Mesure vectorielle de champs électriques microondes et de température par transducteurs électro-optiques

Maxime Bernier

▶ **To cite this version:**

Maxime Bernier. Mesure vectorielle de champs électriques microondes et de température par transducteurs électro-optiques. Autre. Institut National Polytechnique de Grenoble - INPG, 2008. Français. NNT : . tel-00374590

HAL Id: tel-00374590

https://theses.hal.science/tel-00374590

Submitted on 9 Apr 2009

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE GRENOBLE

N° attribué par la bibliothèque
|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|

T H E S E

pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'INPG

Spécialité *:* ***Optique et Radiofréquences***

Préparée à l'***Institut de Microélectronique, Electromagnétisme et Photonique - LAboratoire d'Hyperfréquences et de Caractérisation***

dans le cadre de l'***Ecole Doctorale Electronique, Electrotechnique, Automatique, Traitement du Signal (EEATS)***

présentée et soutenue publiquement

par

Maxime Bernier

le 25 novembre 2008

Mesure vectorielle de champs électriques microondes et de température par transducteurs électro-optiques

———

Directeur de thèse : *Pr. Lionel Duvillaret*

———

JURY

Dr. Olivier LESAINT	, Président
Pr. Paul CROZAT	, Rapporteur
Dr. Laurent CHUSSEAU	, Rapporteur
Mr. Pierre BRUGUIERE	, Examinateur
Mr. Nicolas BREUIL	, Examinateur
Pr. Lionel DUVILLARET	, Directeur de thèse

Remerciements

Je tiens à remercier l'ensemble des personnes qui ont contribué, de près ou de loin, à l'aboutissement de ces travaux de thèse, en commençant par mon directeur de thèse, Lionel Duvillaret, dont l'expertise, les conseils avisés, la sympathie, l'enthousiasme et l'optimisme ont su me motiver au travail (si besoin était). Je tiens à le remercier plus particulièrement pour m'avoir fait confiance pendant ces trois années, années durant lesquelles j'ai découvert et appris un métier passionnant, celui d'enseignant chercheur.

Je remercie bien évidemment la Délégation Générale de l'Armement pour son soutien financier sans lequel cette thèse n'aurait pas vu le jour. Mais bien plus que de remercier l'organisme, je voudrais remercier messieurs Pierre Bruguière, Jean Louis Lasserre et Alain Paupert du centre d'étude de Gramat, pour leurs conseils, leur professionnalisme et leur perfectionnisme.

Je remercie Messieurs Francis Balestra et Gérard Ghibaudo de m'avoir accueilli au sein du laboratoire avec tout le confort dont j'ai pu jouir durant cette thèse.

Je remercie l'ensemble des membres du jury pour leur présence, d'une part, sans laquelle je n'aurais bien évidement pas pu soutenir et défendre ce projet de trois ans, pour leur intérêt apparent pour le sujet, pour leur indulgence quant aux légers retards qui ont amputé les délais qui leur étaient impartis pour la lecture et la correction de ce manuscrit (avec une mention spéciale, accompagnée d'excuses, aux deux rapporteurs, messieurs Paul Crozat et Laurent Chusseau), et pour leur rapidité à rendre rapports et compte rendu de soutenance. Pour toutes ces raisons, je tiens encore une fois à remercier messieurs Lionel Duvillaret, Olivier Lesaint, Laurent Chusseau, Paul Crozat, Pierre Bruguière et Nicolas Breuil.

Je voudrais, bien évidemment, remercier l'ensemble de mes collègues de l'IMEP-LAHC auprès de qui les journées de travail ne paraissaient pas aussi longues qu'elles ne l'étaient réellement. Je ne m'hasarderai pas à énumérer, de peur d'en oublier, les qualités de chacune des personnes que j'ai eu la chance de côtoyer durant ces trois années, et qui ont contribué à créer cette ambiance à la fois sérieuse et chaleureuse, et qui m'ont fait oublier si souvent la connotation laborieuse du mot " travail ". Toutefois, je remercie particulièrement Gregory Grosa et Nicolas Corrao dont les compétences techniques et l'organisation m'ont été d'une aide inestimable. Je tiens également à mettre sous les feux de la rampe la patience dont ils ont fait preuve à mon égard, et qui fût sans aucun doute une qualité indéniable et une condition *sine qua non* de la réalisation du démonstrateur présenté dans ce manuscrit.

Yx~{ ¡x~|5 vn| yx}n| m~ J<:<5 s)n||jrn mn ojr{n ~w }{~l ~w yn~ yu~| òvx~¡jw}5 lxvvn ð j |r sjvjr| ~w sx~{ sn mr|yj{j}5 un| j~}{n| ¡x~| y{nwm{xw| yx~{ mn| x~o| nw ¡x~| ¡x¤j w} lqrjun{ lxvvn mn| lxw| mn¡jw} ln}}n |~r}n mn lj{jl}ñ{n| z~r wn ¡n~} {rnw mr{n) yx~ { n~£7 Vjr| ru| wn |j¡nw} yj| é z~nu yxrw} ðj rvyx{}n é vn| ¤n~£ * Sn ¡jr| rw}nw}rxwwn uunvnw} yj||n{ |x~| |runwln }x~}n| un| lxwwn{rn| z~)xw j y~ ojr{n n} mr{n nw|nvkun5 jr w|r z~n }x~| un| kxw| vxvnw}| yj||ò| j~}x~{ m~ tr} |xw ;7: m~ k~{nj~ J<:< n} mn |xw }j kunj~ kujwl5 yx~{ un|z~nu| sn ¡x~| {nvn{lrn5 ln| qr|}xr{n| mn yx}n| yx~¡jw} ó}{n {jlxw }òn| j~}x~{ m)~wn kxwwn krwx~¥n j~ M{~rm)|7 Sn y{xor}n yu~}ý} mn ln} n|yjln mn ur kn{}ò yx~{ ¡x~| ojr{n yj{} mn vn| |nw}rvnw}| yu~| nwox~r|7 Vjup{ò wx| yj{lx~{| mrooò{ nw}|5 xw é }x~| un| z~j}{n y{r| òwx{vòvnw} mn }nvy| n} mòynw|ò òwx{vòvnw} m)òwn{pr n5 mjw| wx| ¡rn| {n|ynl}r¡n| yx~{ jyy{nwm{n5 mòlx~¡{r{ n} lqn{lqn{ |jw| }{x~¡n{ é }x~| u n| lx~y|5 n} nw}{n wx~|5 l)n|} ln z~r {nwm uj ¡rn rw}ò{n||jw}n5 n£lr}jw}n n} |~{y{nwjw} n7 Nw noon}5 z~n l)n|} lxwox{}jkun uj {ò~||r}n5 z~n l)n|} p{r|jw} mn vj}{r|n{ |xw |~sn }5 z~n l)n|} kjwmjw} mn ¡xr{ mn uj orn{}ò mjw| un| ¤n~£ mn wx| y{xlqn| n} z~n l)n|} sx~ r||ro mn |x~}nwr{ ln}}n y~}jrw mn }qñ|n5 vjr| z~)n|} ln z~n uj mòojr}n n|} rwmr|ynw|jku n * [rnw mn }nu z~n mn| kxwwn| lujz~n| mjw| uj p~n~un yx~{ x~¡{r{ un| ¤n~£ n} nworw |)jyn{ln¡xr{ z~n ln z~r wx~| ojr} ¡{jrvnw} j¡jwln{ mjw| uj ¡rn wn mòynwm yj| z~n mn wx~|7 Ru n|} vjrw}nwjw} lujr{5 nw ln z~r vn lxwln{wn5 z~n yj{jmx£junvnw} ln}}n orw mn }qñ|

n j˜{jr} ò}ò rw|˜{vxw}jkun |r nuun w)j¡jr} yj| ò}ò j˜||r mroorlrun é wòpxlrn{ * Sn v)n£yur z˜n C |r un| ? vxr| y{òlòmnw} vj |x˜}nwjwln w)j¡jrnw} yj| ò}ò j˜||r }nwm˜|5 sn wn vn |n{jr | |%{nvnw} sjvjr| {nwm˜ lxvy}n é z˜nu yxrw} ¡x}{n y{ò|nwln v)ò}jr} wòln||jr{n n} |ju¡j}{r ln7 Sn |jr| vjrw}nwjw} z˜)xw wn yn{m sjvjr| |˜{ }x˜| un| }jkunj˜£5 n} z˜n }x˜}n| un| lxw ln||rxw| z˜n s)jr y˜ ojr{n yx˜{ ln}}n ox˜}˜ }qñ|n yj¤nw} nworw5 vjr| yj| j¡nl m˜ ¡˜upjr{n yjyrn{ rvy{rvò n} rwxmx{n5 wxw * Ln}}n }qñ|n j }{jw|ox{vò < rwlxww˜| nw < lxuuñp˜n | mn k˜{nj˜ mn¡nw˜ mny˜r| < |˜yn{| yx}n| yx˜{ z˜r sn |n{jr }x˜sx˜{| {nlxwwjr||jw} n} y {ò|nw}7 J˜ kx˜} m˜ lxvy}n5 uj ¡rn l)n|} lxvvn uj {nlqn{lqn5 ru oj˜} |)noox{ln{ é {òyxwm{ n é ˜wn z˜n|}rxw5 z˜r}}n é on{vn{ un| ¤n˜£ |˜{ un {n|}n5 yx˜{ }{x˜¡n{ un| |xu˜}rxw| é ˜w }j| m)j˜}{n| y{xkuñvn| mxw} xw wn |x˜yðxwwjr} vóvn yj| u)n£r|}nwln C Un| rvkòl-run| |xw} qn˜{n˜£n} un| pnw| lxvvn wx˜| |xw} o{˜|}{ò| n} òyjwx˜r|7 Z˜nu |nw}rvnw} kr ¥j{{n z˜r qn˜{n˜|nvnw} wn wx˜| nvyólqn yj| m)ó}{n lxw| mn }nvy| nw }nvy| n} l)n|} ln z ˜n s)jrvn) lqn¥ ¡x˜|7 Jux{| yx˜{ }x˜} ðj sn }rnw| é {nvn{lrn{ K{˜wx Vj{}rw5 Lq{r|}xyqn Qxj{j˜ n} Z˜nw}rw [joqj¤ z˜n sn wxvvn ¡xuxw}jr{nvnw} yx˜{ }xr un pnnt z˜r j {ò˜||r é mòl{¤y}n{ ln lxmn

Daddy et Moune...Merci pour m'avoir donné, de par votre soutien quotidien, l'envie d'aller jusqu'au bout de toutes ces choses que vous m'avez laissées choisir. Merci pour avoir sans cesse cru en moi, poussant chaque fois un peu plus loin mes folles ambitions raisonnables. Et merci surtout pour tout l'amour que vous nous avez donné et qui à fait de nous des enfants fiers que vous soyez fiers de nous. Je sais que vous êtes conscients de toutes ces banalités mais seuls les écrits restent, et comme on ne rappelle jamais assez aux personnes que l'on aime la place qu'elles occupent dans nos têtes, nos coeurs et nos vies, je profite de ces quelques pages de remerciements pour exprimer ces choses réellement importantes. Sans vous en rendre compte, vous nous avez appris tant de choses essentielles qui m'apparaissent comme des évidences aujourd'hui, que je ne peux pas m'empêcher d'en faire ma ligne de conduite. Seuls les écrits restent...et seule la liberté engendre l'innovation, alors les quelques lignes qui suivent seront la preuve de la liberté que vous m'avez donnée précieusement, que j'ai appris à défendre et que je donnerai à mon tour. Certes...

Les remerciements ne dérogeront pas à la règle
Une partie c'est : intro, développement et conclusion !
Quelle Rigueur ! Qualité scientifique au goût aigre
Que j'assaisonne d'un peu d'imagination
Ça vaut ce que ça vaut, sûrement pas grand-chose
Mais ça vient d'où ça vient, et pour vous j'ose

Merci ! Merci à qui ? Merci pour quoi ?

Tous étaient là ce 25 novembre 2008
Dans cette immense pièce devenue presque trop p'tite
Et peu importe qu'ils aient été présents ou pas
C'est la seule image qu'il me restera
Les uns, d'un air dubitatif, feignant de comprendre,
Les autres, médusés d'y arriver un p'tit peu
La majorité n'était pas là pour apprendre,
Mais parce que " On tient à toi qu'est ce que tu veux ! "

Bien sûr, certains vous diront que je romance,
Que j'étais seul devant, sans grand monde en face,
Bien trop concentré pour me rendre à l'évidence
Que leurs obligations avaient vidé cette classe
Mais pour mon coeur, en ce jour plus libre que ma tête,
Jamais un amphi n'avait eu telle allure de fête
Alors, que les chiffres me donnent raison ou tort
Qu'importe, vous y étiez sans regret ni remord

A ce carnaval où défilaient diapositives,
J'étais le roi sur l'échafaud que souffle la bise
A ce bal peu banal, sans foule ni presse locale
Dans mon habit de scène je donnais mon récital
Trois quarts d'heure de représentation passés si vite,
Etourdissant les principes de la relativité
Trois quarts d'heure d'émotions si paisibles et si vives
Pour ponctuer la vie d'un étudiant comblé

Ce jour n'en était que le point d'exclamation
N'ayant aucune raison d'être sans les mots qui précèdent,
N'ayant eux pour intérêt que leurs définitions
Sans un agencement voulu, que la providence aide
Ce moment n'était que la demi-cadence
D'un morceau commencé depuis mon enfance
Je viens d'en chanter le premier couplet
Et vous m'aiderez à écrire les prochains versets

Tantôt encrier, plume, buvard, ou encore gomme
Il en est d'entre vous qui m'apaise et me raisonne
Personnels, possessifs, ou bien indéfinis,
Il en est d'autres, démonstratifs, qui me donnent envie
Quand certains, dans leur rôle de virgule, me reposent
D'autres, comme un sonnet au milieu de la figure de style
Grattent la corde sensible qui m'inspire la vie en prose
Doux schizo et maintenant docteur, vous êtes mon asile

Si de ma vie j'écris le scénario que je mène,
Vous êtes sans aucun doute la muse qui me l'inspire
Si naïvement je pense en être le metteur en scène,
Je sais que l'amitié n'est pas une oeuvre de Shakespeare
Alors si j'ai pu écrire ce premier acte
C'est que vous m'avez donné les moyens de le faire
Et n'en déplaise à ceux qui me trouveront réac
Point de motivation sans votre amour pour salaire

Quelqu'un a dit " On est ce que l'on fait "
Et j'ai fait ce que vous m'avez discrètement dicté
Voyons donc en nous nos interactions qui se reflètent
Alors pour avoir fait de moi ce que je suis en étant ce que vous êtes,

Mille mercis à tous ! Mille mercis pour tout !

Table des matières

Introduction **1**

I Les sondes de mesure de champs électriques hyperfréquences 5

1 Les différentes techniques de mesures de champs hyperfréquences 7

1.1 Mesures quadratiques du champ électrique 10

1.1.1 Mesures basées sur un effet thermique 10

1.1.1.1 Bolomètres et calorimètres 11

1.1.1.2 Thermographie infra-rouge 13

1.1.1.3 Conclusion 15

1.1.2 Mesures basées sur l'effet Franz-Keldysh 15

1.2 Mesures linéaires du champ électrique 16

1.2.1 Les antennes 16

1.2.1.1 L'antenne en tant qu'impédance 18

1.2.1.2 L'antenne en tant qu'élément rayonnant 19

1.2.1.3 Antenne active 25

1.2.1.4 Conclusion 26

1.2.2 Les détecteurs diélectriques 27

1.3 Conclusion 32

2 Les sondes EO basées sur l'effet Pockels 35

2.1 Les différents dispositifs 36

2.1.1 Sondes basées sur la modulation de phase 38
2.1.1.1 Principe 38
2.1.1.2 Caractéristiques 41
2.1.2 Sonde basée sur la modulation d'amplitude 42
2.1.2.1 Principe 42
2.1.2.2 Caractéristiques 44
2.1.3 Sondes basées sur la modulation d'état de polarisation 50
2.1.3.1 Principe 50
2.1.3.2 Caractéristiques 50
2.2 Conclusion 51

II Notions théoriques sur la propagation d'ondes EM en régime non linéaire dans les milieux anisotropes 53

3 Propagation en régime linéaire 57
3.1 Les équations de Maxwell et leurs significations 59
3.1.1 Théorème de Gauss, Stockes et opérateurs associés 59
3.1.2 Équation d'Ampère 63
3.1.3 Équation de Faraday 67
3.2 Équation de propagation 68
3.2.1 Dans les milieux homogènes 69
3.2.2 Dans les milieux diélectriques non chargés 69
3.2.3 Dans les milieux non magnétiques 70
3.2.4 Dans les milieux diélectriques absorbants 72
3.2.5 Dans les milieux conducteurs non chargés 73
3.2.6 Dans les milieux anisotropes 74
3.2.6.1 Définition de l'ellipsoïde des indices 74
3.2.6.2 Propagation d'une onde électromagnétique dans un cristal anisotrope 78
3.3 État de polarisation d'une onde électromagnétique 82

3.3.1 En milieu isotrope . . . 82
3.3.2 En milieu anisotrope . . . 86
3.4 Formalisme de Jones et composants optiques agissant sur la polarisation . 87
3.4.1 Formalisme de Jones . . . 88
3.4.2 Éléments optiques et matrices de Jones associées . . . 90
3.4.2.1 Milieu biréfringent transparent . . . 91
3.4.2.2 Polariseurs . . . 95
3.4.2.3 Récapitulatif des optiques agissant sur la polarisation . . . 99
3.5 Conclusion . . . 101

4 Propagation en régime non linéaire 103
4.1 Anharmonicité des systèmes oscillants . . . 104
4.2 Optique non linéaire . . . 108
4.2.1 Liaisons inter-atomiques, électroniques et moléculaires . . . 108
4.2.2 Perturbations induites par un champ électrostatique . . . 112
4.2.3 Étude dynamique de la déformation d'un atome soumis à un champ électromagnétique . . . 113
4.2.3.1 En régime linéaire . . . 114
4.2.3.2 Résolution de l'équation de mouvement en champ fort : régime non linéaire . . . 118
4.2.4 L'effet Pockels . . . 121
4.2.4.1 Susceptibilité d'ordre 2 . . . 121
4.2.4.2 Ellipsoïde et ellipse d'indices avec effet Pockels . . . 123
4.3 Conclusion . . . 128

III Sondes développées et systèmes de stabilisation temporelle associés 129

5 Les sondes électro-optiques fibrées réalisées 131
5.1 Description générale des sondes . . . 132

5.2 Dimensionnement des sondes . . . 132
5.2.1 Choix et orientation des cristaux . . . 132
5.2.2 Considérations géométriques . . . 134
5.3 Procédure de montage des sondes . . . 137

6 Le banc optique **141**
6.1 Principe de traitement de l'état de polarisation . . . 143
6.1.1 Description du banc optique . . . 143
6.1.2 Point de fonctionnement . . . 146
6.2 Problème de dérive des performances du système . . . 150
6.2.1 Origines des différentes dérives . . . 151
6.2.2 Compensation des effets Fabry-Pérot . . . 152
6.2.2.1 Identification des cavités parasites . . . 152
6.2.2.2 Solutions apportées . . . 158
6.2.2.3 Optimisation de la sensibilité . . . 163

7 Système de stabilisation temporelle du signal électro-optique **167**
7.1 Principe du système de compensation . . . 169
7.2 Description du système d'asservissement réalisé . . . 174
7.2.1 Le banc optique . . . 174
7.2.2 Le système d'asservissement numérique . . . 177
7.2.3 Conclusion . . . 180

8 Résultats **185**
8.1 Mesures de champs électriques sans système d'asservissement . . . 186
8.1.1 Mesure de signaux impulsionnels monocoups . . . 186
8.1.1.1 Configuration expérimentale . . . 186
8.1.1.2 Traitement des données . . . 189
8.1.2 Performances de la sonde . . . 198
8.1.3 Conclusion . . . 200
8.2 Mesures de champs électriques avec système d'asservissement . . . 201

8.2.1 Configuration expérimentale 201
8.2.2 Performances du transducteur 203
8.3 Mesure additionnelle de température 205
8.3.1 Température du cristal 205
8.3.1.1 Principe 205
8.3.1.2 Traitement des données 208
8.3.1.3 Performance du système 211
8.3.2 Température de la fibre à maintien de polarisation 214
8.3.2.1 Principe 214
8.3.2.2 Traitement des données 215
8.3.2.3 Performance du système 219
8.4 Conclusion 221

Conclusion **223**

Annexes **229**

A Étude et dimensionnement d'un système de mesure deux axes utilisant la modulation d'amplitude **229**
A.1 Les cavités multipassages et Fabry-Pérot 230
A.1.1 Caractéristiques géométriques des cavités 230
A.1.2 Caractéristiques des cavités Fabry-Pérot 234
A.2 Système de mesure deux axes basé sur la modulation d'amplitude 234
A.2.1 Principe 234
A.2.2 Dimensionnement des cavités Fabry-Pérot 237
A.2.2.1 Conditions expérimentales 241
A.2.2.2 Cas du $LiTaO_3$ 242
A.3 Conclusion 243

B Caractéristiques des éléments du banc optique **245**

B.1 La source laser 246
B.1.1 Le module de contrôle de puissance optique 246
B.1.2 Le module de contrôle de longueur d'onde (TEC) 247
B.2 Les cubes séparateurs non polarisants 251
B.3 L'amplificateur hyperfréquence et la photodiode rapide 253
B.4 Conclusion 259

Bibliographie **260**

Introduction

Depuis les années 1980, des études ont démontré le potentiel des sondes basées sur l'effet Pockels [1] pour la mesure de champs électriques micro-ondes de forte puissance (MFP). Initialement dédiées à la caractérisation de guides d'onde et plus précisément à la cartographie de champs électriques au niveau de circuits intégrés monolithiques hyperfréquences (MMIC) [2], ces sondes, basées sur les modifications d'amplitude, de phase ou d'état de polarisation d'un faisceau laser de sonde se propageant à travers un cristal électro-optique (EO) soumis au champ électrique à mesurer, sont parfaitement adaptés pour la caractérisation ultra large bande de champs électriques en espace libre [3].

Entièrement diélectriques, elles sont de ce fait très faiblement invasives, ce qui leur permet de pouvoir mesurer des champ électriques tant en champ lointain qu'en champ proche. Elles présentent également de bien meilleures résolutions spatiale et temporelle que les détecteurs classiques à base d'antennes. Les sondes EO offrent donc les caractéristiques nécessaires à la mesure ultra large bande de champ électriques, se propageant aussi bien en espace libre qu'en propagation guidée, et ce que le signal soit périodique ou impulsionnel.

Les transducteurs EO sont donc de très bons candidats pour effectuer des cartographies vectorielles de champs électriques hyperfréquence dans des domaines d'applications variés tels la microélectronique (test de circuits à faible niveau d'intégration -MMIC-), la compatibilité électromagnétique (CEM) de systèmes macroscopiques ou embarqués, la caractérisation d'antennes en champ lointain ou proche, ...Malheureusement, la faible sensibilité de ces sondes, comparativement à celle des antennes [4], limite leur utilisation à la caractérisation de champs de fortes puissance (quelques dizaines de kV/m pour une sonde ayant une bande passante de 10 GHz). cet inconvénient n'en serait pas vraiment un

si la réponse était stable au cours du temps. En effet, leurs performances se détériorent rapidement au cours du temps en raison de l'instabilité de leur point de fonctionnement liée aux dérives des conditions environnementales telles que la température. Elles ne permettent donc pas d'aboutir à une mesure fiable de champs électriques micro-ondes, et ce, indépendamment de leur sensibilité.

Ces travaux de thèse s'inscrivent dans cette problématique et se sont essentiellement centrés sur l'étude et la réalisation de sondes EO basées sur la modulation d'état de polarisation, dont la réponse est optimisée en termes de linéarité et de sensibilité, et qui permettent une mesure stable du champ électrique, indépendamment des conditions environnementales. Un deuxième aspect de cette thèse était de dimensionner un système de mesure EO présentant une sensibilité accrue, basée cette fois-ci sur le principe de modulation d'amplitude.

Dans la première partie de ce manuscrit nous faisons la liste des principales techniques de caractérisation de champs électriques micro-ondes ainsi qu'une comparaison qualitative des performances de chacune d'entre elles.

La deuxième partie est, quant à elle, dédiée à la description théorique des phénomènes impliqués dans la variation des caractéristiques optiques des milieux diélectriques, à l'origine de cette possibilité de mesurer vectoriellement des champs électriques hyperfréquences au moyen de capteurs EO.

La troisième et dernière partie de ce mémoire présente le transducteur EO basé sur la modulation d'état de polarisation qui a été réalisé. Ce transducteur est composé d'une sonde EO fibrée et d'un banc optique de traitement de l'information dont le fonctionnement est asservi sur son point de fonctionnement optimal grâce à un système électronique. Ce système électronique permet également l'automatisation du transducteur mais son but premier est de stabiliser la réponse du transducteur. Les origines des instabilités, auxquelles sont assujettis les transducteurs, sont également présentées dans cette partie, ainsi que les résultats concernant la suppression de ces dernières à l'aide du système d'asservissement développé. Des paramètres d'asservissement du système développé nous avons déduit avec une excellente précision la température du cristal EO, laissant ainsi entrevoir

un nouveau champ d'applications pour les transducteurs EO : le bioélectromagnétisme (étude des effets des ondes électromagnétiques sur le vivant). En effet, les transducteurs développés permettent de mesurer simultanément une composante du champ électrique et la variation relative de température du capteur, grandeur souvent significative quant aux effets biologiques observables lors de l'exposition d'un milieu vivant aux champs hyperfréquences.

Ce travail de thèse a été mené au sein du L'Institut de Microélectronique Electromagnétisme et Photonique et le LAboratoire d'Hyperfréquences et de Caractérisation (IMEP-LAHC) et en étroite collaboration avec le Centre d'Étude de Gramat (CEG [1]).

1. Centre national de référence et partenaire européen incontournable dans le domaine des effets des armes et de la vulnérabilité des systèmes aux agressions intentionnelles. Il dépend de la Délégation Générale de l'Armement (DGA).

Première partie

Les sondes de mesure de champs électriques hyperfréquences

Chapitre 1

Les différentes techniques de mesures de champs hyperfréquences

Sommaire

1.1 Mesures quadratiques du champ électrique 10

1.1.1 Mesures basées sur un effet thermique 10

1.1.1.1 Bolomètres et calorimètres 11

1.1.1.2 Thermographie infra-rouge 13

1.1.1.3 Conclusion 15

1.1.2 Mesures basées sur l'effet Franz-Keldysh 15

1.2 Mesures linéaires du champ électrique 16

1.2.1 Les antennes 16

1.2.1.1 L'antenne en tant qu'impédance 18

1.2.1.2 L'antenne en tant qu'élément rayonnant 19

1.2.1.3 Antenne active 25

1.2.1.4 Conclusion 26

1.2.2 Les détecteurs diélectriques 27

1.3 Conclusion 32

Compte tenu d'un environnement électromagnétique de plus en plus dense en termes d'occupation des différents canaux, allant des grandes ondes aux ondes millimétriques, la

métrologie des signaux micro-ondes de fortes puissances (MFP) devient de plus en plus nécessaire et exigeante, qu'il s'agisse de signaux impulsionnels monocoups ou récurrents. En effet, lorsque la mesure a pour objet de réaliser une cartographie vectorielle d'un champ guidé ou rayonné (évolution temporelle en amplitude, phase, fréquence, polarisation), des contraintes supplémentaires apparaissent telles la capacité du capteur à mesurer une composante donnée du champ électrique, la perturbation induite par le capteur sur le signal à mesurer, les résolutions spatiale et temporelle du capteur, ...

Ainsi, vu les applications potentielles des transducteurs de mesure de signaux électromagnétiques à haute fréquence, le système de mesure idéal devra présenter :

- Une sélectivité de mesure d'une composante donnée du champ électrique, définie en termes de réjection de la réponse du transducteur aux composantes du champ électrique perpendiculaires à celle considérée, la plus grande possible. Une forte sélectivité est la seule garante d'une mesure vectorielle du champ électrique.
- Une bande passante Δf_{-3dB}, définie conventionnellement par l'écart fréquentiel entre fréquences basse f_b et haute f_h de coupure à -3 dB de la réponse en fréquence normalisée du transducteur, qui doit être la plus large possible pour permettre la caractérisation précise de signaux MFP monocoups.
- Une résolution temporelle, définie par l'écart-type de la réponse temporelle impulsionnelle du transducteur, en énergie, permettant des mesures de champ dans le domaine des hyperfréquences ($f_h \geqslant 15$ GHz).
- Une sensibilité S la plus grande possible. S est définie, pour la fréquence f_{max} pour laquelle la réponse fréquentielle du transducteur est maximale, par la valeur du champ électrique minimal mesurable ayant même amplitude efficace que le bruit intégré sur la bande passante d'analyse du système de mesure. Un transducteur sensible permettrait d'étendre son domaine d'application à l'analyse de signaux hyperfréquences monocoups ou CW de faible amplitude, mais cette sensibilité accrue ne doit pas compromettre les performances du système pour la mesure de champs forts. Le système doit donc présenter parallèlement une dynamique D la plus grande possible, cette dernière étant définie pour la fréquence f_{max} par les

limites basse et haute du champ électrique mesurable que sont respectivement le champ minimal mesurable et le champ maximal mesurable entraînant 1 dB de compression au niveau de la réponse du transducteur.

- Un gain G, défini par la valeur de la réponse fréquentielle du transducteur prise au maximum de sa valeur, le plus grand possible
- Une résolution spatiale, définie en termes d'écart-type de la réponse spatiale du transducteur en énergie, adaptée à l'application visée.
- Et une perturbation induite au champ ambiant à mesurer la plus faible possible. Dans le cas contraire le système serait incapable d'effectuer des mesures précises en champ proche ou de champs électriques guidés.

Parmi les solutions technologiques qui permettent la caractérisation plus ou moins complète d'un signal MFP, on trouve principalement :

- les calorimètres et bolomètres,
- la thermographie infrarouge,
- les antennes,
- et les capteurs électro-optiques.

Il est bien évident que le transducteur idéal présentant les meilleurs performances pour chacune des caractéristiques évoquées ci-dessus n'existe pas. Seule une étude comparative des différentes techniques de mesures de champs électriques permettra de déterminer le transducteur le plus approprié aux applications visées.

Cette première partie est dédiée à la comparaison de ces solutions technologiques, comparaison pondérée par l'importance accordée à chacune des caractéristiques. En effet, un transducteur présentant, par exemple, une très bonne dynamique mais une très mauvaise réponse temporelle, ne sera pas indiqué pour réaliser des mesures dans le domaine temporel.

1.1 Mesures quadratiques du champ électrique : mesure de puissance

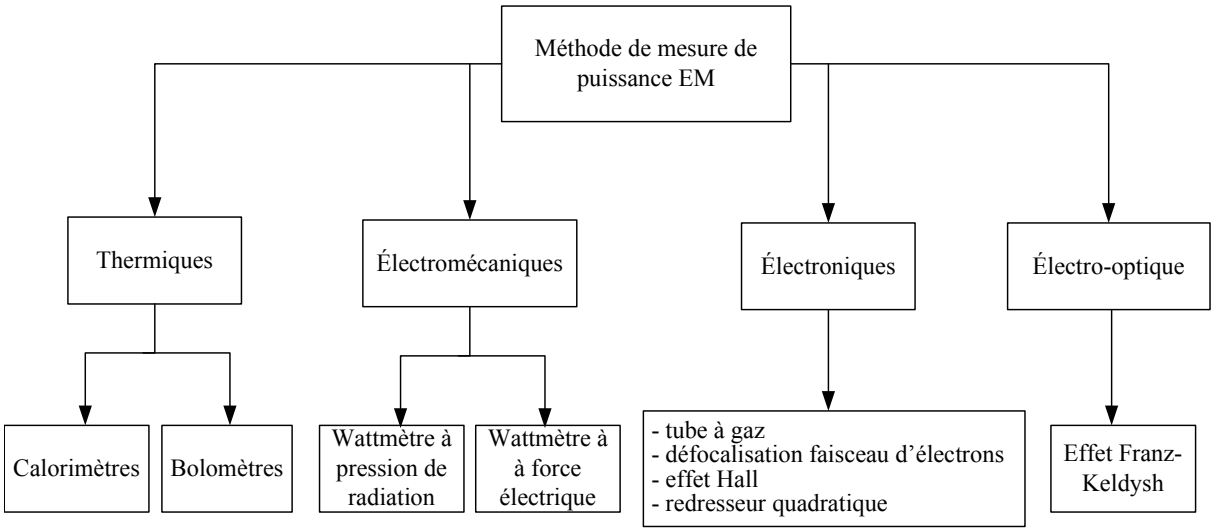


FIGURE 1.1 – Différentes techniques de mesure de la puissance électromagnétique.

Nous nous intéressons dans cette section à la mesure de la puissance de l'onde hyperfréquence à l'aide de sondes présentant une réponse quadratique au champ électrique.

1.1.1 Mesures basées sur un effet thermique

Les transducteurs basés sur l'effet thermique utilisent le fait que tout matériau présentant soit des pertes par conduction (cf. sections 3.2.4 et 3.2.5), induites par sa conductivité σ, soit des pertes magnétiques et diélectriques, induites respectivement par les parties imaginaires μ_r'' et ϵ_r'' des perméabilité et permittivité relatives du milieu, absorbe une partie de l'énergie électromagnétique de l'onde incidente. On montre que cette puissance EM absorbée P_{abs} est proportionnelle aux carrés des champs électrique E et magnétique B, de la façon suivante :

$$P_{abs} = \frac{1}{2}\left[\left(\sigma + \omega\epsilon_0\epsilon_r''\right)E^2 + \omega\mu_0\mu_r''H^2\right] \tag{1.1}$$

ω étant la pulsation de l'onde EM incidente, et μ_0 et ϵ_0 respectivement les perméabilité magnétique et permittivité diélectrique du vide.

Ce phénomène d'absorption induit à son tour une élévation de température du milieu qui est proportionnelle à la puissance absorbée P_{abs}. Ce sont en réalité ces variations de température, proportionnelles à la puissance EM de l'onde incidente, qui sont mesurées.

Les différents dispositifs basés sur cet effet thermoélectrique diffèrent par la méthode de mesure de la température du milieu absorbant, appelé *absorbeur*. La réponse du système dans son intégralité dépend, comme nous allons le voir dans la suite, des caractéristiques de la partie active du transducteur (absorbeur) et de la chaîne de mesure de température.

1.1.1.1 Bolomètres et calorimètres

Inventé en 1878 par le physicien américain Samuel Pierpont Langley, le bolomètre fût tout d'abord dédié à des applications astronomiques et notamment à l'étude du rayonnement électromagnétique solaire. Il est aujourd'hui présent dans beaucoup d'applications et utilisé de manière générale pour la détection de particules au sens large du terme. En effet, le bolomètre est basé sur la mesure de température de l'absorbeur, échauffé par un flux de particules. L'élévation de température induite par le transfert d'énergie de la particule vers l'absorbeur est alors mesurée par un thermomètre placé au contact de ce dernier et qui mesure :

- la variation de résistance de l'absorbeur (effet thermorésistif), dans le cas des bolomètres
- le courant induit par effet thermoélectrique (effet Seebeck [5]), et qui circule dans le thermomètre (thermocouple), dans le cas des calorimètres.

La sensibilité et la stabilité des bolomètres étant directement liées au bruit thermique, ils peuvent être placés dans un cryostat pour améliorer leur performance. Ainsi, un bolomètre est généralement constitué, de quatre parties (cf. figure 1.2) que sont l'absorbeur, le thermomètre, le cryostat et l'électronique de détection qui permet l'acquisition de l'information.

Les plus performants d'entre eux présentent des caractéristiques exceptionnelles en sensibilité, stabilité et bande passante ; ce qui fait d'eux les capteurs de flux EM les plus performants pour la détection des radiations EM dans le domaine spectral des rayons

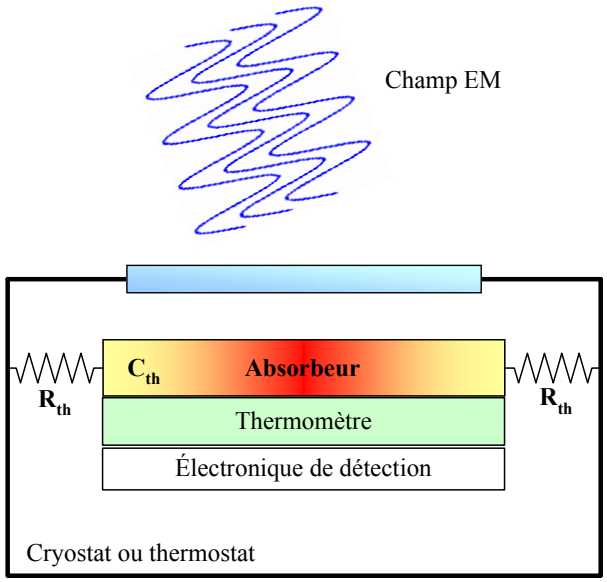


FIGURE 1.2 – Schéma général d'un bolomètre.

X [6], de l'infrarouge lointain [7], et du sub-millimétrique [8]. En effet, certains, arrangés sous forme de matrice de bolomètres miniatures, présentent des sensibilités de l'odre de 1.10^{-17} W.Hz$^{-1/2}$ [9] avec une résolution spatiale d'environ 500 μm. En hybridant chacun des micro bolomètres de la matrice avec des antennes planes [10], il est alors possible d'obtenir un système de mesure sensible à une seule composante du champ électrique. D'autres, dédiés à la détection de particules constitutives de la matière noire (WIMP [1], sont capables de détecter des particules présentant une énergie inférieure au KeV ; ils présentent une stabilité temporelle de plusieurs jours [11–13]. D'autre part, des dynamiques de mesure de 60 dB ont été obtenues pour des bolomètres fonctionnant du quasi DC à 65 GHz [14].

Toutefois, ces performances en termes de sensibilité, stabilité et bande passante deviennent inutiles dès lors que l'on cherche à effectuer une mesure vectorielle de champ MFP. En effet, ces bolomètres sont dédiés à des applications pour lesquelles les énergies à détecter sont extrêmement faibles, ne supportant donc pas les niveaux de champs qui nous préoccupent. Néanmoins, l'utilisation de films photothermiques, a permis d'adapter

1. Weakly Interacting Massive Particle : particules hypothétiques comptant pour 23% de la masse manquante de l'univers soit un peu plus de 20% de la masse totale de celui-ci. Ces particules sont de plusieurs sortes, les neutralinos, les wimpzillas et les axions.

les bolomètres à la détection de champs MFP, application pour laquelle le cryostat devient inutile, réduisant considérablement les coûts des dispositifs, leur complexité et la perturbation induite.

1.1.1.2 Thermographie infra-rouge

Dans le cas de la thermographie infra rouge (IR), la température de l'absorbeur est déterminée à distance à l'aide d'une caméra qui observe le rayonnement IR émis par l'absorbeur échauffé. En effet, l'absorbeur, considéré comme un corps noir [15], émet un rayonnement EM dont le profil de luminance, donné par la loi de Planck [16], est fonction de sa température. Le maximum du rayonnement est obtenu pour une longueur d'onde λ_{max} qui est inversement proportionnelle à la température T [17], le produit des deux étant constant et valant ≈ 3000 μm.K . La sensibilité du système dépend simultanément de la valeur du champ qui engendre une élévation de température de 1 K, valeur spécifique au film photothermique, et de la sensibilité thermique du détecteur de la caméra IR. On définit alors la sensibilité du système de mesure comme étant égale au niveau de champ électrique induisant une variation de température égale à la sensibilité thermique de la caméra IR, grandeur également appelée NETD (Noise Equivalent Temperature Difference). Les détecteurs IR, utilisés pour des applications en micro-électronique telle que la visualisation de micro-courants de fuite [18], présentent une sensibilité thermique de l'ordre de l0 μK sur des temps d'acquisition de plusieurs secondes. De tels détecteurs permettent à l'heure actuelle d'obtenir, avec des films photothermiques adaptés, des NEPD de 5 à 20 V/m sur l'ensemble de la bande passante allant de 100 MHz à 20 GHz [19].

La résolution spatiale : Compte tenu du domaine d'application, ces mêmes systèmes présentent également les meilleurs résolutions spatiales et sont capables d'effectuer une cartographie de température avec une résolution transversale de 5 μm. Cependant, dans le cas des mesures de champs MFP, la résolution spatiale sera limitée par les caractéristiques géométrique et thermique du film. En effet, le phénomène de diffusion thermique qui tend à homogénéiser la répartition de température du film, échauffé par une impulsion MFP spatialement distribuée, sera le facteur limitant de la résolution spatiale. Ainsi, le

coefficient de diffusion du film engendre une dispersion du profil transverse en température d'autant plus grande que ce coefficient est grand. Il est toutefois possible de limiter ce phénomène de diffusion thermique dans l'absorbeur, en diminuant l'épaisseur de celui-ci. Malheureusement, ceci aura également pour effet d'augmenter les effets de thermalisation du film induit par convection thermique dans l'air, qui engendrera une dégradation de la sensibilité. Il existe donc un compromis entre sensibilité et résolution spatiale. Ainsi, pour une résolution spatiale inférieure à 100 μm, il a été une obtenue une sensibilité (pour des signaux MFP monocoups) de ≈ 60 V.m^{-1}.Hz$^{-1/2}$ [20].

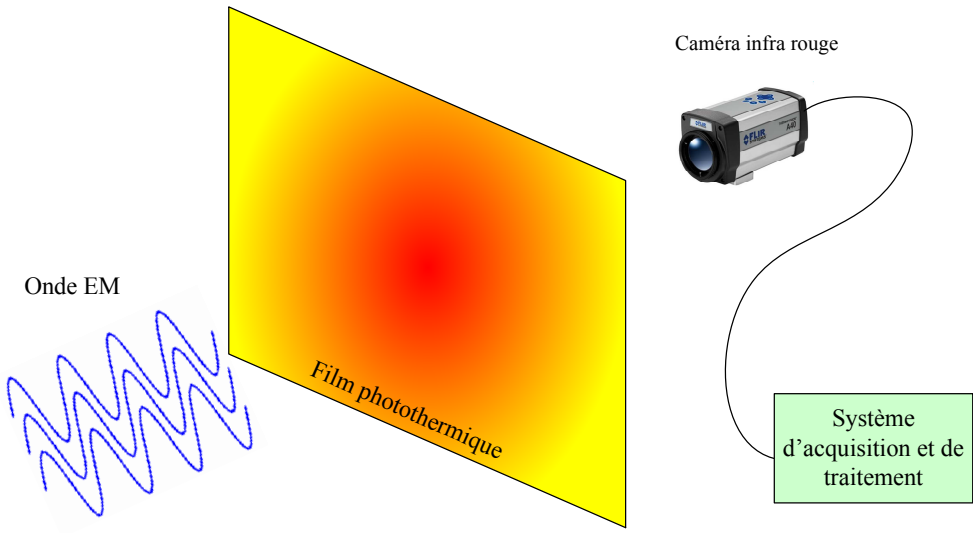


FIGURE 1.3 – Schéma du système de mesure de puissance électrique par thermographie infra rouge.

La sélectivité de mesure est obtenue artificiellement en créant une anisotropie d'absorption du film (cf. partie 3.4.2.2). Le film se comporte alors comme un polariseur absorbant dont le pouvoir d'extinction peut atteindre 200 (23 dB). Là encore, il existe un compromis entre sélectivité et perturbation induite puisque de telles sélectivités sont obtenues en augmentant la densité surfacique de rubans métalliques alignés et incorporés dans le film photothermique (cf. principe du polariseur à grille page 97), perturbant, par conséquent, d'autant plus le champ incident. Une sélectivité de 13 dB a été obtenue [21] expérimentalement.

1.1.1.3 Conclusion

Il existe donc un grand nombre de système de mesure basés sur les effets thermiques (bolomètres et thermographie infra-rouge), qui différent de par leur architecture et leurs applications. La thermographie IR est par exemple un très bon outil pour obtenir précisément des diagrammes de rayonnement [20], Les bolomètres, quant à eux, sont de très bons dispositifs pour sonder des bandes spectrales extrêmement larges et notamment dans le domaine des THz où ils sont quasiment les seuls outils de mesure de puissance EM. Néanmoins, tous ces dispositifs sont limités, en termes de résolution temporelle, par les caractéristiques thermiques de l'absorbeur (fuite thermique, capacité calorifique, diffusion thermique). Les moins inertes d'entre eux possèdent des constantes de temps de thermalisation de l'ordre de la seconde pour la thermographie IR et de l'ordre de la ms pour les bolomètres, ne permettant pas de mesurer des variations rapides de puissance instantanée de l'onde EM (limite en bande passante à quelques kHz). **Malgré leur très bonnes bande passante et résolution spatiale et leur relativement bonne sensibilité, il restent totalement inadaptés à la caractérisation temporelle de champs électriques hyperfréquences**.

1.1.2 Mesures basées sur l'effet Franz-Keldysh

Les transducteurs basés sur l'effet Franz-Keldysh tirent profit du phénomène d'électro-absorption présent notamment dans les semi-conducteurs III-V [22]. Ce phénomène, prédit théoriquement par Franz [23] et Keldysh [24] de façon indépendante en 1958, fût vérifié expérimentalement en 1959 : il se traduit par une modification du coefficient d'absorption du semi-conducteur induit par le champ électrique qui lui est appliqué pour des photons d'énergie voisine de celle de la bande interdite. En raison du couplage entre indice de réfraction et coefficient d'absorption dû aux relations de Kramers-Kronig, une variation de l'indice de réfraction du semi-conducteur se produit également. Divers dispositifs mettent à profit ce phénomène d'électro-absorption tels des modulateurs optiques basés sur des structures à puits quantiques qu'ils soient classiques [25] ou à onde progressive [26], ainsi que des capteurs de champ électrique [27].

Il est important de noter que le coefficient d'absorption varie tout d'abord quadratiquement en champ faible ($\leqslant \approx 200$ kV/m) avant de présenter une évolution linéaire en champ fort ($\geqslant \approx 1$ MV/m), la limite entre ces deux régimes dépendant de l'écart entre la longueur d'onde du faisceau optique λ et la longueur d'onde λ_g du photon ayant pour énergie, l'énergie de gap. Vu l'ordre de grandeur de la limite inférieure définissant le régime de champ fort, celui-ci est inexploitable en pratique. En conséquence, **seule une mesure quadratique du champ électrique est envisageable, laquelle implique la perte du contenu spectral du signal MFP de la même manière qu'avec les transducteurs actifs à base d'antennes (cf. partie 1.2.1.3). De plus, aussi bien en régime de champ faible que de champ fort, la variation de coefficient d'absorption induite ne dépend ni de la direction du champ électrique appliqué, ni de son signe. Une mesure vectorielle du champ électrique, *i.e.* de ses différentes composantes, basée sur le seul phénomène d'électro-absorption n'est donc pas possible**.

En revanche, l'adjonction d'une antenne permet d'obtenir un transducteur directif adapté à des mesures vectorielles [27]. Cette solution permet en outre, par l'effet de renforcement du champ occasionné par l'antenne, de travailler en régime de champ fort avec l'avantage de disposer d'une réponse maintenant linéaire du transducteur avec le champ électrique appliqué.

1.2 Mesures linéaires du champ électrique

1.2.1 Les antennes

Ces transducteurs sont constitués d'une ou plusieurs antennes reliées au système de traitement par un connecteur hyperfréquence standard, adaptée à la bande spectrale d'analyse (cf. figure 1.4).

L'antenne, utilisée en réception dans notre cas, permet d'assurer la transition entre l' espace libre et le guide d'onde (cf. figure 1.5). C'est la partie couplée dans le guide d'onde qui est effectivement détectée par le système de traitement (oscilloscope rapide,

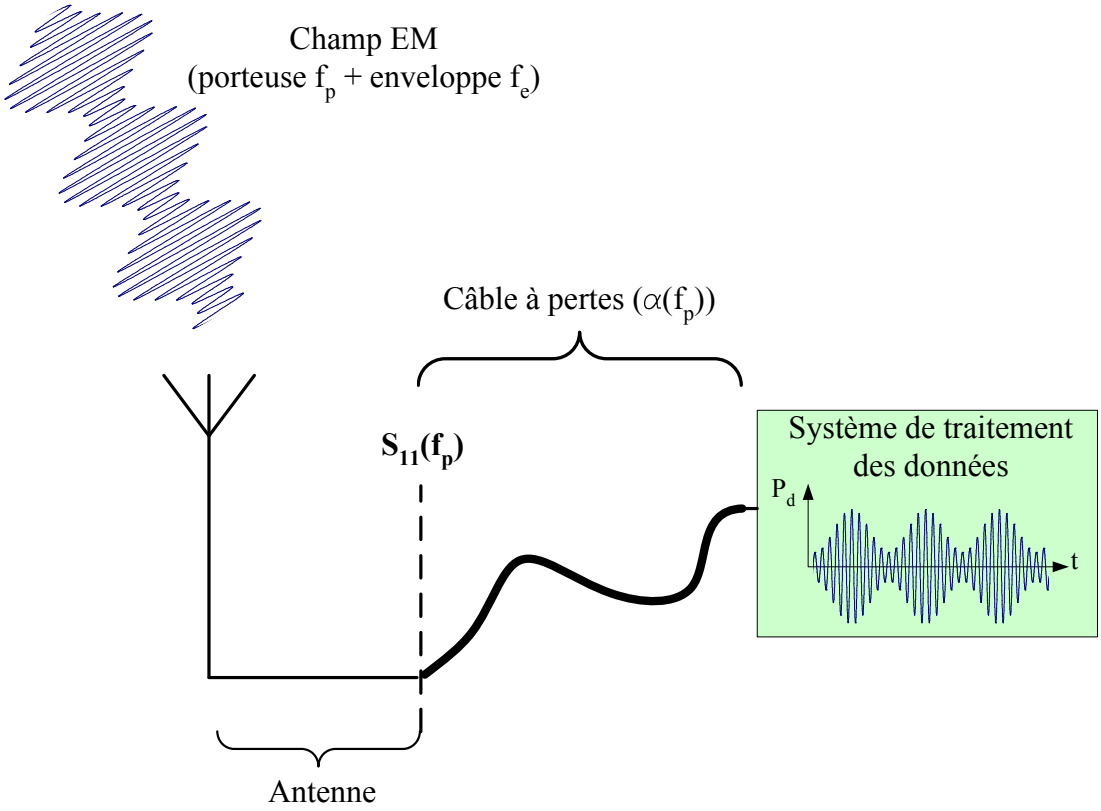


FIGURE 1.4 – Schéma d'un système de mesure de champ éléctrique par une antenne.

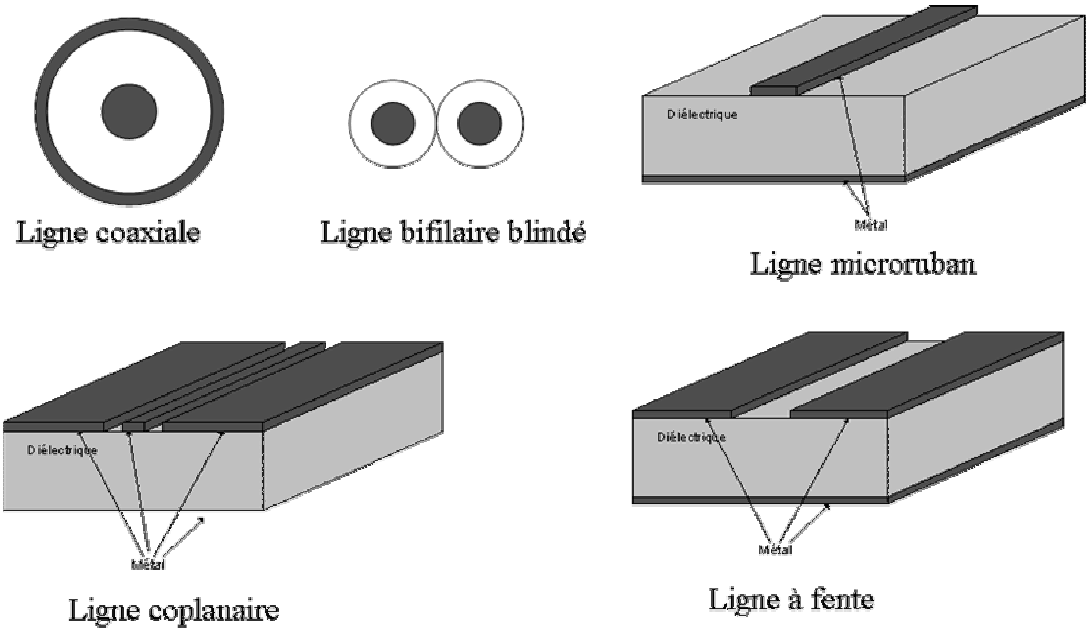


FIGURE 1.5 – Schéma de quelques lignes de transmissions et guides d'onde usuels dans le domaine hyperfréquence.

oscilloscope en temps équivalent, analyseur de spectre, ...). La fonction de transfert de l'antenne donne le ratio entre champ guidé et champ ambiant en espace libre à l'endroit où se situe l'antenne.

1.2.1.1 L'antenne en tant qu'impédance

Le rôle de l'antenne est donc de permettre une transition la plus adiabatique possible entre l'espace libre et le guide d'onde, d'impédances caractéristiques [2] respectives $Z_0 = 120\pi\ \Omega$ et Z_c, afin de transmettre un maximum de signal au système de traitement. L'optimisation du couplage passe donc au préalable par l'adaptation entre l'impédance de la ligne et celle de l'antenne Z_a, considérée dans cette partie comme un circuit hyperfréquence. En effet, la puissance EM transmise P_t de l'antenne au câble est fonction de la puissance EM incidente P_i (aux pertes de l'antenne près), comme suit :

$$P_t = (1 - |S_{11}|^2)\, P_i \tag{1.2}$$

où S_{11} est le coefficient de réflexion en amplitude qui lui dépend de l'adaptation :

$$S_{11} = \frac{Z_c - Z_a}{Z_c + Z_a} \tag{1.3}$$

Ainsi, d'après ces deux dernières relations, la puissance transmise sera d'autant plus grande que le coefficient de réflexion sera petit et donc que Z_a sera proche de Z_c. Le système est adapté lorsque $Z_a = Z_c$, condition qui nous permet d'avoir l'ensemble du signal incident en entrée du système de traitement (aux pertes du câble près) et donc les meilleurs performances du transducteur en termes de sensibilité. Or, comme Z_a dépend de la fréquence de l'onde incidente [28], l'antenne possède une fonction d'adaptation $\mathcal{A}(f)$ qui dépend de la fréquence et qui fixe les caractéristiques fréquentielles du transducteur. Il est néanmoins possible de développer des systèmes d'adaptation large bande qui permettent d'obtenir, théoriquement du moins, $\mathcal{A} \approx 1$ sur les bandes fréquentielles que l'on veut [29]. En pratique, ces transducteurs sont adaptés sur des bandes passantes couvrant 3 à 4 décades [30].

Les autres caractéristiques (sélectivité, résolution spatiale, sensibilité et dynamique) sont déduites des performances de rayonnement de l'antenne.

2. Les impédances caractéristiques appartiennent à $\mathbb{C}$

1.2.1.2 L'antenne en tant qu'élément rayonnant

D'après le théorème d'équivalence [31], la fonction de transfert $\mathcal{R}_a$ de l'antenne est équivalente au diagramme de rayonnement de celle ci. $\mathcal{R}_a$ dépendra donc logiquement des caractéristiques de rayonnement de l'antenne, considérée, d'un point de vue théorique, comme la somme intégrée de dipôles élémentaires de Hertz [3] [32].

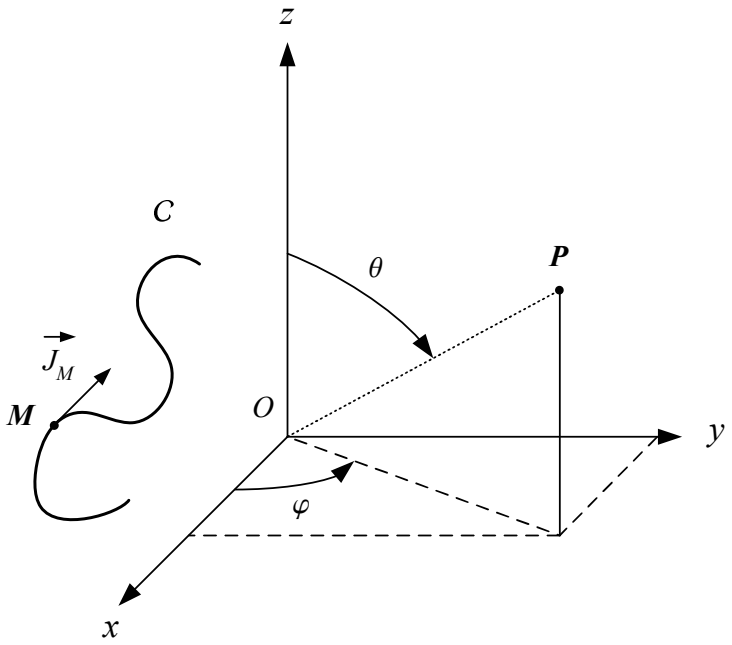


FIGURE 1.6 – Champ électrique rayonné par une distribution linéique de courant.

A l'origine d'un champ EM rayonné, il y a une densité de courant $\vec{J}$. Par exemple, le champ électrique rayonné $\vec{E}_r(\vec{r})$ en un point P de l'espace par une distribution linéique l de courant (cf. figure 1.6) est calculé par une intégrale appelée *intégrale de rayonnement* qui s'écrit comme suit [33] :

$$\vec{E}_r = \frac{ik}{4\pi}\,\eta\,\Psi(r)\,\int_l \left(\vec{J}_M \otimes \hat{r}\right) \otimes \hat{r}\; e^{i\,\vec{k}\cdot\overrightarrow{OM}}\; dl \tag{1.4}$$

$\vec{k}$ est le vecteur d'onde dirigé selon $\hat{r}$, η est l'impédance caractéristique du milieu [4] de propagation de l'onde EM, $\Psi(r) = e^{-ikr}/r$ est le terme de propagation lié à une onde

3. Un dipôle élémentaire est un élément de courant linéique dont la taille est très petite devant la longueur d'onde du champ électrique rayonné.

4. L'impédance caractéristique du milieu de propagation est fonction de sa perméabilité magnétique μ et de sa permittivité diélectrique ϵ, et vaut $\eta = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}$. Dans le cas où le milieu de propagation est le vide, on obtient $\eta = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = 120\pi\ \Omega \approx 377;\Omega$

sphérique, et $\vec{J}_M$ est la densité de courant au point M appartenant à $\mathcal{C}$.

Les performances du système de détection sont donc fonction de la géométrie et du type d'antenne utilisée dont nous ne ferons pas la liste exhaustive dans cette partie. Mais pour illustrer nos propos, nous détaillons le cas de l'antenne filaire.

Antennes filaires

Considérons le cas le plus simple d'une distribution linéique de courant le long d'une antenne filaire rectiligne de longueur l (cf. figure 1.7). Les conditions aux extrémités de l'antenne force la densité de courant J à y être nulle. La distribution linéique de l'antenne, alignée selon l'axe z, s'écrit donc :

$$J_p(z) = J_0 \sin\left[k\left(\frac{l}{2\,p} - |z|\right)\right] \tag{1.5}$$

p désigne le mode de l'onde rayonnée pour lequel la longueur l de l'antenne vaut $p\lambda/2$ (cf. figure 1.7).

Remarque : Il est possible de sélectionner un mode P particulier en plaçant le guide d'onde à une distance z_p par rapport centre de l'antenne bien définie, distance à laquelle $J_p(z_p)$ présente un maximum.

Toujours en utilisant le théorème d'équivalence, l'antenne présentera une sensibilité maximum pour une polarisation incidente correspondant à celle du champ rayonnée. Or d'après l'intégrale de rayonnement (1.4), pour la distribution linéique de courant $J_p(z)$ donnée par (1.5), on montre que le champ rayonné par ce type d'antenne vaut :

$$\vec{E}_r(\theta,\,\varphi) = J_0\,\frac{i\eta}{2\pi}\,\Psi(r)\,\left[\frac{\cos\left(\frac{kl}{2\,p}\,\cos\theta\right) - \cos\frac{kl}{2p}}{\sin\theta}\sin\theta\right]\,\vec{e}_\theta \tag{1.6}$$

Ce champ est inscrit dans un plan contenant l'antenne (cf. figure 1.6). Ainsi, l'antenne filaire est incapable de détecter la composante du champ électrique incident perpendiculaire au fil, et ce indépendamment du mode p considéré. Ces antennes présentent donc théoriquement une sélectivité infinie.

L'équation (1.6) a été obtenue en considérant une distribution de courant le long d'une antenne parfaitement rectiligne, ce qui n'est pas le cas en pratique, dégradant ainsi

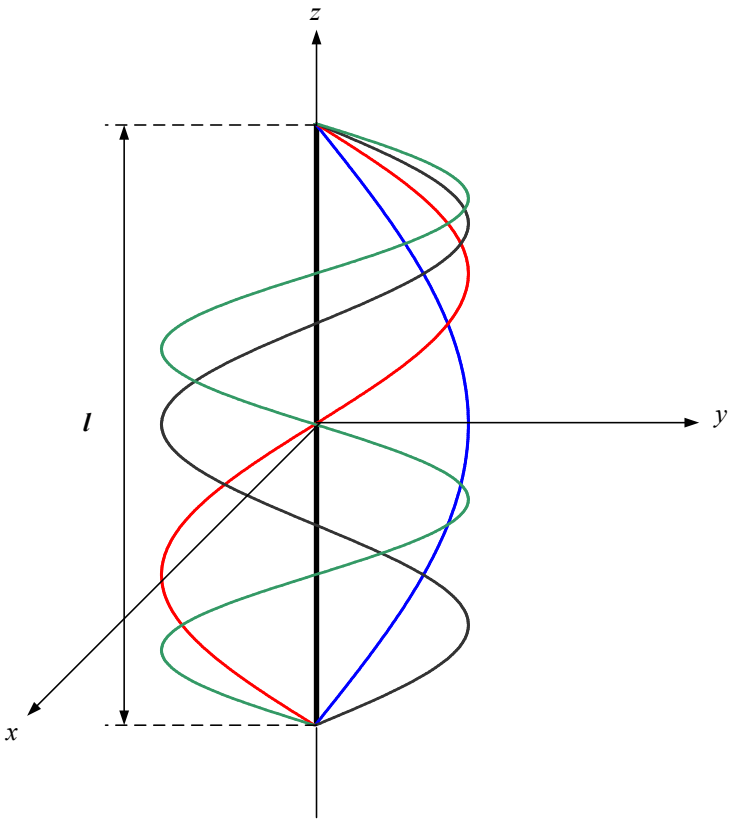


FIGURE 1.7 – Amplitude des courants circulant le long de l'antenne filaire pour le premier mode de résonance (courbe bleue), le deuxième (rouge), le troisième (noire) et le quatrième (verte).

la sélectivité du transducteur. **Des sélectivités de l'ordre de 20 dB sont atteintes avec ce type d'antennes qui restent les plus performantes dans ce domaine [34]**.

Remarque : La bande passante relative intrinsèque des antennes filaires est très étroite ($\Delta f_{-3dB}/f_{max} \approx 1\%$) ce qui présente un grand intérêt lorsque l'on veut sélectionner un canal de communication, mais devient catastrophique lorsque l'on veut effectuer de la caractérisation fréquentielle d'un signal hyperfréquence large bande dont on ne connaît pas *a priori* la fréquence. Cette faible bande passante est due au fait que les antennes filaires sont des élements résonants avec, par conséquent, des impédances caractéristiques dépendant très fortement de la fréquence. Comme nous l'avons vu dans la partie précédente, un système d'adaptation situé en aval de l'antenne permet d'adapter l'impédance caractéristique de cette dernière à celle du câble de connexion. On parle alors d'antennes à onde progressive qui peuvent alors présenter des bandes passantes considérablement plus élevées [30].

La sensibilité du dispositif est directement liée à la puissance transmise P_t au système de traitement. Or, cette puissance transmise est proportionnelle à la densité surfacique de puissance EM P_i arrivant au niveau de l'antenne, d'une part, et à la surface effective S_{eff} de cette dernière, d'autre part.

Comme le montre l'équation (1.6), les antennes filaires, comme, du reste, la plupart des antennes, ne rayonnent pas de façon isotrope. On définit alors un diagramme de rayonnement qui fournit une information sur la manière dont l'énergie est distribuée dans l'espace. On appelle alors directivité $D(\theta, \varphi)$ d'une antenne, le rapport entre la densité surfacique de puissance émise dans la direction définie par les angles sphériques (θ, φ) et la densité surfacique de puissance moyenne qui serait émise isotropiquement par la même antenne. Ainsi une directivité non uniforme présente des directions privilégiées pour lesquelles l'antenne émet plus d'énergie. D'après le théorème d'équivalence, cela signifie que l'énergie EM reçue par le système de traitement dépend de l'angle solide sous lequel l'onde incidente voit l'antenne, mais également de la directivité de cette dernière. De

manière plus générale, on utilise la notion de Gain G d'une antenne de manière identique en remplaçant la puissance rayonnée par la puissance fournie au circuit hyperfréquence, c'est à dire la puissance qui nous intéresse. Ainsi, on montre que la sensibilité S du transducteur s'écrit, en considérant également le rendement d'adaptation de l'antenne $\eta_a = 1 - |S_{11}|^2$, comme suit :

$$S \propto \eta_a \, S_{eff} \, P_i = \eta_a \, \frac{\lambda^2}{4\pi} \, G \, P_i \tag{1.7}$$

Ainsi un système sera d'autant plus sensible que le gain G sera grand. On donne souvent le gain d'une antenne dans sa direction où il est maximum.

Quelques ordres de grandeur :

- Pour les dipôles $G \approx 2\ dB$
- Pour les antennes imprimées $G \approx 6\ dB$
- Pour les antennes cornet $10\ dB \leqslant G \leqslant 15\ dB$
- Pour les paraboles $30\ dB \leqslant G \leqslant 40\ dB$

La résolution spatiale des antennes est quant à elle uniquement liée aux dimensions géométriques de cette dernière.

Toutes ces définitions données dans le cadre des antennes filaires ont été déduites du diagramme de rayonnement uniquement, et peuvent, par conséquent, être appliquées à tout type d'antenne. La difficulté réside uniquement dans le calcul du champ électrique rayonné à l'aide de l'intégrale de rayonnement (1.4).

Antennes à ouverture

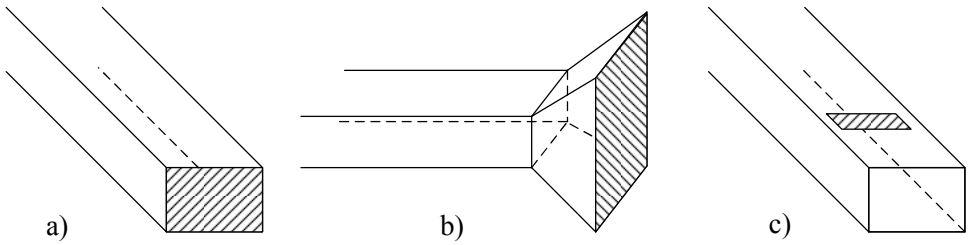


FIGURE 1.8 – Exemple de quelques antennes à ouverture (surfaces hachurées). a) guide ouvert, b) antenne cornet et c) antenne à fente.

Le diagramme de rayonnement est obtenu en considérant l'extrémité de l'antenne (parties hachurées sur les exemples de la figure 1.8) comme une ouverture diffractante. Ainsi, le diagramme de rayonnement en champ lointain (diffraction de Franhoffer [35]) est calculé à partir d'une transformée de Fourier spatiale de la distribution de champ électrique dans l'ouverture, qui se comporte également comme un guide d'onde.

Ces antennes rayonnent des champs électriques issus de la diffraction des modes de propagation du guide d'onde. Il est donc possible d'obtenir quasiment tous les diagrammes de rayonnement possible, en jouant sur la géométrie des guides et des ouvertures que l'on peut également apodiser.

Antennes imprimées

Ces antennes présentent de faibles bandes passantes relatives (de 2 à 5%) et des pertes diélectriques qui nous empêchent d'injecter et donc de recevoir de fortes puissances. Elles ne présentent pas, par conséquent, un grand intérêt pour la mesure de MFP.

En réalité, les performances du transducteur ne sont pas seulement dues à celles de l'antenne. En effet, le câble qui lie l'antenne au système déporté présente également une réponse fréquentielle. En effet, les guides hyperfréquences (cf. figure 1.5) sont conçus pour guider le signal avec le minimum de pertes linéiques α, dépendantes de la partie réelle de Z_c. α est donc proportionnel à la résistance du câble qui elle-même est inversement proportionnelle à la section effective du guide dans laquelle circule le courant électrique. Comme le courant ne circule dans un guide métallique qu'en surface, sur une épaisseur appelée *épaisseur de peau* (cf. page 74) inversement proportionnelle à la racine carrée de la fréquence, α est donc proportionnel à $\sqrt{f}$. Ainsi le signal hyperfréquence est d'autant plus atténué, au cours de sa propagation dans la liaison, que sa fréquence est élvée. De plus, cet effet est d'autant plus critique que la liaison est longue, dégradant rapidement la sensibilité du transducteur. Il existe donc un compromis entre longueur de déportation du système, sensibilité et bande passante.

1.2.1.3 Antenne active avec diode de redressement

Le transducteur est basé sur l'utilisation conjointe, au sein d'un même dispositif, d'une antenne et d'un circuit redresseur [36], généralement non polarisé (cf. figure 1.9). L'avantage de cette association réside dans le fait de réaliser un premier traitement du signal au plus près du capteur de champ électrique que constitue l'antenne, et par conséquent, d'autoriser des bandes passantes extrêmement élevées (atteignant plusieurs centaines de GHz suivant le type de diode utilisé [37]), bandes passantes impossibles à atteindre sans la diode de redressement, en raison des pertes des guides d'ondes évoquées précédemment, dans le contexte de la mesure de signaux MFP où l'instrumentation est fortement déportée.

Notons enfin qu'il existe des transducteurs commerciaux (e.g. transducteurs MELOPEE développés par la société Thales) permettant une mesure des trois composantes du champ électrique en amplitude et en phase entre 100 kHz et 2,5 GHz [38]. *Stricto sensu*, ces transducteurs ne sont pas des capteurs passifs car entre antenne et instrumentation, deux conversions, électro-optique tout d'abord -obtenue par une diode laser dont la puissance optique est modulée par le signal hyperfréquence alimentant l'antenne, et optoélectronique ensuite, obtenue par une photodiode reconvertissant le signal optique en un signal électrique, permettent de substituer le guide d'onde hyperfréquence par une fibre optique. La diode laser est elle-même opto-alimentée par une seconde fibre optique grâce à une photopile [39] afin d'éliminer tout conducteur entre le transducteur et l'instrumentation.

La bande passante du transducteur est alors simplement limitée par celle de l'antenne. **En contre partie, nous perdons toute information fréquentielle sur la porteuse. Un tel système permet donc uniquement de détecter l'enveloppe du signal hyperfréquence reçu par l'antenne et injecté au niveau de la diode**. Cela signifie que de tels systèmes ne permettent de faire une mesure quantitative de l'amplitude du champ électrique incident qu'à partir du moment où l'on connaît la fréquence de la porteuse. Le système est alors capable de suivre précisément les variations temporelles de l'enveloppe si celles-ci sont inférieures à la constante de temps $\tau = RC$ du circuit RC parallèle situé en aval de la diode. Dans le cas contraire, ce circuit se comporte comme un

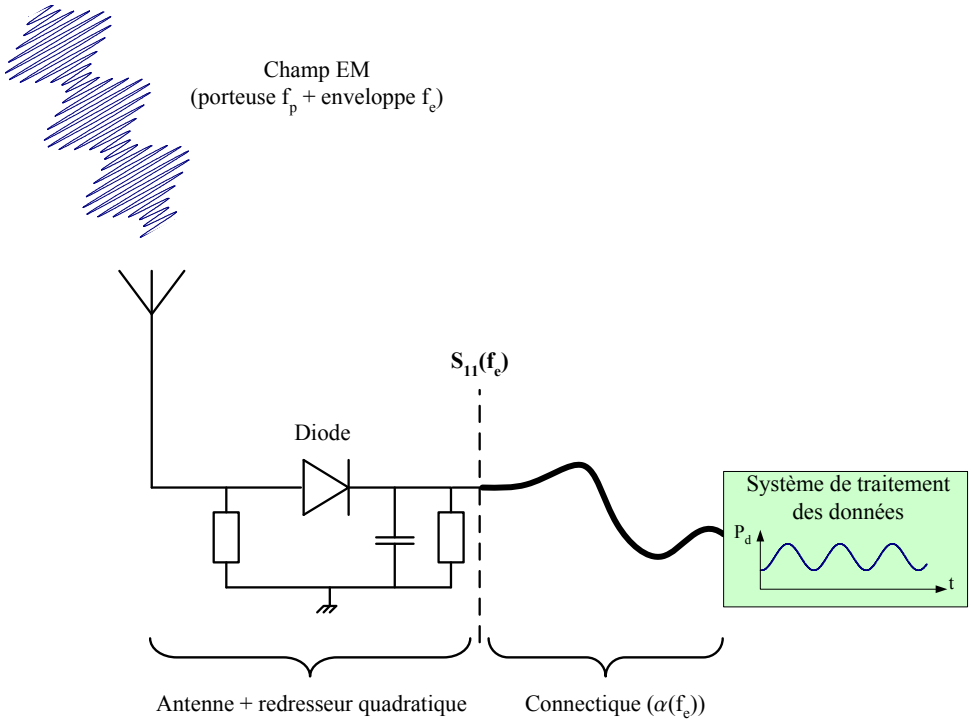


FIGURE 1.9 – Schéma d'un système de mesure de champ éléctrique par une antenne active.

court-circuit et, par conséquent, l'appareil de mesure ne reçoit plus le signal.

En résumer, l'antenne suivi du circuit redresseur permet de s'affranchir du problème d'atténuation du signal hyperfréquence, causé par la propagation de porteuse haute fréquence dans le guide d'onde, ne fournissant ainsi qu'une mesure de l'enveloppe du signal hyperfréquence si sa fréquence de modulation est inférieure à la bande passante $^1/2\pi\ RC$ du circuit RC.

1.2.1.4 Conclusion

Un transducteur basé sur les antennes dépend grandement, comme nous venons de le voir, des caractéristiques de rayonnement des antennes [40] et de leur géométrie [41]. Tous les résultats qualitatifs présentés dans cette partie ont été obtenus en utilisant l'intégrale de rayonnement (1.4) qui permet de donner la forme des champs électriques et magnétiques rayonnés en tout point de l'espace. Nous avons alors déduit, à l'aide du théorème d'équivalence, la fonction de transfert $\mathcal{R}_a$ de l'antenne. Cette équivalence est acceptable dans le cadre des applications, si l'antenne elle même ne perturbe pas la source de champ

que nous cherchons à caractériser. **Compte tenu du fait que les antennes sont faites de parties métalliques, elles perturbent forcément la source hyperfréquence. Ainsi, les très bonnes performances de détection des transducteurs utilisant les antennes ne peuvent être utilisables que pour de la mesure en champ lointain. Ils sont pratiquement inutilisables pour des applications nécessitant des mesures en champ proche (*e.g.* cartographie de champ dans le domaine de la microélectronique, CEM des systèmes embarqués,...).**

1.2.2 Les détecteurs diélectriques

Comme les caractéristiques d'une onde optique (amplitude du champ électrique associé E_{opt}, état de polarisation) dépendent du milieu de propagation (cf. chapitre 3) dont les caractéristiques diélectriques et magnétiques dépendent elles-mêmes du champ à mesurer (cf. chapitre 4), il existe donc une interaction entre le faisceau optique et le champ hyperfréquence à mesurer qui tend à moduler l'amplitude, la fréquence et l'état de polarisation du faisceau optique, que l'on appelle *faisceau sonde*. Les détecteurs diélectriques sont basés sur ce principe et c'est l'analyse des variations des caractéristiques du faisceau sonde qui permet d'obtenir l'information utile concernant le champ électrique MFP.

Ces systèmes de mesures sont donc constitués d'une source laser dont les performances (stabilité, polarisation du faisceau optique, fréquence, largeur spectrale ...) interviennent dans celles du système dans son intégralité, d'un cristal aux constantes optiques (indice de réfraction n et/ou coefficient d'absorption α) variant avec le champ électrique hyperfréquence, et d'un système de traitement permettant de mesurer et d'interpréter les modulations des caractéristiques du faisceau sonde (cf. figure 2.1).

De nombreux effets peuvent être à l'origine d'une modification des constantes optiques d'un milieu en présence, soit d'un champ électrique, soit d'un champ magnétique appliqué. Selon leur linéarité ou l'ordre de leur non-linéarité avec le champ appliqué, ces effets prennent différentes dénominations :

- **effet Pockels** [42] dans le cas d'une variation linéaire de l'indice de réfraction avec le champ électrique appliqué,

- **effet Kerr** [43] statique dans le cas d'une variation quadratique de l'indice de réfraction avec le champ électrique appliqué,
- **effet Franz-Keldysh** dans le cas d'une variation du coefficient d'absorption avec le champ électrique appliqué,
- **effet Faraday** [44] dans le cas d'une variation linéaire de l'indice de réfraction avec le champ magnétique appliqué,
- **effet Cotton-Mouton** [45] dans le cas d'une variation quadratique de l'indice de réfraction avec le champ magnétique appliqué.

Les quatre effets induisant une modification de l'indice de réfraction, mentionnés ci-dessus, sont des effets d'optique non-linéaires d'ordre 2 (effets Pockels et Faraday) ou d'ordre 3 (effets Kerr et Cotton-Mouton).

Si l'on considère uniquement les effets électro-optiques (EO), l'indice de réfraction n du milieu de propagation, sous l'influence d'un champ électrique, s'écrit :

$$n(E) = n_0 + n_1\,E + n_2\,E^2 \tag{1.8}$$

Où n_0 est l'indice de réfraction du milieu en l'absence de champ, n_1 et n_2 sont les coefficients de modulation EO du premier ordre (non-linéarité d'ordre 2) et du second ordre (non-linéarité d'ordre 3). Compte tenu des ordres de grandeur typiques de ces coefficients ($n_1 \approx 10^{-10}$ m/V [42] et $n_2 \approx 10^{-19}$ m^2/V^2 [43]), le champ électrique à partir duquel l'effet Kerr est prédominant dans le cristal est de l'ordre du GV/m, champ électrique bien supérieur à la valeur du champ disruptif dans l'air (≈ 5 MV/m). Le développement de systèmes de mesure utilisant des détecteurs diélectriques basés sur l'effet Kerr n'est donc pas efficace pour des applications standards de mesure de signaux MFP en milieu gazeux, qu'il s'agisse d'air ou de tout autre gaz.

Pour les applications visées dans cette thèse, les transducteurs EO seront donc basés sur la modification de l'indice de réfraction du cristal, induite, en première approximation, par l'effet Pockels (variation linéaire de n par rapport à la norme du champ à mesurer). La réponse $\mathscr{R}_{EO}$ du transducteur optimisé sera donc proportionnelle à l'indice de réfraction qui lui même dépend linéairement du champ électrique.

La réponse temporelle des sondes dépend de la longueur optique du cristal EO, dans

la mesure où, le faisceau sonde sera incapable de détecter précisément des modulations temporelles du champ hyperfréquence si celles-ci sont supérieures au temps de propagation du faisceau dans le cristal EO. En effet, comme nous venons de le voir, les caractéristiques du faisceau optique (caractéristiques qui transportent l'information) sont induites par les variations d'indice de réfraction, ainsi, si les variations temporelles d'indice sont trop rapides, les caractéristiques du faisceau optique ne seront que l'image de la moyenne des modulations d'indice que le faisceau sonde a rencontrées lors de sa propagation dans le cristal EO. La longueur optique $n_0\, L_{eff}$ du cristal EO limite donc la résolution temporelle intrinsèque de la sonde.

Cette résolution temporelle est également fonction du vecteur d'onde $\vec{k}_{hyper}$ de l'onde hyperfréquence ou plus précisément de l'angle Λ qu'il forme avec le vecteur d'onde $\vec{k}_{opt}$ du faisceau sonde. En effet, comme le montre la figure 1.10, lors de sa propagation dans le cristal EO le faisceau sonde rencontre un gradient d'indice qui évolue temporellement, du fait de la propagation de l'onde hyperfréquence à mesurer. Ainsi le faisceau optique sonde un milieu présentant une variation sinusoïdale d'indice dont la fréquence spatiale effective α est fonction, entre autre, de Λ.

En effet, comme cette fonction spatiale d'indice est induite par le champ électrique, on peut écrire :

$$n(z+dz) = n(z) + n_1 \left[\frac{\partial\, E}{\partial z}\,\mathrm{d}z + \frac{\partial\, E}{\partial t}\,\mathrm{d}t\right] \tag{1.9}$$

Avec $\mathrm{d}t = \frac{n_0}{c}\,\mathrm{d}z$. Ainsi, en considérant une onde MFP plane, on obtient :

$$\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}z} \propto n_1\, E_0 \left[\frac{\omega n_0}{c} - \beta\right] \tag{1.10}$$

Avec β la composante du vecteur d'onde selon l'axe défini par le faisceau sonde. On montre alors que la modulation spatiale d'indice de réfraction vue par le faisceau optique s'écrit :

$$n(z) = A\, \sin\left[\frac{2\pi}{\lambda}\, \left(n_0 - n_{hyper} \cos\Lambda\right)\, z + \varphi_0\right] \tag{1.11}$$

A est l'amplitude de modulation de l'indice de réfraction, proportionnelle à la norme du champ hyperfréquence interne au cristal et au coefficient n_1 via l'effet Pockels, et φ_0 le déphasage à l'origine.

