



Matériaux granulaires cimentés : modélisation et application à l'albumen de blé

Vincent Topin

► To cite this version:

Vincent Topin. Matériaux granulaires cimentés : modélisation et application à l'albumen de blé. domain_other. Université Montpellier II - Sciences et Techniques du Languedoc, 2008. Français. NNT : . tel-00371864

HAL Id: tel-00371864

<https://theses.hal.science/tel-00371864>

Submitted on 30 Mar 2009

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITE MONTPELLIER 2

— Sciences et Techniques du Languedoc —

THESE

pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITE MONTPELLIER 2

Spécialité : Mécanique et Génie Civil.

Formation doctorale : Mécanique des matériaux et des milieux complexes,
des structures et des systèmes.

Ecole doctorale : Informations, Structures, Systèmes.

Matériaux granulaires cimentés :
modélisation et application à l'albumen de blé.

par

Vincent TOPIN

Soutenue publiquement le 19/11/08 devant le jury composé de :

Stéphane ROUX	DR CNRS LMT-Cachan (Paris)	Président
Djimédo KONDO	Professeur LML (Lille)	Rapporteur
Stefan LUDING	Professeur MSM (Enschede, Pays-bas)	Rapporteur
Mouley Saïd EL YOUSOUFI	Professeur LMGC (Montpellier)	Examineur
Valérie LULLIEN-PELLERIN	DR IATE (INRA) (Montpellier)	Examineur
Jean-Yves DELENNE	MdC LMGC (Montpellier)	Co-directeur
Frédéric MABILLE	CR IATE (INRA) (Montpellier)	Co-directeur
Farhang RADJAI	DR CNRS LMGC (Montpellier)	Directeur

UNIVERSITE MONTPELLIER 2

— Sciences et Techniques du Languedoc —

THESE

pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITE MONTPELLIER 2

Spécialité : Mécanique et Génie Civil.

Formation doctorale : Mécanique des matériaux et des milieux complexes,
des structures et des systèmes.

Ecole doctorale : Informations, Structures, Systèmes.

Matériaux granulaires cimentés :
modélisation et application à l'albumen de blé.

par

Vincent TOPIN

Soutenue publiquement le 19/11/08 devant le jury composé de :

Stéphane ROUX	DR CNRS LMT-Cachan (Paris)	Président
Djimédo KONDO	Professeur LML (Lille)	Rapporteur
Stefan LUDING	Professeur MSM (Enschede, Pays-bas)	Rapporteur
Moulay Saïd EL YOUSOUFI	Professeur LMGC (Montpellier)	Examineur
Valérie LULLIEN-PELLERIN	DR IATE (INRA) (Montpellier)	Examineur
Jean-Yves DELENNE	MdC LMGC (Montpellier)	Co-directeur
Frédéric MABILLE	CR IATE (INRA) (Montpellier)	Co-directeur
Farhang RADJAI	DR CNRS LMGC (Montpellier)	Directeur

Remerciements

Ce travail de thèse a été réalisé au sein de l'équipe SMC et de l'action transversale Solides Granulaires au Laboratoire de Mécanique et Génie Civil à l'Université Montpellier 2 ainsi qu'à l'UMR Ingénierie des Agropolymères et Technologies Emergentes à l'INRA.

Je souhaite remercier tout d'abord chaleureusement mes encadrants au LMGC, Jean-Yves DELENNE et Farhang RADJAI. Je les remercie de m'avoir soutenu, depuis mon stage de DESS jusqu'à aujourd'hui encore, pour leurs remarques et les discussions précieuses (devant l'entrée du LMGC) ainsi que pour les soirées "rédaction".

Je remercie également Frédéric MABILLE et Valérie LULLIEN-PELLERIN pour les nombreux échanges que nous avons pu avoir concernant la partie "blé" de mon travail de thèse.

Je souhaite enfin remercier l'ensemble des membres du Laboratoire de Mécanique et Génie Civil et plus particulièrement Charles VOIVRET, pour avoir partagé ces trois ans de thèse avec moi, pour sa franchise et son amitié, Alexandre MARTIN pour sa bonne humeur et son aide toujours spontanée, Reine BONNET pour sa gentillesse et sa faculté à me donner le sourire et Moulay Saïd EL YOUSSEFI pour ses conseils avisés et sa bienveillance.

Table des matières

Introduction générale	7
1 Cadre de l'étude	11
1.1 Introduction	12
1.2 Les matériaux granulaires cimentés	12
1.2.1 Origines de la cohésion dans les matériaux granulaires	12
1.2.2 Les matériaux granulaires cimentés	16
1.2.3 La rupture	20
1.2.4 Les modèles théoriques d'homogénéisation	25
1.3 Fragmentation de l'albumen de blé	28
1.3.1 Contexte industriel	28
1.3.2 L'albumen de blé	30
1.3.3 Classifications et comportement mécanique	31
1.3.4 Origines de la dureté	35
1.4 Conclusion	36
2 Modélisation numérique	39

2.1	Introduction	40
2.1.1	Modélisations continues et discrètes	40
2.1.2	Choix d'une approche	41
2.2	Approche DEM cohésive	42
2.2.1	Description du milieu granulaire	42
2.2.2	Interactions non cohésives	43
2.2.3	Interactions cohésives	44
2.2.4	Intégration des équations du mouvement	46
2.3	Approche LEM	47
2.3.1	Principe de la méthode	48
2.3.2	Connectivité du réseau	50
2.3.3	Elements 1D	51
2.3.4	Résolution	54
2.3.5	Gestion de la rupture	58
2.3.6	Influence du maillage	59
2.3.7	Génération des échantillons	63
2.3.8	Paramètres du modèle et notations	66
2.4	Application de l'approche LEM à quelques cas tests	67
2.4.1	Contact Hertzien	67
2.4.2	Test de Nooru Mohamed	69
2.5	Conclusion	70
3	Etude du comportement à la rupture	71
3.1	Introduction	72
3.2	Caractéristiques en traction et compression	73
3.2.1	Comportement macroscopique	73
3.2.2	Modules élastiques : comparaison avec les modèles d'homogénéisation	76
3.2.3	Fissuration et endommagement	78
3.3	Caractérisation des hétérogénéités : transmission des contraintes	80

3.3.1	Localisation des contraintes	80
3.3.2	Influence de la rigidité des particules et de la quantité de matrice	82
3.4	Transmission des forces dans les milieux granulaires cohésifs avec peu de matrice : comparaison avec la méthode DEM	84
3.4.1	Cadre de la comparaison	84
3.4.2	Comparaison qualitative	85
3.4.3	Densité de probabilité des forces de contact	85
3.5	Conclusion	91
4	Etude paramétrique : Influence de la matrice et des interfaces	93
4.1	Introduction	94
4.2	Description de l'étude paramétrique	94
4.2.1	Paramètres du modèle et des échantillons	94
4.2.2	Types d'essais	95
4.3	Propriétés macroscopiques	95
4.3.1	Modules élastiques effectifs	95
4.3.2	Seuils de rupture	98
4.4	Régimes de rupture	99
4.5	Ténacité relative	101
4.6	Lien avec la dureté de l'albumen de blé	103
4.7	Conclusion	106
5	Etude expérimentale	109
5.1	Introduction	110
5.2	Protocole expérimental	110
5.3	Courbes contrainte-déformation	113
5.4	Seuils de rupture	114
5.5	Endommagement des particules	116
5.6	Comparaison avec les simulations numériques	119
5.7	Conclusion	123

6	Modèle théorique	125
6.1	Introduction	126
6.2	Expression du tenseur de contrainte moyen	126
6.3	Modèle en traction	132
6.3.1	Seuil de rupture	132
6.3.2	Module élastique	137
6.4	Modèle en compression	139
6.4.1	Contrainte macroscopique et module élastique	139
6.4.2	Seuil de rupture	143
6.5	Conclusion	145
	Conclusion générale	147
6.6	Bilan	148
6.7	Perspectives	150
	Notations	153
	Bibliographie	157

Introduction générale

Le blé est l'une des principales ressources alimentaires de l'humanité. Sa production annuelle correspond à près de 30% de la production totale de céréales, devant le maïs et le riz. La farine ou les semoules qui en sont extraites se prêtent aujourd'hui à la fabrication (souvent industrielle) d'un nombre extraordinairement diversifié d'aliments : pains, galettes, semoule de couscous, pâtes alimentaires, biscuits, etc. L'aptitude des grains de blé à se réduire en agrégats plus ou moins gros lors des procédés de broyage ou de mouture constitue une caractéristique essentielle pour la commercialisation des productions. Le grain de blé se divise en trois zones anatomiques : l'enveloppe, le germe et l'albumen qui est le principal constituant. Le procédé de mouture assure la séparation de l'albumen et des enveloppes et réduit l'albumen en agrégats de taille variable selon la friabilité du grain. La friabilité est une caractéristique variétale qui dépend de la texture de l'albumen et qui traduit son état de cohésion. Ainsi, on distingue les blés dits "soft", qui se réduisent en fines particules, des blés dits "hard" et "durum" qui génèrent des agrégats plus gros lors de la mouture. Il se trouve que c'est précisément la distribution des tailles des agrégats après mouture qui permet aux céréaliers de classer les types de blé. Cependant, la relation entre ce comportement à la mouture et les propriétés mécaniques de l'albumen n'est pas à ce jour identifiée clairement. A l'échelle microscopique, l'albumen de blé est composé de granules d'amidon agglomérés dans une matrice protéique qui remplit partiellement les espaces interstitiels. Si des procédés empiriques permettent aujourd'hui de classer les différents types de blé en fonction de leur friabilité, la compréhension de l'influence de la microstructure de l'albumen sur sa fragmentation lors de la mouture au même titre que le lien avec le comportement mécanique reste très insuffisante.

D'un point de vue plus général, l'albumen de blé peut être considéré comme un matériau granulaire constitué d'un assemblage dense de particules (les granules d'amidon) liées entre elles par une matrice solide (protéines). Ce type de matériau, appelé matériau granulaire cimenté (MGCi), se retrouve sous différentes formes dans la nature ou dans l'industrie. L'albumen de

blé mais aussi les mortiers, bétons, asphaltes et roches sédimentaires sont de bons exemples de matériaux granulaires cimentés. D'un point de vue mécanique, la présence de la matrice entre les particules assure la cohésion des MGCi. L'adhésion à l'interface entre la matrice et les particules et les effets volumiques de la matrice sont des facteurs cruciaux pour la cohésion, ce qui différencie les MGCi d'une autre classe de matériaux granulaires cohésifs pour laquelle la cohésion est liée aux forces de surface qui agissent directement au niveau des zones de contact entre les particules.

D'un point de vue macroscopique, le comportement mécanique des MGCi (élasticité, résistance à la rupture) dépend des transferts de charges entre la matrice et les particules ainsi qu'entre les particules. Ainsi, le squelette granulaire confère à ces matériaux des propriétés propres aux matériaux granulaires secs, à l'opposé des composites constitués d'une matrice avec une phase particulaire diluée dont le comportement est essentiellement dicté par la matrice. De par leur texture granulaire complexe, les différents mécanismes de déformation dans les MGCi (décohésion au niveau des interfaces, fissuration des particules, déformation de la matrice) sont difficiles à isoler expérimentalement ou à prédire théoriquement par le biais des modèles d'homogénéisation existants. La compréhension des mécanismes physiques sous-jacents au comportement macroscopique et à la fissuration de ce type de matériau est pourtant souvent essentielle pour les procédés industriels. Par exemple, dans le domaine de la construction, la maîtrise des procédés de mélange et de fabrication du béton est indispensable pour contrôler ses propriétés de résistance et de rupture au même titre que l'origine de la friabilité de l'albumen de blé pour la mouture dans le domaine agro-alimentaire.

Ce mémoire présente des travaux réalisés dans le but d'étudier les matériaux granulaires cimentés, en termes de comportement à la rupture et de microstructure, en vue de l'application à l'albumen de blé. La structure des matériaux granulaires est complexe. De nombreux paramètres tels que le volume et les propriétés mécaniques des différentes phases, la structure du squelette granulaire, la taille des particules et leur distribution contribuent à la réponse macroscopique du matériau et à sa rupture. Devant la difficulté expérimentale d'étudier systématiquement le comportement mécanique de l'albumen de blé en fonction de l'ensemble de ces paramètres, les travaux présentés ici sont basés essentiellement sur des études de sensibilité à partir de modèles numériques et expérimental. Dans les deux cas, la nécessité de prendre en compte la géométrie de la microstructure, ainsi que la déformation et la fissuration dans chacune des phases a orienté le choix des modèles. Pour les simulations numériques, un modèle de discrétisation sur réseau appelé LEM (Lattice Element Method) a été adopté pour sa capacité à décrire chaque phase du milieu par une approche originale intermédiaire entre les méthodes discrètes, habituellement utilisées pour modéliser les milieux granulaires secs, et les méthodes continues plus adaptées aux composites. Concernant la validation expérimentale, un matériau modèle a été élaboré avec le souci de permettre aux particules de se fissurer d'une part, et de pouvoir contrôler l'adhésion de ces particules avec la matrice. Ces approches complémentaires nous ont permis d'analyser la réponse macroscopique des échantillons de matériaux modèles pour une large gamme de paramètres matériels et microstructuraux et vérifier la cohérence d'ensemble. Nous avons ainsi mis en évidence des régimes de rupture, en terme d'endommagement des particules, en fonction de l'adhésion et de la quantité de matrice. Ces résultats ont pu être comparés à des grandeurs

mesurées sur plusieurs variétés de blé pour comprendre l'origine de la friabilité du grain de blé.

Le mémoire comporte six chapitres.

Le premier chapitre décrit le contexte scientifique de l'étude. Il présente dans un premier temps les concepts et les origines de la cohésion dans les matériaux granulaires, ainsi que les propriétés spécifiques aux matériaux granulaires cimentés en termes de microstructure et de fissuration. Dans un second temps, les différents modèles d'homogénéisation des milieux multiphasiques sont présentés et les limites de ces derniers dans le cadre de l'étude des MGCi sont discutées. Enfin, le problème de l'albumen de blé est abordé, en soulignant les notions et concepts liés à son comportement à la mouture et à sa friabilité.

Le deuxième chapitre est consacré aux deux approches numériques utilisées dans ce travail. La justification de leur choix pour l'étude des MGCi ainsi que les détails techniques de leur fonctionnement sont explicités. La prise en compte des particules, de la matrice, ainsi que les différents protocoles de génération des échantillons sont décrits. Les effets de taille finie et la notion de désordre au sens granulaire sont introduits dans le but de montrer les limites de l'approche sur réseau.

Le troisième chapitre traite du comportement général à la rupture. A l'aide de simulations numériques, on s'intéresse d'abord à la réponse macroscopique d'un MGCi soumis à des essais de traction et de compression simples, puis à l'influence des hétérogénéités dans le milieu sur la fissuration par le biais de l'étude des distributions de contraintes. Enfin, les deux approches numériques sont comparées dans le cadre de l'étude des réseaux de forces de contact dans un MGCi contenant une faible fraction volumique de matrice.

Le quatrième chapitre présente une étude paramétrique numérique visant à comprendre le rôle de la fraction volumique de matrice protéique et de l'adhésion à l'interface entre les granules d'amidon et la matrice sur la fissuration et la friabilité de l'albumen de blé. Les données issues des simulations numériques sont ensuite rapprochées de la littérature afin d'identifier les principaux facteurs à l'origine des types de blé.

Le cinquième chapitre présente des essais expérimentaux sur un matériau modèle. Le protocole expérimental, ainsi que la modélisation des différentes phases et interfaces, y sont décrits. Une étude paramétrique expérimentale sur ce matériau modèle est effectuée en faisant varier la quantité de matrice et l'adhésion à l'interface entre les particules et la matrice. Parallèlement, une étude numérique est effectuée pour valider et analyser les résultats expérimentaux.

Enfin, le dernier chapitre propose un modèle théorique simple permettant de prendre en compte les effets de structure granulaire pour prédire les seuils de rupture et les modules élastiques en traction et compression. La comparaison des résultats de ce modèle avec les simulations numériques de l'ensemble de ce mémoire est effectuée.

Le mémoire se termine par une conclusion générale sur les principaux résultats et les perspectives de ces travaux.

CHAPITRE 1

Cadre de l'étude

Sommaire

1.1	Introduction	12
1.2	Les matériaux granulaires cimentés	12
1.2.1	Origines de la cohésion dans les matériaux granulaires	12
1.2.2	Les matériaux granulaires cimentés	16
1.2.3	La rupture	20
1.2.4	Les modèles théoriques d'homogénéisation	25
1.3	Fragmentation de l'albumen de blé	28
1.3.1	Contexte industriel	28
1.3.2	L'albumen de blé	30
1.3.3	Classifications et comportement mécanique	31
1.3.4	Origines de la dureté	35
1.4	Conclusion	36

1.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous décrivons le contexte scientifique de l'étude du comportement macroscopique et de la fissuration des matériaux granulaires cimentés. Dans un premier temps, nous rappelons les origines de la cohésion dans les matériaux granulaires. Ensuite nous nous intéressons plus particulièrement au cas de la cimentation. Dans un deuxième temps, les concepts de base sur la rupture nécessaires à nos études seront introduits. Nous décrivons également les différents modèles d'homogénéisation existants pour prédire le comportement et la rupture dans les matériaux multiphasiques. Dans la seconde partie, la motivation de nos travaux est exposée. Nous expliquons d'abord le contexte industriel et les interrogations liées à la fragmentation de l'albumen de blé dans le domaine de l'agro-alimentaire. Nous décrivons ensuite la composition de l'albumen de blé, en posant les notions et les concepts liés à son comportement mécanique lors de la mouture. Enfin, nous faisons un bilan bibliographique sur les différents travaux traitant des origines de la friabilité de l'albumen, en soulignant l'influence des différents paramètres qui vont orienter les études présentées dans cette thèse.

1.2 Les matériaux granulaires cimentés

1.2.1 Origines de la cohésion dans les matériaux granulaires

Les matériaux granulaires non cohésifs sont caractérisés par un comportement élasto-plastique. L'intégrité mécanique de ces milieux est assurée par une pression de confinement. Le domaine purement élastique est non linéaire et se limite souvent à de très faibles déformations ($< 10^{-5}$) [81]. L'origine de l'élasticité des matériaux granulaires se trouve dans les interactions élastiques entre les particules. Le module élastique pour un état obtenu par compression isotrope dépend de la compacité initiale. Le comportement plastique résulte des déplacements relatifs des particules et notamment des glissements aux points de contact qui dissipent de l'énergie par frottement. Au cours d'un cisaillement quasi-statique, les particules se réarrangent constamment et des collisions inélastiques entre particules contribuent également à la plasticité du matériau. En partant d'un état dense, ces réarrangements entraînent la dilatance du matériau. La résistance au cisaillement correspond soit à l'état complètement plastifié, appelé état critique en mécanique des sols, soit à l'état atteint au pic de contrainte avant l'état critique.

Quelle que soit leur origine, les interactions cohésives ont pour effet de restreindre les déplacements relatifs des particules. Cet effet est contrôlé et amplifié par les exclusions géométriques entre les particules. On distingue les matériaux granulaires faiblement cohésifs, où le comportement est plus dicté par les contraintes extérieures que par la cohésion entre les particules comme dans un milieu non cohésif, et les matériaux fortement cohésifs, dont le comportement est principalement dicté par la cohésion entre les particules. Les poudres, par exemple, sont des matériaux faiblement cohésifs. Le béton, ou l'albumen de blé sont des exemples de matériaux granulaires fortement cohésifs. Leur comportement est plus proche des solides fragiles que du

sable. D'un point de vue général, la cohésion macroscopique dans les matériaux granulaires se manifeste aussi bien sous la forme d'une résistance à la traction que dans la résistance au cisaillement. A l'échelle des particules, les forces de cohésion peuvent exister sous la forme d'une adhésion ou d'une résistance au glissement ou au roulement entre les particules [26]. L'effet de ces interactions cohésives dépend de l'intensité et de la portée des forces mises en jeu.

1.2.1.1 Cohésion macroscopique

La surface limite de charge dans un matériau granulaire cohésif est donnée par le critère de Mohr-Coulomb [69] :

$$\sigma_t = \pm(\tan \phi \sigma_n + c) \quad (1.1)$$

où σ_t et σ_n sont respectivement les contraintes tangentielle et normale sur un plan passant par un point. L'angle ϕ est l'angle de frottement interne et c définit la cohésion du matériau ; figure 1.1. Il faut remarquer que ϕ et c caractérisent la résistance du matériau dans un état extrême qui peut être le pic de contrainte ou la contrainte dans l'état critique lorsque le comportement est plastique, ou bien le seuil de rupture lorsque le comportement est fragile. Le critère de Mohr-Coulomb s'applique assez bien aux matériaux granulaires non cohésifs (avec $c = 0$) mais aussi aux matériaux fortement cohésifs tels que les grès. Le frottement interne a trois origines différentes [90] : 1) le frottement entre les particules ; 2) les exclusions géométriques et 3) la dilatance.

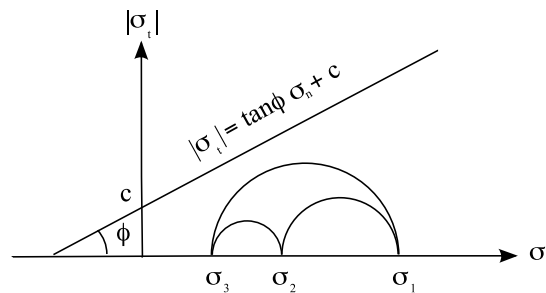


FIG. 1.1 – Critère de Mohr-Coulomb.

L'effet majeur de la cohésion, telle qu'elle est définie par l'équation 1.1, est d'élargir le domaine élastique (ou rigide) dans l'espace des contraintes. En effet, en associant ce critère avec une représentation tensorielle des contraintes, on peut montrer que la largeur $\Delta\sigma$ du domaine des contraintes supportables par le milieu dans une direction quelconque est donné par :

$$\Delta\sigma = 2p \sin \phi + 2c \cos \phi \quad (1.2)$$

où p est la pression moyenne. Ce domaine est de largeur non nulle même pour $p = 0$ lorsque $c \neq 0$. En d'autres termes, la cohésion garanti l'intégrité mécanique du matériau même en l'absence de pression de confinement. L'importance relative des deux termes de l'expression 1.2 est donnée par le rapport c/p . Ainsi, la cohésion peut être négligée lorsque $c/p \ll 1$.

Les paramètres ϕ et c peuvent être déterminés à partir d'essais de cisaillement, de compression ou de traction. Pour les matériaux granulaires cimentés les essais de traction sont généralement difficiles à mettre en œuvre. C'est pourquoi ces matériaux sont souvent testés sous contraintes compressives. Dans le cas d'une compression simple, il est facile de montrer à partir de l'équation 1.2 que la résistance à la compression σ_Y est donnée par :

$$\sigma_Y = \frac{\cos \phi}{1 - \sin \phi} c \quad (1.3)$$

On remarque que pour un matériau avec $\phi = 0$, nous avons $\sigma_Y = c$.

1.2.1.2 Les différents types d'interaction

Les interactions colloïdales

Pour des distances interparticulaires supérieures au nanomètre, des interactions *colloïdales* entrent en jeu. Le domaine colloïdal couvre toutes les particules dont les tailles vérifient $10^{-9} < d < 10^{-6}$. Un milieu colloïdal est un milieu diphasique où l'une de phases est très finement dispersée dans l'autre de telle manière à ce qu'aucune séparation rapide de phase ne puisse se produire par sédimentation.

Parmi les principales forces dites "colloïdales", on peut citer les forces de *Van der Waals* et les forces d'origine *électrostatique* :

- Les forces de *Van der Waals* correspondent à des interactions électriques de faible intensité entre atomes, molécules, ou entre une molécule et un cristal. Pour deux objets sphériques identiques de rayon R , l'énergie d'interaction est donnée par :

$$E_{vdW} = -\frac{AR}{12r} \quad (1.4)$$

où r est la distance interparticulaire et A la constante de Hamaker. La force de Van der Waals diminue donc avec la distance interparticulaire, comme r^{-1} .

- Les *forces électrostatiques* sont principalement gouvernées par la loi de Coulomb qui définit la force (mesurée en Newton) entre deux charges q_1 et q_2 (exprimées en Coulomb) séparées d'une distance r par la relation :

$$F_{elec} = \frac{|q_1 q_2|}{4\pi\epsilon r^2}. \quad (1.5)$$

où ϵ est la permittivité qui est caractéristique du milieu considéré. Il en découle que deux charges de même signe se repoussent et que deux charges de signes opposés s'attirent. Dans ce dernier cas, les forces électrostatiques contribuent à la cohésion du matériau. Identiquement à la force de Van der Waals, les forces électrostatiques interviennent à distance. Cependant, leurs actions étant inversement proportionnelles à la distance au carré entre les particules, elles deviennent vite négligeables lorsque cette dernière augmente.

La capillarité

La présence de *ponts liquides* au sein des milieux granulaires génère des forces de cohésion entre les particules. A l'échelle locale, ces forces dépendent de la quantité de liquide présent dans le milieu, de l'angle de contact et de l'énergie de surface. Si on considère deux particules sphériques de même taille, la force capillaire normale $F_{capillaire}$ est donnée par [88] :

$$F_{capillaire} = 2\pi r_2 \sigma + \pi r_1^2 \Delta p \quad (1.6)$$

où $\Delta p = p_{gaz} - p_{liquide}$ est la différence de pression entre l'air (pores) et le liquide (pont capillaire), r_1 est le rayon de courbure extérieur et r_2 intérieur (cf figure 1.2) Pour des particules

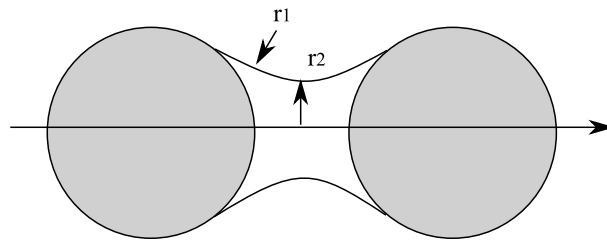


FIG. 1.2 – Pont liquide entre deux particules dans le cas de l'approximation toroïdale.

suffisamment petites, l'intensité de la force capillaire entre deux particules peut compenser et même surpasser l'action de la gravité. Un exemple bien connu est celui du sable humide où une très faible quantité d'eau peut considérablement affecter le comportement mécanique du milieu (châteaux de sable, etc) [40].

La cimentation

Le phénomène de *cimentation* conduit à un mécanisme majeur de cohésion dans les milieux naturels. Les particules sont liées par des joints solides de volume variable (cf figure 1.3). Le comportement de cette liaison dépend de la composition du lien, de son volume, mais aussi de l'interface entre le lien et les particules. Cette catégorie particulière de matériau granulaire cohésif est appelée *matériau granulaire cimenté* (MGCi).

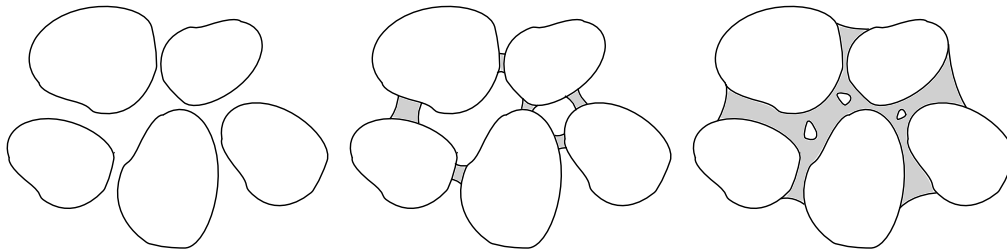


FIG. 1.3 – Remplissage des vides entre les particules par cimentation.

1.2.2 Les matériaux granulaires cimentés

1.2.2.1 Définition

Les matériaux granulaires cimentés (MGCi) se trouvent sous différentes formes et dans différents domaines de la science et l'ingénierie. Leur texture est constituée d'un assemblage dense de particules et d'une matrice solide remplissant partiellement ou entièrement les espaces interstitiels et assurant la cohésion des particules entre elles.

Les MGCi peuvent être aussi considérés comme des composites renforcés contenant une fraction volumique élevée de particules (voir figure 1.4). Les composites avec des inclusions particulaires d'une part, et les milieux granulaires secs interagissant par des forces de contact de l'autre, représentent donc les deux cas limites qui encadrent les matériaux granulaires cimentés. Les MGCi sont plus riches que les milieux granulaires faiblement cohésifs. A l'adhésion entre

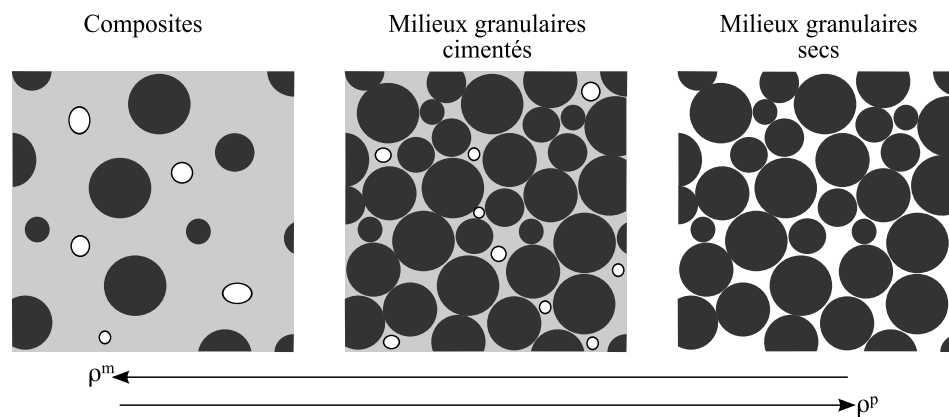


FIG. 1.4 – Illustration des cas limites des matériaux granulaires cimentés en fonction de la fraction volumique de particules ρ^p et de matrice ρ^m . La couleur noire représente les particules, la grise la matrice et la blanche les pores.

les surfaces des différentes phases, ils additionnent des mécanismes liés aux effets volumiques de la matrice qui contribuent au report de charge. En particulier, leur comportement mécanique dépend des transferts de charge entre matrice et particules [25, 87, 105] et les différents mécanismes de déformation (décohésion, endommagement des particules, etc) sont difficiles à isoler par l'expérience ou à prédire théoriquement [8, 54, 91]. De ce point de vue, ils sont aussi très différents des matériaux granulaires humides pour lesquels seule une force normale d'adhésion due aux ponts liquides est à l'origine de la cohésion [6, 30, 40, 60, 79, 88].

1.2.2.2 Quelques exemples

Les MGCi sont assimilables à un grand nombre de matériaux naturels et industriels.

- **Les roches sédimentaires** par exemple (les grès, les conglomérats ou les brèches) sont

des MGCI, constitués de fragments de roches ou de grains de sable liés par un ciment naturel [93]. La figure 1.5 (a) montre la photographie d'une brèche, conglomérat qui a la particularité d'avoir des particules anguleuses.

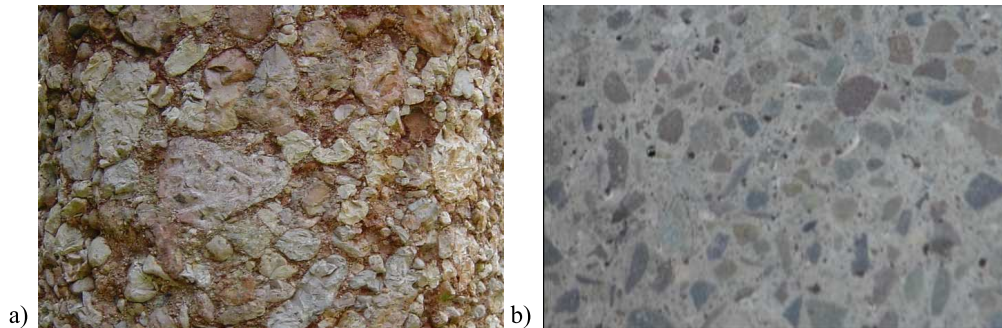


FIG. 1.5 – (a) Photographie de brèche, prise dans la Serra da Arrábida (Wikipédia). (b) Photographie d'un béton.

- Concernant les **matériaux de construction**, il est facile de dresser une liste d'exemples de MGCI étant donné leurs propriétés de texture et de résistance très adaptées au génie civil. Certains bétons haute résistance, les mortiers ou encore les enrobés sont des matériaux composés d'agrégats ou de cailloux de différentes tailles reliés par une matrice cimentaire [16, 59, 85]. La figure 1.5 (b) montre la photographie d'un béton.

- Dans le domaine de l'**astronautique** et de l'**armement** certains composites sont aussi formés d'un grand nombre de particules chargées énergiquement, enchâssées dans une matrice à base de polymères. C'est le cas des propergols solides utilisés pour fournir par réaction chimique l'énergie nécessaire à la propulsion des moteurs-fusées, ou encore de certains explosifs [91].

- Enfin, on peut retrouver des MGCI à des échelles beaucoup plus petites dans la famille des **biomatériaux**. L'albumen de blé en fait parti, les granules d'amidon formant une structure compacte dont la tenue mécanique est assurée par une matrice protéique [1, 3]. Le cas précis de l'albumen de blé sera présenté en détail à la section 1.3 et nous y appliquerons nos études pour mieux caractériser les propriétés de rupture de ce matériau.

1.2.2.3 Les propriétés liées à la cimentation

De par leur texture que l'on peut qualifier de "granulaire cimentaire", ces matériaux présentent des propriétés très particulières :

Les interfaces

La présence d'un troisième corps entre les particules confère un caractère multiphasique à ces

matériaux dans lequel la nature des différentes *interfaces* (entre deux particules et entre les particules et la matrice) s'avère être un ingrédient crucial de la cohésion (voir figure 1.6). Un grand nombre d'études expérimentales et de simulations numériques indiquent ainsi que l'adhésion entre les particules et la matrice contrôle pour une grande part le comportement et la rupture des MGCi [59, 85, 91, 92, 106].

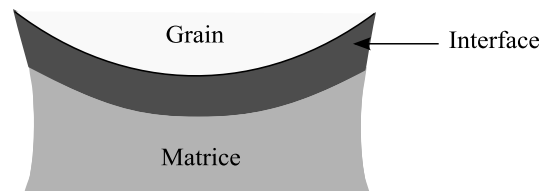


FIG. 1.6 – Représentation schématique de la zone interfaciale entre la matrice et une particule.

L'effet de volume

Une autre spécificité des MGCi est due au remplissage de l'espace par les particules. En effet, l'espace interstitiel entre les particules a une géométrie complexe et est généralement partiellement rempli par la matrice. De ce fait, les MGCi impliquent souvent la présence de pores, micro-clivages ou encore de zones de cohésion nulle ou *contacts directs* (sans matrice interposée) entre les particules [15, 25, 91]. Ces "contacts directs" peuvent se comporter comme des microfissures selon leur orientation et ainsi réduire la rigidité et la résistance selon le type de sollicitation ou conférer au milieu un caractère anisotrope. Dans le cas du béton par exemple, on cherche à éviter ces défauts. En effet, l'épaisseur de matrice interposée (voir figure 1.7 (b)) est maîtrisée en déterminant la quantité de ciment minimum nécessaire à remplir l'ensemble des pores entre les agrégats [15].

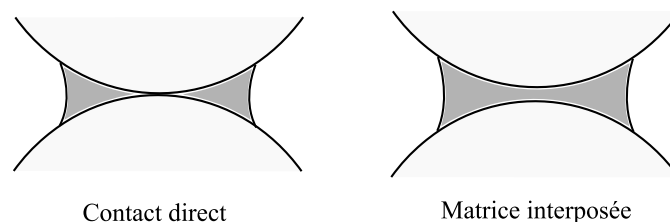


FIG. 1.7 – Illustration des deux types d'interface entre les particules : contact direct et matrice interposée.

Le jamming (bouchon)

Enfin, le phénomène de blocage par percolation du squelette granulaire ou phénomène de "*jamming*" est une conséquence de la compacité très élevée de particules dans les MGCi ce qui crée un réseau de contacts dans le volume. Le "*jamming*" a de profonds effets sur la réponse mécanique en terme de concentration des contraintes, micro-fissuration et sensibilité aux paramètres

de sollicitation [25, 41, 43]. En particulier, les effets de voûte impliquent la présence de zone déchargées en contrainte dans le volume (voir figure 1.8).

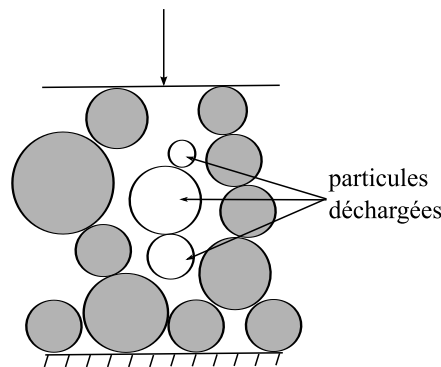


FIG. 1.8 – Effet de voûte dû au "jamming".

L'initiation et la propagation des fissures est principalement contrôlée par le désordre granulaire [85]. Le phénomène de "*jamming*" peut intervenir avec ou sans contacts directs entre les particules. Si la fraction particulaire est trop élevée, un squelette solide constitué de particules contiguës apparaît naturellement. Ce squelette granulaire confère un caractère fragile au matériau et doit être évité dans la formulation des bétons et des enrobés. Les contacts entre particules sont à l'origine de "fractures hertziennes". Ce mode de fissuration, essentiellement localisé dans les particules a pu être observé dans le cas des conglomerats poreux [104]. Cependant, dans le cas où toutes les particules adjacentes sont interposées par des ligaments de matrice, la concentration des contraintes peut encore intervenir à travers ces ligaments le long des chaînes de particules. Ce dernier cas a été illustré expérimentalement dans le cas du béton. Larrard et al. [15, 16] ont montré que le ciment entre les agrégats localise les contraintes fortes, et la résistance à la compression augmente avec la réduction de l'épaisseur de ciment entre les agrégats.

L'ensemble de ces propriétés propres aux MGCi sont en contraste avec les composites classiques qui comportent une phase particulaire diluée. Le squelette granulaire joue un rôle prépondérant dans le comportement mécanique de la structure, alors que dans les composites les concentrations de contraintes sont généralement gouvernées par les différences de rigidités entre les différentes phases et par les défauts (microfissures, porosités, etc) présents initialement dans le volume [23, 34, 46, 58, 61, 78, 99].

1.2.2.4 Comportement et rupture

Les MGCi ont souvent un comportement élastique-fragile avec une ductilité croissante en fonction de la pression de confinement. Avant la rupture, le matériau peut s'endommager avec comme effet une réduction du module élastique. La figure 1.9 montre la réduction progressive du module élastique suite à l'endommagement d'un mortier révélée par une sollicitation cyclique. Les fissures s'initient à partir des défauts existants tels que les micro-fissures et les pores

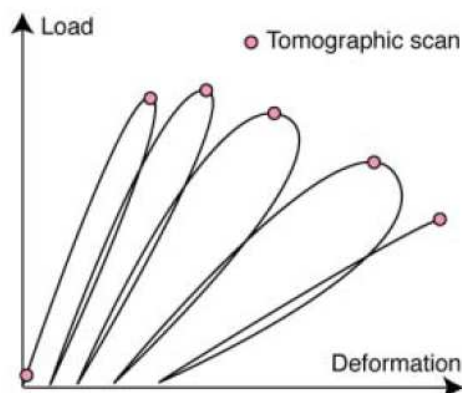


FIG. 1.9 – Réduction du module élastique lors d’une sollicitation cyclique sur un mortier [52].

comme dans les roches sédimentaires ou le béton. Dans un essai de compression simple, une multitude de fissures apparaît et la fracture est généralement orientée suivant l’axe de compression lorsque la pression de confinement est faible. Lorsque cette dernière augmente, la fracture prend la forme d’une bande de cisaillement de faible épaisseur. Enfin pour des pressions de confinement très élevées, un comportement ductile avec une déformation en tonneau est généralement observée. La figure 1.10 montre ces types de fracture pour le grès des Vosges. La

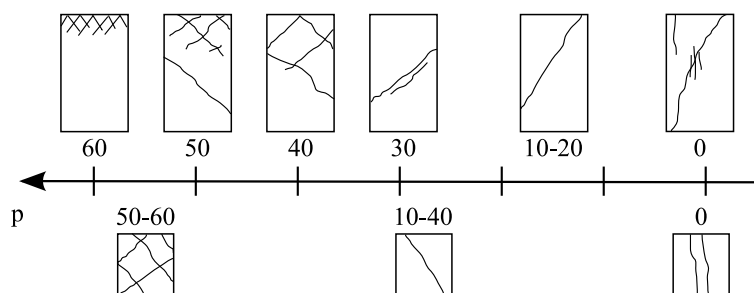


FIG. 1.10 – Type de fracture en essai triaxial sur un grès des Vosges en fonction de la pression moyenne en MPa [9].

déformation peut entraîner la fissuration, voire la fragmentation des particules. Au contraire lorsque les particules sont suffisamment dures, les fissures les contournent et se propagent à travers la matrice et les pores. Les figures 1.11 (a) et (b) illustrent ces deux types de fissuration sur le grès de Fontainebleau pour deux pressions de confinement différentes.

1.2.3 La rupture

La mécanique de la rupture a pour objet essentiel l’étude de l’initiation des fissures et de leur propagation dans les matériaux solides. Elle s’applique lorsqu’il existe dans le matériau des discontinuités qui ont pour effet de modifier l’état de contrainte. La séparation en deux parties disjointes d’un corps se produit à la suite d’une phase d’amorçage qui a pour origine

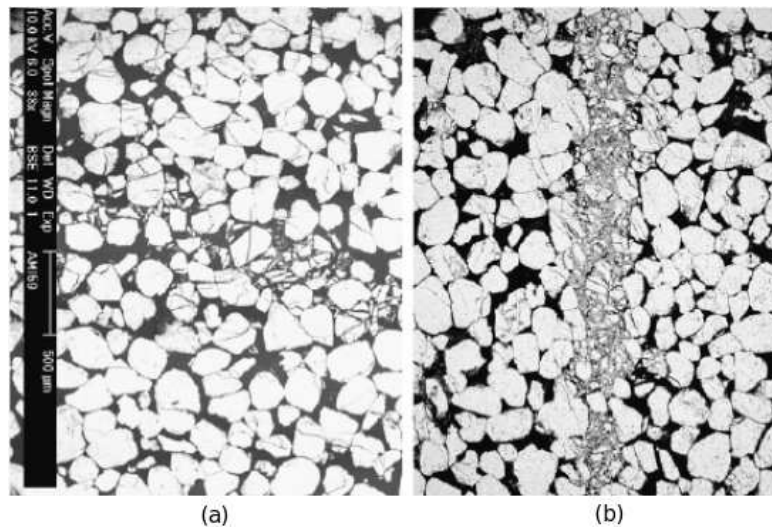


FIG. 1.11 – Zone de cisaillement d'un grès observée par microscope électronique à balayage : (a) pour une pression de confinement de 7 MPa ; (b) pour une pression de confinement de 28 MPa [24].

le développement de microcavités, microfissures ou autres défauts sous l'action de sollicitations mécaniques, thermiques ou chimiques. La propagation des fissures macroscopiques peut conduire à la séparation complète de plusieurs morceaux, ou à l'inverse, à l'arrêt des fissures. Dans le cas des matériaux granulaires cimentés, la rupture est généralement fragile et se produit souvent sans déformation plastique. La déformation plastique peut rester confinée à la tête de la fissure qui se propage suivant le mode de rupture. Cette section présente quelques notions relatives à la rupture par fissuration dans les structures assimilables aux matériaux granulaires cimentés.

1.2.3.1 Détermination de la résistance à la fissuration d'un matériau solide

En mécanique de la rupture, trois modes de rupture sont habituellement distingués, correspondant en pratique à trois modes élémentaires de fissuration.

- le mode I (clivage) : les surfaces de la fissure se déplacent parallèlement l'une par rapport à l'autre. Ce mode intervient en général lorsque la microfissure à l'origine de la propagation est perpendiculaire au sens de sollicitation.
- le mode II (cisaillement plan) : les surfaces de la fissure se déplacent dans le même plan et dans une direction perpendiculaire au front de fissure.
- le mode III (cisaillement antiplan) : les surfaces de la fissure se déplacent dans le même plan et parallèlement au front de fissure.

Dans le cas de sollicitation simples (traction, compression), la grande majorité des travaux est consacrée au mode I, puisqu'il est le plus pénalisant dans la rupture d'un échantillon.

Restitution de l'énergie due à un accroissement de la fissure (théorie de Griffith)

Dans le cas où l'énergie cinétique est négligée, l'énergie disponible pour ouvrir une fissure de surface S est égale à la variation de l'énergie potentielle totale E_p , résultat de la variation de l'énergie élastique stockée dans la structure et de la variation d'énergie liée aux forces extérieures. Cette contribution mécanique est appelée *taux de restitution d'énergie* G (J/m^2). Elle est définie par :

$$G = -\frac{\delta E_p}{\delta S} \quad (1.7)$$

Cette énergie sert à créer de nouvelles surfaces libres, ce qui nécessite des apports d'énergie. Si l'énergie est consommée uniquement dans la rupture, le principe de conservation de l'énergie implique que :

$$\delta E_p - \delta E_s = 0 \quad (1.8)$$

où E_s est l'énergie de surface.

Pour qu'une fissure se propage, il faut donc que la variation d'énergie disponible δE_p (issue de la déformation) soit égale ou supérieure à l'énergie δE_s nécessaire à la séparation des deux lèvres de la fissure.

Soit $\gamma^S = \delta E_s / 2\delta S$ l'énergie de rupture par unité de surface. La condition énergétique pour la propagation d'une fissure s'écrit alors :

$$G - 2\gamma^S \geq 0 \quad (1.9)$$

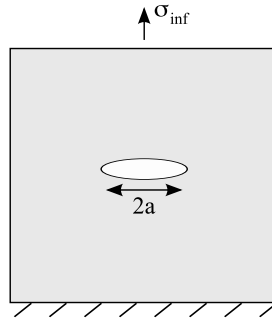


FIG. 1.12 – Plaque d'épaisseur unitaire entaillée sur une longueur $2a$ et sollicitée en mode I.

Ainsi, pour qu'une fissure se propage, il faut que le taux de restitution d'énergie critique G_c soit supérieur ou égal à $2\gamma^S$. La théorie de Griffith [37], dans le cas d'une plaque d'épaisseur unitaire (déformations planes) et entaillée sur une longueur $2a$, conduit à l'expression suivante en mode I (figure 1.12) :

$$G_I = \frac{\pi \sigma_{inf}^2 a}{E} \quad (1.10)$$

où E est le module de Young du matériau et σ_{inf} la contrainte qui agit sur l'extrémité de l'échantillon. Ainsi $G_I = G_{Ic}$ si $\sigma_{inf} = \sigma_c$.

En règle générale, peu de méthodes permettent d'atteindre expérimentalement le taux de restitution d'énergie. On caractérise la capacité de résistance à la rupture des matériaux à l'aide de leur *facteur d'intensité de contraintes* et de leur *ténacité*.

Facteur d'intensité de contrainte (théorie d'Irwin)

Pour un problème statique de corps élastique fissuré en 2D, Irwin [47] a développé une méthode pour calculer la quantité d'énergie disponible pour initier une rupture à l'aide de la contrainte asymptotique et des champs de déplacements autour du front de fissuration. Cette expression s'écrit :

$$\sigma_{ij} \simeq \left(\frac{K_\alpha}{\sqrt{2\pi r}} \right) f_{ij}(\theta) \quad (1.11)$$

où σ_{ij} est le tenseur de contrainte de Cauchy, r la distance depuis la tête de fissure, θ l'angle avec le plan de fissure et les f_{ij} sont des fonctions dépendantes de la géométrie de la fissure et des conditions de sollicitation. K_α est appelé facteur d'intensité de contraintes (exprimé en $\text{Pa.m}^{1/2}$) pour lequel $\alpha = \text{I, II ou III}$ selon le mode de rupture. Les facteurs de contraintes mesurent la sévérité de la singularité des contraintes en pointe de fissure.

Le critère de propagation de fissure d'Irwin porte sur ces facteurs d'intensité de contraintes. Initialement développée en mode I puis étendue aux deux autres modes, ce critère implique l'existence d'une valeur critique, appelée *ténacité* et notée $K_{\alpha C}$, intrinsèque au matériau et donc indépendante de la géométrie de l'éprouvette. On a alors :

$$\begin{cases} K_\alpha < K_{\alpha C} & \text{fissure fixe} \\ K_\alpha = K_{\alpha C} & \text{avancement de la fissure} \end{cases} \quad (1.12)$$

Dans le cas où l'on considère (en déformation plane) une plaque sollicitée en traction et un défaut elliptique de longueur $2a$ orienté de manière à obtenir une rupture en mode I (voir figure 2.15), on a :

$$K_{Ic} = \sigma_c \sqrt{\pi a}. \quad (1.13)$$

On peut donc, dans ce cas précis, faire un lien entre la théorie de Griffith et d'Irwin :

$$G_{Ic} = \frac{K_{Ic}^2}{E}. \quad (1.14)$$

1.2.3.2 Ténacité dans les matériaux granulaires cimentés

La ténacité, permet d'évaluer la capacité d'un matériau à résister à la rupture. Cette notion s'avère complexe à étendre aux milieux multiphasiques (composites, matériaux granulaires cimentés), où les propriétés de l'une des phases ou interfaces peuvent contrôler le comportement à la rupture de l'ensemble du milieu. Dans le cas des matériaux granulaires par exemple, une fissure se propageant dans la matrice et atteignant une interface avec une particule peut soit pénétrer dans la particule, soit être défléchie le long de l'interface, selon la nature de cette dernière et les propriétés élastiques de la matrice et des particules (voir figure 1.13). C'est par exemple

le cas des mortiers, pour lesquels Merchant [59] montre que la différence de rigidité entre les phases de particules et de ciment gouverne la fissuration, endommageant ou non des inclusions. Pour certains composites, comme les céramiques renforcées par des fibres, il est souhaitable que l'interface entre la matrice et les fibres guide les chemins de fissuration afin de garder ces dernières intactes. L'évaluation d'une ténacité relative aux interfaces permet alors de s'assurer que les fissures ne se propageront pas à travers les inclusions [42].

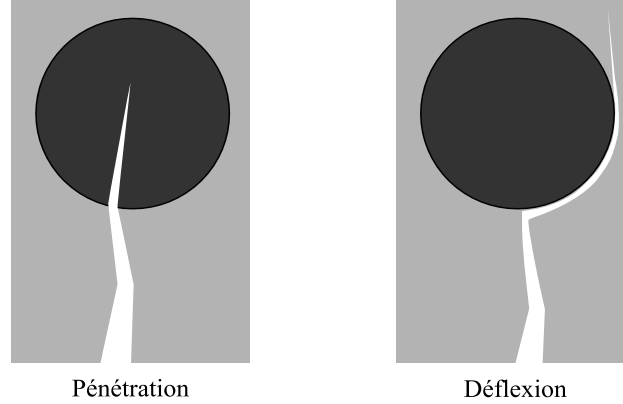


FIG. 1.13 – Propagation d'une fissure dans un matériau granulaire cimenté par pénétration dans la particule / déflexion le long de l'interface.

Dès lors on comprend que la compétition entre les deux modes de propagation (pénétration dans la particule / déflexion dans l'interface) dépend fortement de la ténacité relative à chaque phase et aux interfaces d'un MGCI. Pour un matériau biphasique [42], cette compétition dépend essentiellement de deux grandeurs :

- du rapport $G_{\text{deflexion}}/G_{\text{penetration}}$ entre le taux de restitution lié à une déflexion G_d , c'est à dire à l'interface, et le taux G_p lié à une pénétration dans une inclusion tel que la fissure est défléchie dans l'interface à la condition que :

$$G^{pm}/G^p > G_{\text{deflexion}}/G_{\text{penetration}} \quad (1.15)$$

où G^{pm} et G^p sont respectivement les taux de restitution d'énergie liés à l'interface particule matrice et aux particules, et avec

$$\begin{aligned} G_{\text{penetration}} &= \frac{1-\nu}{2E^p} (K^p)^2 \\ G_{\text{deflexion}} &= \frac{1}{4} \left(\frac{1-\nu^p}{E^p} + \frac{1-\nu^m}{E^m} \right) ((K^p)^2 + (K^m)^2) \end{aligned} \quad (1.16)$$

où K^p et K^m sont les ténacités respectives des particules et de la matrice.

- d'un paramètre α faisant intervenir les modules d'élasticité des deux phases tel que :

$$\alpha = \frac{\bar{E}_{\text{inclusion}} - \bar{E}_{\text{matrice}}}{\bar{E}_{\text{inclusion}} + \bar{E}_{\text{matrice}}} \quad (1.17)$$

avec $\bar{E} = E/(1 - \nu^2)$ le module élastique en traction ou compression en hypothèse de déformations planes.

Des études expérimentales et numériques sur des poutres avec des inclusions sphériques confirment l'importance de ces deux grandeurs et le rôle de la ténacité relative à l'interface dans le cas du béton [8, 10, 80]. Rosselo [80] montre que le taux de restitution critique G_c peut être de 35 J/m² lorsque l'interface entre la matrice et les particules est faible, et atteindre 80 J/m² lorsque cette dernière est forte.

Ces études concernent essentiellement des matériaux pour lesquels la porosité est nulle ou n'est pas prise en compte. Cependant, dans la plupart des MGCI, la matrice n'occupe que partiellement l'espace poral, augmentant ainsi les inhomogénéités dans le milieu. Ainsi, plusieurs études expérimentales et théoriques sur des conglomérats indiquent que les fissures se propagent essentiellement à travers les pores (phénomène de coalescence) [51, 104].

La fraction volumique de matrice affecte aussi la ténacité. Ainsi, pour l'albumen de blé, le taux de restitution d'énergie augmente avec la vitrosité du grain, c'est à dire avec le remplissage des pores par la matrice protéique [21].

La ténacité apparaît donc comme un paramètre essentiel à prendre en compte si l'on souhaite étudier la rupture dans les matériaux granulaires cimentés. La ténacité de l'interface, la différence d'élasticité entre les phases et la fraction volumique de matrice apparaissent comme les trois principaux facteurs contrôlant la fissuration. Leurs influences respectives ont été souvent étudiées séparément selon le contexte, mais aucune étude à ce jour n'a combiné ces trois facteurs dans le but de quantifier leur impact sur le comportement et la rupture. Par ailleurs, le problème de la définition de la ténacité à l'échelle des particules dans un milieu granulaire se pose, car cette notion est à la base définie pour un milieu continu.

