



**HAL**  
open science

# Stabilité et propriétés rhéologiques d'empilements granulaires confinés

Jean-François Métayer

► **To cite this version:**

Jean-François Métayer. Stabilité et propriétés rhéologiques d'empilements granulaires confinés. Physique [physics]. Université Rennes 1, 2008. Français. NNT : . tel-00385482

**HAL Id: tel-00385482**

**<https://theses.hal.science/tel-00385482>**

Submitted on 19 May 2009

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

N° Ordre : 3809

# THÈSE

présentée

DEVANT L'UNIVERSITÉ DE RENNES 1

pour obtenir

le grade de : *DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE RENNES 1*

Mention : Physique

PAR

**Jean-François Métayer**

Équipe d'accueil : Institut de Physique de Rennes

École Doctorale : Sciences de la Matière

Composante universitaire : U.F.R. Structure et Propriétés de la Matière

TITRE DE LA THÈSE :

**Stabilité et propriétés rhéologiques d'empilements  
granulaires confinés**

soutenue le 17 décembre 2008 devant la commission d'examen

## COMPOSITION DU JURY :

M. Renaud DELANNAY	Professeur, Université Rennes I	Directeur de thèse
M. Yannick DESCANTES	I.D.T.P.E., L.C.P.C. Nantes	
M. Philippe GONDRET	Professeur, Université Paris-Sud	Rapporteur
M. Patrick RICHARD	Maître de conférences, Université Rennes I	Co-directeur de thèse
M. Nicolas VANDEWALLE	Professeur, Université de Liège	Rapporteur







# Table des matières

<b>Chapitre 1</b>	<b>Ecoulements sur fond meuble : état des connaissances</b>	<b>11</b>
1.1	Ecoulements confinés sur fond meuble . . . . .	13
1.1.1	Présentation générale . . . . .	13
1.1.2	Variation de l'angle d'écoulement . . . . .	14
1.1.3	Origine du phénomène : le frottement aux parois . . . . .	15
1.1.4	Conditions d'alimentation . . . . .	16
1.2	Propriétés de l'écoulement . . . . .	17
1.2.1	Profils de vitesse . . . . .	17
1.2.2	L'équation SSH . . . . .	19
1.2.3	Caractérisation de l'écoulement . . . . .	21
1.3	Loi d'échelle . . . . .	25
1.4	Erosion et accrétion - Le modèle BCRE . . . . .	28
<b>Chapitre 2</b>	<b>Méthodes expérimentales</b>	<b>31</b>
2.1	Ecoulements gravitaires - Montage expérimental . . . . .	31
2.1.1	La cellule d'écoulement . . . . .	31
2.1.2	Les matériaux granulaires . . . . .	32
2.2	Techniques de mesures . . . . .	33
2.2.1	Mesure du débit . . . . .	33
2.2.2	Mesures d'angles . . . . .	34
2.2.3	Méthodes de suivi de particules . . . . .	35
	Le suivi de particules ( <i>particle tracking</i> ) - Principe . . . . .	36
	Détermination de la surface libre de l'écoulement . . . . .	37
	Mesure de la position des grains . . . . .	38
	Précision . . . . .	39
2.2.4	Diffusion multiple de la lumière . . . . .	40
2.2.5	Mesure de compacité par $\gamma$ -métrie . . . . .	42

2.3	Simulations numériques . . . . .	44
2.3.1	La dynamique moléculaire-Principe . . . . .	44
2.3.2	Paramètres de la simulation . . . . .	45
<b>Chapitre 3 Matériau granulaire confiné : approche globale</b>		<b>47</b>
3.1	Propriétés générales d'un milieu granulaire confiné . . . . .	47
3.1.1	L'angle de repos . . . . .	47
3.1.2	Propriétés d'écoulement . . . . .	49
	Épaisseur de la phase liquide : $h$ . . . . .	49
	Variation du taux de cisaillement en fonction de l'écart entre les parois . . . . .	52
	Compacité de l'écoulement . . . . .	53
3.1.3	Modification de l'angle d'écoulement en fonction des paramètres de contrôle - loi d'échelle . . . . .	54
3.2	Effet d'un champ électrique sur un empilement granulaire confiné . . . . .	58
3.2.1	Modification de l'angle de repos . . . . .	58
	Montage expérimental . . . . .	59
	Principe de mesure . . . . .	59
	Résultats expérimentaux . . . . .	59
	Interprétation . . . . .	61
3.2.2	Effet d'un champ électrique sur l'angle d'écoulement . . . . .	62
3.3	Effets des propriétés de frottement des parois sur un empilement confiné .	62
3.3.1	Angle de repos - Angle d'écoulement . . . . .	64
	Angle de repos . . . . .	64
	Angle d'écoulement . . . . .	64
3.3.2	Profils de vitesse . . . . .	65
	Profils de vitesse mesurés à la surface libre de l'écoulement . . . .	65
	Profils de vitesse mesurés dans la profondeur de l'écoulement . .	66
<b>Chapitre 4 Caractérisation fine des écoulements confinés sur fond meuble</b>		<b>69</b>
4.1	Caractérisation de la phase quasistatique . . . . .	70
4.1.1	Zone de validité . . . . .	70
4.1.2	Variations de $\lambda$ . . . . .	72
4.1.3	Influence de la phase roulante sur la phase rampante . . . . .	73
4.2	Mouvement intermittent des grains dans la phase quasistatique . . . . .	73
4.2.1	Déplacement individuel des grains . . . . .	74

4.2.2	Exemples de trajectoires . . . . .	76
4.2.3	Caractérisation de l'intermittence . . . . .	77
4.3	Discussion . . . . .	81
<b>Chapitre 5 Erosion d'un empilement granulaire confiné</b>		<b>89</b>
5.1	Présentation générale . . . . .	90
5.1.1	Débit de sortie . . . . .	91
5.1.2	Courbure de l'empilement . . . . .	92
5.1.3	Vérification de l'équation SSH . . . . .	94
5.2	Erosion de l'empilement . . . . .	95
5.2.1	Evolution de la zone roulante . . . . .	95
5.2.2	Evolution de la hauteur totale de l'empilement . . . . .	96
5.2.3	Taux d'échange . . . . .	97
<b>Conclusions et perspectives</b>		<b>103</b>
<b>Annexe A Etude du frottement entre deux plans rugueux</b>		<b>107</b>
A.1	Introduction . . . . .	107
A.1.1	Rappels . . . . .	107
A.1.2	Montage expérimental . . . . .	108
A.2	Mesures expérimentales . . . . .	110
A.2.1	Exemple de mesure de force . . . . .	110
A.2.2	Probabilité d'un maximum de force - Nombre de contacts . . . . .	111
A.3	Force moyenne . . . . .	115
A.3.1	Mesures expérimentales . . . . .	115
A.3.2	Interprétation des résultats . . . . .	116
<b>Annexe B Rhéologie d'écoulements granulaires confinés : résultats numériques</b>		<b>121</b>
<b>Annexe C Etude expérimentale d'écoulements rampants de grains</b>		<b>127</b>
<b>Bibliographie</b>		<b>143</b>



## Plan de l'exposé

Dans le premier chapitre nous verrons l'état des connaissances des écoulements granulaires sur fond meuble.

Le deuxième chapitre aura pour but de présenter le matériel expérimental et les techniques de mesures que nous avons utilisés : notamment le suivi individuel de particules, la diffusion multiple de la lumière et la mesure de compacité par gamma-métrie. Nous ferons également un bref rappel concernant la simulation numérique utilisée au laboratoire.

Le chapitre 3 aura pour sujet l'étude de la stabilité d'un empilement granulaire confiné. Nous rappellerons l'influence du confinement sur son angle de repos et verrons comment il est possible de le modifier en changeant les propriétés de contact bille/paroi. Nous verrons ensuite comment les paramètres de contrôle modifient les propriétés de l'écoulement.

Dans le chapitre 4, nous étudierons plus finement les propriétés d'écoulements sur un fond meuble et tout particulièrement la phase dite quasistatique.

Le cinquième chapitre aura pour sujet l'érosion et le retour à l'angle de repos d'un empilement SSH (Super Stable Heap) lorsque l'on cesse de l'alimenter.

L'annexe A sera consacrée à un sujet relativement indépendant du reste de cette thèse : nous verrons l'importance de la géométrie d'un milieu granulaire sur ses propriétés de frottement.

Les annexes B et C sont deux articles permettant d'avoir des éclaircissements sur respectivement les résultats obtenus par simulation numérique au sein du laboratoire et sur la technique de diffusion multiple de la lumière.



# Chapitre 1

## Écoulements sur fond meuble : état des connaissances

Les milieux granulaires ont la particularité de pouvoir présenter les caractéristiques des états solide, liquide et gazeux de la matière (figure 1.1). Il existe des exemples simples de ces différents états dans notre environnement quotidien : un château de sable pour l'état solide, une avalanche ou la vidange d'un silo pour l'état liquide ou encore une tempête de sable pour l'état gazeux. Les écoulements granulaires sur fond meuble, c'est à dire se produisant sur un substrat composé par le même type de grains, permettent d'observer la co-existence de ces trois états (figure 1.2 a) : l'écoulement, que l'on assimile à l'état liquide, se fait sur un tas représentant l'état solide et peut être surmonté d'une zone peu dense où les grains ont une trajectoire ballistique (phase gazeuse). Aucune théorie ne permet pour l'instant de décrire à la fois ces trois états de la matière en grain et les phases gazeuse, liquide et solide sont souvent décrites en utilisant respectivement la théorie cinétique, la mécanique des sols et la mécanique des milieux continus (en introduisant une rhéologie propre aux milieux granulaires (GdR-MiDi, 2004; Jop et al., 2006)). L'élaboration d'une théorie qui serait commune à ces trois états est donc un défi scientifique qui est toujours d'actualité.

L'étude des écoulements granulaires a fait depuis les quarante dernières années l'objet de nombreux travaux (Savage, 1989; Brown et Richards, 1970; Tüzün et al., 1982;



FIG. 1.1 – Exemple des trois états possibles d’un milieu granulaire : état solide (château de sable, plage de Copacabana), état liquide (écoulement d’un sablier) et état gazeux (tempête de sable, Sénégal).

Hermann et al., 1998; de Gennes, 1998; Duran, 1999; Hutter et Rajagopal, 1994; Chevoir, 2000; Rajchenbach, 2000; GdR-MiDi, 2004)). Cependant les écoulements confinés, c’est à dire se produisant entre des parois latérales frottantes, n’ont suscité un intérêt dans la communauté scientifique que très récemment (Lemieux et Durian, 2000; Komatsu et al., 2001; Taberlet, 2005; Jop et al., 2005). Il existe pourtant des différences fondamentales dans le comportement d’un empilement granulaire lorsqu’il est confiné ou non. Nous présenterons ces modifications dans la suite de ce chapitre d’introduction.

Au cours de cette thèse nous allons nous intéresser aux propriétés d’écoulements granulaires confinés sur fond meuble. Les deux géométries les plus souvent utilisées pour étudier ce type d’écoulements sont la cellule d’écoulement alimentée par une source ponctuelle (figure 1.2 b)) et le tambour rotatif (figure 1.2 c)).

Dans le cas d’une cellule d’écoulement alimentée par une source ponctuelle ( (Douady et al., 2001; Zhou et al., 2001; Zhou et al., 2002; Grasselli et Herrmann, 1997; Liu et al., 1991; Lemieux et Durian, 2000; Boudet et al., 2003; Komatsu et al., 2001; Lemieux et Durian, 2000; Khakhar et al., 2001; Taberlet, 2005)), il est possible d’étudier des écoulements stationnaires et établis, ce qui n’est pas le cas si on utilise un tambour rotatif ( (Evesque et Rajchenbach, 1988; Nakagawa et al., 1993; Caponeri et al., 1995; Khakhar et al., 1997; Elperin et Vikhanski, 1998; Dury et al., 1998; Yamane et al., 1998; Orpe et Khakhar, 2001; Bonamy et al., 2002; Félix et Thomas, 2004; Courrech du Pont et al., 2005; Courrech du Pont et al., 2003b; Hill et al., 2003). En effet, l’écoulement est alors alimenté sur toute sa longueur par la base grâce à la rotation du tambour et n’est donc jamais établi, c’est à dire uniforme dans la direction principale de l’écoulement. Cependant cette configuration

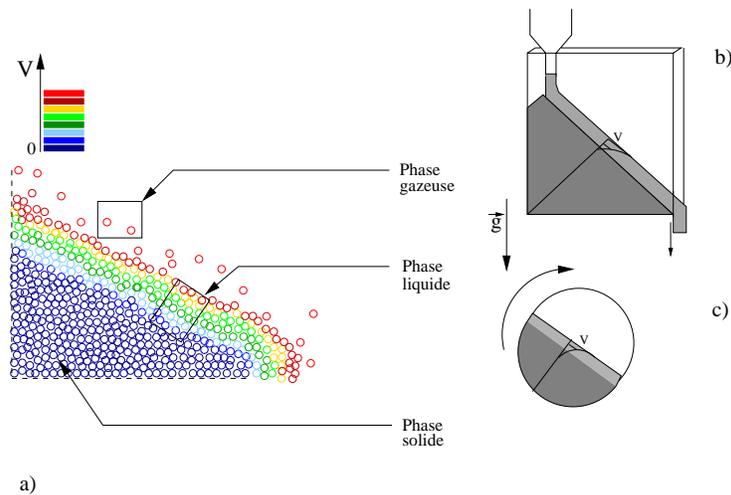


FIG. 1.2 – a) Schématisation d'un écoulement sur fond meuble. b) Cellule d'écoulement avec alimentation ponctuelle. c) Tambour rotatif.

permet d'accéder plus facilement à des épaisseurs d'écoulement importantes. Toutes les mesures présentées dans cette thèse ont été obtenues dans le cas d'un écoulement surfacique avec alimentation ponctuelle.

## 1.1 Écoulements confinés sur fond meuble

### 1.1.1 Présentation générale

Le dispositif expérimental que nous avons utilisé sera présenté dans le chapitre 2. Cependant, afin de faciliter la compréhension des points qui vont suivre, nous allons voir ici ses principales caractéristiques.

Le montage se compose de deux plaques verticales maintenues parallèlement l'une à l'autre et séparées d'une distance  $W$ . La cellule ainsi formée est fermée à sa base et sur un de ses côtés. De cette manière, si on introduit des grains en un point situé au sommet de la cellule (figure 1.2 b)), il se forme un empilement dans l'espace entre les deux plaques. Si les grains sont introduits de façon continue, un écoulement apparaît à la surface de l'empilement et les grains sont évacués par la sortie libre de la cellule. Nous parlerons dans ce cas d'écoulements confinés car ils sont limités latéralement par la présence des parois.

Pour un milieu granulaire et un type de parois latérales donnés on peut modifier deux paramètres : l'écart  $W$  entre les parois et la quantité de grains que l'on introduit dans

la cellule. Nous allons maintenant voir une caractéristique importante d'un écoulement stationnaire et établi sur un fond meuble : la variation de son angle d'écoulement en fonction de ces paramètres de contrôle.

### 1.1.2 Variation de l'angle d'écoulement

Considérons tout d'abord un empilement granulaire statique dans une boîte dont les dimensions sont supérieures de plusieurs ordres de grandeur au diamètre d'un grain. Si on incline cette boîte, une avalanche se produit dès que la surface de l'empilement fait un angle  $\theta_a$  (angle d'avalanche) avec l'horizontale. Celle-ci s'arrête lorsque l'empilement retrouve un angle  $\theta_r$  (angle de repos). Typiquement les angles  $\theta_r$  et  $\theta_a$  sont séparés de quelques degrés, mais cette différence peut être beaucoup plus importante si l'on considère un milieu granulaire humide (Restagno et al., 2002). Si maintenant on confine ce tas entre des parois latérales, et que l'on rajoute de façon continue des grains à sa surface, deux régimes peuvent être observés selon le débit d'entrée que l'on impose (ie. la masse supplémentaire de grains que l'on rajoute par seconde). Si cette quantité est inférieure à un débit limite  $Q_c$  (Lemieux et Durian, 2000; Rajchenbach, 2000; Daerr et Douady, 1999; Rajchenbach, 1990; Evesque et Rajchenbach, 1988; Caponeri et al., 1995; Courrech du Pont, 2003; Courrech du Pont et al., 2003a), l'évacuation se fait de manière intermittente, et par contre si le débit d'entrée est supérieur à  $Q_c$ , on voit apparaître à la surface du tas un écoulement continu. C'est à ce cas particulier que nous allons nous intéresser dans cette thèse.

Une des caractéristiques principales des écoulements granulaires confinés sur fond meuble est de présenter un angle d'écoulement qui peut être très largement supérieur à l'angle de repos du matériau utilisé (Taberlet et al., 2003). Prenons par exemple le cas de billes de verre d'un diamètre de l'ordre du millimètre. L'angle de repos de l'empilement qu'elles vont former sera d'environ  $25^\circ$  (cette valeur va dépendre de l'écartement entre les parois (Courrech du Pont et al., 2003b)) alors que l'angle d'écoulement peut atteindre des valeurs supérieures à  $70^\circ$  (Khakhar et al., 2001), selon l'écart entre les parois et le débit imposé. L'empilement va atteindre cet angle en quelques dizaines de secondes, l'écoulement sera alors stationnaire. Si maintenant on coupe le débit d'entrée, la cellule d'écoulement se vidange progressivement et le tas retrouve son angle de repos  $\theta_r$ . Ces empilements, dits SSH (pour Super Stable Heap) sont donc stabilisés dynamiquement par l'écoulement qui, précisons le ici, a lieu à la partie supérieure du tas. Une telle stabilité dynamique a été mise en évidence dans une configuration différente par Y. Amarouchene (Amarouchene et al., 2001). Dans son expérience, une pluie de grains est déversée sur un obstacle placé entre deux plaques parallèles (figure 1.3). Il observe alors la formation de "dunes dynamiques"

sur la partie supérieure de l'obstacle. Ces dunes disparaissent lorsque la pluie de grains cesse, ce qui est tout à fait comparable à la vidange de la cellule d'écoulement dans le cas des empilements de type SSH.

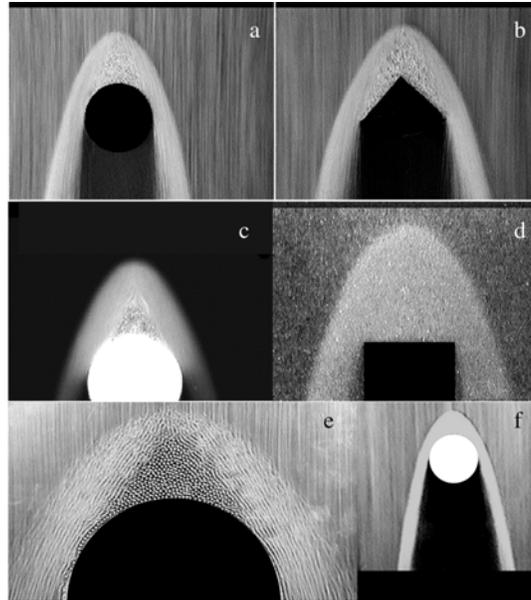


FIG. 1.3 – (D’après (Amarouchene et al., 2001)) ”Dunes dynamiques” créées par une pluie de grains sur un obstacle confiné entre deux parois

### 1.1.3 Origine du phénomène : le frottement aux parois

Nous venons de voir que lorsqu’un milieu granulaire est confiné, il peut présenter un angle d’écoulement très important. Afin de déterminer l’origine de ce phénomène N. Taberlet et al. (Taberlet, 2005) ont effectué de nombreuses mesures de cet angle en fonction du débit pour des écarts entre les parois différents. Les résultats qu’ils ont obtenus sont présentés sur la figure 1.4. Ils ont ainsi pu remarquer que plus l’écart entre les parois était réduit, plus l’angle d’écoulement était important, pour un débit donné. Ceci a permis de mettre en évidence l’importance du confinement dans le phénomène SSH. Ils ont également proposé un modèle basé sur l’équilibre des forces s’exerçant sur une tranche de l’écoulement. Ce modèle sera présenté dans la section suivante.

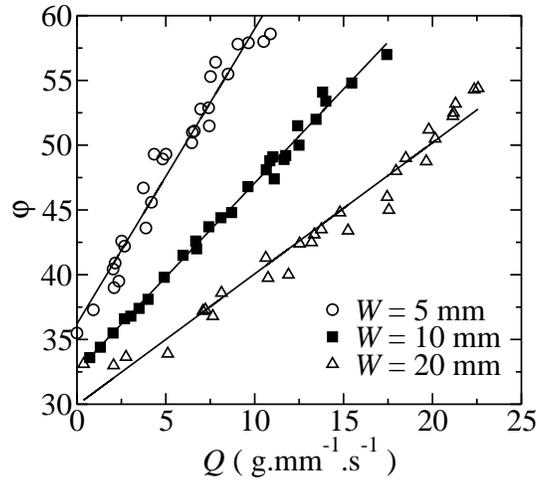


FIG. 1.4 – Inclinaison  $\varphi(Q)$  de l'empilement pour des écoulements de sable pour trois largeurs de canal :  $W = 5 \text{ mm}$ ,  $W = 10 \text{ mm}$  et  $W = 20 \text{ mm}$ . Cette courbe est issue de la thèse de N. Taberlet (Taberlet, 2005).

#### 1.1.4 Conditions d'alimentation

Durant sa thèse N. Taberlet (Taberlet, 2005) a également pu observer que les écoulements de type SSH étaient établis, c'est à dire invariants dans la direction principale de l'écoulement, à condition de se placer suffisamment loin du point d'injection des grains et de la sortie de la cellule (typiquement à quelques centimètres). Pour un type de grains et pour un écart entre les parois donnés, la vitesse moyenne des grains dans le sens de l'écoulement ne dépend donc que de la pente de l'empilement. Il est alors légitime de se demander comment les grains qui rentrent dans la cellule, et dont la vitesse dépend de la hauteur de chute, vont adapter leur vitesse à l'angle de l'écoulement. L'observation qui a été faite est la suivante : il existe une zone transitoire, près de l'alimentation, qui peut être concave ou convexe selon que les grains injectés doivent accélérer ou ralentir (figure 1.5) : si la vitesse d'arrivée des grains dans la cellule  $V_0$  est plus faible que  $V_1$  les grains doivent accélérer (figure 1.5 a)), si  $V_0$  est supérieur à  $V_1$ , les grains doivent ralentir (figure 1.5 b)). Après quelques centimètres, la surface libre de l'écoulement redevient rectiligne et les conditions d'injections des grains dans la cellule n'ont ainsi aucune influence sur les propriétés de l'écoulement stationnaire et établi.

**Bilan** Comme nous venons de le voir dans cette première section, l'origine du phénomène SSH est le frottement aux parois. Nous verrons au cours de cette thèse comment les pro-

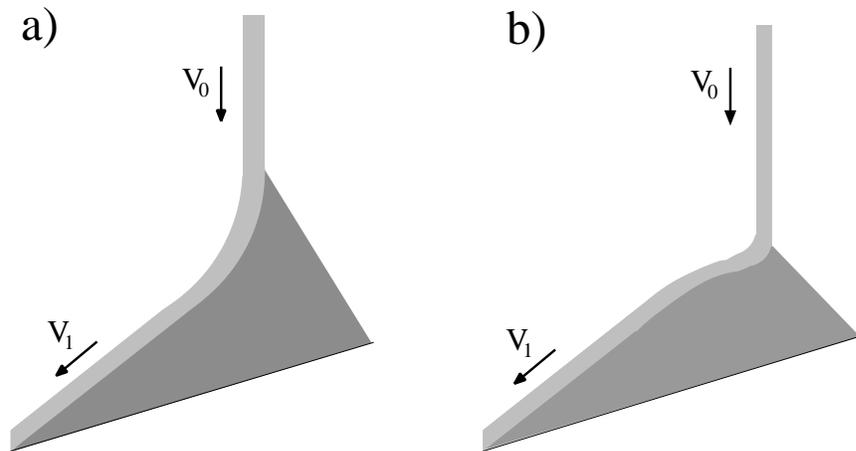


FIG. 1.5 – (D’après N. Taberlet) Schéma de la zone de transition entre l’alimentation et l’écoulement établi. Selon la valeur de la vitesse d’injection, la transition peut être soit concave (a :  $V_1 > V_0$ ) soit convexe (b :  $V_1 < V_0$ )

priétés de contact bille/paroi peuvent modifier le comportement de ces empilements stabilisés dynamiquement et si une loi d’échelle permet de lier l’angle d’écoulement en fonction du débit (fig 1.4) à l’écart  $W$ .

La présence de parois latérales n’a pas seulement une influence sur l’angle d’écoulement, elle modifie également l’angle de repos de l’empilement (Courrech du Pont et al., 2003b). Est-il alors possible de faire varier la valeur de cet angle en conservant le même écart entre les parois mais en modifiant les forces de contact bille/paroi et bille/bille ?

Nous tenterons de répondre à ces questions au cours du chapitre 3.

## 1.2 Propriétés de l’écoulement

Nous venons de voir la principale caractéristique des écoulements confinés sur fond meuble, l’augmentation de l’angle d’écoulement avec le débit, et l’importance de l’écart entre les parois sur cet angle. Dans cette deuxième partie, nous allons nous intéresser aux propriétés mêmes de l’écoulement.

### 1.2.1 Profils de vitesse

Nous nous plaçons dans le cas où le débit est supérieur à  $Q_c$ , c’est à dire quand l’écoulement est stationnaire. L’écoulement est localisé à la partie supérieure de l’empi-

lement et est décrit comme étant composé de deux zones distinctes (GdR-MiDi, 2004) : une phase liquide et une phase quasistatique. La phase liquide est la plus proche de la surface libre de l'empilement et se caractérise par la décroissance linéaire de la vitesse moyenne des grains avec la profondeur. La phase quasistatique, située sous la précédente et dans laquelle le mouvement des grains est rampant, se caractérise par une décroissance exponentielle de la vitesse. Ce mouvement rampant a été mis en évidence par Komatsu (Komatsu et al., 2001).

Sur la figure 1.6 les différentes images ont été obtenues pour des temps d'obturation croissants (1s, 1min et 1h). On peut remarquer que sur la troisième image (temps d'obturation de 1h), la zone floue, c'est à dire où les grains se sont déplacés, est plus de deux fois plus large que sur la première image pour laquelle le temps d'obturation n'était que de 1s. Komatsu a ainsi pu mettre en évidence une zone de l'écoulement où le mouvement des grains est très lent et qui s'étend sur une largeur au moins aussi importante que la phase dite liquide.

T. Komatsu a associé à chacune de ces deux phases une longueur caractéristique :  $h$ , qui est l'épaisseur de la phase liquide et  $\lambda$  la longueur de décroissance exponentielle du profil de vitesse dans la phase quasistatique.

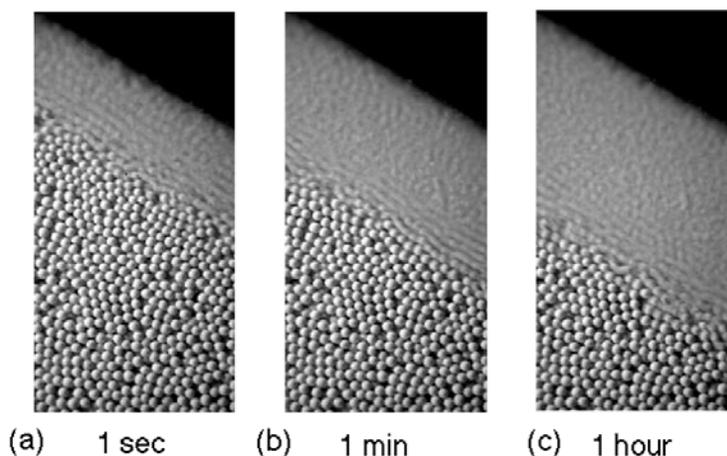


FIG. 1.6 – (D'après (Komatsu et al., 2001)) Images d'un écoulement superficiel prises avec des temps d'exposition croissants : (a) 1 s, (b) 1 min et (c) 1 h.

Jop et al. (Jop et al., 2005) se sont intéressés à l'influence de l'écart entre les parois latérales sur le profil de vitesse des grains situés à la surface de l'écoulement. Sur la figure 1.7 sont représentés deux profils de vitesse de surface obtenus pour des valeurs de  $W$  de  $19d$  et de  $570d$ . On peut remarquer que pour le canal de plus faible largeur l'écoulement est

de type bouchon, c'est à dire que la vitesse des grains est quasiment uniforme sur toute la largeur, ce qui n'est plus le cas pour le canal le plus large. Les grains situés au centre de l'écoulement ont alors une vitesse moyenne supérieure de près de 80% à celle des grains situés en contact avec les parois. Ceci montre que la présence de parois latérales modifie les propriétés de l'écoulement même pour des écarts entre elles très importants.

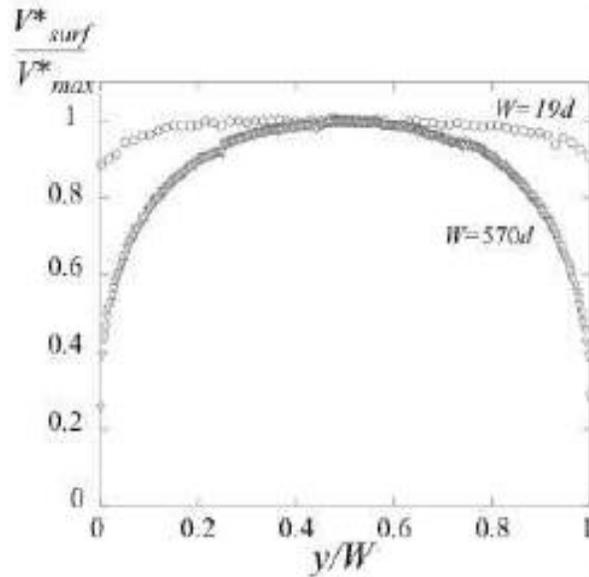


FIG. 1.7 – D'après (Jop et al., 2005). Profils de vitesse normalisés des grains situés à la surface de l'écoulement pour deux largeurs différentes  $W$  du canal. Le matériau granulaire utilisé est composé de billes de verre de diamètre  $d = 0,53 \pm 0,05mm$ .

### 1.2.2 L'équation SSH

La vision qui est adoptée par N. Taberlet est celle d'un écoulement en surface d'un empilement statique d'inclinaison  $\varphi$ . On considère une tranche de la couche en écoulement de longueur  $L$ , de largeur  $W$  et d'épaisseur  $h$ . Les forces qui s'exercent sur cette tranche sont : son poids  $m\vec{g}$ , les frottements sur les parois latérales  $\vec{F}_W$ , la force normale sur les parois latérales  $\vec{F}_N$ , le frottement à la base de l'écoulement  $\vec{F}_{SSH}$  et la force normale à la base  $\vec{N}$ . La figure 1.8 illustre ces notations. Afin de calculer ces forces plusieurs hypothèses ont été faites. La masse volumique de l'écoulement  $\bar{\rho}$ , c'est à dire le produit de la masse volumique du matériau et de la compacité, est considérée comme étant constante. La deuxième hypothèse est que la pression au sein de l'écoulement  $P(y)$  est hydrostatique et

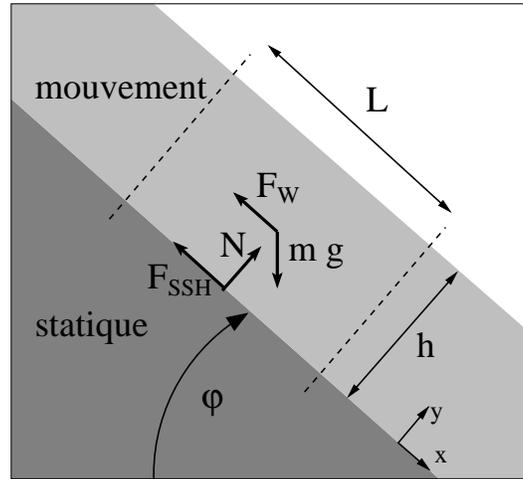


FIG. 1.8 – Schéma de l'écoulement. En régime stationnaire, on applique l'équilibre des forces à une tranche d'épaisseur  $h$ , de profondeur  $W$  et de longueur  $L$ .

isotrope. Enfin, les frottements aux parois latérales et entre la couche en écoulement et l'empilement statique sont supposés être de type solide, c'est à dire qu'ils obéissent à la loi d'Amontons-Coulomb. On introduit donc deux coefficients de frottement effectif  $\mu_w$  et  $\mu_i$  pour le calcul de  $F_W$  et  $F_{SSH}$ . Ces hypothèses ont déjà été utilisées à plusieurs reprises pour quantifier l'effet du frottement aux parois des écoulements (Roberts, 1969; Savage, 1979; Hutter et Koch, 1991; Taberlet et al., 2003) ou des empilements statiques (Courrech du Pont et al., 2003b).

D'après ces hypothèses :

$$\left\{ \begin{array}{l} mg = \bar{\rho} g L W h \\ P(y) = \bar{\rho} g \cos \varphi (h - y) \\ N = L W P(y = 0) = \bar{\rho} g L W h \cos \varphi \\ F_{SSH} = \mu_i N \\ F_W = 2 \mu_w L \int_0^h P(y) dy = \bar{\rho} g \mu_w L h^2 \cos \varphi \end{array} \right.$$

L'écoulement est permanent et établi, c'est-à-dire invariant selon la direction principale de l'écoulement  $x$ . Cela signifie donc que la résultante des forces qui s'appliquent sur la tranche considérée est nulle. Le mouvement de cette tranche se fait uniquement selon l'axe  $x$  (même si ce n'est pas le cas des grains pris individuellement). La force de frottement aux parois latérales  $\vec{F}_W$  est considérée comme étant dirigée selon  $x$ . On peut donc écrire (en projection selon l'axe de l'écoulement) :

$$F_{SSH} + F_W = m g \sin \varphi$$

Après simplification, on obtient une formule simple reliant l'inclinaison de l'écoulement  $\varphi$  à son épaisseur  $h$  et à l'écartement entre les parois  $W$  :

$$\tan \varphi = \mu_i + \mu_w \frac{h}{W} \quad (\text{Equation SSH}) \quad (1.1)$$

Les coefficients  $\mu_w$  et  $\mu_i$  employés dans ce modèle sont des coefficients effectifs qui rendent compte d'interactions complexes. Les valeurs de  $\mu_w$  et  $\mu_i$  qui peuvent être déterminées expérimentalement, ne peuvent donc pas être considérées comme étant les coefficients de frottement microscopiques bille/bille et bille/paroi. Le modèle présenté ici ne tient pas compte non plus de la variation de la compacité. Malgré ces approximations, ce modèle permet de décrire de façon très satisfaisante l'influence du confinement sur les propriétés d'écoulements sur fond meuble comme on peut le voir sur la figure 1.9. Dans ce cas, les valeurs obtenues pour les coefficients  $\mu_w$  et  $\mu_i$  sont respectivement :  $\tan 37^\circ$  et  $\tan 23^\circ$  (le matériau granulaire utilisé est du sable de Fontainebleau,  $d = 250\mu m$ ,  $W$  allant de 5 à 20mm).

### 1.2.3 Caractérisation de l'écoulement

Dans cette partie nous allons présenter les différentes observations qui ont été faites sur le comportement de l'épaisseur de la phase liquide  $h$  et sur celui de la longueur de décroissance exponentielle de la vitesse,  $\lambda$ , dans la phase quasi-statique.

**Epaisseur de la phase liquide** La détermination de l'épaisseur de la phase roulante peut être réalisée de plusieurs façons. Citons ici deux de ces méthodes. La première, utilisée par P. Jop (Jop et al., 2005), est de plonger un tube en verre préalablement noirci à la bougie quelques secondes dans l'écoulement. Les grains qui ont la vitesse la plus élevée, c'est à dire faisant partie de la phase liquide, vont éclaircir le tube et il suffit ensuite de mesurer le niveau de gris de ce tube pour déterminer  $h$ . Cette méthode intrusive semble

donner des valeurs fiables de  $h$  dans le cas où la largeur de la cellule est suffisante pour que la présence du tube ne modifie pas l'écoulement mais n'est pas adaptée aux cas où les parois latérales sont très proches l'une de l'autre. Dans ce cas, une seconde méthode (Taberlet et al., 2003), consiste à mesurer  $h$  à partir du profil de vitesse de l'écoulement. Cette méthode sera détaillée dans le chapitre 2.

Sur la figure 1.9, est représenté la tangente de l'angle d'écoulement en fonction du rapport  $h/W$ ,  $W$  étant l'écart entre les parois latérales. La première chose qui a été remarquée est que plus l'angle d'écoulement est important, et donc le débit, plus l'épaisseur de la phase liquide sera grande. Le second point remarquable est que pour un type de bille donné, le simple rapport  $h/W$  suffit à déterminer l'angle d'écoulement conformément à l'équation SSH. L'effet des parois peut donc être déterminé en faisant le rapport entre la largeur de la cellule et l'épaisseur de l'écoulement à condition de connaître  $\mu_i$  et  $\mu_W$ .

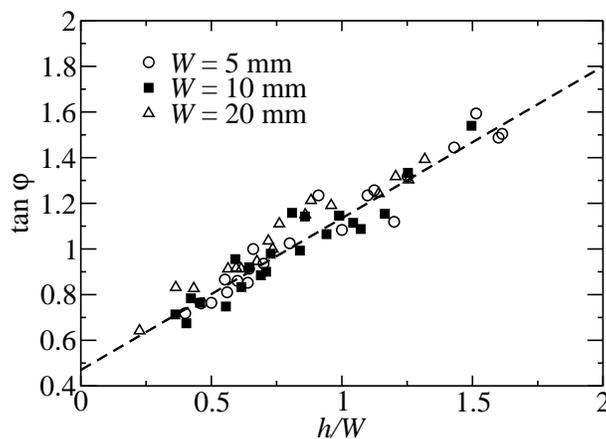


FIG. 1.9 – (d'après (Taberlet et al., 2003)). Inclinaison  $\varphi$  en fonction du rapport  $h/W$  mesurée expérimentalement avec du sable pour plusieurs valeurs de largeur de canal.

**Décroissance du profil de vitesse dans la phase quasistatique** Les premiers travaux ayant permis de mettre en évidence l'existence d'une zone située sous la phase liquide et dans laquelle le mouvement des grains est rampant sont dus à T. Komatsu (Komatsu et al., 2001). Ces expériences ont été réalisées dans le cas d'un écoulement sur fond meuble alimenté par une source ponctuelle, et ceci pour différents types de grains (billes d'aluminium, sable et graines). Les résultats de cette étude ont permis de déterminer que dans la phase quasi-statique, le profil de vitesse décroissait exponentiellement avec la profondeur et que la longueur caractéristique de cette décroissance était indépendante du débit. Cette longueur allait de 0,6 diamètre de grains pour du sable jusque 1,35 diamètre de grain

pour des billes d'aluminium (figure 1.10). Depuis d'autres études ont été réalisées dans des configurations d'écoulement différentes : tambour rotatif et cellule de Couette. Ces travaux sont résumés dans le tableau 1.1. D. Bonamy (Bonamy et al., 2002), N. Jain (Jain et al., 2002), B. Socie (Socie et al., 2005) et A. Orpe (Orpe et Khakhar, 2007) ont effectué des mesures de cette longueur de décroissance,  $\lambda$ , dans le cas d'un écoulement stationnaire dans un tambour tournant et S. Courrech du Pont (Courrech du Pont et al., 2005) dans le cas d'un écoulement non-stationnaire, également dans un tambour tournant.

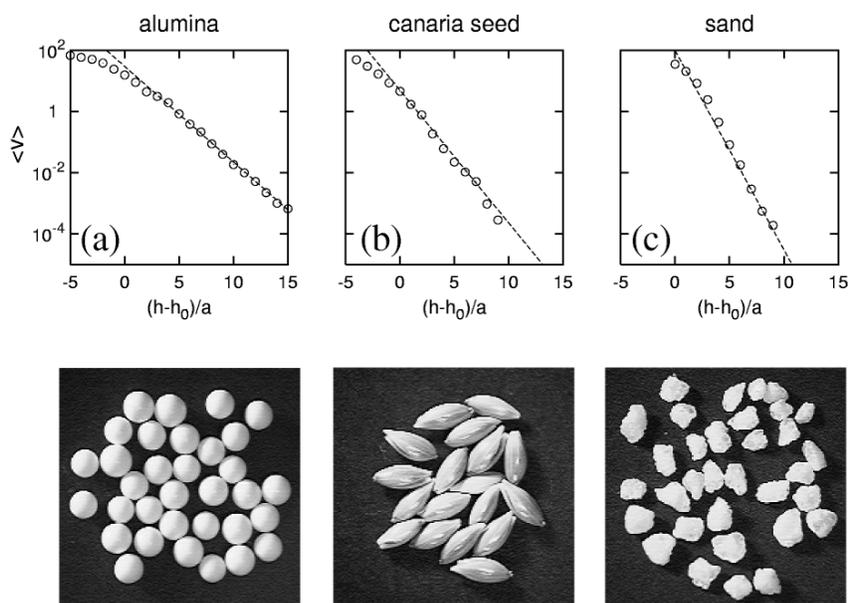


FIG. 1.10 – (d'après (Komatsu et al., 2001)) Profils de vitesse en échelle semi-log pour différents matériaux granulaires : (a) billes d'aluminium, (b) grains de céréale et (c) sable naturel. On note  $a$  le diamètre des grains et  $h_0$  l'épaisseur de l'écoulement.

**Bilan** A la vue de ces différents résultats on peut se poser plusieurs questions. Jusqu'à quelle profondeur la décroissance exponentielle de la vitesse moyenne d'écoulement des grains reste-t-elle valable ? Comment expliquer le passage d'un profil de vitesse linéaire à un profil exponentiel ? Quel est le mouvement individuel des grains dans la phase quasi-statique et quel lien existe-t-il entre celui-ci, le frottement aux parois et la décroissance exponentielle ? Ces différents points feront l'objet du quatrième chapitre.

Auteurs	Montage	Matériau	Gamme de vitesse ( <i>mm/s</i> )	$\lambda/d$
(Komatsu et al., 2001)	Source ponctuelle	Billes d'aluminium, sable, graines	$10^{-2} - 10^{-6}$	1
(Bonamy et al., 2002)	Tambour rotatif	Billes d'acier	$10^{-1} - 10^{-3}$	2, 5
(Jain et al., 2002)	Tambour rotatif	Billes de verre et d'acier	$10^{-1} - 10^{-3}$	1 - 2
(Socie et al., 2005)	Tambour rotatif	Billes de verre teintées	$10^{-2} - 10^{-4}$	4,9
(Orpe et Khakhar, 2007)	Tambour rotatif	Billes de cuivre et d'acier	$10^{-1} - 10^{-2}$	$1, 1 \pm 0, 2$
(Courrech du Pont et al., 2005)	Tambour rotatif (non-stationnaire)	Billes de verre	$10^{-1} - 10^{-3}$	$3 \pm 1$
(Crassous et al., 2008)	Source ponctuelle	Billes de verre	$10^{-2} - 10^{-9}$	$1 \pm 0, 2$

TAB. 1.1 – Résumé des expériences réalisées sur la zone quasistatique d'un écoulement granulaire.  $d$  est le diamètre des particules utilisées.

## 1.3 Loi d'échelle

Jop et al. (Jop et al., 2005) ont proposé une loi d'échelle permettant de lier l'angle d'écoulement, la vitesse maximale des grains et l'épaisseur de l'écoulement en fonction du débit à l'écart  $W$  entre les parois. Les auteurs ont déterminé une rhéologie pour les écoulements granulaires denses, basée sur le nombre sans dimension  $I$ , en s'appuyant sur des études précédentes (GdR-MiDi, 2004) réalisées dans des configurations différentes. Nous allons les présenter ici succinctement.

Pouliquen et al. (Pouliquen, 1999; Pouliquen et Forterre, 2002), ont étudié l'écoulement d'un milieu granulaire sur un plan incliné rugueux. Ceci leur a permis de proposer une loi de frottement empirique à l'interface entre la couche de grains en mouvement, d'épaisseur  $h$ , et le plan rugueux. Deux lois fondamentales sont nécessaires pour établir cette équation, toutes deux établies expérimentalement et vérifiées par simulation numériques. La première est la loi de démarrage/arrêt d'un écoulement de grains de diamètre  $d$  établie grâce aux travaux de (Pouliquen, 1999). Elle relie la hauteur d'arrêt d'un écoulement sur un plan incliné à l'inclinaison  $\theta$  du plan par :

$$\frac{h_{stop}(\theta)}{d} = L_0 \frac{\tan\theta_M - \tan\theta}{\tan\theta - \tan\theta_m}, \quad (1.2)$$

où  $\theta_m$ ,  $\theta_M$  et  $L_0$  sont des constantes dépendant non seulement du milieu granulaire utilisé mais aussi de la rugosité du plan.

La seconde loi fondamentale (Pouliquen, 1999) relie deux nombres sans dimension, le nombre de Froude au ratio  $\frac{h}{h_{stop}(\theta)}$  par :

$$\frac{\langle v \rangle}{\sqrt{gh}} = \beta \frac{h}{h_{stop}(\theta)}, \quad (1.3)$$

où  $\langle v \rangle$  est la vitesse moyenne de l'écoulement et  $\beta$  une constante dépendant des conditions expérimentales. A ces deux lois s'ajoute le constat fondamental que, pour un écoulement stationnaire uniforme sur plan incliné, le coefficient de frottement effectif vaut (Pouliquen, 1999) :

$$\mu = \tan\theta. \quad (1.4)$$

Ainsi, en injectant l'équation 1.4 dans l'équation 1.2, on obtient :

$$h_{stop} = L_0 d \frac{\tan\theta_M - \mu}{\mu - \tan\theta_m}, \quad (1.5)$$

relation que l'on introduit dans l'équation 1.3, ce qui nous permet d'obtenir :

$$\mu_b(\langle v \rangle, h) = \mu_s + \frac{\mu_2 - \mu_s}{\frac{h\sqrt{gh}\beta}{\langle V \rangle d L_0} + 1}, \quad (1.6)$$

en posant  $\mu_s = \tan\theta_m$  et  $\mu_2 = \tan\theta_M$ .

