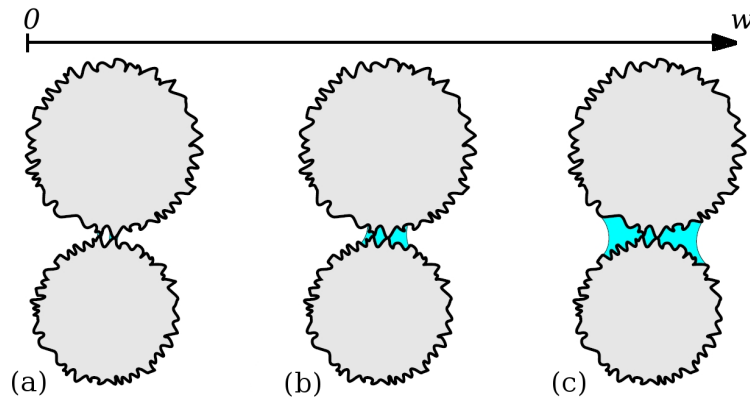


FIG. 2.2 – Effets de la rugosité sur la capillarité en fonction de la teneur en eau  $w$  : (a) régime d'aspérités, (b) régime de rugosité, (c) régime sphérique, selon [107].

Dans le cas des sols, les caractéristiques surfaciques des grains (généralement associées à leur rugosité) engendrent des variations des phénomènes liés à la capillarité [10]. Il est ainsi possible de distinguer plusieurs régimes capillaires en fonction de la quantité d'eau mise en jeu entre deux grains de sol comme illustré sur la figure 2.2 ([54]).

- Le régime d'aspérités s'observe pour les très faibles quantités de liquide. L'eau se concentre autour des irrégularités de surface, et de minuscules ponts liquides se créent ponctuellement au niveau des aspérités en contact.
- Avec l'augmentation du volume d'eau, les ponts liquides grossissent, remplissant les irrégularités de surface et mettant en jeu la rugosité des grains. Il s'agit du régime de rugosité pour lequel on peut trouver plusieurs liens liquides entre les irrégularités de surface des deux grains.
- Lorsque l'extension de l'ensemble liquide se stabilise de façon à former un seul et unique pont liquide (ou ménisque) entre les deux grains, le régime sphérique est atteint. La rugosité n'a plus que très peu d'influence sur la géométrie du pont et les forces engendrées.

Dans l'optique de notre modélisation dont les considérations se feront essentiellement à l'échelle d'un assemblage, nous ne considérerons pas les effets liés à la rugosité des grains : ceux-ci seront donc supposés parfaitement lisses, et l'eau n'interviendra que sous la forme de ponts liquides reliant chaque paire en interaction.

Étant donné le caractère quasi-statique des simulations (voir section 2.1.2.3), on peut se demander si, effectivement, les effets dynamiques liés à la viscosité du liquide doivent être considérés au niveau des efforts engendrés. Dans cet optique, les auteurs ont pour habitude de comparer les contributions respectivement dynamique et statique de la viscosité  $\nu$  et de la tension superficielle  $\gamma$ , afin de déterminer laquelle est prépondérante vis à vis de l'autre. Mikami [83] a ainsi défini le nombre capillaire adimensionné

$$C_a = \frac{\nu V}{\gamma} \quad (2.2)$$

où  $V$  représente la vitesse relative entre les particules. Ennis et al.[40] ont montré que la viscosité est prépondérante pour des valeurs de  $C_a$  supérieures à 1, alors que les forces de tension superficielle dominent lorsque  $C_a$  est inférieur à  $10^{-3}$ . Dans le cas de l'eau à  $20^\circ\text{C}$ ,  $\gamma$  vaut  $0,073 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$  et  $\nu$  vaut  $1,01\cdot 10^{-3} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ , ce qui donne une vitesse limite supérieure  $V_{max}$  égale à  $0,73 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  pour assurer la prépondérance des forces statiques. Dans nos simulations

numériques, le respect de la quasi-staticité du calcul implique des vitesses de déformation de l'ordre de  $0,01 \text{ s}^{-1}$ , pour des échantillons d'environ  $1 \text{ mm}$  de côté. Les vitesses maximales intergranulaires dépasseront donc difficilement  $V_{max}$ . Il paraît donc tout à fait raisonnable de considérer que la réponse mécanique du pont liquide ne sera pas conditionnée par la vitesse de sollicitation et que, par conséquent, celui-ci ne devrait pas produire d'efforts de cisaillement liés à sa viscosité.

Reste un point qui vient naturellement à l'esprit lorsque l'on considère la répartition de l'eau dans un sol soumis aux effets de la gravité : la forme du pont liquide, si théorique qu'elle soit, peut-elle être influencée par les forces de la pesanteur ? D'après Pitois [91], il semblerait que ces effets puissent être négligés en considération des volumes d'eau mis en jeu. Il définit ainsi un nombre adimensionnel, le nombre de Bond  $B_0$ , permettant d'évaluer l'importance de la tension superficielle qui est à l'origine de la forme du pont, vis-à-vis des forces de gravité :

$$B_0 = \frac{L^2 \Delta \rho g}{\gamma} \quad (2.3)$$

où  $\rho$  est la différence de masse volumique entre les deux phases constituant l'interface du pont liquide et  $L$  une grandeur caractéristique du système. Les forces de gravité sont négligeables lorsque  $B_0 \ll 1$ . Dans le cas de particules de sol liées par de l'eau interstitielle,  $\Delta \rho$  vaut environ  $1000 \text{ kg.m}^{-3}$  entre l'air et l'eau. Si l'on considère comme longueur caractéristique  $L$  du système le rayon moyen  $R$  des grains,  $B_0$  est égal à 0,13 dans le cas de grains de rayons de  $1 \text{ mm}$ . Les effets de la gravité sont donc négligeables, aussi bien en terme de distortion géométrique du pont liquide qu'en terme de force, à condition de considérer des assemblages granulaires dont le rayon moyen n'excède pas le  $\text{mm}$ . A l'image des simulations sèches, les simulations impliquant l'eau capillaire pourront donc également être réalisées en l'absence de gravité, sans risquer d'occulter les phénomènes effectivement mis en jeu dans la réalité.

### 2.2.1.2 Forme du pont liquide : équation de Laplace-Young :

La forme d'un pont liquide, qui n'est d'ailleurs pas connue de façon explicite, est régie par une équation différentielle qui conditionne sa forme entre deux grains [107]. Cette équation différentielle peut être établie à partir de considérations a priori différentes du problème : l'étude de l'équilibre d'une portion de pont liquide d'un point de vue mécanique, la recherche de la forme d'une surface d'énergie minimale par une approche thermodynamique, ou bien encore, d'après l'équation de Laplace.

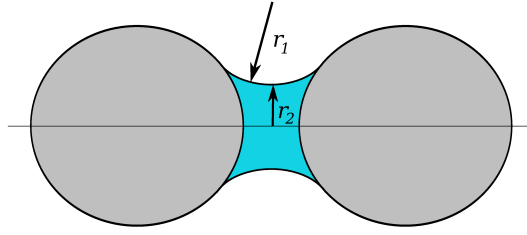
Le choix est fait ici de présenter l'établissement de cette équation à partir du théorème de Laplace (1807). A titre indicatif, les deux autres approches peuvent être consultées dans les travaux de Soulié [107].

La théorie de l'attraction capillaire de Laplace établit que la différence de pression hydrostatique  $\Delta u$  qui se produit à l'interface séparant deux fluides distincts, est égale au produit de la tension superficielle  $\gamma$  par la courbure moyenne  $C$  de la surface de séparation :

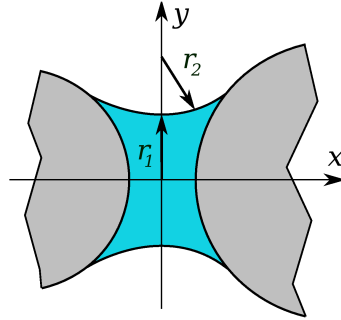
$$\Delta u = \gamma C \quad (2.4)$$

Si on applique maintenant cette formule au cas de deux particules sphériques (figure 2.3), on obtient dès lors :

$$\Delta u = \gamma C = \gamma \left( \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) \quad (2.5)$$

FIG. 2.3 – Définition des rayons de courbures  $r_2$  et  $r_1$ .

avec  $r_1$  et  $r_2$  respectivement les rayons de courbure algébriques intérieur et extérieur de la surface.

FIG. 2.4 – Définition et paramétrage du profil  $y(x)$  d'un pont liquide.

Dans le cas d'un pont liquide dont la forme est définie par le profil  $y(x)$  (figure 2.4) correspondant à l'ordonnée de l'interface liquide-gaz par rapport à son axe d'axisymétrie  $x$ , la courbure intérieure de la surface s'exprime par :

$$\frac{1}{r_2} = \frac{1}{y(x)\sqrt{1+y'^2(x)}} \quad (2.6)$$

et la courbure extérieure par :

$$\frac{1}{r_1} = \frac{-y''(x)}{(1+y'^2(x))^{3/2}} \quad (2.7)$$

L'équation (2.4) peut donc s'écrire :

$$\frac{1}{y(x)\sqrt{1+y'^2(x)}} - \frac{y''(x)}{(1+y'^2(x))^{3/2}} = \frac{\Delta u}{\gamma} \quad (2.8)$$

ce qui donne finalement :

$$\frac{(1+y'^2(x)) - y(x)y''(x)}{y(x)(1+y'^2(x))^{3/2}} = \frac{\Delta u}{\gamma} \quad (2.9)$$

ou encore :

$$\Delta u y(x) + \gamma \frac{(1+y'^2(x)) - y(x)y''(x)}{(1+y'^2(x))^{3/2}} = 0 \quad (2.10)$$

et la forme du pont liquide est ainsi complètement définie par son profil  $y(x)$ .

Comme nous l'avons vu dans l'étude bibliographique (section 1.1.2.3), connaissant le profil  $y(x)$  du pont, la force capillaire  $F_{cap}$  peut être calculée au niveau du rayon de gorge  $y_0$ , correspondant à la plus petite section du pont par :

$$F_{cap} = 2\pi y_0 \gamma + \pi y_0^2 \Delta u \quad (2.11)$$

la force d'attraction totale résultant de la combinaison de deux contributions : celle produite par la tension superficielle  $\gamma$  du liquide d'une part, et celle due au saut de pression  $\Delta u$  entre les phases liquide et gazeuse. La forme du pont liquide, et par conséquent la force capillaire engendrée, sont ainsi liées à la géométrie du doublet. Comment, dès lors, intégrer les caractéristiques structurelles propres aux simulations discrètes que sont la taille des grains et les distances intergranulaires, dans le calcul des forces capillaires et des volumes de liquide ? Il faut inévitablement définir une géométrie d'interaction permettant de faire le lien entre les grandeurs capillaires et la structure du milieu discret.

### 2.2.1.3 Géométrie d'un doublet capillaire

La modélisation géométrique retenue pour l'étude et l'intégration du doublet capillaire dans le code est présentée sur la figure 2.5. L'axe  $x$  correspond à l'axe d'axisymétrie du doublet passant par les centres des deux grains en interaction, les rayons des grains sont notés  $R_1$  et  $R_2$ , avec  $R_2$  correspondant au grain de plus grande taille (ce détail aura toute son importance par la suite, lors de la résolution adimensionnée du problème), et la distance intergranulaire  $D$  est égale à la différence entre la distance intercentre  $O_1O_2$  et la somme des rayons des grains. On peut noter d'ailleurs que  $D$  correspond exactement à la distance permettant l'établissement des interactions de contact (voir section 1.2.2.3), ce qui devrait faciliter l'intégration des forces capillaires dans le cycle de calcul.

On définit, dès lors, les angles  $\delta_1$  et  $\delta_2$  (cf. figure 2.5), aussi appelés angles de remplissage, désignant les portions de grains mouillées par le liquide, situées à l'intérieur du ménisque capillaire. La façon dont le liquide mouille les grains solides est caractérisée par un angle de mouillage  $\theta$ , qui dépend à la fois des caractéristiques surfaciques des grains et de la composition du liquide.  $\theta$  est un paramètre sensible dans la description de la force capillaire comme l'explique De Gennes [30]. En effet,  $\theta$  pouvant varier selon que le pont liquide est en phase d'allongement ou de rétrécissement, il produit des variations importantes de la force capillaire suivant l'histoire du chargement. Par exemple, dans le cas de grains de sol en présence d'eau naturelle, celui-ci peut osciller entre  $25^\circ$  et  $110^\circ$  [4]. Toujours dans le même souci de simplification, et afin d'éviter l'augmentation du nombre de paramètres de contrôle, nous considérerons, en première approximation, le cas idéal d'un liquide parfaitement mouillant (typiquement, le cas de l'eau pure en contact avec des particules de verre parfaitement lustrées) pour lequel  $\theta$  vaut  $0^\circ$ , ce qui exclue, du coup, toute possibilité d'hystérèse associée.

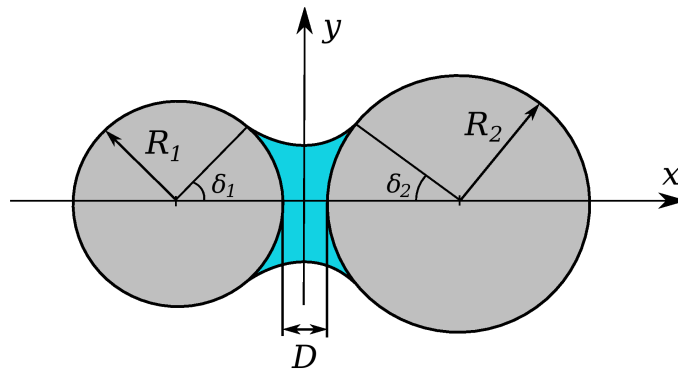


FIG. 2.5 – Géométrie d'un doublet capillaire dans le cas polydispense.

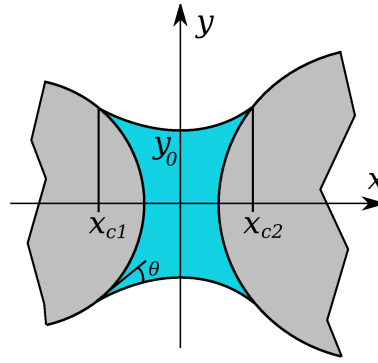


FIG. 2.6 – Position de la ligne triple (solide-liquide-gaz) sur les grains.

Dés lors, la distance intergranulaire peut être déterminée par :

$$D = x_{c2} - R_2(1 - \cos\delta_2) - x_{c1} - R_1(1 - \cos\delta_1) \quad (2.12)$$

avec  $x_{c1}$  et  $x_{c2}$  les abscisses de la ligne triple définissant l'interface solide-liquide-gaz respectivement sur le grain 1 de rayon  $R_1$  et sur le grain 2 de rayon  $R_2$  (figure 2.6).

Pour sa part, le volume du ménisque capillaire correspond au volume d'axisymétrie défini par l'interface liquide-gaz  $y(x)$ , auquel sont soustraits les volumes  $V_1$  et  $V_2$  associés aux portions de grains mouillées par le pont. Par intégration entre les abscisses  $x_{c1}$  et  $x_{c2}$ , on obtient ainsi :

$$V_m = \pi \int_{x_{c1}}^{x_{c2}} y^2(x) dx - V_1 - V_2 \quad (2.13)$$

avec  $V_1$  et  $V_2$  les volumes des calottes sphériques définies par :

$$V_i = \frac{1}{3} \pi R_i^3 (1 - \cos\delta_i)^2 (2 + \cos\delta_i) \quad \text{avec } i = 1, 2 \quad (2.14)$$

Finalement, le volume  $V_m$  du ménisque est déterminé par :

$$V_m = \pi \int_{x_{c1}}^{x_{c2}} y^2(x) dx - \frac{1}{3} \pi R_1^3 (1 - \cos\delta_1)^2 (2 + \cos\delta_1) - \frac{1}{3} \pi R_2^3 (1 - \cos\delta_2)^2 (2 + \cos\delta_2) \quad (2.15)$$

Si l'on effectue le bilan de cette étude, on constate que la définition d'un doublet capillaire constitue un problème dans lequel la forme et la force sont directement liées : la détermination de la configuration du pont liquide et de la force associée implique nécessairement la résolution systématique des équations (2.9),(2.10),(2.11) et (2.12) de façon couplée :

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta u y(x) + \gamma \frac{(1+y^2(x)-y(x)y''(x))}{(1+y'^2(x))^{3/2}} = 0 \\ F_{cap} = 2\pi y_0 \gamma + \pi y_0^2 \Delta u \\ D = x_{c2} - R_2(1 - \cos\delta_2) - x_{c1} - R_1(1 - \cos\delta_1) \\ V_m = \pi \int_{x_{c1}}^{x_{c2}} y^2(x) dx - \frac{1}{3} \pi R_1^3 (1 - \cos\delta_1)^2 (2 + \cos\delta_1) - \frac{1}{3} \pi R_2^3 (1 - \cos\delta_2)^2 (2 + \cos\delta_2) \end{array} \right. \quad (2.16)$$

A l'image des travaux de Soulié [107], une méthode de résolution du système d'équations (2.15) a été mise au point de manière à lier l'ensemble des grandeurs en jeu dans les équations précédentes, à savoir :  $D$ ,  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $\Delta u$ ,  $F_{cap}$ ,  $V$  ainsi que les angles  $\delta_1$  et  $\delta_2$  qui complètent la définition géométrique des volumes d'eau. Dans le schéma de résolution (cf. annexe 1), les grandeurs  $R_1$ ,  $R_2$  et  $\gamma$  sont considérés comme des paramètres, c'est-à-dire qu'ils sont fixés initialement, alors que  $\delta_1$  et  $\Delta u$  constituent les variables d'entrée. Ensuite, par itérations successives sur  $\delta_1$  et  $\Delta u$ , les inconnues  $y$ ,  $x_{c1}$ ,  $x_{c2}$  et  $\delta_2$  sont calculées et permettent la détermination de  $D$ ,  $F_{cap}$  et  $V$ .

Cette méthode permet ainsi de disposer d'un ensemble de configurations discrètes adimensionnées  $\{D^*, F_{cap}^*, V_m^*, \delta_1, \delta_2\}$  définies par la taille des grains en interaction ( $r = \frac{R_1}{R_2}$ ), la différence de pression adimensionnée  $\Delta u^* = \frac{\Delta u R_2}{\gamma}$  et la nature du liquide mis en jeu (via  $\gamma$  dans l'expression de  $\Delta u^*$ ). Finalement, quelque soit la dimension des grains en interaction, on dispose d'un champ de solutions discrètes  $S^*(r_i, \Delta u_j^*, D_k^*)$  définies par :

$$S^*(r_i, \Delta u_j^*, D_k^*) = \{F_{cap}^*, V_m^*, \delta_1, \delta_2\} \quad (2.17)$$

Dés lors, en assumant la continuité des configurations entre les différentes solutions issues de la résolution, le comportement du doublet peut être caractérisé.

#### 2.2.1.4 Analyse comportementale

En appliquant le schéma de résolution présenté en annexe 1 au cas de deux grains de même taille tels que  $\frac{R_1}{R_2} = r$ , pour une valeur  $\Delta u^*$  de différence de pression adimensionnée donnée, on dispose donc d'un ensemble de configurations de doublet  $S^* = (r, \Delta u^*, D_k^*) = \{F_{cap}^*, V_m^*, \delta_1, \delta_2\}$  mathématiquement admissibles vis-à-vis de l'équation de Laplace. La figure 2.7 présente, par exemple, l'évolution des quantités adimensionnées  $F_{cap}^*$  et  $V_m^*$  en fonction de la distance intergranulaire adimensionnée  $D^*$ .

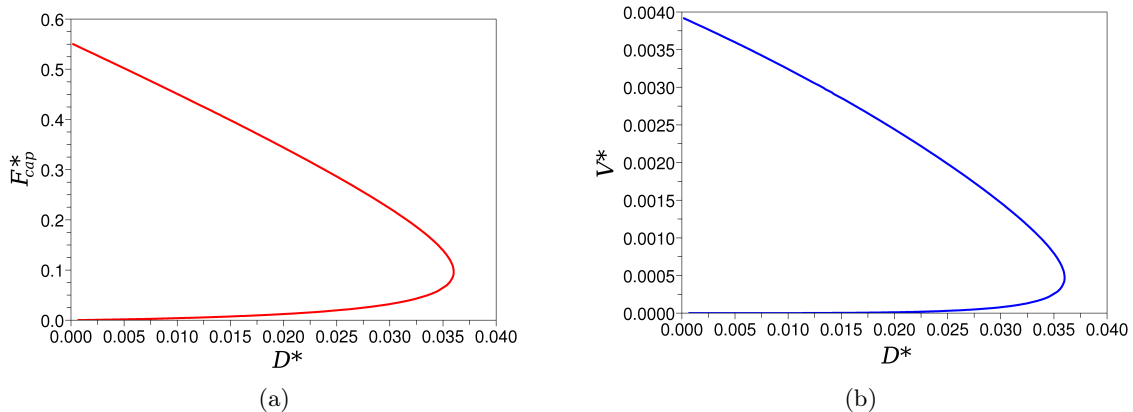


FIG. 2.7 – Solutions adimensionnées de l'équation de Laplace en fonction de la distance intergranulaire  $D^*$ , en terme de force capillaire (a) et de volume de pont liquide (b) pour une différence de pression  $\Delta u = 1000 Pa$  et un rapport de rayon  $r = 1/2$ .

De prime abord, on remarque que l'équation de Laplace admet, pour une même valeur de  $D^*$ , deux configurations possibles du doublet qui convergent vers une solution unique pour une valeur supérieure limite de la distance intergranulaire. Si la distance intergranulaire maximale

a pu être identifiée comme la distance à partir de laquelle le pont liquide se rompt grâce à des comparaisons expérimentales [81], la non unicité de la solution en fonction de  $D^*$  est assez troublante. Plusieurs auteurs se sont penchés sur la question, et la conclusion générale est que la solution associée au plus faible volume de liquide n'est pas physiquement acceptable car instable, que ce que soit d'un point de vue thermodynamique [84] ou énergétique [41; 29; 73].

Molenkamp et Nazemi [84] démontrent par exemple que, d'après la définition de l'humidité relative (équation (1.2)), étant donné les très faibles volumes mis en jeu, les pressions de fluides ne peuvent s'équilibrer, et le système oscille perpétuellement entre évaporation et condensation. Lian et al. [73] pour leur part, ont prouvé que les solutions de volume supérieur correspondent aux configurations les plus stables pour lesquelles l'énergie libre de surface est minimum. En pratique, ces derniers ont d'ailleurs également montré qu'il était effectivement impossible d'amener un doublet capillaire dans la configuration de plus faible volume, tout du moins lorsque la distance intergranulaire est le paramètre de contrôle. Par la suite, nous ne prendrons donc pas en compte les solutions associées à la branche inférieure des courbes (tracée en pointillée sur les courbes suivantes).

Si l'on regarde maintenant l'influence des paramètres de contrôle  $r$  (figure 2.8) et  $\Delta u^*$  (figure 2.9) sur les résultats, la première constatation est que, dans les deux cas, c'est principalement le volume des ponts liquides qui est affecté, ce qui se traduit directement au niveau de la distance maximale admissible. En effet, on comprend bien qu'un pont liquide rompra d'autant plus rapidement avec l'augmentation de la distance intergranulaire lorsque son volume sera faible. Or, il semblerait que la différence de pression ainsi que le rapport de taille des grains aient une forte influence sur les quantités de liquide mis en jeu (figure 2.8(b) et 2.9(b)). Par contre, il est intéressant de noter que l'intensité des forces capillaires ne semble pas liée à l'intensité de la différence de pression (figure 2.9(a)). En effet, si l'on considère la valeur maximale correspondant à des grains en contact, on peut voir que, si elle dépend fortement de la taille des grains en interaction (figure 2.8(a)) comme nous l'avons vu dans la partie bibliographique (section 1.1.2.2), elle reste constante quelque soit les valeurs de  $\Delta u^*$ . Cette indépendance de la

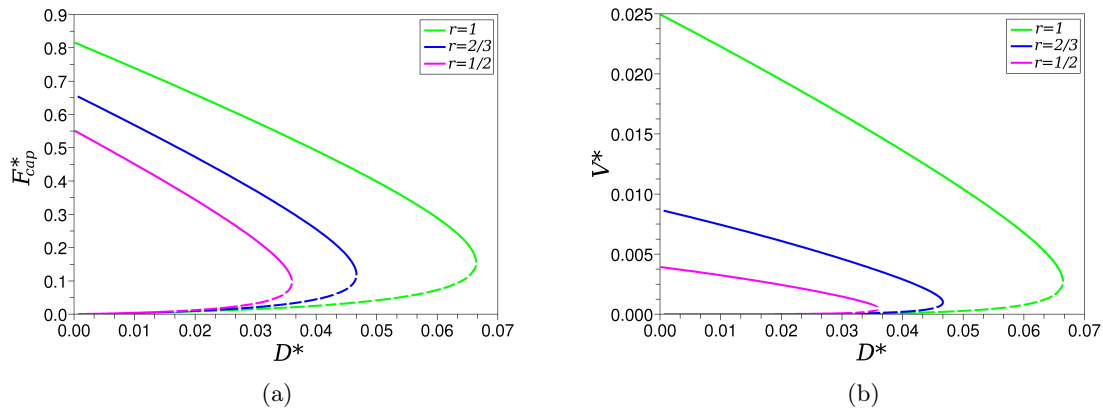


FIG. 2.8 – Influence du rapport de rayon  $r$  sur les solutions adimensionnées de l'équation de Laplace en fonction de la distance intergranulaire  $D^*$ , en terme de force capillaire (a) et de volume de pont liquide (b) pour une valeur de différence de pression  $\Delta u = 1000 Pa$ .

force d'attraction vis-à-vis de la différence de pression est d'ailleurs d'autant plus remarquable que, la contribution  $\pi y_0^2 \Delta u$  en est une fonction directement proportionnelle.

Nous l'avons vu, le problème de la capillarité est un phénomène complexe à l'échelle des

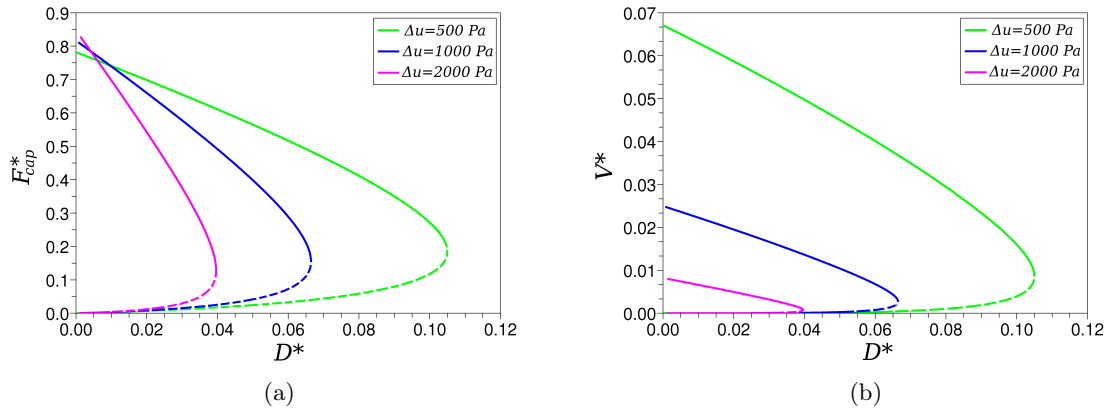


FIG. 2.9 – Influence de la différence de pression  $\Delta u$  sur les solutions adimensionnées de l'équation de Laplace en fonction de la distance intergranulaire  $D^*$ , en terme de force capillaire (a) et de volume de pont liquide (b) pour une valeur de rapport de rayon  $r = 1$ .

grains, et si la théorie de Laplace a permis de nombreuses avancées sur le sujet, les chercheurs continuent encore à s'y intéresser. En effet, si l'objectif de ce travail de thèse nous a amenés à considérer les interactions capillaires dans leur configuration hydro-mécanique la plus simple, de nombreux couplages avec les phénomènes multiphysiques associées à l'eau sont possibles (thermiques, chimiques,...). Leur potentiel d'application est très largement étendu. Nous ne développerons pas ici tous ces thèmes transversaux, cependant, le lecteur doit garder en tête que, à l'image des expériences de Soulié [107] sur l'influence de la température et de la salinité de l'eau sur les ponts capillaires, des extensions sont assez envisageables.

## 2.2.2 Loi d'interaction capillaire

Les caractéristiques géométriques et comportementales des effets de la capillarité ont été présentées à l'échelle d'un doublet capillaire. L'objectif final étant d'en étudier les conséquences à l'échelle d'un assemblage, il nous faut désormais les intégrer dans le code de calcul à notre disposition (section 2.1). Cette intégration passe par l'établissement d'une loi d'interaction qui soit la plus représentative possible du phénomène, et dont la mise en oeuvre soit également adaptée au cycle de calcul. La section suivante est ainsi consacrée à l'établissement de la loi d'interaction capillaire telle que nous l'avons utilisée dans l'ensemble des simulations présentées par la suite.

### 2.2.2.1 Gestion et répartition du liquide

Au vu du fonctionnement du code numérique, une question fondamentale se pose quant à l'intégration des interactions capillaires dans le cycle de calcul : quels sont finalement les paramètres de contrôle les plus pertinents parmi l'ensemble des paramètres intervenants dans la définition d'un doublet ? Si la distance intergranulaire  $D$  semble incontournable dans la description de l'interaction (en effet, un problème mécanique associe nécessairement une force à un déplacement), les grandeurs pression capillaire et volume de liquide viennent s'ajouter au problème. Celui-ci prend une envergure hydro-mécanique et la question de la gestion du liquide se pose inmanquablement.



Deux grandes options s'offrent au modélisateur quant à la gestion du liquide dans le système :

- 1° un contrôle en volume avec, par exemple, un volume de pont liquide  $V_m$  qui reste constant pendant la sollicitation du doublet.
- 2° un contrôle en pression, avec la valeur de pression capillaire  $u_c = u_a - u_w$  qui fixera la distribution des volumes.

Seulement, nous l'avons vu, les grandeurs  $V_m$  et  $u_c$  sont liées l'une à l'autre, et le choix du paramètre "pilote" doit être fait en fonction des implications engendrées sur le paramètre "piloté".

Dans nos travaux, à l'image des essais de laboratoire classiques de la mécanique des sols [9; 25], nous avons fait le choix de contrôler la modélisation du doublet capillaire en pression. Ce choix est en fait le plus raisonnable du point de vue de la thermodynamique. En effet, implicitement, l'équation de Laplace-Young (équation (1.19)) assure l'équilibre entre les phases liquide et gazeuse du doublet, et ce, quelque soit sa configuration géométrique. Pour une valeur de  $u_c$  donnée, le volume est ainsi distribué de façon à respecter l'équilibre thermodynamique du système vis-à-vis de son milieu environnant, condition non nécessairement respectée si l'on attribue a priori le volume des ponts liquides en se basant sur des critères géométriques comme l'ont fait, par exemple, Soulié [107] et Richefeu [94] en répartissant le liquide en fonction de la taille des grains en interaction. Si cette alternative dans le choix du contrôle hydrique n'implique pas de différences fondamentales dans la description du comportement mécanique d'un doublet capillaire pris à part, on peut imaginer les implications engendrées lorsque des assemblages de plusieurs grains seront considérés (au même titre par exemple que les modes de contrôle drainé ou non drainé pour les essais de laboratoire). Sur le plan théorique, le contrôle en pression semble donc le plus acceptable, même si il est évident que sa mise en oeuvre expérimentale est rendue difficile et nécessite une instrumentation spécifique très coûteuse.

Ainsi, pour une pression capillaire  $u_c$  donnée, nous avons mis au point un schéma d'interpolation (figure 2.10) permettant de calculer la force capillaire  $F_{cap}$ , le volume de liquide  $V_m$  et les angles de remplissage  $\delta_1$  et  $\delta_2$  d'un doublet quelconque caractérisé par son rapport de rayons  $r = \frac{R_1}{R_2}$  et sa distance intergranulaire  $D$  :

$$S(r, D, u_c) = \{F_{cap}, V_m, \delta_1, \delta_2\} \quad (2.18)$$

à partir des configurations discrètes issues de la résolution de l'équation de Laplace-Young (cf. section 2.2.1.3) :

$$S(r^i, D^j, u_c^k) = \{F_{cap}, V_m, \delta_1, \delta_2\} \quad (2.19)$$

L'interpolation implique de faire l'hypothèse que l'évolution de ces grandeurs était continue/régulière à pression capillaire constante (Le détail des calculs est précisé en annexe 2). Cette hypothèse semble raisonnable si l'on considère que l'existence d'un doublet capillaire est liée à l'histoire de sa formation, et que, à pression capillaire  $u_c$  constante, un pont liquide existant dans deux configurations donnés  $S(r, D_1, u_c)$  et  $S(r, D_2, u_c)$  doit être défini dans l'intervalle de distance  $\Delta D = D_2 - D_1$ .

La loi d'interaction qui résulte de ce schéma d'interpolation ne permet pas de calculer explicitement les forces capillaires et les volumes d'eau à partir d'une structure granulaire donnée puisque l'interpolation est réalisée a posteriori sur un ensemble de solutions discrètes prédéfinies. Cependant, si cette méthode semble peut être assez lourde à mettre en place, elle

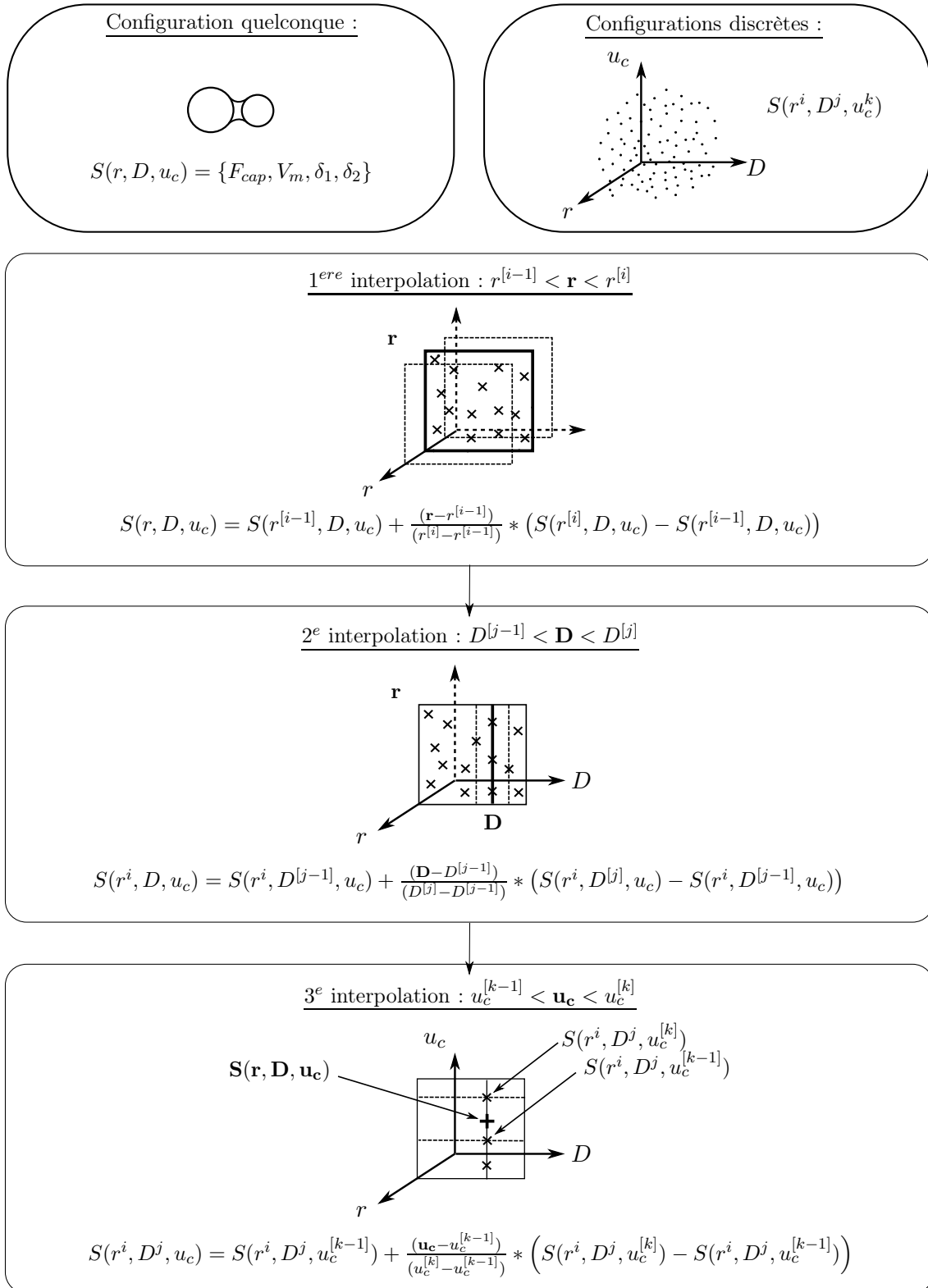


FIG. 2.10 – Schéma d'interpolation pour le calcul d'une configuration quelconque de doublet capillaire  $S(r, D, u_c)$  à partir des solutions discrètes  $S(r^i, D^j, u_c^k)$  (les détails du calcul sont présentés en annexe 2).

constitue un moyen (le seul ?) pour le modélisateur de garder le lien entre la pression capillaire  $u_c$  et le volume  $V_m$  de liquide mis en jeu. En effet, comme nous l'avons vu dans le chapitre bibliographique, de nombreux auteurs se sont heurtés au problème de la modélisation discrète de la capillarité (voir section 1.2.4.1), mais, à notre connaissance, dans le cas polydisperse, aucun n'a réussi à définir une loi d'interaction capillaire dans laquelle  $u_c$  et  $V$  étaient explicitement reliés entre eux (El Shamy et Gröger [39], par le biais de l'approximation toroïdale, ont établi le lien dans le cas monodisperse). Nous verrons que ce choix permet d'obtenir des résultats tout à fait intéressants à l'échelle des assemblages.

### 2.2.2.2 Interprétation mécanique

Nous l'avons vu, la force générée par un pont liquide est la somme de deux contributions : l'une produite par la tension superficielle à l'interface ( $2\pi y_0 \gamma$ ) et l'autre due à la dépression entre les deux phases fluides ( $\pi y_0^2 \Delta u$ ). Dans les deux cas, étant donné l'axisymétrie du problème, la force d'attraction résultante  $\vec{F}_{cap}$  entre deux sphères est orientée selon l'axe passant par leurs centres (figure 2.11).

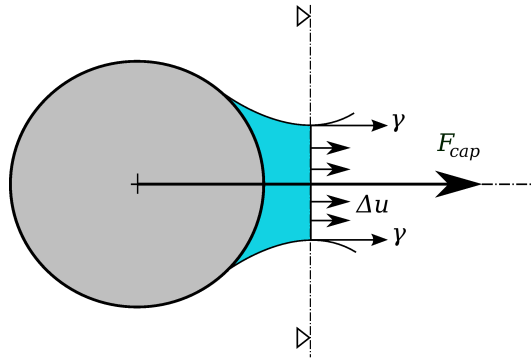


FIG. 2.11 – Orientations des deux contributions de la force capillaire.

La contribution de la force capillaire est donc normale au plan d'interaction défini entre chaque paire d'éléments (figure 1.28).

D'après les figures 2.7(a), 2.8(a) et 2.9(a), à pression capillaire constante,  $F_{cap}$  a tendance à diminuer lorsque la distance intergranulaire  $D$  augmente, jusqu'à atteindre sa valeur minimale pour la distance maximale admissible par l'équation de Laplace-Young (la branche inférieure de la courbe n'est pas physiquement stable, section 2.2.1.4). La loi d'interaction capillaire peut donc être schématisée par la figure 2.12, et son comportement caractérisé par les propriétés suivantes :

- $F_{cap}$  est maximale au contact ( $D = 0$ ) et la force normale correspondante appliquée sur le grain  $i$  vaut donc :

$$\vec{F}_n = -F_{cap}^{max} \vec{n} \quad (2.20)$$

avec  $\vec{n}$  la normale sortante associée au grain  $i$ . Les forces de contact étant gérées par la distance d'interpénétration  $\delta$  entre les grains (figure 1.29),  $F_{cap}$  est gardée constante égale à  $F_{cap}^{max}$  pour la gamme des déformations élastiques ( $D < 0$ ), à supposer, bien entendu, que  $\delta$  reste négligeable devant les rayons des grains ( $\delta \ll R_i$ ).

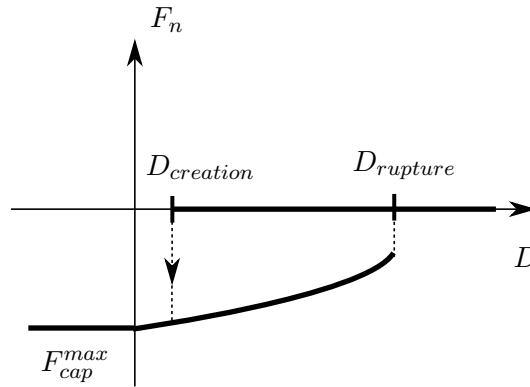


FIG. 2.12 – Schématisation de la loi d'interaction capillaire.

- La distance de rupture  $D_{rupture}$  est ainsi intrinsèquement définie comme la distance correspondant au volume limite minimal admissible. Cette particularité évite ainsi le recours au critère de rupture empirique généralement utilisé par les modélisateurs [73] et laisse la physique du phénomène entière.

On dispose donc d'une gamme de distance ( $[0; D_{rupture}]$ ) à l'intérieur de laquelle le pont et, par conséquent, la force capillaire associée, sont définis continuellement. Afin de rendre compte de l'histoire de leur formation, une hystérésis comportementale est prise en compte par l'introduction d'une distance de création  $D_{creation}$  telle que  $D_{creation} \in [0; D_{rupture}]$ . Ainsi, suivant l'histoire hydrique de leur environnement (drainage ou imbibition du sol par exemple), les ponts liquides ne se créent pas pour les mêmes distances intergranulaires. Dans notre modélisation, au vu des conditions hydrauliques idéalisées, nous avons considéré qu'en phase de mouillage, à l'image des phénomènes de condensation, les ponts liquides ne pouvaient se développer qu'entre des grains exclusivement en contact ( $D_{creation} = 0$ , figure 2.13(a)), alors qu'en phase de séchage, ceux-ci peuvent persister entre des grains éloignés du fait des phénomènes de tension superficielle, à condition, bien sûr, de rester dans la gamme admissible  $0 < D < D_{rupture}$  (figure 2.13(b)). Sans tenir compte de l'ensemble des phénomènes hystériques ayant lieu dans les sols en place (figure 1.3), cette hypothèse en reproduit néanmoins le principal effet, le désigné "ink-bottle effect".

Si l'effet du pont liquide dans la direction normale de la sollicitation est désormais clarifié, la question se pose néanmoins quant à ses effets sur le frottement intergranulaire. En effet, intuitivement, on peut penser que la présence d'eau va modifier le frottement entre les grains, cela s'observe d'ailleurs dans la vie de tous les jours : l'eau a tendance à lubrifier les surfaces et à les faire glisser plus facilement les unes sur les autres. Seulement, comment évaluer précisément ce phénomène dans les conditions de chargement qui sont les nôtres, soit dans le cas de contacts ponctuels ?

Pour répondre à cette question, reprenons les essais de Soulié [107] réalisés sur du verre (figure 2.14). Le principe est simple, trois billes de verre en contact avec une plaque de verre sont collées sous un support mobile  $S$  chargé normalement (effort  $N = m_1g$ ), lui-même relié à un système de charge de masse  $m_2$  via une poulie fixe. En mesurant la force tangentielle  $T = m_2g$  à appliquer pour provoquer le déplacement de  $S$ , Soulié a ainsi pu montrer que la relation linéaire  $T = f(N)$  donnée par la loi de frottement de Coulomb :

$$T = \mu N \quad (2.21)$$

était très peu modifiée par la présence d'eau, soit  $\mu$ , le coefficient de frottement associé,

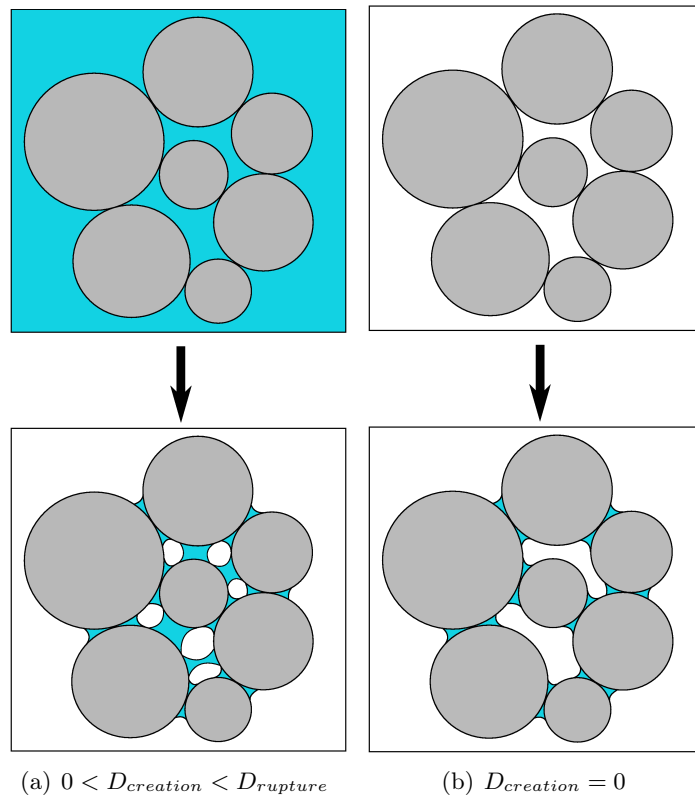


FIG. 2.13 – Hystérésis de création des ponts liquides : cas du drainage (a) et de l’imbibition (b).

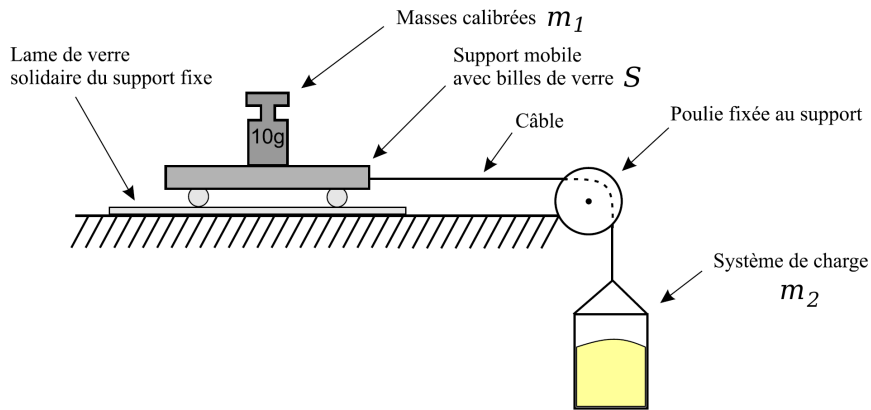


FIG. 2.14 – Dispositif expérimental permettant d’estimer le frottement ponctuel verre-verre en conditions sèches et humides selon Soulié [107].

quasiment constant quelque soit les conditions de l’essai. En reprenant le même type d’essai, Richefeu [94], arrive également à la même conclusion concernant l’indépendance du coefficient de frottement vis-à-vis de la présence d’eau. En nous basant sur ces résultats, nous n’avons donc pas introduit d’effet capillaire dans la loi tangentielle de frottement interparticulaire, le seuil de glissement  $F_t$  est donc automatiquement réajusté par la valeur de la force normale combinée  $F_n = F_{cap}^{max} + k_n \delta$  via la loi de frottement de Coulomb ( $F_t = F_n \tan \phi_c$ ).

### 2.2.2.3 Validation du modèle d'interaction local

A ce niveau, avant de s'intéresser aux conséquences macroscopiques induites par ces interactions capillaires locales, et parce que, finalement, l'ensemble des résultats présentés par la suite en dépendent, la vérification du bon choix des hypothèses de modélisation ainsi que le contrôle de la justesse de l'implémentation numérique s'imposent. En effet, comment tirer des conclusions générales à l'échelle d'un assemblage si le modèle local n'est pas à-même de reproduire ce pour quoi il a été développé. Cette section est ainsi consacrée à la validation de la loi d'interaction capillaire afin d'être sûr de l'objectivité de ses prédictions.

Dans un premier temps, étant donné les nombreuses opérations numériques qui sont mises en jeu, intéressons nous au schéma d'interpolation permettant la définition des configurations de doublets capillaires quelconques. La validation ici est très simple : il s'agit de soumettre une paire de grain en mouvement relatif l'un par rapport à l'autre à une pression capillaire donnée, et de comparer les résultats post traités issus du schéma d'interpolation à ceux prédits par l'équation de Laplace-Young. Etant donné que ce sont les grandeurs qui nous intéressent plus particulièrement, les résultats sont présentés en terme de force capillaire et de volume de pont liquide (figure 2.15), mais le schéma de résolution est également appliqué au calcul des angles de remplissages  $\delta_1$  et  $\delta_2$ .

Mises à part de légères différences au niveau de l'estimation de la distance de rupture des ponts liquides du fait de l'interpolation entre l'instant où le pont existe encore et l'instant où il disparaît, on peut voir que les résultats du modèle correspondent bien à la théorie, aussi bien pour les efforts engendrés que pour les volumes d'eau mis en jeu : le schéma numérique d'interpolation peut donc être considéré comme validé, tout du moins vis-à-vis de notre résolution de l'équation de Laplace-Young.

Afin de situer nos travaux par rapport à la littérature, reprenons par exemple un résultat présenté par Richefeu [94], issus de l'expression (1.25), déjà vérifiée expérimentalement par Soulié [107]. Richefeu a remarqué que la force de cohésion capillaire maximale  $F_{cap}^{max}$  entre deux grains en contact peut être reliée aux rayons des grains en interaction d'après l'expression suivante :

$$F_{cap}^{max} = \kappa \sqrt{R_1 R_2} \quad (2.22)$$

avec  $\kappa$  un paramètre lié à la nature des interfaces liquide-gaz et liquide-solide. Dans le cas de l'eau et pour des conditions hydrauliques identiques aux nôtres (tension superficielle  $\gamma = 0,073 \text{ N.m}^{-1}$  et mouillage parfait tel que l'angle de contact  $\theta$  est nulle),  $\kappa$  vaut environ  $0,4 \text{ N.m}^{-1}$ .

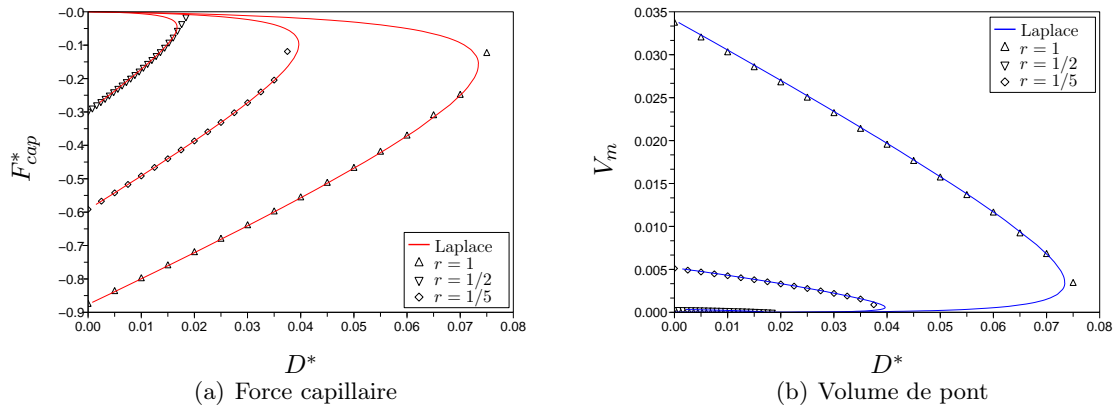
Reformulée sous forme adimensionnée, la relation (2.21) s'écrit :

$$(F_{cap}^{max})^* = \frac{F_{cap}^{max}}{2\pi R_2 \gamma} = \frac{\kappa}{2\pi\gamma} \sqrt{r} \quad (2.23)$$

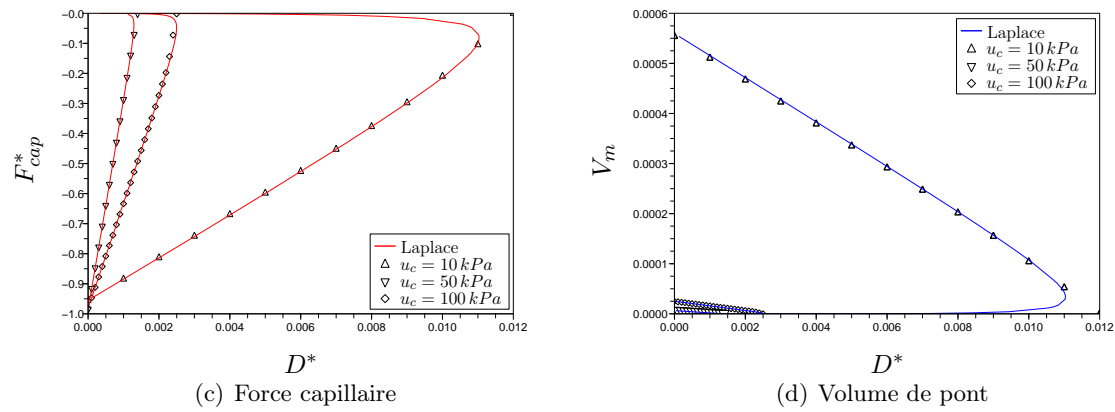
avec  $r$  le rapport des rayons  $\frac{R_1}{R_2}$ .

