



**HAL**  
open science

# Réalisation et étude de circuits submicroniques supraconducteurs: disque supraconducteur et courants critiques

Olivier Buisson

► **To cite this version:**

Olivier Buisson. Réalisation et étude de circuits submicroniques supraconducteurs: disque supraconducteur et courants critiques. Physique [physics]. Université Joseph-Fourier - Grenoble I, 1990. Français. NNT: . tel-00375687

**HAL Id: tel-00375687**

**<https://theses.hal.science/tel-00375687>**

Submitted on 15 Apr 2009

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# THESE

présentée par

**Olivier BUISSON**

pour obtenir le grade de

**DOCTEUR**

de

**L'UNIVERSITE JOSEPH FOURIER  
- GRENOBLE I -**

Sujet :

**Réalisation et étude de circuits submicroniques  
supraconducteurs :  
disque supraconducteur et courants critiques**

Soutenue le 6 février 1990 devant la commission d'examen :

Président	<b>J. Lajzerowicz</b>
Examineurs	<b>J.P. Burger</b>
	<b>P. Martinoli</b>
	<b>R. Rammal</b>
	<b>D. Henry</b>
	<b>B. Pannetier</b>

1861

1862

1863

1864

1865

1866

1867

1868

1869

1870

1871

1872

1873

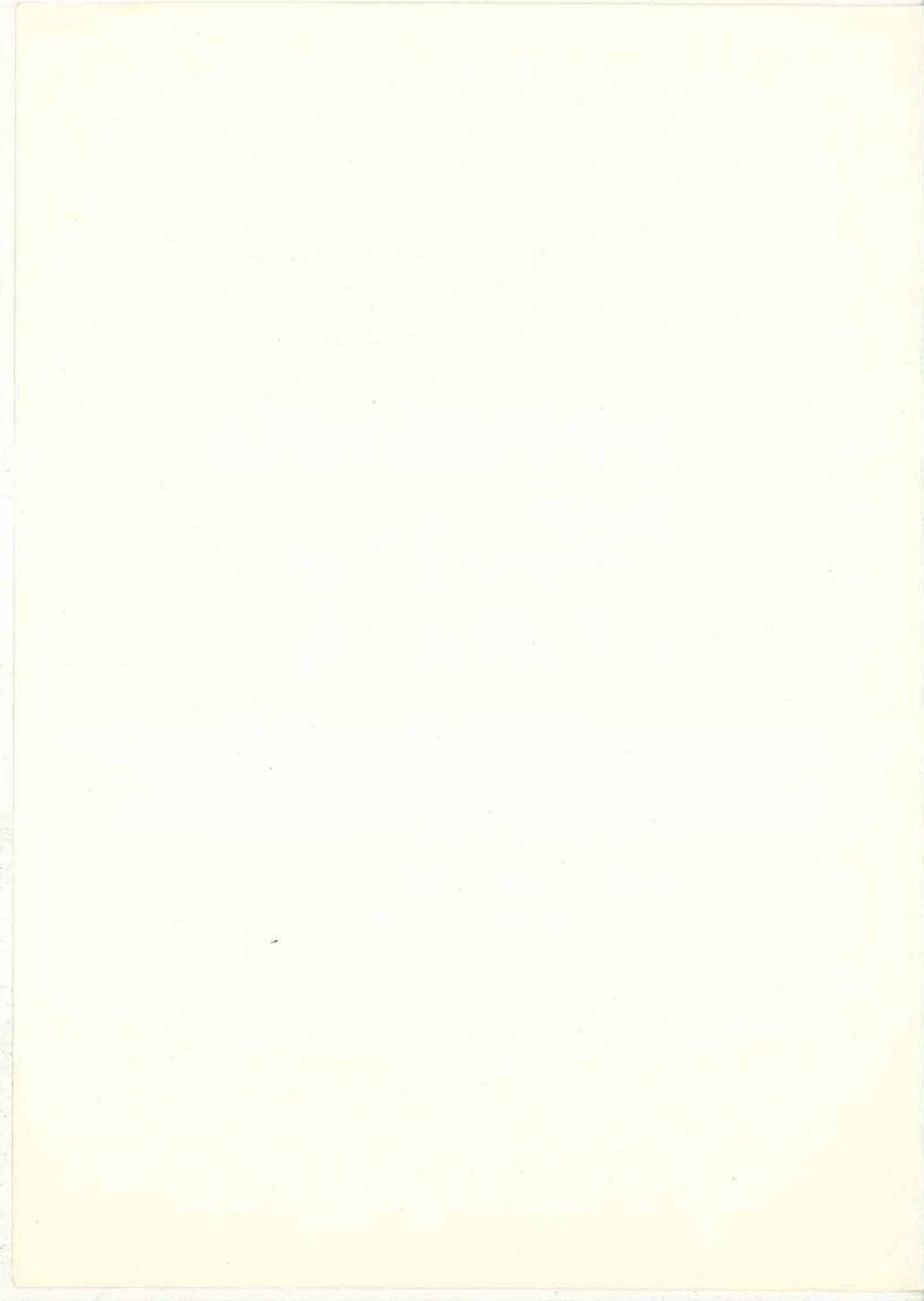
1874

1875

1876

*"Et par le pouvoir d'un mot, je recommence ma vie.  
Je suis né pour te connaître, pour te nommer,  
Liberté"*

*Paul Eluard*



## REMERCIEMENTS

Le travail présenté dans cette thèse a été effectué au Centre de Recherches sur les Très Basses Températures de Grenoble et au Centre National d'Etudes des Télécommunications de Meylan. Je remercie J. Flouquet et M. Camus qui m'ont accueilli dans leur laboratoire.

J'exprime mes remerciements à J. Lajzerowicz pour l'honneur qu'il me fait en présidant le jury de cette thèse, ainsi que J.P. Burger, P. Martinoli, R. Rammal et D. Henry qui ont bien voulu faire partie de la commission d'examen.

Je voudrais remercier très chaleureusement Bernard Pannetier qui m'a proposé ce sujet de recherche et a suivi mon travail de recherche et de rédaction avec une attention exceptionnelle et réfléchie. Sa très grande compétence en physique du solide et dans les méthodes expérimentales ainsi que sa grande compréhension m'ont beaucoup aidé pour affronter les multiples difficultés. Pour tout ce qu'il m'a apporté, je lui suis reconnaissant.

L'ensemble de ce travail n'aurait pu voir le jour sans le soutien apporté par le laboratoire de lithographie du CNET-Meylan. Je remercie particulièrement D. Henry pour m'avoir accueilli dans son groupe et L. Guérin, F. Lalanne et P. Moschini pour leur disponibilité et leur compétence dans le maniement du masqueur électronique.

Les grandes compétences de P. Gandit dans les mesures fines d'aimantation m'ont été indispensables pour les études du disque supraconducteur. Je l'en remercie sincèrement.

Je remercie R. Rammal et Y. Wang qui m'ont aidé dans l'étude théorique du disque supraconducteur et des courants critiques.

Je ne peux oublier les précieux conseils et les aides multiples que m'ont apportés au cours de ce travail J. Geneste, J.L. Genicon, A. Sulpice, M. Giroud et J. Chaussy.

Je remercie tout le personnel du laboratoire qui, par sa compétence et sa gentillesse, m'a encouragé dans mon travail.

Enfin, je tiens à remercier Patricia Poirier qui, grâce à sa patience et sa gentillesse, a métamorphosé en thèse un texte manuscrit souvent illisible.



## TABLE DES MATIERES

	pages
<b>INTRODUCTION</b>	<b>1</b>
<b>CHAPITRE I : LITHOGRAPHIE PAR FAISCEAU D'ELECTRONS</b>	<b>5</b>
<b>I-1. INTRODUCTION</b>	<b>5</b>
<b>I-2. PRESENTATION</b>	<b>6</b>
<b>I-2-a. Les paramètres techniques</b>	<b>6</b>
<b>I-2-b. Résines électron-sensibles</b>	<b>8</b>
<b>I-2-c. Mécanismes d'insolation</b>	<b>9</b>
<b>I-2-d. Deux procédés de lithographie</b>	<b>12</b>
<b>I-3. LITHOGRAPHIE A UN NIVEAU</b>	<b>14</b>
<b>I-4. LITHOGRAPHIE A DEUX NIVEAUX</b>	<b>15</b>
<b>I-4-a. Présentation</b>	<b>15</b>
<b>I-4-b. Résines</b>	<b>16</b>
<b>I-4-c. Révélateur</b>	<b>16</b>
<b>I-4-d. Résultats</b>	<b>19</b>
<b>I-6. PHOTOLITHOGRAPHIE</b>	<b>23</b>
<b>I-5. EVAPORATION</b>	<b>23</b>
<b>I-7. CONNEXION</b>	<b>25</b>
<b>I-7-a. Echauffement</b>	<b>25</b>
<b>I-7-b. Améliorations</b>	<b>26</b>
<b>I-8. CONCLUSION</b>	<b>27</b>

<b>CHAPITRE II : INTRODUCTION AUX CIRCUITS SUPRACONDUCTEURS</b>	<b>31</b>
II-1 SUPRACONDUCTIVITE PROCHE DE LA TRANSITION	31
II-2 CONDITIONS AUX LIMITES	35
II-3 FORMALISME DES RESEAUX	36
<b>CHAPITRE III : DISQUE SUPRACONDUCTEUR</b>	<b>41</b>
III-1. ETUDE THEORIQUE	41
III-1-a. Plan infini supraconducteur	42
III-1-b. Plan semi-infini supraconducteur	44
III-1-c. Disque supraconducteur	46
III-1-d. Diagramme de phase	54
III-2. MESURES RESISTIVES	57
III-2-a. Mesures résistives de DISQ1	59
III-2-b. Etude comparative entre $T_c(H)$ et $E_{min}$	64
III-2-c. Mesures résistives de DISQ2	70
III-3. MESURES MAGNETIQUES	74
III-3-a. Choix de l'échantillon	74
III-3-b. Susceptibilité magnétique	76
III-3-c. Dérivée de l'aimantation par rapport à T	80
III-3-d. Aimantation des états de bords	87
III-4. CONCLUSION	90

<b>CHAPITRE IV : COURANT CRITIQUE</b>	<b>94</b>
<b>IV-1 COURANT DE DEPAIRAGE</b>	<b>95</b>
IV-1-a. Définition	96
IV-1-b. Fil infini	96
IV-1-c. Réseau périodique : expression en fonction de la masse effective	97
<b>IV-2 EXPERIENCES</b>	<b>99</b>
IV-2-a. Montage électrique	100
IV-2-b. Echantillons	102
IV-2-c. Critère de mesure du courant critique	104
IV-2-d. Longueur de pénétration du champ magnétique	107
<b>IV-3 ECHELLE SUPRACONDUCTRICE</b>	<b>109</b>
IV-3-a. Ligne de transition	112
IV-3-b. Courant critique en fonction de la température	114
IV-3-c. Courant critique en fonction du champ	120
IV-3-d. Conclusion	128
<b>IV-4- RESEAUX LARGES</b>	<b>128</b>
IV-4-a. Spectre et ligne de transition	128
IV-4-b. Dépendance du courant critique en fonction de la température	133
IV-4-c. Dépendance de $I_c$ en fonction du champ : Effets de commensurabilité	137
IV-4-d. Discussions sur le terme non-linéaire	145
<b>IV-5 REGIMES DISSIPATIFS</b>	<b>146</b>
IV-5-a. Echauffement	147
IV-5-b. Centre de glissement de phase	148
IV-5-c. Flux flow	150
<b>CONCLUSION</b>	<b>159</b>

<b>ANNEXES</b>	<b>165</b>
A-I-1 Calcul des doses	165
A-I-2 Exemples de réseaux fabriqués	167
A-I-3 Conduction thermique	171
A-III-1. Intéraction dipolaire	173
A-III-2. Almantation d'un disque	175
A-IV-1: Fluctuations thermiques	177
A-IV-2: Paramètres expérimentaux	181
A-IV-3: Réseaux larges	183
<b>REFERENCES</b>	<b>191</b>

# INTRODUCTION

L'étude des réseaux supraconducteurs, introduite par De Gennes [1], correspondait à une nouvelle approche des milieux désordonnés, la topologie du réseau constituant une modélisation des structures rencontrées en physique du solide. Dans ces systèmes, une correspondance directe a été montrée [2] entre la ligne de transition supraconductrice et le fondamental du spectre d'énergie d'une particule chargée confinée dans cette géométrie. Cette étude présente un vaste intérêt puisque l'ensemble du spectre d'énergie est relié à la structure des niveaux de Landau du gaz d'électrons dans la géométrie considérée. De nombreux travaux sur la ligne de transition ont été réalisés tant d'un point de vue expérimental que théorique dans des réseaux carrés, fractals, quasipériodiques et désordonnés [3]. Parallèlement, l'étude des gaz d'électrons à deux dimensions dans les semiconducteurs s'est fortement développée [4]. Les propriétés mises en évidence dépendent du spectre d'énergie du circuit. Dans cette thèse, lors des études des circuits supraconducteurs, nous nous sommes efforcés de préciser les analogies et les différences entre ces deux systèmes physiques. En particulier, nous verrons l'importance des états de bord et le rôle joué par les conditions aux limites spécifiques aux supraconducteurs. Dans l'optique d'accéder aux propriétés de bandes du spectre d'énergie pour différentes géométries, nous avons étudié les courants critiques dans les réseaux supraconducteurs.

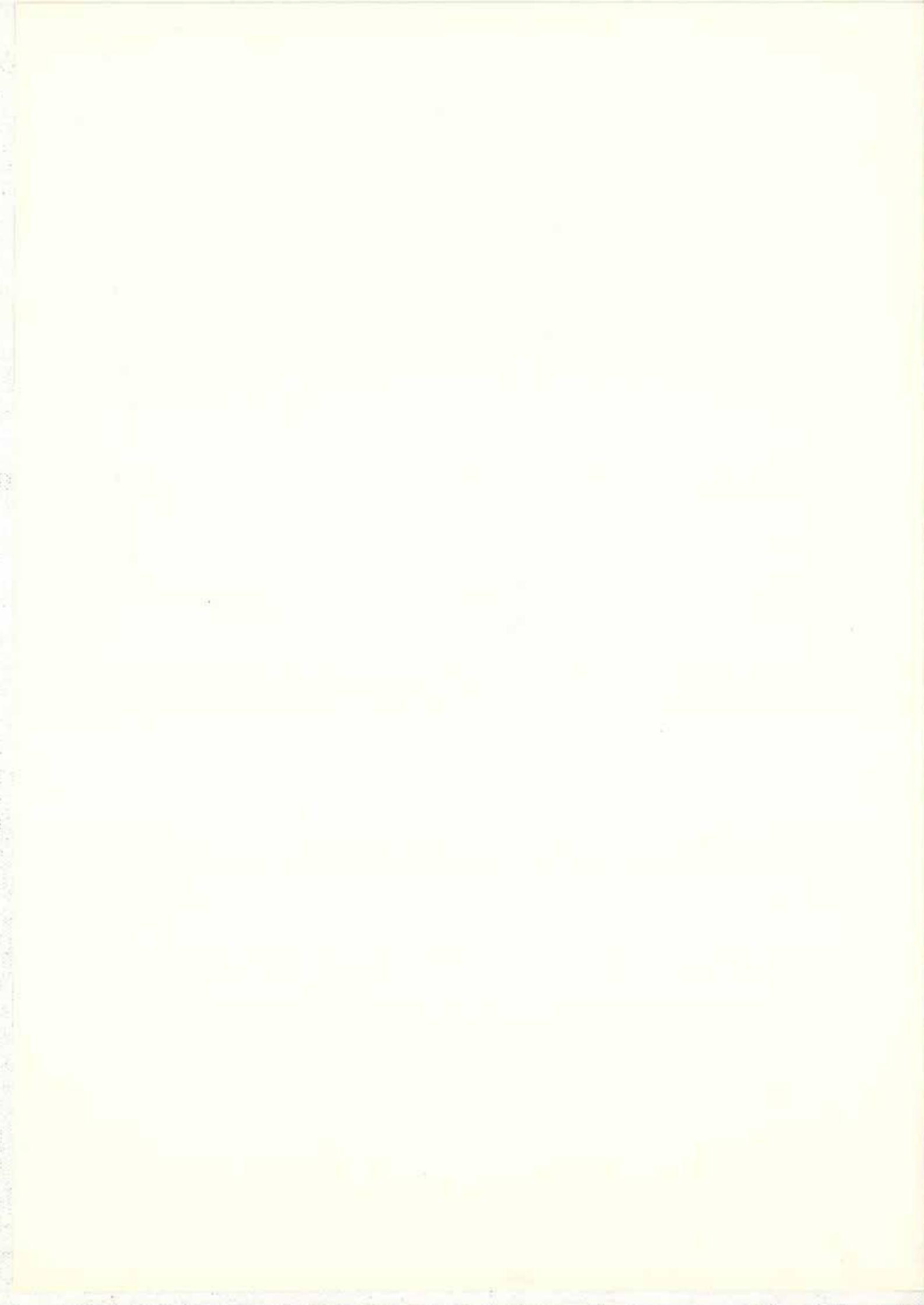
L'ensemble de ces études a nécessité des améliorations notables dans la réalisation des circuits. Ces travaux ont été effectués en grande partie au CNET de Meylan. Nous décrivons, au chapitre I, la technique de lithographie par faisceau d'électrons utilisée pour la réalisation des réseaux submicroniques. Le développement d'un procédé dit "bi-couche" est détaillé ainsi que la mise au point des paramètres d'insolation. Une amélioration de la thermalisation des échantillons a permis la mesure des courants critiques dans les réseaux.

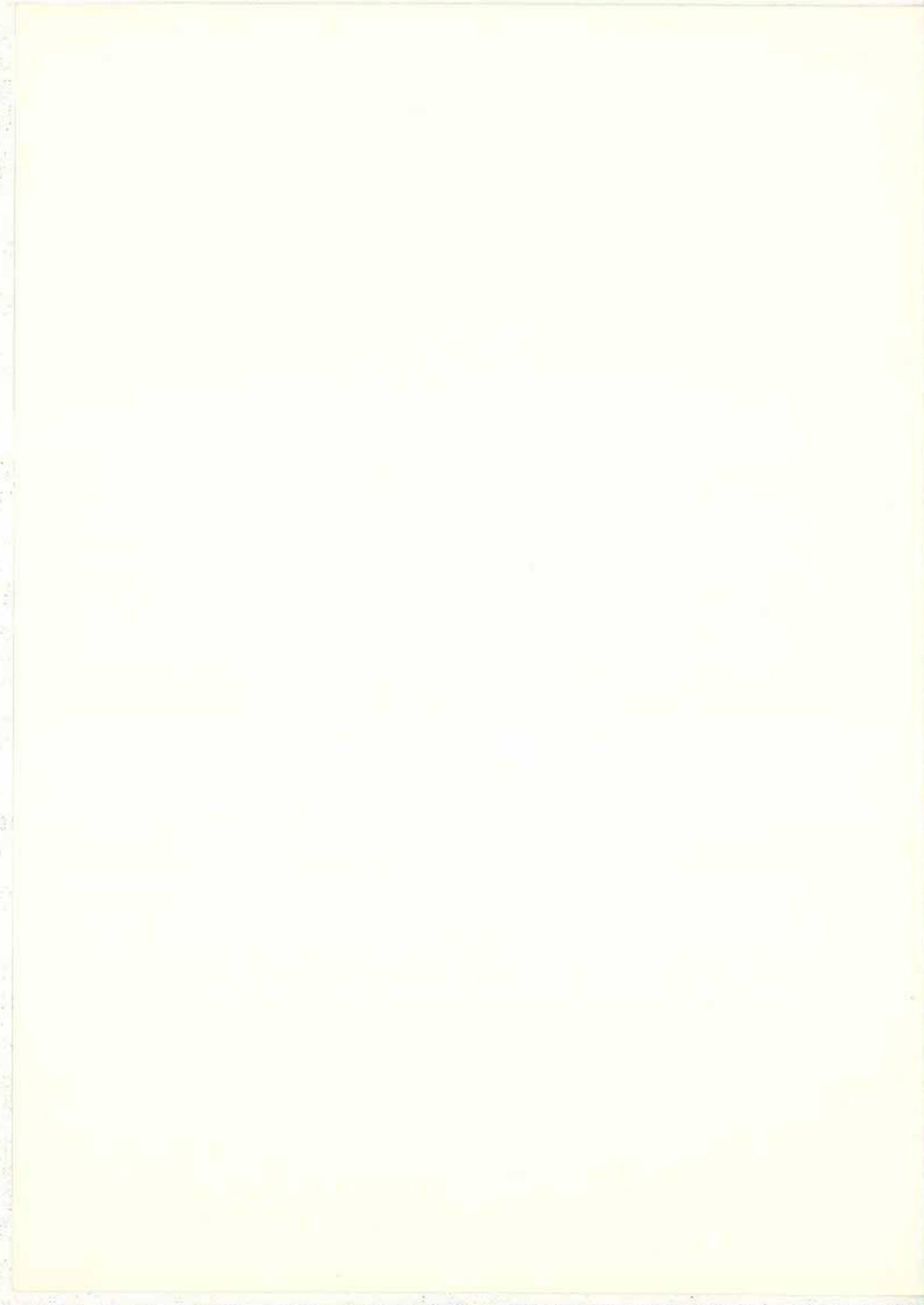
Au voisinage de la transition supraconductrice, la fonction d'onde des paires de l'état supraconducteur est décrite par les solutions de l'équation de Ginzburg-Landau (GL) non-linéaire. Un traitement perturbatif du terme non linéaire suivant la méthode d'Abrikosov [5], permet une détermination des grandeurs thermodynamiques telles que l'énergie libre ou l'aimantation ainsi que la distribution des super-courants dans le réseau [6]. Utilisant l'approximation faite sur le terme non linéaire et reprenant l'étude faite par Y. Wang et al [6], nous verrons au chapitre II que l'on peut exprimer simplement le courant de transport

superfluide dans les réseaux périodiques à l'aide de la vitesse de groupe des états propres de l'équation de GL linéaire.

Les circuits de petites tailles sont devenus, grâce aux performances de la lithographie, un nouveau domaine physique très riche regroupant les circuits mésoscopiques [7], les gaz d'électrons confinés (quantum dots [4]) Nous étudierons au chapitre III un disque supraconducteur en couche mince. L'étude du spectre d'énergie d'une particule confinée dans le disque conduit à l'obtention de la ligne de transition et de l'aimantation et précise l'importance des conditions aux limites spécifiques au supraconducteur. Nous avons mesuré la ligne de transition et l'aimantation qui présentent des comportements spectaculaires. Le bon accord des résultats théoriques avec les résultats expérimentaux conduit à une interprétation détaillée des effets observés.

Nous verrons au chapitre IV, que les courants de dépairage, grâce au traitement en perturbation du terme non linéaire de l'équation de G.L., s'expriment simplement à l'aide des propriétés des bandes du spectre d'énergie. En particulier, cette étude permet de distinguer les propriétés de la transition de phase, reliées au fondamental d'énergie, et celles de transport superfluide, associées aux bandes d'énergie. Les résultats expérimentaux obtenus confirment cette distinction. D'autre part, des sauts de bandes de l'état critique associé à l'état transportant le courant maximal sont prévus par le modèle. La dépendance en température du courant critique permet de discuter cette prédiction théorique. En présence d'un champ, lorsque la période du réseau de vortex et le pas du réseau carré supraconducteur sont incommensurables, un courant de dépairage nul est obtenu. Les mesures de courant critiques dans les réseaux larges en fonction du champ permettent une comparaison avec les prédictions du modèle. La particularité des états de bord dans la conduction est mise en évidence. La validité du traitement en perturbation du terme non linéaire de l'équation de G.L. pour l'étude des propriétés de transport est discutée. En adoptant un autre point de vue, la compréhension des courants critiques dans les réseaux informe sur les propriétés de piégeage des vortex dans un supraconducteur à très grande longueur de pénétration. Les modes dissipatifs, apparaissant au-delà du courant critique, sont étudiés. En particulier, un mode semblable au "flux flow" apparaît dans le réseau. Un modèle très simple permet d'obtenir la résistance de "flux flow".





# CHAPITRE I

## LITHOGRAPHIE PAR FAISCEAU D'ELECTRONS

### I-1 INTRODUCTION

Les mesures des propriétés physiques des circuits supraconducteurs nécessitent des conditions expérimentales très sévères. Les performances des appareils de mesures fixent la limite des grandeurs observables (telles que les variations de température, de résistance, de champ magnétique, de courant injecté...). Or, les variations de ces dernières dépendent des caractéristiques des réseaux (matériaux supraconducteurs utilisés, largeur des traits, dimension du pas du réseau...). Nous allons discuter, par la suite, les conditions imposées par les performances des appareils de mesures.

Les performances des thermomètres et des ponts de mesure utilisés permettent une précision relative en température de  $10^{-5}$  dans la gamme de 1 K à 4 K. Afin d'obtenir un signal pur, nous nous imposons :

$$\frac{(\Delta T)_{\text{signal}}}{(\Delta T)_{\text{bruit}}} > 100$$

Comme  $(\Delta T/T)_{\text{signal}} \sim \frac{\xi(0)^2}{a^2}$  où  $\xi(0)$  la longueur de cohérence à  $T = 0$  K, et  $a$  le pas du réseau, on obtient :

$$\frac{\xi(0)^2}{a^2} \geq 100 \times 10^{-5}$$

Si l'on choisit l'aluminium ou l'indium qui sont des matériaux supraconducteurs à grand  $\xi(0)$  (de l'ordre de  $0.2 \mu\text{m}$ ), on obtient la condition sur le pas du réseau :

$$a \leq 6 \mu\text{m}$$

Nous remarquons que le choix d'un matériau supraconducteur comme le

niobium ( $\xi(0) = 0.04\mu\text{m}$ ) nous imposerait une condition sur le pas de réseau plus sévère :  $a \leq 0.6 \mu\text{m}$ .

Les largeurs des traits doivent être petites devant le pas du réseau. De plus, les mesures de courants critiques, afin d'éviter des courants trop importants, nous imposent des largeurs de traits les plus fines possibles. Nous constatons expérimentalement que ces conditions sont respectées lorsque  $d < 0.3 \mu\text{m}$ .

En résumé, pour avoir des caractéristiques acceptables, les réseaux doivent répondre aux conditions lithographiques suivantes :

- largeur de traits :  $d \leq 0.3 \mu\text{m}$ ,
- pas de réseau :  $a \leq 6 \mu\text{m}$ ,
- dimension de l'ensemble du réseau  $L \geq 1000 \times a$  ( $\approx$  quelques centaines de microns),
- très grande homogénéité sur toute sa surface,
- un nombre minimum de défauts (bras coupés, matériaux sales, déchirure à la surface...)

Un tel cahier des charges ne peut être rempli que par l'utilisation de la lithographie par faisceau d'électrons qui offre à la fois la résolution et une souplesse d'emploi (des insolations optiques en ultra-violet lointain permettent d'obtenir des résolutions de  $0.2\mu\text{m}$  mais ces équipements sont encore des prototypes, de plus cette technique nécessite la fabrication préalable de masque par faisceau d'électrons).

## **I-2-PRESENTATION**

### **I-2-a. Les paramètres techniques**

Le masqueur électronique installé au CNET est un EBMF version 6 de Cambridge. Il permet une exposition très performante par faisceau d'électrons de résines déposées en couches minces sur des substrats de silicium de diamètre 100 mm.

En plus de la mise au point usuelle (réduction de la distorsion et de la dérive du faisceau, réglage de la focalisation,.....), différents paramètres techniques sont ajustables selon l'application :

- l'intensité du faisceau d'électrons peut varier dans la gamme de quelques centaines

de pA à quelques centaines de nA. Le diamètre du faisceau diminue avec son intensité (figure I-1). On obtient en général, pour un courant de 1 nA, un diamètre de faisceau de 0.1  $\mu\text{m}$ .

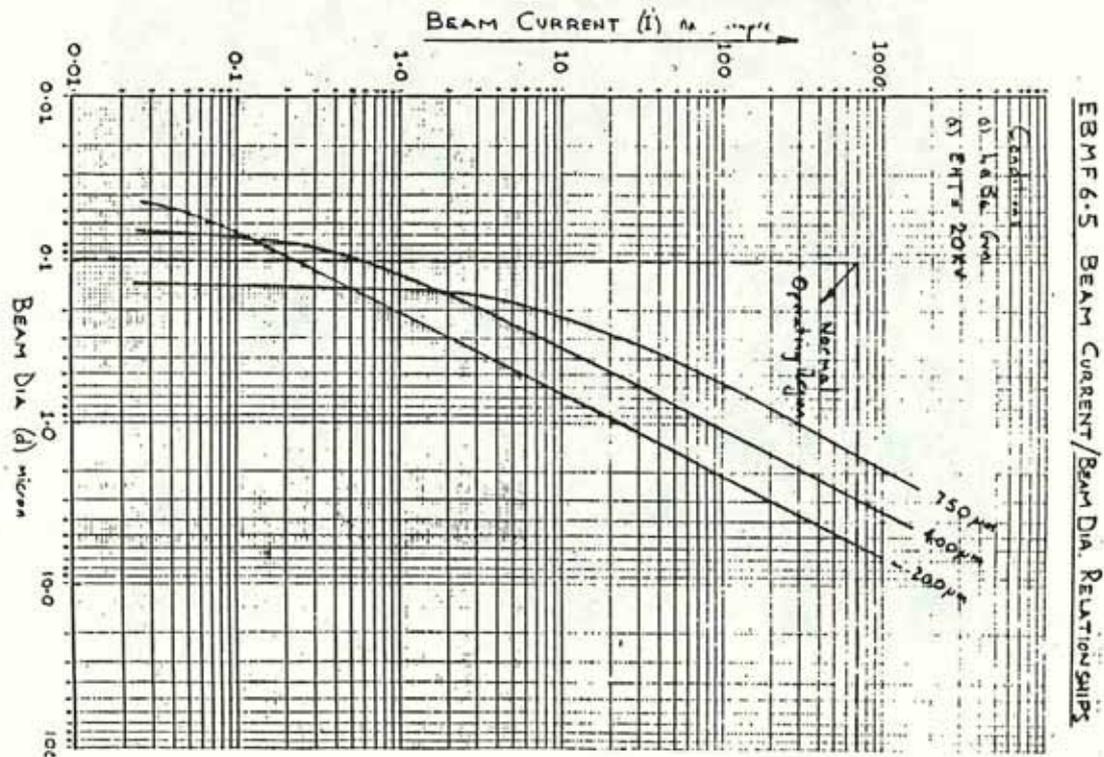
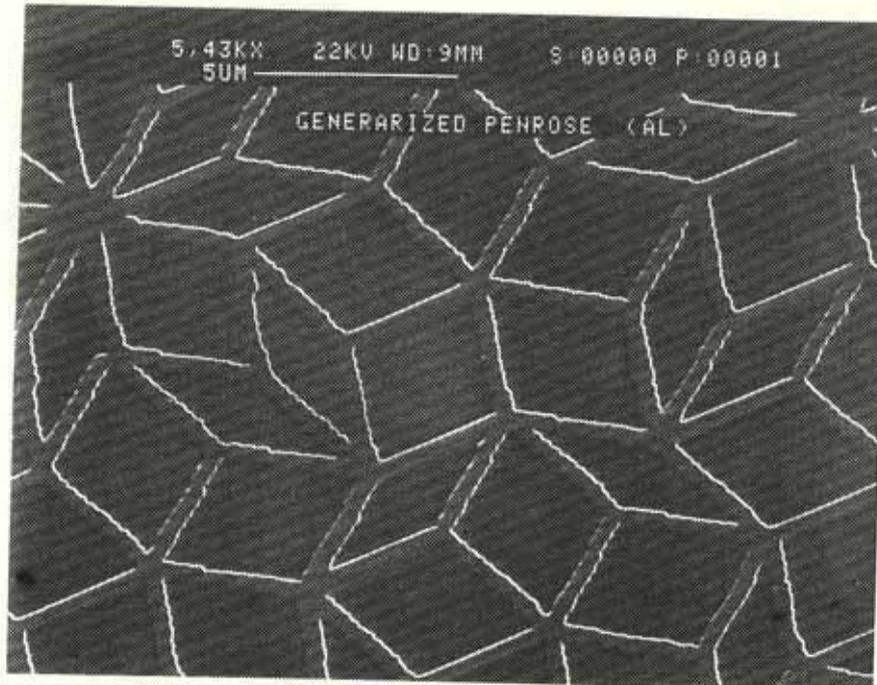


Figure I-1: Diamètre en micron du faisceau d'électrons incident en fonction de son intensité en nano-ampère pour différents diaphragmes d'ouverture (200  $\mu\text{m}$ , 400  $\mu\text{m}$ , 750  $\mu\text{m}$ ).

- la tension d'accélération est de 20 à 30 keV.

- la taille du champ peut être réglée. Le champ qui est de forme carrée est décomposé suivant les deux directions en 32768 ( $2^{15}$ ) portions discrètes de déflexion du faisceau, appelées exels. La taille du champ en millimètre détermine la distance minimale entre deux exels. La réduction du champ d'insolation peut éviter, dans certaines configurations de circuits, l'apparition de défauts dus à cette discrétisation (voir photo I-1).



*Photo I-1 : Réseau quasipériodique en Al. L'insolation ponctuelle par exel pour un champ d'insolation de 3.2 mm peut induire des défauts .*

- des horloges déterminent la durée d'exposition de chaque exel. La fréquence maximale est de 6 MHz; il semble utile cependant de ne pas dépasser 4 MHz. Suivant le circuit insolé ou le courant utilisé, différentes fréquences doivent être choisies.

#### **I-2-b. Résines électron-sensibles**

Les résines électron-sensibles utilisées dans ce travail sont des polymères à très longues chaînes dont la solubilité dans une solution (révélateur ou solvant) dépend de la masse moléculaire. Cette dernière varie de  $10^4$  à  $10^6$  g (notée usuellement 10K et 1M). L'insolation, c'est-à-dire un dépôt d'énergie dans la résine, modifie les chaînes et crée un contraste de solubilité entre les zones insolées et les zones vierges. La sensibilité d'une résine correspond à la dose minimale d'énergie nécessaire pour pouvoir créer une image latente qui sera développée par la suite.

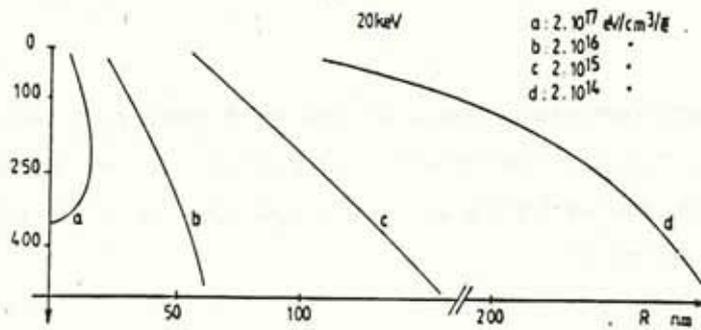
Les résines sont positives lorsque la solubilité augmente avec l'insolation ou négative dans le cas contraire. Puisque le fractionnement des polymères dépend directement du dépôt d'énergie, nous allons étudier les mécanismes d'insolation. Le profil de la résine après révélation peut être ainsi estimé.

*Remarque* : La sensibilité d'une résine ne peut être définie que pour un révélateur fixé. Cependant, nous pouvons définir une sensibilité intrinsèque qui correspond à la dose minimale nécessaire pour révéler la résine parmi tous les révélateurs disponibles. Cette sensibilité intrinsèque est reliée au contraste de la résine et est maximale pour les plus fortes masses moléculaires [1-1].

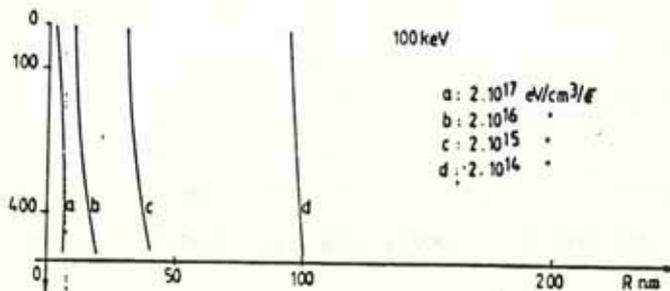
### **1-2-c. Mécanismes d'insolation**

Lors d'une insolation par faisceau d'électrons, le dépôt d'énergie se déduit du mécanisme d'interaction entre les électrons et la matière, c'est à dire la résine [1-2].

Les électrons primaires ont une énergie incidente donnée par la tension d'accélération, 20 kV dans notre cas. La diffusion à petits angles élargit le faisceau incident. Via les chocs inélastiques, le faisceau incident dépose de l'énergie dans la résine ( $\sim 1.10^{17}$  eV/cm<sup>3</sup>/e<sup>-</sup>) [1-3] et peut aussi créer des électrons secondaires (figure 1-2).



- Courbes d'équidensité d'énergie globale déposée par les électrons primaires et secondaires à 20 keV.

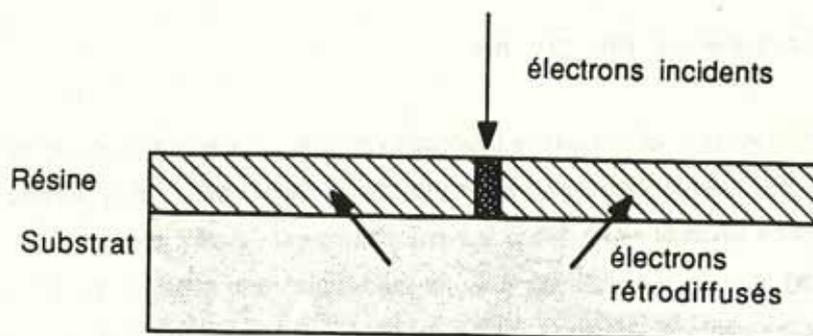


- Courbes d'équidensité d'énergie globale déposée par les électrons primaires et secondaires à 100 keV.

Figure I-2 : Courbes d'équidensité d'énergie calculée [I-2] pour deux tensions d'accélération de 20 kV et 100 kV. Elles indiquent l'allure du profil de la résine pour différents temps de révélation.

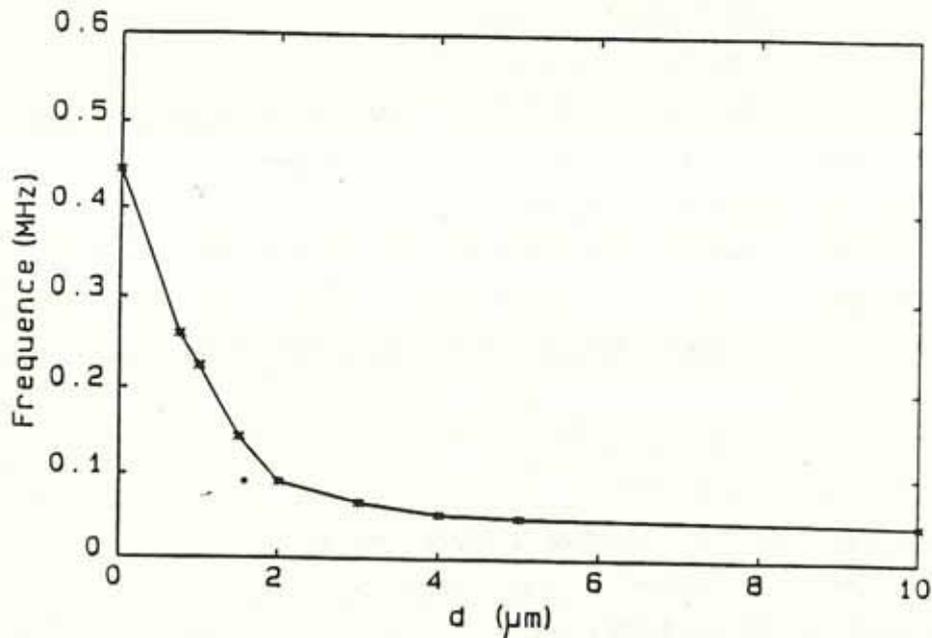
Ces derniers élargissent les équi-densité d'énergie. Ainsi, les électrons primaires et secondaires créent, lors du développement d'une résine positive, un profil en surplomb. Il rend ainsi possible le procédé lift-off. Cependant, un faisceau incident trop large annule cet effet.

Les électrons incidents, après avoir traversé la résine, pénètrent dans le substrat de masse atomique plus élevé et subissent des chocs à grands angles. Ils peuvent être rétrodiffusés dans la résine et participer ainsi à l'insolation (figure I-3). La largeur de rétrodiffusion est de l'ordre de  $5 \mu\text{m}$  dans le Si pour 20 kV [I-2] mais leur densité d'énergie est plus faible ( $\sim 2 \cdot 10^{14} \text{ eV/cm}^3/\text{e}^-$ ). Dans des circuits à forte densité de traits, lorsque l'espacement des lignes est inférieur à  $2 \mu\text{m}$ , l'accumulation du dépôt d'énergie provenant de ces électrons modifie fortement les lignes d'équi-densité d'énergie. Cet effet est appelé effet de proximité.



**Figure I-3** : Les électrons incidents pénètrent dans la résine (partie sombre). Dans le substrat, ils peuvent être rétrodiffusés.

Les réseaux carrés forment une grille constituée de filaments espacés de  $0.5\mu\text{m}$  à  $5\mu\text{m}$  selon les échantillons. Lorsque le pas du réseau devient inférieur à  $2\mu\text{m}$ , une correction sur la dose à déposer doit être effectuée. Nous avons, pour différents pas de réseaux, déterminé expérimentalement la dose optimale (figure I-4) : celle-ci peut être estimée en utilisant un modèle à deux gaussiennes.[1-3] La première décrit le dépôt d'énergie dû aux électrons primaires et secondaires. La seconde, celui dû aux électrons rétrodiffusés. En annexe I-1, pour évaluer les doses d'énergie, nous avons calculé pour une ligne de un exel et une surface pleine en négligeant l'effet de proximité.



**Figure I-4** : Fréquence d'insolation déterminée expérimentalement lorsque  $I$  faisceau =  $1\text{ nA}$ ,  $d_s = 0.1\mu\text{m}$ , champ d'insolation =  $0.8192\mu\text{m}$ , pour un faisceau de lignes de 1 exel en fonction de leur pas de séparation.

### I-2-d. Deux procédés de lithographie

Nous avons vu auparavant que la fabrication des réseaux supraconducteurs nécessitait l'utilisation de techniques lithographiques par faisceau d'électrons. Deux procédés peuvent être choisis : le lift-off ou la gravure. Nous les présentons schématiquement dans la figure I-5. Nous remarquons que le procédé de gravure nécessite une mise au point pour chaque matériau. La technologie lift-off nous laisse la liberté de choix du matériau. De plus, les résolutions du lift-off dépassent celles obtenues par gravure (des traits de 100 à 200 Å ont été obtenus par Rooks [I-4] et Beaumont [I-5]...). Le lift-off a donc été le procédé lithographique adopté pour la fabrication des réseaux.

Deux procédés de lift-off ont été développés au CNET :

- le procédé classique à un niveau de résine (PMMA en l'occurrence). Nous rendons compte de ses performances et ses limitations dans le paragraphe qui suit.
- un second procédé à deux niveaux de résine a été développé et optimisé afin de répondre aux exigences expérimentales de la physique des réseaux. Cette étude sera exposée en détail dans le paragraphe "Lithographie à deux niveaux".

#### *Tableau n°I-1 : Procédé à un niveau.*

- Substrat de Si de 5 pouces (100 mm),
- PMMA 950 K dans 5 % de  $C_6H_5Cl$ ,
- Dépôt d'une couche de 5000 Å de PMMA à la "tournette" (vitesse : 4000 tr/mn, accélération : 4000 tr/mn/s, temps : 30 secondes),
- Recuit de la couche à 160°C durant 145 mn,
- Insolation par faisceau d'électrons avec une dose de  $200 \mu C/cm^2$  pour les surfaces,
- courant du faisceau 1 nA pour les lignes et 150 nA pour les surfaces grossières,
- champ d'insolation : 0.8192 mm,
- tension d'accélération : 20 kV,
- Développement dans une solution : durant 1 minute,
- Rinçage 5 mn dans propanol. Séchage soufflette,
- Evaporation de 1000 Å d'Al ou In,
- Dissolution de la résine qui reste et du dépôt sur la résine dans du trichlorethylène (éviter les ultra-sons),
- Séchage par soufflette à azote.

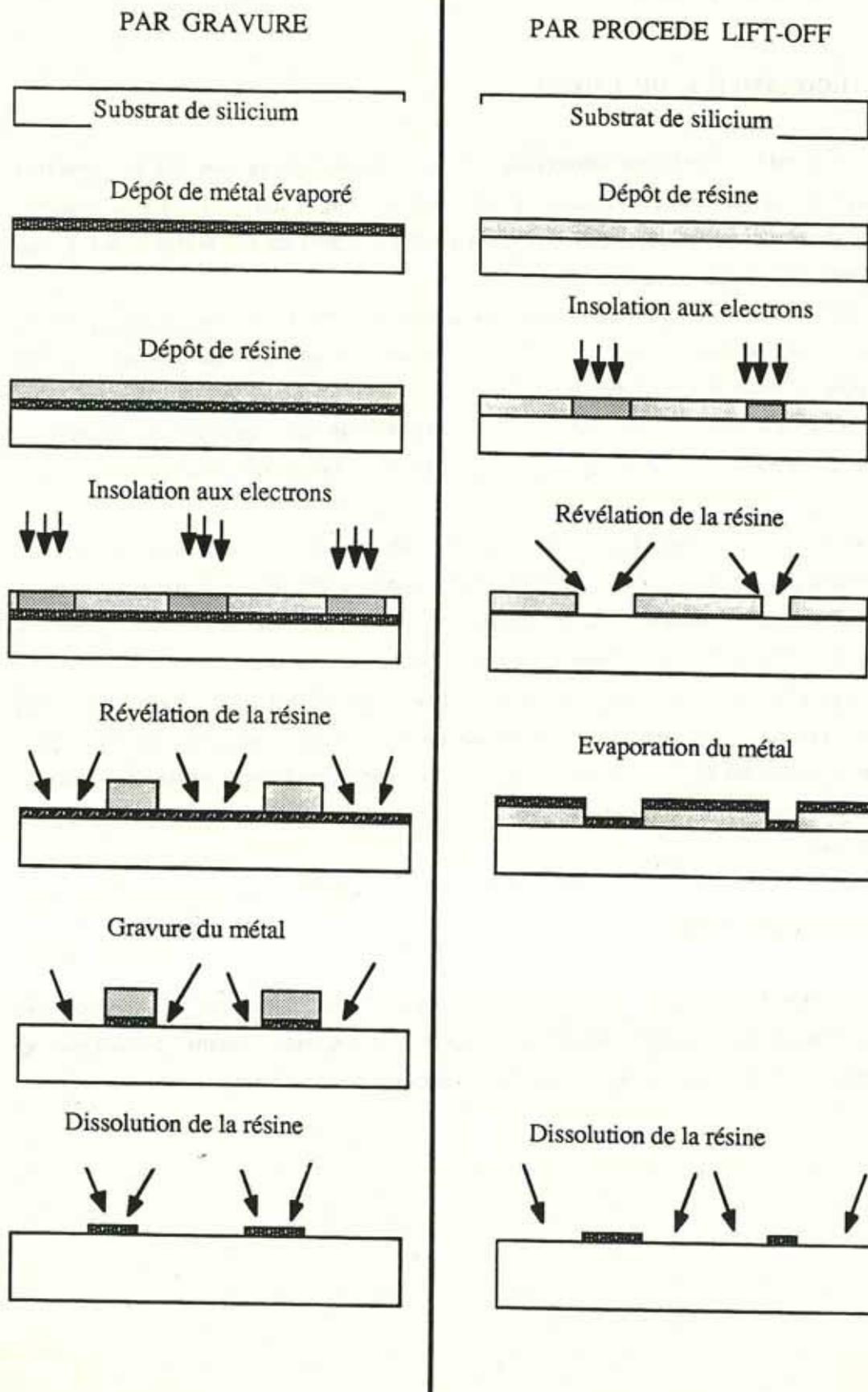


Figure I-5 : Schéma décrivant les étapes lithographiques des procédés de gravure et de lift-off.

### I-3. LITHOGRAPHIE A UN NIVEAU

Le PMMA (PolyMéthylMéthacrylate) est une résine positive électron sensible très intéressante pour sa bonne résolution inférieure à 200 Å [I-6] et son adhérence au substrat. Son principal défaut est sa faible sensibilité ( $\sim 200 \mu\text{C}/\text{cm}^2$ ) ce qui entraîne des temps d'insolation longs et donc coûteux.

La lithographie à une couche de PMMA a longtemps été le procédé employé pour les réseaux supraconducteurs. Nous détaillons les conditions d'application au tableau I-1. Nous avons suivi ce procédé pour fabriquer le disque supraconducteur appelé DISQ2 et le circuit FILBAN. Outre ces deux circuits, nous avons réalisé différents motifs de réseaux présentés en annexe I-2. Du point de vue lithographique, différentes constatations sont à faire :

- 1) Le profil en surplomb intrinsèque à l'insolation des résines positives par faisceau d'électrons est trop faible. De nombreux microponts entre les couches de métal sur la résine et celle déposée sur le silicium provoquent des accidents sous formes de déchirures lors de l'étape de dissolution de la résine non-insolée.
- 2) La largeur optimale obtenue par cette méthode est de 0.4 à 0.5  $\mu\text{m}$  (photo I-2). Cette limitation est principalement due à l'épaisseur de 5000 Å de résine. En effet, la largeur minimale obtenue est égale à l'épaisseur de la résine. Afin d'améliorer la finesse des traits, la couche de résine pourrait être réduite mais une épaisseur inférieure à 3000 Å détruirait le profil en surplomb.
- 3) Les effets de proximité, importants dans les procédés à un niveau, altèrent les intersections de traits.

Le PMMA à un niveau montre de nombreuses imperfections pour la fabrication des réseaux. L'étude des courants critiques très sensibles aux impuretés, inhomogénéités ou trop grandes largeurs des traits, nous a conduit à développer le procédé à deux niveaux de résines.

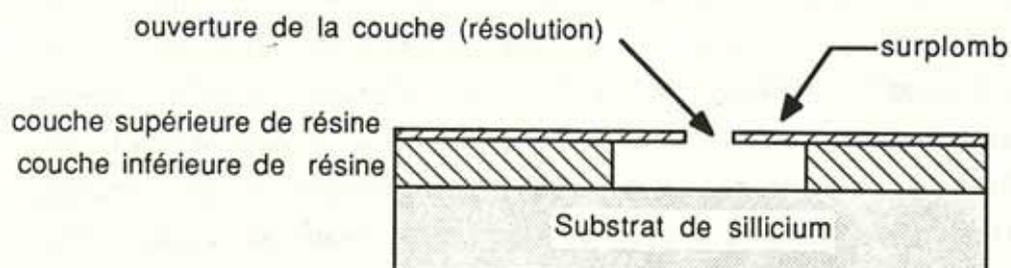


**Photo I-2 :** Micropont reliant deux surfaces d'aluminium réalisé en utilisant le procédé à un niveau de résine. La largeur optimale obtenue est  $0.5 \mu\text{m}$ .

#### I-4. LITHOGRAPHIE A DEUX NIVEAUX

##### I-4-a. Présentation

Le procédé consiste à étaler deux couches de résines. La couche supérieure est fine et constituée d'une résine à grande résolution. La couche inférieure peut être épaisse mais doit être plus sensible que la couche supérieure pour le révélateur choisi. Ainsi, au développement apparaît un surplomb dû au contraste de vitesse de développement de sensibilité des deux couches (figure I-6). Ce procédé à deux niveaux de résines ou "bi-couche" améliore la lithographie.



**Figure I-6 :** Schéma illustrant l'étape après révélation et avant l'évaporation. Le surplomb provient de la couche supérieure de résine.

Le bi-couche retenu utilise le PMMA en couche supérieure et PMMA/MAA (ou copolymère) en couche inférieure. La référence de base provient du travail de Howard et al. [1-7]. Les travaux de Georges et Pannabière ont également été utilisés.[1-8]

#### **1-4-b. Résines**

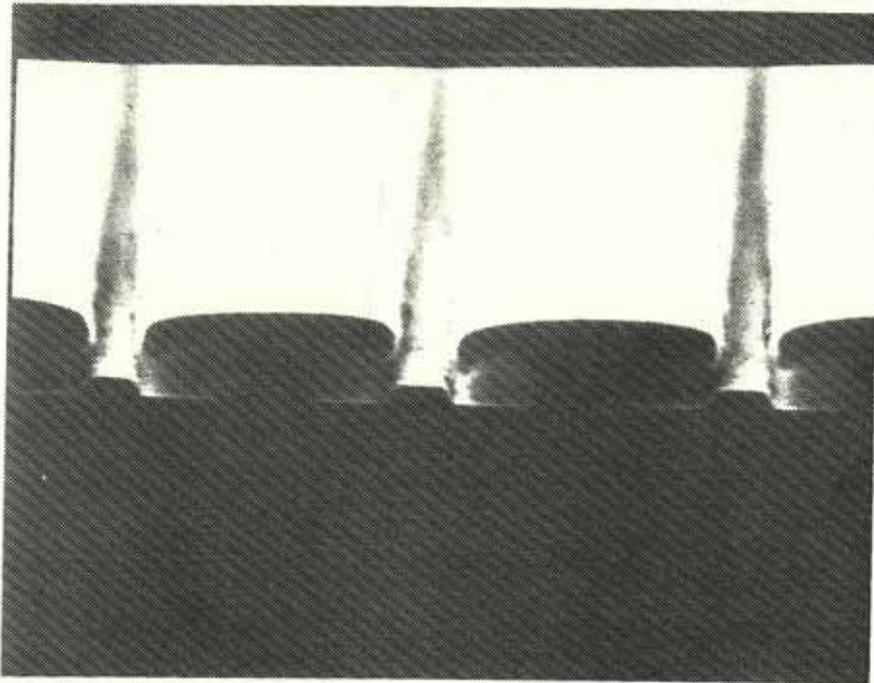
Le copolymère est constitué de chaînes de poids moléculaire 950 K composées de 9.2 % de le monomère MAA (acide méthacrylique) et 90.8 % de MMA. L'existence de la fonction acide le rend peu soluble dans le chlorobenzène ( $C_6H_5Cl$ ) et plus soluble dans des solutions polaires (méthanol, acide acétique). Ainsi lors du dépôt de la couche supérieure de résine qui utilise le  $C_6H_5Cl$  comme solvant, aucun mélange entre les deux résines ne se produit.

C'est la couche supérieure de PMMA qui détermine la largeur des traits. Aussi le choix des paramètres de cette couche (masse moléculaire, épaisseur, sensibilité) est-il crucial. La résolution est, au mieux, de l'ordre de l'épaisseur de la couche de résine. Un compromis entre la rigidité du surplomb et la résolution a été trouvé pour une épaisseur de 1500 Å de PMMA. Lors de l'évaporation, l'échantillon peut être chauffé notablement, ce qui fragilise le surplomb (la stabilité thermique est limitée par la transition vitreuse du PMMA de l'ordre de 130°C [1-9]). Afin de limiter cet effet, le temps d'évaporation doit être minimal.

#### **1-4-c. Révélateur**

Nous avons opté, par simplification, pour un développement simultanée des deux résines. Le choix du révélateur est donc crucial car il doit être optimal pour les deux couches. Nous avons arbitrairement choisi un temps de développement supérieur à 30 sec. Un temps trop court ne permet pas des résultats reproductibles .

Le révélateur proposé [1-7], un mélange Methanol-Propanol 7.3, est trop puissant pour le copolymère. Aussi, il dissout la résine inférieure à des niveaux de densité d'énergie de l'ordre des électrons rétrodiffusés. Par suite le surplomb est vaste (photo 1-3) et interdit toute concentration de lignes de pas inférieure à 3  $\mu m$ . Une première amélioration est de réduire le contraste de sensibilité entre les deux résines en diminuant la masse moléculaire de la couche supérieure. En effet la sensibilité, pour un révélateur, décroît avec cette dernière. Réduire la concentration de la fonction acide dans la résine de la couche inférieure aurait aussi réduit le contraste [1-9] cependant ces autres résines ne sont pas commercialisées. Aussi avons-nous opté pour un meilleur choix de révélateur.



*Photo I-3 : Coupe par clivage d'un échantillon réalisé selon le procédé à deux niveaux de résines après évaporation du matériau et avant l'étape de dissolution de l'ensemble des deux résines. Nous pouvons remarquer le surplomb constitué de la couche supérieure de résine et du métal.*

Pour cela, nous avons déterminé la sensibilité des deux résines pour différentes solutions (figure I-7) (tableau n°I-2). L'écart de sensibilité doit être faible pour avoir une forte concentration de lignes. Le MIBK (methyl isobutyl ketone) propanol 1-3 peut sembler intéressant. Cependant, le faible contraste ( $125 \mu\text{C}/\text{cm}^2$  pour le copolymère contre  $140 \mu\text{C}/\text{cm}^2$  pour le PMMA) ne peut créer un surplomb suffisant. Nous avons donc opté pour une solution pure de Cellosolve (éthylène glycol monoethyl ether), un fort révélateur pour le PMMA ( $100 \mu\text{C}/\text{cm}^2$ ).

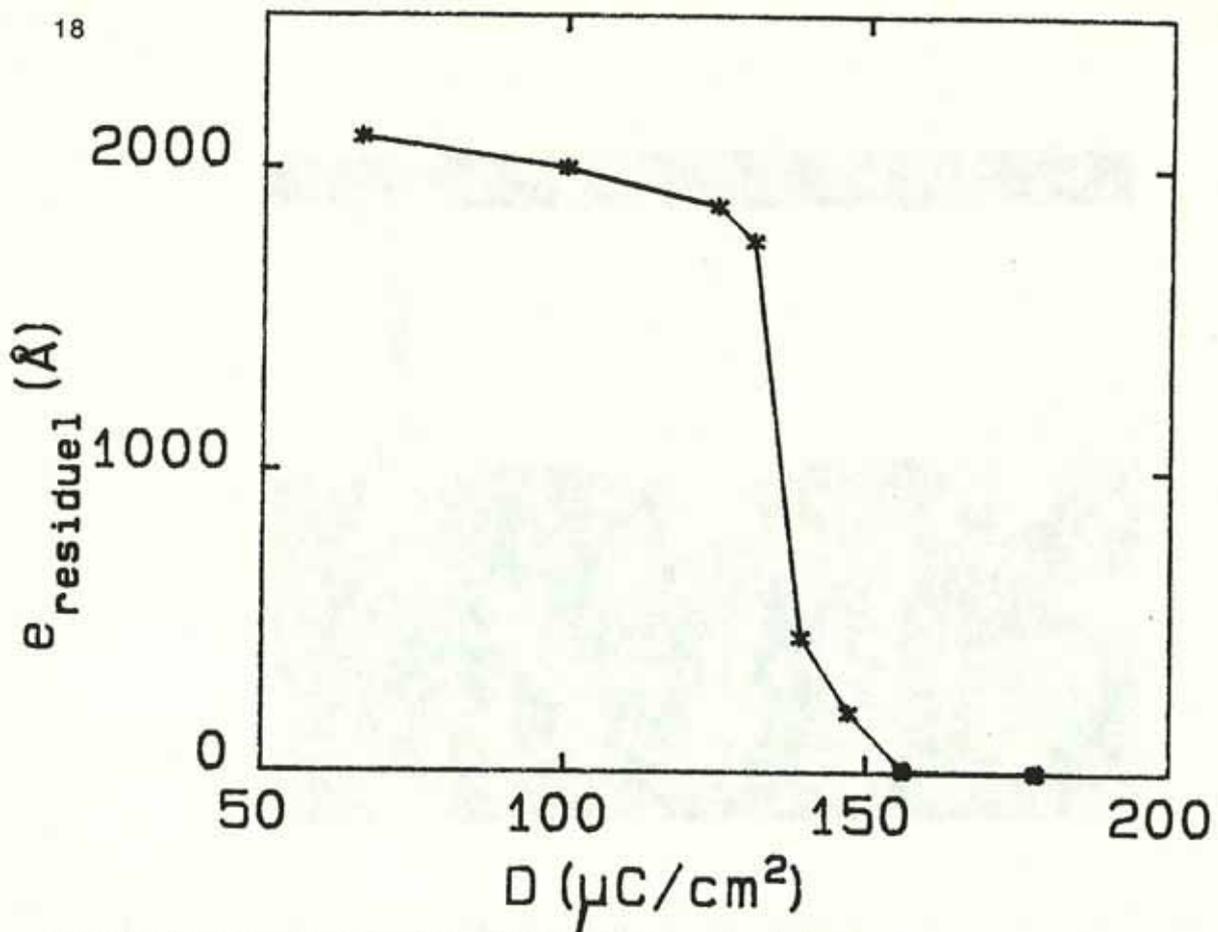


Figure I-7 : Epaisseur de la résine (PMMA 496 K) après révélation dans cellosolve-propanol 1.2 durant 30 secondes en fonction de la dose d'insolation en  $\mu\text{C}/\text{cm}^2$ . Une telle courbe détermine la sensibilité de la résine ( $\sim 160 \mu\text{C}/\text{cm}^2$ ) pour le révélateur choisi ainsi que son contraste.

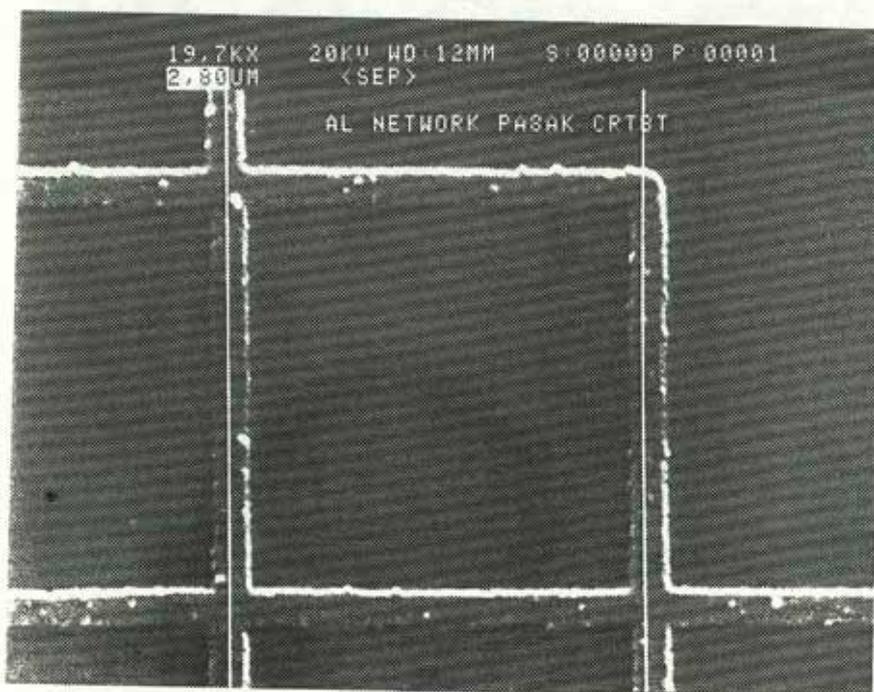
	Methanol	Xylène Propanol (1:3)	Cellosolve Propanol (1:3)	MIBK	Propanol	Cellosolve
PMMA	> 200	~ 130	~250	~140	> 250	~100
PMMA/MAA	< 50	< 100	~100	~125	~ 150	~70

Tableau I-2

Dose optimale en  $\mu\text{C}/\text{cm}^2$  pour couches de 2000 Å de PMMA  
ou de 7000 Å de PMMA/MAA avec différents révélateurs

#### I-4-d. Résultats

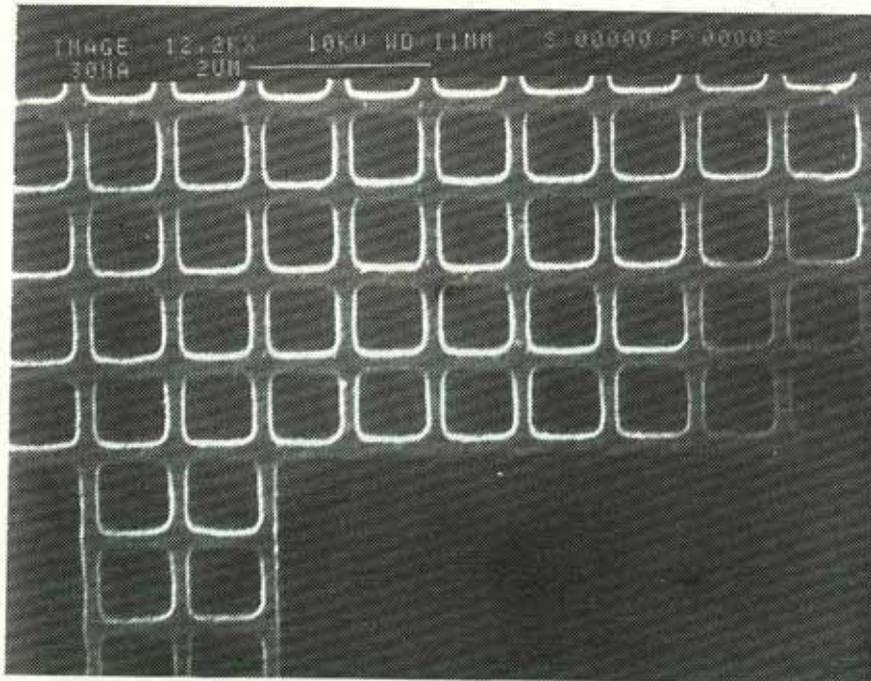
Nous détaillons les conditions d'application du procédé optimisé au tableau n° I-3. La photo I-4 montre un réseau carré d'aluminium de pas  $3\ \mu\text{m}$  correspondant à l'échantillon DIAG10 (chapitre IV).



**Photo I-4 :** Réseau carré d'aluminium de pas  $3\ \mu\text{m}$  et de largeur de filaments  $0.25\ \mu\text{m}$ . Les croisements ne montrent aucune surexposition. Le dépôt résiduel est souligné par un trait noir et correspond à la limite du surplomb.

La largeur de l'aluminium est associée à l'ouverture de la couche supérieure de PMMA. Aucun effet d'élargissement au croisement n'est visible (photo I-4), le développement est optimisé. L'effet de proximité apparaît dans la couche de PMMA lorsque le pas du réseau est inférieur à  $2\ \mu\text{m}$  (photo I-5). Pour éviter cet effet, des corrections, lors de l'insolation de réseau à faible pas,

devront être appliquées le long des bords.



**Photo I-5 :** Réseau carré d'aluminium de pas de  $1 \mu\text{m}$  et de largeur de traits  $0.2 \mu\text{m}$ . Un élargissement au croisement est apparent ainsi qu'un amincissement à la frontière du réseau.

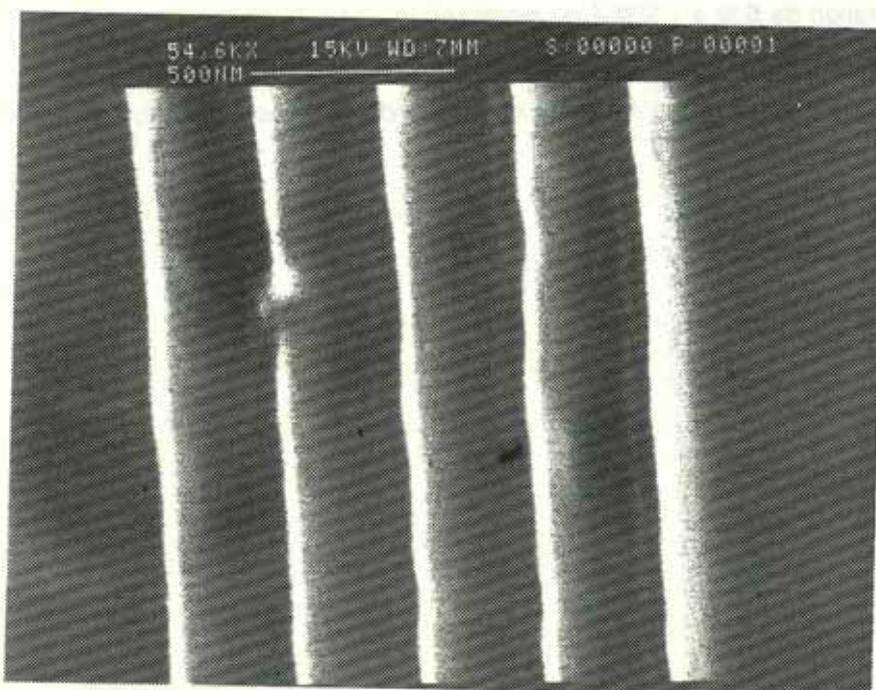
L'ouverture du copolymère après développement, comme voulue, est plus large que celle du PMMA. Aux croisements des branches, nous remarquons de larges arrondis; de plus, sur les bords des réseaux, l'effet de proximité est notable pour la couche inférieure ce qui s'explique par sa plus forte sensibilité.

La largeur minimale de traits est de l'ordre de  $0.15 \mu\text{m}$  pour une taille de faisceau de  $0.1 \mu\text{m}$ . Grâce à l'optimisation du développeur, la largeur du surplomb est réduite (photo I-6) : il est estimé à  $0.1 \mu\text{m}$ . La concentration optimale des lignes parallèles correspond à des lignes de  $0.13 \mu\text{m}$  espacés de  $0.17 \mu\text{m}$  (photo I-7). Cette photo correspond à l'évaporation de titane

suivi d'or. L'angle d'évaporation n'étant pas identique, les deux couches ne se superposent pas parfaitement.



**Photo 1-6 :** Coupe par clivage d'un faisceau de 5 lignes après l'évaporation de Ti-Au et avant l'étape de dissolution de la résine de surplomb ( $\sim 0.1 \mu\text{m}$ ) est à comparer à celui de la photo 1-3.



**Photo 1-7 :** Faisceaux de filaments de Ti-Au ( $50 \text{ \AA}$  et  $500 \text{ \AA}$ ) de largeur  $0.13 \mu\text{m}$  espacés de  $0.17 \mu\text{m}$  obtenus par le procédé à deux niveaux. Le doublement des lignes correspond aux deux angles différents d'évaporation du titane et de l'or.

Tableau n°1-3 : procédé à deux niveaux.

- Substrat de Si de 100 mm
- PMMA/MAA 950 K (90,8 % de MMA et 9,2 % de MAA) à 9 % dans  $C_2H_3COOH$
- Dépôt d'une couche de 3700 Å (vitesse : 8 000 tr/min, accélération : 6 000 tr/min/s, durée : 30 secondes)
- Etuvage de la couche à 160°C durant 45 min.
- PMMA 496 K à 3 % dans  $C_6H_5Cl$
- Dépôt d'une couche de 1 500 Å (vitesse : 6 000 tr/min, durée : 30 sec).
- Etuvage de la couche à 160°C durant 45 min.
- Insolation par faisceau d'électrons ( $\sim 100 \mu C/cm^2$ )
- Courant du faisceau de 1 nA pour les filaments fins et 150 nA pour les surfaces grossières.
- Champ d'insolation : 0,8192 mm.
- Tension d'accélération : 20 kV.
- Développement dans une solution pure de cellosolve durant 30 sec.
- Rinçage dans de l'iso-propanol durant 5 min.
- Séchage soufflette à azote.
- Evaporation de 500 à 1 500 Å du métal (Al, In,.....).
- Dissolution de la résine dans de l'acétate de cellosolve à 50°C durant 5 min.
- Agitation afin de décoller la couche métallique de la résine (éviter autant que possible les ultra-sons).
- Rinçage à l'acétate de cellosolve.
- Séchage soufflette à azote.

La dose appliquée lors de l'insolation est de  $100 \mu\text{C}/\text{cm}^2$  pour les surfaces larges. Nous gagnons ainsi un facteur 2 dans le temps d'insolation par rapport au PMMA monocouche développé par MIBK-propanol (1-2).

Nous remarquons un dépôt résiduel (zone hachurée sur la photo I-4). Il se situe dans les parties protégées du surplomb et est attribué au re-dépôt, lors du rinçage, des polymères en suspension.

## I-5. LITHOGRAPHIE OPTIQUE

Un aligneur de masque et un microscope optique utilisant des UV proches du visibles ont permis la fabrication du DISQ1 que nous étudierons dans le chapitre III. Elle a nécessité trois étapes lithographiques afin de disposer les contacts en or et le disque d'aluminium. Le procédé, détaillé au tableau n°I-4 [I-10], permet, au mieux, une résolution de l'ordre de  $0.7\mu\text{m}$ .

*Tableau n°I-4 : Procédé photolithographique [I-10].*

- Résine Photo-sensible Shipley 1350.
- Dépôt de  $5000 \text{ \AA}$  de résine (vitesse  $4000 \text{ tr/min}$ ).
- Pré-étuvage de 4 min à  $60^\circ\text{C}$
- Insolation optique (microscope ou aligneur de masque avec  $\lambda=350\text{nm}$ ).
- Trempage dans dichlorobenzène durant 5 min.
- Séchage avec une soufflette à azote.
- Post-étuvage de 7 min à  $60^\circ\text{C}$ .
- Révélation dans révélateur Shipley.
- Rinçage dans de l'eau dé-ionisée.
- Séchage avec une soufflette à azote.

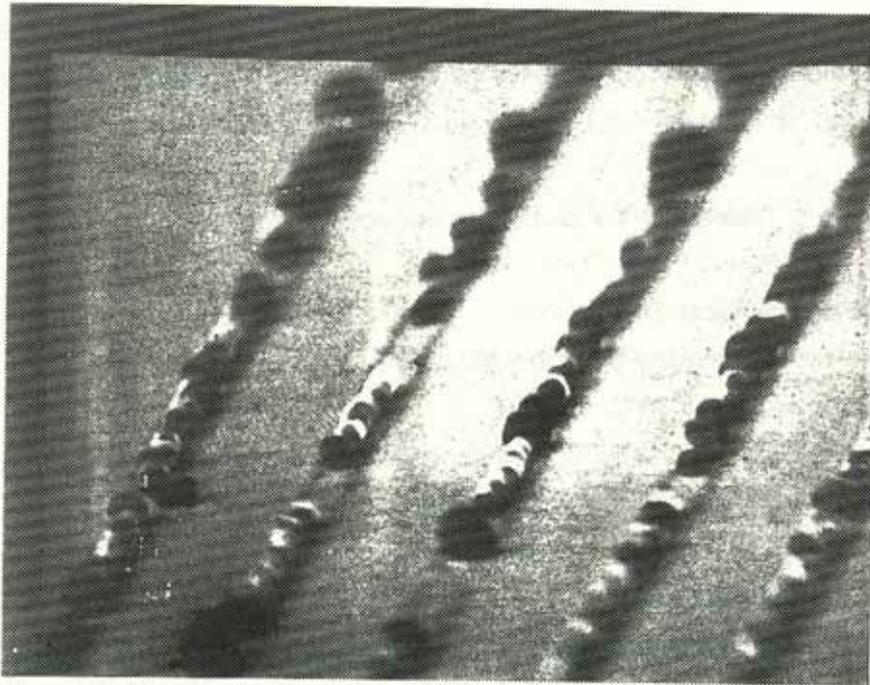
## I-6. EVAPORATION

Précédant l'évaporation, l'échantillon a été nettoyé dans une solution de  $\text{NH}_4\text{F}/\text{HF}$  (87.5 ; 12.5) durant 15 secondes). Les circuits mesurés ont été évaporés dans un bâti à vide secondaire pour les dépôts d'or ou d'indium (DISQ1, DISQ3) ou dans un bâti à ultravide pour l'aluminium (DISQ1, DISQ2, DIAG10, DIAG30).

Pour obtenir une couche évaporée assez pure, il faut que très peu d'impuretés se déposent. Par exemple, la vitesse d'évaporation de l'Al est environ de  $10 \text{ \AA/s}$ . Or, pour un vide

de  $10^{-6}$  Torr (1 Torr = 1 mm de mercure), nous considérons qu'il y a une couche atomique d'impuretés qui rentre en collision avec le substrat par seconde. Nous choisissons un vide inférieur à  $10^{-6}$  Torr.

L'évaporateur à vide secondaire permet d'effectuer des évaporations sous un vide de l'ordre de  $10^{-6}$  Torr. Les métaux sont placés dans des creusets de tungstène chauffé par un courant de quelques dizaines d'ampères. Comme l'indium ne se dépose pas très bien sur le substrat de silicium (photo I-8), il est nécessaire d'évaporer une fine couche de titane. L'évaporation du titane débute à l'ambiante (300 K) et se termine à 77 K. Le dépôt est de l'ordre de 60 Å (vitesse de dépôt ~ 3 Å/min). L'évaporation de l'indium qui suit s'effectue à  $T = 77$  K sur le substrat refroidi à la vitesse de 50 Å/sec.



*Photo I-8 : Faisceaux de "lignes" d'indium évaporé à froid (77K) sans titane. L'indium se met en gouttelette en l'absence d'une couche de titane.*

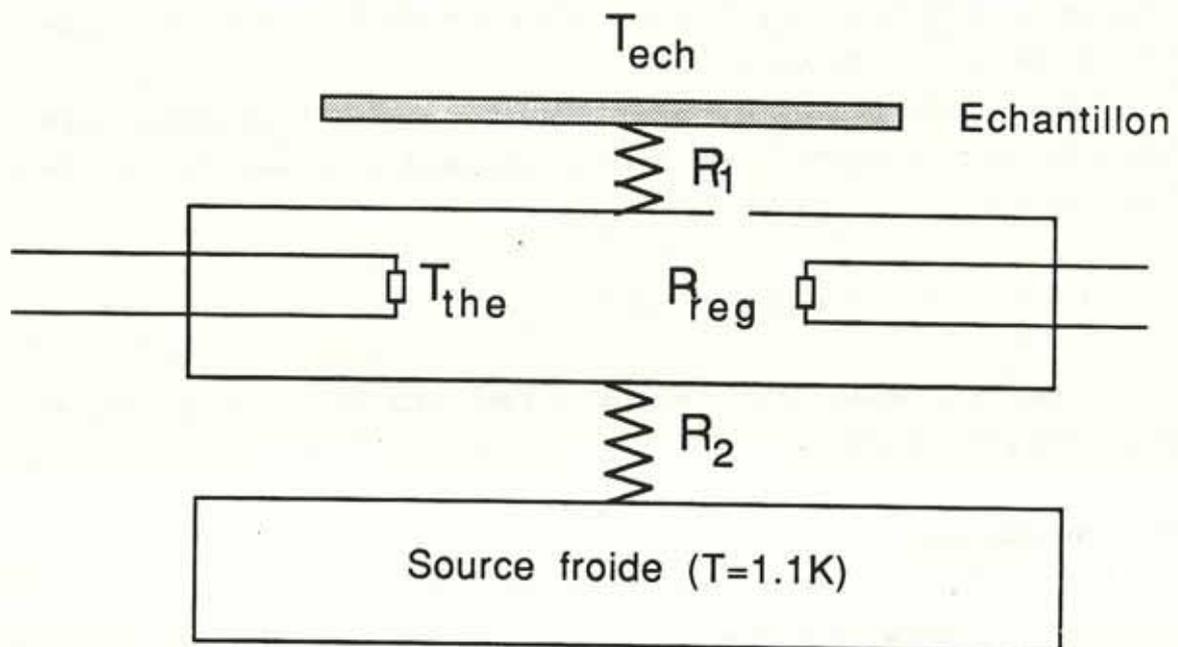
Un évaporateur à ultra vide est utilisé pour le dépôt d'aluminium (RIBER). Le vide statique atteint est de  $10^{-10}$  Torr. Lors de l'évaporation à l'ambiante, celui-ci est de l'ordre de  $10^{-7}$  Torr. La vitesse de dépôt est de l'ordre de 10 Å/sec.

## I-7. CONNEXION

Les courants injectés ne doivent pas chauffer l'échantillon. Cette condition primordiale est une difficulté des mesures de courant critique. Le choix de la connexion entre l'échantillon microscopique et la source froide (conduction thermique et électrique) joue un rôle crucial pour la thermalisation de l'échantillon.

### I-7-a. Echauffement

On peut représenter schématiquement le montage thermique à la figure I-8:



**Figure I-8 :** Schéma du montage de la régulation de la température.  $R_1$  et  $R_2$  sont les résistances thermiques.  $T_{the}$  est la température mesurée.  $P_{reg}$  est la puissance dissipée par la résistance chauffante de régulation.  $T_{ech}$  est la température de l'échantillon et  $T_f$  de la source froide.