Bien que cette loi ait permis de décrire quantitativement l'étalement d'un milieu granulaire (Pouliquen et Forterre, 2002) et le développement d'instabilités (Forterre et Pouliquen, 2003), elle ne permet pas de décrire la rhéologie d'un écoulement granulaire. Jop et al. ont donc comparé ces résultats à ceux obtenus par simulations numériques d'une cellule de cisaillement (Da Cruz et al., 2004; Jordanoff et Khonsari, 2004). Dans cette configuration, le milieu granulaire est confiné entre deux plans rugueux (sous une pression de confinement  $P$ ) et cisailé (le taux de cisaillement est noté  $\dot{\gamma}$ ). Ces simulations numériques ont permis de déterminer que la contrainte de cisaillement  $\tau$  suit une loi de frottement et que le coefficient de frottement dépend uniquement d'un nombre sans dimension  $I$ . Les auteurs interprètent  $I$  comme étant le rapport entre le temps lié au cisaillement,  $T_\gamma$ , et le temps lié à la pression de confinement,  $T_P$ . La relation liant la contrainte de cisaillement et le taux de cisaillement est donnée par :

$$\left| \frac{\tau}{P} \right| = \mu(I) \quad \text{avec} \quad I = \frac{|\dot{\gamma}|d}{\sqrt{P/\rho_s}} \quad (1.7)$$

avec  $\rho_s$  la densité de particules. La figure 1.11 est un schéma de ce que représente physiquement  $T_\gamma$  et  $T_P$ . Si l'on considère deux couches de grains, la couche supérieure se déplaçant à la vitesse  $V$ ,  $T_\gamma$  va représenter le temps qu'elle va mettre à se déplacer d'un diamètre  $d$  par rapport à la couche inférieure :  $T_\gamma = 1/\dot{\gamma}$ . Le temps  $T_P$  lié à la pression de confinement peut être interprété comme étant le temps nécessaire à la couche supérieure pour retrouver sa position la plus basse :  $T_P = d\sqrt{\frac{\rho_s}{P}}$ .

Jop et al. (Jop et al., 2005) ont alors montré que la loi constitutive (équation 1.7) était compatible, dans le cas d'un écoulement sur un plan incliné, à la relation que Pouliquen et al (Pouliquen, 1999; Pouliquen et Forterre, 2002). obtenaient pour le frottement entre un plan incliné rugueux et l'écoulement granulaire (équation 1.6) à condition d'écrire :

$$\mu(I) = \mu_s + \frac{\mu_2 - \mu_s}{I_0/I + 1} \quad (1.8)$$

avec  $I_0$  une constante liée aux coefficients  $L_0$  et  $\beta$  de l'équation 1.6 et dépendant de  $\theta$ .

Les auteurs ont alors calculé le bilan des forces agissant sur une couche de grains en écoulement dans le cas d'un empilement granulaire confiné et ont supposé que la rhéologie de l'écoulement était la même que dans le cas du plan incliné. Le bilan des forces leur

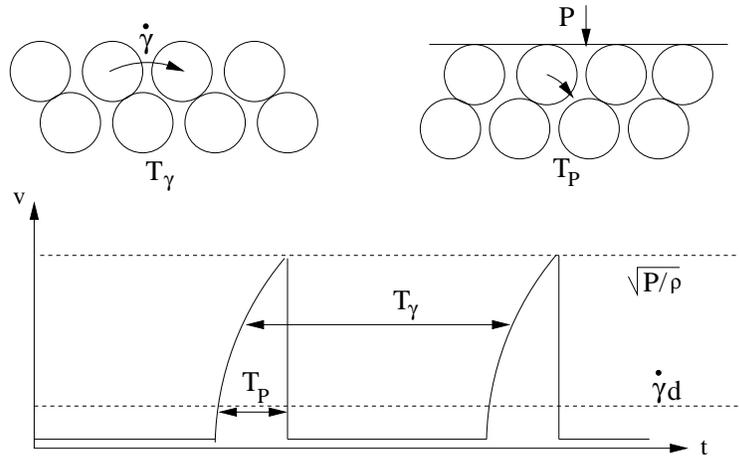


FIG. 1.11 – D’après (GdR-MiDi, 2004). Schéma de ce que représente physiquement les temps  $T_\gamma$  et  $T_P$ .

permet d’obtenir l’équation suivante :

$$\tan\theta - \mu_W \frac{z}{W} - \mu(I(z)) = 0. \quad (1.9)$$

avec  $\mu_W$  le coefficient de frottement aux parois, considéré comme étant constant,  $z$  la profondeur dans l’écoulement par rapport à sa surface libre et  $\theta$  l’angle que fait l’empilement par rapport à l’horizontale. A partir des équations 1.7 et 1.9 les auteurs ont pu déterminer les différentes lois d’échelle caractérisant un écoulement granulaire confiné sur un fond meuble. Ils ont notamment montré que dans le cas où le débit  $Q$  de l’écoulement est faible, la tangente de l’angle d’écoulement varie comme :  $Q/W^{7/2}$  (ou comme  $Q/W^{5/2}$  si on considère un débit par unité de largeur de canal).

Taberlet (Taberlet, 2005) s’est également intéressé à cette loi d’échelle durant sa thèse. Il a pu observer, grâce aux résultats expérimentaux qu’il a obtenus en utilisant du sable de Fontainebleau, que l’angle d’écoulement varie comme  $Q/W^2$ . Cependant, par simulation numérique d’un écoulement de sphère, il obtient une loi d’échelle en  $Q/W^{3.9}$ . Il a alors proposé comme explication à ce changement de loi d’échelle la différence de comportement entre le sable et les sphères qu’il simulait.

Dans le chapitre 3 nous nous intéresserons à cette loi d’échelle dans le cas d’écoulements de billes de verre beaucoup plus sphériques que le sable utilisé expérimentalement par Taberlet.

## 1.4 Erosion et accrétion - Le modèle BCRE

Le modèle BCRE (acronyme de Bouchaud, Cates, Ravi Prakash et Edwards) (Bouchaud, 1994; Bouchaud et al., 1995), décrit les écoulements de grains sur fond meuble en considérant deux phases distinctes : une phase statique surmontée d'une phase roulante. Les grains qui font partie de la phase roulante sont supposés avoir tous la même vitesse,  $v$ , selon  $x$ . Ce modèle, grâce à un terme d'échange  $\Gamma(R, \theta)$ , tient compte du fait que les grains peuvent passer d'une phase à l'autre, c'est à dire que des grains mobiles peuvent s'arrêter et que des grains faisant partie de la phase statique peuvent se mettre en mouvement.

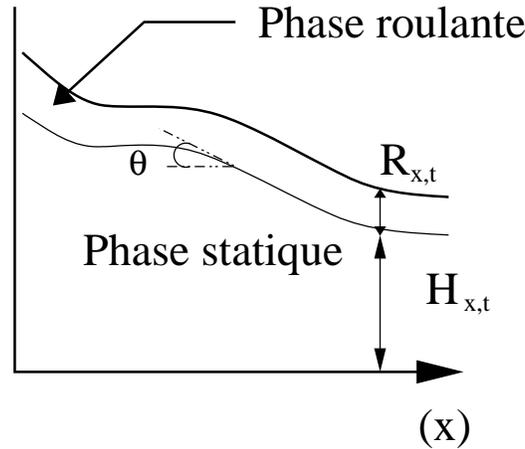


FIG. 1.12 – Principe du modèle BCRE

Soit  $R$  l'épaisseur de la phase roulante,  $H$  la hauteur de la phase statique et  $\theta$  l'inclinaison locale de l'interface entre ces deux phases (figure 1.12). L'équation de convection-diffusion pour l'épaisseur roulante  $R$  est donnée par (le milieu est supposé incompressible) :

$$\frac{\partial R}{\partial t} = v \frac{\partial R}{\partial x} + \mathcal{D} \frac{\partial^2 R}{\partial x^2} + \Gamma(R, \theta) \quad , \quad (1.10)$$

où  $\mathcal{D}$  est une constante de diffusion. Le terme d'échange peut s'écrire :

$$\frac{\partial H}{\partial t} = -\Gamma(R, \theta) \quad (1.11)$$

La pente locale de l'écoulement va déterminer le type d'échange entre les phases statique et roulante : si cette pente est importante l'échange se fera dans le sens statique vers roulant et si la pente est faible l'échange se fera dans le sens roulant vers statique. Les auteurs proposent donc d'écrire le terme d'échange sous la forme :

$$\Gamma = \alpha R (\theta - \theta_n) \quad , \quad (1.12)$$

où  $\alpha$  est une constante qui a la dimension d'une fréquence et  $\theta_n$  (angle neutre), l'angle pour lequel l'érosion compense exactement l'accrétion. Si la pente locale est grande ( $\theta > \theta_n$ ), alors l'empilement statique est érodé et si l'inclinaison locale est faible ( $\theta < \theta_n$ ), alors les grains roulant se déposent et contribuent à la croissance de la phase statique.

Malgré sa simplicité, étant donné qu'il ne considère que deux phases, le modèle BCRE a été appliqué avec succès dans de nombreuses situations. En voici une liste non exhaustive :

Métastabilité de la surface d'un tas (Bouchaud, 1994; Bouchaud et al., 1995)

Remplissage lent d'un silo (Boutreux et de Gennes, 1998)

Dynamique d'un empilement dans un tambour tournant (de Gennes, 1995)

Arrêt d'un écoulement sur une pente faible (Boutreux et Raphaël, 1998)

Arrêt d'un écoulement contre un mur (Boutreux et al., 1998)

Etagement d'une marche de sable (Boutreux et de Gennes, 1997)

Ségrégation et saturation dans les mélanges granulaires (Boutreux et de Gennes, 1996; Boutreux et Raphaël, 1998; Boutreux et al., 1999)

Avalanches descendantes et remontantes (Bouchaud et Cates, 1998)

Construction d'un tas à partir d'une alimentation ponctuelle (Dorogovtsev et Mendes, 1999; Dorogovtsev et Mendes, 2000)

Formation de rides sous l'effet du vent (Terzidis et al., 1998).

## Conclusion

Bien que les écoulements granulaires aient déjà été le sujet de nombreuses études, il reste beaucoup de points à éclaircir concernant les écoulements sur fond meuble : Comment la stabilité d'un empilement granulaire confiné peut être influencée par les propriétés de contact grain/paroi? Quelle loi d'échelle permet de lier le débit à l'angle d'écoulement? Ces deux premiers points seront traités dans le chapitre 3. Dans le quatrième chapitre nous verrons quelle longueur est la plus pertinente pour décrire les écoulements granulaires confinés : le diamètre des grains ou l'écart entre les parois latérales. Nous verrons ensuite quel est le mouvement des grains dans la phase quasistatique et pourquoi on passe d'une décroissance linéaire de la vitesse à une décroissance exponentielle lorsque l'on s'enfonce

dans l'écoulement. Dans le dernier chapitre nous verrons si le modèle BCRE permet de décrire l'érosion d'un empilement SSH lorsque l'on cesse de l'alimenter.

# Chapitre 2

## Méthodes expérimentales

Dans ce chapitre nous allons présenter le montage utilisé pour l'étude des écoulements gravitaires et les méthodes de suivi de particules ainsi que les mesures de compacités par gamma-métrie.

### 2.1 Ecoulements gravitaires - Montage expérimental

#### 2.1.1 La cellule d'écoulement

La cellule est composée de deux plaques de verre ( $120\text{cm} * 120\text{cm}$ ) maintenues parallèlement l'une à l'autre. L'écartement  $W$  entre elles est réglable, il peut aller de  $4\text{mm}$  jusque  $5\text{cm}$ . Un double réservoir est placé au dessus de ces deux parois. Le premier est alimenté au fur et à mesure des expérimentations et permet de maintenir le second continuellement rempli. L'ouverture de ce dernier nous permet de contrôler précisément la quantité de grains injectée dans la cellule et de veiller à ce qu'ils soient bien distribués sur toute la largeur de la cellule. Il est à noter que ces deux réservoirs sont maintenus sur un portique indépendant du reste de la cellule afin d'éviter qu'ils ne pèsent sur les plaques de verres et que leur remplissage ne provoque des vibrations pouvant parasiter le mouvement des grains. Un bac de récupération est placé à la sortie de la cellule et est relié au premier réservoir par un système de lits fluidisés permettant la remontée des grains. La quantité

maximale qui peut être remonté par cette méthode est de  $20g/s$ . Ce système nous permet de ne pas avoir à remplir manuellement les réservoirs et de pouvoir travailler en continu pour les débits inférieurs à cette valeur. Pour les débits plus importants, il nous permet de remplir les réservoirs avant toute expérimentation et de faciliter la remontée des grains en cours d'expérience.



FIG. 2.1 – Photo de la cellule d'écoulement.

### 2.1.2 Les matériaux granulaires

Nous avons utilisé deux types de grains : des billes de verre de diamètre  $500 \pm 100\mu m$  et des billes de diamètre  $2mm$ . Les billes de  $500\mu m$  ont été teintées en noir afin de faciliter le suivi de particules. Les billes de  $2mm$  ont une dispersion en taille beaucoup plus faible que celles de  $500\mu m$ .

**Précautions** Les principaux phénomènes pouvant modifier le comportement des grains sont la formation de ponts capillaires entre eux et l'électricité statique.

Le premier phénomène est dû à la présence d'eau dans l'air, sous forme gazeuse, qui peut se condenser entre les grains et ainsi modifier la cohésion de l'empilement (Bocquet et al., 2002). La formation de ces ponts capillaires est directement liée au taux d'humidité ambiant et à la température. C'est pourquoi, afin de toujours travailler dans les mêmes conditions, toutes les manipulations ont été effectuées dans une salle où l'hygrométrie et la température sont contrôlées ( $50\%$  et  $23^\circ$ ).

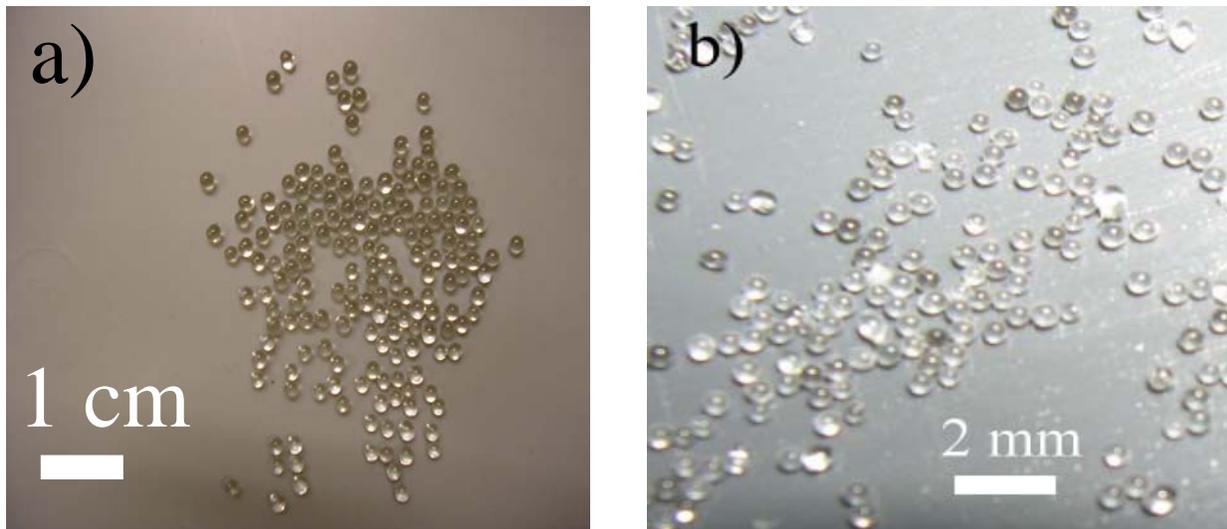


FIG. 2.2 – Photo des billes utilisées. a) billes de diamètre moyen  $2\text{mm}$ . b) billes de diamètre moyen  $500\mu\text{m}$ .

L'électricité statique peut également modifier le comportement des grains. En effet, on a pu observer que les forces subies par les grains étaient suffisantes pour les soulever et les coller aux parois si aucune précaution n'avait été prise et ceci même pour des billes de  $2\text{mm}$  de diamètre. Afin de réduire le plus possible l'influence de l'électricité statique sur l'empilement, les réservoirs, le portique qui maintient la cellule et le bac de récupération sont reliés à la prise de terre. Les parois de verre sont également régulièrement recouvertes d'un produit anti-statique, communément utilisé pour éviter le dépôt de poussière sur les écrans.

## 2.2 Techniques de mesures

### 2.2.1 Mesure du débit

La quantité  $\Delta m$  de grains sortant de la cellule est mesurée, en utilisant une balance électronique placée sous le bac de récupération, pendant un temps  $\Delta t$  d'environ 1 minute. Le débit  $Q_s$ , en  $g/s$ , est alors simplement donné par le rapport  $\frac{\Delta m}{\Delta t}$ .

Lors de la croissance de l'empilement ce débit est plus faible que le débit d'entrée  $Q_e$  (figure 2.3) : une partie des grains injectés dans la cellule est piégée et sert à la formation du SSH. Lorsque le régime est stationnaire, et que donc l'angle de l'écoulement ne varie plus, ces deux débits sont égaux. Nous veillerons bien à être dans ce régime lorsque nous

effectuerons des mesures sur l'écoulement.

Si l'on stoppe le débit d'entrée, la cellule va se vider progressivement jusqu'à ce que l'empilement retrouve son angle de repos initial.

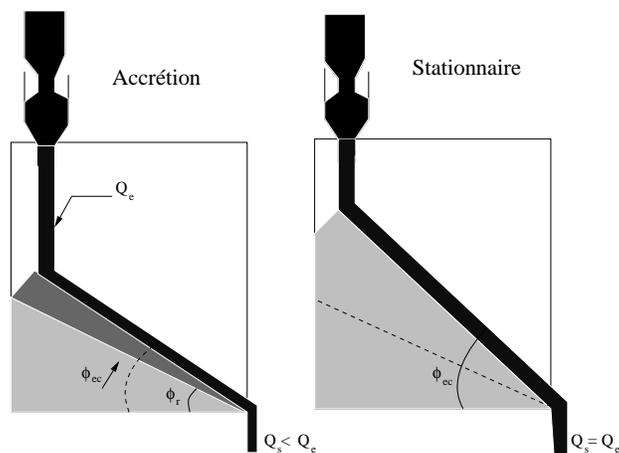


FIG. 2.3 – Schéma d'un empilement de type SSH lors de l'accrétion et dans l'état stationnaire.

## 2.2.2 Mesures d'angles

Les angles de repos et d'écoulement sont mesurés par deux méthodes différentes selon que les parois de la cellule d'écoulements soient transparentes ou non.

**Parois transparentes** L'angle de la surface de l'empilement granulaire est déterminé par traitement d'image. Un fil à plomb est placé devant la cellule et une photo de l'empilement est prise. L'angle de celui-ci est alors facilement mesuré en utilisant un logiciel de traitement d'image adapté (Image J).

**Parois opaques** Lorsque les parois ne sont pas transparentes, nous ne pouvons pas utiliser de méthode d'imagerie pour définir l'angle de l'empilement. Nous avons donc mis au point une autre technique de mesure. Celle-ci nécessite deux nappes lasers (figure 2.4). L'une est placée sur un axe qui se trouve à la même hauteur que la base de la sortie de la cellule d'écoulement et faisant un angle  $\theta$  avec l'horizontal. La valeur de cet angle est facilement déterminée en mesurant la distance  $D$  entre l'axe de rotation du laser et la base de la cellule et la hauteur  $h$  du reflet sur cette dernière. Le second laser est placé horizontalement et sa hauteur est réglable. Les deux nappes se reflètent sur l'empilement

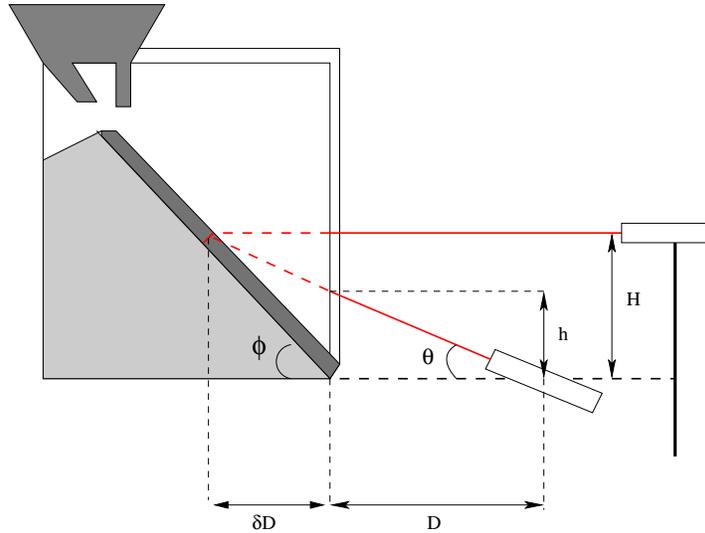


FIG. 2.4 – Schéma du dispositif expérimental utilisé pour la mesure de l'angle de l'empilement dans le cas où les parois latérales sont opaques.

et nous ajustons la hauteur du second de façon à faire correspondre ces deux reflets. La distance entre la sortie de la cellule et l'abscisse du reflet est  $\delta D$ . Nous mesurons alors la hauteur  $H$  du second laser. La valeur de l'angle  $\theta$  est déterminé par :

$$\tan\theta = \frac{h}{D} = \frac{H}{D + \delta D} \quad (2.1)$$

et celle de l'angle  $\phi$  de l'empilement par :

$$\tan\phi = \frac{H}{\delta D} \quad (2.2)$$

des équations (2.1) et (2.2) nous déduisons la valeur de l'angle de l'empilement :

$$\tan\phi = \frac{H.h}{D(H - h)} \quad (2.3)$$

### 2.2.3 Méthodes de suivi de particules

Nous allons présenter ici les deux méthodes que nous avons utilisées pour déterminer les vitesses des particules dans l'écoulement : une méthode de suivi individuel des grains , le tracking et une méthode permettant de mesurer la déformation d'un milieu par corrélation d'images, la diffusion multiple de la lumière.

Ces deux techniques sont complémentaires. En effet le tracking permet de mesurer des vitesses de déplacement allant jusqu'à plusieurs mètres par seconde (figure 2.5) et

d'avoir des informations sur le mouvement individuel des grains. La diffusion multiple de la lumière permet quant à elle de mesurer des déformations très faibles et donc d'obtenir des informations dans la zone d'écoulement où les grains ont un déplacement trop faible pour être déterminé par suivi individuel des particules. Elle ne permet cependant pas de connaître le mouvement de chaque grain.

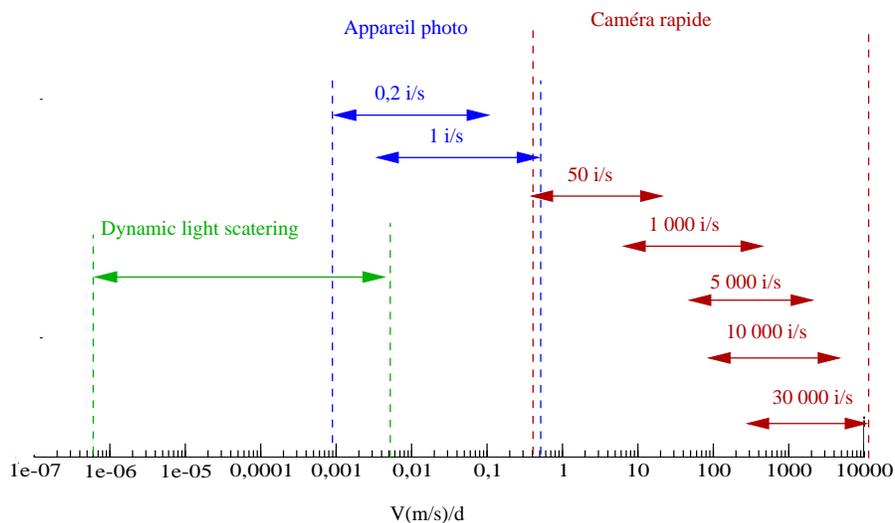


FIG. 2.5 – Ordre de grandeur de la vitesse des grains que l'on peut suivre en fonction des différentes vitesses d'acquisition utilisées. La vitesse des grains que l'on peut suivre dépend de la taille réelle des images : typiquement une image de  $1024 * 1024 pixels$  a une dimension réelle de  $17 * 17 mm$ . Ce sont les vitesses correspondant à ce taux de conversion qui sont présentées sur ce graphique.

### Le suivi de particules (*particle tracking*) - Principe

Des images de l'écoulement sont obtenues soit à l'aide d'une caméra rapide (Photron APX RS), soit à l'aide d'un appareil photo numérique selon la gamme de vitesses des grains observés. Rappelons que les billes de verre que nous avons utilisées sont teintées en noir afin de pouvoir observer le reflet d'un spot sur celles-ci. La position de chaque grain est alors déterminée pour chaque pas de temps, comme il sera expliqué dans le paragraphe suivant. Par la suite il est possible de déterminer la trajectoire de chaque particule en comparant leur position sur chacune des images successives : on considère que la nouvelle position d'un grain au temps  $t + 1$  sera celle qui est la plus proche de sa position au temps

*t.* Il est à noter que pour être certain que l'on ait bien repéré un même grain sur ces deux images celui-ci ne doit pas s'être déplacé de plus de la moitié de son diamètre. Ceci impose des fréquences d'acquisition d'images élevées pour les grains les plus rapides, c'est à dire les plus proches de la surface libre de l'écoulement. Chaque fréquence d'acquisition nous permet d'avoir accès à une certaine gamme de vitesses des grains et donc à une partie du profil de vitesse de l'écoulement. Il faut donc, pour obtenir le profil de vitesse complet, superposer tous ceux obtenus à des fréquences d'acquisition différentes. C'est pourquoi il est nécessaire de pouvoir repérer précisément la profondeur à laquelle la mesure est réalisée. Pour ceci nous prenons la surface libre comme repère et recalons chaque profil de vitesse à partir de sa position relative.

### Détermination de la surface libre de l'écoulement

Pour superposer les profils de vitesse obtenus pour différentes vitesses d'acquisition il est nécessaire d'avoir un repère commun à chaque film. Nous utilisons la surface libre de l'écoulement comme repère. Un fond blanc est placé en arrière de la cellule d'écoulement. De cette façon, en mesurant le niveau de gris moyen de l'image (fig 2.6), la surface libre apparaît très nettement sous la forme d'une marche entre le niveau de gris de l'écoulement qui est proche de zéro et le niveau de gris du fond blanc, qui est de 255. La position de la surface libre est prise comme étant le milieu de cette marche

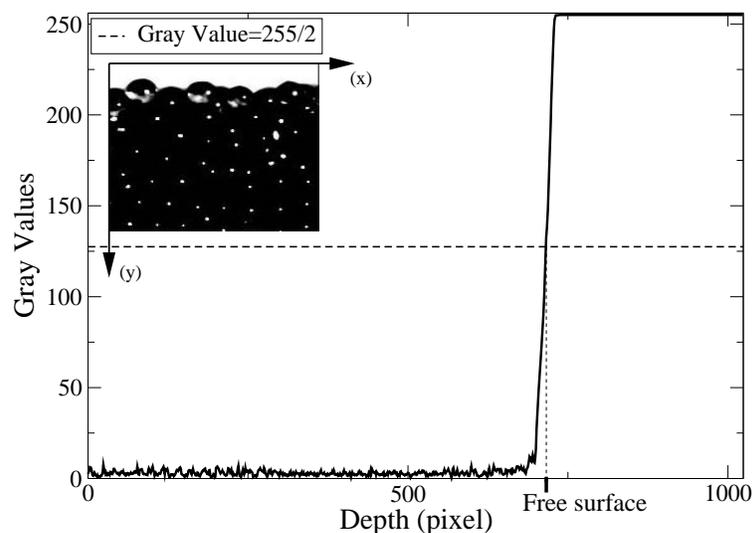


FIG. 2.6 – Niveau de gris d'une image d'écoulement utilisé pour déterminer la position de la surface libre. En insert : image originale de l'écoulement.

## Mesure de la position des grains

Un exemple d'image d'écoulement obtenu est présenté sur la photo 2.7 a). En utilisant un logiciel de traitement d'images (Matrox Inspector) on peut déterminer la position de chacun des grains. Pour cela, l'image est binarisée (photo 2.7 c), afin que seul le reflet du spot sur les grains apparaisse. Le logiciel nous donne alors la position du pixel central,  $P_0$ , de chacun des reflets binarisés. Afin d'obtenir une précision supérieure au pixel dans la mesure de la position des grains nous corrigeons ensuite ces valeurs. Pour cela nous utilisons l'image non binarisée (photo 2.7 b). Nous calculons alors le centre d'un carré de 10 pixels de côté (originellement centré en  $P_0$ ) en pondérant par le niveau de gris de chacun des pixels appartenant à ce carré : on calcule le centre de masse des niveaux de gris.

Sur la figure 2.8 sont représentées les positions obtenues pour le centre du reflet sur une bille après avoir binarisé l'image ou en utilisant le niveau de gris de chaque pixel du reflet dans deux cas différents. Dans le premier cas (figure 2.8 a), le reflet est parfaitement symétrique. Les positions que nous obtenons en prenant en compte les niveaux de gris des pixels ou simplement en binarisant l'image sont donc équivalentes (bien que dans le premier cas le résultat soit les coordonnées du centre du pixel et dans le second cas les coordonnées du pixel). Sur la figure 2.8 b), le bas de l'image est légèrement plus foncé que sur la figure a). Les deux méthodes ne sont alors plus équivalentes. En effet, la perte d'information due à la binarisation entraîne un déplacement du centre du reflet de 1 pixel vers le haut par rapport à la première figure, alors que en prenant en compte les niveaux de gris, le positionnement du reflet est plus précis. La binarisation de l'image ne nous sert donc qu'à positionner grossièrement les grains avant d'affiner ce positionnement en utilisant toute l'information contenue dans l'image.

De légères variations du niveau de gris d'un reflet peuvent être dues au déplacement d'un grain mais aussi à une variation de l'intensité lumineuse du spot utilisé ou encore à une variation de la sensibilité des capteurs de la caméra. Ceci limite la précision de la position d'un grain et nous discuterons ce point au paragraphe suivant.

Afin de pouvoir convertir les déplacements des grains de pixels en mètres, nous utilisons une mire. Typiquement une image de  $1024 * 1024$  pixels a une dimension réelle de  $17 * 17mm$ . Des billes de diamètre  $500\mu m$  apparaissent donc à l'image comme ayant un diamètre d'environ 30 pixels. Comme nous l'avons vu précédemment, nous ne pouvons suivre un grain entre deux images que si il s'est déplacé d'une distance inférieure à son rayon, ce qui correspond donc en moyenne à 15 pixels.

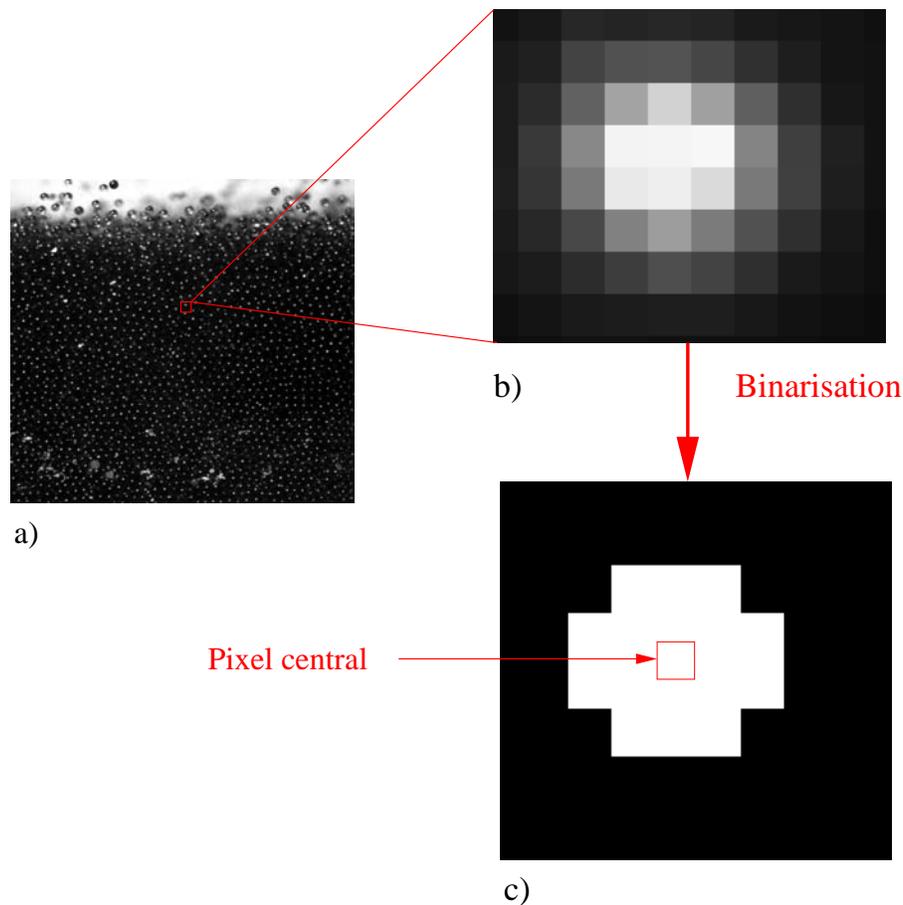


FIG. 2.7 – Images d’un écoulement obtenues par caméra rapide (3000 images/s). a) Image complète, définition de  $1024 * 1024$  pixels. b) Zoom sur le reflet du spot sur un grain. c) Photo b) binarisée avec un seuil de 117.

### Précision

Des variations de la lumière du spot utilisé ou de la sensibilité des capteurs de la caméra peuvent entraîner des variations du niveau de gris des images. Même si celles-ci sont faibles elles limitent la précision de la mesure de la position des grains. Afin de déterminer cette précision nous avons filmé un empilement statique dans les mêmes conditions que celles de toutes nos autres expérimentations. La position déterminée par traitement d’image des grains immobiles peut varier au maximum de 0,25 pixel entre deux images successives. Ceci entraîne que pour une vitesse d’acquisition donnée, nous ne pouvons mesurer entre deux images, que les déplacements de grains qui sont compris entre 0,25 pixel et un demi diamètre de grains ce qui correspond à environ 15 pixel.

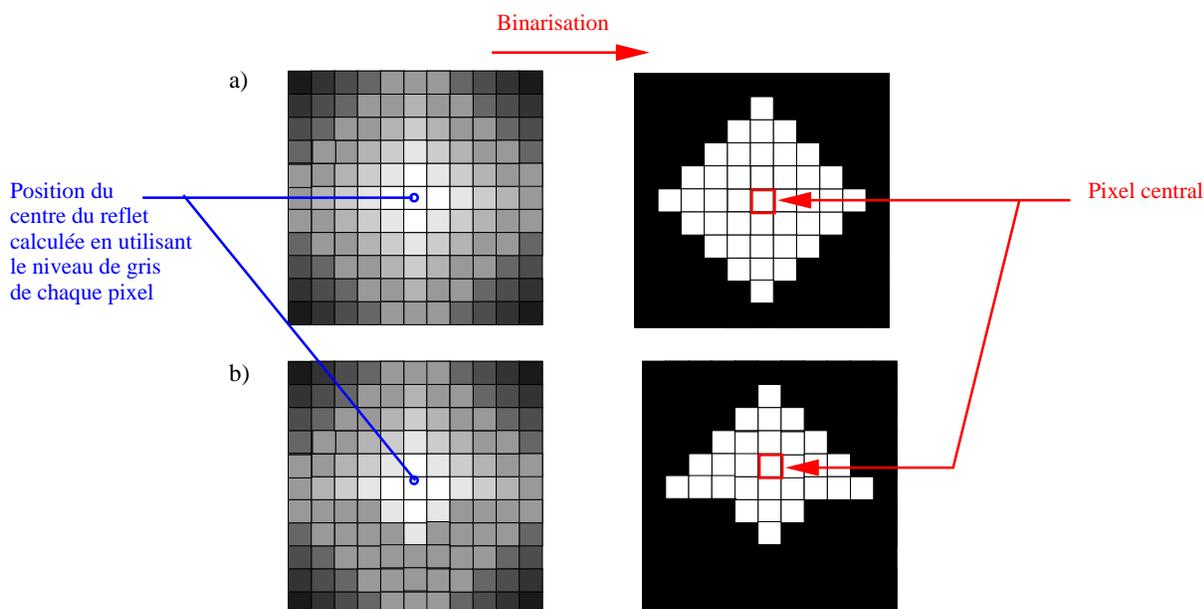


FIG. 2.8 – Position du centre d’un reflet obtenu en binarisant ou en utilisant le niveau de gris de chacun des pixels composant le reflet.

## 2.2.4 Diffusion multiple de la lumière

Cette méthode de mesure, basée sur le calcul de fonctions de corrélation de la lumière diffusée par un milieu granulaire, a été introduite au laboratoire par J. Crassous et permet de mesurer des déformations très lentes. Elle nous a permis d’obtenir 4 ordres de grandeurs supplémentaires pour la mesure des vitesses moyennes d’écoulements les plus faibles. Le montage expérimental est présenté figure 2.9.

Un rayon laser cohérent, de longueur d’onde  $\lambda_0 = 0,532\mu m$ , est envoyé sur la zone du milieu granulaire que l’on souhaite étudier. La lumière est alors diffusée par le milieu granulaire et projeté sur un diaphragme. La lumière diffusée est collectée par une caméra (Panasonic) qui a une vitesse d’acquisition de  $20\text{images}/s$ . La taille d’une tache de speckle<sup>1</sup> est typiquement de  $3\text{pixels}$  et l’acquisition par la caméra se fait sur  $N = 2456\text{pixels}$ . L’intensité diffusée  $I(t, p)$ , où  $t$  est le temps auquel est faite l’acquisition et  $p$  l’indice des pixels, est mesurée. La fonction de corrélation normalisée de l’intensité est définie par (Viasnoff et al., 2002; Cipelleti et Weitz, 1999) :

<sup>1</sup>Une figure de Speckle est due aux interférences de la lumière diffusée par les différents points de l’objet éclairé. Cette figure est d’aspect granuleux et chacun des ”grains” la constituant est appelé tache de Speckel.

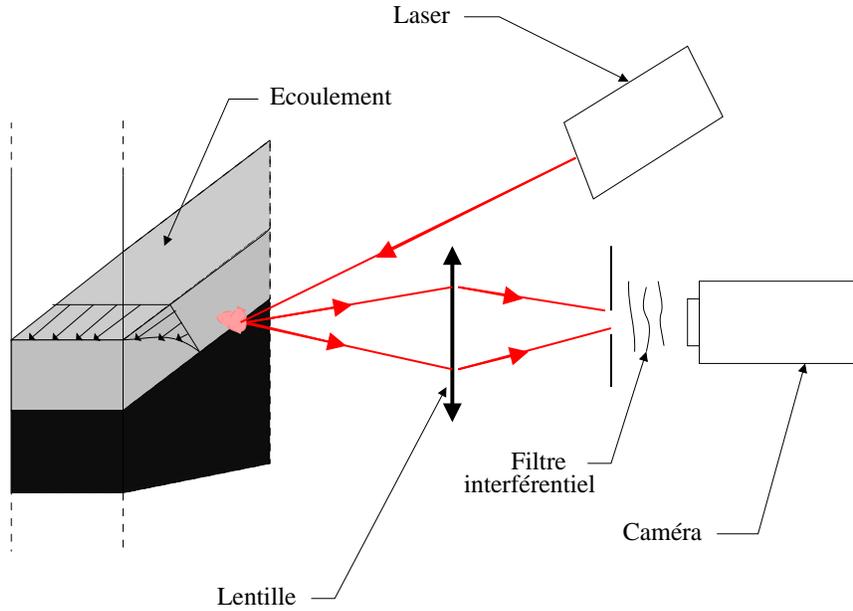


FIG. 2.9 – Schéma du dispositif expérimental utilisé pour la diffusion multiple de la lumière.

$$g_I(\tau) = \frac{\langle I(t, p)I(t + \tau, p) \rangle_{t, p}}{\langle I(t, p) \rangle_{t, p} \langle I(t, p) \rangle_{t + \tau, p}} - 1 \quad (2.4)$$

où  $\tau$  est le temps de retard, c'est à dire le temps séparant les deux images à partir desquelles est calculée la fonction de corrélation, et  $\langle . \rangle_{t, p}$  est la moyenne sur le temps  $t$  et les pixels  $p$ . La durée totale de chaque expérience est de 20 minutes. Le temps de retard minimum,  $\tau_m$ , est déterminé par la vitesse d'acquisition de la caméra, c'est à dire  $50ms$  : on ne peut pas calculer de fonction de corrélation entre deux images séparées d'un temps inférieur à  $\tau_m$ . Le temps de retard maximum est quant à lui fixé par la cohérence du laser. Ce temps a été estimé en mesurant la corrélation temporelle de la lumière diffusée par un empilement statique de grains. D'après cette mesure, on peut estimer que la décorrélation due aux fluctuations du laser n'est pas significative pour un temps de retard plus petit que environ  $60s$ .

Un exemple de fonctions de corrélation, calculées pour différentes profondeurs par rapport à la surface libre de l'écoulement, est présenté sur la figure 2.10. Le déplacement des grains entre deux images va entraîner une diminution de la fonction  $g_I(\tau)$  : plus le déplacement des grains sera rapide plus le temps caractéristique de décorrélation sera petit. Il est possible, à partir de la variation de ce temps de décorrélation en fonction de la profondeur, de remonter à la variation de la vitesse moyenne des grains. Ce lien est présenté en détail dans la section 5 de l'annexe C.

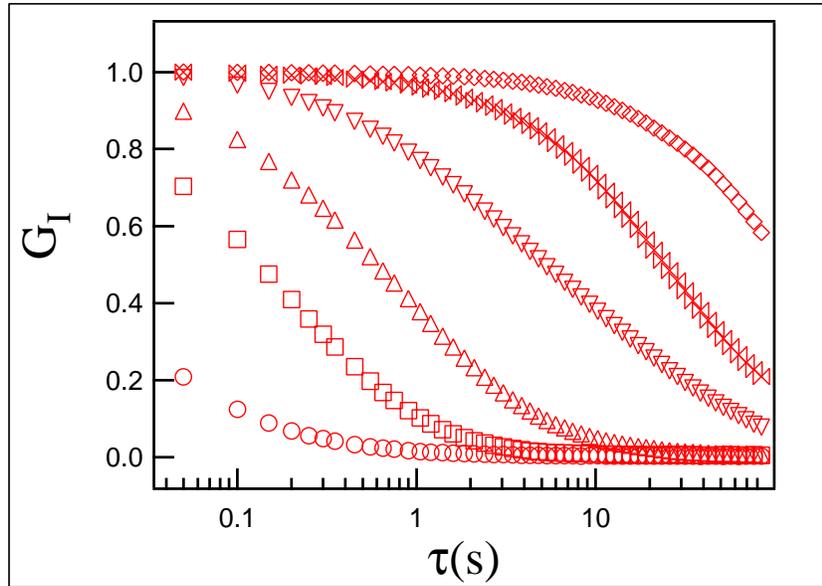


FIG. 2.10 – Fonction de corrélation normalisée de l’intensité lumineuse diffusée en fonction du temps de retard  $\tau$ . Chacune des courbes correspond à une profondeur  $y$  différente par rapport à la surface libre : (○)  $y/d = 32$ , (□)  $y/d = 34$ , (△)  $y/d = 36$ , (▽)  $y/d = 38$ , (⊗)  $y/d = 40$ , (◇)  $y/d = 42$ . Dans cet exemple :  $W/d = 10$ ,  $d = 500\mu m$  et l’écoulement fait un angle de  $45^\circ$  par rapport à l’horizontale.

### 2.2.5 Mesure de compacité par $\gamma$ -métrie

Le but de cette expérience est de mesurer la compacité d’un écoulement granulaire par absorption d’un rayonnement  $\gamma$ . La cellule d’écoulement est placée entre une source de rayon  $\gamma$  et un détecteur (voir figure 2.11) et peut-être déplacée dans les trois directions de l’espace afin de pouvoir mesurer la compacité sur toute la hauteur de l’écoulement. La source de césium, enfermée dans une chappe de plomb, émet un faisceau de photons d’énergie  $E = 662\text{ keV}$  avec une activité totale d’environ  $330\text{ mCi}$  soit  $1,22 \cdot 10^{10}\text{ Bq}$  ( $400\text{ mCi}$  au moment de son achat il y a près de 8 ans). A la sortie de la source, ce faisceau est de forme conique avec une ouverture d’environ  $4^\circ$ . Il est ensuite collimaté à l’aide de trois briques de plomb de  $5\text{ cm}$  d’épaisseur et percées en leur centre d’un trou circulaire (rayon  $\sigma = 5\text{ mm}$ ). Ces briques de collimation et de protection absorbent, en dehors des trous de guidage, plus de 99 % des photons qui les traversent. Les deux premiers collimateurs sont placés entre la source et l’échantillon. Pour des raisons de sécurité, le premier est accolé à la source et sert également d’obturateur (un électro-aimant commandé par un interrupteur permet de déplacer la brique pour ouvrir ou fermer le faisceau). Le troisième

collimateur est fixé devant le détecteur de mesure. Le faisceau de mesure est un cône de très faible ouverture et on peut donc le considérer à bords quasiment parallèles lorsqu'il traverse l'empilement de billes. Une brique en alliage d'aluminium est placée dans le faisceau, au début de la chaîne de collimation, pour l'atténuer légèrement afin d'éviter la saturation du détecteur à vide. Ce détecteur est un scintillateur couplé à un photo-multiplicateur. Le signal mesuré est traité par un compteur qui donne au final le nombre de coups obtenu et le temps de comptage.  $\Lambda$  est la longueur d'onde Compton et vaut  $\Lambda = \frac{h}{m_e c} = 0,0243 \text{ \AA}$ .