Pour les conditions hydrauliques de nos essais (soit  $\kappa = 0,4 \text{ N.m}^{-1}$ ), on arrive finalement à  $(F_{cap}^{max})^* = 0,872\sqrt{r}$ . D'après la figure 2.16 où la comparaison est faite avec les résultats issus de la figure 2.15(b), on peut montrer que l'égalité est assez bien vérifiée, et donc assumer que le modèle local est également en accord avec la réalité en terme d'effort capillaire engendré.

Si notre résolution de l'équation de Laplace-Young semble valide pour l'estimation des ef-



A pression capillaire constante  $u_c = 1000 \text{ Pa}$ , pour plusieurs valeurs de rapport de rayon  $r$



Pour un rapport de rayon  $r = 1$  et plusieurs valeurs de pression capillaire  $u_c$

FIG. 2.15 – Comparaison des résultats issus du schéma d'interpolation (symboles géométriques) avec les prédictions de l'équation de Laplace-Young (traits continus).

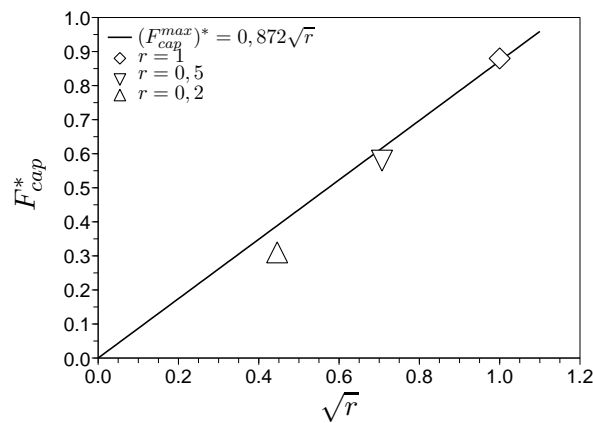


FIG. 2.16 – Relation entre la force de cohésion capillaire maximale adimensionnée  $F_{cap}^{max,*}$  et la taille des grains en interaction, comparaison des résultats du modèle numérique avec l'expression de Richefeu [94].

forts capillaires, on peut néanmoins se poser la question quant au calcul du volume  $V_m$  des

ponts liquides. Une comparaison envisageable serait, par exemple, de soumettre des doublets de différentes configurations de taille à des paliers de pression capillaire (ou d'humidité relative) afin de mesurer la quantité de liquide qu'ils retiennent (on obtiendrait ainsi des courbes caractéristiques, un peu à la manière des courbes de rétention d'eau des sols). Seulement, la mise en place d'un tel essai nécessite une instrumentation spécifique dont nous ne disposons pas. En outre, nous n'avons pas pu trouver de données équivalentes dans la littérature. A défaut de vérification en terme de volume, nous nous contenterons donc des résultats précédents pour valider notre schéma de résolution.

## 2.3 Conclusions

Dans un premier temps, l'outil numérique initialement à notre disposition a été introduit. Ensuite, en partant de la description des effets de la capillarité à l'échelle des particules, nous avons pu définir une loi d'interaction capillaire capable de prendre en compte le couplage hydro-mécanique propre aux milieux granulaires partiellement saturés.

Les choix ainsi que les hypothèses à la base de la modélisation ont été présentés, et ont aboutis à un schéma d'intégration numérique basé sur une résolution exacte de l'équation de Laplace-Young, dont le principal intérêt est de conserver le lien entre les différentes grandeurs intervenants dans les interactions capillaires. Plus particulièrement, la méthode permet de rendre compte du lien entre la pression capillaire et les volumes de liquide mis en jeu, essentiel dans l'optique de la caractérisation des milieux non saturés.

L'efficacité et l'objectivité du schéma d'intégration ont été validés. Les résultats issus du post traitement sont en accord avec la théorie de Laplace, mais également avec des données de la littérature dont la représentativité vis-à-vis de l'expérience a d'ores et déjà été vérifiée. Le modèle micromécanique étant défini, qu'en est-il finalement de ses possibilités à l'échelle d'une collection de particules ? Le chapitre suivant est ainsi directement consacré à la mise en oeuvre de la modélisation à l'échelle du matériau, ainsi qu'à l'analyse des prédictions macroscopiques du modèle.





---

### Simulation du comportement des milieux granulaires humides

---

La validité du modèle d'interaction capillaire ayant été démontrée à l'échelle des grains, qu'en est-il finalement de l'effet des ponts liquides à l'échelle d'un assemblage? Les propriétés de rétention d'eau, de résistance au cisaillement ou encore, les conséquences en terme de déformations sont-elles effectivement représentatives du comportement des milieux granulaires non saturés?

L'étude bibliographique nous a permis de nous rendre compte des possibilités des méthodes DEM quant à la simulation du comportement des matériaux granulaires secs. Il a été montré que, à condition de respecter certaines hypothèses de modélisation, un assemblage de grains numériques pouvait être représentatif d'un matériau granulaire réel. L'objectif de ce chapitre est ainsi directement consacré à la simulation du comportement des milieux granulaires humides.

Dans une première partie, en nous basant sur les différents travaux existants, nous présentons les choix qui nous ont amenés à définir un modèle discret dont le comportement peut être assimilé à celui d'un matériau granulaire pulvérulent typique. Ensuite, en incorporant dans son fonctionnement la loi d'interaction capillaire présentée précédemment, nous verrons effectivement comment la simulation d'essais classiques de la mécanique des sols peut permettre la caractérisation des effets macroscopiques de la capillarité.

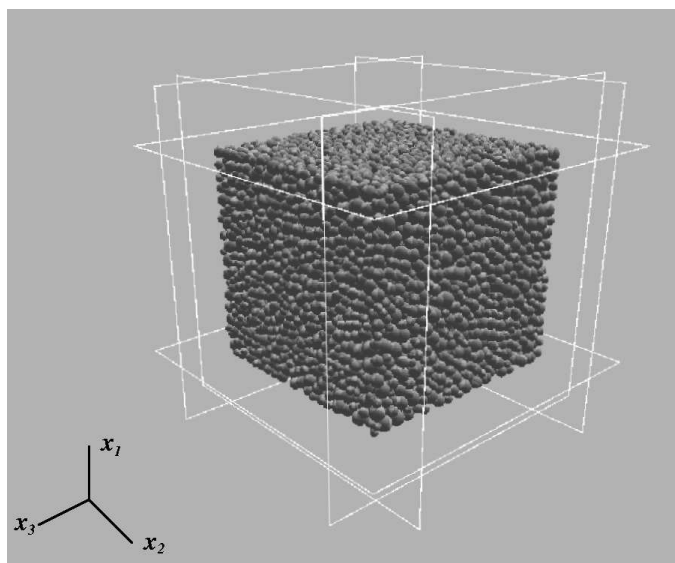


FIG. 3.1 – Echantillon numérique de 10000 grains défini dans l'espace des sollicitations  $(x_1, x_2, x_3)$ .

## 3.1 Etude préalable

### 3.1.1 Simulation de compressions triaxiales

Depuis l'émergence des méthodes DEM, de nombreux auteurs ont simulé des essais de compressions triaxiales sur des assemblages granulaires dans le but d'étudier leur comportement quasi-statique sous contraintes. A l'instar de véritables essais triaxiaux, ceux-ci permettent une description phénoménologique des mécanismes de déformation aussi bien pour des phases de chargement isotropes que déviatoires [106; 92].

#### 3.1.1.1 Choix du VER et Définition des états de contrainte-déformation

Comme précisé dans l'étude bibliographique, la taille du VER doit être choisie de façon à assurer l'homogénéité du matériau vis à vis de ses hétérogénéités, c'est à dire finalement, permettre la détermination de caractéristiques moyennes équivalentes qui lui soient propres. Dans la pratique, il semble que le meilleur moyen de s'en assurer consiste à vérifier que le comportement du matériau ne dépende justement pas de la discrétisation du VER, et qu'il soit déterminé et unique. Sachant que le temps de calcul des simulations numériques discrètes est directement proportionnel au nombre de particules en interaction, il faut donc pouvoir considérer un nombre de grains qui permette un compromis optimal entre une bonne reproductibilité des résultats et un temps de calcul raisonnable (à l'échelle des moyens numériques). En nous basant sur les travaux de Sibille [106] et Plassiard [92], nous nous sommes arrêtés sur des assemblages cubiques comportant 10000 grains (figure 3.1), ceux-ci semblant respecter le compromis de façon satisfaisante au vu de la dispersion réduite de leurs résultats (figure 3.2).

Cependant, si l'homogénéité du matériau peut être estimée à travers l'unicité de son comportement, il faut également pouvoir s'assurer de l'homogénéité de la sollicitation qui lui est

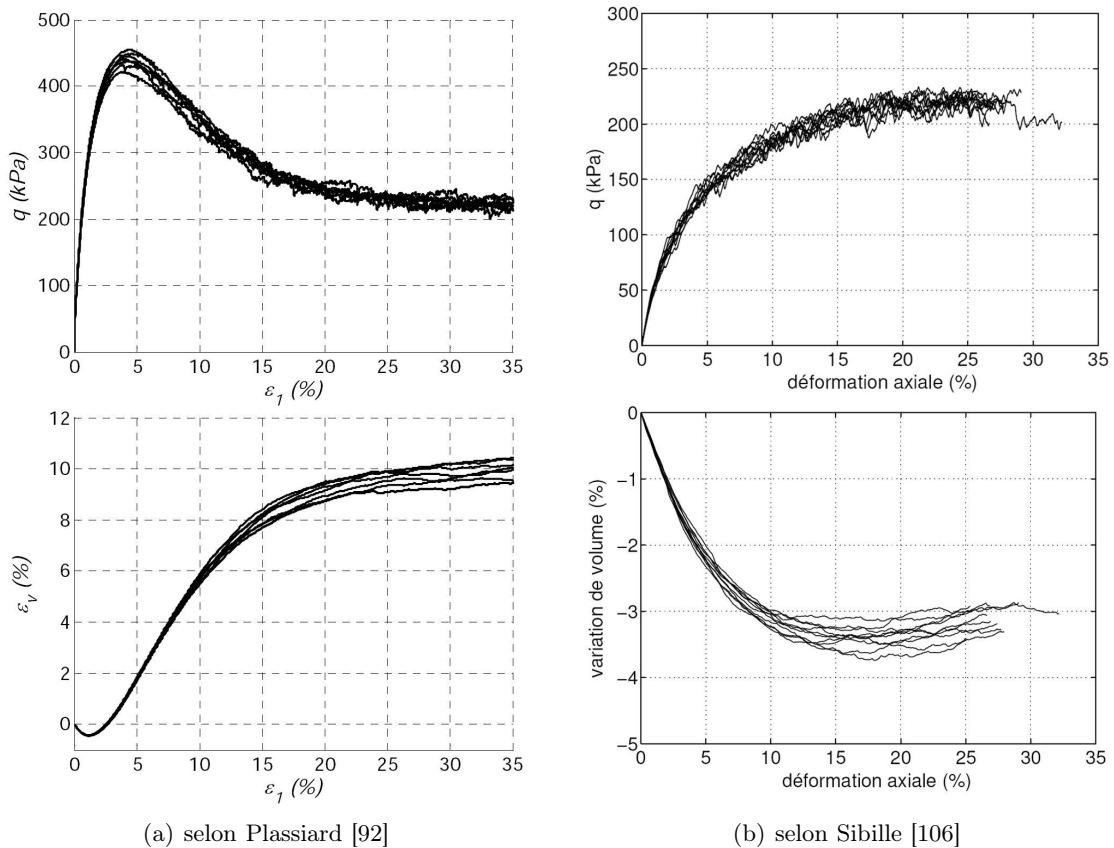


FIG. 3.2 – Simulation d'un même essai triaxial sur plusieurs échantillons cubiques réputés identiques (configurations initiales similaires, paramètres mécaniques identiques) constitués de 10000 sphères.

appliquée : la réponse du matériau ne doit pas dépendre de son mode de chargement.

Dans nos simulations, le contrôle des états de contrainte-déformation s'effectue en imposant des conditions en force ou en déplacement sur les frontières de l'échantillon. Les échantillons sont contraints par le biais de parois planes, rigides dont la particularité, outre le fait qu'elles n'interagissent pas entre elles, est d'être non frottantes. A l'image des dispositifs anti-fretage que l'on peut trouver dans les essais de laboratoire, cette option constitue un artefact permettant d'éviter efficacement les effets de bords lors du chargement de l'échantillon.

Par exemple, si l'on compare la distribution du champ de déplacements dans l'une des directions principales de l'échantillon pour un chargement isotrope incrémental appliqué via des parois frottantes (figure 3.3(a)) et non-frottantes (figure 3.3(b)), on se rend bien compte que l'absence de frottement aux limites permet de produire un gradient des déplacements linéairement réparti dans l'échantillon, et pas seulement concentré vers les frontières.

Il est clair que cette idéalisation peut occulter certains mécanismes propres aux essais de laboratoire comme la localisation des déformations sous forme de bandes de cisaillement par exemple, mais, malgré son apparente simplicité, cette modélisation, d'ores et déjà approuvée par de nombreux modélisateurs [15; 106; 92], permet un contrôle efficace et aisé des états de contrainte-déformation.

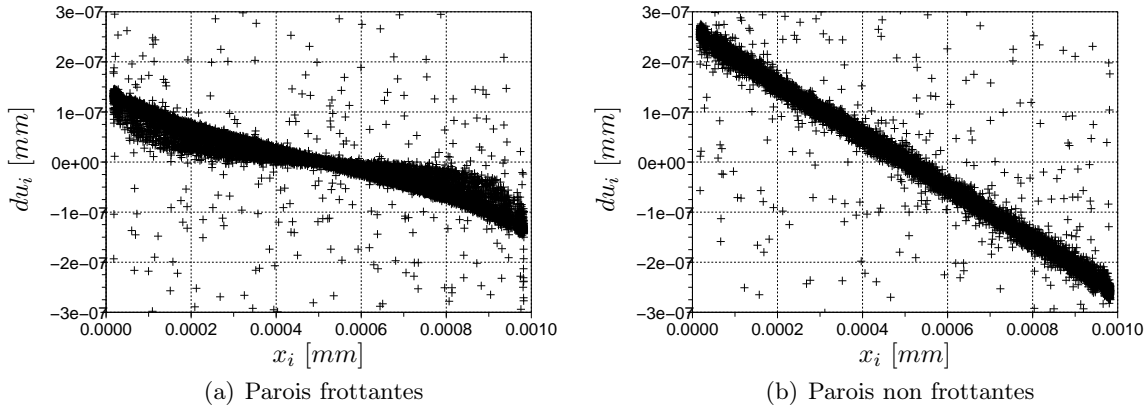


FIG. 3.3 – Gradient des déplacements à l'intérieur d'un échantillon cubique de 10000 grains pour un même incrément de chargement dans le cas de parois frottantes (a) et non frottantes (b).

### 3.1.1.2 Génération des échantillons

Comme pour tout essai de caractérisation, la mise en place des échantillons constitue une étape cruciale de la simulation. La procédure se doit de générer des assemblages qui soient le plus homogènes et le plus isotropes possible, afin d'éviter tout biais dans l'identification des propriétés du matériau. A ce stade, il faut signaler que, le but du travail n'étant pas de reproduire le comportement d'un matériau spécifique donné, le choix des caractéristiques des échantillons (granulométrie, raideurs des contacts...) s'est fait de façon à produire un comportement qui soit représentatif des matériaux granulaires courants, à la manière des matériaux modèles comme les assemblages de billes de verre par exemple.

Pour créer nos échantillons modèles, nous avons opté pour une méthode dynamique de mise en place, basée sur une procédure de compactage par expansion des rayons. Cette procédure, déjà éprouvée [15; 106; 92], se décompose en trois grandes étapes, et peut être suivie à travers les évolutions combinées de la contrainte moyenne  $p = \frac{(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)}{3}$  calculée aux limites (figure 3.5(a)), de la porosité  $n$  de l'assemblage (figure 3.5(b)), du nombre moyen de contacts par particules (ou nombre de coordination)  $K$  (figure 3.5(c)) et de l'indice de quasi-staticité  $\lambda$  (figure 3.5(d)) tel qu'il a été défini par l'équation (1.47) :

1° En respectant la distribution granulométrique désirée (en proportion), les grains sont positionnés aléatoirement dans un volume cubique défini par six parois rigides non frottantes dont les orientations correspondent aux axes du repère  $\mathfrak{R}$  (figure 3.4(a)). Le tirage aléatoire des positions des particules s'effectue de sorte qu'aucune d'entre elle ne soit en contact avec les autres, et l'angle de frottement intergranulaire  $\phi_c$  est fixé, sachant que plus celui-ci est faible, plus l'échantillon compacté sera dense (ici, nous avons choisi  $\phi_c = 0, 5^\circ$ ).

2° Depuis cet état, le compactage est réalisé par grossissement progressif des grains, leurs rayons étant multipliés à chaque pas de temps par un coefficient  $\alpha$  légèrement supérieur à 1, jusqu'à atteindre la valeur de confinement  $\sigma_0$  désirée ( $5 \text{ kPa}$ ). Afin d'optimiser la durée du processus, la première fois que la pression moyenne  $p_0 = \frac{(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)}{3}$  atteint  $\sigma_0$ , le coefficient de grossissement  $\alpha$  est diminué. Cette diminution a pour conséquence de fa-

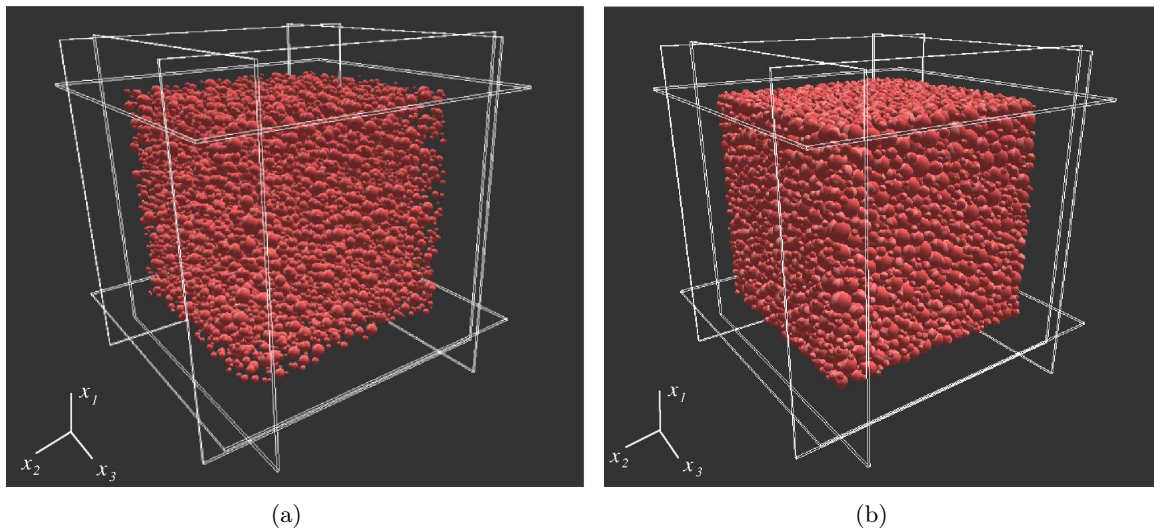


FIG. 3.4 – Echantillon numérique : (a) avant compaction, (b) compacté.

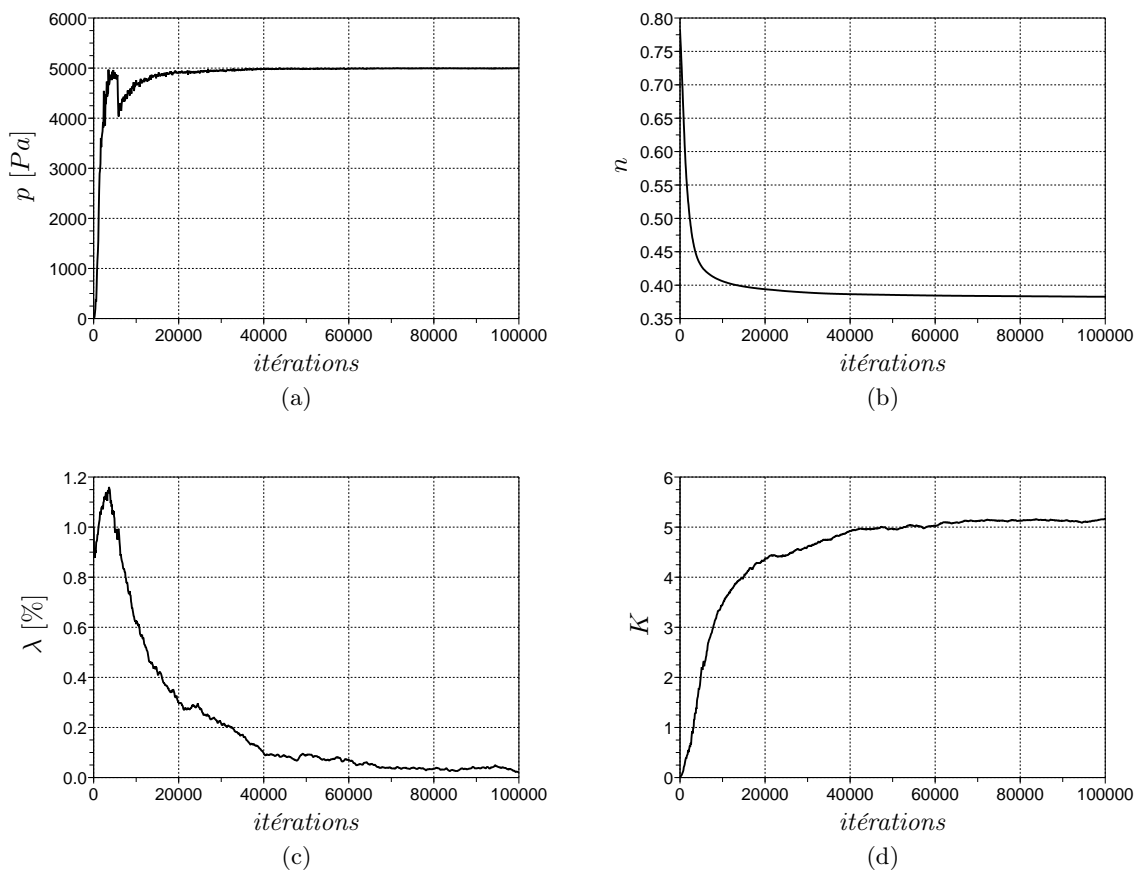


FIG. 3.5 – Evolutions comparées de la pression moyenne (a), de la porosité (b), de l'indice de quasi-staticité  $\lambda$  (c) et du nombre de coordination  $K$  (d) lors d'une phase type de génération d'un échantillon numérique.

ciliter la stabilisation de l'état de contrainte de l'échantillon caractérisé par le coefficient  $\lambda$  (3.5(c)). Ce réajustement est visible sur la figure 3.5(a) puisqu'il engendre une légère

chute de la pression moyenne du fait du ralentissement produit dans la dynamique du grossissement. Le processus est stoppé lorsque  $\lambda$  est inférieur ou égal à 1% (état quasi-statique raisonnable d'après [80]), et que le niveau de confinement voulu  $\sigma_0$  est vérifié (figure 3.4(b)). On peut voir que la stabilisation de l'assemblage est asymptotique. Elle correspond d'ailleurs à l'établissement du réseau de contact intergranulaire tel que  $K$  soit constant et optimal vis-à-vis des paramètres choisis (ici,  $K_{max} \approx 5, 2$ ).

3° Enfin, en ayant au préalable pris le soin de fixer l'angle de frottement intergranulaire à une valeur permettant de simuler une résistance raisonnable de l'assemblage (30° dans notre cas), les parois prennent le relai de l'asservissement (voir section suivante) de façon à assurer le niveau de confinement  $\sigma_0$  de l'échantillon. Ce changement dans la mode de contrôle engendrant quelques réorganisations entre les grains de l'assemblage, la procédure n'est arrêtée que lorsque la stabilité de l'échantillon est de nouveau vérifiée ( $\lambda = 1\%$ ).

Un avantage de cette procédure est qu'elle permet de remplir des espaces de forme quelconque, la géométrie étant fixée au préalable par le positionnement des parois rigides. De plus, contrairement aux méthodes de rapprochement des parois qui compactent en priorité les grains proches des parois et peuvent engendrer des phénomènes de voute au sein du milieu, le processus de génération ainsi défini est intrinsèquement homogène et isotrope. Que ce soit sur le plan géométrique ou mécanique, l'homogénéité de l'assemblage est donc, a priori, assurée, à condition de considérer un volume contenant suffisamment d'hétérogénéités (grains) pour éviter leur prépondérance vis-à-vis de l'échantillon (nous verrons que tel est effectivement le cas dans la section 3.1.2.1).

### 3.1.1.3 Méthode d'asservissement

L'espace est défini par le repère  $\mathfrak{R} = (O, x_1, x_2, x_3)$  considéré fixe. Les échantillons sont également fixes au cours des simulations, chacune des parois délimitant leurs frontières étant normales aux axes du repère  $\mathfrak{R}$  (figure 3.1). L'asservissement s'effectue simplement en imposant la position d'un couple ou de plusieurs couples de parois opposées.

Le contrôle en contrainte s'effectue selon le principe suivant : à chaque instant, la pression exercée par l'échantillon sur les parois est mesurée via les forces des contacts grains-parois, régies par les mêmes lois que les contacts entre grains. Un déplacement des parois engendrant des efforts sur l'ensemble des grains  $c$  à son contact, la rigidité globale parois-échantillon  $K_i$  dans la direction  $i$  peut être calculée par :

$$K_i = \sum_c k_{n,c} \quad (3.1)$$

Leur position  $X_i$  est ainsi ajustée de façon continue de sorte que la contrainte  $\sigma_i$  générée par la force  $F_i = K_i X_i$  sur la surface  $S_i$  s'approche au plus près de la contrainte  $\sigma_0$  souhaitée :

$$\Delta X_i = \frac{S_i(\sigma_i - \sigma_0)}{K_i} \quad (3.2)$$

Dans le cas d'une compression uniaxiale, le chargement s'effectue par le biais des parois supérieure et inférieure auxquelles on applique une déformation constante et non une augmentation de contrainte afin de pouvoir étudier le comportement post-rupture de l'échantillon.

A condition que l'homogénéité mécanique des sollicitations soit assurée, les directions principales des tenseurs de contrainte  $\overline{\sigma}$  et de déformation  $\overline{\varepsilon}$  vont donc coïncider avec les axes du repère  $\mathfrak{R}$  et les états de contrainte-déformation de l'échantillon pourront donc être définis par les déformations et contraintes principales  $(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, \sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$  directement calculées aux frontières.

Comment dès lors justifier de l'homogénéité des sollicitations ? Si l'on se base sur le lemme de Hill ([57; 101]), la condition de macro-homogénéité (cf. section 1.2.1) est vérifiée si, en l'absence de forces volumiques ( $div(\overline{\sigma})$ ), l'un des tenseurs  $\overline{\varepsilon}$  et  $\overline{\sigma}$  peut être considéré constant sur le volume  $V$  de l'échantillon.

D'après la figure 3.3, une partie de la réponse peut d'ores et déjà être apportée. En effet, on constate que, dans le cas des parois non frottantes, le gradient des déplacements produit par le chargement aux limites est, en moyenne, constant dans l'ensemble de l'échantillon. Si l'on note  $\overline{G}$  le tenseur gradient des déplacements, on a :

$$u_i(x) = G_{ij}x_j \quad (3.3)$$

Le tenseur des déformations  $\overline{\varepsilon}$  étant égal à :

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{V} \int_{ech} \varepsilon_{ij}(x) dV \quad (3.4)$$

avec

$$\varepsilon_{ij}(x) = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i(x)}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j(x)}{\partial x_i} \right), \quad (3.5)$$

l'équation 2.5 devient :

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2V} \int_V \left( \frac{\partial G_{ik}x_k}{\partial x_j} + \frac{\partial G_{jk}x_k}{\partial x_i} \right) dV \quad (3.6)$$

$\overline{G}$  étant constant ( $G^0$ ) dans notre cas,  $\overline{\varepsilon}$  est donc également constant sur  $V$  :

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2V} \int_V \left( G_{ik}^0 \frac{\partial x_k}{\partial x_j} + G_{jk}^0 \frac{\partial x_k}{\partial x_i} \right) dV = \varepsilon^0 \quad (3.7)$$

Le fait d'avoir un champ de déplacement linéaire au sein de l'échantillon permet donc de vérifier l'homogénéité du champ des déformations. Nous verrons dans la section suivante comment nous assurer de la macro-homogénéité globale du système d'après le caractère quasi-statique des sollicitations.

#### 3.1.1.4 Hypothèses de quasi-staticité

Comme précisé dans l'étude bibliographique (section 1.2.3.2), le caractère quasi-statique des simulations numériques discrètes est directement lié la vitesse de déformation appliquée aux échantillons. Afin d'en estimer l'influence sur les résultats de nos simulations, une série d'essais triaxiaux a ainsi été réalisée sur un échantillon de référence, pour plusieurs vitesses de déformation  $\dot{\varepsilon}_1$  (figure 3.6(a)).

On constate effectivement que les effets dynamiques influencent fortement les résultats des simulations, que ce soit sur la valeur du pic du déviateur des contraintes ou sur le niveau de



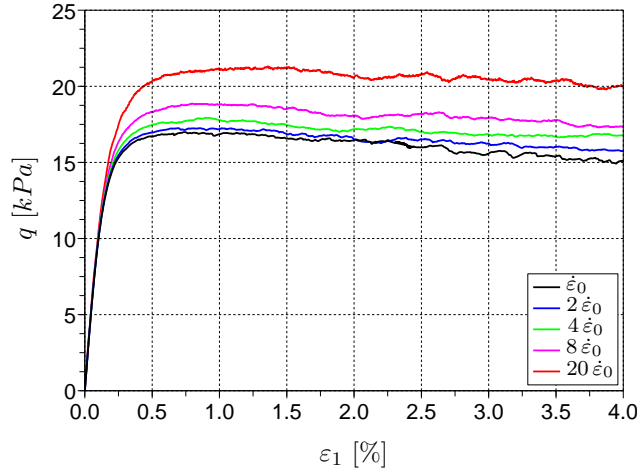


FIG. 3.6 – Influence de la vitesse de déformation  $\dot{\epsilon}_1$  sur la courbe contrainte-déformation pour des compressions triaxiales réalisées sur le même échantillon numérique initial, sous  $10 kPa$  de confinement ( $\dot{\epsilon}_0 = 0.01 s^{-1}$ ).

déformation pour lequel il est atteint. Les propriétés mécaniques des échantillons étant directement déduites de ces courbes (angle de frottement, cohésion...), on mesure bien l'importance du contrôle de la quasi-staticité des simulations dans la caractérisation comportementale du matériau simulé.

Dans l'optique qui est la notre, la définition d'un indicateur nous permettant de quantifier la quasi-staticité d'une simulation apparaît absolument indispensable. En effet, les temps de calculs des simulations discrètes restant encore assez problématiques, il faut être capable de contrôler la quasi-staticité des simulations sans avoir à en multiplier le nombre. Si l'on s'intéresse par exemple à l'évolution de l'indice  $\lambda$  (cf. l'équation (1.47)) pour les simulations précédentes (figure 3.7), on constate que, partant d'un même état initial stable,  $\lambda$  tend vers une valeur qui semble être directement proportionnelle à la vitesse de chargement imposée à l'échantillon.  $\lambda$  est donc représentatif du degré de quasi-staticité de la sollicitation. Le choix de la vitesse de chargement devant être fait en tenant compte à la fois de la précision attendue des résultats et du temps de calcul nécessaire pour leur obtention, nous nous sommes donc attachés à contrôler l'évolution de  $\lambda$  pendant les simulations. L'erreur engendrée au niveau de l'estimation des paramètres mécaniques du modèle lui étant directement proportionnelle, nous avons considéré qu'une valeur de  $\lambda$  comprise entre 1 et 2% était un compromis suffisamment raisonnable vis-à-vis de ces deux prérogatives.

A la vue des considérations de macro-homogénéité discutées précédemment, il est intéressant de noter que l'égalité entre les termes de contraintes globales calculées aux parois et la contrainte moyenne générée par les efforts dans l'ensemble de l'échantillon est sensible au caractère quasi-statique des simulations (condition de macro-homogénéité en contrainte, cf. section 1.2.1). Par exemple, si l'on trace l'erreur relative  $\frac{\Delta\sigma}{\sigma} = \frac{\bar{\sigma} - \langle\sigma\rangle}{\langle\sigma\rangle}$  entre les contributions respectives au pic du tenseur des efforts intergranulaires  $\langle\sigma\rangle$ , calculé d'après la formule d'homogénéisation introduite par Love [76] :

$$\langle\sigma\rangle = \sigma_{ij}^{contacts} = \frac{1}{V} \sum_{contacts} f_i^{cont} l_j \quad (3.8)$$

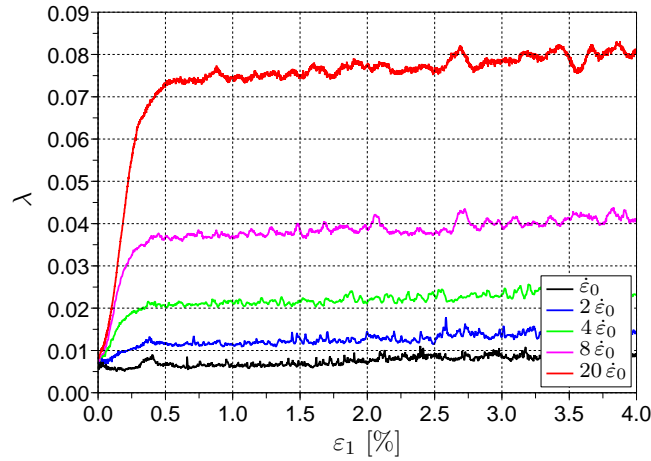


FIG. 3.7 – Influence de la vitesse de déformation  $\dot{\varepsilon}$  sur l'indice de quasi-staticité  $\lambda$  pour des compressions triaxiales réalisées sur le même échantillon numérique initial, sous  $10 \text{ kPa}$  de confinement.  $\dot{\varepsilon}_0 = 0.01 \text{ s}^{-1}$

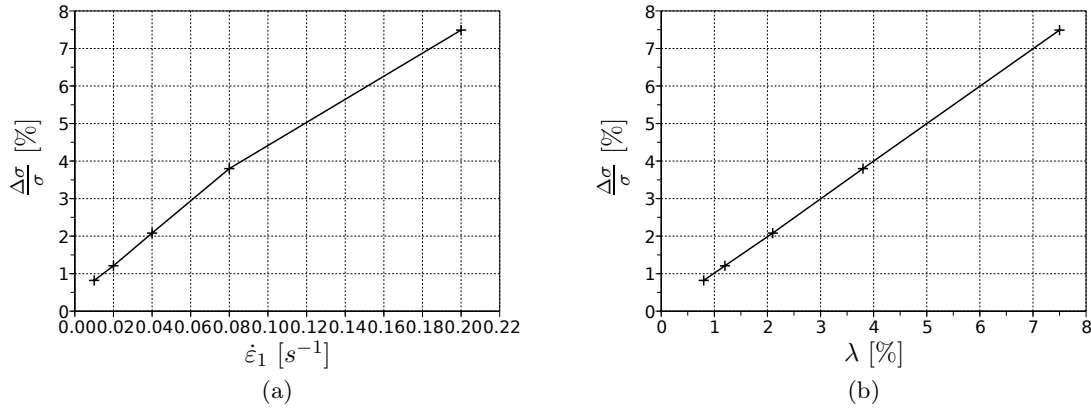


FIG. 3.8 – Erreur relative  $\frac{\Delta\sigma}{\bar{\sigma}} = \frac{\bar{\sigma} - \langle\sigma\rangle}{\langle\sigma\rangle}$  entre la contrainte moyenne des efforts intergranulaires  $\langle\sigma\rangle$  et la contrainte des efforts appliqués aux limites  $\bar{\sigma}$  calculées au pic du déviateur en fonction (a) de la vitesse de déformation  $\dot{\varepsilon}_1$ , (b) de l'indice de quasi-staticité  $\lambda$ .

et du tenseur  $\bar{\sigma}$ , calculé à partir des forces résultantes normales  $\vec{F}_n$  appliquées par les grains de l'assemblage sur les parois de surface  $S_j$ , orientées perpendiculairement à la direction  $j$  :

$$\bar{\sigma} = \sigma_{ij}^{global} = \frac{\sum F_{n,i}}{S_j} \quad (3.9)$$

en fonction de la vitesse de chargement (figure 3.8(a)), on constate que celle-ci dépend linéairement de  $\dot{\varepsilon}_1$ .

Au même titre que son caractère quasi-statique, l'homogénéité de la sollicitation peut donc être estimée d'après la valeur de l'indice  $\lambda$  (figure 3.8(b)). Leur dépendance commune vis-à-vis de la vitesse de sollicitation se comprend assez facilement en considération du fonctionnement de la DEM. En effet, les effets inertiels liés à l'intégration du Principe Fondamental de la Dynamique créent des hétérogénéités de contrainte à l'intérieur du milieu qui ne sont pas

mesurables du point de vue de ses limites. Ainsi, les contraintes effectivement générées au sein du matériau (et, par conséquent, ses propriétés mécaniques) ne pourront être calculées à partir des forces exercées par les grains sur les parois que si les effets inertiels sont négligeables à l'intérieur du milieu ( $\overline{\sigma} \approx \langle \sigma \rangle$ ). L'hypothèse  $\lambda = 1\%$  semble donc raisonnable.

### 3.1.2 Présentation du modèle discret retenu

Les choix de la modélisation ayant été présentés, il nous faut désormais définir un milieu modèle capable de reproduire le comportement classique des matériaux granulaires.

#### 3.1.2.1 Caractéristiques des échantillons

L'isotropie d'un assemblage peut être évaluée de façon statistique à partir de la distribution des contacts dans l'échantillon. À l'image des procédures généralement utilisées en 2D [6; 14], la proportion du nombre de contacts orientés selon chacune des directions de l'espace peut ainsi être représentée sur un graphe radial (figure 3.10), la différence tenant dans le fait que la recherche s'effectue non plus dans le plan, mais dans l'espace à trois dimensions ( $O, x_1, x_2, x_3$ ) grâce à l'introduction d'un angle  $\theta$  définissant la fraction solide  $d\theta$  de la sphère  $S$  par rapport à la direction de référence  $x_i$  (figure 3.9) : si  $\vec{n}$  appartient à la fraction solide définie par  $d\theta$ , alors l'interaction concernée est comptabilisée dans la distribution d'orientation correspondante  $P(\theta)$ .

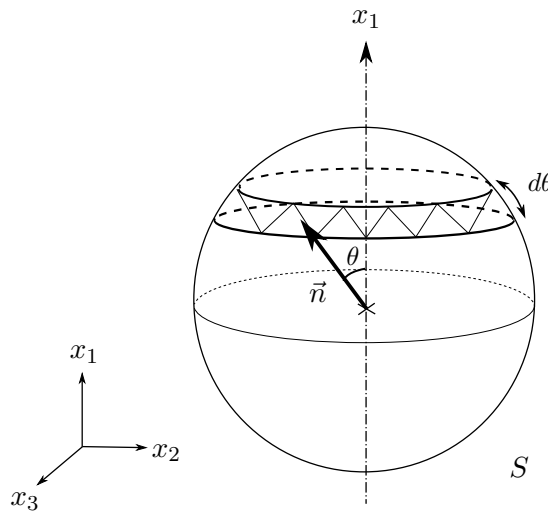


FIG. 3.9 – Description de la méthode de recherche directionnelle tridimensionnelle

Si l'on considère, par exemple, la distribution des orientations des contacts par rapport à l'axe  $x_1$  à l'issue de la procédure de génération pour un assemblage de 10000 grains (figure 3.10), on constate effectivement qu'il n'y a pas de direction privilégiée. Par ailleurs, il se trouve que, étant donné l'homogénéité de la procédure de génération, les résultats sont similaires quelque soit la direction  $x_i$  considérée.

Les échantillons ainsi générés semblent donc présenter une bonne isotropie géométrique des orientations de contacts. Cependant, qu'en est-il réellement de leur isotropie mécanique ?

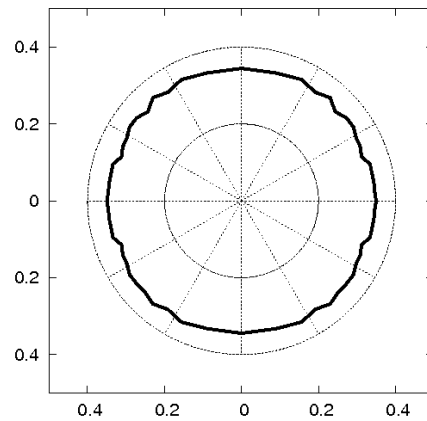


FIG. 3.10 – Distribution angulaire de la densité des contacts dans l'échantillon.

De la même façon que pour les directions des contacts, la distribution des intensités des forces interparticulaires peut être tracée pour en quantifier l'homogénéité sur l'ensemble de l'assemblage. La figure 3.11 montre que, au même titre que les directions des contacts, les efforts intergranulaires (normalisés) sont également répartis de façon isotrope dans l'ensemble de l'échantillon.

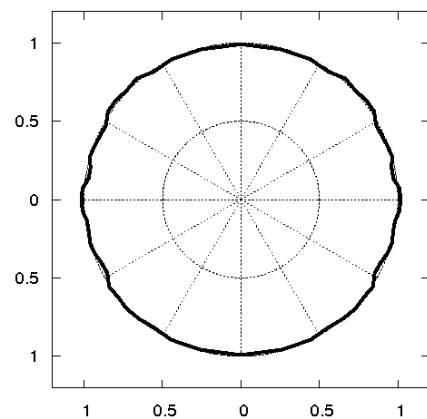


FIG. 3.11 – Distribution angulaire des intensités des forces de contact, normalisées par la valeur moyenne des intensités.

D'un point de vue plus expérimental, cette isotropie mécanique peut également être vérifiée en soumettant l'échantillon à un chargement isotrope, et en regardant le niveau respectif des déformations dans les trois directions principales de la sollicitation. Le tableau 3.1 présente les résultats obtenus après une compression isotrope au cours de laquelle le confinement  $\sigma_0$  appliqué initialement a été multiplié par deux. On constate une différence inférieure à 2% dans les déformations produites par le chargement : l'isotropie mécanique est donc confirmée.

Par ailleurs, le rapport entre la raideur des éléments  $k_n$  et la contrainte de confinement  $\sigma_0$  doit être un compromis entre une valeur trop élevée qui engendrerait des échantillons très raides dont la stabilité ne serait contrôlable qu'avec des pas de temps très petits, et une valeur trop faible qui produirait des assemblages dont la porosité ne caractériserait plus uniquement la compacité (enchevêtrement des grains), mais également sa déformation élastique étant

TAB. 3.1 – Déformations constatées dans les directions principales de l'échantillon après un chargement isotrope multipliant par deux sa pression de confinement.

Axe de chargement	X	Y	Z
Déformation associée (%)	0.02839	0.02801	0.02840

TAB. 3.2 – Caractéristiques des échantillons numériques utilisés

Nombre de grains	$E_{global}$ (Pa)	$k_n/k_t$	$\phi_c$ (deg.)
10000	$5 \cdot 10^7$	0.5	30

donné la forte interpénétration des éléments entre eux. Dans YADE, les raideurs  $k_n$  des éléments étant définies à partir du module de rigidité global  $E_{global}$  (voir section 2.1.1), il faut s'assurer que le rapport  $\frac{\sigma_0}{E_{global}}$  respecte ce compromis. Il se trouve, en pratique, qu'un rapport  $\frac{\sigma_0}{E_{global}}$  supérieur à 1000 est suffisant pour assurer une rigidité correcte (représentative) aux échantillons et un temps de calcul raisonnable. Au moment de la création d'un échantillon, il faut donc garder en tête que les niveaux de confinement maximums appliqués doivent rester raisonnables vis-à-vis de  $E_{global}$ .

Les caractéristiques du modèle discret retenu sont présentés dans le tableau 3.2. Comme nous l'avons dit précédemment, les paramètres mécaniques ont été choisis de sorte que les échantillons secs aient un comportement qualitativement représentatif d'un matériau granulaire classique de la mécanique des sols. Nous avons donc opté pour une granulométrie continuellement étalée entre deux tailles suffisamment différentes afin d'éviter les arrangements géométriques particuliers au sein de l'échantillon (figure 3.12).

Il est important de noter que, si la distribution des rayons joue un rôle dans le comportement mécanique des assemblages, la taille moyenne n'a, par contre, aucune importance. En effet, avec la définition des raideurs introduite précédemment (équation (2.1)), et comme l'ont démontré Chareyre en 2D [15] et Plassiard en 3D [92], les propriétés mécaniques macroscopiques des assemblages numériques sont indépendantes de la taille des particules (figure 3.13).

Cependant, et c'est là une différence fondamentale vis-à-vis de ces travaux, la taille des particules a toute son importance dans la détermination des effets de la capillarité. En effet, nous nous y intéresserons plus précisément par la suite, mais d'ores et déjà, on sait que l'intensité des forces capillaires est inversement proportionnelle à la taille des grains en interaction (figures 1.19 et 2.15). Ainsi, afin de nous placer dans une configuration de taille pour laquelle les effets capillaires sont suffisamment importants pour être notables à l'échelle d'un assemblage, et prépondérants par rapport aux autres mécanismes de cohésion interparticulaires (figure 1.20), nous nous sommes arrêtés sur un matériau modèle dont le diamètre moyen des particules peut être assimilé à celui d'un limon, soit  $d_{50} = 0,045 \text{ mm}$ .

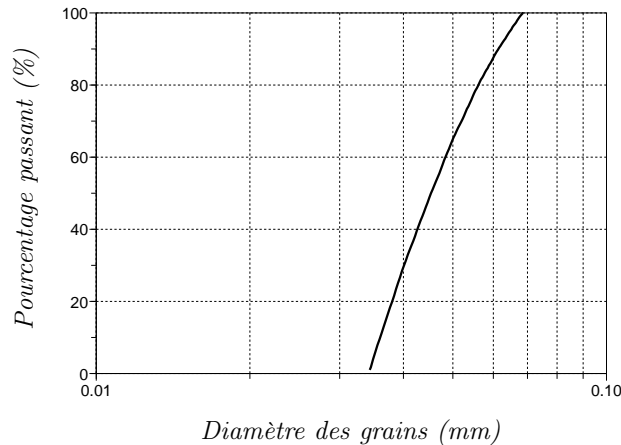


FIG. 3.12 – Courbe granulométrique des échantillons numériques utilisés.

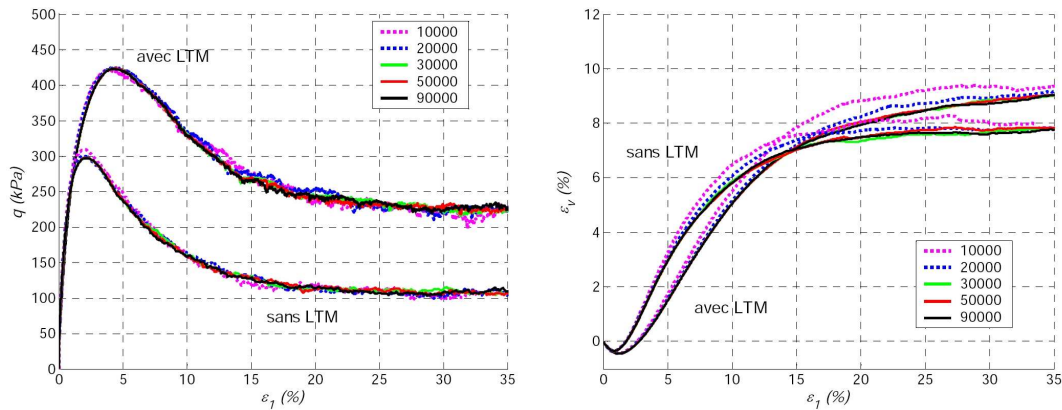


FIG. 3.13 – Indépendance comportementale vis-à-vis de la taille des particules selon [92] : des simulations d’essais triaxiaux ont été réalisées sur des échantillons de même volume constitués d’assemblage dont le nombre de particules diffère (de 10000 à 90000), pour deux lois de contact différentes (LTM : Loi de Transfert de Moment incluant une raideur supplémentaire en rotation).

### 3.1.2.2 Propriétés mécaniques

Le modèle discret retenu a été choisi de façon à reproduire un comportement qui soit assimilable à celui d’un matériau granulaire classique, pour lequel des essais comparatifs pouvaient être effectués. Or, du fait de leur particularité de forme, des grains sphériques ne permettent pas de reproduire quantitativement le comportement des sols granulaires classiques (sables, limons), notamment en terme de résistance au cisaillement ([106; 92]). Seuls le comportement d’assemblages de billes de verre pourrait être décrit quantitativement. Etant donné le cadre géomécanique de notre étude, nous nous contenterons donc de comparaisons qualitatives entre les résultats de nos simulations numériques et les différentes données expérimentales de la littérature, en gardant bien à l’esprit que le but est de comprendre l’influence des effets de l’eau sur celui-ci.

Les courbes de la figure 3.14 présentent le comportement du modèle numérique sous chargement déviatoire drainé pour deux densités initiales différentes : 0.38 pour l’échantillon dense,

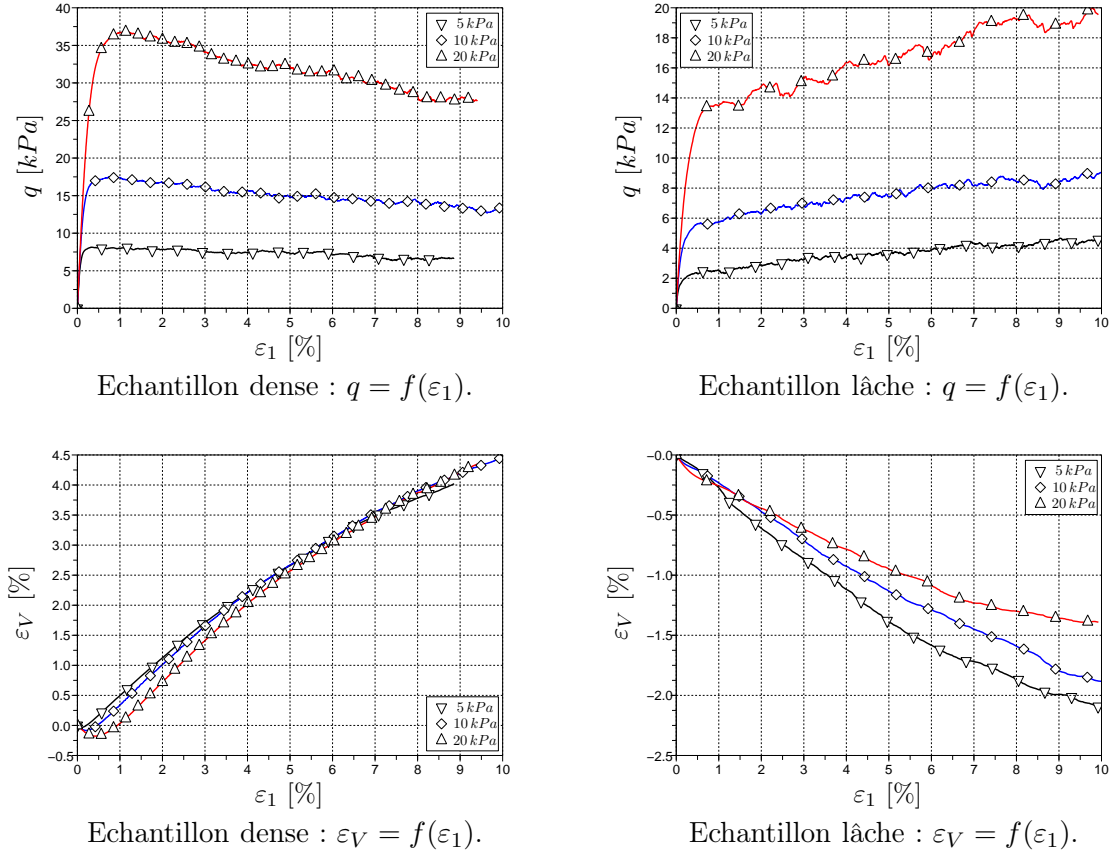


FIG. 3.14 – Simulations d’essais triaxiaux drainés sous des pressions de confinement de 5, 10 et 20 kPa sur un échantillon réputé dense (à gauche), et un échantillon réputé lâche (à droite).

et 0.43 pour l’échantillon lâche, respectivement obtenus avec un angle de frottement intergranulaire  $\phi_c$  égal à 0, 5° et 15° lors de la phase de grossissement (cf section 3.1.1.2).