- la partie froide qui a une température fixe  $T_f = 1.1$  K,
- la masse en cuivre qui contient le thermomètre  $T_{the}$  et la résistance chauffante de régulation et qui est liée thermiquement via  $R_2$  à la partie froide,
- l'échantillon qui est en contact thermique avec la masse en cuivre via une résistance thermique  $R_1$ .

On notera  $\dot{Q} = r_{ech} i^2$  la puissance dissipée par l'échantillon et  $P_{régulation}$  la puissance dissipée chauffante ( $P_{régulation}$  est de l'ordre du  $\mu W$  dans la zone de nos mesures).

Lorsque  $\dot{Q}$  est important ( $\dot{Q} > P_{rég.}$ ) il n'est plus possible de réguler la température  $T_1$ . C'est le cas où l'échantillon est normal  $r_{ech} \cong 10 \Omega$  et  $i_{inj} \cong 100 \mu A$ .

Plus délicate est la situation où  $\dot{Q}$  est faible mais suffisante cependant pour que la température de l'échantillon  $T_{ech}$  soit notablement plus élevée que celle du thermomètre  $T_{therm.}$ .

c'est-à-dire :

$$\begin{cases} \dot{Q} < P_{rég} \\ T_{ech} - T_{the} = \dot{Q} \times R_1 \end{cases}$$

et donc

$$T_{ech} = T_{the} + R_1 \times r_{ech} i_{inj}^2$$

où  $r_{ech}$  est la résistance ohmique de l'échantillon et des contacts et  $R_1$  la résistance thermique entre l'échantillon et le thermomètre.

Dans ce régime de faible échauffement, la température effective de l'échantillon sera distincte de celle du thermomètre de mesure. Les mesures de courant critique  $I_c$  en fonction de  $T$  seront incorrectes.

L'erreur en température est de  $\Delta T = R_1 \times r_{ech} i_{inj}^2$

Il faut donc réduire ce terme afin que cette erreur soit inférieure à la précision du thermomètre ( $\Delta T \lesssim \sim 1 \mu K$ ).

### 1-7-b. Améliorations

Les modifications ont portés sur :

1) Diminution du courant injecté : La grandeur expérimentale intéressante est la densité de courant critique et non pas le courant critique total de notre échantillon. En réduisant la largeur des bras de notre réseau (de  $0.5 \mu m$  à  $0.25 \mu m$ ) et en limitant la largeur totale du réseau à 60 branches en parallèle, nous avons abaissé les courants critiques d'injection.

2) Résistance thermique  $R_1$  : Jusqu'à présent, nous employons la graisse à vide (Apiézon N) pour faire le contact thermique entre l'échantillon et la masse de cuivre. Dorénavant l'échantillon est collé sur une plaque d'alumine frittée en utilisant une colle à forte conduction thermique. Nous avons ainsi gagné un facteur 10 : de  $10^{-3} W/K$ , on a atteint  $10^{-2} W/K$ . Les valeurs de conduction thermique sont indiquées en annexe I-3.

3) Diminution de  $r_{ech}$  : La résistance ohmique  $r_{ech}$  provient en général de la résistance de contact entre les amenées de courant et la couche mince de notre circuit. L'ancien dispositif utilisait des pattes de cuivre dorées qui venaient s'appuyer contre des plots de contact en couche mince de  $1 \text{ mm}^2$ . La pression permettait la conduction électrique. La résistance était estimée à quelques ohms.

Maintenant, des filaments d'aluminium de  $25 \mu\text{m}$  de diamètre, soudés par ultrasons, relient la couche mince d'aluminium déposée sur le substrat de silicium et la couche épaisse d'or déposée par sérigraphie sur l'alumine frittée. Cette technique a réduit considérablement la résistance de contact. Aucune dissipation n'a été observée pour un courant injecté de  $1.7 \text{ mA}$ . A ce courant, on estime la puissance dissipée par l'échantillon inférieure à  $5.10^{-9} \text{ W}$ . Puisque  $R_1 \cong 10^2 \text{ K/W}$ , on a  $\Delta T \leq 0.5 \mu\text{K}$ .

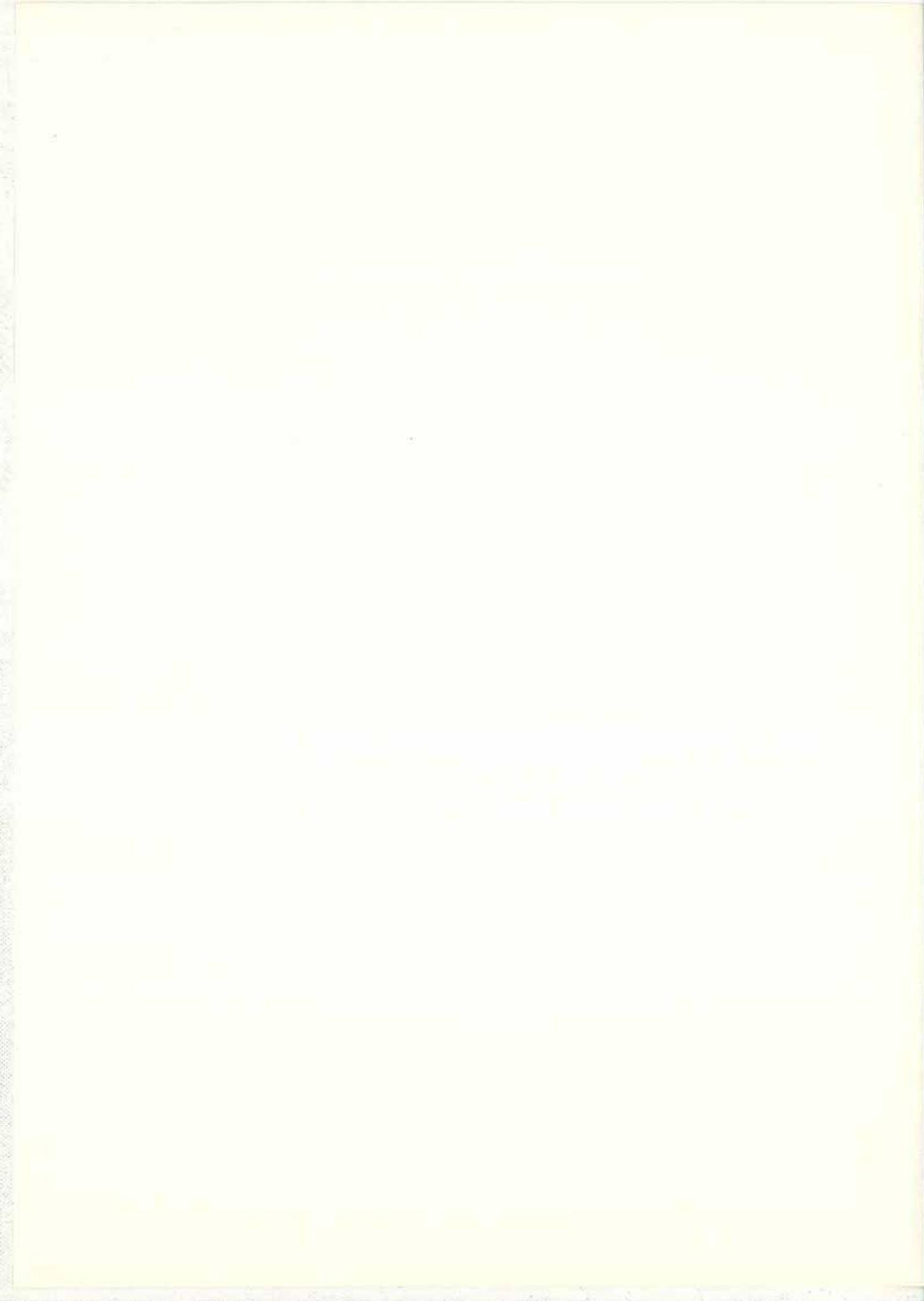
L'ensemble de ces améliorations a permis de nous affranchir des problèmes d'échauffements.

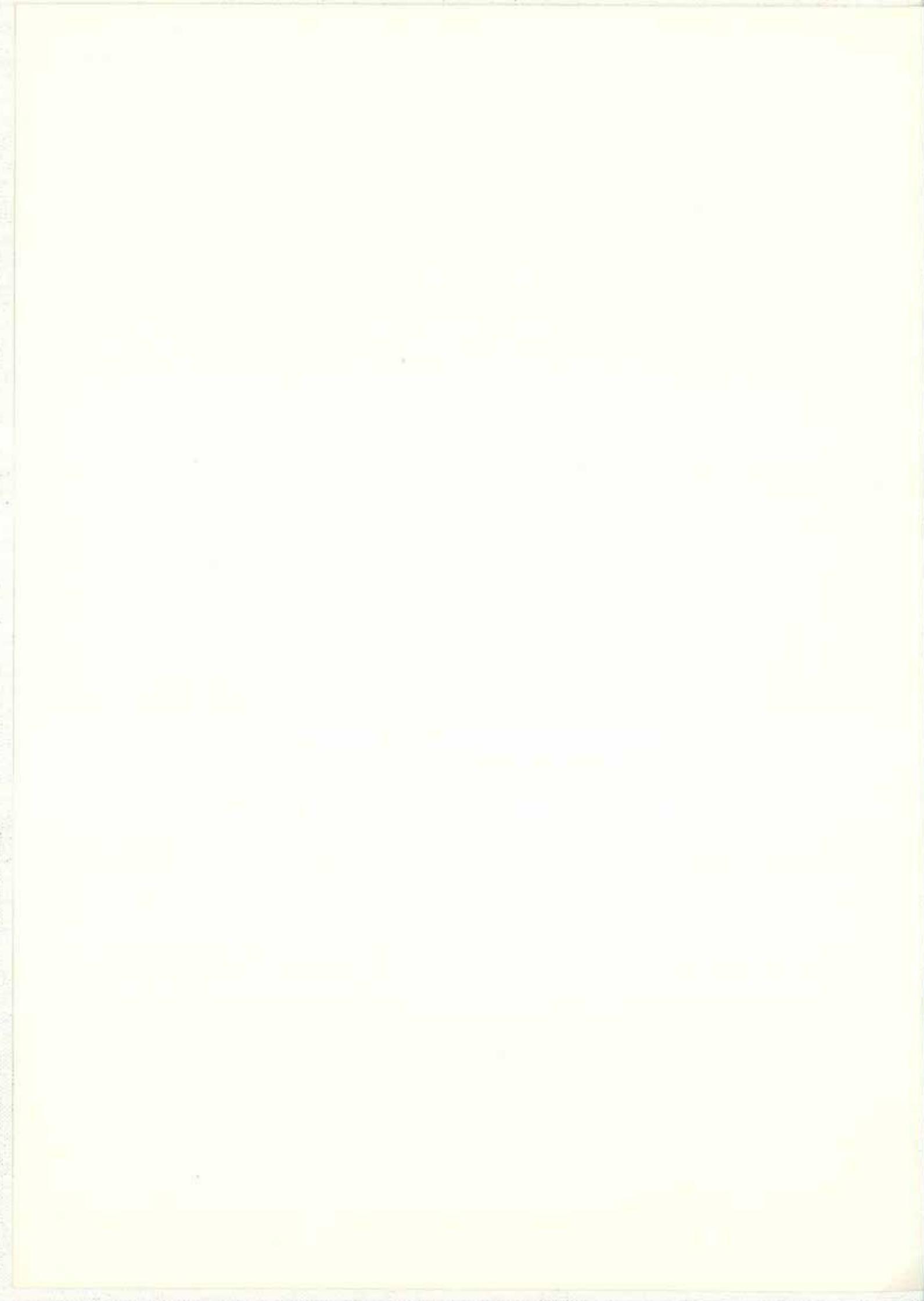
*Remarque* : La technique utilisant des fils d'Al soudés par ultrason a été généralisée à toutes les études de nos circuits. Elle évite durant l'étape de lithographie l'insolation des plots de  $1 \text{ mm}^2$ . Une surface carrée de  $100 \mu\text{m}^2$  suffit pour souder les fils de  $30 \mu\text{m}$  de diamètre. On gagne ainsi un temps d'insolation très précieux.

### 1-8 Conclusion

Le procédé à deux niveaux de résines a permis la fabrication de réseaux de bonne qualité ayant une grande homogénéité. Des filaments de largeurs de  $0.1 \mu\text{m}$  ont été réalisés. De plus la limitation du surplomb a permis de réaliser des réseaux de faibles espacements :  $1 \mu\text{m}$  pour des réseaux carrés et  $0.2 \mu\text{m}$  pour un faisceau de lignes. Grâce à ces améliorations lithographiques, des mesures précises de courants critiques ont pu être effectuées.







## CHAPITRE II

# INTRODUCTION AUX CIRCUITS SUPRACONDUCTEURS

### INTRODUCTION

Les progrès des techniques lithographiques et de la qualité des couches minces ont conduit, ces dernières années, à l'étude d'un nouveau domaine de la physique que forment les systèmes mésoscopiques. L'étude des circuits supraconducteurs rentre dans ce cadre. La richesse des résultats obtenus provient des propriétés même de l'état condensé des paires: la cohérence de la phase à grande échelle induit toute une panoplie d'effets nouveaux. D'autre part l'équation du mouvement des paires au voisinage de la transition supraconductrice est formellement la même que celle d'une particule chargée soumise à un champ magnétique. Dans cette optique la géométrie adoptée qui est le paramètre modulable à volonté, détermine le confinement des paires à l'intérieur du circuit et peut jouer ainsi le rôle d'une structure cristalline (réseaux carré[II-1], fractal[II-2], quasi-périodique[II-3]), d'impuretés (réseaux aléatoires[II-4]), d'un potentiel central (disque), etc...

Avant d'étudier en détail un disque supraconducteur (chapitre III) et les courants critiques dans les réseaux (chapitre IV), nous rappellerons les propriétés supraconductrices au voisinage de la transition. Nous discuterons ensuite des conditions aux limites propres aux supraconducteurs. Enfin nous présenterons brièvement, à la fin de ce chapitre, le formalisme utilisé dans les réseaux de filaments.

#### II-1 Supraconductivité proche de la transition

Un traitement de l'équation de Ginzburg-Landau (G.L par la suite) comparable à celui effectué par Abrikosov [II-5] a été développé pour les circuits supraconducteurs dans une étude antérieure [II-6] afin de déterminer la fonction d'onde des paires (ou paramètre d'ordre)  $\psi_{\sigma}(r)$  et les grandeurs thermodynamiques. Alors que l'équation de G.L linéaire (II-1) détermine l'ensemble des états propres du circuit, la prise en compte du terme non-linéaire permet de construire la modulation spatiale  $f_{\sigma}(r)$  de la fonction d'onde des paires qui minimise l'énergie ainsi que son amplitude moyenne  $(\langle |\psi_{\sigma}(r)|^2 \rangle)^{1/2}$  notée par la suite  $|\psi_{\sigma}|$ . Nous signifierons par modulation les variations spatiales en phase et amplitude de la fonction d'onde normée sur le circuit. Une étude perturbative similaire a été récemment développée par H. Fink et al [II-7] au

voisinage de la ligne de transition. Ils en déduisent aussi les grandeurs thermodynamiques.

Nous profitons des rappels des propriétés supraconductrices des réseaux pour introduire l'ensemble des notations utilisées par la suite. Dans la limite où la température  $T$  du supraconducteur de type II est "très proche" de  $T_c(0)$  (sa température critique), les termes d'ordres 4 de l'équation de G.L [II-5] sont négligeables et par suite l'équation se simplifie et ne porte plus que sur la modulation  $f_\sigma(r)$ . L'équation de G.L linéaire s'écrit :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\hbar^2}{2m^*} (-i\nabla - \frac{2\pi A}{\phi_0})^2 f_\sigma = E_\sigma f_\sigma \\ + \text{les conditions aux limites} \end{array} \right. \quad (\text{II-1})$$

où  $m^*$ ,  $\phi_0$  et  $A$  sont respectivement la masse de la paire, le quantum de flux  $h/2e$  et le potentiel vecteur. La modulation  $f_\sigma(r)$  est l'état propre de l'équation (II-1) et vérifie les conditions aux limites du circuit. On notera  $E_\sigma$  la valeur propre associée. Généralement, pour chaque champ appliqué, il existe un grand nombre d'états propres : l'indice  $\sigma$  permet de les indexer.

L'enveloppe des minima des valeurs propres de II-1 détermine la ligne de transition supraconductrice :

$$T_c(H) = T_c(0) \left[ 1 - \frac{2m^* \xi^2(0)}{\hbar^2} E_{\min}(H) \right] \quad (\text{II-2})$$

$$\text{où } E_{\min}(H) = \text{Min} (E_\sigma (H))$$

Afin d'obtenir les quantités thermodynamiques telles que l'énergie libre  $\Delta F$ , la densité de paires  $|\psi|^2$ , le courant superfluide  $J$ , il est nécessaire d'introduire les termes non-linéaires de l'équation de G.L. L'étude antérieure [II-6] a permis de les exprimer moyennant les hypothèses simplificatrices suivantes :

- l'étude reste dans la zone de validité de la théorie de G.L.
- le champ appliqué vu par le supraconducteur est supposé uniforme c'est à dire : la longueur de pénétration est grande par rapport à la taille du circuit,
- les fluctuations thermodynamiques ont été supposées négligeables,
- l'état décrit doit être un état stationnaire indépendant du temps,
- la modulation spatiale de la fonction d'onde des paires au voisinage de la transition est donnée par un état propre de G.L linéaire (hypothèse d'Abrikosov).

Dans ces conditions, tout état supraconducteur stationnaire dans la région proche de

$T_c(0)$ , peut être décrit par une fonction d'onde macroscopique  $\psi_\sigma(r)$  dont l'amplitude moyenne s'exprime par :

$$|\psi_\sigma|^2 = \langle |\psi_\sigma(r)|^2 \rangle = \psi_\infty^2(0) \frac{1}{\beta_{A\sigma}} \left[ 1 - t - \frac{2m^* \xi^2(0)}{\hbar^2} E_\sigma \right] \quad (II-3)$$

La modulation  $f_\sigma(r)$  de  $\psi_\sigma(r)$  est un état propre de l'équation de G.L. linéaire normalisée sur le réseau,  $E_\sigma$  la valeur propre et  $\beta_{A\sigma}$  correspond au paramètre d'Abrikosov défini à partir de la fonction  $f_\sigma(r)$  par  $\beta_{A\sigma} = \langle f_\sigma^4 \rangle$ . L'énergie libre de l'état  $\psi_\sigma(r)$  est donnée par :

$$\Delta F = F_s - F_n = -\Delta F(0) \frac{1}{\beta_{A\sigma}} \left[ 1 - t - \frac{2m^* \xi^2(0)}{\hbar^2} E_\sigma \right]^2 \quad (II-4)$$

Dans les équations ci-dessus, l'énergie libre à température nulle  $\Delta F(0)$ , la longueur de cohérence  $\xi(0)$ , la température critique  $T_c(0)$ , le gap  $\psi_\infty^2(0)$  sont des caractéristiques du matériau.  $t$  est la température réduite  $T/T_c(0)$ . L'état à l'équilibre  $\psi_{\min}$  correspond à l'état pour lequel  $\Delta F$  est minimale.

Le paramètre  $\beta_{A\sigma}$  est souvent appelé taux de participation. Dans l'expression de l'énergie libre, il correspond au terme d'ordre 4 associé à la modulation de la fonction d'onde. Dans le cas des supraconducteurs de type II, l'énergie associée à ce terme est toujours supérieure à l'énergie magnétique. Lorsque des états propres sont dégénérés, la minimisation de  $\beta_{A\sigma}$  permet d'obtenir la modulation qui minimise l'énergie libre et ainsi conduit par exemple à la configuration stable du réseau de vortex. La description de la fonction d'onde des paires par un état propre de G.L linéaire n'est une hypothèse correcte que lorsque le terme non linéaire est très faible. Dès que ce dernier devient notable, le couplage d'états d'énergie distincte doit être pris en compte et le problème devient très complexe. H Fink a étudié cette limite dans différentes configurations de réseaux [II-8].

L'aimantation réversible qui se déduit de la dérivée de l'énergie libre par rapport à  $H$  [II-6], dépend d'une part de la densité de paires  $|\psi_{\min}|^2$  et d'autre part d'un facteur indépendant de la température  $\frac{\partial E_{\min}}{\partial H}$  :

$$\mu_0 M = |\psi_{\min}|^2 \frac{\partial E_{\min}}{\partial H} \quad (II-5)$$

$$\text{où } |\psi_{\min}|^2 = \psi_\infty^2(0) \frac{1}{\beta_A} \left[ 1 - t - \frac{2m^* \xi^2(0)}{\hbar^2} E_{\min} \right]$$

Nous remarquons que la dérivée de l'aimantation par rapport à la température  $\frac{\partial M}{\partial T}$  est directement reliée à  $\frac{\partial E_{\min}}{\partial H}$  au voisinage de  $T_c(H)$  et est indépendante de la température.

Si nous restons dans la zone de validité définie ci-dessus, à une fonction d'onde  $\psi_{\sigma}$  correspond un courant de transport superfluide  $J_{\sigma}$  donné par:

$$J_{\sigma} = e^* \operatorname{Re} \left( \int_V \psi(r)^* \cdot \left( -i\nabla - \frac{2\pi A}{\phi_0} \right) \psi(r) \cdot dr \right) \quad (\text{II-6-a})$$

que l'on peut également écrire sous forme du produit de la densité de paires par la vitesse superfluide moyenne :

$$J_{\sigma} = 2e |\psi_{\sigma}|^2 \int_V v_s(r) |f_{\sigma}(r)|^2 dr \quad (\text{II-6-b})$$

où le premier terme correspond à la densité des paires et l'intégrale à la vitesse superfluide moyenne.

Afin de s'affranchir de l'intégrale contenue dans l'expression de la densité de courant, nous allons réduire le calcul aux seuls réseaux contenant un potentiel périodique (réseau bidimensionnel infini, échelles de différentes largeurs, plan ou ligne infinie). Dans ce cas, les états propres  $f_{\sigma}(r)$  de l'équation de G.L linéaire sont des fonctions d'onde de Bloch. Ils seront notés par la suite  $f_k$  où  $f_k(r)$  est la modulation de la fonction d'onde de paire normée de vecteur d'onde  $k$  (l'indice de bande  $n$  n'est pas marqué afin d'alléger les expressions). Nous rappelons que  $f_k(r)$  et  $E_k$  dépendent implicitement de la géométrie et du champ magnétique.

Pour un tel état, la vitesse superfluide moyenne s'exprime simplement à l'aide de la dérivée de l'énergie moyenne par rapport au vecteur d'onde  $k$  [II-9] :

$$\langle v_k \rangle = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial E_k}{\partial k} \quad (\text{II-7})$$

Il en résulte que l'état  $f_k$  transporte un courant superfluide [II-10] :

$$J_k = \frac{2e}{\hbar} \psi_{\infty}^2(0) \frac{1}{\beta_{Ak}} \left[ 1 - t - \frac{2m^* \xi^2(0)}{\hbar^2} E_k \right] \frac{\partial E_k}{\partial k} \quad (\text{II-8})$$

et son énergie est exprimée par la relation (II-4). Lorsque un courant est injecté, le système choisit l'état  $f_k$  qui peut le transporter et qui minimise l'énergie libre.

En résumé, nous venons de voir que les différentes quantités thermodynamiques s'expriment simplement à l'aide des paramètres extérieurs ( $T$ ,  $H$ ,  $J$ ), des valeurs propres  $E_k$  et du paramètre d'Abrikosov. La détermination de ces derniers nécessite la résolution de l'équation (II-1) (ce qui sera effectuée pour des circuits particuliers au chapitre III et IV) en appliquant les conditions aux limites adéquates.

## II-2 Conditions aux limites

Puisque les conditions aux limites jouent un rôle majeur dans l'obtention du spectre, nous les discutons en détail dans ce paragraphe. Généralement la fonction d'onde en mécanique quantique doit être continue et ainsi la condition aux limites pour un potentiel infini correspond à  $\psi = 0$ . Dans un circuit supraconducteur, du fait des variations macroscopiques de la fonction d'onde des paires, les conditions aux limites du paramètre d'ordre sont modifiées et dépendent sensiblement de la nature et de la qualité de l'interface. Nous remarquerons au chapitre III qu'elles modifient sensiblement le spectre d'énergie et par suite les propriétés des supraconducteurs dans la limite des circuits de petites tailles. Dans la région de validité de G.L., on peut exprimer cet effet à l'interface par :

$$n \cdot \left( -\nabla - i \frac{2\pi}{\phi_0} A \right) \psi_{\sigma} \Big|_{\text{interface}} = \frac{1}{b} \psi_{\sigma} \Big|_{\text{interface}} \quad (\text{II-9})$$

Le paramètre  $b$  est une longueur reliée à la nature et à la qualité de l'interface. Sa détermination nécessite une étude microscopique [II-5].

A l'interface entre un supraconducteur et un isolant, le paramètre  $b \sim \xi^2(0) / a$  [II-5] où  $a$  est une distance atomique, est énorme ( $\sim 1$  cm). Cette condition conduit à négliger l'intégrale de surface dans la variation de l'énergie libre. La supraconductivité n'est pas affaiblie à l'interface entre un supraconducteur et un isolant et nous pouvons exprimer l'équation (II-9) par :

$$n \cdot \nabla |\psi_{\sigma}| \Big|_{\text{int}} = 0 \quad (\text{condition sur le module}) \quad (\text{II-10})$$

$$n \cdot \left( \nabla \phi_{\sigma} - \frac{2\pi A}{\phi_0} \right) \cdot \psi_{\sigma} \Big|_{\text{int}} = 0 \quad (\text{condition sur les courants})$$

A l'interface entre un supraconducteur et un métal,  $b \sim \frac{N}{N_N} \frac{1}{T_j} \frac{\xi_0}{\xi_N}$  [II-5] où  $N$  est la densité locale d'état à la surface de Fermi,  $N_N$  est la densité en volume,  $T_j$  est le coefficient de transmission et  $\xi_N$  est la longueur de cohérence de la région normale. Il y a alors effet de proximité : d'une part les paires pénètrent dans le métal sur la longueur  $b$  (la décroissance de la fonction des paires est exponentielle), d'autre part la supraconductivité est affaiblie dans le supraconducteur à proximité de l'interface.

Plus précisément la comparaison entre  $b$  et  $\xi(T)$  détermine les conditions à l'interface à adopter. Alors que pour les supraconducteurs à basse température critique, tels que l'aluminium ou l'indium, une interface avec un isolant conduit aux équations II-10, pour les supraconducteurs à haute température critique,  $b$  est très inférieure à  $\xi(T)$  dans une grande gamme de température car la longueur de cohérence est de l'ordre des distances

interatomiques [II-11]. Par suite la condition adéquate pour ce contact supra-isolant est  $\psi = 0$  aux bords. Ainsi l'état de bords observés au chapitre III ne devrait pas être observable dans les nouveaux supraconducteurs. Dans la physique des gaz d'électrons à deux dimensions, les conditions aux limites correspondent généralement à  $\psi = 0$  aux bords [II-12] ou à l'introduction d'un potentiel de bord quadratique  $V_b(x) \sim x^2$  [II-13]. Ces conditions ont pour conséquence d'élever l'énergie des états de bord comme nous le discuterons au chapitre III et ainsi de jouer le rôle d'un potentiel répulsif alors que les conditions II-10 conduit à un potentiel attractif [II-14].

### II-3 Formalisme des réseaux

Les grandeurs thermodynamiques obtenues au premier paragraphe nécessitent la connaissance des valeurs propres de l'équation (II-1) vérifiant les conditions aux limites du circuit. Généralement la détermination des valeurs propres est très complexe. Cependant dans le cadre des réseaux de filaments unidimensionnels, un formalisme [II-15,16] a été développé simplifiant le problème à l'étude des noeuds. Les réseaux étudiés sont équilatéraux, c'est-à-dire que les bras entre chaque noeud ont la même longueur notée  $a$ .

La résolution de l'équation de G.L. linéaire dans l'ensemble du réseau peut être ramenée [II-16] à un système d'équations portant uniquement sur les noeuds du réseau.

$$\varepsilon f_\alpha = \sum_{\beta} \exp(-i\gamma_{\alpha,\beta}) f_\beta \quad (\text{II-11})$$

$f_\alpha$  représente la modulation au noeud  $\alpha$ . La somme  $\sum_{\beta}$  s'effectue sur tous les noeuds voisins de  $\alpha$ .  $\gamma_{\alpha,\beta}$  dépend du champ magnétique :

$$\gamma_{\alpha,\beta} = \frac{2\pi}{\phi_0} \int_{\alpha}^{\beta} A \, ds \quad (\text{II-12})$$

où  $A$  est le potentiel vecteur.

$\varepsilon$  est la valeur propre des équations (II-11). C'est une grandeur sans dimension. Elle est directement reliée à l'énergie propre  $E_k$  de l'équation de G.L. linéaire (II-1) par :

$$\varepsilon = z \cos u_k \quad (\text{II-13})$$

où  $u_k = \frac{a}{\hbar} \sqrt{2m^* E_k}$  et  $z$  est la coordination du réseau ( $z = 4$  pour un réseau carré,  $z = 3$  pour l'échelle). La modulation  $f(s)$  entre deux noeuds du réseau s'obtient en résolvant l'équation de G.L linéaire avec les conditions aux noeuds fixées :

$$f(s) = \frac{\exp(i\gamma_{i,s})}{\sin u_k} \left[ \psi_i \sin((1-s/a) u_k) + \psi_j \exp(-i\gamma_{i,j}) \sin(s/a u_k) \right] \quad (\text{II-14})$$

L'ensemble du spectre d'énergie est donné par :

$$E_K = \frac{\hbar^2}{2m^*} \cdot \frac{1}{a^2} \left[ \text{Arcos} \left( \frac{\varepsilon}{z} \right) \pm 2\pi N \right]^2 \quad (\text{II-15})$$

où  $N$  est un entier.

En utilisant le formalisme des réseaux, la vitesse de groupe définie précédemment à l'aide de  $E_K$  devient :

$$\langle v_K \rangle = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial E_K}{\partial k} = - \frac{\hbar}{m^*} \frac{1}{a^2} \frac{u_K}{z \sin u_K} \frac{\partial \varepsilon}{\partial k} \quad (\text{II-16})$$

Dans le formalisme des réseaux, les conditions aux limites sont implicites. Dans un contact "isolant", les noeuds du bord du réseau n'ont que 3 voisins alors que les noeuds intérieurs en ont 4 (figure II-1-a). C'est la condition aux limites naturelle dans un réseau supraconducteur [II-16,17]. Imposer la coordination 4 à tous les noeuds revient à considérer une condition aux limites métalliques avec  $b=0$  c'est à dire la fonction d'onde s'annule au bout des bras pendants (figure II-1-b). C'est la condition dans un problème de liaisons fortes [II-14].

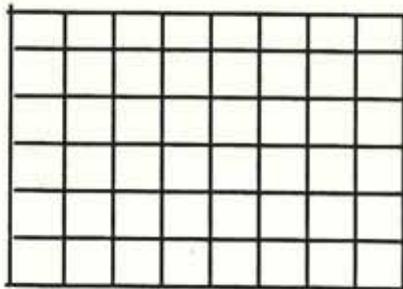


Figure II-1-a: Réseau avec conditions aux limites usuelles. Le long des bords la coordination est 3.

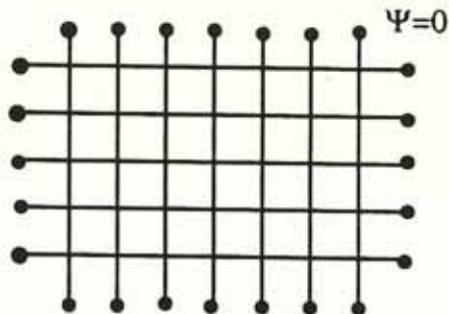


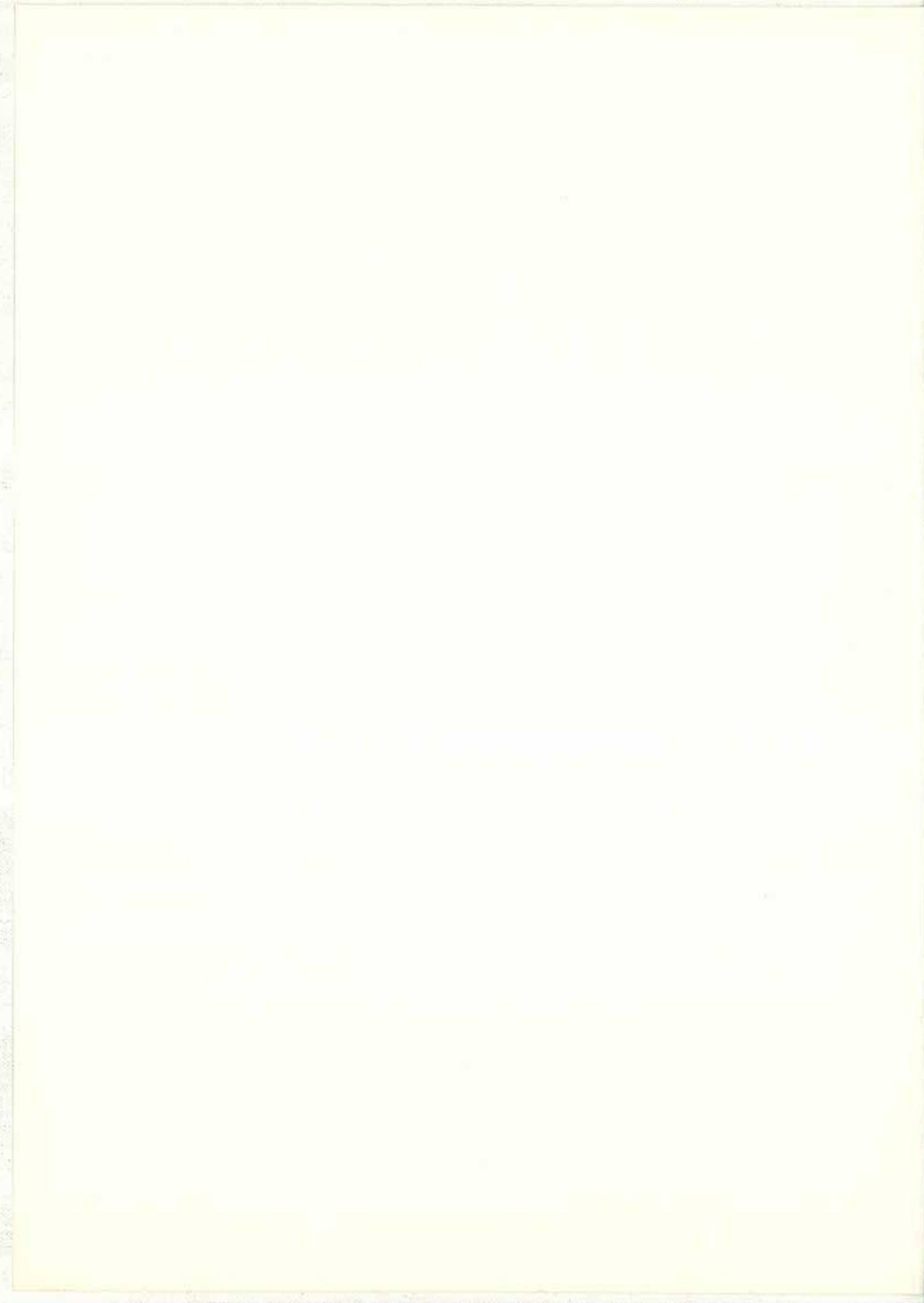
Figure II-1-b: Réseau avec conditions aux limites métalliques ( $b=0$ ). La coordination est 4 partout.

Le formalisme a permis une simplification notable dans l'étude des spectres d'énergie des réseaux. Nous l'utiliserons pour le calcul du courant critique de l'échelle et des réseaux larges.

## CONCLUSION

Ce chapitre a présenté le modèle théorique que nous utiliserons par la suite afin d'interpréter les courbes expérimentales. Il permet d'exprimer au voisinage de la température critique les grandeurs thermodynamiques telles que l'énergie libre, l'aimantation, le courant de transport superfluide... à l'aide des valeurs propres de l'équation de G.L. linéaire et du paramètre d'Abrikosov. Pour la suite, dans chaque circuit étudié, il reste à déterminer ce paramètre et les spectres d'énergie, pour lesquels la condition aux limites à adopter joue un rôle majeur. Les résultats expérimentaux seront comparés aux prédictions théoriques de ce modèle ce qui permettra une interprétation détaillée des effets mesurés mais aussi de mieux cerner les limites de ce modèle.





## CHAPITRE III

### DISQUE SUPRACONDUCTEUR

L'étude d'une particule chargée confinée dans un puits à deux dimensions est un problème physique très riche comme le montreront les courbes obtenues. A l'origine Jorge José [III-1] nous avait proposé l'étude expérimentale du spectre de différents circuits supraconducteurs afin d'en étudier les propriétés dans l'optique du chaos quantique. En effet, alors que le problème classique est intégrable dans un disque, les trajectoires classiques deviennent chaotiques dans une ellipse ou un stade [III-2]. Une étude récente de Nakamura [III-3] dans le cas quantique a montré que, contrairement au cas du disque, les niveaux d'énergies intérieurs aux spectres dans une ellipse tendent à s'éviter. Nous verrons malheureusement que nous n'avons accès qu'au fondamental. D'un autre point de vue, ce potentiel central (disque) est étroitement relié à l'étude du moment cinétique de la particule. En présence d'un champ magnétique des états de bords apparaissent ce qui permettra une comparaison détaillée avec la physique des gaz d'électrons à deux dimensions dans le régime balistique [III-4].

Afin de préciser les similitudes et différences entre la physique des circuits supraconducteurs et celle des gaz d'électrons bidimensionnels, nous décrivons les propriétés supraconductrices d'une couche mince infinie et semi infinie. Cette discussion sera aussi utile lors de l'étude des réseaux larges au chapitre IV. Le disque supraconducteur sera ensuite étudié afin d'obtenir le spectre et les états propres ce qui conduira à la ligne de transition et à l'aimantation. En deuxième partie nous présenterons en détail les mesures de résistance et de susceptibilité. L'étude expérimentale a profité pleinement des propriétés de couche mince du disque supraconducteur. Nous comparerons et discuterons les résultats expérimentaux et théoriques.

#### III -1- ETUDE THEORIQUE

L'étude générale du paragraphe II-1 nous a permis d'obtenir les propriétés supraconductrices des circuits à partir des valeurs propres de l'équation (II-1). Le but de ce paragraphe est l'obtention du spectre d'énergie  $E(H)$  du disque où  $H$  est le champ transverse appliqué. Nous remarquons que l'équation de G.L linéaire (II-1) correspond à l'hamiltonien  $\mathcal{H}_0$  :

$$\mathcal{H}_0 = \frac{1}{2m^*} (\vec{p} - e^* \vec{A})^2 \quad (\text{III-1})$$

où  $m^*$  est la masse de la particule ( $m$  pour un électron ou  $2m$  pour une paire),  $e^*$  est la charge de la particule. Cet hamiltonien est commun à la physique des supraconducteurs en couche mince (Eq. : II-1) et à celle d'un gaz d'électrons à deux dimensions idéal [III-4]. Afin de préciser cette correspondance très intéressante, nous allons discuter deux géométries : un plan infini (pas de bords) et un plan semi-infini (voir  $H_{c2}$  et  $H_{c3}$  [III-5]). Nous constaterons que, dans le premier cas, l'analogie des spectres d'énergies  $E(H)$  est parfaite entre les deux situations physiques, dans le second, due à la présence d'un bord, les spectres sont modifiés. Nous les étudierons ensuite pour le disque avec différentes conditions aux limites. Il sera possible une fois déterminées les énergies propres  $E(H)$  de construire le diagramme de phase du disque au voisinage de  $T_c(H)$ .

### III -1- a Plan Infini supraconducteur

Les circuits étudiés sont des supraconducteurs en couche mince. Le plan de la couche est perpendiculaire à l'axe  $z$  et au champ magnétique appliqué  $H$ . Le potentiel vecteur  $A = (0, xH, 0)$  est choisi [III-5]. L'épaisseur  $e$  du supraconducteur est supposée assez faible pour que l'on puisse négliger la variation de la fonction d'onde le long de  $z$ . Cette hypothèse s'exprime simplement par  $e \ll \xi(T)$ . La couche est donc supposée bidimensionnelle. Au voisinage de la transition supraconductrice, la fonction d'onde  $\psi(x,y)$  s'écrit  $\psi_0 f_k(x,y)$  (chapitre II). Nous avons vu que la modulation  $f_k$  est état propre de l'hamiltonien (III-1).  $f_k$  est séparable en  $x$  et  $y$  :

$$f_k(x,y) = g_k(x)e^{iky}$$

On obtient ainsi l'hamiltonien  $\mathcal{H}_0$  d'une particule de masse  $m^*$  liée à un potentiel harmonique de force constante  $\left(\frac{2\pi H \hbar}{\phi_0}\right)^2/m^*$  centré en  $x_k$  :

$$\mathcal{H}_0 g_k = -\frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{\partial^2 g_k}{\partial x^2} + \frac{m^*}{2} \omega_c^2 (x-x_k)^2 g_k = E_{j,k} g_k \quad (\text{III-2})$$

$$\text{où } x_k = \frac{k \phi_0}{2\pi H} \quad \text{et} \quad \omega_c = \frac{hH}{\phi_0 m^*}$$

Nous remarquons qu'il y a une correspondance directe entre le vecteur d'onde  $k$  et le centre du potentiel harmonique  $x_k$ . Les énergies propres  $E_{j,k}$  sont les niveaux de Landau.

$$E_{j,k} = \hbar \omega_c \left(j + \frac{1}{2}\right)$$

*Remarque : Le spectre d'énergie des paires est analogue à celui d'un gaz d'électrons bidimensionnel idéal. Seules la masse et la charge sont à modifier ( $m^* = m$  et  $e^* = e$ ).*

Cependant la statistique à prendre en compte est différente selon que l'on considère un gaz d'électrons ou de paires. Dans le premier cas, à l'équilibre, les électrons remplissent tous les états jusqu'au niveau de Fermi  $E_F$ . Les propriétés électroniques dépendent des propriétés spectrales proches de  $E_F$ . L'aspect idéal d'un tel circuit n'est vérifié que lorsque  $\hbar \omega_C$  est très supérieure au potentiel des impuretés ou aux fluctuations thermiques. Ces deux conditions sont obtenues [III-4] pour des champs très élevés (quelques teslas). Dans le cas d'un supraconducteur, les paires se condensent dans le niveau de plus faible énergie.

La ligne de transition correspond au minimum des niveaux de Landau ( $E_{\min} = \frac{1}{2} \hbar \omega_C$ ) et est donnée par l'équation II-2. Le champ critique associé est communément appelé  $H_{C2}$  en supraconductivité. La modulation de la fonction d'onde des paires s'écrit :

$$f_k(x,y) = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{\pi} R_C} \exp(iky) \exp - \frac{(x-x_k)^2}{R_C^2} \quad (\text{III-4})$$

où  $R_C$  est le rayon cyclotron:  $R_C = \left(\frac{\phi_0}{\pi H}\right)^{1/2}$ . La fonction d'onde des paires associée à  $k$  se localise autour de  $x_k$  sur une distance  $R_C$ . Le champ magnétique a pour effet de localiser les particules. Cette propriété provient du potentiel parabolique de la relation III-2.

Le long de la ligne de transition  $T = T_C(H)$ , la longueur de cohérence  $\xi(T)$  coïncide avec  $R_C/\sqrt{2}$  [III-5]; la modulation s'exprime alors en fonction de  $\xi(T)$ . Si l'on néglige les termes d'ordre 4 dans l'expression de l'énergie de Gibbs, celle-ci s'écrit:

$$G_S - G_N = \frac{\hbar^2}{2m^*} \int_0^{+\infty} \left[ -\frac{1}{\xi^2(T)} |\psi|^2 + (\nabla|\psi|)^2 + \left(\nabla\phi - \frac{2\pi A}{\phi_0}\right)^2 |\psi|^2 \right] dx \quad (\text{III-5})$$

$$= \frac{\hbar^2}{2m^*} |\psi_0|^2 \left[ -\frac{1}{\xi^2(T)} + \frac{1}{2} \frac{1}{\xi^2(T)} + \frac{1}{2} \left(\frac{2\pi H}{\phi_0}\right)^2 \xi^2(T) \right] \quad (\text{III-6})$$

Le premier terme, négatif, est l'énergie de condensation. Le second terme provient du gradient de la fonction d'onde. Le dernier terme exprime l'énergie cinétique des paires.

La vitesse superfluide en  $x$  provient du champ magnétique appliqué et s'exprime :

$$v_k(x) = \frac{2\pi H}{\phi_0} (x_k - x) \quad (\text{III-7})$$

Le courant de transport moyen associé à l'état  $k$  est donc nul dans un milieu infini.

### III -1- b Plan semi-infini supraconducteur

Nous allons étudier la modification des états propres par l'introduction d'une condition aux limites entre un isolant et un supraconducteur. Cette interface se situe le long de la droite  $x = 0$ . Il est nécessaire d'ajouter la condition aux limites à l'interface supraconductrice (équation III-10).

Les modulations  $f_k(x,y)$ , obtenues dans un plan infini, vérifient la condition aux limites lorsque  $x_k \gg R_C$  [III-6]. En effet, la localisation des paires au voisinage de  $x_k$  sur une largeur  $R_C$  empêche les paires de "sentir" le bord. Ces états  $f_k(x,y)$  avec  $x_k \gg R_C$  sont appelés états intérieurs. Leurs valeurs propres forment le premier niveau de Landau. Lorsque  $x_k$  se rapproche de  $R_C$ , l'état intérieur  $f_k(x,y)$  ne convient plus. La condition aux limites modifie sensiblement la fonction d'onde et la valeur propre. L'effet du bord réduit l'énergie de l'état. Dans cette zone, l'énergie  $E$  devient dépendante de  $x_k$  ou de  $k$ . Il a été montré [III-6] que le minimum de ces valeurs propres correspondent à :

$$E_{\min}(H) = \mu^2 \cdot \frac{1}{2} \hbar \omega_C < \frac{1}{2} \hbar \omega_C \quad (\text{III-8})$$

$$\text{où } \mu^2 = 0.5901$$

Ce minimum est atteint pour une fonction d'onde de paires qui se localise à environ  $\mu^2 \cdot \sqrt{2} R_C$  du bord. Le champ critique associé est appelé  $H_{C3}$  et est supérieur à  $H_{C2}$ . La nucléation de la supraconductivité n'est plus homogène comme dans le cas d'un plan infini. Elle apparaît d'abord à l'interface du supraconducteur et de l'isolant. Elle s'étend dans l'ensemble du demi-plan lorsque la ligne  $H_{C2}$  est atteinte.

Le gain d'énergie de la solution de bord par rapport à la solution intérieure provient du terme d'énergie cinétique. Pour mettre en évidence cette propriété, nous allons comparer l'énergie de Gibbs d'un état intérieur à celle d'un état de bord. Pour ce calcul, l'état considéré [III-5] s'exprime par :

$$\Psi(x,y) = \psi_0 \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{\xi(T)} \cdot \exp - \frac{x^2}{2 \xi^2(T)} e^{iky} \quad (\text{III-10})$$

qui respecte la condition aux limites. De plus son champ critique ( $H_C(\psi) = 1.66 H_{C2}$ ) [III-5] est très proche de  $H_{C3}$  qui est égal à  $1.69 H_{C2}$ .  $\psi$  est donc voisine de la fonction d'onde de bord et l'énergie de Gibbs correspondante vaut :

$$G_S - G_N = \frac{\hbar^2}{2m^*} |\psi_0|^2 \left[ \frac{1}{\xi^2(T)} + \frac{1}{2} \frac{1}{\xi^2(T)} + \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{\pi} \right) \left( \frac{2\pi H}{\phi_0} \right)^2 \xi^2(T) \right] \quad (\text{III-11})$$

A une température fixée, l'énergie de condensation et de gradient sont égales à celles obtenues dans un plan infini, alors que le troisième terme associé à l'énergie cinétique est plus faible. La condition aux limites supra-isolante joue le rôle d'un potentiel attractif.

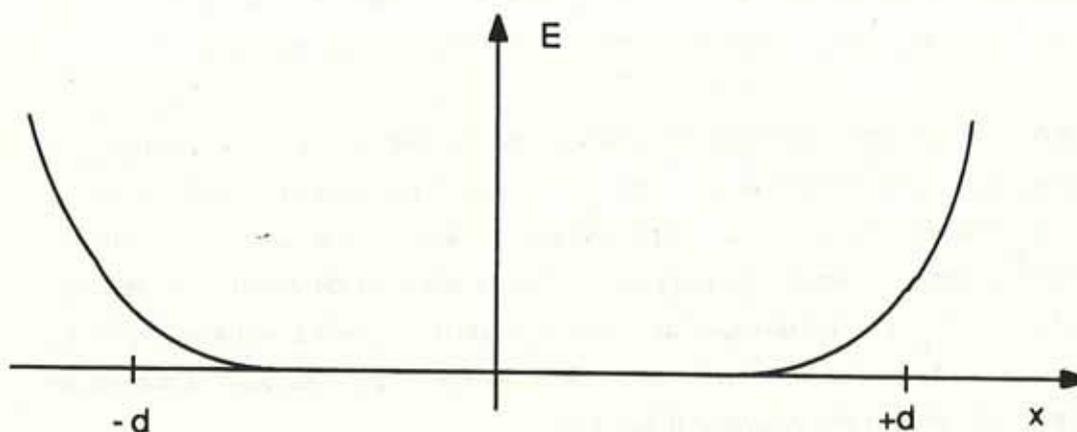
La vitesse des paires correspondant à  $\psi(x,y)$  est donnée par III-7. Elle est antisymétrique par rapport à  $x_k$  alors que l'amplitude de  $\psi(x,y)$  est symétrique par rapport à  $x = 0$ . Ce décalage entre le maximum de l'amplitude et le zéro de la vitesse réduit le terme d'énergie cinétique. Deux courants de sens opposés se développent de part et d'autre de  $x_k$ . Cependant le courant moyen de l'état de bord correspondant au fondamental reste nul.

*Remarque: Les conditions aux limites adoptées dans la physique des gaz d'électrons à 2D (chapitre II) vont notablement modifier les états propres et le spectre d'énergie. Il faut ajouter à  $\mathcal{H}_0$  un potentiel  $V(x)$  de confinement [III-4]. Ce dernier peut être choisi*

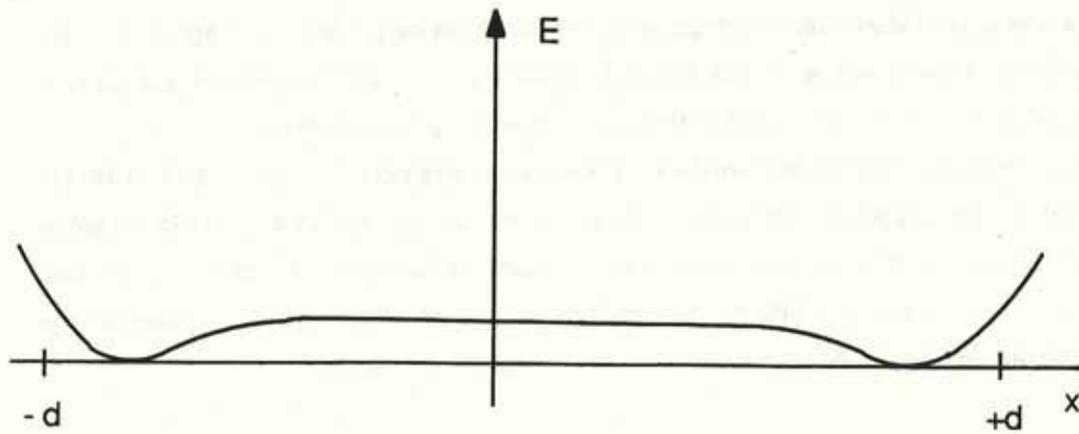
$$\text{- quadratique } V(x) = \omega_c^2 \frac{m^*}{2} (x-x_0)^2$$

$$\text{- infini à l'interface: } \begin{cases} V(x) = 0 & \text{pour } x > x_0 \\ V(x) = +\infty & \text{pour } x < x_0 \end{cases}$$

Les états intérieurs  $x_k \gg R_c$  correspondent toujours aux niveaux de Landau. Les états de surface, c'est-à-dire  $x_k \sim R_c$  voient leur énergie croître du fait du potentiel de confinement. L'aspect répulsif de l'interface conduit à accroître les énergies des états de surface. Ainsi l'état fondamental demeure un état intérieur. Puisque les propriétés spectrales sondées par les gaz d'électrons à 2D correspondent à des états excités (niveau de Fermi), les états de bords sont de nouveau mis en évidence. Une différence notable apparaît dans la distribution de courant entre les deux situations. Alors qu'à l'interface entre un supraconducteur et un isolant, la moyenne du courant est nulle (voir ci-dessus), dans la situation des gaz d'électrons à 2D, à une interface, est associé un courant global non nul [III-4].



Energie de confinement parabolique  
pour les gaz d'électrons à 2D



Energie pour conditions aux limites supra-isolant.

En résumé, la présence d'une interface perturbe les états localisés de Landau. La dégénérescence de ces états est levée et leurs propriétés spectrales ou de transport sont fortement modifiées comme nous le verrons par la suite et au chapitre IV. Les énergies de ces états peuvent décroître si l'on considère une interface supra-isolante ou croître si la fonction d'onde est nulle au bord.

### III -1- c Disque supraconducteur

Nous présentons dans ce paragraphe l'étude du disque supraconducteur. L'étude théorique a été effectuée par R. Rammal et a permis une analyse précise des propriétés spectrales et par suite des propriétés supraconductrices. Nous discutons ici les spectres obtenus pour les deux conditions aux limites les plus simples : interface supra-isolante ( $b = +\infty$ ) (figure III-1-1a) et une métallique ( $b = 0$ ) (figure III-1-3a). Nous verrons que les résultats expérimentaux obtenus, nous amèneront à considérer une situation intermédiaire.

Le disque de rayon  $R$  et centré en  $O$  est supposé bidimensionnel. La fonction d'onde des paires  $\psi(x,y,z)$  est indépendante de  $z$ .  $A = \frac{1}{2} H r$  est choisi comme jauge. Pour appliquer l'équation de G.L linéaire, le disque supraconducteur doit être de type II. Lorsque le supraconducteur est en couche mince d'épaisseur  $e$ , la longueur de pénétration effective correspond à  $\lambda^\perp = \frac{2 \lambda^2}{e}$  [III-7] et diverge plus rapidement que la longueur de cohérence  $\xi(T)$ . Le paramètre  $\kappa (= \lambda^\perp / \xi)$  devient grand et les supraconducteurs de type I tels que l'aluminium ou l'indium, se comportent comme des types II dès que:

$$T > T_c(0) \left[ 1 - \frac{2 \lambda^4(0)}{e^2 \xi^2(0)} \right] \quad (\text{III-13})$$

Les résultats expérimentaux ont pleinement profité de cette propriété des couches minces. Nous n'aurions pas pu dans un cylindre concilier une grande longueur de cohérence et les propriétés d'un type II.

Donc dans les disques supraconducteurs en couche mince à la transition, l'équation de G.L linéaire est applicable et le potentiel vecteur correspond au potentiel vecteur extérieur. Le potentiel de confinement étant central, les états propres sont donnés par  $f(r, \theta) = e^{in\theta} f(r)$  où l'entier  $n$  est associé au moment cinétique de l'état propre que nous appellerons "abusivement" par la suite nombre de quanta de flux contenus dans le disque. La fonction radiale s'exprime à l'aide des fonctions hypergéométriques dégénérées [III-8]. La condition aux limites permet de relier l'énergie  $E$ , le nombre quantique  $n$ , et le champ appliqué. Les courbes des figures III-1-1 et III-1-3 n'ont été tracées que pour les états associés au premier niveau de Landau. Cette limitation est légitime dans notre problème car ils correspondent aux états de plus faible énergie.

Les unités que nous avons choisies jusqu'à présent, étaient des unités d'énergies pour  $E(n)$  et de champ magnétique pour  $H$ . Il semble intéressant cependant d'utiliser les variables sans dimensions du chapitre II. Nous noterons :

$$u_n = R \sqrt{\frac{2 m^*}{\hbar^2} E(n)} \quad \text{et} \quad \frac{\phi}{\phi_0} = \frac{H\pi R^2}{\phi_0} \quad (\text{III-14})$$

où  $R$  est le rayon du disque.  $u_n^2$  représente l'énergie en unités de  $\frac{\hbar^2}{2m^*R^2}$  ou encore l'écart en température réduite  $((T_c(0) - T_c(H))/T_c(0))$  en unités de  $\xi^2(0)/R^2$ . Dans les unités adoptées, le minimum de  $u_n$  est relié à la longueur de cohérence  $((u_n)_{\min} = R^2/\xi^2(T))$  et le flux réduit au rapport  $R^2$  sur  $R_c^2$  ( $\phi/\phi_0 = R^2/R_c^2$ ). Les propriétés spectrales décrites ci-dessous sont indépendantes de la taille du disque. En effet si la température et le champ sont ramenés aux unités réduites, le spectre est inchangée. Dans la réalité, cette invariance va être limitée par les approximations effectuées. Par exemple les conditions aux limites supra-isolant ne sont plus vérifiées pour un disque de trop petite taille. Pour les disques à grand rayon, la sensibilité des appareils sera insuffisante pour détecter les détails de la mesure, l'amplitude du signal chutant comme  $1/R^2$ .

Considérons d'abord le spectre d'énergie du disque correspondant à une interface supra-isolante soit  $b = +\infty$  et ses propriétés supraconductrices en l'occurrence  $u_n^2$  (figure III-1-1a) reliée à la température critique  $T_c(H)$  (équation II-2) et  $\frac{\partial(u_n)^2_{\min}}{\partial(\phi/\phi_0)}$  (figure III-1-1b) Cette grandeur correspond à la dérivée  $\frac{\partial E}{\partial H}$  de l'énergie par rapport au champ. Elle est directement reliée à l'aimantation du disque (équation II-5). La courbe de la figure III-1-1b présente donc les variations de l'aimantation du disque le long de la transition. Le nombre quantique  $n$  associé au moment cinétique de l'état de la fonction d'onde des paires indexe le faisceau discret des courbes de la figure III-1-1a. La ligne  $H_{c2}$  ou le premier niveau de Landau est indiquée en

pointillés à la figure III-1-1a. Elle ne correspond pas à des valeurs propres du disque. Cependant, les états intérieurs (figure III-1-2), c'est-à-dire les fonctions d'ondes localisées loin du bord et par suite faiblement influencée par l'interface ont des énergies proches du premier niveau de Landau.

A faible champ appliqué, le rayon cyclotron  $R_C$  ( $R_C = (\frac{\phi_0}{\pi H})^{1/2}$ ) est très grand par rapport au rayon du disque  $R$ . Les paires se répartissent alors dans le disque presque uniformément. Dans ce régime situé entre les points A et B, l'énergie du fondamental croît quadratiquement avec le champ appliqué. Elle résulte de la dépendance linéaire de la vitesse superfluide  $\langle v_s \rangle$  avec le champ. Dans ce régime des faibles champs, une aimantation réversible  $M$  apparaît proportionnelle aux courants diamagnétiques (chapitre II).

Cette dépendance de la vitesse  $v_s$  avec le champ à la transition supraconductrice crée des courants diamagnétiques. Ceux-ci se développent lorsque  $T$  diminue, c'est-à-dire lorsque la densité de paires devient non négligeable. La dépendance quadratique est commune à toute surface finie pour des champs magnétiques suffisamment faibles. En effet, lorsque  $R_C$  est grand par rapport à la taille de la surface (rayon pour un disque,...), l'amplitude de la fonction d'onde est presque constante. L'énergie  $\frac{\hbar^2}{2m^*} (\nabla|\psi|)^2$  est négligeable par rapport à l'énergie cinétique. On obtient donc :

$$E = \langle \frac{1}{2} m^* v_s^2 |\psi|^2 \rangle \quad (\text{III-15})$$

où la notation  $\langle \dots \rangle$  symbolise l'intégrale sur la surface supraconductrice. Pour les faibles champs, dans les unités réduites adoptées (III-14), la relation qui relie  $u_0$  (l'indice indiquant  $n=0$ ) à  $\frac{\phi}{\phi_0}$  pour les circuits à symétrie cylindrique s'exprime par :

$$u_0^2 = \frac{S_{\text{eff}}}{S} \left( \frac{\phi}{\phi_0} \right)^2 \quad (\text{III-16})$$

où  $S_{\text{eff}}$  est une surface effective apparaissant dans les problèmes diamagnétiques [III-9] :  $S_{\text{eff}} = 4\pi \langle \left( \frac{s}{l} \right)^2 \rangle$  où  $s$  et  $l$  correspondent à la surface et au périmètre du disque de rayon  $r$ . Nous remarquons que  $\frac{S_{\text{eff}}}{S}$  est invariant par dilatation d'échelle.

Pour une boucle :

$$S_{\text{eff}} = \pi R^2 \quad (\text{III-17})$$

Pour un disque :

$$S_{\text{eff}} = \frac{\pi R^2}{2} \quad (\text{III-18})$$

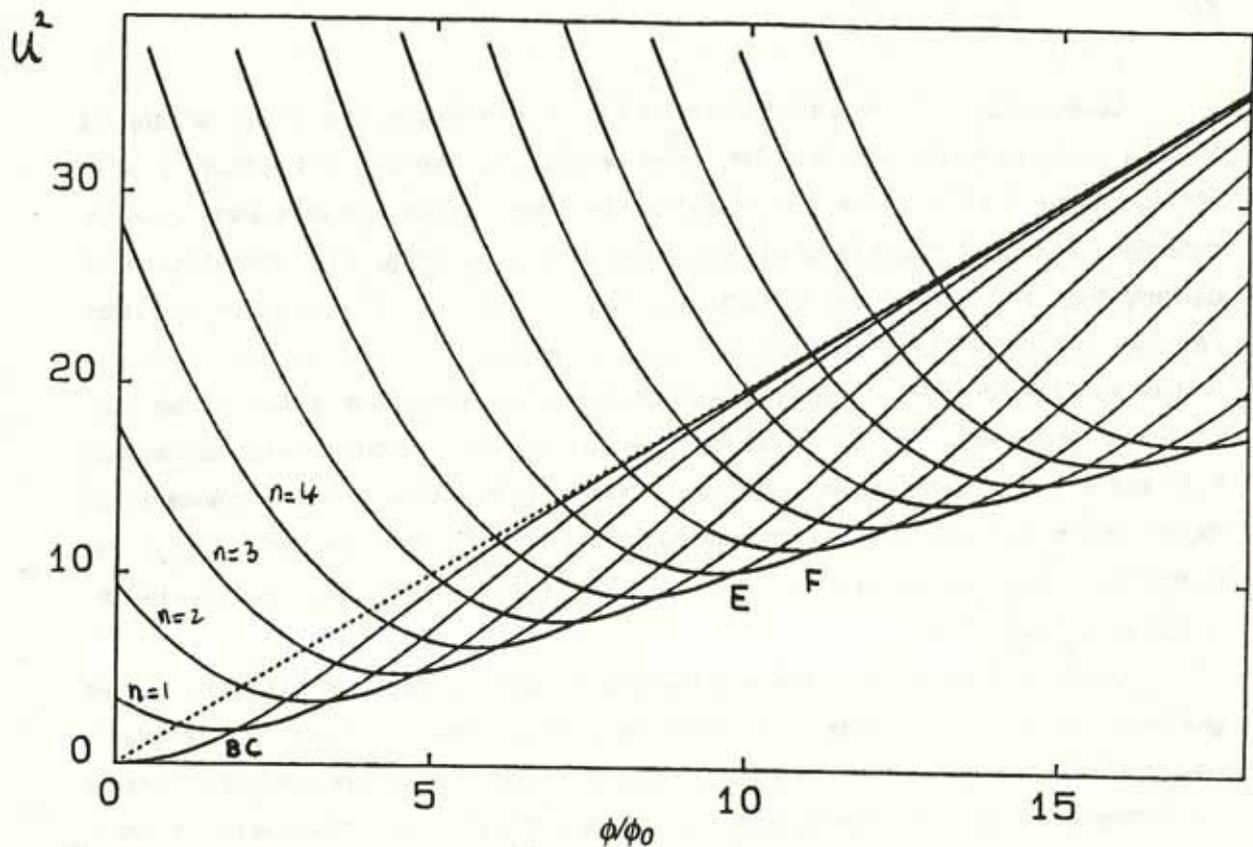


Figure III-1-1a : Spectre d'énergie  $u^2$  en unité de  $\hbar^2/2m^*R^2$  en fonction du flux réduit  $\phi/\phi_0$  pour une interface supra-isolant ( $b = +\infty$ ). Le premier niveau de Landau est indiqué en pointillés. Chaque courbe correspond à un nombre  $n$ .

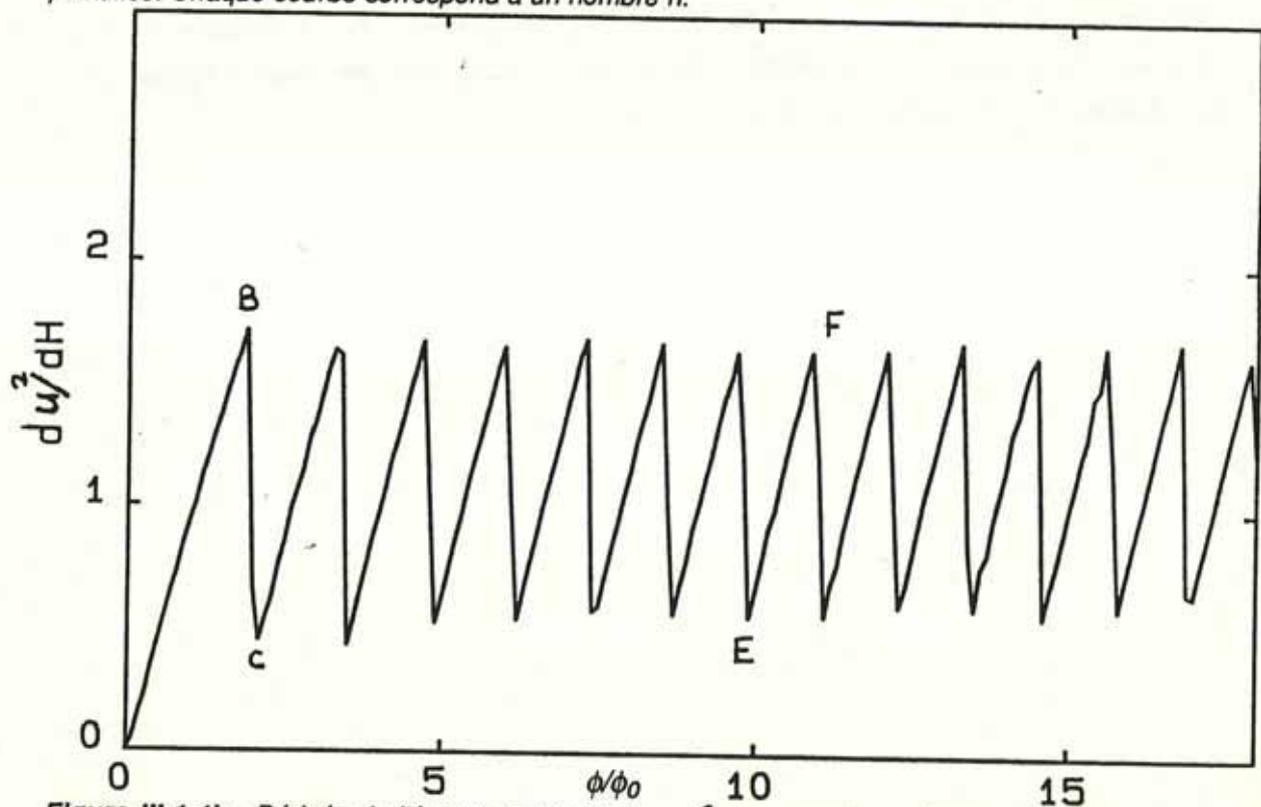
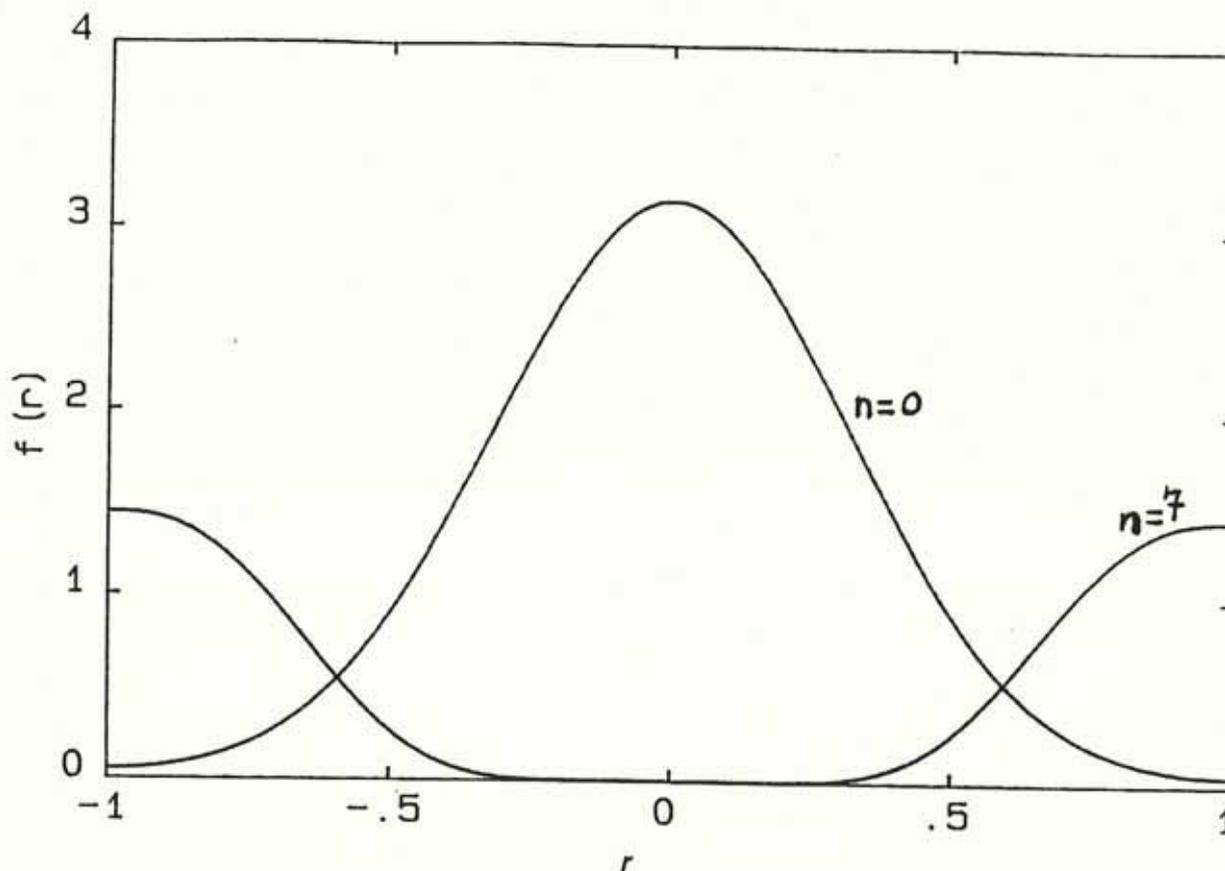


Figure III-1-1b : Dérivée de l'énergie minimale  $(u_{min})^2$  par rapport au champ réduit pour une interface supra-isolant ( $b = +\infty$ ). Cette courbe est reliée à l'aimantation ou à la dérivée de l'aimantation par rapport à la température.

Lorsque  $R_C = 0.72 R$ , c'est-à-dire  $\frac{\phi}{\phi_0} \approx 1.9$ , un premier quantum de flux pénètre. La fonction d'onde passe de  $n=0$  à  $n=1$ . Bien qu'en ce point (noté par B ou C à la figure III-1-1a) l'énergie totale  $u^2$  soit continue, il se produit un réarrangement dans les différents termes de l'énergie. L'énergie cinétique chute et est compensée par une énergie provenant du gradient de l'amplitude de la fonction d'onde. Cette parfaite compensation conduit à une continuité de l'énergie totale avec le champ. D'autre part, la redistribution des courants s'effectue brutalement. Les courants du bord et ceux proches du coeur du quantum de flux ont des sens opposés (voir discussion plus loin). Ainsi l'aimantation chute lors de la création d'un quantum de flux dans le disque. Cette variation brutale est mise en évidence par la courbe d'aimantation (figure III-1-1b section B-C). Nous remarquons à titre de comparaison que l'entrée du premier quantum est retardée par rapport à une simple boucle pour laquelle le saut de  $n=0$  à  $n=1$  se produit pour  $\frac{\phi}{\phi_0} = \frac{1}{2}$  [III-5,9].

Lorsque  $R_C \ll R$  c'est à dire à fort champ, le rayon de courbure du disque est très grand par rapport à  $R_C$ . Le comportement du supraconducteur doit être proche de l'exemple du plan semi infini (voir paragraphe précédent) et le champ critique correspond à  $H_{C3}$ . Les états de plus faibles énergies se localisent proches de l'interface et leur énergie minimale correspond à  $\mu^2 \frac{1}{2} \hbar \omega_C$  (en unité réduite,  $u^2 = 2\mu^2 \cdot \frac{\phi}{\phi_0}$ ). Ce sont les états de bords. La figure III-1-2 montre l'allure de la fonction d'onde lorsque le flux réduit est égal à 10 pour l'état fondamental  $n=7$  (a) (état de bord) et l'état associé à  $n=0$  (b) (état intérieur). Comme le montre la courbe (a), les quanta de flux se condensent au centre du disque. Ce type de vortex géant avait été étudié par H.Fink et al [III-10] dans un cylindre plein.



**Figure III-1-2 :** Modulation  $f(r)$  de la fonction d'onde dans le disque lorsque  $\frac{\phi}{\phi_0} = 10$  pour deux états :  $n = 0$  (état dit intérieur) et  $n = 7$  (état dit de bord). Cette dernière représente celle de l'état associé au fondamental

Nous remarquons à la figure III-1-1a que sur le terme linéaire apparaît des petites oscillations. Entre deux brisures de la ligne indiquée par exemple par les points E et F, une variation quadratique de  $u^2$  avec le champ se développe. Puisque le nombre  $n$  est bloqué, la vitesse des paires croît linéairement avec le champ comme l'indique la relation III-19. Il résulte une variation quadratique de l'énergie cinétique. Puisque celle associée au gradient de l'amplitude varie peu pour un  $n$  fixé entre deux entrées successives, les variations de l'énergie totale suivent celles de l'énergie cinétique. Cette accroissement linéaire de la vitesse avec le champ s'observe directement en aimantation (figure III-1-1b). Les brisures sur la ligne d'énergie sont associées à un incrément du nombre  $n$ . Il y a, comme lors de l'entrée du premier quantum, réorganisation de l'origine de l'énergie. L'énergie cinétique baisse alors que croît, d'autant, celle associée au gradient. La chute de la vitesse conduit à celle de l'aimantation (figure III-1-1b). Ainsi les oscillations proviennent d'un effet de balançoire entre l'énergie cinétique et l'énergie du gradient de l'amplitude de la fonction d'onde. La vitesse des paires est donnée de manière générale par la relation :

$$v_s(r) = \frac{\hbar}{m^*} \left[ \frac{1}{r} \cdot n - \pi H r \right] \quad (\text{III-19})$$

Faint, illegible text at the top of the page, possibly a header or introductory paragraph.

Main body of faint, illegible text, appearing to be several paragraphs of a letter or document.

Faint text at the bottom of the page, possibly a signature or footer.

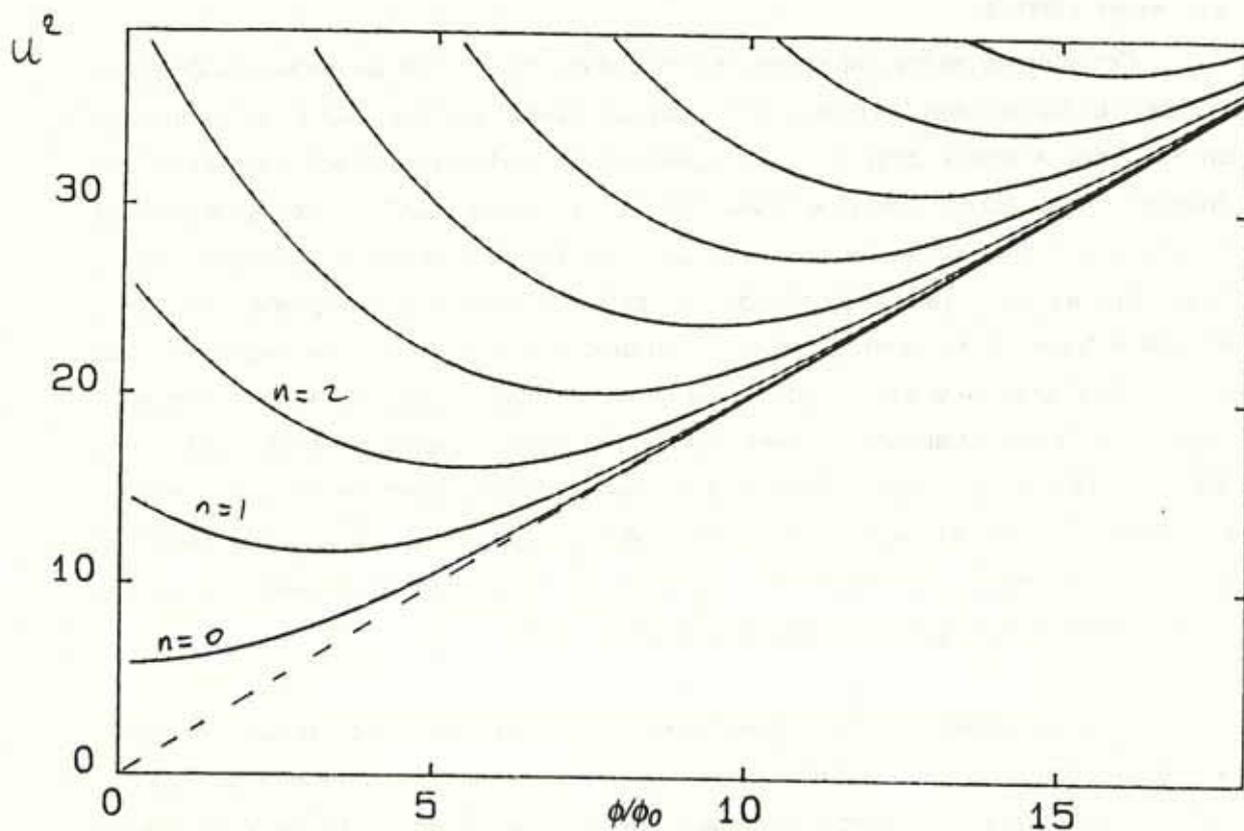


Figure III-1-3a : Spectre d'énergie en unité de  $\tau^2/2m^*R^2$  en fonction du flux réduit pour une interface métallique ( $b = 0$ ). Le 1er niveau de Landau est en pointillés. Chaque courbe correspond à un entier  $n$ .