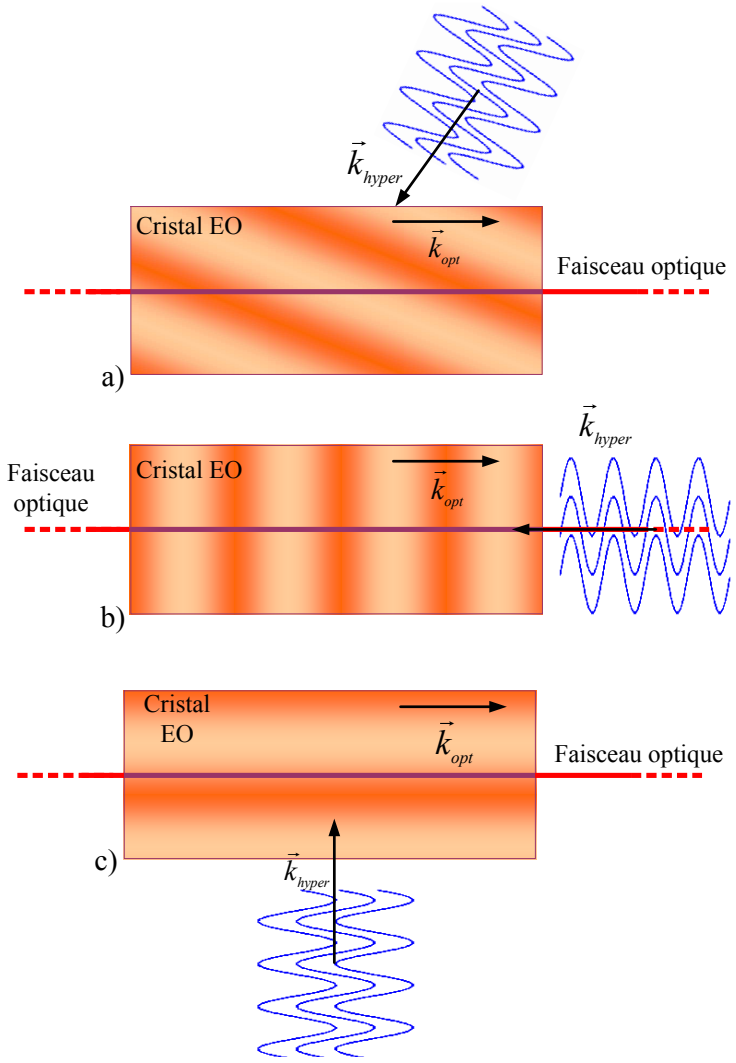


FIGURE 1.10 – Illustrations des gradients d'indice créés par effet Pockels au sein d'un cristal EO de longueur optique $n_0\, L_{eff}$ dans le cas où a) $\Lambda = 110°$, b) $\Lambda = 180°$ et c) $\Lambda = 90°$. Les parties foncées sont des zones d'indice élevé et en claire, les zones de faible indice.

Comme le montre la figure 1.10c, dans le cas où Λ est égale à 90°, la fréquence spatiale effective de l'indice de réfraction vue par le faisceau optique n'est due qu'à la variation temporelle du champ électrique hyperfréquence. Dans ce cas précis, la bande passante intrinsèque de la sonde est déduite de la transformée de Fourier de la réponse temporelle impulsionnelle, qui est une fonction porte de largeur temporelle égale au temps de propagation du faisceau optique au travers d'une longueur physique effective L_{eff} de cristal dont l'indice de réfraction est constant et égal à n_0. La réponse fréquentielle des sondes EO est donc décrite par une fonction sinus cardinal. Ces sondes se comportent donc comme un filtre passe bas dont la bande passante est définie par la fréquence haute f_h pour laquelle on a :

$$\left[\frac{c}{\pi\, f_h\, L_{eff}\, n_0}\ \sin\left(\frac{\pi\, f_h\, L_{eff}\, n_0}{c}\right)\right]^2 = \frac{1}{2} \tag{1.12}$$

Une résolution numérique de cette équation permet d'obtenir une valeur approchée de la bande passante intrinsèque de la sonde [46] pour le cas où $\Lambda = 90°$:

$$\Delta f_{-3dB} \approx \frac{0,443\, c}{n_0\, L_{eff}} \tag{1.13}$$

Pour n'importe quelle valeur de Λ, la bande passante de la sonde s'écrit alors, d'après l'expression du profil d'indice de réfraction du cristal (1.11) :

$$\Delta f_{-3dB} \approx \frac{0,443\, c}{(n_0 - n_{hyper}\, \cos\Lambda)\, L_{eff}} \tag{1.14}$$

La sensibilité, dont le calcul est détaillé dans la partie 4.2.4.2, est, quant à elle, proportionnelle à la longueur du cristal et à ses caractéristiques diélectriques, c'est à dire à son indice de réfraction et à ses coefficients EO. Vu l'expression (1.14), il existe donc un compromis entre bande passante et sensibilité. Le produit de ces deux grandeurs est indépendant des dimensions géométriques du cristal. En revanche, comme nous venons de le voir, il est fonction de l'angle Λ que forment les vecteurs d'onde $\vec{k}_{hyper}$ de l'onde hyperfréquence et $\vec{k}_{opt}$ du faisceau sonde entre eux :

$$\Delta f_{-3dB} \cdot S \propto \frac{n_1}{n_0 - n_{hyper}\, \cos\Lambda} \tag{1.15}$$

Par conséquent, si l'on connaît la position de la source de champ électrique MFP, il est toujours plus avantageux de diriger la sonde de telle sorte que les ondes hyperfréquence et optique se propagent dans la même direction ($\Lambda = 0°$). Le système est alors

co-propagatif. À l'inverse, le produit bande *passante-sensibilité* présente un minimum si les ondes sont contra-propagative ($\Lambda = 180°$). Ainsi, des bandes passantes de plusieurs dizaine de THz ont été obtenues en configuration co-propagative [47].

Résolution spatiale : Comme le faisceau sonde n'est modulé par un champ hyperfréquence qu'à partir du moment où il existe un champ dans la zone du cristal où il se propage, ce dernier définit volume d'interaction en dehors duquel il impossible d'effectuer une mesure EO. Ainsi, la résolution spatiale transverse des sondes EO est donnée par les dimensions transverses du faisceau optique, faisceau considéré gaussien en première approximation pour le mode fondamental. Une simple mesure du diamètre du faisceau se propageant dans le cristal suffit donc à la détermination de la résolution spatiale transverse des sondes. Des valeurs d'une centaine de microns ont été obtenues [48].

La résolution spatiale dans la direction de propagation du faisceau optique est, quant-elle, égale à la longueur L_{eff} du cristal. Une bonne résolution spatiale longitudinale se fait donc, d'après ce qui a été dit précédemment, au détriment de la sensibilité.

Dynamique D et gain G : La dynamique et le gain des transducteurs EO dépendent, quant à eux, surtout du dispositif de traitement, qui est fonction, comme nous allons le voir dans le chapitre suivant, de la caractéristique du faisceau optique, modulée par le champ électrique, que l'on se propose d'étudier.

1.3 Conclusion

Le tableau ci-dessous récapitule, pour l'ensemble des techniques de mesures de champ électrique MFP discutées dans cette partie, leurs caractéristiques dans le domaine temporel.

Caractéristiques	**Effets thermiques**		**Antennes**		**Effets électro-optiques**	
	Bolomètre et calorimètre	Thermographie IR	Dispositifs passifs	Dispositifs actifs	Effet Franz-Keldish	Effet Pockels
Sélectivité	Moyenne	Moyenne	Bien	Bien	non communiqué	Très bien
Niveau de perturbation	Moyen	Très bien	Médiocre	Médiocre	Très bien	Très bien
Résolution spatiale	Bien	Très bien	Médiocre	Médiocre	Très bien	Très bien
Résolution temporelle	Très mauvaise	Nulle	Très bien	Bien	Très bien	Excellent
Bande Passante (Δf_{-3dB})	Très bien	Très bien	Moyen	Moyen	Excellent	Très bien
Sensibilité (S)	Bien	Médiocre	Moyen	Moyen	Médiocre	Nulle
Dynamique	Moyen	Médiocre	Médiocre	Médiocre	Moyen	Médiocre
Réponse	Quadratique	Quadratique	Linéaire	Quadratique	Quadratique	Linéaire

TABLE 1.1 – Comparaison qualitative des performances des systèmes dans le domaine temporel.

Pour toutes les raisons évoquées dans cette partie et résumées dans ce tableau 1.1, la Délégation Générale de l'Armement, et le site de Gramat plus précisément, travaillent en collaboration avec l'IMEP-LAHC, depuis le début de cette décennie, sur l'étude, le développement et la réalisation de transducteurs électro-optiques plus performants en termes de sensibilité et de stabilité C'est dans ce projet que s'inscrit ce travail de thèse. Ces améliorations de sensibilité et de stabilité passent par l'étude et le développement de dispositifs de traitement de l'information hyperfréquence contenue dans le faisceau optique, dispositifs dont les descriptifs et les caractéristiques sont présentés dans la partie suivante.

Chapitre 2

Les sondes EO basées sur l'effet Pockels

Sommaire

2.1 Les différents dispositifs 36

2.1.1 Sondes basées sur la modulation de phase 38

2.1.1.1 Principe 38

2.1.1.2 Caractéristiques 41

2.1.2 Sonde basée sur la modulation d'amplitude 42

2.1.2.1 Principe 42

2.1.2.2 Caractéristiques 44

2.1.3 Sondes basées sur la modulation d'état de polarisation 50

2.1.3.1 Principe 50

2.1.3.2 Caractéristiques 50

2.2 Conclusion 51

Toute la partie 1.2.2 traite des caractéristiques intrinsèques des transducteurs constitués d'un cristal EO dont l'indice de réfraction dépend linéairement du champ électrique qui lui est appliqué. Lors du descriptif des performances intrinsèques de ces sondes, nous avons émis l'hypothèse implicite que les caractéristiques du faisceau optique dépendaient, quant à elles, linéairement de l'indice de réfraction. Dans ces conditions, l'évolution temporelle de ces caractéristiques sont l'image de celles du champ électrique MFP. Mais, comme nous allons le voir, ce n'est en général pas le cas, excepté pour des conditions de

réglage des dispositifs de traitement bien particulières. Ces conditions déterminent alors un *point de fonctionnement* pour lequel le transducteur présente les meilleures caractéristiques en termes de linéarité et de sensibilité, permettant également de déterminer son gain. Ce chapitre répond aux questions :

- Quelles caractéristiques du faisceau optique étudier ?
- Quel point de fonctionnement choisir ?
- Pour quelles performances du transducteur EO ?

Ceci nous permettra de conclure sur le choix du dispositif de traitement de l'information, et nous permettra d'obtenir une réponse EO la plus satisfaisante et la plus appropriée à la mesure de champs électriques de forte puissance.

2.1 Les différents dispositifs

Les transducteurs EO doivent pouvoir fournir un signal électrique (tension ou courant), seul signal pouvant être traité et visualisé par des appareils fonctionnant dans le domaine hyperfréquence (analyseur de spectre, oscilloscopes temps réel ou temps équivalent). Le dernier étage de ces transducteurs doit donc pouvoir transformer le signal EO porté par les caractéristiques du faisceau sonde, en un courant ou une tension qui est l'image fidèle de ce signal EO. Cette conversion de grandeur physique est assurée par une photodiode qui fournit un courant électrique proportionnel à la puissance optique reçue. Ainsi, indépendamment du dispositif utilisé, c'est la puissance optique du faisceau sonde qui doit être fonction du champ électrique MFP à mesurer. Les différents dispositifs présentés ici ont cette partie en commun. Seule la méthode de conversion de la modulation d'indice de réfraction en modulation de puissance optique diffère. La figure 2.1 ci-dessous montre la cascade de conversions de grandeurs physiques des transducteurs EO qui permet l'exploitation des données hyperfréquences transportées par le faisceau optique.

La modulation de l'indice de réfraction induite par le champ électrique engendre une modulation de la longueur optique du cristal qui se traduit par un déphasage de l'onde optique en sortie du cristal électro-optique. Le banc optique doit donc, en réalité, pouvoir transformer ce déphasage en une modulation de puissance optique. Or, la puissance d'une

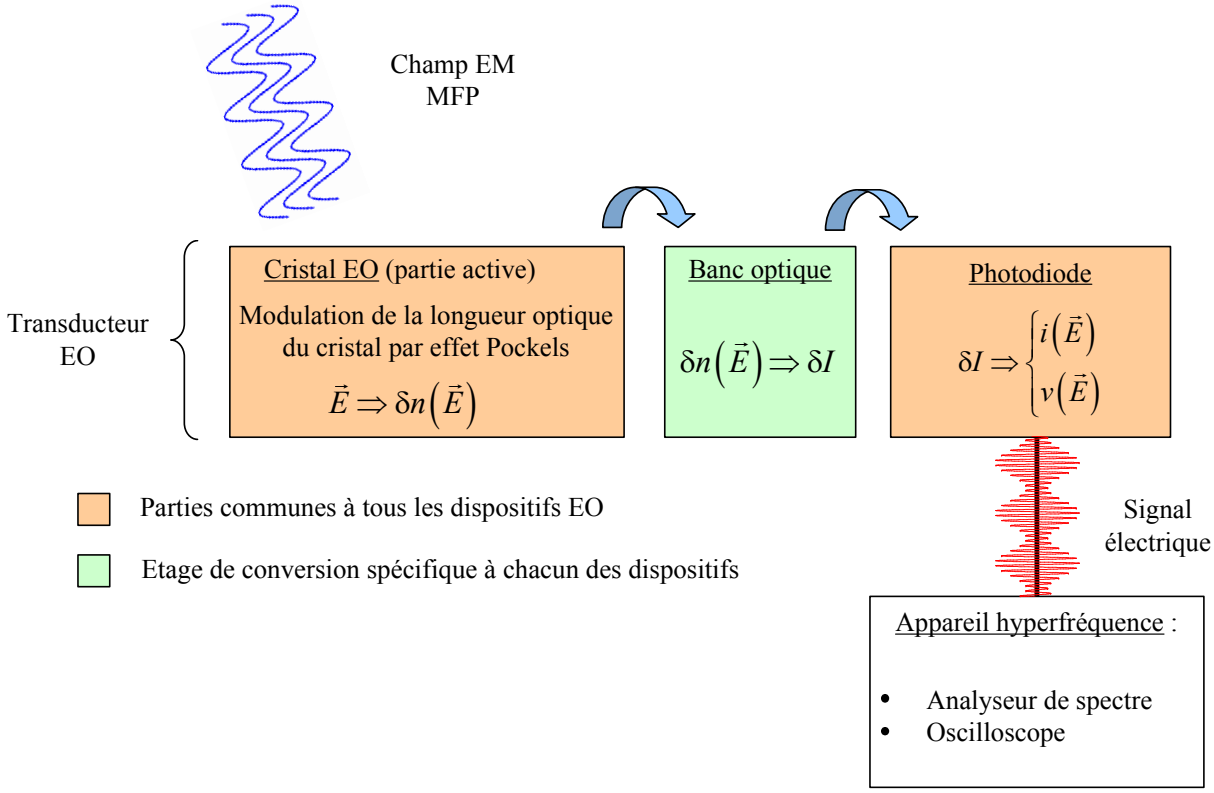


FIGURE 2.1 – Cascade de conversions de grandeurs physiques mises en jeu dans la mesure de signaux MFP via l'utilisation de transducteurs électro-optiques.

onde EM est indépendante de sa phase. Seule une mesure relative du déphasage induit par effet Pockels peut être obtenue à l'aide d'un système interférométrique (modulation de phase et amplitude) ou d'un système de traitement d'état de polarisation (modulation d'état de polarisation).

Remarque : Dans le cas de l'effet Franz-Keldysh (cf. section 1.1.2), le champ électrique induit une modulation du coefficient d'absorption du semiconducteur (élément actif), modulant ainsi directement la puissance optique.

2.1.1 Sondes basées sur la modulation de phase

2.1.1.1 Principe

Le banc optique est constitué d'un interféromètre du type Mach-Zehnder [35] (cf. figure 2.2)

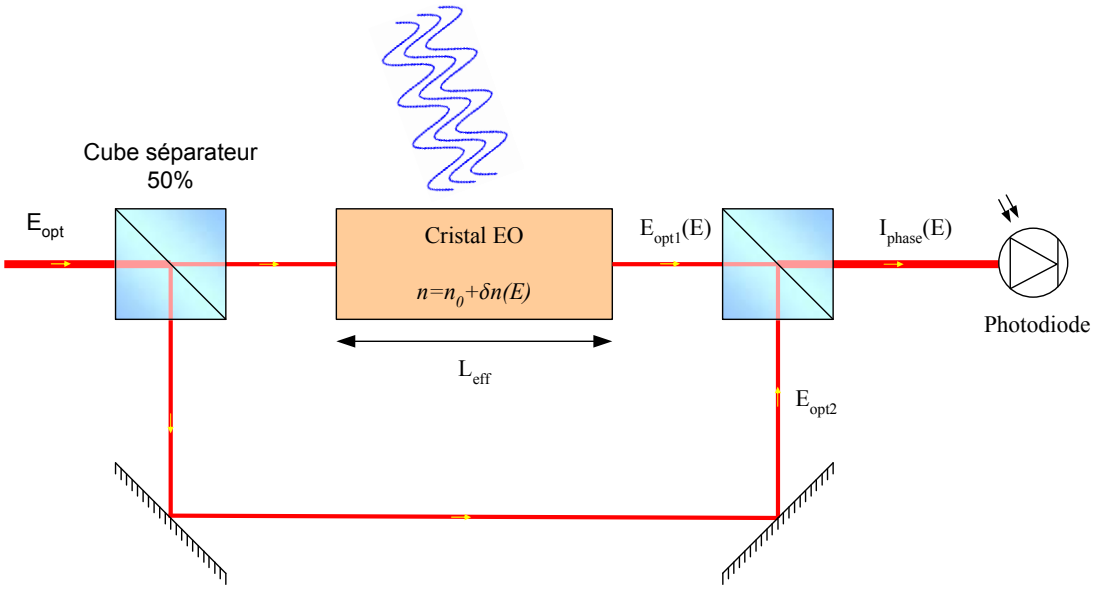


FIGURE 2.2 – Banc optique pour transducteur électro-optique basé sur la modulation de phase.

Le faisceau optique en entrée de photodiode est caractérisé par un champ électrique E_{opt} qui est la somme des champs E_{opt1} et E_{opt2}, dont les phases relatives respectives φ_1 et φ_2 ne dépendent que du chemin optique que chacun des deux faisceaux emprunte à

l'intérieur de l'interféromètre. Si l'on utilise des cubes séparateurs 50/50, ces deux champs électrique s'écrivent :

$$\begin{cases} E_{opt1} = \frac{E_0}{2}\, e^{i(\varphi_1 - \omega t)} \\ E_{opt2} = \frac{E_0}{2}\, e^{i(\varphi_2 - \omega t)} \end{cases} \tag{2.1}$$

La puissance optique I_{phase} reçue par la photodiode est alors proportionnelle au produit scalaire du champ E_{opt} avec son complexe conjugué :

$$I_{phase} \propto E_{opt} \cdot E^*_{opt} = [E_{opt1} + E_{opt2}] \cdot [E *_{opt1} + E *_{opt2}] = \frac{E_0}{2}\ \sin^2\left(\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}\right) \tag{2.2}$$

Où E_0 est l'amplitude du champ électrique E_{opt} du faisceau optique incident (avant le premier cube séparateur).

Le cristal déphase l'onde optique d'une quantité proportionnelle à sa longueur optique $n\,L_{eff}$, selon la relation suivante :

$$\varphi_1 = \frac{2\pi}{\lambda_0}\, n\, L_{eff} = \frac{2\pi}{\lambda_0}\, (n_0 + \delta n(E)) L_{eff} \tag{2.3}$$

Ainsi, comme l'effet Pockels se traduit par la dépendance linéaire de l'indice de réfraction en fonction du champ électrique, φ_1 dépend également linéairement du champ à mesurer. On peut donc décomposer φ_1 en un déphasage φ_0 dû à l'indice de réfraction n_0 du cristal EO en l'absence de champ, et un déphasage $\Delta\varphi(E)$ induit par la variation δn d'indice, lui-même induit par effet Pockels, pour écrire la relation donnant la puissance optique normalisée reçue par la photodiode :

$$I_{phase} \propto \frac{1}{2}\, [1 - \cos(\Delta\varphi(E) + \varphi)] \tag{2.4}$$

avec $\varphi = \varphi_0 - \varphi_2$.

Le point de fonctionnement du transducteur basé sur la modulation de phase, est donc défini de telle sorte que la puissance optique reçue par la photodiode dépende linéairement du champ électrique. Ceci se traduit par l'annulation de la dérivée seconde de la puissance optique par rapport à $\Delta\varphi$, en l'absence de champ électrique hyperfréquence. La puissance optique dépendra alors linéairement du champ électrique que l'on cherche à mesurer. En conclusion, ce point de fonctionnement est situé au point d'inflexion de la puissance optique $I_{phase}(E)$, et est défini pour une valeur $\varphi \equiv \pi/2\ [\pi]$. Pour cette valeur du déphasage relatif entre les deux bras optiques, la puissance optique reçue par la

photodiode s'écrit :

$$I_{phase} \propto \frac{1}{2}\left[1 + \sin(\Delta\varphi(E))\right] \tag{2.5}$$

En considérant, à juste titre, que l'effet Pockels n'engendre que de très faibles déphasages [42], on peut récrire la puissance optique en effectuant un développement de Taylor au premier ordre, laissant apparaître la dépendance linéaire de la puissance optique par rapport au champ électrique MFP :

$$I_{phase}(E) \propto \frac{1 + \Delta\varphi(E)}{2} = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{2\pi}{\lambda_0}\,\delta n(E) L_{eff}\right) \tag{2.6}$$

Vu cette dernière équation, la puissance optique reçue par la photodiode en l'absence de champ est égale à la moitié de la puissance optique maximale lorsque le système est sur son point de fonctionnement. Le réglage du point de fonctionnement est donc obtenu en modifiant soit φ_0, soit φ_2 jusqu'à ce que cette condition soit vérifiée. Dans le premier cas on applique une tension de polarisation aux bornes d'électrodes, entre lesquelles est placé le cristal EO. Cette tension de polarisation créé un champ électrostatique appliqué au cristal qui modifie φ_0. Cette technique de polarisation est utilisée pour optimiser la réponse des modulateurs électro-optiques dédiés aux applications du domaine des télécommunications. En revanche pour le développement de sondes EO de mesure de champ électrique, cette méthode de polarisation engendre, du fait de l'utilisation d'électrodes métalliques, une trop grande perturbation, rendant les mesures imprécises.

Une autre méthode utilise un coin de cube monté sur une platine de translation, permettant de jouer sur la longueur du chemin optique du faisceau de référence E_{opt2}, et donc sur le déphasage φ_2.

Remarque : Notons que si l'on veut obtenir une réponse quadratique de la puissance optique en fonction du champ électrique hyperfréquence, il suffirait de changer de point de fonctionnement et de s'arranger pour que $\varphi \equiv 0\ [\pi]$. Ce nouveau point de fonctionnement engendre aussi une modulation optique à une fréquence double de celle du signal hyperfréquence.

2.1.1.2 Caractéristiques

Le gain G_{phase} du transducteur EO basé sur la modulation de phase est donné par la dérivée première de la puissance optique I_{phase} au point de fonctionnement (cf. relation (2.5)) :

$$G_{phase} = \frac{\partial\, n(E)}{\partial E}\,\frac{\pi\, L_{eff}}{\lambda_0} \tag{2.7}$$

La sensibilité S_{phase}, définie comme le champ électrique minimum E_{min} induisant une modulation de puissance optique dont l'amplitude est égale au niveau de bruit δI du système de mesure dans son intégralité, bruit qui est pour une part, fonction de la puissance optique I_0 du faisceau sonde, est fonction du gain du système et s'écrit :

$$E_{min} = \frac{\delta I(I_0)}{G_{phase}} \tag{2.8}$$

La dynamique D_{phase} du système dépend de la valeur du champ électrique E_{max} engendrant une compression de 1 dB de la puissance optique I_{phase}, ce qui revient à trouver la solution de l'équation suivante :

$$10\log\left[\frac{1+\frac{2\pi}{\lambda_0}\,\delta n(E_{max})L_{eff}}{1+\sin\left(\frac{2\pi}{\lambda_0}\,\delta n(E_{max})L_{eff}\right)}\right] = 1 \tag{2.9}$$

Une résolution numérique de cette équation nous permet de donner une valeur approchée du déphasage maximum induit par le champ électrique maximal engendre 1 dB de compression :

$$\delta n(E_{max})[\text{rad}] \approx 0,241\,\frac{\lambda_0}{L_{eff}} \tag{2.10}$$

Dans le cas où la biréfringence du cristal dépend linéairement du champ électrique, E_{max} vaut :

$$E_{max} \approx \frac{0,757}{G_{phase}} \tag{2.11}$$

La dynamique de mesure D_{phase} du système sera donnée en dB par le rapport entre E_{max} et E_{min}. Ainsi, d'après l'équation (2.8) la dynamique des sondes EO dépend du produit *gain*-E_{max} :

$$D_{phase}(\text{dB}) = 10\log\frac{E_{max}}{E_{min}} = 10\log\frac{I_0\,E_{max}\,G}{\delta I(I_0)} \tag{2.12}$$

Cette relation (2.12) est valable quelque soit le dispositif utilisé. Ainsi, dans le cas des transducteurs basés sur la modulation de phase, on obtient via l'équation (2.11), une dynamique :

$$D_{phase}(\text{dB}) = 10 \log \frac{I_0}{\delta I(I_0)} - 1,2 \tag{2.13}$$

La dynamique de ces transducteurs est indépendante des caractéristiques du cristal EO et ne dépend que des niveaux de bruit de la source laser (bruit d'amplitude en $1/I_0$), du photodétecteur (bruit de grenaille en $1/\sqrt{I_0}$), et des appareils de traitement du signal hyperfréquence (bruits indépendant de la puissance optique).

2.1.2 Sonde basée sur la modulation d'amplitude

2.1.2.1 Principe

Dans le cas des sondes basées sur la modulation d'amplitude, les faces parallèles du cristal EO présentent des coefficients de réflexion [1] proches de 1, constituant ainsi une cavité Fabry-Pérot (FP). Les puissances optiques réfléchie et transmise sont issues des interférences entre les multiples rayons optiques à l'intérieur de cette cavité. Ces interférences dépendent de la différence de chemin optique entre les rayons, et donc de l'indice de réfraction du milieu électro-optique qui constitue la cavité FP. Comme cet indice de réfraction dépend du champ électrique, l'intensité reçue par le photodétecteur sera directement modulée en présence d'un champ (cf. annexe A.1 page 230).

Dans cette partie, nous considérons un faisceau sonde arrivant sous incidence normale au niveau de la face d'entrée de la cavité FP, constituée d'un cristal EO non absorbant. Dans ce cas, la puissance optique réfléchie est déduite facilement de la puissance optique transmise. Nous allons donc dans la suite de cette partie, ne considérer que la puissance optique transmise I_t. Cette puissance optique normalisée est donnée par [35] :

$$I_t = \frac{1}{1 + m \sin^2\left(\frac{2\pi}{\lambda_0} n(E)\, L\right)} \tag{2.14}$$

1. coefficients limités à quelques pour cents (réflexion de Fresnel) sans traitement diélectrique réfléchissant déposé sur chacune des faces.

Avec L la longueur physique de la cavité, et $m = 4R/(1-R)^2$, R étant le coefficient de réflexion en intensité des faces de la cavité.

Le calcul du point d'inflexion de la fonction ci-dessus nous permet, comme pour le cas des sondes basées sur la modulation de phase, de trouver expérimentalement et de façon très simple le point de fonctionnement optimal du système. Ce point de fonctionnement qui assure un maximum de linéarité et de gain G_{amp}. Ce point de fonctionnement correspond à une intensité transmise égale au $\frac{3}{4}$ de $\mathrm{I_{max}}$ en l'absence de champ (figure 2.3), impliquant que :

$$m \sin^2\left(\frac{2\pi\, n_0\, L}{\lambda_0}\right) = \frac{1}{3} \tag{2.15}$$

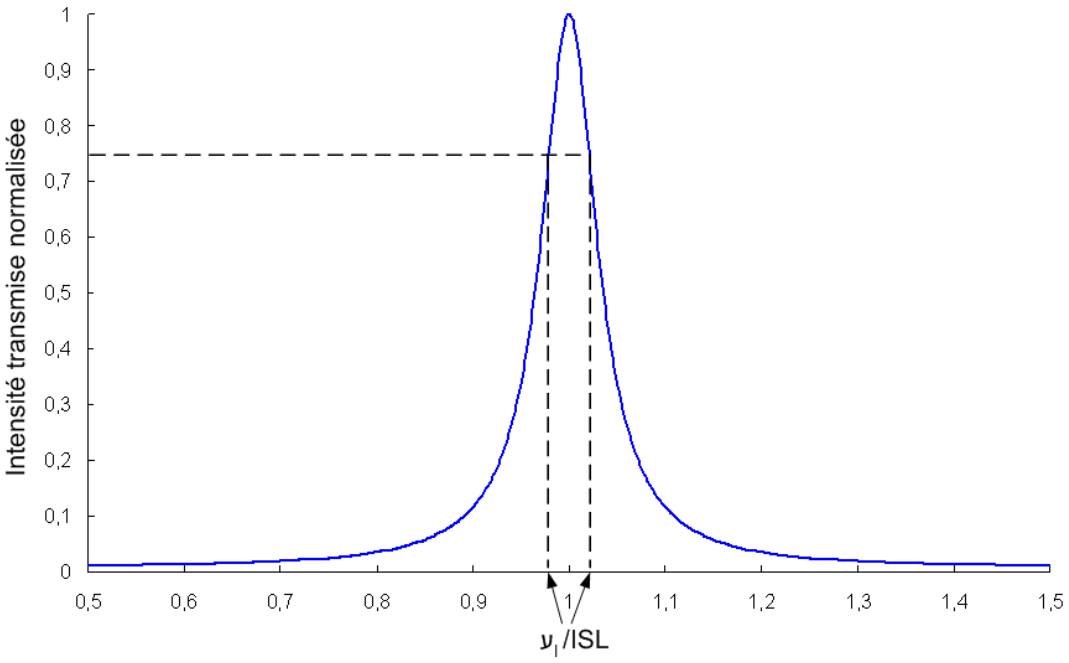


FIGURE 2.3 – Fréquence d'émission ν_l du laser au point de fonctionnement optimal du système de mesure, assurant les meilleures linéarité et sensibilité de la réponse du transducteur.

Ainsi, ce point de fonctionnement est obtenu simplement en modulant la longueur d'onde d'émission λ_0 jusqu'à ce que la puissance optique atteigne 75% de la puissance maximum.

Tout champ électrique hyperfréquence appliqué au cristal EO modifie l'indice de réfraction et par conséquent l'Intervalle Spectral Libre (ISL) de la cavité FP, défini comme

l'écart fréquentiel entre deux pics de transmission de la figure d'interférence, et qui s'écrit :

$$ISL = \frac{c}{2\,n\,(E)\;L} \tag{2.16}$$

Ainsi, si la longueur d'onde d'émission est temporellement stable, cette variation d'ISL sous l'influence du champ électrique hyperfréquence induit une modulation de la puissance optique de transmission détectée par la photodiode.

2.1.2.2 Caractéristiques

Le gain G_{amp} défini comme la dérivée de l'intensité transmise par rapport au champ E au point de fonctionnement s'écrit d'après l'équation (2.15) :

$$G_{amp} = \frac{\partial\, n(E)}{\partial E}\,\frac{3\sqrt{3}\;F\;L}{4\;\lambda_0} \tag{2.17}$$

Où $F \approx \pi\sqrt{m}/2$ est la finesse de la cavité Fabry-Pérot pour des coefficients de réflexion proches de 1. Cette finesse est définie comme le rapport entre la largeur fréquentielle à mi hauteur des pics et l'ISL.

Ainsi, au point de fonctionnement, et en considérant des modulations d'indice de réfraction suffisamment petites, la puissance optique normalisée, détectée par la photodiode placée après la cavité, se récrit :

$$I_t(E) = \frac{3}{4}\;\left(1 + \frac{\partial\, n(E)}{\partial E}\frac{\sqrt{3}\,F\,L}{\lambda_0}\;E\right) \tag{2.18}$$

La valeur du champ électrique maximum E_{max} que le système EO basé sur la modulation d'amplitude peut détecter en régime linéaire vérifie donc :

$$10\log\left[\frac{3}{4}\;(1 + G_{amp}\,E_{max})\;\left[1 + \left(\frac{2\,F}{\pi}\right)^2\,\sin^2\left(\arcsin\left(\frac{\pi}{2\sqrt{3}\,F}\right) + \frac{8\pi}{3\sqrt{3}\,F}\,G_{amp}\,E_{max}\right)\right]\right] = 1 \tag{2.19}$$

Ainsi, pour une longueur de cristal L et une longueur d'onde λ_0 données, E_{max} dépend, au même titre que le gain (cf. équation (2.17)), de la finesse F de la cavité.

La valeur du champ maximum a été calculé numériquement, à partir de l'équation (2.19), pour des valeurs de finesse F allant de 30 à 300, induites par des coefficients de

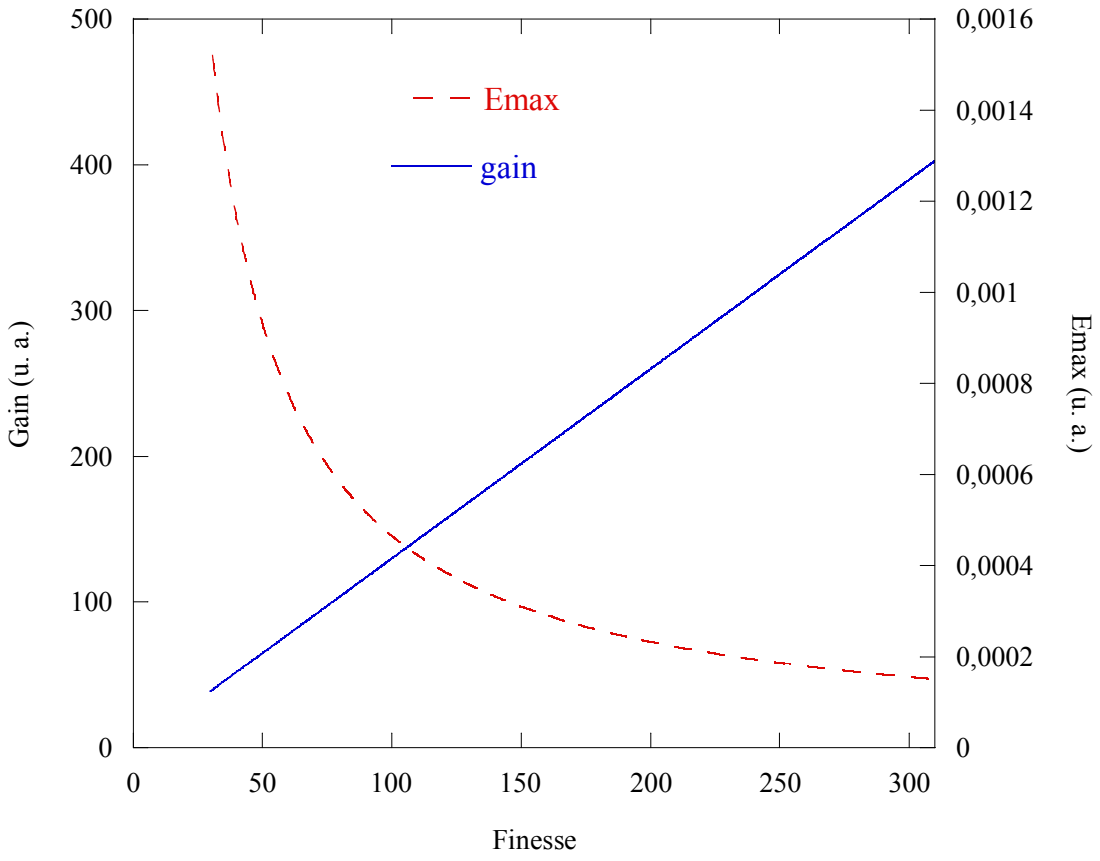


FIGURE 2.4 – Gain G_{amp} et E_{max} des sondes EO basées sur la modulation d'amplitude en fonction de la finesse F de la cavité.

réflexion en intensité allant respectivement de 90% à 99%. La figure 2.4, montre l'évolution de E_{max} ainsi que celle du gain de la sonde en fonction de la finesse de la cavité FP.

La dynamique D_{amp} : Comme le montre la figure 2.5, le produit *gain*-E_{max} n'est pas rigoureusement constant mais ne dépend toutefois que très faiblement de la finesse de la cavité, spécialement pour des cavités de grande finesse. Nous pouvons donc raisonnablement considéré un produit *gain*-E_{max} constant et égal à 0,06.

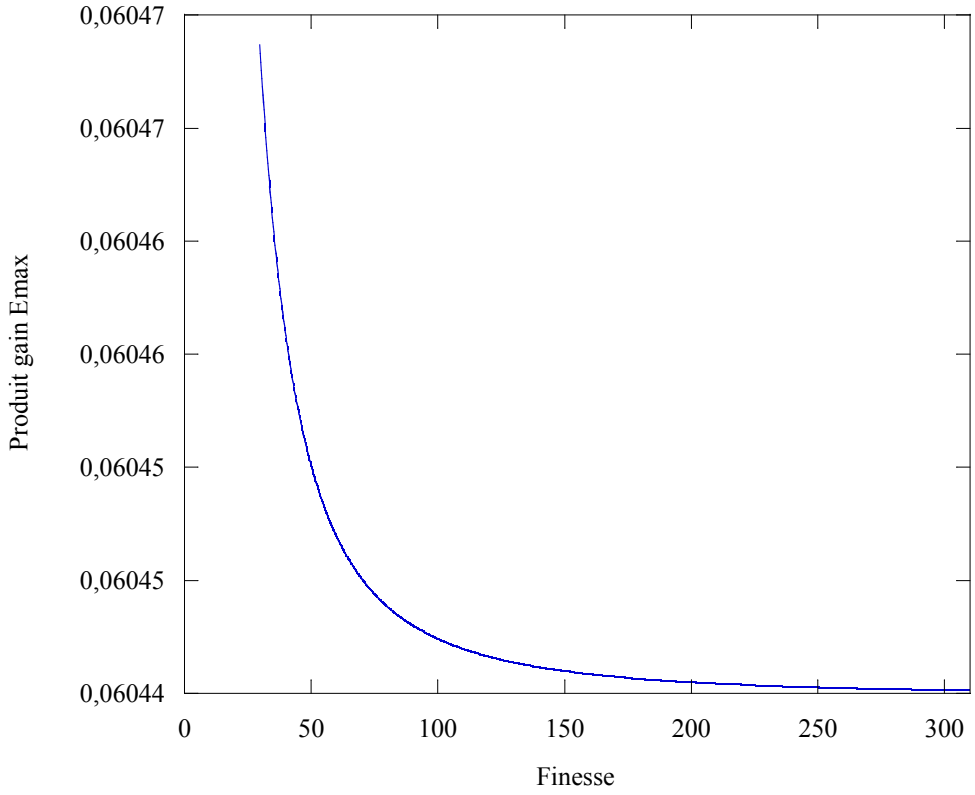


FIGURE 2.5 – Produit *gain*-E_{max} des sondes EO basés sur la modulation d'amplitude.

Dans ces conditions, d'après la formule (2.12), la dynamique D_{amp} des transducteurs basés sur la modulation d'amplitude vaut :

$$D_{amp}(\text{dB}) = 10\log\frac{I_0}{\delta I(I_0)} - 12,2 \tag{2.20}$$

soit 11 dB de moins que celle des transducteurs basés sur la modulation de phase.

La bande passante de ce type de dispositif ne peut pas être donnée par la relation (1.14) pour laquelle nous avions considéré que le faisceau ne faisait qu'un aller simple

dans le cristal EO. En revanche, comme il a été précisé dans la partie 1.2.2, la bande passante est donnée par la transformée de Fourier de la réponse temporelle du faisceau se propageant dans le cristal, qui est ici intégrée dans une cavité Fabry-Pérot.

Cette réponse temporelle est obtenue en observant la variation temporelle d'intensité transmise lorsque l'on coupe la source laser au temps $t = 0$. On montre alors que l'évolution temporelle de la puissance optique transmise normalisée s'écrit :

$$I_t(t) = R^{\mathrm{int}\left(\frac{vt}{L}+0{,}5\right)}\, e^{-2\alpha v t} \tag{2.21}$$

Avec α les pertes linéiques du cristal EO et v la vitesse de phase du faisceau optique dans ce dernier.

La partie $R^{\mathrm{int}\left(\frac{v\,t}{L}+0{,}5\right)}$ de l'expression (2.21), engendre les *marches* que l'on observe sur la figure 2.6, marches dont la hauteur diminue lorsque R tend vers 1. Ainsi, la différence entre les réponses temporelles de la cavité et les courbes d'extrapolation s'amoindrit lorsque R devient grand, courbes d'extrapolation qui sont de la forme :

$$I_t(t) = R^{\left(\frac{vt}{L}+0{,}5\right)}\, e^{-2\alpha v t} \tag{2.22}$$

Ainsi, pour des R proches de 1 (cavité de grande finesse), l'équation (2.21) se récrit, avec une bonne approximation, comme suit :

$$I_t(t) = \sqrt{R}\, R^{\frac{vt}{L}}\; e^{-2\alpha v t} = \sqrt{R}\, e^{(\ln R\; \frac{v\,t}{L} - 2\alpha\, v\, t)} \tag{2.23}$$

La réponse temporelle de la cavité est comparable à la décharge d'un condensateur, ne présentant pas de *zéros* de transmission (contrairement au cas des dispositifs en modulation de phase), et dont la constante de temps τ est fonction des caractéristiques de la cavité (R et α) :

$$\tau^{-1} = \frac{v}{L}\,(2\alpha\, L - \ln R) \tag{2.24}$$

La réponse fréquentielle est donc du type passe bas dont la bande passante est donnée par :

$$\Delta f_{-3dB} = \frac{\tau^{-1}}{2\pi} = \frac{ISL}{\pi}\,(2\alpha\, L - \ln R) \tag{2.25}$$

Ainsi, si l'on considère que le milieu n'est pas absorbant ($\alpha = 0$), à bande passante équivalente, on montre à l'aide des relations (1.13) page 31 et (2.25), que la sonde basée sur

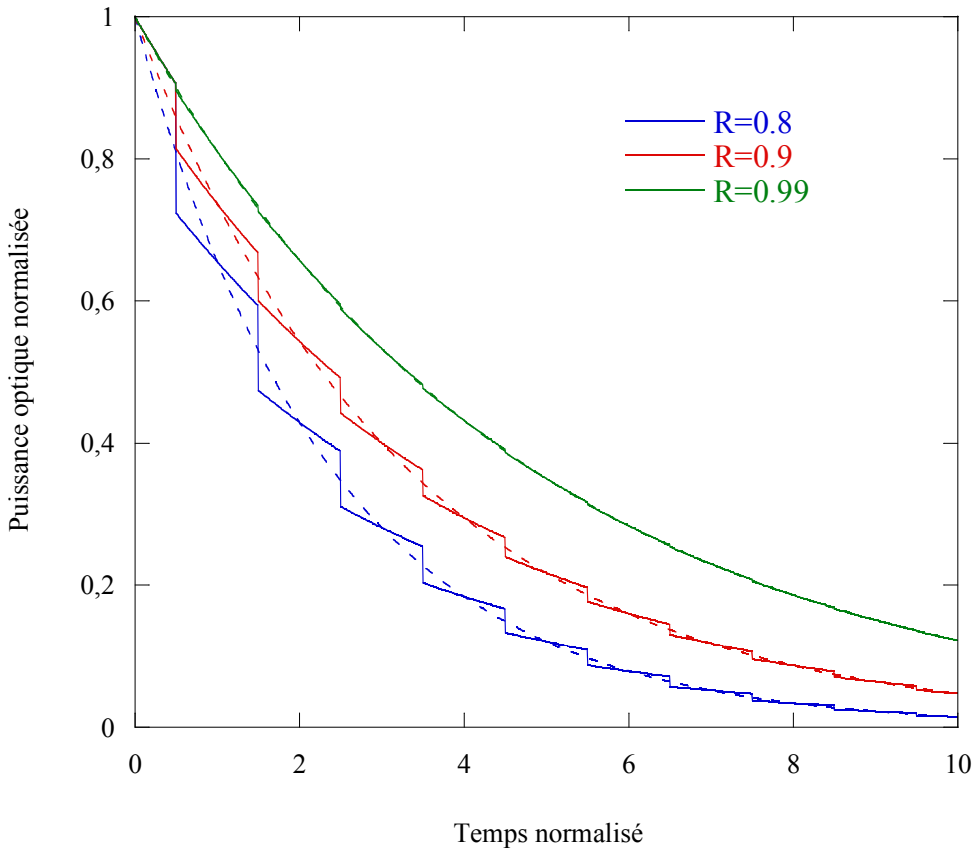


FIGURE 2.6 – Réponse temporelle d'une cavité Fabry-Pérot pour différentes valeurs des coefficients de réflexion R (courbes en trait plein) et extrapolation de chacune de ces courbes avec une fonction continue (courbes en pointillé). L'axe des temps est normalisé par rapport au temps de propagation du faisceau optique sur un aller-retour.

la modulation d'amplitude est nettement plus compacte que celle basée sur la modulation de phase, puisque l'on obtient pour des coefficients de réflexion proche de 1 :

$$L = -\frac{L_{eff}}{2\pi\, 0,443} \ln R \tag{2.26}$$

La perturbation induite par les sondes EO basées sur la modulation d'amplitude est d'autant plus faible que le coefficient de réflexion est grand. Pour les mêmes raisons, la résolution spatiale longitudinale de ces sondes est très grandement améliorée lorsque R tend vers 1.

En ce qui concerne le gain G_{amp}, et donc la sensibilité S_{amp}, comme il dépend, d'après l'équation (2.17), de la longueur L de la cavité, on montre, en utilisant la relation qui lie la finesse de la cavité à R, qu'il s'exprime :

$$G_{amp} = \frac{3\sqrt{3}}{8 \times 0,443} \frac{\sqrt{R} \ln R}{(R-1)} G_{phase} \tag{2.27}$$

Pour des coefficients de réflexion suffisamment grands ($\geqslant 0,8$), **le gain des sondes EO basées sur la modulation d'amplitude est, en première approximation, constant et est environ 1,5 fois plus grand que celui des sondes exploitant la modulation de phase, à bande passante équivalente**.

Comme nous venons de le voir, les performances des transducteurs basés sur la modulation d'amplitude dépendent de la finesse F de la cavité, finesse qui n'est pas, en général, qu'une simple fonction des coefficients de réflexion R. En effet, nous avons considéré au début de cette partie que la cavité était non absorbante (excepté pour le calcul de la bande passante), que les faces étaient planes, parallèles entre elles et perpendiculaires au faisceau optique. Toutes ces considérations ont permis d'aboutir à la relation (2.14) qui donne la puissance optique transmise. Or, ce cas idéal n'existe pas en réalité et toutes les imperfections d'alignement, de parallélisme ainsi que l'absorption du cristal EO jouent un rôle important, dégradant la finesse et donc les performances du transducteur (cf. annexe A.1.1 page 230).

2.1.3 Sondes basées sur la modulation d'état de polarisation

2.1.3.1 Principe

Cette troisième solution, la plus complexe sur le plan conceptuel mais la plus simple sur le plan de son implémentation, est celle qui a été très majoritairement mise en oeuvre jusqu'à aujourd'hui par les différents groupes travaillant dans le domaine de la mesure de champ électrique par voie électro-optique.

Ces transducteurs exploitent la variation d'état de polarisation du faisceau sonde lors de sa propagation dans le cristal EO. Comme il est expliqué dans la partie suivante (cf. chapitre 3.3 page 82), un changement d'état de polarisation de l'onde incidente n'est possible que si elle se propage dans un milieu biréfringent présentant une biréfringence caractérisée par Δn. Un séparateur de polarisation placé en sortie du cristal permet ensuite de séparer spatialement les composantes du champ électrique dont les amplitudes sont liées à l'état de polarisation. Ainsi, une modulation de biréfringence du cristal EO induite par effet Pockels, engendrera une modulation d'état de polarisation qui se traduira par une modulation d'intensité optique détectée par une photodiode placée en aval d'un des faisceaux optique émergeant du séparateur de polarisation. On comprend bien que le point de fonctionnement d'un tel dispositif, décrit à la page 146, est donné pour un certain état de polarisation dépendant du design de la sonde (orientation du cristal, des éléments polarisant, ...).

Comme toutes ces notions d'état de polarisation et de sondes EO basées sur la modulation d'état de polarisation sont décrites précisément dans la suite de ce manuscrit, cette section ne fera qu'une brève comparaison de la configuration d'un système de mesure basé sur la modulation d'état de polarisation avec les deux dispositifs précédents, basés sur la modulation d'amplitude et la modulation de phase.

2.1.3.2 Caractéristiques

Les réponses temporelle et fréquentielle étant déduites du temps de parcours de l'onde optique dans le cristal EO, les transducteurs basés sur la modulation d'état de polarisation présentent les mêmes caractéristiques en bande passante et en dynamique

que les transducteurs basés sur la modulation de phase.

Leur sensibilité dépend de la variation de biréfringence induite par effet Pockels, et non de la variation d'indice de réfraction de l'un des axes propres de propagation du cristal, comme dans le cas des dispositifs exploitant les modulations de phase ou d'amplitude. Ils peuvent donc présenter *a priori* un meilleur gain et une meilleure sensibilité que les sondes basées sur la modulation de phase puisque l'on peut exploiter, dans le cas des dispositifs utilisant la modulation d'état de polarisation, les variations de deux indices induites par le champ électrique, et non d'un seul, dans le cas de systèmes exploitant la modulation de phase.

2.2 Conclusion

Toute cette partie a fournit au lecteur une comparaison relative des performances des différents dispositifs EO existants. En revanche, aucune valeur de sensibilité, de gain et de dynamique n'a été donnée, car ces grandeurs dépendent de la variation d'indice $\frac{\partial n(E)}{\partial E}$(modulation de phase et d'amplitude) ou de la biréfringence du milieu $\frac{\partial \Delta n(E)}{\partial E}$(modulation d'état de polarisation), en fonction du champ électrique hyperfréquence. Or c'est justement dans la partie suivante nous nous attarderons sur l'étude théorique de cette variation d'indice par effet Pockels, étude qui permet également de montrer l'aspect vectoriel de la mesure EO. En effet, à l'instar de l'équation (1.8) nous n'avons jamais parlé jusqu'ici de la sélectivité des sondes, en considérant que la variation d'indice n'était que proportionnelle à l'amplitude du champ, considération qui ne nuisait toutefois pas au comparatif des dispositifs de mesure de champ électrique MFP.

Les transducteurs basés sur la modulation d'amplitude sont très attirants en termes de sensibilité de mesure. Cette solution est donc vraiment séduisante mais le développement d'une telle sonde fibrée souffre de la précision de montage, qui doit être irréprochable en termes d'alignement, sans quoi ces excellentes performances théoriques ne tiennent plus (cf. annexe A.1.1). Ce problème de montage n'est pas aussi critique pour les transducteurs basés sur la modulation d'état de polarisation et de modulation de phase.

Aussi, après avoir dimensionné, en début de thèse, un transducteur basé sur la mo-

Caractéristiques	**Modulation de phase**	**Modulation d'amplitude**	**Modulation d'état de polarisation**
Niveau de perturbation	Bien	Très bien	Bien
Résolution spatiale	Bien	Très bien	Bien
Sensibilité (S)	Médiocre	Bien	Bien
Dynamique	Trés bien	Médiocre	Trés bien

TABLE 2.1 – Comparaison qualitative, à bande passante équivalente, des performances des dispositifs de mesures électro-optiques.

dulation d'amplitude permettant la mesure simultanée de deux composantes du champ électrique avec un seul faisceau optique et un cristal EO biréfringent, dispositif présenté en annexe A.2 page 234), nous avons réorienté nos objectifs pour corriger les problèmes de stabilité temporelle de la réponse EO observés lors de précédents travaux et en début de cette thèse. Comme ces problèmes étaient, *a priori*, inhérents aux transducteurs diélectriques, indépendamment du dispositif utilisé, nous avons consacré la totalité de cette thèse à la réalisation d'un système de mesure EO automatisé et présentant une réponse temporellement stable, utilisant des sondes basées sur la modulation d'état de polarisation développées et caractérisées lors des précédents travaux de thèse de Gwenaël Gaborit [48], et qui présente, au vu du tableau récapitulatif ci-après, de meilleures performances que les sondes basées sur la modulation de phase.

Deuxième partie

Notions théoriques sur la propagation d'ondes EM en régime non linéaire dans les milieux anisotropes

Cette partie n'a pas pour but de refaire la théorie de l'électromagnétisme dans son intégralité mais plutôt d'aborder et d'expliquer les notions indispensables à la compréhension des mécanismes physiques utilisés pour la détection de champs électriques par les sondes électro-optiques basées sur la modulation d'état de polarisation. Nous allons donc passer en revue et traiter de manière non exhaustive les différentes interactions qui existent entre une onde EM et son milieu de propagation.

Le premier chapitre de cette partie concerne l'action qu'a un milieu de propagation sur les propriétés d'une onde EM, tandis que le deuxième prend le problème de l'autre point de vue et s'attarde sur les modifications des propriétés diélectriques des milieux, induites par un champ EM. Ainsi, les notions théoriques abordées dans chacun de ces chapitres nous permettront de comprendre comment deux ondes, optique et hyperfréquence, peuvent interagir, ces interactions étant à la base du système de mesure développé durant cette thèse et présenté dans les deuxième et troisième parties.

Chapitre 3

Propagation en régime linéaire

Sommaire

3.1 Les équations de Maxwell et leurs significations 59

3.1.1 Théorème de Gauss, Stockes et opérateurs associés 59

3.1.2 Équation d'Ampère 63

3.1.3 Équation de Faraday 67

3.2 Équation de propagation 68

3.2.1 Dans les milieux homogènes 69

3.2.2 Dans les milieux diélectriques non chargés 69

3.2.3 Dans les milieux non magnétiques 70

3.2.4 Dans les milieux diélectriques absorbants 72

3.2.5 Dans les milieux conducteurs non chargés 73

3.2.6 Dans les milieux anisotropes 74

3.2.6.1 Définition de l'ellipsoïde des indices 74

3.2.6.2 Propagation d'une onde électromagnétique dans un cristal anisotrope 78

3.3 État de polarisation d'une onde électromagnétique 82

3.3.1 En milieu isotrope 82

3.3.2 En milieu anisotrope 86

3.4 Formalisme de Jones et composants optiques agissant sur la polarisation 87

3.4.1 Formalisme de Jones 88
3.4.2 Éléments optiques et matrices de Jones associées 90
3.4.2.1 Milieu biréfringent transparent 91
3.4.2.1.1 Lame demi-onde 92
3.4.2.1.2 Lame quart d'onde 93
3.4.2.2 Polariseurs 95
3.4.2.2.1 Polariseurs absorbants 95
3.4.2.2.2 Séparateurs de polarisation 97
3.4.2.3 Récapitulatif des optiques agissant sur la polarisation 99
3.5 Conclusion 101

Une perturbation électromagnétique (EM), par définition, modifie la structure du milieu dans lequel elle se propage, en modifiant la répartition des charges libres ou liées, dudit milieu. Le champ EM en un point de l'espace devient donc la somme de la perturbation initiale (champ EM incident) et de la réaction du milieu à cette perturbation. Ainsi, on comprend aisément que la propagation de cette onde électromagnétique dépend directement des propriétés physiques du milieu de propagation. Ce chapitre décrit l'évolution spatio-temporelle d'une onde EM se propageant dans différents milieux et nous nous attarderons sur la modification de l'état de polarisation de cette onde en fonction des caractéristiques diélectriques du milieu de propagation.

3.1 Les équations de Maxwell et leurs significations

L'électromagnétisme est né en 1865 de l'unification par James Clerk Maxwell [49] des théories antérieures, développées par Gauss et Ampère, et dont certains résultats sont présentés dans les parties qui suivent. Cette théorie unifiée explique entre autres comment une perturbation électromagnétique interagit avec la matière pour se propager dans des milieux qui peuvent être conducteurs, diélectriques, absorbants, magnétiques... Les équations de Maxwell, comme nous allons le voir, traduisent l'évolution des champs électrique $\vec{E}$, déplacement électrique $\vec{D}$, excitation magnétique $\vec{H}$ et magnétique $\vec{B}$.

3.1.1 Théorème de Gauss, Stockes et opérateurs associés

Opérateur de Gauss

L'équation de Gauss-Ostrogradsky [50] traduit le fait qu'une densité de charge électrique non nulle en un point $\vec{r}$ de l'espace aura pour effet de dévier les lignes de champ électrique. Considérer une déviation locale d'un champ $\vec{A}$ en $\vec{r}$, revient à considérer un flux non nul de ce champ au travers d'un volume infinitésimal centré en ce point.
Si l'on considère ce volume comme étant un cube infinitésimal, le flux $d\Phi_{\vec{A}}$ de $\vec{A}$ à travers cette surface fermée est donné par la somme du flux sur chacune des 6 faces (cf. figure (3.1)). On obtient donc :

$$\mathrm{d}\Phi_{\vec{A}} = \sum_{n=1}^{6} \vec{A}(\vec{r}) \cdot \mathrm{d}\vec{S}_n$$

En prenant en considération la convention qui veut que tout élément de surface $d\vec{S}$ soit dirigé vers l'extérieur de la surface fermée, on obtient :

$$\begin{aligned} \mathrm{d}\Phi_{\vec{A}} &= [A_x(x+\mathrm{d}_x) - A_x(x)]\,\mathrm{d}_y\mathrm{d}_z \\ &+ [A_y(y+\mathrm{d}_y) - A_y(y)]\,\mathrm{d}_x\mathrm{d}_z \\ &+ [A_z(z+\mathrm{d}_z) - A_z(z)]\,\mathrm{d}_y\mathrm{d}_z \end{aligned}$$

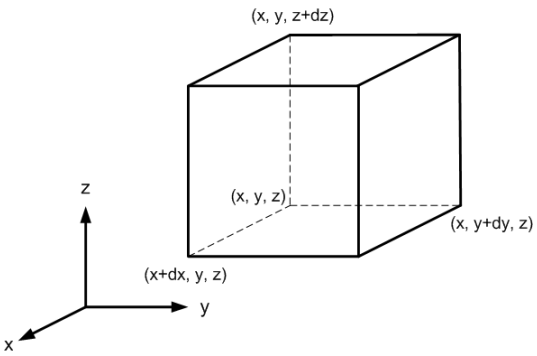


FIGURE 3.1 – Volume infinitésimal délimité par une surface fermée.

$$\Rightarrow \ \mathrm{d}\Phi_{\vec{A}} = (\frac{\partial \mathrm{A_x}}{\partial x} + \frac{\partial \mathrm{A_y}}{\partial y} + \frac{\partial \mathrm{A_z}}{\partial z})\ \mathrm{d}_x\mathrm{d}_y\mathrm{d}_z$$

$$\Rightarrow \ \mathrm{d}\Phi_{\vec{A}} = (\mathrm{div}\ \vec{A})\ \mathrm{d}v$$

Sachant que tout volume non infinitésimal peut être vu comme la somme de cubes infinitésimaux non sécants, étant donné que tout champ $\vec{A}$ sortant d'une face d'un cube est entrant pour le cube voisin, on en arrive à la relation ci-dessous, exprimant le flux de $\vec{A}$ à travers une surface fermée quelconque :

$$\Phi_{\vec{A}} = \oiint_s \mathrm{d}\Phi_{\vec{A}} = \iiint_v \mathrm{div}\ \vec{A}\ \mathrm{d}v \tag{3.1}$$

l'opérateur de Gauss permet donc de transformer une intégrale surfacique, sur une surface fermée, en une intégrale volumique.

$$\oiint_s \ \vec{\mathrm{d}s}\cdot = \iiint_v \ \mathrm{d}v\ \vec{\nabla}\cdot \tag{3.2}$$

Si l'on considère maintenant le flux d'un champ électrique $\vec{E_r}$ issu d'une charge ponctuelle q au travers d'une surface s quelconque entourant q (cf. figure 3.2),

$$\begin{aligned} \phi_{\vec{E_r}} &= \oiint_s \ \vec{E_r}\cdot\vec{\mathrm{d}s} \\ &= \frac{q}{4\pi\ \epsilon_0\ \epsilon_r} \oiint_s \frac{\hat{E_r}\cdot\vec{\mathrm{d}s}}{r^2} \end{aligned} \tag{3.3}$$

$\hat{E_r}$ étant le vecteur unitaire colinéaire à $\vec{E_r}$ et ϵ_r la permittivité diélectrique relative

du milieu [1]. Or, comme le montre la figure ci-dessous, on a :

$$\vec{E}_r \cdot \vec{\mathrm{d}s} = |\vec{E}_r| \mathrm{d}s' = |\vec{E}_r|\, r^2\, \sin\theta\, \mathrm{d}\varphi \mathrm{d}\theta \tag{3.4}$$

d'où :

$$\phi_{\vec{E}_r} = \frac{q}{4\pi\, \epsilon_0\, \epsilon_r} \int_0^{2\pi} \mathrm{d}\varphi \int_0^{\pi} \sin\theta\, \mathrm{d}\theta = \frac{q}{\epsilon_0\, \epsilon_r} \tag{3.5}$$

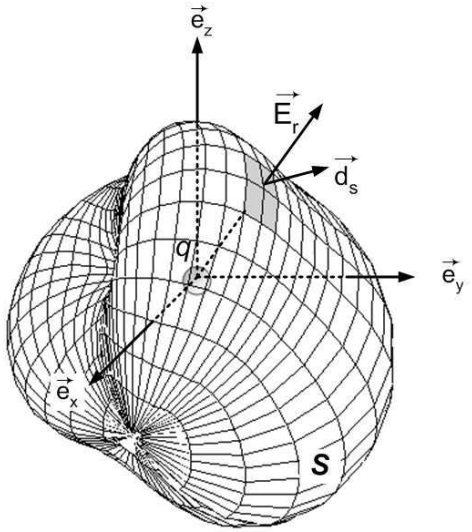


FIGURE 3.2 – Flux du champ électrique au travers d'une surface quelconque fermée.

Si l'on considère maintenant une distribution volumique de charge,

$$q = \iiint_v \rho\,(\vec{r})\ \mathrm{d}v \tag{3.6}$$

On obtient alors :

$$\phi_{\vec{E}_r} = \iiint \frac{\rho\,(\vec{r})}{\epsilon_0\, \epsilon_r}\ \mathrm{d}v \tag{3.7}$$

Tant que le flux du champ électrique ne dépend pas de la géométrie de la surface fermée, il est possible, à l'aide des équations (3.7) et (3.2), d'obtenir la forme différentielle de l'équation de Gauss-Ostrogradsky. Cette égalité est vérifiée même en considérant une évolution temporelle de la distribution de charge. On écrit donc :

$$\mathrm{div}\ \vec{E}_r\,(\vec{r},\, t) = \frac{\rho\,(\vec{r},\, t)}{\epsilon_0\, \epsilon_r} \tag{3.8}$$

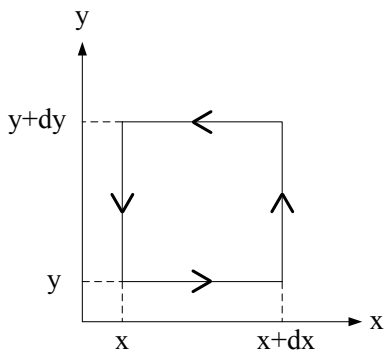
1. ϵ_r est en général, comme nous allons le voir dans la suite, une grandeur tensorielle

De manière générale, le flux d'un champ quelconque au travers d'une surface fermée, est proportionnel au nombre de "sources de champ" confinées dans ce volume. De cette conclusion, il résulte que la divergence du champ magnétique est toujours nulle : il n'existe pas de monopôle magnétique.

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0 \tag{3.9}$$

Opérateur de Stokes :

On cherche cette fois-ci à connaître la circulation $\delta \mathrm{w}_{\vec{A}}$ d'un champ vectoriel $\vec{A}$ sur un contour fermé $\mathscr{C}$. Dans un premier temps, calculons la circulation de ce champ sur un contour infinitésimal.



$$\begin{aligned} \delta \mathrm{w}_{\vec{A}} &= \mathrm{A}_x(x,\ y)\,\mathrm{d}x + \mathrm{A}_y(x+\mathrm{d}x,\ y)\,\mathrm{d}y - \mathrm{A}_x(x,\ y+\mathrm{d}y)\,\mathrm{d}x - \mathrm{A}_y(x,\ y)\,\mathrm{d}y \\ &= \overrightarrow{\mathrm{rot}}\ \vec{A}\cdot\vec{\mathrm{d}s} \end{aligned} \tag{3.10}$$

Toute circulation sur un contour fermé $\mathscr{C}$ quelconque peut être vue comme la somme intégrale des circulations infinitésimales. En effet, compte tenu du signe de la circulation, la circulation de $\vec{A}$ sur une portion commune à deux contours est nulle. Seule la circulation de $\vec{A}$ le long du périmètre extérieur $\mathscr{C}$ est non nulle. D'où :

$$\begin{aligned} \mathrm{W}_{\vec{A}} &= \oint_{\mathscr{C}} \delta \mathrm{w}_{\vec{A}} \\ &= \oint_{\mathscr{C}} \vec{A}\cdot\vec{dl} = \iint_S \overrightarrow{\mathrm{rot}}\ \vec{A}\cdot\vec{\mathrm{d}s} \end{aligned} \tag{3.11}$$

l'opérateur de Stokes permet donc de transformer une intégrale linéique en une intégrale surfacique s'il s'agit d'un contour fermé.

$$\oint_{\mathscr{C}} \vec{dl}\cdot = \iint_s \vec{\mathrm{d}s}\cdot\vec{\nabla}\otimes \tag{3.12}$$

3.1.2 Équation d'Ampère

Nous nous attardons maintenant sur la circulation d'un champ magnétique sur un parcours fermé. Pour déterminer la circulation d'un champ sur un certain parcours, il nous faut connaître les caractéristiques spatiales de ce dernier.

Une particule de charge q animée d'une vitesse $\vec{v}$ crée un champ magnétique donné par la formule suivante [51] :

$$\vec{B} = \frac{\mu}{4\pi} \frac{q\vec{v} \otimes \vec{r}}{r^3} \tag{3.13}$$

Si l'on cherche maintenant à calculer le champ magnétique créé par un ensemble de charges élémentaires dont la vitesse moyenne est non nulle, créant ainsi un courant I circulant dans un conducteur (cf. figure (3.3)), la contribution $d\vec{B}$ du champ magnétique moyen en un point $P(\vec{r})$ de l'espace, due au mouvement de cet ensemble de charges, au sein d'un élément de volume infinitésimal est donné par la loi de Biot-Savart [52] :

$$d\vec{B} = \frac{\mu\, I}{4\pi} \frac{\vec{dl} \otimes \vec{r}}{r^3} \tag{3.14}$$

Ainsi, pour un fil conducteur infiniment long parcouru par un courant I, comme le montre la figure (3.3), le champ magnétique au point $P(\vec{r})$ est dirigé selon une droite perpendiculaire au plan défini par $\vec{dl}$ et $\vec{r}$ et dont la norme vaut :

$$\left|\vec{B}\right| = \frac{\mu\, I}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin(\alpha)}{r^2}\, \mathrm{d}z \tag{3.15}$$

Un passage en coordonnées cylindriques donne :

$$\begin{cases} \sin(\alpha) = \frac{b}{r} \\ \mathrm{d}z = \frac{b\, d\alpha}{\sin^2(\alpha)} \end{cases} \tag{3.16}$$

D'où :

$$\left|\vec{B}\right| = \frac{\mu\, I}{4\pi\, b} \int_0^{\pi} \sin(\alpha)\, \mathrm{d}\alpha$$

On en déduit donc la forme du champ magnétique $\vec{B}$ induit par le courant I en tout point de l'espace situé à une distance b du fil.

$$\vec{B} = \frac{\mu\, I}{2\pi\, b} \tag{3.17}$$

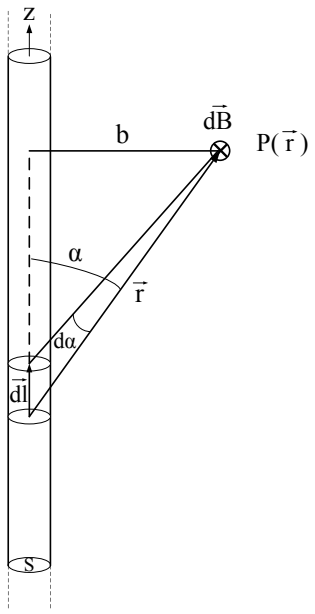


FIGURE 3.3 – Champ magnétique créé par un fil infiniment long.

On cherche maintenant à connaître la circulation d'un tel champ sur un parcours fermé quelconque traversé par un courant I_{int} (cf. figure 3.4).

$$\oint_{\mathscr{C}} \vec{B} \cdot \vec{dl} = \int_0^{2\pi} B\, b\,(\theta)\ \mathrm{d}\theta = \mu\, I_{int} \tag{3.18}$$

On constate que toute circulation de charge extérieure à la surface S engendre un champ magnétique dont la circulation sur $\mathscr{C}$ est nulle. Ainsi, d'après le principe de superposition et considérant une distribution spatiale du vecteur densité de courant $\vec{j}\,(\vec{r})$ traversant la surface S, on obtient :

$$\oint_{\mathscr{C}} \vec{B} \cdot \vec{dl} = \mu \iint_s \vec{j}\,(\vec{r}) \cdot \vec{ds} \tag{3.19}$$

Donc, d'après les équations (3.19) et (3.12), on obtient la forme différentielle de l'équation d'Ampère :

$$\overrightarrow{\mathrm{rot}}\ \vec{B}\,(\vec{r}) = \mu\, \vec{j}\,(\vec{r}) \tag{3.20}$$

Cette équation, ne prend en compte, dans la formule ci-dessus, que les courants induits par le mouvement des charges libres du matériau et leur distribution spatiale. Elle est donnée dans le cas d'un régime stationnaire et devient donc incomplète pour les régimes transitoires. Ainsi, l'électrodynamique ne peut être décrite entièrement par

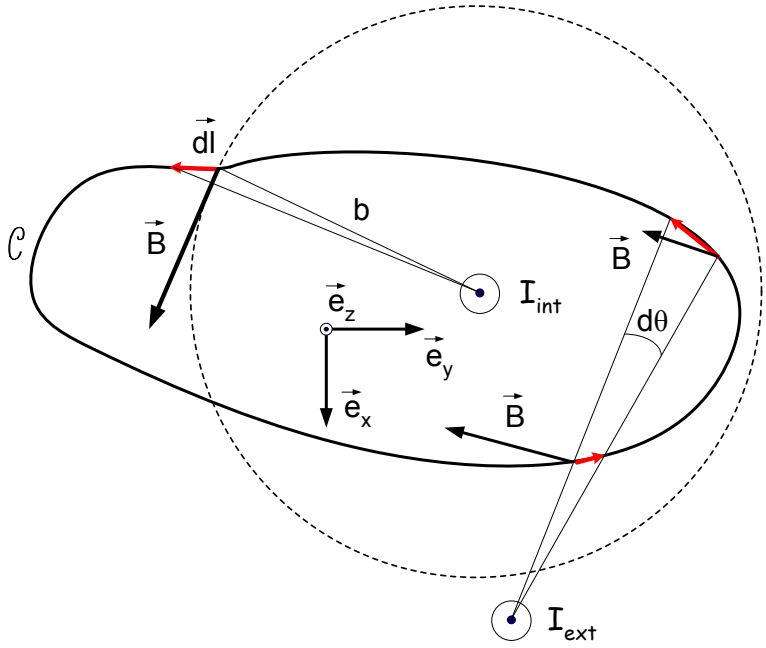


FIGURE 3.4 – Circulation sur un contour $\mathscr{C}$ de champ magnétique créés par des courants infiniment longs.

cette équation. En effet, le champ électrique engendre une accélération des charges libres du milieu de propagation. Ces charges se propageant dans un milieu qui, dans le cas le plus général, est non homogène et résistif, sont soumises à des phénomènes de diffusion. Le courant $\vec{J}_{libre}$ en régime stationnaire se résume ainsi en la somme d'un courant de conduction $\vec{J}_{cond}$ fonction du champ électrique externe, et d'un courant de diffusion $\vec{J}_{diff}$ induit par un gradient de densité de charge ρ.

$$\begin{cases} \vec{J}_{cond}\,(\vec{r},\ t) = \rho(\vec{r},\ t)\, e\, \mu_e\ \vec{E}\,(\vec{r},\ t) = \sigma\ \vec{E}\,(\vec{r},\ t) \\ \vec{J}_{diff}\,(\vec{r},\ t) = -D_0\ \ \overrightarrow{\text{grad}}\ \ \rho\,(\vec{r},\ t) \end{cases} \tag{3.21}$$

σ, μ_e, D_0 sont respectivement la conductivité du milieu, la mobilité et le coefficient de diffusion des charges, et ρ la densité volumique de charge fonction des caractéristiques électriques du milieu de propagation. Si ce milieu est électriquement homogène (milieu isotrope à résistivité constante), ρ devient constant et le courant de diffusion s'annule. Ce cas idéal n'existe pas et une simple impureté dans le réseau cristallin produira une inhomogénéité induisant un courant de diffusion.

Appliquer un champ électrique engendre également un déplacement des charges liées

créant ainsi un courant. Ce déplacement tend vers une valeur d'équilibre sous l'action d'un champ électrostatique. Le courant de déplacement $\vec{J}_D$ n'existe donc, quant à lui, qu'en régime transitoire et dépend des variations temporelles du vecteur déplacement électrique $\vec{D}$.

$$\vec{J}_D\left(\vec{r},\ t\right) = \frac{\partial\, \vec{D}\left(\vec{r},\ t\right)}{\partial t} = \epsilon_0 \frac{\partial\, \vec{E}\left(\vec{r},\ t\right)}{\partial t} + \frac{\partial\, \vec{P}\left(\vec{r},\ t\right)}{\partial t} \tag{3.22}$$

Avec $\vec{P}$ le moment dipolaire total, induit par la délocalisation des charges liées, résultant de :

- l'orientation des molécules dipolaires
- la déformation des liaisons ioniques
- la déformation des orbitales électroniques (figure 4.4)

sous l'action du champ électrique incident $\vec{E}$ (cf. partie 4.2.3.1 p.114).

Le moment dipolaire total induit traduit la réaction du milieu sous l'action d'une perturbation électromagnétique vectorielle, et n'est pas nécessairement colinéaire à cette dernière. Il en découle une relation tensorielle entre ces deux champs vectoriels.

$$\vec{D} = \epsilon_0 \overleftrightarrow{\epsilon}_r\ \vec{E} \tag{3.23}$$

Il est possible d'étendre cette remarque à tous les matériaux qui présentent un moment magnétique induit. L'induction magnétique et le champ magnétique sont ainsi également liés par une relation tensorielle :

$$\vec{B} = \mu_0 \overleftrightarrow{\mu}_r\ \vec{H} \tag{3.24}$$

Remarque : Les équations (3.23) et (3.24) sont appelées relations constitutives.

Ainsi, en régime transitoire et dans un milieu de propagation quelconque, le courant total est la somme des trois courants mentionnés précédemment : courant de conduction, courant de diffusion et courant de déplacement. L'équation d'Ampère (3.20) peut être modifiée et devient alors :

$$\overrightarrow{\text{rot}}\ \vec{B}\left(\vec{r},\ t\right) = \mu_0 \overleftrightarrow{\mu}_r \left[\vec{J}_{libre}\left(\vec{r},\ t\right) + \frac{\partial\, \vec{D}\left(\vec{r},\ t\right)}{\partial t}\right] \tag{3.25}$$

3.1.3 Équation de Faraday

En 1831, Michael Faraday mit en évidence le phénomène d'induction magnétique [51] à l'aide d'un dispositif expérimental simple (figure 3.5) constitué de deux boucles conductrices. L'une d'elles, boucle ①, est équipée d'un interrupteur permettant, à l'aide d'un générateur, d'y imposer un courant $i_1(t)$. A l'aide d'un galvanomètre, Faraday mesura un courant $i_2(t)$ dans la boucle ②, isolée de toute source de courant.

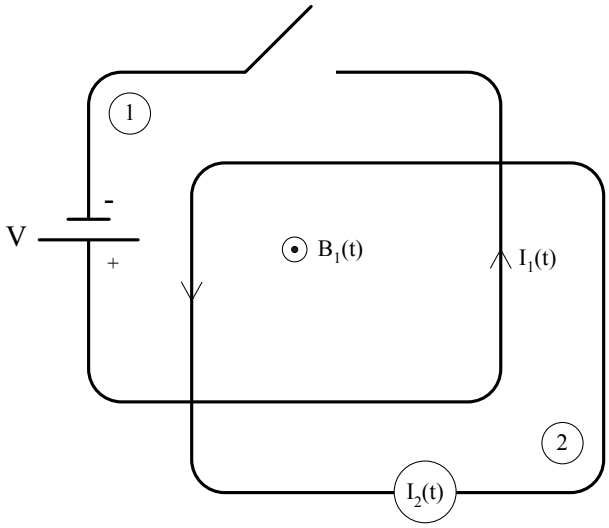


FIGURE 3.5 – Dispositif expérimental de mesure du phénomène d'induction magnétique.

Lorsque $i_1(t)$ =constante (interrupteur ouvert ou fermé), $i_2(t) = 0$. En revanche, l'apparition d'un courant transitoire lors de la commutation de l'interrupteur, génère un courant $i_2(t) \neq 0$ circulant dans le sens inverse de celui de $i_1(t)$.

En effet, la variation de champ magnétique induite par le courant transitoire $i_1(t)$ engendre une variation du flux de ce dernier au travers de la boucle ②. Les charges libres de ② vont donc se mettre en mouvement afin de créer un champ magnétique s'opposant à la variation temporelle du champ initial et ainsi conserver un flux magnétique constant. Il y a donc apparition d'un courant induit temporellement évanescent dû aux pertes ohmiques. Cette variation temporelle du flux magnétique au travers de la boucle ② a le même effet d'accélération des charges que pourrait avoir un champ électrique variant au cours du temps sur la boucle. Il en découle, au sein de ②, l'apparition d'une force électromotrice

(FEM) proportionnelle et opposée à la variation du flux du champ magnétique au travers de la boucle ②. On obtient la relation suivante :

$$\text{FEM} = \oint_L \vec{E} \cdot \vec{dl} = -\frac{\partial \, \Phi_{\vec{B}}}{\partial t} \tag{3.26}$$

appelée loi de Faraday [53]

L'opérateur de Stockes (3.12) et l'équation ci-dessus, nous permettent d'obtenir la forme différentielle de la loi de Faraday :

$$\overrightarrow{\text{rot}} \ \vec{E} = -\frac{\partial \, \vec{B}}{\partial t} \tag{3.27}$$

3.2 Équation de propagation

Les équations (3.8), (3.9), (3.25) et (3.27), appelées également équations de Maxwell, permettent de décrire l'évolution spatio-temporelles d'une perturbation électro-magnétique et de déterminer l'équation traduisant la propagation de celles-ci au sein d'un milieu dont les caractéristiques électriques intrinsèques sont données par la distribution de densité volumique de charge ρ, le tenseur permittivité diélectrique relative $\overleftrightarrow{\epsilon_r}$, le tenseur perméabilité magnétique relative $\overleftrightarrow{\mu_r}$, et la conductivité σ. À ces caractéristiques intrinsèques, il faut ajouter toutes les contraintes extérieures auxquelles le milieu est soumis. En effet, il est possible d'envisager, par exemple, des variations de température ou de pression qui auront pour conséquence, entre autres, un changement de densité volumique provoquant une variation de la permittivité diélectrique relative du milieu de propagation (cf. partie 6.2.1 p.151). Si ces contraintes ne sont pas réparties de façon uniforme ou si elles engendrent un changement d'état du milieu de propagation, $\overleftrightarrow{\epsilon_r}$ dépendra également des coordonnées spatiales. De manière générale, les contraintes extérieures ont pour conséquence la variations spatio-temporelle des caractéristiques diélectrique, magnétique et électrique du milieu de propagation.

Les équations de Maxwell s'écrivent donc :

$$\text{div} \ \vec{E}(\vec{r}, t) = \frac{\rho(\vec{r}, t)}{\epsilon_0 \ \overleftrightarrow{\epsilon_r} \ (\vec{r}, t)} \tag{3.28a}$$

$$\text{div}\ \vec{B}(\vec{r},t) = 0 \tag{3.28b}$$

$$\overrightarrow{\text{rot}}\ \vec{H}(\vec{r},t) = \vec{J}_{libre}(\vec{r},t) + \frac{\partial\, \vec{D}(\vec{r},t)}{\partial t} \tag{3.28c}$$

$$\overrightarrow{\text{rot}}\ \vec{E}(\vec{r},t) = -\frac{\partial\, \vec{B}(\vec{r},t)}{\partial t} \tag{3.28d}$$

En utilisant la relation vectorielle suivante,

$$\overrightarrow{\text{rot}}\ (\overrightarrow{\text{rot}}\ \vec{\vec{E}}(\vec{r},t)) = \overrightarrow{\text{grad}}\ (\text{div}\ \vec{E}(\vec{r},t)) - \Delta\, \vec{E}(\vec{r},t) \tag{3.29}$$

et d'après les équations (3.28c) et (3.28d),

$$\overrightarrow{\text{rot}}\ (\overrightarrow{\text{rot}}\ \vec{E}) = -\frac{\partial}{\partial t}\,[\mu_0\ \overleftrightarrow{\mu_r}\ (\vec{r},t)\ (\ \vec{J}_{libre}(\vec{r},t) + \epsilon_0\, \frac{\partial\, \overleftrightarrow{\epsilon}_r(\vec{r},t)\, \vec{E}(\vec{r},t)}{\partial t})] \tag{3.30}$$

on obtient l'équation décrivant la propagation d'une perturbation électro-magnétique dans un milieu quelconque :

$$\overrightarrow{\text{grad}}\ [\frac{\rho(\vec{r},t)}{\epsilon_0 \overleftrightarrow{\epsilon_r}(\vec{r},t)}] - \Delta\, \vec{E}(\vec{r},t) + \frac{\partial}{\partial t}\,[\mu_0\ \overleftrightarrow{\mu_r}\ (\vec{r},t)\ (\ \vec{J}_{libre}(\vec{r},t) + \epsilon_0\ \overleftrightarrow{\epsilon_r}\ (\vec{r},t) \frac{\partial\, \vec{E}(\vec{r},t)}{\partial t})] = \vec{0} \tag{3.31}$$

3.2.1 Dans les milieux homogènes

On constate clairement que l'équation différentielle (3.31) devient très vite compliquée à résoudre si les caractéristiques du milieu de propagation dépendent du vecteur position $\vec{r}$ et du temps. Ainsi, pour la suite des calculs, nous allons admettre que le milieu de propagation est homogène et invariant au cours du temps. On peut donc écrire :

$$\overrightarrow{\text{grad}}\ [\frac{\rho}{\epsilon_0\ \overleftrightarrow{\epsilon_r}}] - \Delta\, \vec{E}(\vec{r},t) + \mu_0\ \overleftrightarrow{\mu_r}\ \sigma\ \frac{\partial\, \vec{E}(\vec{r},t)}{\partial t} + \mu_0\epsilon_0\ \overleftrightarrow{\mu_r}\ \overleftrightarrow{\epsilon_r}\ \frac{\partial^2 \vec{E}(\vec{r},t)}{\partial t^2} = \vec{0} \tag{3.32}$$

3.2.2 Dans les milieux diélectriques non chargés

Si l'on considère maintenant que le milieu est un diélectrique ($\sigma = 0$) non chargé ($\rho = 0$), l'équation de propagation se simplifie encore et prend le nom d'équation d'Helmoltz :

$$\Delta\, \vec{E}(\vec{r},t) - \mu_0\epsilon_0\ \overleftrightarrow{\mu_r}\overleftrightarrow{\epsilon_r}\ \frac{\partial^2 \vec{E}(\vec{r},t)}{\partial t^2} = \vec{0} \tag{3.33}$$

3.2.3 Dans les milieux non magnétiques

La plupart des matériaux diélectriques ne présentent pas de moment dipolaire magnétique induit. Il en résulte que leur tenseur perméabilité magnétique relative $\overleftrightarrow{\mu_r}$ est la matrice unité.

$$\Delta\, \vec{E}(\vec{r},t) - \mu_0\epsilon_0 \overleftrightarrow{\epsilon_r}\ \frac{\partial^2 \vec{E}(\vec{r},t)}{\partial t^2} = \vec{0} \tag{3.34}$$

L'évolution de l'équation de propagation (3.31) montre bien comment la définition des caractéristiques électriques et magnétiques du milieu joue sur la propagation du champ électrique, solution de l'équation d'Helmoltz associée.

