HAL
open science

Définition et gestion de produits semi-finis en vue d'une production de type "assemblage à la commande"

Catherine M. da Cunha

To cite this version:

Catherine M. da Cunha. Définition et gestion de produits semi-finis en vue d'une production de type "assemblage à la commande". Sciences de l'ingénieur [physics]. Institut National Polytechnique de Grenoble - INPG, 2004. Français. NNT : . tel-00385824

HAL Id: tel-00385824

https://theses.hal.science/tel-00385824

Submitted on 20 May 2009

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE GRENOBLE

N° attribué par la bibliothèque

THESE

pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'INPG

Spécialité : "Génie Industriel"

préparée au laboratoire GILCO (Gestion Industrielle Logistique et COnception)
dans le cadre de **l'Ecole Doctorale "Organisation Industrielle et Systèmes de production"**

présentée et soutenue publiquement

par

Catherine DA CUNHA

le 06/10/2004

DEFINITION ET GESTION DE PRODUITS SEMI-FINIS POUR UNE PRODUCTION DE TYPE "ASSEMBLAGE A LA COMMANDE"

Directeur de thèse : **Yannick FREIN**

JURY

M. Jean-Paul Bourrières	Président
M. Michel Aldanondo	Rapporteur
M. Yves Dallery	Rapporteur
M. Yannick Frein	Directeur de thèse
M. Van-Dat Cung	Examinateur
M. Henri Pierreval	Examinateur

.

à Bichette,

à mes parents.

Remerciements

Mes remerciements s'adressent en premier lieu à Yannick FREIN, professeur à l'INPGrenoble et directeur du laboratoire GILCO, pour avoir encadré ma thèse. Malgré son emploi du temps bien rempli il a toujours été disponible pour répondre à mes questions et me conseiller. Au cours de ces trois années, le travail effectué en commun m'a amené à apprécier sa rigueur et son esprit de synthèse.

Je remercie sincèrement les professeurs Michel Aldanondo (Ecole des Mines d'Albi) et Yves Dallery (Ecole Centrale de Paris) pour leur travail de rapporteur. Par leurs questions et remarques constructives, ils m'ont été d'une aide précieuse.

J'exprime également toute ma gratitude à Jean-Paul Bourrières, professeur à l'université de Bordeaux, qui a présidé mon jury de thèse.

Je souhaite également remercier Henri Pierreval, professeur à l'IFMA, d'avoir fait partie de mon jury ainsi que pour l'intérêt qu'il a porté à ce travail.

Van-Dat Cung, professeur à l'INPGrenoble m'a fait l'amitié d'accepter de faire partie du jury, qu'il en soit remercié.

Je suis tout particulièrement reconnaissante envers ceux et celles qui ont relu ce manuscrit et m'ont aidé à traquer les erreurs.

Je ne saurais oublier le personnel enseignant et administratif de l'ENSGI qui après m'avoir vu élève m'a accueillie en tant que collègue.

Je tiens à remercier ici tous les membres du laboratoire GILCO qui m'ont permis d'égayer ses 3 années de travail. Si leur collaboration aura été sans aucun doute une source d'émulation de mon travail, les discussions autour d'un café ou d'un thé, les pauses goûter (nous sommes maintenant tous des experts en matière de sablés fourrés!), les soirées musique, jeux, ou bien théâtre, ont été autant de moments forts qui m'ont permis d'oublier les doutes et les chutes de moral.

Enfin, j'ai une pensée toute particulière pour les membres de ma famille qui même à distance m'ont soutenue tout au long de mes études.

Table des matières

Notations **1**

Introduction **3**

Contexte 3

Problématique 3

Contribution 4

Plan de lecture 5

I Diversité **7**

1 Qu'appelle-t-on diversité ? 7

1.1 Définitions et historique 7

1.2 Innovation et processus de création 11

1.3 Image et politique marketing 13

1.4 Service après-vente 14

2 Inconvénients de la diversité 15

2.1 Coût 15

2.2 Mauvaise utilisation de la diversité 16

2.3 Qualité 17

3 Gestion de la diversité 18

3.1 Standardisation 19

3.2 Modularité et Assemblage à la commande : une politique de contrôle de la diversité 20

4 Exemple industriel 24

4.1 Dimension 24

4.2 Gestion des modifications 26

4.3 Politique de production 27

II Exploitation de l'information **29**
1 Contexte 29
1.1 Une époque de l'information 29
1.2 Vers le partage total de l'information ? 30
1.3 Des informations fiables ? 31
2 Formalisation 32
2.1 Connaissance considérée 32
2.2 Notations 33
2.3 Modélisation 33
2.4 Différents types de demande 36
3 Gestion de l'incertain 38
3.1 Notion d'indépendance 40
3.2 Notion d'entropie 40
3.3 Modélisation 41
3.4 Résolution 45
3.5 Exemple numérique 51
3.6 Information parcellaire 55

III Définition des modules **59**
1 Problématique et hypothèses 59
1.1 Problématique 59
1.2 Critères usuels 61
1.3 Les produits finis et les modules 63
1.4 L'atelier d'assemblage 64
2 Minimisation du temps moyen d'assemblage 64
2.1 Formalisation du problème 64
2.2 Questions sous-jacentes 69
2.3 Reformulation du problème traité 73
2.4 Evaluation 77
3 Garantie d'un temps d'assemblage 97
3.1 Formalisation 97
3.2 Intuition 99
3.3 Première validation 100
3.4 Perspectives 101

IV Gestion des stocks de modules 103
1 Etudes voisines 104
1.1 Etude des stocks 104
1.2 Les particularités liées à la diversité 104
1.3 L'arbitrage recherché : critères d'optimisation 106
1.4 Techniques d'optimisation 107
2 Hypothèses de l'étude 108
2.1 Modélisation 108
2.2 Minimisation des coûts 112
2.3 Garantie d'un taux de service : taux de service par produit 115
3 Méthode générale 116
3.1 Algorithme 116
3.2 Cas niveau 1 de connaissance 117
3.3 Information totale 118
4 Résultats 124
4.1 Protocole de test 124
4.2 Minimisation des coûts 127
4.3 Taux de service par produit 130

Conclusions et perspectives 135
Conclusion 135
Perspectives 136
Modification des hypothèses 136
Démarche d'étude 137
Transposition à la gestion des ressources humaines 138

Bibliographie 141

Annexes 147
A Loi PBC 147
B Ecriture extensive des algorithmes de définition 149
B.1 Algorithme ***aléatoire*** 149
B.2 Algorithme ***fréquence non det.*** 149
B.3 Algorithme ***fréquence co.*** 150
B.4 Algorithme ***taille*** 151
C Vidage du stock m à la $i^{ème}$ demande 151

Liste des illustrations

1	Relation entre composants, modules et produits finis.	1
I.1	Évolution du volume de vente et du prix de la Ford T, Pine [61].	8
I.2	Chaîne de production automobile.	10
I.3	Diversité correspondante.	10
I.4	Sources de diversité dans le secteur automobile, Ciavaldini et Loubet [20].	12
I.5	Consommation de la diversité [49].	17
I.6	Dimensionnement des cordages avec la méthode de Renard.	19
I.7	Approche tridimensionnelle [28].	20
I.8	Assemblage à la commande.	22
I.9	Un faisceau électrique.	25
I.10	Les faisceaux dans une voiture.	25
I.11	Modifications par véhicule, données Valeo 2000.	27
I.12	Poste d'assemblage.	28
II.1	Différents modèles utilisés pour comparer les 2 stratégies.	30
II.2	Espace des produits.	33
II.3	P(a), P(b) , P(c).	34
II.4	P(a et b), P(a et c), P(b et c).	35
II.5	P(a et b et c).	35
II.6	Demande "homogène".	37
II.7	Demande "Pareto".	38
II.8	Méthodes d'obtention de l'information.	38
II.9	Lambert $W(x)$, $x \in \mathcal{R}$.	49
II.10	Différentes notions d'information.	51
II.11	Probabilité des demandes en produits.	52
II.12	Probabilité d'utilisation des modules.	53
II.13	Evolution de l'écart moyen entre information réelle et construite pour les différents niveaux et pour différents critères d'arrêt.	55

III.1 Assemblage à la commande, rappel de la figure I.8. 60
III.2 Conception de 3 modules indépendants par regroupement des interactions entre composants. 61
III.3 Exemple avec et sans présence obligatoire d'un composant. 64
III.4 Temps d'assemblage pour une demande en produits connue (cas 5 options). 66
III.5 Résultat brut (cas 10 composants). 67
III.6 Résultat lissé (cas 10 composants). 68
III.7 Exemple 10 composants, répartition homogène. 69
III.8 Classement des heuristiques selon leur complexité. 76
III.9 Protocole. 77
III.10 Temps moyen d'assemblage : information N_1, hypothèse d'indépendance. 79
III.11 Performance moyenne : information N_1, hypothèse d'indépendance. 80
III.12 Performances globales des heuristiques pour le niveau N_1. 80
III.13 Temps d'assemblage et performances moyennes avec une information totale. 81
III.14 Performances globales des heuristiques sur les différents niveaux d'information. 82
III.15 Temps moyen d'assemblage : information N_1, hypothèse d'indépendance. 85
III.16 Performances moyennes : information N_1, hypothèse d'indépendance. 85
III.17 Performances globales des heuristiques, niveau N_1. 86
III.18 Temps d'assemblage et performances moyennes en fonction de TS avec une information totale. 86
III.19 Performances globales des heuristiques sur les différents niveaux d'information. 87
III.20 Temps moyen d'assemblage : information minimale, hypothèse d'indépendance. 90
III.21 Performances moyennes : information minimale, hypothèse d'indépendance. 91
III.22 Performances globales des heuristiques sur les différents niveaux d'information. 92
III.23 Nombre extrême d'assemblages (après lissage). 95
III.24 Performances globales des heuristiques. 96
III.25 Temps maximum pour assembler un produit ($|\mathfrak{P}| = 2^n - 1$). 99
III.26 Temps maximum pour assembler un produit ($|\mathfrak{P}| = 2^n - 2$). 99

IV.1 Modèle utilisé par Baker *et al* [9]. 105

IV.2 Modèle pour TS modules. 109
IV.3 Politique de recomplètement calendaire. 109
IV.4 Configuration de stock et de demande. 114
IV.5 Coûts associés pour l'exemple. 115
IV.6 L'événement E et ses 4 causes : E_1, E_2, E_3 et E_4. 118
IV.7 Epuisement du stock de modules m_k à la $i^{ème}$ demande. 120
IV.8 Evènements causant une pénurie de produit MNO. 121
IV.9 Vidage simultané de m et n, o déjà vide. 123
IV.10 Obtention des instances de test. 126
IV.11 Protocole de test. 126
IV.12 Niveaux de recomplètement déterminés à partir de l'information de niveau 1. 128
IV.13 Surcoût du niveau 1 (instances homogènes). 129
IV.14 Surcoût du niveau 1 (instances P(m)=P(b)=P(c)=0,6). 130
IV.15 Information totale (instances homogènes). 130
IV.16 Respect des taux de service des différents produits pour différents niveaux d'information. 132
IV.17 Taille des stocks pour les différents niveaux d'information (instances homogènes). 133
IV.18 Taille des stocks pour les différents niveaux d'information,(instances $P(m) = P(n) = P(o) = 0,6$). 134
IV.19 Rôle de l'étape de formation. 140
IV.20 Vidage du stock m, Stock n déjà vide, Stock o plein 153
IV.21 Vidage du stock m, stocks n et o déjà vides 154

Liste des tableaux

II.1 Application du principe d'indépendance. 40
II.2 Application du **PME**. 46
II.3 Ecart moyen entre l'information obtenue et l'information totale réelle (en pourcentage). 53
II.4 Ecart moyen entre l'information obtenue et l'information totale (en pourcentage). 54
II.5 Ecart moyen entre l'information obtenue et l'information totale (en pourcentage). 57

III.1 Analogie définition des modules pour les faisceaux électriques et groupement de ressources pour des unités d'intervention. 60
III.2 Caractéristiques de la demande utilisée pour le cas "5 composants". 66
III.3 Caractéristiques de la demande Pareto pour l'exemple "10 composants". 67
III.4 Caractéristiques de la demande homogène pour l'exemple "10 composants". 68
III.5 Répartition des probabilités de demande pour l'exemple considéré. 74
III.6 Compositions obtenues avec les différentes heuristiques pour l'exemple considéré. 75
III.7 Temps moyen d'assemblage obtenus avec les différentes heuristiques pour l'exemple considéré. 75
III.8 Caractéristiques des demandes. 78
III.9 Paramètres de l'algorithme d'Uzawa. 79
III.10 Gain en performance permis par l'acquisition d'information (en %). 82
III.11 Performances globales. 83
III.12 Performances minimales. 83
III.13 Performances maximales. 83
III.14 Ecart type des performances. 84
III.15 Caractéristiques des demandes. 84
III.16 Paramètres de l'algorithme d'Uzawa. 84

III.17 Performances globales. 88
III.18 Performances minimales. 88
III.19 Performances maximales. 88
III.20 Ecart type des performances. 88
III.21 Caractéristiques des demandes. 89
III.22 Paramètres de l'algorithme d'Uzawa. 90
III.23 Performances globales. 93
III.24 Performances minimales. 93
III.25 Performances maximales. 93
III.26 Ecart type des performances. 94
III.27 Gain en performance permis par l'acquisition d'information (en %). 94
III.28 Caractéristiques des demandes. 95
III.29 Heuristiques les plus performantes pour différents critères et différents types de demandes. 97
III.30 Exemple d'application de la méthode, n=7, k=3. 100
III.31 Nombre de compositions considérées. 101

IV.1 Information totale réelle et information de niveau N_1. 114
IV.2 Application à l'exemple à 2 modules. 117
IV.3 Résultats. 127
IV.4 Information de niveau N_1. 128
IV.5 Parallèle entre assemblage à la commande, gestion des interventions et gestion des ressources humaines. 139

Notations

S	l'ensemble des composants
n	le nombre de composants
$a_i \quad i = 1 \dots n$	le composant de type i
$\mathfrak{P}$	l'ensemble des produits finis réalisables
$\mathbb{P}_i \quad i = 1 \dots \lvert\mathfrak{P}\rvert$	un produit de $\mathfrak{P}$
$A_1 A_3 A_5$	le produit constitué des composants a_1, a_3 et a_5
TS	la taille du stock de modules, nombre de modules stockés
$m_j \quad j = 1 \dots TS$	un module
$M_1 M_3 M_5$	le produit constitué des modules m_1, m_3 et m_5
$\mathfrak{C}$	l'ensemble des compositions de stocks de modules permettant de générer $\mathfrak{P}$
$\mathfrak{C}_{TS}$	l'ensemble des compositions de stocks de modules de taille TS permettant de générer $\mathfrak{P}$
$C_j = \{m_1 \dots m_{TS}\}$	une composition de stock de taille TS

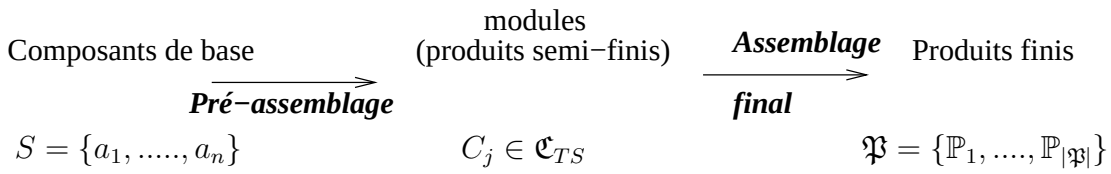


Figure 1 : Relation entre composants, modules et produits finis.

$\mathfrak{d}$	la demande finale
$\mathfrak{d}_i$	la demande finale générée à partir de l'information de niveau i
$P(A_5 A_8)$	la probabilité de demande du produit $A_5 A_8$
$P(m_j = a_5 a_8)$	la probabilité maximale d'utilisation du module m_j constitué des composants a_5 et a_8, pour satisfaire la demande finale $\mathfrak{d}$

$$P(m_j = a_5 a_8) = \sum_{\substack{\mathbb{P}_i \in \mathfrak{P}, tq \\ a_5 \in \mathbb{P}_i \\ a_8 \in \mathbb{P}_i}} P(\mathbb{P}_i)$$

TA	le temps d'assemblage moyen
$TA_{\mathfrak{d}}(C_j)$	le temps d'assemblage moyen d'une commande de répartition $\mathfrak{d}$ à partir de la composition de stock C_j
$NA(\mathbb{P}_i, C_j)$	le nombre d'assemblages nécessaires à la réalisation du produit $\mathbb{P}_i$ à partir de la composition de stock C_j
S_{m_j}	le niveau de recomplètement du stock de module m_j
$\mathbb{S}$	le vecteur des TS niveaux de recomplètement S_{m_1},...,$S_{m_{TS}}$
V	le volume de demandes par période
$D^i_{m_j}$	la demande en module m_j entre la 1ère et la $i^{ème}$ demande
T_{m_j}	l'instant auquel le stock de module m_j se vide
$E(r_{\mathbb{P}_i})$	l'espérance de la pénurie du produit $\mathbb{P}_i$ durant une période
$r_{m_j}^{S_{m_j}}$	la pénurie moyenne en composant m_j pour un niveau de stock de S_{m_j}, pour une période
PBC	produit de Bernoulli conditionné
ATO	assemblage à la commande
VB	Vanilla Box

Introduction

Contexte

Le passage d'une *économie de la demande* (offre<demande) à une *économie de l'offre* (offre>demande) a incité les industriels à multiplier leur offre produit pour gagner ou conserver des parts de marché. En effet, dans un marché solvable saturé et mondialisé, produire en quantité ne suffit plus, il faut adapter les produits proposés à la demande toujours plus individualisée des clients. Les entreprises doivent alors gérer une grande diversité de produits.

Lorsque le contexte est celui d'une grande diversité, une solution permettant un bon compromis entre diversité offerte et délai d'obtention d'un produit fini est la conception de produits modulaires alliée à un assemblage à la commande, Starr [70]. Cette politique se décompose en 2 étapes. La production est initiée jusqu'à l'obtention de produits semi-finis qui seront stockés. Puis, une fois la commande ferme reçue, l'assemblage, à partir de ces stocks, des produits finis est réalisé.
L'importante diversité finale (ressentie par le client) est alors obtenue par une diversité plus limitée (et donc plus facile à gérer) des modules ou produits semi-finis.

Outre l'existence d'une grande diversité, une autre caractéristique des marchés actuels est le manque d'information sur la demande.
Ce manque d'information peut notamment être rencontré lorsque les fabricants de produits ne sont pas les revendeurs finaux, et n'ont accès qu'à une information partielle sur la demande réelle. De plus, dans des situations de très grande diversité qui rendent possibles des millions de combinaisons (cas des cuisines en kit ou de l'automobile), toute l'information existante et disponible ne permet pas de prévoir la demande en produits finis, seules des indications sur la demande en composants, ou associations de composants, sont accessibles.
En outre, l'information sur la demande finale évolue aux différents stades de la vie des produits finis et la fiabilité des informations peut aussi varier.

Problématique

Quand le choix de stratégie de production a été effectué en faveur de l'assemblage à la commande, il faut répondre à la question suivante : comment la mettre en

place en utilisant de manière adéquate l'information partielle disponible ? Cette dernière question soulève deux problèmes, le choix de la composition des modules à pré-assembler et le dimensionnement des stocks ainsi définis.

Le but de l'étude est de proposer des méthodes permettant de déterminer des solutions à ces deux questions. Pour cela nous dissocions ces deux points et nous les traiterons de manière séquentielle.

Cette étude s'attache également à mettre en lumière et à quantifier l'avantage que constitue une connaissance plus précise de la demande des produits finis, dans un environnement d'assemblage à la commande. Il s'agira alors de déterminer des méthodes permettant d'utiliser cette information.

Contribution

Ce mémoire décrit notre travail de thèse et propose des méthodes d'aide à la mise en place d'une politique de production de type "assemblage à la commande".

Le contexte de notre travail est celui d'une grande diversité. Ce type d'environnement n'est pas sans impact sur la nature des informations disponibles. C'est pourquoi, notre travail permet la prise en compte de différents niveaux d'information qui peuvent être accessibles.
Une formalisation de l'information sur la demande en produits finis est proposée. Elle introduit une notion de hiérarchisation de l'information. Une démarche permettant la constitution, à partir de l'information disponible, d'informations nécessaires à la mise en place d'un système de production à la commande est alors proposée. Celle-ci s'appuie sur la notion d'entropie développée par Shanon [66] et Jaynes [46].

Nous abordons alors la question du choix des produits semi-finis à stocker. Des études ont abordé cette question avec le souci de prendre en compte des caractéristiques physiques du produit fini, notamment Kusiak [50] [45]. Le choix d'un critère rendant compte des délais d'assemblage par le client est, à notre connaissance, original ; un positionnement par rapport à la littérature sera développé dans le corps du document. A partir des niveaux d'information identifiés, nous avons établi une méthodologie permettant de définir la composition des stocks de produits semi-finis à stocker en attente des demandes fermes. Une évaluation des performances de cette démarche en fonction du niveau d'information disponible a été réalisée.

Une approche des problèmes classiques de gestion des stocks de modules (Baker *et al.* [9], Swaminathan et Tayur [71] [72]) est également faite, elle permet de mettre en lumière les principaux points durs de ce questionnement. Des résultats pour des exemples didactiques permettent d'illustrer l'application de la formalisation de l'information proposée.

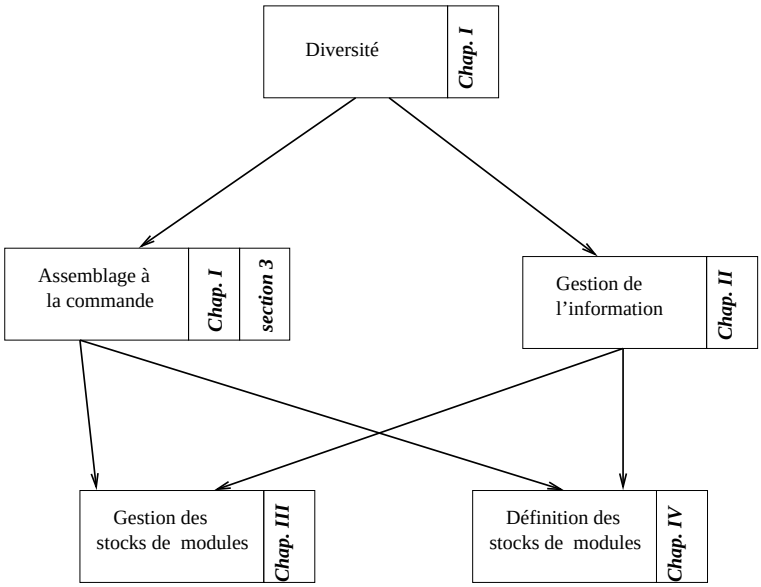
Plan de lecture de la thèse

Dans un premier temps nous nous attacherons à une étude bibliographique sur le thème de la diversité. Puis, les particularités qu'entraîne la diversité sur l'information seront mises en lumière et les différentes étapes de mise en place de l'assemblage à la commande seront étudiées sous ce nouvel éclairage.

Ce mémoire est divisé en 4 chapitres.

- Le chapitre I traitera, à travers une étude bibliographique, des différents aspects de la diversité, de ses origines, des problèmes qu'elle soulève et des techniques de gestion usuellement utilisées.
- L'information sera traitée dans le chapitre II. Une problématisation de l'exploitation de l'information sera proposée. Une modélisation permettant d'intégrer des informations partielles sera présentée.
- Le choix de la composition du stock de produits semi-finis sera appelé définition des modules et sera abordé dans le chapitre III. Les questions de nombre de modules ainsi que le choix des références à stocker seront étudiés, pour 2 critères d'optimisation. L'accent sera mis sur l'utilisation de l'information modélisée précédemment.
- La gestion des stocks de produits semi-finis sera abordée dans le chapitre IV. Nous introduirons dans ce problème classique les notions de niveaux d'information.

Ce plan peut être résumé par le schéma suivant :



Une synthèse des différents problèmes de mise en place d'une politique de type assemblage à la commande ainsi qu'un parcours des perspectives de ce travail seront proposés en conclusion.

Chapitre I

Diversité

Introduction

Dans ce chapitre nous nous intéresserons au concept de diversité. Après un rappel des définitions des différents termes, nous aborderons les origines de la diversité en section 1. Nous discuterons ensuite des problèmes générés par ce phénomène (section 2). Enfin, en section 3 nous décrirons des modes de gestion de la diversité en nous attardant plus particulièrement sur l'assemblage à la commande. Un exemple industriel sera développé en section 4.

1 Qu'appelle-t-on diversité ?

Le terme de diversité est devenu un mot usuel ; on entend parler quasi-quotidiennement de diversité biologique, culturelle... Ce concept nous semble familier. Utiliser ce terme pour décrire le monde industriel n'est pas instinctif, pourtant la multiplication de l'offre commerciale est telle que nous percevons continuellement cette diversité. Nous nous attachons ici à formaliser ce concept.

1.1 Définitions et historique

1.1.1 Historique

A la fin du 19° siècle s'est développée aux États-Unis une nouvelle politique de production appelée American System of Manufacturing. Ce système résolument différent de celui employé jusqu'alors, a permis aux États-Unis d'entrer dans une production de masse qui alliait qualité, uniformité et productivité. Les moyens de production ayant rendu possible les économies d'échelle, une standardisation des produits était alors la politique la plus rentable, l'exemple le plus représentatif est celui de la célèbre Ford T (Cf. figure I.1). C'est après la première guerre mondiale que l'on voit émerger une stratégie de diversification.

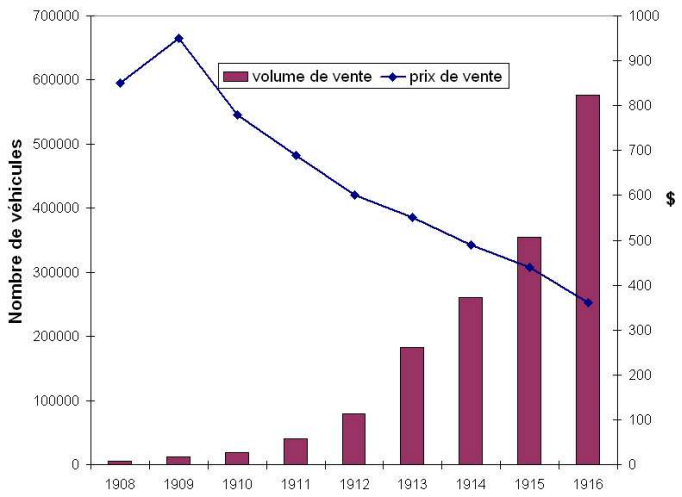


Figure I.1 : Évolution du volume de vente et du prix de la Ford T, Pine [61].

Définition 1 : *Stratégie de diversification*
C'est une extension de la ligne de produits pour exploiter de nouveaux marchés. Un objectif clé de cette stratégie est d'étendre le risque sur différentes lignes de produit, en vue de se prémunir d'une éventuelle chute du volume d'un marché [22].

Se pose alors la question du *bon* niveau de diversité. Ainsi déjà en 1979 Shapiro affirmait : "le degré de personnalisation (customisation) d'une ligne de production ou d'un service commence à apparaître comme la variable de politique de production la plus importante pour les producteurs de biens industriels et bien d'autres types d'entreprises [67].

L'industrie automobile française illustre bien ce dilemme, à savoir le choix du bon équilibre diversité/productivité. Ainsi une étude de Ciavaldini et Loubet [20], permet de mettre en lumière l'étroit lien entre diversité technique et outil de production.

L'après première guerre voit la construction automobile s'engager dans la production de masse et les politiques de gestion se diversifient. Citroën choisit de suivre le modèle fordien et s'engage vers la production de véhicules **standardisés** tandis que Renault et Peugeot proposent des **gammes d'options**. Très tôt apparaissent les limites du choix du mono-modélisme notamment lorsque les évolutions économiques dues à la crise modifient fortement les comportements des consommateurs. La question est alors "faut-il fabriquer ce qui se vend ou vendre ce que l'on fabrique ?".

Un intermédiaire est trouvé en introduisant sur le marché à intervalles réguliers des modèles "nouveaux" qui sont en grande partie constitués de composants déjà utilisés, ainsi en 1928 sur les 10 000 pièces des C4 et C6, seules 30 sont réellement créées pour ces modèles. Néanmoins lorsque le marché "boudait" une offre trop homogène la décision stratégique de l'époque était un retour à une grande diversité ; ainsi en 1932 le catalogue Citroën présente 40 modèles différents [20].

Vouloir gérer une grande diversité alors que les infrastructures ne sont pas adaptées est une décision dangereuse qui a conduit même les grands groupes au bord de la faillite (on peut citer l'exemple de Citroën en 1934), un repli vers une diversité commerciale plus faible, et donc plus facile à maîtriser, apparaît alors comme une solution plus raisonnable.

1.1.2 Définitions et critères

La définition donnée par la neuvième édition du dictionnaire de l'Académie française est la suivante :

Définition 2 : *Diversité*
n. f. XIIe siècle. Emprunté du latin diversitas, -atis, "diversité, variété, divergence", de diversus (voir Divers). État de ce qui est divers. *La diversité des formes, des couleurs. La diversité des goûts, des opinions. La diversité des religions.*

Définition 3 : *Divers, -erse*
adj. XIIe siècle. Emprunté du latin diversus, "allant dans des directions opposées", d'où "opposé, différent de, hésitant", puis "varié" et, au pluriel, "quelques, plusieurs".
1. Class. Qui présente plusieurs aspects. *L'homme est un être divers. Le monde est divers. Les combats se succédèrent avec une fortune diverse.*
2. Au pluriel. Qui présente des différences. *Les divers sens d'un mot. Les divers plans d'un tableau. Des réactions diverses accueillirent cette proposition. Des avis divers.* Placé avant le nom et sans article, Divers a la valeur d'un adjectif indéfini qui indique à la fois la pluralité et la différence. *Il a parlé à diverses personnes. J'ai diverses choses à vous dire. On m'a fait diverses propositions. En divers temps.*
3. *Journalisme.* Fait divers, incident du jour auquel la presse consacre une rubrique particulière. Spécialt. Incident de caractère dramatique et, souvent, criminel. *Un fait divers odieux.* Par métonymie, les faits divers, la rubrique relatant des évènements de cette nature. *J'ai lu cette nouvelle dans les faits divers.*

Ces définitions par défaut, la diversité étant la non identité, illustrent l'étendue des caractéristiques pouvant construire la diversité, et par la même occasion, la difficulté de déterminer des "intervalles de tolérance" pour chacun de ces critères au sein desquels des produits ne seront pas considérés comme différents.

Les définitions que l'on peut trouver dans la littérature plus technique sont également évasives, le consensus s'établissant autour de la notion que **la diversité est générée par l'existence de différences physiques ou fonctionnelles entre produits**. Ainsi proposer une voiture avec différentes motorisations et différentes couleurs augmentera la diversité. Il est également important de remarquer que le mode d'achat, les services associés (des révisions par exemple) participent également à la diversité offerte au client.

Cette notion est d'autant plus difficile à définir qu'elle évolue au cours du cycle de production. Dans le secteur de l'automobile la diversité se dessine avec plusieurs

niveaux de choix : famille du véhicule (son 'type' : 106, Laguna, etc.), silhouette (3 ou 5 portes, coupé, cabriolet), version (choix d'un niveau d'équipement et d'une cylindrée), options (équipements facultatifs) peinture, ...

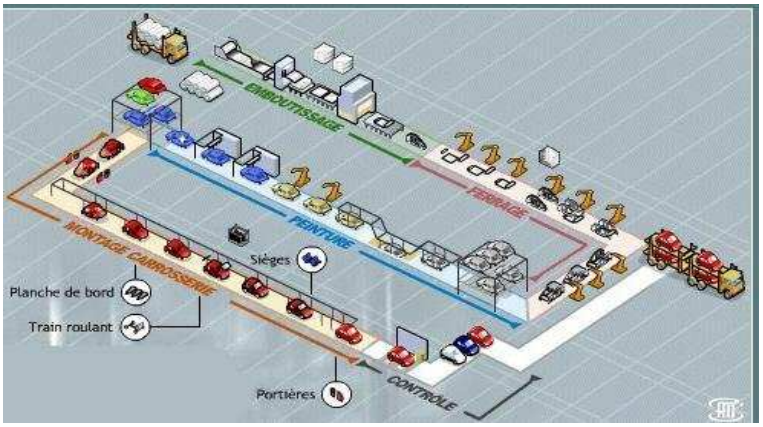


Figure I.2 : Chaîne de production automobile.

Ainsi si l'on considère une chaîne de production automobile, figure I.2, on peut mettre en parallèle l'évolution de la diversité représentée par la figure I.3.

On remarque ainsi que plus le produit se "rapproche" du consommateur plus la diversité augmente, passant d'une dizaine de types en sortie ferrage (3 ou 5 portes, coupé, break,...) à plusieurs millions en sortie montage.

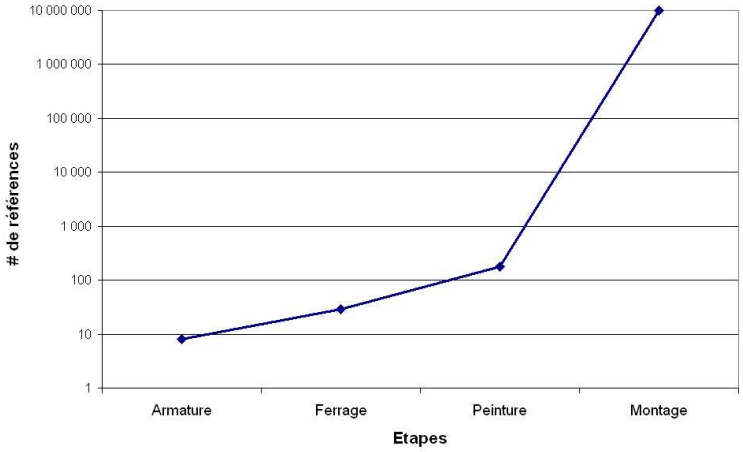


Figure I.3 : Diversité correspondante.

Selon le point de vue considéré, il convient donc de choisir le niveau de différences entre 2 produits à partir duquel on considère qu'il s'agit de 2 produit différents. Il est intéressant de noter que si les consommateurs sont attachés à la diversité des produits, les constructeurs considèrent quant à eux la diversité des composants-process.

Dans ce mémoire nous utiliserons souvent le terme grande diversité ; nous donnons ici des ordres de grandeurs de la diversité rencontrée dans différents secteurs.

Les produits les plus "basiques" sont actuellement proposés sous de multiples facettes, aujourd'hui il existe 9 variétés de sucre[1] obtenues par différentes techniques. Dans le secteur de l'agro-alimentaire, Barilla propose 36 sortes de pâtes vendues. L'offre produit est de plus multipliée par la multiplicité des formats de ventes.

L'industrie automobile quant à elle propose à ses clients une gamme de véhicules extrêmement large. De plus, pour un même modèle le nombre de variantes peut atteindre des quantités importantes, figure I.3. Une des caractéristiques principales de ce type de diversité est que le nombre de produits différents qu'il est possible de produire est considérablement supérieur au nombre de produits réellement vendus.

1.2 Innovation et processus de création

Le marché automobile est l'un des plus innovants, pourtant peu de conducteurs sont de véritables passionnés d'automobiles connaissant les performances de leur voiture et s'intéressant aux avancées technologiques de ce secteur. Les besoins en matière de véhicules particuliers sont le plus souvent identifiés uniquement à partir de l'offre du marché. Ainsi le client "type" ne cherchera pas à satisfaire un cahier des charges précis, mais choisira, parmi les modèles qui lui seront proposés, celui qui lui semble le plus adapté. Cette tendance est confirmée par l'achat dans 65% des cas d'un véhicule en stock lors de la visite au concessionnaire (chiffres Toyota [68]).

La conception de produits nouveaux dans ce domaine ne peut donc s'appuyer sur l'écoute des désirs des clients. Pointet [62] met en lumière le double enjeu de cette démarche. Le constructeur automobile cherche à différencier son produit pour s'approprier un secteur de marché, cette recherche du caractère innovant différenciant est alors une cause importante de diversité, et dans le même temps il cherche à reproduire des caractéristiques de ses concurrents pour capter une partie de leur clientèle.

Le processus de conception d'un produit nouveau est créateur de diversité. Cette propriété est inhérente au mode de communication ponctuel et souvent uni-directionnel qui accompagne la création d'un produit et de son mode de production. La figure I.4 illustre ce phénomène.

[1] Centre d'Etudes et de Documentation du Sucre (CEDUS), www.lesucre.com

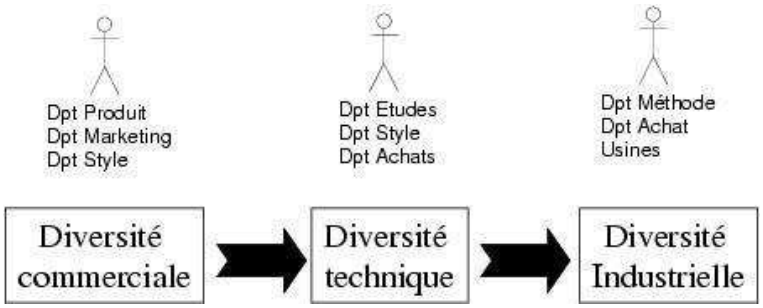


Figure I.4 : Sources de diversité dans le secteur automobile, Ciavaldini et Loubet [20].

Lors de la réflexion sur la création d'un produit, les départements Marketing, Style,... choisissent en fonction de prévisions sur l'évolution du marché, d'orientation du groupe, de l'offre qui devra être proposée aux clients. Des notions telles que les coloris, les formes, les performances sont alors arrêtées, ceci crée la *diversité commerciale*.

Ce processus est généralement assez subjectif, Askin et Dawson, [6] proposent une méthode qui utilise le concept économique d'utilité pour maximiser la satisfaction client (mesurée *ex-ante* par des études de marché) tout en intégrant les contraintes technologiques.

L'étude présentée par Kocher et Rolland dans [49] s'attache à la diversité commerciale dans l'industrie automobile française. Les mesures effectuées chez les constructeurs français mettent en lumière plusieurs tendances :

- l'augmentation de l'offre (les produits récents offrent une diversité plus grande que les anciens),
- l'offre plus importante dans le haut de gamme : ceci est expliqué par la volonté d'amortir les investissements élevés en élargissant le public cible,
- l'intégration d'équipements coûteux dans l'offre série n'est pas avantageuse, les logiques financières conduisent alors à la multiplication des options,
- la recherche de prise de parts de marché pousse les marqueteurs à imiter les offres de leurs concurrents,
- la recherche d'homogénéité des gammes chez un même constructeur augmente le nombre de versions initialement conçues,
- le cloisonnement partiel des métiers ne pousse pas à la remise en cause des choix faits précédemment, chaque étape de la conception ne peut qu'ajouter à la diversité.

Une fois le portefeuille de produits choisi, les descriptions sont traduites en fonctions à réaliser. Ainsi, les indications du style "3 motorisations" sont analysées et répercutées en termes de cahier des charges fonctionnel. Les caractéristiques des différents moteurs, systèmes d'alimentation, ... sont alors transmises aux centres industriels. Les différents éléments fonctionnels identifiés représentent la *diversité technique*. Le passage de la diversité commerciale à la diversité technique est source de diversité. Par exemple, pour garantir l'offre de 3 types de motorisation (essence, diesel, TDiesel) il faudra non seulement 3 types de moteurs mais également plusieurs types de réservoirs, de pots d'échappement, ...
Cette déclinaison de l'offre est de plus propre à un pays, par l'intégration des contraintes liées aux réglementations. Ainsi les caractéristiques techniques des pots d'échappement sont prescrits par les normes environnementales.

Les centres industriels ont la charge de décliner des caractéristiques techniques en nomenclatures et modes opératoires. Les décisions prises à ce niveau conduisent en particulier aux choix des composants ou blocs technologiques garantissant la satisfaction du cahier des charges, c'est *la diversité industrielle*. Ainsi le même véhicule pourra être réalisé différemment selon son lieu de production, l'élaboration de la diversité industrielle tenant notamment compte des divers équipements disponibles sur les sites de production.

Pendant cette thèse, nous nous sommes surtout attachés à la diversité industrielle, c'est-à-dire celle qui est visible sur les chaînes de production, tant au niveau des méthodes utilisées que des composants rentrant dans le process.

1.3 Image et politique marketing

Dès les années 1960, le désir des consommateurs de trouver une offre répondant exactement à leurs besoins a été détectée comme source de gain de parts de marché. Les innovations en management, dans les technologies mais aussi dans la gestion des informations via le développement des ordinateurs ont rendu possible au sein des entreprises la diversité souhaitée par les clients [70]. La diversité est considérée par les marqueteurs, les publicitaires et certains dirigeants comme une source de gain. En effet, elle permet de générer des gains de distance, des profits monopolistiques et des gains de préemption du marché, Tarondeau [74].

"Quand les clients disent : "Cette voiture ressemble aux autres", c'est alors son défaut marquant... Il faut donc aller chercher le consommateur là où il ne s'y attend pas" D. Bachelet (directeur du marketing PSA, direction des plans et produits 1993).

Les industries automobiles américaine et japonaise ont mis en place des stratégies différentes pour gérer la diversité. Les entreprises américaines ont préféré de gros volumes de production (dans le but d'effectuer des économies d'échelle) et pour cela ont réduit leur offre basique, préférant développer un système d'options. Les firmes japonaises ont préféré offrir un nombre de modèles important et limiter les options ou variantes. Comme le disait son inventeur, Taichi Ohno, le système de

production Toyota est “né du besoin de faire de nombreux types d’automobiles, en petites quantités avec le même process.”

Une partie de la diversité est liée à la globalisation du marché, en effet les entreprises sont présentes sur de nombreux marchés, leurs produits doivent alors être déclinés en fonction de la langue, des normes, des lois, des habitudes de consommation des clients. Un exemple illustrant bien ces contraintes est celui des ordinateurs : les claviers, les documentations techniques doivent être spécifiques au pays de vente, les appareils doivent s’adapter aux différentes spécifications électriques, les contraintes concernant le recyclage des différents constituants peuvent amener à utiliser différents matériaux,...

Naughton [57] relate “l’échec” de la Honda Accord version 1994, un design trop générique de cette voiture destinée à la fois aux marchés américains et japonais n’a permis d’atteindre les objectifs sur aucun de ces marchés. Néanmoins, la position de Honda sur le marché mondial ne lui permettait pas de supporter les coûts d’une double conception. La décision prise en 1996 d’utiliser une plate-forme commune pour les différents modèles destinés aux différents marchés a permis de proposer 3 voitures distinctes pour un coût inférieur de 20% à celui de la voiture unique (Naughton [57]).

Crié et Benavent [23], introduisent la notion de *produits fidélisants* recherchés par le marketing défensif. Cette stratégie inclut des logiques de gestion de clientèle mais aussi de gestion de portefeuilles de produits.

Cette évolution est également notable dans des secteurs qui ne sont pas sujets à de fortes innovations techniques comme le secteur de la restauration rapide. Mac Donald était un exemple parfait de la production de masse : menus, recettes, uniformes et locaux suivaient un même standard et ce sur toute la planète, tout au long de l’année. Aujourd’hui des maires, des gérants de centres commerciaux ne souhaitant pas *dévaloriser* un site plutôt haut de gamme, imposent des infrastructures très sobres, totalement en rupture avec le style des sites drive-in. De plus, des sandwiches tenant compte des spécificités culinaires et spécialités gastronomiques des régions d’implantation sont élaborés, ce qui permet d’afficher chaque semaine de nouveaux produits.

1.4 Service après-vente

Les progrès ou découvertes technologiques sont aujourd’hui utilisés de manière quasi immédiate dans l’industrie, que ce soit dans les méthodes de production ou dans les produits eux-mêmes. L’apparition de produits possédant ces caractéristiques d’innovation est un facteur important d’attraction de la clientèle. Néanmoins pour garder (et fidéliser) des clients, les firmes doivent assurer également le maintien à la vente de pièces de rechange ou de consommables (par exemple cartouches d’encre ou disquettes) compatibles avec les anciennes technologies. Cette disponibilité des pièces est un critère de choix très important dans l’achat de produits à durée de vie

longue. De plus, certaines technologies sont contraintes par la loi à une durée de maintien des pièces.

Ainsi des produits garantissant les mêmes fonctions sont disponibles sous plusieurs formes. Une politique de limitation de diversité ne pourrait faire disparaître ces produits parallèles.

Notons que l'activité de vente de pièces de rechange ne peut être considérée comme annexe. En effet, sur un chiffre d'affaires moyen de 29,2 M€ en 2001 une concession Renault devait 4,9 M€ à la vente de pièces de rechange (Source Atlas Renault 2003).

2 Inconvénients de la diversité

Avoir une offre produit telle que tous les désirs des clients puissent être satisfaits dans des délais courts et ce pour des prix raisonnables est la panacée recherchée par toutes les entreprises. Malheureusement, la diversité amène son lot d'inconvénients qu'il faut gérer.

2.1 Coût

L'une des conséquences de la diversité est la complexité. En effet, la diversité des éléments conduit à une complexification des opérations de montage. Ben Aissa [14] donne quelques exemples des répercussions de la diversité des pièces sur les opérateurs : multiplicité des tâches, choix des pièces (et des outils) plus difficiles, déplacements plus nombreux, etc.

Cette complexité est une source de coûts importante. Certains coûts peuvent être quantifiés, ceux générés par des modifications des postes de travail (meubles d'approvisionnement plus nombreux par exemple), la création d'outils spécifiques, ... Néanmoins on ne peut évaluer le coût généré par le stress subi par les opérateurs, celui-ci est répercuté à la firme via les erreurs commises lors des choix parmi de multiples références (non-qualité produit) mais aussi via les arrêts maladies.

Le message "la diversité coûte cher, il faut la réduire" est trans-sectoriel. Cette vision de la diversité comme une source de coûts important est sans doute liée au fait que l'évaluation des coûts de la diversité commerciale est problématique. En effet, s'il peut sembler envisageable de chiffrer les coûts relatifs à l'achat de nouvel équipement ou les coûts matière entraînés par une évolution de l'offre, des coûts indirects seront toutefois non évaluables. Citons comme exemple de ces coûts la mauvaise rotation du stock concessionnaire (due à une mauvaise anticipation des répartitions des commandes entre les différentes références, anticipation d'autant plus difficile que ces références sont nombreuses) ou encore le sur- ou sous-dimensionnement des lignes de production (toujours dû à une mauvaise anticipation des répartitions des commandes).

Peugeot et Citroën ont choisi une approche d'approximation globale en imputant arbitrairement un coût de 142 KF/an à l'introduction d'une nouvelle version, Kocher et Rolland [49].