Une comparaison entre le modèle discret et le comportement général des matériaux pulvérulents (limons, sables) nous amène à constater quelques particularités :

- Contrairement à un géomatériau, l’échantillon dense présente un radoucissement qui s’accroît avec la pression de confinement. De même, l’angle de frottement macroscopique n’est pas strictement identique pour les trois confinement testés puisqu’il a tendance à augmenter avec le confinement dans le cas du matériau numérique (figure 3.15(a)) alors que, classiquement, il décroît dans le cas d’un géomatériau. A l’image de Sibille [106], nous attribuons ces phénomènes à la grande dépendance du comportement du modèle vis-à-vis de la densité des assemblages puisque celle-ci a tendance à diminuer de façon non négligeable avec la pression de confinement (pour les mêmes raisons, la contractance de l’échantillon lâche a tendance à diminuer avec  $p$ ). Même si cet effet reste globalement faible, il devra par contre être pris en compte si la gamme de variation des pressions de confinement est étendue. Néanmoins, on peut estimer un angle de frottement macroscopique  $\phi$  commun proche de 28° (figure 3.15(b)).
- Si l’on considère maintenant la superposition des essais réalisés sur les 2 échantillons de densités différentes (figure 3.16), on constate que pour les grandes déformations, l’angle de

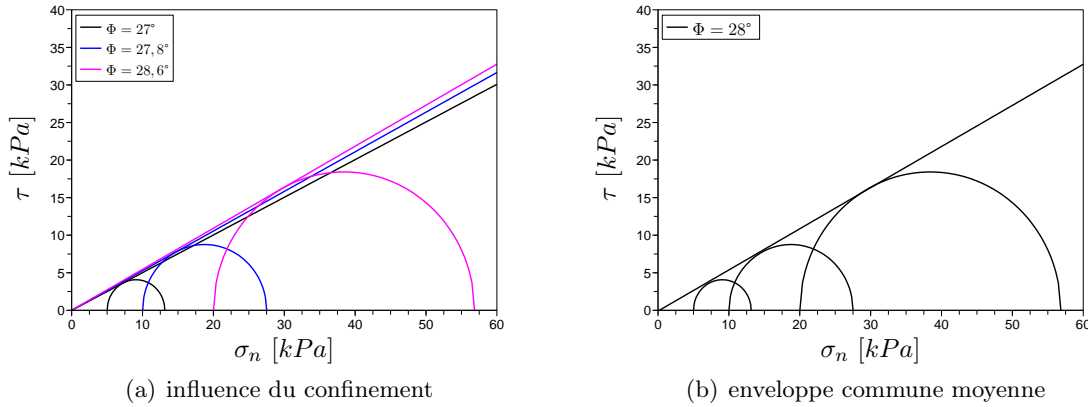
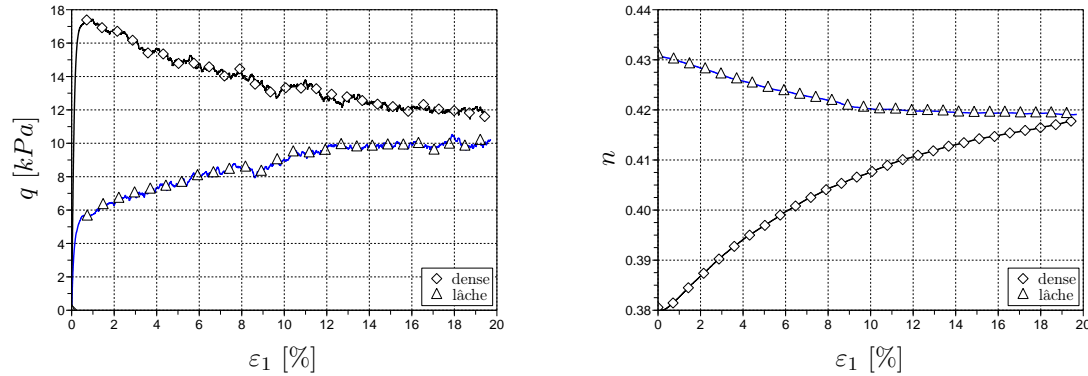


FIG. 3.15 – Envelopes de rupture dans le plan de Mohr.

FIG. 3.16 – Influence de l'indice des vides sur des simulations d'essais triaxiaux drainés réalisés sous une pression de confinement de  $10\text{ kPa}$ .

frottement et l'indice des vides tendent conjointement vers une valeur similaire. Ce point caractéristique du comportement des matériaux granulaires nous permet de supposer que le comportement du modèle numérique reste rhéologique même après la rupture supposée du matériau (pic de  $q$ ), et qu'un état résiduel commun est atteint pour les grandes déformations. Il semblerait que les échantillons ne subissent pas de localisation de la déformation (pas de bandes de cisaillement), mais plutôt un réarrangement global des grains entre eux. En effet, comme noté par Mühlhaus et Vardoulakis [87], les bandes de cisaillement observées dans les matériaux granulaires ont typiquement des épaisseurs comprises entre 10 et 20 grains. Nos échantillons comportant une vingtaine de grains dans leur épaisseur (figure 3.1), on imagine facilement que de tels arrangements ne peuvent se développer.

D'après ces constatations, et malgré la sensibilité de l'indice des vides vis-à-vis de la pression moyenne, le modèle numérique retenu permet de simuler, au moins qualitativement, un comportement typique des matériaux granulaires classiques. Nous disposons donc d'un outil numérique adapté à l'étude des effets de l'eau capillaire sur le comportement des milieux granulaires.



## 3.2 Propriétés de rétention d'eau

Nous l'avons vu, la relation entre la teneur en eau  $w$  (ou le degré de saturation  $Sr$ ) du matériau et la pression capillaire  $u_c$  constitue une caractéristique fondamentale des sols non saturés. Etant donné l'objectif de ce travail de thèse, il paraît donc essentiel que notre modélisation permette l'accès à ce type d'information.

### 3.2.1 Hydrologie du modèle

#### 3.2.1.1 Définition des grandeurs et mécanismes hydriques invoqués

D'après l'équation de Laplace-Young, la définition d'une pression capillaire  $u_c$  donnée permet l'accès au volume de liquide  $V_m$  du ménisque capillaire engendré entre deux grains (équation 2.14). Si l'on désigne par  $N_m$  le nombre total de ménisques  $m$  présents dans un assemblage, on peut donc estimer le volume total de liquide  $V_l$  mis en jeu au sein du milieu par simple sommation sur l'ensemble de l'échantillon :

$$V_l = \sum_{m=1}^{N_m} V_m \quad (3.10)$$

Le volume de l'échantillon  $V_{ech}$  étant défini par la présence des parois rigides aux limites comme le volume du parallélépipède correspondant, le degré de saturation du matériau numérique peut donc être calculé par :

$$Sr = \frac{V_l}{V_{ech}} = \frac{\sum_{m=1}^{N_m} V_m}{V_{ech} - V_g} \quad (3.11)$$

avec  $V_g$  le volume des grains tel que  $V_g = \sum_{g=1}^{N_g} \frac{4\pi R_g^3}{3}$ .

De la même façon, la teneur en liquide  $w$  est également accessible par :

$$w = \frac{\rho_l V_l}{\rho_g V_g} \quad (3.12)$$

avec  $\rho_l$  et  $\rho_g$  les masses volumiques respectives du liquide et des grains en présence.

Ainsi, en soumettant un échantillon à des paliers successifs de pression capillaire, on doit pouvoir obtenir la relation caractéristique  $(u_c - Sr)$  comme présenté sur la figure 1.2 du chapitre bibliographique. Etant donné la modélisation idéalisée des particules (sphères parfaitement lisses) et du liquide (eau pure parfaitement mouillante), l'eau présente dans le milieu est purement capillaire (cf section 1.1.1.1), elle se restreint donc au volume des ponts liquides intergranulaires. L'eau adsorbée que l'on trouve généralement à la surface des grains de sol ou l'eau de constitution présente dans leur composition ne sont, par conséquent, pas du tout prises en compte. En outre, d'après l'équation de Laplace, le volume des ponts liquides tend à s'annuler pour les très fortes valeurs de  $u_c$  puisque la taille du rayon de gorge  $y_0$  y est inversement proportionnelle :

$$\lim(y_0)_{\Delta u \rightarrow \infty} = 0 \quad (3.13)$$

L'échantillon numérique sera donc sec pour les valeurs de  $u_c$  supérieures à la valeur limite  $u_c^+$  à partir de laquelle plus aucun pont liquide ne sera défini. D'après la littérature, ce point semble être cohérent avec la réalité puisque les auteurs ([47]) estiment que, quelque soit la

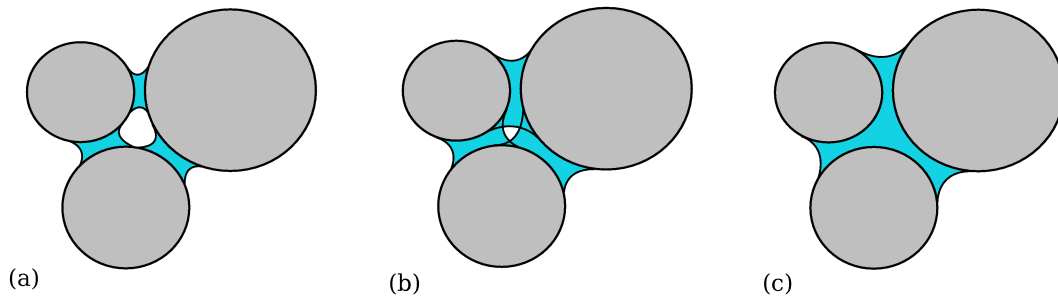


FIG. 3.17 – Evolution des ponts liquides avec l'augmentation de la teneur en eau : (a) régime pendulaire, (b) recouvrement des ménisques, (c) forme fusionnée.

nature du sol considéré, il existe une pression capillaire maximale à partir de laquelle la teneur en eau est nulle. Cette propriété a d'ailleurs été vérifiée, que ce soit expérimentalement par Croney et al. [24], ou à partir de considérations thermodynamiques par Richards ([49]).

En appliquant des paliers de pressions décroissantes depuis  $u_c^+$ , les ménisques vont donc se développer progressivement dans le milieu, leur volume augmentant d'autant plus que la pression diminuera (figure 2.15). Ce mécanisme peut être mis en rapport avec les phénomènes classiquement observés dans le cas des matériaux réels. En effet, l'humidité ambiante étant directement liée à la pression capillaire d'après l'équation de Kelvin (équation 1.2), les ponts liquides se créent par condensation de la vapeur d'eau présente dans l'air environnant, de façon à assurer l'équilibre thermodynamique du milieu. C'est finalement la thermodynamique liée aux changements de phase qui gèrent les transferts d'eau dans le milieu, et la variation de la teneur en eau se fait finalement sous forme d'échange de vapeur, sans véritable écoulement de liquide. Le modèle semble ainsi acceptable du point de vue de la thermodynamique.

Par ailleurs, étant donné les hypothèses de la modélisation, nous devons veiller à ce que les assemblages restent dans le régime hydrique correspondant. En effet, si le modèle est justifié pour le régime pendulaire (figure 3.17(a)), il ne peut prendre en compte l'évolution de la phase liquide lorsque les ménisques fusionnent entre eux (figure 3.17(b)). Leur géométrie, bien que toujours régie par la loi de Laplace, devient beaucoup trop complexe et l'interaction capillaire ne concerne plus seulement les grains par paires, mais des assemblages multiples de particules (figure 3.17(c)) pour lesquels la définition des forces et des volumes devient très complexe [110; 86]. Nous avons donc développé une procédure numérique qui, à partir de la géométrie des ponts liquides, et notamment grâce aux angles de remplissage  $\delta_1$  et  $\delta_2$  caractérisant la surface mouillée des grains, nous permet de savoir si les ménisques sont effectivement superposés (voir section suivante). Il est clair que, étant donné la distribution des réseaux d'interaction et la granulométrie des assemblages, ces superpositions n'interviennent pas de la même façon dans l'ensemble de l'échantillon et vont s'étaler progressivement avec l'augmentation de sa teneur en eau. Nous verrons, dès lors, quels degrés de saturation peuvent être considérés acceptables vis-à-vis de la modélisation.

Concernant le mode de contrôle de l'essai, celui-ci peut être assimilé à la technique dite "à translation d'axes" ([9]), pour laquelle la pression d'eau  $u_w$  est maintenue nulle constante alors que l'on fait varier la pression d'air  $u_a$  de façon à imposer artificiellement une valeur de pression capillaire  $u_c = u_a - u_w$  positive. La différence tient dans le fait que, dans notre cas, contrairement à l'expérimentation qui nécessite des temps de repos élevés pour la mise en équilibre des pressions de fluides dans tous les pores du matériau, l'équilibre thermodynamique du milieu est intrinsèquement assuré. En effet, de par son mode de contrôle, l'homogénéité

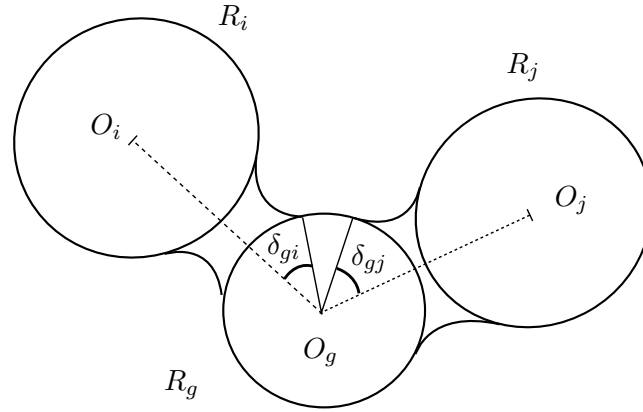


FIG. 3.18 – Détermination de la fusion inter-ménisques : les grains en pointillés ne font pas partie de la liste d'interaction capillaire.

des pressions est instantanée dans tous les ponts liquides du modèle numérique, de sorte que leur courbure moyenne  $C$  est la même dans tout l'assemblage ( $u_c = \gamma_w C$ ). L'équilibre du milieu est ainsi plus directement lié aux déformations mécaniques engendrées à l'échelle de l'assemblage qu'à l'uniformisation des pressions de fluides dans les pores.

### 3.2.1.2 Domaine de validité : le régime pendulaire

Afin d'éviter les confusions concernant le domaine de validité du modèle, nous avons développé une routine capable de déterminer si les ponts liquides se superposent entre eux. La méthode, basée sur la description géométrique des ponts liquides telle que définie par la loi de Laplace, est illustrée sur la figure 3.18 :

- 1° Chaque ménisque  $m$  est associé à un volume dont la description spatiale est directement liée à la définition des angles de remplissages  $\delta_m$  caractérisant leur surface mouillée.
- 2° Pour chaque grain  $g$  de l'assemblage interagissant avec  $k$  voisins par le biais de ménisques capillaires, on peut donc définir l'axe d'axisymétrie  $O_g \vec{O}_k$  des ménisques, et la surface mouillée  $S_g^k$  correspondant par le biais de  $\delta_{gk}$  par :  $S_g^k = 2\pi R_g^2 (1 - \cos \delta_{gk})$  (surface de la calotte sphérique caractérisée par l'angle solide  $2\delta_{gk}$ ).
- 3° En faisant la différence entre l'angle  $\widehat{O_i O_g O_j}$  formé par les axes d'interaction  $O_g \vec{O}_i$  et  $O_g \vec{O}_j$  de deux ménisques voisins et la somme  $(\delta_{gi} + \delta_{gj})$  des deux angles de remplissage correspondant sur le grain  $g$ , on peut donc savoir si, effectivement, les ponts liquides interagissent entre eux : si  $\widehat{O_i O_g O_j} - (\delta_{gi} + \delta_{gj}) < 0$ , alors les interfaces des deux ménisques se superposent, et l'hypothèse pendulaire n'est plus acceptable localement.

Un paramètre  $\eta$  est ainsi attribué à chacun des ménisques correspondant au nombre de voisins qu'il intersecte (celui-ci vaut donc 1 si le ménisque ciblé est indépendant, et  $n$  si  $n$  ménisques sont en interaction avec lui). A l'image du nombre de coordination  $K$  représentant le nombre de contacts moyen par particule, on peut dès lors définir le nombre  $K_m$  comme le nombre moyen de ménisques indépendants par particule (tels que  $\eta = 1$ ).

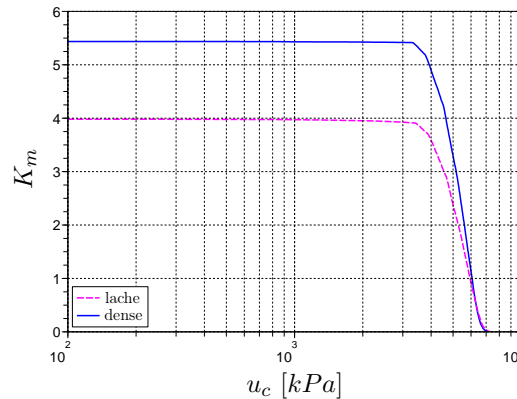


FIG. 3.19 – Recherche de la valeur de pression capillaire supérieure limite  $u_c^+$  : nombre moyen de ménisques par particule  $K_m$  en fonction de la pression capillaire  $u_c$  pour deux échantillons de porosités différentes.

Pour avoir une idée plus précise du domaine de saturation pour lequel les hypothèses de la modélisation restent vérifiées, nous avons donc soumis les deux échantillons précédemment définis à une variation de pression capillaire. Respectivement représentatif d'un matériau dense et d'un matériau lâche, les résultats comparés obtenus sur ces deux échantillons types nous permettront une généralisation des études réalisées (cette comparaison sera d'ailleurs systématique tout au long de l'étude).

La pression  $u_c^+$  (cf. section précédente) a été déterminée au préalable en augmentant continuellement  $u_c$  depuis 0, jusqu'à ce qu'il n'y ait plus aucun ménisque défini dans l'assemblage (figure 3.19). D'après ce premier essai, malgré les différences dans le nombre maximum de ménisques ( $k_m^{max} = 5,4$  pour l'échantillon dense et 4 pour l'échantillon lâche),  $u_c^+$  vaut environ  $7\text{ MPa}$  pour les deux échantillons, ce qui semble une valeur acceptable d'après les courbes de rétention présentées sur la figure 1.4, si l'on assimile la granulométrie du modèle à celle d'un sable fin argileux. Depuis cette valeur, nous avons donc procédé au mouillage du matériau par application de paliers successifs décroissants  $du_c$ . La figure 3.20 présente les évolutions comparées du degré de saturation  $Sr$  et de  $K_m$  en fonction de  $u_c$  pour les deux échantillons de référence.

Une première constatation est que la gamme de  $u_c$  acceptable vis-à-vis de l'hypothèse pendulaire est la même quelque soit la densité des échantillons, comprise entre  $20\text{ kPa}$  et  $7\text{ MPa}$  pour cette granulométrie. En-deçà de  $20\text{ kPa}$ , les ménisques commencent à s'interpénétrer comme illustré sur la figure 3.17(b), entraînant la diminution de  $K_m$  avec l'augmentation de la teneur en eau. Par ailleurs, du fait d'une densité de ménisques moindre au sein de l'échantillon lâche (moins de contacts = moins de ménisques d'après les hypothèses de création), son degré de saturation est également inférieur.

En retraçant la variation de  $K_m$  en fonction du degré de saturation (figure 3.21), on voit que, si les premières superpositions de ménisques interviennent à partir de la même valeur de  $u_c$  ( $18\text{ kPa}$ ), elles correspondent à 8% de saturation pour l'échantillon lâche et 12% pour l'échantillon dense. La superposition des ponts liquides est directement en rapport avec leur distribution dans le milieu. On ne peut donc pas généraliser le régime pendulaire à une gamme prédéfinie de degrés de saturation puisque sa définition dépend de la texture propre à chacun des matériaux. Dans notre cas précis, afin de rester dans un domaine de validité acceptable

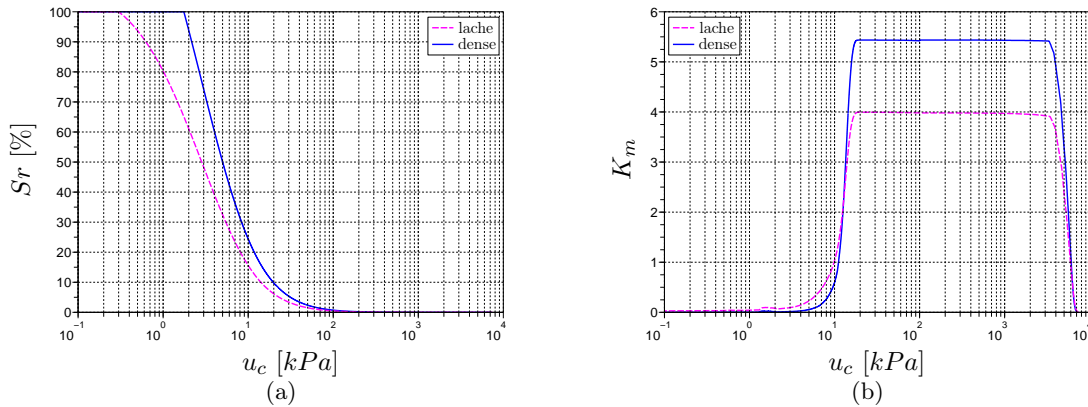


FIG. 3.20 – Mouillage de deux échantillons de porosités différentes : (a) évolutions comparées du degré de saturation  $Sr$ , (b) du nombre moyen de ménisques indépendants par particule  $K_m$  en fonction de la pression capillaire  $u_c$ .

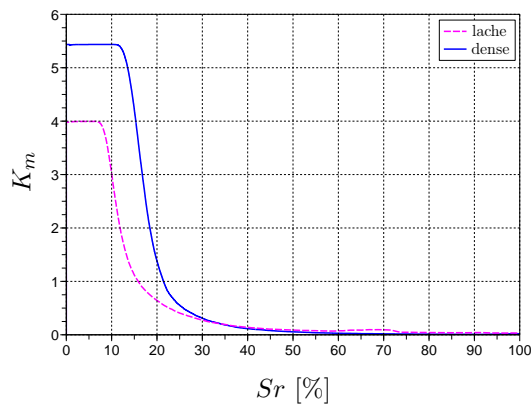


FIG. 3.21 – Mouillage de deux échantillons de porosités différentes : évolutions du nombre moyen de ménisques indépendants par particule  $K_m$  en fonction du degré de saturation  $Sr$ .

vis-à-vis du modèle, nous nous limiterons au domaine de saturation compris entre 0 et 15 %, considérant que les premières superpositions ont un effet limité sur la physique des phénomènes mis en jeu.

### 3.2.2 Courbe caractéristique sol-eau

L'obtention de la relation entre le degré de saturation et la pression capillaire ( $Sr - u_c$ ) est un point clef de la mécanique des sols non saturés (chapitre 1). De nombreux modèles mathématiques ont d'ailleurs été proposés de façon à l'évaluer d'après, par exemple, la distribution granulométrique des matériaux concernés ([45]). Cependant, les paramètres empiriques introduits ne permettent pas la prise en compte des effets liés à l'histoire des contraintes et des déformations, ou encore à l'hystérésis des phénomènes mis en jeu. Les courbes que nous proposons ici sont quant à elles directement basées sur la microstructure du milieu puisqu'elles résultent du modèle local capillaire.

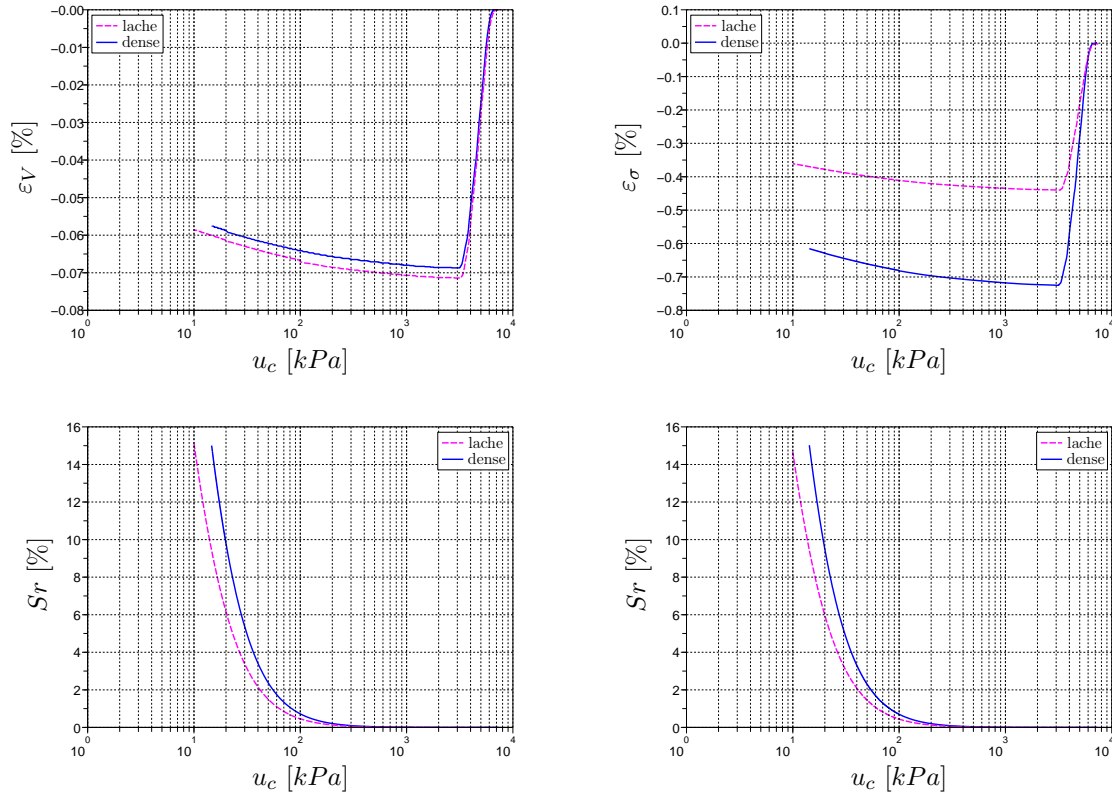


FIG. 3.22 – Mouillage de deux échantillons de porosités différentes réalisé sous deux modes de contrôle différents : à gauche, essai à contraintes isotropes imposées ; à droite, essai à volume constant).

### 3.2.2.1 Influence des conditions mécaniques aux limites

Avant toute chose, nous devons faire le choix du mode de contrôle mécanique à appliquer sur l'échantillon pendant son chargement hydrique. Si la littérature est souvent peu précise sur les conditions de chargement des échantillons testés, deux possibilités s'offrent à nous :

- un contrôle en contraintes isotropes imposées, assurant un niveau de confinement constant lors de la variation de la teneur en eau.
- un contrôle à volume constant pour lequel les parois restent fixes d'après leurs positions initiales.

La figure 3.22 présente les résultats obtenus sur les deux échantillons en terme de variations de volume  $\varepsilon_V = \frac{\Delta V}{V}$  et de variations de contrainte moyenne  $\varepsilon_\sigma = \frac{\Delta p}{p}$  (avec  $p = \frac{(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)}{3}$ ) pour chacune des deux conditions mécaniques aux limites (teneur en eau  $w$  constante et volume  $V$  constant respectivement), ainsi que les courbes  $(Sr - u_c)$  correspondantes.

Les résultats concernant la relation  $(Sr - u_c)$  ne semblent pas être influencés par le mode de contrôle mécanique. Par ailleurs, on peut remarquer que, dans les deux cas, les courbes donnant la variation respective des contraintes et des déformations au cours de la simulation présentent un pic qui correspond en fait à l'établissement des ménisques dans le milieu (figure 3.23(a)). Les forces d'attraction capillaires produisent une sollicitation mécanique qui a tendance à déséquilibrer le milieu (figure 3.23(b)). De ce fait, le contrôle en contrainte est à

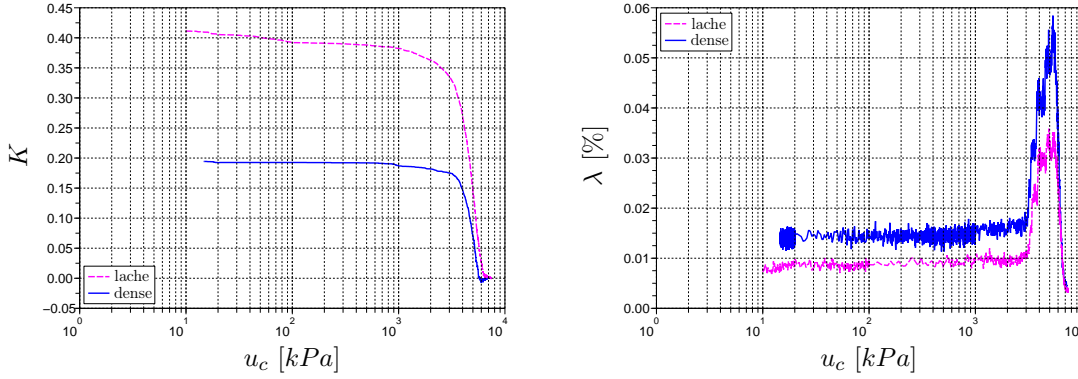


FIG. 3.23 – Evolution du nombre de contacts moyen par particule  $K$  (a), et du paramètre de quasi-staticité  $\lambda$  (b) en fonction de la pression capillaire pendant un phase de mouillage typique appliquée à deux échantillons de porosités différentes.

préconiser pour conserver le caractère quasi-statique des simulations, les réarrangements engendrés par les ménisques seront ainsi contre-balançés par le réajustement des parois autour de l'échantillon.

Comme nous l'avons fait dans le chapitre précédent, plusieurs valeurs de l'incrément de pression capillaire  $du_c$  par itération ont été testées de façon à estimer son influence sur le critère de quasi-staticité  $\lambda$ . Il faut signaler que, quelle que soit la valeur de  $du_c$  choisie, nous n'avons pas réussi à contrôler complètement la dynamique des réarrangements interparticulaires, le contrôle aux limite ne permettant pas d'endiguer totalement les phénomènes intervenants dans l'ensemble de l'échantillon. La figure 3.23 présente les évolutions de  $\lambda$  lors d'une variation de pression capillaire typique telle que nous l'avons appliquée à l'ensemble des échantillons testés.

On peut voir que la quasi-staticité est à peu près vérifiée au cours de l'essai :  $\lambda$  ne dépassant pas quelques centièmes de % dans le plus défavorable des cas (échantillon dense). On constate d'ailleurs que : plus l'assemblage est lâche, plus la possibilité de création de contact est importante, et plus les réarrangements sont importants.

### 3.2.2.2 Hystérésis de la rétention d'eau

Nous l'avons vu, l'aspect non unique de la relation  $(Sr - u_c)$  est lié à plusieurs phénomènes hystérétiques dont les origines peuvent être de nature locale (angle de contact) ou structurale (connexion des pores en série ou en parallèle ou "ink-bottle effect"). Dans notre cas, le liquide interstitiel étant considéré parfaitement mouillant, son angle de contact avec la phase solide est constant égal à zéro. Par contre, la phénoménologie introduite dans le modèle d'interaction capillaire (figure 2.12) permet la prise en compte d'une hystérésis via les mécanismes de création et de rupture des ponts liquides (voir section 2.2.2.2 consacrée). Ainsi, pour une pression capillaire donnée, selon que les ponts sont définis exclusivement aux contacts (figure 3.24(a)) ou pour toute la gamme des distances intergranulaires acceptables vis-à-vis de l'équation de Laplace-Young (figure 3.24(b)), le nombre de ménisques capillaires  $N_m$  au sein de l'assemblage va varier, induisant des volumes de liquide  $V_l$  et donc des degrés de saturation  $Sr$  différents selon le cas.

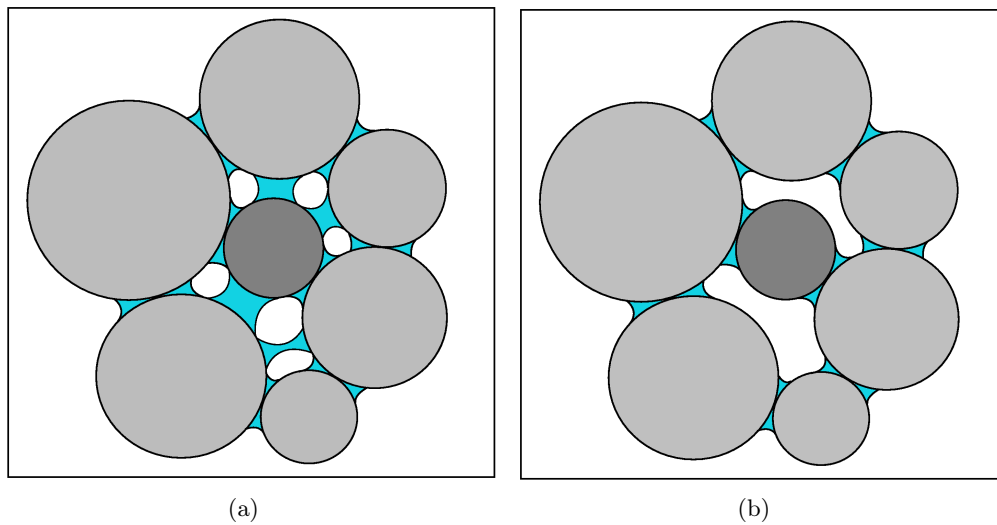


FIG. 3.24 – Hysteresis lié à la formation des ponts liquides à  $u_c$  constante : (a) drainage :  $K_m = 2$ , (b) imbibition :  $K_m = 5$ .

La figure 3.25 présente les résultats obtenus respectivement pour l'une et l'autre de ces hypothèses, en terme de degré de saturation et de nombre moyen de ménisques par grains.

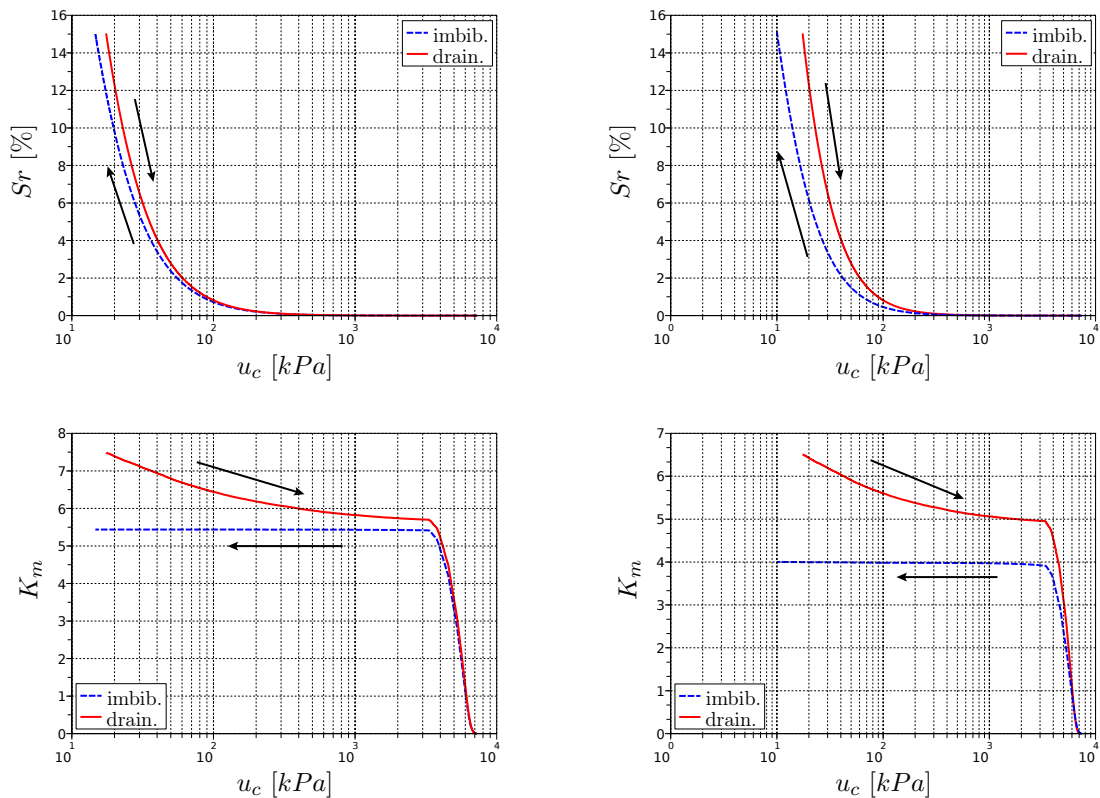


FIG. 3.25 – Simulations d'un cycle de drainage-imbibition sur un échantillon dense (à gauche), et un échantillon lâche (à droite).

On peut remarquer que malgré la faible amplitude de l'hystérésis, les différences de teneur



en eau pour une même pression capillaire sont tout de même assez marquées dans la limite supérieure du domaine de validité, et ce, d'autant plus que l'échantillon concerné est lâche. En effet, plus l'échantillon est lâche, plus l'agglomération des ses particules peut produire des contacts : la possibilité de création de ménisques intergranulaires est donc potentiellement plus élevée. Cette particularité pointe une fois de plus vers une caractéristique fondamentale du modèle, à savoir, sa grande dépendance vis-à-vis de la distribution spatiale des ménisques capillaires : il semblerait que ce soit leur nombre plutôt que les niveaux de pression capillaires qui influencent le plus les propriétés hydriques globales des assemblages.

A travers cette hystérésis, le modèle est capable de représenter les effets liés à l'histoire hydrique du matériau. Nous verrons par la suite quelles en peuvent être les conséquences en termes de comportement, notamment en ce qui concerne les capacités de résistance au cisaillement.

### 3.2.2.3 Influence de la microstructure : taille caractéristique et granulométrie

Si les résultats précédents donnent des indications d'ordre phénoménologique sur les capacités de rétention d'eau du modèle numérique, qu'en est-il de l'influence des paramètres structuraux liés à la nature du milieu discret comme : la taille caractéristique des particules, la distribution granulométrique des matériaux ou bien même leur densité ?

Concernant les effets de la densité des échantillons, des réponses peuvent être apportées d'après les résultats présentés précédemment (figure 3.22). En effet, le nombre d'interactions intergranulaires étant directement lié à la densité de distribution des ponts liquides dans les assemblages, il est clair que le nombre de ponts, et, par conséquent, les volumes de liquide en jeu, sont directement dépendants de la proximité des grains entre eux. Ainsi, à pression capillaire donnée, le degré de saturation d'un matériau dense sera plus élevé que celui d'un matériau lâche. Pour les mêmes raisons, l'amplitude de l'hystérésis est proportionnelle à l'espace porale intergranulaire (figure 3.25), car la potentialité des interactions à distance (ménisques hors contact) étant d'autant plus grande que le milieu est lâche.

Pour ce qui est de la taille caractéristique des particules, la réponse peut d'ores et déjà être avancée en considérant les équations découlant de la loi de Laplace (section 2.2.1.2). Par exemple, si l'on considère deux doublets capillaires  $a$  et  $b$  caractérisés par un rapport d'homothétie  $\alpha$ , tels que leur longueur caractéristique respective  $L^i$  vérifie  $L^a = \alpha L^b$ . Les volumes  $V_m^a$  et  $V_m^b$  des ponts liquides associés vérifient donc :

$$V_m^a = \alpha^3 V_m^b \quad (3.14)$$

et les teneurs en eau associées  $w^a = \frac{V_m^a}{V_{grains}^a}$  et  $w^b = \frac{V_m^b}{V_{grains}^b}$  sont équivalentes.

Si l'on reprend maintenant l'équation (2.4) faisant intervenir les rayons de courbure intérieur  $\rho_{int}$  et extérieur  $\rho_{ext}$  du pont liquide, dans chacun des cas, les pressions capillaires s'obtiennent par :

$$u_c^a = \gamma_w C = \gamma_w \left( \frac{1}{\rho_{ext}^a} + \frac{1}{\rho_{int}^a} \right) \quad \text{et} \quad u_c^b = \gamma_w C = \gamma_w \left( \frac{1}{\rho_{ext}^b} + \frac{1}{\rho_{int}^b} \right) \quad (3.15)$$

soit

$$u_c^a = \frac{1}{\alpha} u_c^b \quad (3.16)$$

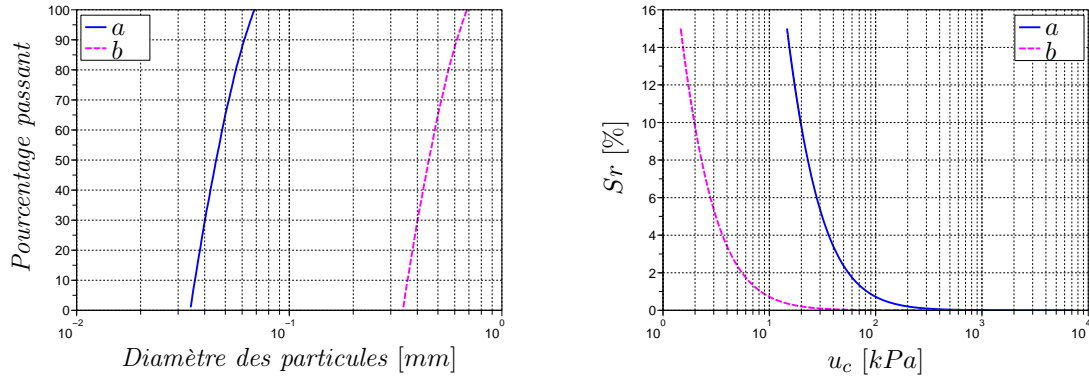


FIG. 3.26 – Simulations d'un chemin de mouillage sur deux échantillons de tailles caractéristiques différentes, tels que  $d_{50}^b = 10 d_{50}^a$ .

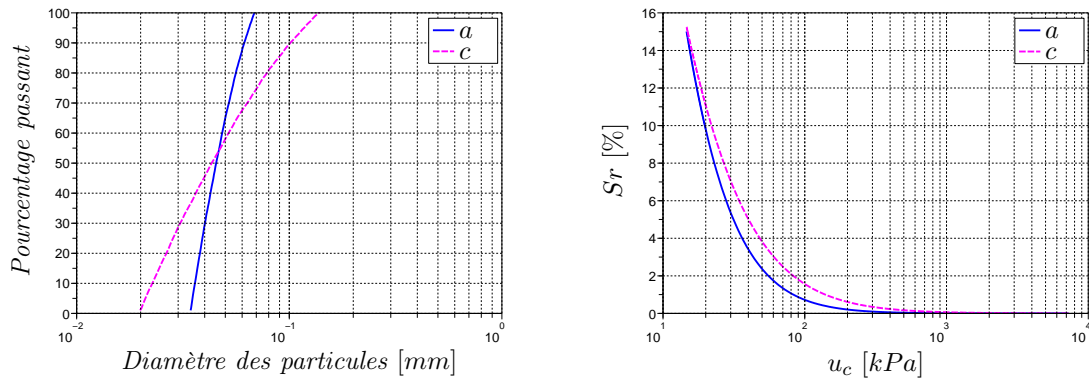


FIG. 3.27 – Simulations d'un chemin de mouillage sur deux échantillons de distributions granulométriques différentes, tels que  $d_{50}^c = d_{50}^a$ .

Finalement, à teneur en eau  $w$  constante, quelque soit le rapport de dimension  $\alpha$  entre deux configurations homothétiques  $a$  et  $b$ , l'égalité suivante sera vérifiée :

$$\frac{L^a}{L^b} = \frac{u_c^b}{u_c^a} \quad (3.17)$$

La vérification à l'échelle d'un assemblage est assez remarquable. En effet, en soumettant deux échantillons  $a$  et  $b$  de tailles caractéristiques différentes tels que  $d_{50}^b = 10 d_{50}^a$  à un chemin de mouillage (figure 3.26), on retrouve exactement la proportionnalité en terme de niveau de pression capillaire ( $u_c^b = \frac{1}{10} u_c^a$ ). Au regard des courbes de rétention de Crony présentées dans le chapitre bibliographique (figure 1.2), cette propriété illustre bien le décalage des courbes ( $Sr - u_c$ ) vers les fortes pressions capillaires avec la diminution de taille des particules constituantes.

Concernant maintenant plus particulièrement l'inclinaison de ces courbes, quelques éléments de réponse peuvent être apportés d'après les résultats de la figure 3.27, correspondants à des essais de mouillage réalisés sur des échantillons de taille caractéristique identique, mais de distributions granulométriques différentes. On peut voir que l'étalement de la distribution de taille favorise la persistance du liquide dans les pores avec l'augmentation de la pression capillaire.

Cette section nous a permis de présenter les capacités du modèle micromécanique en terme de propriétés de rétention d'eau. Bien que restreint au domaine hydrique pendulaire, le modèle permet une caractérisation efficace des phénomènes hydriques mis en jeu dans les matériaux granulaires non saturés. Par ailleurs, nous avons pu remarquer que la présence de liquide engendre des efforts sur la phase solide, qui se traduisent par des déformations à l'échelle d'un assemblage (section 3.2.2.1). Afin de mieux comprendre les implications mécaniques associées, la section suivante est ainsi consacrée à l'étude du comportement à la rupture des milieux granulaires humides.

### 3.3 Résistance au cisaillement

Les implications de l'eau porale en terme de résistance à la rupture constituent une des caractéristiques comportementales fondamentales des sols non saturés à laquelle les mécaniciens des sols et géotechniciens se sont beaucoup intéressés. Plus particulièrement, il est maintenant bien admis que les phénomènes capillaires engendrent une augmentation de la résistance au cisaillement qui est directement dépendante de la quantité d'eau mise en jeu [94; 78]. L'outil développé permettant une exploitation raisonnable des résultats d'essais triaxiaux simulés, nous proposons ici une étude détaillée des propriétés de résistance des milieux granulaires non saturés, en focalisant plus précisément sur les lois de comportement qui en découlent.

#### 3.3.1 Influence du mode de contrôle hydrique

##### 3.3.1.1 Conditions drainée/non drainée

Au même titre que les modes de contrôle drainé et non drainé peuvent influencer le comportement des sols saturés, la présence d'eau interstitielle pose la question de sa gestion lorsque l'on va appliquer une sollicitation mécanique aux milieux non saturés. Ainsi, si les essais de laboratoire sont généralement effectués à pression capillaire contrôlée constante ([9; 25]), certains expérimentateurs utilisent également un contrôle à volume de liquide constant ([107; 94]). Pratiquement, la différence tient dans le fait que le contrôle en pression autorise les échanges de liquide entre l'échantillon et son environnement extérieur (à l'image des essais drainés), alors que le contrôle en volume impose une quantité de liquide identique tout au long de la sollicitation (comportement véritablement non drainé).

Afin d'en quantifier l'influence sur le comportement des milieux partiellement saturés, nous sommes donc intéressés aux effets du mode de contrôle hydrique lors d'un chargement triaxial appliqué à l'un de nos échantillons numériques. L'objectif de cette section étant orienté vers l'étude des propriétés de résistance des matériaux, les résultats présentés concernent principalement l'échantillon numérique dense pour lequel la rupture du matériau est facilement exploitable à travers l'identification du pic de la contrainte déviatoire.

Etant donné l'implémentation numérique du modèle capillaire local (section 2.2), la réalisation d'essais à pression capillaire contrôlée est directe :  $u_c$  est fixée initialement et reste constante tout au long de l'essai. La teneur en eau est ainsi susceptible de varier suivant les mécanismes de création et de rupture des ménisques integranulaires, en lien étroit avec les déformations globales de l'assemblage. La mise en place d'essais à teneur en eau constante

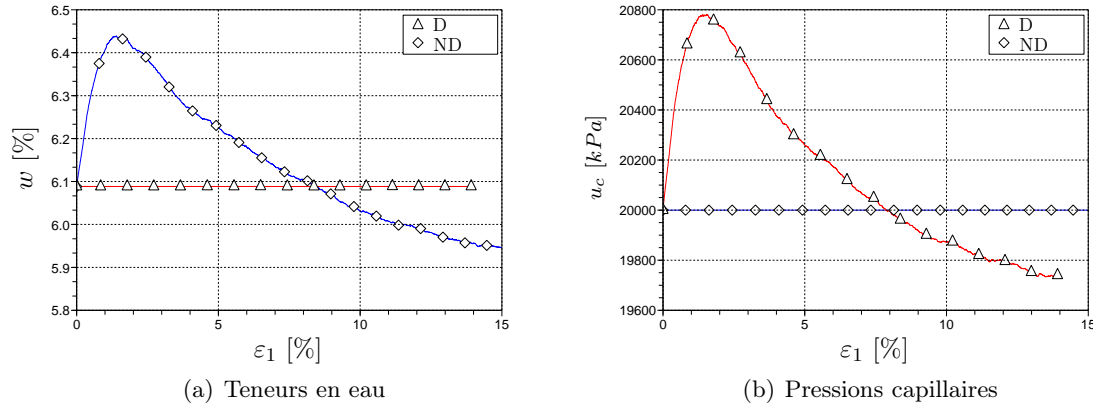


FIG. 3.28 – Evolutions comparées des teneurs en eau et pressions capillaires lors de chargements triaxiaux Drainé (D), et Non Drainé (ND) appliqués sur le même échantillon.

nécessite, par contre, une légère modification du code : la teneur en eau  $w$  étant calculée a posteriori de l'application de  $u_c$  au pas  $n$  (équation (3.12)), il suffit, au cours de la simulation, de réajuster  $u_c$  au pas  $n + 1$  de façon à conserver  $w$  constante égale à sa valeur initiale  $w^0$  par processus itératif. En pratique, la procédure introduite peut se résumer de la façon suivante :

$$\text{Si } w^{[n]} \neq w^{[0]} \text{ alors } u_c^{[n+1]} = u_c^{[n]} + K * \frac{(w^{[n]} - w^{[0]})}{w^{[0]}} \quad (3.18)$$

avec  $K$  choisi de façon à assurer la stabilité de  $w$  au cours de la simulation.

La figure 3.28 présente les évolutions comparées des teneurs en eau et pressions capillaires lors de chargements triaxiaux Drainé (D) et Non Drainé (ND) réalisés à  $10 \text{ kPa}$  de confinement. Les deux essais ont été réalisés à partir d'un état initial commun correspondant à une pression capillaire de  $20 \text{ kPa}$  et une teneur en eau égale à  $6,1 \%$ .

La similitude entre les deux courbes est surprenante : la variation de  $w$  est à l'image de celle de  $u_c$  suivant les conditions de contrôle choisies. Concernant les conséquences effectivement engendrées au niveau du comportement mécanique de l'assemblage, les courbes contraintes-déformations (figure 3.29) ne semblent pas montrer de différences notables entre les deux conditions hydriques, que ce soit dans le domaine avant rupture qui nous intéresse plus particulièrement (contractance et contrainte au pic similaires), ou en grandes déformations (état critique/asymptotique identique).