Dans ce dernier cas, le champ électromagnétique se propageant dans un milieu diélectrique homogène, non chargé et non magnétique, est caractérisé simplement par son tenseur permittivité diélectrique $\overleftrightarrow{\epsilon_r}$. Seule la forme de ce tenseur permet de résoudre entièrement l'équation différentielle (3.34) et ainsi de connaître en tout point de l'espace et à chaque instant les champs $\vec{E}$, $\vec{D}$, $\vec{H}$ et $\vec{B}$.

Dans un repère quelconque, le tenseur permittivité diélectrique est une matrice 3x3 diagonalisable [35]. Il existe donc toujours un référentiel propre dans lequel le tenseur permittivité diélectrique ne présente que des termes diagonaux.

$$\overleftrightarrow{\epsilon_r} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{zz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} n_x^2 & 0 & 0 \\ 0 & n_y^2 & 0 \\ 0 & 0 & n_z^2 \end{pmatrix} \tag{3.35}$$

n_x, n_y et n_z sont les indices propres de réfraction . La relation vectorielle (3.34) devient, dans ce référentiel propre, un jeu de trois équations différentielles scalaires.

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 \mathrm{E_x}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathrm{E_x}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \mathrm{E_x}}{\partial z^2} - \mu_0\epsilon_0\epsilon_{xx}\frac{\partial^2 \mathrm{E_x}}{\partial t^2} = 0 \\ \frac{\partial^2 \mathrm{E_y}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathrm{E_y}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \mathrm{E_y}}{\partial z^2} - \mu_0\epsilon_0\epsilon_{yy}\frac{\partial^2 \mathrm{E_y}}{\partial t^2} = 0 \\ \frac{\partial^2 \mathrm{E_z}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathrm{E_z}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \mathrm{E_z}}{\partial z^2} - \mu_0\epsilon_0\epsilon_{zz}\frac{\partial^2 \mathrm{E_z}}{\partial t^2} = 0 \end{cases} \tag{3.36}$$

Un milieu est anisotrope uniaxe, ou biaxe, s'il présente respectivement deux ou trois indices de réfraction différents, engendrant un régime de propagation spécial, que nous allons détailler ultérieurement. Le milieu est dit isotrope s'il ne présente aucune direction de propagation privilégiée, c'est à dire que la vitesse de propagation de l'onde est indépendante de sa direction de propagation et de son état de polarisation. Dans ces conditions, le tenseur diélectrique $\overleftrightarrow{\epsilon}_r$ est un scalaire ϵ_r, et l'équation de propagation permet de définir deux familles de solutions particulières. L'une décrivant la propagation d'une onde plane, dont les surfaces équiphases (plans d'onde) sont des plans ,

$$\vec{E}_{plan} = \begin{pmatrix} E_{0x}\ \cos\left(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t+\varphi_{0_x}\right) \\ E_{0y}\ \cos\left(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t+\varphi_{0_y}\right) \\ E_{0z}\ \cos\left(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t+\varphi_{0_z}\right) \end{pmatrix} = \mathscr{R}\mathrm{e}\begin{pmatrix} E_{0x}\ e^{i\left(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t+\varphi_{0_x}\right)} \\ E_{0y}\ e^{i\left(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t+\varphi_{0_y}\right)} \\ E_{0z}\ e^{i\left(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t+\varphi_{0_z}\right)} \end{pmatrix}$$

et l'autre décrivant celle d'une onde sphérique pour laquelle les plans d'onde sont des sphères concentriques (centrées sur le point source).

$$\vec{E}_{sph} = \begin{pmatrix} \frac{E_{0x}}{r}\ \cos\left(k\,r-\omega t+\varphi_{0_x}\right) \\ \frac{E_{0y}}{r}\ \cos\left(k\,r-\omega t+\varphi_{0_y}\right) \\ \frac{E_{0z}}{r}\ \cos\left(k\,r-\omega t+\varphi_{0_z}\right) \end{pmatrix} = \mathscr{R}\mathrm{e}\begin{pmatrix} \frac{E_{0x}}{r}\ e^{i\left(k\,r-\omega t+\varphi_{0_x}\right)} \\ \frac{E_{0y}}{r}\ e^{i\left(k\,r-\omega t+\varphi_{0_y}\right)} \\ \frac{E_{0z}}{r}\ e^{i\left(k\,r-\omega t+\varphi_{0_z}\right)} \end{pmatrix}$$

Le vecteur d'onde $\vec{k}$ définissant la direction de propagation de la phase de l'onde et ω est sa pulsation.

$$\begin{cases} |\vec{k}|^2 = \frac{\omega^2\, n^2}{\mathrm{c}^2} \\ \mathrm{c}^2 = \frac{1}{\mu_0 \epsilon_0} \\ n^2 = \epsilon_r \end{cases} \tag{3.37}$$

De telles solutions impliquent que les champs électrique et magnétique soient perpendiculaires à la direction de propagation donnée par le vecteur d'onde $\vec{k}$. En effet,

l'équation (3.28a) appliquée à la solution plane ou sphérique donne :

$$\text{div}\,\vec{E} = i\vec{k}\cdot\vec{E} \tag{3.38}$$

Or, dans les milieux non chargés, la divergence du champ électrique est nulle (au même titre que la divergence du champ magnétique) impliquant que $\vec{E}$ et $\vec{B}$ soient perpendiculaires à $\vec{k}$.

De même, l'équation (3.28d) implique que $\left(\vec{k},\vec{E},\vec{B}\right)$ forme une base orthogonale directe.

$$\vec{k}\otimes\vec{E} = \omega\vec{B} \tag{3.39}$$

Remarque : Il existe une troisième famille de solutions particulières décrivant la propagation en espace libre d'un faisceau gaussien qui respecte également les conditions évoquées ci-dessus.

3.2.4 Dans les milieux diélectriques absorbants

Dans le cas des milieux absorbants, la permittivité diélectrique appartient à l'ensemble des complexes $\mathbb{C}$, engendrant un champ électromagnétique évanescent. En effet, une onde plane $\vec{E}$ se propageant dans un milieu ayant une permittivité diélectrique complexe de la forme :

$$\epsilon_r = \epsilon_r' + i\,\epsilon_r'' \tag{3.40}$$

possède, au vu des équations (3.37), un vecteur d'onde $\vec{k}$ présentant une partie complexe :

$$k = k' + i\,k'' \tag{3.41}$$

Cette partie imaginaire conduit à une décroissance exponentielle de l'onde,

$$\vec{E} = \underbrace{e^{-\vec{k}''\cdot\vec{r}}}_{\substack{\text{enveloppe}\\ \text{décroissante}}} \mathscr{R}\text{e}\begin{pmatrix} E_{0x}\,e^{i\left(\vec{k}'\cdot\vec{r}-\omega t+\varphi_{0_x}\right)} \\ E_{0y}\,e^{i\left(\vec{k}'\cdot\vec{r}-\omega t+\varphi_{0_y}\right)} \\ E_{0z}\,e^{i\left(\vec{k}'\cdot\vec{r}-\omega t+\varphi_{0_z}\right)} \end{pmatrix} \tag{3.42}$$

avec, d'après (3.37),

$$k'^{\,2} - \, k''^{\,2} + 2ik'k'' = \frac{\omega^2 \epsilon'_r}{\mathrm{c}^2} + i\frac{\omega^2 \epsilon''_r}{\mathrm{c}^2}$$

$$\Rightarrow \quad \begin{cases} k' = \frac{\omega\, n}{\sqrt{2}\,\mathrm{c}} \sqrt{\sqrt{1 + \frac{\epsilon''^2_r}{\epsilon'^2_r}} + 1} \\ k'' = \frac{\omega\, n}{\sqrt{2}\,\mathrm{c}} \sqrt{\sqrt{1 + \frac{\epsilon''^2_r}{\epsilon'^2_r}} - 1} \end{cases} \tag{3.43}$$

Remarques :

- Les constantes φ_{0_x}, φ_{0_y} et φ_{0_z}, représentant les déphasages à l'origine sont responsables de l'état de polarisation de l'onde électromagnétique, comme le montre la partie comme le montre la partie (3.3).
- Tout le développement théorique effectué ci-dessus peut être appliqué au champ magnétique.

$$\vec{B}_{plan} = \mathscr{R}\mathrm{e} \begin{pmatrix} B_{0x}\, e^{i\left(\vec{k}\cdot\vec{r} - \omega t + \varphi_{0_x}\right)} \\ B_{0y}\, e^{i\left(\vec{k}\cdot\vec{r} - \omega t + \varphi_{0_y}\right)} \\ B_{0z}\, e^{i\left(\vec{k}\cdot\vec{r} - \omega t + \varphi_{0_z}\right)} \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \vec{B}_{sph} = \mathscr{R}\mathrm{e} \begin{pmatrix} \frac{B_{0x}}{r}\, e^{i(k\,r - \omega t + \varphi_{0_x})} \\ \frac{B_{0y}}{r}\, e^{i\left(k\,r - \omega t + \varphi_{0_y}\right)} \\ \frac{B_{0z}}{r}\, e^{i(k\,r - \omega t + \varphi_{0_z})} \end{pmatrix}$$

3.2.5 Dans les milieux conducteurs non chargés

Les milieux conducteurs sont des milieux à pertes, pertes induites par le fait que l'onde EM est utilisée pour mettre en mouvement les charges libres du conducteur soumises également aux pertes ohmiques. En effet, dans le cas où le milieu présente des charges libres mais qui, macroscopiquement, reste neutre électriquement ($\rho = 0$), le champ électrique doit satisfaire l'équation différentielle suivante :

$$\Delta\, \vec{E}\,(\vec{r}, t) - \mu_0 \sigma\, \frac{\partial\, \vec{E}(\vec{r}, t)}{\partial t} - \mu_0 \epsilon_0\, \overleftrightarrow{\epsilon_r}\, \frac{\partial^2 \vec{E}(\vec{r}, t)}{\partial t^2} = \vec{0} \tag{3.44}$$

La résolution de l'équation différentielle ci-dessus implique donc que :

$$k'^{\,2} - \, k''^{\,2} + 2ik'k'' = \frac{\omega^2 \epsilon'_r}{\mathrm{c}^2} + i\left(\frac{\omega^2 \epsilon''_r}{\mathrm{c}^2} + \omega\mu_0\sigma\right)$$

$$\Rightarrow \quad \begin{cases} k' = \frac{\omega\, n}{\sqrt{2}\,\mathrm{c}} \sqrt{\sqrt{1 + \frac{4\,b^2}{a^2}} + 1} \\ k'' = \frac{\omega\, n}{\sqrt{2}\,\mathrm{c}} \sqrt{\sqrt{1 + \frac{4\,b^2}{a^2}} - 1} \end{cases} \tag{3.45}$$

avec

$$a = \frac{\omega^2 \epsilon'_r}{\mathrm{c}^2}$$

$$b = \underbrace{\frac{\omega \mu_0 \sigma}{2}}_{\substack{\text{pertes de} \\ \text{conduction}}} + \underbrace{\frac{\omega^2 \epsilon''_r}{2\mathrm{c}^2}}_{\substack{\text{pertes} \\ \text{diélectriques}}}$$

Remarque :

- Dans les milieux diélectriques non absorbants ($\epsilon''_r = 0$), on obtient $k' = \frac{\omega n}{\mathrm{c}}$.
- Dans les conducteurs, les pertes diélectriques sont négligeables devant celles induites par la densité de courant de charges libres J_{libre}. Avec une bonne approximation, on obtient $k'' = \sqrt{\frac{\omega \mu_0 \sigma}{2}}$. Le champ électrique évanescent décroît sur une distance caractéristique appelée *épaisseur de peau* et s'écrit, dans le cas d'un milieu isotrope :

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \; e^{-\frac{z}{z_0}} \cos\left(k'z - \omega t\right) \tag{3.46}$$

L'*épaisseur de peau* z_0 est la longueur au bout de laquelle l'amplitude du champ est réduite d'un facteur e, soit $\approx 63\%$.

$$z_0 = \sqrt{\frac{2}{\omega \mu_0 \sigma}} \tag{3.47}$$

3.2.6 Dans les milieux anisotropes

3.2.6.1 Définition de l'ellipsoïde des indices

Une onde électromagnétique se propageant dans un milieu quelconque satisfait, par définition, les équations de Maxwell. Ainsi, en injectant l'expression de cette onde dans les équations (3.28a), (3.28b), (3.28c) et (3.28d) on obtient, en espace libre :

$$\begin{cases} i\,\vec{k}\cdot\vec{E} &= \rho\left(\vec{r}\right)\left(\epsilon_0\overleftrightarrow{\epsilon}_r\left(\vec{r}\right)\right)^{-1} \\ i\,\vec{k}\cdot\vec{H} &= 0 \\ \vec{k}\times\vec{E} &= \omega\mu_0\overleftrightarrow{\mu}_r\left(\vec{r}\right)\vec{H} \\ \vec{k}\times\vec{H} &= -\left(i\,\vec{J}+\omega\,\vec{D}\right) \end{cases} \tag{3.48}$$

d'où :

$$\begin{aligned} \vec{k}\times\left(\vec{k}\times\vec{E}\right) &= \vec{k}\left(\vec{k}\cdot\vec{E}\right)-\vec{E}\left(\vec{k}\cdot\vec{k}\right) \\ &= \left|\vec{k}\right|^2\left[\left(\vec{k}\cdot\vec{E}\right)-\vec{E}\,\right] \\ &= \left[i\,\rho\left(\vec{r}\right)\vec{k}\left(\epsilon_0\overleftrightarrow{\epsilon}_r\left(\vec{r}\right)\right)^{-1}-\left|\vec{k}\right|^2\vec{E}\right] \\ &= \omega\mu_0\overleftrightarrow{\mu}_r\left(\vec{k}\times\vec{H}\right) \end{aligned}$$

On arrive donc à :

$$\frac{i\,\rho\left(\vec{r}\right)}{\epsilon_0\overleftrightarrow{\epsilon}_r\left(\vec{r}\right)}\,\vec{k}-\left|\vec{k}\right|^2\vec{E}=-\mu_0\overleftrightarrow{\mu}_r\left(\vec{r}\right)\omega\left(\frac{i\sigma}{\epsilon_0\overleftrightarrow{\epsilon}_r\left(\vec{r}\right)}+\omega\right)\vec{D} \tag{3.49}$$

Pour les milieux diélectriques non-chargés($\sigma=\rho=0$) on obtient donc pour une onde se propageant dans la direction $\vec{k}\,(\theta,\,\varphi)$

$$\begin{cases} \left|\vec{k}\right|^2 &= \frac{n^2(\omega,\,\theta,\,\varphi,\,\vec{r})\;\omega^2}{c^2} \\ \left|\vec{k}\right|^2\vec{E} &= \mu_0\overleftrightarrow{\mu}_r\left(\vec{r}\right)\omega^2\vec{D} \end{cases} \tag{3.50}$$

d'où :

$$\epsilon_0\;\overleftrightarrow{\epsilon}_r\;\;n^2\left(\omega,\,\theta,\,\varphi,\,\vec{r}\right)\;\omega^2\;\vec{E}=\vec{D} \tag{3.51}$$

$$\Rightarrow\;\left(\mathbb{1}-\frac{n^2\left(\omega,\,\theta,\,\varphi,\,\vec{r}\right)}{\overleftrightarrow{\epsilon}_r\left(\vec{r}\right)\overleftrightarrow{\mu}_r\left(\vec{r}\right)}\right)\cdot\vec{D}=\vec{0} \tag{3.52}$$

Cette équation tensorielle permet d'obtenir l'équation scalaire suivante :

$$\widehat{D} \cdot \left(\frac{n^2\left(\omega,\, \theta,\, \varphi,\, \vec{r}\right)}{\overleftrightarrow{\epsilon_r}\left(\vec{r}\right) \overleftrightarrow{\mu_r}\left(\vec{r}\right)} \cdot \widehat{D} \right) = 1 \tag{3.53}$$

Où $\widehat{D}$ représente un vecteur unitaire aligné selon le champ déplacement électrique $\vec{D}$.

Remarque : Cette relation reste valable pour tous les milieux, isotropes et anisotropes, du moment qu'ils aient les caractéristiques qui nous ont permis de simplifier le développement théorique ci-dessus (milieux diélectriques, non-chargés). Dans le cas d'un milieu présentant des charges libres ($\sigma \neq 0$), les éléments des tenseurs $\overleftrightarrow{\epsilon_r}$ et $\overleftrightarrow{\mu_r}$ appartiendront à l'espace complexes $\mathbb{C}$; l'onde sera donc évanescente dues aux pertes par conduction (cf. partie (3.4.2.2)), ces pertes pouvant être également anisotropes.

Pour les milieux diélectriques non-chargés, non-magnétiques, homogènes et non-dispersifs, toutes les grandeurs sont indépendantes de la position $\vec{r}$ mais aussi de la pulsation de l'onde, simplifiant l'équation (3.53) pour donner :

$$\widehat{D} \cdot \left(\frac{n^2\left(\theta,\, \varphi\right)}{\overleftrightarrow{\epsilon_r}} \cdot \widehat{D} \right) = 1 \tag{3.54}$$

On cherche à déterminer la matrice associée à l'ellipsoïde des indices. intéressons nous à l'ensemble des points M satisfaisant l'équation (3.54).

En posant $\vec{OM} = n\left(\theta,\, \varphi\right)\ \widehat{D}$ on on obtient :

$$\vec{OM} \cdot \left(\frac{1}{\overleftrightarrow{\epsilon_r}} \cdot \vec{OM} \right) = 1 \tag{3.55}$$

définissant la matrice associée à l'ellipsoïde des indices comme étant l'inverse du tenseur permittivité relative $\overleftrightarrow{\epsilon_r}$, dans les milieux diélectriques non-chargés et non-magnétiques. Toute la difficulté de définition de cette ellipsoïde des indices réside donc dans l'inversion de cette matrice.

Dans le référentiel propre $\mathscr{R}$ (O, $\vec{e_x}$, $\vec{e_y}$, $\vec{e_z}$) du cristal, le tenseur permittivité diélectrique est diagonal,

$$\overleftrightarrow{\epsilon_r} = \begin{pmatrix} n_x^2 & 0 & 0 \\ 0 & n_y^2 & 0 \\ 0 & 0 & n_z^2 \end{pmatrix} \tag{3.56}$$

facilitant le calcul de la matrice associée à l'ellipsoïde des indices.

$$\overleftrightarrow{\epsilon_r}^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{n_x^2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{n_y^2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{n_z^2} \end{pmatrix} = \mathrm{M}_{ell/\mathscr{R}} \tag{3.57}$$

L'équation (3.54) donne donc l'équation de surface d'un ellipsoïde dont les axes principaux sont alignés selon $\vec{e_x}$, $\vec{e_y}$ et $\vec{e_z}$ de longueur n_x, n_y et n_z :

$$\frac{x^2}{n_x^2} + \frac{y^2}{n_y^2} + \frac{z^2}{n_z^2} = 1 \tag{3.58}$$

Cette équation d'une surface est représentée par la figure (3.6). Comme nous allons le

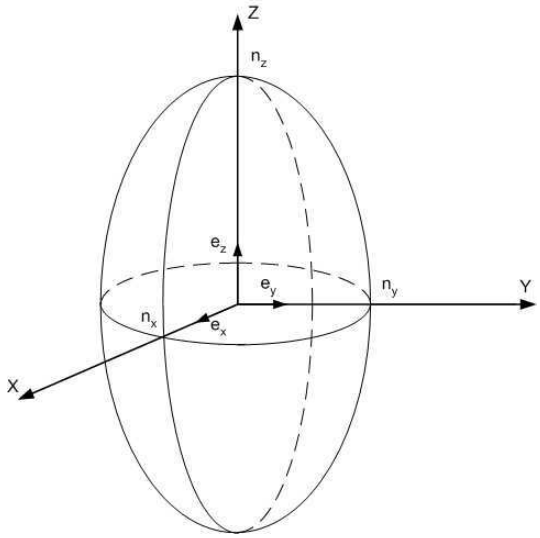


FIGURE 3.6 – Ellipsoïde d'indice dans le repère principal.

voir dans le paragraphe suivant, cet ellipsoïde des indices nous permet de déterminer les effets induits par l'anisotropie du milieu sur la propagation d'une onde électromagnétique dans la direction $\widehat{k}\,(\theta,\, \varphi)$, où θ et φ sont les angles d'Euler [54].

3.2.6.2 Propagation d'une onde électromagnétique dans un cristal anisotrope

Les milieux anisotropes présentent des directions de propagation privilégiées pour lesquelles les indices de réfractions différent. Sachant que la vitesse de phase v_φ est définie par :

$$v_\varphi = \frac{\mathrm{c}}{n} \tag{3.59}$$

la vitesse de propagation de l'onde électromagnétique dépend également de la direction de propagation, donnée par le vecteur unitaire $\hat{k}$, aligné avec le vecteur d'onde. Ce qui signifie, qu'en tout point du milieu anisotrope, le champ déplacement électrique $\vec{D}$ inscrit dans le plan d'onde se décompose en deux composantes, selon ces axes privilégiés, voyageant à des vitesses différentes. Définir la propagation d'une onde électromagnétique dans un milieu anisotrope revient donc à déterminer les axes et indices propres de propagation que voit l'onde se propageant dans la direction $\widehat{k}$.

Comme le montre la figure (3.7), le champ électrique $\vec{E}$ de l'onde "voit" un milieu présentant deux indices de réfraction différents n_+ (axe lent) et ordinaire n_- (axe rapide), ayant pour valeurs respectives les demi grand axe et petit axe de l'ellipse d'intersection entre le plan d'onde et l'ellipsoïde des indices. L'ellipticité, et donc les indices propres $n_\pm$, au même titre que l'orientation α de cette ellipse, dépendent de la direction de propagation de l'onde. Il existe donc, pour n'importe quelle direction de propagation, un référentiel $\mathscr{R}'\,(\mathrm{O},\, \vec{e}_{x'}\,(\theta,\, \varphi\,)\,,\, \vec{e}_{y'}\,(\theta,\, \varphi)\,,\, \widehat{k}\,(\theta,\, \varphi))$ dans lequel le champ électrique est définit par :

$$\vec{E}_{\mathscr{R}'} = \underbrace{\begin{pmatrix} \cos(\alpha) & \sin(\alpha) & 0 \\ -\sin(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\substack{\text{Matrice de rotation} \\ \text{d'un angle } \alpha}} \cdot \begin{pmatrix} E_{0\theta}\ \cos\left(k_+\, z' - \omega t + \varphi_{0_x}\right) \\ E_{0\varphi}\ \cos\left(k_-\, z' - \omega t + \varphi_{0_y}\right) \\ 0 \end{pmatrix} \tag{3.60}$$

avec

$$k_+ = \tfrac{\omega\, n_+}{\mathrm{c}} \quad \text{et} \quad k_- = \tfrac{\omega\, n_-}{\mathrm{c}} \tag{3.61}$$

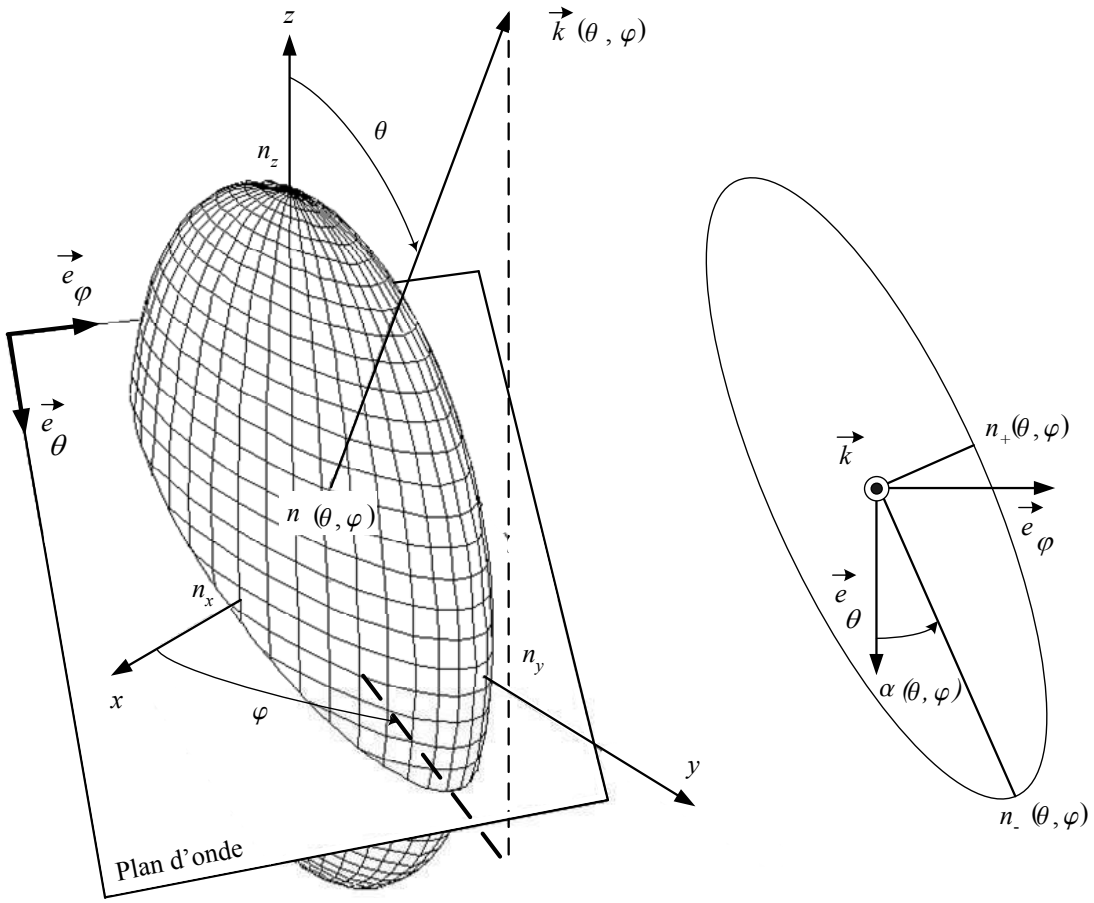


FIGURE 3.7 – Ellipse d'intersection entre le plan d'onde et l'ellipsoïde des indices.

Définir la propagation d'une onde électromagnétique dans un milieu anisotrope revient donc à déterminer l'orientation des axes (α) et indices propres (n_+ et n_-) de propagation que voit l'onde se propageant dans la direction $\vec{k}(\theta, \varphi)$. Pour cela, il nous faut déterminer l'ensemble des points de coordonnées $(x'; y')$ appartenant à l'ellipse des indices. Ces points appartiennent à la fois au plan d'onde et à l'ellipsoïde des indices.

Dans un premier temps nous allons déterminer la matrice associée à l'ellipsoïde des indices $\mathrm{M}_{ell/\mathscr{R}'}$ dans le référentiel du faisceau $\mathscr{R}'$ $(\vec{e_\theta}, \vec{e_\varphi}, \vec{k})$:

$$\mathrm{M}_{ell/\mathscr{R}'} = \mathrm{P}_{\mathscr{R}\to\mathscr{R}'} \cdot \mathrm{M}_{ell/\mathscr{R}} \cdot \mathrm{P}^{-1}_{\mathscr{R}\to\mathscr{R}'} \tag{3.62}$$

Avec $\mathrm{P}_{\mathscr{R}\to\mathscr{R}'}$ la matrice de passage du référentiel propre de l'ellipsoïde au référentiel propres de l'ellipse et du faisceau laser (référentiel $\hat{k},\ x',\ y'$ et appelé dans la suite référentiel du faisceau laser), définie, à l'aide des angles θ et φ (cf. figure 3.7), comme suit :

$$\mathrm{P}_{\mathscr{R}\to\mathscr{R}'} = \begin{pmatrix} \cos\varphi\,\cos\theta & -\sin\varphi\,\cos\theta & \sin\theta \\ \sin\varphi & \cos\varphi & 0 \\ -\sin\theta\,\cos\varphi & \sin\theta\,\sin\varphi & \cos\theta \end{pmatrix} \tag{3.63}$$

D'où :

$$\mathrm{M}_{ell/\mathscr{R}'} = \begin{pmatrix} \frac{\cos^2\theta\cos^2\varphi}{n_x^2} + \frac{\cos^2\theta\sin^2\varphi}{n_y^2} + \frac{\sin^2\theta}{n_z^2} & \frac{\cos\theta\sin 2\varphi}{2}\left(\frac{1}{n_y^2} - \frac{1}{n_x^2}\right) & \frac{\sin 2\theta}{2}\left(\frac{\cos^2\varphi}{n_x^2} + \frac{\sin^2\varphi}{n_y^2} - \frac{1}{n_z^2}\right) \\ \frac{\cos\theta\sin 2\varphi}{2}\left(\frac{1}{n_y^2} - \frac{1}{n_x^2}\right) & \frac{\cos^2\varphi}{n_y^2} + \frac{\sin^2\varphi}{n_x^2} & \frac{\sin\theta\sin 2\varphi}{2}\left(\frac{1}{n_y^2} - \frac{1}{n_x^2}\right) \\ \frac{\sin 2\theta}{2}\left(\frac{\cos^2\varphi}{n_x^2} + \frac{\sin^2\varphi}{n_y^2} - \frac{1}{n_z^2}\right) & \frac{\sin\theta\sin 2\varphi}{2}\left(\frac{1}{n_y^2} - \frac{1}{n_x^2}\right) & \frac{\cos^2\theta}{n_z^2} + \frac{\cos^2\varphi\sin^2\theta}{n_x^2} + \frac{\sin^2\theta\sin^2\varphi}{n_y^2} \end{pmatrix}$$

L'ellipse est donc donnée, dans le référentiel du faisceau laser, par l'équation suivante :

$$\begin{aligned} & x'^2 \left(\frac{\cos^2\theta\cos^2\varphi}{n_x^2} + \frac{\cos^2\theta\sin^2\varphi}{n_y^2} + \frac{\sin^2\theta}{n_z^2}\right) + y'^2 \left(\frac{\cos^2\varphi}{n_y^2} + \frac{\sin^2(\varphi)}{n_x^2}\right) \\ + \ & z'^2 \left(\frac{\cos^2\theta}{n_z^2} + \frac{\cos^2\varphi\sin^2\theta}{n_x^2} + \frac{\sin^2\theta\sin^2\varphi}{n_y^2}\right) + y'\,x' \left[\cos\theta\sin 2\varphi\left(\frac{1}{n_y^2} - \frac{1}{n_x^2}\right)\right] \\ + \ & z'\,x' \left[\sin 2\theta\left(\frac{\cos^2\varphi}{n_x^2} + \frac{\sin^2\varphi}{n_y^2} - \frac{1}{n_z^2}\right)\right] + y'\,z' \left[\sin\theta\sin(2\varphi)\left(\frac{1}{n_y^2} - \frac{1}{n_x^2}\right)\right] = 1 \end{aligned} \tag{3.64}$$

Or tout point appartenant à l'ellipsoïde et au plan d'onde ne possède aucune composante selon z'. L'équation (3.64) devient donc :

$$\begin{array}{l} x'^2 \left(\frac{\cos^2\theta\cos^2\varphi}{n_x^2} + \frac{\cos^2\theta\sin^2\varphi}{n_y^2} + \frac{\sin^2\theta}{n_z^2}\right) \\ +y'^2\left(\frac{\cos^2\varphi}{n_y^2} + \frac{\sin^2\varphi}{n_x^2}\right) + \ y'\,x'\left[\cos\theta\sin 2\varphi\left(\frac{1}{n_y^2} - \frac{1}{n_x^2}\right)\right] = 1 \end{array} \tag{3.65}$$

Ainsi, la matrice associée à l'ellipse, dans le référentiel $\mathscr{R}'$, est donnée par le tenseur 2x2 qui suit :

$$\mathrm{M}_{ellipse/\mathscr{R}'} = \begin{pmatrix} \frac{\cos^2\theta\cos^2\varphi}{n_x^2} + \frac{\cos^2\theta\sin^2\varphi}{n_y^2} + \frac{\sin^2\theta}{n_z^2} & \frac{\cos\theta\sin 2\varphi}{2}\left(\frac{1}{n_y^2} - \frac{1}{n_x^2}\right) \\ \frac{\cos\theta\sin 2\varphi}{2}\left(\frac{1}{n_y^2} - \frac{1}{n_x^2}\right) & \frac{\cos^2\varphi}{n_y^2} + \frac{\sin^2\varphi}{n_x^2} \end{pmatrix} \tag{3.66}$$

Il est donc possible de déterminer les indices n_- et n_+ ainsi que l'orientation α de l'ellipse en diagonalisant la matrice ci-dessus. Les calculs non développés ici conduisent à une matrice $\mathrm{M}_{ellipse/\mathscr{R}'}$ de la forme :

$$\mathrm{M}_{ellipse/\mathscr{R}'} = \begin{pmatrix} \mathrm{A} & \mathrm{C} \\ \mathrm{C} & \mathrm{B} \end{pmatrix} \tag{3.67}$$

Avec :

$$\begin{cases} \mathrm{A} = & \frac{\cos^2\theta\cos^2\varphi}{n_x^2} + \frac{\cos^2\theta\sin^2\varphi}{n_y^2} + \frac{\sin^2\theta}{n_z^2} \\ \mathrm{B} = & \frac{\cos^2\varphi}{n_y^2} + \frac{\sin^2\varphi}{n_x^2} \\ \mathrm{C} = & \frac{\cos\theta\sin 2\varphi}{2}\left(\frac{1}{n_y^2} - \frac{1}{n_x^2}\right) \end{cases} \tag{3.68}$$

Les valeurs propres λ_- et λ_+ donnent, par définition (cf. équation (3.57)), les inverses respectifs des carrés des indices n_- et n_+ vu par les deux polarisations propres du faisceau laser, elles s'écrivent :

$$n_\pm(\theta,\,\varphi) = \sqrt{\frac{2}{A + B \ \pm \ \sqrt{4C^2 + (A-B)^2}}} \tag{3.69}$$

L'orientation α de l'ellipse, dans le référentiel du faisceau $\mathscr{R}'$, est donnée par la direction du vecteur propre associé au grand axe de celle-ci, c'est à dire à la valeur propre λ_-.

$$\alpha\,(\theta,\,\varphi\,) = \arctan\left(\frac{2C}{A-B+\sqrt{(A-B)^2+4C^2}}\right) \tag{3.70}$$

Il en résulte que la biréfringence ($\Delta n = n_- - n_+$) du matériau, sondée par le faisceau incident, dépend de l'orientation du cristal anisotrope par rapport au vecteur d'onde incident. Cette biréfringence induit, une séparation spatiale des modes TE et TM de propagation (phénomène de double réfraction [35]), et surtout un changement d'état de polarisation de l'onde incidente ; état de polarisation qui contient l'information utile dans le cas des sondes EO développées (cf. partie 2.1.3).

La partie qui suit traite de cette caractéristique des ondes électromagnétiques et explique, entre autres, comment la biréfringence d'un milieu de propagation anisotrope agit sur l'état de polarisation de l'onde incidente.

3.3 État de polarisation d'une onde électromagnétique

On appelle état de polarisation d'un champ électrique $\vec{E}$ (ou magnétique $\vec{B}$), la trajectoire que décrit l'extrémité du vecteur $\vec{E}$ (respectivement $\vec{B}$) dans le plan d'onde lors de sa propagation. Cet état de polarisation dépend, en chaque point et à chaque instant, de la différence de phase $\Delta\varphi$ entre les composantes du champ, et de leurs normes.

3.3.1 En milieu isotrope

Si l'on considère une onde plane se propageant dans un milieu diélectrique, homogène, non magnétique, non absorbant, non chargé et isotrope, il nous est possible de choisir arbitrairement la direction de propagation de l'onde selon l'un des axes du repère de référence (repère du laboratoire). Le champ électrique incident est de la forme :

$$\vec{E} = \begin{pmatrix} E_{0x}\,\cos\left(\phi\,(z,\,t) - \frac{\Delta\varphi}{2}\right) \\ E_{0y}\,\cos\left(\phi\,(z,\,t) + \frac{\Delta\varphi}{2}\right) \\ 0 \end{pmatrix} \tag{3.71}$$

Avec :

$$\begin{cases} \phi\left(z,\ t\right) = kz - \omega t + \varphi_0 \\ \\ \varphi_0 = \frac{\varphi_{0x}+\varphi_{0y}}{2} \\ \\ \Delta\varphi = \varphi_{0y} - \varphi_{0x} \end{cases} \tag{3.72}$$

Les composantes du champ électrique sont les équations paramétriques d'une ellipse caractérisée, comme le montre la figure (3.8), par une ellipticité $\zeta = \frac{b}{a}$, et une orientation ψ. Il est évident que ces caractéristiques dépendent des amplitudes E_{0x} et E_{0y}, et du déphasage relatif $\Delta\varphi$ entre les composantes du champ.

$$\begin{cases} \zeta = \frac{\left|\vec{E}\right|_{min}}{\left|\vec{E}\right|_{max}} \\ \\ \tan\psi = \left.\frac{E_y(\phi)}{E_x(\phi)}\right|_{\phi_0} \end{cases} \tag{3.73}$$

ϕ_0 étant la phase pour laquelle la norme de $\vec{E}$ présente un extremum. On a par ailleurs :

$$\begin{cases} \left|\vec{E}\right| = \sqrt{\mathrm{E}_x^2\left(\phi\right) + \mathrm{E}_y^2\left(\phi\right)} \\ \\ \left.\frac{\partial\left|\vec{E}\right|}{\partial\phi}\right|_{\phi_0} = 0 \end{cases} \tag{3.74}$$

D'où

$$2\phi_0 \equiv \arctan\left(\tan\left(\Delta\varphi\right)\ \left(\frac{E_{0x}^2 - E_{0y}^2}{E_{0x}^2 + E_{0y}^2}\right)\right)\ \left[\pi\right] \tag{3.75}$$

Cette relation nous donne cependant les valeurs de ϕ pour lesquelles la valeur de $\left|\vec{E}\right|$ présente un extremum. En étudiant le signe de la dérivé seconde de $\left|\vec{E}\right|$, on peut facilement montrer que deux extrema consécutifs, séparés d'un déphasage relatif de $\pi/2$ radian, sont de nature différente (un minimum et un maximum). Ainsi, ζ s'écrit :

$$\zeta = \sqrt{\frac{\mathrm{E}_x^2\left(\phi_0\right) + \mathrm{E}_y^2\left(\phi_0\right)}{\mathrm{E}_x^2\left(\phi_0 + \frac{\pi}{2}\right) + \mathrm{E}_y^2\left(\phi_0 + \frac{\pi}{2}\right)}} = \sqrt{\frac{\cos\left(2\phi_0\right) - \cos\left(\Delta\varphi\right)}{\cos\left(2\phi_0\right) + \cos\left(\Delta\varphi\right)}} \tag{3.76}$$

On obtient donc dans le cas d'une polarisation quelconque, une ellipse dont les caractéristiques sont données par le système d'équation suivant :

$$\begin{cases} \zeta = \sqrt{\frac{\cos(2\phi_0)-\cos(\Delta\varphi)}{\cos(2\phi_0)+\cos(\Delta\varphi)}} \\ \\ \psi = \arctan\left(\frac{E_{0y}\,\cos\left(\phi_0+\frac{\Delta\varphi}{2}\right)}{E_{0x}\,\cos\left(\phi_0-\frac{\Delta\varphi}{2}\right)}\right) \\ \\ 2\phi_0 = \arctan\left(\tan\left(\Delta\varphi\right)\,\left(\frac{E_{0x}^2-E_{0y}^2}{E_{0x}^2+E_{0y}^2}\right)\right) \end{cases}$$

L'ellipticité ζ et l'orientation ψ de l'état de polarisation peuvent alors se récrire

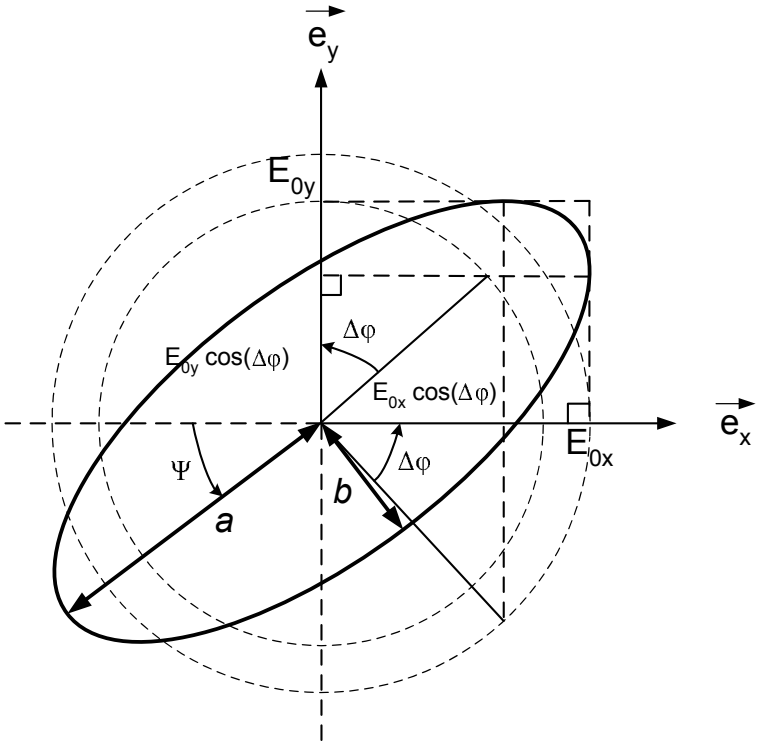


FIGURE 3.8 – Caractéristiques d'une ellipse.

uniquement en fonction des amplitudes de chacune des composantes du champ $\vec{E}$ et du déphasage relatif entre elles [55] :

$$\begin{cases} \zeta^2 = \frac{1-\sqrt{1-\Lambda^2}}{1+\sqrt{1-\Lambda^2}} \\ \\ \tan 2\psi = \frac{2\,E_{0x}\,E_{0y}\,\cos\Delta\varphi}{E_{0x}^2-E_{0y}^2} \end{cases} \tag{3.77}$$

Avec :

$$\Lambda = \frac{2\,E_{0x}\,E_{0y}\,\sin\Delta\varphi}{E_{0x}^2+E_{0y}^2} \tag{3.78}$$

Remarque :

- si $\Delta\varphi = 0$, on a alors :

$$\begin{cases} \zeta = 0 \\ \psi = \arctan\left(\frac{E_{0y}}{E_{0x}}\right) \end{cases} \tag{3.79}$$

  Ce qui représente une polarisation rectiligne orientée selon une droite de coefficient directeur $\frac{E_{0y}}{E_{0x}}$.

- Si $\Delta\varphi = \frac{\pi}{2}$, alors :

$$\begin{cases} \zeta = \frac{E_{0x}}{E_{0y}} \\ \psi = 0 \end{cases} \tag{3.80}$$

  Ce qui est caractéristique d'une polarisation elliptique orientée selon les axes du repère considéré

- Si $\Delta\varphi = \frac{\pi}{2}$ et $E_{0y} = E_{0x}$, alors :

$$\begin{cases} \zeta = 1 \\ \psi \text{ est indéfini} \end{cases} \tag{3.81}$$

  Il s'agit de la caractéristique d'une polarisation circulaire.

Le système d'équations (3.77) montre très clairement que l'état de polarisation d'une onde EM se propageant dans un milieu isotrope, ne dépend que des amplitudes et déphasage relatif entre les composantes du champ électrique (ou magnétique) de l'onde incidente. L'état de polarisation n'est donc pas modifié au court de sa propagation dès lors que le

milieu isotrope ne change ni les amplitudes des champs ni leur déphasage relatif. Cette remarque n'est plus vraie pour les milieux anisotropes, dont la biréfringence engendre un retard entre les composantes du champ et donc un déphasage relatif qui est fonction, entre autres, de la distance parcourue par l'onde dans ce milieu anisotrope.

3.3.2 En milieu anisotrope

Contrairement aux milieux isotropes, l'état de polarisation de l'onde change au cours de sa propagation dans les milieux anisotropes. En effet, le champ électrique se propage selon les deux axes privilégiés du milieu, appelés axes diélectriques, définis par les axes propres de l'ellipse des indices (cf. figure 3.7). À ces axes propres sont associés des indices de réfraction différents et donc des vitesses de propagation différentes, engendrant un déphasage relatif entre les composantes $E_{x'}$ et $E_{y'}$ du champ électrique $\vec{E}_{\mathscr{R}'}$, exprimé dans le repère $\mathscr{R}'$ associé aux axes propres de propagation. En posant :

$$\begin{cases} \phi_{x'}\left(z',\, t\right) = k_{x'} z' - \omega t + \varphi_0 = \phi\left(z',\, t\right) - \frac{\Delta k\, z'}{2} \\ \\ \phi_{y'}\left(z',\, t\right) = k_{y'} z' - \omega t + \varphi_0 = \phi\left(z',\, t\right) + \frac{\Delta k\, z'}{2} \end{cases} \tag{3.82}$$

avec

$$\phi\left(z',\, t\right) = \frac{k_{x'} + k_{y'}}{2}\, z' - \omega t + \varphi_0 \quad \text{et} \quad \Delta\, k = k_{y'} - k_{x'} = \frac{\omega\, \Delta n}{\mathrm{c}} \tag{3.83}$$

l'onde plane $\vec{E}_{\mathscr{R}'}$ est définie dans le repère propre $\mathscr{R}'$ de propagation par :

$$\vec{E}_{\mathscr{R}'} = \begin{pmatrix} E_{0x'}\; e^{i\left(\phi(z',\, t) - \frac{\Delta\varphi + \Delta k\, z'}{2}\right)} \\ E_{0y'}\; e^{i\left(\phi(z',\, t) + \frac{\Delta\varphi + \Delta k\, z'}{2}\right)} \\ \\ 0 \end{pmatrix} \tag{3.84}$$

On peut montrer que les normes $E_{0x'}$ et $E_{0y'}$ de chacune des composantes de $\vec{E}_{\mathscr{R}'}$ sont fonction de l'état de polarisation du faisceau incident (en $z' = 0$) et de l'orientation α de l'ellipse des indices dans le référentiel du faisceau laser (cf. figure 3.7). La différence de phase est, dans le cas des milieux anisotropes, fonction de la position z' de l'observateur et de la biréfringence Δn du milieu.

$$\begin{cases} \zeta\left(z'\right) = \sqrt{\frac{1-\sqrt{1-\Lambda^2(z')}}{1+\sqrt{1-\Lambda^2(z')}}} \\ \\ \tan 2\psi\left(z'\right) = \frac{2\,E'_{0x}\,E'_{0y}\,\cos(\Delta\varphi+\Delta k\,z')}{{E'_{0x}}^2-{E'_{0y}}^2} \\ \\ \Lambda\left(z'\right) = \frac{2\,E'_{0x}\,E'_{0y}\,\sin(\Delta\varphi+\Delta k\,z')}{{E'_{0x}}^2+{E'_{0y}}^2} \end{cases} \tag{3.85}$$

Ces dernières relations montrent à quel point il n'est pas trivial de connaître l'évolution d'un état de polarisation tout au long de sa propagation dans un milieu anisotrope. En effet, si il est relativement évident que le déphasage entre les composantes du champ électrique, se propageant selon les axes propres, est fonction de la différence de longueurs optiques $L_+ = n_+\,z'$ et $L_- = n_-\,z'$, la relation qui existe entre la norme des composantes, l'état de polarisation de l'onde incidente et l'orientation du cristal anisotrope, l'est beaucoup moins. Il est nettement plus aisé de suivre l'évolution du champ électrique (en amplitude et phase) au cours de sa propagation et d'en déduire l'état de polarisation associé, à l'aide des relations (3.77). La partie qui suit introduit le formalisme de Jones, permettant de traiter l'état de polarisation d'une onde électromagnétique et son évolution au cours de la propagation dans des milieux isotropes et anisotropes.

3.4 Formalisme de Jones et composants optiques agissant sur la polarisation

Il existe un grand nombre de dispositifs utilisant l'état de polarisation pour véhiculer de l'information [56]. Qu'il s'agisse de systèmes exploitant la variation de polarisation [57] ou la polarisation elle-même [58], il est nécessaire de contrôler et de connaître précisément cet état de polarisation si l'on veut pouvoir en tirer des informations utiles. La partie précédente (partie 3.3) définit ce qu'est l'état de polarisation d'une EM et comment il est modifié par le milieu de propagation. Dans cette partie, nous allons utiliser un outil mathématique permettant de faciliter la compréhension de l'évolution de l'état de pola-

risation d'une onde EM se propageant au travers de milieux quelconques, isotropes ou non.

Convention : Nous appellerons, par la suite, système optique polarisant, tout milieu de propagation engendrant une modification de l'état de polarisation de l'onde incidente (modification d'ellipticité et/ou d'orientation).

3.4.1 Formalisme de Jones

Le formalisme de Jones est un formalisme matriciel , qui doit son nom à R. C. Jones qui le définit en 1941 [59–61], permettant de décrire l'état de polarisation ou plutôt le champ électrique d'une onde électromagnétique, et son évolution à travers un système optique.

Soit une onde EM ayant un état de polarisation elliptique quelconque, caractérisé par son orientation ψ_{in} et son ellipticité ζ_{in} en entrée d'un système optique. Comme nous avons pu le voir précédemment, cet état de polarisation est fonction de $\Delta\varphi_0$, E_{0x} et E_{0y}. On cherche à connaître l'état de polarisation de cette onde EM en sortie de ce système optique β. Déterminer l'état de polarisation de l'onde en sortie de β revient donc à déterminer la relation tensorielle qui existe entre les champs électriques incident E_{in} et sortant E_{out}, représentés par des vecteurs de Jones.

$$E_{out} = M_{syst} \cdot E_{in} \tag{3.86}$$

M_{syst} est la matrice de Jones du système optique polarisant.

Comme les champs électriques n'ont aucune composante selon la direction de propagation (car le milieu est non chargé), ils peuvent être entièrement définis par des vecteurs ayant pour coordonnées les composantes transverses du champ. Dans le formalisme de Jones, le vecteur de Jones en entrée du système optique est donc défini par :

$$E_{in} = \begin{pmatrix} E_{0x}\, e^{-i\frac{\Delta\varphi_0}{2}} \\ E_{0y}\, e^{i\frac{\Delta\varphi_0}{2}} \end{pmatrix} \tag{3.87}$$

La dépendance temporelle des composantes du champ électrique en $e^{-i\omega t}$ est omise dans ce formalisme car elle intervient identiquement dans l'expression de ces 2 compo-

santes.

Les matrices de Jones associées aux systèmes optiques sont par conséquent des matrices 2x2 permettant de calculer par un simple produit matriciel le champ électrique en sortie desdits systèmes. Dans la suite de cette partie, les matrices de Jones des différents éléments optiques seront définies dans les référentiels propres de ces derniers. Dans ces référentiels, les tenseurs permittivité diélectrique relative ($\overleftrightarrow{\epsilon}_r$), perméabilité magnétique relative ($\overleftrightarrow{\mu}_r$) et absorption ($\overleftrightarrow{\alpha}$) sont diagonaux, simplifiant ainsi l'expression des matrices de Jones. Il est possible néanmoins d'obtenir l'expression de ces matrices dans n'importe quel autre référentiel $\mathscr{R}$ si l'on connaît les matrices de changement de référentiel $\mathrm{P}_{\mathscr{R}\to\mathscr{R}'}$ et $\mathrm{P}_{\mathscr{R}'\to\mathscr{R}}$ ($= \mathrm{P}^{-1}_{\mathscr{R}\to\mathscr{R}'}$). L'expression de la matrice de Jones $\mathrm{M}_{\mathscr{R}}$, dans $\mathscr{R}$, est déduite de l'expression de cette dernière dans le référentiel propre du milieu $\mathrm{M}_{\mathscr{R}'}$, et s'écrit :

$$\mathrm{M}_{\mathscr{R}} = \mathrm{P}_{\mathscr{R}'\to\mathscr{R}} \cdot \mathrm{M}_{\mathscr{R}'} \cdot \mathrm{P}_{\mathscr{R}\to\mathscr{R}'} \tag{3.88}$$

Ces matrices étant cascadables, le champ électrique en sortie d'un système optique complexe, composé d'éléments optiques élémentaires (milieux anisotropes successifs, par exemple), peut être calculé à l'aide de la relation (3.86) où la matrice de Jones du système optique global, exprimée dans un référentiel $\mathscr{R}$ donné, est le produit matriciel des éléments optiques consécutifs exprimés dans ce même référentiel. Par exemple, si l'onde EM rencontre successivement, et dans cet ordre, trois éléments optiques, ayant respectivement M_1, M_2 et M_3 pour matrices de Jones exprimées dans leur réfrentiel propre $\mathscr{R}_1$, $\mathscr{R}_2$ et $\mathscr{R}_3$, la matrice de Jones $M_{syst/\mathscr{R}}$ associée au système optique composé de ces trois éléments s'écrit dans le référentiel principal $\mathscr{R}$:

$$M_{syst} = \mathrm{P}_{\mathscr{R}_3\to\mathscr{R}} \cdot M_3 \cdot \mathrm{P}_{\mathscr{R}_2\to\mathscr{R}_3} \cdot M_2 \cdot \mathrm{P}_{\mathscr{R}_1\to\mathscr{R}_2} \cdot M_1 \cdot \mathrm{P}_{\mathscr{R}\to\mathscr{R}_1} \tag{3.89}$$

$\mathrm{P}_{\mathscr{R}_\mathrm{i}\to\mathscr{R}_\mathrm{j}}$ étant la matrice de changement de repère, permettant de passer du référentiel $\mathscr{R}_i$ au référentiel $\mathscr{R}_j$.

Toute la difficulté de l'étude de l'évolution de l'état de polarisation d'une onde EM est donc simplifiée par le formalisme de Jones, et se résume au calcul de la matrice de Jones du système optique.

La partie suivante présente pour les différents éléments optiques élémentaires agissant sur l'état de polarisation d'une onde, leur matrice de Jones ainsi que leurs effets sur

l'état de polarisation d'une onde incidente. Cette partie sera donc d'une grande utilité quant à la compréhension du banc optique de traitement de l'état de polarisation associé à la sonde électro-optique développée et présentée dans la partie III.

Remarque : Il faut noter que ce formalisme n'est parfaitement adapté que pour les ondes EM totalement polarisées. Pour décrire la lumière incohérente et partiellement polarisée, on utilise les vecteurs de Stokes [62] et les matrices de Mueller [63].

3.4.2 Éléments optiques et matrices de Jones associées

D'après les remarques de la partie sur l'état de polarisation (partie 3.3) et selon la définition donnée (cf. p. 88), seuls les milieux transparents anisotropes agissent sur l'état de polarisation d'une onde sans en modifier l'intensité. Ces milieux présentent, comme nous l'avons vu dans les chapitres précédents, une permittivité diélectrique relative qui est fonction de la direction de propagation (anisotropie diélectrique). Mais ils peuvent également présenter une anisotropie magnétique induite par une perméabilité magnétique relative elle même fonction de la direction de propagation. Ces milieux sont alors dits biréfringents. Néanmoins, comme nous allons le voir dans la partie 3.4.2.2, des milieux non-biréfringents peuvent également être polarisants dès lors qu'ils présentent une anisotropie d'absorption.

Autrement dit un milieu de propagation anisotrope, c'est-à-dire présentant une ou plusieurs des anisotropies énoncées précédemment, aura un impact sur l'état de polarisation d'une onde EM incidente en changeant uniquement son orientation ψ, son ellipticité ζ ou, dans le cas le plus général, en modifiant simultanément ces deux caractéristiques. En effet, d'après le système d'équations (3.85), ψ et ζ dépendent tout deux à la fois du déphasage relatif $\Delta\varphi$, entre les composantes du champ, et des amplitudes de chacune d'entre elles.

3.4.2.1 Milieu biréfringent transparent

Les milieux biréfringents présentent une anisotropie diélectrique (quartz), magnétique (les granites) ou même les deux. Le champ électrique se propageant dans ces milieux possède, comme il a été discuté précédemment, deux composantes voyageant à des vitesses différentes selon les axes propres du milieu. Cette différence de vitesse de propagation engendre une différence de phase $\Delta\varphi$ entre les composantes qui est fonction de la biréfringence Δn du milieu et de sa longueur physique L (cf. partie 3.3.2). Les milieux biréfringents transparents ne modifient donc que $\Delta\varphi$ sans changer l'amplitude de chacune des composantes. Cela signifie que tout faisceau polarisé rectilignement selon un des axes propres du milieu diélectrique reste inchangé lors de la traversée du milieu. L'onde incidente ne voit donc qu'un seul indice de réfraction (n_+ ou n_-) et le milieu anisotrope se comporte alors comme un milieu isotrope.

La matrice de Jones d'un milieu biréfringent est donc une matrice diagonale dont les termes traduisent le déphasage que chacune des composantes polarisées selon un axe propre a subit en se propageant. La matrice de Jones $\mathrm{M}_{\mathrm{biref}}$ d'un milieu biréfringent, de biréfringence Δn et de longueur L s'écrit, dans le référentiel propre $\mathscr{R}'$ de ce milieu :

$$\mathrm{M}_{\mathrm{biref}} = \begin{pmatrix} e^{-i\frac{2\pi\, n_+\, L}{\lambda_0}} & 0 \\ 0 & e^{i\frac{2\pi\, n_-\, L}{\lambda_0}} \end{pmatrix} \tag{3.90}$$

Cette matrice peut se récrire :

$$\mathrm{M}_{\mathrm{biref}} = e^{i\varphi_0} \begin{pmatrix} e^{-i\frac{\Delta\varphi}{2}} & 0 \\ 0 & e^{i\frac{\Delta\varphi}{2}} \end{pmatrix} \tag{3.91}$$

avec :

$$\begin{cases} \varphi_0 = \frac{\varphi_+ + \varphi_-}{2} \\ \Delta\varphi = \frac{2\pi\,\Delta n\, L}{\lambda_0} \end{cases} \tag{3.92}$$

Remarque : Le fait de ne pas prendre en considération φ_0 peut empêcher la prise en compte d'interférences entre plusieurs ondes polarisées, comme l'étude de l'état de polarisation d'une onde transmise par une cavité Fabry-Pérot anisotrope.

3.4.2.1.1 Lame demi-onde Il s'agit d'un milieu biréfringent induisant un déphasage relatif de $(2p+1)\,\pi$ radians entre les composantes du champ électrique ($p \in \mathbb{N}$) :

$$\frac{2\pi\,\Delta n\,L}{\lambda_0} = \frac{\omega\,\Delta n\,L}{\mathrm{c}} = (2p+1)\,\pi \tag{3.93}$$

Une lame demi-onde, d'ordre p, présente donc une différence de chemin optique entre les deux polarisations propres valant $\frac{(2p+1)\,\lambda_0}{2}$. Pour un ordre p pair (cas par exemple d'une lame d'ordre 0) la matrice de Jones d'un tel milieu est :

$$\mathrm{M}_{\frac{\lambda}{2}} = \begin{pmatrix} e^{-i\frac{\pi}{2}} & 0 \\ 0 & e^{i\frac{\pi}{2}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -i & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix} \tag{3.94}$$

Soit une onde incidente dont le vecteur de Jones E_{in} associé, défini dans le référentiel $\mathscr{R}$ du laboratoire, vaut :

$$E_{in} = \begin{pmatrix} E_{0x}\; e^{-i\frac{\varphi_0}{2}} \\ E_{0y}\; e^{i\frac{\varphi_0}{2}} \end{pmatrix} \tag{3.95}$$

En utilisant la relation (3.86 et 3.88), on montre que le champ électrique E_{out} en sortie d'une lame demi-onde orientée d'un angle θ (les axes diélectriques forment un angle θ avec les axes de $\mathscr{R}$) s'écrit :

$$E_{out} = \overbrace{\begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}}^{\mathrm{P}_{\mathscr{R}'\to\mathscr{R}}} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} -i & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix}}_{\mathrm{M}_{\frac{\lambda}{2}}} \cdot \overbrace{\begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}}^{\mathrm{P}_{\mathscr{R}\to\mathscr{R}'}} \cdot E_{in} \tag{3.96}$$

Les matrices de changement de repère sont des matrices de rotation d'angle θ.

Le champ en sortie peut aisément se réécrire sous la forme suivante :

$$E_{out} = \overbrace{\begin{pmatrix} \cos 2\theta & -\sin 2\theta \\ \sin 2\theta & \cos 2\theta \end{pmatrix}}^{\begin{array}{c}\text{matrice de rotation} \\ \text{d'un angle } -2\theta\end{array}} \cdot \overbrace{\begin{pmatrix} E_{0x}\, e^{-i\frac{\varphi_0+\pi}{2}} \\ E_{0y}\, e^{i\frac{\varphi_0+\pi}{2}} \end{pmatrix}}^{E'_{in}} \tag{3.97}$$

Le vecteur de Jones E_{out} en sortie de la lame demi-onde présente un état de polarisation caractérisé par l'ellipticité ζ'_{in} du vecteur de Jones E'_{in} et est orienté d'un angle $\psi_{out} = 2\theta + \psi'_{in}$, dans le repère du laboratoire, ψ'_{in} étant l'orientation de l'état de polarisation de E'_{in}. En utilisant les relations (3.85), on montre que :

$$\begin{cases} \zeta'_{in} = \zeta_{in} \\ \psi'_{in} = -\psi_{in} \end{cases} \tag{3.98}$$

Le sens de rotation (hélicité de la polarisation) est en outre inversé.

En conclusion, une lame demi-onde ne fait que tourner l'état de polarisation de l'onde incidente d'un angle $2\theta - \psi_{in}$ sans modifier l'ellipticité ζ_{in}. L'état de polarisation de l'onde sortant de la lame demi-onde est donc l'image de l'état de polarisation de l'onde incidente par symétrie axiale, dont les axes de symétrie sont les axes propres de la lame.

3.4.2.1.2 Lame quart d'onde Il s'agit d'un milieu biréfringent induisant un déphasage relatif de $\frac{(2p+1)}{2}\pi$ radians entre les composantes du champ électrique ($p \in \mathbb{N}$). La matrice de Jones d'une lame quart d'onde, exprimée dans le référentiel propre de la lame et pour un ordre p multiple de 4 (cas par exemple de la lame d'ordre 0), s'écrit :

$$\mathrm{M}_{\frac{\lambda}{4}} = \begin{pmatrix} e^{-i\frac{\pi}{4}} & 0 \\ 0 & e^{i\frac{\pi}{4}} \end{pmatrix} = \frac{\sqrt{2}}{2} \begin{pmatrix} 1-i & 0 \\ 0 & 1+i \end{pmatrix} \tag{3.99}$$

Le vecteur de Jones en sortie d'une lame quart d'onde peut alors s'écrire :

$$E_{out} = \frac{\sqrt{2}}{2} \left(E_{in} + \mathrm{M}_{\frac{\lambda}{2}} \cdot E_{in} \right) \tag{3.100}$$

au vu de cette dernière relation, l'effet d'une lame quart d'onde se résume à l'interférence entre le champ électrique incident et ce même champ, tourné et déphasé sous

l'action d'une demi-onde virtuelle qui serait orientée avec le même angle que la lame quart d'onde. On constate alors que déterminer l'état de polarisation d'une onde ayant subit l'action d'une lame quart d'onde n'est pas trivial hormis pour certains cas particuliers.

En effet, si l'on considère une onde incidente polarisée rectilignement et orientée avec un angle ψ_{in} par rapport aux axes du référentiel du laboratoire, on montre que le champ en sortie de la quart d'onde, exprimé dans le référentiel $\mathscr{R}'$ de la lame quart d'onde, s'écrit :

$$E_{out_{/\mathscr{R}'}} = \begin{pmatrix} \cos(\theta - \psi_{in}) \ e^{-i\frac{\pi}{4}} \\ \sin(\theta - \psi_{in}) \ e^{i\frac{\pi}{4}} \end{pmatrix} \tag{3.101}$$

Ce vecteur est caractérisé par un état de polarisation dont l'ellipticité ζ_{out} et l'orientation ψ_{out}, dans $\mathscr{R}$, valent :

$$\begin{cases} \zeta_{out} = |\tan(\theta - \psi_{in})| \\ \psi_{out} = 0 \end{cases} \tag{3.102}$$

Ainsi, dans $\mathscr{R}$, une onde EM incidente polarisée rectilignement, selon un angle ψ_{in} en entrée de la lame quart d'onde, ressortira orientée avec un angle θ et une ellipticité fonction de la différence d'orientation entre la polarisation d'entrée et la lame quart d'onde. Il est donc possible d'obtenir un état de polarisation présentant n'importe quelle ellipticité en injectant une polarisation rectiligne dans une lame quart d'onde que l'on oriente et inversement. En effet, les matrices de Jones étant inversibles, il est également toujours possible d'orienter une lame quart d'onde de telle sorte que l'on transforme un état de polarisation quelconque en une polarisation rectiligne. Cette caractéristique des lames quart d'onde est extrêmement intéressante puisqu'elle permet d'obtenir une polarisation rectiligne à partir d'une polarisation quelconque sans même moduler la puissance de l'onde EM, contrairement aux polariseurs présentés dans le paragraphe suivant.

Remarque :

– Si on injecte une polarisation rectiligne avec un angle de 45° par rapport aux axes

propres de la lame quart d'onde, on obtient :

$$\begin{cases} \zeta_{out} = 1 \\ \psi_{out} \text{ indéfini} \end{cases} \tag{3.103}$$

La polarisation de sortie est circulaire

– Réciproquement, si on injecte une polarisation circulaire dans une lame quart d'onde, on obtient une polarisation rectiligne orienté à 45° des axes propres de la lame.

3.4.2.2 Polariseurs

Les polariseurs permettent, comme l'indique leur nom, de polariser rectilignement une onde incidente en tirant partie du dichroïsme du milieu de propagation. Selon la définition du dichroïsme, il existe deux types de polariseurs. Le premier groupe utilise une anisotropie d'absorption dans les milieux de propagation, alors que le deuxième utilise les milieux biréfringents comme séparateurs de polarisations. Ces deux types de polariseurs présentent des caractéristiques différentes et sont donc utilisés dans des applications différentes.

3.4.2.2.1 Polariseurs absorbants Ces polariseurs changent l'état de polarisation d'une onde incidente en modifiant le rapport entre les composantes du champ électrique tout au long de sa propagation. Or, d'après le système d'équation (3.77), l'ellipticité et l'orientation d'une onde EM dépendent tous les deux des amplitudes de chacune des composantes. Ces milieux absorbant modulent donc la polarisation (ellipticité et orientation) dès lors qu'ils présentent une anisotropie d'absorption.

La matrice de Jones $\mathrm{M_{abs}}$ associée à un milieu absorbant de longueur z et présentant deux coefficients d'absorption, qui sont les parties complexes k''_x et k''_y du vecteur d'onde, s'écrit, dans le référentiel propre du milieu :

$$\mathrm{M_{abs}} = \begin{pmatrix} e^{-k''_x z} & 0 \\ 0 & e^{-k''_y z} \end{pmatrix} \tag{3.104}$$

Si l'on considère un champ incident ayant des composantes de même amplitude sur

chacun des axes du milieu (ex : polarisation d'ellipticité quelconque orientée avec un angle de 45° par rapport aux axes propres du milieu), le champ E_{out} en sortie s'écrit :

$$E_{out} = \mathrm{M}_{\mathrm{abs}}.E_{in} = \begin{pmatrix} E_0\ e^{-k''_x z}\ e^{-i\frac{\Delta\varphi_0}{2}} \\ E_0\ e^{-k''_y z}\ e^{+i\frac{\Delta\varphi_0}{2}} \end{pmatrix} \tag{3.105}$$

On appelle pouvoir d'extinction η d'un polariseur, le rapport de la puissance optique transmise selon l'axe le moins absorbant sur celle transmise selon l'axe le plus absorbant :

$$\eta = e^{2\left|k''_x - k''_y\right| z} \tag{3.106}$$

L'état de polarisation de l'onde est alors caractérisé par une ellipticité ζ_{out} et une orientation ψ_{out} données par les équations (3.77) et pour lesquelles Λ (cf. équation (3.78)), s'écrit dans le cas présent :

$$\Lambda = \frac{2\ e^{-\left(k''_x + k''_y\right) z}\ \sin\Delta\varphi}{e^{-2k''_x z} - e^{-2k''_y z}} \tag{3.107}$$

Si le milieu a un grand pouvoir d'extinction, on montre que :

$$\Lambda \approx \pm 2\,\frac{\sin\Delta\varphi}{\eta} \tag{3.108}$$

En effectuant un développement limité à l'ordre 2 de ζ_{out}, en $\Lambda = 0$, on montre que l'ellipticité de l'onde EM en sortie de polariseur dépend de l'état de polarisation de l'onde en entrée mais surtout du pouvoir d'extinction η du polariseur, et se récrit avec une bonne approximation :

$$\zeta_{out} \approx \sqrt{2}\,\frac{\sin\Delta\varphi}{\sqrt{\eta}} \tag{3.109}$$

L'état de polarisation en sortie d'un polariseur est donc d'autant plus rectiligne que le pouvoir d'extinction de ce dernier est grand. Un polariseur est donc d'autant meilleur que son pouvoir d'extinction est grand et que son axe le moins présente la plus grande transparence possible afin d'atténuer au minimum la puissance optique incidente.

En prenant le cas d'une absorption diélectrique (cf. partie 3.2.4), ceci implique que l'anisotropie de la partie complexe du tenseur $\overleftrightarrow{\epsilon}_r$ soit naturellement élevée, ce qui n'est en général pas le cas, excepté pour des cristaux comme la Tourmaline et l'Herapathite.

Il existe néanmoins plusieurs moyens d'exacerber artificiellement cette différence entre les coefficients d'absorption pour obtenir des dispositifs avec des pouvoirs d'extinction de plusieurs centaines. Il est possible par exemple d'augmenter les pertes selon une direction du diélectrique, en ajoutant des pertes par conduction (cf. figure 3.9). En effet, en ajoutant,

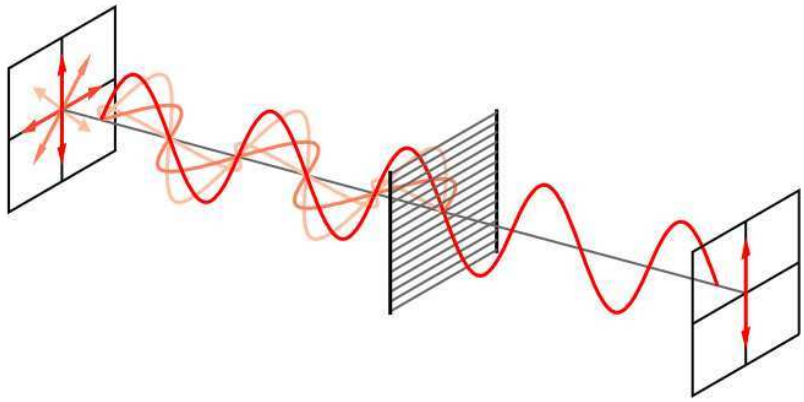


FIGURE 3.9 – Schéma d'un polariseur à grille induisant des pertes de conduction selon une direction.

par exemple, une grille conductrice orientée dans une certaine direction (par exemple $\vec{E}_y$) il est possible d'obtenir une anisotropie de pertes en imposant un régime de propagation dans un conducteur (milieu à pertes) pour la composante du champ électrique alignée avec les fils (cf. partie (3.2.5)). Ainsi, tandis que l'axe $\vec{e}_x$ ne présente qu'une absorption diélectrique, l'axe $\vec{e}_y$ présente des pertes diélectriques et de conduction. Cependant, ce résultat n'est valable que pour des ondes dont la longueur d'onde est grande devant l'écartement entre les fils. Il n'est donc pas envisageable d'utiliser des polariseurs à grille métallique pour des applications optiques telles que nous avons développées.

Le film polaroïd reprend le concept de la grille métallique en utilisant de longues chaînes organiques alignées à la place des fils conducteurs, permettant ainsi de réduire l'écartement inter-filament pour des applications optiques. Les polariseurs utilisant les films polaroïds ont un pouvoir d'extinction de l'ordre de 500.

3.4.2.2.2 Séparateurs de polarisation Les séparateurs de polarisation (prismes de Wollaston, Glan-Thomson, Nicol, ...) ont l'avantage d'avoir de très faibles pertes et de forts pouvoirs d'extinction ($10^4 \leqslant \eta \leqslant 10^6$). Ceci est dû au fait qu'ils exploitent la biréfringence

élevée de matériaux comme la calcite ($\Delta n \approx 0,16$) pour séparer les faisceaux ordinaire et extraordinaire [35] transmis (cf. figure 3.10).

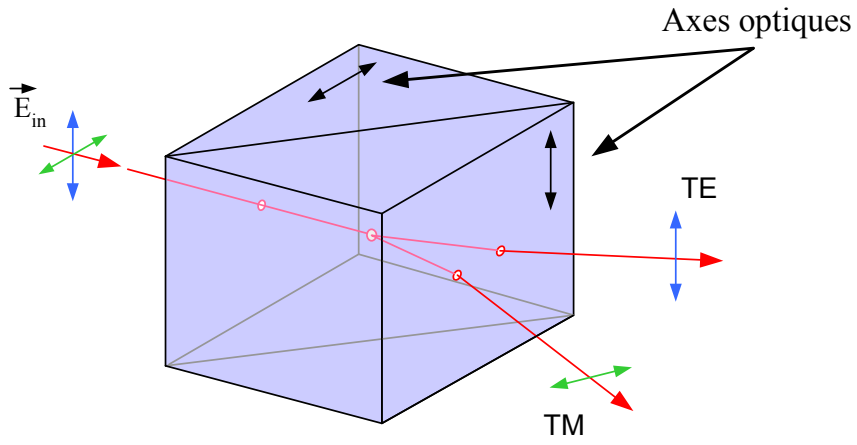


FIGURE 3.10 – Schéma d'un prisme de Wollaston permettant la séparation spatiale des modes TE et TM de l'onde incidente, au niveau de l'interface entre les prismes, dont les axes optiques sont croisés.

D'autres polariseurs utilisent des matériaux isotropes sous incidence de Brewster θ_B [64,65] afin de séparer les modes TE et TM (cf. figure 3.11).

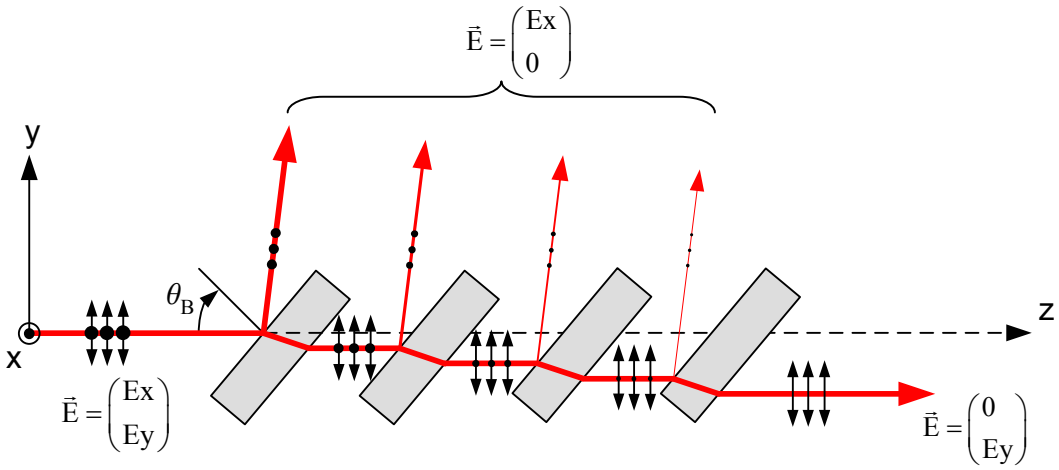


FIGURE 3.11 – Séparation des modes TE (champ réfléchi) et TM (champ transmis) d'une onde EM sous incidence de Brewster.

On peut également séparer les modes TE et TM d'une onde incidente en utilisant le phénomène d'interférence entre les différents faisceaux réfléchis et transmis à la surface d'un substrat ayant subit un traitement multicouche [66].

Compte tenu des caractéristiques des séparateurs de polarisation évoqués précédemment, les matrices de Jones de ces derniers se présentent sous l'une ou l'autre des matrices suivantes :

$$\begin{cases} \mathrm{M}_{\mathrm{separateur}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \\ \mathrm{M}_{\mathrm{separateur}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \end{cases} \tag{3.110}$$

suivant que l'on analyse l'un ou l'autre des faisceaux spatialement séparés dans le référentiel propre des séparateurs de polarisation.

3.4.2.3 Récapitulatif des optiques agissant sur la polarisation

Tous les bancs optiques traitant l'état de polarisation d'une onde EM se composent presque exclusivement des éléments optiques dont nous avons exposé les caractéristiques et les principes dans les parties précédentes. Le banc optique développé et utilisé durant ces travaux de thèse ne déroge pas à la règle. Le tableau récapitulatif 3.1 nous sera donc d'une grande aide lors de la description du banc optique (partie 6.1) et du système de compensation (partie 7.1).

Élément optique	**État de polarisation de sortie (ellipticité ζ_{out} et orientation ψ_{out})**	**Matrice de Jones**
Milieu biréfringent transparent (Δn) de longueur L	Induit un déphasage relatif $\Delta\varphi$ entre les composantes du champ électrique de l'onde EM	$\mathrm{M}_{\mathrm{biref}} = \begin{pmatrix} e^{-i\frac{\Delta\varphi}{2}} & 0 \\ 0 & e^{i\frac{\Delta\varphi}{2}} \end{pmatrix}$ Avec $\Delta\varphi = \frac{2\pi\,\Delta n\,L}{\lambda_0}$ *λ_0 = longueur d'onde
Lame demi-onde ($\Delta\varphi = \pi$)	$\begin{cases} \zeta_{out} = \zeta_{in} \\ \psi_{out} = 2\theta_{\lambda/2} - \psi_{in} \end{cases}$ *$\theta_{\lambda/2}$ = orientation de la lame demi-onde	$\mathrm{M}_{\frac{\lambda}{2}} = \begin{pmatrix} -i & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix}$
Lame quart d'onde ($\Delta\varphi = \frac{\pi}{2}$)	$\begin{cases} \zeta_{out} = f\left(\zeta_{in},\, \psi_{in} - \theta_{\lambda/4}\right) \\ \psi_{out} = g\left(\zeta_{in},\, \psi_{in} - \theta_{\lambda/4}\right) \end{cases}$ Cas particuliers : – $\zeta_{in} = 0$ $\Rightarrow \begin{cases} \zeta_{out} = \lvert\tan(\theta_{\lambda/4} - \psi_{in})\rvert \\ \psi_{out} = \theta_{\lambda/4} \end{cases}$ – $\left.\begin{matrix} \zeta_{in} = 0 \\ \left\lvert\psi_{in} - \theta_{\lambda/4}\right\rvert = 45° \end{matrix}\right\} \Rightarrow \zeta_{out} = 1$ *$\theta_{\lambda/4}$ = orientation de la lame quart d'onde	$\mathrm{M}_{\frac{\lambda}{4}} = \frac{\sqrt{2}}{2}\begin{pmatrix} 1-i & 0 \\ 0 & 1+i \end{pmatrix}$
Polariseur absorbant	Les caractéristiques du polariseur dépendent de l'anisotropie d'absorption (cf. page 95)	$\mathrm{M}_{\mathrm{abs}} = \begin{pmatrix} e^{-k''_x z} & 0 \\ 0 & e^{-k''_y z} \end{pmatrix}$
Séparateur de polarisation	Il permet de séparer spatialement deux champs orthogonaux polarisés rectilignement (mode TE et TM)	$\mathrm{M}_{\mathrm{separateur}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

TABLE 3.1 – Tableau récapitulatif des éléments optiques les plus utilisés, leurs effets sur une polarisation incidente (ellipticité ζ_{in} et orientation ψ_{in}), et les matrices de Jones associées.

3.5 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons vu de façon relativement succincte comment les caractéristiques des milieux pouvaient agir sur une onde électromagnétique s'y propageant. En se focalisant sur la définition de l'état de polarisation d'une onde électromagnétique (cf. partie 3.3), nous avons abordé plus précisément le phénomène de changement d'état de polarisation induit par un milieu de propagation anisotrope et homogène, passant ainsi sous silence de nombreux autres effets tels que le guidage [67], la diffraction ou encore la diffusion d'une onde EM.

En effet, les sondes développées étant basées sur le principe de modulation d'état de polarisation par un champ électrique de forte puissance, il n'est pas nécessaire, dans le cadre de ces travaux de thèse, de traiter ces effets, qui ont pour conséquence de moduler la distribution spatiale en amplitude de l'onde incidente. Toutefois, les phénomènes d'interférences à deux ondes, et à ondes multiples, utilisés dans les sondes EO basées respectivement sur la modulation de phase et la modulation d'amplitude, seront abordés ultérieurement (cf. 2.1).

Comme nous avons pu le voir dans la partie (3.4.2), l'anisotropie des caractéristiques intrinsèques (*e.g.* milieu biréfringents) ou artificielles (*e.g.* polariseur à grille métallique, film polaroïd), est utilisée pour manipuler et/ou traiter l'état de polarisation d'une onde EM. Dans notre cas, nous déduisons les caractéristiques du milieu de propagation, de la différence entre les états de polarisation entrant et sortant du milieu. Les résultats indispensables à la compréhension des principes de modulation d'état de polarisation et du traitement de l'information, utilisés dans le système de détection EO de champs hyperfréquences développé, sont donc résumés dans le tableau 3.1.