1.2.4 Les modèles théoriques d'homogénéisation

Il existe actuellement peu de modèles capables de décrire le comportement mécanique des matériaux granulaires cimentés à partir de leur microstructure. Cependant, la littérature dénombre une vaste gamme de modèles qui traitent des milieux hétérogènes d'une part, et des milieux granulaires d'autre part. Les théories d'homogénéisation permettent d'estimer les propriétés globales d'un matériau hétérogène (modules d'élasticité, contraintes de rupture) à partir de la connaissance de celles de ses constituants et d'informations sur la microstructure. L'estimation des propriétés élastiques effectives d'un matériau composite peut être obtenue par plusieurs méthodes classiques. On peut distinguer les méthodes dites de lois mixtes, et les méthodes micromécaniques.

1.2.4.1 Lois mixtes

Dans le cas simple d'un matériau biphasique, les estimations de Voigt et Reuss encadrent la valeur du vrai module [44, 68]. L'estimation de Voigt se base sur l'hypothèse que la déformation dans les deux phases est égale. La contrainte est alors donnée par la somme des contraintes

portées par chaque phase. Le module E est donné par :

$$E = E^0 \rho^0 + E^1 \rho^1 \quad (1.18)$$

où E^ϕ et ρ^ϕ sont respectivement le module et la fraction volumique de chacune des deux phases ϕ 1 et 2.

L'estimation de Reuss considère des contraintes égales dans les phases. La déformation globale dans le composite est donnée par la somme des déformations dans les phases. On a :

$$E = \left(\frac{\rho^0}{E^0} + \frac{\rho^1}{E^1} \right)^{-1} \quad (1.19)$$

Ces deux modèles ne pouvant pas refléter les détails géométriques des différents constituants, d'autres approches de type "lois mixtes" ont été élaborées, comme par exemple la méthode MRM (Modified Rule of Mixture) dans laquelle le module de Young est estimé à partir des contraintes, des déformations moyennes dans chaque phase, et d'un paramètre q [53]. On a alors :

$$E = \frac{\rho^0(q + E^1)E^0 + \rho^1(q + E^0)E^1}{\rho^0(q + E^1) + \rho^1(q + E^0)} \quad (1.20)$$

avec

$$q = -\frac{\sigma^0 - \sigma^1}{\varepsilon^0 - \varepsilon^1} \quad (1.21)$$

La figure 1.14 représente schématiquement cette loi et la signification physique du paramètre q . En général, q est un paramètre empirique qui dépend de la composition, de la microstructure et des contraintes internes.

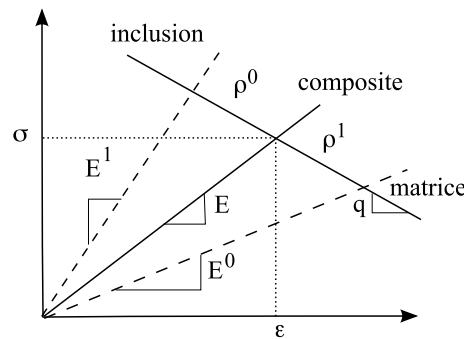


FIG. 1.14 – Illustration graphique de la méthode MRM.

1.2.4.2 Lois micromécaniques

Les lois micromécaniques sont fondées sur le concept d'inclusion équivalente d'Eshelby et permettent de prédire les propriétés élastiques effectives en fonction des matériaux qui composent la microstructure [53]. Les méthodes auto-cohérentes proposées par Hill et Budiansky

[7, 45] considèrent les interactions entre inclusions et ne nécessitent pas que l'une des phases soit traitée comme une matrice.

L'approche de Mori-Tanaka au contraire [65], est plus adaptée aux composites constitués d'une matrice renforcée [53, 77]. Hu [46] a développé un modèle à partir de la méthode de Mori-Tanaka dans le but de déterminer le module élastique d'un composite constitué d'une matrice m qui contient deux catégories d'inclusions sphériques, dont l'une est associée aux particules p et l'autre aux vides v générés par l'endommagement de ces dernières. La rigidité k_{eff} (module de compression isotrope) est exprimée en fonction des propriétés élastiques (k^i et μ^i) de chaque phase ϕ et de leur proportion volumique ρ^ϕ :

$$k_{eff} = \frac{d^m + d^p k^p + d^v k^v + dk^p k^v}{e^m + e^p k^p + e^v k^v + ek^p k^v} k^m \quad (1.22)$$

Dans le cas d'un matériau granulaire cimenté, si on considère que la raideur associée aux vides est nulle on obtient :

$$k_{eff} = \frac{d^m + d^p k^p}{e^m + e^p k^p} k^m \quad (1.23)$$

avec $d^m = 16(\mu^m)^2$, $d^p = 4\mu^m[3\rho^m + \rho^p(3 + 4\mu^m/k^m)]$, $e^m = 12(1 - \rho^m)\mu^m k^m + 16(\mu^m)^2$ et $e^p = 9\rho^p k^m + 12(1 - \rho^p)\mu^m$.

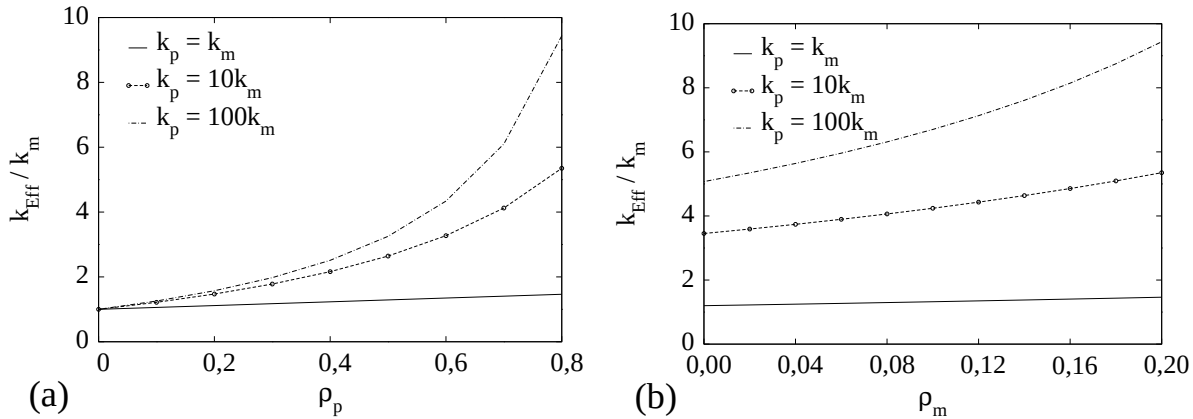


FIG. 1.15 – Module de compression isotrope pour un matériau biphasique calculé avec le modèle de Mori-Tanaka : (a) en fonction de la fraction volumique de particules pour $\rho^v = 0$; (b) en fonction de la fraction volumique de matrice pour $\rho^p = 0.8$.

Les courbes 1.15 montrent l'évolution du module de compression isotrope k_{eff} adimensionné par k^m en fonction de la fraction volumique de particules ρ^p à porosité nulle (a) et de la fraction volumique de matrice ρ^m avec $\rho^p = 0.8$ (b) pour différents rapports de raideurs k^p/k^m . Dans le cas où $k^p = k^m$ le modèle montre que le module k_{eff} reste constant. Pour des rapport $k^p/k^m > 1$ on remarque que k_{eff} croît exponentiellement avec ρ^p lorsqu'on atteint des compacités élevées ($\rho^p > 0.5$) (voir figure 1.15 (a)). Concernant l'évolution de k_{eff} en fonction de ρ^m , on observe une croissance quasi-linéaire avec une légère courbure lorsque le rapport k^p/k^m augmente. La rigidification issue du remplissage des pores par la matrice est prise en compte. Les limites de ce modèle concernant les phénomènes propres aux MGCi seront discutées dans le chapitre 3.

1.2.4.3 Limites des modèles théoriques

Bien utilisés avec succès pour l'étude de nombreux problèmes, ces modèles trouvent des limitations dans le cas des matériaux granulaires cimentés. Lorsqu'il y a des décollements aux interfaces entre la matrice et les particules par exemple, la méthode de Mori-Tanaka classique surestime très largement le module d'élasticité [29, 91]. Dans les matériaux granulaires cimentés comme l'albumen de blé, on observe assez facilement des décollements entre matrice et particules. De plus, les "contacts directs" (voir section 1.2.2.3) introduisent aussi des défauts susceptibles de réduire la rigidité effective et qui ne sont pas pris en compte dans les modèles d'homogénéisation. Ce point sera précisé dans le chapitre 3.

Ces défauts présents à l'état initial constituent un ensemble de "fissures fermées" qui peuvent influencer considérablement la réponse mécanique du matériau en fonction de leur orientation par rapport à la direction de sollicitation. Des méthodes issues de la mécanique des milieux continus sont capables de déterminer l'influence de ce type de défauts sur le comportement mécanique effectif. L'approche la plus classique est développée pour un matériau en traction simple. Elle donne accès à une estimation de l'endommagement dans un plan donné par l'intermédiaire du calcul de l'aire correspondant à l'intersection de ce plan avec les défauts. Cette théorie, généralisée au cas 3D, fait intervenir la matrice de rigidité du matériau non endommagé [50]. Malgré tout, si ce modèle tient compte des défauts, il les fait intervenir de la même manière en traction et en compression. Or, il s'avère que la plupart des matériaux granulaires cimentés (bétons, roches, etc) montrent une dissymétrie entre compression et traction.

Ces méthodes sont destinées à estimer l'endommagement en tenant compte des microfissurations et autres défauts mais elles considèrent le milieu comme un milieu homogène avec une élasticité connue. Elles sont donc difficilement applicables aux MGCi si l'on souhaite modéliser le comportement macroscopique réel à partir de la microstructure (fraction volumique et propriétés mécaniques des phases et interfaces, géométrie).

1.3 Fragmentation de l'albumen de blé

1.3.1 Contexte industriel

Le fractionnement des céréales est une étape décisive pour leur valorisation. Les produits de ce fractionnement peuvent être agro-alimentaires (farine, semoule, etc) ou non alimentaires (amidon) et destinés à différents domaines industriels (génie chimique, fabrication de papier, etc). Ce fractionnement met en jeu des opérations unitaires de broyage, mises au point pour l'essentiel à la fin du 20ème siècle, qui permettent d'isoler l'albumen amylicé de l'enveloppe et du germe.

Le procédé industriel qui permet de transformer les grains de blé en fragments plus petits s'appelle la mouture. Les grains sont humidifiés à une teneur en eau contrôlée et broyés grâce à

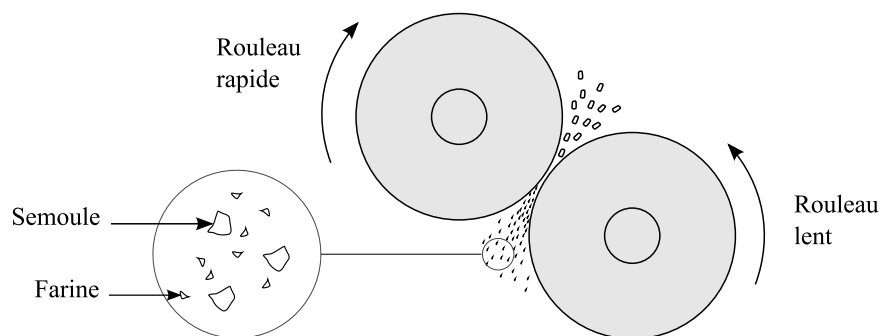


FIG. 1.16 – Principe de fonctionnement d'un broyeur à cylindre.

plusieurs passages entre des cylindres cannelés ou lisses (voir figure 1.16).

Il existe différentes variétés de blé. En fonction de la variété et des conditions de culture, les propriétés mécaniques changent d'un type de grain à un autre. La friabilité des grains dépend fortement de ces propriétés. La prédiction de la friabilité du grain de blé est fondamentale pour l'industrie agro-alimentaire, car elle conditionne l'énergie de broyage requise lors de la mouture ainsi que le type de produit final : farine, semoule, etc. En dépit de leur importance économique, les procédés mis en oeuvre ont peu évolués jusqu'à ces dernières années. Des classifications commerciales (voir section 1.3.3.1) établies de manière empirique permettent d'estimer la friabilité du blé grâce à ses propriétés mécaniques, mais le lien entre la microstructure du grain et son fractionnement reste encore peu connu (voir figure 1.17).

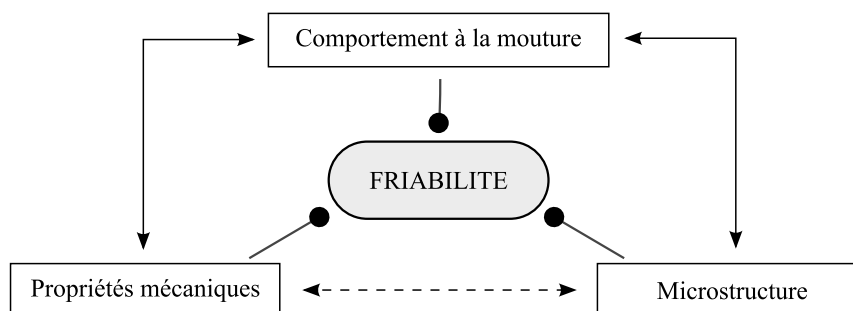


FIG. 1.17 – Représentation schématique de la friabilité du grain de blé comme une propriété associée à la fois aux caractéristiques mécaniques du grain et au procédé de mouture.

La compréhension du fractionnement est fondamentale pour permettre la sélection de semences adaptées aux nouveaux besoins de l'industrie céréalière. Dans cette section on présente l'albumen de blé, en tant que matériau granulaire cimenté, et on introduit les notions et les précédents travaux qui permettent de mieux comprendre l'origine des mécanismes de fractionnement au sein de ce biomatériau.

1.3.2 L'albumen de blé

Le grain de blé est divisé en trois zones anatomiques (voir figure 1.18). Les couches externes ou enveloppes, constituées de plusieurs tissus, représentent environ 14% en masse du grain et sont composées de fibres et de minéraux. Le germe est l'embryon de la plante et correspond à 3% du grain. Enfin, l'albumen constitue la majeure partie du grain de blé, environ 80% en masse [27]. Il fournit l'énergie et les protéines nécessaires au développement de la plante.

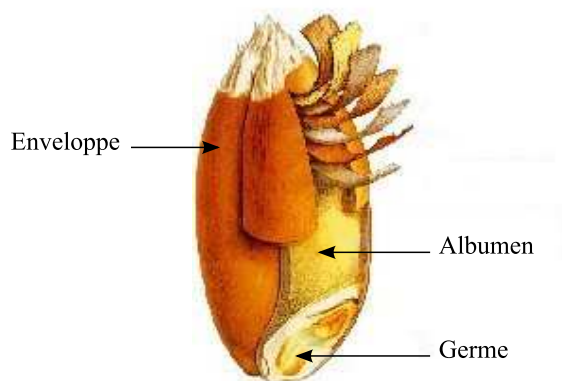


FIG. 1.18 – Représentation schématique de la structure du grain de blé.

L'albumen de blé est le principal constituant des farines ou semoules. Il peut être schématiquement décrit comme un matériau granulaire cimenté composé de granules d'amidon agglomérés dans une matrice protéique [98]. Sa texture varie selon les variétés de blé et les conditions de culture.

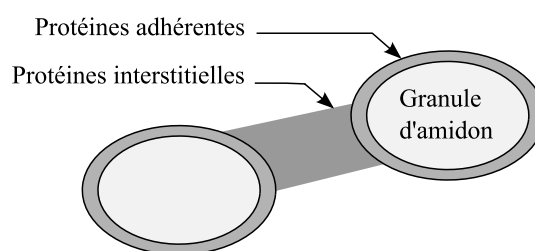


FIG. 1.19 – Protéines interstitielles et adhérentes.

La matrice protéique varie en volume de 6% à 20% [1]. Cette teneur dépend des conditions culturales et variétales de développement (notamment de l'alimentation en eau). Il existe deux types de granules d'amidon, qui se différencient par leurs tailles. Les granules de type A sont de l'ordre de 20 μm et sont de forme lenticulaire. Les granules de type B, l'ordre de 5 μm , sont sphériques et quatre fois plus nombreux dans l'albumen que les granules A. La matrice protéique se répartit entre les granules d'amidon sous la forme de ponts plus ou moins volumineux. La présence de protéines interstitielles sert de ciment entre les granules, eux-mêmes enrobés d'une fine couche de protéines adhérentes (voir figure 1.19). La figure 1.20 montre une photo-

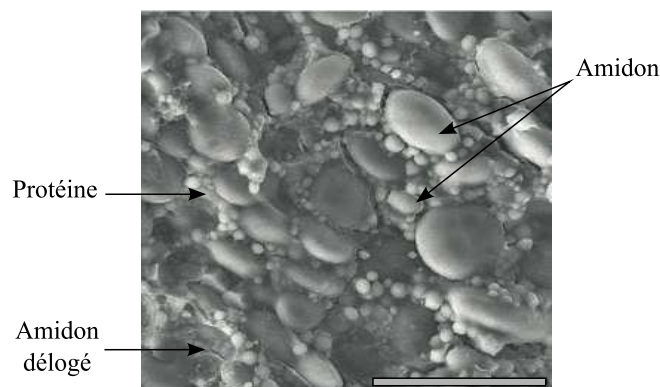


FIG. 1.20 – Albumen de blé (Falcon) vu au microscope à balayage électronique. La barre d'échelle correspond à $50\ \mu m$.

graphie prise au microscope électronique à balayage (MEB) d'une surface fissurée d'albumen. Les deux types de granules ainsi que la phase protéique, notamment visible sous la forme de cavités laissées par des granules délogés, peuvent être observés.

1.3.3 Classifications et comportement mécanique

1.3.3.1 Classifications

Deux classifications sont principalement utilisées dans l'industrie agro-alimentaire. La *dureté*, qui est l'inverse de la friabilité, est une caractéristique variétale liée aux propriétés mécaniques du grain. La *vitrosité* est une propriété optique de l'albumen liée à la teneur en protéine. Elle dépend des conditions de développement des grains.

La dureté

Les classifications commerciales basées sur la dureté [27] permettent de distinguer :

- Les blés durs ou *T. durum* surtout cultivés dans les zones chaudes et sèches (sud de l'Europe). Ils sont utilisés pour produire les semoules et les pâtes alimentaires.
- Les blés tendres ou *T. aestivum*, eux-mêmes divisés en deux sous-groupes *soft* et *hard*, davantage cultivés dans les hautes latitudes (France, Canada, Ukraine). Ils servent à fabriquer la farine utilisée pour le pain.

Le tableau 1.1 montre les différents types de blé avec leurs principales caractéristiques et utilisations [3]. La *dureté* du blé est une propriété importante dans la détermination de l'utilisation des farines pour l'industrie alimentaire. Les blés *soft* nécessitent moins d'énergie lors de la mouture et produisent des farines constituées de petits agrégats d'amidon et de protéine. La plupart des granules d'amidon restent intacts lors du processus de broyage. Les blés *hard* se broient plutôt en agrégats plus gros et génèrent des granules d'amidon endommagés. Enfin les blés *durs* sont

Classification	Caractéristiques générales	Utilisations habituelles
Durum	Teneur en protéine très élevée, absorption d'eau élevée	Pâtes, semoule
Hard	Teneur en protéine élevée, absorption d'eau élevée	Pain et produits dérivés
soft	Teneur en protéine faible, absorption d'eau faible	Gâteaux (cakes,cookies) et biscuits

TAB. 1.1 – Différents types de dureté de blé avec leurs caractéristiques générales et leurs utilisations usuelles.

très résistants au niveau de leur texture, et possèdent une haute teneur en protéine (>20% en volume) [66, 100].

La figure 1.21 présente la granulométrie typique des farines extraites de blés soft et de blé hard.

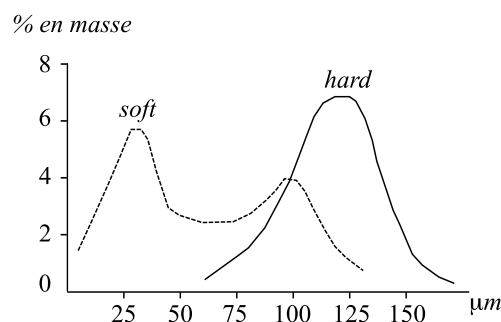


FIG. 1.21 – Granulométrie comparée des farines extraites de blés soft et hard.

Dans le domaine de l'agro-alimentaire, trois méthodes sont communément utilisées pour déterminer la dureté d'un blé : la méthode NIR (near-infrared reflectance), le PSI (particle size index) et le SKCS (single kernel characterization system) [66]. Dans la méthode SKCS on mesure la résistance d'un seul grain à l'écrasement. Les méthodes NIR et PSI correspondent plus à une description empirique de la distribution de taille des agrégats après mouture qu'à la mesure d'une propriété mécanique *ab initio* du grain [3, 21, 100]. La méthode PSI rend compte de la granulométrie d'un broyat de grains de blé réalisé dans des conditions standardisées, alors que la méthode par spectroscopie de réflexion dans l'infrarouge (NIR) relie l'absorption d'un rayon lumineux à la taille des particules du milieu considéré. Le tableau 1.2 donne une échelle de la dureté du grain de blé estimée par les méthodes PSI et NIR. La dureté meunière des grains se définit donc comme leur résistance à l'écrasement, à la fragmentation et à la réduction en farine. Elle traduit l'état de cohésion de la structure de l'albumen. La dureté est liée à la manière dont la fracture se propage (séparation nette ou pas des différents constituants). Il a été montré qu'il est possible de classer, d'un point de vue rhéologique, les variétés de blés dans un diagramme module d'élasticité, énergie de rupture [19]. Cette possibilité de classement à partir du comportement mécanique indique une corrélation entre le comportement des liens cohésifs

Type de blé	indice PSI	indice NIR
Durum (très résistant)	<11	>80
Hard (résistant)	11-19	35-80
soft (friable)	>19	<35

TAB. 1.2 – Echelle de dureté par les méthodes PSI et NIR.

et le comportement mécanique de l'albumen.

La vitrosité

Par définition, la vitrosité est caractérisée par le degré de translucidité du grain. Ainsi les grains *vitreux* apparaissent translucides et compacts alors que les grains *farineux* se présentent avec un albumen d'apparence opaque. Cette différence de texture est due aux espaces vides et aux microfissures à l'intérieur de la matrice protéique. L'apparence farineuse est due à une discontinuité de la matrice qui rend l'albumen poreux alors que pour les grains vitreux, les fissures et les poches d'air sont quasi absentes ce qui donne lieu à une texture plus compacte et conduisant la lumière (voir figure 1.22).

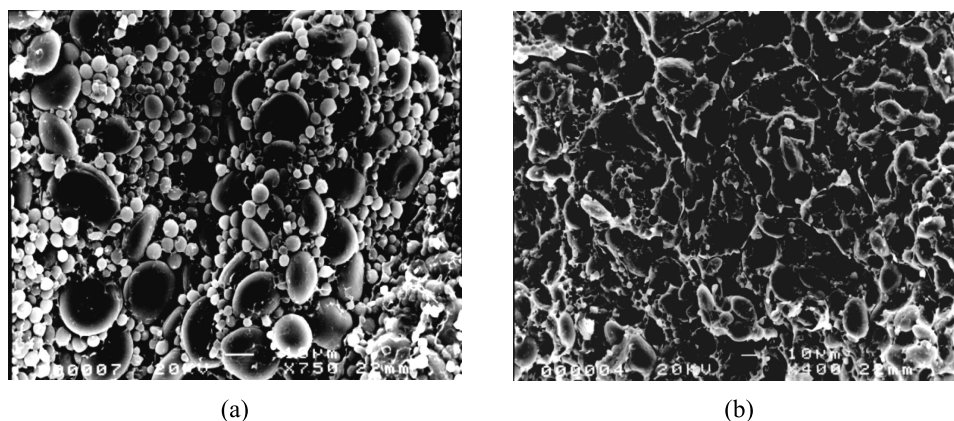


FIG. 1.22 – Albumen de blé vu au microscope électronique : (a) albumen farineux ; (b) albumen vitreux.

1.3.3.2 Comportement mécanique

L'albumen de blé peut être considéré comme un matériau *élastique fragile*. Son module d'élasticité et sa résistance à la rupture dépendent des variétés et des conditions de culture. Généralement, des essais effectués en compression simple sur des éprouvettes cubiques d'albumen de blé permettent d'accéder à ces caractéristiques mécaniques.

Rôle de l'humidité

La teneur en eau influence de manière significative les propriétés mécaniques de l'albumen. La

figure 1.23 (a) montre l'évolution de la contrainte en fonction de la déformation pour un blé hard (Baroudeur) soumis à la compression simple avec différentes teneurs en eau [39]. L'eau, essentiellement fixée sur les granules d'amidon, a pour effet de rendre l'albumen viscoplastique.

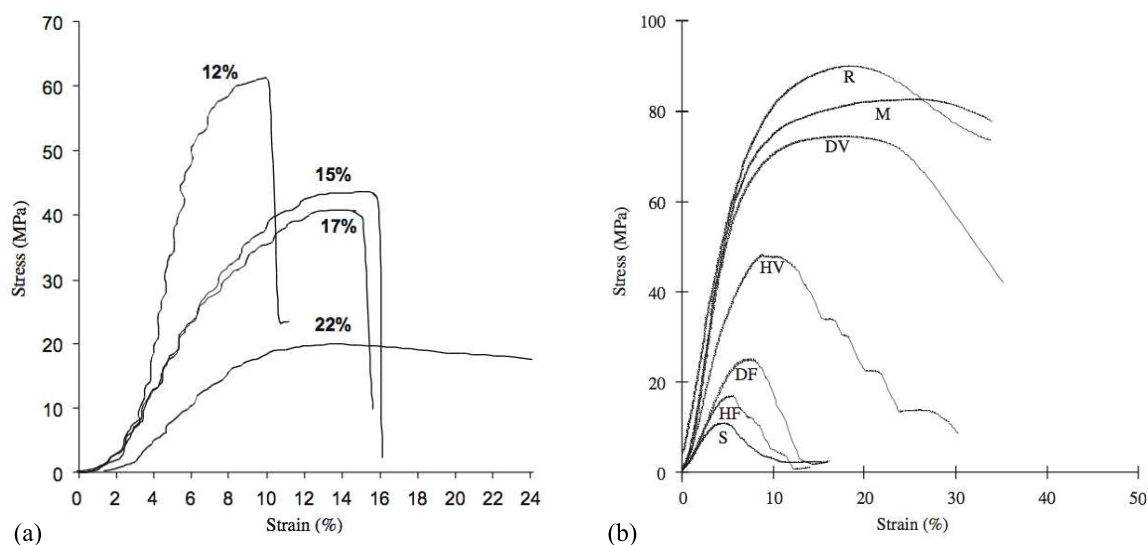


FIG. 1.23 – Courbes contrainte-déformation pour des essais en compression sur des éprouvettes d'albumen de blé : (a) pour différentes humidités sur un blé hard (Baroudeur) [39]. (b) : de dureté et de vitrosités différentes. S=soft, H=hard, D=durum, F=farineux, V=vitreux, M=maïs, R=riz [38].

Influence de la dureté et de la vitrosité

La figure 1.23 (b) montre les courbes contrainte-déformation pour différentes duretés et vitrosités sur des échantillons cubiques d'albumen sollicités en compression simple [38]. On observe que la variation de dureté modifie les seuils de rupture et les modules d'élasticité des échantillons. Les blés hard et durum sont plus résistants à la rupture et présentent des modules d'élasticité plus élevés. D'autre part, les grains vitreux sont généralement plus résistants à la compression du fait de leur haute teneur en protéine. Cependant, aucune corrélation simple n'a pu être établie entre la vitrosité d'un grain et sa dureté : des albumens farineux et vitreux peuvent être issus de variétés *soft*, *hard* et *durum*.

La figure 1.24 montre une représentation de différents types de blé dans un diagramme énergie de rupture-module d'élasticité [19]. L'énergie de rupture semble augmenter linéairement avec le module d'élasticité. La vitrosité et la dureté influencent de manière indépendante l'énergie de rupture et le module d'élasticité. Ainsi, on trouve des blés farineux hard, comme des blés vitreux softs.

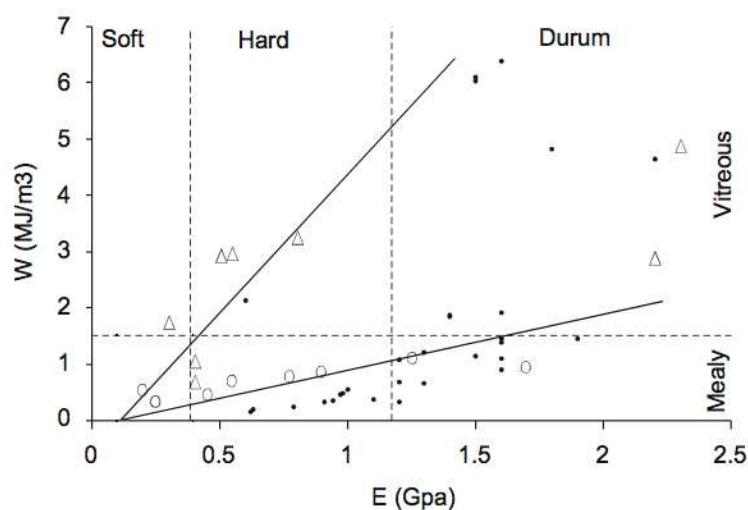


FIG. 1.24 – Représentation selon Haddad et al. dans un diagramme énergie de rupture W / module d'élasticité E pour des blés français (triangle=vitreux, cercle=farineux) et des blés américains (points) [19, 32].

1.3.4 Origines de la dureté

Interface granule d'amidon - matrice protéique

Il est généralement admis que la dureté du blé est une conséquence de l'adhésion entre les granules d'amidon et la matrice protéique en tant que caractéristique biochimique majeure de l'albumen [4, 32, 35, 71, 100]. En effet, des essais d'indentation sur des échantillons d'albumen ont indiqué que les propriétés mécaniques propres aux granules d'amidon et à la phase protéique ne varient que très peu d'une variété de blé à une autre [4, 32]. Ces résultats semblent démontrer que la différence de comportement entre les variétés *soft*, *hard* et *durum* réside dans la nature de l'interface amidon-protéine. Dans le cas des *hard* et *durum*, les interactions entre amidon et protéine seraient fortes alors qu'elles seraient plus faibles pour les *soft* [3].

Génétiquement, les blés *soft*, *hard* et *durum* sont des classes dépendantes de la présence et de la nature d'une fraction protéique appelée *friabiline* dans l'interface [35, 66]. La fraction protéique friabiline est en fait composée de plusieurs protéines dont les puroindolines *A* et *B*. Il a été montré [66] que la quantité de friabiline, ainsi que la proportion de puroindolines *A* et *B* dans sa composition contrôlent l'adhésion à l'interface entre granules et matrice, jouant ainsi un rôle considérable sur la cohésion globale de l'albumen :

- Lorsque les deux puroindolines sont "fonctionnelles", la texture du grain est *soft*.
- Quand, pour une raison ou une autre, une des deux puroindolines est absente ou altérée par une mutation, il en résulte une texture de type *hard*.
- Dans le cas des blés *durum*, la quantité de puroindolines est quasi-nulle [66].

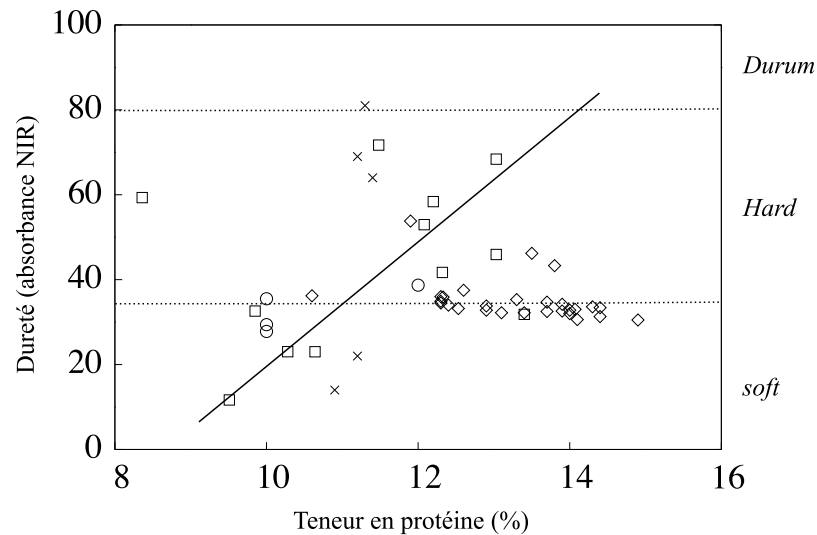


FIG. 1.25 – Dureté (NIR) en fonction de la teneur en protéine. Les données sont issues de la littérature. cercles : [22], carrés : [33], losanges : [20], croix : [36].

Teneur en protéine

La dureté est aussi une fonction croissante de la vitrosité de l'albumen, en tant qu'indice de la teneur en protéine [19, 39, 66, 100]. La figure 1.25 montre l'évolution de la dureté en fonction de la teneur en protéine pour des données issues de la littérature. La tendance générale des points indique que l'augmentation de la quantité de protéine influe sur la dureté de l'albumen. Cependant, la quantité de protéine ne suffit pas à expliquer la dureté. On observe des zones de recouvrement (blés soft à hautes teneurs en protéine, blés hard à faible teneur en protéine) qui démontrent l'influence d'autres paramètres indépendants de la teneur en protéine.

1.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons défini une classe particulière de matériaux granulaires cohésifs : les matériaux granulaires cimentés (MGCi). Les MGCi sont constitués d'un assemblage dense de particules et d'une matrice solide, remplissant partiellement ou entièrement les espaces interstitiels, qui assure la cohésion des particules entre elles. Ces matériaux possèdent des propriétés propre à leur texture. Ainsi l'adhésion aux interfaces entre particules et matrice contrôle pour une grande part le comportement et la rupture à l'échelle macroscopique. D'autre part, la compacité très élevée des MGCi leur confère des propriétés proches des milieux granulaires telle que la présence de contacts directs entre particules ou encore l'effet de voûte. De par ces propriétés très particulières, les modèles d'homogénéisation classiques sont difficilement adaptables aux MGCi. Bien que les travaux de cette thèse s'appliquent à l'ensemble des MGCi (bétons, bitume, conglomerats, etc), on s'intéresse plus particulièrement à un biomatériau : l'albumen de blé. L'albumen constitue la majeure partie du grain de blé. Il peut être considéré

comme un matériau granulaire cimenté composé de granules d'amidon enchâssés dans une matrice protéique. Les mécanismes de fragmentation et la friabilité du blé sont fondamentaux pour l'industrie agro-alimentaire, car ils conditionnent l'énergie de broyage requise lors de la mouture ainsi que les propriétés du produit final. La compréhension des mécanismes de rupture liés à la microstructure constitue ainsi une étape décisive vers une meilleure valorisation des produits dérivés du blé. Pour décrire l'aptitude d'un grain à se réduire en agrégats de grosses tailles, les professionnels de l'agro-alimentaire se basent sur une caractéristique variétale appelée dureté. Ainsi, il existe trois catégories de blé : 1) les blés soft (très friables), qui se réduisent en petits agrégats constitués de granules d'amidon intacts et de protéine ; 2) les blés hard, qui se broient en agrégats plus gros et génèrent des granules d'amidon endommagés et 3) les blés durs (céréale particulière), qui sont très résistants au niveau de leur texture. La dureté est liée à la texture granulaire de l'albumen. D'une part l'adhésion aux interfaces entre granules d'amidon, et d'autre part la fraction volumique de matrice apparaissent comme deux paramètres essentiels qui semblent contrôler la rupture. Cependant, l'influence propre de chacun d'eux, ainsi que les mécanismes sous-jacents qui mènent à faire varier la dureté d'une variété de blé à une autre sont encore mal connus. Les aspects étant communs à l'ensemble des MGCI, l'objectif des travaux décrits dans ce mémoire était de proposer une approche permettant d'étudier le comportement et la rupture de ces matériaux sur une base quantitative.

Modélisation numérique

Sommaire

2.1	Introduction	40
2.1.1	Modélisations continues et discrètes	40
2.1.2	Choix d'une approche	41
2.2	Approche DEM cohésive	42
2.2.1	Description du milieu granulaire	42
2.2.2	Interactions non cohésives	43
2.2.3	Interactions cohésives	44
2.2.4	Intégration des équations du mouvement	46
2.3	Approche LEM	47
2.3.1	Principe de la méthode	48
2.3.2	Connectivité du réseau	50
2.3.3	Elements 1D	51
2.3.4	Résolution	54
2.3.5	Gestion de la rupture	58
2.3.6	Influence du maillage	59
2.3.7	Génération des échantillons	63
2.3.8	Paramètres du modèle et notations	66
2.4	Application de l'approche LEM à quelques cas tests	67
2.4.1	Contact Hertzien	67
2.4.2	Test de Nooru Mohamed	69
2.5	Conclusion	70

2.1 Introduction

La modélisation théorique à la fois du comportement macroscopique et de la rupture des MGCI peut s'avérer très complexe si l'on tient compte des propriétés de la microstructure. On comprend bien alors l'intérêt d'une approche numérique. Dans ce chapitre, nous allons introduire diverses approches numériques possibles, et plus particulièrement l'approche de discrétisation sur réseau que nous avons développé au cours de cette thèse. Il est possible de distinguer deux types d'approches numériques : les approches continues et les approches discrètes.

2.1.1 Modélisations continues et discrètes

L'approche continue consiste à prendre en compte le comportement et les discontinuités à l'échelle d'un volume élémentaire représentatif (VER), puis à les insérer dans un modèle de comportement discrétisé par éléments finis (FEM ou Finite Element Method). Pour l'étude de la rupture, le modèle des zones cohésives [70] permet ainsi d'initier et de propager des fissures en éléments finis. Cependant, la discrétisation par éléments finis n'est pas vraiment adaptée à l'étude des matériaux granulaires cohésifs. La prise en compte d'un nombre de particules élevé nécessite l'emploi d'un maillage très fin, ce qui pénalise fortement le temps de calcul.

Les approches par éléments discrets (DEM ou Discret Element Method) considèrent les particules indépendamment les unes des autres comme porteuses des degrés de liberté du système. Chaque particule présente un comportement régi par les phénomènes microscopiques intervenant au niveau de sa surface. Ces méthodes ont été développées à l'origine dans le but de résoudre des problèmes granulaires non cohésifs. Deux types de modélisation existent :

- La méthode de dynamique des contacts (DC) ou "Non Smooth Discrete Element Method" développée par JJ Moreau et M. Jean [48, 62, 64].
- La méthode de dynamique moléculaire (DM) introduite en géotechnique par Cundall [13].

Dans les deux méthodes les particules sont traitées comme parfaitement rigides. La méthode de dynamique des contacts traite les contacts par la condition de non-interpénétration. Une non-régularité apparaît dans le traitement d'inégalités et dans l'évolution des vitesses avant et après les chocs entre particules. Ainsi, toute interpénétration est indésirable [55, 56]. La méthode de dynamique moléculaire traite les interactions entre particules à l'aide des lois de force. Le détail de cette méthode sera présenté dans la section 2.2.

L'adaptation aux milieux granulaires cohésifs de ces approches discrètes a été essentiellement effectuée sur la base de ces deux méthodes, aussi bien en terme d'actions normales et tangentielles entre particules [76] qu'en terme d'actions combinées [18]. La cohésion par capillarité a été appréhendée par des simulations numériques de type DEM [79, 88] en 2D et 3D en introduisant au niveau du contact entre particules des lois d'interaction en traction caractérisant les ponts liquides au sein d'un milieu humide. La modélisation des milieux granulaires à com-

portement solide a été abordée sur la base de la dynamique moléculaire, par l'adjonction de lois de cohésion décrivant des liens solides sur une fraction des particules [18] .

L'approche de type Lattice que nous appellerons Lattice Element Method (LEM) a été très souvent utilisée dans le cadre de l'analyse statistique de la rupture [2, 5, 17, 28, 43, 82, 94] et appliquée à la fissuration des bétons et céramiques [11, 54, 72, 83, 85, 101, 102]. L'approche LEM peut être qualifiée de modèle intermédiaire entre les méthodes DEM et les méthodes FEM. Dans ce type de modèle le milieu est réduit à un ensemble de noeuds appartenant à une grille. Seules des lois locales, comme l'équilibre des forces et des moments, sont considérées et leur implémentation se fait au niveau de chaque noeud relié à un nombre limité de voisins. Cela revient à placer entre les noeuds du réseau des éléments 1D, de type "fusible", ressort linéaire élastique ou de type poutre. La rupture est naturellement implémentée dans le milieu sous la formes d'éléments 1D rompus, selon un critère défini en force ou en distance. Nous reviendrons en détail sur cette méthode dans la section 2.3.

2.1.2 Choix d'une approche

Les travaux réalisés au cours de cette thèse avaient pour objectif d'étudier l'influence de la microstructure sur le comportement macroscopique et la fissuration des matériaux granulaires cimentés, et plus particulièrement de l'albumen de blé.

D'après les propriétés caractéristiques des MGCI évoquées dans les sections précédentes, cette étude nécessite que le modèle prennent en compte :

- la matrice.
- les interfaces entre matrice et particules, ainsi qu'entre deux particules en contact.
- la possibilité de propagation de fissures dans chacune des phases et interfaces.

Ces trois points étant difficilement descriptibles dans le cas d'un modèle DEM cohésif, nous avons choisi de développer un modèle de type LEM. Cependant, les approches de type LEM n'étant pas classiques pour modéliser les milieux granulaires, une méthode de type DEM cohésive basée sur les travaux de Delenne [18] a aussi été développée en langage C dans le but de comparer les deux méthodes. L'approche DEM cohésive étant restreinte au cas où le liant est limité à un "point de colle" entre les particules sans endommagement de ces dernières lors de la rupture, la comparaison a été effectuée uniquement pour de faibles fractions volumiques de matrice avant fissuration.

Dans ce chapitre j'explicite en détail les méthodes DEM cohésive et LEM que j'ai développé dans le cadre de la thèse.

2.2 Approche DEM cohésive

La méthode DEM (ou dynamique moléculaire) est une méthode newtonnienne de type explicite. Elle utilise des lois d'interaction régulières qui s'écrivent sous la forme de fonctions régulières, reliant les déplacements et les forces aux points de contact entre particules.

2.2.1 Description du milieu granulaire

Les échantillons sont constitués de particules sphériques i de centre O_i et de rayon R_i , dont les positions, vitesses et accélérations sont décrites dans un repère global Galiléen $(O, \mathbf{X}, \mathbf{Y})$. Un repère d'interaction local $(P, \mathbf{n}, \mathbf{t})$ est associé au contact entre une particule i et j (voir figure 2.1).

- le vecteur $\mathbf{n}$ est porté par la normale au contact entre les deux particules de centres O_i et O_j :

$$\mathbf{n} = \frac{\mathbf{O}_j \mathbf{O}_i}{\|\mathbf{O}_j \mathbf{O}_i\|} \quad (2.1)$$

- le vecteur $\mathbf{t}$ tangent :

$$\mathbf{t} = \frac{\mathbf{Y} \wedge \mathbf{n}}{\|\mathbf{Y} \wedge \mathbf{n}\|} \quad (2.2)$$

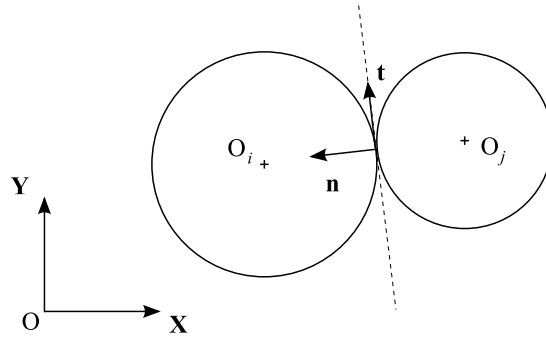


FIG. 2.1 – Repère local et global dans le modèle DEM.

La distance d_n (voir figure 2.2) séparant les deux particules tel que $D = \|\mathbf{O}_i \mathbf{O}_j\| - R_j - R_i$ permet alors de distinguer trois situations possibles :

- $d_n < 0$: Les particules sont en contact et s'interpénètrent.
- $d_n = 0$: Les particules sont en contact sans interpénétration.
- $d_n > 0$: Les particules ne sont pas en contact.

Les grandeurs cinématiques associées aux particules sont définies à partir de cette description de l'échantillon granulaire. Chaque particule est associée à un torseur cinématique qui décrit son mouvement :

$$\left\{ \begin{array}{c} \Omega_{i/O} \\ \mathbf{V}_{i/O} \end{array} \right\}_{O_i} \quad (2.3)$$

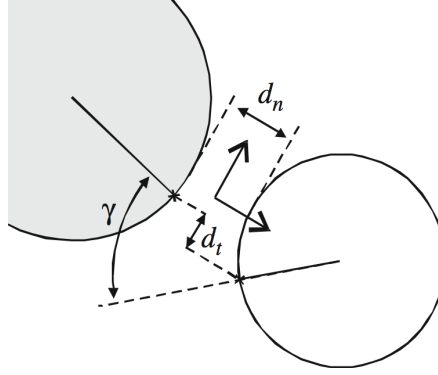


FIG. 2.2 – Déplacements relatifs entre deux particules sphériques.

où $\Omega_{i/O}$ est le vecteur rotation associé au repère local de la particule i et $\mathbf{V}_{i/O}$ le vecteur vitesse de son centre O_i .

La vitesse $\mathbf{v}(P_i)$ du point de contact P appartenant à la particule i s'écrit :

$$\mathbf{v}(P_i) = \mathbf{v}_i + \mathbf{P}_i \mathbf{O}_i \wedge \omega_i \mathbf{z} \quad (2.4)$$

où $\mathbf{v}_i = \mathbf{v}(O_i)$ est le vecteur vitesse du centre O_i et ω_i la vitesse angulaire.

Les composantes normale et tangentielle de la vitesse relative du point P_i par rapport au point P_j s'écrivent :

$$\begin{aligned} v_n &= (\mathbf{v}(P_i) - \mathbf{v}(P_j)) \cdot \mathbf{n} = (\mathbf{v}_i - \mathbf{v}_j) \cdot \mathbf{n} \\ v_t &= (\mathbf{v}(P_i) - \mathbf{v}(P_j)) \cdot \mathbf{t} = (\mathbf{v}_i - \mathbf{v}_j) \cdot \mathbf{t} - (R_i \omega_i + R_j \omega_j) \end{aligned} \quad (2.5)$$

v_t est la vitesse de glissement de la particule i par rapport à la particule j .

2.2.2 Interactions non cohésives

Lorsque les particules ne sont pas liées par un pont solide, elles interagissent à travers des actions de contact frottant régies par des lois simples. L'action de contact entre particules est décrite par une loi de force (voir figure 2.3 (a)). La force normale f_n est déterminée en fonction de la distance intergranulaire d_n :

$$f_n = \begin{cases} -k_n d_n & \text{si } d_n \leq 0 \\ 0 & \text{si } d_n > 0 \end{cases} \quad (2.6)$$

La loi de frottement sec est une loi de Coulomb "régularisée" (voir figure 2.3 (b)). La force de frottement tangiel f_t est opposée à la vitesse de glissement v_t des particules :

$$f_t = -\min(|k_t v_t|, \mu f_n) \text{sgn}(v_t) \quad (2.7)$$

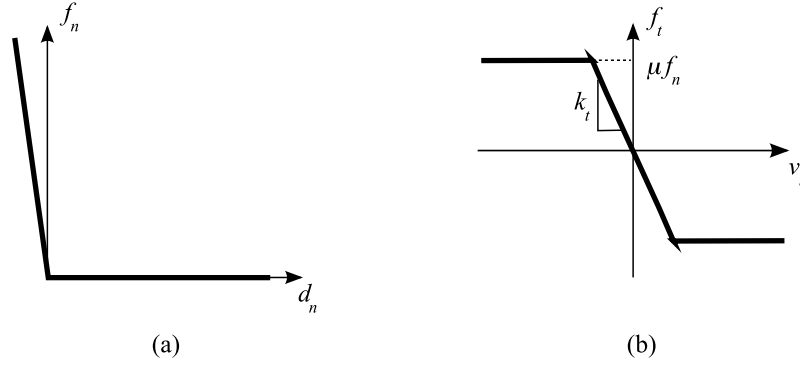


FIG. 2.3 – (a) Loi de contact linéaire. (b) Loi de Coulomb régularisée.

où k_t est le coefficient de régularisation tangentielle et μ le coefficient de frottement.

Le roulement est caractérisé par une résistance à la rotation relative γ d'une particule par rapport à l'autre (voir figure 2.2). Dans le cas des interactions non cohésives, cette résistance est proportionnelle à la force de frottement tel que :

$$M_\gamma = f_t \gamma \quad (2.8)$$

où M est le moment décrivant le couple entre les deux particules.

A ces ingrédients, il faut ajouter des termes d'amortissement visqueux qui prennent en compte la dissipation inélastique :

$$\begin{cases} f_n &= -k_n d_n + \nu_n \text{ si } d_n \leq 0 \\ f_t &= -\min(|k_t v_t|, \mu f_n) \text{sgn}(v_t) + \nu_t \end{cases} \quad (2.9)$$

2.2.3 Interactions cohésives

Le modèle de cohésion granulaire utilisé dans nos études est basé sur l'approche développée par Delenne [18]. Une partie des particules est soumise à des contacts cohésifs en fonction d'un critère de distance sur d_n . Le déplacement local caractérisant le lien cohésif est décrit dans le repère orthonormal $(\mathbf{n}, \mathbf{t})$. Il comporte la composante normale d_n , la composante tangentielle d_t ainsi que la composante en rotation décrite par un angle γ (voir figure 2.2). Les actions mécaniques correspondantes au lien cohésif, c'est à dire la force normale f_n , la force tangentielle f_t et le moment M_γ , sont reliées par un opérateur $[\Psi]$ aux déplacements d_n , d_t et γ :

$$\begin{bmatrix} f_n \\ f_t \\ M_\gamma \end{bmatrix} = [\Psi] \begin{bmatrix} d_n \\ d_t \\ \gamma \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

avec

$$[\Psi] = \begin{bmatrix} \Psi_n & 0 & 0 \\ 0 & \Psi_t & 0 \\ 0 & 0 & \Psi_\gamma \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

où Ψ_n est la rigidité du lien selon $\mathbf{n}$, Ψ_t la rigidité en cisaillement pur et Ψ_γ la résistance au roulement. Ces valeurs peuvent être déterminées dans un contexte donné expérimentalement sur des doublets de particules collés soumis à des sollicitations en traction, compression, cisaillement et en rotation [18].

La composante normale de la cohésion se décompose de la manière suivante :

$$f_n = \Psi^+(d_n) - \Psi^-(d_n) \quad (2.12)$$

où Ψ^+ et Ψ^- sont des fonctions qui représentent respectivement les contributions des forces de répulsion et d'attraction dues au contact et à la cohésion normale. Différentes relations peuvent être données pour Ψ^+ et Ψ^- [76]. Ici, une valeur constante de rigidité en compression et en traction a été attribuée à Ψ^+ et Ψ^- (voir figure 2.4).

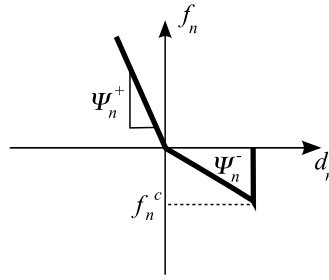


FIG. 2.4 – Loi de cohésion normale.

Avant toute rupture du lien, les interactions cohésives entre particules suivent les lois précédentes. Au delà, les particules interagissent de manière similaire aux lois implémentées dans les méthodes DEM classiques utilisées dans le cas des matériaux granulaires secs. La rupture d'un pont solide est basée sur un critère elliptique ε_{rupt} tel que :

$$\varepsilon_{rupt} = \left(\frac{f_n}{f_n^c} \right)^2 + \left(\frac{f_t}{f_t^c} \right)^2 + \left(\frac{M_\gamma}{M_\gamma^c} \right)^2 \quad (2.13)$$

où f_n^c , f_t^c et M_γ^c sont les forces normales et tangentielles critiques et le moment critique déterminés expérimentalement via les essais mécaniques sur les doublets [18].

Si $\varepsilon_{rupt} \geq 1$ sur un contact, alors le lien cohésif devient non-cohésif. Le domaine caractérisé par $\varepsilon_{rupt} \leq 1$ correspond au lien élastique. Remarquons que ce critère pour les forces tangentielles n'est pas de type coulombien. Un contact ne sera donc décrit par la loi de Coulomb que lorsqu'il est rompu. Ceci correspond mieux à la description de la cohésion par l'interposition d'un matériau cimenté, et c'est ce qui se passe dans l'albumen de blé.

2.2.4 Intégration des équations du mouvement

La cinématique des particules est obtenue grâce à l'utilisation d'algorithmes d'intégration. Ces algorithmes consistent à déterminer, au temps $t + \Delta t$, les vecteurs positions $\mathbf{X}_i$, les vitesses $\mathbf{V}_i$, et les accélérations $\mathbf{A}_i$ des centres des particules dans le repère global, à partir des positions, des vitesses et des accélérations au temps t .

L'algorithme utilisé dans le code de calcul est l'algorithme "velocity verlet". A partir des positions, vitesses et accélérations au temps t , les nouvelles positions au temps $t + \Delta t$ sont calculées en utilisant le développement limité au second ordre :

$$\mathbf{X}_i(t + \Delta t) = \mathbf{X}_i(t) + \Delta t \mathbf{V}_i(t) + \frac{1}{2} \Delta t^2 \mathbf{A}_i(t) + o(\Delta^3) \quad (2.14)$$

Le calcul des vitesses se fait en deux étapes. Les vitesses sont d'abord calculées à un pas de temps intermédiaire en utilisant l'équation aux différences finies à droite :

$$\mathbf{V}_i(t + \frac{1}{2} \Delta t) = \mathbf{V}_i(t) + \frac{1}{2} \Delta t \mathbf{A}_i(t) + o(\Delta^2) \quad (2.15)$$

Ensuite les accélérations $\mathbf{A}_i(t + \Delta t)$ sont déterminées en utilisant le Principe Fondamental de la Dynamique, les actions mécaniques exercées sur la particule i étant déterminées à partir des positions $\mathbf{X}_i(t + \Delta t)$ et des vitesses $\mathbf{V}_i(t + \frac{1}{2} \Delta t)$. Le calcul des vitesses est alors réajusté en utilisant l'équation aux différences finies à gauche :

$$\mathbf{V}_i(t + \Delta t) = \mathbf{V}_i(t + \frac{1}{2} \Delta t) + \frac{1}{2} \Delta t \mathbf{A}_i(t + \Delta t) + o(\Delta^2) \quad (2.16)$$

L'algorithme d'intégration nécessite le choix d'un pas de temps Δt . Comme il s'agit d'une intégration explicite, la stabilité du processus est assurée si le pas de temps est petit devant Δ_t^{crit} donné par [18] :

$$\Delta_t^{crit} = \pi \sqrt{\frac{m}{k_n}} \quad (2.17)$$

où m est la masse de la particule.