Si l'on regarde maintenant l'évolution de la teneur en eau en terme de degré de saturation (figure 3.30(a)), on constate que les variations de  $S_r$  sont très proches pour les deux types de sollicitation. En effet, le nombre initial moyen de ménisques  $K_m$  est identique dans les deux cas 3.30(b)), et il évolue de façon similaire au cours du chargement : du fait des faibles déformations volumiques globales de l'échantillon, quelque soit le mode de contrôle, il n'y a pas de véritables différences dans les mécanismes de création et de rupture des ménisques. Par ailleurs, on peut remarquer le couplage des évolutions de  $w$  et  $u_c$  avec celle de  $K_m$  au cours de la sollicitation.

Le mode de contrôle hydrique Drainé ou Non Drainé ne semble donc pas influencer les résultats des essais, ce qui va dans le sens de leur généralisation. Par la suite, afin d'éviter les surcharges numériques engendrées par le contrôle à teneur en eau constante en terme de coût

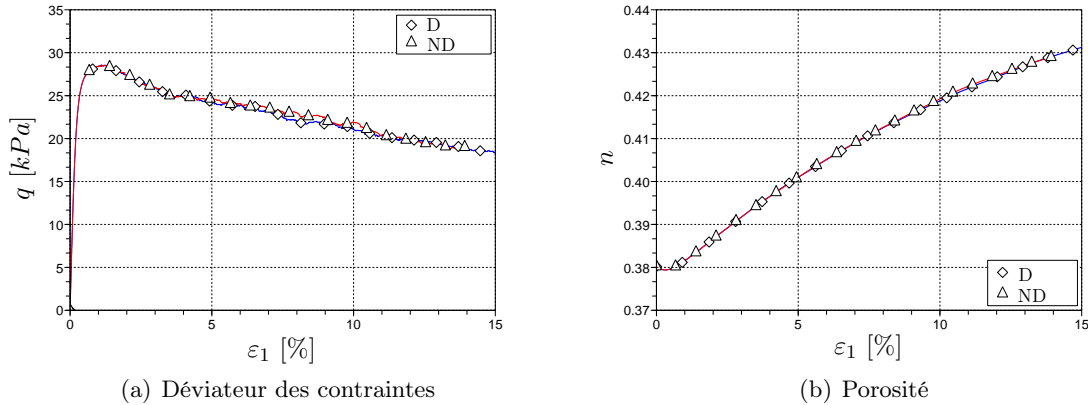


FIG. 3.29 – Simulations de chargements triaxiaux sous  $10\text{ kPa}$  en conditions Drainé et Non Drainé.

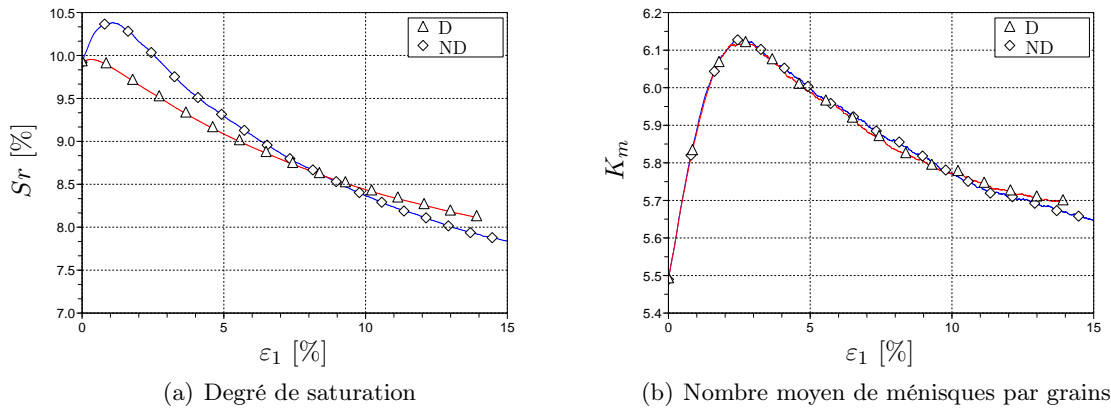


FIG. 3.30 – Evolutions comparées de  $S_r$  (a) et  $K_m$  (b) lors de chargements triaxiaux drainé ( $u_c\text{ cst}$ ) et non drainé ( $w\text{ cst}$ ) sous  $10\text{ kPa}$  de confinement.

de calcul, nous nous limiterons à l'étude d'essais Drainés, le contrôle en pression capillaire étant intrinsèque au fonctionnement du modèle capillaire local.

### 3.3.1.2 Chemins de drainage/imbibition

Nous l'avons vu, à pression capillaire fixée, l'hystérésis des mécanismes de formation et de rupture des ponts liquides génère des échantillons à teneurs en eau différentes suivant l'histoire de leur chargement hydraulique (section 3.2.2.2). A l'image des sols de surface soumis à des épisodes alternés de pluie et de sécheresse, les capacités de résistance des matériaux y sont donc très certainement liées.

Soumettons par exemple l'échantillon de référence à un essai triaxial correspondant à une pression capillaire  $u_c = 20\text{ kPa}$ , dans des configurations résultant respectivement d'un drainage et d'une imbibition (figures 3.31). Son degré de saturation initial  $S_r^{init}$  vaut ainsi 10 ou 12,5 % suivant le cas considéré (figure 3.32(a)), pour une porosité identique (figure 3.31(b)). Comme précisé précédemment (figure 3.24), ce n'est en fait que le nombre initial de ménisques

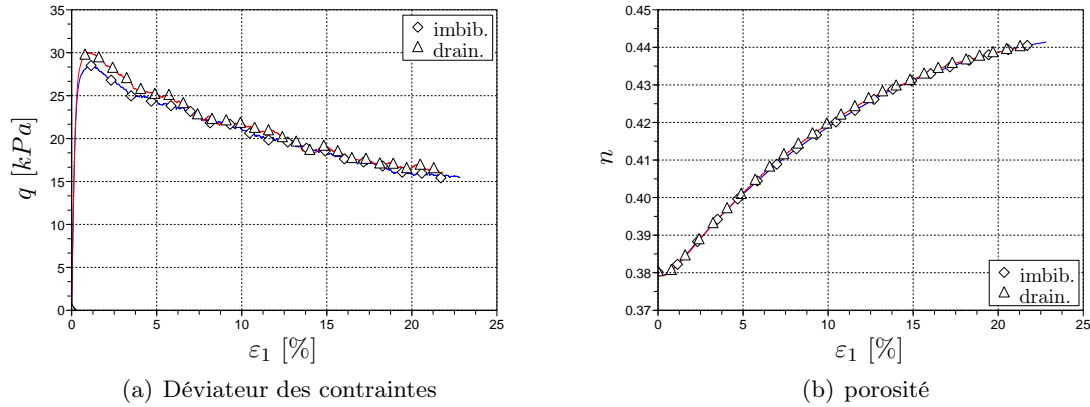


FIG. 3.31 – Simulation d'essais triaxiaux à pression capillaire constante ( $20 \text{ kPa}$ ) réalisés sur un échantillon résultant respectivement d'un drainage et d'une imbibition.

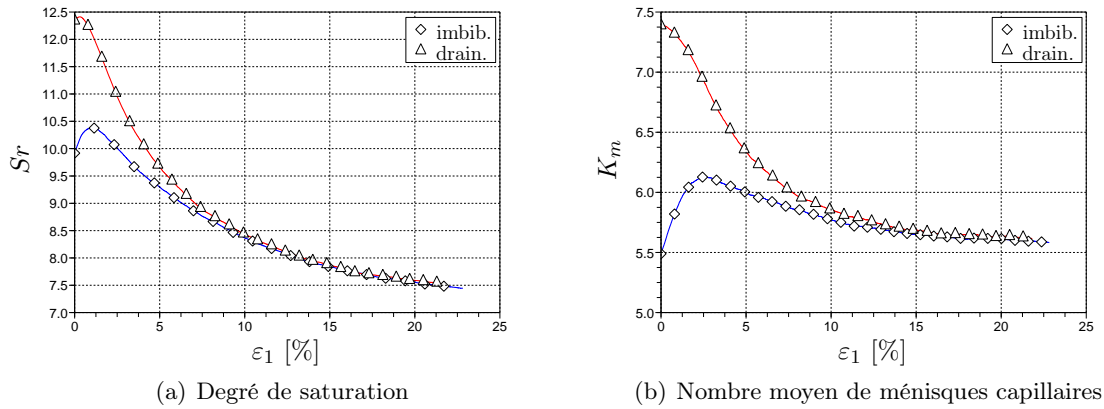


FIG. 3.32 – Evolutions comparées des degrés de saturation et du nombre de ménisques par particule lors de chargements triaxiaux réalisés sur un échantillon résultant respectivement d'un drainage et d'une imbibition.

capillaires  $K_m^{init}$  dans le milieu qui diffère (figure 3.32(b)), le drainage autorisant la création de ménisques entre les grains hors contact.

Concernant les conséquences comportementales induites, si les déformations volumiques des deux échantillons sont confondues, on voit bien l'effet du nombre de ponts liquides (et donc du degré de saturation) sur la résistance au cisaillement du matériau puisque l'échantillon issu du drainage possède une résistance à la rupture ( $q \approx 30 \text{ kPa}$ ) supérieure à celui issu de l'imbibition ( $q \approx 27 \text{ kPa}$ ). Ce point a d'ailleurs également été observé par El Shamy et al. [39]. Comme nous l'avons déjà introduit dans la section précédente, l'origine de ce phénomène est directement en rapport avec le nombre de ménisque présent dans le milieu (figure 3.32(b)). En effet, dans la gamme de déformation concernée ( $\varepsilon < 5\%$ ), le nombre de ménisques est supérieur dans le cas d'un drainage : pour un même volume, la contribution globale des forces capillaires est supérieure, la résistance globale engendrée est donc amplifiée.

Un autre point remarquable, est que, à l'image de la définition de l'état critique propre aux géomatériaux, les caractéristiques hydrauliques de l'assemblage tendent progressivement vers un

état caractéristique commun, comme si les réarrangements structuraux induits au sein de la texture effaçaient finalement l'histoire de son chargement. En effet, passé un certain niveau de déformation ( $\varepsilon \approx 15\%$ ), le nombre de ménisques capillaires des deux configurations, et par conséquent, les degrés de saturation, deviennent identiques. L'échantillon semble entrer dans un régime permanent pour lequel la déformation se produit quasiment à volume constant : la variation de  $K_m$  est, en moyenne, nulle, et il y a autant de ménisques qui se créent, que de ménisques qui disparaissent.

D'après ces résultats, on peut dire que :

- en petites déformations, la présence ou non de ménisques hors contact (cas du drainage) ont une influence non négligeable sur le comportement à la rupture des matériaux.
- en grandes déformations, les réarrangements structuraux tendent à uniformiser la répartition spatiale du liquide au sein du milieu, indépendamment de la distribution initiale.

En conclusion, ces études sur l'influence du mode de contrôle du chargement mettent en lumière l'importance de la répartition spatiale de l'eau capillaire. En effet, les implications comportementales à l'échelle de l'assemblage semblent être plus en relation avec la distribution et le nombre de ponts liquides ( $K_m$ ) présents dans le milieu qu'avec les niveaux de pressions capillaires mis en jeu. La section suivante, directement centrée sur les propriétés mécaniques macroscopiques des assemblages, va nous permettre de mesurer plus précisément les conséquences comportementales liées, et d'évaluer ainsi les capacités du modèles vis-à-vis des résultats de l'expérience.

### 3.3.2 Propriétés mécaniques

#### 3.3.2.1 Courbe intrinsèque

La section précédente nous a permis de constater que la présence de ménisques capillaires induisait des changements dans le comportement volumique des assemblages. Cependant, aucune comparaison entre les comportements mécaniques sec et non saturé n'a été faite.

La figure 3.33 retrace les résultats d'une campagne d'essais triaxiaux sous 5, 10 et 20  $kPa$  de confinement, réalisés sur le même échantillon respectivement dans une configuration sèche et humide correspondant à une pression capillaire constante de 20  $kPa$ .

On peut constater que, dans cette gamme de confinement, l'augmentation de la résistance à la rupture engendrée par la présence de ménisques capillaires est significative. En effet, le pic du déviateur s'accroît d'environ 10 à 12  $kPa$  suivant le cas, traduisant un gain de cohésion non négligeable induit par les forces capillaires. Si l'on trace maintenant les contraintes maximales atteintes dans le plan de Mohr (figure 3.34), on obtient effectivement deux droites dont l'inclinaison est quasiment similaire, complètement exploitables dans le formalisme de Mohr-Coulomb :

$$\tau = c + \sigma_n \tan \Phi \quad (3.19)$$

avec  $c$  la cohésion du milieu, et  $\Phi$  l'angle de frottement interne.

A l'image des géomatériaux, qu'il soit sec ou humide, le comportement élasto-plastique du matériau numérique est donc plutôt bien représenté par le critère de Mohr-Coulomb. L'angle de frottement interne ne semble d'ailleurs pas influencé par la présence d'eau, puisque la

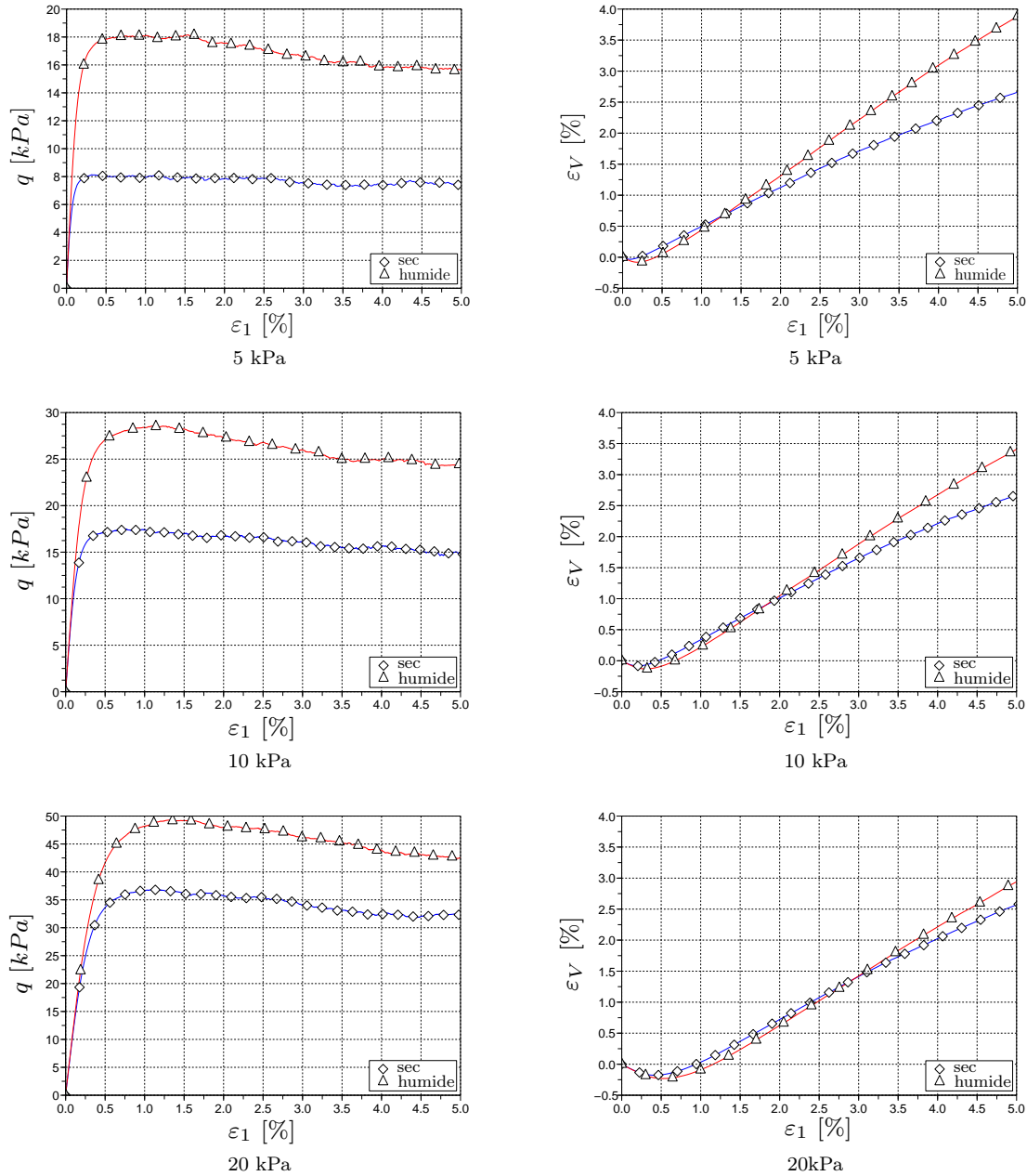


FIG. 3.33 – Comparaison des résultats d’essais triaxiaux réalisés sur un même échantillon dans une configuration sèche et humide, pour trois pressions de confinement (5, 10 et 20 kPa).

régression linéaire appliquée aux deux courbes donne  $\Phi = 28^\circ$  dans le cas sec, et  $\Phi = 28.8^\circ$  dans le cas humide. A l’image du frottement local (section 2.2.2.2), la présence d’eau porale sous forme de ménisques capillaires ne semble donc pas, ou très peu, influencer l’angle de frottement interne du matériau. Bien qu’issue d’un calcul réalisé pour une unique valeur de teneur en eau, cette propriété reste vraie pour notre modèle quelque soit la quantité d’eau mise en jeu (à l’intérieur du régime pendulaire!). Il est d’ailleurs intéressant de noter que les expériences de Richefeu [94], réalisées sur des billes de verre en présence d’eau pure, présentent la même caractéristique, avec des valeurs de  $\Phi$  d’ailleurs très proches ( $\approx 30^\circ$ ). La représentativité du modèle semble donc cohérente vis-à-vis des phénomènes simulés. De même, l’augmentation caractéristique de la cohésion avec la présence d’eau intergranulaire confirme



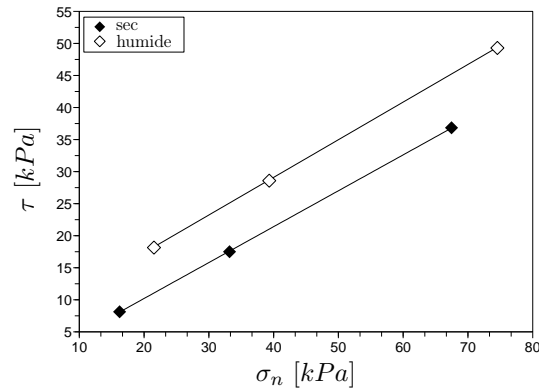


FIG. 3.34 – Critère de Mohr-Coulomb tracé pour le cas sec et le cas humide.

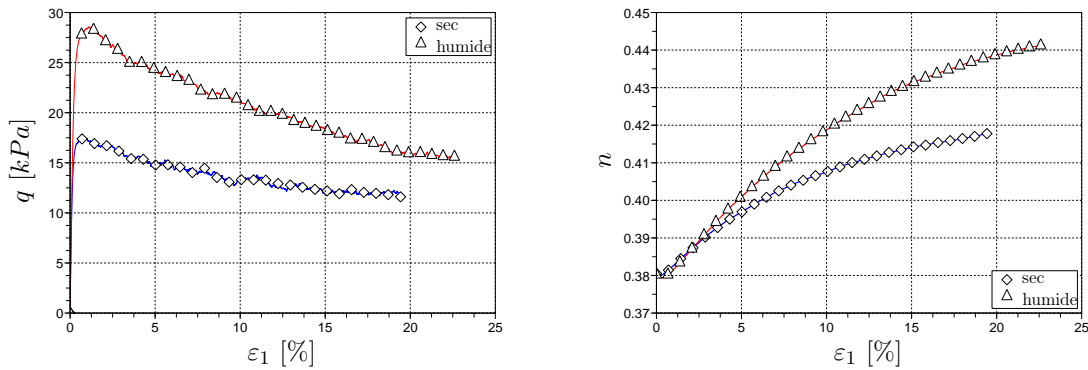


FIG. 3.35 – Courbes triaxiales sec/non-saturé comparées pour un confinement de  $10 \text{ kPa}$ .

de nombreux résultats, qu'ils soient expérimentaux ([95; 78]) ou numériques ([96; 64; 39]). Concernant les ordres de grandeur des cohésions obtenues, leur valeur dépendant de la taille des particules concernées, nous proposerons, à la section 3.3.2.3, une méthode permettant de les comparer. A titre indicatif, Richefeu a mesuré  $c = 350 \text{ Pa}$  pour des assemblages de billes de verre de diamètre moyen  $\langle D \rangle = 0,45 \text{ mm}$ . Pour nos échantillons numériques où  $\langle D \rangle$  vaut environ  $0,045 \text{ mm}$ ,  $c \approx 5 \text{ kPa}$  d'après les courbes ci-dessus.

Au niveau des déformations volumiques engendrées, la contractance initiale de l'échantillon humide semble plus marquée que dans le cas sec, de même que sa dilatance post-pic, ce qui, au vu du comportement du milieu modèle (section 3.1.1.2), traduit une densification du milieu. Cette particularité s'explique par l'effet attractif des forces capillaires qui, à leur application, produisent une contraction de l'échantillon (figure 3.22).

En grandes déformations (figure 3.35), on constate que la présence d'eau modifie l'état résiduel/critique, aussi bien en terme de résistance (angle de frottement résiduel supérieur), qu'en terme de porosité. Ce point, déjà observé par Richefeu ([94]) sur des assemblages de billes de verre, montre que, contrairement aux cas des matériaux secs et saturés, la notion d'état critique ne peut pas être appliquée aux matériaux partiellement saturés. Outre le comportement à la rupture, la présence d'eau capillaire modifie donc également fortement les propriétés d'écoulement post rupture des matériaux. Malgré la complexité de son étude, cet aspect peut être abordé par analogie en considérant l'effet des forces capillaires sur la vidange simulée

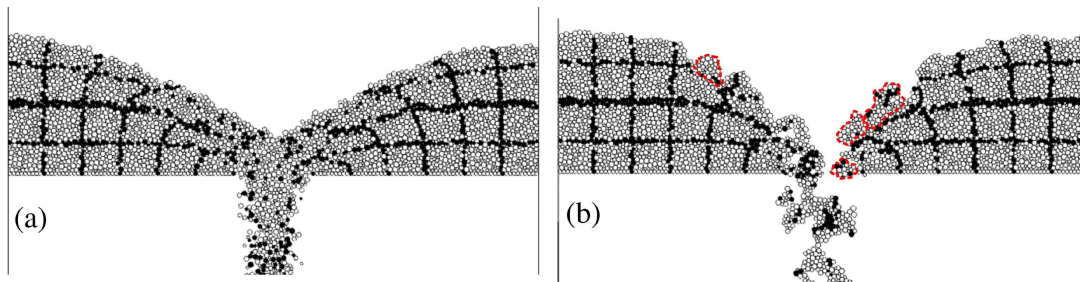


FIG. 3.36 – Vidange d’un matériau granulaire sec (a) et humide (b) d’après Richefeu [94].

d’un milieu granulaire numérique (figure 3.36). En effet, on peut imaginer la conséquence de l’agglomération des grains sur les propriétés d’écoulement globale du matériau : à vitesse de déformation donnée, la formation d’agrégats capillaires (3.36(b)) entraîne des efforts et des volumes mobilisés nécessairement plus importants, d’où une porosité et un angle de frottement résiduels supérieurs au cas pulvérulent 3.36(a).

### 3.3.2.2 Influence de la teneur en eau

Les résultats de la section précédente semblent représentatifs des phénomènes généralement observés dans les milieux granulaires non saturés. Ils ne correspondent cependant qu’à une valeur de pression capillaire donnée ( $u_c = 20 \text{ kPa}$ ), et ne sont donc associés qu’à une valeur de teneur en eau ( $Sr \approx 10\%$ ). Afin de préciser un peu plus l’effet des ménisques capillaires sur les propriétés macroscopiques d’un assemblage, et puisque la modélisation permet la simulation de degrés de saturation compris 0 et 12 % sans risque de sortir de l’hypothèse pendulaire, une campagne d’essais triaxiaux a été réalisée pour plusieurs valeurs de  $u_c$  de façon à rester à l’intérieur de cet interval (toujours sur le même échantillon de référence).

Le tableau 3.3 récapitule les conditions hydrauliques pour chacun des essais, et la figure 3.37 présente les courbes contraintes-déformations correspondant au chargement sous un confinement de  $10 \text{ kPa}$ . L’évolution de la teneur en eau du matériau étant limitée dans le domaine de déformation concerné (figure 3.30), les résultats sont présentés en fonction de  $Sr$  plutôt que de  $u_c$ .

TAB. 3.3 – Conditions hydrauliques des essais triaxiaux réalisés sur un échantillon numérique donné (dense1) pour plusieurs valeurs de pressions capillaires.

$u_c$ (kPa)	5000	3000	50	20
$Sr_{init}$ (%)	0,001	0,01	2,5	10
$w_{init}$ (%)	0,0006	0,006	1,5	6,0

Si l’augmentation de la résistance au cisaillement est effectivement vérifiée, on constate que son intensité est fortement dépendante de la teneur en eau du matériau. En effet, plus l’échantillon est saturé, plus le pic du déviateur des contraintes augmente, jusqu’à plafonner rapidement pour les degrés de saturation supérieurs à quelques %, puisque les pics des courbes obtenues pour  $Sr = 2,5\%$  et  $Sr = 10\%$  sont quasiment confondues. Un autre point important

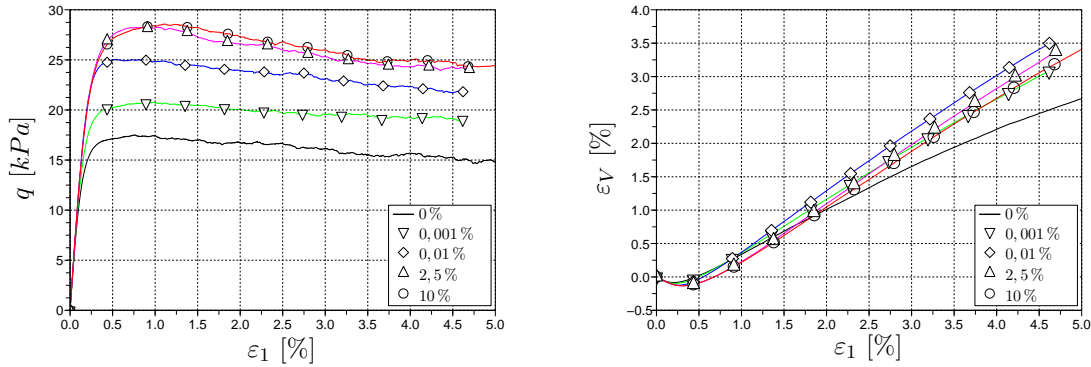


FIG. 3.37 – Courbes triaxiales obtenues sur un même échantillon pour plusieurs valeurs de degré de saturation  $Sr$ , sous un confinement de  $10\text{ kPa}$ .

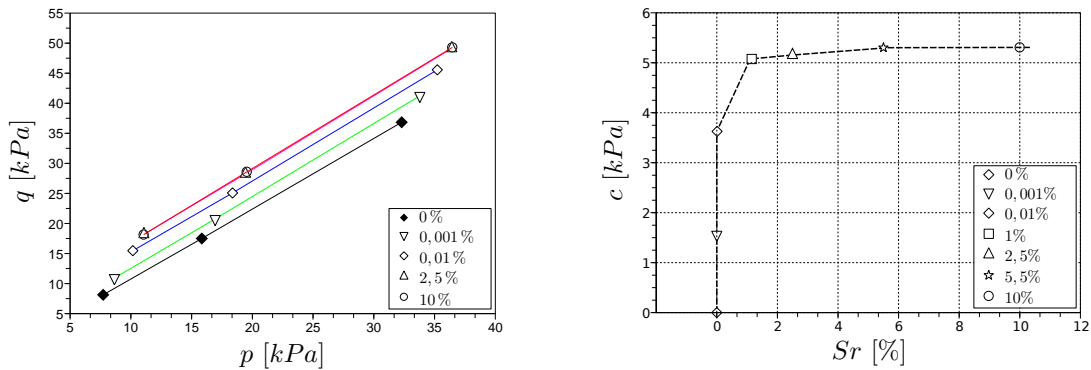


FIG. 3.38 – (a) Enveloppes de rupture obtenues pour plusieurs degré de saturation  $Sr$  dans le plan  $(p,q)$ ; (b) évolution de la cohésion en fonction du degré de saturation.

est que le tracé de l'ensemble des critères de rupture associés dans le plan  $(p,q)$  (figure 3.38(a)) confirme l'indépendance du frottement interne vis-à-vis de la présence d'eau capillaire, et ce, quelque soit la quantité d'eau dans le matériau. Cependant, même si cela confirme les résultats expérimentaux de Richefeu [94], cette propriété doit être considérée avec attention car associée à des conditions hydrauliques très particulières (eau pure parfaitement mouillante). En effet, dans le cas des sols, les effets liés aux conditions de mouillage du liquide interstitiel sur des particules dont la rugosité n'est pas nulle ont sans aucun doute leur influence sur les propriétés globales du matériau. Certains auteurs (El Shamy et al. [39] ou Lu et al.[78]) ont d'ailleurs montré que l'angle de mouillage pouvait modifier la résistance globale des matériaux. C'est pourquoi, cette propriété ne doit pas être interprétée comme caractéristique des milieux granulaires non saturés. Elle n'interviendra, ici, que comme un moyen d'éviter la multiplication des calculs lorsque nous solliciterons nos assemblages numériques : un essai réalisé pour un confinement unique nous permettra de généraliser les considérations macroscopiques associées en terme de cohésion et d'angle de frottement.

Concernant d'ailleurs la cohésion engendrée, son évolution en fonction du degré de saturation est complètement non linéaire (figure 3.38(b)), et difficilement justifiable d'un point de vue local. En effet, localement, prise séparément, l'intensité des forces capillaires aurait plutôt tendance à diminuer légèrement avec la diminution de la pression capillaire (voir la figure 3.41 présentée par la suite). Etant donné les réarrangements qui se produisent au cours

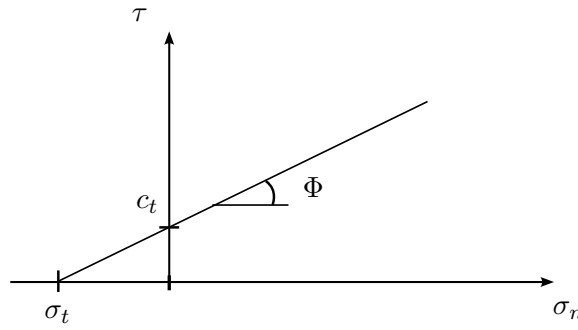


FIG. 3.39 – Définition de la contrainte de traction  $\sigma_t$  ("tensile strength").

de la sollicitation, on peut imaginer que ce gain de cohésion avec l'augmentation de la teneur en eau est en rapport avec les mécanismes de création et de rupture des ponts capillaires. En effet, selon la quantité de liquide mise en jeu, les liens ne persisteront pas de la même façon avec l'augmentation des distances intergranulaires (section 2.2.1.4).

Afin d'estimer la résistance produite par les forces attractives entre les grains, certains auteurs ont proposé des développements mathématiques basés sur des arrangements géométriques réguliers (cubiques faces centrées, tétraédriques...). Ainsi, l'indicateur tensoriel  $\sigma_t$  a été introduit. Désigné comme la résistance à la traction du matériau ("tensile strength"),  $\sigma_t$  correspond en fait à la contrainte homogénéisée permettant d'estimer la contribution macroscopique des forces de traction locales ( $F_t = F_{cap}$ ) à l'échelle d'un assemblage.  $\sigma_t$  est ainsi généralement reliée à la porosité  $n$  des assemblages et à leur granulométrie via le rayon moyen  $\langle D \rangle$  des particules et le nombre de coordination  $K$ . Par exemple, l'expression originelle de Rumpf [100] définit  $\sigma_t$  telle que :

$$\sigma_t = \frac{(1-n)}{n} K \frac{F_{cap}}{\langle D \rangle^2} \quad (3.20)$$

Seulement, si cette formule est parfaitement utilisable dans le cas d'assemblages monodisperses (valeur de  $F_{cap}$  unique pour chaque interaction capillaire), son application pour des matériaux granulaires polydisperses devient délicate, car il y a autant de valeurs possibles de  $F_{cap}$  que de combinaisons de taille pour les doublets capillaires.

Récemment, en se basant sur les techniques d'homogénéisation pour le calcul des contraintes dans les milieux granulaires (section 1.2.1), Richefeu [95] a proposé une expression de  $\sigma_t$  faisant intervenir non plus l'intensité des forces locales  $F_t$ , mais  $K_m$ , le nombre moyen de ménisques par grain :

$$\sigma_t^{Richefeu} = s \frac{3}{4\pi} \frac{\kappa \Theta K_m}{\langle D \rangle} \quad (3.21)$$

où  $\kappa$  est un paramètre lié à la nature des interactions liquide/solide et liquide/gaz (lié à  $F_t$ ),  $\Theta$  est la compacité du matériau ( $1-n$ ), la polydispersité des assemblages étant prise en compte à travers le paramètre  $s$  dont la valeur dépend de la classe granulométrique du matériau.

En terme de propriété du matériau tel qu'il est généralement entendu en mécanique des sols,  $\sigma_t$  identifie en fait le sommet de la pyramide de Mohr-Coulomb dans le plan de Mohr, soit, plus précisément, l'intersection de la droite intrinsèque avec l'axe des contraintes normales (figure 3.39). La cohésion  $c_t$  correspondant à  $\sigma_t$  serait donc donnée par :

$$c_t = \sigma_t \tan \Phi \quad (3.22)$$

Afin de situer nos résultats vis-à-vis de ces prédictions théoriques, nous avons retracé (figure 3.40(a)) l'évolution de la résistance à la traction  $\sigma_t$  du modèle numérique en parallèle avec celle définie par la formule (3.21) en prenant une valeur de  $\kappa$  correspondant aux conditions hydrauliques du modèle ( $\kappa \approx 0,4$  pour de l'eau pure parfaitement mouillante selon [94]), alors que la figure 3.40(b) présente des résultats obtenus par Lu et al.[78] sur un sable dont la compacité ( $n = 0,38$ ) est très proche de celle de notre échantillon numérique ( $n = 0,39$ ), ainsi que les prédictions associées du modèle de Rumpf (équation 3.20).

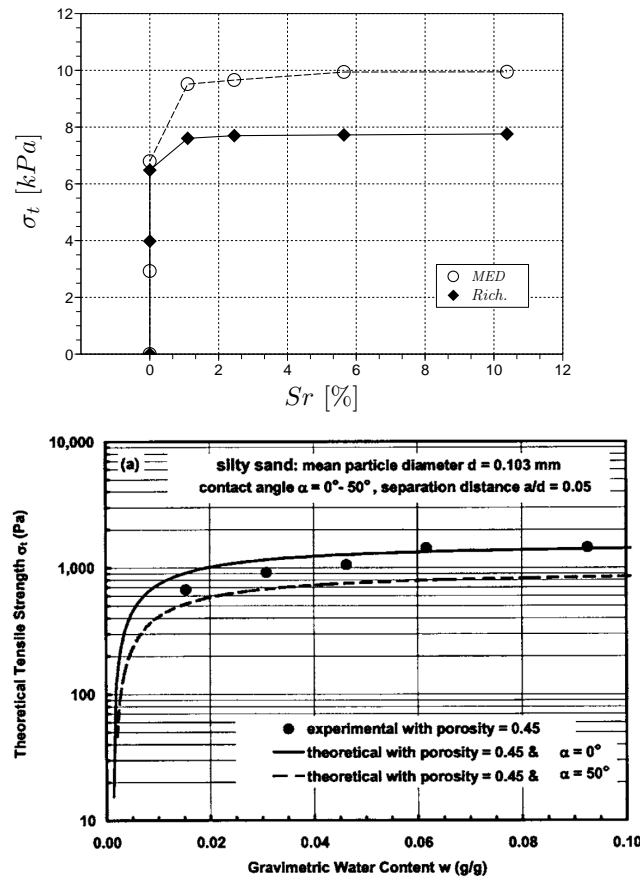


FIG. 3.40 – Comparaisons théorie/expérience de l'évolution de la cohésion avec la teneur en eau : (a) modèle numérique discret/théorie selon Richefeu ; (b) expérience selon Lu/théorie selon Rumpf d'après [78].

La première constatation nous amène à dire que l'ensemble de ces résultats sont qualitativement en parfait accord quant à l'évolution de la cohésion avec la teneur en eau :  $\sigma_t$  augmente rapidement avec  $w$  jusqu'à tendre asymptotiquement vers une valeur maximum qui correspond à la limite supérieure du domaine hydrique pendulaire (pour notre échantillon,  $w \approx 6 - 7\%$ ).

En analysant maintenant plus précisément la comparaison entre le modèle numérique discret et l'équation (3.21) proposée par Richefeu (figure 3.40(a)), on arrive aux conclusions suivantes :

- 1° Du point de vue phénoménologique, ces résultats confirment la prépondérance du nombre de ménisques capillaires ( $\sigma_t = f(K_m)$ ) et donc de la teneur en eau sur les valeurs de

pressions capillaires pour la description des propriétés globales du matériau (dans le régime pendulaire en tout cas). Ceci est d'ailleurs confirmé si l'on calcule l'intensité moyenne des forces capillaires  $\langle F_{cap} \rangle$  pour chaque teneur en eau :

$$\langle F_{cap} \rangle = \frac{\sum_{m=1}^{N_m} F_{cap}}{N_m} \quad (3.23)$$

En effet,  $\langle F_{cap} \rangle$  varie très peu avec la teneur en eau (figure 3.41). On comprend ainsi mieux pourquoi, à pression capillaire constante, notre échantillon présente une résistance au cisaillement supérieure lorsqu'il a subi un drainage plutôt qu'une imbibition (figure 3.31) : le nombre de ménisques impliqués est plus important (figure 3.32).

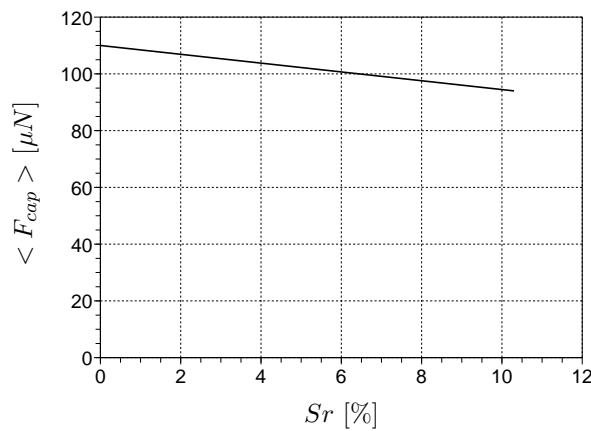


FIG. 3.41 – Valeur moyenne de la force capillaire en fonction du degré de saturation.

2° Par contre, pour une taille de grains identique, on voit que l'expression (3.22) sous-estime la cohésion produite à l'échelle de l'assemblage. En reconsidérant les hypothèses à la base de cette formule, plusieurs points peuvent être soulevés pour tenter d'expliquer l'origine de cet écart :

- L'intensité des forces n'intervenant pas dans l'équation (3.22), l'uniformité des résistances respectives de chaque ménisque est admise dans tout l'assemblage : quelque soit leur configuration ( $R_1, R_2, D$  et  $V$ ),  $F_{cap}$  est donc considérée constante, définie uniforme par  $\kappa$ . Or, nous l'avons vu (figure 2.8, section 2.2.1), les forces et les volumes des ponts liquides varient selon leur configuration, et cette variation est d'ailleurs d'autant plus importante que le matériau est polydispersé.
- Par ailleurs, la formule a été établie en supposant un milieu isotrope (d'après la définition de  $\sigma_t$ ). Seulement, la rupture du matériau intervient après une déformation non négligeable de l'échantillon : les effets structuraux ont forcément leur importance sur les capacités résistives du matériau puisque les ruptures des ponts liquides n'interviennent pas simultanément dans l'assemblage : celles-ci s'étalent plus ou moins progressivement selon l'évolution de sa texture. A l'image des échantillons séchés et mouillés dont les caractéristiques hydrauliques initialement différentes tendent vers un état similaire après déformation (figure 3.32), l'évolution de la microstructure influence la distribution des ponts liquides au sein du milieu : du fait de la texture des matériaux, la résistance induite par les ponts liquides ne peut être correctement représentée par

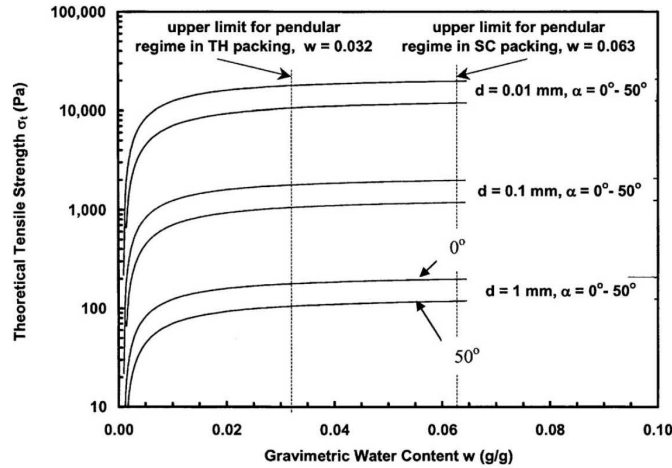


FIG. 3.42 – Evolution de la cohésion en fonction de la teneur en eau selon Rumpf pour différentes tailles de particules, d'après Lu et al.[78].

une contrainte isotrope.  $\sigma_t$  serait fiable si tous les ponts liquides initiaux rompaient simultanément, mais ce n'est pas le cas...

Au vu des remarques précédentes, si les formules établissant  $\sigma_t$  semblent donner une bonne approximation de la capacité résistive engendrée par les forces interparticulaires [78], elles ne sont pas exactement acceptables vis-à-vis de l'égalité  $c_t = \sigma_t \tan \Phi$ . Les grandeurs  $\sigma_t$  et  $c$  doivent être considérés avec attention selon le cadre de leur utilisation puisque  $\sigma_t$ , contrairement à  $c$ , ne peut pas tenir compte de l'histoire du matériau.

### 3.3.2.3 Influence de la taille des particules

Le paragraphe précédent nous a permis de considérer la cohésion engendrée par les forces capillaires du point de vue phénoménologique. Or, un point remarquable et désormais bien admis dans les différentes études sur les matériaux granulaires non saturés est que la résistance au cisaillement engendrée par la présence d'eau capillaire est généralement dépendante de la taille des particules constituantes, avec des cohésions d'autant plus fortes que les particules sont petites ([78]).

Par exemple, en considérant parallèlement la figure 3.42 représentant l'évolution de  $\sigma_t$  telle que Rumpf l'a définie ainsi que la formulation de  $\sigma_t$  proposée par Richefeu (équation (3.21)), à porosité fixe, pour une teneur en eau et une distribution granulométrique donnée, on retrouve la proportionnalité inverse entre  $\sigma_t$  et la taille caractéristique  $\langle D \rangle$  des grains :

$$\sigma_t \propto \frac{1}{\langle D \rangle} \quad (3.24)$$

D'après ce que nous avons vu au paragraphe précédent, hormis les erreurs liées à la texture du matériau, la cohésion  $c$  peut être correctement estimée par  $\sigma_t \tan \Phi$ . La proportionnalité :

$$c \propto \frac{1}{\langle D \rangle} \quad (3.25)$$

doit donc pouvoir être vérifiée, à condition que l'angle de frottement  $\Phi$  reste bien constant quelque soit la teneur en eau du matériau. L'indépendance de  $\Phi$  vis-à-vis de la présence d'eau

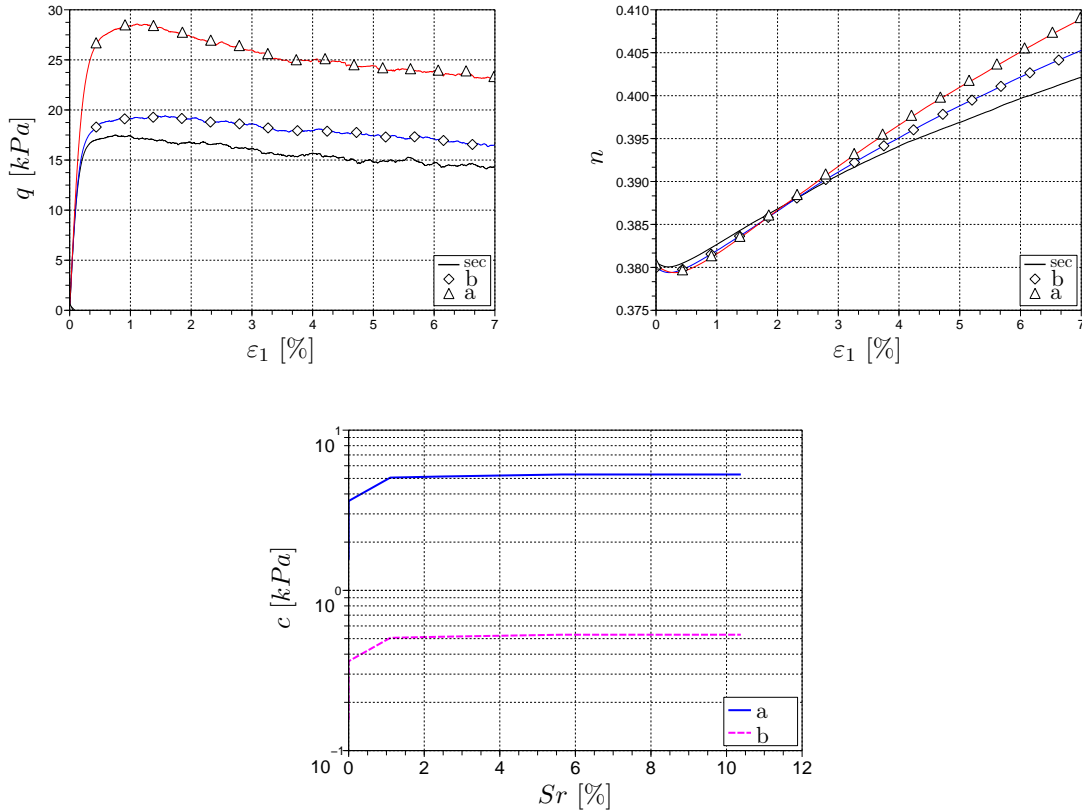


FIG. 3.43 – Effet de la taille des grains sur les propriétés macroscopiques des matériaux granulaires non saturés : comparaison entre deux échantillons tels que  $d_{50}^b = 10 d_{50}^a$ .

porale étant bien admise dans notre cas (figure 3.38(a)), nous avons réalisé une série d'essais triaxiaux sur deux échantillons homothétiquement identiques (échantillons *a* et *b* déjà présentés précédemment (section 3.2.2.3), tels que  $d_{50}^b = 10 d_{50}^a$ ), afin de contrôler si, effectivement, la proportionnalité est vérifiée. La figure 3.43 présente les courbes correspondant au confinement de  $10 kPa$ , ainsi que l'évolution des cohésions associées en fonction de la teneur en eau.

Les cohésions maximales  $c_D \approx 5000 kPa$  et  $c_{10D} \approx 500 kPa$  vérifient très bien l'égalité :

$$\frac{c_{10d}}{c_d} = \frac{1}{\frac{d_{50}^b}{d_{50}^a}} = 10 \quad (3.26)$$

Si l'on retrace maintenant la cohésion correspondant à l'échantillon numérique *b* à l'échelle des résultats expérimentaux de Richefeu obtenus d'après des essais de cisaillement sur des assemblages de billes de verre de diamètre moyen  $\langle D \rangle = 0,45 mm$  (figure 3.44), la similitude est remarquable, aussi bien en terme de cohésion, que teneur en eau. Le modèle discret semble tout à fait capable de reproduire ce pour quoi il a été développé, c'est-à-dire, le comportement d'un milieu granulaire modèle partiellement saturé.



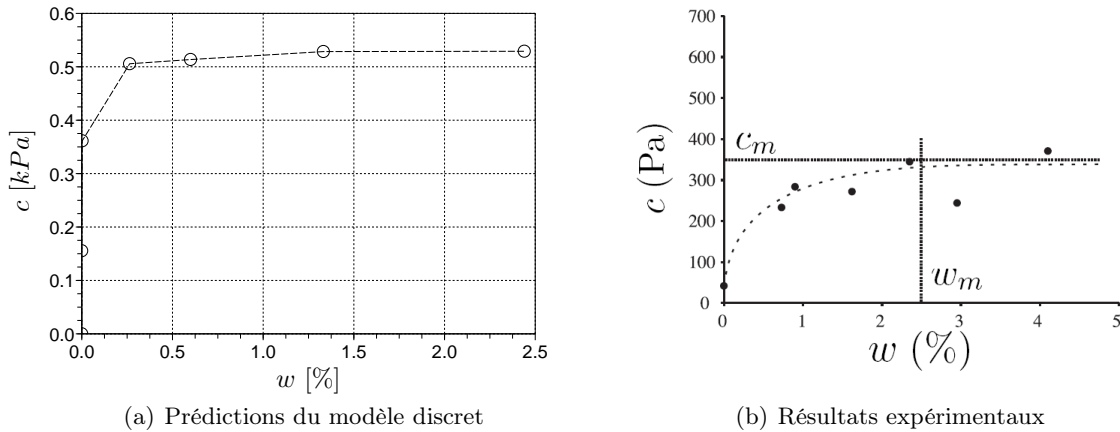


FIG. 3.44 – Comparaison des prédictions du modèle numérique discret avec des résultats expérimentaux de [94] obtenus à partir d’essais de cisaillement sur des assemblages de billes de verre de même dimension.

### 3.4 Conclusions

Ce chapitre nous a permis de confirmer les choix de la modélisation. Nous avons pu montrer que, à condition de lui appliquer des sollicitations maîtrisées, un assemblage numérique de grains élémentaires pouvait reproduire un comportement macroscopique typique des milieux granulaires réels. En effet, d’après le résultats des simulations, et malgré une légère sensibilité de l’indice des vides à la pression moyenne, le modèle discret présente un comportement représentatif d’un milieu granulaire classique de la mécanique des sols (sable), aussi bien en terme de déformations, que de résistance au cisaillement. Il constitue donc une base fiable d’investigation.

Concernant les effets de la capillarité à l’échelle des assemblages, nous avons pu vérifier la pertinence de la loi d’interaction capillaire, aussi bien du point de vue qualitatif que quantitatif.

Du point de vue qualitatif, pour le domaine hydrique concerné (le régime pendulaire), les analyses confirment que les propriétés macroscopiques des matériaux granulaires humides sont directement liées à la distribution du liquide dans l’espace poreux. En effet, que ce soit l’hystérésis de la rétention d’eau, ou bien même la cohésion engendrée, leur intensité sont des fonctions de la répartition des ménisques capillaires dans le milieu. Ces résultats montrent finalement que la résistance au cisaillement des matériaux humides est plus directement dépendante du nombre de ponts liquides que des niveaux de pression capillaire appliquées.

Du point de vue qualitatif, même si la représentativité des capacités de rétention d’eau du modèle discret restent à confirmer à travers des comparaisons directes (sur des assemblages de billes de verre par exemple), la mise en relation des capacités de résistance au cisaillement du modèle discret avec des résultats issus de l’expérience valide par contre de façon remarquable son objectivité.

Cette section était principalement centrée sur une étude macroscopique des effets de l’eau capillaire sur le comportement des matériaux granulaires. Or, tout l’intérêt des modèles dis-

---

crets réside dans les nombreuses informations locales auxquelles les expérimentateurs n'ont généralement pas accès. Le chapitre suivant est ainsi plus directement consacré à l'analyse micromécanique des différents résultats obtenus ici, focalisant plus particulièrement sur l'interprétation mécanique macroscopique des forces capillaires intergranulaires.



---

## Vers une formulation micromécanique de la contrainte effective

---

Comme introduit dans le chapitre bibliographique, depuis les travaux pionniers de Terzaghi [109], la présence d'eau dans les sols a amené le développement de concepts permettant de décrire ses effets mécaniques à travers une contrainte globale équivalente. Seulement, si l'applicabilité du concept en condition de saturation totale est désormais bien admise, son adaptation aux matériaux non saturés reste très controversée, et les définitions n'ont de cesse d'évoluer depuis les premières interprétations de Bishop et Blight dans les années soixante [8; 46]. Le modèle numérique proposant des investigations que l'expérience ne peut fournir, notamment par l'accès à des grandeurs difficilement mesurables en laboratoire, il constitue un moyen adapté et original pour l'analyse et la vérification de ces concepts. En outre, bien que les analyses soient limitées aux faibles degrés de saturation pour lesquels la phase liquide est discontinuellement répartie dans le milieu (régime pendulaire), elles vont nous permettre de développer un peu plus la description constitutive du comportement des matériaux dans ce domaine hydrique particulier, rarement mis en avant dans les études consacrées aux sols non saturés.

