

Conception de convertisseurs statiques pour l'utilisationde la pile à combustible

Guillaume Lefèvre

▶ To cite this version:

Guillaume Lefèvre. Conception de convertisseurs statiques pour l'utilisation de la pile à combustible. Sciences de l'ingénieur [physics]. Université Joseph-Fourier - Grenoble I, 2004. Français. NNT : . tel-00389154

HAL Id: tel-00389154 https://theses.hal.science/tel-00389154

Submitted on 28 May 2009

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers. L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Université Joseph Fourier

N° attribué par la bibliothèque

<u>THESE</u>

Pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'UJF

Spécialité : « Génie Electrique »

Préparée au Laboratoire d'Electrotechnique de Grenoble

UMR 5529 Dans le cadre de l'Ecole Doctorale « Electronique, Electrotechnique, Automatique, Télécommunication, Signal »

Présentée et soutenue publiquement par

Guillaume LEFEVRE

Le 26 Novembre 2004

<u> Titre :</u>

Conception de convertisseurs statiques pour l'utilisation de la pile à combustible

Directeur de thèse : Jean Paul Ferrieux

JURY

M. ROBERT PERRET M. Alain Berthon M. Thierry Meynard M. Jean-Paul Ferrieux M. Philippe Boggetto M. Pierre Charlat M. Jean Barbaroux Président Rapporteur Rapporteur Directeur de thèse Co-encadrant de thèse Examinateur Invité

REMERCIEMENTS

Touche finale du manuscrit, les remerciements restent l'unique partie non édictée par les lois de la physique. Ils autorisent, de fait, quelques libertés ou quelques entraves aux règles en vigueur. Faisant fi du traditionnel inventaire (à coup sûr incomplet), l'accent sera délibérément mis sur les personnes que j'apprécie, ma famille et mes amis. Que les absents ne soient pas peinés de ce choix. A l'exception d'un oubli, ils gagnent à ne pas stimuler ma prose...

Je tiens à exprimer ma reconnaissance à Jean-Paul Ferrieux pour ses qualités humaines et son expérience. Patience et modération n'auront pas été de trop pour canaliser mon caractère si entier. Merci de ta confiance et de ton enseignement (au delà du simple cadre professionnel) tout au long de ce chemin parcouru ensemble.

Les antipodes. Telle était la distance qui semblait nous séparer avec Jean Barbaroux. Après bien des heures passées ensemble, j'ai surtout découvert un personnage au caractère aussi trempé que le mien.

Je remercie également Thierry Meynard et Alain Berthon de m'avoir accompagné dans la dernière ligne droite de cette thèse en rapportant mon travail ainsi que Robert Perret pour avoir présidé mon jury. Merci également à Pierre Charlat et Philippe Boggetto, de la société Axane, pour leur aide et leur participation à mes travaux de thèse.

Enfin, je souhaiterais remercier Mr. Alain Monange et Mr. Claude Lapeyre pour m'avoir démontré, contrairement à bien d'autres, qu'enseigner en classes préparatoires peut se faire en respectant les élèves...

Viennent ensuite les amis...

Je commencerai par les thésards de l'équipe EP. Les « générations » de thésards se succèdent mais toutes ont su conserver le dynamisme et l'esprit d'entraide qui fait la vie de l'équipe. Le microcosme a bien évidemment essuyé des critiques ou suscité des jalousies...en vain. Je citerai tout d'abord les plus « anciens » : Coyote, P'tit Lu (enfin le Sud-Ouest en Isère), Yvan, Karim, Jean-Sac, Babe (pour avoir fortement contribué aux premiers wheelings en lestant l'arrière du Faz'), Goubs (merci de l'avoir laissé vivant), Hervé (à quand la banane de permanent ?), Riko (à quand les télésièges sur Paris ?) et Guybrush qui est à la joute verbale ce que le DesertEagle est aux armes de poing : la référence.

La relève est assuré sans aucun problème : Kiki à qui je souhaite de gagner notre prochain pari..., Jpeg (tu réfléchis trop vite !), Xav', Benjamin (la passation de pouvoir est imminente) et Franck qui subit mes moqueries pour la moto, sa touche Corto Maltese... mais n'hésite pas à me remettre en place régulièrement ! Cette liste, masculinisée à l'extrême, se doit d'être complétée par Mariya, Nataliya et Adi qui garantissent au groupe un certain équilibre mental tout en supportant nos pires vannes (quel mérite !)

Je remercierai enfin les amis que j'ai pu rencontrer jusqu'ici :

Mes deux « grands frères » Alain et Fabrice... Sébastien pour sa complicité et son franc parler sans détour. Gilom avec qui je partage le rhum, la figatelli ainsi que... les mêmes interrogations sur le monde qui nous entoure. Les « bordelaises » Delphine et Aline. Jean-Phi pour sa générosité, sa bonne humeur permanente et ses cascades en brêle ou sur le dancefloor. Gégé (G) et son inébranlable fidélité aux Verts. Vincent avec qui j'ai fait mes armes en 2T, en 4T, sur une ou deux roues mais toujours à fond, dans le rouge (pauvres pistons !). Sylvain qui ne rate pas une occasion d'encenser Marseille et de rappeler ce que

doivent être les bons moments de la vie. Enfin, je salue Daniel (et plus généralement l'OGTKD). Entorses, déchirures et equimoses sont tellement meilleures quand elles sont partagées !

Je remercie ma famille (petits et grands...) et notamment mes parents, qui ont toujours été prés de moi dans les moments de doute ou de tristesse. Merci à tous de la confiance que vous m'avez témoigné durant ces années et qui m'a permis de devenir ce que je suis.

Mes derniers mots iront à celle qui partage ma vie : Clémentine. La vie est si douce à tes côtés...



Sommaire

Chapitre I		
FC	NCTIONNEMENT, CONTRAINTES ET AVANTAGES DE LA PILE A COMBUSTIE	<u>BLE 5</u>
I. In	troduction	7
I.1.	Historique de la filière Pile à Combustible	7
I.2.	Atouts et inconvénients de la Pile à Combustible	9
I.3.	Les applications envisageables pour la PAC	12
I.4.	Technologies de piles à combustible disponibles	14
II. Fo	onctionnement général d'une Pile à Combustible de type PEMFC	16
II.1.	Généralités de fonctionnement, constitution de base	
II.2.	Aspects électrochimiques théoriques de fonctionnement	
II.3.	Expression générales des surtensions d'électrodes	26
II.4.	Application à la pile à combustible de type PEMFC	
II.5.	Contraintes spécifiques de la PAC dans une logique de conception	34
III. Cl	oix d'un convertisseur statique adapté aux contraintes de la PAC	
TTT 1	Discussion sur l'intérêt des structures de conversion courset/tension	35
III.I. III 2	Justification de l'insertion d'une isolation calvanique	
III.2. III.3.	Récapitulatif des structures classiques adaptées à la conversion DC-AC	
IV. Co	onclusions du Chapitre I	
1,1 0		• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •
V. Bi	bliographie du Chapitre I	40
Chapitro	e II	
<u>PR</u>	ESENTATION DU CONVERTISSEUR ET ANALYSE DU FONCTIONNEMENT	
I. Ca	ahier des charges du projet Génération 1 d'Axane	45
I 1	Caractéristiques techniques de la PAC utilisée	45
I.1. I.2.	Spécifications du convertisseur DC/AC	45
пм	antaga da basa : pringinas da fonationnoment at limitations	16
11. IVI	ontage de base : principes de fonctionnement et mintations	
II.1.	Description du convertisseur	46
II.2.	Principe simplifié de fonctionnement	46
11.3.	Solutions proposees a la limitation de tonctionnement	48
III. Fo	onctionnement effectif pour α quelconque	49
III.1.	Fonctionnement détaillé de la structure retenue	49
III.2.	Caractéristique de sortie du convertisseur	55
III.3.	Extraction des cellules de commutation en fonction du fonctionnement	59
III.4.	Calcul du courant moyen réinjecté par le hacheur auxiliaire	65
IV. Co	onclusion du Chapitre II	68

Chapitre III		69	
	AN	ALYSE DES MECANISMES DE PERTES ET PREDICTION DU RENDEMENT	69
I.	Int	roduction	71
II.	Mo	délisation analytique d'une cellule MOS Diode en commutation	72
]	II.1.	Contexte de l'étude	72
]	II.2.	Recherche de fonctions d'interpolation à partir des données constructeur	76
]	II.3.	Formulation des hypothèses simplificatrices	79
_	II.4.	Expressions analytiques de la tension Drain-Source pendant le plateau Miller	80
-	II.5.	Exploitation des résultats	80
-	11.0.	Conclusions	82
III	. Mo	délisation thermique macroscopique des semiconducteurs	83
]	III.1.	Introduction	
]	III.2.	Modélisation préliminaire des semiconducteurs et du refroidisseur	83
]	III.3.	Présentation des modèles thermiques	90
-	III.4.	Validation des modèles thermiques pour un système multi source	
-	111.5.	Conclusion	
IV.	. Etı	de des pertes Cuivre dans les composants bobinés	99
]	IV.1.	Introduction	99
]	IV.2.	Calcul des pertes Cuivre d'un transformateur par la méthode classique de Dowell	100
]	IV.3.	Calcul des pertes cuivre dans une inductance torique	110
]	IV.4.	Conclusions sur les pertes Cuivre dans les composants bobinés	118
V.	Mo	dèles de pertes Fer dans les composants magnétiques	119
,	V.1.	Introduction	119
•	V.2.	Modèles de pertes Fer	119
	V.3.	Conclusion sur les pertes Fer	121
VI	. Co	nclusion du Chapitre III	122
VI	I D:H	Jiographia du Chapitra III	123
VI	I. DIL	mographie du Chaptere III	123
Cha	pitre	<i>IV</i>	127
-	EX	PERIMENTATION SUR LE CONVERTISSEUR, AMELIORATION DU RENDEMENT	127
I.	Int	roduction	129
II.	An	alyse du prototype n°1	129
]	II.1.	Présentation du convertisseur réalisé (prototype industriel)	129
]	II.2.	Formes d'ondes expérimentales : présentation et discussion	130
]	II.3.	Comparaison entre rendement mesuré et rendement calculé	132
]	II.4.	Conclusions sur la structure Double Boost	136

III.	Amélioration de l'existant : topologie à commutation douce	136
II II II II II	 Présentation de la structure Description du fonctionnement pour divers rapports cycliques Comparaison des caractéristiques de sortie calculées analytiquement et par simulation Création d'un logiciel d'aide à la conception : Présentation du convertisseur réalisé 	136 137 144 145 148
IV.	Conclusion du Chapitre IV	150
	CONCLUSION GENERALE	<u>151</u>
	ANNEXES	<u>155</u>
Ann	xe I : Dépendances thermiques des grandeurs $\Delta_r H$ et $\Delta_r S$	157
Ann	xe II : Description de la membrane NAFION® d'une pile PEMFC	158
Ann	xe III : Modèle topologique moyen du convertisseur pour $α ≥ 1/2$	159
Ann	xe IV : Flux convectif dans une ailette de refroidissement	160
Ann	xe V : Efficacité d'un refroidisseur à ailettes	163
Ann	xe VI : Orthogonalité des champs propre et de proximité dans une plaque	164
Ann des e	xe VII : Puissance réactive dissipée dans une couche de fil de Litz, Extension à la total roulements	ité 165
Ann deux	xe VIII : Résolution analytique des équations de Maxwell dans une inductance torique enroulements.	e à 166
Ann Dou	xe IX : Expression simplifiée des valeurs moyennes et efficaces pour le convertisseur le Boost	168
Ann douc	xe X : Détermination des caractéristiques de sortie du convertisseur à commutation	170

INTRODUCTION GENERALE

L'électronique de puissance a pour vocation essentielle de convertir l'énergie électrique afin d'adapter au mieux une source d'énergie à une charge. Ainsi, le convertisseur statique doit satisfaire les contraintes imposées par l'entrée et la sortie mais aussi par l'environnement : il doit se faire discret - en volume et en poids - mais aussi du point de vue électromagnétique (gabarit CEM), tout en garantissant le meilleur rendement possible. Les recherches menées dans ce domaine portent essentiellement sur deux aspects, conceptuel et technologique, ce qui induit un aspect pluridisciplinaire important. Aussi, est il nécessaire d'aborder, au-delà du fonctionnement et de la commande d'une structure, la physique des semiconducteurs, l'électromagnétisme, la thermique ou la mécanique. De ce point de vue là, l'orientation vers l'intégration en électronique de puissance ne fera qu'accentuer les interactions entre ces différentes disciplines.

L'apparition d'une nouvelle source d'énergie qu'est la Pile à Combustible (PAC), est à l'origine de mes travaux de thèse. Cette source, dont nous verrons les principales caractéristiques au cours du premier chapitre, impose de nouvelles contraintes pour l'électronicien de puissance, mais aussi pour la commande du système dans son ensemble.

Ces contraintes sont tout d'abord notables sur le plan statique : le faible niveau de tension d'une cellule (de 1V à vide à 0,6 V en charge) va rapidement conduire, malgré la mise en série possible, à des entrées basse tension et par conséquent fort courant. On peut citer des ordres de grandeurs de quelques dizaines de volts à faibles puissances, la centaine de volt en moyenne puissance (quelques kW) et enfin quelques centaines de volts aux fortes puissances. Sur le plan dynamique, il est nécessaire de distinguer plusieurs échelles de temps selon que l'on observe le comportement de la PAC débitant un courant haute fréquence ou bien, pour les « temps longs », où il est nécessaire de prendre en compte les phénomènes électrochimiques et les auxiliaires de la PAC. Dans ce cas, il conviendra d'adopter une vision systémique pour ne pas négliger les interactions potentielles entre la pile et ses auxiliaires de fonctionnement, le convertisseur et sa commande...Ce dernier aspect fait l'objet de recherches au LEG dans le cadre du programme Européen FEBUSS (Fuel cell Energy systems standardised for large transport, **BUS**ses and **S**tationary applications).

Les travaux présentés tout au long de ce mémoire ont pour objectif la conception d'un convertisseur destiné à produire, à partir d'une PAC de 2,5 kW, un réseau autonome 230 V-50 Hz. Ces recherches ont été menées en partenariat avec la société Axane (Air Liquide) qui propose désormais des Piles à Combustibles pour applications portables et stationnaires. L'accent a été plus particulièrement mis sur l'étage DC-DC afin de répondre au mieux aux contraintes spécifiques de la PAC, le rendement et la compacité étant les deux principaux critères à améliorer.

Sur la base d'une structure de conversion adaptée aux entrées basse tension, nous avons voulu aborder les principaux aspects qui contraignent le concepteur : les semiconducteurs, les composants magnétiques ainsi que les problèmes thermiques. Ces divers points, modélisés à des degrés variables de finesse, nous permettront d'estimer le rendement, de cerner les points à améliorer mais aussi de tenter une optimisation plus globale en prenant en compte un maximum de variables. L'effort a plus particulièrement porté sur les composants magnétiques qui représentent un point d'achoppement à fort courant, ce qui nous a conduit à établir un processus de dimensionnement et d'optimisation pour les inductances.

La mise en œuvre pratique de ce convertisseur fait l'objet de la dernière partie de ce mémoire. Nous proposons à cette occasion une variante originale à commutation douce qui ouvre des perspectives d'amélioration du rendement.

Chapitre I FONCTIONNEMENT, CONTRAINTES ET AVANTAGES DE LA PILE A COMBUSTIBLE

TABLE DES MATIERES DU CHAPITRE I

I. Int	roduction	7
I.1.	Historique de la filière Pile à Combustible	7
I.2.	Atouts et inconvénients de la Pile à Combustible	9
I.3.	Les applications envisageables pour la PAC	12
I.4.	Technologies disponibles de piles à combustible	14
II. For	nctionnement général d'une Pile à Combustible de type PEMFC	16
II.1.	Généralités de fonctionnement, constitution de base	16
II.2.	Aspects électrochimiques théoriques de fonctionnement	22
II.3.	Expression générales des surtensions d'électrodes	26
II.4.	Application à la pile à combustible de type PEMFC	31
II.5.	Contraintes spécifiques de la PAC dans une logique de conception	
III. Ch	oix d'un convertisseur statique adapté aux contraintes de la PAC	
III.1.	Discussion sur l'intérêt des structures de conversion courant/tension	35
III.2.	Justification de l'insertion d'une isolation galvanique	
III.3.	Récapitulatif des structures classiques adaptées à la conversion DC-AC	
IV. Co	nclusions du Chapitre II	39
V. Bih	liographie du Chapitre II	

I. Introduction

I.1. <u>Historique de la filière Pile à Combustible</u>

(a) La découverte des Piles à Combustible

Malgré l'intérêt que suscite la pile à combustible (PAC) depuis quelques années, elle n'en reste pas moins une invention de longue date. Le principe de la pile à combustible fut découvert au début du XIX^{ème} siècle par Sir Henri David (1802) mais c'est Sir William Grove qui fut le premier à la faire fonctionner en 1839. Il s'agissait d'une pile Hydrogène/Oxygène fonctionnant à basse température, les électrodes platinées baignant dans un électrolyte à base d'acide sulfurique.





Figure n° I-1: Sir William Grove, inventeur historique de la Pile à Combustible

Figure nº I-2: La Pile à Combustible de W. Grove

A la fin du XIX^{ème} siècle (1895), la première pile à combustible de puissance (1,5 kW) fut construite par WW. Jacques. Les remarquables performances de la pile (j \approx 100mA/cm² sous 1V) la prédestinèrent à une utilisation domestique ainsi qu'à un véhicule électrique. Cependant, cette technique resta dans l'oubli tandis que se développaient les machines thermiques, les accumulateurs et les piles électriques. Pourtant des chercheurs continuèrent à s'intéresser à cette technologie. En 1889, L. Mond et C. Langer (Angleterre) introduisirent les catalyseurs (Platine) et perfectionnèrent l'électrolyte. En 1921, E. Baur (Suisse) découvrant l'importance de la cinétique réactionnelle, construisit une cellule fonctionnant à haute température (1000°C).

Enfin, au début du XX^{éme} siècle, l'électrolyte fut amélioré, avec notamment l'introduction de nouveaux matériaux : carbonates fondus, oxydes solides, acide phosphorique, qui devinrent les éléments de base des différents types de piles actuelles.

Ce n'est cependant qu'au début des années 1930 que l'essor dans le domaine devint conséquent grâce aux travaux de l'ingénieur Francis Thomas Bacon (Angleterre), véritable pionnier du développement industriel des PACs. Toutefois, la découverte et l'industrialisation de la dynamo mirent au placard la pile à combustible jusqu'aux années 60.

(b) Le développement des piles depuis les années 60

Dans les années 60, les avantages proposés par ce mode de production (grande densité d'énergie en atmosphère confinée) attirèrent l'attention de la NASA qui en équipa le programme spatial GEMINI en 1963 (PEMFC de General Electrics) puis APOLLO en 1968 (AFC de Pratt et Whitney).





Figure n° I-3: Pile à Combustible PEMFC de la mission GEMINI (1963)

Figure n° I-4: Concept car NECAR5 (2001) utilisant une PAC Ballard (75 kW)

Parallèlement, les recherches industrielles concernant une application aux transports se multiplient mais les résultats ainsi que les coûts ne satisfont pas les exigences d'une époque guidée par les énergies fossiles. L'un des moments clefs du développement des recherches sur les PACs est le premier choc pétrolier de 1973. Pour la première fois apparaît la nécessité d'une indépendance énergétique. Ceci accélère les recherches tant aux Etats-Unis qu'en Europe (Allemagne et Scandinavie) et au Japon. Les recherches menées pendant cette période seront essentiellement fondamentales et viseront à développer et améliorer les différents composants de la pile : membrane, électrodes, électrolyte ainsi que tous les périphériques : compresseurs, échangeurs, systèmes de stockage, de distribution et production de l'hydrogène...

En 1970, Du Pont met au point la membrane Nafion®, qui sert d'électrolyte aux piles de type PEMFC (Proton Exchange Membrane Fuel Cell : Pile à combustible à membrane polymère échangeuse de protons). Tout en se révélant fiables, ces systèmes sont encore limités car ils ne fonctionnent qu'à l'hydrogène et l'oxygène.

Des travaux sont alors menés pour étudier le possible développement de l'infrastructure de l'hydrogène. Pour les applications mobiles, le reformage du méthanol, de l'essence, du gaz naturel ou de l'éthanol est mis en avant. Parallèlement, des méthodes innovantes de reformage à partir d'énergies fossiles comme le charbon ou les hydrocarbures légers sont recherchées pour des applications stationnaires. En 1977, une installation stationnaire de 1 MW est mise en place à New York, suivie d'une installation de 4,5 MW en 1983.

Malgré le retard acquis par l'Europe (exceptée l'Allemagne) vis-à-vis des Etats-Unis ou du Japon, l'accent est fortement mis sur la recherche et le développement depuis une dizaine d'années. La France y participe de plus en plus activement avec la création d'un réseau pile à combustible (Réseau PACO) et l'implication d'entreprises telles qu' Air Liquide (Axane), EDF, GDF, PSA, Renault ou Hélion.

I.2. Atouts et inconvénients de la Pile à Combustible

Souvent présentées comme la solution de l'avenir dans la production énergétique, les piles à combustible suscitent un engouement scientifique indissociable des préoccupations actuelles en terme d'écologie ou de nuisances sonores. Malgré cela, un certain nombre de verrous technologiques reste à lever pour faire de la PAC une alternative énergétique viable et financièrement accessible au grand public.

(a) Avantages des piles à combustible

Un haut rendement énergétique

La technologie PAC s'inscrit bien dans la tendance actuelle d'économie d'énergie. Outre le rendement électrique net honorable (de 40 à 70%), une des spécificités importantes est que celui-ci ne diminue pas voire augmente à charge partielle même si sa valeur chute, à très faible charge, en raison de la consommation des périphériques. De plus, à la différence des installations conventionnelles (turbines à gaz), l'efficacité des systèmes n'est pas conditionnée par l'effet de taille ce qui laisse entrevoir de nombreuses applications potentielles dans une large gamme de puissance, du watt au mégawatt.

En ce qui concerne les applications de type transport, la comparaison aux moteurs thermiques traditionnels est frappante. Sur un parcours type (parcours européen) :

• le rendement expérimental d'un moteur thermique (du réservoir à la roue) se situe entre 21 et <u>24%</u> (essence ou diesel), ces rendements étant susceptibles d'être améliorés (23 à 27%),

• le rendement d'une PEMFC est de 33% par reformage de l'essence, de 38 % dans le cas d'un reformage du méthanol et jusque 50% dans le cas de l'utilisation d'hydrogène gazeux. En considérant en plus le moteur électrique, on obtient un rendement du réservoir à la roue variant de 22 à plus de <u>33%</u> selon le carburant.

Pour les applications stationnaires, la mise en œuvre d'un cycle de cogénération (récupération de la chaleur issue de la réaction exothermique), permet d'atteindre des rendements globaux de 85 à 90%.

La protection de l'air

Dans un contexte actuel soucieux de la limitation des gaz à effet de serre (Conférence de Kyoto COP3, 1997), la PAC se démarque des modes de production énergétique existants par son faible niveau d'émission. Dans le cas d'une pile fonctionnant à l'hydrogène pur ou au méthane, les émissions d'oxydes de soufre (SO_X), de particules toxiques ou de poussières sont nulles. Dans le cas des autres piles, les émissions de dioxyde de carbone sont malgré tout 30% inférieures à celle d'un groupe électrogène thermique. Enfin, et ce pour toutes les technologies de PAC, les émissions de monoxyde de carbone (CO) et d'oxydes d'azote (NO_X) sont cinquante fois inférieures aux systèmes thermiques de production à base d'hydrocarbures.

La limitation des nuisances sonores

Le processus électrochimique de la pile ne génère aucun bruit (explosion de matière, friction mécanique ou autre). Les seules sources sonores sont les systèmes auxiliaires nécessaires au fonctionnement. Pour la pile à combustible EDF de Chelles (ONSI PC25C de 250kW), le niveau sonore est de 62dB@10m (équivalent d'une conversation normale). Pour de plus petites puissances (2,5kW), notons que le RollerPac® d'Axane émet 50dB@1m [Axane].

Un fonctionnement possible à basse température

L'utilisation possible de PAC basse température revêt un double intérêt :

- l'intégration possible de la filière PAC dans les applications portables ou mobiles,
- la possibilité d'un rendement plus élevé que les piles hautes températures hors cogénération.

(b) Inconvénients des piles à combustible

Le coût global

Actuellement, les piles ne sont pas fabriquées en grande série ce qui draine des coûts de fabrication élevés. Dans les applications automobiles, le prix des piles est cent fois supérieur à celui assurant la compétitivité ($60 \notin /kW$) et 20 à 50% trop élevé pour les applications stationnaires. Dans le cas d'une pile PEMFC, le coût se répartit entre la membrane, les électrodes, le catalyseur et les plaques bipolaires selon les données du Tableau I-1. Pour exemple, le prix du platine recouvrant les électrodes est voisin de $17 \notin /g$ sachant qu'environ 6g/kW sont nécessaires.

Le coût rationnel le plus important est induit par les plaques bipolaires qui coûtent près de $500 \text{ } \text{€/m^2}$ (50% du coût de la pile). De nombreux progrès ont déjà été faits en terme de teneur en platine puisque la quantité usitée a été divisée par 20 en 30 ans **[CEA_1]**. En ce qui concerne les plaques, des alternatives technologiques voient le jour (cf. II.1(b)).

Eléments/ Matériau	Prix /kW
EME (0,6 m ² /kW)	3840 €/kW
• Electrodes	3200 €/kW
• Membrane	540 €/kW
Catalyseur Platiné (6g/kW)	100 €/kW
Plaques bipolaires gravées	3000 €/kW
Eléments structuraux	90 €/kW
Total Stack	7000 €/kW







La fiabilité du système

Peu de renseignements sont disponibles sur la fiabilité des piles, la plupart d'entre elles étant encore en phase de développement. On peut cependant remarquer que, du fait des diverses technologies employées et du type de fonctionnement, les contraintes requises diffèrent en fonction des applications :

- quelques milliers d'heures de durée de vie pour les applications de transport,
- au moins 40000 heures pour le stationnaire (objectif visé : 100000 heures).