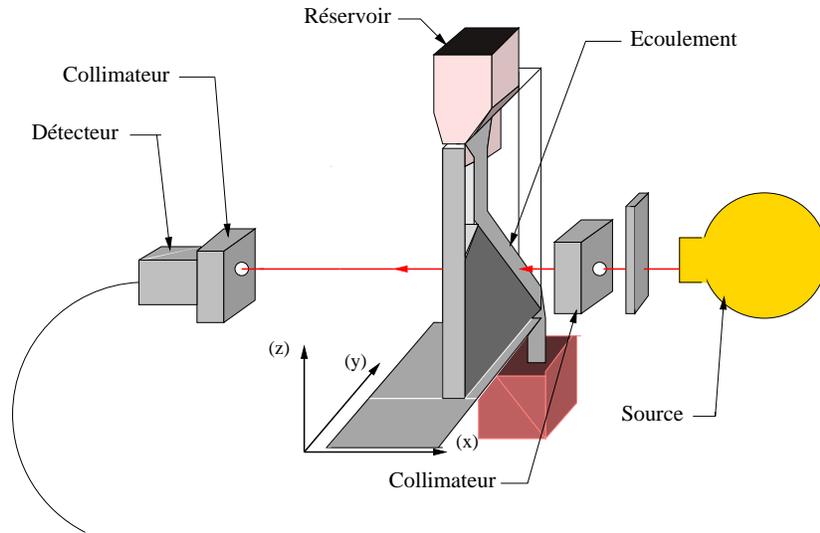


FIG. 2.11 – Schéma du dispositif expérimental utilisé pour la mesure de compacité de l'écoulement.

Lorsque le faisceau incident d'intensité  $I$  traverse un matériau homogène d'épaisseur  $dx$ , la perte d'intensité du faisceau est donnée par :

$$dI = -\mu I dx. \quad (2.5)$$

La constante de proportionnalité  $\mu$  est le *coefficient d'atténuation linéaire* mais elle est souvent appelée coefficient d'absorption linéaire bien que la diffusion et l'absorption contribuent à l'atténuation du faisceau. Notons aussi que l'on utilise en général le *coefficient massique*,  $\mu' = \mu/\rho$ , où  $\rho$  est la masse volumique du milieu traversé.  $\mu$  s'exprime généralement en  $\text{cm}^{-1}$  et  $\mu'$  en  $\text{cm}^2 \cdot \text{g}^{-1}$ . Connaissant la composition massique du matériau (fractions massiques  $x_i$ ) et les coefficients massiques de chaque élément ( $\mu'_i$ ), il est alors possible d'évaluer le coefficient massique du matériau par :

$$\mu' = \sum x_i \mu'_i \quad (2.6)$$

Pour un milieu d'épaisseur totale  $L$ , l'équation (2.5) s'intègre et donne la loi exponentielle suivante, appelée loi de Beer-Lambert :

$$I = I_0 e^{-\mu L} \quad (2.7)$$

Le nombre de photons détectés en présence et en l'absence de billes dans la cellule d'écoulement sont respectivement notés  $N_0$  et  $N$ . Le rapport entre ces deux nombres est lié à la compacité par :

$$N = N_0 e^{-\mu L \rho} \quad (2.8)$$

Afin de déterminer la compacité  $\rho$  à partir des mesures de  $N_0$  et  $N$  il nous faut donc connaître la valeur du coefficient  $\mu$ . Celle ci a été déterminée par P. Philippe (Philippe, 2002) durant sa thèse :  $\mu = 0,1853 \text{cm}^{-1}$  pour des billes de diamètre  $500 \mu\text{m}$ .

## 2.3 Simulations numériques

Des simulations numériques d'écoulements confinés sur fond meuble ont été réalisées au sein du laboratoire. L'avantage des simulations est de donner accès à des grandeurs difficilement mesurables expérimentalement comme par exemple les contraintes s'exerçant dans l'écoulement ou encore les coefficients de frottement aux parois ou entre couches de grains. Les résultats numériques seront comparés à ceux que nous avons obtenus expérimentalement.

### 2.3.1 La dynamique moléculaire-Principe

La dynamique moléculaire a tout d'abord été développée pour simuler des systèmes liquides et gazeux en analysant les mouvements individuels des atomes ou des molécules du matériau (Allen et Tildesley, 1987). Par la suite, l'adaptation de cette méthode aux milieux granulaires a été proposée par Cundall et Starck. Cette technique considère des sphères déformables qui peuvent s'interpénétrer lorsqu'elles rentrent en contact. Les forces normale et tangentielle sont alors calculées comme expliqué ci-dessous. La force normale est considérée comme étant viscoélastique :

$$F_n = k_n \delta + \gamma_n \dot{\delta}$$

avec  $\delta$  la longueur d'interpénétration des sphères,  $k_n$  la constante de raideur et  $\gamma_n$  un amortissement visqueux qui permet d'obtenir des collisions inélastiques.

La force tangentielle prend en compte l'élasticité tangentielle ainsi que le frottement coulombien :

$$F_t = -\min(|k_t \zeta|, |\mu F_n|) \cdot \text{sign}(\zeta)$$

avec  $k_t$  la constante de raideur tangentielle,  $\zeta$  le déplacement relatif au point de contact et  $\mu$  le coefficient de frottement coulombien.

### 2.3.2 Paramètres de la simulation

Les valeurs des paramètres utilisés sont les suivantes :

diamètre des grains :  $d = 0,5\text{mm}$

densité :  $\rho = 2500\text{kg/m}^3$

$k_n = 1,8 \cdot 10^4\text{N/m}$

$\gamma_n = 3 \cdot 10^{-3}\text{kg/s}$

$k_t = 5,14 \cdot 10^3\text{N/m}$

et  $\mu = 0,5$

Ces valeurs conduisent à un coefficient de restitution  $e = 0,88$ .

Le contact entre une bille et une paroi latérale est modélisé en considérant celle-ci comme étant une sphère de rayon et de masse infinis. Afin d'éviter la cristallisation le diamètre des billes est pris comme étant légèrement polydisperse (distribution en taille uniforme entre  $0,8d$  et  $1,2d$ ). La cellule d'écoulement a pour dimension :  $L = 12,5\text{mm}$ ,  $H = 42,5\text{mm}$  et  $W = 5\text{mm}$ ,  $L$  étant la longueur de la cellule,  $H$  sa hauteur et  $W$  l'écart entre les parois. La simulation utilise des conditions aux limites périodiques dans la direction de l'écoulement, c'est à dire qu'une bille qui sort de la cellule d'écoulement est réinjectée à la même hauteur à l'entrée de celle-ci. Ceci ne modifie pas les propriétés de l'écoulement (Taberlet, 2005) et permet d'obtenir un écoulement stationnaire et établi en utilisant un nombre raisonnable de billes (12000 dans notre cas), permettant ainsi de limiter le temps de calcul. Les différentes grandeurs comme la vitesse des grains, la compacité de l'empilement, ont été calculées lorsque l'écoulement avait atteint un régime stationnaire afin de pouvoir les comparer avec nos observations expérimentales.



# Chapitre 3

## Matériau granulaire confiné : approche globale

Dans ce chapitre nous allons présenter les propriétés générales d'un empilement granulaire. Dans une première partie, nous nous intéresserons à l'angle de repos d'un milieu granulaire confiné entre deux parois verticales. Nous verrons alors quel peut être l'effet du confinement. Nous nous intéresserons également à la variation de l'angle d'écoulement en fonction du débit et de l'écart entre les parois ainsi qu'à l'influence de ces paramètres de contrôle sur le taux de cisaillement et la compacité de l'écoulement. Dans une deuxième partie, l'utilisation d'un champ électrique extérieur nous permettra de modifier les propriétés de contact bille/paroi et nous verrons les conséquences que cela a sur l'angle de repos et d'écoulement. Dans une dernière partie l'effet de l'état des parois latérales sur ces différentes propriétés sera abordé.

### 3.1 Propriétés générales d'un milieu granulaire confiné

#### 3.1.1 L'angle de repos

En l'absence de parois latérales, un tas granulaire a naturellement un angle de repos  $\phi_r^\infty$  non nul par rapport à l'horizontale. La valeur de cet angle dépend de beaucoup de paramètres comme l'humidité (qui augmente la cohésion grâce à des ponts capillaires), la rugosité des grains, ou encore leur forme. Si maintenant nous nous intéressons à un empilement confiné, l'angle de repos dépendra toujours de ces nombreux paramètres mais aussi de l'écart  $W$  entre les parois. Des études précédentes ont permis de rendre compte de cette influence sur l'empilement (Grasselli et Herrmann, 1997), (Courrech du Pont et al.,

2003b). S. Courrech Dupont et al. ont proposé une théorie permettant de déterminer l'angle de repos  $\phi_r$  en fonction de la distance  $W$ . Elle consiste à faire le bilan des forces s'exerçant sur une fine couche de grains proche de la surface, cf fig.3.1, d'épaisseur  $H_l$ , de longueur  $L$  et de largeur  $W$ .

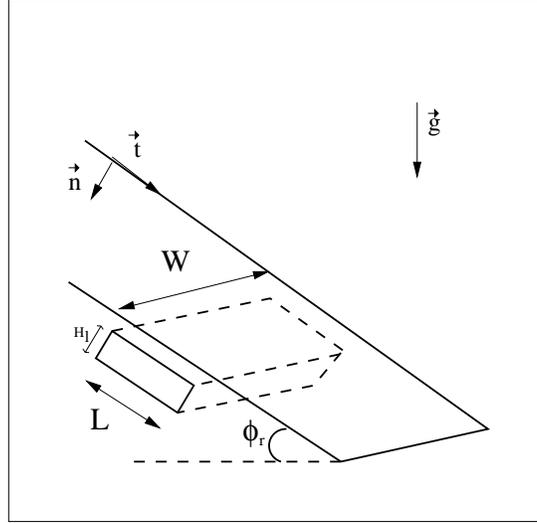


FIG. 3.1 – Schéma de la couche de grains considérée pour le bilan des forces.

Soit  $p(h)$  la pression dans la couche de grains à la profondeur  $h$ . Cette pression est considérée comme étant hydrostatique :

$$p(h) = \rho g \cos(\phi_r) h, \quad (3.1)$$

avec  $\rho$  la densité moyenne de l'empilement et  $h$  la profondeur, mesurée par rapport à la surface dans la direction normale à celle-ci.

En supposant que le frottement aux parois est de type Coulombien, on obtient pour la contrainte de cisaillement sur une des deux parois :

$$F_p = \mu_p N_p = \mu_p L \int_0^{H_l} p(h) dh. \quad (3.2)$$

La contrainte de cisaillement à la base de la couche de grains considérée est :

$$F_b = \mu_b N_b = \rho g W L H_l \cos(\phi_r) \mu_b, \quad (3.3)$$

où  $N_p$  et  $N_b$  sont respectivement les forces normales à une des parois et à la base, et  $\mu_p$  et  $\mu_b$  les coefficients de frottement aux parois et à la base. L'équilibre des forces nous conduit à :

$$\rho g W L H_l \sin(\phi_r) = F_b + 2F_p, \quad (3.4)$$

ce qui nous permet d'écrire l'expression suivante liant l'angle de repos  $\phi_r$  et  $W$  :

$$\tan\phi_r = \tan\phi_r^\infty + \frac{B_m}{W}, \quad (3.5)$$

avec :  $B_m = 2\mu_p \int_0^{H_l} p(h)dh/p(H_l)$ , la longueur caractéristique de l'effet des parois et  $\tan\phi_r^\infty = \mu_b$ . La pression étant considérée hydrostatique, nous avons :  $B_m = \mu_p H_l$

Sur la figure 3.2 est représentée la valeur de la tangente de l'angle de repos en fonction de l'écart entre les parois obtenue dans le cas de billes de verre de diamètre  $500\mu m$  confinées entre des parois métalliques lisses. L'expression proposée par S. Courrech Dupont est en bon accord avec nos résultats expérimentaux, ce qui valide les hypothèses d'un frottement Coulombien aux parois et d'une pression hydrostatique.

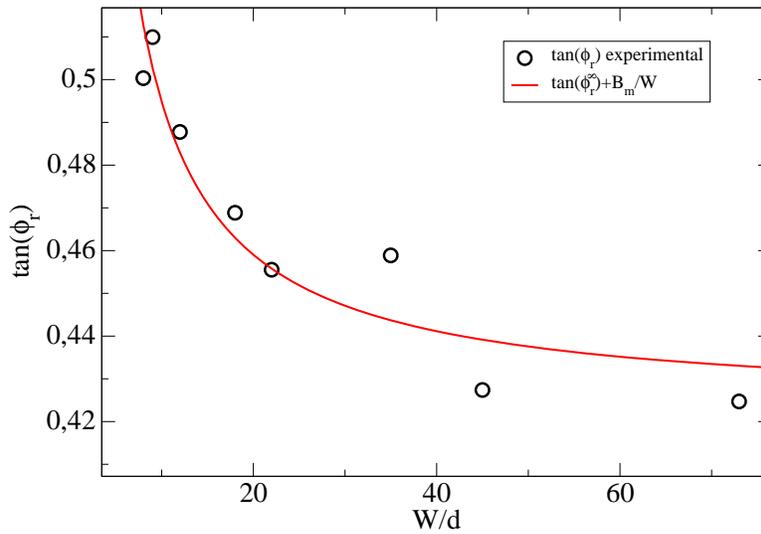


FIG. 3.2 – Tangente de l'angle de repos en fonction de la distance  $W$  entre les parois latérales. Les données expérimentales sont fittées par l'équation 3.5 (trait plein). Les paramètres du fit sont :  $B_m = 0,716d$  et  $\phi_r^\infty = 22,94^\circ$ . Billes de verre  $d = 500\mu m$ , parois métalliques lisses.

### 3.1.2 Propriétés d'écoulement

#### Épaisseur de la phase liquide : $h$

Dans cette partie nous allons étudier le comportement de l'épaisseur de la phase liquide d'un écoulement sur fond meuble, ainsi que celui du taux de cisaillement et la compacité

en fonction de l'angle que cet écoulement fait par rapport à l'horizontale.

### Mesure de $h$

La mesure de l'épaisseur de la phase roulante se fait à partir des profils de vitesse obtenus. La phase liquide d'un écoulement granulaire est composée des grains ayant la vitesse moyenne la plus élevée, c'est à dire ceux situés le plus proche de la surface libre. Il est à noter que pour des débits très importants une zone très diluée surmonte la phase liquide. Cette zone, dite gazeuse, est caractérisée par une vitesse moyenne constante en fonction de la profondeur. Les grains ont alors une trajectoire ballistique. La méthode que nous avons utilisée pour déterminer la surface libre (cf Chapitre 2), ne prend pas en compte cette zone de très faible compacité. En effet, les images étant saturées en lumière, la présence de quelques grains ne change pas leur niveau de gris de façon significative. De ce fait, les surfaces libres que nous avons déterminées se trouvent au sommet de la phase liquide et donc à la base de la phase gazeuse.

La longueur  $h$ , que l'on exprimera ici en nombre de diamètres de grain, est mesurée en prolongeant la tangente à la partie linéaire du profil de vitesse (cf figure 3.3) :  $h$  est pris comme étant la distance entre la surface libre de l'écoulement et l'intersection de la tangente et de l'axe des abscisses. Cette technique de mesure n'est pas adaptée aux écoulements faisant un angle avec l'horizontale trop proche de  $\theta_r$ . En effet, dans ce cas, la partie linéaire du profil de vitesse se réduit à quelques grains et une mesure précise de  $h$  est difficile.

### Résultats expérimentaux

Comme il a été vu en introduction, pour un écart entre les parois donné, plus le débit est important, plus l'angle d'écoulement est grand. L'écoulement pourrait s'adapter de plusieurs manières à une augmentation du débit : soit en modifiant l'épaisseur de la phase roulante,  $h$ , soit en modifiant le taux de cisaillement,  $\dot{\gamma}$ , ou encore en modifiant ces deux grandeurs.

Afin de déterminer le comportement de l'écoulement, nous avons donc étudié  $h$  et  $\dot{\gamma}$  pour des angles d'écoulement allant de  $33^\circ$  à  $61^\circ$  et pour un écart entre les parois  $W$  de  $9d$ . Les profils de vitesses obtenus sont présentés sur la figure 3.4. On peut voir très nettement que la vitesse maximale des grains ainsi que l'épaisseur de la phase roulante augmentent avec l'angle d'écoulement, c'est à dire avec le débit imposé en entrée de la cellule, conformément à l'équation SSH. Le taux de cisaillement est quant à lui indépendant de cet angle. Ceci peut être observé en traçant  $V_x/h(\sqrt{g/d})$  en fonction de  $y/h$  (figure 3.5). En effet, on peut

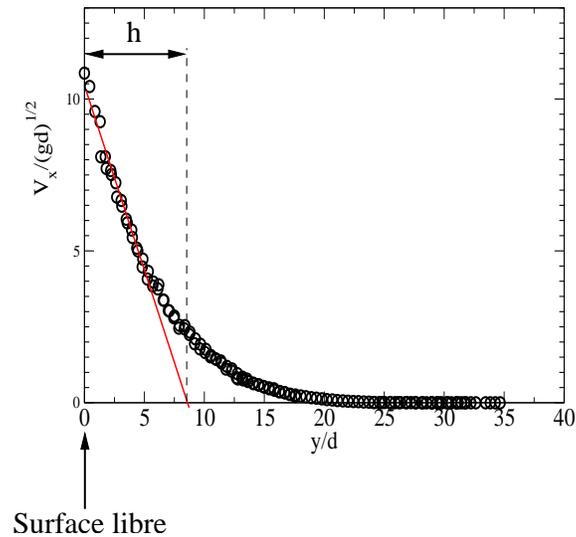


FIG. 3.3 – Méthode de détermination de l'épaisseur de la phase liquide. Dans le cas présenté  $W = 16d$ ,  $\theta = 39^\circ$  et  $h = 8d$ .

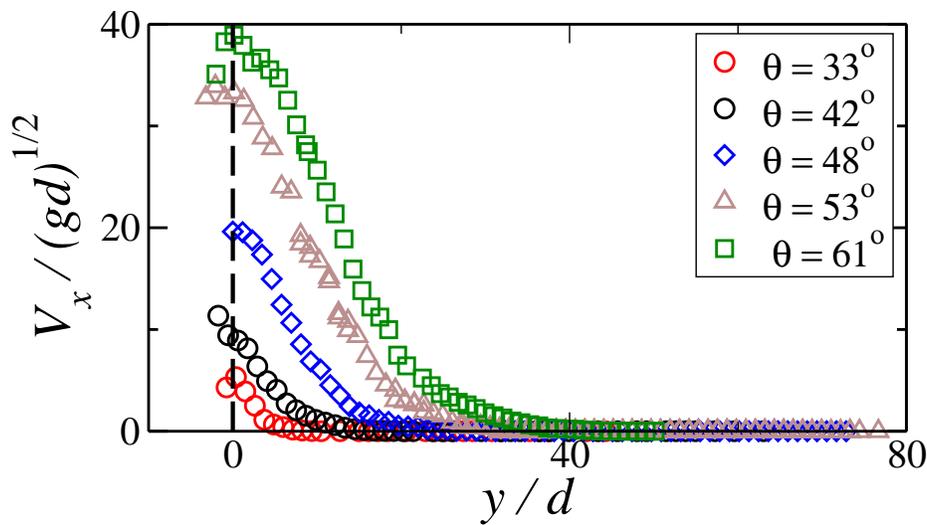


FIG. 3.4 – Profils de vitesse obtenus pour différents angles d'écoulement. L'écart  $W$  entre les parois est de  $9d$ . Sur ce graphique,  $y/d = 0$  correspond à la position de la surface libre pour chacun des écoulements.

remarquer que les profils de vitesse se superposent ainsi très bien pour une large gamme d'angles d'écoulement. Ce résultat peut sembler être en désaccord avec ceux obtenus par Pierre Jop (Jop et al., 2005) : ils ont en effet montré que le taux de cisaillement augmentait

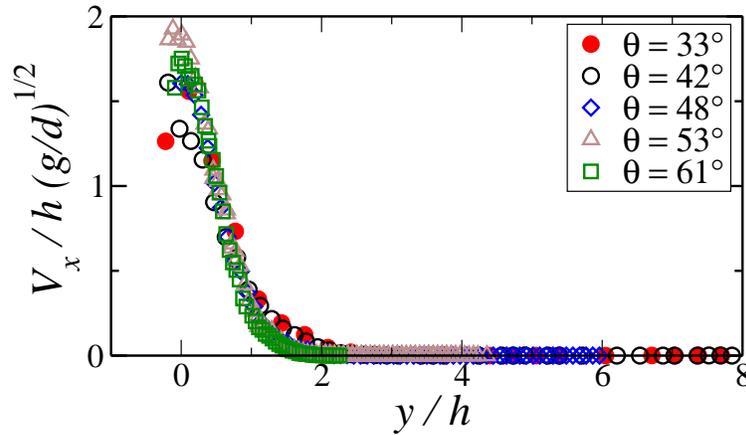


FIG. 3.5 – Profils de vitesse obtenus pour différents angles d’écoulement,  $W = 9d$ . Les axes sont adimensionnés par  $h$ , l’épaisseur de la phase liquide de l’écoulement.

avec le débit imposé. Cependant leur étude ne s’intéressait qu’aux écoulements ayant un angle relativement faible (de  $25^\circ$  à  $31^\circ$  pour un écart entre les parois de  $19d$ ), c’est à dire pour lesquels l’épaisseur de la phase roulante est la plus faible (quelques diamètres de grain). On observe bien sur la figure 3.5, un léger décalage pour les plus petits angles. L’épaisseur de la phase roulante n’est, dans ce cas, que de quelques diamètres de grains et le taux de cisaillement de cet écoulement est légèrement plus faible que ceux obtenus à des angles plus importants.

Les profils de vitesse dans le sens de l’écoulement obtenus par simulation numérique pour des angles d’écoulement allant de  $34^\circ$  à  $65^\circ$  sont présentés sur la figure 2 de l’annexe B. Tout comme ce qui a été obtenu expérimentalement, le taux de cisaillement apparaît comme étant constant et indépendant de l’angle d’écoulement.

### Variation du taux de cisaillement en fonction de l’écart entre les parois

Nous venons de voir que  $\dot{\gamma}$  était indépendant du débit imposé. Qu’en est-il de sa dépendance en  $W$ ? Pour répondre à cette question nous avons mesuré  $\dot{\gamma}$  en utilisant des matériaux différents et pour différents écarts entre les parois latérales (celle-ci sont en verre lisse). Les résultats sont présentés sur la figure 3.6.

D’après ces résultats, la dépendance de  $\dot{\gamma}$  en  $W$  que nous obtenons expérimentalement est :

$$\dot{\gamma}W^\alpha = cste$$

avec  $\alpha = 0,44$  dans le cas des billes de verre de diamètre  $250\mu m$ ,  $0,37$  pour le sable et

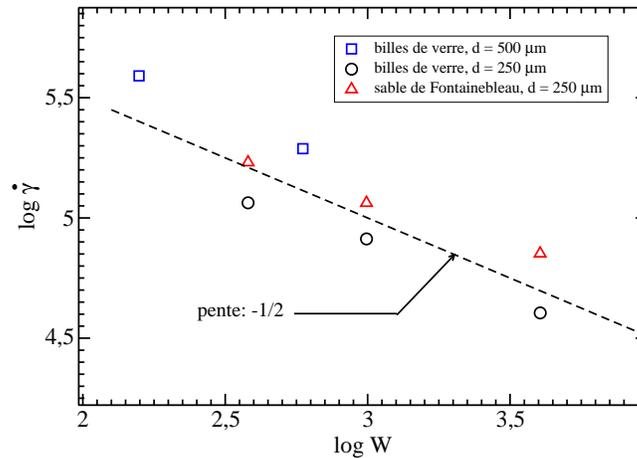


FIG. 3.6 – Mesures expérimentales du taux de cisaillement pour différents matériaux et pour différents écarts entre les parois latérales.

0,53 pour les billes de verre de diamètre  $500\mu\text{m}$ . Nous verrons un peu plus loin comment cette dépendance du taux de cisaillement en  $W$  nous permet de déduire une loi d'échelle liant l'angle d'écoulement au débit.

### Compacité de l'écoulement

Les mesures de la compacité  $\nu$  en fonction de l'angle d'écoulement et de l'écartement entre les parois sont présentées sur la figure 3.7. La zone où la compacité est la plus faible correspond à la phase gazeuse de l'écoulement. La compacité augmente progressivement avec la profondeur jusqu'à atteindre la valeur maximum  $\nu_0$  qui est celle de la phase statique de l'empilement. Ces courbes peuvent être ajustées d'une façon très satisfaisante par une fonction du type :

$$\nu(y) = (\nu_0/2)[1 + \tanh(y/l_\nu)] . \quad (3.6)$$

La longueur caractéristique  $l_\nu$  augmente, tout comme  $h$ , avec l'angle d'écoulement pour un écart  $W$  entre les parois fixé comme on peut le voir sur l'insert gauche de la figure 3.7. Le rapport  $l_\nu/W$  est alors donné par :

$$l_\nu/W = \eta(\tan\theta - \tan\theta_0) \quad (3.7)$$

avec  $\theta_0 \simeq 20^\circ$  et  $\eta \simeq 1,2$ . Cette équation peut également s'écrire sous la forme :

$$\tan\theta = \tan\theta_0 + \frac{1}{\eta} \frac{l_\nu}{W} \quad (3.8)$$

Les coefficients  $\mu_i$  et  $\mu_W$  que nous obtenons par l'équation SSH dans le cas de billes de diamètre  $500\mu m$  et pour des parois en verre lisse ont pour valeur respective :  $\tan 20^\circ$  et  $\tan 27^\circ$ . Le rapport entre  $h$  et  $l_\nu$  que nous obtenons est donc :  $h \simeq 1,7l_\nu$ . Il est donc possible de déterminer sans ambiguïté l'épaisseur de la phase roulante en utilisant les profils de compacité. Cependant cette méthode est beaucoup plus contraignante expérimentalement que de mesurer  $h$  à partir des profils de vitesse. Dans la suite de cette thèse, toutes les mesures de  $h$  que nous présentons ont été obtenues à partir des profils de vitesse.

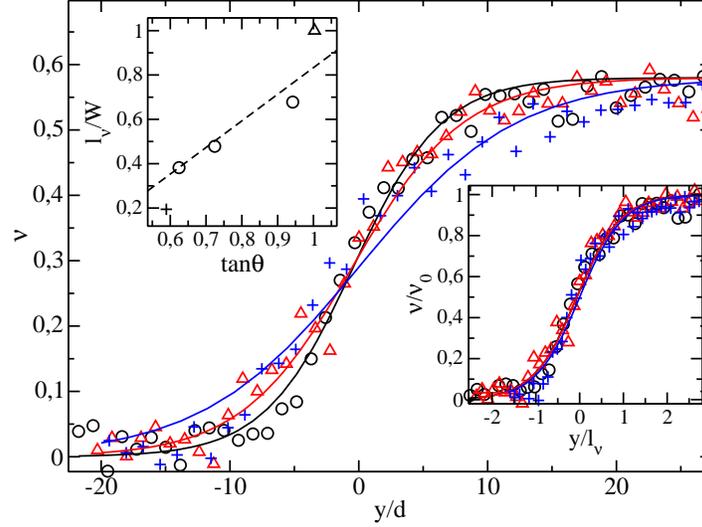


FIG. 3.7 – Mesure de la compacité de l'empilement pour différents angles d'écoulement : (o) :  $\theta = 32^\circ$ , ( $\Delta$ ) :  $\theta = 36^\circ$ , (+) :  $\theta = 43^\circ$ .  $W/d = 18$ . En trait plein l'ajustement par la fonction 3.6. L'origine de l'axe des abscisses est la profondeur pour laquelle la compacité de l'écoulement est la moitié de la compacité maximum  $\nu_0$  ( $\nu_0 \simeq 0,58$ ). Insert gauche :  $l_\nu/W$  en fonction de la tangente de l'angle d'écoulement : ( $\Delta$ ) :  $W/d = 9$ , (o) :  $W/d = 18$ , (+) :  $W/d = 24$ . En pointillé l'équation 3.7. Insert droit :  $\nu/\nu_0$  en fonction de la profondeur adimensionnée  $y/l_\nu$ .

### 3.1.3 Modification de l'angle d'écoulement en fonction des paramètres de contrôle - loi d'échelle

Une des caractéristiques les plus facilement observables des empilements confinés est de présenter un angle d'écoulement,  $\theta_{ec}$ , qui augmente avec le débit et avec le confinement (Taberlet et al., 2003). Les mesures de l'angle d'écoulement, en fonction du débit, que nous avons obtenues pour différents écarts  $W$  entre les parois sont présentées sur la

figure 3.8.

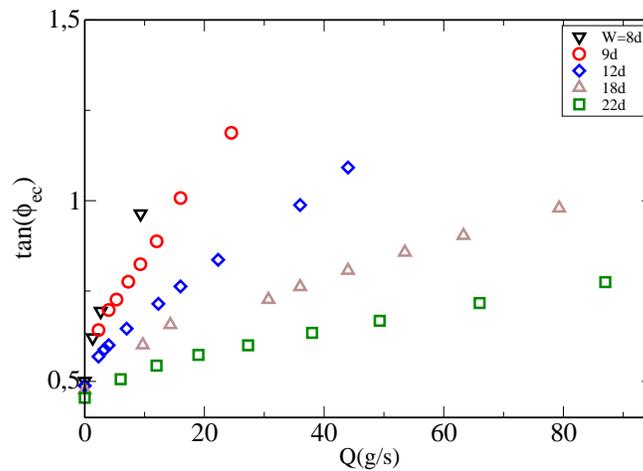


FIG. 3.8 – Tangente de l'angle d'écoulement en fonction du débit pour un écart entre les parois allant de  $8d$  à  $22d$ . Billes de verre,  $d = 500\mu m$ .

Afin de déterminer la loi d'échelle liant  $\theta_{ec}$  (mais aussi l'épaisseur de la phase liquide et la vitesse de surface de l'écoulement) à  $Q$ , Pierre Jop (Jop et al., 2005) a proposé un modèle théorique basé sur le bilan de la quantité d'une couche roulante sur un empilement. Ce modèle conduit à une dépendance de l'angle d'écoulement en  $W^{5/2}$  si l'on considère le débit par unité de largeur de canal et donc en  $W^{7/2}$  si l'on considère le débit total à la sortie de la cellule (ce qui est notre cas). Cette loi d'échelle donne des résultats satisfaisants pour de faibles angles mais ne parvient pas à décrire le comportement de  $\theta_{ec}$  pour les débits les plus importants (figures 3.9 et 3.10).

**Calcul du débit** Dans ce paragraphe, nous allons calculer le débit d'un écoulement granulaire sur fond meuble en considérant un profil de vitesse décroissant linéairement avec la profondeur. La contribution au débit de la phase quasistatique de l'écoulement étant très faible, nous allons la négliger. Etant donné la très faible compacité de la phase gazeuse, nous négligerons également sa contribution au débit. Le profil de vitesse est donné par l'expression :

$$V_x = \dot{\gamma}(h - y) \quad (3.9)$$

La variation de la compacité dans l'écoulement peut être approximée de façon très satisfaisante par (cf annexe B) :

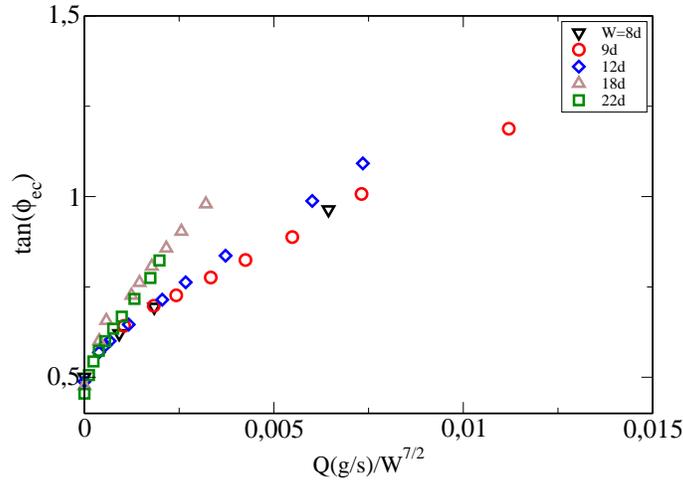


FIG. 3.9 – Tangente de l’angle d’écoulement en fonction du débit pour différents écarts entre les parois. Le scaling est celui proposé par Pierre Jop.  $d = 500\mu m$ .

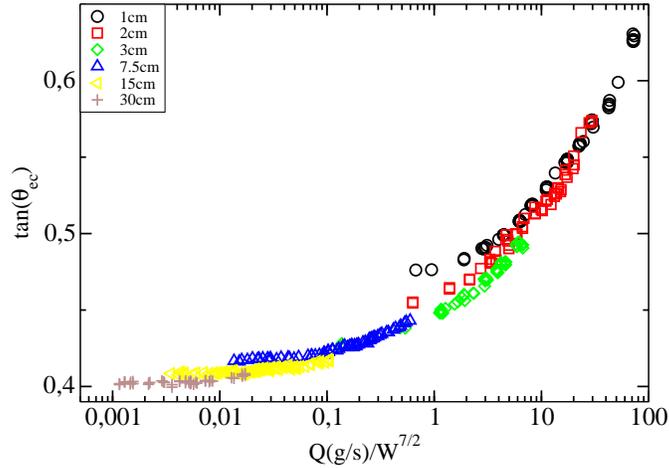


FIG. 3.10 – Tangente de l’angle d’écoulement en fonction du débit pour différents écarts entre les parois (les données proviennent de (Jop et al., 2005)). Le scaling est celui proposé par les auteurs.  $d = 500\mu m$ .

$$\nu = \frac{\nu_0}{2} \left[ 1 + \tanh\left(\frac{2y}{h} - 1\right) \right] \quad (3.10)$$

L’expression du débit est alors :

$$Q = \int_0^\infty \nu V_x(y) \rho W dy = \int_0^h \nu V_x(y) \rho W dy \quad (3.11)$$

En calculant cette intégrale on obtient :

$$Q = K\rho W \frac{\nu_0}{4} \dot{\gamma} h^2 \quad (3.12)$$

avec  $K$  une constante d'intégration :  $K \approx 0,73$ . Si l'on remplace  $h$  par sa valeur en fonction de  $\tan(\phi_{ec})$  (équation SSH), on obtient :

$$\tan(\phi_{ec}) = \sqrt{\frac{4Q}{K\nu_0\rho\dot{\gamma}W^3}} \mu_W + \mu_i \quad (3.13)$$

La première chose que l'on peut remarquer grâce à cette expression est que si l'on veut observer la loi d'échelle liant l'angle d'écoulement en fonction du débit à l'écart  $W$  entre les parois, il ne faut pas considérer  $\tan(\phi_{ec})$  mais  $\tan(\phi_{ec}) - \mu_i$ . En effet  $\mu_i$  ne dépend pas de  $Q$  et détermine uniquement la valeur de l'angle de repos du tas en fonction de l'écart entre les parois. La seconde chose que l'on peut remarquer est que dans cette expression le seul terme dépendant de  $W$  est  $\dot{\gamma}$ , et c'est donc cette dépendance qui va déterminer la loi d'échelle liant  $\tan(\phi_{ec})$  à  $Q$ . La dépendance que nous obtenons expérimentalement est proche de :  $\dot{\gamma}\sqrt{W} = cste = A$ .

l'équation 3.13 devient donc :

$$\tan(\phi_{ec}) - \mu_i = \sqrt{\frac{4Q}{K\nu_0\rho AW^{2,5}}} \mu_W \quad (3.14)$$

Sur la figure 3.11, sont représentées les données expérimentales obtenues par Pierre Jop, ajustées par l'équation 3.14. Bien que notre analyse se base principalement sur des constations expérimentales, on peut remarquer qu'il y a un très bon accord entre ces données et notre ajustement.

Afin de vérifier si la taille des grains n'influe pas sur la loi d'échelle que nous proposons, nous avons effectué les mêmes mesures pour des billes de verre de  $2mm$  de diamètre (figure 3.12). On peut alors remarquer que notre loi d'échelle reste valable pour des billes de diamètre plus important et présentant donc une plus faible polydispersité que les billes de  $500\mu m$  que nous avons utilisées précédemment.

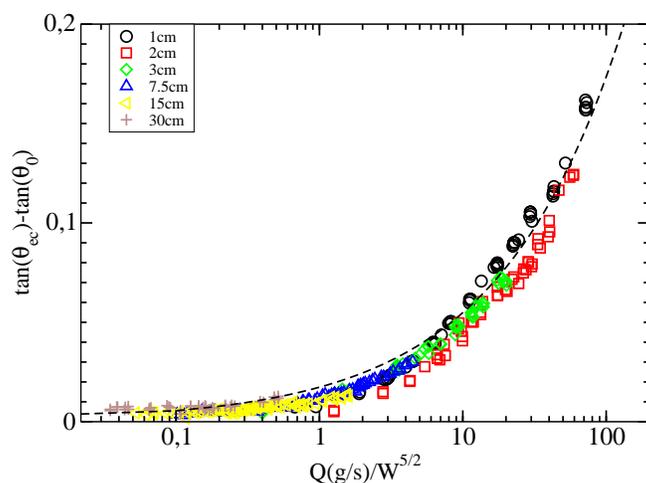


FIG. 3.11 – Mesures expérimentales, obtenues par Pierre Jop et al., de la tangente de l'angle d'écoulement en fonction du débit, en trait plein l'équation 3.14 avec :  $\nu_0 = 0,6$ ,  $\rho = 2,5g/cm^3$ ,  $A = 395cm^{1/2}s^{-1}$ ,  $\mu_W = 0,18$ . Le seul paramètre d'ajustement est  $A$ . Les valeurs de  $\nu_0$ ,  $\rho$  et  $\mu_W$  proviennent de (Jop et al., 2005)

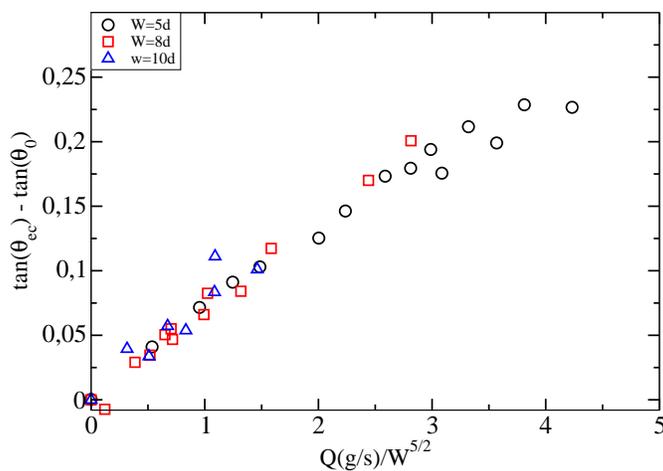


FIG. 3.12 – Tangente de l'angle d'écoulement en fonction du débit. Billes de verre,  $d = 2mm$

## 3.2 Effet d'un champ électrique sur un empilement granulaire confiné

### 3.2.1 Modification de l'angle de repos

Les travaux de Kanagy et John Mann (Kanagy II et John Mann, 1994), ont permis de montrer l'existence de charges à la surface de billes de verre. Nous allons utiliser cette

propriété afin de modifier la force entre les billes de verre et les parois latérales. Pour cela, nous allons nous intéresser à l'influence d'un champ électrique sur l'angle de repos lorsque  $W$  varie. Après avoir présenté les résultats expérimentaux, nous proposerons une analyse proche de celle de S. Courrech Dupont mais qui prendra en compte non seulement l'effet des parois mais également celui du champ électrique.

### Montage expérimental

Le dispositif expérimental consiste en une cellule d'écoulement composée de deux plaques métalliques. La cellule est fermée sur un côté et au fond afin de pouvoir obtenir un empilement entre les parois. Un réservoir est placé sur la partie supérieure de la cellule et permet de remplir cette dernière. Nous avons utilisé comme matériau granulaire des billes de verre de diamètre  $d = (500 \pm 100)\mu m$ . Ces billes sont isolantes, leur comportement va donc différer de celui de billes métalliques soumis à une différence de potentiel (Dorbolo et al., 2003).

Le champ électrique  $E$  entre les plaques est obtenu grâce à une alimentation haute-tension (0V, 3000V). L'une des plaques a un potentiel nul durant toutes les manipulations (celle la plus proche de l'expérimentateur afin d'éviter toute fin prématurée de thèse) et nous réglons celui de la seconde pour obtenir le champ électrique souhaité.

Les manipulations ont été réalisées pour un écart entre les plaques allant de  $8d$  à  $73d$ .

### Principe de mesure

Nous mesurons tout d'abord la valeur de l'angle de repos en champ nul, notée  $\phi_{r,0}$ . Ensuite nous augmentons la valeur du champ électrique puis nous rajoutons des grains dans le réservoir jusqu'à obtenir un écoulement s'échappant de la cellule par sa sortie libre. Nous attendons la fin de cet écoulement et nous mesurons alors la nouvelle valeur de l'angle de repos.

### Résultats expérimentaux

Les résultats sont présentés figure. 3.13. On peut remarquer que l'angle de repos  $\phi_r$  augmente avec  $E$  pour toutes les valeurs de  $W$  mais que cette augmentation semble être beaucoup plus marquée pour les  $W$  les plus faibles. En effet pour un écart  $W$  entre les plaques de  $8d$  et pour un champ électrique de  $2,2 \cdot 10^5 V/m$  on obtient une variation de  $\phi_r$  de plus de  $10^\circ$ . On peut également remarquer que l'augmentation de  $\phi_r$  avec  $E$  semble

être linéaire pour les petits  $W$ , ce qui n'est plus le cas pour les écarts les plus importants (fig. 3.14).

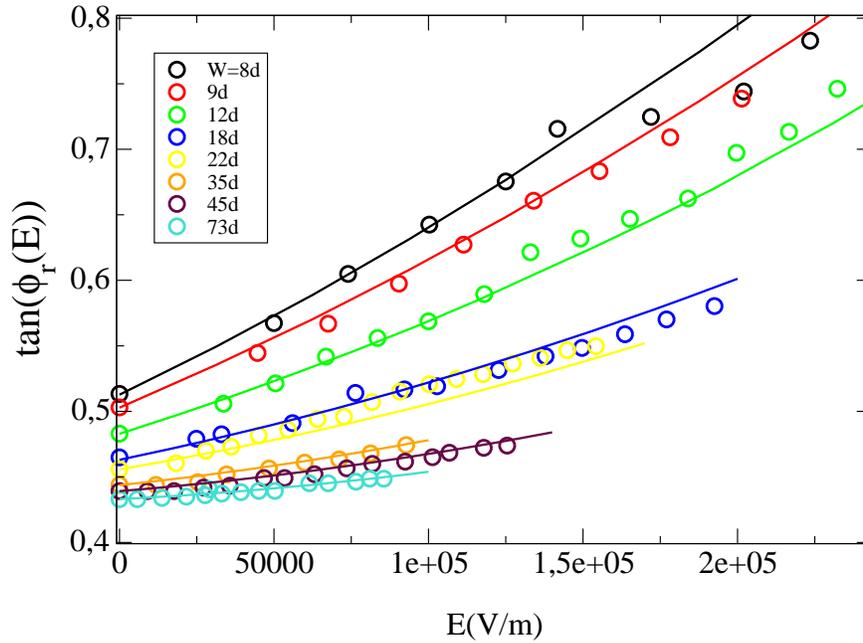


FIG. 3.13 – Angle de repos,  $\phi_r$  de l'empilement en fonction du champ électrique  $E$  pour différente valeur de l'écartement  $W$  entre les parois.

Il est à noter que la valeur de cet angle ne dépend pas de l'histoire de l'empilement. En effet, la valeur mesurée de l'angle de repos sera la même si l'on donne directement la valeur souhaitée au champ électrique ou si l'on atteint cette valeur graduellement. Un autre point remarquable est que si l'on coupe le champ électrique, l'empilement retrouvera l'angle de repos initial  $\phi_{r,0}$  en évacuant les grains en trop. Il est également possible d'interrompre la vidange de la cellule en remettant un champ électrique avant que l'empilement n'ait atteint la valeur  $\phi_{r,0}$ . Il existe un temps de latence précédant l'évacuation de la cellule lorsque l'on coupe le champ  $E$  : ce temps est inférieur à la seconde pour les plus faibles valeurs de  $E$  ( $< 2.5 \cdot 10^4 V/m$ ) et peut aller jusqu'à une dizaine de secondes pour les plus fortes ( $2 \cdot 10^5 V/m$ ). Ce point sera discuté un peu plus tard lorsque nous interpréterons les phénomènes responsables de la variation de  $\phi_r$  avec  $E$ .

Rappelons que les valeurs de  $\phi_{r,0}$  obtenues pour différents  $W$  sont présentées sur la figure. 3.2. En fittant ces résultats par l'équation (3.5), nous obtenons les valeurs de  $B_m$  et de  $\phi_r^\infty$  qui sont respectivement  $0,716d$  et  $22,94^\circ$ .

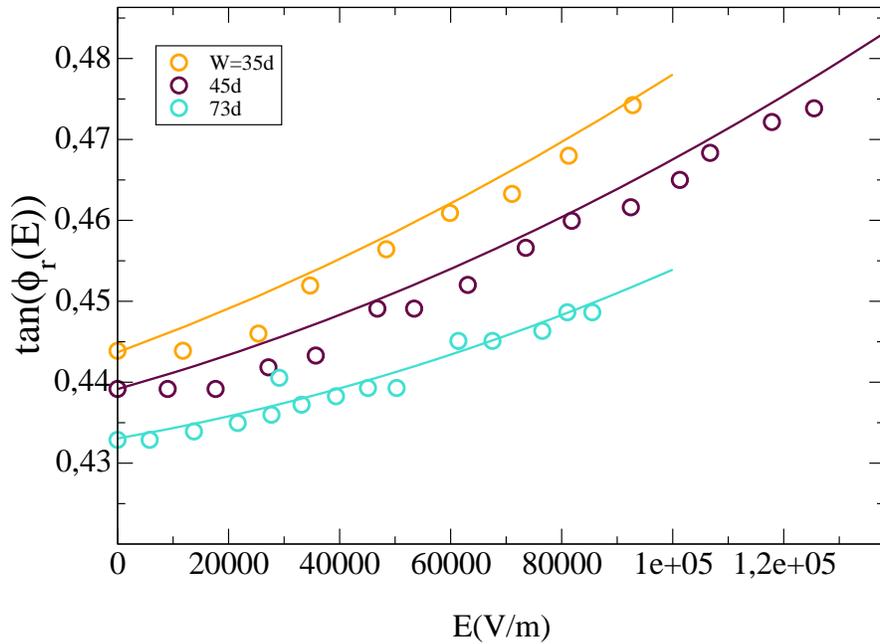


FIG. 3.14 – Angle de repos,  $\phi_r$  de l'empilement en fonction du champ électrique  $E$  pour les plus grande valeurs de  $W$ .