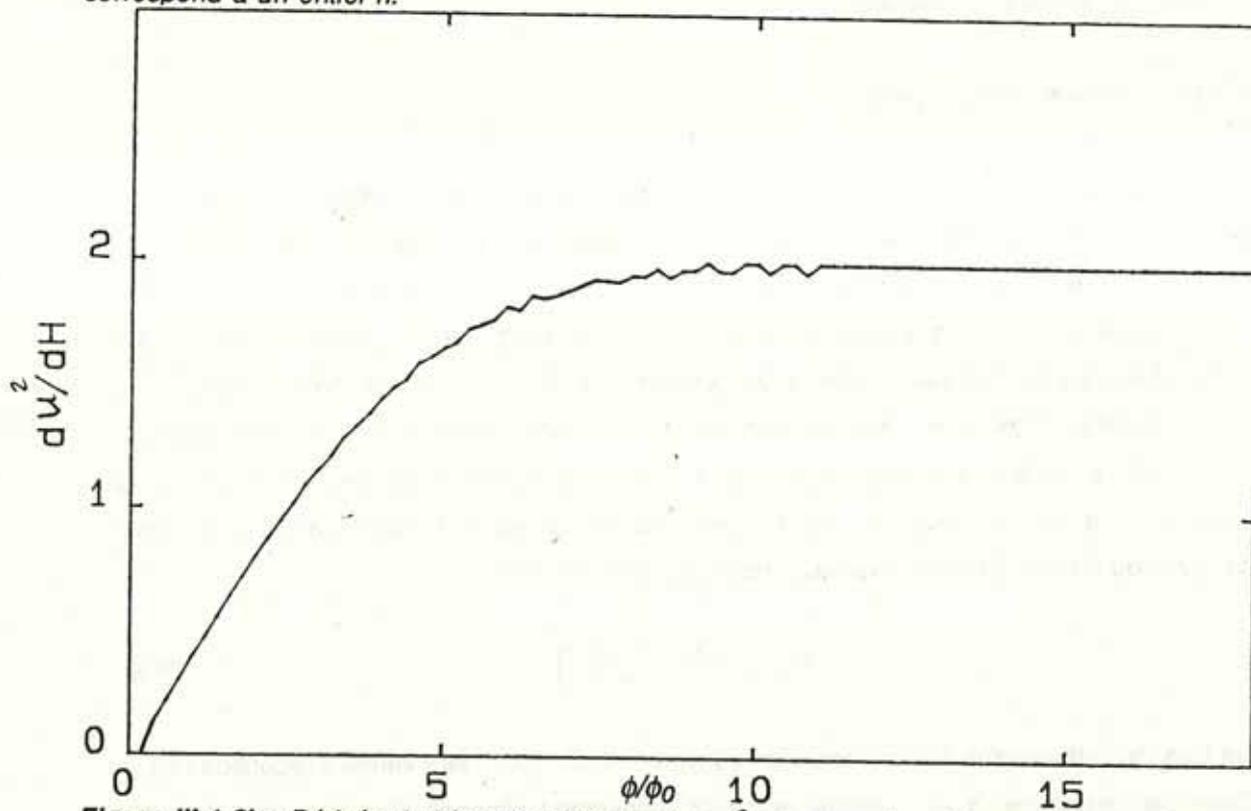


Figure III-1-3b : Dérivée de l'énergie minimale  $(u_{\min})^2$  par rapport au champ réduit pour une interface métallique ( $b = 0$ ). Cette courbe est reliée à l'aimantation ou à la dérivée de l'aimantation par rapport à la température.

Les paires circulent en sens opposé de part et d'autre du cercle de rayon  $R_1$  ( $R_1 = \sqrt{n} R_c$ ) où leur vitesse s'annule.

Considérons maintenant un disque avec une interface métallique parfaite ( $b=0$ ) (figure III-1-3a et b). La condition  $\psi = 0$  aux bords du disque est équivalente à localiser les paires dans un puits infini. A faible champ,  $R_c \gg R$ , la paire quelque soit son état "sent" les bords et son énergie minimale est non nulle ( $E = \hbar^2/2m^*R^2$ ). Celle-ci diverge pour  $R \rightarrow 0$  lorsque la particule devient très localisée. Contrairement à la condition précédente, l'énergie de la particule croît au fur et à mesure que son état se localise proche des bords. Par conséquent, même à fort champ et contrairement à la situation précédente, l'état de plus faible énergie reste l'état associé au moment cinétique  $n = 0$  qui est localisé au centre du disque (figure III-1-3a). La ligne de transition est associée au premier niveau de Landau. Nous avons tracé à la figure III-1-3b la dérivée de l'énergie par rapport au champ pour cette condition aux limites. Tous les accidents de la figure III-1-1b ont disparu. Des études ont été effectuées récemment dans le cadre des systèmes électroniques pour différentes géométries par U.Sivan [III-11], K.Nakamura [III-3] et expérimentalement par L.P. Kouwenhoven [III-12].

Si la géométrie n'est pas "fermée" (exemple : une bande infinie), malgré l'existence d'un état de bord, aucune oscillation du fondamental ne peut avoir lieu car la condition de quantification du moment cinétique ne s'applique plus. L'étude pour une bande large faite par Saint James [III-6] (voir aussi au chapitre IV la géométrie de l'échelle) présente une ligne de transition sans aucune modulation.

### III -1- d Diagramme de phase

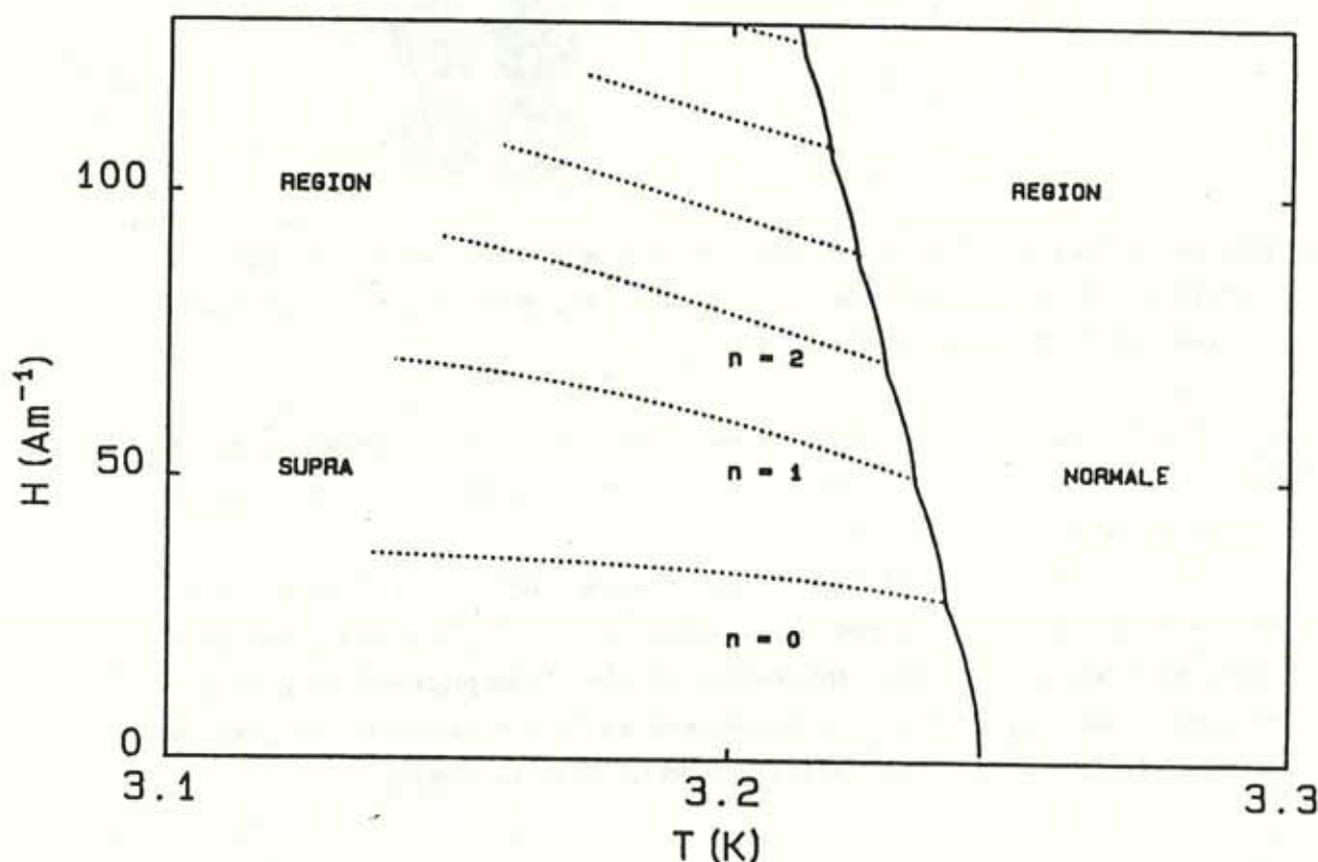
Maintenant que le spectre du disque a été obtenu, il est possible de connaître les grandeurs thermodynamiques et en particulier de construire le diagramme de phase (T,H) lorsque les conditions aux limites correspondent à une interface supraconductrice-isolante. Pour ce faire, les termes non-linéaires doivent être pris en compte (paragraphe II-1). Une étude a été effectuée par H.Fink et al pour un cylindre infini [III-10] afin d'étudier les problèmes d'irréversibilité magnétique. Nous plaçons notre étude dans une limite différente où l'énergie magnétique est négligeable en comparaison à l'énergie d'ordre 4 de la fonction d'onde. Cette condition sera vérifiée lorsque la longueur de pénétration effective  $\lambda^\perp$  sera grande par rapport au rayon du disque. Pour les couches minces, elle s'exprime par :

$$T > T_c(0) \left[ 1 - \frac{2 \lambda^2(0)}{e R} \right] \quad (\text{III-20})$$

De plus l'hypothèse d'un supraconducteur de type II doit toujours être vérifiée (équation III-13). Dans ces conditions, il est possible de relier simplement l'énergie libre (Equation II-4) aux propriétés du spectre. Trois paramètres la déterminent : la température, la valeur propre du

fondamental  $E$  et le paramètre d'Abrikosov. Ce dernier qui rend compte du terme non linéaire, croît avec la localisation des paires sur le bord du disque c'est à dire avec l'augmentation du champ.

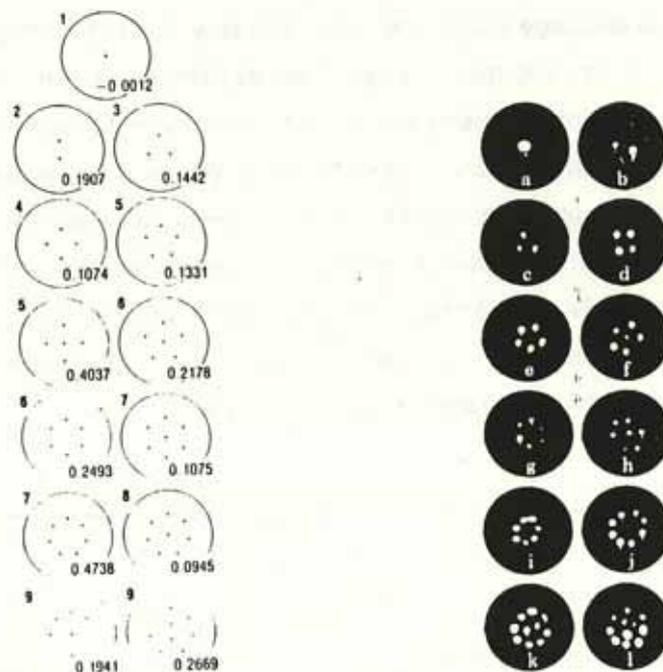
Nous écartons le couplage d'états d'énergie différente. A partir de l'équation II-4, il est donc possible de déterminer l'énergie libre des états du disque. La condition d'égalité des énergies libres d'états de nombres quantiques voisins donnent les lignes tracées en pointillé de la figure III-1-4. Nous obtenons donc le diagramme de phase au voisinage de  $T_c(H)$  d'un disque ayant les conditions aux limites supra-isolant. La ligne séparant la zone  $n=0$  et  $n=1$  peut être vue comme la terminaison du champ critique  $H_{c1}$ . L'ensemble des lignes montrent un léger accroissement du champ d'entrée lorsque la température décroît. Cet effet est relié à l'augmentation du  $\beta_A$  à chaque entrée de quantum de flux. Nous remarquons qu'au voisinage de la transition supraconductrice le paramètre  $\beta_A$  intervient peu.



**Figure III-1-4 :** Diagramme de phase  $(T,H)$  du disque au voisinage de  $T_c(H)$ . Les lignes en pointillés séparent les régions de nombre de quanta différents.

Du fait de possibles couplages entre états d'énergie distincte, la détermination du diagramme de phase à plus basse température devient très complexe. Ce sera le cas aussi pour

un disque à bord métallique ( $b=0$ ) où les états intérieurs s'accroissent sur la ligne du fondamental  $H_{c2}$  et conduit à un réseau de vortex.



**Figure III-1-5:** A gauche, le réseau de vortex dans un tube tournant d'hélium prédit par calcul numérique [III-13]. A droite, le réseau de vortex dans un tube d'hélium en rotation, obtenu expérimentalement par R. Packard [III-14].

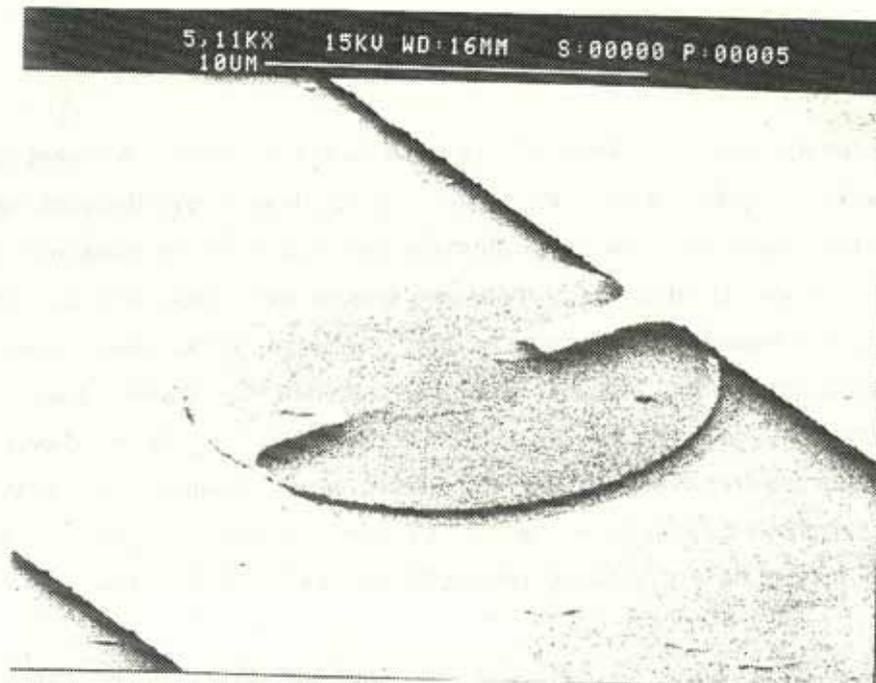
L'expérience de R. Packard [III-14] dans l'hélium superfluide en rotation a permis de visualiser le réseau de vortex (figure III-1-5). Nous rappelons que dans l'hélium superfluide la condition aux limites à adopter correspond à  $b=0$ .

En conclusion cette étude d'une particule chargée confinée dans un disque permet une analyse détaillée des propriétés supraconductrices de ce dernier. Les perturbations induites par le potentiel de confinement modifient notablement les propriétés de la particule. Les oscillations sur la ligne de plus basse énergie ainsi que sa pente moyenne sont la signature des états de bords et d'une interface entre un supraconducteur et un isolant.

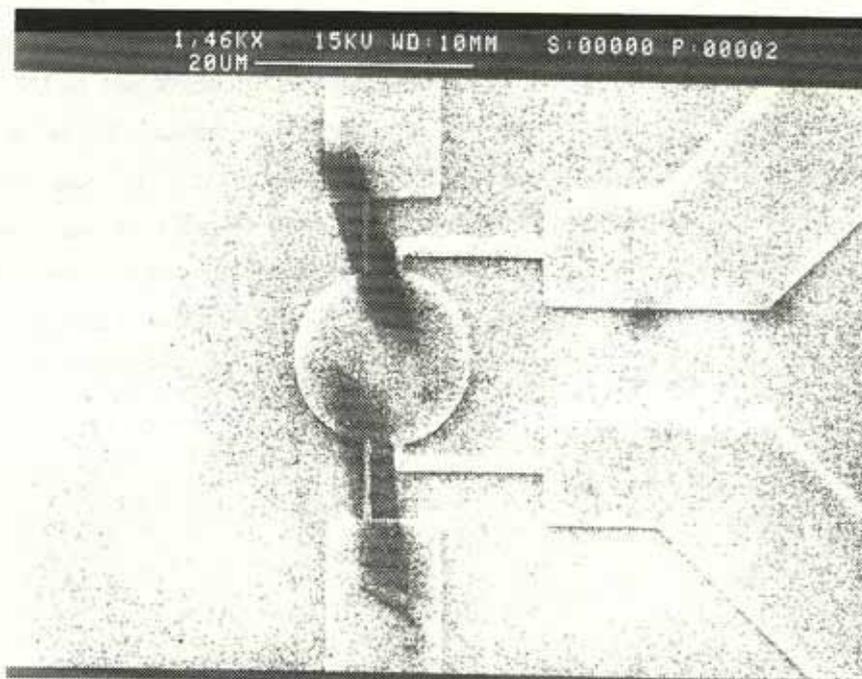
### III -2-MESURES RESISTIVES

Dans ce paragraphe, nous allons décrire les mesures résistives effectuées sur un disque supraconducteur. Après leur analyse qui permettront de situer la zone de validité de G.L linéaire, une comparaison détaillée sera effectuée entre la ligne de transition  $T_c(H)$  expérimentale et la ligne du fondamental théorique. L'étude expérimentale pose aussi le problème concret de mesurer un circuit de petite taille tout en évitant les perturbations. Une série de contradictions peuvent être notées. Le disque précédemment étudié est isolé. Mais les mesures électriques nécessitent des contacts conducteurs ! Ces dimensions doivent être microscopiques pour espérer des grandeurs mesurables. Mais sa petitesse le rendra très sensible à toute perturbation extérieure ! L'injection d'un courant dans le disque doit modifier le spectre. Mais la mesure de la température critique nécessitent l'injection d'un courant I.

La mesure d'une ligne de transition par méthode résistive, nécessite des branchements électriques sur le disque. Afin d'en apprécier l'importance, nous avons étudié deux configurations différentes que nous présentons ci-dessous. Deux disques en aluminium ont été élaborés. Leur procédé de fabrication est décrit dans la première partie. Nous appellerons DISQ1 (photo n° III-1), le disque en aluminium de rayon  $7.2 \mu\text{m}$  avec deux prises de contact en or (Les mesures des dimensions des échantillons ont été effectuées au MEB. La précision est alors de l'ordre de  $0.1 \mu\text{m}$ ). Celles-ci sont situées en-dessous de la couche d'aluminium d'épaisseur  $800 \text{ \AA}$ . La largeur des contacts en or est de  $1.3 \mu\text{m}$ , leur épaisseur de  $500 \text{ \AA}$ . DISQ2 (photo n° III-2) est un disque de rayon  $8 \mu\text{m}$  avec quatre branchements en aluminium permettant l'injection de courant et les prises de tension. L'ensemble a été déposé en une seule évaporation de  $800 \text{ \AA}$  d'épaisseur. Le contact métallique entre le disque et les pattes peut donc être supposé parfait. La largeur de ces dernières est de l'ordre de  $0.5 \mu\text{m}$ .



*Photo III-1: Disque en aluminium de rayon  $7.2 \mu\text{m}$  avec deux prises de contact en or qui sont situées en-dessous de la couche d'aluminium d'épaisseur  $800 \text{ \AA}$ . La largeur des contacts en or est de  $1.3 \mu\text{m}$ , leur épaisseur de  $500 \text{ \AA}$ .*

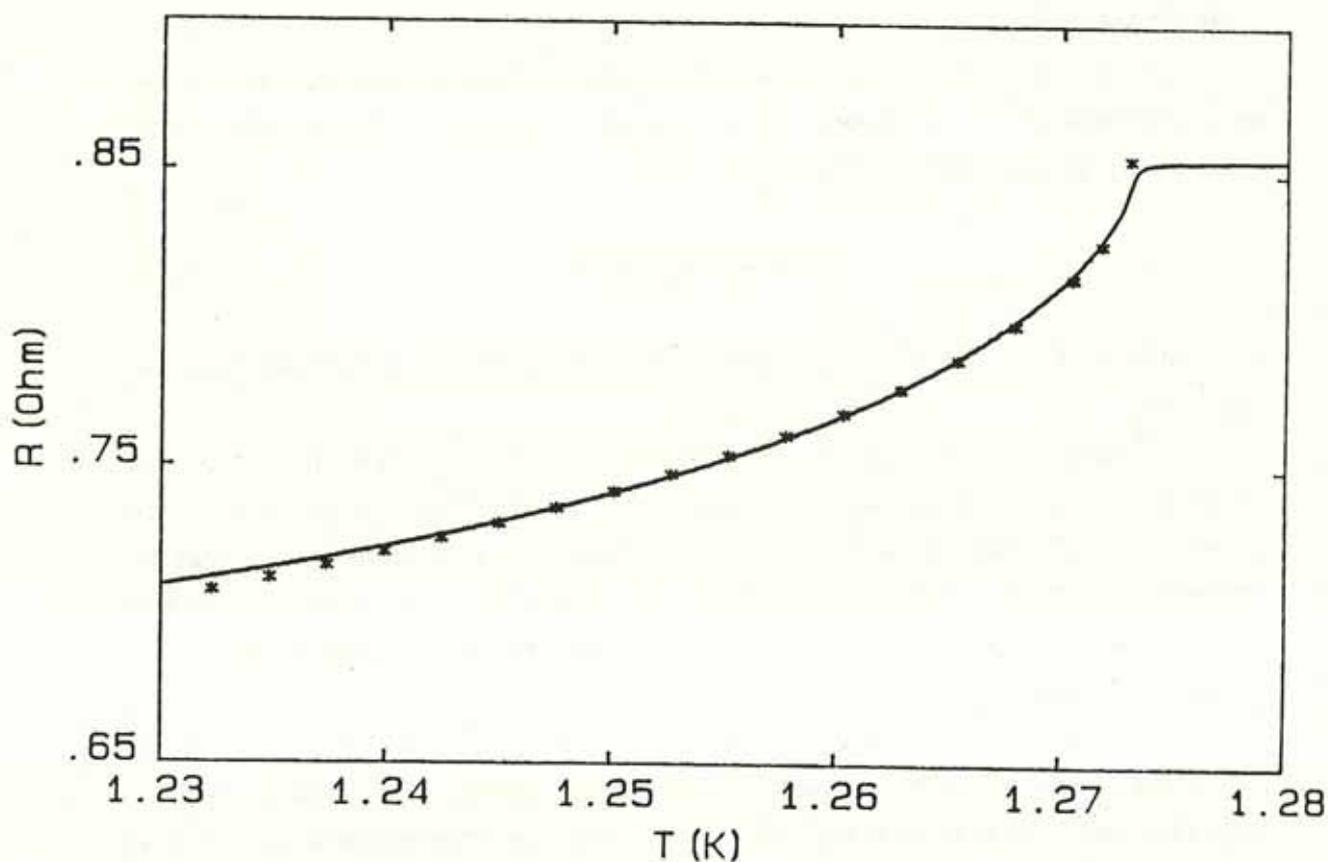


*Photo III-2 : Disque de rayon  $8 \mu\text{m}$  avec quatre branchements en aluminium permettant l'injection de courant et les prises de tension de largeur  $0.5 \mu\text{m}$ . L'ensemble a été déposé en une seule évaporation de  $800 \text{ \AA}$  d'épaisseur.*

La mesure de la résistance des échantillons est effectuée par la méthode de pont quatre fils décrite à la référence [III-15]. La précision de mesure de la résistance est de l'ordre de  $10^{-5}$  en relatif. Avec cette méthode, l'échantillon réel mesuré correspond au disque plus les deux pattes d'or pour la géométrie DISQ1 ou au disque seul pour la géométrie DISQ2.

### III -2-a Mesures résistives du DISQ1

La courbe de la figure III-2-1 (ligne continue) a été obtenue en mesurant la résistance de l'échantillon pour des températures variant entre 1.23K et 1.28K. Le courant alternatif injecté dans l'échantillon est de  $2\mu\text{A}$  et le champ appliqué correspond au champ résiduel de l'ordre de  $4 \text{ A}\cdot\text{m}^{-1}$ . La résistance chute à  $T=1.273\text{K}$  pour ensuite décroître lentement à plus basse température sans toutefois arriver à un palier. Nous ne sommes pas descendu en température en dessous de  $T=1.22\text{K}$ .



**Figure III-2-1 :** Transition résistive du DISQ1 en ligne continue. Les points correspondent à la résistance d'une interface entre un métal normal et supraconducteur en appliquant le modèle de Clarke [III-16] pour notre configuration.

Le critère adopté ici pour définir la température critique de la transition supraconductrice est le maximum de la dérivée de la résistance. Nous obtenons  $T_c(0) = 1.273 \text{ K}$ . Au dessous de  $T_c(0)$ , la résistance varie sur une très grande plage de température. Une telle caractéristique ne

peut s'expliquer par les fluctuations thermiques qui n'élargissent la transition résistives que de quelques mK, soit un à deux ordres de grandeurs de moins que la largeur mesurée sur DISQ1.

En fait la configuration expérimentale adoptée pour le DISQ1 est très complexe. La résistance mesurée provient de l'ensemble des deux pattes d'or, de la résistance de contact (ou de l'interface) et de celle du disque, ces trois résistances étant en série. De cette configuration, nous pouvons avancer diverses hypothèses pour expliquer la grande largeur de transition mesurée.

a) A l'interface entre Au et Al s'est développé un alliage par diffusion de Au. La température critique varie avec la concentration. Par suite, la transition peut être très élargie. Cependant l'échantillon est toujours resté à des températures inférieures à 100°C : la diffusion est alors très faible.

b) L'effet de proximité peut tuer la supraconductivité dans le disque au voisinage des pattes d'or sur une longueur de l'ordre de la longueur de cohérence du supraconducteur  $\xi_S$ . Par suite, la résistance est donnée par :

$$r(T) = r_{Au} + \xi_S(T) \rho_{Al} / A \quad (III-21)$$

où A est la "section" du disque. Cependant la transition obtenue  $r(T)$  ne suit pas une loi en

$$\frac{1}{\sqrt{1-T/T_c(0)}}$$

c) L'effet de proximité peut induire de la supraconductivité dans les pattes d'or. Les variations de résistance due à cet effet dépendent des variations de la longueur de cohérence  $\xi_N$  de l'or [III-17]. Puisque  $\xi_N \sim \frac{1}{T}$  dans l'or, elle ne varie guère dans les gammes de températures utilisées. En général l'effet de proximité agit à la fois sur le supraconducteur et le métal. Les deux effets décrits en (b) et (c) se produisent simultanément mais l'étude devient alors trop complexe.

d) Le modèle qui est résumé ci-dessous a été étudié par Clarke [III-16] pour comprendre justement la résistivité des interfaces entre un métal supraconducteur et un normal. La résistivité d'une interface supra-métal provient de l'effet de déséquilibre de charges (charge imbalance) et de réflexion à l'interface. Proche de  $T_c(0)$ , le gap est faible : toutes les excitations incidentes se propagent dans le supraconducteur. Le champ électrique E et le courant de quasiparticules pénètrent sur une distance  $\lambda_{Q^*}$  qui correspond à la longueur de relaxation de la charge. Au fur et à mesure que le gap croît, la proportion de quasiparticules qui pénètrent dans le supraconducteur, diminue. A basse température, toutes les quasiparticules sont réfléchies. La résistance de l'interface est alors nulle. Puisque  $R \leq 2 \lambda_{Q^*}$  ( $\lambda_{Q^*}$  est de l'ordre de quelques dizaines de microns),  $r_{Al} = \frac{\rho_s \lambda_{Q^*}}{A}$  où  $\rho_s$  est la résistivité de l'aluminium et A sa section. Dans la limite de  $\Delta(T) \ll k_B T$ , la résistance à l'interface  $r_{interface}$  s'exprime par :

$$r_{inter} = Z(T) r_{Al} \quad (III-22)$$

où

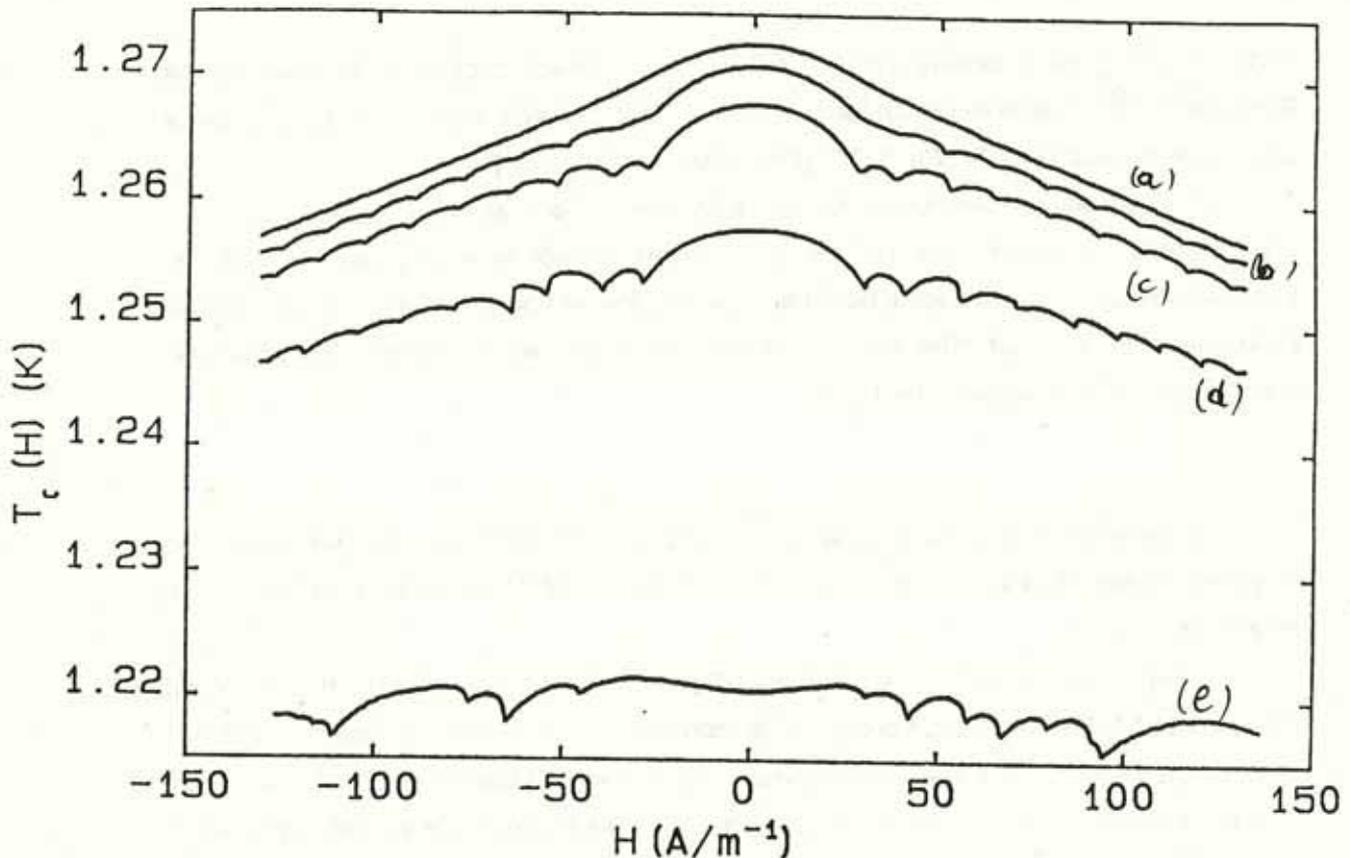
$$Z(T) = 2 \int_{\Delta}^{\infty} N_S^{-1}(E) \left( - \frac{\partial f}{\partial E} \right) dE$$

$N_S(E) = \frac{E}{\sqrt{E^2 - \Delta^2}}$  est la densité d'état de BCS dans le supraconducteur.  $f$  est la fonction de Fermi-Dirac. L'intégration se fait sur l'énergie des excitations des quasi-particules  $E$ . Nous avons pris pour le calcul  $\Delta(T) = 1.74 \Delta(0) (1 - T/T_c(0))^2$  où  $\Delta(0) = 1.76 kT_c(0)$  [III-5].

Ne connaissant pas la résistance de l'Al, nous avons ajusté  $r_{inter}(T)$  à la courbe expérimentale en faisant varier  $r_{Al}$ . Les points théoriques obtenues pour  $r_{Al} = 0.39 \Omega$  sont tracés à la figure III-2-1. La largeur de la transition résistive semble parfaitement s'expliquer par ce dernier modèle. Cet effet nous permettra ultérieurement de sonder les propriétés supraconductrices en dessous de  $T_c(0)$ .

La détermination de  $T_c(H)$  utilise les mesures d'isorésistances décrites ci-dessous. Ces dernières consistent à fixer la résistance à valeur consigne  $r_c$  et à tracer la température  $T(H)$  en fonction du champ.

Cinq isorésistances ( $r_c = 0.84 \Omega$  (a);  $0.82 \Omega$  (b);  $0.80 \Omega$  (c);  $0.76 \Omega$  (d);  $0.70 \Omega$  (e)) sont tracées à la figure III-2-2. Le courant d'injection est de  $2 \mu A$  et le champ croît de  $-127 A.m^{-1}$  ( $-1.6 Oe$ ) à  $127 A.m^{-1}$  ( $1.6 Oe$ ) pour les quatre premières isorésistances (l'unité de champ magnétique en S.I. est  $A.m^{-1}$ . Nous mettrons quelques fois l'équivalence en unité cgs, c'est-à-dire en  $Oe$ ). La dernière (e) a été réalisée pour un courant de  $0.2 \mu A$  et pour un champ décroissant. Dans tous les cas, il y a un régime où l'amplitude du champ croît et un autre où elle décroît. Les caractéristiques des courbes dépendent de la résistance consigne choisie.



**Figure III-2-2 :** Famille d'isoresistances  $T_{iso}$  en fonction du champ appliqué correspondant à  $R = .84 \Omega$  (a) ;  $.82 \Omega$  (b) ;  $8 \Omega$  (c) ;  $.76 \Omega$  (d) ;  $.7 \Omega$  (e).

Lorsque  $r_c = 0.84 \Omega$  (a) qui correspond à une résistance très proche de la résistance normale,  $T(H)$  est linéaire avec le champ excepté au voisinage de  $0 \text{ A.m}^{-1}$  où la dépendance est alors quadratique. Pour  $r_c = 0.82 \Omega$  (b) et  $0.80 \Omega$  (c),  $T(H)$  reste globalement linéaire pour des champs d'amplitudes supérieurs à  $50 \text{ A.m}^{-1}$ . Il apparaît de petites oscillations de température. A faible champ, la dépendance quadratique de  $T$  est plus marquée. Ces trois premières courbes présentent une parfaite réversibilité en champ. La courbe (d) mais encore plus notablement la courbe (e) met en évidence des effets d'hystérésis selon que le champ croît ou décroît. De plus pour cette dernière, le régime parabolique observé au faible champ a disparu. Une courbure inverse apparaît. Elle traduit que la température d'isoresistance croît lorsque  $H$  croît ! Ce comportement est très singulier pour des supraconducteurs. La partie droite de la courbe (e) (figure III-2-2) ( $H > 0$ ) correspond à la sortie des vortex car le champ décroît. Une comparaison des pics avec le régime réversible indique que les champs de sortie des vortex sont peu modifiés. Un retard à la sortie des vortex est estimé à  $2.39 \text{ A.m}^{-1}$  ( $0.03 \text{ Oe}$ ). Les sorties semblent être unitaires et non par paquets. L'entrée des vortex ( $H < 0$ ) présente un

comportement très différent. Le retard est important. Pour le premier pic, il est de  $20.7 \text{ A.m}^{-1}$ . Il est alors très difficile de faire correspondre les oscillations du cas réversible aux pics de ce régime hystérétique. Leur position en champ magnétique semble assez peu reproductible. Leur amplitude dépend aussi du courant d'injection. Un courant de quelques  $\mu\text{A}$  amplifie les pics.

Cette visualisation directe de l'entrée ou de sortie des vortex est une conséquence de l'effet qui se produit à l'interface supra-métal. En effet, généralement, dans l'état normal ou supraconducteur, la résistance est une constante et est donc insensible aux phénomènes qui se produisent dans le circuit. Dans notre cas particulier, à basse température,  $r$  est une fonction du gap  $\Delta(T)$  et reste ainsi sensible. Elle constitue une parfaite sonde pour l'étude du disque dans sa phase supraconductrice. Nous pouvons ainsi délimiter les différents régimes qui dominent selon l'isoresistance considérée et préciser la zone où le terme non linéaire peut être négligé et par suite où la comparaison avec le spectre théorique a un sens.

La première isoresistance (a) ( $r_c = 0.84 \Omega$ ) a perdu tous les détails d'entrée de quantum de flux. Nous pouvons supposer que les fluctuations dominent ce régime et ainsi lissent les propriétés fines de la transition. Les isoresistances associées aux basses températures montrent des effets d'hystérésis qui proviennent soit d'un début d'écrantage du champ soit du piégeage des vortex. Ces deux effets apparaissent lorsque la densité des paires devient notable. L'hypothèse de G.L linéaire n'est plus vérifiée et les termes non-linéaires doivent être pris en compte. Puisque les deux isoresistances  $r_c = 0.82 \Omega$  (b) et  $0.80 \Omega$  (c) ne montrent pas d'effets d'hystérésis, ni d'atténuation notable des oscillations, nous supposons que leurs variations correspondent à celles de la ligne de transition  $T_c(H)$ .

**Zéro du champ magnétique :** Toutes les courbes que nous avons mesurées observent un régime parabolique à faible champ. Bien qu'un écran en  $\mu$ -métal protège l'intérieur du cryostat des champs extérieurs (terrestre), un champ résiduel subsiste de l'ordre de  $4 \text{ A.m}^{-1}$ . Les mesures étant très sensibles en champ, une correction de ce champ est nécessaire. Dans les traitements des courbes ultérieures, nous avons supposé que le zéro correspond au minimum de la parabole.

### III-2-b Etude comparative entre $T_c(H)$ et $E_{min}$

Nous rappelons que la ligne de transition admet une correspondance directe avec la ligne du minimum des énergies propres dans un disque. Avec les unités réduites adoptées (III--14) :

$$\frac{T_c(0) - T_c(H)}{T_c(0)} = \frac{\xi^2(0)}{R^2} u^2 \quad (\text{III-23})$$

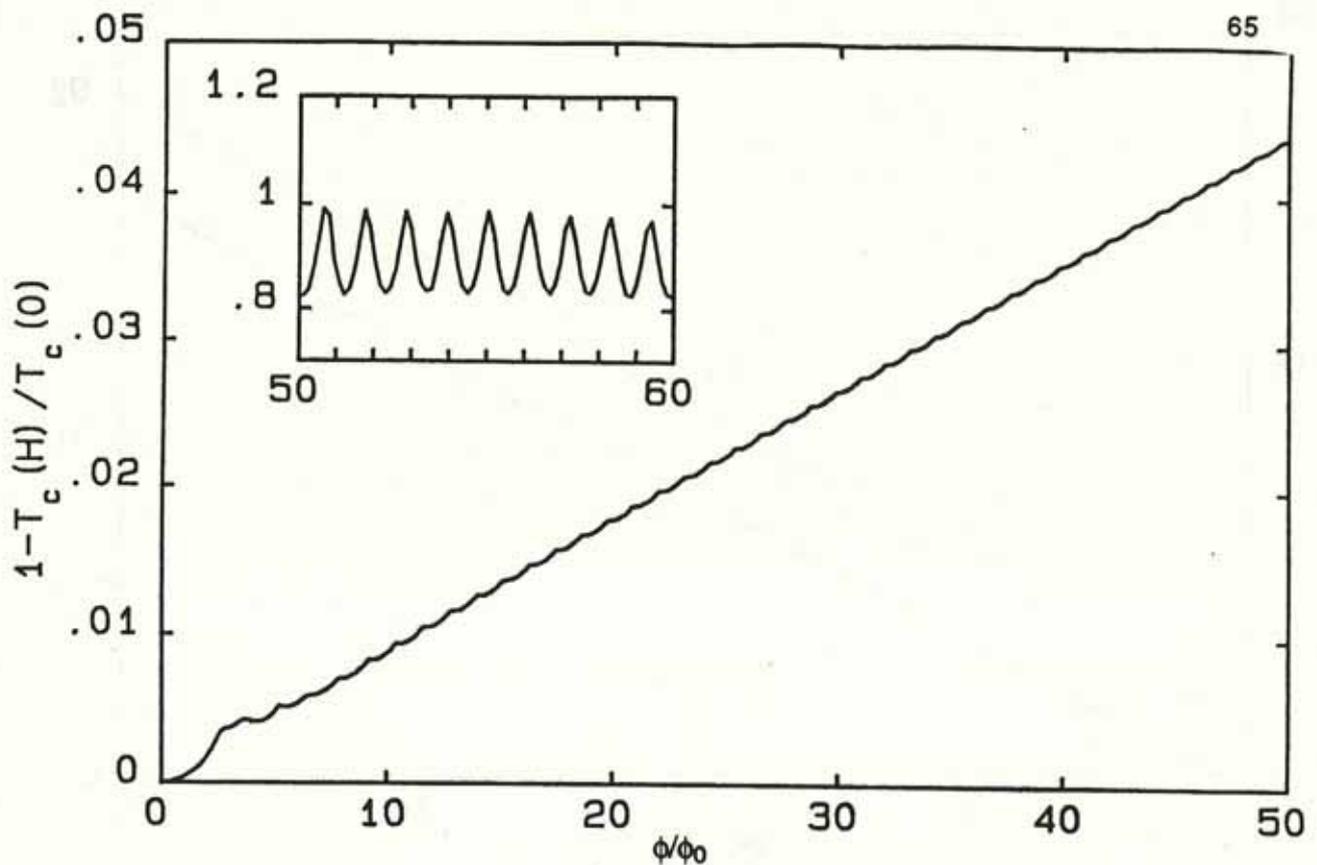
où  $R$  est le rayon du disque et  $\xi(0)$  est la longueur de cohérence de G.L à  $T = 0$

Par la suite,  $(T_c(0) - T_c(H))/T_c(0)$  est notée  $\left(\frac{\Delta T}{T}\right)_{ex}$ . Le sous indice "th" ou "ex" désignera la ligne théorique ou expérimentale. Le champ appliqué est souvent indiqué en unité réduite  $\frac{\phi}{\phi_0}$  où  $\phi = S.H_a$ . Le rayon du disque  $R$  est déterminé par une mesure précise du diamètre au MEB. On estime l'erreur de la mesure à 2 % (1 % associé à la mesure de l'image grossie et 1 % au coefficient de grossissement).

$$d = 2 R = 14.4 \mu\text{m}$$

Pour la comparaison entre  $\left(\frac{\Delta T}{T}\right)_{ex}$  et  $\left(\frac{\Delta T}{T}\right)_{th}$ , seule la longueur de cohérence  $\xi(0)$  est un paramètre libre. Il dépend du matériau supraconducteur mais ne peut être estimé avec exactitude. Nous le déterminerons en ajustant pour les faibles champs ( $\phi/\phi_0 \ll 2$ ) les deux courbes.

La courbe expérimentale (figure III-2-3a) provient du DISQ1 et correspond à l'isorésistance  $R = 0.81 \Omega$ . Ce choix a été justifié au chapitre précédent. Elle donne directement  $\left(\frac{\Delta T}{T}\right)_{ex}$  en fonction de  $\phi/\phi_0$ . On néglige les perturbations du courant d'injection de  $2 \mu\text{A}$ .

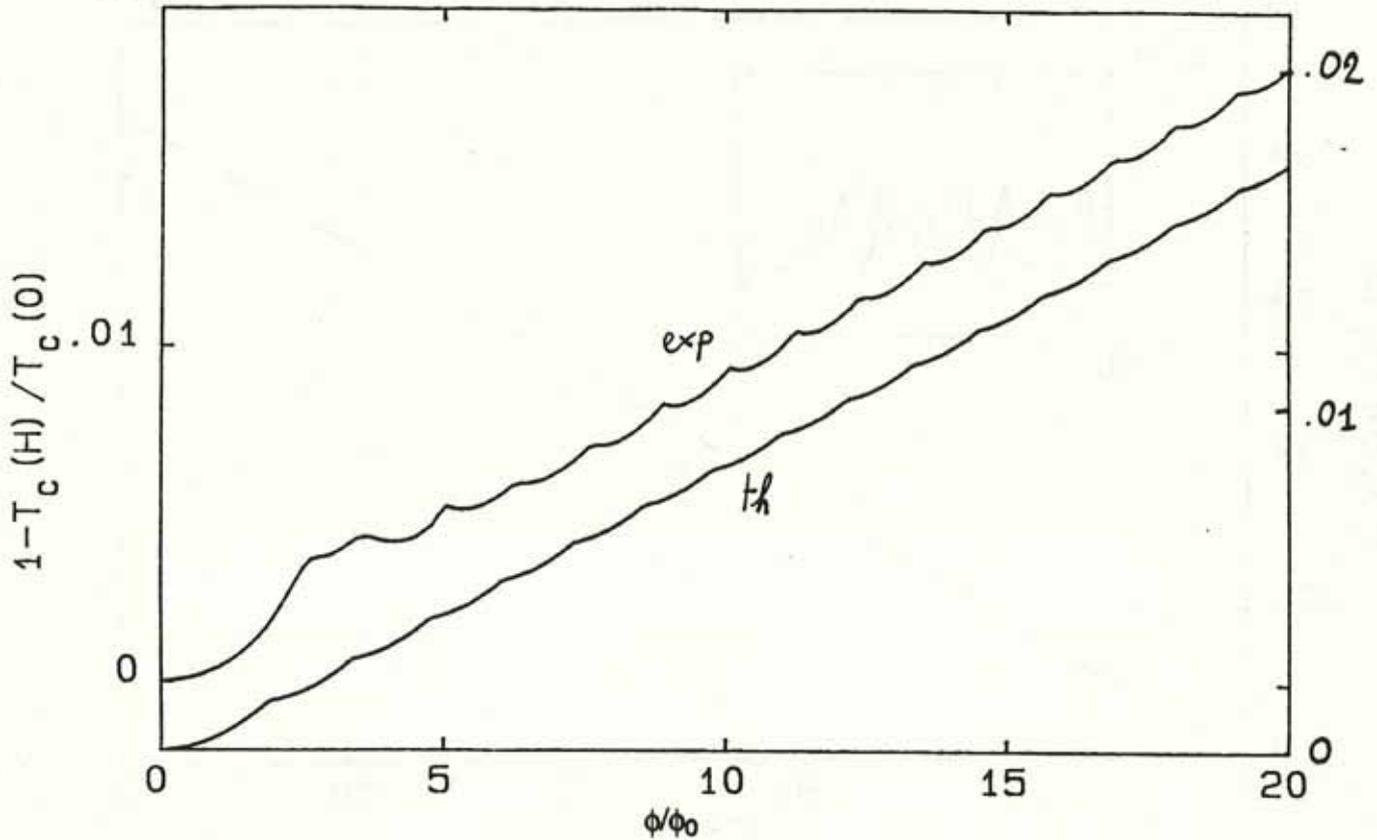


**Figure III-2-3 :** Ligne de transition  $\left(\frac{\Delta T}{T}\right)_{ex} = 1 - \frac{T_c(H)}{T_c(0)}$  en fonction du reflux réduit (a) obtenue pour  $r_c=0.81 \Omega$ . Dans l'encart (b), les oscillations à fort champ après soustraction de la dépendance linéaire sont montrées (les unités verticales sont  $\times 1000$  en comparaison à la courbe (a)).

A faible champ ( $\phi < 2 \phi_0$ ),  $\left(\frac{\Delta T}{T}\right)_{ex}$  suit une loi quadratique en  $\phi/\phi_0$ . Celle-ci est associée à la vitesse des paires qui se développe linéairement avec le potentiel vecteur. Le coefficient du terme quadratique obtenu dans l'étude théorique nous permet de déterminer  $\xi(0)$  :

$$\xi(0) = 0.204 \mu\text{m}$$

$\left(\frac{\Delta T}{T}\right)_{th}$  et  $\left(\frac{\Delta T}{T}\right)_{ex}$  ont été tracées à la figure III-2-4. Afin de dissocier les deux courbes nous avons effectué un décalage d'échelle verticale.



**Figure III-2-4 :** Lignes de transition expérimentales (théoriques) en unité réduite de température et flux en haut (bas) correspondant à l'échelle de gauche (droite). Nous avons effectué un décalage en échelle verticale entre les deux courbes.

#### Régime linéaire

A fort champ  $\left(\frac{\Delta T}{T}\right)_{\text{ex}}$  est linéaire en  $\frac{\phi}{\phi_0}$  avec une superposition d'une modulation. La pente du champ critique  $H_c$ , permet une détermination expérimentale du coefficient  $\mu^2$  qui correspond au rapport  $H_{c2}/H_c$  :

$$\mu^2 = \frac{1}{2} \frac{R^2}{\xi^2(0)} \left(\frac{\Delta T}{T}\right)_{\text{ex}} \frac{1}{(\phi/\phi_0)} = 0.56$$

Cette valeur est obtenue pour  $\phi/\phi_0 = 50$ . L'erreur de mesure est de 4 %. Pour  $\phi/\phi_0 = 50$ ,  $\mu^2$  prédit par la théorie est 0.564. Cet accord confirme l'existence d'une supraconductivité de surface, et la composante linéaire est associée à la ligne  $H_{c3}$ . Pour cette géométrie (DISQ1), les états de bords ne semblent pas être perturbés par l'existence des pattes d'or. Nous remarquons cependant une très légère courbure du régime linéaire. Celle-ci sera très marquée pour DISQ2 et sera alors discutée.

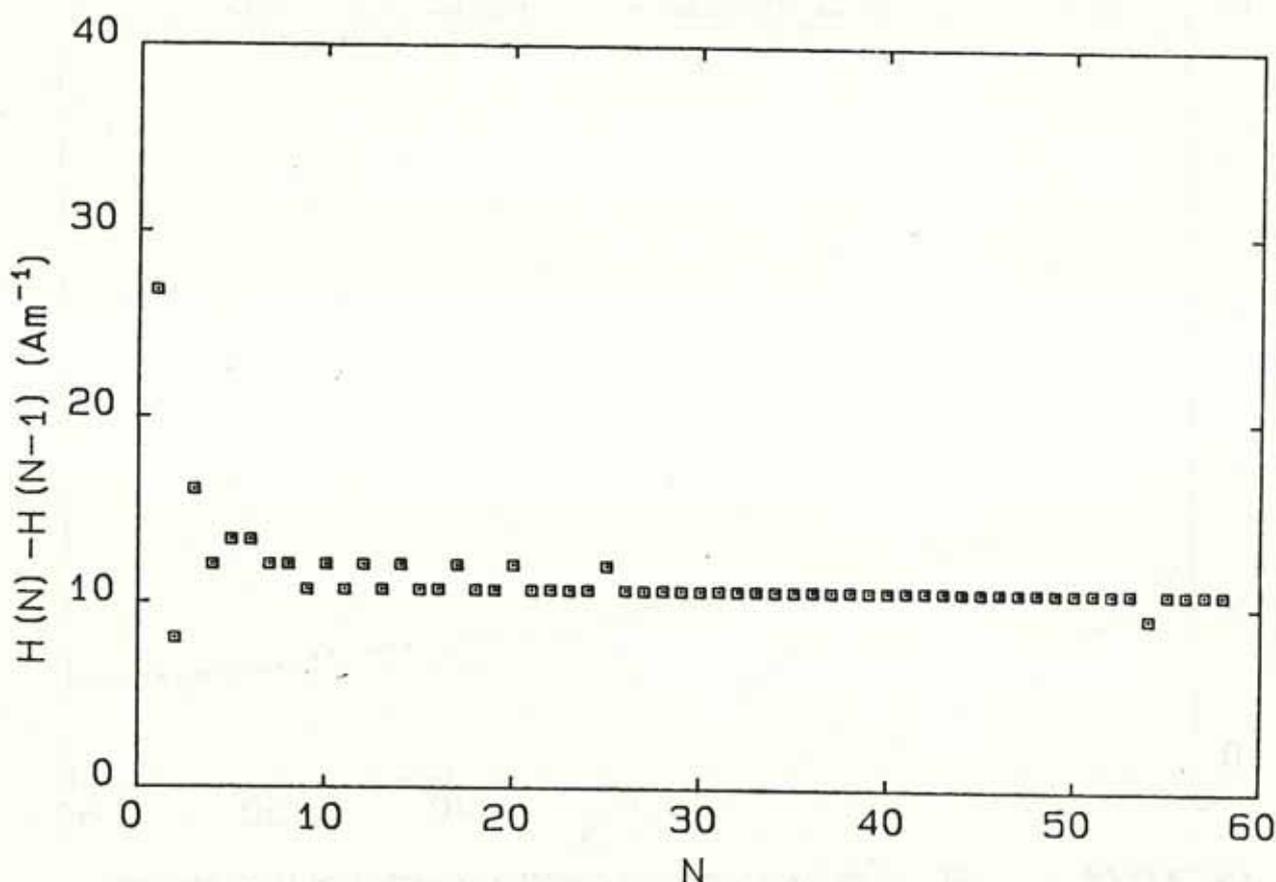
### Période des oscillations

Les oscillations qui se superposent au régime linéaire sont associées à la quantification du fluxoïd dans le disque. Elles introduisent, de fait, le paramètre  $N$  qui correspond au nombre de quantum de flux dans le disque. La courbe (III-9-b) a été obtenue en soustrayant la composante linéaire pour ne mettre en évidence que le terme oscillant. La similitude des oscillations entre une boucle et un disque supraconducteur plein est remarquable ! Ainsi, une surface pleine peut mettre en évidence la quantification du fluxoïd !

La comparaison avec une boucle n'est cependant que qualitative (voir III-1-c). L'entrée des quanta n'est pas périodique dans un disque. La pseudo-période des oscillations convergent lentement vers une constante associée à la surface du disque. Soit  $H(N)$  le champ d'entrée du  $N^{\text{ième}}$  quantum. Nous avons tracé  $H(N) - H(N-1)$  en fonction de  $N$  (figure III-2-5). Le comportement pour  $N \gg 1$  vérifie :

$$H(N+1) - H(N) = \frac{\phi_0}{S} \left( 1 + \sqrt{\frac{\mu^2}{2}} \frac{1}{\sqrt{N}} \right)$$

$$\text{où } \mu^2 = 0.59$$

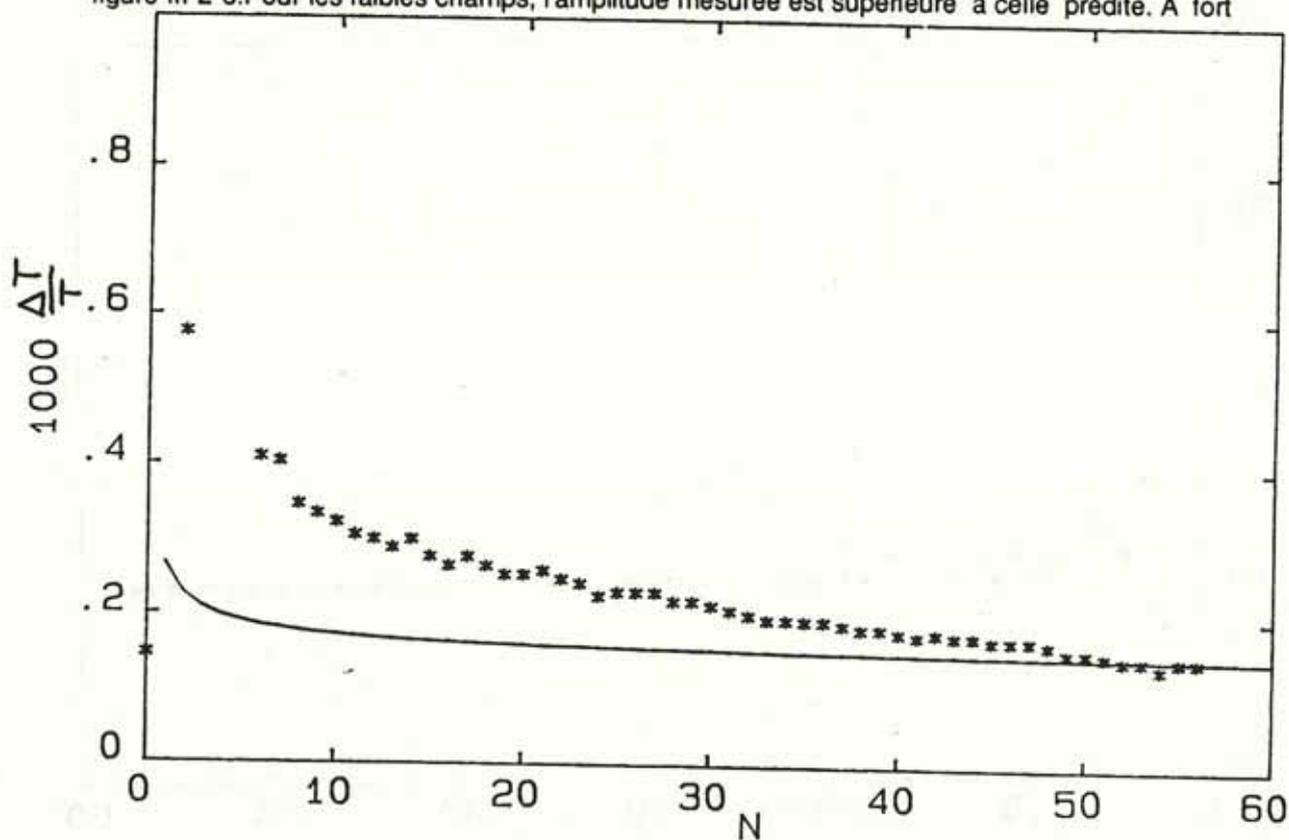


**Figure III-2-5 :** Différence de champ  $H(N) - H(N-1)$  entre deux entrées successives de quanta en fonction du nombre  $N$  de quanta dans le disque.

Nous remarquons un fort retard à l'entrée des premiers quanta de flux ( $\phi/\phi_0=2.5$  au lieu de 1.9). De plus à fort champ une désynchronisation entre les oscillations mesurées et celles prédites subsiste. Une erreur de mesure de la surface du disque ne peut expliquer le retard des premiers quanta. La courbe  $T_c(H)$  étudiée étant parfaitement réversible, un effet d'hystérésis ne peut être retenu. Nous avons remarqué lors de l'étude du diagramme de phase au voisinage de  $T_c(H)$  que la prise en compte du terme non-linéaire crée un retard dépendant de la température. Mais le retard observé est trop important et indépendant de la température. La présence de contacts métalliques peut l'expliquer. Nous reviendrons au rôle de l'interface lors de l'étude de DISQ2 et des mesures magnétiques.

#### Amplitude des oscillations

Pour l'étude des oscillations, nous avons soustrait, l'enveloppe linéaire de la ligne de transition. Ainsi seules les oscillations subsistent. Les oscillations ont été observés dans toute la gamme de champ que nous avons étudié, c'est à dire les 60 premières oscillations. L'amplitude mesurée (points) et celle prédite par la théorie (ligne continue) sont tracées à la figure III-2-6. Pour les faibles champs, l'amplitude mesurée est supérieure à celle prédite. A fort

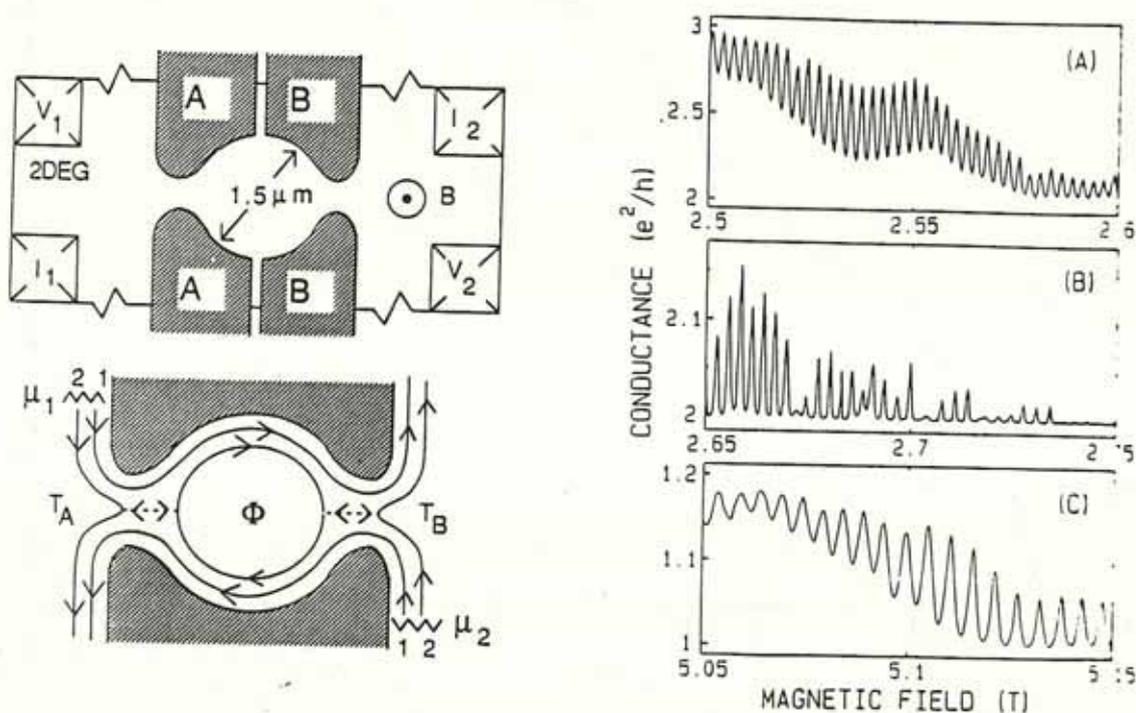


**Figure III-2-6:** Amplitude des oscillations mesurées après soustraction de la composante linéaire (points). Amplitudes prédites par la théorie (ligne continue).

champ, elles semblent se rejoindre. Leurs amplitudes sont délicates d'interprétation et de comparaison. Elles sont très sensibles au choix de l'isoresistance et au courant injecté dans l'échantillon. A trop fort courant, l'isoresistance met en évidence les propriétés de transport du circuit comme il sera constaté au chapitre IV. La correspondance avec le bas du spectre n'a alors plus lieu.

### conclusion

Les mesures effectuées sur le disque supraconducteur (DISQ1) sont en bon accord avec l'analyse théorique. La valeur de la pente du régime linéaire ainsi que la présence des modulations apparaissent comme les signatures des états de bord. Les contacts métalliques or-aluminium ne perturbent les propriétés de transition du circuit mésoscopique qu'à faible champ lors de l'entrée des premiers quanta. La résistance du disque est fortement affectée par les contacts. Dans le cadre de la physique des gaz d'électrons à deux dimensions, des mesures viennent d'être effectuées par Kouwenhoven et al [III-12] dans un circuit fermé (figure III-2-7) qui ont pu mettre en évidence la quantification des états de bord à très forts champs (quelques teslas).



**Figure III-2-7:** Schéma de la géométrie étudiée par L.P. Kouwenhoven et al [III-12] dans les systèmes de gaz d'électrons à 2 dimensions et conductivité de leur circuit en fonction du champ magnétique.

### III -2-c Mesure résistives du DISQ2

La résistance de l'échantillon DISQ2 en fonction de la température est tracée sur la figure III-2-8. Un courant d'injection de 200 nA a été utilisé. La résistance résiduelle avant la transition supraconductrice est de  $0.068 \Omega$ . Elle correspond à une résistivité de l'ordre de  $0.5 \mu\Omega \text{ cm}$ . Contrairement à DISQ1, la résistance du disque est nulle pour  $T < 1.244 \text{ K}$ . Cette différence provient d'une mesure en quatre fils directement branchés sur le disque (photo (III-2)). La résistance mesurée ne provient que du disque. La largeur de transition de 17 mK (entre 10 % et 90 % de  $r_n$ ) est importante (figure III-2-8) par rapport à celle des réseaux (2 à 4 mK de largeur chapitre IV). La température critique est de l'ordre de  $T_c(0) = 1.25 \text{ K}$ .

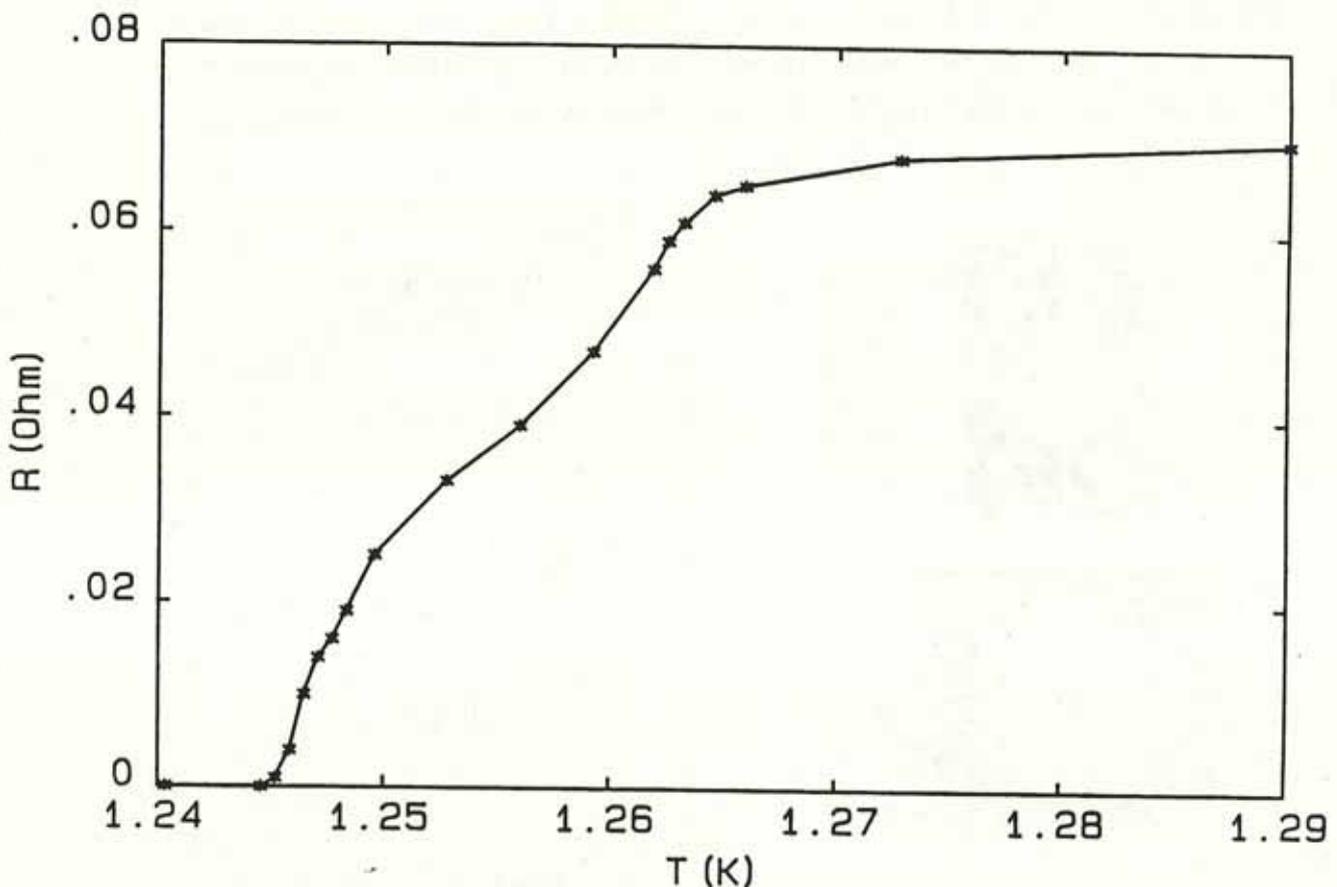


Figure III-2-8 : Transition résistive du DISQ2

Les isorésistances mesurées suivent toutes un comportement réversible. Pour obtenir les variations de la ligne de transition (figure III-2-9), nous avons choisi arbitrairement  $r_c = 0.043 \Omega$  avec un courant d'injection  $I_{inj} = 200 \text{ nA}$ . Les unités réduites ( $\frac{\Delta T}{T}$ ) et  $\phi/\phi_0$  ont été adoptées avec  $T_c(0) = 1.25 \text{ K}$  et  $R = 8.25 \mu\Omega$ . La ligne de transition présente, comme pour

DISQ1, des modulations sans atténuation notable. Leur période à fort champ est en accord avec la surface du disque. Cependant le régime linéaire n'est plus vérifié; la ligne présente une forte courbure à faible champ qui s'affaiblit à fort champ. De plus l'entrée du premier quantum, se produisant à  $\phi/\phi_0 = 4$ , est retardée par rapport au 1.9 de la théorie et les modulations à faible champ atténuées (figure III-2-9).

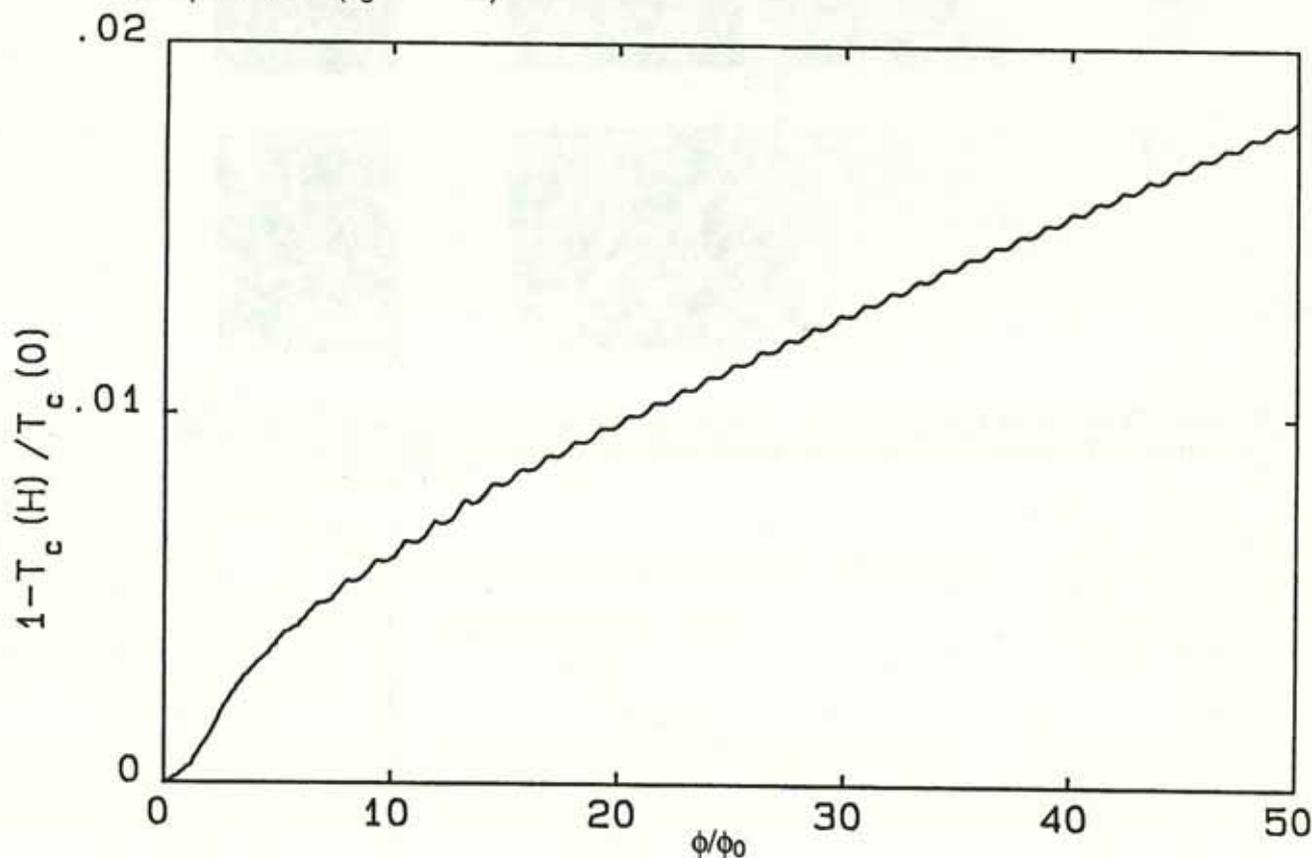
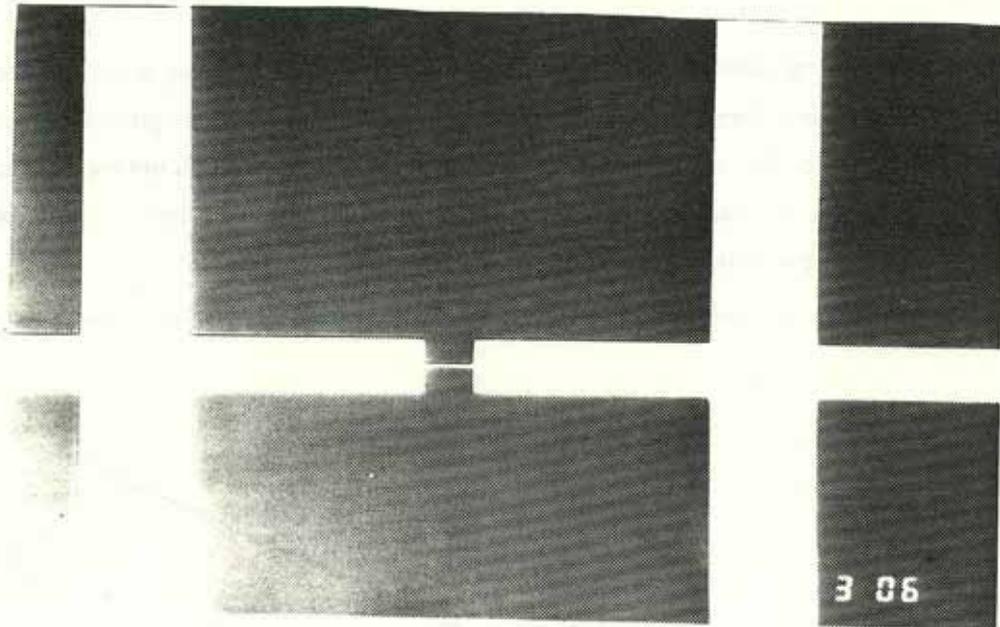
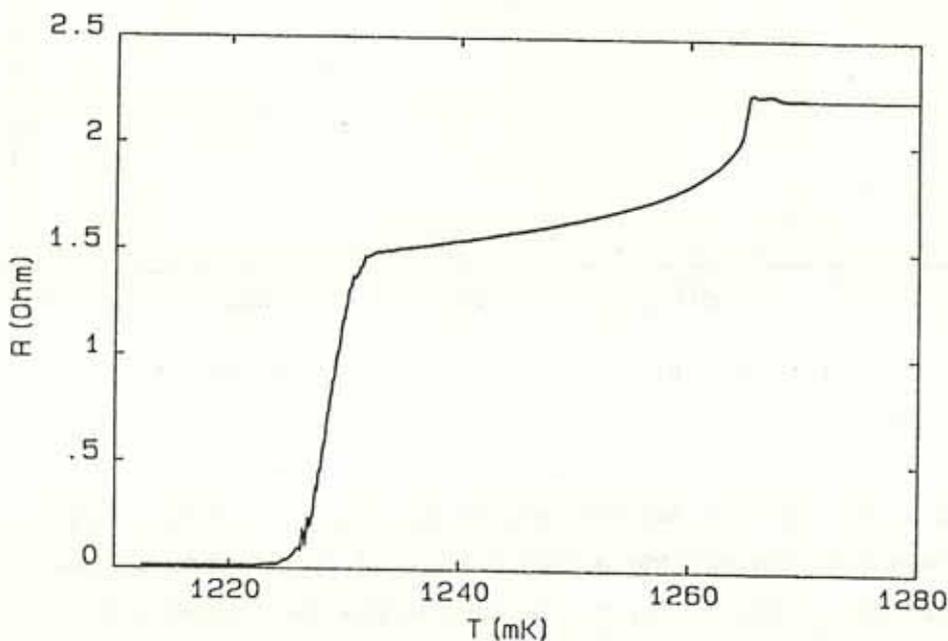


Figure III-2-9 : Ligne de transition  $\frac{\Delta T}{T}$  en fonction du flux réduit correspondant à l'isorésistance  $R = 0.043 \Omega$ .

Nous attribuons ces effets aux perturbations créées par les quatre contacts. Afin de connaître leur état, nous avons mesuré la transition  $r(T)$  d'un autre échantillon constitué d'une partie fine (de la largeur des branchements) et d'une partie large en série (photo III-3). La résistance  $r(T)$  (figure III-2-10) résulte de la résistance série des bandes larges, de la ligne fine et des contacts à l'interface bande large - ligne fine. Cet échantillon a été évaporé en même temps que DISQ2. Aussi, les caractéristiques de l'Al sont supposées identiques. Il apparaît une première transition à  $T_1 = 1.2648$  K. La chute de résistance qu'elle cause, nous conduit à l'assimiler à la transition des bandes larges. La seconde transition a lieu autour de  $T_2 = 1.230$  K. Elle provient de la partie fine de l'échantillon. Ainsi la température critique d'un filament dépend de sa largeur. Par conséquent les mesures de la résistance sur le disque DISQ2 ont été effectuées avec des pattes de contacts qui était dans l'état normal.



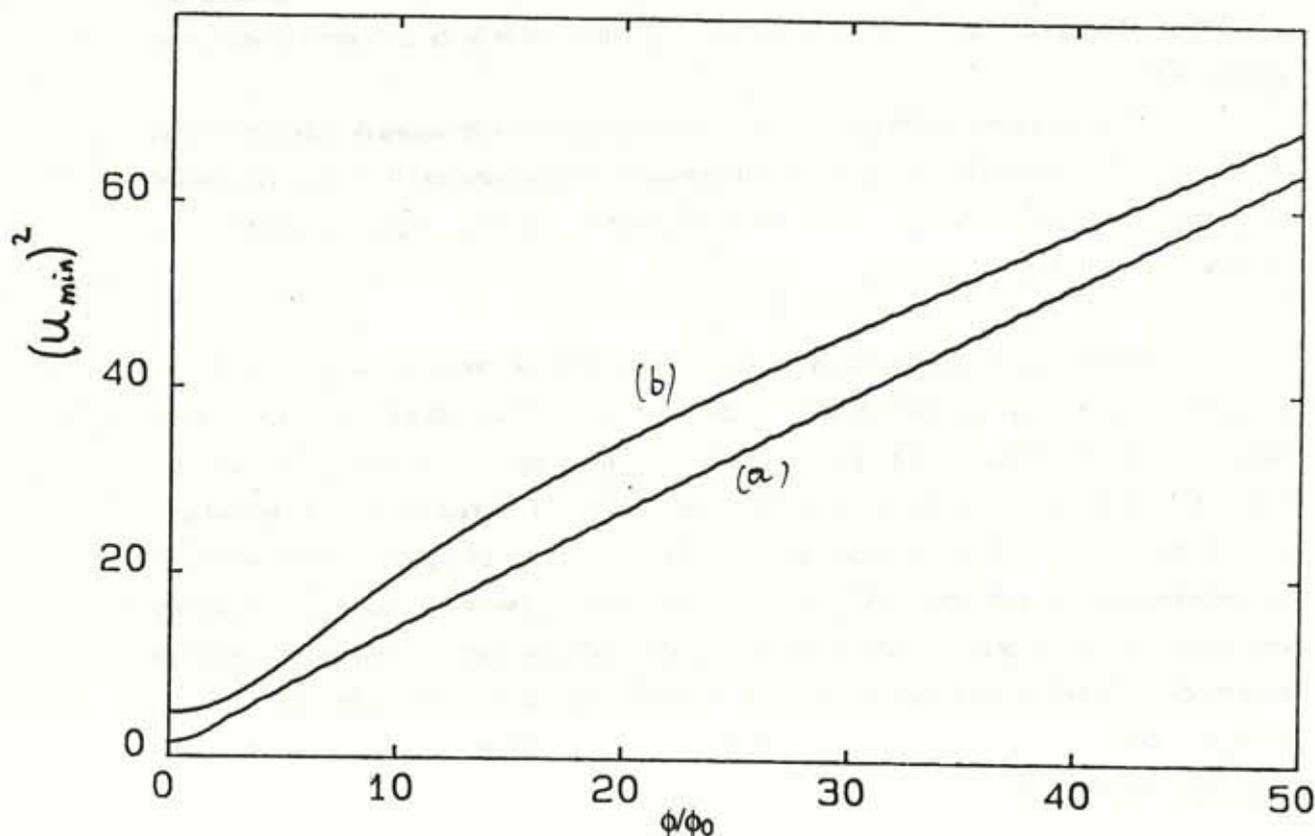
**Photo III-3 :** Circuit d'épaisseur 800 Å en aluminium constitué en série d'une bande large de 10 μm et d'un filament étroit de 0.6 μm de largeur et évaporé en même temps que DISQ2.