La fiabilité reste un point clé à améliorer, la durée de vie étant relativement courte et les frais de maintenance élevés (notamment en cas de changement de cellules du fait du prix).

La logistique de production du carburant

L'hydrogène ne se trouve que rarement sous sa forme gazeuse (dihydrogène) même si l'élément chimique est présent dans l'intégralité des composés organiques (eau, hydrocarbures...).

Le dihydrogène est typiquement obtenu par vapocraquage du pétrole (Steam Vapor Cracking à 400°C). Processus chimique industriellement éprouvé, le principal défaut du vapocraquage réside dans la production conjointe de dioxyde de carbone (GES : gaz à effet de serre). Parallèlement se pose encore le problème de la qualité du dihydrogène : la pile est fort exigeante quant à la qualité du combustible, trop d'impuretés rendant le catalyseur inopérant. Le combustible ne peut contenir plus d'1cm³ de CO par m³ d'hydrogène. Si le vapocraquage reste la filière privilégiée de production, d'autres alternatives sont possibles : utilisation de biogaz, reformage de méthanol.

Dans le cas de l'industrie automobile par exemple, deux méthodes privilégiées sont utilisées pour l'alimentation de la pile : stockage de dihydrogène embarqué ou reformage.

Le stockage de l'hydrogène dans un véhicule soulève des problèmes technologiques complexes. Les techniques actuelles mises en œuvre sont les suivantes :

• stockage sous forme liquide à basse température (-252 °C), ce qui nécessite un réservoir thermiquement bien isolé (cryogénique),

stockage sous pression de l'hydrogène gazeux (400 à 700 Bars) dans des réservoirs appropriés.

Dans la technique du reformage, l'hydrogène est synthétisé *in situ* par oxydation du méthanol en présence de vapeur d'eau (300°C) :

$$CH_3OH + H_2O \rightarrow CO_2 + 3 H_2$$
 Eq. I-1

Le méthanol est normalement produit à partir de gaz naturel mais peut également être fabriqué à l'aide de biomasse (déchets de bois ou ménagers) ou de charbon. L'hydrogène est extrait directement du méthanol à l'aide d'un reformeur installé à bord du véhicule. Le principal problème, outre le matériel supplémentaire embarqué, est la manipulation délicate du méthanol (toxicité élevée).

L'alimentation en oxygène

Malgré la grande facilité d'obtention du comburant, il existe deux inconvénients majeurs. Le dioxygène est à la même pression que l'atmosphère et sa compression (jusqu'à 4 Bars) requiert 10 à 30% de la puissance fournie. Enfin, la purification à l'entrée de la pile est volumineuse et coûteuse.

I.3. Les applications envisageables pour la PAC

Comme cela a été souligné, la forte modularité de la PAC introduit un vaste champ d'applications potentielles. On distingue trois grands types d'applications :

- portables (de quelques milliwatts à quelques kilowatts),
- transport (de la dizaine à quelques centaines de kilowatts),
- stationnaires (de quelques centaines de kilowatts au mégawatt).

(a) Applications portables

Dans cette famille, on inclut essentiellement la téléphonie mobile (100 mW-1 W), l'ordinateur portable (30-50 W) ainsi que les générateurs autonomes portables (500 W-2 kW). Les deux premières applications connaissent actuellement une très forte croissance, mais sont de plus en plus handicapées par l'autonomie de leur batterie, même les plus performantes au Lithium Ion. Ces dernières atteignent aujourd'hui une énergie spécifique de l'ordre de 140 W/kg, qui n'augmentera plus significativement **[CEA_2]**. La pile à combustible est plus intéressante que les batteries actuelles compte tenu de son autonomie, mais aussi parce qu'aucun système de recharge n'est requis. L'autonomie ne sera alors limitée que par la taille du réservoir d'hydrogène ou de méthanol. La technologie privilégiée pour cette application est la filière PEMFC du fait notamment de sa faible température de fonctionnement (60 à 100°C).





Figure nº I-6 : Pile à combustible au méthanol Toshiba (2004) , autonomie = 20h, poids = 900g

(b) Applications de type transport

Historiquement, les premières PAC furent développées dans ce contexte, notamment par la NASA mais aussi dans les sous-marins de l'US Navy. C'est actuellement la voie qui engage le plus de moyens techniques et financiers sous l'importante pression des pouvoirs publics. La cible privilégiée de cette application concerne les véhicules particuliers dont le marché mondial croît d'environ 2,5% par an.

Parmi les produits les plus aboutis, il convient de citer le projet Necar **[Ballard]**, fruit de la collaboration entre les firmes Daimler-Benz et Ballard. Basée sur une architecture de Mercedes Classe A, la voiture fonctionne au méthanol, l'hydrogène étant produit par reformage. La PAC de 75 kW (100 Ch. DIN) autorise 600 kilomètres d'autonomie à une vitesse de 150 km/heure.

Tous ces constructeurs prévoient des préséries à partir de 2004-2005 : Ford (FCV), Opel (Zafira HydroGen3), Honda (FCX).



Figure n° I-7 : Pile Ballard Mark 90 embarqué dans le véhicule Ford FCV (85kW)

Malgré l'existence de plusieurs prototypes présentés avec de l'hydrogène stocké à bord (sous forme liquide, gazeuse ou absorbé dans un hydrure), le combustible utilisé sera très probablement, pour des raisons de sûreté, de réglementation et de logistique de distribution, un combustible liquide de type méthanol alimentant un reformeur embarqué.

(c) Applications stationnaires

Les piles à combustibles peuvent constituer d'excellentes sources d'énergie délocalisées. Compte tenu des nouvelles lois sur la déréglementation et des tendances vers la décentralisation de la production électrique, ce secteur commence à intéresser de nombreux industriels.

Les applications stationnaires mettant en jeu un apport exclusif d'électricité ou un processus de cogénération constituent l'une des alternatives les plus commercialement prometteuses et scientifiquement matures.

Le marché stationnaire décentralisé est relativement vaste puisqu'il englobe conjointement :

- les applications domestiques pour un particulier ou un secteur résidentiel avec chauffage collectif,
- les applications industrielles en moyenne industrie ou pour des PME,
- le secteur tertiaire pour des bâtiments spécifiques type administrations, hôpitaux, piscines...

Ainsi, depuis quelques années, de nombreuses piles de faible puissance (quelques kW) sont apparues et ont été placées en test dans des habitations, des sites isolés et des bâtiments administratifs. Parallèlement, d'autres prototypes de moyenne puissance utilisés en mode de cogénération (quelques centaines de kW) ont été installés aux USA, au Japon et en Europe. Les unités d'une puissance supérieure à 1 MW restent encore rares à l'heure actuelle, ce qui restreint l'impact des piles à combustible sur la production centralisée.

Cependant, les coûts sont encore bien trop élevés pour que les piles puissent actuellement avoir une pénétration conséquente dans le marché stationnaire. Les coûts d'investissement se situent entre 3500 et 10000 €/kW (pile, auxiliaires et production d'hydrogène) alors que le seuil financier pour que la filière devienne concurrentielle est d'environ 1000 €/kW.

I.4. <u>Technologies de piles à combustible disponibles</u>

Malgré le recours exclusif à une pile à combustible de type PEMFC dans le cadre du projet, nous réaliserons brièvement un tour d'horizon des différentes technologies de PAC ainsi que les applications logiquement associées **[Joon][Walter]**. Pour éviter toute confusion, le détail de constitution et de fonctionnement de la PEMFC sera donné dans la partie intitulée : **Fonctionnement général d'une Pile** à **Combustible de type PEMFC**.

(a) Les piles alcalines : AFC (Alcalin Fuel Cell)

Bien qu'ayant été intensivement utilisée dans la technologie spatiale ou les applications militaires, la filière AFC est l'une des moins utilisées des technologies existantes. La puissance typiquement délivrée est de l'ordre de 100 mW/cm². La pile AFC utilise un électrolyte alcalin à base de potasse concentrée KOH (30 à 45% en masse). La température de fonctionnement d'environ 80-100 °C en fait une pile Basse Température. Le principal inconvénient de cette pile est sa très grande sensibilité au CO₂ puisqu'en milieu alcalin le dioxyde de carbone réagit selon l'Eq. I-2 :

$$CO_2 + 2OH^- \rightarrow CO_3^{2-} + H_2O$$
 Eq. I-2

Cette réaction parasite impose de travailler avec de l'oxygène et du dihydrogène pur, excluant toute possibilité de reformage. Peu de constructeurs s'investissent dans cette branche technologique : la firme anglaise ZeTek (Technologie Elenco) et Apollo Energy Systems (Etats-Unis).

(b) Les piles à membrane polymère : PEMFC (Proton Exchange Membrane Fuel Cell)

La PEMFC (Proton Exchange Membrane Fuel Cell) est actuellement le type de piles le plus étudié et utilisé dans l'ensemble des applications citées. On les trouve également sous diverses appellations : SPEFC (Solid Polymer Electrolyte Fuel Cell), SEFC (Solid Electrolyte Fuel Cell) ou encore IEMFC (Ion Exchange Membrane Fuel Cell). La faible température de fonctionnement (60-100°C) ainsi que l'insensibilité au CO₂ sont les principaux atouts des PEMFC. Ces caractéristiques autorisent de fait l'utilisation d'hydrogène obtenu par reformage de méthanol et de l'air ambiant comme comburant. Il faut cependant noter que le fonctionnement est fortement pénalisé par la présence de monoxyde de carbone ou d'oxyde de soufre qui empoisonne les électrodes **[Bönnemann]**. De nombreux constructeurs proposent actuellement des modules : Axane (France), Hélion (France), Ballard (Canada), Nuvera (Italie) ou Vaillant (Canada).

(c) Les piles à acide phosphorique : PAFC (Phosphoric Acid Fuel Cell)

Cette filière est la plus avancée technologiquement. L'électrolyte utilisé est de l'acide phosphorique (H_3PO_4) placé dans une matrice poreuse. Les électrodes recouvertes de Platine (catalyseur) sont assujetties au même problème que les PEMFC vis-à-vis du monoxyde de carbone (cf. PEMFC).

Les performances obtenues sont de l'ordre de 200 à 300 mW/cm² pour de basses températures de fonctionnement (180 - 220°C). Parfaitement adaptées à des applications de forte puissance (stationnaire avec cogénération), les PAFC sont largement exploités aux Etats-Unis ainsi qu'au Japon où MELCO (Mitsubishi) a par exemple réalisé des piles de 200 kW (Hôtel Plaza à Osaka) et de 11 MW. Depuis 1999, EDF fait fonctionner à Chelles une pile ONSI PC25 de 250 kW alimentée au gaz naturel.

(d) Les piles à carbonates fondus : MCFC (Molten Carbonate Fuel Cell)

Les piles MCFC diffèrent des piles précédentes par l'utilisation comme électrolyte d'un mélange eutectique de carbonates de lithium et de potassium (Li₂CO₃ - K₂CO₃) ainsi que par le comburant (mélange air +CO₂). Fonctionnant à 650°C dans un milieu très corrosif, les électrodes sont en nickel à l'anode et en oxyde de nickel à la cathode, sans métaux précieux. Les problèmes majeurs sont principalement liés à l'étanchéité des cellules à haute température ainsi qu'à la corrosion. Les bonnes performances énergétiques (100 à 300 mW/cm²) ainsi que la haute température de fonctionnement orientent leur utilisation vers des applications stationnaires avec cogénération.

Des unités de 2 MW (Santa-Clara, Californie, alimentant 2000 foyers) ont été testées, ainsi qu'une de 250 kW en Allemagne (1998) et une autre de 1 MW à Kawagoe (Japon). Les industriels présents dans ce secteur sont MC Power, IFCC (Etats-Unis), BCN (Pays Bas), Ansaldo (Italie), Hitachi, Mitsubishi...

(e) Les piles à électrolyte solide : SOFC (Solid Oxyd Fuel Cell)

Entièrement solide, une pile SOFC présente l'avantage de ne mettre en présence que des milieux gazeux et solides atténuant ainsi les problèmes d'étanchéité. De plus, l'utilisation de catalyseurs coûteux n'est pas nécessaire. Sans envisager de cogénération, le rendement est excellent puisqu'il est de l'ordre de 60%.

Si les performances peuvent atteindre 2 W/cm² (3 A/cm²) à des températures proches de 900°C, la valeur recherchée est plutôt de l'ordre de 0,2 à 0,5 W/cm². Si actuellement aucune pile de ce type n'est commercialisée, de grands groupes comme ZeTek (200 kW), Siemens (250kW-1MW) ou Mitsubishi proposent des prototypes très avancés. Les projets futurs sont de plus grande taille (200 à 500 MW).

II. Fonctionnement général d'une Pile à Combustible de type PEMFC

II.1. Généralités de fonctionnement, constitution de base

(a) Principe général

Quelle que soit la technologie employée pour la PAC, le principe chimique reste le même puisqu'il s'agit d'une réaction d'oxydoréduction, l'oxygène étant l'espèce réduite. La réaction qui sera développée décrit rigoureusement le principe inverse de l'électrolyse de l'eau.

Les deux électrodes sont isolées par une membrane solide qui assure le rôle d'électrolyte en permettant le transfert des protons au cœur de la pile ainsi qu'en isolant les réactifs de chaque demi pile comme cela est montré dans la Figure n° I-8. Les faces de chaque électrode sont recouvertes d'un matériau catalytique conducteur, le plus souvent du platine dispersé sur charbon actif.

L'oxydation électrochimique de l'hydrogène est réalisée au niveau de l'anode, à partir de laquelle on observe une désertion d'électrons. L'anode constitue dès lors le pôle négatif de la pile, dans le cadre des conventions prises pour le sens du courant. L'oxygène est réduit au niveau de la cathode.

- A l'anode
$$H_2 \rightarrow 2H^+ + 2e^-$$
 Eq. I-3

- A la cathode
$$\frac{1}{2}O_2 + 2H^+ + 2e^- \rightarrow H_2O$$
 Eq. I-4

L'ensemble Electrode-Membrane-Electrode (EME) constitue le <u>cœur de pile</u>. Celui-ci est alimenté en réactifs par l'intermédiaire de plaques distributrices dont le rôle sera plus précisément décrit dans la partie suivante. Finalement, quelle que soit la nature de l'électrolyte, la réaction chimique totale est donnée par l'équation Eq. I-5 suivante :

$$H_2 + \frac{1}{2}O_2 \rightarrow H_2O$$
 Eq. I-5

La Figure n° I-8 ci-dessous récapitule succinctement les phénomènes mis en jeu dans une cellule élémentaire (Cell) de pile à combustible.



Figure nº I-8: Principe de fonctionnement d'une Pile à Combustible de type PEMFC

(b) Eléments structuraux d'une cellule élémentaire



Chaque cellule est constituée de 5 éléments distincts comme cela est représenté dans la Figure n° I-9 :

Figure nº I-9: Empilement type d'une cellule de pile

• deux plaques bipolaires dont le rôle principal est l'acheminement des gaz et la collecte du courant. La distribution des gaz peut se faire par le biais de canaux (voir ci contre) ou par une interface poreuse,

• deux électrodes qui, outre leurs propriétés diffusives vis-à-vis des gaz, sont le siège proprement dit des réactions électrochimiques au niveau de la zone active catalysée,

• la membrane électrolytique, qui assure la migration des ions hydronium H+ de l'anode vers la cathode ainsi que des transferts d'eau par électro-osmose et diffusion.

A cela, il convient d'adjoindre la présence de joints assurant l'étanchéité de l'ensemble.

Les plaques bipolaires

Les plaques bipolaires marquent la frontière entre deux cellules (interconnexions) et contribuent à la cohésion mécanique de l'ensemble. En dehors des extrémités de pile où seule une espèce chimique est disponible (plaque monopolaire ou terminale), les plaques bipolaires doivent présenter une forte imperméabilité pour assurer la séparation des réactifs entre deux cellules élémentaires consécutives. De plus, la collecte du courant leur impose une conductivité électrique supérieure à 10 S/cm. Outre ces contraintes, une bonne stabilité chimique est requise, notamment pour éviter la corrosion en présence d'eau ou d'acides.

Les plaques les plus couramment utilisées sont en graphite ou en métal sur lesquelles des canaux de distribution (\approx 500 µm) sont gravés par usinage. Le prix élevé, étroitement lié au processus de gravure, occupe près de la moitié du prix total d'une pile. Pour les raisons évoquées, de nouveaux développements voient le jour comme les composites organiques ou les tôles métalliques **[CEA_3][Chang]**.

Le principe des plaques bipolaires à base de composites organiques repose sur l'utilisation de charges (carbone, graphite...) dispersées dans un matériau thermoplastique ou thermodurcissable. Ces charges autorisent la conductivité électrique nécessaire à la collecte du courant, et le liant polymère la bonne tenue mécanique.

L'intérêt majeur réside d'une part dans le faible coût des matières de base, et d'autre part dans le fait que les canaux de distribution peuvent être obtenus directement par le simple moulage du polymère chargé sur une empreinte. Le développement actuel de cette filière technologique fait apparaître des comportements comparables aux plaques traditionnelles en graphite sur plusieurs centaines d'heures.

Parallèlement aux composites organiques, les métaux, et plus particulièrement les aciers inoxydables, sont des matériaux potentiellement adaptés à la réalisation de plaques. Leurs bonnes propriétés mécaniques (mise en forme aisée, tenue mécanique), électriques et thermiques sont le fer de lance des plaques bipolaires en tôles métalliques. Utilisées sous forme de feuilles minces embouties, elles permettent une réduction de l'épaisseur et de fait, une diminution de la masse ainsi qu'une baisse des coûts d'un facteur 3. Le choix de l'alliage est un point clé de cette technologie si l'on souhaite éviter d'éventuels problèmes de corrosion susceptibles d'obstruer les canaux ou d'altérer l'étanchéité.



Figure n° I-10: Plaque bipolaire en composite organique obtenue par thermo compression (Source CEA)

Figure nº I-11: Plaque bipolaire en tôle métallique (Source CEA)

Les Electrodes

Les électrodes sont composées de plusieurs couches déposées sur un tissu de graphite. Le catalyseur utilisé est du Pt pur ou allié à un élément de transition (Cr, Mn, Ni ...), pulvérisé dans un mélange carboné **[Pinheiro][Candusso]**.

Schématiquement, on peut considérer l'électrode comme la superposition de deux couches : la <u>couche</u> <u>diffusionnelle</u> et la <u>couche active</u>.

La zone diffusionnelle est réalisée en Polytétrafluoroéthylène (PTFE ou en TEFLON®), polymère fortement hydrophobe. Celle-ci assure l'approvisionnement de la zone active catalysée en gaz préalablement hydraté. L'alimentation gazeuse se doit d'être la plus uniforme possible sur l'ensemble de la zone active, pour éviter ainsi les points chauds locaux liés au caractère exothermique de la réaction. Le caractère hydrophobe du PTFE participe activement à l'évacuation de l'eau produite lors de la réaction, notamment à la cathode, où son accumulation pourrait freiner la diffusion des espèces gazeuses jusqu'au noyage complet de l'électrode **[St-Pierre]**.

La zone active est le lieu proprement dit des réactions. Cette zone poreuse est constituée :

- de graphite, qui supporte l'électrocatalyseur et permet la conduction électronique,
- d'un électrolyte polymère solide (NAFION®),

• de nano particules (2 à 4nm) de catalyseur platiné permettant une augmentation de la surface électro-active ainsi qu'une amélioration de la cinétique réactionnelle par abaissement des énergies d'activation. En 30 ans, la quantité de Pt utilisée a été approximativement divisée par 20, alors que la densité de puissance a été multipliée par 15. Le choix optimal de la taille des grains, de leur forme géométrique, ainsi que leur répartition sur la surface carbonée ont largement contribué à cette réduction. Les teneurs actuelles en platine varient entre 0,01 et 1 mg/cm² d'électrode (typiquement 0,4 mg/cm² soit 1,5g de Pt par kW). L'impact de la teneur en Pt est mis en lumière dans la Figure n° I-12.



Figure nº I-12: Influence de la teneur en Pt sur les pertes irréversibles [Fuel Cell Hand Book]

La zone active doit impérativement assurer la migration de protons, le transfert électronique via la zone carbonée, ainsi que la diffusion des espèces chimiques en solution. La réaction s'opére alors au niveau de la surface du catalyseur et de l'electrolyte au point dit de <u>Triple Contact</u> ici representé en jaune dans la Figure n° I-13. **[O'Hayre][Van Der Merwe][Sui]**





La membrane électrolytique

La membrane est constituée d'un matériau polymère perfluoré sur lequel sont greffés des groupements acides échangeurs de protons H⁺ : SO₃H ou COOH qui permettent leur transfert de l'anode vers la cathode. L'épaisseur de la membrane est généralement comprise entre 50 et 200 µm. Son développement a longtemps été freiné par l'instabilité chimique en milieu Hydrogène / Oxygène avant que ne soient élaborées des membranes à structure perfluoré de type TEFLON®. Le matériau actuel de référence est le Nafion ($CF_3 - SO_3^-$), commercialisé par Dupont de Nemours mais son utilisation reste restreinte vu son prix : 700 €/m². De nombreux problèmes d'évacuation d'eau viennent aussi pénaliser son fonctionnement qui ne permet pas de délivrer plus de 350 mW/cm².

Les polymères aromatiques hétérocycliques thermostables constituent une alternative intéressante aux matériaux actuels. Cette voie d'investigation est suivie par les chercheurs du CEA et du CNRS **[CEA_4]**.



Figure n° I-14: Réalisation de membrane pour PEMFC par coulée de solution de polymères.

Le procédé de réalisation des membranes (homogènes ou renforcées par des tissus de fibre de verre) par coulée de solutions de polymères permet de réaliser facilement des membranes composites comme cela est montré sur la Figure n° I-14. Les propriétés de conduction atteintes permettent d'obtenir des performances similaires à celles obtenues avec des membranes de type NAFION®. La stabilité chimique de ces membranes a permis des expériences en pile sur plus de 3000 heures.

La membrane doit être hydratée en permanence pour remplir sa fonction de conducteur ionique, ce qui requiert une gestion rigoureuse et adaptée de la circulation de l'eau au sein de la pile (température, pressions, débits) **[Kulikovsky]**. On distingue deux types de transferts aqueux au niveau de la membrane électrolytique, décrits dans le tableau ci-dessous :

Mécanisme	Origine→Destination	Description	Densité de courant
Entraînement électro- osmotique	Anode→Cathode	La conduction des ions hydronium H^+ entraîne $(H_2O)_n$ avec 1 <n<2,5< td=""><td>Elevée</td></n<2,5<>	Elevée
Diffusion (gradient)	Cathode→Anode	Diffusion liée au gradient de concentration en eau (Fick) dans la membrane	Faible

Tableau I-2 : Description des divers types de transferts aqueux dans la membrane

Un manque d'eau fait automatiquement chuter les performances de la pile. La résistivité ionique de la membrane polymère dépend effectivement de différents facteurs [Paddison][Slade] :

- la température, puisque la conductivité σ double pour T passant de 25 à 80°C,
- la concentration en protons H⁺ disponibles,

• l'hygrométrie : la conductivité augmente proportionnellement à l'hydratation de la membrane. Les protons ne peuvent effectivement se déplacer que s'ils sont bien solvatés.

La perméation gazeuse est aussi une propriété importante puisqu'elle conditionne l'étanchéité. Elle est définie par le flux de gaz traversant la membrane par unité de surface et d'épaisseur. Pour une membrane de NAFION® de 200 µm, le débit d'hydrogène est d'environ 1 mg d'hydrogène /s/m² sous quelques bars. Il faut signaler que le régime le plus exigeant pour la membrane est l'état d'équilibre puisque lors du fonctionnement à forte densité de courant, l'appauvrissement des espèces chimiques au niveau des électrodes (contrôle mixte) abaisse le gradient de pression au niveau de la membrane et donc le débit.

(c) Description d'un système Pile à Combustible complet

Pour son fonctionnement, la pile à combustible nécessite différents systèmes d'approvisionnement de gaz, de refroidissement ou de contrôle **[TI D3340] [Pukrushpan]**.

Le circuit de gaz est contrôlé en débit ainsi qu'en pression. Une différence d'environ 1Bar est tolérée de part et d'autre de la membrane électrolytique. Du côté cathodique (dioxygène), la nécessité d'évacuer l'eau ainsi que le phénomène d'inversion de cellule impose de travailler avec des débits élevés (environ deux fois le débit stoechiométrique soit 1g d'air/s/kW) ce qui énergétiquement requiert une puissance importante au niveau du compresseur. Du côté anodique, le flux entrant d'hydrogène est pris légèrement supérieur au débit stoechiométrique (0.015 g/s/kW). La gestion de dihydrogène sous haute pression est assurée par un détendeur dont le faible temps de réponse rend la dynamique électrique de la pile quasi indépendante de son alimentation en hydrogène.

L'humidification des gaz peut se faire de deux manières distinctes :

• les gaz sont préalablement humidifiés avant d'atteindre les sites réactionnels. La membrane est ainsi hydratée par la vapeur, l'eau étant récupérée en sortie de pile. Dans ce cas, la présence d'un circuit extérieur de refroidissement est requise. Cette technique est actuellement la plus utilisée,

• les gaz sont conjointement injectés avec de l'eau liquide au niveau des plaques bipolaires. L'humidification et le refroidissement se font alors simultanément. Introduite par la société italienne Nuvera, l'apparente simplicité de la méthode masque une gestion plus complexe de l'eau.

Le dernier point important est la gestion thermique du module. Le refroidissement fait classiquement recours au circuit fluide (eau) existant par le biais d'un échangeur thermique. Dans ce cas, la température de l'eau est comprise entre 60 et 80°C.