Bien que la méthode DEM nécessite des pas de temps très petits, cette relation montre qu'il est possible de réduire la durée globale des temps de calcul en modifiant artificiellement la valeur du pas de temps critique par l'intermédiaire des paramètres m et k_n .

2.3 Approche LEM

Le code LEM (Lattice Element Method) développé au cours de la thèse se compose en trois modules (voir figure 2.5) :

- Un module de pré-traitement, permettant de générer et de mailler sur le réseau un échantillon granulaire cimenté en contrôlant le volume de matrice et les propriétés mécaniques des différentes phases et interfaces.
- Un module de calcul contenant les équations de résolution et gérant la recherche de l'équilibre (minimisation de l'énergie potentielle) ainsi que la fissuration du réseau à la suite d'une sollicitation imposée.
- Un module de post-traitement, qui permet de visualiser les champs de forces, les déformations et les contraintes à un pas de temps donné, ainsi que les différentes données issues du calcul (% de liens rompus, courbe contrainte déformation, probabilités de forces et contraintes, etc).

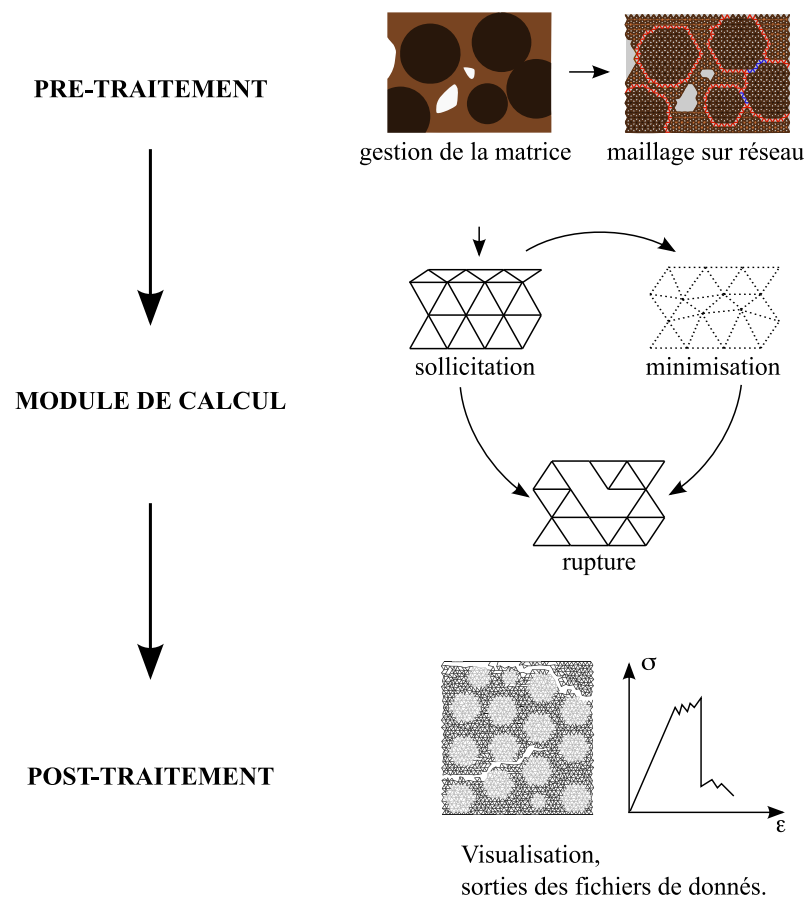


FIG. 2.5 – Détail des trois modules du code LEM.

2.3.1 Principe de la méthode

On considère un milieu granulaire cimenté, constitué de trois phases (les particules p , la matrice m et les vides v) et de deux types d'interfaces (entre les particules pp et entre les particules et la matrice pm).

L'espace contenant ce milieu triphasique est discrétisé par un réseau triangulaire (régulier ou non) de noeuds connectés entre eux par des éléments 1D. Nous verrons à la section 2.3.3 qu'il est possible d'attribuer différents types de comportements mécaniques à ces éléments.

Les propriétés mécaniques des éléments sont attribuées en fonction des noeuds qu'ils connectent. On dénombre trois types de noeuds : les noeuds situés dans les particules p , dans la matrice m et dans les pores v . Le tableau 2.1 donne les règles qui permettent de caractériser les éléments en fonction des deux noeuds.

Type d'élément	Noeud 1	Noeud 2
Particule p	p_i	p_i
Matrice m	m	m
Interface pm	p	m
Interface pp	p_i	p_j
Vide v	v	p, m, v

TAB. 2.1 – Résumé des règles d'attribution des types d'éléments en fonction des noeuds qui les supportent.

Deux noeuds localisés dans une même phase ϕ portent un élément ϕ , et tout élément connecté au moins à un noeud vide (v) se voit attribuer des propriétés mécaniques nulles (raideur, seuil de rupture).

Concernant les interfaces, un élément appartient à une interface lorsqu'il est formé à partir de deux noeuds de nature différentes :

- Un élément qui connecte un noeud situé dans la matrice (m) et un noeud dans une particule i (p_i) est de type interface particule-matrice (pm).
- Un élément à cheval sur deux particules i et j a les propriétés d'une interface particule particule (pp).

Chaque phase et ses frontières sont donc représentées par des éléments du réseau portant les mêmes propriétés et appartenant à la même partie de l'espace. La figure 2.6 présente un exemple de discrétisation avec la méthode LEM d'un échantillon granulaire cimenté.

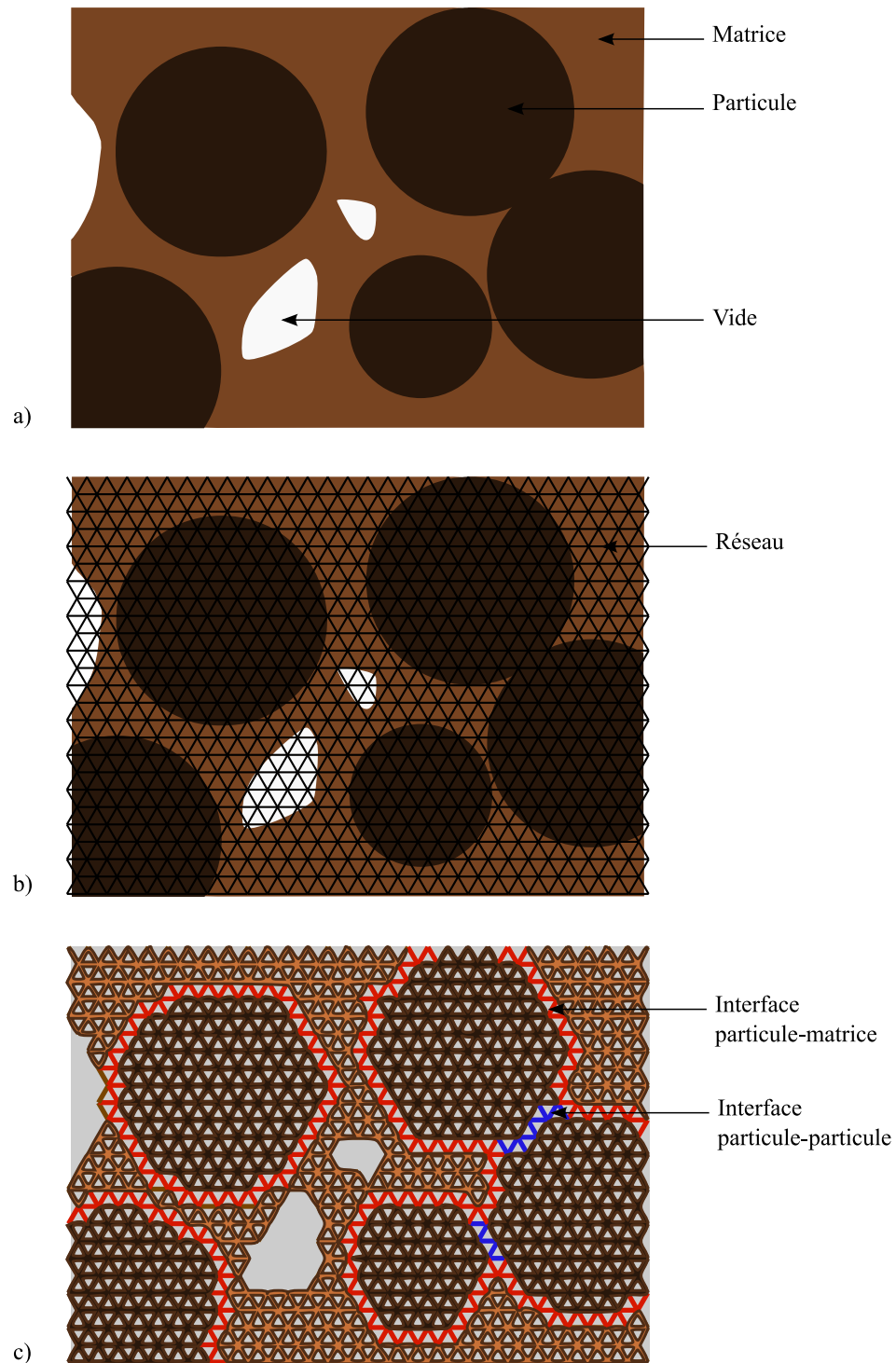


FIG. 2.6 – Illustration de la discrétisation par réseau d'un échantillon triphasique. (a) Échantillon granulaire cimenté contenant des particules, une matrice et des vides. (b) Superposition de l'échantillon sur un réseau triangulaire régulier de type lattice. (c) Attribution des éléments en fonction des phases et interfaces du milieu.

2.3.2 Connectivité du réseau

Le réseau triangulaire utilisé pour la discrétisation peut être régulier ou irrégulier. Chaque noeud du réseau a un nombre de voisins initialement connus et figés à la différence des modèles de type DEM (voir section 2.3.6.2) dans lesquels les réarrangements entre particules nécessitent d'actualiser la liste de voisinage régulièrement. L'intérêt d'utiliser un réseau dont la connectivité reste la même tout au long du calcul est la possibilité d'indicer les noeuds. L'indiciage facilite le parcours du réseau lors du calcul numérique, optimisant ainsi les temps de simulation.

Habituellement, les noeuds d'un réseau de type lattice régulier sont décrits en terme de multiples (k, l) des vecteurs du réseau (figure 2.7 (a)). Une autre solution, plus avantageuse, est de faire correspondre le doublet (k, l) à un numéro de colonne et de ligne. On obtient alors un schéma différent illustré sur la figure 2.7 (b).

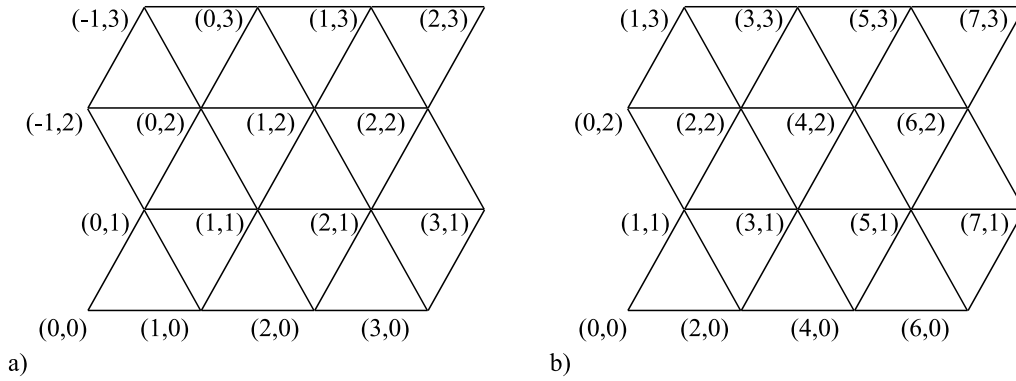


FIG. 2.7 – Illustration des deux méthodes pour indicer un réseau de type lattice régulier.

Si on considère un réseau régulier avec N_y lignes comportant chacune N_x noeuds, le nombre de noeuds total N est donné par :

$$N = N_x N_y - N_y/2 \quad (2.18)$$

et ses dimensions (L_x, L_y) , pour une longueur d'élément à l'équilibre a :

$$\begin{aligned} L_x &= N_x a \\ L_y &= \frac{\sqrt{3}}{2} N_y a \end{aligned} \quad (2.19)$$

Il est possible de numérotter les N noeuds sous forme canonique à l'aide du doublet (k, l) (figure 2.7 (b)) et du nombre N_x de noeuds par ligne tel que :

$$i = \frac{k + l(2N_x - 1)}{2} \quad (2.20)$$

Cet indice permet de parcourir de manière très simple l'ensemble du réseau. L'indice de chacun des six voisins d'un noeud i est obtenu en additionnant ou en soustrayant le nombre de noeuds qui les séparent (figure 2.8).

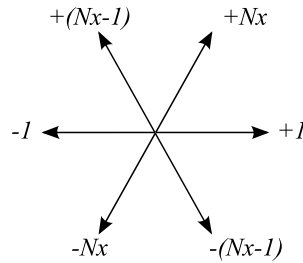


FIG. 2.8 – Indichage des voisins.

2.3.3 Elements 1D

L'approche LEM permet d'introduire différents types de comportement mécanique au sein des éléments du réseau. Dans le cas le plus simple, les éléments se comportent comme des fusibles possédant uniquement un seuil de rupture au delà duquel ils rompent. Ce type d'élément a été souvent utilisé dans l'analyse statistique de la rupture [43].

Si l'on souhaite prendre en compte l'élasticité dans le modèle, deux choix sont possibles :

- Éléments de type ressort linéaire élastique fragile.
- Éléments de type poutre fragile.

2.3.3.1 Éléments linéaires élastiques fragiles

Les éléments 1D élastiques linéaires fragiles permettent de reproduire un comportement élastique fragile au niveau de l'ensemble du réseau. Chaque élément est caractérisé par une raideur k (constante de Hooke) et un seuil de rupture en force f_c . Les éléments transmettent uniquement une force radiale entre les noeuds du réseau, la résistance en cisaillement de l'ensemble étant assurée par la connectivité des noeuds.

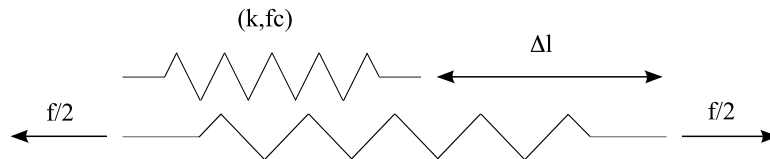


FIG. 2.9 – Déformation d'un élément élastique linéaire.

La force radiale f est alors proportionnelle à l'allongement Δl de l'élément tel que :

$$f = k\Delta l \quad (2.21)$$

L'élément s'allonge donc linéairement avec la force radiale jusqu'à atteindre la condition de rupture $f = f_c$. Au delà il est considéré comme rompu et sa raideur est mise à zéro.

D'un point de vue macroscopique, pour un réseau triangulaire régulier et homogène, les modules effectifs d'extension k_{eff} et de cisaillement μ_{eff} peuvent être écrits en fonction de la raideur k d'un élément tel que [86] :

$$k_{eff} = \frac{\sqrt{3}}{2}k \text{ et } \mu_{eff} = \frac{\sqrt{3}}{4}k \quad (2.22)$$

Le coefficient de Poisson est alors fixé par la relation :

$$\nu = \frac{k_{eff} - \mu_{eff}}{k_{eff} + \mu_{eff}} = \frac{1}{3} \quad (2.23)$$

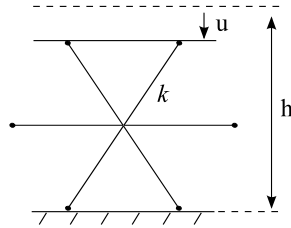


FIG. 2.10 – Déformée d'un motif élémentaire selon un déplacement u sur le bord supérieur.

Si on effectue une compression simple en imposant un déplacement u sur le bord supérieur d'une maille élémentaire d'éléments ressorts de raideur k (voir figure 2.10), on peut retrouver facilement le module E_{yy}^i et la contrainte σ_{yy}^i sur un noeud i en fonction de la raideur k des éléments :

$$E_{yy}^i = \frac{1}{2}kh \left(1 - \frac{u}{h}\right) \quad (2.24)$$

$$\sigma_{yy}^i = \frac{1}{2}ku \left(1 - \frac{u}{h}\right) \quad (2.25)$$

Pour un réseau triangulaire régulier tel que $l = 1$ en petites déformations ($u/h \ll 1$), on retrouve bien le module en compression donné plus haut tel que :

$$E_{yy}^i = \frac{\sqrt{3}}{2}k \quad (2.26)$$

Dans le cas des ressorts, le coefficient de Poisson est indépendant de la raideur k pour un matériau homogène.

2.3.3.2 Les poutres

L'utilisation d'éléments 1D de type poutre permet d'avoir un comportement macroscopique plus réaliste au niveau de la rupture en cisaillement. Dans ce cas, les éléments ajoutent une force radiale F , une force en cisaillement Q et un moment M [84] correspondant respectivement aux déplacements U , V et à la rotation Ψ (voir figure 2.11).

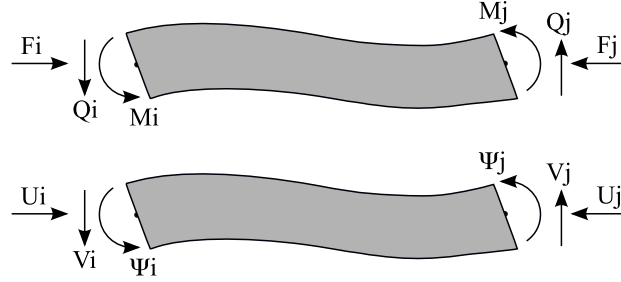


FIG. 2.11 – Efforts et déplacements aux noeuds d'un élément de type poutre.

Les actions entre les noeuds sont décrites par les relations suivantes :

$$F = \frac{EA}{l}(U_i - U_j) \quad (2.27)$$

$$Q = \frac{12EI}{l^3}(V_i - V_j) - \frac{6EI}{l^2}(\Psi_i - \Psi_j) \quad (2.28)$$

$$M = \frac{6EI}{l^2}(V_i - V_j) - \frac{4EI}{l}\left(\Psi_i - \frac{\Psi_j}{2}\right) \quad (2.29)$$

avec E le module de Young de la poutre, l sa longueur, I le moment quadratique et A l'aire de sa section.

De la même manière que pour les éléments élastiques linéaires, on peut définir les modules effectifs et le coefficient de Poisson tel que [84] :

$$k_{eff} = \frac{\sqrt{3} EA}{2} \frac{1}{l} \text{ et } \mu_{eff} = \frac{\sqrt{3} EA}{4} \frac{1}{l} \left(1 + \frac{12I}{Al^2}\right) \quad (2.30)$$

et

$$\nu = \frac{k_{eff} - \mu_{eff}}{k_{eff} + \mu_{eff}} = \left(\frac{1 - \frac{12I}{Al^2}}{3 + \frac{12I}{Al^2}} \right) - 1 < \frac{1}{3} \quad (2.31)$$

L'utilisation de poutre, bien que plus proche du comportement réel, est coûteuse en temps de calcul. La majorité des simulations dédiées aux études paramétriques durant cette thèse ont été effectuées avec des éléments élastiques linéaire fragiles. Cependant, dans les cas où des poutres ont été choisies, le critère en rupture implémenté est identique au cas des ressorts ($F < F_c$).

2.3.4 Résolution

2.3.4.1 Méthode énergétique

Un échantillon discrétisé peut être déformé en appliquant une force ou un déplacement sur ses frontières extérieures. L'état initial est considéré comme l'état de référence. Nous nous plaçons dans l'hypothèse des petites déformations.

Il existe plusieurs solutions pour déterminer la position d'équilibre de l'ensemble des noeuds suite à une sollicitation.

- Une première solution consiste à écrire à chaque noeud l'équilibre des forces, ce qui revient à déterminer l'inverse de la matrice de rigidité du système à l'aide d'un pivot de Gauss.
- Une solution plus efficace et plus rapide est de calculer la position unique de l'ensemble des noeuds pour laquelle l'énergie potentielle du système est la plus basse. Nous avons opté pour cette dernière méthode de résolution.

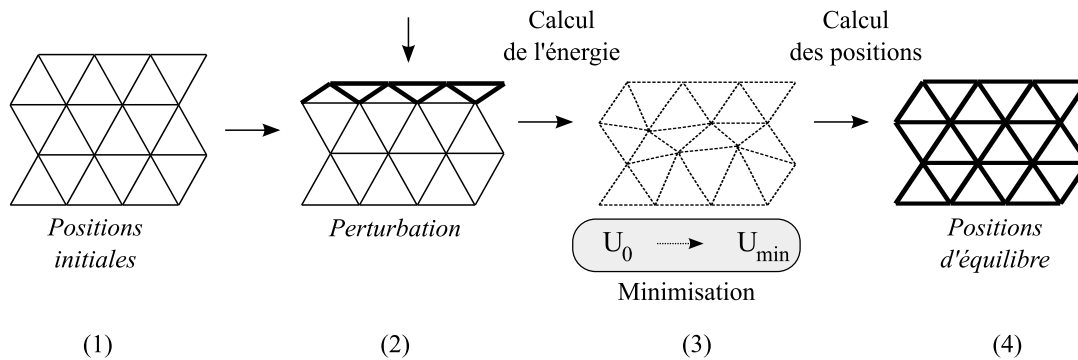


FIG. 2.12 – Etapes de résolution à l'intérieur d'un pas. (1) Réseau initial non déformé. (2) Ajout d'un vecteur déplacement sur les frontières de l'échantillon. (3) Calcul de l'énergie potentielle U_0 du système perturbé. L'énergie est ensuite minimisée (U_{min}) de manière à obtenir les positions d'équilibre des noeuds. (4) Détermination des nouvelles positions. Le système est à nouveau à l'équilibre.

L'énergie totale élastique du système est une fonction convexe du déplacement des noeuds. La minimisation de cette énergie à chaque incrément de pas correspond à une déformation quasi-statique. Cette hypothèse se justifie pleinement, le but des études présentées dans ce mémoire étant d'analyser, sous de petites déformations, le comportement mécanique macroscopique et la fissuration d'un matériau élastique fragile. La figure 2.12 montre les étapes de résolution à l'intérieur d'un pas. Une étude avec un chargement dynamique nécessiterait l'utilisation d'un solveur différent, comme les schémas d'intégration implémentés dans le code DEM

cohésif. Dans la version 3D du code LEM présentée rapidement dans les perspectives, une résolution dynamique a été utilisée.

2.3.4.2 La méthode des gradients conjugués

La minimisation de l'énergie potentielle est effectuée avec la méthode des gradients conjugués selon Polak et Ribière. Soit le système d'équations linéaires suivant :

$$\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{b} \quad (2.32)$$

où $\mathbf{A}$ est une matrice carrée et symétrique comprenant les coefficients liés à la formulation de l'énergie, $\mathbf{x}$ le déplacement des noeuds, et $\mathbf{b}$ le vecteur énergie.

On peut montrer que la solution de ce système correspond au minimum de la fonction quadratique suivante par rapport à $\mathbf{x}$:

$$f(\mathbf{x}) = \frac{1}{2}\mathbf{x}^T \mathbf{A}\mathbf{x} - \mathbf{b}^T \mathbf{x} + c \quad (2.33)$$

avec c une constante.

La fonction $f(\mathbf{x})$ est un scalaire qui correspond à la fonction à minimiser. Comme f est une fonction définie positive, on cherche le vecteur $\mathbf{x}$ tel que $f'(\mathbf{x}) = 0$.

Un point M est choisi de manière arbitraire. On effectue n itérations en suivant des directions successives à partir de ce point dans le but de rechercher le minimum de la fonction. La méthode la plus simple est celle de la plus grande pente (voir figure 2.13 (a)). Le minimum de la fonction est approché selon des directions qui suivent le gradient $f'(\mathbf{x})$ à chaque point $\mathbf{x}$, c'est à dire selon la décroissance de $f(\mathbf{x})$ la plus grande. La méthode des gradients conjugués diffère de la méthode de la plus grande pente dans le sens où chaque nouvelle direction est perpendiculaire à la précédente. La recherche du minimum nécessite alors moins de directions, donc moins d'itérations (voir figure 2.13 (b)).

2.3.4.3 Calcul de l'énergie potentielle

La première étape de résolution consiste à calculer l'énergie potentielle totale du système ainsi que son gradient. Les noeuds sont parcourus suivant l'indice i dans le but de faire la somme des énergies suivant les trois directions ($\mathbf{e}_0, \mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2$) du réseau (voir figure 2.14).

Equations avec les ressorts

Les degrés de liberté du système sont les déplacements $\mathbf{r}_i$ des noeuds i par rapport à leur position initiale $\mathbf{R}_i$. Les déplacements relatifs sont donnés par :

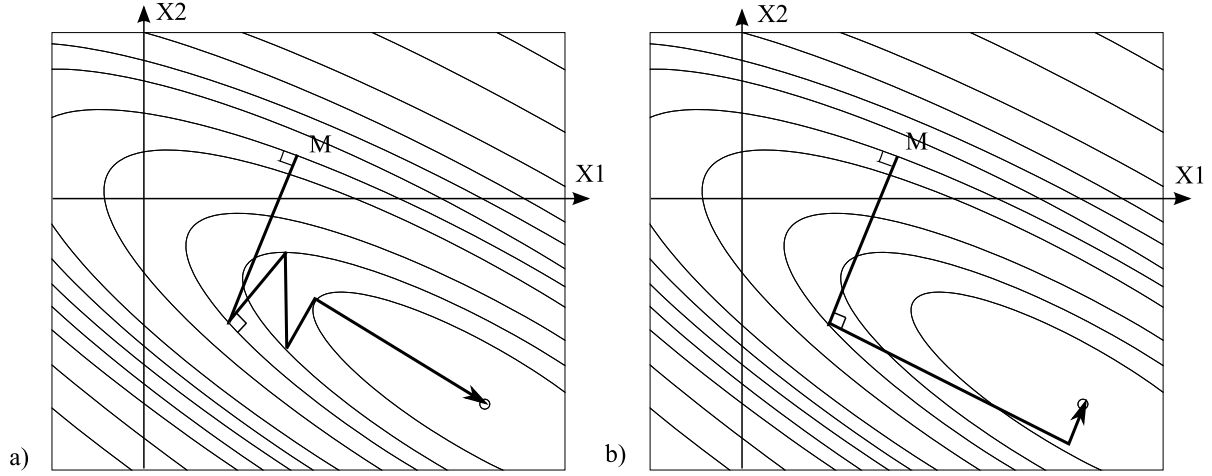


FIG. 2.13 – Minimisation de la fonction quadratique $f(x)$. (a) Méthode de la plus grande pente. Chaque nouvelle direction est définie par le gradient $f'(x)$ au point x . (b) Méthode des gradients conjugués. Chaque direction est perpendiculaire à la précédente.

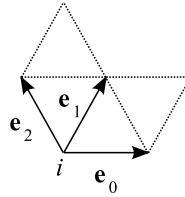


FIG. 2.14 – Illustration des trois directions du réseau.

$$\Delta_i = \mathbf{r}_i - \mathbf{R}_i \quad (2.34)$$

En considérant une longueur de l'élément à l'équilibre l_{ij} , il est possible de définir les distances carrées entre un noeud i et son voisin j :

$$l_{ij}^2 + q_{ij} \equiv (\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i)^2 = (\Delta x_j - \Delta x_i + l x_{ij})^2 + (\Delta y_j - \Delta y_i + l y_{ij})^2 \quad (2.35)$$

avec $\Delta_{ix} \equiv \Delta_i \cdot \mathbf{e}_x$ et $\Delta_{iy} \equiv \Delta_i \cdot \mathbf{e}_y$.

$\sqrt{l_{ij}^2 + q_{ij}}$ est la distance Euclidienne entre le noeud i et son voisin j .

On considère désormais un élément entre deux noeuds i et j afin de simplifier les notations. Pour un élément élastique linéaire de raideur k subissant un allongement Δl , l'énergie élastique U est définie par :

$$U = \frac{1}{2} k \Delta l^2 \quad (2.36)$$

L'énergie potentielle est donc donnée par :

$$U_{ij} = \frac{1}{2}k \left(\sqrt{l^2 + q} - l \right)^2 \quad (2.37)$$

Le gradient de l'énergie dans le repère orthonormé global $(0, x, y)$ est donné par :

$$\nabla U_{ij} = \begin{pmatrix} \delta U_{ij} / \delta x \\ \delta U_{ij} / \delta y \end{pmatrix} \quad (2.38)$$

Le nouvel équilibre est alors déterminé en minimisant l'énergie potentielle totale U_{tot} :

$$U_{tot} = \sum_{i,j} U_{ij} \quad (2.39)$$

Equations avec les poutres

D'après Timoshenko [95], l'énergie potentielle U d'une poutre est égale à la somme $U = U_F + U_Q + U_M$ des énergies issues des forces radiale F , en cisaillement transversal Q et du moment M .

L'énergie d'une poutre est donc définie par :

$$U = \frac{1}{2} \int_0^l \left(\frac{F^2}{AE} + \frac{Q^2}{k_c GA} + \frac{M^2}{EI} \right) dx \quad (2.40)$$

où $G = E/2(1 + \nu)$ est le module de cisaillement, ν le coefficient de Poisson de la poutre et $k_c = (10 + 10\nu)/(12 + 11\nu)$ le coefficient de cisaillement transverse de Timoshenko corrigé par Cowper [12] pour une poutre de section rectangulaire.

Dans l'hypothèse où F , Q et M sont fixés et ne dépendent pas de l'axe longitudinal x , il est possible d'écrire :

$$U_F = \frac{F^2}{2AE}l, \quad U_Q = \frac{Q^2}{2k_c GA}l \quad \text{et} \quad U_M = \frac{M^2}{2EI}l \quad (2.41)$$

On définit les variables d'allongement axial $\Delta l = U_i - U_j$, transversal $\Delta h = V_i - V_j$ et les variations d'angle $\Delta \Psi = \Psi_i - \Psi_j$ et $\Delta \Psi_2 = \Psi_i - \Psi_j/2$ à partir des déplacements aux noeuds.

Si on considère des poutres de section carrée de côté b , il est possible d'introduire un coefficient C_r tel que :

$$C_r = \frac{b}{l} \quad \text{et} \quad C_r^2 = \frac{A}{l^2} \quad (2.42)$$

qui définit le rapport entre l'épaisseur de la poutre et sa longueur.

Ainsi, l'énergie potentielle U_{ij} d'un élément poutre est écrite comme la somme $U_F + U_Q + U_M$ des trois contributions suivantes :

$$U_F = \frac{1}{2}ElC_r^2\Delta l^2 \quad (2.43)$$

$$U_Q = \frac{(12 + 11\nu)EC_r^6l^3}{40} \left(\frac{2}{l}\Delta h - \Delta\Psi \right)^2 \quad (2.44)$$

$$U_M = \frac{EC_r^4l^3}{6} \left(\frac{3}{l}\Delta h - 2\Delta\Psi_2 \right)^2 \quad (2.45)$$

Dans le modèle avec des poutres, nous avons fixé $C_r = 1/10$ et $\nu = 0.33$.

Le gradient dans le repère cylindrique global $(0, x, y, \phi)$ est donné par :

$$\nabla U_{ij} = \begin{pmatrix} \delta U_{ij}/\delta x \\ \delta U_{ij}/\delta y \\ \delta U_{ij}/\delta \phi \end{pmatrix} \quad (2.46)$$

L'énergie potentielle totale est la somme de l'énergie sur l'ensemble des éléments.

2.3.5 Gestion de la rupture

La fissuration du milieu est directement implémentée au niveau des éléments par l'intermédiaire du seuil de rupture en force radiale f_c .

A chaque incrément de déformation, la force radiale f des éléments est calculée après avoir équilibré le système (énergie potentielle minimisée). En principe, l'incrément de déplacement devrait être assez petit de manière à ce qu'il n'y ait qu'un seul élément qui soit critique ($f > f_c$) à la fois. Seulement cette méthode est difficilement applicable, et pour des incréments de déformation raisonnables, plusieurs éléments atteignent le seuil f_c simultanément.

Deux solutions sont alors possibles :

- Seul l'élément critique portant la force normale f la plus grande est rompu.
- Tous les éléments dépassant le seuil f_c sont rompus.

Dans le but d'optimiser les temps de calcul, la deuxième solution a été adoptée. Cependant, nous appliquons des cycles de relaxation à chaque incrément de manière à atteindre l'équilibre avant d'appliquer l'incrément de déformation suivant. La figure 2.15 montre le schéma de la gestion de la rupture des éléments au cours d'un pas.

Les cycles de relaxation permettent la propagation des fissures à l'intérieur d'un même pas. Cela correspond physiquement à une propagation des microfissures très rapide par rapport au un taux de déformation imposé.

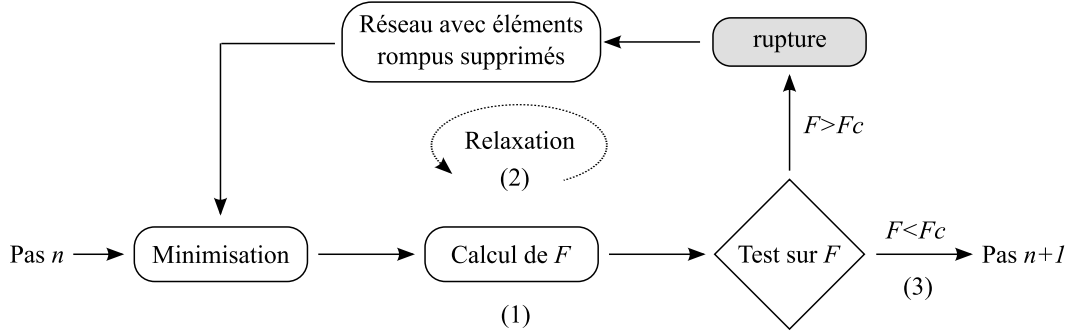


FIG. 2.15 – Gestion de la rupture au cours d’un pas n . (1) L’équilibre est atteint. On calcule les forces radiales f de l’ensemble des éléments du réseau. On compare f aux seuils de rupture f_c . (2) Cycle de Rupture + relaxation : tous les éléments dont $f > f_c$ sont supprimés. On minimise à nouveau l’énergie pour le même incrément de déformation. (3) Aucun élément n’est rompu ($f < f_c$). Le système est équilibré, on applique l’incrément de déformation suivant.

2.3.6 Influence du maillage

2.3.6.1 Calcul des contraintes aux noeuds

Par définition, le tenseur de contrainte de Cauchy s’applique à un nombre suffisant de points matériels à l’intérieur d’un volume de contrôle dans lequel la densité surfacique des forces est bien définie. D’après les travaux réalisés par Moreau [63], il est néanmoins possible d’attribuer un tenseur de contrainte à chaque noeud du réseau avec les mêmes propriétés de symétrie que le tenseur de Cauchy et tendant vers le tenseur de Cauchy lorsque ces tenseurs sont additionnés à l’intérieur d’un volume.

Pour un noeud i , on définit une contrainte $\sigma_{\alpha\beta}^i$ à partir de la somme des moments tensoriels $M_{\alpha\beta} = l_{\alpha} f_{\beta}$ des éléments qui le connectent aux noeuds voisins j :

$$\sigma_{\alpha\beta}^i = \frac{1}{V^i} \sum_j l_{\alpha}^{ij} f_{\beta}^{ij} \quad (2.47)$$

où V^i est le volume de la cellule élémentaire sur un noeud i et $l_{\alpha}^{ij} f_{\beta}^{ij}$ sont respectivement les longueur et force relatives à l’élément 1D situé entre i et j (voir figure 2.16).

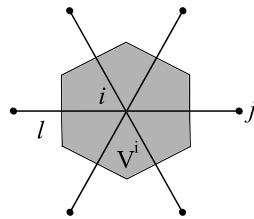


FIG. 2.16 – Cellule élémentaire sur laquelle la contrainte au noeud i est définie.

La contrainte macroscopique $\sigma_{\alpha\beta}$ est obtenue en effectuant la somme des tenseurs de moment $\sigma_{\alpha\beta}^i$ sur l'ensemble des noeuds divisée par le volume total V :

$$\sigma_{\alpha\beta} = \frac{1}{V} \sum_i \sigma_{\alpha\beta}^i V^i = \frac{1}{V} \sum_i M_{\alpha\beta}^i \quad (2.48)$$

Les détails qui permettent d'obtenir cette relation sont expliqués en détail au chapitre 6.

2.3.6.2 Effet de taille finie

Les courbes 2.17 (a) et (b) montrent respectivement l'évolution du module E et de la contrainte à la rupture σ_Y effectifs d'un échantillon carré ($N_x = N_y$) homogène sollicité en traction simple pour des tailles d'échantillon de plus en plus grande. Le réseau triangulaire régulier est constitué d'éléments ressorts de raideur $k = 1$, et de longueur initial $l = 1$. N_x correspond au nombre de noeuds selon x .

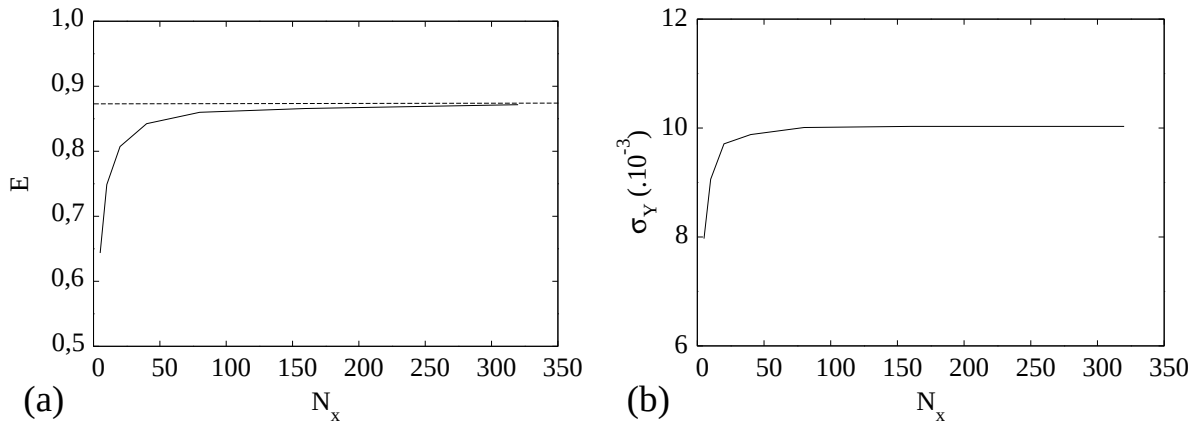


FIG. 2.17 – Module effectif (a) et contrainte à la rupture (b) en fonction de la longueur N_x de l'échantillon.

On remarque que E et σ_Y convergent rapidement vers une valeur, égale à $\sqrt{3}/2$ pour le module. Le seuil de rupture σ_Y est bien défini pour $N_x > 50$. En pratique, pour un système constitué d'un grand nombre de particules, il est donc nécessaire d'avoir approximativement $50^2 = 2500$ noeuds dans chaque particule.

2.3.6.3 Notion de désordre

L'influence de la forme du réseau sur la fissuration est un aspect important dans l'approche LEM. Le but étant de représenter le plus fidèlement possible un milieu continu avec ses défauts, il apparaît important de définir la notion de *désordre*. Les matériaux réels présentent différents

types de désordre, allant des petites déviations à l'échelle des cristaux, aux grandes hétérogénéités que l'on peut observer dans les composites et dans les MGCi. Selon l'échelle étudiée, il est nécessaire de prendre en compte ce désordre dans le modèle LEM.

Désordre sur les éléments

Il existe plusieurs façon d'introduire un désordre dans un modèle sur réseau. La technique la plus simple consiste à fabriquer un réseau irrégulier en appliquant une déviation aléatoire sur l'ensemble des positions des noeuds (voir figure 2.18).

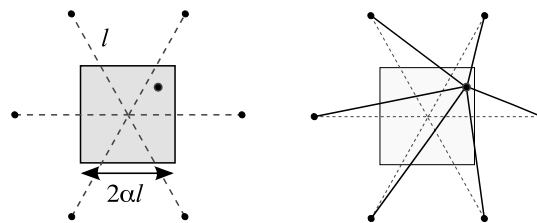


FIG. 2.18 – Illustration de la mise en place d'un réseau irrégulier en déviant aléatoirement la position des noeuds à l'intérieur d'un domaine de forme carrée.

Les figures 2.20 montrent les faciès de ruptures d'un échantillon comportant deux entailles sollicité en traction simple dans le cas d'un réseau régulier (a) et d'un réseau irrégulier (b).

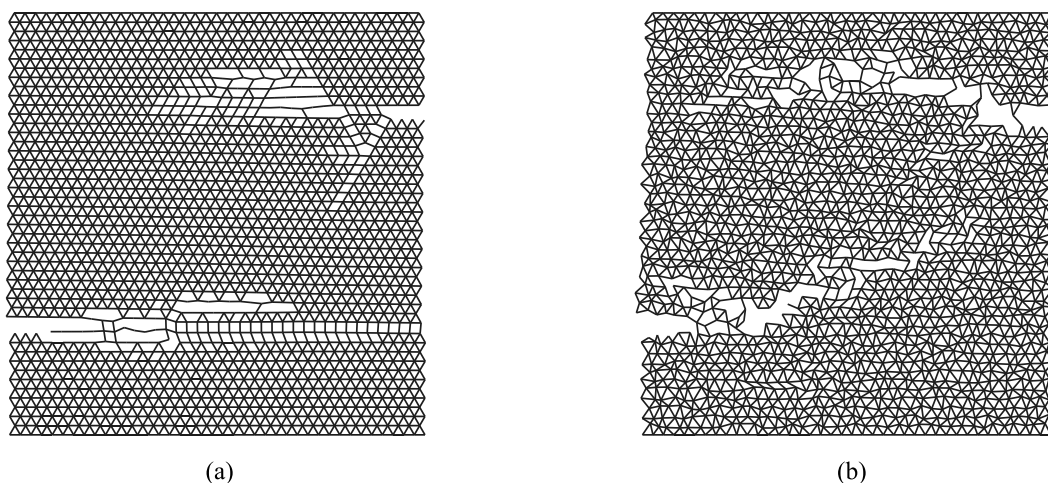


FIG. 2.19 – Faciès de rupture d'un échantillon homogène comportant deux entailles soumis à un test de traction simple dans le cas (a) d'un maillage régulier (b) d'un maillage irrégulier.

On observe très nettement que la fissuration suit le réseau dans le cas du maillage triangulaire régulier. A l'inverse, dans le cas irrégulier, la forme courbée des deux fissures montre bien que le désordre introduit a effacé le biais géométrique.

Les courbes 2.20 (a) et (b) montrent l'évolution de E et σ_Y en fonction du paramètre de déviation des noeuds α pour un échantillon homogène sollicité en traction. Lorsque $\alpha = 0$ le

réseau est régulier. Pour $\alpha = 0.5$, le noeud est placé aléatoirement dans un carré centré sur la position d'origine et de côté $2\alpha = l$ égal à la longueur d'un élément (voir figure 2.18).

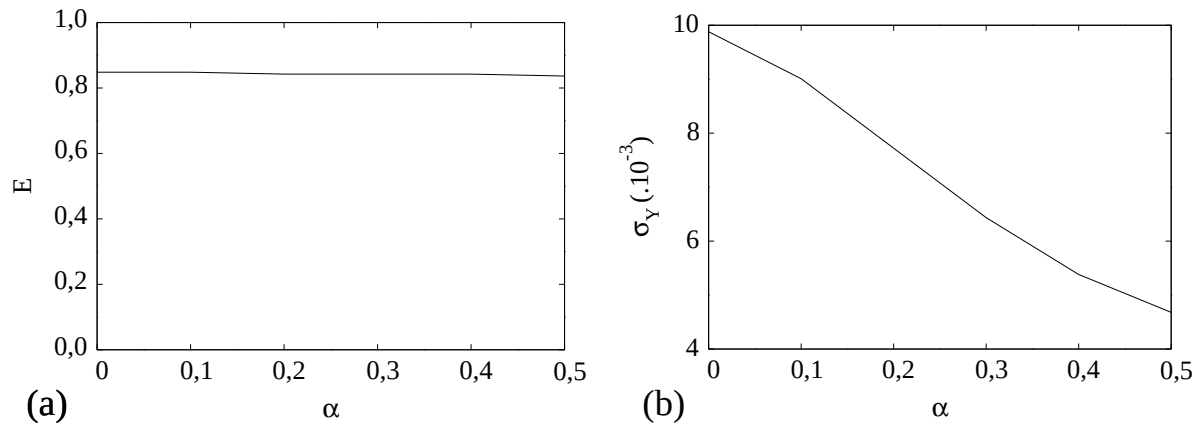


FIG. 2.20 – Module effectif (a) et contrainte à la rupture (b) en fonction du paramètre α de déviation des noeuds.

On note que le paramètre de désordre α n'a pas d'influence sur le module d'élasticité. Cependant, la contrainte à la rupture décroît linéairement avec α . Ainsi, dans le cas limite où $\alpha = 0.5$, σ_Y est divisé par deux. Le module d'élasticité est contrôlé par l'ensemble du maillage. Par contre, la contrainte à la rupture dépend de la répartition des contraintes qui dépend elle-même du désordre. Ainsi, la rupture prématurée d'un seul élément peut initier une fissure pouvant s'étendre à l'échantillon entier. Un maillage très irrégulier peut comporter des éléments pouvant engendrer cette fissuration prématurée.

Il est aussi possible de perturber le réseau en supprimant aléatoirement une fraction β d'éléments. Le désordre nécessaire à briser l'ordre cristallin est obtenu à partir de valeurs de $\beta \geq 0.15$. Cependant, comme illustré sur les courbes 2.21 (a) et (b), cette méthode a l'inconvénient de perturber autant le module d'élasticité que la contrainte à la rupture.

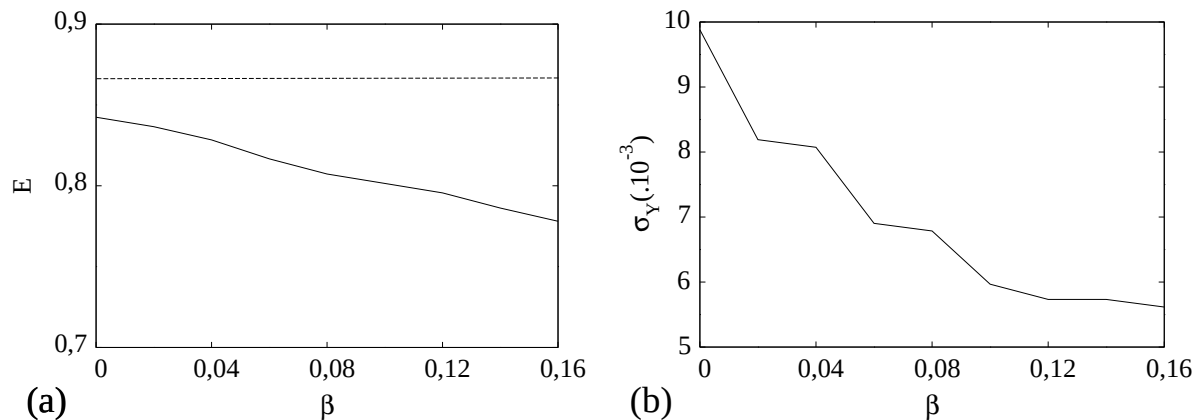


FIG. 2.21 – Module effectif (a) et contrainte à la rupture (b) en fonction de la fraction β de liens supprimés.

Désordre granulaire

A l'échelle mésoscopique, on peut avoir un désordre naturel lié aux propriétés mécaniques des différentes phases d'un milieu hétérogène. Ainsi, dans le cas d'un MGCI on parlera de *désordre granulaire*. Les figures 2.22 (a) et (b) montrent les faciès de rupture d'un milieu avec des inclusions de rigidité plus élevée que celle de la matrice dans les mêmes conditions que l'essai présenté sur la figure 2.19.

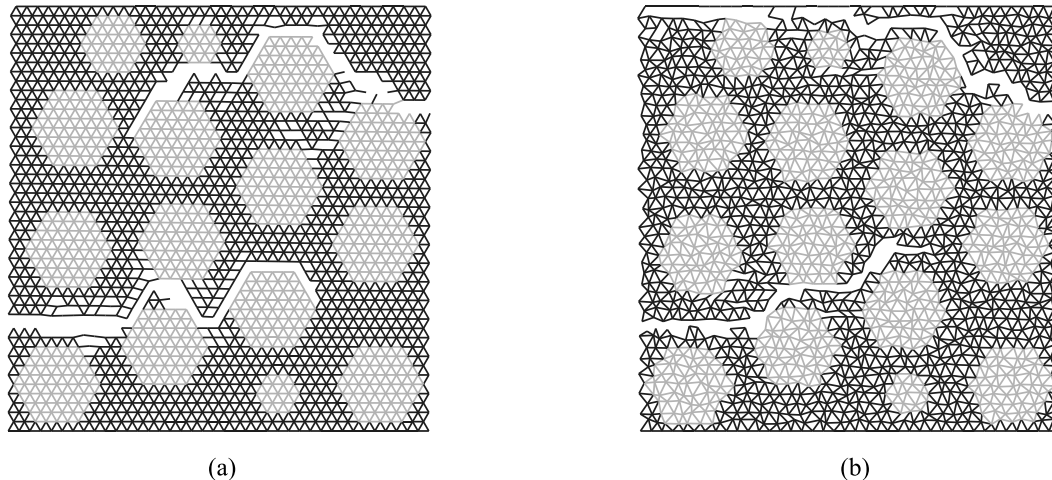


FIG. 2.22 – Faciès de rupture d'un échantillon hétérogène comportant deux entailles soumis à un test de traction simple dans le cas (a) d'un maillage régulier (b) d'un maillage irrégulier.

On remarque que les chemins de fissuration diffèrent très peu entre les maillages régulier et irrégulier. Dans le cas régulier, la présence des particules suffit ainsi à introduire le désordre nécessaire pour limiter l'influence du sous-réseau triangulaire.

Les MGCI étant constitués d'une fraction volumique de particule très élevée ainsi que de pores, le désordre est assuré par le contraste entre les différentes phases. Dans le but d'optimiser les temps de calcul, la majorité des essais présentés dans la suite de ce mémoire ont été effectués avec des réseaux triangulaires réguliers, le désordre étant d'origine purement granulaire.

2.3.7 Génération des échantillons

La génération des échantillons se fait lors du pré-traitement. Quatre étapes sont nécessaires pour obtenir l'échantillon granulaire cimenté discrétisé sur le réseau :

1. Génération de l'échantillon granulaire : cette étape consiste à construire un empilement de particules avec une distribution de taille et une compacité contrôlée. Il existe plusieurs méthodes géométriques ou par DEM pour générer l'échantillon granulaire.
2. Discrétisation des particules sur le réseau : les particules générées dans l'étape précédente sont superposées au réseau afin de définir la phase particulière de l'échantillon final.

3. Gestion du volume de matrice : dans cette étape la matrice est placée sur le réseau entre les particules .
4. Attribution des paramètres des différents éléments 1D selon la phase ou interface à laquelle ils appartiennent sur l'échantillon discrétisé.

2.3.7.1 Génération d'un échantillon granulaire dense

Il existe un grand nombre de méthodes permettant de générer un échantillon granulaire dense. Nous nous sommes limités ici essentiellement à trois d'entre elles.

Génération par dynamique des contacts

Un échantillon bidisperse compact contenant plus de 10000 particules rigides est généré en compression isotrope par le code de dynamique des contacts développé par Radjaï [75]. Une fois l'échantillon de base généré, la compacité du milieu est contrôlée en réduisant le diamètre des particules ou en multipliant la position de leur centre dans le repère global par un même facteur (transformation homothétique) ; voir figure 2.23.

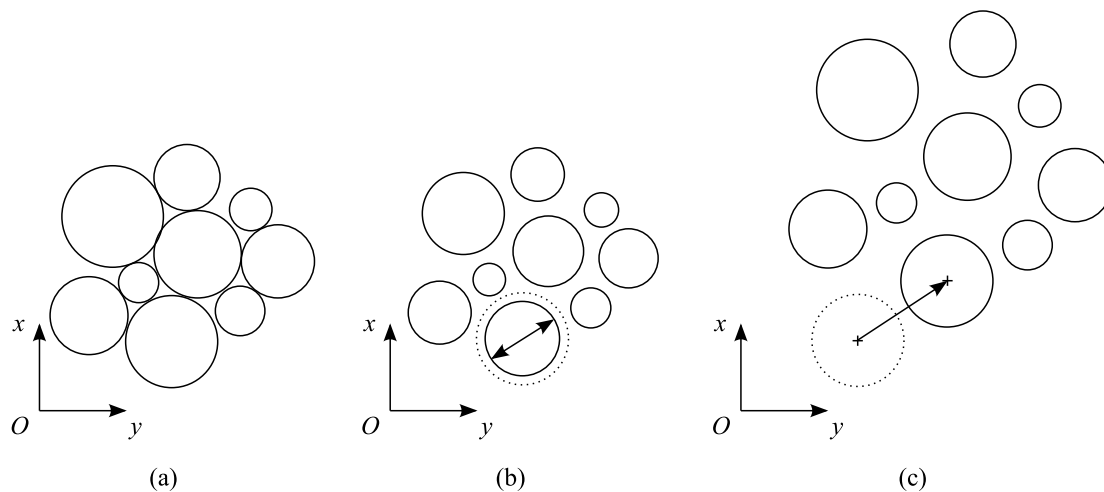


FIG. 2.23 – Génération d'un échantillon granulaire dense avec la méthode dynamique des contacts : (a) échantillon dense ; (b) contrôle de la fraction volumique de particules par variation du rayon ; (c) contrôle de la fraction volumique de particules par homothétie.