**Figure III-2-10 :** Transition résistive de l'échantillon FILBAN (photo III-3). Deux transitions  $T_1 = 1.264$  K et  $T_2 = 1.230$  K correspondant respectivement à la bande large et étroite.

Une étude théorique, prenant en compte la perturbation des contacts est complexe, aussi par simplification allons-nous considérer un disque présentant un contact métallique uniforme sur tout le bord. Une nouvelle condition aux limites doit donc être considérée (voir chapitre II). Le paramètre  $b$  dans cette étude correspond à  $b/R$  où  $b$  a été introduit au chapitre II et dépend de la qualité de l'interface. Si le paramètre  $b$  est constant dans nos gammes de températures (ce qui est vérifié à une interface avec un métal pur comme l'or), un retard à

l'entrée du premier quantum est observée (figure III-2-11a). La ligne  $T_c(H)$  est légèrement courbée. A faible champ, la condition aux limites métalliques modifie notablement la ligne de transition en comparaison à celle d'une interface supra-isolante. A fort champ, les modifications disparaissent car  $b \gg \xi(T) \sim R_c$ . Si le paramètre  $b$  dépend de la température, ce qui est le cas du DISQ2, la courbure est bien plus marquée. La figure III-2-11b représente la ligne de transition d'un disque lorsque le  $b$  varie linéairement de 0.1 à 0.5 dans la fenêtre du champ étudié. Nous remarquons que l'amplitude des modulations est atténuée à faible champ. La ligne tend vers  $H_{c3}$  à fort champ.



**Figure III-2-11a,b :** Dépendance de  $(u_{min})^2$  avec le choix du paramètre d'interface. Pour la courbe (a),  $b$  est constant. Pour la courbe (b),  $b$  varie de 0.1 à 0.5 linéairement avec le flux réduit ce qui simule la variation de  $b$  avec la température.

En résumé, bien que la configuration adoptée pour DISQ2 semble plus correcte, la dépendance de la température critique avec la largeur des circuits crée un effet de proximité important et modifie sensiblement la ligne de transition mesurée. Cette étude qualitative nous a permis d'apprécier l'importance de la nature de l'interface. Les mesures magnétiques qui ne nécessitent pas de contacts, nous permettront-elles de s'affranchir de cette perturbation ?

### III -3- MESURES MAGNETIQUES

L'étude des propriétés magnétiques (susceptibilité et aimantation) apportent des informations complémentaires à celles obtenues par les mesures résistives car elles donnent accès aux propriétés de la phase supraconductrice proprement dite. Notons enfin qu'elles évitent la présence de branchements. En contre-partie, la faiblesse du signal produit par un disque supraconducteur, nécessite la mesure d'un échantillon constitué d'un nombre macroscopique de disques. Malgré cette amplification, les mesures décrites par la suite sont restées très fines et délicates.

Le dispositif expérimental qui nous a permis d'effectuer les mesures de susceptibilité et de la dérivée de l'aimantation par rapport à la température a été réalisé par P. Gandit. Le schéma de principe est indiqué à la figure III-3-1. Nous reportons, pour plus de détails, à la thèse de Philippe Gandit [III-18].

L'échantillon se situe au milieu d'une des deux bobines montées en série-opposition. Le substrat est collé sur un porte échantillon perpendiculaire à l'axe des bobines. Un tube de quartz (en noir sur la figure III-3-1) le relie au chauffage et aux thermomètres. Ces derniers permettent d'une part la mesure de la température constante  $T$  de l'échantillon et, en utilisant une détection synchrone, de la modulation  $dT_m$ . La bobine de détection montée en série-opposition mesure la variation de flux entre les deux bobines. Une petite bobine compensatrice permet d'équilibrer en phase et en quadrature. La bobine de modulation induit les variations de champ  $dH_m$ . Puisque les champs appliqués demeurent à des valeurs faibles de l'ordre de quelques centaines de  $A.m^{-1}$  ( $1A.m^{-1} = 4\pi 10^{-3}Oe$ ), nous utiliserons cette dernière pour produire le champ appliqué.

#### III -3 -a Choix de l'échantillon

Le calorimètre utilisé pour ces mesures a été conçu pour descendre en température jusqu'à environ 2K. L'aluminium, ayant une température critique trop basse, n'a pu être retenu. L'indium qui a une température critique de 3.5K et une grande longueur de cohérence, a été adopté comme matériau supraconducteur des disques. L'échantillon élaboré selon le procédé bicouche PMMA/MAA (voir chapitre I) est constitué de 62 500 disques (photo III-4). Ils ont été déposés sur un substrat carré de silicium de 6 mm de côté. Une évaporation de titane de 60 Å a précédé celle d'indium de 1100 Å d'épaisseur. Le rayon de chaque disque est 6  $\mu m$ . Chacun est séparé de son voisin d'une distance de 24  $\mu m$  de centre à centre. La nécessité d'une fine couche de titane pour l'adhérence de l'indium perturbe notablement les propriétés supraconductrices. Un certain nombre de disques (évalué à quelques %) ont été arrachés lors

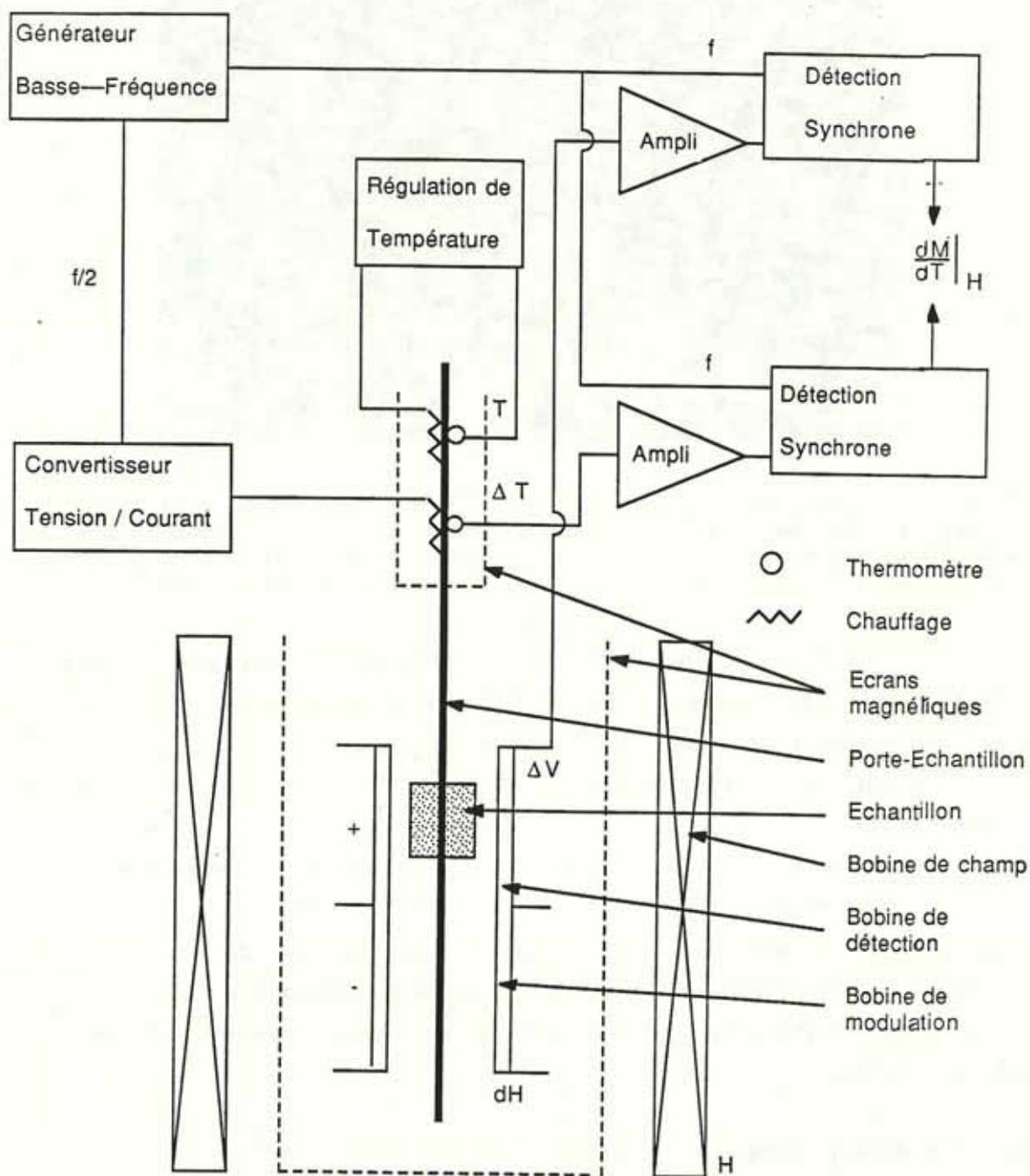
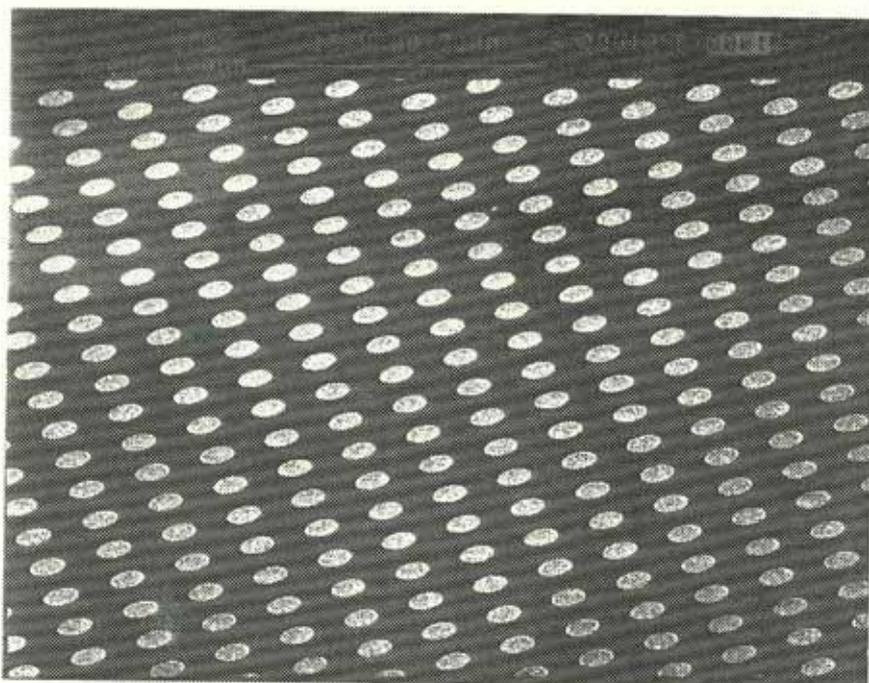


Figure III-3-1 : Schéma de principe du montage expérimental permettant les mesures de  $\frac{dM}{dH_m}$  et  $\frac{dM}{dT_m}$  mis au point par P. Gandit [III-18, 19].



**Photo III-4 :** Réseau de disques élaboré selon le procédé bicouche PMMA/MAA est constitué de 62 500 disques déposés sur un substrat carré de silicium de 6 mm de côté. Une évaporation de titane de 60 Å a précédé celle d'indium de 1100 Å d'épaisseur. Chaque disque de rayon 6  $\mu\text{m}$  est séparé de son voisin d'une distance de 24  $\mu\text{m}$  de centre à centre.

de l'étape de lift-off. Certains n'ont été que partiellement altérés. Cependant, seules des surfaces étendues d'indium peuvent perturber notablement les mesures magnétiques. Aussi, avons nous pris soin de n'en avoir aucune sur l'échantillon étudié.

Dans un réseau de disques, l'aimantation de l'un d'entre eux résulte du champ appliqué et crée par l'aimantation de ses voisins. Cette interaction peut créer des comportements non triviaux dans le réseau. Pour estimer son importance, nous calculons en annexe III-1 le champ dipolaire maximal induit par l'aimantation des disques. Puisque le facteur de remplissage est faible dans notre géométrie  $\frac{R}{a} = 1/4$ , le terme provenant de l'aimantation des disques voisins induit une correction de l'ordre de 5 % ce qui est négligeable. Le champ interne est donc égal au champ appliqué. Par la suite nous supposerons chaque disque comme isolé et soumis au seul champ appliqué.

### III -3 - b Susceptibilité magnétique

Les 3 courbes de susceptibilité (figure III-3-2) ont été obtenue pour une modulation de  $9.25\text{A.m}^{-1}$  en crête. La température a balayé pas à pas l'intervalle de 3.7K à 2.6K. Pour chaque valeur, nous avons relevé la susceptibilité. Les courbes de la figure III-3-2 correspondent à des champs respectivement de 0  $\text{A.m}^{-1}$  (a); 278  $\text{A.m}^{-1}$  (b); 555  $\text{A.m}^{-1}$  (c).

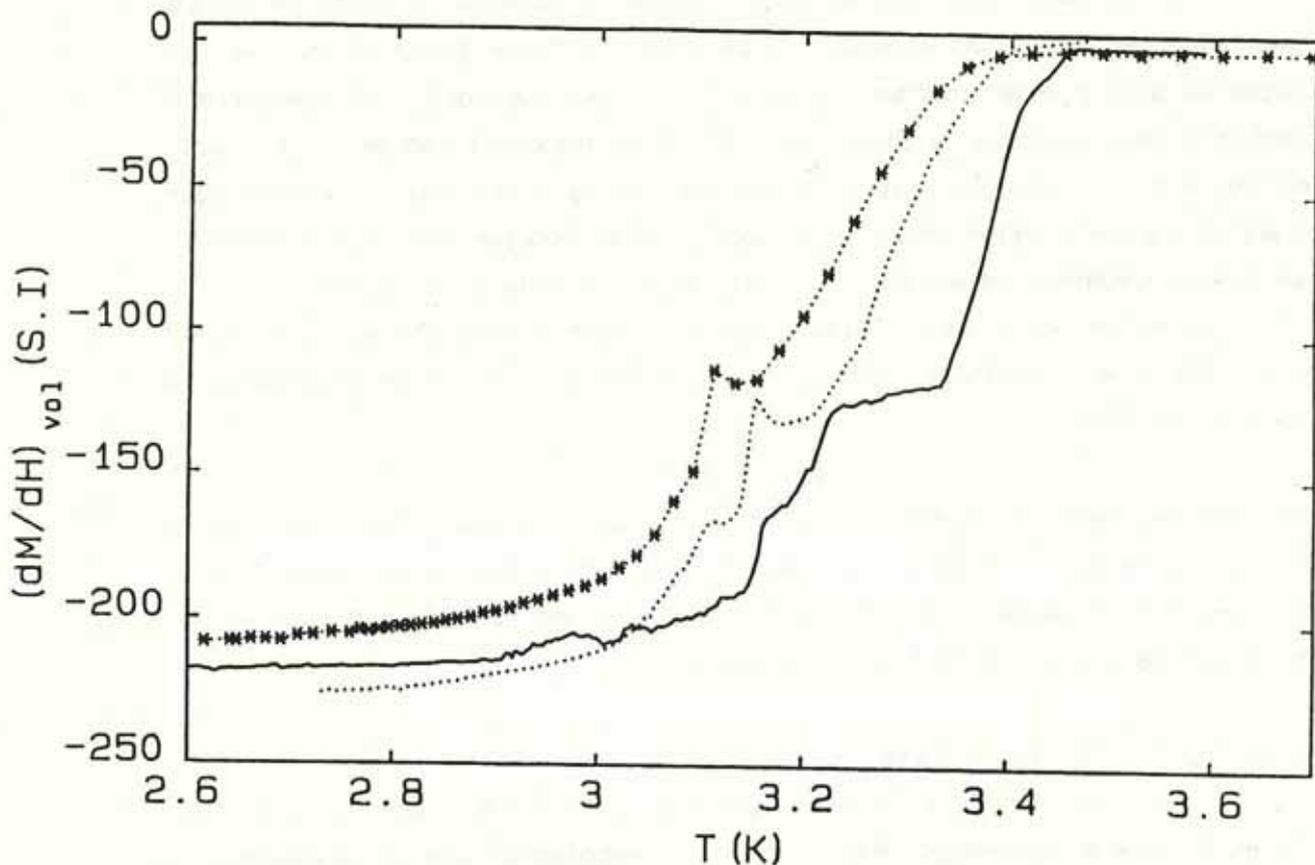


Figure III-3-2 : Susceptibilité volumique pour 3 champs appliqués différents (de droite à gauche :  $H = 0 \text{ A.m}^{-1}$  ;  $278 \text{ A.m}^{-1}$  ;  $555 \text{ A.m}^{-1}$ ).

La susceptibilité magnétique volumique  $\chi$  à champ nul comporte deux transitions (figure III-3-2a). La première transition apparaît à  $T = 3.45 \text{ K}$ . Elle correspond à la température critique de l'indium massif pur. La seconde transition se produit à  $T = 3.24 \text{ K}$ . A basse température,  $\chi$  atteint un palier et ne dépend plus de la température. Cette double transition est attribuée au titane. Des études précédentes sur des grilles carrés de In, élaborées par le même procédé, avaient montré le même type de caractéristiques [III-18].

La saturation de  $\chi$  à basse température, provient de l'effet Meissner dans tout le volume des disques. Si nous supposons  $\lambda(0) \ll R$ , la susceptibilité à saturation:

$$\chi = \frac{dM}{dH_m} = -\frac{1}{(1-n)}$$

Le facteur démagnétisant obtenu ( $n = 0.995$ ) est plus élevé que celui d'une ellipse plate circulaire de même rayon et épaisseur que le disque [III-20]:

$$n = 1 - \frac{\pi}{4} \cdot \frac{e}{R} + \frac{1}{2} \frac{e^2}{R^2} = 0.9851$$

La susceptibilité  $\chi(H)$  associée à différents champs appliqués présente les mêmes caractéristiques de doubles transitions et de saturation (figure III-3-2). Il peut sembler surprenant que  $\chi$  à basse température ne dépende ni du champ appliqué, ni du nombre  $N$  des vortex à l'intérieur du disque. Lorsque la modulation  $H_m$  est faible (de l'ordre, en valeur efficace, de  $0.63 \text{ A.m}^{-1}$  à  $6.3 \text{ A.m}^{-1}$ ), nous supposons que l'ancrage des vortex est suffisant pour maintenir leur nombre  $N$  fixé dans chaque disque. Ainsi, à basse température, nous obtenons donc une susceptibilité indépendante de  $N$  et  $H_a$  et égale à celle de l'état Meissner.

La température de la transition supraconductrice décroît linéairement lorsque le champ croît. De cette dépendance, nous pouvons déduire la longueur de cohérence très approximativement :

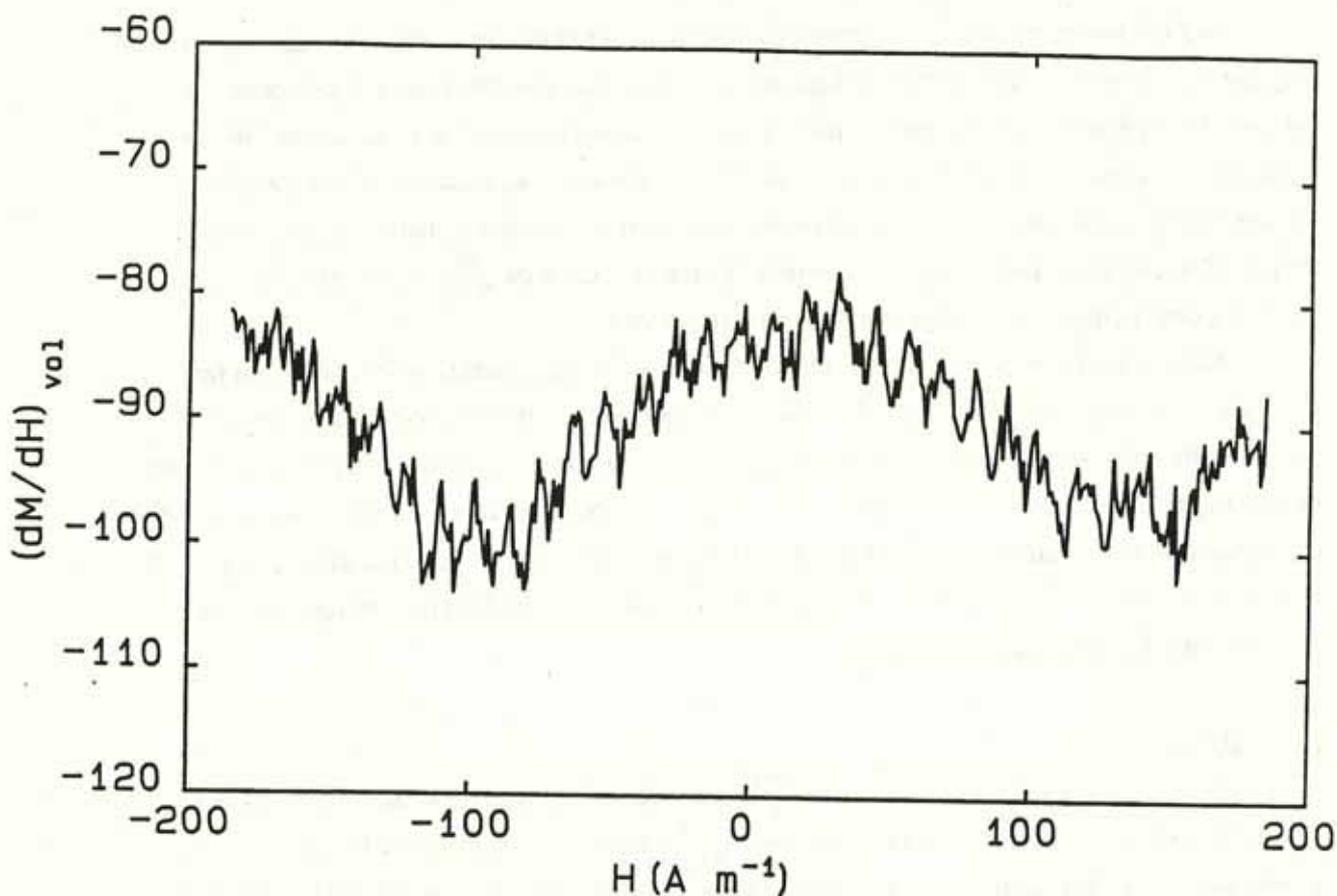
$$\xi(0) = 0.17 \mu\text{m}$$

Pour cela, nous avons supposé que la variation de la température de la transition correspond à la ligne  $H_{C3}$ . Nous remarquons que cette méthode d'obtention de  $T_C(H)$  est très lourde, elle n'a ni la précision, ni la souplesse de la méthode résistive. Il est impossible de mettre en évidence les oscillations de la ligne  $T_C(H)$  observées précédemment.

#### Susceptibilité en fonction du champ

La susceptibilité en fonction de  $H_a$  devrait mettre en évidence les oscillations observées dans les disques par méthode résistive. A température fixée, les variations de la température de transition en fonction de  $H_a$  modifie la densité des paires et par suite l'amplitude de la susceptibilité. Nous supposons de nouveau que le champ  $H_m$  ne change pas le nombre de vortex. Pour mettre en évidence ces très faibles oscillations de  $\chi$  avec  $H_a$ , il est nécessaire d'optimiser l'excitation  $H_m$ . A trop fort  $H_m$ , la courbe risque d'être lissée car  $H_m$  peut alors changer l'état des vortex dans le disque : phénomène sans doute très inhomogène. A trop faible  $H_m$ , la variation de  $M$  est trop faible pour être correctement détectée. Le compromis a été trouvé pour  $H_m = 0.65 \text{ A.m}^{-1}$ . De plus, l'amplitude du signal est très sensible à la température fixée. La première est d'autant plus ample que la pente  $\frac{dM}{dT}$  en  $T$  est raide.

La susceptibilité  $\chi(H)$  (figure III-3-3) a été obtenue en faisant varier pas à pas le champ de  $-180 \text{ A.m}^{-1}$  à  $180 \text{ A.m}^{-1}$  à une température fixée à  $T=3.35\text{K}$ . La susceptibilité décroît jusqu'à  $100 \text{ A.m}^{-1}$  puis remonte pour atteindre un maximum à champ nul. La courbe est symétrique en champ. De petites oscillations qui n'ont une amplitude que de 2 % du signal à saturation apparaissent. Les oscillations peuvent provenir des oscillations de la ligne de transition d'un disque (voir étude résistive). De plus la période d'oscillation est de  $11.9 \text{ A.m}^{-1}$  ( $\sim 0.150e$ ). Ce qui correspond à une surface équivalente d'un disque de rayon  $6.6 \mu\text{m}$  ( $\sim \phi_0/\pi R^2$ ). Cependant les amplitudes mesurées de  $dM$  sont à la limite de la sensibilité optimale de l'installation  $10^{-7} \text{ A.m}^{-1}$  et n'ont pu être observées que 2 fois. Aussi un doute légitime persiste quant à la signification réelle de ces oscillations.



**Figure III-3-3 :** Susceptibilité volumique en fonction du champ appliqué pour une modulation de  $0.65 \text{ A.m}^{-1}$ .

Les mesures de susceptibilité ont permis de caractériser les disques d'indium (températures critiques, longueur de cohérence). Cependant elles n'ont pas pu apporter d'informations décisives sur la ligne de transition  $T_c(H)$  des disques sans contacts, le signal à mesurer étant trop faible. Comme pour tout système de petites tailles, nous remarquons que la sensibilité de la mesure des variations de la température critique par méthode résistive est nettement supérieure à celle par méthode magnétique.

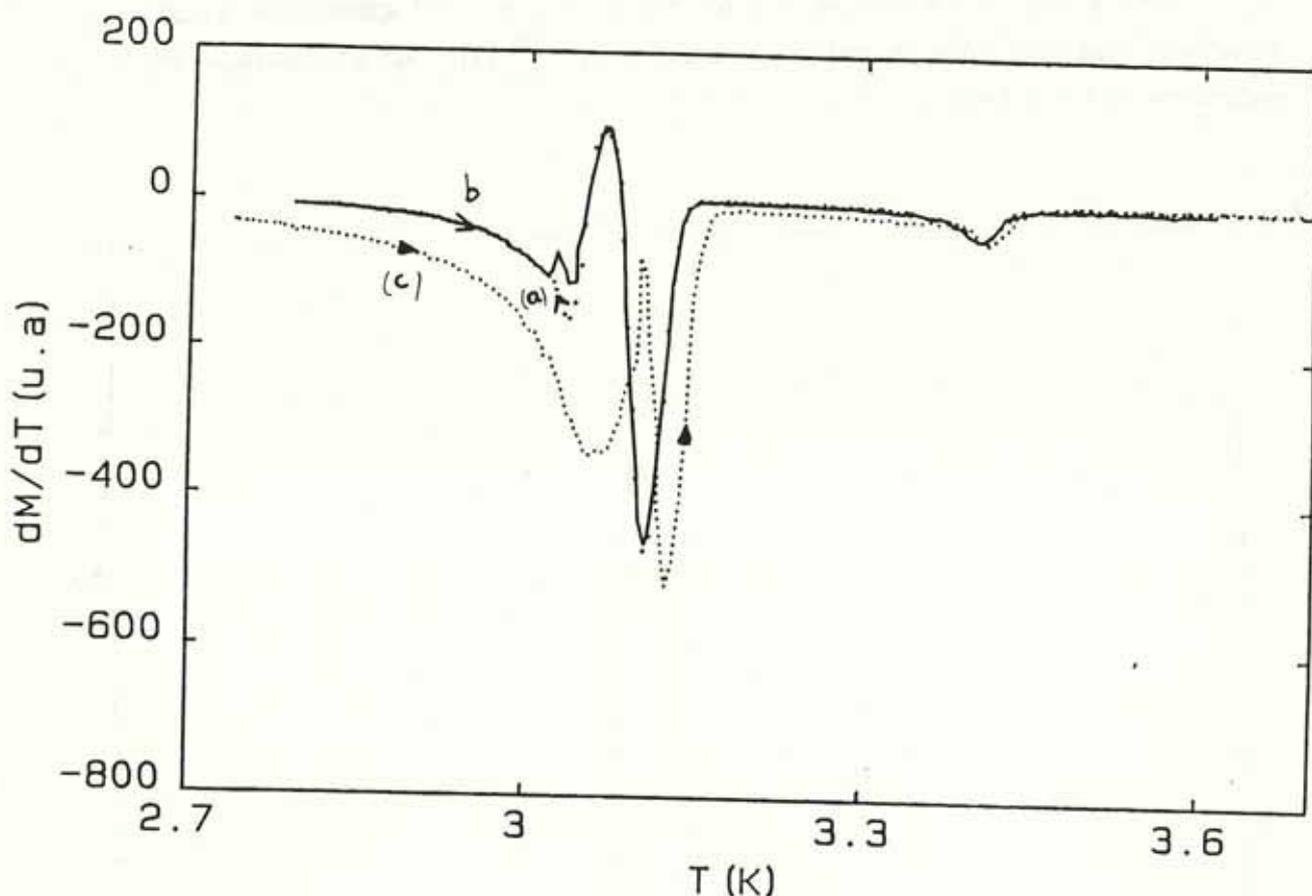
### III-3-c Mesure de la dérivée de l'aimantation par rapport à T

Les méthodes directes de mesures d'aimantation n'ont pas la sensibilité requise pour détecter les variations d'aimantation lorsque les quanta de flux pénètrent dans les disques. La mesure de la dérivée de l'aimantation par rapport à T permet d'acquérir cette sensibilité. Le signal obtenu provient du fait qu'une modulation de température au voisinage de la transition, module la densité de paires contenues dans le circuit et ainsi crée des variations d'aimantation. De plus d'après l'étude présentée au chapitre II, la mesure directe de  $\frac{dM}{dT_m}$  devrait pouvoir nous affranchir des dépendances en température de l'aimantation.

Nous utilisons la bobine de modulation (figure III-3-1), qui n'est plus ici utilisée en tant que telle, pour appliquer le champ. La modulation génératrice des variations d'aimantation, résulte cette fois des oscillations de température  $dT_m$  autour d'une valeur moyenne T. Les variations de M sont détectées comme il se doit par la bobine de détection. L'amplitude des oscillations de température  $dT_m$  a été fixé à  $\sim 10$  mK en valeur efficace. Si  $dT_m$  est trop grand, la chaleur moyenne fournie limite le refroidissement de l'échantillon. Si  $dT_m$  est trop faible, les variations de dM ne sont pas mesurables.

#### Réversibilité

Avant de présenter les mesures de  $\frac{dM}{dT}$ , nous allons discuter le problème d'hystérésis selon l'histoire de l'échantillon. Les 3 courbes  $\frac{dM(T)}{dT_m}$  présentées à la figure III-3-4a ont été prises sous le même champ  $H = 462 \text{ A.m}^{-1}$  selon 3 méthodes de mesures différentes. La ligne (a) a été mesurée en décroissant la température après avoir imposé le champ dans l'état normal. La ligne (b) correspond à la remontée en température après un refroidissement sous champ. La courbe (c) à la remontée en T après un refroidissement sans champ et une application de ce dernier à froid ( $T = 2.74 \text{ K}$ ).

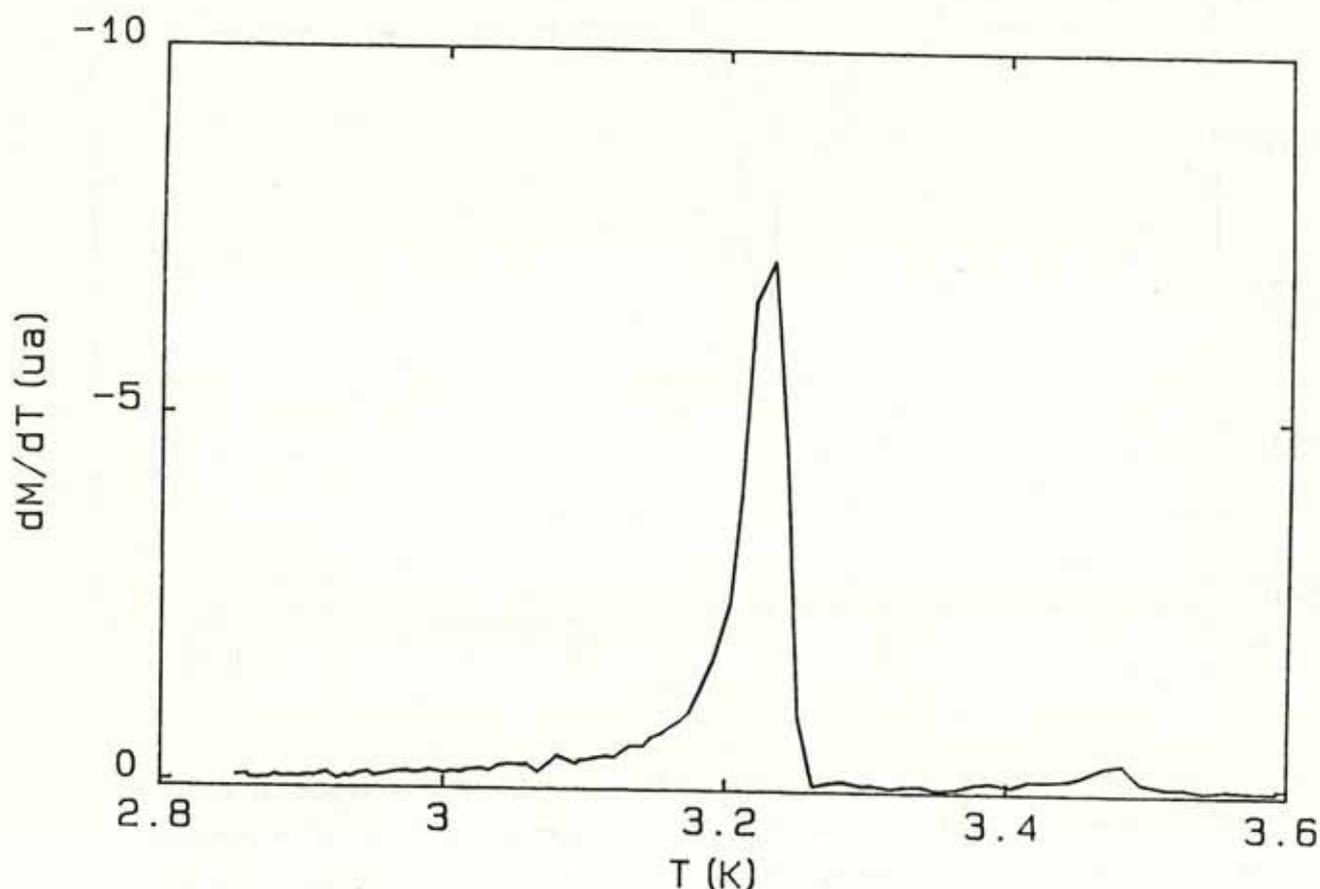


**Figure III-3-4a,b,c** : La courbe (a) correspond à la descente en température sous champ ( $462 \text{ A.m}^{-1}$ ). La (b) et (c) à une montée en température sous le même champ après ou non un refroidissement sous champ  $dM/dT$  pour une montée en température après une annulation du champ à froid.

La réversibilité en  $T$  est presque totale (comparaison de (a) et (b)) à l'exception d'un petit écart inexplicable autour de 3 K. Le changement de champ sans "recuit" s'accompagne d'une forte hystérésis. Elle provient de l'ancrage des vortex et de l'écrantage du champ. L'hystérésis disparaît dans la phase normale. Lors des mesures de  $\frac{dM}{dT_m}(T,H)$ , un "recuit" à  $T > T_C(0)$  est effectué après chaque changement de champ. On a remarqué cependant que de faibles changements de champs proches de  $T_C(0)$  n'induisaient pas d'hystérésis. Les pics qui se produisent autour de 3 K ne sont pas compris. Ils n'apparaissent que pour les champs supérieurs à  $159 \text{ A.m}^{-1}$ .

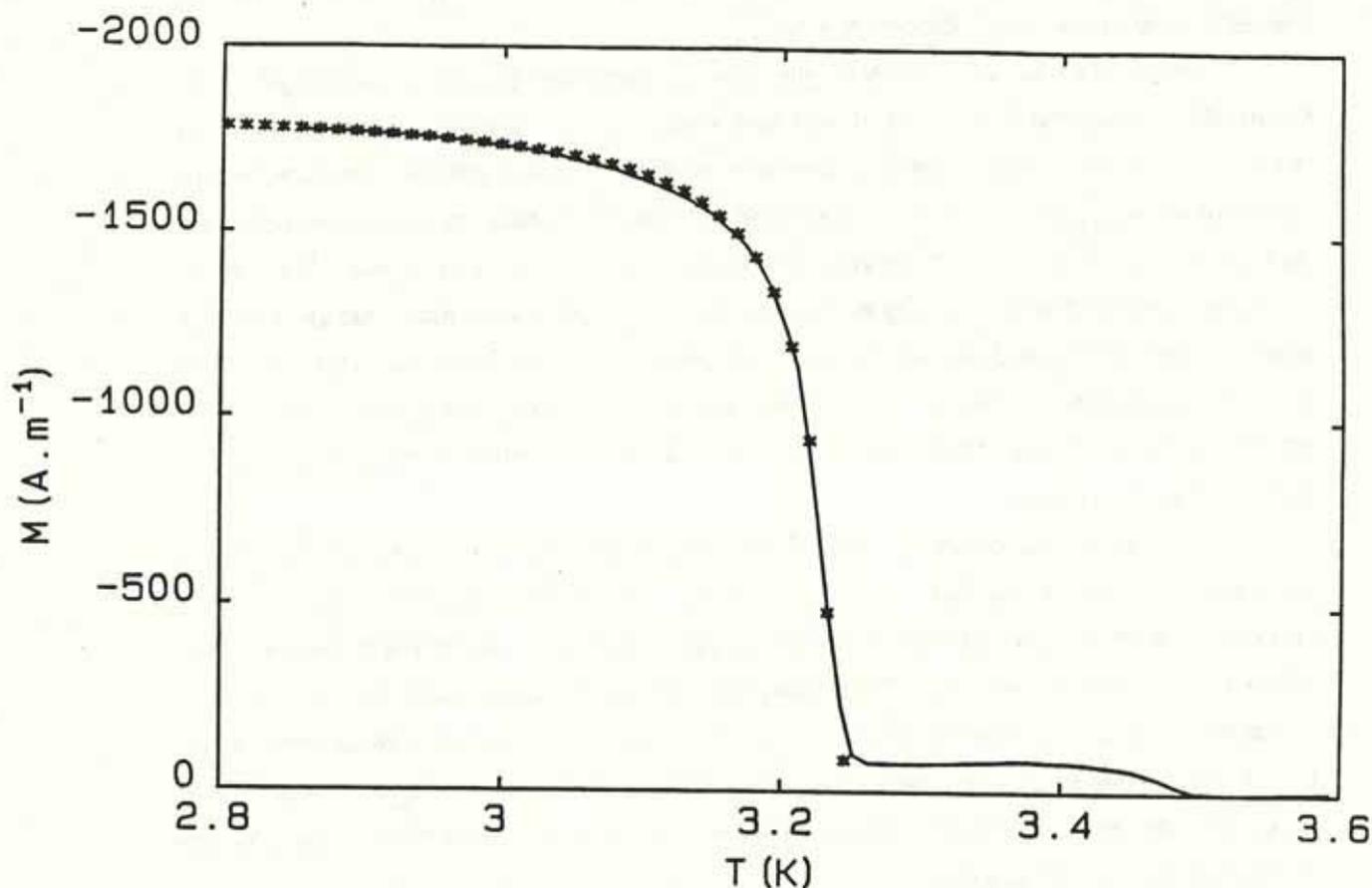
Dépendance en température à faible champ

La figure III-3-5 a été obtenue pour un champ de  $39.8 \text{ A m}^{-1}$  appliqué alors que l'échantillon était dans l'état normal. Nous avons relevé  $\frac{dM}{dT_m}(T)$  pour un balayage en température de 3.9K à 2.85K.



**Figure III-3-5 :** Dérivée de l'aimantation par rapport à la température en fonction de la température sous un champ de  $39.8 \text{ A.m}^{-1}$ .

Pour ces faibles champs, les singularités qui apparaissent au voisinage de 3K (figure III-3-4), ont disparu. Afin de rendre la courbe III-3-5 plus "parlante", nous intégrons  $\frac{dM}{dT}$  sur la température pour obtenir l'aimantation (figure III-3-6 : ligne continue). Aux températures supérieures à 3.47K,  $M$  est nulle. Une première transition apparaît à 3.47K suivie d'une seconde très marquée à 3.25K. L'aimantation tend ensuite vers une valeur constante ( $1760 \text{ A.m}^{-1}$ ) à basse température. Nous ne nous intéresserons qu'à la transition de plus fort signal et située à 3.25K.



**Figure III-3-6** : Aimantation après intégration (courbe continue) pour un champ appliqué de  $39.8 \text{ A.m}^{-1}$ . Les points correspondent à l'aimantation de l'état Meissner calculée à partir de l'annexe III-2 pour  $\lambda(0) = 600 \text{ \AA}$ .

Nous présentons en annexe III-2 un modèle très simplifié permettant une évaluation de l'aimantation du disque en fonction de la température à faible champ lorsqu'aucun vortex n'a encore pénétré dans le disque. Rigoureusement ce problème est très complexe car nous considérons une couche mince. Un cylindre infini, étudié par H.Fink [III-10], est un problème totalement différent puisqu'alors le facteur démagnétisant est nul. Fetter [III-21] a étudié sur un disque plat le champ  $H_{c1}$ . Cependant il a considéré la limite où le rayon du disque est très supérieur à la longueur de cohérence. Cette hypothèse n'est plus valide dans notre situation. En ajustant l'aimantation calculée (points tracés à la figure III-3-6) à la courbe expérimentale nous avons pu déterminer la température critique pour le faible champ ( $T_c(H) = 3.245\text{K}$ ), le facteur démagnétisant ( $n=0.977$ ) et la longueur de pénétration ( $\lambda_{\perp}(0) = 600\text{\AA}$ ). Le choix de  $T_c(H)$  et de  $n$  est imposé respectivement par la position du pied de la transition et par la valeur de  $M$  à la saturation. Pour cette étude nous avons supposé que tous les disques étaient dans l'état Meissner c'est à dire que le champ appliqué de  $39.8\text{A.m}^{-1}$  ( $\sim 0.5 \text{ Oe}$ ) était inférieur au champ

d'entrée du premier quantum (cette hypothèse est vérifiée ci-dessous par les courbes de  $\frac{dM}{dT}(H)$ ). Cependant la susceptibilité apparente à saturation obtenue par  $\frac{dM}{dT_m}$  vaut 44 (unité SI). Elle est 5 x plus faible que celle obtenue en  $\frac{dM}{dH}$ .

Lorsque la température de l'échantillon est au voisinage supérieur de  $T_c(H)$  (figure III-3-6), un début d'aimantation apparaît. Il peut être attribué soit aux fluctuations au dessus de la température critique soit à certaines inhomogénéités de température critique dans l'échantillon. Le maximum de  $\frac{dM}{dT_m}$  est atteint à  $\sim 12$  mK en dessous de  $T_c(H)$ . Nous noterons la température du maximum par  $T_1(H)$ . Pour cette valeur, la longueur de pénétration effective  $\lambda_{\perp}(T)$  est de l'ordre du rayon du disque et la longueur de cohérence  $\sim 2.8 \mu\text{m}$ . L'aimantation est alors linéaire avec  $(1-t)$  sur une plage de température de quelques mK. A plus basse température, M sature et  $\lambda_{\perp}(T)$  devient très inférieur au rayon du disque. Le changement de régime entre la dépendance linéaire et la saturation se situe lorsque la longueur effective de pénétration et de l'ordre du rayon du disque.

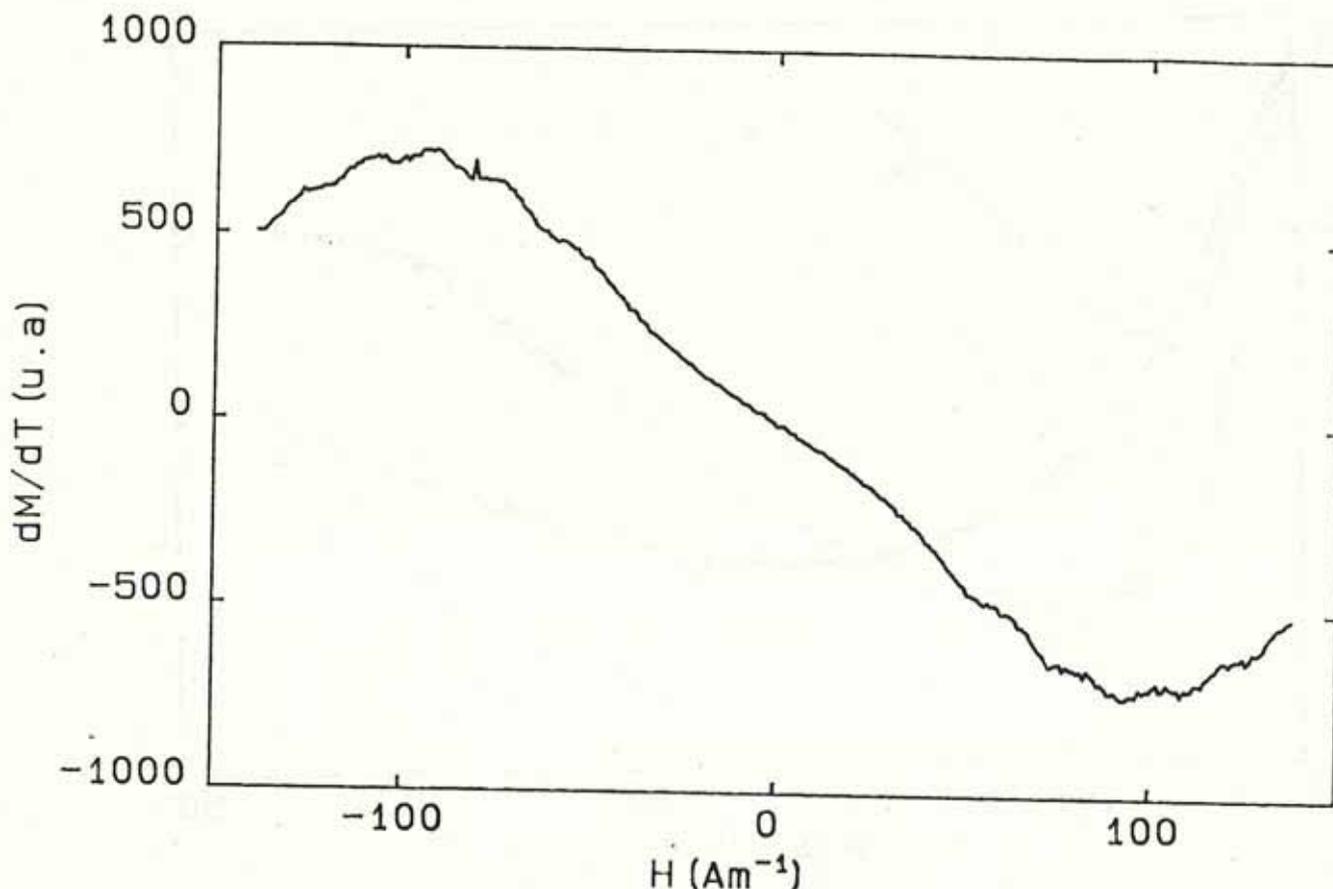
Pour l'étude comparative, il est nécessaire de prendre en compte les effets des fluctuations au dessus de  $T_c(H)$  et de la saturation. Ils ont été négligés lors de l'étude du chapitre II. Nous approximations grossièrement la courbe de la figure III-3-5 par une gaussienne centrée en  $T_1(H)$  et de largeur  $\Delta t$ . Cette description phénoménologique permet d'inclure l'effet de saturation discuter à l'annexe III-2 et les fluctuations aux dessus de  $T_c(H)$ . Nous remarquons que le choix d'une gaussienne ne traduit pas la dissymétrie du pic en  $\frac{dM}{dT_m}$ , cependant elle demeure suffisante pour l'étude comparative. Nous exprimons donc la dérivée de l'aimantation par rapport à la température par :

$$\frac{dM}{dT_m}(T) = \left[ \exp - \frac{(1-T/T_1(H))^2}{(\Delta t)^2} \right] \times \frac{dM}{dT_m}(T_c(H))$$

où  $\frac{dM}{dT_m}(T_c(H))$  est la grandeur reliée à la dérivée de E avec H (équation II- 5). Nous supposons que  $T_1(H)$  suit une loi comparable à  $T_c(H)$ .

### Dépendance en champ

La courbe de la figure III-3-7 a été obtenue en balayant le champ magnétique, pour une température fixée à 3.21 K très proche de la  $T_c(0)$  ( $T_c(0) = 3.25$  K). L'échantillon est réchauffé à  $T > 3.5$  K, c'est-à-dire une température supérieure à la première transition, après chaque changement de champ. Ce procédé devrait éviter l'hystérésis. La courbe III-3-7 met en évidence la faiblesse du champ résiduel. Il est estimé inférieur à  $5.57 \text{ A.m}^{-1}$ . De plus, elle est parfaitement symétrique par rapport au zéro du champ H. Aussi, par la suite, seul  $\frac{dM}{dT_m}$  pour H positif sera étudié. Il est à noter qu'aucune hystérésis n'est observée lors des mêmes mesures sans "recuit" .



**Figure III-3-7 :** Dérivée de l'aimantation réversible par rapport à la température en fonction du champ pour une température fixée ( $T = 3.2 \text{ K}$ ) avec un recuit à chaque changement de champ.

Les courbes de la figure III-3-8 ont été prises à différentes températures. Des oscillations de  $\frac{dM}{dT_m}$  avec le champ sont observées et seront discutées lors de l'étude comparative qui suit. Nous remarquons une grande sensibilité avec la température de régulation choisie. Celle-ci agit sur le maximum des courbes. Aux forts champs, le signal  $\frac{dM}{dT_m}$  est évanescent. Ces caractéristiques se comprennent aisément en utilisant l'étude de la dépendance de  $\frac{dM}{dT_m}$  avec  $T$ . Puisque ces courbes sont effectuées à température constante, l'écart à la transition  $T_c(H) - T$  dépend implicitement du champ. A faible champ, pour certaine température de régulation (courbe (c)), les disques sont loin de leur transition supraconductrice. Le signal mesuré  $\frac{dM}{dT_m}$  est alors abaissé car l'aimantation des disques sature. Lorsque le champ augmente, les disques se rapprochent de leur température critique et le signal augmente. Pour les forts champs, la température est alors supérieure à  $T_c(H)$ , l'échantillon est dans l'état normal et l'aimantation disparaît. La correction ci-dessus à l'attrait d'exprimer ces trois régimes très simplement.

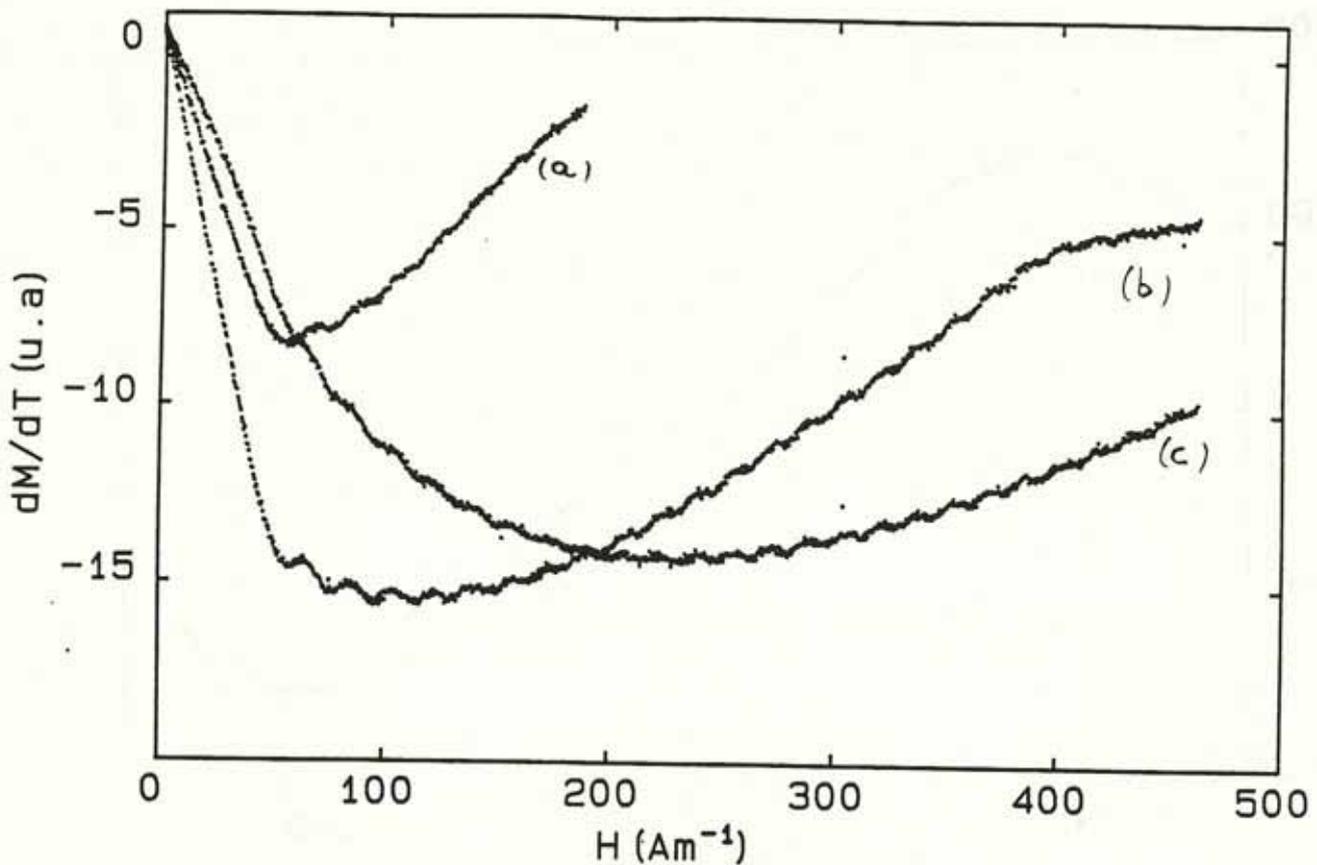


Figure III-3-8 : Dérivée de l'aimantation par rapport à la température en fonction du champ pour trois températures de régulation décroissantes (a,b,c).

#### Diagramme de phase des disques d'indium

Beaucoup d'études dans les années 60 et 70 ont porté sur la ligne de séparation entre l'état intermédiaire et l'état mixte pour un supraconducteur en couche mince. Lasher [III-22] a permis d'obtenir une ligne séparant ces deux domaines en fonction de l'épaisseur et de la longueur de cohérence. De nombreuses études expérimentales ont mis en évidence ces séparations [III-23, 24]. La comparaison entre  $\xi(T)$  et  $\lambda^\perp$  précisera, ici, qualitativement les différents états du supraconducteur et justifiera l'hypothèse d'une transition du second ordre au voisinage de la transition. Différentes zones peuvent être donc définies:

- Zone A : Proche de la ligne  $H_{C3}$ , la supraconductivité est localisée au bord de l'échantillon. La longueur de pénétration  $\lambda^\perp$  est alors très supérieure à la longueur de cohérence. (propriétés des couches minces). Par suite la transition est du second ordre. Elle justifie l'utilisation de l'équation de G.L linéaire pour la détermination de la ligne de transition.

- Zone B : Le long de la ligne  $H_{C2}$ , la supraconductivité s'étend dans le volume du supraconducteur. La longueur de pénétration associée à l'état en volume reste importante et le supraconducteur est de type II. Cependant en abaissant la température, il devient de type I.

Qualitativement, la chute de  $\lambda^\perp$  avec la température est plus rapide que celle de  $\xi(T)$ . Ces deux valeurs sont du même ordre à  $T=2.8K$  pour la valeur de  $\xi(0)$  et  $\lambda^\perp(0)$  déterminées expérimentalement. A basse température et pour les forts champs, le disque est divisé en domaines. Des études sur des disques macroscopiques ont été réalisées par Desorbo [III-25] qui visualise la position des domaines normaux .

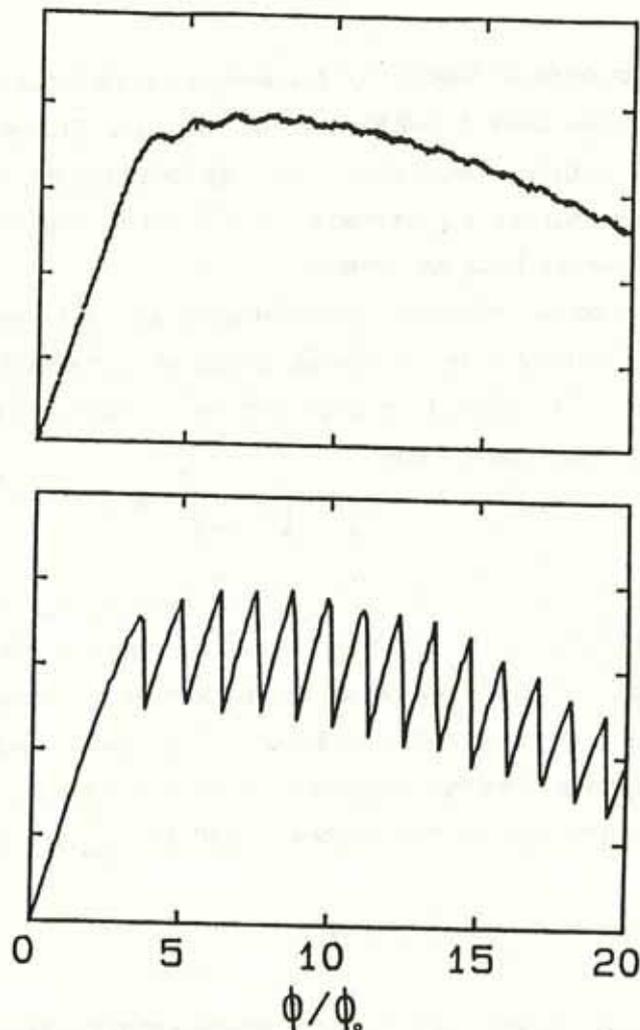
- Zone C : A basse température, le disque étant de type I, cette ligne est associée à l'apparition de l'état intermédiaire. L'important facteur démagnétisant abaisse fortement ce champ critique :  $H_{c1} = (1-n) H_c(T)$ . Le champ critique de l'indium correspond à :  $H_c(0) = 22.2 \cdot 10^3 \text{A.m}^{-1}$ . Par suite, à basse température :

$$H_{c1} = 111 \cdot \left( 1 - \left( \frac{T}{T_c(0)} \right)^2 \right) \text{A.m}^{-1}$$

Cette valeur  $H_{c1}$  n'a de signification que dans la zone où les disques sont de type I, c'est à dire à basse température. Proche de la transition supraconductrice (région de notre étude expérimentale), on peut considérer que  $H_{c1}$  tend vers la valeur correspondant à la première oscillation ( $39.8 \text{A.m}^{-1}$ ). Dans la limite où  $\lambda^\perp(T) \gg R$ , la ligne a pu être calculée (figure III-1-4) en négligeant l'énergie magnétique. De ce fait la ligne  $H_{c1}$  de la figure III-1-4 n'est valide que pour des températures très proches de  $T_c(0)$  ( $(1 - \frac{T}{T_c(0)}) < 2.5 \cdot 10^{-3}$ ).

### III -3-d Aimantation des états de bord

Pour l'étude comparative, la dérivée de l'aimantation par rapport à la température de la figure III-3-9b a été choisie et est tracée dans les unités de champ réduit à la figure III-3-9a. Les unités verticales sont arbitraires. Pour toutes informations expérimentales, nous renvoyons aux paragraphes précédents.



**Figure III-3-9a, b :** Comparaison entre la dérivée de l'aimantation par rapport à la température expérimentale (a) et théorique (b) en appliquant la condition aux limites intermédiaire ( $b=0.44$ ).

Pour les faibles champs,  $\frac{\phi}{\phi_0} < 3.8$ ,  $\frac{dM}{dT}$  croît linéairement avec le champ à partir de zéro. L'amplitude de cette montée est notable comparée aux autres variations. A  $\frac{\phi}{\phi_0} = 3.8$ , un premier maximum est atteint et  $\frac{dM}{dT}$  décroît même faiblement. Pour les champs plus élevés, de petites oscillations apparaissent dont leur période est de l'ordre de 1.2 en unité réduite. Elles correspondent donc à une surface équivalente légèrement plus faible que celle des disques d'indium. L'amplitude des oscillations, très faible en comparaison au régime de faibles champs, semble décroître lentement avec le champ. Cependant, elles demeurent visibles jusqu'à la 23e oscillation, au moins (figure III-3-8b). Une enveloppe aux variations beaucoup plus lente se superpose à ces propriétés fines. Nous observons un maximum à  $\frac{\phi}{\phi_0} \sim 8$  puis une décroissance lente de  $\frac{dM}{dT}$ . Les effets de la saturation de l'aimantation dans les disques et des fluctuations de la supraconductivité à  $T_c(0)$  expliquent ce type d'enveloppe (voir discussions des paragraphes précédents).

Le modèle théorique prévoit de telles oscillations (voir figure III-1-1b). Cependant, le premier maximum prédit pour un disque ayant une interface supra-isolante se produit à 1.9. Un fort retard apparaît que nous attribuons à une mauvaise qualité de l'interface des disques. Les bords des disques légèrement dentelés provoquent un abaissement de la température critique. De plus, l'indium est un matériau fragile, la présence d'une fine couche de titane abaisse sensiblement sa température critique et la technique d'évaporation à froid sans recuit crée de fortes inhomogénéités. Par conséquent bien que le disque d'indium ne présente pas de contacts ou d'interface avec un autre métal, les défauts de surface créent une bande "métallique" au bord. Ils peuvent avoir comme effet la destruction partielle de l'état de bord. Cette fragilité de la supraconductivité de surface a souvent été constaté.

Pour tenir compte de cet effet, la condition aux limites (II-10) est modifiée. Nous appliquons la relation II-9 où  $b$ , ici, dépend de la qualité des bords des disques. Nous supposons que l'interface est homogène sur tout le bord du disque. L'absence de contacts ponctuels autorise une telle hypothèse. Nous avons choisi  $b$  ( $b=0.44$ ) tel que l'entrée du premier quantum apparaisse pour  $\frac{\phi}{\phi_0} = 3.8$ . Il est à noter que le choix de  $b$  détermine ensuite tous les champs d'entrée des quanta. Pour ce choix d'interface, nous avons résolu l'équation aux valeurs propres et avons tracé, à la figure III-3-9b, la dépendance de  $\frac{dM}{dT}$  avec le champ en corrigeant des effets de saturation et de fluctuations à  $T_c(H)$  ( $T_1(H) = 3.19K$  et  $\Delta t = 80$  mK). La prise en compte de l'interface métallique a eu aussi pour effet de fortement atténuer les sauts de  $\frac{dM}{dT}$  (voir pour la comparaison figure III-1-1b). Cette atténuation est à relier à la disparition des oscillations lorsque  $b = 0$  (figure III-1-3a et b).

Le régime des faibles champs où la dépendance de  $\frac{dM}{dT}$  est linéaire avec  $\frac{\phi}{\phi_0}$  (figure III-3-9-a et b) provient des courants diamagnétiques qui se développent dans le disque. Nous rappelons que les mesures sont effectuées aux voisinages de la température de transition, l'effet Meissner est encore extrêmement faible. Nous mettons donc en évidence sa "naissance". Le premier maximum correspond à l'entrée d'un quantum de flux dans le disque. L'état supraconducteur passe de  $n = 0$  (moment cinétique nul) à  $n = 1$ . Ce passage correspond pour les mesures résistives à une rupture de pente dans la ligne de transition (figure III-2-4). L'entrée provoque en  $\frac{dM}{dT}$  une chute brutale (figure III-3-9b) de l'aimantation. Une décroissance, signature de l'entrée du premier quantum, est bien observée expérimentalement. Mais sa faiblesse ne peut montrer la dissymétrie du pic entre la montée linéaire de  $\frac{dM}{dT}$  et la chute verticale. Le disque demeure dans un état diamagnétique, même après l'entrée du premier quantum. Cette propriété est en accord avec la courbe théorique qui ne change pas de signe. Elle relativise les fortes oscillations observées par les mesures résistives. A titre de comparaison dans la géométrie d'une boucle, l'aimantation change de signe à  $\frac{\phi}{\phi_0}$  et celle-ci devient paramagnétique.

Après l'entrée du premier quantum,  $\frac{dM}{dT}$  croît de nouveau avec une pente comparable à celle de l'état  $n = 0$ . Dans le régime des forts champs, les entrées des quanta se succèdent. Elles induisent des oscillations sur la ligne de la transition. Des variations brutales apparaissent en  $\frac{dM}{dT}$  sur la courbe théorique. Elles apparaissent sur la courbe expérimentale de manière très atténuées. Une parfaite synchronisation est à observer entre les oscillations expérimentales et théoriques. La prise en compte de la qualité de l'interface a permis cet accord. Nous rappelons qu'une telle synchronisation n'avait pas pu être obtenue par les mesures des disques par méthode résistive, la présence de contacts ponctuels étant une perturbation plus difficile à prendre en compte. L'amplitude des oscillations mesurée de  $\frac{dM}{dT}$  sont fortement atténuées en comparaison à la prédiction théorique. Cet effet est à opposer aux fortes amplitudes des oscillations remarquée lors des mesures résistives. La mesure d'un grand nombre de disques peut expliquer l'atténuation. La courbe théorique est obtenue pour un paramètre  $b$  constant. Si nous supposons de légères fluctuations d'un disque à l'autre, l'entrée des quanta fluctue autour de leur valeur moyenne. Une forte diminution peut apparaître de ce moyennage sur l'ensemble des disques. Une fluctuation sur la surface des disques due à des imperfections lithographiques ne peuvent, elles, être retenues. Les observations au MEB, n'ont pas montré des variations des rayons des disques suffisantes.

Un disque avec une interface métallique ( $b=0$ ) conduit à la courbe III-2-b où aucune oscillation n'est visible. La mesure d'un cylindre devrait montrer des caractéristiques en aimantation différentes de celles obtenues ici. En effet si le supraconducteur est de type II, la longueur de cohérence est en général très faible (NbTi, etc...). La condition aux limites est alors métalliques car les défauts à l'interface doivent être pris en compte et les états de bords sont détruits. Si le supraconducteur est de type I (Al, In, ...), la transition est du premier ordre et l'étude concerne d'autres effets [III-25,26](surfusion, hystérésis, domaines dans l'état intermédiaire,...)

En résumé, les mesures de la dérivée de l'aimantation ont pu mettre en évidence des oscillations signature des états de bord dans les disques. Elles peuvent s'expliquer par le modèle théorique développé au chapitre II et les propriétés du bas de spectre en énergie. Les résultats confirment les mesures de la ligne de transition obtenue par méthode résistive. La fragilité des états de bord a pu être discutée précisément par l'introduction des conditions métalliques intermédiaires.

### III -4- CONCLUSION

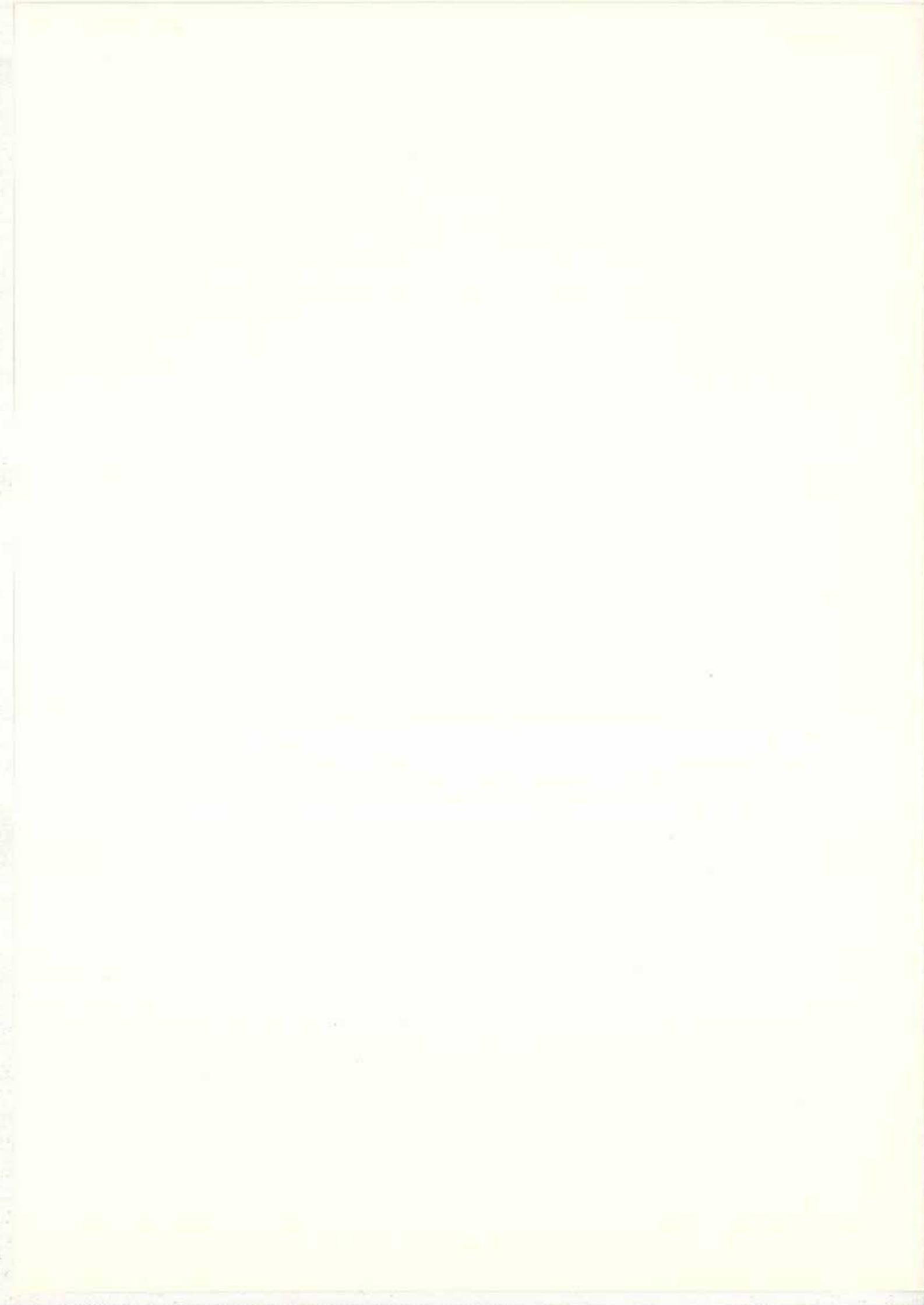
Les mesures de la ligne de transition et de la dérivée de l'aimantation par rapport à la température d'un disque supraconducteur sous champ perpendiculaire ont mis en évidence la quantification du flux (ou du moment cinétique) dans une géométrie pleine. Ces propriétés,

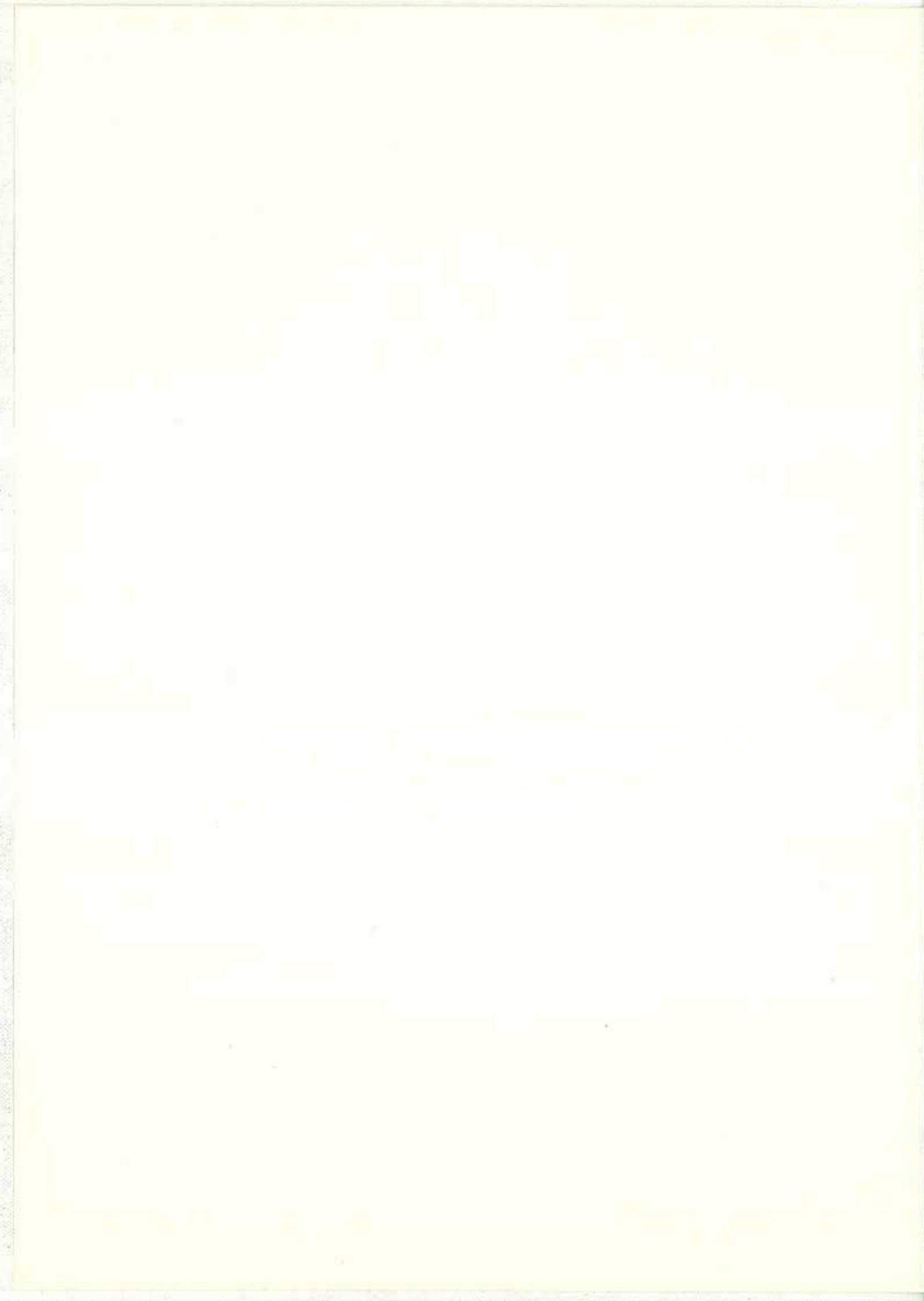
reliées à la présence d'états de bord, s'expliquent parfaitement par l'étude du spectre d'énergie. Des comportements analogues ont été observés par Kouwenhoven [III-12] dans le cadre de la physique des gaz d'électrons à deux dimensions, dans la limite des très forts champs.

Une étude expérimentale du rôle joué par la géométrie (disque, stade, ellipse,...) souffre des perturbations créés par les contacts qu'ils soient normaux ou supraconducteurs. Une configuration expérimentale évitant ces dernières est à réaliser. D'un autre point de vue, l'étude d'une couche mince trouée peut montrer l'importance des bords dans les propriétés de la transition de phase, dans les propriétés magnétiques et de transport.

THE UNIVERSITY OF CHICAGO  
DEPARTMENT OF CHEMISTRY  
5408 S. UNIVERSITY AVENUE  
CHICAGO, ILLINOIS 60637

RECEIVED  
MAY 15 1964  
FROM  
DR. J. H. GOLDSTEIN  
100 EAST WASHINGTON STREET  
ANN ARBOR, MICHIGAN 48106





# CHAPITRE IV

## COURANT CRITIQUE

Le courant superfluide de transport demeure une des propriétés les plus intéressantes des supraconducteurs mais une des plus mal comprises. Puisqu'un réseau supraconducteur peut être assimilé à un supraconducteur en couche mince à forte densité de centres de piégeage, ces derniers étant disposés périodiquement, l'étude détaillée de son courant critique peut apporter de riches informations sur les effets de piégeages si importants pour les applications technologiques. C'est dans cette optique que O.Daldini et al [IV-1] étudièrent dans des couches d'épaisseur modulée périodiquement le piégeage des vortex ou que Fiory [IV-2] mesura les courants critiques dans des couches minces d'aluminium perforées. D'un autre point de vue, le transport superfluide peut être abordé comme une propriété de transport des paires soumises à un champ magnétique dans un réseau périodique. Dans ce cas, le problème est directement rattaché aux propriétés spectrales d'une particule chargée se déplaçant sur le réseau. C'est dans cette optique que nous présenterons le modèle théorique des courants critiques et les résultats obtenus pour l'échelle et des réseaux carrés. Ils seront ensuite comparés aux courants critiques obtenus expérimentalement. Les régimes dissipatifs, apparaissant au delà du courant critique, sont discutés en fin de chapitre.

### IV-1 COURANT DE DEPAIRAGE

L'étude théorique du transport de courant est très complexe. Elle doit tenir compte des termes non-linéaires de l'équation de G.L. Dans un fil infini, profitant de la valeur constante de la modulation  $f_k(r)$ , le courant de dépairage a pu être calculé [IV-3]. Si la modulation n'est plus uniforme, le problème devient très difficile. Cependant il a pu être résolu exactement pour certaines géométries simples (boucles, fils ramifié) par H.Fink [IV-4]. Nous présenterons, dans ce paragraphe, une approche plus générale qui repose sur les idées introduites par Wang et al [IV-5]. Elle justifiera l'appellation de courant de dépairage utilisée par la suite. Le traitement est relativement aisé pour les réseaux périodiques pour lesquels le problème se ramène à un problème de structure de bandes. Autrement (réseau fractal, quasipériodique) il faut résoudre au cas par cas [IV-5].

#### IV-1-a Définition

Dans les réseaux périodiques, nous appelons courant de dépairage le courant maximal que peut transporter une onde progressive décrite par un état de Bloch solution de l'équation aux valeurs propres de G.L linéaire (II-1). Il s'exprime donc par :

$$J_{dp}(T,H) = \text{Max} \{J_k(T,H)\} \quad (\text{IV-1})$$

$$\text{où } J_k = \frac{2e}{\hbar} |\psi_k|^2 \frac{\partial E_k}{\partial k} \quad (\text{IV-2})$$

$$|\psi_k|^2 = \frac{\psi_{\infty}^2(0)}{\beta_A(k)} \left[ 1 - t - \frac{2m^* \xi^2(0)}{\hbar^2} E_k \right] \quad (\text{IV-3})$$

Nous appelons état critique l'état de Bloch associé au courant de dépairage. La température modifie la densité de paires qui baisse lorsque  $t (=T/T_c(0))$  augmente. A la transition supraconductrice, puisque la densité de paires s'annule (équation II-3), le courant de dépairage est nul comme il se doit. Nous remarquons que le champ apparaît implicitement dans  $E_k$ . La détermination de  $J_{dp}(T,H)$  nécessite la connaissance des niveaux d'énergies et des vitesses superfluides  $\frac{\partial E_k}{\partial k}$  pour tous les états stationnaires dans la géométrie considérée. Ce modèle très simple permettant l'obtention du courant de dépairage a nécessité d'importantes hypothèses (réseaux périodiques, champ homogène, fluctuations thermodynamiques négligeables,...(chapitre II)). Nous avons pu nous affranchir de l'extrême difficulté provenant du terme non-linéaire en supposant que les états propres de l'équation linéaire demeurent inchangés lorsque le terme non-linéaire est faible. Ainsi les variations spatiales  $f_k(r)$  de la phase et de l'amplitude de la fonction d'onde des paires correspondent à un état propre de G.L linéaire. La prise en compte du terme non linéaire permet d'obtenir l'amplitude moyenne spatiale  $|\psi_k|$  de la fonction d'onde pour l'état  $f_k(r)$ . Nous reviendrons par la suite sur la validité de cette hypothèse simplificatrice.