Chapitre 4

Propagation en régime non linéaire

Sommaire

4.1 Anharmonicité des systèmes oscillants 104

4.2 Optique non linéaire 108

4.2.1 Liaisons inter-atomiques, électroniques et moléculaires 108

4.2.2 Perturbations induites par un champ électrostatique 112

4.2.3 Étude dynamique de la déformation d'un atome soumis à un champ électromagnétique 113

4.2.3.1 En régime linéaire 114

4.2.3.2 Résolution de l'équation de mouvement en champ fort : régime non linéaire 118

4.2.4 L'effet Pockels 121

4.2.4.1 Susceptibilité d'ordre 2 121

4.2.4.2 Ellipsoïde et ellipse d'indices avec effet Pockels 123

4.3 Conclusion 128

Si dans le précédent chapitre nous nous sommes attardés sur l'influence du milieu de propagation sur une onde EM, ce chapitre, analysera l'effet réciproque en traitant l'action d'un champ électrique sur le milieu de propagation.

En effet, un champ électrique engendre un réarrangement spatial des charges liées du milieu diélectrique. Comme ces charges liées sont à l'origine des caractéristiques diélectriques du milieu de propagation, l'application d'un champ électrique externe les modifie. Nous verrons donc, dans ce chapitre, comment les caractéristiques diélectriques du milieu sont modifiées par un champ externe.

4.1 Anharmonicité des systèmes oscillants : exemple du pendule simple non amorti

Un système mécanique est dit non linéaire lorsque la réponse de ce dernier à une perturbation dépend de l'amplitude de cette perturbation.

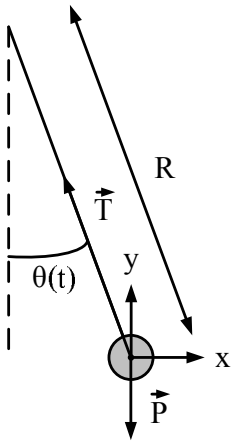


FIGURE 4.1 – cinématique d'un pendule simple non amorti.

Le principe fondamental de la dynamique nous donne l'équation différentielle décrivant l'évolution temporelle du mouvement du pendule :

$$\sin\theta\,(t) + \frac{\mathrm{R}}{\mathrm{g}}\,\ddot{\theta}\,(t) = 0 \tag{4.1}$$

Tant que l'on reste dans le domaine des mouvements de faible amplitude ($\theta \cong 0$), on a :

$$\theta\,(t) + \frac{\mathrm{R}}{\mathrm{g}}\,\ddot{\theta}\,(\mathrm{t}) = 0 \tag{4.2}$$

Le mouvement du pendule simple est alors décrit par l'équation différentielle d'un oscillateur harmonique : le système est en régime linéaire.

$$\begin{cases} \theta\,(t) = \theta_0 \cos\left(\omega\, t + \varphi\right) \\ \omega = \omega_0 = \sqrt{\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{R}}} \end{cases}$$

Le pendule oscille avec une pulsation ω_0 constante indépendante de l'amplitude des oscillations. Dans le cas de petites oscillations, la période de ces dernières est donc donnée

par :

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{\mathrm{R}}{\mathrm{g}}} \tag{4.3}$$

En effet, si les amplitudes augmentent, l'approximation de l'oscillateur harmonique ne fonctionne plus.

Analysons maintenant le cas de l'oscillateur anharmonique dont les amplitudes restent néanmoins assez faibles pour que le troisième terme, et les suivants, du développement limité de $\sin\theta\,(t)$ restent petits devant les deux premiers. L'équation (4.1) devient alors :

$$\ddot{\theta}\,(t) + \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{R}}\left[\theta\,(t) - \theta^3\,(t)\right] = 0 \tag{4.4}$$

En injectant la solution harmonique dans l'équation différentielle (4.4), on obtient :

$$\frac{3}{24}\cos\left(\omega\,t\right) + \frac{1}{24}\cos\left(3\,\omega\,t\right) = 0 \tag{4.5}$$

On constate à l'aide de l'équation ci-dessus que si l'on veut conserver la réponse harmonique d'un système qui n'est plus décrit en tant que tel, on voit apparaître un terme de fréquence supérieure qui est, pour le système mécanique étudié, à une pulsation triple de la pulsation propre du système. Il est possible d'injecter dans la solution harmonique un élément correctif $\xi_1\,(t)$ permettant de faire disparaître cette harmonique indésirable. En effet, en ajoutant la perturbation $\xi_1\,(t) = \xi_{01}\cos\left(3\,\omega\,t\right)$ induite par l'anharmonicité du pendule d'amplitude ξ_{01} approprié, dans la solution, il est possible d'éliminer la composante de pulsation $3\,\omega$. Le problème est que cet élément correcteur va lui même générer des composantes spectrales de pulsations supérieures (9ω) qu'il sera nécessaire de contrebalancer à l'aide de fonctions correctrices $\xi_n\,(t)$ d'ordre supérieur. Ainsi, à l'aide de cette méthode perturbative, on obtient la solution $\theta_p\,(t)$ (approchée à l'ordre p) de l'équation différentielle (4.4) suivante :

$$\theta_p\,(t) = \theta_0\,\cos\left(\omega\,t\right) + \sum_{n=1}^{p}\xi_n\,(t) \tag{4.6}$$

avec

$$\begin{cases} \xi_n(t) = \xi_{0_n} \cos(3\,n\,\omega t) \\ \xi_{0_n} << \xi_{0_{(n-1)}} \end{cases}$$

Remarque : L'énergie totale du système oscillant étant finie, la suite des termes ξ_{0n} est nécessairement convergeante. Cette suite pondère les effets non linéaires d'ordre n de l'oscillateur, devenu anharmonique.

De manière générale, un système oscillant, amorti et entretenu, présentant une réponse non linéaire *x(t)*, est décrit par une équation différentielle du type :

$$\underbrace{A\,\frac{\partial^2 x(t)}{\partial t^2}}_{\text{force d'inertie}} + \overbrace{B\,\frac{\partial\, x(t)}^{\text{force de friction}}}{\partial t} + \underbrace{f(x(t))}_{\text{force de rappel}} = \overbrace{h(t)}^{\text{excitation}} \tag{4.7}$$

Ainsi, la réponse non linéaire du système ne dépendra que de la forme de la force de rappel $f(x(t))$.

$$f(x(t)) = \underbrace{C\,x(t)}_{\text{reponse linéaire}} + \overbrace{g(x(t))}^{\text{réponse non linéaire}} \tag{4.8}$$

Il est toujours possible de décomposer la réponse non linéaire sous forme d'un développement de Taylor autour de la position de repos tant qu'elle est de classe $\mathscr{C}_\infty$ (infiniment dérivable sur $\mathbb{R}$).

$$g(x(t)) = \sum_{n=2}^{\infty} [x(t) - x_0]^n \;\frac{f^{<n>}(x_0)}{n\,!} \tag{4.9}$$

Exemple : Calcul de la période T d'oscillation du pendule anharmonique corrigée à l'ordre $p = 1$ par la méthode des perturbations.

On considère que l'amplitude θ_0 du mouvement reste néanmoins suffisamment faible pour pouvoir développer $\sin\theta\,(t)$ au premier ordre afin d'obtenir l'équation différentielle (4.4). La solution anharmonique, corrigée au premier ordre est donc :

$$\theta_1\,(t) = \theta_0\,[\cos\,(\omega\,t) + \xi_{01}\cos\,(3\,\omega\,t)] \tag{4.10}$$

<u>calcul intermédiaire</u> :

$$\theta_1^3 = \theta_0^3\,[\sin^3\,(\omega t) + \xi_{01}\sin^2\,(\omega t)\sin\,(3\,\omega t) + \underbrace{\xi_{01}^2}_{\approx 0}\sin\,(\omega t)\sin^2\,(3\,\omega t) + \underbrace{\xi_{01}^3}_{\approx 0}\sin^3\,(3\,\omega t)] \tag{4.11}$$

Après simplification :

$$\begin{aligned}\theta_1^3 &\approx \theta_0^3\left[\sin^3\,(\omega t) + \xi_{01}\sin^2\,(\omega\,t)\sin\,(3\,\omega t)\right] \\ &\approx \theta_0^3[\frac{3}{4}\sin\,(\omega t) + \sin\,(3\,\omega t)(\underbrace{\xi_{01}\sin^2\,(\omega t)}_{\text{négligeable}} - \frac{1}{4})]\end{aligned}$$

D'ou :

$$\theta_1^3 = \theta_0^3\left(\frac{3}{4}\sin\,(\omega t) - \frac{1}{4}\sin\,(3\,\omega t)\right) \tag{4.12}$$

En injectant $\theta_1\,(t)$ dans l'équation différentielle du mouvement anharmonique (4.4), on obtient :

$$\left(\omega^2 - \omega_0^2\left(1 - \frac{\theta_0^2}{8}\right)\right)\sin\,(\omega t) + \left(10\,\xi_{01} + \frac{\theta_0^2}{24}\right)\sin\,(3\,\omega t) = 0 \tag{4.13}$$

Cette équation doit être vérifiée à tout instant t, ce qui implique que les coefficients des fonctions $\sin\,(\omega t)$ et $\sin\,(3\,\omega t)$ doivent être nuls. On a donc le système d'équation suivant :

$$\begin{cases} \left(1 - \frac{\theta_0^2}{8}\right)\omega_0^2 = \omega^2 \\ 10\,\xi_{01} + \frac{\theta_0^2}{24} = 0 \end{cases} \tag{4.14}$$

On en déduit donc la période T du mouvement anharmonique :

$$T = \frac{T_0}{\sqrt{1 - \frac{\theta_0^2}{8}}} \tag{4.15}$$

Si le développement théorique précédent n'a offert qu'une solution approchée $\theta_p(t)$, il existe néanmoins une solution exacte décrivant le mouvement anharmonique de l'oscillateur. Cet exemple tiré de la mécanique peut être appliqué à la description du mouvement de tout oscillateur dans des domaines aussi variés que la thermodynamique (propagation des ondes acoustiques), la mécanique (phonons) ou l'optique.

Nous traiterons, dans le chapitre suivant, une partie du vaste domaine de l'optique non linéaire et de quelques unes de ces applications nous concernant directement dans le cadre de l'étude et de la réalisation des sondes électro-optiques.

4.2 Optique non linéaire

Pour comprendre comment réagit un milieu diélectrique à une perturbation EM, nous allons étudier au préalable l'action d'un champ électrique sur la maille élémentaire d'un cristal.

4.2.1 Liaisons inter-atomiques, électroniques et moléculaires

Un milieu diélectrique cristallin est un ensemble de noyaux, liés entre eux par des interactions covalentes ou ioniques, autour desquels gravitent des électrons. Un modèle classique masse-ressort des liaisons atomique (covalente ou ionique) et électronique (cf. figure 4.2), non valide de manière rigoureuse, suffit toutefois à la compréhension des effets non linéaires qui nous intéressent.

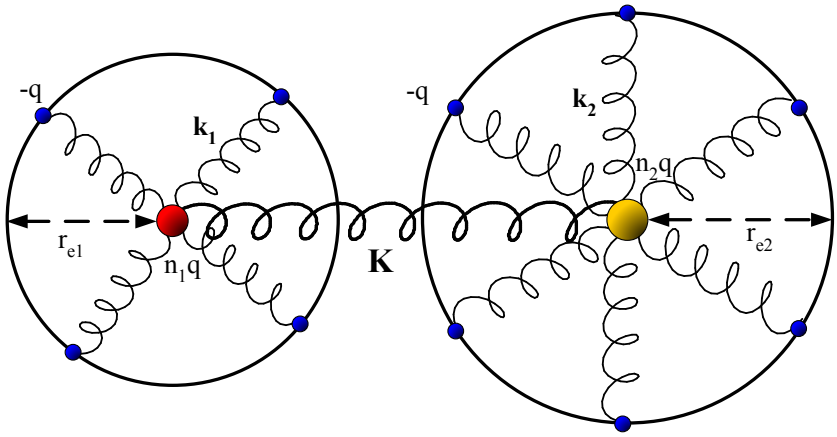


FIGURE 4.2 – modèle masse-ressort de liaisons inter-atomique et électronique.

Les liaisons électroniques

Une vision classique de l'atome, décrit le mouvement des électrons en gravitation autour du noyau de telle sorte que la force centrifuge s'oppose à la force de Coulomb. Les électrons sont en équilibre dynamique à une certaine distance d'équilibre r_e du noyau, distance à laquelle, d'un point de vue quantique, la probabilité de présence de l'électron est la plus grande. La liaison noyau-électron peut alors être modélisée par une force de rappel de constante de rappel k, dont la raideur est liée aux caractéristiques quantiques de l'atome (orbitale, niveaux d'énergie, ...) [68].

Il est également possible de généraliser ce modèle masse-ressort pour l'ensemble des liaisons cristallines (liaisons atomique, moléculaire), comme le montre la figure (4.2).

Les liaisons atomiques fortes

Le caractère stable d'une structure cristalline trahit l'existence de deux forces inter-atomiques de signes opposés, fonction de la distance séparant les atomes. La force de répulsion, appelée également répulsion de Born ou répulsion de Pauli, est due à l'effet purement quantique d'échange d'interaction [69]. Cet effet a pour conséquence d'accroître l'énergie d'un ou plusieurs électrons lorsque les fonctions d'ondes électroniques des atomes liés se superposent, conséquence directe du principe d'exclusion de Pauli [70]. Ainsi, l'énergie d'un système composé de deux atomes croît extrêmement vite lorsque la distance entre eux diminue.

Cette force s'oppose à une force d'attraction dont l'intensité dépend des affinités électroniques des atomes mis en jeu. La liaison inter-atomique peut alors être ionique (Interactions coulombiennes fortes. Ex. : NaCl, MgO, $CaCl_2$) ou covalente (Interactions modérées. Ex. : Cl_2, CO_2).

Les liaisons atomiques et moléculaires faibles

Deux molécules électriquement neutres peuvent interagir dès lors qu'au moins une des deux molécules présente un moment dipolaire permanent. Cette molécule dipolaire pourra alors exercer une force d'attraction sur une autre molécule présentant un dipôle permanent (interaction de Keesom [71]) ou induit (interaction de Debye). Cependant il est

également possible d'envisager des liaisons entre molécules neutres ne présentant aucun moment dipolaire permanent, ou des liaisons inter-atomiques entre gaz rares sans affinité électronique.

En effet, une molécule électriquement neutre et ne présentant pas de moment dipolaire permanent présente néanmoins des fluctuations de son moment instantané du fait de la présence du nuage électronique gravitant autour du noyau chargé positivement, ainsi que de son environnement. Les corrélations entre les fluctuations des moments dipolaires instantanés de deux molécules ou atomes voisins, décrites par la théorie de la dynamique quantique, traduisent l'existence d'une force d'attraction, entre ces particules, appelée force de dispersion ou force de London [72] expliquant notamment la condensation des gaz rares à basse température.

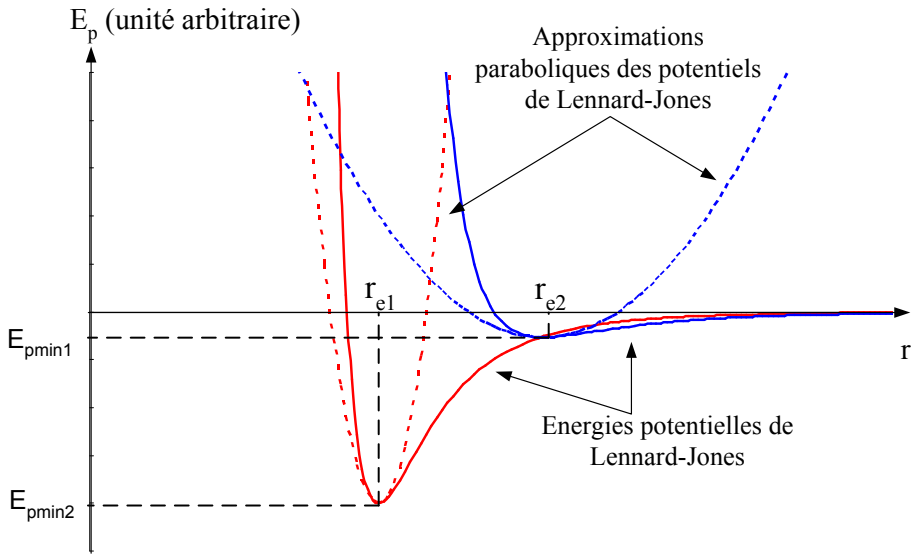


FIGURE 4.3 – Potentiel de Lennard-Jones pour différentes valeurs de C_6 et C_{12} et leurs approximations paraboliques (courbes pointillées).

L'ensemble de ces interactions atomiques sont à l'origine de la force de van der Waals [73]. Ainsi, un atome créé toujours atour de lui un potentiel électrostatique E_p, appelé potentiel de Lennard-Jones [74], qui fixe la longueur et la force des liaisons atomiques et

donc la stabilité et la structure cristalline du milieu.

$$E_p(r) \propto \underbrace{\frac{C_{12}}{r^{12}}}_{\text{répulsion de Pauli}} - \underbrace{\frac{C_6}{r^6}}_{\text{attraction de van der Waals}} \tag{4.16}$$

C_6 et C_{12} sont des coefficients propres aux entités (atome ou molécule) mises en jeu. Chaque liaison (électronique, atomique et moléculaire), pouvant apparaître dans les structures cristallines, sont donc modélisables par une force de rappel $\vec{F}$ dérivant de l'approximation parabolique du potentiel E_p créé par chacun des atomes constituant le cristal, et dont la forme est donnée par la figure (4.3). La force de rappel est simplement donnée par le gradient xde l'énergie potentielle :

$$\vec{F} = -\vec{\nabla} E_p = -K\,(r - r_e)\,\vec{e_r} \tag{4.17}$$

Avec une constante de rappel K valant :

$$K = \frac{\partial^2 E_p(r)}{\partial r^2}\bigg)_{r_e} = 36\,C_6 \left(\frac{C_6}{2\,C_{12}}\right)^{4/3} \tag{4.18}$$

Dans ce modèle masse-ressort, un champ électrique incident aura pour conséquences d'étirer ou rétrécir les liaisons ioniques et électroniques, d'orienter les dipôles permanents, d'induire des dipôles, ... Ainsi, le réseau cristallin se mettra à osciller sous l'action du champ électrique. Il est évident que les différents effets évoqués précédemment mettent en jeu des constantes de rappel et des particules de masse différentes, ainsi la réponse fréquentielle du cristal sera logiquement fonction de la fréquence du champ excitateur. Aussi, au fur et à mesure de la montée en fréquence, les différentes contributions moléculaire, dipolaire, électronique, ionique et atomique du moment dipolaire total, vont disparaître faute de pouvoir répondre en termes de rotation et d'oscillation à la fréquence d'excitation. Par conséquent, les différentes contributions de la permittivité diélectrique d'un cristal disparaissent progressivement avec l'augmentation de la fréquence [75]. Par exemple, dans le domaine GHz, la contribution des dipôles moléculaires n'existe plus car le

champ électrique varie trop rapidement pour que les molécules aient le temps de s'orienter dans le champ.

Ainsi, compte tenu des fréquences et des effets mis en jeu pour la détection de champ hyperfréquences via une sonde EO, nous ne prendrons en considération, dans la suite de cette partie, que les mouvements électroniques.

4.2.2 Perturbations induites par un champ électrostatique

Un atome, au même titre que toute entité constitutive des différents états de la matière, se déforme sous l'action d'un champ électrique. En effet, contrairement au cas d'un atome au repos qui, comme le montre la figure (4.2), a son barycentre des charges négatives confondu avec celui des charges positives, la présence d'un champ externe a pour conséquence, la délocalisation de ces barycentres. L'opposition des forces de Coulomb appliquées, d'une part, sur les protons du noyau et, d'autre part, sur les électrons, est la cause directe de cette délocalisation des barycentres de charges (cf. figure 4.4).

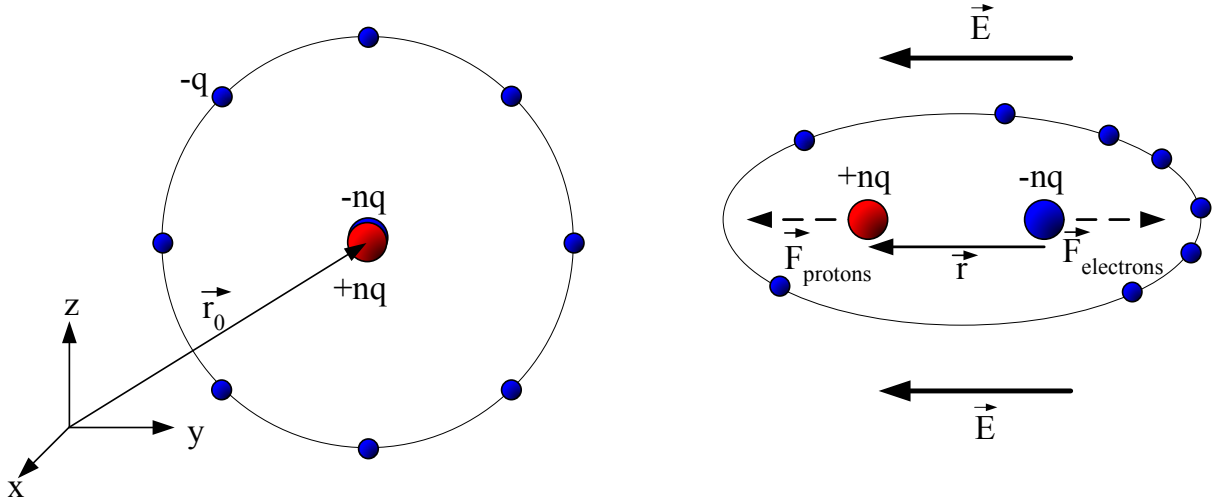


FIGURE 4.4 – Déformation atomique induite par un champ électrostatique.

Finalement, $\vec{E}$ a pour conséquence d'induire un dipôle électrique au niveau de chaque atome du diélectrique. Ce dipôle dépend logiquement de l'amplitude du champ électrique et des caractéristiques intrinsèques de l'atome via la susceptibilité diélectrique χ du matériau. Cette susceptibilité traduit l'aptitude qu'ont principalement les cortèges électroniques des atomes du diélectrique à se déformer sous l'action du champ $\vec{E}$.

4.2.3 Étude dynamique de la déformation d'un atome soumis à un champ électromagnétique

1ère approximation : L'amplitude du mouvement des protons reste très faible devant celle du mouvement des électrons du fait de leur masse beaucoup plus grande ($m_{\text{proton}}/m_{\text{électron}} \approx 1800$). On considère donc le mouvement du noyau nul, ramenant ainsi l'étude dynamique de l'atome au mouvement du nuage électronique.

2ème approximation : La force de Lorentz appliquée sur les électrons ainsi que leur poids sont négligeables devant la force de Coulomb.

Étude classique du mouvement de l'électron i :

D'après le principe fondamental de la dynamique appliqué à l'électron i, et la deuxième approximation, on a :

$$\underbrace{-n\,q\,\mathrm{E}\,(t)}_{\text{force de Coulomb}} - \underbrace{\alpha_i \frac{\partial\, r\,(t)}{\partial t}}_{\text{force de friction}} + \underbrace{f_i\,(r\,(t))}_{\text{force de liaison}} = m\frac{\partial^2 r\,(t)}{\partial t^2} \tag{4.19}$$

Le coefficient de frottement fluide α et la force de liaison f dépendent tous deux de l'électron et plus précisément de son niveau d'énergie et de son environnement électronique.

D'après les équations (4.8) et (4.9), on obtient à l'aide d'un développement en série de Taylor :

$$\ddot{r}_i\,(t) + \frac{\alpha_i}{m}\,\dot{r}_i\,(t) - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(r_i\,(t) - r_{e_i})^n}{m}\,\frac{f_i^{<n>}\,(r_{e_i})}{n!} = -\frac{q\,\mathrm{E}\,(t)}{m} \tag{4.20}$$

Comme nous avons pu le traiter dans la partie (4.1), cette équation différentielle traduit le mouvement d'un oscillateur amorti en régime forcé dont le degré d'anharmonicité dépend de la limite fixé au développement de Taylor.

4.2.3.1 En régime linéaire

On considère les oscillations $r_i(t)$ de l'électron i suffisamment faibles autour de sa position d'équilibre pour satisfaire l'équation(4.20) où la force de liaison est limitée à son expression au premier ordre (n=1).

$$\ddot{r}_i(t) + \frac{\alpha_i}{m}\,\dot{r}_i(t) + \frac{k_i}{m}\,(r_i(t) - r_{e_i}) = -\frac{q\,\mathrm{E}(t)}{m} \tag{4.21}$$

Avec

$$k_i = -\left.\frac{\partial\, f_i}{\partial r_i}\right)_{r_{e_i}} \tag{4.22}$$

Dans le domaine fréquentiel, on a :

$$\begin{cases} r_i(t) \overset{\text{T.F.}}{\longrightarrow} \tilde{r}_i(\omega) = \int r_i(t)\; e^{j\,\omega t}\; dt \\ \tilde{r}_i(\omega) \overset{\text{T.F.}^{-1}}{\longrightarrow} r_i(t) = \frac{1}{2\pi}\int \tilde{r}_i(\omega)\; e^{-j\,\omega t} d\omega \\ \dot{r}_i(t) \overset{\text{T.F.}}{\longrightarrow} -j\,\omega\,\tilde{r}_i(\omega) \\ \ddot{r}_i(t) \overset{\text{T.F.}}{\longrightarrow} -\omega^2\,\tilde{r}_i(\omega) \end{cases}$$

L'équation (4.21) devient alors :

$$\tilde{r}_i(\omega) = \frac{q\,\tilde{\mathrm{E}}(\omega)}{m\left(\,\omega^2 - \omega_{0_i}^2 + j\,\omega\,\Gamma_i\right)} \tag{4.23}$$

avec

$$\begin{cases} \Gamma_i = \frac{\alpha_i}{m} \\ \omega_{0_i}^2 = \frac{k_i}{m} \end{cases} \tag{4.24}$$

Le dipôle induit $\tilde{P}_a(\omega)$ par le champ $\tilde{\mathrm{E}}(\omega)$ au niveau d'un atome a, de numéro atomique n_a, est alors :

$$\vec{\tilde{P}}_a(\omega) = q\sum_{i=1}^{n_a} \vec{r}_a(\omega) \tag{4.25}$$

avec r_a étant le déplacement du barycentre électronique de l'atome a.

On obtient :

$$\tilde{\mathrm{P}}_a(\omega) = \frac{q^2\,\tilde{\mathrm{E}}(\omega)}{m}\sum_{i=1}^{n_a}\frac{1}{\omega^2 - \omega_{0_i}^2 + j\,\omega\,\Gamma_i} \tag{4.26}$$

Ainsi, le vecteur déplacement électrique $\vec{D}$, qui est la somme de la polarisation du vide $\epsilon_0 \tilde{E}$ et de celle liée à l'ensemble des dipôles induits par le mouvement des nuages électronique, s'écrit :

$$\tilde{\mathrm{D}}(\omega) = \epsilon_0 \, \tilde{\mathrm{E}}(\omega) + \tilde{\mathrm{P}}_{tot}(\omega) \tag{4.27}$$

Si le cristal est composé, localement, de $k(\vec{r}_0)$ atomes de natures différentes, chacun dans des proportions $N_k(\vec{r}_0)$, le dipôle $\tilde{\mathrm{P}}_{tot}(\vec{r}_0, \omega)$ induit au niveau d'une maille du diélectrique, repérée par le vecteur position $\vec{r}_0$ est donné par (en considèrant le champ perturbateur constant sur l'ensemble du volume de la maille -$\lambda = \frac{2\pi c}{\omega} \gg$ taille de maille-) :

$$\tilde{\mathrm{P}}_{tot}(\vec{r}_0, \omega) = \frac{q^2 \, \tilde{\mathrm{E}}(\omega)}{m} \sum_{a=1}^{k(\vec{r}_0)} \sum_{i=1}^{n_a} \frac{N_a(\vec{r}_0)}{\omega^2 - \omega_{0_i}^2 + j\,\omega\,\Gamma_i} \tag{4.28}$$

Ainsi, en chaque maille du diélectrique règne le champ électrique total $\tilde{\mathrm{D}}(\omega)$ suivant :

$$\tilde{\mathrm{D}}(\vec{r}_0, \omega) = \epsilon_0 \left(1 + \frac{q^2}{\epsilon_0 \, m} \sum_{a=1}^{k(\vec{r}_0)} \sum_{i=1}^{n_a} \frac{N_a(\vec{r}_0)}{\omega^2 - \omega_{0_i}^2 + j\,\omega\,\Gamma_i} \right) \tilde{\mathrm{E}}(\omega) \tag{4.29}$$

L'expression de la permittivité diélectrique relative ϵ_r du matériau est donc donnée par l'équation suivante :

$$\epsilon_r(\vec{r}_0, \omega) = 1 + \frac{q^2}{\epsilon_0 \, m} \sum_{a=1}^{k(\vec{r}_0)} \sum_{i=1}^{n_a} \frac{N_a(\vec{r}_0)}{\omega^2 - \omega_{0_i}^2 + j\,\omega\,\Gamma_i} \tag{4.30}$$

Cette relation est donnée pour des conditions bien particulières qui restent néanmoins valables dans certains cas. En effet, ce résultat a été obtenu dans le cadre d'un modèle masse-ressort des atomes en régime d'oscillation harmonique. Dans ce régime linéaire d'oscillation, nous avons également supposé que la pulsation ω du champ électrique externe était suffisamment faible pour considérer un champ uniforme sur chaque maille du

diélectrique mais néanmoins assez grande pour admettre que seule la contribution électronique est à l'origine des dipôles induits. En revanche, la formule (4.30) laisse apparaître une dépendance de la permittivité diélectrique relative à la position $\vec{r}_0$ de la maille dans le réseau, qui n'est pas due à la non-homogénéité du champ perturbateur mais à celle du matériau. Dans le cas où l'on considère un milieu homogène, la permittivité diélectrique relative devient :

$$\epsilon_r(\omega) = 1 + \frac{q^2}{\epsilon_0 m} \sum_{a=1}^{k} \sum_{i=1}^{n_a} \frac{N_a}{\omega^2 - \omega_{0_i}^2 + j\,\omega\,\Gamma_i} = 1 + \chi(\omega) \tag{4.31}$$

Où $\chi(\omega)$ est la susceptibilité du milieu. Cette relation laisse également apparaître le phénomène de dispersion chromatique. En effet, pour des matériaux non magnétiques, l'indice de réfraction n défini comme étant la racine carrée de la permittivité diélectrique relative ϵ_r, dépend lui aussi de la fréquence du champ perturbateur.

$$n(\omega) = \sqrt{1 + \frac{q^2}{\epsilon_0 m} \sum_{a=1}^{k} \sum_{i=1}^{n_a} \frac{N_a}{\omega^2 - \omega_{0_i}^2 + j\,\omega\,\Gamma_i}} \tag{4.32}$$

Si le champ externe est loin des fréquences de résonance électronique du diélectrique, la partie imaginaire de n peut alors être négligée. Le milieu est donc non absorbant et l'indice de réfraction est donné par la formule suivante :

$$n(\omega) = \sqrt{1 + \frac{q^2}{\epsilon_0 m} \sum_{a=1}^{k} \sum_{i=1}^{n_a} \frac{N_a}{\omega^2 - \omega_{0_i}^2}} \tag{4.33}$$

Jusqu'à présent nous avons considéré que les relations qui lient $\tilde{\mathrm{P}}_{tot}(\omega)$ et $\tilde{\mathrm{E}}(\omega)$ ne dépendent pas de la direction du champ électrique, et pourtant les milieux anisotropes présentent bien ces caractéristiques. Ceci est dû au fait que l'on a considéré, durant tout le développement théorique que le diélectrique était composé d'une somme d'atomes de natures différentes et n'interagissant pas les uns avec les autres. En effet, nous sommes passés de la relation (4.26) à (4.28) par simple sommation des dipôles atomiques induits, ce qui ne traduit évidement pas la réalité. Dans cette étude dynamique de l'atome seul,

comme le montre la figure (4.4), aucune perturbation autre que celle induite par le champ externe ne vient perturber la trajectoire des électrons. Ce qui a pour conséquence directe la colinéarité du champ électrique externe et du dipôle $\vec{P}_a$ induit par ce dernier et ce indépendamment de la direction de $\vec{E}$.

En réalité, le diélectrique n'est pas composé d'un ensemble d'atomes isolés mais appartenant au réseau cristallin. Chaque atome est alors plongé dans un environnement électromagnétique créé par l'ensemble des atomes constituant le diélectrique. Ainsi, la force de liaison f_i de l'électron i est la résultante de l'attraction et de la répulsion coulombienne des protons et électrons de l'atome auquel il appartient, mais également de celles créées par les noyaux et nuages électroniques voisins, comme le montre la figure (4.5) ci-dessous.

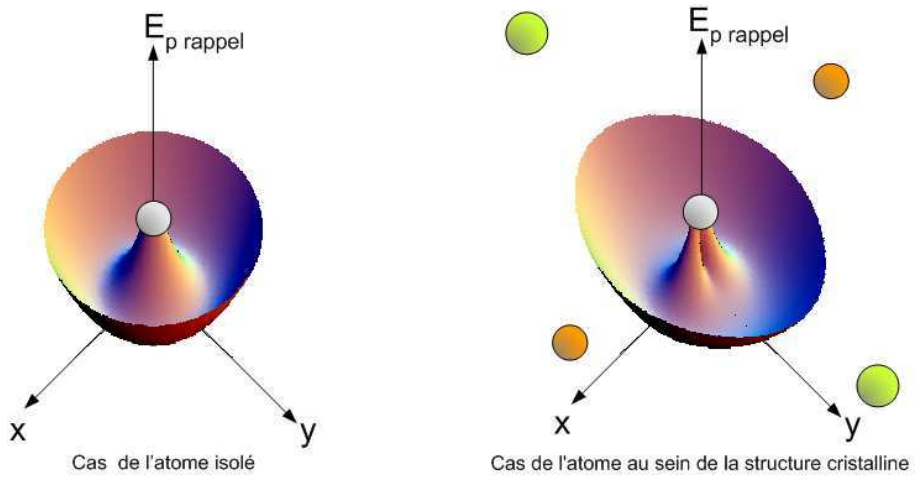


FIGURE 4.5 – Exemple qualitatif de distortion du potentiel de liaison noyau-électron induite par la présence d'atomes voisins.

Il en découle que l'aptitude χ_a du nuage électronique à se déformer ne dépend plus uniquement de la nature des atomes mais également de la structure cristalline du milieu de propagation, comme le montre la figure (4.6). C'est cette dernière dépendance qui explique le caractère anisotrope d'un milieu de propagation.

Le dipôle induit et le champ externe ne sont plus systématiquement colinéaires et, la susceptibilité diélectrique, qui était une grandeur scalaire, devient, au même titre que la permittivité diélectrique relative et l'indice de réfraction, une grandeur tensorielle (cf. partie 3.2.6).

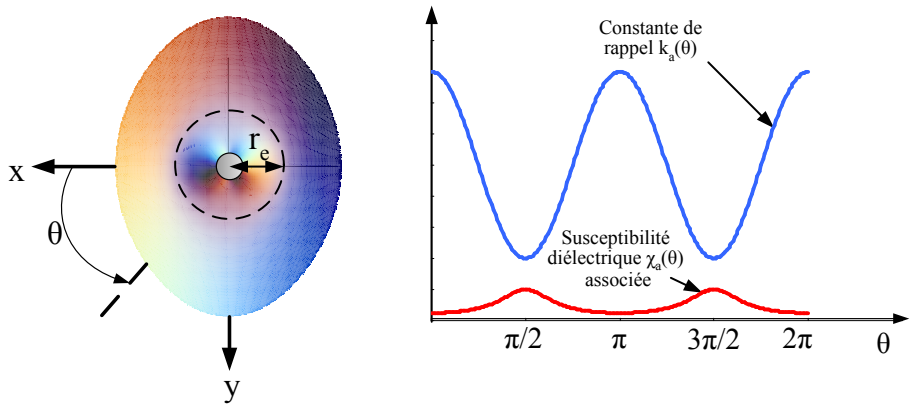


FIGURE 4.6 – Anisotropie de la susceptibilité induite par la distortion du potentiel de rappel.

En effet, la force de liaison, dont dérive le potentiel de rappel, est conservative, et est, par conséquent, toujours perpendiculaire aux courbes d'isopotentiel. D'après le principe fondamental de la dynamique, l'électron i, soumis à un champ électrostatique, sera en équilibre en r_i de telle sorte que la force de rappel f_i s'oppose à la force de Coulomb créée par ce champ. Le moment dipolaire induit $\vec{P}_{\text{tot}}$ n'est donc pas colinéaire à $\vec{E}$, et s'écrit :

$$\vec{P}_{\text{tot}} = \epsilon_0 \overleftrightarrow{\chi} \cdot \vec{E} = \epsilon_0 \begin{pmatrix} \chi_{xx} & \chi_{xy} & \chi_{xz} \\ \chi_{yx} & \chi_{yy} & \chi_{yz} \\ \chi_{zx} & \chi_{zy} & \chi_{zz} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathrm{E}_x \\ \mathrm{E}_y \\ \mathrm{E}_z \end{pmatrix} \tag{4.34}$$

Comme la matrice susceptibilité diélectrique $\overleftrightarrow{\chi}$ est diagonalisable [35], il existe des directions privilégiées (axes propres) pour lesquelles $\vec{P}_{\text{tot}}$ est parallèle à $\vec{E}$.

4.2.3.2 Résolution de l'équation de mouvement en champ fort : régime non linéaire

Pour cette partie, nous allons nous intéresser au mouvement du barycentre du nuage électronique constitué de N électrons identiques de charge élémentaire q dans un cristal mono-atomique, de telle sorte que l'oscillation harmonique r_l du barycentre s'écrive :

$$\tilde{r}_l(\omega) = \frac{Nq\,\tilde{E}(\omega)}{m\,\tilde{\mathscr{D}}(\omega)} \tag{4.35}$$

Avec

$$\tilde{\mathscr{D}}(\omega) = \omega^2 - \omega_0^2 + j\,\omega\Gamma \tag{4.36}$$

Dans les conditions de champ fort, la force de rappel n'est plus décrite de façon précise au premier ordre. L'équation (4.20), qui régit le mouvement du barycentre du nuage électronique, devient :

$$-\frac{q\,E(t)}{m} = \ddot{r}(t) + \Gamma\,\dot{r}(t) + \omega_0^2\,(r(t) - r_e) + \sum_{n=2}^{\infty} a_n\,(r(t) - r_e)^n \tag{4.37}$$

Avec

$$a_n = \frac{f^{<n>}(r_e)}{m\,n!} \tag{4.38}$$

La solution $r(t)$ d'une telle équation peut être vue comme la somme de la solution harmonique $r_l(t)$ et d'une perturbation $\xi(t)$ (cf. méthode des perturbations exposée dans la partie (4.1)) :

$$r(t) = r_l(t) + \xi(t) \tag{4.39}$$

Avec $r_l(t)$ la solution de l'équation de mouvement (4.21) en régime linéaire. D'où :

$$\ddot{\xi}(t) + \Gamma\,\dot{\xi}(t) + \omega_0^2\,\xi(t) = -\sum_{n=2}^{\infty} a_n\,[r_l(t) + \xi(t)]^n \tag{4.40}$$

En considérant une perturbation très faible devant la réponse linéaire ($r_l(t) \gg \xi(t)$) l'équation précédente s'écrit avec une bonne approximation :

$$\ddot{\xi}(t) + \Gamma\,\dot{\xi}(t) + \omega_0^2\,\xi(t) = -\sum_{n=2}^{\infty} a_n\,\left[r_l^n(t) + n\,r_l^{(n-1)}(t)\;\xi(t)\right] \tag{4.41}$$

Comme nous avons pu le voir dans la partie (4.1), la perturbation $\xi(t)$ engendre une réponse périodique non sinusoïdale, décomposable en une série de Fourrier dans le domaine fréquentiel :

$$\tilde{r}(\omega) = \tilde{r}_l(\omega) + \sum_{n=2}^{\infty} \underbrace{r_{0_n}\,e^{j\,n\,\omega\,t}}_{\tilde{\xi}_n(\omega)} \tag{4.42}$$

Chaque terme $\tilde{\xi}_n(\omega)$, oscillant à la pulsation $n\omega$, satisfait l'équation différentielle (4.41). La réponse non linéaire $\tilde{\xi}_n$ d'ordre n, vérifie donc l'équation suivante :

$$\left((n\omega)^2 - \omega_0^2 + j\, n\omega\, \Gamma\right)\ \tilde{\xi}_n = \tilde{\mathrm{T}}_n \tag{4.43}$$

Où $\tilde{\mathrm{T}}_n$ est la fonction regroupant tous les termes oscillant à la pulsation $n\omega$:

$$\tilde{\mathrm{T}}_n = -\tilde{\mathscr{T}}_n\ \delta(\omega - n\omega) \tag{4.44}$$

r_l étant la réponse harmonique de pulsation ω, on montre, d'après l'expression (4.41) que les termes de pulsation $n\omega$ s'écrivent :

$$\tilde{\mathscr{T}}_n = a_n\, \tilde{r}_l^{\,n}\ +\ \sum_{p=2}^{n-1} p\ a_p\ \tilde{r}_l^{\,(p-1)}\ \tilde{\xi}_{(n-p+1)} \tag{4.45}$$

On constate, à l'aide des équations (4.43) et (4.45) que la réponse non linéaire d'ordre n dépend de la réponse harmonique et des perturbations d'ordre inférieur. En utilisant l'expression de $r_l(\omega)$ (cf. équation 4.35), $\tilde{\xi}_n$ s'écrit finalement :

$$\tilde{\xi}_n(\omega) = -\frac{1}{\tilde{\mathscr{D}}(n\omega)}\left[a_n\ \left(\frac{e\ \tilde{E}(\omega)}{m\ \tilde{\mathscr{D}}(\omega)}\right)^n + \sum_{p=2}^{n-1} p\ a_p\ \left(\frac{e\ \tilde{E}(\omega)}{m\ \tilde{\mathscr{D}}(\omega)}\right)^{p-1}\ \tilde{\xi}_{(n-p+1)}\right] \tag{4.46}$$

Avec $\xi_1 = 0$.

Comme nous venons de le voir, en champ fort, le déplacement du barycentre du nuage électronique ne peut plus être assimilé à un mouvement harmonique. Les corrections apportées à cette approximation font apparaître, des termes non linéaires $\tilde{\xi}_n(\omega)$. Le dipôle électrique $\mathrm{P}_{\mathrm{tot}}$ induit par un champ électrique intense est par conséquent également la somme de dipôles linéaire et non linéaire :

$$\tilde{\mathrm{P}}_{\mathrm{tot}} = \sum_n\ \tilde{\mathrm{P}}^{<n>} = e\ \tilde{\xi}_n(\omega) = \epsilon_0\, \chi^{<n>}\ \tilde{E}(\omega) \tag{4.47}$$

Un champ électrique incident $\vec{E}$ perturbe le cristal dans lequel il se propage en provoquant un réarrangement des nuages électroniques présents autour des atomes, faisant

apparaître un moment dipolaire $\vec{P}_{tot}$. Ce moment dipolaire est proportionnel à $\vec{E}$ jusqu'à un certain point (cf. partie (4.2.3.1)) pour devenir, en champ fort, une fonction polynomiale du champ électrique, comme le montrent les équations (4.46) et (4.47), dont les coefficients sont les susceptibilités diélectriques non linéaires. Puisque l'indice de réfraction s'exprime en fonction de la susceptibilité diélectrique (cf. équation (4.33)), en régime non linéaire l'indice de réfraction du milieu est également une fonction polynomiale de l'amplitude du champ électrique. Ces milieux de propagation sont appelés milieux optiques non linéaires du fait de la dépendance de leurs caractéristiques optiques avec le champ électrique. Ils permettent de générer, par des processus à 2 ou 3 photons, des ondes EM pour des applications dans le domaine de la spectroscopie (diagnostic de gaz en température et concentration) [76], des télécommunications (amplification Raman) [77], ou encore pour le développement de sources térahertz (THz) [78]. Mais ce sont les cristaux EO qui nous intéressent plus particulièrement pour le développement des sondes électro-optiques, dont les principes de détection de champ électrique sont basés sur la modification d'indice de réfraction du milieu en régime non linéaire.

La partie suivante traite donc de la modulation de biréfringence des cristaux électro-optiques (EO) sous l'influence d'un champ électrique incident $\vec{E}$ en régime non linéaire.

4.2.4 L'effet Pockels

L'effet Pockels est dû aux non linéarités d'ordre 2 du déplacement du barycentre des nuages électroniques, dans les approximations faites précédemment. Compte tenu des valeurs des susceptibilités d'ordre supérieur, l'influence des champs électriques intenses sur les caractéristiques du milieu de propagation, est très bien expliquée en ne prenant en considération que l'effet Pockels pour des champs jusqu'à quelques MV/m.

4.2.4.1 Susceptibilité d'ordre 2

D'après l'équation (4.46), la non linéarité d'ordre 2 s'écrit :

$$\tilde{\xi}_2(\omega) = -a_2 \frac{e^2}{m^2\ \tilde{\mathscr{D}}(\omega)\ \tilde{\mathscr{D}}(2\omega)}\ \tilde{E}(\omega)\,\tilde{E}(\omega) \tag{4.48}$$

Ainsi, la polarisation d'ordre 2 vaut :

$$P^{<2>}(\omega) = -a_2 \frac{e^3}{m^2\ \tilde{\mathscr{D}}^2(\omega)\ \tilde{\mathscr{D}}(2\omega)}\ \tilde{E}(\omega)\,\tilde{E}(\omega) \tag{4.49}$$

Au même titre que pour la réponse linéaire, la non linéarité du déplacement dépend des différentes composantes du champ électrique incident et est donc fonction de la direction de propagation. La susceptibilité d'ordre 2 se présente donc sous la forme d'un tenseur et la composante i du dipôle d'ordre 2 s'écrit :

$$\mathrm{P}_i^{<2>} = \epsilon_0 \left(E_x\ E_y\ E_z\right) \cdot \begin{pmatrix} \chi_{ixx} & \chi_{ixy} & \chi_{ixz} \\ \chi_{iyx} & \chi_{iyy} & \chi_{iyz} \\ \chi_{izx} & \chi_{izy} & \chi_{izz} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} \tag{4.50}$$

L'élément de matrice χ_{ijk} traduit l'aptitude qu'a le milieu, soumis à un champ dirigé selon la direction j, à se déformer non linéairement (correction à l'ordre 2) dans la direction i sous l'action de la composante k du champ incident. Le tenseur susceptibilité diélectrique $\overleftrightarrow{\chi}^{<2>}$, associé à la polarisation quadratique $\vec{P}^{<2>}$ est donc un tableau de 27 éléments défini comme suit :

$$\overleftrightarrow{\chi}^{<2>} = \underbrace{\begin{pmatrix} \chi_{xxx} & \chi_{xxy} & \chi_{xxz} \\ \chi_{xyx} & \chi_{xyy} & \chi_{xyz} \\ \chi_{xzx} & \chi_{xzy} & \chi_{xzz} \end{pmatrix}}_{\substack{\text{éléments de } \chi^{<2>} \\ \text{relatifs à } \mathrm{P}_x^{<2>}}} \underbrace{\begin{pmatrix} \chi_{yxx} & \chi_{yxy} & \chi_{yxz} \\ \chi_{yyx} & \chi_{yyy} & \chi_{yyz} \\ \chi_{yzx} & \chi_{yzy} & \chi_{yzz} \end{pmatrix}}_{\substack{\text{éléments de } \chi^{<2>} \\ \text{relatifs à } \mathrm{P}_y^{<2>}}} \underbrace{\begin{pmatrix} \chi_{zxx} & \chi_{zxy} & \chi_{zxz} \\ \chi_{xyx} & \chi_{zyy} & \chi_{zyz} \\ \chi_{zzx} & \chi_{zzy} & \chi_{zzz} \end{pmatrix}}_{\substack{\text{éléments de } \chi^{<2>} \\ \text{relatifs à } \mathrm{P}_z^{<2>}}} \tag{4.51}$$

Remarque : Plusieurs relations de symétrie portant sur les indices, basées sur des considérations mathématiques et physiques, entraînent d'importantes simplifications, que l'on traduit par une réduction du tenseur susceptibilité. Dans les milieux non absorbants il n'y a en réalité que 10 éléments de matrice différents tout au plus [79].

Ainsi, en ne prenant en considération que l'effet Pockels, le vecteur déplacement électrique s'écrit alors :

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}_{tot} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}^{<1>} + \vec{P}^{<2>} = \epsilon_0 \overbrace{\left[\mathbb{1} + \overleftrightarrow{\chi}^{<1>} + \vec{E}\, \overleftrightarrow{\chi}^{<2>} \right]}^{\overleftrightarrow{\epsilon}_r} \vec{E} \tag{4.52}$$

En utilisant la convention d'Einstein de sommation implicite sur les exposants répétés ($\chi_{yzi}\, E_i \equiv \sum_{i=xyz} \chi_{yzi}\, E_i$), le tenseur permittivité diélectrique relative est donc une fonction linéaire du champ électrique et s'écrit, dans le repère propre du cristal :

$$\overleftrightarrow{\epsilon}_r = \begin{pmatrix} n_x^2 + \chi_{xxi}\, E_i & \chi_{xyi}\, E_i & \chi_{xzi}\, E_i \\ \chi_{yxi}\, E_i & n_y^2 + \chi_{yyi}\, E_i & \chi_{yzi}\, E_i \\ \chi_{zxi}\, E_i & \chi_{zyi}\, E_i & n_z^2 + \chi_{zzi}\, E_i \end{pmatrix} \tag{4.53}$$

Compte tenu des remarques faites précédemment, la matrice (4.53) est symétrique dans les milieux non absorbants, et donc diagonalisable et inversible. L'inverse de cette matrice permet de définir l'ellipsoïde des indices du matériau soumis au champ $\vec{E}$, dans le repère propre du cristal en l'absence de champ électrique (cf. partie (3.2.6.1)).

4.2.4.2 Ellipsoïde et ellipse d'indices avec effet Pockels

En considérant des susceptibilités d'ordre 2 très faibles, l'inverse de la matrice (4.53) s'écrit avec une bonne approximation dans le référentiel associé aux axes propres du milieu en l'absence de champ :

$$\overleftrightarrow{\epsilon}_r^{-1} \approx \begin{pmatrix} \frac{1}{n_x^2}\left(1 - \frac{\chi_{xxi}}{n_x^2} E_i\right) & -\frac{\chi_{xyi}}{n_x^2\, n_y^2} E_i & -\frac{\chi_{xzi}}{n_x^2\, n_z^2} E_i \\ -\frac{\chi_{yxi}}{n_y^2\, n_x^2} E_i & \frac{1}{n_y^2}\left(1 - \frac{\chi_{yyi}}{n_y^2} E_i\right) & -\frac{\chi_{yzi}}{n_y^2\, n_z^2} E_i \\ -\frac{\chi_{zxi}}{n_z^2\, n_x^2} E_i & -\frac{\chi_{zyi}}{n_z^2\, n_y^2} E_i & \frac{1}{n_z^2}\left(1 - \frac{\chi_{zzi}}{n_z^2} E_i\right) \end{pmatrix} = \mathrm{M}_{ell/\mathscr{R}} \tag{4.54}$$

La matrice associée à l'ellipsoïde des indices en régime non linéaire peut se récrire :

$$\mathrm{M}_{ell/\mathscr{R}} = \mathrm{M}_{Euler}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} \frac{1}{n_x^{2'}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{n_y^{2'}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{n_z^{2'}} \end{pmatrix} \cdot \mathrm{M}_{Euler} \tag{4.55}$$

Où $n_x^{2'}$, $n_y^{2'}$, $n_z^{2'}$ sont les indices propres de réfraction du milieu sous l'influence de l'effet Pockels, et M_{Euler} est la matrice de rotation associés aux angles d'Euler (cf. figure 4.7) :

$$\mathrm{M}_{Euler} = \begin{pmatrix} \cos\delta\cos\gamma\cos\beta - \sin\delta\sin\beta & \cos\gamma\cos\beta\sin\delta + \cos\delta\sin\beta & -\cos\beta\sin\gamma \\ -\cos\beta\sin\delta - \cos\delta\cos\gamma\sin\beta & \cos\delta\cos\beta - \cos\gamma\sin\delta\sin\beta & \sin\gamma\sin\beta \\ \cos\delta\sin\gamma & \sin\delta\sin\gamma & \cos\gamma \end{pmatrix} \tag{4.56}$$

Ainsi, comme le montre l'expression (4.55), l'effet Pockels induit par $\vec{E}$ a pour conséquence de déformer l'ellipsoïde des indices du cristal EO.

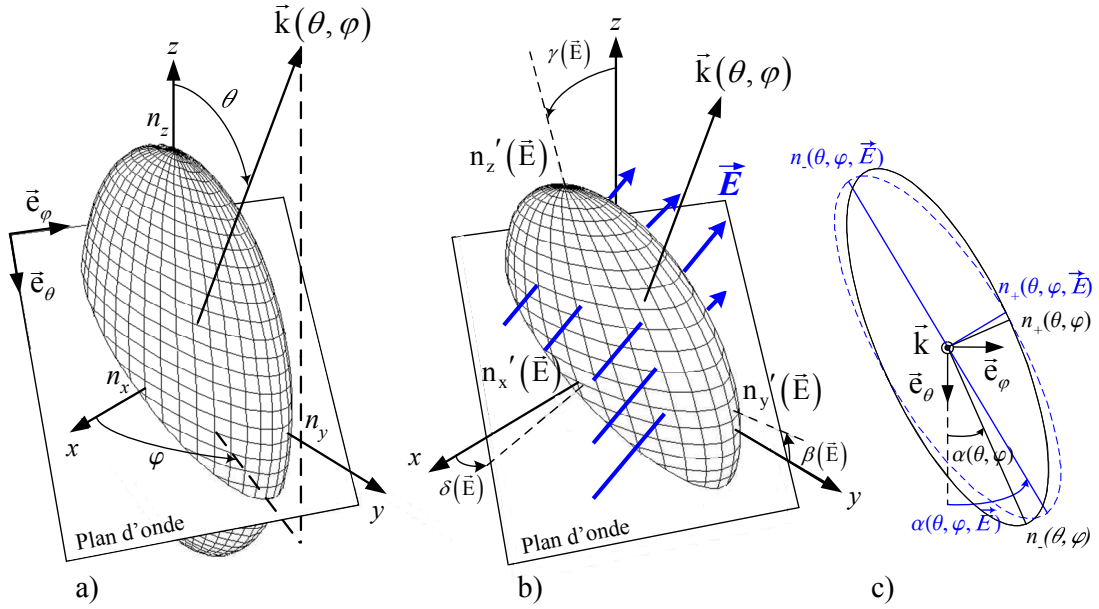


FIGURE 4.7 – a) Ellipsoïde des indices en régime linéaire b) Ellipsoïde des indices déformé par effet Pockels, sous l'action d'un champ électrique $\vec{E}$ c) Ellipses des indices en régime linéaire (trait continu) et en champ fort (pointillé), perçues par une onde EM de vecteur d'onde $\vec{k}$.

Cette déformation de l'ellipsoïde (orientation et longueur des axes) est fonction des amplitudes de chacune des composantes du champ électrique, exprimé dans le référentiel propre du cristal en régime linéaire. La déformation de l'ellipsoïde des indices est donc vectorielle et ne dépend pas seulement de l'amplitude du champ mais également de sa direction. On définit alors un tenseur électro-optique $\overleftrightarrow{r}_{ijk}$ dont les coefficients sont indépendants du champ électrique, afin de quantifier l'aptitude qu'ont les cristaux électro-optiques

à voir leurs caractéristiques optiques se modifier sous l'influence d'un champ électrique quelconque. En effet, la matrice (4.54) s'exprime comme la somme de deux matrices, l'une indépendante du champ (régime linéaire), et l'autre fonction linéaire du champ (régime non linéaire du premier ordre) :

$$\overleftrightarrow{\epsilon}_r^{-1}\left(\vec{E}\right) = \overleftrightarrow{\epsilon}_r^{-1}\left(\vec{E}=\vec{0}\right) + \overleftrightarrow{r}_{ijk}\cdot\vec{E} \tag{4.57}$$

Ainsi, par définition, chaque élément r_{ijk} du tenseur électro-optique vaut :

$$r_{ijk} = -\frac{\chi_{ijk}}{n_i^2\, n_j^2} \tag{4.58}$$

Compte tenu des relations de symétrie dans les cristaux non absorbants ($\chi_{ijk} = \chi_{jik}$), le tenseur électro-optique peut s'écrire sous sa forme contractée, forme que l'on trouve généralement dans la littérature [35] :

$$\overleftrightarrow{r}_{ijk} = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \\ r_{41} & r_{42} & r_{43} \\ r_{51} & r_{52} & r_{53} \\ r_{61} & r_{62} & r_{63} \end{pmatrix} \tag{4.59}$$

r_{ml} est le coefficient électro-optique :

- r_{xxl} si $m = 1$
- r_{yyl} si $m = 2$
- r_{zzl} si $m = 3$
- r_{yzl} si $m = 4$
- r_{xzl} si $m = 5$
- r_{xyl} si $m = 6$

l représente ici x, y ou z suivant qu'il prenne, respectivement, la valeur de 1, 2 ou 3.

D'après les formules (3.69) et (3.68), on comprend que les indices de réfraction propres n_+ et n_- rencontrés par une onde EM, dépendent de l'amplitude du champ électrique $\vec{E}$, appliqué au cristal EO, et de l'orientation de ce dernier (cf. figure 4.7 c). En effet,

les coefficients EO étant suffisamment faibles, on peut effectuer un développement limité au premier ordre. Les indices de réfraction s'écrivent alors avec une bonne approximation :

$$n_{\pm}\left(\vec{E}\right) = n_{\pm}\left(\vec{E}=\vec{0}\right) + \sum_{i=x,\,y,\,z} \frac{\partial n_{\pm}}{\partial E_i}\Big)_{\vec{E}=\vec{0}} \vec{e_i} \cdot \vec{E} \tag{4.60}$$

On définit le vecteur sensibilité $\vec{K}$ comme le gradient d'indice [42], de telle sorte que l'on puisse écrire la relation linéaire et vectorielle qui existe entre la variation d'indice de réfraction et le champ électrique $\vec{E}$ à l'origine de l'effet Pockels :

$$n_{\pm}\left(\vec{E}\right) = n_{\pm} + \vec{K}_{\pm}\left(\theta,\,\varphi\right) \cdot \vec{E} \tag{4.61}$$

avec :

$$\vec{K}_{\pm} = \sum_{i=x,\,y,\,z} \frac{\partial n_{\pm}}{\partial E_i}\Big)_{\vec{E}=\vec{0}} \tag{4.62}$$

D'après l'équation (3.69), en page 81, qui reste vraie en régime non linéaire, la biréfringence du milieu, définie comme la différence entre les indices ordinaire et extraordinaire, est donnée par :

$$\Delta n = \sqrt{\frac{\sqrt{4C^2 + (A-B)^2}}{AB - C^2}} \tag{4.63}$$

Cette formule reste également vraie indépendamment du fait que l'on soit en régime linéaire ou non linéaire ; seule la définition des coefficients A, B et C diffère. Sous l'influence de l'effet Pockels, ces coefficients, définis à partir de la matrice $\mathrm{M}_{ell/\mathscr{R}}$ associée à l'ellipsoïde en régime non linéaire (cf. equation (4.54)), sont fonction du champ électrique et s'écrivent :

$$\begin{aligned}
A &= \left(a\cos^2\varphi + b\sin^2\varphi + f\sin 2\varphi\right)\cos^2\theta + c\sin^2\theta - \left(e\cos\varphi + d\sin\varphi\right)\sin 2\theta \\
B &= a\sin^2\varphi + b\cos^2\varphi - f\sin 2\varphi \\
C &= \left(\frac{b-a}{2}\sin 2\varphi + e\cos 2\varphi\right)\cos\theta - \left(d\cos\varphi - e\sin\varphi\right)\sin\theta
\end{aligned}$$

avec, compte tenu de la définition des coefficients électrooptiques (équation 4.58) :

$$a(\vec{E}) = (n_x^2)^{-1} + r_{11}E_x + r_{12}E_y + r_{13}E_z$$

$$b(\vec{E}) = (n_y^2)^{-1} + r_{21}E_x + r_{22}E_y + r_{23}E_z$$
$$c(\vec{E}) = (n_z^2)^{-1} + r_{31}E_x + r_{32}E_y + r_{33}E_z$$
$$d(\vec{E}) = r_{41}E_x + r_{42}E_y + r_{43}E_z$$
$$e(\vec{E}) = r_{51}E_x + r_{52}E_y + r_{53}E_z$$
$$f(\vec{E}) = r_{61}E_x + r_{62}E_y + r_{63}E_z$$

Ainsi, une onde EM présentant un champ électrique associé $\vec{E}_1$ se propageant dans la direction $\hat{k}(\theta,\ \varphi)$ verra un milieu dont la biréfringence dépend linéairement du champ électrique $\vec{E}_2$ qui lui est appliqué selon la relation suivante :

$$\Delta n(\theta,\ \varphi,\ \vec{E}_2) = \Delta n_0(\theta,\ \varphi) + \overrightarrow{\Delta K}\ (\theta,\ \varphi) \cdot \vec{E}_2 \tag{4.64}$$

où $\Delta n_0(\theta,\ \varphi)$ est la biréfringence du milieu en l'absence du champ électrique $\vec{E}_2$, pour laquelle les coefficients $A,\ B$ et C sont ceux du régime linéaire (cf. expressions (3.68)), et $\overrightarrow{\Delta K}\ (\theta,\ \varphi)$ est le vecteur sensibilité [42]. Ce vecteur sensibilité traduit l'aptitude qu'a le champ $\vec{E}_2$ à moduler la biréfringence du milieu, vue par une onde $\vec{E}_1$ se propageant dans la direction $\hat{k}(\theta,\ \varphi)$.

$$\begin{aligned} \overrightarrow{\Delta K} &= \vec{K}_+ - \vec{K}_- \\ &= \sum_{i=x,\,y,\,z} \left[\frac{\partial\, \Delta n_0}{\partial A}\, \frac{\partial\, A}{\partial E_{2_i}} + \frac{\partial\, \Delta n_0}{\partial B}\, \frac{\partial\, B}{\partial E_{2_i}} + \frac{\partial\, \Delta n_0}{\partial C}\, \frac{\partial\, C}{\partial E_{2_i}} \right] \vec{e}_i \end{aligned} \tag{4.65}$$

Comme les coefficients $A,\ B$ et C dépendent linéairement, via l'effet Pockels, de $\vec{E}_2$, le vecteur sensibilité $\overrightarrow{\Delta K}$, donné par l'équation (4.65), ne dépend, par conséquent, que de l'orientation relative du réseau cristallin par rapport au vecteur d'onde $\vec{k}(\theta, \varphi)$ de $\vec{E}_1$.

Il existe donc des directions privilégiées, propres à chaque cristal EO, pour lesquelles la norme du vecteur sensibilité est maximale [48]. Ces directions de propagation de $\vec{E}_1$, offrant des sensibilités optimales, sont caractérisées par $\overrightarrow{\text{grad}}\ (\overrightarrow{\Delta K}) = \vec{0}$. Elles peuvent être déterminées dès lors que l'on connaît le tenseur électro-optique du milieu de propagation [80].

4.3 Conclusion

Tout le développement théorique effectué dans ce chapitre a permis de mettre en évidence, à l'aide du modèle classique masse-ressort des liaisons inter-atomiques, moléculaires et électroniques, les effets non linéaires causés par un champ électrique externe $\vec{E}_2$, qui sera par la suite le champ électrique hyperfréquence à mesurer. Ce modèle masse-ressort simple, mais néanmoins efficace et consistant compte tenu des champs électriques mis en jeu, a permis d'isoler plus particulièrement l'effet Pockels. Cet effet, engendrant une modulation linéaire de la biréfringence des matériaux électro-optiques par un champ électrique hyperfréquence, est le seul effet non linéaire considéré et utilisé dans le dispositif basé sur la modulation d'état de polarisation, nous poussant donc à occulter, dans ce chapitre, les effets non linéaires d'ordres supérieurs (*e.g.* effet Kerr [43], Raman [81], ...).

Troisième partie

Sondes développées et systèmes de stabilisation temporelle associés

Chapitre 5

Les sondes électro-optiques fibrées réalisées

Sommaire

5.1 Description générale des sondes 132

5.2 Dimensionnement des sondes 132

5.2.1 Choix et orientation des cristaux 132

5.2.2 Considérations géométriques 134

5.3 Procédure de montage des sondes 137

Un système de mesure est composé, indépendamment des grandeurs à mesurer, d'un transducteur (appelé sonde dans la suite) dont les caractéristiques intrinsèques dépendent de la grandeur à mesurer, d'un vecteur d'information et d'un système de traitement de l'information. Dans le cas des sondes EO, le transducteur est la sonde constituée d'un cristal EO dont la biréfringence est fonction du champ électrique à mesurer, le vecteur d'information est l'état de polarisation du faisceau sonde et le système de traitement de l'information est le banc optique. Dans cette partie, nous présenterons en détail les études et réalisations effectuées au niveau de chacun de ces trois sous-systèmes constituant le système global de mesure des champs électriques de forte puissance. Nous présenterons également les développements et procédures d'optimisation permettant d'obtenir les systèmes les plus performants en termes de stabilité, linéarité et sensibilité.

5.1 Description générale des sondes

5.2 Dimensionnement des sondes

Les sondes développées travaillent en réflexion, comme le montre la figure 5.1. Cette configuration de mesure permet d'améliorer la maniabilité des sondes, mais elle offre surtout un champ d'application beaucoup plus vaste que ce que pourrait permettre une sonde fonctionnant en transmission. En effet, les contraintes occasionnées par une flexion ou une torsion des fibres à maintien de polarisation, utilisées pour acheminer le faisceau sonde au cristal EO, dégradent les performances du système en augmentant les pertes par courbure dans la fibre [82], et en dépolarisant le faisceau sonde incident, dont l'impact est exposé dans la partie (6.1.2). De plus, ces contraintes répétées fragilisent inexorablement le dispositif. Ainsi, une configuration de sonde en transmission ne permettrait pas une mesure fiable et durable de champs électriques dans des espaces confinés ne présentant qu'une seule voie d'accès, comme on peut en rencontrer dans des études de Compatibilité ElectroMagnétique (CEM) des systèmes embarqués, par exemple.

Dans cette partie, nous allons donc nous occuper du dimensionnement des sondes EO optiques en réflexion, dimensionnement dicté par des contraintes technologiques. Le but de ce travail est d'étudier la faisabilité en termes de réalisation, de sondes EO présentant des performances optimales, avec des composants optiques standards et des cristaux électro-optiques usuels. Ce dernier aspect permet de limiter les délais de livraisons, de diminuer le coup de réalisation des sondes et permet surtout d'avoir à disposition beaucoup de références bibliographiques concernant les caractéristiques optiques, cristallographiques et mécaniques du cristal.

5.2.1 Choix et orientation des cristaux

Le système de détection basé sur la modulation d'état de polarisation tire partie des modifications de biréfringence induites par le champ hyperfréquence à mesurer, via l'effet Pockels (cf. partie 4.2.4.2). Plus cette modulation de biréfringence est grande, plus la modulation d'état de polarisation induite l'est aussi, et donc plus le système est sensible.

Cette relation apparaît clairement d'après les équations (4.64) et (6.11) (pages 127 et 149), donnant respectivement les variations de biréfringence du cristal et celle du gain de la sonde, en fonction du vecteur sensibilité. Ce dernier étant lui même fonction de la direction de propagation du faisceau sonde dans le repère cristallographique du cristal EO, l'optimisation de la sensibilité de la sonde EO passe par l'étude des orientations privilégiées du cristal, offrant un vecteur sensibilité $\overrightarrow{\Delta K}$ optimal.

De précédents travaux de thèse [48], réalisés par Gwenaël Gaborit au sein du LAboratoire d'Hyperfréquences et de Caractérisation (LAHC), fournissent une liste non exhaustive de cristaux électro-optiques, leurs performances électro-optiques ainsi que les orientations privilégiées et la direction du vecteur sensibilité pour ces orientations. Comme il a été bien expliqué dans ces travaux, le facteur de mérite des différents cristaux dépend des dispositifs utilisés et des applications visées. En effet, les dispositifs basés sur la modulation de phase ou d'amplitude utilisent les changements d'indice ordinaire ou extraordinaire pour détecter les champs électriques (cf. parties 2.1.1 et 2.1.2). Ainsi, un des critères de sélection et d'orientation des cristaux est, pour ces dispositifs, la norme du gradient d'un des indices propres $\vec{K}_{\pm}$ (cf. équation (4.62)), à la différence des dispositifs nous intéressant, qui eux exploitent la modulation de biréfringence pour laquelle nous nous intéressons au vecteur sensibilité $\overrightarrow{\Delta K}$ (cf. équation (4.65) page 127).

D'autre part, d'après l'équation (1.15) page 31, le produit *bande passante-sensibilité* des sondes EO dépend de l'orientation relative du faisceau sonde par rapport au vecteur d'onde hyperfréquence $\vec{k}_{hyper}$, et est maximum si la sonde est alignée avec $\vec{k}_{hyper}$. Dans cette configuration contra-propagative le champ électrique est inscrit dans un plan perpendiculaire à l'axe de la sonde. Ainsi, d'après l'équation (4.64) l'optimisation des performances des sondes EO, impose, dès lors que l'on connaît la position de la source hyperfréquence, que le vecteur sensibilité soit perpendiculaire au vecteur d'onde optique $\vec{k}_{opt}$. Dans ce cas, une simple rotation de 90° de la sonde sur son axe de symétrie, permet l'acquisition des deux composantes transverses du champ électrique hyperfréquence à mesurer (mesure CW). Ces valeurs ne sont pertinentes que pour des mesures de champ hyperfréquence CW.

Remarque : Si l'angle formé par $\vec{k}_{opt}$ et $\overrightarrow{\Delta K}$ vaut $\Lambda = 54,74°$, on obtient les trois composantes du champ en effectuant deux rotations successives de 60°.

Comme nous venons de le voir au travers de l'exemple précédent, un cristal EO retiendra toutes les attentions, pour une application donnée, dès lors qu'il existe une direction de propagation du faisceau sonde dans ce cristal pour laquelle la norme du vecteur sensibilité est maximum et pour laquelle sa direction correspond aux exigences fixées par l'application elle-même. Dans l'exemple précédent, la caractérisation d'une source hyperfréquence CW dont on connaît la position, dirige nos prospections vers un cristal dont le vecteur sensibilité est maximum dans le plan perpendiculaire au faisceau sonde.

Dans le cadre des travaux de thèse présentés dans ce manuscrit, nous nous sommes focalisés sur l'étude et la réalisation d'un système de mesure de signaux monocoups, répétitifs ou continus (CW) pour des champs électriques transverses à l'axe de symétrie de la sonde, et basé sur la modulation d'état de polarisation (cf. partie 8). Au vu des caractéristiques des différents cristaux présentés dans la thèse de Gwenaël Gaborit, nous avons opté pour la réalisation de sondes EO utilisant du tantalate de lithium ($LiTaO_3$) X-cut, communément utilisé. Par ailleurs, dans cette configuration, le vecteur sensibilité est transverse à la direction de propagation du faisceau optique ($\Lambda = 90°$) et sa valeur est maximum ($\mid \overrightarrow{\Delta K} \mid = 171$ pm/V) sur l'ensemble de la bande fréquentielle visée (DC-10 GHz).

5.2.2 Considérations géométriques

Les performances des sondes développées dépendent, comme nous venons de le voir, des cristaux EO utilisés et de leur orientation, mais dépendent également de la puissance optique de retour. De ce fait, il est important de minimiser les pertes par couplage au moment de réinjecter le faisceau sonde dans la fibre.

En supposant que les interfaces des différents milieux constituant la sonde (cf. figure 5.1) soient parallèles, le coefficient de couplage dépend uniquement de l'intégrale de re-

couvrement entre le profil transverse du champ électrique associé au faisceau réfléchi, au niveau de la férule de verre, et du mode fondamental de la fibre. Autrement dit, les pertes par couplage seront minimisées si le faisceau réfléchi emprunte le même chemin optique que le faisceau incident. Il s'en suit que les sondes sont géométriquement optimisées si le faisceau incident est soit focalisé (cf. figure 5.1.a) au niveau du miroir diélectrique, situé sur la face arrière du cristal EO, soit collimaté (cf. figure 5.1.b).

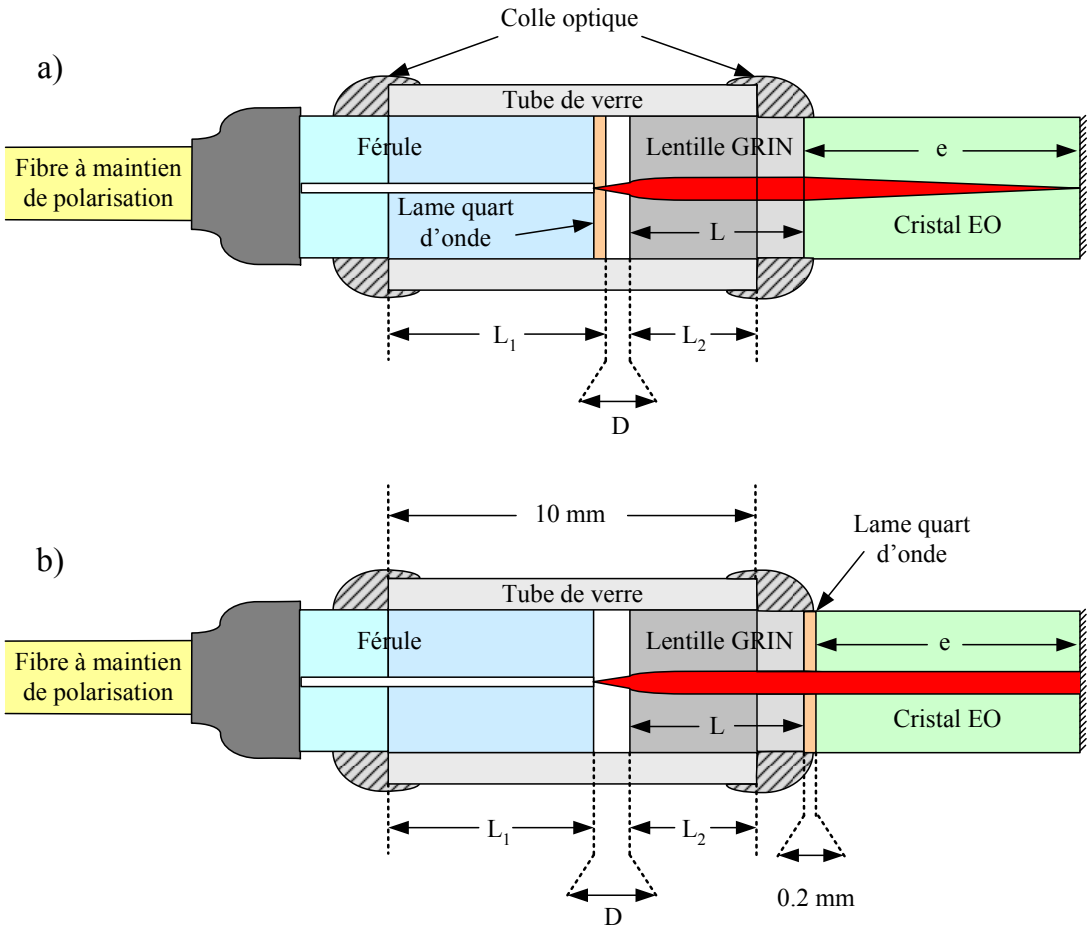


FIGURE 5.1 – Schémas de sondes EO à faisceau focalisé (a) et collimaté (b). 1ère configuration : lame quart d'onde située entre l'extrémité de la FMP et la lentille GRIN. 2ème configuration : lame quart d'onde située entre la lentille GRIN et le cristal.

Pour des raisons qui seront abordées dans la partie 6.1.2, une lame quart d'onde est placée entre la férule et le cristal EO. Il existe donc deux configurations possibles pour lesquelles la lame de quart d'onde est située soit entre la férule et la lentille GRIN (cf. figure 5.1.a), soit juste avant le cristal (cf. figure 5.1.b). Pour chacune de ces configurations,

l'objectif du travail est de déterminer la distance D séparant la sortie de la fibre de la lentille GRIN de telle sorte que le faisceau soit focalisé sur la face arrière du cristal ou collimaté en sortie de lentille GRIN. Cette distance étant fonction des dimensions de chacun des différents éléments constituant la sonde et de l'ouverture numérique de la fibre, nous avons utilisé le logiciel commercial de modélisation optique OSLO® pour obtenir les résultats qui sont résumés dans les tableaux (5.1) et (5.2).

Ces tableaux présentent les dimensions de sondes EO en $LiTaO_3$ dont des longueurs de cristaux e de $7,1 \pm 0,05$ mm et de $1,2 \pm 0,05$ mm fixent la bande passante du système respectivement à 2,5 et 15 GHz (cf relation (1.13)).

Bande passante	Pitch de la lentille GRIN	Type de faisceau	D (mm)	L_1 (mm)	L_2 (mm)
2,5 GHz (e=7,1mm)	0,23 (L=4,43mm)	focalisé	0,76	≈ 5	≈ 4
		collimaté	0,12	Impossible	
	0,25 (L=4,82mm)	focalisé	0,48	≈ 5	≈ 4
		collimaté	>10	Impossible	
	0,29 (L=5,59mm)	focalisé	7,57	Délicat	
		collimaté	>10	Impossible	
15 GHz (e=1.2mm)	0,23 (L=4,43mm)	focalisé	4,61	$\approx 2,5$	$\approx 2,5$
		collimaté	0,12	Impossible	
	0,25 (L=4,82mm)	focalisé	3,34	$\approx 2,5$	$\approx 2,5$
		collimaté	>10	Impossible	
	0,29 (L=5,59mm)	focalisé	1.92	≈ 4	≈ 4
		collimaté	>10	Impossible	

TABLE 5.1 – Dimensions et type de sonde EO réalisable dans la 1ère configuration (lame quart d'onde située entre férule et lentille).

En tenant compte des dimensions standards des éléments utilisés et du design des sondes développées, certaines configurations ne sont pas réalisables (configurations notées *impossibles* dans les tableaux 5.1 et 5.2). En prenant en considération les épaisseurs de colle optique au niveau de chacune des interfaces, ainsi que l'épaisseur de la lame quart d'onde, il est raisonnable de considérer qu'une sonde est difficilement réalisable si D est inférieur à 0,2 mm pour la configuration 1, et inférieur à 0,4 mm pour la configuration 2.

De même, comme la robustesse mécanique de ces sondes est reliée à leur compacité, des configurations dont la distance D est supérieure à 6 mm ne permettent pas de développer des systèmes de mesures fiables et robustes.

Bande passante	Pitch de la lentille GRIN	Type de faisceau	D (mm)	L_1 (mm)	L_2 (mm)
2,5 GHz (e=7,1mm)	0,23 (L=4,43mm)	focalisé	0,86	≈ 5	≈ 4
		collimaté	0,23	≈ 5	≈ 5
	0,25 (L=4,82mm)	focalisé	0,58	≈ 5	≈ 4
		collimaté	0	Délicat	
	0,29 (L=5,59mm)	focalisé			
		collimaté	>10	Impossible	
15 GHz (e=1.2mm)	0,23 (L=4,43mm)	focalisé	4,23	$\approx 2,5$	$\approx 2,5$
		collimaté	0,23	≈ 5	≈ 5
	0,25 (L=4,82mm)	focalisé	3,13	$\approx 2,5$	$\approx 2,5$
		collimaté	0	Délicat	
	0,29 (L=5,59mm)	focalisé	1.87	≈ 4	≈ 4
		collimaté	>10	Impossible	

TABLE 5.2 – Dimensions et type de sonde EO réalisable dans la $2^{\text{ème}}$ configuration (lame quart d'onde située entre lentille et cristal EO).

Pour toutes ces raisons, nous avons décidé de réaliser des sondes focalisées dans la deuxième configuration, avec des lentilles GRIN dont le pitch [1] est de 0,23.

5.3 Procédure de montage des sondes

Remarque : Lors du montage, il faut manipuler les optiques avec précaution afin de conserver les différentes interfaces les plus propres possible. Ainsi, chaque étape décrite ci-dessous est précédée d'un nettoyage.

1. Un faisceau optique entrant dans une lentille GRIN présentant un profil d'indice en sécante hyperbolique (lentille Selfoc), emprunte un chemin optique sinusoïdal dans la lentille avec une période spatiale indépendante de l'angle d'incidence du faisceau en entrée de lentille. Le *pitch* des lentilles GRIN correspond au rapport entre la longueur physique de la lentille cette période spatiale. Ainsi, une lentille dont le pitch vaut 0,25 par exemple, permet de produire collimaté à partir d'un point source situé au niveau de sa face d'entrée [83].