Une fenêtre rectangulaire est ensuite découpée dans cet échantillon en fonction de la taille désirée.

Génération par dynamique des contacts

Avec le code DEM, le principe consiste à faire gonfler un certain nombre de particules d'un échantillon quelconque dans une boîte 2D avec une condition de pression sur les parois (voir figure 2.24).

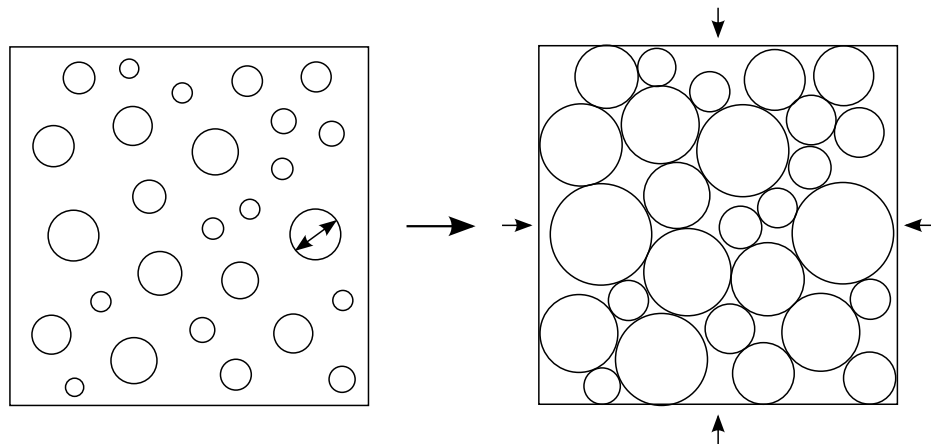


FIG. 2.24 – Génération d'un échantillon granulaire dense avec la méthode DEM par gonflage des particules.

Génération par méthode géométrique

La génération d'un échantillon granulaire dense est aussi possible par une méthode géométrique.

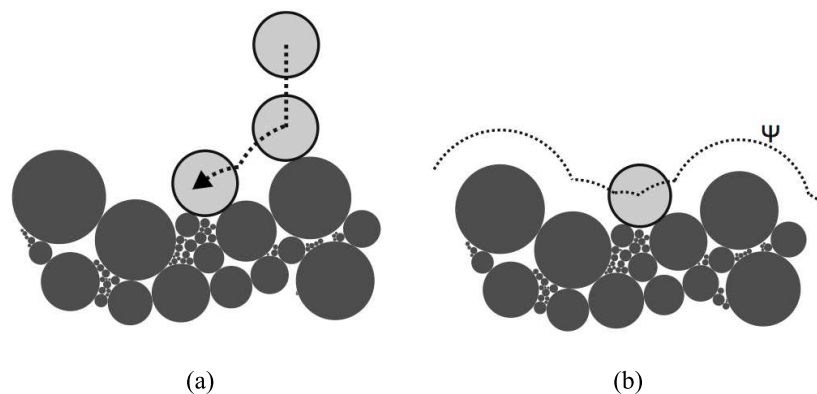


FIG. 2.25 – Génération d'un échantillon granulaire dense par méthode géométrique [103] : (a) méthode de dépôt aléatoire ; (b) méthode de dépôt par recherche du potentiel minimum.

Cette méthode, développée par Voivret [103] consiste à déposer un certain nombre de particules les unes après les autres, en recherchant géométriquement la position la plus optimisée (voir figure 2.25). La polydispersité de l'échantillon est contrôlée en amont du dépôt en générant grâce à une approche statistique une collection de particules circulaires avec une distribution de taille donnée.

2.3.7.2 Volume de matrice

L'ajout de la matrice entre les particules est gérée à l'aide d'un critère de voisinage en distance. Lorsque deux particules voisines vérifient le critère de distance, un pont de forme trapézoïdale est placé entre les deux. Aux éléments du réseau localisés dans ce pont sont attribuées des propriétés mécaniques relatives à la matrice. L'épaisseur de ces ponts peut varier à l'aide d'un coefficient proportionnel aux rayons des deux particules (voir figure 2.26).

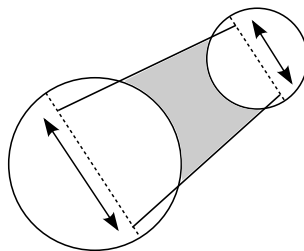
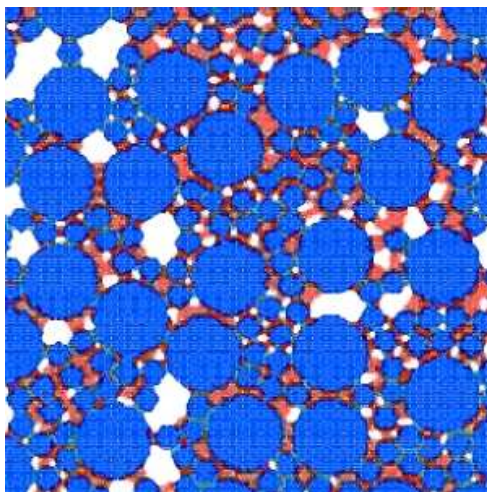
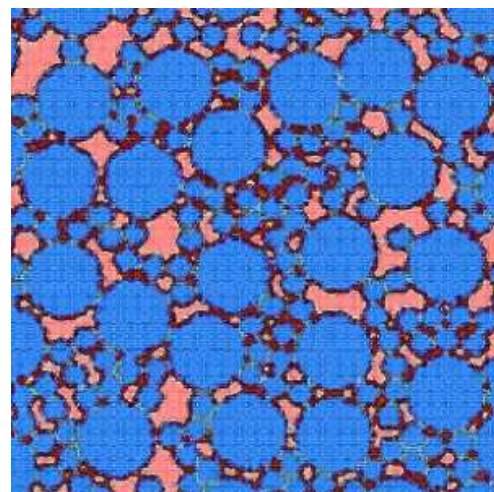


FIG. 2.26 – Modèle géométrique des ponts cimentés entre les particules.

L'épaisseur des liens est proportionnelle à la fraction volumique totale de matrice ρ^m dans l'échantillon. Pour un ρ^m élevé, les ponts se superposent entre eux et la porosité ρ^v du milieu tend vers 0 (voir figure 2.27).



(a)



(b)

FIG. 2.27 – Exemple de l'insertion de matrice dans un matériau granulaire : (a) Fraction volumique de matrice faible ; (b) Echantillon plein ($\rho^v = 0$).

2.3.8 Paramètres du modèle et notations

Les échantillons sont composés de trois phases : les particules, notées p , la matrice notée m et les vides notés v . On considère deux types d'interfaces : les interfaces entre particules et

matrice notées pm et les interfaces entre deux particules distinctes notées pp .

Les éléments choisis pour les simulations LEM sont élastiques linéaires fragiles : l'ensemble des éléments appartenant à un domaine ϕ (phase ou interface) sont caractérisés une raideur k^ϕ et une force critique f_c^ϕ . Les vides sont définis par $f_c^v = 0$ et le choix de la valeur de k^v n'est pas définie physiquement.

Les domaines pm et pp sont des zones de transition d'une épaisseur finie. Physiquement, il semble plausible de négliger la fraction volumique de ces zones de transition par rapport à celles des phases correspondantes à la matrice et aux particules. Les zones d'interfaces affectent le comportement macroscopique à travers leurs surfaces spécifiques (surface totale par unité de volume) S^{pp} et S^{pm} , leur résistance caractérisée par les constantes k^{pp} et k^{pm} , et leurs seuils de rupture en traction f_c^{pp} et f_c^{pm} . Dans les simulations LEM, les zones d'interface sont modélisées par une couche de l'épaisseur d'un élément liant deux particules ou une particule et la matrice. La fraction volumique des interfaces étant considérée comme nulle ($\rho^{pp} = \rho^{pm} = 0$) et les fractions volumiques ρ^p , ρ^m et ρ^v sont les trois uniques phases volumique et nous avons :

$$\rho^p + \rho^m + \rho^v = 1 \quad (2.49)$$

Dimensionnellement, il est plus pratique d'exprimer les caractéristiques des éléments 1D en termes de contraintes. Les contraintes critiques $\sigma_c^\phi \equiv f_c^\phi/a$ et module $E^\phi \equiv k^\phi/a$ sont donc définies à l'aide de la longueur a d'un vecteur du réseau.

Les contraintes effectives à la rupture en traction et compression sont notées respectivement σ_{Yt} et σ_{Yc} , et on définit les modules effectifs à l'aide des notations E_t et E_c .

2.4 Application de l'approche LEM à quelques cas tests

Dans cette section le modèle LEM est appliqué pour simuler deux cas tests classiques : le contact entre deux particules (contact de Hertz) et la fissuration d'un échantillon soumis à une sollicitation complexe (test de Nooru Mohamed).

2.4.1 Contact Hertzien

La théorie de Hertz donne une solution théorique exacte décrivant la répartition des contraintes dans le cas d'un contact entre deux particules sphériques. Nous utilisons le modèle LEM pour simuler un essai de compression entre deux particules en 2D ; figure 2.28.

D'après la théorie de Hertz, la valeur de la contrainte σ_z le long de l'axe z est donnée par :

$$\frac{\sigma_z}{\sigma_0} = -\frac{1}{1 + \xi^2} \quad (2.50)$$

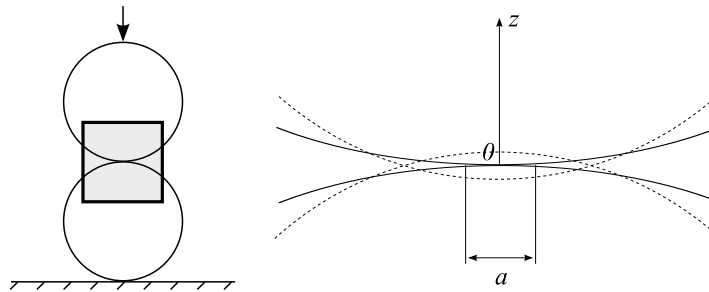


FIG. 2.28 – Représentation du contact Hertzien entre deux particules.

où σ_0 est la contrainte maximale au niveau du contact, et $\xi = z/a$ est défini par le rapport de la hauteur z sur la surface en contact a (voir figure 2.28) [58].

La figure 2.29 (a) montre la répartition des contraintes obtenue par photo-élasticité aux niveaux de deux disques comprimés. La figure 2.29 (b) représente la répartition des contraintes pour le même essai simulé par LEM. Qualitativement, les deux profils de contraintes sont similaires.

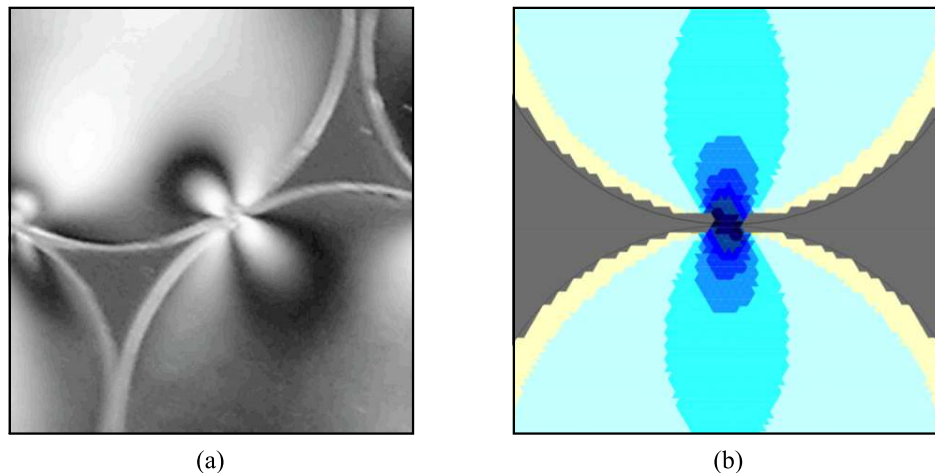


FIG. 2.29 – (a) Vue photo-élastique des contraintes au niveau de deux disques comprimés. (b) Vue des contraintes verticales après la simulation d'une compression entre deux particules. Les niveaux de bleu correspondent à l'intensité de la contrainte, la couleur grise représente le vide.

La figure 2.30 montre l'évolution de la contrainte σ_z le long de l'axe z dans le cas de la simulation LEM comparée à la solution théorique.

Les courbes théorique et issues de la simulation se superposent assez bien, confirmant l'aptitude du modèle LEM à décrire la répartition des contraintes dans le cas du contact Hertzien entre deux particules.

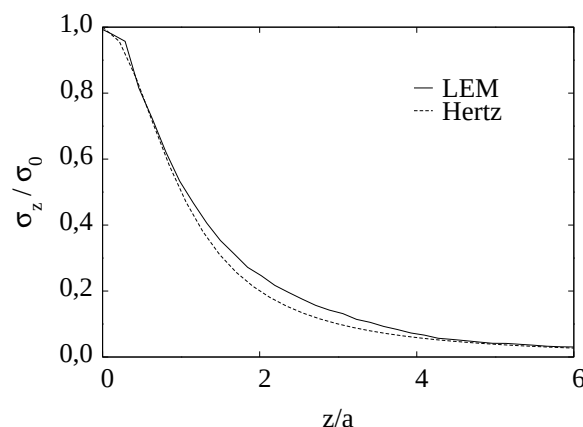


FIG. 2.30 – Contraintes verticales le long de l'axe z adimensionnées par la contrainte σ_0 au contact en fonction du rapport z/a résolu par Hertz (ligne pointillée) et simulé par LEM (ligne pleine).

2.4.2 Test de Nooru Mohamed

L'essai de Nooru Mohamed est habituellement utilisé pour évaluer la capacité d'un modèle numérique à simuler un chemin de fissuration complexe. Dans l'expérience, une plaque de béton entaillée à ses deux extrémités est sollicitée à la fois en traction et en cisaillement. Le faciès de rupture final montre deux fissures "tournantes" initiées aux niveaux des entailles (voir figure 2.31 (a)).

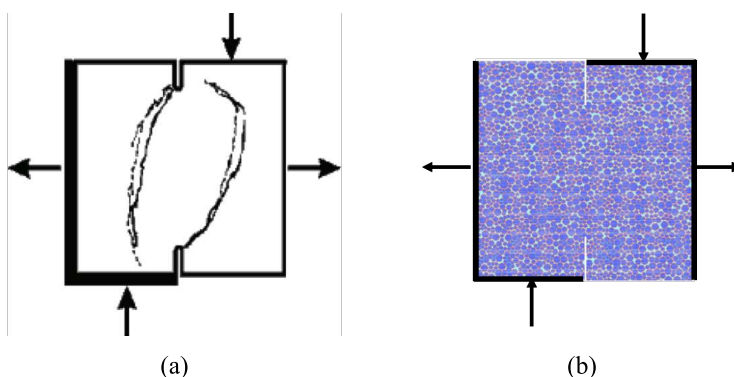


FIG. 2.31 – (a) Illustration du test de Nooru Mohamed. (b) Modélisation par LEM du test de Nooru-Mohamed sur un échantillon granulaire cimenté.

Cet essai a été simulé par LEM sur un échantillon granulaire cimenté quelconque (figure 2.31 (b)) avec des éléments de type élastiques linéaires et de type poutre.

Les figures 2.32 montrent la répartition des contraintes verticales dans l'échantillon simulé par LEM dans le cas des éléments élastiques linéaires (a) et des poutres (b). Les faciès de rupture observés dans les deux cas sont similaires au résultat de l'expérience. Notons aussi que les faciès obtenus par LEM avec des ressorts et des poutres sont similaires. Les temps de calcul

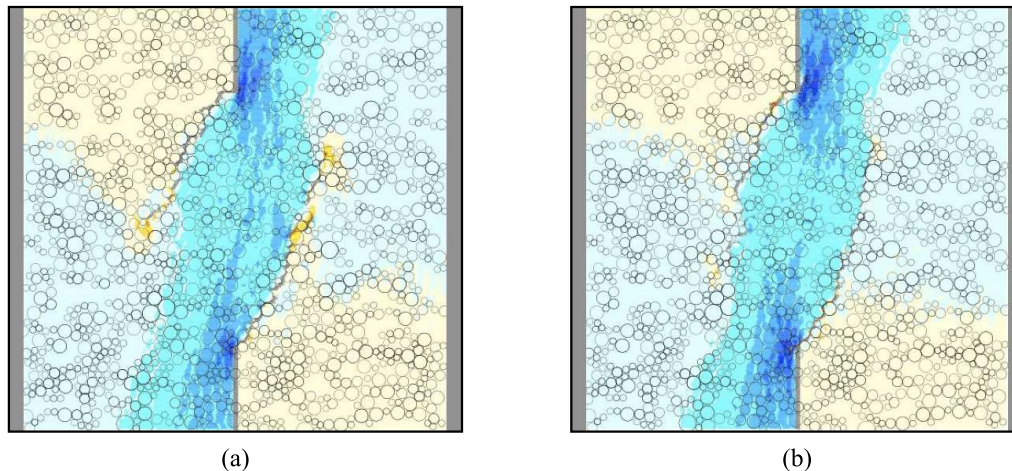


FIG. 2.32 – Simulation numérique par LEM du test de Nooru-Mohamed sur un échantillon granulaire cimenté. (a) ressorts. (b) éléments poutres. Seules les particules en contact sont représentées par des cercles. Les niveaux de bleu et de rouge correspondent respectivement aux contraintes verticales en compression et traction.

pour des simulations avec des poutres étant considérablement plus élevés, nous avons opté pour les ressorts dans les études de cette thèse.

2.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons décrit brièvement les différentes approches numériques utilisées pour modéliser les matériaux granulaires. Parmi elles, on compte les modèles continus (FEM) et discrets (DEM, LEM). Les travaux de la thèse étant basés sur l'étude de l'influence de la microstructure sur le comportement macroscopique et la fissuration des MGCi, nous avons montré qu'il était nécessaire d'opter pour une modélisation qui tient compte de la matrice, des interfaces et de la fissuration dans chacune des phases. Nous avons donc développé un modèle DEM cohésif d'une part, et LEM d'autre part. L'approche DEM cohésive est adaptée à l'étude des MGCi uniquement dans le cas où la fraction volumique de matrice est très faible.

L'approche LEM est une méthode sur réseau, où chaque phase et ses frontières sont représentées par des éléments (ressorts ou poutres) portant les mêmes propriétés et appartenant à la même partie de l'espace. La rupture est directement implémentée au niveau des éléments qui ont la possibilité de rompre au delà d'un certain seuil en force. Pour cette approche LEM nous avons opté pour une résolution quasi-statique, qui consiste à minimiser l'énergie potentielle totale du système à chaque incrément de déplacement. Enfin, en appliquant la méthode LEM à deux cas tests, celui du contact de Hertz et le test le Nooru Mohamed, nous avons montré que cette approche était capable de décrire correctement la distribution des contraintes dans le cas d'un contact entre deux particules, et de reproduire les chemins de fissuration pour des sollicitations complexes.

CHAPITRE 3

Etude du comportement à la rupture

Sommaire

3.1	Introduction	72
3.2	Caractéristiques en traction et compression	73
3.2.1	Comportement macroscopique	73
3.2.2	Modules élastiques : comparaison avec les modèles d'homogénéisation	76
3.2.3	Fissuration et endommagement	78
3.3	Caractérisation des hétérogénéités : transmission des contraintes	80
3.3.1	Localisation des contraintes	80
3.3.2	Influence de la rigidité des particules et de la quantité de matrice . . .	82
3.4	Transmission des forces dans les milieux granulaires cohésifs avec peu de matrice : comparaison avec la méthode DEM	84
3.4.1	Cadre de la comparaison	84
3.4.2	Comparaison qualitative	85
3.4.3	Densité de probabilité des forces de contact	85
3.5	Conclusion	91

3.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous étudions le comportement général à la rupture des matériaux granulaires cimentés. Un échantillon composé de disques bidisperses est alternativement soumis à des essais de traction et de compression biaxiaux. Les deux frontières latérales de l'échantillon sont laissées libres. La frontière inférieure est une ligne définie par des noeuds du réseau dont le déplacement est bloqué. La sollicitation, en traction ou en compression, est effectuée en appliquant aux noeuds formant la frontière supérieure un déplacement vertical. Le déplacement horizontal de ces derniers est bloqué (voir figure 3.1).¹

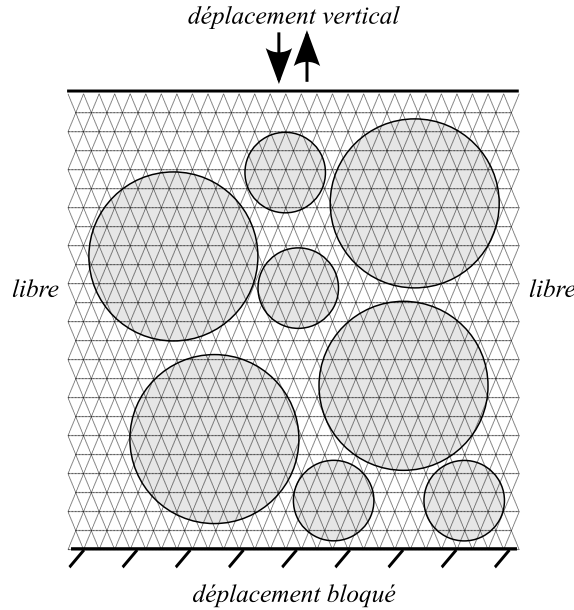


FIG. 3.1 – Illustration des conditions aux frontières pour les essais en traction et compression biaxiaux avec contrainte latérale nulle.

Dans les simulations qui suivent, les particules sont choisies comme 100 fois plus rigides que la matrice ($E^p = 100E^m$), et l'adhésion entre les particules est considérée comme nulle ($f^{pp} = 0$). Cette dernière condition implique que l'adhésion entre la matrice et les particules est la seule source de cohésion dans le matériau. Les éléments situés dans les zones d'interface entre matrice et particules possèdent les mêmes propriétés élastiques que ceux dans la matrice ($k^{pm} = k^m$), mais ils se différencient par des seuils de rupture plus faibles ($f^{pm} = 0.8f^m$). Les zones entre les particules ou "contacts directs" (voir chapitre 1) sont considérées comme des micro-fissures ou clivages initialement présents dans les échantillons. D'autre part, le rapport σ_c^ϕ / E^ϕ entre la contrainte de rupture et le module des éléments est ajusté de manière à ce que la déformation verticale macroscopique ne dépasse pas 2% afin de s'assurer que la déformation à la fin de l'essai reste faible.

¹ Une partie du travail présenté dans ce chapitre a fait l'objet d'une publication : Strength and fracture of cemented granular matter, V. Topin and J.-Y. Delenne and F. Radjaï and L. Brendel and F. Mabilie, The European Physical Journal E, 23, 413-429, 2007.

Dans la section qui suit, les caractéristiques en compression et en traction sont comparées d'un point de vue macroscopique pour des fractions volumiques de matrice et de particules différentes. La section suivante porte sur l'influence des inhomogénéités au niveau de la microstructure sur le comportement global à la rupture. L'étude de la transmission des contraintes est abordée dans le but d'évaluer les différents degrés d'inhomogénéités dans les matériaux granulaires cimentés. Enfin, dans la dernière section une comparaison des réseaux de forces de contact entre particules simulés avec les méthodes LEM et DEM cohésive est effectuée dans la limite où la fraction volumique de matrice est faible.

3.2 Caractéristiques en traction et compression

Des échantillons contenant environ 500 particules sont discrétisés sur un réseau constitué de près de $3 \cdot 10^5$ éléments de type linéaire élastique fragile. La fraction volumique de particules ρ^p représente 85% du volume de l'échantillon. La fraction volumique de matrice ρ^m peut donc varier de 0 à 15 %.

3.2.1 Comportement macroscopique

Les figures 3.2 (a) et (b) montrent l'évolution des contraintes verticales effectives σ_{eff} normalisées en fonction de la déformation dans le cas d'essais de traction et de compression simulés par LEM pour un échantillon partiellement rempli de matrice ($\rho^m = 0.1$).

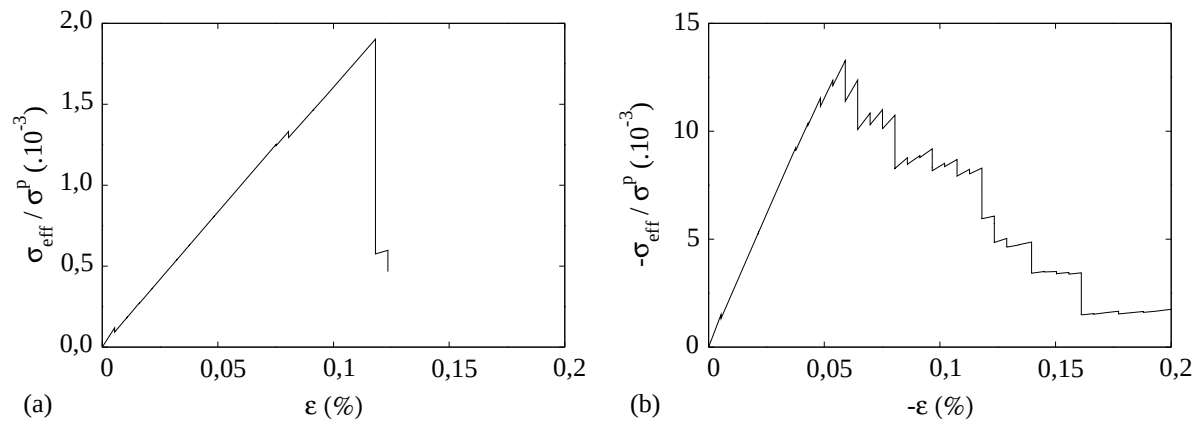


FIG. 3.2 – Contrainte verticale adimensionnée en fonction de la déformation verticale en traction (a) et compression (b).

L'échantillon présente un comportement fragile en traction, avec un module élastique E_t et une contrainte à la rupture σ_{Yt} bien définis. L'évolution de la contrainte après le pic est décrite par une suite de cycles "rupture-chargement" représentative de la propagation non linéaire de

la fissure principale. Chaque cycle est caractérisé par une phase où l'énergie élastique est accumulée suivie d'une phase où l'énergie est dissipée lors de la rupture des éléments critiques. En conséquence, le module élastique diminue avec l'endommagement progressif du matériau.

Sur la courbe contrainte-déformation correspondante à la sollicitation en compression du même échantillon, il est possible aussi de définir un module élastique E_c et une contrainte critique σ_{Yc} . A la différence de l'essai en traction, les cycles de "rupture-chargement" apparaissent plus souvent avant le pic de contrainte.

Les courbes contrainte-déformation révèlent une forte dissymétrie entre les comportements en traction et compression. Les deux essais diffèrent non seulement au niveau de leurs seuils de rupture en contrainte ($\sigma_{Yc} \simeq 7\sigma_{Yt}$), mais aussi au niveau de leurs modules élastiques ($E_c \simeq 15E_t$). La différence entre le comportement en traction et en compression pour le même échantillon reflète le caractère unilatéral des "contacts directs" entre particules ($f^{pp} = 0$). En effet, les zones de contacts entre particules ne transmettent pas d'action en tension et se comportent comme des micro-fissures présentes initialement dans le cas de la traction, alors qu'elles sont capables de supporter les contraintes en compression.

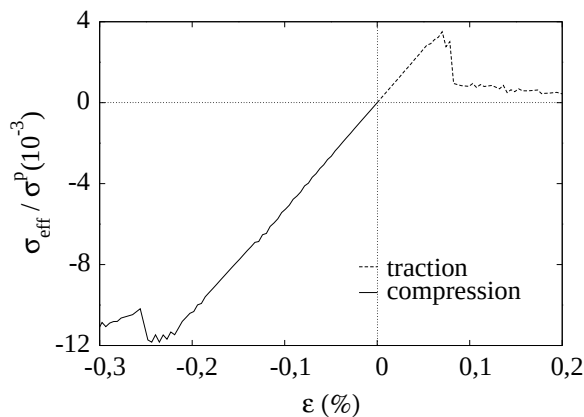


FIG. 3.3 – Contrainte verticale normalisée en fonction de la déformation axiale pour un échantillon sans contacts directs entre particules.

Pour le montrer, il suffit de remplacer les contacts directs entre particules par une fine couche de matrice interposée. Dans ce dernier cas, la différence entre les modules d'élasticité en traction et compression disparaît, et l'écart au niveau des seuils de rupture se réduit (figure 3.3). Afin d'atténuer cette dissymétrie de comportement élastique, les contacts directs entre particules doivent donc être évités dans les procédés de préparation. Pour le béton par exemple, l'enrobage des agrégats avec un ciment liant permet d'obtenir une dissymétrie en élasticité très réduite [15, 41]. Dans le cas de l'albumen de blé, il est difficile de caractériser expérimentalement ce type de différence de comportement en traction et compression étant donné la taille des échantillons étudiés. Cependant, l'observation au microscope électronique à balayage de la microstructure permet d'identifier des zones de contacts directs entre granules d'amidon où apparaissent des phénomènes de décollement (voir figure 3.4). Ces phénomènes de décollement reflètent le caractère non adhésif des contacts directs entre granules.

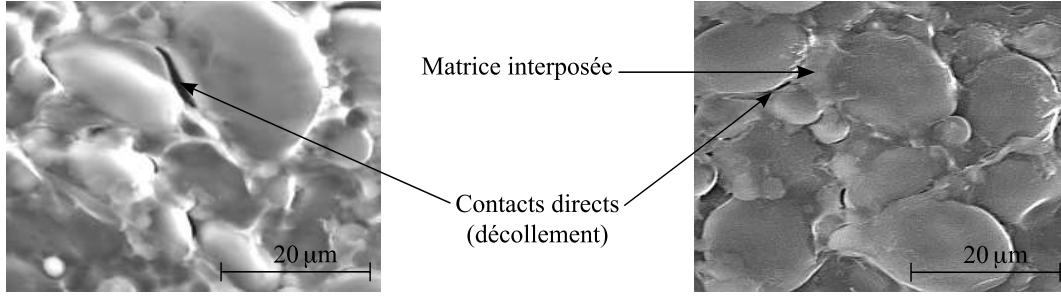


FIG. 3.4 – Photographies au microscope électronique à balayage d’un albumen soft (Falcon). Observation des zones de contacts directs entre particules ou avec matrice interposée.

Il est possible de caractériser la dissymétrie des modules élastiques par le rapport :

$$\delta = \frac{E_c - E_t}{E_c} \quad (3.1)$$

Ce rapport varie de $\delta = 0$, lorsque la phase particulaire est entièrement sollicitée autant en traction qu’en compression, à $\delta = 1$ correspondant à la limite où la phase particulaire ne transmet les contraintes qu’en compression. Dans l’échantillon dont les caractéristiques sont représentées dans les figures 3.2 la dissymétrie est $\delta = 0.95$.

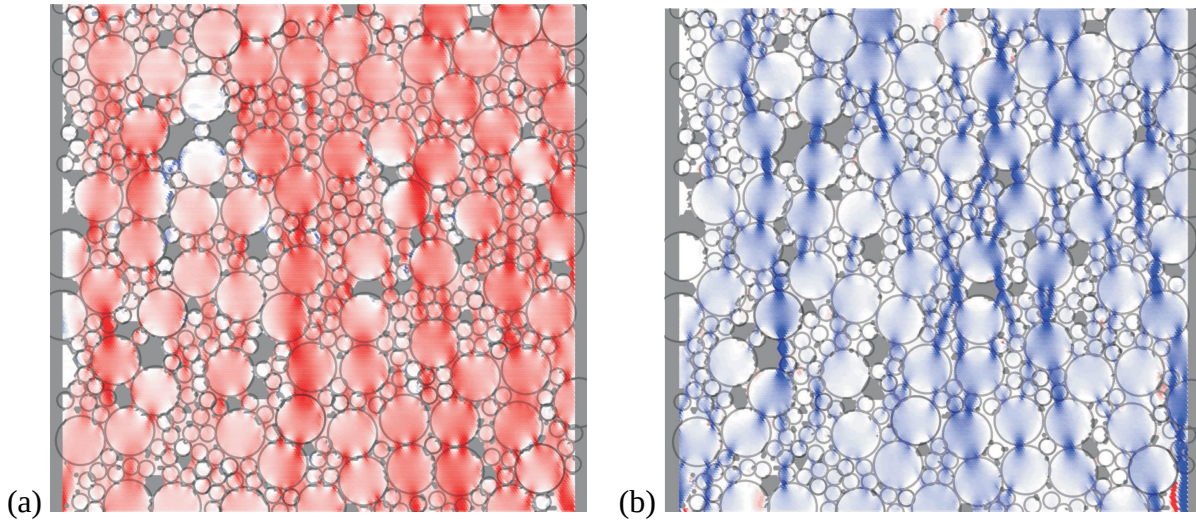


FIG. 3.5 – Carte représentant le champ de contraintes verticales avant rupture (a) en traction ; (b) en compression. Les intensités de rouge et de bleu sont proportionnelles à la valeur de la contrainte en traction et compression.

La dissymétrie de comportement, due à la présence des contacts directs sans cohésion entre particules, est amplifiée par le phénomène de *jamming* (voir chapitre 1). La représentation du champ de contraintes dans l’échantillon permet d’illustrer ce phénomène. Les figures 3.5 (a) et (b) montrent les contraintes verticales σ_{yy} en traction et compression avant fissuration. Les

chaînes de contraintes fortes observées dans ces cartes sont similaires aux chaînes de forces observées dans les milieux granulaires cohésifs et non cohésif [57, 67, 74, 75, 96]. Du fait de leur fraction volumique élevée, les particules sont sollicitées à la fois en traction et en compression. Cependant, les chaînes de contraintes sont essentiellement guidées par la matrice ciment en traction et par le squelette granulaire en compression. En conséquence, le module élastique macroscopique est plus proche de celui des particules en compression, et de celui de la matrice en traction. Le phénomène de jamming peut intervenir avec ou sans contacts directs entre

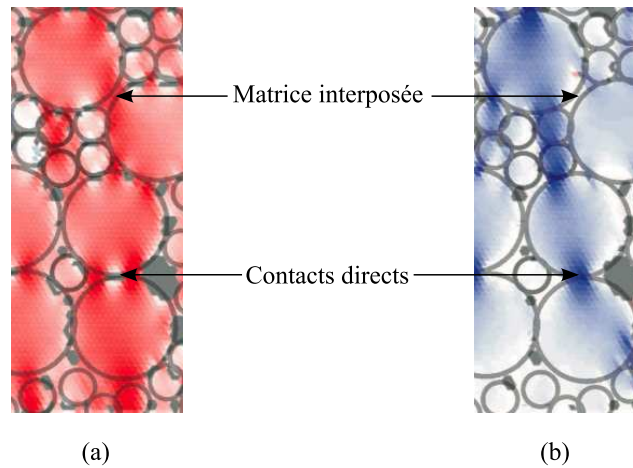


FIG. 3.6 – Influence des zones de contact directs entre particule et avec matrice interposée sur la concentration des contraintes (a) en traction ; (b) en compression.

particules. Si la fraction volumique particulaire est très élevée, un squelette solide composé de particules contiguës se forme naturellement. Cependant, lorsque toutes les particules adjacentes sont séparées par des ligaments de matrice interposés, le jamming intervient encore en terme de concentration de contrainte au niveau de la matrice interposée [15] (voir figure 3.6) .

3.2.2 Modules élastiques : comparaison avec les modèles d’homogénéisation

Dans cette partie, on s’intéresse à l’influence de la fraction volumique de matrice ρ^m sur les propriétés macroscopiques du milieu. On remarque que le module élastique effectif E augmente avec ρ^m , comme illustré sur les courbes issues de simulations pour cinq valeurs différentes de ρ^m sur la figure 3.7 (a).

Le module élastique E augmente linéairement avec ρ^m en traction, et d’une manière non-linéaire en compression. En dessous d’une valeur $\rho^m \simeq 0.1$, on observe une augmentation rapide de E_c . Au delà de cette valeur, le module en compression E_c converge vers une limite alors que le module en traction E_t continue à augmenter avec ρ^m .

Pour une fraction volumique ρ^p de particules constante, deux effets peuvent être attribués à la variation de ρ^m :

- Un *effet de volume* qui correspond simplement au fait que la porosité est réduite lorsque la quantité de matrice ρ^m augmente. Les contraintes sont alors réparties de manière plus homogène dans le milieu (concentrations de contraintes moins élevées) ce qui se traduit par une augmentation des valeurs du module élastique et de la résistance à la rupture.
- Un *effet de surface* qui est lié au fait que la surface spécifique de l'interface entre particules et matrice augmente avec ρ^m . Il en résulte une adhésion plus grande entre les particules et la matrice et le recouvrement partiel des contacts directs (cohésion nulle).

L'effet de surface évolue tant que la matrice ne percole pas à travers le matériau. Pour cette configuration particulière, la percolation de la matrice apparaît autour de $\rho^m = 0.1$. Au delà de cette valeur, l'effet de surface devient moins important que l'effet de volume. La variation non-linéaire du module élastique en compression peut être attribuée à une combinaison des effets de surface et de volume. A l'inverse, la rigidité en traction étant essentiellement contrôlée par la matrice, le milieu devient moins sensible aux effets de surface. D'autre part, on observe sur la figure 3.7 (a) que la dissymétrie δ entre la compression et la traction diminue avec ρ^m . En effet, δ varie de $\simeq 1$ pour $\rho^m = 0.04$ à 0.9 pour $\rho^m = 0.15$.

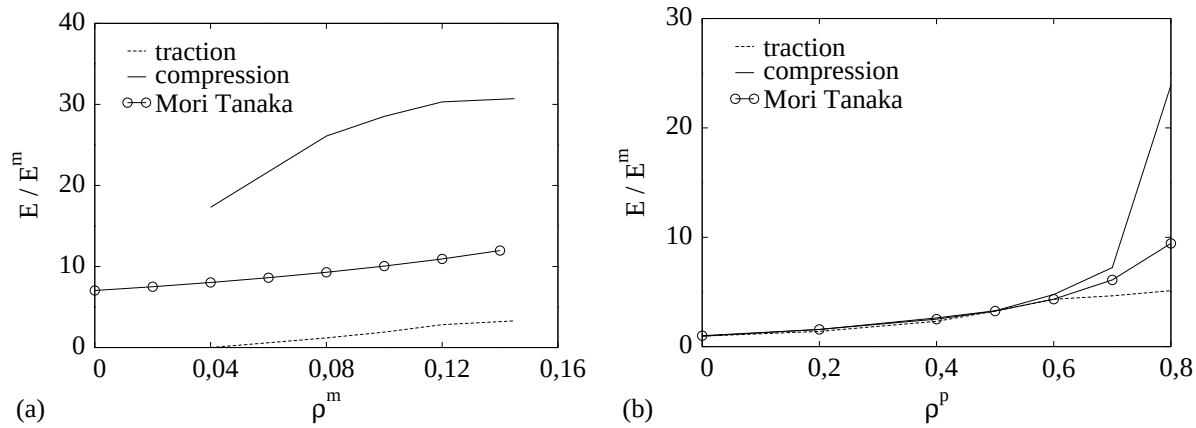


FIG. 3.7 – Module élastique effectif E adimensionné par E^m issu des simulations LEM et calculé par la théorie de Mori-Tanaka en fonction de : (a) la fraction volumique de matrice ρ^m ; (b) la fraction volume de particules ρ^p .

Sur la figure 3.7 (a) est aussi tracée la prédiction du modèle de Mori-Tanaka pour un matériau triphasique contenant deux populations d'inclusions enchâssées dans une matrice (voir chapitre 1) [46]. Ce modèle fournit une bonne approximation dans le cas des matériaux composites avec une phase particulaire diluée, mais son extension aux MGCI n'est pas avérée. L'expression de Mori-Tanaka adaptée à notre système prend la forme suivante :

$$E^{th} = \frac{d^m E^m + d^p E^p}{e^m E^m + e^p E^p} E^m, \quad (3.2)$$

avec

$$\begin{aligned}
d^m &= 16\rho^m A^2, \\
d^p &= [(3\rho^m + \rho^p(3 + 4A))], \\
e^m &= 12A(1 - \rho^m) + 16A^2, \\
e^p &= 9\rho^p + 12A(1 - \rho^p).
\end{aligned} \tag{3.3}$$

Le paramètre A correspond au rapport entre le module de cisaillement μ et le module de compression isotrope k . Il s'agit du seul paramètre du modèle théorique qui change entre les cas 2D et 3D. En 2D, $A = 2(1 - \nu)/(1 + \nu)$, où ν est le coefficient de Poisson de la matrice ($\simeq 0.3$ dans notre cas). La prédiction théorique E^{th} varie linéairement du fait de la faible porosité de l'échantillon. On note que les résultats obtenus en traction et compression encadrent ceux obtenus par le modèle théorique. La prédiction de Mori-Tanaka ne prend pas en compte les effets de surface (la matrice est supposée parfaitement adhérente aux particules) ainsi que les effets dus à la percolation des particules (jamming). Par conséquent, le modèle théorique sous-estime le module en compression car il ne tient pas compte de l'influence du squelette granulaire sur la répartition des contraintes dans l'échantillon. De la même manière, le modèle ne prend pas en compte les micro-fissures ou clivages présents initialement dans le milieu. Ainsi il surestime en traction le module élastique en présence de contacts directs entre particules (sans matrice interposée).

Sur la figure 3.7 (b) est tracée la prédiction théorique du module effectif de Mori-Tanaka en fonction de la fraction volumique de particules ρ^p , ainsi que le module prédit par les simulations numériques en traction et en compression. On remarque que les deux courbes issues des simulations sont confondues et augmentent linéairement jusqu'à une valeur $\rho^p \simeq 0.6$. Au delà de cette valeur, des contacts directs entre particules commencent à apparaître dans le milieu, laissant place aux effets de surface et au jamming. En dessous de cette valeur particulière ($\rho^p = 0.6$), les deux courbes numériques suivent parfaitement la prédiction théorique.

3.2.3 Fissuration et endommagement

Les différences observées ci-avant entre les comportements macroscopiques en traction et en compression sont également observables pour la fissuration. Les figures 3.8 (a) et (b) montrent les éléments rompus dans l'échantillon juste après le pic de contrainte.

On différencie deux types de fissures :

- les fissures diffuses qui apparaissent principalement avant le pic de contrainte.
- les fissures principales qui apparaissent après le pic de contrainte.

On définit θ_σ la direction principale majeure des contraintes. Les fissures diffuses sont liées à la présence des contacts directs entre particules. Les contraintes critiques que peuvent supporter les interfaces pm étant inférieures à celles fixées pour les phases p et m , les fissures diffuses initiées au niveau des contacts directs se propagent en suivant le contour des particules. On remarque par ailleurs que les fissures diffuses sont plus nombreuses en traction, et sont orientées essentiellement perpendiculairement à θ_σ , alors qu'elles sont inclinées par rapport à θ_σ en compression. Ceci correspond à une rupture en cisaillement.

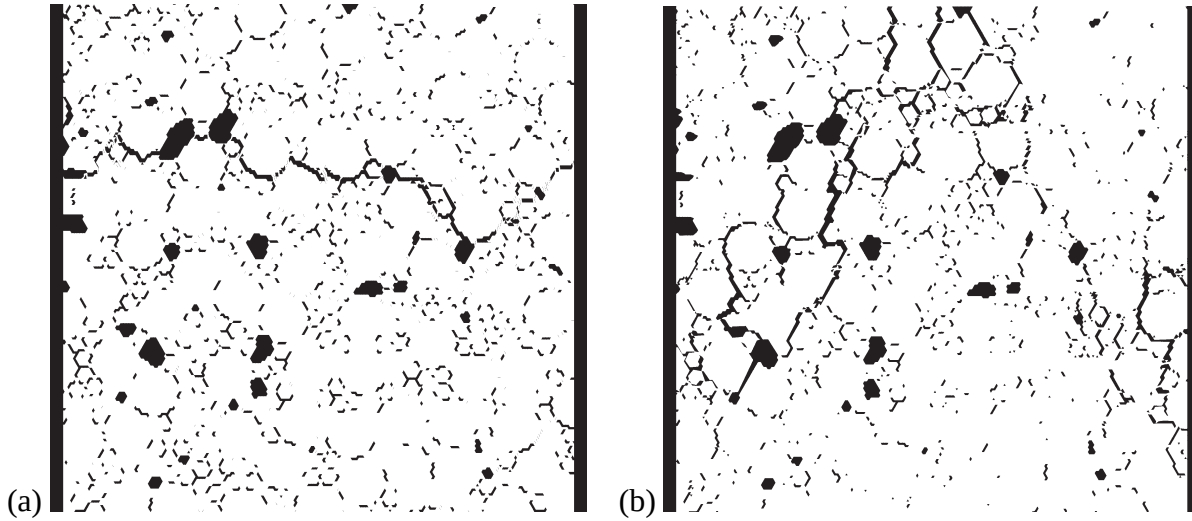


FIG. 3.8 – Faciès de rupture (a) en traction ; (b) en compression.

L'étude des fissures principales va dans le même sens. En traction, la fissure est en moyenne horizontale (perpendiculaire à θ_o) alors qu'en compression, on observe deux fissures inclinées qui sont initiées au niveau de la frontière supérieure de l'échantillon. D'autre part, en traction la fissure apparaît brutalement lorsque la contrainte atteint son maximum, sans qu'aucune fissure secondaire ne se propage. En compression à l'inverse, les fissures principales sont plus fines et engendrent de nombreuses fissures secondaires durant leur avancement.

L'évolution de l'endommagement durant la fissuration se reflète dans la dégradation des modules élastiques. Ce phénomène est illustré sur les figures 3.5 (a) et (b) sous la forme d'une réduction du module élastique après chaque cycle de décharge. La dégradation cumulée est généralement décrite par la variable :

$$\eta = \frac{E_0 - E}{E_0} \quad (3.4)$$

où E_0 et E sont respectivement les modules effectifs initial et actuel [49, 73].

Les figures 3.9 (a) et (b) montrent respectivement l'évolution de η et de la fraction d'éléments rompus en compression et traction en fonction de la déformation axiale. La dégradation brutale de l'échantillon en traction est une conséquence de la rupture fragile ce qui contraste avec l'évolution plus progressive de l'endommagement en compression. L'évolution de la fraction d'éléments rompus en fonction de la déformation confirme cette tendance ; figure 3.9 (b).

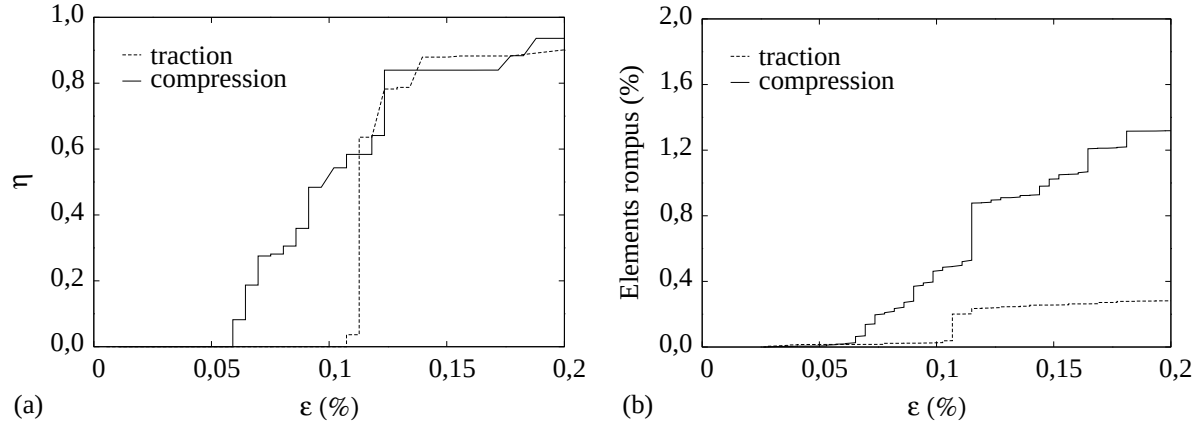


FIG. 3.9 – (a) Evolution de la variable d'endommagement η en fonction de la déformation axiale ; (b) Proportion d'éléments rompus dans l'échantillon en fonction de la déformation axiale.

3.3 Caractérisation des hétérogénéités : transmission des contraintes

L'hétérogénéité de la distribution des contraintes à l'échelle des particules (voir figures 3.5 (a) et (b)) est un facteur important qui contrôle l'initiation et la propagation des fissures dans les matériaux granulaires cimentés. Dans cette section, on étudie dans un premier temps la distribution statistique des contraintes locales en compression et en traction avant l'initiation de la fissure pour différentes valeurs de ρ^m . Les échantillons ont une configuration identique à ceux présentés dans la section 3.2. Les contraintes sont calculées à partir des volumes de référence attachés aux noeuds du réseau, comme expliqué dans le chapitre 2.

3.3.1 Localisation des contraintes

En compression et en traction uniaxiales selon la direction y , la composante σ_{xy} du tenseur de contrainte est nulle (x et y correspondant respectivement aux directions horizontale et verticale). Seules les contraintes verticales σ_{yy}^i calculées aux noeuds i du réseau sont étudiées dans cette partie.

Les densités de probabilité ou pdf (probability density function) des contraintes σ_{yy}^i pour une fraction volumique de matrice $\rho^m = 0.10$ sont montrées sur la figure 3.10. Les contraintes sont adimensionnées par la contrainte moyenne σ_{yy} . Dans les cas de la traction et de la compression, on distingue les trois zones suivantes sur les pdf :

1. Les contraintes *fortes* (en rouge), qui diminuent selon une loi exponentielle similaire aux forces les plus élevées dans les matériaux granulaires non cohésifs [57, 67, 74, 75].
2. Les contraintes *faibles* (en jaune), qui ont une probabilité presque uniforme et qui reflètent l'effet de voûte lié au jamming.

3. Les contraintes *intermédiaires* (en orange), qui sont centrées sur la contrainte moyenne et qui ont une distribution presque Gaussienne.

Pour la même fraction volumique de matrice ρ^m , on remarque que la distribution des contraintes fortes est plus étendue en compression (jusqu'à 8 fois la contrainte moyenne) qu'en traction (environ 6 fois la contrainte moyenne). De la même manière, les zones de contraintes faibles sont plus nombreuses en compression qu'en traction. D'un point de vue plus général, la distribution des contraintes est donc plus homogène en traction qu'en compression.

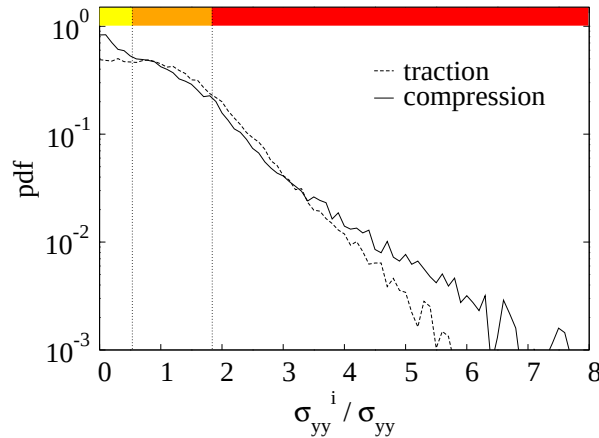


FIG. 3.10 – Densités de probabilité des contraintes verticales σ_{yy}^i en traction et en compression. Les contraintes faibles, intermédiaires et fortes sont identifiées respectivement par des rectangles de couleurs jaune, orange et rouge.

L'intervalle décrit par les contraintes fortes correspond en réalité aux chaînes de contraintes observées sur les figures 3.5 (a) et (b). Cette gamme de contraintes peut être assimilée au "réseau fort" observé dans les matériaux granulaires secs, pour lesquels une petite partie des forces de contact (le réseau fort) transmet la quasi-totalité des contraintes déviatoriques du système. On remarque que dans le modèle LEM, les contraintes sont distribuées dans les particules, la matrice et les interfaces, alors que dans les modèles de type DEM seules les forces au contact entre les particules peuvent être calculées. Le "réseau fort", déterminé grâce aux méthodes discrètes, est donc localisé exclusivement au contact.

Les figures 3.11 (a) et (b) montrent les cartes des contraintes verticales dans les échantillons en traction et en compression. Les contraintes fortes, intermédiaires et faibles sont représentées respectivement par les couleurs rouge, orange et jaune. En compression, on remarque que les contraintes fortes sont concentrées principalement au niveau des zones de contact et forment des chaînes bien définies qui traversent les particules. Cette observation est aussi vraie en traction, où les chaînes de contraintes passent à travers les ligaments de matrice interposés entre les particules. Dans les deux cas de sollicitation, les contraintes intermédiaires sont essentiellement localisées dans les particules. Enfin, on s'aperçoit que les contraintes faibles peuvent se situer à la fois dans la matrice et dans les particules, en conséquence de l'effet de voûte. Dans cette étude, les particules sont 100 fois plus rigides que la matrice. Qualitativement, l'augmentation

du contraste de rigidité entre particules et matrice renforce l'effet de voûte et mènent à une plus large distribution des contraintes essentiellement en compression.

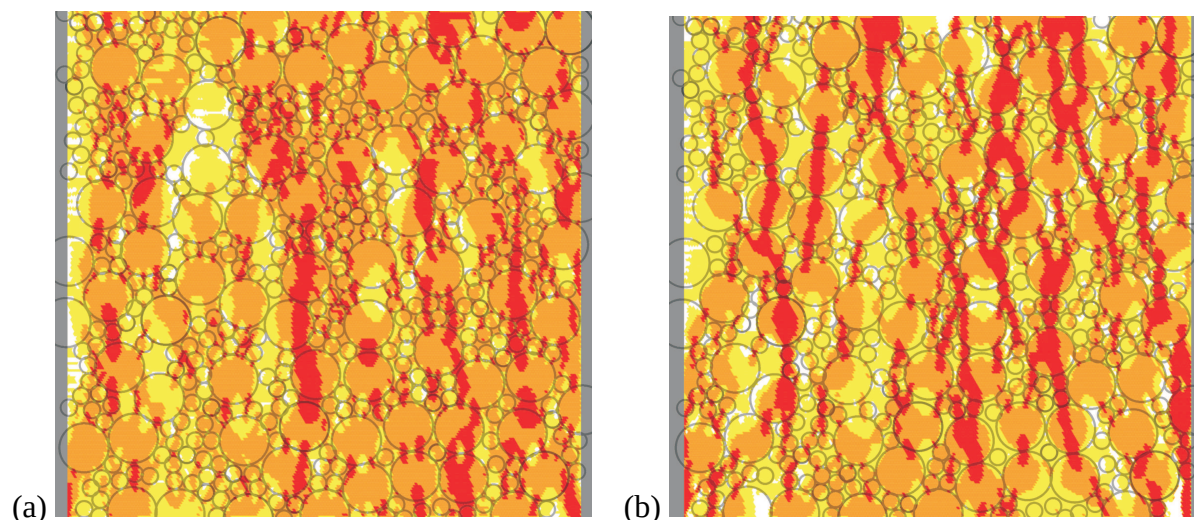


FIG. 3.11 – Carte tricolore représentant les champs de contraintes verticales avant rupture (a) en traction ; (b) en compression. Les contraintes faibles, intermédiaires et fortes sont représentées respectivement en jaune, orange et rouge.