Dans un premier temps, afin de confronter la théorie aujourd'hui reconnue, les résultats présentés précédemment sont repris et adaptés au formalisme des contraintes effectives tel qu'il fut introduit par Bishop et Blight. Ensuite, à l'image des travaux initiés par Chateau et Dormieux [18], ou encore Didwania [36], dans le cadre de la mécanique des milieux poreux, nous nous intéresserons plus particulièrement à l'interprétation du comportement des milieux granulaires non saturés via une approche micromécanique.

## 4.1 Approche macroscopique

### 4.1.1 Interprétation des résultats selon Bishop

Si l'on considère la définition de la contrainte effective avancée par Bishop :

$$\sigma'_{ij} = \sigma_{ij} - u_a \delta_{ij} + \chi (u_a - u_w) \delta_{ij} \quad (4.1)$$

et que l'on adapte son formalisme aux grandeurs en jeu dans le modèle numérique, on obtient l'expression suivante :

$$\sigma'_{ij} = \sigma_{ij} + \chi u_c \delta_{ij} \quad (4.2)$$

la pression d'air  $u_a$  étant supposée nulle, et la pression capillaire  $u_c$  correspondant à la dépression ( $u_a - u_w$ ) entre l'air et l'eau (en toute rigueur,  $u_c = -u_w$ ). A condition de définir correctement le paramètre  $\chi$ , on peut donc retracer les enveloppes de rupture de la figure 3.38(a) dans le plan ( $p', q'$ ) des contraintes effectives, avec :

$$p' = \frac{(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)}{3} + \chi u_c \quad (4.3)$$

et

$$q' = (\sigma_1 - \sigma_2) = q \quad (4.4)$$

Le fait est que, si  $\sigma'$  correspond bien à la contrainte effective telle qu'introduite par Terzaghi, les enveloppes de rupture associées doivent être indépendantes de toute autre variable : quelque soit la pression capillaire des essais, on devrait donc obtenir un critère de rupture unique.

Comme nous l'avons vu,  $\chi$  n'est pas une constante mais un paramètre qui dépend du degré de saturation et de la microstructure du milieu. Son choix constitue donc un point très délicat pour l'application de l'équation (4.2). Parmi les nombreuses définitions proposées dans la littérature, deux possibilités semblent néanmoins couvrir efficacement les résultats expérimentaux :

1° l'hypothèse simplificatrice  $\chi = Sr$  suggérée par Schrefler [104].

2° l'expression proposée par Khalili et Khabbaz :  $\chi = \left(\frac{u_c}{u_c^e}\right)^{-0.55}$  [67], avec  $u_c^e$  la pression capillaire d'entrée d'air.

La figure 4.2 présente les résultats produits par chacune des deux hypothèses, avec  $u_c^e \approx 2kPa$  pour cet échantillon, estimée d'après l'équation de Van Genuchten (équation 1.3), calée sur les courbes de rétention d'eau du modèle numérique (figure 4.1). On peut voir que, dans les deux cas, les enveloppes de rupture correspondant à nos essais restent nettement distinctes : les contraintes associées aux actions de la phase liquide sur le squelette solide ( $\chi u_c \delta_{ij}$ ) ne permettent pas une description mécanique équivalente des efforts produits par les ménisques capillaires.

En regardant plus précisément les résultats, on peut remarquer que, si l'expression  $\chi = Sr$  semble conserver un décalage régulier des enveloppes de rupture quelque soit le niveau des pressions capillaires, la définition de Khalili et Khabbaz, par contre, produit des résultats différents selon le cas, les enveloppes semblant converger vers un critère unique avec la diminution de la pression capillaire.

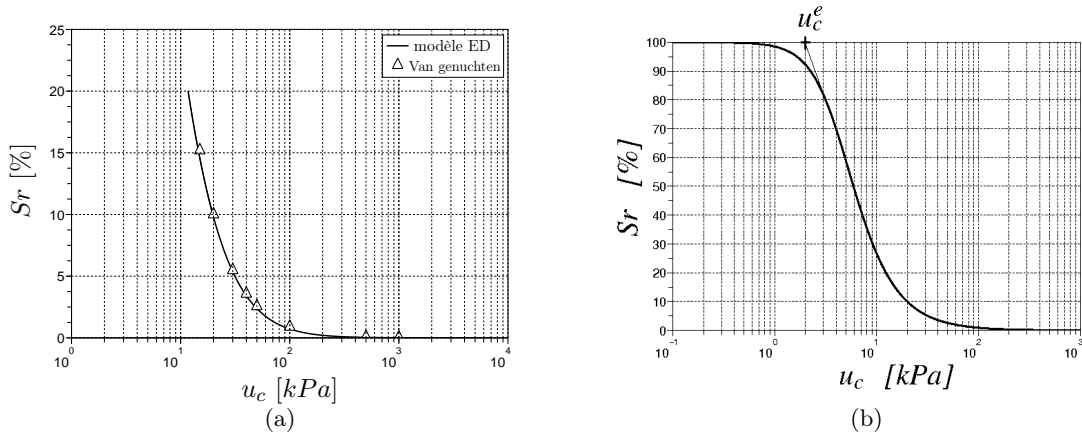


FIG. 4.1 – (a) Calibration de l'équation de Van Genuchten (équation (1.3)) d'après les résultats du modèle discret ; (b) estimation de la pression d'entrée d'air  $u_c^e$  selon l'équation de Van Genuchten calée ( $n = 2, 5$  ;  $\alpha = 0, 23$  ;  $Sr^{res} = 0\%$ ).

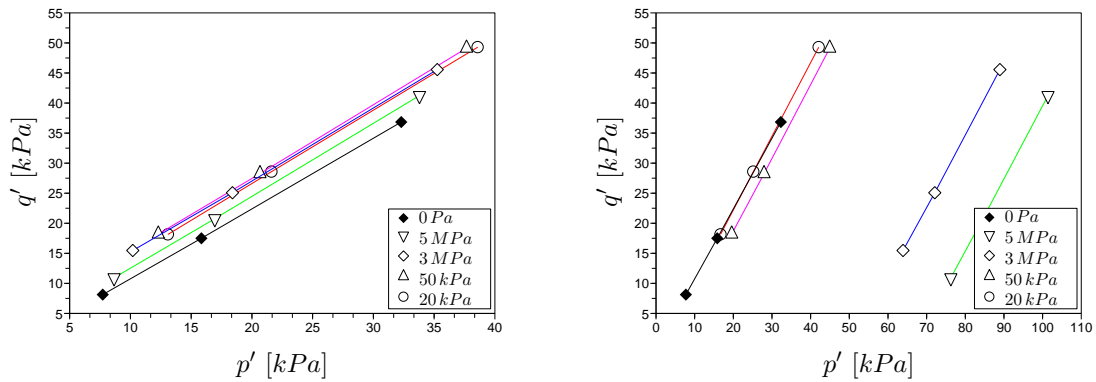


FIG. 4.2 – Enveloppes de rupture obtenues pour plusieurs pressions capillaires  $u_c$ , décrites en contraintes effectives : (a)  $\chi = Sr$  ; (b)  $\chi = \left(\frac{u_c}{u_c^e}\right)^{-0.55}$ .

Afin de clarifier ces aspects, retranscrivons l'effet des contraintes hydrauliques associées ( $Sr u_c \delta_{ij}$  et  $\left(\frac{u_c}{u_c^e}\right)^{-0.55} u_c \delta_{ij}$ ) en terme de cohésion. Le terme  $\chi u_c \delta_{ij}$  étant isotrope par définition, la cohésion théorique  $c_{th}$  engendrée peut être déduite d'après :

$$c_{th} = \chi u_c \tan \Phi \quad (4.5)$$

à condition de connaître l'angle de frottement  $\Phi$  du matériau.  $\Phi$  étant connu et invariant pour le cas considéré ici, le calcul est aisé, et peut être appliqué quelque soit le niveau des pressions capillaires.

La figure 4.3 présente les cohésions  $c_{th}$  calculées d'après l'équation x pour les deux expressions de  $\chi$ , et les compare avec celle effectivement engendrée par les ponts liquides dans la gamme de validité du modèle.

On peut voir que :

- Avec  $\chi = Sr$ , la cohésion estimée présente une évolution similaire à celle du modèle ED mais une intensité nettement plus faible : les contraintes hydrauliques associées sont trop

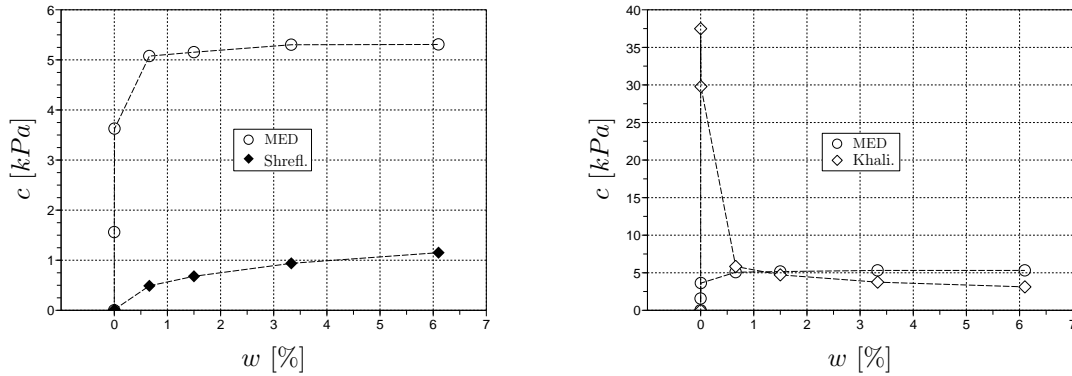


FIG. 4.3 – Evolutions de la cohésion : comparaison entre les résultats du modèle ED et les prédictions de la contrainte effective selon (a)  $\chi = Sr$  et (b)  $\chi = \left(\frac{u_c}{u_c^e}\right)^{-0.55}$ .

faibles, ce qui explique le décalage des enveloppes de rupture vers les faibles pressions  $p'$ .

- Pour sa part, l'hypothèse  $\chi = \left(\frac{u_c}{u_c^e}\right)^{-0.55}$  produit des valeurs de cohésion beaucoup trop importantes dans le domaine des très faibles teneurs en eau (d'où le décalage des enveloppes de rupture associées vers les fortes pressions  $p'$ ). Cependant, ses prédictions semblent se rapprocher de celles du modèle discret avec l'augmentation de la teneur en eau.

Finalement, malgré quelques points de convergence, les prévisions théoriques ne s'accordent pas avec les résultats de la simulation numérique.

#### 4.1.2 discussion

D'après les comparaisons précédentes, il ressort que, pour la gamme des teneurs en eau considérée ici, les hypothèses associées à l'expression (4.1) de la contrainte effective ne sont pas capables de représenter correctement les contraintes mécaniques produites par l'eau porale capillaire. En terme d'état de contrainte, et notamment en ce qui concerne la résistance au cisaillement, les résultats montrent les lacunes des modèles mécaniques traditionnels quant à la caractérisation des effets de l'eau sur la phase solide du matériau.

Outre l'éternelle discussion portant sur la validité du concept des contraintes effectives en condition de non saturation, une remarque peut d'ores et déjà être introduite à la vue des résultats du chapitre précédent : en effet, étant donné l'importance de l'arrangement de la microstructure sur la répartition de l'eau interstitielle et, par conséquent, sur les efforts interparticulaires engendrés, comment la contribution mécanique associée pourrait-elle être efficacement considérée à travers une contrainte isotrope d'origine macroscopique telle que  $\chi(u_a - u_w)\delta_{ij}$  ?

De la même manière que pour le squelette solide, du fait de la discontinuité de la phase liquide, la distribution des efforts associés va dépendre de la structure du matériau et de l'histoire de ses sollicitations. Contrairement au cas saturé, l'aspect multi-phasique des milieux partiellement saturés ajouté à l'inhérente complexité du comportement des milieux gra-

---

nulaires rend difficile une analyse purement macroscopique du problème. La "morphologie" de la phase liquide doit pouvoir être prise en compte et intervenir dans la définition de la contrainte hydraulique correspondante via des considérations microstructurelles. On peut remarquer d'ailleurs que, à l'image de Khalili et Khabbaz avec la pression d'entrée d'air, les auteurs tendent à définir le coefficient  $\chi$  en fonction de paramètres directement liés à la microstructure du matériau afin de coller au mieux avec les résultats expérimentaux.

Etant donné la formulation du modèle numérique utilisé, la suite de ce chapitre est ainsi dédiée au développement d'une étude micromécanique des milieux granulaires non saturés, les outils de l'homogénéisation étant utilisés de manière à identifier précisément les effets tensoriels macroscopiques produits par les forces capillaires.



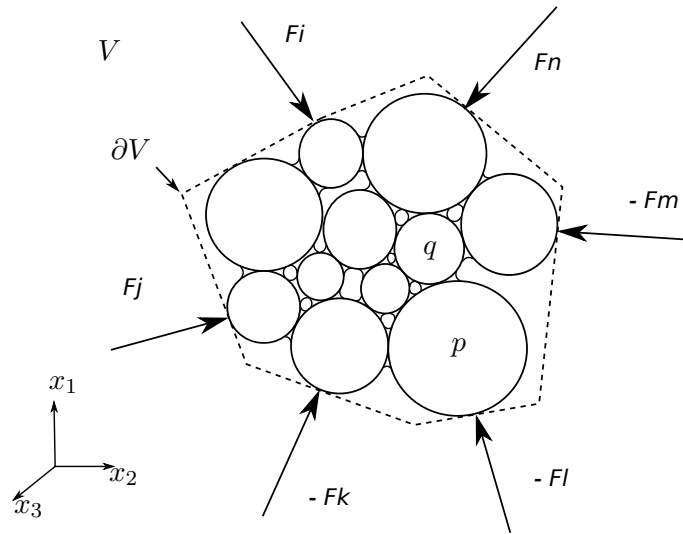


FIG. 4.4 – Volume élémentaire d'un milieu granulaire humide soumis à un chargement extérieur.

## 4.2 Etude micromécanique

### 4.2.1 L'eau capillaire : une contribution tensorielle ?

Nous l'avons vu, en se basant sur la première définition de la contrainte effective introduite par Terzaghi, les auteurs ont pour habitude de représenter la contribution mécanique de l'eau interstitielle par une contrainte isotrope agissant de façon équivalente dans toutes les directions de l'espace, que ce soit, d'ailleurs, à travers le formalisme associant un tenseur des contraintes effectives unique [8], ou bien dans l'analyse en variables indépendantes [46]. Seulement, si cette définition est justifiée dans les cas où l'eau est une phase continue (matériaux saturés ou proches de la saturation), elle n'est par contre pas adaptée dans le cas où celle-ci se concentre sous la forme de ménisques intergranulaires localisés aux contacts [102; 103].

#### 4.2.1.1 Définition du tenseur capillaire

En reprenant la formule d'homogénéisation de Love [76] définie précédemment, nous développons ici la relation entre la contrainte de Cauchy donnant l'état de contrainte dans le milieu et les forces interparticulaires effectivement en jeu en présence de ménisques capillaires.

Considérons un volume élémentaire  $V$  d'un milieu granulaire humide, soumis à un chargement extérieur tel qu'il est représenté sur la figure 4.4.

D'après Love, le tenseur des contraintes de Cauchy  $\bar{\sigma}$  peut être calculé à partir des forces extérieures  $\vec{F}^{ext,p}$  appliquées à chacune des particules  $p$  situées à la frontière  $\partial V$  de  $V$  tel que :

$$\sigma_{ij} = \frac{1}{V} \sum_{p \in \partial V} F_i^{ext,p} x_j^p \quad (4.6)$$

avec  $\vec{x}^p$  correspondant aux coordonnées des particules  $p$  dans l'espace défini par le repère  $(O, x_1, x_2, x_3)$ . Il est d'ailleurs intéressant de noter que cette relation est valide quelque soit la

nature des interactions entre les grains puisque celles-ci n'interviennent pas dans le calcul.

Si l'on considère que chacune des particules  $p$  du volume  $V$  (ainsi que celles situées aux frontières) est à l'équilibre mécanique, alors, l'équation 4.6 peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\sigma_{ij} = \frac{1}{V} \sum_{p=1}^N \sum_{q=1}^N F_i^{q,p} l_j^{q,p} \quad (4.7)$$

avec  $N$  le nombre total de particules contenues dans  $V$ ,  $\vec{F}^{q,p}$  la force d'interaction exercée par la particule  $q$  sur la particule  $p$ , et  $\vec{l}^{q,p}$  le vecteur branche associé, pointant de  $q$  vers  $p$  tel que  $\vec{l}^{q,p} = \vec{x}^p - \vec{x}^q$ .

Comme nous sommes en présence d'un milieu partiellement saturé, deux types de forces interparticulaires peuvent être distinguées suivant la nature de l'interaction :

- (i) si les particules  $p$  et  $q$  sont en contact (figure 4.5(a)), elles interagissent par le biais d'une force de contact (répulsive)  $\vec{F}_{cont}^{q,p}$ .
- (ii) si  $p$  et  $q$  sont reliées par un pont liquide (figure 4.5(b)), une force capillaire (attractive)  $\vec{F}_{cap}^{q,p}$  est définie selon les conditions exposées précédemment (voir section 1.1.2.3).

Evidemment, selon la géométrie de l'interaction et les conditions d'humidité du milieu, un ménisque capillaire peut exister entre deux grains en contact (figure 4.5(c)). Dans ce cas, le contact solide se fait à l'intérieur de la phase liquide, et les forces  $\vec{F}_{cont}$  et  $\vec{F}_{cap}$  existent simultanément : les deux contributions doivent donc être prises en compte par sommation.

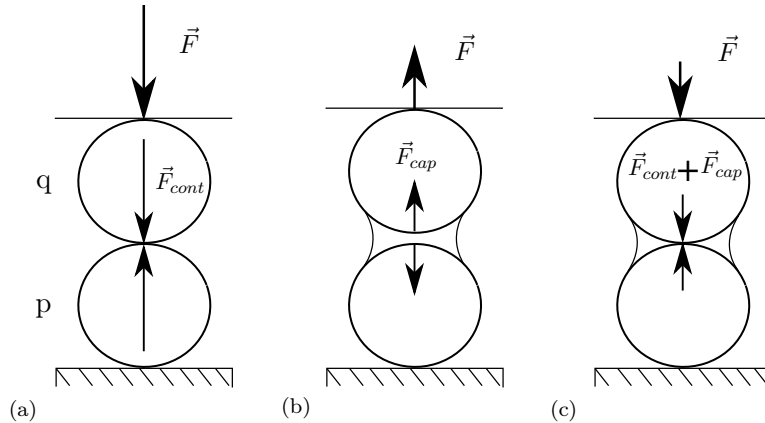


FIG. 4.5 – Forces interparticulaires : (a) contact "sec", (b) ménisque capillaire seul, (c) contact "humide".

Finalement, pour tous les cas, et quelque soit le couple  $(p, q) \in [1, N]^2$  de particules considéré, on a :

$$\vec{F}^{q,p} = \vec{F}_{cont}^{q,p} + \vec{F}_{cap}^{q,p} \quad (4.8)$$

l'un ou l'autre des termes  $\vec{F}_{cont}^{q,p}$  et  $\vec{F}_{cap}^{q,p}$  pouvant être nul indépendamment.

En combinant les équations (4.7) et (4.8), on arrive à l'égalité suivante :

$$\sigma_{ij} = \frac{1}{V} \sum_{p=1}^N \sum_{q=1}^N F_{cont,i}^{q,p} l_j^{q,p} + \frac{1}{V} \sum_{p=1}^N \sum_{q=1}^N F_{cap,i}^{q,p} l_j^{q,p} \quad (4.9)$$

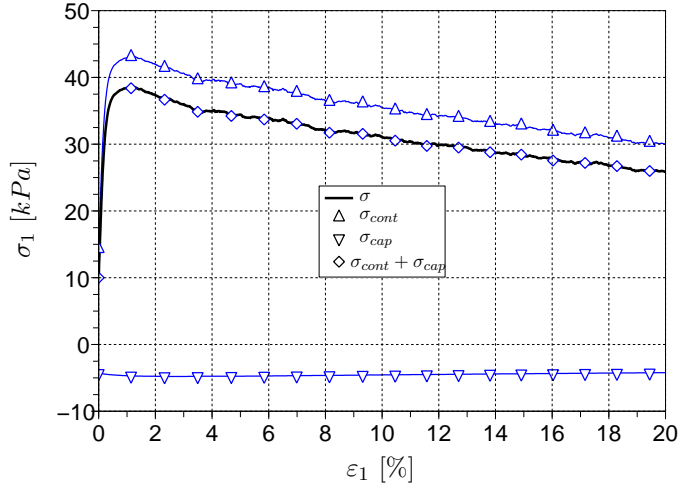


FIG. 4.6 – Evolutions des composantes axiales respectives des tenseurs  $\sigma_{ij}$ ,  $\sigma_{ij}^{cont}$  et  $\sigma_{ij}^{cap}$  pour un chargement triaxial à pression capillaire constante sous  $10kPa$  de confinement : vérification de la sommation  $\sigma_{ij} = \sigma_{ij}^{cont} + \sigma_{ij}^{cap}$ .

Le tenseur des contraintes est donc la somme de deux contributions :

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ij}^{cont} + \sigma_{ij}^{cap} \quad (4.10)$$

- la première,  $\sigma_{ij}^{cont} = \frac{1}{V} \sum_{p=1}^N \sum_{q=1}^N F_{cont,i}^{q,p} l_j^{q,p}$ , comptant pour les forces transmises à travers le réseau des contacts comme dans la définition classique de Love.
- la seconde,  $\sigma_{ij}^{cap} = \frac{1}{V} \sum_{p=1}^N \sum_{q=1}^N F_{cap,i}^{q,p} l_j^{q,p}$ , représentant la contrainte engendrée par l'ensemble des ménisques capillaires présents dans le milieu.

La vérification de l'équation (4.9) à l'échelle d'un assemblage numérique est remarquable. En effet, si l'on reprend les simulations d'essais triaxiaux de la section 3.2.2 réalisées sur l'échantillon de référence dense et que l'on trace les évolutions simultanées des trois composantes axiales des tenseurs  $\sigma_{ij}$ ,  $\sigma_{ij}^{cont}$  et  $\sigma_{ij}^{cap}$  définis précédemment (figure 4.6), on retrouve exactement l'égalité (4.10). Cette additivité, déjà vérifiée sur des simulations bidimensionnelles par Gröger et al. [52], confirme une fois de plus la quasi-staticité des simulations (les effets inertiels sont effectivement négligeables à l'échelle de l'assemblage). Par ailleurs, on peut noter que, du fait du caractère attractif des forces capillaires, la contribution  $\sigma_1^{cap}$  est négative, conformément au formalisme de la mécanique des sols.

Un autre point remarquable est que l'équation (4.9) attribue, par définition, une contribution tensorielle aux effets capillaires. D'ailleurs, si l'on trace l'évolution des composantes principales du tenseur capillaire  $\overline{\sigma}_{cap}$  le long du chemin triaxial précédent, on observe une anisotropie induite par la chargement (figure 4.7), d'autant plus remarquable que le modèle numérique assure une distribution homogène de la pression capillaire au sein du milieu.

D'après la sommation (4.9), un tenseur de texture [76; 20; 99] peut être défini pour chacun des termes  $\sigma_{ij}^{cont}$  et  $\sigma_{ij}^{cap}$ . Le tenseur de texture est généralement utilisé pour étudier l'anisotropie du réseau des contacts qui est connue comme une propriété caractéristique fondamentale des assemblages granulaires. En effet, il est maintenant bien admis que, dans les matériaux

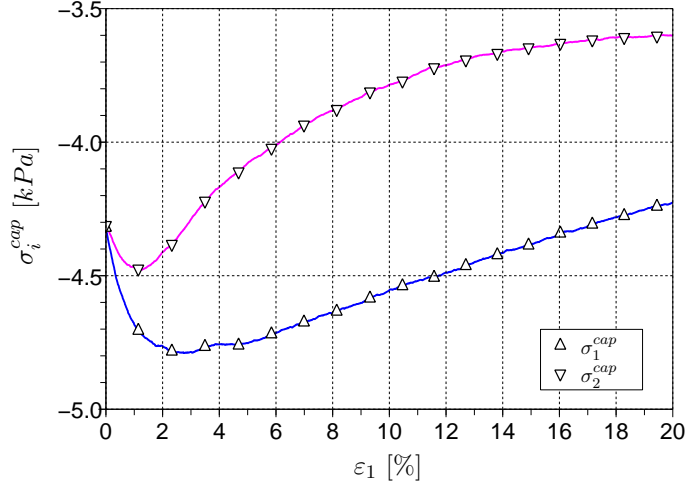


FIG. 4.7 – Evolutions des composantes principales axiale  $\sigma_1^{cap}$  et latérale  $\sigma_2^{cap}$  du tenseur capillaire pour un chargement triaxial à pression capillaire constante sous  $10kPa$  de confinement : anisotropie induite.

granulaires secs, une anisotropie de la texture se développe avec l'application d'une contrainte déviatoire. L'application du principe au tenseur capillaire constitue ici un résultat de première importance, car l'existence d'une anisotropie de la texture liquide pourrait expliquer, en partie, la non représentativité des expressions macroscopiques isotropes associées aux effets de l'eau. Par contre, étant donné la possibilité des interactions hors contact (des ménisques peuvent exister entre deux grains distants), les conclusions sont ici beaucoup moins évidentes.

Par exemple, si l'on se restreint à la description de particules sphériques [89], le tenseur capillaire peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\sigma_{ij}^{cap} = \frac{1}{V} \sum_{p=1}^N \sum_{q=1}^N F_{cap}^{q,p} l^{q,p} n_i^{p,q} n_j^{p,q} \quad (4.11)$$

avec  $\vec{n}^{p,q}$  et  $\vec{n}^{q,p}$  les normales au contact (cf. figure 1.29). Cette expression montre que, si les effets de texture contrôlent directement l'évolution de l'anisotropie du terme  $\sigma_{ij}^{cont}$  (un contact est nécessairement associée à une force), deux causes d'anisotropie peuvent être invoquées pour le tenseur capillaire : premièrement, la distribution des ménisques, et deuxièmement, la distribution des forces capillaires.

En effet, si l'on introduit  $P_m(\vec{n})$  la distribution de l'orientation des ménisques capillaires  $m$  (soit le nombre de ménisques présents le long de la direction  $\vec{n}$ ) définie par  $\int_V P_m(\vec{n}) dV = 1$ , alors, l'expression 4.11 devient :

$$\bar{\bar{\sigma}}_{cap} = \frac{1}{V} \int_V \langle F_{cap} \cdot l \rangle_{\vec{n}} P_m(\vec{n}) \vec{n} \otimes \vec{n} dV \quad (4.12)$$

avec  $\langle F_{cap} \cdot l \rangle_{\vec{n}}$  la valeur moyenne de la composante  $F_{cap} \cdot \vec{l}$  le long de la direction  $\vec{n}$ .

La non sphéricité du tenseur  $\bar{\bar{\sigma}}_{cap}$  peut ainsi être liée à l'anisotropie de la distribution  $P_m(\vec{n})$  du fait de la répartition des ménisques dans le milieu, mais, par ailleurs, les configurations de chacun des ménisques dépendant de la géométrie locale de chaque interaction, il est possible que  $\langle F_{cap} \cdot l \rangle_{\vec{n}}$  ait également une orientation privilégiée.

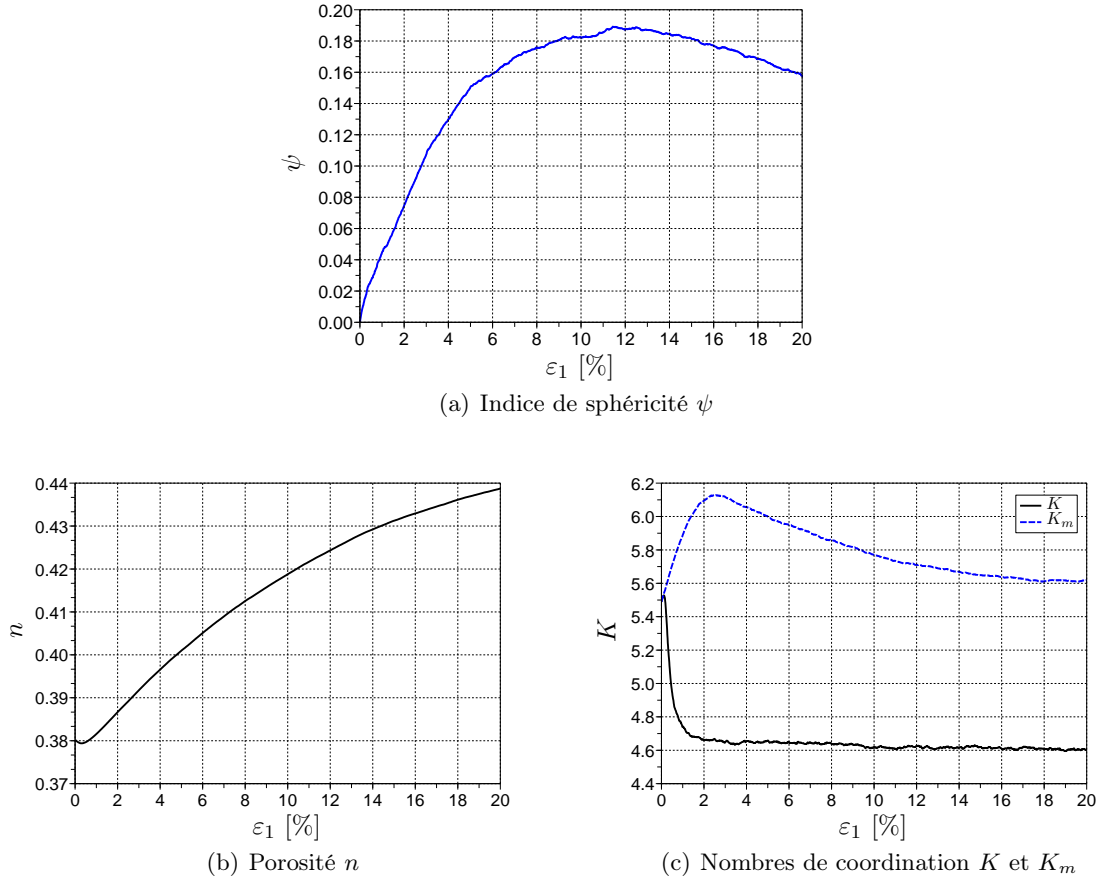


FIG. 4.8 – Evolutions comparées de l'indice de sphéricité  $\psi$  (a), de la porosité  $n$  (b) et des nombre moyens de contacts  $K$  et de ménisques  $K_m$  (c) pour un chargement triaxial à pression capillaire constante sous  $10kPa$  de confinement.

#### 4.2.1.2 Origines de l'anisotropie du tenseur capillaire

Afin de caractériser la sphéricité du tenseur capillaire, définissons l'indice  $\psi = 2 \frac{\sigma_1^{cap} - \sigma_2^{cap}}{(\sigma_1^{cap} + \sigma_2^{cap})}$ , et regardons son évolution au cours de l'essai triaxial précédent (figure 4.8(a)). De prime abord, on constate une anisotropie induite par le chargement,  $\psi$  augmentant de façon continue avec la déformation. Seulement, la singularité de son évolution par la suite est difficilement interprétable. La mise en parallèle avec les évolutions respectives de la porosité et des nombres moyens de contacts et de ménisques (figures 4.8(b) et 4.8(c)), permet certaines hypothèses globales sur les origines de l'anisotropie capillaire induite, mais une analyse micromécanique complémentaire s'impose.

En reprenant le principe de recherche directionnelle présentée à la section 3.1.2.1 (figure 3.9), l'orientation des fonctions  $P(\vec{n})$  et  $\langle F.l \rangle_{\vec{n}}$  peut être caractérisée. Les représentations polaires associées sont présentées respectivement sur les figures 4.9 et 4.10 pour plusieurs niveaux de déformation, depuis l'état isotrope initial jusqu'à une déformation déviatoire  $\varepsilon_1$  égale à 15%, la superposition étant systématique entre les interactions de contacts et les interactions capillaires. Afin de rendre possible la comparaison entre les forces engendrées, les composantes  $\langle F_{cont}.l \rangle_{\vec{n}}$  et  $\langle F_{cap}.l \rangle_{\vec{n}}$  sont normalisées par leur valeur moyenne, de sorte

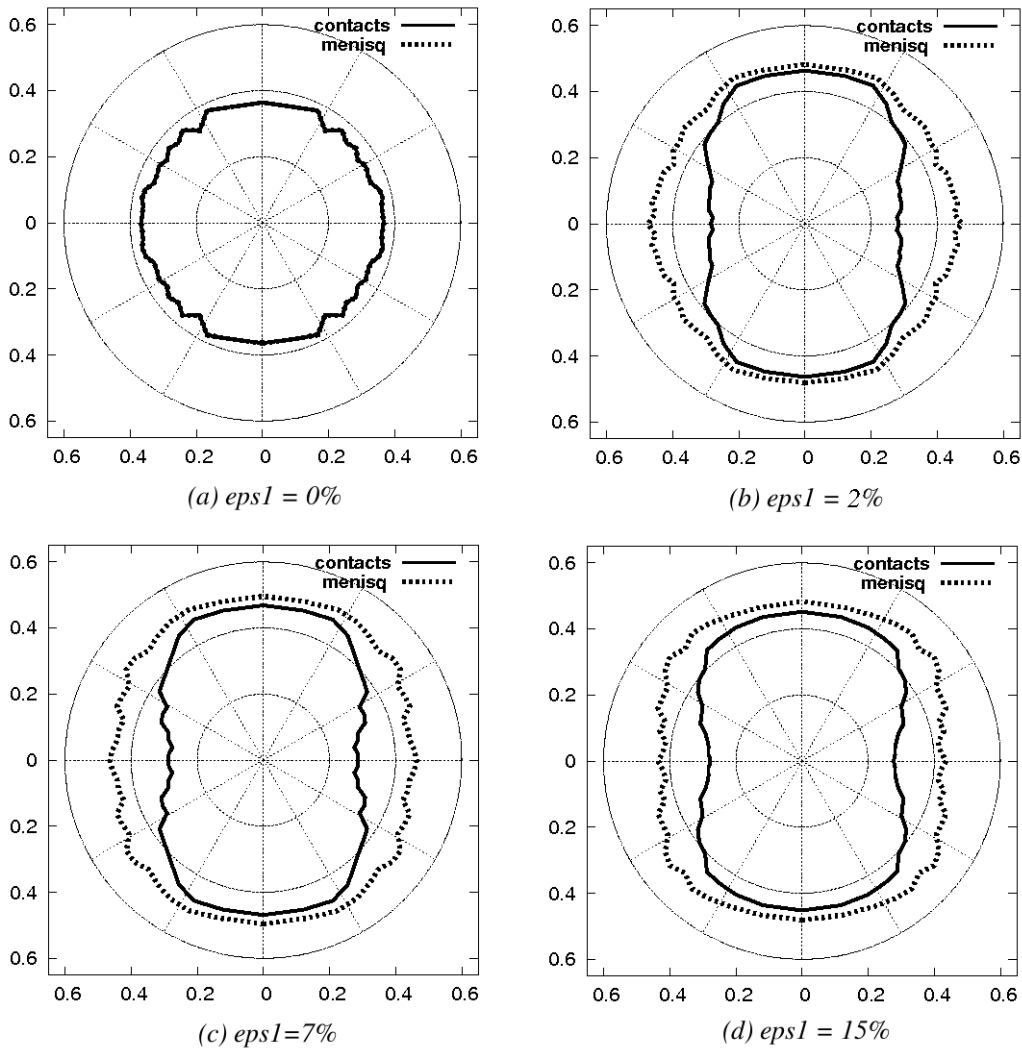


FIG. 4.9 – Distribution des orientations des contacts  $P_{cont}(\vec{n})$  et des ménisques capillaires  $P_m(\vec{n})$  pour plusieurs niveaux de déformations lors d'un chargement triaxial.

que l'on trace les composantes unitaires  $\frac{\langle F_{cont,l} \rangle_{\vec{n}}}{\|\langle F_{cont,l} \rangle_{\vec{n}}\|}$  et  $\frac{\langle F_{cap,l} \rangle_{\vec{n}}}{\|\langle F_{cap,l} \rangle_{\vec{n}}\|}$ .

Concernant l'état initial vierge isotrope, les ménisques n'étant introduits qu'aux contacts pour simuler la condensation capillaire (l'échantillon utilisé a été soumis à un chemin de mouillage), les distributions respectives  $P_{cont}(\vec{n})$  et  $P_m(\vec{n})$  sont identiques (dans le cas d'un échantillon issu d'un chemin de séchage, les courbes seraient décalées de façon homothétique l'une par rapport à l'autre d'un rapport équivalent au nombre de ménisques hors contact). L'isotropie structurelle est d'ailleurs clairement identifiée par l'uniformité des distributions (cercles quasiment parfaits), que ce soit géométriquement (figure 4.9(a)) ou statiquement (figure 4.10(a)).

Comme introduit précédemment, au même titre que la distribution des contacts, la répartition des ménisques au sein de l'assemblage est directement liée aux réarrangements interparticulaires engendrés par les déformations. En effet, l'échantillon se comportant comme un milieu granulaire dense (figure 4.8(b)), sa contractance initiale fait augmenter le nombre global de contacts (figure 4.8(c)). Cette augmentation entraîne la formation de ponts liquides

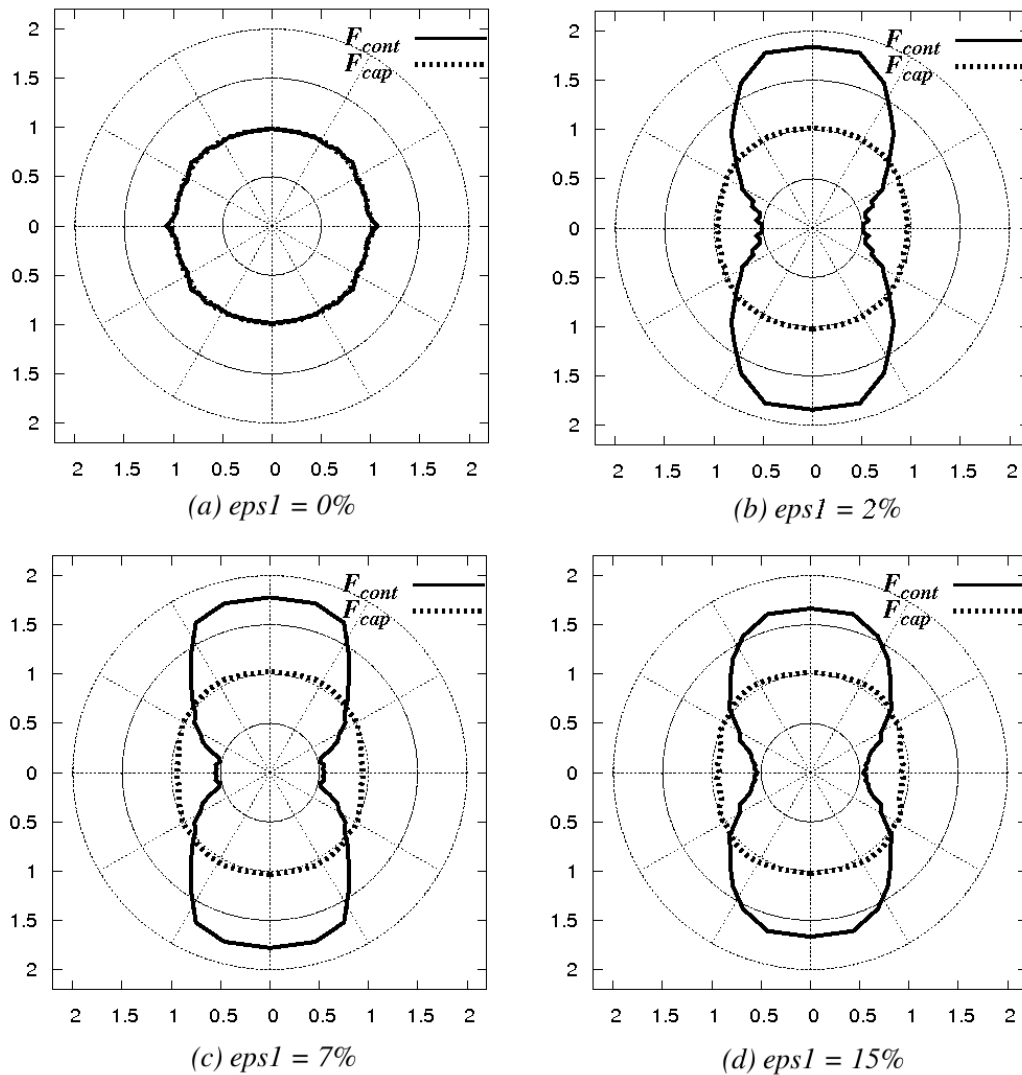


FIG. 4.10 – Orientations des forces de contact  $\langle F_{cont.l} \rangle_{\vec{n}}$  et capillaires  $\langle F_{cap.l} \rangle_{\vec{n}}$  moyennes pour plusieurs niveaux de déformations lors d'un chargement triaxial.

supplémentaires dans l'assemblage qui se traduit par une augmentation simultanée des deux composantes principales du tenseur capillaire (figure 4.7). Etant donné la persistance des ménisques capillaires pour les faibles distances interparticulaires, cette augmentation continue jusqu'à environ 3% de déformation, au-delà du pic du déviateur des contraintes, et ce, malgré la brutale chute du nombre de coordination caractéristique de l'initiation de la dilatance du matériau. La différence entre les deux composantes principales  $\sigma_1^{cap}$  et  $\sigma_2^{cap}$  du tenseur capillaire est simplement liée à l'aspect déviatoire de la sollicitation qui a tendance à produire plus de contacts, et par conséquent, plus de ménisques, dans la direction "active" du chargement ( $x_1$ ) que dans les directions latérales "passives" contrôlant l'ajustement du confinement.

Après environ 2% de déformation, le pic du déviateur des contraintes est atteint, et, outre le fait que la distribution des forces de contact  $\langle F_{cont.l} \rangle_{\vec{n}}$  atteint son anisotropie maximum liée à l'apparition de chaînes de forces verticales caractéristiques de l'état de rupture, on peut voir que les deux composantes du tenseur capillaire commencent à diminuer alors que son anisotropie continue d'augmenter (figure 4.8). Si la dilatance de l'échantillon explique bien la

diminution de  $\sigma_2^{cap}$  du fait de l'étalement latéral des grains, celle de  $\sigma_1^{cap}$  est due, semble-t-il, au changement de régime lié à la rupture du matériau. En effet, en moyenne, le nombre global de contacts restant à peu près constant, les ménisques ne se créent plus et ce sont ceux déjà présents qui subissent les déformations de l'échantillon. Finalement, à partir de la rupture du matériau, du fait de l'augmentation progressive des distances intergranulaires causée par la dilatance globale de l'échantillon, lorsqu'elles ne disparaissent pas simplement par rupture des ponts liquides (chute de  $K_m$ ), les forces capillaires contribuent moins aux contraintes capillaires totales (cf. la figure 2.12 donnant l'évolution de la force capillaire en fonction de la distance intergranulaire).

Concernant maintenant l'évolution de la sphéricité du tenseur capillaire, l'augmentation de  $\psi$  jusqu'à son maximum à  $\varepsilon_1 \approx 12\%$  traduit directement la dilatance de l'assemblage, les ménisques étant plus nombreux dans la direction du chargement. Par contre, passé ce niveau de déformation, le milieu entre dans un régime de déformation plus typique d'un écoulement pour lequel la dilatance est moins marquée (inflexion de la courbe  $n = f(\varepsilon_1)$ ), ce qui provoque la stabilisation, voir une légère diminution de  $\psi$ , laissant à penser que les ménisques orientés latéralement persistent plus que ceux sollicités axialement.

Finalement, on peut voir que, même si dans ce cas l'anisotropie du tenseur capillaire reste faible, elle a sûrement son importance sur le comportement global de l'échantillon puisqu'elle est en rapport direct avec l'histoire de son chargement : en effet, les phénomènes de création et de rupture des ménisques capillaires sont guidés par les déformations de l'assemblage. L'eau porale capillaire a finalement sa propre texture qui est, forcément, complètement dépendante de l'évolution de la microstructure du milieu. Par ailleurs, on peut signaler que cette caractéristique n'est pas propre au modèle numérique utilisé ici, puisqu'elle a également été retrouvée par le biais d'un modèle analytique micromécanique [103], dont la loi de comportement constitutive résulte d'un schéma d'homogénéisation, adapté aux milieux granulaires non saturés [56].

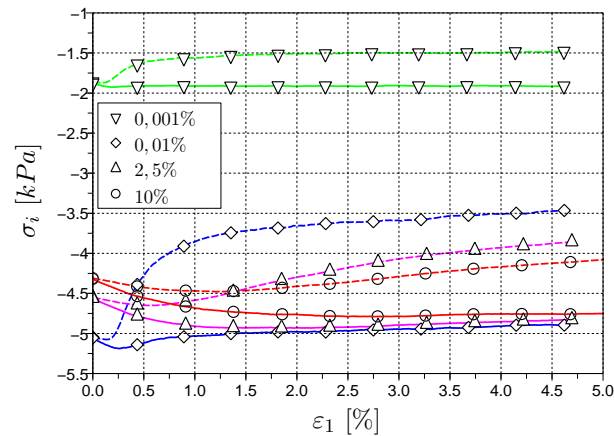
#### 4.2.1.3 Influence de la teneur en eau

Si l'on reprend la description des différents régimes hydriques d'un sol (figure 1.1), on imagine aisément que la texture du liquide interstitiel dépend également de sa répartition dans l'espace poral et de sa cohabitation avec la phase gazeuse. Ainsi, en se basant sur les résultats du chapitre précédent couvrant la gamme de variation de teneur en eau propre au régime pendulaire ( $0 < Sr < 10\%$ ), cette section propose une analyse de l'influence de la quantité de liquide en place sur la répartition des contraintes capillaires dans l'espace poral intergranulaire. Nous verrons que, outre l'histoire du chargement, les caractéristiques hydriques du milieu ont également leur importance sur les contraintes tensorielles associées.

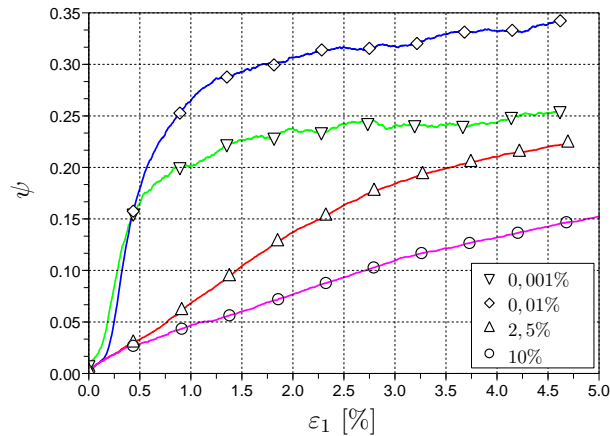
En reprenant le formalisme de la section précédente, la figure 4.11 présente les évolutions des composantes principales du tenseur capillaire pour chacun des essais triaxiaux réalisés sur le même échantillon soumis à plusieurs valeurs de pressions capillaires, ainsi que les évolutions des indices  $\psi$  associés (une fois encore, pour plus de clarté, les résultats sont tracés en fonction des degrés de saturation initiaux des échantillons).

On peut voir que, excepté pour le cas correspondant au degré de saturation le plus faible ( $Sr = 0.001\%$ ) où les ponts liquides ne sont pas initialement formés à tous les contacts ( $K_m^{init} = 3.4 < K_m^{init} = 5.4$ ), plus la teneur en eau du milieu est importante, moins l'anisotropie induite par le chargement est prononcée. Ceci est, en fait, une conséquence directe de l'évolution





(a) Composantes principales du tenseur capillaire (traits pleins : composantes axiales  $\sigma_1^{cap}$ , traits pointillés : composantes latérales  $\sigma_2^{cap}$ )



(b) Indice de sphéricité  $\psi$

FIG. 4.11 – Evolutions des composantes principales du tenseur capillaire (a) et de son indice de sphéricité (b) pour plusieurs degrés de saturation.

locale des ménisques capillaires puisque, plus leur volume est important, plus la distance pour laquelle ils rompent ( $D_{rupture}$ ) est grande (cf. section 2.2.1.4). Autrement dit, plus le matériau est sec, plus la présence de ménisques est sensible aux réarrangements locaux, et plus l'anisotropie induite par le chargement sera prononcée (les conclusions de la section précédente sont donc d'autant plus justifiées qu'elles concernent le cas le plus défavorable au développement de l'anisotropie capillaire, correspondant au degré de saturation le plus élevé). Ces résultats confirment, une fois encore, que le comportement des milieux granulaires humides est complètement influencé par la distribution des ponts liquides dans leurs pores [94].

Finalement, l'hypothèse classique associant une contribution isotrope à l'eau interstitielle dans les milieux non saturés ne semble pas adaptée aux régimes de saturation pour lesquels le liquide est discontinuement réparti dans les pores (régimes pendulaires et hygroscopiques). Dans ce cas précis, au même titre que le squelette solide, la phase liquide possède sa propre texture dont l'évolution est directement liée à l'histoire des sollicitations. Il faut souligner

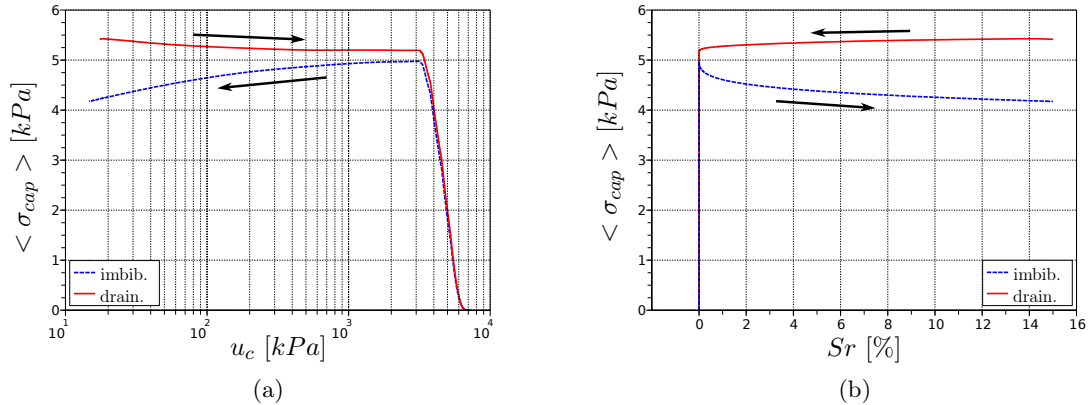


FIG. 4.12 – Courbes caractéristiques donnant l'évolution de la contrainte capillaire moyenne lors d'un cycle de drainage-imbibition sous chargement hydrostatique : (a) en fonction de la contrainte capillaire moyenne, (b) en fonction de la teneur en eau.

toutefois que, d'après les résultats, l'augmentation de la teneur en eau tend à effacer les effets de cette texture liquide : les contraintes associées à l'eau semblent ainsi tendre vers une contribution tensorielle d'autant moins anisotrope que la phase liquide est continue dans le milieu.

#### 4.2.1.4 Hystérésis

Le tenseur capillaire étant la conséquence macroscopique des forces capillaires locales, il dépend également des niveaux de pression capillaire appliqués au milieu ( $\overline{\sigma}_{cap} = f(u_c)$ ). Ainsi, au même titre que la teneur en eau, les contraintes capillaires peuvent être reliées à  $u_c$  par une courbe caractéristique dont les propriétés découlent directement des phénomènes mis en jeu à l'échelle des grains.

Si l'on reprend par exemple les essais de drainage et d'imbibition présentés à la section 3.2.2.2 et que l'on trace l'évolution associée de la contrainte capillaire moyenne  $\langle \sigma_{cap} \rangle = \frac{(\sigma_1^{cap} + \sigma_2^{cap} + \sigma_3^{cap})}{3}$  en fonction de  $u_c$  (figure 4.12), on retrouve la relation hystérétique liée aux phénomènes de formation et de rupture des ponts capillaires. Les contraintes capillaires résultant d'un drainage du matériau sont supérieures à celles résultant d'une imbibition du fait du nombre supérieur de ménisques au sein du milieu. On retrouve ici l'explication tensorielle traduisant la résistance au cisaillement plus grande du matériau séché par rapport à celui mouillé (section 3.2.1.2).