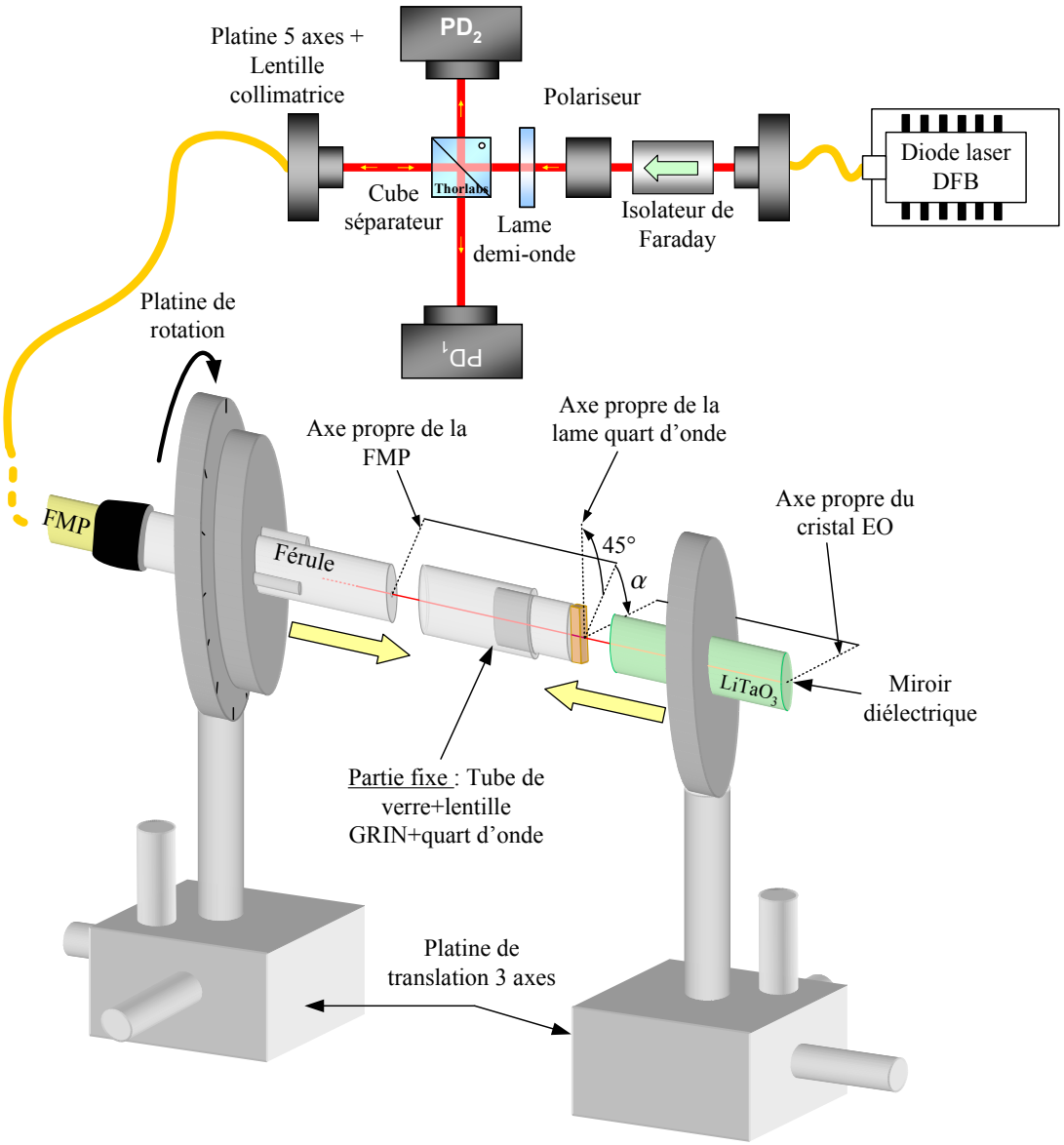


FIGURE 5.2 – Schéma du banc de montage des sondes EO.

1ère étape : Réalisation de la partie fixe (cf. figure 5.2)

- Collage de la lentille GRIN et du tube de verre avec une colle optique à la distance L_2 adéquate donnée par le tableau (5.2).
- Insolation de la colle à l'aide d'un pistolet UV.
- Collage de la lame quart d'onde en bout de lentille avec une orientation quelconque.

$2^{\text{ème}}$ étape : Orientation de la lame quart d'onde

- Injection du faisceau sonde polarisé rectilignement selon un des axes propres de la fibre à maintien de polarisation afin d'obtenir une polarisation rectiligne en sortie de fibre.
- Orientation de la férule de façon à obtenir une polarisation circulaire en sortie

$3^{\text{ème}}$ étape : Optimisation de la puissance optique de retour

- Positionnement du cristal EO au contact de la lame quart d'onde avec une orientation α quelconque.
- Insolation de la colle optique.
- Optimisation de la puissance optique de retour :
- Collage du tube de verre sur la férule.

La procédure de montage détaillée ci-dessus permet de réaliser tout type de sondes à faisceau collimaté ou focalisé si les dimensions, préalablement calculées à l'aide d'OSLO®, permettent de développer des sondes respectant les exigences que nous nous sommes fixées dans la partie précédente. La figure 5.3 présente une photographie et un schéma de la sonde EO réalisée.

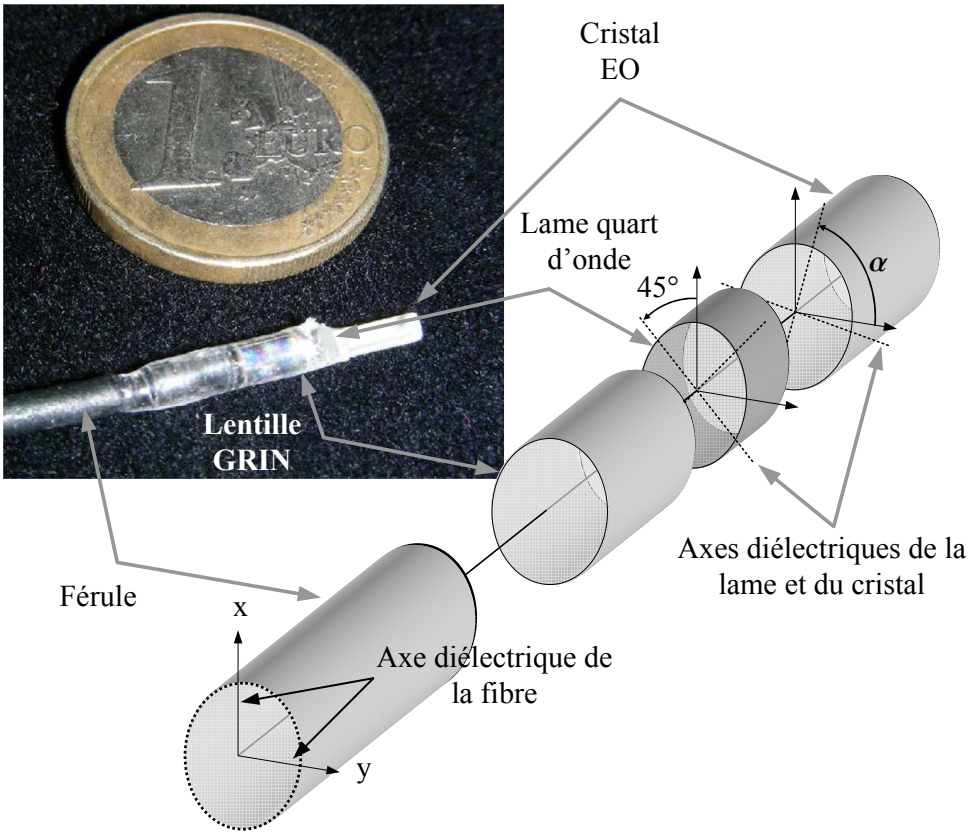


FIGURE 5.3 – Photographie et schéma de la sonde réalisée et usinée sous forme cylindrique.

Chapitre 6

Le banc optique

Sommaire

6.1 Principe de traitement de l'état de polarisation 143
6.1.1 Description du banc optique 143
6.1.2 Point de fonctionnement 146
6.2 Problème de dérive des performances du système 150
6.2.1 Origines des différentes dérives 151
6.2.2 Compensation des effets Fabry-Pérot 152
6.2.2.1 Identification des cavités parasites 152
6.2.2.2 Solutions apportées 158
6.2.2.2.1 Atténuation de la modulation rapide 158
6.2.2.2.2 Atténuation de la modulation lente 161
6.2.2.3 Optimisation de la sensibilité 163

Le banc optique joue un rôle prépondérant dans le système de mesure basé sur la modulation d'état de polarisation. En effet, si la sonde permet l'interaction entre le faisceau optique et le champ à mesurer, les informations concernant ce dernier ne sont exploitables qu'à l'aide du banc optique présenté dans ce chapitre. Par analogie, la sonde EO est à notre système de mesure ce qu'une antenne (dipôle de Hertz par exemple) est à un système de radio transmission. Le banc optique correspondrait donc à l'étage de démodulation permettant de récupérer et d'analyser l'information contenue dans l'état de polarisation du faisceau optique, faisceau qui joue le rôle de vecteur d'information au même titre que le courant électrique dans les systèmes radio.

Les performances du système de mesure sont optimales si l'ensemble de cette chaîne de détection est optimisé. La sonde EO, telle qu'elle est développée dans la partie précé-

dente, permet d'optimiser l'interaction entre le faisceau optique et le champ électrique à mesurer. Le banc optique permet, quant à lui, de traduire la modulation de polarisation du faisceau sonde induite par cette interaction, en un signal électrique qui peut ensuite être utilisé par un micro ordinateur.

6.1 Principe de traitement de l'état de polarisation

Comme il a été exposé dans la paragraphe concernant les dispositifs EO basés sur la modulation d'état de polarisation (partie 2.1.3), c'est la modulation de biréfringence du cristal EO, induite par le champ électrique via l'effet Pockels, qui module l'état de polarisation de l'onde optique. Toutefois, si la modulation de biréfringence est intrinsèque au cristal, la modulation d'état de polarisation ne l'est pas. Ceci est dû au fait qu'elle dépend également de l'état de polarisation (orientation ψ_{in} et ellipticité ζ_{in}) du faisceau incident au niveau du cristal EO. Cela signifie qu'il est impossible de connaître la fonction de transfert du système de mesure global, et donc de remonter au champ électrique, si l'état de polarisation du faisceau optique incident est aléatoire et inconnu en entrée de la sonde. Le banc optique joue donc un double rôle décrit dans la suite.

6.1.1 Description du banc optique

La première des deux fonctions du banc optique est d'assurer un état de polarisation en entrée du cristal EO qui soit connu et stable. Cette première fonction est primordiale si l'on veut que le banc remplisse sa deuxième fonction qu'est le traitement de l'état de polarisation. Ces deux fonctions sont assurées par des éléments optiques commerciaux, agissant sur la polarisation pour la plupart, et dont les effets sur l'état de polarisation de l'onde optique sont donnés par le tableau récapitulatif 3.1 (p.100).

La fibre à maintien de polarisation (FMP) qui achemine le faisceau sonde jusqu'au cristal EO est un milieu biréfringent qui ne conserve l'état de polarisation d'une onde que dans un cas bien précis. En effet, comme il a été montré dans la partie 3.3.2, seule une polarisation rectiligne orientée selon un des axes propres de propagation des milieux anisotropes reste inchangée. Ainsi, la FMP ne maintient la polarisation que si le faisceau sonde en entrée de la fibre est rectiligne d'une part, et orienté selon un des axes propres de la fibre d'autre part. Le faisceau sonde sera, dans ces conditions, rectiligne en entrée de sonde EO et ce indépendamment des conditions expérimentales. Les éléments optiques placés en amont de l'entrée de la FMP permettent, entre autres, de remplir cette pre-

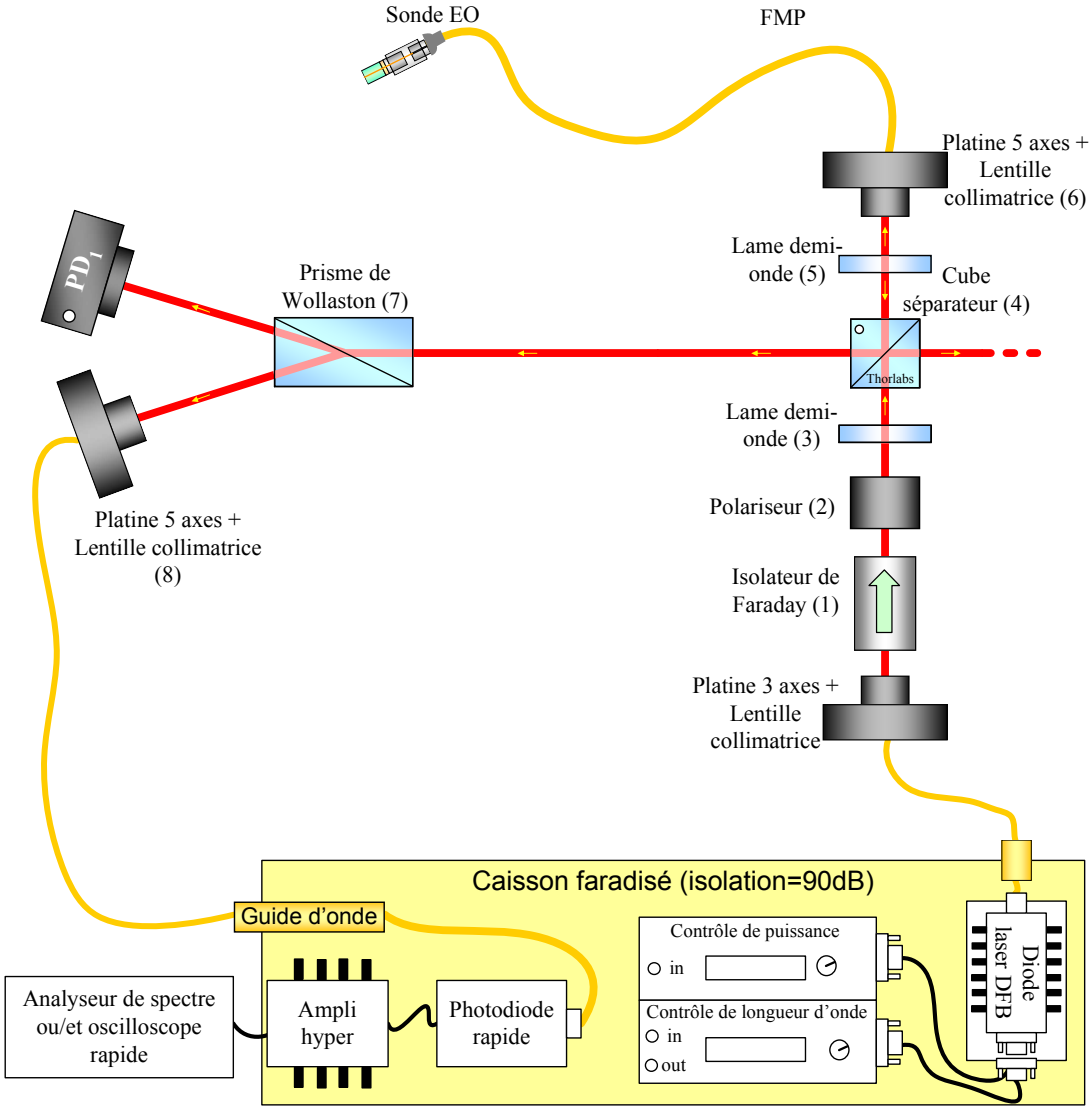


FIGURE 6.1 – Schéma du système de détection de champ électrique de forte puissance basé sur la modulation d'état de polarisation.

mière fonction du banc optique alors que les éléments optiques placés en aval assurent la deuxième.

- Isolateur de Faraday (élément (1) de la figure 6.1) :

  Il permet d'isoler la diode laser de la puissance optique de retour, réfléchie au niveau de la sonde EO et transmise au travers du cube séparateur (élément (4) de la figure 6.1). Il s'agit d'un isolateur à double étage de la société Isowave qui présente une isolation mesurée de 65,7 dB.
- Polariseur (élément (2)) :

  Il assure une polarisation rectiligne de très grande qualité au faisceau sonde sortant de l'isolateur de Faraday.
- Lame demi-onde (élément (3)) :

  Sachant qu'une lame demi-onde change l'orientation d'un état de polarisation, sans modifier son ellipticité (cf. tableau 3.1), cette lame permet de s'affranchir des défauts du cube séparateur non polarisant (cf. annexe B.2) en orientant correctement la polarisation rectiligne en entrée du cube sur un des axes propres du cube séparateur.
- Cube séparateur 50/50 non polarisant (élément (4)) :

  Il permet de séparer spatialement le faisceau incident du faisceau retour. Au vu des caractéristiques des cubes à disposition (cf. figure B.8 page 255), nous avons choisi le cube séparateur provenant de la société Thorlabs. Ce cube présente une très faible modification de l'état de polarisation en transmission, permettant d'injecter, dans la fibre à maintien de polarisation, un faisceau dont l'ellipticité peut être considérée nulle à la précision de mesure près ($\zeta \leqslant 0,02$)
- Lame demi-onde (élément (5)) :

  Cette lame permet, quand à elle, d'orienter la polarisation rectiligne selon un des axes propres de la FMP.
- Platine 5 axes et lentille collimatrice (élément (6)) :

  Cette platine permet d'optimiser le couplage du faisceau sonde dans la fibre en

jouant sur la position transversale de la fibre (x, y) et son orientation (θ, φ). Ce coefficient de couplage optimisé vaut $\approx 0,8$.

- Prisme de Wollaston (élément (7)) :

  Il sépare spatialement les modes TE et TM du faisceau sonde polarisé elliptiquement (cf. tableau 3.1). Les puissances optiques I_1 et I_2 détectées respectivement par les photodiodes PD_1 et PD_2 dépendent de l'état de polarisation. Le prisme permet donc de transformer la modulation d'état de polarisation en modulation de puissance optique.

- Platine 5 axes et lentille collimatrice (élément (8)) :

  Optimise la puissance optique de retour récupérée par la photodiode rapide.

La photodiode rapide transforme alors la puissance optique modulée en un signal électrique, qui est à son tour amplifié à l'aide d'un amplificateur hyperfréquence dont les paramètres S, mesurés à l'analyseur de réseau vectoriel (HP 8510C), sont donnés par la figure B.11 p.258.

Remarque : La diode laser DFB, la photodiode rapide, ainsi que l'amplificateur hyperfréquence sont dans un caisson faradisé présentant une atténuation de 90 dB sur l'ensemble de la bande passante de la sonde EO. Elle permet d'éviter tout couplage direct du champ électrique mesuré. Ces couplages parasites augmentent dramatiquement le niveau de bruit du système qui devient alors inopérant pour y compris des champs forts.

6.1.2 Point de fonctionnement

Comme le système présente des performances optimales pour un taux de modulation maximal de la puissance optique détectée par la photodiode rapide, il est important de connaître la fonction qui donne cette puissance modulée. Pour cela nous allons utiliser le formalisme de Jones présenté dans le chapitre 3.4.1.

En injectant un faisceau sonde rectiligne selon un des axes de la FMP, que l'on considérera alignés avec ceux du référentiel principal $\mathscr{R}$, le champ électrique $\vec{E}_{opt}$ du

faisceau optique ayant effectué un aller-retour dans la sonde fibrée est donné en sortie de FMP, d'après les relations (3.86) et (3.89) à la page 88, par le vecteur de Jones défini comme suit :

$$\vec{E}_{opt} = \mathrm{M_{FMP}} \cdot \mathrm{M_{sonde}} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \tag{6.1}$$

$\mathrm{M_{FMP}}$ représente la matrice de Jones associée à la fibre à maintien de polarisation et $\mathrm{M_{sonde}}$ représente la matrice associée à la sonde EO, laquelle définie par :

$$\mathrm{M_{sonde}} = \mathrm{P_{\mathscr{R}\to\mathscr{R}_{\lambda/4}}}^{-1} \cdot \mathrm{M_{\lambda/4}} \cdot \mathrm{P_{\mathscr{R}_{EO}\to\mathscr{R}_{\lambda/4}}}^{-1} \cdot \mathrm{M_{EO}}^2 \cdot \mathrm{P_{\mathscr{R}_{EO}\to\mathscr{R}_{\lambda/4}}} \cdot \mathrm{M_{\lambda/4}} \cdot \mathrm{P_{\mathscr{R}\to\mathscr{R}_{\lambda/4}}} \tag{6.2}$$

Pour cela il est utilisé les relations (3.88) de changement de référentiel, données page 89. $\mathscr{R}_{\lambda/4}$ et $\mathscr{R}_{EO}$ sont les référentiels associés respectivement aux axes propres de la lame quart d'onde et du cristal EO. Compte tenu du design de la sonde (cf. figure 5.2), les matrices de passage se résument à des matrices de rotation Rot_θ dont l'angle de rotation θ est l'angle formé par les axes propres des milieux successifs. Rot_θ est définie par :

$$\mathrm{Rot}_\theta = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \tag{6.3}$$

Le champ électrique en sortie de FMP est donc défini par le produit matriciel suivant :

$$\vec{E}_{opt} = \mathrm{M_{FMP}} \cdot \mathrm{Rot}_{-\frac{\pi}{4}} \cdot \mathrm{M_{\lambda/4}} \cdot \mathrm{Rot}_{\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)} \cdot \mathrm{M_{EO}}^2 \cdot \mathrm{Rot}_{\left(\alpha-\frac{\pi}{4}\right)} \cdot \mathrm{M_{\lambda/4}} \cdot \mathrm{Rot}_{\frac{\pi}{4}} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \tag{6.4}$$

Sachant par définition que la fibre à maintien de polarisation et le cristal EO sont des milieux biréfringents, et en utilisant le tableau 3.1, le champ électrique du faisceau sonde en sortie de FMP s'écrit finalement :

$$\vec{E}_{opt} = E_0 \begin{pmatrix} \sin\Delta\varphi\, e^{-i\frac{\Delta\phi+2\alpha+\pi/2}{2}} \\ \cos\Delta\varphi\, e^{i\frac{\Delta\phi+2\alpha+\pi/2}{2}} \end{pmatrix} \tag{6.5}$$

$\Delta\varphi$ et $\Delta\phi$ sont les déphasages relatifs induits respectivement par le cristal EO et la fibre à maintien de polarisation, α étant l'orientation du cristal EO dans le repère principal associé aux axes propres de la fibre (cf. figure 5.2).

D'après les expressions (3.77) page 85, l'état de polarisation du faisceau sortant de la fibre a une ellipticité ζ_{opt} et une orientation ψ_{opt} dans le repère principal, données par :

$$\begin{cases} \zeta_{opt} = \sqrt{\frac{1-\sqrt{1-\sin^2 2\Delta\varphi\,\cos^2(2\alpha+\Delta\phi)}}{1+\sqrt{1-\sin^2 2\Delta\varphi\,\cos^2(2\alpha+\Delta\phi)}}} \\ \tan 2\psi_{opt} = \tan 2\Delta\varphi\ \sin(2\alpha+\Delta\phi) \end{cases} \tag{6.6}$$

Ainsi, en l'absence de lame demi-onde et en ne considérant aucune perte par couplage au niveau de la platine 5 axes (respectivement éléments (5) et (8) de la figure 6.1), les puissances optiques I_1 et I_2 reçues respectivement par la photodiode PD_1 et la photodiode rapide, s'écrivent, dans le cas simple où les axes du prisme de Wollaston sont alignés avec le repère principal $\mathscr{R}$:

$$\begin{cases} I_1 = I_0\ \sin^2\Delta\varphi \\ I_2 = I_0\ \cos^2\Delta\varphi \end{cases} \tag{6.7}$$

I_0 est la puissance optique totale du faisceau sonde. Comme $\Delta\varphi$ dépend linéairement de la biréfringence Δn_{EO} du cristal EO (cf. tableau 3.1) et en considérant une petite modulation de l'état de polarisation induite par le champ électrique (cf. partie 4.2.4), nous pouvons réécrire les puissances optiques ci-dessus, avec une très bonne approximation, en effectuant un développement de Taylor au 2$^{\text{ème}}$ ordre :

$$I_{\substack{1\\2}} = \frac{I_0}{2}\ \left(1 \pm 2\Delta\varphi_E\ \sin 2\Delta\varphi_0 \mp \left(1-2\Delta\varphi_E^2\right)\ \cos 2\Delta\varphi_0\right) \tag{6.8}$$

$\Delta\varphi_0$ est le déphasage relatif induit par la biréfringence naturelle Δn_{EO_0} du cristal (en l'absence de champ électrique), et $\Delta\varphi_E$, la partie induite par le champ électrique $\vec{E}$. En utilisant la relation (4.64) et celle qui lie le déphasage relatif $\Delta\varphi$ à la longueur effective L_{eff} du cristal et à sa biréfringence Δn_{EO} (cf. tableau 3.1), $\Delta\varphi_0$ et $\Delta\varphi_E$ s'écrivent :

$$\Delta\varphi_0 = \frac{2\pi\, L_{eff}\, \Delta n_0}{\lambda} \tag{6.9a}$$

$$\Delta\varphi_E = \frac{2\pi\, L_{eff}\ \overrightarrow{\Delta K}\cdot\vec{E}}{\lambda} \tag{6.9b}$$

Selon les expressions (6.8), les puissances optiques sont modulées linéairement par le champ électrique à mesurer pour une valeur $\Delta\varphi_0$ proche de 45°. Cette valeur du déphasage relatif en l'absence de champ engendre également une profondeur de modulation

maximale. Or d'après les relations (6.6), cette condition optimale correspond à une polarisation elliptique d'ellipticité quelconque et orientée avec un angle bien précis de 45° par rapport aux axes propres du prisme de Wollaston.

Remarque : En utilisant la théorie de Jones, on peut montrer que cette conclusion aurait été identique si l'on avait considérer un prisme de Wollaston dont les axes propres ne sont pas alignés avec le repère principal. Cette condition nous a simplement permis de simplifier les calculs précédents.

D'après les expressions (6.8), on montre qu'au point de fonctionnement du système de mesure, les puissances optiques détectées dépendent linéairement et vectoriellement du champ électrique selon l'équation suivante :

$$I_{\frac{1}{2}} = \frac{I_0}{2} \left(1 \pm \frac{2\pi \, L_{eff} \, \overrightarrow{\Delta K} \cdot \vec{E}}{\lambda} \right) \tag{6.10}$$

Comme la sonde fonctionne en réflexion, la longueur effective L_{eff} de cristal traversée par le faisceau sonde est deux fois plus grande que la longueur physique e de $LiTaO_3$.

Dans les conditions décrites précédemment, le gain EO G du système vaut :

$$G = I_0 \, \frac{4\pi \, e \, | \, \overrightarrow{\Delta K} \, |}{\lambda} \tag{6.11}$$

Notons que le gain que l'on obtiendrait avec une sonde EO sans lame quart d'onde, serait inférieur à celui donnée par l'équation (6.11), hormis pour une orientation bien précise du cristal EO, compliquant la procédure de montage des sondes (cf. partie 5.3). En effet, en utilisant la matrice associée à la sonde EO sans la lame quart d'onde, et en effectuant le même calcul que précédemment, on arrive aux expressions des puissances optiques suivantes :

$$\begin{cases} I_1 = I_0 \, \left(1 - \sin^2 2\alpha \, \sin^2 \Delta\varphi \right) \\ I_2 = I_0 \, \sin^2 2\alpha \, \sin^2 \Delta\varphi \end{cases} \tag{6.12}$$

Au vu de ces expressions, le point de fonctionnement optimal est alors également caractérisé par $\Delta\varphi_0 = 45°$, valeur du déphasage relatif induit par le cristal, en l'absence de champ électrique, pour laquelle le gain G_1 du système dépend de l'orientation du cristal,

et s'exprime en fonction du gain de la sonde avec lame quart d'onde (cf. équation 6.11) :

$$G_1 = G \sin^2 2\alpha \tag{6.13}$$

De plus, dans ce type de sonde EO, l'état de polarisation de l'onde en sortie de fibre est caractérisé, au point de fonctionnement du système, par une ellipticité et une orientation bien précises qui sont fonction à la fois de l'orientation du cristal et du déphasage relatif $\Delta\phi$ induit par la fibre à maintien de polarisation.

Ainsi, quand la sonde EO incluant la lame quart d'onde fournit un gain maximum qui est indépendant de α, et qui n'est lié qu'à l'unique condition d'égalité des puissances optiques I_1 et I_2, la même sonde EO sans lame quart d'onde engendrerait un gain moindre, et ce pour un rapport de puissances optiques fonction de α et $\Delta\phi$, valeurs que l'on ne connaît pas *a priori*.

Remarque : En orientant précisément le cristal à 45° dans la configuration sans lame quart d'onde, nous retrouvons les mêmes conditions de fonctionnement que celles obtenues avec lame quart d'onde. Ceci est dû au fait que le champ électrique rectiligne incident, sonde de façon égale les axes propres du cristal, dans les deux cas. La modulation d'état de polarisation sera alors induite de la même façon dans les deux cas.

6.2 Problème de dérive des performances du système

D'après l'équation (6.11), les sondes EO optimisées et avec lame quart d'onde, présentent, au point de fonctionnement, un gain maximum ne dépendant que des caractéristiques physique (longueur e) et diélectriques (coefficients EO) du cristal EO utilisé, et de la longueur d'onde du laser λ. Ces paramètres étant fixés ou contrôlés, le système de mesure tel qu'il est décrit présente *a priori* des performances constantes. Néanmoins, des mesures effectuées par Gwenaël Gaborit lors de sa thèse, ont mis en évidence une instabilité temporelle de la réponse EO des sondes. Une série de mesures supplémentaires (cf. partie 8.1) a permis de mettre en exergue la dépendance du signal EO aux conditions

expérimentales et notamment sa sensibilité aux variations de température. Cette instabilité empêche d'effectuer des mesures EO fiables dans des conditions expérimentales de *terrain* telles que celles rencontrées au CEG, d'où l'importance de comprendre les processus de dérive des performances du système et de développer des solutions permettant de les contrôler ou de les éliminer.

6.2.1 Origines des différentes dérives

Dans la description des liaisons électroniques et atomiques présentée dans la partie 4.2.1, le modèle masse-ressort utilisé ne faisait pas apparaître explicitement de dépendance en température de l'indice de réfraction des milieux cristallins. Or, selon la relation de Sellmeier (4.33) page 116, l'indice de réfraction d'un cristal dépend d'une part de sa composition, et d'autre part des niveaux d'énergie de chacun des électrons (dans le cas où l'on ne prend en considération que la contribution électronique de la permittivité diélectrique). Sachant que la population d'électrons sur chacun des niveaux d'énergie obéit à la statistique de Fermi-Dirac [84] [85], elle même dépendant de la température [75], les indices de réfraction des milieux diélectriques dépendent logiquement de la température.

Notre sonde fibrée n'échappe pas à la règle et il en découle que les biréfringences naturelles respectives, Δn_{EO_0} et Δn_{FMP_0}, du tantalate de lithium et de la fibre à maintien de polarisation varient avec les changements de température [86]. A cela, on peut ajouter le phénomène de dilatation thermique des matériaux qui implique un changement des longueurs physiques L et e de la fibre et du cristal, dimensions qui apparaissent dans l'expression du déphasage relatif (6.9) et du gain EO (6.11). D'après la définition des éléments du tenseur de susceptibilité d'ordre 2 $\overleftrightarrow{\chi}^{<2>}$ donnée dans la partie 4.2.4, les coefficients électro-optiques des cristaux électro-optiques dépendent également de la température [87] [88]. Comme le vecteur sensibilité dépend de ces coefficients électro-optiques (cf. équation (4.65)), le gain EO est fonction lui aussi de la température, même si cet effet reste faible dans le cas du $LiTaO_3$ [89].

Ainsi, les variations de température affectent les performances du système de mesure EO au travers de différents phénomènes comme nous venons de le voir. Les variations de

biréfringences et de longueurs, induites par les changements de température, engendrent des variations des déphasages relatifs $\Delta\varphi$ et $\Delta\phi$, et donc une dérive du point de fonctionnement qu'il est possible de compenser, comme nous allons le voir par la suite. Le phénomène de dilatation occasionne également, au même titre que la dépendance thermique des coefficients électro-optiques, une modulation des performances intrinsèques des sondes EO qu'il est impossible de contrôler. Toutefois, compte tenu des valeurs des coefficients électro-optiques et de dilatation thermique, ainsi que des variations de température rencontrées usuellement, la modulation de gain, induite par les dépendances thermiques de e et $\mid \overrightarrow{\Delta K} \mid$, peut être négligée. En revanche un phénomène thermique bien plus important nous empêche de considérer, malgré les remarques précédentes, que le gain reste constant.

En effet, le gain du système dépend également de la puissance optique de retour qui, dans le cas idéal, est constante et ne dépend que de l'efficacité du couplage du faisceau réfléchi dans la fibre. Ceci n'est plus vrai lorsque l'on prend en considération les réflexions de Fresnel [65] au niveau de chaque interface de la sonde fibrée. Ces réflexions, aussi faibles soient elles, créent un effet Fabry-Pérot parasite. La puissance optique de retour est alors fonction des longueurs optiques des cavités définies par les différentes interfaces (cf. annexe A.1.1). Comme ces longueurs optiques sont les longueurs physiques des cavités, pondérées par leur indice de réfraction, la puissance optique de retour est modulée par la variation d'indice de réfraction induite par les changements de température.

La partie suivante présente ces effets parasites et les solutions apportées pour les éliminer.

6.2.2 Compensation des effets Fabry-Pérot

6.2.2.1 Identification des cavités parasites

La puissance optique normalisée $\tilde{I}_r(\nu)$ réfléchie par une cavité Fabry-Pérot non absorbante de longueur optique l, est donnée par la formule suivante [35] :

$$\tilde{I}_r = \frac{4R\sin^2\left(\frac{2\pi l}{\lambda}\right)}{(1-R)^2 + 4R\sin^2\left(\frac{2\pi l}{\lambda}\right)} \tag{6.14}$$

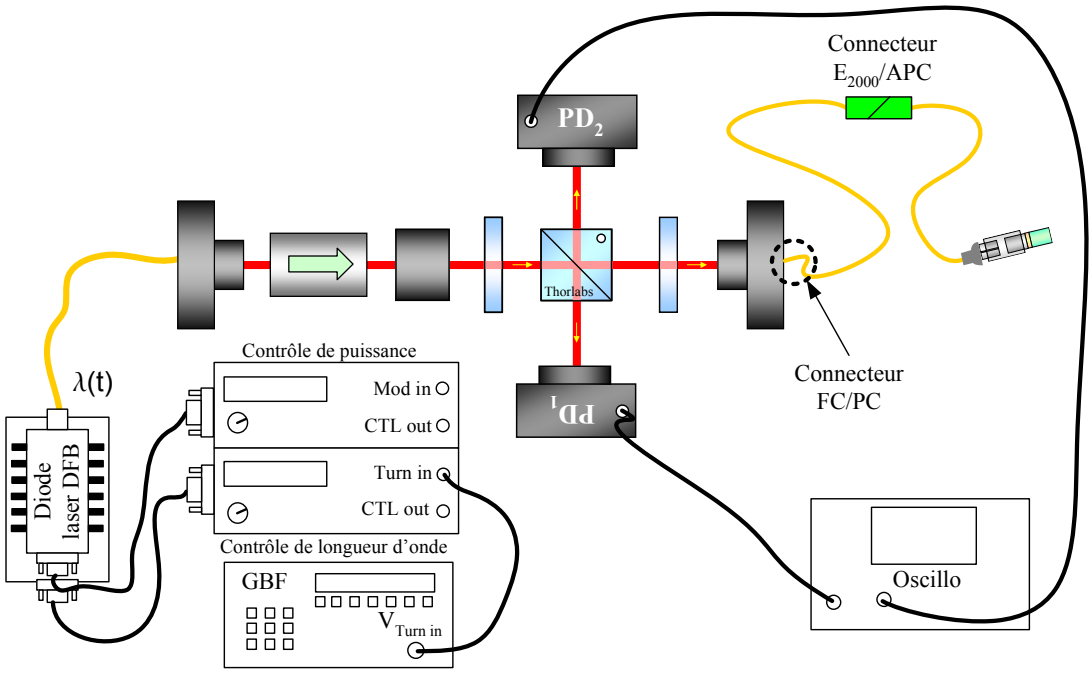


FIGURE 6.2 – Dispositif expérimental permettant d'observer les modulations de puissance optique de retour induites par les multiples réflexion de Fresnel aux interfaces.

Ainsi, toute modulation de longueur d'onde d'émission engendre une modulation de puissance optique de retour dont le taux de modulation ainsi que la fréquence de modulation dépendent respectivement des coefficients de réflexion aux interfaces de la cavité et de la longueur optique de celle-ci.

La courbe ci-dessous (figure 6.3) donne les puissances optiques normalisées incidente et réfléchie, détectées respectivement par les photodiodes PD_1 et PD_2 de la figure 6.2, et modulées temporellement par une variation intentionnelle $\lambda(t)$ de la longueur d'onde au cours du temps.

La modulation de la puissance incidente est due au fait que la puissance optique d'émission de la diode laser DFB dépend de sa longueur d'onde d'émission. Cette modulation lente correspond logiquement à l'enveloppe de la puissance optique réfléchie. Néanmoins, en normalisant la puissance optique réfléchie par la puissance incidente, il subsiste toujours des modulations qui sont cette fois-ci induites par plusieurs cavités.

En effet, comme le montrent les courbes de la figure (6.4), la modulation de la puissance optique réfléchie est due, en première approximation, au produit de deux modulations apparaissant à des fréquences différentes. Compte tenu de la définition de la

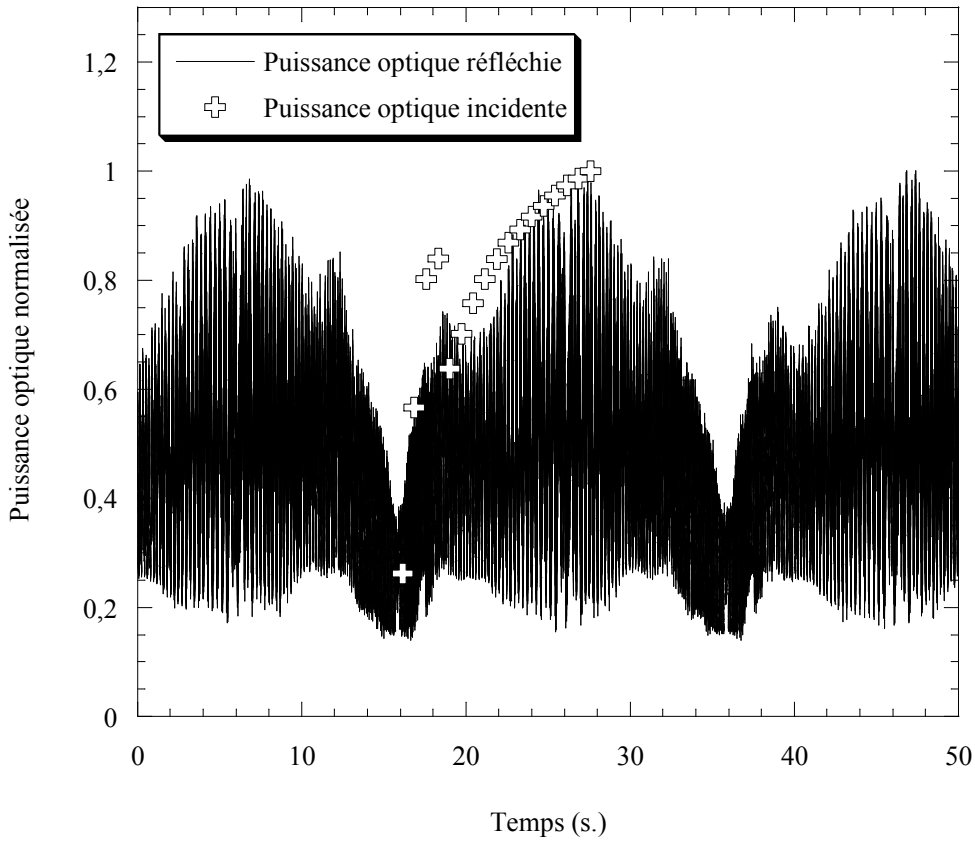


FIGURE 6.3 – Modulations des puissances optiques de retour et incidente, détectées respectivement par les photodiodes PD_2 et PD_1 (cf. figure 6.2), induites par effet Fabry-Pérot dans la sonde fibrée, générée par une variation intentionnelle de la longueur d'onde d'émission.

puissance optique réfléchie (équation 6.14), les modulations lente et rapide sont, quant à elles, induites respectivement par des cavités de petite et grande longueurs optiques. Si l'on connaît l'évolution temporelle de la longueur d'onde d'émission $\lambda(t)$ de la diode laser, il est possible de remonter aux différentes caractéristiques (longueur et coefficient de réflexion) des cavités FP parasites. Cette fonction $\lambda(t)$, est obtenue en appliquant une tension de contrôle $V_{Turn\ in}$ à l'entrée *Turn in* du module Peltier [1] (cf. figure 6.2). $\lambda(t)$ est donc entièrement déterminé si l'on connaît le signal de contrôle $V_{Turn\ in}(t)$, appliqué par un générateur basse fréquence (GBF), ainsi que la réponse du module Peltier (TEC) dont les caractéristiques ont été étudiées et sont présentées en annexe B.1.2).

Ainsi, selon la courbe d'évolution de la thermistance en fonction de la tension de contrôle (cf. figure B.3 p.248), le signal de contrôle $V_{Turn\ in}(t)$ engendre une modulation de la thermistance donnée par :

$$R(t) = 2,07\, V_{Turn\ in}(t) + R_0 \tag{6.15}$$

Ainsi la longueur d'onde d'émission de la diode laser, qui est fonction de la thermistance du TEC, évolue au court du temps selon la loi donnée par la figure B.3 et dont les ajustements théoriques donnent la fonction logarithmique suivante :

$$\lambda(t) = -2,07 \ln\left(2,07\, V_{Turn\ in}(t) + R_0\right) \tag{6.16}$$

En considérant une faible excursion des longueurs d'onde, l'équation 6.16 s'approxime par un développement de Taylor au premier ordre, pour donner :

$$\lambda(t) \approx A(R_0) + B(R_0) V_{Turn\ in}(t) \tag{6.17}$$

Avec :

$$\begin{cases} A(R_0) = -2,07\,\mathrm{R}_0 \ + \ 1557,13 \\ B(R_0) = -\frac{4,28}{R_0} \end{cases} \tag{6.18}$$

1. La tension $V_{Turn\ in}$ module le courant circulant au travers d'une jonction entre deux métaux, modulant à son tour la température de la cavité de la diode laser, située à proximité de cette jonction, par effet Peltier [5]. Comme la longueur optique de la diode dépend de la température, $V_{Turn\ in}$ contrôle la longueur d'émission.

Ainsi, pour de faibles coefficients de réflexion ($R \approx 4\%$ aux interface air-verre), l'équation (6.14) est approximée par la fonction sinusoïdale suivante :

$$\tilde{I}_r \approx 1 - \frac{4R}{(1-R)^2} \sin^2\left(\frac{2\pi\, l}{A(R_0) + B(R_0) V_{Turn\ in}(t)}\right) \tag{6.19}$$

Afin de déterminer les longueurs optiques des deux cavités parasites, on a appliqué une rampe de tension de période T_{GBF} au contrôleur de longueur d'onde via un GBF. Cette rampe de tension est définie, sur l'intervalle $]0\,;\, T_{GBF}[$, par :

$$V_{Turn\ in}(t) = \frac{V_{pp}}{T_{GBF}}\, t - \frac{V_{pp}}{2} \tag{6.20}$$

Ceci nous a permis d'obtenir une évolution linéaire de la longueur d'onde, dans l'intervalle spécifié, et donc une simplification de la fonction d'ajustement théorique.

$$\lambda(t) \approx A(R_0) + B(R_0) \left[\frac{V_{pp}}{T_{GBF}}\, t - \frac{V_{pp}}{2}\right] \tag{6.21}$$

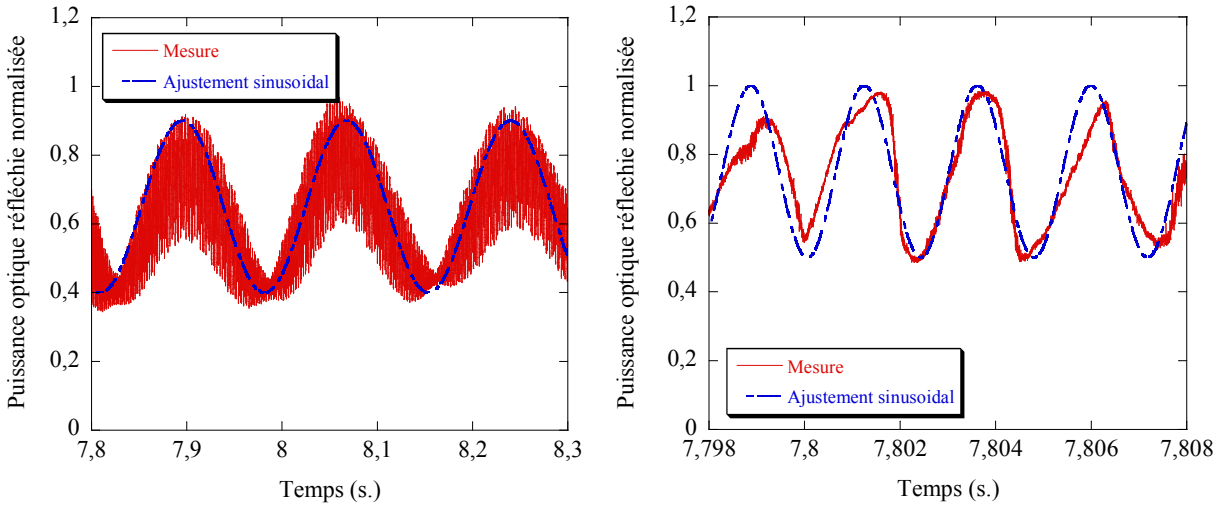


FIGURE 6.4 – Intensitées réfléchies modulées par effet Fabry-Pérot dans les cavités courte (courbe de gauche) et longue (courbe de droite) ainsi que leurs ajustements théoriques donnés par la relation (6.19).

Conditions expérimentales : La période T_{GBF} est choisie de telle sorte que le TEC puisse suivre en temps réel la modulation de tension de contrôle, mais suffisamment grande pour que le système ne subisse pas les effets de la dérive de biréfringence de la liaison optique le temps de l'acquisition des données. V_{pp} est choisie, quant à lui, de telle sorte que l'on

puisse observer quelques modes FP tout au plus afin de respecter l'approximation faite précédemment (cf. équation 6.17).

– Pour les modulations rapides : Nous avons obtenu les caractéristiques suivantes

$$\begin{cases} T_{GBF} = 0,45 \text{ secondes} \\ V_{pp} = 15 \text{ mV} \\ R_0 = 11,5 \text{ k}\Omega \end{cases}$$

– Pour les modulations lentes : Nous avons obtenu

$$\begin{cases} T_{GBF} = 4,5 \text{ secondes} \\ V_{pp} = 500 \text{ mV} \\ R_0 = 11,75\text{k}\Omega \end{cases}$$

Ainsi, en utilisant la fonction d'ajustement (6.19) on trouve des longueurs optiques l de 5,05 cm et 4 m.

Au vu des dimensions en jeu, la cavité longue induisant les modulation rapides, correspond à la liaison optique. En effet, en considérant un indice de réfraction proche de 1.5 pour ces fibres, on obtient une longueur physique de la longue cavité de l'ordre de 2,7 mètres, ce qui concorde, aux erreurs de mesure près, aux 3 mètres de liaison optique. De même, si l'on considère les dimensions de la sonde réalisée (sonde 2,5 GHz à faisceau focalisé utilisant une lentille GRIN de pitch 0,23) (cf. tableau 5.2), les 5,35 cm de la cavité courte correspondent approximativement à la longueur optique aller-retour entre la férule (sortie de fibre) et l'extrémité de la sonde (cf. figure 5.1), dont le calcul donne 4,6 cm (en prenant pour valeurs des indices de réfraction de la lentille et du cristal, respectivement 1.5 et 2,2).

Nous avons donc identifié, à l'aide de ces mesures, l'origine des cavités FP parasites, permettant ainsi d'imaginer des solutions appropriées pour éliminer les problèmes qu'elles engendrent. Ces modulations optiques parasites sont donc causées par les réflexions de Fresnel au niveau de l'entrée (platine 5 axes) et de la sortie (férule) de la fibre à maintien de polarisation (cf. figures 6.2 et 5.1).

6.2.2.2 Solutions apportées

Les solutions choisies, doivent permettre de réduire la modulation de la puissance optique de retour causée par les variations de longueurs optiques, elles mêmes induites par un changement de température au niveau de la fibre et du cristal. Deux possibilités se sont offertes à nous. La première des deux solutions aurait été de compenser ces modulations thermiques d'indice de réfraction en jouant sur la longueur d'onde d'émission de telle sorte que l'on maintienne en temps réel, une puissance optique de retour maximum. Compte tenu de la réponse fréquentielle du module Peltier contrôlant la longueur d'onde démission (cf annexe B.1), cette solution n'est pas envisageable pour ce qui est de la compensation des modulations rapides induites par de longues cavités ou/et de fortes variations de température. Nous avons donc décidé d'atténuer fortement ces modulations, à défaut de les éliminer.

Au vu des courbes A.2 et A.3 de l'annexe A.1.1 (cf. p.232), on comprend qu'il est possible de diminuer ces modulations de la puissance optique réfléchie par une cavité Fabry-Pérot si l'on diminue le nombre de réflexions internes dans chacune des cavités, en éliminant les faces planes et parallèles en regard. Ceci a été réalisé à l'aide de solutions commerciales, pour ce qui est des modulations rapides (réflexions internes au niveau des liaisons optiques), et artisanales pour les modulations lentes, comme nous allons le voir dans la section qui suit.

6.2.2.2.1 Atténuation de la modulation rapide :

Nous comparons les taux de modulation de puissance optique transmise, obtenus avec une liaison optique constituée de deux bretelles à maintien de polarisation d'un mètre, reliées entre elles par un connecteur E2000, et au reste du système d'étude soit par un connecteur FC/PC, soit par un connecteur FC/APC (cf. figure 6.5).

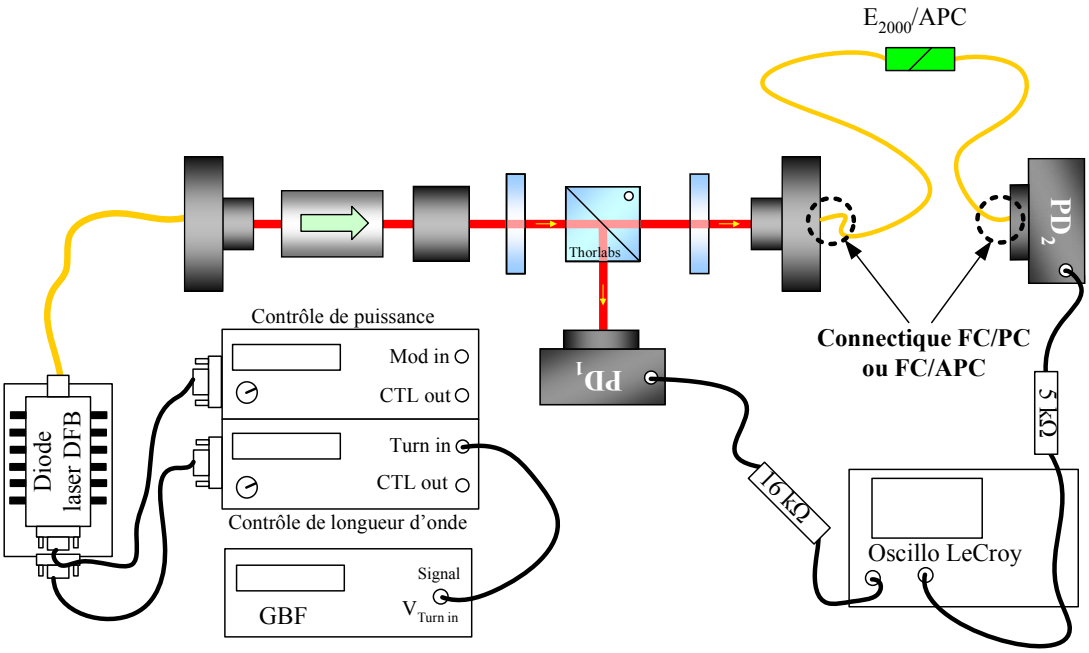


FIGURE 6.5 – Dispositif expérimental permettant de comparer l'effet Fabry-Pérot induit par la nature des connecteurs des fibres.

Conditions expérimentales :

$$\begin{cases} T_{GBF} = 800 \text{ ms} \\ V_{pp} = 10 \text{ mV} \\ R_0 = 14 \text{ k}\Omega \\ \frac{\partial \lambda}{\partial R}\Big)_{R_0} \approx 15.10^{-5} \text{ nm}.\Omega^{-1} \end{cases}$$

La modulation temporelle de longueur d'onde d'émission, définie à l'aide de l'approximation linéaire donnée par l'équation (6.21), est donc :

$$\lambda(t) \approx (5.10^{-3}\, t + 1551.7) \text{ nm} \tag{6.22}$$

Les ajustements théoriques (équation (6.19)) de la figure 6.6 montrent une bonne concordance entre les calculs précédents et les grandeurs pratiques obtenues, nous permettant ainsi de conclure quant à la nécessité d'utiliser des bretelles FC/APC plutôt que FC/PC.

Le taux de modulation rapide de la puissance optique, donnée par l'ajustement théorique, est alors 100 fois plus faible avec une bretelle FC/APC qu'il ne l'est avec une bretelle FC/PC.

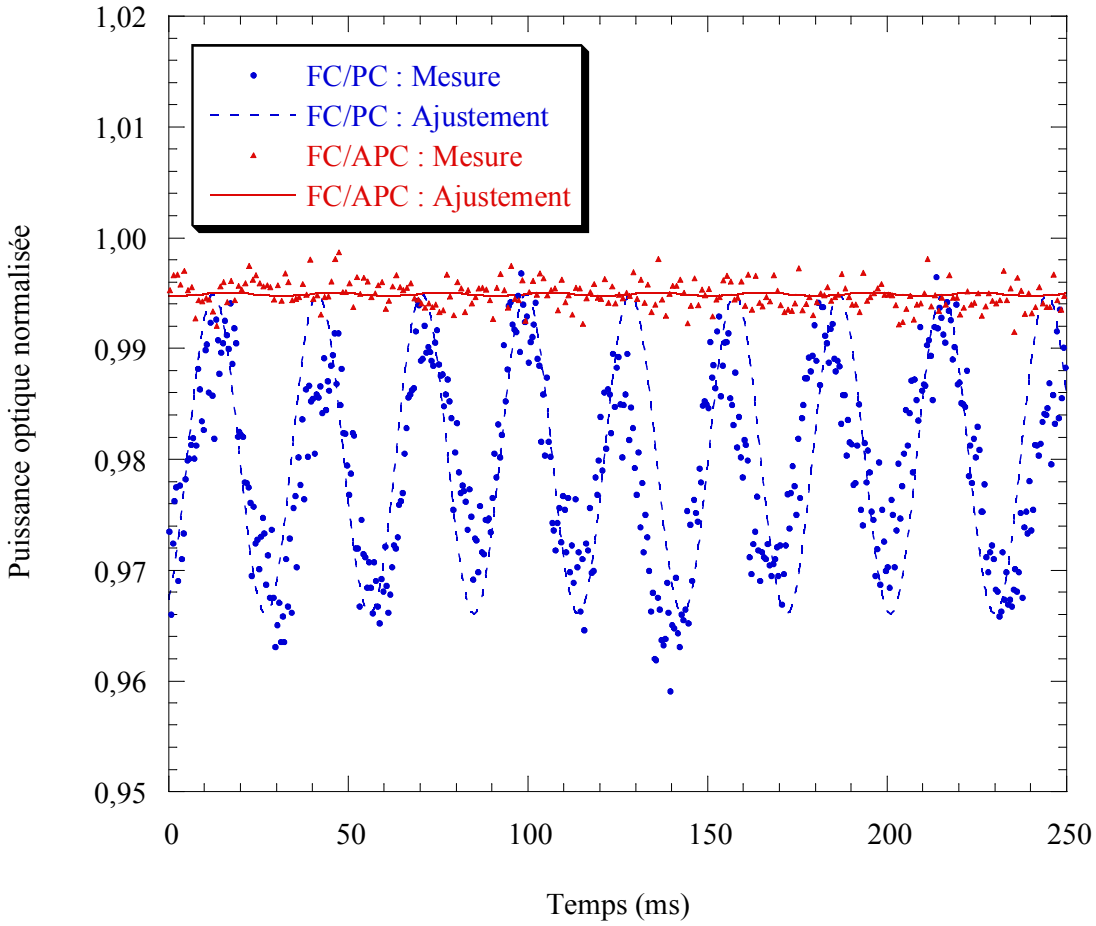


FIGURE 6.6 – Comparaison entre les puissances optiques transmises par des fibres FC/PC et FC/APC, et reçue par la photodiode PD_2.

6.2.2.2.2 Atténuation de la modulation lente :

Nous avons, pour le cas des modulations lentes induites par la sonde EO, choisi le même procédé d'atténuation que précédemment, en polissant la férule avec un angle de 8° (cf. figure 5.1.b).

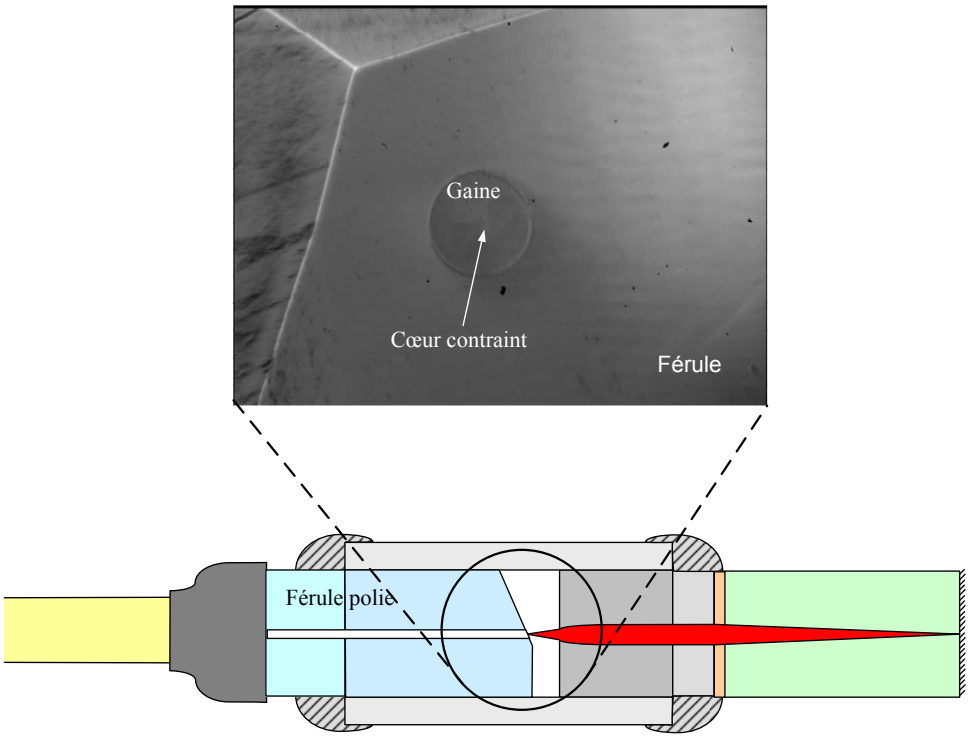


FIGURE 6.7 – Photo de la férule polie à 8° et schéma de la sonde EO permettant la diminution des modulations lentes de puissance optique de retour.

La figure 6.7 montre une image de la férule polie, laissant également apercevoir le coeur contraint de la fibre de type PANDA utilisée [90].

Nous comparons les taux de modulations de puissance optique détectés par la photodiode PD_2 à l'aide du dispositif schématisé en figure 6.2, réfléchies par une sonde EO comprenant une férule droite et comprenant une férule à 8°, en ayant pris le soin au préalable d'utiliser un connecteur FC/APC afin d'éliminer les modulations rapides causées par la liaison optique.

Conditions expérimentales :

$$\begin{cases} T_{GBF} = 1 \text{ s} \\ V_{pp} = 3\text{V} \\ R_0 = 8 \text{ k}\Omega \end{cases}$$

Compte tenu des valeurs de ces paramètres, la modulation temporelle de longueur d'onde d'émission ne peut plus être approximée de façon linéaire, ce qui explique l'effet de variation de la période de modulation au cours du temps que l'on observe sur la figure 6.8 : le signal est "chirpé". Néanmoins, les taux de modulation ne dépendant pas de la période de modulation, cet effet ne parasite pas les mesures comparatives.

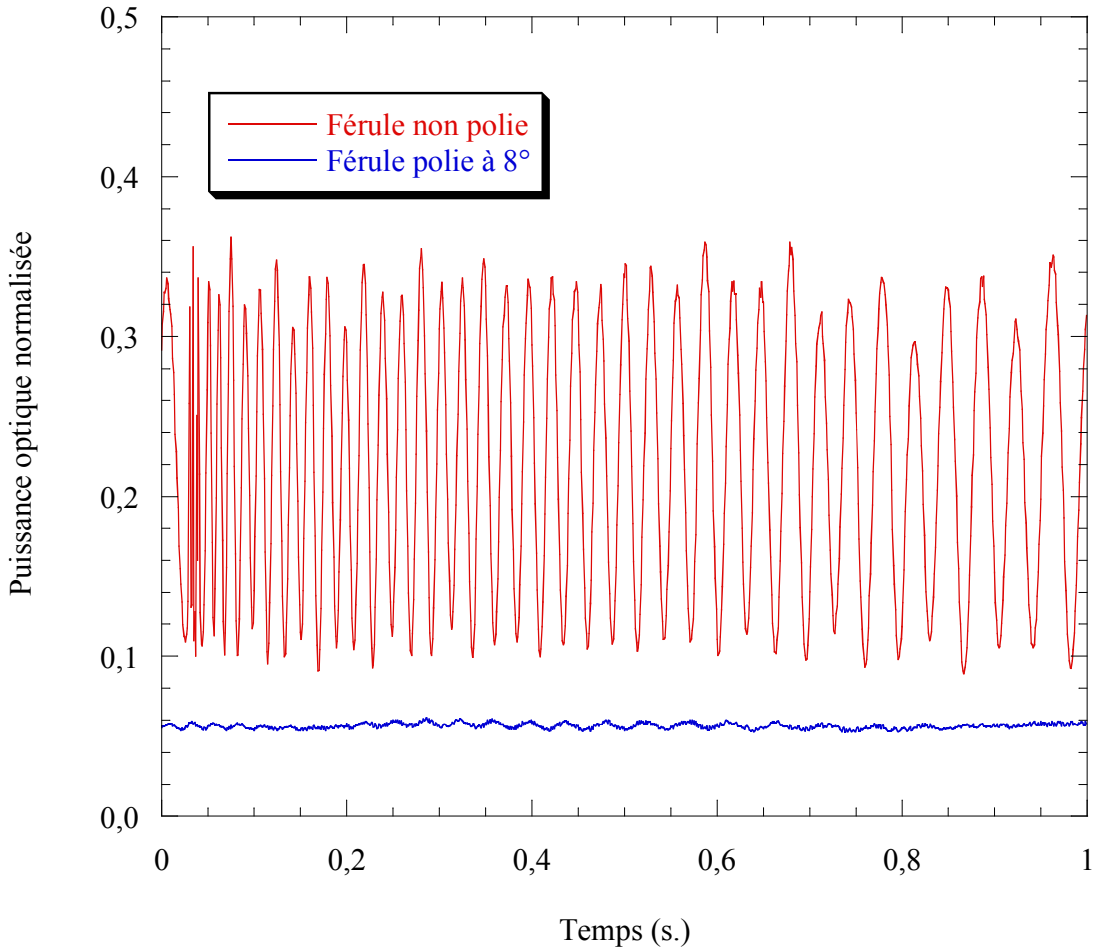


FIGURE 6.8 – Puissances optiques détectées par la photodiode PD_2 (figure 6.2) et normalisées par rapport à la puissance optique incidente (reçue par la photodiode PD_1), réfléchies par une sonde intégrant soit une férule non polie, soit une férule polie à 8°.

Le taux de modulation obtenu avec la sonde comprenant la férule polie

à 8° est d'environ 12%, soit 6 fois plus faible que celui obtenu avec une sonde comprenant une férule non polie. Malheureusement, la puissance optique de retour est également 6 fois plus faible induisant une perte de sensibilité proche de 8 dB.

Nous avons donc étudié l'effet d'un amplificateur optique placé en amont de la photodiode rapide pour compenser ces pertes. Les résultats de l'investigation sont présentés dans la partie qui suit.

6.2.2.3 Optimisation de la sensibilité

L'ajout d'un amplificateur optique à fibre dopée Erbium (Erbium Doped Fibre Amplifier, EDFA) augmente certes le niveau de signal mais il accroît également le niveau du plancher de bruit. Or, comme la sensibilité du système est définie par le plus petit champ électrique mesurable en deçà duquel le signal EO est noyé dans le bruit, l'ajout de l'amplificateur à fibre n'est pas forcément bénéfique.

Ce paragraphe se penche sur la question en comparant les rapports signal sur bruit (SNR) obtenus avec et sans EDFA, rapports qui sont les seuls critères de comparaison utiles pour conclure quant à l'utilité ou non de l'amplificateur à fibre.

D'un côté, l'utilisation d'un amplificateur à fibre augmente la puissance optique moyenne reçue par la photodiode dont le bruit de grenaille est proportionnel à la racine carrée de ce dernier : Le rapport signal sur bruit (SNR) lié uniquement au bruit de grenaille devrait donc croître comme la racine carrée de la puissance optique, ce qui signifie qu'un EDFA devrait améliorer le SNR. Mais d'un autre côté, l'émission spontanée amplifiée d'un amplificateur optique augmente le niveau de bruit d'au moins 3 dB [91].

Les bénéfices de l'amplificateur à fibre (AEDFA-13-B-FA de la société Amonics) [92], ont pu être vérifiés à l'aide du banc optique asservi (cf. figure 8.13).

La figure 6.9 montre les résultats de mesure du rapport signal sur bruit obtenus avec l'EDFA, pour différentes valeurs du courant de pompe I_{EDFA}. Ces résultats sont comparés avec le SNR du même système sans EDFA. Le SNR, pour une valeur de I_{EDFA} donnée, est obtenu simplement en faisant le rapport des puissances moyennes mesurées sur une

plage temporelle antérieure et postérieure au temps t, temps d'acquisition au bout duquel nous avons simplement éteint la source hyperfréquence, en laissant l'EDFA allumé. Cette procédure expérimentale permet justement de prendre pleinement en compte le bruit de l'amplificateur à fibre.

Comme nous l'avons évoqué précédemment, l'ajout de l'amplificateur à fibre a augmenté le niveau du plancher de bruit, comme nous pouvons le constater en comparant les niveaux de bruit des courbes a) et b) de la figure 6.9. **Mais il a surtout permis d'améliorer le rapport signal sur bruit du système de mesure EO. La courbe c de la figure 6.9 montre un gain du SNR d'au moins 6 dB, ce gain atteignant même une valeur maximale de 13 dB pour un courant de pompe $\mathbf{I_{EDFA}}$ de 80 mA**. Ainsi, ce gain compense largement les pertes de SNR de 8 dB occasionnées par le polissage de la férule de verre à 8°. L'amplificateur à fibre sera donc systématiquement placé entre la platine 5 axes (élément (8) de la figure 6.1) et la photodiode rapide.

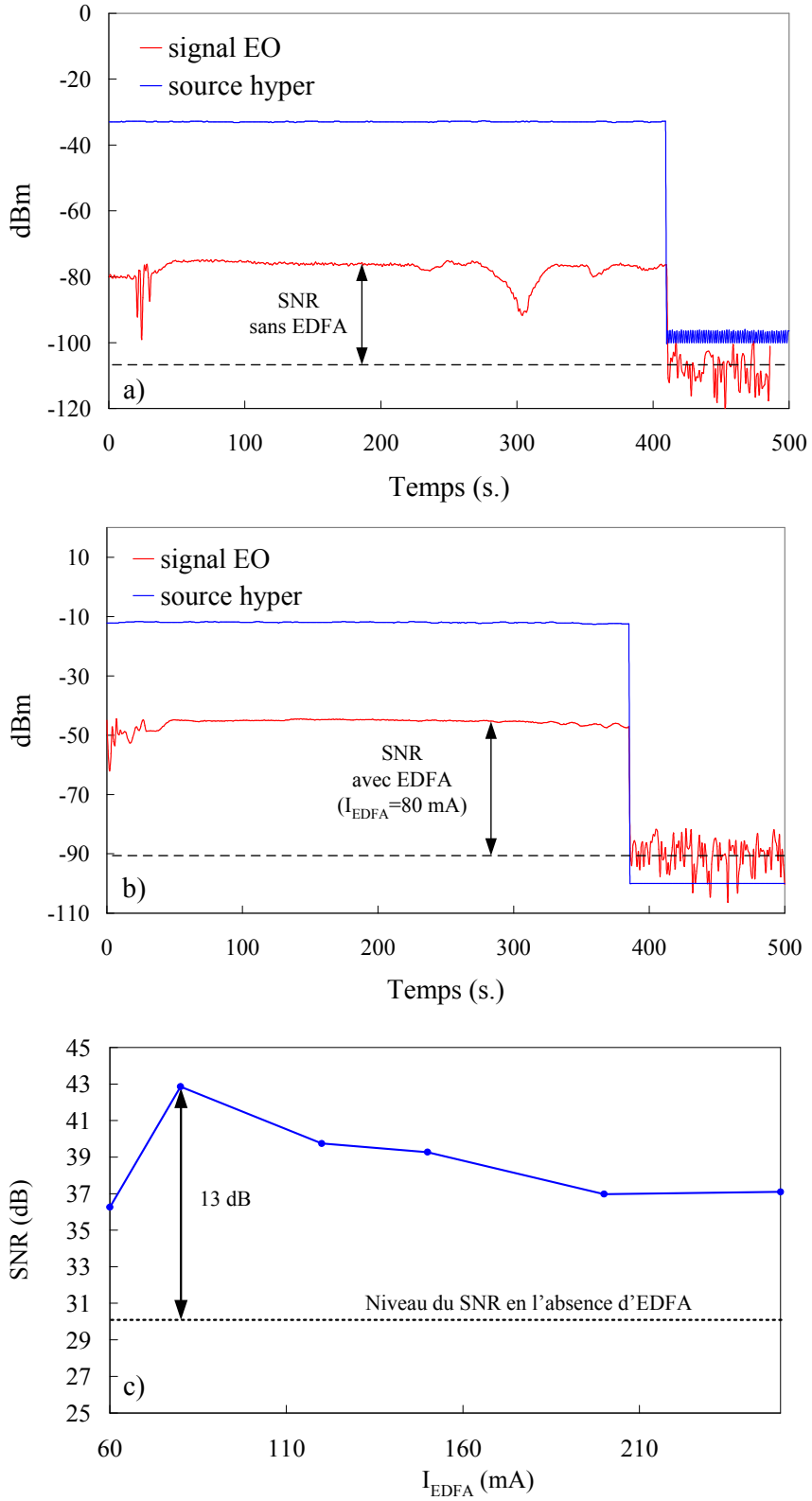


FIGURE 6.9 – Suivis temporels du signal hyperfréquence et de la réponse EO a) sans l'amplificateur à fibre, b) avec l'amplificateur à fibre, et c) le rapport signal à bruit pour différentes valeurs du courant de pompe I_{EDFA}.

Chapitre 7

Système de stabilisation temporelle du signal électro-optique

Sommaire

7.1 Principe du système de compensation 169

7.2 Description du système d'asservissement réalisé 174

7.2.1 Le banc optique 174

7.2.2 Le système d'asservissement numérique 177

7.2.3 Conclusion 180

Si l'instabilité temporelle de la réponse EO, induite par les cavités Fabry-Pérot parasites a pu être considérablement atténuée via les solutions présentées précédemment, le problème de la dérive du point de fonctionnement engendré par les variations induites par la température des biréfringences du cristal, d'une part, et de la fibre à maintien de polarisation, d'autre part, ne peut pas être éliminé si facilement. En effet, différentes solutions ont été proposées pour atténuer cet effet, en utilisant par exemple une orientation spécifique du cristal pour laquelle la variation en température de biréfringence est minimale [93], cette orientation ne coïncidant pas forcément avec celle permettant d'obtenir une sensibilité maximale (cf. partie 5.2.1), ou encore en appliquant un champ électrique via deux électrodes [94], perturbant la mesure du champ hyperfréquence. Mais aucune de ces solutions n'est entièrement satisfaisante pour l'application visée (mesure non perturbatrice de champ électrique). De surcroît, elles utilisent des systèmes aux designs complexes ou engendrent de fortes perturbations électromagnétiques et présentent de faibles tolérances de montage [95]. En revanche, ces effets peuvent être compensés par le

système d'asservissement décrit dans ce chapitre, sans même changer le design des sondes ou compromettre leurs caractéristiques intrinsèques.

Le système de suivi du point de fonctionnement, actuellement réalisé, est passé par différentes phases de développement toutes motivées par la réalisation d'un système de mesure fiable, fournissant simultanément des informations sur une composante du champ électrique et sur la température du cristal EO.

La partie qui suit présente les différents développements du système de compensation qui ont abouti à la réalisation d'un système de mesure EO dont les performances en termes de stabilité temporelle, d'immunité aux variations de conditions expérimentales, et de mesure de température sont présentées dans le chapitre 8.3.

7.1 Principe du système de compensation

Les changements de température induisent des variations de biréfringences et donc de déphasages relatifs $\Delta\varphi$ et $\Delta\phi$, qui eux-mêmes engendrent une variation de l'état de polarisation de l'onde optique en sortie de FMP. Ainsi, selon les équations (6.6), les variations de température s'accompagnent de variations d'ellipticité ζ_{opt} et d'orientation ψ_{opt} de l'état de polarisation du faisceau sonde en sortie de fibre. Or, comme nous avons pu le voir dans la partie 6.1.2, le point de fonctionnement optimal du système de mesure associé à la sonde EO, est caractérisé par une valeur de $\Delta\varphi$ de 45°. Il nous faut donc développer un système qui puisse mesurer en temps réel la valeur de $\Delta\varphi$ et compenser l'écart de cette dernière par rapport à la valeur optimale.

Cette première partie du système de stabilisation est composée d'une lame quart d'onde et d'une lame demi-onde dont les orientations permettent la compensation des dérive d'état de polarisation induits par la variation de température de la fibre et par le cristal (cf. figure 7.2).

En effet, d'après le tableau récapitulatif 3.1, la lame demi-onde seule ne pourra, par définition, que compenser la dérive d'orientation ψ_{opt} de l'état de polarisation de l'onde sortant de la FMP. Comme cette dérive est occasionnée par des variations de biréfringence du cristal EO mais également de la fibre induites par la température, nous sommes incapables de dissocier ces effets et donc de remonter à la valeur de $\Delta\varphi$ que nous cherchons à stabiliser. Il nous faut, par conséquent, un second paramètre nous permettant d'obtenir en temps réel la valeur du déphasage relatif induit par la biréfringence du cristal EO.

Vu le système d'équations (6.6), le problème est résolu si nous connaissons l'état de polarisation (orientation (ψ_{opt}) et ellipticité (ζ_{opt})) de l'onde optique en sortie de fibre à maintien de polarisation.

D'après la partie 3.4.2.1.2, une lame quart d'onde, permet de transformer une polarisation quelconque en une polarisation rectiligne, dès lors qu'une ligne neutre de la lame est alignée avec le grand axe de la polarisation incidente. L'orientation ψ_1 de la polarisa-

tion rectiligne émergeante (en sortie de la lame quart d'onde), dans le référentiel principal, est alors fonction de l'orientation $\theta_{\lambda/4}$ de la lame quart d'onde (élément (9) de la figure 7.2) et de l'ellipticité ζ_{opt} de l'onde en sortie de fibre :

$$\begin{cases} \theta_{\lambda/4} = \psi_{opt} \\ \psi_1 = \theta_{\lambda/4} - \arctan \zeta_{opt} \end{cases} \tag{7.1}$$

La lame demi-onde (élément (10) de la figure 7.2) permet ensuite d'orienter la polarisation rectiligne ainsi obtenue avec un angle ψ_2 en entrée du prisme de Wollaston :

$$\psi_1 = 2\theta_{\lambda/2} - \psi_2 \tag{7.2}$$

Ainsi, aussi longtemps que l'onde ayant traversé les lames quart d'onde et demi-onde est polarisée rectilignement selon un angle ψ_2 connu par rapport au prisme de Wollaston, les valeurs de $\theta_{\lambda/2}$ et $\theta_{\lambda/4}$ permettent, à l'aide des relations (7.1) et (7.2), de connaître l'état de polarisation de l'onde sortant de la fibre à maintien de polarisation et défini par Ψ_{opt} et ζ_{opt}. Comme les amplitudes relatives des composantes du champ en sortie de fibre ne dépendent que de $\Delta\varphi$ alors que le déphasage relatif entre elles est fonction uniquement de $\Delta\phi$ (cf. équation (6.5)), à un état de polarisation donné, ne correspond qu'un seul couple de valeurs $\Delta\varphi$ et $\Delta\phi$.

Remarque : Ce découplage des effets induits par $\Delta\varphi$ et $\Delta\phi$ n'est possible que grâce à la lame quart d'onde présente entre la lentille GRIN et le cristal EO (cf. figure 6.7).

À ce stade, la réponse EO n'est toujours pas stabilisée, mais la stabilisation de la polarisation en entrée du prisme de Wollaston via le contrôle des orientations des lames demi-onde et quart d'onde, permet de connaître précisément les valeurs des déphasages relatifs. Ce sont ces déphasages relatifs qui permettront par la suite d'asservir le système sur son point de fonctionnement optimal (cf. Partie 7.2.2).

En effet, les lames sont orientées de telle sorte que le faisceau sonde soit polarisé rectilignement selon une orientation fixe ψ_2 en entrée du prisme de Wollaston, la puissance optique I reçue par la photodiode rapide est donc constante et obtenue, en l'absence de

champ, pour :

$$\begin{cases} \theta_{\lambda/2} = \frac{1}{2}\left[\psi_2 + \psi_{opt} - \arctan\zeta_{opt}\right] \\ \theta_{\lambda/4} = \psi_{opt} \end{cases} \tag{7.3}$$

ψ_{opt} et ζ_{opt} étant respectivement l'orientation et l'ellipticité de l'état de polarisation du faisceau sonde en sortie de fibre, données par les relations (6.6), en l'absence de champ. La valeur moyenne de la puissance optique reçue est alors constante et égale à $\cos^2\psi_2$. Malheureusement, cette condition n'est pas suffisante pour garantir un gain maximal de la sonde.

En effet, si l'on calcule le champ éléctrique $\vec{E}_{Woll}$ en entrée du prisme de Wollaston, on obtient le vecteur de Jones suivant :

$$\vec{E}_{Woll} = \mathrm{Rot}_{-\theta_{\lambda/2}} \cdot \mathrm{M}_{\lambda/2} \cdot \mathrm{Rot}_{(\theta_{\lambda/2}-\theta_{\lambda/4})} \cdot \mathrm{M}_{\lambda/4} \cdot \mathrm{Rot}_{\theta_{\lambda/4}} \cdot \begin{pmatrix} \sin\Delta\varphi\, e^{-i\frac{\Delta\phi+2\alpha+\pi/2}{2}} \\ \cos\Delta\varphi\, e^{i\frac{\Delta\phi+2\alpha+\pi/2}{2}} \end{pmatrix} \tag{7.4}$$

La puissance optique normalisée I reçue par la photodiode rapide s'écrit alors :

$$\begin{aligned} I = \frac{1}{2}\,[1 \quad &+ \quad \left(\cos 2\theta_{\lambda/4}\,\cos 2\Delta\varphi \,+\, \sin(2\alpha+\Delta\phi)\,\sin 2\Delta\varphi\,\sin 2\theta_{\lambda/4}\right)\,\cos(4\theta_{\lambda/2}-2\theta_{\lambda/4}) \\ &+ \quad \cos(2\alpha+\Delta\phi)\,\sin 2\Delta\varphi\,\sin(4\theta_{\lambda/2}-2\theta_{\lambda/4}) \end{aligned} \tag{7.5}$$

qui, en effectuant un développement limité au premier ordre, se récrit :

$$I(E) = \cos^2\psi_2 + G'E \tag{7.6}$$

En définissant le gain EO G' du système incorporant les lames quart d'onde et demi-onde, on remarque qu'il varie effectivement avec les conditions expérimentales, comme le montre son expression suivante :

$$\begin{aligned} G' \;=\; & G\,\left[\cos(2\alpha+\Delta\phi)\,\cos 2\Delta\varphi_0\,\sin(4\theta_{\lambda/2}-2\theta_{\lambda/4})\right. \\ - \;& \left.\cos(4\theta_{\lambda/2}-2\theta_{\lambda/4})\,\left(\cos 2\theta_{\lambda/4}\,\sin 2\Delta\varphi_0 \,+\, \sin(2\alpha+\Delta\phi)\,\sin 2\Delta\varphi_0\,\sin 2\theta_{\lambda/4}\right)\right] \end{aligned} \tag{7.7}$$

Rappelons que G est le gain intrinsèque de la sonde EO (cf. équation (6.11) p.149).

Le signal EO sera temporellement stable dès lors que G' sera indépendant de $\Delta\varphi$ et $\Delta\phi$. Or, vu les équations (7.3) et (6.6), la relation qui relie les conditions expérimentales au gain G' (relation (7.8)) est loin d'être triviale.

Nous avons donc opté pour une approche expérimentale afin de définir la valeur de $\Delta\phi$ garantissant une réponse EO optimale et stable.

Pour cela, nous avons chauffer une étuve contenant une certaine longueur de fibre que nous avons ensuite laissée se thermaliser à température ambiante pendant l'acquisition des données (orientations des lames quart d'onde et demi-onde, longueur et signal EO), tout en maintenant constante la température du cristal EO. Ceci nous a permis d'observer empiriquement l'évolution temporelle de la réponse EO du système de mesure, en fonction des variations de $\Delta\phi$ seulement.

La figure 7.1 montre des résultats obtenus en asservissant l'orientation des lames quart d'onde et demi-onde, pour différentes valeurs de la température T_{sonde} du cristal EO. Les valeurs de $\Delta\phi + 2\alpha$ sont déduites à l'aide des orientations de ces lames via les formules (7.3) et (6.6).

Sur chaque intervalle [-90° ; 90°] de variation de $\Delta\phi$, on peut observer que le signal EO présente toujours deux maxima. L'un d'eux est fonction de la température du cristal tandis que l'autre apparaît systématiquement pour une valeur de $\Delta\phi + 2\alpha$ nulle, ce qui semblerait être une des conditions d'optimisation et de stabilisation de la réponse EO.