Le schéma suivant (Figure n° I-15) récapitule l'ensemble des fonctions présentes dans un système PAC dans le cas d'une humidification de membrane conforme à la première technique décrite.



Figure nº I-15: Schéma de principe du fonctionnement d'un système pile à Combustible (PEMFC)

II.2. Aspects électrochimiques théoriques de fonctionnement

(a) Contexte

Malgré l'approche « Electronique de Puissance » nécessaire à la conception d'un convertisseur statique pour piles à combustible, une connaissance même simplifiée des phénomènes électrochimiques mis en jeu est indispensable. Tout en se limitant à une approche statique du système, le concepteur doit pouvoir comprendre ainsi qu'anticiper le comportement électrique de la source en amont du convertisseur. En effet, les valeurs maximales de courant et de tension conditionneront intégralement le dimensionnement ainsi que le bon choix technologique des composants actifs et passifs utilisés pour la structure de conversion. Parallèlement, le comportement hors d'équilibre de la pile (courant non nul) renseigne sur le placement des points de fonctionnement du régime nominal au fonctionnement à vide. Enfin, l'évolution du comportement électrique de la pile dans des conditions variables de température et de pression doit être prévisible pour parer d'éventuelles situations pouvant dégrader le système voire le rendre inopérant.

Un nombre conséquent de modèles existe pour décrire le comportement d'une pile à combustible. Ces modèles varient logiquement en fonction de la complexité des phénomènes étudiés, de leur éventuel couplage physique (électrochimie, thermique, magnétisme...) ainsi que des échelles de temps et des distances sur lesquels ils seront étudiés. La grande variété de modélisations impose au concepteur, un choix adapté en fonction de besoins spécifiques. La Figure n° I-16 récapitule les différentes échelles de temps ainsi que les phénomènes physiques associés.



Figure n° I-16 : Echelles de temps des phénomènes physiques intervenant dans un système PAC, et modèles de l'Electronique de Puissance correspondants

Parmi les modèles contextuellement adaptés à la conception en Electronique de Puissance, on distingue :

• <u>la courbe de polarisation statique U=f(I)</u>: donnée pour des conditions fixées de température, pression, hygrométrie..., elle fournit une relation entre la tension aux bornes de la pile et le courant débité (résistance non linéaire). Souvent proposée sous forme polynomiale ou puissance, cette représentation simpliste permet cependant de connaître les plages de tension et de courant. Son domaine de validité, restreint aux conditions relatives à son obtention, en est l'inconvénient majeur,

• <u>le modèle semi empirique U=f (I,T,P,...)</u>: le domaine de validité de ce modèle est plus étendu puisque la corrélation entre tension et courant s'inspire de résultats connus de la physique (thermodynamique, cinétique chimique, phénomène de transport) **[FC Handbook]**. L'avantage de ce modèle est de pouvoir être couplé à divers modèles d'auxiliaires et d'avoir ainsi une vision systémique particulièrement adaptée à l'élaboration d'une loi de commande ou à l'observation des interactions entre le système PAC et le convertisseur. Le principal défaut est l'utilisation de paramètres obtenus à partir de grandeurs mesurées en des points ne correspondant pas aux sites réactionnels (pressions de gaz mesurées dans les canaux d'alimentation et non pas au niveau de la zone active),

• <u>le modèle haute fréquence dit modèle électronique</u> : amélioration du modèle sus cité, il associe à la source de tension et à la résistance non linéaire, une capacité dite de double couche qui correspond aux charges d'espaces induites par les électrons et les protons au niveau de la zone active ainsi qu'une inductance parasite qui dépend de la géométrie des circuits (type de fil, longueur, qualité de routage...).




Malgré sa simplicité de représentation, ce modèle est utilisable dans une large gamme de fréquences, de la dizaine de Hz à la centaine de kHz. Quel que soit le niveau de complexité du modèle retenu, tous font intervenir la relation entre tension et courant. Pour les raisons évoquées, la partie suivante donnera quelques éléments utiles à la bonne compréhension des échanges intervenant dans une PAC. Dans un premier temps, une analyse à l'équilibre thermodynamique sera menée. Une justification physique des différents phénomènes à l'origine des non linéarités caractéristiques de la pile sera ensuite donnée avant que soient discutées les dépendances en température et pression.

(b) Valeur des grandeurs à l'équilibre (à courant nul)

Etat thermodynamique standard

L'équilibre d'une réaction d'oxydoréduction correspond à un courant traversant d'électrons nul. La force électromotrice à l'équilibre, dans un état thermodynamique standard (To=298,15 K et P=1 Bar) se déduit de la définition de l'<u>Enthalpie libre</u> et du travail maximal au cours de la réaction chimique :

$$E_{eq}^{0} = -\frac{\Delta_r G^{0}}{n.F}$$
 Eq. I-6

Avec

- F : constante de Faraday soit la charge électrique portée par une mole d'électrons (96485 C/mol)

- n : nombre d'électrons engagés dans la réaction chimique, soit n=2 dans notre cas.

En fonction de l'état chimique de l'eau (forme liquide ou gazeuse), il convient de définir deux potentiels d'équilibre :

Eau liquide :
$$\Delta G^0 = -237 \ kJ$$
 et par suite $E_{eq}^0 = 1,229 \approx 1,23V$ Eq. I-7

Eau gazeuse :
$$\Delta G^0 = -229 \ kJ$$
 et par suite $E_{eq}^0 \approx 1,18V$ Eq. I-8

On comprend, à la vue des valeurs de tensions maximales, le recours systématique à l'empilement de cellules (stack) nécessaires à l'obtention d'un niveau correct de tension.

Conditions réelles de température et de pression

Hors conditions standard, le potentiel existant entre les deux électrodes dépend de la température et des activités des divers constituants. Pour des mélanges gazeux, l'activité d'un constituant i est définie par sa pression partielle, produit de la pression totale par la fraction molaire du constituant. Les pressions sont données au voisinage de la zone active. Elles ne correspondent pas à la pression des gaz dans le canal d'alimentation et dépendent de la pression de vapeur saturante P_{Sat} de l'eau ainsi que du courant de pile.

D'après la définition thermodynamique de <u>l'Energie libre de Gibbs</u> (Δ_r G), et vues les faibles températures de fonctionnement de la PEMFC (moins de 100°C), les dépendances thermiques (Annexe I) peuvent être négligées sans trop d'erreur et, dès lors :

$$\Delta_r G(T, P_0) \approx \Delta_r H^0 - T \cdot \Delta_r S^0 = \Delta_r G^0 - (T - T_0) \cdot \Delta_r S^0$$
 Eq. I-9

L'enthalpie libre de Gibbs peut alors être donnée dans des conditions thermodynamiques quelconques.

$$\Delta_r G(T) = \Delta_r G(T, P_0) + R \cdot T \cdot ln(P_{H_2} \cdot \sqrt{P_{O_2}})$$
 Eq. I-10

Avec R : constante des gaz parfaits (8,314 $J.K^{-1}.mol^{-1}$).

On en déduit le potentiel correspondant, associé aux dépendances en température et pressions partielles des composants hors conditions standard :

$$E_{eq} = E_{eq}^0 + \frac{R \cdot T}{n \cdot F} \cdot ln \left(P_{H_2} \cdot \sqrt{P_{O_2}} \right) - (T - T_0) \cdot \frac{\Delta_r S^0}{n.F}$$
 Eq. I-11

L'entropie standard de réaction vaut : $\Delta_r S^0 = -0.164 \ kJ.mol^{-1}.K^{-1}$ Eq. I-12

L'eau étant supposée liquide, l'expression du potentiel d'équilibre pour la réaction considérée sera :

$$E_{eq} = 1,48 + \frac{R \cdot T}{2 \cdot F} \cdot ln \left(P_{H_2} \cdot \sqrt{P_{O_2}} \right) - 850 \cdot 10^{-6} \cdot T$$
 Eq. I-13

(c) Relations entre concentrations au voisinage de l'électrode et pressions partielles

Comme cela est représenté dans la Figure n° I-13 (Point de Triple Contact), les espèces chimiques au voisinage de la zone active sont en phase gazeuse en équilibre avec le liquide. La concentration en gaz dissous dans le liquide est alors liée à la pression partielle de l'espèce dans sa phase gazeuse par la loi de Henry. Malgré les écarts existants entre canal d'alimentation et zone active, celles-ci sont supposées égales.

$$[X]_{\varphi_{aqueuse}} = k_{H}^{\theta} \cdot exp\left(-\frac{\Delta_{sol}H}{R \cdot T}\right) \cdot P_{\varphi_{gazeuse}}$$
 Eq. I-14

	$k_{H}^{\theta'}$ (mol _{aq} .m _{aq} ⁻³ .K ⁻¹)	$\Delta_{sol}H(kJ.mol^{-1})$
H ₂	4,939	4,573
O ₂	279	13,3

T	ableau	I-3	:	Valeur	des	différents	paramètres	de	la	loi	de	Henry	[Va	n]
---	--------	-----	---	--------	-----	------------	------------	----	----	-----	----	-------	-----	----

(d) Potentiel d'une cellule élémentaire hors d'équilibre

Lorsque la pile débite un courant, le potentiel effectivement existant à ses bornes est inférieur à celui décrit précédemment. Un certain nombre de pertes irréversibles expliquent ce phénomène :

• des effets purement ohmiques traduisant le passage du courant dans la connectique, les électrodes et la membrane,

• des surtensions d'activation à l'anode et à la cathode aux faibles densités de courant,

• des surtensions de diffusion qui traduisent l'appauvrissement des espèces actives à l'interface avec le catalyseur et donc limitent la cinétique réactionnelle. Il conviendrait aussi d'ajouter des pertes induites par l'accumulation d'eau au niveau des électrodes aux fortes densités de courant (noyage). L'expression du potentiel de cellule prend alors la forme suivante :

$$E(I) = E_{eq} - R_{Ohm} \cdot I - \left| \eta_{act_cathode}(I) \right| - \left| \eta_{act_anode}(I) \right| - \eta_{diffusion}(I)$$
 Eq. I-15

II.3. Expression générales des surtensions d'électrodes

La connaissance, même qualitative, des surtensions d'électrodes revêt un intérêt particulier puisqu'il permet de justifier l'allure de la caractéristique statique Courant/Tension de la pile à combustible. La partie qui suit propose de justifier théoriquement leurs expressions en utilisant des modèles simples de l'Electrochimie. Quelques notions de base seront préalablement redéfinies.

(a) Relation générale entre densité de courant faradique et cinétique réactionnelle

On envisage la réaction simplifiée d'oxydoréduction donnée par l'Eq. I-16. La constante de vitesse dans le sens de l'oxydation (anodique) est notée K_A . De manière complémentaire, on définit la constante cinétique cathodique, K_C .

$$n_{Red}$$
. Réd $\xrightarrow{K_A}$ $ne^- + n_{Ox}.Ox$ Eq. I-16

N étant le nombre de moles, la définition rigoureuse de la cinétique de cette réaction s'écrit :

$$v = -\frac{1}{n_{R\acute{e}d}} \cdot \frac{dN_{R\acute{e}d}}{dt} = \frac{1}{n_{Ox}} \cdot \frac{dN_{Ox}}{dt}$$
 Eq. I-17

Le courant d'électrons peut être corrélé à la vitesse réactionnelle donnée par Eq. I-17 puisque :

$$I = \frac{dQ}{dt} = \frac{d}{dt} \left[\frac{n}{n_{R\acute{e}d}} \cdot F \cdot N_{R\acute{e}d} \right] = n \cdot F \cdot v$$
 Eq. I-18

En n'effectuant aucune hypothèse sur l'ordre de la réaction, les lois de la cinétique chimique permettent d'exprimer la vitesse surfacique au niveau de l'électrode dans le sens anodique :

$$v_{S} = K_{A} \cdot \left[R\acute{e}d\right]^{n_{R\acute{e}d}} - K_{C} \cdot \left[Ox\right]^{n_{Ox}} \text{ en mol/cm}^{2}/\text{s}$$
 Eq. I-19

La densité de courant d'électrons prise positive dans le sens anodique vaudra alors :

$$j = \frac{I}{\Sigma} = n \cdot F \cdot v_S = n \cdot F \cdot \left[K_A \cdot \left[R\acute{e}d \right]^{n_{R\acute{e}d}} - K_C \cdot \left[Ox \right]^{n_{Ox}} \right]$$
 Eq. I-20

Avec :

- Σ : surface de la zone de contact (cm²),
- K : constante de vitesse de réaction (cm/s).

Les constantes de vitesse K_C et K_A obéissent à la loi empirique d'Arrhenius qui lie leurs valeurs à

l'énergie d'activation de la réaction chimique :
$$K = \psi \cdot exp(-\Delta_r G / R \cdot T)$$
 Eq. I-21
Démontrée par Eyring en 1939, on la trouve sous l'appellation de « Complexe Activé ».

(b) Principe de la théorie du Complexe Activé [Eyring (1939)]

Si l'on se réfère à la loi comportementale d'Arrhenius, le changement d'état d'une espèce requiert le franchissement d'une barrière énergétique d'activation comme représenté sur la Figure n° I-18. Une variation du potentiel de E change l'énergie des n moles d'électrons de -n.F.E. Les états activés sont alors modifiés d'une fraction de cette énergie soit α .n.F.E.



Coordonnées de Réaction

Figure nº I-18: Notion de complexe activé, extraction des coefficients de transfert de charges a

En posant $\alpha_A = \alpha$ et corollairement $\alpha_C = 1 \cdot \alpha$, il est possible, grâce à la Figure n° I-18, de relier les énergies d'activation au potentiel appliqué pour chaque espèce :

$$\Delta_r G_{Ox}^E = \Delta_r G_{Ox}^0 - \alpha_A \cdot n \cdot F \cdot E$$
 Eq. I-22

$$\Delta_r G^E_{R\acute{e}d} = \Delta_r G^0_{R\acute{e}d} + \alpha_C \cdot n \cdot F \cdot E$$
 Eq. I-23

Finalement, on peut exprimer les constantes de réaction en fonction du potentiel et des constantes standard comme dans l'Eq. I-24 et Eq. I-25.

$$K_A = k_A \cdot e^{\left(\frac{\alpha_A \cdot n \cdot F \cdot E}{R \cdot T}\right)}$$
 Eq. I-24

$$K_{\rm C} = k_{\rm C} \cdot e^{-\left(\frac{\alpha_{\rm C} \cdot n \cdot F \cdot E}{R \cdot T}\right)}$$
 Eq. I-25

Classiquement, on considère que $\alpha_A = \alpha_C = 0.5$, ce qui correspond à un abaissement identique de la barrière de potentiel pour les sens anodique et cathodique de la réaction.

(c) Expression du courant d'échange standard et de la surtension globale

On peut écrire l'expression de la densité de courant exprimée précédemment dans l'Eq. I-20 :

$$j = n \cdot F \cdot \left[k_A \cdot e^{\left(\frac{\alpha_A \cdot n \cdot F \cdot E}{R \cdot T}\right)} \cdot \left[R\acute{e}d\right]^{n_{R\acute{e}d}} - k_C \cdot e^{-\left(\frac{\alpha_C \cdot n \cdot F \cdot E}{R \cdot T}\right)} \cdot \left[Ox\right]^{n_{Ox}} \right]$$
Eq. I-26

A l'équilibre, la vitesse de la réaction globale ainsi que le courant sont nuls. Ce phénomène revient à considérer qu'il existe une vitesse de réaction identique dans le sens de la réduction et de l'oxydation. Le potentiel de l'électrode est celui d'équilibre (E_{eq}) ce qui permet d'écrire :

$$E_{Eq} = \frac{R \cdot T}{n \cdot F} \cdot ln \left[\frac{k_C}{k_A} \cdot \frac{[Ox]_{Eq}^{n_{Ox}}}{[Réd]_{Eq}^{n_{Réd}}} \right]$$
 Eq. I-27

A partir de l' Eq. I-26 et l'Eq. I-27, la densité de courant d'échange standard peut être exprimée. Qualitativement, il s'agit du courant conjointement anodique et cathodique interne à l'électrode. Ce courant est d'autant plus grand que les concentrations des espèces chimiques en présence sont importantes, même si macroscopiquement le courant global est nul.

$$j_0 = j_0^0 \cdot \left(\left[R\acute{e}d \right]_{Eq}^{n_{R\acute{e}d}} \right)^{\alpha_c} \left(\left[Ox \right]_{Eq}^{n_{Ox}} \right)^{\alpha_a} \text{ en A/mm}^2$$
 Eq. I-28

Avec:
$$j_0^0 = n \cdot F \cdot k_A^{\alpha_c} \cdot k_C^{\alpha_a}$$
 Eq. I-29

Finalement, on peut donner la relation entre densité de courant (Butler Volmer) :

$$j = j_0 \cdot \left[e^{\left(\frac{\alpha_A \cdot n \cdot F \cdot \eta_{Act}}{R \cdot T}\right)} \cdot \left(\frac{\left[R\acute{e}d\right]}{\left[R\acute{e}d\right]_{Eq}}\right)^{n_{R\acute{e}d}} - e^{-\left(\frac{\alpha_C \cdot n \cdot F \cdot \eta_{Act}}{R \cdot T}\right)} \cdot \left(\frac{\left[Ox\right]}{\left[Ox\right]_{Eq}}\right)^{n_{Ox}}\right]$$
Eq. I-30

Avec $\eta_{Act} = E - E_{Eq}$: surtension d'activation (V)

(d) Applications de la relation de Butler Volmer à 2 cas limites

Des lois comportementales sont accessibles pour les cas limites d'une réaction rapide ou lente à partir de la densité de courant standard **[TI J1604]**. Celle ci est une mesure de la vitesse puisqu'elle fait intervenir les constantes standards de réaction. Pour une réaction lente, on comprend qu'il faille imposer une surtension élevée pour obtenir un courant significatif comme cela est montré sur la Figure n° I-19 . Parallèlement, une réaction rapide se caractérise par une faible surtension. Le Tableau I-4 récapitule les cas possibles :



Vitesse de réaction	Valeurs limites des paramètres	Nature de la réaction	Exemple pratique
Réaction très rapide	$j_0 \to \infty$ $\left \eta_{Act} \right \to 0$	Réversible	Oxydation de H_2
Réaction très lente	$j_0 \to 0$ $ \eta_{Act} \to \infty$	Irréversible	Réduction de O_2

Figure n° I-19 : Variation j en fonction de η

Tableau I-4 : Cas limites de réactions chimiques, relation Vitesse-Surtension d'activation

Réaction rapide, faibles surtensions d'électrode : $|\eta| < 10 mV$

Nous faisons dès à présent l'hypothèse qu'il n'y pas de limitations par transport de matière. Le cas du contrôle mixte sera explicité plus loin. Pour ces raisons, nous supposerons que la concentration en espèces est constante en tous points et égale à la valeur d'équilibre. On parle alors de <u>contrôle de charges</u>.

Un développement limité au 1^{er} ordre de l'équation de Butler Volmer permet de donner une expression approchée aux faibles surtensions d'électrode :

$$j \approx j_0 \cdot \left[\frac{\left(\alpha_A \cdot n \cdot F \cdot \eta_{Act}\right) + \left(\alpha_C \cdot n \cdot F \cdot \eta_{Act}\right)}{R \cdot T} \right] = j_0 \cdot \frac{n \cdot F}{R \cdot T} \cdot \eta_{Act}$$
 Eq. I-31

Il y correspond une résistance équivalente dont la valeur est : $R_{Eq} = \frac{R \cdot T}{j_0 \cdot n \cdot F}$ Eq. I-32

Réaction lente, fortes surtensions d'électrode : $|\eta| > 50 mV$

Dans le cas d'une réaction anodique majoritaire (Oxydation), la constante de vitesse K_A est largement supérieure à K_C ce qui signifie que le courant d'électrons dans un sens est négligeable vis-à-vis de l'autre. Corollairement, pour une réduction prépondérante, la densité de courant se restreint à $j = -j_C$.

Sens prépondérant	Valeur de J	Expression de la surtension	
Anodique	$j = j_0 \cdot e^{\left(\frac{\alpha_A \cdot n \cdot F \cdot \eta_{Act}}{R \cdot T}\right)}$	$\eta_{Act} = \frac{R \cdot T}{\alpha_A \cdot n \cdot F} \cdot ln\left(\frac{j}{j_0}\right)$	Eq. I-33
Cathodique	$j = -j_0 \cdot e^{-\left(\frac{\alpha_C \cdot n \cdot F \cdot \eta_{Act}}{R \cdot T}\right)}$	$\eta_{Act} = \frac{-R \cdot T}{\alpha_{C} \cdot n \cdot F} \cdot ln\left(\frac{-j}{j_{0}}\right)$	Eq. I-34

Tableau I-5 : Expression des surtensions pour des réactions irréversibles (Tafel)

(e) Comparaison contrôle de charges et contrôle mixte

Deux modes distincts de transfert de matière peuvent être envisagés **[Diard] [Walkiewicz]**. Le contrôle de charges s'appuie sur l'hypothèse d'une concentration en espèces constante dans la solution électrolytique. Cette simplification ne permet cependant pas d'expliquer l'existence d'une tension nulle à forte densité de courant.

Le contrôle mixte, qui prend en considération le gradient de concentration des espèces en solution donc leur appauvrissement au voisinage de la zone active (Figure n° I-21), permet de pallier ce problème. En fonction du déplacement de la réaction, les gradients de concentration au niveau de la zone active seront positifs (sens de la création) ou négatifs (sens de la consommation). Ce gradient sera logiquement modulé par la valeur du courant.





Figure nº I-21 : Contrôle mixte (traits pleins : consommation ; pointillés : production)

(f) Expression des surtensions en contrôle mixte

Les concentrations des espèces ne sont désormais plus constantes au voisinage de la zone active. On distingue alors deux zones :

- une zone homogène au delà de la distance δX dite de convection,
- une couche de diffusion stationnaire dite de Nernst.

L'étude suivante suppose que le régime est stationnaire. De plus, l'influence du champ électrique sur les particules chargées (migration électrophorétique) ainsi que la convection (transport de matière sous l'influence du mouvement du milieu) seront négligés dans la couche de Nernst. Le déplacement physique des espèces chimiques ne dépend alors plus que de la diffusion sous l'effet d'un gradient de concentration. La densité de flux de particules est alors donnée par la première loi de Fick :

$$j_{Diff}(x) = -\lambda_X \cdot \frac{\partial}{\partial x} [X]$$
 Eq. I-35

Avec λ_X : coefficient de diffusion de l'espèce X (m²/s) donné pour H₂ et O₂ .

La loi de conservation (Eq. I-37) permet l'obtention de l'équation de diffusion pour X :

On déduit alors aisément le profil de concentration (linéaire) ainsi que le flux de diffusion :

$$j_{Diff}(x) = \frac{\lambda_X}{\delta_X} \cdot \left([X]_{Eq} - [X]_{ZA} \right) = m_X \cdot \left([X]_{Eq} - [X]_{ZA} \right)$$
 Eq. I-38

Avec m_X : vitesse de transport par diffusion dans la couche de Nernst (m/s).

$$j = -\frac{n \cdot F}{n_{R\acute{e}d}} \cdot j_{Diff_R\acute{e}d} = \frac{n \cdot F}{n_{Ox}} \cdot j_{Diff_Ox}$$
 Eq. I-39

De cette relation, il est possible de connaître le rapport entre la concentration des espèces redox dans la zone active et la solution supposée homogène.

$$\frac{\left[R\acute{e}d\right]_{ZA}}{\left[R\acute{e}d\right]_{Eq}} = 1 - \frac{n_{R\acute{e}d}}{n} \cdot \frac{j}{F \cdot m_{R\acute{e}d}} \cdot \left[R\acute{e}d\right]_{Eq}} = 1 - \frac{j}{j_{L_R\acute{e}d}}$$
 Eq. I-40

$$\frac{[Ox]_{ZA}}{[Ox]_{Eq}} = 1 + \frac{n_{Ox}}{n} \cdot \frac{j}{F \cdot m_{Ox}} \cdot [Ox]_{Eq} = 1 + \frac{j}{j_{L_Ox}}$$
 Eq. I-41

La densité de courant atteint sa valeur limite lorsque l'espèce est intégralement consommée à l'interface. En reprenant la relation de Butler Volmer de l'Eq. I-30, ainsi que les deux équations ci-dessus, il est désormais possible de donner la valeur de la surtension totale dans le cas de réactions lentes (à tendance irréversible).

Sens prépondérant	Expression de la surtension	
Anodique	$\eta_{Act} = \frac{R \cdot T}{\alpha_A \cdot n \cdot F} \cdot ln\left(\frac{j}{j_0}\right) - \frac{R \cdot T}{\alpha_A \cdot n \cdot F} \cdot ln\left(1 - \frac{j}{j_{L_R\acute{e}d}}\right)$	Eq. I-42
Cathodique	$\eta_{Act} = \frac{R \cdot T}{\alpha_{C} \cdot n \cdot F} \cdot ln\left(\frac{-j}{j_{0}}\right) - \frac{R \cdot T}{\alpha_{C} \cdot n \cdot F} \cdot ln\left(1 + \frac{j}{j_{L_{O}x}}\right)$	Eq. I-43

Tableau I-6 : Surtensions	pour des	réactions	irréversibles	dans le	cas d'un	<u>contrôle</u>	mixte
	1						

II.4. Application à la pile à combustible de type PEMFC

Malgré l'approche succincte et qualitative des différents mécanismes de surtension, le comportement électrochimique de la pile peut être raisonnablement décrit par les relations obtenues précédemment **[Genevey][TI D3340]**. En fonction de la cinétique réactionnelle associée à chaque électrode, des simplifications seront faites. La réaction étant thermodynamiquement orientée dans le sens cathodique (réduction du dihydrogène), la densité de courant sera négative dans le cadre des conventions prises jusqu'ici.