En général, les courbes peuvent être directement mises en rapport avec celle de la figure 3.25 présentant l'évolution du nombre moyen de ménisques dans l'échantillon pour les mêmes chemins de sollicitation. On retrouve ainsi la convergence des deux chemins vers zéro pour les pressions capillaires supérieures à  $3MPa$ , associée à la disparition progressive des ponts liquides dans le milieu (cf. section 3.1.2.2). Un point est cependant remarquable : en conditions de mouillage, la contrainte capillaire moyenne diminue légèrement avec  $u_c$  alors que le nombre de ménisques reste constant égal au nombre de contacts dans l'assemblage. Même si son effet semble assez limité par rapport à l'importance de la distribution des ménisques au sein du milieu, la pression capillaire a donc également son importance dans les contraintes associées.

Comme on pouvait s'y attendre, outre leur caractère structurel fort lié à l'histoire mécanique du matériau, les contraintes capillaires sont donc également dépendantes de son histoire hydrique.

## 4.2.2 Une contrainte effective microstructurelle

### 4.2.2.1 Définition

La section 4.2.1 nous a amené à définir l'état de contrainte  $\bar{\sigma}$  du milieu non saturé comme la somme de deux contributions tensorielles de signes opposés : la première,  $\bar{\sigma}_{cont}$ , positive, résultant des efforts répulsifs aux contacts, et l'autre,  $\bar{\sigma}_{cap}$ , négative, engendrée par les forces capillaires attractives. On peut remarquer que, étant définies par le réseau des contacts, les contraintes  $\sigma_{ij}^{cont}$  représentent véritablement les efforts intergranulaires dans le squelette solide, et ce, quelque soient les conditions de saturation du milieu puisque les forces associées existent aussi bien dans le cas sec que partiellement saturé. Si l'on reprend le concept tel que Terzaghi l'a introduit initialement [109], le tenseur  $\bar{\sigma}_{cont}$  pourrait finalement jouer le rôle de la contrainte effective puisque ce sont les forces de contact qui gouvernent les déformations d'un milieu ainsi que sa résistance au cisaillement.

Par analogie avec l'expression de Bishop [7; 8], et à l'image de Hicher et Chang [56], on peut donc proposer une définition micromécanique  $\bar{\sigma}'^{micro}$  de la contrainte effective :

$$\sigma_{ij}'^{micro} = \sigma_{ij}^{cont} = \sigma_{ij} - \sigma_{ij}^{cap} \quad (4.13)$$

avec  $\sigma_{ij}$  les contraintes totales définies aux limites ( $\bar{\sigma}$  est calculé à partir des efforts résultants sur les parois extérieures de l'assemblage), et  $\sigma_{ij}^{cap}$  représentant les effets de l'eau interstitielle, en rapport avec la différence de pression  $u_c = (u_a - u_w)$  comme nous l'avons pu le voir précédemment.

A ce niveau, il est important de noter que, contrairement aux expressions macroscopiques classiques où la contrainte mécanique associée à l'eau porale est isotrope par définition ( $\chi(u_a - u_w)\delta_{ij}$ ),  $\sigma_{ij}^{cap}$  attribue de façon intrinsèque une nature tensorielle aux effets de l'eau interstitielle, dont l'anisotropie est, comme nous l'avons montré, directement en rapport avec l'histoire du matériau. D'un point de vue constitutif, cet aspect est de première importance puisqu'il introduit la possibilité pour la phase liquide de produire des effets de cisaillement supplémentaires sur le squelette solide, dont les conséquences mécaniques associées pourraient expliquer les "lacunes" des modèles phénoménologiques classiques quant à la description du comportement des matériaux non saturés.

On peut noter que ces propos rejoignent ceux de Li [71; 72] qui, par une approche théorique différente basée sur une application micromécanique du principe des travaux virtuels, arrive à la même conclusion quant à la nature tensorielle des contraintes associées à l'eau. Il a d'ailleurs montré qu'un essai de mouillage réalisé sur un échantillon d'argile en conditions hydrostatiques (confinement isotrope constant) pouvait provoquer des déformations déviatoires [71].

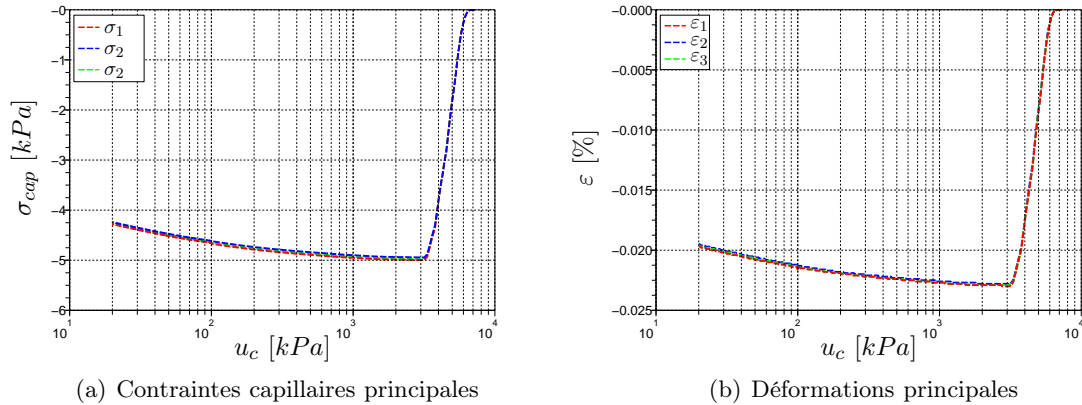


FIG. 4.13 – Essai de mouillage réalisé sur un échantillon isotrope sous un confinement constant égal à 5 kPa.

#### 4.2.2.2 Vérification hydrostatique

Afin de vérifier la validité de cette contrainte effective d'origine micromécanique, plaçons nous dans le cas simple d'un milieu isotrope vierge comprimé de façon hydrostatique, et concentrons nous sur les variables d'état intervenant dans l'expression de  $\bar{\sigma}_{cont}$ . Si  $\bar{\sigma}_{cont}$  est véritablement une variable pertinente pour représenter l'état de contrainte du squelette, on doit pouvoir montrer que, quelque soit l'origine du chargement appliqué, pour une même variation isotrope  $\Delta\sigma$  des contraintes  $\sigma_{ij}^{cap}$  et  $\sigma_{ij}$  (au signe près!), les déformations volumiques associées sont équivalentes, car résultant d'une variation  $\Delta\sigma$  identique de  $\sigma_{ij}^{cont}$ .

Nous avons vu que, lors d'un essai de mouillage, l'introduction des ponts capillaires dans le milieu engendre des réarrangements intergranulaires (section 3.1.2). Nécessairement, ces réarrangement microstructuraux produisent une déformation de l'échantillon. Si l'on trace l'évolution des contraintes capillaires principales (figure 4.13(a)) ainsi que celles des trois déformations principales (figure 4.13(b)) en fonction de la pression capillaire, on constate que, à contrainte de confinement  $\sigma_{ij}$  constante, le milieu se comprime de façon isotrope du fait de l'action des forces capillaires. En effet, la microstructure étant isotrope initialement, l'ajout de forces supplémentaires aux contacts génère une contrainte globale  $\sigma_{ij}^{cap}$  équivalente dans toutes les directions de l'espace. Contrairement aux essais de Li [71], le mouillage simulé est donc associé à une variation isotrope de  $\sigma_{cont}$  valant d'ailleurs, pour cet échantillon,  $5kPa$  à son maximum.

Comparons maintenant les déformations volumiques associées ( $\varepsilon_V \approx 0,023\%$ ) à celles obtenues pour une variation équivalente de la contrainte totale  $\sigma_{ij}$ , soit, une compression hydrostatique de  $5kPa$  d'amplitude appliquée au même échantillon (figure 4.14).

On constate que, même si elles sont approximativement équivalentes, les déformations engendrées ne sont pas identiques : la compression isotrope génère plus de déformations que le mouillage du matériau pour une même variation de contrainte  $\Delta\sigma_{ij}^{cont}$ .

Sans remettre en cause l'expression (4.13), nous attribuons cette différence à la nature des sollicitations qui, dans les deux cas, ne produisent pas exactement les mêmes effets sur la microstructure : le fait est que l'un des deux processus est appliqué aux limites et restreint

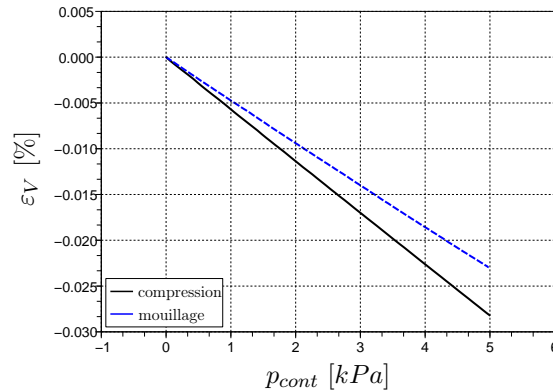


FIG. 4.14 – Variations de volume engendrées respectivement par une compression mécanique et un mouillage correspondant à une même variation isotrope de la contrainte effective micromécanique  $\bar{\sigma}_{cont}$  (5 kPa).

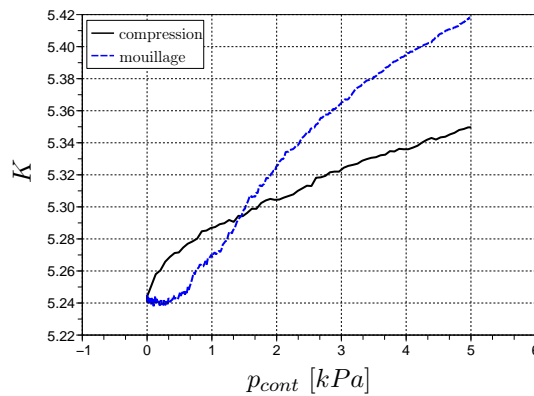


FIG. 4.15 – Evolutions du nombre de coordination engendrées respectivement par une compression mécanique et un mouillage correspondant à une même variation isotrope de la contrainte effective micromécanique  $\bar{\sigma}_{cont}$  (5 kPa).

donc ses effets aux réseaux des contacts conférant sa rigidité globale à la structure granulaire, alors que l'autre agit sur tous les grains de l'assemblage, y compris les grains flottants (moins de deux contacts avec ses voisins) n'intervenant pas dans sa résistance. De plus, si la compression isotrope peut produire du cisaillement au contact, le mouillage lui, n'implique que des efforts normaux supplémentaires.

Par exemple, si l'on compare l'évolution du nombre de coordination  $K$  lors des deux charge-ments (figure 4.15), on voit que le mouillage produit plus de réarrangements intergranulaires par rapport à la compression isotrope. Dans ce cas précis, une explication plausible pour la différence dans les déformations engendrées pourrait donc être que, le mouillage, en créant plus de contacts au sein de l'assemblage, rigidifie plus le milieu en agglomérant un nombre plus important de grains. Le module global étant directement lié à la rigidité des contacts, il est donc supérieur dans le cas humide, et le même niveau de contrainte global est atteint pour une déformation volumique inférieure.

Cependant, en réalisant des essais identiques sur un échantillon dont la dispersion de taille

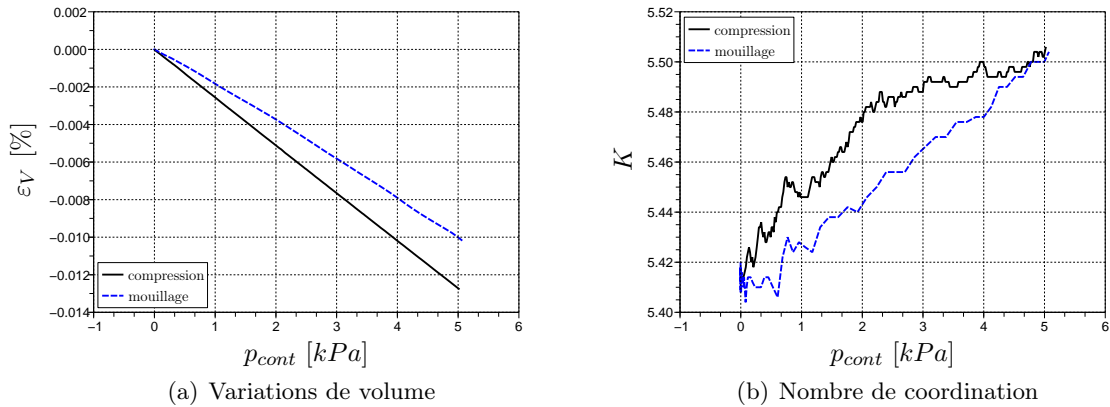


FIG. 4.16 – Vérification hydrostatique de l'équation (4.13).

limite la présence de grains flottants (figure 4.16), nous arrivons au même écart de déformation malgré une variation de  $K$  similaire dans les deux cas.

L'origine de la différence tient plus finalement à la nature des efforts interparticulaires engendrés. En effet, le mouillage introduit exclusivement des efforts normaux aux contact (figure 4.17(a),  $\vec{F}^{(q,p)} = \vec{F}_n$ ), alors que la compression mécanique produit également du cisaillement (figure 4.17(b),  $\vec{F}^{(q,p)} = (\vec{F}_n + \vec{F}_t)$ ). Une fois encore, l'interprétation macroscopique sur les grandeurs  $\varepsilon_v$  et  $p_{cont}$  est rendue délicate, les particularités microstructurelles étant éclipsées par les opérations de moyenne appliquées sur des variables trouvant leurs origines à l'échelle des grains.

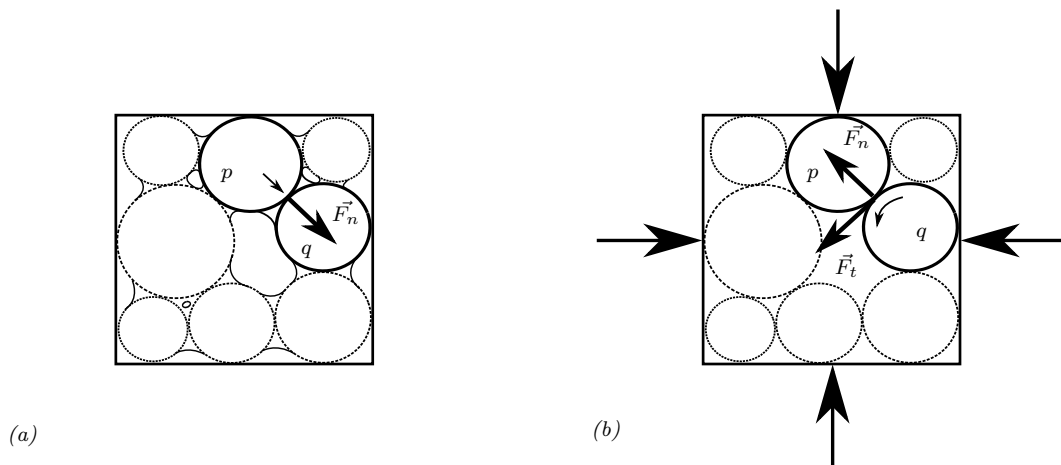


FIG. 4.17 – Efforts intergranulaires produits par (a) un mouillage, (b) une compression mécanique aux limites.

Quoiqu'il en soit, au vu des résultats présentés sur les figures 4.14 et 4.16(b), et malgré les petites imprécisions liées à la méthode de vérification,  $\overline{\sigma}_{cont}$  semble décrire de façon raisonnable le comportement du squelette solide.

### 4.2.2.3 Description de la rupture

Après avoir vérifié l'acceptabilité de l'expression (4.13) dans le domaine des petites déformations, qu'en est-il finalement vis-à-vis de la description de la rupture du matériau ?

Si l'on retrace, par exemple, l'ensemble des états de rupture définis sur la figure 3.38 du chapitre précédent dans le plan des contraintes intergranulaires  $(q_{cont}, p_{cont})$  correspondant (figure 4.18), on remarque que ceux-ci sont effectivement très bien approximés par un critère unique, et ce, quelque soient les conditions de saturation du matériau. A l'image des résultats précédents, on retrouve une légère fluctuation des états critiques par rapport à l'enveloppe de rupture estimée, mais, la précision des résultats est tout de même remarquable par rapport à ceux correspondants aux formulations classiques de la contrainte effective (figure 4.2).

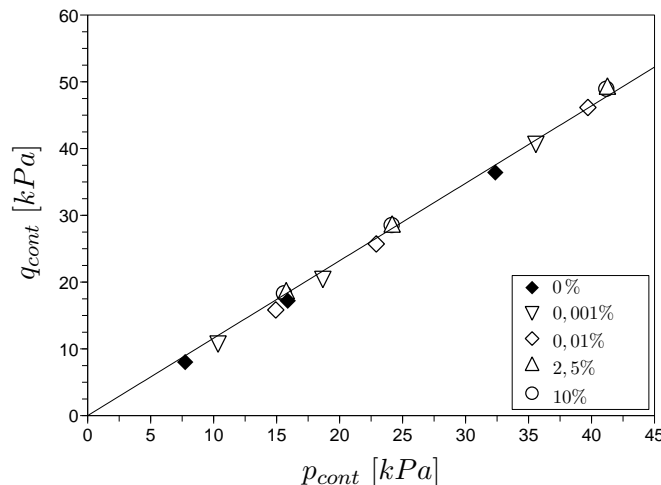


FIG. 4.18 – Enveloppe de rupture unique décrite selon la contrainte effective intergranulaire  $\bar{\sigma}_{cont}$ , obtenue pour des simulations d'essais triaxiaux réalisés à différents teneurs en eau.

Il faut signaler que ce résultat n'est pas propre au modèle numérique discret utilisé ici puisque l'unicité de l'enveloppe de rupture décrite par la contrainte intergranulaire  $\bar{\sigma}_{cont}$  a également été obtenue par des approches micromécaniques différentes, que ce soit à partir de modèles analytiques comme celui de Nicot [102] ou d'Hicher et Chang [56], ou encore, d'après des simulations numériques en 2D [64].

L'existence de ce critère de rupture unique va dans le sens de la définition d'une contrainte effective contrôlant la résistance au cisaillement comme Bishop et Blight ont pu l'introduire [8], et ce, même s'il est clair que les résultats sont ici restreints à des conditions particulières et peuvent difficilement être généralisés à l'ensemble des matériaux non saturés. Néanmoins, et c'est là sûrement le point le plus important, ces résultats confirment la nécessité de considérer le caractère microstructural des quantités mécaniques associées à l'eau pour la définition d'un critère de rupture adapté (dans les régimes hydriques concernés!).

Par exemple, si l'on regarde l'évolution de la contrainte capillaire moyenne  $\langle \sigma_{cap} \rangle = \frac{(\sigma_1^{cap} + \sigma_2^{cap} + \sigma_3^{cap})}{3}$  au cours du chargement (figure 4.19(a)) et que l'on met en rapport les valeurs respectives des cohésions et des contraintes capillaires moyennes au pics  $q_{cap}^{pic}$  correspondantes

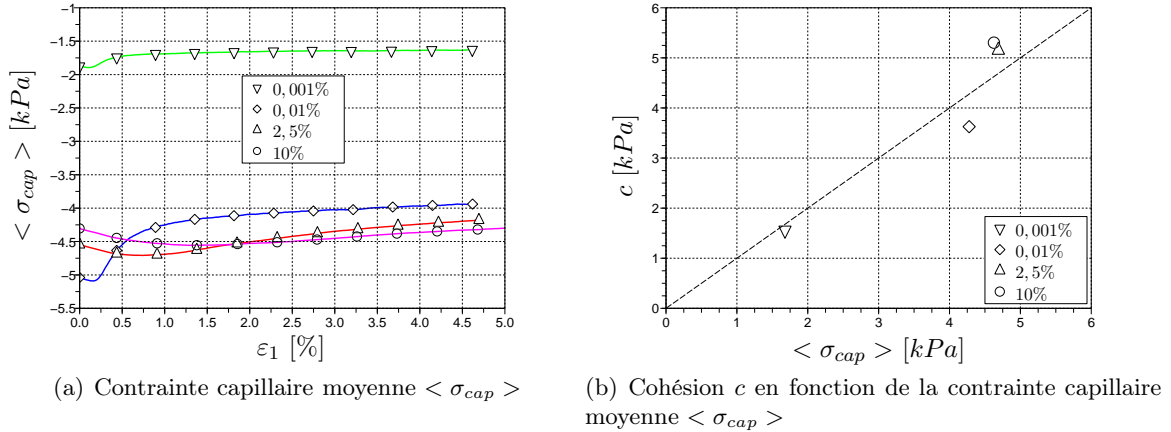


FIG. 4.19 – (a) Evolution de la contrainte capillaire moyenne lors de simulations d’essais triaxiaux réalisés pour différentes teneurs en eau, et (b) mise en relation de la cohésion avec les contraintes capillaires moyenne calculées au pic du déviateur des contraintes.

(figure 4.19(b)), on remarque bien une certaine proportionnalité entre les deux grandeurs, mais l’égalité  $c = trace(\sigma_{cap})$  n’est pas strictement vérifiée.

En effet, du fait de l’anisotropie induite, la cohésion due à l’eau, si elle peut être approximée par une valeur de contrainte moyenne, ne peut être considérée comme la moyenne des forces de cohésion : la répartition des forces capillaires dépend de la texture du liquide interstitiel qui, elle-même, est liée à l’histoire combinée des déformations et de l’hydrologie du milieu. Cet aspect est d’ailleurs bien illustré par l’essai correspondant au degré de saturation de 0,01% : à l’état initial, la pression capillaire moyenne  $\langle \sigma_{cap} \rangle$  est supérieure à toutes les autres, mais, du fait de l’évolution de la texture du liquide (apparition et rupture des ponts liquides), sa valeur diminue et la cohésion correspondante n’est pas la plus élevée.

La spécificité de la microstructure et la particularité de son évolution sous chargement rend difficile une généralisation phénoménologique de l’action des forces de cohésion à l’échelle globale du matériau. On retrouve exactement le problème de l’égalité entre  $\sigma_t$  et  $c$  (section 3.2.2.2).

### 4.3 Conclusions

La première partie de ce chapitre nous a permis de mettre en avant les lacunes du formalisme phénoménologique classique de la mécanique des milieux continus quant à la caractérisation des effets de l’eau interstitielle dans les milieux humides faiblement saturés. Une analyse micromécanique a abouti à la mise en évidence d’un tenseur associé aux forces capillaires locales. Cette analyse montre clairement que, au même titre que le squelette solide, l’eau porale, lorsqu’elle est présente sous la forme discontinue de ménisques capillaires, possède une texture qui lui est propre, et qui dépend fortement de l’histoire des sollicitations, que le chargement soit d’ailleurs d’origine hydrique, ou mécanique. Une étude sur l’influence de la teneur en eau nous a également permis de constater que l’anisotropie induite de la texture liquide était d’autant plus marquée avec la diminution des volumes de liquide.



En partant de ces constatations, une contrainte effective d'origine microstructurale a été définie, et son acceptabilité a pu être vérifiée d'après les prédictions du modèle discret, dont l'objectivité a d'ores et déjà été prouvée (cf. chapitre précédent). L'existence d'une contrainte mécanique régissant véritablement les déformations et la résistance au cisaillement des matériaux granulaires non saturés est donc ici confirmée. L'établissement d'une définition semble donc possible, à condition que celle-ci puisse prendre en compte les spécificités microstructurales des matériaux. A l'image des travaux de Jiang et al. [64] qui, d'après une approche similaire à la notre, ont défini des critères de rupture prenant en compte la granulométrie des matériaux, les résultats du modèle discret pourraient donc être envisagés dans l'optique de proposer une expression de la contrainte effective mieux adaptée aux milieux partiellement saturés.

---

## Du régime pendulaire à la saturation

---

Si le modèle numérique est capable de reproduire le comportement des milieux granulaires humides soumis aux effets de la capillarité, son domaine de validité reste tout de même restreint aux faibles degrés de saturation, du fait des hypothèses discrètes de la modélisation. En effet, comme nous l'avons rappelé tout au long de ce travail, la prise en compte des phénomènes capillaires par l'introduction de ponts liquides pendulaires ne permet de couvrir que les faibles degrés de saturation ( $Sr < 20\%$ ) pour lesquelles l'eau interstitielle reste discontinuellement répartie au sein du milieu. Or, et cela fait partie du cahier des charges initial de ce travail, son objectif est, à terme, de pouvoir rendre compte du comportement des matériaux humides, quelque soit leur degré de saturation.

Sans remettre en cause les hypothèses à la base du fonctionnement du modèle, le chapitre suivant est ainsi directement centré sur ses possibilités vis-à-vis de la retranscription du comportement des milieux granulaires humides sur l'ensemble du domaine non saturé. Dans une première partie, nous discuterons donc des hypothèses de modélisation à notre disposition, ainsi que de leurs conséquences sur les propriétés macroscopiques d'un assemblage. Dans une deuxième partie, nous nous intéresserons plus particulièrement à la transition entre les régimes partiellement et complètement saturés, transition qui est caractéristique d'un des grands traits du comportement des milieux non saturés, l'effondrement au remouillage. Le phénomène sera étudié à l'échelle d'un VER, puis, à titre d'illustration, une approche sera finalement proposée pour étudier les problèmes de stabilité associés à l'échelle d'une pente.

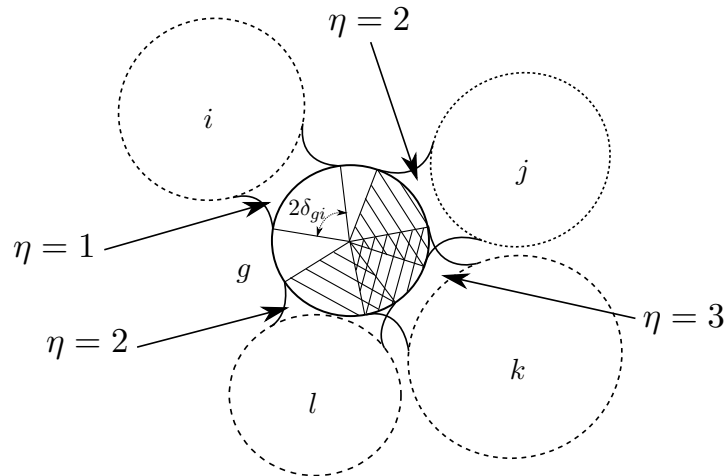


FIG. 5.1 – Illustration de la superposition des ménisques capillaires via la définition des angles de remplissage  $\delta_{ij}$ .  $\eta$  est égale au nombre de ménisques superposés.

## 5.1 Phénoménologie

Nous l'avons vu, le modèle numérique fonctionne sur la base d'une discrétisation des interactions interparticulaires. Cette discrétisation, outre ses capacités à rendre compte de l'histoire du matériau, permet la description des phénomènes locaux à l'origine de son comportement. En se basant sur la géométrie des ménisques capillaires, il est ainsi possible de maîtriser la distribution du liquide interstitiel au sein du milieu ainsi que la phénoménologie induite en terme de forces et de déplacements.

### 5.1.1 Hypothèses locales : fusion des ménisques

Comme introduit à la section 3.2.1.2, une procédure de recherche numérique basée sur la description géométrique des ponts liquides a été développée afin de déterminer l'état de chacun des ménisques vis-à-vis de ses voisins (figure 3.18). Cette procédure, basée sur la définition des angles de remplissages  $\delta$  caractérisant la phase solide mouillée des grains, permet de connaître le nombre de voisins intersectés par chacun des ménisques du milieu, via la définition du paramètre  $\eta$  (pour un ménisque repéré  $m_{ij}$  agissant entre les grains  $i$  et  $j$ ,  $\eta$  vaut  $n$  si  $n$  voisins l'intersectent). C'est à travers cette procédure que l'on a pu définir  $K_m$ , le nombre moyen de ménisques indépendants dans les assemblages pour lesquels  $\eta$  vaut 1.

Par exemple, si l'on considère la figure 5.1, on peut associer une valeur de  $\eta$  à chacun des ménisques agissant sur le grain  $g$  comme décrit dans le tableau 5.1.

TAB. 5.1 – Détermination du paramètre  $\eta$  correspondant au nombre de ménisques voisins intersectés pour la figure 5.1.

ménisque	$m_{gi}$	$m_{gj}$	$m_{gk}$	$m_{gl}$
$\eta$	1	2	3	2

Evidemment, l'interprétation de ces superpositions est un point clef de la modélisation puisque c'est la physique associée qui va engendrer les changements dans les forces et les volumes de liquide locaux, propres au régime funiculaire. Actuellement, aucun modèle local ne permet une interprétation exacte de ces superpositions, et rares sont les auteurs qui se sont explicitement intéressés au sujet étant donné la difficulté de l'exercice (Urso et al. [110?] sont, à notre connaissance, les seuls). En effet, si le régime pendulaire permet une définition mathématique aisée de la force capillaire, l'adaptation du calcul aux régimes funiculaire et capillaire est complexifié du fait du couplage forme-force et de la particularité de la répartition de la phase liquide dans ces régimes.

En nous inspirant du travail réalisé en 2D par Jiang et al. [64], nous avons adopté une procédure simplifiée pour laquelle deux options de modélisation, complètement arbitraires, des efforts capillaires fusionnés sont possibles :

- 1° une option binaire, pour laquelle  $F_{cap} = 0$  si  $\eta > 1$ , annulant les forces capillaires à partir du moment où les ménisques concernés ne sont plus indépendants.
- 2° une option linéaire plus progressive, telle que  $F_{cap}^{modif} = \frac{F_{cap}}{\eta}$ , l'intensité des forces capillaires étant ainsi divisée par le nombre de ménisques voisins intersectés.

Il est important de noter que, contrairement à Jiang et al. qui ont pu également recalculer les volumes d'eau fusionnés à partir de considérations géométriques simples, la configuration tridimensionnelle de notre modèle empêche une telle possibilité et ne nous permet pas de considérer les volumes de liquide pour les teneurs en eau associées. A ce titre, les courbes associant le degré de saturation à la pression capillaire ne sont données que de façon indicative, et ne peuvent pas être interprétées comme véritablement représentatives de la rétention d'eau des matériaux pour les degrés de saturation supérieurs à 15%. Néanmoins, pour plus de clarté, et étant donné l'aspect qualitatif des simulations, l'ensemble des résultats sera présenté en fonction de la teneur en eau plutôt qu'en fonction de la pression capillaire. Les courbes résultent toutes d'essais réalisés sur l'échantillon dense qui nous a servi de référence dans les chapitres précédents.

## 5.1.2 Résultats macroscopiques

### 5.1.2.1 Courbes caractéristiques

Dans un premier temps, afin de vérifier la pertinence des hypothèses de fusion ainsi que leur effet sur les propriétés globales de l'assemblage, l'échantillon a été soumis à un essai de mouillage tel que décrit dans la section 3.2. La figure 5.2 présente les courbes caractéristiques obtenues en terme de pression capillaire et de contraintes capillaires. Comme précédemment, étant donné les conditions d'isotropie de l'essai (confinement constant égal à  $5\text{ kPa}$ ), nous présentons l'évolution de la trace du tenseur des contraintes capillaires.

Les fusions, lorsqu'elles sont prises en compte, s'initient pour  $Sr = 15\%$ . Il est d'ailleurs intéressant de noter la proportionalité entre les courbes donnant l'évolution de la contrainte capillaire moyenne 5.2(b) et celles décrivant les déformations volumiques de l'assemblage 5.2(c). En effet, si le mouillage a tendance à comprimer l'échantillon du fait de l'apparition des forces capillaires dans le milieu (les ménisques se créent tous pour des degrés de saturation proches de 0%), le gonflement engendré par la diminution des contraintes capillaires est directement

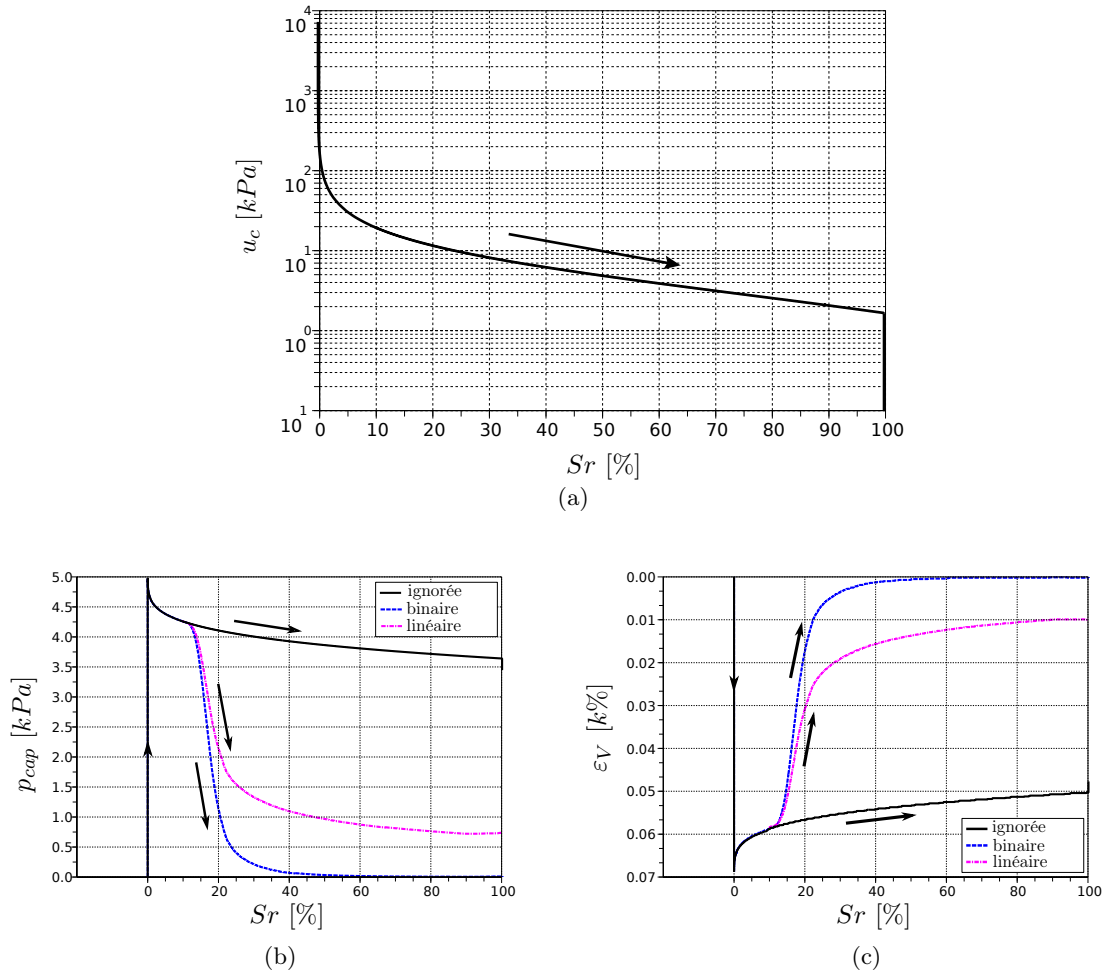


FIG. 5.2 – Courbes caractéristiques donnant la relation entre la pression capillaire (a), la contrainte capillaire moyenne (b) ainsi que les variations de volume (c) en fonction du degré de saturation, selon que la fusion des ménisques soit ignorée, binaire ou linéaire lors d'un essai de mouillage complet.

en rapport avec l'hypothèse choisie :

- dans le cas où la fusion est ignorée, on constate un léger gonflement. Celui-ci est en fait lié à la diminution de la composante  $\pi \Delta u y_0^2$  des forces capillaires avec l'augmentation de la teneur en eau (équation 2.10).
- dans les deux cas de fusion, le gonflement est beaucoup plus important, l'échantillon allant même jusqu'à retrouver sa porosité initiale avec l'annulation complète des contraintes capillaires dans le cas de la fusion binaire.

De façon remarquable, même si l'application est ici limitée par les hypothèses de la modélisation, elle donne une bonne illustration du phénomène de retrait-gonflement rencontré dans les sols de surface soumis aux cycles climatiques de pluie et de sécheresse.

Un autre point intéressant concernant la représentativité du modèle vis-à-vis du comportement des sols non saturés est que, comme nous l'avons déjà vu, il permet de rendre compte de l'histoire hydraulique du matériau via la description de l'hystérésis des courbes de rétention

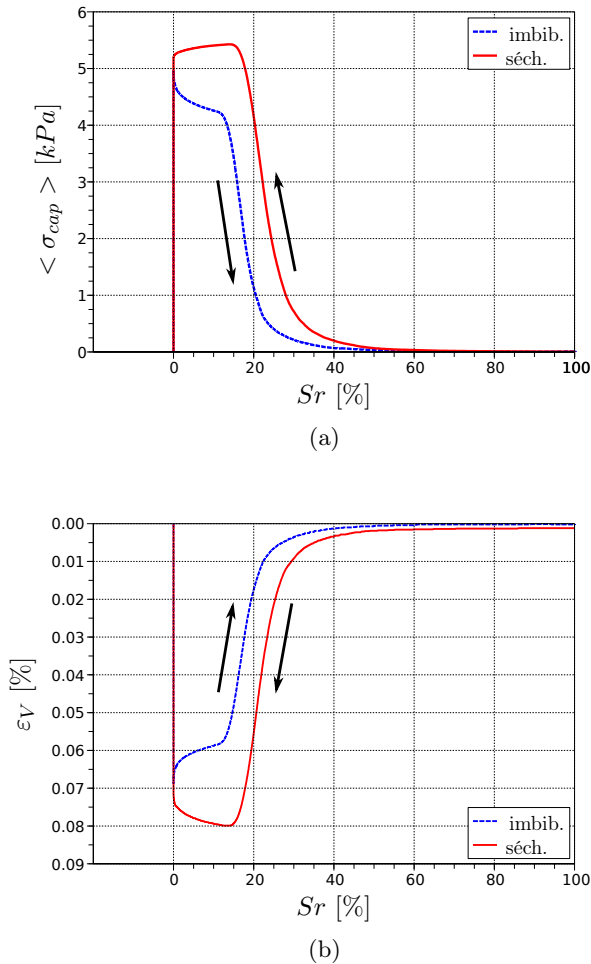


FIG. 5.3 – Courbes caractéristiques donnant la relation entre la contrainte capillaire moyenne (a) ainsi que les variations de volume (b) en fonction du degré de saturation, pour l’hypothèse de fusion binaire des ménisques lors d’un cycle complet de séchage-imbibition.

d’eau (section 3.2.2.2, figure 3.25). Inévitablement, étant donné la proportionnalité entre les contraintes capillaires et les déformations associées, cette hystérésis doit également avoir des conséquences sur le comportement du matériau.

Par exemple, si l’on se place dans le cas de la fusion binaire des ménisques et que l’on trace l’évolution des contraintes capillaires (figure 5.3(a)) et des déformations volumiques associées (figure 5.3(b)) lors d’un cycle de séchage-imbibition, on constate que l’état de contrainte du matériau est fortement dépendant de son histoire hydraulique. Ainsi, pour une teneur en eau donnée, suivant que le milieu ait subi une imbibition (pouvant simulé un épisode pluvieux) ou de séchage (sécheresse), les contraintes intergranulaires ne sont pas équivalentes, et l’indice des vides diffère, laissant ainsi plusieurs possibilités quant à l’évolution de son comportement. Typiquement, le matériau séché sera moins compressible et plus résistant que celui mouillé, car soumis à un niveau de contraintes capillaires plus élevé. A travers la description de cette hystérésis, le modèle est ainsi capable de rendre compte de l’histoire hydro-mécanique de son chargement.

Outre la proportionnalité entre les contraintes capillaires et les déformations associées, cette

section nous a permis d'introduire différentes hypothèses de modélisation quant aux capacités d'extension du modèle à l'ensemble du domaine de non saturation. Les options de fusion proposées, aussi grossières soient-elles, permettent néanmoins une première constatation sur les possibilités de simulation, car, si l'hypothèse de fusion linéaire est peut-être plus à l'image de l'évolution (progressive) des forces capillaires dans le milieu, elle ne permet pas, contrairement à l'option binaire, de retrouver un état représentatif de la saturation totale, pour lequel les forces de cohésions capillaires n'ont plus lieu d'exister. La transition d'un état cohésif à un état non cohésif étant à la base de comportements propres aux matériaux non saturés, il paraît intéressant de pouvoir la prendre en compte. Dans cette optique, nous privilégierons donc l'option de fusion binaire, et nous verrons d'ailleurs, dans une section consacrée (section 5.2), les opportunités offertes pour la simulation des phénomènes d'effondrement au remouillage.

### 5.1.2.2 Coefficient de Bishop

Nous l'avons vu, pour un chargement extérieur  $\sigma$  donné, la contrainte effective  $\sigma'$  s'exprime du point de vue micromécanique (section 4.2.2.1, équation (4.13)) par :

$$\sigma'_{ij}{}^{micro} = \sigma_{ij} + \sigma_{ij}^{cap} \quad (5.1)$$

Sa forme étant équivalente à la définition introduite par Bishop :

$$\sigma'_{ij}{}^{Bishop} = \sigma_{ij} + \chi(u_c)\delta_{ij} \quad (5.2)$$

on peut égaliser les deux termes  $\sigma'_{ij}{}^{micro}$  et  $\sigma'_{ij}{}^{Bishop}$  :

$$\sigma_{ij} + \chi(u_c)\delta_{ij} = \sigma_{ij} + \sigma_{ij}^{cap} \quad (5.3)$$

et estimer le coefficient  $\chi$  par :

$$\chi = \frac{\sigma_{ij}^{cap}}{u_c} \quad (5.4)$$

De façon générale,  $\chi$  est donc un tenseur, et l'équation (5.4) permet de bien se rendre compte du caractère constitutif du coefficient  $\chi$ . En effet, à la vue des résultats présentés précédemment, étant donné la dépendance du tenseur  $\overline{\sigma}_{cap}$  vis-à-vis de la microstructure (anisotropie et hystérésis constitutive), il ressort que  $\chi$  doit pouvoir tenir compte de la spécificité des matériaux auxquels ils est appliqué.

Par exemple, en conditions hydrostatiques telles que  $\overline{\sigma}_{cap}$  est isotrope,  $\chi$  peut être estimé par :

$$\chi = \frac{(\sigma_1^{cap} + \sigma_2^{cap} + \sigma_3^{cap})}{3u_c}, \quad (5.5)$$

et si l'on trace maintenant l'évolution de  $\chi$  en fonction du degré de saturation lors d'un essai de mouillage pour le cas de la fusion binaire des ménisques (figure 5.4), outre les particularités liées aux hypothèses de la modélisation, on retrouve l'hystérésis caractéristique des milieux non saturés.

Evidemment, dans l'objectif d'une modélisation constitutive, on comprend bien l'intérêt des théoriciens à développer un formalisme capable de généraliser l'utilisation de  $\chi$  à l'ensemble des matériaux humides et des domaines de saturation. Néanmoins, il faut bien garder en tête que, malgré la plus ou moins bonne représentativité des expressions disponibles,  $\chi$  suit une loi de comportement propre à chaque matériau.

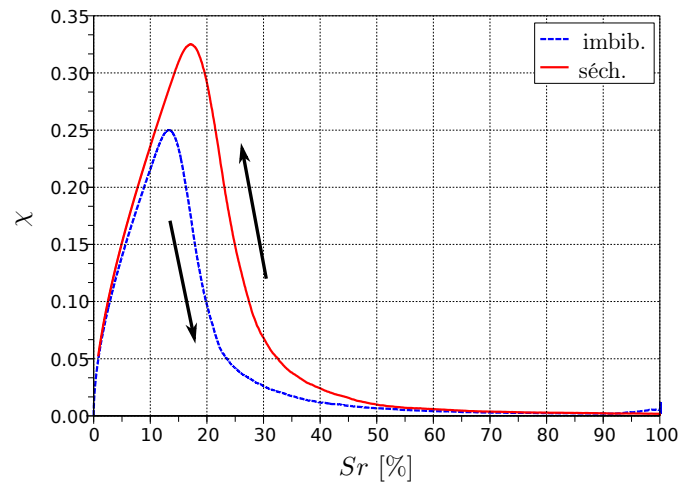


FIG. 5.4 – Relations entre le coefficient de Bishop  $\chi$  et le degré de saturation, obtenues avec le modèle numérique discret lors d'un cycle complet de séchage-imbibition en conditions hydrostatiques.

A titre d'illustration, la figure 5.5 présente les relations  $\chi = f(Sr)$  obtenues pour chacune des hypothèses associées à la modélisation des ménisques pour un chemin de mouillage, et les compare avec les expressions définies par Schrefler ( $\chi = Sr$ ), et Khalili et Khabbaz ( $\chi = \left(\frac{u_c}{u_c^e}\right)^{-0.55}$ ).

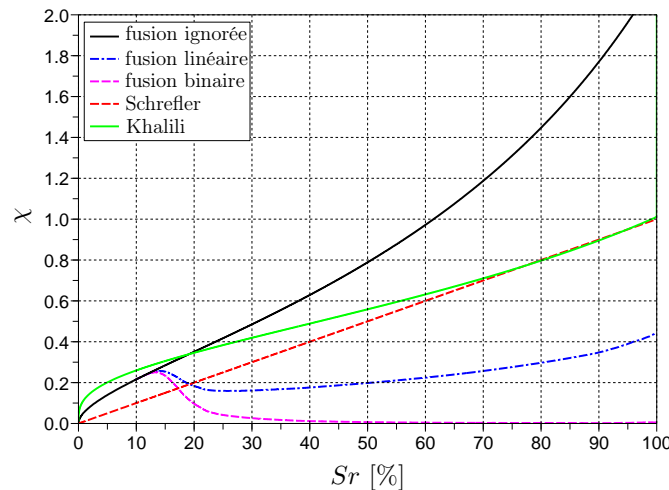


FIG. 5.5 – Relations entre le coefficient de Bishop  $\chi$  et le degré de saturation, obtenues avec le modèle numérique discret pour chacune des hypothèses de fusion des ménisques, et comparées avec les expressions théoriques de Schrefler ( $\chi = Sr$ ) et Khalili ( $\chi = \left(\frac{u_c}{u_c^e}\right)^{-0.55}$ ) (conditions hydrostatiques).

On peut noter que, pour les degrés de saturation inférieurs à 20 %, les prévisions données par l'expression de Khalili et Khabbaz sont très proches de celles du modèle discret. Etant donné



le caractère empirique de cette expression (Khalili et Khabbaz l'ont défini à partir de résultats expérimentaux), on peut estimer que, pour ces teneurs en eau, et pour le matériau granulaire simulé,  $\chi$  est donc légitimement supérieur à  $Sr$ . Par contre, pour  $Sr > 20\%$ , du fait de la simplification des phénomènes mis en jeu, on observe une divergence de l'ensemble des courbes issues du modèle discret par rapport aux prédictions théoriques. En effet, dans la réalité, si les forces capillaires telles qu'elles sont définies dans le régime pendulaire (entre chaque paire de grains) ont tendance à disparaître avec l'augmentation de la teneur en eau, elles sont en fait compensées par d'autres forces d'origine capillaire engendrées par des ménisques regroupant plusieurs grains. L'interprétation des efforts produits par ces regroupements de ménisques étant localement difficile ([110? ], on peut difficilement supposer une quelconque contrainte globale pour le régime funiculaire correspondant. Tout ce dont on est sûr, c'est que la contribution tensorielle de l'eau va progressivement tendre vers la contrainte isotrope  $Sr.u_c\delta_{ij}$ , préconisée par Terzaghi pour les milieux saturés ou proches de la saturation. Cette définition étant applicable à partir du moment où la phase liquide est continuellement répartie dans le milieu, on peut donc associer la valeur de  $\chi = Sr\delta_{ij}$  au régime hydrique capillaire, pour lequel l'air n'est présent que sous forme de bulles d'air dans l'eau (cf. section 1.1.1.1).

Si l'on synthétise, dans le régime pendulaire, en faisant l'hypothèse que  $\sigma'_{ij}{}^{Bishop} = \sigma'_{ij}{}^{micro}$ ,  $\chi$  est défini par les forces capillaires  $F_{cap}$  résultant des ponts liquides entre chaque paire de grains de telle sorte que :

$$\chi_{pend} = \frac{\sigma_{ij}^{cap}}{u_c} \quad (5.6)$$

Pour le régime capillaire, du fait de la continuité de la phase liquide,  $\chi$  peut être correctement estimé par l'expression de Terzaghi :

$$\chi_{cap} = Sr\delta_{ij} \quad (5.7)$$

En faisant l'hypothèse de la continuité des efforts liés à l'eau sur l'ensemble du domaine non saturé, on peut ainsi proposer une estimation de  $\chi$  dans le régime intermédiaire (funiculaire) par pondération des deux termes  $\chi_{pend}$  et  $\chi_{cap}$  telle que :

$$\chi^{fun} = \chi_{pend} \frac{Sr_{pend}^+ - Sr}{Sr_{pend}^+ - Sr_{sat}^-} + \chi_{cap} \frac{Sr - Sr_{sat}^-}{Sr_{pend}^+ - Sr_{sat}^-} \quad (5.8)$$

avec  $Sr_{pend}^+$  et  $Sr_{sat}^-$  les degrés de saturation correspondant aux limites supérieure et inférieure des domaines pendulaire et capillaire respectivement.

En se basant sur les résultats obtenus avec le modèle numérique, la figure 5.6 présente une schématisation donnant l'évolution de  $\chi$  sur l'ensemble du domaine non saturé.

La similitude avec la courbe obtenue d'après la relation empirique proposée par Khalili et Khabbaz (figure 5.5) est remarquable. Si l'on compare d'ailleurs cette courbe avec quelques résultats issus de la littérature (figure 5.7), il semblerait que la propriété  $\chi > Sr$  soit caractéristique des sols pulvérulents (cercles blancs et noirs correspondants aux limons testés par Donald, et courbe n°1 associée à une moraine selon Blight), puisque les points associés aux argiles ont tendance, pour leur part, à être situés en-dessous de la courbe  $\chi = Sr$  (argiles testées par Escario et Juca, et courbes n°2, 3 et 4 associées à différentes argiles selon Blight).

Finalement, au terme de cette étude, il ressort que :

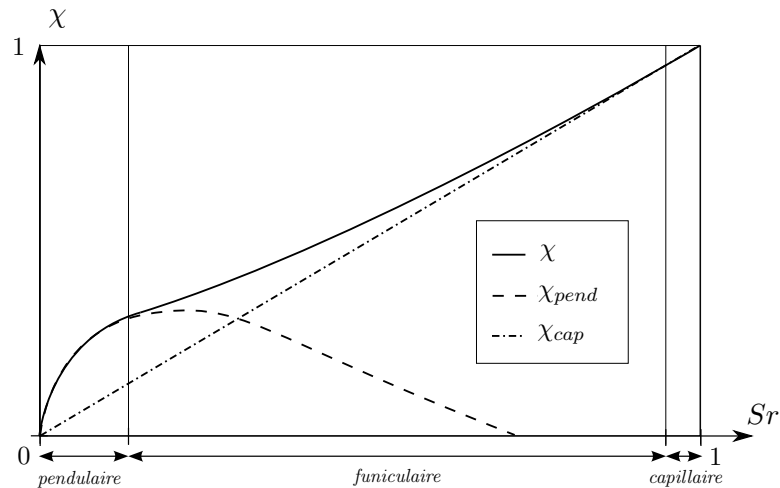


FIG. 5.6 – Estimation de la relation  $\chi = f(Sr)$  sur l'ensemble du domaine de non saturation.