En injectant cette valeur dans (7.3) et (6.6), on trouve que pour $\Delta\phi + 2\alpha$=0 :

$$\begin{cases} \theta_{\lambda/4} = 0 \\ \theta_{\lambda/2} = \frac{1}{2}\left(\psi_2 - \Delta\varphi_0\right) \end{cases} \tag{7.8}$$

En remplaçant les valeurs des orientations des lames demi-onde et quart d'onde par leur expression ci-dessus, nous trouvons que le gain G' du système, pour $\Delta\phi + 2\alpha = 0$, devient alors :

$$G' = \sin 2\psi_2 \, G \tag{7.9}$$

Ainsi, pour une valeur de ψ_2 de 45° le gain est maximum et les puissances optiques I_1 et I_2 reçues respectivement par les photodiodes PD_1 et PD_2 (cf. figure 7.2) sont égales, au coefficient de réflexion de la lame de verre (élément (13)) près ($\approx$ 4%). Dans ces conditions, on déduit les relations existant entre $\Delta\varphi$, $\Delta\phi$, $\theta_{\lambda/2}$ et $\theta_{\lambda/4}$ [96] :

$$\Delta\phi + 2\alpha = \arctan\left(\frac{\sin^2 2\theta_{\lambda/4}}{\tan(4\theta_{\lambda/2} - 2\theta_{\lambda/4})}\right) \tag{7.10a}$$

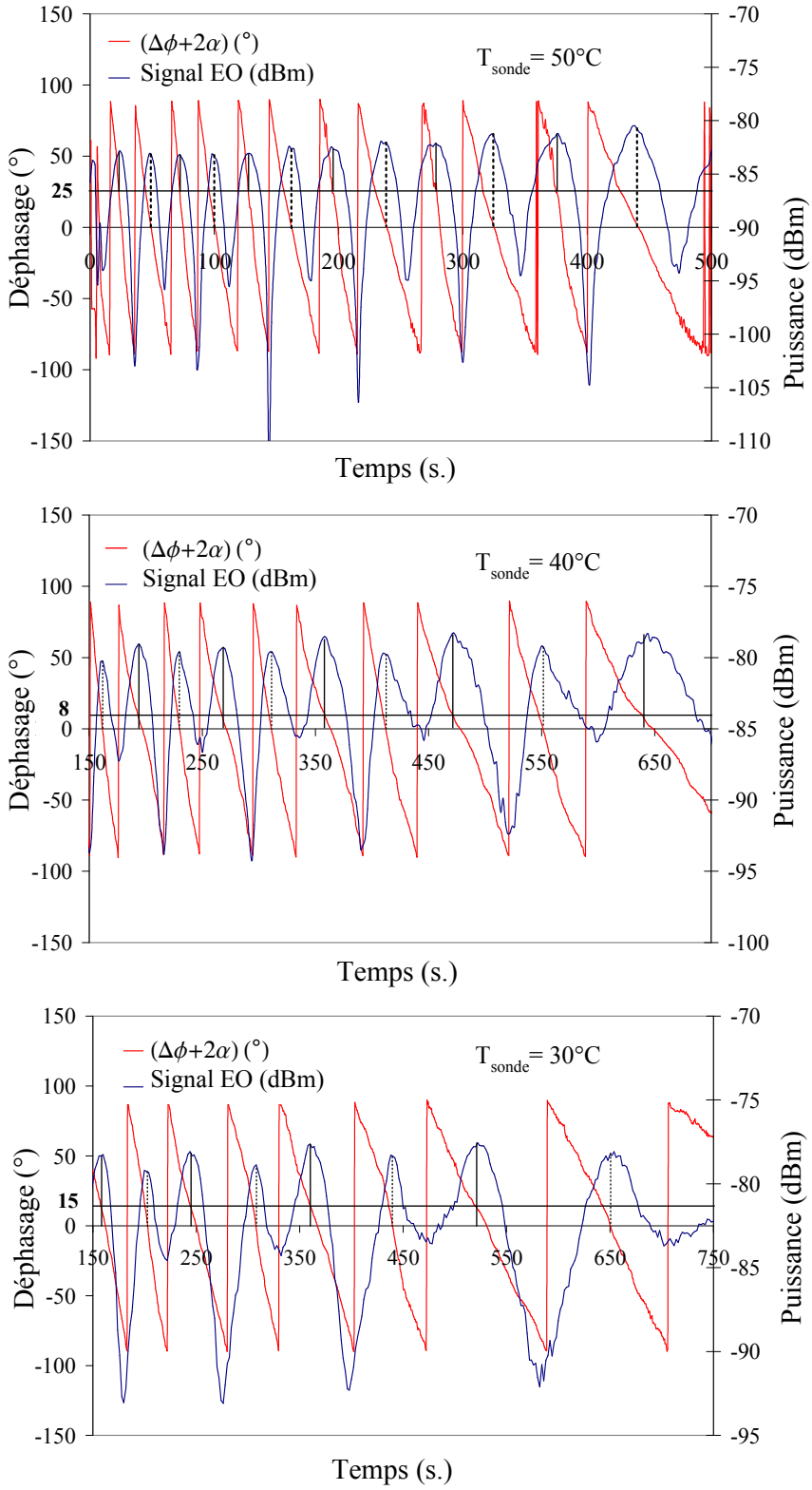


FIGURE 7.1 – Signal EO en fonction du déphasage $\Delta\phi + 2\alpha$ induit par la fibre à maintien de polarisation.

$$\Delta\varphi_0 = \Psi \,\mathrm{sgn}\left[\theta_{\lambda/2} - \frac{\pi}{8} + \frac{\Psi}{4}\right] \tag{7.10b}$$

Avec

$$\Psi = \arctan\left(\frac{\cos 2\theta_{\lambda/4}}{\sqrt{\tan^2(4\theta_{\lambda/2} - 2\theta_{\lambda/4}) + \sin^2 2\theta_{\lambda/4}}}\right) \tag{7.11}$$

La réponse EO est alors maximale pour une polarisation du faisceau sonde rectiligne en entrée du prisme de Wollaston, condition assurée par la lame quart d'onde, et orientée à 45° des axes de ce dernier (rôle de la lame demi-onde), à la seule et unique condition que le déphasage relatif $\Delta\phi$ induit par la biréfringence de la fibre à maintien de polarisation soit constant et égal à -2α.

7.2 Description du système d'asservissement réalisé

Le point de fonctionnement du système avec lames demi-onde et quart d'onde, tel qu'il est décrit précédemment et schématisé sur la figure 7.2, est stabilisé en contrôlant la longueur d'onde d'émission laser λ. Cette longueur d'onde, qui permet de maintenir nulle la valeur de $\Delta\phi + 2\alpha$, est déduite des orientations respectives $\theta_{\lambda/2}$ et $\theta_{\lambda/4}$, des lames demi-onde et quart d'onde.

7.2.1 Le banc optique

Compte tenu de ce qui a été dit dans la section précédente, les développements apportés au banc optique doivent permettre de vérifier que le faisceau sonde soit, dans un premier temps, polarisé rectilignement à 45° des axes propres du prisme de Wollaston (élément (7) de la figure 7.2). Comme il a été également évoqué dans la partie précédente, cet état de polarisation est caractérisé par l'égalité des puissances optiques I_1 et I_2 reçues respectivement par les photodiodes PD_1 et PD_2. Nous avions conclu la même égalité dans la partie 6.1.2, en étudiant le point de fonctionnement du système sans les lames. En réalité, on pourrait montrer facilement en utilisant le formalisme de Jones, que $I_1 = I_2$ à l'unique condition que l'un des axes (petit ou grand) de l'état de polarisation en entrée du prisme de Wollaston soit orientée à 45° des axes de ce dernier, indépendamment de l'ellipticité de l'état de polarisation

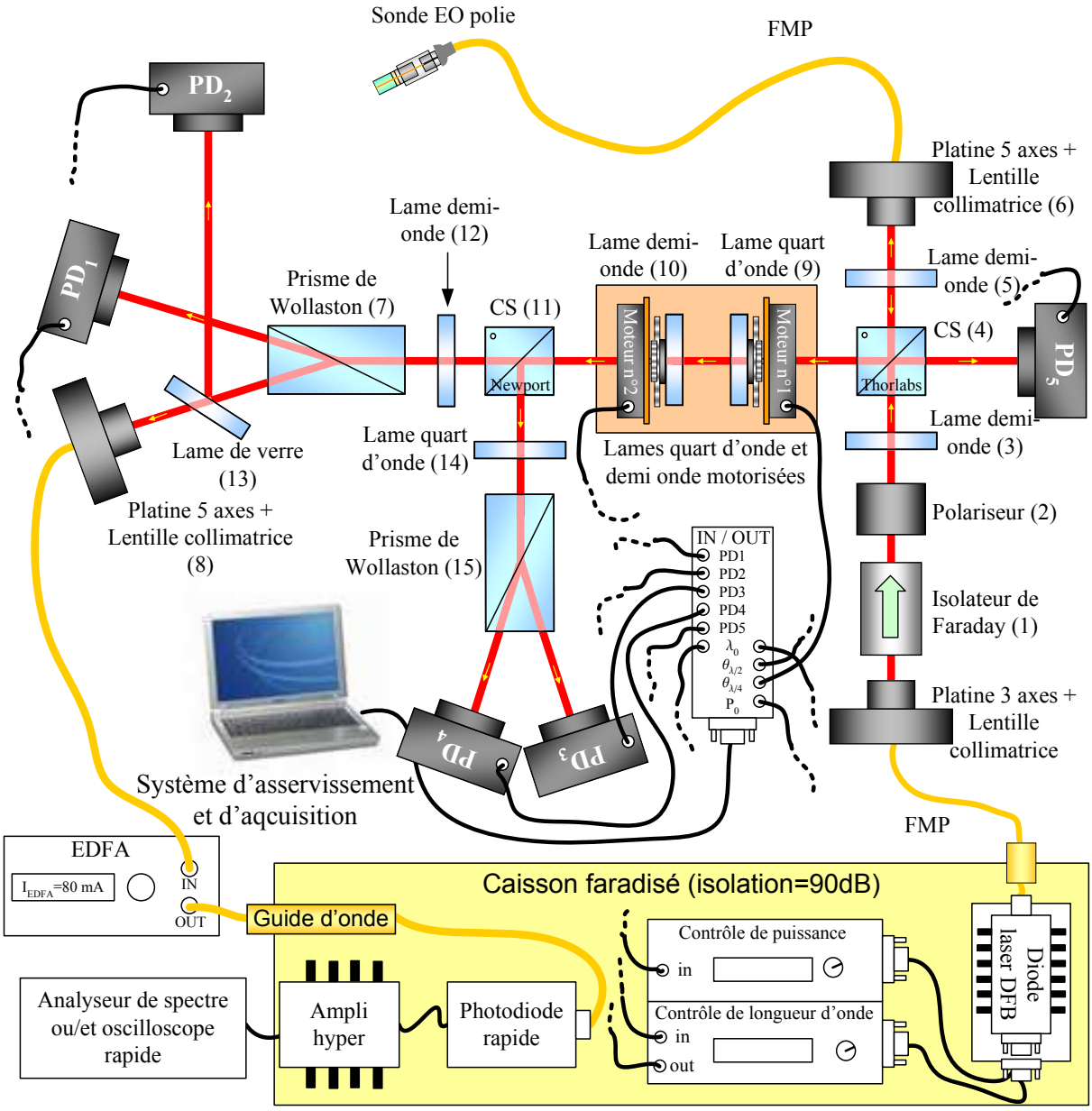


FIGURE 7.2 – Schéma du système de mesure EO asservi, basé sur la modulation d'état de polarisation avec système de suivi des dérives du point de fonctionnement.

Ceci étant dit, on comprend que c'est l'écart relatif δ_2 entre les puissances optiques I_1 et I_2 qui contrôlera l'orientation de la lame demi-onde afin de fixer l'orientation de la polarisation incidente. Une valeur de $\delta_2 = 0$ signifiera alors que l'onde optique est polarisée à 45° des axes du prisme. De la même façon, l'équilibre des puissances optiques I_3 et I_4 reçues respectivement par les photodiodes PD_3 et PD_4, sera garant d'une ellipticité nulle (polarisation rectiligne) pour une certaine orientation de la lame quart d'onde (élément (14) de la figure 7.2) par rapport aux axes propres du prisme de Wollaston (élément (15) de la figure 7.2). En effet, une polarisation rectiligne en entrée de la lame quart d'onde, ressort, par définition (cf. tableau 3.1), avec une ellipticité quelconque fonction de son orientation relative par rapport à la lame, mais surtout alignée selon les axes propres de cette dernière. Ainsi, si ces axes forment un angle de 45° avec ceux du prisme de Wollaston, nous nous retrouvons dans le même cas que précédemment, et l'écart relatif δ_1 des puissances optiques I_3 et I_4 est nul pour une polarisation incidente rectiligne, et ce indépendamment de son orientation.

Descriptifs des éléments optiques du banc asservi [1] (figure 7.2)

- Lame quart d'onde motorisée (élément (9)) :

  Permet de compenser en temps réel la dérive d'ellipticité du faisceau sonde de retour, induite par les variations des conditions expérimentales. L'orientation $\theta_{\lambda/4}$ est contrôlée par le servo-moteur n°1 de telle sorte que l'on assure l'égalité des puissances optiques $I_3 = I_4$. L'écart relatif δ_1 vaut :

  $$\delta_1 = \frac{I_4 - I_3}{I_4 + I_3} = 0$$

- Lame demi-onde motorisée (élément (10)) :

  Permet de compenser en temps réel la dérive d'orientation du faisceau sonde de retour. L'orientation $\theta_{\lambda/4}$ est contrôlée par le servo-moteur n°2 de telle sorte que l'on assure l'égalité des puissances optiques $I_2 = I_1$. L'écart relatif δ_2 vaut :

  $$\delta_2 = \frac{I_1 - I_2}{I_1 + I_2} = 0$$

1. Les éléments qui ne sont pas décrits ici sont présentés à la page 145.

– Cube séparateur (élément (11)) :

Cube séparateur non polarisant de la société Newport, présentant les défauts les plus faibles en transmission et réflexion selon ces axes propres de propagation (cf. annexe B.2). Il est important de prendre en considération ces défauts dans la mesure où les lames quart d'onde et demi-onde ne peuvent compenser que les dérives amonts d'état de polarisation. Une mauvaise orientation du cube séparateur engendrerait donc une dégradation des performances du système de mesure.

– Lame demi-onde (élément (12)) :

Cette lame fixe remplit la même fonction que la lame demi-onde placée devant l'entrée de la fibre à maintien de polarisation (élément (5))(cf. p.145). C'est elle qui permet de minimiser les effets dépolarisants induits par les imperfections du cube séparateur (8). Son orientation $\theta'_{\lambda/2}$ est définie par :

$$\theta'_{\lambda/2} = \frac{\psi_2 - \pi/4}{2} \tag{7.12}$$

Ainsi, l'écart relatif des puissances optiques δ_1 est nul pour une orientation ψ_2 de la polarisation sortant de la lame demi-onde (8), alignée selon les axes privilégiés du cube, axes offrant la plus faible dépolarisation.

– Lame de verre (élément (13)) :

Elle prélève $\approx 4\%$ de la puissance optique du faisceau utile.

– Lame quart d'onde (élément (14)) :

Comme il a été décrit précédemment, cette lame permet d'imposer $\delta_1 = 0$ à la seule et unique condition que l'état de polarisation en sortie de la lame quart d'onde (9) soit rectiligne.

– Prisme de Wollaston (élément (15)) :

Il remplit le même rôle que le prisme (7).

7.2.2 Le système d'asservissement numérique

Une première version analogique du système d'asservissement des lames quart d'onde et demi-onde a été réalisée, mais cette solution n'était pas facilement exploitable pour développer un système global contrôlant les 4 paramètres (orientations des lame demi-

onde et quart d'onde, longueur d'onde et puissance optique) nécessaires à l'asservissement completdu système. De plus, les besoins d'acquisition et de visualisation simultanées et en temps réel de données aussi différentes que les températures de la sonde EO et de la FMP, les puissances optiques des 5 photodiodes, la longueur d'onde et la puissance d'émission laser, font que nous avons opté pour le développement d'une solution numérique réalisée à l'aide du logiciel commercial de programmation instrumentale Labview. La prise en main intuitive, associée à la possibilité d'implémenter le système d'asservissement dans des produits industriels sous forme d'exécutables, n'ont fait que confirmer notre choix quant à la réalisation de celui-ci sous Labview, dont le langage utilisé facilite également le développement d'applications multiprocessus, ce qui est notre cas.

Cette partie ne présente pas dans le détail tous les diagrammes et sous-diagrammes de programmation du système mais simplement les principes essentiels et les différentes phases d'asservissement, décrits sous forme de blocs fonctionnels et présentés sous forme d'organigramme (cf. figure 7.3).

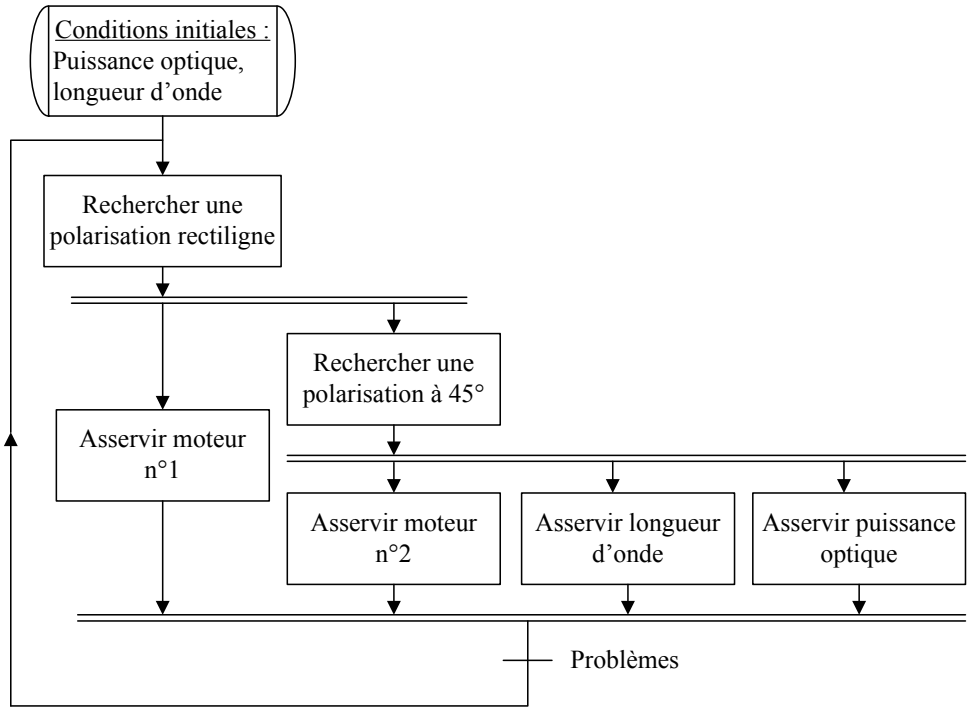


FIGURE 7.3 – Organigramme de la routine d'asservissement du point de fonctionnement.

Asservissement des lames motorisées

Deux systèmes d'asservissement Proportionnel-Intégrateur (PI) contrôlent, en temps réel, et en parallèle, l'orientation des lames quart d'onde et demi-onde (éléments (9) et (10) de la figure 7.2) via les servo-moteurs n°1 et n°2 respectivement. Le système d'asservissement génère deux signaux TTL [2] indépendants, qu'il envoie aux servo-moteurs dont les orientations dépendent des rapports cycliques de ces signaux de commande.

Ainsi, le système d'asservissement du servo-moteur n°1 alimente ce dernier avec un signal de commande dont le rapport cyclique est proportionnel à l'écart relatif δ_1 des puissances optiques I_3 et I_4, défini, par conséquent, comme la fonction erreur que cherche à minimiser la boucle de contrôle PI du servo-moteur n°1. Comme δ_1 est minimum pour une polarisation rectiligne en sortie de la lame quart d'onde motorisée (indépendamment de l'orientation de celle-ci), le système d'asservissement du moteur n°1 permet d'obtenir en temps réel, l'ellipticité souhaitée. De même, comme δ_2 est minimum pour une orientation de cette polarisation rectiligne alignée le long de l'un des axes propres du cube séparateur (élément (11) de la figure 7.2), une deuxième boucle d'asservissement, identique à la première, permet d'orienter la polarisation avec l'angle souhaité.

Asservissement de la longueur d'onde d'émission du laser

Les deux boucles d'asservissement, fonctionnant en parallèle et contrôlant indépendamment l'orientation des servo-moteurs, permettent de fixer l'orientation et l'ellipticité de l'état de polarisation du faisceau optique en entrée du prisme de Wollaston, ce qui n'implique en aucun cas que la réponse EO est indépendante des conditions expérimentales (cf. partie 7.1). En revanche, d'après l'équation (7.10a) page 172, les valeurs des orientations des lames motorisées, déduites des rapports cycliques des signaux TTL délivrés par les deux premières boucles d'asservissement, permettent de calculer en temps réel $\Delta\phi + 2\alpha$. En utilisant cette valeur comme fonction d'erreur d'une troisième boucle d'asservissement de type PI, le système contrôle la longueur d'onde d'émission du laser à l'aide d'une tension de contrôle $V_{turn\ in}$ qu'il fournit au module Peltier (cf. annexe B.1.2

2. Un signal Transistor-Transistor Logic (TTL) est un signal dont les états logiques haut t bas sont définis respectivement par les tensions +5 V et 0 V.

page 247) de telle sorte que l'on ait $\Delta\phi + 2\alpha = 0$.

Asservissement de la puissance optique laser émise

Si la puissance optique émise ne dépendait pas de la longueur d'onde d'émission, ce quatrième paramètre n'aurait pas lieu d'être contrôlé et asservi. Ce n'est malheureusement pas le cas comme nous l'avons vu précédemment sur la figure 6.3. Une quatrième et dernière boucle d'asservissement de type PI permet de maintenir constant la puissance optique émise par la diode laser DFB en délivrant une tension $V_{mod\ in}$ au module d'alimentation de la diode. Cette tension est fonction de la différence entre la puissance optique I_5 reçue par la photodiode PD_5 (cf. figure 7.2) et une valeur de puissance I_0 que l'utilisateur du système peut changer à tout moment.

7.2.3 Conclusion

Le système d'asservissement numérique est constitué de 4 boucles de rétroaction avec algorithme de régulation proportionnelle-intégrale, qui contrôlent 4 paramètres liés les uns aux autres. En effet, comme la polarisation rectiligne en sortie de la lame quart d'onde est orientée selon un angle dépendant de l'ellipticité du faisceau sonde sortant de la FMP, l'évolution temporelle de l'orientation de la lame demi-onde est liée à celle de la lame quart d'onde (cf. équation (7.3)). C'est d'ailleurs ce lien qui nous permet de calculer en temps réel les déphasages relatifs $\Delta\phi + 2\alpha$ et $\Delta\varphi$ via les équations (7.10a) et (7.10b). Ainsi, le signal de commande du module Peltier dépend de $\theta_{\lambda/2}(t)$ et $\theta_{\lambda/4}(t)$ et donc de la polarisation de l'onde optique en sortie de la FMP, qui elle-même dépend de la longueur d'onde d'émission $\lambda(t)$ du laser, modulée par le TEC.

Le système d'asservissement global peut donc être vu comme une boucle de régulation de la longueur d'onde composée de quatre sous-asservissements. Le suivi du point de fonctionnement est précédé par une phase de recherche qui doit, du fait des différentes relations qui lient les quatre paramètres, s'effectuer dans l'ordre chronologique décrit par l'organigramme de la routine Labview qui a été développée (cf. figure 7.3). En effet, comme le montre le tableau récapitulatif 7.1, la fonction d'erreur de la boucle d'asservissement de la longueur d'onde est fonction des sorties des boucles contrôlant les orientations des

lames motorisées. L'asservissement de la longueur d'onde apparaît donc nécessairement après ceux des moteurs n°1 et 2. Le système de mesure ne sera temporellement stable que lorsque les quatre boucles d'asservissement compenseront les fonctions d'erreur qui leur sont propres et qui sont liées les unes aux autres comme nous venons de le voir.

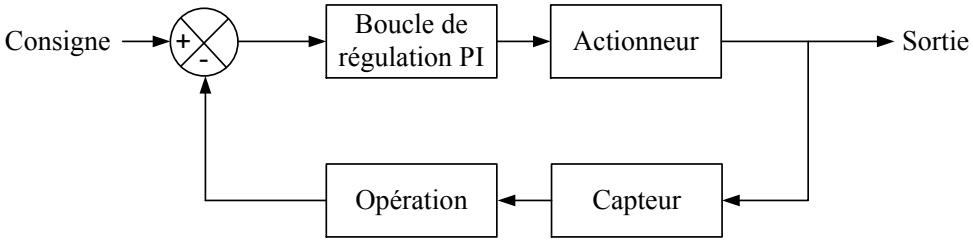


FIGURE 7.4 – Schéma fonctionnel du système d'asservissement d'un paramètre.

La figure 7.4 permet de définir les grandeurs du tableau 7.1 qui résume le fonctionnement de chacune des boucles.

Le système d'asservissement numérique permet donc de stabiliser en temps réel la réponse EO du système et permet également de faire l'acquisition et l'affichage en temps réel des sorties données dans le tableau 7.1. Ces sorties permettent de définir l'état du système et donc les problèmes éventuels qui obligeraient l'utilisateur à arrêter la mesure ou à relancer la recherche d'un nouveau point de fonctionnement. La condition *problèmes* de la figure 7.3 analyse ainsi, en permanence, les sorties des quatre boucles de régulation et relance la routine d'asservissement si :

- l'un des servo-moteurs n°1 ou 2 arrive en bout de course
- la longueur d'onde $\lambda(t)$ approche des bornes de la plage d'accordabilité de la diode laser
- V_{CTLout}, dont la valeur est l'image du courant de pompe délivré par le module d'alimentation de la diode laser DFB (cf. annexe B.1.1 page 246), atteint la valeur maximale admissible pour la diode laser.

La figure ci-dessous (7.5) montre le transducteur EO asservi dans son intégralité, tel qu'il est présenté schématiquement sur la figure 2.1 page 37. Le banc optique asservi de traitement de l'état de polarisation, schématisé à la page 175 et quant à lui présenté sur la figure 7.6.

Consigne	**Actionneur**	**Capteur**	**Opération**	**Sortie**
0	moteur n°1	Photodiodes PD_1 et PD_2	$\delta_1 = \frac{I_2 - I_1}{I_2 + I_1}$	$\theta_{\lambda/4}(t)$
0	moteur n°2	Photodiodes PD_3 et PD_4	$\delta_2 = \frac{I_4 - I_3}{I_4 + I_3}$	$\theta_{\lambda/2}(t)$
0	Module Peltier (TEC)	aucun	$\Delta\phi = f(\theta_{\lambda/2}(t), \theta_{\lambda/4}(t))$ (cf. éq. (7.10a) p.172)	$\lambda(t)$
I_0	Alimentation de la diode laser	photodiode PD_5	aucune	$V_{CTLout}(t)$

TABLE 7.1 – Tableau récapitulatif des paramètres d'asservissement du système de compensation des dérives thermiques, et leurs influences sur les performances du système de mesure EO.

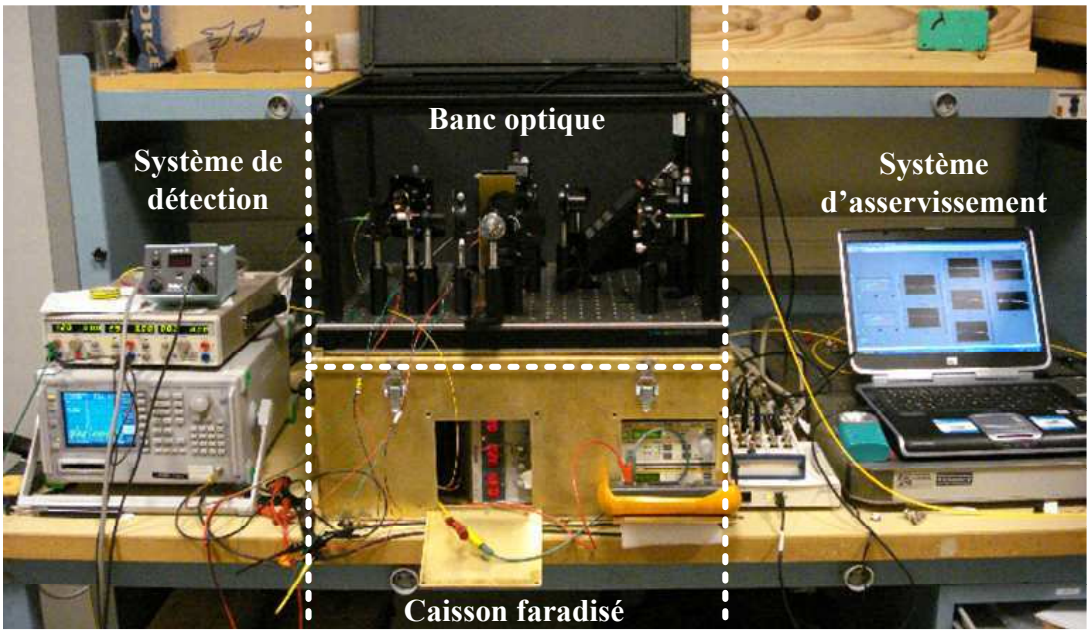


FIGURE 7.5 – Photo du transducteur, constitué du banc optique de traitement de polarisation asservi, du caisson faradisé renfermant la diode laser et le photodétecteur et un appareil de traitement de l'information (analyseur de spectre).

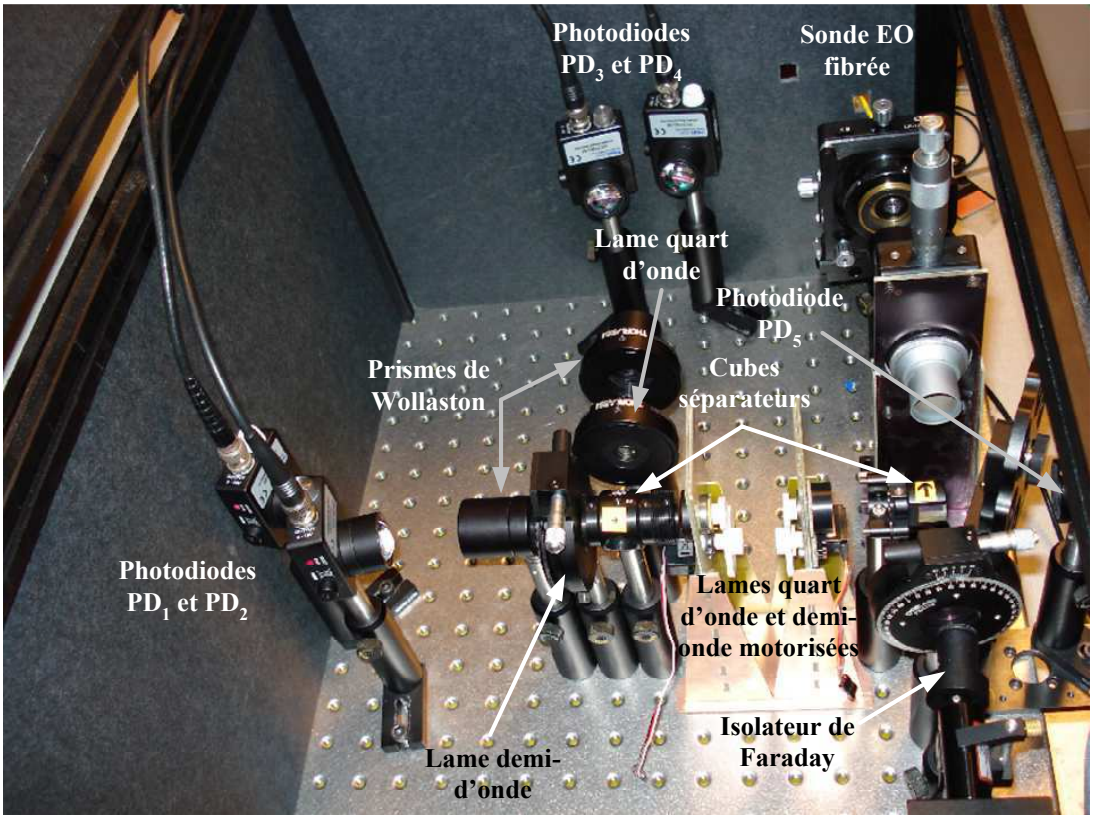


FIGURE 7.6 – Photographie du banc optique asservi de traitement d'état de polarisation.

Chapitre 8

Résultats

Sommaire

8.1 Mesures de champs électriques sans système d'asservissement 186

8.1.1 Mesure de signaux impulsionnels monocoups 186

8.1.1.1 Configuration expérimentale 186

8.1.1.2 Traitement des données 189

8.1.2 Performances de la sonde 198

8.1.3 Conclusion 200

8.2 Mesures de champs électriques avec système d'asservissement 201

8.2.1 Configuration expérimentale 201

8.2.2 Performances du transducteur 203

8.3 Mesure additionnelle de température 205

8.3.1 Température du cristal 205

8.3.1.1 Principe 205

8.3.1.2 Traitement des données 208

8.3.1.3 Performance du système 211

8.3.2 Température de la fibre à maintien de polarisation 214

8.3.2.1 Principe 214

8.3.2.2 Traitement des données 215

8.3.2.3 Performance du système 219

8.4 Conclusion 221

8.1 Mesures de champs électriques sans système d'asservissement

Une première série de mesures effectuée au CEG en début de thèse, a permis de vérifier l'aspect vectoriel de la mesure EO de champs micro-ondes fort niveau, basée sur la modulation d'état de polarisation. La sélectivité des sondes, avec férules droites, a pu alors être déduite des résultats obtenus. Elle a permis également de mesurer l'acuité des problèmes d'instabilité temporelle de la réponse EO, que nous nous sommes alors évertués à corriger à l'aide des différentes améliorations présentées dans les parties précédentes.

8.1.1 Mesure de signaux impulsionnels monocoups

8.1.1.1 Configuration expérimentale

Lors des mesures, la sonde EO a été placée dans l'axe de la source hyperfréquence à une distance de 2 m où le champ électrique crête est de l'ordre de 800 kV/m.

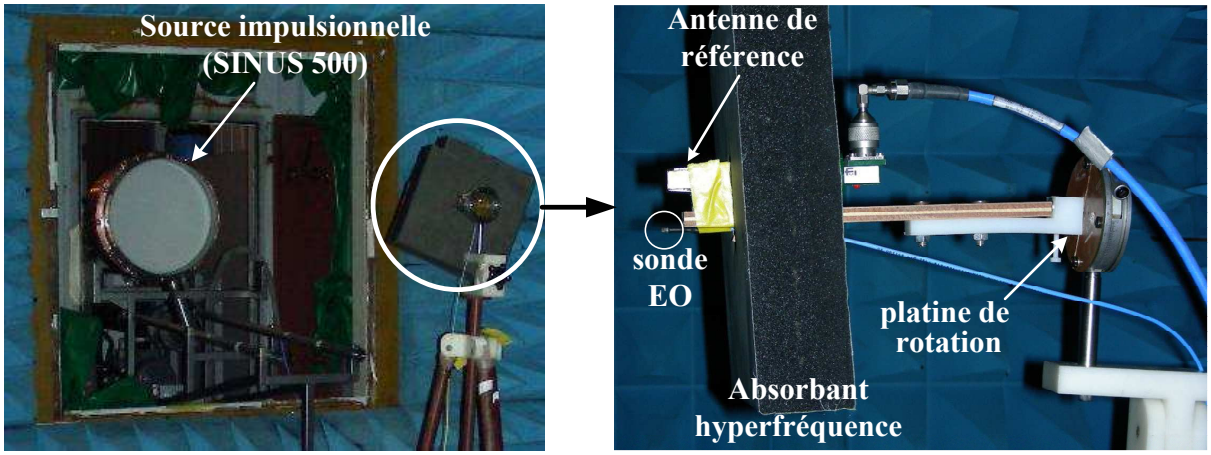


FIGURE 8.1 – Photographie de la sonde EO montée sur la platine de rotation avec l'absorbant.

Contrairement à ce que montre la photograpie (8.1), l'antenne à ouverture en bande X (8-12 GHz) servant à la mesure de référence a été placée légèrement hors axe à une distance supérieure à 5 m.

La source hyperfréquence impulsionnelle

La source hyperfréquence utilisée (*SINUS 500*) délivre un signal impulsionnel mono-coup d'une durée de ≈ 20 ns présentant des temps de montée de l'ordre de 3 ns(cf. figure 8.4). La porteuse du signal est de 9 GHz et le champ électrique est polarisé rectilignement avec une orientation verticale. C'est cette dernière caractéristique qui nous a permis de déterminer la sélectivité de la sonde EO. En effet, comme le montre la photographie 8.1, la sonde EO est montée sur une platine de rotation afin de pouvoir orienter son axe de sensibilité ($\overrightarrow{\Delta K}$) relativement au plan de polarisation des impulsions MFP émises par la source.

Cette source est également capable d'émettre des salves de 10 impulsions avec une fréquence de répétition de 100 Hz, mais surtout avec une très bonne reproductibilité des impulsions intrasalves et intersalves. Ce critère est extrêmement important puisque cette stabilité nous a permis de faire une étude statistique pertinente sur une population de 450 réponses EO obtenu par le transducteur décrit ci-après. Cette étude statistique, présentée dans les paragraphes qui suivent, a permis de déterminer les caractéristiques du transducteur non asservi, résumées dans le tableau 8.1.

Le transducteur électro-optique

Il s'agit d'une configuration expérimentale classique sans asservissement et sans amplificateur optique. Les sondes utilisées , à férule droite (cf. figure 5.1), intègrent un cristal EO de LiTaO3 de longueur $e = 7{,}1$ mm dont la bande passante minimum est de 4,3 GHz, cette bande passante minimale étant celle calculée dans le cas le où l'axe du capteur est perpendiculaire à la direction de propagation de l'impulsion MFP à mesurer. En effet, dans ce cas de figure, on a, d'après l'équation (1.13) page 31 :

$$\Delta f_{-3dB} \approx \frac{0,443\,c}{n_{EO}\,L_{eff}} \tag{8.1}$$

où l'indice de réfraction et la longueur du cristal EO ($LiTaO_3$) sont respectivement $n_{EO} = 2{,}18$ et $L_{eff} = 2\,e$ (sonde travaillant en réflexion). Dans le cas présent, l'axe de la sonde EO était aligné avec la direction de propagation de l'impulsion MFP à mesurer. Lorsque les directions de propagation des ondes optique et hyperfréquence ne sont pas

orthogonales entre elles, la bande passante de la sonde EO ne dépend plus seulement du temps d'aller-retour du faisceau laser de sonde dans le cristal EO (cf. équation (1.14) page 31). Dans la configuration expérimentale (sonde alignée avec la direction de propagation), la bande passante de la sonde est alors donnée par la différence d'indice de réfraction entre ondes optique et hyperfréquence :

$$\Delta f_{-3dB} \approx \frac{0,443\,c}{L_{eff}\,\Delta n_{gr}} \tag{8.2}$$

Il est important de noter que n_{hyper} correspond à l'indice effectif du guide d'onde diélectrique constitué du cristal EO cylindrique entouré d'air : sa valeur est donc comprise entre l'indice de l'air (1) et l'indice hyperfréquence du cristal EO ($n_{hyper} \approx 6,5$) et la détermination de cette valeur nécessiterait le calcul de l'indice effectif de ce guide d'onde hyperfréquence. Cependant, étant donné le faible diamètre du cristal EO ($\approx$ 2 mm) relativement à la longueur d'onde dans le $LiTaO_3$ de la porteuse hyperfréquence ($\approx$ 9 GHz) du signal délivré par la source utilisée au CEG (*SINUS 500*), on peut affirmer que l'indice effectif n_{hyper} de ce guide d'onde diélectrique est beaucoup plus proche de celui de l'air que de celui du cristal de $LiTaO_3$.

Ainsi, lors de la première traversée du cristal EO par le faisceau laser de sonde, ondes optique et hyperfréquence sont contrapropagatives (l'angle Λ entre vecteurs d'onde optique $\vec{k}_{opt}$ et hyperfréquence $\vec{k}_{hyper}$ vaut π radians), $\Delta n_{gr} = 2,18 + n_{hyper}$ ($\Delta n_{gr} > 3,18$) et $L_{eff} = e$, d'où une bande passante associée inférieure à 5,9 GHz . Or, outre une pente de 20 dB par décade au-delà de la fréquence de coupure, la réponse de la sonde EO présente également des trous aux fréquences multiples de $c/(L_{eff}\,\Delta n_{gr})$, cette dernière fréquence caractéristique étant inférieure à 13,3 GHz. Il en résulte une forte réduction de sensibilité au moins égale à 17 dB [1] d'où un très faible signal mesuré lorsque ondes optique et hyperfréquence sont contrapropagatives. En revanche, lors de la seconde traversée du cristal EO par le faisceau laser de sonde, ondes optique et hyperfréquence sont copropagatives, $\Delta n_{gr} = 2,18 - n_{hyper}$ ($\Delta n_{gr} \approx 1,18$), d'où une bande passante associée, sur le chemin retour, supérieure à 16 GHz. Ainsi, dans le cas particulier des impulsions MFP délivrées

1. Valeur obtenue à partir de la formule (1.12) page 31, pour laquelle nous avons pris $f_h = f =$ 9 GHz, $n_0 = \Delta n_{gr} \approx 3,18$ et $L_{eff} = e = 7,1$ mm.

par la source *SINUS 500* dont la fréquence de la porteuse est à 9 GHz, la sonde EO utilisée présente une quasi insensibilité au champ électrique des impulsions MFP lors de l'aller du faisceau laser de sonde dans le cristal EO, alors qu'elle présente une sensibilité de mesure maximale lors du retour avec une bande passante de l'ordre de 16 GHz.

Remarque : Considérer la sonde EO cylindrique comme un guide d'onde hyperfréquence, permet d'imaginer des solutions, comme le dépôt de couches diélectriques autour du cristal, ce qui pourrait permettre d'améliorer très significativement le couplage dans le guide d'onde et par voie de conséquence la sensibilité de la sonde EO. Nous pourrions également imaginer ainsi, l'ajustement de l'indice effectif hyperfréquence pour le rendre aussi proche que possible de l'indice optique du cristal de façon à obtenir la plus faible différence d'indice de groupe possible. Ces solutions pourraient améliorer significativement le produit *sensibilité-bande passante* de ces sondes basées sur la modulation d'état de polarisaion.

8.1.1.2 Traitement des données

Les tirs ont été réalisés sous forme de salves de 10 impulsions à la fréquence de répétition de 100 Hz. Pour chaque salve, ont été relevés les signaux mesurés par le guide de référence et la sonde EO au moyen d'un oscilloscope monocoup présentant une bande passante de 12 GHz, et l'orientation relative de la sonde EO grâce à la platine de rotation.

La figure 8.2 représente la même salve d'impulsions MFP mesurée par le guide de référence et la sonde EO. Étant donné que la bande passante du guide de référence est intrinsèquement limitée, contrairement à celle de la sonde EO, ces deux mesures ne sont évidemment pas comparables en termes de bruit. Cependant, on observe une très bonne correspondance entre les amplitudes relatives des différentes impulsions (on retrouve la même forte variation d'amplitude au niveau des 2 premières impulsions)

C'est en raison de cette grande différence de bande passante entre mesure de référence et mesure EO, qu'un filtrage passe-bande centré autour de la fréquence de 9 GHz a été systématiquement appliqué à tous les signaux enregistrés préalablement à leur analyse. A titre d'illustration, la figure 8.3 représente les deux premières impulsions de la salve

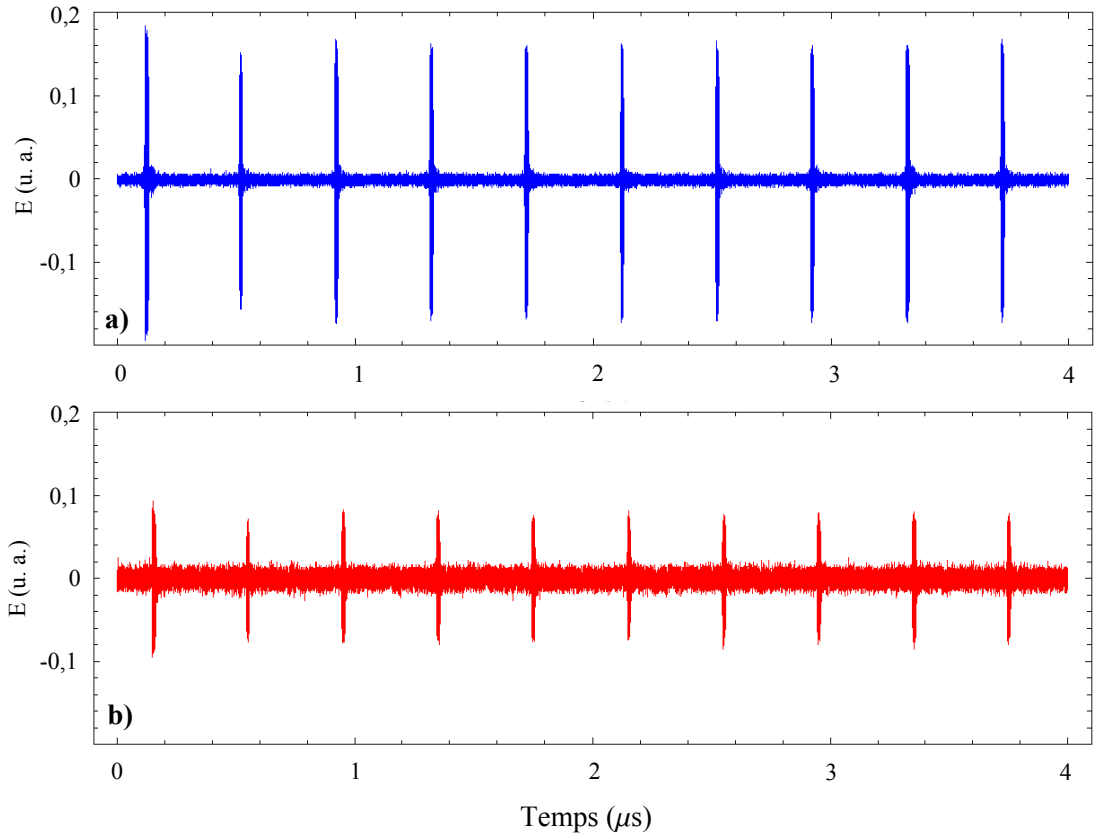


FIGURE 8.2 – Concaténation de dix impulsions d'une même salve générée par la source *SINUS 500* à la fréquence de répétition de 100 Hz et mesurées (a) par le guide de référence (en bleu) (b) par la sonde EO (en rouge).

donnée en figure 8.2 après l'opération de filtrage.

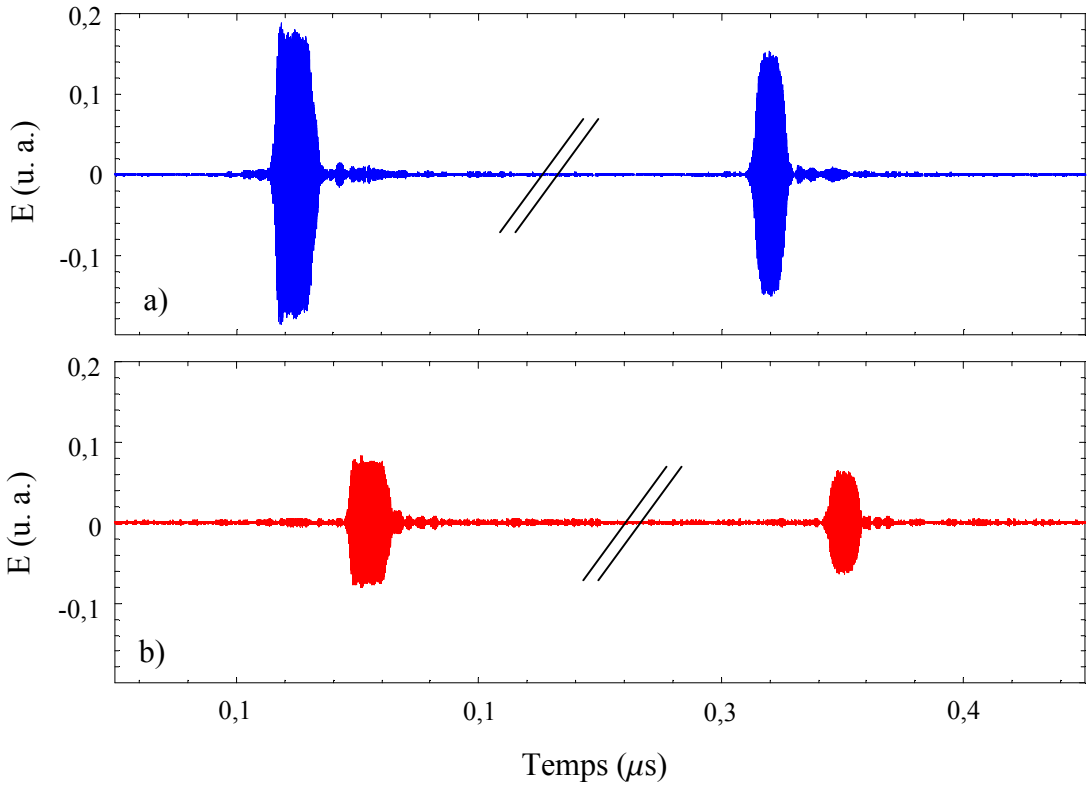


FIGURE 8.3 – Concaténation des deux premières impulsions de la salve représentée sur la figure 8.2. (a) par le guide de référence (b) par la sonde EO.

On remarque que les niveaux de bruit des signaux mesurés avec le guide de référence et la sonde EO sont maintenant très proches. Il en est de même de la forme de l'enveloppe des impulsions mesurées et de leurs amplitudes relatives.

Remarque : Le décalage temporel observé entre les deux mesures résulte simplement de la différence des longueurs électrique et optique des liaisons entre les deux capteurs de champ d'une part et les entrées de l'oscilloscope d'autre part.

La figure 8.4 représente un agrandissement de la première impulsion représentée en figure 8.3.

Afin de comparer les mesures de référence et celles obtenues au moyen de la sonde EO, nous avons appliqué un même traitement statistique à toutes les données. Après application systématique du filtrage passe-bande, nous avons déterminé le niveau du bruit

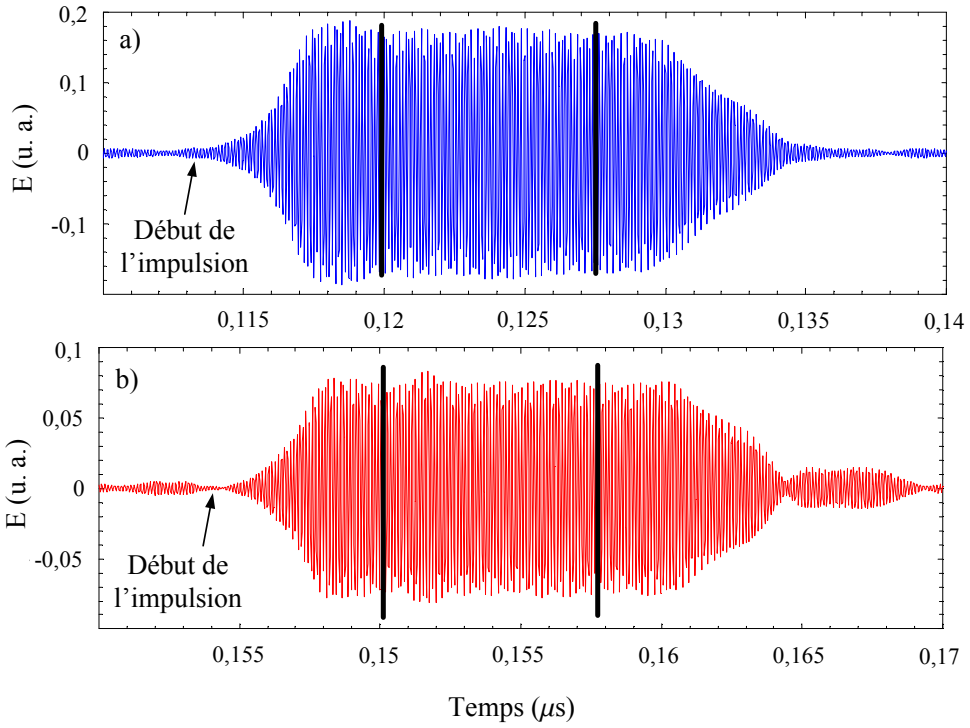


FIGURE 8.4 – La première impulsion de la salve représentée en figure 8.2 après filtrage. (a) par le guide de référence (b) par la sonde EO.

de chaque mesure (par mesure nous entendons ici chaque enregistrement d'impulsion MFP obtenue aussi bien avec le guide de référence qu'avec la sonde EO) en calculant la mesure *rms* de la courbe temporelle filtrée pour des temps antérieurs au début de l'impulsion (cf. figure 8.4). La valeur efficace de l'amplitude de l'impulsion MFP a ensuite été déterminée comme étant la valeur *rms* du signal sur une plage temporelle de 7,5 ns (zone entre les deux barres noires sur la figure 8.4) correspondant au plateau de l'impulsion MFP à laquelle on a retranché le niveau de bruit préalablement calculé, en faisant ainsi l'hypothèse implicite que le niveau de bruit est indépendant de l'amplitude du signal.

Nous avons tout d'abord déterminé la variance de l'amplitude des impulsions MFP délivrées par la source *SINUS 500* en considérant le guide de référence et la chaîne d'acquisition comme ayant une réponse parfaitement linéaire. La distribution des amplitudes des 450 impulsions MFP analysées est représentée sur la figure 8.5.

La distribution obtenue est globalement gaussienne avec un écart-type de 9,6 %. Cet écart-type est en revanche beaucoup plus faible au sein d'une même salve. En effet, en analysant salves par salves, l'écart-type varie de 0,2% pour la salve présentant la plus faible

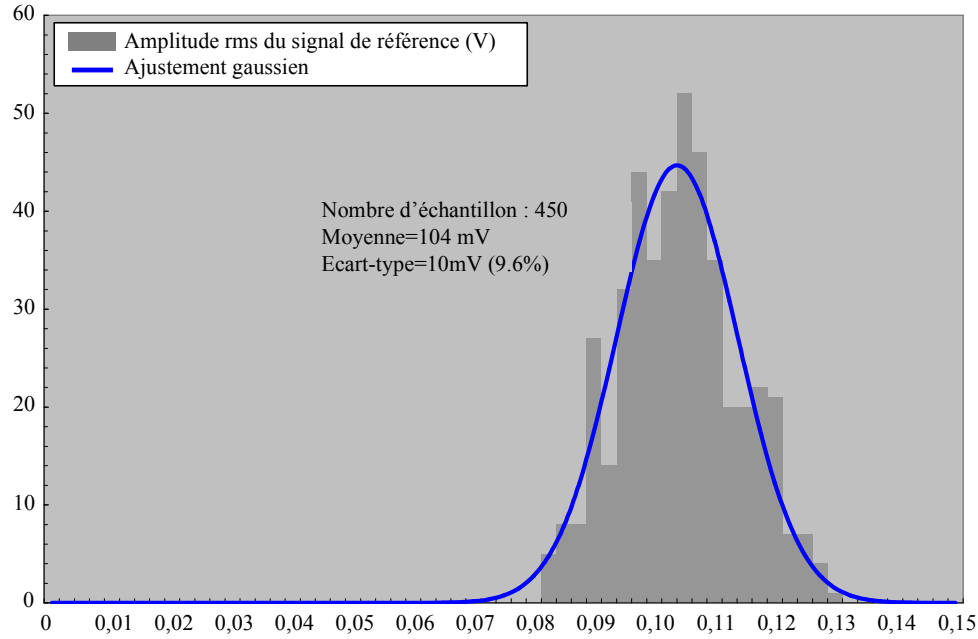


FIGURE 8.5 – Distribution des amplitudes des impulsions MFP délivrées par la source *SINUS 500*.

variance, à 4,4 % pour la salve présentant la plus forte variance. En moyenne l'écart-type de l'amplitude des impulsions intrasalves n'est que de 2,2 %. L'écart-type de l'amplitude moyenne des impulsions d'une salve à une autre est quant à lui de 9,2 % .

Les figures 8.6 et 8.7 donnent les distributions de l'amplitude *rms* du bruit observé sur les enregistrements temporels avant l'arrivée de l'impulsion MFP et obtenus respectivement avec le guide de référence et la sonde EO, amplitude *rms* du bruit qui a servi au calcul de l'amplitude des signaux de référence ou obtenus avec la sonde EO.

Remarque : Le bruit moyen observé sur les enregistrements réalisés au moyen de la sonde EO n'est que 30 % supérieur à celui observé sur les enregistrements effectués par le guide de référence.

Comme la sensibilité des sondes EO est différente de celle du guide de références, nous nous sommes intéressés aux écarts relatifs entre amplitudes des impulsions mesurées par les deux méthodes. Pour cela, pour chacune des deux méthodes et pour chaque salve, les amplitudes des impulsions MFP ont été normalisées par l'amplitude moyenne des

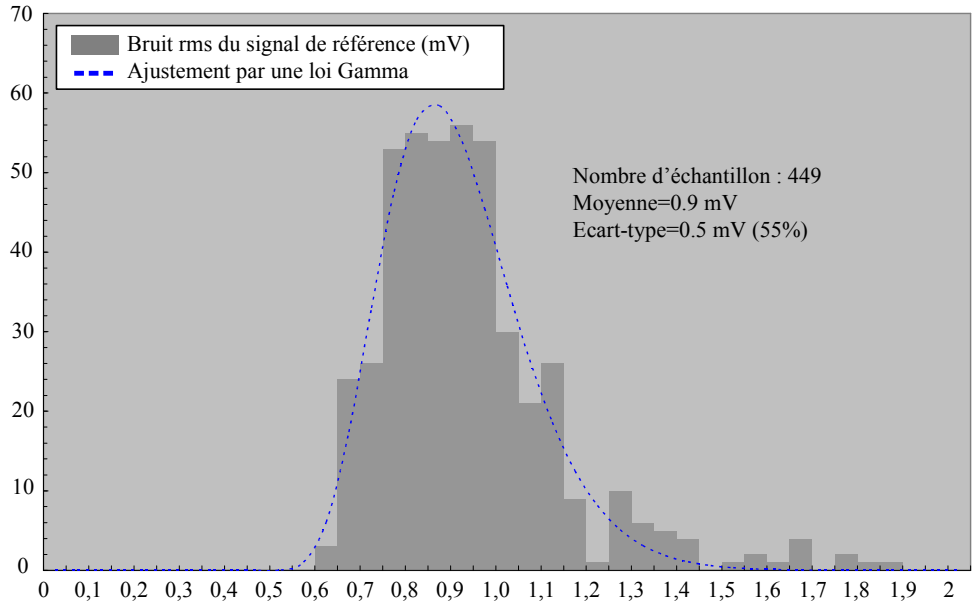


FIGURE 8.6 – Distribution des amplitudes *rms* du bruit observé sur les signaux mesurés par l'antenne de référence.

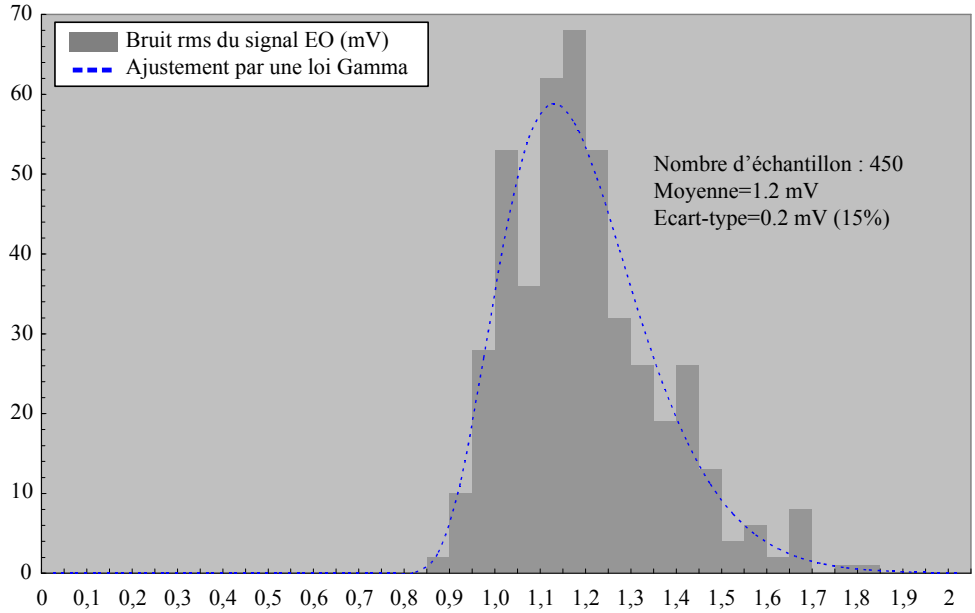


FIGURE 8.7 – Distribution des amplitudes *rms* du bruit observé sur les signaux mesurés par la sonde EO.

impulsions de la salve considérée. Cette comparaison des niveaux relatifs, et non absolus, est également justifiée par le fait que l'orientation de la sonde EO diffère d'une salve à l'autre, engendrant des niveaux de signaux différents.

L'écart entre impulsions normalisées a alors été calculé pour l'ensemble des 10 impulsions d'une salve et ce pour chacune des 45 salves qui ont été enregistrées au cours de la campagne de mesures. Le résultat est donné en figure 8.8.

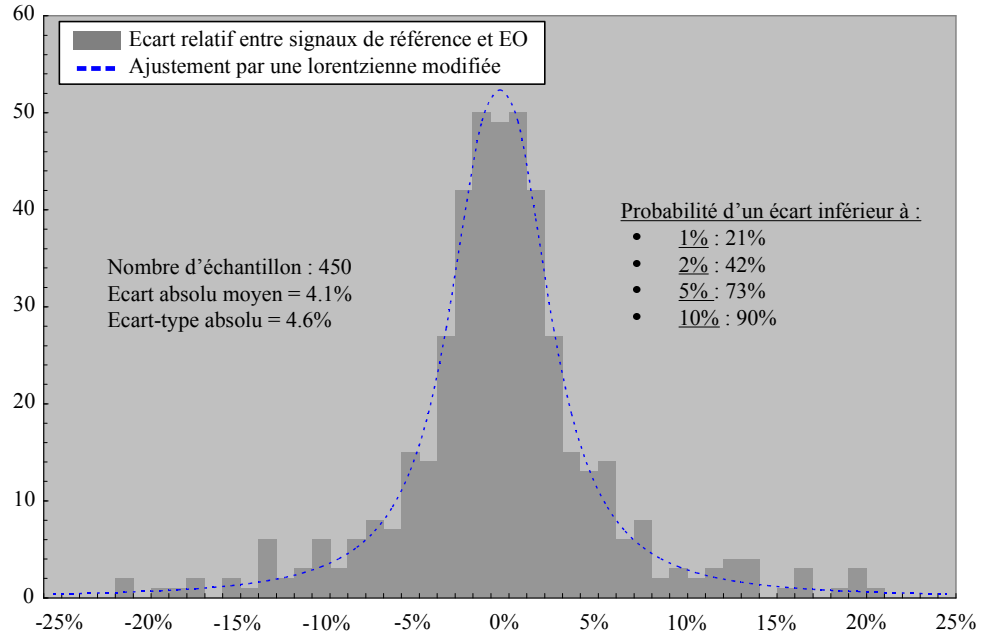


FIGURE 8.8 – Distribution des écarts relatifs entre impulsions normalisées mesurées par guide de référence et sonde EO.

On observe une distribution relativement étroite montrant que dans 21 % des cas, guide de référence et sonde EO donnent les mêmes amplitudes relatives à mieux de 1% près. Cependant, dans 10 % des cas, on observe un désaccord, entre mesure EO et mesure traditionnelle, supérieur à 10 %. Cela résulte principalement des mesures pour lesquelles l'axe de sensibilité de la sonde EO était orthogonal ou quasi orthogonal au plan de polarisation des impulsions MFP et pour lesquelles, le signal EO était donc voisin de 0. Pour ces quelques mesures, le signal est pratiquement noyé dans le bruit, justifiant un écart important. En revanche, si l'on exclut du comparatif l'ensemble des mesures pour lesquelles l'axe de sensibilité de la sonde formait un angle supérieur à 45° par rapport au plan de polarisation des impulsions MFP (cf. figure 8.9), l'écart-type entre les deux méthodes de mesure se restreint fortement : il passe en-dessous de la barre des 2,5 %. De surcroît, la

proportion de mesures pour lesquelles l'écart absolu excède 10 % devient marginale avec seulement 2 % des mesures. En considérant cet écart imputable à la méthode de mesure EO, on en conclut donc que **la reproductibilité des mesures *de terrain* effectuées au moyen de la sonde EO dans des conditions environnementales difficiles, avec de très fortes variations de température ($\approx$ 20°C sur quelques heures) et une liaison optique d'environ 20 mètres, est excellente sur des intervalles de temps inférieurs à 0,1 s puisque l'écart-type constaté entre les mesures EO et les mesures de référence est de l'ordre ou inférieur à 2 %.**

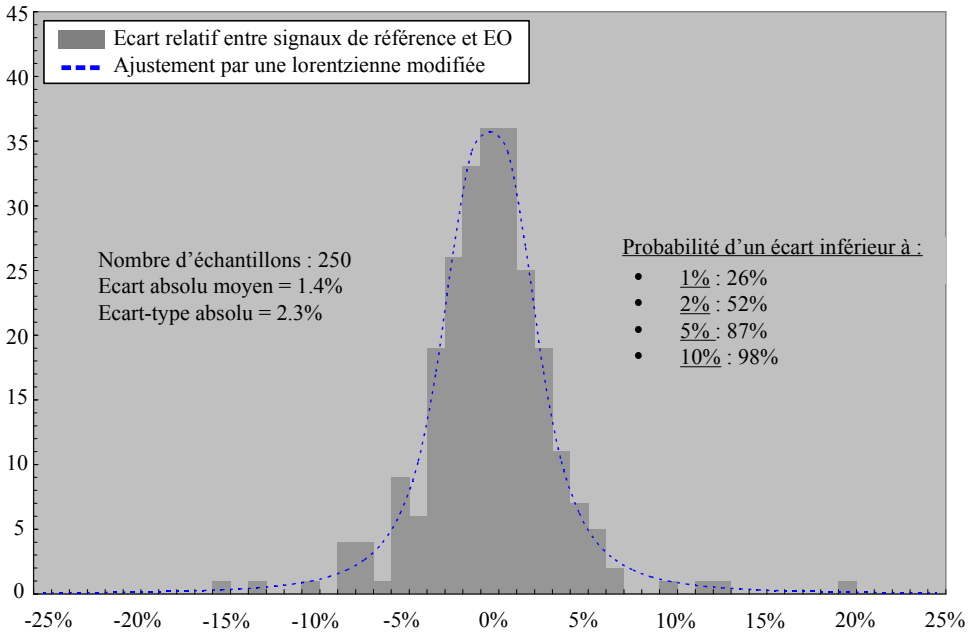


FIGURE 8.9 – Distribution des écarts relatifs entre impulsions normalisées mesurées par guide de référence et sonde EO pour un axe de sensibilité de la sonde formant un angle inférieur à 45° par rapport au plan de polarisation des impulsions MFP.

Le dernier graphe, représenté sur la figure 8.10, montre la dépendance de l'amplitude *rms* du signal EO (moyenne sur les 10 impulsions de la salve) exprimé en dBmV (dB relatif au mV) avec l'orientation de la sonde EO imposée par la platine de rotation.

Les incertitudes ont été calculées à partir des écarts à la courbe d'ajustement théorique qui représente simplement la valeur absolue d'une fonction sinus, laquelle permet d'obtenir la projection du champ électrique de l'impulsion MFP sur l'axe de sensibilité de la sonde EO, l'orientation de cet axe de sensibilité étant elle-même liée à l'orientation de la platine de rotation. C'est d'ailleurs à partir de cette fonction d'ajustement que nous avons

déterminé la sensibilité de la sonde EO et l'orientation de son axe de sensibilité θ_{max}. Les paramètres de l'ajustement théorique de la figure 8.10 (orientation θ_{max} et amplitude *rms* A_{max} du signal délivré pour cette orientation) sont les suivants :

- $\theta_{max} = 155{,}5 \pm 4°$
- $A_{max} = 29 \pm 3{,}8$ dBmV

Les incertitudes ont été calculées à partir du doublement de l'écart quadratique moyen entre données et ajustement théorique relativement à la valeur minimale de cet écart quadratique moyen, lequel obtenu pour les valeurs θ_{max} et A_{max}.

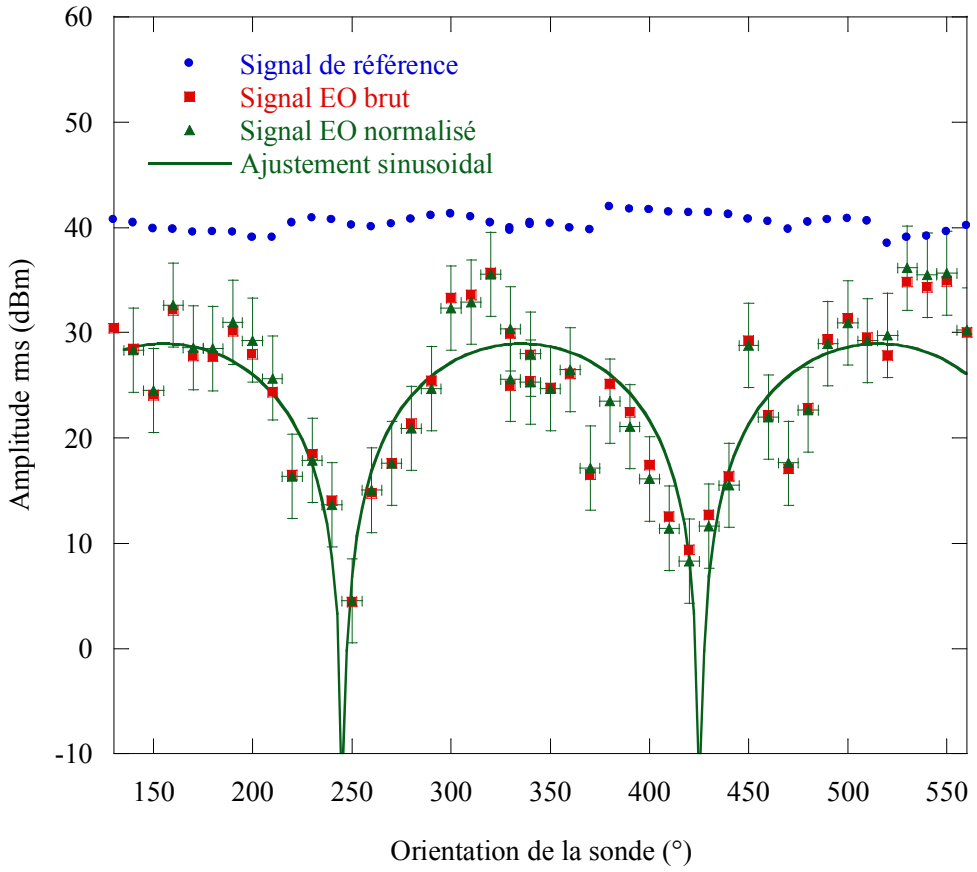


FIGURE 8.10 – Amplitudes *rms* des signaux EO brut et normalisé relativement à l'amplitude *rms* du signal de référence en fonction de l'angle relevé sur la platine de rotation.

Remarque : La courbe d'ajustement théorique ne coupe qu'environ 2/3 des barres d'erreur, ce résultat étant compatible avec une distribution gaussienne des incertitudes de mesure. Notons que les mesures ont été réalisées dans des conditions environnementales particulièrement délicates puisque la température extérieure à laquelle était soumise la

fibre à maintien de polarisation a varié d'une température négative à une température supérieure à 10°C.

L'incertitude de 3,8 dB obtenue ici reflète quasi exclusivement les dérives rapides du point de fonctionnement auxquelles nous avons été confrontés lors de la campagne de mesure, ces dérives étant elles-mêmes majoritairement liées aux très fortes fluctuations de température auxquelles a été soumise la liaison optique constituée de la fibre à maintien de polarisation de 20 m qui reliait le banc de mesure à la sonde EO proprement dite. Sachant qu'au sein d'une même salve, l'écart-type observé était de l'ordre ou inférieur à 4,4% (cf. figure 8.8), soit de 0,4 dB. En conclusion, **la précision de mesure se dégrade rapidement avec l'intervalle de temps sur lequel s'effectue la mesure, en raison de la forte dérive du point de fonctionnement, induite par des variations importantes des conditions expérimentales. La précision de mesure passe d'une valeur inférieure à 0,4 dB pour un intervalle de temps de 0,1 s à environ 3,8 dB pour un intervalle de temps de plusieurs secondes dans des conditions de *terrain* particulièrement délicates (Variations de température rapide au cours de la journée)**.

8.1.2 Performances de la sonde

La sensibilité de mesure de la sonde EO peut être déduite de la figure 8.10. Cette sensibilité de mesure est calculée à l'aide des signaux obtenus au moyen du filtre passe-bande numérique qui a été appliqué au signaux mesurés et dont la bande passante est de 1,13 GHz. Ainsi, pour cette même bande passante, le niveau de bruit des signaux EO mesurés est de 1,2 mV (cf. figure 8.7), soit encore 1,6 dBmV. La dynamique de mesure minimale de la sonde EO est par conséquent de 27,4 ± 3,8 dB. La valeur *rms* du champ électrique correspondant au plateau de l'impulsion MFP étant de 565 kV/m (amplitude efficace = $800/\sqrt{2}$), **le champ minimal mesurable obtenu dans une bande passante effective de 1,13 GHz est par conséquent de 24 kV.m^{-1} (±3,8 dB), soit encore un champ minimal mesurable de 0,7 V.m^{-1}.Hz$^{-1/2}$**.

La figure 8.10 permet également de donner une première estimation de la sélectivité de mesure de la sonde EO à une unique composante du champ électrique. Entre la mesure effectuée pour un angle de 250° (laquelle est parfaitement sur la courbe théorique) et le maximum du signal déduit de la courbe d'ajustement (situé, entre autres, pour un angle de 340°), un écart de ≈25 dB est obtenu.

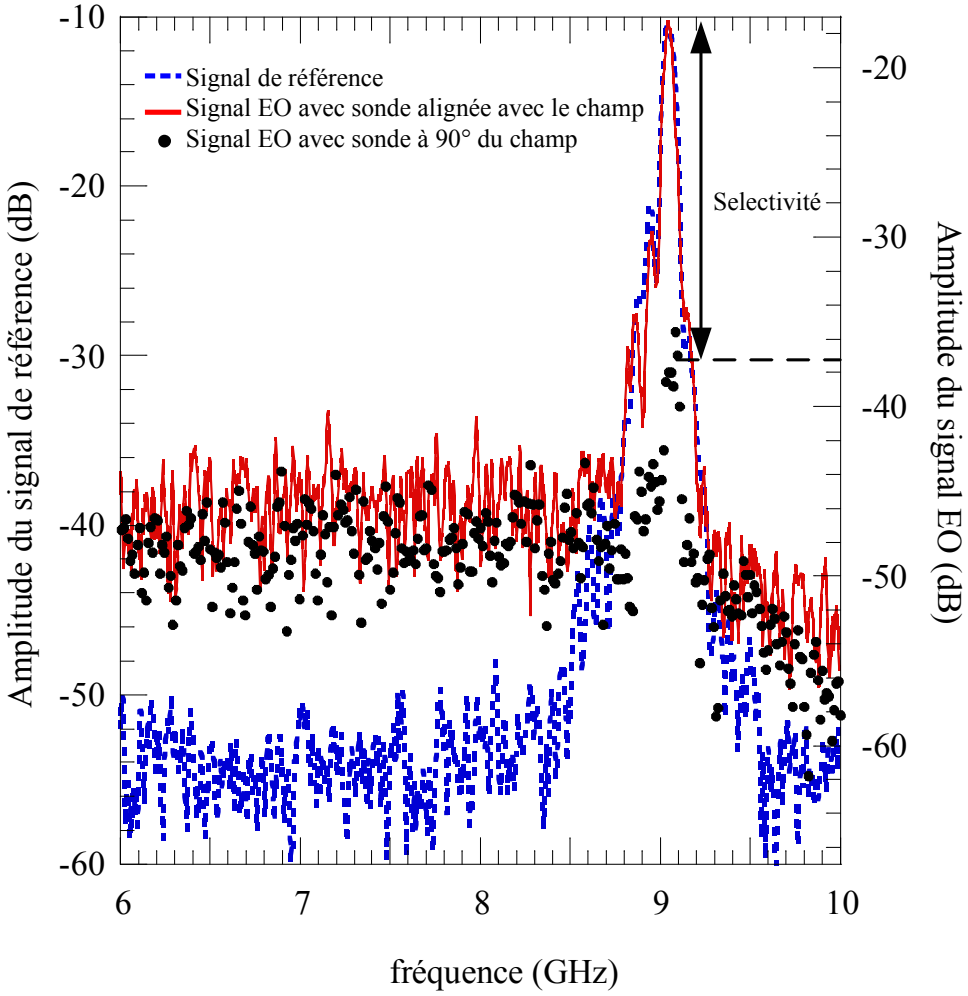


FIGURE 8.11 – Réponse fréquentielle de l'antenne cornet de référence et de la sonde EO dans le cas ou le vecteur sensibilité est aligné selon le champ électrique hyperfréquence (courbe rouge) et perpendiculaire au champ.

En regardant les réponses EO, pour ces deux orientations de la sonde, dans le domaine fréquentiel, données par la figure 8.11, **nous obtenons une mesure de sélectivité nettement plus précise pour aboutir à une sélectivité, des sondes EO cylindriques à férule droite, de l'ordre de 20 dB.**

	Valeur	Conditions
Fluctuations d'amplitude intrasalves du signal EO	$\leqslant 0,4$ dB	Bande passante de mesure effective : 1,13 GHz Fenêtre de mesure : 0,09 s Nombre d'impulsion par salve : 10
Fluctuations d'amplitude intersalves du signal EO	3,8 dB	Bande passante de mesure effective : 1,13 GHz Temps de dérive du point de fonctionnement : 1-10 s
Champ minimal mesurable	≈ 24 kV.m^{-1}	Bande passante de mesure effective : 1,13 GHz Temps de dérive du point de fonctionnement : 1-10 s
Champ minimal mesurable ramené à une bande de 1 Hz	$\approx 0,7$ V.m^{-1}	Champ électrique ambiant 0-crête : 800 kV.m-1
Sélectivité	≈ 25 dB	Bande passante de mesure effective : 1,13 GHz Temps de dérive du point de fonctionnement : 1-10 s

TABLE 8.1 – Synthèse des résultats obtenus avec une sonde intégrant une férule non polie et sans le système d'asservissement.

8.1.3 Conclusion

Cette série de mesures de signaux impulsionnels a permis de déterminer certaines des caractéristiques intrinsèques de la sonde à férule droite que sont la sélectivité et la sensibilité. Cette campagne de mesure a également permis de révéler l'extrême instabilité temporelle de la réponse EO du système dont les variations de l'ordre de 4 dB sur des durées d'acquisition de quelques secondes empêchent toute mesure fiable.

Le tableau 8.1 résume les différents résultats obtenus sans le système d'asservissement permettant d'atténuer les problèmes mentionnés précédemment.

8.2 Mesures de champs électriques avec système d'asservissement

Compte tenu des résultats présentés dans le chapitre précédent, et résumés dans le tableau 8.1, le banc optique automatisé, tel qu'il est décrit dans la partie 7.2, est indispensable pour des mesures dont les temps d'acquisition excèdent quelques secondes dans des conditions expérimentales changeantes. Ainsi, les signaux CW ne pourraient, *a priori*, pas être mesurés sans ce système d'asservissement. Afin de prendre en considération toutes les améliorations du système de mesure EO, qu'il s'agisse du système numérique de suivi du point fonctionnement (cf. partie 7.2), ou de la diminution des effets Fabry-Pérot, tous les résultats qui suivent ont été obtenus en associant la sonde intégrant une férule polie à 8° (cf. figure 6.7 p.161), et le banc optique schématisé p.175.

8.2.1 Configuration expérimentale

Pour mesurer le gain en stabilité obtenu grâce au système d'asservissement, nous avons recréé en laboratoire grâce au dispositif expérimental schématisé ci-dessous (cf. figure 8.12), des conditions expérimentales drastiques dignes des conditions que l'on a pu trouver lors de la série de mesures faites à Gramat. Ces conditions ont été obtenues en appliquant, à l'aide d'une étuve, une variation de température d'environ 15°C à 3 mètres de fibre à maintien de polarisation sur une plage temporelle de 1000 secondes, soit une variation équivalente de 8°C par heure sur 20 mètres de fibre, recréant ainsi en laboratoire les conditions expérimentales que l'on avait rencontré lors de la série de mesures sans le système d'asservissement (cf. partie 8.1).

Pour cela nous avons chauffé l'étuve contenant 3 mètres de fibre jusqu'à une température initiale $T_{initiale}$ supérieure à la température ambiante T_{amb} du laboratoire climatisé. A l'instant $t = 0$ nous avons coupé le chauffage, laissant ainsi dériver la température de l'étuve selon une décroissance exponentielle, durant laquelle le système d'asservissement compense la dérive de biréfringence de la FMP, et fait l'acquisition des 5 puissances optiques, des 4 sorties du système d'asservissement (cf. tableau 7.1), ainsi que de la tem-

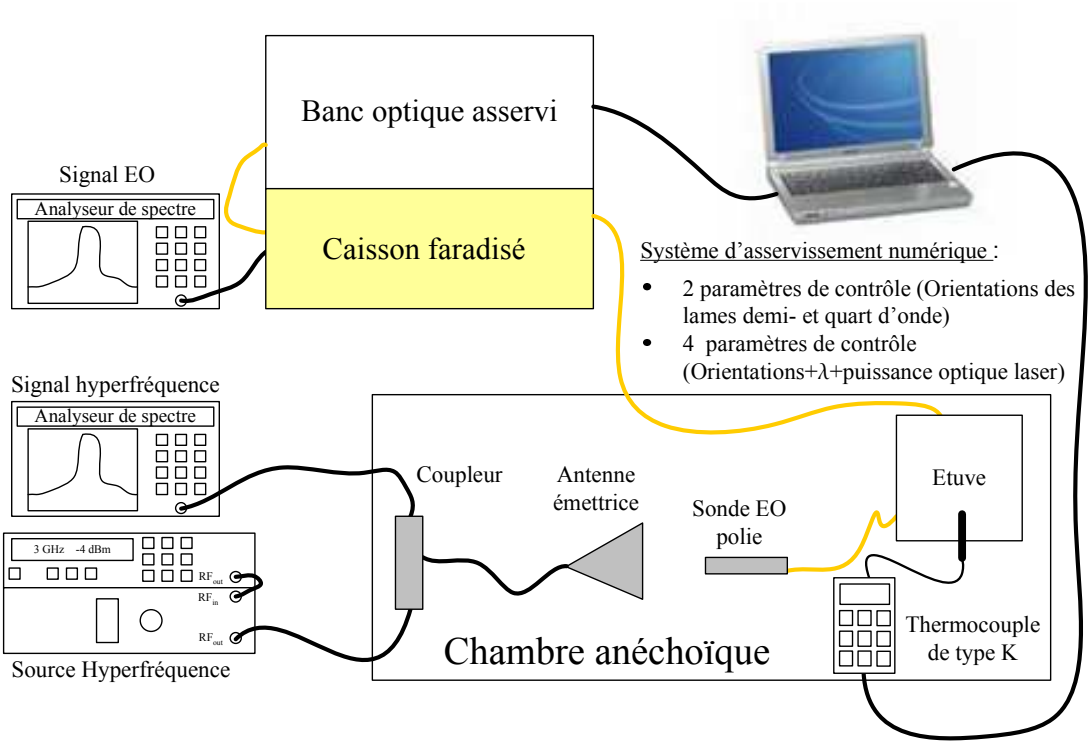


FIGURE 8.12 – Schéma du dispositif dédié à l'évaluation du gain en stabilité du système asservi et à son aptitude à mesurer la température de la fibre à maintien de polarisation.

pérature de l'étuve grâce à un thermocouple de type K [2]. La mesure de la réponse EO est effectuée simultanément par un analyseur de spectre en mode temporel, analyseur de spectre dont le démarrage est synchronisé avec le système d'asservissement par une routine Labview. En effet, compte tenu de la fréquence du signal hyperfréquence CW émis par la source microonde (2,9 GHz), et de la fréquence d'échantillonnage du convertisseur analogique/numérique utilisé pour l'acquisition des données, nous ne pouvions pas lire l'évolution temporelle de la réponse EO directement à l'aide du système d'asservissement. Nous avons également enregistré en temps réel l'évolution temporelle du signal hyperfréquence émis par la source. Cette dernière donnée permet alors de normaliser le signal EO pour conclure sur le gain en stabilité du système asservi.