#### IV-1-b Fil Infini

L'étude d'un fil infini présente la démarche adoptée dans ce chapitre. Elle est à comparer à celle effectuée par Tinkham [IV-3]. Les solutions  $f_k$  de G.L. linéaire (équation II-1) pour un fil infini supposé unidimensionnel (c'est-à-dire largeur  $d$  et épaisseur  $e$  très inférieures à  $\xi(T)$ ) sont des ondes planes  $\psi(r) \sim e^{ikr}$  et d'énergie  $E_k = \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*}$ . La solution générale est une combinaison des deux solutions dégénérées :

$$\psi(r) = a e^{ikr} + b e^{-ikr} \quad (\text{IV-4})$$

L'état qui minimise l'énergie libre  $\Delta F$  et transporte le courant  $J_{inj}$  correspond à l'état pur

$e^{ikr}$ . Le courant de transport superfluide  $J_k$  associé à cet état est donné par la relation IV-2 et doit vérifier :

$$J_k = \frac{2e\hbar}{m^*} |\psi_\infty(0)|^2 [1 - t - \xi^2(0) k^2] k = J_{inj} \quad (IV-5)$$

La modulation spatiale  $f_k(r)$  définie au chapitre II est constante dans un fil et  $\beta_A(k)$  est toujours égal à un. La valeur maximale de  $J_k$  pour une température fixée est atteinte lorsque  $k = \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{1}{\xi(0)} (1-t)^{1/2}$  et  $|\psi_0(k)|^2 = \frac{2}{3} |\psi_\infty(0)|^2$ . Le courant de dépairage s'exprime donc par

$$J_{dp} = \frac{2}{3\sqrt{3}} \cdot J_n (1-t)^{3/2} \quad (IV-6)$$

où  $J_n$  est une caractéristique du matériau :

$$J_n = \frac{2e\hbar}{m^*} \frac{|\psi_\infty(0)|^2}{\xi(0)} \quad (IV-7)$$

La densité de courant de dépairage du fil infini seul correspond exactement à celle obtenue par Tinkham[IV-3]. L'utilisation du vecteur d'onde  $k$  à la place de la longueur de cohérence permet une présentation assez générale du problème de courant de dépairage en terme de propriétés de bande d'énergie. Dans cette géométrie particulière, l'amplitude constante de l'état stationnaire a simplifié l'étude. Cette propriété ne sera plus vérifiée dans les réseaux.

#### IV-1-c Réseau périodique:expression en fonction de la masse effective

Ce paragraphe a pour but le calcul du courant de dépairage dans la zone de température très proche de  $T_c(H)$ . Dans un réseau périodique, les états propres ne correspondent plus à des ondes planes d'énergie  $(\hbar^2 k^2 / 2m^*)$ . Cependant, du fait de la périodicité du potentiel, les états propres sont des états de Bloch pour lesquels l'énergie forme un spectre de bandes  $E(n,k)$ . Ce dernier dépend du réseau étudié et peut devenir très complexe (voir par la suite le réseau carré infini). Nous noterons  $k_0$  le vecteur d'onde qui correspond au minimum  $E(k_0)$  des bandes  $E(n,k)$  pour le champ magnétique appliqué. Dans la suite nous omettrons l'indice  $n$  de la bande. Nous supposons que le système est à une température  $T$  suffisamment proche de  $T_c(H)$  afin que tous les états supraconducteurs accessibles stables se situent au bas de la première bande. Dans cette condition, les valeurs propres de ces états peuvent s'exprimer aux premiers ordres puisque  $E(k_0)$  correspond à un minimum :

$$E(0,k) = E(0,k_0) + \frac{\hbar^2}{2m_e} (k-k_0)^2 \quad (IV-8)$$

où la masse effective  $m_e$  est définie par [IV-6] :

$$\frac{1}{m_e} = \frac{1}{\hbar^2} \left. \frac{\partial^2 E}{\partial k^2} \right|_{k_0} \quad (\text{IV-9})$$

Cette masse effective provient de la géométrie du réseau et dépend directement de la "structure de bandes" associé au réseau comme la masse effective définie dans un cristal [IV-6]. Ce n'est pas une propriété microscopique du matériau. Le terme  $(1 - t)$  de l'équation IV-5 donne l'écart en température réduite entre  $T$  et la température de la transition du fil. Puisque la température de transition des réseaux dépend du champ appliqué, nous posons  $1 - t(H) = (T_C(H) - T) / T_C(0)$ . Et nous noterons  $k' = \sqrt{m^*/m_e} (k - k_0)$ . Avec ces nouvelles unités, le courant superfluide dans les réseaux s'exprime simplement par :

$$J_{k'} = \left[ \frac{1}{\beta_A(k)} \sqrt{\frac{m^*}{m_e}} \right] \left[ \frac{2e\hbar}{m^*} \psi_{\infty}^2(0) (1 - t(H) - \xi^2(0)k'^2) k' \right] \quad (\text{IV-10})$$

Le premier terme entre crochet dépend des propriétés de bande, via la masse effective  $m_e$ , et du taux de participation de l'état considéré, via le paramètre d'Abrikosov  $\beta_A$ . Le second terme coïncide avec celui de l'équation IV-5 pour un fil infini mis à part que  $t$  devient  $t(H)$  et  $k$  devient  $k'$ . Si l'on suppose que  $\beta_A(k)$  est indépendant de  $k$  au premier ordre au voisinage de  $k_0$ , le courant de dépairage prend une forme similaire à celui de l'équation IV-6 :

$$J_{dp} = \sqrt{\frac{m^*}{m_e}} \frac{1}{\beta_A(k_0)} \frac{2}{3\sqrt{3}} J_n \left[ \frac{T_C(H) - T}{T_C(0)} \right]^{3/2} \quad (\text{IV-11})$$

Cette expression de courant de dépairage est la généralisation de celle obtenue pour une ligne fine infinie. Nous retrouvons quelque soit la géométrie étudiée dans la limite de  $T$  très proche de  $T_C(H)$ , la loi de puissance en  $3/2$ . Le facteur  $\sqrt{\frac{m^*}{m_e}}$  est très sensible à la géométrie étudiée et au champ appliqué. Il dépend des caractéristiques de la première bande et non pas de la ligne du fondamental. Il est toujours égal à 1 dans un fil infini mais varie fortement dans des géométries plus compliquées. La présence de l'inverse du paramètre d'Abrikosov (ou taux de participation) favorise les états étendus pour le transport de courant. Ce paramètre est en général très difficile à calculer dès que l'on considère le mélange d'états propres.

Le domaine de validité de l'expression du courant de dépairage en fonction de la masse effective est fortement limité par la largeur de la première bande. L'excursion en température  $(1 - t(H))$  doit être très inférieure à  $3/4\pi^2 (m^*/m_e) (\xi(0)/a)^2$ . Cette condition sera presque irréalisable dans un réseau infini en dehors des champs réduits tels que 0,1,1/2,1/3,1/4.

*Remarque : La vitesse de groupe définie précédemment est obtenue en moyennant sur le volume supraconducteur et non sur les branches conductrices.*

$$v = \frac{\hbar}{m^*} \frac{\langle \psi | P - 2eA | \psi \rangle_{vol}}{\langle \psi | \psi \rangle_{vol}}$$

Afin de pouvoir comparer les courants de dépairage dans les différents réseaux, nous raisonnerons sur les courants de dépairage  $i_{dp}$  dans les bras conducteurs :  $i_{dp} = (\sigma/p) J_{dp}$  où  $\sigma$  est la section d'une branche ( $\sigma = ed$  en transport parallèle et  $\sigma = ed\sqrt{2}$  en transport diagonal) et  $p$  est la proportion en volume de bras conducteurs (pour un transport parallèle dans un réseau carré de  $N$  cellules de larges.  $p = (N+1)/(2N+1)$ ). Par la suite nous noterons  $C_{dp}(T,H)$  le rapport entre le courant de dépairage  $i_{dp}$  et celui d'un fil infini de même section ( $ed$ ) et ayant une température critique  $T_c(H)$ :

$$i_{dp} = C_{dp}(T,H) \frac{2}{3\sqrt{3}} J_n (1 - T/T_c(H))^{3/2} (ed) \quad (IV-12)$$

A champ nul et à la température critique, ce coefficient vaut  $\sqrt{3}/2$  pour l'échelle,  $\sqrt{2}$  pour un réseau carré infini et 1 pour le fil seul (par définition) et pour le réseau à transport diagonal. Ces différentes valeurs proviennent de l'existence de bras non-conducteurs. Leur présence renforce le courant critique dans les bras qui conduisent. Une étude théorique détaillée de cet effet a été effectuée par Fink dans un fil ramifié [IV-4] et une échelle [IV-7].

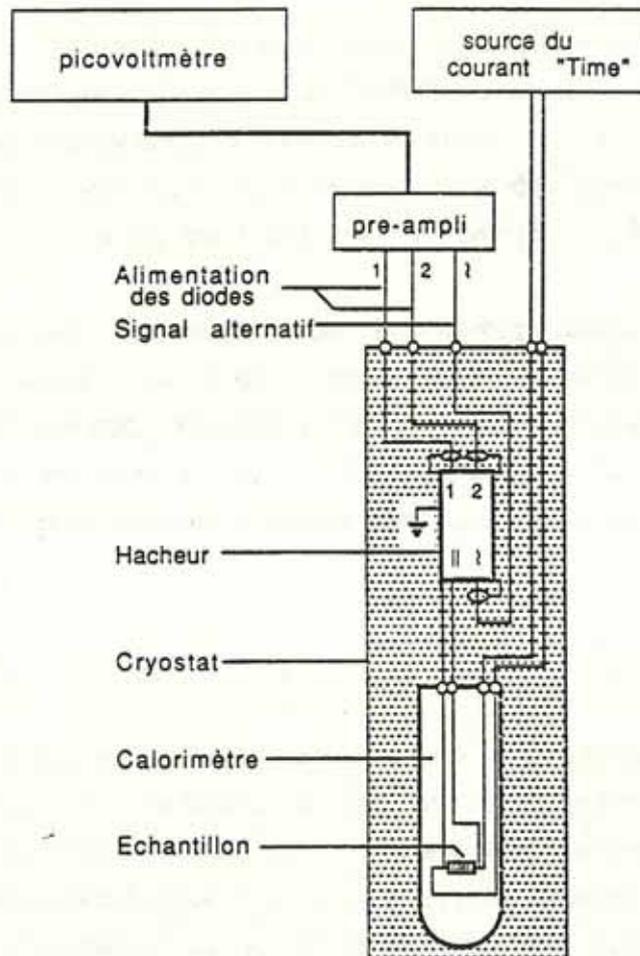
Moyennant d'importantes hypothèses, le modèle développé permet une expression simple du courant de dépairage en fonction des paramètres extérieurs comme la température et le champ appliqué via le spectre d'énergie. En particulier il met en évidence la différence entre les propriétés de la température de transition supraconductrice provenant de l'énergie du fondamental, et celles des courants de dépairage associées aux caractéristiques internes du spectre.

## IV-2 EXPERIENCES

Les mesures préliminaires des courants critiques [IV-5] ont mis en évidence leurs difficultés. Les conditions expérimentales sont beaucoup plus sévères que les conditions de mesures de la ligne de transition. Le courant injecté doit être faible pour ne pas chauffer l'échantillon. La transition supraconductrice doit être étroite. Le courant critique fait ressortir les défauts, aussi ceux-ci doivent être aussi peu nombreux que possible. De nombreuses améliorations ont été effectuées par rapport au premier montage. L'adoption d'un procédé lithographique, dit bicouche et d'un nouveau dispositif limitant l'échauffement sont décrits au premier chapitre.

#### IV-2-a Montage électrique

L'apparition d'une tension dans un supraconducteur conduit à un chauffage de l'échantillon. Cet échauffement provoque une irréversibilité. Puisque les mesures de courants critiques consistent à détecter cette apparition, il est crucial de s'affranchir des bruits injectés dans le circuit de mesure. Afin d'éviter des pics de courants ou un bruit généré, une alimentation bas bruit réalisée au laboratoire a été utilisée. Nous avons schématisé l'ensemble du montage électrique à la figure IV-2-1. Un micro-ordinateur permet l'acquisition des données (tension, température, courant critique) ainsi que la commande des paramètres extérieurs (champ magnétique, courant injecté, température). L'accumulation des signaux ou des tests vérifiant la valeur du courant critique obtenue ont permis de limiter le bruit en particulier de nous affranchir des fortes variations du réseau d'alimentation électrique (micro-coupures,...)



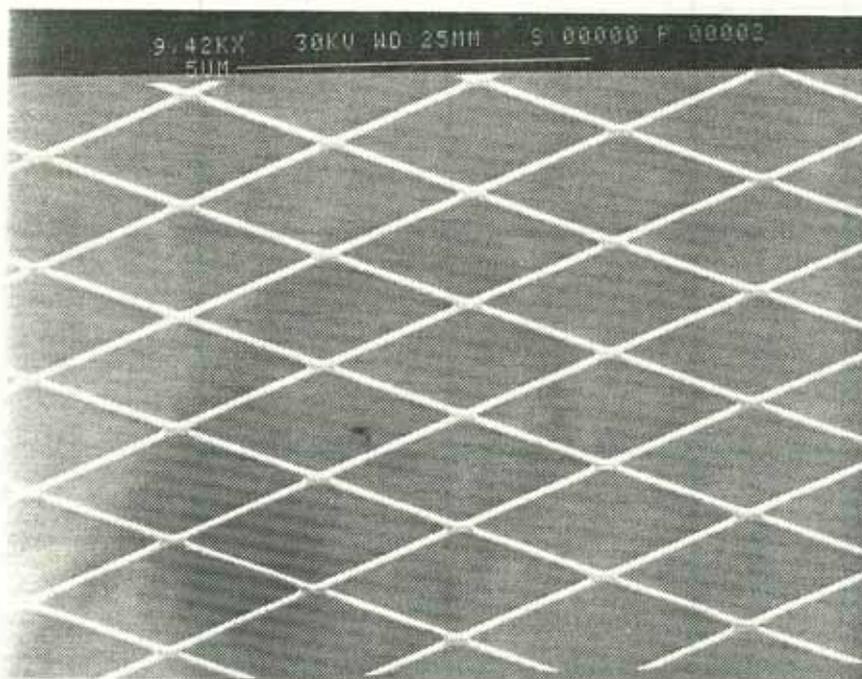
**Figure IV-2-1:** Montage expérimental pour la mesure du courant critique en continu.

Echantillon	Géométrie	Matériau	Pas du réseau (a)	Epaisseur (e)	Largeur des filaments (d)	Largeur en nombre de cellules (N)	Longueur totale en nombre de cellules	Longueur entre les prises de tension (L)
ECHEL	Echelle	Al	3.2 $\mu\text{m}$	870 Å	0.35	1	77	37
DIAG10	Réseau carré diagonal	Al	3 $\mu\text{m}$	825 Å	0.25 $\mu\text{m}$	10	75	37
DIAG 30	Réseau carré diagonal	Al	3 $\mu\text{m}$	810 Å	0.25 $\mu\text{m}$	30	78	39

TABLEAU V-1  
Caractéristiques géométriques des 3 réseaux étudiés

#### IV-2-b Echantillons

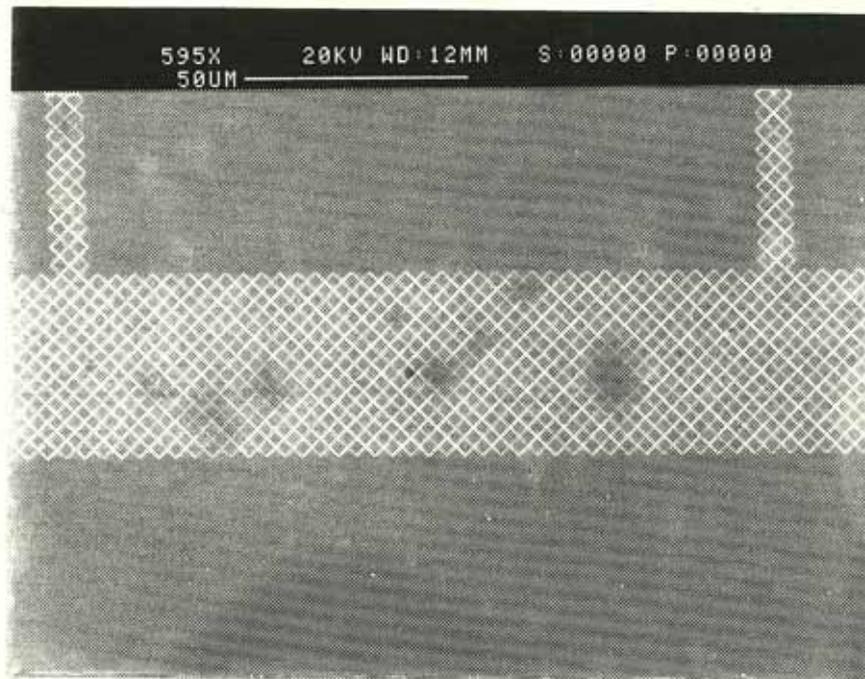
Nous n'avons utilisé que des réseaux en Al. Les couches minces obtenues sont de bonne qualité. Leur épaisseur varie entre 600 Å et 870 Å. Dans cette fenêtre, les caractéristiques de l'aluminium sont peu modifiées. Le libre parcours moyen est estimé à 300 Å pour une couche mince de 800 Å d'épaisseur et 0.25 µm de large. La température critique des filaments d'aluminium est de l'ordre de 1.27 K ce qui signifie une bonne pureté du matériau (la température de l'aluminium en volume  $T_C = 1.175$  K). De plus, les observations faites au MEB ont montré une grande homogénéité de la largeur des bras (photo n° IV-1).



*Photo IV-1: Exemple de réseau carré (DIAG30) en aluminium obtenu par procédé bi-couche. Le pas du réseau est 3µm. Les largeurs des branches : 0.25µm. L'épaisseur : 0.08µm*

La température critique d'une bande d'Al dépend de sa largeur. Au chapitre III nous avons constaté que les surfaces larges ont une température critique supérieure à celle des bras étroits (30 mK). Puisque la longueur de cohérence est très grande, la présence d'une surface peut notablement affecter les propriétés du réseau. Pour diminuer cette perturbation, le réseau

effectivement mesuré, est connecté via des branchements filamenteux (photo n° IV-2). Ils ont



**Photo IV-2 :** Réseau DIAG10 en aluminium obtenu par procédé bi-couche . Le pas du réseau :  $3\mu\text{m}$ . La largeur des branches :  $0.25\mu\text{m}$ . Epaisseur :  $0.08\mu\text{m}$ . Les deux prises de tension de part et d'autre suivent la configuration du réseau afin de limiter les perturbations.

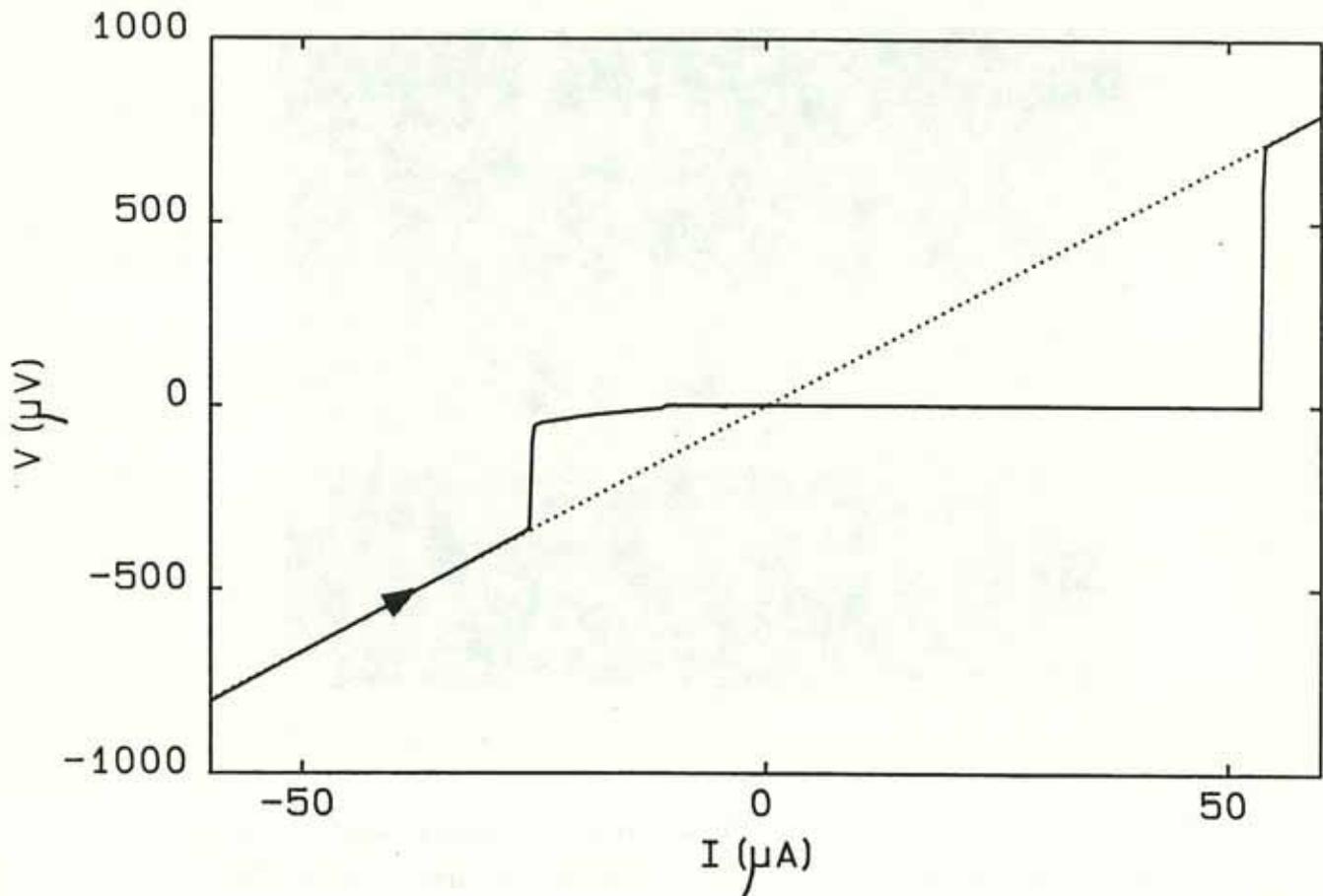
une longueur de  $15\mu\text{m}$  environ. L'ensemble des mesures de courant critique sont toutes effectuées en quatre fils. Trois géométries différentes ont été étudiées :

- échelle.
- réseau diagonal de largeur 10 cellules.
- réseau diagonal de largeur 30 cellules.

L'utilisation d'un réseau diagonal permet de faire jouer le même rôle à toutes les branches du réseau, ce qui nous avait semblé, à l'origine, simplifier le problème. Nous avons résumé les caractéristiques géométriques des 3 réseaux étudiés, au tableau n°IV-1.

#### IV-2-c. Critère de mesure du courant critique

Nous appelons courant critique celui défini expérimentalement. Au préalable, nous rappelons que le courant de dépairage est l'ultime courant transporté par un état de Bloch. Le courant critique est l'ultime courant précédant l'apparition d'une tension. Mais sa mesure dépend de la tension seuil  $V_s$  adoptée.

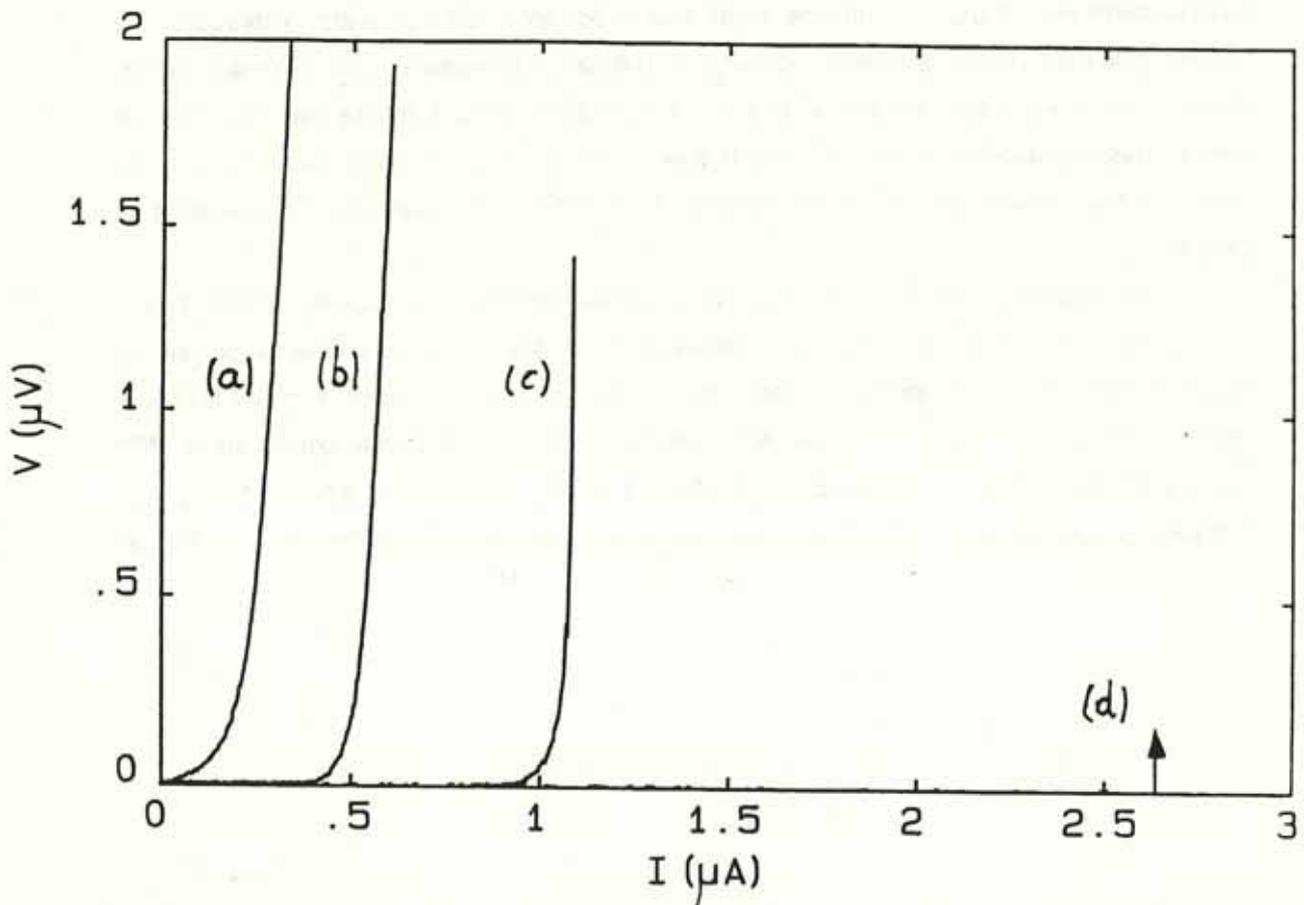


**Figure IV-2-2 :** Courbe V-I de tension en fonction du courant augmentant dans .DIAG10 de  $-60 \mu\text{A}$  à  $+60 \mu\text{A}$  à champ nul et  $T_c(0) - T = 20 \text{ mK}$ . Forte hystérésis due au chauffage.

Ce paragraphe descriptif permet de préciser l'importance de la tension seuil. La courbe IV-2-2 a été obtenue en balayant le courant d'injection de  $I = -60 \mu\text{A}$  à  $I = 60 \mu\text{A}$ . Le champ appliqué est nul et la température constante  $T = 1.266\text{K}$  inférieure à  $T_c(0)$ . Nous avons indiqué en pointillés la caractéristique de l'état normal. Tant que l'amplitude du courant décroissant injecté reste supérieure à  $-26 \mu\text{A}$ , le circuit en entier demeure dans l'état normal. A la valeur du courant indiqué, la tension chute mais ne descend pas à  $0\text{V}$ . Le réseau est alors dans un état résistif où se mélangent une phase normale et une supraconductrice. Lorsque  $I_{inj} = 11 \mu\text{A}$ , le réseau devient entièrement supraconducteur et la tension est inférieure à la sensibilité

du voltmètre (quelques nV). Il demeure dans cet état jusqu'à  $I_{inj} = 53\mu A$  où il saute brusquement dans l'état normal. Une hystérésis importante apparaît entre la descente en courant et la montée. Elle provient du chauffage créé par la dissipation dans le réseau. Afin de l'éviter, nous mesurerons toujours le courant critique en montée. Dans ce cas particulier, la tension passe brusquement d'une valeur inférieure à 10nV à plusieurs centaines de  $\mu V$ . Le courant critique mesuré ne dépend alors pas du seuil  $V_s$  choisi. Plusieurs situations peuvent se présenter :

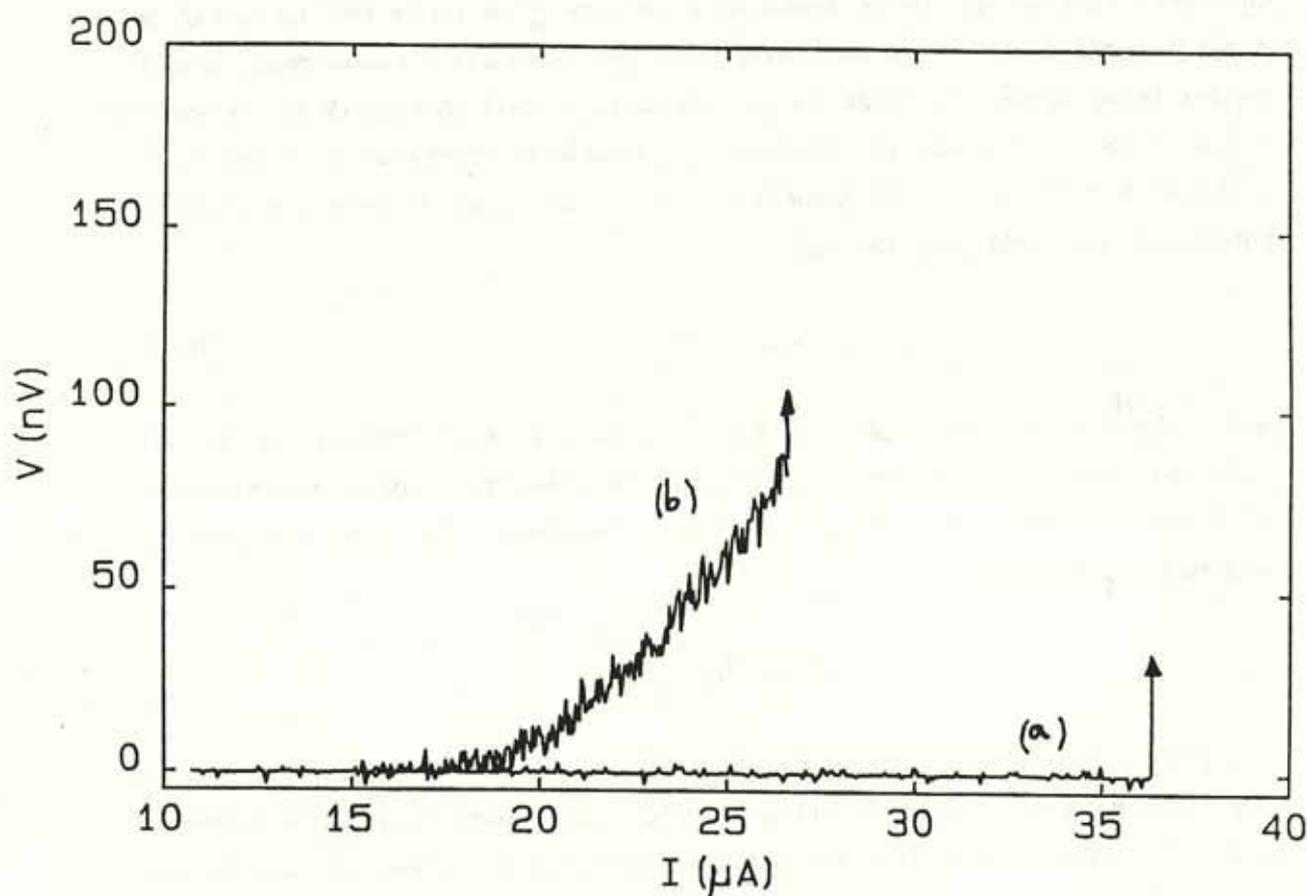
- Echelle et réseau large à champ nul: Le faisceau de 4 courbes de la figure IV-2-3 a été obtenu pour différentes températures voisines de  $T_c(0)$  et pour un champ appliqué nul, en injectant un courant croissant dans l'échelle et en mesurant la tension. Elles montrent les pieds des caractéristiques  $V(I)$  dont la forme dépend de la température de l'échantillon. Dans la 4<sup>ème</sup> caractéristique, un saut de tension brusque (jusqu'à 16 $\mu V$ ) lorsque le courant injecté dépasse 2.65 $\mu A$ , est symbolisée par une flèche. Pour des températures comprises dans une fenêtre de



**Figure IV-2-3 :** Courbe  $V(I)$  dans l'échelle au voisinage immédiat de  $T_c(0)$  ( $T_c(0) - T \sim 2.2 \text{ mK}$  (a),  $3.4 \text{ mK}$  (b),  $5.3 \text{ mK}$  (c),  $7.8 \text{ mK}$  (d)). Assez loin de  $T_c(0)$ , la montée continue de tension a laissé la place à un saut (d). La flèche indique le saut brutal de la tension.

5 mK au-dessous de  $T_c(0)$ , la tension croît continuellement. Nous discutons de ces effets à l'annexe IV-1. Pour des températures loin de  $T_c(0)$  (écart supérieur à 5 mK), l'apparition de tension est brutale. Ces effets se produisent de manière analogue dans l'échelle sous champ magnétique et dans les réseaux larges à champ nul. Le courant critique dépend du choix du seuil. Cependant la mesure du courant critique ne présente pas d'ambiguïté dès que  $T$  est suffisamment loin de  $T_c(0)$  ( $\sim$  quelques mK).

- Réseau large à champ non nul : Alors que la présence d'un champ ne modifie pas le saut dans l'échelle, elle fait apparaître un régime nouveau dans les réseaux larges. Nous avons tracé à la figure IV-2-4 deux caractéristiques associées l'une à un champ nul (notée par (a)) et l'autre à  $\phi/\phi_0 = 0.03$  (notée par (b)) pour le réseau DIAG10. Nous avons pour ces courbes fortement dilaté l'échelle de tension (centaines de nV) (ce qui explique l'apparition d'un bruit). Les deux flèches symbolisent de nouveau le saut brutal de tension. Lorsque le champ est nul,



**Figure IV-2-4** : Courbe  $V(I)$  dans DIAG10 pour un flux réduit  $\frac{\phi}{\phi_0} = 0$  (a) et 0,03 (b) (la tension est en nV). Les flèches indiquent le saut de tension.

celui-ci correspond à la première apparition de tension. Sous champ magnétique, nous observons un nouveau régime entre  $17\mu\text{A}$  et  $26\mu\text{A}$  où la tension croît lentement pour ensuite sauter à plusieurs  $\mu\text{V}$ . La mesure du courant critique dans les réseaux larges, sous champ, dépend donc de la tension seuil  $V_s$ .

En résumé, dans l'échelle ou dans les réseaux à champ nul, suffisamment loin de  $T_c(0)$ , le courant critique mesuré ne dépend pas de la tension seuil dans la limite de sensibilité du voltmètre. Dans les réseaux sous champ, cette propriété n'est plus vérifiée et nous avons choisi la tension seuil aussi faible que nous le permettait la sensibilité des appareils (10 à 50 nV).

#### IV-2-d. Longueur de pénétration du champ magnétique

La longueur de pénétration doit être grande afin d'avoir un champ magnétique uniforme et d'éviter l'accumulation des courants sur le bord [IV-8]. Un réseau est une structure à deux

dimensions extrêmement vide (le facteur de remplissage  $\frac{2d}{a}$  de l'ordre 1/6). La densité de paires par unité de volume est donc faible. Nous supposons que le réseau diagonal de N cellules de largeur peut être représenté par un faisceau de  $2N+1$  fils longitudinaux de largeur  $\sqrt{2}d$  et espacés de  $\frac{a}{\sqrt{2}}$ . L'épaisseur de la couche  $e$  est faible en comparaison à  $\lambda_L(T)$  et  $\xi(T)$ . En appliquant le calcul de Pearl [IV-9] sur les couches minces, nous obtenons la longueur de pénétration équivalente du réseau  $\lambda_{res}(T)$  :

$$\lambda_{res}(T) = \frac{a}{d\sqrt{2}} \lambda_{\perp} \quad (IV-13)$$

où  $\lambda_{\perp} = \frac{2\lambda_{eff}^2}{e}$  est la longueur de pénétration d'une couche mince d'épaisseur  $e$ . Lorsque  $\lambda_{res}(T)$  est inférieure à  $Na\sqrt{2}$  la largeur du réseau, le champ appliqué de même que les courants de transports ne sont plus homogènes et l'étude théorique ne s'applique alors plus. La température doit vérifier :

$$T > T_c(H) - T_c(0) \left( \frac{\lambda_{eff}^2(0)}{N d e} \right) \quad (IV-14)$$

où  $\lambda_{eff}(0)$  est la longueur effective de l'aluminium (voir paragraphe IV-6-a). Par exemple afin de respecter cette condition à champ nul pour DIAG30,  $T_c(0) - T < 14\text{mK}$ . Nous avons résumé en annexe IV-2 les relations permettant la détermination des paramètres supraconducteurs. Ces derniers sont résumés au tableau IV-2.

De façon équivalente, le champ produit par le courant injecté doit être faible vis à vis du champ appliqué. Nous adoptons comme limite que le flux produit par le courant injecté doit être inférieur à  $2 \cdot 10^{-3} \phi_0$ . Si nous considérons que le réseau correspond à  $2N+1$  fils infinis en parallèle et espacés de  $a/\sqrt{2}$ , le flux maximal au bord du réseau induit par le courant  $I_{tot} = (2N+1)i$  où  $i$  est le courant dans une branche s'exprime par :

$$\phi_{induit} = a^2 \mu_0 \frac{i}{2\pi a} \cdot \sum_{p=2}^{2N+1} \frac{1}{p} \quad (IV-15)$$

Le courant injecté doit être inférieur à  $37\mu\text{A}$  pour DIAG10 et  $76\mu\text{A}$  pour DIAG30.

Echantillon	$T_c(0)$ (K)	$\xi(0)$ ( $\mu\text{m}$ )	$R_n$ ( $\Omega$ )	$\ell$ ( $\text{\AA}$ )	$\lambda_{eff}(0)$ ( $\text{\AA}$ )	$\lambda_{res}(0)$ ( $\mu\text{m}$ )	$i_{dp}^{th}(0)$ ( $\text{GA/m}^2$ )	$i_{dp}^{exp}$ ( $\text{GA/m}^2$ )
ECHÉL	1.253 K	0.21	17.8	340	700	0.75	120	160

DIAG 10	1.285 K	0.16	13.25	219	838	1.45	90	70
DIAG 30	1.275 K	0.16	3.5	219	838	1.45	90	88

*Tableau IV-2 : Paramètres supraconducteurs des différents réseaux étudiés*

### IV-3 ECHELLE SUPRACONDUCTRICE

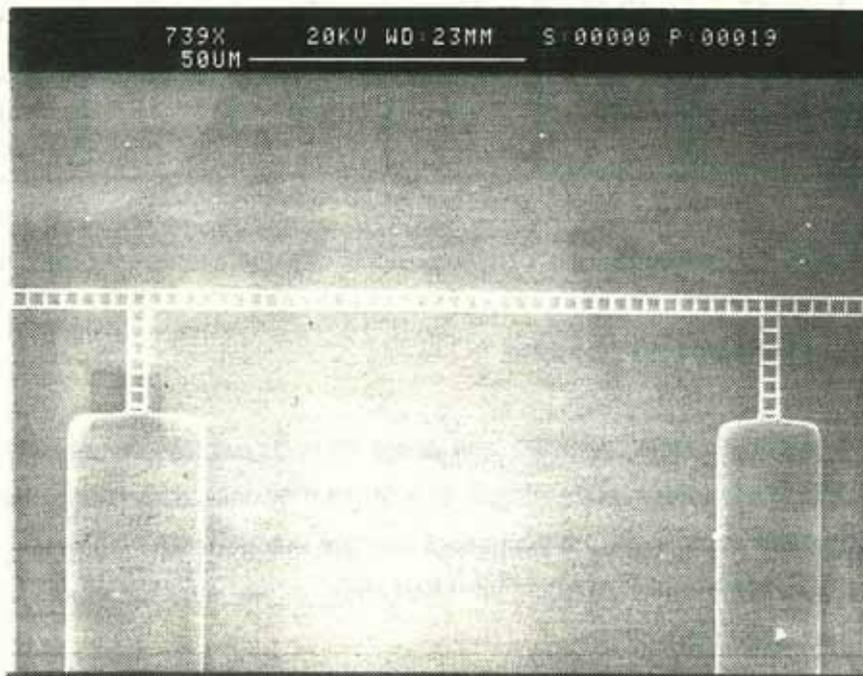
L'étude du réseau appelé "échelle" (voir photo n° IV-3) est très instructive car elle constitue une étape intermédiaire entre l'étude d'un fil infini et celle d'un réseau large aux propriétés extrêmement complexes. De nombreux travaux théoriques [IV-10, 11] ont ainsi porté sur cette géométrie afin d'étudier la nucléation de la supraconductivité et la commensurabilité du réseau de vortex .

L'échelle mesurée est montrée sur la photo n° IV-3. Le pas du réseau est  $3.2 \mu\text{m}$ . Entre les deux prises de tension (les deux petites échelles verticales), 37 cellules carrées s'étendent. La largeur des fils est de l'ordre de  $0.35 \mu\text{m}$ . Les caractéristiques géométriques de l'échelle sont résumées au tableau n°IV-1. La transition supraconductrice, obtenue pour un courant d'injection de  $50 \text{ nA}$ , se produit à  $T_c(0)=1.253\text{K}$  et a une largeur entre 10 % et 90 % de  $R_n$  de  $1.95 \text{ mK}$ . Les caractéristiques supraconductrices sont résumées au tableau IV-2.

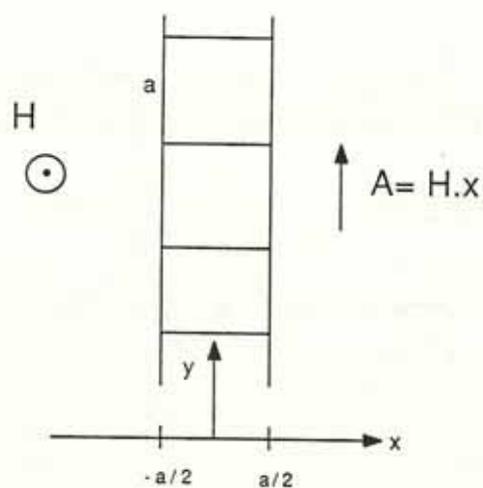
Le champ magnétique est appliqué perpendiculairement au plan contenant l'échelle, de pas  $a$  (figure IV-3-1). Le potentiel vecteur est choisi le long de l'axe  $y$  :  $A_y = H x$ . Il suffit d'étudier le spectre  $E(\phi/\phi_0)$  pour des flux réduits compris entre 0 et  $1/2$ . Nous exprimons le flux ou le champ réduit par  $\gamma = 2\pi \frac{\phi}{\phi_0}$  où  $\phi = H a^2$ . L'échelle le long de l'axe des  $y$  peut être vue comme un potentiel périodique de période  $a$ . Les états propres sont des états de Bloch . Ne considérant leurs amplitudes qu'aux noeuds du réseau, nous les notons sous la forme

$$f(\pm a/2, pa) = \begin{pmatrix} f^+(pa) \\ f^-(pa) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f^+(k) \\ f^-(k) \end{pmatrix} e^{ikpa} \quad (\text{IV-16})$$

La notation + ou - indice la branche longitudinale  $+\frac{a}{2}$  ou  $-\frac{a}{2}$ . Dans la suite, nous nous restreignons à la première zone de Brillouin :



*Photo-IV-3: Exemple d'une échelle supraconductrice en aluminium. Le pas du réseau ( $a = 3.2 \mu\text{m}$ ). La largeur des fils est de l'ordre de  $0.35 \mu\text{m}$ . Les deux prises de tension ont une configuration de réseau afin de limiter la perturbation.*

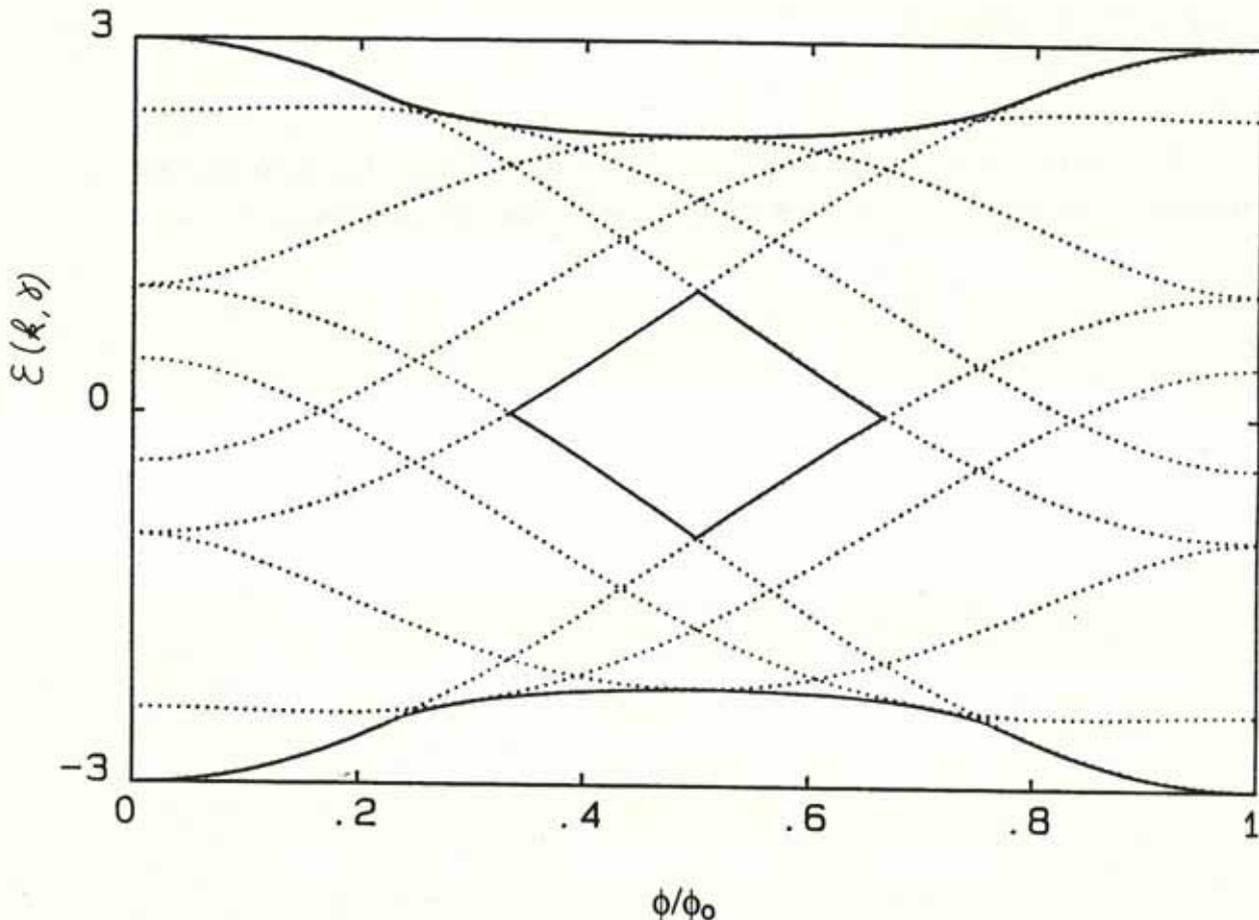


*Figure IV-3-1: Schéma de l'échelle. Le pas du réseau est donné par ( $a$ ). Le champ magnétique est perpendiculaire au plan de l'échelle.*

Les valeurs propres  $\varepsilon^{(i)}(k, \frac{\gamma}{2})$  de l'équation des liaisons fortes (équation II-11) ont été calculées [IV-10, 11] et sont données par :

$$\varepsilon^{(i)}(k, \frac{\gamma}{2}) = 2 \cos(ka) \cos(\frac{\gamma}{2}) + (-1)^{(i-1)} \left( 1 + 4 \sin^2(ka) \sin^2(\frac{\gamma}{2}) \right)^{1/2} \quad (\text{IV-17})$$

l'indice  $i$  porte sur la première et la seconde bande. Cette expression analytique du spectre permettra une étude précise des courants de dépairage. Nous avons tracé à la figure IV-3-2 (en pointillés)  $\varepsilon(k, \frac{\gamma}{2})$  pour différentes valeurs discrètes de  $k$  ( $0, \pi/2a, \pi/a, 3\pi/2a, 2\pi/a$ ) lorsque le flux réduit est balayé de 0 à 1. La ligne continue marque les extréma de  $\varepsilon$ . La ligne de transition de l'échelle a été étudiée par Simonin [IV-11] et Rammal [IV-10]. L'énergie  $\varepsilon_c$  maximale donne la transition et correspond à l'enveloppe supérieure de la figure IV-3-2 (trait continu).



**Figure IV-3-2 :** Spectre d'énergie  $\varepsilon(k)$  de l'échelle en fonction du flux réduit. Le bord des gaps est indiqué en trait plein. Energie associée à différents états de vecteur d'onde  $k$  fixé correspondant à  $k=0, \frac{\pi}{4a}, \frac{\pi}{2a}, \frac{3\pi}{4a}, \frac{\pi}{a}$ .

Pour  $\gamma < \gamma_1$  où  $\gamma_1/2\pi = \phi/\phi_0 = 0.215$ ,

$$\epsilon_c = 2\cos(\gamma/2) + 1 \quad \text{avec } k=0 \quad (\text{IV-18a})$$

Pour  $\gamma > \gamma_1$ ,

$$\epsilon_c^2 = \frac{5 - 4\cos^2(\gamma/2)}{\sin^2(\gamma/2)} \quad \text{avec } \cos(ka) = \pm \cos(\gamma/2) \sqrt{1 + 1/4\sin^2(\gamma/2)} \quad (\text{IV-18b})$$

Le spectre contient deux bandes qui ne présentent un gap que lorsque  $0.33 < \phi/\phi_0 < 0.67$ .

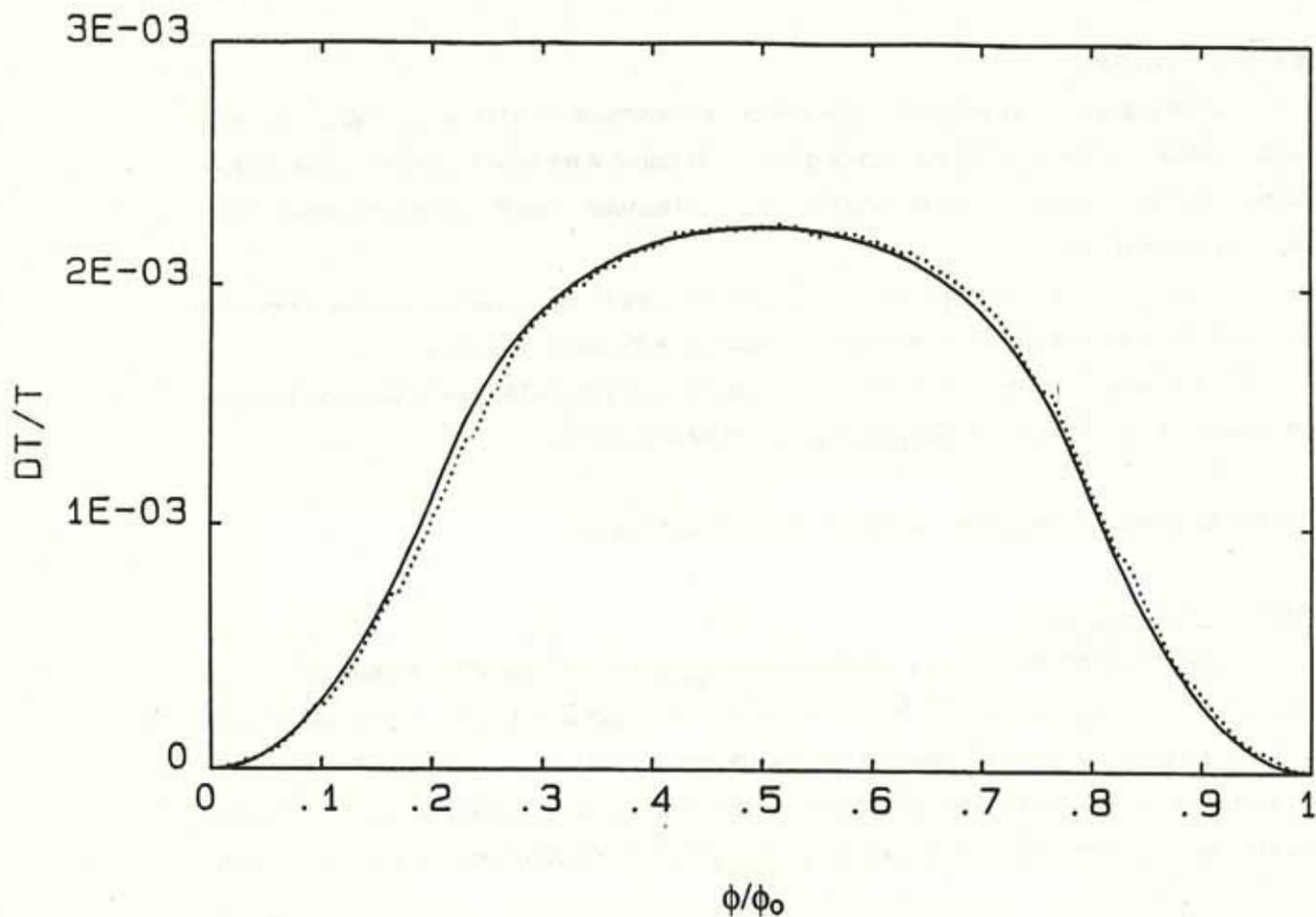
L'énergie est donnée par

$$u^2 = (\text{Arcos}(\epsilon/3) \pm 2\pi n)^2$$

Nous rappelons que  $u^2$  est une grandeur sans dimension et donne l'énergie en unité  $\frac{\hbar^2}{2m^*a^2}$  ou la température réduite de la transition en unité  $(\xi(0)/a)^2$

#### IV-3-a Ligne de transition

Nous avons tracé à la figure IV-3-3 (points) la ligne de transition  $T_c(H)$  mesurée expérimentalement. les unités réduites de flux et de températures ont été adoptées. La ligne



**Figure IV-3-3** : Ligne de transition expérimentale (points) et théorique (ligne continue) de l'échelle en unité réduite  $\phi/\phi_0$  et  $\Delta T/T$  pour  $\xi(0) = 0.21 \mu\text{m}$  après correction de la dépendance parabolique.

de transition provient de l'isorésistance associée à  $r = 10 \Omega$  soit  $\sim 50\%$  de la résistance normale et pour un courant injecté de 50 nA. Elle a été obtenue en balayant le champ de  $-50 \text{ A.m}^{-1}$  à  $180 \text{ A.m}^{-1}$ . Nous avons réglé le zéro de champ et corrigé la dépendance parabolique due à la largeur des filaments (Annexe IV-2). Sur la même figure, la ligne de transition prédite par la théorie (ligne continue) est obtenue à partir de  $\Delta T/T = (\xi(0)/a)^2 \text{Arcos}(e_c/3)$ . Le seul paramètre libre  $\xi(0)$  a été ajusté afin d'avoir correspondance d'amplitude entre les deux courbes ( $\xi(0) = 0.21 \mu\text{m}$ ). L'accord entre la théorie et l'expérience est parfait.

Afin de préciser la configuration du réseau de vortex et des courants induits, nous devons construire, à partir des états associés au fondamental, l'état qui minimise l'énergie libre. Cette étude a été effectuée par Simonin [IV-11] et par Fink [IV-12] aboutit à :

$$f_p = \frac{1}{(1+\beta^2)^{1/2}} \left[ \binom{1}{\beta} e^{ikpa} + \binom{\beta}{1} e^{-ikpa} \right] \quad (\text{IV-19})$$

où nous notons par  $\beta$  le rapport entre l'amplitude de la modulation du bord + et celle du bord - :

$$\beta = \frac{f^+}{f^-} = 1 - 2 \cos \left( ka + \frac{\gamma}{2} \right).$$

Lorsque  $0 < \gamma < \gamma_1$  où  $\gamma_1/2\pi = \frac{\phi}{\phi_0} = 0.215$ , le minimum de  $E(k)$  se produit à  $k_0 = 0$  et l'état associé au fondamental est non-dégénéré. Un courant de type Meissner se développe dans chacune des deux branches longitudinales de l'échelle. Aucun courant ne circule dans les branches transverses.

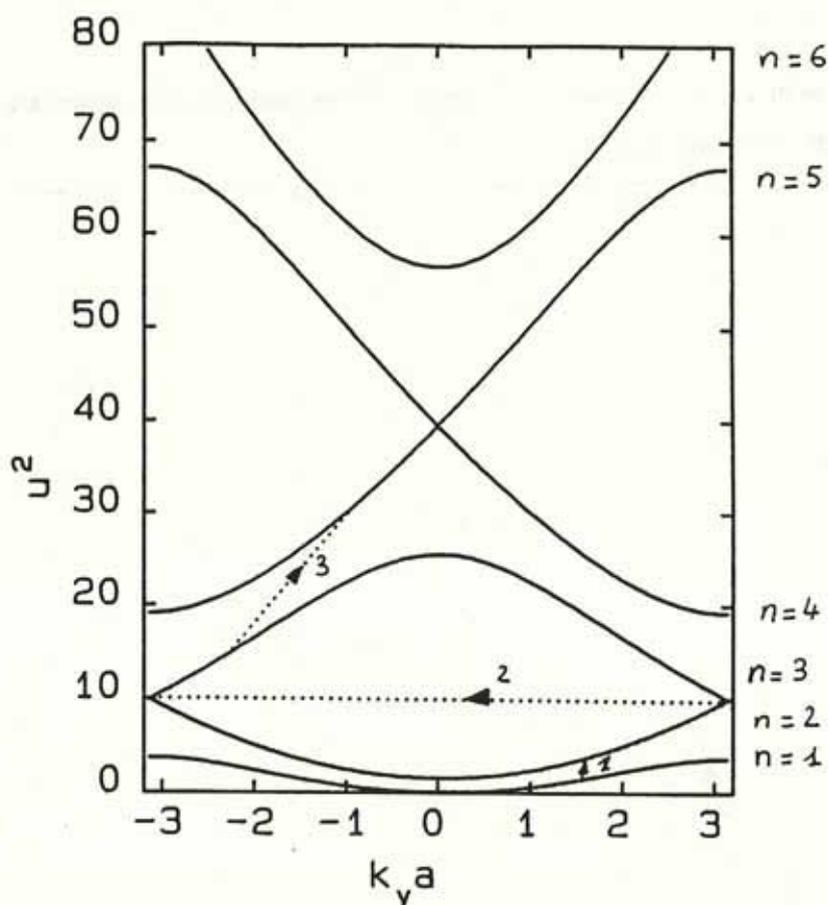
Lorsque  $\gamma > \gamma_1$ , l'énergie atteint son minimum pour une valeur du vecteur d'onde  $k_0$  non nulle. Les deux états du fondamental associés à  $\pm k_0$  sont dégénérés

Le champ  $\gamma_1$  correspond à l'entrée du premier vortex dans l'échelle. Aucun accident ne se produit à  $\gamma_1$  sur la ligne de transition expérimentale et théorique.

#### IV-3-b Courant critique en fonction de la température

##### Prédictions théoriques

Au voisinage de  $T_c(H)$ , le modèle du paragraphe IV-1-c prédit une dépendance du courant de dépairage en  $(1-t)^{3/2}$ . Nous nous étions limité alors au bas de la première bande. Dans ce paragraphe nous détaillons la dépendance du courant de dépairage en fonction de la température hors de cette zone. Nous avons tracé à la figure IV-3-4 la structure de bande à champ nul de l'échelle. Le vecteur d'onde  $k_y$  correspond à la direction du courant. L'énergie est



**Figure IV-3-4:** Structure de bandes de l'échelle à champ nul en unité réduite  $u^2$  en fonction de  $k$ . Les flèches numérotées correspondent aux sauts de bandes de l'état critique.

exprimée en unité réduite  $u^2$ . Seules les 6 premières bandes que nous avons numéroté de  $n=1$  à 6 sont indiquées. Nous avons tracé à la figure IV-3-5 le courant de dépairage  $(i_{dp})^{2/3}$  en fonction de la température réduite (trait plein). Afin de discuter de l'effet des bandes nous avons tracé en pointillé le courant de transport maximal de chaque bande que nous notons  $i_1, i_2, \dots, i_5$ . Le courant de dépairage est donné par le maximum de ces courants. Nous avons obtenu ces courbes en recherchant pour chaque température le courant de transport maximal de chaque bande par dichotomie sur le vecteur  $k$ . Le maximum de courant d'une bande provient d'un compromis entre la décroissance de la densité des paires et de la croissance de la vitesse de groupe avec l'énergie.

Le courant  $i_1$  associé à la première bande a une dépendance en  $(1-t)^{3/2}$  au voisinage de  $T_c(0)$ . Ce qui correspond à l'expression obtenue au paragraphe IV-1-c. A plus basse température la vitesse de groupe converge vers la valeur maximale et devient constante. La dépendance de  $i_1$  devient alors linéaire avec la température réduite, ce qui exprime le fait que seule la densité des paires varie. La possibilité d'accéder aux bandes supérieures permet un accroissement plus rapide de  $i_{dp}$  avec la température en comparaison à  $i_1$ .

Pour  $1-t < 0.032$ , l'état supraconducteur qui transporte le plus de courant se situe sur la

première bande (figure IV-3-5). Les variations de  $u^2$  sont continues. La dépendance en  $(1-t)^{3/2}$  n'est vérifiée qu'au voisinage de 0.

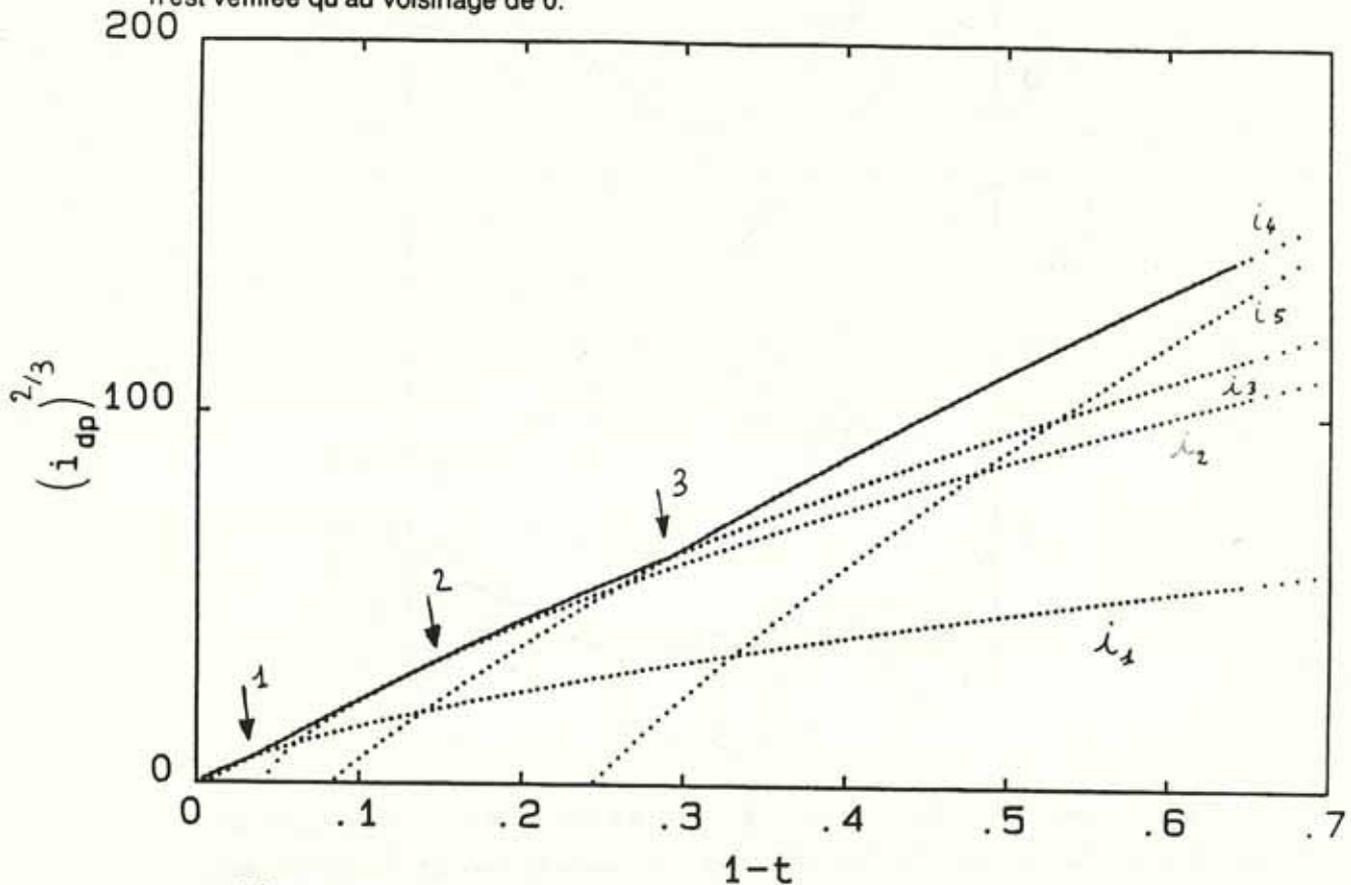


Figure IV-3-5: Dépendance du courant de dépairage en fonction de la température (trait plein). Les courants maxima associés à chaque bande correspondent aux courants appelés  $i_j$  (trait pointillés).

En  $1-t=0.032$ , l'état transportant le plus de courant change de bande. L'énergie  $u^2$  passe de 1.5 à 3.6. Ce saut est indiqué par la flèche n°1 sur la figure IV-3-4. Il provoque une légère rupture de pente de  $(i_{dp})^{2/3}$  (figure IV-3-5, flèche n°1).

De  $1-t=0.032$  à 0.125, l'état qui transporte le plus de courant se situe dans la seconde bande. L'augmentation de la vitesse de groupe combinée à celle de la densité des paires conduit à une dépendance assez proche de la loi en  $3/2$ .

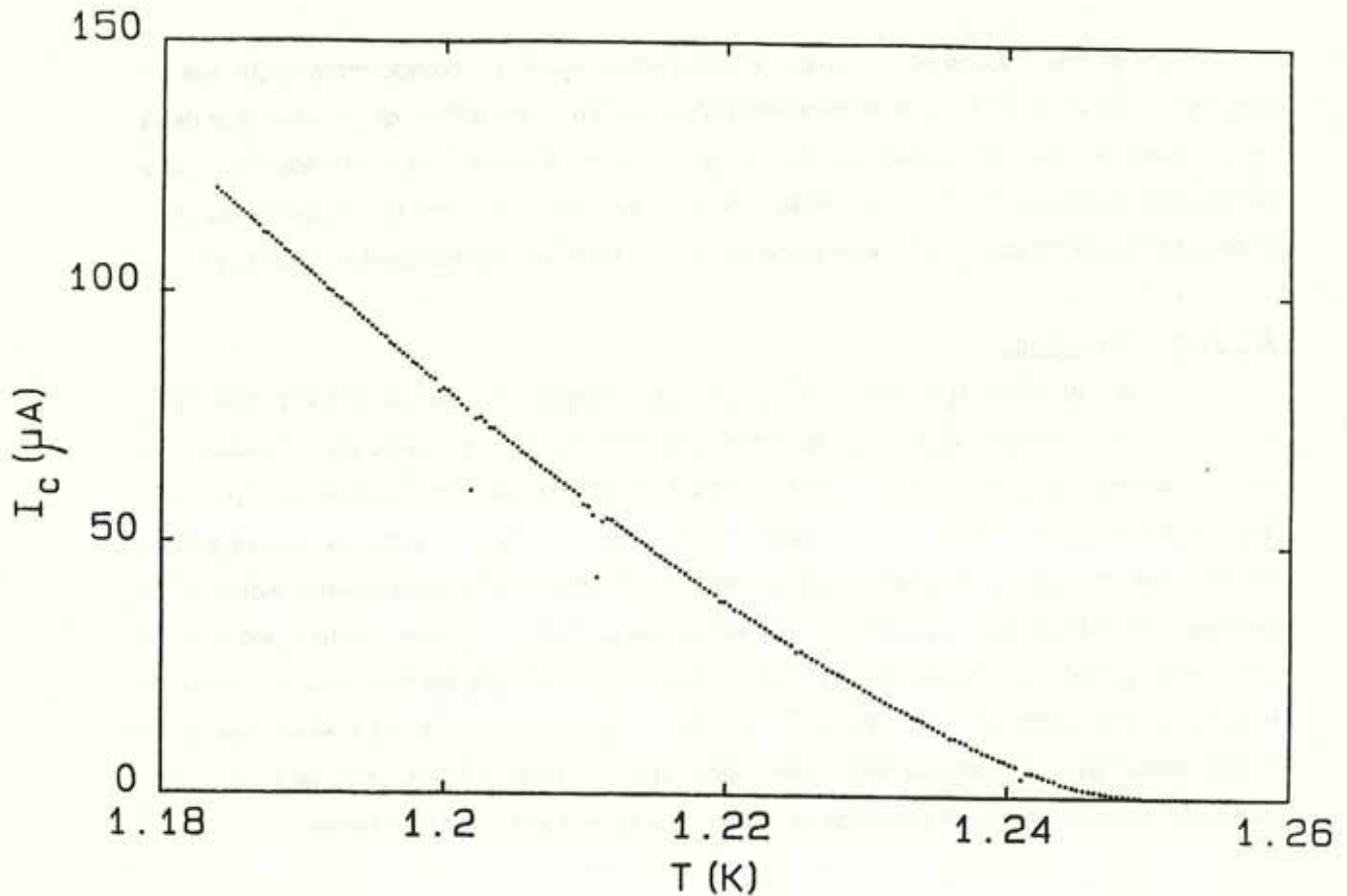
En  $1-t=0.125$ , l'état passe à la troisième bande. Ce saut indiqué par la flèche n°2 ne produit pas de discontinuité d'énergie. Il s'explique par le fait que nous nous sommes restreints à la première zone de Brillouin. Aucune cassure ne semble se produire à ce changement de bande.

Le troisième saut se produit à  $1-t=0.29$  et conduit à une forte discontinuité de l'énergie ( $u^2$  passe de 15 à 31 (figure IV-3-4)). Une rupture de pente (indiquée par la flèche n°3) apparaît nettement à la figure IV-3-5.

En résumé, l'étude de  $i_{dp}$  avec la température prédit un comportement qui suit en moyenne la loi en  $(1-t)^{3/2}$ . Cette dépendance n'est parfaitement vérifiée qu'au voisinage de la température critique. Des ruptures de pentes se produisent lorsque l'état qui transporte le plus de courant change de bandes à l'intérieur du spectre d'énergie. Bien que la présence d'un champ modifie la structure de bandes le même type de ruptures apparaissent sous champ.

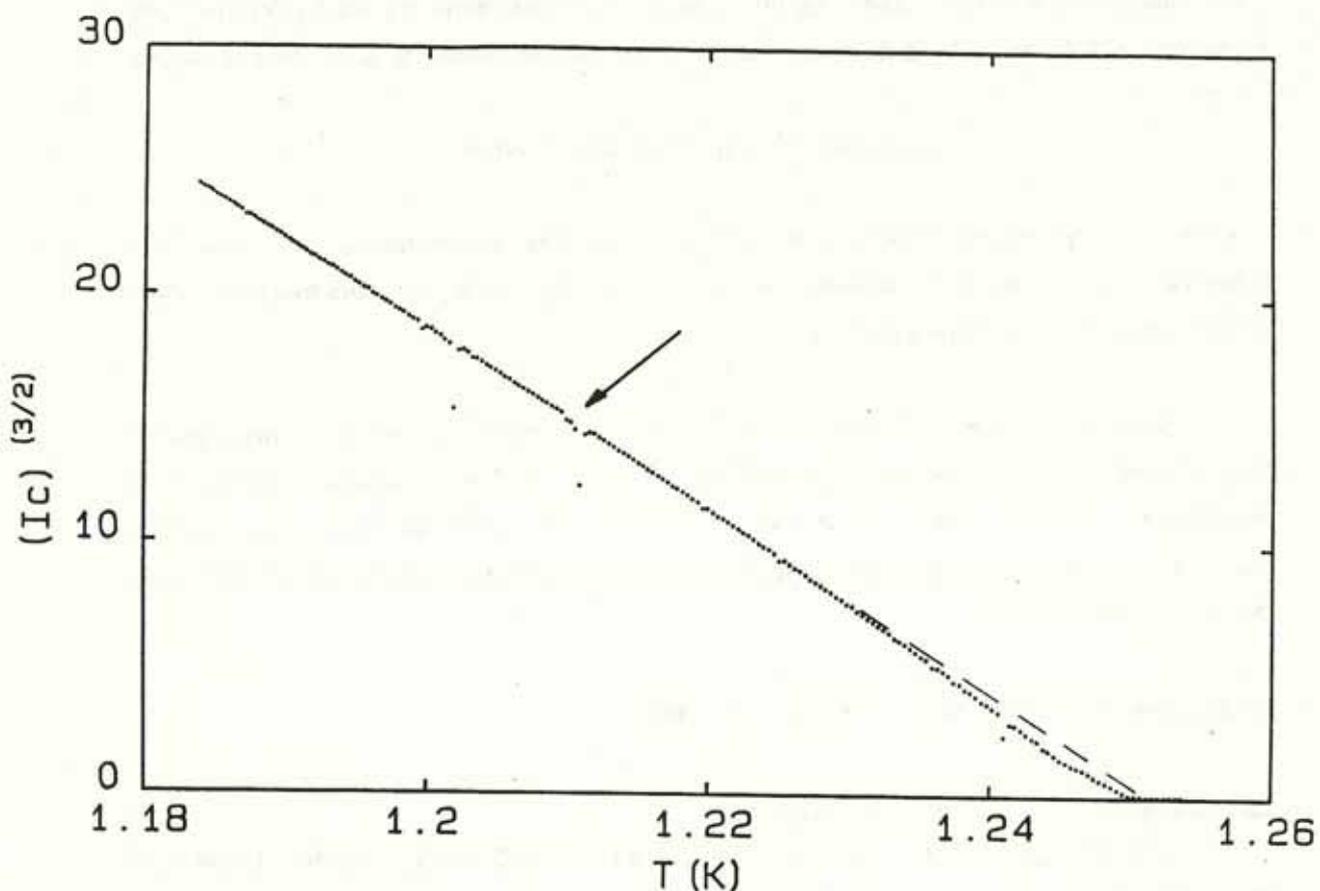
#### Résultats expérimentaux

Nous rappelons que la notion de courant critique est une notion expérimentale associée à une tension seuil. Dans le cas de l'échelle, les valeurs du courant critique sont indépendantes de la tension  $V_s$  choisie dans une gamme de 10nV à plusieurs  $\mu$ V (voir paragraphe IV-2). La courbe de la figure IV-3-6 a été obtenue en balayant pas à pas la température de 1.25K à 1.185K à champ nul. Pour chaque température, deux montées de courants sont effectuées. La première rapide localise le courant critique. La seconde lente le mesure avec précision. Du fait de la grande sensibilité du voltmètre, les temps de réponses de la mesure de la tension sont assez longs (~ seconde). Les trois points isolés sont attribués à du bruit extérieur qui a fait transiter l'échantillon dans l'état normal de manière précoce. L'hystérésis due à l'effet de chauffage rend ce type de mesure sensible à tous bruits extérieurs.



**Figure IV-3-6** : Courant critique  $I_c(T)$  de l'échelle à champ nul en fonction de la température pour une tension seuil de 200 nV.

Nous avons tracé à la figure IV-3-7 la dépendance de  $(I_c(T))^{2/3}$  en fonction de la température. La droite coupe l'axe ( $I_c(0) = 0$ ) à la température  $T_{c1}=1.251\text{K}$ . Cette température est voisine de la température critique ( $T_{c(0)}=1.253\text{K}$ ) choisie lors de l'étude de la ligne de transition. Entre 1.24K et  $T_{c1}$ , un léger fléchissement du courant critique par rapport à la loi en puissance 3/2 (indiquée en pointillés à la figure IV-3-7) est observable. Pour les plus basses températures, la dépendance de  $(I_c(T))^{2/3}$  devient parfaitement linéaire. Aucun écart à cette loi n'est visible jusqu'à 1.18K.



**Figure IV-3-7 :** Courant critique  $(I_c(T)^{2/3})$  de l'échelle en fonction de la température. Il suit une loi linéaire sans cassure visible. La flèche indique la position de la cassure prédite par la théorie.

Puisque dans notre cas,  $\lambda_{res} \sim 13\mu\text{m}$  à 1.18K, la longueur de pénétration est très supérieure à la largeur de l'échelle dans toute la plage de température étudiée. Le courant est donc homogène à l'intérieur des deux branches de l'échelle. Le fléchissement au voisinage de la transition n'est pas expliqué dans le cadre du modèle ci-dessus. Il faut tenir compte de l'effet des fluctuations thermiques qui produisent une tension aux bornes de l'échantillon (Annexe-IV-1).

La dépendance du courant de dépairage obtenue au paragraphe IV-1-c est en accord avec la dépendance du courant critique en  $(1-t)^{3/2}$  où  $t=T/T_{c1}$ . En notant  $i_c(0)$  le coefficient de  $i_c(T)$  qui est le courant critique dans un branche ( $i_c(T)=i_c(0) (1-t)^{3/2}$ ), nous obtenons la densité de courant critique :

$$i_c(0)/de = 1.60 \cdot 10^{11} \text{ A/m}^2$$

Cette valeur peut être comparée à  $i_{dp}(0)$  (relation IV-12) en reprenant les caractéristiques supraconductrices de l'échelle (tableau IV-2) obtenues lors de l'étude de la transition (Annexe IV-2) :

$$i_{dp}(0)/de = \frac{\sqrt{2}}{3} \cdot J_n / de = 1.3 \cdot 10^{11} \text{ A/m}^2$$

Les ordres de grandeurs entre  $i_c(0)$  et  $i_{dp}(0)$  sont tout à fait comparables. Cependant, les imprécisions portant sur les paramètres de l'échelle (la largeur, le libre parcours moyen) rendent délicate une comparaison plus détaillée.

Selon le modèle développé précédemment une légère rupture de pente dans la dépendance de  $(I_c(T))^{2/3}$  devrait se produire à  $T=1.21\text{K}$  ( $t=0.968$ ) indiquant le saut de la première à la seconde bande dans le spectre d'énergie. Nous constatons qu'aucun effet n'est visible sur la courbe expérimentale où nous avons indiqué par une flèche la position où aurait du se produire la rupture.