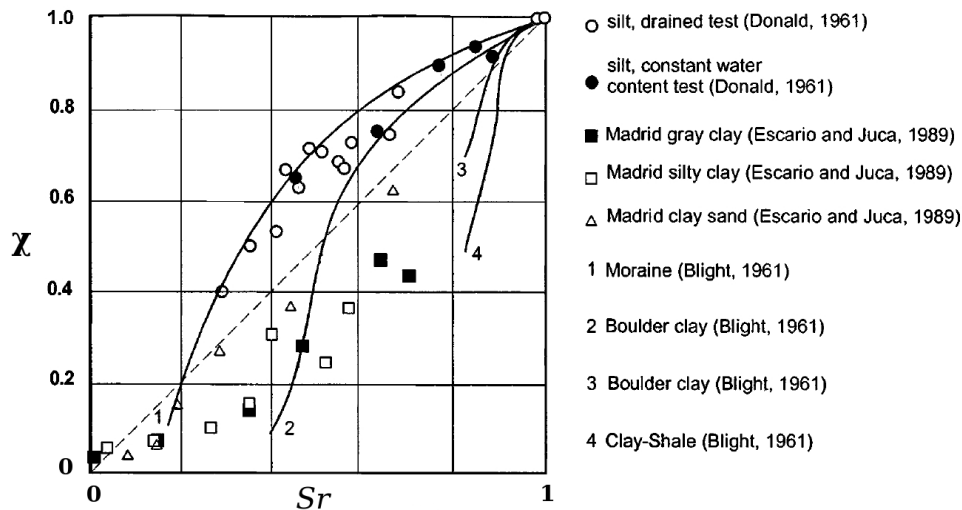


FIG. 5.7 – Coefficients  $\chi$  en fonction du degré de saturation issus de la littérature pour différents type de sols, selon [?].

- pour les forts degrés de saturation, tant que la phase liquide est continue, la contribution mécanique de l'eau porale est isotrope, et agit donc de la même façon dans toutes les directions de l'espace. Le milieu peut être traité comme un milieu continu équivalent tel que décrit par la contrainte effective de Terzaghi.
- Pour les faibles degrés de saturation, la discontinuité des efforts capillaires rend une contribution tensorielle à l'eau porale qui ne peut être décrite précisément qu'à travers une approche microstructurale.
- Pour les teneurs en eau intermédiaires, étant donné la simultanéité des deux états continu et discontinu de la phase liquide, la contribution mécanique de l'eau porale est difficilement identifiable comme appartenant à l'une ou l'autre des définitions précédentes : elle peut être vue comme un mélange des deux types de contributions dont les proportions dépendent de la teneur en eau.

## 5.2 Modélisation de l'effondrement au remouillage

Nous l'avons vu (cf. partie bibliographique), outre leurs propriétés de résistance au cisaillement, une des grandes particularités des sols non saturés est d'être potentiellement effondrable lorsqu'ils sont soumis à des épisodes de fortes précipitations. Evidemment, ce trait de comportement intéresse énormément les géotechniciens et les mécaniciens des sols. Depuis les premiers travaux consacrés aux matériaux non saturés, à défaut de pouvoir expliquer son fonctionnement de manière théorique, les modélisateurs n'ont de cesse de vouloir reproduire le phénomène, que ce soit d'un point de vue phénoménologique, comme l'ont implémenté Alonso et al. dans le modèle "de Barcelone" [3], ou micromécanique, par le biais de modèles aux éléments discrets [74; 75; 51].

Cette fois encore, l'objectif de l'outil que nous avons développé visant à être le plus représentatif possible du comportement des milieux non saturés, cette section est ainsi dédiée aux possibilités du modèle discret vis-à-vis de la description de l'effondrement au remouillage. Dans un premier temps, nous nous concentrerons sur la modélisation du phénomène à l'échelle du VER, puis, une extension à l'étude la stabilité des pentes sera proposée.

### 5.2.1 A l'échelle du VER

#### 5.2.1.1 Préparation des échantillons

Comme le rappellent Liu et Sun dans leur article [74], et d'après les observations expérimentales [? ], l'effondrement d'un sol non saturé peut se produire à condition que :

- des forces de cohésion soient présentes dans le milieu.
- la contrainte totale appliquée et les forces de cohésion conjuguées permettent l'établissement d'un état "métastable" de la structure (nous reviendrons sur ce terme par la suite).
- l'augmentation de la teneur en eau, en réduisant l'intensité des forces de cohésion, induise une diminution du volume global concerné.

Au vu des mécanismes de fusion liés à l'augmentation de la teneur en eau introduits dans le modèle discret (cf. section 1.1), et à condition de contrôler correctement les conditions des essais, celui-ci doit être capable, au moins qualitativement, de reproduire le phénomène. Afin de modéliser la perte de cohésion totale avec la saturation, nous utiliserons ici l'option de fusion binaire des ménisques (section 1.1.2.1).

Dans un premier temps, il faut donc générer un échantillon potentiellement effondrable métastable. En physique, le terme désigne la capacité pour un état d'être cinétiquement stable, sans l'être thermodynamiquement. Dans le cas présenté ici, l'état métastable correspond en fait à un état d'équilibre tel que, pour une valeur de pression totale donnée, si l'assemblage subit des variations de contraintes intergranulaires (liées à une augmentation de la teneur en eau par exemple), son état de contrainte va changer et engendrer des déformations volumiques irréversibles. Or, d'après les résultats de la section 1.1.2.1 (figure 5.2), si l'on soumet un échantillon numérique sec à un essai de mouillage complet, les déformations volumiques associées sont réversibles (porosité initiale sèche = porosité finale saturée). En effet, son état initial sec étant déjà stable, l'introduction de forces de cohésion supplémentaires ne va que consolider

son état, conférant ainsi une cohésion au matériau (et c'est ce que nous avons pu vérifié dans le chapitre 3). Si par contre, à l'image de la compaction des remblais initialement humides, les forces capillaires sont introduites pendant la compaction de l'assemblage, on devrait pouvoir produire un état métastable, car doté d'une porosité plus grande que celle correspondant à un état stable.

En reprenant la méthode de génération précédemment utilisée (cf. section 3.1.1.2), deux échantillons aux paramètres numériques identiques ont été créés, le premier dans une configuration sèche, et le second dans une configuration non saturé, soumis à une pression capillaire  $u_c$  égale à  $50kPa$  dès l'initiation du processus de compaction ( $u_c$  a été choisie en se basant sur les courbes caractéristiques de l'échantillon de référence (figure 3.25), de façon à avoir, pour une distribution granulométrique identique (figure 3.12), un degré de saturation correspondant au régime pendulaire (soit  $Sr \approx 2\%$  dans ce cas précis), tel qu'aucune superposition de ménisques ne soit possible).

Le tableau 5.2 résume les valeurs des paramètres numériques micromécaniques, alors que le tableau 5.3 présente les propriétés des deux assemblages obtenus.

TAB. 5.2 – Paramètres numériques des échantillons numériques.

nombre de grains	$E_{global}$ ( $Pa$ )	confinement ( $kPa$ )	$\frac{k_n}{k_t}$	$\phi_c$ ( $deg.$ )
10000	$5.10^7$	10	0,5	30
10000	$5.10^7$	10	0,5	30

TAB. 5.3 – Propriétés mécaniques des échantillons sec et non saturé obtenus respectivement sans, et avec l'introduction des forces capillaires lors de la compaction.

échantillon	$n$	$K$
sec	0,435	3,47
non saturé	0,479	4,41

On peut constater que, pour un confinement identique ( $10kPa$ ), à l'état initial vierge, l'échantillon non saturé présente une porosité  $n$  supérieure à celle de l'échantillon sec, ainsi qu'un nombre de coordination  $K$  supérieur. Ces deux aspects pourraient sembler contradictoires dans le cas d'assemblages secs (plus l'échantillon est lâche, plus le nombre moyen de contact par particule doit être faible), mais ceci montre bien l'effet des forces capillaires sur la stabilisation du squelette solide. En effet, si l'on schématise le principe (figure 5.8), les forces de cohésion, en plus de favoriser l'agglomération des grains entre eux, ont tendance à créer des macro-particules qui produisent des pores plus importants à l'échelle de l'assemblage et rigidifie la structure par effet de voûte [?]. Il faut néanmoins préciser que ce phénomène est rendu possible par le faible confinement appliqué à l'assemblage, puisqu'un niveau de contrainte plus élevé occulterait l'effet des forces capillaires par rapport aux forces transmises à travers le squelette solide ([94]).

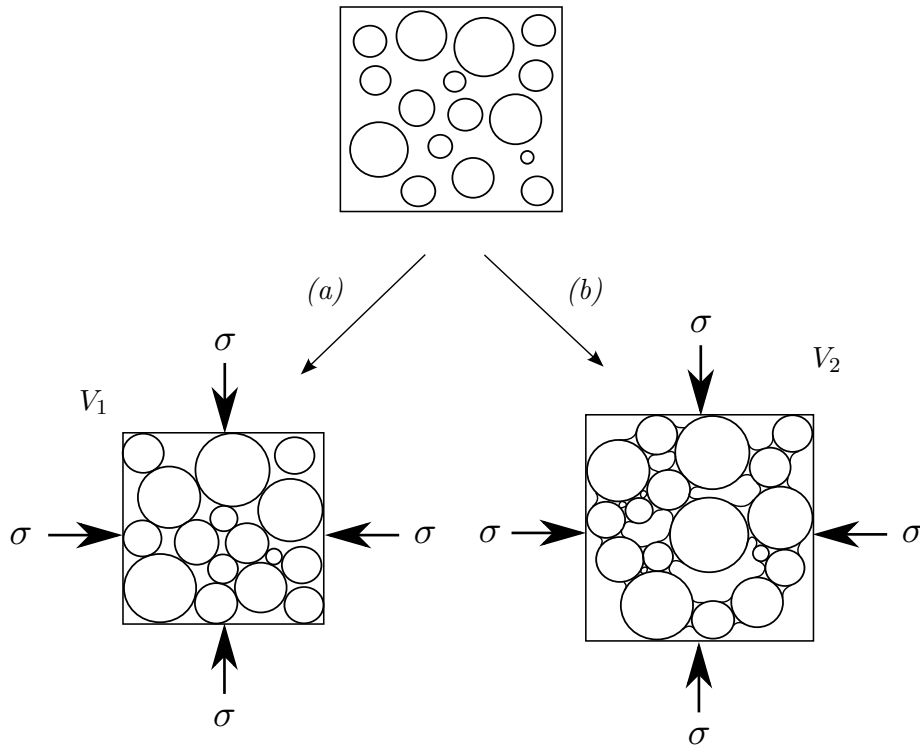


FIG. 5.8 – Effets des forces capillaires sur la compaction d’un assemblage, (a) cas sec, (b) cas non saturé :  $V_1 < V_2$ .

Grâce à cette procédure, nous disposons donc d’un échantillon métastable, car :

- 1° potentiellement effondrable du fait de sa porosité plus élevée.
- 2° et cependant dans un état d’équilibre mécanique ( $\lambda$  est nécessairement inférieur à 0,01 % à la fin du processus de génération, ce qui assure l’équilibre quasi-statique de l’assemblage).

### 5.2.1.2 Mécanismes invoqués

La figure 5.9 montre les évolutions respectives de la porosité  $n$  et de la contrainte capillaire moyenne  $\langle \sigma_{cap} \rangle$  en fonction du degré de saturation  $Sr$ , pour un essai de mouillage simulé par diminution de la pression capillaire  $u_c$ .

L’augmentation de la teneur en eau se traduit effectivement par une diminution de la porosité de l’assemblage. Comme prévu, cet effondrement de la microstructure est directement lié à la disparition des forces de cohésion causée par la fusion des ménisques capillaires. On peut voir d’ailleurs le couplage entre la diminution de la porosité (figure 5.9(b)) et l’annulation des contraintes capillaires (figure 5.9(c)).

Evidemment, étant donné l’option de fusion et la faible dispersion granulométrique, les ménisques disparaissent à peu près tous pour la même gamme de degrés de saturation ( $15\% < Sr < 40\%$ ), et la réponse du matériau est quasiment binaire entre ses états métastable et effondré, identifiables par les deux paliers horizontaux de la courbe  $n = f(Sr)$ .

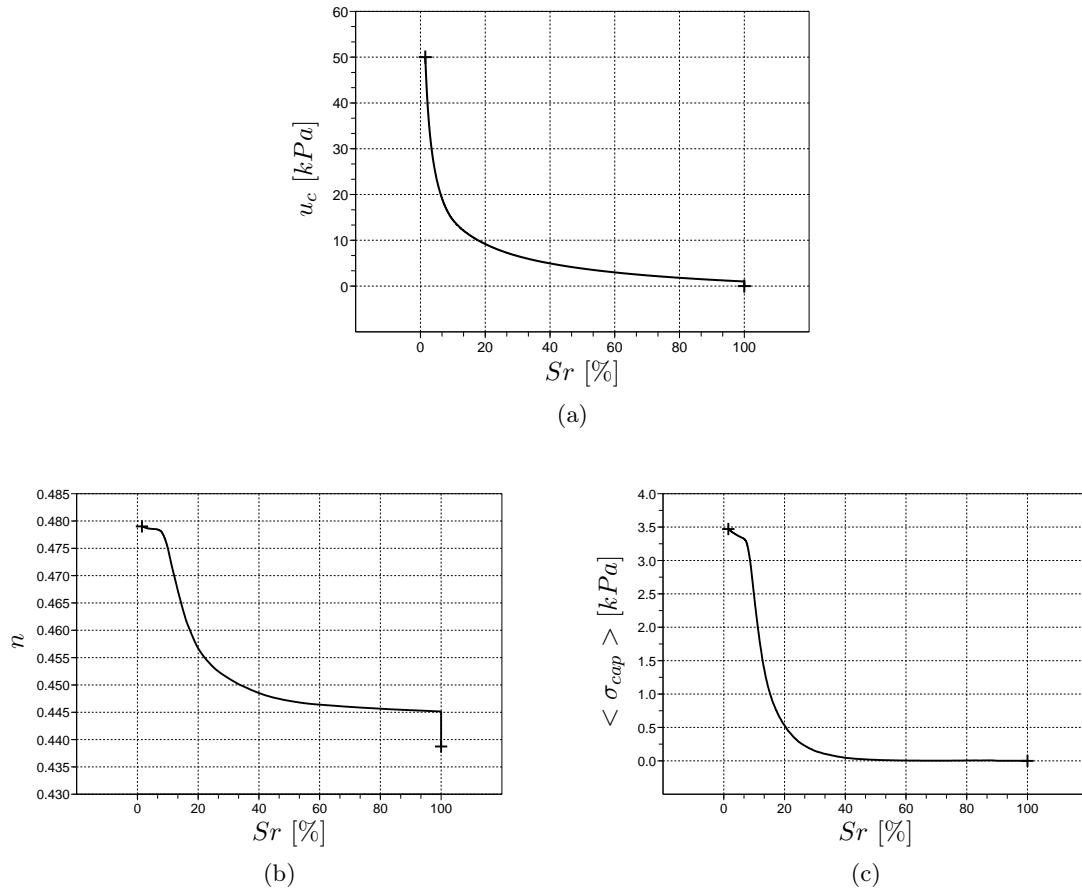


FIG. 5.9 – Simulation de l'effondrement au remouillage : évolution de la pression capillaire (a), de la porosité (b), et de la contrainte capillaire moyenne (c) en fonction du degré de saturation.

On peut également remarquer que les déformations continuent d'évoluer alors que l'échantillon est saturé, et que, par conséquent, plus aucune variation de contrainte n'intervient dans le milieu (les contraintes capillaires n'existent plus et le confinement est gardé constant égal à  $10\text{kPa}$  tout au long de la simulation). Cela s'explique simplement par les effets d'inertie produits par la "brutalité" des réarrangements intergranulaires engendrés par l'effondrement. En effet, si l'on regarde l'évolution du système en fonction du nombre d'itérations (5.10), on constate que la disparition des forces capillaires (annulation de  $K_m$ ) entraîne un emballement dynamique important (pic de  $\lambda$  jusqu'à 0,15%) traduisant le rétablissement d'un nouveau réseau de contacts stable ( $K$  passe de 4,5 à 3,45). Cet emballement nécessite un grand nombre d'itérations à la procédure d'asservissement pour assurer de nouveau l'équilibre quasi-statique du milieu. D'ailleurs, il est intéressant de noter que, après 100000 itérations, la stabilisation produit des déformations volumiques non négligeables à l'échelle de l'assemblage (passage de  $n = 0,445$  à  $0,438$ ), sans pour autant être associée à une variation significative du nombre de coordination, puisque  $K$  reste quasi-constant jusqu'à la fin du processus.

Un autre point remarquable de cette simulation est que, dans son état stabilisé, les propriétés mécaniques de l'échantillon effondré (porosité et nombre de coordination respectivement égaux à 0,438 et 3,45) sont très proches de celles de l'échantillon vierge sec, généré sans forces capillaires (table 5.3). Par contre, il est vrai que la diminution du nombre moyen de contacts

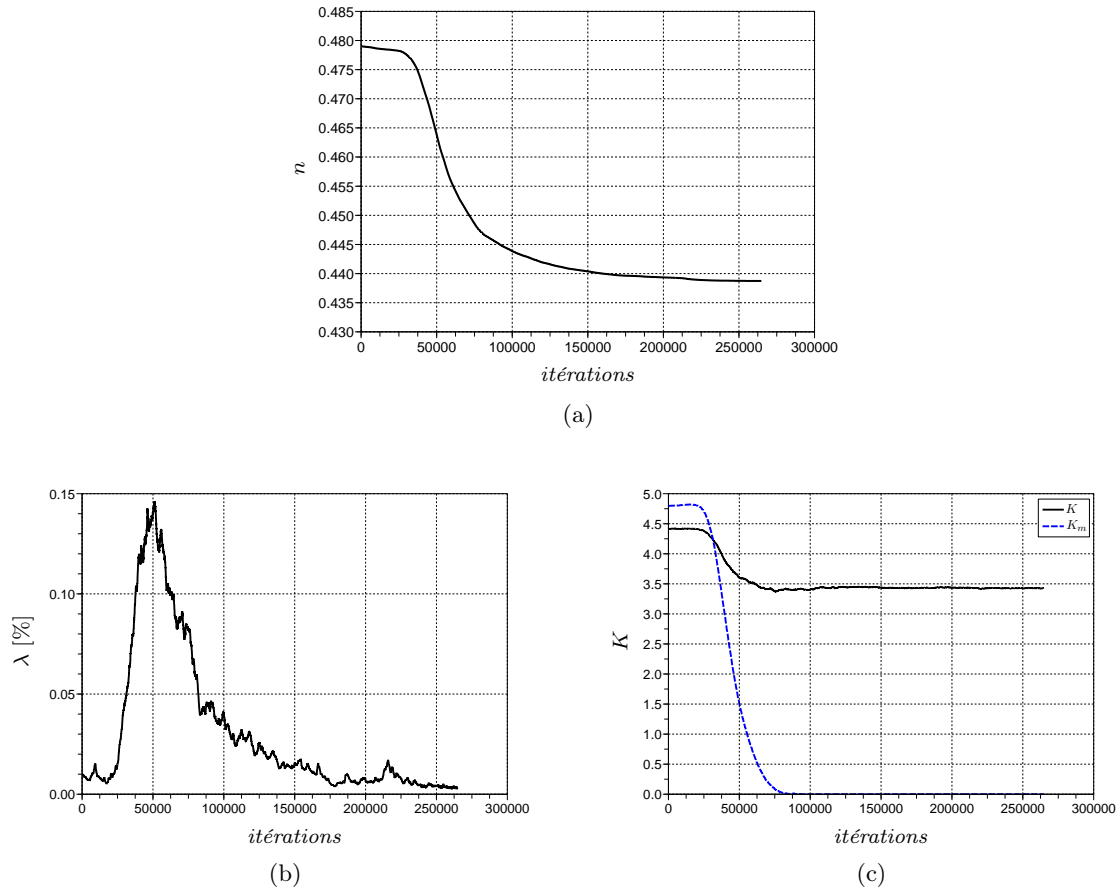


FIG. 5.10 – Simulation de l’effondrement au remouillage : évolution de la porosité (a), de l’indice de quasi-staticité (b) et des nombres moyen de contact et de ménisques par grains (c) en fonction du nombre d’itérations.

est plutôt contradictoire avec les mécanismes mis en jeu. L’effondrement, à l’image d’un tassement, devrait produire des contacts supplémentaires. Nous attribuons cette particularité à l’absence de gravité dans nos simulations qui, et cela est d’autant plus vrai que les échantillons sont lâches, permet la présence de grains flottants au sein du milieu. Par leur effet attractif, les forces capillaires augmente la probabilité d’avoir des grains en contact ne participant pas au maintien de la structure granulaire.

Par ailleurs, ces résultats confirment l’impossibilité de décrire le comportement des matériaux non saturés d’après une unique loi constitutive exprimée en contrainte effective. En effet, la diminution de la contrainte effective micromécanique (équation 4.13) engendrée par l’annulation des forces capillaires devrait être associée à un gonflement. L’effondrement constaté sous chargement isotrope décroissant n’est modélisable qu’à condition de rendre le critère de plasticité dépendant de l’état hydrique du milieu, comme dans [3]. Ces résultats confirment également que la description du phénomène d’effondrement doit être considéré au travers de plusieurs variables macroscopiques. D’après nos résultats le tenseur capillaire  $\bar{\sigma}_{cap}$  semble être un candidat pertinent, et on peut imaginer que, associé au tenseur des contraintes totales  $\bar{\sigma}$  ils permettent une description efficace du phénomène. Cependant, afin de faciliter les comparaisons avec la littérature, et parce qu’ils constituent finalement les variables de contrôle des simulations, nous utiliserons par la suite le couple  $(u_c, p)$  pour l’interprétation des résultats

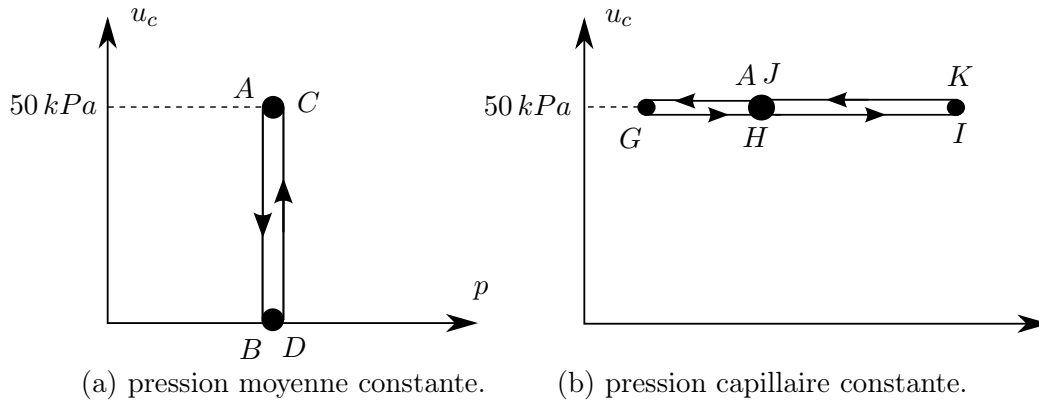


FIG. 5.11 – Présentation des cycles de chargement appliqués à l'échantillon numérique initialement métastable (A).

des essais d'effondrement réalisés sur le modèle discret.

### 5.2.1.3 Cycles de chargements en conditions hydrostatiques : courbes "LC"

Nou l'avons vu, la représentation du comportement des milieux non saturés dans le plan hydrostatique  $(u_c, p)$  constitue une des clefs du développement des modèles constitutifs (cf. section 1.1.3). En effet, c'est grâce à des chargements simples à pression capillaire ou pression moyenne constante que Alonso et al. [3] ont pu, les premiers, caractériser le comportement volumique particulier des sols non saturés soumis à un remouillage. C'est à travers ces chargements qu'ils ont pu définir les courbes d'effondrement (ou courbe *LC*). Ces courbes constituant aujourd'hui une référence dans la description du comportement plastique des matériaux non saturés, une confrontation avec les prévisions du modèle discret s'impose.

Dans l'optique d'obtenir une courbe d'effondrement, deux cycles de chargements ont été appliqués à l'échantillon métastable introduit précédemment (figure 5.11), le premier (ABCD) consistant en des variations répétées de  $u_c$  entre  $50 \text{ kPa}$  et 0 afin de simuler des épisodes successifs de mouillage-imbibition à pression moyenne  $p$  constante, le deuxième (AGHIJK) consistant en des chargements-déchargements isotropes de l'échantillon à pression capillaire  $u_c = 50 \text{ kPa}$  constante.

Les résultats présentés sur la figure 5.15(a) et 5.15(b) montrent, respectivement, l'évolution de la porosité de l'échantillon initialement métastable pour les cycles de variation de pression capillaire ABCD, et de pression moyenne AGHIJK. La figure 5.13 résume l'ensemble des essais dans le plan  $(u_c, p)$ .

On peut voir que, à l'image des prévisions du modèle "de Barcelone", on retrouve la définition d'une surface de charge délimitant le domaine à l'intérieur duquel le comportement de l'échantillon numérique est approximativement élastique, et dont le lieu dépend de l'histoire des sollicitations. Le couplage de la courbe *LC* avec les deux paramètres  $u_c$  et  $p$  est d'ailleurs frappant.

En effet, si l'on considère les cycles de compression réalisés à pression capillaire constante, on constate que la réversibilité des déformations est vérifiée à condition de ne pas dépasser la pression maximale subie antérieurement par le matériau : la porosité de l'échantillon



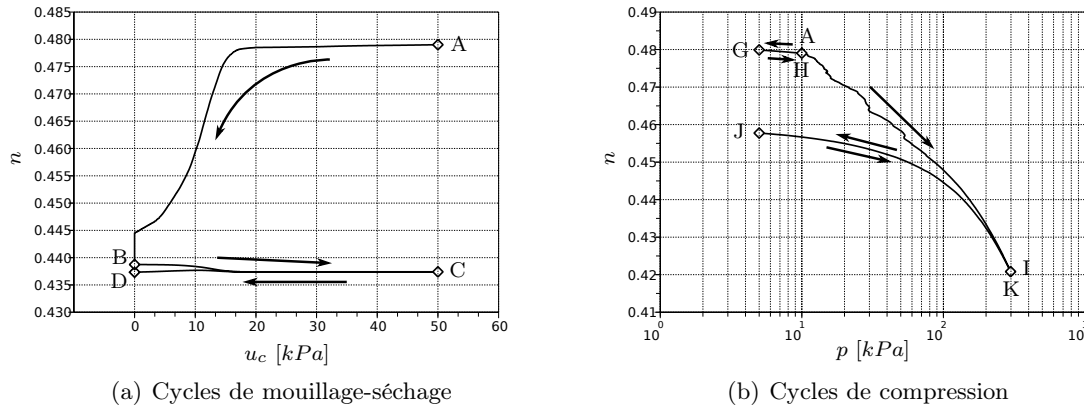


FIG. 5.12 – Cycles de chargement dans le plan hydrostatique  $(u_c, p)$  réalisés sur un échantillon numérique initialement métastable.

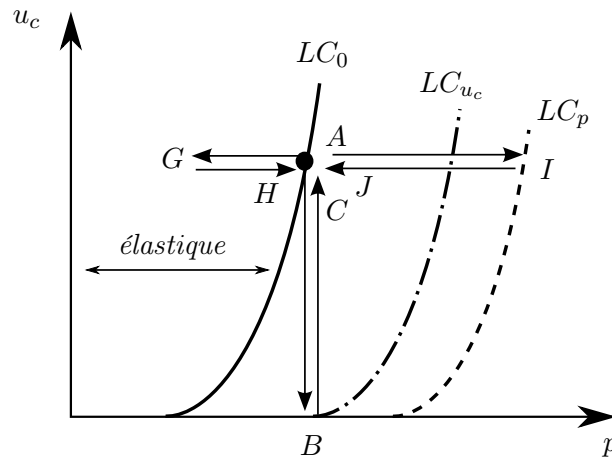
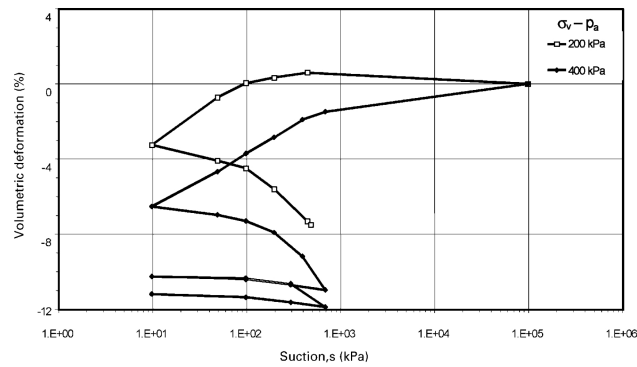


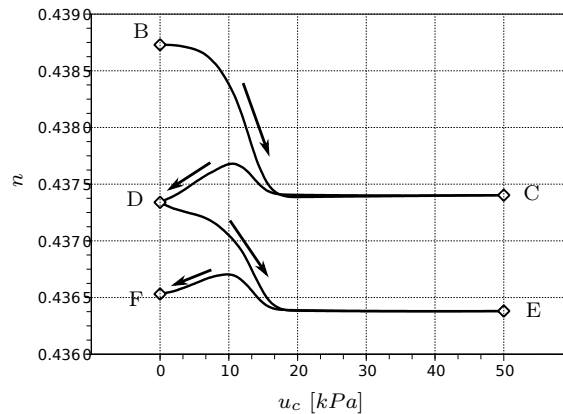
FIG. 5.13 – Définition des courbes d’effondrement  $LC$  d’après les différents chemins de chargement appliqués à l’échantillon numérique (figure 5.15) :  $LC_{u_c}$  correspond à l’évolution de la courbe initiale  $LC_0$  due au remouillage,  $LC_p$  à l’évolution de  $LC_0$  due à la compression mécanique.

n’est pas modifiée (ou très peu) pour les cycles (AGH) et (IJK) (non représenté sur la figure 5.13), alors qu’elle diminue de façon irréversible pour la compression (AI). On retrouve ici la tendance déjà observée par Cui et Delage sur un limon de Jossigny [25], la comparaison pouvant d’ailleurs être faite avec le comportement surconsolidé des matériaux saturés compactés, pour lesquels une contrainte limite (analogue à la pression de consolidation) sépare un comportement approximativement élastique d’un comportement plastique.

Concernant maintenant les cycles de pression capillaire, le premier mouillage (AB) engendre l’effondrement de l’échantillon comme décrit précédemment, alors que le séchage subséquent (BC) entraîne une compression beaucoup plus faible du matériau, dont les déformations sont quasiment annulées par le remouillage (CD) appliqué par la suite. A l’image de la schématisation de la figure 5.13, après avoir subi un effondrement de sa structure, l’assemblage rentre donc dans un régime approximativement élastique. Cependant, la réversibilité du comportement n’est pas parfaite. Cette particularité a déjà observée par Gili et Alonso, aussi bien numériquement par le biais d’un modèle discret bidimensionnel, qu’expérimentalement sur des



(a) Résultats expérimentaux obtenus sur un échantillon d'argile compacté, pour deux pressions de confinements différentes selon [51].



(b) Résultats du modèle numérique discret pour une pression de confinement unique

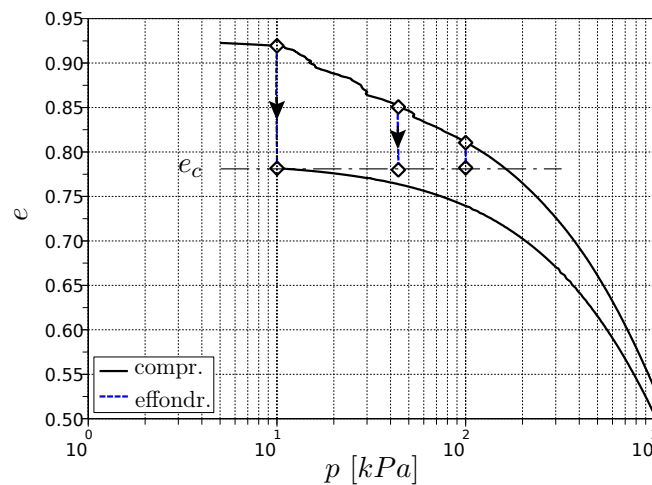
FIG. 5.14 – Déformations volumiques produites par la répétition des cycles de séchage-mouillage sur un échantillon effondré.

échantillons d'argile sollicités de façon oedométrique (figure 5.14(a)). Comme le montrent également nos résultats (figure 5.14(b)), seule la répétition des cycles de séchage-mouillage peut faire tendre le comportement vers l'élasticité parfaite décrite par le modèle phénoménologique : les réarrangements intergranulaires successifs font progressivement converger la microstructure vers une configuration la plus compacte possible, et les cycles vers un comportement purement élastique.

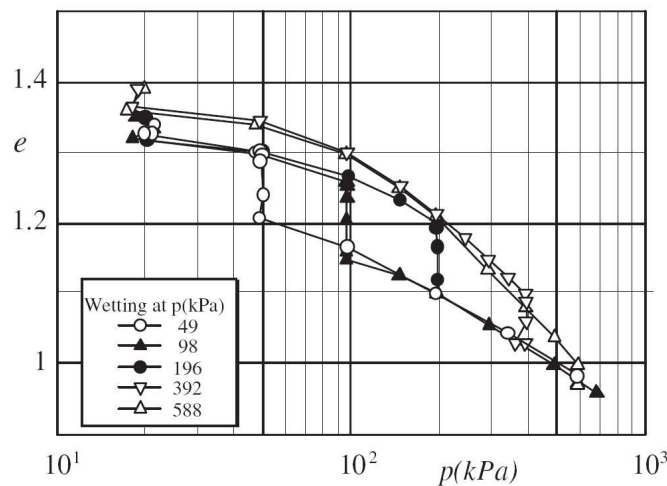
La simplification de l'option binaire de fusion des ménisques ne permet pas une étude précise de l'influence des niveaux de pression capillaire sur l'effondrement du matériau (la forme de la courbe "LC" ne peut pas être identifiée précisément, seuls les valeurs extrêmes de pression capillaire sont véritablement connues). Cependant, on peut estimer que les mécanismes mis en jeu sont qualitativement bien représentés, en lien direct avec les variations des contraintes intergranulaires. A l'image des travaux réalisés par Gili et Alonso en 2D, des analyses micro-mécaniques ultérieures devraient ainsi permettre d'approfondir nos connaissances concernant les mécanismes microstructuraux associés à l'effondrement.

Si l'on s'intéresse maintenant à l'influence de la pression moyenne  $p$  sur les variations volumiques causées par le remouillage de l'échantillon (figure 5.15(a)), on remarque que leur

amplitude diminue significativement avec l'augmentation de  $p$ , tandis que les indices des vides finaux semblent tendre vers une valeur limite, plus ou moins équivalente ( $e_c \approx 0,78$ ), dans tous les cas différente de celle correspondant à la compression isotrope de l'échantillon saturé. Si la diminution des variations de volume avec  $p$  paraît logique et d'ailleurs généralement observée expérimentalement, ce deuxième point est par contre inhabituel. Par exemple, si l'on reprend les résultats obtenus par Sun et al. [?] sur des échantillons d'argile consolidés non saturés (figure 5.15(b)), on retrouve bien la diminution caractéristique des déformations due à l'augmentation de  $p$ , mais, par contre, les indices des vides effondrés ont tendance à tous converger vers la courbe de compression du matériau effondré.



(a)



(b)

FIG. 5.15 – (a) Variations de volume de l'échantillon numérique métastable soumis à plusieurs chemins de chargement dans le plan  $(p, u_c)$ . (b) Résultats expérimentaux obtenus sur une argile compactée selon [? ].

La non convergence des indices des vides vers une valeur unique est difficilement interprétable et nécessiterait des comparaisons complémentaires sur un matériau granulaire typique autres qu'une argile afin d'en identifier les origines (désagrégation des grains réels/élasticité

des grains numériques, réarrangements granulaires différent selon le niveau de contrainte,...).

### 5.2.2 Une approche multi-échelle pour l'étude de la stabilité des pentes non saturées

D'après les résultats précédents, et malgré la modélisation simplifiée des mécanismes mis en jeu, le modèle discret semble capable, au moins qualitativement, de représenter les irréversibilités propres au comportement des matériaux granulaires non saturés. Dans un souci d'expérimentation, et parce que le but des travaux développés au cours de cette thèse est de trouver des applications futures dans le cadre de l'ingénierie civile, nous discutons ici de la retranscription possible de la modélisation proposée à l'étude de la stabilité des pentes non saturées.

En premier lieu, nous examinerons le principe et les choix de modélisation qui doivent être fait, étant bien entendu, une fois encore, que l'aspect qualitatif des phénomènes simulés sera privilégié. Enfin, à titre d'illustration, les possibilités de l'approche seront interprétées et discutées à travers les premiers développements réalisés par Catalano [? ], dans le cadre d'un stage de Master 2 Recherche.

#### 5.2.2.1 Principe

Il est maintenant bien établi que la stabilité des talus et des pentes naturelles est souvent conditionnée par l'état de non saturation du massif [? ]. Cet état est d'ailleurs complètement défini à travers la distribution de la pression capillaire dans les pores qui, bien entendu, dépend de nombreux facteurs. En effet, les propriétés de rétention du sol (traduit par les courbes caractéristiques sol-eau), l'histoire climatique qu'il a subi, ou encore les conditions hydrauliques aux limites, comme le niveau de la nappe phréatique par exemple, ont tous leur importance dans l'établissement des pressions interstitielles.

Si l'on considère une couche horizontale de sol (figure 5.16(a)), la répartition verticale de l'eau entre le sommet de la nappe et la surface du massif est caractérisée par un profil de pression capillaire  $u_c(z)$ . Ce profil est directement lié aux dimensions et la distribution granulométrique des particules, via la connectivité des pores. Le principe peut d'ailleurs être illustré à partir de la loi de Jurin (cf. section 1.1.2.1), comme présenté sur la figure 5.16(a).

Si la détermination de ce profil ne constitue pas en soi l'objet de nos travaux (voir [? ] pour plus de détails), il va cependant nous servir de base pour l'application du modèle discret à la simulation des pentes non saturées. En effet, nous l'avons vu, les forces capillaires, et donc les contraintes associées, sont des fonctions de la pression capillaire, les grandeurs  $\sigma_{ij}^{cap}$  et  $u_c$  pouvant d'ailleurs être reliées entre elles par une courbe caractéristique (cf. section 5.1.2.1). Ainsi, de la même manière que pour la pression capillaire, un profil de contraintes capillaires peut être défini en fonction de la hauteur du massif comme ont pu le développer, par exemple, Lu et Griffiths [? ]. Or, à l'image des phénomènes d'effondrement au remouillage étudiés précédemment, ce sont généralement les variations, voir l'annulation, de ces contraintes et des mécanismes de cohésion associés qui sont à l'origine des problèmes de stabilité (on peut citer comme exemples les glissements de Trévoux ou Petacciato, initiés à la suite de forts épisodes pluvieux).

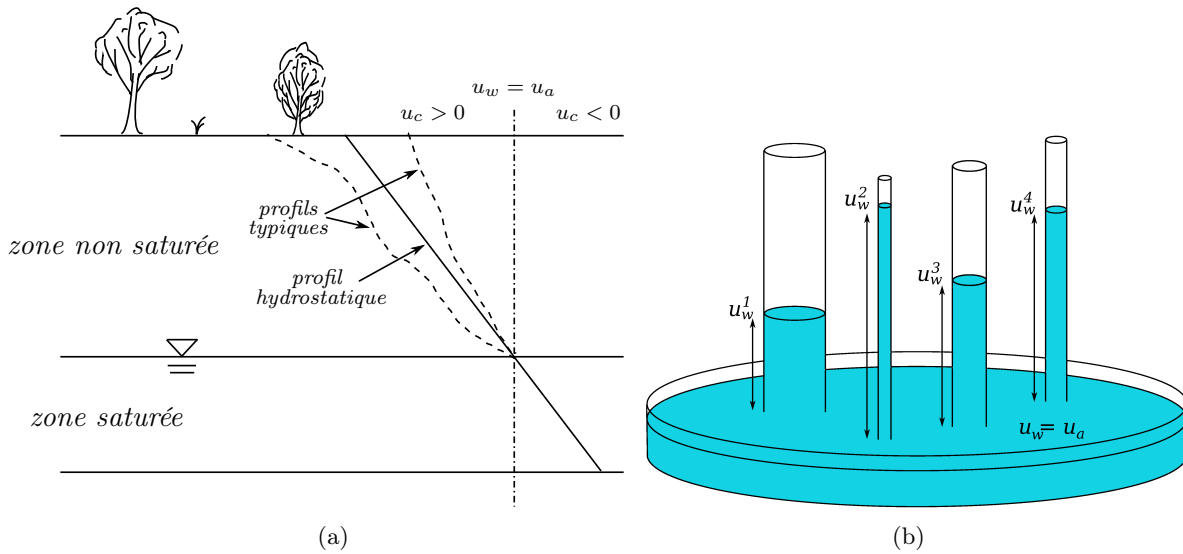


FIG. 5.16 – (a) Schématisation de la distribution verticale de la pression capillaire dans un massif; (b) illustration par la loi de Jurin :  $|u_w^1| < |u_w^2| < |u_w^3| < |u_w^4|$ .

Il est clair que les véritables causes de ces phénomènes sont difficilement identifiables car d'origines multiples et généralement couplées (infiltration, remontée de la nappe...). Néanmoins, le modèle numérique étant qualitativement capable de simuler l'effondrement au remouillage à l'échelle d'un VER par annulation des contraintes capillaires, son application à l'échelle d'un massif devrait être possible. Ainsi, en s'inspirant des travaux de Griffiths et Lu [?] sur la simulation des instabilités via une modélisation aux éléments finis d'une pente non saturée, la section suivante propose une approche multi-échelle du problème, telle que nous avons pu la développer en collaboration avec Catalano [?].

### 5.2.2.2 Changement d'échelle

La première étape consiste à fixer une géométrie pour la pente à simuler. Si la forme globale peut s'inspirer des travaux classiquement réalisés avec la méthode des éléments finis [? ?], il est clair que, pour des problèmes évidents de coût de calcul, il est impossible de prendre en compte chacune des particules constituant le massif de sol. Une procédure de changement d'échelle est donc nécessaire, de façon à pouvoir modéliser la pente par un assemblage comportant un nombre limité de grains numériques (par exemple,  $\approx 10000$  pour le cas de la figure 5.17), sans pour autant perdre les informations locales traduisant la physique mise en jeu à l'échelle des grains de sol. Un facteur d'échelle  $\alpha$  est ainsi introduit :

$$\alpha = \frac{D_{sol}}{D_{num}} \quad (5.9)$$

définissant le rapport de taille entre les matériaux réel et numérique via leur diamètre moyen  $D$  respectif.

Une précision doit être apportée ici. Il a été démontré [15; 92] que, dans le cas d'échantillons numériques secs (régis par les lois de contacts locales), les dimensions des particules, quelque soient les modifications engendrées sur leur poids, n'avaient pas d'influence sur le comportement global des assemblages (à conditions, qu'elles soient en nombre suffisant). Les

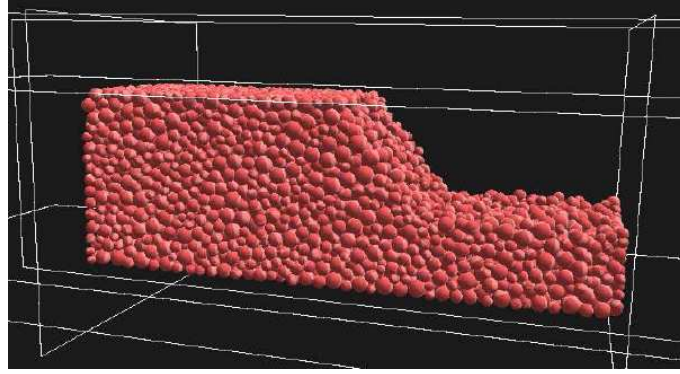


FIG. 5.17 – Modélisation schématique d'une pente granulaire.

forces capillaires, quant à elles, sont complètement dépendantes de la dimension des particules (cf. section 3.3.2.3). En effet, contrairement aux forces de contact, les effets de la capillarité n'ont pas les mêmes conséquences selon le poids des grains concernés (si deux grains de sable de taille millimétrique peuvent restés collés sous l'action de la pesanteur, ce n'est pas le cas pour des cailloux de plusieurs centimètres de diamètre). Le facteur d'échelle  $\alpha$ , s'il peut être évincé du calcul des forces de contact, devra par contre être appliqué pour la détermination des forces capillaires dans le matériau réel.

Si l'on reprend la définition de l'état de contrainte  $\sigma_{ij}^{num}$  d'un échantillon numérique tel que décrit dans la section 4.2.1, on arrive à l'égalité suivante :

$$\sigma_{ij}^{num} = \sigma_{ij}^{cont,num} + \sigma_{ij}^{cap,num} \quad (5.10)$$

avec  $\sigma_{ij}^{cont}$  et  $\sigma_{ij}^{cap}$  les contributions respectives des efforts de contact et des forces capillaires.

A l'échelle du massif,  $\sigma_{ij}^{sol}$  vaut donc :

$$\sigma_{ij}^{sol} = \sigma_{ij}^{cont,sol} + \sigma_{ij}^{cap,sol} \quad (5.11)$$

Etant donné les remarques précédentes, si l'égalité  $\sigma_{ij}^{cont,sol} = \sigma_{ij}^{cont,num}$  peut être supposée,  $\alpha$  doit par contre intervenir dans le calcul de  $\sigma_{ij}^{cap,sol}$ . Selon l'équation (4.9),  $\sigma_{ij}^{cap,num}$  est défini par :

$$\sigma_{ij}^{cap,num} = \frac{1}{V_{num}} \sum_{p=1}^N \sum_{q=1}^N F_{cap,num}^{q,p} l_{num}^{q,p} n_i^{p,q} n_j^{p,q} \quad (5.12)$$

De la même façon,  $\sigma_{ij}^{cap,sol}$  vaut :

$$\sigma_{ij}^{cap,sol} = \frac{1}{V_{sol}} \sum_{p=1}^N \sum_{q=1}^N F_{cap,sol}^{q,p} l_{sol}^{q,p} n_i^{p,q} n_j^{p,q} \quad (5.13)$$

En insérant l'égalité (5.9) dans l'expression précédente, on arrive à :

$$\sigma_{ij}^{cap,sol} = \frac{1}{\alpha^3 V_{num}} \sum_{p=1}^N \sum_{q=1}^N F_{cap,num}^{q,p} \alpha l_{num}^{q,p} n_i^{p,q} n_j^{p,q} \quad (5.14)$$

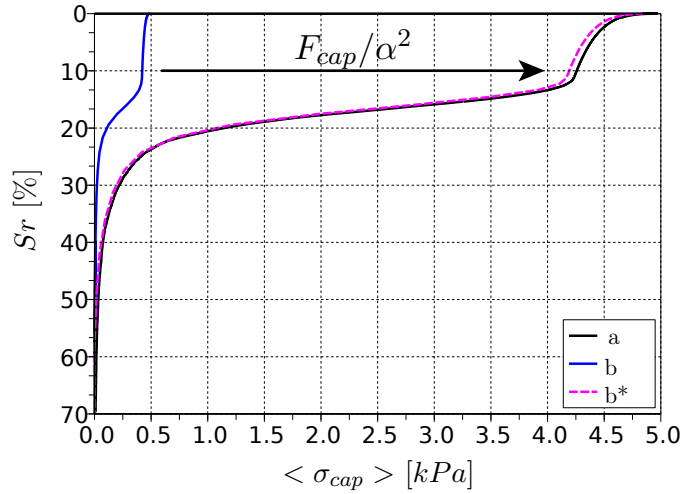


FIG. 5.18 – Validation du changement d'échelle : application du facteur  $\alpha$  aux forces capillaires d'un échantillon b de taille caractéristique  $d_b^{50} = \alpha d_a^{50}$  (b\* identifie la transformation).

et finalement, l'égalité  $\sigma_{ij}^{capt,sol} = \sigma_{ij}^{cap,num}$  peut être supposée à condition que les forces capillaires  $F_{cap,sol}$  dans le massif soit calculées par :

$$F_{cap,sol} = \frac{F_{cap,num}}{\alpha^2} \quad (5.15)$$

La figure 5.18 présente une validation de l'équation (5.15) à travers son application aux échantillons (a) et (b) introduit à la section 3.2.2.3, tels que  $d_b^{50} = 10d_a^{50}$ , pour une même distribution granulométrique (figure 3.26). L'application du facteur d'échelle  $\frac{1}{10^2}$  aux forces capillaires de l'échantillon (a) permet de retrouver les contraintes capillaires en place dans l'échantillon (b).

A l'échelle d'un massif maintenant, si le diamètre moyen  $D_{num}$  du modèle numérique vaut  $1\text{ m}$  (soit une pente de hauteur  $h \approx 15\text{ m}$  si l'on prend la géométrie de la figure 5.17 avec une quinzaine de grains dans la hauteur de l'échantillon), et que l'on veut modéliser un massif de sable dont le diamètre moyen peut être estimé à  $1\text{ mm}$ , il faut donc appliquer un facteur  $\alpha = \frac{1}{1000}$  pour le calcul des forces capillaires réellement en place ( $F_{cap,sol}$ ). Dès lors, à condition de définir un profil vertical de pression capillaire  $u_c(z)$  (section 5.2.2.1), on peut donc associer un état de contrainte  $\sigma_{ij}^{num}(z)$  représentatif du matériau réel considéré, sur toute la hauteur du massif.

### 5.2.2.3 Exemple d'application

A titre d'illustration, intéressons nous à la stabilisation sous gravité du massif numérique précédemment introduit (figure 5.19(a)), pour une pente initiale inclinée de 50 par rapport à l'horizontale <sup>1</sup>. La figure 5.19(b) présente la configuration obtenue dans le cas sec, la figure 5.19(c) celle correspondant à une configuration non saturée, correspondant à un matériau réel

<sup>1</sup>les essais triaxiaux réalisés sur le matériau numérique lui attribuent un angle de frottement résiduel d'environ 22 pour un angle de frottement local de 30

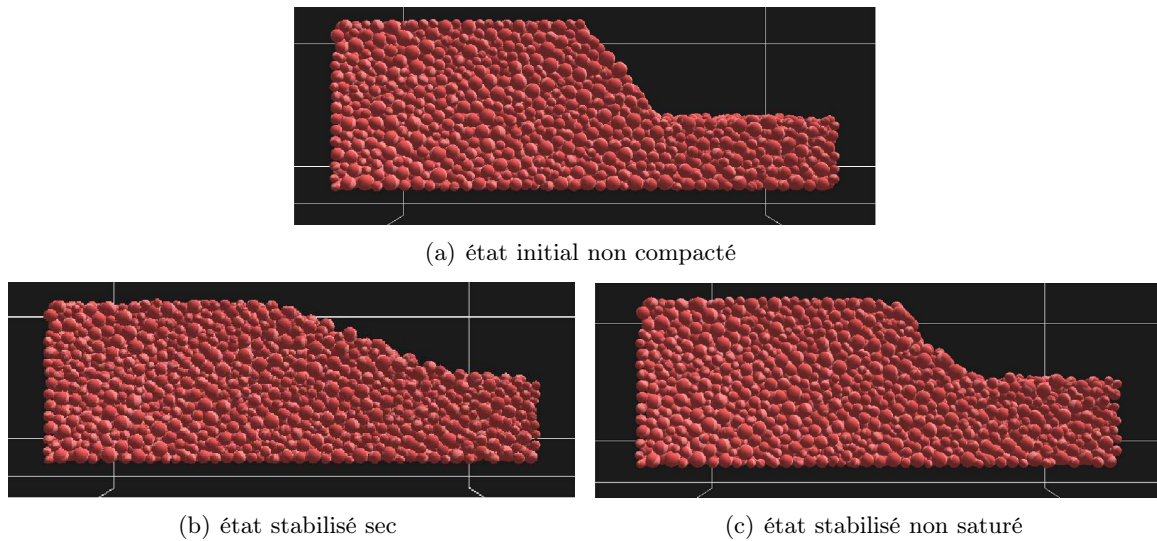


FIG. 5.19 – Stabilisation sous gravité d'une pente granulaire simulée [? ].

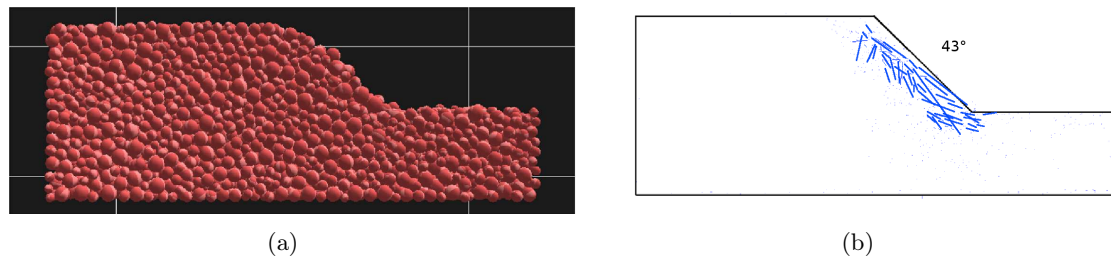


FIG. 5.20 – Simulation de la remontée de la nappe : (a) état effondré, (b) champ des déplacements lors de l'effondrement (la taille des traits est proportionnelle à la vitesse des particules).

de diamètre moyen égal à  $0,01\text{ mm}$  (assimilable à un celui d'un limon), pour un profil de pression capillaire hydrostatique, tel que  $u_c(z) = \rho g z$  ( $\approx 10\text{ kPa}\cdot\text{m}^{-1}$ ), avec le niveau de la nappe situé  $10\text{ m}$  sous la base du massif.