8.2.2 Performances du transducteur

Comme la constante de temps de thermalisation de l'étuve dans la pièce est plus grande que celle de la fibre, la température mesurée par le thermocouple correspond à celle de la fibre.

Nous pouvons constater, sur la figure 8.13, que le niveau *rms* du signal EO varie très peu malgré de fortes variations thermiques appliquées à la fibre. En effet, le traitement des mesures donne une **variation du niveau *rms* du signal EO inférieure à 0,2 dB, et ce pour une variation de température des 3 mètres de fibre de 15°C sur une plage temporelle de 1000 secondes**, soit une variation équivalente de 8°C par heure appliquée sur les 20 mètres de la liaison optique utilisée lors de la série de mesure sans asservissement (partie 8.1). Le protocole permet donc bien de recréer en laboratoire les conditions expérimentales trouvées sur le terrain.

Cette même figure présente également la réponse EO de la sonde obtenue avec un système contrôlant uniquement les orientations des lames quart d'onde et demi-onde d'une part, et sans asservissement d'autre part.

Cette dernière figure résume à elle seule l'effet des différentes avancées proposées et

2. Composition : Chromel (alliage nickel + chrome) / Alumel (alliage nickel + aluminium(5%) + silicium). Il permet une mesure dans une gamme de température large : -270 °C à 1372°C.

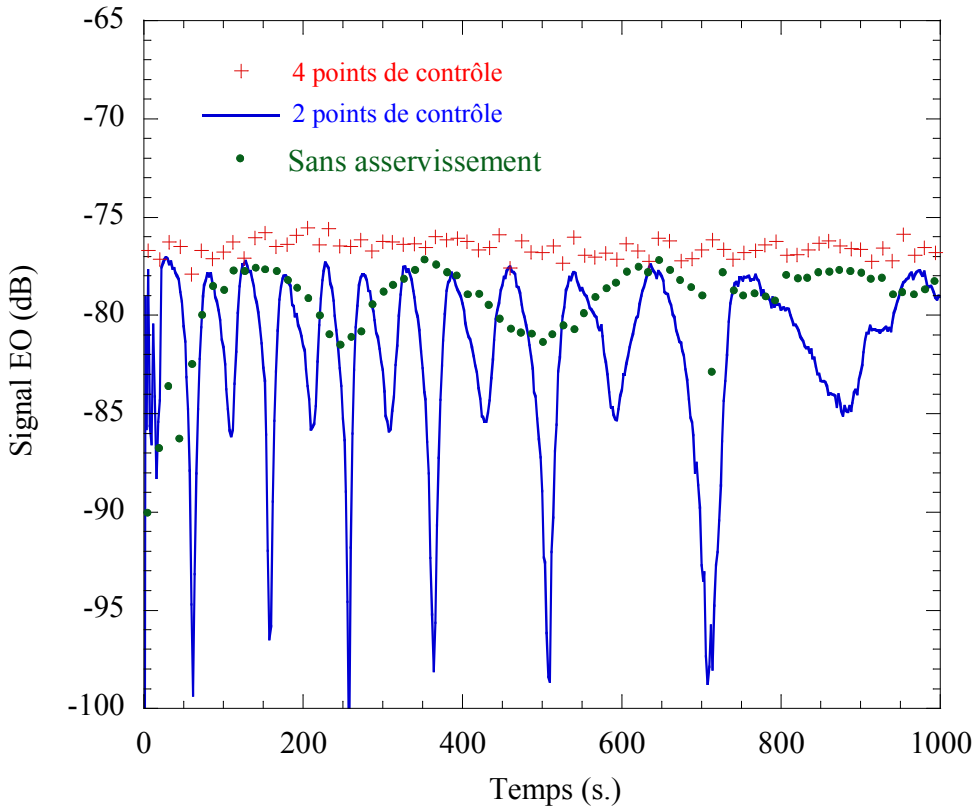


FIGURE 8.13 – Évolution temporelle du signal EO en fonction du nombre de paramètres de contrôle (4 paramètres = orientations des lames quart d'onde et demi-onde, asservissement des puissance et longueur d'onde d'émission du faisceau sonde ; 2 paramètres = orientations des lames quart d'onde et demi-onde uniquement).

réalisées pour la stabilisation du signal EO. Un gain en stabilité avait déjà été obtenu en polissant avec un angle de 8° la férule intégrée au sein de la sonde ; mais, en associant ces sondes au banc optique de traitement de polarisation asservi, on constate que le contrôle des quatre paramètres stabilise remarquablement la réponse du système de mesure EO. De plus, comme nous contrôlons quatre paramètres pour compenser, et non éliminer, les dérives de biréfringences du cristal d'une part, et de la fibre d'autre part, nous pouvons, comme le décrivent les parties suivantes, connaître en temps réel les variations de températures induisant ces modulations.

8.3 Mesure additionnelle de température

R. Claverie a récemment exploité la dépendance thermique des caractéristiques des milieux ferro-électriques pour développer une sonde EO mesurant la température [97], qui n'était pas dédiée à la mesure de champ électrique. Dans notre cas, nous déduisons la température du cristal EO des paramètres d'asservissement utilisés pour stabiliser la réponse EO. Cette possibilité de pouvoir mesurer simultanément la température du cristal EO et une composante du champ électrique, ouvre de nouvelles perspectives d'applications dans le domaine du bioélectromagnétisme où l'on souhaite mesurer l'effet des ondes électromagnétiques sur le vivant.

8.3.1 Température du cristal

8.3.1.1 Principe

D'après les équations (7.10b) et (7.11) page 174, le déphasage relatif $\Delta\varphi_0$ en l'absence de champ électrique, est déduit des orientations des lames quart d'onde et demi-onde motorisées lorsque le système est asservi sur son point de fonctionnement optimal. Étant donné que le système d'asservissement permet de relever les valeurs de ces orientations, nous sommes *a priori* capable de connaître en temps réel la température du cristal EO.

Configuration expérimentale

Nous nous sommes placés dans la même configuration expérimentale que pour la mesure de stabilité du système (cf. figure 8.12), à deux exceptions près :

- la source hyperfréquence n'émet pas de signal CW, ce qui nous a permis de nous concentrer sur la réponse en température du système, en évitant tous les problèmes que pourrait occasionner la présence de l'étuve métallique à proximité de l'antenne émettrice.
- l'étuve contient cette fois-ci uniquement l'extrémité de la sonde EO et le thermocouple.

Remarque : Le gain en stabilité ayant été validé expérimentalement lors de la précédente série de mesures, l'absence de champ pour la mesure de température ne sera pas discriminante quant à la conclusion sur l'aptitude qu'a la sonde à mesurer simultanément une composante du champ électrique et la température du cristal.

Nous avons ensuite appliquée une variation de température d'une trentaine de °C au cristal, variation qui est mesurée par le thermocouple d'une part, et déduite des évolutions temporelles de $\theta_{\lambda/2}(t)$ et $\theta_{\lambda/4}(t)$ via les équations (7.10b) et (7.11) page 174, d'autre part. La figure 8.14 montre les résultats concordant, obtenus par ces deux méthodes de mesure.

Ce très bon accord entre les deux méthodes de mesure a été obtenu à l'aide de la relation reliant la variation de déphasage $\Delta\varphi_0$ avec la température T ($\frac{\partial\,\Delta\varphi_0}{\partial T}$), à la variation de biréfringence Δn_{EO} du cristal EO avec la température ($\frac{\partial\,\Delta n_{EO}}{\partial T}$). En effet, d'après l'expression (6.9a) page 148, pour une longueur effective L_{eff} du cristal valant deux fois sa longueur physique e, la relation qui lie $\frac{\partial\,\Delta\varphi_0}{\partial T}$ et $\frac{\partial\,\Delta n_{EO}}{\partial T}$ s'écrit :

$$\frac{\partial\,\Delta\varphi_0}{\partial T} = \frac{4\pi\,e}{\lambda}\,\frac{\partial\,\Delta n_{EO}}{\partial T} \tag{8.3}$$

Cette équation montre bien que la connaissance de l'évolution temporelle du déphasage $\Delta\varphi_0$, déduite des orientations des lames quart d'onde et demi-onde, ne permet qu'une mesure relative de la température T_{EO} du cristal EO. Néanmoins en connaissant

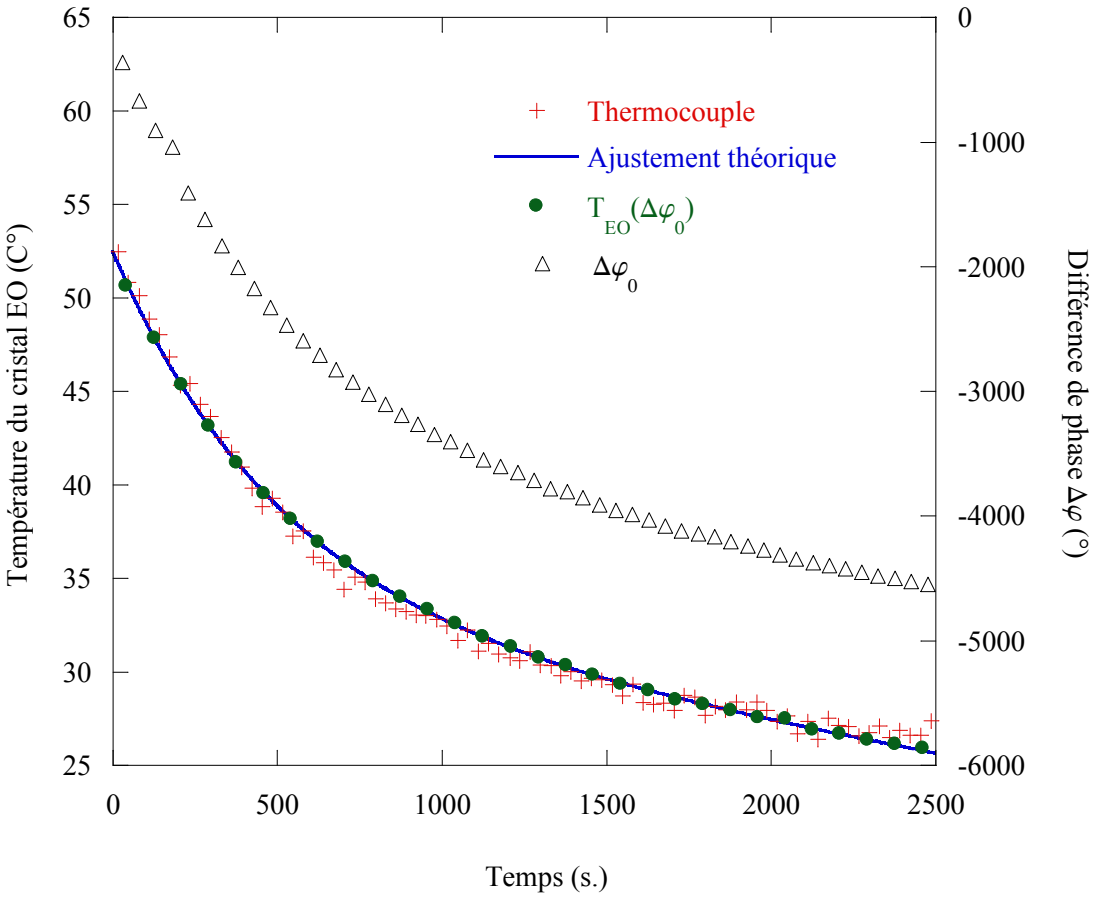


FIGURE 8.14 – Température de la sonde EO mesurée par le thermocouple et courbe d'ajustement théorique associée ; température déduite de la longueur d'onde et des orientations des lames quart d'onde et demi-onde asservies, via les équations (7.10b) et (7.11).

la température initiale T_0 du cristal EO, on peut remonter à l'expression de $T_{EO}(\Delta\varphi_0)$:

$$T_{EO}(\Delta\varphi_0) = T_0 + \frac{\lambda}{4\pi\, e\, \partial\Delta n_{EO}/\partial T}\, \Delta\varphi_0 \tag{8.4}$$

On remarque donc que les seules connaissances des orientations des lames quart d'onde et demi-onde est insuffisantes pour complètement déterminer la température du cristal EO. En effet, d'après l'équation (8.4), il nous a faut deux paramètres ajustables que sont la température initiale T_0 du cristal et la variation de sa biréfringence avec la température $\frac{\partial\, \Delta n_{EO}}{\partial T}$. C'est ce dernier paramètres ajustable qui va nous permettre, comme nous allons le voir dans la suite, de valider ou non la mesure de température par sondes EO.

8.3.1.2 Traitement des données

Nous avons minimisé l'erreur quadratique totale entre les points de mesure de température déduits de l'équation (8.4) et l'ajustement théorique déduit de la mesure de température T_{th} par le thermocouple. Cet ajustement théorique est la somme d'une exponentielle décroissante, significative du retour à température ambiante de l'étuve par diffusion thermique, et d'une fonction affine traduisant les dérives lentes de température de la chambre anéchoïque :

$$T_{th} = \overbrace{T_{finale} + (T_{initiale} - T_{finale})\ e^{-\frac{t}{\tau_{etuve}}}}^{\text{Thermalisation du cristal}} + \overbrace{A\,t}^{\text{dérive lente}} \tag{8.5}$$

$T_{initiale}$ est la température de l'étuve à l'instant $t = 0$, T_{finale} est la température de thermalisation (température ambiante de la chambre anéchoïque), et τ_{etuve} est la constante de temps de thermalisation de l'étuve, dépendant de ses fuites thermiques.

Ainsi, en faisant correspondre au mieux les points de mesure obtenus à l'aide de l'équation (8.4) avec cette courbe théorique, nous avons pu remonter à une valeur de :

$$\frac{\partial\, \Delta n_{EO}}{\partial T} = \ 5,35.10^{-5}\ \mathrm{K}^{-1} \tag{8.6}$$

Cette valeur a été comparée, par la suite, à celle obtenue par une technique standard *polariseur-analyseur croisé* décrite ci-après.

Dispositif de mesure *polariseur-analyseur croisé* :

La figure 8.15 montre le montage standard *polariseur-analyseur croisé* qui permet, comme nous allons le voir, de connaître la valeur de la dérive thermique $\frac{\partial\,\Delta n_{EO}}{\partial T}$ de la biréfringence du cristal.

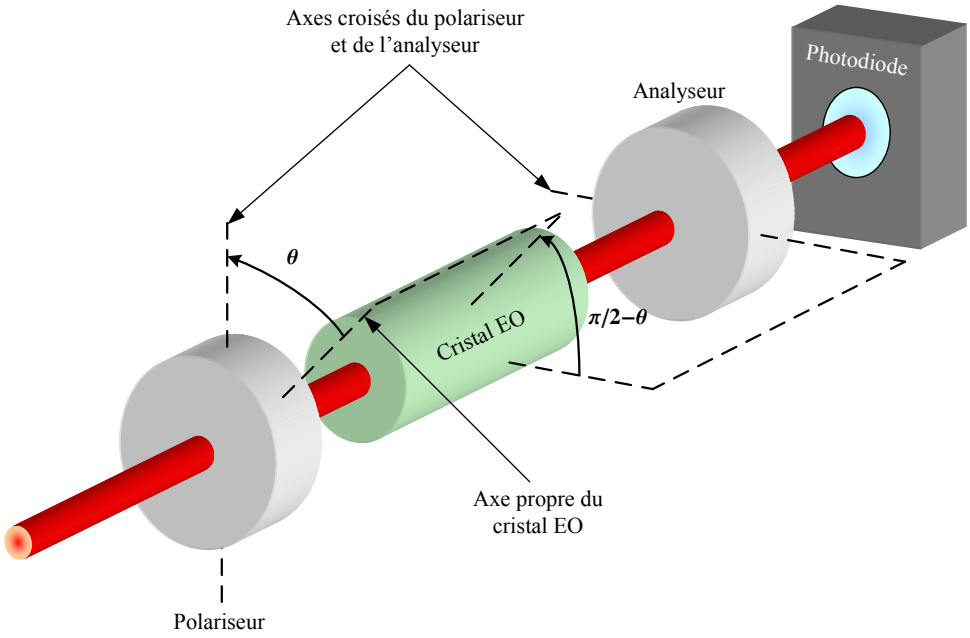


FIGURE 8.15 – Schéma d'un montage classique *polariseur-analyseur croisé*.

En utilisant le formalisme de Jones et les matrices associées à chacun des éléments de la figure 8.15 (analyseur = polariseur), on montre que la puissance optique normalisée $I_{pol-ana}$, transmise à la photodiode est fonction du déphasage relatif $\Delta\varphi$ induit par la biréfringence du cristal EO selon l'équation suivante :

$$I_{pol-ana} = \frac{I_0\,\sin^2 2\theta}{2}\,\left[1-\cos\Delta\varphi(T,\lambda)\right] \tag{8.7}$$

La dérive de biréfringence induite par la température crée une modulation périodique de puissance optique où deux maximums consécutifs sont séparés par une différence de déphasage relatif de 2π. Ainsi, si l'on connaît la variation de température qui a engendré un certain nombre d'oscillations, également connu, et en considérant une variation linéaire de la biréfringence du cristal de $LiTaO_3$, nous sommes en mesure de calculer $\frac{\partial\,\Delta n_{EO}}{\partial T}$, via l'équation ci-dessous :

$$\frac{\partial\,\Delta\varphi(T,\lambda)}{\partial T} = \frac{2\pi\,e}{\lambda}\,\frac{\partial\,\Delta n_{EO}}{\partial T} \tag{8.8}$$

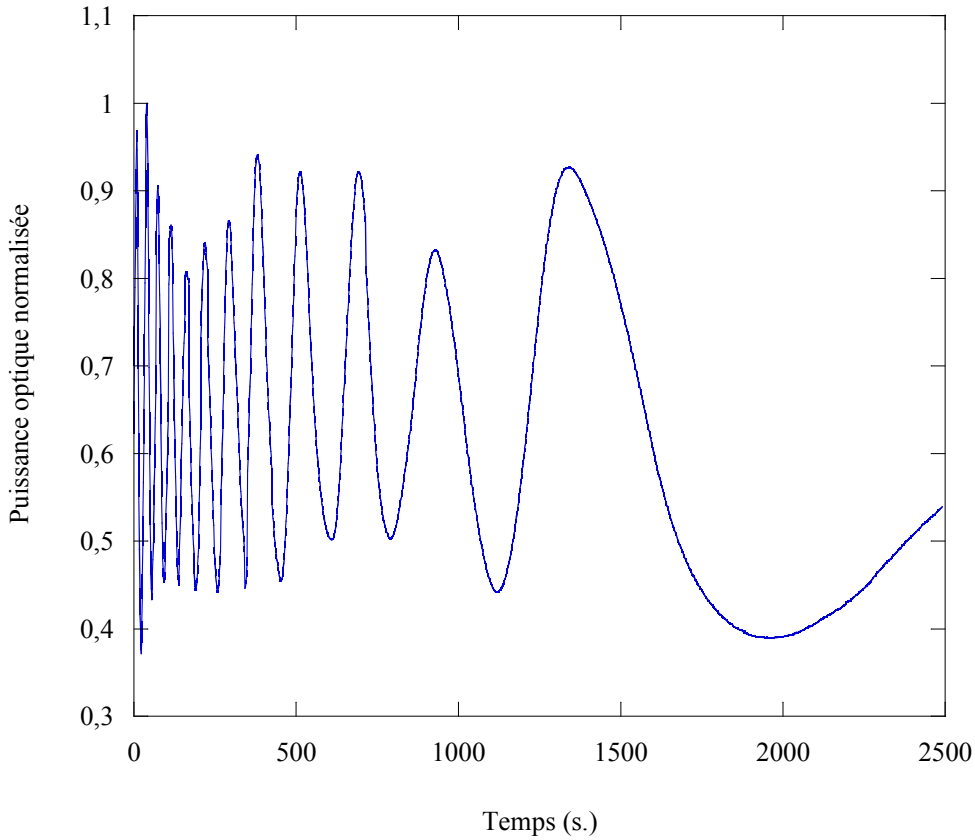


FIGURE 8.16 – Oscillations thermiques de la puissance optique $I_{pol-ana}$ induites par une variation de température du cristal de $LiTaO_3$ (longueur $e = 7,1$ mm) d'environ 45°C.

La figure 8.16 a été obtenue en appliquant une variation de température $\Delta T = 45 \pm 5$ °C à un cristal de $LiTaO_3$, identique à celui utilisé pour réaliser la sonde EO ($e = 7,1$ mm). Nous avons décompté $nb = 12 \pm 0,5$ oscillations. D'après l'équation (8.8), pour une longueur d'onde d'émission de ≈1552 nm, $\frac{\partial \Delta n_{EO}}{\partial T}$ vaut :

$$\frac{\partial \Delta n_{EO}}{\partial T} = \frac{nb\,\lambda}{\Delta T\,e} \approx (5,8 \pm 0,67)\,10^{-5}\ \mathrm{K}^{-1} \tag{8.9}$$

La concordance entre les valeurs résultantes des relations (8.6) et (8.9) valide l'expérience étant donné que l'on a pris soin à ce que la constante de temps de thermalisation de l'étuve τ_{etuve} soit plus grande que celle du cristal EO. Dans le cas contraire, la température de l'étuve aurait décru trop rapidement pour que le cristal puisse suivre cette variation de température, induisant une sous estimation de la valeur de $\frac{\partial \Delta n_{EO}}{\partial T}$ et cela ne nous aurait pas permis de conclure quant à l'aptitude du système asservi à mesurer la température du cristal. Sur cette même figure 8.16 nous pouvons déduire l'évolution de la température du cristal ainsi que la constante de thermalisation τ_{EO} du cristal EO dans l'air.

En effet, sachant qu'une période d'oscillation de $I_{pol-ana}$ est causée par un déphasage relatif égal à 2π, la température du cristal de $LiTaO_3$ utilisé peut être estimée. En utilisant la valeur de $\frac{\partial \Delta n_{EO}}{\partial T}$ calculée précédemment (relations 8.6 et 8.9), est constante, la figure 8.16, nous permet de remonter à l'évolution temporelle de la température du cristal. La figure 8.17 présente cette évolution temporelle.

La minimisation de l'écart quadratique entre les courbes de la figure 8.17 a permis d'obtenir :

$$\begin{cases} T_{initiale} = 68,3\ ^\circ\mathrm{C} \\ T_{finale} = 23,3\ ^\circ\mathrm{C} \\ \tau_{EO} \approx 390\ \mathrm{s}. \end{cases}$$

8.3.1.3 Performance du système

La figure 8.14 présente les mesures de température de l'étuve par un thermocouple de type K et le cristal EO, ainsi que la courbe d'ajustement théorique. La constante de temps

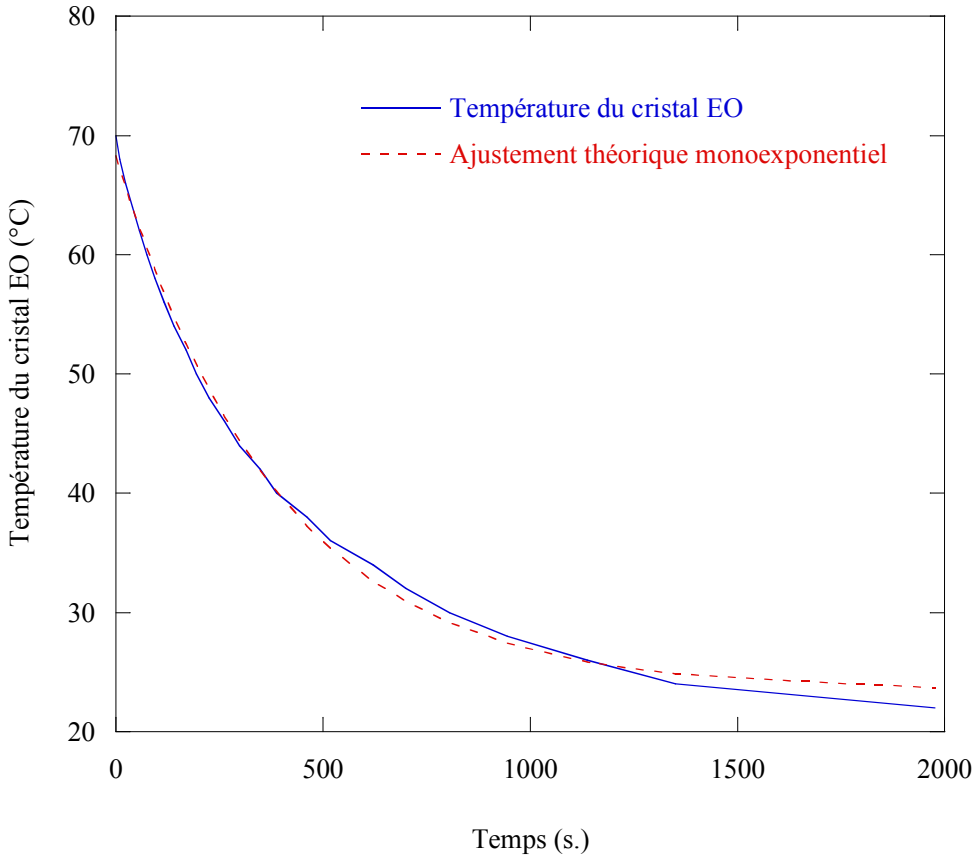


FIGURE 8.17 – Evolution temporelle de la température du cristal de $LiTaO_3$ déduite des oscillations thermiques présentées en figure 8.16.

de thermalisation de l'étuve, dans laquelle est placée la sonde EO, a été déterminée à l'aide de l'ajustement théorique et vaut ≈ 500 secondes. Comme cette valeur est supérieure à celle du cristal de $LiTaO_3$, nous pouvons donc considérer que le thermocouple mesure la même température que le cristal, validant ainsi la démarche expérimentale.

L'écart type moyen entre les points de mesure de température du cristal EO, déduits de l'orientation de la lame demi-onde et de la longueur d'onde de l'onde optique, et la courbe d'ajustement théorique donne, en première approximation, **une précision de mesure de température du système EO de 40 mK. Cette valeur correspond à l'heure actuelle à la meilleure précision de mesure de température par voie optique [98–100]**.

Remarque : Au vu de la définition du point de fonctionnement de la sonde réalisée (cf. section 6.1.2), nous aurions pu compenser les dérives du point de fonctionnement du système 6.1 schématisé page 144, en ne compensant que les variations de biréfringence $\Delta\varphi$ du cristal EO (sans se soucier des dérives de celle de la FMP), et ce, en asservissant seulement la longueur d'onde (et par conséquent la puissance optique également). En effet, comme le système présente un maximum de linéarité et de sensibilité pour une valeur de $\Delta\varphi$ de 45°, le système d'équations (6.7) page 148, montre qu'un simple ajustement de la longueur d'onde λ du laser, asservie par une boucle de régulation minimisant l'écart relatif des puissances optiques reçue par la photodiode PD_1 et la photodiode rapide (cf. figure 6.1), aurait permis de stabiliser la réponse du système. Mais, compte tenu de la réponse fréquentielle du module Peltier (cf. figure B.5 annexe B.1.2) qui contrôle la longueur d'onde d'émission, cette solution simple n'aurait pas permis de contrôler des modulations de température plus rapides que le temps caractéristique de réponse $T_c = 1/2\pi f_c$ du module Peltier [3], soit ≈ 25 secondes. Autrement dit nous aurions été incapable d'effectuer des mesures de température et de compenser les dérives de conditions environnementales observées sur le terrain.

3. La fréquence de coupure du système de régulation de température de la diode laser assumé par le module Peltierest extrêmement basse comme le montre la caractérisation donnée en annexe B.1.2 page 247

8.3.2 Température de la fibre à maintien de polarisation

Ce système d'asservissement à 4 paramètres permet également de déduire simultanément la variation de température de la fibre. En réalité, la grandeur déduite est la variation moyenne de température des L mètres de liaison optique.

8.3.2.1 Principe

Sachant que le système compense la dérive de biréfringence $\Delta n_{FMP}(t)$ de la fibre à maintien de polarisation en modulant la longueur d'onde d'émission de la diode laser (cf. tableau 7.1 p.182), nous pouvons remonter à la variation de température appliquée à la FMP à partir de la courbe d'évolution temporelle de la longueur d'onde $\lambda(t)$ du faisceau sonde. En effet, le système d'asservissement des 4 paramètres agit, entre autres, sur la longueur d'onde d'émission de la diode laser de telle sorte que $\Delta\phi$ soit constant au cours du temps. Cela implique que l'on ait en temps réel :

$$\Delta\phi(t) = \frac{2\pi\ \left[(L-l)\,\Delta n_{FMP_0} + l\,\Delta n_{FMP}(t)\right]}{\lambda(t)} \tag{8.10}$$

L est la longueur totale de la liaison optique, l est la longueur de FMP soumise à la variation thermique $\Delta T(t)$ et Δn_{FMP_0} représente la biréfringence de la fibre à température ambiante T_{amb} ($\approx$20°C). En considérant, au premier ordre, une variation linéaire de la biréfringence de la FMP en fonction de la température, on obtient :

$$\frac{\Delta\lambda(t)}{\lambda(t=0)} = \frac{l\,\frac{\partial\,\Delta n_{FMP}}{\partial T}\,\Delta T(t)}{L\,\Delta n_{FMP_0} + l\,\frac{\partial\,\Delta n_{FMP}}{\partial T}\,(T_{initiale} - T_{amb})} \tag{8.11}$$

et

$$\Delta n_{FMP}(t=0) = \Delta n_{FMP_0} + \frac{\partial\,\Delta n_{FMP}}{\partial T}\,(T_{initiale} - T_{amb}) \tag{8.12}$$

T_{amb} et $T_{initiale}$ sont les températures respectives des $(L-l)$ et l mètres de fibre au temps t=0 (l'origine des temps étant défini par l'instant où le système d'asservissement permet de verrouiller le système sur un point de fonctionnement. La variation de température des $(L-l)$ mètres de FMP est alors donnée par :

$$\Delta T(t) = \left[\frac{L}{l}\,\frac{\Delta n_{FMP_0}}{\partial\Delta n_{FMP}/\partial T} + (T_{initiale} - T_{amb})\right]\,\frac{\Delta\lambda(t)}{\lambda(t)} \tag{8.13}$$

D'après l'équation (8.13) il est donc possible de déduire la variation de température appliquée à une longueur l de fibre PANDA d'après la variation de longueur d'onde d'émission imposée par le système d'asservissement pour maintenir le système de mesure sur un point de fonctionnement optimal. Au vu de l'équation (8.13), cette mesure est possible dès lors que l'on connaît la biréfringence de la fibre à température ambiante Δn_{FMP_0} ainsi que la dérive thermique de cette biréfringence $\frac{\partial \Delta n_{FMP}}{\partial T}$, les autres grandeurs étant données par les conditions expérimentales.

8.3.2.2 Traitement des données

Comme pour le cas du cristal, $\frac{\partial \Delta n_{FMP}}{\partial T}$ a été déterminé à partir des oscillations (cf. figure 8.18) obtenues avec le dispositif *polariseur-analyseur croisé* décrit précédemment, lorsque la MFP est soumise à une variation de température connue. Ces oscillations ont été induites en plongeant brusquement environ 14 m de fibre à maintien de polarisation, préalablement thermalisée à l'aide d'une bassine d'eau à 35°C, dans une eau à 1,8°C. À partir des valeurs mesurées suivantes

$$\begin{cases} \Delta T = (32 \pm 1)^{\circ}\mathrm{C} \\ nb = 102 \pm 1 \\ \lambda = 1552\mathrm{nm} \\ l = (14 \pm 0,5)\mathrm{m} \end{cases}$$

on obtient à l'aide de l'équation (8.13) :

$$\frac{\partial \Delta n_{FMP}}{\partial T} = (3,4 \pm 0,3).10^{-7}\ \mathrm{K}^{-1}$$

Compte tenu des imprécisions de mesure de la technique, cette valeur est en accord avec celle trouvée dans la littérature [101]. Elle a en outre permis de tracer l'évolution temporelle de la température des 14 mètres de fibre plongés dans l'eau à 1,8°C pour laquelle un ajustement théorique a été défini une fonction exponentielle décroissante, témoin de la thermalisation de la fibre à la température de l'eau (T_{finale}). Or, comme la bassine est elle-même soumise à un effet de thermalisation à la température ambiante (T_{amb}) de la pièce, la température de l'eau évolue elle-même selon une loi monoexponentielle au cours

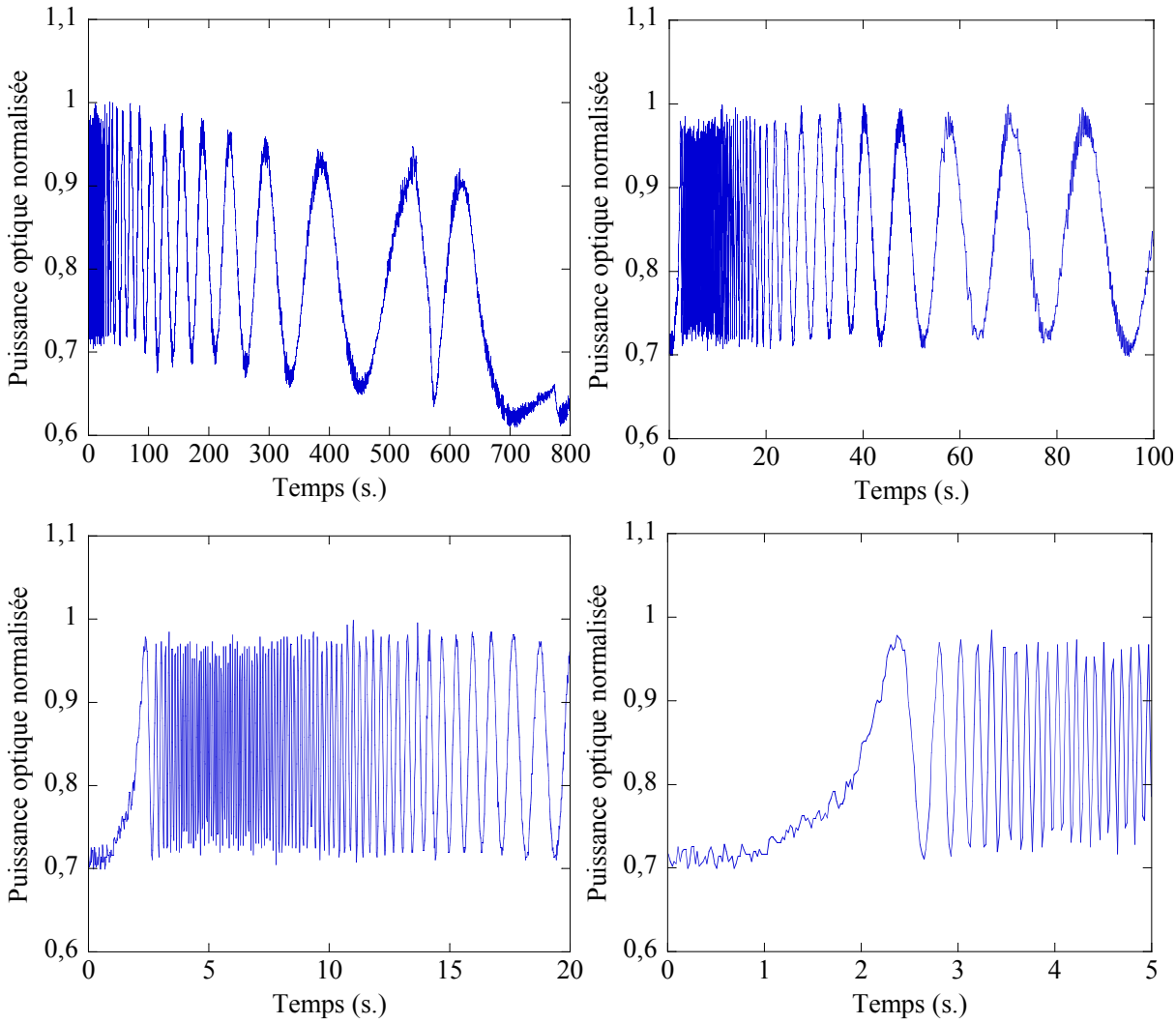


FIGURE 8.18 – Oscillations de la puissance optique $I_{pol-ana}$ induites par une variation de température d'environ 35°C sur une longueur $l = 14$ mètres de fibre à maintien de polarisation de type PANDA (courbe en haut à gauche), et les zooms successifs de cette courbe.

de la mesure. La courbe d'ajustement théorique s'écrit donc :

$$T_{FMP} = T_{finale}(t) + (T_{initiale} - T_{finale}(t))\ e^{-\frac{t}{\tau_{FMP}}} \tag{8.14}$$

Avec

$$T_{finale}(t) = T_{amb} + (T_{finale}(t=0) - T_{amb})\ e^{-\frac{t}{\tau_{bassine}}} \tag{8.15}$$

$T_{finale}(t=0)$ étant la température de l'eau au moment où la fibre a été plongée dans la bassine ($T_{finale}(t=0)$=1,8 °C), τ_{FMP} et $\tau_{bassine}$ étant respectivement les constantes de temps de thermalisation de la fibre au contact de l'eau et de la bassine au contact de l'air.

La figure 8.19 montre la température déduite des oscillations optiques présentées par la figure 8.18 et l'ajustement théorique défini précédement.On observe un excellent accord entre théorie et mesure, aussi bien sur la courbe présentée avec une ordonnée en échelle linéaire que sur celle présentée avec une échelle logarithmique (encart de la figure 8.19)

En considérant que l'évolution thermique de la bassine et beaucoup plus lente que celle de de la fibre, on est capable de dissocier les effets de thermalisation. Ainsi, en supposant que les dérives de température de la fibre pour les temps longs ($t \geqslant 50$ secondes) sont uniquement dues à la thermalisation de la bassine, on obtient la constante de temps τ_{FMP} liée à la thermalisation de la fibre à maintien de polarisation dont la gaine de protection de 2,8 mm de diamètre est en contact avec l'eau :

$$\tau_{FMP} \approx 5 \text{ s}$$

La valeur de Δn_{FMP_0} a été, quant à elle, déterminée en modulant la longueur d'onde du faisceau laser, pour une température de FMP constante et égale à T_{amb}. Or, d'après l'équation (8.7), la puissance optique $I_{pol-ana}$ oscille également en fonction de λ. Ainsi, moyennant l'hypothèse raisonnable que la fibre n'est pas dispersive sur la plage d'accordabilité de la diode laser, on obtient :

$$\Delta n_{FMP_0} \approx \frac{\lambda^2}{L\,\Delta\lambda} \tag{8.16}$$

On trouve une valeur moyenne de la biréfringence de la fibre PANDA, autour de 1552 nm, donnée par :

$$\Delta n_{FMP_0} = (4,3 \pm 0,4).10^{-4}$$

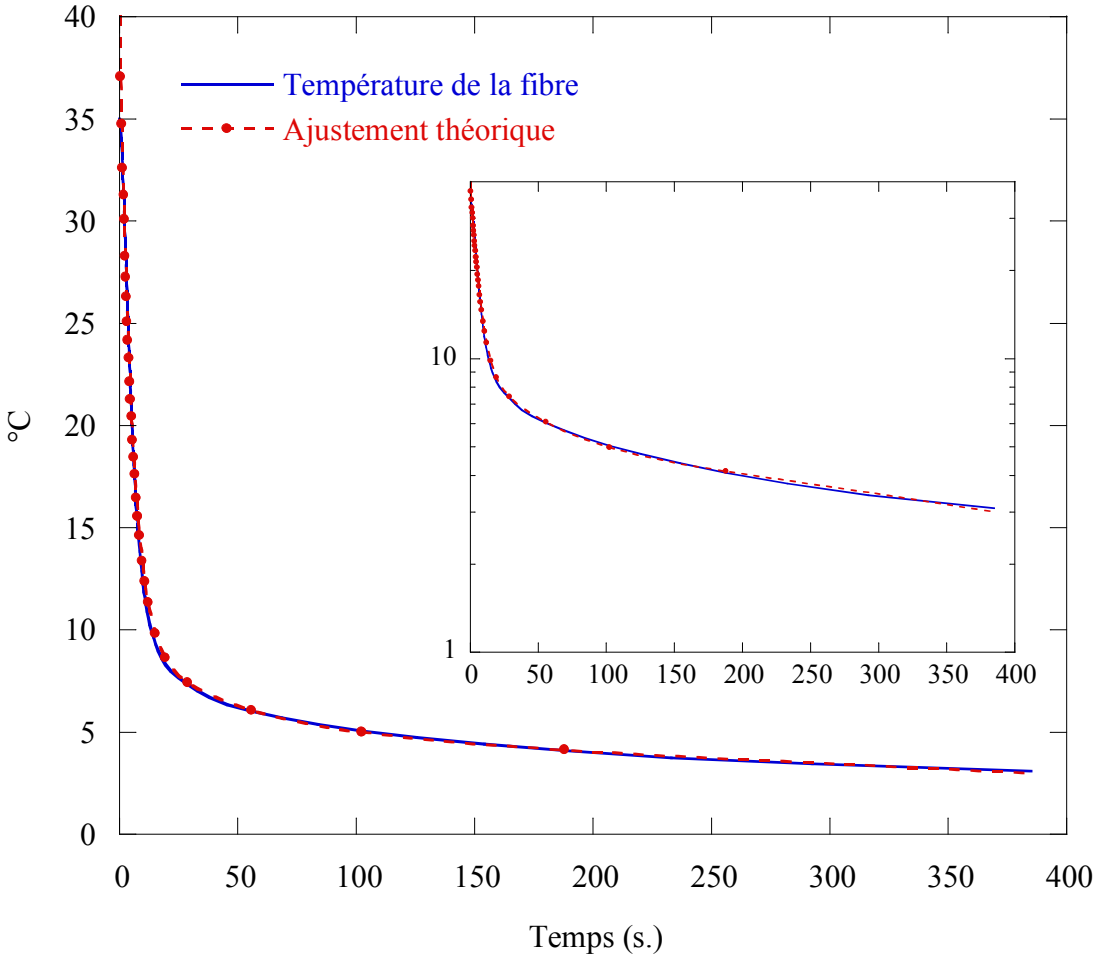


FIGURE 8.19 – Évolution temporelle de la température du cristal de $LiTaO_3$ déduite des oscillations thermiques présentées en figure 8.18.

Remarque : Dans le cas général, il nous sera impossible d'isoler les parties de fibre subissant les variations de température. Seule une modulation de température moyenne sur l'ensemble de la FMP pourra être déduite de $\Delta T(t)$. De plus, en considérant les plages de température rencontrées lors des expériences menées sur le terrain, et au vu des valeurs de Δn_{FMP_0} et $\frac{\partial \Delta n_{FMP}}{\partial T}$ (respectivement $4{,}3.10^{-4}$ et $3{,}4.10^{-7}$), l'équation (8.13) peut se simplifier pour donner, avec une bonne approximation, la variation de température moyenne appliquée à l'ensemble de la liaison optique en utilisant :

$$\Delta T = \frac{\Delta n_{FMP_0}}{\partial \Delta n_{FMP}/\partial T} \frac{\Delta \lambda(t)}{\lambda(t=0)} \tag{8.17}$$

8.3.2.3 Performance du système

Configuration expérimentale

Nous nous sommes placés dans la même configuration expérimentale que pour la mesure de stabilité du système à l'exception près que la source hyperfréquence n'émettait pas de signal CW. L'étuve contient 3 mètres de fibre PANDA dont la longueur totale est de 15 mètres. Comme pour la mesure de la température diu cristal électro-optique, nous avons porté la température de l'étuve à près de 45°C. Nous avons ensuite coupé le chauffage de l'étuve, lui permettant de se thermaliser progressivement à la température ambiante de la chambre anéchoïque. Les résultats de mesure sont présentés sur la figure 8.20.

Le très bon accord entre l'ajustement théorique de la température de l'étuve, dans laquelle se trouvaient les 3 mètres de FMP, et la courbe déduite de l'évolution temporelle de la longueur d'onde d'émission du faisceau sonde , permet de valider l'aptitude qu'a le système à mesurer la température de la fibre PANDA utilisée pour acheminer le faisceau optique au niveau du cristal EO.

L'ajustement théorique a été obtenu en minimisant l'erreur quadratique entre une exponentielle décroissante à laquelle a été ajoutée un fonction affine du temps pour tenir compte de la dérive lente de la température ambiante, et les mesures du thermocouple. La température de la fibremesurée par le système a été calculée à l'aide de la formule (8.13), formule dans laquelle nous avons pris le soin de remplacer Δn_{FMP_0} et $\frac{\partial \Delta n_{FMP}}{\partial T}$

par leurs valeurs respectives, déterminées précédemment. Comme la constante de temps de thermalisation τ_{etuve} de l'étuve, calculée à partir de la courbe d'ajustement théorique, est de l'ordre de 1200 secondes, la figure 8.20 présente bien l'évolution temporelle de la température des 3 mètres de fibre.

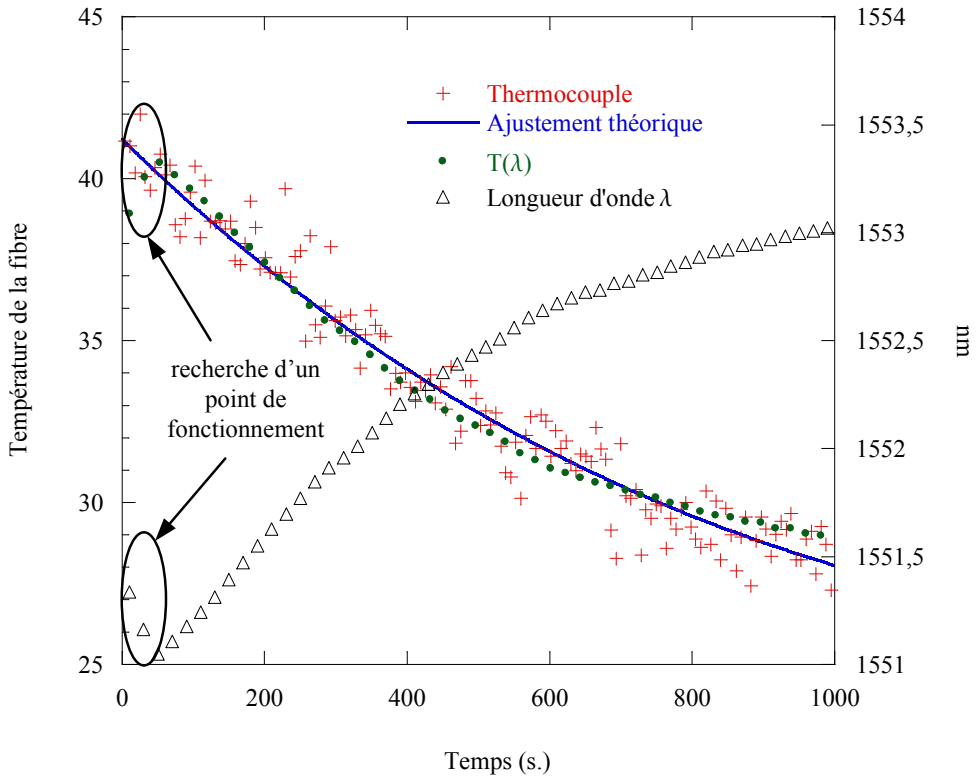


FIGURE 8.20 – Température de la FMP mesurée par le thermocouple et courbe d'ajustement théorique associée, ainsi que température de la FMP déduite de la longueur d'onde imposée par le système d'asservissement via l'équation (8.13).

Les paramètres d'ajustements, $T_{initiale}$ et l, obtenus pour le cas où l'écart quadratique est minimum, valent :

$$T_{initiale} = 41,2 \text{ °C}$$

$$l = 2,9 \text{ m}$$

La longueur l de fibre contenue dans l'étuve ainsi obtenue, coïncide bien aux 3 mètres mesurés. Le léger écart entre la mesure et l'ajustement théorique pouvant provenir de l'inhomogénéité de température régnant sur les deux extrémités des trois mètres de fibre situés à l'entrée de l'étuve. En effet, des mouvements de convection thermique

existaient au niveau des accès par lesquels entre et sort la liaison optique, créant ainsi un gradient de température au niveau des deux extrémités des 3 mètres de fibre. La longueur effective de fibre subissant la dérive de température imposée par l'étuve et mesurée par le thermocouple est donc réduite.

8.4 Conclusion

Le système de mesure EO basé sur la modulation d'état de polarisation par effet Pockels, constitué d'une sonde intégrant une férule polie à 8° et d'un banc optique asservi, a permis, à l'aide des quatre paramètres de contrôle du système d'asservissement numérique, de stabiliser la réponse EO. En l'absence de cette stabilisation obtenue par les développements successifs présentés tout au long de cette partie, le système montre ses limites dans les applications sur le terrain, applications pour lesquelles il est normalement dédié. En effet, la première version du système, utilisé pour la première série de mesures avait certes permis d'obtenir des caractéristiques intrinsèques de la sonde (sélectivité et sensibilité), mais avait surtout révélé de fortes instabilités temporelles de ses performances, induites par les variations de température subies par les 20 mètres de liaison optique (variation de température d'une vingtaine de °C sur quelques heures). La version asservie présente, quant à elle, des fluctuations de la réponse EO de l'ordre de 0,2 dB seulement, dans des conditions équivalentes recréées en laboratoire. Cette même version finale du système de mesure a permis également de mesurer avec précision ($\approx$ 0,04°C) les variations de température subit par le cristal EO, laissant apparaître de nouveaux champs d'applications pour les sondes EO, comme l'étude des effets biologiques induits par des champs micro-ondes de forte puissance. En effet, les sondes développées permettent de mesurer simultanément une composante du champ électrique et la variation relative de température du capteur, grandeur souvent significative quant aux effets biologiques observables lors de l'exposition d'un milieu vivant à des champs hyperfréquences. Il est à noter qu'il sagit, à notre connaissance, de l'unique système de mesure non invasif de champ électrique et de température, et qu'il présente, en outre, les meilleures performances publiées à ce jour en termes de stabilité de la réponse électro-optique et de précision de mesure de température (dans le

cas de mesures de température par voie optique).

Conclusion générale

Les travaux effectués pendant cette thèse ont porté essentiellement sur l'étude et la conception d'un transducteur électro-optique basé sur la modulation d'état de polarisation et ont abouti à la réalisation d'un système complet entièrement automatisé [4] constitué d'un banc optique de traitement de l'état de polarisation asservi, et d'une sonde EO fibrée dont le design permet de mesurer simultanément une composante du champ électrique, avec une sensibilité de l'ordre de 1 $V.m^{-1}/\sqrt{Hz}$, ainsi qu'une sélectivité $\geqslant$25 dB, et la température du capteur avec une précision de 0,04°C.

Le système d'asservissement numérique est constitué de 4 boucles fermées avec algorithme de régulation proportionnelle-intégrale, qui contrôlent :

- la longueur d'onde λ du faisceau optique via un module Peltier
- la puissance optique du faisceau sonde
- l'ellipticité de l'état de polarisation du faisceau optique en sortie de fibre via l'orientation d'une lame quart d'onde
- l'orientation de l'état de polarisation via l'orientation d'une lame demi-onde.

Ce système d'asservissemnt permet d'optimiser et de stabiliser la réponse EO du capteur, en compensant les dérives des propriétés optiques du cristal électro-optique (tantalate de lithium $LiTaO_3$) et de la fibre à maintien de polarisation liées aux variations de température. La fibre permet, en outre, de déporter la mesure à plusieurs dizaines de mètres du banc optique. Ce système de compensation, associé aux sondes intégrant une férule polie avec un angle à 8°, a permis d'obtenir un capteur électro-optique dont la réponse fluctue

4. Ces travaux conduisent actuellement à un projet de création d'entreprise (projet lauréat du concours OSEO 2008 du Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche dans la catégorie "en émergence")

de moins de 0,2 dB sur plusieurs centaines de secondes dans des conditions expérimentales difficiles (variation de la température moyenne de 20 mètres de fibre de l'ordre de 10 K par heure), alors que cette valeur était de l'ordre de 4 dB sur un laps de temps de seulement quelques secondes au début de la thèse.

La taille extrêmement compacte des sondes réalisées (2,8 mm de diamètre pour une longueur de 20 mm), leur précision de mesure, ainsi que la faible perturbation engendrée sur le champ électrique à mesurer, leur permettent de fournir simultanément des cartographies détaillées des champs hyperfréquences et des températures, et ce dans des espaces confinés. Ces capteurs apparaissent donc comme de très bons candidats, notamment pour la dosimétrie des systèmes d'exposition utilisés dans les expérimentations bioélectromagnétiques via la quantification de l'énergie absorbée par les milieux biologiques exposés. À notre connaissance il s'agit de la première démonstration d'une mesure optique simultanée de champ électrique et de température, laquelle présente, de surcroît, des performances au niveau de l'état de l'art et une excellente stabilité.

Au niveau des perspectives, notons que la mesure du Débit d'Absorption Spécifique (DAS) au travers des sondes de température standards utilisées actuellement ne permet pas de prendre en compte de façon satisfaisante les nouveaux signaux (WIFI, WIMAX, ...) qui nous entourent au quotidien. De plus, le domaine de la micro-dosimétrie requiert des sondes de champ électrique compactes pour permettre la mesure de l'énergie absorbée dans les milieux biologiques. Autant d'exigences qui font du capteur électro-optique développé durant cette thèse, un outil potentiellement adapté à de telles applications.

En dépit de la faible sensibilité de ce type de sonde, elles sont appropriées pour la mesure de champs hyperfréquences de forte puissance et trouvent naturellement un grand intérêt dans les domaines de la défense, mais s'avèrent également potentiellement intéressantes pour des mesures dans le domaine des moyenne et haute tensions.

Un autre axe de développement a également été exploré durant cette thèse, à savoir l'étude de sondes basées sur la modulation d'amplitude (cf. annexe A.1), lesquelles présentent une sensibilité accrue (cf. partie 2.1.2), tout en réduisant considérablement leur taille. Ces sondes devraient pouvoir augmenter la sensibilité des transducteurs d'au moins

un ordre de grandeur et permettraient de mesurer simultanément deux composantes du champ électrique et la température du capteur avec un seul faisceau sonde et un seul paramètre d'asservissement.

Annexes

Annexe A

Étude et dimensionnement d'un système de mesure deux axes utilisant la modulation d'amplitude

Sommaire

A.1 Les cavités multipassages et Fabry-Pérot 230

A.1.1 Caractéristiques géométriques des cavités 230

A.1.2 Caractéristiques des cavités Fabry-Pérot 234

A.2 Système de mesure deux axes basé sur la modulation d'amplitude 234

A.2.1 Principe 234

A.2.2 Dimensionnement des cavités Fabry-Pérot 237

A.2.2.1 Conditions expérimentales 241

A.2.2.2 Cas du $LiTaO_3$ 242

A.3 Conclusion 243

Pour pouvoir dimensionner et réaliser une sonde électro-optique basée sur la modulation d'amplitude, il est important au préalable d'identifier les points durs du montage afin de développer un système optimisé. Cette partie est dédiée précisément à :

- l'étude de cavités Fabry-pérot, leurs limites en termes de sensibilité, ainsi que les contraintes géométriques inhérentes à la réalisation de telles sondes
- au dimensionnement d'une sonde basée sur la modulation d'amplitude, permettant la mesure simultanée de deux composantes du champ électriques, prenant justement en considération les études préalables et les contraintes de réalisation.

A.1 Les cavités multipassages et Fabry-Pérot

Comme il a été décrit dans la partie 2.1.1 les sonde EO basées sur la modulation d'amplitude sont constituées d'une cavité Fabry-Pérot, qui peut présenter des défauts (parallélisme des miroires diélectriques, incidence oblique du faisceau) et un coefficient d'absorption non nul. Le section qui suit traite des problèmes induits par ces imperfections ainsi que par les caractéristiques optiques du milieu de propagation constituant la cavité Fabry-Pérot.

A.1.1 Caractéristiques géométriques des cavités

Nous considérons dans cette partie, une cavité multipassage à faces parallèles (cf. figure A.1) comprenant des miroirs diélectriques de coefficient de réflexion R en entrée et en sortie, et constituée d'un diélectrique isotrope ($\Delta n = 0$) non absorbant ($\alpha = 0$) d'indice de réfraction n. Un faisceau injecté avec une incidence quelconque (θ_i) sur la face d'entrée, engendre de multiples réflexions internes dont les faisceaux associés présentent des intensités et des phases relatives différentes.

En considérant que les ondes incidentes sont des ondes planes, l'intensité transmise normalisée $\tilde{\mathrm{I}}_{\mathrm{t_p}}$ issue de l'interférence des p faisceaux internes transmis au travers de la face de sortie est alors donnée par :

$$\tilde{\mathrm{I}}_{\mathrm{t_p}} = \frac{\left(1-\mathrm{R}^p\right)^2 + 4\mathrm{R}^p \sin^2\left(\frac{\pi\,\nu}{\mathrm{c}} p\,\delta r\right)}{1 + m\sin^2\left(\frac{\pi\,\nu}{\mathrm{c}}\delta r\right)} \tag{A.1}$$

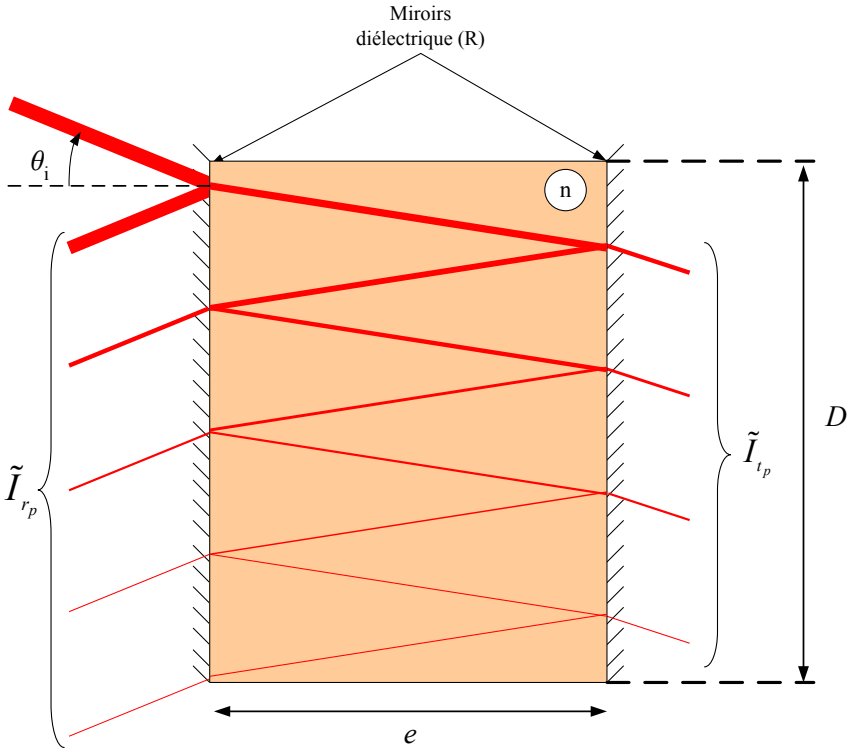


FIGURE A.1 – Schéma d'une cavité multipassage.

c représente la célérité de la lumière et le paramètre m est le par :

$$m = \frac{4R}{(1-R)^2} \tag{A.2}$$

p, entier, représente le nombre de faisceaux internes, lequel dépend, au même titre que la différence de marche optique δr entre deux faisceaux consécutifs, de θ_i et des dimensions géométriques (longueur e et diamètre D), de la cavité FP.

$$\begin{cases} p\left(\theta_i\right) \approx \text{int}\left[\frac{\delta r D}{4e^2 \sin\theta_i}\right] \\ \\ \delta r\left(\theta_i\right) = 2e\sqrt{n^2 - \sin^2\theta_i} \end{cases} \tag{A.3}$$

La finesse F de la cavité, définie comme le rapport de l'écart entre deux pics de transmission consécutifs, appelé également l'Intervalle Spectrale Libre (ISL) sur la largeur à mi hauteur des pics ($\Delta\nu$), varie, comme le montre la figure (A.2), avec le nombre p d'allers-retours du faisceau optique.

Ainsi, comme p et δr ne sont fonction que de l'angle d'incidence (équation (A.3)), la finesse l'est également.

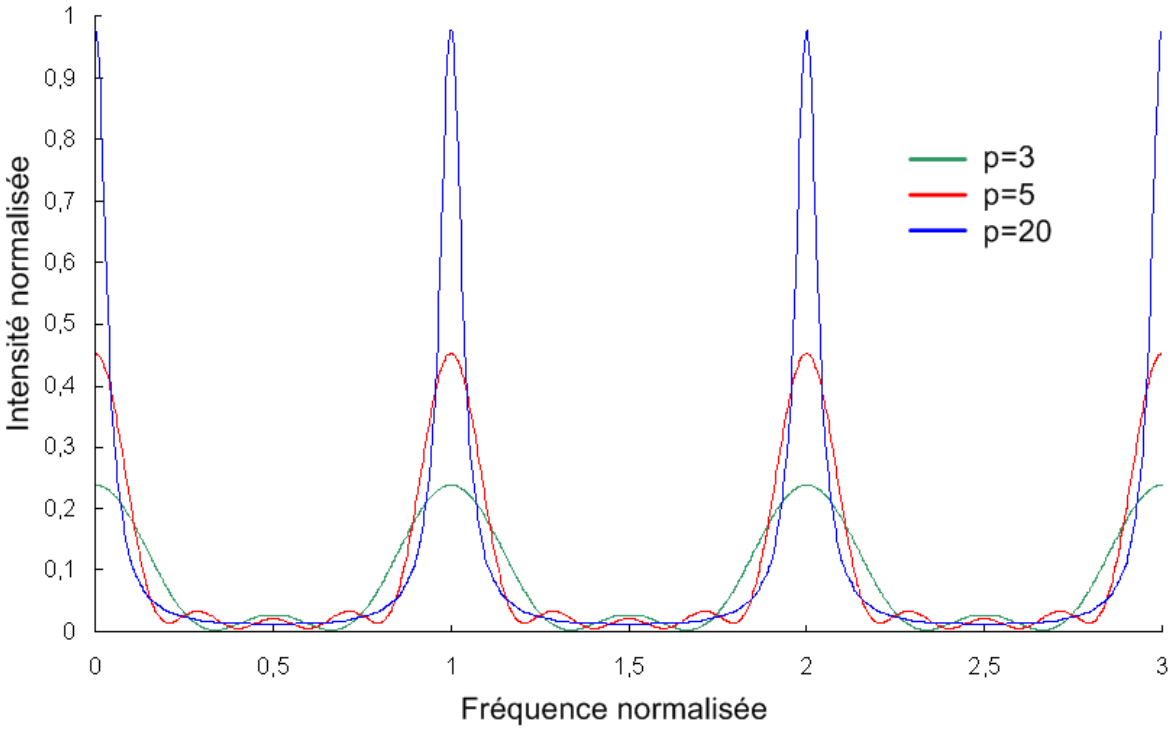


FIGURE A.2 – Intensités normalisées en transmission pour différentes valeurs du nombre de faisceaux internes p.

$$F(\theta_i) = \frac{ISL(\theta_i)}{\Delta\nu(\theta_i)} = \frac{c}{\delta r(\theta_i)\ \Delta\nu(\theta_i)} \tag{A.4}$$

Le calcul numérique de la largeur à mi hauteur, à l'aide du logiciel Mathematica®, nous permet d'obtenir la figure (A.3) décrivant l'évolution de la finesse de la cavité en fonction du nombre de faisceaux internes, lui-même fonction de θ_i.

Sachant que le gain, et donc la sensibilité S du transducteur est proportionnelle à cette finesse F (equation (2.17) page 44), la réalisation d'un transducteur efficace passera donc par un parfait parallélisme des faces en regard et de leur orientation perpendiculaire au faisceau incident ; la cavité multipassage devient alors une cavité Fabry-Pérot. Néanmoins l'effet de *palier* observable pour de petits angles (cf. figure(A.3)) permet d'avoir une certaine tolérance à la désorientation de la cavité par rapport au faisceau optique incident, qui diminue malheureusement avec l'augmentation de R. Les précisions d'alignement de la cavité limitent donc la sensibilité du transducteur.

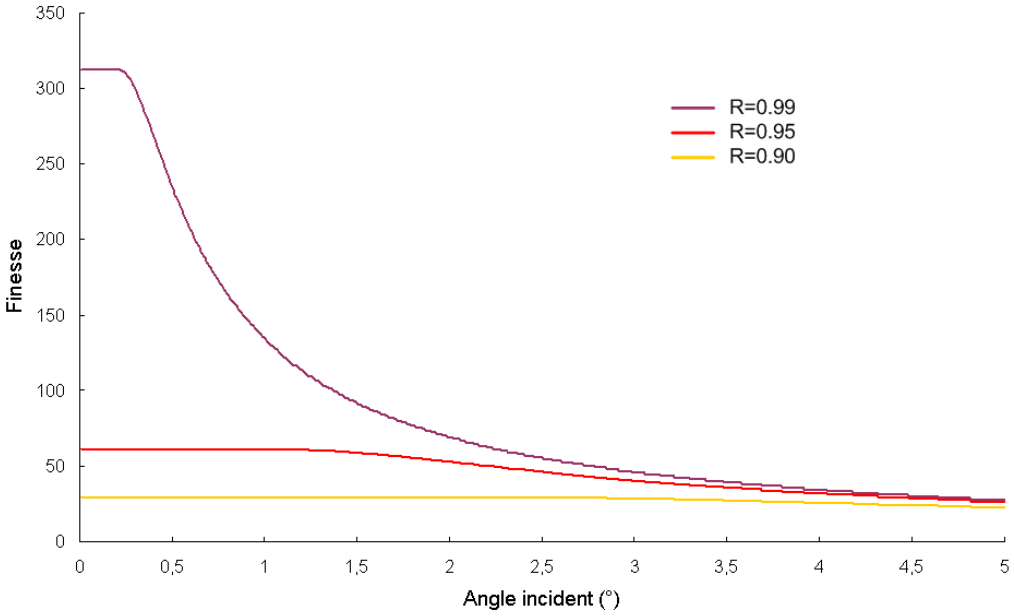


FIGURE A.3 – Evolution de la finesse de la cavité en fonction de l'angle d'incidence θ_i du faisceau optique, pour une cavité d'indice $n = 2,185$ de 1 mm de long (e) et de 2 mm de diamètre (D), pour trois valeurs différentes du coefficient de réflexion R.

À cette dégradation de la finesse de la cavité, il faut ajouter le problème de réinjection du faisceau optique dans la fibre qui l'a véhiculer jusqu'au cristal électro-optique (cas d'une sonde EO fibrée). En effet, une sonde fibrée utilisant le faisceau réfléchi comme vecteur d'information sera pénalisé par les pertes de réinjection [102] induites par un θ_i différent de 0. Il est néanmoins possible de s'affranchir en partie de ces contraintes en utilisant des cavités plano-convexes plus stables et permettant, *a priori*, un recouplage bien meilleur dans la fibre.

En conclusion, une des premières difficultés de réalisation du montage utilisant la modulation d'amplitude avec une cavité FP à faces parallèles, est donc de pouvoir injecter le faisceau sonde sous incidence normale, sans quoi la sensibilité de la sonde chute considérablement. Cette condition d'injection sous incidence normale privilégie donc la conception d'une sonde à faisceau collimaté décrit dans la partie 5.2.2.

Remarque : L'effet particulièrement critique de la désorientation de la cavité sur la sensi-

bilité de la sonde permet toutefois d'envisager une procédure de contrôle et d'optimisation de la sonde lors du montage. En appliquant un champ hyperfréquence au cristal EO de longueur e connue, et en maximisant le taux de modulation, il est vraisemblablement possible d'orienter précisément la cavité Fabry-Pérot.

A.1.2 Caractéristiques des cavités Fabry-Pérot

En considérant cette fois-ci une cavité Fabry-Pérot (parallélisme des faces, incidence normale du faisceau sonde), on peut montrer que le coefficient d'absorption du cristal engendre également une dégradation de la finesse de la cavité. Le tableau A.1 ci-dessous présente les caractéristiques d'une cavité absorbante (contraste C, ISL et finesse F), ainsi que les expressions des puissances optiques réfléchie, transmise et absorbée.

A.2 Système de mesure deux axes basé sur la modulation d'amplitude

A.2.1 Principe

La cavité Fabry-Pérot anisotrope peut être traitée, dans certains cas, comme deux cavités indépendantes l'une de l'autre. En effet, si le faisceau sonde est polarisé rectilignement et orienté selon l'un des axes propres de la cavité, tout se passe comme si l'onde optique ne voit qu'un milieu isotrope d'indice de réfraction égal à celui sondé. Le champ électrique module alors cet indice par effet Pockels, engendrant une modulation de puissance optique proportionnelle à l'amplitude de la composante du champ électrique qui est alignée avec le vecteur sensibilité associé à l'indice propre sondé.

Ainsi, si l'on utilise deux sources laser, émettant deux faisceaux sondes polarisées rectilignement et orientées selon chacun des axes propres de la cavité anisotrope, d'indices $n_{\pm}$ (cf. relations (4.61) page 126), nous sommes potentiellement capables de mesurer simultanément deux composantes du champs à condition que les vecteurs $\vec{K}_+$ et $\vec{K}_-$ ne

<table>
<tr><th>Caractéristiques de la cavité</th><th>Intensités normalisées réfléchie ($\tilde{I}_r$), transmise ($\tilde{I}_t$) et absorbée ($\tilde{I}_a$)</th><th>Contraste C et finesse F</th></tr>
<tr><td rowspan="4">Milieu absorbant
($\alpha \neq 0$)</td><td rowspan="2">$\tilde{I}_t(\nu) = \frac{(1-R)^2}{(e^{\alpha e}-R\,e^{-\alpha e})^2+4R\,\sin^2\left(\frac{2\pi n e}{c}\nu\right)}$</td><td>$C_t = 1 + \frac{4R}{(e^{\alpha e}-Re^{-\alpha e})^2}$</td></tr>
<tr><td>$F_t = \frac{\pi\sqrt{R}}{e^{\alpha e}-Re^{-\alpha e}}$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">$\tilde{I}_r(\nu) = \frac{2R\,\sinh(2\alpha e)+4R\,\sin^2\left(\frac{2\pi n e}{c}\nu\right)e^{-2\alpha e}}{(e^{\alpha e}-R\,e^{-\alpha e})^2+4R\,\sin^2\left(\frac{2\pi n e}{c}\nu\right)}$</td><td>$C_r = \frac{[2R\,\sinh(2\alpha e)+4R\,e^{-2\alpha e}]\left(e^{\alpha e}-Re^{-\alpha e}\right)^2}{\left[\left(e^{\alpha e}-Re^{-\alpha e}\right)^2+4R\right]\,2R\,\sinh(2\alpha e)}$</td></tr>
<tr><td>$F_r = \frac{\pi\sqrt{R(1/2-2\alpha e)}}{\left[1/2\,[(1-R)+2\alpha e(1+R)]^2-4\alpha eR\right]^{1/2}}$</td></tr>
<tr><td colspan="2">$\tilde{I}_a = \frac{2R\sinh(2\alpha e)+e^{2\alpha e}+R^2\,e^{-2\alpha e}+4R\left(1-e^{-2\alpha e}\right)\,\sin^2\left(\frac{2\pi n e}{c}\nu\right)-\left(1+R^2\right)}{e^{\alpha e}+R\,e^{-\alpha e}+4R\,\sin^2\left(\frac{2\pi n e}{c}\nu\right)}$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Milieu transparent
($\alpha = 0$)</td><td>$\tilde{I}_t(\nu) = \frac{(1-R)^2}{(1-R)^2+4R\,\sin^2\left(\frac{2\pi n e}{c}\nu\right)}$</td><td rowspan="2">$C = \left(\frac{1+R}{1-R}\right)^2$

$F = \frac{\pi\sqrt{R}}{1-R}$</td></tr>
<tr><td>$\tilde{I}_r(\nu) = \frac{4R\,\sin^2\left(\frac{2\pi n e}{c}\nu\right)}{(1-R)^2+4R\,\sin^2\left(\frac{2\pi n e}{c}\nu\right)}$</td></tr>
</table>

TABLE A.1 – Caractéristiques d'une cavité Fabry-Pérot de longueur e, d'indice de réfraction n, et comprenant des miroirs de coefficient de réflexion en intensité R.

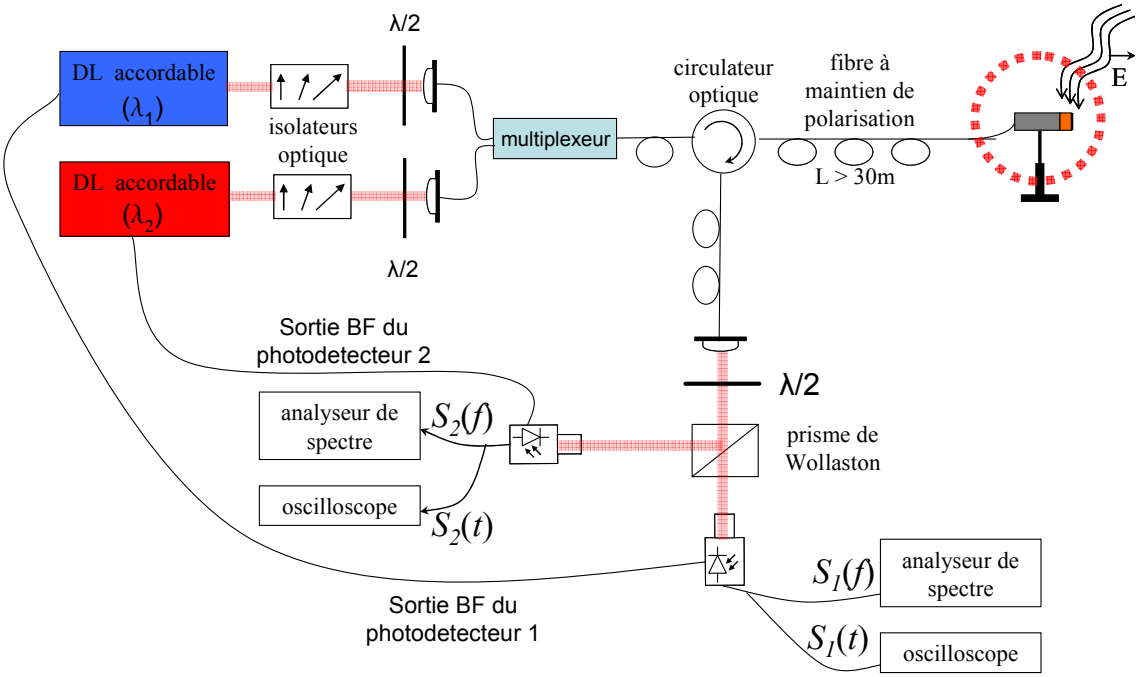


FIGURE A.4 – Schéma du dispositif de mesure de deux composantes du champ électrique microonde en modulation d'amplitude.

soient pas parallèles [1].

Dans ces conditions, les longueurs d'onde d'émission λ_+ et λ_- des sources laser, sondant respectivement les indices propres n_+ et n_-, doivent satisfaire respectivement les conditions imposées par le point de fonctionnement associé à chaque polarisation propre (cf. partie 2.1.2). Toutefois, cette condition nécessaire au fonctionnement optimal de la sonde en termes de linéarité et de sensibilité, n'est pas suffisante si l'on veut développer un système permettant la mesure simultanée de deux composantes du champ hyperfréquence.

En effet, si l'on veut pouvoir effectuer la mesure simultanée et découplée de deux composantes du champ hyperfréquence avec une seule et même sonde, il faut impérativement que les longueurs d'onde d'émission λ_- et λ_+, soient comprises dans la bande spectrale imposée par la plage d'accordabilité des sources laser (cf. figure (A.5)).

La difficulté pour développer un tel système de mesure simultanée de deux composantes du champ électrique, réside dans le dimensionnement de la longueur de cavité

1. Si $\vec{K}_+$ et $\vec{K}_-$ sont parallèles, les modulations de puissances optiques des deux faisceaux sondes seraient induites par la même composante du champ électrique, et le système serait, par conséquent, incapable de mesurer deux composantes du champ électrique.

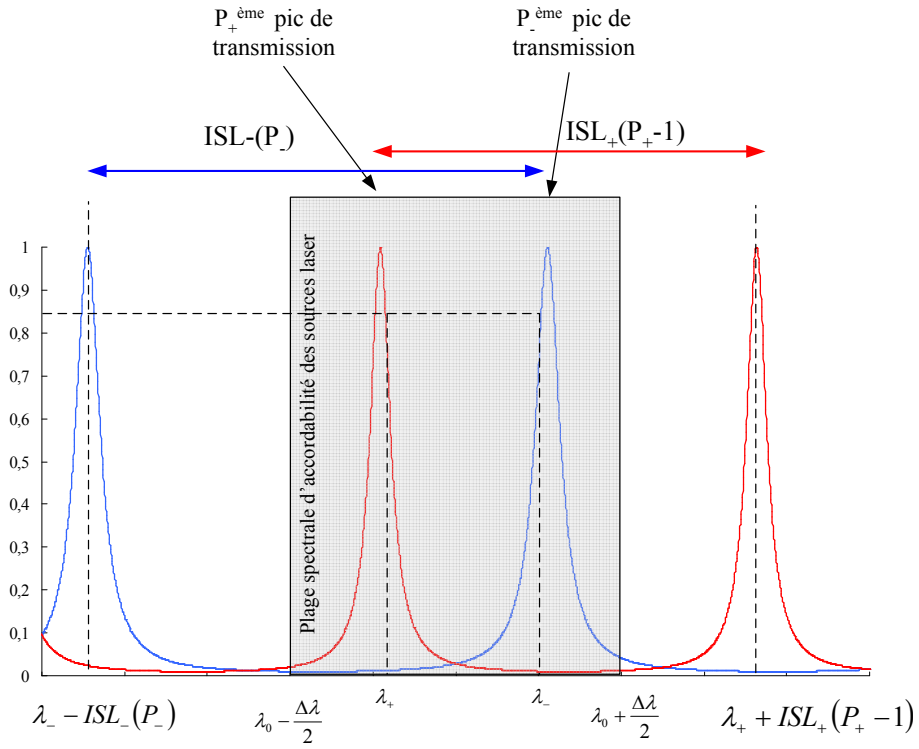


FIGURE A.5 – Fonction de transmission, et plage d'accordabilité des sources laser dans le domaine des longueurs d'onde.

e, pour laquelle il est possible de trouver un pic de transmission, associés à chacun des deux indices propres sur la plage d'accordabilité $\left[\lambda_0 - \frac{\Delta\lambda}{2};\ \lambda_0 + \frac{\Delta\lambda}{2}\right]$ des sources laser, considérées identiques.