### Interprétation

L'hypothèse que nous avons formulée pour expliquer l'augmentation de  $\phi_r$  avec  $E$  est la suivante. Nous supposons que deux effets différents modifient les propriétés de l'empilement. Premièrement, un effet dû à la présence de billes préalablement chargées dans l'empilement qui induit une force supplémentaire, normale à la surface et proportionnelle à  $E$ . Deuxièmement, un effet dû à la polarisation des billes par le champ électrique, proportionnelle à  $E^2$  et qui augmenterait la cohésion de l'empilement.

Reprenons donc l'équation (3.2) en tenant compte du premier effet. Nous obtenons alors pour la force normale exercée par l'une des parois :

$$N_p(E) = N_p(0) + Lh \langle q_A \rangle E, \quad (3.15)$$

avec  $\langle q_A \rangle$  la charge moyenne des billes par unité de surface et  $N_p(0)$ , la force normale à une des parois en l'absence de champ électrique.

Pour prendre en compte le second effet du champ électrique sur l'empilement, nous adaptons le travail de Peters et Lemaire (Peters et Lemaire, 2004) :

$$\tan(\phi_r) = \tan(\phi_{r,0}) + \beta E^2, \quad (3.16)$$

$\beta$  étant une constante dépendant du matériau utilisé.

Si maintenant on prend uniquement en compte l'effet du confinement sur l'angle de repos et l'augmentation de la cohésion sur l'empilement due à la polarisation des billes, l'équation 3.16 devient :

$$\tan(\phi_r) = \tan\phi_r^\infty + \frac{B_m}{W} + \beta E^2. \quad (3.17)$$

En recalculant l'équilibre des forces, nous obtenons :

$$\tan(\phi_r(E)) = \tan\phi_r^\infty + \frac{B_m}{W} + \frac{\alpha}{W \cos(\phi_r(E))} E + \beta E^2, \quad (3.18)$$

avec  $\alpha = 2 < q_A > \mu_p / \rho g$ .

Sur les figures 3.13 et 3.14 les lignes continues représentent l'équation(3.18) pour des valeurs constantes de  $\alpha$  :  $(8.10^{-6} m^2/V)$  et  $\beta$  :  $(8.10^{-13} m^2/V^2)$  ; le seul paramètre que nous faisons varier étant alors l'écart  $W$  entre les plaques.

### 3.2.2 Effet d'un champ électrique sur l'angle d'écoulement

En utilisant un champ électrique nous avons pu modifier de façon significative l'angle de repos d'un empilement. Nous avons donc voulu déterminer si l'utilisation d'un champ électrique pouvait également modifier de façon importante l'angle d'écoulement d'un empilement confiné. En utilisant la même technique de mesure que pour l'angle de repos nous avons étudié la variation de l'angle d'écoulement,  $\phi_{ec}$  en fonction du débit et pour différentes valeurs du champ électrique. Le réservoir est maintenant continuellement rempli. Les résultats obtenus pour  $W = 22d$  sont présentés sur la figure. 3.15. On peut remarquer que, comme expliqué précédemment, pour un débit nul l'angle de l'empilement augmente avec  $E$ . Sur la figure. 3.15 on peut voir que l'angle d'écoulement est plus important que lorsque le champ est nul, uniquement pour de faibles valeurs de  $Q$ .

## 3.3 Effets des propriétés de frottement des parois sur un empilement confiné

Dans cette dernière partie nous allons voir comment les propriétés de frottement des parois peuvent modifier le comportement d'un empilement granulaire confiné. Pour cela nous avons effectué des mesures de l'angle de repos en fonction de  $W$ , des mesures de l'angle d'écoulement en fonction de  $Q$  et des mesures de profils de vitesse en surface en

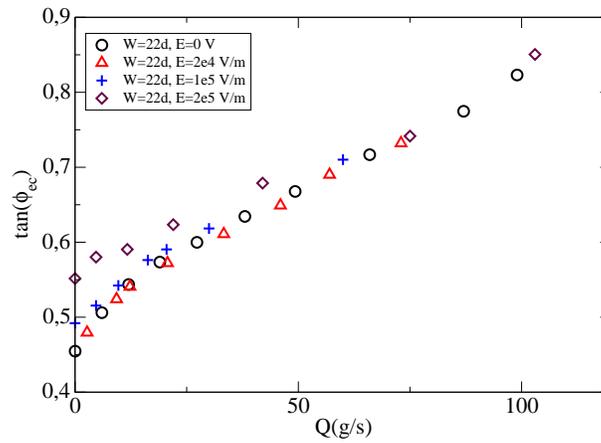


FIG. 3.15 – Tangente de l’angle d’écoulement en fonction du débit pour plusieurs valeurs du champ électrique.  $d = 500\mu m$ .

fonction de la profondeur en utilisant deux types de parois différentes : des parois en verre lisses et des parois en verre rugueuses (photo 3.16). Afin de caractériser le frottement de ces parois nous avons mesuré l’angle à partir duquel un disque de diamètre  $10cm$ , sur lequel on a collé des billes de diamètre  $500\mu m$ , posé sur une paroi se mettait à glisser. Pour une paroi lisse le disque se met à glisser pour un angle de  $17^\circ$  alors qu’il se met en mouvement pour un angle de  $21^\circ$  en utilisant une paroi rugueuse.

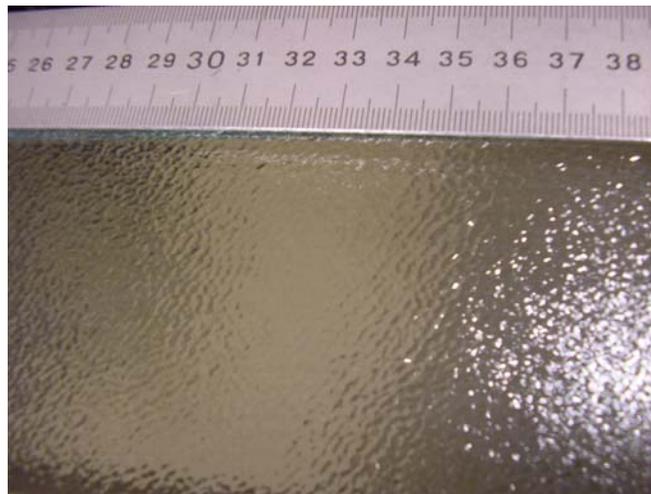


FIG. 3.16 – Photo d’une des parois rugueuses utilisées.

### 3.3.1 Angle de repos - Angle d'écoulement

#### Angle de repos

Afin de vérifier si l'état des parois a une influence sur l'angle de repos, nous avons mesuré la variation de cet angle en fonction de l'écart entre les parois pour deux types de parois différentes : lisses et rugueuses. Les résultats que nous obtenons sont présentés sur la figure 3.17. Ces courbes nous montrent que l'état des parois ne semble pas modifier l'angle de repos et que seul le confinement permet d'en faire varier la valeur.

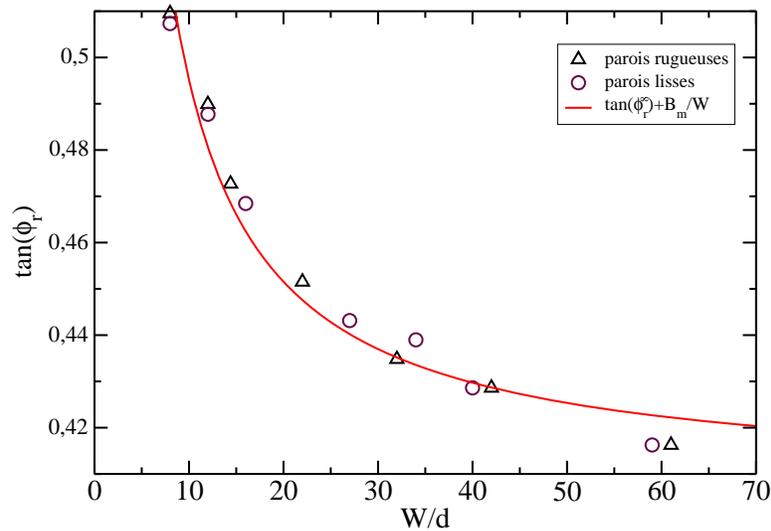


FIG. 3.17 – Tangente de l'angle de repos en fonction de la distance  $W$  entre les parois latérales pour des parois latérales présentant des propriétés de frottement différentes. En trait plein l'équation 3.5 avec  $B_m = 0,873d$  et de  $\phi_r^\infty = 22,19^\circ$

#### Angle d'écoulement

Nous venons de voir que les propriétés de frottement des parois ne modifiaient pas l'angle de repos d'un empilement granulaire. Afin de voir si cela avait une influence sur l'angle d'écoulement, nous l'avons mesuré en fonction du débit en utilisant des plaques de verre lisses et des plaques de verre rugueuses (figure 3.18). On peut remarquer que l'angle d'écoulement est légèrement modifié par l'état des parois (de 1 à 2 degré pour un débit donné).

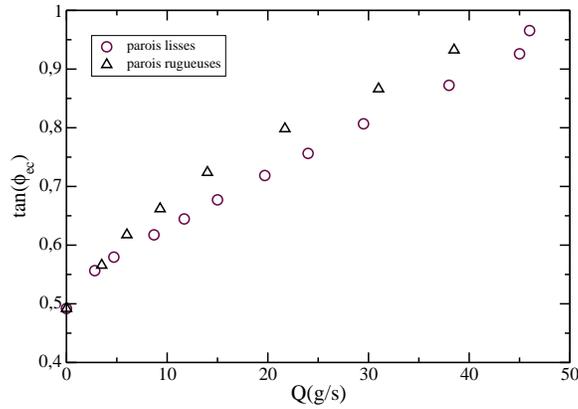


FIG. 3.18 – Tangente de l'angle d'écoulement en fonction du débit pour des parois latérales présentant des propriétés de frottement différentes. Billes de verre,  $d = 500\mu\text{m}$

### 3.3.2 Profils de vitesse

Nous allons voir ici comment les propriétés des parois peuvent modifier les profils de vitesse d'écoulements de type SSH. Nous nous intéresserons tout d'abord aux profils de vitesse de la surface libre de l'écoulement, c'est à dire mesurés sur la largeur de la cellule, et ensuite aux profils de vitesse en fonction de la profondeur dans l'écoulement.

#### Profils de vitesse mesurés à la surface libre de l'écoulement

Nous avons mesuré la vitesse moyenne des grains situés à la surface libre de l'écoulement sur la largeur de la cellule pour différents débits, c'est à dire pour différents angles d'écoulement. Les résultats obtenus, pour des parois en verre lisses, sont présentés sur la figure 3.19. On peut remarquer que la vitesse moyenne des grains est quasiment constante sur toute la largeur de la cellule : les grains qui sont au contact des parois ont en effet une vitesse moyenne inférieure au reste de l'écoulement que d'environ 10% (contre 100% dans le cas d'un fluide Newtonien) et les parois ne modifient l'écoulement que sur une distance inférieure à  $2d$ . L'angle d'écoulement ne semble pas modifier la forme du profil de vitesse mais uniquement la vitesse maximale des grains à la surface. Nous considérons donc dans cet exposé que les propriétés de l'écoulement sont invariantes dans la largeur de la cellule d'écoulement. Précisons ici que les profils de vitesse des grains en surface sont différents si la largeur entre les parois est supérieure à typiquement 500 diamètres de grains (Jop et al., 2005). En effet, dans ce cas, les grains situés au centre de l'écoulement auront une vitesse beaucoup plus importante que ceux situés plus près des parois.

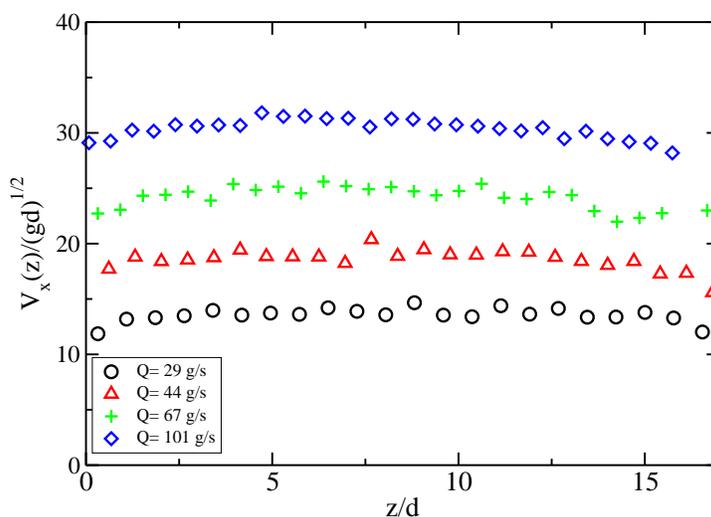


FIG. 3.19 – Vitesse moyenne, dans le sens de l’écoulement, des grains situés à la surface libre pour différents débits. Les parois utilisées sont en verre lisse. Billes de verre,  $d = 500\mu\text{m}$ ,  $W = 17d$

Si maintenant on trace les profils de vitesse obtenus pour un même angle d’écoulement mais en utilisant des parois présentant des propriétés de frottement différentes (figure 3.20), on peut remarquer que la forme du profil de vitesse est modifiée : la vitesse de glissement aux parois des grains est plus faible dans le cas où les parois sont plus frottantes (diminution de la vitesse d’environ 40% par rapport au centre de la cellule). Les grains situés à la surface présentent alors un profil de vitesse plus nettement parabolique que lorsque l’on utilise des parois lisses.

### Profils de vitesse mesurés dans la profondeur de l’écoulement

La figure 3.21 représente les profils de vitesse obtenus en utilisant des parois lisses ou des parois frottantes pour un même angle d’écoulement.

L’état des parois ne semble avoir une influence que sur la vitesse de surface de l’écoulement, c’est à dire sur la zone où la compacité est la plus faible. Le profil de vitesse dans la profondeur et l’angle de repos de l’empilement ne sont pas modifiés et l’angle d’écoulement l’est très faiblement. Il peut paraître surprenant que le coefficient de frottement des parois ait une si faible influence sur les propriétés d’un empilement confiné. Cependant une étude précédente (Oger et al., 1998) a montré par simulations numériques qu’un changement du coefficient de frottement microscopique bille/bille ne modifiait pas toujours le coefficient de frottement effectif, c’est à dire moyenné sur le temps, ou l’angle de repos d’un empi-

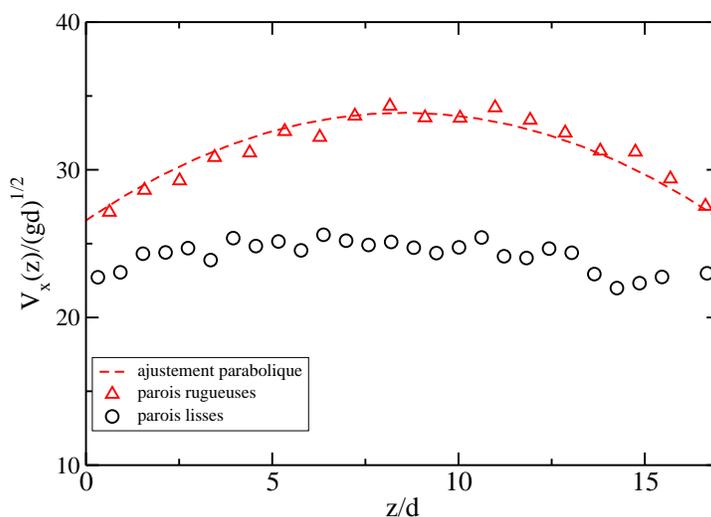


FIG. 3.20 – Vitesse moyenne, dans le sens de l’écoulement, des grains situés à la surface libre, obtenus en utilisant des parois latérales présentant des propriétés de frottement différentes. Billes de verre,  $d = 500\mu\text{m}$ ,  $W = 17d$ . L’angle d’écoulement est de  $38^\circ$  dans le cas des parois lisses et de  $39^\circ$  dans le cas des parois rugueuses. La courbe en pointillés est un ajustement parabolique des données expérimentales.

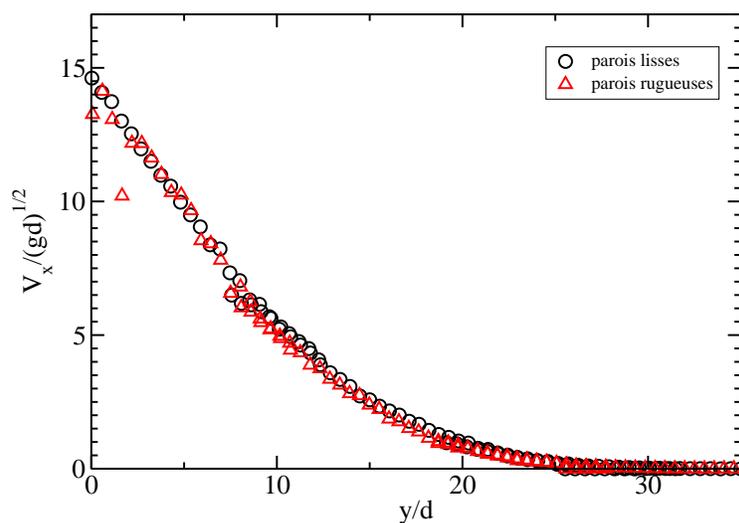


FIG. 3.21 – Profils de vitesse en fonction de la profondeur par rapport à la surface libre obtenus en utilisant des parois latérales présentant des propriétés de frottement différentes. Billes de verre,  $d = 500\mu\text{m}$ ,  $W = 17d$ . L’angle d’écoulement est de  $36^\circ$ .

lement granulaire. Les auteurs ont fait varier le coefficient de frottement microscopique bille/bille de 0 à 0,8. Lorsque ce coefficient de frottement varie entre 0,3 et 0,8 le coefficient de frottement effectif reste quasiment constant alors qu'il augmente avec le coefficient de frottement microscopique lorsque celui-ci varie entre 0 et 0,3. Ceci permettrait d'expliquer pourquoi nous n'observons quasiment pas de différence dans le cas de parois lisses ou de parois rugueuses : en changeant de parois latérales nous modifions le coefficient de frottement microscopique bille/paroi mais pas le coefficient de frottement effectif.

## Conclusion

Après avoir rappelé l'influence de parois latérales sur l'angle de repos d'un milieu granulaire confiné nous avons vu comment il était possible de le modifier en changeant les propriétés de contact bille/parois. En effet en utilisant un champ électrique nous avons pu augmenter l'angle de repos de près de  $10^\circ$ . Par la même méthode, il nous a été possible de contrôler le départ et l'arrêt de la vidange de la cellule d'écoulement. Dans ce chapitre, nous avons également étudié les propriétés générales d'un écoulement de type SSH. Le taux de cisaillement d'un tel écoulement ne dépend pas du débit, pour un écart entre les parois donné, si on se trouve suffisamment loin de la transition de jamming. De plus, à la vue des résultats expérimentaux que nous obtenons, le taux de cisaillement semble varier comme  $W$  à la puissance  $\alpha$  avec  $\alpha$  proche de 0,5. Il nous a alors été possible de présenter une loi d'échelle permettant de lier l'angle d'écoulement au débit. A la fin de ce chapitre, l'influence des propriétés de frottement des parois latérales a été abordée. Nous avons pu remarquer qu'elles influençaient légèrement la valeur de l'angle d'écoulement en fonction du débit ainsi que le profil de surface de l'écoulement, mais qu'elles ne semblaient pas avoir d'effet sur l'angle de repos en fonction de l'écart entre les parois.

Dans le prochain chapitre nous allons étudier de manière plus précise les propriétés d'écoulements confinés sur fond meuble. Nous nous intéresserons tout particulièrement au mouvement des grains dans la phase quasi-statique de l'écoulement.

# Chapitre 4

## Caractérisation fine des écoulements confinés sur fond meuble

Dans ce chapitre nous allons nous intéresser aux propriétés d'écoulements établis sur un fond meuble, confinés entre des parois frottantes.

Les écoulements de type SSH peuvent être considérés comme étant composés de trois phases : une phase liquide, une phase quasistatique et une phase solide. La phase liquide, d'épaisseur  $h$ , est la plus proche de la surface libre de l'empilement. La vitesse moyenne des grains dans le sens de l'écoulement  $y$  décroît quasi-linéairement avec la profondeur. La phase quasistatique, située sous la précédente, est composée de grains ayant un mouvement rampant, et se caractérise par une décroissance exponentielle de la vitesse (Komatsu et al., 2001). Aussi surprenant que cela puisse paraître, la zone la plus difficile à mettre en évidence est la phase solide, où les grains sont immobiles. En effet, comme nous allons le voir par la suite, la décroissance exponentielle des vitesses avec la profondeur, caractéristique de la phase quasistatique, reste valable aussi profondément qu'il nous est possible de la mesurer. Il se peut donc que les empilements de type SSH ne soient composés que de deux phases (liquide et quasistatique) et que l'ensemble de l'empilement (tout du moins la partie stabilisée dynamiquement) soit concerné par le mouvement des grains.

Nous allons donc voir ici jusqu'à quelle profondeur par rapport à la surface libre la décroissance exponentielle de la vitesse reste valable. Nous déterminerons également si il existe un lien entre les longueurs  $h$  et  $\lambda$ . Par la suite nous nous focaliserons sur le mouvement individuel des grains dans la phase quasi-statique et verrons, en nous appuyant sur des résultats obtenus par simulations numériques, comment celui-ci modifie le frottement effectif aux parois. Tous les résultats expérimentaux présentés dans ce chapitre ont été obtenus en utilisant des parois latérales en verre lisse.

## 4.1 Caractérisation de la phase quasistatique

Nous avons vu au chapitre précédent que l'épaisseur de la phase liquide augmentait avec l'angle d'écoulement mais que le taux de cisaillement était quant à lui indépendant de cet angle et donc du débit. Nous allons maintenant nous intéresser à la phase quasistatique et voir le comportement de la longueur caractéristique de cette zone,  $\lambda$ , en fonction de l'angle d'écoulement et de l'écart entre les parois. Nous verrons aussi si il existe un lien entre le comportement de  $h$  en fonction de ces paramètres et celui de  $\lambda$ .

Rappelons que  $\lambda$  est la longueur caractéristique de la décroissance exponentielle du profil de vitesse, figure 4.1. Ainsi pour déterminer la valeur de  $\lambda$  le profil de vitesse est

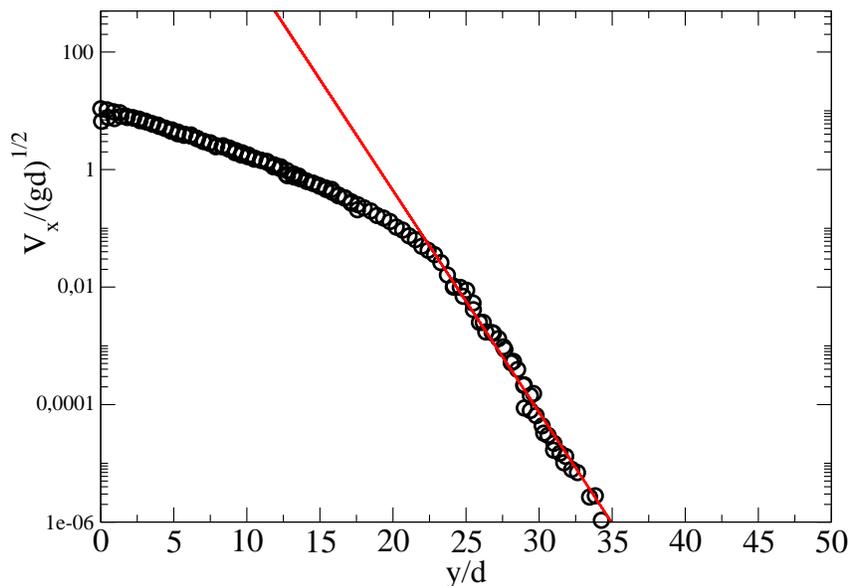


FIG. 4.1 – Méthode de détermination de la longueur caractéristique  $\lambda$  de la décroissance exponentielle du profil de vitesse. Dans le cas présenté  $W = 16d$ ,  $\theta = 39^\circ$  et  $\lambda = 1.15d$

approximée par une expression du type :  $V_x \propto \exp(-y/\lambda)$ .

### 4.1.1 Zone de validité

Les travaux précédents, qui ont mis en évidence l'existence d'une phase quasistatique, (Komatsu et al., 2001), (Bonamy et al., 2002), (Jain et al., 2002), (Socie et al., 2005),

(Orpe et Khakhar, 2007), (Courrech du Pont et al., 2005), n'ont pas déterminé jusqu'à quelle profondeur les grains pouvaient avoir un mouvement rampant. Afin d'essayer de

voir jusqu'à quelle profondeur la décroissance exponentielle des vitesses est valable, nous avons utilisé la méthode de diffusion multiple de la lumière (cf chapitre 2). Nous pouvons ainsi mesurer de très faibles vitesses moyennes, jusque  $10^{-9}m/s$ . Un profil de vitesse obtenu en combinant les mesures de vitesse par tracking et par cette technique est présenté sur la figure 4.2. Les mesures de vitesses moyennes obtenues par ces deux techniques se recourent

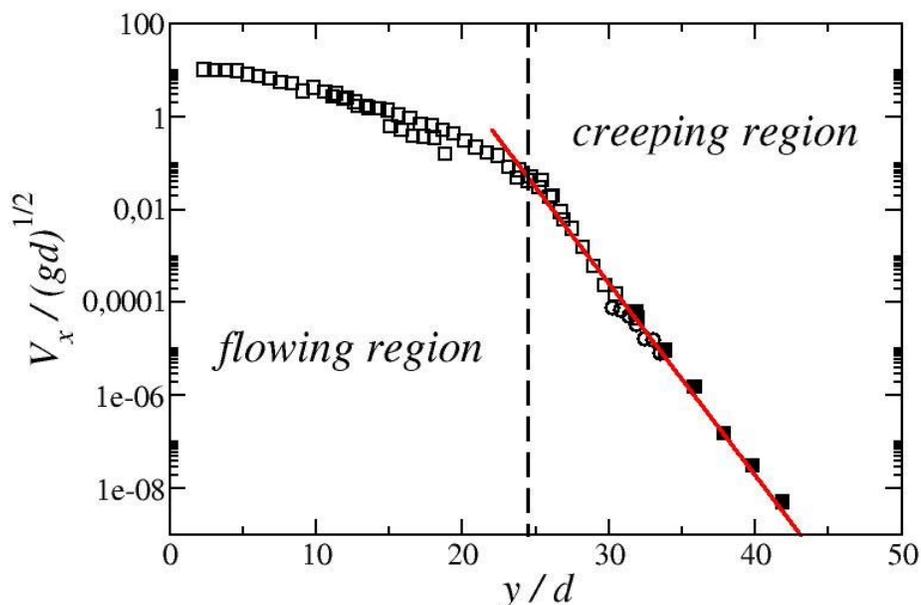


FIG. 4.2 – Profil de vitesse obtenu en combinant les mesures par tracking ( $\square$  : caméra rapide,  $\circ$  : appareil photo) et par diffusion multiple de la lumière ( $\blacksquare$ ).  $d = 500\mu m$ ,  $W = 10d$ . La ligne représente une exponentielle du type  $V_x \propto \exp(-y/\lambda)$  avec  $\lambda = 1,05d$

sur environ  $3d$ . Nous avons ainsi pu constater que la décroissance exponentielle de la vitesse restait valable sur plus de 6 décades, c'est à dire sur toute la gamme de vitesse qu'il nous est possible d'explorer. Il ne nous est donc pas possible de conclure sur la profondeur atteinte par la phase quasistatique, mais nous pouvons par contre constater qu'elle est au moins aussi large que la phase liquide des écoulements sur fond meuble.

Sur la figure 4.2 on peut remarquer qu'il existe un changement de régime pour une profondeur  $y/d \approx 25$  : le profil de vitesse passe d'une décroissance linéaire avec la profondeur à une décroissance exponentielle. Nous présenterons une interprétation de ce point particulier à la fin de ce chapitre lorsque nous comparerons nos résultats avec ceux obtenus

numériquement.

### 4.1.2 Variations de $\lambda$

La mesure de  $\lambda$ , dans des configurations d'écoulement et pour des matériaux granulaires différents, a déjà fait l'objet de travaux dans d'autres laboratoires. Ces travaux donnaient des valeurs différentes de  $\lambda$  (cf chapitre 1), mais ne permettaient pas d'observer de variations de cette longueur en fonction des paramètres de contrôle. Nous avons donc voulu déterminer si  $\lambda$  ne dépendait que des propriétés du matériaux utilisé, ou si elle pouvait varier avec nos paramètres de contrôle. Pour cela nous avons mesuré la valeur de  $\lambda$  pour une très large gamme d'angles d'écoulement (de  $30^\circ$  jusqu'à plus de  $66^\circ$ ). Les résultats que nous avons obtenus sont présentés sur la figure 4.3. On peut remarquer que l'angle d'écoulement

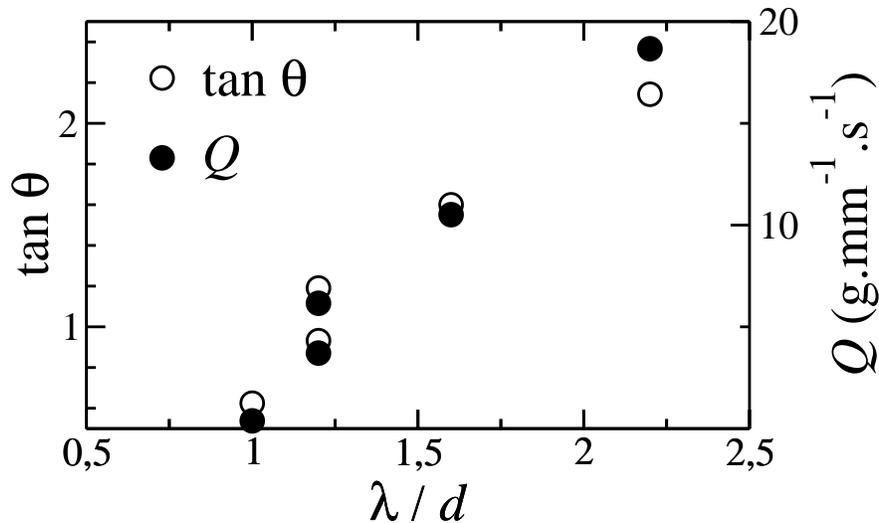


FIG. 4.3 – Variation de la longueur de décroissance exponentielle du profil de vitesse en fonction du débit et de l'angle d'écoulement.  $W = 9d$

modifie dans ce cas non seulement la phase liquide de l'écoulement mais également la phase quasistatique. En effet plus l'angle d'écoulement va être important, plus la longueur de décroissance va être grande. Le fait que ce résultat diffère de ceux obtenus par notamment Komatsu (Komatsu et al., 2001) s'explique par la très large gamme de débits que nous avons utilisée. En effet le débit le plus important dans les travaux de Komatsu était d'environ  $11000\text{billes}/\text{s}$  alors qu'il est de plus de  $550000\text{billes}/\text{s}$  dans les nôtres pour des largeurs de la cellule d'écoulement équivalentes. A notre connaissance, notre étude est la première qui ait permis d'observer une variation de  $\lambda$  en fonction des paramètres de contrôle.

### 4.1.3 Influence de la phase roulante sur la phase rampante

Nous venons de voir que l'épaisseur  $h$  de la phase liquide et la longueur caractéristique de la décroissance exponentielle de la vitesse  $\lambda$  de la phase quasistatique varient en fonction de l'angle d'écoulement. Dans le but de voir s'il existe un lien entre ces deux longueurs, nous avons tracé les valeurs de  $\lambda$  obtenues pour des angles d'écoulement et des écarts entre les parois différents en fonction des valeurs correspondantes de  $h$  (figure 4.4). On remarque

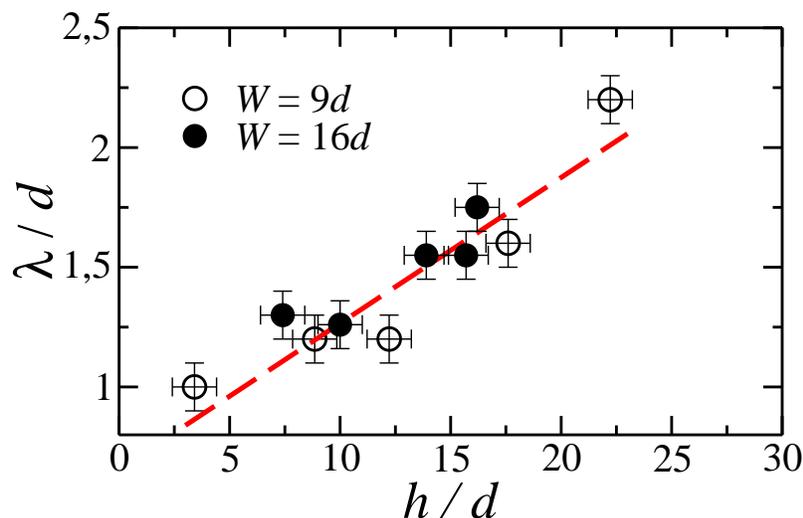


FIG. 4.4 – Variation de la longueur caractéristique de la phase quasistatique  $\lambda$  en fonction de l'épaisseur de la phase liquide  $h$  pour des valeurs de  $W$  de  $9d$  et  $16d$

alors que  $\lambda$  est proportionnelle à  $h$  et ce indépendamment de l'écart entre les parois. Ceci montre que, bien que les grains faisant partie de la phase liquide et ceux faisant partie de la phase quasistatique ont des gammes de vitesses très différentes, le comportement de ces deux phases est lié. Il est donc possible de décrire les écoulements confinés en n'utilisant qu'une seule longueur :  $h$  ou  $\lambda$ .

## 4.2 Mise en évidence du mouvement intermittent des grains dans la phase quasistatique

Dans cette partie nous allons nous intéresser au mouvement individuel des grains dans la zone d'écoulement quasistatique. Comme nous venons de le voir, dans cette phase, la vitesse moyenne de l'écoulement décroît exponentiellement avec la profondeur. Nous allons

déterminer ici si ce comportement provient d'une diminution exponentielle de la vitesse de tous les grains ou s'il s'agit d'une variation avec la profondeur de la probabilité qu'un grain de bouger sur un pas de temps donné.

### 4.2.1 Déplacement individuel des grains

**Distributions de déplacements** La figure 4.5 représente un profil de vitesse obtenu pour un débit de  $1,2g/s$  et un écart entre les parois de  $8d$ . Ce profil a les mêmes caractéristiques que ceux présentés précédemment, c'est à dire, une partie linéaire suivi d'une décroissance exponentielle de la vitesse plus profondément dans l'écoulement.

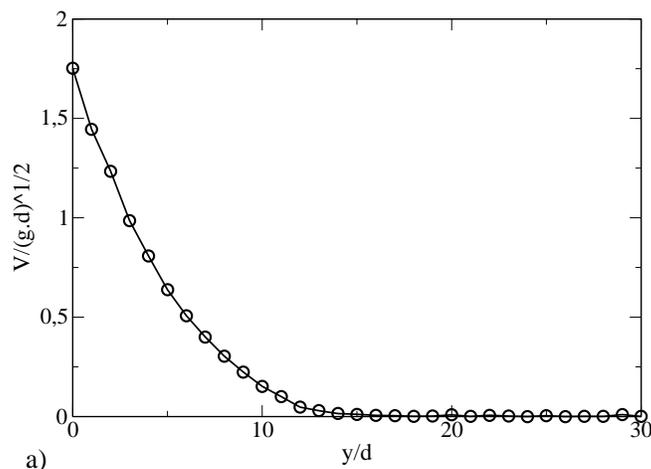


FIG. 4.5 – Profil de vitesse obtenu pour des billes de verre de diamètre  $500\mu m$ ,  $W = 8d$ ,  $Q = 1,2g/s$ .

Les distributions de déplacements des grains dans le sens de l'écoulement ont été mesurées à différentes profondeurs et pour différentes vitesses d'acquisitions. Les résultats obtenus sont présentés sur la figure 4.6.

Rappelons que les profils de vitesse sont calculés en moyennant sur le temps la vitesse des grains en fonction de leur position par rapport à la surface libre. Les fréquences d'acquisition choisies sont telles que les vitesses moyennes obtenues ne dépendent pas de ces fréquences contrairement aux distributions de déplacement. On peut remarquer que la largeur de ces distributions diminue avec la profondeur. Ceci est tout à fait cohérent avec une diminution de la température granulaire lorsque l'on s'enfonce dans l'écoulement.

Les distributions de déplacements perpendiculaires au sens de l'écoulement (figure 4.7) sont centrées sur zéro, la vitesse moyenne dans cette direction étant nulle. Les largeurs de

ces distributions présentent le même comportement, en fonction de la profondeur et de la vitesses d'acquisition, que celles dans le sens de l'écoulement.

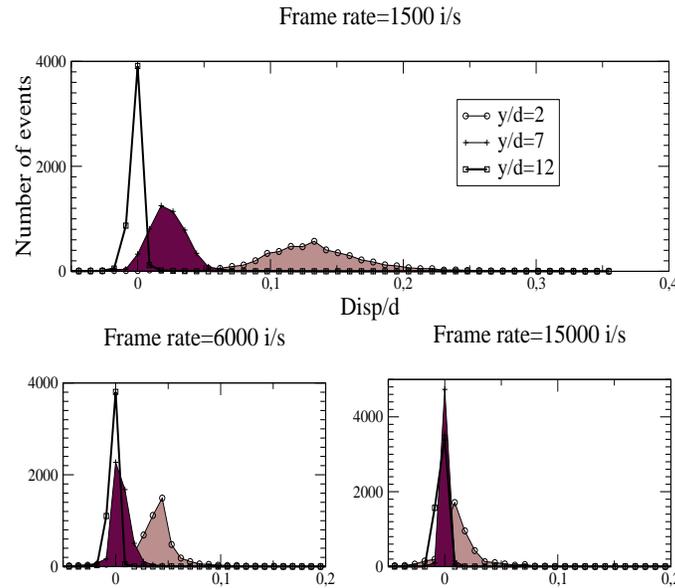


FIG. 4.6 – Distribution des déplacements dans le sens de l'écoulement pour différentes vitesses d'acquisition et pour différentes profondeurs. Pour chacune des courbes le nombre de pas de temps est égal à 200 et le nombre d'évènement est le même.  $W = 8d$ ,  $Q = 1$ ,  $2g/s$ .

**Grains mobiles** Intéressons nous maintenant aux seuls grains qui ont bougé sur un intervalle de temps  $\Delta t$  entre deux images. Sur la figure 4.8, est tracé le profil des déplacements moyens des grains mobiles (entre deux pas de temps) en fonction de la profondeur. Ces profils ont été réalisés pour différentes vitesses d'acquisition, c'est à dire pour différents  $\Delta t$ . On peut remarquer que les grains mobiles ont un déplacement moyen qui, à partir d'une certaine distance à la surface libre, ne semble dépendre ni de la profondeur ni de la vitesse d'acquisition de la caméra, c'est à dire de  $1/\Delta t$ . Ceci nous montre que le mouvement des grains dans la phase quasistatique est non seulement intermittent mais qu'il présente une longueur caractéristique (de l'ordre de  $d/50$ , la précision de la mesure dans le cas présent est de  $d/200$ ). En d'autres termes, les grains se sont déplacés d'une distance moyenne de  $d/50$  en un temps inférieur à notre plus petit pas de temps ( $(1/15000)s$  pour cette expérience). Ce déplacement est suivi d'une période durant laquelle le grain est immobile. La diminution exponentielle de la vitesse moyenne des grains avec la profondeur dans la phase quasistatique est donc causée par une diminution de la probabilité de déplacement

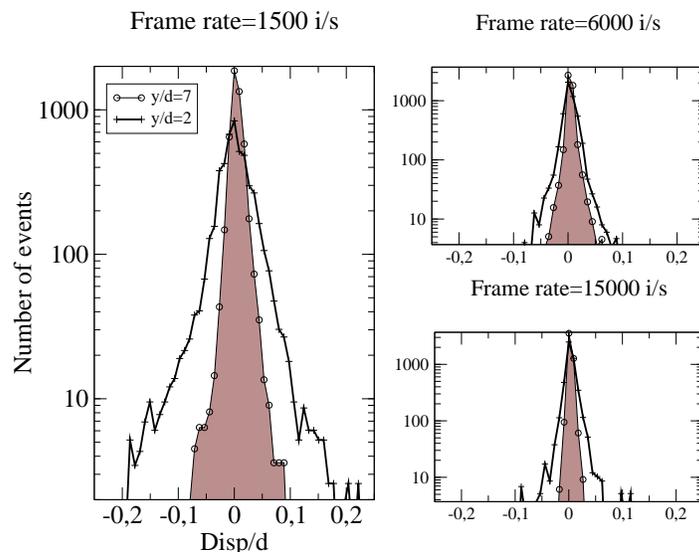


FIG. 4.7 – Distribution des déplacements dans le sens perpendiculaire à l'écoulement.  $W = 8d$ ,  $Q = 1$ ,  $2g/s$ .

des grains.

Après avoir présenté quelques trajectoires de grains caractéristiques des phases liquide et quasistatique nous essaierons de quantifier cette probabilité. Pour cela nous nous intéresserons à la variation en fonction de la profondeur du rapport entre les temps pour lesquels un déplacement est détecté et la durée totale d'une expérience.

## 4.2.2 Exemples de trajectoires

Pour imaginer cette intermittence, nous présentons ici les trajectoires de grains situés à différentes profondeurs. Le profil de vitesse de l'écoulement auquel appartiennent ces grains est celui présenté figure 4.5. Le premier (figure 4.9) se trouve à une profondeur moyenne d'environ  $4d$  par rapport à la surface libre, c'est à dire dans la zone linéaire du profil de vitesses. On peut remarquer que son déplacement dans le sens de l'écoulement se fait à une vitesse quasiment constante et de façon continue. Il est à noter que son déplacement perpendiculairement à l'écoulement est de l'ordre de 20 fois plus faible. Le deuxième (figure 4.10), est situé à la frontière entre les phases liquides et quasistatique. Son déplacement dans le sens de l'écoulement semble moins régulier que le premier et on peut remarquer lorsque l'on trace sa trajectoire (insert figure 4.10) l'existence de points d'arrêt. Le troisième (figure 4.11) se trouve à une profondeur beaucoup plus importante

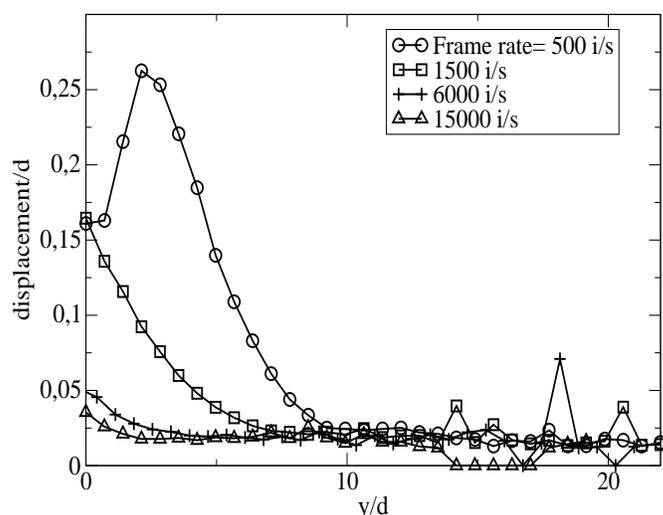


FIG. 4.8 – Déplacement moyen des seuls grains ayant un déplacement non nul entre deux images. Le temps,  $\Delta t$  entre deux images est égal à l'inverse de la vitesse d'acquisition de la caméra. (ici,  $\Delta t = 1/500, 1/1500, 1/6000$  et  $1/15000s$  de haut en bas). La diminution du déplacement moyen pour les faibles valeurs de  $y$  à  $1/500s$  est dû au fait que dans cette zone de l'écoulement les grains ont un déplacement trop rapide pour être trackés à cette vitesse d'acquisition.

(environ  $20d$  de la surface libre) et fait partie de la zone quasistatique. On peut voir que le comportement de ce grain est différent de celui présenté précédemment : son mouvement n'est pas continu. Il semble rester piégé dans une cage et ne se déplacer que par saut, la durée de ces sauts étant très courte par rapport au temps où il reste piégé.

Dans le prochain paragraphe nous allons caractériser cette intermittence et nous présenterons dans la section suivante quelques résultats obtenus numériquement. Nous ferons alors le lien entre ces données numériques et le mouvement intermittent des grains dans la phase quasi-statique.

### 4.2.3 Caractérisation de l'intermittence

Afin de caractériser l'intermittence des grains situés dans la phase quasistatique, nous avons tracé le rapport entre le nombre de pas de temps durant lesquels un mouvement a été détecté et le nombre de pas de temps où les grains sont restés immobiles en fonction de la profondeur (figure 4.12). Ce rapport va représenter la probabilité qu'un grain a de bouger en fonction de sa position dans l'écoulement. Il est à noter cette probabilité va

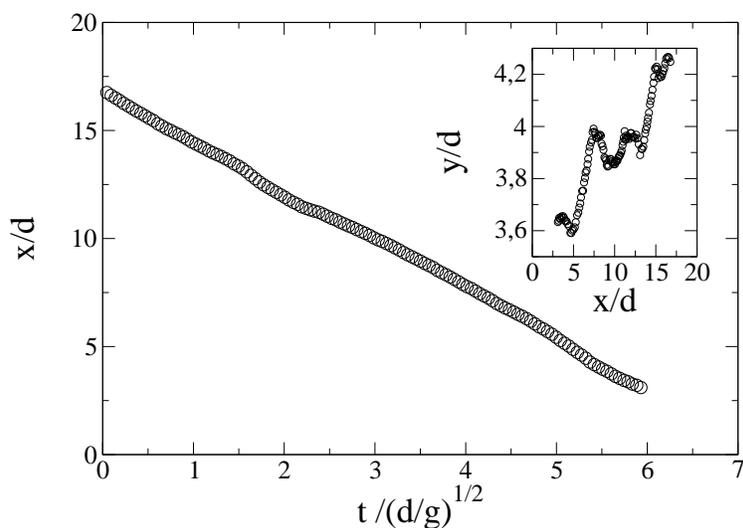


FIG. 4.9 – Déplacement dans le sens de l'écoulement d'un grain situé à une profondeur moyenne de  $4d$  de la surface libre. Le profil de vitesse correspondant est celui de la figure 4.5. En insert, la trajectoire de ce même grain.