Martin et Ishii [55] listent certaines sources de coûts de la diversité, notamment des coûts directs :

- équipement
- surface nécessaire (stockage et production)
- coût de développement
- coût de négociation avec des nouveaux fournisseurs

Ce dernier point est illustré par le fait que dans le prix final de la voiture les achats représentent 70% du coût total de fabrication, Pointet [62]. L'originalité coûte donc cher et les prix sont discutés âprement. Les méthodes de production utilisées pour le Mégane Scénic (1996) sont conçues en même temps que le produit lui-même, ainsi le concept de déclinaison des variantes (cabriolet, coupé,...) sur une même base roulante permet de fabriquer ces différentes variantes sur une même ligne de production.

Les principales sources de coûts indirects identifiées sont les suivantes :

- logistique
- qualité
- modification de la capacité des lignes due aux temps de réglage
- stock de matières premières
- stock d'en-cours
- stock de produits finis
- stock de pièces détachées (service après-vente)

Selon AASA (Automobile Aftermark Suppliers Association) les stocks immobiles (produits qui n'ont pas bougé en 12 mois) dans le marché des pièces de rechange automobiles, tous constructeurs confondus, sont évalués à 6 milliards de dollars. Cette immobilisation est estimée coûter entre 1,5 et 2 milliards de dollars par an [69].

2.2 Mauvaise utilisation de la diversité

Selon Kocher et Rolland [49], une étude Peugeot montre que la diversité commerciale n'est que très peu utilisée (voir figure I.5). Ainsi 90% de ventes de 306 sont réalisées avec 20% des références.

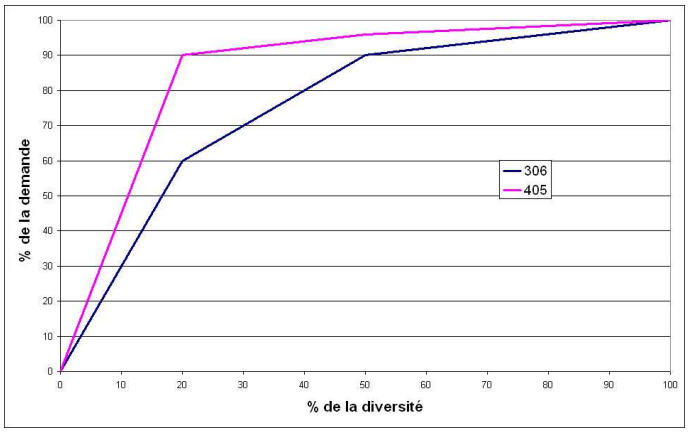


Figure I.5 : Consommation de la diversité [49].

Lors d'un achat de véhicule, les délais ressentis par un client qui souhaite un véhicule précis, qui sera donc produit pour lui, sont souvent supérieurs à 4 semaines. Pour avoir une voiture quasi-immédiatement 30% des acheteurs choisissent alors un équipement série et 65% achètent une voiture du stock concessionnaire (chiffres ICDP 1999). La réduction des délais ressentis par le client permettrait donc de profiter plus des avantages concurrentiels offerts par la diversité. En effet, la part des voitures à équipement *de série* atteint 30% (chiffres ICDP 1999). Cette dénomination englobe tous les équipements présents par défaut sur le véhicule, par exemple l'offre série pour la 307CC est la suivante : ESP, Air conditionné régulé, Projecteurs antibrouillard, Ordinateur de bord, Régulateur de vitesse, Airbags frontaux et latéraux tête et thorax, Lève-vitres avant et arrière à commande séquentielle, Rétroviseurs électriques et chauffants , Allumage automatique des projecteurs, Rétroviseur intérieur électrochrome, Lecteur mono CD, Jantes en alliage léger, 2 arceaux déployables arrière en cas de retournement[2].

Une étude sur les comportements des acheteurs de voitures neuves menée par Lambey-Checchin [51] s'intéresse au sacrifice perçu c'est-à-dire le prix, monétaire ou non, nécessaire pour obtenir un produit. Il est intéressant de remarquer que, sur le panel testé, le sacrifice que constitue le temps consacré à la recherche ainsi que l'attention fournie dans cette recherche domine le risque d'acheter une voiture *qui ne convient pas*.

2.3 Qualité

Lorsque l'offre se multiplie, le problème d'équilibrage des lignes de production et le problème d'ordonnancement des tâches se complexifient. De plus, la productivité

[2]offre PSA au 1er octobre 2003

et la qualité de la production peuvent diminuer. En effet, la complexification des tâches, la multiplication des réglages abaissent le rendement : le réglage des vitesses de ligne de production doit, en effet, permettre la réalisation du produit le plus complexe.
La qualité des produits peut être affectée via les opérations de production (les opérateurs devant réaliser de nombreuses tâches différentes, les risques d'erreurs sont plus importants) mais aussi via les composants (avoir un nombre de composants plus élevé, plus de fournisseurs, diminue la facilité des tests et évaluations) Ben Aissa [14].

Si les impacts négatifs de la complexification sur la production semblent inévitables, la question des effets d'une diversité importante, mais pour laquelle la complexité est maîtrisée, est plus ouverte.
Une évaluation chiffrée est réalisée par Mc Duffie *et al* [54], les données proviennent d'une étude internationale sur l'industrie automobile. Cette étude statistique a permis de mettre en lumière les relations existant entre diversité et productivité/qualité.
Les résultats obtenus montrent que s'il existe bien une relation directe entre automatisation et productivité, les impacts de la variabilité des options ne sont pas statistiquement significatifs (intervalles de confiance très faibles).
Cette analyse tend donc à prouver que lorsque les usines sont équipées de manière adéquate pour gérer la diversité (ce qui est le cas dans l'industrie automobile) l'étendue de leur mix-produit n'a pas d'impact sur la productivité. De même il apparait que la diversité ne détériore pas inévitablement la qualité de la production.

3 Gestion de la diversité

De même que les coûts de la diversité sont difficiles à évaluer les gains d'une reconception du process de fabrication sont difficilement quantifiables. L'amélioration du temps de satisfaction d'une commande, le gain en flexibilité sont autant de critères qu'il semble intéressant de développer mais pour lesquels une évaluation non qualitative est hasardeuse.

Définition 4 : *Différenciation retardée*
Les stratégies de différenciation retardée, ou postponement, ont pour objectif de réduire le risque associé à la diversité produit : en exploitant les similitudes entre objets et en concevant la production, et la distribution pour retarder les points de différenciation [7], [78].

Il existe différentes classifications selon le moment de différenciation dans le process sans aucune prise en compte du mode de différenciation : étiquetage, emballage, assemblage, production.

Une autre classification de Lee et Tang [52], s'effectue selon des critères de méthodes utilisées :

- standardisation des composants et des sous-ensembles
  mise en oeuvre nécessitant re-conception
- conception modulaire
  palliatif de la commonalité
- retardement d'opération(s)
- reséquencement

Cette taxonomie nous semble la plus à même de refléter les différentes raisons de choix de la différenciation retardée. Nous décrirons dans les sections suivantes les concepts de standardisation et de conception modulaire qui sont ceux rencontrés dans l'exemple industriel décrit en section 4.

3.1 Standardisation

Dès le 19° siècle, des recherches dans la standardisation des produits ont été menées ; ainsi les travaux de Renard sur les cordages utilisés dans les navires de guerre ont mis en lumière la possibilité de limiter l'offre tout en satisfaisant la demande. La figure I.6 montre comment l'étude des tractions avant rupture permet d'établir différents diamètres standards (ici 3) permettant de répondre à toutes des demandes. Ainsi, par exemple, toutes les demandes de cordages devant résister à des tractions inférieures à y2 mais supérieures à y1 seront satisfaites avec un cordage de diamètre x2. On peut donc limiter les références à gérer mais il faut alors faire face aux coûts entraînés par le sur-dimensionnement ou la sur-qualité.

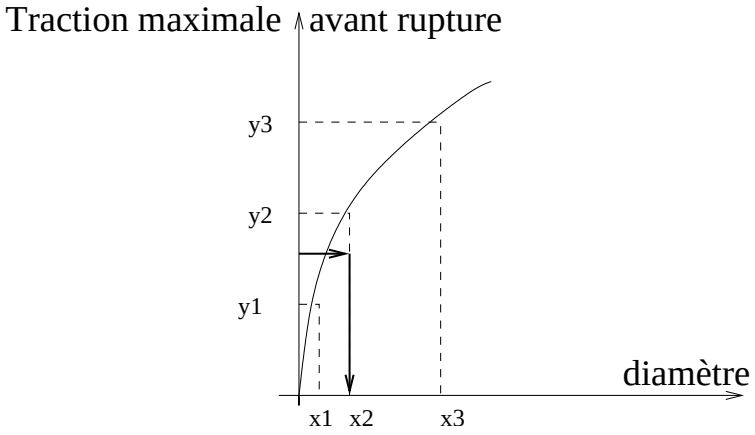


Figure I.6 : Dimensionnement des cordages avec la méthode de Renard.

Une variante de la modularité peut être trouvée chez Wolfson [77] qui traite la question du stockage de pièces pouvant être retaillées afin d'être utilisées dans différents

montages. Cette étude fut poussée par Pentico [60] qui intègre l'incertain via des demandes probabilistes.

Ces approches mono-critères (diamètre ou taille) ont été étendues par Giard pour prendre en compte plusieurs critères et notamment des critères économiques. Ainsi dans un article de 1999 [34], Giard propose une modélisation sous forme de problème linéaire. Celle-ci met en lumière les limites fixées par la pertinence des données *ex-ante* qu'elles soient dues aux inter-dépendances des décisions, aux inconnues que sont les innovations ou à la difficulté qu'est la valorisation d'une solution technique.

3.2 Modularité et Assemblage à la commande : une politique de contrôle de la diversité

3.2.1 Modularité

Le concept de modularité est utilisé dans de nombreux domaines et secteurs, les définitions et applications sont explicitées et redéfinies dans chaque cas. Pour étudier ce concept nous utiliserons une analyse tri-dimensionnelle proposée par Fixson [28] qui permet d'intégrer les différents points de vue. Les axes d'approches sont les suivants : systémique (le produit est considéré comme un ensemble d'éléments qui interagissent), hiérarchique (les approches fonctionnelles et marketing sont opposées) et cycle de vie du produit.

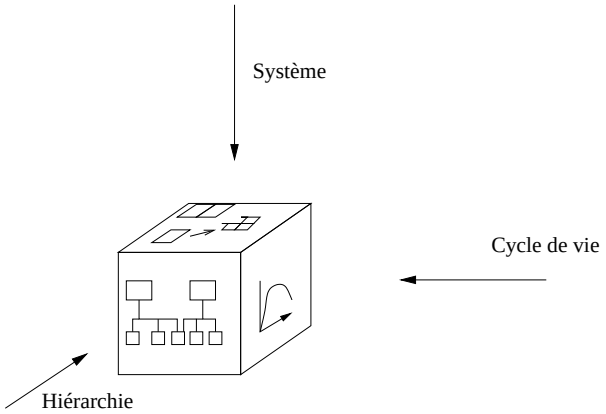


Figure I.7 : Approche tridimensionnelle [28].

Définition 5 : *Production modulaire*
Capacité à concevoir et produire des ensembles pouvant être combinés en un nombre maximum de manières [70].

Lorsque l'on considère le produit comme un système il convient de définir l'entité *module*. Une définition assez consensuelle (Ulrich [76], Baldwin et Clark [10]) s'ancre

sur la notion de très forte dépendance entre éléments d'un module et indépendance entre modules d'un même produit. Ces deux caractéristiques permettent alors l'émergence de 3 axes de définition : unité (relation au sein d'un module), interfaçages (relations entre modules) et vision conjointe unité-interface.

Le choix d'une production modulaire nécessite une réflexion sur le processus de conception propre à l'entreprise. Huang et Kusiak [45] s'intéressent à l'intégration dans l'étape de conception du concept de modularité. Il s'agit pour eux de déterminer une méthode permettant d'intégrer les contraintes fonctionnelles du produit à concevoir dans l'étape de détermination des découpages en modules. La méthode consiste en une identification exhaustive des interactions entres différents composants de base puis en un regroupement de composants en modules de manière à limiter les interaction entre modules.

Chakravarty et Balakrishnan, [17], s'intéressent à la phase de conception d'un produit, les questions de variété à proposer au client ainsi que la diversité technique pour supporter cette variété commerciale. L'étude prend en compte le coût de la conception modulaire, dont la répercussion par projet est difficile à évaluer car l'intérêt de ce type de conception est sa capacité à utiliser pour les nouveaux projets, des *briques* des projets précédents. La notion de *retour sur investissement* est alors plus difficile à évaluer. Cette question est particulièrement sensible lorsque les relations fournisseur/Donneurs d'ordres (DO) sont équilibrées, il convient alors de négocier ces questions stratégiques de diversité.

Kusiak, dans son chapitre sur les produits modulaires ([50], chap. 12), pointe les risques d'une modularité mal maîtrisée. La redondance de l'architecture (la conception des modules est telle que de nombreux modules ne sont pas compatibles), la multiplication des modules inutilisés (induite par la volonté de répondre au pire des cas) et le risque potentiel d'une architecture figée sont autant de dangers liés au choix d'une conception modulaire.

La représentation matricielle des différentes contraintes entre blocs fonctionnels permet de se donner des méthodologies systématiques de conception visant des critères de coûts et performances [50]. Néanmoins la superposition de divers types de contraintes (mécaniques, électriques, hydraulique,...) ne permet pas la mise en place d'une conception routinière, l'interaction entre différents métiers restant indispensable.

3.2.2 Assemblage à la commande

Les stratégies de production traditionnelles, production à la commande ou production pour stock, ont ceci en commun de ne pas interrompre le cycle de production d'un produit. Une fois l'ordre de production lancé, pour répondre à une commande existante dans le cas de la production à la commande, ou pour stocker, dans le cas de la production pour stock, toutes les étapes permettant l'obtention du produit fini sont exécutées.

Une alternative à cette représentation continue du processus de production est la politique de configuration à la commande qui peut prendre deux formes : l'assemblage à la commande ou la sélection à la commande [22].

La sélection à la commande (**pick to order**) consiste à considérer une demande client comme une liste d'options. Cette politique de gestion de la production est souvent choisie par les cuisinistes. En effet, dans le secteur des cuisines équipées, la difficulté pour le cuisiniste est de fournir quasi-immédiatement aux clients les différents kits qui leur permettront de réaliser eux-mêmes les meubles désirés. Il s'agit alors de réaliser à l'avance des paquets regroupant plusieurs options, l'opération de satisfaction consiste alors en une sélection des paquets réalisés.
Une démarche de ce type permet une meilleure gestion du stock tout en maintenant la capacité de répondre à une demande spécifique du client par groupement de différents paquets.

L'assemblage à la commande (assemble to order ou **ATO**) consiste au découpage temporel de la gamme de production. Comme illustré par la figure I.8, les composants, notés $a_i \quad i = 1 \ldots n$, sont utilisés pour former des modules (cette obtention peut nécessiter des opérations complexes), notés $m_j \quad j = 1 \ldots TS$ où TS représente la taille du stock de modules, qui seront stockés dans l'attente de la commande du client.

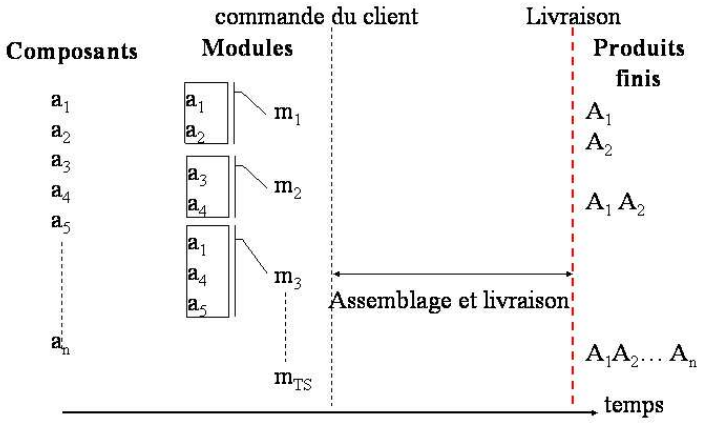


Figure I.8 : Assemblage à la commande.

Lorsque la commande ferme du client arrive une opération d'assemblage de modules stockés a lieu, le produit constitué des composants a_1, a_3 et a_5 sera noté $A_1A_3A_5$.

Si ce produit fini est obtenu par l'assemblage des modules m_1 et m_{65} il pourra également être noté M_1M_{65}.

Remarque 1. *Dans ce document, le terme produit ne sera utilisé que pour désigner les produits finis tandis que les termes composant et module seront réservés aux produits intermédiaires pouvant être assemblés.*

Dans ce type de production, le délai d'attente ressenti par le client est alors celui de cet assemblage final et du transport.

Lorsque la politique de gestion de la production est de type "assemblage à la commande", sa mise en place doit répondre à deux questions :

- Quels modules stocker ? (Problème de la définition)
- En quelle quantité ? (Problème de la gestion)

3.2.3 Aspects organisationnels du choix de l'ATO

La mise en place d'une politique de gestion de la production de type assemblage à la commande ne se limite pas à la résolution de problèmes techniques. En effet, ce changement de mode de production doit s'accompagner d'une réflexion sur les modifications de type organisationnel.

a) Organisation interne

Baldwin et Clark, [11], mettent l'accent sur les modifications de la conception rendues possibles par une identification précise des interfaces et une conception disjointe des différentes unités. En effet, la capacité de sous-traiter des entités pour lesquelles le cahier des charges ne spécifie pas les technologies à employer (mais impose uniquement des fonctions à réaliser et des structures d'interface à garantir) est reconnue (Hsuan [44], [42]) pour faciliter l'innovation, voire la stimuler.
Ainsi, fournir des composants de type "black-box" permet aux sous-traitants de rester propriétaires de leur technologie et de leur savoir-faire. Il est désormais possible pour un fournisseur de développer les technologies qui lui semblent pertinentes (dans les années 80, les orientations des R&D étaient souvent décidées par les clients). De plus, le choix des fournisseurs de second rang est également laissé à la liberté des concepteurs réels.

Cette nouvelle organisation/répartition du travail, conduit également à repenser l'activité principale (le cœur de métier) les activités de test et de validation prennent ainsi plus d'importance.

Le choix entre standardisation ou développement de composants spécifiques ne peut être considéré sans tenir compte des relations existant entre la firme et ses fournisseurs ou sous-traitants. Les travaux de Hsuan [42], [43], [44] et de Novak [58]

montrent l'interaction entre les décisions d'out-sourcing et la complexité des produits considérés.
Le choix d'une production interne ou d'une externalisation peut par exemple s'appuyer sur la criticité des technologies ou sur les compétences de l'entreprise, Chapeau-Blondeau et Monir [18]. Ainsi, il semble plus facile de sous-traiter des parties standards (aux interfaces bien identifiées et maîtrisées) que des parties de produits. L'entreprise bénéficiera alors de la concurrence entre ses fournisseurs [10]. Néanmoins, il ne faut pas négliger les contraintes d'une telle décision notamment en terme d'autonomie d'innovation (plus facile à impulser si tout est fait en interne) ou en terme de performance.

b) Le contrôle

Il ne suffit pas de mettre en place le système d'assemblage à la commande, il faut également s'interroger sur les dispositifs de contrôle du processus. Une instrumentation doit en effet être pensée pour vérifier le respect des objectifs, d'efficacité, de rentabilité, ...

Giard et Lagroue [36] s'attachent à l'étude des modifications à apporter au contrôle de gestion "classique" pour qu'il soit adapté à cet environnement particulier "à la commande". Les liens existants entre système d'information, système de pilotage et contrôle de gestion existent, indépendamment du mode de gestion de production utilisé ; néanmoins, le manque de prévision du travail à exécuter (répartition des demandes par types de produit, volume à traiter,...) induit par l'attente des commandes, met à mal les relations système de production/système de gestion.
Il s'agit alors pour le contrôleur de gestion de mesurer *ex-post* les performances du système et d'effectuer des simulations destinées à vérifier si les performances non atteintes étaient réalisables. Le rôle du système de pilotage sera alors d'analyser les causes de non-respect des performances, dans le but de modifier à moyen terme l'organisation en place.

4 Exemple industriel

4.1 Dimension

La diversité des véhicules proposée aux clients (Cf. 1.1.2) est notamment permise par une diversité des composants utilisés. Un composant principal des véhicules est le faisceau électrique, figure I.9.

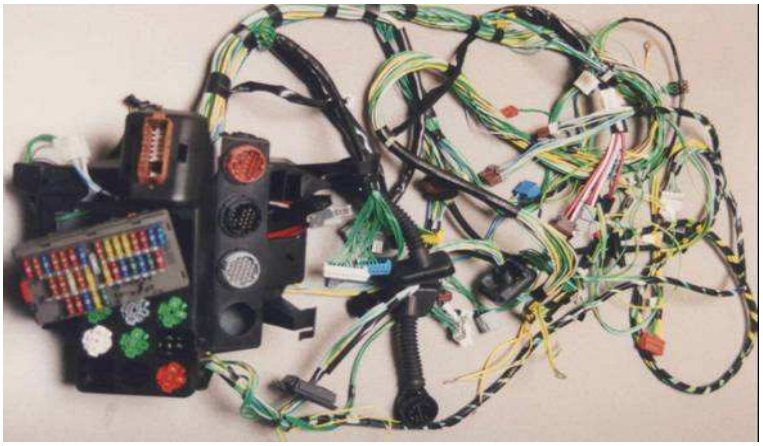


Figure I.9 : Un faisceau électrique.

Cet ensemble de fils et de connecteurs transmet courant et information, figure I.10. La multiplicité des fonctions à réaliser (airbag, vitre électrique, contrôle des phares...) est garantie par la combinaison des différentes références de fils et de connectique.

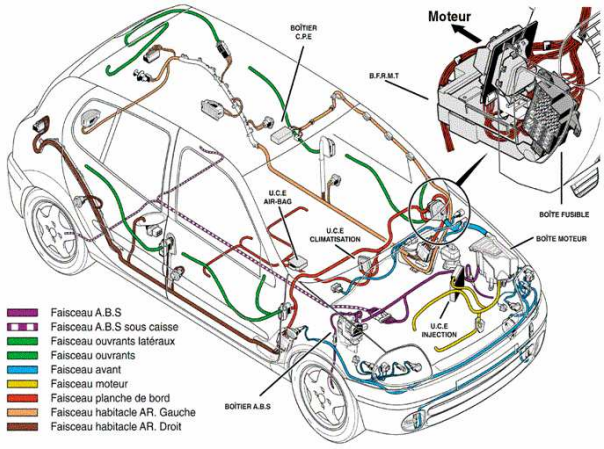


Figure I.10 : Les faisceaux dans une voiture.

Donnons un exemple de cette combinatoire : dans une voiture moyenne gamme un faisceau standard assure 15 fonctions différentes. Selon les déclinaisons (silhouette, motorisation, ...), ces fonctions existent en plusieurs versions (1 à 9). La combinatoire potentielle est alors de l'ordre de **7 millions** de faisceaux électriques différents pour un unique modèle de voiture [1]. Néanmoins, il existe des relations d'inclusion ou d'exclusion entre fonctions, ainsi la fonction "air-bag passager" ne peut être installée que si la fonction "air-bag conducteur" est présente. De même, les différentes

motorisations sont exclusives (un véhicule ne peut être essence et diesel), les fonctions correspondantes ne pourront donc coexister.

Ces relations réduisent la combinatoire potentielle.

4.2 Gestion des modifications

Cette partie s'appuie sur les observations menées lors d'un travail de DEA en immersion chez Valeo Connective Systems [24], [63]

La volonté des constructeurs automobiles de diminuer les durées de conception des véhicules a amené un raccourcissement des tâches de conception. Cette réduction de la phase initiale a entraîné une augmentation significative des modifications ultérieures en particulier sur les faisceaux électriques (élément de liaison par excellence). Une remise en question de l'efficacité et de la sûreté du processus de traitement des modifications a initié une démarche d'étude de l'existant permettant une analyse des éventuels dysfonctionnements.

Le faisceau électrique est l'élément de connection du véhicule (figure I.10). Sa fonction connective le rend très sensible aux modifications des différentes parties du véhicule.

Ainsi la modification de la forme des sièges, de l'emplacement des éclairages intérieurs de même bien sûr que les évolutions techniques des multiples éléments sont autant de raisons pour l'initiation d'une modification d'un faisceau.

Les modifications peuvent être minimes (déplacement d'une agrafe, changement d'enrubannage, ...) ou impacter considérablement le faisceau (ajout ou suppression d'une fonction par exemple).

La grande diversité des faisceaux produits augmente le nombre de modifications, figure I.11. Ainsi, lorsque l'emplacement des sièges un véhicule change, c'est toutes les nomenclatures, les gammes qu'il faut changer.

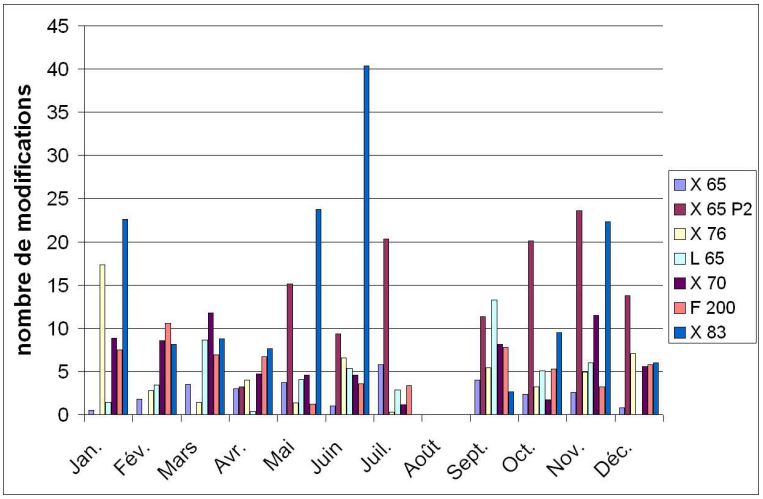


Figure I.11 : Modifications par véhicule, données Valeo 2000.

Ces aspects ont également été étudiés dans le secteur aéronautique, ils étaient le cœur de la thèse d'Arnaud Rivière [64].

4.3 Politique de production

Nous avons vu (section 4.1) que la diversité potentielle en faisceaux électriques est, pour un véhicule moyenne gamme, de l'ordre de 7 millions tandis que pour ce même véhicule la vente annuelle est de 350 000 [2], il est donc impensable pour l'équipementier de produire pour stock (car une très large majorité des références ne sera jamais commandée). De plus, les contraintes temporelles imposées par le constructeur automobile (quelques heures seulement entre réception de la commande et livraison) ne permettent pas la production à la commande.

Une solution peut être la production d'un nombre limité de faisceaux standards. En effet, la politique de production actuelle autorise l'effet enveloppe, c'est-à-dire que l'on autorise la présence dans le produit réalisé d'options non demandées, et donc non payées, par le client. Le prix de cette sur-qualité est partagé entre constructeur automobile et équipementier. La question est alors de déterminer quels faisceaux standards produire. Ce problème est étudié par Briant [15], [16].

Cette politique est aujourd'hui questionnée, il s'agit donc de trouver des nouveaux modes de conception/gestion qui permettront de fournir en temps voulu le faisceau correspondant exactement à la commande.

Une solution est l'assemblage à la commande accompagnée d'une organisation de type production des produits semi-finis délocalisée et assemblage sur site, figure I.12.

Figure I.12 : Poste d'assemblage.

Cette organisation permet de bénéficier des coûts de main-d'œuvre avantageux des pays où la production initiale est accomplie, tout en restant assez réactif pour la synchronisation avec les lignes de production du Donneur d'Ordres. Pour réduire au maximum les délais de livraison, les sites d'assemblage sont souvent très proches des usines de production automobiles.

La question centrale est alors la définition des modules à stocker, qui devra permettre la garantie du délai de livraison imposé.

Conclusion

L'étude bibliographique de la littérature concernant le concept de diversité nous a permis de clarifier différents termes et de définir les concepts que nous utiliserons par la suite. La prise en compte des différents processus de génération de diversité (section 1), nous a permis d'identifier et de discuter des problèmes générés par ce phénomène (section 2). La description des différents mode de gestion de la diversité, en section 3 a illustré l'adéquation d'une politique de type assemblage à la commande à la gestion de grande diversité.

Chapitre II

Exploitation de l'information

Introduction

Dans ce chapitre nous présenterons dans un premier temps les questions que soulève la présence, ou la génération, d'information au sein de l'entreprise (section 1). Puis, nous proposerons une modélisation de l'information qui intègre une notion de "niveau" d'information (section 2). Enfin, nous proposerons une méthode permettant de générer l'information nécessaire pour réaliser les opérations de dimensionnement de l'outil de production à partir de l'information réellement disponible (section 3).

1 Contexte

1.1 Une époque de l'information

L'information tient une place centrale dans notre société. Les progrès des technologies de la communication (transferts de données en temps réel à l'autre bout du monde, établissement de standards de format pour la transmission) ont motivé une recherche de l'information au sein de toutes les structures. De plus, les forts investissements en technologie de maîtrise de l'information (ERP, Intranet, messagerie...) rendent possible une communication de ces informations entre services mais aussi entre partenaires économiques. En 2003, 2000 milliards de mega octets ont été produits[1] et le nombre de courriels échangés en 2005 devraient atteindre 35 milliards par jours[2]. Cette masse de données brutes est stockée assez facilement, les capacités des mémoires évoluant de manière exponentielle ; néanmoins, le problème de leur traitement puis de leur utilisation est souvent repoussé dans le temps.

En outre, on observe une réelle volonté de recherche de l'information tant dans les foyers que dans les entreprises. Aujourd'hui des ménagères gèrent le budget

[1]Données Imation, leader du stockage de données, *netchercheur* n°2 mai 2004
[2]estimations IDC (International Data Corporation)

familial par la comptabilité analytique (les logiciels comme Money étant souvent dans l'offre logiciel fournie avec les ordinateurs familiaux) et les entreprises désirent tracer en temps réel le chemin de chaque composant entrant dans leur structure que ce soit des fournitures de bureau ou des matières premières de leur process industriel. La pénétration de la démarche qualité au sein des entreprises a permis de discerner de l'information jusqu'ici non perceptible. Ainsi, des informations telles que durée effective (et non prévue !) du cycle de production, durée de traitement des commandes, délais de transport, existent maintenant dans la plupart des entreprises.

Il nous a semblé important de réfléchir à une formalisation des informations nécessaires aux prises de décisions propres au problème étudié dans ce mémoire, à savoir la mise en place d'une politique de production de type assemblage à la commande.

1.2 Vers le partage total de l'information ?

L'exemple de Barilla (le plus important fabricant de pâtes au monde) [40] est frappant : le partage d'information avec ses distributeurs a permis de réduire de 49% le stock moyen chez ses distributeurs.
Néanmoins des études ont relativisé cet élan vers le partage total d'information. Gavirneni et Tayur [30], comparent les effets d'une communication totale entre donneur d'ordres et fournisseur à ceux de la différenciation retardée (différenciation à l'expédition et non plus à l'étape de production). La comparaison est réalisée à l'aide de 4 modèles présentés dans la figure II.1.

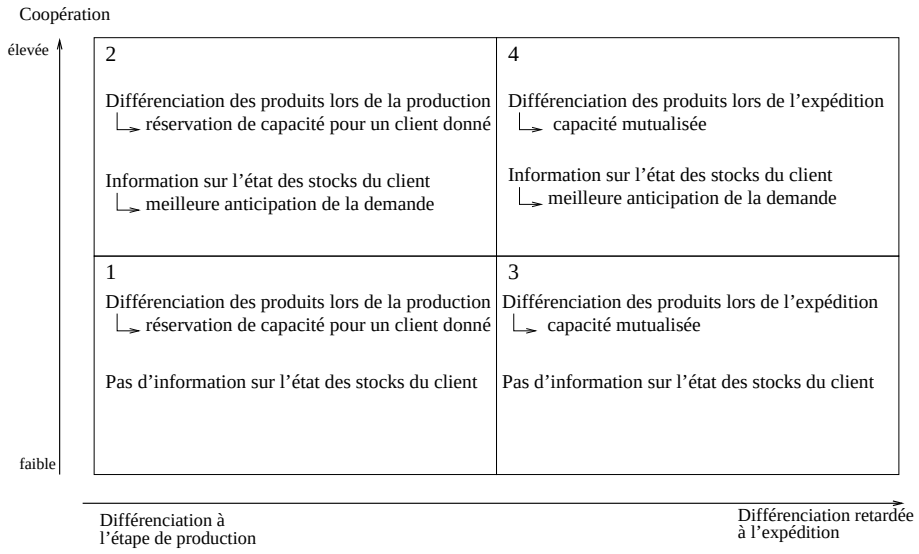


Figure II.1 : Différents modèles utilisés pour comparer les 2 stratégies.

Les coûts de possession du fournisseur ainsi que ses coûts de non satisfaction d'une demande sont linéaires. La capacité de production est finie. Pour les modèles 1 et 2, des réservations préalables sont réalisées pour les différents clients. Pour les modèles 3 et 4 le repoussement de l'opération de différenciation à l'expédition permet de ne pas diviser cette capacité.
Les décisions sont les volumes de production du fournisseur, pour chaque période, l'objectif étant de minimiser les coûts de possession et de pénurie.
Les résultats de cette recherche sont les suivants :

- il est toujours préférable pour le fournisseur d'avoir accès à plus d'information le modèle 2 permet d'obtenir des coûts inférieurs à ceux du modèle 1 et le modèle 4 permet d'obtenir des coûts inférieurs à ceux du modèle 3
- s'il faut choisir entre partage d'information et différenciation retardée, le premier devra être retenu lorsque les coûts de possession sont élevés, la capacité de production importante, ou lorsque les clients sont différents (de par leur loi de demande, les produits commandés...)

La situation la plus avantageuse pour le fournisseur est d'utiliser simultanément ces 2 stratégies.

1.3 Des informations fiables ?

L'information concernant la connaissance de la demande a fait l'objet de nombreuses études, notamment synthétisées dans Gavirneni *et al* [31], Lee et Whang [53]. Son utilisation pour la réalisation d'économies par une meilleure adaptation de la firme à son milieu est indéniable.
Néanmoins, les nombreuses données décrivant un processus doivent être considérées avec prudence. En effet, la précision des informations disponibles n'est pas toujours connue et des écarts entre données et réalité sont possibles quel que soit le mode de récolte et de traitement des données. De plus, de nombreuses estimations sont également réalisées *ex-ante*, elles sont destinées par exemple au dimensionnement de chaîne de production, et ne sont alors qu'indicatives.

Des études ont pris en compte des informations partielles ou "vagues" sur la demande. Ainsi, Ben Abdelaziz et Masri [13] proposent d'étudier un type de demande caractérisé par la connaissance d'un intervalle de réalisation. Cette modélisation illustre les situations pour lesquelles les études réalisées (par des marqueteurs par exemple) ne permettent pas d'obtenir des informations précises sur les demandes à venir. Ainsi on aura :

$$estimation\,pessimiste \leq demande\,attendue \leq estimation\,optimiste$$

ou

$$ventes\,totales\,année_n = ventes\,totales\,année_{n-1} \times progression\,annuelle\,estimée$$

En ce qui concerne les informations sur la demande, lorsque le nombre de produits finis est élevé, la représentativité des données doit être questionnée.

Prenons l'exemple des faisceaux électriques, nous avons vu dans le chapitre précédant que pour la Peugeot 306, la combinatoire potentielle est de 7 millions de faisceaux électriques différents pour un unique modèle de voiture. Ce chiffre est à mettre en relation avec le volume de ventes annuel qui est de 350 000 véhicules [2]. Dans un tel contexte, la connaissance statistique de demande d'un produit final n'est pas représentative et n'est pas un outil fiable pour une gestion de la production. Il faudra alors utiliser d'autres informations sur la demande.

2 Formalisation

2.1 Connaissance considérée

Lorsque l'on s'intéresse à l'information concernant des ventes de produits, la connaissance la plus précise de la demande est celle qui permet de dire avec exactitude quels sont les volumes de demande des différents produits finis offerts à la vente. Cette information permettra de dimensionner au mieux la chaîne d'approvisionnement et de production.

La connaissance de la demande de composants (éléments de base du produit) sera considérée comme le niveau le plus bas de connaissance. Il est en effet impossible sans cette information (que ce soit une information réelle ou qu'elle provienne d'estimations) de réaliser les actions d'achat de matière ou de réservation de capacité de production (ou d'assemblage).

On peut imaginer des gradations dans la connaissance de la demande, c'est-à-dire des niveaux intermédiaires entre "demande en produits" et "demande en composants". Ainsi on pourra envisager de connaître les demandes conjointes d'un ensemble d'options.

On utilisera le terme "manque d'information" pour décrire le fait que le producteur n'a pas d'information statistique pertinente sur les demandes en produits finis, mais est en possession d'informations pertinentes sur la demande en composants ou en groupement de composants.

Cette configuration est justifiée par la réalité, il n'est pas rare que les producteurs ne soient pas les vendeurs finaux et de ce fait n'aient accès qu'à une information partielle sur la demande réelle. De plus, lorsqu'il y a une grande diversité (par exemple dans l'industrie automobile où des millions de combinaisons sont possibles), l'information complète ne permet pas la prévision fiable de la demande de produits finis, seules des indications sur la demande en composants est accessible.
Grâce notamment aux progrès du Data-Mining, il est dorénavant possible d'extraire des probabilités d'occurrence d'événements d'une base de données et surtout de

quantifier la fiabilité de ces résultats. On pourra alors choisir de se limiter aux informations ayant un indice de fiabilité important.

Nous utiliserons dans ce mémoire les termes suivants : connaissance (ou information) totale, connaissance partielle, connaissance limitée aux composants. Nous allons maintenant préciser leur signification.

2.2 Notations

Le client a la possibilité de choisir parmi n options réalisées par n composants, notés $a_1, \ldots, a_n$. Dans ce travail on considèrera, sauf mention contraire, que tous les produits sont proposés à la vente. Ainsi on suppose par défaut qu'il n'y a pas de relations exclusives ou inclusives entre fonctions. Le nombre de produits finis potentiels est donc de $2^n - 1$ dans le cas général (pour lequel seul le produit sans option n'est pas considéré).
L'ensemble des produits finis sera noté $\mathfrak{P}$ ($\mathfrak{P} = \{\mathbb{P}_i\}_{i \in \{1,\ldots,2^n-1\}}$). On notera A_1A_3 le produit final composé des composants a_1 et a_3 et $P(\mathbb{P}_i)$ la probabilité de demande du produit fini $\mathbb{P}_i$.

2.3 Modélisation

La modélisation de l'information sur la demande peut être réalisée de diverses manières. Celle que nous avons choisie nous semble être la plus adaptée pour aborder les problèmes que nous avons identifiés comme centraux dans la mise en place d'un système de production de type assemblage à la commande. De plus, la formalisation retenue est telle qu'à chaque niveau l'information connue à des niveaux inférieurs soit toujours disponible.

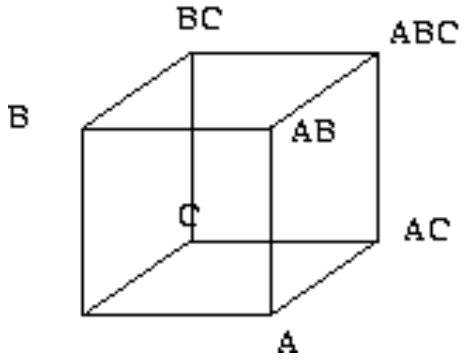


Figure II.2 : Espace des produits.

Pour illustrer les différents niveaux d'information nous utilisons un exemple à 3 composants a, b et c, pour lequel les produits finis (représentés par la figure II.2) sont au nombre de 7.

2.3.1 Niveau 1 : information sur la demande en composants

Le niveau le plus bas que nous considérons est atteint lorsque l'information se réduit à la demande en composants, on notera cette information N_1. L'information sur les corrélations existant entre les composants est limitée à la certitude qu'un produit fini comporte au moins un composants (équation II.1).

$$P(a_1 \cup \ldots \cup a_n) = 1 \qquad dans\, un\, produit \tag{II.1}$$

Nous avons accès aux données suivantes :

$$\{P(a_1), \ldots, P(a_n)\}$$

les relations avec l'information totale étant données par les n équations II.2 suivantes :

$$P(a_i) = P(A_i) + \sum_{j \neq i} P(A_i A_j) + \ldots + P(A_1 \cdots A_i \cdots A_n) \quad \forall i = 1 \ldots n \tag{II.2}$$

Pour notre exemple ces différentes informations se représentent comme illustré avec la figure II.3.

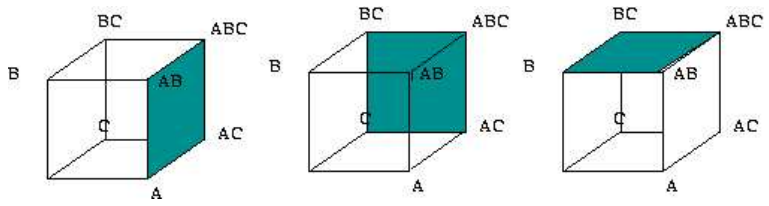


Figure II.3 : P(a), P(b) , P(c).

2.3.2 Connaissance partielle

La modélisation de la connaissance partielle peut être réalisée de différentes manières. Nous choisissons ici une hiérarchisation des niveaux permettant de rendre compte des relations de "corrélations" entre demandes de composants. Les différents niveaux définis sont les suivants :

- 2ème niveau : association de 2 composants, N_2

En plus des données connues au niveau inférieur, nous avons les C_n^2 proportions de demande conjointe de 2 composants, figure II.4, cette information sera notée N_2

$$\begin{cases} P(a_1), \ldots, P(a_n) \\ P(a_1 \, et \, a_2), \ldots, P(a_{n-1} \, et \, a_n) \end{cases}$$

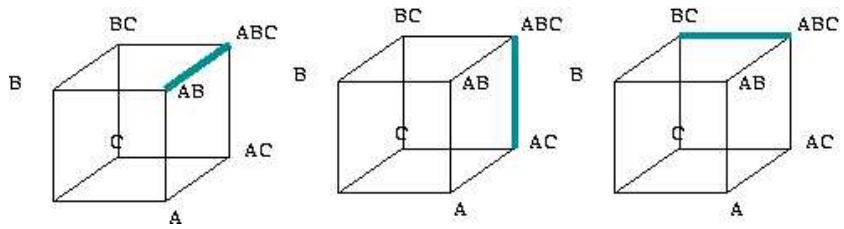


Figure II.4 : P(a et b), P(a et c), P(b et c).

- 3ème niveau : association de 3 composants, N_3

En plus des données connues au niveau inférieur, nous avons les proportions de demande conjointe de 3 composants, figure II.5

$$\begin{cases} P(a_1), \ldots, P(a_n) \\ P(a_1 \, et \, a_2), \ldots, P(a_{n-1} \, et \, a_n) \\ P(a_1 \, et \, a_2 \, et \, a_3), \ldots, P(a_{n-2} \, et \, a_{n-1} \, et \, a_n) \end{cases}$$

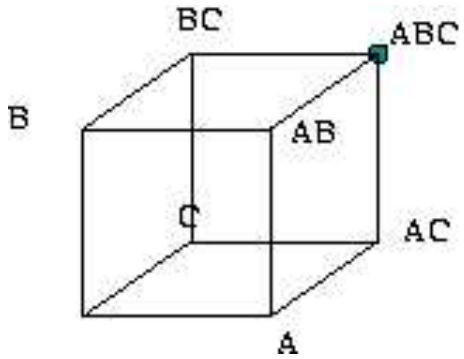


Figure II.5 : P(a et b et c).

$\vdots$

- $n-1^{ème}$ niveau : association de n-1 composants, N_{n-1}

$$\begin{cases} P(a_1), \ldots, P(a_n) \\ P(a_1 \, et \, a_2), \ldots, P(a_{n-1} \, et \, a_n) \\ \vdots \\ P(a_1 \, et \ldots \, et \, a_{n-1}), \ldots, P(a_2 \, et \cdots \, et \, a_n) \end{cases}$$

Remarque 2. *On remarque que le niveau n-1 est toujours équivalent à la connaissance totale. A ce niveau, on a effet assez d'information pour déduire de manière unique et exacte l'information totale* ($\sum_{i=0}^{n-1} C_n^i = 2^n - 1$ *équations indépendantes pour* $2^n - 1$ *inconnues).*

2.3.3 Connaissance totale ou $n^{ème}$niveau

Nous dirons que l'information (ou la connaissance) est totale lorsque les demandes de tous les produits sont connues.

Dans le cas d'une connaissance totale le producteur a accès à une information cohérente sur la demande en produits finis. Cela signifie que l'information est disponible mais surtout qu'elle est fiable. On notera $\mathfrak{d}$ l'information sur la demande en produits finis.

Exemple : 3 composants

$$N_1 \qquad \begin{cases} P(a_1) = 0,6 \\ P(a_2) = 0,6 \\ P(a_3) = 0,6 \end{cases}$$

$$N_2 \qquad \begin{cases} P(a_1) = 0,6 \\ P(a_2) = 0,6 \\ P(a_3) = 0,6 \\ P(a_1 \, et \, a_2) = 0,22 \\ P(a_1 \, et \, a_3) = 0,28 \\ P(a_2 \, et \, a_3) = 0,39 \end{cases}$$

$$\mathfrak{d} : connaissance \, totale \qquad \begin{cases} P(A_1) = 0,2 \\ P(A_2) = 0,09 \\ P(A_3) = 0,03 \\ P(A_1A_2) = 0,12 \\ P(A_1A_3) = 0,18 \\ P(A_2A_3) = 0,29 \\ P(A_1A_2A_3) = 0,1 \end{cases}$$

2.4 Différents types de demande

On choisit d'étudier deux types de répartition des demandes. Ces demandes représentent des situations commerciales extrêmes, elles nous permettront de définir des environnements différents pour traiter les problèmes de définition (chapitre III) et de gestion (chapitre IV).

- demande "homogène" : les demandes de tous les produits finis sont générées par la même loi de demande. Un exemple de répartition de ce type pour le cas 3 composants est donné par la figure II.6.

ALGORITHME ***demande "homogène"***
ENTRÉES nombre de produits
SORTIE Vecteur de demande

i=0, total=0
`Tant que` i<nombre de produits
faire un tirage dans [0,1] suivant la loi Uniforme→ d_i
total← total+d_i
i← i+1
`Fin Tant Que`
affecter à chaque produit $\mathbb{P}_i$ sa probabilité de demande $d_i/total$

`Fin` ***demande "homogène"***

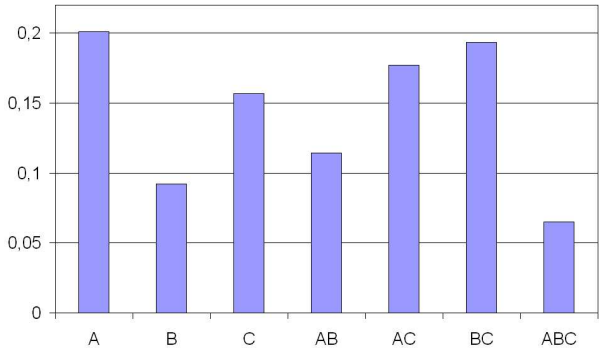


Figure II.6 : Demande "homogène".