#### IV-3-c Courant critique en fonction du champ

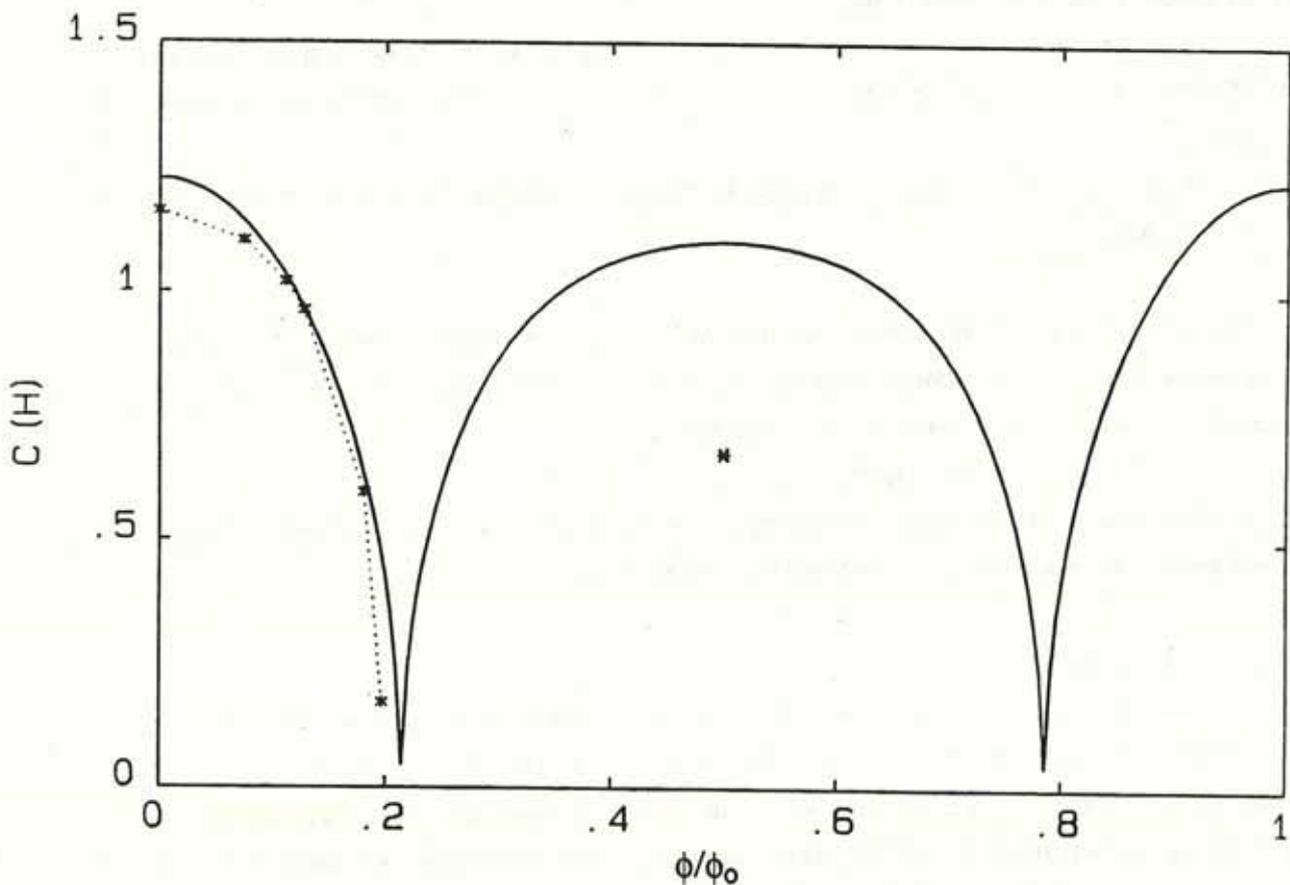
##### Prédictions théoriques (limite $T \rightarrow T_c(H)$ )

L'étude du courant de dépairage nécessite la détermination du paramètre d'Abrikosov (relation IV-3) afin de pouvoir identifier l'état transportant le maximum de courant. A champ nul, le paramètre  $\beta_A$  défini sur les noeuds reste égal à 1 quelque soit l'état considéré. La présence du champ complique le problème puisqu'alors le  $\beta_A$  varie. De plus pour  $\gamma > \gamma_1$ , des états dégénérés transportant un courant dans le même sens mais de vitesse de groupe différentes rendent délicate la recherche du courant de dépairage. Se restreindre au bas de la première bande (c'est à dire dans le domaine de validité de l'expression du courant de dépairage en fonction de la masse effective) simplifie l'étude. Dans cette limite, nous avons pu exprimer la masse effective et  $\beta_A(k_0)$  sous forme analytique (le  $\beta_A$  est ici calculé par la formule approchée  $\beta_A = \sum f_i^4$  [IV-13]). L'indice "0" correspond à l'état associé au fondamental.

$$\text{si } \gamma < \gamma_1, \begin{cases} \beta_A(k_0) = 1 \\ \frac{m^*}{m_e} = \frac{2 u_0}{3 \sin(u_0) \left( \cos \frac{\gamma}{2} \cdot 2 \sin^2 \frac{\gamma}{2} \right)} \end{cases}$$

$$\text{si } \gamma > \gamma_1, \quad \begin{cases} \beta A(k_0) = \frac{1}{(1+\beta^2)} (\beta^4 + 1 + 4\beta^2) \\ \frac{m^*}{m_e} = \frac{u_0}{9 \cos u_0 \sin u_0} \frac{1}{\sin^2 \frac{\gamma}{2}} [4 - 9 \cos^2 u_0 \cdot \cos^2 \frac{\gamma}{2}] \end{cases}$$

où  $u_0^2 = \frac{a^2}{\hbar^2} 2m^* E_0$  est l'énergie réduite du fondamental pour le champ considéré et  $\beta = 3 \cos(u_0) - 2 \cos\left(\frac{\gamma}{2} + k_0\right)$  correspond au rapport d'amplitude de l'état propre entre les deux bords + et -.



**Figure IV-3-8 :** Coefficient  $C(H)$  de l'échelle associé au terme en  $(1-t)^{3/2}$  du courant de dépairage au voisinage immédiat de la ligne de transition  $T_c(H)$ . Les étoiles correspondent au courant critique obtenu par H. Fink [IV-7] pour  $\frac{a}{\xi(T)} = \frac{\pi}{2}$  c'est à dire  $T = 1.2397K$  pour l'échelle mesurée.

Nous avons tracé à la figure IV-3-8, le préfacteur  $C_{dp}(H)$  en fonction du champ réduit. Sa dépendance avec le champ ne suit pas le même comportement que la ligne de transition  $T_c(H)$  (figure IV-3-3). Le modèle différencie nettement les propriétés liées à la transition et celles liées au transport. Le coefficient est maximal à champ nul ( $C_{dp} = \sqrt{3/2}$ ) et est supérieur au coefficient

d'un fil infini qui est égal à 1. Cette augmentation du courant de dépairage dans l'échelle à champ nul en comparaison à un fil seul provient de l'existence des branches transverses. Récemment, H.Fink a pu obtenir numériquement les courants critiques dans une échelle pour  $\frac{a}{\xi(T)} = \frac{\pi}{2}$  en recherchant les solutions de G.L non-linéaire. Il a supposé que le courant injecté se superpose au courant induit par le champ. Nous avons tracé à la figure IV-3-8 (points) les coefficients  $C(H)$  obtenus par H.Fink[IV-7].

Pour  $0 < \frac{\phi}{\phi_0} < 0.2148$  ( $\gamma < \gamma_1$ ),  $C_{dp}$  obtenu par notre modèle décroît quadratiquement avec le champ. L'existence d'un courant diamagnétique qui se superpose au courant injecté réduit le courant de transport maximal.

A  $\gamma_1$ , le coefficient s'annule. En fait il faut pousser le développement de  $E(k)$  au 4<sup>ème</sup> ordre. La dépendance en température du courant de dépairage suit alors une loi en  $(T_c(H)-T)^{7/4}$ .

Pour  $0.2148 < \frac{\phi}{\phi_0} < 0.5$  ( $\gamma > \gamma_1$ ), le préfacteur augmente avec le champ pour atteindre une valeur maximale à  $\frac{\phi}{\phi_0} = 0.5$ .

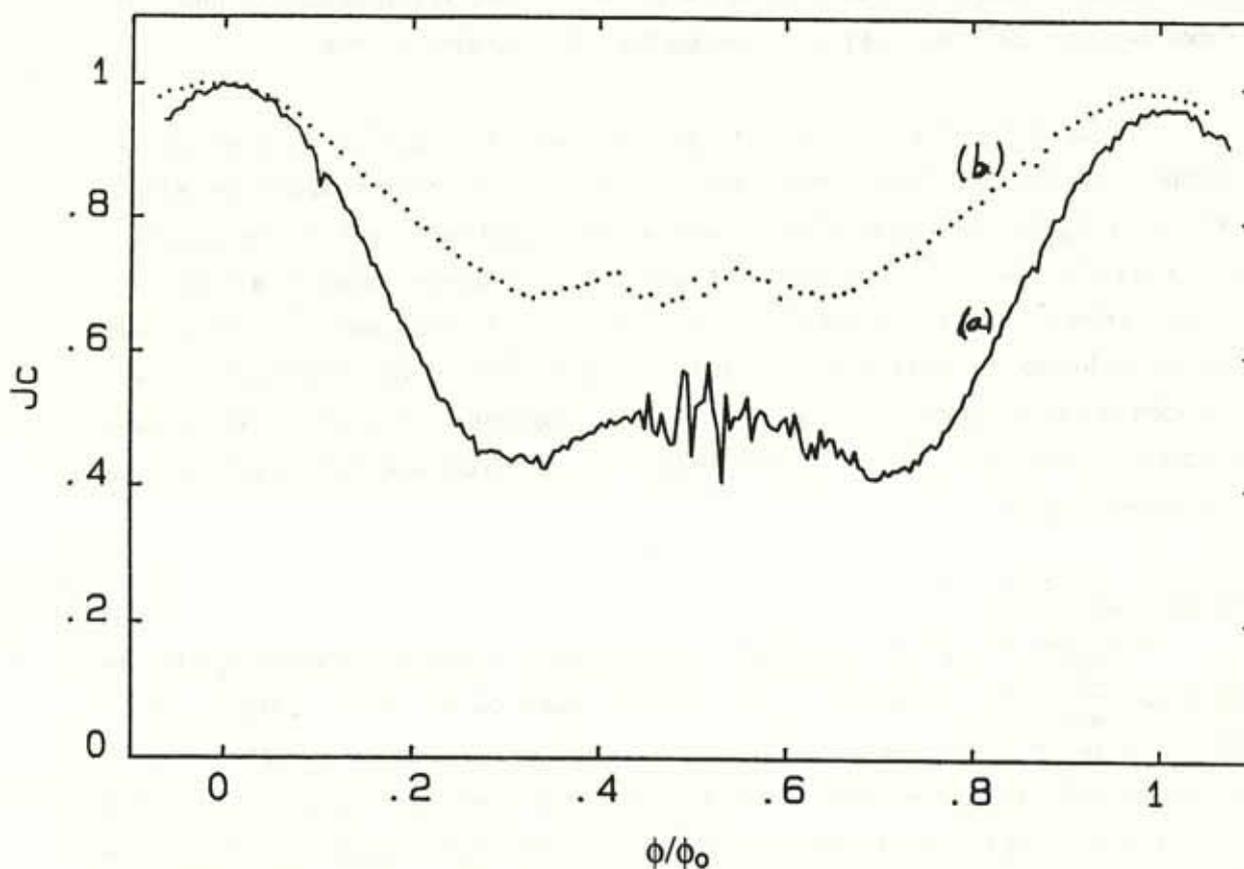
*Remarque : Dans la limite des faibles champs, lorsque le courant injecté est faible et inférieur au courant de dépairage, la différence de densité de paires entre le bord + et - de l'échelle est proportionnelle au courant injecté et au champ magnétique:*

$$|\psi^+|^2 - |\psi^-|^2 \sim J_{inj} \frac{\gamma}{2} \quad (IV-21)$$

*Cette différence peut être comprise comme la déviation des paires par le champ appliqué identique à celle observée dans l'effet Hall pour les électrons.*

### Résultats expérimentaux

La courbe (a) en trait plein de la figure IV-3-9 est obtenue en fixant la température à  $T = 1.2345$  K. Le courant critique est mesuré par courant d'injection croissant. Après chaque changement de champ, l'échantillon est "recuit" dans la phase normale. La courbe (b) en pointillé est effectuée à  $T = 1.197$  K sans recuit. Le courant critique à champ nul vaut respectivement  $15.3 \mu A$  pour (a) et  $89.9 \mu A$  pour (b). Les deux courbes ont été normalisées à 1 pour  $\phi/\phi_0 = 0$ .



**Figure IV-3-9 :** Courant critique de l'échelle en fonction du flux réduit pour deux températures :  $T = 1.234 \text{ K}$  (a) ,  $1.197 \text{ K}$  (b) normalisé à 1 à champ nul (ici  $T_c(0)=1.253\text{K}$ )

Dans le cas de la première courbe (a), lorsque le flux réduit est inférieur à 0.25, l'accroissement du champ réduit la valeur du courant critique. Cette dépendance est quadratique. Lorsque  $\phi/\phi_0 > 0.35$ , le courant critique remonte légèrement. Au voisinage de  $\phi/\phi_0 = 0.5$  de fortes variations du courant critique sont observées et ne sont pas reproductibles. Excepté ce régime au voisinage de 0.5, la courbe est globalement symétrique par rapport à  $\phi/\phi_0 = 0.5$ . Nous remarquons cependant une légère diminution du courant critique à  $\phi/\phi_0 = 1$  en comparaison au champ nul. La courbe (b) montre le même type de comportements. Une remontée se produit également autour de  $\phi/\phi_0 = 0.35$  et un régime bien que moins "bruiteux" subsiste à demi flux réduit. Nous remarquons cependant une plus faible amplitude de variations du courant critique avec le champ.

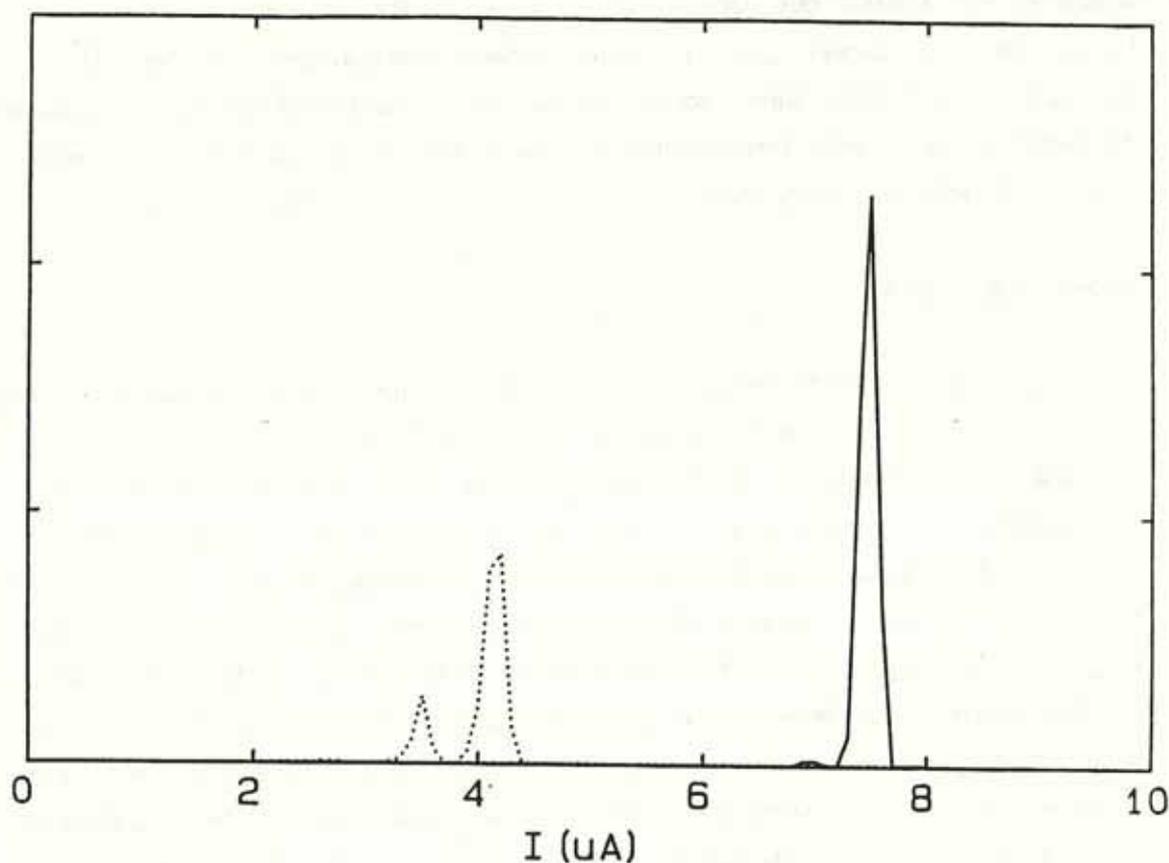
La décroissance quadratique autour de  $\phi/\phi_0 = 0$  ou 1 est attribuée au courant diamagnétique (en  $H^2$ ) qui se développent dans l'échelle. Sa superposition au courant injecté conduit logiquement à un abaissement du courant critique. Le minimum atteint au voisinage de 0.35 ou 0.65 est à associer à la singularité attendue en  $\phi/\phi_0 = 0.21$  ou  $0.79$ , sur le coefficient

$C_{dp}(H)$  (figure IV-3-8). Il correspond au régime de fortes entrées de quanta dans l'échelle. Une remontée du courant critique se produit pour les flux réduits supérieurs à 0.35.

La courbe (a) obtenue pour une température distante de 20mK de  $T_c(0)$  est hors du domaine d'application du modèle de la masse effective. Cependant un accord qualitatif est à noter entre  $C_{dp}(H)$  et le courant critique mesuré qui montre bien un minimum au voisinage de la valeur singulière  $\gamma = \gamma_1$  du flux magnétique. Rappelons que la ligne de transition de la figure IV-3-3 ne montre, quant à elle, aucune singularité à ce flux. Cette différence illustre bien que la mesure de transport comme le courant critique ne sonde pas les mêmes propriétés que la transition supraconductrice. Le modèle de H. Fink [IV-7] qui tient compte du terme non-linéaire est donc valide sur une plage de température plus étendue. La prédiction d'un courant critique nul n'est pas vérifiée.

#### "bruit" à $\phi/\phi_0 = 1/2$

La courbe IV-3-9 a mis en évidence des régimes où le courant critique mesuré fluctue peu ( $0 < \frac{\phi}{\phi_0} < 0.35$  et  $0.65 < \frac{\phi}{\phi_0} < 1$ ) et une région où le courant critique fluctue beaucoup (au voisinage de  $\phi/\phi_0 \sim 1/2$ ). Afin de mettre en évidence cet écart de comportements, nous avons répété la mesure du courant critique sans changer les conditions extérieures à champ nul puis à champ demi-entier. Nous avons tracé à la figure IV-3-10 les deux histogrammes du courant critique associés aux deux champs. Le faible nombre de mesure (~500) pour obtenir l'histogramme nous limite à une discussion qualitative.



**Figure IV-3-10** : Histogramme portant sur quelques centaines de mesures du courant critique pour  $\frac{\phi}{\phi_0} = 0$  (trait plein) et  $\frac{\phi}{\phi_0} = \frac{1}{2}$  (pointillés). Les unités verticales sont arbitraires.

L'amplitude des courbes correspond au nombre de fois où le courant critique mesuré avait une valeur voisine de celle indiquée en abscisse. Les amplitudes des deux courbes ne peuvent être comparées quantitativement car le nombre de mesures associées à chacune d'elles ainsi que leur traitement n'est pas le même. L'histogramme à champ nul est relativement piqué au voisinage de  $7.5\mu\text{A}$ , ce qui signifie que la valeur du courant critique est la même d'une mesure à l'autre. A champ demi-entier apparaissent deux valeurs de courant critique préférentielles ( $3.47\mu\text{A}$  et  $4.19\mu\text{A}$ ). Cette double valeur explique l'effet de bruit observé dans les mesures de  $I_c$  au voisinage de  $\phi/\phi_0 = 1/2$  (figure IV-3-9). Bien que les mesures répétitives soient prises exactement dans les mêmes conditions, le courant critique alterne entre les deux valeurs d'une mesure à l'autre. Cette alternance ne montre pas de corrélation évidente lorsqu'un recuit ( $T > T_c$ ) est effectué entre deux mesures successives. Sans recuit, une corrélation apparaît. L'interprétation de cet effet à champ demi-entier est difficile. Cependant le

bruit observé n'apparaît que dans le régime où les "vortex" ont pénétré dans l'échelle. L'existence de ces derniers joue sans doute un rôle majeur dans ce "bruit", les différentes valeurs du courant critique étant associées à différentes configurations métastables du réseaux de "vortex" dans l'échelle. Des mesures sur une simple ou une double boucle devraient préciser cette idée, les configurations du réseau de vortex étant alors évidentes.

#### IV-3-d. Conclusion

Un très bon accord entre la ligne de transition expérimentale et théorique est obtenu. En particulier aucun accident ne survient au champ d'entrée des "vortex" dans l'échelle. La dépendance du courant critique en température suit bien la loi en  $(1-t)^{3/2}$  que prévoit le modèle au voisinage de la transition. Cependant, les sauts de bandes n'ont pas été observés ce qui pose le problème de la validité du traitement des termes non-linéaires, que nous discuterons par la suite. Le courant critique présente un comportement périodique avec le champ magnétique de période  $\phi_0/a^2$ . La dépendance du courant critique avec le champ est en accord qualitatif avec le courant de dépairage exprimé en fonction de la masse effective. En particulier la singularité à l'entrée des "vortex" prédite par la théorie est mise en évidence par l'expérience. La différence (prédite par le modèle et observée par l'expérience) entre les propriétés des courants critiques et la ligne de transition supraconductrice conduit à différencier la transition résistive de la transition de phase. Des mesures de magnétorésistance d'une échelle constituée de jonctions Josephson effectuées par H. Van der Zant [IV-14] présentent une singularité semblable à celle du courant de dépairage.

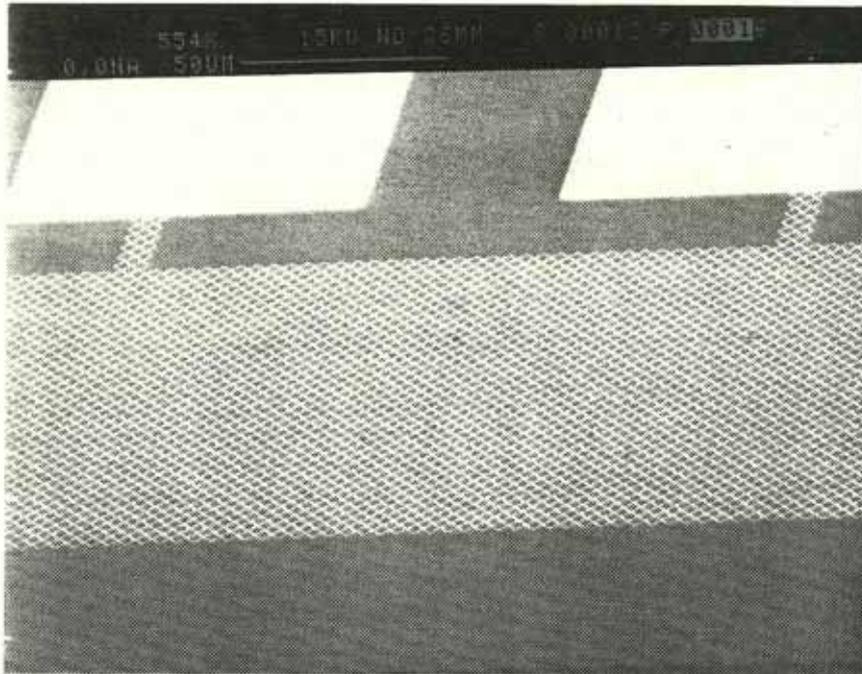
# THE HISTORY OF THE

... ..

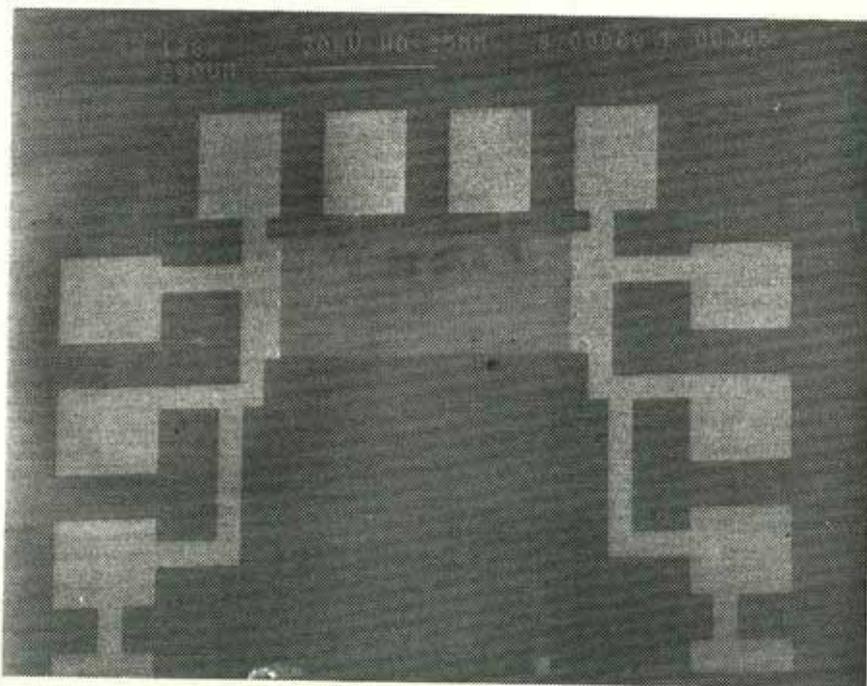
# THE HISTORY OF THE

... ..

... ..



*Photo-IV-4: Réseau DIAG30 montrant l'ensemble du réseau et les prises de tension .*



*Photo-IV-5: Vue générale du dispositif d'un réseau large de 30 cellules avant les soudures par ultra-son. 5 plots de part et d'autre du réseau sont utilisés pour l'injection du courant. Les deux plots supérieurs correspondent à la prise de tension. Les marques sombres sur le réseau proviennent d'un effet de charge lors des observations au MEB.*

#### IV-4- RESEAUX LARGES

Le réseau infini supraconducteur est très intéressant car son spectre d'énergie correspond à celui d'une particule chargée se déplaçant en son sein. La richesse de ce problème réside dans l'existence de deux périodes spatiales incommensurables. La première est donnée par le pas ( $a$ ) du réseau. La seconde est associée au champ appliqué. Les mesures de courant critique sont une nouvelle manière de sonder les propriétés du spectre.

Deux bandes larges de 10 et 30 cellules ont été étudiées. Elles seront appelées DIAG10 et DIAG30. La photo n° IV-4 présente une vue d'ensemble de DIAG30. Afin d'avoir une conduction homogène dans tous les bras, nous avons disposé le réseau en diagonale. Cinq amenées de courants en parallèle ont été utilisées afin de réduire la résistance des contacts. La photo n°IV-5 montre une vue générale de DIAG30 où les soudures de fils d'Al par ultrason n'ont pas été encore réalisées.

##### IV-4-a. Spectre et ligne de transition

Les états propres normés sont des états de Bloch que nous notons sous la forme :  $f_{m,n} = f_m \exp(ink_y a)$ . L'équation d'Alexander se réduit alors à l'équation de Harper [IV-15,16] :

$$f_{m+1} + f_{m-1} + (2 \cos(k - m\gamma) - \varepsilon) f_m = 0 \quad (\text{IV-23})$$

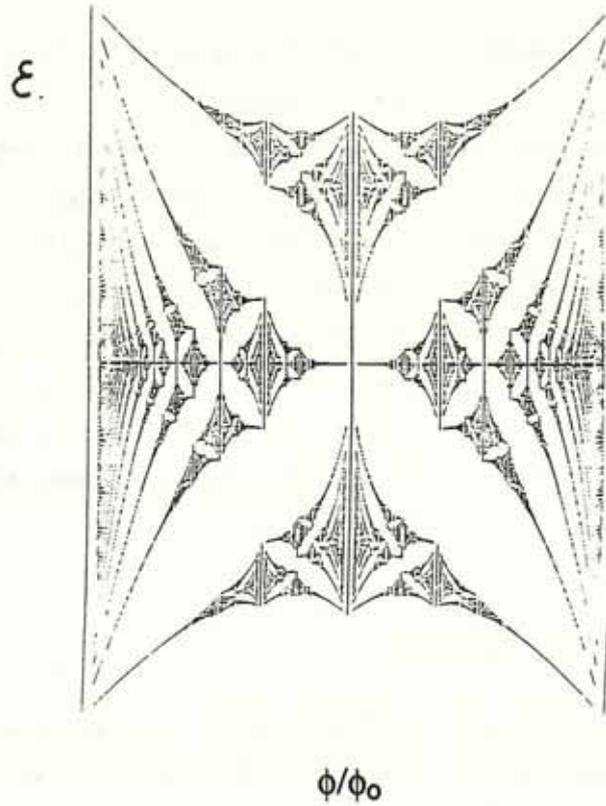
où  $\varepsilon$  est la valeur propre,  $\varepsilon = 4 \cos(u)$ .

Cette équation est équivalente à l'équation de Schrödinger pour un électron de Bloch en liaison forte sous champ magnétique. Elle est invariante sous translation  $m \rightarrow m+q$  quand  $\frac{\phi}{\phi_0} = \frac{p}{q}$  ( $p, q$  entiers). Dans ces conditions,  $q$  équations suffisent à décrire le système qui est constitué de supercellules de  $q^2$  cellules. L'équation aux valeurs propres pour un réseau infini est donnée par :

$$P_q(\varepsilon) - 2 \cos(qk_x a) - 2 \cos(qk_y a) = 0 \quad (\text{IV-24})$$

où  $P_q$  est un polynôme de degré  $q$  qui s'exprime pour les flux rationnels simples ( $1, 1/2, 1/3$ ) :

$$P_1 = \varepsilon ; \quad P_2 = \varepsilon^2 - 4 ; \quad P_3 = \varepsilon^3 - 6\varepsilon.$$



**Figure IV-4-1:** Spectre d'énergie  $\varepsilon$  vs  $\phi/\phi_0$  d'un réseau carré infini en fonction du flux réduit communément appelé : spectre d'Hofstadter [IV-15]. La structure de bande dépend du flux réduit.

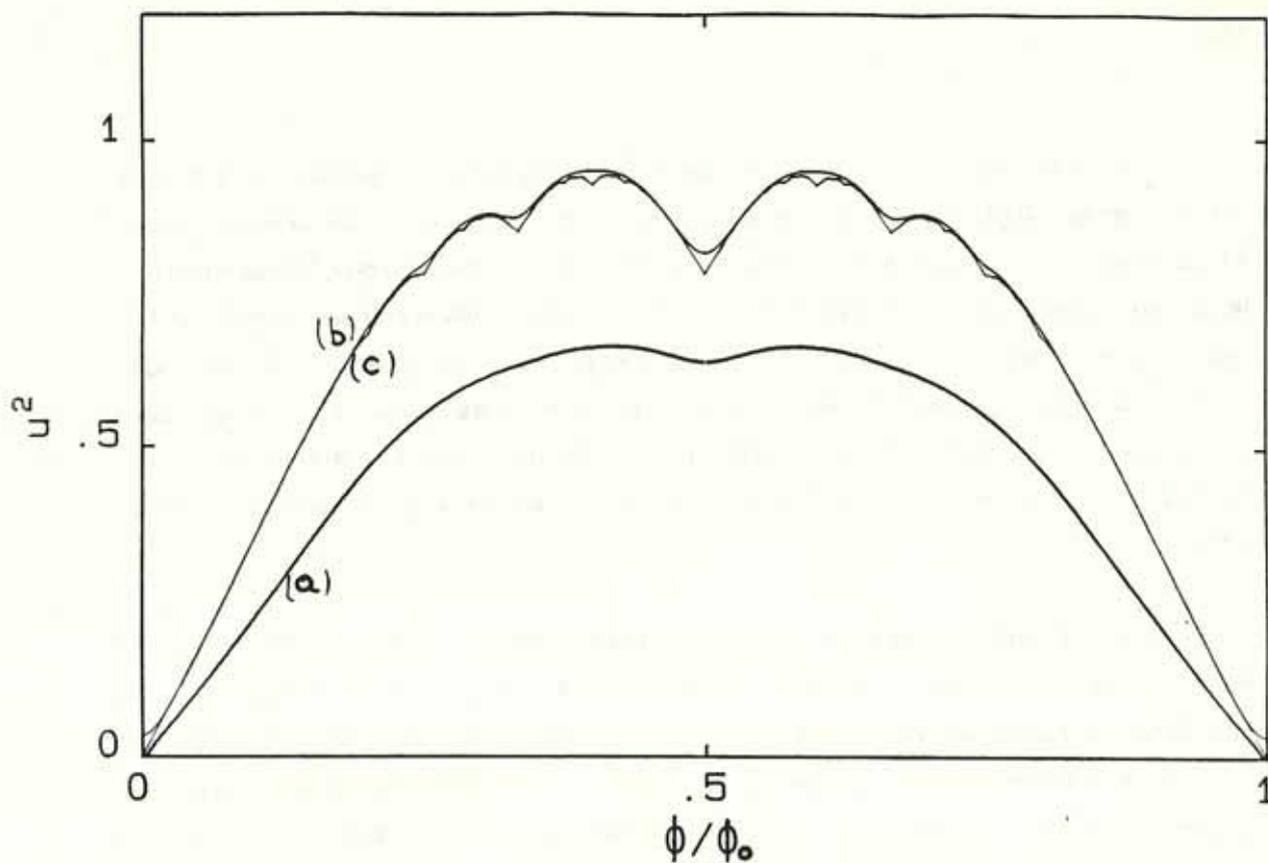


Figure IV-4-2 : Minimum d'énergie  $u^2$  des trois réseaux (a), (b) et (c). L'état de bord du réseau (a) abaisse l'énergie. La dimension finie de (b) arrondie les accidents observés dans un réseau infini (c).

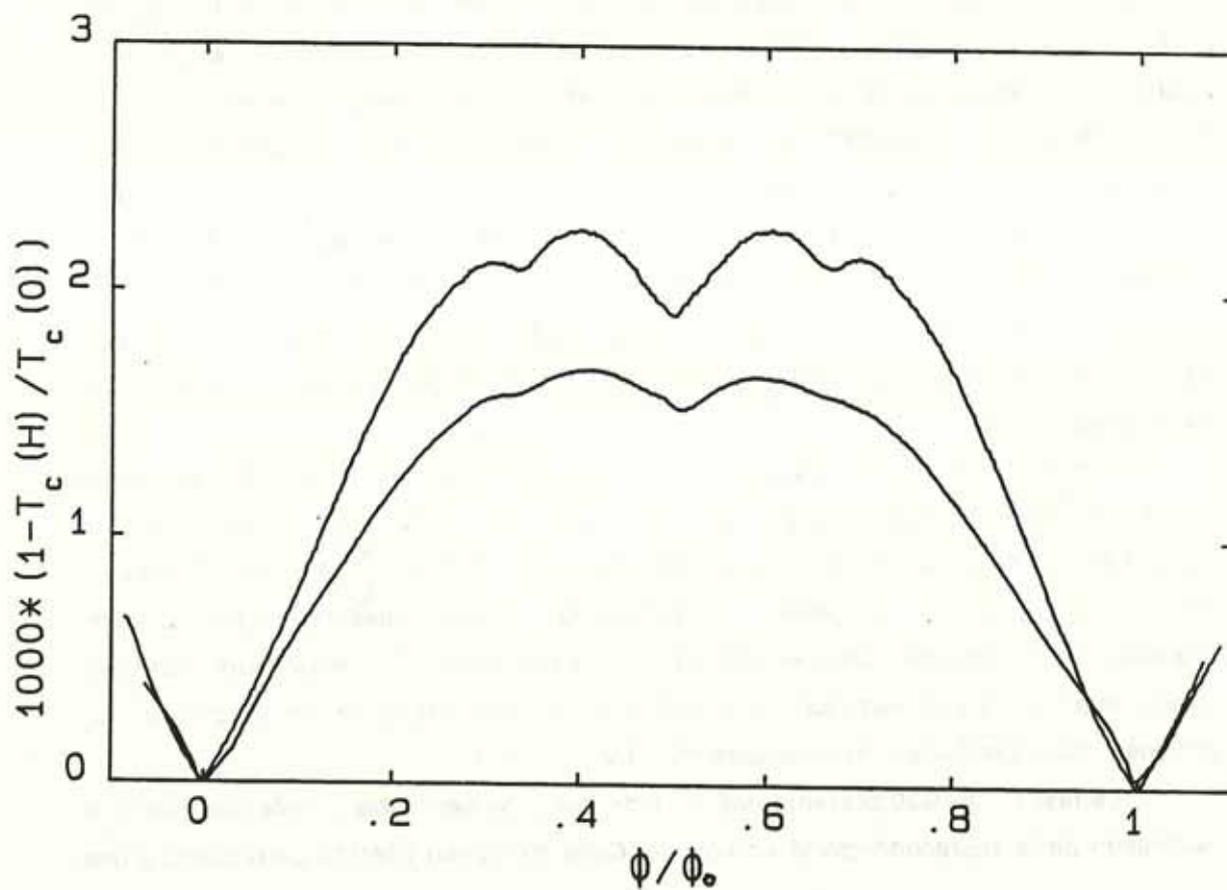


Figure IV-4-3 : Transition supraconductrice des réseaux DIAG10 (courbe inférieure) et DIAG30 (courbe supérieure) en unité réduite ( $\phi/\phi_0$  et  $1000 * \frac{\Delta T}{T}$ ).

Les niveaux d'énergies d'une particule dans le réseau carré infini forment le spectre d'Hofstadter [IV-15] (figure IV-4-1), périodique en  $\phi/\phi_0$ . Ce spectre très complexe est à opposer à celui obtenu pour l'échelle qui ne contenait que deux bandes. Pour chaque flux rationnel  $p/q$ , le spectre d'énergie contient  $q$  bandes (marquées par un trait vertical noir sur la figure IV-4-1) toutes séparées par des bandes interdites (marquées par les zones blanches). Ces  $q$  bandes représentent les  $q$  solutions de l'équation IV-24. La largeur des bandes s'annule lorsque  $q$  diverge. Cet effet est visible pour la bande inférieure qui s'amincit lorsque le flux diminue. Il est à noter que dans la limite des faibles champs la structure de bandes s'apparente aux niveaux de Landau.

Nous présentons à la figure IV-4-2 (c) le bord du spectre en unité réduite  $u^2$ , ce qui donne directement la ligne de transition supraconductrice d'un réseau carré infini [IV-17]. Des singularités apparaissent à chaque flux réduit  $p/q$  rationnel. Afin de prendre en compte les effets de bord d'un réseau fini, nous avons tracé la ligne  $T_c(H)$  (courbe (a)) qui correspond à une bande de 10 cellules de large ayant une interface supra-isolante c'est à dire une coordination 3 aux bords. L'annexe IV-3 détaille l'étude de cette géométrie. Cette ligne de transition est associée à la nucléation de la supraconductivité aux bords [IV-18] et est comparable à la ligne  $H_{c3}$  dans un plan semi infini (chapitre III). L'énergie  $u^2$  de ces états est plus faible que celle du réseau infini. Notons que cette ligne périodique possède très peu de singularité : seul un faible pic est observable à  $\phi/\phi_0 = 1/2$ . Il n'y a aucun pic aux valeurs subharmoniques  $p/q$ . Ceci n'est pas étonnant puisque la fonction d'onde est localisée sur un filament et ne voit donc pas la structure du réseau. Enfin la 3<sup>ème</sup> ligne de transition (b) de la figure IV-4-2 est celle d'une bande de largeur 10 cellules avec un contact métallique aux bords. En fait, puisque la fonction d'onde est nulle au bord, la courbe (b) est aussi celle d'un réseau infini dans lequel une ligne sur 10 est normale. Cet artifice revient à limiter la cohérence à 10 cellules.  $T_c(H)$  montre un comportement proche de celui du réseau infini. La seule différence notable, est l'arrondi des pics au voisinage de  $\phi/\phi_0 = p/q$ . Dans ce cas particulier, l'état de bord a une énergie supérieure et ne contribue pas au fondamental.

Les lignes de transition de la figure IV-4-3 de DIAG10 (courbe (a)) et DIAG30 (courbe (b)) ont été obtenues respectivement pour  $I_{inj}=1\mu A$  et  $r_{ref}=1\ \Omega$  (~10% de  $r_n$ ) et pour  $I_{inj}=1\mu A$  et  $r_{ref}=0.3\ \Omega$  (~10% de  $r_n$ ). Nous avons utilisée les unités réduites  $\frac{\phi}{\phi_0}$  et  $1000 \frac{\Delta T}{T}$  définies précédemment. De plus la composante parabolique due à la largeur des traits a été soustraite. Les deux courbes montrent une périodicité 1 en champ réduit. La courbe (a) montre un léger affaissement à  $1/2$  et presque aucun à  $1/3$  et  $2/3$ . La courbe (b) outre une amplitude plus marquée, montre nettement les affaissements à  $1/2$ ,  $1/3$  et  $2/3$ .

Le réseau DIAG30 présente une ligne de transition semblable à celle associée à la nucléation de la supraconductivité en volume. Celle du réseau DIAG10 correspond à une

nucléation sur les bords (ligne (a) de la figure IV-4-2). Afin de comprendre cette différence nous remarquons que la température à laquelle la supraconductivité passe d'un état de bord à un état en volume dépend de la largeur du réseau, plus précisément du paramètre d'Abrikosov des deux états. Lorsque la largeur est très grande (le coefficient  $\beta_A$  de l'état de bord est élevé), la nucléation en volume se produit alors sur la ligne  $H_{c2}$  c'est à dire à 0.5mK en dessous de la nucléation de la supraconductivité sur les bords. Puisque la largeur de transition est très supérieure (~3mk), il est impossible de distinguer la nucléation sur les bords de celle en volume. Lorsque la largeur du réseau est faible ( $\beta_A$  de l'état de bord faible), la zone en température pour laquelle l'état de bord est stable s'élargit. La température de nucléation au bord se dissocie nettement de celle associée à la nucléation en volume. Elle peut être mise en évidence expérimentalement.

La ligne de transition de DIAG30 correspond plus à la ligne (b) qu'à la ligne (c) car les singularités aux rationnels sont arrondies et elles disparaissent pour les champs à  $q > 3$ . Une limitation de la cohérence à quelques cellules (~10) peut expliquer cet effet.

#### IV-4-b. Dépendance du courant critique en fonction de la température

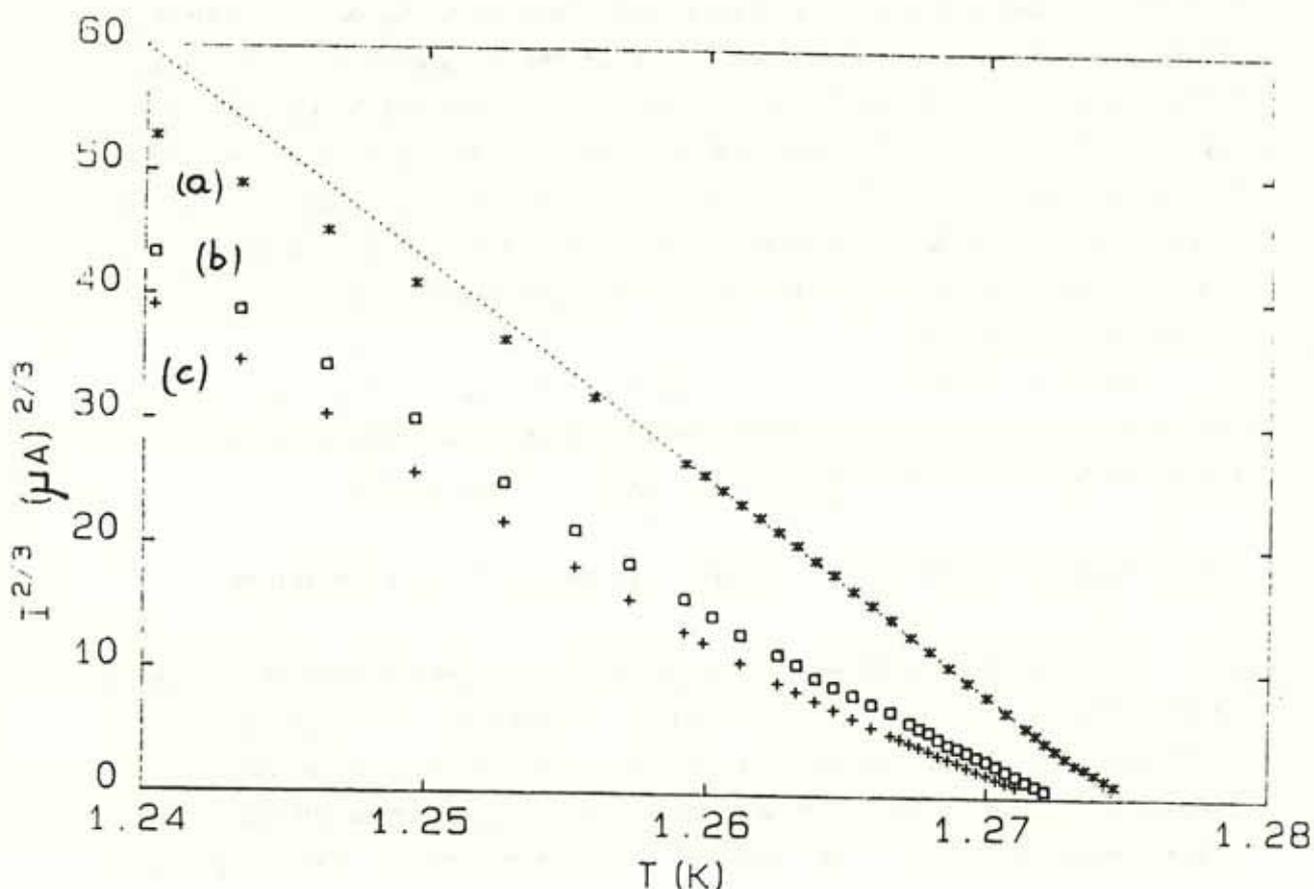
Ce paragraphe est principalement descriptif et permet de préciser le domaine de validité du modèle utilisé. Avant de discuter les courbes, nous précisons différentes températures significatives. A champ nul, la longueur de cohérence est de l'ordre du pas du réseau lorsque  $1-t(0)$  est au voisinage de 0.003. La longueur de pénétration  $\lambda_{res}$  est comparable à la largeur du réseau lorsque  $1-t(H) \sim 0.01$ . Enfin, le flux induit par le courant injecté dépasse le seuil  $2 \cdot 10^{-3} \phi_0$  pour  $1-t(H) \geq 0.008$  à  $\frac{\phi}{\phi_0} = 0$ , pour  $1-t(H) \geq 0.012$  à  $\frac{\phi}{\phi_0} = \frac{1}{2}$  et pour  $1-t(H) \geq 0.015$  à  $\frac{\phi}{\phi_0} = 0.4$ .

##### Loi en puissance 3/2

Les trois courbes (figure IV-4-4) expérimentales (a), (b) et (c) de  $(I_c)^{2/3}$  en fonction de la température correspondent respectivement à  $\frac{\phi}{\phi_0} = 0$ ,  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{3}$ . Ces trois courbes ont été prises successivement à champ constant. Aucun recuit n'a été effectué entre deux mesures. Lorsque les courants critiques deviennent notables ( $\geq 100 \mu A$ ), le chauffage lors de la transition de l'échantillon équivaut à un recuit. D'autre part, nous avons pris soin de corriger le zéro.

La courbe (a) prise à champ nul présente un comportement linéaire entre 1.255 K et 1.272 K qui correspond à une densité de courant critique température nulle de 88 GA/m<sup>2</sup>. Nous avons prolongé la dépendance linéaire par une ligne en pointillés. La droite coupe l'axe des températures à 1.2747 K. Au voisinage de la transition (~ 2 à 3 mK), une petite cassure apparaît. A basse température (< 1.255 K), la courbe s'incurve et le courant critique est affaibli par rapport à la loi en 3/2. Les courbes (b) et (c) présentent des caractéristiques assez semblables. Un régime linéaire subsiste proche de la transition dans une fenêtre de 10 mK. La

température pour laquelle  $I_c = 0$  est abaissée en comparaison de la courbe (a). A plus basse température, le courant critique augmente plus vite que  $(1-t)^{3/2}$ .



**Figure IV-4-4 :**  $(I_c)^{2/3}$  de DIAG30 en fonction de la température pour trois champs appliqués différents  $\frac{\phi}{\phi_0} = 0$  (a),  $\frac{1}{2}$  (b),  $\frac{1}{3}$  (c). La ligne en pointillés indique le régime en  $(1-t)^{3/2}$  pour  $\frac{\phi}{\phi_0} = 0$ .

La dépendance en  $(1-t)^{3/2}$  pour les trois champs est vérifiée au voisinage de la transition. La densité de courant critique à champ nul ( $88 \text{ GA/m}^2$ ) est à comparer au  $108 \text{ GA/m}^2$  obtenu en utilisant les paramètres supraconducteurs du tableau IV-2. Les comparaisons ne peuvent être que qualitatives vu la mauvaise connaissance des paramètres microscopiques. La température d'intersection entre la dépendance linéaire et l'axe  $I_c = 0$ , n'est autre que la courbe  $T_c(H)$ .

Comme pour l'échelle où des sauts d'une bande à l'autre sont prévus, la présence de gap dans le spectre d'Hofstadter (voir figure IV-4-1) conduit à de nombreux sauts de bandes qui se traduisent par des ruptures de pente sur la courbe  $I_c(T)$ . Nous avons étudié en détail cet effet dans le cas d'une bande large en annexe IV-3. Les positions de ces cassures sont

difficiles à calculer. Cependant, un raisonnement qualitatif portant sur la largeur des bandes et des gaps qui sont reliées à l'inverse de la masse effective, nous a permis d'évaluer les premières cassures pour les 3 champs dans le cas d'un réseau infini. Elles se situent au voisinage de 1.26 K. Sur la courbe expérimentale, aucun effet notable n'est visible. La courbe à champ nul présente une cassure opposée à celle attendue. Pour le flux réduit 1/2, la fin du régime linéaire se localise bien dans cette zone de température et le courant ensuite augmente plus rapidement. Pour le flux réduit 1/3, le régime en puissance 3/2 n'est localisé qu'au voisinage de  $T_c(H)$ . Un changement brusque de l'état critique d'une bande à l'autre n'est pas observé. Cependant, la déviation à la loi en 3/2 pour ces deux derniers champs confirme l'évolution globale prédite par la théorie. L'abaissement à champ nul provient de l'inhomogénéités des courants injectés.

#### Coefficient $C_c(T,H)$

Afin d'effectuer une étude comparative entre les différents réseaux et les courants de dépairage, nous introduisons le coefficient expérimental équivalent de  $C_{dp}(T,H)$  défini au paragraphe IV-1-c :

$$C_c(T,H) = \alpha \frac{I_c(T,H)}{(1 - T/T_c(H))^{3/2}} \quad (IV-25)$$

Ce paramètre a l'intérêt de dissocier les propriétés de la ligne de transition  $T_c(H)$  de celles des courants critiques.

Puisque nous ne pouvons comparer quantitativement le courant  $I_c(T,H)$  du réseau à celui d'un fil seul (la densité intrinsèque changeant d'un échantillon à l'autre),  $C_c(T,H)$  est défini à un coefficient multiplicatif près  $\alpha$ . Nous le choisissons tel que le maximum de  $C_c(T,0)$  soit égal à 1. Nous avons tracé à la figure IV-4-5 la dépendance en température de  $C_c(T,H)$  pour trois champs critiques  $\frac{\phi}{\phi_0} = 0$  (a),  $\frac{1}{2}$  (b) et 0.4 (c). L'obtention de  $C_c(T,H)$  est délicate car fortement dépendante du choix de  $T_c(H)$ . Pour ce faire, nous avons défini  $T_c(0)$  par la température à laquelle la dépendance linéaire  $(I_c(T,H))^{2/3}$  coupe  $I_c = 0$  ( $T_c(0) = 1.2746$  K). Les températures critiques pour les deux autres champs ont été obtenues à partir de la figure IV-4-3b. Le courant critique  $I_c(T,H)$  a été obtenu comme précédemment avec une tension seuil  $V_s = 50$  nV.

A champ nul, le coefficient  $C_c(T,H)$  est presque constant de 0.002 à 0.01. Il correspond à la plage de température où le courant critique suit la loi en puissance 3/2. Lorsque  $1-t \geq 0.01$ ,  $C_c$  commence à décroître pour atteindre 0.75 lorsque  $1-t = 0.05$ . Dans cette zone,  $I_c$  ne suit plus la loi en 3/2. Pour  $\frac{\phi}{\phi_0} = \frac{1}{2}$ , le coefficient est de l'ordre de 0.55 entre  $1-t(H) = 0.002$  et 0.01. Il croît ensuite pour atteindre une valeur proche de celle à champ nul autour de  $1-t(H) = 0.05$ . Enfin, pour  $\frac{\phi}{\phi_0} = 0.4$ , le coefficient vaut 0.25 au voisinage de la transition

( $1-t(H) \sim 0.004$ ). Ensuite il croît lentement pour atteindre une valeur proche des deux autres champs à  $1-t \sim 0.05$ . Pour ce dernier champ, la loi en  $(1-t(H))^{3/2}$  ne semble vérifiée qu'au voisinage de  $T_c(H)$ .

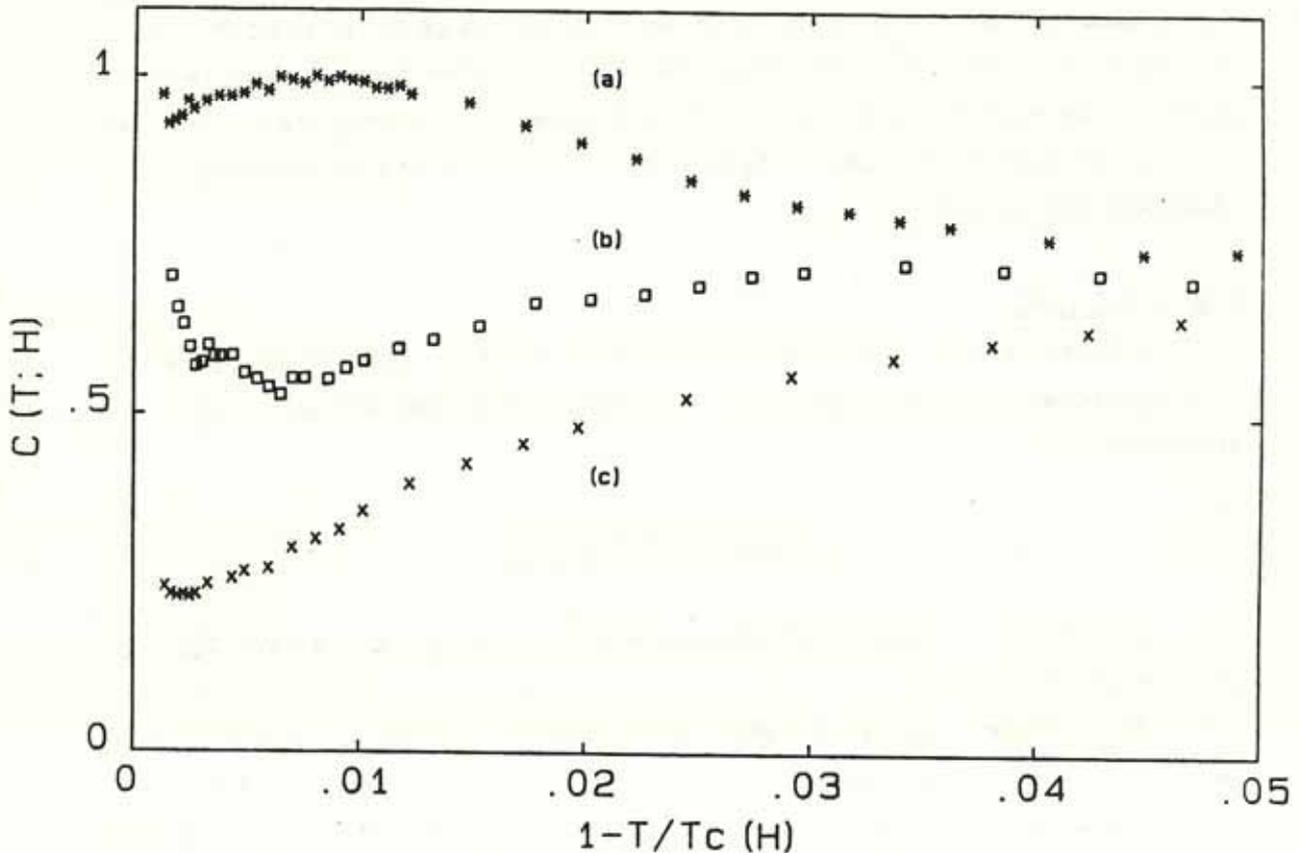


Figure IV-4-5 : Dépendance de  $C_c(T,H)$  de DIAG30 avec la température pour 3 champs différents  $\frac{\phi}{\phi_0} = 0$  (a),  $\frac{1}{2}$  (b), 0.4 (c).

Nous remarquons que le coefficient  $C_c(T,H)$  dépend très fortement du champ au voisinage de la transition. Un rapport 4 apparaît entre  $C_c(\frac{\phi}{\phi_0} = 0)$  et  $C_c(\frac{\phi}{\phi_0} = 0.4)$ . Nous reviendrons en détail sur cette dépendance en champ par la suite. Les variations de  $C_c(T)$  avec la température sont opposées selon que  $\frac{\phi}{\phi_0} = 0$  ou  $\frac{\phi}{\phi_0} = \frac{1}{2}$  et 0.4. Dans le premier cas, il baisse avec la température. Dans les deux autres cas, il augmente lorsque la température diminue. La baisse peut s'expliquer par l'apparition du flux induit due au courant injecté (celui-ci dépasse  $500 \mu A$  à  $1-t = 0.05$ , ce qui correspond à un flux induit de l'ordre de  $0.015 \phi_0$  !). De manière analogue, la longueur de pénétration à basse température ( $1-t > 0.01$ ) devient inférieure à la largeur du réseau, la distribution du courant et de champ ne sont plus

homogènes [IV-8].

Plus curieuse est la montée de  $C_c$  avec la température pour  $\frac{\phi}{\phi_0} = \frac{1}{2}$  et plus encore pour  $\frac{\phi}{\phi_0} = 0.4$ . Il semble que l'influence du champ sur les propriétés de transport s'atténue en baissant la température. A  $\frac{\phi}{\phi_0} = 0.4$ , la montée de  $C_c$  commence dès  $1-t = 0.004$  alors que la longueur de pénétration ( $\lambda_{res} \sim 300 \mu\text{m}$ ) est encore plus grande que la largeur du réseau ( $\sim 130 \mu\text{m}$ ). A cette même température, la longueur de cohérence devient inférieure au pas du réseau. Le modèle de courant de dépairage ne prévoit pas cette atténuation des variations du coefficient  $C_{dp}$  lorsque l'on baisse la température.

#### IV-4-c. Dépendance de $I_c$ en fonction du champ : Effets de commensurabilité

##### Prédiction théorique

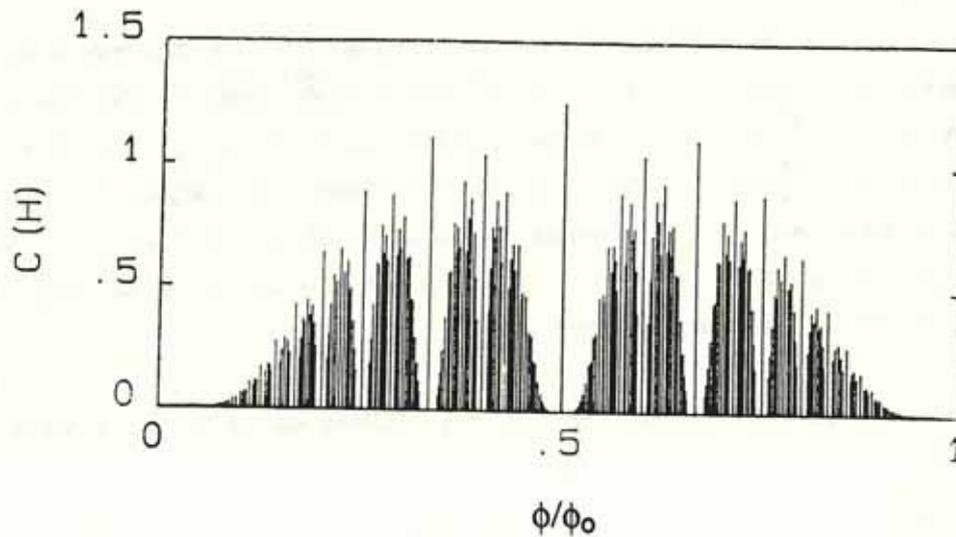
L'obtention du courant de dépairage dans un réseau infini nécessite la connaissance du spectre d'Hofstadter. Afin de simplifier le problème, nous nous sommes restreints au courant de dépairage au voisinage de  $T_c(H)$  lorsque celui-ci s'exprime à l'aide de la masse effective :

$$\frac{m^*}{m_e} = \frac{q^2}{2} \frac{u_0}{\sin u_0} \frac{1}{P'_q(\epsilon_0)} \quad (\text{IV-26})$$

où  $\epsilon_0$  est l'énergie du fondamental du spectre,  $u_0 = \text{Arcos}(\epsilon_0/4)$  et  $P'_q(\epsilon_0)$  la dérivée en  $\epsilon_0$  du polynôme. Ainsi il a été possible d'utiliser des résultats théoriques antérieurs [IV-16]. Le coefficient théorique  $C_{dp}$  est relié à la masse effective et au  $\beta_A$  par la relation :

$$C_{dp} = 2 \frac{1}{\beta_A(k)} \sqrt{\frac{m^*}{m_e}} \quad (\text{IV-27})$$

La figure IV-4-6 montre la variation avec le champ du coefficient théorique  $C_{dp}$  pour un transport parallèle à une direction du réseau. Il est à noter que nous n'avons pas tenu compte du paramètre d'Abrikosov, sa détermination étant trop complexe. Nous l'avons donc fixé à 1. Le coefficient  $C_{dp}$  est périodique de période 1 en flux réduit. Il est maximal et vaut  $\sqrt{2}$  au valeur entière du flux réduit  $\phi/\phi_0$ . Cette valeur est supérieure à la valeur 1 du fil infini. Ce renforcement du courant critique dans les bras qui conduisent est attribué à la présence des bras transverses qui ne transportent pas de courant.

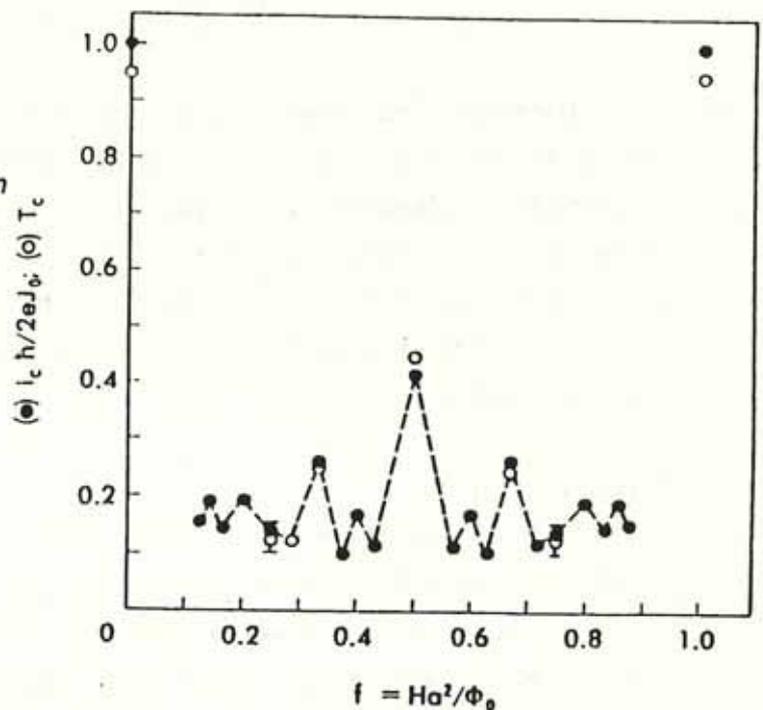


**Figure IV-4-6 :** Dépendance du coefficient  $C_{dp}$  en fonction du flux réduit pour un réseau carré infini. Pour chaque flux incommensurable, le coefficient est nul.

Le coefficient d'un réseau infini montre un comportement extrêmement singulier en champ marqué par un ensemble de fonctions "delta" aux valeurs rationnelles de  $\phi/\phi_0$ . C'est seulement aux valeurs rationnelles  $\frac{\phi}{\phi_0} = \frac{p}{q}$  en effet que l'état supraconducteur peut être décrit par une fonction d'onde de Bloch de vitesse non nulle. Lorsque le flux réduit prend des valeurs rationnelles simples ( $1/2, 1/3, 1/4, 2/5, \dots$ )  $C_{dp}$  s'abaisse légèrement en comparaison à sa valeur à champ nul. Pour ces valeurs il y a commensurabilité entre le réseau supraconducteur et le réseau de vortex. Cet "accrochage" conduit à un courant de dépairage non nul. Lorsque  $q$  diverge, le courant de dépairage s'annule. Au voisinage de chaque rationnel le courant de dépairage tend vers zéro selon une loi exponentielle. Cet effet est net pour  $0, 1/2, 1/3$ . Les propriétés du courant de dépairage peuvent être reliées à la largeur de la première bande. Lorsque le flux réduit correspond à un rationnel simple, la largeur de la première bande est notable et la vitesse de groupe est importante. Au fur et à mesure que  $q$  augmente la largeur diminue ainsi que la vitesse de groupe.

*Remarque: Des études sur les courants critiques dans des réseaux de jonctions Josephson ont été effectuées par T Halsey [IV-19] et S. Teitel et al [IV-20]. Dans les réseaux de jonctions, le courant de transport s'obtient à partir seulement du déphasage. L'approche utilisée s'apparente plus à une étude des courants de dépiégeage en étudiant le courant critique dans la branche de la cellule qui contient le "vortex". Une borne supérieure du courant critique a pu être définie :  $i_c(p/q) < q^{-1} i_c(0)$ . Ce résultat est comparable qualitativement à celui obtenu dans les réseaux supraconducteurs en utilisant notre modèle (figure 1V-4-6b) excepté que notre raisonnement porte sur les courants de dépairage.*

**Figure IV-6-4b** : Courant critique d'un réseau de jonctions Josephson (points noirs) et température critique (cercles ouverts) en fonction du flux réduit. Les traits pointillés sont un guide pour les yeux et ne signifie rien [IV-20].



Afin de préciser la dépendance exponentielle de  $C_{dp}$  au voisinage des rationnels nous étudions ci-dessous la limite des faibles champs. Celle-ci illustre l'effet de localisation des paires qui se développent dans le réseau infini et qui conduit à des courants de dépairage nuls au voisinage de  $\frac{\phi}{\phi_0}=0$  (figure IV-4-6). Nous allons discuter cette limite des faibles champs souvent appelées limite du continuum. Le développement de Taylor du facteur  $f_m$  en  $x$  de la modulation de la fonction d'onde des paires  $f_{mn} = e^{ik_m f_n}$  conduit à l'équation aux valeurs propres :

$$-a^2 \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + V(x) f = (4 - \epsilon) f \quad \text{avec } V(x) = 2 [1 - \cos((x_n - x) \gamma/a)] \quad (\text{IV-23})$$

La position  $x_n = (a^2 k_y + 2\pi n a)/\gamma$  correspond aux minima du potentiel borné périodique  $V(x)$ . Ce dernier est à opposer au potentiel parabolique obtenu pour une couche mince uniforme. Lorsque  $\gamma$  devient très faible, les états propres se localisent autour des  $x_n$  sur une distance  $a/\sqrt{\gamma}$  avec une décroissance exponentielle. Comme la séparation spatiale  $2\pi a/\gamma$  de ces états divergent plus rapidement, leur recouvrement devient très faible et les états se localisent. Nous retrouvons les états de Landau d'une couche mince uniforme. Lorsque le champ réduit croît, le recouvrement entre états localisés augmentent et les paires peuvent commencer à conduire le courant superfluide.

Dans la limite des faibles champs, la construction d'une fonction d'onde étendue à partir des états localisés en utilisant la méthode des liaisons fortes [IV-6], permet une détermination au premier ordre de la masse effective :

$$\frac{m^*}{m_e} = \frac{q^2}{2} e^{-\pi q/2} \quad \text{avec} \quad \frac{\phi}{\phi_0} = 1/q \quad (\text{IV-24})$$

Dans la limite du continuum, nous retrouvons les niveaux de Landau obtenus dans une couche mince infinie. Leurs états ont un courant de dépairage nul. Nous aurions pu le déduire directement de l'étude du paragraphe III-1. L'énergie des niveaux de Landau étant indépendante du vecteur d'onde  $k$ , par suite la vitesse et le courant de dépairage sont nuls. Cette propriété est à comparer au résultat bien connu qu'une couche mince sans défaut ne peut transporter aucun courant superfluide stationnaire. Cependant aucun raisonnement sur les vortex n'a été utilisé.

### Résultats expérimentaux

La courbe de la figure IV-4-7 a été obtenue en mesurant le courant critique pour un balayage en champ de  $-9.15 \text{ A.m}^{-1}$  ( $-0.115 \text{ Oe}$ ) à  $187 \text{ A.m}^{-1}$  ( $2.34 \text{ Oe}$ ). Les unités de flux réduites ont été adoptées. La mesure du courant critique a été effectuée en augmentant le courant injecté à partir de  $0 \mu\text{A}$ . Aucun "recuit" dans l'état normal n'est effectué après un changement de flux. Des essais avec recuit n'ont montré aucune différence. Le seuil adopté est de  $50 \text{ nV}$  pour ces mesures. La température est restée à  $1.2659 \text{ K}$ , c'est-à-dire  $9 \text{ mK}$  de la transition. La longueur de pénétration  $\lambda_{\text{res}}$  ( $\sim 200 \mu\text{m}$ ) est alors supérieure à la largeur du réseau ( $\sim 127 \mu\text{m}$ ). Le champ appliqué est homogène. La longueur de cohérence est de l'ordre de  $2 \mu\text{m}$ .

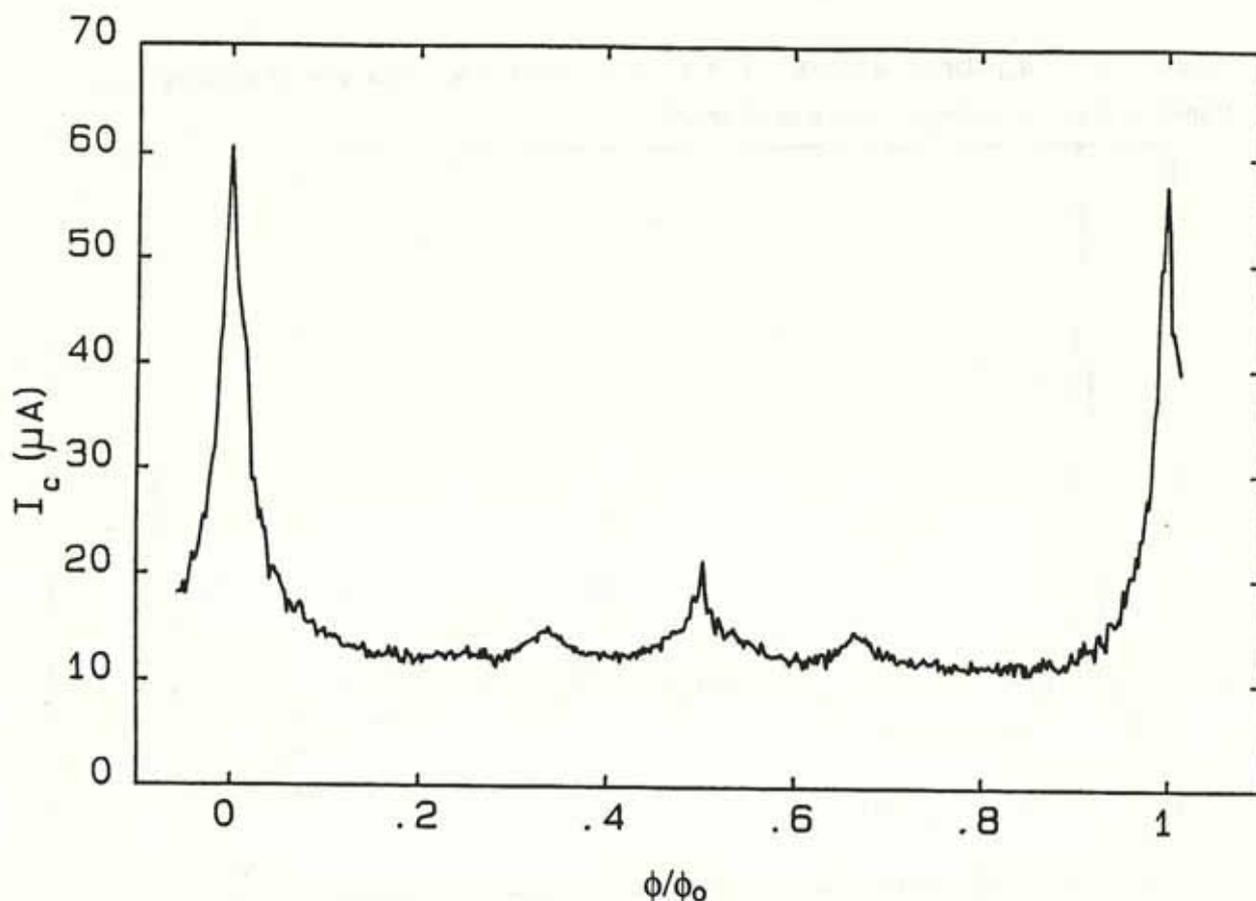
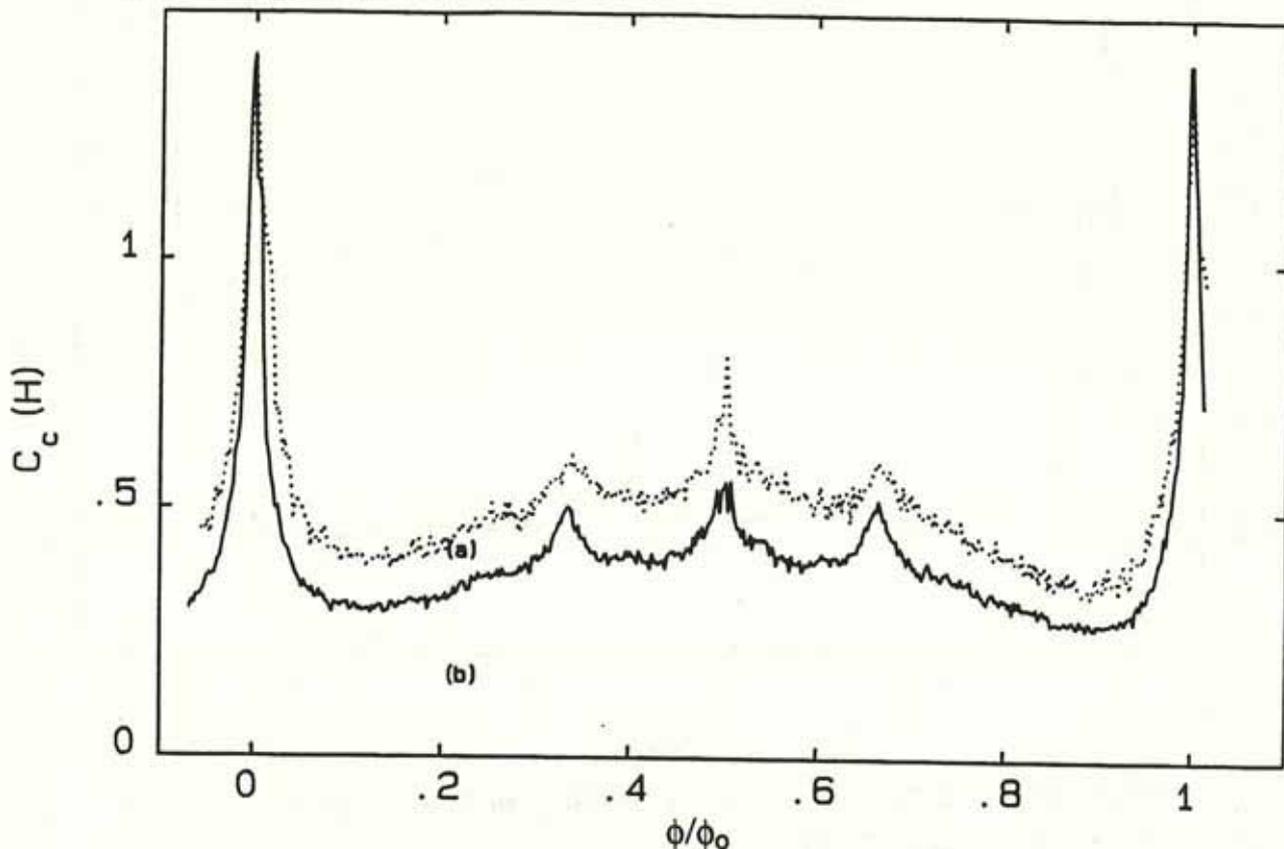


Figure IV-4-7 : Courant critique de DIAG30 en fonction du flux réduit à  $T = 1.265.9 K$  pour  $V_{seuil} = 50 nV$ .

Le courant critique dépend fortement du champ. La courbe est presque symétrique par rapport à  $\frac{\phi}{\phi_0} = \frac{1}{2}$ . Un léger abaissement du courant critique apparaît pour  $\frac{\phi}{\phi_0} = 1$  (57.5  $\mu A$ ) en comparaison à  $\frac{\phi}{\phi_0} = 0$  (60.5  $\mu A$ ). Les pics de courant critique au voisinage de ces champs réduits sont très prononcés. Une variation de flux de  $10^{-2} \phi_0$  (0.023 Oe;  $2.10^{-6} T$ ) induit une chute du courant critique de 20%. Cette extrême sensibilité nous a obligé à une correction très précise du zéro de champ. De plus, elle justifie la limitation du courant injecté à 76  $\mu A$ . Outre les deux pics situés aux valeurs entières du flux réduit, apparaissent un pic prononcé (21.5  $\mu A$ ) pour un flux réduit correspondant exactement à  $\frac{1}{2}$  et deux remontées (14.7  $\mu A$ ) à  $\frac{\phi}{\phi_0} = 0.34$  et 0.66 correspondant à  $\frac{1}{3}$  et  $\frac{2}{3}$ . Entre ces flux particuliers, le courant critique prend une valeur relativement constante autour de 11.5  $\mu A$ . Un rapport 5 entre le courant critique maximal et minimal est à remarquer. La mesure de  $I_c(H)$  à température constante est sensible aux variations de  $T_c(H)$  puisque  $T_c(H) - T$  varie avec le champ. Afin de s'affranchir de cette dépendance qui ne provient que de la variation de la température critique, nous utilisons de nouveau le paramètre expérimental  $C_c(T,H)$  défini plus haut (relation IV-25). Comme ci-dessus, nous avons pris  $T_c(0) = 1.2746 K$  et utilisé les variations  $\frac{\Delta T}{T}$  obtenues expérimentalement.  $C_c(0)$  a été normalisé à  $\sqrt{2}$  pour faciliter l'étude comparative qui suit bien que l'injection de courant soit

diagonal. Nous rappelons que ce paramètre a l'intérêt de dissocier les propriétés de la ligne de transition  $T_c(H)$  de celles des courants critiques.



**Figure IV-4-8 :** Coefficient  $C(H)$  de DIAG30 normalisé à 1 pour deux tensions seuils : 50 nV (a) et 20 nV (b).  $T = 1.2659$  K

A la figure IV-4-8, nous avons tracé les variations de ce paramètre avec le champ pour la courbe ci-dessus associée à  $V_s = 50$  nV (a) et pour une autre obtenue en prenant  $V_s = 20$  nV (b). Les variations de  $C_c$  sont comparables à celle de  $I_c(H)$ . Comme différence, nous remarquons que l'abaissement à  $\frac{\phi}{\phi_0} = 1$  n'apparaît plus. D'autre part, le coefficient  $C_c(H)$  présente deux minima à 0.11 ( $C_c = 0.275$ ) et à 0.9 ( $C_c = 0.25$ ). Le rapport entre la valeur maximale et la minimale est de 4. L'application d'un seuil plus faible a accru légèrement ce rapport qui passe alors à 5. De plus, il a mis en relief les pics à  $\frac{1}{3}$  et  $\frac{2}{3}$  et fait apparaître un léger accroissement à  $\sim \frac{1}{4}$  et  $\sim \frac{2}{5}$ .

L'affaissement du pic à  $\frac{1}{2}$  sur la courbe (b) ne semble pas dû au choix d'un nouveau seuil. En fait, le pic à  $\frac{1}{2}$  semble très fragile, et d'une mesure à l'autre change fortement d'amplitude. Ces fortes variations qui n'apparaissent qu'à ce champ sont similaires à celles observées dans l'échelle à  $\frac{\phi}{\phi_0} = \frac{1}{2}$ .