(a) Côté Anode

L'oxydation du dihydrogène est une réaction rapide supposée réversible. D'après le résultat établi dans la partie II.3(d), on peut associer à la faible surtension anodique une résistance équivalente :

$$R_{Anode} = \frac{R \cdot T}{j_{A0} \cdot n \cdot F}$$
 Eq. I-44

(b) Côté Cathode

La réduction du dioxygène est une réaction lente et irréversible qui intervient aux faibles densités de courant. On peut donc se ramener au résultat de l'Eq. I-43 :

$$\eta_{Cathode} = \frac{R \cdot T}{\alpha_{C} \cdot n \cdot F} \cdot ln \left(\frac{-j}{j_{C0}}\right) - \frac{R \cdot T}{\alpha_{C} \cdot n \cdot F} \cdot ln \left(1 + \frac{j}{j_{CL}}\right)$$
Eq. I-45

(c) Pertes ohmiques

Les pertes ohmiques sont induites par le passage du courant dans les électrodes, la membrane électrolytique et la connectique. La différence de mobilité entre électrons et ions ainsi que l'écart de conductivité électrique entre le Nafion117® (par exemple) et le carbone graphite permet de considérer que la résistance de la membrane électrolytique prévaut.

Dans le cas du Nafion117[®], la conductivité peut s'exprimer simplement suivant la corrélation expérimentale [Amphlett] [Mosdale] donnée par l'Eq. I-46 :

$$\sigma(T,\lambda) = 10^{-3} \cdot (5,139 \cdot \lambda - 3,26) \cdot e^{\frac{1268}{303} \cdot \frac{1}{T}}$$
 Eq. I-46

Avec :

• σ : conductivité électrique de la membrane (S/m),

• λ : teneur de la membrane en eau (\approx 15 dans des conditions correctes d'humidification). Une explication plus exhaustive concernant la valeur de λ est disponible en Annexe II.

(d) Caractéristique statique Tension-Courant

Il est désormais possible de tracer la caractéristique statique de la PAC et voir l'impact des paramètres de température et pression sur son fonctionnement. Dans ce qui suit, un certain nombre de paramètres tels que la densité de courant standard, l'épaisseur de la couche de Nernst ou celle de la membrane sont extraits de publications récentes **[Nguyen][Bernardi][Genevey]**, l'objectif étant d'obtenir des résultats qualitativement cohérents, sur lesquels la discussion reste possible.

Epaisseur de membrane : e	125 µm
Epaisseur de la couche de Nernst : δ	1µm
Coefficient de diffusion du dioxygène@293K: λ	$1,97.10^{-5} \ cm^2 \cdot s^{-1}$
Coefficient d'expansion thermique de λ : ζ	$23.10^{-3}K^{-1}$
Coefficients de transfert de charges : a	1/2 pour l'ensemble des réactions

Tableau I-7 : Valeurs des paramètres utilisés dans le tracé de la courbe de polarisation de la PAC

La valeur du courant limite cathodique, qui fixe en grande partie le comportement de la PAC aux fortes densités de courant s'obtient par le biais de la loi de Henry (Eq. I-14) et de l'Eq. I-41

$$j_{L[O_2]} = \frac{n.F}{n_{O_2}} \cdot \frac{\lambda_{O_2}}{\delta} \cdot [O_2]_{Eq} = 4 \cdot F \cdot \frac{\lambda \cdot (1 + \zeta \cdot (T - T_0))}{\delta} \cdot k_H^{\theta} \cdot exp\left(-\frac{\Delta_{sol}H_{O_2}}{R \cdot T}\right) \cdot P_{O_2}$$
 Eq. I-47

Celle-ci vaut environ 1A/cm² pour une pression de dioxygène égale à 2,5 Bar et une température de 60°C ce qui semble raisonnable.



Figure nº I-22 : Courbe de polarisation d'une cellule élémentaire de PAC de type PEMFC pour une température de fonctionnement de 60°C et des pressions gazeuses de 2,5 Bar

Expérimentalement, la limitation par diffusion n'est pas toujours visible puisque le novage cathodique peut s'y substituer si l'évacuation d'eau n'est pas suffisante. Cependant, il faudrait envisager la réponse hydraulique de la pile (flux d'eau aux électrodes et charge en eau de la membrane) pour obtenir les paramètres nécessaires au modèle complet [Gerbaux].

A ce stade, il peut être intéressant de visualiser l'influence de la température et de la pression sur l'allure de la courbe de polarisation (cf Figure n° I-23 ainsi que Figure n° I-24).





sous T=60°C et P=1, 2 et 3 Bar

Malgré l'impact prévisible de la température sur les pertes irréversibles, on s'aperçoit que le fonctionnement est avantagé par une température et des pressions gazeuses élevées. Le paramètre le plus sensible à ces deux grandeurs est le courant limite de diffusion qui va conditionner la puissance maximale délivrable par la PAC.

II.5. Contraintes spécifiques de la PAC dans une logique de conception

De l'approche qualitative réalisée précédemment, on cerne rapidement les contraintes typiques d'une PAC : très basse tension, forte densité de courant. Le choix de la surface d'électrode et du nombre de cellules reste un problème délicat, enclin à de nombreuses limitations techniques. Nous donnerons ici quelques pistes de réflexions, en essayant de justifier ce dilemme de conception.

(a) Contraintes basses tensions : solutions et limites...

La solution typique retenue pour élever la tension est l'empilement successif de cellules élémentaires ; l'ensemble ainsi obtenu est appelé Stack. Néanmoins, cette approche est limitée par le rapport de forme de la pile (Hauteur/Base) qui entrave son intégration au sein du système. La solution consiste alors à réaliser plusieurs stacks géométriquement homogènes et mis en série. Cette alternative autorise par la même occasion un fonctionnement dégradé en puissance en cas de défaillance de l'un des stacks. Un système de by-pass est alors nécessaire pour isoler et contourner l'élément défectueux.

Enfin, un autre frein à la mise en série est d'ordre économique puisque la multiplication des cellules (joints, collecteurs et membranes) augmente d'autant le prix total de la pile. A cela s'ajouterait la complexité d'alimentation en gaz ainsi que de gestion de l'eau dans les stacks.

Actuellement, le nombre maximal de cellules par stack est d'environ 500.

(b) Contraintes forts courants : solutions et limites...

Au delà des problèmes de rendement inhérents aux structures de conversion fort courant (souci de rendement), plusieurs points clés pénalisent les cellules de surface importante.

L'espacement entre les zones de serrage (4 coins) empêche les pressions d'assemblage d'être uniformes sur l'intégralité de la surface, à moins de solliciter fortement les plaques d'extrémité. Parallèlement, on constate pour les cellules de grande taille une hétérogénéité de la densité de courant. Physiquement, ce phénomène se matérialise par une élévation de température dans la partie supérieure de la pile [Noponen][Soulier].

Enfin, la longueur plus importante des canaux de refroidissement induit de fortes pertes de charges. Les organes associés au refroidissement (ventilateur, pompe) doivent alors être surdimensionnés. Toutefois, l'accroissement des surfaces d'électrodes est un mal nécessaire pour augmenter la puissance disponible en sortie de la PAC.

III. Choix d'un convertisseur statique adapté aux contraintes de la PAC

Les caractéristiques basse tension/fort courant spécifiques à la PAC imposent des contraintes fortes quant au choix de l'architecture de conversion, tant au niveau de la fonctionnalité que du rendement. Le type de structure, le recours éventuel à une isolation galvanique ou le type de régime de neutre à assurer en fonction des applications sont autant de points clés à discuter. L'objectif de la partie suivante est de recenser les avantages et les inconvénients des topologies classiques pour l'association avec la PAC, et par la même, de restreindre le champ d'investigation aux structures adaptées à notre problématique.

III.1. Discussion sur l'intérêt des structures de conversion courant/tension

Malgré les non linéarités de sa caractéristique statique, la PAC peut être didactiquement appréhendée comme une source de courant. Cette hypothèse est d'autant plus légitime que des variations rapides et brutales de courant se répercuteraient de manière dynamiquement incohérente sur les organes auxiliaires d'alimentation. Le convertisseur statique retenu doit donc respecter cette spécificité.

Les structures de conversion Courant/Tension respectent naturellement cette condition. A l'inverse, un filtre passif L-C est nécessairement requis dans le cas d'un convertisseur Tension/Courant. Nous allons alors montrer par un <u>exemple simple</u> que le volume du filtre à introduire dans ce cas est rédhibitoire. Pour ce faire, nous utiliserons <u>arbitrairement</u> les formes d'ondes en courant suivantes.



Figure n° I-25 : Forme d'onde choisie pour l'étude du filtre d'entrée, structure du filtre employé

Par ailleurs, les niveaux de tension et de courant seront conformes à ceux de la PEMFC utilisée soit environ 50V-40A au nominal, 80V à vide. Le courant PAC sera supposé parfaitement filtré, le rapport cyclique pris égal à 0,5 et la fréquence de découpage à 50 kHz.

(a) Volume de capacité Cf du filtre d'entrée

En tolérant une ondulation de tension de 10% crête à crête, la valeur de la capacité à introduire est :

$$C_f \ge \frac{I_{PAC}}{2 \cdot \delta V \cdot f} = 80 \,\mu F$$
 Eq. I-48

Le courant efficace au niveau de la capacité vaudra, toujours dans l'hypothèse d'un filtrage parfait :

$$I_{Cf_eff} = \sqrt{I_{E_eff}^2 - I_{PAC_eff}^2} = 40A$$
 Eq. I-49

Cette valeur reste minorée vis-à-vis des conditions réelles de fonctionnement du fait de l'ondulation de courant dans l'inductance. Dans la gamme 100V DC **[TI D3280]**, deux technologies de capacités peuvent être utilisées : capacités polyester (Mylar®) ou électrolytiques (chimiques).

Les condensateurs électrolytiques autorisent des valeurs de capacités élevées (jusqu'à 4,7mF dans la gamme 100V) mais sont limitées par un faible courant efficace admissible (typiquement 2A), au contraire des condensateurs polyester Mylar® (68µF, 10A). Pour les condensateurs chimiques, le dimensionnement sera surtout conditionné par le niveau de courant puisque le nombre d'éléments à introduire en parallèle suffit à l'obtention de la valeur minimale calculée. Le modèle alors retenu est le 136 RVI de BC Components dans la gamme 100V. Le meilleur compromis valeur/volume pour cette application est l'introduction de 25 capacités de 470µF (12mF), soit un volume de 250cm³ et une surface d'environ 65cm² sur la carte de puissance. Ce volume est légèrement plus réduit par l'utilisation de capacités polyester AVX FFB 47µF puisque l'association de 8 capacités (380µF) occupe 170cm³.

(b) Volume de l'inductance Lf du filtre d'entrée

Le volume d'inductance peut être raisonnablement donné à partir de relations théoriques [Ferrieux].

$$V_{Lf} = K_{Type} \cdot \left[\frac{K_B \cdot Lf \cdot I_{max} \cdot I_{eff}}{B_{max} \cdot J} \right]^{\frac{3}{4}}$$
 Eq. I-50

Avec :

- K_B: coefficient de foisonnement (=2),
- K_{Type} : coefficient dépendant de la géométrie du noyau (25 pour un ETD, 18 pour un Tore).

La valeur de Lf se déduit de la fréquence de coupure du filtre Lf-Cf. Un taux de réjection de -20dB (10% crête à crête) est arbitrairement fixé à la fréquence de découpage. Dans ce cas, les valeurs requises sont données dans le Tableau I-8 ainsi que les capacités correspondantes.

Technologie	Inductance	Capacité	Volume
Polyester	300 nH	380 μF (8x47μF)	≈170 cm ³
Chimique	10 nH	12 mF (25x470μF)	≈250 cm ³

Tableau I-8 : Valeurs des éléments du filtre L-C pour différentes technologies de condensateurs

Dans les deux cas, la présence d'une inductance physique n'est pas indispensable du fait de sa très faible valeur. Dans le cas d'une structure Courant/Tension, la valeur de l'inductance de filtrage est de 120µH ce qui représente environ <u>80cm³</u>. L'entrelacement de bras permettrait de réduire encore cette valeur. Quel que soit le point de fonctionnement, la valeur des inductances sera inférieure ou égale à 120µH pour une même ondulation de courant. Conjointement, l'énergie électromagnétique totale stockée sera divisée par le nombre de bras.

Finalement, dans le cas d'une structure de conversion Tension/Courant, le volume total du filtre introduit (≈200 cm³) n'est pas disproportionné mais il pénalise inutilement le volume de l'ensemble. Ces structures seront d'autant plus pénalisantes que la tension d'entrée est basse. Un exemple à 300W-5V [Lefèvre] a montré que le dimensionnement du filtre devenait délicat.

Nous favoriserons donc les structures Courant/Tension qui, de ce point de vue, sont moins exigeantes et permettent, par entrelacement de bras, d'optimiser le volume inductif à introduire.

III.2. Justification de l'insertion d'une isolation galvanique

Le marché et les applications visées dans le cadre du projet Génération 1 d'Axane sont ceux des groupes électrogènes de faible puissance. Vue de l'utilisateur, la PAC apparaît donc comme un réseau basse tension 230V-50Hz isolé. Le régime de neutre choisi doit satisfaire au système de distribution TT (masse à la terre, neutre à la terre) qui est le régime de neutre employé par E.D.F. pour toute la distribution d'énergie publique du réseau basse tension. Cette condition autorise deux « architectures » pour l'ensemble convertisseur-PAC.

Dans le premier cas, la pile est isolée du châssis. Bien que simple, cette solution pose un problème de CEM conduite (courants de mode commun) car l'ensemble des potentiels est flottant. Il est alors possible de relier directement la pile à la carcasse métallique (plan de masse). Dans ce cas, la présence d'une isolation galvanique est indispensable pour ne pas court-circuiter l'ensemble PAC-convertisseur.

Outre cet aspect, le recours au transformateur offre simultanément la possibilité d'élever la tension indépendamment du rapport cyclique. Cette propriété sera d'autant plus intéressante que les tensions d'entrée sont faibles puisque malgré l'utilisation quasi exclusive du hacheur Boost dans les structures élévatrices de puissance, son gain maximal reste fortement contraint par les résistances série des composants. En pratique, il est difficile de dépasser 5 ou 6 pour le gain en tension sans faire appel à une mise en cascade de convertisseurs. Enfin, l'adaptation d'impédance permet de dissocier les contraintes en courant et tension entre les étages d'entrée et de sortie. L'utilisation de semiconducteurs fort courant, basse tension (typiquement une technologie MOSFET) au niveau de l'étage d'entrée reste ainsi possible.

III.3. Récapitulatif des structures classiques adaptées à la conversion DC-AC

Bien que le cahier des charges impose une sortie alternative 230V, 50Hz, **l'accent sera dès à présent mis sur la partie DC-DC du convertisseur.** De plus, les interrupteurs seront désormais représentés par des MOSFET puisqu'il s'agit de la technologie retenue pour les prototypes étudiés et réalisés. La conversion DC-AC sera assurée par un onduleur MLI (Modulation à Largeur d'Impulsion) à IGBT.

En ce qui concerne la partie DC-DC deux solutions s'offrent à nous : les convertisseurs mono-étage ou bien la mise en cascade de convertisseurs. Dans ce dernier cas, le rendement peut être affecté par la multiplication des semiconducteurs et nous avons délibérément préféré nous limiter aux structures simples.

Le Tableau I-9 suivant recense les topologies classiques susceptibles d'être adaptées à notre cas, et en donne les avantages et inconvénients **[Ferrieux][Spiazzi]**. Il ne s'agit que des structures à transformateur et entrée en courant, de type asymétrique à un seul interrupteur ou bien symétrique.

Structures	Avantages	Inconvénients
	11, minugeo	



Figure nº I-26 : Montage SEPIC à transformateur



Figure nº I-27 : Montage CUK (accumulation capacitive) à transformateur



Figure nº I-28 : Commutateur de courant



Figure nº I-29 : Commutateur de courant à point milieu inductif



Figure nº I-30 : Convertisseur PRC-CF (Parallel Resonant Converter with Capacitive output Filter)

Tableau I-9 : Exemples de topologie de conversion DC-DC adaptées aux contraintes de la PAC

A la vue des avantages et des inconvénients des différentes structures présentées, notre choix s'est naturellement porté sur le commutateur de courant à point milieu inductif. Cette structure est par ailleurs parfaitement adaptée à notre niveau de puissance. L'analyse de son fonctionnement ainsi que les modifications apportées à la structure de base seront exposées dans le chapitre suivant.

IV. Conclusions du Chapitre I

Un état de l'art sur la PAC a permis de cerner l'intérêt actuel pour cette nouvelle technologie. Le vaste champ d'applications, l'efficacité de conversion énergétique ou l'approche écologique contribuent largement à cet engouement. Ils ne doivent cependant pas masquer de réels verrous technologiques dans la conception et la fiabilisation du système qui ralentissent son appropriation par le grand public.

Dans le cas précis de la PEMFC qui sera la pile utilisée dans le cadre de la collaboration avec Axane, ces inconvénients ont été largement mis en lumière dans la description des éléments structuraux et leur intégration au sein du système. D'autre part, la description analytique des phénomènes électrochimiques a permis de mieux cerner les caractéristiques électriques de la pile ainsi que l'impact des grandeurs thermodynamiques sur son fonctionnement. Par cette simple approche, les propriétés importantes pour la conception d'un convertisseur d'électronique de puissance ont pu être soulevées, notamment sur la finesse de modélisation à privilégier en fonction de l'utilisation finale : approche statique (pile étudiée à T, P fixés) ou systémique (prise en compte de l'influence des auxiliaires sur la valeur et la dynamique des grandeurs thermodynamiques.)

Le choix d'une topologie de conversion, le dimensionnement des composants actifs et passifs seront le fondement même d'une approche statique. La seule connaissance de la tension à vide et du courant maximal (points extrêmes) dans les conditions les plus défavorables, semble suffire dans ce contexte. Toutefois, il apparaîtra judicieux d'exploiter l'intégralité de la caractéristique statique si l'on souhaite connaître le rendement d'un convertisseur sur une large gamme de puissance et de fait, favoriser une topologie de conversion vis-à-vis d'une autre.

Parallèlement, on comprend qu'il faille favoriser une vision systémique dans le cadre d'une étude temporelle (modèle semi empirique ou hautes fréquences), les caractéristiques dynamiques des auxiliaires (compresseur par exemple) se répercutant sur le comportement électrique transitoire de la pile. Ce type de modélisation s'associe alors parfaitement à un modèle topologique moyen qui permet, dans le cas de dynamiques lentes ($T>10.T_{découpage}$), d'obtenir l'évolution temporelle de l'intégralité des variables d'état du convertisseur. Cette approche sera particulièrement adaptée à l'élaboration de lois de contrôle commande pour un système PAC.

Dans un second temps, les spécificités de la pile et de l'application visée dans le cadre de la collaboration avec Axane ont permis de focaliser la recherche vers des architectures de conversion de type Courant/Tension à isolation galvanique. A partir de ce résultat, un certain nombre de topologies ont pu être décrites et comparées. Finalement, la structure retenue est le commutateur de courant à point milieu inductif. L'entrelacement de bras ainsi que les avantages offerts quant aux contraintes en courant et tension sur les semiconducteurs de puissance justifient notre choix.

V. Bibliographie du Chapitre I

[Amphlett]

J.C. Amphlett, R.M. Baumert, R.F. Mann, B.A. Peppley, P.R. Roberge, T.J. Harris Performance modelling of a Ballard Mark IV Solid Polymer Electrolyte Fuel Cell- Mechanistic Model Developpement

Journal of the Electrochemical Society -Vol 142 - 1995

[Axane]

http://www.axane.fr/

[Ballard]

http://www.ballard.com

[Bernardi]

D.M Bernardi, M.W. Verbrugge

A Mathematical Model of the Solid-Polymer-Electrolyte Fuel Cell

Journal of the Electrochemical Society - Vol 139 -2477-2491 -1992

[Bön]

H. Bönnemann, R. Brinkmann, P. Britz, U. Endruschat, R. Mörtel, U.A. Paulus, G. J Feldmeyer, T.J. Schmidt, H.A. Gasteiger and R.J. Behm

Nanoscopic Pt-bimetal colloids as precursors for PEM fuel cell catalysts

Journal of New Materials for Electrochemical Systems 3 - 2000

[Candusso]

D. Candusso

Hybridation du groupe électrogène à pile à combustible pour l'alimentation d'un véhicule électrique Thèse de doctorat INPG - LEG 2002

[CEA_1]

R. Mosdale, S. Escribano

Les piles basses températures: Cœur de piles, les progrès des ensembles membrane électrodes <u>http://www.cea.fr/fr/Publications/clefs44/pdf-fr-clefs44</u>

[CEA_2]

H. Rouault, D. Bloch

Le stockage de l'électricité : les batteries ; Batteries au lithium, les enjeux scientifiques et technologiques d'un marché d'avenir

http://www.cea.fr/fr/Publications/clefs44/pdf-fr-clefs44

[CEA_3]

F. Jousse, J. Granier

Vers de nouveaux concepts de plaques bipolaires

http://www.cea.fr/fr/Publications/clefs44/pdf-fr-clefs44

[CEA_4]

M. Pineri, G. Gebel, F. Jousse

Les piles basses températures: les avancées des membranes conductrices protoniques http://www.cea.fr/fr/Publications/clefs44/pdf-fr-clefs44

[Chang]

H. Chang, P. Koschany, C. Lim and J. Kim Materials and processes for light weight and high power density PEM fuel cells

Journal of New Materials for Electrochemical Systems 3 - 2000

[Diard]

J.P. Diard, B. Le Gorrec, C. Montella

Cinétique électrochimique, Editions Hermann, Paris 1996

[FC Handbook]

J.H. Hirschenhofer, D.B. Stauffer, R.R. Engleman M.G. Klett

Fuel Cell Handbook (4th Ed.). U.S. - 1998

Department of Energy, Office of Fossil Energy, Federal Energy Technology Center: Morgantown, VA

[Ferrieux]

J.P. Ferrieux, F. Forest

Alimentation à découpage, convertisseurs à résonances, Editions Dunod, 3^{iéme}édition, 1999

[Genevey]

D. Genevey

Transient Model of Heat, Mass, and Charge Transfer as well as Electrochemistry in the Cathode Catalyst Layer of a PEMFC

Thesis submitted to the Faculty of the Virginia Polytechnic Institute and State University December 17, 2001

[Gerbaux]

L. Gerbaux

Modélisation d'une pile à combustible de type hydrogène – air et validation expérimentale Thèse de Doctorat INPG – préparée au CEA de Grenoble - 1996

[Joon]

K. Joon

Fuel cells, a 21st century power system.

Journal of Power Sources 71 - 1998

[Kulikovsky]

A.A. Kulikovsky Quasi-3D Modelling of Water Transport in Polymer Electrolyte Fuel Cells Journal of the Electrochemical Society -Vol 150 - 2003

[Lefèvre]

G. Lefèvre

Conception et réalisation de convertisseur pour pile à combustible DEA de Génie Electrique - INPG 2002

[Mosdale]

R. Mosdale

Etude et développement d'une pile à combustible hydrogène/oxygène en technologie électrolyte polymère solide

Thèse de Doctorat INPG – 1992

[Nguyen]

T.V. Nguyen and White,

A water and heat management model for proton exchange membrane fuel cells Journal of Electrochemical Society - Vol. 140 - 1993

[Noponen]

M. Noponen, T. Mennola, M. Mikkola, T. Hottinen and P. Lund, 2002.

Measurement of current distribution in a free-breathing PEMFC Journal of Power Sources 106, numbers 1-2, pages 304-312

Disponible sur http://lib.hut.fi/Diss/2004/isbn9512269783/

[O'Hayre]

R. O'Hayre, F.B. Prinz

The Air/Platinum/Nafion Triple-Phase Boundary: Characteristics, Scaling, and Implications for Fuel Cells

Journal of the Electrochemical Society -Vol 151 - 2004

[Paddison]

S.J. Paddison

The modelling of molecular structure and ion transport in sulfonic acid based ionomer membranes Journal of New Materials for Electrochemical Systems 4 - 2001

[Pinheiro]

A.L.N. Pinheiro, A. Oliveira-Neto, E.C. De Souza, J. Perez, V.A. Paganin, E.A Ticianelli and E.R. Gonzalez

Electrocatalysis on Noble Metal and Noble Metal Alloys Dispersed on High Surface Area Carbon Journal of New Materials for Electrochemical Systems 6 - 2003

[Pukrushpan]

J.T. Pukrushpan, A.G. Stefanopoulou, H. Peng Modelling and Control for PEM Fuel Cell Stack System Proceedings of the American Control Conference, Anchorage, AK May 8-10, 2002

[Slade]

S. Slade, S.A. Campbell, T.R. Ralph and F.C. Walsh Ionic Conductivity of an Extruded Nafion 1100 EW Series of membranes Journal of the Electrochemical Society -Vol149 - 2002

[Spiazzi]

G. Spiazzi, P. Mattavelli

Design criteria for power factor preregulators based on Sepic and Cuk converters in continuous mode IEEE Industrial Application Society (IAS) Annual Meeting. October 2-7, 1994

[St-Pierre]

J. St-Pierre, D.P. Wilkinson, S. Knights and M. Bos

Relationships between water management, contamination and lifetime degradation in PEFC

Journal of New Materials for Electrochemical Systems 3 - 2000

[Sui]

P.C. Sui, L.D. Chen, J.P. Seaba, Y. Wariishi Modelling and Optimization of a PEMFC catalyst layer SAE TECHNICAL PAPER SERIES - 01/1999

[TI D3280]

G. Mouriès

Condensateurs utilisés en électronique de puissance Techniques de l'Ingénieur, traité Génie électrique - D3280

[TI D3340]

P. Stevens, F. Novel-Cattin, A. Hammou, C. Lamy, M. Cassir Piles à combustible

Techniques de l'Ingénieur, traité Génie électrique - D3340

[TI J1604]

B. Trémilon, G. Durand Electrochimie : lois régissant les processus Techniques de l'Ingénieur, traité Génie des Procédés - J1604

[Van]

J.B. Van Der Merwe

Proton Exchange Membrane (PEM) Fuel Cell: installation, testing and modelling

Diplôme de Recherche Universitaire (DRU) – INPT ENSEEIHT – Juin 2002

[Walkiewicz]

S. Walkiewicz

Etude par spectroscopie d'impédance électrochimique de piles à combustible à membrane échangeuse de protons

DEA Electrochimie INPG cohabilité UJF, 16 Juillet 2001

[Walter]

A. Walter

DEA de Génie Electrique sur la modélisation et la commande des systèmes pile à combustible INPG 2001

Chapitre II PRESENTATION DU CONVERTISSEUR ET ANALYSE DU FONCTIONNEMENT

TABLE DES MATIERES DU CHAPITRE II

I. Ca	hier des charges du projet Génération 1 d'Axane	45
I.1.	Caractéristiques techniques de la PAC utilisée	45
I.2.	I.2. Spécifications du convertisseur DC/AC	
II. Mo	ntage de base : principes de fonctionnement et limitations	46
II.1.	Description du convertisseur	46
II.2.	Principe simplifié de fonctionnement	46
II.3.	Solutions proposées à la limitation de fonctionnement	48
III. For	nctionnement effectif pour α quelconque	49
III.1.	Fonctionnement détaillé de la structure retenue	49
III.2.	Caractéristique de sortie du convertisseur	55
III.3.	Extraction des cellules de commutation en fonction du fonctionnement	59
III.4.	Calcul du courant moyen réinjecté par le hacheur auxiliaire	65
IV. Co	nclusion du Chapitre III	68

I. Cahier des charges du projet Génération 1 d'Axane

I.1. Caractéristiques techniques de la PAC utilisée

La pile à combustible utilisée est une PEMFC de 2 kW. Celle-ci est réalisée grâce à la mise en série de deux stacks de 50 cellules pour les raisons d'intégration expliquées précédemment. La courbe de polarisation statique est donnée dans la Figure n° II-1. Cette courbe servira de référence pour le dimensionnement de la structure de conversion ainsi que pour l'estimation des pertes aux différents points de fonctionnement rencontrés.