Si l'on retrouve une inclinaison équivalente à l'angle de frottement résiduel du matériau dans le cas sec ( $\approx 22$ ), on se rend bien compte de l'effet des forces capillaires sur sa cohésion globale : la pente se stabilise dans une configuration proche de sa configuration initiale (45). A l'image des échantillons compactés en présence d'eau, le massif non saturé est donc dans une configuration potentiellement effondrable.

Afin de simuler la perte de cohésion dans le massif, le niveau de la nappe est progressivement élevé de façon à saturer complètement le milieu. Comme pour les essais de la section précédente, cette saturation entraîne l'annulation complète des forces capillaires du fait de la prise en compte de l'option binaire de fusion des ménisques. La figure 5.20 montre l'évolution de la pente en terme de géométrie (a), ainsi que le champ des déplacements des particules lors du remouillage (b).

Dans son état final saturé, la pente présente une inclinaison légèrement inférieure à celle de son état non saturé (43), et l'analyse des champs de déplacement pendant la phase de saturation indique clairement une réorganisation des grains dans le massif, localisée à sa surface. En théorie, l'angle au repos du matériau sec et du matériau saturé devrait être



équivalent. En première analyse, nous attribuons cette différence à la trop faible discrétisation du massif qui pourrait limiter les réarrangements intergranulaires, mais seules des analyses complémentaires permettraient d'en identifier plus clairement les origines.

Finalement, malgré les simplifications de la modélisation, la méthode semble capable de simuler un effondrement au remouillage à l'échelle d'un massif. Evidemment, l'intérêt d'une telle méthode n'est pas de concurrencer les approches aux éléments finis qui restent, à l'heure actuelle, bien plus performantes pour le traitement de problèmes aux limites complexes. Aussi, l'approche discrète doit être considérée plus comme une base d'enseignement complémentaire sur les mécanismes effectivement mis en jeu à l'échelle des grains. Par exemple, la méthode décrite précédemment, aussi rudimentaire soit-elle, devrait nous permettre, grâce aux outils de la micromécanique, d'améliorer nos connaissances sur la cinématique locale induite dans les phases de stabilisation et d'effondrement d'un massif non saturé.

### 5.3 Conclusions

Ce chapitre est consacré aux possibilités d'extension du modèle à l'ensemble du domaine non saturé. Dans un premier temps, une méthode a été proposée pour simuler l'évolution des forces capillaires avec l'augmentation de la teneur en eau. A travers l'étude du coefficient  $\chi$ , les résultats nous ont permis de mettre en avant les limites du modèle quant à la caractérisation de l'état hydrique assurant la transition d'une description discontinue de l'eau interstitielle (ponts liquides capillaires), à une distribution continue du liquide dans les pores (saturation totale). En admettant que la modélisation de l'état saturé puisse être envisagée [? ], la prise en compte du régime funiculaire intermédiaire dans les simulations discrètes risque d'être problématique, d'autant plus d'ailleurs que les études expérimentales ou théoriques sur le sujet sont encore très peu développées.

Néanmoins, la méthode proposée permet de rendre compte de la relaxation des forces capillaires avec la saturation du milieu, dont le mécanisme peut être légitimement associé au passage d'un état partiellement saturé cohésif à un état complètement saturé non cohésif. La simulation de l'effondrement au remouillage est ainsi rendue possible, et les résultats obtenus semblent confirmer la pertinence de la modélisation vis-à-vis des phénomènes observés expérimentalement. Les premières analyses laissent d'ailleurs présager de nombreux éclaircissements sur les mécanismes réellement mis en jeu à l'échelle des particules. L'intégration de ces nouvelles informations dans les modèles constitutifs continus devrait ainsi permettre d'améliorer l'interprétation des phénomènes à l'échelle des ouvrages du Génie Civil.

---

Conclusions et perspectives

---

L'objectif initial de la thèse était le développement d'un modèle numérique discret capable de simuler le comportement des milieux granulaires partiellement saturés. Cette approche se justifie dans le sens où les modèles de comportements associés aux matériaux non saturés ont principalement été traités dans le cadre de la mécanique des milieux continus, dont le formalisme rend difficile l'identification des phénomènes réellement mis en jeu. En effet, les grandeurs mathématiques des modèles phénoménologiques sont rarement explicites, alors que la représentativité des lois d'interaction locales est une des clefs de la modélisation aux éléments discrets.

Dans un premier temps, une étude bibliographique nous a permis de constater que, dans le cas des matériaux granulaires faiblement saturés, l'eau interstitielle se concentre sous la forme de ponts liquides entre les particules, dont les propriétés peuvent être interprétées à travers la théorie de l'attraction capillaire de Laplace. En nous basant sur une résolution numérique de l'équation de Laplace-Young, nous avons développé une loi d'interaction interparticulaire permettant, pour une valeur de pression capillaire donnée, de déterminer les forces et les volumes de liquide engendrés par ces ponts liquides à l'échelle d'une paire de grains. Afin de retranscrire les effets de la capillarité à l'échelle d'une collection de particules, nous avons implémenté cette loi d'interaction dans un code de calcul aux éléments discrets (YADE). Des simulations d'essais de laboratoire ont été mises au point, et un modèle discret défini.

L'ensemble des travaux présentés dans ce mémoire ont permis de valider les capacités du modèle vis-à-vis de la simulation des milieux granulaires polyphasiques, aussi bien du point de vue qualitatif que quantitatif, et de confirmer ainsi l'intérêt de l'approche micromécanique choisie. En outre, l'étude a montré que l'application des outils de l'homogénéisation à une description locale des couplages hydro-mécaniques était capable de fournir des éclaircissements nouveaux sur l'interprétation du comportement macroscopique des sols non saturés. Par exemple, puisqu'elle trouve son origine dans les efforts intergranulaires, la définition d'une contrainte effective généralisée représentative des sollicitations du squelette solide a pu être discutée. Par ailleurs, de par la nature discrète des simulations, les phénomènes d'effondrement observés au remouillage des matériaux non saturés ont pu être envisagés d'un point de vue nouveau, et leurs origines microstructurelles identifiées.

Compte tenu des considérations précédentes, les résultats obtenus peuvent être rappelés et mis en perspective selon trois principaux aspects : (1) la simulation discrète du comportement des milieux granulaires partiellement saturés, (2) l'interprétation mécanique des contraintes associées à la phase liquide, et (3), la transition d'un état partiellement saturé à un état totalement saturé.

### **Simulation du comportement des milieux granulaires polyphasiques**

Si l'établissement de la loi d'interaction capillaire a nécessité le développement d'une procédure de résolution numérique complexe, la pertinence des choix de la modélisation a été démontrée à l'échelle d'un assemblage par les différents résultats issus des simulations. En effet, aussi bien en terme de rétention d'eau que de résistance au cisaillement, les résultats semblent en accord avec l'expérience :

Du point de vue phénoménologique, les résultats mettent en évidence une dépendance forte des propriétés du matériau vis-à-vis du nombre de ponts liquides, et donc de la distribution du liquide dans ses pores. Une hystérésis de la rétention d'eau a pu être simulée, et l'évolution non linéaire de la résistance au cisaillement en fonction de la teneur en eau retrouvée. Dans ce dernier cas, nous avons d'ailleurs constaté que, malgré l'identification précise des phénomènes

locaux, les comportements induits à l'échelle d'une collection de grains ne sont pas triviaux pour autant. Etant donné le potentiel d'investigation du modèle développé, et les nombreuses possibilités d'analyses offertes par les approches multi-échelles, on imagine facilement les informations encore à tirer des simulations. Par exemple, l'étude de la répartition des efforts et de leur transmission à travers le réseau des contacts entre les grains devrait permettre d'approfondir la compréhension des mécanismes prépondérants à l'échelle d'un assemblage.

Du point de vue quantitatif maintenant, les prédictions du modèle ont pu être mis en relation avec des résultats expérimentaux issus de la littérature. Les comparaisons réalisées montrent que le modèle développé est également quantitativement représentatif du comportement de matériaux granulaires réels. A travers une étude sur l'influence de la dimension des particules concernée, nous avons pu prouver que les ordres de grandeurs des cohésions engendrées et des pressions capillaires appliquées étant en accord avec les résultats de l'expérience. Bien entendu, des comparaisons directes complémentaires sur des billes de verre seraient nécessaires afin de confirmer la validité de la modélisation, notamment en ce qui concerne les propriétés de rétention d'eau du modèle, mais, même si nous n'avons pas pu les réaliser lors de ce travail de thèse, ces confrontations restent cependant tout à fait envisageables étant donné la similitude de nos simulations avec les essais de laboratoire généralement utilisés en mécanique des sols non saturés.

### **Interprétation mécanique des contraintes associées à la phase liquide**

Une étude préliminaire a mis en évidence les lacunes du formalisme phénoménologique quant à l'interprétation des effets mécaniques de l'eau dans les milieux polyphasiques. Les outils de l'homogénéisation ont été appliqués aux efforts en place et ont permis la définition d'un tenseur capillaire à partir des forces d'interaction locales. Les résultats prouvent que, au même titre que le squelette solide, l'eau interstitielle, lorsqu'elle est présente sous la forme discontinue de ménisques capillaires, possède une texture qui lui est propre, et qui est fortement dépendante de l'histoire hydro-mécanique du matériau. Une étude a d'ailleurs montré que, lors d'un chargement déviatoire, le caractère anisotrope des contraintes produite par la phase liquide est d'autant plus importante que la teneur en eau est faible. Cette anisotropie pouvant induire des effets de cisaillement supplémentaire sur le squelette solide, une contrainte effective d'origine microstructurale a été définie. Sa pertinence vis-à-vis de la description des déformations et de la résistance au cisaillement du modèle discret a pu être vérifiée, confirmant la possibilité d'une définition de la contrainte effective pour les matériaux non saturés. En ce sens, des développements théoriques sont à envisager, à condition qu'ils puissent prendre en compte les spécificités microstructurales des matériaux considérés, à l'image, par exemple, du coefficient  $\chi$  introduit par Khalili et Khabbaz [67], ou encore, des critères de résistance au cisaillement proposés par Jiang et al. [64].

### **La transition d'un état partiellement saturé à un état totalement saturé**

A travers l'étude du coefficient  $\chi$ , nous avons pu envisager les extensions possibles du modèle micromécanique sur l'ensemble du domaine non saturé. Il ressort de cette étude que la grande difficulté tiendra principalement dans la description du régime funiculaire intermédiaire entre les régimes pendulaire (simulé ici), et capillaire (identifiable à la saturation totale). En effet, le régime funiculaire marquant la transition d'un état discontinu à un état continu de

la phase liquide, l'interprétation des efforts interparticulaires associés est délicate, et le peu d'informations expérimentales et théorique sur le sujet risque de rendre la tâche très difficile.

Néanmoins, une approche simplifiée est proposée pour simuler la relaxation des forces capillaires, dont le mécanisme est caractéristique de la transition d'un état partiellement saturé à un état complètement saturé. Le modèle devient ainsi capable de simuler l'effondrement généralement observé au remouillage des matériaux non saturés, comme l'attestent les premiers résultats obtenus. Les analyses présentées laissent présager de nombreux éclaircissements concernant la compréhension des mécanismes réellement mis en jeu à l'échelle des particules. L'intégration de ces nouvelles informations dans les modèles constitutifs continus devrait ainsi permettre d'améliorer l'interprétation des phénomènes à l'échelle des ouvrages du Génie Civil.

Enfin, on peut signaler que, à plus ou moins court terme, de nombreuses possibilités d'extensions de notre travail peuvent être envisagées.

Concernant plus particulièrement les possibilités immédiatement envisageables, si nos simulations étaient principalement orientées vers la caractérisation triaxiale du comportement d'assemblages granulaires élémentaires, nous avons vu que l'étude de la stabilité des pentes non saturées pouvait également être envisagée. On peut également facilement concevoir la simulation de nombreux autres types d'essais. Par exemple, l'étude du comportement du modèle discret sous chargements cycliques (hydrique et/ou mécanique), en écoulement, ou bien encore, sous sollicitations sévères, trouverait des applications majeures, non seulement en ingénierie civile, mais également dans de nombreux autres secteurs d'activité concernés par la matière en grain, comme le génie des procédés (compaction et transports des poudres,...), l'industrie extractive (traitement mécanique des sols de surface, transports de matière extraite,...), ou même l'agro-alimentaire (écoulement de céréales dans un silo,...).

Concernant maintenant les extensions potentielles du modèle micromécanique, un vaste domaine d'exploration se profile dans la prise en compte des couplages multiphysiques. En effet, la multiplicité des phénomènes associés à l'eau dans les milieux granulaires, qu'ils soient d'ailleurs naturels ou industriels, ouvre la voie à de nombreuses études. Par exemple, les changements de phase liés aux variations de température, ou encore l'effet des solutés sur les propriétés de la phase liquide, sont des phénomènes très impliqués dans le comportement des matériaux humides, et leur prise en compte dans un code de calcul est tout à fait envisageable. Enfin, si l'on se place à une échelle d'interprétation différente, la combinaison des interactions électrostatiques, chimiques et capillaires intervenant entre les particules de taille nano et micromillimétrique pourrait également être considérée, étendant ainsi le potentiel du modèle non seulement aux matériaux naturels argileux, mais également aux produits issus des nanotechnologies.





## Etude numérique du doublet capillaire

### Paramétrage et adimensionnement

Pour s'affranchir de toute géométrie particulière et généraliser au maximum la résolution, les équations présentées à la section x sont adimensionnées. Le modèle local est ainsi étudié en fonction du paramètre  $r = \frac{R_1}{R_2}$ , dans l'optique d'étendre la résolution à toutes les distributions granulométriques possibles. Les différentes grandeurs géométriques du problème sont adimensionnées par la grandeur caractéristique  $R_2$ , correspondant au rayon du grain de plus grande taille (voir section 2.2.1.3) :

$$\begin{aligned}x^* &= \frac{x}{R_2} \\y^*(x) &= \frac{y(x)}{R_2} \\y_0^* &= \frac{y_0}{R_2} \\R_1^* &= \frac{R_1}{R_2} = r \\V^* &= \frac{V}{R_2^3}\end{aligned}\tag{16}$$

Les dérivées  $y'(x)$  et  $y''(x)$  s'obtiennent par différentiation des termes  $y(x) = y^*.R_2$  et  $x = x^*.R_2$  :

$$\begin{aligned}y'(x) &= \frac{dy(x)}{dx} = \frac{dy^*.R_2}{dx^*.R_2} = y'^*(x^*) \\y''(x) &= \frac{dy'(x)}{dx} = \frac{dy'^*(x^*)}{dx^*.R_2} = \frac{y''^*(x^*)}{R_2}\end{aligned}\tag{17}$$

L'équation différentielle (2.9) régissant la forme du pont liquide peut donc s'écrire sous



forme adimensionnée :

$$\frac{\Delta u R_2}{\gamma} y^*(x^*) + \frac{(1 + y^{*'}{}^2(x^*) - y^*(x^*)y^{*''}(x^*))}{(1 + y^{*'}{}^2(x^*))^{3/2}} = 0 \quad (18)$$

ou le terme  $\frac{\Delta u R_2}{\gamma}$  est effectivement adimensionnel ( $\frac{Pa.m}{N.m^{-1}} \sim \frac{N.m^{-2}.m}{N.m^{-1}}$ ), rendant la résolution également indépendante de la nature du liquide.

### Résolution de l'équation de Laplace

Le profil du pont liquide est donc défini par l'équation différentielle suivante :

$$\Delta u^* y^*(x^*) + \frac{(1 + y^{*'}{}^2(x^*) - y^*(x^*)y^{*''}(x^*))}{(1 + y^{*'}{}^2(x^*))^{3/2}} = 0 \quad (19)$$

équivalente à :

$$\frac{y^{*''}}{(1 + y^{*'}{}^2)^{3/2}} - \frac{1}{y^* \sqrt{1 + y^{*'}{}^2}} = \Delta u^* \quad (20)$$

La résolution de cette équation nécessite deux conditions aux limites :

- la première s'obtient par la dérivée du profil  $y(x)$  qui doit être nulle au niveau du rayon de gorge  $y_0$ . Comme celui-ci définit l'axe  $(O, y)$  du repère, on a :  $y_0 = y(0)$ , et  $y^{*'}(0) = 0$ .
- la deuxième est donnée par la valeur du rayon de gorge lui-même :  $y^*(0) = y_0^*$ . Evidemment, cette valeur doit être préalablement déterminée.

En se basant sur les travaux de Lian [73], le calcul de  $y_0$  est rendu possible en effectuant le changement de variable suivant :  $Q = 1 + y^{*'}{}^2$ . L'équation 20 s'écrit alors :

$$\frac{1}{2Q^{3/2}} \frac{dQ}{dy^*} - \frac{1}{y^* Q^{1/2}} = \Delta u^* \quad (21)$$

ou encore :

$$\frac{dQ}{dy^*} - \frac{2Q}{y^*} = 2\Delta u^* Q^{3/2} \quad (22)$$

Il s'agit d'une équation différentielle de type Bernoulli [107], dont la solution est :

$$Q = \frac{4y^{*2}}{(2K - \Delta u^* y^{*2})^2} \quad (23)$$

où  $K$  est une constante d'intégration. En remplaçant  $Q$  par sa valeur, à savoir  $1 + y^{*'}{}^2$ , il est possible d'écrire :

$$\frac{y^*}{\sqrt{1 + y^{*'}{}^2}} + \frac{1}{2} \Delta u^* y^{*2} = K \quad (24)$$

La constante  $K$  est déterminée grâce aux conditions de contact entre les grains et le pont liquide, plus précisément, grâce à la position de la ligne triple sur les grains. Par exemple, à partir de sa position sur le grain de rayon  $R_1$ , où  $y_1^* = r \sin \delta_1$  et  $y_1^{*'} = \frac{1}{\tan(\delta_1 + \theta)}$ .

En insérant ces expressions dans l'équation 24, on obtient :

$$\frac{r \sin \delta_1}{\sqrt{1 + \frac{1}{\tan^2(\delta_1 + \theta)}}} + \frac{1}{2} \Delta u^* r^2 \sin^2 \delta_1 = K \quad (25)$$

et comme  $\frac{1}{1+\tan^2 a} = \cos^2 a$ , l'équation 25 devient :

$$r \sin \delta_1 \cos(\delta_1 + \theta) \tan(\delta_1 + \theta) + \frac{1}{2} \Delta u^* r^2 \sin^2 \delta_1 = K \quad (26)$$

ce qui donne finalement :

$$r \sin \delta_1 \sin(\delta_1 + \theta) + \frac{1}{2} \Delta u^* r^2 \sin^2 \delta_1 = K \quad (27)$$

avec  $K$  qui peut également être calculée à partir de la position de la ligne triple sur le grain de rayon  $R_2$ . Dans ce cas, on a :

$$\sin \delta_2 \sin(\delta_2 + \theta) + \frac{1}{2} \Delta u^* r^2 \sin^2 \delta_2 = K \quad (28)$$

Ainsi, les angles de remplissages  $\delta_1$  et  $\delta_2$  peuvent être mis en relation par les deux équations précédentes.

Comme nous l'avons vu dans la section 2.2.1.3, le repère est centré sur l'axe du doublet au niveau du rayon de gorge du pont liquide. Or, le rayon de gorge est tel que  $y^*(x=0) = 0$ . Grâce à cette condition, l'ordonnée du profil  $y_0^*$  peut ainsi être calculée à l'aide de la relation 24 qui devient :

$$\frac{1}{2} \Delta u^* y_0^{*2} + y_0^* = K \quad (29)$$

où  $K$  correspond à la force capillaire adimensionnée  $F_{cap}^*$  définie telle que :

$$F_{cap}^* = \frac{F_{cap}}{2\pi R_2 \gamma} = \frac{\pi y_0^2 \Delta u + 2\pi y_0 \gamma}{2\pi R_2 \gamma} = \frac{1}{2} y_0^{*2} \Delta u^* + y_0^* \quad (30)$$

La constante  $K$  étant connue d'après les égalités 27 ou 28, le rayon de gorge peut être déterminé par :

$$y_0^* = \begin{cases} K & \text{si } \Delta u^* = 0 \\ \frac{-1 + \sqrt{1 + 2\Delta u^* K}}{\Delta u^*} & \text{si } \Delta u^* \neq 0 \end{cases} \quad (31)$$

Les deux conditions aux limites sont ainsi connues, il est maintenant possible de résoudre l'équation différentielle 20.

### Schéma de résolution numérique

Le but de la résolution est d'arriver à lier l'ensemble des paramètres permettant la description géométrique du doublet capillaire aux paramètres physiques régissant son comportement, aussi bien en terme de force qu'en terme de volume de liquide.

D'après la section précédente, les paramètres d'entrée imposés pour la résolution numérique sont :

a le terme adimensionnel  $\Delta u^*$  (directement lié à la pression capillaire et à la tension superficielle du liquide).

b l'angle de remplissage  $\delta_1$  (ou  $\delta_2$ ).

Ainsi, pour des valeurs de  $\Delta u^*$  et  $\delta_1$  données :

1° la constante  $K$  et, par conséquent, la force capillaire adimensionnée  $F_{cap}^*$ , est calculée par :

$$K = F_{cap}^* = \frac{1}{2}y_0^{*2}\Delta u^* + y_0^* \quad (32)$$

2° le profil du pont liquide est ensuite déterminé par résolution itérative ([107]) de l'équation différentielle 20 en tenant compte des conditions aux limites au niveau du rayon de gorge :  $y_0^*$  et  $y_0^{*'}(x=0) = 0$ . On obtient ainsi un profil défini par un ensemble de valeurs discrètes  $y_k^*$ .

3° Connaissant le profil  $y(x)$ , on recherche les abscisses  $x_1^*$  et  $x_2^*$  de la ligne triple (correspondant au contact entre les grains et le pont liquide) dont les ordonnées sont connues, définies par les angles de remplissage  $\delta_1$  et  $\delta_2$  :  $y_1^* = r\sin\delta_1$  et  $y_2^* = r\sin\delta_2$ .

4° la distance intergranulaire  $D^*$  peut alors être calculée :

$$D^* = x_2^* - (1 - \cos\delta_2) - x_1^* - r(1 - \cos\delta_1) \quad (33)$$

ainsi que le volume  $V_m^*$  du ménisque, en intégrant les valeurs discrètes  $y_k^*$  entre les abscisses de la ligne triple, et en leur soustrayant les volumes solides mouillés :

$$V_m^* = \sum_{k=x_1}^{x_2} \pi y_k^{*2} \Delta x - \frac{1}{3}\pi r^3(1 - \cos\delta_1)^2(2 + \cos\delta_1) - \frac{1}{3}\pi(1 - \cos\delta_2)^2(2 + \cos\delta_2) \quad (34)$$

Pour une valeur de  $\Delta u^*$  donnée, on peut donc associer les valeurs  $F_{cap}^*$ ,  $D^*$ ,  $V_m^*$ ,  $\delta_1$  et  $\delta_2$  à une configuration de doublet capillaire définie par son rapport de rayons  $r = \frac{R_1}{R_2}$  et l'angle de mouillage  $\theta$  du liquide sur la phase solide :

$$\{F_{cap}^*, V_m^*, D^*, \delta_1, \delta_2\}_{(\Delta u^*, r, \theta)} \quad (35)$$

Par itérations sur le paramètre d'entrée  $\delta_1$  de la résolution, on peut ainsi obtenir un ensemble de configurations  $\{D^*, F_{cap}^*, V_m^*, \delta_1, \delta_2\}$  du doublet défini par son rapport de rayon  $r$ , pour une valeur de  $\Delta u^*$  donnée et un angle de mouillage  $\theta$  fixé :

$$\{D^*, F_{cap}^*, V_m^*, \delta_1, \delta_2\}_{(r, \Delta u^*, \theta)} \quad (36)$$

En itérant ensuite sur la pression capillaire adimensionnée  $\Delta u^*$ , on dispose d'un ensemble de configurations de doublets respectant l'équation de Laplace (figure 21).

Le retour aux grandeurs réelles s'effectue dès lors par inversion des formules d'adimensionnement. On peut d'ailleurs noter que l'ensemble du schéma de résolution, qui est valable quelque soit la gamme de taille du matériau, est également indépendant de la nature du liquide mis en jeu puisque, au même titre que le rayon  $R_2$ , la tension superficielle  $\gamma$  n'intervient qu'au moment du redimensionnement des résultats.

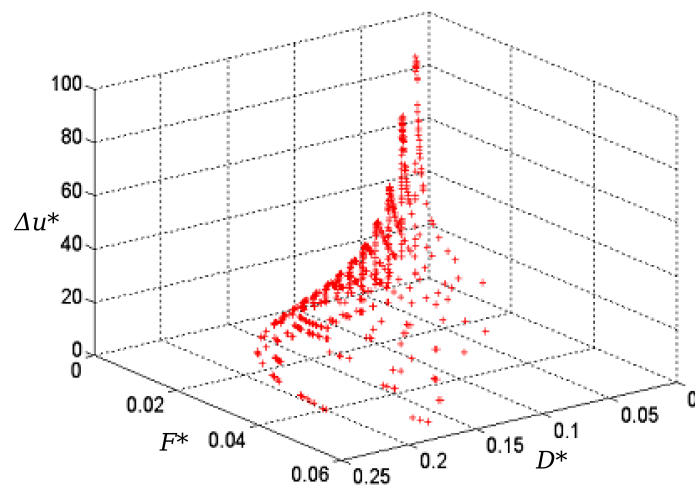


FIG. 21 – Ensemble de configurations de doublet capillaire respectant l'équation de Laplace dans l'espace  $(\Delta u^*, F^*, D^*)$  pour une valeur du rapport de rayon  $r$ . Chaque point correspond à une configuration  $\{r, \Delta u^*, D^*, F_{cap}^*, V_m^*, \delta_1, \delta_2\}_{(\theta)}$ .



## Schéma d'interpolation pour l'établissement de la loi capillaire

Pour notre résolution, nous avons opté pour un schéma d'interpolation linéaire. Dans le cas général, pour une fonction  $f$  donnée, si l'on souhaite déterminer  $f(x)$  avec  $x_a < x < x_b$  alors que l'on connaît les valeurs discrètes  $f(x_a)$  et  $f(x_b)$ , il suffit de déterminer l'équation de la droite d'interpolation entre ces deux bornes (figure 22).

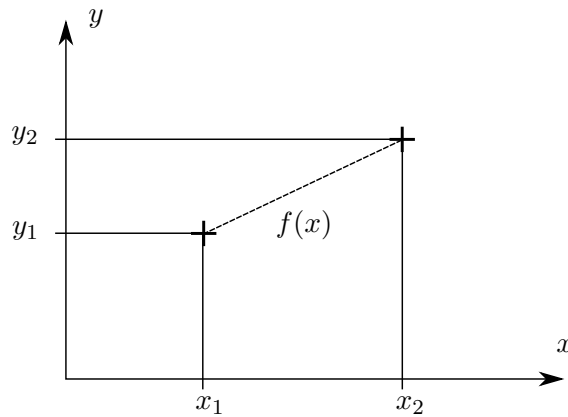


FIG. 22 – Schématisation du principe de l'interpolation linéaire.

Celle-ci peut s'exprimer, par exemple, grâce à la formule de Taylor-Young sous la forme :

$$f(x) = y_a + (x - x_a) \frac{y_b - y_a}{x_b - x_a} \quad (37)$$

Dans notre cas, le principe reste le même, avec non plus une seule variable d'entrée  $x$ , mais un ensemble de paramètres interdépendents  $\{r, D, \Delta u\}$  auxquelles correspond une configuration de doublet  $\{F_{cap}, V_m, \delta_1, \delta_2\}_{(r, D, \Delta u)}$  (cf. annexe 1). Par analogie avec ce qui précède, si l'on note  $S$  cette configuration, on a donc :

$$S(r, D, \Delta u) = \{F_{cap}, V_m, \delta_1, \delta_2\}_{(r, D, \Delta u)} \quad (38)$$

Connaissant les configurations discrètes  $S(r^i, D^j, \Delta u^k)$  obtenues d'après la résolution numérique présentée en annexe 1, on doit pouvoir déterminer n'importe quelle configuration  $G(r, D, \Delta u)$ . En pratique, du fait de l'interdépendance des trois variables d'entrée  $r$ ,  $D$  et  $\Delta u$ , le schéma d'interpolation globale permettant l'établissement de la loi capillaire se décompose en une suite de 3 interpolations sur chacune de ces variables, qui sont, du coup, imbriquées les unes dans les autres :

1° L'étude numérique préalable (voir annexe 1), nous a permis d'obtenir un ensemble de configurations  $S(r^i, D^j, \Delta u^k) = \{F_{cap}, V_m, \delta_1, \delta_2\}_{(r^i, D^j, \Delta u^k)}$  pour plusieurs valeurs discrètes  $r^i$  de  $r$ . Pour une paire de grains donnée, connaissant les rayons  $R_1$  et  $R_2$  des grains, on peut calculer le rapport de rayon  $r = \frac{R_1}{R_2}$  correspondant. Dès lors, si  $r^{[i-1]} < r < r^{[i]}$ , la première interpolation peut être réalisée, en appliquant la formule de Taylor-Young à  $S(r, D, \Delta u)$  :

$$S(r, D, \Delta u) = H(r^{[i-1]}, D, \Delta u) + \frac{(r - r^{[i-1]})}{(r^{[i]} - r^{[i-1]})} * \left( S(r^{[i]}, D, \Delta u) - S(r^{[i-1]}, D, \Delta u) \right) \quad (39)$$

2° Le problème du rapport de taille des grains en interaction étant résolu, reste deux éléments absolument nécessaires à la définition des paramètres capillaires, la distance intergranulaire  $D$  et la pression capillaire  $\Delta u$ . Il nous faut désormais déterminer les configurations  $H(r^i, D, \Delta u)$  en fonction des valeurs de  $D$  et  $\Delta u$ . La pression capillaire n'étant pas directement lié à la géométrie du système mais laissée au contrôle de l'expérimentateur, nous avons fait le choix de ne la faire intervenir qu'à la fin du processus, la géométrie du système fixant ainsi la base de l'interpolation. De la même façon que pour la valeur  $r$  du rapport de rayon, la distance interparticulaire  $D$  est calculée pour la paire de grains concernée. Ainsi, comme pour  $r$ , si  $D^{[j-1]} < D < D^{[j]}$ , la deuxième interpolation peut avoir lieu, en appliquant la formule de Taylor-Young à  $S(r^i, D, \Delta u)$  :

$$S(r^i, D, \Delta u) = S(r^i, D^{[j-1]}, \Delta u) + \frac{(D - D^{[j-1]})}{(D^{[j]} - D^{[j-1]})} * \left( S(r^i, D^{[j]}, \Delta u) - S(r^i, D^{[j-1]}, \Delta u) \right) \quad (40)$$

3° Connaissant la géométrie d'interaction du doublet, reste à trouver sa "configuration capillaire" définie par la valeur de  $\Delta u$ , celle-ci étant fixée par l'utilisateur. Si  $\Delta u^{[k-1]} < \Delta u < \Delta u^{[k]}$ , la troisième et dernière interpolation doit être réalisée, en appliquant la formule de Taylor-Young à  $S(r^i, D^j, \Delta u)$  :

$$S(r^i, D^j, \Delta u) = S(r^i, D^j, \Delta u^{[k-1]}) + \frac{(\Delta u - \Delta u^{[k-1]})}{(\Delta u^{[k]} - \Delta u^{[k-1]})} * \left( S(r^i, D^j, \Delta u^{[k]}) - S(r^i, D^j, \Delta u^{[k-1]}) \right) \quad (41)$$

---

## Bibliographie

---

- [1] Yet another dynamic engine. *http://yade.wikia.com/wiki/Yade*.
- [2] G.D. Aitchinson. Relationship of moisture stress and effective stress functions in unsaturated soils. In *Proceedings of the Conf. on Pore Pressure and Suction in Soils*, pages 47–52, London, 1961. Butterworth.
- [3] E.E. Alonso, A. Gens, and A. Josa. A constitutive model for partially saturated soils. *Géotechnique*, 40(3) :405–430, 1990.
- [4] J. Bachmann, A. Ellies, and K.H. Hartge. Development and application of a new sessile drop contact angle method to assess soil water repellency. *J. of Hydrology*, 231 :66–75, 2000.
- [ ] L. Barden, A. McGow, and K. Collins. The collapse mechanism in partly saturated soil. *Engineering Geology*, 7 :49–60, 1973.
- [5] J. Biarez and P.Y. Hicher. *Elementary mechanics of soil behaviour*. Balkema, 1994.
- [6] J. Biarez and K. Wiendieck. La comparaison qualitative entre l’anisotropie mécanique et l’anisotropie de structure. *Comptes Rendus de l’Académie des Sciences*, 254 :2712–2714, 1963.
- [7] A.W. Bishop. The principle of effective stress. *Teknisk Ukeblad*, 39 :859–863, 1959.
- [8] A.W. Bishop and G.E. Blight. Some aspects of effective stress in saturated and unsaturated soils. *Géotechnique*, 13(3) :177–197, 1963.
- [9] A.W. Bishop and I.B. Donald. The experimental study of partly saturated soil in the triaxial apparatus. In *Proceedings of the 5<sup>th</sup> Int. Conf. on Soil Mechanics and Found. Eng.*, volume 1, pages 13–21, Paris, 1961.
- [10] L. Bocquet, E. Charlaix, and F. Restagno. Physics of humid granular media. *Compte Rendu de Physique de l’Académie des Sciences*, 3 :207–215, 2002.
- [11] D. Caillerie. *Evolution quasi-statique d’un milieu granulaire, loi incrémentale par homogénéisation*. Hermès Science, 1995.



- [12] F. Calvetti, G. Combe, and J. Lanier. Experimental micromechanical analysis of a 2d granular material : relation between structure evolution and loading path. *Mechanics of Cohesive-Frictional Materials*, 2 :121–163, 1997.
- [13] B. Cambou, P. Dubujet, F. Emeriault, and F. Sidoroff. Homogeneization for granular materials. *Eur. J. of Mechanics*, 14(2) :225–276, 1995.
- [14] B. Cambou and M. Jean. Hermès Science, 2001.
- [ ] E. Catalano. Infiltration effects on a partially saturated slope - an application of the discrete element method and its implementation in the open source software yade. Master's thesis, Université Joseph Fourier, Grenoble, 2008.
- [15] B. Chareyre. *Modélisation du comportement d'ouvrages composites sol-géosynthétique par éléments discrets - Application aux ancrages en tranchées en tête de talus*. PhD thesis, Université Joseph Fourier, Grenoble, 2003.
- [16] X. Chateau and L. Dormieux. Homogénéisation d'un milieu poreux non saturé : lemme de hill et applications. *Comptes Rendus Acad. Sciences, Série II* :627–634, 1995.
- [17] X. Chateau and L. Dormieux. *Comportement élastique d'un milieu poreux non saturé par homogénéisation*. Hermès, Paris, 1998.
- [18] X. Chateau and L. Dormieux. *Micromechanics of unsaturated porous media*, pages 125–130. W. Ehlers, Kluwer Academic, Dordrecht, 2001.
- [19] G.C. Cho and J.C. Santamarina. Unsaturated particulate materials – particle-level studies. *J. of Geotechnical and Environmental Engineering*, 127(1) :84–96, 2001.
- [20] J. Christofferson and M.M. Mehrabadi. A micromechanical description of granular material behaviour. *J. of Applied Mechanics*, 48 :339–344, 1981.
- [21] J.D. Coleman. Stress strain relations for partly saturated soil. *Géotechnique*, 12(4) :348–350, 1962.
- [22] O. Coussy. Wiley, New York, 1995.
- [23] D. Croney. The movement and distribution of water in soils. *Géotechnique*, 3(1) :1–16, 1952.
- [24] D Croney and J.D. Coleman. Pore pressure and suction in soils. In *Proceedings of the Conf. on Pore Pressure and Suction in Soils*, pages 31–37, London, 1961. Butterworth.
- [25] Y.J. Cui and P. Delage. Yielding and plastic behaviour of an unsaturated compacted silt. *Géotechnique*, 46(2) :291–311, 1996.
- [26] P.A. Cundall. *Computer simulations of dense sphere assemblies*, pages 113–123. Elsevier Science, 1988.
- [27] P.A. Cundall and O.D.L. Strack. A discrete numerical model for granular assemblies. *Géotechnique*, 29(1) :47–65, 1979.
- [28] Z. Dai and S. Lu. Liquid bridge rupture distance criterion between spheres. *Int. J. of Mineral Processing*, 53(3) :171–181, 1998.

- [29] F.R.E. De Bisschop and W.J.L. Rigole. A physical model for liquid capillary bridges between adsorptive solid spheres : The nodoïd of plateau. *J. of Colloid Interface Sci.*, 88 :117–128, 1982.
- [30] P.-G. De Gennes, F. Brochard-Wyart, and D. Quéré. *Gouttes, bulles, perles et ondes*. Collections Echelles, Belin, 2002.
- [31] P. Delage and Y.-J. Cui. Comportement mécanique des sols non saturés. *Techniques de l'ingénieur*, C302, 2000.
- [32] P. Delage and Y.-J. Cui. L'eau dans les sols non saturés. *Techniques de l'ingénieur*, C301, 2000.
- [33] J.-Y. Delenne, M.S. El Youssoufi, F. Cherblanc, and J.-C. Bénéat. Mechanical behaviour and failure of cohesive granular materials. *Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech.*, 28 :1577–1594, 2004.
- [34] B.V. Derjaguin, V.M. Muller, and Y.P. Toporov. Effect of contact deformation on the adhesion of particles. *J. of Colloid Interface Science*, 53 :314–326, 1975.
- [35] J. Desrues and G. Viggiani. Strain localization in sand : an overview of the experimental results obtained in grenoble using stereophotogrammetry. *Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech.*, 28 :279–321, 2004.
- [36] A.K. Didwania. *Effective stress and capillary pressure in unsaturated porous media*, pages 281–286. W. Ehlers, Kluwer Academic, Dordrecht, 2001.
- [37] F. Donze and S.A. Magnier. Formulation of a three-dimensional numerical model of brittle behavior. *Geophys. J. Int.*, 122 :790–802, 1995.
- [38] F.V. Donzé. Emergence d'une modélisation discrète prédictive des géomatériaux. *Projet de recherche Emergence - GEODIS*, 2005.
- [39] U. El Shamy and T. Gröger. Micromechanical aspects of the shear strength of wet granular soils. *Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech.*, in press, 2008.
- [ ] U. El Shamy and M. Zhegal. Coupled continuum-discrete model for saturated granular soils. *J. of Engineering Mechanics*, 131, 2005.
- [40] B.J. Ennis, J. Li, G. Tardos, and R. Pfeffer. The influence of viscosity on the strength of an axially strained pendular liquid bridge. *Chem. Eng. Sci.*, 45 :3071–3088, 1990.
- [41] M.A. Erle, D.C. Dyson, and N.R. Morrow. Liquid bridges between cylinders, in a torus and between spheres. *American Institute of Chemical Engineers Journal*, 17 :115–121, 1971.
- [42] V. Escario and J. Saez. *Géotechnique*, 36(3) :453–456, 1986.
- [43] R.A. Fisher. On the capillarity forces in an ideal soil ; correction of formulae given by w.b. haines. *J. of Agricultural Science*, 16 :492–505, 1926.
- [44] Y. Forterre and O. Pouliquen. Flows of dense granular media. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 40 :1–24, 2008.
- [45] D.G. Fredlund, Wilson G.W., and Fredlund G. Use of the grain-size distribution for estimation of the soil-water characteristic curve. *Canadian Geotechnical Journal*, 39 :1103–1117, 2002.

- [46] D.G. Fredlund and N.R. Morgenstern. Stress state variables for unsaturated soils. *J. of Geotech. and Eng. Div.*, 105(GT5) :447–466, 1977.
- [47] D.G. Fredlund and H. Rahardjo. *Soil mechanics for unsaturated soils*. John Wiley and Sons, New-York, 1993.
- [48] D.G. Fredlund, H. Rhahardjo, and J.K.M. Gan. Non-linearity of strength envelope for unsaturated soils. In *Proceedings of the 6<sup>th</sup> Int. Conf. on Expansive Soils*, volume 1, pages 49–54, Bew-Delhi, 1987.
- [49] D.G. Fredlund and A. Xing. Equations for the soil-water characteristic curve. *Canadian Geotechnical Journal*, 31(3) :521–532, 1994.
- [50] A. Gerschel. *Liaisons intermoléculaires*. InterEditions, CNRS Editions, Paris, 1995.
- || F.A. Gilabert, J.-N. Roux, and A. Castellanos. Computer simulation of cohesive powders : influence of assembling procedure and contact laws on low consolidation states. *Physical Review E.*, 75 :011303, 2006.
- [51] J.A. Gili and E.E Alonso. Microstructural deformation mechanisms of unsaturated granular soils. *Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech.*, 26 :433–468, 2002.
- || D.V. Griffiths and N. Lu. Unsaturated slope analysis with steady infiltration or evaporation using elasto-plastic finite elements. *Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech.*, 29 :249–267, 2005.
- [52] T. Gröger, U. Tüzün, and D.M. Heyes. Modelling and measuring of cohesion in wet granular materials. *Powder Technology*, 133 :203–215, 2003.
- [53] W.B. Haines. Studies of the physical properties of soils. ii. a note on the cohesion developed by capillarity forces in an ideal soil. *J. of Agricultural Science*, 15 :529–535, 1925.
- [54] T.C. Halsey and A.J. Levine. How sandcastles fall. *Physical Review letters*, 80(14) :3141–3144, 1998.
- [55] A. Hamaker. The london van der walls attraction between spherical particles. *Physica*, 10 :1058–1072, 1937.
- [56] P.-Y. Hicher and C.S. Chang. A microstructural elastoplastic model for unsaturated granular materials. *Int. J. of Solids and Structures*, doi :10-1016, 2006.
- [57] R. Hill. Elastic properties of reinforced solids : somme theoretical principles. *J. Mech. Phys. Solids*, 11 :357–372, 1963.
- [58] K. Hotta, K. Takeda, and K. Linoya. The capillary binding force of a liquid bridge. *Powder Technology*, 10 :231–242, 1974.
- [59] J. Israelachvili. *Intermolecular and surface forces*. Academic Press, London, 1992.
- [60] K. Iwashita and M. Oda. Micro-deformation mechanism of shear banding process based on modified distinct element method. *Powder Technology*, 109 :192–205, 2000.
- [61] M. Jean. The non-smooth contact dynamics method. *Comp. Meth. in Appl. Mech. Eng.*, 177(4-3) :235–257, 1999.

- [62] J.E.B. Jennings. A revised effective stress law for use in the prediction of the behaviour of unsaturated soils. In *Proceedings of the Conf. on Pore Pressure and Suction in Soils*, pages 26–30, London, 1961. Butterworth.
- [63] J.E.B. Jennings and J.B. Burland. Limitations to the use of effective stresses in partly saturated soils. *Géotechnique*, 12(2) :125–144, 1962.
- [64] M.J. Jiang, S. Leroueil, and J.M. Konrad. Insight into shear strength functions of unsaturated granulates by dem analyses. *Computers and Geotechnics*, 31 :473–489, 2004.
- [65] W.S. Jodrey and E.M. Tory. Computer simulation of close random packing of equal spheres. *Physical Review A*, 32(4) :2347–2351, 1985.
- [66] G. Kassif and A. Benshalom. Experimental relationship between swell pressure and suction. *Géotechnique*, 21 :245–255, 1971.
- [67] N. Khalili and M.H. Khabbaz. A unique relationship for  $\chi$  for the determination of the shear strength of unsaturated soils. *Géotechnique*, 48(5) :681–687, 1998.
- [ ] H.D.V. Khoa. *Modélisations des glissements de terrain comme un problème de bifurcation*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Grenoble, Grenoble, 2005.
- [68] J. Kozicki and F.V. Donzé. A new open-source software developed for numerical simulations using discrete modeling methods. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, in press, 2008.
- [69] J. Kozicki and F.V. Donzé. Yade-open dem : an open-source software using a discrete element method to simulate granular material. *Engineering Computations*, in press, 2008.
- [70] N.P. Kruit and L. Rothenburg. Micromechanical definition of the strain tensor for granular materials. *J. of Applied Mechanics*, 118 :706–711, 1996.
- [71] X.S. Li. Effective stress in unsaturated soil : A microstructural analysis. *Géotechnique*, 53(2) :273–277, 2003.
- [72] X.S. Li. Tensorial nature of suction in unsaturated granular soil. *ASCE editions*, 2003.
- [73] G. Lian, C. Thornton, and M.J. Adams. A theoretical study of the liquid bridge forces between two spherical bodies. *J. of Colloid and Interface Science.*, 161 :138–147, 1993.
- [ ] S. Lignon, F. Laouafa, F. Prunier, H.D.V. Khoa, and F. Darve. Hydro-mechanical modelling of landslides with a material instability criterion. *Géotechnique*, page (in press), 2008.
- [74] S.A. Liu and D.A. Sun. Simulating the collapse of unsaturated soil by dem. *Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech.*, 26 :633–646, 2002.
- [75] S.A. Liu, D.A. Sun, and Y. Wang. Numerical study of soil collapse behavior by discrete element modelling. *Computer and Geotechnics*, 30 :399–408, 2003.
- [76] A.E.H. Love. *A treatise on the mathematical theory of elasticity*. Cambridge University Press, Cambridge, 1927.
- [ ] N. Lu and W.J. Griffith. Profiles of steady-state suction stress in unsaturated soils. *J. of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 130(10) :1063–1076, 2004.

- [77] N. Lu and W.J. Likos. Suction stress characteristic curve for unsaturated soil. *J. of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 132(2) :131–142, 2006.
- [78] N. Lu, B. Wu, and C.T. Tan. Tensile strength characteristics of unsaturated sands. *J. of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 133(2) :144–154, 2007.
- [79] S. Luding. Shear flow modeling of cohesive and frictional fine powder. *Powder Technology*, 158 :45–50, 2005.
- [80] A. Mahboubi, A. Ghaouti, and B. Cambou. La simulation numérique discrète du comportement des matériaux granulaires. *Revue Française de Géotechnique*, 76 :45–61, 1996.
- [81] G. Mason and W.C. Clark. Liquid bridge between spheres. *Chemical Engineering Science*, 20 :859–866, 1965.
- [82] E.L. Matyas and H.S. Rhadakrishna. Volume change characteristics of partially saturated soils. *Géotechnique*, 18(4) :432–484, 1968.
- [83] T. Mikami, H Kamiya, and M. Horio. Numerical simulation of cohesive powder behavior in a fluidized bed. *Chemical Engineering Science*, 53(10) :1927–1940, 1998.
- [84] F. Molenkamp and A.H. Nazemi. Interaction between two rough spheres, water bridge and water vapour. *Géotechnique*, 53(2) :255–264, 2003.
- [85] J.J. Moreau. Some numerical methods in multibody dynamics, application to granular materials. *Eur. J. Mech. A*, 13(4) :93–114, 1994.
- [86] K. Murase, T. Moshida, and H. Sugama. Experimental and numerical studies on liquid bridge formes among three spheres. *Granular Matter*, 6 :111–119, 2004.
- [87] H.B. Mühlhaus and I. Vardoulakis. The thickness of shear bands in granular materials. *Géotechnique*, 37(3) :271–283, 1987.
- [88] E. G. Nezami, Y.M.A. Hashash, D. Zhao, and J. Ghaboussi. A fast contact detection algorithm for 3-d discrete element method. *Computers and Geotechnics*, 31(7) :575–587, 2004.
- [89] F. Nicot and F. Darve. A multiscale approach to granular materials. *Mechanics of materials*, 37(9) :980–1006, 2005.
- [90] Coussy O. and Fleureau J.-M. Hermes Science, 2002.
- [91] X. Pitois. *Assemblée de grains lubrifiés : élaboration d’un système modèle expérimental et étude de la loi de contact*. PhD thesis, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, 1999.
- [92] J.P. Plassiard. *Modélisation par la méthode des éléments discrets d’impacts de blocs rocheux sur structures de protection type merlons*. PhD thesis, Université Joseph Fourier, Grenoble, 2007.
- [93] J.R. Rice. *The localization of plastic deformation*. W.T. Koiter, Delft, 1976.
- [94] V. Richefeu. *Approche par éléments discrets 3D du comportement de matériaux cohésifs faiblement contraints*. PhD thesis, Université Montpellier II, Montpellier, 2005.
- [95] V. Richefeu, El Youssoufi M.S., and Radjaï F. Shear strength properties of wet granular materials. *Physical Review E*, 73 :051304, 2006.

- [96] V. Richefeu, El Youssoufi M.S, R. Peyroux, and F. Radjaï. A model of capillary cohesion for numerical simulations of 3d polydisperse granular media. *Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech.*, page DOI : 10.1002, 2007.
- [97] K. H. Roscoe and J. B. Burland. On the generalised stress-strain behaviour of wet clay. *Engineering Plasticity*, pages 535–609, 1968.
- [98] K. H. Roscoe, A. N. Schofield, and C. P. Wroth. On the yielding of soils. *Géotechnique*, pages 22–53, 1958.
- [99] L. Rothenburg and A.P.S. Selvadurai. *A micromechanical definition of the Cauchy stress tensor for particulate media*, pages 469–486. Selvadurai, A.P.S., Elsevier, Amsterdam, 1981.
- [100] H. Rumpf. *The strength of granulates and agglomerates*. Wiley Interscience, New-York, 1961.
- [101] K. Sab. Principe de Hill et homogénéisation des matériaux aléatoires. *Comptes Rendus Acad. Sciences*, volume II :1–5, 1991.
- [102] L. Scholtes, B. Chareyre, F. Nicot, and F. Darve. Micromechanics of granular materials with capillary effects. *Int. J. of Engineering Sciences*, DOI : 10.1016, 2008.
- [103] L. Scholtes, P.-Y. Hicher, F. Nicot, B. Chareyre, and F. Darve. On the capillary stress tensor in wet granular materials. *Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech.*, in press, 2008.
- [104] B. Schrefler. *The finite element method in soil consolidation (with application to soil subsidence)*. PhD thesis, University College of Swansea, UK, 1984.
- [105] J.P.K. Seville, C.D. Willet, and P.C. Knight. Interparticle forces in fluidisation : A review. *Powder Technology*, 113 :261–268, 2000.
- [106] L. Sibille. *Modélisations discrètes de la rupture dans les milieux granulaires*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Grenoble, Grenoble, 2006.
- [107] F. Soulié. *Cohésion par capillarité et comportement mécaniques des milieux granulaires*. PhD thesis, Université Montpellier II, Montpellier, 2005.
- [108] F. Soulié, F. Cherblanc, S. El Youssoufi, and C. Saix. Influence of liquid bridges on the mechanical behaviour of polydisperse granular materials. *Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech.*, 30 :213–228, 2006.
- [ ] D.A. Sun, H. Matsuoka, and X.F. Xu. *Collapse of compacted clays by triaxial test*, pages 501–504. Balkema, Rotterdam, 2002.
- [109] K. Terzaghi. *The shearing resistance of saturated soils and the angle between the plane of shear*, pages 54–56. Harvard University Press, Cambridge, 1936.
- [110] M.E.D. Urso, C.J. Lawrence, and M.J. Adams. Pendular, funicular, and capillary bridges : Results for two dimensions. *J. of Colloid and Interface Sci.*, 220 :42–56, 1999.
- [ ] M.E.D. Urso, C.J. Lawrence, and M.J. Adams. A two-dimensional study of the rupture of funicular liquid bridges. *Chem. Eng. Sci.*, 57 :677–692, 2002.
- [111] M.T. Van Genuchten. A closed form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils. *Soil Science Society of America Journal*, 44 :892–890, 1980.

- [112] J.C. Verbrugge. Equilibre et mouvement de l'eau dans les sols, 1972. Rapport de recherche n°159/JCV/1972.
- [113] S. Wu, D.M. Gray, and Richart F.E. Jr. Capillary effects on shear modulus at high strains. In *Proceedings of the 11<sup>th</sup> Int. Conf. on Soil Mechanics and Found. Eng.*, volume 2, pages 1091–1094, San Francisco, 1985.