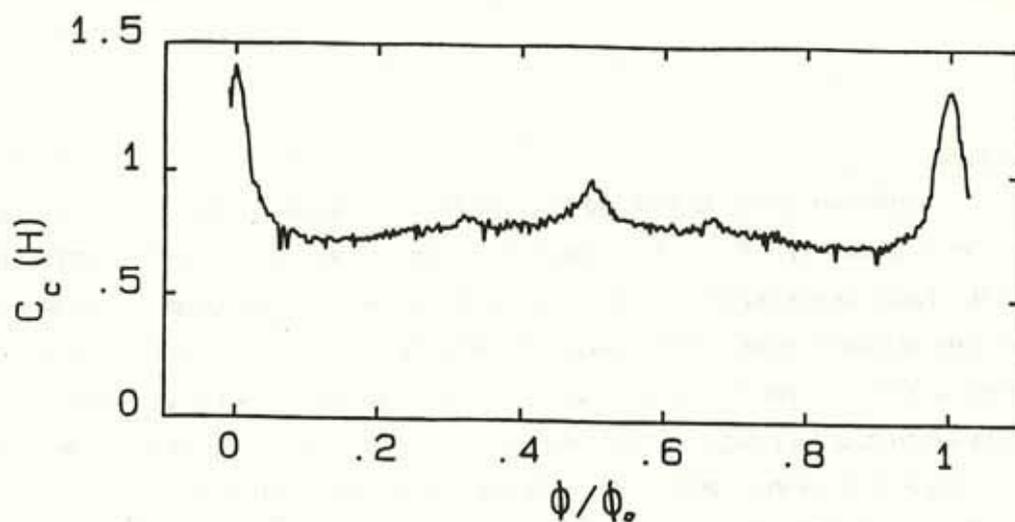


Figure IV-4-9 : Coefficient  $C_c(H)$  de DIAG10 pour  $T = 1.2655$  K. normalisé à  $\sqrt{2}$  obtenu pour une tension seuil de 10 nV. Les bords ont réduit l'amplitude du coefficient. Les pics sont fortement arrondis.

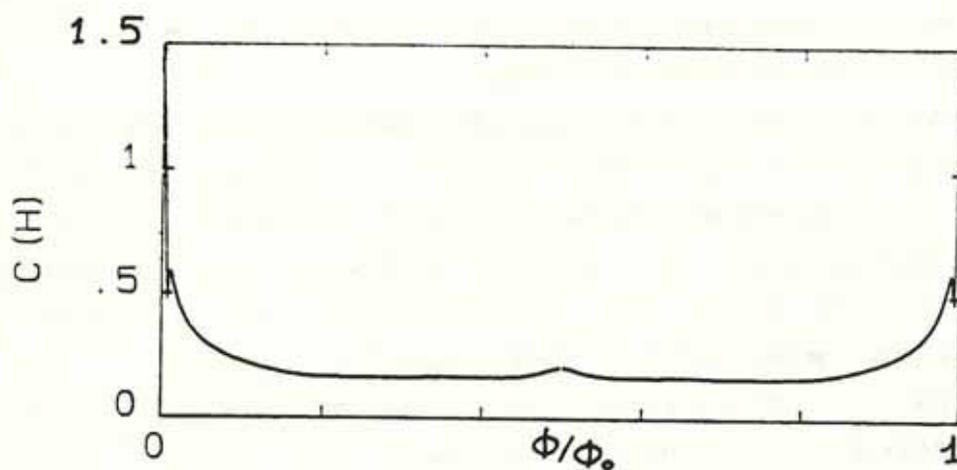


Figure IV-4-10: Coefficient  $C_{dp}$  à  $T_c(H)$  pour le réseau large de 10 cellules (a) avec des bords supra-isolants. Le courant de dépairage provient des états de bords.

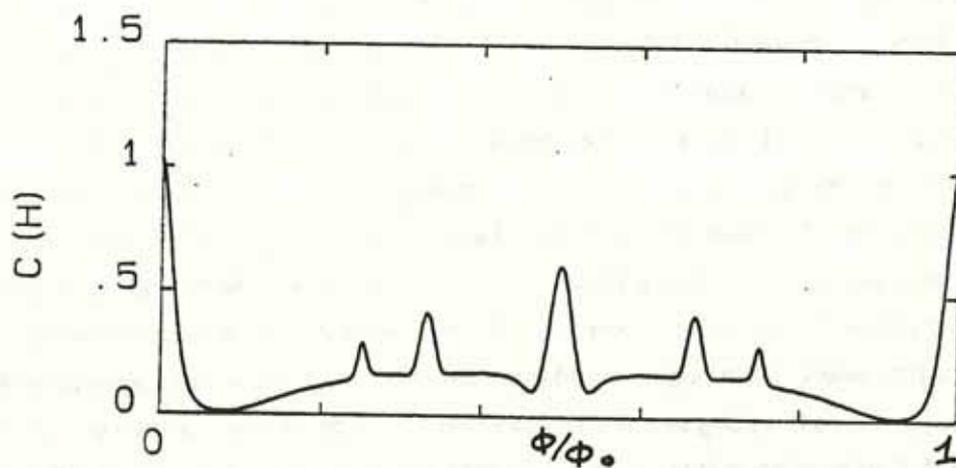


Figure IV-4-11: Coefficient  $C_{dp}$  à  $T_c(H)$  pour le réseau large de 10 cellules (b) avec une condition aux limites métallique. Les pics correspondent aux états étendus. Le fond continu aux états de bords.

### Discussions

Les variations de  $C_c$  de DIAG30 peuvent être comparées à celles obtenues pour un réseau infini (figure IV-4-6). Le coefficient  $C_c$  expérimental dépend comme prévu de la possibilité d'accrochage du réseau de vortex sur le réseau supraconducteur. Une périodicité parfaite est observée pour les pics aux valeurs entières de flux réduit. La présence d'un quantum de flux (ou "vortex") dans chaque cellule du réseau donne exactement la même dépendance du courant critique avec la température qu'à champ nul en l'absence de "vortex". Des remontées de  $C_c$  sont observables pour les rationnels simples (0, 1, 1/3, 1/4).

Cependant les pics aigus (fonction "delta") prédits par la théorie pour chaque flux réduit rationnel ne sont observés que pour  $\phi/\phi_0=0, 1, 1/2$  (courbe (a)). En effet, des pics extrêmement pointus sont obtenus pour ces trois valeurs ainsi qu'en leurs voisinages, une chute très brutale du courant critique avec le champ. Pour  $\phi/\phi_0=1/3, 2/3, 1/4, 2/5$  et  $3/5$  la variation est plus douce et les bosses ne sont plus comparables aux pics de la figure IV-4-6. Pour les autres valeurs de champs, les pics disparaissent dans un fond continu.

Du point de vue de l'amplitude des pics, pour  $\phi/\phi_0=1$ , elle est égale à celle à champ nul comme le prévoit la théorie. Pour les autres valeurs de flux, l'amplitude des pics est plus faible.

De manière opposé, le coefficient  $C_c$  pour les flux réduits non commensurables ou ayant une valeur de  $q$  élevée reste à une valeur non nulle ( $\sim 0.3$  à  $0.5$ ). La taille finie des échantillons mesurés limite la notion d'incommensurabilité. Aussi avons-nous étudié l'importance sur le spectre et sur les propriétés de transport de l'effet de taille.

La présence des bords introduit de nouveaux états (dits de bords) dont les propriétés sont très différentes des états intérieurs ou du réseau infini. Cette différence a été remarquée lors des transitions supraconductrices de DIAG10 et DIAG30. Afin d'en estimer l'importance sur les propriétés des courants critiques, nous avons tracé à la figure IV-4-9 le coefficient  $C_c(H)$  pour DIAG10 (la tension seuil choisie est  $V_s=10\text{nV}$ ). De nouveau il a été normalisé à  $\sqrt{2}$ . Nous remarquons comme différence notable d'une part un fort élargissement des pics à 0, 1 et  $\frac{1}{2}$ , d'autre part, le fond continu situé à 0.3 pour DIAG30 est remonté à 0.7 pour DIAG10. Les pics à  $1/3$  et  $2/3$  ont presque disparus. La réduction de la largeur du réseau a donc atténué les variations avec le champ. La prise en compte des états de bords semble être nécessaire.

Une étude dans la limite de validité de la masse effective a été effectuée pour une bande de largeur de 10 cellules (annexe IV-3). Le coefficient  $C_{dp}$  correspondant à un état propre d'un bord est tracé à la figure IV-4-10. La dépendance avec le champ est devenue beaucoup plus douce. Un pic aigu subsiste aux valeurs entières de flux réduits d'amplitude  $\sqrt{2}$ . La largeur du pic dépend de la largeur du réseau. Cette première diminue lorsque le réseau s'élargit. Pour les autres flux,  $C_{dp}$  se stabilise autour du  $10^{\text{ème}}$  de sa valeur à champ nul. L'état propre associé à un bord conduit le courant. Cependant n'étant localisé que sur une branche de la section qui en contient 10, il ne conduit que le  $10^{\text{ème}}$ . Le courant total de dépairage du

réseau dans la limite de la masse effective est en fait le 5<sup>ème</sup> car les deux états de bords peuvent conduire un courant dans le même sens (cette propriété provient de l'interface supra-isolante).

Ainsi la présence des bords modifie fortement les variations du courant de dépairage avec le champ et justifie une valeur non nulle du courant de dépairage quelque soit le champ. Mais la valeur minimale du coefficient pour un réseau de largeur 10 est de  $\sqrt{2}/5 \sim 0.3$  (à comparer à 0.7 obtenu expérimentalement) et pour un réseau de largeur 30, elle est de  $\sqrt{2}/15 \sim 0.09$  (à comparer à 0.3). La prise en compte des états de bords n'est pas suffisante pour expliquer le fond continu.

Si l'on considère maintenant un réseau de largeur 10 avec des bords normaux (annexe IV-3), nous retrouvons également un comportement régulier (figure IV-4-11) mais nous notons la présence des pics à  $1/2$ ,  $1/3$ ,  $1/4$  qui sont élargis par rapport au réseau infini et dont l'amplitude est réduite. La taille finie du réseau interdit l'apparition de pic d'ordre plus élevé ( $q > 4$ ). Le fond continu (en dehors des pics) provient de l'état de bord. Un affaissement du coefficient  $C_{dp}$  apparaît au voisinage de 0 et  $1/2$ . Cette condition aux limites a pour effet d'amortir les variations de  $C_{dp}$  du réseau infini. Elle peut être aussi vue comme une limitation de la cohérence à 10 cellules. Cet effet peut expliquer qualitativement la présence, sur la courbe expérimentale, des pics à  $1/2$ ,  $1/3$ ,  $1/4$ . Cependant le pic à  $1/4$  est à peine visible et le minimum de  $C_c$  expérimental demeure très supérieur à celui prédit.

### Conclusion

La présence des pics aux rationnels simples sur la courbe expérimentale semble confirmer notre modèle. Cependant les courants de dépairage ne sont pas nuls aux champs irrationnels ou aux voisinages des pics comme le prédit le modèle pour un réseau infini. La prise en compte des états de bords bien que permettant de comprendre en partie la forte valeur du courant de dépairage ne s'avère pas suffisante. La présence de défauts dans le réseau supraconducteur (branches coupées, largeur des branches inhomogènes) qui peuvent jouer le rôle de centre de piégeage et ainsi renforcer le courant critique, semble être assez limitée. Enfin, comme dans l'échelle, les ruptures de pentes du courant critique en fonction de la température associées aux sauts de bande dans le spectre d'énergie ne sont pas observées.

### **IV-4-d. Discussions sur le terme non-linéaire**

Nous rappelons que dans notre modèle, nous n'avons pas résolu l'équation aux valeurs propres de G.L non linéaire. Nous nous sommes contentés des états propres de G.L linéaire. Les propriétés de transport correspondent donc à ces états. La minimisation du paramètre

d'Abrikosov est une première prise en compte du terme non linéaire. Il conduit à rechercher l'état propre optimal parmi l'ensemble des états dégénérés. Au voisinage immédiat de  $T_c(H)$  cette approximation est peut être suffisante car le terme non-linéaire est évanescent. Il ne permet alors de ne coupler que des états de même énergie. Notre approche est bien justifiée dans cette limite mais l'est beaucoup moins à plus basse température.

En effet, au fur et à mesure que la température décroît, l'importance du terme non-linéaire croît et il faut prendre en compte le couplage entre états d'énergie voisine. Les états sont modifiés par rapport aux états propres de l'équation linéaire et par suite leurs propriétés de transport. Nous ne pouvons plus traiter le terme non-linéaire en perturbation. Il est alors nécessaire de résoudre l'équation de G.L non-linéaire. Ce problème d'une extrême difficulté dans le réseau carré infini, peut être résolu dans l'échelle qui est une géométrie unidimensionnelle. Cette nouvelle approche du problème des courants de dépairage permettrait de mieux estimer le rôle "perturbateur" ou "dominant" du terme non-linéaire dans les propriétés de conduction ou de localisation [IV-21].

Les cassures prédites proviennent des propriétés des spectres obtenus à partir de l'équation linéaire. Or dans nos réseaux celles-ci ne devraient se produire qu'à des températures où le terme non linéaire devient notable. Pour les réseaux d'aluminium utilisés, il est peu probable que le régime avec les cassures puisse être atteint. Pour les champs incommensurables, les bandes sont extrêmement nombreuses et séparés par de très faibles gaps. Par suite le terme non-linéaire, même dans sa limite évanescente, peut coupler un grand nombre d'état. Le courant de dépairage nul pour les champs incommensurables ne semble avoir de sens qu'en l'absence totale de terme non linéaire ce qui n'est jamais vérifié.

#### IV-5 REGIMES DISSIPATIFS

Jusqu'à présent, nous avons étudié les propriétés de l'état supraconducteur. Un domaine aussi passionnant est l'état résistif où supraconductivité et dissipation se cotoient. Bien qu'étant un sujet extrêmement complexe, il nous a semblé intéressant de décrire les résultats expérimentaux effectués ainsi que d'en tenter quelques interprétations très simplifiées.

Deux régimes dissipatifs doivent être distingués. Lorsque  $I \leq I_{dp}$ , la tension mesurée provient d'un glissement de phase provoqué par les fluctuations thermiques  $kT$  que nous discutons en annexe IV-1. Lorsque  $I > I_{dp}$ , la tension mesurée provient alors d'un glissement de phase due à l'énergie potentielle  $\frac{h}{2e} I$  créée par le courant injecté. Nous étudions cet effet avec et sans champ appliqué.

#### IV-5-a Echauffement

Nous verrons par la suite que la dissipation n'apparaît que sur une section transverse du réseau. Cette effet peut créer un échauffement local important qu'il est nécessaire d'évaluer. En appliquant une étude effectuée par M. Stuivinga et al [IV-22], nous avons obtenu une condition sur la puissance maximale acceptable.

Nous considérons  $Y_k$  la conduction thermique entre l'aluminium et le substrat ( $Y_k = 0.08 \text{ W/K/cm}^2$  [IV-23]) et  $K$  la conductivité de l'aluminium ( $K = 9.3 \text{ mW/cm/K}$  obtenu en appliquant la loi de Weidemann-Franz). La longueur d'échauffement dans le plan du substrat (thermal healing length) correspond alors à [IV-22] :

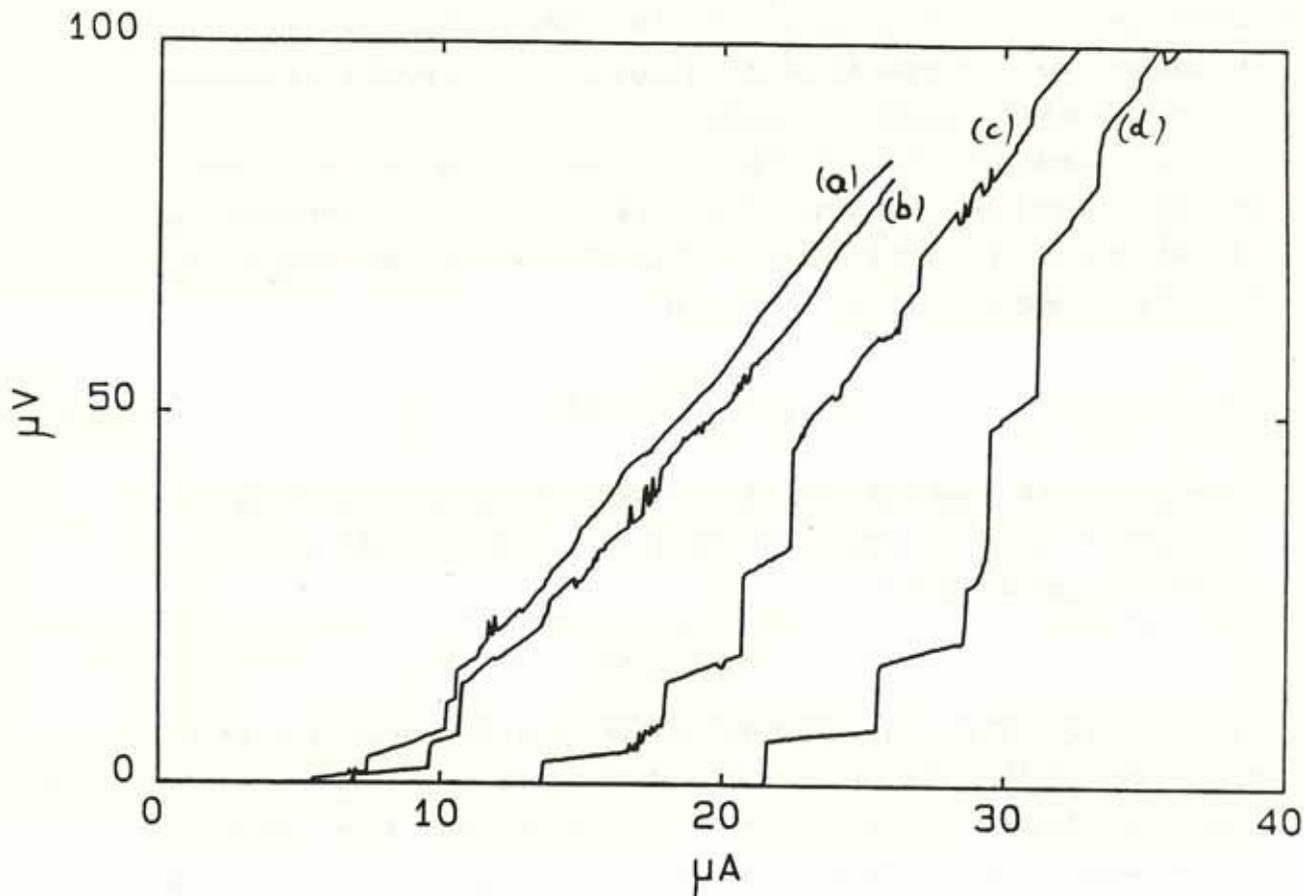
$$\eta = \left( \frac{e K}{Y_k} \right)^{1/2} = 10 \mu\text{m}$$

La puissance dissipée localement se répartit sur la longueur  $\eta$  et sur une section transverse ( $60 d = 15.6 \mu\text{m}$ ). En appliquant l'expression simplifiée de la référence [IV-22], la température augmente donc localement de :

$$\delta T \sim \frac{V.I}{(2\eta Y_k 60d)}$$

Cette augmentation  $\delta T$  de la température de l'échantillon peut créer une zone normale si elle devient supérieure à la température critique et un "emballement" dans la transition vers l'état normal peut se produire. La forte hystérésis dans les courbes courant tension (figure IV-2-2) peut s'expliquer par cet échauffement. Et leurs caractéristiques est dominée par cet effet. Lorsque l'échauffement est suffisamment faible, aucun emballement ne se produit. Dans l'étude qui suit, l'écart  $T_C(0) - T$  est de l'ordre de 4 à 7 mK. Aussi  $\delta T$  doit demeurer très faible en comparaison. Nous supposons que l'échauffement est négligeable lorsque une augmentation de  $\delta T$  reste de l'ordre de 10 % de  $T_C(0) - T$ . Cette condition est vérifié lorsque la puissance est inférieure à 200 pW.

## IV-5-b. Centre de glissement de phase



**Figure IV-5-1 :** Courbe VI de DIAG30 à champ nul pour différentes températures réduite voisines de la transition  $= 0.9975, 0.9969, 0.9958, 0.9947$ .

Le régime de sauts de tension discuté au paragraphe IV-2-c a été constaté dans les 3 réseaux. Cependant nous ne décrivons que le réseau DIAG30 car alors pour les premiers sauts de tensions l'échauffement peut être négligé (la puissance dissipée est inférieure à 200pW). Les courbes (figure IV-5-1) ont été obtenues à champ nul en relevant la tension par courant d'injection croissant pour quatre températures (1.27275K (a), 1.27205K (b), 1.27066K (c), 1.26928(d)) voisines de  $T_c(0)$  (1.2746K). Entre deux sauts successifs, la tension croît linéairement avec le courant injecté. La résistance définie par sa pente est indépendante de la température lorsque l'échauffement est négligeable. Elle correspond à 0.31  $\Omega$  et 1.33  $\Omega$  pour les deux premiers paliers. Ces deux valeurs sont une fraction de la résistance normale

$R_n = 3.49 \Omega$ . Le nombre de sauts qui varie de 3 à 6 pour une ligne  $V(I)$ , dépend de la température de l'échantillon. La résistance de l'échantillon tend lentement vers la résistance normale. Pour un courant 5 fois supérieur à  $I_c$ ,  $R$  n'est qu'à 90 % de la valeur normale de  $R_n$  pour une température  $T = 1.27275$  mK. Cet effet témoigne du faible échauffement produit.

Dans un fil fin, des caractéristiques  $V(I)$ , assez semblables ont été observées par Meyer [IV-24] et beaucoup étudiées dans la littérature [IV-22,23,25]. Nous allons rappeler sommairement l'explication de cet effet dans un fil fin. Lorsque le courant critique est atteint en un point du filament due à une inhomogénéité de la section, le circuit entre dans un régime hors d'équilibre dépendant du temps. C'est une transition du premier ordre. Ce régime est dominé par les propriétés supraconductrices au voisinage des centres de glissement de phase (phase slip center (PSC)).

Au point où le courant critique est atteint, le paramètre d'ordre supraconducteur oscille avec le temps sur une longueur  $2\xi$  autour d'un centre. A chaque oscillation, l'amplitude du paramètre d'ordre passe par zéro et un déphasage supplémentaire de  $2\pi$  se produit. La période du cycle est donnée par la fréquence Josephson. Un déséquilibre de potentiel chimique entre les paires et les quasi-particules s'instaure au voisinage du centre de glissement de phase sur une longueur  $2\lambda_{Q^*}$  où  $\lambda_{Q^*}$  est une longueur caractéristique dans les problèmes de déséquilibre de charges. La différence de tension (prise suffisamment loin du PSC) dépend de  $\lambda_{Q^*}$ , de la résistivité du filament et du courant moyen des quasiparticules qui traversent le PSC. L'expression de la résistance des paliers selon le modèle de Skocpol, Beasley, Tinkham (S.B.T) [IV-25] s'exprime alors [IV-23] :

$$\frac{R(n)}{R_n} = (2n \lambda_{Q^*}/L) \cdot \tanh\left(\frac{L}{2n\lambda_{Q^*}}\right)$$

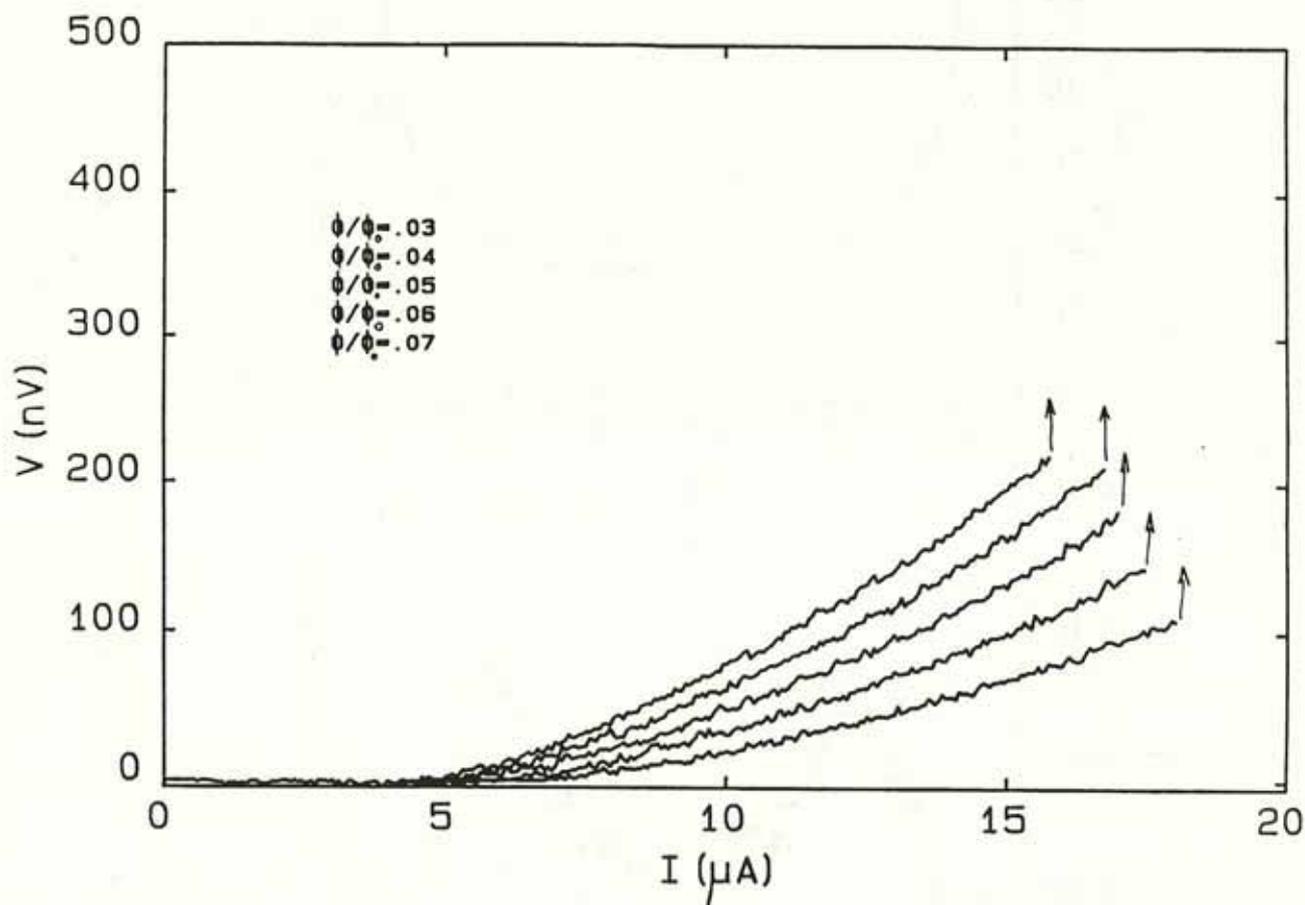
où  $R(n)$  est la pente des paliers ( $\sim \frac{dV}{dI}$ ) et  $L$  la longueur du filament et  $n$  le nombre de centre de glissement de phase.

Ce phénomène utilise les propriétés unidimensionnelles du filament. Il est évident que pour une bande large ( $W > \xi$ ), l'apparition de tension, hors des zones de fluctuations, peut se produire par différents mécanismes. Nous supposons cependant que l'effet est comparable à celui d'un centre de glissement de phase. Le paramètre d'ordre oscille de manière cohérente sur toute une section et à chaque oscillation correspond la traversé d'un vortex ou d'un paquet de vortex. La longueur  $\lambda_{Q^*}$  obtenue à partir du premier palier est estimée à  $11 \mu\text{m}$  pour le premier saut. Elle peut être comparée au  $20\mu\text{m}$  obtenue dans un filament d'aluminium [IV-23] lorsque le libre parcours moyen  $\ell$  est de  $20\text{nm}$ . Le second palier des courbes (a) et (b) correspond à une résistance  $\sim 4$  fois plus grande. Nous l'attribuons à l'apparition de 3 PSC en simultanée qui à plus basse température semblent en partie se séparée (courbes (c) et (d)).

En résumé, lorsque le courant de dépairage est atteint à champ nul, des paliers de résistances apparaissent que l'on peut attribuer à l'apparition de centres de glissement de phase sur toute la section du réseau. La génération de cet effet provient sans doute d'une impureté dans une section transverse. L'effet des défauts et la génération de vortex par le courant dans un réseau de jonctions Josephson vient d'être étudié par W. Xia [IV-26]. La similitude avec l'effet observée dans un fil fin n'est pas surprenante car le réseau est constituée d'un réseau de fil. Nous allons profiter de cette caractéristique pour étudier le problème du flux flow dans le réseau.

#### IV-5-c. Flux flow

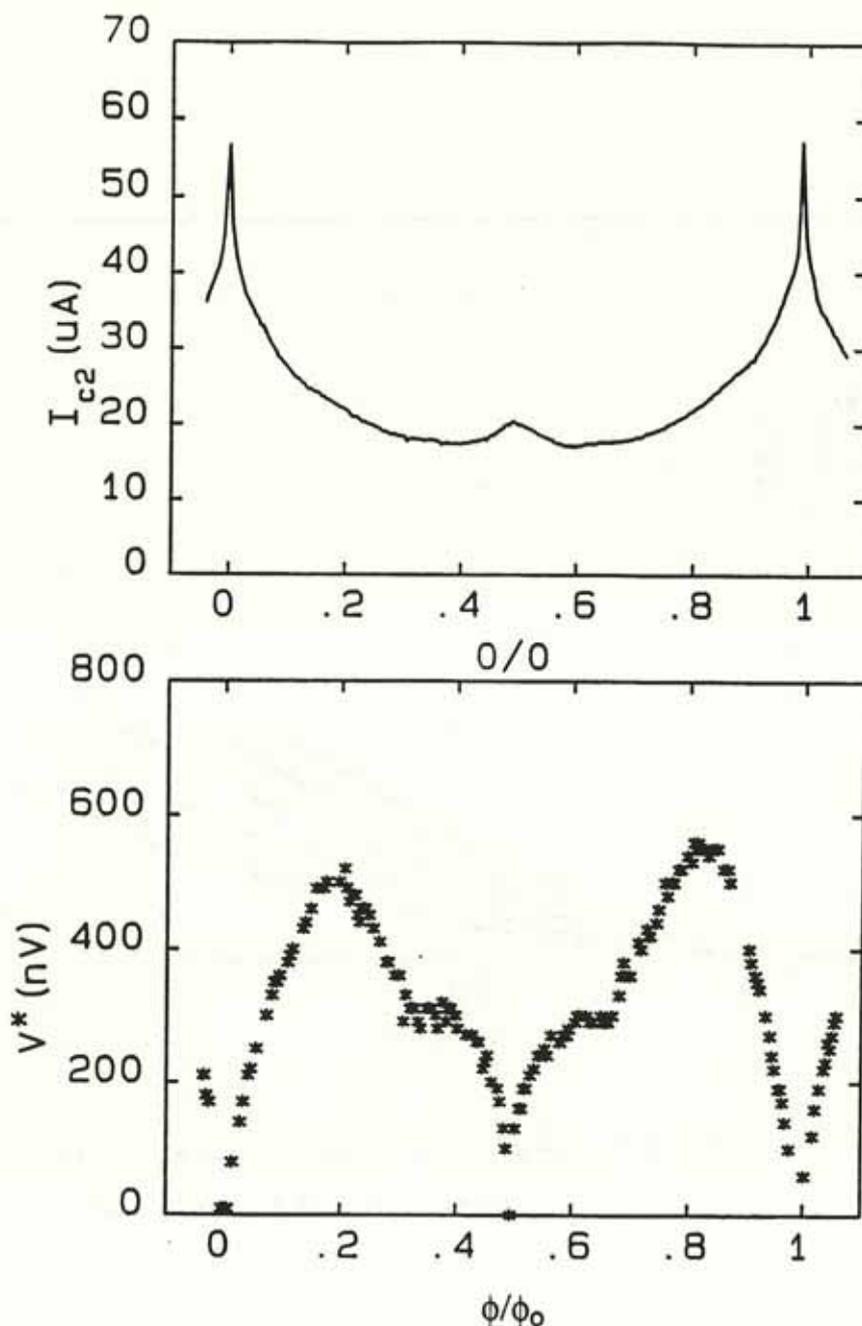
L'application d'un champ magnétique introduit des "vortex" dans le réseau. Lorsque le courant critique est atteint, un nouveau régime dissipatif apparaît que nous allons discuter dans la suite. Nous avons tracé à la figure IV-5-2 les pieds de différentes caractéristiques  $V(I)$  de DIAG30 prises à très faibles champs croissants ( $\frac{\phi}{\phi_0} = 0.03, 0.04, \dots, 0.07$ ). Il est à noter que la tension est au maximum de l'ordre des centaines de nV. Les mesures ont été effectuées pour une même température réduite constante ( $1-t(H) = 0.005$ ). Afin d'obtenir une bonne sensibilité en tension, la mesure se fait en continu avec des temps d'intégration assez long ( $\sim 1$  sec). La tension obtenue est donc fortement moyennée en temps.



**Figure IV-5-2 :** Courbes  $V(I)$  prises à  $T_c(H)-T = 5 \text{ mK}$  constantes. Les courbes de bas en haut correspondent respectivement à des flux réduits de 0.03, 0.04, 0.05, 0.06, 0.07. Echantillon DIAG30.

En présence d'un champ, une montée douce de tension est observée avant le saut brutal de plusieurs  $\mu\text{V}$  indiqué par une flèche. Nous définissons par  $R_f$  la résistance différentielle de ce régime,  $I_{c2}$  le courant d'injection correspondant au saut de tension et  $V^*$  la tension mesurée précédant le saut.  $R_f$  et  $V^*$  croient au fur et à mesure que le nombre de vortex augmente dans le réseau. Au contraire  $I_{c2}$  décroît.

A champ nul, la montée douce de tension n'est pas observée. Seul subsiste le saut de tension de plusieurs  $\mu\text{V}$  étudié au paragraphe IV-5-2. Ainsi  $R_f$  et  $V^*$  sont nulles et  $I_{c2}$  est égale au courant critique étudié précédemment. Cette caractéristique n'a pas été tracée car  $I_c \sim 40 \mu\text{A}$ .



**Figure IV-5-3 :** Courant  $I_{c2}$  correspondant au saut de tension en fonction du flux réduit à  $t = 0.9921$  (DIAG30) et la tension  $V^*$  précédent le saut de tension en fonction du flux réduit à  $t = 0.9921$  (DIAG30).

Lorsque  $\frac{\phi}{\phi_0}$  est au voisinage inférieur de 1, l'augmentation du champ produit un effet inverse. L'introduction de vortex supplémentaires produit une diminution de  $R_f$  et  $V^*$ . En fait, le régime étudié est symétrique par rapport à  $\frac{1}{2}$ .

Afin de préciser les variations respectives de  $V^*$  et de  $I_{c2}$ , ces grandeurs ont été mesurées pour le réseau DIAG30 à  $T = 1.2659$  K pour un flux réduit variant de 0 à 1 (figure IV-5-3). Nous avons adopté la même méthode de mesure que celle du courant critique. A chaque valeur du champ, le courant injecté a été incrémenté en partant de zéro jusqu'à atteindre cette fois une tension seuil de  $1 \mu\text{V}$  qui se situe justement dans le saut de tension

quelque soit le champ.  $V^*$  est la tension mesurée juste avant le saut brutal de tension.  $I_{c2}$  correspond au courant critique pour  $V_s = 1 \mu V$ .

La courbe du courant  $I_{c2}$  associée au saut a perdu une partie de la richesse des courbes du courant critique étudiée précédemment. Il subsiste un pic aigu à  $\frac{\phi}{\phi_0} = 0$  et 1, et une légère remontée à  $\frac{\phi}{\phi_0} = \frac{1}{2}$ . Aucun effet n'est visible à  $\frac{1}{3}$  ou  $\frac{2}{3}$ . La tension  $V^*$  montre une dépendance avec le champ beaucoup plus marquée.  $V^*$  s'annule à 0 et 1 et d'autre part il semble que  $V^*$  s'annule à  $\frac{1}{2}$ . A  $\frac{2}{3}$  et  $\frac{1}{3}$ , deux paliers apparaissent.  $V^*$  montre deux maxima à 0.19 et 0.83. A faible champ,  $V^*$  semble croître linéairement. Le saut brusque sépare le régime de flux flow, où les vortex qui se déplacent sont créés par le champ magnétique, d'un régime de centre de glissement de phase où les vortex qui se déplacent sont créés par le courant induit [IV-16].

Nous avons vu précédemment que les fluctuations thermiques peuvent induire un comportement résistif du circuit supraconducteur. En général, la tension  $V$  dépend exponentiellement de l'activation  $U_b/kT$ . Or  $U_b$  dépend du courant injecté et ne s'annule qu'au courant critique (annexe IV-1). Les très lentes variations de  $V$  avec le courant (figure IV-5-2) ne peuvent s'apparenter à la dépendance exponentielle du régime de flux creep, c'est-à-dire de l'activation thermique des vortex au sein du réseau. Dans la suite, nous supposons l'effet dû à l'activation thermique négligeable.

Nous allons tenter d'expliquer l'apparition de la tension de flux flow dans le circuit. Au préalable, il est important de noter que la longueur de pénétration est grande comparée aux dimensions du réseau (pour  $1 - t(H) = 0.005$ ,  $\lambda_{res}(T) \sim 200 \mu m$ ). Par suite, le champ est constant dans le réseau. Pour cette raison, mais aussi du fait de l'absence d'un cœur normal, l'équivalence du régime observée avec le flux flow dans une couche mince homogène est délicate. Il est sans doute plus juste de parler en terme de glissement de phase.

Dans un réseau, les vortex (ou quanta de flux) se placent dans les cellules. Un supercourant se développe dans les branches du réseau autour de chaque vortex. L'application d'un courant extérieur que nous supposons homogène dans toute la section du réseau, crée une dissymétrie de courant autour de chaque cellule contenant le vortex. Dans une branche, les supercourants et le courant d'injection s'additionnent, dans la branche opposée, ils se soustraient. Tant que les branches demeurent supraconductrices, le vortex reste piégé. Lorsque le courant critique est atteint, nous supposons logiquement que seule la branche où s'additionnent le courant injecté et le supercourant transite. Le vortex n'est plus alors piégé puisque la barrière est nulle et il se déplace vers la cellule voisine. Après la traversée de la branche, cette dernière redevient supraconductrice et le même phénomène va se produire dans la branche suivante. Le déplacement d'un vortex dans un réseau peut se voir comme une succession de transition de branche où le courant critique y est atteint. Par

simplification, nous supposerons que le mécanisme est comparable à celui de l'apparition d'un centre de glissement de phase dans un fil. Cette hypothèse va nous permettre d'utiliser le modèle de Skocpol, Beasley et Tinkham (SBT) développé pour un fil seul [IV-25] pour déterminer la résistance  $R_D$  de flux flow dans la limite des faibles champs.

Nous supposerons que le déplacement de vortex s'effectue transversalement au courant injecté. Le courant critique  $I_C$  correspond au dépiégeage des premiers vortex. Le nombre de vortex qui participent au mouvement est donné par  $p/q S$  où  $S$  est une surface en unité de cellules et  $p/q$  le flux réduit (si une seule rangée de vortex se déplace,  $S = N$ ). Nous supposons que dans ce régime dynamique nous pouvons encore décrire l'état supraconducteur par une fonction d'onde macroscopique. Le déplacement des vortex produit une augmentation du déphasage  $\phi$  aux bornes de l'échantillon. La variation de la phase moyenne  $\bar{\phi}$  en fonction du temps est donnée par l'équation Josephson :

$$\hbar \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial t} = 2e \bar{V}_p$$

où  $\bar{V}_p$  correspond à la moyenne temporelle du potentiel des paires aux bornes du réseau dans une région à l'équilibre. Dans cette dernière il y a égalité entre le potentiel chimique des paires  $\bar{V}_p$  et celui des électrons  $\bar{V}_e$ . La variation de  $\bar{\phi}$  est directement reliée à la vitesse de translation des vortex si nous supposons leur mouvement homogène. Au cours d'une translation d'une cellule, les  $p/q S$  vortex ont traversé une branche du réseau. Nous supposons que chaque traversée est équivalente à la création d'un centre de glissement de phase dans une branche.

En appliquant le même raisonnement que celui utilisé pour les P.S.C (modèle SBT), le courant moyen des quasi-particules au cours de la translation dans la branche est donné par :

$$\bar{i}_{qp} = (i - \beta I_C)$$

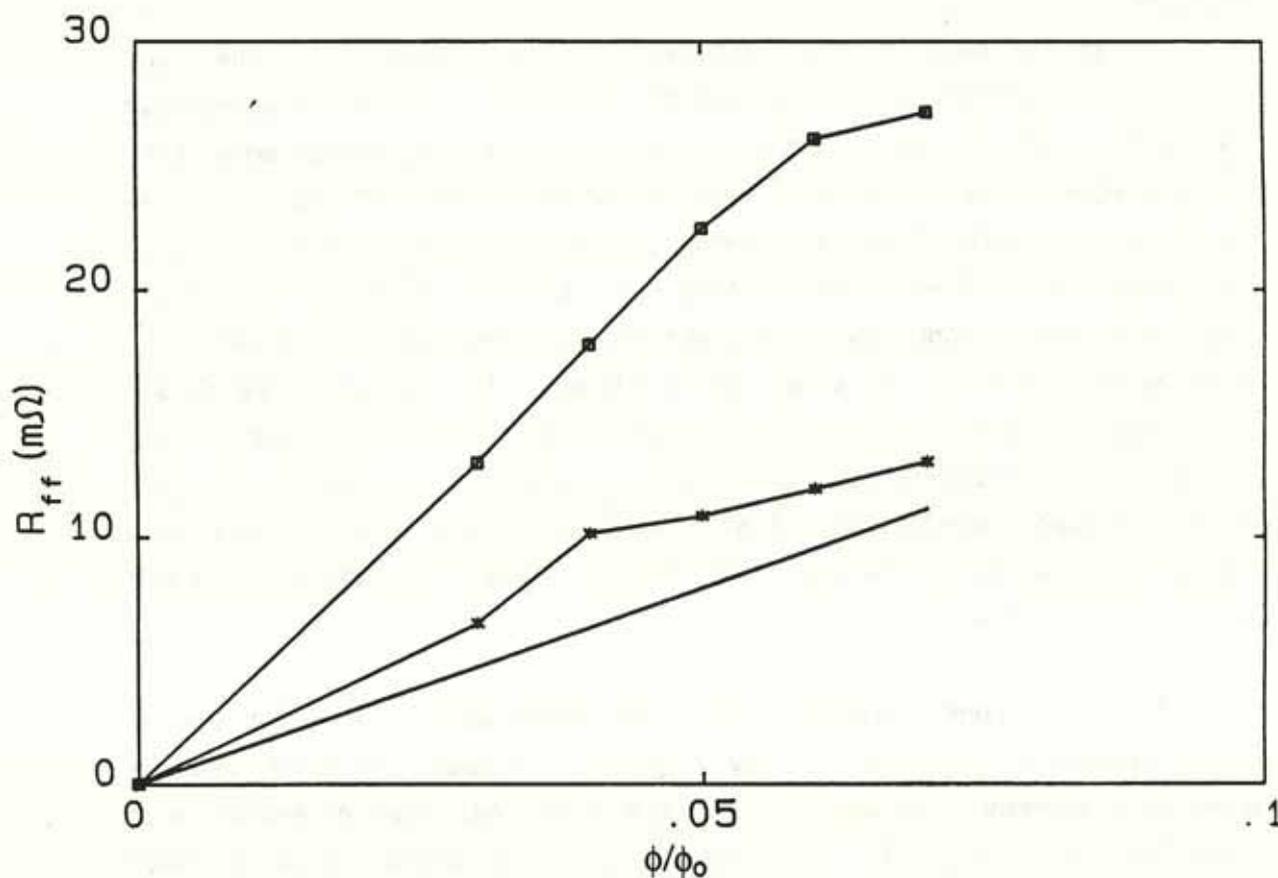
où  $i$  est le courant injecté qui circule dans la branche,  $I_C$  est le courant critique de la branche qui contient le vortex et  $\beta$  est un paramètre phénoménologique de l'ordre de l'unité équivalent à celui introduit dans les PSC [IV-25]. Puisque nous avons supposé que le courant injecté est homogène dans le réseau, nous avons  $I = 2N i$  et  $I_C = 2N I_C$  pour le réseau diagonal. Les quasi-particules générées par la traversée du vortex retournent à l'équilibre sur une distance donnée par  $\lambda_Q^*$ . L'égalité entre la puissance dissipée totale ( $P_t = I V_e = I V_{qp}$ ) et la somme  $P_v$  des puissances dissipées dans chaque branche traversée par un vortex ( $P_v = \rho_n \frac{\lambda_Q^*}{\sigma} \bar{i}_{qp} i$ ) permet d'obtenir le potentiel moyen des électrons loin de cette région hors d'équilibre :

$$\bar{V}_e = \rho_n \frac{\lambda_Q^*}{2N\sigma} \frac{S}{N} \frac{p}{q} (I - \beta I_C)$$

La résistance  $R_f$  différentielle de ce régime de faible dissipation s'exprime simplement par :

$$R_f = R_n \frac{\lambda_{Q^*}}{a} \frac{S}{N L} \frac{p}{q}$$

où  $R_n$  est la résistance normale et  $L$  le nombre de cellules longitudinales entre les deux prises de tension. La résistance  $R_f$  dépend de la résistivité normale, de la longueur  $\lambda_{Q^*}$  qui rend compte de la viscosité, du rapport  $S/NL$  qui donne la proportion de la surface du réseau où se produit le déplacement des vortex, enfin  $p/q$  donne la densité de vortex par unité de cellule.



**Figure IV-5-4 :** Résistance  $R_f$  (en unité de  $m\Omega$  de flux flow pour les très faibles flux réduits obtenus par notre modèle (ligne continue). Résistance différentielle minimale (points étoilés) et maximale (points carrés) mesurée dans le régime de montée douce pour DIAG30 à  $T_c(H) - T = 5$  mK.

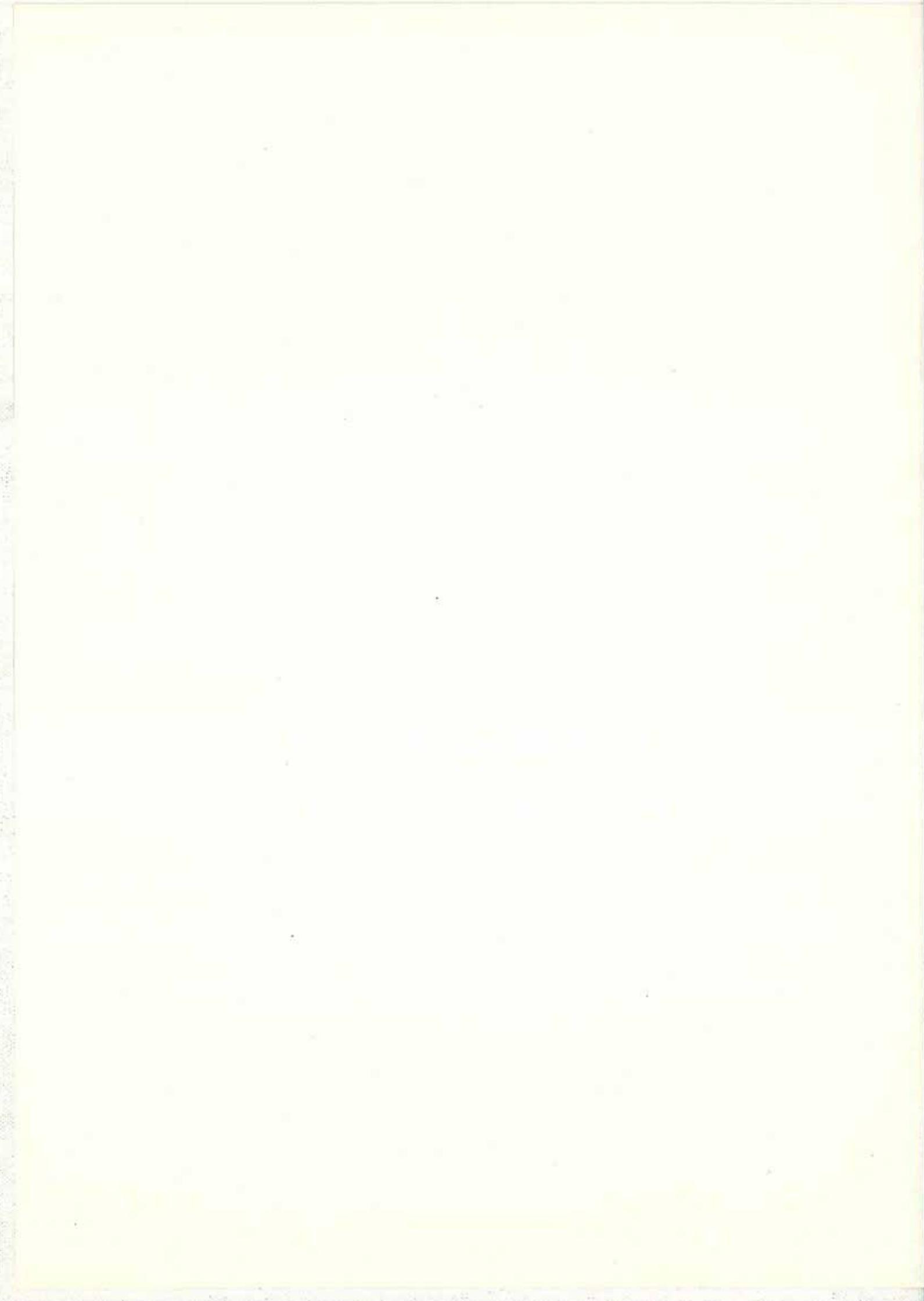
Ce modèle prévoit donc un régime dissipatif linéaire avec le courant injecté dû aux déplacements des vortex. Nous avons tracé à la figure IV-5-4 la résistance  $R_f$  en fonction du champ dans le cas où seule une rangée de vortex se déplace. La valeur  $\lambda_{Q^*}$  trouvée expérimentalement au paragraphe précédent est utilisée. Nous avons tracé sur la même figure

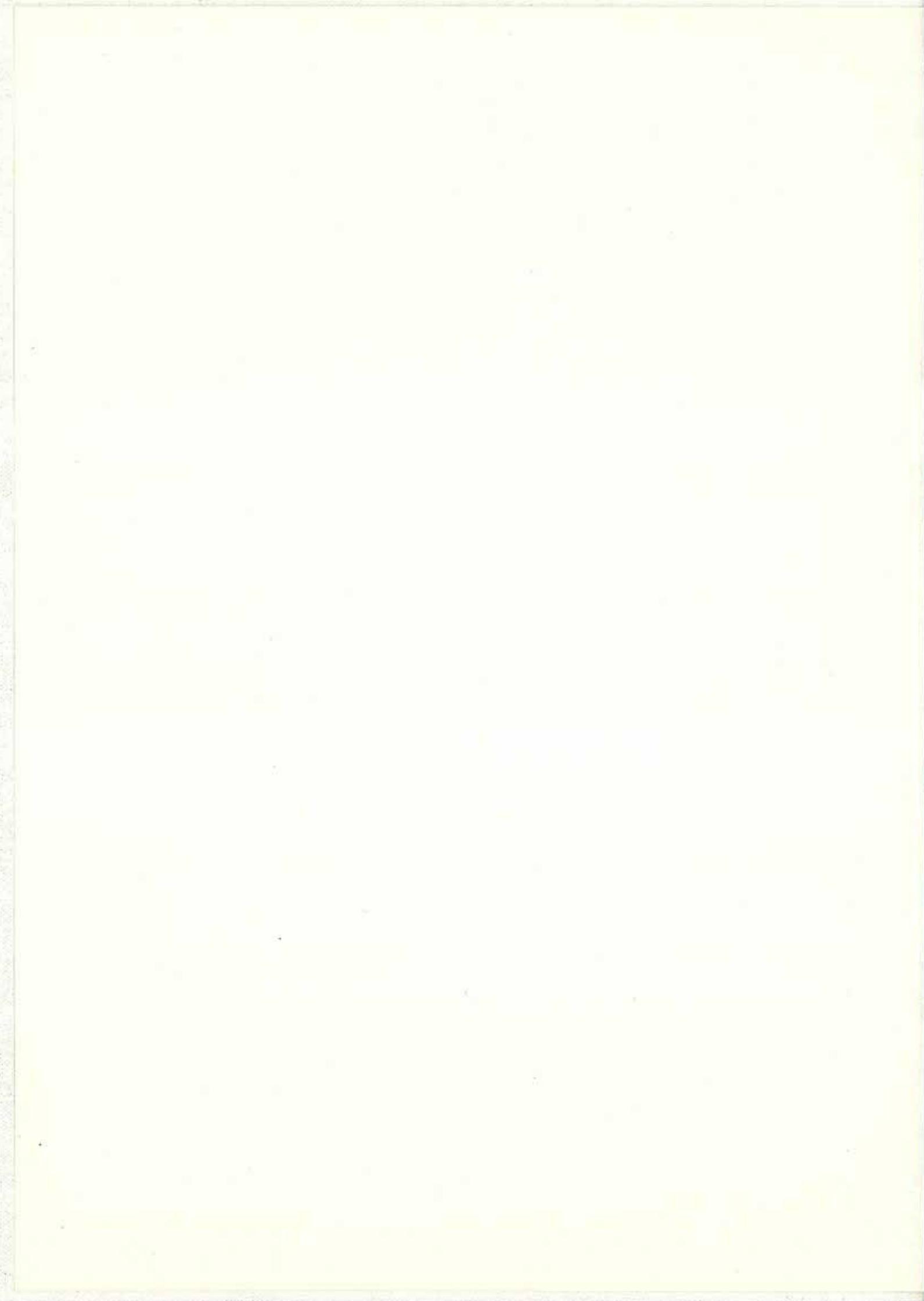
la résistance différentielle mesurée. Puisque la caractéristique  $V(I)$  est non-linéaire, nous avons tracé la résistance différentielle minimale (points en forme d'étoiles) et la résistance maximale précédent le saut. Il est à noter la forte incertitude de la première. Nous obtenons les mêmes ordres de grandeurs de résistance de flux flow entre celle mesurée et celle obtenue par notre modèle extrêmement simplifié en supposant qu'une seule rangée transverse de vortex se déplace. Cette hypothèse est sans doute justifiée dans la limite des faibles champs considérée ici car l'interaction entre vortex est faible.

Cette étude a été faite à très faible flux. Le même type de mécanismes peut se produire pour les flux réduits au voisinage inférieur de 1. Mais ce sont les "trous" sans vortex qui se déplacent.

Le régime de tension observé est non-linéaire (figure IV-5-2). La résistance différentielle croît avec le courant injecté. Larkin [IV-26] a étudié théoriquement la non-linéarité du régime de flux flow dans une couche mince et a obtenu un abaissement de la viscosité lorsque la vitesse du vortex augmente. De plus il a prédit une tension supportée maximale  $V^*$  dans ce régime de flux flow. Hubener et al [IV-27] ont mis en évidence expérimentalement dans une couche mince d'aluminium cette non-linéarité ainsi que la tension  $V^*$  et ont pu l'interpréter en utilisant ce modèle. Dans notre situation il semble plus probable que le régime non-linéaire provienne d'un accroissement du nombre de vortex qui se déplacent. Cet effet peut être dû aux inhomogénéités dans le réseau qui produisent un courant de dépiégeage variable selon la rangée. L'interaction entre vortex, contenu dans le coefficient de cisaillement  $C_{66}$ , peut conduire à l'augmentation du nombre de vortex qui se déplacent au fur et à mesure que le courant injecté croît [IV-36]. Par suite l'augmentation du courant injecté dépiège de plus en plus de vortex et la résistance augmente [IV-28].

Cette étude a profité du caractère discret des réseaux supraconducteurs et de la très grande longueur de pénétration du champ magnétique. Le mécanisme de dissipation se produit dans les branches filamenteuses, simplifiant l'étude. Nous avons pu évaluer par un modèle très simple la viscosité du réseau supraconducteur dans la limite des faibles champs magnétiques. La caractéristique  $V(I)$  non-linéaire reflète le dépiégeage des vortex et peut informer sur le coefficient de cisaillement  $C_{66}$  du réseau de vortex pour les supraconducteurs à très grande longueur de pénétration.





## CONCLUSION

Jusqu'alors, l'étude des lignes de transitions supraconductrices n'avait porté que sur des réseaux supraconducteurs. L'étude du disque supraconducteur plein, présentée dans cette thèse, étend cette démarche à d'autre géométrie. Elle a permis une interprétation détaillée des phénomènes observés et a précisé le rôle du confinement sur les propriétés du spectre d'énergie et sur les propriétés magnétiques. En particulier, cette étude a pu mettre en évidence la particularité des conditions aux limites supraconductrices. Dans le cas d'une interface entre un supraconducteur et un isolant, la fonction d'onde des paires associée au fondamental correspond aux états de bord, les états avec un moment cinétique élevé étant favorisés. Nous avons pu observer les oscillations de la ligne de transition supraconductrice qui rendent compte de la quantification du moment cinétique et de son augmentation avec le champ. Cette propriété de l'état cohérent des paires confinées dans une surface pleine (connexe) n'avait jamais été observée, ni prédite. La prédiction théorique de la ligne de transition supraconductrice et les mesures expérimentales présentent un très bon accord. Les oscillations observées en aimantation confirment les variations du moment cinétique. La prise en compte d'une interface dite "métallique" a été nécessaire pour expliquer de manière quantitative les mesures d'aimantation. La qualité de l'interface joue un rôle dominant dans l'abaissement de l'énergie des états de bords sur le fondamental. En particulier une condition aux limites parfaitement métallique, c'est à dire une annulation de la fonction d'onde sur les bords, repousse les états de bords sur des niveaux d'énergie excités.

Les états de bord jouent aussi un rôle important dans la physique des gaz d'électrons à 2 dimensions dans les semi-conducteurs. Dans cette thèse, nous nous sommes efforcés de préciser les analogies et les différences entre la physique des circuits supraconducteurs et celle des gaz d'électrons. Dans ces derniers, les états de bords correspondent à des états excités qui se situent au niveau de Fermi. Pour l'hélium superfluide, les conditions aux limites de type métallique interdit l'existence d'états de bord et conduit à une différence notable avec les propriétés supraconductrices. En particulier le diagramme de phase d'un disque supraconducteur obtenu au voisinage de la transition met en évidence l'existence d'un vortex géant en son centre. Au contraire, les mesures effectuées par Packard sur un disque tournant d'hélium superfluide ont visualisé un réseau de vortex associé aux états intérieurs. Du point de vue expérimentale, l'utilisation de contacts ponctuels entre un métal et un supraconducteur pour mesurer la résistance du disque a permis de visualiser l'entrée et la sortie des vortex même dans la phase supraconductrice. Cette caractéristique apparaît comme une sonde parfaite pour

l'étude du champ  $H_{c1}$  dans les petits circuits. D'autre part, les oscillations très régulières avec le champ pourraient être utilisées comme magnétomètre.

Une étude préliminaire effectuée par Wang *et al* et basée sur le formalisme d'Alexander avait permis de déterminer les courants de transport dans un réseau infini. Le comportement singulier du courant de dépairage ainsi obtenu restait incompris. Dans cette thèse, nous avons pu, dans le cas des réseaux périodiques, exprimer les propriétés de transport de la fonction d'onde macroscopique des paires à l'aide de la densité moyenne des paires et des vitesses de groupes des états de Bloch solutions de l'équation de G.L. linéaire dans le réseau considéré. Ce modèle a nécessité un traitement perturbatif au premier ordre du terme non-linéaire suivant la méthode d'Abrikosov étendue par Wang aux réseaux. Les propriétés de courant de dépairage obtenues par le modèle sont directement reliées à la structure de bandes d'énergie du circuit considéré. Des sauts de bandes de l'état critique associé au transport de courant maximal sont prévus par le modèle lorsque la température du réseaux décroît. L'étude du courant de dépairage apparaît donc comme une nouvelle manière d'accéder aux propriétés du spectre d'énergie et de la structure de bandes. Au voisinage de  $T_c(H)$ , le courant de dépairage a pu s'exprimer simplement par  $C(H) (1 - T/T_c(H))^{3/2}$ . La loi en 3/2 est semblable à celle obtenue pour un fil seul. Le préfacteur  $C(H)$  s'exprime à l'aide de la masse effective associée à la courbure du bas de bande et dépend donc très sensiblement du réseau considéré et du champ appliqué. L'introduction d'une masse effective dans les réseaux représente une nouvelle approche pour l'étude des propriétés de transport. Elle a permis l'obtention d'une expression très simple du courant de dépairage aisément interprétable.

L'étude expérimentale préliminaire effectuée par Wang *et al* avait conclu à la nécessité d'une amélioration de la lithographie. L'optimisation d'un procédé appelé "bicouche" a été réalisée au C.N.E.T. et a permis l'obtention de réseaux de bonne qualité. Une étude comparative détaillée entre les résultats théoriques et expérimentaux a été rendue possible.

Dans l'échelle, un très bon accord est obtenu entre la ligne de transition supraconductrice expérimentale et théorique. Aucune singularité apparaît au champ d'entrée des premiers vortex dans l'échelle. Une étude comparative portant sur les courants critiques mesurés et obtenus par le modèle a été effectuée. La dépendance en température au voisinage de la transition suit bien une loi en puissance 3/2. Les cassures associées aux sauts de bandes de l'état critique n'ont pas été observées. La dépendance en champ du courant critique mesuré est en accord qualitatif avec les prédictions du modèle. La singularité dans le courant critique correspondant à l'entrée des premiers vortex dans l'échelle est observée. Elle contraste avec l'absence totale d'accident sur la ligne de transition. La comparaison entre ligne de transition et courant critique met en évidence la différence intrinsèque entre la transition de phase, associée à l'énergie du fondamental, et la transition résistive, associée aux propriétés de transport.

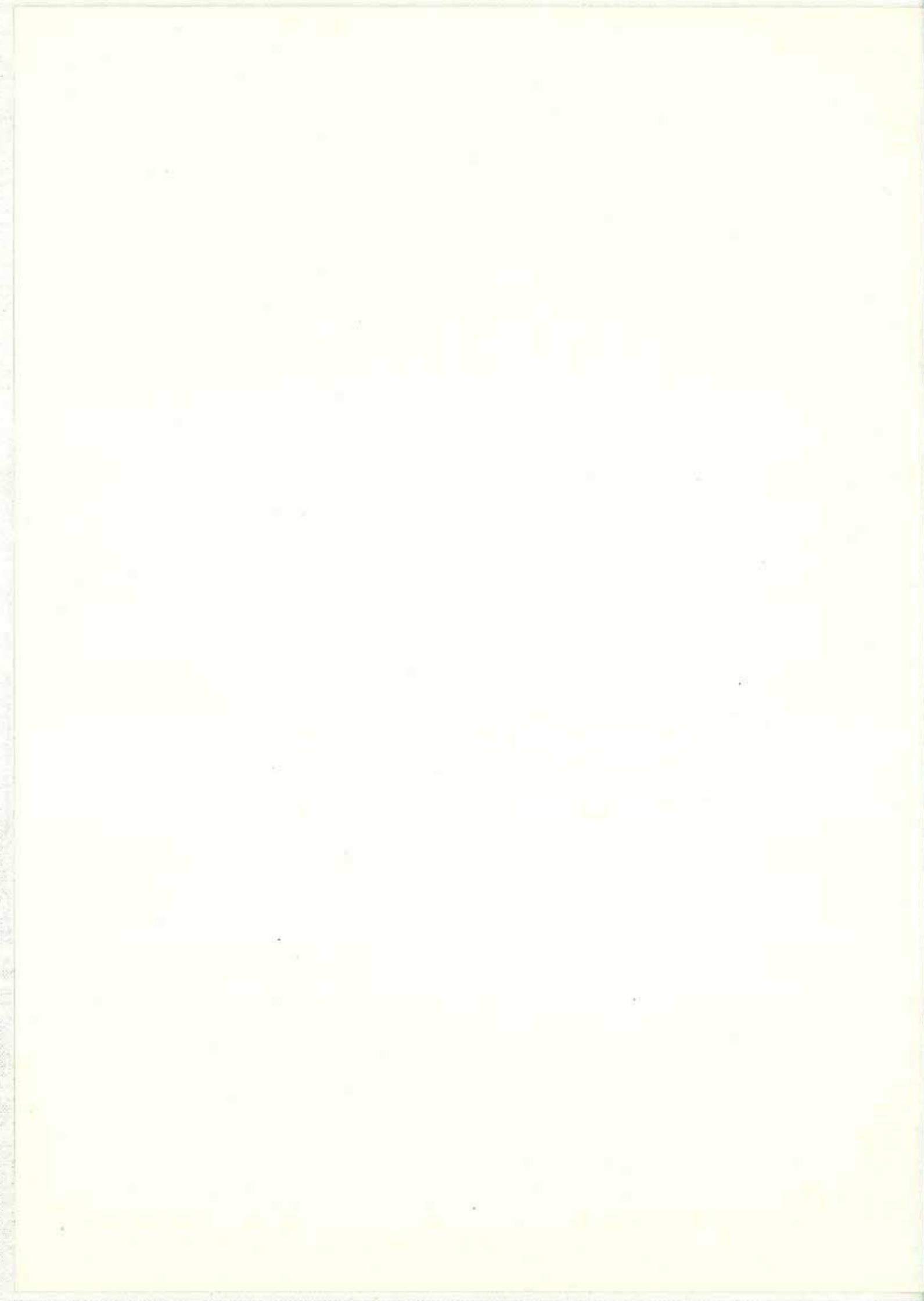
Le courant de dépairage d'un réseau infini, prédit par le modèle, présente un comportement extrêmement singulier en fonction du champ magnétique, le courant de dépairage étant relié à la largeur de la première bande dans le spectre d'Hofstadter. Pour les valeurs de flux incommensurable avec le pas du réseau ( $\phi/\phi_0$  irrationnel), le courant de dépairage est nul et la fonction d'onde des paires ne peut transporter de courant. Dans la limite des faibles champs, ce résultat est à comparer au courant critique nul pour une couche mince sans défaut. Pour les champs commensurables ( $\phi/\phi_0$  rationnel), le courant de dépairage est non nul et est maximal pour les flux réduits entiers. Le courant critique mesuré est fortement affecté par l'application d'un champ magnétique. La périodicité du courant critique avec le champ est obtenue. Des pics ont été obtenus pour les flux réduits simples ( $\phi/\phi_0=0, 1, 1/2, 1/3, 2/3$ ) ce qui confirme qualitativement le modèle des courants de dépairage. Cependant le courant critique mesuré reste fini en contradiction avec l'annulation du courant de dépairage prédit.

Les échantillons mesurés sont de largeur finie. L'étude par le modèle théorique des états de bord dans une bande large a mis en évidence leur faible dépendance en champ. Le courant superfluide associé est non nul mais se localise sur les bords. La dépendance en température du courant de dépairage a fait apparaître une compétition entre les états étendus, ayant une faible vitesse de groupe, et les états de bord, ayant une grande vitesse de groupe mais une faible densité de paires. La prise en compte de ces états de bord n'est pas suffisante pour expliquer la valeur finie du courant de dépairage aux flux incommensurables. Les courants critiques n'ont pu sonder qualitativement le spectre d'Hofstadter qu'au voisinage du fondamental, le modèle étant limité par l'importance que prend très vite le terme non-linéaire.

Le transport superfluide dans les réseaux est abordé dans cette thèse comme une propriété de transport des paires soumises à un champ magnétique dans un potentiel périodique. Puisque un réseau peut être vu comme une couche mince ayant des centres de piégeage répartis périodiquement, le transport superfluide peut être discuté en terme de courant de dépiégeage. Nous tentons actuellement de relier le courant de dépairage qui déparie les paires et le courant injecté qui conduit à l'amorçage du glissement de la phase de la fonction d'onde des paires. L'approche adoptée dans cette étude en terme de courant de dépairage pourrait s'avérer comme une méthode très précise pour l'étude des courants de dépiégeage dans les couches minces ayant une longueur de pénétration très grande comparée à la taille du circuit.

Les régimes dissipatifs apparaissant au delà du courant critique présentent différentes caractéristiques. A champ nul, en l'absence de vortex dans le réseau, un processus comparable au centre de glissement de phase dans un fil seul se produit. Sous champ magnétique, un régime de déplacement des quanta de flux comparable au flux flow dans une couche mince est observé. Un modèle très simple a permis l'obtention de la résistance de flux flow. Ces études préliminaires du régime dynamique des glissements de la phase dans un milieu discret, que forme le réseau, ont mis en évidence la richesse des phénomènes observés. La discrétisation du processus de glissement de la phase ainsi que l'homogénéité du champ magnétique conduit à une simplification dans l'étude de ces régimes. Les réseaux supraconducteurs peuvent apparaître comme une bonne configuration expérimentale pour préciser le flux flow dans les couches minces.





# ANNEXE I-1

## CALCUL DE DOSE

La dose lors de l'exposition est la quantité d'électrons primaires qui se dépose dans la résine par unité de surface. L'unité est en  $\mu\text{C}/\text{cm}^2$ . Elle dépend de la fréquence d'insolation, de la taille du champ d'insolation, du diamètre du faisceau, de la géométrie à insoler. Le profil de la densité de courant du faisceau est assimilé à une gaussienne :

$$J = J_0 e^{-r^2/2\sigma^2}$$

Le diamètre du faisceau est défini comme étant la distance à la quelle la densité de courant tombe à 50 % de la valeur centrale

$$d_s = 2.35 \sigma$$

Les motifs à insoler sont décomposés en unités de surface. Chaque unité de surface ou exel représente une position du faisceau d'électrons. La dimension des exels est réglée par la taille du champ d'insolation et nous notons  $a^2$  la surface de 1 exel. Pour un champ d'insolation de 3.2768 mm,  $a = 0.1 \mu\text{m}$ . Pour un champ de 0.8192 mm,  $a = 0.025 \mu\text{m}$ . Le temps d'insolation de chaque exel sera réglé par la fréquence d'insolation ( $\Delta t = 1/f$ ).

Pour avoir une insolation qui ne montre pas la discrétisation de la position du faisceau, il faut choisir le champ tel que  $a < d_s$ . Dans ce cas, la dose en un point provient aussi des points d'insolation voisins. Le nombre d'électrons déposés dans la surface  $a^2$  située en (0,0) vaut :

$$D(0,0) a^2 = \sum_{r_i} \exp(-r_i^2/2\sigma^2) J_0 a^2 \Delta t$$

où  $r_i$  est la distance entre (0,0) et le point d'insolation, la sommation étant effectuée sur tous les points du motif. Dans la limite  $a \ll d_s$ ,

$$D(0,0) = \frac{\Delta t J_0}{a^2} \iint_{\text{motifs}} e^{-r^2/2\sigma^2} dx dy$$

Suivant la forme du motif à insoler, la dose reçue par exel à fréquence et courant fixé sera différente. Puisque le développement d'une résine impose une dose uniforme sur tout le motif, on devra régler la fréquence selon la forme du motif à insoler (surface pleine, ligne fine, réseau,...).

*Insolation d'une surface pleine*

$$D(0,0) = \frac{I_{\text{tot}} \Delta t}{a^2}$$

*Insolation d'une ligne d'un exel*

On choisit la ligne le long de l'axe des x

$$D(0,y) = \left( \frac{I_{\text{tot}}}{a^2} \right) \frac{a}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-y^2/2\sigma^2} \Delta t$$

La dose reçue dépend de y. Pour avoir un bon contraste, on choisit la dose D à la mi-hauteur de la gaussienne :

$$D = \frac{I_{\text{tot}} \Delta t}{2.13 a d_s}$$

La sensibilité S du PMMA étant environ  $250 \mu\text{C}/\text{cm}^2$ , nous pouvons connaître la fréquence d'insolation adéquate.

*Exemple* : l'insolation s'effectue avec un courant de 1 nA et un champ de 0.8192 mm. La taille du faisceau est de l'ordre de  $0.1 \mu\text{m}$ .

La fréquence pour une surface pleine :  $F = \frac{I_{\text{tot}}}{a^2} \cdot \frac{1}{S} = 640\,000 \text{ Hz}$ .

La fréquence pour une ligne seule :  $F = 75\,100 \text{ Hz}$ .

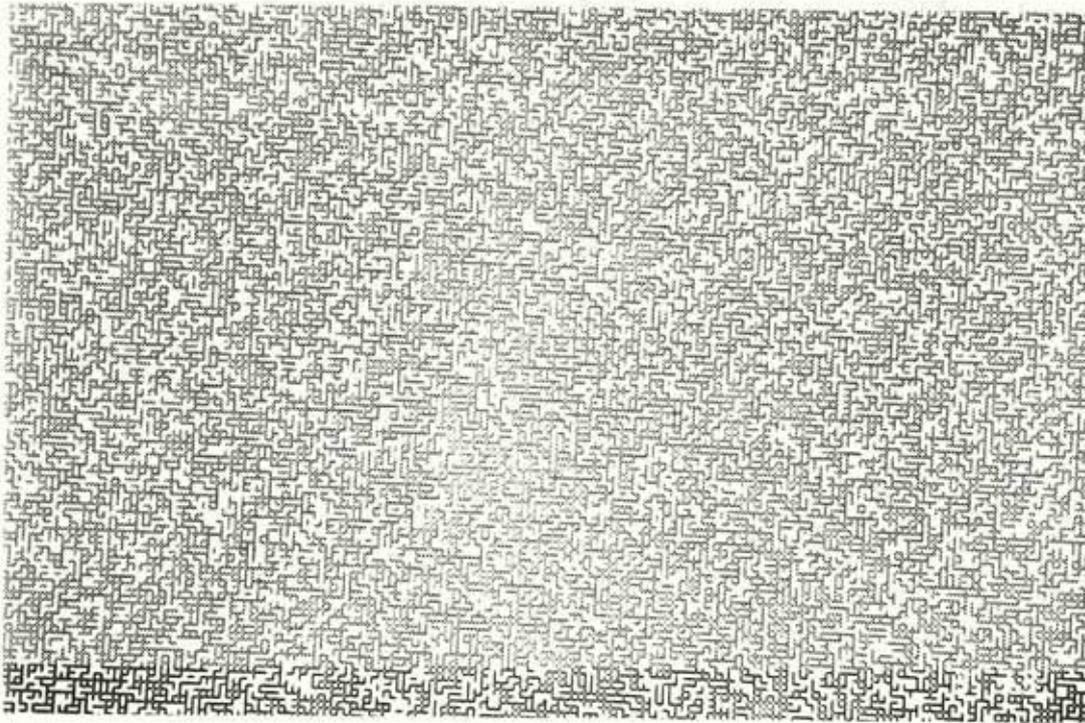
La figure n° I-2 illustre cette dépendance selon la géométrie.