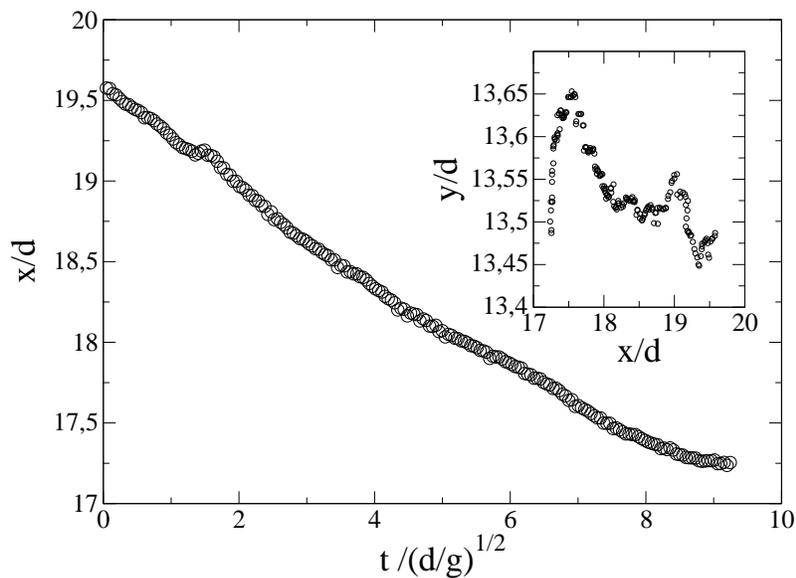


FIG. 4.10 – Déplacement dans le sens de l'écoulement d'un grain situé à une profondeur moyenne de  $13d$  de la surface libre, c'est à dire à la frontière des phases liquide et quasi-statique. En insert sa trajectoire.

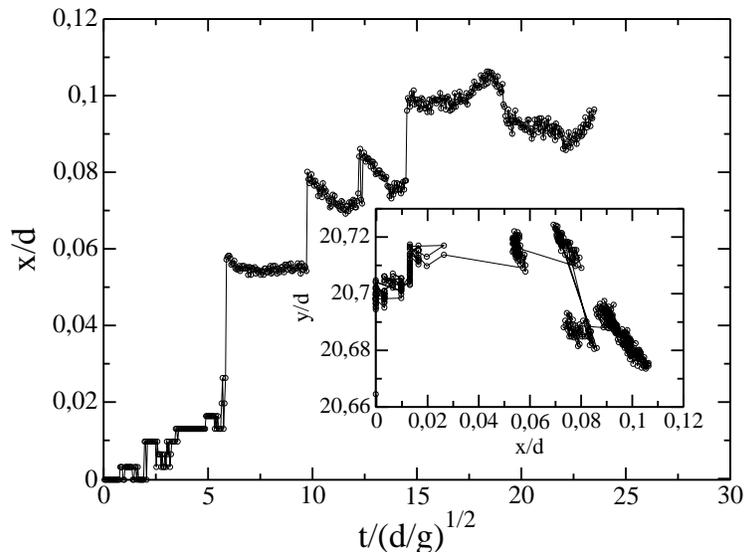


FIG. 4.11 – Déplacement dans le sens de l’écoulement d’un grain situé à une profondeur moyenne de  $20d$  de la surface libre. Dans cette zone, le profil de vitesse décroît exponentiellement avec la profondeur. En insert sa trajectoire.

dépendre du pas de temps  $\Delta t$  utilisé, c’est à dire de la vitesse d’acquisition de la caméra. En effet si un grain reste immobile lorsqu’on l’observe sur un intervalle de temps court, il est tout à fait possible que l’on puisse détecter un mouvement si le temps d’observation est plus long. Lorsque les grains sont proches de la surface libre, le rapport tracé sur la figure 4.12 est égal à zéro : tous les grains ont bougé entre chaque image, quelque soit  $\Delta t$ . Lorsque aucun déplacement n’est détecté, le rapport est égal à 1 : aucun grain ne bouge durant toute l’expérimentation. Il existe une zone de transition entre ces deux états où seulement une partie des grains a un mouvement. Cette courbe peut être ajustée de façon très satisfaisante par une équation du type :

$$f(x) = 0,5 \operatorname{erf}\left(\frac{y-b}{c}\right) + 0,5 \quad (4.1)$$

Le coefficient  $b$  dans l’équation 4.1 indique la profondeur à laquelle a lieu la transition et le coefficient  $c$  indique la longueur de cette transition. La figure 4.13 représente cette transition dans deux configurations différentes : premièrement lorsque l’écoulement se fait à un angle égal à l’angle de repos du matériau ( $Q < Q_c$ ) et deuxièmement lorsque le phénomène de SSH apparaît. Les paramètres de fit sont, dans le premier cas :  $b = 6,5d$ ,  $c = 1,8d$  et dans le second cas :  $b = 12,5d$  et  $c = 1,9d$ . La variation du coefficient  $b$  s’explique facilement par l’augmentation de l’épaisseur de la phase roulante avec le débit. Afin de

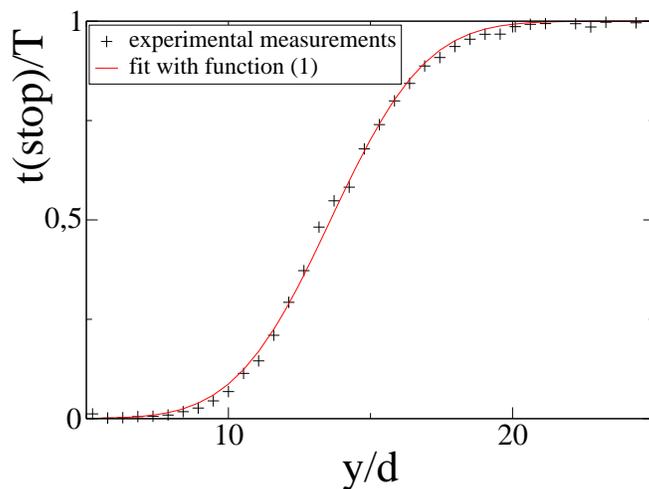


FIG. 4.12 – Rapport entre le nombre de pas de temps pour lesquels un mouvement a été détecté et la durée totale de l'expérience en fonction de la profondeur de l'écoulement.  $W = 19d$ ,  $Q = 16,8g/s$ ,  $\Delta t = 1/3000s$ . L'équation 4.1 est représentée en trait plein. Dans le cas présent on a  $b = 13,5d$  et  $c = 3,7d$

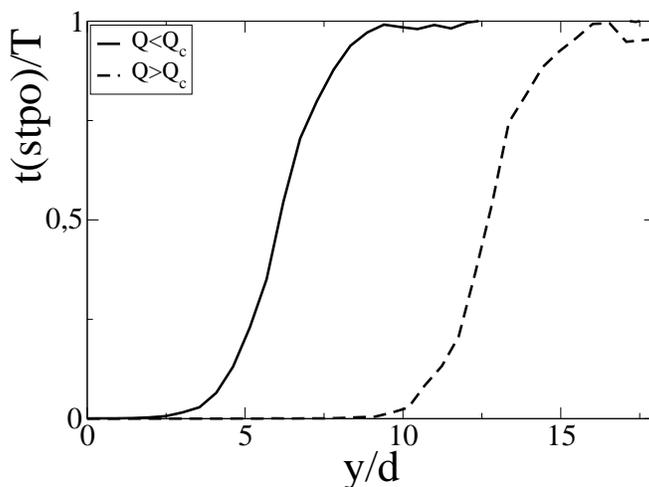


FIG. 4.13 – Rapport entre le nombre de pas de temps pour lesquels un mouvement a été détecté et la durée totale de l'expérience dans le cas où  $Q < Q_c$  en trait continu et dans le cas où  $Q > Q_c$  en pointillés. Dans les deux cas,  $W = 12d$  et  $\Delta t = 1/500s$ . La valeur de  $Q_c$  est d'environ  $1,1g/s$ .

pouvoir comparer les différentes valeurs de  $c$  obtenues lors de nos expérimentations, nous sommes toujours placés dans le cas où le débit était suffisant pour que le phénomène

de SSH apparaisse. Sur la figure 4.14 sont représentées les variations de  $c$  en fonction de  $Q$

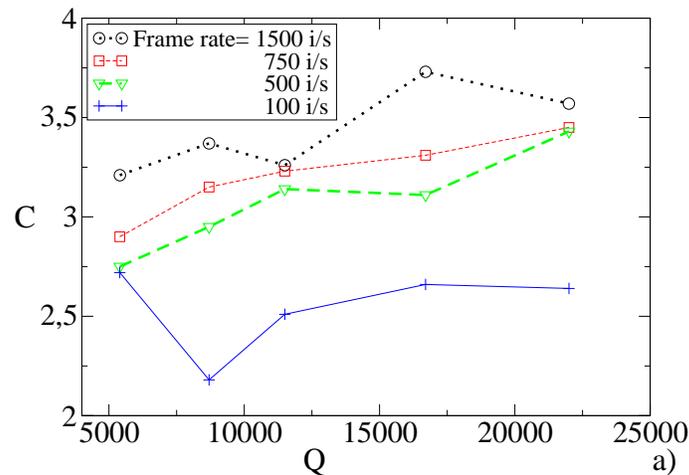


FIG. 4.14 – Variation du coefficient  $c$  en fonction du débit  $Q$  pour différents pas de temps  $\Delta t$ ,  $W = 19d$ .

pour un écart entre les parois de  $19d$  et pour différentes valeurs de  $\Delta t$ . D'après ces résultats, il semble que  $c$  augmente faiblement avec  $Q$ , indiquant que le débit a une influence directe sur la transition entre particules en mouvement et particules immobiles : une transition plus épaisse correspond à un débit plus important. Il est également à noter que le confinement dû aux parois a une influence sur cette longueur de transition (figure 4.15) : une transition plus longue correspond à un écart plus important entre les parois.

### 4.3 Discussion

Les résultats obtenus par simulations numériques que nous allons voir dans cette section sont présentés plus en détail dans l'annexe A.

**Variation du coefficient de frottement effectif aux parois** L'équation SSH, présentée en introduction, permettait de rendre compte de la relation linéaire liant l'épaisseur  $h$  de la phase roulante à la tangente de l'angle d'écoulement, ce qui a été vérifié expérimentalement. Si maintenant on fait le bilan des forces agissant sur une couche de grains situés à une profondeur  $y$  de la surface libre et parallèle à celle-ci, on obtient :

$$\frac{S(y)}{N(y)} = \tan\theta - \mu_w \frac{y}{W} \quad (4.2)$$

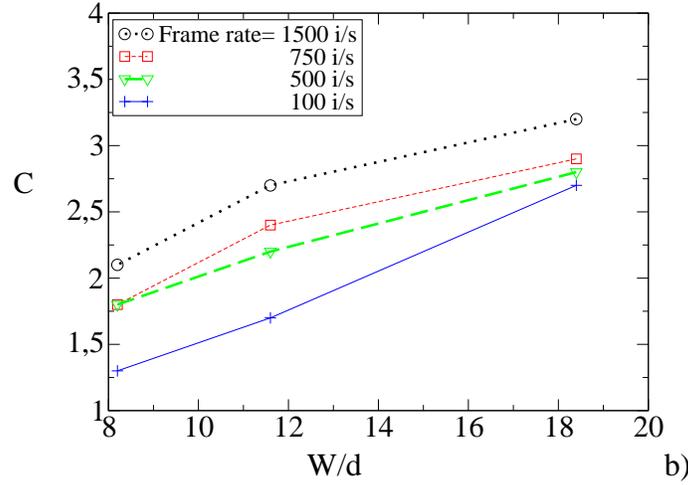


FIG. 4.15 – Variation du coefficient  $c$  en fonction de l'écart entre les parois. Le débit  $Q$  est fixé à environ  $5000g/s$ .

où  $\theta$  est l'angle que fait l'empilement avec l'horizontale. Cette expression permet de voir les limites de l'équation SSH. En effet elle prévoit qu'à une certaine profondeur ( $y = (\tan\theta W)/\mu_W$ ) le frottement effectif  $S/N$  change de signe, ce qui n'a aucun sens physique.

Le coefficient  $\mu_w$  rendait compte d'interactions complexes (contacts glissants, rotations des billes à la paroi) et n'était pas une mesure du coefficient de friction microscopique bille/paroi. Il s'agissait alors d'un coefficient de frottement effectif et on le supposait constant. Numériquement, il est possible d'obtenir les valeurs du coefficient de frottement effectif aux parois, que l'on notera  $\mu_\tau$ , en fonction de la profondeur. Ce coefficient est calculé en faisant le rapport entre la force de surface et la contrainte normale à la paroi et est moyenné sur la durée de la simulation numérique. Les résultats obtenus sont présentés figure 4.16. On peut remarquer que dans la partie supérieure de la phase roulante  $\mu_\tau$  est quasiment constant et proche du coefficient de friction microscopique  $\mu$  (cf insert). Plus profondément dans l'écoulement ( $y < 0$ ),  $\mu_\tau$  diminue et voit même s'annuler. Les données numériques peuvent être très bien approchées par la fonction bilinéaire suivante :

$$\mu_\tau^{-1} = \mu^{-1}, \text{ pour } y/l_\nu < 0 \quad (4.3)$$

$$\mu_\tau^{-1} = \mu^{-1}(1 + a(y/l_\nu)), \text{ pour } y/l_\nu > 0 \quad (4.4)$$

où  $a$  est un paramètre du fit ( $a \approx 0,6$ ). Rappelons que  $l_\nu$  est la longueur caractéristique sur laquelle varie la compacité de l'écoulement.

Afin de caractériser complètement le frottement aux parois il est également nécessaire

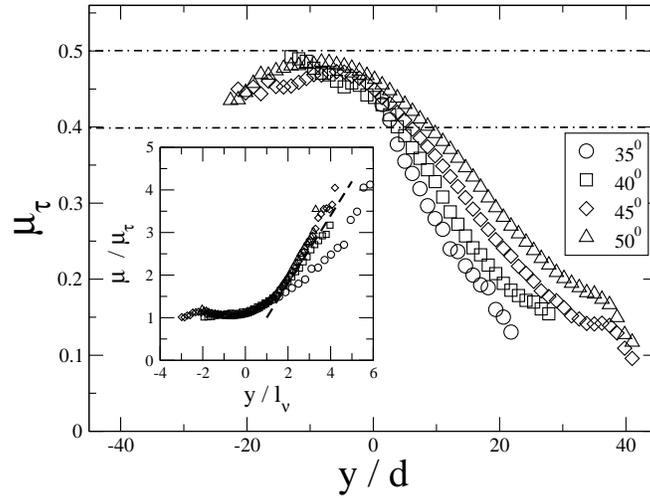


FIG. 4.16 – Variation du coefficient de frottement aux parois  $\mu_\tau$  en fonction de la profondeur pour différents angles d'écoulement. En insert,  $\mu_\tau$  en fonction de la profondeur adimensionnée par la longueur  $l_v$  (cette longueur est définie dans l'annexe A et correspond à  $h/2$ )

d'en connaître la direction. Sur la figure 4.17,  $\Phi$  est l'angle entre le frottement aux parois,  $\vec{\tau}$ , et la direction de l'écoulement. Dans le cas où le frottement  $\tau$  est parfaitement opposé à l'écoulement,  $\Phi$  est égal à 0, ce qui est le cas dans la partie supérieure de l'écoulement. Cependant, plus en profondeur,  $\Phi$  devient positif, c'est à dire que  $\vec{\tau}$  pointe plus vers la surface de l'écoulement. Au cours de ce chapitre nous avons vu que les grains qui font partie de la phase quasi-statique présentent un mouvement intermittent. Pendant le temps durant lequel ces grains restent piégés dans une cage leur déplacement moyen est nul. De ce fait, pendant cette période, leur contribution à la force de frottement moyenne à la paroi est nulle. La seule contribution non nulle provient uniquement des brefs sauts qu'ils effectuent. Nous avons également vu que la fréquence de ces sauts diminuait avec la profondeur. Ces deux constatations sont tout à fait en accord avec une diminution du frottement effectif aux parois avec la profondeur.

**Analogie avec les systèmes vitreux** Plusieurs auteurs ont déjà proposé des analogies entre le comportement des milieux granulaires dans des conditions particulières et les transitions vitreuses : compaction statique d'un empilement (O'Hern et al., 2001), "jamming dynamique" d'un écoulement dense sur un plan incliné (Silbert et al., 2002).

Les résultats obtenus au laboratoire par simulations numériques nous apprennent qu'à

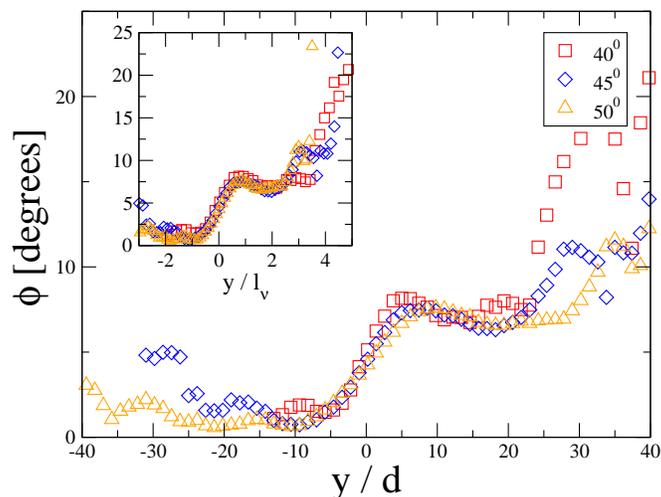


FIG. 4.17 – Variation de l'orientation du frottement aux parois  $\tau$  en fonction de la profondeur pour différents angles d'écoulement. En insert,  $\Phi$  en fonction de la profondeur adimensionnée par la longueur  $l_v$ .

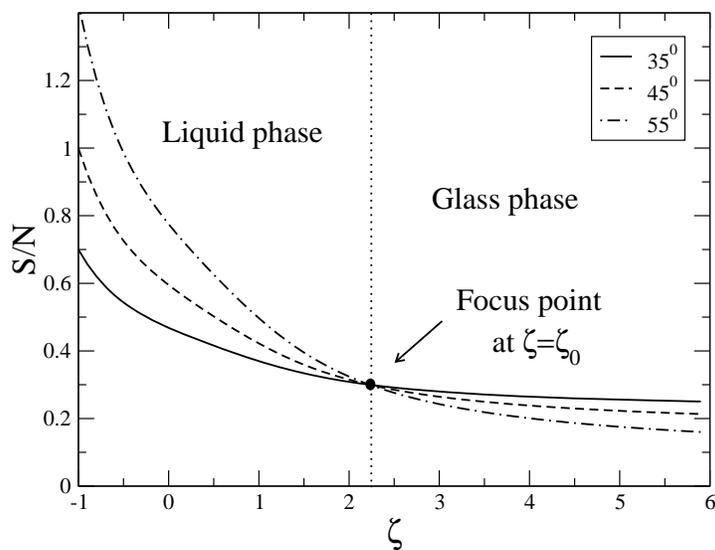


FIG. 4.18 – Frottement effectif en fonction de la profondeur adimensionnée  $\xi = y/l_v$

une profondeur  $\xi \approx 2,2$  le frottement effectif est indépendant de l'angle de l'écoulement (figure 4.18). La valeur de la compacité est alors de 0,593 et est très proche de celle pour laquelle L.E. Silbert observe une transition vitreuse. Il est alors tentant de considérer ce point particulier comme l'interface entre une phase liquide et une phase vitreuse. En effet, sa

position correspond au changement de régime observé sur les profils de vitesse (figure 4.2 c'est à dire au passage entre une décroissance linéaire de la vitesse à une décroissance exponentielle avec la profondeur. De plus, comme nous venons de le voir, le mouvement intermittent des grains dans la phase quasistatique semble aller dans le sens d'une transition vitreuse. Les grains sont alors piégés dans des "cages" et leur déplacement se fait par sauts. Ce comportement est assez similaire à ce qui est observé en compaction (Ribiere et al., 2005) et dans la dynamique des verres (Kurchan, 2000).

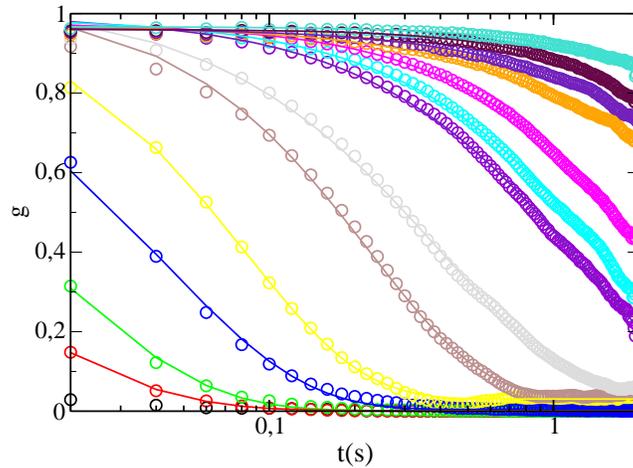


FIG. 4.19 – Fonction de Van Hove calculée pour différentes profondeurs (de  $30d$  à  $40d$ , phase quasistatique). Le profil de vitesse correspondant est présenté sur la figure 4.20. Les points représentent les données expérimentales et les lignes continues correspondent à un fit par une exponentielle étirée.

Sur la figure 4.19, sont représentés les fonctions de Van Hove qui sont données par :

$$F_s(k = 2\pi, \tau) = \langle \langle \exp(-jk(r_i(t + \tau) - r_i(t))) \rangle \rangle_i \rangle_t \quad (4.5)$$

où l'indice  $i$  représente les grains situés à une même profondeur et  $r_i(t)$  la position de chacun de ces grains à l'instant  $t$ . En fittant ces courbes par une exponentielle étirée, il nous est possible de faire ressortir le temps caractéristique de décorrélation de déplacement des grains. Sur la figure 4.20 sont représentés le profil de vitesse d'un écoulement et la variation du temps caractéristique de décorrélation en fonction de la profondeur.

L'information que l'on peut tirer de cette seconde courbe est la même que celle que l'on obtient par le profil de vitesse, c'est à dire un changement de régime entre les phases liquide et quasistatique. Cependant cela nous permet de voir ce changement de régime

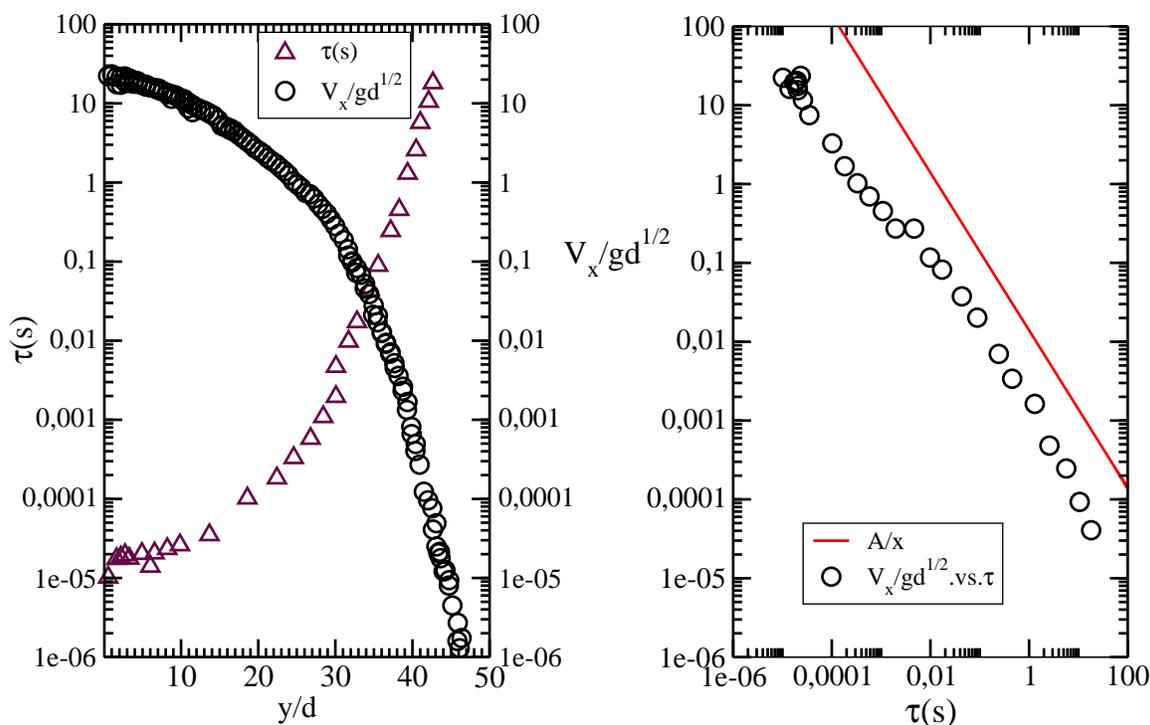


FIG. 4.20 – Vitesse dans la direction principale de l'écoulement et temps caractéristique de décorrélation en fonction de la profondeur. Billes de verre,  $d = 500\mu m$ ,  $W = 16d$ ,  $\theta = 43^\circ$ .

comme une divergence du temps caractéristique de décorrélation en un point particulier de l'écoulement, ce qui renforce l'analogie entre la transition liquide/quasistatique et une transition vitreuse. Notons que Durian (Durian, 2008) a récemment réalisé des expériences lui permettant de suggérer la même conclusion.

## Conclusion

La phase quasi-statique est caractérisée par la longueur  $\lambda$  de décroissance exponentielle des vitesses. En utilisant le tracking et la diffusion multiple de la lumière nous avons pu déterminer que cette décroissance restait valable sur plus de 6 décades, c'est à dire sur toute la gamme de vitesse à laquelle nous avons accès. Après avoir vu qu'il existait un lien entre  $h$  et  $\lambda$ , nous nous sommes intéressés au mouvement individuel des grains dans la phase quasi-statique. Celui-ci est intermittent et la décroissance exponentielle de la vitesse dans

cette zone est donc liée à la probabilité de déplacement des grains. L'équilibre des forces agissant sur une couche de grain situé à une profondeur  $y$  par rapport à la surface libre n'est possible que si le coefficient de frottement effectif aux parois diminue avec la profondeur. Ce point a été vérifié numériquement. Cette diminution est tout à fait en accord avec le mouvement intermittent que nous avons observé. Nous avons également présenté à la fin de ce chapitre une analogie entre le passage de la phase liquide à la phase quasistatique des écoulements granulaires confinés et une transition vitreuse.



# Chapitre 5

## Erosion d'un empilement granulaire confiné

Dans ce chapitre nous allons nous intéresser à l'érosion d'un empilement granulaire de type SSH lorsque l'on arrête de l'alimenter. Comme nous l'avons vu précédemment, ce type d'empilement dont la surface libre peut présenter un angle par rapport à l'horizontale supérieur à  $60^\circ$ , est stabilisé dynamiquement. Si l'on ferme l'alimentation d'entrée, l'empilement retrouve progressivement l'angle de repos du matériau granulaire utilisé (la valeur de cet angle dépendant de l'écart,  $W$ , entre les parois) en évacuant la quantité nécessaire de grains. Dans tout ce chapitre  $W$  est constant ( $W = 10d$ ).

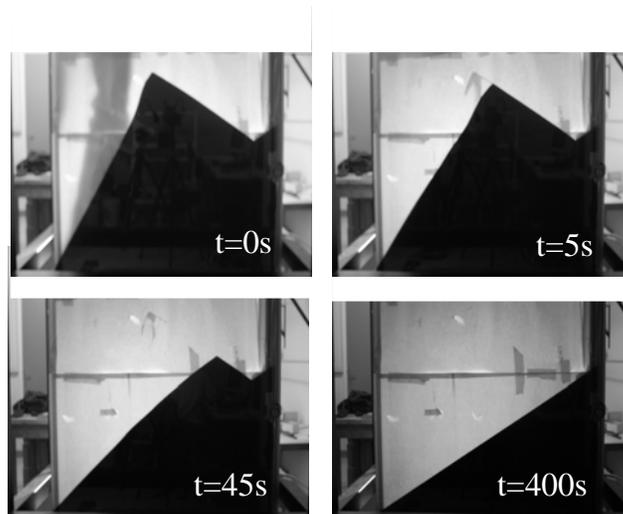


FIG. 5.1 – Photos de l'écoulement pour 4 temps différents

## 5.1 Présentation générale

La surface libre de l'empilement que nous allons étudier ici fait un angle de  $55^\circ$  avec l'horizontale lorsque l'écoulement à sa surface est stationnaire et établi, c'est à dire lorsqu'il est alimenté de façon continue et que le débit d'entrée est égal au débit de sortie. Au temps  $t_0$  le débit d'entrée est coupé et la cellule d'écoulement se vidange librement. Sur la figure 5.1 on peut voir quatre photos de l'empilement à des temps différents. La première a été prise juste avant que l'alimentation ne soit coupée. On peut remarquer que à sa partie supérieure l'empilement est concave. Ceci est dû aux conditions d'alimentation, comme cela a été vu dans le premier chapitre : dans cette zone les grains accélèrent afin d'adapter leur vitesse à l'angle d'écoulement. La deuxième et la troisième image ont été prises, respectivement, 5s et 45s après que l'on ait coupé l'alimentation. On peut remarquer que l'angle que fait la surface libre diminue progressivement. Nous verrons par la suite si cet angle dépend uniquement du temps ou si il varie tout au long de la surface libre. La quatrième image a été prise après 400s, c'est à dire au moment où la vidange de la cellule se terminait. L'empilement a alors retrouvé son angle de repos.

Afin d'observer l'érosion d'un empilement de type SSH, des images en ont été prises toutes les 6s durant toute la vidange de la cellule. La notation utilisée est présentée sur la figure 5.2.

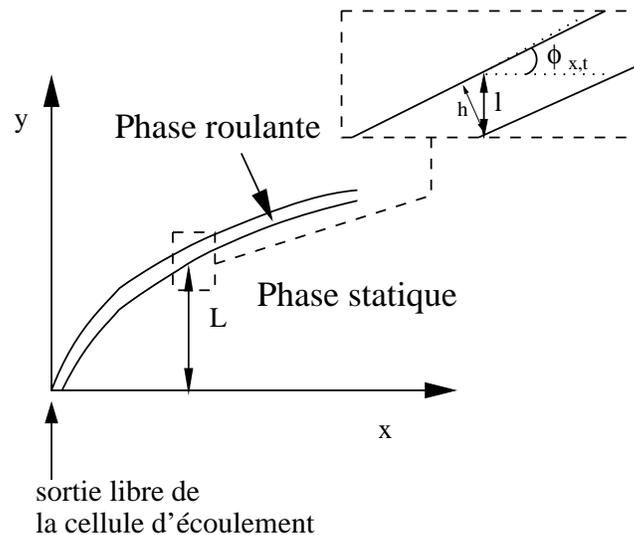


FIG. 5.2 – Schéma de l'empilement lors de l'érosion et notation utilisée.

### 5.1.1 Débit de sortie

Nous avons mesuré la masse totale de grains ayant été évacuée de la cellule au cours du temps. Pour cela, nous avons utilisé une balance électronique interfacée avec un ordinateur. Le pas de temps entre deux mesures de masse est de  $0,151s$  (ce temps est imposé par des raisons techniques), ce qui nous permet de calculer précisément le débit de sortie en prenant la dérivée temporelle de la masse de grains sortis de la cellule (figure 5.3). La balance électronique et l'appareil photo sont synchronisés, c'est à dire que l'enregistrement des mesures de la masse commence au moment où la première photo est prise, autrement dit, lorsque l'alimentation est coupée. On peut remarquer sur la figure 5.3 que le débit décroît quasi-exponentiellement avec le temps avec un temps caractéristique d'environ  $30s$ . La vidange de la cellule d'écoulement est donc un processus lent, comparé au temps que met un grain faisant partie de la phase roulante à sortir de la cellule et qui est d'environ  $1s$ .

Nous allons voir par la suite comment varie l'angle de l'écoulement en fonction du temps et de la distance par rapport à la sortie de la cellule et si il est possible de valider l'équation SSH dans le cas que nous étudions ici.

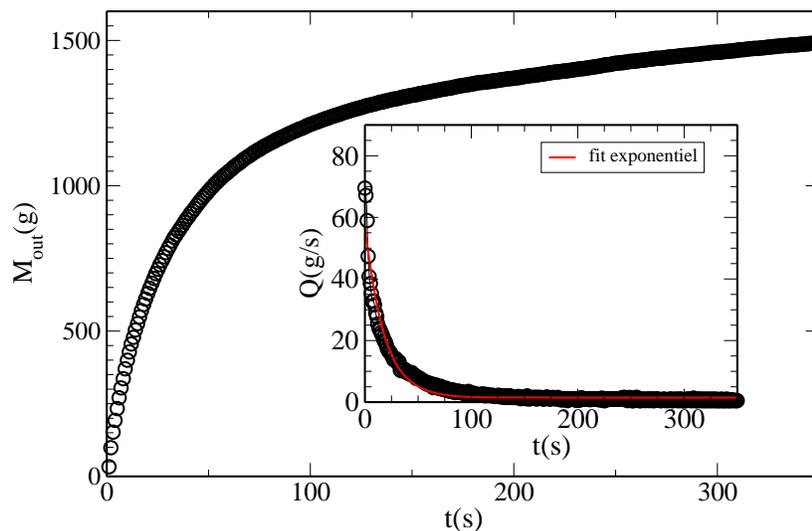


FIG. 5.3 – Masse de grains sortis de la cellule en fonction du temps. En insert le débit de sortie correspondant. Le temps  $t = 0s$  correspond au moment où l'on coupe l'alimentation d'entrée. L'angle initial de l'empilement est de  $55^\circ$ .

### 5.1.2 Courbure de l'empilement

A partir des photos de l'empilement que nous avons obtenues et en utilisant un logiciel de traitement d'images adapté (ImageJ) nous avons pu déterminer l'évolution spatiale et temporelle de la surface libre de cet empilement lors de son érosion (figure 5.4). En effet, sur chacune des photos, le niveau de gris de l'empilement est très différent de celui du fond blanc placé en arrière de la cellule d'écoulement. Il est donc possible, en binarisant les images en choisissant un seuil adapté, de repérer la surface libre de l'empilement. En dérivant ces

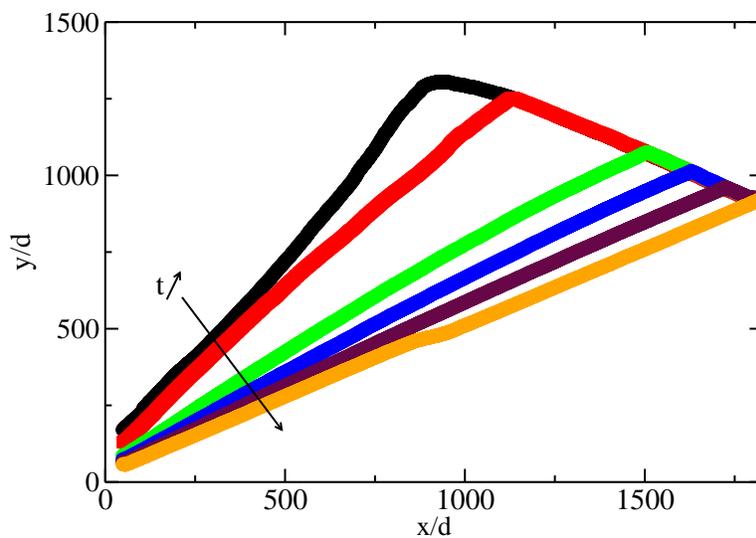


FIG. 5.4 – Profil de la surface libre de l'empilement de 0s jusque 400s après que l'on ait stoppé l'alimentation de l'empilement.

profils par rapport à  $x$  ( $x$  correspond à la distance par rapport à la sortie de la cellule), on peut obtenir l'évolution de la tangente locale de la surface libre de l'empilement en fonction du temps. Celle-ci est présentée sur la figure 5.5. L'augmentation de la tangente pour  $t = 0s$  correspond à la zone concave que nous avons vue précédemment. On peut remarquer que l'angle de la surface libre diminue lorsque  $x$  augmente mais aussi que cette variation est de moins en moins marquée lorsque  $t$  augmente. Afin de voir plus clairement cette évolution temporelle nous avons approximé la variation en fonction de  $x$  de la tangente locale de la surface libre par une droite. La variation du coefficient directeur  $\alpha$  des droites obtenues correspond donc à l'évolution temporelle de la courbure de l'empilement (figure 5.6). On peut voir sur cette figure que la courbure est négative c'est à dire que l'empilement est convexe et que cette courbure diminue au cours du temps. Cela signifie que plus l'on est proche de la sortie de la cellule plus la diminution de l'angle de la surface libre est lente. Il faut également noter que plus on s'éloigne du sommet de l'empilement plus l'épaisseur de

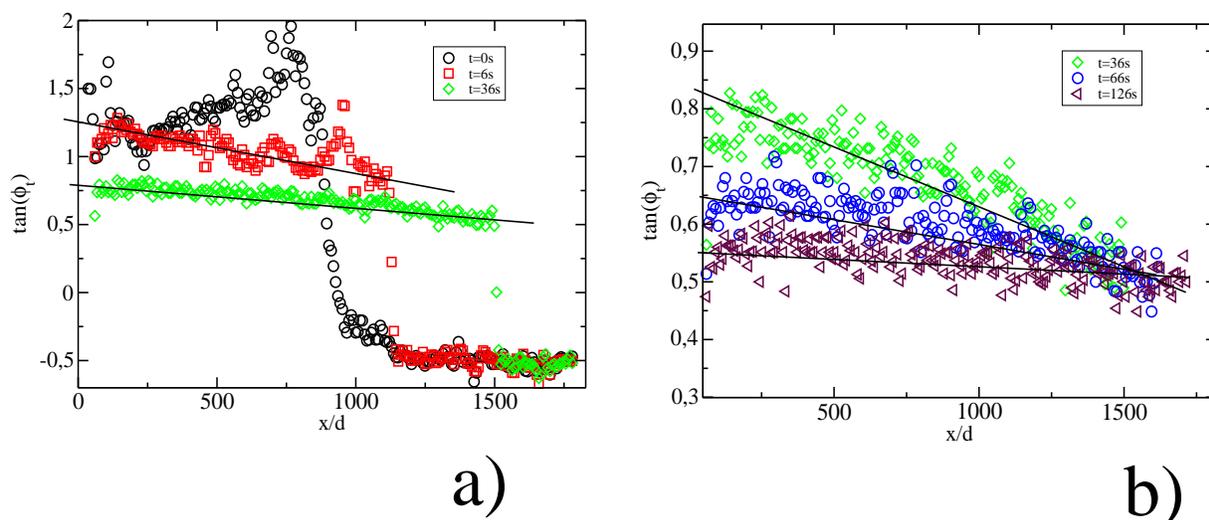


FIG. 5.5 – Tangente de l'angle que fait la surface libre en fonction de la distance par rapport à la sortie de la cellule d'écoulement. a)  $t$  de 6 à 36s, b)  $t$  de 36 à 126s

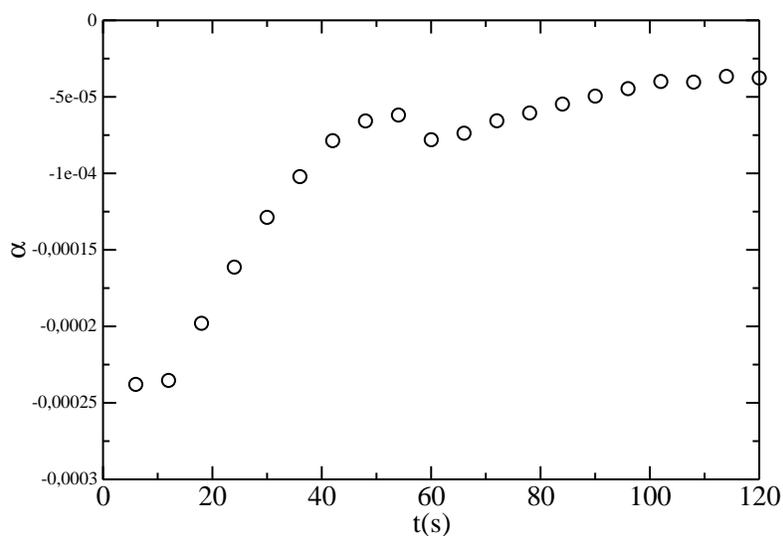


FIG. 5.6 – Variation de la pente de  $\tan\phi_t(\frac{x}{d})$  en fonction du temps. On considère que la tangente de l'angle que fait la surface libre avec l'horizontale varie linéairement avec  $x$  à  $t$  fixé.

la phase roulante est importante. En effet, l'érosion commence logiquement par le sommet et des grains passent de la phase statique à la phase roulante tout au long de l'écoulement, participant ainsi à l'augmentation de son épaisseur. Nous observons donc, lorsque l'on se rapproche de la sortie de la cellule d'écoulement, une augmentation de l'épaisseur de la

phase roulante ainsi qu'une augmentation de l'angle que fait la surface libre de l'empilement avec l'horizontale (l'empilement est convexe). Nous allons donc voir dans le paragraphe suivant si l'équation SSH, qui lie l'angle d'écoulement à l'épaisseur de la phase roulante, reste valable dans le cas que nous étudions ici

### 5.1.3 Vérification de l'équation SSH

L'équation SSH est valable dans le cas d'un écoulement stationnaire et établi. L'érosion de l'empilement que nous observons ici n'est pas un phénomène stationnaire et établi mais est tout de même un processus lent. On peut donc penser que l'équation SSH peut être valable dans ce cas. Afin de le vérifier, nous avons effectué des mesures de l'épaisseur  $h$  de la phase roulante en fonction du temps (figure 5.2). Dans le cas présent, il n'est pas possible de mesurer  $h$  à partir des profils de vitesse. En effet  $h$ , ainsi que l'angle d'écoulement, varient au cours du temps et on ne peut donc pas calculer de vitesses moyennes. C'est pourquoi nous avons mesuré  $h$  à partir de photos de l'écoulement obtenues pour un temps d'obturation de  $0,5s$  :  $h$  est prise comme étant l'épaisseur de la partie de l'écoulement apparaissant floue.

La figure 5.7 représente la tangente de l'angle de l'écoulement en fonction de  $h$  pour un  $x$  donné. On peut remarquer que, tout comme ce qui est observé dans un régime stationnaire, la tangente de l'angle d'écoulement est une fonction linéaire de  $h$ . Les valeurs de  $\mu_i$  et  $\mu_W$  que nous obtenons alors sont respectivement  $\tan 20^\circ$  et  $\tan 11^\circ$ . La valeur de  $\mu_i$  est la même que celle que nous obtenons dans le cas d'un écoulement stationnaire et établi alors que le coefficient  $\mu_W$  est plus faible ( $\mu_W = \tan 27^\circ$  pour un écoulement stationnaire). Ceci peut s'expliquer par le fait que les méthodes de détermination de  $h$  soient différentes. Cependant, ceci nous permet de calculer l'épaisseur de la phase roulante à partir des mesures de l'angle d'écoulement et d'en voir les variations en fonction de  $x$  et de  $t$ . Conformément à l'équation SSH, cette épaisseur sera donnée par :

$$h(x, t) = \frac{(\tan\phi(x, t) - \mu_i)W}{\mu_W}. \quad (5.1)$$

Nous venons de voir que lors de la vidange de la cellule d'écoulement la surface libre de l'empilement n'était pas plane mais légèrement convexe et que la valeur de  $\tan\phi(x, t)$  nous permettait de calculer l'épaisseur  $h(x, t)$  de la phase roulante. Celle-ci va dépendre de la position par rapport à la sortie et du temps. Dans la suite de ce chapitre nous allons observer l'évolution de  $h$  mais aussi de la hauteur totale de l'empilement, c'est à dire la hauteur de la phase statique  $L$  plus l'épaisseur de la phase roulante  $l$  ( $h = L\cos\phi$ , cf fig 5.2).

Nous pourrions alors déterminer  $\Gamma(x, t)$ , le taux d'échange, qui est la différence entre le taux d'érosion et le taux d'accrétion.

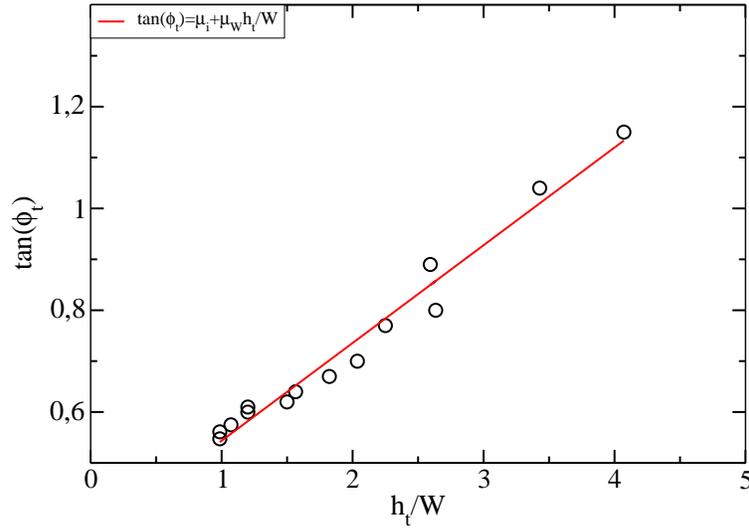


FIG. 5.7 – Tangente de l'angle que fait la surface libre par rapport à l'horizontale à  $x$  fixé en fonction de l'épaisseur de l'écoulement (et donc du temps). Ceci nous permet de vérifier la validité de l'équation SSH dans le cas de l'érosion d'un empilement granulaire confiné.