3.3.2 Influence de la rigidité des particules et de la quantité de matrice

Les figures 3.12 (a) et (b) montrent les densités de probabilité de contraintes en traction et compression pour plusieurs valeurs du rapport de rigidité k^p/k^m entre les particules et la matrice. On remarque que la raideur des particules par rapport à la matrice n'influence quasiment pas la répartition des contraintes en traction. Ceci est dû au fait que le comportement est essentiellement contrôlé par la matrice en traction. A l'inverse, le squelette granulaire domine la réponse du système en compression. L'étalement de la distribution des contraintes augmente avec le rapport k^p/k^m , impliquant ainsi des concentrations de contraintes de plus en plus importantes dans le milieu.

L'effet de la fraction de matrice est de redistribuer de manière plus homogène les contraintes aux noeuds (effet volumique). Les figures 3.13 (a) et (b) montrent les densités de probabilité des contraintes verticales pour différentes valeurs de ρ^m en tension et en compression. Contrairement au cas des raideurs, l'influence de la matrice sur la distribution des contraintes semble principalement intervenir en traction. En compression, les chaînes de contraintes observées sont contrôlées par la percolation des particules et par leur rigidité.

En traction, la distribution des contraintes est de plus en plus large lorsqu'on diminue la quantité de matrice. En effet, la réduction des ponts de matrice entre particules a pour conséquence de concentrer les contraintes au niveau des ponts. D'autre part, à la limite où les pores sont quasiment remplis par la matrice ($\rho^m \simeq 0.12$), la distribution est piquée sur la contrainte

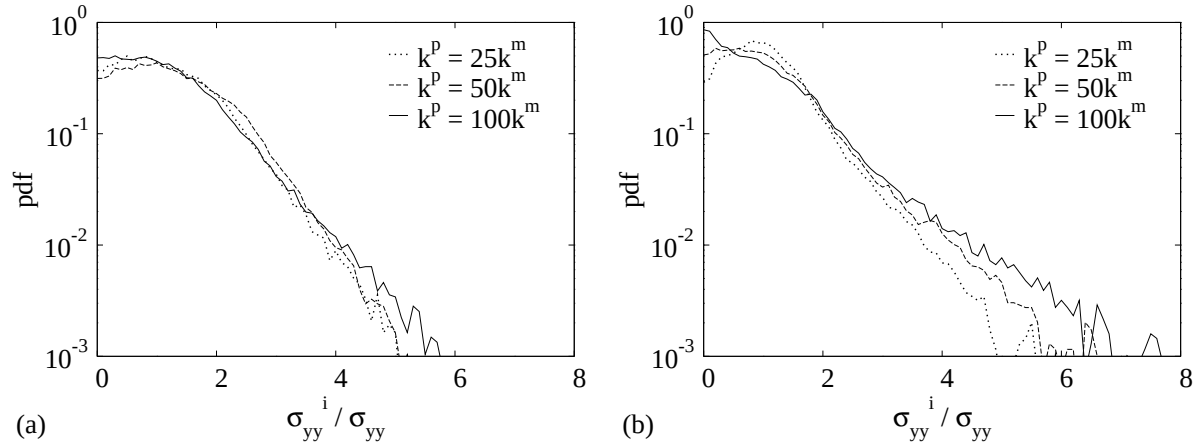


FIG. 3.12 – Densités de probabilité des contraintes verticales pour différentes rapport de raideur k^p/k^m : (a) en traction ; (b) en compression.

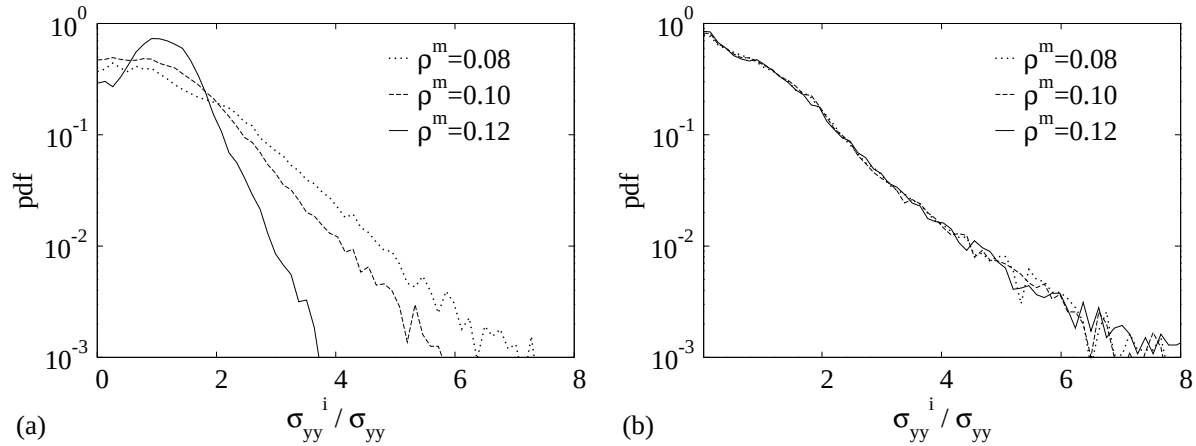


FIG. 3.13 – Densités de probabilité des contraintes verticales pour différentes quantités de matrice ρ^m : (a) en traction ; (b) en compression.

moyenne. Le milieu est alors beaucoup plus homogène, et les seules sources d'hétérogénéités sont la rigidité des particules et la présence de contacts directs entre elles.

Les propriétés effectives des matériaux granulaires en terme d'élasticité et de résistance à la rupture sont contrôlées par les différentes déclinaisons de la distribution des contraintes. La distribution étant plus large en compression qu'en traction (figure 3.10), les modèles d'homogénéisation sont plus adaptés pour les MGCi sollicités en traction. Ce dernier point est cohérent avec les observations faites dans la section 3.2.2, où le module élastique effectif prédit par le modèle de Mori-Tanaka est plus proche de celui obtenu par simulation LEM en traction qu'en compression.

3.4 Transmission des forces dans les milieux granulaires cohésifs avec peu de matrice : comparaison avec la méthode DEM

On se limite dans cette section à l'étude des MGCI à faible fraction volumique de matrice sollicités en compression uniaxiale. Dans ce cadre, il est possible de modéliser les ponts de matrice entre particules comme des points de colle dont le volume est négligé. On compare ici les résultats obtenus en simulant un milieu à faible fraction volumique de matrice à l'aide de la méthode LEM et de la méthode DEM cohésive.

3.4.1 Cadre de la comparaison

La méthode DEM cohésive étant basée sur l'hypothèse que les particules sont des éléments discrets rigides, il n'est pas possible de déterminer la répartition des contraintes à l'intérieur des particules comme avec la méthode LEM. Seules les forces au contact entre les particules peuvent être calculées. Dans la méthode LEM, il est possible d'accéder aux contraintes dans chacune des phases du milieu. Dans le but de calculer les forces de contact, seules les phases liant deux particules entre elles sont considérées : les interfaces particule-particule et la phase matrice. Le tenseur de contrainte σ dans une phase reliant un doublet de particules est obtenu à partir des contraintes calculées aux noeuds dans le volume de la phase.

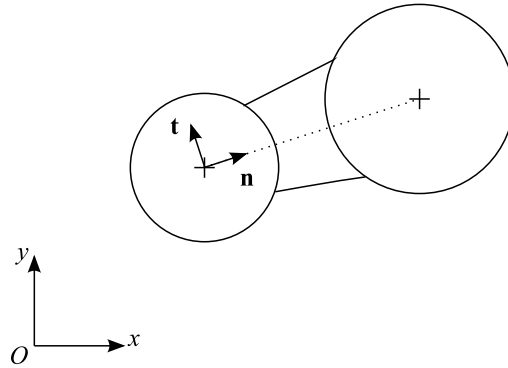


FIG. 3.14 – Représentation d'un doublet de particules dans le repère global.

Soient $\mathbf{n}$ et $\mathbf{t}$ les vecteurs unitaires normal et tangent associés au lien entre les deux centres (voir figure 3.14), les vecteurs forces normal $\mathbf{f}_n$ et tangent $\mathbf{f}_t$ sont donnés par :

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_n &= \sigma \cdot \mathbf{n} \cdot \mathbf{n} \\ \mathbf{f}_t &= \sigma \cdot \mathbf{n} \cdot \mathbf{t} \end{aligned} \tag{3.5}$$

Dans la suite, nous comparons dans un premier temps de manière qualitative les réseaux

de forces de contact obtenus avec les deux méthodes sur un petit échantillon. Nous nous intéressons ensuite à l'étude des densités de probabilité des forces de contact afin d'analyser quantitativement les ressemblances et les différences entre les deux approches.

3.4.2 Comparaison qualitative

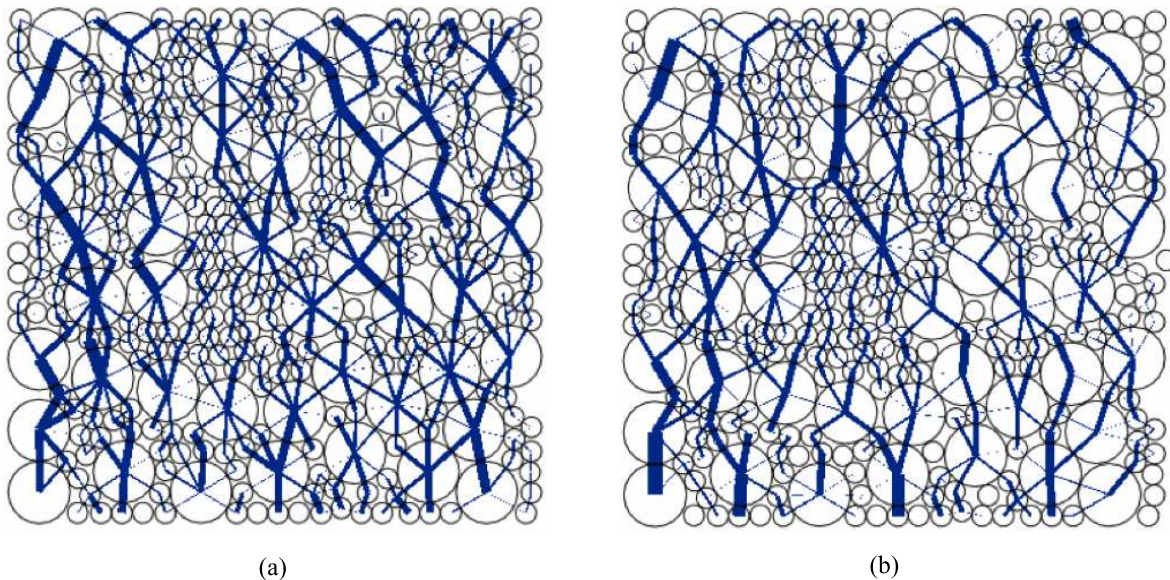


FIG. 3.15 – Représentation du réseau des forces normales de contact avant rupture simulé avec : (a) LEM; (b) DEM cohésif.

La figure 3.15 illustre les réseaux des forces normales dans un échantillon bidisperse sollicité en compression simple et présentant la même configuration et les mêmes propriétés mécaniques que celles étudiées dans la section 3.2. Les répartitions des forces de contact obtenues par les méthodes LEM et DEM apparaissent similaires dans les deux cas. On distingue des chaînes verticales de forces élevées (réseau fort) qui suivent principalement les grosses particules, comme observé pour les concentrations de contraintes ci-avant (figure 3.5 (b)). Le réseau des forces faibles est principalement localisé au niveau des contacts entre petites particules.

3.4.3 Densité de probabilité des forces de contact

Dans cette partie, on s'intéresse à la densité de probabilité des forces de contact sur un échantillon granulaire cimenté contenant une fraction volumique faible de matrice. L'étude des densités de probabilité nécessitant un nombre de contacts suffisant, l'échantillon étudié ici comporte environ 5000 particules ce qui correspond à un maillage LEM de près de 1 million d'éléments. Les propriétés mécaniques attribuées à chaque phase restent les mêmes que dans l'étude précédente.

Les figures 3.16 (a) et (b) montrent les densités de probabilités sur les forces de contact normales en compression f_n^+ et en traction f_n^- obtenues avec les deux types de simulation LEM et DEM. Les distributions obtenues avec les méthodes LEM et DEM cohésive sont très proches, ce qui montre que pour une faible teneur en matrice les deux méthodes sont équivalentes en terme de concentrations des contraintes.

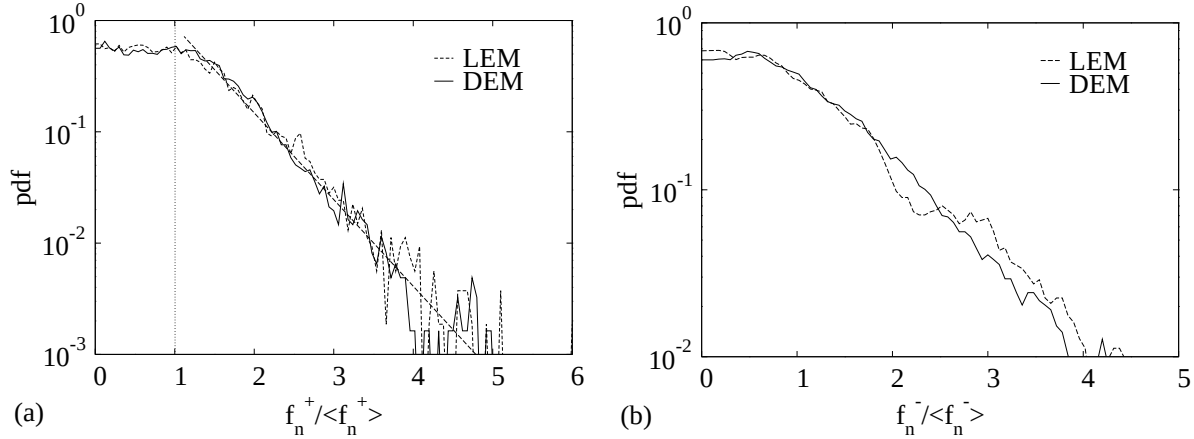


FIG. 3.16 – Densités de probabilité des forces normales (a) en compression ; (b) en traction.

Dans les deux cas, pour les forces en compression et en traction, on distingue deux parties :

- une partie exponentielle correspondante au réseau fort, où les forces peuvent aller jusqu'à 5 fois la force moyenne.
- une partie correspondant au réseau faible (forces inférieures à la force moyenne) qui décrit un presque palier à l'échelle logarithmique. Ces forces faibles incluent près de 60 % des contacts et elles peuvent être considérées comme une signature de l'effet de voûte.

Il faut aussi remarquer que les forces faibles s'étendent ici aux forces en traction. La cohésion entre les particules amplifie l'effet de voûte.

La figure 3.18 illustre sur une partie de l'échantillon le réseau des forces normales en compression. On remarque que le réseau fort (en rouge), est principalement orienté dans la direction verticale, c'est à dire dans le sens de la compression. Des chaînes de forces élevées traversent ainsi l'échantillon le long des particules qui supportent les contraintes les plus élevées dans le milieu. Le réseau faible (en bleu) ne présente pas de direction privilégiée, et est composé essentiellement des forces localisées sur des particules peu contraintes.

La figure 3.17 montre la densité de probabilité des forces tangentes f_t de contact. La distribution se présente sous la forme d'une exponentielle avec des valeurs de f_t pouvant atteindre jusqu'à 8 fois la valeur de la force tangente moyenne en valeur absolue. Les résultats des simulations DEM et LEM sont encore une fois identiques. La distribution est similaire à celle observée dans le cas des matériaux granulaires secs [75].

On peut décrire les forces tangentielles f_t en distinguant comme pour les forces normales un réseau fort ($(f_t / \langle f_t \rangle) > 1$) et un réseau faible ($(f_t / \langle f_t \rangle) < 1$) (cf figure 3.19). Les

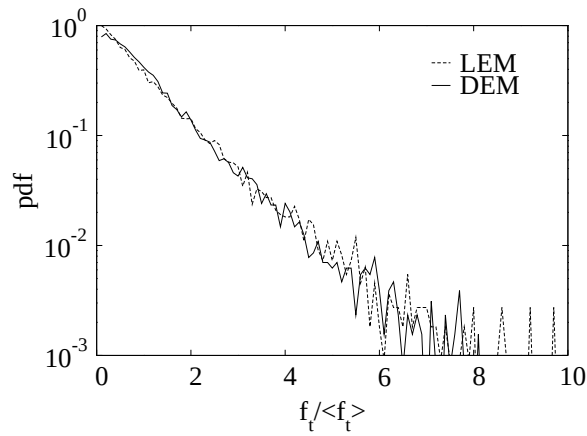


FIG. 3.17 – Densités de probabilité des forces tangentielles.

forces tangentielles les plus fortes (en rouge) apparaissent entre les particules supportant les plus grandes contraintes σ_{xx} . La direction privilégiée du plus fort cisaillement est orientée environ à 45° de θ_σ . A l'inverse, les forces f_t appartenant au réseau faible sont davantage localisées dans les particules supportant les contraintes σ_{xx} les plus faibles ou dans les contacts orientés selon θ_σ .

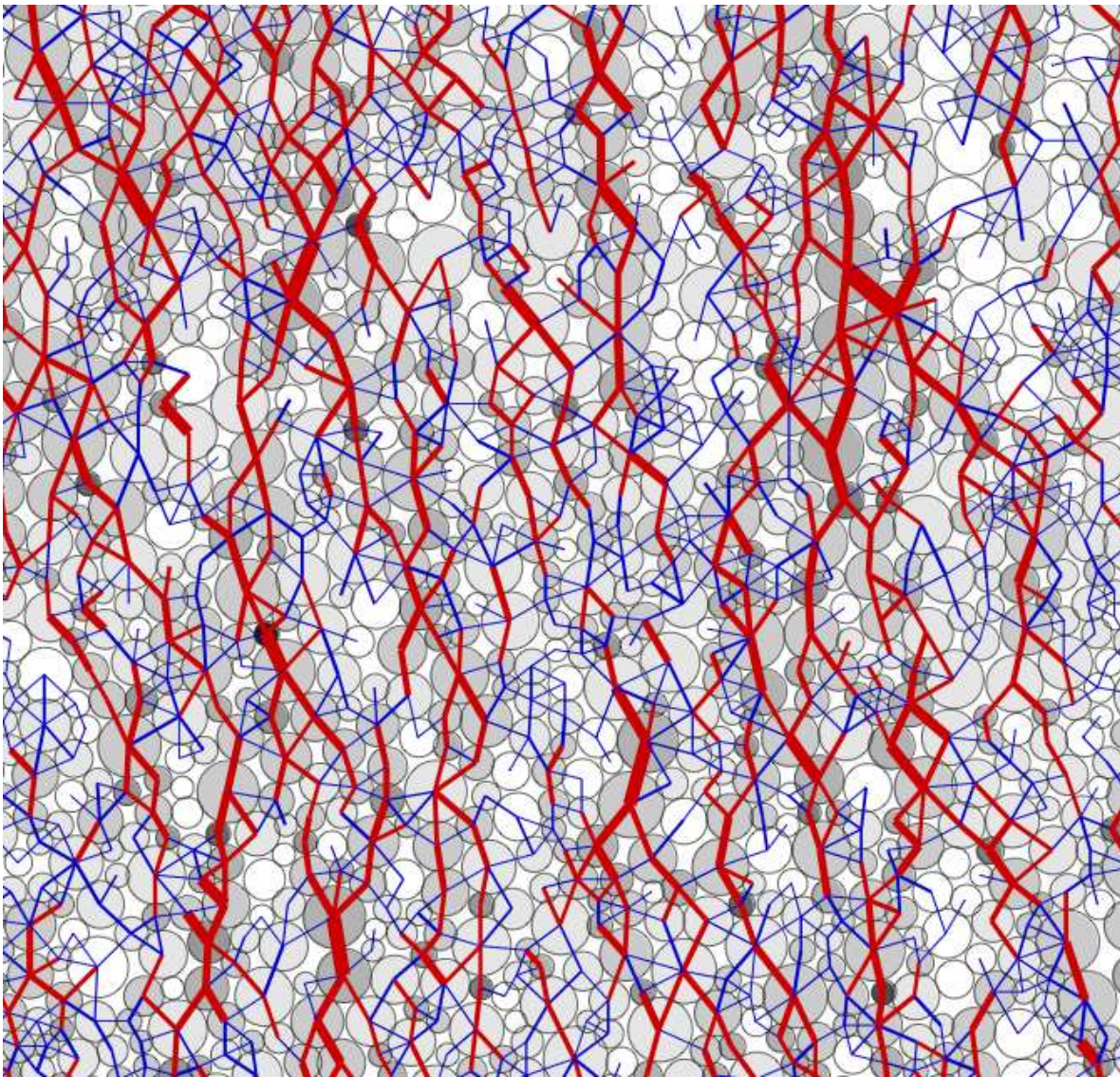


FIG. 3.18 – Représentation des forces normales en compression. La couleur rouge correspond au réseau fort, la couleur bleu au réseau faible. L'épaisseur des traits est proportionnelle à la valeur de la force, et le niveau de gris est proportionnel à la contrainte verticale σ_{yy} appliquée sur les particules.

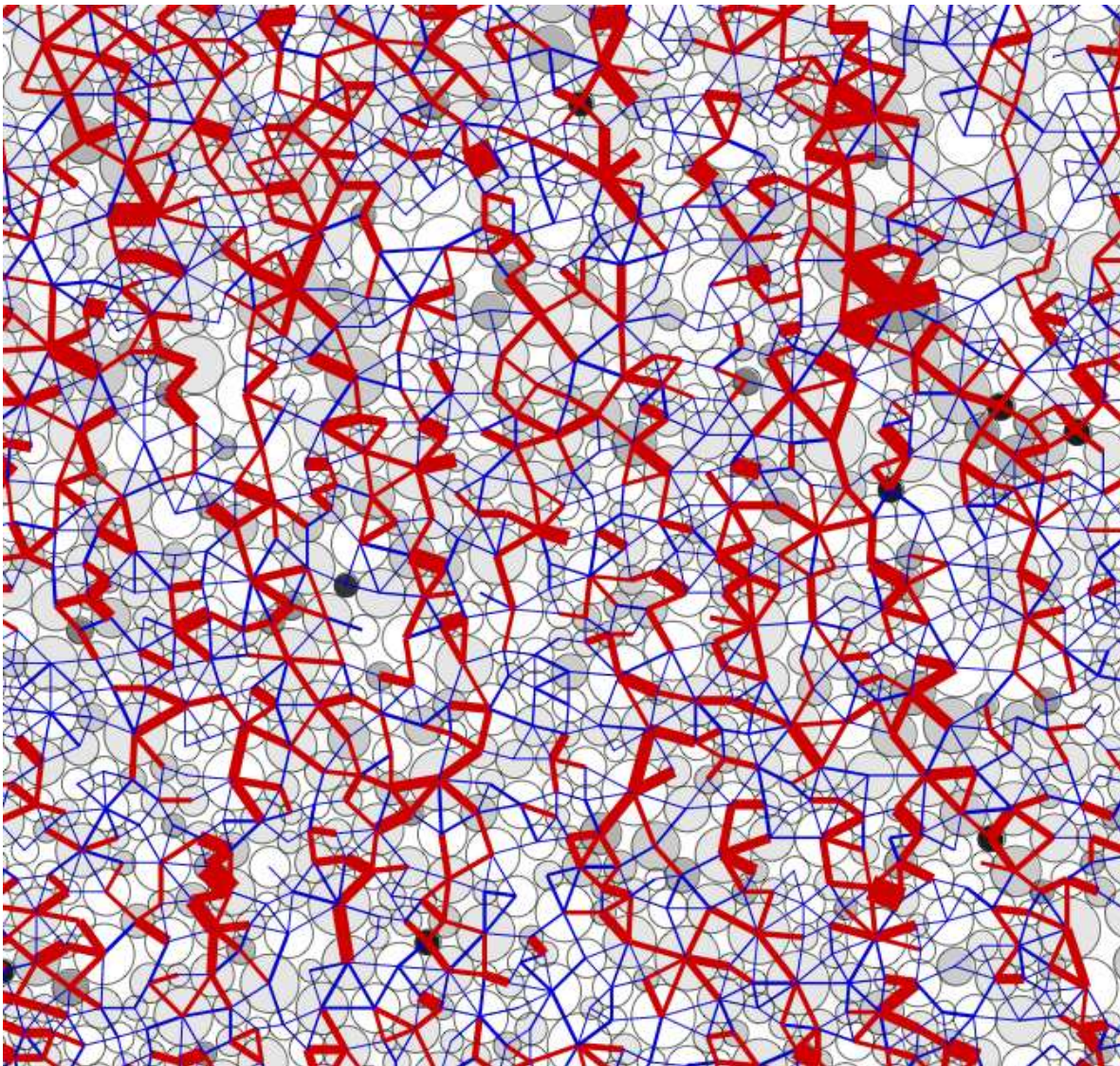


FIG. 3.19 – Représentation des forces tangentielles. La couleur rouge correspond au réseau fort, la couleur bleu au réseau faible. L'épaisseur des traits est proportionnelle à la valeur de la force, et le niveau de gris est proportionnel à la contrainte verticale σ_{xx} appliquée sur les particules.

La figure 3.20 montre la densité de probabilité des orientations des liens dans le réseau fort (en rouge) et dans le réseau faible (en bleu) pour les forces tangentes. Les forces appartenant au réseau fort sont préférentiellement orientées à 45° par rapport à θ_σ , alors que les forces tangentes faibles sont localisées essentiellement sur les doublets verticaux.

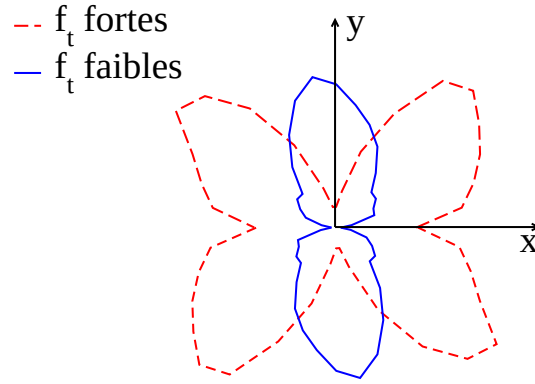


FIG. 3.20 – Densités de probabilité angulaire des forces tangentielles.

La figure 3.21 montre enfin les densités de probabilité du rapport f_t/f_n obtenues avec les simulations LEM et DEM. Même si les deux courbes présentent la même tendance, elles ne sont pas confondues. On note que la densité de probabilité de f_t/f_n décroît quand le rapport augmente. La majorité des contacts présente un rapport $f_t/f_n < 1$, et certains contacts rares peuvent porter une force tangentielle f_t jusqu'à 15 fois plus grande que la force normale f_n . La mobilisation plus faible des forces tangentielles pour la méthode LEM par rapport à la méthode DEM est cohérente avec le fait que les déplacements relatifs au contact ne sont pas les seuls degrés de liberté dans l'approche LEM. Ainsi, les déformations imposées peuvent être accommodées par des déformations élastiques des particules.

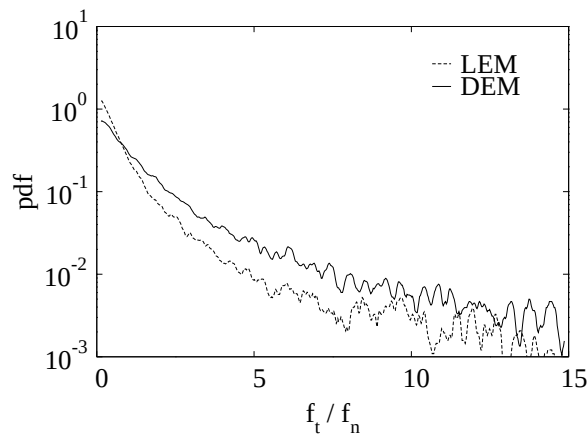


FIG. 3.21 – Densités de probabilité du rapport f_t/f_n des forces normales sur les forces compressives.

3.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons étudié le comportement général des matériaux granulaires cimentés à la rupture à l'aide de simulations avec la méthode LEM. Des essais uniaxiaux en compression et en traction sont effectués sur des échantillons numériques. D'un point de vue macroscopique, il existe une dissymétrie de comportement entre les essais en compression et en traction, autant au niveau des seuils de rupture que des modules élastiques. Cette dissymétrie est la conséquence directe de la percolation des particules dans le matériau et de la présence de contacts directs. Dans le cas où tous les contacts directs entre particules sont remplacés par des contacts avec matrice interposée, la dissymétrie observée sur les modules élastiques disparaît complètement.

Cette dissymétrie entre compression et traction est mise en évidence par la distribution des contraintes verticales dans les échantillons avant rupture. Les densités de probabilité de contraintes révèlent trois parties distinctes : 1) une partie quasi-uniforme qui correspond aux contraintes faibles révélatrices de l'effet de voûte ; 2) une partie presque Gaussienne centrée sur la contrainte moyenne qui représente l'essentielle des contraintes localisées dans les particules ; 3) une partie exponentielle, remarquable dans les matériaux granulaires secs et qui correspond aux contraintes localisées aux contacts entre les particules. La densité de probabilité des contraintes en traction est moins large qu'en compression, ce qui démontre que le milieu concentre moins les contraintes en traction. Par ailleurs, on a montré en faisant varier la rigidité des particules d'une part, et la fraction volumique d'autre part que les concentrations de contraintes dans le milieu dépendent de la rigidité des particules en compression, et de la fraction volumique de matrice en traction. Le squelette granulaire guide donc la réponse du matériau pour les essais en compression. En traction, la matrice dicte le comportement par le biais d'un effet de volume qui répartit les contraintes, et d'un effet de surface qui influe sur l'adhésion entre particules et matrice.

Enfin, nous avons comparé les approches LEM et DEM cohésive pour des essais de compression sur un matériau contenant une faible fraction volumique de matrice. En étudiant la distribution des forces normales et tangentiels au contact entre les particules, nous avons montré que les deux méthodes sont équivalentes en terme de concentration de contrainte. On retrouve pour les densités de probabilité de force les mêmes tendances que celles observées pour les contraintes. Néanmoins, la densité de probabilité du rapport des fortes tangentes sur les forces normales montre un écart entre les deux méthodes. Cette mobilisation plus faible des forces tangentiels pour la méthode LEM par rapport à la méthode DEM reflète la différence entre les deux méthodes au niveau des déplacements relatifs aux contacts.

CHAPITRE 4

Etude paramétrique : Influence de la matrice et des interfaces

Sommaire

4.1	Introduction	94
4.2	Description de l'étude paramétrique	94
4.2.1	Paramètres du modèle et des échantillons	94
4.2.2	Types d'essais	95
4.3	Propriétés macroscopiques	95
4.3.1	Modules élastiques effectifs	95
4.3.2	Seuils de rupture	98
4.4	Régimes de rupture	99
4.5	Ténacité relative	101
4.6	Lien avec la dureté de l'albumen de blé	103
4.7	Conclusion	106

4.1 Introduction

Dans ce chapitre, on s'intéresse à l'influence de la fraction volumique de matrice ρ^m et de l'adhésion σ^{pm} aux interfaces entre particules et matrice sur le comportement macroscopique des MGCI. Même si les conclusions de ce chapitre sont généralisables à tous les MGCI, cette étude est plus particulièrement dédiée à l'albumen de blé. La quantité de matrice protéique et la nature de l'interface entre granules d'amidon et matrice apparaissent comme deux paramètres qui contrôlent la friabilité du grain de blé durant la mouture, et donc son comportement à rupture (voir chapitre 1). Les différents travaux publiés montrent que ces paramètres ne permettent pas de prédire séparément le comportement à la rupture du matériau. Le but de l'étude qui suit est de mieux comprendre les mécanismes sous-jacents liés à la quantité de matrice ρ^m et à l'adhésion à l'interface σ^{pm} et d'estimer leur effet combiné sur la fracturation. Pour ce faire, nous effectuons une étude paramétrique en faisant intervenir ρ^m et σ^{pm} . Dans un premier temps, on décrit les paramètres de l'étude pris en compte dans le modèle. La section suivante présente les résultats, en analysant d'abord les propriétés macroscopiques puis en considérant les chemins de fissuration au niveau de la microstructure et les différents régimes de rupture. Nous introduisons ensuite une grandeur liée à la ténacité, et combinant les deux paramètres dans le but d'analyser les différents régimes de rupture dans le cadre de la mécanique de la rupture. Enfin, le lien sera fait entre les résultats obtenus grâce à l'étude paramétrique et la friabilité de l'albumen de blé.¹

4.2 Description de l'étude paramétrique

Dans cette section, on décrit les paramètres utilisés pour les simulations numériques. On se base sur les propriétés de l'albumen de blé issues des différents travaux trouvés dans la littérature. L'objectif est de générer des échantillons qui s'approchent au maximum de la microstructure de l'albumen de blé, et de les solliciter dans des conditions simples.

4.2.1 Paramètres du modèle et des échantillons

Les échantillons étudiés sont des échantillons parfaitement bidisperses constitués de petites particules (granules de type B) quatre fois plus petites que les grosses (granules de type A). Les petites particules sont quatre fois plus nombreuses que les grosses comme dans l'albumen de blé. L'albumen étant un milieu très dense en terme de fraction volumique de granules, nous choisissons une valeur en 2D élevée $\rho^p \simeq 0.8$ qui correspond à un empilement désordonné

¹ Le travail présenté dans ce chapitre a fait l'objet de deux publications : 1) Wheat endosperm as a cohesive granular material, Topin, Vincent and Radjai, Farhang and Delenne, Jean-Yves and Sadoudi, Abdelkrim and Mabil, Frédéric, Journal of Cereal Science, 47, 347-356, 2008. 2) Mechanical modeling of wheat hardness and fragmentation, Topin, Vincent and Radjai, Farhang and Delenne, Jean-Yves and Mabil, Frédéric, Powder Technology, In Press, Corrected Proof, 2008.

compact. Afin d'étudier sur une large plage les différentes porosités du milieu, la fraction volumique de matrice varie de $\rho^m = 0.04$ dans le cas où le milieu est très poreux, à $\rho^m = 0.2$ correspondant à un échantillon entièrement rempli ne comportant pas de pores.

De la même manière que dans le chapitre 3, on génère des échantillons comportant environ 500 particules discrétisées par 3.10^5 éléments élastiques linaires. Les échantillons étant assez petits pour chaque ensemble de valeurs des paramètres, les simulations sont réalisées avec trois configurations indépendantes (soit environ 400 simulations au total) ceci dans le but de limiter les effets liés à la variabilité de la géométrie en moyennant les résultats obtenus.

Concernant les propriétés mécaniques de chaque phase, on se base sur l'hypothèse que les modules élastiques entre les différents constituants de l'albumen de blé sont globalement identiques d'une variété à une autre [4, 32]. Pour cette raison, les modules élastiques des différentes phases dans le modèle sont fixés de manière à ce que $E^p = E^m = E^{pm}$ et $\sigma^p = \sigma^m$. On fait varier l'adhésion particule matrice σ^{pm} de $0.3\sigma^p$ à $1.05\sigma^p$, balayant ainsi les différents degrés d'adhésion au niveau de l'interface variant ainsi de très fragile à très adhésive. Les contacts directs sont considérés comme étant non cohésifs ($\sigma^{pp} = 0$), de manière à ce qu'ils ne soient actifs qu'en compression simple. Ceci est cohérent avec l'observation au microscope électronique à balayage de la microstructure de l'albumen (voir chapitres 1 et 3).

4.2.2 Types d'essais

La fragmentation de l'albumen de blé est habituellement observée pendant les processus de broyage. Lors de la mouture, les grains de blés sont broyés et contraints les uns contre les autres. Chaque grain est soumis à des sollicitations dynamiques complexes. En laboratoire, des essais de compression simple sont effectués sur des éprouvettes cubiques d'albumen de blé (voir chapitre 1, section 1.3.3.2). Dans le but d'observer l'influence de ρ^m et σ^{pm} sur la fissuration du milieu, on se limite ici à des conditions aux bords simples. Les échantillons sont donc sollicités en compression et en traction simple en régime quasi-statique.

4.3 Propriétés macroscopiques

4.3.1 Modules élastiques effectifs

Le module ne dépend pas du paramètre de rupture σ^{pm} puisqu'il est calculé avant l'endommagement du milieu. Le module élastique effectif E normalisé par E^p est représenté sur la figure 4.1 en fonction de la quantité de matrice ρ^m . Comme les échantillons ne présentent aucun contraste élastique entre les différentes phases et interfaces, le rapport E/E^p reste inférieur à 1 du fait de la porosité dans le milieu et de la présence de contacts directs entre particules. La différence $1 - E/E^p \simeq 0.2$ en compression et $\simeq 0.3$ en tension pour $\rho^m = 0.2$ est la conséquence du caractère unilatéral des contacts directs entre particules. Pour l'ensemble des valeurs

de ρ^m , le module effectif est plus élevé en compression qu'en traction. A la différence du cas où le module des particules est plus élevé que celui de la matrice (voir chapitre 3), on remarque ici que le module effectif évolue linéairement en fonction de ρ^m , autant en compression qu'en traction. Par ailleurs, l'interpolation linéaire du module effectif (figure 4.1) tend vers une valeur non nulle quand $\rho^m \rightarrow 0$. Ce comportement peut être attribué au fait que la phase particulaire est instable quand aucun lien de matrice n'est présent dans le milieu. En effet, dans l'intervalle $\rho^m < 0.04$, le comportement dépend moins des fractions volumiques des différentes phases que de la distribution de la matrice dans le milieu. On retrouve un comportement similaire pour les matériaux granulaires humides à l'état pendulaire, où la cohésion dépend du nombre de ponts capillaires du volume totale de liquide [79]. Pour cette raison, ce régime non linéaire n'est pas considéré dans cette étude.

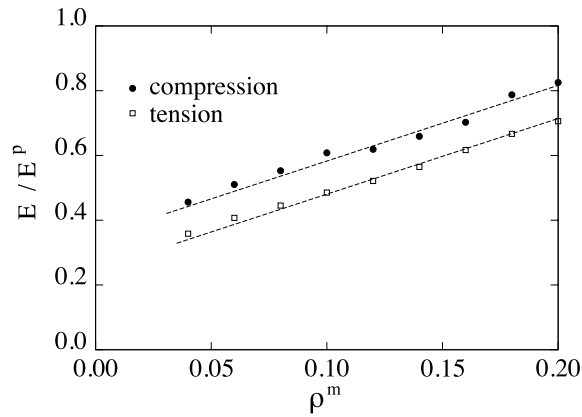


FIG. 4.1 – Module effectif E adimensionné par E^p représenté en fonction de la quantité de matrice ρ^m en compression et en traction.

L'évolution linéaire du module en fonction de ρ^m en tension et en compression pour le cas où il n'y a pas de contraste élastique entre les différentes phases peut donc être attribué uniquement aux effets de volume de la matrice. L'élasticité dépend du degré d'inhomogénéité qui se révèle au niveau de la transmission des forces dans le matériau. La présence des ponts de matrice entre les particules réduit ces inhomogénéités en augmentant l'interface entre les particules. D'autre part, le fait qu'il n'y ait pas de contraste entre les modules élastiques des particules et de la matrice implique que les contraintes se répartissent localement sans distinction dans la matrice et les particules. Ceci explique que le module effectif évolue linéairement avec ρ^m dans le cas de l'essai en compression où le squelette granulaire contrôle la réponse mécanique du système. Pour l'intervalle $\rho^m \in [0.04, 0.2]$ où le module élastique effectif E est défini pour notre système, il est possible d'écrire :

$$E^i = (k_{0i} + k_1 \rho^m) E^p \quad (4.1)$$

où $i = t$ en traction et $i = c$ en compression et $k_{0t} \simeq 0.25$, $k_{0c} \simeq 0.35$ et $k_1 \simeq 2.5$.

Les figures 4.2 et 4.3 montrent les cartes des contraintes verticales σ_{yy} avant rupture en traction et en compression. Les chemins de contraintes fortes sont similaires aux chaînes de forces

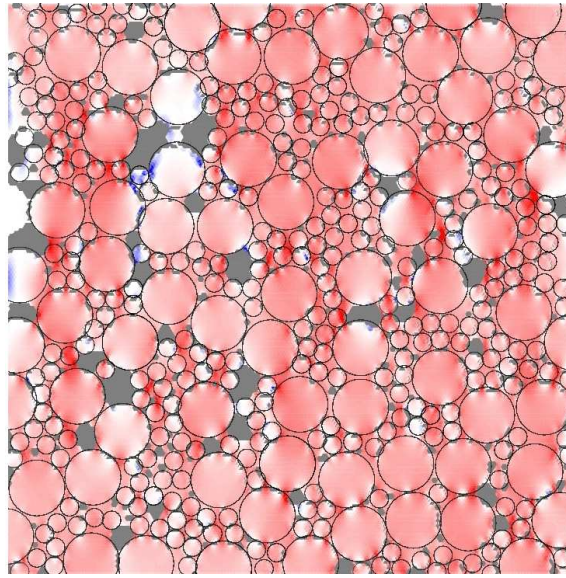


FIG. 4.2 – Carte représentant les champs de contraintes verticales avant rupture en traction. L'intensité de rouge est proportionnelle à la valeur de la contrainte.

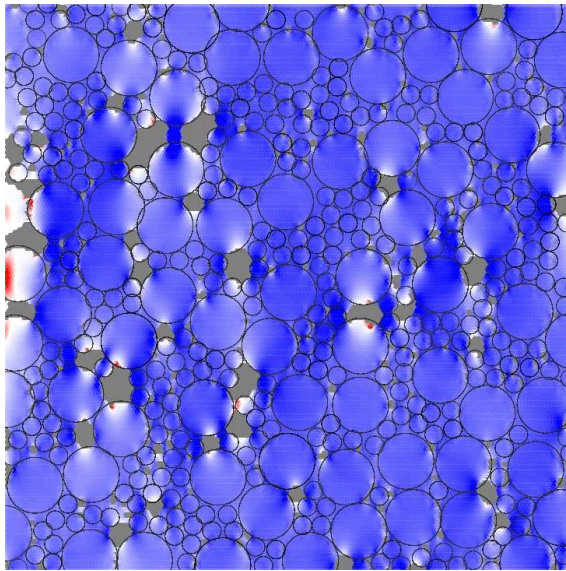


FIG. 4.3 – Carte représentant le champ de contraintes verticales avant rupture en compression. L'intensité de bleu est proportionnelle à la valeur de la contrainte.

observées dans les matériaux granulaires [57, 67, 74, 75]. Du fait de leur fraction volumique élevée, les particules sont sollicitées autant en compression qu'en traction. On note, comme dans l'étude effectuée au chapitre 3, que les chaînes de contraintes sont essentiellement guidées par la matrice en traction et par le squelette particulaire en compression. Cependant, cette différence est nettement plus marquée lorsque que les particules sont plus rigides que la matrice, comme on a pu l'observer précédemment. Dans ce dernier cas, les concentrations des contraintes sont

plus fortes au niveau des contacts en compression, augmentant ainsi les inhomogénéités dans le milieu. Cette observation corrobore l'étude sur la distribution des contraintes en fonction du rapport E^p/E^m observée à la section 3.3.2, chapitre 3.

4.3.2 Seuils de rupture

Contrairement au module effectif, la contrainte à la rupture σ_Y est une fonction qui dépend à la fois de ρ^m et σ^{pm} . Les figures 4.4 (a) et (b) montrent les cartes en niveau de gris de σ_Y dans l'espace paramétrique (ρ^m, σ^{pm}) en traction et en compression.

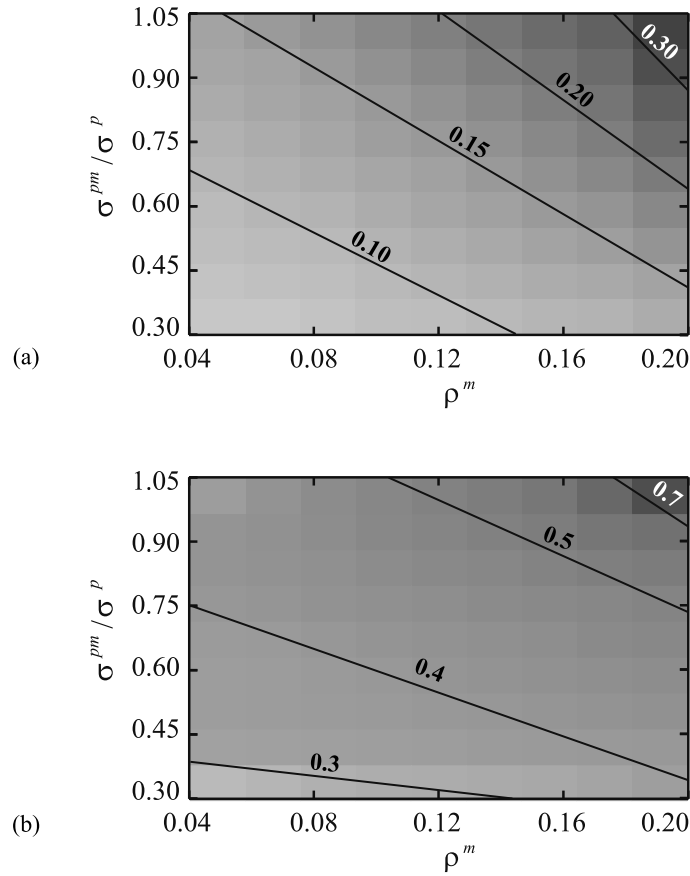


FIG. 4.4 – Seuils de rupture macroscopiques représentés en niveau de gris dans l'espace paramétrique (σ^{pm}, ρ^m) (a) en traction ; (b) en compression.

Les contraintes à la rupture en compression et en traction augmentent progressivement avec ρ^m et σ^{pm} et les lignes d'isovaleurs sont des droites. Cela signifie que la résistance du milieu peut être très élevée autant pour une fraction volumique de matrice ρ^m faible et une adhésion à l'interface σ^{pm} forte que pour une interface faible à haute teneur en matrice. En effet, les isovaleurs montrent bien que la région étudiée de l'espace paramétrique, l'effet de ρ^m sur le seuil de rupture σ_Y est équivalent à celui de σ^{pm} . Les valeurs les plus élevées de σ_Y sont $\sigma_{Yt} = 0.3\sigma^p$

en traction et $\sigma_{Yc} = 0.7\sigma^p$ en compression. Ces valeurs correspondent au jeu de paramètre $\sigma^{pm} = 1.05\sigma^p$ et $\rho^m = 0.2$, c'est à dire à un échantillon de porosité nulle dont l'adhésion à l'interface est très élevée. On retrouve ici la dissymétrie de comportement observée dans le chapitre 3 entre compression et traction due à la présence des contacts directs entre particules, avec $\sigma_{Yc} \simeq 2\sigma_{Yt}$. La contrainte à la rupture dépend fortement des inhomogénéités dans le milieu, et en particulier des concentrations de contrainte. La densité de probabilité des contraintes verticales est de moins en moins dispersée avec l'augmentation de la quantité de matrice. Dans les deux cas le seuil de rupture σ_Y augmente avec ρ^m . Cependant, comme observé dans le 3, la matrice est plus sollicitée en traction qu'en compression. Ceci se traduit sur les cartes des figures 4.4 (a) et (b) par la pente des isovaleurs, plus élevée en traction qu'en compression. D'autre part, σ_Y augmente naturellement avec le seuil de rupture local à l'interface σ^{pm} .

4.4 Régimes de rupture

Afin de quantifier l'influence de l'adhésion σ^{pm} entre particules et matrice et de la fraction volumique de matrice ρ^m sur la propagation de la fissure dans le milieu, on se focalise ici sur la proportion n_b d'éléments rompus à l'intérieur des particules par rapport au nombre total de d'éléments rompus. Dans l'approche LEM, le nombre d'éléments rompus est souvent utilisé comme une mesure de l'endommagement [43]. La fraction d'éléments rompus dans la phase particulaire est directement corrélée avec la fraction de particules endommagées, utilisée par les céréaliers en tant que signature de la dureté du blé [3]. Ainsi, il a été établi que la fraction de granules d'amidon endommagés lors de la mouture est proportionnelle au degré de dureté du blé.

Les figures 4.5 (a) et (b) montrent les cartes en niveau de gris des fractions n_b dans l'espace paramétrique en traction et en compression. On observe qu'en-dessous d'une frontière bien définie, il n'y a aucun endommagement des particules ($n_b \simeq 0$). Pour cet intervalle de paramètres, la fissure se propage essentiellement dans la matrice ou aux interfaces entre matrice et particules. Au delà de cette limite d'endommagement, les isovaleurs sont parallèles à la ligne limite et on constate une augmentation de n_b . On remarque aussi que la limite d'endommagement des particules intervient à des valeurs de σ^{pm} plus élevées en traction qu'en compression. Cela est significatif du fait qu'il y a moins de particules endommagées en traction qu'en compression.

Dans les deux cas de sollicitation, on note un point particulier correspondant à $\rho^m \simeq 0.12$ au delà duquel n_b est indépendant de la fraction volumique ρ^m de matrice. Cette transition est liée au fait que, pour $\rho^m > 0.12$, les particules sont entièrement recouvertes et que la matrice percole dans le matériau. A partir de ce seuil de percolation, l'augmentation de ρ^m n'a aucune influence sur le nombre d'éléments rompus dans les particules. Ces observations suggèrent qu'il existe trois régimes distincts de propagation des fissures dans le milieu :

1. En dessous de la limite d'endommagement des particules, la fissure ne pénètre pas dans les particules et se propage essentiellement à travers la matrice, dans les pores et le long des interfaces entre particules et matrice.

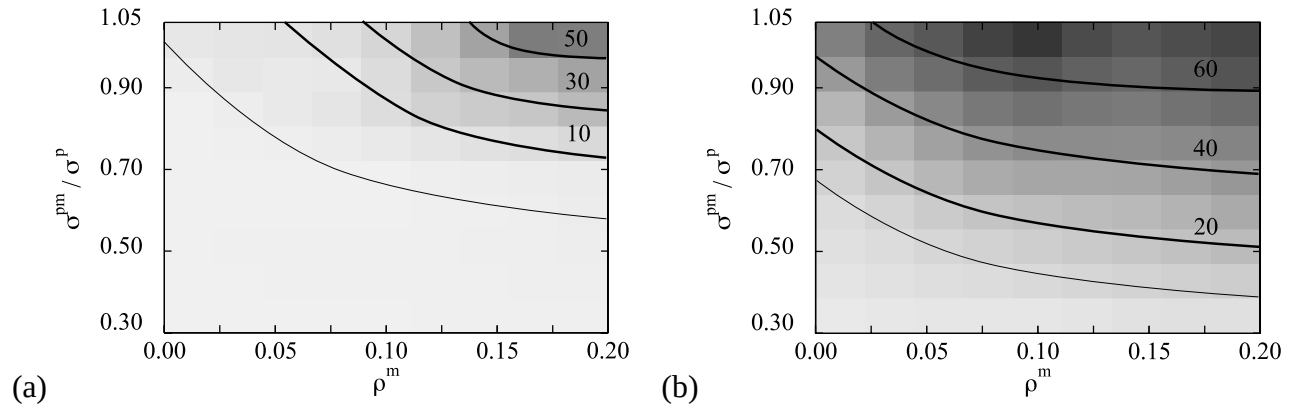


FIG. 4.5 – Carte représentant la fraction d'éléments rompus n_b en niveau de gris dans l'espace paramétrique (ρ^m, σ^{pm}) : (a) en traction ; (b) en compression.

2. Au delà de cette limite et pour une valeur $\rho^m < 0.12$, la fissure pénètre aussi partiellement dans les particules depuis les ponts de matrice qui concentrent les contraintes. Cette configuration mène à l'abrasion de la surface des particules (régime abrasif).
3. Enfin, au delà de la limite d'endommagement des particules et pour $\rho^m > 0.12$, la fissure se propage aussi bien dans la matrice qu'à travers les particules, entraînant la fragmentation des particules.

Ces trois régimes permettent de préciser l'influence conjointe des paramètres ρ^m et σ^{pm} et de distinguer le régime pour lequel la fissure est défléchie le long de la surface des particules à celui où la fissure pénètre à l'intérieur (voir chapitre 1, section 1.2.3). Les trois régimes identifiés ici sont représentés schématiquement sur la figure 4.6.

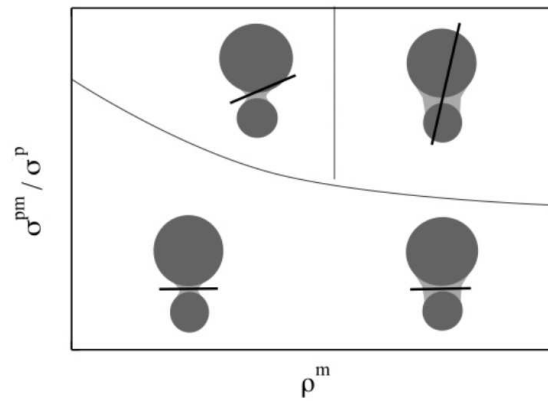


FIG. 4.6 – Représentation schématique des régimes de rupture dans l'espace paramétrique.