## ANNEXE I-2

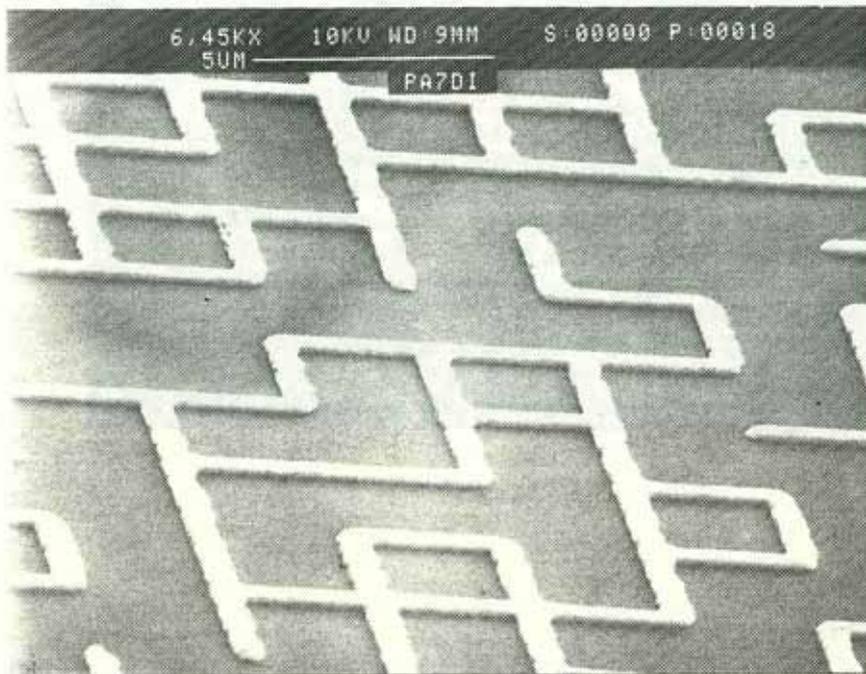
### EXEMPLES DE RESEAUX FABRIQUES

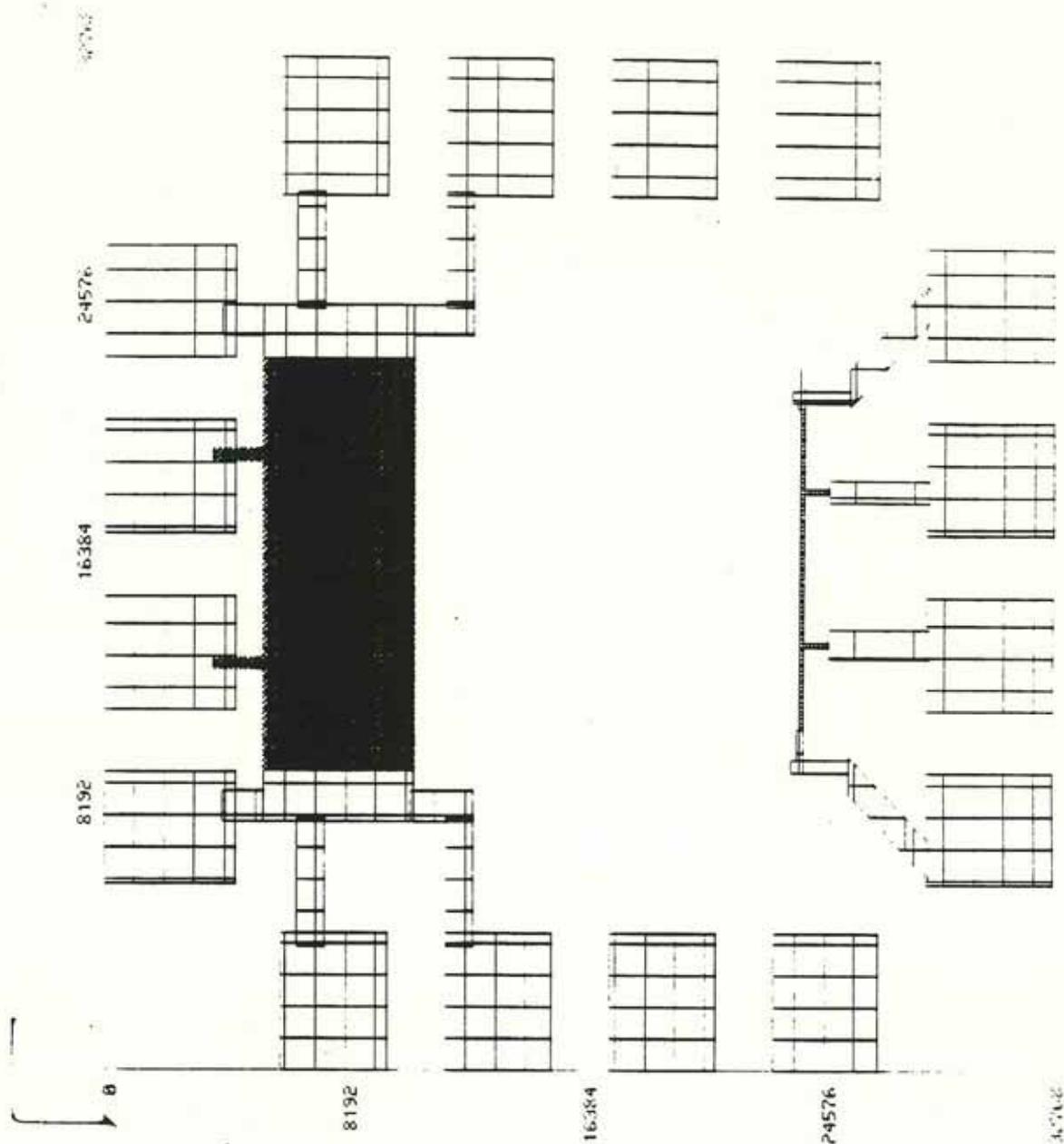
*Réseau carré en indium*





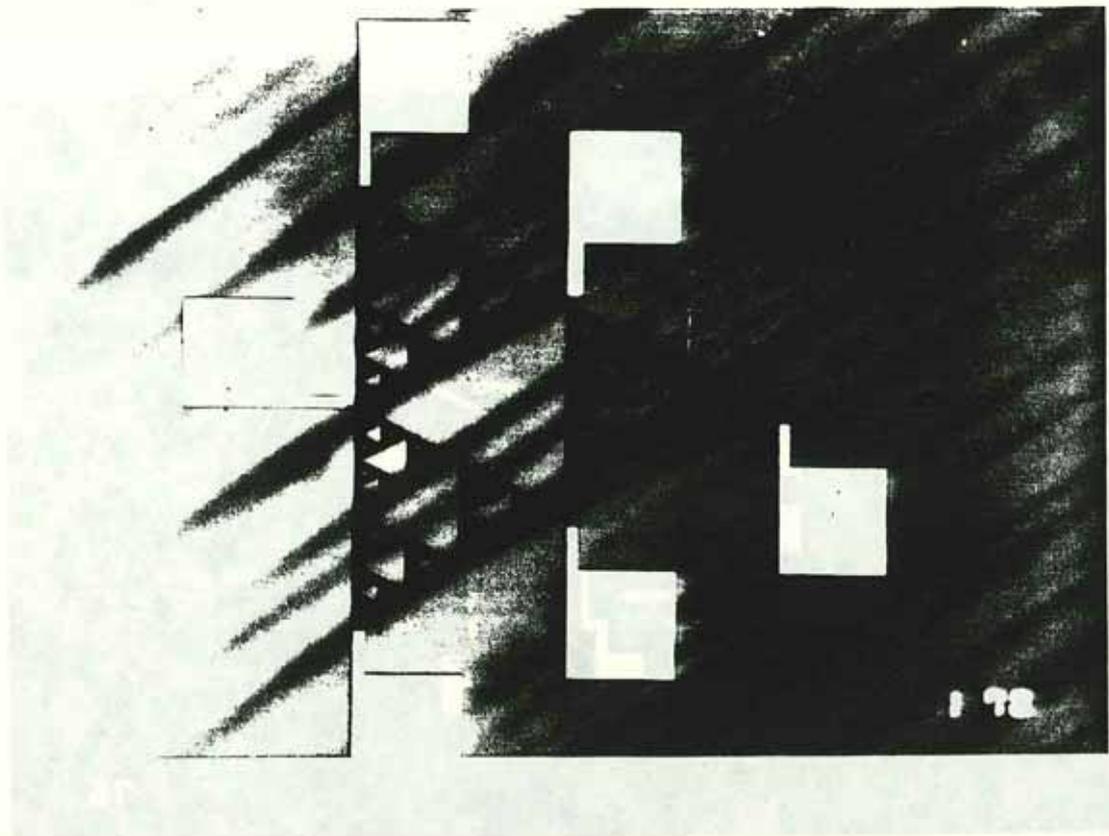
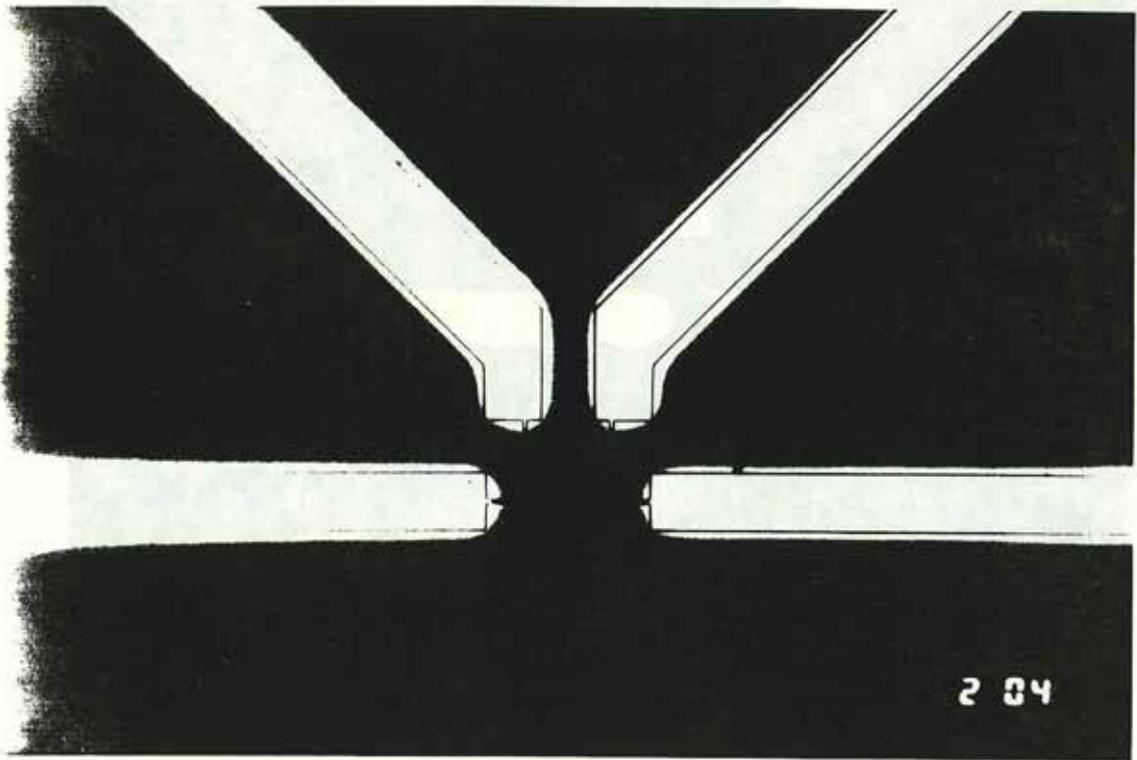
*Réseaux aléatoires en indium*

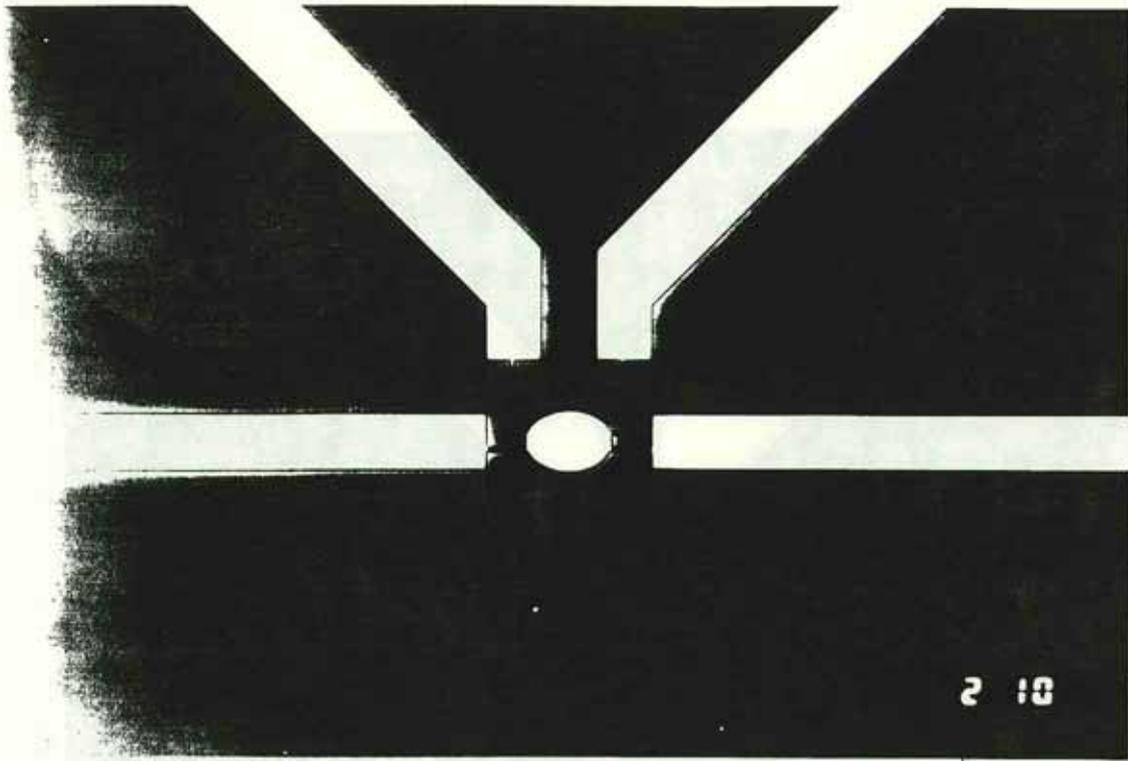




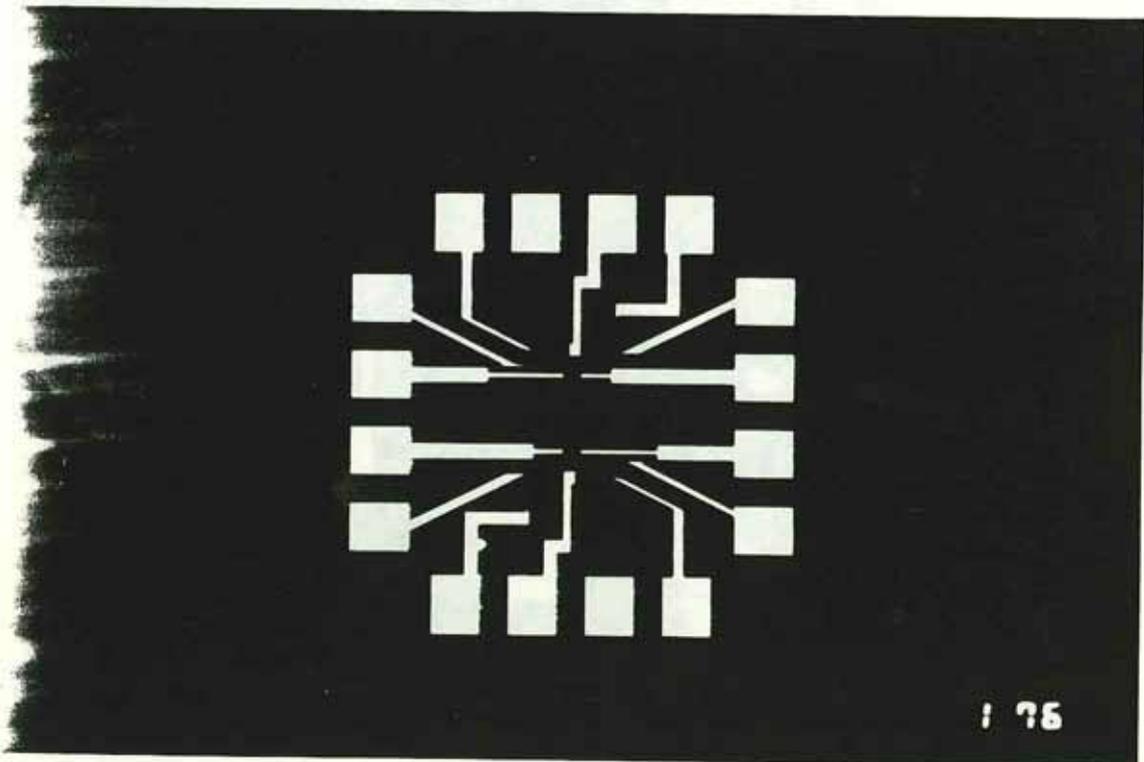
*Vue d'ensemble de la nouvelle configuration utilisée : 16 plots de contacts DIAG30 et une "échelle" sont représentés.*

THE UNIVERSITY OF CHICAGO LIBRARY  
540 EAST 57TH STREET, CHICAGO, ILL. 60637





2 10

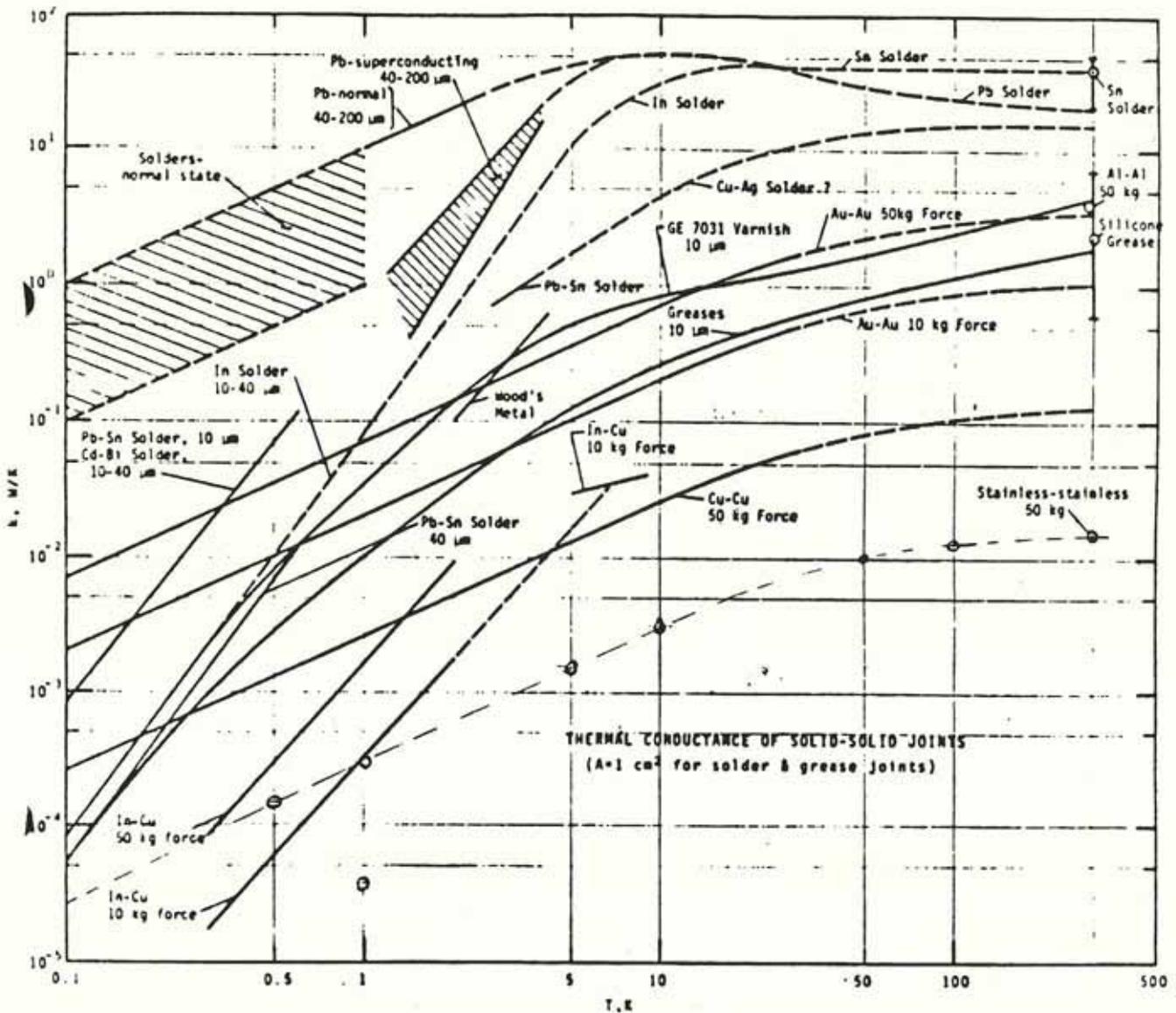


1 75

# ANNEXE I-3

## CONDUCTION THERMIQUE

Les valeurs utilisées ont été lues sur les courbes à la température de 1 K



**Figure 15 :** The thermal conductance of grease, adhesive, solder and pressure joints as a function of temperature. The conductance is per  $\text{cm}^2$  of contact for the grease, adhesive, and solder joints. However, the curves for the pressure joints give the total conductance of the joint, independent of the area, but dependent on the total force applied. The dashed lines are our estimate of the conductance in areas where no data exist.

MEMORANDUM FOR THE RECORD

DATE: [illegible]

[The main body of the document contains several paragraphs of text that are extremely faint and illegible due to the quality of the scan. The text appears to be a formal memorandum or report.]

Very truly yours,  
[illegible signature]  
[illegible title]

## ANNEXE III-1

### INTERACTION DIPOLAIRE

Nous nous placerons à faible champ en supposant que tous les disques sont dans l'état Meissner et que le champ interne résultant du champ appliqué et du champ dipolaire est uniforme.

Le réseau de disques (photo III-4) peut être indexé par deux entiers relatifs  $m$  et  $n$  qui sont associés au numéro de ligne et de colonne. Ainsi, à chaque disque correspond un couple  $(m,n)$ . Nous supposons que chaque disque d'aimantation  $M_{m,n}$  peut être considéré comme un dipole magnétique de moment dipolaire  $\mu_{m,n} = (\pi R^2 e) M_{m,n}$  situé au centre du disque. Le système est donc constitué d'un réseau carré de dipôles magnétiques  $\mu_{m,n}$ . Ces derniers produisent un champ dipolaire:

$$H_{\text{dip}}(r) = -\frac{1}{4\pi} \sum_{m,n} \frac{\mu_{m,n}}{(r-r_{m,n})^3}$$

L'aimantation d'un supraconducteur  $m,n$  dépend du champ magnétique perçu  $H_{in}(r)$ . Si l'on suppose que le champ dipolaire créé par l'ensemble des autres disques varie peu dans le disque considéré, on peut supposer le champ interne constant sur un disque  $(m,n)$  et prendre sa valeur au centre de celui-ci. On a ainsi :  $H_{in}(m,n) = H_a + H_{\text{dip}}(m,n)$  avec

$$H_{\text{dip}}(m,n) = -\frac{1}{4\pi} \frac{1}{(a)^3} \sum \frac{\mu_{m',n'}}{((m-m')^2 + (n-n')^2)^{3/2}}$$

où  $a$  est le pas du réseau et  $\Sigma$  est une somme sur tous les circuits excepté  $(m,n)$ . Nous noterons  $H_a$  le champ extérieur appliqué et  $M$  l'aimantation macroscopique du réseau. Puisque  $H_{in}$  est supposé constant,  $\mu_{m,n}$  est constant et

$$M_{m,n} = M = -\frac{1}{(1-n)} H_{in}$$

où  $n$  est le facteur démagnétisant d'un disque que nous supposons égal au facteur démagnétisant d'un ellipsoïde de révolution de même rayon et épaisseur que le disque [III-20]. Avec ces hypothèses, l'aimantation d'un disque s'exprime très simplement en fonction de  $H_a$  et de la géométrie d'un disque :

$$H_a = -M \frac{e}{R} \left( \frac{\pi}{4} - \frac{1}{4} \left( \frac{R}{a} \right)^3 \right)$$

$$\text{où } f = \sum_{\substack{m', n' \\ (n, m) \neq (0, 0)}} \frac{1}{(n^2 + m^2)^{3/2}} = 9.02$$

Le premier terme correspond au champ interne et le second au champ dipolaire.

## ANNEXE III-2

### AIMANTATION D'UN DISQUE

Afin de nous affranchir de la difficulté de ce problème, nous raisonnons sur un cylindre infini mais en prenant comme longueur de pénétration la longueur de pénétration effective d'une couche mince ( $\lambda^\perp = \frac{2}{\pi} \frac{\lambda^2}{\lambda^2}$  [III-7]).

A faible champ, la modulation et l'amplitude du paramètre d'ordre est indépendante du champ magnétique. Nous appliquons l'équation de London volumique en prenant la longueur de pénétration de la couche mince qui dépend de la température au voisinage de la transition comme  $\lambda^\perp = \lambda^\perp(0) / (1 - t^4)$  où  $t = T/T_1$ . Cette approximation très forte nous permet un calcul simplifié de B et M. Le champ microscopique obtenu s'exprime à l'aide de la fonction de Bessel imaginaire :

$$h(r) = H_a \times \frac{J_0(ir/\lambda^\perp)}{J_0(iR/\lambda^\perp)}$$

Par suite l'induction magnétique macroscopique qui est la moyenne de  $h(r)$  :

$$B(T) = \frac{\mu_0}{V_{ol}} \int_{vol} h(r) r dr d\theta dz$$

Nous supposons que le disque peut être assimilé à une ellipse plate de facteur démagnétisant  $n$ . L'aimantation  $M$  s'exprime :

$$M = -\frac{1}{(1-n)} H_a \left[ 1 - \frac{1}{V_{ol}} \int_{vol} h(r) r dr d\theta dz \right]$$

Cette expression nous donne les variations de l'aimantation en fonction de la température. Trois paramètres libres apparaissent dans cette expression : la température critique pour le faible champ  $T_c(H)$ , le facteur démagnétisant  $n$  et la longueur de pénétration  $\lambda^\perp(0)$ .

# THE HISTORY OF

THE CITY OF BOSTON

FROM THE FIRST SETTLEMENT IN 1630 TO THE PRESENT TIME  
BY  
JOHN H. COOPER, ESQ.  
OF THE BOSTON BAR.  
IN TWO VOLUMES.  
VOL. I.  
BOSTON: PUBLISHED BY  
J. B. ALLEN, 10 NASSAU ST. N. Y. C.  
1856.

## CONTENTS

CHAPTER I. THE FIRST SETTLEMENT IN 1630	1
CHAPTER II. THE GROWTH OF THE CITY	15
CHAPTER III. THE FOUNDATION OF COLLEGE BOSTON	35
CHAPTER IV. THE FOUNDATION OF THE UNIVERSITY OF BOSTON	55
CHAPTER V. THE FOUNDATION OF THE BOSTON PUBLIC SCHOOLS	75
CHAPTER VI. THE FOUNDATION OF THE BOSTON HOSPITALS	95
CHAPTER VII. THE FOUNDATION OF THE BOSTON CHURCHES	115
CHAPTER VIII. THE FOUNDATION OF THE BOSTON SOCIETIES	135
CHAPTER IX. THE FOUNDATION OF THE BOSTON INSTITUTIONS	155
CHAPTER X. THE FOUNDATION OF THE BOSTON OFFICES	175
CHAPTER XI. THE FOUNDATION OF THE BOSTON INDUSTRIES	195
CHAPTER XII. THE FOUNDATION OF THE BOSTON ARTS	215
CHAPTER XIII. THE FOUNDATION OF THE BOSTON LITERATURE	235
CHAPTER XIV. THE FOUNDATION OF THE BOSTON SCIENCE	255
CHAPTER XV. THE FOUNDATION OF THE BOSTON PHILOSOPHY	275
CHAPTER XVI. THE FOUNDATION OF THE BOSTON POLITICS	295
CHAPTER XVII. THE FOUNDATION OF THE BOSTON ECONOMY	315
CHAPTER XVIII. THE FOUNDATION OF THE BOSTON SOCIETY	335
CHAPTER XIX. THE FOUNDATION OF THE BOSTON CITY	355
CHAPTER XX. THE FOUNDATION OF THE BOSTON STATE	375
CHAPTER XXI. THE FOUNDATION OF THE BOSTON NATION	395
CHAPTER XXII. THE FOUNDATION OF THE BOSTON WORLD	415

# ANNEXE IV-1

## FLUCTUATIONS THERMIQUES

Les fluctuations dans les réseaux à couplage faible (réseaux de jonctions Josephson [IV-29], réseaux de jonction S.N.S [IV-30] ou réseaux à très forte résistivité [IV-31]) ont été et sont très étudiées. Le couplage fort dans nos réseaux limite ce régime de fluctuations au voisinage immédiat de la transition. Nous étudierons les pieds de tension des courbes  $V(I)$  de l'échelle, ce qui nous permettra d'évaluer les fluctuations.

Les courbes  $V(I)$  de la figure IV-7-1 présente la naissance de la tension lorsque le courant croît pour différentes températures (elles ont été décrites au paragraphe IV-4 et correspondent aux courbes IV-4-3) Pour les températures au voisinage immédiat de  $T_c(0)$  (ou bien puisqu'il y a une correspondance entre température et courant critique,  $i_c(T) \leq 2 \mu A$ ), la tension naissante croît continûment avec le courant injecté  $i$ . La dépendance de  $V$  est fortement non linéaire avec  $i_{inj}$  et varie fortement lorsque la température décroît. A quelques mK de la transition lorsque  $i_c \geq 2 \mu A$ , la montée continue de  $V$  n'est plus détectable (inférieure à 10nV) et seul un saut brutal de plusieurs  $\mu V$  est visible (indiqué par une flèche).

L'échelle au voisinage de la transition supraconductrice à champ nul a une largeur ( $a$ ) très faible en comparaison à la longueur de cohérence. Nous supposons que l'étude effectuée sur un fil unidimensionnel peut s'appliquer à l'échelle dans cette limite. Le processus de glissement de phase dans un filament a été réalisé par Langer-Ambegaokar (L.A.) [IV-32]. Une description qualitative est présentée par Tinkham [IV-3] La difficulté de ce problème réside dans le calcul de la barrière d'énergie  $U_b$  à dépasser pour qu'un glissement de phase se produise. Pour  $i_{inj} < i_{dp}$ ,  $U_b$  dépend du courant de dépairage du filament et du rapport  $\frac{i_{inj}}{i_{dp}}$  :

$$U_b = \frac{h}{2e} \cdot i_{dp}(T) \cdot \frac{1}{\pi} \cdot \alpha\left(\frac{i_{inj}}{i_{dp}}\right) \quad (A-IV-1)$$

où  $\alpha$  est une fonction simple de  $\frac{i_{inj}}{i_{dp}}$  [IV-32] que nous avons tracé à la figure IV-A1-1. Lorsque  $i = i_{dp}$ ,  $\alpha = 0$  comme il se doit. Lorsque le courant est nul  $\alpha(0) = \sqrt{3}/2$ . La relation précédente n'est plus correcte lorsque  $i > i_{dp}$ . Le mécanisme est alors très différent et nous le discuterons au paragraphe suivant.

*Remarque : L'expression de  $U_b$  est à comparer à l'énergie de couplage d'une jonction Josephson  $U_J = \frac{1}{\pi} \frac{h}{2e} i_c(T)$  [IV-33]. Puisque  $i_c(T)$  dans les jonctions Josephson est de plusieurs ordres de grandeur inférieurs au courant de dépairage  $i_{dp}(T)$  dans les filaments utilisés*

d'aluminium, le régime de fluctuations thermiques est très large. Il n'est que de quelques mK dans les réseaux étudiés ici.

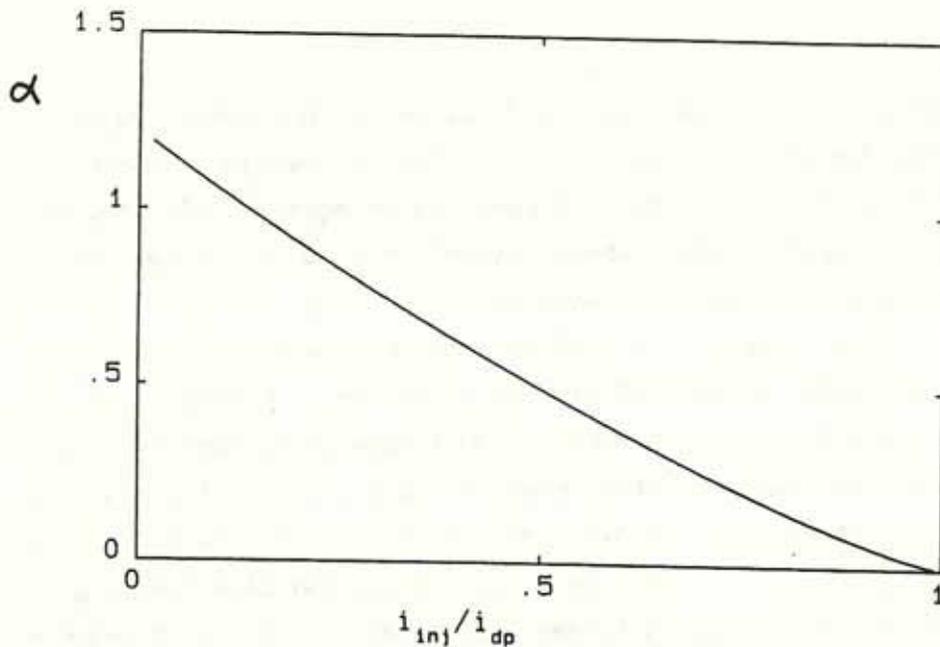
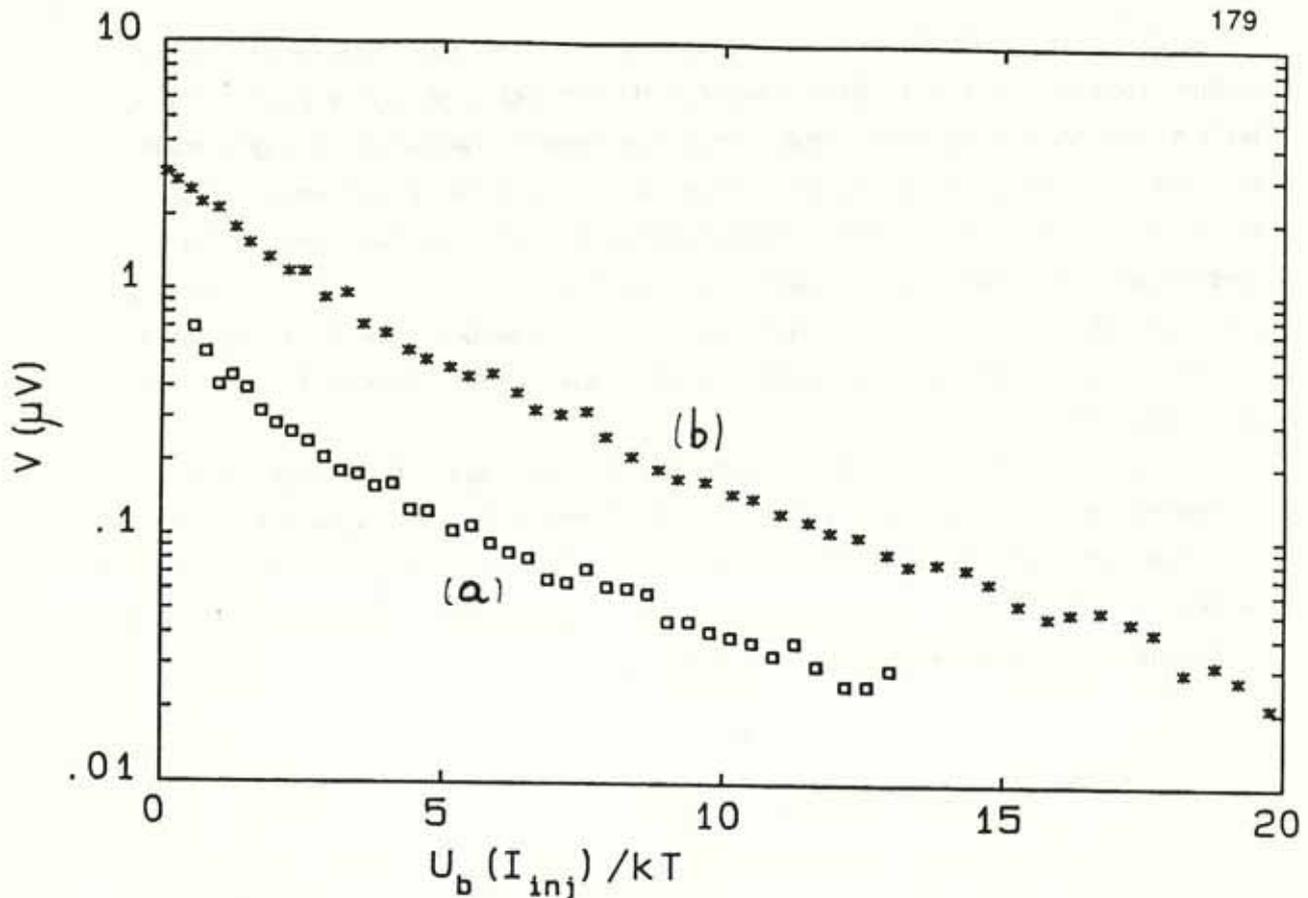


Figure IV-A1-1 : Dépendance de la fonction  $\alpha$  avec le courant injecté.

Outre l'énergie de barrière, apparaît l'énergie produite par le courant injecté. Lorsque le courant injecté est faible ( $kT \gg \frac{h}{2e} i_{inj}$ ), le glissement de la phase peut produire soit un accroissement de la phase de  $+2\pi$  ou de  $-2\pi$ . Dans la limite de forts courants ( $kT \ll \frac{h}{2e} i_{inj}$  c'est à dire  $i_{inj} \gg 0.02 \mu A$  pour  $T = 1.25 K$ ), le glissement de phase ne peut se produire que dans un sens. Par conséquent, dans le régime des forts courants (en général notre situation pour l'échelle), le taux de variations de la phase au borne de l'échantillon et par suite la tension varie comme :

$$V \sim \exp - \frac{U_b(i_{inj})}{kT} \quad (A-2)$$

Dans la limite des forts courants, la tension dépend donc exponentiellement de la barrière  $U_b$  (relation A-IV-1) qui varie avec la température via  $i_{dp}(T)$  et avec le courant injecté via la fonction  $\alpha$  tracée à la figure IV-A1-1. Lorsque  $i_{dp}$  devient très grand, la zone de courant voisine de  $i_{dp}$  où une tension détectable est produite par le glissement de phase, devient très étroite.



**Figure IV-A1-2 :** La tension de l'échelle en unité logarithmique en fonction de l'activation  $U_b/kT$  qui varie avec le courant injecté. La courbe (a) correspond à  $\frac{\phi}{\phi_0} = 0$  et (b) à  $\frac{\phi}{\phi_0} = \frac{1}{2}$ .

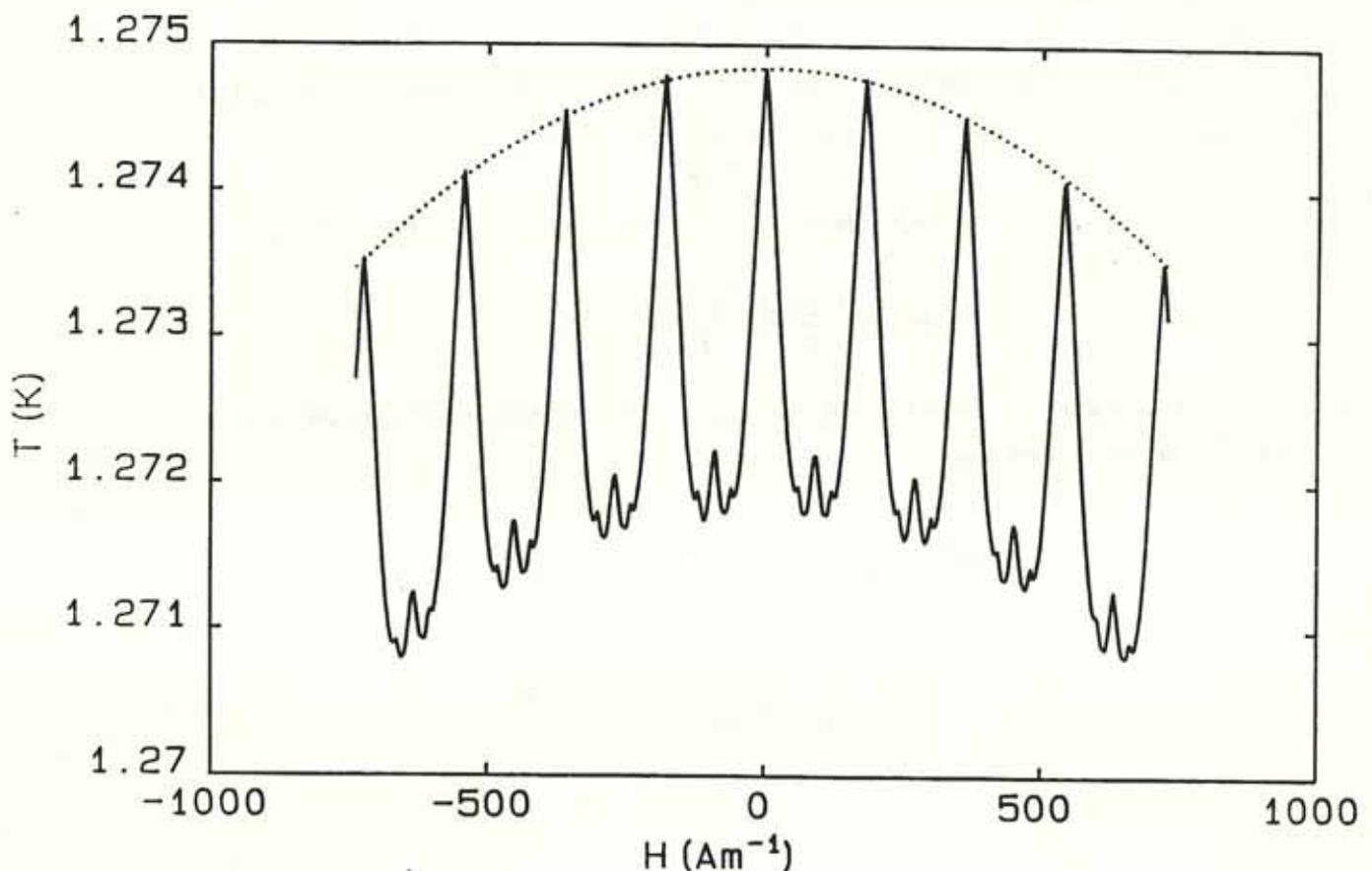
Nous avons tracé (figure IV-A1-2) la tension mesurée  $V$  en fonction de l'activation  $U_b(i_{inj})/kT$  obtenue à partir de la relation A-IV-1 pour deux champs réduits ( $\phi/\phi_0 = 0$  (a) et  $1/2$  (b)).  $i_{inj}$  est le courant injecté dans l'échantillon. Le maximum de  $\frac{dV}{di}$  détermine le courant de dépairage ( $i_{dp} = 1.09 \mu A$  (a) et  $i_{dp} = 1.25 \mu A$  (b)). Ces courbes ont été tracées pour les tensions supérieures à  $30 nV$  pour s'affranchir du bruit provenant des appareils de mesures ( $\sim 10 nV$ ). Comme le montre les courbes, la tension décroît au fur et à mesure que la barrière  $U_b$  croît. Ici, la variation de  $U_b$  résulte du courant injecté et non de la température [IV-3]. L'injection d'un courant abaisse la barrière. Le comportement exponentiel prédit par la relation A-2 est difficile à vérifier précisément car les variations de  $V$  mesurées ne s'étendent que sur 1 à 2 ordres de grandeurs. A champ nul la dépendance exponentielle de la tension en fonction de l'activation n'est pas parfaitement vérifiée. A flux demi-entier, une dépendance linéaire de  $\text{Log}V$  avec  $U_b/kT$  semble être obtenue. Nous remarquons que la pente de la tension en fonction de  $U_b$  est comparable pour les deux champs.

Une étude expérimentale fine (limitation du bruit inférieur au nV) est nécessaire pour vérifier précisément les hypothèses effectuées et pour décrire ce régime d'apparition de tension. Cependant le modèle simplifié indique qualitativement l'importance des glissements de phase dans l'échelle et leur dépendance avec le courant injecté. Il est à remarquer que la fenêtre de courant où apparaissent les effets mesurables des fluctuations se réduit au fur et à mesure que la température de l'échantillon est abaissée. Pour  $I_{dp} > 2 \mu\text{A}$ , l'erreur entre  $I_c$  associée à une tension seuil de 50 nV et  $I_{dp}$  est de l'ordre du pour cent. Aussi cette étude justifie la correspondance entre  $I_{dp}$  et courant critique dès que  $I_{dp} > 2 \mu\text{A}$ , c'est-à-dire ( $T - T_c(0) < 5 \text{ mK}$ ).

Les fluctuations dans les réseaux larges sont très compliquées. Nous supposons très grossièrement qu'elles ne deviennent notables que lorsque la barrière  $U_b$  de la relation A-2 pour un bras du réseau est comparable à l'énergie des fluctuations thermiques  $kT$ . Comme pour l'échelle, l'erreur de mesure du courant critique due aux fluctuations devient faible dès que la température est inférieure à quelques mK de  $T_c(0)$ .

## PARAMETRES EXPERIMENTAUX

Nous présentons ici la méthode employée pour déterminer les paramètres expérimentaux ( $d$ ,  $\lambda_{\text{eff}}$ ,  $J_n$ ,...) des trois réseaux (tableau IV-2). La courbe  $T_c(H)$  (trait plein) de la figure IV-A2-1 présente l'isorésistance de DIAG30 associée à  $r = 0.3 \Omega$  soit  $\sim 10\%$  de la résistance normale et pour un courant injecté de  $1 \mu\text{A}$ . Elle a été obtenue en balayant le champ



**Figure IV-A2-1 :** Isorésistance avec  $r=0.3 \Omega$  en balayant le champ de  $-730\text{A.m}^{-1}$  à  $730\text{A.m}^{-1}$  (DIAG30). Les oscillations sont étudiées au chapitre IV. La courbure parabolique est indiquée par la ligne pointillé.

de  $-730\text{A.m}^{-1}$  à  $730\text{A.m}^{-1}$  et montre des oscillations de période de  $180\text{A.m}^{-1}$  ( $\sim 2.2 \text{ Oe}$ ) et d'amplitude de  $3\text{mK}$ . Lors des mesures, nous avons toujours corrigé le zéro du champ afin que le maximum de la parabole corresponde au champ nul. La figure A-IV-1 montre aussi (en

pointillés) l'enveloppe parabolique due à la pénétration du champ magnétique dans les filaments. L'effet de taille de ces derniers s'exprime par :

$$T_c(H) = T_c(0) \left[ 1 - \frac{\pi^2}{3\phi_0} \xi^2(0) d^2 H^2 \right]$$

où  $d$  est la largeur des fils.

Cette dépendance est écartée lors de l'étude théorique en supposant  $d = 0$ . La courbure de la parabole permet une détermination du produit  $\xi(0) d$  ( $\approx 0.0714 \mu\text{m}^2$ ). Afin de comparer les variations de la température critique avec la théorie, le terme quadratique est soustrait.

L'ajustage de la ligne de transition avec la théorie donne  $\xi(0)$  ( $\xi(0) = 0.16 \mu\text{m}$  pour DIAG30). L'enveloppe parabolique détermine  $d$  :

$$d = 0.25 \mu\text{m}$$

Le libre parcours élastique est obtenu par :  $\xi(0) = 0.855 (\xi_0 \ell)^{1/2}$  [IV-3] où  $\xi_0$  est la longueur de cohérence de BCS ( $\xi_0 = 1.6 \mu\text{m}$  [IV-34]).

$$\ell = 220 \text{ \AA}$$

La longueur de pénétration effective à température nulle ( $\lambda_{\perp}(0) = 160 \text{ \AA}$  [IV-34]) :

$$\lambda_{\text{eff}}(0) = \frac{\lambda_{\perp}(0)}{\sqrt{2}} \left( \frac{\xi_0}{1.33 \ell} \right)^{1/2} = 840 \text{ \AA}$$

La longueur de pénétration effective  $\lambda_{\text{res}}(0)$  dans un réseau de pas ( $a$ ) de largeur de branche ( $d$ ) et d'épaisseur ( $e$ ) :

$$\lambda_{\text{res}}(0) = \frac{a}{d\sqrt{2}} \lambda_{\perp}(0) \quad \text{où } \lambda_{\perp}(0) = \frac{2 \lambda_{\text{eff}}^2(0)}{e}$$

$$J_n = \frac{\phi_0}{2\pi\mu_0} \frac{1}{\xi(0) \lambda_{\text{eff}}^2(0)} = 2.30 \cdot 10^{11} \text{ A/m}^2$$

## ANNEXE IV-3

### RESEAUX LARGES

Afin de discuter des perturbations créées par les conditions aux limites, nous allons étudier deux géométries distinctes notées par la suite (a), (b) et qui correspondent respectivement à un réseau large avec une condition aux limites supra-isolant (paragraphe II-3) et à un réseau de même largeur avec une annulation de la fonction d'onde au bord ce qui correspond au modèle des liaisons fortes (ou à une condition aux limites supra-métallique ( $b=0$ )).

Les réseaux (a) et (b) sont confinés dans la direction  $y$  et est infini en  $x$ . Avec les notations habituelles où la fonction d'onde au noeud  $m,n$  est mise sous la forme  $f_{mn} = e^{ikam} f_n$  avec  $n$  variant de  $-N$  à  $+N$ , les équations aux noeuds s'écrivent sous une forme matricielle simple (équation d'Alexander II-11 et conditions aux limites adéquates) et peuvent se résoudre de proche en proche.

- Pour la géométrie (a), elles s'expriment :

$$2N+1 \text{ équations } \begin{cases} a_{-N} f_{-N} + f_{-N+1} = 0 \\ \dots \dots \\ f_{n-1} + a_n f_n + f_{n+1} = 0 \\ \dots \dots \\ f_{N-1} + a_N f_N = 0 \end{cases}$$

avec

$$\begin{aligned} a_{-N} &= 2 \cos(ka+N\gamma) - 3\varepsilon/4 \\ a_N &= 2 \cos(ka-N\gamma) - 3\varepsilon/4 \quad \text{où } \varepsilon = 4 \cos(u) \\ a_n &= 2 \cos(ka-n\gamma) - \varepsilon \end{aligned}$$

La résolution numérique donne aisément  $\varepsilon(k,\gamma)$  ainsi que l'ensemble de  $f_n$  et la valeur approchée du  $\beta_A$  définie sur les noeuds par  $\beta_A = \sum f_N^4 / (\sum f_N^2)^2$ .

- Pour la géométrie (b), il suffit de remplacer  $3\varepsilon/4$  par  $\varepsilon$ , c'est-à-dire rétablir la coordination 4 sur les bords. Le reste est identique du point de vue formel.

Le bord du spectre des deux réseaux en fonction du flux réduit a été tracé à la figure IV-4-2 au paragraphe IV-4 pour les comparer avec les lignes de transition des deux réseaux larges expérimentaux.

Les figures IV-A3-1a et IV-A3-1b montrent le spectre  $\varepsilon(k)$  calculé pour un ruban de largeur  $2N+1 = 11$  pour  $\phi/\phi_0 = 1/4$  avec les deux conditions aux limites a et b. Notons pour

comparaison que le spectre d'un réseau infini pour la même valeur  $\phi/\phi_0 = 1/4$  comporte 4 bandes :

$$\begin{aligned}\varepsilon_1 &= \sqrt{4 + \sqrt{12 + 2 \cos(4k_x a) + 2 \cos(4k_y a)}} \\ \varepsilon_2 &= \sqrt{4 - \sqrt{12 + 2 \cos(4k_x a) + 2 \cos(4k_y a)}} \\ \varepsilon_3 &= -\varepsilon_2 \\ \varepsilon_4 &= -\varepsilon_1\end{aligned}$$

Les quatre bandes  $\varepsilon_1 - \varepsilon_4$  représentent un continuum d'états correspondant au continuum des valeurs  $k_x$  et  $k_y$ .

Au contraire, pour le ruban fini, la quantification transverse ( $k_y$ ) limite le nombre de niveaux d'énergies. Il y a ici onze bandes correspondant aux  $2N+1$  états transverse. Parmi ces niveaux, ceux correspondant aux états de bord sont aisément identifiables puisqu'ils apparaissent dans les gap d'énergie du réseau infini.

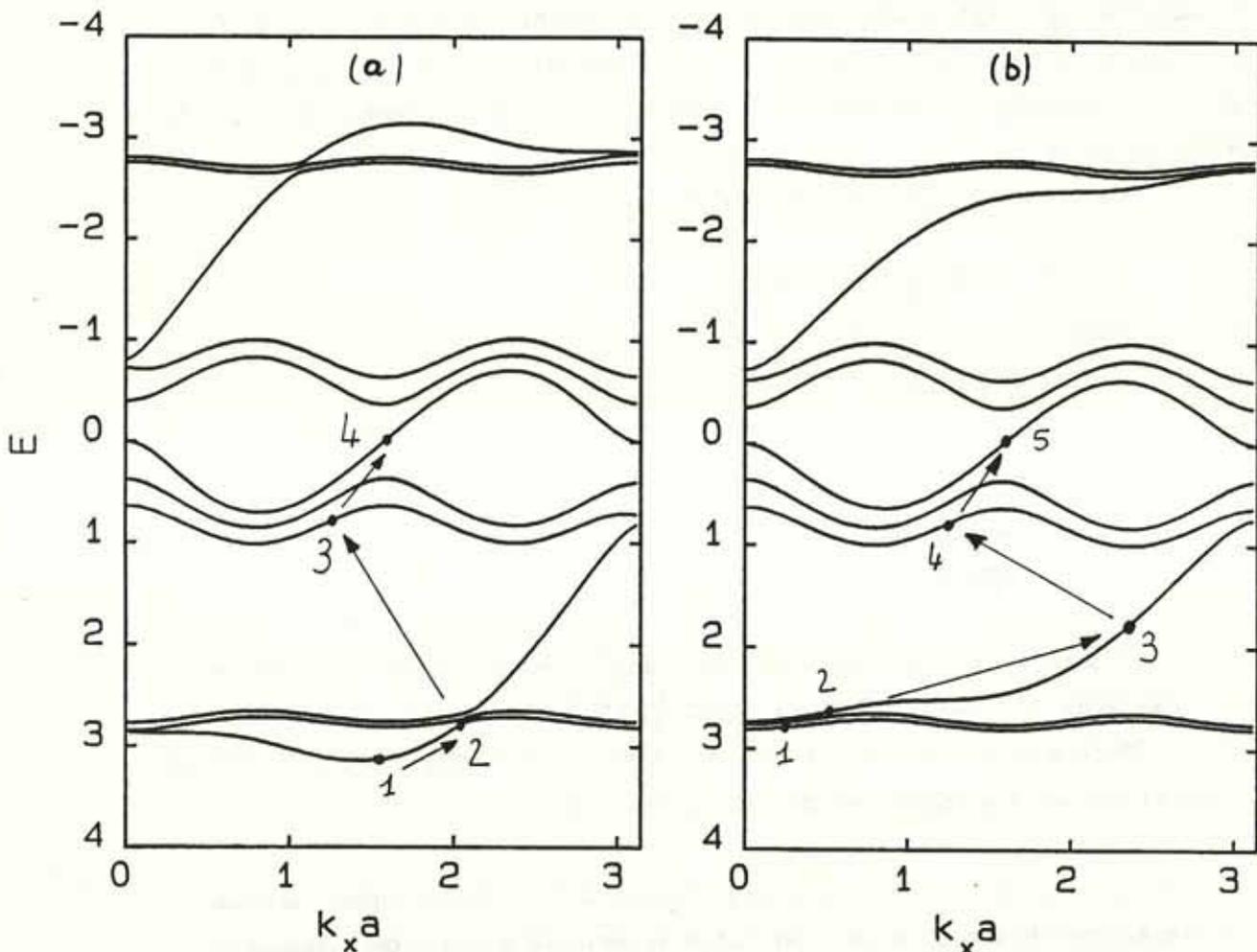


Figure IV-A3-1 : Spectre  $\varepsilon(k)$  lorsque  $\frac{\phi}{\phi_0} = 1/4$  pour les deux réseaux (a) et (b). La condition aux limites modifie le minimum d'énergie  $\varepsilon(k)$ . Les points indiquent les différentes énergies que prend l'état critique à mesure que la température décroît. Les flèches montrent les différents sauts de bandes.

Dans le cas a) l'état de bord apparaît avec une énergie inférieure à l'énergie du bas de la première bande ( $\epsilon_1 = 2\sqrt{2}$ ). Le minimum d'énergie (point numéroté par 1 sur la figure) est obtenu pour  $k_m a = 1.44$  et  $\epsilon = 3.143$  et marque la ligne  $Hc_3$  du ruban. Au-dessus de  $k_m a = 1.44$  l'énergie de cet état croît avec  $k$  et croise finalement les états profonds au voisinage de  $ka = 2.1$ . Le caractère localisé de l'état de bord se vérifie aisément sur le profil de la fonction d'onde  $f_N$ . L'amplitude de la fonction d'onde s'effondre exponentiellement à mesure que l'on s'éloigne du bord. En pratique, les fonctions d'onde ne prennent de valeurs notables que sur les noeuds extérieurs. Le paramètre d'Abrikosov  $\beta_A$  se calcule aisément et atteint une valeur typique de 8.5. Notons que pour une fonction d'onde localisée sur un seul filament on s'attend à  $\beta_A = 2N+1$ , c'est-à-dire 11 dans le cas présent. Il est intéressant de remarquer qu'au voisinage du point de croisement mentionné ci-dessus, la fonction d'onde est un mélange de l'état de bord et des niveaux plus profonds. Cette hybridation produit un état capable de transporter un courant superfluide nettement supérieur à celui transporté par les états purs : on profite à la fois de la vitesse de groupe élevée de l'état de bord et du taux de participation élevée (faible  $\beta_A$ ) de l'état de volume.

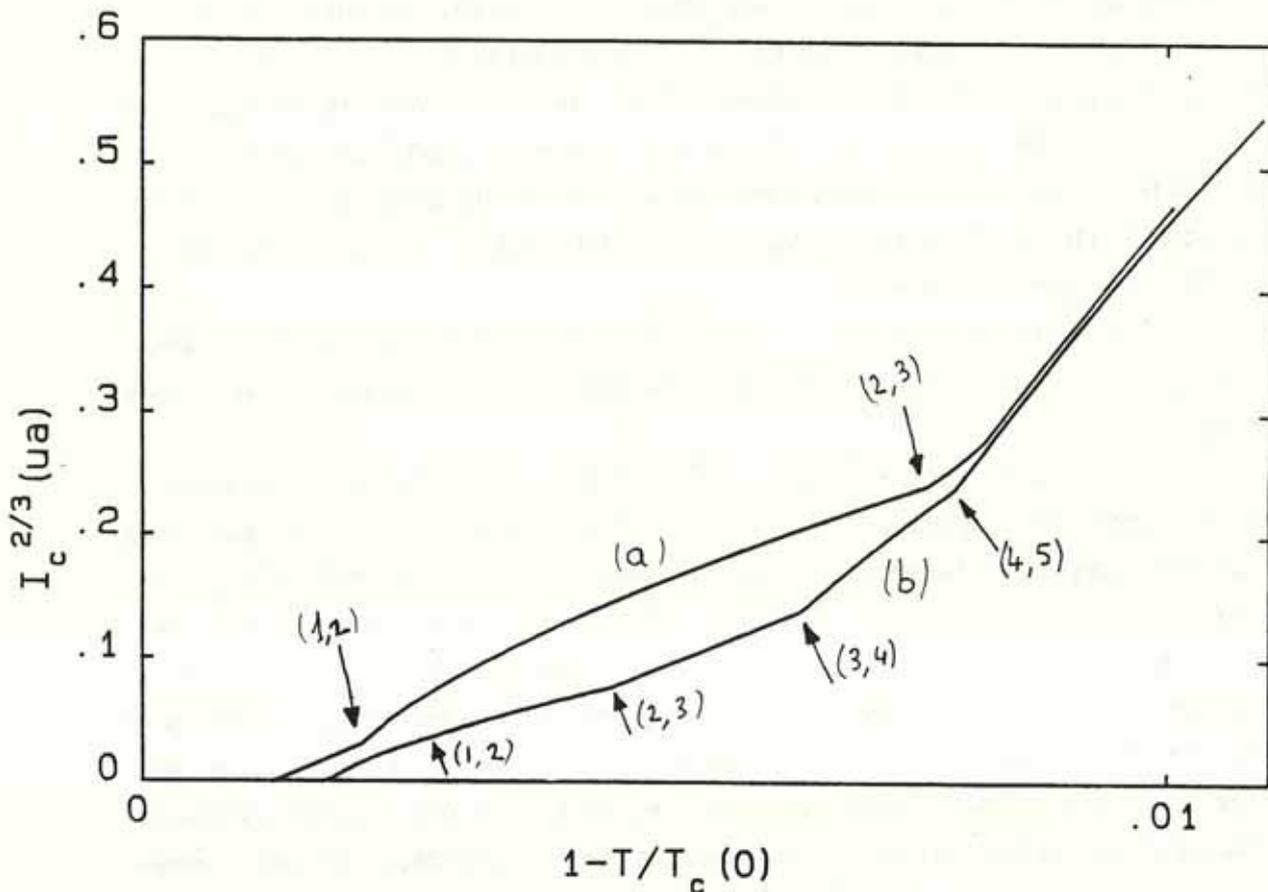
La figure b montre que dans le cas d'un ruban avec bords normaux, les états localisés sont repoussés à des énergies supérieures au fondamental. C'est la situation habituelle dans les semiconducteurs.

Au voisinage de la transition  $T_c(H)$ , le coefficient  $C_{dp}$  associé au courant de dépairage est donné par la masse effective et le paramètre d'Abrikosov. La première s'obtient à partir de la courbure de la première bande au voisinage du minimum que nous avons indiqué par un point noté 1 sur les deux spectres de la figure IV-A3-1. La dépendance de  $C_{dp}$  en fonction du champ est tracée aux figures IV-4-10 et IV-4-11. Ce coefficient correspond à un état propre voisin du fondamental. La valeur du paramètre  $\beta_A$  de cet état a été pris en compte. Cependant la minimisation de celui-ci en combinant les états dégénérés n'a pas été effectuée. Pour le ruban à bord normaux, les états associés au fondamental étant étendus, l'erreur commise est faible. Pour le ruban avec les conditions supraconductrices, les deux états dégénérés sont fortement localisés au bord lorsque le rayon cyclotron est très inférieur à la largeur du réseau. Leur mélange conduit alors à une réduction du  $\beta_A$  d'un facteur 2. L'erreur sur le courant de dépairage peut donc atteindre un facteur 2 mais la non-minimisation du paramètre  $\beta_A$  ne modifie pas leurs propriétés principales. Dans l'étude du courant de dépairage en fonction de la température nous ne décrivons que les propriétés de conduction d'un état propre sans chercher à minimiser le paramètre d'Abrikosov.

Afin de préciser les différents modes de transport de courant superfluide dans les réseaux larges, nous discutons ici la dépendance du courant de dépairage avec la température. Puisque cette étude se situe hors des conditions d'approximation de la masse effective, il est

nécessaire de reprendre l'expression générale du courant de dépairage. Ce calcul assez lourd n'a été effectué que pour  $\frac{\phi}{\phi_0} = \frac{1}{4}$  pour les deux types de réseaux (a) et (b). Les courbes a et b de la figure IV-3-4 indique la dépendance de  $(i_{dp})^{2/3}$  (en unité arbitraire) avec la température réduite  $(1 - t)$  respectivement pour les réseaux (a) à bord isolant et (b) à bord métallique. La température d'annulation de  $i_{dp}$  donne la température critique des deux réseaux.

Considérons d'abord le ruban avec une condition aux limites supra-isolant. Au voisinage de  $T_c(H)$ , l'état critique associé au courant de dépairage correspond à l'état de bord. Le courant est limité par la valeur élevée du  $\beta_A$  ( $\beta_A=8.8$ ).



**Figure IV-A3-2 :** La dépendance du courant critique avec la température pour les deux réseaux larges (a) et (b) avec les conditions supra-isolant et métallique. Les flèches indiquent les ruptures de pente témoignant des changements de bandes dans le spectre.  $a/\xi(0) = 18.8$  ce qui correspond aux réseaux larges étudiés.

A  $1-t = 0.0022$ , une première rupture de pente se produit (flèche (1,2) à la figure IV-A3-2). Elle correspond à un changement brutal de l'état critique : la flèche à la figure IV-A3-1a symbolise la transition de l'état numéroté (1) à l'état (2)). L'état (2) se situe encore dans la

première bande mais il correspond à un état hybride entre un état de bord et un état étendu. Il profite donc d'une faible localisation ( $\beta_A=3.15$ ) et d'une vitesse de groupe importante.

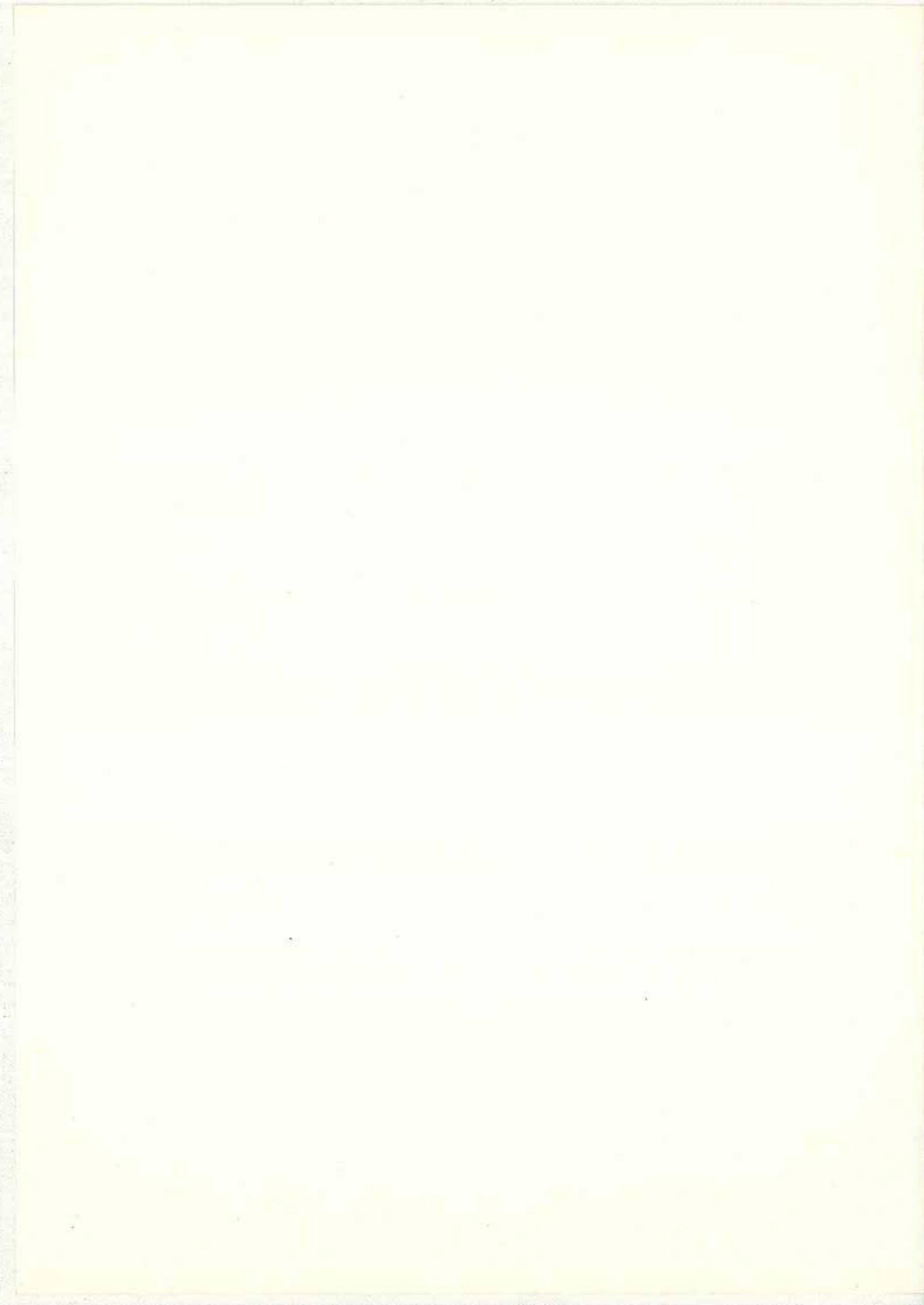
A  $1-t = 0.0078$ , l'état (2) saute à la quatrième bande (état (3)). Ce nouvel état correspond à un état étendu ( $\beta_A=1.8$ ). Cette transition se traduit par une nouvelle rupture de pente (flèche (2,3)) à la courbe de la figure IV-A3-2.

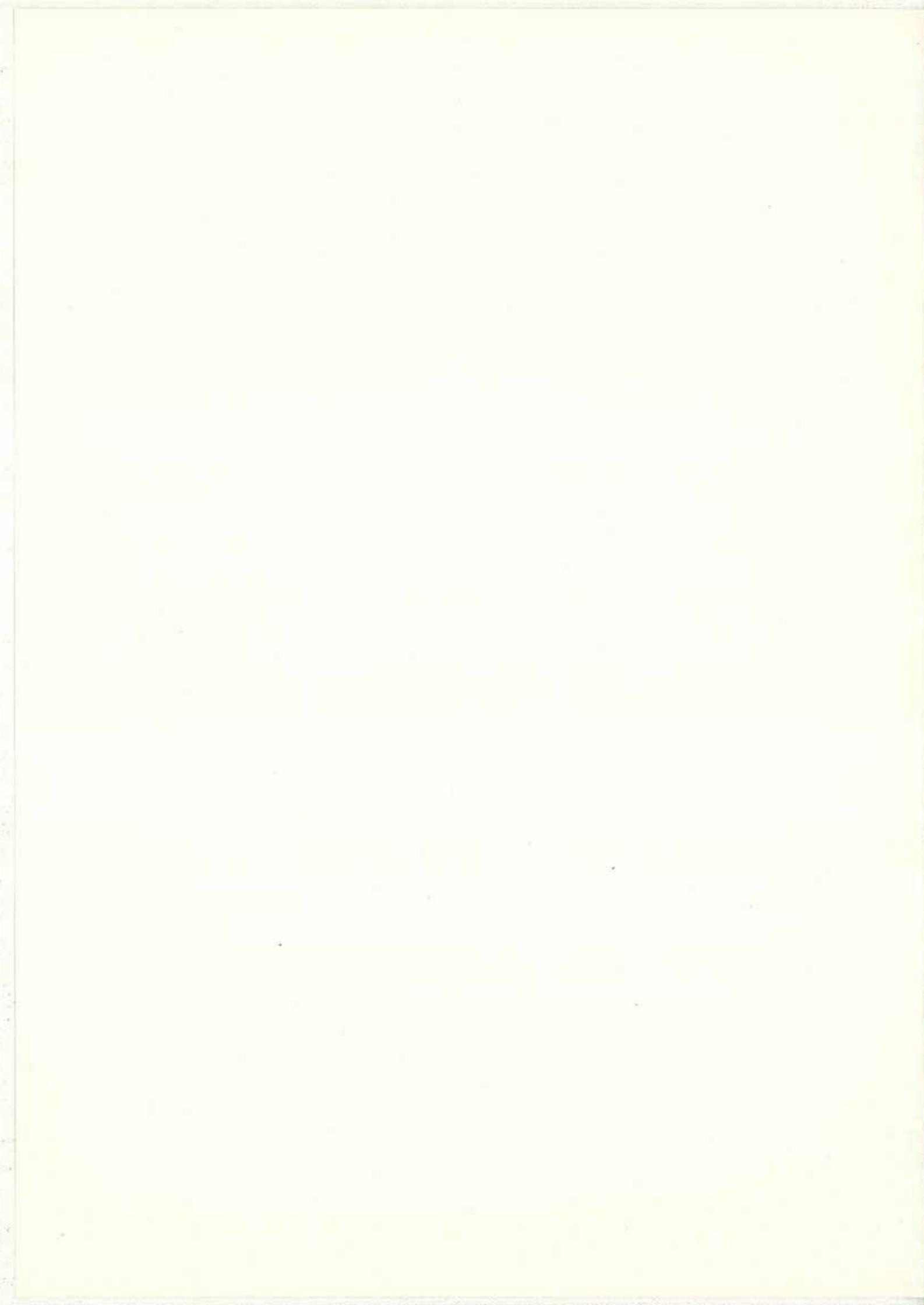
A  $1-t = 0.0082$ , un nouveau saut conduit l'état à la 6<sup>ème</sup> bande

Pour le réseau large à bord normaux une succession similaire de transition d'une bande à l'autre se produit. Nous remarquons que le ruban à bord métallique, outre une température plus faible, a un courant de dépairage inférieur au voisinage de la transition. Lorsque  $1-t > 0.008$ , les deux courants de dépairage ont leur valeur qui se rejoignent et la différence due aux bord devient négligeable.

THE UNIVERSITY OF CHICAGO  
DEPARTMENT OF CHEMISTRY  
530 SOUTH EAST ASIAN AVENUE  
CHICAGO, ILLINOIS 60607  
TEL: 773-936-3700

RECEIVED  
JAN 15 1964  
FROM  
DR. J. H. GOLDSTEIN  
100 EAST WASHINGTON STREET  
CHICAGO, ILLINOIS 60601





## REFERENCES

### INTRODUCTION

- 1 - P.G. de Gennes,  
C.R. Acad. Sci ,**b292** ,(1981), 973
- 2- S. Alexander  
Phys. Rev. **B27**, (1983), 1541  
- R. Rammal, T.C. Lubensky, G. Toulouse  
Phys. Rev., B, **27**, (1983), 2820
- 3 - Y.Y. Wang, R. Steinmann, J. Chaussy, R. Rammal and B. Pannetier  
Japanese Journal of Appl. Phys., **26**, (1987), p. 1415  
- J. Gordon et al.,  
Phys. Rev. Lett., **56**, (1986), 2280
- 4.- M. Büttiker  
Phys. Rev. B, **38**, (1988), 9375  
- L.P. Kouwenhoven, B.J. Van Wees, C.J.P.M. Harmans, J.G. Williamson  
Phys. Rev. Lett.,**62**, (1989), 2523
- 5- A. Abrikosov  
Sov. Phys. JETP **5**, (1957), 1174
- 6- Y.Y. Wang, R. Rammal and B. Pannetier  
J. Low Temp. Phys., **68** (1987), 301  
- Y.Y. Wang, B. Pannetier and R. Rammal  
J. Phys. (Paris), **49** (1988), 2045
- 7.- S. Washburn, R. Webb  
Adv. Phys.**35**, (1986), 375

### CHAPITRE I

- I-1 - Wayne M. Moreau  
Semiconductor lithography, Microdevices.
- I-2 - N.Sekkaki  
Thèse présentée à l'Université Paul Sabatier de Toulouse, n° 167, le 10 juillet 1987
- I-3 - B. Dol'zotto Advances on Proximity effect  
Microelectronic Engineering 3 (1985) 105-112

- I-4- Rooks  
Thèse de Yale University, (1987)
- I-5- S.P. Beaumont, P.G. Bower, T. Tomamura, C.D.W. Wilkinson  
App. Phys. Lett., vol. 38, n° 6 (1981), 436-439
- I-6- C.B.W. Wilkinson and S.P. Beaumont  
Superlattices and Microstructures, vol. 2, n° 6 (1986), 587-591
- I-7- R.E. Howard, E.L. Hu, L.D. Jackel  
I.E.E.E. Transactions on Electron Devices, vol. 28, n° 11 (1981), 1378-1381
- I-8- M Georges et J.Pannabière  
Rapport interne au C.N.E.T. Meylan
- I-9- I. Heller, R. Feder, M. Hatzakis, E. Spiller  
J. Electrochem. Soc. Solid State Science and Technology, vol. 126, n° 1, (1979), 154
- I-10- O. Buisson  
Rapport de D.E.A. (1987)

## CHAPITRE II

- II-1 - B. Pannetier, J. Chaussy, R. Rammal and J.C. Villegier  
Phys. Rev. Lett., 53, (1984), 1845
- II-2 - J. Gordon, A. Goldman, J. Maps, D. Costello, R. Tiberio, B. Whitehead  
Phys. Rev. Lett., 56, (1986), 2280
- II-3- Y.Y. Wang, R. Steinmann, J. Chaussy, R. Rammal and B. Pannetier  
Japanese Journal of Appl. Phys., 26, (1987), p. 1415
- II-4 - R.G. Steinmann, B. Pannetier  
Euro. Phys. Lett., 5, (1988), 559
- II-5 - P.G. de Gennes  
Superconductivity of metals and alloys, Benjamin (1964)
- II-6 - Y.Y. Wang, R. Rammal and B. Pannetier  
J. Low Temp. Phys., 68 (1987), 301
- II-7 - H.J. Fink, D. Rodriguez, A. Lopez  
Phys. Rev., 38 (1988), 8767
- II-8 - H.J. Fink, V. Grünfeld  
Phys. Rev. B, 31, (1985), 600
- II-9 - N. Ashcroft, N. Mermin  
Solid State Physics (Holt-Saunders International Editions)
- II-10 - Y.Y. Wang, B. Pannetier and R. Rammal  
J. Phys. (Paris), 49 (1988), 2045
- II-11 - G. Deutscher, K.A. Müller  
Phys. Rev. Lett., 59,(1987), 1745

- II-12 - M. Buttiker  
Phys. Rev., **B38**, (1988-I), 9375
- II-13 - A.H. Mac Donald  
Phys. Rev., **B29**, (1984), 1616
- II-14 - R.Rammal, G.Toulouse, M.T.Jaekel and B.I.Halperin  
Phys. Rev., **B27** (1983), 5142
- II-15 - H.J. Fink, A. Lopez and R. Maynard  
Phys. Rev. **B26**, (1982), 5237
- II-16 - S. Alexander  
Phys. Rev. **B27**, (1983), 1541
- II-17 - J.M. Simonin, C. Wiecko and A. Lopez  
Phys. Rev., **B27** (1983)

### CHAPITRE III

- III-1 - J. V. José, R. Cordery  
Phys. Rev. Lett., **56**,(1986), 290
- III-2 - O. Bohigas, M. Giannoni, C. Schmit  
2<sup>e</sup> Conference on quantum chaos, Springer Verlag (1987).
- III-3 - K. Nakamura, H. Thomas  
Phys. Rev. Lett., **61**, (1988), 247
- III-4 - M. Büttiker  
Phys. Rev. B, **38**, (1988), 9375
- III-5 - M. Tinkham  
Introduction to Superconductivity, Edition (1975)
- III-6 - D. St James, P.G. de Gennes  
Phys. Lett., **7**, (1963), 306
- III-7 - J. Pearl  
Appl. Phys. Lett., **5** (1964), 65
- III-8 - Handbook of mathematical functions  
Edited by Milton Abramowitz
- III-9 - R. Rammal, T.C. Lubansky, G. Toulouse  
Phys. Rev., B, **27**, (1983), 2820
- III-10 - H.J. Fink, A.G. Presson  
Phys. Rev., **151**, 219 (1966)
- III-11 - U. Sivan, Y. Imry, C. Hertzstein  
Phys. Rev., B, **39** (1989), 1242
- III-12 - L.P. Kouwenhoven, B.J. Van Wees, C.J.P.M. Harmous, J.G. Williamson  
Phys. Rev. Lett., **62**, (1989), 2523

- III-13 - L. Campbell, R. Ziff  
Phys. Rev. B, **20**, (1979), 1886
- III-14 - R. Packard  
Physica **109 & 110B**, (1982), 1474
- III-15 - B. Pannetier, J. Chaussy, R. Rammal and J.C. Villegier  
Phys. Rev. Lett., **53** (1984), 1845
- III-16 - T.Y. Hsiang, J. Clarke  
Phys. Rev. B, **21**, (1980), 945
- III-17 - D.J. Resnick, J.C. Garband, J.T. Boyd, S. Schoemaker and R.S. Newrock  
Phys. Rev. Lett., **47** (1981), 1542
- III-18 - P. Gandit, J. Chaussy, B. Pannetier, A. Vareille and A. Tissier  
Europhys. Lett., **3**, (1987), 624
- III-19 - P. Gandit  
Thèse d'Etat présentée à l'Université Joseph Fourier (1990)
- III-20 - J. Osborn  
Phys. Rev., **67**, (1945), 351
- III-21 - A.L. Fetter  
Phys. Rev. B, **22**, (1980), 1200
- III-22 - G. Lasher  
Phys. Rev., **154**, (1967), 345
- III-23 - J-P. Burger, St James  
Parks, Vol 2, 977.
- III-24 - G. Dolan  
J Low Temp Phys, **15**, (1974), 133
- III-25 - Parks (Volume 2)  
The intermediate state in type I superconductors (Livingston, Desorbo)
- III-26 - F. de la Cruz, H.J. Fink and J. Luzuriaga  
Phys. Rev. B, **20**, (1979), 1947

#### CHAPITRE IV

- IV-1 - O. Daldini, P. Martinoli, J. Olsen  
Phys. Rev. Lett., **32** (1974), 218
- IV-2 - A. Fiory, A. Hebard, S. Somekh  
Appl. Phys. Lett., **32**, (1978), 73
- IV-3 - Tinkham  
Introduction to Superconductivity, Edition (1975)
- IV-4 - H.J. Fink, V. Grünfeld  
Phys. Rev. B, **31** (1985), 600

- IV-5 - Y.Y. Wang, B. Pannetier and R. Rammal  
J. Phys. (Paris), **49**, (1988), 2045
- IV-6 - N. Aschroft, N. Mermin  
Solid State Physics (1976)
- IV-7 - H. Fink  
A paraître
- IV-8 - W. Skocpol  
Phys. Rev. B, **14** (1976), 1045
- IV-9 - J. Pearl  
Appl. Phys. Lett., **5** (1964), 65
- IV-10 - R. Rammal, T.C. Lukensky, G. Toulouse  
Phys. Rev. B, **27**, (1983), 2820
- IV-11 - J. Simonin, D. Rodrigues, A. Lopez  
Phys. Rev. Lett, **49** (1982) 944
- IV-12 - H. Fink, A. Lopez, D. Rodrigues  
Japanese J. of Appl. Phys., **26** (1987) 1465
- IV-13 - Y. Wang  
Thèse présentée à l'Université Joseph Fourier en juillet 1987
- IV-14 - H. Van der Zant, J. Mooij  
(non publié)
- IV-15 - D. Hofstadter  
Phys. Rev. B, **14**, (1976), 2239
- IV-16 - Y. Wang, B. Pannetier, R. Rammal  
J. Physica, **48** (1987), 2067
- IV-17 - B. Pannetier, J. Chaussy, R. Rammal, J.C. Villegier  
Phys. Rev. Lett., **53** (1984), 1845
- IV-18 - J. Simonin, C. Wieko, A. Lopez  
Phys. Rev. B, **27**, (1983)
- IV-19 - T. Halsey  
Phys. Rev. Lett., **55** (1985), 1018
- IV-20 - S. Teitel, C. Jayaprakash  
Phys. Rev. Lett., **51** (1983), 1999
- IV-21 - R. Bourbonnais  
Thèse présentée à l'Université Joseph Fourier en novembre 1989
- IV-22 - M. Stuivinga, T. Klapwijk, J. Mooij, A. Bezuijen  
J. Low Temp. Phys., **53**, (1983) 673
- IV-23 - O. Liengme, A. Baratoff, P. Martinoli  
J. Low Temp. Phys., **65**, (1986), 113

- IV-24 - J. Meyer, G.V. Minnegerode  
Phys. Letters, **38A**, (1972), 529
- IV-25 - W. Skocpol, M. Beasley, M. Tinkham  
J. Low Temp. Phys., **16**, (1974) 145
- IV-26 - W. Xia and P.L. Learth  
Phys. Rev. Lett., **63** (1989), 1428
- IV-27 - W. Klein, R. Huebener, J. Gauss, J. Parisi  
J. Low Temp. Phys., **61**, (1985), 413
- IV-28 - F. de la Cruz, J. Luzuriaga, E. Martinez, E. Osquiguil  
Phys. Rev. B, **36** (1987), 6850
- IV-29 - B. Van Wees, H. Van der Zant, Mooij  
Phys. Rev. B, **35** (1987), 7291
- IV-30 - C. Leemann, P. Lerch, G. Racine, P. Martinoli  
Phys. Rev. Lett., **56** (1986), 1291
- IV-31 - B. Jeanneret, P. Flückiger, J. Gavilano, C. Leemann, P. Martinoli  
Phys. Rev. B, Rc, (déc 1989)
- IV-32 - J. Langer, V. Ambegaokar  
Phys. Rev., **164**, (1967), 498
- IV-33 - C. Lobb, D. Abraham, M. Tinkham  
Phys. Rev. B, **27**, (1983), 150
- IV-34 - T. Van Duzer, C.W. Turner  
Principles of Superconductive Devices and Circuits (Arnold)
- IV-35 - A. Larkin, Y. Ovchinnikov  
Sov. Phys. JETP, **41**, (1976), 960
- IV-36 - H. Jensen, Y. Brechet, A. Brass  
J. Low. Temp. Phys. **74**, (1989), 293