- demande "Pareto" : peu de produits représentent une grande partie de la demande, cohérente avec la loi de Pareto (un exemple pour le cas 3 composants est donné figure II.7). Cette répartition de la demande est celle qui est le plus souvent observée lorsque la diversité est importante. Remarquons que des offres promotionnelles fortes pourront faire évoluer la demande d'une situation "homogène" à une situation "Pareto".

ALGORITHME ***demande "Pareto"***
ENTRÉES nombre de produits
SORTIE Vecteur de demande

k=0, total=0
`Tant que` k<nombre de produits
choisir un produit $\mathbb{P}_i$ non encore choisi (chaque produit non choisi à une probabilité $\frac{1}{2^n-1-k}$ d'être choisi)
faire un tirage dans [0,1-total] suivant la loi Uniforme→ d_i

total← total+d_i
k← k+1
`Fin Tant Que`
affecter à chaque produit $\mathbb{P}_i$ sa probabilité de demande $d_i/total$
`Fin` ***demande "Pareto"***

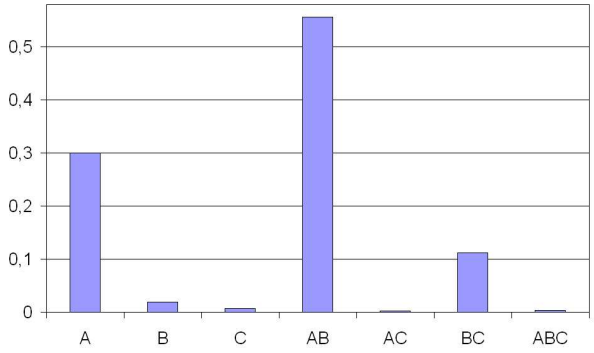


Figure II.7 : Demande "Pareto".

3 Gestion de l'incertain

Nous avons présenté précédemment des modélisations de l'information partielle sur la demande finale. Néanmoins, les heuristiques que nous avons élaborées, et qui seront présentées dans les chapitres suivants, pour la définition du stock de produits semi-finis et la gestion de ce stock, requièrent une évaluation de la demande en produits finis.

Pour établir une projection de la demande en produits finis à partir de l'information disponible nous utiliserons la notion d'indépendance (§ 3.1) et la notion d'entropie (§ 3.2).

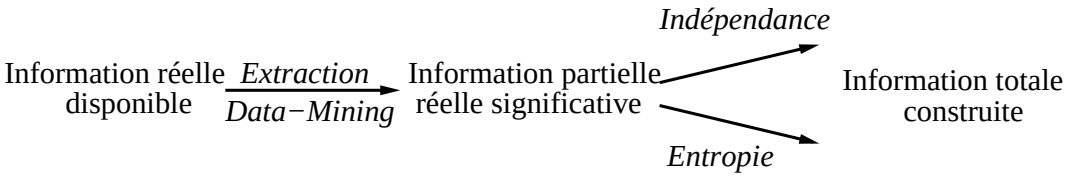


Figure II.8 : Méthodes d'obtention de l'information.

L'application de la notion d'entropie nécessitera une modélisation (§ 3.3) et une résolution (§ 3.4).

3.1 Notion d'indépendance

Une manière d'obtenir une unique répartition des demandes en produits finis à partir d'une information partielle, est de supposer l'indépendance entre composants. Ainsi on aura par exemple pour un cas à 3 composants a, b, c :

$$P(AB) = P(a) \times P(b) \times (1 - P(c)) \tag{II.3}$$

L'hypothèse d'indépendance implique notamment d'attribuer une probabilité de demande non nulle au produit ne comportant aucun composant. Pour l'exemple précédant on aura $P(produit\, sans\, composant) = (1 - P(a)) \times (1 - P(b)) \times (1 - P(c))$.

Information disponible	Probabilités indépendantes
$\begin{cases} pa = 0,8 \\ pb = 0,8 \\ pc = 0,8 \end{cases}$	$\begin{cases} A = 0,032 \\ B = 0,032 \\ C = 0,032 \\ AB = 0,128 \\ AC = 0,128 \\ BC = 0,128 \\ ABC = 0,512 \\ produit\, sans\, composant = 0,0008 \end{cases}$

Tableau II.1 : Application du principe d'indépendance.

Si cette hypothèse forte nous permet de déterminer très rapidement une information exploitable à partir de l'information de niveau N_1, Cf. tableau II.1, l'intégration des informations supplémentaires présentes dans des niveaux supérieurs n'est pas évidente. Nous n'utiliserons cette méthode que pour l'information de niveau 1.

3.2 Notion d'entropie

3.2.1 Concept

L'entropie désigne le degré de désordre des systèmes, son évolution est notamment décrite par le Second Principe de la Thermodynamique. Elle peut également être considérée comme un indicateur du chaos [39]. Shannon [66] a montré que ce concept peut également s'appliquer à l'information, il caractérise alors sa "valeur". On définit l'entropie H d'une variable aléatoire discrète à valeurs dans $\{x_i\}_{i \in I}$ par

$$H(X) = \sum_i -p_i \log p_i \qquad où \quad p_i = \Pr[X = x_i] \tag{II.4}$$

3.2.2 Le principe de maximum d'entropie en modélisation statistique

Jaynes [46], [47], utilise les notions d'entropie et de valeur de l'information définies par Shannon [66] et montre que celles-ci peuvent être de bonnes alternatives au principe de "raison insuffisante" ou principe d'indifférence Laplacien. Ce dernier affirme que des probabilités égales doivent être attribuées à des événements lorsque aucune raison semble rendre l'un d'entre eux plus "probable" que les autres.

L'argument avancé pour justifier l'utilisation du principe de maximisation de l'entropie (**PME**) est que la distribution de probabilité maximisant l'entropie est déterminée de manière unique comme celle étant la plus détachée de l'information manquante [46].

L'entropie d'une répartition de demandes en produits reflète bien les "corrélations" existantes entre les composants. En effet, de part sa définition même, l'entropie croît avec l'incertain, or toutes les informations concernant des liens des composants (composants exclusifs, composants couplés, ...) réduisent l'incertain sur la demande en produits finis. Plus il existera de relations de ce type, plus la valeur de l'entropie sera faible.

Utiliser le **PME** nous permet donc, pour un niveau d'information partielle donné, de déterminer, sans poser d'hypothèses sur les éventuelles relations entre composants, une unique demande en produits finis.

3.3 Modélisation

3.3.1 Notations

La modélisation qui suit vise à la détermination, via le **PME**, d'une répartition de demande en produits à partir d'une demande de niveau N_i.

Soit S=$\{a_1, a_2, \ldots a_n\}$ l'ensemble des composants, on notera un produit fini comme un vecteur de dimension n, chaque dimension vaudra 0 ou 1 et représentera l'absence ou la présence du composant correspondant.

Pour un exemple à 3 composants a, b, c, le produit AC sera représenté par le vecteur (1 0 1).

L'ensemble des produits finis sera alors noté $E = \{0,1\}^S$. On appellera nR l'ensemble des produits non réalisable et $\mathfrak{P}$ celui des produits réalisables. On a $\mathfrak{P} = E \setminus nR$.

Pour chaque demande on définit la fonction P qui représente la probabilité de présence du composant a_i dans un produit.

$$\begin{array}{rcccl} P & : & S & \rightarrow & [0,1] \\ & & a_i & \mapsto & P(a_i) \end{array}$$

A chaque produit η, on associe la fonction f_η définie comme suit.

$$\begin{array}{rcccl} f_\eta & : & S & \rightarrow & \{0,1\} \\ & & a_i & \mapsto & f_\eta(a_i) = \begin{array}{ll} 1 & \textit{si le composant } a_i \textit{ est dans le produit } \eta \\ 0 & \textit{sinon} \end{array} \end{array}$$

3.3.2 Formalisation au niveau 1

On cherche à mettre une loi de probabilité μ sur E (c'est-à-dire déterminer les probabilités de demande de tous les éléments de E) respectant les contraintes suivantes (qui correspondent aux informations disponibles au niveau 1) :
1- ses marginales sont connues : ce sont les demandes en composants (équation II.5)

$$\forall a_i \in S, \qquad \sum_{\eta\, tq\, f_\eta(a_i)=1} \mu(\eta) = P(a_i) \tag{II.5}$$

2- elle s'annule sur un certain ensemble nR de configurations (équation II.6). L'ensemble nR est non vide, il contient au moins la configuration nulle, il représente les produits non réalisables (pour des raisons physiques ou de marketing).

$$\forall \eta \in nR, \quad \mu(\eta) = 0 \tag{II.6}$$

Rappelons que souvent et par défaut seul le produit final sans option est non réalisable, on a dans ce cas $nR = (0\,0\,...\,0)$.
On cherche à maximiser l'entropie :

$$H(\mu) = \sum_{\eta \in E \backslash nR} -\mu(\eta) log \mu(\eta) \tag{II.7}$$

S.C.

$$\begin{cases} \displaystyle\sum_{\eta \in E\backslash nR} \mu(\eta) = 1 & \text{(II.8)} \\ \displaystyle\sum_{\substack{\eta \in E\backslash nR \\ f_\eta(a_i)=1}} \mu(\eta) = P(a_i) \qquad \forall a_i \in S & \text{(II.9)} \end{cases}$$

L'équation II.8 représente la contrainte que toutes les demandes correspondent à des produits réalisables, les équations II.9 représentent la connaissance sur la demande en composants.

Définition 6 : *PBC*
On appelle "loi de PBC de paramètre π" (produit de Bernoulli conditionné), la loi conditionnelle sur $E\backslash nR$ de la loi $\otimes_{a_i \in S} \mathfrak{B}(1, \pi_{a_i})$, $\pi_{a_i} \in]0,1[$. Elle est telle que :

$$\forall \eta \in E\backslash nR, \qquad \mu(\eta) = \frac{1}{Z} \prod_{1 \leq i \leq n} \pi_{a_i}^{f_\eta(a_i)} (1 - \pi_{a_i})^{(1 - f_\eta(a_i))}$$

où Z est une constante de normalisation définie comme suit :

$$Z = \sum_{\eta \in E\backslash nR} \prod_{a_i \in S} \pi_{a_i}^{f_\eta(a_i)} (1 - \pi_{a_i})^{(1 - f_\eta(a_i))}$$

Proposition 1. *Sous les contraintes 1 et 2 les lois d'entropie maximales sont les lois PBC [12].*

La démonstration ainsi que la détermination du système suivant se trouvent en Annexe A. Ainsi, π est solution du système à n équations à n inconnues suivant :

$$\begin{cases} \frac{1}{Z} \sum_{\eta \in E \setminus nR} \prod_{a_i \in S} \pi_{a_i}^{f_\eta(a_i)} (1 - \pi_{a_i})^{(1 - f_\eta(a_i))} = 1 & \text{(II.10)} \\ \frac{1}{Z} \sum_{\substack{\eta \in E \setminus nR \\ f_\eta(a_i)=1}} \prod_{a_i \in S} \pi_{a_i}^{f_\eta(a_i)} (1 - \pi_{a_i})^{(1 - f_\eta(a_i))} = P(a_i) \quad \forall a_i \in S & \text{(II.11)} \end{cases}$$

3.3.3 Formalisation du niveau i

Cette technique de génération via l'entropie peut être appliquée aux différents niveaux de connaissances que nous utilisons. Nous pouvons alors formaliser le problème pour un niveau d'information i (N_i).

On cherche à maximiser

$$H(\mu) = \sum_{\eta \in E \backslash nR} -\mu(\eta) log \mu(\eta)$$

S.C.

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Information disponible au niveau } N_1 \left\{ \begin{array}{lll} \displaystyle\sum_{\eta \in E \backslash nR} \mu(\eta) = & 1 & \text{(II.12)} \\ \displaystyle\sum_{\substack{\eta \in E \backslash nR \\ f_\eta(a_i)=1}} \mu(\eta) = & P(a_i) \quad \forall a_i \in S & \text{(II.13)} \end{array} \right. \\ \text{Information supplémentaire au niveau } N_2 \left\{ \begin{array}{lll} \displaystyle\sum_{\substack{\eta \in E \backslash nR \\ f_\eta(a_1) f_\eta(a_2)=1}} \mu(\eta) = & P(a_1 \, et \, a_2) & \text{(II.14)} \\ & \vdots & \\ \displaystyle\sum_{\substack{\eta \in E \backslash nR \\ f_\eta(a_{n-1}) f_\eta(a_n)=1}} \mu(\eta) = & P(a_{n-1} \, et \, a_n) & \text{(II.15)} \end{array} \right. \\ \vdots \\ \text{Information supplémentaire au niveau } N_i \left\{ \begin{array}{lll} \displaystyle\sum_{\substack{\eta \in E \backslash nR \\ f_\eta(a_1) \ldots f_\eta(a_i)=1}} \mu(\eta) = & P(a_1 \, et \ldots et \, a_i) & \text{(II.16)} \\ & \vdots & \\ \displaystyle\sum_{\substack{\eta \in E \backslash nR \\ f_\eta(a_{n-i}) \ldots f_\eta(a_n)=1}} \mu(\eta) = & P(a_{n-i} \, et \ldots et \, a_n) & \text{(II.17)} \end{array} \right. \end{array} \right.$$

Les contraintes sont au nombre de : $\sharp contraintes = \sum_{k=0}^{i} C_n^k$ avec :

1 contrainte que tous les produits demandés soient réalisables (eq. II.12)
n contraintes correspondant à l'information de niveau 1 (eq. II.13)
C_n^2 contraintes correspondant à l'information de niveau 2 (eq. II.14 à II.15)
C_n^i contraintes correspondant à l'information de niveau i (eq. II.16 à II.17)

En utilisant la même méthode que précédemment on démontre qu'il existe des fonction $\rho, \rho_1, \ldots, \rho_i$, telles que la probabilité de demande d'un produit η peut s'écrire :

$$\mu(\eta) = \frac{1}{Z} \prod_{\substack{\eta \in E \backslash nR \\ f_\eta(a_j)=1}} \rho_1(a_j) \prod_{\substack{\eta \in E \backslash nR \\ f_\eta(a_j) f_\eta(a_k)=1}} \rho_2(a_j, a_k) \ldots \prod_{\substack{\eta \in E \backslash nR \\ f_\eta(a_{j1}) \ldots f_\eta(a_{ji})=1}} \rho_i(a_{j1}, \ldots, a_{ji})$$

Et le système à résoudre est le suivant :

$$
\left\{
\begin{array}{l}
\text{Info. au niveau } N_1 \left\{
\begin{array}{l}
\displaystyle\sum_{\eta\in E\setminus nR} \frac{1}{Z} \prod_{\substack{\eta\in E\setminus nR\\ f_\eta(a_j)=1}} \rho_1(a_j) \prod_{\substack{\eta\in E\setminus nR\\ f_\eta(a_j)f_\eta(a_k)=1}} \rho_2(a_j,a_k)\ldots \prod_{\substack{\eta\in E\setminus nR\\ f_\eta(a_{j1})\ldots f_\eta(a_{ji})=1}} \rho_i(a_{j1},\ldots,a_{ji}) = 1 \\
\displaystyle\sum_{\substack{\eta\in E\setminus nR\\ f_\eta(a_i)=1}} \frac{1}{Z} \prod_{\substack{\eta\in E\setminus nR\\ f_\eta(a_j)=1}} \rho_1(a_j) \prod_{\substack{\eta\in E\setminus nR\\ f_\eta(a_j)f_\eta(a_k)=1}} \rho_2(a_j,a_k)\ldots \prod_{\substack{\eta\in E\setminus nR\\ f_\eta(a_{j1})\ldots f_\eta(a_{ji})=1}} \rho_i(a_{j1},\ldots,a_{ji}) = P(a_i) \\
\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \forall a_i \in S
\end{array}\right. \\
\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \vdots \\
\text{Info. sup. au niveau } N_i \left\{
\begin{array}{l}
\displaystyle\sum_{\substack{\eta\in E\setminus nR\\ f_\eta(a_1)\ldots f_\eta(a_i)=1}} \frac{1}{Z} \prod_{\substack{\eta\in E\setminus nR\\ f_\eta(a_j)=1}} \rho_1(a_j) \prod_{\substack{\eta\in E\setminus nR\\ f_\eta(a_j)f_\eta(a_k)=1}} \rho_2(a_j,a_k)\ldots \prod_{\substack{\eta\in E\setminus nR\\ f_\eta(a_{j1})\ldots f_\eta(a_{ji})=1}} \rho_i(a_{j1},\ldots,a_{ji}) \\
\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad = P(a_1\, et \ldots\, et\, a_i) \\
\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \vdots \\
\displaystyle\sum_{\substack{\eta\in E\setminus nR\\ f_\eta(a_{n-i})\ldots f_\eta(a_n)=1}} \frac{1}{Z} \prod_{\substack{\eta\in E\setminus nR\\ f_\eta(a_j)=1}} \rho_1(a_j) \prod_{\substack{\eta\in E\setminus nR\\ f_\eta(a_j)f_\eta(a_k)=1}} \rho_2(a_j,a_k)\ldots \prod_{\substack{\eta\in E\setminus nR\\ f_\eta(a_{j1})\ldots f_\eta(a_{ji})=1}} \rho_i(a_{j1},\ldots,a_{ji}) \\
\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad = P(a_{n-i}\, et \ldots\, et\, a_n)
\end{array}\right.
\end{array}
\right.
$$

L'utilisation du principe de maximisation de l'entropie n'est pas restreinte à une information équivalente à un niveau i. On montrera sur des exemples (section 3.6) que la méthode d'obtention de la demande en produits finis est applicable quelle que soit l'information disponible.

3.4 Résolution

3.4.1 Résolution du niveau 1

Les questions auxquelles il faut s'attacher à répondre sont les suivantes :

Connaissant nR (l'ensemble des configurations non réalisables) et un vecteur de marginale $P(a_i)$ (probabilité de présence d'un composant a_i, équivalent au niveau 1) :

1. Existe-t-il un vecteur $\pi = (\pi_{a_i})_{a_i\in S}$ tel que la loi PBC de paramètre π satisfasse les contraintes ?

2. Le vecteur π s'il existe, est-il numériquement calculable ?

Le caractère réel des informations garantit l'existence d'une solution du système. Lorsque n est très grand, on ne peut espérer résoudre ce système si ce n'est pour des cas particuliers :

- $nR = \emptyset \Rightarrow \pi = P$ (où P est la fonction *probabilité de présence d'un composant* définie page41)
  lorsque tous les produits sont réalisables, la solution maximisant l'entropie est celle consistant à supposer l'indépencance entre composants. On a alors, $\forall \eta \in E, \quad \mu(\eta) = \prod_{1 \leq i \leq n} P(a_i)^{f_\eta(a_i)}(1 - P(a_i))^{(1-f_\eta(a_i))}$

- $nR = \{(0\,0\,...\,0)\} \Rightarrow \pi = \alpha p \qquad avec\, \alpha\, solution\, de \quad \alpha^n(\prod_{a_i \in S} P(a_i)) = 1 - \alpha$

On notera $\mathfrak{d}_1$ la demande finale générée à partir de l'information N_1.

3.4.2 Exemple d'application

Pour un cas $n = 3$, déjà traité avec le principe d'indépendance § 3.1, nous résolvons le système pour déterminer π.

Information N_1	Solution du système (**PME**)	$\mathfrak{d}_1$	Probabilités indépendantes
$\begin{cases} pa = 0,8 \\ pb = 0,8 \\ pc = 0,8 \end{cases}$ $nR = (0\,0\,0)$	$\pi = \begin{pmatrix} 0,7928 \\ 0,7928 \\ 0,7928 \end{pmatrix}$ $Z = 0,9911$	$\begin{cases} A = 0,0343 \\ B = 0,0343 \\ C = 0,0343 \\ AB = 0,1314 \\ AC = 0,1314 \\ BC = 0,1314 \\ ABC = 0,5029 \\ H(\mu) = 0,6484 \end{cases}$	$\begin{cases} A = 0,032 \\ B = 0,032 \\ C = 0,032 \\ AB = 0,128 \\ AC = 0,128 \\ BC = 0,128 \\ ABC = 0,512 \\ H(\mu) = 0,635 \end{cases}$

Tableau II.2 : Application du **PME**.

Les résultats présentés dans le tableau II.2 montrent que les deux méthodes utilisées pour déduire une information sur la demande en produits finis à partir d'une information de niveau 1 conduisent à des résultats proches. La différence provient du fait qu'ici nous avons exclu le produit (0 0 0) alors que ce n'est pas le cas dans la méthode sous hypothèse d'indépendance.

3.4.3 Résolution du niveau i via Uzawa

Le système défini précédemment ne peut malheureusement être résolu lorsque le nombre d'inconnues est grand. Il faut alors mettre en place des techniques permettant d'obtenir des solutions approchées ; celles-ci devront être rapides et résister à l'accroissement des inconnues.

Nous choisissons d'utiliser un algorithme de gradient à pas constant. Cette méthode de résolution est classique pour des problèmes d'optimisation sous contraintes, néanmoins son application à notre problème spécifique est originale.

a) Rappel des notations

On cherche à résoudre :

$$H(\mu) = \sum_{\eta \in E \backslash nR} -\mu(\eta) log \mu(\eta)$$

S.C.

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Information disponible au niveau } N_1 \left\{ \begin{array}{l} \displaystyle\sum_{\eta \in E \backslash nR} \mu(\eta) = 1 \\ \displaystyle\sum_{\substack{\eta \in E \backslash nR \\ f_\eta(a_i)=1}} \mu(\eta) = P(a_i) \qquad \forall a_i \in S \end{array} \right. \\ \text{Information supplémentaire au niveau } N_2 \left\{ \begin{array}{l} \displaystyle\sum_{\substack{\eta \in E \backslash nR \\ f_\eta(a_1) f_\eta(a_2)=1}} \mu(\eta) = P(a_1 \, et \, a_2) \\ \vdots \\ \displaystyle\sum_{\substack{\eta \in E \backslash nR \\ f_\eta(a_{n-1}) f_\eta(a_n)=1}} \mu(\eta) = P(a_{n-1} \, et \, a_n) \end{array} \right. \\ \vdots \\ \text{Information supplémentaire au niveau } N_i \left\{ \begin{array}{l} \displaystyle\sum_{\substack{\eta \in E \backslash nR \\ f_\eta(a_1) \ldots f_\eta(a_i)=1}} \mu(\eta) = P(a_1 \, et \ldots et \, a_i) \\ \vdots \\ \displaystyle\sum_{\substack{\eta \in E \backslash nR \\ f_\eta(a_{n-i}) \ldots f_\eta(a_n)=1}} \mu(\eta) = P(a_{n-i} \, et \ldots et \, a_n) \end{array} \right. \end{array} \right.$$

De manière plus synthétique on peut aussi noter ce problème comme suit :

$$\max_u H(\mu) \quad S.C. \quad D\mu = d \tag{II.18}$$

ou encore

$$\max_u H(\mu) \quad S.C. \quad \Theta(\mu) = D\mu - d = 0 \tag{II.19}$$

Θ représentant alors les contraintes du problème.
On introduit le Lagrangien :

$$L(\mu, \lambda) = H(\mu) + \lambda^T \Theta(\mu)$$

où $\lambda = (\lambda_0\, \lambda_1 \,....\, \lambda_{\sharp contraintes})$
On définit :

$$m(\lambda) = \max_{\mu} L(\mu, \lambda) \tag{II.20}$$

la maximisation II.20 est effectuée pour un vecteur λ donné.

b) Algorithme d'Uzawa

Une solution performante pour obtenir des résultats intéressants est l'utilisation de l'algorithme d'Uzawa. Celui-ci est un algorithme de gradient à pas constant appliqué à $m(\lambda)$ et peut être décrit comme suit :

1. on se donne un paramètre positif ρ et on initialise $\lambda^0 \in \mathcal{R}^m$
2. à l'étape k
   (a) on résout $\max_{\mu \in \mathcal{R}^{|E \setminus nR|}} H(\mu) + (\lambda^k)^T \Theta(\mu)$, ce qui nous donne μ^{k+1}
   (b) on calcule $\lambda^{k+1} = \lambda^k + \rho\Theta(\mu^{k+1})$
3. on arrête lorsque le critère d'arrêt est vérifié

L'optimisation avec contraintes est remplacée par une suite d'optimisations sans contraintes. Il faut alors déterminer ρ et un critère d'arrêt.

c) Condition d'arrêt

On peut choisir différents critères pour arrêter les itérations :

- vecteur d'erreur : il représente l'écart par rapport aux contraintes (équation II.21) on s'arrête lorsque $\| e^k \| < \epsilon$

$$e^k = D\mu^k - d \tag{II.21}$$

- "vitesse" de convergence

$$\frac{\| \mu^k - \mu^{k+1} \|}{\| \mu^k \|} < \epsilon \tag{II.22}$$

Pour notre application on choisit le critère utilisant le vecteur d'erreur. On montrera, en section 3.5.2 b), grâce à un exemple numérique l'impact de ce critère d'arrêt.

d) Application de l'algorithme d'Uzawa à notre problème particulier

L'adaptation à notre problème particulier est quasi-immédiate. Néanmoins la résolution de :

$$\max_{\mu} H(\mu) + \lambda^T \Theta(\mu) \tag{II.23}$$

pose un problème. Ainsi les équations à résoudre sont les suivantes :

$$0 = \frac{\partial L}{\partial \mu(\eta)} \quad \forall \eta \tag{II.24}$$

soit

$$0 = 1 + log(\mu(\eta)) - \sum_{\substack{i=0,\ldots,\sharp contraintes \\ \eta\, concerned\, by\, constraint\, i}} \lambda_i \mu(\eta) \tag{II.25}$$

Les n équations à résoudre sont de la forme

$$1 = Ax - logx \tag{II.26}$$

Cette équation admet pour solution

$$x = -\frac{W(-Ae^{-1})}{A}$$

où la fonction Lambert W, W, est définie comme suit :

$$W(z)e^{W(z)} = z \qquad \forall z \in \mathcal{C}$$

La représentation de cette fonction dans $\mathcal{R}$ est donnée par la figure II.9 (on remarquera que pour x<-1/e, W(x) est un complexe et ne peut être représenté).

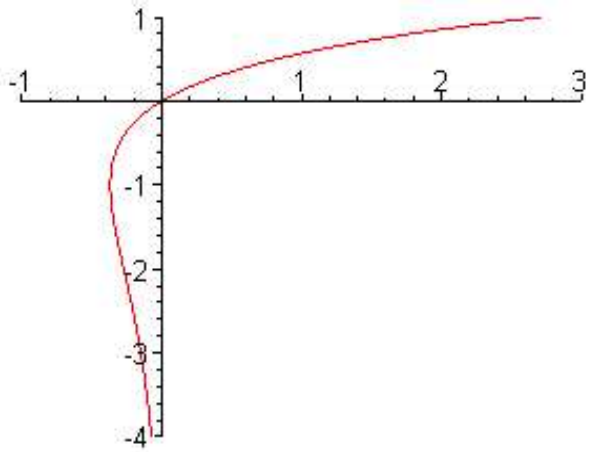


Figure II.9 : Lambert $W(x)$, $x \in \mathcal{R}$.

Pour évaluer cette solution il faut procéder par dichotomie. C'est ce que réalise l'algorithme suivant.

ALGORITHME ***Approximation de Lambert W***
ENTRÉES réel x, réel *precision*
SORTIE réel W(x) à *precision* près

$W := 0$
$ecart := 2 * precision$
`Tant que` $ecart > precision$
$W := W - \frac{(We^W - x)}{(W+1)e^W - (w+2)\frac{We^W - x}{2W+2}}$
ecart:= $\frac{x - We^W}{(W+1)e^W}$
`Fin Tant Que`
`Retourner` W

`Fin` ***Approximation de Lambert W***

On peut donc écrire les différentes étapes à suivre pour utiliser l'algorithme d'Uzawa dans notre contexte :

ALGORITHME ***Uzawa appliqué au problème de l'information***
ENTRÉES Information de niveau i, entier positif ρ, précision ϵ
SORTIE μ : la répartition des demandes en produits finis

Traduire les contraintes sous forme matricielle :

$$\Theta(\mu) = D\mu - d$$

$\lambda_j^0 = 1 \quad j = 1, \ldots \sharp contraintes$
k:= 0
`Tant que` $norme \notin [1 - \epsilon; 1 + \epsilon]$
`Pour` $i := 1$ **à** $|E \setminus nR|$
A:= $\sum_{j=0}^{\sharp contraintes} \lambda_j^k \times D[j][i]$
$\mu_i^{k+1} = -\frac{W(-Ae^{-1})}{A}$
`Fin Pour`
$\lambda^{k+1} = \lambda^k + \rho\Theta(\mu^{k+1})$
$norme := |\mu^{k+1}|$
k++
`Fin Tant Que`
`Retourner` μ^k

`Fin` ***Uzawa appliqué au problème de l'information***

3.5 Exemple numérique

3.5.1 Méthode et résultats

Pour notre exemple, nous choisissons d'étudier un cas 5 composants, pour lequel tous les produits sont réalisables sauf celui ne comportant aucun composant ($nR = \{(0\,0\,0\,0\,0)\}$). Nous utilisons les différentes notions explicitées précédemment pour générer une information totale construite.
Le protocole est le suivant :

1. on génére une demande en produits finis
2. pour chaque $i = 1, ..., 5$
   (a) à partir de l'information totale, on extrait les informations de niveau i
   (b) on utilise l'algorithme d'Uzawa pour obtenir une demande en produits finis cohérente avec les informations de niveau i utilisées.
   (au niveau 1 on applique également le principe d'indépendance)
   (c) on analyse les résultats obtenus avec l'information de niveau i pour tester la précision de la méthode

La méthode suivie peut être résumée par la figure II.10.

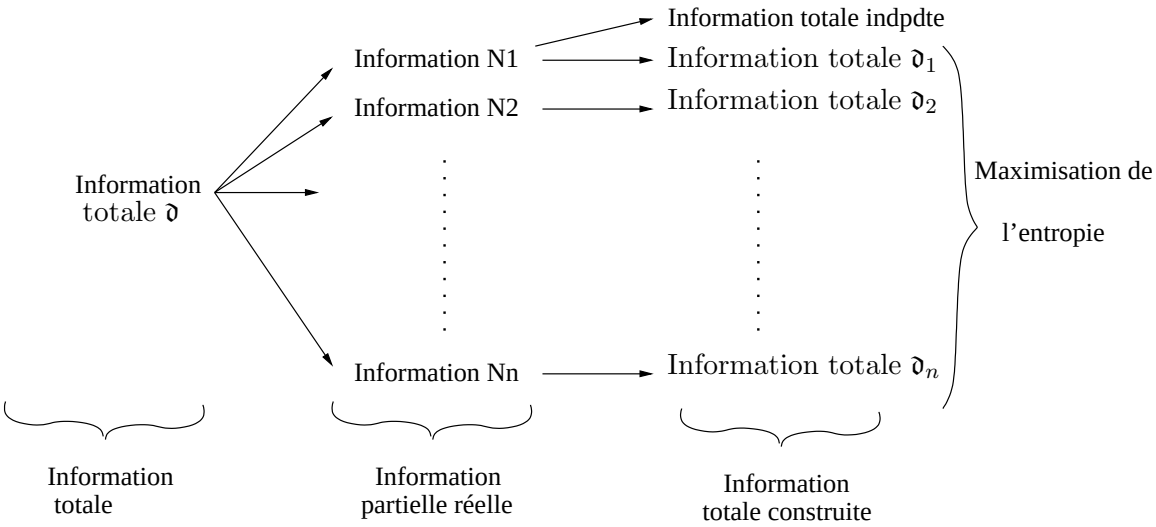


Figure II.10 : Différentes notions d'information.

Nous ne décrirons pas l'application des méthodes au niveau 1, déjà détaillée pour un autre exemple aux § 3.1 et 3.4.1.
L'expression des matrices de contraintes pour le niveau d'information 2 (N2) est la suivante :
$\sharp contraintes = C_5^0 + C_5^1 + C_5^2 = 16$

$$
D=\begin{pmatrix}
1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1\\
1&0&1&0&1&0&1&0&1&0&1&0&1&0&1&0&1&0&1&0&1&0&1&0&1&0&1&0&1&0&1&0\\
0&1&1&0&0&1&1&0&0&1&1&0&0&1&1&0&0&1&1&0&0&1&1&0&0&1&1&0&0&1&1&1\\
0&0&0&1&1&1&1&0&0&0&0&1&1&1&1&0&0&0&0&1&1&1&1&0&0&0&0&1&1&1&1&1\\
0&0&0&0&0&0&0&1&1&1&1&1&1&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&1&1&1&1&1&1&1&1&1\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1\\
0&0&1&0&0&0&1&0&0&0&1&0&0&0&1&0&0&0&1&0&0&0&1&0&0&0&1&0&0&0&1&1\\
0&0&0&0&1&0&1&0&0&0&0&0&1&0&1&0&0&0&0&0&1&0&1&0&0&0&0&0&1&0&1&1\\
0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&1&0&1&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&1&0&1&0&1&1\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&1&0&1&0&1&0&1&0&1&0&1&0&1&1\\
0&0&0&0&0&1&1&0&0&0&0&0&0&1&1&0&0&0&0&0&0&1&1&0&0&0&0&0&0&1&1&1\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&1&0&0&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&1&0&0&1&1&1\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&1&0&0&1&1&0&0&1&1&0&0&1&1&1\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&1&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&1&1&1&1\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&1&1&1&0&0&0&0&1&1&1&1&1\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&1&1&1&1&1&1&1&1
\end{pmatrix}
\qquad
d=\begin{pmatrix}
1\\
P(a_1)\\
P(a_2)\\
P(a_3)\\
P(a_4)\\
P(a_5)\\
P(a_1\,et\,a_2)\\
P(a_1\,et\,a_3)\\
P(a_1\,et\,a_4)\\
P(a_1\,et\,a_5)\\
P(a_2\,et\,a_3)\\
P(a_2\,et\,a_4)\\
P(a_2\,et\,a_5)\\
P(a_3\,et\,a_4)\\
P(a_3\,et\,a_5)\\
P(a_4\,et\,a_5)
\end{pmatrix}
$$

Nous fixons le critère d'arrêt déterminé à $\epsilon = 0,00001$, cette valeur représente un bon compromis entre précision et temps d'exécution de l'algorithme d'Uzawa.

Les résultats obtenus avec différents niveaux d'information sont représentés par la figure II.11, les probabilités considérées sont celles de demande des produits.

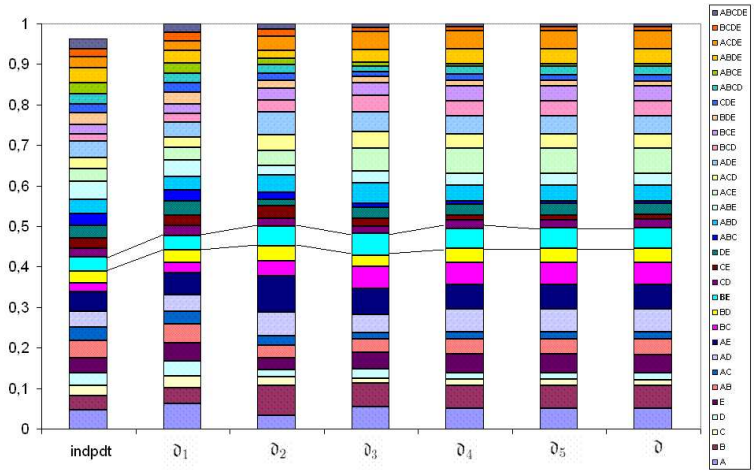


Figure II.11 : Probabilité des demandes en produits.

Pour mieux analyser ces résultats nous donnons dans le tableau II.3, l'écart moyen observable entre l'information totale qui nous a permis de construire l'exemple, $\mathfrak{d}$, et celle obtenue à partir des différents niveaux, $\mathfrak{d}_i$. Ainsi on définit :

$$
\acute{e}cart\,moyen\,proba_{\mathfrak{d}_i} = \frac{1}{|\mathfrak{P}|}\sum_{\mathbb{P}_i\in\mathfrak{P}} \frac{|P_{\mathfrak{d}_i}(\mathbb{P}_i) - P_{\mathfrak{d}}(\mathbb{P}_i)|}{P_{\mathfrak{d}}(\mathbb{P}_i)}
$$

	indépendante	$\mathfrak{d}_1$	$\mathfrak{d}_2$	$\mathfrak{d}_3$	$\mathfrak{d}_4$	$\mathfrak{d}_5$
écart moyen proba	69,97	68,92	41,77	19,02	1,32	0,65

Tableau II.3 : Ecart moyen entre l'information obtenue et l'information totale réelle (en pourcentage).

L'écart existant entre les demandes $\mathfrak{d}_4$ et $\mathfrak{d}_5$ et l'information $\mathfrak{d}$ provient de l'imprécision de résolution du système. Cet aspect sera repris en section 3.5.2.b).

On peut également observer l'évolution, en fonction des différents niveaux d'information, de la fréquence d'utilisation maximale d'un module m_i. Par exemple, le module a_2a_5 (également noté **BE** sur nos figures) sera crédité d'une probabilité d'utilisation maximale $f(a_2a_5)$ telle que :

$$f(a_2a_5) = \sum_{\substack{\mathbb{P}_i \in \mathfrak{P}, tq \\ a_2 \in \mathbb{P}_i \\ a_5 \in \mathbb{P}_i}} P(\mathbb{P}_i)$$

Les résultats obtenus pour cette probabilité d'utilisation sont présentés dans la figure II.12. On remarque que la somme de ces probabilités d'utilisation maximale est naturellement très supérieure à 1.

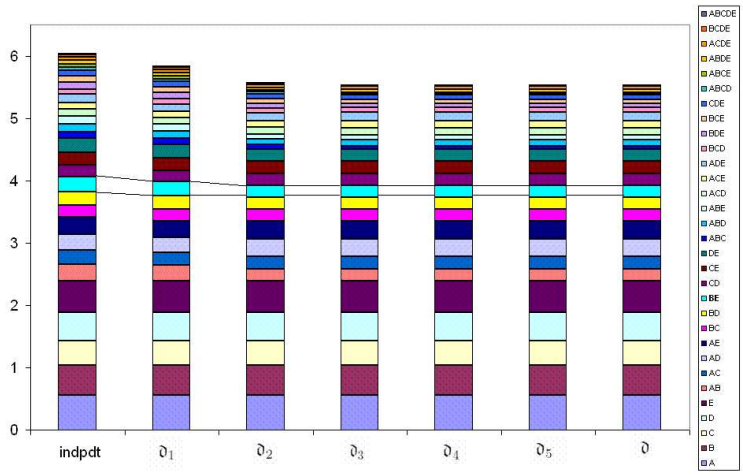


Figure II.12 : Probabilité d'utilisation des modules.

Pour mieux analyser ces résultats nous donnons dans le tableau II.4, l'écart moyen observable entre l'information totale et celle obtenue pour les différents niveaux.

Ainsi on a

$$\textit{écart moyen}_{\mathfrak{d}i} = \frac{1}{|\mathfrak{P}|} \sum_{\textit{tous les modules } m_i \textit{ réalisables}} \frac{|f_{\mathfrak{d}_i}(m_i) - f_{\mathfrak{d}}(m_i)|}{f_{\mathfrak{d}}(m_i)}$$

	indépendante	$\mathfrak{d}_1$	$\mathfrak{d}_2$	$\mathfrak{d}_3$	$\mathfrak{d}_4$	$\mathfrak{d}_5$
écart moyen	43,34	37,39	15,54	4,09	0,16	0,07

Tableau II.4 : Ecart moyen entre l'information obtenue et l'information totale (en pourcentage).

On observe que l'augmentation de niveau d'information permet bien de réduire l'écart entre les probabilités de demande estimées et les probabilités réelles et ceci de manière significative. En effet, le passage de $\mathfrak{d}_1$ à $\mathfrak{d}_2$ permet d'améliorer l'approximation de plus de 20 points.

3.5.2 Analyse

a) Comparaison des deux méthodes de traitement du niveau 1

Une première observation pouvant être réalisée concerne la proximité des résultats obtenus par l'application du principe d'indépendance et ceux obtenus via maximisation de l'entropie. En effet, à partir d'une information de niveau 1 (N_1), les 2 méthodes génèrent des demandes de produits finis dont l'écart moyen entre elles est de 5%.

$$\textit{écart moyen}_{indpdte/\mathfrak{d}_1} = \frac{1}{|\mathfrak{P}|} \sum_{\mathbb{P}_i \in \mathfrak{P}} \frac{|P_{indpte}(\mathbb{P}_i) - P_{\mathfrak{d}_1}(\mathbb{P}_i)|}{P_{\mathfrak{d}_1}(\mathbb{P}_i)}$$

Cet écart est surtout lié au fait que l'hypothèse d'indépendance conduit à considérer le produit sans composant (0 0 ... 0), tandis que le **PME** n'attribue une probabilité qu'aux produits réellement proposés à la vente.

b) Importance du critère d'arrêt

Les tableaux II.3 et II.4 présentent des résultats pouvant paraître surprenants ; en effet on remarque que les demandes obtenues à partir d'une information de niveau N_4 ou N_5 ne sont pas absolument identiques à celles de la demande réelle, bien que l'information disponible soit la même.

Les écarts observés sont une conséquence de l'arrêt de l'algorithme d'Uzawa avant l'atteinte de la limite de convergence. La figure II.13 montre l'influence du critère d'arrêt epsilon (ϵ) sur la qualité de la solution obtenue.

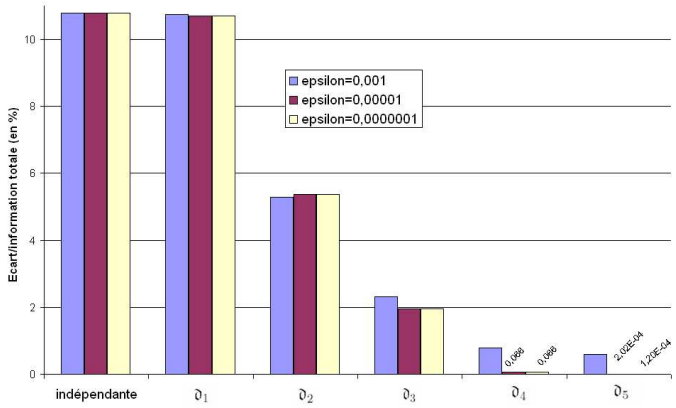


Figure II.13 : Evolution de l'écart moyen entre information réelle et construite pour les différents niveaux et pour différents critères d'arrêt.

3.6 Information parcellaire

Dans les sections précédentes nous nous sommes concentrés sur le traitement des informations correspondant à l'un des niveaux d'information identifiés en section 2.3. Néanmoins, il n'est pas rare que, dans des cas réels, l'information disponible ne permette pas d'atteindre exactement l'un de ces niveaux. Ainsi, des informations de type "demande en association" de 2 composants peuvent manquer tandis que la demande conjointe en 4 composants donnés sera disponible. De même, on peut disposer de quelques demandes en produits finis (on pourra alors définir DC comme étant l'ensemble des produits finis pour lesquels la demande est connue). Un exemple de ces types de situations pour un cas 5 composants sera alors

Cas 1

$$\begin{cases} P(a_1) = 0,6 \\ P(a_2) = 0,43 \\ P(a_3) = 0,37 \\ P(a_4) = 0,49 \\ P(a_5) = 0,62 \\ P(a_1\, et\, a_2) = 0,34 \\ P(a_1\, et\, a_3) = 0,14 \\ P(a_4\, et\, a_5) = 0,25 \\ P(a_1\, et\, a_3\, et\, a_4\, et\, a_5) = 0,02 \end{cases}$$

Cas 2

$$\begin{cases} P(a_1) = 0,6 \\ P(a_2) = 0,43 \\ P(a_3) = 0,37 \\ P(a_4) = 0,49 \\ P(a_5) = 0,62 \\ P(a_1\, et\, a_2) = 0,34 \\ P(a_1\, et\, a_3) = 0,14 \\ P(A_4 A_5) = 0,04 \\ P(A_1 A_3 A_4 A_5) = 0,01 \end{cases}$$

L'utilisation du principe de maximisation d'entropie n'est en aucun cas assujettie à la formalisation par niveau de l'information on peut donc, pour déterminer une demande en produits finis cohérente avec l'information disponible, chercher à résoudre le problème suivant : Maximiser

$$H(\mu) = \sum_{\eta \in E \backslash nR} -\mu(\eta) log \mu(\eta)$$

Contraintes du cas 1

$$\begin{cases} \text{Information du niveau } N_1 & \begin{cases} \sum_{\eta \in E \backslash nR} \mu(\eta) = 1 \\ \sum_{\substack{\eta \in E \backslash nR \\ f_\eta(a_i)=1}} \mu(\eta) = P(a_i) \quad \forall a_i \in S \end{cases} \\ \text{Quelques informations de niveau } N_2 & \begin{cases} \sum_{\substack{\eta \in E \backslash nR \\ f_\eta(a_1) f_\eta(a_2)=1}} \mu(\eta) = P(a_1 \, et \, a_2) \\ \sum_{\substack{\eta \in E \backslash nR \\ f_\eta(a_1) f_\eta(a_3)=1}} \mu(\eta) = P(a_1 \, et \, a_3) \\ \sum_{\substack{\eta \in E \backslash nR \\ f_\eta(a_4) f_\eta(a_5)=1}} \mu(\eta) = P(a_4 \, et \, a_5) \end{cases} \\ \text{Une information de niveau } N_4 & \sum_{\substack{\eta \in E \backslash nR \\ f_\eta(a_1) f_\eta(a_3) f_\eta(a_4) f_\eta(a_5)=1}} \mu(\eta) = P(a_1 \, et \, a_3 \, et \, a_4 \, et \, a_5) \end{cases}$$

Contraintes du cas 2

$$\begin{cases} \text{Information du niveau } N_1 & \begin{cases} \sum_{\eta \in E \backslash (nR \bigcup DC)} \mu(\eta) = 1 - \sum_{\eta \in DC} P(\eta) \\ \sum_{\substack{\eta \in E \backslash (nR \bigcup DC) \\ f_\eta(a_i)=1}} \mu(\eta) = P(a_i) - \sum_{\substack{\eta \in DC \\ f_\eta(a_i)=1}} \mu(\eta) \quad \forall a_i \in S \end{cases} \\ \text{Quelques informations du niveau } N_2 & \begin{cases} \sum_{\substack{\eta \in E \backslash (nR \bigcup DC) \\ f_\eta(a_1) f_\eta(a_2)=1}} \mu(\eta) = P(a_1 \, et \, a_2) \\ \sum_{\substack{\eta \in E \backslash (nR \bigcup DC) \\ f_\eta(a_1) f_\eta(a_3)=1}} \mu(\eta) = P(a_1 \, et \, a_3) - (P(A_4 A_5) + P(A_1 A_3 A_4 A_5)) \end{cases} \\ \text{DC}=\{(0\ 0\ 0\ 1\ 1), (1\ 0\ 1\ 1\ 1)\} \end{cases}$$

Dans les deux cas, la résolution via l'algorithme d'Uzawa est possible, la matrice des contraintes s'écrira alors :

Pour le cas 1

$\sharp contraintes = 1 + 5 + 3 + 1 = 10$

$$\mathrm{D}= \begin{pmatrix}
1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1\\
1&0&1&0&1&0&1&0&1&0&1&0&1&0&1&0&1&0&1&0&1&0&1&0&1&0&1&0&1&0&1&0\\
0&1&1&0&0&1&1&0&0&1&1&0&0&1&1&0&0&1&1&0&0&1&1&0&0&1&1&0&0&1&1&1\\
0&0&0&1&1&1&1&0&0&0&0&1&1&1&1&0&0&0&0&1&1&1&1&0&0&0&0&1&1&1&1&1\\
0&0&0&0&0&0&0&1&1&1&1&1&1&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&1&1&1&1&1&1&1&1&1\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1\\
0&0&1&0&0&0&1&0&0&0&1&0&0&0&1&0&0&0&1&0&0&0&1&0&0&0&1&0&0&0&0&1\\
0&0&0&0&1&0&1&0&0&0&0&0&1&0&1&0&0&0&0&0&1&0&1&0&0&0&0&0&1&0&1\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&1&1&1&1&1&1&1&1\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&1&1
\end{pmatrix}
\quad
\mathrm{d}= \begin{pmatrix}
1\\0,6\\0,43\\0,37\\0,49\\0,62\\0,34\\0,14\\0,25\\0,01
\end{pmatrix}$$

Pour le cas 2

$\sharp contraintes = 1 + 5 + 2 = 8$

$$\mathrm{D}= \begin{pmatrix}
1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&0&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&0&1&1\\
1&0&1&0&1&0&1&0&1&0&1&0&1&0&0&0&1&0&1&0&1&0&1&0&1&0&1&0&0&0&1\\
0&1&1&0&0&1&1&0&0&1&1&0&0&1&0&0&0&1&1&0&0&1&1&0&0&1&1&0&0&1&1\\
0&0&0&1&1&1&1&0&0&0&0&1&1&1&0&0&0&0&0&1&1&1&1&0&0&0&0&1&0&1&1\\
0&0&0&0&0&0&0&1&1&1&1&1&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&1&1&1&1&0&1&1\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&0&1&1\\
0&0&1&0&0&0&1&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&1&0&0&0&1&0&0&0&0&1\\
0&0&0&0&1&0&1&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&1&0&1&0&0&0&0&0&0&0&1
\end{pmatrix}
\quad
\mathrm{d}= \begin{pmatrix}
0,95\\0,55\\0,43\\0,36\\0,44\\0,57\\0,34\\0,13
\end{pmatrix}$$

Les résultats obtenus avec différents niveaux d'information sont récapitulés par le tableau II.5 ; y est représenté l'écart moyen observable entre l'information totale qui nous a permis de construire l'exemple, $\mathfrak{d}$, et celle obtenue pour les différents niveaux, $\mathfrak{d}_i$.

	indépendante	N1	cas 1	cas 2	N2	N3	N4	N5
écart moyen	40,47	39,09	28,06	32,08	13,50	2,81	0,28	0,16

Tableau II.5 : Ecart moyen entre l'information obtenue et l'information totale (en pourcentage).