## 5.2 Erosion de l'empilement

### 5.2.1 Evolution de la zone roulante

Nous venons de voir que l'équation SSH était valable dans le cas que nous étudions. La figure 5.8 représente l'évolution de l'épaisseur de la phase roulante en fonction de  $x$  déduite de l'équation 5.1. Lorsque l'on s'approche de la sortie de la cellule, l'épaisseur de la phase roulante est de plus en plus importante. Dans le cas d'écoulement de type SSH (entre autres), une phase roulante plus épaisse correspond à un débit,  $Q$ , plus important. Le débit augmente donc tout au long de l'écoulement et des grains qui faisaient partie de la phase statique passent dans la phase roulante. On peut donc écrire :

$$\frac{\partial l(x)}{\partial t} = \Gamma(x, t) - Q(x, t) + Q(x + dx, t) \quad (5.2)$$

$\Gamma$  étant le taux d'échange.  $l$  est en mètre,  $\Gamma$  et  $Q$  en  $m/s$ . Soit :

$$\frac{\partial l(x)}{\partial t} = \Gamma(x, t) + \frac{\partial(l + L)}{\partial t} \quad (5.3)$$

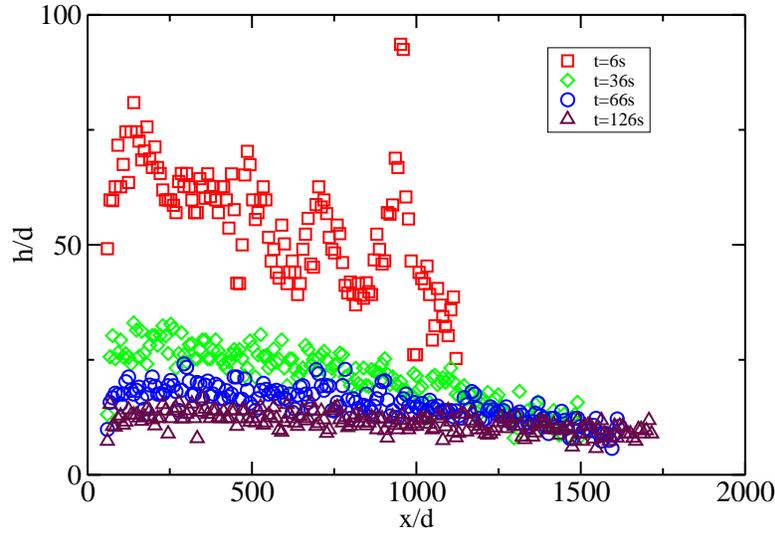


FIG. 5.8 – Epaisseur de la phase roulante en fonction de la distance par rapport à la sortie de la cellule pour plusieurs temps. Cette courbe est déduite de la courbe 5.5 grâce à la validation de l'équation SSH.

Le comportement de  $h$  ( $h = l \cos \phi$ ) en fonction de la distance à la sortie de la cellule d'écoulement est le même que celui de la courbure de l'empilement, c'est à dire :

$$\frac{\partial h(t)}{\partial x} = \frac{\partial \tan \phi(t)}{\partial x} \frac{W}{\mu_W} \quad (5.4)$$

### 5.2.2 Evolution de la hauteur totale de l'empilement

Afin de mesurer le taux d'échange il nous faut connaître la variation temporelle de la hauteur totale de l'empilement,  $(l + L)$ . La figure 5.9 représente la différence entre la hauteur totale de l'empilement lors de son érosion et sa hauteur lorsqu'il est au repos, c'est à dire la hauteur de la phase statique stabilisée dynamiquement plus la phase roulante. Lorsque toutes les courbes sont à zéro cela signifie que l'empilement a retrouvé son angle de repos. On peut remarquer que quelque soit  $x$  la hauteur de l'empilement décroît quasi-exponentiellement avec le temps. Le temps caractéristique de cette décroissance dépend quant à lui de  $x$  (insert figure 5.9) : la hauteur de l'empilement décroît plus rapidement si l'on est proche de son sommet que si l'on se trouve proche de la sortie de la cellule.

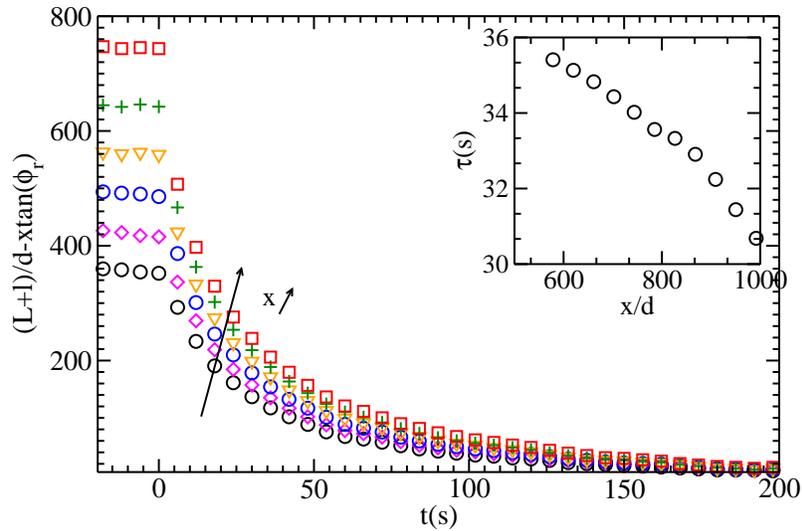


FIG. 5.9 – Variation de la hauteur de l'empilement en fonction du temps pour différents  $x$  ( $x$  de  $580d$  à  $1160d$ ). En insert : temps caractéristique de décroissance de la hauteur de l'empilement en fonction de  $x/d$ .

### 5.2.3 Taux d'échange

A partir des données que nous avons obtenues sur le comportement de l'épaisseur de la phase roulante et de la hauteur totale de l'empilement en fonction du temps et de  $x$ , il nous est possible de calculer le taux d'échange en utilisant l'équation 5.3. Nous avons représenté  $\Gamma(t)$  sur la figure 5.10 pour différentes positions,  $x$ , par rapport à la sortie de la cellule. On peut remarquer que pour tout  $x$ ,  $\Gamma$  diminue au cours du temps mais que son comportement diffère selon que l'on se trouve proche du sommet de l'empilement ou proche de la sortie de la cellule. Avant d'expliquer ce phénomène, rappelons que le taux  $\Gamma$  que nous considérons ici est en fait la différence entre l'érosion et l'accrétion. De ce fait il existe deux angles différents pour lesquels  $\Gamma$  sera nul. Le premier est évidemment l'angle de repos,  $\theta_r$ , de l'empilement. En effet, dans ce cas, l'érosion et l'accrétion sont nulles : il n'y a plus d'écoulement. Le second est l'angle d'écoulement,  $\theta_{ec}$ , lorsque l'empilement est en régime SSH (stationnaire et établi) et alimenté de façon continue. L'érosion compense alors exactement l'accrétion et  $\Gamma$  est donc nul. L'existence de ces deux régimes différents, conduisant tous deux à une valeur de  $\Gamma$  nulle, va nous permettre d'expliquer son comportement en fonction du temps et de  $x$  dans le cas que nous étudions ici.

Au moment où l'on coupe l'alimentation, l'angle que fait le sommet de l'empilement avec l'horizontale (de même que le reste de l'empilement) est  $\theta_{ec}$  ( $55^\circ$  dans notre cas). Etant donné qu'il n'y a plus d'alimentation l'épaisseur de la phase roulante  $y$  est nulle. De ce fait

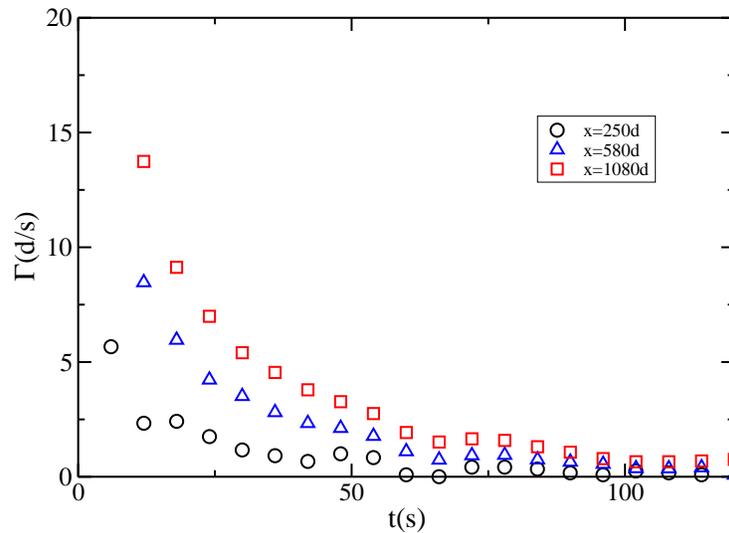


FIG. 5.10 – Variation du taux d'échange en fonction du temps pour différentes position par rapport à la sortie de la cellule. (dérivée partielle par rapport au temps de la hauteur de l'empilement moins variation par rapport au temps de la hauteur de la phase roulant ; même si variation de l'épaisseur de la phase roulante négligeable).

il ne peut plus y avoir d'accrétion et  $\Gamma$  est maximum au sommet de l'empilement. En effet, la différence entre l'angle de l'empilement et  $\theta_r$  est également maximum. Lorsque que l'on s'éloigne du sommet de l'empilement l'épaisseur de la phase roulante augmente en raison de l'érosion de la phase statique. Ceci va permettre de stabiliser dynamiquement le reste de l'empilement :  $\Gamma$  sera inversement proportionnel à l'épaisseur de la phase roulante. On observe donc un  $\Gamma$  plus faible lorsque l'on s'approche de la sortie de la cellule. Autrement dit, on peut observer un taux d'érosion  $\Gamma$  plus faible pour un angle d'écoulement plus grand. Au fûr et à mesure que l'érosion de l'empilement progresse l'angle de celui-ci diminue et se rapproche de  $\theta_r$  et  $\Gamma$  diminue donc pour tout  $x$  au cours du temps (figure 5.11).

## Conclusion

Nous venons de voir dans ce chapitre que l'équation SSH restait valable dans le cas de l'érosion d'un empilement granulaire confiné. Même si l'écoulement n'est plus stationnaire, l'épaisseur de la phase roulante reste une fonction linéaire de la tangente de l'angle d'écoulement. Nous avons également pu mesurer le taux d'érosion en fonction du temps et

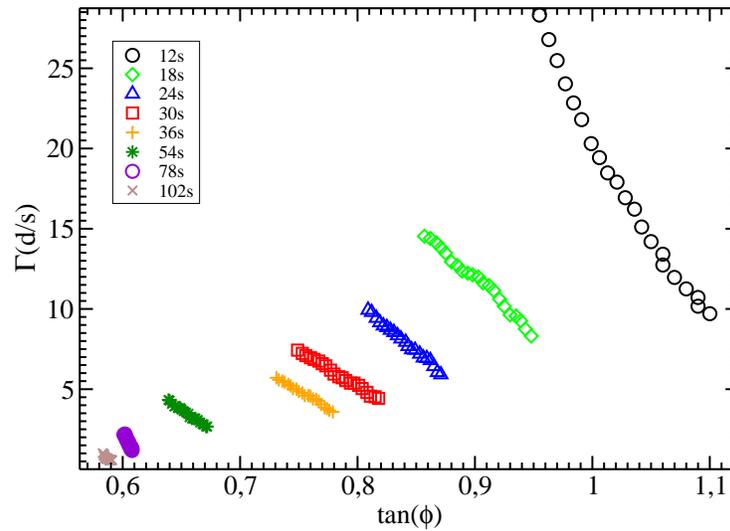


FIG. 5.11 – Variation du taux d'échange en fonction de l'angle que fait la surface libre de l'empilement avec l'horizontale pour différents temps.

de la position par rapport à la sortie de la cellule d'écoulement. Un résultat surprenant est que celui-ci est plus faible lorsque se trouve proche de la sortie, où l'inclinaison de la surface libre est la plus importante. En effet l'écoulement y est alimenté par les grains érodés plus haut et l'empilement est donc toujours stabilisé dynamiquement.







# Conclusions et perspectives

Au cours de cette thèse nous avons étudié les propriétés de stabilité et d'écoulement d'un empilement granulaire confiné. Les résultats que nous avons obtenus expérimentalement (par tracking, diffusion multiple de la lumière et gamma-métrie), ont été comparés à ceux obtenus numériquement au sein du laboratoire.

Nous avons tout d'abord étudié la stabilité d'un empilement granulaire confiné entre deux parois et vu comment il était possible de modifier l'angle de repos d'un tel empilement en modifiant les propriétés de contact bille/paroi. En effet il nous a été possible d'augmenter l'angle de repos, pour un écart entre les parois donné, de plus de  $10^\circ$  en utilisant un champ électrique extérieur. Nous avons proposé un modèle théorique, basé sur des études précédentes, permettant de prendre en compte non seulement l'effet des parois sur la stabilité de l'empilement mais aussi celui du champ électrique. Les propriétés générales d'écoulement stabilisé dynamiquement (SSH) ont ensuite été présentées. Nous avons notamment vu que le taux de cisaillement de ces écoulements est indépendant du débit imposé mais dépend de l'écart entre les parois. Ceci nous a conduit à proposer une loi d'échelle permettant de lier la variation de l'angle d'écoulement en fonction du débit à l'écart entre les parois. La compacité d'un tel écoulement varie continuellement depuis sa surface libre jusqu'à une phase dite solide. La longueur caractéristique de cette variation est tout à fait assimilable à l'épaisseur de la phase roulante d'écoulement SSH et est modifiée de la même façon par une variation de l'écart entre les parois latérales.

Ensuite, nous avons fait une étude plus fine du mouvement des grains dans un écoulement confiné en utilisant le suivi individuel des grains et la diffusion multiple de la lumière. En combinant ces deux méthodes nous avons pu obtenir un profil de vitesse moyen d'écoulement sur plus de 10 décades et déterminer que la décroissance exponentielle des vitesses avec la profondeur reste valable sur une épaisseur au moins égale à l'épaisseur de la phase roulante. Les longueurs caractéristiques des phases roulante et quasistatique sont proportionnelles, si bien qu'une seule longueur est suffisante pour décrire un écoulement SSH. Les grains faisant partie de la phase quasistatique ont un mouvement intermittent. La probabilité qu'un grain bouge, sur un pas de temps donné, diminue avec la profondeur. Ceci nous a permis d'expliquer la décroissance exponentielle de la vitesse en la voyant comme

une diminution de la probabilité de mouvement des grains. Le mouvement intermittent, ou "cage", des grains permet également d'expliquer la diminution du coefficient de frottement effectif écoulement/paroi qui a été observée numériquement.

L'érosion d'un empilement de type SSH lorsqu'on coupe l'alimentation d'entrée a également été étudiée. Nous avons vu que le phénomène SSH, c'est à dire l'augmentation de l'angle d'écoulement avec l'épaisseur de la phase roulante, reste valable dans ce cas qui n'est ni stationnaire ni établi. Les grains qui sont érodés tout au long de l'empilement participent à l'augmentation de l'épaisseur de la phase roulante et donne à celui-ci une forme convexe lors de son érosion. C'est le sommet de l'empilement qui est érodé le plus rapidement. Le reste du tas est stabilisé dynamiquement tant que l'épaisseur roulante est suffisante.

Afin de mieux cerner l'influence de la géométrie d'un milieu granulaire sur les valeurs du coefficient de frottement effectif, nous allons présenter dans l'annexe A des résultats préliminaires sur un montage différent de celui utilisé dans le reste de la thèse. Nous verrons alors l'importance de la géométrie d'un système granulaire sur les propriétés de frottement de deux plans rugueux. En effet en utilisant une expérience du type patin glissant, nous avons observé que la force de frottement que nous mesurons n'a pas le même comportement en fonction de la vitesse que le coefficient de frottement dynamique, ce qui aurait été le cas si les deux surfaces en contact avaient été planes.

Cette thèse ouvre de nombreuses perspectives. L'étude que nous avons présentée a été réalisée en utilisant des billes de verre dans un environnement sec. Il serait intéressant de voir l'influence de la forme des grains et de leur propriétés de surface sur leur mouvement individuel. Quel est le rôle du milieu interstitiel sur ce mouvement? Nos observations se sont limitées pour la plupart, pour des raisons techniques, aux grains en contact avec les parois latérales. Une observation du mouvement des grains plus en profondeur, en utilisant un liquide iso-indice par exemple, pourrait être une perspective intéressante.

L'étude du frottement entre deux plans rugueux en fonction de leur vitesse de déplacement relative fait encore l'objet d'études au sein du laboratoire. Le mouvement latéral et vertical du disque supérieur pourra bientôt être mesuré de façon synchrone avec la force de frottement.





# Annexe A

## Etude du frottement entre deux plans rugueux

Tout au long de cette thèse nous avons vu l'importance du frottement sur les propriétés de stabilité et d'écoulement d'empilements granulaires confinés. Particulièrement, au chapitre 4, nous avons pu remarquer que le coefficient de frottement effectif est différent du coefficient de frottement microscopique et qu'il dépend du mouvement individuel des grains dans l'écoulement. Ce comportement nous a amené à vouloir comprendre quel était le rôle de la géométrie d'un système granulaire sur les forces de frottement. Pour cela nous avons mis en place une expérience basée sur la mesure des forces induites par le déplacement d'un plan rugueux sur un autre. Dans une première partie nous ferons un bref rappel sur le frottement entre deux solides et nous décrirons le montage expérimental utilisé. Nous présenterons ensuite les résultats que nous avons obtenus pour les mesures de forces et verrons dans une troisième partie comment la force moyenne peut être modifiée par les conditions expérimentales.

### A.1 Introduction

#### A.1.1 Rappels

Rappelons tout d'abord les lois macroscopiques empiriques régissant le frottement entre deux solides. L'expérience du patin glissant sur un solide (figure A.1) a permis plusieurs observations. Tout d'abord la force  $T_s$  nécessaire à la mise en mouvement du patin est indépendante de la surface de contact entre le solide et celui-ci. Ensuite, la force  $T_s$  dépend linéairement de la force normale  $N$  :  $T_s = \mu_s N$ , avec  $\mu_s$  le coefficient de frottement

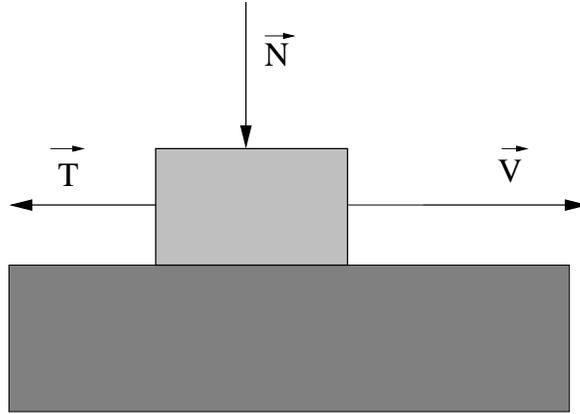


FIG. A.1 – Principe du frottement de type Coulombien

statique. Enfin, lorsque le patin est en mouvement la force de frottement,  $T_d$  est lié à  $N$  par :  $T_d = \mu_d N$ . Les coefficients de frottement statique,  $\mu_s$ , et dynamique,  $\mu_d$  dépendent du matériau utilisé et typiquement :  $0,1 < \mu_d < \mu_s < 1$ . Le coefficient  $\mu_d$  dépend également de la vitesse de déplacement du patin (Heslot et al., 1994). Pour de faible vitesse de déplacement (inférieures à la dizaine  $\mu m/s$ )  $\mu_d$  diminue avec la vitesse :

$$\mu_d = a - b \ln\left(\frac{V}{V_0}\right) \quad (\text{A.1})$$

avec  $a$ ,  $b$  et  $V_0$  des constantes dépendant du matériau utilisé. A plus haute vitesse  $\mu_d$  va croître avec la vitesse :

$$\mu_d \propto V \quad (\text{A.2})$$

Ce comportement est schématisé sur la figure A.2

L'expérience que nous avons réalisée se rapproche de celle du patin frottant à la différence près que les deux surfaces en contact sont rugueuses à une autre échelle étant recouvertes par des billes de verre de diamètre de l'ordre du millimètre.

### A.1.2 Montage expérimental

Le montage (photo A.3 et figure A.4) est composé de deux plans rugueux en contact l'un de l'autre. Le premier plan rugueux est un plateau en verre de  $20cm$  sur  $10cm$  sur lequel sont collées des billes de verre (diamètre  $d = 2mm$ , densité surfacique de billes :  $0,79$ ). Ce plateau se déplace horizontalement grâce à un moteur pas à pas relié à un démultiplicateur. Ce dernier permet au plateau d'avoir un déplacement régulier et sans à-coup. Le second plan rugueux est un disque de diamètre  $8cm$  et de masse  $60,4g$  recouvert

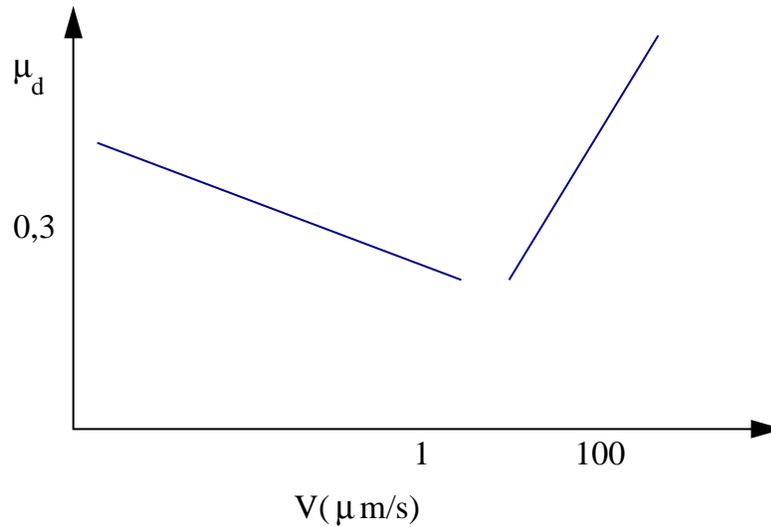


FIG. A.2 – Variation du coefficient de frottement dynamique en fonction de la vitesse relative de déplacement de deux surfaces planes en contact.

sur une de ses faces par le même type de billes (également collées) que le plateau et avec la même densité surfacique. Ce disque est relié à deux capteurs de forces par deux tiges métalliques horizontales(longueur  $4\text{cm}$ , diamètre  $1\text{mm}$ ) . Ces liens laissent le disque libre de se déplacer latéralement et verticalement et permettent de mesurer les forces induites sur le disque par le déplacement du plateau et parallèles à celui-ci.

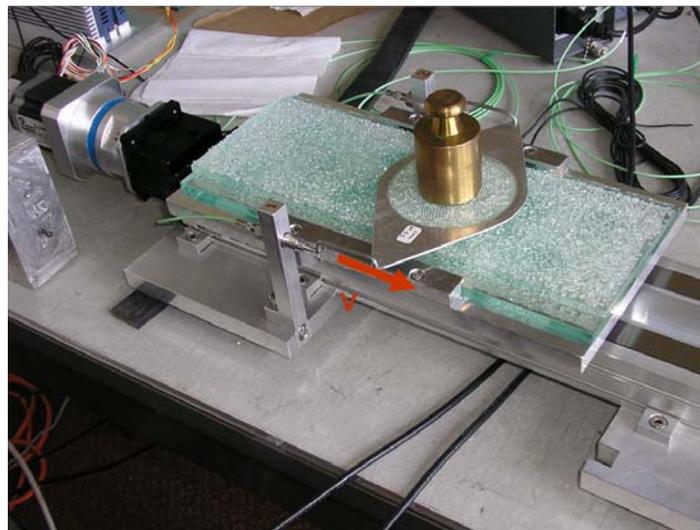


FIG. A.3 – Photo du dispositif expérimental utilisé.

Les deux capteurs de force sont à quartz précontraint (Kistler, type 9203). Ils peuvent

mesurer des forces de traction/compression quasi-statique et dynamique dans une gamme allant de quelques  $mN$  jusqu'à plusieurs centaines de  $N$ . La fréquence propre de ces capteurs ( $57kHz$ ) nous permet d'effectuer des mesures précises pour des vitesses de déplacement importantes. Chaque capteur envoie un signal électrique, proportionnel à la traction ou à la compression qu'il subit, à un amplificateur (Kistler, type 5073A). L'acquisition se fait sur un ordinateur à une fréquence de  $100Hz$ .

Nous avons effectué des mesures de force pour une vitesse de déplacement du plateau comprise entre  $0,01mm/s$  et  $20mm/s$  (chaque mesure se fait à vitesse constante). Nous avons également fait varier la masse du disque en rajoutant des masses supplémentaires sur celui-ci (au maximum  $500g$ ).

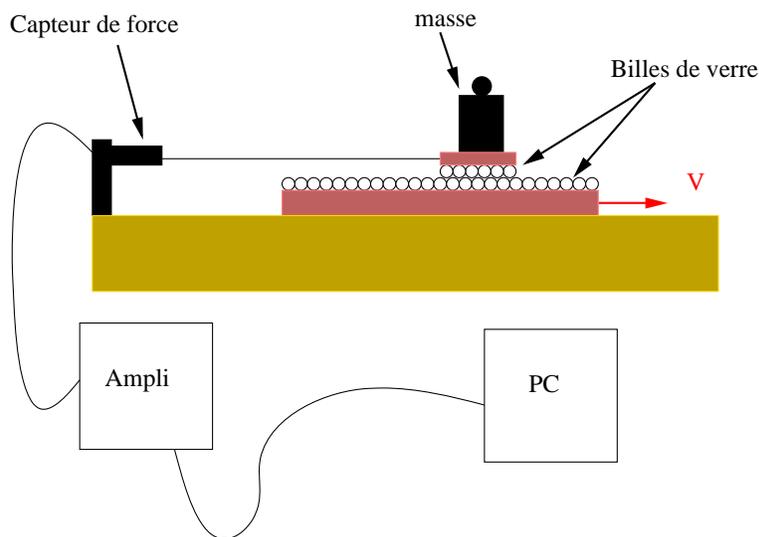


FIG. A.4 – Schéma du dispositif expérimental.

## A.2 Mesures expérimentales

### A.2.1 Exemple de mesure de force

En connaissant la fréquence d'acquisition du signal ( $100Hz$ ), la vitesse de déplacement du plateau et le taux d'amplification du signal, on peut remonter à la mesure de la force en fonction de la distance parcourue par le plateau. Un exemple de mesure est présenté sur la figure A.5 a). L'axe des abscisses représente la distance parcourue par le plateau et l'axe des ordonnées la force mesurée en Newton. Le signal obtenu est positif, ce qui correspond à une traction sur les capteurs : en se déplaçant le plateau entraîne avec lui le disque qui

le surmonte, mais ce dernier est retenu par les capteurs qui mesurent donc une force de traction. Sur la figure A.5 b) est représentée une partie du signal total obtenu. Celui-ci augmente brusquement (comme on peut le remarquer sur cette figure pour  $d = 4,5\text{mm}$ ) jusqu'à une valeur d'environ  $0,3\text{mg}$ , puis diminue lentement avant de s'annuler. Une mesure négative correspondrait à une poussée du disque sur les capteurs, ce qui signifierait que le disque irait dans le sens opposé au plateau. Etant donné qu'il existe un léger débattement entre les liens rigides qui lient les capteurs au disque afin de contraindre le moins possible son déplacement latéral, il ne nous est pas possible de mesurer une telle force dans cette configuration. Nous avons effectué des mesures de forces en l'absence de débattement au niveau des liens, et dans ce cas on observe bien une légère poussée sur les capteurs. Le signal augmente ensuite de nouveau brusquement, et nous observons le même comportement de la force tout au long de l'expérience.

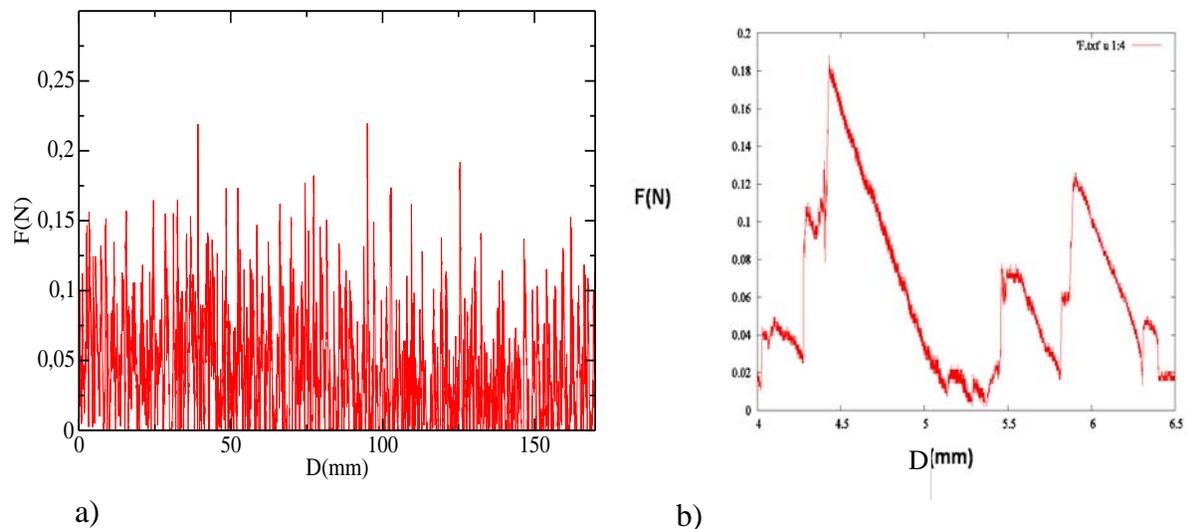


FIG. A.5 – a) Mesure de la force pour un déplacement total du plateau de  $170\text{mm}$ . b) Agrandissement du signal sur une zone de  $2,5\text{mm}$ . La masse du disque est de  $60,4\text{g}$ ,  $0,3\text{mg}$  correspond donc dans ce cas à environ  $0,18\text{N}$ .

La fréquence de ces pics principaux ne semble pas dépendre de la vitesse de déplacement du plateau et il semble également qu'ils soient toujours séparés d'une distance de l'ordre du diamètre des billes utilisées. Nous allons vérifier ce point dans la section suivante.

### A.2.2 Probabilité d'un maximum de force - Nombre de contacts

La figure A.6 représente la transformée de Fourier du signal de force en fonction de la distance parcourue par le plateau obtenue pour une vitesse de déplacement du plateau

de  $1\text{mm/s}$ . On peut remarquer que le pic principal correspond à  $n_{pic} = 0,5\text{mm}^{-1}$ , c'est à dire à une période égale au diamètre des billes utilisées. Afin de déterminer si ce résultat dépend de la vitesse du plateau, nous avons effectué le même mesure pour des vitesses de déplacement du plateau différentes (figure A.7). On peut voir sur cette figure que quelle que soit la vitesse de déplacement,  $n_{pic}$  reste proche de  $0,5\text{mm}^{-1}$ .

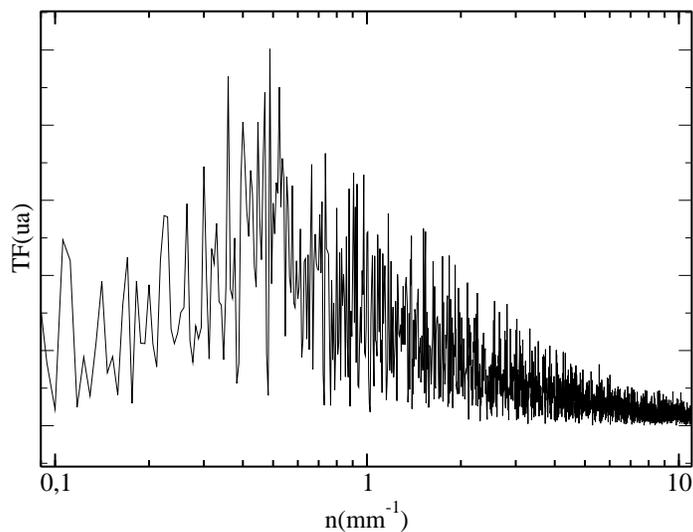


FIG. A.6 – Transformée de Fourier de la force mesurée.

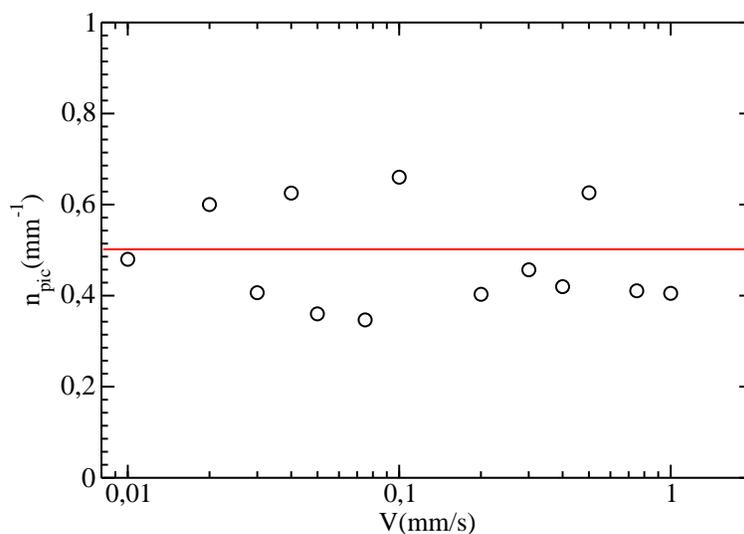


FIG. A.7 – Fréquence correspondant au pic principal de la transformée de Fourier en fonction de la vitesse de déplacement du plateau. En trait plein est indiquée la valeur de  $n$  correspondant à une période égale au diamètre des billes utilisées.

Ceci laisse penser que, malgré le nombre élevé de billes sur le disque (environ 1200), seulement un faible nombre d'entre elles participent au contact avec le plateau.

Afin de le vérifier, nous avons évalué ce nombre de contacts. Pour cela nous avons placé une feuille de carbone et une feuille de papier de soie entre le disque et le plateau. Les billes entrant en contact laissent donc une marque noire sur le papier de soie (photo A.8). Nous avons ainsi pu évaluer que uniquement 1/8 des billes étaient concernées par les contacts et que cette proportion ne dépendait ni de la vitesse de déplacement du plateau ni de la masse du disque.



FIG. A.8 – Photo du papier de soie utilisé pour quantifier le nombre de contacts entre le disque et le plateau. Chaque point noir correspond à un contact.

Sur la figure A.9 a) nous proposons une interprétation du signal que nous obtenons expérimentalement. En se basant sur le fait que seulement une faible quantité de billes sont concernées par les contacts, nous avons réduit sur cette figure le disque à uniquement une bille (disque rouge sur la figure). Celle-ci est libre de se déplacer verticalement et glisse sur les billes du plateau qui se déplace à une vitesse constante  $V$ . Si l'on fait une analyse simplifiée de notre système à 2 dimensions, l'angle de contact entre la bille représentant le disque et les billes du plateau varie de  $-\pi/6$  à  $\pi/6$  (angle maximum de contact si on considère que toutes les billes du plateau sont à la même hauteur). La figure A.9 b) représente les forces s'appliquant sur le disque supérieur. La force que nous mesurons  $y$  est notée  $F_t$ . En faisant le bilan des forces (en négligeant l'inertie du disque) nous obtenons l'expression suivante pour  $F_t$

$$F_t = \frac{Mg[\mu\cos\theta + \sin\theta]}{\cos\theta - \mu\sin\theta} \quad (\text{A.3})$$

avec  $M$  la masse du disque,  $\theta$  l'angle entre la tangente au point de contact et l'horizontale et  $\mu$  le coefficient de frottement tel que :  $F_f = \mu R$ ,  $F_f$  étant la force de frottement au point de contact. D'après cette expression on peut remarquer plusieurs choses. Tout d'abord les pics de forces que nous mesurons correspondent à un angle de contact maximum entre le disque et le plateau ( $\pi/6$ ). Ensuite, la force que nous mesurons va s'annuler lorsqu'on aura :

$$\tan\theta = -\mu \quad (\text{A.4})$$

Si l'on considère par exemple un coefficient de frottement de 0,2 cela correspond à un angle de contact d'environ  $-11^\circ$ . La force mesurée sera négative si l'angle de contact devient inférieur à cette valeur et sera minimum lorsqu'il atteindra  $-\pi/6$ . Il y a alors changement de contact et nous observons un nouveau pic. Cette interprétation, bien que très simple, permet d'expliquer qualitativement l'allure des forces que nous mesurons.

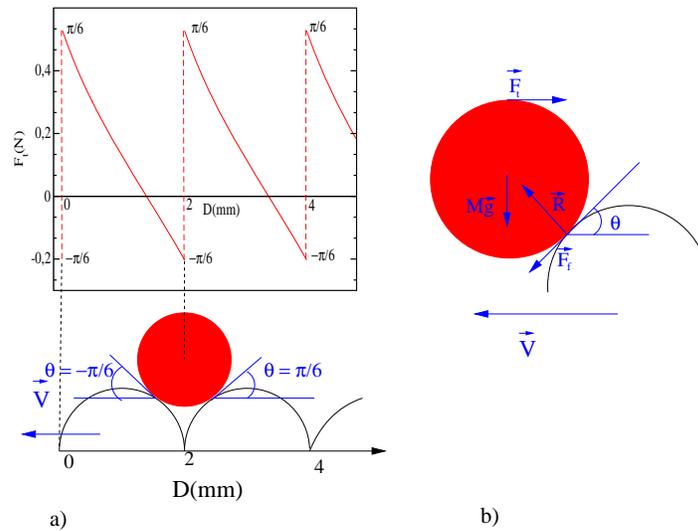


FIG. A.9 – a) Schématisation des mesures de forces en fonction de la distance parcourue par le plateau et profil du plateau correspondant. Sur le graphique, l'équation A.3 est représentée en trait plein :  $\theta$  varie de  $\pi/6$  à  $-\pi/6$ ,  $\mu = 0,2$  et  $Mg = 0,6N$ . b) Forces s'appliquant au point de contact entre une bille du plateau, se déplaçant à la vitesse  $V$ , et le disque supérieur. Sur cette figure le disque est réduit à une seule bille (en rouge).  $F_t$  est la force que nous mesurons lors de nos expériences et  $F_f$  la force de frottement au niveau du contact disque/plateau.

Cependant notre manipulation ne nous permet pas de connaître les angles de contact entre le disque et le plateau, il n'est donc pas possible de déterminer le coefficient de frottement  $\mu$  à partir de la force mesurée en fonction de la distance parcourue par le plateau. C'est pourquoi, dans la suite de ce chapitre, nous allons nous intéresser à la force moyennée sur la distance parcourue. En effet dans ce cas l'angle de contact moyen sera nul<sup>1</sup>. On pourra alors définir un coefficient de frottement effectif  $\mu_{eff}$  qui sera donnée par :  $\langle F \rangle = \mu_{eff} Mg$ , avec  $\langle F \rangle$  la force moyenne. Le comportement de la force moyenne en fonction de la vitesse du plateau nous indiquera celui de  $\mu_{eff}$ .

## A.3 Force moyenne

### A.3.1 Mesures expérimentales

Les mesures de forces obtenues nous permettent de calculer la force moyenne s'exerçant sur le disque en fonction de la vitesse de déplacement du plateau. Pour cela nous moyennons le signal de force obtenu sur toute la distance de mesure (figures A.10 et A.11).

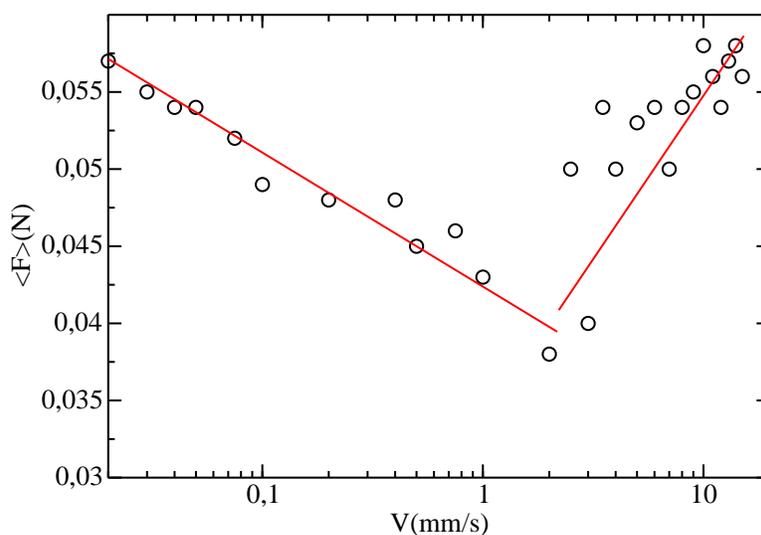


FIG. A.10 – Force moyenne calculée pour différente vitesse du plateau. La masse du disque est de 60,4g, le plateau et le disque sont recouverts de billes de 2mm.

<sup>1</sup>On suppose pour cela qu'il n'y a pas de décollement du disque. Si l'on considère une bille glissant sur un cylindre de diamètre 2mm, celle-ci devra avoir une vitesse minimale de l'ordre de 0,1m/s (pour un angle de contact de 30° entre la bille et le cylindre) pour décoller. Cette vitesse est 5 fois supérieure à la vitesse maximale de déplacement du plateau.

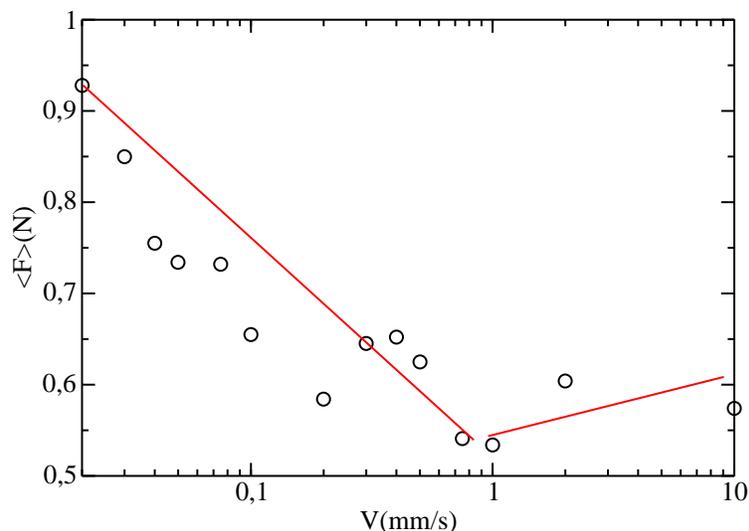


FIG. A.11 – Force moyenne calculée pour différente vitesse du plateau. La masse du disque est de 560,4g, le plateau et le disque sont recouverts de billes de 2mm.

Un résultat surprenant est que le minimum de force est obtenu pour une vitesse de déplacement du plateau d'environ  $1\text{mm/s}$  et ce indépendamment de la masse du disque. Ce résultat est en effet surprenant car le coefficient de frottement dynamique, dans le cas du déplacement relatif de deux surfaces planes en contact, est minimum pour une vitesse de déplacement de l'ordre de la dizaine de  $\mu\text{m/s}$  (figure A.2). Cette différence met en avant l'importance de la géométrie du système sur la force moyenne. Afin de vérifier ce résultat, nous avons effectué les mêmes mesures en simplifiant au maximum la géométrie du système. Pour cela, nous avons utilisé un plateau composé de cylindres de 2mm de diamètre placés perpendiculairement à la direction de déplacement du plateau et un disque sur lequel nous n'avons collé que trois billes : celles-ci sont placées de façon à ce qu'elles se trouvent en même temps dans un creux formé par deux cylindres (figure A.12).

Le comportement de la force moyenne en fonction de la vitesse de déplacement du plateau est alors différent de celui que l'on obtenait avec un plateau et un disque recouvert de billes (figure A.13) : la force moyenne est minimale pour une vitesse de déplacement du plateau d'environ  $0,1\text{mm/s}$ , ce qui est beaucoup plus proche de la vitesse pour laquelle le coefficient de frottement dynamique est minimal.

### A.3.2 Interprétation des résultats

Nous avons vu précédemment que la fréquence des pics ainsi que leur amplitude ne dépendent pas de la vitesse de déplacement du plateau. Cependant la force moyenne

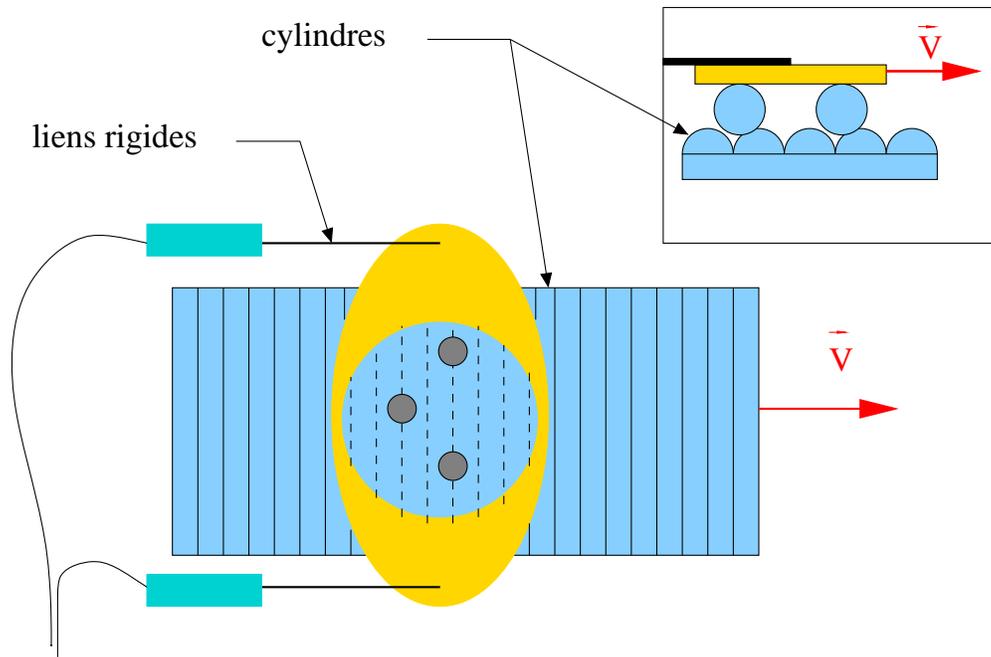


FIG. A.12 – Schéma du dispositif expérimental utilisé pour les mesures de forces lorsque le plan mobile est composé de cylindres.