4.5 Ténacité relative

La pénétration d'une fissure dans une particule implique que la ténacité de la particule soit moins élevée que celle de l'interface entre la particule et la matrice. Dans le cas inverse, la fissure est défléchie dans l'interface [8, 42]. La ténacité $K_c = (EG_c)^{1/2}$ d'un matériau combine le module élastique E avec l'énergie G_c nécessaire à créer une fissure par unité de surface (voir chapitre 1, section 1.2.3). Dans le système étudié ici, l'énergie élastique d'un élément d'interface pm à la rupture est donnée par $(f^{pm})^2/(2k^{pm})$, et cette énergie est totalement dissipée lorsque l'élément est rompu. En conséquence, le taux de restitution d'énergie en mode I (par unité de longueur en 2D) est donné par :

$$G_c^{pm} = \frac{(f^{pm})^2}{2ak^{pm}} \quad (4.2)$$

où a est la longueur de l'élément du réseau. En utilisant cette expression, il est possible de définir une ténacité relative à l'interface pm :

$$K_c^{pm} = (EG_c^{pm})^{1/2} = \left(\frac{E}{2E^{pm}} \right)^{1/2} \sigma^{pm} \quad (4.3)$$

On introduit de la même façon la ténacité des particules K_c^p :

$$K_c^p = \left(\frac{E^p}{2E^p} \right)^{1/2} \sigma^p \quad (4.4)$$

Si on remplace l'expression de E (4.1) exprimé en fonction de ρ^m dans les deux équations précédentes, et en normalisant K_c^{pm} par K_c^p on obtient la ténacité relative :

$$K_c^r = \frac{K_c^{pm}}{K_c^p} = (k_0^i + k_1\rho^m)^{1/2} \frac{\sigma^{pm}}{\sigma^p}, \quad (4.5)$$

où a exploité le fait que $E^{pm} = E^p$.

Un point important est que la ténacité relative K_c^r combine explicitement la fraction volumique de matrice ρ^m avec l'adhésion à l'interface σ^{pm} . Sur la figure 4.7 on représente la fraction d'éléments rompus n_b dans la phase particulaire après rupture en traction et en compression en fonction de K_c^r . Chaque point est la moyenne de trois configurations indépendantes.

On remarque que, malgré des fluctuations dues à la variabilité statistique de nos échantillons, toutes les données (séparément en traction et compression) se regroupent le long d'une courbe unique. En dessous d'une ténacité relative caractéristique $K_{carac}^r \in [0.3, 0.6]$, aucune particule n'est endommagée. Au delà de ce point, la fraction n_b d'éléments rompus dans la phase particulaire augmente quasi linéairement avec K_c^r avec une variabilité du même ordre en compression

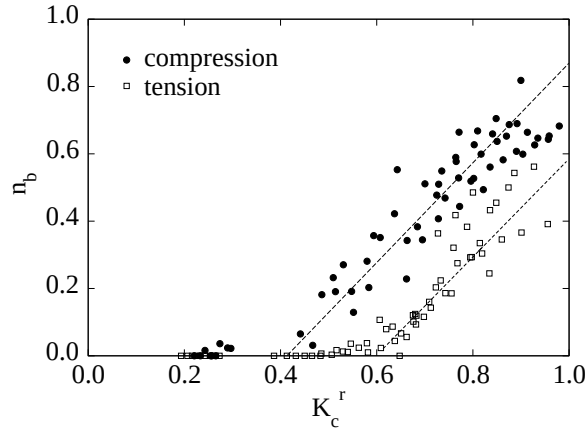


FIG. 4.7 – Evolution de la fraction n_b d'éléments rompus en fonction de la ténacité relative K_c^r .

qu'en traction. La différence entre les limites d'endommagement des particules en compression et en traction exprimée en terme de ténacité relative reflète partiellement la différence entre les modules effectifs E correspondants (figure 4.1).

La ténacité relative caractéristique K_{carac}^r correspond physiquement à la transition d'un régime où les fissures sont défléchies dans l'interface entre les particules et la matrice, à un régime où la fissure peut pénétrer dans les particules. Cette mise à l'échelle de n_b avec la ténacité relative K_c^r permet de clarifier les rôles spécifiques des deux paramètres ρ^m et σ^{pm} dans l'intégrité mécanique et la fracture des MGCI. En combinant ces deux paramètres, la ténacité relative K_c^r apparaît comme une grandeur qui contrôle l'endommagement des particules et donc les régimes de rupture.

En se reportant aux travaux de He [42], il est possible d'évaluer la ténacité caractéristique à partir de laquelle les particules sont endommagées. En effet, on a vu précédemment (voir chapitre 1, section 1.2.3) que cette limite correspond à la valeur particulière :

$$G^{pm}/G^p = G_{\text{deflexion}}/G_{\text{penetration}} \quad (4.6)$$

Dans notre cas, du fait de l'égalité des propriétés entre matrice et particules ($E^p = E^m$ et donc $K^p = K^m$), les expressions de $G_{\text{deflexion}}$ et $G_{\text{penetration}}$ deviennent :

$$G_{\text{deflexion}} = \frac{(1 - \nu)}{E^p} (K^p)^2 \quad (4.7)$$

et

$$G_{\text{penetration}} = \frac{(1 - \nu)}{2E^p} (K^p)^2 \quad (4.8)$$

Dans notre système, le rapport des deux est donc donné par :

$$\frac{G_{\text{deflexion}}}{G_{\text{penetration}}} = \frac{1}{2} \quad (4.9)$$

On trouve une ténacité relative caractéristique de l'ordre de :

$$K_{carac}^{th} = \left(\frac{G_{deflexion}}{G_{penetration}} \right)^{(1/2)} \simeq 0.7 \quad (4.10)$$

Ce résultat issu de la formulation introduite par He [42] est valable pour matériau composite comportant deux phases diluées (pores et particules) à l'intérieur d'une matrice continue, dans le cas d'une traction simple et en faisant l'hypothèse que la fissure pénètre dans la particule perpendiculairement à sa surface. Dans notre cas, on obtient des valeurs ($K_{carac}^r \simeq 0.3$ en compression et $K_{carac}^r \simeq 0.6$ en traction) du même ordre de grandeur que la valeur ($K_{carac}^{th} = 0.7$) théorique calculée ci-avant. Cette valeur théorique se limite au cas où la fissure pénètre dans la particule perpendiculaire à sa surface. Les chemins de fissures étant plus complexes en compression, on calcule une valeur théorique plus proche de K_{carac}^r en traction.

4.6 Lien avec la dureté de l'albumen de blé

L'étude paramétrique éclaire le rôle de l'interface entre amidon et protéine et de la quantité de matrice sur la friabilité de l'albumen de blé [97]. On s'aperçoit ainsi que le module effectif de l'albumen est directement lié à la fraction volumique de protéine (figure 4.1). La figure 4.8 présente l'évolution du module d'élasticité de l'albumen de blé pour différentes variétés de blé en fonction de la vitrosité liée à la fraction volumique de protéine [36]. On remarque que le module effectif augmente linéairement avec la vitrosité ce qui est cohérent avec nos simulations numériques.

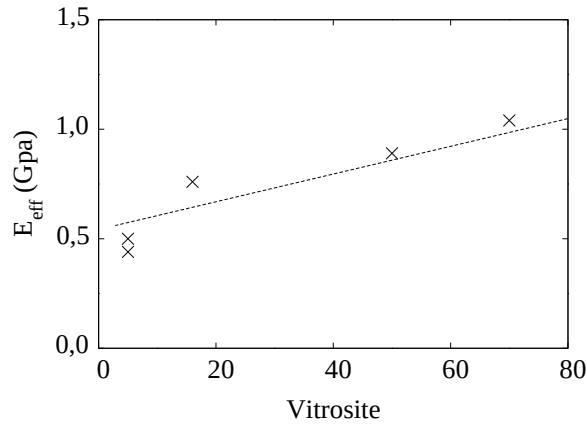


FIG. 4.8 – Module élastique en fonction de la vitrosité pour les variétés de blé *Soissons*, *Camp Remy*, *Caphorn*, *Crousty* et *Ornicar* [36].

Les résultats de l'étude concernant la proportion de particules rompues (voir figures 4.5 (a) et (b)) montrent que la rupture des MGCI dépend de la combinaison des deux paramètres ρ^m et σ^{pm} . Ce résultat peut expliquer aussi la dureté de l'albumen de blé. En effet, il existe une

relation linéaire entre la dureté de l'albumen et le taux de granules d'amidon endommagés après mouture (voir chapitre 1) Ainsi, les trois régimes de rupture identifiés à la section 4.4 (figure 4.6) peuvent être associés aux trois types de blé, c'est à dire les blés soft, hard et durum (voir figure 4.9).

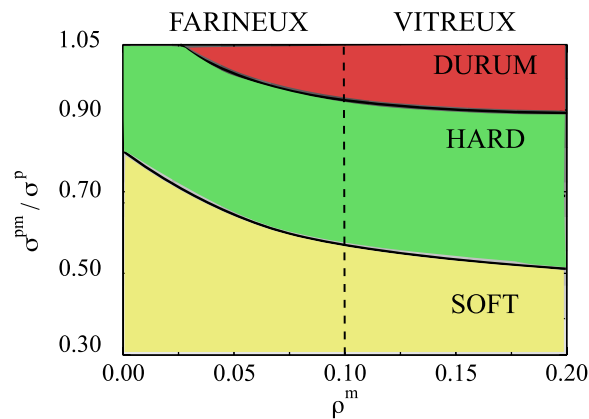


FIG. 4.9 – Classification des blés Durum, Hard et soft en fonction de la fraction n_b d'éléments rompus dans l'espace paramétrique (ρ^m, σ^{pm}) .

De nombreuses études montrent que les deux paramètres σ^{pm} et ρ^m pris indépendamment l'un de l'autre ne permettent pas de prédire si un grain est soft ou hard. La combinaison des deux paramètres permet de mieux comprendre le rôle de chacun sur la fissuration :

- La matrice protéique remplit les espaces interstitiels entre les granules d'amidon. La fraction volumique de matrice protéique contrôle les concentrations de contraintes dans le milieu. Elle permet ainsi de prédire les zones où les contraintes sont les plus élevées, c'est à dire les zones susceptibles de se fissurer.
- L'adhérence à l'interface entre les granules et la protéine gouverne quant à elle la compétition entre les seuils de rupture des différentes phases (interface, protéine, amidon) dans les zones où les contraintes sont localisées.

Si la fraction volumique de matrice est une grandeur couramment mesurée dans l'albumen de blé, l'adhésion à l'interface entre protéine et granules d'amidon reste difficile à déterminer expérimentalement. Il est cependant admis que l'adhésion à l'interface est faible pour les blés soft, alors qu'elle est très forte pour les blés hard et durum qui nécessitent par conséquent des énergies élevées durant la mouture et produisent un plus grand nombre de granules endommagés [14]. Cette adhésion semble être gouvernée par la présence d'une protéine appelée *friabiline* localisée sur la surface des granules d'amidon et fragilisant l'interface entre la matrice et les particules. Des travaux relativement récents ont montré que la friabiline est en fait constituée de deux composants, les puroindolines A (PINA) et puroindolines B (PINB)[66]. L'adhésion à l'interface serait donc due à la quantité respective de ces deux puroindolines [31] :

- Lorsque les quantités de PINA et PINB sont élevées, l'adhésion est très faible, donnant généralement lieu à des grains soft.
- Lorsque la quantité de PINA est élevée, mais que PINB est peu présente à la surface des granules, l'adhésion à l'interface a une valeur intermédiaire.

- Enfin, lorsque les puroindolines PINA et PINB sont présentes en très petite quantité, l'interface s'avère forte et correspond généralement à des blés très durs ou durum.

En effet, si la littérature attribue ces différences non seulement à des facteurs quantitatifs mais aussi qualitatifs (mutations de PIN B) entre les deux types de puroindolines, il apparaît clairement que ce sont globalement les fractions volumiques de puroindolines associées aux granules d'amidon qui sont impliquées dans les mécanismes d'adhésion à l'interface.

D'après les travaux de Darlington [14], il est possible de faire l'hypothèse que la friabiline ne recouvre que partiellement les granules d'amidon. Le niveau de recouvrement des granules d'amidon par les puroindolines gouvernerait alors l'adhésion à l'interface. Ces observations laissent penser que l'adhésion pure entre la matrice protéique et les granules est élevée, et que la friabiline joue le rôle d'un polluant à la surface des granules qui altère cette adhésion.

Récemment, les travaux de Gazza [31] ont exposé, pour 13 variétés de blé différentes, la dureté (en unité SKCS), la fraction de protéine, et les volumes de puroindolines A et B. En se basant sur l'hypothèse que le volume des puroindolines A et B (PINA et PINB) déposé à la surface des granules fragilise l'adhésion entre la protéine et les granules, il est possible d'évaluer le seuil de rupture effectif σ^{pm*} entre particule et matrice en fonction du volume $V_{PINA} + V_{PINB}$ de puroindolines. En effet, σ^{pm*} peut être approximé comme une moyenne pondérée entre le seuil de rupture σ^{fm} entre la friabiline et la matrice et entre les particules et la matrice σ^{pm} :

$$\sigma^{pm*} = \eta \sigma^{fm} + (1 - \eta) \sigma^{pm} \quad (4.11)$$

Dans ce cas précis, la fraction η dépend du taux de recouvrement des granules par les puroindolines. On peut donc définir η :

$$\eta = \frac{V_{PINA} + V_{PINB}}{V_{sat}} \quad (4.12)$$

où V_{sat} correspond au volume de saturation de puroindolines, c'est à dire la limite où elles recouvrent entièrement les granules d'amidon.

Si on fait l'hypothèse que l'adhésion entre friabiline et matrice est nulle ($\sigma^{fm} = 0$), on peut donner l'expression de l'adhésion effective σ^{pm*} entre particule et matrice en tenant compte de la pollution par la friabiline :

$$\sigma^{pm*} = \left(1 - \frac{V_{PINA} + V_{PINB}}{V} \right) \sigma^{pm} \quad (4.13)$$

Nous utilisons cette relation simple pour exprimer l'adhérence à l'interface entre granules d'amidon et matrice en présence de friabiline dans le but de comparer les résultats issus des simulations numériques aux résultats expérimentaux présentés par Gazza [31]. Pour simplifier l'équation 4.13 et comme nous ne connaissons pas la valeur de σ^{pm} , nous posons $\sigma^{pm} = 1$.

La figure 4.10 présente la dureté en niveau de gris dans l'espace paramétrique (ρ^m, σ^{pm*}) à partir des données expérimentales de Gazza [31].

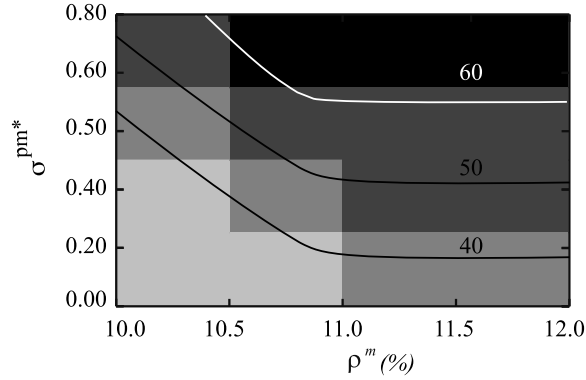


FIG. 4.10 – Valeurs expérimentales de la dureté SKCS exprimées en niveau de gris dans l'espace paramétrique (ρ^m, σ^{pm*}) pour 13 variétés de blé [31]. Les courbes pleines sont des isovaleurs.

Il est intéressant de voir que la carte obtenue (Fig. 4.10) à partir des résultats expérimentaux de Gazza présente les mêmes tendances que celles issues des simulations numériques (figures 4.5 (a) et (b)). Ceci suggère l'hypothèse que c'est bien le taux de recouvrement des granules d'amidon par les puroindolines qui contrôle l'adhésion à l'interface.

Il est possible de pousser plus loin la comparaison simulation numérique / données expérimentales en introduisant une grandeur qui s'apparente à la ténacité relative définie précédemment. On a vu que la ténacité relative était proportionnelle au produit $\sqrt{E}\sigma^{pm}$. Si on part de l'hypothèse que le module effectif E varie linéairement avec la fraction volumique de matrice ρ^m , la ténacité relative pour les données expérimentales varie comme $\sqrt{\rho^m}\sigma^{pm*}$. La figure 4.11 montre l'évolution de la dureté (en unité SKCS) en fonction de ce produit $\sqrt{\rho^m}\sigma^{pm*}$. On remarque que la dureté évolue linéairement avec $\sqrt{\rho^m}\sigma^{pm*}$, avec un coefficient de corrélation $R^2 = 0.85$. Cette observation montre encore une fois que la ténacité relative à l'interface, en combinant la quantité de matrice et l'adhésion à l'interface, contrôle la dureté du blé et la transition des variétés soft à hard, identiquement aux conclusions faites pour les simulations numériques.

4.7 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons effectué une étude paramétrique à l'aide de simulations LEM pour étudier l'influence de la fraction volumique de matrice protéique et de l'adhésion entre granules d'amidon et la matrice protéique sur la dureté de l'albumen de blé. Les résultats présentés ici sont généralisables à l'ensemble des matériaux granulaires cimentés. Les simulations numériques montrent que le module élastique, plus élevé en compression qu'en traction, est une fonction linéaire de la fraction volumique de matrice. La formation des fissures dans le milieu a

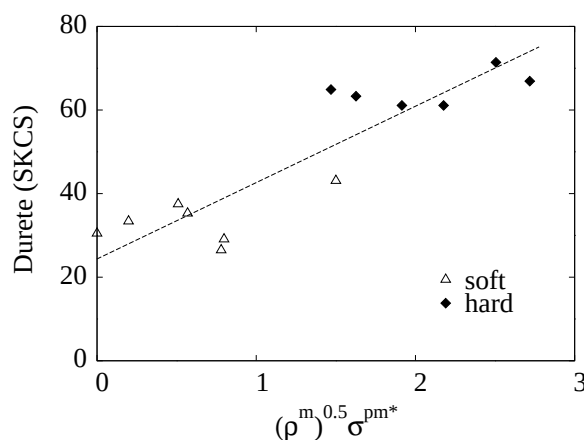


FIG. 4.11 – Dureté (en unité SKCS) en fonction du produit $\sqrt{\rho^m} \sigma^{pm*}$ pour 13 variétés de blé [31].

été étudié en considérant le taux de granules endommagés. Pour quantifier cette dernière grandeur, nous avons considéré la fraction d'éléments rompus dans la phase particulaire en fonction de la fraction volumique de matrice protéique et de l'adhésion entre granules et matrice. On a distingué, autant en compression qu'en traction, trois régimes de rupture qui dépendent du chemin de fissure à travers les interfaces, la matrice protéique et les granules. Ces trois régimes peuvent être associés aux types de blé, soft, hard et durum.

Il apparaît que l'endommagement des granules est plus fort en compression qu'en traction. La limite d'endommagement des granules est contrôlée par la transition d'un régime où les fissures sont défléchies dans les interfaces à un régime où elles pénètrent dans les granules. Nous avons montré que cette transition était contrôlée par une grandeur relative à la ténacité des interfaces entre granules d'amidon et matrice protéique. Cette ténacité combine explicitement la fraction volumique de protéine et l'adhésion entre granules et protéine.

Dans l'albumen de blé, l'adhésion entre granules et matrice protéique est liée à la présence de puroindolines A et B sur les granules. En effet il apparaît que cette adhésion d'interface est d'autant plus faible que la quantité de puroindolines à la surface des granules est élevée. A partir d'un modèle simple reliant la quantité de puroindolines dans l'albumen à l'adhésion entre matrice protéique et granules, nous avons retrouvé les trois régimes d'endommagement des granules dans l'espace paramétrique pour treize variétés de blé issues de la littérature. Par ailleurs, nous avons montré que pour ces mêmes variétés, la dureté de l'albumen de blé était contrôlée par un paramètre combinant la fraction volumique de matrice protéique et la quantité de puroindolines à la surface des granules. En combinant la fraction volumique de matrice protéique et l'adhésion entre granules et matrice, la ténacité à l'interface se présente comme une grandeur simple permettant de prédire la friabilité de l'albumen.

CHAPITRE 5

Etude expérimentale

Sommaire

5.1	Introduction	110
5.2	Protocole expérimental	110
5.3	Courbes contrainte-déformation	113
5.4	Seuils de rupture	114
5.5	Endommagement des particules	116
5.6	Comparaison avec les simulations numériques	119
5.7	Conclusion	123

5.1 Introduction

Dans ce chapitre nous présentons des essais expérimentaux sur un milieu granulaire cimenté modèle dans le but d'étudier l'influence de la fraction volumique de matrice et de l'adhésion entre particules et matrice sur la résistance à la compression et l'endommagement des particules dans les matériaux granulaires cimentés. L'intérêt principal de ces études est de permettre de valider les études numériques sur un modèle expérimental des MGCi. Ce milieu modèle est composé de billes d'argile expansées collées entre elles par une pâte cimentaire. Afin de préciser le rôle mécanique des puroindolines à la surface des granules d'amidon par rapport à l'adhésion entre granules et matrice, de la colle silicone a été utilisée pour enrober les billes d'argile. La silicone présentant une adhésion parfaite aux billes, et une adhésion très faible avec la matrice, l'adhésion effective entre billes et matrice est contrôlée par l'épaisseur de silicone distribuée sur la surface des billes. Dans un premier temps, les résultats expérimentaux sur des essais en compression sont analysés en considérant les seuils de rupture et l'endommagement des billes d'argiles. Les résultats expérimentaux sont ensuite comparés avec des simulations LEM en 2D sur des échantillons numériques dont les caractéristiques mécaniques et géométriques sont équivalentes aux échantillons expérimentaux.¹

5.2 Protocole expérimental

Le choix des matériaux et des méthodes employés a été dicté par les considérations suivantes :

1. La possibilité que les particules puissent se fissurer durant la déformation.
2. La possibilité de contrôler la fraction volumique de matrice et de la faire varier.
3. Le contrôle de l'adhésion à l'interface entre matrice et particules.

La résistance à la compression et les régimes de fissuration d'un matériau granulaire cimenté sont essentiellement contrôlés par une combinaison de ces facteurs. Dans le cas de l'albumen de blé, nous avons vu dans le chapitre 4 que la dureté et donc le taux d'amidon endommagés dépend de la fraction volumique de matrice protéique et de la nature de l'interface entre amidon et protéine. Si les simulations numériques permettent de faire varier ces deux paramètres de manière systématique, leur contrôle est plus difficile dans les expériences.

Pour les particules, des billes d'argile expansées ont été utilisées. Les billes d'argile sont poreuses et légères. Elles présentent une surface relativement rugueuse, et montrent un faible écart à la sphéricité. Le seuil de rupture du matériau constituant les billes a été déterminé à partir d'éprouvettes taillées dans celles ci. La valeur obtenue est de 3.3 ± 0.3 MPa. Cette valeur autorise la propagation des fissures à travers les billes pour des charges en compression

¹ Le travail présenté dans ce chapitre a fait l'objet d'un article : Failure of cemented granular materials under simple compression – Experiments and numerical simulations, J.-Y. Delenne, V. Topin, F. Radjai, Acta Mechanica, soumis.

modérées. Les billes sont dans un premier temps triées dans le but de supprimer les billes déjà endommagées. Les diamètres d_g varient de 8.0 mm à 16.0 mm avec une distribution normale. Le diamètre moyen est 11.9 ± 0.3 mm.

La matrice ciment utilisée pour modéliser la matrice protéique est une colle commerciale employée habituellement pour les joints de carrelage. Les billes d'argile sont mélangées à la quantité de ciment désirée dans une boîte maintenue à température ambiante. Ce mélange est malaxé manuellement jusqu'à obtention d'un mélange homogène. Le mélange est ensuite placé dans un moule cylindrique (hauteur de 190 mm, diamètre 94 mm) dont la paroi interne est recouverte d'un film en polyester qui permet de limiter l'adhésion avec la colle ciment. Le mélange est ensuite compacté couche par couche afin d'obtenir un échantillon dense. Enfin l'échantillon est démoulé avec le film de protection.

A ce stade, les échantillons sont particulièrement délicats à manipuler car leur cohésion est faible. Certaines précautions expérimentales sont alors nécessaires pour éviter de les endommager. En particulier, la phase de séchage est effectuée en quatre étapes :

1. On laisse tout d'abord sécher les échantillons à température ambiante ($\simeq 22^\circ\text{C}$) pendant une semaine.
2. Les films en polyester sont ensuite retirés et on laisse sécher les échantillons une semaine de plus dans les mêmes conditions.
3. Les échantillons sont ensuite placés dans une étuve à 45°C pendant 3 semaines.
4. Enfin, les échantillons sont placés à température ambiante pendant un jour avant d'effectuer les essais de compression.

Ce procédé de séchage permet de préserver l'intégrité des liens cohésifs et assure un séchage uniforme et progressif des échantillons.

Nous avons réalisé des essais expérimentaux de traction sur des doublets constitués de deux billes d'argile liées entre elles par un pont de matrice. Les essais montrent que la rupture apparaît de façon privilégiée dans la bille et non dans la matrice ou à l'interface. Afin de réduire l'adhésion à l'interface, les billes d'argile sont enrobées d'une colle à base de silicone avant d'être mélangées à la colle ciment. La silicone a la propriété de coller fortement à la surface rugueuse des billes d'argile, alors qu'une fois sèche elle présente une adhésion négligeable avec la matrice. L'adhésion entre la matrice et les billes dépend donc de l'épaisseur et de la quantité de silicone utilisée lors du processus d'enrobage. Le silicone a ainsi l'intérêt de modéliser l'effet de la quantité de friabiline à la surface des granules d'amidon sur l'adhésion entre protéine et amidon dans l'albumen de blé (voir chapitre 1). En d'autres termes, la silicone fragilise l'interface entre particules et matrice de la même manière que les puroindolines A et B, c'est à dire en créant des zones de cohésion nulle plus ou moins grandes selon la quantité de silicone présente à la surface des particules.

On fait varier l'épaisseur de la couche de silicone à la surface des billes en les mélangeant avec différentes fractions volumiques ρ^s de silicone. La qualité de l'enrobage est contrôlée visuellement. Les billes sont considérées comme enrobées lorsque la texture de leur surface devient légèrement blanche lors du mélange. Les billes enrobées sont séchées à température

ambiante pendant deux jours. La figure 5.1 montre les images de billes d'argile avec et sans enrobage par la silicone.

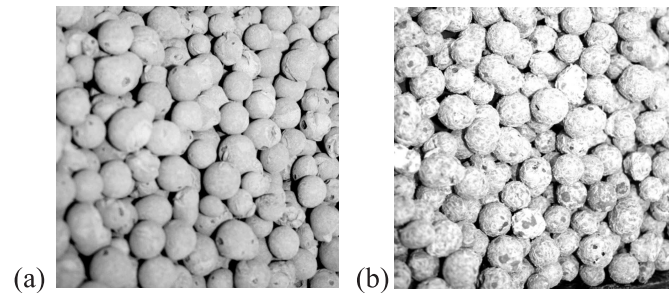


FIG. 5.1 – (a) Billes d'argile expansées ; (b) Billes d'argile expansées enrobées de silicone.

Vingt échantillons cylindriques ont été préparés avec cinq valeurs de fraction volumique de matrice $\rho^m = 0.10, 0.15, 0.20, 0.25$, et 0.30 , chacun avec quatre valeurs de la fraction volumique de silicone $\rho^s = 0.000, 0.008, 0.018, 0.033$.

La fraction volumique des billes d'argile est $\rho^p = 58 \pm 2\%$ (en 3D) pour tous les échantillons. Le nombre d'échantillons est le strict minimum pour évaluer l'influence de la fraction volumique de matrice et de l'adhésion entre particules et matrice (contrôlée par la fraction volumique de silicone) sur le comportement macroscopique.

La presse uni-axiale utilisée pour effectuer les essais en compression sur les échantillons est présentée sur la figure 5.2. Le plateau supérieur est contrôlé en déplacement à la vitesse imposée de 0.05 mm s^{-1} . Dans le but de corriger les éventuels défauts de parallélisme les deux surfaces inférieure et supérieure des échantillons, le plateau supérieur de la presse est monté sur rotule.



FIG. 5.2 – Echantillon expérimental de forme cylindrique soumis à un essai de compression simple.

La force sur le plateau supérieur est enregistrée par un capteur de force de 25 kN. Pour chaque essai, l'échantillon est sollicité en compression jusqu'à sa ruine complète.

5.3 Courbes contrainte-déformation

La figure 5.3 (a) montre des exemples de courbes caractéristiques du comportement contrainte-déformation pour deux valeurs différentes de la fraction volumique de matrice ρ^m . Dans les deux cas, le module d'élasticité E et la contrainte à la rupture σ_Y augmentent avec ρ^m . La figure 5.3 (b) montre les mêmes courbes pour deux valeurs différentes de la fraction volumique de silicone ρ^s . On peut voir que E et σ_Y diminuent considérablement avec ρ^s .

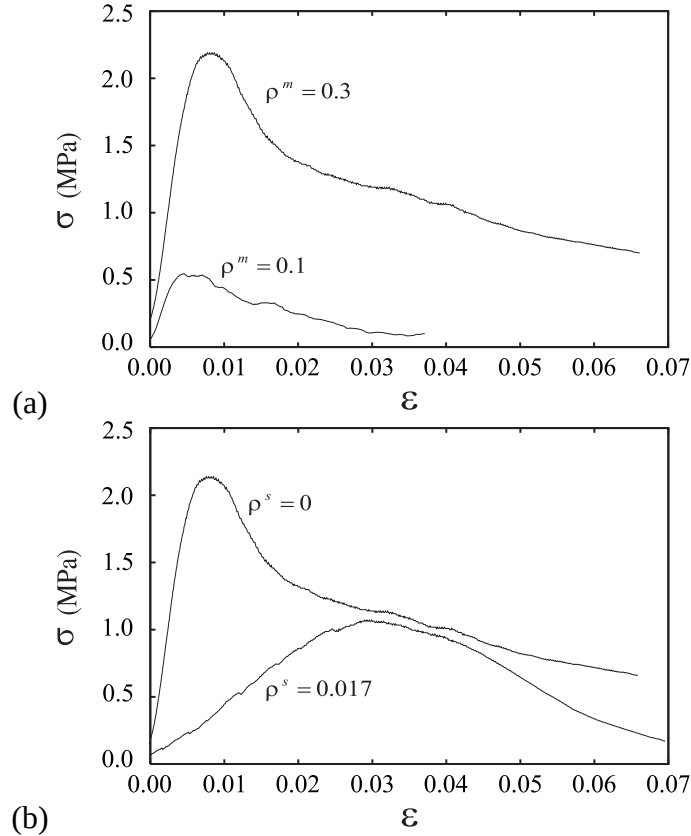


FIG. 5.3 – Exemples de courbes contrainte-déformation : (a) effet de la fraction volumique de matrice ρ^m ; (b) effet de la fraction volumique de silicone ρ^s .

Les paramètres ρ^m et ρ^s influencent aussi sur le mode de rupture. Trois exemples sont présentés sur la figure 5.4. La figure 5.4 (a) présente un exemple pour une valeur de ρ^m élevée et une valeur de ρ^s faible (faible interface entre particule et matrice). La rupture intervient en forme de tonneau comme on peut l'observer dans les essais triaxiaux sur les sols. La figure 5.4 (b) correspond à des faibles valeurs de ρ^m et de ρ^s (interface particule-matrice forte). Dans ce cas, la surface de rupture prend une forme conique. Enfin, la figure 5.4 (c) correspond à des valeurs élevées de ρ^m et ρ^s . La rupture est fragile et localisée sur un plan.

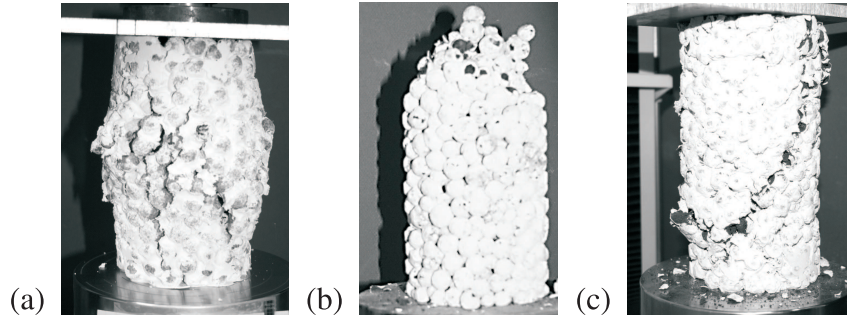


FIG. 5.4 – Régimes de rupture : (a) pour une fraction volumique de matrice élevée et une interface particule-matrice faible ; (b) pour une fraction volumique de matrice faible et une interface forte ; (c) pour une fraction volumique de matrice élevée et une interface particule matrice élevée.

5.4 Seuils de rupture

Le dépôt de silicone affecte principalement la surface des particules et par conséquent l'adhésion entre matrice et particules. Cette adhésion dépend de l'épaisseur de silicone enrobant les particules. Soit σ^{sm} l'adhésion entre la silicone et la matrice. De la même manière que pour le modèle présenté dans le chapitre 4 (section 4.6) qui relie le seuil de rupture entre amidon et matrice à la quantité de puroindolines A et B, il est possible ici d'exprimer l'adhésion effective σ^{pm*} à l'interface entre particules et matrice en fonction de la quantité de silicone. L'adhésion effective σ^{pm*} peut être approximée comme une moyenne pondérée entre σ^{sm} et σ^{pm} :

$$\sigma^{pm*} = \eta\sigma^{sm} + (1 - \eta)\sigma^{pm} \quad (5.1)$$

La fraction d'enrobage η dépend de la rugosité de la surface des billes. La silicone recouvre une fraction des pics d'aspérité de la surface des particules (voir figure 5.5). Cette fraction augmente avec le volume de silicone V . L'écoulement de la silicone durant le processus de séchage depuis les aspérités vers les zones creuses de la surface des billes peut être négligé du fait de la viscosité élevée de la silicone. On considère que les zones creuses sont entièrement remplies ($\eta = 1$) pour un volume de saturation V_{sat} de silicone qui dépend de la rugosité de la surface des billes d'argile.

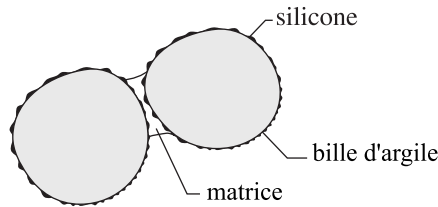


FIG. 5.5 – Représentation schématique de la géométrie locale.

En faisant l'hypothèse qu'il existe N aspérités de rayon de courbure R constant et différentes hauteurs à la surface de chaque bille, la surface totale accessible S_{sat} est donnée par :

$$S_{sat} = 2\pi R^2 N \quad (5.2)$$

Si toutes les aspérités sont recouvertes avec une épaisseur moyenne δ , on a :

$$V_{sat}^s = \delta S_{sat} = 2\pi R^2 N \delta \quad (5.3)$$

Par conséquent, la fraction d'enrobage moyenne η est simplement donnée par :

$$\eta = \frac{V^s/\delta}{S_{sat}} = \frac{V^s}{V_{sat}^s} = \frac{\rho^s}{\rho_{sat}^s} \quad (5.4)$$

et on obtient

$$\sigma^{pm*} = \frac{\rho^s}{\rho_{sat}^s} \sigma^{sm} + \left(1 - \frac{\rho^s}{\rho_{sat}^s}\right) \sigma^{pm} \quad (5.5)$$

L'équation 5.5 peut être affinée en prenant en compte la statistique des aspérités rugueuses. Cependant, cette information n'est pas disponible pour les billes d'argile. L'équation 5.5 est donc utilisée pour exprimer l'adhésion effective entre particules et matrice en présence de silicone à partir des valeurs expérimentales de ρ^s . Sous cette forme, il suffit d'évaluer la valeur de ρ_{sat}^s à partir des expériences. On a $\rho_{sat}^s \simeq 0.04$ et $\sigma^{sm} \ll \sigma^{pm}$, d'où :

$$\sigma^{pm*} \simeq \left(1 - \frac{\rho^s}{0.04}\right) \sigma^{pm} \quad (5.6)$$

La figure 5.6 montre la contrainte à la rupture σ_Y (pic de contrainte) en fonction de la fraction volumique de matrice ρ^m pour différentes valeurs de σ^{pm*} . Ces données sont bien ajustées par des droites passant par l'origine et augmentant avec σ^{pm*} .

Le rôle de la matrice est double. D'un côté, le transfert des charges entre les particules et la matrice a pour rôle de distribuer de manière plus homogène les contraintes dans le milieu lorsque ρ^m augmente. Ce phénomène est le résultat de la diminution de la porosité avec l'augmentation de ρ^m , déjà observé dans les résultats des simulations numériques analysées au chapitre 4. Il s'agit simplement d'un *effet de volume*. D'un autre côté, la surface S^{pm} de l'interface entre les particules et la matrice augmente aussi avec ρ^m . L'augmentation de cette surface implique une augmentation de la force de rupture $f^{pm} = \sigma^{pm*} S^{pm}$ entre particules et matrice. Il s'agit d'un *effet de surface*.

En faisant l'hypothèse que la matrice est distribuée sous la forme de ponts solides indépendants localisés entre des paires de particules avec une distance inter-grains moyenne e (voir

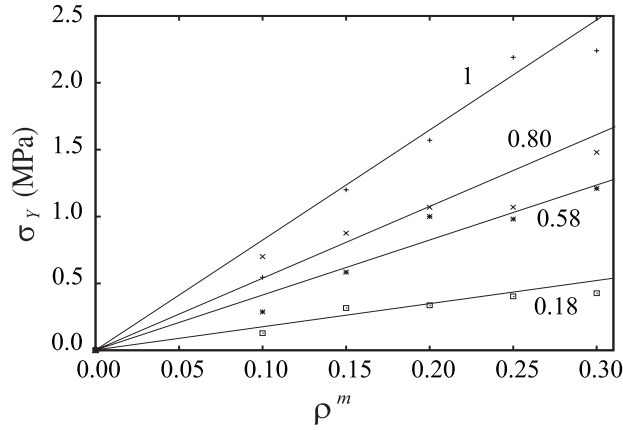


FIG. 5.6 – Seuils de rupture effectifs σ_Y en fonction de la fraction volumique ρ^m pour différentes valeurs de l’adhésion particule-matrice σ^{pm*} .

figure 5.5), et en négligeant les effets de courbure liés à la surface des particules, on peut écrire $S^{pm} \propto \rho^m$, et par conséquent :

$$f^{pm} \propto \sigma^{pm*} \rho^m. \quad (5.7)$$

D’après ce modèle, on s’attend à ce que la contrainte σ_Y soit essentiellement contrôlée par la force de rupture f^{pm} au niveau des liens entre les particules et donc par le produit $\sigma^{pm*} \rho^m$.

Sur la figure 5.7, σ_Y est tracé en fonction de $\sigma^{pm*} \rho^m$ pour l’ensemble des essais effectués en compression. On remarque que, dans la limite de la précision expérimentale, toutes les données se mettent à l’échelle avec une droite passant par l’origine. Ce résultat est d’autant plus surprenant que les effets non-linéaires dus à la courbure des surfaces des particules ne peuvent être négligés que pour des valeurs faibles de ρ^m . Pour des valeurs plus élevées de ρ^m , la surface de contact à l’interface entre matrice et particules n’augmente pas proportionnellement avec la fraction volumique de matrice. De même pour des valeurs très élevées de ρ^m ($\simeq 20\%$), la matrice percole à travers le squelette granulaire et l’hypothèse des ponts solides isolés n’est plus valable. Le fait que la corrélation linéaire observée sur la figure 5.7 fonctionne encore pour des valeurs élevées de ρ^m peut être attribué à l’effet de volume de la matrice. En effet, lorsque la matrice percole dans le milieu, la surface des interfaces particule-matrice n’augmente plus avec ρ^m alors que le transfert des charges entre la matrice et les particules est renforcé.

5.5 Endommagement des particules

Comme dans les études numériques, nous nous intéressons aussi à l’endommagement des particules. Dans les expériences, le nombre de particules fissurées à la fin de chaque essai de compression a été évalué en comptant les billes endommagées dans les zones fissurées des

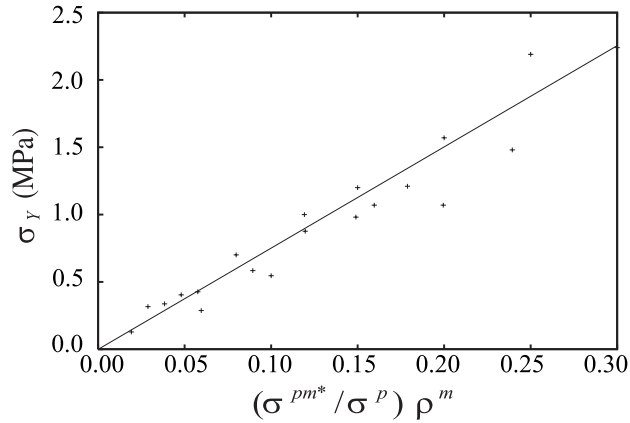


FIG. 5.7 – Seuils de rupture en compression en fonction du produit $\sigma^{pm*} \rho^m$ interpolés par une droite passant par l'origine.

échantillons.

La figure 5.8 montre une carte en niveaux de gris représentant la fraction de particules endommagées dans l'espace paramétrique (ρ^m, σ^{pm*}) . Comme dans les simulations numériques de l'albumen de blé (voir chapitre 4, figures 4.5), on distingue une ligne limite en dessous de laquelle aucune particule n'est endommagée. Cette limite est essentiellement contrôlée par σ^{pm*} , excepté pour les valeurs $\rho^m < 0.2$ où les deux paramètres sont importants.

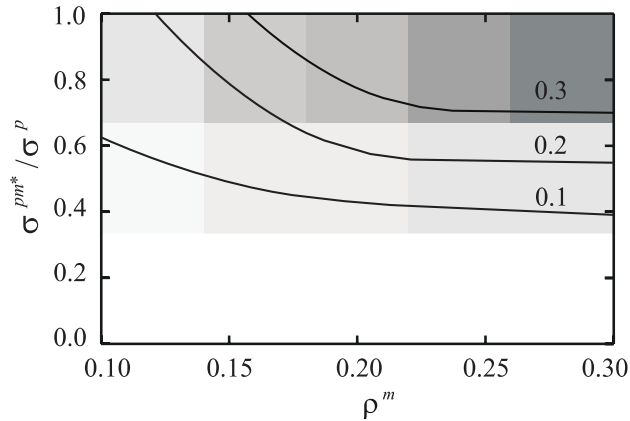


FIG. 5.8 – Carte en niveaux de gris de la fraction de particules endommagées en fonction de la quantité de matrice et de la contrainte de rupture normalisée.

Comme dans les simulations numériques et dans l'étude de l'influence de la friabiline (voir chapitre 4, figure 4.6), cette carte met en évidence trois régimes de rupture :

1. En dessous de la limite d'endommagement, la fissure passe uniquement à travers la matrice, les pores et le long des interfaces entre matrices et particules.
2. Au-delà de cette limite et pour $\rho^m < 0.2$, la fissure pénètre aussi partiellement dans les particules entraînant l'abrasion de leur surface.

3. Enfin, au delà de la limite d'endommagement et pour $\rho^m > 0.2$, la fissure se propage autant dans la matrice que dans les particules, ce qui donne lieu à un taux d'endommagement élevé.

La figure 5.9 montre trois photographies des types de rupture rencontrés qui illustrent les régimes de rupture à l'échelle des particules. Ces trois photographies correspondent aux trois régimes de rupture cités précédemment, c'est à dire au régime sans endommagement de particule, au régime d'abrasion de la surface des particules et au régime de fissuration des particules, respectivement.

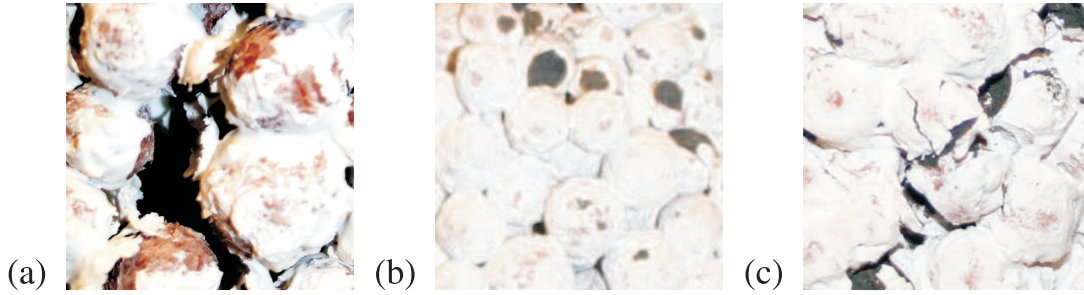


FIG. 5.9 – Exemples de chemins de fissuration correspondant : (a) au régime où les particules ne sont pas endommagées ; (b) au régime d'abrasion des particules ; (c) au régime de fissuration des particules.

Pour analyser les régimes de rupture en fonction des paramètres, on avait fait appel dans le chapitre 4 à la notion de ténacité. Pour exprimer la possibilité de pénétration des fissures dans les particules, les seuils de rupture à l'interface particule-matrice avaient été pris en compte à l'échelle des éléments du réseau sous-jacent. Ici, pour analyser la rupture des particules, il est nécessaire de considérer la fissuration à l'échelle des particules.

Dans les expériences présentées ici, l'énergie élastique est principalement localisée au niveau des interfaces entre particules, du fait de la rigidité plus élevée des particules par rapport à la matrice et à la silicone. Par ailleurs, dans le cas d'un assemblage de particules, le taux de restitution d'énergie G_c peut s'exprimer comme l'énergie nécessaire à rompre un pont solide entre particules. En faisant l'hypothèse que l'énergie élastique emmagasinée dans le réseau des liens est entièrement dissipée dans la décohésion des liens, et en négligeant le coefficient de Poisson, l'énergie de rupture par lien solide s'écrit :

$$G_c = 2eS^{pm}(\sigma^{pm*})^2/(2E) \quad (5.8)$$

Avec cette expression et étant donnée l'approximation $S^{pm} \propto \rho^m$, la ténacité K_c du réseau de liens varie comme :

$$K_c \propto (\rho^m)^{1/2} \sigma^{pm*} \quad (5.9)$$

En normalisant cette expression par la contrainte de rupture σ^p en traction des particules, on définit le paramètre sans dimension κ par :

$$\kappa = (\rho^m)^{1/2} \frac{\sigma^{pm*}}{\sigma^p}. \quad (5.10)$$

La figure 5.10 montre le nombre de particules endommagées en fonction de κ pour l'ensemble des résultats expérimentaux. On remarque que l'ensemble des points se met à l'échelle sur une seule courbe. En dessous de $\kappa \simeq 0.06$, aucune particule n'est endommagée. Au delà de ce point, la fraction de particules endommagées augmente de manière presque quadratique avec κ . Le paramètre κ , qui combine σ^{pm*} et ρ^m , apparaît donc comme le paramètre qui contrôle à la fois la limite d'endommagement des particules et la propagation des fissures à travers ces dernières.

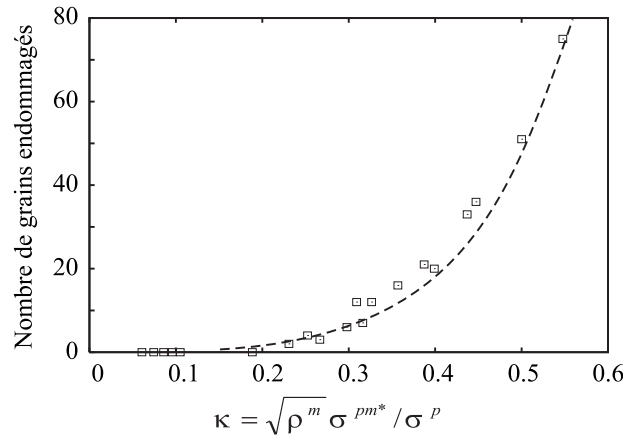


FIG. 5.10 – Nombre de particules endommagées en fonction du paramètre κ pour l'ensemble des résultats expérimentaux. La ligne en pointillés représente la courbe de tendance quadratique.

5.6 Comparaison avec les simulations numériques

Dans cette partie, on utilise l'approche LEM pour comparer les résultats expérimentaux précédents aux résultats issus des simulations numériques. On note cependant que le but des simulations numériques n'est pas de les comparer directement aux expériences. L'intérêt principal est de retrouver les mêmes tendances.

Tous les échantillons numériques sont soumis à des essais en compression simple. Le choix des différents paramètres en rigidité et seuil de rupture attribués aux éléments du réseau a été fait à partir d'essais locaux sur les billes d'argile et sur la matrice utilisées dans l'expérience. Ainsi, on choisit $E^p = 218$, $E^m = 70$, $\sigma^p = 3.3$ et $\sigma^m = 5.5$, c'est à dire les mêmes rapports E^p/E^m et σ^p/σ^s que dans la partie expérimentale. A l'interface, on fait l'hypothèse que $E^{pm} = E^p E^m / (E^p + E^m)$, ce qui correspond à une combinaison en série entre les éléments particule et matrice.

La figure 5.11 montre les courbes contrainte-déformation pour deux valeurs différentes de la fraction volumique de matrice ρ^m . Dans les deux cas, le comportement peut être qualifié d'élastique fragile et caractérisé par un module effectif E et une contrainte à la rupture σ_Y . On remarque cependant que le comportement apparaît plus fragile que dans le cas des expériences (figure 5.3).

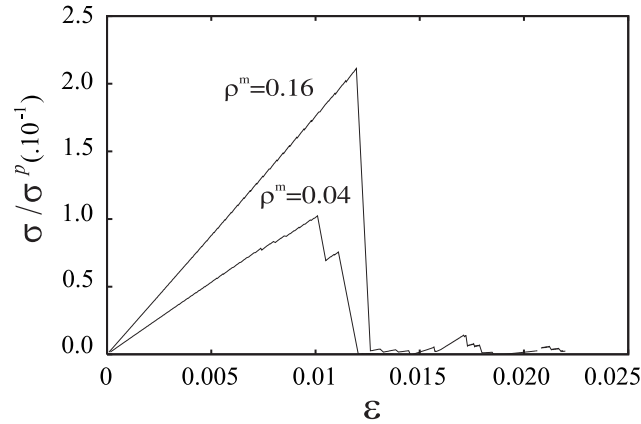


FIG. 5.11 – Contrainte verticale normalisée par le seuil de rupture des particules en fonction de la déformation verticale pour deux valeurs différentes de la fraction volumique de matrice ρ^m dans les simulations LEM.

On note d'autre part que le module effectif dans les simulations ne dépend que de ρ^m , alors que dans les expériences, ce dernier est contrôlé à la fois par ρ^m et ρ^s . Dans les simulations, le module effectif E augmente linéairement avec ρ^m , comme on peut le voir sur la figure 5.12.

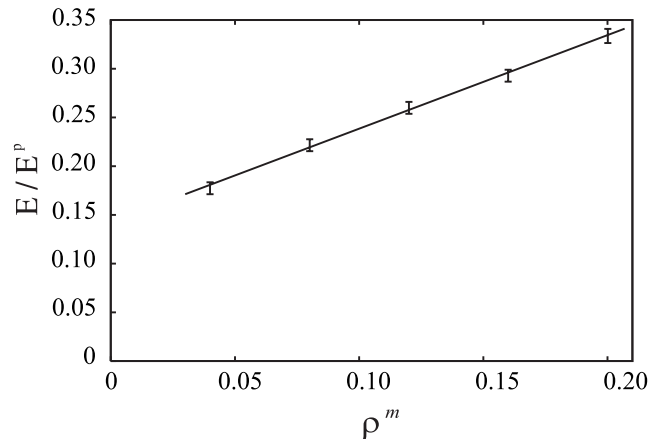


FIG. 5.12 – Module effectif E normalisé par le module des particules en fonction de la fraction volumique de matrice ρ^m .

La figure 5.13 montre la contrainte effective σ_Y à la rupture en fonction de $\rho^m \sigma^{pm}$. De la même manière que dans les expériences (voir figure 5.7), les données se mettent à l'échelle sur une même droite qui passe par l'origine. Une partie des points expérimentaux dévient sur cette

droite pour $\rho^m \sigma^{pm} > 0.1$. Un effet similaire peut être observé dans les expériences sur la figure Fig. 5.7 à partir de $\rho^m \sigma^{pm} \simeq 0.3$.

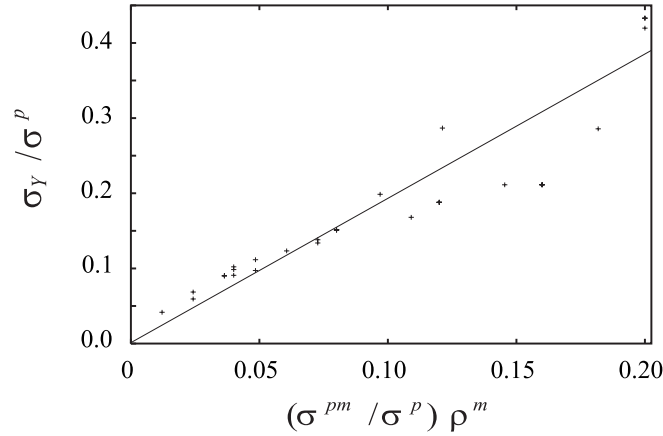


FIG. 5.13 – Contrainte effective à la rupture σ_Y en fonction du produit $\rho^m \sigma^{pm}$ tracée à partir des données issues des simulations numériques.

Afin de caractériser l'endommagement des particules dans les simulations, la proportion n_b d'éléments rompus dans la phase particule par rapport à l'ensemble des éléments rompus a été considérée. Cette grandeur ne correspond pas exactement à la fraction de particules endommagées qui a été mesurée expérimentalement. Cependant, elle a l'avantage de prendre en compte la fissuration à l'intérieur des particules et donc de fournir une statistique plus riche que dans les expériences.

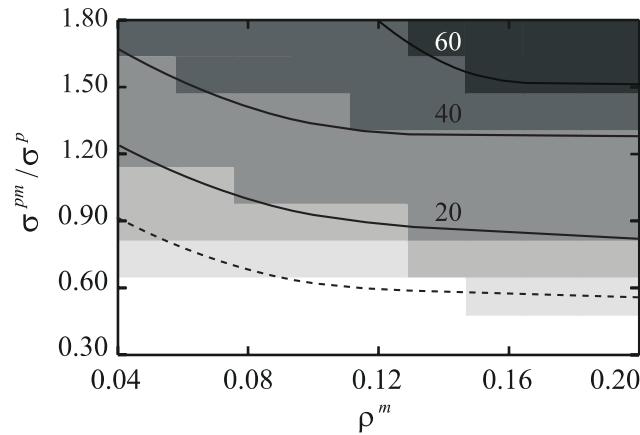


FIG. 5.14 – Carte en niveau de gris de la fraction d'éléments rompus n_b dans la phase particulaire en fonction de la fraction volumique de matrice ρ^m et de l'adhésion à l'interface entre particules et matrice σ^{pm} .