Conclusion

Dans ce chapitre nous avons abordé les questions soulevées par l'exploitation de l'information présente au sein de l'entreprise. Nous avons proposé une modélisation de l'information. Celle-ci permet de rendre compte de l'existence de "niveaux" selon la précision des informations concernant la demande en produits finis. Finalement nous avons proposé une démarche permettant, quel que soit le niveau d'information initial, d'obtenir une évaluation de la demande finale. C'est cette évaluation que nous utiliserons dans les chapitres suivants pour traiter le problème de la définition des modules à stocker ainsi que celui de la gestion des stocks.

Chapitre III

Définition des modules

Introduction

Nous étudierons dans ce chapitre la question de la définition des modules. Pour cela, nous poserons la problématique et les hypothèses que nous avons été amenés à formuler dans la section 1. Nous traiterons ce problème selon 2 points de vue. Nous considérons en section 2 le critère de minimisation du temps moyen d'assemblage puis nous aborderons dans une dernière section la garantie d'un temps d'assemblage imparti.

1 Problématique et hypothèses

1.1 Problématique

Nous avons choisi d'utiliser ici le terme de définition et non de conception car nous distinguons ces deux concepts.

La conception désigne l'opération de création qui s'effectue dans la phase projet, avant la commercialisation des produits. La définition de l'APICS est la suivante : "la conversion d'un besoin ou d'une innovation en un produit, process ou service qui concilie les attentes de l'entreprise et des clients. L'étape de conception consiste en une traduction d'un ensemble de fonctionnalités techniques en un produit, process ou service opérationnel" [22].

Le terme de définition sera utilisé ici pour désigner l'action de regroupement de fonctions en produits semi-finis. Cette opération, particulière à l'assemblage à la commande, s'effectue tandis que les produits définis peuvent même être déjà disponibles sur le marché. La création de modules s'appuie sur des préoccupations de réactivité et de productivité et nécessite des informations sur les demandes.

Les questions soulevées à cette étape de la mise en place de l'assemblage à la commande (figure III.1, rappel de la figure I.8) sont les suivantes :

- Combien de modules différents stocker (valeur TS) ?
- Lesquels (quels sont les composants entrant dans la composition du module m_j, $j = 1 \ldots TS$) ?

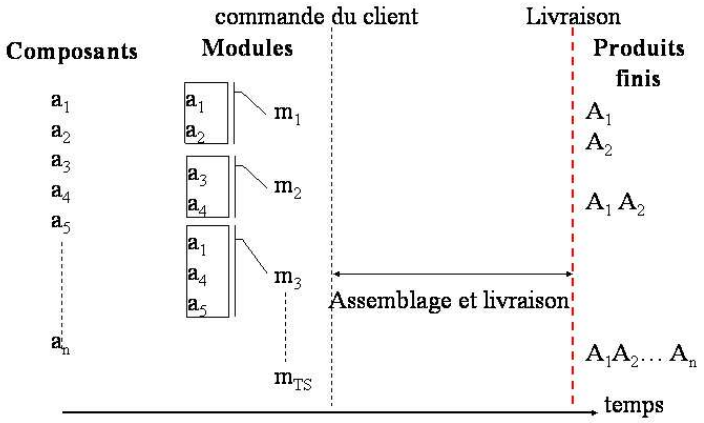


Figure III.1 : Assemblage à la commande, rappel de la figure I.8.

La problématique de définition de modules peut, de prime abord, sembler limitée aux produits manufacturés, pourtant les méthodes visant à la résolution des problèmes énoncés précédemment peuvent également être utilisées pour des services. Ainsi, Shaftel et Thompson [65] proposent de concevoir des "modules" pour des unités d'intervention de pompiers.

composants : fils, connecteur	**ressources :** hommes, véhicules, matériels
modules : fils + connecteurs + soudures	**assemblage de ressources :** équipes (par ex. 1 officier+ 2 hommes), véhicules équipés (par ex. véhicule + matériel de réanimation)
produits finis : faisceaux électriques	**unités d'intervention préparées à un type d'opération donnée :** équipe+véhicule dédié aux accidents de la route

Tableau III.1 : Analogie définition des modules pour les faisceaux électriques et groupement de ressources pour des unités d'intervention.

Les modules sont alors constitués d'un assemblage de ressources : hommes, officiers, véhicules, matériels d'intervention ... (Cf. tableau III.1). L'environnement est celui d'une diversité assez élevée des interventions : premiers secours, accidents de la route, feux sur des sites industriels, enlèvement de nids de guêpes...

1.2 Critères usuels

Nous présentons dans cette section différents critères rencontrés dans la littérature de la conception modulaire.

1.2.1 Physiques

Les critères physiques sont souvent considérés pour concevoir des modules. En effet, l'identification des interactions physiques entre composants et le regroupement en modules des composants ayant une forte interaction permet d'obtenir des éléments modulaires indépendants. Dans un objectif de minimisation des coûts de la diversité, cette démarche d'obtention de modules qui peuvent être plus facilement standardisés est souvent choisie, Cf. chap.I, section 3.2.1.
Une conception modulaire de ce type peut notamment s'effectuer, comme le préconisent Huang et Kusiak [45] par une modélisation matricielle.

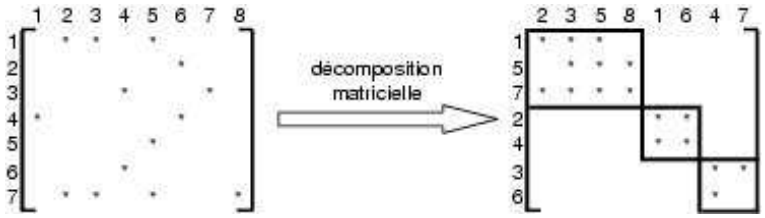


Figure III.2 : Conception de 3 modules indépendants par regroupement des interactions entre composants.

1.2.2 Ergonomiques

La définition de modules peut être orientée pour tenir compte des conditions de travail des assembleurs. Ainsi, si les modules sont adaptés aux tâches d'assemblage à venir, on peut diminuer la complexité des opérations à réaliser. Ben Aissa [14] préconise la prise en compte de la complexité lors de la phase de conception. En effet, diversité des outils, déplacements de l'opérateur, encombrement et poids des pièces sont autant de sources de pathologies et problèmes physiques. Ces problèmes ont un impact négatif direct sur les performances de l'entreprise, via l'absentéisme, le coût des accidents du travail...

On peut étendre ces réflexions à l'étape de définition des modules, un critère peut alors être la minimisation de la complexité des opérations d'assemblage des modules définis. Une difficulté posée par l'utilisation de ce type de critère est l'évaluation, au moment de la définition, de la complexité engendrée par une décision.

1.2.3 Temporels

Agard dans ses différents travaux [2], [1] propose des méthodes de conception modulaire, qui tout en tenant compte de caractéristiques structurelles ou fonctionnelles, permettent d'obtenir un bon compromis entre temps d'obtention d'un produit et diversité des modules nécessaires à son obtention. L'optimisation est réalisée via l'utilisation d'un algorithme glouton. Cette conception tient donc compte des contraintes physiques des composants.

Au contraire de la conception modulaire basée sur le respect des contraintes physiques des composants de bases, notamment possible par la prise en compte des interactions entre composants, qui a été souvent étudiée, la définition s'appuyant sur des données commerciales et s'attachant à minimiser des contraintes temporelles est peu étudiée.

Swaminathan et Tayur [71], [73] intègrent cette notion d'information sur la demande finale pour s'intéresser au problème de définition de Vanilla Boxes (**VB**). Ces modules ont ceci de particulier qu'on ne peut utiliser plus d'une **VB** pour un même produit fini. Ainsi l'obtention d'un produit pourra être faite à partir des composants de base ou par assemblage d'une **unique VB** et des composants complémentaires.
Les problèmes abordés sont les suivants : choix des **VB**, de la détermination des niveaux de stock et de l'allocation des **VB** aux demandes. Le but recherché est la minimisation des coûts de possession et de pénurie, celle-ci survenant lorsque le temps nécessaire à l'assemblage est supérieur à la capacité disponible. La résolution, par énumération exhaustive des compositions permet de choisir les **VB**.
Les limites de ces travaux sont :
- le choix successif des **VB** à stocker, par exemple pour choisir deux **VB** l'algorithme choisit la première puis celle qui est la plus adaptée, compte tenu du premier choix. Le couple ainsi choisi peut donc ne pas être optimal.
- la faible taille des instances ($\sharp$ produits≤ 10, $\sharp$ **VB** ≤ 3)

Dans notre étude, nous choisissons de considérer une conception cherchant à optimiser les temps d'assemblage. Cette approche est intéressante pour les industries supportant de fortes contraintes temporelles souvent dues à des politiques de livraison dans des délais très courts imposées par leur donneur d'ordres. Nous nous plaçons dans un contexte d'**ATO** : les produits finis sont obtenus par assemblage de plusieurs modules (au contraire de l'environnement proposé par Swaminathan et Tayur). Notre but est de déterminer des méthodes heuristiques capables de traiter des exemples de taille réelle.

Les stocks de produits semi-finis peuvent être évalués selon deux critères : le nombre de références stockées et le temps d'assemblage nécessaire à la satisfaction d'une commande.

Si le temps d'assemblage ne doit pas excéder un temps maximum fixé, on considère la minimisation du nombre de produits semi-finis permettant de fabriquer chaque produit fini dans le délai maximum fixé. L'information nécessaire est celle concernant l'existence (ou non-existence) d'un produit fini donné, ce problème est alors déterministe.

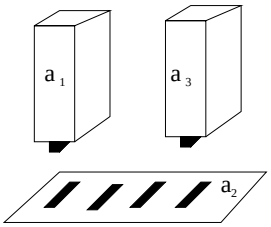
Si le nombre de références disponibles (c.-à-d. la taille du stock, notée TS) est fixé par ailleurs (choix à un autre niveau décisionnel), l'optimisation revient alors à minimiser le temps d'assemblage. L'information nécessaire sur les demandes définit un environnement stochastique.

L'originalité de notre étude tient dans la prise en compte de la demande, qu'elle soit totale ou partielle, pour la détermination de stock de modules.
En effet, la modélisation que nous avons présentée précédemment ainsi que les méthodes nous permettant de déduire une information sur la demande finale cohérente avec les informations disponibles, rend possible la résolution de la question de la composition du stock de produits semi-finis (la définition) à partir d'informations partielles.

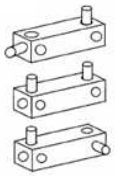
1.3 Les produits finis et les modules

Dans ce travail on considère que tous les produits sont *a priori* proposés à la vente. Le nombre de produits finis potentiels considéré est donc de $2^n - 1$ (le produit sans option n'est pas considéré), cette hypothèse nous permet d'étudier le cas où la diversité offerte est la plus importante et n'induit pas de perte de généralité. La politique de production que nous considérons ici, est telle que l'on s'interdit l'effet enveloppe, c'est-à-dire que l'on s'interdit la présence dans le produit réalisé d'options non demandées, et donc non payées, par le client. Cette contrainte implique en particulier que les produits finis ne peuvent comporter des options en doublons (on ne peut assembler que des options différentes).

Les composants considérés sont tels que quelles que soient 2 options (réalisées par 2 composants), elles peuvent être assemblées en un module sans requérir la présence d'une autre option. La figure III.3 explicite ce concept : ainsi la figure III.3(a) représente des options ne respectant pas ce principe de "non -précédence", les options a_1 et a_3 ne peuvent être assemblées dans un produit semi-fini que si le composant a_2 est présent. Au contraire, les connections des composants de la figure III.3(b) sont telles que tous les composants peuvent être assemblés en modules.



(a) La présence a_1 ou a_3 induit la présence de a_2.



(b) Pas d'options obligatoirement présentes.

Figure III.3 : Exemple avec et sans présence obligatoire d'un composant.

Les méthodes que nous utiliserons par la suite pourraient être modifiées pour intégrer ce type de contraintes. Ainsi il suffirait d'établir une listes de modules non constructibles et de s'interdire la sélection d'un de ces éléments *tabous*.

Cette question de prise en compte des relations d'inclusion de composants, lors de la définition pour l'**ATO**, a été considérée par Swaminathan et Tayur [72]. L'objectif est de déterminer une définition de stock en prenant en considération le coût des éventuelles modifications sur les composants pour modifier les relations d'inclusion.

1.4 L'atelier d'assemblage

Les contraintes de livraison ainsi que la nature de la diversité sont telles que la politique de production utilisée est l'assemblage à la commande. Les machines disponibles dans l'atelier sont telles que toutes les opérations de montage requièrent le même temps. Rappelons que l'on notera m_i, i=1,...,TS les modules stockés et M_1M_3 le produit fini constitué des modules m_1 et m_3

On ne s'intéresse pas ici à la question du pré-assemblage, c'est-à-dire la réalisation effective des modules choisis, à partir des composants.

2 Minimisation du temps moyen d'assemblage

2.1 Formalisation du problème

2.1.1 Notations

Les notations employées sont les suivantes, soient :

- n le nombre de composants, on a alors $2^n - 1$ produits finis potentiels, $\mathbb{P}_i$
- la probabilité de demande d'un produit $\mathbb{P}_i$ sera notée $P(\mathbb{P}_i)$

- TS le nombre de modules que l'on veut stocker
- TA temps d'assemblage moyen
- NA nombre d'assemblages
- C_j une composition de stock

2.1.2 Problématique

Le critère de minimisation du temps d'assemblage moyen a un sens dès lors qu'il y a différents produits. Dans un univers stochastique, le temps moyen correspondra alors à l'espérance mathématique du temps d'assemblage.

Le problème est alors, pour une connaissance sur la demande donnée, de déterminer quelle sera la composition du stock de modules qui permettra de minimiser le temps moyen d'assemblage. Le temps d'assemblage est supposé proportionnel au nombre d'opérations d'assemblage nécessaires à la production d'un produit (Cf. 1.3). Ainsi un produit réalisé à partir de 2 modules (1 opération d'assemblage) aura un temps d'assemblage deux fois plus court qu'un produit réalisé à partir de 3 modules (2 opérations d'assemblage).

Le temps d'assemblage moyen (TA) peut alors être assimilé à l'espérance du nombre d'assemblages. Il faut donc évaluer la performance d'une composition de stock en fonction de ce critère. On notera $NA(\mathbb{P}_i, C_j)$ le nombre d'assemblages nécessaires à la réalisation du produit $\mathbb{P}_i$ à partir de la composition de stock C_j, l'équation III.1 traduit la relation existant entre nombre d'assemblages et temps moyen.

$$TA_{\mathfrak{d}}(C_j) = \sum_i P(\mathbb{P}_i) \times NA(\mathbb{P}_i, C_j) \tag{III.1}$$

Le problème se formalise alors comme suit :

$$\min_{C_j} TA_{\mathfrak{d}}(C_j) \tag{III.2}$$

2.1.3 Enjeux

Pour montrer la disparité des temps d'assemblage obtenus avec un même nombre de modules stockés on choisit de traiter de manière exhaustive les compositions acceptables pour un exemple de taille réduite. Ainsi, pour une composition donnée, on établit, grâce à l'algorithme que nous décrirons en 2.2.3, la gamme permettant d'obtenir chacun des produits finis, on en déduit le nombre d'assemblages. La connaissance de la demande finale permet de déduire de ces informations le temps d'assemblage moyen d'un produit commandé. Pour illustrer l'enjeu de cette définition des stocks on retiendra pour chaque taille de stock TS la configuration optimale et celle conduisant au temps d'assemblage le plus long.

On utilise un exemple de 5 composants (soient 31 produits finis), pour cet exemple TS varie donc de 5 à 31.

intervalle des probabilités de demande	[0,0007;0,0590]
écart-type	0,019
médiane	0,028

Tableau III.2 : Caractéristiques de la demande utilisée pour le cas “5 composants”.

Les caractéristiques de la demande utilisée pour cet exemple sont décrites dans le tableau III.2, elle correspond à un type “homogène” décrit en section 2.4.

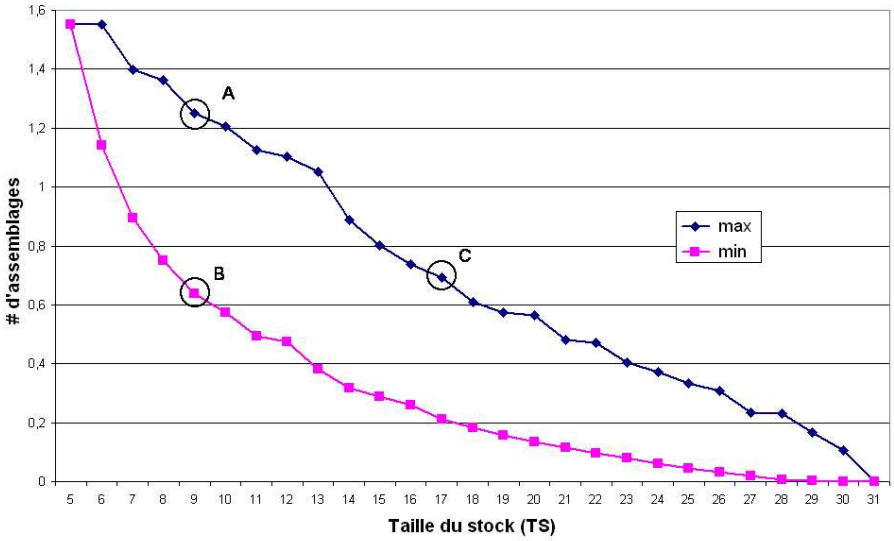


Figure III.4 : Temps d'assemblage pour une demande en produits connue (cas 5 options).

La figure III.4 montre les résultats obtenus pour une simulation de 5 composants. On remarque qu'une bonne définition des modules à stocker permet un gain important. Ainsi les points A et B sont obtenus pour un même nombre de références, toutefois une définition judicieuse (B) permet un assemblage 2 fois plus rapide.
On observe également que l'augmentation du nombre de références n'est pas une garantie d'une diminution du temps d'assemblage. Le point C présente le temps obtenu avec un stock de 17 références, il est moins performant que le stock représenté en B (9 références en stocks).
Sur les graphiques représentant le nombre d'assemblages réalisés pour satisfaire une demande, on voit que la courbe représentant le nombre maximal présente parfois des plateaux (par exemple entre $TS = 27$ et $TS = 28$), cette évolution illustre le stockage de modules qui ne seront jamais utilisés.

Ces observations confortent l'intuition que l'étape de définition des modules est décisive et que ces effets sur l'opération d'assemblage sont directs. Dans la section suivante on s'attachera à isoler les différents problèmes posés par cette recherche d'une "bonne" définition.

Lorsque le nombre de configurations de modules pour un nombre donné de références en stock est trop important, il n'est plus possible de les examiner toutes. L'exemple choisi pour illustrer ce problème est un exemple à 10 composants soient 1023 produits finis, les caractéristiques de la demande sont présentées dans le tableau III.3, la demande est de type "Pareto".

intervalle des probabilités de demande	$[0; 0,479]$
écart-type	$0,018$
médiane	$1,62.10^{-207}$

Tableau III.3 : Caractéristiques de la demande Pareto pour l'exemple "10 composants".

Par exemple, on fixe $TS = 20$, il existe alors $C^{10}_{2^{10}-1-10}$, soit plus de 3.10^{23}, compositions de stock acceptables. Il s'agit alors de parcourir cet ensemble des possibles. Pour cela on détermine un nombre de configurations que l'on peut évaluer en un temps raisonnable, puis de manière aléatoire on choisit les compositions de stock que l'on évalue. On retiendra pour une taille de stock donnée la composition minimisant le temps d'assemblage et celle le maximisant.

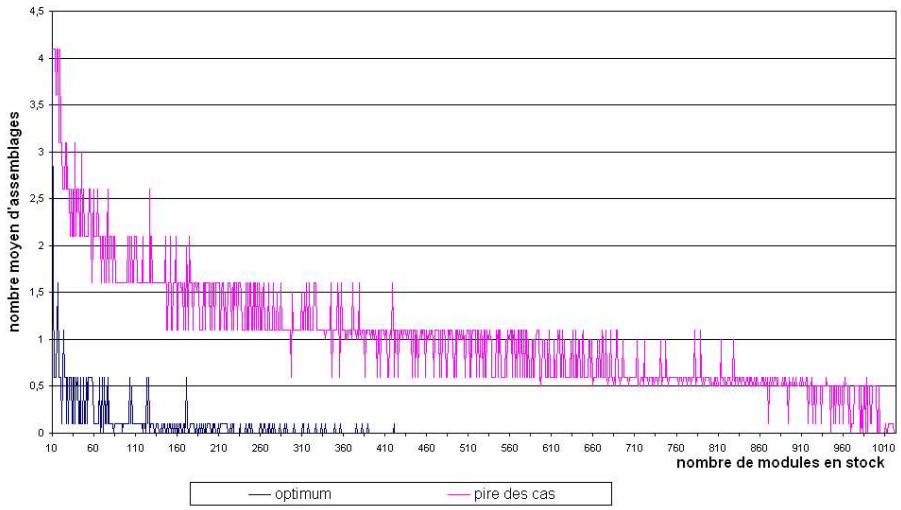


Figure III.5 : Résultat brut (cas 10 composants).

La figure III.5 est obtenue en fixant à 1000 le nombre de compositions considérées pour chaque TS.

Ces résultats peuvent être lissés par l'application de règles simples : les résultats obtenus pour un stock de taille TS ne peuvent être pires que ceux obtenus avec une taille de stock inférieure (cette contrainte est traduite par les équations III.3 et III.4). $\forall i \in [[n+1, 2^n - 1]]$:

$$(Min(TA_{\mathfrak{d}}) \mid (TS = i)) \leq (Min(TA_{\mathfrak{d}}) \mid (TS = i-1)) \quad \text{(III.3)}$$

$$(Max(TA_{\mathfrak{d}}) \mid (TS = i)) \leq (Max(TA_{\mathfrak{d}}) \mid (TS = i-1)) \quad \text{(III.4)}$$

De cette manière on obtient des résultats de même nature que ceux des petites instances.

La figure III.6 présente les résultats obtenus après ce post-traitement.

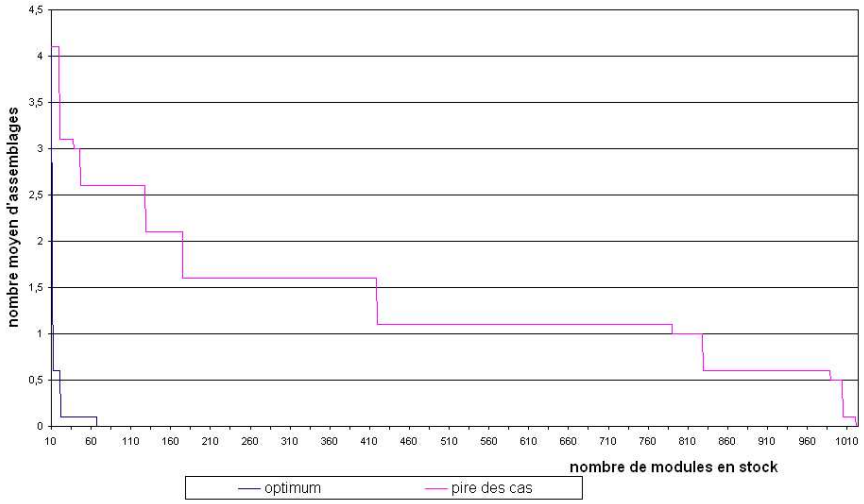
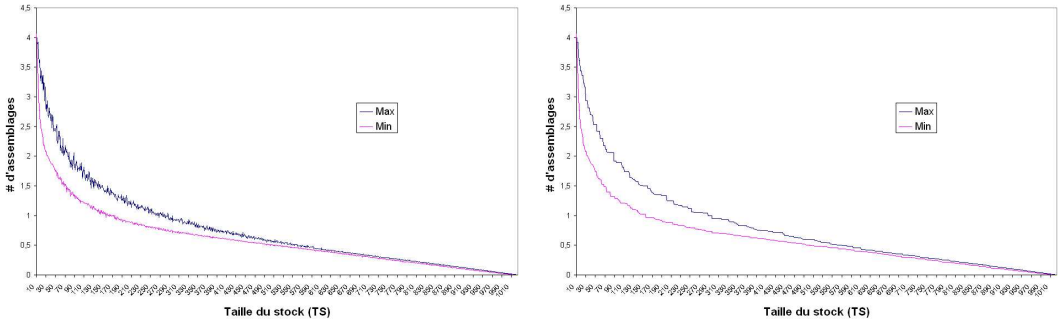


Figure III.6 : Résultat lissé (cas 10 composants).

Un exemple pour une répartition homogène est également donné, ces caractéristiques sont résumées dans le tableau III.4.

intervalle des probabilités de demande	$[1,8.10^{-6}; 1,99.10^{-3}]$
écart-type	$5,66.10^{-4}$
médiane	$9,56.10^{-4}$

Tableau III.4 : Caractéristiques de la demande homogène pour l'exemple "10 composants".



(a) Résultat brut.

(b) Résultats lissé.

Figure III.7 : Exemple 10 composants, répartition homogène.

Les résultats sur les instances de taille moyenne (figures III.5, III.6 et III.7 : 10 composants et tirage de 1000 compositions par taille de stock TS) confirment les observations faites sur de petites instances. Ils montrent que l'amplitude des temps d'assemblage est très importante (pour l'exemple homogène ceci est surtout vrai pour les faibles valeurs de TS qui seront recherchées), et ce même en ne considérant qu'un nombre réduit de configurations pour chaque taille de stock.

2.2 Questions sous-jacentes

2.2.1 Génération des données et gestion de l'incertain

Pour tester nos hypothèses et valider nos heuristiques nous générons des instances. Pour cela nous utilisons les mêmes générations que celles utilisées dans le chapitre sur l'information (Cf. section 2.4) :

- répartition homogène
- répartition Pareto

L'évaluation des performances des heuristiques proposées sera réalisée pour les différents niveaux d'information décrits dans le chapitre II. Pour cela il sera nécessaire de déduire une information sur la demande finale cohérente avec l'information disponible.
Nous considérons *a priori* que tous les produits semi-finis peuvent être réalisés, néanmoins nous étudions également des demandes qui tiennent compte d'incompatibilités entre options.

Nous caractériserons les instances utilisées, par la nature de la répartition utilisée (Pareto ou homogène, présence d'incompatibilités), celle-ci sera confirmée par les intervalles de probabilités et l'écart-type.

2.2.2 Choix des compositions à étudier

Lorsque le process est continu comme la production d'acier, les compositions possibles sont infinies (Denton *et al.* [26], ou David *et al.* [25]). Nos hypothèses sur la nature de la chaîne de production et sur les produits permettent de garantir que le nombre de compositions à étudier sera fini. Le choix des compositions s'effectue dans l'ensemble des compositions garantissant la création de tous les produits finaux, c'est-à-dire que les modules choisis permettent de répondre à toutes les demandes des clients. On notera $\mathfrak{C}$ l'ensemble des compositions acceptables.

La contrainte de satisfaction du client se traduit par une caractérisation des compositions acceptables. Soit C une composition, lorsque tous les produits finis, excepté celui ne possédant aucun composant, sont proposés à la vente, on a :

$$C \textit{ acceptable} \Leftrightarrow C \in \mathfrak{C} \Leftrightarrow \{\forall i \in [[1;n]] \quad \exists j, m_j = a_i \in C\} \tag{III.5}$$

L'expression III.5 traduit l'obligation de *juste satisfaction* d'une commande (Cf. section 1.3). Une composition acceptable comporte tous les modules constitués d'un unique composant ; quel que soit le produit final commandé (y compris les produits constitués d'un unique composant) il pourra ainsi être obtenu par assemblage des composants de base. Le nombre de références de modules en stock ne pourra donc être inférieur au nombre de composants ($TS \geq n$).

$$|\mathfrak{C}| = 2^{2^n-1-n} \tag{III.6}$$

L'équation III.6 traduit le fait que les $2^n - 1 - n$ produits comportant au moins deux composants peuvent être présents ou non dans une composition acceptable.

Lorsque la taille de stock est donnée, la contrainte de devoir fabriquer tout produit fini sans effet enveloppe et ce uniquement à partir de TS modules stockés se traduit par une caractérisation des compositions acceptables (équation III.7). Soit C une composition :

$$C \in \mathfrak{C}_{TS} \Leftrightarrow \{\forall i \in [[1,\ldots,n]] \quad \exists j, m_j = a_i \in C \textit{ et } |C| = TS\} \tag{III.7}$$

On a alors

$$|\mathfrak{C}_{TS}| = C^{TS}_{2^n-1-n} \tag{III.8}$$

et la fonction objectif peut alors s'écrire :

$$\min_{C_j \in \mathfrak{C}_{TS}} TA_{\mathfrak{d}}(C_j) \tag{III.9}$$

2.2.3 Gamme d'assemblage

Pour une composition du stock de produits semi-finis donnée, il faut pouvoir élaborer une gamme d'assemblage, c'est-à-dire donner pour chaque produit fini un ensemble de modules du stock qui, par assemblage, permettent d'obtenir ce produit donné. Cette opération consiste donc à définir la fonction gamme G, définie comme suit.

$$\begin{array}{rccc} G & : & \mathfrak{P} & \rightarrow & C \\ & & \mathbb{P}_i & \mapsto & G(\mathbb{P}_i) \end{array}$$

Ce problème est connu dans la littérature sous le nom de **Set Cover**. Soient $\mathfrak{P} = \{\mathbb{P}_1, \ldots, \mathbb{P}_{2^n-1}\}$ l'ensemble des produits finis et $C = \{m_1, \ldots, m_{TS}\}$, $m_i \subseteq \mathfrak{P}$ l'ensemble des produits semi-finis en stock, le but est de trouver un sous-ensemble $G(\mathbb{P}_i) \subseteq C$ de taille minimum tel que $\cup_{m_j \in G(\mathbb{P}_i)} = \mathbb{P}_\mathrm{i}$, c'est-à-dire que l'on puisse par assemblage des modules de $G(\mathbb{P}_i)$ obtenir le produit fini $\mathbb{P}_i$.
Pour cela il est nécessaire de vérifier que chaque produit est réalisable à partir des modules stockés. Dans le cas étudié, ceci est garanti par le choix de compositions acceptables (Cf. 2.2.2).
Ce problème est NP-complet [29]. De plus un résultat de 1995 montre que le meilleur facteur d'approximation est $O(log\, n)$ ([41], chap. 10).
La contrainte de n'assembler que des options différentes (Cf. § 1.3) nous conduit à un cas particulier aussi appelé **Set partitioning**, ce problème est également NP-complet [29].
Pour traiter ce problème nous utiliserons un algorithme glouton :

ALGORITHME ***algorithme glouton pour Set cover (resp. Set partitioning)***

ENTRÉES $\mathbb{P}_i$
SORTIE Gamme G

Choisir un élément m_j qui couvre le plus d'éléments (resp. le plus d'éléments encore non couverts)
Ajouter m_j à la gamme

`Fin` ***algorithme glouton pour Set cover (resp. Set partitioning)***

Théorème 1. *L'algorithme glouton explicité ci-dessus donne une solution qui est au plus $H(maxcompo)$ fois l'optimal où maxcompo est le nombre de composants du produit semi-finis le plus complexe du stock, avec $H(n) = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{i} \leqslant ln\, n + 1$. Johnson, [48], Chvatal, [19].*

L'application au problème de choix de gamme est donc la suivante :

Soient m_k un module de la composition C, $\mathbb{P}_i$ le produit fini que l'on cherche à assembler et G la gamme de $\mathbb{P}_i$, c'est-à-dire les produits semi-finis de C utilisés pour réaliser l'assemblage de $\mathbb{P}_i$. On notera $\mathbb{P}_i \setminus G$ le produit constitué de l'ensemble des composants de $\mathbb{P}_i$ non encore assemblés et, par abus de langage, on dira que

$m_k \subseteq \mathbb{P}_i \setminus G$ ssi tous les composants rentrant dans la composition du module m_k sont présents dans le produit $\mathbb{P}_i \setminus G$. L'application au problème de choix de gamme est donc le suivant :

ALGORITHME ***gamme***
ENTRÉES produit $\mathbb{P}_i$, C
SORTIE Gamme G

$G = \emptyset$
`Tant que` $\mathbb{P}_i \setminus G \neq \emptyset$
choisir le module $m_k \in C$, $m_k \subseteq \mathbb{P}_i \setminus G$, ayant le plus de composants en commun avec $\mathbb{P}_i \setminus G$
ajouter m_k à la gamme G de $\mathbb{P}_i$ ($G \leftarrow G + \{m_k\}$)
`Fin Tant Que`

`Fin` ***gamme***

Donnons un exemple d'application de cet algorithme. Soient $n = 6$ et $TS = 9$, nous nous attachons à trouver la gamme du produit $\mathbb{P}_i = A_1A_2A_3A_5A_6$ pour une composition de module C :
$C_1 = \{m_1, m_2, m_3, m_4, m_5, m_6, m_7, m_8, m_9\}$
$C_1 = \{A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6, A_1A_2, A_1A_5, A_5A_6\}$.
Appliquons l'algorithme expliqué précédemment :

0- $G = \emptyset$, $\mathbb{P}_i \setminus G = A_1A_2A_3A_5A_6$
1- $G = \{A_1A_2\}$, $\mathbb{P}_i \setminus G = A_3A_5A_6$
2- $G = \{A_1A_2, A_5A_6\}$, $\mathbb{P}_i \setminus G = A_3$
3- $G = \{A_1A_2, A_5A_6, A_3\}$, $\mathbb{P}_i \setminus G = \emptyset$

La gamme est obtenue en 3 étapes et on a $G(\mathbb{P}_i) = \{m_7, m_9, m_3\}$, soit $A_1A_2A_3A_5A_6 = M_7M_9M_3$, c'est-à-dire que le produit est obtenu en 2 opérations d'assemblage. Nous rappelons que l'ordre de choix des modules dans la gamme n'impose en rien la séquence réelle d'assemblage qui peut être quelconque.

Remarque 3. *L'algorithme ne donne pas de critère permettant de choisir entre deux modules de même taille pouvant rentrer dans la gamme. Ainsi dans l'exemple qui précéde, le module choisit à l'étape 1 pourrait être A_1A_5, on aurait alors :*

1- $G = \{A_1A_5\}$, $\mathbb{P}_i \setminus G = A_2A_3A_6$
2- $G = \{A_1A_5, A_2\}$, $\mathbb{P}_i \setminus G = A_3A_6$
3- $G = \{A_1A_5, A_2, A_3\}$, $\mathbb{P}_i \setminus G = A_6$
4- $G = \{A_1A_5, A_2, A_3, A_6\}$, $\mathbb{P}_i \setminus G = \emptyset$

l'algorithme conduit alors une gamme permettant d'assembler le produit en 3 opérations d'assemblage.
La borne d'approximation nous garantit que l'on a :

$$\sharp\, minimal\, d'opérations\, d'assemblage_{algo.} \leq H(n) * \sharp\, d'opérations\, d'assemblage$$

dans l'exemple on a $H(n) = \sum_{i=1}^{2} = 1,5$

2.3 Reformulation du problème traité

Les différents problèmes évoqués précédemment nous amènent à revoir nos objectifs : la recherche de la composition optimale, à partir des informations à disposition paraît irréalisable. Nous nous attacherons donc à déterminer une méthode heuristique nous permettant, quel que soit le niveau de connaissance à disposition, de trouver une solution acceptable, c'est-à-dire permettant de limiter les choix néfastes.

2.3.1 Idées de sélection

Les résultats présentés en 2.1.3 montrent qu'il est important de bien définir la composition de stock, mais aussi qu'une exploration exhaustive n'est pas possible. Différentes stratégies peuvent être suivies pour déterminer la composition du stock de produits semi-finis à stocker. Les principales idées retenues sont :

- favoriser les modules entrant dans la composition des produits les plus fréquemment demandés : il semble plus intéressant de privilégier des modules qui pourront être utilisés souvent plutôt que de stocker des modules qui ne peuvent être utilisées que sporadiquement.
- favoriser une bonne "couverture" des composants : en effet, on ne peut associer que des modules totalement différents, dès lors il vaut mieux stocker en premier des modules pouvant être combinés.
- favoriser les modules simples, c'est-à-dire ceux constitués de peu de composants : ils rentrent dans la composition de plus de produits, indépendamment des fréquences.

2.3.2 Description

Nous nous intéressons ici à 4 méthodes de détermination du choix des compositions. Celles-ci ne s'appliquent qu'aux modules venant en sus des composants de base (Cf. description des compositions acceptables 2.2.2)

1. Choix aléatoire (***aléatoire***) :
   tous les modules ont $TS - n$ chances sur $2^n - n$ d'appartenir à la composition. Cette méthode nous servira par la suite de moyen d'évaluation ; en effet, cette solution est fort peu coûteuse en temps, une bonne solution devra donc donner des résultats plus performants.
2. Choix non déterministe selon la fréquence (***fréquence non det.***) :
   la probabilité de choix d'un module correspond à sa fréquence de demande, c'est-à-dire que l'on prendra en compte toutes les demandes pour lesquelles ce

module pourrait être utilisé. Par exemple, le module a_5a_8 sera crédité d'une probabilité maximale d'utilisation :

$$P(m_j = a_5a_8) = \sum_{\substack{\mathbb{P}_i \in \mathfrak{P}, tq \\ a_5 \in \mathbb{P}_i \\ a_8 \in \mathbb{P}_i}} P(\mathbb{P}_i)$$

Ce module aura une probabilité proportionnelle à $P(m_j = a_5a_8)$ d'appartenir à la composition. Cette heuristique est non déterministe, plusieurs applications à une même demande peuvent donner plusieurs compositions.

3. Choix selon la fréquence en favorisant la couverture (***fréquence det. co***) : on calcule comme précédemment la probabilité maximale d'utilisation des modules et on choisit le plus probable. Après le choix d'un module, les probabilités de demandes des produits sont pondérées d'un coefficient d'oubli (co) fonction du nombre de composants en commun avec le module choisi. Par exemple, si le premier module choisi est le module A_1A_2, les produits contenant le composant a_1 sont pondérés par co (par exemple P(A_1A_3)← co×P(A_1A_3)), ceux contenant a_2 également et ceux contenant a_1 et a_2 sont pondérés par co^2. Ce coefficient permet d'intégrer l'idée de "couverture" des modules.
Cette heuristique est déterministe, son application à une demande spécifique résultera en une unique composition.

4. Choix selon la taille des modules (***taille***) :
on classe les modules selon leur taille, on prend parmi les plus petits les plus fréquents. Cette heuristique est déterministe.

Les descriptions extensives de ces heuristiques sont en Annexe B. Nous donnons ici un exemple permettant d'illustrer les différents fonctionnements des heuristiques proposées. On choisit d'étudier une instance telle que : $n = 4$, il y a alors 15 produits finis. La répartition des demandes est donnée dans le tableau III.5.

	A	B	C	D	AB	AC	AD	BC
$P(\mathbb{P}_i)$	0,099	0,027	0,095	0,069	0,074	0,101	0,081	0,002
$P(m_i)$	0,596	0,415	0,456	0,578	0,246	0,251	0,298	0,121

	BD	CD	ABC	ABD	ACD	BCD	ABCD
$P(\mathbb{P}_i)$	0,102	0,070	0,023	0,090	0,069	0,038	0,058
$P(m_i)$	0,288	0,235	0,081	0,148	0,127	0,096	0,058

Tableau III.5 : Répartition des probabilités de demande pour l'exemple considéré.

Le tableau III.6 donne la composition du stock obtenu avec les différentes heuristiques pour $TS = 11$ (pour les algorithmes non déterministes, il s'agit d'une unique

réalisation), les temps moyens d'assemblage correspondant sont reportés dans le tableau III.7.

1 réalisation des heuristiques non déterministes

Choix aléatoire	A,B,C,D	BCD	AC	CD	AD	AB	ABC	ABCD
Choix non déterministe selon la fréquence	A,B,C,D	AC	AD	ABCD	BD	ABD	AB	CD

Résultats des heuristiques déterministes

Choix selon la fréquence, co=1	A,B,C,D	AD	BD	AC	AB	CD	ABD	ACD
Choix selon la fréquence, co=0,05	A,B,C,D	AD	BC	BD	AC	CD	AB	ABD
Choix selon la taille	A,B,C,D	AD	BD	AC	AB	CD	BC	ABD

Tableau III.6 : Compositions obtenues avec les différentes heuristiques pour l'exemple considéré.

Choix aléatoire	0,263
Choix non déterministe selon la fréquence	0,132
Choix déterministe selon la fréquence, co=1	0,121
Choix déterministe selon la fréquence, co=0,05	0,188
Choix déterministe selon la taille	0,188

Tableau III.7 : Temps moyen d'assemblage obtenus avec les différentes heuristiques pour l'exemple considéré.

On constate que les compositions choisies en appliquant différentes idées de sélection (heuristiques choix selon la fréquence en favorisant la couverture et choix selon la taille) ne donnent pas une unique composition qui serait la panacée. Ainsi les deux heuristiques non déterministes sont différentes et la composition déterminée aléatoirement conduit à un temps moyen deux fois supérieur à celle déterminée en tenant compte de la fréquence.
La modification du coefficient d'oubli change l'ordre de sélection des modules. Ainsi lorsque les fréquences sont modifiées après le choix d'un module ($co \neq 1$) le choix se porte vers des modules composés de composants moins présents dans le stock déjà formé. Ainsi tandis que pour $co = 1$ le choix de BD suit celui de AD, pour $co = 0,05$ c'est BC qui est choisi.
L'utilisation du critère de taille des modules impose le choix des modules les plus petits, ainsi les 6 premiers modules stockés sont ceux de taille 2, on remarque néan-

moins que le module BC a une fréquence d'utilisation inférieure à celle des modules de taille 3 ABD et ACD qui lui seront préférés pour le critère de fréquence.

Une étude approfondie est nécessaire pour déterminer les performances de ces différentes méthodes. Celle-ci sera menée dans la section 2.4.

2.3.3 Complexité

Nous étudions ici la complexité des différentes heuristiques proposées. En effet, cette notion est un paramètre important à considérer lorsque l'on cherche à appliquer des algorithmes sur des instances de taille importante.

L'heuristique ***aléatoire*** requiert :

- TS opérations de sélection aléatoires,

sa complexité est donc $O(TS)$.

fréquence non det. requiert :

- une opération de tri (sur les demandes) sur l'ensemble des produits,
- TS opérations de sélection,

la complexité est $O((2^n - 1)log(2^n - 1) + TS)$.

fréquence det. co requiert :

- TS opérations de tri (sur les demandes) sur l'ensemble des produits,
- TS opérations de sélection

la complexité est de $O((2^n - 1)log(2^n - 1) \times TS)$

taille requiert :

- une opération de tri (par taille des modules),
- une opérations de tri (par fréquence) pour lesquelles le nombre de modules à considérer est de C_n^k avec $\sum_{i=1}^{k-1} C_n^i < TS \leq \sum_{i=1}^{k} C_n^i$, c'est-à-dire que si la composition peut être obtenue sans utiliser de modules de taille supérieure à k, on ne triera que les modules de taille k (les modules de taille inférieure appartiendront tous à la composition)
- TS opérations de sélections

la complexité est de $O((2^n - 1)log(2^n - 1) + C_n^k log(C_n^k) + TS)$

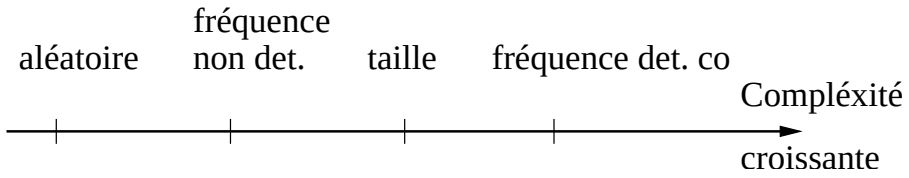


Figure III.8 : Classement des heuristiques selon leur complexité.