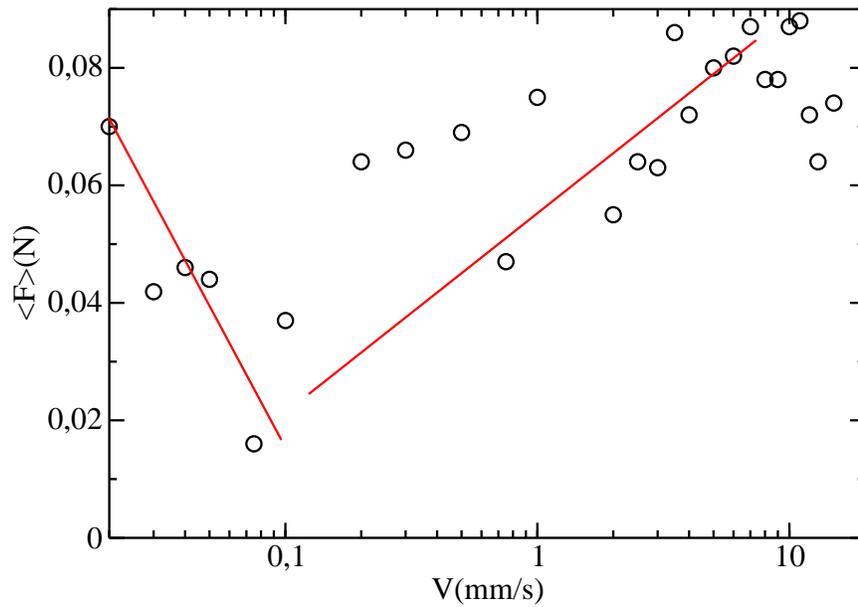


FIG. A.13 – Force moyenne en fonction de la vitesse de déplacement du plateau lorsque celui-ci est recouvert de cylindres (3 billes sur le disque supérieur, sa masse est de 50,3g).

dépend de cette vitesse et ne varie pas comme le coefficient de frottement dynamique : la vitesse pour laquelle la force moyenne est la plus faible est de deux ordres de grandeur plus grande que celle pour laquelle le coefficient de frottement dynamique est minimum. Afin de déterminer l'origine de ce phénomène nous avons comparé directement les signaux obtenus, dans le cas où le disque et le plateau sont recouverts de billes, pour des vitesses du plateau différentes. Lorsque nous avons mesuré qualitativement le nombre de contacts nous avons pu remarquer que les contacts que nous obtenions ne différaient quasiment pas d'une expérience à une autre (pour des vitesses différentes). De plus le déplacement latéral du disque au cours d'une expérience n'excède pas 2 à 3 diamètres de billes. Il s'agit là pour l'instant que d'une estimation mais des expériences sont entreprises au sein laboratoire afin de déterminer complètement le mouvement (latéral et vertical) du disque. Nous avons donc vérifié si il était possible, en prenant soin de placer le disque au même point de départ pour toutes les manipulations de trouver des similitudes entre les signaux que nous obtenions.

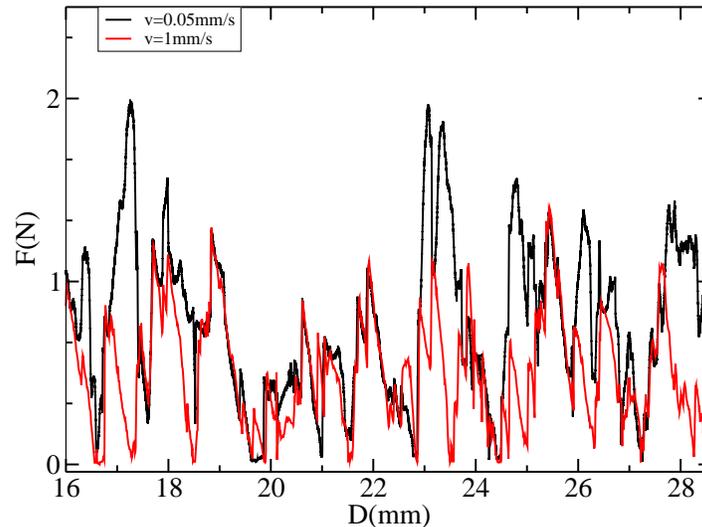


FIG. A.14 – Forces mesurées pour deux vitesses de déplacement du plateau mobile différentes.

Sur la figure A.14 sont représentées deux mesures de la force obtenues pour des vitesses de  $50\mu m/s$  et  $1mm/s$ . L'axe des abscisses correspond à la distance par rapport au point de départ de l'expérience. Sur cette figure on peut voir que les forces mesurées se superposent parfaitement sur des distances de plusieurs millimètres : le parcours du disque correspondant à ces zones est donc le même pour les deux vitesses de déplacement. Les signaux se séparent puis peuvent éventuellement se superposer de nouveau. La force moyenne n'est modifiée que par ces changements de direction comme on peut le voir sur la figure A.15.

Cette figure représente l'intégrale de la différence des forces présentées sur la figure A.14. L'intégrale augmente par palier et chacun de ces paliers correspond à une séparation des courbes de force. Il est à noter que cette observation n'est valable que si le disque emprunte le même parcours sur plusieurs sections. Il semble donc exister un lien étroit entre la vitesse de déplacement du plateau et le chemin qu'emprunte le disque.

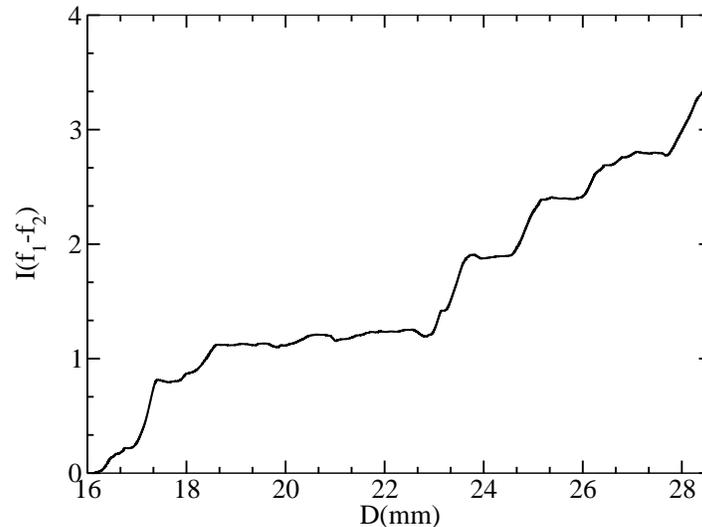


FIG. A.15 – Intégrale de la différence des forces mesurées pour deux vitesses de déplacement du plateau mobile

## Conclusion

Dans ce chapitre nous avons étudié l'influence de la vitesse relative de déplacement de deux plans rugueux sur la force de frottement. La géométrie du système granulaire utilisé semble avoir une grande influence sur le frottement entre ces deux plans. Nous avons pu remarquer que le nombre de contacts entre eux est très réduit : environ 1/8 des billes sont concernées. Afin de déterminer un coefficient de frottement effectif et d'en voir les variations en fonction de la vitesse de déplacement relative des plans rugueux, nous avons calculé la force de frottement moyennée sur la distance parcourue. Cette force, et donc le coefficient de frottement effectif, est minimale pour une vitesse plus grande de deux ordres de grandeur que celle pour laquelle le coefficient de frottement dynamique est minimale (dans le cas de deux solides plans). Ceci met en avant l'importance de la géométrie du système. Nous

avons également pu observer qu'il existe un lien étroit entre le chemin qu'emprunte l'un des plans rugueux et cette variation de la force moyenne.

# Annexe B

## Rhéologie d'écoulements granulaires confinés : résultats numériques

Dans cette annexe est présenté un article soumis à Physical Review Letter. Les résultats numériques auxquels nous avons comparé nos résultats expérimentaux, notamment dans le chapitre 4, y sont détaillés.

# Rheology of Confined Granular Flows: Scale Invariance, Glass Transition and Friction Weakening

P. Richard, A. Valance, J-F. Métayer, P. Sanchez, J. Crassous, M. Louge <sup>†</sup> and R. Delannay  
*IPR, Université de Rennes 1, CNRS UMR 6251, F35042 Rennes Cedex, France*

<sup>†</sup> *Sibley School of Mechanical and Aerospace Engineering, Cornell University, Ithaca, NY 14853, USA*  
 (Dated: July 2, 2008)

We study fully-developed, steady granular flows confined between parallel flat frictional sidewalls using numerical simulations and experiments. Above a critical rate, sidewall friction on the flow stabilizes the underlying heap at an inclination larger than the angle of repose. The shear rate is constant and independent of inclination over much of the flowing layer. In the direction normal to the free surface, the solid volume fraction increases on a characteristic scale equal to half the flowing layer depth. Beneath a critical depth at which internal friction is invariant, grains exhibit creeping and intermittent cage motion similar to that in glasses, causing gradual weakening of friction at the walls.

*Introduction.*— Systems away from thermal equilibrium are common. An example is sheared granular matter, in which particle fluctuation kinetic energy is dissipated, giving rise to inhomogeneities, shear bands, and the intriguing co-existence of solid- and liquid-like regions. Static granular packings also share properties of amorphous systems [1] and a mobilization behavior reminiscent of a glass transition [2]. In this case, velocity fluctuations play the role of temperature.

Lemieux and Durian illustrated this by pouring grains in a channel confined between parallel, flat, frictional sidewalls, thus creating a flow of relatively small angle of inclination near jamming [3]. At steeper angles, Taberlet et al. [4] observed a relatively thin, rectilinear, steady, fully-developed, agitated layer riding atop a static heap forming spontaneously at an inclination exceeding the angle of repose and increasing with flow rate (Fig. 1). For these “Sidewall Stabilized Heaps” (SSH), they showed how sidewall friction allows the flowing layer to sustain the heap at an anomalous angle; without such friction, the flow is less steep and governed by the nature of the base [5]. Although common in channel avalanches and silos, confined shear flows have elicited less attention than those without sidewalls.

Previous models interpreted basic SSH features assuming that the solid volume fraction  $\nu$  and resultant sidewall friction  $\mu_w$  are constant [4, 6]. In that case, a simple force balance yielded the ratio  $S/N$  of the mean shear and normal stresses on planes parallel to the free surface,

$$S(y)/N(y) = \tan\theta - \mu_w y/W, \quad (1)$$

where  $y$  is the downward coordinate normal to the surface,  $\theta$  is the angle of the unit vector  $\vec{y}$  with the gravitational acceleration  $\vec{g}$ , and  $W$  is the channel width (Fig. 1). Although this model captures the linear dependence of the apparent depth  $h$  of the flowing layer on  $\tan\theta$  [4], it has important shortcomings. First, Eq. (1) predicts that the effective friction  $S/N$  reverses sign at a finite depth, which is absurd. Second, experiments and numerical simulations [5] reveal that, far from being constant,  $\nu$  rises

strongly with  $y$  in the flowing layer, with consequences on the momentum balance [8].

In this letter, we show that the resultant sidewall friction is not constant either. We identify a critical depth at which  $S/N$  becomes independent of inclination. Above it, solid volume fraction and friction evolve on a common length scale. Below, the system appears to behave as a glass undergoing creeping flow.

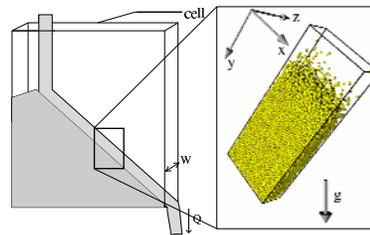


FIG. 1: Sketch of the apparatus, closed bottom and left, and bound by two plane, parallel, frictional sidewalls. The enlarged simulation snapshot shows details of the flowing layer and cartesian coordinate system with unit vectors  $\vec{x}$  along the flow,  $\vec{y}$  normal to the free surface, and  $\vec{z}$  perpendicular to sidewalls with origin on the channel midplane.

*Experiments and simulations.*— Our apparatus, similar to that of Taberlet, et al [4], is sketched in Fig. 1. Glass beads of diameter  $d = 500 \pm 100 \mu\text{m}$  are continuously poured between two parallel, vertical glass plates separated by  $W$  from a hopper orifice controlling the flow rate. A Photron APX RS camera of  $1024 \times 1024$  resolution for 50 to 30,000 Hz frame rate tracks rapidly flowing grains. Displacements in the quasi-static heap are measured by tracking slow grains with a Nikon D200 reflex camera at 12 images/min, or by the Dynamic Light Scattering (DLS) technique [3, 9].

Molecular Dynamics numerical simulations reveal flow details, such as stresses, which experiments cannot easily provide. We model grains as soft spheres. Their interaction parameters yield a constant kinematic restitution

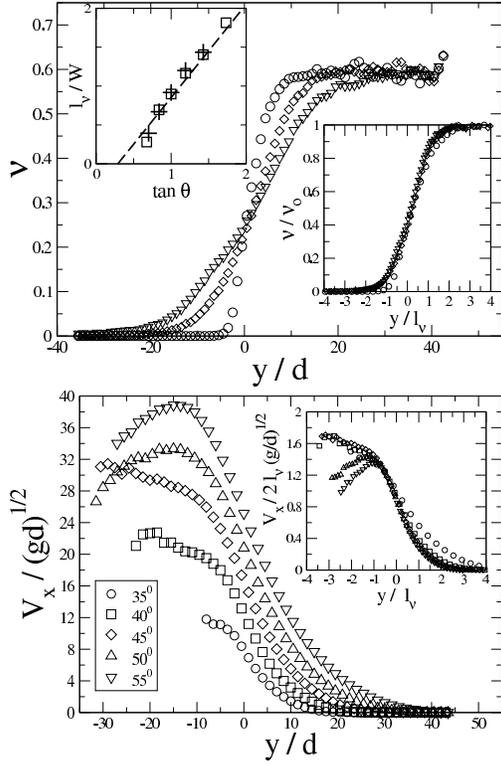


FIG. 2: Up: profiles of volume fraction  $\nu$  at inclinations shown vs. depth; the right inset shows how  $\nu/\nu_0$  vs.  $y/l_\nu$  collapses on a master curve; left inset: variations of the scale  $l_\nu$  with  $\tan \theta$  for  $W/d = 5$  ( $\square$ ) and  $W/d = 10$  ( $+$ ). Down: streamwise velocity  $V_x/\sqrt{gd}$ ; the inset shows how profiles collapse in the flowing layer if velocity and distance are made dimensionless, respectively, with  $l_\nu$  and the characteristic speed  $V_0 = 2l_\nu(g/d)^{1/2}$ . Conditions are  $W = 10d$  and  $\mu = 0.5$ .

coefficient  $e = 0.88$  and a Coulomb friction coefficient  $\mu = 0.5$ . Impacts against the side walls are treated as collisions with a sphere of infinite mass and radius. The size distribution is slightly polydisperse to avoid crystallization. Fully-developed flows recycle 12000 grains through periodic boundary conditions along  $x$ . Initially in a horizontal box at rest, grains progressively reach a steady flow as the box is tilted to the inclination  $\theta$ .

*Results.*—Figure 2 shows simulated profiles of  $\nu$  and dimensionless streamwise velocity  $V_x/\sqrt{gd}$  averaged across sidewalls, closely resembling their experimental counterparts [4, 5]. They include three distinct zones: overhead, a dilute region where spheres experience rare collisions; a flowing layer where  $\nu$  increases with depth and  $V_x/\sqrt{gd}$  is nearly linear in  $y/d$ ; and a dense quasi-static pile where  $\nu \simeq 0.6$ . In general,  $\nu$  varies negligibly across sidewalls. Remarkably, as an inset of Fig. 2 shows, profiles of  $\nu$  for different inclinations collapse on the single curve

$$\nu(y) = (\nu_0/2) [1 + \tanh(y/l_\nu)], \quad (2)$$

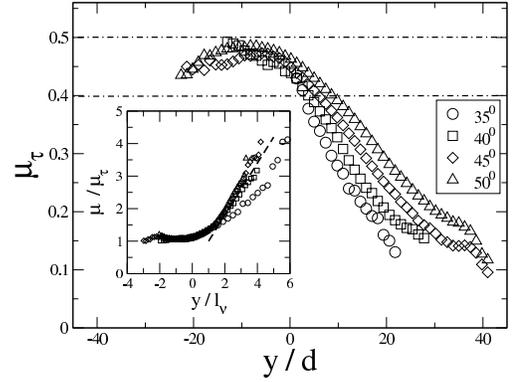


FIG. 3: Variation of the resultant sidewall friction  $\mu_\tau$  with depth for several  $\theta$ . The top horizontal line marks the microscopic friction  $\mu$ , and the lower is the apparent wall friction  $\mu_w = 1/(2\eta)$ . The inset reveals a master curve of  $\mu/\mu_\tau$  vs.  $y/l_\nu$ , which becomes linear for  $y/l_\nu > 2$  (dashed line).

with origin such that  $\nu = \nu_0/2$  at  $y = 0$ . In the static pile where  $y \gg l_\nu$ ,  $\nu \rightarrow \nu_0 = 0.6, \forall \theta$ . The characteristic length  $l_\nu$  scales with  $W$  and increases with inclination,

$$l_\nu/W = \eta \times [\tan \theta - \tan \theta_0], \quad (3)$$

where  $\theta_0 \approx 17^\circ$  and  $\eta \approx 1.2$ , a relation that we established for  $35^\circ \leq \theta \leq 70^\circ$ . We also expect  $\theta_0$  and  $\eta$  to change with  $\mu$ , but have yet to explore this dependence.

As Fig. 2 shows, velocity profiles in the flowing layer have a characteristic speed  $V_0 = 2l_\nu\sqrt{g/d}$ , share the same length scale  $l_\nu$ , and thus collapse on a single curve  $V_x/[2l_\nu(g/d)^{1/2}]$  vs.  $\zeta \equiv y/l_\nu$  (except for  $\theta = 35^\circ$ , which is near jamming). The shear rate is nearly constant ( $\approx 0.9\sqrt{g/d}$  for  $W = 10d$ ) in the interval  $-1 < \zeta \lesssim +1$ . Beneath it,  $V_x/[2l_\nu(g/d)^{1/2}]$  smoothly transitions into a decaying exponential with scale  $l_\nu$ . Deeper, as experiments in the quasi-static region will show, creeping velocities drop on a shorter scale.

These observations agree with experimental results [3, 7, 10]; they are also consistent with earlier studies [4], which related inclination and depth using

$$\tan \theta = \tan \theta_0 + \mu_w h/W, \quad (4)$$

but defined  $h$  arbitrarily. There,  $\mu_w$  and  $\theta_0$  were interpreted, respectively, as an apparent sidewall friction coefficient, including rolling or sliding contacts, and an internal friction angle of the material. Here, by writing  $h \equiv 2l_\nu$  and  $\mu_w = 1/(2\eta)$ , we relate Eqs. (3) and (4), thus linking the force balance to the characteristic scales of the  $\nu$  and  $V_x$  profiles, and defining the flowing layer depth without ambiguity.

Unlike earlier studies [4, 6], which treated  $\mu_w$  as a constant, our simulations also revealed that the resultant sidewall friction  $\mu_\tau \equiv \|\vec{\tau}_w\|/|\sigma_{zz}^w|$ , which we compute as

the magnitude ratio of the surface force  $\vec{\tau}_w \equiv \sigma_{zx}^w \vec{x} + \sigma_{zy}^w \vec{y}$  and normal stress  $\sigma_{zz}^w$  on sidewalls, weakens with depth, as shown in Fig. 3 for different inclinations. In the flowing layer ( $y < l_\nu$ ),  $\mu_\tau$  varies little and remains close to the microscopic friction  $\mu$ . However,  $\mu_\tau$  decreases sharply at greater depths, in spite of the fact that most grains slip on sidewalls. As we shall explain, this weakening of  $\mu_\tau$  is essential to balance forces deep in the pile. Except near jamming, our data collapse on a single curve relating  $\mu/\mu_\tau$  and  $\zeta$ . For  $\zeta > 2$ , it is linear,  $\mu/\mu_\tau \approx 0.8 \zeta$ .

Our simulations also recorded the direction  $\phi$  of the wall friction,  $\vec{\tau}_w \equiv -|\vec{\tau}_w|(\cos \phi \vec{x} + \sin \phi \vec{y})$ , which varies with  $\zeta$  alone. In the flowing layer where  $\zeta < 1$ , friction is pointed against the flow,  $0 < \phi < 5^\circ$ ; in the static pile, it rotates progressively with depth,  $\phi \approx 7^\circ$  at  $\zeta = 2$  and  $\phi \approx 10^\circ$  at  $\zeta = 3$ , but  $\cos \phi$  remains close enough to 1 that friction hardly contributes to the force balance along  $y$ . In other words, the ‘‘Janssen effect’’ is negligible here.

*Forces.*— Momentum equations for steady, fully-developed flows of inclination  $\theta$  reduce to balances  $\partial_y \sigma_{xy} + \partial_z \sigma_{xz} = -\rho_s \nu g \sin \theta$  and  $\partial_y \sigma_{yy} + \partial_z \sigma_{yz} = -\rho_s \nu g \cos \theta$  involving the stress components  $\sigma_{ij}$ . Their average along  $z$ , denoted by a bar, is

$$\partial_y \bar{\sigma}_{xy} + 2\bar{\sigma}_{xz}^w/W = -\rho_s g \nu \sin \theta \quad (5)$$

$$\partial_y \bar{\sigma}_{yy} + 2\bar{\sigma}_{yz}^w/W = -\rho_s g \nu \cos \theta \quad (6)$$

where  $\sigma_{ij}^w = \sigma_{ij}$  at  $z = +W/2$  and  $\rho_s$  is the grain material density. We identify the shear stress  $S \equiv -\bar{\sigma}_{xy}$  and normal stress  $N \equiv -\bar{\sigma}_{yy}$ . To simplify the analysis, we assume that the latter is isotropic,  $N = -\bar{\sigma}_{yy} = -\bar{\sigma}_{zz} = -\bar{\sigma}_{zz}^w$  [8]; that the free surface is flat and perpendicular to  $y$ ; and that  $\phi = 0$ . Using Eq. (2) and integrating,

$$N(y) = \frac{\nu_0}{2} \rho_s g l_\nu \cos \theta \left[ \frac{y}{l_\nu} + \ln \cosh \frac{y}{l_\nu} + \ln 2 \right] \quad (7)$$

$$S(y) = N(y) \tan \theta - \frac{2}{W} \int_{-\infty}^y d\xi \mu_\tau(\xi) N(\xi), \quad (8)$$

Because  $\mu_\tau/\mu$  scales with  $\zeta = y/l_\nu$ ,

$$S/N = \tan \theta - \mu 2l_\nu/W F(\zeta), \quad (9)$$

where

$$F(\zeta) \equiv \frac{1}{f(\zeta)} \int_{-\infty}^{\zeta} d\xi \frac{\mu_\tau}{\mu}(\xi) f(\xi). \quad (10)$$

and  $f(\zeta) \equiv \ln 2 + \zeta + \ln \cosh(\zeta)$ . The second term on the right-hand side of Eq. (9) accounts for sidewall friction which, unlike unconfined flows, reduces the effective friction  $S/N$  below  $\tan \theta$ .

We now calculate  $F(\zeta)$  by integrating Eq. (10) using the relation  $\mu/\mu_\tau$  vs.  $\zeta$  plotted in the inset of Fig. 3. Because  $\mu/\mu_\tau \approx 0.8 \zeta$  at large  $\zeta$ ,  $F$  approaches a constant  $F_\infty \approx 1.5$  deep in the pile. This clears the paradox of

Eq. (1), in that  $S/N$  now remains positive everywhere. (If  $\mu_\tau$  was constant,  $F$  would diverge and  $S/N$  would reverse sign at finite  $y/W$ , which is unphysical. Instead, as Fig. 4 shows for different inclinations,  $S/N$  gradually declines to a positive value at large depth).

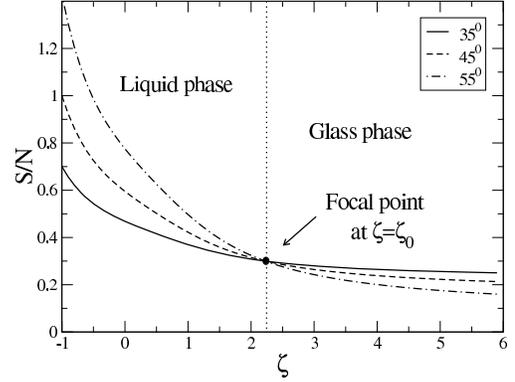


FIG. 4: Effective friction vs. relative depth at the inclinations shown. The flowing layer ( $|\zeta| < 1$ ) lies to the left of the vertical line.

A remarkable feature of Fig. 4 is the existence of a focal point at  $\zeta = \zeta_0 \approx 2.2$ , significantly beneath the flowing layer. At this critical depth,  $S/N$  is independent of  $\theta$ . By differentiating Eq. (9) with respect to  $\tan \theta$  at fixed  $\zeta = \zeta_0$ , and by setting the differential to zero, we find  $dl_\nu/d \tan \theta = W/[2\mu F(\zeta_0)]$ . Consequently, the focal point exists if and only if  $l_\nu/W$  is an affine function of  $\tan \theta$ . Using Eqs. (3), (4) and (9), we find  $S/N(\zeta_0) = \tan \theta_0$  and  $F(\zeta_0) = \mu_w/\mu$ . Our simulations indicate that these relations are accurate within 5% and that  $\zeta_0$  does not vary significantly with  $W$ .

*Glassy region.*— The volume fraction  $\nu(\zeta_0) \approx 0.593$  at the critical depth lies at the ‘‘dynamic jamming’’ transition, analogous to its liquid-glass counterpart [11]. We are therefore tempted to identify  $\zeta = \zeta_0$  with an interface between ‘‘liquid’’ and ‘‘glassy’’ phases, and to interpret  $S/N(\zeta_0)$  as an internal friction of the granular material.

Because the glassy region is subject to ageing and slow creep, simulations require impractically long CPU time and produce noisy data. For greater accuracy, we turned instead to experiments using particle tracking and DLS. As Fig. 5 indicates, velocities produced by these two complementary methods overlapped over roughly one decade.

Experiments clearly showed a discontinuous strain rate near the critical depth that simulations had revealed. This supports the idea of a transition between two states. Velocity in the creeping region decays exponentially over seven decades with a characteristic length  $\lambda$  that is smaller than  $l_\nu$ . However, as Fig. 5 shows,  $\lambda/W$  obeys a simple affine relation with  $h/W$  that is independent of  $W/d$ . Trajectories in Fig. 6 further support the notion that the creeping region is a glass. This is consistent with

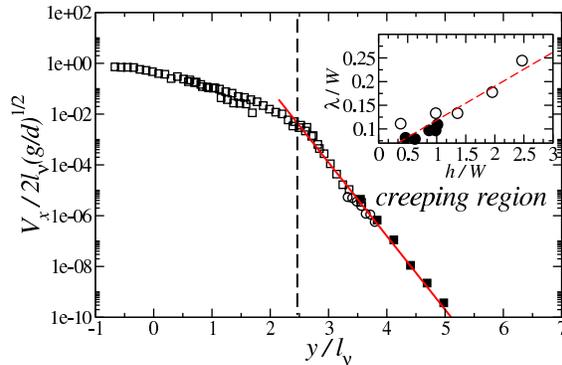


FIG. 5: Experimental mean grain velocity profile for  $\theta = 45^\circ$  and  $W = 10d$  tracked by the Photron camera ( $\square$ ) and the Nikon reflex ( $\circ$ ); and derived from DLS ( $\bullet$ ). The solid line is an exponential fit  $V_x \propto \exp(-y/\lambda)$  with  $\lambda = 0.105 W$ . The vertical line marks the transition to the creeping region. The inset shows  $\lambda/W$  vs.  $h/W$  for  $W/d = 9$  ( $\circ$ ) and  $16$  ( $\bullet$ ).

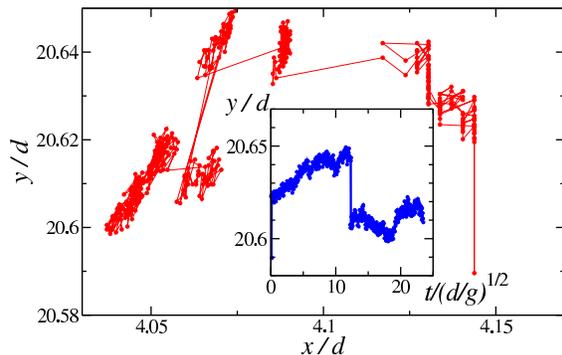


FIG. 6: Trajectory of a grain initially located at  $\zeta \approx 3$ . Inset: variation of its depth with dimensionless time.

velocity correlations recently measured in similar experiments [12]. Grains exhibit cage motion, whereby they are trapped in a narrow region before escaping to a new cage. Their histories also betray brief jumps between long periods spent in traps. Such behavior resembles that observed in granular compaction and glass dynamics [13]. Quick jumps become less frequent deeper in the pile, thereby increasing the residence time in cages. While trapped there, grains describe a random oscillatory motion with zero mean displacement, thus contributing negligibly to the mean resultant wall friction force  $\vec{\tau}_w$ . As trapping duration grows with depth, the resultant wall friction  $\mu_\tau$  weakens as shown in Fig. 3.

*Conclusions.*— Steady, fully-developed flows of grains confined between two parallel, frictional planes balance, at each depth  $y$ , the force of gravity, the internal friction of the granular material, and the friction resulting from grain-sidewall interactions. Downward along  $y$ ,

these flows feature distinct regions: (1) a nearly collisionless zone where grains describe ballistic trajectories; (2) a flowing layer with mostly invariant shear rate and a solid volume fraction gradually increasing on a scale  $l_\nu$ , which is, for a given inclination, proportional to the distance  $W$  between sidewalls, yet independent of grain diameter; (3) a dense quasi-static pile where velocity, volume fraction and wall friction vary on the same characteristic length  $l_\nu$ ; (4) beneath a critical depth  $\propto l_\nu$ , a creeping, glassy zone where grains move by infrequent, rapid jumps between successive cages.

Our experiments and numerical simulations showed how this intermittent motion weakens the resultant wall friction  $\mu_\tau$  on a length scale  $\propto l_\nu$ , thus making the internal friction  $S/N$  invariant at the critical depth. We also established that the existence of such depth is necessary and sufficient to yield  $S/N = \tan\theta - \mu_w h/W$ , relation which, as Taberlet et al [4] observed, gives internal friction in terms of inclination and apparent depth  $h$  of the flowing layer. In doing so, we resolved the chief paradox of their analysis, which had predicted negative friction at large depths. We also identified the origin of  $\mu_w$ . Our work suggests that further research on confined granular rheology focus on the quasi-static pile.

*Acknowledgements*— This work was supported by ANR grant (ANR-05-BLAN-0273), NSF travel grant INT-0233212 and CNRS (PICS France-USA). The authors thank D. J. Durian, G. Le Caër and C. Laroche for fruitful conversations.

- 
- [1] C.S. O'Hern, S.A. Langer, A.J. Liu, and S.R. Nagel, Phys. Rev. Lett. **86**, 111 (2001).
  - [2] G. D'Anna and G. Gremaud, Phys. Rev. Lett. **87**, 254302 (2001).
  - [3] P.-A. Lemieux and D. J. Durian, Phys. Rev. Lett. **85**, 4273-4276 (2000).
  - [4] N. Taberlet, P. Richard, A. Valance, W. Losert, J.-M. Pasini, J.T. Jenkins and R. Delannay, Phys. Rev. Lett. **91**, 264301 (2003).
  - [5] R. Delannay, M. Louge, P. Richard, N. Taberlet and A. Valance, Nature Materials **6**, 99 (2007).
  - [6] P. Jop, Y. Forterre, and O. Pouliquen, J. Fluid Mech. **541**, 167 (2005).
  - [7] T.S. Komatsu, S. Inagaki, N. Nakagawa, S. Nasuno, Phys. Rev. Lett. **86**, 1757 (2001).
  - [8] M. Louge, A. Valance, N. Taberlet, P. Richard, R. Delannay, in Powders and Grains 2005, Garcia-Rojo, Herrmann and McNamara (Eds), 885 (2005).
  - [9] J. Crassous, J.-F. Métayer, P. Richard and C. Laroche, J. Stat. Mech. P03009 (2008).
  - [10] GDR Midi, Euro. Phys. J. E **14**, 341-365 (2004).
  - [11] L. E. Silbert, D. Ertaş, G. S. Grest, T. C. Halsey, and D. Levine, Phys. Rev. E **65**, 051307 (2002).
  - [12] D.J. Durian, private communication.
  - [13] J. Kurchan, J. Phys.: Condens. Matter **12**, 6611 (2000).



# Annexe C

## Etude expérimentale d'écoulements rampants de grains

Cette annexe est un article sorti dans Journal of Statistical Mechanics : Theory and Experiment. La méthode de diffusion multiple de la lumière qui nous a permis, en étant combiné avec une méthode de tracking, d'obtenir un profil de vitesse sur plus de 10 décades y est présentée.

# Experimental study of a creeping granular flow at very low velocity

Jérôme Crassous, Jean-François Metayer, Patrick Richard and Claude Laroche

Institut de Physique de Rennes, UMR CNRS 6251, Université Rennes 1,  
263 av. Général Leclerc, 35042 Rennes Cedex, France

E-mail: [jerome.crassous@univ-rennes1.fr](mailto:jerome.crassous@univ-rennes1.fr),  
[jean-francois.metayer@univ-rennes1.fr](mailto:jean-francois.metayer@univ-rennes1.fr), [patrick.richard@univ-rennes1.fr](mailto:patrick.richard@univ-rennes1.fr) and  
[claude.laroche@hotmail.fr](mailto:claude.laroche@hotmail.fr)

Received 4 December 2007

Accepted 18 February 2008

Published 13 March 2008

Online at [stacks.iop.org/JSTAT/2008/P03009](http://stacks.iop.org/JSTAT/2008/P03009)

[doi:10.1088/1742-5468/2008/03/P03009](https://doi.org/10.1088/1742-5468/2008/03/P03009)

**Abstract.** We report an experimental study of the surface flow and the creeping flow of glass spheres on a heap. We characterize the dynamics of the flow with particle tracking velocimetry and dynamic light scattering measurements. We observe a creeping flow with a dynamics which slows down exponentially with the depth. The characteristic distance for the decay is one bead diameter. A striking observation is that the exponential decay for the mean velocity holds over more than six orders of magnitude.

**Keywords:** granular matter, heterogeneous materials (experiment)

---

**Contents**

<b>1. Introduction</b>	<b>2</b>
<b>2. Creeping flows</b>	<b>3</b>
<b>3. Experiments</b>	<b>4</b>
3.1. Flow geometry . . . . .	4
3.2. Particle tracking velocimetry . . . . .	5
3.3. Dynamic light scattering . . . . .	6
<b>4. Experimental results</b>	<b>7</b>
4.1. Particle tracking velocimetry . . . . .	7
4.2. Dynamic light scattering . . . . .	8
<b>5. Modeling of dynamic light scattering data</b>	<b>9</b>
5.1. Dynamic light scattering and shear flow . . . . .	9
5.2. Constant shear rate modeling . . . . .	10
5.3. Exponential shear rate . . . . .	12
<b>6. Summary of experimental results</b>	<b>13</b>
<b>7. Conclusions</b>	<b>14</b>
<b>Acknowledgments</b>	<b>14</b>
<b>References</b>	<b>15</b>

---

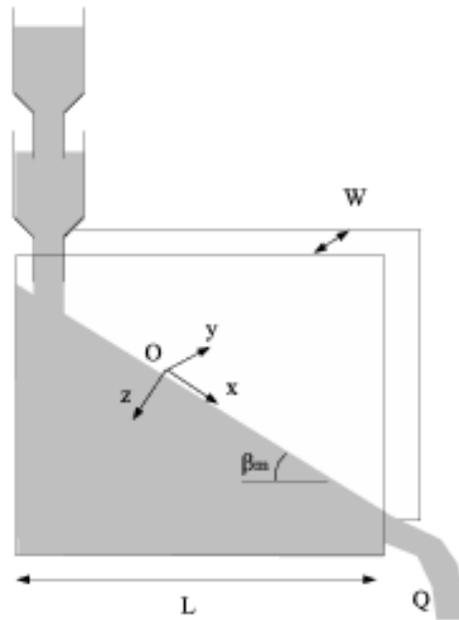
**1. Introduction**

Surface flows of granular materials are a common case of granular flow in which only a shallow layer of particles flows on a fixed bed of the same particles [1]. Such flows may occur in many different practical situations, such as the transport of sediment in rivers or flows on a heap. Although a considerable effort has been made in order to understand them [1], the behavior of such flows is far from being fully understood. At a first look at a surface flow, we may distinguish a rapidly flowing phase moving on a static bed of granular material. However, a more careful investigation shows that the bed is not strictly static, but also flows with a mean velocity which may be several orders of magnitude smaller than the surface flow. The comprehension of such ‘creeping flow’, and its connection with the surface flow, are still debated topics. We propose in this paper to have a look at the mean velocity profile of the creeping flow under a heap of glass spheres. The velocity profile is measured with two complementary techniques. For the surface flow and the relatively rapid creeping flow, the mean velocity is extracted from particle tracking velocimetry measurements. More deeply under the surface, we used a dynamic light scattering measurement which gives access to the shear rate. With the combination of the two techniques, we were able to measure the variations of the velocity over nine orders of magnitude.

In section 2 we recall different experimental results on the measurement of creeping flow. In section 3, we describe our experimental set-up. The experimental results are discussed in section 4. The analysis of the experimental data of dynamic light scattering is given in section 5. Finally, in section 6 we report the velocity profiles as measured with the two complementary techniques.

## 2. Creeping flows

The aim of the present experimental work is to obtain information on creeping flow. For this, we will combine two complementary techniques, particle tracking velocimetry, and dynamic light scattering. Before dealing with the details of the experiments, we first recall some published experimental results on creeping flows. The pioneering work on creeping flow below surface flow is due to Komatsu *et al* [2]. They studied the creeping flow of millimetric spheres, sand and seed flowing on a two-dimensional hopper. The velocity profiles for different flow rates and particles types were obtained by snapshots of the pile with different shutter speeds. The mean velocity profiles were found to vary quite linearly with the depth in a rapidly flowing zone, and the thickness of the flowing zone was found to depend on the flows rate, from 5 to 15 diameters  $d$  of particles in the experiment. Under the rapidly flowing zone, the velocity decays exponentially with the depth, with a characteristic length  $\xi$  independent of the flows rate, and ranging from  $\approx 1.35$  diameters for spheres, to  $\approx 0.6$  diameters for sand. Taberlet *et al* [3] also observed the same kind of creeping flow below the rapidly flowing zone for glass spheres flowing on a superstable granular heap, but did not report an analysis of the velocity decay. The same kind of creeping flow was also reported in rotating drum geometry. Bonamy *et al* [4] reported an experiment on the flow of steel beads of diameter  $d$  in a rotating drum at low Froude number. They measured the velocity profile for steady surface flows with particle tracking velocimetry, and distinguished a flowing layer and a ‘static phase’ where creeping motion takes place. The velocity decay inside the static phase was found to decay exponentially, with a characteristic decay  $\xi \approx 2.5d$ . They also noticed that neither this characteristic length nor the velocity gradient depends on the drum rotating velocity, the effect of velocity being only an increase of the thickness of the flowing layer. Socie *et al* [6] reported experiments on painted millimetric spherical glass spheres in a rotating drum, and reported similar behavior with an exponential decay of the velocity with a characteristic decay  $\xi \approx 3.4d$ . Orphe *et al* [7] reported an experiment on the steady flow of millimetric steel and brass spheres in a rotating drum. They reported also a linear velocity profile and a creeping zone with an exponential decay of the mean velocity, with a characteristic decay  $\xi = 1.1 \pm 0.2d$ . They also measured the variation of the root mean square (rms) velocity in the same zone, and showed that the fluctuations also decay exponentially, with a characteristic length  $\xi_{\text{rms}} = 1.7 \pm 0.3d$ . Courrech du Pont *et al* [8] reported on the velocity profiles during avalanches of millimetric spherical glass beads in a rotating drum experiment. They showed that also in unsteady flows, the creeping flows decay exponentially, with a characteristic length  $\xi = 3 \pm 1d$ . Finally, Mueth *et al* [9] reported an experiment on the flow of spherical and non-spherical seeds in a cylindrical Couette geometry. They measured the dependence of the mean azimuthal velocity with respect to the radial distance. They show that the mean velocity decays over a typical distance which was of the order of the diameter of a grain. A noticeable difference from



**Figure 1.** The heap geometry with the coordinate system and the parameters.

the other reported experiments is that the decay law appears to be a Gaussian law. This difference has been attributed to the geometry of the experiment [2]. All the results are summarized in table 1.

### 3. Experiments

#### 3.1. Flow geometry

The heap geometry that we studied is schematically shown in figure 1. It is a super stable heap [10] between two parallel plates. The plates are square and their size  $L$  is 400 mm. They are made of 6 mm thick floated glass and are separated with the use of spacers of a width  $W = 5$  mm.

We study the flow of spherical soda-lime glass beads from ‘Marteau & Lemarié’ company. The experiments reported here were done with beads of diameter  $d$  in the range 0.4–0.6 mm. Small dust was removed by sieving. We will use the mean value  $d = 0.5$  mm for the following discussions. Observations of the beads with a microscope show that a few per cent of the beads are broken beads or have a shape which is clearly elliptical. Experiments not presented here have been also performed with beads of mean diameters  $d = 0.2$  mm and  $d = 0.3$  mm with very similar results for the velocity profiles measured both with particle tracking velocimetry and dynamic light scattering. However, possibly due to the drift of hygrometry and the important presence of dust particles despite careful sieving, the results are not fully reproducible over time. Moreover, small beads have a slight tendency to segregate at the interface between the rapid flow and the creeping flow. Since dynamic light scattering must be averaged over a time relatively long compared to the time during which segregation seems to occurs, this may introduce a

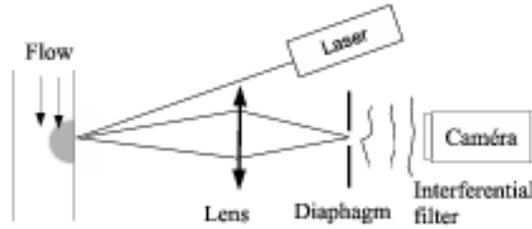
**Table 1.** Summary of some experiments on creeping flows.  $d$  is the diameter for spherical particles.

Authors	Geometry	Material	Velocity range ( $\text{m s}^{-1}$ )	Decay length/ diameter $\xi/d$
Komatsu [2]	Heap	Alumina spheres, sand, seed	$10^{-2}$ – $10^{-6}$	1
Bonamy [4]	Rotating drum	Steel beads	$10^{-1}$ – $10^{-3}$	2.5
Jain [5]	Rotating drum	Steel and glass spheres	$10^{-1}$ – $10^{-3}$	1 – 2
Socie [6]	Rotating drum	Painted spherical glass	$10^{-2}$ – $10^{-4}$	4.9
Orpe [7]	Rotating drum	Steel and brass spheres	$10^{-1}$ – $10^{-2}$	$1.1 \pm 0.2$
Courrech du Pont [8]	Rotating drum (non-stationary)	Glass spheres	$10^{-1}$ – $10^{-3}$	$3 \pm 1$
Mueth [9]	Couette cell	Seed	$10^{-1}$ – $10^{-4}$	Gaussian decay
This work	Heap	Glass spheres	$10^{-2}$ – $10^{-9}$	$1 \pm 0.2$

systematic error. The flow of granular material is driven continuously at a constant flow rate  $Q$  with a system of a double funnel. We present here an experiment with a flow rate  $Q = 30 \pm 1 \text{ g s}^{-1}$ , and the results are similar for a smaller rate. After a few seconds of transient regime, the mean slope  $\beta_m$  of the heap attains a constant value  $\beta_m = 45 \pm 2^\circ$  and the flow appears stationary.

### 3.2. Particle tracking velocimetry

The velocities in the rapid flow zone and in the beginning of the creeping zone are measured with the analysis of images of the flow. For this, the flow is lit with a white spot and specular reflections are imaged with a fast camera Photron APX RS at a resolution of  $1024 \times 1024$  pixels and at frame rates of 10000, 1500 and 50 image  $\text{s}^{-1}$  and with a Nikon D200 camera with a resolution  $3872 \times 2592$  pixels and a frame rate of 0.2 image  $\text{s}^{-1}$ . The beads have a size of about 30 pixels and their trajectories are defined using a tracking program. The only beads that can be tracked are the one close to the sidewalls. The computation of the velocity vectors requires first processing images in order to improve the quality, then determining the center of the beads. Velocities are then computed as the difference between the positions of the beads between successive images. In order to obtain the mean velocity, we average the velocity of the grains of a slice of a thickness  $\Delta z = 0.35 \text{ mm}$  and of length  $\Delta x = 22 \text{ mm}$ , and on a sequence of a few thousand images. Variations of the intensity of the light source produce small variations in the gray level of each pixel. This noise limits the precision of our measurement, i.e. the smallest displacement that can be detected. In order to determine this precision, the positions of grains in an immobile sample are tracked. The displacements measured are then considered to be displacement artifacts due to spot light variations. We then estimate that the minimum average velocity that we can detect is  $\approx 1/(200\delta t) \text{ mm s}^{-1}$ , where  $\delta t$  is the interval in seconds between two successive images.