Figure nº II-1 : Courbe de polarisation et puissance nette disponible en sortie de la PAC d'Axane

I.2. Spécifications du convertisseur DC/AC

Tension AC de sortie	Monophasé 230V RMS 50Hz et TDH < 5%
Tension du bus DC correspondante	370 V continu
Puissance nominale nette de sortie	2 kVA
Pic transitoire de puissance	2 Pn pendant 1 seconde
Ondulation de courant sur la PAC	< 20% crête à crête de la valeur moyenne
Ondulation de tension sur le bus DC	< 10% crête à crête de la valeur moyenne
Rendement	> 90% de mi charge à pleine charge.

Tableau II-1 : Cahier des charges du convertisseur DC/AC

II. Montage de base : principes de fonctionnement et limitations

II.1. Description du convertisseur

La structure de conversion dérive d'un hacheur BOOST entrelacé. Le pont de diodes au secondaire du transformateur se comporte comme une diode de roue libre classique. On retrouve sur la Figure n° II-2 les éléments structuraux d'un hacheur parallèle. L'avantage de cette structure est d'assurer l'élévation de tension par le biais du rapport cyclique (Gain $\propto 1/(1-\alpha)$) mais aussi grâce au transformateur couplant les deux étages (Gain \propto m). L'entrelacement des inductances d'entrée permet de réduire considérablement l'ondulation du courant d'entrée et donc les contraintes hautes fréquences sur la PAC. On notera que l'ondulation de courant au niveau de la source ($\Delta I \propto 2.\alpha-1$) s'annule pour $\alpha=0,5$.



Figure nº II-2 : Schéma de base du commutateur de courant à point milieu inductif

II.2. Principe simplifié de fonctionnement

Nous allons donner succinctement les éléments nécessaires à la bonne compréhension du fonctionnement ainsi que les limites du montage. Pour ce faire, les inductances seront matérialisées par des sources de courant, les capacités par des sources de tension. Les différentes topologies et formes d'ondes correspondantes sont recensées dans le Tableau II-2. Enfin, le rapport cyclique sera pris supérieur à 1/2.

Phase
$$n^{\circ}1 : t \in [0, (\alpha - 1/2).T]$$

Phase $n^{\circ}2 : t \in [(\alpha - 1/2).T, T/2]$

Interrupteurs conjointement passants.



Interrupteur 1 passant, 2 bloqué.



Phase $n^{\circ}3 : t \in [T/2, \alpha T]$ Interrupteurs conjointement passants.

Interrupteur 2 passant, 1 bloqué.



Tableau II-2 : Description des topologies de conversion sur une période de découpage

Les formes d'ondes Courant/Tension dans un MOSFET, une diode du pont et au primaire du transformateur sont représentées ci-dessous. Les différentes zones décrites y sont référencées. La tension de sortie vaut 350V, le courant délivré par la PAC est d'environ 40A. Le rapport de transformation est pris égal à 3,2. Ce choix sera justifié par la suite.



Figure nº II-3 : Formes d'ondes idéalisées pour la structure retenue

Le montage tel qu'il est présenté n'assure pas de fonctionnement pour $\alpha \le 1/2$. En effet, dans les phases où t \in [α .T-T/2, T/2] ainsi que t \in [α .T, T], la topologie du circuit impose que les inductances d'entrée soient mises en série ce qui est contraire aux lois d'association des sources. L'empiètement des interrupteurs est donc indispensable pour éviter ce problème.

Comme le fonctionnement ne peut se restreindre à une zone où $\alpha \ge 1/2$, puisque cela reviendrait à augmenter les contraintes sur le dimensionnement des éléments au point de fonctionnement nominal, une alternative de montage doit être envisagée. Dans les phases critiques, le courant d'entrée doit pouvoir circuler dans une branche auxiliaire sans entraver le fonctionnement normal à $\alpha \ge 1/2$. L'idée est donc d'associer un circuit spécifique en parallèle des MOSFET, permettant en cas de non empiètement des commandes d'assurer le fonctionnement du convertisseur sans effet destructif. Etant donnée la zone d'insertion du circuit, une fonction d'écrêtage peut être envisagée par la même occasion pour limiter les surtensions induites par l'inductance de fuite au niveau des interrupteurs. Deux structures remplissant cette fonction sont proposées, bien qu'énergétiquement, une seule soit réellement pertinente.

II.3. Solutions proposées à la limitation de fonctionnement

(a) Alternative n°1 : circuit écrêteur de type RCD

Le schéma modifié du montage est donné dans la Figure n° II-4. Il inclut le convertisseur de base et le réseau RCD introduit. Malgré la fonctionnalité recherchée et l'écrêtage effectif pour un rapport cyclique quelconque, le principal défaut du réseau RCD est d'entraver le rendement de l'ensemble. La résistance dissipe effectivement l'énergie stockée dans l'inductance de fuite mais aussi l'énergie fournie par la pile dans les phases de non empiètement des MOSFET. Cette solution, bien qu'éprouvée et de mise en œuvre simple (circuit passif) est à rejeter définitivement.



Figure nº II-4 : Schéma complet du convertisseur, insertion du réseau RCD

(b) Alternative n°2 : insertion d'un hacheur série écrêteur

On propose d'introduire un hacheur série à la place du réseau RCD. La tension de la capacité d'entrée C_E sera alors fixée à une valeur imposée par les contraintes d'écrêtage. Dans le cas d'un rapport cyclique supérieur à 1/2, le montage auxiliaire fait simplement office d'écrêteur. Dès que la condition d'empiètement n'est plus respectée, le courant PAC parcourt les deux diodes et charge la capacité C_E . En fonction de l'état de l'interrupteur commandé du hacheur, la capacité se charge (MOS du hacheur série bloqué) ou se décharge dans l'inductance L_E (MOS du hacheur série passant).



Figure nº II-5 : Schéma complet du convertisseur, insertion d'un hacheur écrêteur

L'avantage de cette structure est de n'introduire que les pertes propres au fonctionnement du hacheur (rendement quasi unitaire) tout en autorisant le fonctionnement à rapport cyclique quelconque. L'inconvénient majeur est d'augmenter les contraintes en courant sur l'intégralité de la structure. Le courant circulant dans les inductances est nécessairement la somme du courant débité par la pile et de celui réinjecté par le hacheur écrêteur. Le calcul du courant réinjecté en régime permanent sera décrit plus longuement pour les deux cas proposés : dissipation de l'énergie de fuite ($\alpha \ge 1/2$) et circulation du courant de puissance pour $\alpha \le 1/2$. Parallèlement, l'introduction d'un circuit écrêteur actif pénalise légèrement le volume de l'ensemble (composants passifs). Malgré cela, cette solution sera retenue pour le convertisseur.

III. Fonctionnement effectif pour α quelconque

III.1. Fonctionnement détaillé de la structure retenue

Cette partie propose de détailler les phases consécutives de fonctionnement sur une période de découpage ainsi que le rôle de l'écrêteur. Pour l'instant, aucun détail ne sera donné sur les différents mécanismes de commutation entre les éléments constitutifs de base (MOS et diodes du pont) et les diodes d'accès à l'écrêteur. Par ailleurs, l'inductance de fuite du transformateur sera représentée mais les calculs n'en tiendront pas compte. Cette première approche a pour vocation de familiariser le lecteur avec le fonctionnement général de la structure pour différentes valeurs du rapport cyclique. L'influence de l'écrêteur sur le fonctionnement sera discutée plus longuement lors de l'analyse des cellules de commutation.

(a) Fonctionnement pour un rapport cyclique supérieur à 1/2

Pour plus de clarté, le hacheur auxiliaire ne sera pas représenté ici. L'écrêteur ne participe effectivement pas au fonctionnement du convertisseur puisque son utilisation se restreint à la dissipation de l'énergie stockée dans l'inductance de fuite du transformateur. Toutefois, les formes d'ondes présentées au terme de cette section prendront en considération l'écrêtage à l'ouverture des interrupteurs.

Phases $n^{\circ}l$ *et* 3 (Φ_1 et Φ_3)

Dans cette configuration, les deux interrupteurs commandés sont conjointement passants. Le courant dans chaque inductance de filtrage croît linéairement suivant la loi :

$$L_2 \cdot \frac{dI_2}{dt} = L_1 \cdot \frac{dI_1}{dt} = V_{PAC}$$
 Eq. II-1

Le courant circulant dans chaque MOSFET est alors minimal puisque dans cette configuration, chaque interrupteur n'est contraint qu'à la moitié du courant de puissance délivré par la PAC.

En première approximation, l'inductance de fuite sera supposée assez faible pour considérer que le courant s'annule dès la mise en conduction des deux interrupteurs. Le transformateur est alors soumis à un potentiel nul, le pont de diodes étant bloqué au secondaire. Dans ce cas, la tension inverse aux bornes de chacune des diodes du pont est égale à : $V_D = V_S / 2$ Eq. II-2



Figure n° II-6 : Topologie de conversion pour les phases n°1 ($t \in [0, (\alpha - 1/2), T]$) et n°3 ($t \in [T/2, \alpha, T]$)

Phase $n^{\circ}2(\Phi_2)$: $t \in [(\alpha - 1/2).T, T/2]$

L'interrupteur M_2 est commandé à l'ouverture alors que M_1 est toujours passant. Le blocage de M_2 entraîne la mise en conduction des diodes D_2 et D_3 . Le courant dans l'inductance L_2 circule alors au primaire du transformateur. La tension aux bornes du transformateur vaut :

$$V_{TR} = -V_S / m$$
 Eq. II-3

La décroissance du courant dans l'inductance L2 obéit à la loi :

$$L_2 \cdot \frac{dI_2}{dt} = V_{PAC} - \frac{V_S}{m}$$
 Eq. II-4

L'évolution du courant dans l'inductance L_1 reste cependant inchangée par rapport à la phase n°1. Durant cette phase, l'interrupteur M_1 voit passer l'intégralité du courant délivré par la PAC comme cela peut se voir sur les formes d'ondes de la Figure n° II-9.



Figure n° II-7 : Topologie de conversion pour la phase n°2 (t \in [(α -1/2).T, T/2])

Phase $n^{\circ}4(\Phi_4)$: $t \in [\alpha, T, T]$

Cette phase est la transposition rigoureuse de l'étape n°2 appliquée à l'interrupteur M₂. Le blocage de M_2 entraîne la mise en conduction des diodes D_1 et D_4 . Le courant circulant dans l'inductance L_1 attaque le primaire du transformateur dont la tension devient :



Figure n° II-8 : Topologie de conversion pour la phase n°4 ($t \in [\alpha T, T]$)

Formes d'ondes caractéristiques

L'évolution des grandeurs Tension et Courant pour le transformateur, l'interrupteur M_1 ainsi que la diode D_1 est donnée dans la figure ci-dessous. Les phases de fonctionnement préalablement décrites sont référencées à la base de chacun des graphes. On notera l'intervention de l'écrêteur à l'ouverture des interrupteurs.



Figure nº II-9 : Formes d'ondes typiques pour les éléments cités (V_{PAC}=45V, V_S=370V, α=0,6, L_f=1µH, m=3,2, R=75Ω)

(b) Fonctionnement pour un rapport cyclique inférieur à 1/2

Pour éviter de compliquer cette approche qualitative, les différentes phases de fonctionnement ne tiendront pas compte de l'état physique des interrupteurs du hacheur auxiliaire. L'état de la capacité C_E ne sera donc pas connu en dehors de la charge liée à la circulation du courant de puissance pendant les phases de non empiètement (Φ_2 et Φ_4) des interrupteurs M₁ et M₂.

Phase $n \circ l (\Phi_1) : t \in [0, \alpha, T]$

L'interrupteur M_1 est passant et M_2 est bloqué. Les diodes D_2 et D_3 sont alors passantes. La tension aux bornes du transformateur vaut :

$$V_{Tr} = -\frac{V_s}{m}$$
 Eq. II-6

Le circuit auxiliaire est isolé du reste de la structure, bien que le courant moyen de l'inductance L_E circule conjointement dans les inductances d'entrée L_1 et L_2 . Dans ce mode, le courant moyen dans les inductances n'est plus égal à la moitié du courant délivré par la PAC. On peut malgré tout connaître les variations du courant dans les inductances L_1 et L_2 en fonction du potentiel à leur bornes :

$$L_1 \cdot \frac{dI_1}{dt} = V_{PAC}$$
 Eq. II-7

$$L_2 \cdot \frac{dI_2}{dt} = V_{PAC} - \frac{V_S}{m}$$
 Eq. II-8



Figure n° II-10 : Topologie de conversion pour la phase n°1 (t \in [0, α T])

Phases $n^{\circ}2$ *et* 4 (Φ_2 et Φ_4)

L'interrupteur M_1 est commandé à l'ouverture. Le courant initialement dans M_1 charge alors la capacité C_E après que les diodes d'accès se soient polarisées en direct. Le potentiel naturellement imposé à chaque interrupteur est alors celui de C_E pendant l'intégralité de cette phase. Le primaire du transformateur se trouve court-circuité et le pont de diode au secondaire se bloque dès que le courant s'annule. La tension inverse aux bornes de chacune des diodes du pont est égale à : $V_D = V_S / 2$ Eq. II-9

Les deux inductances sont soumises à la même différence de potentiel et le courant décroît suivant l'Eq. II-10 :



Figure n° II-11 : Topologie de conversion pour la phase n°2 ($t \in [\alpha T, T/2]$) et n°4 ($t \in [T/2 + \alpha T, T]$)

Phase $n^{\circ}3(\Phi_3)$: $t \in [T/2, T/2 + \alpha.T]$

L'interrupteur M_2 est passant et M_1 est bloqué. Le courant circulant dans L_1 attaque alors le primaire du transformateur (cf. Figure n° II-12) entraînant de fait la mise en conduction des diodes D_1 et D_4 . La tension aux bornes du transformateur ainsi que de l'interrupteur M_1 vaut :

$$V_{Tr} = V_{M_1} = \frac{V_S}{m}$$
 Eq. II-11

Enfin, l'évolution temporelle du courant dans les inductances de filtrage obéit à :

$$L_1 \cdot \frac{dI_1}{dt} = V_{PAC} - \frac{V_S}{m}$$
 Eq. II-12

$$L_2 \cdot \frac{dI_2}{dt} = V_{PAC}$$
 Eq. II-13



Figure n° II-12 : Topologie de conversion pour la phase n°3 (t \in [T/2, T/2+ α T])

Formes d'ondes caractéristiques

Dans ce mode de fonctionnement, il peut être intéressant de représenter le courant dans une inductance ainsi que le courant délivré par la PAC pour cerner l'impact du circuit auxiliaire sur le reste de la structure. Comme on peut le voir sur la Figure n° II-14, les contraintes en courant sur les inductances d'entrée sont largement majorées par rapport au cas précédent. L'écart entre la valeur attendue ($<I_{PAC}>/2$) et celle obtenue est d'environ 7A. La valeur du courant réinjecté par le circuit auxiliaire (14A moyen) est loin d'être négligeable par rapport au courant débité par la source (18A moyen). Les contraintes en courant sur les éléments structuraux sont ainsi largement supérieures dans ce cas. Le choix du rapport cyclique pour un point de fonctionnement donné est donc d'une grande importance, d'une part pour éviter le surdimensionnement des éléments du convertisseur, d'autre part pour assurer un bon rendement.



Figure nº II-13 : Formes d'ondes typiques pour les éléments cités (VPAC=80V, VS=370V, a=0,4, Lf=1µH, m=3,2, VCE=160V)



Figure nº II-14 : Allure du courant dans l'inductance L1 ainsi que dans la PAC

III.2. Caractéristique de sortie du convertisseur

L'objectif de cette partie est de déterminer les caractéristiques de sortie du convertisseur pour l'ensemble des modes de fonctionnement : conduction continue et discontinue, $\alpha \leq 1/2$ ou $\alpha \geq 1/2$. De la sorte, nous espérons améliorer la connaissance de cette structure et lever le voile sur certains points fonctionnels comme le comportement à vide par exemple. Pour ce faire, nous ne prendrons pas en compte l'intégralité du hacheur auxiliaire mais seulement une source de tension supposée constante et égale à V_{CE}. En effet, le fonctionnement de l'écrêteur ne modifie pas les variations du courant dans les inductances d'entrée, mais seulement la valeur moyenne à cause des mécanismes de réinjection. Dans ce contexte, la simplification est tout à fait possible.

Les caractéristiques de sortie seront finalement comparées à des résultats de simulation pour divers points de fonctionnement. Dans chacune des phases, les pentes du courant seront données.

Pour simplifier les expressions obtenues, nous définirons dès à présent les variables réduites suivantes :

$$y = \frac{V_S}{m \cdot V_{PAC}} \qquad \qquad x = \frac{m^2 \cdot L \cdot f \cdot I_S}{2 \cdot m \cdot V_{PAC}} \qquad \qquad \gamma = \frac{V_{C_E}}{V_{PAC}} \qquad \qquad \text{Eq. II-14}$$

Ces variables seront utilisées dans toute la suite de notre étude.

(a) Caractéristiques de sortie en conduction continue







A partir des formes d'ondes données ci-dessus en régime permanent, on obtient :

•
$$\alpha \ge \frac{1}{2}$$
 $y = \frac{1}{1-\alpha}$ Eq. II-15

•
$$\alpha < \frac{1}{2}$$
 $y = \frac{1}{\alpha} \cdot (1 - (1 - 2 \cdot \alpha) \cdot \gamma)$ Eq. II-16

Lors du fonctionnement à $\alpha \le 1/2$, la tension de sortie est telle que y ≤ 2 . On montre, et cela sera justifié par ailleurs, que sous certaines conditions y ≤ 1 . Dans ce cas, les formes d'ondes de la Figure n° II-16 ne sont plus valables puisque le courant croît pour t \in [T/2, T/2 + α .T].

(b) Caractéristiques de sortie en conduction discontinue pour $\alpha \ge 1/2$



Figure n° II-17 : Démagnétisation totale pour $\alpha > 1/2$

Dans ce mode de fonctionnement, il est possible de se ramener aux résultats relatifs au hacheur Boost. Le convertisseur se comporte au sens du modèle moyen comme un hacheur Boost associée à une inductance équivalente (m².L/2) et une source de tension m.V_{PAC}. La justification rigoureuse ainsi que l'intégralité des calculs sont disponibles en Annexe III. Eu égard aux variables réduites proposées, la caractéristique de sortie prend la forme suivante :

$$y = 1 + \frac{\alpha^2}{2 \cdot x}$$
 Eq. II-17



(c) Caractéristiques de sortie en conduction discontinue pour $\alpha \le 1/2$ et y > 1

Figure n° II-18 : Démagnétisation totale pour y ≥ 1 et $1/2+\alpha > \theta > 1/2$



Pour éviter d'alourdir inutilement l'exposé, nous ne rentrerons pas dans les détails des calculs permettant l'obtention des relations $y=f(x, y, \gamma)$. Le tableau suivant donne l'expression de la caractéristique de sortie pour les deux cas schématisés.



Tableau II-3 : Expressions des caractéristiques de sortie pour les cas n°1 et n°2

La continuité de fonctionnement entre les phases n°1 et n°2 impose l'existence d'une frontière dont les points vérifient simultanément les relations Eq. II-18 ainsi que Eq. II-19 soit :

$$x_{Front} = \frac{1}{8} \cdot \frac{(y_{Front} - 1) \cdot (1 - \gamma)^2}{(y_{Front} - \gamma - 1)^2} \operatorname{avec} \begin{cases} y_{Front} (\alpha = 1/2) = 2\\ x_{Front} (\alpha = 1/2) = 1/8 \end{cases}$$
Eq. II-20

Intuitivement, on s'attend à un troisième cas, non représenté ici, qui correspond à la démagnétisation totale de l'inductance de filtrage pour t \leq T/2. Toujours dans l'hypothèse que V_S > m.V_{PAC}, le courant transmis au secondaire serait alors nul ainsi que la tension de sortie. Le paradoxe ainsi mis en évidence justifie que ce cas ne puisse pas apparaître pour y \geq 1.

(d) Caractéristiques de sortie en conduction discontinue pour $\alpha \le 1/2$ et $y \le 1$





Figure n° II-20 : Démagnétisation totale pour y ≤ 1 et $\theta < 1/2$

Figure n° II-21 : Démagnétisation totale pour y \leq 1 et $\theta > 1/2 + \alpha$

Dans le cas n°1 (Figure n° II-20), l'inductance se démagnétise deux fois par période. La seconde démagnétisation s'opère inévitablement puisque sur un même intervalle de temps, la pente positive est réduite dans la seconde demi période. A partir de l'allure du courant transmis au secondaire, on déduit la caractéristique de sortie :

$$y = 1 - 2 \cdot \frac{x}{\alpha^2}$$
 Eq. II-21

En ce qui concerne le second cas, les résultats correspondants à la Figure n° II-19 sont transposables quelle que soit la valeur de y. On aura alors :

$$y = 1 + \frac{1 + (2 \cdot \alpha - 1) \cdot \gamma}{\alpha} - 2 \cdot \frac{x}{\alpha^2}$$
 Eq. II-22

La frontière entre ces deux zones de fonctionnement correspond au cas limite où $\alpha = (\gamma - 1)/2.\gamma$.

(e) Représentation et analyse des caractéristiques de sortie

L'ensemble des zones déterminées ci-dessus est représenté dans le plan des variables réduites (x,y) pour une valeur fixée de γ , ici égale à 2,5. Les expressions analytiques théoriques ont alors été comparés à des résultats de simulation sous PSIM®.



Figure n° II-22 : Caractéristiques de sortie pour γ = 2,5 et comparaison entre résultats analytiques (courbes pleines) et simulation (points noirs)

La parfaite cohérence entre les résultats théoriques et ceux obtenus par simulation justifie le bien fondé de la démarche présentée et des approximations. Conserver un regard critique vis-à-vis de ces résultats est néanmoins impératif. Parmi les faiblesses du modèle, citons :

• l'absence de toute hypothèse sur l'état de conduction du hacheur auxiliaire (CC ou CD). Celui-ci sera régulé en tension. Cela a donc peu d'importance,

• l'impact important de l'inductance de fuite sur le fonctionnement dans le cas de fortes valeurs de L_f: augmentation du courant réinjecté, ralentissement des commutations à l'ouverture,

• la limitation du gain pour $\alpha \ge 1/2$ du fait des résistances série des composants [Ferrieux],

• le fonctionnement destructif pour $y \ge \gamma$ puisque les diodes d'accès à l'écrêteur se polarisent en direct aux instants où le transfert devrait s'effectuer vers le secondaire du transformateur.

De la dernière condition, on peut extraire une valeur minimale du rapport de transformation. L'idée étant d'utiliser des MOS 200V à faible R_{DS_on} , le potentiel minimal de C_E a été fixé à 150V.

De la même manière, il est souhaitable d'éviter de fonctionner à $\alpha \le 1/2$ au nominal pour ne pas augmenter inutilement les contraintes en courant. La justification sera donnée dans la partie III.4 qui suit.

Le rapport de transformation doit alors vérifier les inégalités suivantes :

$$2,4 \le m \le 4$$
 Eq. II-23

La restriction des abaques aux zones de fonctionnement correspondantes $(1,125 \le y \le 3,3)$ permet de s'affranchir de trois cas d'études.

Au-delà d'une connaissance fonctionnelle approfondie, ces abaques mettent en évidence des propriétés importantes du convertisseur. On constate notamment que le fonctionnement à vide est impossible y compris aux faibles tensions de sortie. Parallèlement, la présence de l'écrêteur autorise une propriété intéressante qui est l'abaissement de tension. Enfin, cette démarche s'inscrit bien dans une logique de conception et d'optimisation puisqu'en dépit d'un fonctionnement supposé sans pertes, une connaissance correcte des points de fonctionnement est désormais possible quelles que soient les contraintes imposées : tension d'entrée, tension de sortie ou d'écrêtage, puissance... Il apparaît judicieux de choisir le rapport de transformation en optimisant le rendement de la structure, ponctuellement (typiquement au régime nominal) ou sur une gamme de puissance fixée au préalable. Dans ce contexte, des modèles analytiques et semi empiriques de pertes seront développés par la suite. Il ne reste donc plus qu'à élucider les mécanismes de commutation ainsi que la réinjection du courant entre le convertisseur principal et le hacheur auxiliaire pour parfaire l'analyse de la structure.