2.4 Evaluation

Dans cette section on s'attachera à étudier les performances des heuristiques proposées pour déterminer la meilleure stratégie à adopter pour un environnement donné.

2.4.1 Protocole de test

Pour évaluer les heuristiques on effectue des tirages aléatoires (X tirages) de répartitions des demandes de produits finaux. Pour chacun de ces vecteurs de demande, on établit, grâce à la méthode expliquée dans le chapitre II, les différents niveaux d'information qui peuvent exister. Pour chaque problème ainsi généré, on détermine à l'aide des algorithmes explicités ci-dessus la composition du stock de modules et le temps d'assemblage correspondant. On peut ensuite comparer les différentes valeurs obtenues. Lorsque l'heuristique est non déterministe, on effectue pour chaque taille de stock un nombre de tirages important (pour les exemples qui suivent on fixe ce nombre à 5 000), c'est alors la moyenne des temps d'assemblage moyens qui est retenue.

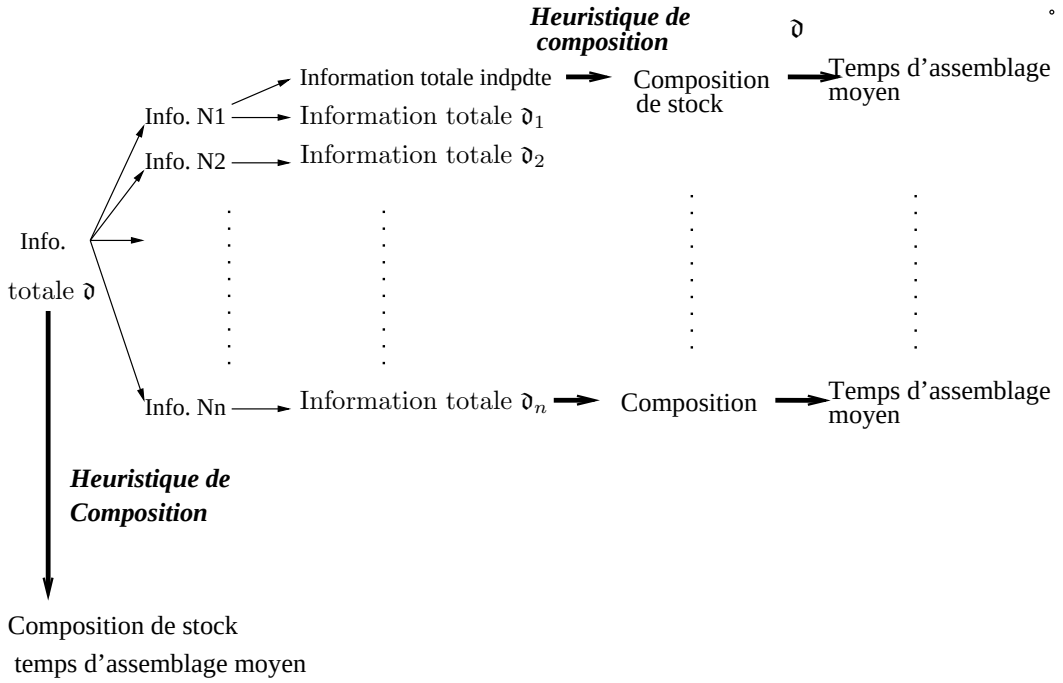


Figure III.9 : Protocole.

Les extrema des temps moyens d'assemblage sont déterminés de manière exhaustive pour les petites instances, pour les instances de taille moyenne nous avons utilisé

les extrema déterminés après le post-traitement (décrit en section 2.1.3). On considère comme caractéristique d'une composition sa performance par rapport aux compositions extrêmes ainsi on notera :

$$performance(C_j) = \frac{TA_{max} - TA(C_j)}{TA_{max} - TA_{min}}$$

La composition optimale (TA_{min}) a alors une performance de 1 et la composition la moins performante a une performance de 0.
On évaluera la performance moyenne pour une taille TS donnée d'une heuristique avec la moyenne sur les X instances des positions qu'elle permet d'obtenir, les extrema de l'indicateur de performance ainsi que l'écart-type seront également considérés. Nous considérerons également la preformance globale, qui représente la moyenne sur les TS des performances moyennes.
On a ainsi pour l'heuristique $H1$:

$$perf.moyenne_{TS} = \frac{1}{X} \sum_{\substack{X\ demandes \\ C_j\ obtenue\ avec\ H1 \\ |C_j|=TS}} performance(C_j) \tag{III.10}$$

$$perf.min = \min_{TS\in[n+1;2^n-2]} \frac{1}{X} \sum_{\substack{X\ demandes \\ C_j\ obtenue\ avec\ H1 \\ |C_j|=TS}} performance(C_j) \tag{III.11}$$

$$perf.globale = \frac{1}{2^n - n - 2} \sum_{TS\in[n+1;2^n-2]} \frac{1}{X} \sum_{\substack{X\ demandes \\ C_j\ obtenue\ avec\ H1 \\ |C_j|=TS}} performance(C_j) \tag{III.12}$$

On remarque que les performances pour $TS = n$ et $TS = 2^n - 1$ ne sont pas prises en compte car pour ces 2 cas extrêmes il n'y a qu'une composition acceptable.

2.4.2 Demande homogène

Pour étudier le comportement des heuristiques sur des demandes de type homogène, on génère X=500 demandes. Leurs caractéristiques sont les suivantes (tableau III.8) :

nombre de composants	5
intervalle des probabilités de demande	$[6,79.10^{-7};0{,}089]$
médiane (des 500×31 demandes)	0,032
écart-type (des 500×31 demandes)	0,018

Tableau III.8 : Caractéristiques des demandes.

Pour déterminer les demandes en produits finis cohérentes avec l'information disponible, nous appliquerons l'algorithme d'Uzawa (décrit chap. II section 3.4.3) avec les paramètres suivants (tableau III.9) :

nombre maximal d'itérations	100 000
ρ	5
ϵ	1.10^{-5}

Tableau III.9 : Paramètres de l'algorithme d'Uzawa.

La figure III.10 présente les temps moyens d'assemblage pour les compositions obtenues avec les différentes heuristiques pour une information de niveau N_1 (information minimale), l'information sur la demande en produits finis est obtenue avec l'hypothèse d'indépendance des demandes en composants (Cf. chap II section 3.1).

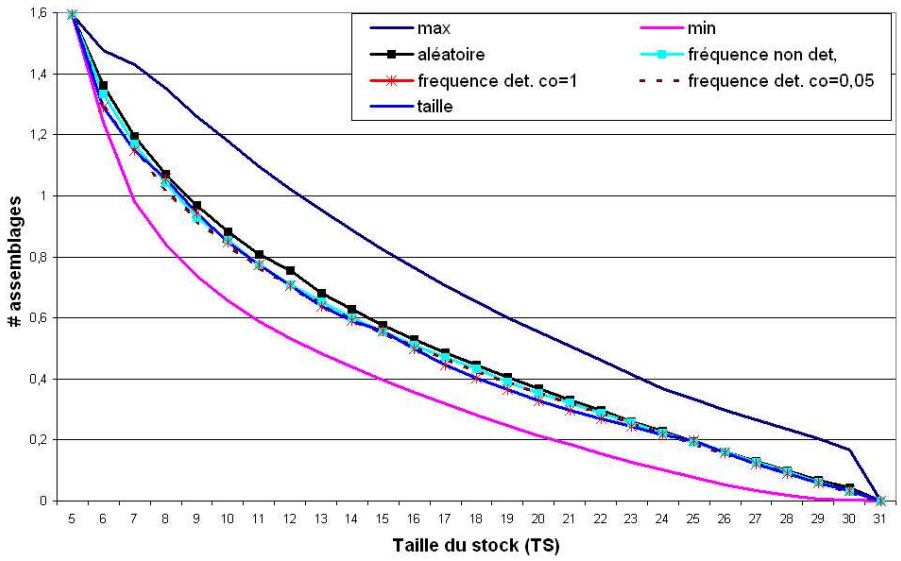


Figure III.10 : Temps moyen d'assemblage : information N_1, hypothèse d'indépendance.

La représentation du temps d'assemblage n'est pas la plus adéquate pour effectuer des comparaisons, ainsi nous lui préférons la représentation des performances.

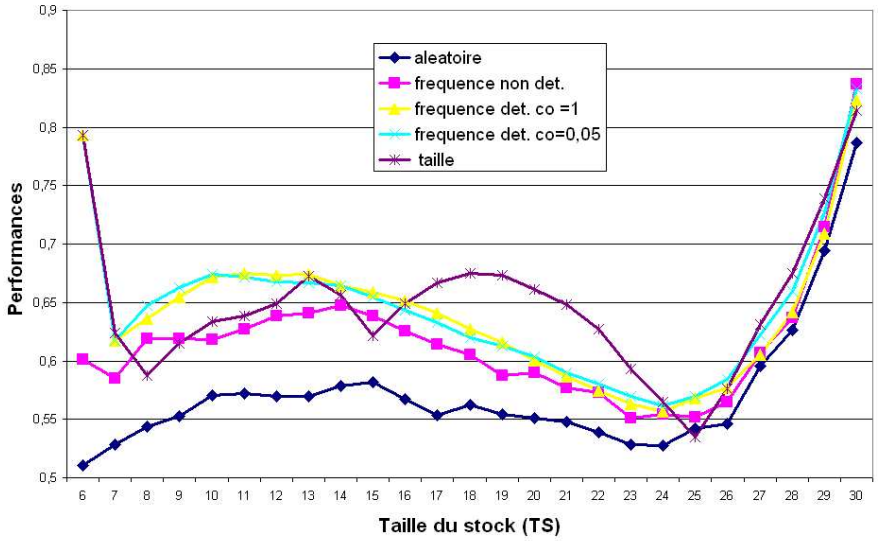


Figure III.11 : Performance moyenne : information N_1, hypothèse d'indépendance.

La figure III.11 représente ces mêmes résultats mais sous forme de performances des compositions.

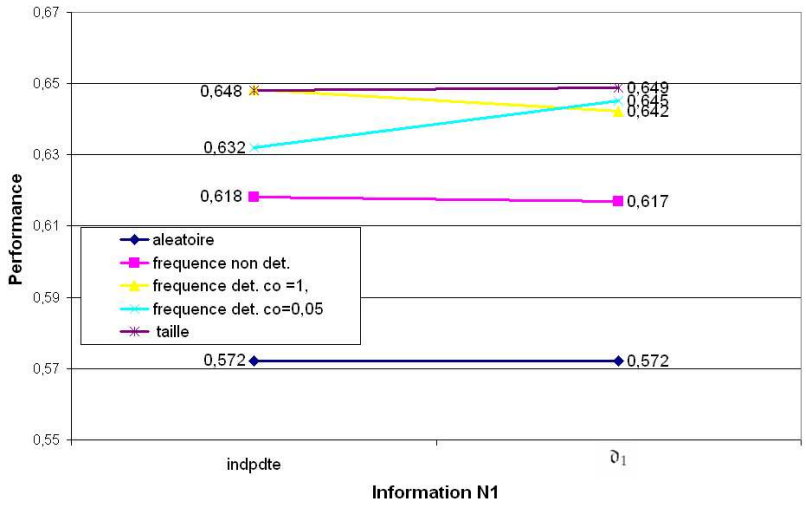
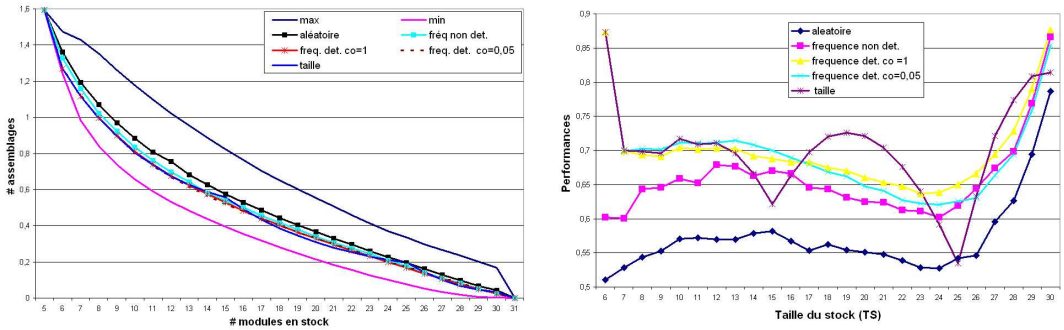


Figure III.12 : Performances globales des heuristiques pour le niveau N_1.

Le graphe représenté sur la figure III.12 montre les performances globales obtenues par les différentes heuristiques à partir d'une information de niveau 1 et ce pour les

deux modes de génération d'information sur les produits finis (à savoir l'indépendance des composants et la maximisation de l'entropie). Les résultats obtenus pour ces deux modes de génération sont très proches. Ceci confirme l'observation que les deux modes de générations de la demande finale utilisés sont consistants.

La figure III.13 présente les résultats obtenus avec une information totale (temps d'assemblage, III.13(a) et performances, III.13(b)).



(a) Temps d'assemblage.

(b) Performances moyennes.

Figure III.13 : Temps d'assemblage et performances moyennes avec une information totale.

On remarque que les résultats obtenus sont sensiblement meilleurs qu'avec une information de niveau 1. Les performances des heuristiques basées sur la fréquence sont ainsi toujours supérieures à 0,6 quel que soit TS.

L'heuristique basée sur le critère de taille des modules a une évolution particulière. La courbe des performances forme des arceaux (ceux-ci sont très nets sur la figure III.11). Chaque arceau correspond en fait à une taille de modules ainsi l'exemple étant formé d'instances de taille 5 composants, on voit 3 arceaux correspondants aux modules de taille 2, 3 et 4 composants. On associe ce phénomène au fait que les derniers modules stockés d'une taille donnée T sont moins intéressants que les premiers stockés de taille $T + 1$.

Les performances moyennes sur les 500 demandes obtenues par les différentes heuristiques pour les différents niveaux d'information traités avec le concept de l'entropie, sont représentés par la figure III.14.

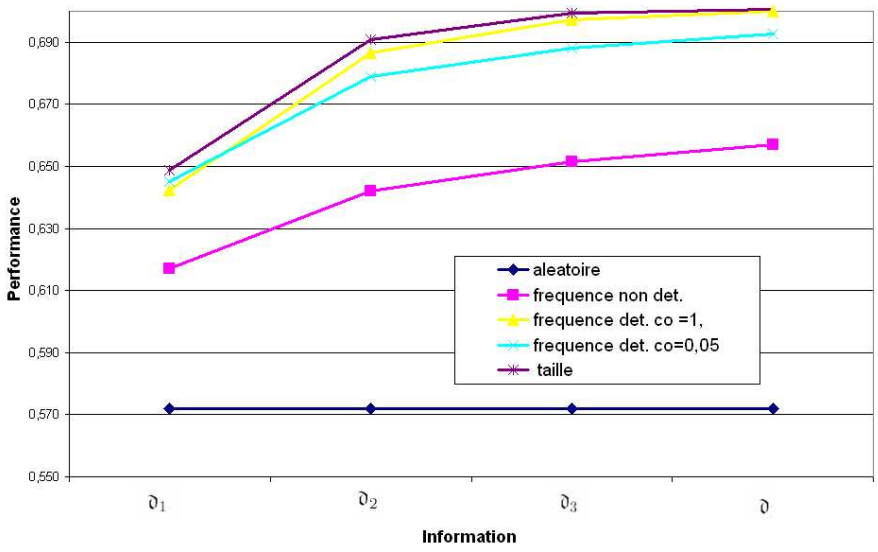


Figure III.14 : Performances globales des heuristiques sur les différents niveaux d'information.

On remarque que quelle que soit l'heuristique utilisée, les performances globales augmentent lorsque l'information disponible est plus importante, hormis bien sûr l'heuristique aléatoire qui n'utilise pas cette information.

Ainsi si on peut mesurer le gain en performance permis par le passage d'une information de niveau N_i à un niveau N_{i+1} pour une heuristique H_j :

$$Gain\,de\,perf_{N_i \rightarrow N_{i+1}} = \frac{perf.\,globale_{\mathfrak{d}_{i+1},H_j} - perf.\,globale_{\mathfrak{d}_i,H_j}}{perf.\,globale_{\mathfrak{d}_i,H_j}} \qquad \text{(III.13)}$$

heuristique	$N_1 \rightarrow N_2$	$N_2 \rightarrow N_3$	$N_3 \rightarrow Connaissance\,totale$
fréquence non det.	4,05	1,49	0,83
fréquence det.co=1	6,89	1,56	0,39
fréquence det. co=0.05	5,22	1,37	0,65
taille	6,49	1,22	0,17

Tableau III.10 : Gain en performance permis par l'acquisition d'information (en %).

Le tableau III.10 montre les gains engendrés par l'acquisition de l'information. L'augmentation de la performance est la plus notable lors du passage du niveau N_1 au niveau N_2. Les économies réalisées lorsque l'on a accès à plus d'information sont à mettre en relation avec les coûts engendrés par la recherche de l'information dans les systèmes d'information.

Pour une demande de type homogène, l'utilisation de nos heuristiques de sélection nous permet de gagner jusqu'à 13 points par rapport à un choix aléatoire

Les tableaux III.11, III.12, III.13 et III.14 comparent les différentes performances des heuristiques. Pour chaque critère (performance globale, minimum, maximum et écart-type des performances), les résultats les meilleurs sont indiqués en gras.

Selon le type de performances que l'on désire obtenir, l'heuristique la plus appropriée diffère. Ainsi si le critère considéré est la performance globale , il faut choisir l'heuristique basée sur la taille (***taille***). Si l'on veut garantir que la performance minimale et la performance maximale sur les TS soient les meilleures possibles, c'est l'heuristique ***fréquence det. co=1*** qu'il faut préférer. L'utilisation de l'heuristique ***fréquence non det.*** permet, si le nombre de tirages aléatoires est suffisant et si l'on ne considère que la moyenne des temps d'assemblage obtenus au cours de ces différents tirages, d'obtenir des performances équivalentes pour tous les TS. En effet, c'est cette méthode qui permet d'obtenir l'écart-type le plus faible.

heuristiques	indpt	$\mathfrak{d}_1$	$\mathfrak{d}_2$	$\mathfrak{d}_3$	$\mathfrak{d}$
fréquence non det.	0,618	0,617	0,642	0,652	0,658
fréquence det. co=1	**0,648**	0,642	0,687	0,697	0,701
fréquence det. co=0.05	0,632	0,649	0,679	0,688	0,693
taille	0,648	**0,649**	**0,691**	**0,699**	**0,701**
aléatoire	0,554	0,554	0,554	0,554	0,554

Tableau III.11 : Performances globales.

heuristiques	indpt	$\mathfrak{d}_1$	$\mathfrak{d}_2$	$\mathfrak{d}_3$	$\mathfrak{d}$
fréquence non det.	**0,548**	0,551	0,588	0,588	0,601
fréquence det. co=1	0,535	0,557	**0,615**	**0,629**	**0,637**
fréquence det. co=0.05	0,551	**0,561**	0,592	0,605	0,620
taille	0,535	0,535	0,535	0,535	0,535
aléatoire	0,511	0,511	0,511	0,511	0,511

Tableau III.12 : Performances minimales.

heuristiques	indpt	$\mathfrak{d}_1$	$\mathfrak{d}_2$	$\mathfrak{d}_3$	$\mathfrak{d}$
fréquence non det.	**0,822**	0,837	0,848	0,855	0,866
fréquence det. co=1	0,814	0,826	**0,873**	**0,873**	**0,876**
fréquence det. co=0.05	0,831	**0,833**	0,873	0,873	0,873
taille	0,814	0,814	0,873	0,873	0,873
aléatoire	0,787	0,787	0,787	0,787	0,787

Tableau III.13 : Performances maximales.

heuristiques	indpt	$\mathfrak{d}_1$	$\mathfrak{d}_2$	$\mathfrak{d}_3$	$\mathfrak{d}$
fréquence non det.	**0,057**	**0,059**	**0,055**	**0,056**	**0,057**
fréquence det. co=1	0,063	0,065	0,061	0,061	0,061
fréquence det. co=0.05	0,069	0,065	0,067	0,064	0,064
taille	0,063	0,063	0,069	0,070	0,071
aléatoire	0,058	0,058	0,058	0,058	0,058

Tableau III.14 : Ecart type des performances.

2.4.3 Demande "Pareto"

Pour étudier le comportement des heuristiques sur des demandes de type Pareto on génère 500 demandes. Leurs caractéristiques sont les suivantes (tableau III.8) :

nombre de composants	5
intervalle des probabilités de demande	$[3,04.10^{-23};0{,}98]$
médiane (des 500×31 demandes)	$1,93.10^{-7}$
écart-type (des 500×31 demandes)	0,123

Tableau III.15 : Caractéristiques des demandes.

Pour déterminer les demandes en produits finis cohérentes avec l'information disponible, nous appliquerons l'algorithme d'Uzawa (décrit chap II section 3.4.3) avec les paramètres suivants (tableau III.16) :

nombre maximal d'itérations	100 000
ρ	1
ϵ	1.10^{-5}

Tableau III.16 : Paramètres de l'algorithme d'Uzawa.

La figure III.15 présente les temps moyens d'assemblage pour les compositions obtenues avec les différentes heuristiques pour une information de niveau N_1 (information minimale). L'information sur la demande en produits finis est obtenue avec l'hypothèse d'indépendance des demandes en composants (Cf. chap II section 3.1).

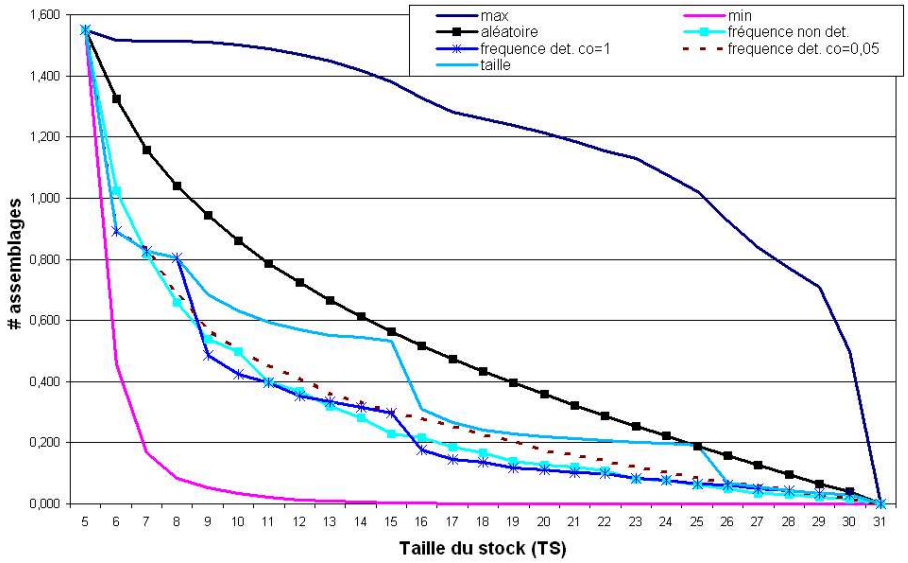


Figure III.15 : Temps moyen d'assemblage : information N_1, hypothèse d'indépendance.

La figure III.16 représente ces mêmes résultats mais sous forme de performances des compositions.

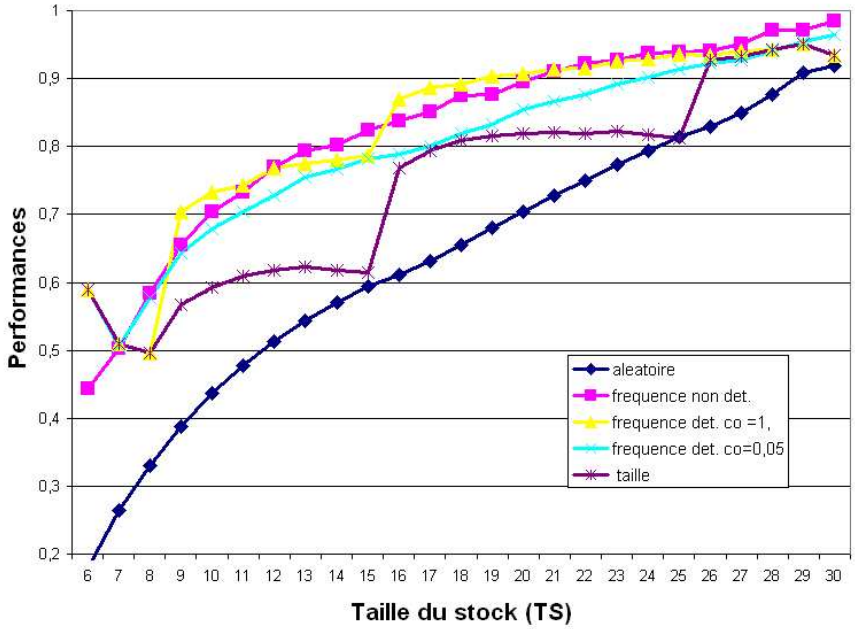


Figure III.16 : Performances moyennes : information N_1, hypothèse d'indépendance.

Le graphe représenté par la figure III.17 montre les performances moyennes obtenues par les différentes heuristiques à partir d'une information de niveau 1 et ce pour les deux modes de génération d'information sur les produits finis (à savoir l'indépendance des composants et la maximisation de l'entropie).

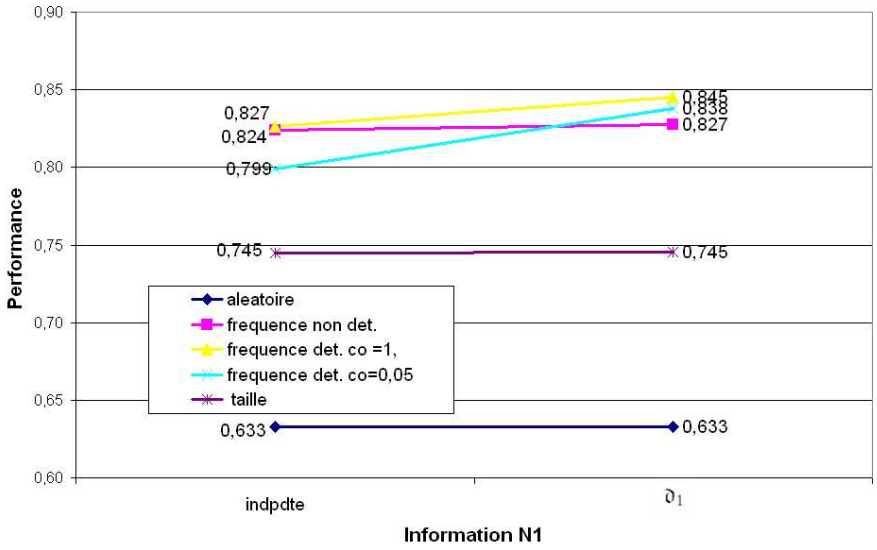
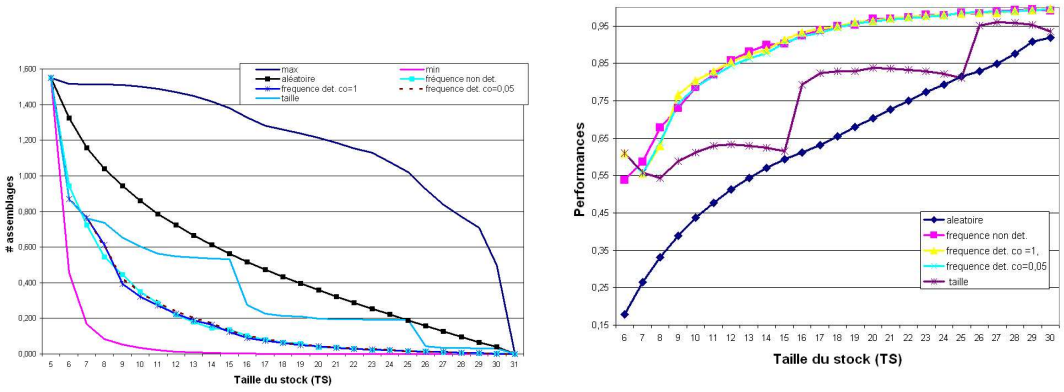


Figure III.17 : Performances globales des heuristiques, niveau N_1.

La figure III.18 présente les résultats obtenus avec une information totale (temps d'assemblage, III.18(a) et performances, III.18(b)).



(a) Temps d'assemblage.

(b) Performances moyennes.

Figure III.18 : Temps d'assemblage et performances moyennes en fonction de TS avec une information totale.

L'heuristique basée sur le critère de taille des modules conserve une évolution en forme d'arceaux. Les autres heuristiques déterministes présentent une amélioration de leur performance lorsque TS croît.

Les performances globales obtenues par les différentes heuristiques pour les différents niveaux d'information sont représentées par la figure III.19.

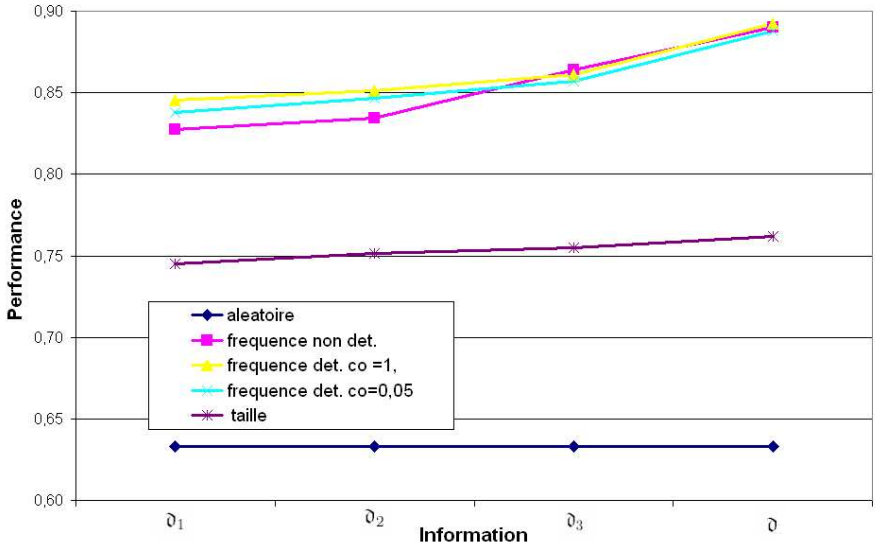


Figure III.19 : Performances globales des heuristiques sur les différents niveaux d'information.

Les performances globales augmentent lorsque l'information disponible est plus importante.

Les tableaux III.17, III.18, III.19 et III.20 comparent les différentes performances des heuristiques. Pour chaque critère (performance globale, minimum, maximum et écart-type des performances), les résultats les meilleurs sont indiqués en gras.

Pour une information de type Pareto, on remarque que l'heuristique basée sur la fréquence avec un coefficient d'oubli de 1 permet d'obtenir les meilleurs résultats pour les différents critères considérés.

heuristiques	indpt	$\mathfrak{d}_1$	$\mathfrak{d}_2$	$\mathfrak{d}_3$	$\mathfrak{d}$
fréquence non det.	**0,824**	0,827	0,835	0,864	0,890
fréquence det. co=1	0,827	**0,845**	**0,851**	**0,861**	**0,893**
fréquence det. co=0.05	0,799	0,838	0,847	0,857	0,888
taille	0,745	0,745	0,751	0,754	0,762
aléatoire	0,633	0,633	0,633	0,633	0,633

Tableau III.17 : Performances globales.

heuristiques	indpt	$\mathfrak{d}_1$	$\mathfrak{d}_2$	$\mathfrak{d}_3$	$\mathfrak{d}$
fréquence non det.	0,443	0,427	0,527	0,527	0,539
fréquence det. co=1	0,496	**0,505**	**0,514**	**0,529**	**0,556**
fréquence det. co=0.05	**0,506**	0,504	0,514	0,529	0,556
taille	0,496	0,498	0,500	0,516	0,544
aléatoire	0,179	0,179	0,179	0,179	0,179

Tableau III.18 : Performances minimales.

heuristiques	indpt	$\mathfrak{d}_1$	$\mathfrak{d}_2$	$\mathfrak{d}_3$	$\mathfrak{d}$
fréquence non det.	**0,985**	0,984	0,976	0,976	0,995
fréquence det. co=1	0,950	**0,982**	**0,972**	**0,950**	**0,997**
fréquence det. co=0.05	0,965	0,975	0,978	0,946	0,997
taille	0,950	0,950	0,943	0,951	0,995
aléatoire	0,920	0,920	0,920	0,920	0,920

Tableau III.19 : Performances maximales.

heuristiques	indpt	$\mathfrak{d}_1$	$\mathfrak{d}_2$	$\mathfrak{d}_3$	$\mathfrak{d}$
fréquence non det.	0,148	0,146	0,135	0,131	0,131
fréquence det. co=1	0,136	0,131	**0,130**	**0,123**	**0,128**
fréquence det. co=0.05	**0,127**	**0,127**	0,127	0,122	0,129
taille	0,146	0,145	0,145	0,144	0,141
aléatoire	0,204	0,204	0,204	0,204	0,204

Tableau III.20 : Ecart type des performances.

2.4.4 Demande avec contraintes

Pour étudier le comportement des heuristiques sur des demandes avec contraintes, on génère 500 instances de demandes homogènes, en tenant compte de l'existence d'une contrainte inclusive. Ainsi pour chaque instance on détermine de manière aléatoire 2 composants a_j et a_k et on applique la règle suivante :

$$\forall \mathbb{P}_i \in \mathfrak{P} \quad f_{\mathbb{P}_i}(a_j) = 1 \Rightarrow (f_{\mathbb{P}_i}(a_k) = 1 \, ou \, P(\mathbb{P}_i) = 0)$$

où la fonction $f_{\mathbb{P}_i}$ est celle définie section II.3.3.1.

ALGORITHME ***demande "homogène" avec contraintes***
ENTRÉES n : nombre de produits
SORTIE Vecteur de demande

```
i=0, total=0
tirer aléatoirement 2 entiers ∈[[1;n]]→ j et k
Tant que i<nombre de produits
    Si f_{P_i}(a_j) = 1 et f_{P_i}(a_k) = 0
        d_i=0
    Sinon
        faire un tirage dans [0,1] suivant la loi Uniforme→ d_i
    Fin Si
    total← total+d_i
    i← i+1
Fin Tant Que
affecter à chaque produit P_i sa demande d_i/total
```

Fin ***demande "homogène" avec contraintes***

Les caractéristiques obtenues sont les suivantes (tableau III.21) :

intervalle des probabilités de demande	[0;0,127]
médiane	0,028
écart-type	0,028
type de contraintes	$a_j \Rightarrow a_k$

Tableau III.21 : Caractéristiques des demandes.

Les paramètres que nous utiliserons pour appliquer l'algorithme d'Uzawa sont les suivants :

nombre maximal d'itérations	100 000
ρ	5
ϵ	1.10^{-5}

Tableau III.22 : Paramètres de l'algorithme d'Uzawa.

La figure III.20 présente les temps moyens d'assemblages pour les compositions obtenues avec les différentes heuristiques, pour un niveau N_1 d'information sous l'hypothèse d'indépendance des demandes en composants.

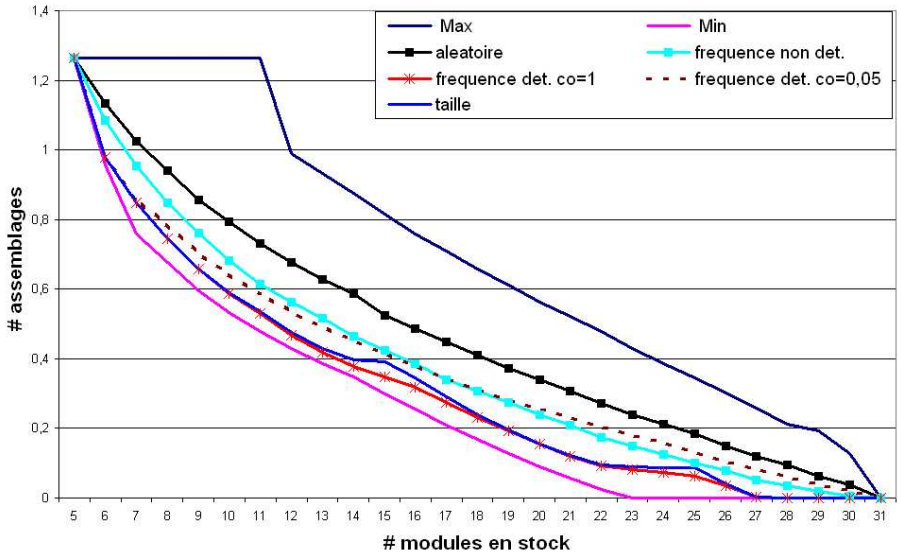


Figure III.20 : Temps moyen d'assemblage : information minimale, hypothèse d'indépendance.

La représentation du temps d'assemblage montre l'existence de paliers : de TS=5 à TS=11 le temps maximum n'évolue pas, cette situation correspond au stockage de modules qui ne seront jamais utilisés. De manière symétrique le temps minimum atteint 0 dès $TS = 23$.

La figure III.21 représente ces mêmes résultats mais sous forme de performances des compositions.

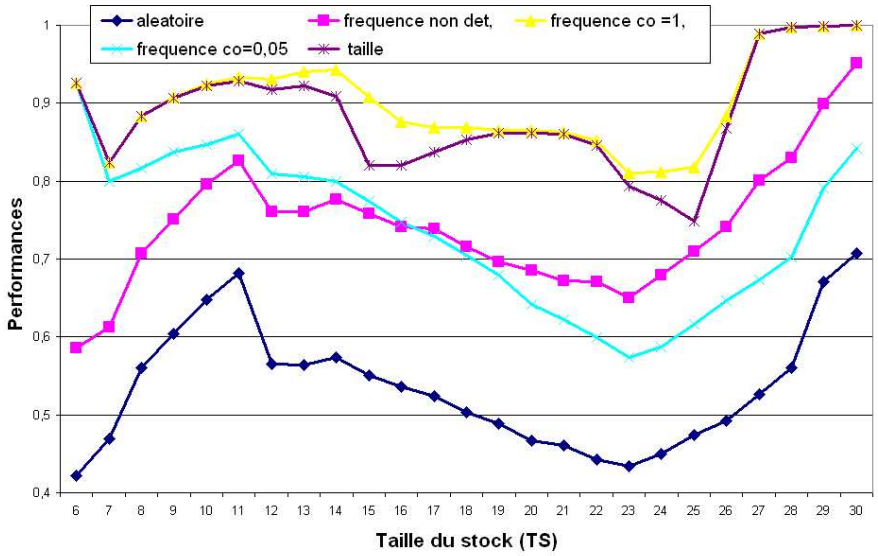


Figure III.21 : Performances moyennes : information minimale, hypothèse d'indépendance.

Les performances globales obtenues par les différentes heuristiques pour les différents niveaux d'information sont représentées par la figure III.22. En plus des niveaux utilisés précédemment nous considérons l'information suivante :

$$N1 + Info.\, sur\, l'incompatibilité \begin{cases} P(a_1), \ldots, P(a_n) \\ P(\eta) = 0 \quad \forall \eta\, tq\, f_\eta(a_j) = 1\, et\, f_\eta(a_k) = 0 \end{cases}$$

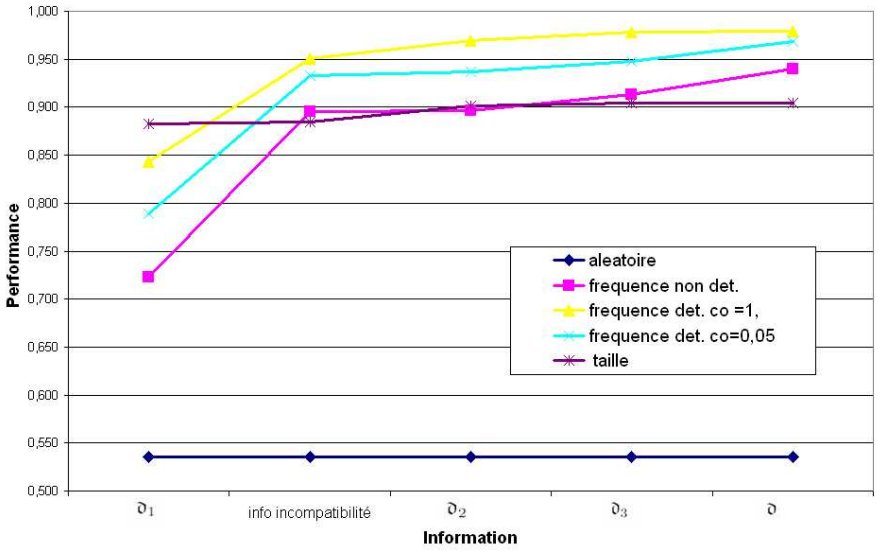


Figure III.22 : Performances globales des heuristiques sur les différents niveaux d'information.

On remarque que quelle que soit l'heuristique utilisée, les performances globales augmentent lorsque l'information disponible est plus importante. Les performances de nos heuristiques pour ce type de demandes sont très bonnes, notamment pour les heuristiques qui utilisent le critère de fréquence. Celui-ci permet en effet, d'intégrer les informations sur les relations d'inclusion entre composants, les modules ne les vérifiant pas se trouvant à la fin de la liste de sélection.

Les tableaux III.23, III.24, III.25 et III.26 comparent les différentes performances des heuristiques. Pour chaque critère (performance globale, minimum, maximum et écart-type des performances), les résultats les meilleurs sont indiqués en gras.

Pour ce type de demande, selon le type de performances que l'on désire obtenir, l'heuristique la plus appropriée reste la même. Ainsi si le critère considéré est la performance globale, il faut choisir l'heuristique basée sur la fréquence (***fréquence det. co=1***). Si l'on veut garantir que la performance minimale et la performance maximale soient les meilleures possibles, c'est également cette heuristique qu'il faut préférer.

heuristiques	indpt	$\mathfrak{d}_1$	info. $a_j \Rightarrow a_k$	$\mathfrak{d}_2$	$\mathfrak{d}_3$	$\mathfrak{d}$
fréquence non det.	0,741	0,723	0,896	0,897	0,913	0,930
fréquence det. co=1	**0,900**	**0,844**	**0,950**	**0,970**	**0,978**	**0,979**
fréquence det. co=0.05	0,733	0,789	0,933	0,937	0,948	0,968
taille	0,883	0,882	0,885	0,900	0,904	0,905
aléatoire	0,535	0,535	0,535	0,535	0,535	0,535

Tableau III.23 : Performances globales.

heuristiques	indpt	$\mathfrak{d}_1$	info. $a_j \Rightarrow a_k$	$\mathfrak{d}_2$	$\mathfrak{d}_3$	$\mathfrak{d}$
fréquence non det.	0,585	0,602	0,659	0,678	0,704	0,704
fréquence det. co=1	**0,811**	**0,719**	**0,824**	**0,839**	**0,839**	**0,839**
fréquence det. co=0.05	0,574	0,661	0,799	0,833	0,833	0,8339
taille	0,749	0,749	0,749	0,749	0,749	0,749
aléatoire	0,422	0,422	0,422	0,422	0,422	0,422

Tableau III.24 : Performances minimales.

heuristiques	indpt	$\mathfrak{d}_1$	info. $a_j \Rightarrow a_k$	$\mathfrak{d}_2$	$\mathfrak{d}_3$	$\mathfrak{d}$
fréquence non det.	0,953	0,933	0,999	0,999	1	1
fréquence det. co=1	**1,000**	0,950	**1,000**	**1,000**	**1,000**	**1,000**
fréquence det. co=0.05	0,920	0,920	**1,000**	**1,000**	**1,000**	**1,000**
taille	**1,000**	**1,000**	**1,000**	**1,000**	**1,000**	**1,000**
aléatoire	0,707	0,707	0,707	0,707	0,707	0,707

Tableau III.25 : Performances maximales.

heuristiques	indpt	$\mathfrak{d}_1$	info. $a_j \Rightarrow a_k$	$\mathfrak{d}_2$	$\mathfrak{d}_3$	$\mathfrak{d}$
fréquence non det.	0,083	0,083	0,080	0,078	0,078	0,078
fréquence det. co=1	**0,058**	**0,067**	**0,044**	**0,036**	**0,036**	**0,036**
fréquence det. co=0.05	0,099	0,076	0,058	0,037	0,037	0,037
taille	0,069	0,069	0,069	0,069	0,069	0,069
aléatoire	0,058	0,058	0,058	0,058	0,058	0,058

Tableau III.26 : Ecart type des performances.

On s'attache maintenant à l'étude du gain en performance permis par le passage de l'information de niveau N_i à un niveau N_{i+1} pour une heuristique H_j. Le gain est calculé comme précédemment.

heuristiques	$N_1 \rightarrow N_1$+ Info. incompa.	N_1+ Info. incompa.$\rightarrow N_2$
fréquence non det.	23,88	0,12
fréquence det. co=1	12,64	2,06
fréquence det. co=0.05	18,30	0,43
taille	0,28	1,86

heuristiques	$N_1 \rightarrow N_2$	$N_2 \rightarrow N_3$	$N_3 \rightarrow Connaissance\,totale$
fréquence non det.	25,59	1,80	2,88
fréquence det. co=1	16,30	0,86	0,11
fréquence det. co=0.05	14,05	1,12	2,18
taille	0,59	0,03	0,02

Tableau III.27 : Gain en performance permis par l'acquisition d'information (en %).

Le tableau III.27 montre les différents coûts engendrés par une non-connaissance de l'information. On remarque que le passage d'un niveau N_1 au niveau N_2 permet d'améliorer de manière significative les performances des heuristiques. Ce passage correspond à l'acquisition de l'information sur les contraintes (qui étaient pour cet exemple de type $a_i \Rightarrow a_j$).

2.4.5 Exemple de taille moyenne

Les heuristiques actuelles permettent de traiter des exemples allant jusqu'à 13 composants, soient 8 191 produits finis, ce qui représente une diversité déjà importante. Néanmoins, les temps d'exécution sont alors très importants. En effet, pour un TS

donné le temps nécessaire à la détermination de la composition de stock avec des instances de cette taille est de l'ordre de plusieurs heures.
Pour obtenir l'ensemble des données nécessaires à l'analyse (c'est-à-dire pour chaque heuristique, les compositions obtenues avec TS variant dans [[n+1;$2^n - 2$]]), nous choisissons d'étudier un exemple à 10 composants, taille pour laquelle il est possible de générer toutes ces compositions.