La figure 5.14 représente une carte en niveaux de gris de n_b dans l'espace paramétrique (ρ^m, σ^{pm}) . Cette carte est assez similaire à la carte correspondant à la fraction de particules endommagées issue de l'expérience (voir figure 5.8). En particulier, on observe ici aussi une

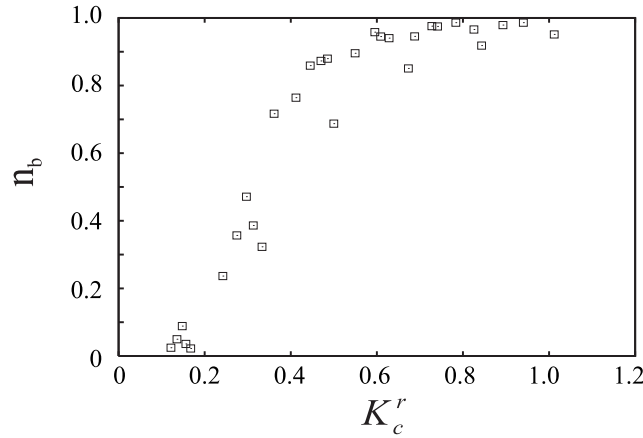


FIG. 5.15 – Fraction n_b d'éléments rompus dans la phase des particules en fonction de la ténacité relative K_c^r .

limite d'endommagement des particules qui a la même forme que dans l'expérience. La valeur caractéristique de la fraction volumique de matrice $\rho^m \simeq 0.1$ dans les simulations numériques doit être comparée à la valeur $\rho^m \simeq 0.2$ dans les expériences. Ceci est cohérent avec le fait que la percolation de la matrice commence pour des faibles valeurs de ρ^m plus faible en 2D (où $\rho^p \simeq 0.8$) qu'en 3D (où $\rho^p \simeq 0.58$).

On considère désormais l'endommagement des particules en fonction de la ténacité K_c . Contrairement au cas expérimental, la ténacité est évaluée dans les simulations à l'échelle des éléments du réseau (voir chapitre 4).

La fraction d'élément rompus dans la phase particulaire n_b est tracée à la figure 5.15 en fonction de K_c^r pour toutes les données issues des simulations. Comme dans le cas des essais expérimentaux, on note qu'en dessous d'une ténacité caractéristique $K_c^r \simeq 0.2$ aucune particule n'est endommagée. Au delà de ce point, la fraction n_b augmente quasi-linéairement avec K_c^r et sature à une valeur égale à 1 à partir de $K_c^r \simeq 0.6$. Etant donné la définition de n_b , cette saturation implique que tous les liens rompent à l'intérieur des particules. Cela ne signifie pas que toutes les particules sont endommagées. Le régime de saturation correspond en réalité à la limite à laquelle l'adhésion entre particules et matrice est du même ordre de grandeur ou plus élevé que le seuil de rupture des particules (en tension). Dans la partie expérimentale, cette limite n'est pas atteinte.

En définitive, on s'aperçoit que dans le domaine de paramètres considéré, les résultats numériques sont parfaitement cohérents avec les données expérimentales. Les simulations et les expériences révèlent toutes les deux trois régimes d'endommagement des particules contrôlés par un paramètre relatif à une ténacité. Les expériences apportent un nouvel éclairage sur rôle de l'interface granule-matrice pour le taux d'amidon endommagés. En effet, la silicone, qui fragilise l'interface, est assimilable dans le cas du blé à la quantité de puroindolines à la surface des granules d'amidon. Cela semble confirmer que les puroindolines agissent bien comme une couche "non-cohésive" distribuée et à la surface des granules qui altère l'adhésion à l'interface

entre matrice et amidon proportionnellement à la quantité qui y est déposée (voir chapitre 1). Dans cette perspective, il est envisageable de remonter à l'énergie d'adhésion entre amidon et matrice à partir de la quantité de puroindoline mesurée expérimentalement grâce au modèle d'interface présenté dans ce chapitre.

5.7 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons introduit un modèle expérimental des matériaux granulaires cimentés. Les échantillons utilisés sont composés de billes d'argile expansées, d'un ciment qui modélise la matrice, et de silicone enrobant les billes afin de contrôler l'adhésion à l'interface entre particules et matrice. Nous avons principalement étudié l'influence de la fraction volumique de matrice et de l'adhésion entre particules et matrice sur la contrainte à la rupture en compression simple et sur l'endommagement des particules. Il apparaît que pour la gamme de paramètres considérée, ces expériences montrent que la contrainte macroscopique à la rupture varie comme le produit de la fraction volumique de matrice et de l'adhésion à l'interface entre particules et matrice. Par ailleurs, les données expérimentales montrent que l'endommagement des particules est contrôlé par un paramètre de ténacité lié à l'énergie de décohésion des contacts. En dessous d'une valeur critique de ce paramètre, aucune particule n'est endommagée. Au delà de cette limite, l'endommagement des particules augmente avec le paramètre de ténacité. A partir du nombre de particules endommagées déterminé expérimentalement, on a mis en évidence trois régimes pour la rupture des particules. Ces résultats sont tout à fait conformes avec les résultats numériques présentés dans ce chapitre et dans les chapitres précédents.

Ces expériences apportent un nouvel éclairage sur le rôle de l'interface granule-matrice pour le taux d'amidons endommagés. En effet, il est remarquable que ces résultats expérimentaux coïncident avec l'analyse de la dureté de plusieurs variétés de blé en fonction du volume de friabiline et de la fraction volumique de la matrice protéique présenté dans le chapitre 4. En particulier, on retrouve les mêmes régimes d'endommagement des particules que pour l'albumen de blé.

Cette similarité entre les expériences, les simulations et les mesures suggère que la quantité de friabiline à la surface des granules d'amidon est assimilable à la silicone, qui fragilise l'interface. Cette analogie est une indication forte que les puroindolines agissent bien comme une couche "non-cohésive" distribuée à la surface des granules qui altère l'adhésion à l'interface entre la matrice protéique et les granules d'amidon. Cette analogie ouvre des perspectives nouvelles pour la caractérisation mécanique de l'albumen de blé et pour des nouvelles analyses. Par exemple, il est envisageable de remonter à l'énergie d'adhésion entre amidon et matrice protéique à partir de la quantité de puroindoline mesurée expérimentalement.

CHAPITRE 6

Modèle théorique

Sommaire

6.1	Introduction	126
6.2	Expression du tenseur de contrainte moyen	126
6.3	Modèle en traction	132
6.3.1	Seuil de rupture	132
6.3.2	Module élastique	137
6.4	Modèle en compression	139
6.4.1	Contrainte macroscopique et module élastique	139
6.4.2	Seuil de rupture	143
6.5	Conclusion	145

6.1 Introduction

Les matériaux granulaires cimentés sont composés d'une forte densité de particules reliées entre elles par des ponts solides constituant la matrice. Dans ce chapitre, on propose un modèle théorique simple qui permet d'approximer les seuils de rupture en traction et en compression ainsi que les modules élastiques à partir d'une description statistique de la microstructure. L'intérêt de ce modèle est de prendre en compte des effets liés à la structure granulaire des matériaux granulaires cimentés. Il se distingue des modèles classiques d'homogénéisation en se basant sur le réseau des forces de contact pour remonter aux propriétés macroscopiques du matériau. Ainsi on souhaite décrire la dissymétrie entre compression et traction observée sur les matériaux granulaires, en tenant compte de la fraction volumique de matrice, de l'adhésion entre matrice et particules et de la description géométrique du squelette particulaire. Ce modèle est basé sur des moyennes et présente un certain nombre d'hypothèses fortes qui permettent de simplifier le problème. On propose ici un modèle simple qui peut néanmoins être amélioré en tenant compte par exemple différemment de la géométrie locale. Dans la section qui suit, la base du modèle qui repose sur l'expression du tenseur de contrainte moyen est décrite. Ensuite, nous nous intéressons au cas d'une sollicitation en traction et nous décrivons l'expression de la contrainte seuil et du module élastique en comparant les résultats théoriques aux résultats issus des simulations numériques. Enfin, la comparaison du modèle en compression et la comparaison avec les résultats numériques sont faites dans les deux dernières sections.

6.2 Expression du tenseur de contrainte moyen

Nous nous plaçons dans l'hypothèse que les ponts solides sont à l'état pendulaire, c'est à dire que chaque pont solide ne relie que deux particules. On distingue alors deux types d'éléments, les éléments matrice m correspondant aux ponts solides, et les éléments particulaires p (voir figure 6.1). L'idée est de proposer une expression du tenseur de contrainte σ ne faisant intervenir que les doublets de particules, en intégrant ainsi la contribution des ponts solides.

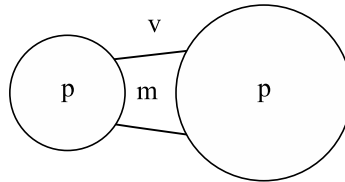


FIG. 6.1 – Hypothèse de l'état pendulaire : chaque pont solide m de matrice ne relie que deux particules p .

Par définition, le tenseur des contraintes de Cauchy ne prend de sens que pour un nombre important de points matériels à l'intérieur d'un volume de contrôle, de telle manière à ce que la densité de force surfacique soit une moyenne statistique bien définie. En suivant les travaux introduits initialement par Moreau, il est possible d'attribuer à chaque point du milieu un tenseur

de contrainte [63, 89]. Les composantes physiques de ce tenseur sont équivalentes dans le cas où on considère un seul point et dans le cas où l'on en considère plusieurs sur une portion de l'espace incluant ces points, tendant ainsi vers le tenseur de contrainte de Cauchy à des échelles élevées.

Dans le cadre du formalisme des puissances virtuelles, une force (au sens général) agissant sur un volume Ω délimité par une surface S d'un système matériel est définie par l'expression de la puissance P qu'elle développe quand Ω est soumis à un champ de vitesses virtuelles $\mathbf{v}(\mathbf{r})$. Si $\mathbf{v}(\mathbf{r})$ est un champ affine,

$$v_\alpha(\mathbf{r}) = v_\alpha(0) + b_{\alpha\beta}r_\beta, \quad (6.1)$$

où l'on considère la convention de sommation d'Einstein sur les indices. Par définition, la puissance $\mathcal{P}_{int}(\mathbf{v})$ des forces internes est linéaire en $\mathbf{v}$. Cela signifie qu'il existe $\mathbf{R}$ et $\mathbf{M}$ tels que :

$$\mathcal{P}_{int} = R_\alpha v_\alpha(0) + M_{\alpha\beta} b_{\alpha\beta} \quad (6.2)$$

Dans le cas particulier du mouvement d'un corps rigide, $\mathbf{b}$ est antisymétrique ($b_{\alpha\beta} = -b_{\beta\alpha}$) et $\mathcal{P}_{int} = 0$ de part la troisième loi de Newton. En conséquence, on obtient $\mathbf{R} = 0$ et $\mathbf{M}$ est un tenseur symétrique de rang 2 qui est indépendant du repère de référence. D'après Moreau, $\mathbf{M}$ est le tenseur des moments internes défini sur le volume Ω [63].

Le tenseur des moments internes peut être évalué sans restriction sur n'importe quel portion du système. Ainsi, pour chaque point matériel i quelconque du volume, il est possible de définir une cellule de référence centrée sur ce point qui englobe l'ensemble des forces assurant l'équilibre mécanique de ce point. Dans ce cas, la puissance totale $\mathcal{P} = \mathcal{P}_{int} + \mathcal{P}_{ext}$, où $\mathcal{P}_{ext}$ est la puissance associée aux forces extérieures, est égale à zéro indépendamment du choix des puissances virtuelles. Si on considère l'ensemble des points d'applications j des forces extérieures $\mathbf{f}^{ij}$ qui participent à l'équilibre du point i , la puissance interne est donnée par $\mathcal{P}_{int}(p) = -\mathcal{P}_{ext}(p) = -\sum_j v_\alpha(\mathbf{r}^{ij}) f_\alpha^{ij}$ où $\mathbf{r}^{ij}$ correspond à la distance du point i au point j . En confondant cette expression avec l'expression générale de la puissance interne (6.2), on obtient :

$$M_{\alpha\beta}(i) = -\sum_j r_\alpha^{ij} f_\beta^{ij}. \quad (6.3)$$

Il est possible de démontrer que cette expression prend en compte de la même manière la présence des forces agissant sur les points i si l'origine des coordonnées est placée au centre de chaque cellule élémentaire associée à i .

Le tenseur des moments internes est additif. Le moment interne $\mathbf{M}^{i \cup j}$ de deux points i et j est la somme des moments internes $\mathbf{M}^i$ and $\mathbf{M}^j$ car les deux forces de réaction $\mathbf{f}^{ij}$ et $\mathbf{f}^{ji}$ sont opposées et de valeurs égales. De par cette propriété d'additivité, le moment interne total $\mathbf{M}(\Omega)$ sur une portion Ω de l'espace est simplement donné par la somme des moments internes sur tous les points appartenant à Ω . Ainsi, si le nombre de points considérés dans Ω est suffisamment grand, il est possible d'évaluer le tenseur des contraintes de Cauchy $\boldsymbol{\sigma}$ pour Ω .

D'après l'écriture du champ de vitesses virtuelles définie en (6.1), le tenseur de contrainte σ peut être écrit à l'aide de la puissance :

$$\mathcal{P}_{int} = \int_S \sigma_{\alpha\beta} \partial_\alpha v_\beta dV. \quad (6.4)$$

et, d'après (6.2) on obtient :

$$M_{\alpha\beta}(\Omega) = \int_\Omega \sigma_{\alpha\beta} dV = \langle \sigma_{\alpha\beta} \rangle V. \quad (6.5)$$

Cette dernière relation montre que le tenseur des moments internes par unité de volume (M/V) tend vers la moyenne du tenseur de Cauchy $\langle \sigma_{\alpha\beta} \rangle$ à grande échelle ou pour un grand nombre de points considérés dans Ω .

Le tenseur des moments internes par unité de volume dans un système discret est physiquement équivalent au tenseur de contrainte de Cauchy dans un milieu continu. Si on considère un volume V^i associé à un point matériel i , il est possible de définir la contrainte $\sigma_{\alpha\beta}(i)$ en ce point simplement en divisant la somme des moment internes par le volume V^i .

$$\sigma_{\alpha\beta}^i = \frac{1}{V^i} \sum_j r_\alpha^{ij} f_\beta^{ij}. \quad (6.6)$$

Le tenseur de contrainte macroscopique σ est alors donné par la somme des $\sigma_{\alpha\beta}(i)$ pondérés par les volumes correspondants divisée par le volume total V :

$$\sigma = \frac{1}{V} \sum_i V^i M^i = \frac{\sum_{i \in \Omega} V^i M^i}{\sum V^i} \quad (6.7)$$

En considérant un doublet de particules reliées par un pont solide de matrice, il est possible de distinguer la contribution des éléments de type matrice m et de type particule p dans l'expression du tenseur de contrainte σ dans un volume $V = V^p + V^v + V^m$, tel que

$$\sigma = \frac{1}{V} \left(\sum_p M^p + \sum_m M^m \right) \quad (6.8)$$

Pour obtenir une expression générale, on considère aussi les contacts directs (sans matrice interposée), de telle manière que N_l est le nombre total de lien entre particules, on a :

$$N_l = N_c + N_m \quad (6.9)$$

où N_c est le nombre de contacts directs et N_m le nombre de contact avec matrice interposée.

Si on ne fait apparaître que les doublets de particules, et donc les forces appliquées à l'interface, on ne peut pas distinguer la rupture des particules p (faisant intervenir la cohésion interne des particules) de la rupture aux interfaces pp , pm et dans la matrice m . Une hypothèse plausible est que les contraintes locales dans les particules sont plus élevées autour du pont solide. Comme les contraintes sont continues, il est possible de considérer que la contrainte calculée à l'interface pm est la même que dans la particule si on se place à proximité de l'interface. Cependant, chaque pont solide est caractérisé par deux interfaces pm avec chacune des deux particules constituant le doublet. L'équilibre du pont solide implique que la contrainte locale est plus faible à l'interface avec la plus grosse particule, puisque la force est la même sur les deux extrémités du pont solide, tandis que les surfaces ou longueurs dépendent du rayon des particules (voir figure 6.2). En négligeant le rayon de courbure dans le calcul des surfaces de contact entre les particules et la matrice, on a donc pour deux particules 1 et 2 de rayons $R_1 < R_2$:

$$\sigma_1 = \frac{f}{S_1} > \sigma_2 = \frac{f}{S_2} \quad (6.10)$$

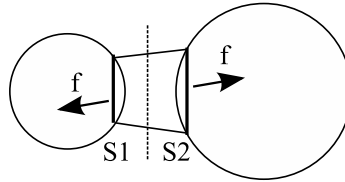


FIG. 6.2 – Représentation des forces agissant sur un doublet de particule à l'état pendulaire. Les surfaces S_1 et S_2 correspondent aux surfaces d'application des forces f . Les rayons de courbure des particules sont négligés dans le calcul des surfaces.

L'interface pm correspondant au contact entre le pont solide et la plus petite particule est la zone où la concentration des contraintes est la plus élevée. Il est possible par conséquent de faire l'hypothèse que la fissure est initiée ou se propage du côté de la plus petite particule du doublet considéré. Cette dernière hypothèse implique que, dans le régime où la fissure pénètre dans les particules, ce sont plutôt les petites particules qui seront endommagées. Nous allons donc calculer la contrainte à l'interface pm en fonction de la contrainte appliquée sur le système et des paramètres géométriques. A partir de ce calcul, il est ensuite possible d'obtenir une estimation des modules d'élasticité et des contraintes de rupture macroscopiques.

On considère pour commencer une géométrie 2D avec une base orthonormée $(1, 2)$ où 1 est la direction de traction. Les ponts solides sont supposés orientés de manière isotrope.

Le moment interne des forces agissant sur une particule p est donné par

$$M_{\alpha\beta}^p = \sum_{i \in p} f_{\alpha}^{pi} r_{\beta}^{pi} \quad (6.11)$$

où $i \in p$ correspondent aux forces entre les liens j et la particule p

Le moment total dans un volume V est la somme des moments des particules :

$$M_{\alpha\beta} = \sum_{p \in V} M_{\alpha\beta}^p \quad (6.12)$$

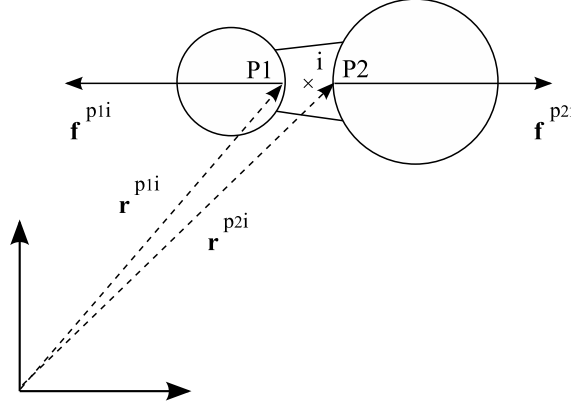


FIG. 6.3 – Représentation des vecteurs correspondant aux points d'application des forces exercé par un lien entre deux particules.

La grandeur r^{pi} est la position du point d'application de la force exercée par le lien pi . Cette somme peut être réarrangée entre les particules connectées par les mêmes liens. si p_1 et p_2 sont deux particules connectées par le point i , alors $f_{\alpha}^{p_1i} = -f_{\alpha}^{p_2i}$. Cependant, on a $r^{p_1i} \neq r^{p_2i}$ (voir figure 6.3). Nous avons :

$$r^{p_2i} = r^{p_1i} + P_1 P_2 \quad (6.13)$$

La contribution des particules $M_{\alpha\beta}^{pi}$ est donc définie par :

$$\begin{aligned} M_{\alpha\beta}^i &= f_{\alpha}^{p_1i} r_{\beta}^{p_1i} + f_{\alpha}^{p_2i} r_{\beta}^{p_2i} \\ &= f_{\alpha}^{p_1i} (r_{\beta}^{p_1i} - r_{\beta}^{p_2i}) \\ &= -f_{\alpha}^{p_1i} (P_1 P_2)_{\beta} \end{aligned} \quad (6.14)$$

Si on considère maintenant uniquement le pont de matrice, le moment interne est donné par la même formule et il n'y a que deux forces qui agissent à chaque extrémité du lien : $-f_{\alpha}^{p_1i}$ et $f_{\alpha}^{p_2i}$. La contribution du pont solide $M_{\alpha\beta}^{mi}$ aux moment internes est alors donnée par :

$$\begin{aligned} M_{\alpha\beta}^{mi} &= -f_{\alpha}^{p_1i} r_{\beta}^{p_1i} - f_{\alpha}^{p_2i} r_{\beta}^{p_2i} \\ &= -f_{\alpha}^{p_1i} (P_1 P_2)_{\beta} \end{aligned} \quad (6.15)$$

On note que le moment interne s'annule entre les deux particules avec leur lien. Si on choisit de définir l'ensemble des moments internes à partir de la même origine pour toutes les positions,

tous les termes s'annulent les uns avec les autres et seules les termes liés aux particules situées sur les bords restent.

Pour obtenir une expression volumique, il est plus judicieux de choisir l'origine des coordonnées au centre de chaque particule, avec l'hypothèse à l'équilibre.

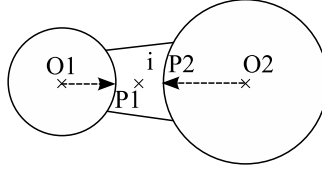


FIG. 6.4 – Calcul des vecteurs liés au point d'application des forces avec le centre des particules comme origine.

Soient O_1 et O_2 les centres des particules p_1 et p_2 (voir figure 6.4).

On a :

$$\begin{aligned} \mathbf{r}^{p_1 i} &= \mathbf{O}_1 \mathbf{P}_1 \\ \mathbf{r}^{p_2 i} &= \mathbf{O}_2 \mathbf{P}_2 \end{aligned} \quad (6.16)$$

d'où

$$f_{\alpha}^{p_1 i} r_{\beta}^{p_1 i} + f_{\alpha}^{p_2 i} r_{\beta}^{p_2 i} = f_{\alpha}^{p_1 i} ((\mathbf{O}_1 \mathbf{P}_1)_{\beta} - (\mathbf{O}_2 \mathbf{P}_2)_{\beta}) \quad (6.17)$$

De même, pour le pont solide reliant deux particules, on a :

$$M_{\alpha\beta}^i = -f_{\alpha}^{p_1 i} r_{\beta}^{p_1 i} + -f_{\alpha}^{p_2 i} r_{\beta}^{p_2 i} = f_{\alpha}^{p_1 i} (-(\mathbf{O}_i \mathbf{P}_1)_{\beta} + (\mathbf{O}_i \mathbf{P}_2)_{\beta}) \quad (6.18)$$

où O_i est le centre du pont solide (point i sur la figure 6.4).

En rassemblant les termes 6.17 et 6.18 , on obtient :

$$f_{\alpha}^{p_1 i} (\mathbf{O}_1 \mathbf{P}_1 + \mathbf{P}_1 \mathbf{O}_i + \mathbf{O}_i \mathbf{P}_2 + \mathbf{P}_2 \mathbf{O}_2)_{\beta} = f_{\alpha}^{p_1 i} (\mathbf{O}_1 \mathbf{O}_2)_{\beta} \quad (6.19)$$

Par conséquent, le moment interne total dans un volume s'écrit

$$M_{\alpha\beta} = \sum_{i \in V} f_{\alpha}^i l_{\beta}^i \quad (6.20)$$

où $\mathbf{l}$ est le vecteur reliant les centres des particules. Cette écriture implique seulement les forces de contact $\mathbf{f}$ qui agissent sur les deux extrémités des ponts solides. Elle est similaire à l'expression de $\mathbf{M}$ sans pont solide. Le tenseur de contrainte est donc donné par :

$$\sigma_{\alpha\beta} = \frac{1}{V} \sum_{i \in V} f_{\alpha}^i l_{\beta}^i = n_l < f_{\alpha} l_{\beta} > \quad (6.21)$$

où $n_l = N_l/V$ est le nombre de ponts solides par unité de volume et la moyenne $\langle f_\alpha l_\beta \rangle$ porte tous sur les liens.

Si on tient compte du fait que $N_l = N_c + N_m$ (voir equation 6.9), on peut écrire le tenseur de contrainte sous la forme d'une somme qui tient compte des contacts directs entre particules et des contacts avec une matrice interposée :

$$\sigma_{\alpha\beta} = n_c \langle f_\alpha l_\beta \rangle_c + n_m \langle f_\alpha l_\beta \rangle_m \quad (6.22)$$

où $n_c = N_c/V$ et $n_m = N_m/V$ sont les nombres de contacts directs et de contacts avec matrice interposée par unité de volume.

6.3 Modèle en traction

Dans cette section, on considère uniquement une traction simple sur un MGCI.

6.3.1 Seuil de rupture

Soient $\mathbf{n} = (\cos\theta, \sin\theta)$ et $\mathbf{t} = (-\cos\theta, \sin\theta)$ les vecteurs unitaires, parallèle et perpendiculaire au vecteur intercentre $\mathbf{l}$ reliant deux particules (voir figure 6.5). La composante σ_{11} de la contrainte dans la direction 1 de la traction est donnée par

$$\begin{aligned} \sigma_{11} &= n_l \langle f_1 l_1 \rangle \\ &= n_l \langle f_n l \rangle \langle \cos^2\theta \rangle + n_l \langle f_t l \rangle \langle \sin\theta \cos\theta \rangle \\ &= \frac{1}{2} n_l \langle f_n l \rangle \end{aligned} \quad (6.23)$$

où nous avons fait l'hypothèse que $\mathbf{l}$ et $\mathbf{f}$ sont décorrélés de la direction θ du contact. Cette Hypothèse peut être relâchée pour une meilleure prise en compte de la structure anisotrope du milieu.

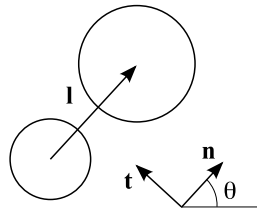


FIG. 6.5 – Illustration des vecteurs unitaires $\mathbf{n}$ et $\mathbf{t}$ liés à chaque doublet de particules.

Les contacts directs n'interviennent pas en traction ($n_c = 0$), puisqu'ils correspondent uniquement à des zones de décohésion. L'expression 6.23 s'écrit donc :

$$\sigma_{11} = \frac{1}{2} n_m < f_n l > \quad (6.24)$$

La condition de rupture n'est pas donnée en terme de f_n , mais plutôt en contrainte seuil σ_0 . C'est à ce niveau qu'intervient la géométrie du pont et les tailles des particules, ainsi que la question du report de charge.

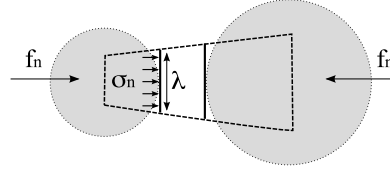


FIG. 6.6 – Représentation schématique de la surface de contact λ où la contrainte est la plus élevée.

En faisant l'hypothèse que la force f_n est répartie uniformément dans la section du pont solide, il est possible d'exprimer la surface λ (longueur en 2D) correspondante à l'extrémité la plus petite du pont solide où la contrainte est la plus élevée (voir figure 6.6), on peut écrire :

$$f_n = \sigma_n \lambda \quad (6.25)$$

Pour un lien entre deux particules p_1 et p_2 , λ est une fonction des rayons R_1, R_2 et du volume du lien v^m : $\lambda = \lambda(R_1, R_2, v^m)$.

En négligeant le rayon de courbure des particules, on peut déterminer de manière simple la valeur de λ .

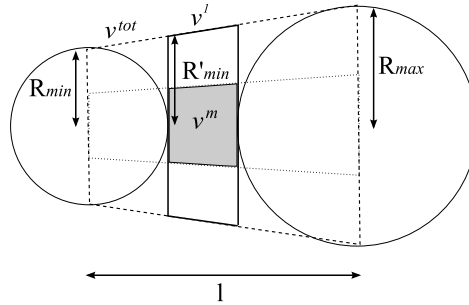


FIG. 6.7 – Définition des volumes v^1, v^{tot} et v^m sur un doublet de particules reliées par un pont de matrice.

Soient v^1, v^{tot} et v^m les volumes délimités comme indiqué sur la figure 6.7. Le volume v^m du pont de matrice est une fraction α du volume v^1 :

$$v^m = \alpha v^1 \quad (6.26)$$

Le facteur α dépend du protocole de distribution de la matrice. Le protocole le plus simple consiste à la distribuer uniformément. Soient N_m le nombre de liens, V^m le volume de matrice total et V^v le volume de vide total. En partant de l'hypothèse que le volume d'un lien est donné par $v^m = V^m/N_m$ et que $v^1 = (V^m + V^v)/N_m$, il est possible d'écrire d'après 6.26 :

$$\frac{V^m}{N_m} = \alpha \frac{V^m + V^v}{N_m} \quad (6.27)$$

d'où

$$\alpha = \frac{V^m}{V^m + V^v} = \frac{\rho^m}{\rho^m + \rho^v} = \frac{\rho^m}{1 - \rho^p} \quad (6.28)$$

avec ρ^m , ρ^v et ρ^p les fractions volumiques de matrice, de vide et de particule et $\rho^m + \rho^v + \rho^p = 1$.

Supposons que $R_1 = R_{min} < R_2 = R_{max}$. En faisant l'approximation que l'extrémité R'_{min} la plus petite du volume v^1 (voir figure 6.7) est de longueur R_{min} ($R'_{min} \simeq R_{min}$), λ est donné par :

$$\lambda = 2\alpha R_{min} = 2 \frac{\rho^m}{1 - \rho^p} R_{min} \quad (6.29)$$

D'autre part, on définit le volume moyen $\langle v^{tot} \rangle$ tel que

$$\langle v^{tot} \rangle = \frac{V^{tot}}{N_l} \frac{1}{g} \quad (6.30)$$

où $g = g(R_{min}, R_{max}, l)$ est un facteur de recouvrement qui tient compte du rayon de courbure des deux particules et de la distance entre leurs centres.

Le volume v^{tot} (voir figure 6.7) est défini en 2D par l'aire du trapèze placé entre le centre des deux particules et de bases R_{min} et R_{max} :

$$v^{tot} = l(R_{min} + R_{max}) \quad (6.31)$$

On en déduit

$$\langle v^{tot} \rangle = \langle l(R_{min} + R_{max}) \rangle \quad (6.32)$$

et dans le cas ou $n_c = 0$,

$$n_l = n_m = \frac{N_m}{V^{tot}} = \frac{g}{\langle v^{tot} \rangle} = \frac{g}{\langle l(R_{min} + R_{max}) \rangle} \quad (6.33)$$

A partir des expressions 6.24, 6.29 et 6.33, on déduit l'expression de la contrainte axiale en traction :

$$\sigma_{11} = \frac{\rho^m}{1 - \rho^p} \frac{g \langle l R_{min} \sigma_n \rangle}{\langle l (R_{min} + R_{max}) \rangle} \quad (6.34)$$

En faisant l'hypothèse que $\langle \sigma_n \rangle$ est décorrélé de $l R_{min}$, on peut écrire :

$$\sigma_{11} = s^m \frac{\rho^m}{1 - \rho^p} \langle \sigma_n \rangle \quad (6.35)$$

où

$$s^m = \frac{g \langle l R_{min} \rangle}{\langle l (R_{min} + R_{max}) \rangle} \quad (6.36)$$

est un facteur géométrique dépendant de la distribution des ponts solides et du rayon des particules constituant les doublets.

Dans le cas monodisperse ($R_{min} = R_{max} = R$), nous avons $s^m = g/2$.

On peut donner une estimation de g dans le cas monodisperse où les particules sont positionnées sur une grille rectangulaire. Sur la figure 6.8, on voit que la surface v_{tot} liée à la moitié des contacts suffit à tésseler le volume total V^{tot} . Dans ce cas, le facteur de recouvrement est $g = 1/2$ et on obtient $s^m = 0.25$.

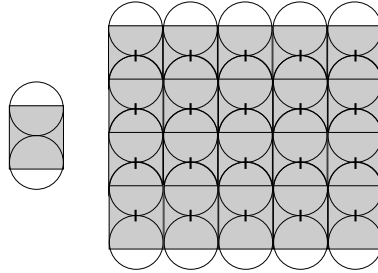


FIG. 6.8 – Zone de recouvrement des volumes v^{tot} dans le cas monodisperse où les particules sont disposées sur une grille rectangulaire.

L'hypothèse forte pour la rupture est que le seuil est atteint simultanément dans tous les liens, c'est à dire lorsque $\langle \sigma_n \rangle = \sigma_0$, où σ_0 est le seuil de rupture le plus faible parmi les trois seuils σ^p , σ^m et σ^{pm} .

En traction, le seuil théorique σ_{Yt}^{th} macroscopique de rupture est donc donné par :

$$\sigma_{Yt}^{th} = s^m \frac{\rho^m}{1 - \rho^p} \sigma_0 \quad (6.37)$$

Les figures 6.9 (a) et (b) montrent l'évolution des contraintes de rupture en fonction de σ^{pm} et de ρ^m pour les simulations numériques réalisées dans l'étude paramétrique présentée

au le chapitre 4. Les échantillons sont bidisperses avec un rapport de taille égal à quatre et des petites particules quatre fois plus nombreuses que les grosses. Les rigidités des particules et de la matrice sont identiques.

Les figures 6.9 (a) et (b) présentent les mêmes courbes calculées avec l'équation 6.37. Les valeurs de g et s^m ont été directement estimées à partir de l'échantillon numérique. Nous avons $g = 0.8$ et $s^m = 0.28$.

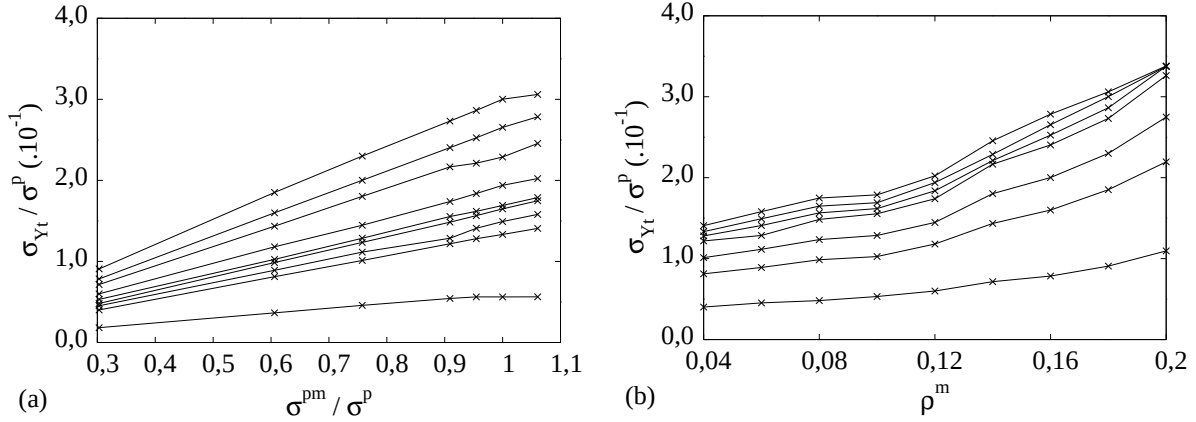


FIG. 6.9 – Seuils de rupture adimensionnés en traction simple issu des simulations numériques : (a) en fonction du seuil de rupture à l'interface σ^{pm} pour différentes valeurs de la fraction volumique de matrice ρ^m ; (b) en fonction de la fraction volumique de matrice ρ^m pour différentes valeurs du seuil de rupture à l'interface σ^{pm} .

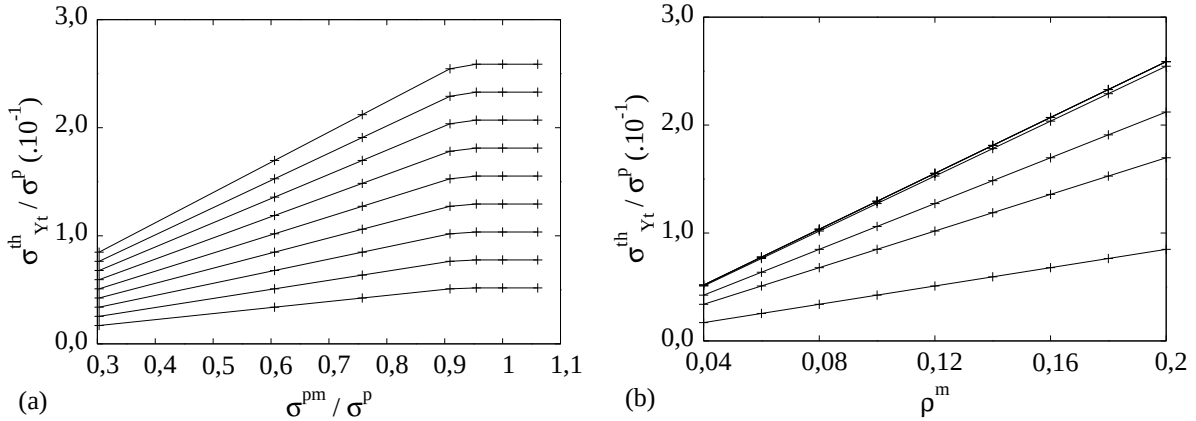


FIG. 6.10 – Seuils de rupture adimensionnés en traction simple calculés à l'aide du modèle théorique : (a) en fonction du seuil de rupture à l'interface σ^{pm} pour différentes valeurs de la fraction volumique de matrice ρ^m ; (b) en fonction de la fraction volumique de matrice ρ^m pour différentes valeurs du seuil de rupture à l'interface σ^{pm} .

On note que les courbes issues du modèle théorique présentent la même tendance que les courbes numériques. Concernant les courbes de σ_Y/σ^p en fonction du seuil de rupture à l'interface entre particules et matrice σ^{pm}/σ^p (figures 6.9 (a) et 6.10(a)) on remarque dans les deux

cas qu'elles suivent une tendance linéaire jusqu'à une valeur $\sigma^{pm}/\sigma^p \simeq 0,9$. Au delà de cette limite, la contrainte à la rupture macroscopique sature. On retrouve cette saturation si on trace σ_Y/σ^p en fonction de ρ^m (figures 6.9 (b) et 6.10 (b)) pour les seuils les plus élevés.

Les valeurs de σ_Y/σ^p sont du même ordre de grandeur, légèrement supérieures dans les simulations que dans les résultats théoriques. Cette différence peut être due à la configuration géométrique de l'échantillon numérique, bien que l'on s'attende à obtenir des valeurs théoriques plus élevées du fait que le modèle est basé sur une moyenne sur tout les liens.

6.3.2 Module élastique

Il est possible de formuler une estimation du module élastique E_t à partir de l'écriture de la contrainte verticale en traction donné par l'équation 6.35. Dans la section précédente, d'après l'expression de la contrainte macroscopique à la rupture décrite par l'équation 6.37, on peut écrire à la rupture :

$$\sigma_{Yt}^{th} = E_t \varepsilon_{11}^{th} = \frac{\rho^m}{1 - \rho^p} s^m E_{local} \varepsilon_0 \quad (6.38)$$

où ε^{th} est la déformation macroscopique à la rupture, E_{local} le module d'élasticité local et ε_0 la déformation locale.

Le facteur $\frac{\rho^m}{1 - \rho^p} s^m$ tient déjà compte de la géométrie de l'échantillon et de la proportion de chaque phase. En considérant les particules comme plus rigides que la matrice, on fait l'hypothèse que les déformations sont localisées essentiellement dans la matrice ($\varepsilon_0 = \varepsilon_0^m$).

Localement, il s'agit donc d'estimer le module local au niveau de la zone de contact entre la matrice et la particule (voir figure 6.11) sans tenir compte de la géométrie puisqu'elle est déjà prise en compte dans le facteur géométrique.

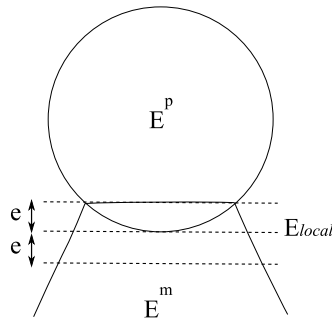


FIG. 6.11 – Illustration de la zone où le module local équivalent entre une particule et la matrice est calculé.

Il existe deux méthodes simples pour déterminer un module équivalent entre deux phases :

- En se basant sur l'hypothèse de Voigt, c'est à dire en considérant que les deux phases sont assimilables à un montage en parallèle, et donc que la déformation, dans chacune des phases est égale. Cette méthode surestime le module local.
- En se basant sur l'hypothèse de Reuss, c'est à dire en considérant que les deux phases sont assimilables à un montage en série, et donc que les contraintes dans les deux phases sont égales. Cette méthode sous-estime le module local.

Dans le cas de l'hypothèse de Voigt, on considère que localement la part de chaque phase est équivalente. L'expression de E_{local}^V est :

$$E_{local}^V = \frac{1}{2}(E^p + E^m) \quad (6.39)$$

Dans l'hypothèse de Reuss, en procédant de la même manière on obtient :

$$E_{local}^R = \frac{2E^p E^m}{E^p + E^m} \quad (6.40)$$

Sachant que le modèle de Voigt surestime le module, et que le modèle de Reuss le sous-estime, on peut établir l'expression d'un module local E_{local} s'approchant du vrai module en moyennant les deux. Le module local équivalent E_{local} est alors donné par :

$$E_{local} = \frac{1}{2}(E_{local}^V + E_{local}^R) = \frac{2E^p E^m + (E^p + E^m)^2}{2(E^p + E^m)} \quad (6.41)$$

Dans l'hypothèse où les déformations sont localisées dans la matrice, on peut écrire $\varepsilon^{th} = \varepsilon_0^m$.

On obtient l'expression suivante pour le module élastique en traction E_t :

$$E_t = s^m \frac{\rho^m}{1 - \rho^p} \left(\frac{2E^p E^m + (E^p + E^m)^2}{2(E^p + E^m)} \right) \quad (6.42)$$

Les figures 6.12 (a) et (b) présentent l'évolution du module E_t issu des simulations et calculé par le modèle théorique pour un échantillon présentant la même configuration géométrique que précédemment, et pour deux contrastes différents entre les rigidités entre particules et matrice. En parallèle on a tracé l'approximation calculée par le modèle de Mori-Tanaka.

Dans le cas où $E^p = E^m$ (figure 6.12 (a)), il apparaît que le modèle théorique sous-estime très largement le module d'élasticité. En effet, dans l'hypothèse de localisation des déformations, dans le cas d'un échantillon plein ($\rho^m + \rho^p = 1$) l'équation 6.42 devient :

$$E_t = s^m \frac{3}{2}(E^m) < E^m \quad (6.43)$$

avec $s^m \simeq 0.25$ dans le cas monodisperse.

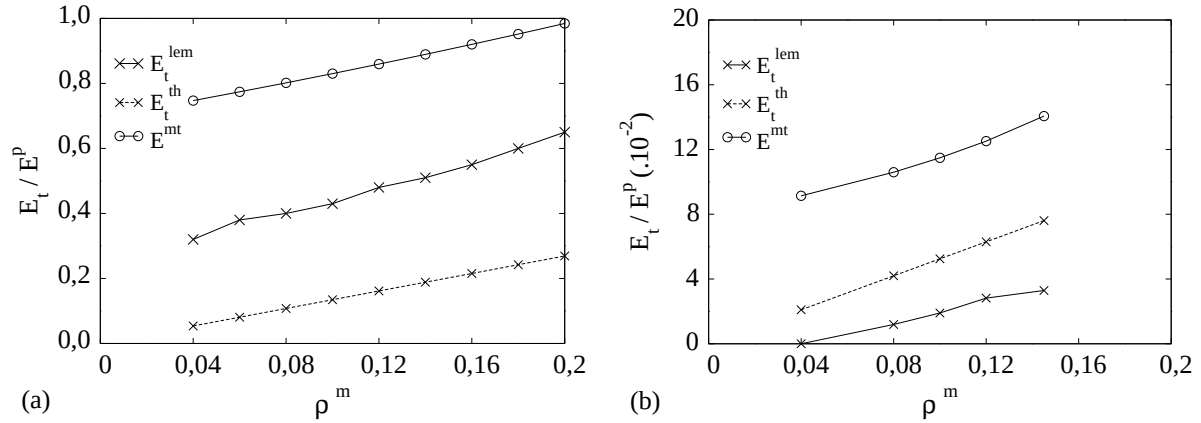


FIG. 6.12 – Comparaison des modules d'élasticité en traction adimensionnés par le module des particules calculé numériquement (E^{lem}), par le modèle théorique (E^{th}) et par Mori-Tanaka (E^{mt}) en fonction de la fraction volumique de matrice : (a) pour un échantillon sans contraste de rigidité entre les phases ; (b) dans les cas où les particules sont 100 fois plus rigides que la matrice.

Il est logique que dans le cas où $E^p = E^m$ le modèle théorique ne prédise pas correctement E_t puisqu'on n'est plus dans le cadre de l'hypothèse où les particules sont plus rigides que la matrice, c'est à dire que les déformations ne sont pas localisées dans la matrice. La courbe issue du modèle de Mori-Tanaka surestime le module avec pratiquement le même écart que notre modèle le sous-estime.

Dans le cas où $E^p = 100E^m$ (figure 6.12 (b)), les deux courbes sont des droites de même pente et la courbe théorique présente des valeurs légèrement supérieures. Cela signifie que l'hypothèse de la localisation des déformations dans la matrice est justifiée dans ce cas. La courbe issue du modèle de Mori-Tanaka propose une approximation du module qui est plus éloignée que la prédiction de notre modèle.

6.4 Modèle en compression

6.4.1 Contrainte macroscopique et module élastique

En compression, la part des contacts directs entre particules intervient dans le calcul des contraintes ($n_c \neq 0$). La contrainte σ_{11c} en compression s'écrit donc :

$$\sigma_{11c} = \frac{1}{2}n_c \langle f_n^c l \rangle + s^m \frac{\rho^m}{1 - \rho^p} \langle \sigma_n^m \rangle \quad (6.44)$$

où σ_n^m correspond à la contrainte calculée sur les contacts avec matrice interposée, et f_n^c aux forces localisées sur les contacts directs entre particules.

Il est possible d'estimer la longueur λ^c sur laquelle s'applique la force f_n^c entre les particules de deux manières différentes.

- On considère la contrainte maximale au point de contact entre les deux particules en suivant la loi de Hertz.
- On estime une contrainte moyenne en considérant une longueur λ^c moyenne.

Comme on s'intéresse plutôt aux effets de structure, on simplifie le calcul de cette longueur en considérant une longueur λ^c moyenne, comme définie sur la figure 6.13.

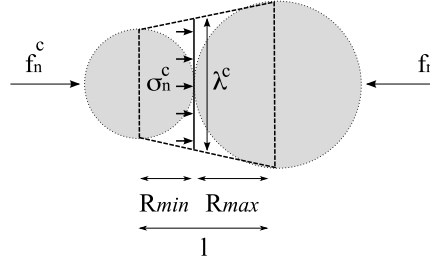


FIG. 6.13 – Illustration de la longueur moyenne λ^c sur laquelle s'applique la force de contact f_n^c entre deux particules.

D'après la figure 6.13, l'expression de λ^c est :

$$\lambda^c = 2 \frac{R_{min} R_{max}}{R_{min} + R_{max}} \quad (6.45)$$

La longueur l entre les deux particules est égale à $R_{min} + R_{max}$. Si on pose $f_n^c = \sigma_n^c \lambda^c$, l'équation 6.44 s'écrit :

$$\sigma_{11c} = \frac{1}{2} n_c < \lambda^c (R_{min} + R_{max}) > < \sigma_n^c > + s^m \frac{\rho^m}{1 - \rho^p} < \sigma_n^m > \quad (6.46)$$

d'où

$$\sigma_{11c} = n_c < R_{min} R_{max} > < \sigma_n^c > + s^m \frac{\rho^m}{1 - \rho^p} < \sigma_n^m > \quad (6.47)$$

La densité de contacts directs par unité de volume est définie par $n_c = N_c / V^{tot}$. D'autre part, la fraction volumique de particule ρ^p est définie telle que :

$$\rho^p = \frac{V^p}{V^{tot}} = \frac{\sum v^p}{V^{tot}} = \frac{N_p}{V^{tot}} < v^p > \quad (6.48)$$

où V^{tot} est le volume total de l'échantillon, N_p le nombre de particules et $< v^p >$ la moyenne du volume des particules dans l'échantillon.

A l'aide de l'équation 6.48 et de la définition de n_c , on obtient :

$$n_c = \frac{N_c}{N_p} \frac{\rho^p}{\langle v^p \rangle} = \frac{1}{2} z^c \frac{\rho^p}{\langle v^p \rangle} \quad (6.49)$$

où z^c est la coordinence des contacts directs entre particules.

En posant $s^p = \langle R_{min} R_{max} \rangle / \langle v^p \rangle$, on établit l'expression de la contrainte axiale σ_{11c} dans l'échantillon en compression :

$$\sigma_{11c} = \frac{1}{2} s^p z^c \rho^p \langle \sigma_n^c \rangle + s^m \frac{\rho^m}{1 - \rho^p} \langle \sigma_n^m \rangle \quad (6.50)$$

Les valeurs de z^c sont calculables à partir des échantillons. Dans les deux cas présentés à la section précédente, on obtient $z^c \simeq 1$. Dans le cas d'un échantillon monodisperse ($R_{min} = R_{max} = R$), $s^p = R^2 / \pi R^2 = 1/\pi$, c'est à dire $s^p \simeq 0.32$.

A ce stade, il est difficile de prédire directement la contrainte de rupture en compression σ_{Yc}^{th} à partir de l'équation 6.50. En effet, les doublets ne rompant qu'en traction, les ruptures auront lieu plutôt dans la direction 22 dans le cas d'une sollicitation en compression. Il s'agit donc de déterminer d'abord la déformation ε_{22} minimale pour laquelle le seuil de rupture est atteint localement. Pour cette raison, on estime au préalable le module élastique en compression en tenant compte des contacts directs entre particules.

A partir des équations 6.38 et 6.50 on peut définir le module en compression E_c tel que :

$$E_c \varepsilon_{11}^{th} = \frac{1}{2} s^p z^c \rho^p E^p \varepsilon_0^p + s^m \frac{\rho^m}{1 - \rho^p} E_{local} \varepsilon_0^m \quad (6.51)$$

En considérant des petites déformations, on pose l'hypothèse forte que la déformation au niveau des contacts directs entre particules ε_0^p à la rupture est la même que la déformation dans la matrice ε_0^m sur les autres contacts. Cette hypothèse (déformations homogènes, cf Voigt), implique $\varepsilon_{11}^{th} = \varepsilon_0^p = \varepsilon_0^m$. Le module en compression E_c est alors donné par l'expression suivante :

$$E_c = \frac{1}{2} s^p z^c \rho^p E^p + s^m \frac{\rho^m}{1 - \rho^p} \left(\frac{2E^p E^m + (E^p + E^m)^2}{2(E^p + E^m)} \right) \quad (6.52)$$

En d'autres termes, on a :

$$E_c = \frac{1}{2} s^p z^c \rho^p E^p + E_t \quad (6.53)$$

D'après l'équation 6.53, on remarque que dans le cas où il n'y a pas de contact direct entre particules ($z^c = 0$) il n'y a plus de dissymétrie au niveau du module entre traction et compression et $E_t = E_c$.

Les figures 6.14 (a) et (b) présentent l'évolution des modules E_t et E_c issus des simulations et calculés par le modèle théorique pour les mêmes échantillons que précédemment, et pour deux contrastes différents concernant les rigidités entre particules et matrice. On retrace aussi les prédictions de Mori-Tanaka sur les mêmes graphiques dans le but de comparer les modèles.

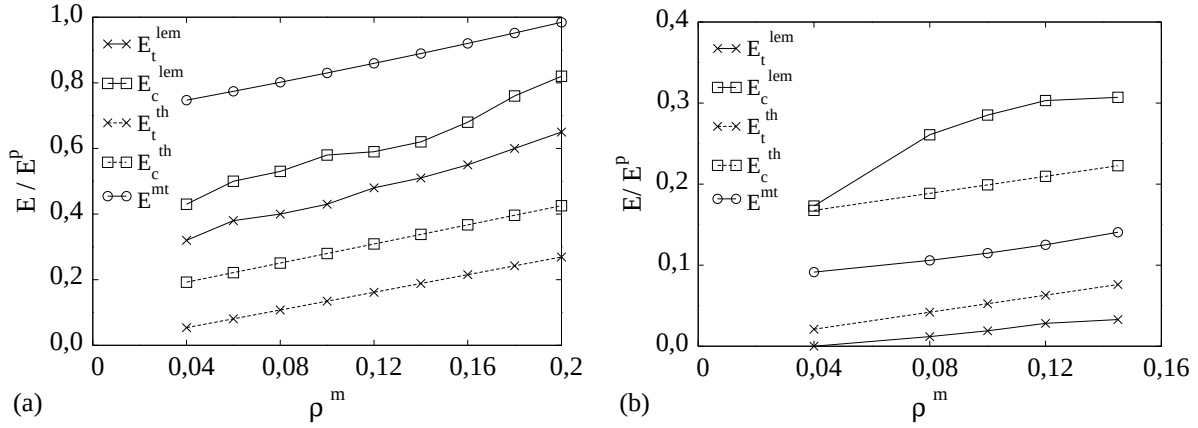


FIG. 6.14 – Comparaison des modules d'élasticité en traction et compression adimensionnés par le module des particules calculé numériquement (E^{lem}), par le modèle théorique (E^{th}) et par Mori-Tanaka (E^{mt}) en fonction de la fraction volumique de matrice (a) pour un échantillon sans contraste de rigidité entre les phases ; (b) dans les cas où les particules sont 100 fois plus rigides que la matrice.