**Figure 2.** Schematic drawing of the dynamic light scattering set-up.

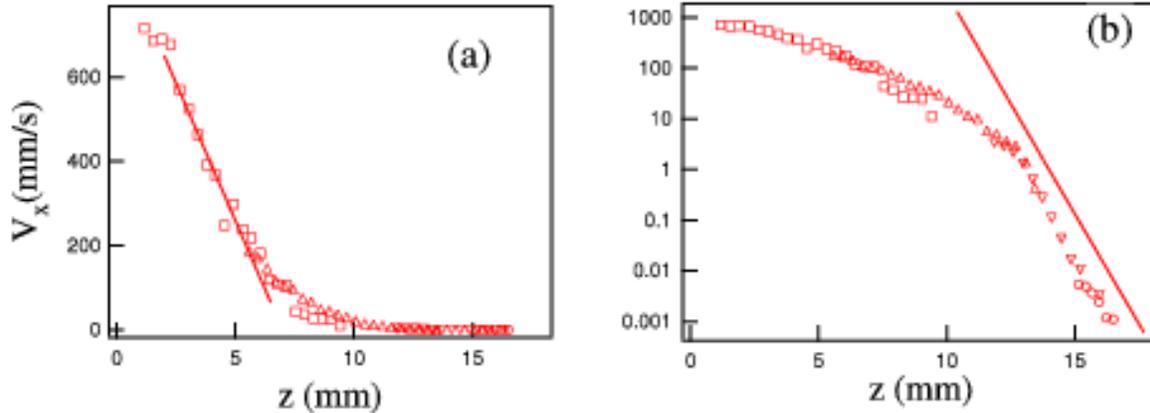
### 3.3. Dynamic light scattering

The dynamics of the creeping flow is also investigated with a dynamic light scattering experiment. A sketch of the experiment is shown in figure 2. The granular medium is illuminated with a laser (Quantum Coherent, vacuum wavelength  $\lambda_0 = 0.532 \mu\text{m}$ ). The light is then scattered, and the image of the surface is projected on an iris diaphragm. The scattered light is then collected with a Panasonic camera which acquires images at a frame rate of  $20 \text{ image s}^{-1}$ . The size of the speckle spot is typically 3 pixels. Because experimental data need to be averaged over a long experimental run, we only acquire  $N = 2456$  pixels on the camera. It has been checked that restricting the acquisition to such a number of pixels does not introduce a significant noise on the estimate of the correlation function of the scattered intensity. The scattered intensity  $I(t, p)$ , where  $t$  is the acquisition time and  $p$  is the index of the pixel, is then measured. The normalized correlation function of the scattered light is defined as [12, 11]

$$g_I(\tau) = \frac{\langle I(t, p)I(t + \tau, p) \rangle_{t, p}}{\langle I(t, p) \rangle_{t, p} \langle I(t, p) \rangle_{t + \tau, p}} - 1 \quad (1)$$

where  $\tau$  is the lag time and  $\langle \cdot \rangle_{t, p}$  means an average over the times  $t$  and the acquired pixels  $p$ . For an accurate determination of (1) the correlation of the dark noise of the camera has been subtracted following a procedure given elsewhere [13]. The total acquisition time for each experiment is 20 min, and the first three minutes of every acquisition have been dropped in order to be in a stationary state. Indeed, it appears that deeply in the flow, a typical time of one minute is needed in order to obtain stationary dynamics. The minimum lag time is fixed by the frame rate, i.e. 50 ms. The maximum attainable lag time is fixed by the coherence of the laser. In order to estimate this time, we measured the temporal correlation of the light scattered by a granular medium at rest. From this measurement, we estimate that the decorrelation due to laser fluctuation is not relevant if the lag time is smaller than  $\sim 60 \text{ s}$ .

For practical reasons, the velocities and the dynamic light scattering are measured roughly 10 cm before the exit of the heap. The flow seems well established and stationary everywhere, except in the first and the last centimeter of the heap. The origin for the vertical axis  $z = 0$  is arbitrarily located and marked. This origin is the same for the particle tracking velocimetry and the light scattering experiments. In practice, this origin coincides roughly with the maximum of the ballistic trajectories of the grains.



**Figure 3.** Mean velocity profile determined from particle tracking velocimetry measurements. Symbols are experimental measurements at different acquisition rates  $\square$ : 10000 i/s,  $\triangle$ : 1500 i/s,  $\nabla$ : 50 i/s and  $\circ$ : 0.2 i/s. (a) is a linear plot. The line corresponds to a constant shear rate  $\dot{\gamma}_a = 130 \text{ s}^{-1}$ . (b) is a logarithmic plot. The solid line is an exponential decay  $V_x \propto \exp(-z/\xi)$  with a characteristic length  $\xi = 1.1d$ .

## 4. Experimental results

### 4.1. Particle tracking velocimetry

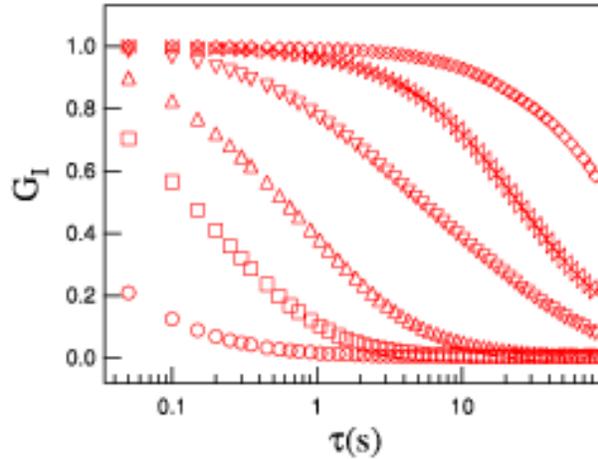
The velocity of the flowing layer and in the creeping flow determined from the particle tracking velocimetry is plotted on figure 3. The velocities of the grains in the top layers between  $z = 0$  and 1 mm are not measured. In this zone, the motions of the grains are clearly ballistic, and difficult to obtain with our particle tracking parameters. As shown in figure 3(a), in the dense flow zone, the velocity is first quite constant and decays roughly linearly up to  $z/d \approx 14$ , and then decreases more slowly. Such velocity profiles are very typical of what is commonly measured for dense surface flow [7, 10]. We define an average shear rate  $\dot{\gamma}_a$  as the mean slope of the curve  $V_x$  versus  $z$  in the region where the variations of the velocity  $V_x$  with the depth  $z$  are linear. We estimate  $\dot{\gamma}_a = 130 \pm 10 \text{ s}^{-1}$ . This value may be compared with the measurement of Orpe *et al* [7]. Those authors show that the shear rate is related to the slope of the surface according to the phenomenological equation [14]

$$\dot{\gamma}_c = \left[ \frac{g \sin(\beta_m - \beta_s)}{cd \cos(\beta_s)} \right]^{1/2} \quad (2)$$

where  $g$  is the acceleration due to gravity,  $\beta_m$  is the mean slope of the heap,  $\beta_s$  the repose angle of the heap, and  $c$  is a numerical constant of order unity. Taking  $\beta_m = 45^\circ$ ,  $\beta_s = 24^\circ$ , and  $c = 0.56$  [7] leads to  $\dot{\gamma}_a = 117 \text{ s}^{-1}$ , in reasonable agreement with our observation.

We observe in figure 3(b) that, at smaller velocity, a very different behavior occurs. The velocity decays exponentially as

$$V_x \propto \exp(-z/\xi) \quad (3)$$



**Figure 4.** Normalized correlation function of the scattered intensity as a function of the lag time  $\tau$ . Different symbols correspond to different experiments performed at different depths  $z$ : ( $\circ$ ) 16 mm, ( $\square$ ) 17 mm, ( $\triangle$ ) 18 mm, ( $\nabla$ ) 19 mm, ( $\times$ ) 20 mm and ( $\diamond$ ) 21 mm.

with the characteristic length for this exponential decay being  $\xi = 1.0 \pm 0.1d$ . The decay law for the velocity as a function of the depth, and the value of the characteristic decay  $\xi$ , are in agreement with the previously reported studies recalled in section 2.

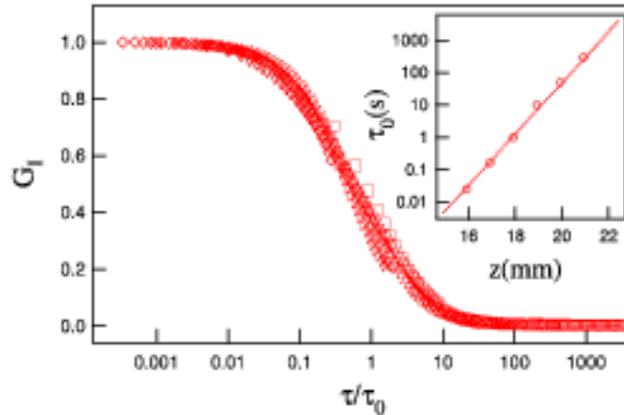
#### 4.2. Dynamic light scattering

Figure 4 shows the correlation functions of the scattered intensity  $G_I$ . They are measured for different depths ranging between 16 and 21 mm below the free surfaces. The typical error on the localization of the laser spot with respect to the mark indicating the  $z = 0$  level is roughly  $\approx 0.3$  mm. Different experiments have been performed on different days with the same flow rate in order to check the reproducibility of the results. For every experiment, the correlation decays smoothly with the lag time  $\tau$ . The rate of the relaxation depends strongly on the depth, and the dynamics is slowed down by four orders of magnitude between the extreme measurements separated in depth by a distance of 5 mm.

The different curves representing the correlation functions collapse on a master curve if the lag time is rescaled by a characteristic time  $\tau_0$ . We take arbitrary  $\tau_0 = 1$  s for experiments performed at  $z = 18$  mm. The figure 5 shows the effect of this scaling. The variation of the characteristic time  $\tau_0$  as a function of the depth  $z$  is plotted in the inset of figure 5. The variation of the characteristic time  $\tau_0$  is found to follow an exponential law over the full range of experimental data:

$$\tau_0 \propto \exp(z/\xi') \quad (4)$$

where  $\xi' = 1.1 \pm 0.1d$  is the characteristic length for the slowing down of the dynamics. The decay of the dynamics of the light scattering data occurs with the same exponential law and the same characteristic length as the decay of the velocity measured with particle tracking velocimetry higher in the flow. This strongly suggests that dynamic light scattering data could be interpreted with the hypothesis that the mean velocity of



**Figure 5.** Normalized correlation function of the scattered intensity as a function of the rescaled lag time  $\tau/\tau_0$ . The symbols are the same as for figure 4. Inset: variation of the time  $\tau_0$  as a function of the depth. The dotted line is an exponential fit  $\tau_0 \propto \exp z/\xi'$  with  $\xi' = 1.1d$ .

the grains decays with the same exponential law over the full range of depth within the creeping flow.

## 5. Modeling of dynamic light scattering data

### 5.1. Dynamic light scattering and shear flow

The relationship between the dynamics of particles within a disordered medium and the fluctuations of the scattered light is a very classical problem which has been addressed in various experimental configurations. The dynamics of the multiple scattered light of colloidal particles submitted to a stationary shear flow has been investigated by different authors [20]–[23]. The results have been extended to the shearing of emulsions [15] and to the deformations of a granular medium [25]. In dynamic light scattering experiments, when the scattered electric fields are Gaussian distributed, the intensity correlation function is related to the intensity autocorrelation function by the Siegert relation [16]:

$$g_I(\tau) = 1 + |g_E(\tau)|^2 \quad (5)$$

where  $g_E(\tau) = \langle E(t)E^*(t+\tau) \rangle / \langle |E(t)| \rangle^2$  is the correlation function of the scattered electric field  $E$ . Within the weak scattering limit ( $kl \gg 1$ , where  $k$  is the wavenumber, and  $l$  the scattering mean free path), and in the multiply scattering limit ( $L \gg l$ ,  $L$  being the typical size of the cell), the intensity of the light can be described by the diffusion approximation [17]. The autocorrelation function is then given by [18, 19]

$$g_E(\tau) = \int P(s) \langle \exp[j\Delta\phi_s(\tau)] \rangle ds \quad (6)$$

where  $P(s)$  is the fraction of the total scattered intensity which is scattered in a path of length  $s$ .  $\Delta\phi_s(\tau)$  is the phase difference of the electric field between time  $t$  and time  $t + \tau$  associated with a given multiple scattering path of length  $s$ , and information about the

dynamics of the system is contained in this quantity. The average  $\langle \cdot \rangle$  in (6) represents an average over all possible paths of all possible orientations for a photon propagating in the sample. It can be shown [20]–[23] that for a stationary shear flow the average of the fluctuation of phase variation  $\langle \exp[j\Delta\phi_s(\tau)] \rangle$  may be expressed as

$$\langle \exp[j\Delta\phi_s(\tau)] \rangle = \exp[-2(s/l^*)(\tau/\tau_s)^2] \quad (7)$$

where  $l^*$  is the transport mean free path. The characteristic time for the decay is

$$\tau_s = \frac{\sqrt{30}}{k_0 l^* \dot{\Gamma}} \quad (8)$$

where  $k_0 = 2\pi/\lambda_0$  and  $\dot{\Gamma}$  is a combination of the component of the strain rate tensor  $e_{ij}^2 = (1/2)(\partial_i V_j + \partial_j V_i)$ :

$$\dot{\Gamma} = \sqrt{2 \sum_{i,j} \overline{e_{ij}^2}}. \quad (9)$$

In (9),  $\overline{e_{ij}^2}$  represents an average of  $e_{ij}^2$  over the local density of photons inside the sample. This simply says that the more a zone in the sample is lit, the more important is its contribution to the scattered field [20]–[22].

The meaning of (7)–(9) may be easily understood. The decorrelation of the scattered electric field or intensity depends on the variation of the length of the optical paths, and those variations come from the deformations of the material. The decays of the correlation functions for sheared colloidal particles [21]–[23] and emulsions [15] are found to be in agreement with (7)–(9).

In this description, the decay of the autocorrelation function is only sensitive to the deformation of the material, and not to a translation without deformation. However, a single translation of the granular material will induce a translation of the speckle pattern, and then a loss of correlation of the scattered light. If we consider a translation of the granular material at a velocity  $V$ , the speckle pattern moves at the same velocity. With a speckle spot size  $l_c$ , we may expect a loss of correlation on a timescale  $\tau_t \approx l_c/V$ . Taking  $\dot{\Gamma} \sim V/\xi$  with  $\xi \sim 500 \mu\text{m}$ ,  $l^* \sim 1.2 \text{ mm}$  (see section 5.2),  $l_c \approx 3 \text{ pixels} \approx 40 \mu\text{m}$ , we obtain  $\tau_s/\tau_t \sim 5 \times 10^{-3}$ . So translation without deformation induces a loss of correlation on a timescale at least two orders of magnitude larger than the decorrelation induced by the shearing of the granular material.

## 5.2. Constant shear rate modeling

In the preceding expressions (7)–(9), the characteristic time  $\tau_s$  varies as the inverse of the average strain rate  $\dot{\Gamma}$ , and then as the inverse of the velocity field components  $V_i$ . It follows that if all the components of the velocity field are divided by an arbitrary factor  $\lambda$ , the characteristic time  $\tau_s$  is multiplied by a factor  $\lambda$ , and hence the characteristic timescales for the variations of  $g_E$  and  $g_I$ . So, the exponential variations of  $\tau_0$  given by (4) may be interpreted if we assume that the component of the velocity field decreases with depth as

$$V_i \propto \exp(-z/\xi') \quad (10)$$

where  $\xi' = 1.1 \pm 0.1d$ .

It should be stressed that this result does not depend on a particular choice for the distribution function  $P(s)$  of the optical path length.

It follows from the comparison between (3) and (10) and from the comparison between the values for the characteristic length  $\xi$  and  $\xi'$  that light scattering data may be interpreted with the assumption that the velocity field varies as

$$V_x(x, y, z) = V_0 \exp(-z/\xi'). \quad (11)$$

Expression (11) is surely a crude description of the velocity field. First, the velocity is expected to depend on the distance from the glass plates. Indeed it has been shown numerically [3] and experimentally [8] that the velocity field inside the gap is close to a plug flow, with a variation  $\partial_y V_x \sim d/6$  near the surfaces. However, those variations are negligible compared to  $\partial_x V_x \sim d$  in the estimate of the mean strain rate  $\dot{\Gamma}$  given by (9). Other effects that are not taken into account in (11) are possible fluctuations of the mean velocities or rotations of the beads if they are not strictly spherical. If such motions are present, they should induce fluctuations on the path lengths, and then participate in the loss of correlation of the scattered intensity.

With the simple velocity field given by (11), we have

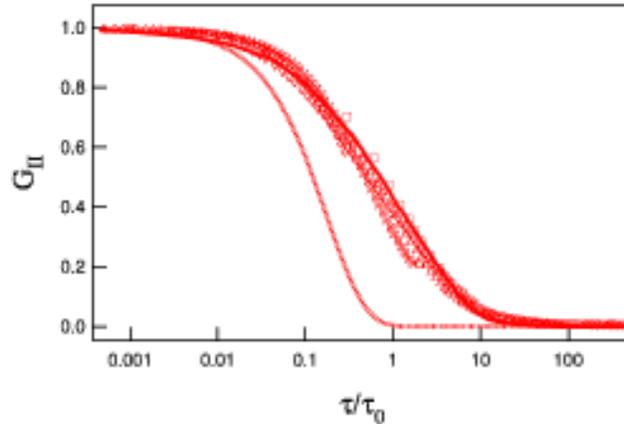
$$\dot{\Gamma} \simeq \frac{V_0}{\xi'} \exp(-z/\xi'). \quad (12)$$

In the derivation of (12), we suppose that the strain rate tensor components  $\overline{e_{ij}^2}$  are constant everywhere on the lit zone. We will relax this hypothesis later. The distribution of path length  $P(s)$  depends on the geometry for the illumination. In the backscattering geometry on a half space, the path distribution  $P(s)$  may be calculated and then  $g_E$  and  $g_I$  (5) [24]:

$$g_I(\tau) \simeq \left| \exp \left( -\gamma \sqrt{\frac{1}{5}} k_0 l^* \dot{\Gamma} \tau \right) \right|^2 \quad (13)$$

where  $\gamma \simeq 2.0$  is a numerical factor.

The correlation function corresponding to (13) is calculated and compared to experimental data in figure 6. We used the value  $l^* = 1.22 \pm 0.24$  mm that we obtained from measurements of the optical transmissivity of the beads. The value for the mean strain rate  $\dot{\Gamma}$  simply shifts the timescale on a logarithmic plot. We represent (13) for a mean strain rate  $\dot{\Gamma} = 2.2 \times 10^{-4}/\tau_0$ . Although the form of the variation is in rough agreement with experimental observations, equation (13) shows a decrease sharper than the experimental variations. The main limitation of this simple model is easy to understand. The extension of the zone from which the light is backscattered is of the order of  $l^* \approx 2d$ . There are then photons which explore zones where the mean strain rate is lower or greater than the average mean strain rate. It follows that we expect a broad distribution of the timescales for the decay of the correlation function and then a stretching of the decay compared to a simple exponential decay. Moreover, the geometry for our experiment is a slab of granular material and not an half plane. This should presumably change the distribution of path length  $P(s)$  and then the functional form for  $g_I$  compared to a simple exponential decay.



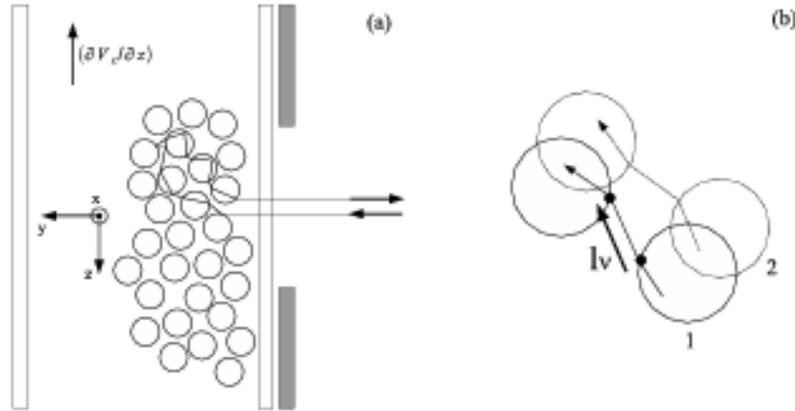
**Figure 6.** Normalized correlation function of the scattered intensity as a function of the rescaled lag time  $\tau/\tau_0$ . The symbols are the same as for figure 4. Dotted line: correlation function  $g_I$  from (13) for a mean strain rate  $\dot{\Gamma} = 2.2 \times 10^{-4}/\tau_0$ . Plain line: correlation function  $g_I$  obtained from the ray tracing model with an exponentially varying strain rate, the mean strain rate being  $\dot{\Gamma} = 2.2 \times 10^{-4}/\tau_0$  at the center of the beam.

### 5.3. Exponential shear rate

In order to take into account the geometry effects and the non-homogeneous shear in the flow, we need to model more carefully the paths followed by the photons within the granular material. Since the beads are large compared to the laser wavelength, we use the framework of geometrical optics in order to determine the distribution of path length for photons propagating through the glass sphere packing [25]. We first notice that in the geometrical optics approximation, the transport mean free path  $l^*$  for a random close packing of monodisperse glass spheres in air is found to be  $l^* \approx 3.32d$ . For a mean diameter  $d = 500 \mu\text{m}$ , we then expect  $l^* \approx 1.66 \text{ mm}$ , in reasonable agreement with the measured value  $l^* = 1.22 \pm 0.24 \text{ mm}$ . This indicates that treating light propagation with geometrical optics is a quite safe approximation. A plausible explanation for the difference may come from the fact that the granular medium is composed of grains which are neither perfectly spherical nor monodisperse, but we do not take such refinements into account in our model. The correlation function of the scattering electric field  $g_E(\tau)$  is then calculated as

$$g_E(\tau) = \frac{\sum_{m=1}^M \exp(j\Delta\Phi^{(m)}(\tau)) \exp(-s^{(m)}/l_a)}{\sum_{m=1}^M \exp(-s^{(m)}/l_a)}. \quad (14)$$

In (14) the summation is performed over the geometrical rays computed from the geometrical optics ray,  $m$  being the number of the ray, and  $M$  the total number of rays.  $\Delta\Phi^{(m)}(\tau)$  is the phase shift for the ray  $m$  with a delay time  $\tau$ . The length of the ray  $m$  is  $s^{(m)}$ , and the factor  $\exp(-s^{(m)}/l_a)$  takes into account absorption into the medium, i.e., large loops into the granular material are more attenuated than short loops. The absorption length may be extracted from transmissivity measurement [26,27], and we found  $l_a = 24 \pm 5 \text{ mm}$ . The phase shift  $\Delta\Phi^{(m)}(\tau)$  is calculated from the deformation of



**Figure 7.** (a) Geometry for the generation of the path for photons in the geometrical optic framework. (b) Schematic drawing of the variation of a segment of the ray when beads are moved from position 1 (plain spheres) to position 2 (dotted spheres).

the segment of the ray which joins spheres. Let  $l^\nu$  be a segment of the ray which joins two spheres as shown in figure 7(b). When the extremities of the ray move with a velocity field  $\mathbf{V}(\mathbf{r})$ , over a duration  $\tau$ , the variation of the length  $l^\nu$  is

$$\Delta l^\nu \simeq \tau \sum_{i,j} \left( \frac{\partial V_i}{\partial x_j} \right) \frac{l_i^\nu l_j^\nu}{l^\nu} \quad (15)$$

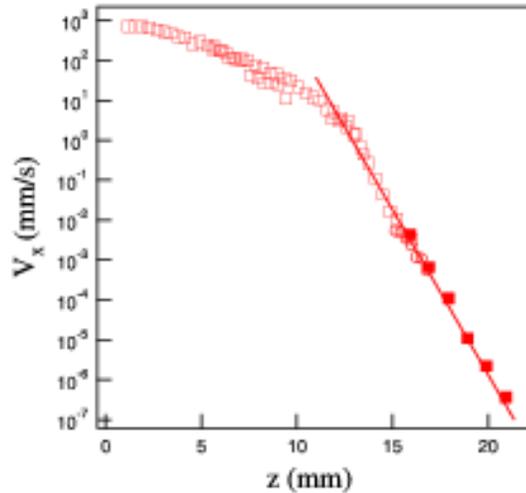
where  $\sum_{i,j}$  means a summation over  $x, y, z$  for  $i$  and  $j$ . The phase shift is then computed as

$$\Delta \Phi^{(m)}(\tau) = k_0 \sum_{\nu} \Delta l^\nu \quad (16)$$

where the summation is taken over all segments  $\nu$  of the ray number  $m$ . From (14) to (16), we are able to calculate  $g_I(\tau)$  for a velocity field  $V_x(x, y, z) = V_0 \exp(-z/\xi')$ . The result and comparison to the experimental data are shown as the plain line on (figure 6). The number of rays  $M$  for this estimate is  $M = 60\,000$ , and we take  $\xi' = 1.1d$  and the velocity at the center of the beam  $V_0 = 2.2 \times 10^{-4} \xi'/\tau_0$ . The differences with the more simple exponential model given by (13) are quite small. With the same strain rate at the center of the beam, the dynamics is a little bit slower with the optical geometric model compared to the simple exponential decay. This may be understood by the fact that in our slice geometry with absorption the path lengths should be shorter than for an unbounded plane geometry without absorption. The spreading of the timescale for the decay reflects the distribution of strain rate in the lit zone of the creeping flow.

## 6. Summary of experimental results

The modeling of dynamic light scattering developed in section 5 allows us to have access to the mean velocity. We now compare this determination with the measurement done with the particle tracking velocimetry measurement. Figure 8 is a semi-logarithmic



**Figure 8.** Summary of the measurement of the velocity. Open symbols are velocity measured from particle tracking velocimetry with a fast camera and solid symbols are the velocity determined from dynamic light scattering experiments. The line is an exponential law  $V_x \propto \exp(-z/\xi)$  with  $\xi = 1.05d$ .

plot of the velocity determined by both particle tracking velocimetry and dynamic light scattering. We may clearly see in this figure that the velocities determined with the two different techniques are well matched and overlapped. A careful look at the profiles shows that there is a slight shift of  $\approx 0.8d$  between the two exponential velocity profiles, the velocity determined with dynamic light scattering being slightly greater than the velocity determined by particle tracking velocimetry in the zone where they are determined by the two techniques. A possible explanation could be rotational motions of beads or the fluctuating part of the velocity of the beads. Finally we see that the exponential decrease on the velocity field in the creeping flow is indeed verified on the full scale of the measurement, i.e. is valid for  $15\xi$  and more than six decades in velocity.

## 7. Conclusions

The study of the generic behaviors of granular flows are important for the developments of granular hydrodynamics. The creeping flows which occur below surface flow clearly have a very generic behavior. They occur, as we recalled in section 2, in many different experimental situations. The measure of the fluctuating part of the scattered electric field allows us to obtain information about the motion of the grains at very small velocity. We showed that those experimental observations are in full agreement with the hypothesis of a velocity which decreases exponentially with depth. It is quite fascinating to see that this characteristic decay for the dynamics of the flows persists as long it is possible to measure it. This strongly extends the generality of creeping flow in granular media.

## Acknowledgments

We thank Axelle Arnon, Christophe Baravian, Renaud Delannay and Sebastien Kriesgen de Richter for fruitful discussions. Hervé Orain and Stephane Bourles helped us with

the mechanical design of the experiments. This work has been supported by ANR grant NT05-4\_42012 ‘MICMAC’.

## References

- [1] GDR MiDi, 2004 *Eur. Phys. J. E* **14** 341
- [2] Komatsu T, Inagaki S, Nakagawa N and Nasuno S, 2001 *Phys. Rev. Lett.* **86** 1757
- [3] Taberlet N, *Écoulements gravitaires de matériaux granulaires*, 2005 *PhD Thesis No 3199* University of Rennes
- [4] Bonamy D, Daviaud F and Laurent L, 2002 *Phys. Fluids* **14** 1666
- [5] Jain N, Ottino J and Lueptow R, 2002 *Phys. Fluids* **14** 572
- [6] Socie B, Umbanhowar P, Lueptow R, Jain N and Ottino J, 2005 *Phys. Rev. E* **71** 031304
- [7] Orpe A and Khakhar D, 2007 *J. Fluid. Mech.* **571** 1
- [8] Courrech du Pont S, Fisher R, Gondret P, Perrin B and Rabaud M, 2005 *Phys. Rev. Lett.* **94** 048003
- [9] Mueth D, Debreageas G, Karczmar G, Eng P, Nagel R and Jaeger H, 2000 *Nature* **406** 385
- [10] Taberlet N, Richard P, Valance A, Losert W, Pasini J, Jenkins J and Delannay R, 2003 *Phys. Rev. Lett.* **91** 264301
- [11] Viasnoff V, Lequeux F and Pine D, 2002 *Rev. Sci. Instrum.* **73** 2336
- [12] Cipelletti L and Weitz D, 1999 *Rev. Sci. Instrum.* **70** 3214
- [13] Djaoui L and Crassous J, 2005 *Gran. Mater.* **7** 185
- [14] Khakhar D, Orpe A, Andersen V and Ottino J, 2001 *J. Fluid Mech.* **441** 255
- [15] Hebraud P, Lequeux F, Munch J and Pine D, 1997 *Phys. Rev. Lett.* **78** 4657
- [16] Berne B and Pecora R, 1978 *Dynamic Light Scattering: With Applications to Chemistry, Biology, and Physics* (New York: Wiley)
- [17] Ishimaru A, 1978 *Wave Propagation and Scattering in Random Media* (New York: Academic)
- [18] Maret G and Wolf P, 1987 *Z. Phys.* **65** 409
- [19] Pine D, Weitz D and Herbolzheimer E, 1990 *J. Physique* **51** 2102
- [20] Bicoût D, Akkermans E and Maynard R, 1991 *J. Physique* **1** 471
- [21] Bicoût D and Maynard R, 1993 *Physica A* **199** 387
- [22] Bicoût D and Maret G, 1994 *Physica A* **210** 87
- [23] Wu X, Pine D, Chaikin P, Huang J and Weitz D, 1990 *J. Opt. Soc. Am.* **7** 15
- [24] Weitz D and Pine D, 1993 *Dynamic Light Scattering* ed W Brown (Oxford: Clarendon) pp 652–720
- [25] Crassous J, 2007 *Eur. Phys. J. E* **23** 145
- [26] Li J, Lisianski A, Cheung T, Livdan D and Genack A, 1993 *Eur. J. Phys.* **22** 675
- [27] Leutz W and Rička J, 1996 *Opt. Commun.* **126** 260

# Bibliographie

- Allen, M. et Tildesley, D. J. (1987). Computer simulation of liquids. *Oxford University Press*.
- Amarouchene, Y., Boudet, J., et Kellay, H. (2001). Dynamic sand dunes. *Physical Review Letter*, **86**, 4286.
- Bocquet, L., Charlaix, E., et Restagno, F. (2002). Physics of humid granular media. *Comptes-Rendus de Physique*, **3**, 1.
- Bonamy, D., Daviaud, F., et Laurent, L. (2002). Experimental study of granular surface flows via a fast camera : a continuous description. *Phys. of Fluids*, **14**, 1666–1673.
- Bouchaud, J. P. (1994). Statics and dynamics of sandpiles : some phenomenological ideas. In Bardhan, K. K., Chakrabarti, B. K., et Hansen, A., editors, *Lecture Notes in Physics*, volume Non Linearity and Breakdown in Soft Condensed Matter, 47–53. Springer-Verlag.
- Bouchaud, J.-P., Cates, M., Prakash, J. R., et Edwards, S. (1995). Hysteresis and metastability in a continuum sandpile model. *Phys. Rev. Lett.*, **74**, 1982–1985.
- Bouchaud, J.-P. et Cates, M. E. (1998). Triangular and uphill avalanches of tilted sandpile. *Granular Matter*, **1**, 101.
- Boudet, J., Gauthier, S., Amarouchene, Y., et Kellay, H. (2003). Self-similar quasi-two-dimensional sand fronts. *Phys. Rev. E*, **67**, 010303.
- Boutreux, T. et de Gennes, P.-G. (1996). Surface flows of granular mixtures : I. general principles and minimal model. *J. Phys. I France*, **6**, 1295.
- Boutreux, T. et de Gennes, P.-G. (1997). étalement d’une marche de sable : le problème du sinaï. *C. R. Acad. Sci. Paris*, **325**, 85.
- Boutreux, T. et de Gennes, P.-G. (1998). Arrêt d’un écoulement granulaire sur une pente faible. *C. R. Acad. Sci. Paris*, **326**, 257.
- Boutreux, T., Makse, H., et de Gennes, P.-G. (1999). Surface flows of granular mixtures : Iii. canonical model. *Eur. Phys. J. B*, **9**, 105.
- Boutreux, T. et Raphaël, E. (1998). From thin to thick granular flows : The stop flow problem. *Phys. Rev. E*, **58**, 7645.
- Boutreux, T., Raphaël, E., et de Gennes, P.-G. (1998). Surface flows of granular materials : A modified picture for thick avalanches. *Phys. Rev. E*, **58**, 4692.
- Brown, R. L. et Richards, J. C. (1970). *Princip of Powder Mechanics*. Pergamon.
- Caponeri, M., Douady, S., Fauve, S., et Laroche, C. (1995). Dynamics of avalanches in a rotating cylinder. In Guazzelli, E. et Oger, L., editors, *Mobile particulate systems*, 331–366. Kluwer Academic Publisher.

- Chevoir, F. et Roux, J. (2000). *Colloque physique et mécanique des matériaux granulaires, Laboratoire Central des Ponts et Chaussées.*
- Cipelletti, L. et Weitz, D. (1999). Ultralow-angle dynamic light scattering with a charge coupled device camera based multispeckle, multitau correlator. *Rev. Sci. Instrum.*, **70**, 3214.
- Courrech du Pont, S. (2003). Avalanches granulaires en milieu fluide. *Phd Thesis, Université Paris XI, Orsay, France.*
- Courrech du Pont, S., Fisher, R., Gondret, P., Perrin, B., et M., R. (2005). Instantaneous velocity profiles during granular avalanches. *Phys. Rev. Lett.*, **94**, 048003.
- Courrech du Pont, S., Fisher, R., Gondret, P., Perrin, B., et Rabaud, M. (2003a). Granular avalanches in fluids. *Phys. Rev. Lett.*, **90**.
- Courrech du Pont, S., Gondret, P., Perrin, B., et Rabaud, M. (2003b). Wall effects on granular heap stability. *Europhys. Lett.*, **61**, 492.
- Crassous, J., Métayer, J.-F., Richard, P., et Laroche, C. (2008). Experimental study of a creeping granular flow at very low velocity. *J. Stat. Mech.*, page 03009.
- Da Cruz, F., Chevoir, F., Roux, J.-N., et Jordanoff, I. (2004). Macroscopic friction of dry granular materials. *Transient processes in tribology, proceedings of the 30th Leeds-Lyon Symposium on tribology (Tribology and Interface Engineering)*, **43**.
- Daerr, A. et Douady, S. (1999). *Nature*, **399**, 241.
- de Gennes, P.-G. (1995). Dynamique superficielle d'un matériau granulaire. *C. R. Acad. Sci. Paris*, **321**, 501.
- de Gennes, P.-G. (1998). Reflections on the mechanics of granular matter. *Physica A*, **261**, 267–293.
- Dorbolo, S., Ausloos, M., Vandewalle, N., et Houssa, M. (2003). Aging process of electrical contacts in granular matter. *J. Appl. Phys*, **94**, 7835.
- Dorogovtsev, S. N. et Mendes, J. F. F. (1999). How sandpiles spill : Sandpile problem in a thick flow regime. *Phys. Rev. Lett.*, **83**, 2946.
- Dorogovtsev, S. N. et Mendes, J. F. F. (2000). Evolution of a sandpile in a thick-flow regim. *Phys. Rev. E*, **61**, 2909.
- Douady, S., Andreotti, B., Daerr, A., et Cladé, P. (2001). The four fronts and the two avalanches. *Lisse, Swets and Zeitlinger*, 443–446.
- Duran, J. (1999). *Sand, Powders and Grains*. Springer-Verlag.
- Durian, D. (2008). private communication.
- Dury, C. M., Ristow, G. H., Moss, J. L., et Nakagawa, M. (1998). Boundary effects on the angle of repose in rotating cylinders. *Phys. Rev. E*, **57**, 4491–4497.
- Elperin, T. et Vikhanski, A. (1998). Granular flow in a rotating cylindrical drum. *Europhys. Lett.*, **42**, 619.
- Evesque, P. et Rajchenbach, J. (1988). Caractérisation d'avalanches de billes dans un cylindre tournant. *C. R. Acad. Sci. Paris*, **307**, 223.
- Félix, G. et Thomas, N. (2004). Relation between dry granular flow regimes and morphology of deposits : formation of levees in pyroclastic deposits. *Earth Planet. Sc. Lett.*
- Forterre, Y. et Pouliquen, O. (2003). Long-surface-wave instability in dense granular flows. *J. Fluid Mech.*, **486**, 21–50.

- GdR-MiDi (2004). On dense granular flows. *Euro. Phys. J. E*, **14**, 341–365.
- Grasselli, Y. et Herrmann, H. J. (1997). On the angles of dry granular heaps. *Physica A*, **246**, 301–312.
- Herrmann, H. J., Hovi, J.-P., et Luding, S. (1998). *Physics of Dry Granular Media*. Kluwer Academic Publishers.
- Heslot, F., Baumberger, T., Perrin, B., Caroli, B., et Caroli, C. (1994). Creep, stick slip, and dry friction dynamics : experiments and heuristic model. *Phys. Rev. E*, **49**, 4973–4998.
- Hill, K. M., Gioia, G., et Tota, V. V. (2003). Structure and kinematics in dense free-surface granular flow. *Phys. Rev. Lett.*, **91**, 064302.
- Hutter, K. et Koch, T. (1991). Motion of a granular avalanche in an exponentially curved chute : experiments and theoretical predictions. *Phil. Trans. : Phys. Sci. Eng.*, **334**, 93–138.
- Hutter, K. et Rajagopal, K. (1994). On flows of granular materials. *Continuum Mechanics and Thermodynamics*, **6**, 81–139.
- Iordanoff, I. et Khonsari, M. M. (2004). Granular lubrication : toward an understanding between kinetic and fluid regime. *ASME J. of Tribology*, **126**, 137–145.
- Jain, N., Ottino, J., et Lueptow, R. (2002). An experimental study of the flowing granular layer in a rotating tumbler. *Phys. Fluids*, **14**, 572.
- Jop, P., Forterre, Y., et Pouliquen, O. (2005). Crucial role of side walls in granular heap flows : consequence for the rheology. *J. Fluid. Mech*, **541**, 167–192.
- Jop, P., Forterre, Y., et Pouliquen, O. (2006). A rheology for dense granular flows. *Nature*, **441**, 727–730.
- Kanagy II, S. et John Mann, C. (1994). Electrical properties of eolian sand and silt. *Earth-Science Reviews*, **36**, 181.
- Khakhar, D., Orpe, A., Andresen, P., et Ottinon, J. (2001). Surface flow of granular materials : model and experiments in heap formation. *J. Fluid Mech.*, **441**, 255.
- Khakhar, D. V., McCarthy, J. J., Shinbrot, T., et Ottino, J. M. (1997). Transverse flows and mixing of granular materials in a rotating cylinder. *Phys. Fluids*, **9**, 31–43.
- Komatsu, T. S., Inagasaki, S., Nakagawa, N., et Nasuno, S. (2001). Creep motion in a granular pile exhibiting steady surface flow. *Phys. Rev. Lett.*, **86**, 1757–1760.
- Kurchan, J. (2000). Emergence of macroscopic temperatures in systems that are not thermodynamical microscopically : towards a thermodynamical description of slow granular rheology. *J. Phys. : Condens. Matter*, **12**, 6611.
- Lemieux, P.-A. et Durian, D. J. (2000). From avalanches to fluid flow : A continuous picture of grain dynamics down a heap. *Phys. Rev. Lett.*, **85**, 4273–4276.
- Liu, C.-H., Jaeger, H. M., et Nagel, S. R. (1991). Finite-size effects in a sandpile. *Phys. Rev. A*, **43**, 7091.
- Nakagawa, M., Altobelli, S. A., Caprihan, A., et Fukushima, E. (1993). *Non-invasive Measurements of Granular Flows by Magnetic Resonance Imaging*, page 383. Balkema.
- Oger, L., Savage, S., Corriveau, D., et Sayed, M. (1998). Yield and deformation of an assembly of disks subjected to a deviatoric stress loading. *Mechanics of Materials*, **27**, 189–210.
- O’Hern, C., Langer, S., Liu, A., et Nagel, S. (2001). Force distributions near jamming and glass transitions. *Phys. Rev. Lett.*, **86**, 111.

- Orpe, A. et Khakhar, D. (2007). Rheology of surface granular flows. *J. Fluid. Mech.*, **571**, 1.
- Orpe, A. V. et Khakhar, D. V. (2001). Scaling relations in quasi 2d cylinders. *Phys. Rev E*, **64**, 031302.
- Peters, F. et Lemaire, E. (2004). Cohesion induced by a rotating magnetic field in a granular material. *Phys. Rev. E (Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics)*, **69**, 061302.
- Philippe, P. (2002). Etude théorique et expérimentale de la densification des milieux granulaires. *Phd Thesis, Université de RennesI, Rennes, France*.
- Pouliquen, O. (1999). Scaling laws in granular flows down rough inclined planes. *Phys. Fluids*, **11**, 542–548.
- Pouliquen, O. et Forterre, Y. (2002). Friction law for dense granular flows : application to the motion of a mass down a rough inclined plane. *J. Fluid Mech.*, **453**, 133–151.
- Rajchenbach, J. (1990). Flow in powders : from discrete avalanches to continuous regime. *Phys. Rev. Lett.*, **65**, 2221.
- Rajchenbach, J. (2000). Granular flows. *Advances in Physics*, **49**, 229–256.
- Restagno, F., Ursini, C., Gayvallet, H., et Charlaix, E. (2002). Aging in humid granular media. *Phys. Rev. E*, **66**, 021304.
- Ribiere, P., Richard, P., Delannay, R., Bideau, D., Toiya, M., et Losert, W. (2005). Effect of rare events on out of equilibrium relaxation. *Phys. Rev. Lett.*, **95**, 268001.
- Roberts, A. W. (1969). An investigation of the gravity flow of noncohesive granular materials through discharge chutes. *J. Eng. Ind.*, **91**, 373.
- Savage, S. (1989). Flow of granular materials. In Germain, P., Piau, M., et Caillerie, D., editors, *Theo. App. Mech.*, 241–266. North Holland.
- Savage, S. B. (1979). Gravity flow of cohesionless granular materials in chutes and channels. *J. Fluid Mech.*, **92**, 53.
- Silbert, L., Ertas, D., Grest, G., Halsey, T., et Levine, D. (2002). Analogies between granular jamming and liquid-glass transition. *Phys. Rev. E*, **65**, 051307.
- Socie, B., Umbanhowar, P., Lueptow, R., Jain, N., et Ottino, J. (2005). Creeping motion in granular flow. *Phys. Rev. E*, **71**, 031304.
- Taberlet, N. (2005). Ecoulements gravitaires de matériaux granulaires. *Phd Thesis, Université de RennesI, Rennes, France*.
- Taberlet, N., Richard, P., Valance, A., Losert, W., Pasini, J. M., Jenkins, J. T., et Delannay, R. (2003). Superstable granular heap in a thin channel. *Phys. Rev. Lett.*, **91**, 264301.
- Terzidis, O., Claudin, P., et Bouchaud, J.-P. (1998). A model for ripples instabilities in granular media. *Eur. Phys. J. B*, **5**, 245.
- Tüzün, U., Houlsby, G., Nedderman, R., et Savage, S. (1982). The flow of granular material - velocity distribution in slow flow. *Chem. Eng. Sci.*, **37**, 1691–1709.
- Viasnoff, V., Lequeux, F., et Pine, D. (2002). Multispeckle diffusing-wave spectroscopy : a tool to study slow relaxation and time-dependent dynamics. *Rev. Sci. Instrum.*, **73**, 2336.
- Yamane, K., Nakagawa, M., Altobelli, S. A., Tanaka, T., et Tsuji, Y. (1998). Steady particulate flows in a horizontal rotating cylinder. *Phys. Fluids*, **10**, 1419–1427.
- Zhou, Y. C., Xu, B. H., et Yu, A. B. (2001). Numerical investigation of the angle of repose of monosized spheres. *Phys. Rev. E*, **64**, 021301.

Zhou, Y. C., Xu, B. H., Yu, A. B., et Zulli, P. (2002). An experimental and numerical study of the angle of repose of coarse spheres. *Powder Tech.*, **125**, 45.









## Résumé :

Cette thèse a pour objet l'étude expérimentale des propriétés de stabilité et d'écoulement d'empilements granulaires confinés.

Nous avons tout d'abord étudié la stabilité d'un empilement granulaire confiné entre deux parois latérales et vu comment il était possible de modifier l'angle de repos d'un tel empilement en modifiant les propriétés de contact bille/paroi, notamment en utilisant un champ électrique extérieur. Nous avons ensuite étudié les propriétés générales d'écoulements stabilisés dynamiquement (SSH), l'angle d'écoulement, leurs taux de cisaillement et leur compacité en fonction des paramètres de contrôle (l'écart entre les parois et le débit imposé).

Dans un deuxième temps nous avons réalisé une étude plus fine d'écoulements de type SSH. En combinant deux méthodes de mesure nous avons pu obtenir un profil de vitesse moyen d'écoulement sur plus de 10 décades. Les grains situés dans la phase quasistatique d'écoulements SSH ont un mouvement intermittent de type "cage". Ceci nous a permis de donner une interprétation de la décroissance exponentielle de la vitesse avec la profondeur ainsi que de la diminution du coefficient effectif de frottement aux parois obtenu numériquement.

Dans un dernier temps nous avons abordé l'érosion d'un empilement confiné lorsque l'on cesse de l'alimenter.

**Mots clés :** milieux granulaires, écoulement, confinement, frottement, stabilité, champ électrique, compacité.

## Abstract :

This study is focused on the behaviour of granular media when they are confined between two side-walls.

In the first part we study the influence of beads/side-walls contact properties on the stability of a granular heap using an external electric field. We also study the behaviour of dynamically stabilised heap (SSH), the angle of repose, the shear rate and the packing fraction as a function of the control parameters : the width between side-walls and the input flow rate.

In a second part we make a large scale experimental study of confined granular flows. By combining two experimental methods we are able to obtain the streamwise velocity profile over 10 decades. We point out that the movement of grains located in the creeping area is intermittent. This result allows us to explain the exponential decrease of the velocity profile with depth and the decrease of the effective friction coefficient obtained numerically.

The topic of the last part is the erosion of a granular heap when the input flow rate is stopped.

**Key words :** granular media, flow, confinement, friction, stability, electric field, packing fraction.

**Jean-François Métayer**

Thèse de doctorat

Décembre 2008