On va étudier le comportement des heuristiques sur une demande de taille moyenne (10 composants) homogène, ses caractéristiques sont les suivantes (tableau III.28) :

nombre de composants	10
intervalle des probabilités de demande	$[1,8.10^{-6};1{,}99.10^{-3}]$
médiane	$9{,}56.10^{-4}$
écart-type	$5{,}66.10^{-4}$

Tableau III.28 : Caractéristiques des demandes.

Pour obtenir les temps d'assemblage extrêmes, nous devons recourir à la technique de lissage expliquée en section 2.1.3. Pour chaque TS le nombre de compositions tirées aléatoirement est fixé à 5 000. Les temps extrêmes obtenus après post-traitement sont donnés par la figure III.23.

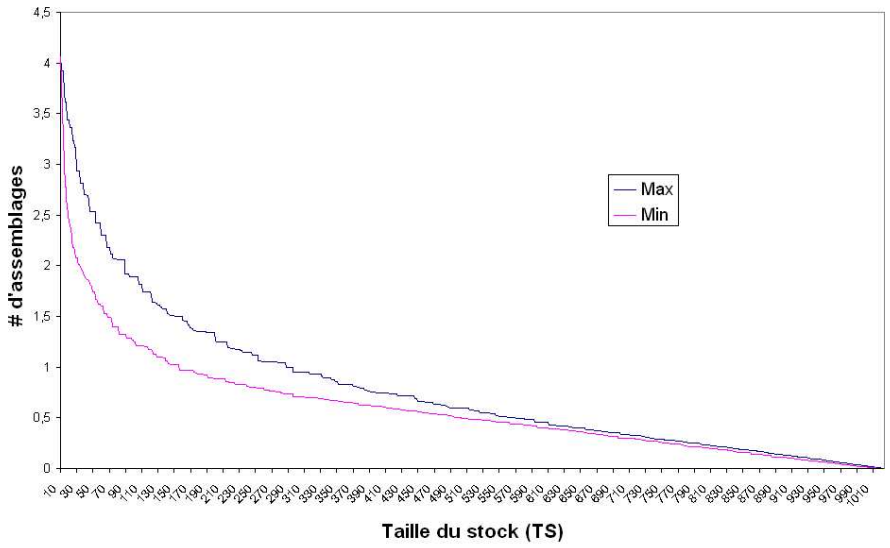


Figure III.23 : Nombre extrême d'assemblages (après lissage).

Les performances obtenues pour les différentes heuristiques et pour les différents niveaux d'information sont représentées figure III.24. Rappelons que les extrema (qui entrent dans le calcul des performances) ne sont pas déterminés de manière exhaustive mais par exploration partielle.

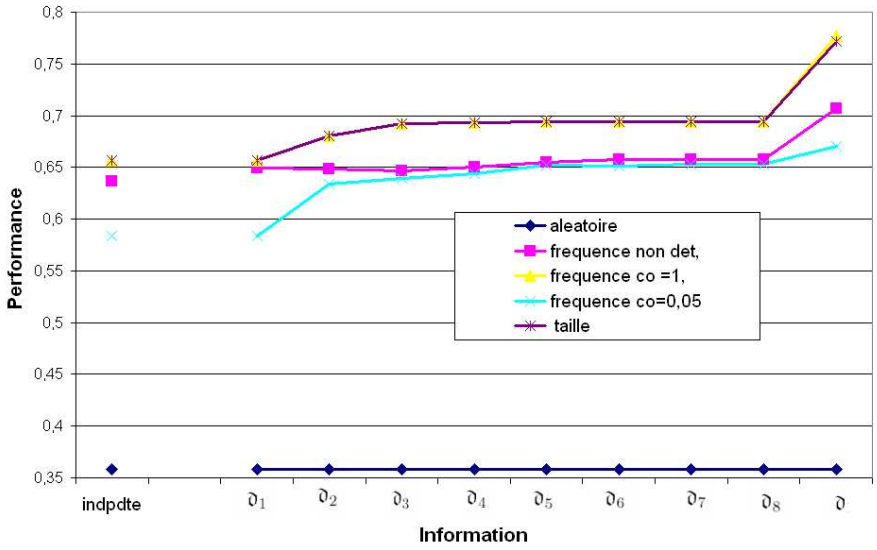


Figure III.24 : Performances globales des heuristiques.

On remarque que l'heuristique basée sur la fréquence avec un cœfficient d'oubli de 1 et celle basée sur la taille conduisent à des résultats très proches. L'utilisation de ces heuristiques permet avec une information totale d'obtenir des temps meilleurs (40 points) que ne le ferait un choix aléatoire. On remarque ici que les performances globales obtenues pour les niveaux d'information N_4 à N_8 sont très proches. Une explication de cette stabilité des performances est l'arrêt, pour ces niveaux, de l'algorithme d'Uzawa non par le critère d'arrêt lié à la précision mais par l'atteinte du nombre d'itérations limite.

2.4.6 Synthèse

Le tableau III.29 résume les performances des différentes heuristiques pour les différents environnements. Les résultats les meilleurs sont en gras. On remarque que la connaissance du type de la demande permet de choisir l'heuristique la plus adaptée.

	Homogène	Pareto	contrainte
Perf. globale	***taille***	***fréq. det. co=1***	***fréq. det. co=1***
Perf. minimale	***fréq. det. co=1***	***fréq. det. co=1***	***fréq. det. co=1***
Perf. maximale	***fréq. det. co=1***	***fréq. det. co=1***	***fréq. det. co=1***
Ecart-type	***fréq. non det.***	***fréq. det. co=1***	***fréq. det.co=1***

Tableau III.29 : Heuristiques les plus performantes pour différents critères et différents types de demandes.

Les résultats obtenus pour les différents exemples traités prouvent que les heuristiques que nous proposons permettent d'obtenir des compositions de stocks de produits finis intéressantes. En effet, pour tous les exemples proposés, l'utilisation des heuristiques permet une amélioration sensible des performances globales par rapport à une sélection aléatoire. De plus, nous avons montré qu'il était possible de les utiliser à partir d'information partielle.

De futures recherches devront s'attacher à trouver des méthodes permettant l'application à des instances de taille plus importante. Il pourrait également être envisagé de mettre en œuvre des méthodes de type *algorithme génétique*. En effet, les différentes solutions données par nos heuristiques constituent une population initiale que l'on sait être de bonne qualité, les résultats de l'algorithme génétique ne pourrait donc qu'améliorer les performances atteintes et diminuer ainsi l'écart persistant entre la solution retenue et l'optimum recherché.

3 Garantie d'un temps d'assemblage

3.1 Formalisation

Pour répondre aux exigences du marché de nombreuses entreprises, notamment dans le secteur automobile, ont souhaité raccourcir le délai séparant prise de commande et réception d'un produit spécialisé. Les répercussions sur l'outil de production sont nombreuses, l'une des modifications entrainées par ce raccoursissement des délais est le gel tardif des ordres de production [37].

Dans ce contexte, la livraison synchrone (consistant à demander de livrer au début de chaque plage horaire la quantité exacte devant être consommée avant la prochaine livraison [37]) permet de garantir la flexibilité nécessaire, mais les délais dont dispose le fournisseur sont alors réduits à quelques heures.

Le problème industriel auquel il faut faire face est le suivant : il s'agit de déterminer les produits semi-finis à stocker afin de permettre l'assemblage de n'importe quel produit fini en moins d'un nombre donné d'opérations, cette contrainte permet de garantir un temps d'assemblage inférieur au délai de livraison souhaité par le donneur

d'ordres, l'idéal étant de réduire au maximum la taille du stock pour diminuer les coûts de stockage.

En utilisant les notations précédentes :
$S = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$ l'ensemble des composants,
$\mathfrak{P} = \{0,1\}^S - \{0 \ldots 0\}$ l'ensemble des des produits réalisables, un produit donné étant noté $\mathbb{P}_i$
On note $(k-1)$ le nombre d'opérations d'assemblage autorisées. Pour k appartenant à [[1,n]] on peut caractériser les compositions $\mathfrak{C}'_k$ garantissant le critère

$$C = \{m_1, \ldots, m_{|C|}\} \in \mathfrak{C}'_k \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} \forall\, \mathbb{P}_i \in \mathfrak{P} \qquad \exists \lambda_1, \ldots, \lambda_{|C|} \in \{0,1\} \\ \mathbb{P}_i = \sum_{j=1}^{|C|} \lambda_j m_j \qquad m_j \in C \\ \sum_{j=1}^{|C|} \lambda_j \leq k \end{cases}$$

Le problème de garantie d'un temps d'assemblage revient à la recherche de la composition C^* telle que

$$|C^*| = min\{|C|;\, C \in \mathfrak{C}'_k\} = M(n,k)$$

.

Remarque : $\forall C \in \mathfrak{C}'_k, S \subseteq C$, c'est-à-dire que les modules constitués d'un unique composant doivent appartenir à la composition, car les sous-ensembles C doivent pouvoir générer tout élément de $\mathfrak{P}$, sans effet enveloppe, par conséquent :

$$\forall k,\ M(n,k) \geq |S| = n$$

Les cas extrêmes sont triviaux :

Pour k=n on a $M(n,n) = n$,

Pour k=1 on a $\mathfrak{C}'_1 = \mathfrak{P}$ d'où $M(n,1) = |\mathfrak{P}| = 2^n - 1$

Considérons une instance à 5 composants sans incompatibilités, cette information nous permet de générer la figure III.25 qui représente le nombre d'assemblages maximum pour réaliser un produit fini et ce pour chaque taille de stock TS. Cette figure a été obtenue par une analyse exhaustive de toutes les compositions.

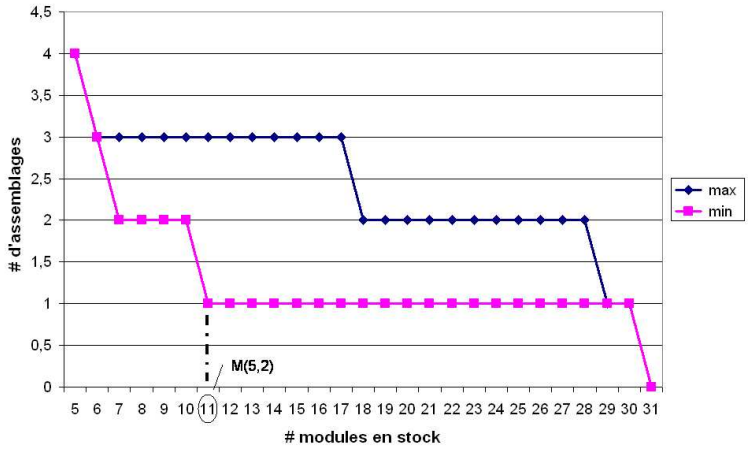


Figure III.25 : Temps maximum pour assembler un produit ($|\mathfrak{P}| = 2^n - 1$).

Si l'on apprend l'existence de contraintes d'incompatibilité (par exemple $A_1A_3A_4$ ne peut être fabriqué) on peut réévaluer ce temps maximum (figure III.26).

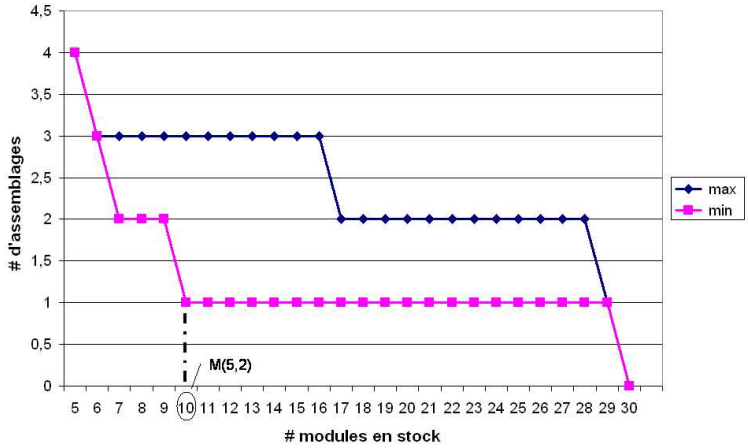


Figure III.26 : Temps maximum pour assembler un produit ($|\mathfrak{P}| = 2^n - 2$).

Ainsi alors qu'on avait $M(5,2) = 11$ dans le premier cas on a $M(5,2) = 10$ dans le second.

3.2 Intuition

Une solution permettant de générer tous les produits finis en moins de $(k-1)$ opérations est la suivante : on regroupe les composants en k paquets de taille équivalente et, dans chacun des paquets, on génère tous les produits réalisables à partir

des composants présents. Cette construction garantit que le nombre d'assemblages nécessaire pour obtenir un produit n'excédera jamais $k-1$. En effet, pour construire un produit fini donné on utilisera au plus un module de chaque paquet.

Formalisons l'algorithme de construction d'une telle composition :

ALGORITHME ***Création d'une composition***
ENTRÉES n, le nombre de composants, (k-1) le nombre d'opérations autorisé
SORTIE Composition C

Soit q et r, le quotient et le reste de la division euclidienne de n par k
$n := k \times q + r$
Former r ensembles de taille $(q+1)$ et $(k-r)$ ensembles de taille q
Générer dans chaque ensemble tous les produits pouvant être obtenus à partir des composants présents

`Fin` ***Création d'une composition***

Le tableau III.30 donne un exemple d'application pour un cas 7 composants et 2 assemblages.

composants dans le paquet	a et b	c et d	e et f et g
modules stockés	A, B, AB	C, D, CD	E, F, G, EF, EG, FG

Tableau III.30 : Exemple d'application de la méthode, n=7, k=3.

Notons $M_1(n,k)$ le nombre de modules ainsi construits et évaluons sa valeur, on a :
r ensembles comportant $2^{q+1}-1$ modules et
$(k-r)$ ensembles comportant 2^q-1 modules
On a donc

$$M_1(n,k) = r \times (2^{q+1}-1) + (k-r) \times (2^q-1) \quad \text{(III.14)}$$
$$= r2^{q+1} - r + k2^q - k - r2^q + r \quad \text{(III.15)}$$
$$= 2^q(r+k) - k \quad \text{(III.16)}$$

3.3 Première validation

Tout d'abord vérifions que les contraintes extrêmes sont vérifiées

Pour k=n on a $q = 1$ et $r = 0$ d'où :

$$M_1(n,n) = 2^1(0+n) - n = n = M(n,n)$$

,

Pour k=1 on a $q = n$ et $r = 0$, d'où $M_1(n,1) = 2^n(0+1)-1 = |\mathfrak{P}| = 2^n-1 = M(n,1)$

Une première vérification de cette méthode a été réalisée [3] en utilisant une exploration exhaustive des compositions de taille $M_1(n,k) - 1$. Il s'agit de s'assurer qu'aucune composition de taille inférieure à $M_1(n,k)$ ne permet d'assembler tous les produits finis en $(k-1)$ opérations. Le nombre de compositions à considérer est de :

$$C^{2^n-1-n}_{M_1(n,k)-1-n} = \frac{(2^n-1-n)!}{(M_1(n,k)-1-n)!(2^n-1-n-(M_1(n,k)-1-n))!} \quad \text{(III.17)}$$

$$= \frac{(2^n-1-n)!}{(2^q(r+k)-k-1-n)!(2^n-2^q(r+k)-k)!} \quad \text{(III.18)}$$

Le nombre de compositions considérées pour des couples (n,k)$\in$ [[3;11]] $\times$ [[2;9]] est donné dans le tableau III.31.

$n\|k$	2	3	4	5	6	7	8	9
3	1							
4	11	1						
5	14 930	26	1					
6	264 385 836	1 596	57	1				
7	$6,7\,10^{17}$	$1,9\,10^{8}$	7 140	120	1			
8	$1,4\,10^{30}$	$3,1\,10^{14}$	$3,4\,10^{6}$	30 381	247	1		
9	$1,2\,10^{55}$	$1,2\,10^{22}$	$2,1\,10^{13}$	$20\,10^{6}$	125 751	502	1	
10	$3,4\,10^{86}$	$1,7\,10^{38}$	$2,9\,10^{21}$	$4,3\,10^{10}$	$1,72\,10^{8}$	512 578	1013	1
11	$8,4\,10^{147}$	$2,9\,10^{57}$	$1,1\,10^{31}$	$2,8\,10^{19}$	$7,1\,10^{11}$	$1,4\,10^{9}$	$2,1\,10^{6}$	2036

Tableau III.31 : Nombre de compositions considérées.

Le nombre important de compositions à considérer pour chaque couple (n,k) a limité l'exploration exhaustive, néanmoins cette vérification nous a permis de constater que $M_1(n,k)$ correspondait bien à la taille minimale du stock pour :
$n \in$ [[3;11]] et $k \in$[[2;9]]

3.4 Perspectives

La solution proposée pour l'obtention de compositions garantissant l'assemblage des produits finis en un temps imparti nous semble optimale. Néanmoins une démarche

de validation par énumération exhaustive ne nous permet pas de garantir sa validité pour des grandes instances.

Des futurs travaux devront aborder une démonstration formelle de l'optimalité. Pour cela des pistes de recherches peuvent être :
- la détermination de conditions nécessaires à l'optimalité, comme celle déjà identifiée de présence dans la composition des modules composés uniquement des composants. Ces contraintes permettraient notamment de réduire les compositions devant être étudiées, l'énumération exhaustive pourrait alors être appliquée à des instances plus importantes.
- la transposition à un problème plus général. Posé dans sa forme actuelle le problème est à notre connaissance original, une autre formalisation pourrait permettre d'identifier des analogies avec des problèmes classiques.
- la démonstration de l'optimalité par détermination de bornes inférieures conduisant à des compositions de taille égale à $M_1(n, k)$.

Conclusion

Dans ce chapitre nous nous sommes concentrés sur la question de définition des stocks de produits finis, essentielle dans la mise en place d'une politique d'assemblage à la commande. Nous avons considéré ce problème en utilisant plusieurs critères. Des heuristiques de détermination de composition permettant de minimiser le critère du temps moyen d'assemblage ont été proposées et leurs performances évaluées. L'utilisation de ces heuristiques avec différents niveaux d'information a permis de mettre en lumière l'importance de l'information dans cette étape de définition.

Chapitre IV

Gestion des stocks de modules

"Quasiment tous les problèmes de décisions réalistes ont deux caractéristiques principales : la séquentialité et l'incertain... Un excellent exemple des problèmes de décisions séquentielles sous incertain est celui des stocks" (Arrow, prix Nobel d'Economie 1972, [4])

Introduction

Arrow [4] identifie les fonctions remplies par les stocks. Les stocks jouent une **fonction de régulation** au sein de l'entreprise, ils permettent de diminuer les risques de ruptures de production (maintien des plannings prévisionnels) et de garantir la satisfaction du plus grand nombre de clients.
Une **fonction économique** peut être également identifiée. Ainsi avoir la possibilité de stocker, permet des achats groupés à meilleur prix.
Certaines matières premières nécessitent un stockage particulier pour atteindre des caractéristiques spécifiques aux exigences techniques du process ou du produit final. Cette **fonction technique** est notamment indispensable dans les industries papetières : le bois destiné à la production de pâte à papier doit posséder un taux d'humidité spécifique à la qualité du papier fabriqué [27].

Dans ce chapitre, nous nous attacherons à la description d'un premier travail sur la gestion des stocks qui permet de mettre en lumière l'importance de l'information (en s'appuyant sur la modélisation hiérarchique effectuée au chapitre II) et l'intérêt de futures recherches qui se focaliseront sur le développement de méthodes de gestion adaptées à une information de niveau N_i.

Nous effectuerons dans un premier temps un tour d'horizon bibliographique en relation avec notre étude (section 1). Nous présenterons en section 2 nos hypothèses de travail, nos méthodes seront décrites en section 3. Nous présenterons et commenterons les résultats obtenus en section 4.

1 Etudes voisines

1.1 Etude des stocks

Les stocks peuvent constituer de 20% à 60% des actifs de l'entreprise (source : Direction du développement économique et régional du Québec, 2003). Cette immobilisation financière peut donc être une limite aux investissements et au développement d'autres activités de l'entreprise.

La gestion des stocks, qu'ils soient de composants de base, de produits semi-finis ou de produits prêts à la vente, doit être considérée avec attention. De nombreuses études se sont attachées à rechercher les politiques de gestion de stocks les plus adaptées aux situations observées : nature de la demande, portefeuille de produits, type de critères...
La littérature concernant la gestion des stocks est très riche. Une bonne synthèse de ces études peut être trouvée dans le livre de Vincent Giard [35].

La politique de gestion des stocks doit tenir compte de la nature des demandes. Par exemple, des caractéristiques de saisonnalité peuvent être observées, il s'agit alors d'intégrer cette information. Un exemple de ce type de demande est traité par Aviv et Federgruen [8] qui étudient un cas HP. L'information sur la demande consiste le plus souvent en une connaissance du type de loi suivie par la demande. Il s'agit alors de dimensionner un stock qui s'accommodera au mieux de cet univers stochastique.

Néanmoins dans la réalité les informations à disposition peuvent être bien moindres (comme nous l'avons vu précédemment). Ben Abdelaziz et Masri [13], utilisent une modélisation des demandes permettant d'intégrer des notions d'imprécision des informations décrivant la demande. Dans ce cas, il s'agit dans un premier temps de traiter les informations disponibles ; cette phase de transformation des données introduit la notion de la crédibilité du fournisseur de l'information. Puis, dans un second temps de trouver le stock le plus adapté à la situation obtenue.

1.2 Les particularités liées à la diversité

La diversité prise en compte par le modèle étudié, influe de manière directe sur le mode de gestion des stocks. En effet, considérer une famille de produits conduit à prendre en compte d'éventuels partages de ressources et à intégrer au dimensionnement les corrélations entre demandes. Aviv et Federgruen [8], montrent que l'amélioration des coûts décroît de manière monotone en fonction de la corrélation entre produits, les bénéfices de la différenciation retardée proviennent de la capacité à mutualiser, lors des phases précédant le point de différenciation, les risques associés aux caractéristiques spécifiques.

Un levier d'action sur le dimensionnement des stocks peut également être la mise en commun d'un stock, rendue possible par une action de différenciation retardée. Collier [21], étudie les impacts de la mutualisation des composants sur le dimension-

nement des stocks, la contrainte étant la garantie d'un taux de service en pièces. Ses recherches (ainsi que les corrections qui y ont été apportées par McLain [56]) montrent l'intérêt pour les entreprises d'utiliser la technique de standardisation des composants afin de gérer à moindre coût la diversité. Baker *et al* [9] ont étudié l'impact de la mutualisation sur le dimensionnement des stocks dans un cas simple : le composant B est commun aux 2 produits fabriqués, figure IV.1, l'objectif étant de minimiser les coûts d'inventaire, tout en garantissant un taux de service.

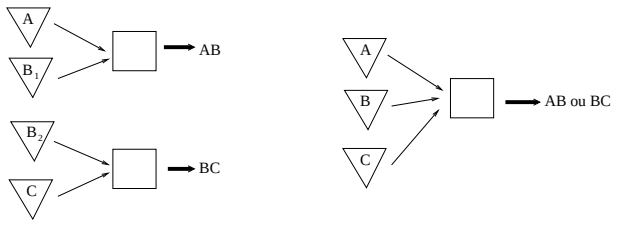


Figure IV.1 : Modèle utilisé par Baker *et al* [9].

Les hypothèses d'étude (demandes indépendantes suivant une loi uniforme) permettent de résoudre analytiquement l'optimisation. Les résultats obtenus mettent en lumière l'intérêt de la mutualisation pour la réduction des stocks de sécurité garantissant un taux de service :

- pour garantir un taux de service donné, les volumes globaux à stocker sont plus faibles avec mutualisation
- le niveau de stock du composant commun B est inférieur à la somme des stocks B1,.., Bn des produits spécifiques qu'il remplace
- la somme des niveaux de stocks des composants restants spécifiques est supérieure avec mutualisation.

L'intérêt de l'étude de la mutualisation devient flagrant lorsqu'on se place dans un contexte d'assemblage à la commande en temps réduit. En effet les sous-ensembles destinés à être assemblés peuvent alors être considérés comme des composants communs à divers produits finaux. Au contraire de Baker *et al* qui se limitent à des nombres de produits restreints et l'étude d'une période unique, Swaminathan et Tayur [71] [72], ont abordé le thème du dimensionnement des stocks de modules appelés Vanilla Boxes[1], sur plusieurs périodes.

[1]Rappel : ce sont des produits semi-finis, constitués par un assemblage de composants de base. Elles permettent une alternative à l'assemblage des produits finis à partir des composants : on peut en effet satisfaire une demande en assemblant une unique **VB** et les composants manquant requis. Le fait d'utiliser une seule **VB** est bien sûr une restriction très forte du travail

1.3 L'arbitrage recherché : critères d'optimisation

Les problèmes de dimensionnement de stocks sont étudiés depuis longtemps car ils sont toujours au centre des préoccupations des industriels. En effet, les stocks sont "concrets", ils rappellent quotidiennement leurs coûts par leur présence visible.

Pour s'adapter aux réalités qui motivent ces recherches, les critères d'optimisation reflètent les particularités des domaines d'application ; ainsi, la littérature recèle de nombreux critères d'optimisation (minimisation des ruptures, homogénéisation du flux de livraison, ...).

1.3.1 Les coûts

Les stocks sont une source de coûts importante pour l'entreprise. On peut distinguer plusieurs types de coûts :

- Coûts de possession : ensemble des coûts générés par le maintien d'un article en stock, ils comprennent le coût d'immobilisation financière, le coût d'entreposage et le coût de dépréciation du stock.
- Coûts de commande : coûts administratifs liés à l'édition d'une commande mais aussi au contrôle de sa bonne réception.
- Coûts d'acquisition : coûts d'achat augmentés des frais de transport, de manutention.
- Coûts de rupture : cette dénomination regroupe le manque à gagner entraîné par la non-satisfaction d'une commande (en prenant en compte le coût de dégradation de la relation donneur d'ordre-fournisseur), mais aussi les surcoûts liés à l'utilisation de moyen de livraison d'urgence (hélicoptères par exemple).

1.3.2 Minimisation des coûts

Récemment, les études menées ont pris en compte les évolutions des systèmes de gestion de production. Ainsi, de nombreuses études choisissent leurs critères et leurs variables de décision en fonction des paramètres de la méthode MRP ou des données rendues accessibles par des logiciels de gestion de la production de type ERP (Ould-Louly [59]).

Lorsque la diversité est très importante le stockage de tous les produits finis demandés n'est pas possible. Un choix peut alors être de stocker quelques références et de fournir aux clients des produits pouvant être plus performants que ceux demandés. Ce problème est connu sous le terme *Optimal diversity management problem*, la difficulté est alors de minimiser les coûts non plus de stockage mais de sur-qualité. Briant [15] [16], aborde ce problème comme un problème linéaire et propose des heuristiques basées sur des relaxations Lagragiennes.

Thonemann et Brandeau [75] tiennent compte de cette hypothèse tout en intégrant les coûts de stockage.

1.3.3 Garantie d'un taux de service

Baker *et al* [9] et Gerchak *et al* [33], minimisent le niveau de stock sous la contrainte d'un taux de service. Ils déclinent cette notion de satisfaction du client avec deux critères, l'un représentant la capacité à répondre à une demande moyenne (*aggregate service level*), l'autre s'attachant à décrire le service obtenu pour chaque produit.

Collier [21], et sa révision McLain *et al* [56], choisissent de se concentrer sur la garantie d'un taux de service en pièces, sans limiter la capacité d'assemblage. Les avantages d'une mutualisation proviennent alors d'une diminution des coûts de stocks. L'incertain est pris en compte, en introduisant un intervalle pour les demandes en produits finis (les prévisions étant des prévisions moyennes). La révision de l'article met en lumière ses limites quant aux batteries de test utilisées, celles-ci représentent en effet des cas particuliers de demande.

1.4 Techniques d'optimisation

La prise en compte de l'incertain pour la gestion des stocks a été initiée après la seconde guerre mondiale. Cette intégration tardive d'une réalité pourtant reconnue a été rendue possible par l'appropriation par des gestionnaires de méthodes mathématiques innovantes. Girlich et Chikán [38], établissent un parallèle entre le développement des techniques mathématiques et études de gestion des stocks.

Les pionniers de ce domaine : Arrow, Harris et Marschak [5] (du coté des gestionnaires) ont utilisé les chaînes de Markov, qui permettent de prendre en compte les deux process stochastiques identifiés de la gestion des stocks, la demande et le stock.

La théorie des jeux ("Theory of Games and Economic Behavior", von Neumann et Morgenstern 1944) a permis aux gestionnaires de prendre en compte l'aspect séquentiel des décisions de la gestion des stocks.

Des résultats analytiques ont permis de mettre en lumière certaines caractéristiques de la gestion de stock, notamment lorsque des techniques de différenciation retardée, telle la mise en commun de composants, sont utilisées. Ainsi, Collier [21], McLain *et al* [56], Gerschak et Henig [32], Baker *et al* [9], Gerchak *et al* [33] étudient de manière analytique des cas réduits (1 ou 2 composants communs, nombre de produits finis limité).

Pour étudier des cas de taille plus importante, il faut faire appel à des techniques non exactes. Aviv et Federgruen [8], utilisent des heuristiques d'agréagation puis de désagrégation rendues efficaces par le calcul de bornes du problème.

Swaminathan et Tayur [71] [72], prennent en compte l'incertain sur la demande finale en établissant un ensemble de scénarii probables. Le dimensionnement est

alors effectué via un algorithme qui calcule le coût exact d'un stock pour un scénario donné. Pour appliquer leur méthode à des cas de taille réelle (10 composants, 50 produits) ils utilisent des heuristiques s'appuyant sur des relaxations Lagrangiennes.

Nous présentons maintenant nos hypothèses d'étude. Celles-ci nous permettent d'aborder le problème de la gestion des stocks de modules en intégrant la notion de niveau d'information. Nous mettrons notamment en lumière les gains permis par le passage d'une utilisation de l'information sur les demandes en modules à une utilisation de l'information sur les demandes en produits finis.
Nos hypothèses nous permettent également d'étudier un processus d'arrivée des demandes *au fil de l'eau* qui rend compte des caractéristiques d'un environnement de type livraison synchrone.

2 Hypothèses de l'étude

La modélisation de l'outil de production choisie pour cette étude est détaillée en section 2.1. Les différentes fonctions objectifs considérées sont décrites dans les sections 2.2, 2.3 et c).

2.1 Modélisation

2.1.1 L'atelier

La chaîne est constituée de TS stocks de modules et d'un poste d'assemblage, figure IV.2. Le dimensionnement des capacités est tel que les machines sont toujours capables de répondre à la demande sous réserve que les modules nécessaires soient disponibles.

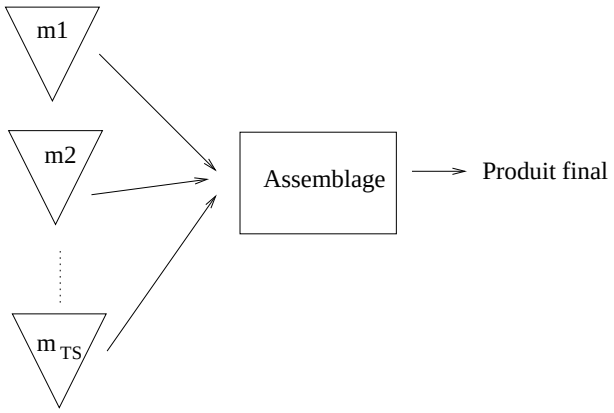


Figure IV.2 : Modèle pour TS modules.

Le problème du choix de la composition des stocks est supposé résolu (Cf. chapitre III), seule restera à déterminer la dimension des stocks de modules.

Pour chaque module m_i, $i = 1...TS$ le mode de gestion de stock considéré est le recomplètement calendaire : l'intervalle entre deux livraisons R est fixé, la quantité commandée à chaque livraison Q varie en vue d'un recomplètement à un niveau S_i (Cf. figure IV.3).

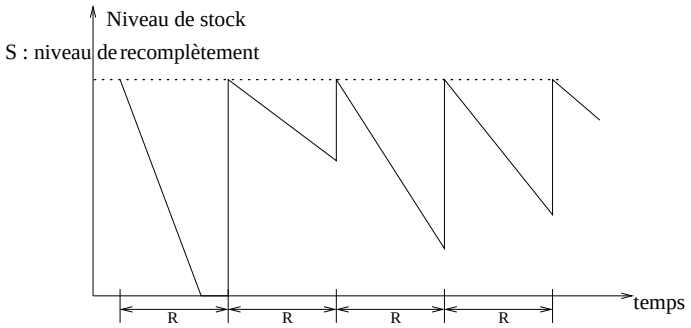


Figure IV.3 : Politique de recomplètement calendaire.

Les variables de décisions pour ce mode de gestion sont l'intervalle de livraison R, que l'on considère ici comme identique pour chaque module, et les niveaux de recomplètement S_i qui seront atteints à chaque livraison.

Les demandes sont traitées dans leur ordre d'arrivée, cette hypothèse traduit le désir des clients de suivre une politique de juste-à-temps, les produits finis doivent notamment être livrés dans l'ordre demandé sous peine de pénalités.

Pour chaque produit le mode d'obtention à partir des modules présents dans le stock est connu, on choisira de représenter les produits par les modules les constituant. Ainsi le produit obtenu par association des modules m_1, m_7 et m_{12} sera noté $M_1M_7M_{12}$. Cette hypothèse est restrictive mais traduit une certaine réalité industrielle.
Prenons, l'exemple des faisceaux électriques, si la gamme de $\mathbb{P}_i$ est telle qu'elle nécessite l'assemblage de m_7 et m_{12}, les postes d'assemblage (représentés en page 28) sont paramétrés pour permettre un assemblage facile entre les modules m_7 et m_{12}, c'est-à-dire que les tables d'assemblage sont adaptées aux caractéristiques physiques de ces faisceaux (longueur des fils, type et emplacement des connecteurs) et que les opérateurs sont formés pour ce mode opératoire. En cas de pénurie d'un de ces modules, il ne sera pas possible d'obtenir le produit $\mathbb{P}_i$ avec d'autres modules, par exemple m_{25} et m_{55}, même si l'assemblage de ces 2 éléments permet d'obtenir un produit fini possédant les mêmes caractéristiques. En effet, la modification des tables d'assemblage et la formation des opérateurs seraient très coûteuses et nécessiteraient un temps supérieur à celui d'attente de la livraison des modules manquants.

2.1.2 La demande

Nous considérons le processus d'arrivée des demandes suivant : on suppose constant et connu le nombre total de demandes par période. De plus celles-ci arrivent de manière séquentielle et sont traitées dans leur ordre d'arrivée, le reséquencement est interdit.
Cette demande est telle que les demandes en produits finis sont considérées comme indépendantes : à chaque arrivée d'une demande, la probabilité que cette dernière soit une demande en produit $\mathbb{P}_i$ est $P(\mathbb{P}_i)$, indépendamment des tirages précédents.
L'information sur la demande peut être connue de manière totale ou partielle, nous utiliserons dans ce chapitre les niveaux d'information définis dans le chapitre II à ceci près que nous considérons maintenant les modules (et non plus les composants) comme éléments de base. Ainsi pour un exemple 3 modules on définira les 3 niveaux suivants :

$$N_1 \qquad \begin{cases} P(m_1) \\ P(m_2) \\ P(m_3) \end{cases}$$

$$N_2 \qquad \begin{cases} P(m_1) \\ P(m_2) \\ P(m_3) \\ P(m_1 \, et \, m_2) \\ P(m_1 \, et \, m_3) \\ P(m_2 \, et \, m_3) \end{cases}$$

$$N_{TS}, \mathfrak{d} : connaissance\, totale \qquad \begin{cases} P(M_1) \\ P(M_2) \\ P(M_3) \\ P(M_1M_2) \\ P(M_1M_3) \\ P(M_2M_3) \\ P(M_1M_2M_3) \end{cases}$$

L'information disponible sera utilisée pour déterminer les configurations de stocks (niveaux de recomplètement des différents modules), néanmoins celles-ci seront soumises à la demande réelle, $\mathfrak{d}$ pour être évaluées.

2.1.3 Les coûts

Les stocks ne sont constitués que des stocks intermédiaires situés sur le site de production, on ne s'occupera pas des choix stratégiques consistant à délocaliser les stocks. Ainsi il n'y aura qu'un unique coût de stockage à prendre en compte, identique pour chaque module.

En cas d'absence d'un module, la demande en produit fini non satisfaite est définitivement perdue, elle n'est pas reportée sur les semaines suivantes. Ce "manque à gagner" sera appelé **pénurie**. Cette hypothèse peut se justifier par des politiques de commandes menées par certaines entreprises : lorsque les stocks ne permettent pas de satisfaire la commande, celle-ci est annulée. Ce mode de gestion permet de ne pas avoir à gérer des pénalités de retard.
Néanmoins, cet abandon d'une commande a un coût, généré par la dégradation de la relation Donneur d'ordres-Fournisseur mais aussi par l'entretien de l'outil de production non utilisé. Les produits se verront imputés d'un coût de pénurie fonction de leur complexité et supposé dans notre étude proportionnelle au nombre de modules rentrant dans leur composition.

Dans l'optique d'une modélisation proche des réalités industrielles, la pertinence d'un choix sera quantifiée via les coûts qu'il induit.

2.1.4 Notre positionnement

Le modèle que nous venons de décrire nous permet d'aborder le problème de la gestion des stocks dans un contexte assez original.
Ainsi nous étudierons des stocks de modules dont aucun n'est dédié à un unique produit (au contraire du modèle de Baker *et al* synthétisé par la figure IV.1, qui conserve des composants spécifiques).
Dans ce contexte, nous voulons mettre en place des techniques d'optimisation analytiques, pour étudier différents critères : minimisation des coûts et garantie d'un taux de service, ceux-ci seront décrits par la suite.
Nous nous proposons d'intégrer des notions de niveaux de connaissance sur les demandes. Nous mettrons notamment en lumière les gains permis par l'acquisition d'information supplémentaire sur les demandes en produits finis.

2.1.5 Rappel des notations

$\mathbb{P}_i$	un produit
$M_1M_7M_{12}$	le produit constitué des modules m_1, m_7 et m_{12}
S_{m_j}	le niveau de recomplètement du module m_j
V	le volume de demandes par période de livraison
$D^i_{m_j}$	la demande en module m_j entre la 1ère et la $i^{ème}$ demande
T_{m_j}	le numéro de la demande à laquelle le stock de modules m_j se vide
$r_{m_j}^{S_{m_j}}$	la pénurie sur la période en module m_j pour un niveau de recomplètement de S_{m_j}.
$E(r_{m_j}^{S_{m_j}})$	l'espérance de la pénurie sur la période en module m_j pour un niveau de recomplètement de S_{m_j}.
$r^{\mathbb{S}}_{\mathbb{P}_i}$	la pénurie sur la période en produit $\mathbb{P}_i$ pour des niveaux de recomplètement de stock $\mathbb{S} = (S_{m_1}, ...S_{m_{TS}})$.
$r^{\mathbb{S}}_{\mathbb{P}_i}$	l'espérance de la pénurie sur la période en produit $\mathbb{P}_i$ pour des niveaux de recomplètement de stock $\mathbb{S} = (S_{m_1}, ...S_{m_{TS}})$.

2.2 Minimisation des coûts

Les coûts de gestion sont assimilés aux coûts de possession, ils sont pour chaque module de 1 par unité par période. Les coûts de pénurie sont pondérés d'un coefficient β, permettant de rendre compte de différentes situations. Les coûts de possession sont valorisés en début de période, cette valorisation nous semble être la plus adaptée au contexte de grande diversité.
En effet, ce mode de valorisation intègre la nécessité d'avoir des structures de stockage permettant de contenir tous les modules, il permet de prendre en compte le coût d'acquisition (proportionnel à la quantité achetée). De plus, au contraire de la valorisation des stocks en fin de période, les coûts de possession des stocks utilisés ne sont pas supposés nuls.

$$\min_{niveaux\,de\,recomplètement} (coûts\,de\,stockage + coûts\,de\,pénurie) \tag{IV.1}$$

2.2.1 Choix d'un critère d'évaluation

Pour une demande $\mathfrak{d}$, la formalisation du critère expliqué précédemment est donnée dans l'équation IV.2.

$$\begin{aligned}&Coût(S_{m_1},\ldots,S_{m_{TS}},\mathfrak{d}) = \\ &\sum_{1\leq i\leq TS} S_{m_i} + \\ &\beta\Big[\sum_{1\leq i\leq TS} E(r^{\mathbb{S}}_{M_i}) + 2\sum_{\substack{1\leq i<TS\\ i<j\leq TS}} E(r^{\mathbb{S}}_{M_iM_j}) + 3\sum_{\substack{1\leq i<TS\\ i<j<TS\\ j<k\leq TS}} E(r^{\mathbb{S}}_{M_iM_jM_k}) + ... + TS\,E(r^{\mathbb{S}}_{M_1\cdots M_{TS}})\Big] \quad \text{(IV.2)}\end{aligned}$$

Pour un exemple à 3 modules m, n et o, ce critère s'écrit :

$$\begin{aligned}Coût(S_m,S_n,S_o,\mathfrak{d}) \;&=\; S_m+S_n+S_o \\ &+\beta\big[E(r^{\mathbb{S}}_M)+E(r^{\mathbb{S}}_N)+E(r^{\mathbb{S}}_O)+2(E(r^{\mathbb{S}}_{MN})+E(r^{\mathbb{S}}_{MO})+E(r^{\mathbb{S}}_{NO}))+3E(r^{\mathbb{S}}_{MNO})\big]\end{aligned}$$

Le problème sera alors :

$$\min_{S_{m_i}} Coût(S_{m_1},\ldots,S_{m_{TS}},\mathfrak{d}) \quad \text{(IV.3)}$$

2.2.2 Cas du niveau 1 : critère de construction

Il semble naturel d'utiliser le critère d'évaluation pour construire une solution optimale. Ainsi à partir de l'information de niveau i nous pouvons (en utilisant la notion de maximisation de l'entropie explicitée au chapitre II) obtenir une information cohérente sur la demande en produits finis, elle sera notée $\mathfrak{d}_i$. Cette information nous permet d'évaluer les coûts de stockage ainsi que les coûts de pénurie pour les différents modules. Ce calcul est assez fastidieux comme nous le montrerons par la suite, aussi lorsque cela est possible nous utilisons un critère constructif plus facile à déterminer.

Lorsqu'on ne connaît que les probabilités de demande des modules (P(m), P(n), P(o)) il n'est pas possible de calculer *a priori* les pénuries des différents produits (M,N,O,MN...). On ne peut que calculer la pénurie en modules et bien sûr cela ne nous permet pas de minimiser *a priori* le critère de *Coût* (eq. IV.3). Ainsi, lorsque l'information est limitée à la demande en modules (information de niveau N_1), nous choisissons le critère CC explicité pour un exemple à 3 modules dans l'équation IV.4.

$$CC(Sm,Sn,So,N_1) = (Sm+Sn+So) + \beta\big(E(r^{\mathbb{S}}_m)+E(r^{\mathbb{S}}_n)+E(r^{\mathbb{S}}_o)\big) \quad \text{(IV.4)}$$

L'évaluation des pénuries de modules $E(r^{\mathbb{S}}_m)$, $E(r^{\mathbb{S}}_n)$, $E(r^{\mathbb{S}}_o)$ sera explicitée en section 3.2.

Bien entendu, la minimisation de ce nouveau critère ne donne pas *a priori* la solution optimale pour le *Coût* (eq. IV.3), comme nous allons l'illustrer sur l'exemple suivant. Nous choisissons $S_m = V-1$, $S_n = S_o = V$ alors que la connaissance sur la demande nous dit P(MNO)=1, l'information de niveau N_1 sera alors : $P(m) = P(n) = P(o) = 1$, table IV.1.

Information totale	Information N_1
P(MNO)=1	$\begin{cases} P(m) = 1 \\ P(n) = 1 \\ P(o) = 1 \end{cases}$

Tableau IV.1 : Information totale réelle et information de niveau N_1.

Une pénurie de produit MNO due à un manque de modules m conduit à l'évaluation suivante : $r_{MNO} = 1$, $r_m = 1$,$r_n = 0$ et $r_c = 0$ les fonctions de coûts (représentées sur la figure IV.5 pour V=10) sont alors :

$$\begin{array}{lcl} Coût(V-1, V, V, P(MNO) = 1) & = & (3V-1) + 3\beta \\ CC(V-1, V, V, P(m) = P(n) = P(o) = 1) & = & (3V-1) + \beta \end{array}$$

cette configuration est illustrée par la figure IV.4 :

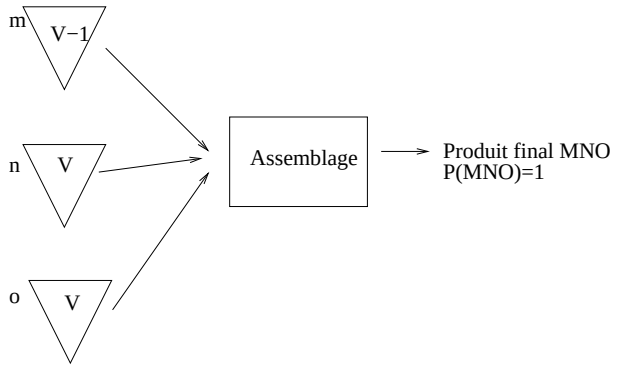


Figure IV.4 : Configuration de stock et de demande.

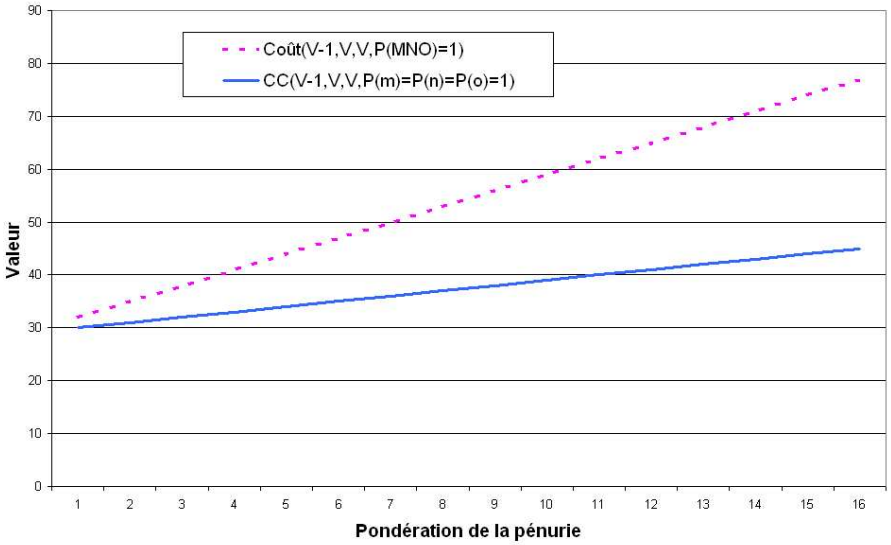


Figure IV.5 : Coûts associés pour l'exemple.