Dans le cas $E^p = E^m$ (figure 6.14 (a)) on retrouve les mêmes observations que pour la traction (figure 6.12 (a)), c'est à dire que le module prédit par le modèle théorique sous-estime le module réel. Cela est logique dans le sens où E_c est basé sur le calcul du module en traction E_t . Il présente donc le même écart avec les simulations. Cependant il est intéressant de noter que les pentes des modules calculés par les simulations et par le modèle théorique en fonction de ρ^m sont identiques d'une part, et que l'écart entre E_t et E_c sont similaires, d'autre part. Le modèle théorique permet donc d'approximer le module élastique en traction et en compression avec une précision qui est de l'ordre de la moitié de la vraie valeur lorsqu'il n'y a pas de contraste de rigidité entre particules et matrice. La courbe de Mori-Tanaka surestime autant le module en compression qu'en traction dans ce cas précis.

Dans le cas où $E^p = 100E^m$ (figure 6.12 (b)), la courbe théorique de E_c est assez proche de la courbe issue des simulations, bien qu'inférieure. On note aussi que le modèle théorique ne reproduit pas la non-linéarité observée dans les simulations. La courbe de Mori-Tanaka donne une approximation du module située entre le module en traction et celui en compression et ne tient pas compte de la dissymétrie entre compression et traction.

La figure 6.15 présente la comparaison de E_c en fonction de ρ^m dans le cadre des calculs numériques effectués pour comparer avec les résultats expérimentaux (voir chapitre 5). Les particules sont environ trois fois plus rigides que les matrices. Les valeurs $z^c = 1.1$, $s^p = 0.64$ et $s^m = 0.35$ sont calculées à partir des échantillons numériques. La prédiction de Mori-Tanaka est tracée sur le même graphique. On remarque que les deux courbes (numériques et théoriques) sont linéaires et de même pente. La prédiction théorique est très proche du résultat numérique.

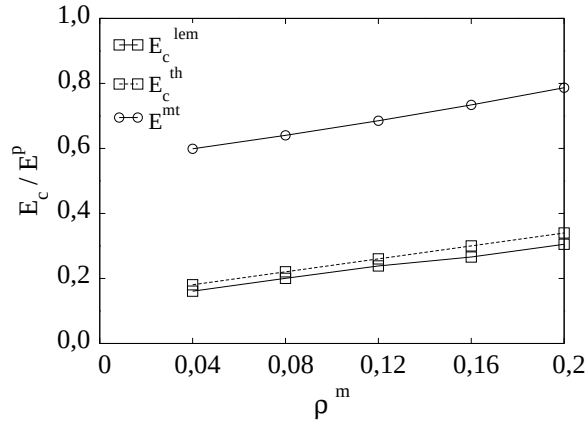


FIG. 6.15 – Comparaison des modules élastiques adimensionnés en compression calculés numériquement (E^{lem}), par le modèle théorique (E^{th}) et par le modèle de Mori-Tanaka (E^{mt}) en fonction de la fraction volumique de matrice dans le cas où les particules sont environ trois fois plus rigides que la matrice (simulations issues du chapitre expérimental 5).

La prédiction de Mori-Tanaka surestime très largement le module en compression (environ 3 fois la valeur du module). Globalement, il apparaît que ce modèle qui permet d'accéder au module élastique en compression donne des résultats assez satisfaisants à condition que l'on se place dans l'hypothèse où les particules sont plus rigides que la matrice.

6.4.2 Seuil de rupture

Concernant le seuil de rupture, il a été vu précédemment que les doublets ne peuvent rompre qu'en traction. Dans le cas d'une sollicitation en compression suivant la direction 11, les doublets observeront une rupture principalement orientée selon la direction d'extension 22. On considère qu'en compression simple, c'est à dire sur échantillon aux bords latéraux libres, les plus grandes déformations sont localisées au centre de l'échantillon.

En compression, on se base donc la déformation locale minimale $\varepsilon_{22}^{\text{min}}$ pour laquelle un doublet va rompre, et non plus sur la contrainte σ_0 comme en traction. En compression, la contrainte σ_{11c} peut être simplement exprimée sous la forme :

$$\sigma_{11c} = E_c \varepsilon_{11} \quad (6.54)$$

où E_c est le module théorique en compression d'après l'expression 6.53. En considérant le matériau comme isotrope, on peut introduire la déformation ε_{22} à l'aide du coefficient de poisson ν dans l'expression précédente :

$$\sigma_{11c} = \frac{E_c}{\nu} \varepsilon_{22} \quad (6.55)$$

L'initiation de la rupture s'effectue alors lorsque que la déformation ε_{22} au centre de l'échantillon atteint la déformation ε_{22}^{min} .

Le seuil de rupture en compression est alors donné par :

$$\sigma_{Yc}^{th} = \frac{E_c}{\nu} \varepsilon_{22}^{min} \quad (6.56)$$

où $\varepsilon_{22}^{min} = \min(\sigma_0^i / E^i)$, et i correspond aux différentes phases p , m et pm .

Inévitablement, cette estimation du seuil de rupture en compression présente les mêmes approximations que le calcul du module E_c . En particulier, on s'attend à ce que la prédiction du seuil de rupture en compression soit correcte uniquement dans le cas où les particules sont plus rigides que la matrice.

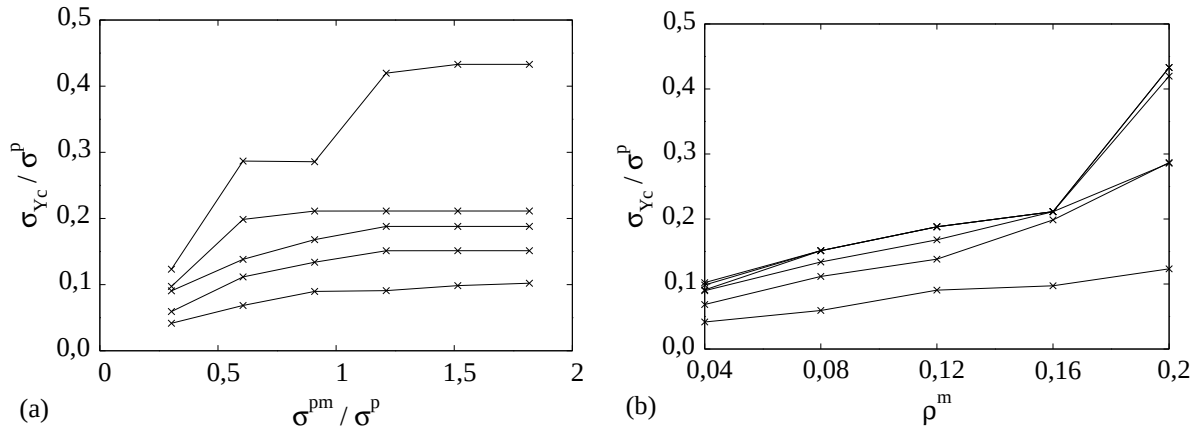


FIG. 6.16 – Seuils de rupture adimensionnés en compression simple issu des simulations numériques du chapitre 5 : (a) en fonction du seuil de rupture à l'interface σ^{pm} pour différentes valeurs de la fraction volumique de matrice ρ^m ; (b) en fonction de la fraction volumique de matrice ρ^m pour différentes valeurs du seuil de rupture à l'interface σ^{pm} .

Les figures 6.16 (a) et (b) montrent l'évolution contraintes de rupture en fonction de σ^{pm} et de ρ^m pour les simulations numériques réalisées dans le chapitre 5.

Les figures 6.16 (a) et (b) présentent les mêmes courbes prédites par le modèle théorique. Les valeurs de g et s^m ont été directement estimés à partir de l'échantillon numérique. Nous avons $g = 0.75$, $s^m = 0.35$, $s^p = 0.46$ et $z^c = 1.1$.

Il apparaît que le modèle théorique en compression surestime la valeur calculée numériquement (de l'ordre de 3 fois plus grand). On retrouve cependant les mêmes tendances. Sur les courbes 6.16 (a) et 6.17 (a) on observe une saturation du seuil de rupture macroscopique à partir d'une certaine valeur de σ^{pm} / σ^p . D'autre part, sur les courbes tracées sur les figures 6.16 (b) et 6.17 (b), on s'aperçoit que les contraintes macroscopiques de rupture augmentent linéairement avec ρ^m . La différence observée aux niveaux des valeurs entre résultats numériques est due essentiellement à deux facteurs. Tout d'abord, il est évident que le modèle en compression

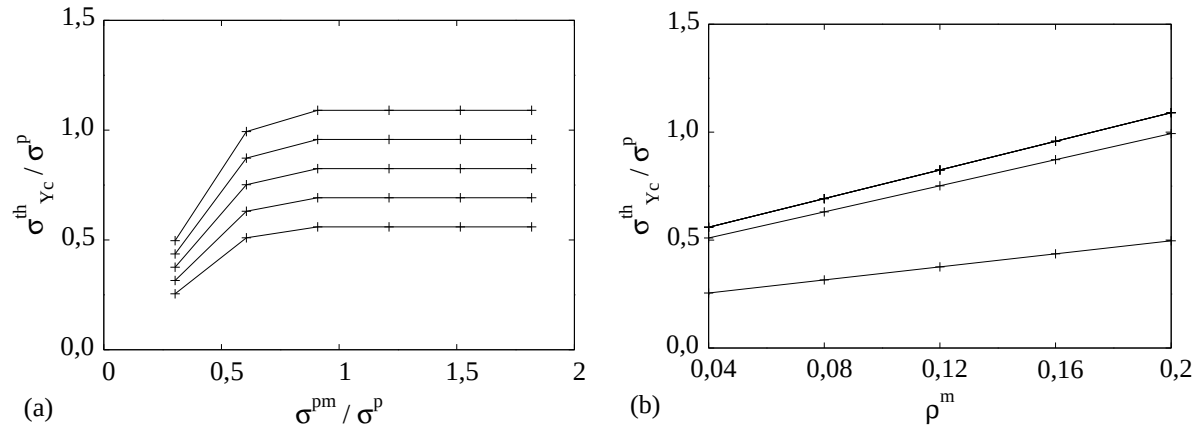


FIG. 6.17 – Seuils de rupture adimensionnés en compression simple calculé à l’aide du modèle théorique (a) en fonction du seuil de rupture à l’interface σ^{pm} pour différentes valeurs de la fraction volumique de matrice ρ^m ; (b) en fonction de la fraction volumique de matrice ρ^m pour différentes valeurs du seuil de rupture à l’interface σ^{pm} .

présente une approximation du fait des hypothèses fortes sur lesquelles il repose. Cependant, on peut aussi remettre en question le seuil de rupture calculé numériquement, sachant que les simulations ont été faites sur un seul échantillon dont la configuration peut, par l’intermédiaire d’un défaut ou par un nombre peu élevé de particules, influencer considérablement le seuil de rupture macroscopique. L’idéal aurait été de comparer ces résultats théoriques avec des résultats numériques issus soit de la moyenne de plusieurs simulations avec des configurations différentes, soit d’une simulation effectuée sur un échantillon contenant un plus grand nombre de particules. Compte tenu de ce point, on peut conclure que le modèle théorique procure une prédiction relativement bonne des ordres de grandeur des seuils de rupture macroscopiques.

6.5 Conclusion

Dans ce chapitre, on a proposé un modèle théorique simple qui permet d’approximer le seuil de rupture en compression et en traction dans les matériaux granulaires cimentés. Ce modèle prend en compte d’une manière assez simple la structure granulaire de ces matériaux. En exprimant le tenseur de contrainte moyen à partir du calcul des moments internes moyennés sur tous les liens entre doublets de particules, il permet de remonter aux propriétés macroscopiques du matériau (contrainte et module élastique). L’intérêt principal de ce modèle est qu’il tient compte de la dissymétrie de comportement entre compression et traction qui est caractéristique des matériaux granulaires cimentés, en séparant explicitement les contributions dues aux contacts directs entre particules et celles dues aux contacts avec matrice interposée. Les résultats prédits avec ce modèle sont très proches des résultats issus des simulations numériques en ce qui concerne les seuils de rupture en traction. Au niveau des modules élastiques, on retrouve la dissymétrie de comportement entre compression et traction avec des modules du bon ordre

de grandeur et assez proches la prédiction du modèle de Mori-Tanaka. Enfin, concernant les seuils de rupture en compression, il apparaît que le modèle théorique présente les mêmes tendances que les résultats numériques, en prédisant également un ordre de grandeur raisonnable des seuils de rupture.

Conclusion générale

6.6 Bilan

Ce travail de thèse a été consacré à l'étude des matériaux granulaires cimentés (MGCi) composés d'un assemblage dense de particules et d'une matrice remplissant partiellement l'espace entre les particules. Cette étude a été plus particulièrement appliquée au cas de l'albumen de blé, modélisé comme un assemblage de granules d'amidon liés entre eux par une matrice protéique, afin de comprendre les origines physiques de la friabilité (blés hard, soft, durum) des variétés de blé. Une analyse bibliographique a montré que la cimentation dans les milieux granulaires est un phénomène complexe qui confère à ce type de matériau des propriétés très particulières, d'une part par l'action volumique de la matrice cimentaire liant les particules entre elles, et d'autre part, par la structure granulaire compacte du milieu très éloignée de celle des composites constitués d'une phase particulaire diluée. La géométrie et les propriétés mécaniques de la microstructure, c'est-à-dire la répartition des différentes phases (matrice et particules) ainsi que l'adhésion aux interfaces entre ces phases, conditionnent la réponse macroscopique et la rupture des matériaux granulaires cimentés. Compte tenu de la difficulté de prédire théoriquement le comportement macroscopique lié à cette microstructure complexe, ainsi que la difficulté d'accéder expérimentalement aux propriétés locales de l'albumen, l'essentiel des études a été effectué par une approche numérique. Deux modèles numériques ont été implémentés dans ce sens. Un modèle de type "Lattice Element Method" (LEM), basé sur une discrétisation sur réseau, a été développé. Ce modèle, intermédiaire entre les méthodes discrètes et continues, permet de prendre en compte la matrice et sa répartition entre les particules, les propriétés des interfaces ainsi que le squelette particulaire. La fissuration dans chacune de ces phases est directement prise en compte au niveau des éléments du réseau qui ont la possibilité de rompre. En parallèle, un modèle de type "Discrete Element Method" cohésif (DEM cohésif) a été développé afin de le comparer avec les résultats de l'approche LEM dans la limite d'une faible fraction volumique de matrice. Dans cette dernière approche, les particules sont considérées comme rigides et la cohésion est gérée par des lois d'interaction entre les particules assimilables à des points de colle. Dans un esprit de validation de l'approche numérique, un matériau modèle a été élaboré expérimentalement. Ce matériau modèle est constitué d'un assemblage dense de billes d'argile expansées, ayant la possibilité de se fissurer, mélangées avec une matrice cimentaire. L'adhésion à l'interface entre les billes et la matrice est contrôlée en enrobant ces dernières avec une épaisseur maîtrisée de silicone. Enfin, dans le souci de compléter l'ensemble de ces études par une approche théorique, un modèle d'homogénéisation simple a été proposé afin de prendre en compte les effets de structure granulaire pour prédire les seuils de rupture et les modules élastiques en traction et en compression.

L'étude du comportement général à la rupture à l'aide des simulations LEM en traction et en compression simples a révélé l'existence d'une dissymétrie de comportement des MGCi entre les réponses en compression et en traction. Cette dissymétrie, présente autant pour les seuils de rupture que pour les modules élastiques, est la conséquence directe de la percolation des particules dans le matériau et de la présence de contacts directs entre elles. La dissymétrie de comportement, qui résulte des inhomogénéités dans le matériau, est mise en évidence par l'étude des densités de probabilité (probability density function ou pdf) des contraintes avant rupture.

Les pdf révèlent trois zones distinctes : 1) une zone où les contraintes faibles se distribuent de manière quasi-uniforme et qui correspond à l'effet de voûte ; 2) une zone presque Gaussienne centrée sur la contrainte moyenne qui représente l'essentiel des contraintes localisées dans les particules ; 3) une zone exponentielle, remarquable dans les matériaux granulaires secs et qui correspond aux contraintes fortes localisées aux contacts entre les particules. En comparant les pdf obtenus en compression et en traction, et en faisant varier la rigidité des particules d'une part et la fraction volumique de matrice d'autre part, il apparaît que le comportement en compression est essentiellement dicté par le squelette granulaire, alors qu'en traction c'est la matrice qui gouverne les concentrations de contraintes dans le milieu. La comparaison des réseaux de forces de contact obtenus par des essais en compression simple avec les méthodes LEM et DEM révèle que, dans la limite des MGCi à faible fraction volumique de matrice, les deux approches sont équivalentes. On retrouve sur les densités de probabilité des forces de contact normale et tangentielle les mêmes tendances que celles observées pour les contraintes. Comme dans les milieux granulaires secs, on distingue pour les forces normales un réseau fort, principalement orienté verticalement et un réseau faible.

Les études paramétriques effectuées d'une part en traction et en compression simples par les simulations LEM, et d'autre part en compression simple expérimentalement sur le matériau modèle, montrent l'influence capitale de la fraction volumique de matrice et de l'adhésion entre la matrice et les particules pour le comportement macroscopique et la rupture des MGCi en général, et pour la friabilité de l'albumen de blé en particulier. Les simulations numériques montrent que le module élastique, plus élevé en compression qu'en traction, est une fonction linéaire de la fraction volumique de matrice. Par ailleurs, l'étude expérimentale et numérique de l'endommagement des particules révèle l'existence de trois régimes de rupture distincts qui dépendent de la combinaison de la fraction volumique de matrice et de l'adhésion à l'interface entre la matrice et les particules : 1) pour une faible adhésion à l'interface, aucune particule n'est endommagée et les fissures se propagent essentiellement dans les interfaces et la matrice ; 2) pour une fraction volumique de matrice peu élevée et une adhésion à l'interface forte, on observe un régime où les fissures endommagent partiellement les particules ou régime d'abrasion ; 3) pour une fraction volumique de matrice élevée et une adhésion forte à l'interface, les fissures se propagent autant dans la matrice qu'à travers les particules. La limite d'endommagement des particules est contrôlée par la transition d'un régime où les fissures sont défléchies dans les interfaces à un régime où elles pénètrent dans les particules. Cette transition est gouvernée par une grandeur relative à la ténacité des interfaces entre les particules et la matrice, qui combine explicitement la fraction volumique de matrice et l'adhésion entre les particules et la matrice.

Dans l'albumen de blé, l'adhésion entre les granules et la matrice protéique est liée à la présence de puroindolines A et B sur les granules. En effet, il apparaît que cette adhésion d'interface est d'autant plus faible que la quantité de puroindolines à la surface des granules est élevée. A partir d'un modèle simple reliant la quantité de puroindolines dans l'albumen à l'adhésion entre matrice protéique et granules, nous avons retrouvé les trois régimes d'endommagement des granules dans l'espace paramétrique pour treize variétés de blé issues de la littérature. La dureté de l'albumen de blé semble donc bien être contrôlée par un paramètre de ténacité combinant la fraction volumique de matrice protéique et la quantité de puroindolines à la surface des

granules. La ténacité à l'interface se présente comme une grandeur simple permettant de prédire la friabilité de l'albumen. Les similarités entre les expériences, les simulations et les mesures suggèrent que la quantité de puroindolines à la surface des granules d'amidon est assimilable à la silicone dans l'expérience qui fragilise l'interface. Cette analogie est une indication forte que les puroindolines agissent bien comme une couche "non-cohésive" distribuée à la surface des granules qui altère l'adhésion à l'interface entre la matrice protéique et les granules d'amidon. Cela ouvre des perspectives nouvelles pour la caractérisation mécanique de l'albumen de blé et pour des analyses futures. Par exemple, il est envisageable de remonter à l'énergie d'adhésion entre amidon et matrice protéique à partir de la quantité de puroindolines mesurée expérimentalement.

Finalement, le modèle théorique proposé dans le dernier chapitre présente l'intérêt de remonter simplement aux propriétés macroscopiques des MGCi en tenant compte de leur structure granulaire. Ce modèle tient compte de la dissymétrie de comportement entre compression et traction, en séparant explicitement les contributions dues aux contacts directs entre particules et celles dues aux contacts avec matrice interposée. Les résultats prédits avec ce modèle sont très proches des résultats issus des simulations numériques en ce qui concerne les seuils de rupture en traction. Au niveau des modules élastiques, on retrouve la dissymétrie de comportement entre compression et traction avec des modules du bon ordre de grandeur et assez proches de la prédiction du modèle de Mori-Tanaka. Enfin, concernant les seuils de rupture en compression, il apparaît que le modèle théorique présente les mêmes tendances que les résultats numériques, en prédisant également un ordre de grandeur des seuils de rupture.

6.7 Perspectives

Le travail présenté dans ce mémoire peut être prolongé selon plusieurs directions.

Tout d'abord, nous avons employé un protocole unique pour la préparation des échantillons numériques. Nous avons fait varier la fraction volumique de matrice et l'adhésion à l'interface mais le protocole est resté identique. Ce dernier assure un remplissage presque homogène des espaces interstitiels entre les particules et les contacts directs sont supposés sans cohésion. Des études supplémentaires en s'appuyant sur des procédures de remplissage différentes sont donc nécessaires si on souhaite confirmer la robustesse de nos résultats. Dans le même esprit, l'influence du contraste d'élasticité entre les différentes phases, abordé dans ce mémoire, mérite d'être étudiée de manière systématique en vue d'une comparaison avec les effets liés aux deux paramètres essentiels qui sont la fraction volumique de matrice et l'adhésion à l'interface.

Numériquement, l'approche LEM présente une potentialité importante et peut être améliorée pour décrire l'influence des paramètres d'environnement, ou simplement pour modéliser d'autres types de matériaux. En effet la méthode LEM, par sa discrétisation en éléments portant les propriétés mécaniques, se prête à des couplages multiphysiques. Ainsi, en implémentant des lois supplémentaires au niveau des éléments du réseau (viscoélasticité, etc), il est possible de prendre en compte l'influence de la température et de l'humidité ambiante par exemple.

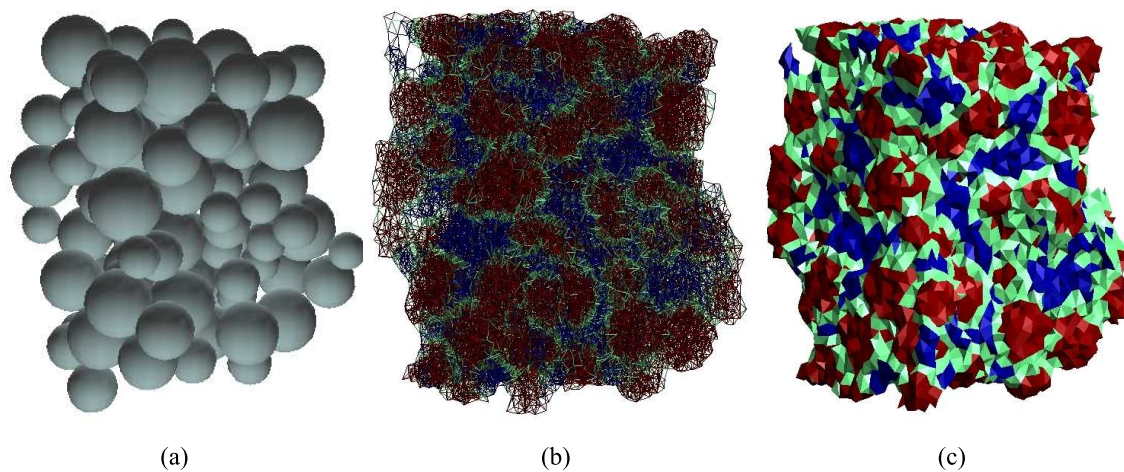


FIG. 6.18 – (a) Echantillon granulaire 3D ; (b) Discrétisation sur un réseau désordonné 3D ; (c) Représentation tétraédrique. Les couleurs rouge, bleu et verte correspondent respectivement aux particules, à la matrice et aux interfaces.

Une autre possibilité d'évolution de l'approche numérique est l'implémentation d'un modèle LEM en 3 dimensions. Dans le cadre de cette thèse, un modèle LEM 3D basé sur une résolution dynamique a été développé. Les propriétés des particules, de la matrice et des interfaces sont portées par des éléments placés sur un réseau désordonné en 3D obtenus à partir des arêtes d'un maillage en tétraèdres. Les figures 6.18 (a), (b) et (c) montrent les différentes étapes pour discrétiser un échantillon granulaire 3D constitué de sphères de différentes tailles. Ce modèle 3D apporte une meilleure description du milieu, en terme de distribution de la matrice dans les espaces interstitiels mais aussi au niveau de la compacité des particules. Il est ainsi directement comparable au matériau modèle élaboré expérimentalement durant la thèse. De plus, il permettra de valider les résultats et les tendances que nous avons obtenus avec le modèle 2D. Ainsi, il est possible d'étudier la fissuration dans les phases ainsi que la distribution des contraintes dans le milieu. De même, il sera intéressant d'étudier la transmission des contraintes et à terme les comparer avec des simulations DEM. La figure 6.19 (b) montre la composante verticale des contraintes sur une coupe (voir figure 6.19 (a)) d'un échantillon de matériau granulaire cimenté sollicité en traction simple à l'aide du modèle 3D. Les chaînes de contraintes observées sont similaires à celles présentées dans ce mémoire avec le modèle 2D. Enfin, la méthode dynamique utilisée pour la résolution permet d'étudier l'influence de la vitesse de sollicitation sur le comportement macroscopique et à la rupture. Il sera ainsi possible de décrire des phénomènes plus complexes et dynamiques, comme la fragmentation dynamique des grains de blé lors de la mouture.

Enfin, concernant l'albumen de blé, deux points essentiellement expérimentaux apparaissent importants à aborder. Dans un premier temps, la connaissance exacte de la microstructure de l'albumen de blé et de la répartition de la matrice protéique s'avère indispensable pour une modélisation plus fine de la géométrie du milieu. L'utilisation de la tomographie X peut apporter une description plus exacte et en 3D de cette microstructure. Dans un deuxième temps, les

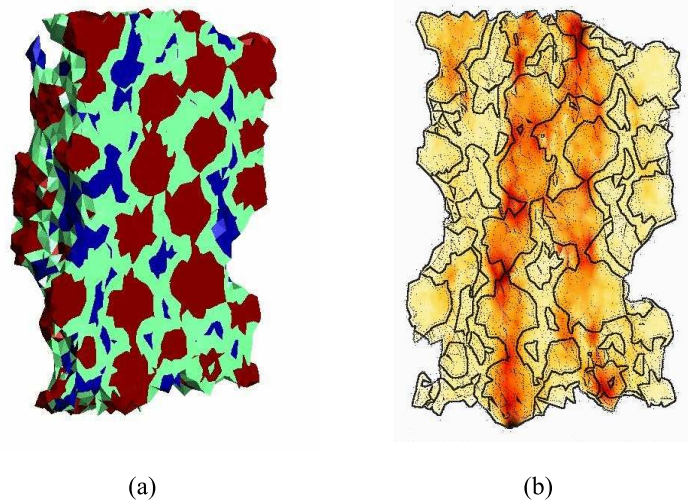


FIG. 6.19 – (a) coupe d'un échantillon numérique 3D ; (b) Carte des contraintes verticales en traction simple. L'intensité de rouge est proportionnelle à l'intensité de la contrainte.

résultats présentés dans ce mémoire concernant l'influence du volume de puroindolines sur l'adhésion à l'interface entre granules et matrice méritent d'être précisés. Pour ce faire, une étude systématique sur des variétés de blés de friabilité, vitrosité ou fraction volumique de matrice et volume de puroindolines variés pourrait être un apport considérable et une validation des tendances présentées dans ce mémoire.

Notations

Grandeurs macroscopiques :

- E : module élastique effectif
- E_t : module élastique effectif en traction
- E_c : module élastique effectif en compression
- E^{th} : module élastique effectif calculé par le modèle théorique
- E^{lem} : module élastique effectif issu des simulations LEM
- E^{mt} : module élastique effectif calculé par le modèle de Mori-Tanaka

- σ_Y : contrainte effective à la rupture
- σ_{Yt} : contrainte effective à la rupture en traction
- σ_{Yc} : contrainte effective à la rupture en compression

Grandeurs liées aux phases :

- ϕ : phase ϕ
- m : phase matrice
- p : phase particule
- v : vide
- s : silicone
- f : friabiline
- pm : interface particule-matrice
- pp : interface particule-particule
- ρ^ϕ : fraction volumique de la phase ϕ
- k^ϕ : constante de raideur des éléments appartenant à la phase ϕ
- f_c^ϕ : force critique des éléments appartenant à la phase ϕ
- a : longueur d'un vecteur du réseau lattice
- E^ϕ : module élastique des éléments appartenant à la phase ϕ
- σ_c^ϕ : contrainte critique des éléments appartenant à la phase ϕ
- G_c^ϕ : taux de restitution d'énergie de la phase ϕ
- K_c^ϕ : ténacité de la phase ϕ
- K_c^r : ténacité relative de K_c^{pm} par K_c^p
- n_b : nombre d'éléments rompus dans la phase particule par rapport au nombre total d'éléments rompus

Grandeurs liées au modèle théorique :

$\sigma_{\alpha\beta}$:	contrainte effective selon la direction $\alpha\beta$
$M_{\alpha\beta}$:	moment interne total selon la direction $\alpha\beta$
f^{ij} :	force de réaction entre le point i et le point j
r^{ij} :	distance du point i au point j
N_l :	nombre total de liens entre particules
N_c :	nombre de doublets de particules en contact direct
N_m :	nombre de doublets de particules en contact par matrice interposée
N_p :	nombre total de particules
n_l :	densité volumique totale des liens entre particules
n_c :	densité volumique des doublets de particules en contact direct
n_m :	densité volumique des doublets de particules en contact par matrice interposée
V^{tot} :	volume total de l'échantillon
v^{tot} :	volume total relatif à un doublet de particules
v^m :	volume de matrice relatif à un doublet de particules
v^1 :	volume maximal de matrice relatif à un doublet de particules
v^p :	volume de la particule
$\mathbf{l}$:	vecteur intercentres reliant deux particules
$\mathbf{f}$:	force de contact entre deux particules
f_n :	force normale de contact
f_t :	force tangentielle de contact
λ :	surface sur laquelle s'applique la plus grande contrainte sur un doublet de particule avec matrice interposée
σ_n :	contrainte issue de l'application de la force f_n sur la surface λ
λ^c :	surface sur laquelle s'applique la plus grande contrainte sur un doublet de particule avec contact direct
g :	facteur de recouvrement
s^m :	facteur géométrique du modèle théorique pour les doublets avec matrice interposée
s^p :	facteur géométrique du modèle théorique pour les doublets avec contact direct
ε_0 :	déformation locale maximale avant rupture
σ_0 :	contrainte locale de rupture
E_{local} :	module élastique local
z^c :	coordinance des contacts directs entre particules

Bibliographie

- [1] *Wheat : Chemistry and technology*, St Paul USA, 1988. AACC.
- [2] P. Acker. *Statistical Models for Fracture in Disordered Media*, chapter Concrete : Large-scale heterogeneities and size effects, pages 52–58. North Holland, Amsterdam, 1990.
- [3] W.A. Atwell. *Wheat Flour*. AACC, St Paul USA, 2001.
- [4] K.K. Barlow, M.S. Buttrose, D.H. Simmonds, and M.Vesk. The nature of the starch-protein interface in wheat endosperm. *Cereal Chemistry*, 50 :443–454, 1973.
- [5] Stefano Berton and John E. Bolander. Crack band model of fracture in irregular lattices. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 195(52) :7172–7181, November 2006.
- [6] Lyderic Bocquet, Elisabeth Charlaix, and Frederic Restagno. Physics of humid granular media. *Comptes Rendus Physique*, 3(2) :207–215, 2002.
- [7] B. Budiansky. On the elastic moduli of some heterogeneous materials. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 13(4) :223–227, August 1965.
- [8] Oral Buyukozturk and Brian Hearing. Crack propagation in concrete composites influenced by interface fracture parameters. *International Journal of Solids and Structures*, 35 (31-32) :4055–4066, November 1998.
- [9] P. Bésuelle. *Déformation et rupture dans les roches tendres et les sols indurés : comportement homogène et localisation*. PhD thesis, Thèse de doctorat de l’Université de Grenoble I,, 1999.
- [10] J.O. Carneiro, S. Jalali, V. Teixeira, and M. Tomas. The effect of concrete strength and reinforcement on toughness of reinforced concrete beams. *Construction and Building Materials*, 19(7) :493–499, September 2005.
- [11] B. M. Chiaia, A. Vervuurt, and J. G. M. Van Mier. Lattice model evaluation of progressive failure in disordered particle composites. *Engineering Fracture Mechanics*, 57(2-3) : 301–309, 1997.
- [12] G.R. Cowper. The shear coefficient in timoshenko’s beam theory. *ASME Journal of*

- Applied Mechanics*, 33 :335–340, 1966.
- [13] P. A. Cundall and O. D. L. Strack. A discrete numerical model for granular assemblies. *Géotechnique*, 29(1) :47–65, 1979.
- [14] H. F. Darlington, L. Tecsı, N. Harris, D. L. Griggs, I. C. Cantrell, and P. R. Shewry. Starch granule associated proteins in barley and wheat. *Journal of Cereal Science*, 32 (1) :21–29, July 2000.
- [15] F. de Larrard. *Concrete mixture proportioning. A scientific approach*. E & FN SPON. London, 1991.
- [16] F. de Larrard and A. Belloc. The influence of aggregate on the compressive strength of normal and high-strength concrete. *ACI materials journal*, 94 :417–426, 1997.
- [17] Arnaud Delaplace, Gilles Pijaudier-Cabot, and Stephane Roux. Progressive damage in discrete models and consequences on continuum modelling. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 44(1) :99–136, January 1996.
- [18] Jean-Yves Delenne, Moulay Saïd El Youssoufi, Fabien Cherblanc, and Jean-Claude Benet. Mechanical behaviour and failure of cohesive granular materials. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 28(15) :1577–1594, 2004.
- [19] J.Y. Delenne, Y. Haddad, J.C. Bénet, and J. Abecassis. Use of mechanics of cohesive granular media for analysis of hardness and vitreousness of wheat endosperm. *Journal of Cereal Science*, 47(3) :438–444, May 2008.
- [20] J.E. Dexter, P.C. Williams, N.M. Edwards, and D.G. Martin. The relationships between durum wheat vitreousness, kernel hardness and processing quality. *journal of cereal science*, 7 :168–181, 1988.
- [21] B. J. Dobraszczyk. Fracture mechanics of vitreous and mealy wheat endosperm. *Journal of Cereal Science*, 19(3) :273–282, May 1994.
- [22] B. J. Dobraszczyk, M. B. Whitworth, J. F. V. Vincent, and A. A. Khan. Single kernel wheat hardness and fracture properties in relation to density and the modelling of fracture in wheat endosperm. *Journal of Cereal Science*, 35(3) :245–263, March 2002.
- [23] L. Dormieux, E. Lemarchand, D. Kondo, and E. Fairbairn. Elements of poro-micromechanics applied to concrete. *Materials and Structures*, 37(1) :31–42, January 2004.
- [24] A. El Bied, J. Sulem, and F. Martineau. Microstructure of shear zones in fontainebleau sandstone. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 39 :917–932, 2002.
- [25] David Elata and Jack Dvorkin. Pressure sensitivity of cemented granular materials. *Mechanics of Materials*, 23(2) :147–154, June 1996.
- [26] Nicolas Estrada, Alfredo Taboada, and Farhang Radjai. Shear strength and force transmission in granular media with rolling resistance. *Physical Review E (Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics)*, 78(2) :021301, 2008.
- [27] P. Feillet. *Le grain de blé : composition et utilisation*. INRA, Paris, 2000.
- [28] Shechao Feng, M. F. Thorpe, and E. Garboczi. Effective-medium theory of percolation on central-force elastic networks. *Phys. Rev. B*, 31(1) :276–280, January 1985.
- [29] J. Fitoussi, G. Guo, and D. Baptiste. A statistical micromechanical model of anisotropic

- damage for s.m.c. composites. *Composites Science and Technology*, 58(5) :759–763, 1998.
- [30] N. Fraysse, H. Thome, and L. Petit. Humidity effects on the stability of a sandpile. *European Physical Journal B*, 11(4) :615–619, 1999.
- [31] L. Gazza, F. Taddei, M. Corbellini, P. Cacciatori, and N.E. Pogna. Genetic and environmental factors affecting grain texture in common wheat. *Journal of Cereal Science*, 47(1) :52–58, January 2008.
- [32] G.M. Glenn and R.K. Johnston. Mechanical properties of starch, protein and endosperm and their relationship to hardness in wheat. *Food Structure*, 11 :187–199, 1992.
- [33] G.M. Glenn and R.M. Saunders. Physical and structural properties of wheat endosperm associated with grain texture. *Cereal Chemistry*, 67 :176–182, 1990.
- [34] Mihai Gologanu, Jean-Baptiste Leblond, Gilles Perrin, and Josette Devaux. Theoretical models for void coalescence in porous ductile solids. i. coalescence "in layers". *International Journal of Solids and Structures*, 38(32-33) :5581–5594, August 2001.
- [35] P. Greenwell and J. D. Schofield. A starch granule protein associated with endosperm softness in wheat. *Journal of Cereal Science*, 63 :379–380, 1986.
- [36] V. Greffeuille, J. Abecassis, N. Barouh, P. Villeneuve, F. Mabille, C. Bar L'Helgouac'h, and V. Lullien-Pellerin. Analysis of the milling reduction of bread wheat farina : Physical and biochemical characterisation. *Journal of Cereal Science*, 45(1) :97–105, January 2007.
- [37] A. Griffith. The phenomenon of rupture and flow in solids. *Royal Society*, A221 :163–198, 1920.
- [38] Y. Haddad, J.C. Benet, and J. Abecassis. A rapid general method for appraising the rheological properties of the starchy endosperm of cereal grains. *Cereal Chemistry*, 75 :673–676, 1998.
- [39] Y. Haddad, J. C. Benet, J. Y. Delenne, A. Mermet, and J. Abecassis. Rheological behaviour of wheat endosperm - proposal for classification based on the rheological characteristics of endosperm test samples. *Journal of Cereal Science*, 34(1) :105–113, July 2001.
- [40] Thomas C. Halsey and Alex J. Levine. How sandcastles fall. *Phys. Rev. Lett.*, 80(14) :3141–, April 1998.
- [41] Z. Hashin and P. J. M. Monteiro. An inverse method to determine the elastic properties of the interphase between the aggregate and the cement paste. *Cement and Concrete Research*, 32(8) :1291–1300, August 2002.
- [42] Ming-Yuan He and John W. Hutchinson. Crack deflection at an interface between dissimilar elastic materials. *International Journal of Solids and Structures*, 25(9) :1053–1067, 1989.
- [43] H. J. Herrmann and S. Roux, editors. *Statistical Models for Fracture in Disordered Media*. North Holland, Amsterdam, 1990.
- [44] R Hill. The elastic behaviour of a crystalline aggregate. *Proceedings of the Physical Society. Section A*, 65(5) :349–354, 1952.
- [45] R. Hill. A self-consistent mechanics of composite materials. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 13(4) :213–222, August 1965.

- [46] G. K. Hu, G. Guo, and D. Baptiste. A micromechanical model of influence of particle fracture and particle cluster on mechanical properties of metal matrix composites. *Computational Materials Science*, 9(3-4) :420–430, January 1998.
- [47] G. Irwin. Analysis of stresses and strains near the end of a crack traversing a plate. *Journal of Applied Mechanics*, 79 :3796–3805, 1957.
- [48] M. Jean. The non-smooth contact dynamics method. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 177(3-4) :235–257, July 1999.
- [49] Zouhaier Jendli, Joseph Fitoussi, Fodil Meraghni, and Didier Baptiste. Anisotropic strain rate effects on the fibre-matrix interface decohesion in sheet moulding compound composites. *Composites Science and Technology*, 65(3-4) :387–393, March 2005.
- [50] Djimédo Kondo, Hélène Weleman, and Fabrice Cormery. Basic concepts and models in continuum damage mechanics. *Revue Européenne de Génie Civil*, 11(7-8) :927–943, 2007.
- [51] G. R. Krishnan, X. L. Zhao, M. Zaman, and J. C. Roegiers. Fracture toughness of a soft sandstone. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 35(6) : 695–710, September 1998.
- [52] Eric N. Landis, Edwin N. Nagy, and Denis T. Keane. Microstructure and fracture in three dimensions. *Engineering Fracture Mechanics*, 70(7-8) :911–925, May 2003.
- [53] L.X. Li and T.J. Wang. A unified approach to predict overall properties of composite materials. *Materials Characterization*, 54(1) :49–62, January 2005.
- [54] G. Lilliu and J. G. M. Van Mier. 3d lattice type fracture model for concrete. *Engineering Fracture Mechanics*, 70(7-8) :927–941, May 2003.
- [55] S. Luding. About contact force-laws for cohesive frictional materials in 2d and 3d. In Ch. Krülle P. Walzel, S. Linz and R. Grochowski, editors, *Behavior of Granular Media*, pages 137–147, 2006.
- [56] S. Luding. Particulate solids modeling with discrete element methods. In *CHoPS-05 CD proceedings*, 2006.
- [57] T. S. Majmudar and R. P. Behringer. Contact force measurements and stress-induced anisotropy in granular materials. *Nature*, 435(1079) :1079–1082, June 2005. ISSN 0028-0836.
- [58] D. Maugis. *Contact, Adhesion and Rupture of Elastic Solids*. Springer, 2000.
- [59] I. J. Merchant, D. E. Macphee, H. W. Chandler, and R. J. Henderson. Toughening cement-based materials through the control of interfacial bonding. *Cement and Concrete Research*, 31(12) :1873–1880, December 2001.
- [60] T. Mikami, H. Kamiya, and M. Horio. Numerical simulation of cohesive powder behavior in fluidized bed. *Chemical Engineering Science*, 53(10) :1927–1940, 1998.
- [61] L. Mishnaevsky, Jr., K. Derrien, and D. Baptiste. Effect of microstructure of particle reinforced composites on the damage evolution : probabilistic and numerical analysis. *Composites Science and Technology*, 64(12) :1805–1818, September 2004.
- [62] J. J. Moreau. Some numerical methods in multibody dynamics : Application to granular materials. *European Journal of Mechanics A/Solids*, supp.(4) :93–114, 1994. Formulation mathématiques tire du livre *Contacts mechanics*.
- [63] J. J. Moreau. Numerical investigation of shear zones in granular materials. In D. E.

- Wolf and P. Grassberger, editors, *Friction, Arching, Contact Dynamics*, pages 233–247, Singapore, 1997. World Scientific.
- [64] J. J. Moreau. Contact et frottement en dynamique des systèmes de corps rigides. *Revue Européenne des éléments finis*, 9 :9–28, 2000.
- [65] T. Mori and K. Tanaka. Average stress in matrix and average elastic energy of materials with misfitting inclusions. *Acta Metallurgica*, 21(5) :571–574, May 1973.
- [66] C.F. Morris. Puroindolines : the molecular genetic basis of wheat grain hardness. *Plant Molecular Biology*, 48 :633–647, 2002.
- [67] D. M. Mueth, H. M. Jaeger, and S. R. Nagel. Force distribution in a granular medium. *Phys. Rev. E*, 57 :3164, 1998.
- [68] Morihiko Nakamura. Elastic constants of some transition- metal- disilicide single crystals. *Metallurgical and Materials Transactions A*, 25(2) :331–340, February 1994.
- [69] R. M. Nedderman. *Statics and kinematics of granular materials*. Cambridge University Press, Cambridge, 1992.
- [70] F. Perales, S. Bourgeois, A. Chrysochoos, and Y. Monerie. Two field multibody method for periodic homogenization in fracture mechanics of nonlinear heterogeneous materials. *Engineering Fracture Mechanics*, 75(11) :3378–3398, July 2008.
- [71] O. Piot, J. C. Autran, and M. Manfait. Spatial distribution of protein and phenolic constituents in wheat grain as probed by confocal raman microspectroscopy. *Journal of Cereal Science*, 32(1) :57–71, July 2000.
- [72] E. P. Prado and J. G. M. van Mier. Effect of particle structure on mode i fracture process in concrete. *Engineering Fracture Mechanics*, 70(14) :1793–1807, September 2003.
- [73] T. Rabczuk, J. Akkermann, and J. Eibl. A numerical model for reinforced concrete structures. *International Journal of Solids and Structures*, 42(5-6) :1327–1354, March 2005.
- [74] F. Radjaï, M. Jean, J. J. Moreau, and S. Roux. Force distribution in dense two-dimensional granular systems. *Phys. Rev. Lett.*, 77(2) :274, 1996.
- [75] F. Radjaï, D. E. Wolf, M. Jean, and J. J. Moreau. Bimodal character of stress transmission in granular packings. *Phys. Rev. Lett.*, 80(1) :61–64, 1998.
- [76] F. Radjaï, I. Preechawuttipong, and R. Peyroux. Cohesive granular texture. In P. A. Vermeer, S. Diebels, W. Ehlers, H. J. Herrmann, S. Luding, and E. Ramm, editors, *Continuous and discontinuous modelling of cohesive frictional materials*, 2000.
- [77] Thomas Reiter, George J. Dvorak, and Viggo Tvergaard. Micromechanical models for graded composite materials. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 45(8) :1281–1302, August 1997.
- [78] V. Renaud, D. Kondo, and J. P. Henry. Computations of effective moduli for micro-cracked materials : a boundary element approach. *Computational Materials Science*, 5 (1-3) :227–237, 1996.
- [79] Vincent Richefeu, Moulay Said El Youssoufi, and Farhang Radjaï. Shear strength properties of wet granular materials. *Physical Review E (Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics)*, 73(5) :051304, 2006.
- [80] C. Rossello, M. Elices, and G.V. Guinea. Fracture of model concrete : 2. fracture energy and characteristic length. *Cement and Concrete Research*, 36(7) :1345–1353, July 2006.
- [81] J.-N. Roux and G. Combes. Quasistatic rheology and the origins of strain. *C.R. Physique*,

- 3 :131–140, 2002.
- [82] S. Roux. *Statistical Models for Fracture in Disordered Media*, chapter Continuum and discrete description of elasticity and other rheological behavior, pages 87–114. North Holland, Amsterdam, 1990.
 - [83] M. Sahimi. *Heterogeneous Materials II*. Springer, New York, 2003.
 - [84] E. Schlangen and E. J. Garboczi. New method for simulating fracture using an elastically uniform random geometry lattice. *International Journal of Engineering Science*, 34(10) : 1131–1144, August 1996.
 - [85] E. Schlangen and J. G. M. van Mier. Experimental and numerical analysis of micromechanisms of fracture of cement-based composites. *Cement and Concrete Composites*, 14 (2) :105–118, 1992.
 - [86] Lawrence M. Schwartz, Shechao Feng, M. F. Thorpe, and Pabitra N. Sen. Behavior of depleted elastic networks : Comparison of effective-medium and numerical calculations. *Phys. Rev. B*, 32(7) :4607–, October 1985.
 - [87] F. Sienkiewicz, A. Shukla, M. Sadd, Z. Zhang, and J. Dvorkin. A combined experimental and numerical scheme for the determination of contact loads between cemented particles. *Mechanics of Materials*, 22(1) :43–50, January 1996.
 - [88] F. Soulié, F. Cherblanc, M.S. El Youssoufi, and C. Saix. Influence of liquid bridges on the mechanical behaviour of polydisperse granular materials. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 30(3) :213–228, 2006.
 - [89] L. Staron, F. Radjaï, and J.-P. Vilotte. Multi-scale analysis of the stress state in a granular slope in transition to failure. *Eur. Phys. J. E*, 18 :311–320, 2005.
 - [90] Alfredo Taboada, Nicolas Estrada, and Farhang Radjai. Additive decomposition of shear strength in cohesive granular media from grain-scale interactions. *Physical Review Letters*, 97(9) :098302, 2006.
 - [91] H. Tan, Y. Huang, C. Liu, and P.H. Geubelle. The mori-tanaka method for composite materials with nonlinear interface debonding. *International Journal of Plasticity*, 21 (10) :1890–1918, October 2005.
 - [92] H. Tan, Y. Huang, C. Liu, G. Ravichandran, H.M. Inglis, and P.H. Geubelle. The uniaxial tension of particulate composite materials with nonlinear interface debonding. *International Journal of Solids and Structures*, 44(6) :1809–1822, March 2007.
 - [93] Edward J. Tarbuck and Frederic K. Lutgens. *Earth – An introduction to Physical Geology*. Pearson Education, New Jersey, 2005.
 - [94] Brian P. Tighe, Joshua E. S. Socolar, David G. Schaeffer, W. Garrett Mitchener, and Mark L. Huber. Force distributions in a triangular lattice of rigid bars. *Physical Review E (Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics)*, 72(3) :031306, 2005.
 - [95] S.P. Timoshenko. *Résistance des matériaux*. Dunod, 1968.
 - [96] V. Topin, J.-Y. Delenne, F. Radjaï, L. Brendel, and F. Mabilie. Strength and fracture of cemented granular matter. *The European Physical Journal E*, 23 :413–429, 2007.
 - [97] Vincent Topin, Farhang Radjai, Jean-Yves Delenne, and Frédéric Mabilie. Mechanical modeling of wheat hardness and fragmentation. *Powder Technology*, In Press, Corrected Proof :–, 2008.
 - [98] Vincent Topin, Farhang Radjai, Jean-Yves Delenne, Abdelkrim Sadoudi, and Frédéric

- Mabille. Wheat endosperm as a cohesive granular material. *Journal of Cereal Science*, 47(2) :347–356, March 2008.
- [99] Salvatore Torquato. *Random Heterogeneous Materials – Microstructure and Macroscopic Properties*. Springer-Verlag New York, 2002.
- [100] K. M. Turnbull and S. Rahman. Endosperm texture in wheat. *Journal of Cereal Science*, 36(3) :327–337, November 2002.
- [101] Jan G. M. Van Mier, Marcel R. A. van Vliet, and Tai K. Wang. Fracture mechanisms in particle composites : statistical aspects in lattice type analysis. *Mechanics of Materials*, 34(11) :705–724, November 2002.
- [102] H.-J. Vogel, H. Hoffmann, A. Leopold, and K. Roth. Studies of crack dynamics in clay soil : Ii. a physically based model for crack formation. *Geoderma*, 125(3-4) :213–223, April 2005.
- [103] C. Voivret, F. Radjai, J.-Y. Delenne, and M. S. El Yousoufi. Space-filling properties of polydisperse granular media. *Phys. Rev. E*, 76(2) :021301–12, August 2007.
- [104] Xiang Yang Wu, P. Baud, and Teng-fong Wong. Micromechanics of compressive failure and spatial evolution of anisotropic damage in darley dale sandstone. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 37(1-2) :143–160, January 2000.
- [105] Li Zhonghua and S. Schmauder. Phase-stress partition and residual stress in metal matrix composites. *Computational Materials Science*, 18(3-4) :295–302, September 2000.
- [106] C. W. Zhou, W. Yang, and D. N. Fang. Mesofracture of metal matrix composites reinforced by particles of large volume fraction. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 41(1-3) :311–326, April 2004.

Titre : Matériaux granulaires cimentés : modélisation et application à l'albumen de blé.

Résumé : Ce travail de thèse est consacré à l'étude des matériaux granulaires cimentés composés d'un assemblage dense de particules et d'une matrice remplissant partiellement l'espace entre les particules. Cette étude a été plus particulièrement appliquée au cas de l'albumen de blé, modélisé comme un assemblage de granules d'amidon liés entre eux par une matrice protéique, afin de comprendre les origines physiques de la friabilité (blés hard, soft, durum) des types de blé. Une modélisation numérique basée sur une discrétisation sur réseau a permis de prendre en compte la déformation et la rupture des phases et de leurs interfaces. Nous avons mis en évidence, par une étude paramétrique en compression et en traction simples, trois régimes de rupture caractérisés par l'endommagement des particules en fonction de la fraction volumique de la matrice et de l'adhésion à l'interface entre les particules et la matrice. La microstructure granulaire contrôle la concentration des contraintes, mise en évidence par leurs densités de probabilité, et le mode de fissuration du milieu. Une comparaison a été réalisée avec la méthode des éléments discrets dans le cas de la transmission des forces. Des expériences de compression simple sur un matériau modèle ont permis de valider les résultats numériques. Dans les deux cas, numérique et expérimental, l'endommagement des particules est gouverné par une ténacité relative à l'interface particule-matrice qui combine la fraction volumique de la matrice et l'adhésion à l'interface. Nous avons également élaboré un modèle théorique simple permettant de prendre en compte les effets de structure granulaire pour prédire les seuils de rupture et les modules élastiques en traction et en compression. Le rapprochement entre nos résultats et les données relatives à l'endommagement des granules d'amidon pour différentes variétés de blé suggère que l'adhésion à l'interface entre la matrice protéique et les granules d'amidon est contrôlée par le volume de puroindolines.

Mots clefs : matériaux granulaires cimentés, simulations numériques, éléments discrets, Lattice, cimentation, fissuration, albumen, blé.

Title : Cemented granular materials : modeling and application to wheat endosperm.

Summary : In this work, we investigate cemented granular materials involving a dense particulate structure and a continuous matrix filling partially the interstitial space. The results were applied to the wheat endosperm modelled as an assembly of starch granules embedded in a protein matrix in view of better understanding of the origins of the wheat hardness (soft, hard and durum classes of wheat). The deformation and fracture of the particle and matrix phases and their interface were modelled by means of a lattice element approach. Three regimes of crack propagation were evidenced by a detailed parametric study in simple compression and tension. These regimes are characterized by particle damage as a function of the matrix volume fraction and particle-matrix adhesion. The granular microstructure is shown to control the stress concentration, analyzed through the probability densities of the local stresses, and the rupture modes. The force transmission is found to compare well between the lattice element method and discrete element method. Simple compression tests were performed on samples of a cemented granular material in which the matrix volume fraction (cement) and particle-matrix adhesion (LECA beads coated by silicone) were varied. The experimental results were in good agreement with numerical results. In both cases, we find that particle damage is controlled by the relative toughness of the particle-matrix interface combining the matrix volume fraction and particle-matrix adhesion. A simple theoretical model was elaborated taking into account the structural effects for the prediction of the elastic moduli in tension and compression, as well as the rupture thresholds. When compared to measured data concerning starch damage for different wheat varieties, our results suggest that the starch-protein adherence is dependent on the volume of puroindolines at the interface.

Keywords : cemented granular, modeling, discrete element, Lattice, fracture, endosperm, wheat.