III.3. Extraction des cellules de commutation en fonction du fonctionnement

Au delà du simple inventaire des semiconducteurs participant à la cellule de commutation, l'enjeu est de comprendre les transferts énergétiques dans la structure et plus exactement les mécanismes régissant la réinjection de courant dès que l'écrêteur est actif. L'objectif visé au terme de ce chapitre est l'estimation analytique des pertes du convertisseur pour tout point de fonctionnement. La connaissance des commutations sera ainsi mise à profit dans un modèle semi empirique de cellules MOS Diode en commutation. Ce modèle sera présenté au chapitre suivant.

(a) Cas d'un rapport cyclique $\alpha > 1/2$

La cellule de commutation à la fermeture est classiquement constituée de l'interrupteur commandé et des deux diodes du pont redresseur associées comme cela est schématisé dans la Figure n° II-23. L'inductance de fuite physiquement localisée entre le MOS et les diodes peut agir comme un circuit d'aide à la fermeture (CALC), sous réserve que sa valeur soit suffisamment élevée.
A l'ouverture, l'écrêteur n'intervient que si la surtension induite par l'inductance de fuite entraîne le dépassement du potentiel fixé par la capacité C_E. La cellule de commutation reste inchangée à l'ouverture si la condition suivante est vérifiée :

$$V_{MOS} = \frac{V_S}{m} + L_f \cdot \frac{dI}{dt} \le V_{CE}$$
 Eq. II-24

Dans le cas contraire, une nouvelle cellule de commutation se substitue à celle précédemment décrite. La cellule englobe alors l'interrupteur commandé et la diode d'accès associée. Les figures suivantes recensent les deux cas possibles. On notera que dans ce cas, l'autre interrupteur est en conduction.



Figure n° II-23 : Maille de commutation « standard » à l'ouverture et à la fermeture de $\underline{M_1}$



Contrairement à la cellule de commutation classique où le blocage de M_1 s'accompagne conjointement du transfert du courant de puissance dans les diodes du pont, l'approche est plus délicate lorsque l'écrêteur intervient puisque deux étapes distinctes se succèdent.

Lorsque la surtension à l'ouverture de l'interrupteur ne vérifie plus la condition énoncée ci-dessus, la diode d'accès correspondante au MOS devient passante et la capacité C_E se charge. Dès que le courant croît dans l'inductance de fuite, la tension aux bornes du transformateur vaut :

$$V_{Tr} = \frac{V_S}{m}$$
 Eq. II-25

Le courant dans les diodes du secondaire est égal, à m près, au courant dans Lf soit :

$$I_{D1} = m \cdot I_{L_f} = \frac{m \cdot V_{C_E} - V_S}{L_f} \cdot t$$
 Eq. II-26

Le temps t nécessaire à l'établissement du courant dans les diodes du pont sera :

$$\tau = \frac{m \cdot L_f \cdot I_{PAC}}{2 \cdot \left(m \cdot V_{C_F} - V_S\right)}$$
 Eq. II-27

En première approximation, nous supposerons que l'évolution du courant dans le MOS est linéaire et que le temps de descente du courant est largement inférieur au temps d'établissement du courant dans les diodes ($t_f \ll \tau$). Le courant dans la diode d'accès à l'écrêteur pendant la commutation vaut environ :

$$I_{DE} = I_{PAC} / 2 - I_{M1} - I_{Tr} \approx I_{PAC} / 2 - I_{M1}$$
 Eq. II-28

Une fois l'interrupteur bloqué, le courant dans la diode d'accès décroît puis s'annule en t= τ . La tension aux bornes de l'interrupteur reste alors égale à celle de la capacité C_E jusqu'à cet instant. La Figure n° II-25 reprend l'évolution de la tension et du courant dans les éléments participant à la commutation.



Figure nº II-25 : Formes d'ondes idéalisées des éléments participant à la commutation

Les résultats théoriques préliminaires sont confirmés par des simulations effectuées sous SABER® pour deux valeurs d'inductance de fuite : $L_f = 0,5\mu$ H et 2,5 μ H. La phase nécessaire à l'établissement de la tension V_{CE} au niveau du MOS s'accompagne cependant d'une décroissance du courant commuté sous l'effet de la magnétisation du transformateur :

$$I_{M1}(t) = I_{PAC} / 2 - I_{Tr}(t)$$
 avec $I_{Tr}(t) = (V_S / m - V_{M1}(t)) / L_f$ Eq. II-29



Figure n° II-26 : Courant dans M_1 et D_{E1} à l'ouverture pour L_f = 0,5µH





Le courant moyen d'entrée du hacheur auxiliaire se calcule facilement si l'on suppose que $I_{DE}(t_f) \approx I_{PAC} / 2$.

$$\langle I_E \rangle = \frac{2}{T} \cdot \int_0^T I_{DE}(t) \cdot dt = \frac{2}{T} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{I_{PAC}}{2} \cdot \tau\right) \quad \text{soit} \quad \langle I_E \rangle = \frac{m \cdot L_f \cdot f}{m \cdot V_{C_E} - V_S} \cdot \left(\frac{I_{PAC}}{2}\right)^2 \qquad \text{Eq. II-30}$$

Dans l'hypothèse d'un rendement unitaire au niveau du hacheur auxiliaire, le courant moyen réinjecté au niveau des inductances d'entrée vaut finalement :

$$\langle I_{S_E} \rangle = \frac{V_{C_E}}{V_{PAC}} \cdot \frac{m \cdot L_f \cdot f}{m \cdot V_{C_E} - V_S} \cdot \left(\frac{I_{PAC}}{2}\right)^2$$
 Eq. II-31

Ce résultat est à appréhender avec prudence. Au courant I_{PAC} de l'Eq. II-31 s'ajoute le courant effectivement réinjecté au cours de la période suivante. Le système atteint progressivement un état d'équilibre ne correspondant pas à la simple somme du courant I_{PAC} et du courant injecté correspondant.

(b) Cas d'un rapport cyclique $\alpha < 1/2$

Contrairement au cas précédent, l'ouverture d'un interrupteur s'opère alors que l'autre est préalablement ouvert. Le courant alors commuté est la somme des courants I_1 et I_2 circulant dans chacune des inductances de filtrage que nous noterons I_T .

A l'ouverture de l'interrupteur M_1 , la tension entre Drain et Source va progressivement monter en fonction du courant de grille correspondant à la tension Miller. La première des deux diodes d'accès à se polariser en direct sera paradoxalement D_{E2} puisque les diodes D_{E1} et D_{E2} sont respectivement aux potentiels suivants avant que l'interrupteur ne soit commandé à l'ouverture :

$$V_{DE1} = -V_{C_E}$$
 $V_{DE2} = -V_{C_E} + \frac{V_S}{m} + L_f \cdot \frac{dI_2}{dt} > -V_{C_E}$ Eq. II-32

Immédiatement après la mise en conduction de D_{E2} , le courant dans le transformateur décroît puisque la différence de potentiel à ses bornes est :

$$L_f \cdot \frac{dI_{Tr}}{dt} = V_{C_E} - \frac{V_S}{m} - V_{M1}(t)$$
 Eq. II-33

Ce courant se retranche alors au courant I_T circulant initialement dans l'interrupteur M_1 . Lorsque la tension atteint finalement la valeur V_{CE} , la commutation proprement dite s'opère entre M_1 et D_{E1} . Le courant circulant dans M_1 à cet instant sera noté I_{Comm} . Le transformateur court-circuité se démagnétise alors par le pont de diodes :

$$L_f \cdot \frac{dI_{Tr}}{dt} = -\frac{V_S}{m} \qquad I_{DE2} = I_T - I_{Comm} + \frac{V_S}{m \cdot L_f} \cdot t \qquad \text{Eq. II-34}$$

Comme précédemment, nous ferons l'hypothèse que la durée de la commutation est largement inférieure au temps nécessaire à la démagnétisation du transformateur. Dans ces conditions :

$$I_{DE1} \approx I_{Comm} - \frac{V_S}{m.L_f}.t$$
 Eq. II-35

Si cela n'est pas le cas, il faudrait évidemment prendre en compte le fait qu'une partie du courant commuté par M_1 décroît de concert. La maille de commutation est alors constituée de l'interrupteur et de la diode d'accès associée comme schématisé sur la Figure n° II-28.



Figure n° II-28 : Maille de commutation à l'ouverture et à la fermeture de \underline{M}_1 pour $\alpha < 1/2$

L'ouverture ainsi décrite présente deux cas limites intéressants. Si la durée du plateau Miller est relativement courte et (ou) l'inductance de fuite de forte valeur, le courant évolue peu pendant la première phase et $I_{Comm} \approx I_T$ comme cela peut se voir sur la Figure n° II-32. Les pertes totales en commutation peuvent être raisonnablement estimées dans la maille de commutation M_1 - D_{E1} , l'intervention de la deuxième diode se faisant sur une dynamique plus lente conditionnée par L_f.

Dans le cas contraire, il faudrait adjoindre au modèle l'inductance magnétisante qui maintient le courant quasi constant ($I_{Comm} \approx I_2$) dans la maille (M_1 - D_{E2} -Tr- C_E) jusqu'à la mise en conduction de D_{E1} . Les pertes sont minorées par rapport au cas précédent, le courant commuté étant I_1 . Ce cas sera délibérément occulté de notre étude malgré la faible valeur de l'inductance de fuite du transformateur bobiné ($L_f \approx 0.5 \mu$ H). Nous obtiendrons de la sorte une valeur majorée des pertes en commutation qui, dans le cadre d'une démarche de dimensionnement ou d'optimisation, apparaît plus pertinente et adaptée.

De manière duale, on montre qu'à la fermeture de l'interrupteur, la diode D_{E2} reste passante lorsque D_{E1} retrouve son pouvoir de blocage. Nous supposerons que le courant Drain, alors régi par l'inductance de fuite, varie peu pendant la décroissance de V_{DS} étant données les différentes dynamiques mises en jeu.

Les formes d'ondes idéalisées résument les résultats attendus.









Des simulations sous SABER® ont été effectuées pour vérifier le déroulement des commutations. Les modèles d'interrupteurs alors disponibles ont orienté notre choix vers des MOS APT20M38BVR dont les propriétés dynamiques sont voisines de ceux intégrés sur le prototype (IRFP90N20D ou IRFP260N). La commande asymétrique 0-14V est associée à une résistance de grille de 47 Ω . Les résultats sont présentés dans les figures suivantes pour deux valeurs réalistes d'inductance de fuite : 0,5µH et 2,5µH.



Figure n° II-31 : Courant dans M_1 , D_{E1} et D_{E2} à la fermeture de M_1







Figure n° II-32 : Courant dans M_1 , D_{E1} et D_{E2} à l' ouverture de M_1







Figure n° II-35 : Energie dissipée à la fermeture de M1

Figure n° II-36 : Energie dissipée à l'ouverture de M₁

L'approche théorique est globalement corroborée par les résultats de simulation. Dans le cas de la fermeture, on note cependant une phase non prévue qui correspond à la mise en conduction des diodes du secondaire. La durée de cette phase, principalement conditionnée par la valeur de l'inductance magnétisante, rend d'autant plus légitimes les hypothèses faites sur les pertes en commutation. La modélisation du transformateur sous SABER® utilise les valeurs mesurées à vide au pont HP4194A soit L_{μ} =550µH. On peut ainsi avancer avec certitude que les transferts d'énergie entre M₁, D_{E1} et D_{E2} interviendront successivement. On constate d'ailleurs à la vue de la Figure n° II-35 que l'énergie dissipée au cours de la commutation est quasi indépendante de la valeur de l'inductance de fuite.

En ce qui concerne l'ouverture du MOS, les faibles écarts de la Figure n° II-36 justifient le choix d'une commutation classique entre M_1 et D_{E1} . Dans ce mode de fonctionnement, les pertes en commutation seront alors estimées simplement sans prendre en compte l'influence de la maille (D_{E2} -Tr- C_E). Le degré de modélisation doit nécessairement refléter l'impact des pertes en commutation sur les pertes totales et plus précisément sur les pertes en conduction. Dans ce contexte, l'approche proposée suffit amplement. Le courant commuté sera pris égal à I_T à l'ouverture, et I_1 lors de la fermeture.

III.4. Calcul du courant moyen réinjecté par le hacheur auxiliaire

Nous allons présenter une méthode analytique permettant d'obtenir une valeur approchée du courant moyen de sortie du hacheur auxiliaire pour tout point de fonctionnement. Néanmoins, nous nous affranchirons des zones de conduction discontinue, qui seront peu exploitées par la suite. Un exemple sera pourtant donné dans le cas où $\alpha \ge 1/2$ bien que le faible niveau de courant réinjecté ne présente que peu d'intérêt. Nous réaliserons pour ce faire un certain nombre d'hypothèses simplificatrices :

• l'influence de l'inductance de fuite ne sera pas prise en compte lorsque $\alpha \le 1/2$. La validité de cette hypothèse sera discutée par la suite ;

• l'ondulation de courant dans les inductances sera négligée pour un rapport cyclique inférieur à 1/2. Au contraire, lorsque l'écrêteur est actif à l'ouverture des MOS, le courant sera pris égal à $I_M=I_{PAC}+\Delta I$ en conduction continue et $I_M=2.\Delta I$ ($\Delta I=\alpha.V_{PAC}/L.f$) en conduction discontinue,

• le rendement du hacheur sera supposé unitaire et de fait $V_{PAC} \cdot I_{S_E} = V_{C_E} \cdot I_{E_E}$,

• les mécanismes de réinjection seront supposés discrets d'une période de découpage à l'autre malgré la continuité des grandeurs étudiées.

Le courant réinjecté au cours de la k-ième période s'ajoute au courant délivré par la PAC à la période de découpage suivante. La démarche consiste à trouver la limite de suites définies par récurrence.

(a) Cas d'un rapport cyclique supérieur à 1/2

L'intervention de l'écrêteur se restreint à la dissipation de l'énergie de fuite du transformateur. A partir de l'Eq. II-31, il est possible de donner la récurrence définissant l'évolution du courant :

$$\left\langle I_{S_E} \right\rangle_{N+1} = \Psi_{sup} \cdot \left(\frac{I_M + \left\langle I_{S_E} \right\rangle_N}{2} \right)^2 \text{ avec } \Psi_{sup} = \frac{m \cdot L_f \cdot f}{m \cdot V_{C_E} - V_S} \cdot \frac{V_{C_E}}{V_{PAC}}$$
 Eq. II-36

La monotonie de la fonction de récurrence justifie que la limite cherchée soit solution de f(L)=L soit :

$$\langle I_{S_E} \rangle_{\infty} = -I_M + \frac{2 \cdot \left(1 - \sqrt{1 - \Psi_{sup} \cdot I_M}\right)}{\Psi_{sup}}$$
 Eq. II-37

(b) Cas d'un rapport cyclique inférieur à 1/2

Par un raisonnement analogue, on montre que :

$$\langle I_{S_E} \rangle_{N+1} = \Psi_{inf} \cdot \left(I_{PAC} + \langle I_{S_E} \rangle_N \right) \text{ avec } \Psi_{inf} = (1 - 2 \cdot \alpha) \cdot \frac{V_{C_E}}{V_{PAC}}$$
 Eq. II-38

La condition nécessaire et suffisante de convergence est $\Psi_{inf} < 1$. Si cette condition est vérifiée, la suite arithmético-géométrique converge et sa limite vaut :

$$\left\langle I_{S_E} \right\rangle_{\infty} = I_{PAC} \cdot \frac{\Psi_{inf}}{1 - \Psi_{inf}}$$
 Eq. II-39

(c) Comparaison à quelques points de simulation

Les expressions analytiques ont été comparées à des résultats de simulation sous PSIM®. Les simulations sont effectuées avec des modèles d'interrupteurs parfaits. Le transformateur est modélisé par un coupleur parfait associé à une inductance de fuite.

Les points en conduction continue correspondent au régime nominal de la PAC ce qui permet de justifier le choix du rapport de transformation à la vue des surcontraintes en courant pour $\alpha \le 1/2$.

	Conduction	Lf	α	V _{CE}	V _{PAC}	Calcul	PSIM
(α≥1/2)	CD	5,0 µH	0,55	162 V	45 V	0 ,2 A	0 , 18A
	CC	2,0 µH	0,6	150 V	45 V	4,6 A	4,4 A
(α≤1/2)	CC	2, 0 µH	0,45	150 V	45 V	22,3 A	29,2 A
	CC	0,5 µH	0,45	150 V	45 V	22,3 A	22,7 A

Tableau II-4 : Comparaison des courants réinjectés dans quelques cas pertinents

Globalement les résultats théoriques coïncident avec les valeurs obtenues sous PSIM®. On constate pourtant une erreur significative au niveau de la ligne n°3. *A contrario*, l'écart est faible dans la dernière ligne qui correspond aux mêmes conditions opératoires mais à une inductance de fuite plus faible. Son impact sur le niveau de courant réinjecté ne peut donc pas être négligé. Il faudrait également étudier l'influence de l'inductance magnétisante comme nous l'avons exposé préalablement (cf. Figure n° II-31). Par souci de clarté et de cohérence vis-à-vis du modèle de transformateur, il ne sera rajouté qu'un terme à la suite récurrente ($\alpha \le 1/2$). Celle-ci devient :

$$\langle I_{S_E} \rangle_{N+1} = \Psi_{inf} \cdot \left(I_{PAC} + \langle I_{S_E} \rangle_N \right) + \Psi_{sup} \cdot \left(\frac{I_{PAC} + \langle I_{S_E} \rangle_N}{2} \right)^2$$
 Eq. II-40

Les valeurs alors « corrigées » pour les lignes n°3 et n°4 sont : 28,2 A et 22,5 A.

On comprend mieux qu'il faille réserver le fonctionnement à $\alpha \leq 1/2$ au domaine des faibles puissances. Le surplus de courant est totalement incompatible avec la problématique fort courant/basse tension imposée par la PAC. Bien au-delà du surdimensionnement des composants (fils, semiconducteurs, refroidissement...), c'est l'efficacité même de conversion qui est en jeu.

IV. Conclusion du Chapitre II

Les avantages et les inconvénients du commutateur à point milieu inductif ont été longuement discutés. Les restrictions de fonctionnement pour un rapport cyclique inférieur à 1/2 ont trouvé leurs solutions dans l'ajout d'un circuit écrêteur auxiliaire. Celui-ci permet le fonctionnement à rapport cyclique quelconque et la limitation des surtensions à l'ouverture des interrupteurs.

Dans chacun des modes de fonctionnement, nous avons ensuite décrit les topologies du convertisseur. Cette étude « préliminaire » a largement contribué à l'obtention des caractéristiques de sortie d'où nous avons tiré de premières conclusions sur le fonctionnement de la structure. Les niveaux d'entrée et de sortie requis par l'application ont ainsi fortement contraint le rapport de transformation $(2,4 \le m \le 4)$ et de fait, les zones de fonctionnement du convertisseur.

L'analyse s'est ensuite focalisée sur les mécanismes de commutation entre le convertisseur principal et le hacheur auxiliaire. L'examen des conditions d'intervention des diodes d'accès et l'influence de l'inductance de fuite ont permis d'isoler des cellules MOS-Diodes simples donnant à coup sûr une estimation majorée des pertes en commutation. Ces résultats seront mis à profit dès le chapitre suivant.

Enfin, une méthode analytique de calcul a été présentée pour l'estimation du courant réinjecté par le hacheur auxiliaire. Celle-ci a donné des résultats tout à fait convenables après que les résultats relatifs aux commutations y eurent été corrélés. Au terme de cette partie, nous avons pu rejeter l'intervention de l'écrêteur aux fortes puissances.

Outre une meilleure connaissance de la structure, cette partie s'inscrit logiquement dans une démarche de dimensionnement optimisé. En dépit de simplifications parfois grossières, dont le lecteur devra garder les limites à l'esprit, l'ensemble des résultats analytiques obtenus est exploitable, qu'il s'agisse de dimensionner un élément structurel ou d'en estimer les pertes. Sans connaissance préalable de la fonction Objectif (optimisation du rendement sur toute ou partie de la gamme de puissance, volume, prix...), cette approche analytique trouve son intérêt dans la grande latitude qu'elle autorise.

A la vue de l'application visée, le rendement devient pour nous la priorité. Le volume, peu contraint par le cahier des charges, y sera logiquement lié (pertes réduites \rightarrow dissipateur moins volumineux) et ce d'autant plus que le choix d'une structure de conversion Courant/Tension s'est fait dans un souci de minimisation.

Nous nous attacherons dès à présent à trouver des modèles analytiques simples et robustes pour les éléments suivants :

- pertes en commutation des semiconducteurs,
- pertes en conduction des semiconducteurs avec couplage thermique,
- pertes Cuivre et Fer dans les composants bobinés.

Chapitre III ANALYSE DES MECANISMES DE PERTES ET PREDICTION DU RENDEMENT

TABLE DES MATIERES DU CHAPITRE III

I.	Int	roduction	71
II.	Mo	délisation analytique d'une cellule MOS-Diode en commutation	72
Ι	I.1.	Contexte de l'étude	72
Ι	I.2.	Recherche de fonctions d'interpolation à partir des données constructeur	76
Ι	I.3.	Formulation des hypothèses simplificatrices	79
Ι	I.4.	Expressions analytiques de la tension Drain-Source pendant le plateau Miller	80
Ι	I.5.	Exploitation des résultats	80
Ι	I.6.	Conclusions	82
III.	Мо	délisation thermique macroscopique des semiconducteurs	83
Ι	II.1.	Introduction	83
Ι	II.2.	Modélisation préliminaire des semiconducteurs et du refroidisseur	83
Ι	II.3.	Présentation des modèles thermiques	90
Ι	II.4.	Validation des modèles thermiques pour un système multi source	96
Ι	II.5.	Conclusion	98
IV.	Etu	de des pertes Cuivre dans les composants bobinés	99
Ι	V.1.	Introduction	99
Ι	V.2.	Calcul des pertes Cuivre d'un transformateur par la méthode classique de Dowell	100
Ι	V.3.	Calcul des pertes cuivre dans une inductance torique	110
Ι	V.4.	Conclusions sur les pertes Cuivre dans les composants bobinés	118
V.	Мо	dèles de pertes Fer dans les composants magnétiques	119
Ţ	V.1.	Introduction	119
V	V.2.	Modéles de pertes Fer	119
V	V.3.	Conclusion sur les pertes Fer	121
VI.	Co	nclusion du Chapitre IV	122
VII	. Bib	liographie du Chapitre IV	123

I. Introduction

La raison de ce chapitre est l'obtention de modèles analytiques de pertes. Ne seront retenus dans cette étude que les éléments dont les pertes interviennent de manière significative dans la puissance dissipée totale. Par exemple, la modélisation des capacités s'effectuera avec la résistance série classique (ESR). *A contrario*, l'accent sera mis sur les semiconducteurs et les composants bobinés qui seront fortement sollicités. Le chapitre s'architecturera de la manière suivante.

Dans un premier temps, un modèle semi empirique de cellule MOS-Diode en commutation sera exposé. Celui-ci doit permettre au concepteur d'estimer correctement des pertes générées dans la maille de commutation avec une prise en compte simple des effets inductifs et capacitifs. Les résultats obtenus seront comparés aux approches classiques basées sur une description capacitive des composants. Le travail s'achèvera par le couplage thermique des semiconducteurs. Dans ce contexte, deux types de modélisation de semiconducteurs sur plaque de refroidissement seront comparés.

Nous nous pencherons ensuite sur l'étude des pertes Cuivre dans le transformateur et les inductances toriques et plus précisément sur l'évolution fréquentielle de la résistance des enroulements. Un état de l'art succinct permettra de cerner les méthodes disponibles et justifier le choix d'une homogénéisation en plaques de Dowell. Enfin, une technique inédite sera présentée pour permettre l'extension des plaques de Dowell aux géométries toriques.

Pour parfaire la connaissance des pertes dans les composants bobinés, nous présenterons des modèles de pertes Fer. Un inventaire des modèles actuellement disponibles en Electronique de Puissance pour les ferrites sera dressé. En ce qui concerne les poudres de Fer utilisées en mode asymétrique (inductance de filtrage), la pauvreté des données existantes nous a naturellement conduit à mener une campagne de mesures sur des matériaux susceptibles de correspondre à notre utilisation. L'objectif visé ainsi que le protocole retenu seront décrits par la suite.

II. Modélisation analytique d'une cellule MOS Diode en commutation

II.1. Contexte de l'étude

La principale difficulté dans le calcul des pertes en commutation est d'estimer correctement les temps nécessaires aux variations du courant Drain d'une part, à la tension V_{DS} d'autre part. Bien souvent, les résultats obtenus par linéarisation des formes d'ondes sont convenables si ces temps sont connus. Cependant il n'est pas évident de connaître la durée du plateau Miller. Pour pallier ce problème, on a coutume d'appréhender les phases Miller comme des charges et décharges de la capacité de sortie C_{OSS} . L'énergie dissipée sur un cycle de commutation ON-OFF prend alors la forme suivante : C_{OSS} . $V_{DS}^2/2$. Derrière l'apparente simplicité de cette expression se cachent pourtant des hypothèses fortes rarement justifiées. Sans plus entrer dans le détail, on constate notamment que le résultat est indépendant de la résistance de grille qui pourtant conditionne la durée des plateaux Miller.

Pour ces raisons, nous chercherons plutôt à résoudre les équations différentielles vérifiées par I_{Drain} et V_{DS} pendant les phases successives de la commutation. L'énergie dissipée s'obtient alors en calculant l'intégrale de V_{DS}.I_{Drain}. Quelques rappels sur le fonctionnement du MOS seront auparavant donnés.