A.2.2 Dimensionnement des cavités Fabry-Pérot

Pour des cavités de grande finesse, les longueurs d'onde caractéristiques des points de fonctionnement sont simplement données par :

$$\begin{cases} \lambda_+ = \frac{2\,n_+\,e}{P_+} \\ \\ \lambda_- = \frac{2\,n_-\,e}{P_-} \end{cases} \tag{A.5}$$

la condition d'existence des pics de transmission dans la bande d'accordabilité de largeur $\Delta\lambda$ autour de λ_0 est respectée dès lors que le système d'inéquation ci-dessous est

vérifié :

$$\begin{cases} |\lambda_+ - \lambda_-| = 2e\ \frac{|P_- n_+ - P_+ n_-|}{P_+ P_-} \leqslant \Delta\lambda \\ \\ 2\lambda_0 - \Delta\lambda \leqslant \lambda_+ + \lambda_- \leqslant 2\lambda_0 + \Delta\lambda \end{cases} \tag{A.6}$$

Ainsi, la longueur de cavité e permettant de satisfaire la mesure de deux axes est donnée par :

$$\frac{P_+ P_- (2\lambda_0 - \Delta\lambda)}{2(P_- n_+ + P_+ n_-)} \leqslant e \leqslant \ min\left\{ \frac{P_+ P_- (2\lambda_0 + \Delta\lambda)}{2(P_- n_+ + P_+ n_-)}\ ;\ \frac{P_+ P_- \Delta\lambda}{2|P_- n_+ - P_+ n_-|} \right\} \tag{A.7}$$

La borne supérieure de l'inégalité ci-dessus, étant variable, la longueur physique de la cavité, permettant d'avoir ces $P_+^{ème}$ et $P_-^{ème}$ pics de transmission, existe si :

$$\frac{P_+ P_- (2\lambda_0 - \Delta\lambda)}{2(P_- n_+ + P_+ n_-)} \leqslant min\left\{ \frac{P_+ P_- (2\lambda_0 + \Delta\lambda)}{2(P_- n_+ + P_+ n_-)}\ ;\ \frac{P_+ P_- \Delta\lambda}{2|P_- n_+ - P_+ n_-|} \right\} \tag{A.8}$$

Au vu des expressions de chaque terme de cette inégalité, il existe bien une longueur de cavité satisfaisant l'inégalité ci-dessus si (condition 1) :

$$\frac{P_+ P_- (2\lambda_0 + \Delta\lambda)}{2(P_- n_+ + P_+ n_-)} \leqslant \frac{P_+ P_- \Delta\lambda}{2|P_- n_+ - P_+ n_-|}$$

$$\Rightarrow \frac{2\lambda_0}{\Delta\lambda} + 1 \leqslant \frac{n_+ P_- + n_- P_+}{|n_+ P_- - n_- P_+|}$$

En revanche, si cette condition n'est pas vérifiée, il est indispensable, afin de permettre une mesure de deux composantes du champ électrique, de vérifier la condition suivante (condition 2) :

$$\frac{2\lambda_0}{\Delta\lambda} - 1 \leqslant \frac{n_+ P_- + n_- P_+}{|n_+ P_- - n_- P_+|} \tag{A.9}$$

Dans le cas contraire, il n'existe pas de cavité FP anisotrope d'indices n_- et n_+ permettant d'aboutir à une mesure simultanée de deux composantes d'un champ électrique. Le schéma synoptique (A.6) décrit la procédure de tests, implémentée sous Mathematica®, permettant de vérifier l'existence et de calculer les longueurs de cavités nécessaires à la conception de transducteurs de mesure de deux composantes basés sur la modulation

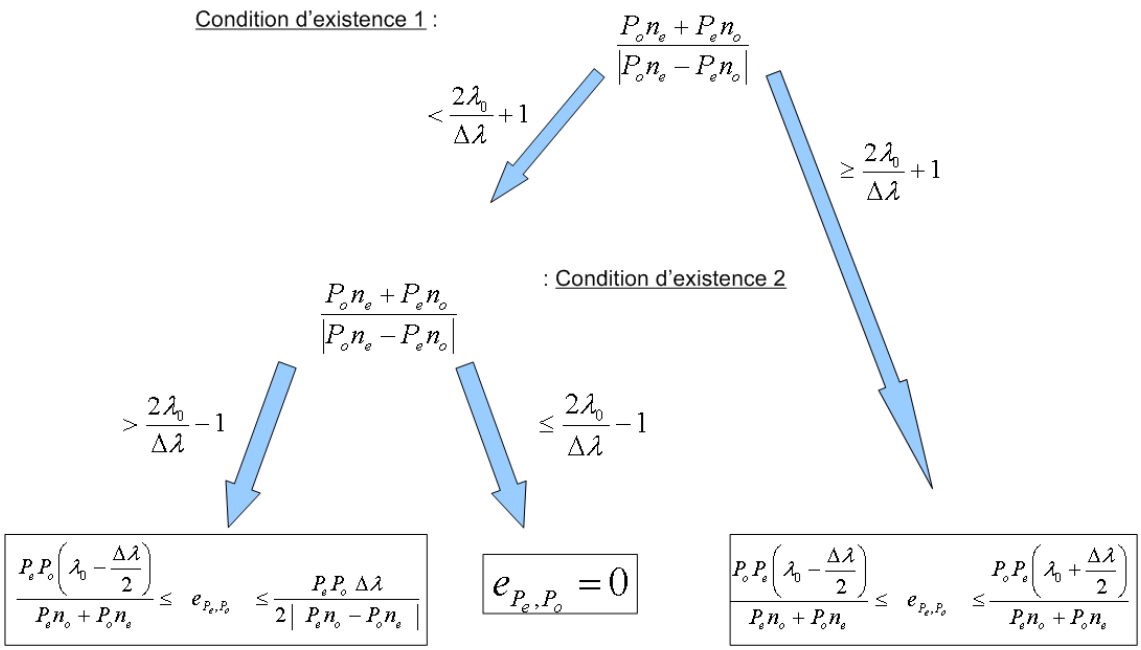


FIGURE A.6 – Procédure de tests d'existence de longueur de cavité pour obtenir les $P_{-}^{ème}$ et $P_{+}^{ème}$ modes dans la plage d'accordabilité des diodes laser ($\lambda_0 \pm \Delta\lambda/2$).

d'amplitude.

En réalité, puisque l'intervalle spectral libre est inversement proportionnel à la longueur de cavité, il est toujours possible d'avoir une cavité suffisamment longue permettant la présence, dans la plage spectrale d'accordabilité des diodes laser, d'un ou plusieurs pics de transmission sur chaque axe. Malheureusement, la bande passante d'une sonde basée sur la modulation d'amplitude étant également inversement proportionnelle à la longueur de cavité (A.10), la mesure de deux composantes doit impérativement s'effectuer à l'aide d'une cavité FP dont la longueur maximum est imposée par la bande passante à respecter.

Or la bande passante d'une cavité Fabry-Pérot est donnée par la relation :

$$\Delta f_{-3dB} = \frac{ISL}{\pi}\,(\alpha\, e - \ln R) \tag{A.10}$$

Ainsi, en considérant une cavité non absorbante, la conception d'une sonde basée sur la modulation d'amplitude permettant la mesure de deux composantes sur une bande passante Δf_{-3dB} n'est possible que si la longueur de cavité est comprise dans l'intervalle

suivant :

$$\frac{P_+P_-\left(2\lambda_0-\Delta\lambda\right)}{2\left(P_-n_+ + P_+n_-\right)} \leqslant e \leqslant -\frac{\mathrm{c}\ln R}{2n_+\pi\ \Delta f_{-3dB}} \tag{A.11}$$

P_- et P_+ sont les ordres de transmission minimum selon les axes propres, permettant de vérifier la condition (A.9). Ce qui implique que :

$$\frac{P_+P_-\left(2\lambda_0-\Delta\lambda\right)}{\left(P_-n_+ + P_+n_-\right)} \leqslant -\frac{\mathrm{c}\ln R}{n_+\pi\ \Delta f_{-3dB}} \tag{A.12}$$

Lors du dimensionnement des cavités, il également important de prendre en considération les incertitudes Δe de longueur de cavité, imputables notamment à la précision de découpe des cristaux constituant la cavité [2]. Effectivement, si la longueur de la cavité se retrouve, par le jeu de ces incertitudes technologiques, plus petite que prévue, il se pourrait que nous ne puissions avoir aucun mode de transmission dans la plage d'accordabilité des diodes laser, rendant impossible la mesure de deux composantes du champ électrique. À l'inverse, si l'on surestime légèrement et volontairement la longueur de la cavité pour se prémunir de ces incertitudes, on pourrait rencontrer l'effet inverse (cavité légèrement trop longue), ce qui aurait les mêmes conséquences.

Ainsi, le seul moyen d'éliminer ces problèmes est de considérer une taille minimum e_{min} de la cavité au dessus de laquelle il possible d'observer systématiquement au moins deux modes de transmission consécutifs dans la plage d'accordabilité des diodes laser.

En effet, si l'on considère une longueur de cavité e autorisant la présence de deux modes de transmission consécutifs P et $P+1$, dans la plage d'accordabilité des diodes laser, ces modes doivent vérifier simultanément les conditions suivantes :

$$\begin{cases} \frac{2\pi n_- e}{\lambda_0-\Delta\lambda} = (P+1)\pi \\ \frac{2\pi n_- e}{\lambda_0+\Delta\lambda} = P\pi \end{cases} \tag{A.13}$$

D'après le système d'équation (A.13), la valeur de P minimum permettant de se prémunir des incertitudes de longueur de cavité, est donc donnée par :

$$P = \frac{\lambda_0-\Delta\lambda}{2\Delta\lambda} \tag{A.14}$$

2. Les fournisseurs n'assurent pas, de manière générale, des longueurs de cristaux à mieux de 10 μm.

Pour cette valeur de P, la longueur de cavité minimum vaut :

$$e_{min} = \frac{\lambda_0^2 - \Delta\lambda^2}{4\ n_-\Delta\lambda} \tag{A.15}$$

Ainsi, on montre qu'une cavité Fabry-Pérot permettra de satisfaire les exigences fixées en termes de bande passante, tout en autorisant l'existance des mode de transmission associé aux indices propres de la cavité, pour toute longueur de cavité e vérifiant :

$$\frac{\lambda_0^2}{4\ n_-\Delta\lambda} \leqslant e \leqslant -\frac{\mathrm{c}\ln R}{2n_+\pi\ \Delta f_{-3dB}} \tag{A.16}$$

A.2.2.1 Conditions expérimentales

En limitant la température basse de jonction des diodes à quelques °C afin d'éviter les problèmes de condensation au niveau du module Peltier, et la température haute à 70 °C, et compte tenu des caractéristiques mesurées (figure (A.7)) des diodes, on dispose, si l'on prend soin d'éviter le saut de mode longitudinal de la cavité DFB (cf. figure A.8), deux plages d'accordabilité $\Delta\lambda$ d'environ 2 nm et une longueur d'onde d'émission centrale λ_0 de 1552 nm pour la bande basse et de 1554 nm pour la bande haute.

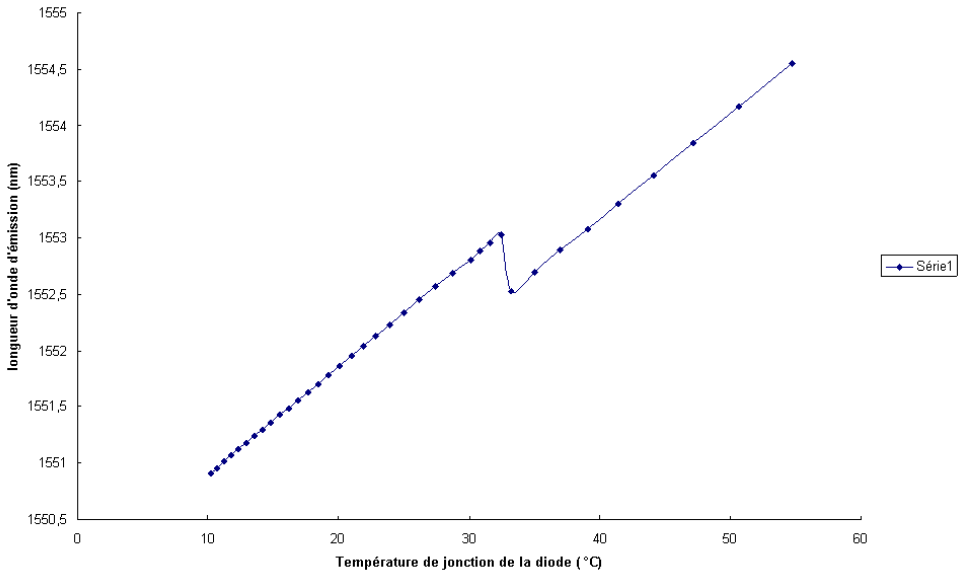


FIGURE A.7 – Longueur d'onde d'émission des diodes laser en fonction de la température de jonction.

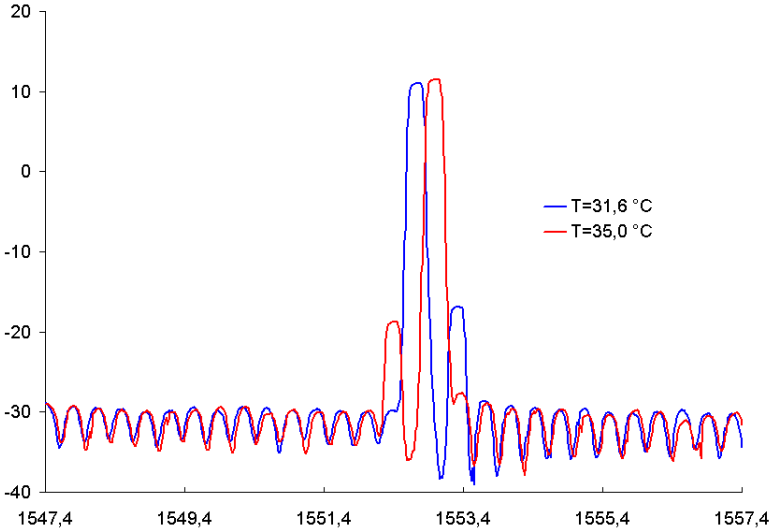


FIGURE A.8 – Spectre d'émission de la diode DFB pour deux températures de jonction proches.

A.2.2.2 Cas du $LiTaO_3$

Pour des valeurs d'indices propres $n_+ = 2.2$ et $n_- = 2.18$, et en considérant les caractéristiques données précédemment, d'après l'équation (A.14), au delà de l'ordre $p = 194$, correspondant à une longueur de cavité supérieure à 140 μm, il est possible d'avoir des pics de transmission associés à chacun des indices propres de la cavité de $LiTaO_3$ dans la plage d'accordabilité des diodes laser.

$$e_{min} = 140\ \mu m \leqslant\ e_{LiTaO_3}\ \leqslant -\frac{\mathrm{c}\ln R}{2\ n_+ \pi\ \Delta f_{-3dB}} \tag{A.17}$$

Ainsi, pour une sonde de bande passante Δf_{-3dB}, on impose une valeur maximum pour le coefficient de réflexion R de façon à satisfaire les incertitudes Δe spécifique au constructeur. Comme le montre l'équation (A.18), déduite de l'inégalité (A.16), ce coefficient est d'autant plus grand que Δe est petit :

$$R \leqslant e^{-\frac{2\,n_+\,\pi\,\Delta f_{-3dB}\left(2\Delta e + e_{min}\right)}{\mathrm{c}}} \tag{A.18}$$

Ce coefficient de reflexion maximum impose par la suite une sensibilté maximum à la sonde, dépendant de R.

$$S_{\underline{+}}(R) = \frac{3\sqrt{3}\ \ \nu_l\ \left|\vec{K}_{\underline{+}}\right| \cos\left(\vec{K}_{\underline{+}} \cdot \vec{E}_\Omega\right)}{8\ n_{\underline{+}}\ \Delta f_{-3dB}}\ \sqrt{R} \tag{A.19}$$

Calcul numérique : Pour les contraintes suivantes :

$$\begin{cases} \Delta e = 10\ \mu m \\ \Delta f_{-3dB} = 10\ GHz \\ \Delta\lambda = 2\ nm \\ \lambda_0 = 1554\ nm \end{cases}$$

On obtient les paramètres suivants :

$$\begin{cases} e_{LiTaO_3} = 150\ \mu m \\ R_{max} = 93,5\ \% \end{cases}$$

La sonde présente alors un gain de

$$G_{\substack{+\\-}}(R) \approx 3850 \left| \vec{K}_{\substack{+\\-}} \right| \tag{A.20}$$

A.3 Conclusion

En conclusion, les performances des sondes EO basées sur la modulation d'amplitude dépendent grandement de la qualité des cavités, tant d'un point de vue géométrique, où les cavités de grande finesse requièrent un très bon parallélisme des faces en regard et une incidence normale quasi parfaite (à moins de 0,5° près) du faisceau sonde, que d'un point de vue optique, où les cristaux EO utilisés doivent présenter la plus grande transparence à la longueur d'onde optique considérée. Si ces conditions drastiques sont satisfaites, les sondes basées sur la modulation d'amplitude présentent une sensibilité environ 1,5 fois plus grande que la modulation d'état de polarisation ou de phase (à bande passante équivalente), et une compacité grandement améliorée (cf. équation (2.26) page 49). L'utilisation d'un cristal EO biréfringent permet également de réaliser des systèmes entièrement fibrés dédiés à la mesure simultanée de deux composantes du champ électrique. Il est aussi envisageable de déduire la température via l'asservissement des longueurs d'onde des sources laser, asservissement utilisé pour compenser les variations des indices de réfraction $n_{\pm}$ induites par les variations de température et nécessaire pour maintenir le système sur son point de fonctionnement optimal [3]. Néanmoins, comme il a déjà été noté précédemment,

3. On rappelle que le point de fonctionnement des sondes EO basées sur la modulation d'amplitude caractérisé par une puissance optique valant 75% de la puissance transmise maximale de transmission.

l'asservissement de la longueur d'onde via le contrôle du module Peltier (cf. partie 7.2.2 page 179) est extrêment lent. Il n'est donc pas envisageable de développer une sonde EO basée sur la modulation d'amplitude pour des applications "de terrain", du moins avec ce type d'asservissement en longueur d'onde.

Les systèmes EO basés sur la modulation d'amplitude sont donc appropriés pour des applications qui requièrent des sondes extrêmement compactes et sensibles pour des mesures de deux composantes du champ électrique mais ne permettent pas des mesures de température rapidement variable.

Annexe B

Caractéristiques des éléments du banc optique

Sommaire

B.1 La source laser 246

B.1.1 Le module de contrôle de puissance optique 246

B.1.2 Le module de contrôle de longueur d'onde (TEC) 247

B.2 Les cubes séparateurs non polarisants 251

B.3 L'amplificateur hyperfréquence et la photodiode rapide . . . 253

B.4 Conclusion 259

B.1 La source laser

La diode laser utilisée est une diode laser DFB [103] (Distributed FeedBack) fibrée de la société JDS Uniphase [104]. À défaut de pouvoir caractériser complètement les performances optiques (largeur spectrale, RIN, ...), nous nous sommes intéressés dans cette partie aux caractéristiques des modules de contrôle de puissance et de longueur d'onde d'émission du laser, dont les performances sont primordiales dans le dimensionnement du système de compensation (cf. parties 6.2.2 et 7).

B.1.1 Le module de contrôle de puissance optique

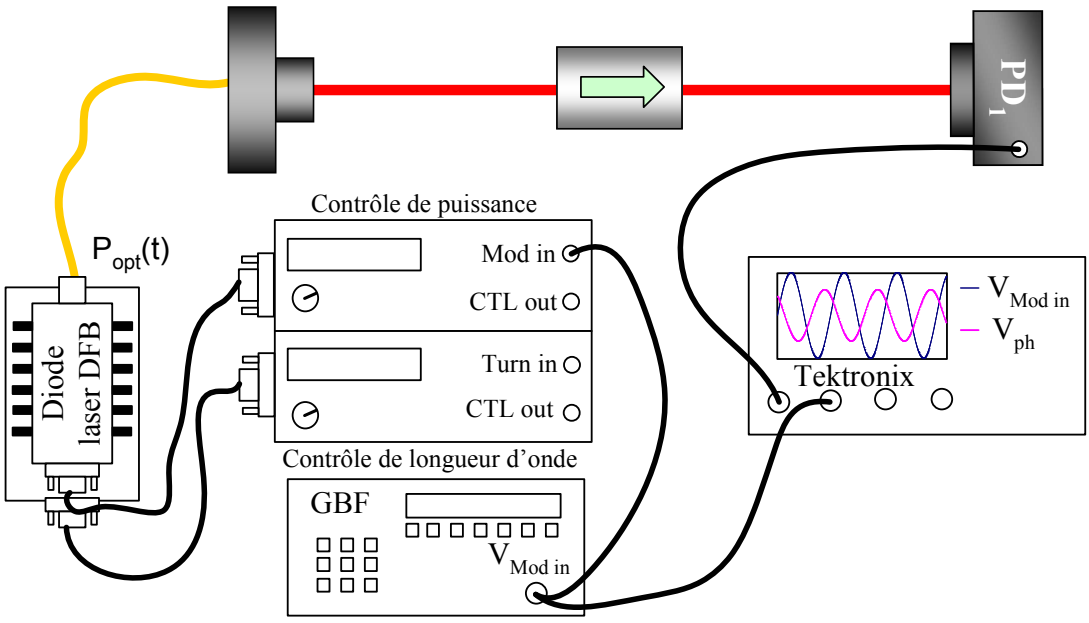


FIGURE B.1 – Schéma du dispositif de mesure de la réponse fréquentielle du module de contrôle de la puissance optique.

Méthode de mesure de la réponse fréquentielle :

En appliquant une modulation sinusoïdale en régime de petits signaux au module de contrôle de puissance via un générateur basse fréquence (GBF), nous avons mesuré l'évolution de la modulation de puissance optique engendrée sur la photodiode en fonction de la fréquence. Compte tenu du fait que la fréquence de coupure de la photodiode utilisée

est bien plus haute (≈ 60 MHz) que celle du module de contrôle de puissance, la réponse fréquentielle de ce dernier est donnée par l'amplitude normalisée de la tension V_{ph} mesurée aux bornes de la photodiode. La figure B.2.a présente la réponse passe-bas du module dont la fréquence de coupure est d'environ 400 kHz.

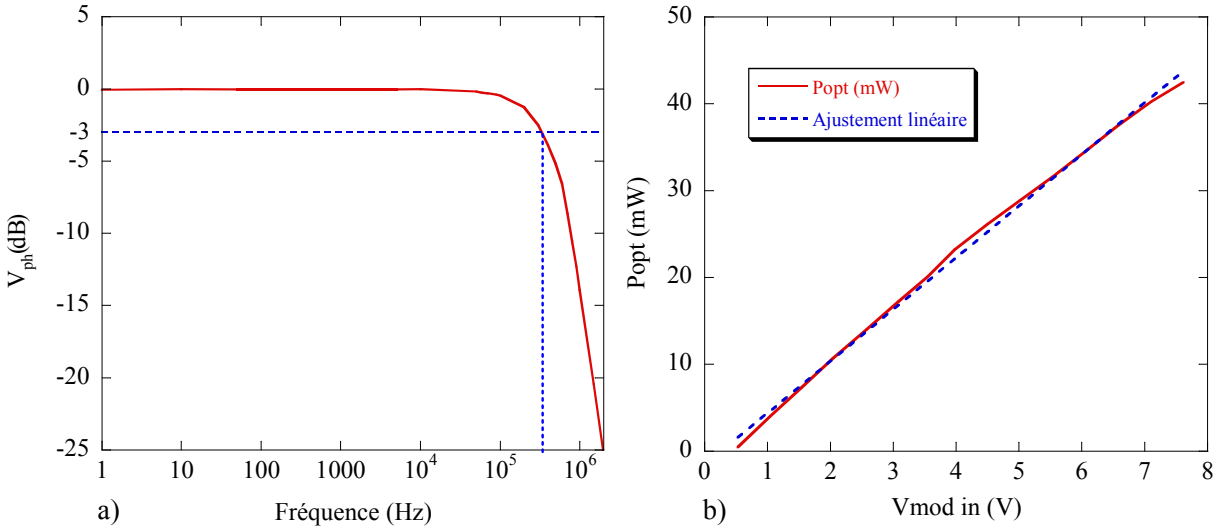


FIGURE B.2 – a) Réponse fréquentielle du module de contrôle de puissance optique. b) Courbe $I(V)$ donnant la puissance optique en fonction de la tension de commande $\mathrm{V_{mod\ in}}$.

L'ajustement de la puissance optique, exprimée en mW, en fonction de la tension de contrôle $\mathrm{V_{mod\ in}}$, exprimée en Volt, est donné par la relation affine suivante :

$$\mathrm{P_{opt}} \approx 5,96\ \mathrm{V_{mod\ in}} - 1,57 \tag{B.1}$$

B.1.2 Le module de contrôle de longueur d'onde (TEC)

Le module de contrôle de la longueur d'onde d'émission de la diode laser DFB (Distributed FeedBack) est composé d'un module Peltier asservi qui impose une température définie à la diode laser [5], dont le fonctionnement monomode longitudinal est assuré par un réseau de Bragg [103]. Comme la longueur d'onde d'émission de la diode laser est directement reliée à sa température, le module Peltier permet donc de moduler la longueur d'onde d'émission de la diode laser DFB. Cette température imposée à la diode laser peut être modifiée via une tension $V_{turn\ in}$ qui agit sur le courant du module Peltier et qui est

mesurée par le biais d'une thermistance R, elle-même déduite de la mesure d'une tension $V_{ctrlout}$.

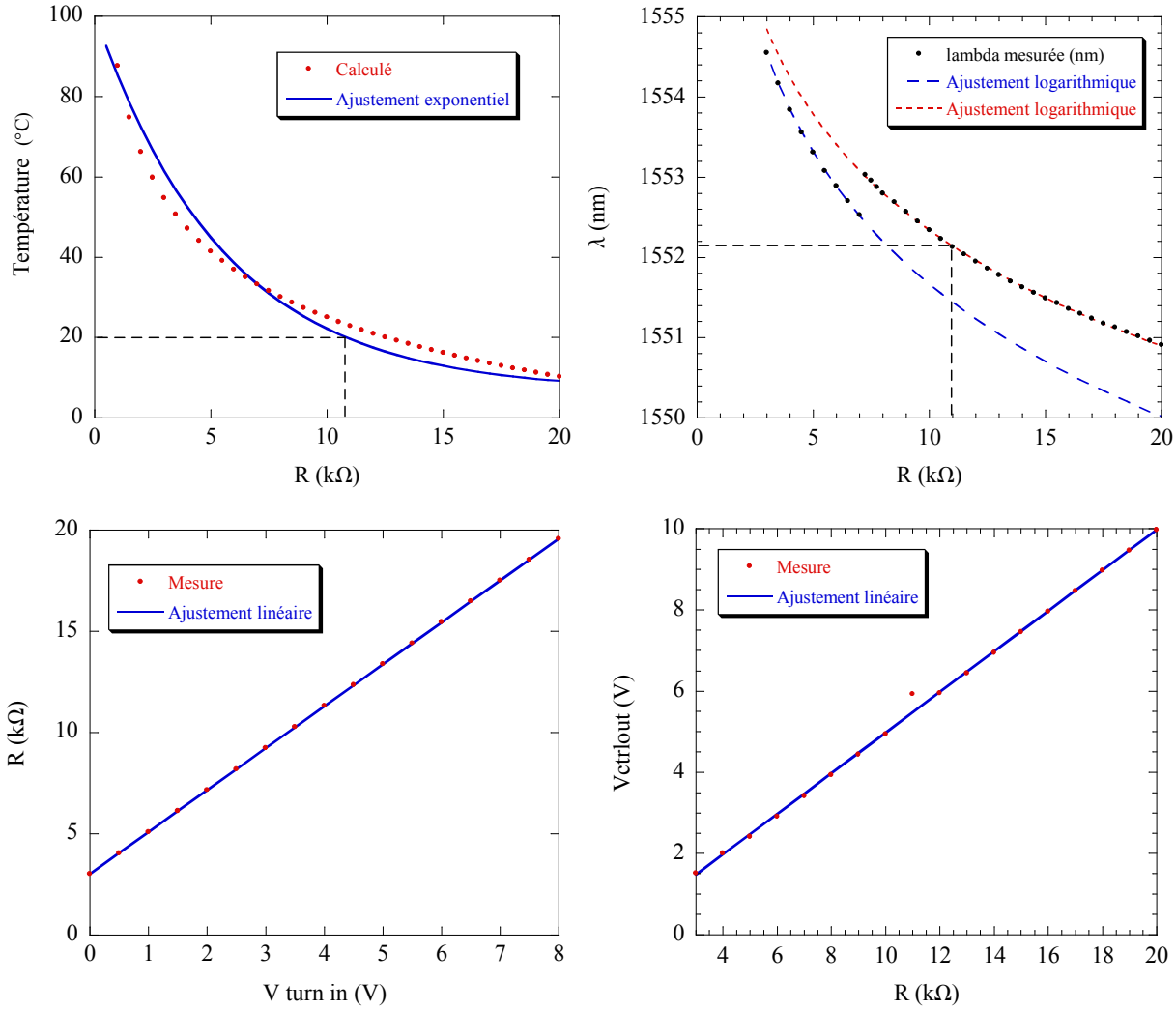


FIGURE B.3 – Caractéristiques du module Peltier.

D'après les courbes d'ajustement, on obtient :

$$R(V_{turn\ in}) \approx 2,07\,V_{turn\ in} + 3,01 \tag{B.2}$$

$$V_{CTL\ out}(R) \approx 0,5\,R - 0,02 \tag{B.3}$$

$$T(R) \approx 6,58 + 94,1\,e^{-\frac{R}{5,56}} \tag{B.4}$$

$$\begin{cases} \lambda(R) \approx -2,38\ln R + 1557,15\ , \text{pour } \forall\ R \in [3;\ 7] \\ \lambda(R) \approx -2,07\ln R + 1557,13\ , \text{pour } \forall\ R \in\ ]\,7;\ 20\,] \end{cases} \tag{B.5}$$

R est donné en kΩ, $V_{turn\ in}$ et $V_{CTRLout}$ sont donnés en volt, et λ est donné en nm.

Bien que permettant un ajustement très fin de la longueur d'onde d'émission de la diode laser, le module Peltier est cependant très lent comme le montre la figure B.5, obtenue à l'aide du dispositif schématisé sur la figure B.4.

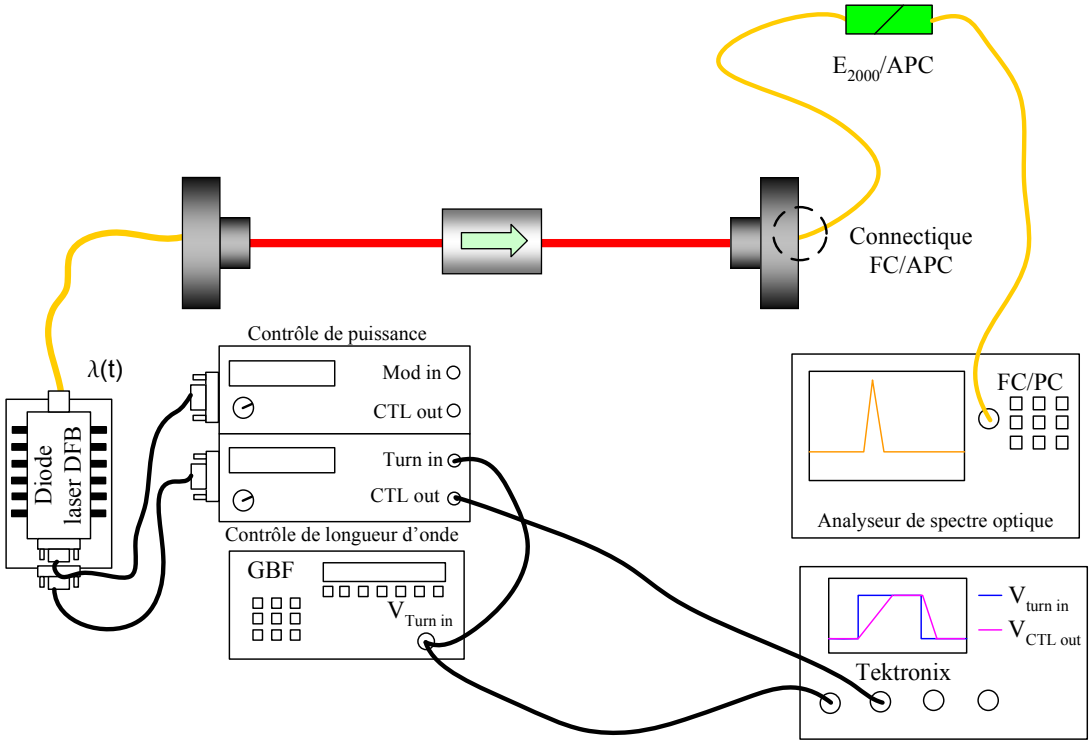


FIGURE B.4 – Schéma du dispositif de mesure des caractéristiques fréquentielles du module Peltier.

Principe :

On applique une tension sinusoïdale $V_{turn\ in}$ d'amplitude V_{pp} suffisamment faible au module Peltier, via le GBF, de telle sorte que la longueur d'onde d'émission soit une fonction linéaire (cf. equation 6.17 p.155) du signal de contrôle. La longueur d'onde s'écrit ainsi :

$$\lambda(t) = A(R_0) + B(R_0)V_{pp}\sin\left(2\pi\frac{t}{T_{GBF}}\right) = \lambda_0 + \Delta\lambda\sin\left(2\pi\frac{t}{T_{GBF}}\right) \qquad \text{(B.6)}$$

Compte tenu de l'existence d'un système d'asservissement PID (Proportionnel, Intégral, Différentiel) interne au module, l'amplitude d'excursion $\Delta\lambda = 2B(R_0)V_{pp}$ dépend également de la fréquence f_{GBF} du signal de contrôle $V_{turn\ in}$. En effet, le module Peltier est incapable de moduler la longueur d'onde d'émission de la diode laser plus rapidement

que le temps mis par son système d'asservissement pour atteindre la consigne en température, imposée par la tension $V_{turn\ in}$. La réponse fréquentielle du module Peltier est donc limitée par son système d'asservissement interne, dont le réglage optimal des coefficients PID a été obtenu au préalable à l'aide d'un oscilloscope [1].

Dans ces conditions optimales, on obtient la réponse fréquentielle du TEC en normalisant l'amplitude d'excursion en longueur d'onde de la diode laser, mesurée à l'aide d'un Analyseur de Spectre Optique (OSA). Le TEC se comporte comme un filtre passe-bas dont la bande passante est donnée par la fréquence f_{GBF} du signal de contrôle pour laquelle $\Delta\lambda(f_{GBF})=1/2\ \Delta\lambda(0)$.

La figure B.5 ci-dessous, donne la fréquence de coupure du module Peltier en fonction de la longueur d'onde centrale λ_0.

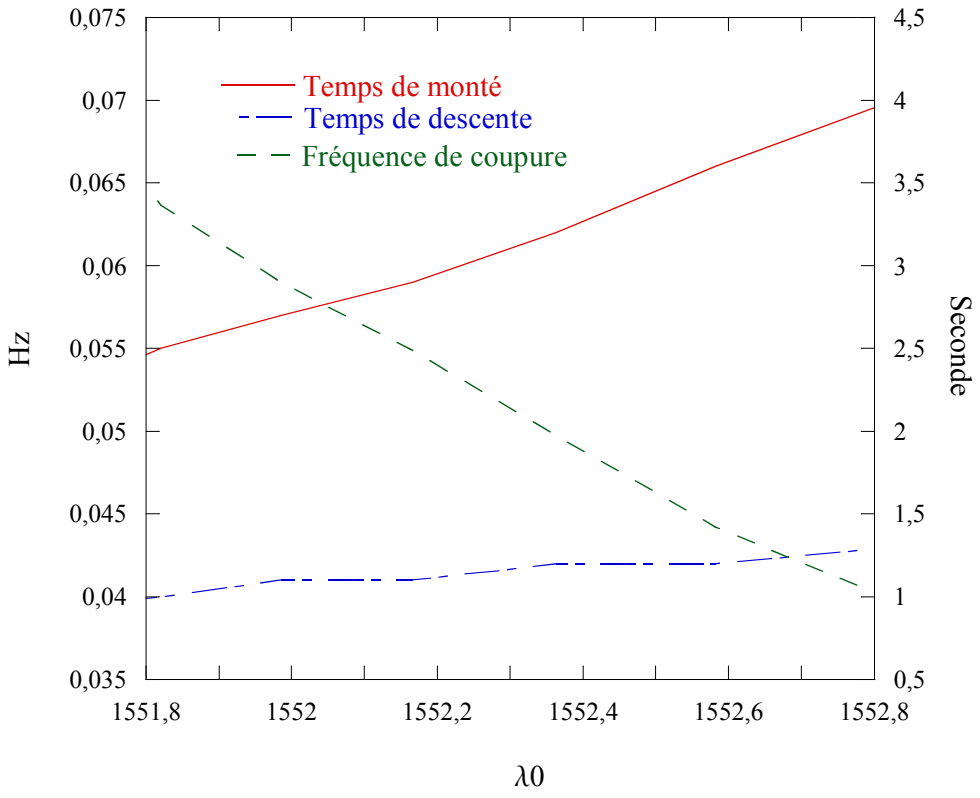


FIGURE B.5 – Fréquence de coupure du module de Peltier en fonction de la longueur d'onde centrale λ_0 pour une température ambiante de 20°.

1. Les coefficients PID sont optimaux lorsque la tension V_{ctlout}, tension image de la température du module Peltier, atteint la consigne avec un temps caractéristique le plus court possible sans présenter d'oscillations significativer.

On constate que la bande passante du TEC dépend de la fréquence centrale λ_0 autour de laquelle oscille la longueur d'onde d'émission de la diode laser. Ceci est dû au fait que le système d'asservissement de la température du module Peltier doit suivre la commande imposée par $V_{turn\ in}$ tout en compensant les phénomènes de dissipation et diffusion thermique dus au maintien de la température moyenne de la diode laser à une valeur plus ou moins éloignée de celle de la température ambiante. Il est donc d'autant plus difficile de moduler la température imposée au TEC que celle-ci est éloignée de la température ambiante. Or, il apparaît sur la figure B.3 que la température de la diode laser est voisine de 20°C (température ambiante) pour une valeur de la thermistance de l'ordre de 11 kΩ, laquelle correspond à une longueur d'onde de $\approx$ 1552 nm. Il est donc normal que la fréquence de coupure du module Peltier augmente lorsque l'on s'approche, comme le montre la figure B.5, de la valeur de longueur $\lambda_0 = 1551,8$ nm.

Cet effet se traduit également par la dissymétrie qui existe au niveau du temps caractéristique que met le système d'asservissement à atteindre la consigne, suivant qu'on lui impose de s'écarter ou de se rapprocher de la température ambiante. C'est ce que l'on observe sur la figure B.5 qui présente une telle dissymétrie entre les temps caractéristiques de montée (où l'on s'écarte de la température ambiante) et de descente (où l'on se rapproche de la température ambiante), obtenus en imposant une tension de commande en créneau pour différentes valeurs de R_0.

Remarque : Cette dissymétrie est également observable à l'OSA dès lors que l'amplitude d'excursion en longueur d'onde ne diminue pas de façon égale de part et d'autre de la longueur d'onde centrale.

B.2 Les cubes séparateurs non polarisants

Les cubes séparateurs (CS) 50/50 non polarisants sont loin de présenter les caractéristiques attendues. Les petites imperfections de réalisation mais également le design même de ces éléments optiques engendrent des déphasages relatifs $\Delta\varphi$ entre les composantes verticale et horizontale du faisceau incident. Ces mêmes imperfections causent

également un léger déséquilibre entre les coefficients de réflexion et de transmission. De ce fait, d'après les équations 3.77 (p. 85), les cubes agissent sur l'état de polarisation et présentent des directions privilégiées (lignes neutres) pour lesquelles les cubes ne modifient pas la polarisation rectiligne incidente. Ces directions correspondent aux modes TE et TM de propagation pour lesquels le champ électrique, respectivement le champ magnétique, sont tangents aux surfaces collées en regard des prismes formant les cubes.

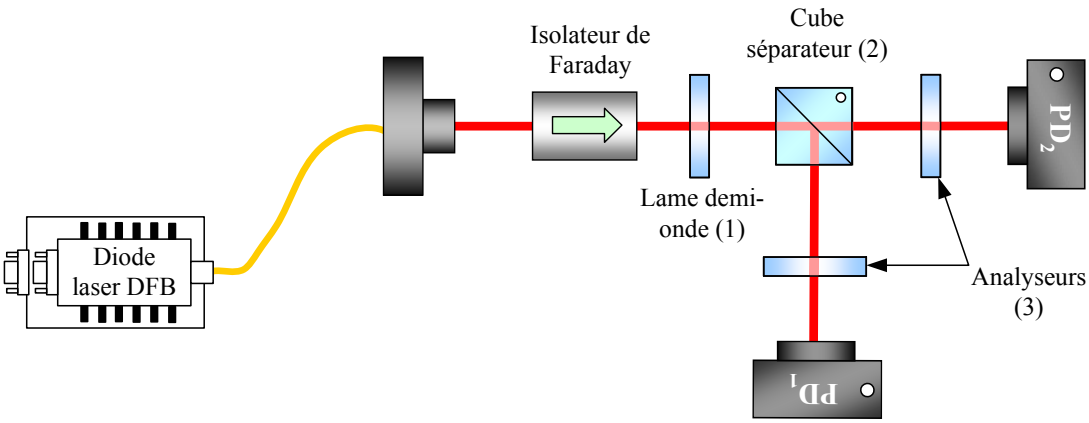


FIGURE B.6 – Schéma du dispositif expérimental de caractérisation des cubes séparateurs.

Le dispositif schématisé sur la figure B.6, permet de mesurer les coefficients de transmission et de réflexion ainsi que le déphasage relatif induit par le CS testé (élément (2) de la figure B.6). Pour cela, on utilise une lame demi-onde (élément (1)) qui permet d'orienter le faisceau optique incident (polarisé rectilignement) selon un angle quelconque en entrée du cube séparateur testé. Les ellipticités $\zeta_{\frac{1}{2}}$, ou $\zeta_{\frac{3}{4}}$, des faisceaux sortant respectivement du cube par les voies 1 et 2, ou 3 et 4, suivant que l'injection du faisceau sonde ait été effectué sur la voie 4 ou 2 (cf. figure B.8)[2], sont obtenues en faisant le rapport de la puissance optique minimum, détectée par les photodiodes PD_1 et PD_2, sur la puissance optique maximum. Ces valeurs extrêmes sont obtenues en tournant simplement les analyseurs (éléments (3) de la figure B.6).

Comme ces ellipticités sont données théoriquement par la relation (3.77)[3] page 85,

2. Le changement de voie d'injection est obtenu simplement en retournant sur lui-même le cube séparateur testé (rotation de 180°)

3. On rappelle que $\zeta^2 = \frac{1-\sqrt{1-\Lambda^2}}{1+\sqrt{1-\Lambda^2}}$

pour laquelle le coefficient Λ_i de la i$^{\text{ème}}$ voie, dépend de l'orientation θ de la polarisation rectiligne incidente et des grandeurs que l'on cherche à déterminer selon les équations suivantes :

$$\Lambda_{\substack{1\\3}} = \frac{2\,\mathrm{R_{TE}R_{TM}}\,\sin 2\theta\,\sin\Delta\varphi}{\mathrm{R_{TE}^2 + R_{TM}^2}} \tag{B.7a}$$

$$\Lambda_{\substack{2\\4}} = \frac{2\,\mathrm{T_{TE}T_{TM}}\,\sin 2\theta \sin\Delta\varphi}{\mathrm{T_{TE}^2 + T_{TM}^2}} \tag{B.7b}$$

Ainsi, les déphasages relatifs ainsi que les différents coefficients de réflexion ($\mathrm{R_{TE}}$ et $\mathrm{R_{TM}}$) et transmission ($\mathrm{T_{TE}}$ et $\mathrm{T_{TM}}$) entre les modes TE et TM du champ incident sont obtenus en minimisant l'erreur quadratique totale entre les courbes d'ajustement théorique (courbes en traits pleins de la figure B.7) et les mesures d'ellipticité.

Les caractéristiques de trois cubes séparateurs non polarisants provenant des sociétés Thorlabs, Newport et Melles-Griot sont résumés dans la figure B.8. Un poinçon sur les cubes permet de différencier les directions d'incidence du faisceau optique. Ces marques apparaissent dans les schémas des bancs optiques de traitement d'état de polarisation (cf. figures 6.1, 6.1 et 7.2) et de montage des sondes EO (cf. figures 5.2).

On remarque que ces cubes séparateurs, dits non polarisants, sont très loin d'être parfaits dans la mesure où le faisceau émergeant devrait présenter une polarisation rectiligne, *i.e.* $\zeta = 0$, quelque soit l'orientation de la polarisation rectiligne du faisceau laser incident. Néanmoins, les cubes provenant des sociétés Thorlabs et Melles-Griot sont tout à fait acceptables au niveau de leur performances en transmission. En revanche aucun des trois cubes ne présentent de très bonnes performances en réflexion.

B.3 L'amplificateur hyperfréquence et la photodiode rapide

Au vu de ce qui à été présenté tout au long de ces travaux de thèse, la réponse fréquentielle du système développé n'est pas simplement donnée par la réponse EO intrinsèque des sondes au point de fonctionnement, mais elle dépend également de la fonction de transfère du sous-système de détection (cf. figure 7.2 page 175), composé de :

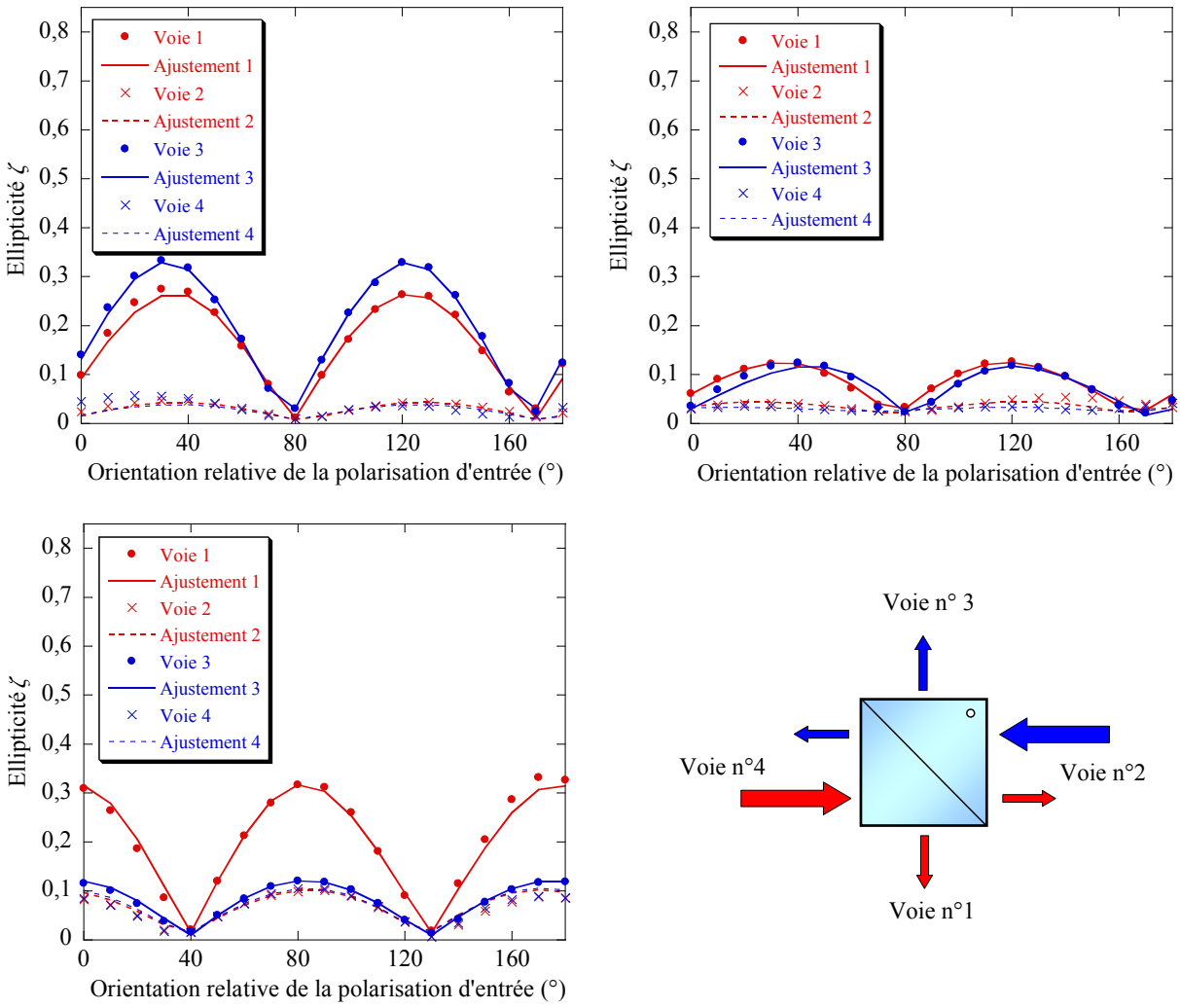


FIGURE B.7 – Evolution de l'ellipticité des faisceaux sondes sortant des voies 1 et 2 (marques rouges), ou 3 et 4 (marques bleues) et courbes d'ajustement théoriques, pour des cubes séparateurs non polarisants provenant des sociétés Thorlabs (en haut à gauche), Melles-Griot (en haut à droite), Newport (en bas à gauche).

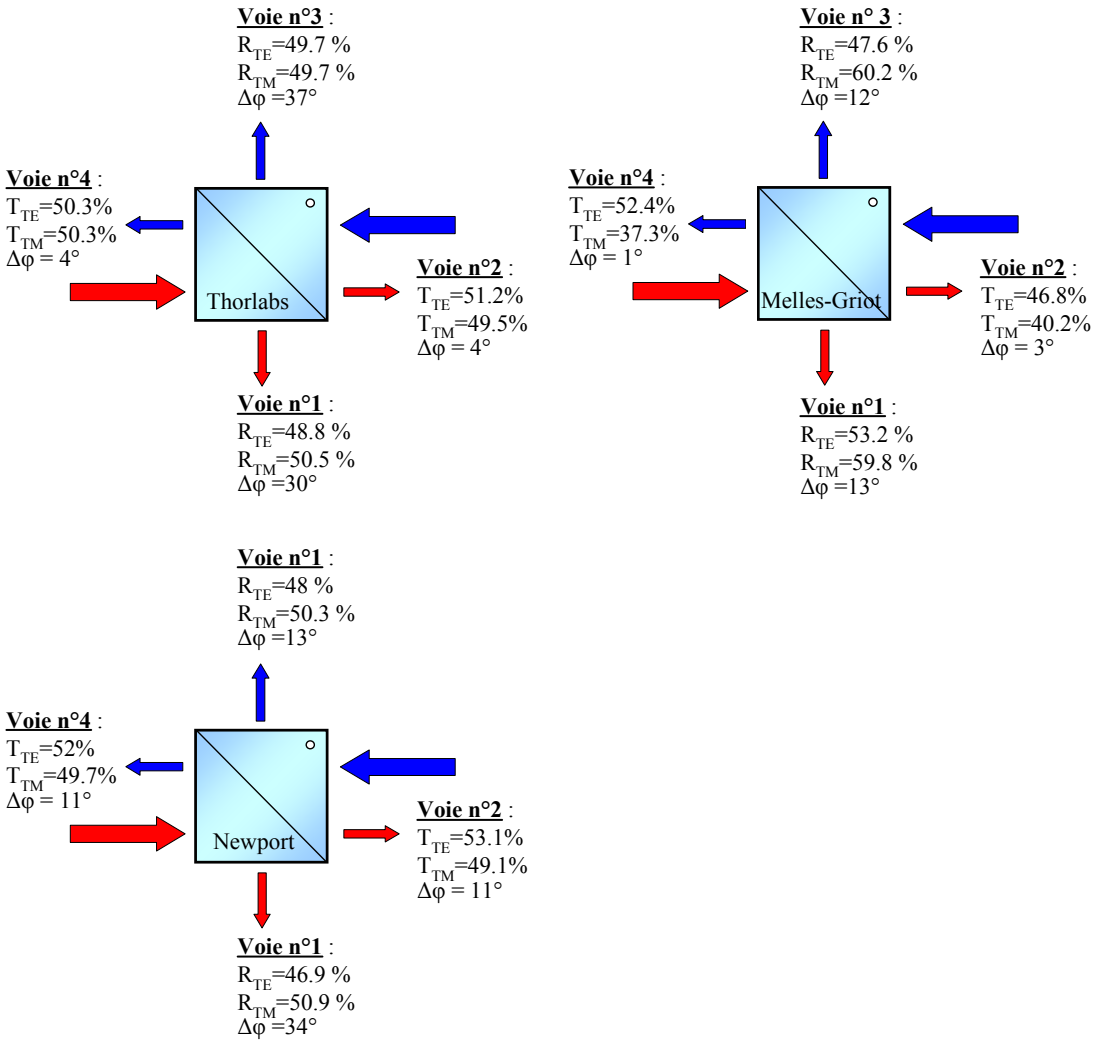


FIGURE B.8 – Caractéristiques des cubes séparateurs déduites des courbes d'ajustement théoriques de la figure B.7.

– l'amplificateur à fibre (EDFA),

– photodiode rapide,

– l'amplificateur hyperfréquence.

Il est donc indispensable de connaître les réponses fréquentielles de chacun de ces éléments si l'on veut caractériser la réponse EO du système dans son intégralité.

L'amplificateur à fibre

Le gain de l'amplificateur à fibre dépend logiquement de la longueur d'onde d'émission optique (indépendamment de la modulation hyperfréquence), or, compte tenu des caractéristiques de l'amplificateur à fibre annoncées par le constructeur [92] et la plage d'accordabilité de la diode laser, on peut considérer que le gain reste constant et que, par conséquent, la fonction de transfert du système dans son intégralité, est indépendante de celle de l'amplificateur à fibre (au gain près).

La photodiode rapide

Nous avons déterminé la réponse fréquentielle de la photodiode, donnée par le paramètre S_{21}, en utilisant un analyseur vectoriel de réseaux 8720ES de la société Agilent.

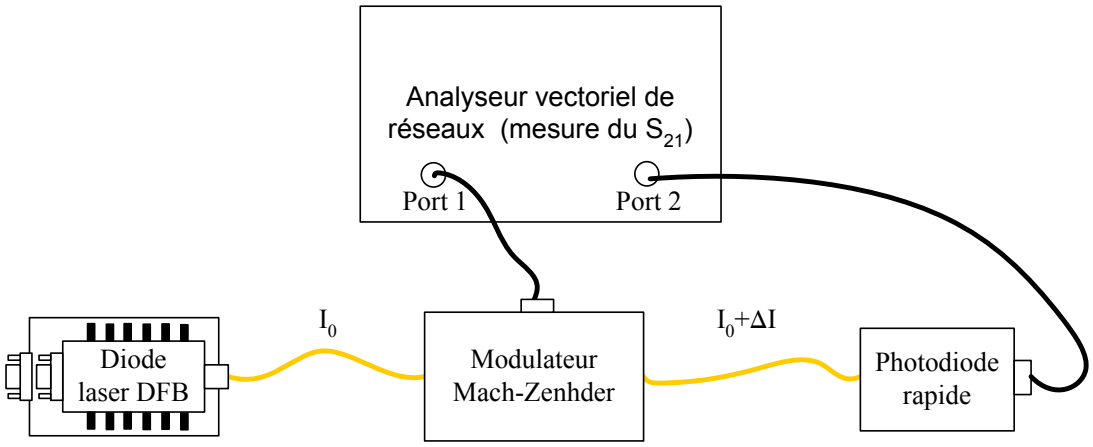


FIGURE B.9 – Schéma du dispositif expérimental permettant la mesure de la réponse fréquentielle de la photodiode rapide.

Nous avons réglé au préalable la puissance optique I_0 émise par la diode laser, ainsi que l'amplitude de modulation ΔI généré par le modulateur électro-optique, lui-même

contrôlé en tension par le port 1 de l'analyseur vectoriel de réseaux (cf. figure B.9), de telle sorte que l'on mesure la réponse fréquentielle de la photodiode rapide dans des conditions analogues à celles rencontrées lors des mesures de champs électriques présentées dans la partie 8.2. La figure B.10 présente les résultats obtenus sur une bande de fréquence allant de 0,05 à 20 GHz

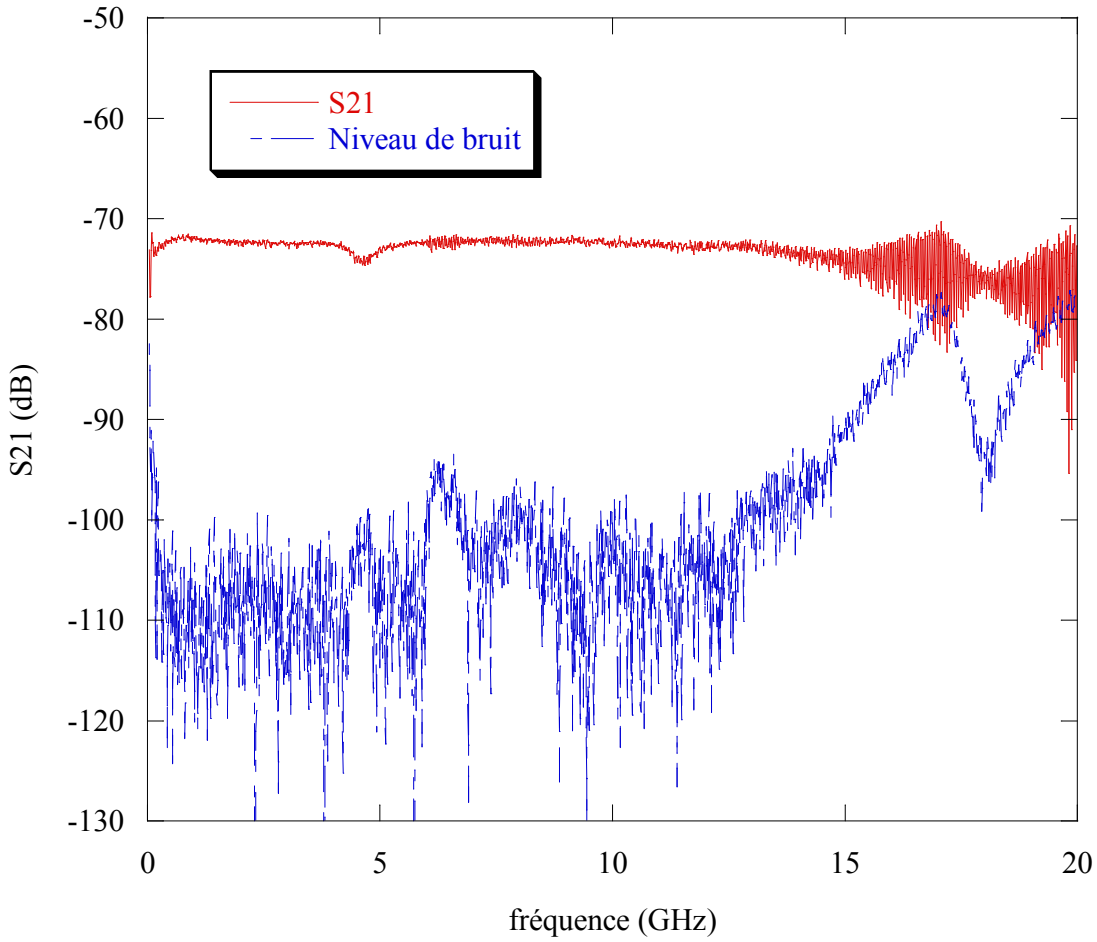


FIGURE B.10 – Réponse fréquentielle de la photodiode rapide et niveau de bruit du dispositif, obtenu en coupant la source laser, dans la bande 0,05-20 GHz.

Excepté pour des fréquences élevées ($\geqslant$ 15 GHz), pour lesquelles le niveau de bruit devient comparable à celui du signal, la photodiode rapide présente une réponse fréquentielle plate ($\leqslant$ 1 dB).

Amplificateur hyperfréquence

La fonction de transfert de l'amplificateur hyperfréquence a été obtenue à l'aide du même dispositif que celui représenté sur la figure B.9 en remplaçant uniquement le modulateur Mach-Zenhder et la photodiode par l'amplificateur LUCIX S001200L3201 utilisé. Un calibrage SOLT a été effectué de manière à s'affranchir des câbles hyperfréquences en plaçant les plans de référence à l'entrée et la sortie de l'amplificateur. La figure B.11, montre l'isolation (S_{12}), les adaptations (S_{11} et S_{22}) et la fonction de transfert (S_{21}) de cet amplificateur.

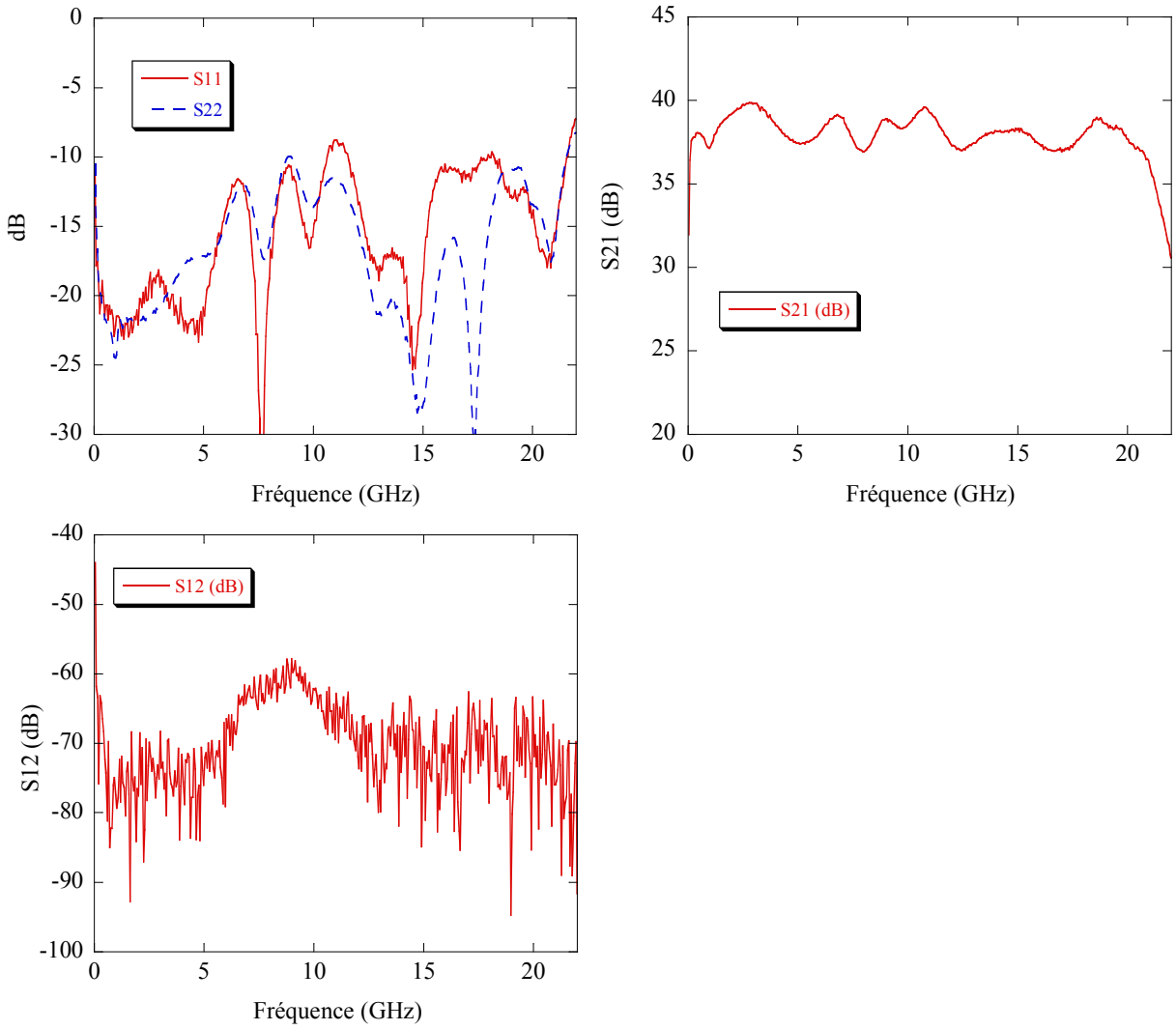


FIGURE B.11 – Paramètres S de l'ampli hyperfréquence LUCIX S001200L3201 utilisé.

L'amplificateur présente un gain moyen d'environ 38 dB avec une ondulation de $\approx 3dB$ sur une bande allant de 0,1 à 20 GHz.

B.4 Conclusion

Au vu des caractéristiques fréquentielles des différents éléments constituant le sous-système de détection, la réponse fréquentielle du système dans son intégralité (sonde + banc optique + sous-système de détection) n'est affecté que par le taux d'ondulation de 3 dB de l'amplificateur hyperfréquence sur une bande fréquentielle allant de 0,1 à 15 GHz. Au delà de cette fréquence haute, le niveau de bruit de la photodiode rapide devient trop important, comparativement au niveau des signaux EO mesurés avec le système développé, rendant impossible une mesure fiable de signaux pour des fréquences supérieures. Ce problème peut être résolu en utilisant soit un photodétecteur ayant un meilleur rendement, soit une sonde basée sur la modulation d'amplitude, intrinsèquement plus sensible (cf. partie 2.1.2).

Bibliographie

[1] G. C. Baldwin. *An introduction to non linear optics*, pages 58–60. Plenum Press, 1969.

[2] B. H. Kolner and D. M. Bloom. Electrooptic sampling in gaas integrated circuits. *IEEE J. Quantum Electron.*, 22 :79–93, 1986.

[3] K. Yang, G. David, J.-G. Yook, I. Papapolymerou, L. P. B. Katehi, and J. F. Whitaker. Electrooptic mapping and finite-element modeling of the near-field pattern of a microstrip patch antenna. *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, 48 :288–294, 2000.

[4] H. I. Bassen and G. S. Smith. Electric field probes : A review. *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, 31 :710–718, 1983.

[5] D. M. Rowe. *Thermoelctrics handbook : Macro to nano.* CRC, 2006.

[6] S Mahadevan et al. Design, fabrication and characterization of an x-ray bolometer for pulsed plasma x-ray sources. *Meas. Sci. Technol.*, 6 :2287–2291, 2005.

[7] D. C. Alsop, C. Inman, A. E. Lange, and T. Wilbanks. Design and construction of high-sensitivity, infrared bolometers for operation at 300 mk. *Appl. Opt.*, 31(31) :6610–6615, November 1992.

[8] A. D. Turner et al. Silicon nitride micromesh bolometer array for submillimeter astrophysics. *Appl. Opt.*, 40(28) :4921–4932, October 2001.

[9] F. Pajot et al. Large bolometer arrays with superconducting nbsi sensors for future space experiments. *J Low Temp Phys*, 442 :513–517, January 2008.

[10] M. J. Myers et al. An antenna-coupled bolometer with an integrated microstrip bandpass filter. *Appl. Phy. Lett.*, 86 :513–517, 2005.

[11] D. L Hote, X. F. Navick, and R. Tourbot. Charge and heat collection in a 70 g heat/ionization cryogenic detector for dark matter search. *Journal of Applied Physics*, 87(3) :1507–1521, February 2000.

[12] G. Chardin et al. Status of the edelweiss experiment. *Nucl. Instr. Methods A*, 444 :319–322, 2000.

[13] G. Chardin et al. Cryogenic photodetectors. *Nucl. Instr. Methods A*, 442 :259–266, 2000.

[14] S. Kodato, T. Wakabayashi, Q. Zhuang, and S. Uchida. New structure for dc-65 ghz thermal power sensor. In *International Conference on Solid-State Sensors and Actuators 2*, pages 1279–1282, June 1997. Chicago-USA.

[15] C. Aslangul, (1st September 2008). http ://www.librecours.org/documents/4/490.pdf.

[16] M. Planck. On the law of distribution of energy in the normal spectrum. *Annalen der Physik*, 4 :553, 1901.

[17] M. Planck. On an improvement of wien's equation for the spectrum. *Verhandl. Dtsch. phys. Ges.*, 2 :202–204, 1900.

[18] S. Huth, O. Breitenstein, A. Huber, D. Dantz, U. Lambert, and F. Altmann. Lock-in ir-thermography - a novel tool for material and device characterization. *Sol. St. Phen.*, 82 :741–746, 2002.

[19] B. Pliquet, P. Levesque, B. Duchêne, X. Ferrieres, and J.-C. Alliot. Electromagnetic nondestructive evaluation of materials from incomplete emir data. *Annual Review of Progress in Quantitative Nondestructive Evaluation, Montréal*, juillet 1999. Canada.

[20] P. Levesque, J. L. Lasserre, A. Paupert, and G. Teyssedou. Caractérisation de sources impulsionnellesde fortes puissance par la méthode emir. In *Journées scientifiques du CNFRS METROLOGIE ET CAPTEURS EN ELECTROMAGNETISME*, 2004.

[21] P. Levesque, L. Leylekian, and D. Balageas. Vectorial characterisation of electromagnetic fields by infrared thermography. *Quantitative Infrared Thermography, Reims - France*, juillet 2000.

[22] L. Desplanque. *Caractérisation électro-optique de composants térahertz par échantillonnage Franz-Keldysh subpicoseconde.* PhD thesis, Université des Sciences et Technologies de Lille, 2000-2003.

[23] W. Franz. Einfluss eines elektrischen feldes auf ein optische absorptionskante. *Z. Nturforsch*, 13A :484–489, 1958.

[24] L. V. Keldysh. The effect of a strong electric field on the optical properties of insulating crystals. *J. Exp. Theoret. Phys.*, 34 :1138–1141, 1958.

[25] O. Qasaimeh, J. Singh, and P. Bhattacharya. Electroabsorption and electrooptic effect in sige/si quantum wells : Realization of low-voltage optical modulators. *IEEE J. Quantum Electron.*, 33 :1532–1536, 1994.

[26] Y.-J. Chiu, H.-F. Chou, V. Kamana, P. Abraham, and J. E. Bowers. High extinction ratio and saturation power travelling-wave electroabsorption modulator. *IEEE Photon. Technol. Lett.*, 14 :792–794, 2002.

[27] R. Heinzelmann, A. Stöhr, M. Groß, D. Kalinowski, T. Adler, M. Schmidt, and D. Jäger. Optically powered remote optical field sensor system using an electroabsorption-modulator. In *IEEE MTT-S International Microwave Symposium Digest*, volume 3, pages 1225–1228, june 1998. Baltimore-USA.

[28] K. C. Gupta, R. Chadha, and R. Garg. *Computer-Aided Design of Microwave Circuits.* Artech House, 1981.

[29] P. L. D. Abrie. *The design of impedance-matching networks for radio-frequency and microwave amplifiers.* United States of America Artech House, 1985.

[30] W. D. Parther, C. E. Baum, R. J. Torres, F. Sabath, and D. Nitsch. Survey of worldwide high-power wideband capabilities. *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, 46 :335–344, 2004.

[31] S. Silver and H. M. James. *Microwave antenna theory and design*, chapter 2. Peter Peregrinus Ltd, 1984.

[32] H. Hertz. *Electric Waves.* Macmillan and Co. Ltd., 1893.

[33] S. Silver and H. M. James. *Microwave antenna theory and design*, chapter 3. Peter Peregrinus Ltd, 1984.

[34] Y. Gao and I. Wolff. A new miniature magnetic field probe for measuring three-dimensional fields in planar high-frequency circuits. *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, 44 :911–918, 1996.

[35] G. Chartier. *Manuel d'optique*. Hermès, 1997.

[36] P. Horowitz and W. Hill. *Traité de l'électronique*, volume 1, chapter 1. Publitronic, 1996.

[37] Microwave Device Technology, (26th September 2008). http ://www.mbelectronique.fr/MS8150-P2613.pdf.

[38] E. Nicolas, D. Lautru, F. Jacquin, M. F. Wong, and J. Wiart. Specific absorption rate assessments based on a selective isotropic measuring system for electromagnetic fields. *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, 50 :397–401, 2001.

[39] W. Mann et K. Petermann. Vcsel-based miniaturised e-field probe with high sensitivity and optical power supply. *Electron. Lett.*, 38 :455–456, 2002.

[40] J. H. Reed. *An Introduction to Ultra Wideband Communication Systems*. Prentice Hall, 2005.

[41] J. Taylor. *Introduction to Ultra Wideband Radar Systems*. CRC Press, 1995.

[42] Lionel Duvillaret, Stéphane Rialland, and Jean Louis Coutaz. Electro-optic sensors for electric field measurements. ii. choice of the crystals and complete optimization of their orientation. *J. Opt.Soc. Am. B*, 19(11), novembre 2002.

[43] M. J. Gunning, R. E. Raab, and W. Kucharczyk. Magnitude and nature of the quadratic electro-optic effect in potassium dihydrogen phosphate and ammonium dihydrogen phosphate crystals. *J. Opt. Soc. Am. B*, 18 :1092–1098, 2001.

[44] L. Levi. *Applied optics*, volume 2. John Wiley and sons, 1993.

[45] J. O. Dimmock, C. E. Hurwitz, and T. B. Reed. Infrared transmission, magnetic birefringence, and faraday rotation in euo. *J. Appl. Phys.*, 40 :1336, 1969.

[46] Lionel Duvillaret, Stephane Riallland, and J.-L. Coutaz. Electro-optic sensors for electric field measurements : i. theoretical comparison among different modulation techniques. *J. Opt. Soc. Am. B*, 19 :2692–2703, 2002.

[47] Q. W. Wu and X.-C. Zhang. Free-space electro-optics sampling of mid-infrared pulses. *Appl. Phys. Lett.*, 71 :1285–1287, 1997.

[48] Gwenael Gaborit. *Caractérisation de champs électriques hyperfréquences par capteur électro-optique vectoriel fibré*. PhD thesis, Laboratoire d'Hyperfréquence et de Caractérisation de l'université de Savoie (LAHC), 2002-2005.

[49] J. C. Maxwell. A dynamical theory of the electromagnetic field. *Royal Society Transactions*, 155 :459–512, 1865.

[50] J. D. Jackson. *Classical Electrodynamics*. John Wiley and sons, 1999. 3ème ed.

[51] J. P. Pérez, R. Carles, and R. Fleckinger. *Èlectromagnétisme Fondements et Applications*. Dunod, 2002. 4ème ed.

[52] J. D. Griffiths. *Introduction to Electrodynamics*. Prentice Hall, 1998.

[53] T. L. Chow. *Electromagnetic theory*, chapter 5. Sudbury MA : Jones and Bartlett, 2006.

[54] H. Goldstein. *Classical Mechanics*, pages 143–148. Addison-Wesley, 1980.

[55] J.-P. Pérez. *Optique Fondements et Applications*, chapter 20. Dunod, 2004.

[56] D. Kliger, J. Lewis, and D. A. Randall. *Polarized light in optics and spectroscopy*. Elsevier, 1990.

[57] E. Hu et al. 4-level direct-detection polarization shift-keying (dd-polsk) system with phase modulators. In *Optical Fiber Communication Conference*, March 2003. Atlanta-USA.

[58] J. R. Mourant, T. Aida, T. M. Johnson, S. Carpenter, and James P. Freyer. Morphological information from polarized light scattering. In *OSA-Biomedical Topical Meeting*, pages 655–657, April 2002. Miami-USA.

[59] R.C. Jones. A new calculus for the treatment of optical systems : I. description and discussion of the calculus. *J. Opt.Soc. Am. A*, 31 :488–493, 1941.

[60] R.C. Jones. A new calculus for the treatment of optical systems : Ii. proof of the three general equivalence theorem. *J. Opt.Soc. Am. A*, 31 :493–499, 1941.

[61] R.C. Jones. A new calculus for the treatment of optical systems : Iii. the sohncke theory of optical activity. *J. Opt.Soc. Am. A*, 31 :500–503, 1941.

[62] E. Collett. *Polarized Light : Fundamentals and Applications*. Marcel Dekker, 1993.

[63] E. Hecht. *Optics*. Addison-Wesley, 1987. 2ème ed.

[64] A. Lakhtakia. *General schema for the Brewster conditions*, pages 184–186. Elsevier, 1992.

[65] F.A. Hopf and G.I. Stegeman. *J. P. Pérez and R. Carles and R. Fleckinger*, chapter 29. Dunod, 2002. 4ème ed.

[66] J. A. Dobrowolski. *Optical Properties : Thin films for optical coating*, chapter 2, pages 5–31. CRC Press, 1995.

[67] D. Marcuse. *Theory of dielectric optical waveguides*. Academic Press, 1991. 2ème ed.

[68] C. Cohen-Tannoudji, B. Diu, and F. Laloe. *Mécanique quantique II*, chapter A13, pages 1309–1315. Hermann, 2007.

[69] P. A. M. Dirac. On the theory of quantum mechanics. In *Proceedings of the Royal Society of London. Series A*, volume 112, pages 661–677, 1926.

[70] C. Cohen-Tannoudji, B. Diu, and F. Laloe. *Mécanique quantique II*, chapter 14. Hermann, 2007.

[71] L. Pauling. *The Nature of the Chemical Bond*. Cornell Univ. Press, 1960. 3ème ed.

[72] R. Eisenschitz and F. London. Über das verhältnis der van der waalsschen kräfte zu den homöopolaren bindungskräften. *Zeitschrift für Physik*, 60 :491, 1930.

[73] I. E. Dzyaloshinskii, E. M. Lifshitz, and L. P. Pitaevskii. General theory of van der waals' forces. *Soviet Physics Uspekhi*, 4(2) :153–176, 1961.

[74] J. E. Lennard-Jones. Cohesion. In *Proceedings of the Physical Society*, volume 43, pages 461–482, 1931.

[75] C. Kittel. *Physique de l'état solide*. Dunod, 1983.

[76] M. Afzelius, C. Brackmann, F. Vestin, and P. E. Bengtsson. Pure rotational coherent anti-stokes raman spectroscopy in mixtures of co and n_2. *Appl. Opt.*, 43(36) :6664–6672, 2004.

[77] C. Headley and G. P. Agrawal. *Raman amplification in fiber optical communication systems*. Elsevier Academic Press, 2005.

[78] A. Schneider, M. Neis, M. Stillhart, B. Ruiz, R. U. A. Khan, and P. Günter. Generation of terahertz pulses through optical rectification in organic dast crystals : theory and experiment. *J. Opt.Soc. Am. B*, 23(9) :1822–1835, 2006.

[79] D. A. Kleinman. nonlinear dielectric polarization in optical media. *Phys. Rev.*, 126(6) :1977–1979, 1962.

[80] A. Yariv. *Optical Electronics*, chapter 9. Saunders college publishing edition, 1991.

[81] G. C. Baldwin. *An introduction to non linear optics*, pages 64–69. Plenum Press, 1969.

[82] E. A. J. Marcatili. Bends in optical dielectric guides. *Bell Syst. Tech. J.*, 48 :2013–2132, 1969.

[83] Grin Tech, (4th October 2008). http ://www.grintech.de/datasheets /introduction.pdf.

[84] Carter and H. Ashley. *Classical and Statistical Thermodynamics*. Prentice Hall, 2001.

[85] Carter and H. Ashley. *Physique des semiconducteurs et des composants électroniques*. Dunod, 2001. 5ème ed.

[86] A. Bruner, D. Eger, M. B. Oron, P. Blau, M. Katz, and S. Ruschin. Temperature-dependent sellmeier equation for the refractive index of stoichiometric lithium tantalate. *Opt. Lett.*, 28 :194–196, 2003.

[87] P. Gorski, R. Ledzion, K. Bondarczuk, and W. Kucharczyk. Temperature dependence of linear electrooptic coefficients $r_1 13$ and $r_3 33$ in lithium niobate. *Opto-Electron. Rev.*, 16(1) :46–48, 2008.

[88] P. Gorski, K. Bondarczuk, and W. Kucharczyk. Temperature dependence of the electrooptic coefficients r22 and m22 in linbo3. *Opto-Electron. Rev.*, 12(4) :459–461, 2004.

[89] G. M. Zverev, D. G. Kalinin, I. N. Kuznetsov, V. L Naumov, and V. A. Pashkov. Electrooptic lithium tantalate switch. *Sov. J. Quantum Electron.*, 10(7) :929–930, 1980.

[90] Fujikura, (1st September 2008). http ://www.fujikura.co.uk/pdf /fibre_optics_panda_fibre_presentation.pdf.

[91] G. P. Agrawal. *Fiber-optic communication systems*, pages 230–231. Wiley-interscience, 2002. 3rd ed.

[92] Amonics, (4th September 2008). http ://www.amonics.com/stdedfa/OinfoSop.html.

[93] G. Zheng, J. Xu, L. Chen, and W. She. Athermal design for the potassium titanyl phosphate electro-optical modulator. *Appl. Opt.*, 46 :6774–6778, 2007.

[94] R. Forber, W.C. Wang, D.Y. Zang, S. Schultz, and R. Selfridge. Dielectric em field probes for hpm test & evaluation, August 2007. Cambridge, United Kingdom.

[95] M.S. Huang, M.H. Lu, and J.T. Shy. High sensitivity bulk electro-optic modulator field sensor for high voltage environments. *Rev. Sci. Instrum.*, 75 :5364–5366, 2004.

[96] M. Bernier, G. Gaborit, L. Duvillaret, A. Paupert, and J.-L. Lasserre. Electric field and temperature measurement using ultra wide bandwidth pigtailed electro-optic probes. *Appl. Opt.*, 47 :2470–2476, 2008.

[97] R. Claverie, J.P. Salvestrini, , and M.D. Fontana. New electro-optic sensor architectiure for temperature measurements, May 2007. Varsaw, Poland.

[98] LumaSense Technologies, (4th October 2008). http ://www.lumasenseinc.com/files/ File/PDF/Industrial/DS_I652.pdf.

[99] SPEAG, (4th October 2008). http ://www.speag.com/measurement/probes/t1v.php.

[100] Opsens, (4th October 2008). http ://www.opsens.com/old/pdf/IMP0022

[101] R.B. Dyott. *Elliptical Fiber Waveguides*, chapter 6.8. Artech House, 1995.

[102] Technical Staff of CSELT. *Optical Fibre Communication*, chapter 2, page 64. CSELT, 1980.

[103] G. P. Agrawal. *Fiber-optic communication systems*, chapter 3. Wiley-interscience, 2002. 3rd ed.

[104] JDS uniphase, (1st September 2008). http ://www.repairfaq.org/sam/laser /CQF938.pdf.

RESUME

Les cristaux électro-optiques (EO) comme le $LiTaO_3$, présentent un indice de réfraction qui dépend linéairement, via l'effet Pockels, de l'amplitude d'une composante unique du champ électrique qui lui est appliqué, propriété qui permet de les utiliser comme détecteurs entièrement diélectriques, dédiés à la mesure vectorielle et non perturbative de champs électriques. Comme cette propriété est due à des effets non-linéaires, ces sondes EO possèdent des sensibilités (champ minimum mesurable) intrinsèquement faibles. Des sondes EO basées sur la modulation d'amplitude, utilisant une cavité Fabry-Pérot, permettent néanmoins d'améliorer cette sensibilité de plusieurs ordres de grandeur. Malheureusement les propriétés optiques de ces cristaux dépendent également de la température, engendrant une instabilité temporelle de la réponse EO de la sonde pour des mesures dites de «terrain».

Le système développé au sein de l'IMEP-LAHC, en collaboration avec le centre d'étude de Gramat, et presenté dans ce manuscrit, a permis d'aboutir à la première mesure simultanée d'une composante du champ électrique et de la température avec une précision de l'ordre de 40 mK, et ce pendant plusieurs minutes dans des conditions expérimentales drastiques. Ce transducteur EO présente une réponse plate sur une bande spectrale allant du quasi DC à 16 GHz, une résolution spatiale d'une centaine de micron et une sélectivité supérieure à 25 dB.

TITLE: Vectorial measurement of microwave electric fields and temperature using pigtailed electro-optic transducer

---

ABSTRACT

Refractive indices of electro-optic (EO) crystals (e.g. $LiTaO_3$) have the particularity to be linearly dependent, via the Pockels' effect, on the magnitude of a unique component of an applied electric field. This nonlinear property makes those crystals good candidates to develop fully-dielectric made probes dedicated to non-invasive vectorial E-field measurements, as long as the E-field to be measured is strong enough. The poor sensitivity of those probes can be improved of several orders of magnitude using a Fabry-Pérot cavity. Unfortunately, the optical properties of the EO crystals depend also on the temperature involving temporal instability of the EO response of the probe under outdoor conditions.

The EO transducer developed within the IMEP-LAHC laboratory, in association with the centre d'étude de Gramat, and described in this report, has permitted to perform the first simultaneous measurements of one E-field component and temperature with an accuracy of about 40 mK during several minutes under drastic experimental conditions. The EO transducer has a flat response over a bandwidth from quasi DC to 16 GHz, a spatial resolution of about 100 μm and selectivity better than 25 dB.

SPECIALITE : Optique et Radiofréquences

MOTS-CLES :

Capteur de champ électrique hyperfréquence, Effet électro-optique, Optique non linéaire, Optique guidée, Etat de polarisation, Système d'asservissement, Cavité Fabry-Pérot

---

Institut de Microélectronique Electromagnétisme et Photonique et le LAboratoire d'Hyperfréquences et de Caractérisation
INP Grenoble – Minatec, 3 parvis Louis Néel, BP 257, 38 016 Grenoble Cedex, FRANCE