Le rapprochement entre ces deux fonctions n'est pas possible ; néanmoins, lorsque l'information est de niveau 1, ce critère de construction permet d'obtenir très rapidement une évaluation des coûts de stockage et de pénurie.
Une réflexion sur l'erreur commise sera réalisée lors de la présentation des résultats, en section 4.2.

2.3 Garantie d'un taux de service : taux de service par produit

On peut traduire la qualité du service aux clients par un taux de service par produit. Cette grandeur représente la probabilité qu'une demande d'un produit donné soit satisfaite. Le défi consiste alors à garantir une probabilité donnée tout en minimisant les coûts de stockage induits.

a) Choix d'un critère d'évaluation

La formalisation du critère est donnée par le système constitué des équations IV.5 et IV.6.

$$\min \sum_{1 \leq i \leq TS} S_{m_i} \tag{IV.5}$$

S.C.

$$\frac{(E(D^V_{\mathbb{P}_i}) - E(r^{\mathbb{S}}_{\mathbb{P}_i}))}{E(D^V_{\mathbb{P}_i})} \geq Taux\,de\,service\,désiré \qquad \forall i, 1 \leq i \leq |\mathfrak{P}| \tag{IV.6}$$

Avec $E(D^V_{\mathbb{P}_i}) = V \times P(\mathbb{P}_i)$, le nombre moyen de produits $\mathbb{P}_i$ demandés durant une période.

Remarque 4. *Pour tous les niveaux d'information N_i, on peut utiliser ce critère d'évaluation à partir de l'information totale construite. Pour le niveau N_1, il est assez naturel d'introduire aussi le critère de construction suivant.*

b) Critère de construction pour le niveau 1

Lorsque l'information disponible est de niveau 1 le système se traduit comme suit :

$$\min \sum_{1 \leq i \leq TS} S_{m_i} \tag{IV.7}$$

S.C.

$$\frac{(E(D^V_{m_i}) - E(r^{S_{m_i}}_{m_i}))}{E(D^V_{m_i})} \geq Taux\,de\,service\,désiré \qquad \forall i, 1 \leq i \leq n \tag{IV.8}$$

Avec $E(D^V_{m_i}) = V \times P(m_i)$, le nombre moyen de modules m_i demandés durant une période. Ce critère traduit la garantie du taux de service pour chaque module.

c) Garantie d'un taux de service global

On pourrait également considérer le taux de service comme la probabilité moyenne qu'une demande soit satisfaite. Ce critère est utilisé dans la littérature de la gestion de stock sous le terme d'*aggregate service level*.

La formalisation de ce critère est donnée dans les équations IV.9 et IV.10.

$$\min \sum_{1 \leq i \leq TS} S_{m_i} \tag{IV.9}$$

S.C.

$$\sum_{1 \leq i \leq |\mathfrak{P}|} P(\mathbb{P}_i) \times \frac{(E(D^V_{\mathbb{P}_i}) - E(r^{\mathrm{S}}_{\mathbb{P}_i}))}{E(D^V_{\mathbb{P}_i})} \geq Taux\,de\,service\,désiré \tag{IV.10}$$

Avec $E(D^V_{\mathbb{P}_i}) = V \times P(\mathbb{P}_i)$

3 Méthode générale

3.1 Algorithme

1. Calcul pour chaque configuration de stock, à partir de l'information disponible, du critère de construction

2. Choix de la configuration qui minimise le critère
3. Réalisation de la demande
4. Calcul du critère d'évaluation

3.2 Cas niveau 1 de connaissance

Lorsque seule l'information concernant la demande en modules est disponible, on effectue, pour chaque module, un décompte des modules demandés et on évalue la pénurie pour chaque module.

Soient V le volume périodique de demandes et x_{m_i} la demande en module m_i pendant la période ; pour être en pénurie il faut que $x_{m_i} > S_{m_i}$; la pénurie sera alors de $x_{m_i} - S_{m_i}$. La rupture moyenne sera donc :

$$\begin{aligned} E(r_{m_i}^{S_{m_i}}) &= \sum_{x_{m_i}=S_{m_i}}^{V} (x_{m_i} - S_{m_i}) P(D_{m_i}^{V} = x_{m_i}) \\ &= \sum_{x_{m_i}=S_{m_i}}^{V} (x_{m_i} - S_{m_i}) \times C_V^{S_{m_i}} P(m_i)^{S_{m_i}} (1 - P(m_i))^{(V - S_{m_i})} \quad \text{(IV.11)} \end{aligned}$$

Connaissant cette pénurie il est alors possible d'évaluer le coût global. Appliquons cette formule à un exemple à 2 modules. Pour une demande périodique V=10 avec P(m)=0,5 et P(n)=0,55 on obtient les résultats présentés dans le tableau IV.2.

évaluation des pénuries

S	$E(r_m^S)$	$E(r_n^S)$
0	$5,0000$	$5,5000$
1	$4,0010$	$4,5003$
2	$3,0117$	$3,5048$
3	$2,0664$	$2,5322$
4	$1,2383$	$1,6342$
5	$0,6152$	$0,8958$
6	$0,2383$	$0,3914$
7	$0,0664$	$0,1253$
8	$0,0117$	$0,0258$
9	$0,0010$	$0,0025$
10	$0,0000$	$0,0000$

Optimisation de CC

β	S_{mcc}	S_{ncc}	$CC = (S_{mcc} + S_{ncc}) + \beta(E(r_m^{S_{mcc}}) + E(r_n^{S_{ncc}}))$
1	0	0	$10,5 = (0+0) + (5+5,5)$
5	6	7	$14,82 = (6+7) + 5(0,2383 + 0,1253)$
10	7	7	$15,92 = (7+7) + 10(0,0664 + 0,1253)$
20	8	8	$16,75 = (8+8) + 20(0,0117 + 0,0258)$
30	8	8	$17,12 = (8+8) + 30(0,0117 + 0,0258)$
40	8	8	$17,5 = (8+8) + 40(0,0117 + 0,0258)$
50	8	9	$17,71 = (8+9) + 50(0,0117 + 0,0025)$

Tableau IV.2 : Application à l'exemple à 2 modules.

3.3 Information totale

Lorsque l'on a accès à l'information concernant les demandes en produits finis on effectue, pour chaque produit, un décompte des produits demandés et **assemblés** et on évalue la pénurie pour chaque produit de manière **conjointe**. Ce calcul est précis mais complexe. L'idée directrice des calculs menés est de décomposer des événements complexes en associations d'événements plus faciles à évaluer.

3.3.1 Outils probabilistes

Il convient de déterminer des techniques permettant d'évaluer au mieux la pénurie ressentie par le client. Pour cela on dispose d'outils probabilistes.
Soit un événement E qui peut dépendre de n causes différentes E_i, équation IV.12, incompatibles deux à deux (on ne peut avoir deux causes réalisées simultanément, équation IV.13). Ceci signifie que pour que l'événement E soit réalisé, l'un des événements E_i doit être réalisé, figure IV.6.

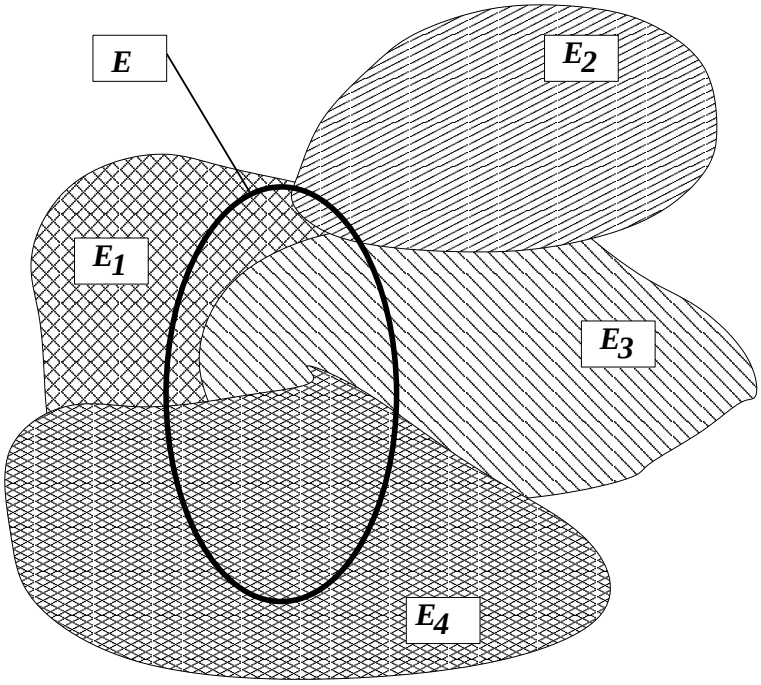


Figure IV.6 : L'événement E et ses 4 causes : E_1, E_2, E_3 et E_4.

$$E = \bigcup_{i=1}^{n} (E \cap E_i) \tag{IV.12}$$

$$P(E_i \cap E_j) = 0 \qquad \forall i, j \; i \neq j \tag{IV.13}$$

Le théorème des probabilités totales nous dit :

$$P(E) = \sum_{1 \leq i \leq n} P(E \cap E_i) \tag{IV.14}$$

Le théorème des probabilités conditionnelles s'écrit alors :

$$P(E) = \sum_{1 \leq i \leq n} P(E/E_i) P(E_i) \tag{IV.15}$$

Nous utiliserons ces théorèmes par la suite en considérant que pour qu'un événement E de type *pénurie* survienne, il faut qu'un événement E_i de type *stock vide* soit réalisé.

3.3.2 Expressions nécessaires : espérance de pénuries

L'espérance de pénurie d'un produit donné $\mathbb{P}$ pour des niveaux de recomplètement $(S_{m_1}, ...S_{m_{TS}})$ notés $\mathbb{S}$ s'écrit :

$$E(r_{\mathbb{P}}^{\mathbb{S}}) = \sum_{j=0}^{V} j \times P(r_{\mathbb{P}}^{\mathbb{S}} = j)$$

Exprimons la probabilité de la pénurie de produit $\mathbb{P}$ pour des niveaux de recomplètement $(S_{m_1}, ...S_{m_{TS}})$ notés $\mathbb{S}$. Soit T_{m_j} la période à laquelle le stock de module m_j se vide.
Appliquons la loi des probabilités totales, s'il y a j pénuries c'est que l'un des stocks de modules entrant dans la composition de $\mathbb{P}$ est vide, si l'on note k le premier module entrant dans la composition de $\mathbb{P}$ dont le stock se vide, les événements incompatibles causant la pénurie sont :
- le stock de m_k se vide à la première demande, $(T_{m_k} = 1 \, et \, T_{m_l} \geq 1, m_l \in \mathbb{P} \, et \, l \neq k)$
- le stock de m_k se vide à la deuxième demande, $(T_{m_k} = 2 \, et \, T_{m_l} \geq 2, m_l \in \mathbb{P} \, et \, l \neq k)$
$\vdots$
- le stock de m_k se vide à la $V - j^{ième}$ demande, $(T_{m_k} = V - j \, et \, T_{m_l} \geq V - j, \, m_l \in \mathbb{P} \, et \, l \neq k)$.

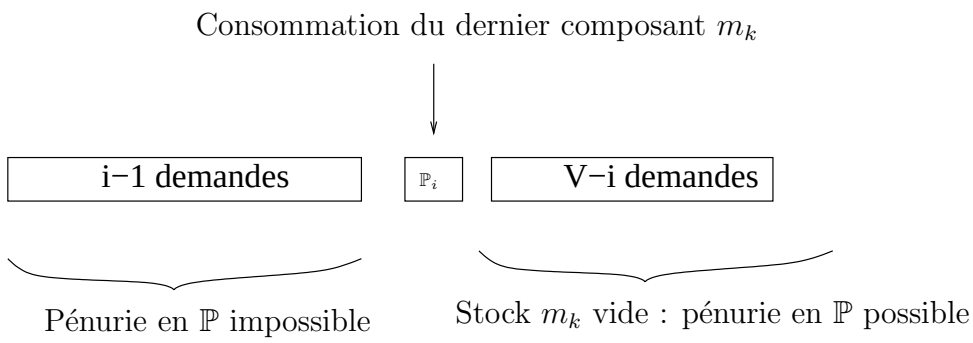


Figure IV.7 : Epuisement du stock de modules m_k à la $i^{ème}$ demande.

D'après le théorème IV.15 la probabilité peut alors s'écrire :

$$\begin{aligned} P(r_{\mathbb{P}}^{\mathbb{S}} = j) &= \sum_{i=0}^{V-j} \Big[P(r_{\mathbb{P}}^{\mathbb{S}} = j/(T_{m_k} = i \, et \, T_{m_l} \geq i, m_l \in \mathbb{P} \, et \, l \neq k)) \\ &\qquad \times P(T_{m_k} = i \, et \, T_{m_l} \geq i, m_l \in \mathbb{P} \, et \, l \neq k) \Big] \\ &= \sum_{i=S_{m_k}}^{V-j} \Big[P(r_{\mathbb{P}}^{\mathbb{S}} = j/(T_{m_k} = i \, et \, T_{m_l} \geq i, m_l \in \mathbb{P} \, et \, l \neq k)) \\ &\qquad \times P(T_{m_k} = i \, et \, T_{m_l} \geq i, m_l \in \mathbb{P} \, et \, l \neq k) \Big] \end{aligned} \tag{IV.16}$$

En utilisant l'équation IV.16 l'espérance peut alors s'écrire :
$\forall k, m_k \in \mathbb{P}$

$$\begin{aligned} E(r_{\mathbb{P}}^{\mathbb{S}}) &= \sum_{j=0}^{V} j \times P(r_{\mathbb{P}}^{\mathbb{S}} = j) \\ &= \sum_{j=0}^{V} j \sum_{i=S_{m_k}}^{V-j} \Big[P(r_{\mathbb{P}}^{\mathbb{S}} = j/(T_{m_k} = i \, et \, T_{m_l} \geq i, m_l \in \mathbb{P} \, et \, l \neq k)) \\ &\qquad \times P(T_{m_k} = i \, et \, T_{m_l} \geq i, m_l \in \mathbb{P} \, et \, l \neq k) \Big] \\ &= \sum_{i=S_{m_k}}^{V} \sum_{j=0}^{V-i} j \Big[P(r_{\mathbb{P}}^{\mathbb{S}} = j/(T_{m_k} = i \, et \, T_{m_l} \geq i, m_l \in \mathbb{P} \, et \, l \neq k)) \\ &\qquad \times P(T_{m_k} = i \, et \, T_{m_l} \geq i, m_l \in \mathbb{P} \, et \, l \neq k) \Big] \end{aligned} \tag{IV.17}$$

Le premier terme de cette équation, probabilité que la pénurie soit de j lorsque l'on connaît la demande qui vide un stock nécessaire, peut être évalué directement ; en

effet, le nombre de pénuries de produit $\mathbb{P}$ est le nombre de demandes en produit $\mathbb{P}$ survenues entre le vidage du stock m_k et la fin de la période.

$$P(r_{\mathbb{P}}^{\mathbb{S}} = j/(T_{m_k} = i\, et\, T_{m_l} \geq i, m_l \in \mathbb{P}\, et\, l \neq k)) = P((D_{\mathbb{P}}^{V} - D_{\mathbb{P}}^{i}) = j) \qquad \text{(IV.18)}$$

Ce qui peut également s'écrire :
$\forall j \in [0; V-i]$
$P(r_{\mathbb{P}}^{\mathbb{S}} = j/(T_{m_k} = i\, et\, T_{m_l} \geq i, m_l \in \mathbb{P}\, et\, l \neq k)) = C_{V-i}^{j} P(\mathbb{P})^{j}(1 - P(\mathbb{P}))^{(V-i-j)}$
$\forall j \in [V-i; V]$
$P(r_{\mathbb{P}}^{\mathbb{S}} = j/(T_{m_k} = i\, et\, T_{m_l} \geq i, m_l \in \mathbb{P}\, et\, l \neq k)) = 0$
C'est alors le terme $P(T_{m_k} = i)$ qu'il faudra déterminer.

3.3.3 Exemple : cas 3 modules

Dans cet exemple à 3 modules nous allons expliciter les probabilités des événements entraînant une pénurie d'un produit. On sépare l'ensemble de ces événements en 3 événements incompatibles :

- 1 seul stock de modules nécessaire pour satisfaire la commande se vide (à la $i^{ème}$ demande), puis les autres se vident également
- 2 stocks de modules nécessaires pour satisfaire la commande se vident simultanément, le 3° est encore non vide
- tous les stocks de modules nécessaires pour satisfaire la commande se vident simultanément

Ces 3 événements peuvent être la cause d'une pénurie d'un produit, figure IV.8.

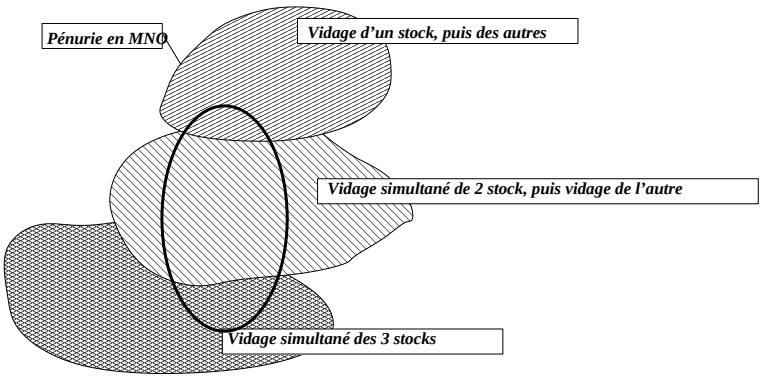


Figure IV.8 : Evènements causant une pénurie de produit MNO.

a) Vidage de m et n et o, à la $i^{ème}$ demande

Evaluons la probabilité de l'événement 'Vidage de m et n et o, à la $i^{ème}$ demande', que l'on peut également écrire ($T_m = i\, et\, T_n = i\, et\, T_o = i$)

$$P(T_m = i\, et\, T_n = i\, et\, T_o = i)) = P(MNO)\times$$
$$\sum_{\substack{k+q+r+t=Sm-1\\ l+q+s+t=Sn-1\\ p+r+s+t=So-1\\ k+l+p+q+r+s+t=i-1}} \left[C_{i-1}^{k}P(M)^{k}C_{i-1-k}^{l}P(N)^{l}C_{i-1-k-l}^{p}P(O)^{p}C_{q+r+s+t}^{q}P(MN)^{q}C_{r+s+t}^{r}P(MO)^{r}\right.$$
$$\left. C_{s+t}^{s}P(NO)^{s}P(MNO)^{t}\right] \quad \text{(IV.19)}$$

Expliquons cette formule. Si tous les stocks de modules se vident à la $i^{ème}$ demande, c'est qu'ils étaient à un niveau 1 à la $i-1^{ème}$ demande. Il n'y a donc pas eu de pénurie. De plus, la satisfaction des $i-1^{ème}$ demandes a donc nécessité la consommation de S_m-1 modules m, S_n-1 modules n, S_o-1 modules o. La somme de la formule IV.19 représente donc qu'il y a :

C_{i-1}^{k} emplacements possibles pour les k demandes satisfaites de produits M dans les $i-1$ premières périodes,

C_{i-1-k}^{l} emplacements possibles pour les l demandes satisfaites de produit N dans les $i-1-k$ premières périodes restantes,

$C_{i-1-k-l}^{p}$ emplacements possibles pour les p demandes satisfaites de produit O dans les $i-1-k-l$ premières périodes restantes,

$C_{i-1-k-l-p}^{q}\,(= C_{q+r+s+t}^{q})$ emplacements possibles pour les q demandes satisfaites de produit MN dans les $i-1-k-l-p$ premières périodes restantes,

$C_{i-1-k-l-p-q}^{r}\,(= C_{r+s+t}^{r})$ emplacements possibles pour les r demandes satisfaites de produit MO dans les $i-1-k-l-p-q$ premières périodes restantes,

$C_{i-1-k-l-p-q-r}^{s}\,(= C_{s+t}^{s})$ emplacements possibles pour les s demandes satisfaites de produit NO dans les périodes restantes,

et qu'il n'y a qu'une possibilité de placement pour les t demandes en MNO

b) Vidage de m et n

(de même pour m et o ou n et o)

Aux étapes précédentes le stock o peut être vide ou non.

$$P(T_m = i\, et\, T_n = i) \;=\; P((T_m = i\, et\, T_n = i)\, et\, T_o > i) \quad \text{(IV.20)}$$
$$+P((T_m = i\, et\, T_n = i)\, et\, T_o \leq i-1) \quad \text{(IV.21)}$$

Explicitons ces 2 termes. Le premier est déterminé comme précédemment pour l'événement 'Vidage de m et n et o, à la $i^{ème}$ demande'. Il s'agit ici encore d'énumérer

les demandes ayant pu conduire à cette situation. On notera $P(m.n)$ la probabilité qu'un produit demandé contienne le module m et le module n et $P(m+n)$ la probabilité qu'un produit demandé contienne le module m ou le module n.

$$P((T_m = i\, et\, T_n = i)\, et\, T_o > i) = P(m.n)\times$$
$$\sum_{\substack{k+q+r+t=Sm-1\\ l+q+s+t=Sn-1\\ p+r+s+t<So-1\\ k+l+p+q+r+s+t=i-1}} \Big[C_{i-1}^{k}P(M)^{k}C_{i-1-k}^{l}P(N)^{l}C_{i-1-k-l}^{p}P(O)^{p}C_{q+r+s+t}^{q}P(MN)^{q}C_{r+s+t}^{r}P(MO)^{r}$$
$$C_{s+t}^{s}P(NO)^{s}P(MNO)^{t}\Big] \quad \text{(IV.22)}$$

L'évaluation de la probabilité du vidage des stocks de m et n alors que o est vide, nécessite de prendre en compte non seulement des demandes satisfaites mais également des x demandes nécessitant le composant o qui n'ont pu être satisfaites, figure IV.9.

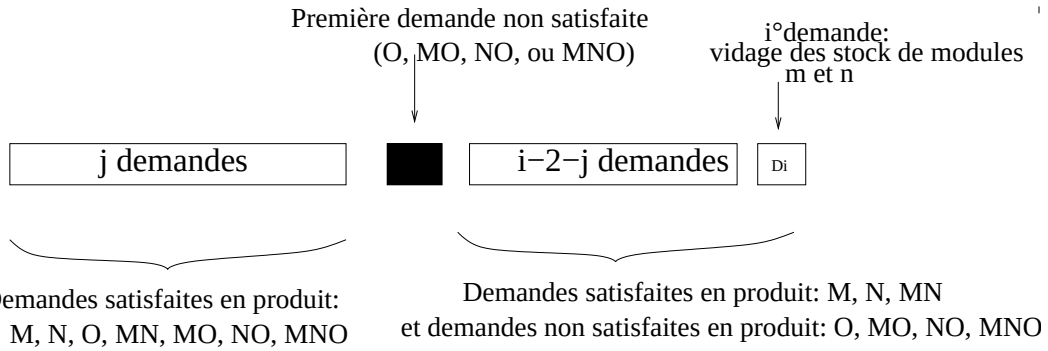


Figure IV.9 : Vidage simultané de m et n, o déjà vide.

$$P((T_m = i\, et\, T_n = i)\, et\, T_o \leq i-1) = P(MN)\times$$
$$\sum_{\substack{k+q+r+s+t=Sm-1\\ l+q+s+t=Sn-1\\ p+r+s+t=So\\ k+l+p+q+r+s+t+x=i-1}} \Big[C_{i-1}^{k}P(M)^{k}C_{i-1-k}^{l}P(N)^{l}C_{i-1-k-l}^{p}P(O)^{p}C_{i-1-k-l-p}^{p}P(MN)^{p}C_{r+s+t+x}^{r}P(MO)^{r}$$
$$C_{s+t+x}^{s}P(NO)^{s}C_{t+x}^{t}P(MNO)^{t}P(m)^{x}\Big] \quad \text{(IV.23)}$$

c) Vidage du stock m à la $i^{ème}$ demande

(le même raisonnement est valable pour n et o)

Aux étapes précédentes les stocks n et o peuvent être vides ou non, nous allons séparer ces 4 états.
$\forall i \in [Sm; V]$

$$\begin{aligned}
P(T_m = i) \quad &= \\
&P(T_m = i/(T_n > i \ et \ T_o > i)) \times P(T_n > i \ et \ T_o > i) && \text{(IV.24)}\\
&+ P(T_m = i/(T_n \leq i-1 \ et \ T_o > i)) \times P(T_n \leq i-1 \ et \ T_o > i) && \text{(IV.25)}\\
&+ P(T_m = i/(T_n > i \ et \ T_o \leq i-1)) \times P(T_n > i \ et \ T_o \leq i-1) && \text{(IV.26)}\\
&+ P(T_m = i/(T_n \leq i-1 \ et \ T_o \leq i-1)) \times P(T_n \leq i-1 \ et \ T_o \leq i-1) && \text{(IV.27)}
\end{aligned}$$

Les probabilités d'occurrence de ces 4 événements sont déterminées comme précédemment. Ces 4 termes sont explicités en Annexe C.

3.3.4 Remarques sur la méthode

La méthode de décompte des pénuries explicitée pour le cas "3 composants" peut être étendue à des instances plus grandes. Néanmoins le nombre d'états à considérer augmente de façon exponentielle ($C_n^n + C_n^{n-1} + ...C_n^1 = 2^n - 1$) et l'exploration des cas identifiés devient rapidement irréalisable. Ainsi considérons l'équation IV.19 l'évaluation du terme

$$\sum_{\substack{k+p+r+t=Sm-1\\ l+q+s+t=Sn-1\\ p+r+s+t=So-1\\ k+l+p+q+r+s+t=i-1}} \Big[C_{i-1}^k P(M)^k C_{i-1-k}^l P(N)^l C_{i-1-k-l}^p P(O)^p C_{q+r+s+t}^q P(MN)^q C_{r+s+t}^r P(MO)^r \\ C_{s+t}^s P(NO)^s P(MNO)^t\Big]$$

se fait par énumération de tous les 7-uplets (k, l, p, q, r, s, t) appartenant à $[[0; i-1]]^7$, or cet ensemble comporte i^7, et ce pour tous les $i \in [[1; V]]$, le nombre de 7-uplets à considérer atteint alors, pour V=10, $\sum_{i=1}^{V} i^7 = 3,3.10^8$. Cette méthode exacte n'est donc malheureusement pas généralisable. Elle nous permet néanmoins, sur des exemples de taille modeste, de sentir l'influence du niveau d'information sur la gestion des stocks de modules.

4 Résultats

4.1 Protocole de test

4.1.1 Génération des données

On crée une population test de 500 demandes en produits obtenues comme suit :

- on génère aléatoirement 250 instances de demandes en produits.

Pour générer ces 250 instances on utilise l'algorithme pour les demandes "homogènes" décrit dans le chapitre II.

- pour une demande en composants donnée, $P(m) = P(n) = P(o) = 0,6$ on génère 250 instances de demandes en produits cohérentes avec cette information

Lorsque l'on souhaite obtenir des demandes en produits finis cohérentes avec une demande en composants, il faut résoudre le système suivant :

$$\begin{cases} P(M) + P(N) + P(O) + P(MN) + P(MO) + P(NO) + P(MNO) = 1 \\ P(M) + P(MN) + P(MO) + P(MNO) = P(m) \\ P(N) + P(MN) + P(NO) + P(MNO) = P(n) \\ P(O) + P(MO) + P(NO) + P(MNO) = P(o) \end{cases}$$

Ce système possède 7 inconnues et 4 équations. Selon les valeurs de P(m), P(n) et P(o) il a une infinité de solutions ou aucune solution. Pour obtenir 250 instances cohérentes avec ce système on applique l'algorithme suivant :

ALGORITHME ***Génération d'une instance***
ENTRÉES $P(m), P(n), P(o)$, les demandes en composants
SORTIE une instance

```
i:= 0
Tant que i<250
    faire un tirage dans [0,P(m)] suivant la loi Uniforme→P(M)
    faire un tirage dans [0,P(n)] suivant la loi Uniforme→P(N)
    faire un tirage dans [0,P(o)] suivant la loi Uniforme→P(O)
    résoudre le système à 4 équations et 4 inconnues restantes
    Si (P(MN),P(MO),P(NO),P(MNO))∈ [0;1]^4
        i:= i+1
    Fin Si
Fin Tant Que
```

Fin ***Génération d'une instance***

L'obtention des demandes utilisées comme instances de test est synthétisée par la figure, IV.10.

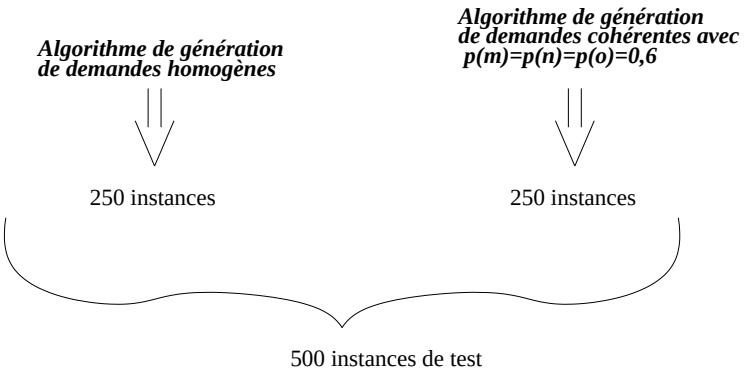


Figure IV.10 : Obtention des instances de test.

4.1.2 Méthode

Pour chaque instance, on minimise les différents critères décrits à partir de l'information totale. On obtient les niveaux de recomplètement optimaux S_m^*, S_n^*, S_o^*. Puis on applique la méthode décrite dans la section 3.1 pour déterminer les niveaux de recomplètement minimisant le critère de construction au niveau 1. On obtient alors les niveaux de recomplètement $S_{mcc}, S_{ncc}, S_{occ}$. La démarche est représentée par la figure IV.11.

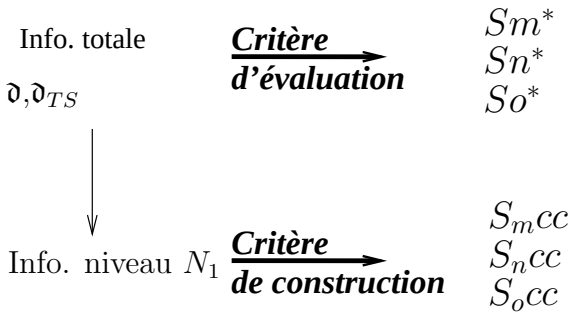


Figure IV.11 : Protocole de test.

Il s'agit ensuite de comparer les performances obtenues par ces stocks, à celles obtenues par les niveaux de recomplètement optimaux. Ainsi pour le critère de coût on comparera $Coût(S_m^*, S_n^*, S_o^*, \mathfrak{d})$ et $Coût(S_{mcc}, S_{ncc}, S_{occ}, \mathfrak{d})$. Pour le critère de taux de service, on s'attachera à la comparaison des taux de service atteints et de la taille des stocks obtenus par les 2 méthodes ($(S_m^* + S_n^* + S_o^*)$ et $(S_{mcc} + S_{ncc} + S_{occ})$).

4.2 Minimisation des coûts

4.2.1 Exemple

Considérons un exemple numérique avec 3 modules et un volume de demandes par période de 10.
Au niveau 1, on a l'information suivante, les probabilités de présence d'un module sont : $P(m) = P(n) = P(o) = 0,6$. En appliquant la procédure développée dans la section 3.2 on obtient une solution, qu'on notera $S_c c = (S_{mcc}, S_{ncc}, S_{occ})$ et qu'on appelera "solution module". Dans cet exemple avec $\beta = 5$ on obtient $S_{mcc} = 7, S_{ncc} = 7, S_{occ} = 7$.
Puis, de ces demandes en modules on déduit une infinité de valeurs pour les probabilités de demandes en produits finis. Les résultats sont obtenus avec 250 scenarii de demandes produits cohérents avec la demande en modules. Pour chaque demande en produit finis on obtient une solution optimale que l'on compare à la "solution module", un exemple est donné dans le tableau IV.3. On observe alors les surcoûts de la solution module pour les 250 cas.

Répartition en modules	Optimum niveau N1	Exemple d'une répartition en produits finis $\mathfrak{d}$	Optimum
$\begin{cases} P(m) = 0,6 \\ P(n) = 0,6 \\ P(o) = 0,6 \end{cases}$	*pour* $\beta = 5$ $\begin{cases} S_{mcc} = 7 \\ S_{ncc} = 7 \\ S_{occ} = 7 \end{cases}$	$\begin{cases} P(M) = 0,22 \\ P(N) = 0,023 \\ P(O) = 0,066 \\ P(MN) = 0,157 \\ P(MO) = 0,114 \\ P(NO) = 0,311 \\ P(MNO) = 0,109 \end{cases}$	*pour* $\beta = 5$ $\begin{cases} S_m^* = 8 \\ S_n^* = 8 \\ S_o^* = 8 \end{cases}$

Tableau IV.3 : Résultats.

4.2.2 Réflexion sur l'utilisation du critère de construction pour le niveau 1

Comme nous l'avons vu précédemment lorsque l'on dispose de l'information de niveau 1, une technique assez rapide consiste à utiliser un critère de construction. On obtient alors les niveaux de recomplètement $S_{mcc}, S_{ncc}, S_{occ}$. Néanmoins, il est également possible de générer, en utilisant le **PME** de déterminer une information sur la demande en produits finis cohérente. Appliquons cette démarche à l'exemple précédent.

Répartition en modules	Répartition en produits finis $\mathfrak{d}_1$ (obtenue par **PME**)
$\begin{cases} P(m) = 0,6 \\ P(n) = 0,6 \\ P(o) = 0,6 \end{cases}$	$\begin{cases} P(M) = 0,1263 \\ P(N) = 0,1263 \\ P(O) = 0,1263 \\ P(MN) = 0,1475 \\ P(MO) = 0,1475 \\ P(NO) = 0,1475 \\ P(MNO) = 0,1786 \end{cases}$

Tableau IV.4 : Information de niveau N_1.

Nous pouvons minimiser le critère d'évaluation à partir de l'information $\mathfrak{d}_1$. La solution ainsi obtenue est notée S_{m1}, S_{n1}, S_{o1}.

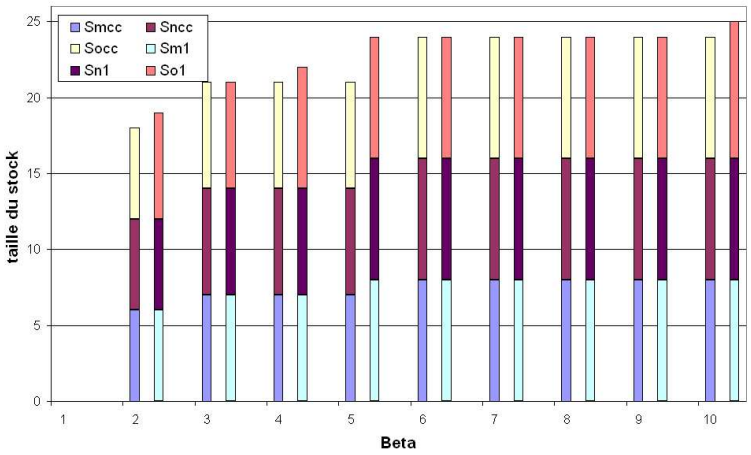


Figure IV.12 : Niveaux de recomplètement déterminés à partir de l'information de niveau 1.

Le graphique IV.12 présente, pour différentes valeurs de β, les niveaux de recomplètements déterminés à partir d'une information de niveau N_1 en utilisant les 2 méthodes (critère de construction et critère d'évaluation). On remarque que les tailles de stocks déterminées des 2 manières sont proches, surtout lorsque β est grand. Nous choisirons donc d'utiliser le critère de construction. En effet, les calculs nécessaires à cette méthode sont plus légers.

4.2.3 Interprétation

Les valeurs moyennes des surcoûts sont présentées dans les figures IV.13 et IV.14 en fonction de β (qui représente la pondération de la pénurie). On note surcoût l'écart relatif entre l'optimum (obtenu en ayant l'information totale) et la solution optimale obtenue avec l'information de niveau 1.

$$Surcoût = \frac{Coût(S_{mcc}, S_{ncc}, S_{occ}, \mathfrak{d}) - Coût(S_m^*, S_n^*, S_o^*, \mathfrak{d})}{Coût(S_m^*, S_n^*, S_o^*, \mathfrak{d})}$$

Les résultats montrent que l'information est un vrai levier économique. On observe en effet des surcoûts dus au manque d'information pouvant atteindre 8 % dans le pire des cas, figure IV.13. Ce phénomène illustre le fait que la recherche de l'information, bien que coûteuse, peut être intéressante pour la firme. Pour l'exemple où les demandes en modules sont égales à 60%, figure IV.14, les surcoûts sont moins importants.

On observe une évolution irrégulière des surcoûts en fonction de la pondération de la pénurie. On interprète ce phénomène comme une conséquence de la nature discrète des stocks considérés.
Nous pensons que ce phénomène est amplifié par le faible volume de demandes périodiques, l'irrégularité de l'évolution devrait s'atténuer pour des instances de volume plus important.

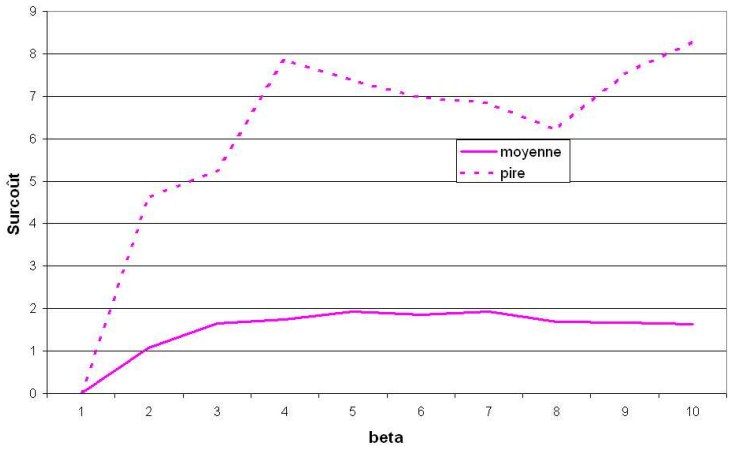


Figure IV.13 : Surcoût du niveau 1 (instances homogènes).

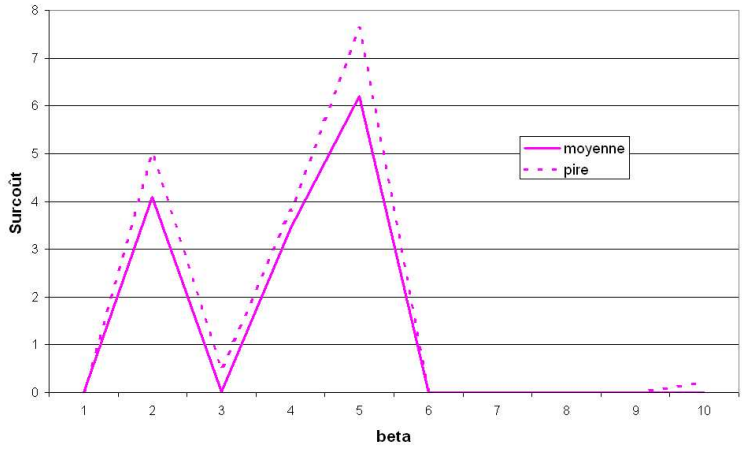


Figure IV.14 : Surcoût du niveau 1 (instances P(m)=P(b)=P(c)=0,6).

4.3 Taux de service par produit

Pour représenter les performances des configurations pour le critère du taux de service par produit, les taux de service des différents produits sont comparés aux taux désirés.
Lorsque le taux obtenu est supérieur de plus de 10% à celui désiré on considère que les niveaux de recomplètement obtenus ne sont pas satisfaisants. En effet, ils conduisent à une sur-qualité coûteuse pour l'entreprise.

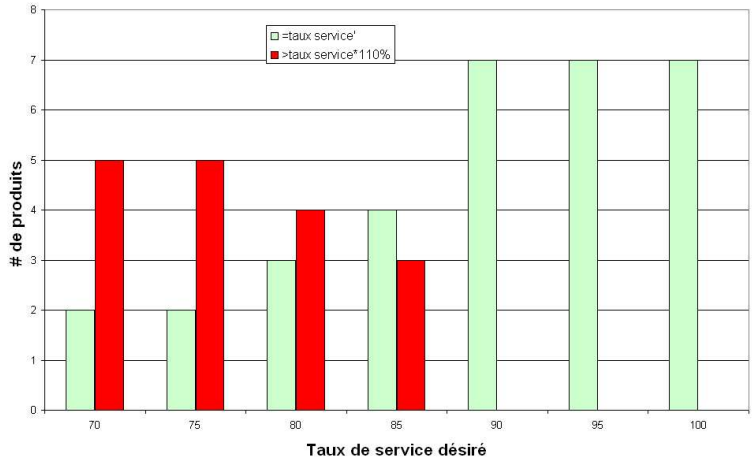
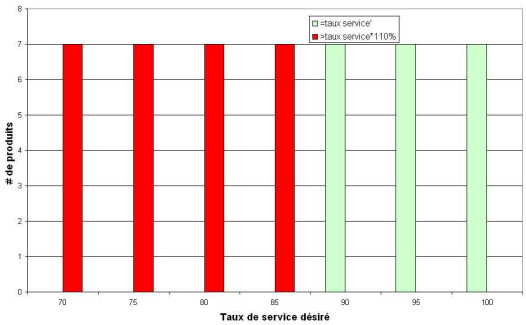
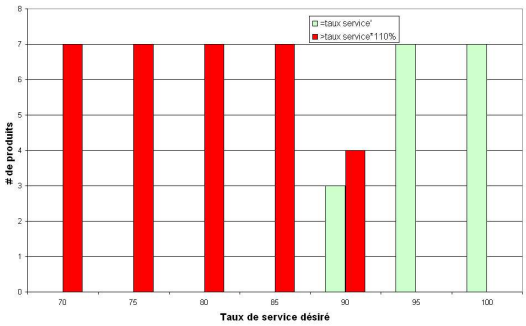


Figure IV.15 : Information totale (instances homogènes).

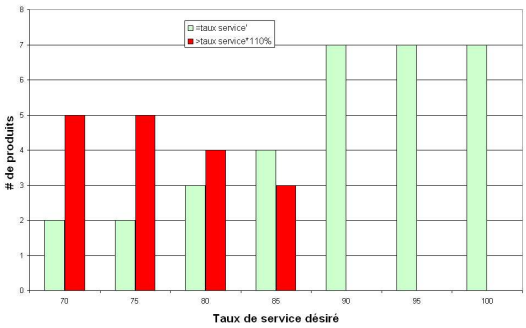
La figure IV.15 présente les résultats obtenus à partir de l'information sur la demande en produits finis. Sont présentés les résultats pour des taux de service désirés de 70%, 75%, 80%, 85%, 90%, 95% et 100%. Les barres de couleur claire représentent les produits pour lesquels les taux de services désirés sont respectés. Les barres de couleur sombre représentent les produits pour lesquels il y a sur-qualité de service.



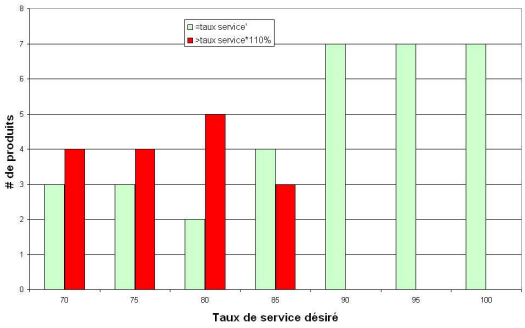
(a) Information de niveau N1 (instances homogènes).



(b) Information de niveau N1(instances $P(m) = P(n) = P(o) = 0,6$).



(c) Information totale, $\mathfrak{d}$ (instances homogènes).



(d) Information totale, $\mathfrak{d}$, (instances $P(m) = P(n) = P(o) = 0,6$).

Figure IV.16 : Respect des taux de service des différents produits pour différents niveaux d'information.

La figure IV.16 présente les résultats obtenus avec les différents niveaux d'information. Elle nous indique qu'avoir plus d'information permet donc de choisir des niveaux de recomplètement permettant de ne pas assurer des taux de service sur-qualitaire.

On remarque que l'utilisation du critère de construction à partir du niveau 1 permet l'obtention de niveaux de recomplètement pertinents pour des taux de service supérieurs à 85% mais que pour des taux inférieurs, les niveaux obtenus conduisent à une sur-qualité pour tous les produits.

Les tailles de stock en début de période correspondant aux niveaux de recomplètement déterminés avec les différents niveaux d'information sont présentés dans les figures IV.17 et IV.18.

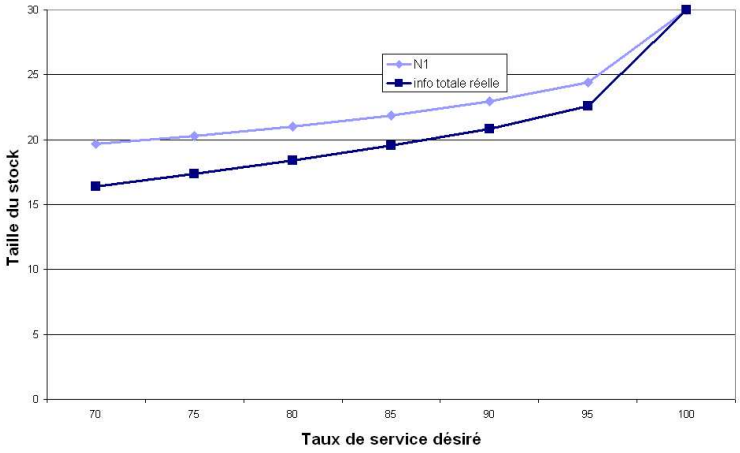


Figure IV.17 : Taille des stocks pour les différents niveaux d'information (instances homogènes).

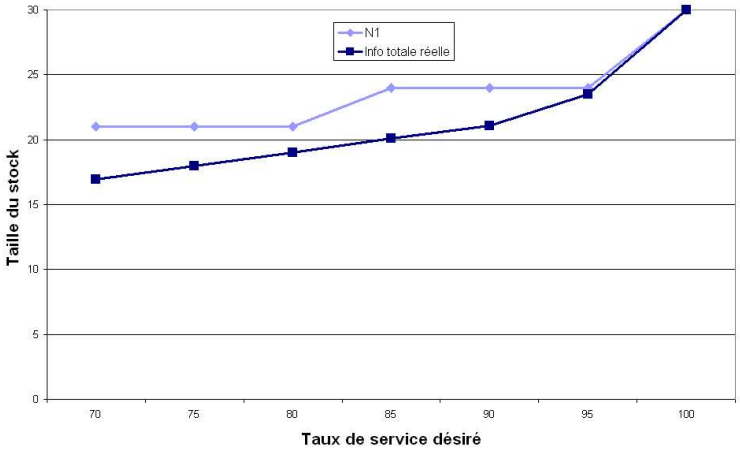


Figure IV.18 : Taille des stocks pour les différents niveaux d'information,(instances $P(m) = P(n) = P(o) = 0,6$).

Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre un rappel de l'état de l'art dans le domaine de la gestion de stock de composants mutualisés. Après une description de nos hypothèses de travail, nous avons présenté les méthodes employées et les résultats pédagogiques qu'elles nous ont permis d'obtenir.

La méthode analytique employée nous semble ne pas être adaptée au passage à des instances de taille supérieure. En effet, l'expression exhaustive des pénuries nécessite une décomposition en événements simples qui croissent exponentiellement en fonction du nombre de modules. La poursuite de cette étude devra alors passer par une étape de simplification (qui permettra le traitement analytique du modèle réalisé) ou par une étape de simulation.

Conclusions et Perspectives

Conclusion

Le travail de thèse présenté dans ce mémoire porte sur la mise en place d'une politique de gestion de stock adaptée à la grande diversité. Il propose d'intégrer les notions de niveaux d'information aux questions classiques de gestion et conception.

Après avoir décrit dans le chapitre I les problèmes posés par une grande diversité et les avantages d'une gestion de type assemblage à la commande, nous nous sommes intéressés à la mise en place de ce mode de gestion.

Dans le chapitre II, nous avons proposé une formalisation de l'information disponible rendant compte de l'existence de différents niveaux de connaissance sur la demande finale.
Cette modélisation nous a permis de réfléchir à la génération de l'information sur la demande en produits finis à partir des informations disponibles. Cette génération d'une information sur la demande finale cohérente avec les données a été réalisée en utilisant le principe de maximisation de l'entropie. L'application a été rendue possible par l'implémentation d'un algorithme de gradient à pas constant, l'algorithme d'Uzawa. Celui-ci nous permet de déterminer une unique demande cohérente avec les informations disponibles quel que soit le niveau d'information.

Dans le chapitre III, nous nous sommes intéressés à la question du choix des modules à stocker.
Cette étude nous a conduit à élaborer des heuristiques de définition des stocks de produits semi-finis. Celles-ci sont conçues pour aider les décideurs à obtenir la composition de stock permettant de minimiser les temps moyens d'assemblage.
Une validation de la pertinence des heuristiques proposées a été réalisée sur des instances possédant des caractéristiques différentes, représentatives de certaines réalités industrielles. Cette validation a permis une comparaison des performances des différentes heuristiques proposées. Nous avons ainsi pu déterminer, en fonction du type de demande traité et du critère, l'heuristique la plus appropriée.

L'intégration des niveaux d'information identifiés précédemment a également été réalisée. Les tests menés ont ainsi mis en lumière la valeur de l'information. En

effet, on observe que la performance de toutes les heuristiques s'améliore lorsque l'on acquiert de l'information sur la demande.

La question de la composition de stock permettant de garantir l'assemblage de tous les produits finis en un temps donné a été formalisée, une solution pour ce problème a été proposée.

Le problème de gestion des stocks de produits semi-finis a été abordé dans le chapitre IV. Nous nous sommes concentrés sur l'étude d'un cas de petite taille qui permet par son caractère didactique d'identifier l'influence de l'information sur cette étape de la mise en place de l'assemblage à la commande.
Une approche analytique nous a permis d'étudier pour plusieurs critères l'évolution des résultats obtenus en fonction de l'information disponible. Les résultats obtenus montrent l'importance de l'information.

Perspectives

Les travaux présentés dans cette thèse pourraient donner lieu à de nombreuses poursuites. Celles-ci pourront s'intéresser aux problèmes abordés en modifiant le modèle étudié, en choisissant une méthodologie différente ou en transposant ces questions à un autre contexte.

Modification des hypothèses

Nous avons présenté dans ce mémoire des techniques permettant de répondre aux questions soulevées par la mise en place de l'**ATO**. Le modèle que nous avons utilisé est une formalisation d'un système de production réel, néanmoins cette modélisation représente un compromis entre les caractéristiques multiples du réel et les contraintes de simplification nécessaires à l'étude. De futurs travaux pourraient notamment étudier l'impact des modifications de certaines hypothèses, qui permettraient notamment de mieux rendre compte de la complexité de la réalité.

Ainsi, une de nos hypothèses est de considérer des temps d'assemblage identiques quels que soient les modules à assembler, une extension du modèle pourrait prendre en compte d'éventuelles **différences de durée d'assemblage entre modules**. En effet, les temps d'assemblage réels sont fonction de la *complexité* des modules : leur maniabilité (encombrement, poids, ...), le nombre de connections à effectuer pour l'apparier aux autres modules, ...

Notre modélisation de l'atelier de production n'autorise pas d'**opérations de désassemblage**, néanmoins ce type d'opérations peut s'avérer une bonne alternative à l'augmentation de la taille du stock. Il s'agira alors de trouver la composition permettant de minimiser le temps nécessaire à la satisfaction d'une commande, qu'il soit dû aux opérations d'assemblage ou de désassemblage.

Les modifications des temps d'assemblage ainsi que l'intégration d'une possible opération de désassemblage auront vraisemblablement un impact sur les performances des heuristiques de définition des produits semi-finis proposées dans ce mémoire. Il s'agira alors d'étudier les nouvelles performances et de proposer le cas échéant des nouvelles méthodes de définition.

Nous avons fait l'hypothèse dans notre étude de la gestion des stocks de produits semi-finis que la gamme d'assemblage était fixe. Il pourrait être intéressant d'intégrer des coûts d'adaptation des postes d'assemblage à une **modification de la gamme**. Prendre en compte cette flexibilité des lignes d'assemblage amènerait une nouvelle évaluation des risques de pénuries, le nombre de causes conduisant au vidage d'un stock se trouvant multiplié. L'application de notre méthode analytique serait alors très laborieuse.

Démarche d'étude

Une autre piste de poursuites des recherches présentées ici, pourrait être l'utilisation d'autres démarches d'études.

Gestion des stocks de produits semi-finis

La démarche d'expression analytique des pénuries liées à un niveau de recomplètement des stocks que nous avons utilisée pour notre exemple didactique, ne nous semble pas adaptée à des tailles d'instances plus importantes. Une autre démarche pourrait être la mise en place d'heuristiques d'évaluation des pénuries. Celles-ci devront permettre de donner, pour des niveaux de recomplètement donnés, une estimation des coûts de pénurie. Leur utilisation permettra alors de s'attacher à l'étude d'instance de taille supérieure et notamment à l'observation de l'impact de l'utilisation d'information de niveaux différents.

Garantie du temps d'assemblage

Nous avons proposé une méthode de construction de composition de stocks de produits semi-finis pour garantir que tous les produits finis pourront être obtenus dans un laps de temps donné. Une preuve de l'optimalité de cette méthode pour des instances moyennes a été donnée par énumération exhaustive. Cette méthode ne nous a pas permis d'étudier les performances de notre solution intuitive de construction pour des tailles plus importantes.

Des futurs travaux pourront aborder une démonstration de l'optimalité. Pour cela une des pistes de recherches peut être la réduction du nombre de configurations à étudier pour garantir l'optimalité, cette réduction pourra notamment s'effectuer par la détermination de conditions nécessaires à l'optimalité. L'énumération exhaustive pourrait alors être appliquée à des instances plus importantes.

Une démonstration formelle pourra également être recherchée, elle pourrait être réalisée par transposition à un problème connu ou par détermination de bornes inférieures conduisant à des compositions de taille égale à celle obtenues par notre heuristique.

Considération simultanée des problèmes de définition et de gestion

Les techniques que nous avons proposées pour traiter les deux problèmes identifiés de l'implantation d'une production de type assemblage à la commande ont été élaborées en désolidarisant ces deux aspects. Si ce découpage nous a semblé nécessaire pour aborder cette problématique, les travaux ultérieurs pourront s'attacher à une résolution simultanée. Il sera alors intéressant de rechercher le couple configuration de stock/dimensionnement le plus économique. Cette notion de rentabilité se devra d'intégrer les notions de coûts de stockage et de pénurie mais également des coûts opératoires (ceux-ci pourront par exemple être considérés comme proportionnels au temps d'assemblage).
Cette démarche simultanée ne saurait être utilisée sans l'existence préalable d'une heuristique d'évaluation des pénuries.

Transposition à la gestion des ressources humaines

Nous avons déjà évoqué dans le chapitre III l'analogie existant entre définition des modules pour les faisceaux électriques et les groupements de ressources pour les unités d'intervention de pompiers. La formalisation du problème de mise en place de l'assemblage à la commande proposée dans ce mémoire nous a permis de déceler un fort parallèle entre la définition et la gestion des modules et la gestion des ressources humaines au sein de l'entreprise.

Il pourrait être fait une analogie entre la constitution de ces groupes-projets et celle de produits, tableau IV.5. Ainsi tandis que l'obtention de produits nécessite l'assemblage de modules (possédant ou non des fonctionnalités réalisées par des composants), la constitution d'équipes-projet nécessite le groupement d'individus possédant des connaissances.
La gestion de la diversité consiste dans le domaine de la gestion des ressources humaines à pouvoir réaliser un large panel d'équipes-projet en un nombre réduit de groupements de personnes.

Assemblage à la commande	**Gestion des interventions**	**Gestion des ressources humaines**
composants : fils, connecteur	**ressources :** hommes, véhicules, matériels	**compétences :** linguistiques, informatiques,...
PRE-ASSEMBLAGE	REGROUPEMENT	FORMATION
modules : fils + connecteurs + soudures	**assemblage de ressources :** équipes (par ex. 1 officier+ 2 hommes), véhicules équipés (par ex. véhicule + matériel de réanimation)	**individu :** détenant connaissances, savoirs et savoir-faire
ASSEMBLAGE		
produits finis : faisceaux électriques	**unités d'intervention :** équipe+véhicule dédié aux accidents de la route	**groupe projet :** différents individus travaillant ensemble
coût de la diversité	coût salaire + matériel	coût salaire + formation

Tableau IV.5 : Parallèle entre assemblage à la commande, gestion des interventions et gestion des ressources humaines.

L'étape de formation, étape pendant laquelle une personne augmente ou modifie ses connaissances et savoirs, seraient alors le pendant des étapes de pré-assemblage figure IV.19.

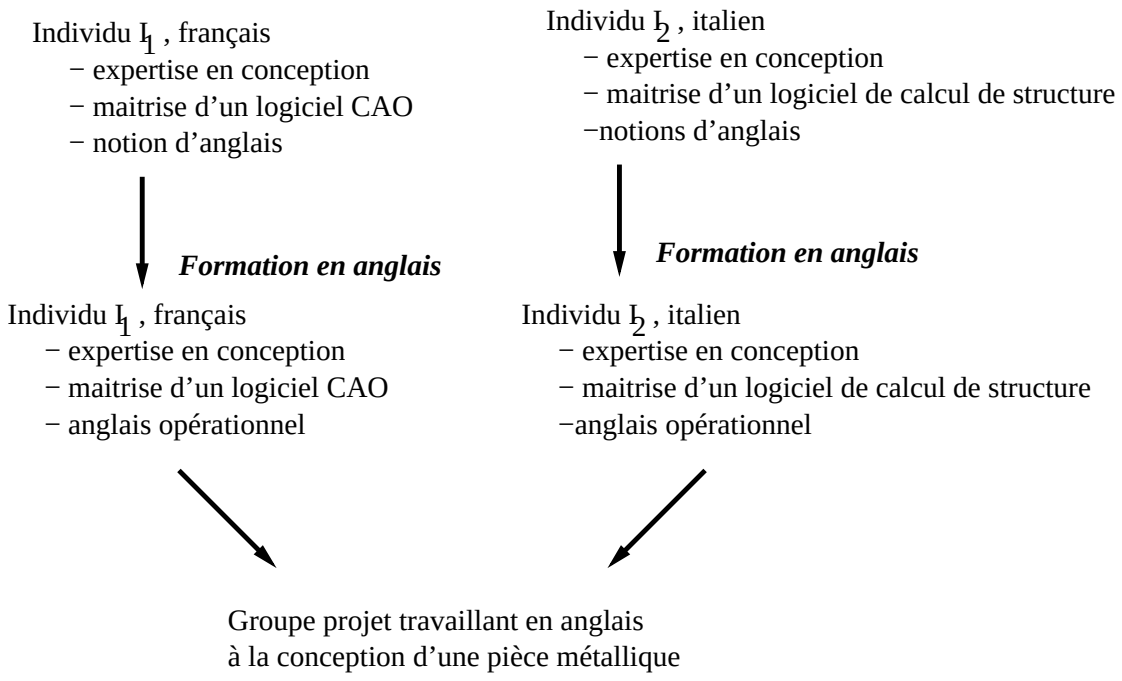


Figure IV.19 : Rôle de l'étape de formation.

Dans une structure travaillant par projets, l'organisation des ressources doit être faite pour garantir une bonne répartition des connaissances là où elles sont requises. De plus le parallélisme des actions menées par une même société ainsi que l'enchaînement de multiples projets sont autant de contraintes qu'il faut prendre en compte lors de la création de ces groupes-projets.

De futures études devront s'attacher à mettre en lumière les similitudes existant entre ces 2 situations (groupe de personnes/produit), notamment via une étape de modélisation. Une analyse de ces résultats pourra permettre la détection des techniques transposables ou adaptables. La mutualisation des connaissances des 2 domaines : management des connaissances et conception modulaire, devrait permettre de définir de nouvelles approches pouvant avoir des répercussions sur les recrutements et les formations.

Bibliographie

[1] Bruno Agard. *Contribution à une méthodologie de conception de produits à forte diversité*. Thèse de Doctorat, INPG, 2002.

[2] Bruno Agard et Michel Tollenaere. Design of wire harnesses for mass customization. In *4th international conference on integrated design and manufacturing in technical engineering (IDMME 2002)*, Clermont-Ferrand, France, 2002.

[3] Souaad Ait Hellal. Composition d'un stock de produits semi-finis. Mémoire de DEA, INPG, 2003.

[4] Kenneth J. Arrow. Statistics and economic policy. *Econometrica*, 25:523–531, 1957.

[5] Kenneth J. Arrow, Theodore Harris, et Jacob Marschak. Optimal inventory policy. *Econometrica*, 19:250–272, 1951.

[6] Ronald G. Askin et Donald W. Dawson. Maximizing customer satisfaction by optimal specification of engineering characteristics. *IIE Transactions*, 32:9–20, 2000.

[7] Yossi Aviv et Awi Federgruen. *The Benefits of Design for Postponement*, volume 17 of *International series in operations research and management science*, chapitre 19, pages 553–584. Tayur, Sridhar and Ganeshan, Ram and Magazine, Michael, Kluwer's international series, 1999.

[8] Yossi Aviv et Awi Federgruen. Capacited multi-item inventory systems with random and seasonally fluctuating demands: Implications for postponement strategies. *Management science*, 47(4):512–531, april 2001.

[9] Kenneth R. Baker, Michael J. Magazine, et Henry L. W. Nuttle. The effect of commonality on safety stock in a simple inventory model. *Management Science*, 32(8):982–988, August 1986.

[10] Carliss Baldwin et Kim Clark. *Design Rules: The Power of Modularity*, volume 1. MIT press, 2000.

[11] Carliss Y. Baldwin et Kim B. Clark. Managing in an age of modularity. *Harvard business review*, pages 84–93, September-october 1997.

[12] A.R. Barron. Entropy and the central limit theorem. *Annals of probability*, 14:336–342, 1986.

[13] F. Ben Abdelaziz et H. Masri. Stochastic programming with linear partial information on probability distribution. *European Journal of Operational Research*, to be published.

[14] Hazem Ben Aissa. La complexité au montage véhicule : De la production à la conception. *Revue française de Gestion industrielle*, 19(3):77–94, 2000.

[15] Olivier Briant. *Etude théorique et numérique du problème de la gestion de la diversité*. Recherche opérationnelle combinatoire et optimisation, INPG, 2000.

[16] Olivier Briant et Denis Naddef. The optimal diversity management problem. *Operations Research*, to be published.

[17] Amiya K. Chakravarty et Nagraj Balakrishnan. Achieving product variety through optimal choice of module variations. *IIE Transactions*, 33:587–598, 2001.

[18] François Chapeau-Blondeau et Abdelilah Monir. Numerical evaluation of the lambert w function and application to generation of generalized gaussian noise with exponent 1/2. *IEEE transactions on signal processing*, 50(9):2160–2165, sept. 2002.

[19] V. Chvatal. A greedy heuristic for the set covering problem. *Mathematics of Operations Research*, 4(3):233– 235, 1979.

[20] Bertrand Ciavaldini et Jean-Louis Loubet. La diversité dans l'industrie automobile française: Hésitations et enjeux. *Gérer et comprendre*, (41):4–19, décembre 1995.

[21] D. A. Collier. Aggregate safety stock levels and component part commonality. *Management science*, 28:1296–1303, 1982.

[22] James F. III Cox et John H. Jr. Blackstone, editors. *APICS Dictionary*. American Production and Inventory Control Society, 9th edition, 1998.

[23] Dominique Crié et Christophe Benavent. Les produits fidélisants dans la relation client-forunisseur, identification, effets et implications. In *17° Congrès Association Française de Marketing*, 2001.

[24] Catherine da Cunha. Gestion des modifications. Mémoire de DEA, INPG-ENSGI, Septembre 2001.

[25] Frédéric David, Christophe Caux, et Henri Pierreval. Mise en oeuvre de la différenciation retardée dans la production de l'aluminium : standardisation de plaques. In *4° Conférence Francophone de Modélisation et Simulation, MOSIM'03*, 2003.

[26] Brian Denton, Diwakar Gupta, Michael DeGroote, et Keith Jawahir. Managing increasing product variety at integrated steel mills. Technical report, University of Minnesota, Supply Chain and Operations Research Laboratory, 2002.

[27] Direction du commerce et Direction du développment des entreprises et des affaires du Québec. La gestion des stocks pour un fabricant aux grandes chaînes. Technical report, 2003.

[28] Sebastian K. Fixson. The multiple faces of modularity - a literature analysis of a product concept for assembled hardware products. working paper MI.87, Industrial and Operations Engineering, University of Michigan, 2003.

[29] M. R. Garey et D. S. Johnson. *Computers and Intractability: A guide to the theory of NP-completeness*. W. H. Freeman and Company, San Francisco., 1979.

[30] Srinagesh Gavirneni. *Value of Information Sharing and Comparison with Delayed Differentiation*, volume 17 of *International series in operations research and management science*, chapitre 15, pages 441–466. Kluwer's international series, 1999.

[31] Srinagesh Gavirneni, Roman Kapuscinski, et Sridhar Tayur. Value of information in capacited supply chain. *Management Science*, 45(1):16–24, 1999.

[32] Yigal Gerchak et Moderchai Henig. An inventory model with component commonality. *Operations research letters*, 5:157–160, 1986.

[33] Yigal Gerchak, Michael Magazine, et Bruce Gamble. Component commonality with service level requirements. *Management science*, 34:753–760, 1988.

[34] Vincent Giard. Analyse économique de la standardisation des produits. Technical Report 13, GREGOR(Groupe de REcherche en Gestion des ORganisation), 1999.

[35] Vincent Giard. *Gestion de la production et des flux*. Economica, 3e edition, 2003.

[36] Vincent Giard et Pierre-Yves Lagroue. Quel contrôle pour les systèmes productifs travaillant à la commande et devant faire face à une demande fortement aléatoire ? Technical Report 3, GREGOR(Groupe de REcherche en Gestion des ORganisation), 2000.

[37] Vincent Giard et Gisèle Mendy. Le passage de l'approvisionnement synchrone à la production synchrone dans la chaîne logistique. In *Annales du LAMSADE*, number 2, pages 235–254. 2004.

[38] Hans Girlich et Attila Chikan. The origins of dynamic inventory modeling under uncertainty. *International Journal Of Production Economics*, 71:351–363, 2001.

[39] James Gleick. *Chaos*. The Viking press, 1987.

[40] Janice H. Hammond. Barilla spa (a). Case (Field) 9-694-046, Harvard Business School, 1994.

[41] Dorit S. Hochbaum, editor. *Approximation algorithms for NP-hard problems*. PWS publishing company, 1997. ISBN-053494968-1.

[42] Juliana Hsuan. Modularization in black-box design: implication for supplier-buyer partnerships. In *DRUID (Danish research unit for industrial dynamics) winter conference*, january 1998.

[43] Juliana Hsuan. Modularization in new product development: a mathemaical modeling approach. In *DRUID(Danish research unit for industrial dynamics) summer conference*, june 1999.

[44] Juliana Hsuan. Modularity, outsourcing, and inter-firming learning. In *DRUID (Danish research unit for industrial dynamics) summer conference*, june 2000.

[45] Chun-Che Huang et Andrew Kusiak. Modularity in design of products and systems. *IEEE Transactions on systems, man and cybernetics*, 28(1):66–77, January 1998.

[46] E. T. Jaynes. Information theory and statistical mechanics. *The physical review*, 106(4):620–630, 1957.

[47] E. T. Jaynes. Information theory and statistical mechanics ii. *The physical review*, 108(2):171–190, 1957.

[48] D. Johnson. Approximation algorithms for combinatorial problems. *Journal of Computer and System Sciences*, 4:256–278, 1974.

[49] Isabelle Kocher et Pierre Rolland. Quand les structures dessinent les produits. *Gérer et comprendre*, 39:38–48, juin 1995.

[50] Andrew Kusiak. *Engineering Design: Products, Processes, and Systems*, chapitre 12, Modular products, pages 259–. Academic Press, 1999. ISBN 0124301452.

[51] Christine Lambey-Checchin. Le sacrifice perçu: Le cas d'acheteurs de voiture neuve. In *2° congrès International Des Tendances Du Marketing En Europe*, 2002.

[52] Hau L. Lee et Christopher S. Tang. Modelling the costs and benefits of delayed product differentiation. *Management science*, 43(1):40–53, january 1997.

[53] Hau L. Lee et Seungjin Whang. Information sharing in a supply chain. *International Journal of Technology Management*, 20(3/4):373–387, 2000.

[54] John Paul MacDuffie, Kannan Sethuraman, et Marshall L. Fisher. Product variety and manufacturing performance: evidence from the international automotive assembly plant study. *Management Science*, 42(3):350–369, 1996.

[55] Mark Martin et Kosuke Ishii. Design for variety: Development of complexity indices and design charts. In *ASME Design Engineering Technical Conferences, DETC*, September 1997.

[56] John McLain, William Maxwell, John Muckstadt, Joseph Thomas, et Elliot Weiss. Comment on "aggregate safety stock levels and component part commonality". *Management science*, 30(6):772–773, 1984.

[57] Keith Naughton, Emily Thornton, Kathleen Kerwin, et Heidi Dawley. Can Honda build a world car? *Business week*, 8 september 1997.

[58] Sharon Novak et Steven D. Eppinger. Sourcing by design: product complexity and the supply chain. *Management science*, 47(1):189–204, 2001.

[59] Mohamed Aly Ould-Louly. *Optimisation des stocks de composants et planification de leurs réapprovisionnements pour les systèmes d'assemblage soumis à des aléas*. Thèse de Doctorat, UTT, université de technologie de Troyes, 2001.

[60] David W. Pentico. The assortment problem with probabilistic demand. *Management Science*, 21(3):286–290, November 1974.

[61] B. Joseph II Pine. *Mass customization: the new frontier in business competition*. Harvard business school press, 1993.

[62] Jean-Marc Pointet. Cohérence de la stratégie produit Renault. *Gérer et comprendre*, (48):43–55, juin 1997.

[63] A. Rivière, C. da Cunha, et M. Tollenaere. *Recent Advances in Integrated Design and Manufacturing in Mechanical Engineering*, chapitre Performances in Engineering Change Management. Gogu, G. and Coutellier, D. and Chedmail, P. and Ray P. - Kluwer Academic Publishers, 2003. ISBN 1-4020-1163-6.

[64] Arnaud Rivière. *Méthodologie SGDT dans la mise en configuration aéronautique*. Thèse de Doctorat, INPG, 2004.

[65] T.L. Shaftel et G.L. Thompson. The continuous multiple-modular design problem. *naval research logistics quarterly*, 30:199–215, 1983.

[66] C. E. Shannon. A mathematical theory of communication. *The Bell system technical journal*, 27:379–423,623–656, July, October 1948.

[67] B.P. Shapiro. Making money through marketing. *Harvard Business review*, pages 135–142, july-august 1979.

[68] Koichi Shimizu. *Le toyotisme*. la découverte, 1999. ISBN 2-7071-2921-6.

[69] Charles N. Smart. Sweet spot, the relationship between forecasting and optimal stocking levels. *APICS journal*, pages 55–58, february 2004.

[70] Martin K. Starr. Modular production - a new concept. *Harvard business review*, pages 131–142, nov.-dec. 1965.

[71] Jayashankar Swaminathan et Shridar Tayur. Managing broader product lines through delayed differentiation using vanilla boxes. *Management Science*, 44(12):161–172, December 1998.

[72] Jayashankar M. Swaminathan et Shridar R. Tayur. Managing design of assembly sequences for product lines that delay product differentiation. *IIE Transactions*, 31(11):1015–1026, 1999.

[73] Jayashankar M. Swaminathan et Sridhar R. Tayur. *Stochastic Programming Models for Managing Product Variety*, volume 17 of *International series in operations research and management science*, chapitre 19, pages 585–624. Kluwer's international series, 1999.

[74] Jean-claude Tarondeau. *Stratégie industrielle*. Vuibert, 2 edition, 1998.

[75] Ulrich Thonemann et Margaret Brandeau. Optimal commonality in component design. *Operations Research*, 48(1):1–19, January-february 2000.

[76] K. T. Ulrich. The role of product architecture in the manufactring firm. *Research policy*, 24:419–440, 1995.

[77] M. L. Wolfson. Selecting the best lengths to stock. *Operations research*, 13(4):570–585, 1965.

[78] Walter Zinn. Should you assemble products before an order is received? *Business Horizons*, (5):70–73, march-april 1990.

Annexes

A Loi PBC

On cherche à mettre une loi de probabilité μ sur E (c'est-à-dire déterminer les probabilités de demande de tous les éléments de E) respectant les contraintes suivantes (qui correspondent aux informations disponibles au niveau 1) :

1- ses marginales sont connues : ce sont les demandes en composants

$$\forall a_i \in S, \quad \sum_{\eta\, tq\, f_\eta(a_i)=1} \mu(\eta) = P(a_i)$$

2- elle s'annule sur un certain ensemble nR de configurations

$$\forall \eta \in nR, \quad \mu(\eta) = 0$$

Proposition 1.
Sous les contraintes 1 et 2 les lois d'entropie maximales sont les lois PBC [12].

Démonstration 1. *On cherche à maximiser l'entropie :*

$$H(\mu) = \sum_{\eta \in E \setminus nR} -\mu(\eta) log \mu(\eta) \tag{IV.1}$$

S.C.

$$\begin{cases} \displaystyle\sum_{\eta \in E \setminus nR} \mu(\eta) = 1 & \text{(IV.2)} \\ \displaystyle\sum_{\substack{\eta \in E \setminus nR \\ f_\eta(a_i)=1}} \mu(\eta) = p(a_i) \qquad \forall a_i \in S & \text{(IV.3)} \end{cases}$$

L'équation IV.2 représente la contrainte que toutes les demandes correspondent à des produits réalisables, les équations IV.3 représentent la connaissance sur la demande en composants.

On suppose que le système d'équations ci-dessus a une solution et que le théorème des multiplicateurs de Lagrange (qui sera rappelé par la suite) s'applique. Cette hypothèse est toujours vérifiée pour notre problème, en effet il existe au moins une répartion de demandes en produits finis cohérentes avec les contraintes : la répartition réelle.
Il existe alors une solution au système et on peut alors écrire : $\exists \lambda_0, ..., \lambda_x, \quad \forall x \in S$ *tels que* $\forall \eta \in E \backslash nR$

$$\begin{aligned} L(\mu,\lambda) &= H(\mu) + \lambda_0(1 - \sum_{\eta \in E\backslash nR} \mu(\eta)) + \sum_{a_i \in S} \lambda_{a_i}(p(a_i) - \sum_{\substack{\eta \in E\backslash nR \\ f_\eta(a_i)=1}} \mu(\eta)) \\ &= \sum_{\eta \in E\backslash nR} \mu(\eta)(-log\mu(\eta) - \lambda_0) + \lambda_0 + \sum_{a_i \in S} \lambda_{a_i} p(a_i) - \sum_{\eta \in E\backslash nR} \sum_{\substack{a_i \in S \\ f_\eta(a_i)=1}} \lambda_{a_i}\mu(\eta) \\ &= \sum_{\eta \in E\backslash nR} \mu(\eta)(-log\mu(\eta) - \lambda_0 - \sum_{\substack{a_i \in S \\ f_\eta(a_i)=1}} \lambda_{a_i}) + \lambda_0 + \sum_{a_i \in S} \lambda_{a_i} p(a_i) \qquad \text{(IV.4)} \end{aligned}$$

L'équation IV.4 représente le Lagrangien de la fonction entropie (équation IV.1) On cherche à minimiser $L(\mu, \lambda)$ *sans contraintes*

$$\forall \eta \in E\backslash nR \qquad \frac{\partial L}{\partial \mu(\eta)} = -log\mu(\eta) - 1 - \lambda_0 - \sum_{\substack{a_i \in S \\ f_\eta(x)=1}} \lambda_{a_i}$$

La demande pour un produit donné η *est alors exprimée par l'équation IV.5.*

$$\begin{aligned} -1 - log\mu(\eta) &= \lambda_0 + \sum_{a_i \, tq \, f_\eta(a_i)=1} \lambda_{a_i} \\ \mu(\eta) &= exp(-\lambda_0 - 1) \prod_{a_i \, tq \, f_\eta(a_i)=1} exp(-\lambda_{a_i}) \\ &= [Z \prod_{a_i \in S} (1 - \pi_{a_i})] \prod_{a_i \, tq \, f_\eta(a_i)=1} \frac{\pi_{a_i}}{1 - \pi_{a_i}} \qquad \text{(IV.5)} \end{aligned}$$

π est solution du système à n équations à n inconnues suivant :

$$\begin{cases} \frac{1}{Z} \sum_{\eta \in E\backslash nR} \prod_{a_i \in S} \pi_{a_i}^{f_\eta(a_i)} (1 - \pi_{a_i})^{1 - f_\eta(a_i)} = 1 & \text{(IV.6)} \\ \frac{1}{Z} \sum_{\substack{\eta \in E\backslash nR \\ f_\eta(a_i)=1}} \prod_{a_i \in S} \pi_{a_i}^{f_\eta(a_i)} (1 - \pi_{a_i})^{1 - f_\eta(a_i)} = p(a_i) \quad \forall a_i \in S & \text{(IV.7)} \end{cases}$$

On rappele le théorème des multiplicateurs de Lagrange :
Soient une variété plongée V dans $\mathbb{R}^m$, $a \in V$, des équations cartésiennes $F : \Omega \to \mathbb{R}^q$ de V au voisinage de a et une fonction $f : \Omega \to \mathbb{R}$, de classe C^1 au moins dans Ω. Si $f|_V$ admet un extremum local en a, alors il existe une application linéaire $\lambda : \mathbb{R}^{m-p} \to \mathbb{R}$ telle que

$$f_{*a} = \lambda \circ F_{*a}$$

ou, ce qui revient au même, il existe des nombres λ_i tels que

$$\mathrm{grad}_a f = \sum_i \lambda_i \mathrm{grad}_a F^i.$$

B Ecriture extensive des algorithmes de définition

B.1 Algorithme *aléatoire*

ALGORITHME ***algorithme aléatoire***
ENTRÉES n : nombre de composants, TS : nombre de modules désirés
SORTIE Composition C

```
C := ∅
Pour i := 1 à 2^n − 1
    Si P_i ne possède qu'un composant
        C := C + {P_i}
    Sinon
        tirage aléatoire d'un nombre rand ∈ [0; 1]
        Si rand < (TS−n−|C|)/(2^n−i)
            C := C + {P_i}
        Fin Si
    Fin Si
Fin Pour
```

Fin ***algorithme aléatoire***

Complexité : O(TS)

B.2 Algorithme *fréquence non det.*

ALGORITHME ***algo fréquence non det.***
ENTRÉES n : nombre de composants, fréquence d'utilisation des modules f, TS :

nombre de modules désirés
SORTIE Composition C

$C := \emptyset$
total:=0, reste:=0
`Pour` $i := 1$ **à** $2^n - 1$
  `Si` $\mathbb{P}_i$ ne possède qu'un composant
    $C := C + \{\mathbb{P}_i\}$
    $f(\mathbb{P}_i) = 0$
  `Sinon`
    $total := total + f(\mathbb{P}_i)$
  `Fin Si`
`Fin Pour`
trier les modules par fréquences
`Pour` $j := 1$ **à** $2^n - 1$
  $f(\mathbb{P}_j) = \frac{f(\mathbb{P}_j)}{total} + reste$
  $reste = reste + \frac{f(\mathbb{P}_j)}{total}$
`Fin Pour`
`Pour` $m := 1$ **à** TS-n
  tirage aléatoire d'un nombre $rand \in [0; 1]$
  `Si` $f(\mathbb{P}_{j-1}) < rand \leq \mathbb{P}_j$
    $C := C + \{\mathbb{P}_j\}$
    $f(\mathbb{P}_j) = 0$
    `Pour` $k :=$ j **à** $2^n - 1$
      $f(\mathbb{P}_k) = \frac{f(\mathbb{P}_k)}{(1-\mathbb{P}_j)}$
    `Fin Pour`
  `Fin Si`
`Fin Pour`

`Fin` ***algo fréquence non det.***

Complexité :O$((2^n - 1)log(2^n - 1) + TS)$

B.3 Algorithme *fréquence co.*

ALGORITHME ***algo fréquence co***
ENTRÉES n : nombre de composants, fréquence d'utilisation des modules f, TS : nombre de modules désirés, λ : coefficient
SORTIE Composition C

$C := \emptyset$
`Pour` $i := 1$ **à** $2^n - 1$
  `Si` $\mathbb{P}_i$ ne possède qu'un composant
    $C := C + \{\mathbb{P}_i\}$
    $P(\mathbb{P}_i) = 0$

```
        Fin Si
    Fin Pour
    Pour i := 1 à TS-n
        tri des modules en fonction de leur fréquence
        //  choix du plus fréquent ℙ
        C := C + {ℙ}
        P(ℙ) = 0
        //  modification des probabilités : critère d'oubli
        Pour j := 1 à 2^n − 1
            Pour k := 1 à n
                Si  f_ℙ(a_k)=1 f_ℙ¬(a_k)=1
                  P(ℙ¬) := P(ℙ¬) * λ
                Fin Si
            Fin Pour
        Fin Pour
    Fin Pour
Fin algo fréquence co
```

Complexité :O($(2^n - 1)log(2^n - 1) \times TS$)

B.4 Algorithme *taille*

ALGORITHME ***algo taille***
ENTRÉES n : nombre de composants, fréquence d'utilisation des modules, TS : nombre de modules désirés
SORTIE Composition C

on détermine k tel que $\sum_{i=1}^{k-1} C_n^i < TS \leq \sum_{i=1}^{k} C_n^i$
on classe les modules par taille
on prend tous les modules de taille < k
on classe les modules de taille k par fréquence
on prend les $TS - \sum_{i=1}^{k-1} C_n^i$ premiers

Fin ***algo taille***

complexité:O($(2^n - 1)log(2^n - 1) + C_n^k log C_n^k + TS$)

C Vidage du stock m à la $i^{ème}$ demande

Evaluons la probabilité de vidage du m à la $i^{ème}$ demande (le même raisonnement est valable pour n et o).

Aux étapes précédentes les stocks n et o peuvent être vides ou non, on va séparer ces 4 états.

$\forall i \in [Sm; V]$

$$\begin{aligned}
P(T_m = i) \quad &= \\
&P(T_m = i/(T_n > i \ et \ T_o > i)) \times P(T_n > i \ et \ T_o > i) && \text{(IV.8)}\\
&+ P(T_m = i/(T_n \leq i-1 \ et \ T_o > i)) \times P(T_n \leq i-1 \ et \ T_o > i) && \text{(IV.9)}\\
&+ P(T_m = i/(T_n > i \ et \ T_o \leq i-1)) \times P(T_n > i \ et \ T_o \leq i-1) && \text{(IV.10)}\\
&+ P(T_m = i/(T_n \leq i-1 \ et \ T_o \leq i-1)) \times P(T_n \leq i-1 \ et \ T_o \leq i-1) && \text{(IV.11)}
\end{aligned}$$

Explicitons chacun des 4 termes de cette somme :
L'état représenté par l'équation IV.8 doit être considéré pour tous les produits contenant m.

$$P(T_m = i \ et \ (T_n > i \ et \ T_o > i)) = p(n) \times \sum_{\substack{k+q+r+t=Sm-1 \\ l+q+s+t<Sn-1 \\ p+r+s+t<So-1 \\ k+l+p+q+r+s+t=i-1}} \Big[C_{i-1}^{k} P(M)^k C_{i-1-k}^{l} P(N)^l C_{i-1-k-l}^{p} P(O)^p C_{q+r+s+t}^{q} P(MN)^q C_{r+s+t}^{r} P(MO)^r C_{s+t}^{s} P(NO)^s P(MNO)^t \Big] \quad \text{(IV.12)}$$

L'état représenté par l'équation IV.9 doit être considéré pour évaluer les pénuries des produits contenant m mais pas de n ($m.\bar{n}$), il est illustré par la figure IV.20.

$$P(T_m = i \ et \ (T_n \leq i-1 \ et \ T_o > i)) = \sum_{j=0}^{i-1} P(T_m = i \ et \ (T_n = j \ et \ T_o > i))$$

$$= \sum_{j=0}^{i-1} p(m.\bar{n}) \times \sum_{\substack{k+q+r+t=Sm-1 \\ l+q+s+t=Sn \\ p+r+s+t<So-1 \\ k+l+p+q+r+s+t+x=i-1}} \big[C_{i-1-j}^{x} P(n)^x C_{j}^{l} P(N)^l C_{j-l}^{q} P(MN)^q C_{j-l-q}^{s} P(NO)^s C_{j-l-q-s}^{t} P(MNO)^t C_{p+r+k}^{k} P(M)^k C_{p+r}^{p} P(O)^p P(MO)^r \big] \quad \text{(IV.13)}$$

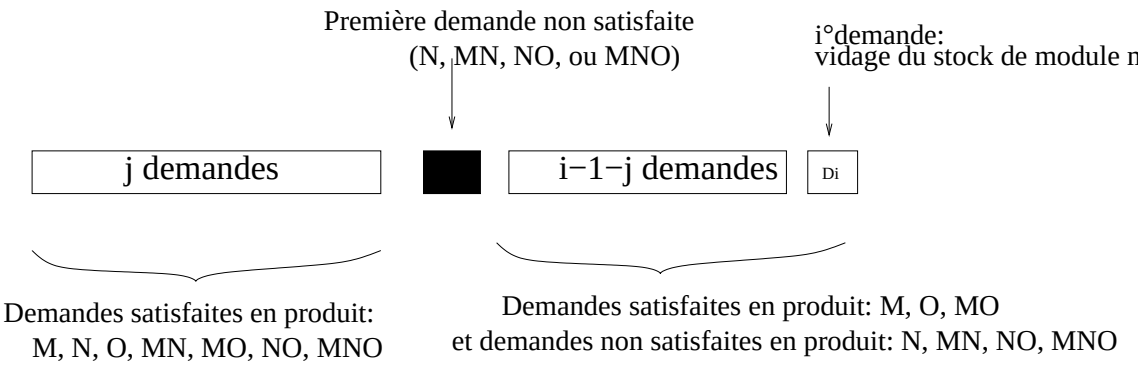


Figure IV.20 : Vidage du stock m, Stock n déjà vide, Stock o plein

On choisit cet exemple pour expliquer la formule IV.13 :

il y a C^{x}_{i-1-j} emplacements possibles pour les x demandes non satisfaites de produits contenant n dans les i-1-j dernières périodes,

il y a C^{l}_{j} emplacements possibles pour les l demandes satisfaites de produit N dans les j premières périodes,

il y a C^{q}_{j-l} emplacements possibles pour les q demandes satisfaites de produit MN dans les j-l premières périodes restantes,

il y a C^{s}_{j-l-q} emplacements possibles pour les s demandes satisfaites de produit NO dans les j-l-q premières périodes restantes,

il y a $C^{t}_{j-l-q-s}$ emplacements possibles pour les t demandes satisfaites de produit MNO dans les j-l-q-s premières périodes restantes,

il y a $C^{k}_{i-1-x-l-q-s-t} = C^{k}_{p+r+k}$ emplacements possibles pour les k demandes satisfaites de produit M dans les périodes restantes,

il y a $C^{p}_{i-1-x-l-q-s-t-k} = C^{p}_{p+r}$ emplacements possibles pour les p demandes satisfaites de produit O dans les périodes restantes,

il n'y a qu'une possibilité de placement pour les r demandes en MO.

De manière symétrique on peut alors écrire :

$$P(T_m = i\, et\, (T_n > i\, et\, T_o \leq i-1)) = \sum_{j=0}^{i-1} P(T_m = i\, et\, (T_n = j\, et\, T_o \leq i-1))$$

$$= \sum_{j=0}^{i-1} p(m.\bar{o}) \times$$

$$\sum_{\substack{k+q+r+t=Sm-1 \\ l+q+s+t<Sn-1 \\ p+r+s+t=So \\ k+l+p+q+r+s+t+x=i-1}} \Big[C_j^p P(O)^p C_{j-p}^r P(MO)^r C_{j-p-r}^s P(NO)^s C_{j-p-r-s}^t P(MNO)^t$$

$$C_{p+q+k}^k P(M)^k C_{l+q}^l P(N)^l P(MN)^q C_{i-1-j} P(o)^x \Big] \quad \text{(IV.14)}$$

L'état représenté par l'équation IV.11 doit être considéré pour évaluer les pénuries des produits contenant m mais ni n ni o, c'est-à-dire les pénuries en M, il est illustré par la figure IV.21.

$$P(T_m = i\, et\, (T_n \leq i-1\, et\, T_o \leq i-1) = p(M)$$

$$\sum_{\substack{k+q+r+t=Sm-1 \\ l+q+s+t=Sn \\ p+r+s+t=So \\ k+l+p+q+r+s+t+x=i-1}} \Big[C_{i-1}^k P(M)^k C_{i-1-k}^l P(N)^l C_{i-1-k-l}^p P(O)^p C_{i-1-k-l-p}^q P(MN)^q$$

$$C_{r+s+t+x}^r P(MO)^r C_{s+t+x}^s P(NO)^s C_{t+x}^t P(MNO)^t P(n+o)^x \Big] \quad \text{(IV.15)}$$

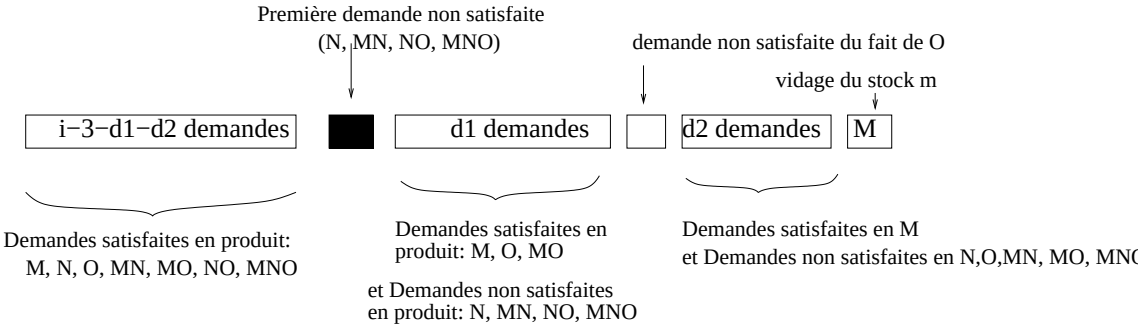


Figure IV.21 : Vidage du stock m, stocks n et o déjà vides

Définition et gestion de produits semi-finis en vue d'une production de type « assemblage à la commande »

Le travail de thèse présenté dans ce mémoire porte sur la mise en place d'une politique de gestion de stock adaptée à la grande diversité. Il propose d'intégrer les notions de niveaux d'information aux questions classiques de gestion et conception. Lorsque le contexte est celui d'une grande diversité, une solution permettant un bon compromis entre diversité offerte et délai d'obtention d'un produit fini est l'"assemblage à la commande". Nous proposons des méthodes d'aide à la mise en place de cette politique. En effet, quand le choix de stratégie de production a été effectué en faveur de cette politique, il faut répondre à la question suivante : comment la mettre en place en utilisant de manière adéquate l'information partielle disponible ? Cette dernière question soulève deux problèmes, le choix des produits semi-finis à pré-assembler et le dimensionnement des stocks ainsi définis. La grande diversité n'est pas sans impact sur la nature des informations disponibles. C'est pourquoi, notre travail permet la prise en compte de différents niveaux d'information qui peuvent être accessibles. Cette étude s'attache également à mettre en lumière et à quantifier l'avantage que constitue une connaissance plus précise de la demande des produits finis, dans un environnement d'assemblage à la commande. Pour cela, nous avons proposé :

- une formalisation de l'information sur la demande en produits finis. Elle introduit une notion de hiérarchisation de l'information,
- une démarche reposant sur le principe de maximisation de l'entropie qui permet la construction, à partir de l'information partielle disponible, d'une information sur la demande en produits finis,
- des heuristiques permettant de choisir les produits semi-finis à stocker,
- une démarche d'étude pour le dimensionnement d'exemples didactiques.

Nous avons ainsi proposé des méthodes permettant de déterminer des solutions aux deux questions soulevées par la mise en place de l'assemblage à la commande. Les tests nous ont également permis d'illustrer la valeur de l'information.

Mots Clés : assemblage à la commande, information, définition des modules, dimensionnement des stocks

Definition and inventory management of semi-finished products in an ATO context

This PhD thesis addresses the problem of the set-up of a stock policy adapted to a huge diversity context. We propose to include the notion of information levels into the classical question of design and inventory management. When product diversity enlarges, choosing an Assemble To Order policy offers a good compromise between product portfolio size and assembly lead time. We propose methods to help set up this policy. Actually this implementation raises the following question: How to make the set-up using the available information? This question can be split up in two: How to choose the modules to stock? How to size stocks? Huge diversity also has a powerful impact on information. Therefore, our work enables to take into account different information levels. This study also aims at observing the advantage of information on final products demand. Therefore we

- model information about demand with an hierarchical point of view
- develop an entropy-based method to construct information about final demand from available information
- propose heuristics for the choice of modules
- study the inventory problem on didactical examples

By those means we propose methods to deal with the two questions of ATO set-up. Thanks to tests, we also stress the value of information.

Keywords: Assemble to order, information, module definition, inventory management