(a) Rappels du fonctionnement de l'interrupteur MOS, hypothèses réalisées

Généralités

L'interrupteur MOS est modélisé par une source de courant commandée en tension à laquelle s'associent trois capacités non linéaires comme cela est représenté dans la Figure n° III-1. La localisation ainsi que la nature des capacités parasites inter électrodes est donnée ci-dessous.



Figure nº III-1 : Modèle 3 capacités du MOSFET



Nous ne traiterons pas pour l'instant la relation existant entre les tensions V_{DS} , V_{GS} et le courant circulant dans le canal. Cependant, nous définirons les commutations en considérant que le courant ne dépend que de la tension de commande V_{GS} . La commutation s'achèvera dès que la relation Courant-Tension cessera d'être univoque **[TI D3340]**.

Pour l'ensemble de l'étude, nous allons définir une cellule de commutation qui servira de référence. De cette représentation se déduisent les relations de base régissant l'évolution du MOS.



- Loi de nœuds appliqué au Drain (C_{OSS}=C_{GD}+C_{DS}, C_{RSS}=C_{GD})

$$I_{Canal} = I + \frac{d}{dt} \left[\left(C_{j/d} + C_{OSS} \right) \cdot V_{DS} \right] - \frac{d}{dt} \left[C_{RSS} \cdot V_{GS} \right] \quad \text{Eq. III-1}$$
- Loi de nœuds appliqué à la Grille (C_{ISS}=C_{GD}+C_{GS})

$$i_g = \frac{d}{dt} \left[C_{ISS} \cdot V_{GS} \right] - \frac{d}{dt} \left[C_{RSS} \cdot V_{DS} \right] \quad \text{Eq. III-2}$$

- Loi de maille au niveau de la commande

$$\pm V_{Com} - V_{GS} = R_g \cdot i_g$$
 Eq. III-3

Etude qualitative d'un cycle de commutation

Pour faciliter la compréhension du lecteur, nous supposerons les diverses capacités constantes. Cette hypothèse implique des variations linéaires pour la tension V_{DS} et simplifie l'approche, notamment pour estimer la durée du plateau Miller. Par ailleurs, nous bornerons le développement analytique aux phases où les tensions V_{GS} et V_{DS} évoluent indépendamment si bien qu'aucun détail ne sera donné sur les mécanismes de rétroaction. Le déroulement est identique pour le modèle présenté par la suite. Seules les non linéarités des capacités et la méthode de résolution des équations différentielles distingueront les deux approches.



La tension entre Grille et Source croît jusqu'à la tension Threshold de création du canal : V_{TH} . Le courant de grille charge alors majoritairement C_{GS} . La tension V_{GS} évolue suivant l'équation ci-dessous :

$$V_{GS}(t) \approx V_{Com} \cdot \left(1 - exp\left(\frac{-t}{R_g \cdot C_{GS}}\right)\right) < V_{TH}$$
 Eq. III-4

Le temps mis pour achever cette phase est :

$$t_{d_om} = R_g \cdot C_{GS} \cdot ln \left(\frac{V_{Com}}{V_{Com} - V_{TH}} \right)$$
 Eq. III-5

 $\label{eq:Figure n^o III-4} Figure n^o III-4: Montée de la \\ tension V_{GS} à la valeur V_{TH}$

Le courant Drain est alors nul, la tension V_{DS} restant à la valeur E imposée par le circuit de puissance.



Figure n° III-5 : Montée du courant Drain jusqu'à I



Figure n° III-6 : Décroissance de V_{DS}, plateau Miller



La tension seuil V_{TH} étant atteinte, le courant dans le drain apparaît (régime de saturation). Celui-ci ne dépend alors que de la tension de commande qui suit la même loi que celle décrite dans l'étape n°1. De manière réaliste, nous supposerons que le courant évolue suivant :

$$I_{canal}(t) = K \cdot (V_{GS}(t) - V_{TH})^{\lambda} \operatorname{avec} \lambda \approx 2,5$$
 Eq. III-6

Cette phase se poursuit jusqu'à ce que le courant drain prenne la valeur I. Le temps mis pour la montée du courant vaut alors :

$$t_{r_{om}} = R_g \cdot C_{GS} \cdot ln \left(\frac{V_{Gom}}{V_{Com} - V_{GS}(I)} \right)$$
 Eq. III-7

La présence de l'inductance parasite s'accompagne d'une chute de tension ΔV aux bornes du MOS. En cas de recouvrement inverse de la diode, nous considérerons que cette phase s'achève pour $I_{Drain}(t)=I+I_R$.

La tension V_{GS} (et de fait le courant de grille) reste constante dans cette phase et vaut $V_{GS}(t_{r_on})$. Il vient alors à partir de l'Eq. III-2 :

$$i_{g}(t_{r_{on}}) = -\frac{d}{dt} [C_{GD} \cdot V_{DS}] = -\frac{dQ_{DG}}{dt}$$
 Eq. III-8
$$\Delta T_{ON} = C_{GD} \cdot (E - \Delta V) / i_{g}(t_{r_{on}})$$
 Eq. III-9

Dans cette phase, la décroissance de V_{DS} s'accompagne de la décharge des capacités $C_{j/d}$ et C_{OSS} . Le courant Drain est ainsi majoré par rapport au courant de puissance I.

$$I_{drain} = I + \frac{d}{dt} \Big[C_{j/d} \cdot V_{DS} \Big]$$
 Eq. III-10

Le plateau Miller se termine lorsque le MOS passe en régime de désaturation pour $V_{DS}=V_{DS_SAT}(V_{com})$ soit quelques volts. La tension entre Grille et Source poursuit sa progression jusqu'à la valeur fixée par le générateur de tension (V_{com}). La tension entre Drain et Source est encore variable, l'augmentation de V_{GS} faisant rétroaction sur V_{DS} via la capacité Miller. Celle-ci décroît jusqu'à la valeur R_{DS_on} .I, correspondant à la fin de la commutation proprement dite.

Figure n° III-7 : Etat passant, fin de la charge de C_{ISS}

Les processus sont duaux à l'ouverture de l'interrupteur. Dans ce cas cependant, la phase Miller s'accompagne de la charge des capacités.

(b) Recours aux modèles capacitifs pour la prédiction des pertes pendant la phase Miller

Un certain nombre d'auteurs assimile les plateaux Miller à des charges et décharges de Coss et Ci/d. Par analogie à un circuit RC, ce modèle permet d'aboutir à une expression simple des pertes en commutation. Toutefois, il est rare que soient donnés son domaine d'application ainsi que ses limites de validité. Dans ce cadre, nous allons tenter de déterminer à partir des équations du MOS, les conditions nécessaires à l'application de la relation : $P = (C_{OSS} + C_{i/d}) \cdot V_{DS}^2 \cdot f/2$.

Capacités supposées linéaires

Evidemment, il s'agit d'un cas d'école puisque les capacités intervenant dans les mécanismes de commutation sont fortement non linéaires. Typiquement, ces capacités sont la mise en série de capacités d'oxydes (capacités planes de valeur quasi-constante) et de capacités dynamiques correspondant à des zones de charges d'espaces.

Pendant les plateaux Miller, on peut écrire la puissance comme la somme de deux composantes du fait des effets induits par la capacité de jonction de la diode.

$$P_{Comm(On)} = \frac{1}{2} \cdot (E - \Delta V) \cdot I \cdot \Delta T_{On} \cdot f \qquad \text{Eq. III-11}$$

Le raisonnement est analogue lors de l'ouverture de l'interrupteur :

.

$$P_{Capa(Off)} = -\frac{1}{2} \cdot C_{j/d} \cdot E^2 \cdot f$$
 Eq. III-14

On constate que les pertes capacitives sont nulles si la charge et la décharge s'effectuent sous tension constante (résultat classique des dipôles non linéaires).

A partir de l'Eq. III-1, les pertes en commutation prennent la forme suivante :

$$P_{Comm}(on \ \mathcal{E} \ off) = \frac{1}{2} \cdot \left(C_{j/d} + C_{OSS}\right) \cdot \left(\frac{E^2}{I - I_{canal}(off)} + \frac{(E - \Delta V)^2}{I_{canal}(on) - I}\right) \cdot I \cdot f$$
 Eq. III-15

En supposant désormais que le courant dans le canal est :

- quasi-nul à l'ouverture du MOS comme si l'intégralité du courant I chargeait les capacités,
- largement supérieur au courant I à la fermeture du fait des décharges capacitives.

$$P_{Comm}(On \& Off) \approx (C_{j/d} + C_{OSS}) \cdot E^2 \cdot f/2$$
 Eq. III-16

Capacités non linéaires

Typiquement les capacités de jonction évoluent en k/\sqrt{V} . Le courant correspondant s'exprime en différenciant par rapport aux deux variables C et V.

$$I_C = \dot{Q} = C \cdot \dot{V} + V \cdot \dot{C} = \left(C + V \cdot \frac{dC}{dV}\right) \cdot \dot{V} = \frac{C(V)}{2} \cdot \dot{V}$$
 Eq. III-17

Les expressions étant connues, la puissance dissipée vaut alors :

$$P = f \int_{[T]} V I_{c}(t) dt = f \int_{0}^{E} \frac{V C(V)}{2} dV \quad \text{soit} \quad P = \frac{1}{3} \cdot f \cdot k \cdot V^{\frac{3}{2}} \Big|_{0}^{E} = \frac{1}{3} \cdot C(E) \cdot E^{2} \cdot f \quad \text{Eq. III-18}$$

Conclusion

Le principal défaut du modèle capacitif est son manque de transparence. Les hypothèses simplificatrices restent trop conceptuelles pour pouvoir cerner son champ d'application. Parallèlement, l'interprétation physique des mécanismes de pertes semble discutable : tout se passe comme si les phases Miller étaient intégralement régies par les capacités sans souci du courant Drain ou de la commande de grille. Face à ces zones d'ombres, les pertes seront calculées par la relation suivante :

$$P = f. \int_{Comm} V_{DS}(t).I_{drain}(t).dt$$
 Eq. III-19

Pour cela, nous adopterons la démarche suivante :

- 1) Recherche des fonctions d'interpolation pour Idrain(VGS) ainsi que pour des capacités du MOS,
- 2) Formulation des hypothèses simplificatrices,
- 3) Résolution analytique des équations du MOS,
- 4) Calcul des pertes en commutation.

II.2. Recherche de fonctions d'interpolation à partir des données constructeur

(a) Evolution du courant drain en fonction de la tension de commande.

La connaissance de la caractéristique de transfert $I_{Drain}(V_{GS})$ est indispensable pour connaître les temps de montée et de descente du courant. Dans la mesure du possible, nous éviterons les développements polynomiaux qui masquent toute réalité physique. Nous utiliserons plutôt une fonction de type puissance (analogie à la microélectronique). L'identification des paramètres s'effectue au traceur Tektronix 371A. Dans notre cas (I_{drain}<40A, T_j=25°C), la relation obtenue est la suivante :

$$I_{drain}(V_{GS}) = x_0 \cdot (V_{GS} - x_1)^{x_2}$$
 avec $x_0 = 5,5$ $x_1 = 3,4$ $x_2 = 2,3$ Eq. III-20

La tension de création du canal V_{Th} sera prise égale au paramètre x₁.

(b) Capacités du MOS

Capacité C_{DS} entre Drain et Source

Il s'agit de déterminer l'évolution des capacités dynamiques de la jonction P+v (diode Body) :

- Capacité de transition lorsque la jonction est polarisée en inverse,
- Capacité de diffusion correspondant au stockage de charges profondes en polarisation directe.

En assimilant la zone de charges d'espace à une jonction abrupte de Shockley, la capacité dynamique de transition s'exprime sous la forme :

$$C_{DS}(V_{DS}) = C_{DS_0} / \sqrt{\left(1 + \frac{V_{DS}}{\boldsymbol{\varPhi}_{P^+ \boldsymbol{V}}}\right)}$$
 Eq. III-21

La racine au dénominateur sera approximée par une sigmoïde **[Coyaud]** pour permettre la continuité de la fonction sur toute sa plage de variations. De plus, un terme supplémentaire S sera introduit pour prendre en compte la capacité de diffusion à l'état passant.

On cherche donc une expression analytique de la capacité sous la forme de l'Eq. III-22.

$$C_{DS}(V_{DS}) \approx \frac{C_{DS_0}}{\sqrt{S + \frac{1}{k} \cdot ln \left(1 + exp\left(k \cdot \frac{V_{DS}}{\boldsymbol{\varPhi}_{P^+\nu}}\right)\right)}}$$
Eq. III-22

Le paramètre k (=1,5) permet d'ajuster l'effet de seuil c'est-à-dire la raideur de la pente lors du passage entre les deux asymptotes. La tension seuil de la diode Body peut être estimée analytiquement. Une valeur approximative des dopages est toutefois nécessaire. Le dopage de la zone P⁺ est typiquement de l'ordre de : $N_A \approx 10^{18}$ /cm³. Le dopage N_v est indirectement donné par la tenue en tension du composant dans l'hypothèse d'une jonction optimisée **[Verneau]** :

$$N_{\nu} = 1.47 \cdot 10^{18} \cdot [V_{DSs}]^{-\frac{4}{3}}$$
 soit $N_{\nu} \approx 10^{15} / cm^{-3}$ Eq. III-23

$$\boldsymbol{\varPhi}_{P^+\nu} = \frac{k \cdot T}{q} \cdot ln \left(\frac{N_A \cdot N_\nu}{n_i^2} \right) \approx 0.7 \, V \qquad \text{Eq. III-24}$$

La valeur de la capacité C_{DS_0} s'obtient à partir des abaques en remarquant que :

$$C_{DS}(100V) = C_{OSS} - C_{RSS} \Big|_{V_{GS}=0V \atop V_{DS}=100V} = 400 pF \text{ donc } C_{DS_0} = 4600 pF.$$

Capacité C_{GS} entre Grille et Source

Nous supposerons que cette capacité est supposée constante et égale à celle de l'oxyde (6050pF).

Capacité C_{GD} entre Grille et Drain

La connaissance de cette capacité revêt un intérêt particulier puisqu'elle conditionne la dynamique de V_{DS} pendant les phases Miller. Contrairement à l'approche physique entreprise pour C_{DS} , la difficulté est de trouver la meilleure finesse de modélisation permettant d'obtenir des solutions analytiques à l'équation différentielle Eq. III-8.

Comme on peut le voir sur la Figure n° III-2, la capacité C_{DG} est la mise en série d'une capacité constante d'oxyde et d'une capacité dynamique correspondant aux différents régimes de la structure Métal-Isolant-Semiconducteur (MIS). Nous supposerons donc qu'aux faibles tensions, la capacité C_{GD} est constante. *A contrario*, celle-ci évoluera comme une capacité de jonction dès que la tension V_{DG} devient importante. Une fonction hyperbolique assure la continuité entre les deux fonctions. Les tensions permettant le passage d'une représentation à l'autre seront appelées tensions de passage V_{P1} et V_{P2} .

Il serait toutefois possible de s'inspirer de la physique des structures MIS. Sous certaines conditions que nous ne détaillerons pas, des solutions à base de fonctions de Lambert existent.

Expression	Domaine de validité	
$C_{DG}(V_{DG}) = C_0$	$V_{DG} \le V_{P1} - V_{GS}$	Eq. III-25
$C_{DG}(V_{DG}) = C_1 / (V_{DG} - V_1)$	$V_{P1} - V_{GS} \le V_{DG} \le V_{P2} - V_{GS}$	Eq. III-26
$C_{DG}(V_{DG}) = C_2 / \sqrt{V_{DG} - V_2}$	$V_{DG} \ge V_{P2} - V_{GS}$	Eq. III-27

Tableau III-1: Expressions des fonctions d'interpolation retenues, domaines d'existence

Résultats

La comparaison entre les modèles proposés et les abaques fournis par le constructeur est donnée dans la Figure n° III-8. Le MOSFET étudié est un IRFP90N20D d'International Rectifier **[IRF]**.



Figure n° III-8 : Résultats obtenus par interpolation des données constructeur Traits pleins : modèle présenté, Points : données constructeurs

II.3. Formulation des hypothèses simplificatrices

Le recouvrement inverse de la diode doit être pris en compte pour l'obtention de résultats valables. Afin de ne pas aboutir à des expressions complexes voire se retrouver dans l'obligation de décrire des phases de fonctionnement non prévues, le calcul des pertes avec recouvrement s'effectuera de la sorte :

• La pointe de tension directe (VFP: Forward Peak Voltage) à la fermeture de la diode est négligée,

• l'évolution du courant Drain est linéaire. Les temps nécessaires à la montée et à la descente se déduisent de l'évolution de la tension V_{GS} . La pente du courant donne alors la valeur du courant recouvré ainsi que celle du paramètre de Softness,

• la diode retrouve son pouvoir bloquant à hauteur du pic de recouvrement ; c'est à cet instant que la tension entre Drain et Source commencera sa variation,

• la variation du courant de grille pendant le recouvrement est occultée. Si cela n'était pas le cas, un courant supplémentaire provenant de C_{GS} accélérerait d'autant plus la décroissance de V_{DS} . L'estimation de la durée des plateaux Miller en l'absence de recouvrement donne ainsi une valeur majorée,

• les phases Miller s'achèvent lorsque le courant Drain dépend à la fois de la tension V_{DS} et V_{GS} c'est-à-dire à la limite de la zone ohmique.

L'ensemble de ces hypothèses conduit aux formes d'ondes ci-dessous sur lesquelles nous nous appuierons pour définir les commutations et les temps caractéristiques.



Figure nº III-9 : Formes d'ondes correspondantes aux simplifications proposées

II.4. Expressions analytiques de la tension Drain-Source pendant le plateau Miller

A partir des expressions données dans la partie II.2(b), nous allons donner les solutions analytiques de l'équation différentielle en V_{DS} pendant les plateaux Miller. Dans chacun des cas, une constante d'intégration K sera introduite. Comme nous allons le voir, les expressions obtenues sont simples puisqu'elles ne font intervenir que des fonctions mathématiques de base.

(a) $V_{DS} \ge V_{GS_M} + V_{P2}$

$$i_{gM} = -C_2 \cdot \frac{d}{dt} \left[\frac{V_{DS}}{\sqrt{V_{DS} - V_{GS_M} - V_2}} \right]$$
 Eq. III-28

$$V_{DS}(t) = \frac{\left(i_{gM} \cdot t + K_{2}\right)^{2}}{2 \cdot C_{2}^{2}} \cdot \left[1 + \sqrt{1 - 4 \cdot \frac{C_{2}^{2} \cdot \left(V_{GS_{M}} + V_{2}\right)}{\left(i_{gM} \cdot t + K_{2}\right)^{2}}}\right]$$
Eq. III-29

(b) $V_{GS_M} + V_{P1} \le V_{DS} \le V_{GS_M} + V_{P2}$

$$i_{gM} = -C_1 \cdot \frac{d}{dt} \left[\frac{V_{DS}}{V_{DS} - V_{GS_M} - V_1} \right]$$
 Eq. III-30

$$V_{DS}(t) = \left(V_{GS_M} + V_1\right) \cdot \frac{i_{gM} \cdot t - K_1 \cdot C_1}{i_{gM} \cdot t - C_1 \cdot (K_1 - 1)}$$
 Eq. III-31

(c) $V_{DS} \leq V_{GS_M} + V_{P1}$

$$i_{gM} = -C_0 \cdot \frac{dV_{DS}}{dt}$$
 soit $V_{DS}(t) = -\frac{i_{gM}}{C_0} \cdot t + K_0$ Eq. III-32

II.5. Exploitation des résultats

A ce stade, il est nécessaire de déterminer les cellules de commutation et leurs éventuelles spécificités (recouvrement, commutation douce,...). Comme nous l'avons expliqué, l'analyse peut se restreindre aux cellules constituées des MOS et des diodes d'accès si l'inductance de fuite est suffisamment élevée.

Malgré l'imbrication des enroulements du transformateur, la valeur mesurée sur le prototype (550nH) suffit à annuler les pertes à la fermeture. De manière duale, la surtension à l'ouverture impose l'intervention des diodes d'accès. Les pertes en commutation seront alors calculées conformément au tableau suivant. Le recouvrement de la diode sera négligé lorsque le courant est régi par l'inductance parasite (faible di/dt). Par ailleurs, l'inductance de câblage est approximativement estimée à 150 nH suite aux premières mesures réalisées sur le prototype.

	Rapport	Nature de la	Signe particulier	Signe particulier
	cyclique	commutation	pour le MOS	pour la diode
Ouverture	$\alpha \ge 1/2$	Commutation dure	Aucun	Pas de pertes
Fermeture		Commutation douce	Pas de pertes	Pas de pertes
Ouverture	$\alpha \leq 1/2$	Commutation dure	Aucun	Pas de pertes
Fermeture	S = 1/ 2	Commutation dure	Recouvrement	Recouvrement

Tableau III-2 : Détails des commutations étudiées dans le cadre du convertisseur Double Boost

Dans un premier temps, l'impédance du circuit de commande va être estimée. Pour ce faire, nous allons confronter le modèle à une commutation à l'ouverture effectuée sans résistance de grille externe. Nous nous affranchirons alors des surtensions en ne considérant que la tension effectivement commutée. A partir de cette comparaison, la résistance de grille équivalente au circuit de commande sera prise égale à 23 Ω (cf. Figure n° III-10). Dans chacun des cas, la commande est du type (0,13V).



Figure n° III-10 : Confrontation du modèle ($R_G=23\Omega$) à une commutation effectuée sans résistance de grille

Figure n° III-11 : Confrontation du modèle sur une commutation à l'ouverture avec $R_G=23+22\Omega$

Malgré la simplicité du modèle physique utilisé et des erreurs parfois importantes, les ordres de grandeurs restent cohérents ce qui conforte notre démarche. A partir des résultats précédents, les pertes ont donc été calculées dans deux cellules constituées de 2 MOS IRFP90N20D (convertisseur principal) et d'un MOS IRFP250N (hacheur écrêteur) associés à une diode IRF 30EPH06. La résistance externe de grille (R_g =4,5 Ω) ainsi que la commande sont fixées (V_{Com} =0-13V). Dans chaque cas, des corrélations du type P=*f* (U,I,fréq) sont recherchées ; ces formules seront intégrées dans le modèle final. Nous donnons ici les résultats obtenus dans le premier cas c'est-à-dire avec R_G =23+4,5 Ω





Figure n° III-13 : Evolution des pertes à la fermeture pour 2 MOS IRFP90N20D en parallèle

Ouverture	$P_{Off}(V, I, f) = 55 \cdot 10^{-9} \cdot V \cdot I \cdot f$	Eq. III-33
Fermeture	$P_{On}(V, I, f) = 61.10^{-9} \cdot V \cdot I \cdot f$	Eq. III-34

II.6. Conclusions

Dans cette partie, nous nous sommes intéressés aux pertes en commutation dans les semiconducteurs. Après avoir recensé les différentes cellules de commutation et leurs spécificités, un modèle simple de MOS en commutation a été exposé. Bien que celui-ci ne permette pas l'obtention de résultats précis, les pertes en commutation peuvent être toutefois estimées à partir des simples données constructeur. Evidemment, il conviendrait de prendre en compte les différents éléments parasites du circuit de manière plus réaliste pour obtenir des résultats plus convaincants. Néanmoins, le champ d'application de ce modèle est typiquement le prédimensionnement.

III. Modélisation thermique macroscopique des semiconducteurs

III.1. Introduction

L'analyse des problèmes de dissipation thermique est indispensable si l'on souhaite obtenir des bons résultats. Ne pas les considérer et ne pas les maîtriser revient à concevoir un produit n'offrant pas toutes les garanties de fonctionnement et de fiabilité. Pour un MOS de puissance par exemple, les pertes en conduction sont pratiquement triplées lorsque la température de jonction passe de 25°C à 125°C **[IRF]**.

L'étude des semiconducteurs est trop souvent appréhendée au cas par cas c'est-à-dire en considérant que les interrupteurs sont physiquement isolés les uns des autres. La simplicité de calcul masque alors les interactions thermiques entre composants lorsque ceux-ci sont intégrés sur une même plaque de refroidissement. Sans cette vision d'ensemble, le dimensionnement du refroidisseur et l'estimation des pertes restent archaïques.

Pour pallier cela, nous présenterons deux modèles thermiques. Le premier est particulièrement simple puisqu'il ne s'appuie que sur l'utilisation de résistances thermiques et la linéarisation des dépendances thermiques des composants. Son domaine d'application est typiquement le prédimensionnement. Le second modèle est largement plus abouti. Sous certaines hypothèses que nous allons développer, il donne analytiquement le champ de température en tous points de la plaque de refroidissement. Cette approche sera confrontée à des simulations par éléments finis sous Flotherm®. Dans les deux cas, nous mettrons en lumière la difficulté pour estimer correctement la résistance de spreading (épanouissement) du radiateur.

Concernant la modélisation du radiateur, la convection sera supposée forcée. Nous éviterons ainsi les difficultés de modélisation propres à la convection naturelle comme l'effet de l'orientation des ailettes par exemple **[Narasimhan][Yovanovich1]**.

III.2. Modélisation préliminaire des semiconducteurs et du refroidisseur

Nous adopterons ici une démarche physique par segmentation sans toutefois dissocier les couches constitutives du semiconducteur **[Coyaud]**. La résistance thermique entre la jonction et la semelle métallique du boîtier sera prise dans les données du constructeur. Le calcul de l'épanouissement du flux thermique dans les feuilles d'alumine (SilPad) s'effectuera de manière classique (épanouissement à 45°).



• \Re_{JC} : résistance entre jonction et boîtier

• \Re_G : résistance de la graisse thermique ou des pads



L'analyse des commutations a montré que l'inductance de fuite du transformateur pouvait faire office de CALC à la fermeture lorsque $\alpha \ge 1/2$. Cela signifie que les pertes à la fermeture seront quasiment nulles. Comparons au nominal (25°C) la puissance dissipée à l'ouverture d'un MOS IRFP260N (cellule de commutation faisant intervenir les diodes d'accès) et les pertes en conduction pour $\alpha=0,6$. On obtient alors : $P_{comm}@25^{\circ}\approx6W$ et $P_{cond}@25^{\circ}\approx7W$. A une température de 175°C, l'écart se creuse puisqu'en l'absence de recouvrement les pertes en commutation varient peu ($P_{comm}@175^{\circ}\approx7W$) alors que la résistance à l'état passant est multipliée par 3. Evidemment, à faible rapport cyclique, les pertes en commutation seront proportionnellement plus importantes puisque l'effet CALC n'existe plus. Nous supposerons cependant que les pertes en commutation sont quasi-indépendantes de la température.

(a) Composants unipolaires : MOSFET



Figure nº III-15 : Modèle de MOS en conduction

La résistance à l'état passant se limite principalement à la résistance R_v (80%) ainsi qu'à celle du canal. L'élévation de température s'accompagne d'une augmentation de résistance liée à l'abaissement de la mobilité de porteurs. Souvent décrite par une fonction puissance, la dépendance thermique du R_{DS_on} peut être supposée linéaire entre 25°C et 125°C sans trop commettre d'erreur.

La somme des pertes dissipées par le composant se met sous la forme :

$$P(T_{j_MOS}) = R_{DS_on} \cdot I_{eff}^2 + P_{comm} = R_0 \cdot (1 + \psi \cdot T_{j_MOS}) \cdot I_{eff}^2 + P_{comm}$$
 Eq. III-35

La grandeur T_{j_MOS} doit vérifier la loi d'Ohm thermique :

$$T_{j_MOS} - T_{Rad} = \Re_{TH} \cdot P(T_{j_MOS}) \quad \text{avec} \quad \Re_{TH} = \Re_{JC} + \Re_{G}$$
 Eq. III-36

Pour simplifier les expressions suivantes, nous dissocierons les sources de puissance thermiquement dépendantes (A_{MOS}) de celles qui ne le sont pas (B_{MOS}).

$$A_{MOS} = \psi \cdot R_0 \cdot I_{eff}^2 \qquad B_{MOS} = R_0 \cdot I_{eff}^2 + P_{comm} \qquad \text{Eq. III-37}$$

La température de jonction s'obtient alors aisément. On remarque que l'emballement thermique du composant apparaît si : $\Re_{TH} \ge 1/A_{MOS}$.

$$T_{j_{-MOS}} = \frac{T_{Rad} + \Re_{TH} \cdot B_{MOS}}{1 - \Re_{TH} \cdot A_{MOS}}$$
Eq. III-38

(b) Composants bipolaires : Diode PIN

A l'état passant, le modèle d'une Diode PIN de puissance habituellement employé est le suivant :



Figure nº III-16 : Modèle de diode PIN à l'état passant

En première approximation, nous considérereons que la tension seuil V_{ϕ} diminue fortement dès que T croît, notamment du fait des variations de la concentration intrinsèque en porteurs du Silicium. Le coefficient de température ϵ est typiquement de -1,5 à -2,3 mV/°C. Parallélement, la résistance dynamique croît en fonction de T.

Les pertes dans les diodes s'exprimeront sous la forme de l'équation Eq. III-39 :

$$P(T_{j_Diode}) = V_{\phi 0} \cdot (1 - \varepsilon \cdot T_{j_Diode}) \cdot \langle I \rangle + R_{dyn} \cdot (1 + v \cdot T_{j_Diode}) \cdot I_{eff}^2 + P_{Re \, cov \, ery}$$
Eq. III-39

Finalement, la température de jonction peut se mettre sous la même forme que celle du MOS :

$$T_{j_{Diode}} = \frac{T_{Rad} + \Re_{TH} \cdot \left(V_{\phi 0} \cdot \langle I \rangle + R_{dyn} \cdot I_{eff}^{2} + P_{Re \, cov \, ery}\right)}{1 - \Re_{TH} \cdot \left(R_{dyn} \cdot v \cdot I_{eff}^{2} - V_{\phi 0} \cdot \varepsilon \cdot \langle I \rangle\right)} = \frac{T_{Rad} + \Re_{TH} \cdot B_{Diode}}{1 - \Re_{TH} \cdot A_{Diode}}$$
Eq. III-40

A la vue des expressions obtenues, on reconnaît une fonction de transfert avec un terme de perturbation. Les deux systèmes peuvent alors se mettre sous forme de schéma bloc.



Figure nº III-17 : Schéma bloc des systèmes thermiques étudiés

(c) Refroidisseur à ailettes en convection forcée

La connaissance du coefficient d'échange est d'une grande importance puisqu'il conditionne les isothermes et l'épanouissement du flux thermique dans la semelle métallique. Les constructeurs fournissent souvent les courbes de résistance thermique de leur produit en convection naturelle. Malgré cela, peu d'informations sont disponibles quant au protocole de mesure : taille de la source apposée sur le refroidisseur, évolution en convection forcée...Pour ces raisons, nous préférerons utiliser les résultats classiques des ailettes de refroidissement en convection forcée.

Expression du coefficient de convection équivalent du refroidisseur

Pour permettre le traitement analytique d'un refroidisseur (à ailettes, à micro canaux...), il est possible, moyennant quelques hypothèses, de calculer un coefficient de convection équivalent (h_{eq}) appliqué à la surface de base **[Raël]**. Ainsi calculé en fonction des différentes grandeurs géométriques, ce coefficient s'intègre parfaitement dans un modèle complet d'empilement et permet, si besoin est, de trouver la configuration optimale pour une application donnée **[Perret]**.

Le système physique se simplifie comme le montre la figure suivante. Nous appellerons P le périmètre d'une ailette et Σ sa surface de coupe. La grandeur S_S utilisée par la suite représentera la surface de la semelle du refroidisseur (ici égale à LxH).



Figure nº III-18 : Principe de transformation d'un refroidisseur en surface convective équivalente

La méthode la plus élégante pour traiter ce type de problème est d'utiliser la notion d'efficacité d'ailette. Il est évidemment possible de résoudre les équations de la thermique (cf. Annexe IV) mais cette technique trouve rapidement ses limites dès que les géométries deviennent complexes.

L'efficacité η d'une ailette représente le rapport entre le flux de conduction à sa base et le flux pariétal émis sur sa surface en supposant l'ailette isotherme. Les expressions de η pour quelques géométries de base sont données dans le tableau ci-dessous **[Remsburg]**. Les grandeurs géométriques sont référencées par rapport à la Figure n° III-18.

Rectangulaire (adiabatique)	$\varphi = 0$	$\eta = \frac{tanh(m \cdot l)}{m \cdot l}$	$m = \sqrt{\frac{h.P}{\lambda.\Sigma}}$
Rectangulaire (cas général)	$\varphi_{conv} = \varphi_{cond}$	$\eta = \frac{1}{m \cdot l} \cdot \frac{m \cdot \lambda \cdot \sinh(m \cdot l) + h \cdot \cosh(m \cdot l)}{m \cdot \lambda \cdot \cosh(m \cdot l) + h \cdot \sinh(m \cdot l)}$	$m = \sqrt{\frac{h.P}{\lambda.\Sigma}}$
Triangulaire	$ \overbrace{1}^{\uparrow} a $	$\eta = \frac{1}{m \cdot l} \cdot \frac{I_1(2 \cdot m \cdot l)}{I_0(2 \cdot m \cdot l)}$	$m = \sqrt{\frac{2.h}{\lambda.a}}$
Circulaire (adiabatique)		$\eta = \frac{tanh(\sqrt{2} \cdot m \cdot l)}{\sqrt{2} \cdot m \cdot l}$	$m = \sqrt{\frac{h.P}{\lambda.\Sigma}}$

Tableau III-3 : Efficacité des principales géométries d'ailettes utilisées en électronique de puissance

La généralisation de cette définition au système complet permet de donner l'efficacité globale du refroidisseur. On montre alors que (cf. Annexe V) :

$$\eta_R = 1 - n \cdot \frac{S_A}{S_R} \cdot (1 - \eta) = \frac{\varphi_{CDB}}{\varphi_{CVT}}$$
 Eq. III-41

Avec :

- S_A: surface totale d'une ailette : P.l+a.H dans le cas d'une géométrie rectangulaire,
- S_R: surface totale du refroidisseur : n.S_A+(n-1).b.H conformément à la figure précédente,
- φ_{CDB}: flux total de conduction au niveau de l'interface semelle-ailettes,
- ϕ_{CVT} : flux convectif total (ailettes et embases) dans l'hypothèse d'un refroidisseur isotherme.

Le coefficient de convection équivalent s'exprime alors simplement :

$$h_{eq} = \eta_R \cdot h \cdot \frac{S_R}{S_S}$$
 Eq. III-42

Détermination du coefficient de convection h en convection forcée

Avant toute chose, il est important de signaler que nous ne traiterons que les géométries rectangulaires et triangulaires. La difficulté de modélisation des faisceaux de tubes dépasse largement le contexte de l'étude **[TI BE1544]**.

La valeur du coefficient de convection h s'obtient en utilisant une des nombreuses corrélations entre les nombres adimensionnels propres à la thermique et à la mécanique des fluides. Sans plus entrer dans le détail, nous ne présenterons que les nombres de Nusselt (Nu), Reynolds (Re) et de Prandtl (Pr) qui suffisent en convection forcée.

• le nombre de Nusselt donne la valeur du coefficient de convection <u>local</u> :

$$Nu(x) = \frac{h(x) \cdot x}{\lambda}$$
 Eq. III-43

Comme souvent, nous chercherons le nombre de Nusselt <u>moyen</u> $\overline{Nu}(L) = \frac{1}{L} \cdot \int_{0}^{L} Nu(x) dx$.

• le nombre de Reynolds caractérise la nature d'un écoulement : laminaire (ordonné) ou turbulent (chaotique). L'expérience montre que dans un tube par exemple, le régime peut être considéré comme laminaire pour Re<2000, turbulent si Re>3000 **[Ouattara]**. La limite entre les deux régimes dépend de la géométrie étudiée et les corrélations sont données avec leur domaine de validité. En notant ρ la masse volumique (kg.m⁻³), μ la viscosité dynamique (kg.m⁻¹.s⁻¹) et V la vitesse du fluide (m.s⁻¹), celui-ci vaut :

$$Re(x) = \frac{\rho \cdot V \cdot x}{\mu} = \frac{V \cdot x}{\nu}$$
 Eq. III-44

En supposant que la longueur du refroidisseur n'excède pas 30 cm, la vitesse correspondante à la limite du régime turbulent est de l'ordre de 16 m.s⁻¹. Une telle valeur assure que le régime turbulent est peu probable d'apparaître.

• le nombre de Prandtl ne dépend que des propriétés du fluide (C_p: capacité calorifique en J.K-1)

$$Pr(x) = \frac{\rho \cdot C_p}{\lambda}$$
 ($\approx 0,7$ pour l'air) Eq. III-45

La température de référence T_M pour le calcul du coefficient de convection est la moyenne des températures du solide et du fluide isotherme. Les dépendances thermiques des principales grandeurs physiques utilisées par la suite sont consignées dans le Tableau III-4 :

Conductivité de l'Air	$\lambda(T) = \lambda_0 \cdot (1 + \alpha . T_M)$ avec :	$\lambda_0 = 0.0242 \text{ W} \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$ $\alpha = 3.06.10^{-3}$
Viscosité cinématique de l'Air	$\nu(T) = \frac{(T_M + T_0)^b}{a} \text{avec}:$	$a = 74,62.10^{s}$, $b = 2$ $T_0 = 315^{\circ}C$
Nombre de Prandtl de l'Air	$Pr(T) = Pr_0 \cdot (1 + \alpha . T_M)$ avec :	$Pr_0 = 0,715$ $\alpha = -3,08.10^{-4}$
Conductivité de l'Aluminium	$\lambda(T) = \lambda_0 \cdot (1 + \alpha . T_M)$ avec :	$\lambda_0 = 204 W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$ $\alpha = 25.10^{-3}$



De nombreuses corrélations sont disponibles pour les ailettes de refroidissement rectangulaires. Avant d'en donner les expressions, nous aborderons quelques aspects qualitatifs nécessaires à la bonne compréhension de la suite.

L'écoulement d'un fluide au niveau d'une paroi requiert, du fait de la viscosité, une longueur caractéristique permettant l'établissement de sa vitesse. Le contact avec le solide impose effectivement une vitesse nulle à l'interface des deux milieux bien que le fluide soit macroscopiquement en mouvement. Cette longueur dite couche limite mécanique $\delta_m(x)$ évolue en $x/\text{Re}(x)^{0,5}$ dans le cas d'un écoulement laminaire et en $x/\text{Re}(x)^{0,8}$ en régime turbulent. Au même titre, lorsqu'un fluide rencontre une paroi à température fixée, il existe une couche limite thermique δ_T dépendant des propriétés physiques du fluide.



Figure n° III-19 : Illustration de la notion de couche limite mécanique et thermique

Dans le cas d'un système en convection forcée interne c'est-à-dire fermée ou quasi fermée (tube, canal...) les couches limites mécaniques et thermiques finissent par se rejoindre. On dit alors que le régime est établi. Si cela n'est pas le cas, le régime est dit en cours d'établissement. Le coefficient de convection dépend fortement de la nature du régime.

Les principales modélisations assimilent l'ailette à une plaque plane (en régime d'établissement par définition) ou à un canal rectangulaire (régime inconnu). Nous allons succinctement tenter de cerner les limites de chacun des modèles et choisir le plus adapté à nos besoins.

Pour une plaque plane (longueur H), la corrélation de Blasius sera utilisée [TI A1540] [Yovanovich2] :

$$\overline{Nu}(H) = 0,664 \cdot Re(H)^{0.5} \cdot Pr^{0.33} \text{ avec } Re(H) < 3 \cdot 10^5$$
 Eq. III-46

Dans le cas du canal qui correspond à deux plaques en regard séparées d'une distance b, la corrélation est plus complète puisque le nombre de Nusselt est la somme des termes propres à chaque régime (établi et partiellement développé) **[Teerstra] [Sparrow]**. Par ailleurs, ce modèle prend en compte l'écartement des plaques qui conditionne la transition entre les régimes et modifie le coefficient de convection.

$$\overline{Nu}(b) = \left(\frac{1}{\left(\frac{Re^{*}(b) \cdot Pr}{2}\right)^{n}} + \frac{1}{\left(0,664 \cdot Re^{*}(b)^{0.5} \cdot Pr^{0.33} \cdot \sqrt{1 + \frac{3,65}{Re^{*}(b)^{0.5}}}\right)^{n}}\right)^{-\frac{1}{n}}$$
Eq. III-47
$$Re^{*}(b) = Re(b) \cdot \frac{b}{H} \text{ et } 2 \le n \le 5$$

Les résultats obtenus par simulation sont présentés dans la Figure n° III-20. Dans chaque cas, nous avons comparé les deux approches à une simulation de refroidisseur par éléments finis (Qfin®).

avec

La forte dispersion obtenue dans le cas de la plaque plane confirme nos doutes quant à la validité du modèle pour ce type d'application. On constate à même nombre de Reynolds des variations importantes lorsque l'écartement entre les ailettes est modifié (Re=9300 ou 1,9.10⁴ par exemple). Ce résultat était qualitativement prévisible puisque l'espacement du canal conditionne les couches limites et la valeur du nombre de Nusselt. Ce modèle donne malgré tout des résultats satisfaisants lorsque l'effet des couches limites est faible (vitesse élevée, faible longueur et écartement important).

Au contraire, le modèle de canal donne de bons résultats. Malgré des erreurs parfois importantes, la tendance est bonne sur une large plage de valeurs. Pour ces raisons, nous préférons utiliser ce modèle qui au delà d'une meilleure cohérence physique, apparaît plus robuste que le modèle de plaque plane.



Figure n° III-20 : Comparaison des modèles de canal et de plaque plane traits pleins : approche analytique, points : simulation par éléments finis Qfin®

III.3. Présentation des modèles thermiques

(a) Modèle simple de prédimensionnement, approche isotherme

L'idée de ce modèle est de supposer la plaque de refroidissement isotherme ce qui sous entend un épanouissement parfait du flux thermique dans la semelle du refroidisseur. Un simple calcul montre alors que la contribution de la semelle métallique à la résistance thermique totale est négligeable. L'approche devient malgré tout erronée dès que l'épaisseur de la semelle décroît puisque le flux thermique s'épanouit peu et la résistance thermique augmente. Pour ne pas masquer ce phénomène, la résistance de spreading sera calculée grâce aux formulations analytiques dérivées du modèle thermique présenté par la suite **[Lee]**. Il faut malgré tout garder à l'esprit que ce modèle ne constitue qu'un outil basique de dimensionnement.

Dans l'exemple qui va suivre, nous allons considérer quatre fonctions « interrupteurs ». Le système se modélise comme cela est représenté sur la figure ci-dessous.



Figure nº III-21 : Modèle électrique du système complet, base de calcul des températures de jonction

Grâce aux résultats préliminaires établis dans la partie III.2, on peut désormais écrire les lois d'Ohm thermiques pour différents types d'interrupteurs en fonction de la température du radiateur. Au niveau du radiateur, la puissance transitée est la somme des puissances dissipées par les semiconducteurs. Pour simplifier, la décomposition proposée précédemment sera exploitée :

Interrupteur i
$$T_{ji} - T_{Rad} = \Re_{TH_i} \cdot P(T_{ji}) \Rightarrow T_{ji} \cdot (1 - \Re_{TH_i} \cdot A_i) = T_{Rad} + \Re_{TH_i} \cdot B_i$$
 Eq. III-48

$$T_{Rad} - \Re_{Rad} \cdot \sum_{i} A_{i} \cdot T_{ji} = T_{fluide} + \Re_{Rad} \cdot \sum_{i} B_{i}$$
 Eq. III-49

Radiateur

Le système peut se mettre sous forme matricielle [A].[T_i]=[B], les matrices étant :

$$[A] = \begin{bmatrix} 1 - \mathfrak{R}_1 \cdot A_1 & 0 & 0 & -1 \\ \vdots & \ddots & 0 & \vdots \\ \vdots & 0 & 1 - \mathfrak{R}_i \cdot A_i & \vdots \\ \mathfrak{R}_1 \cdot A_1 & \cdots & \mathfrak{R}_i \cdot A_i & -1 \end{bmatrix} \qquad [B] = \begin{bmatrix} \mathfrak{R}_1 \cdot B_1 \\ \vdots \\ \mathfrak{R}_{Rad} \cdot \sum_i B_i + T_{fluide} \end{bmatrix} \qquad [T_j] = \begin{bmatrix} T_{j1} \\ \vdots \\ T_{ji} \\ T_{rad} \end{bmatrix}$$

La recherche des solutions fait appel à un algorithme itératif. Pour cela, il faut préalablement imposer une température à la base du refroidisseur pour calculer le coefficient de convection équivalent. La convergence est alors d'autant plus rapide que cette valeur est élevée. La procédure est donnée dans le synoptique ci-dessous.



Figure nº III-22 : Algorithme utilisé pour l'estimation des températures

(b) Méthode analytique par transformation conforme

Peu de modélisations analytiques sont disponibles pour l'électronique de puissance. Le recours aux éléments finis est bien souvent la solution. Malgré un temps de calcul peu pénalisant et d'excellents résultats, le principal défaut des méthodes à base d'éléments finis est leur manque de portabilité. Le concepteur doit adapter le maillage au cas par cas, ce qui rend ces méthodes inadaptées à une démarche d'optimisation. Dans la plupart des cas, la résolution analytique s'appuie alors sur l'utilisation de séries de Fourier tridimensionnelles **[Culham][Ellison1]**. Cette technique permet de traiter de nombreux empilements mais la mise en œuvre mathématique peut vite devenir longue et pointue. Pour notre part, nous utiliserons une méthode qui, en apparence très restrictive, s'adapte parfaitement aux contraintes de l'électronique de puissance.

Le modèle retenu s'inspire des nombreux travaux menés pour déterminer la résistance d'épanouissement d'un parallélépipède surmonté d'une puce et soumis à un flux convectif en face arrière. Kennedy proposa ainsi en 1960 une formulation analytique du champ de températures dans la base métallique en supposant que l'interface avec le refroidisseur était isotherme **[Kennedy]**. D'autres auteurs assimilèrent la base métallique à un milieu semi infini **[Yovanovich3]**. Dans notre cas, le système est supposé adiabatique au niveau de toutes les extrémités à l'exception de la face arrière et de l'interface avec la puce **[Lee][Song]**.

Présentation du système physique considéré

L'idée est de se ramener à l'étude d'un système cylindrique pour s'affranchir d'une variable. Pour ce faire, le système puce-refroidisseur est transformé en superposant deux cylindres de surface équivalente comme cela est schématisé sur la Figure n° III-23.

$$a = \sqrt{\frac{\Sigma_{puce}}{\pi}}$$
 $b = \sqrt{\frac{\Sigma_{rad}}{\pi}}$ Eq. III-50

Le faible flux convectif de la partie supérieure (faible coefficient de convection associé à un milieu fluide chaud entre le métal et le PCB) ainsi que la bonne extraction en face arrière permet de simplifier le système en calorifugeant la partie supérieure. Aux extrémités, le flux radial de conduction est supposé nul.

Cette hypothèse constitue une des limites du modèle puisqu'au delà du rayon b, la température sera prise constante. Contrairement aux méthodes utilisant des séries de Fourier, nous ne pourrons pas décrire correctement les effets de bord au niveau du refroidisseur. Le cas le plus défavorable correspond à une puce placée dans l'angle du refroidisseur. Dans ce cas, la surface des tubes de flux est sous-estimée d'un facteur 4 ce qui peut conduire à des erreurs non négligeables si la base métallique est peu épaisse. Malgré cet inconvénient, la modélisation permet d'appréhender le système très simplement. Calculé élément par élément, le champ de température global s'obtient en superposant spatialement les contributions de chacune des sources. Nous reviendrons sur ce point plus longuement.





L'équation de la chaleur dans la base métallique prend alors la forme suivante :

$$\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \cdot \left(r \cdot \frac{\partial T(r, z)}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 T(r, z)}{\partial z^2} = 0$$
 Eq. III-51

Les conditions aux limites utilisées pour déterminer le champ de température dans la plaque de refroidissement sont données dans le tableau ci-dessous :

Conditions aux limites	Localisation
$\partial T(r,z)/\partial r = 0$	r=0 et $r=b$
$\lambda_{rad} \cdot \partial T(r,z) / \partial z = h \cdot (T(r,z) - T_{fluide})$	$z=0$, $\forall r$
$\lambda_{rad} \cdot \partial T(r,z) / \partial z = q$	$z = t$, $0 \le r \le a$
$\lambda_{rad} \cdot \partial T(r, z) / \partial z = 0$	$z = t$, $a \le r \le b$

Tableau III-5 : Conditions aux limites utilisées pour la résolution de l'équation de la chaleur

La température réduite ($\theta(\mathbf{r},z)=T(\mathbf{r},z)$ - T_{fluide}) obéit en tous points de l'espace aux relations suivantes :

$$\theta(|r| \le b, z) = \frac{q \cdot a}{\lambda_{rad}} \cdot \left[\varepsilon \cdot \left(\frac{1}{Bi} + \zeta\right) + 2 \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{J_1(\psi_n, \varepsilon) \cdot J_0(\psi_n, \gamma)}{\psi_n^2 \cdot J_0^2(\psi_n)} \cdot \frac{\cosh(\psi_n, \zeta)}{\cosh(\psi_n, \tau)} \cdot \frac{Bi \cdot \tanh(\psi_n, \zeta) + \psi_n}{Bi + \psi_n \cdot \tanh(\psi_n, \tau)} \right] \right]$$
Eq. III-52

$$\theta(|r| \ge b, z) = \frac{q \cdot a}{\lambda_{rad}} \cdot \left[\varepsilon \cdot \left(\frac{1}{Bi} + \zeta\right) + 2 \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{J_1(\psi_n \cdot \varepsilon)}{\psi_n^2 \cdot J_0(\psi_n)} \cdot \frac{\cosh(\psi_n \cdot \zeta)}{\cosh(\psi_n \cdot \tau)} \cdot \frac{Bi \cdot tanh(\psi_n \cdot \zeta) + \psi_n}{Bi + \psi_n \cdot tanh(\psi_n \cdot \tau)} \right] \right]$$
Eq. III-53

 Avec :

- Bi : nombre de Biot cylindrique (Bi=h.b/ λ_{rad}),
- J₀ et J₁ : fonctions de Bessel de première espèce d'ordre 0 et 1,
- $\gamma = r/b$; $\zeta = z/t$; $\tau = t/b$ et $\epsilon = a/b$,
- ψ_n : n-ième racine de l'équation transcendantale soit $J_1(\psi_n)=0$.

Les racines ψ peuvent être calculées grâce à l'approximation polynomiale de Stokes soit :

$$\psi_n \approx \frac{\beta_n}{4} \cdot \left(1 - \frac{6}{\beta_n^2} + \frac{6}{\beta_n^4} - \frac{4716}{5 \cdot \beta_n^6} + \frac{3902918}{70 \cdot \beta_n^8} \right) \text{ avec } \beta_n = (4 \cdot n + 1).\pi$$
 Eq. III-54

Détermination de la résistance maximale de spreading

A partir de l'Eq. III-52, il est possible de donner la résistance <u>maximale</u> de spreading à partir de la température en $\zeta = \gamma = 0$ **[Song]**. Cette valeur sera finalement intégrée au premier modèle thermique. Nous ne donnerons que le résultat sans plus entrer dans le détail :

$$R_{TH_{max}} \approx \frac{1}{\lambda_{rad} \cdot a \cdot \sqrt{\pi}} \cdot (1 - \varepsilon) \cdot \frac{Bi \cdot tanh(\psi_C \cdot \tau) + \psi_C}{Bi + \psi_C \cdot tanh(\psi_C \cdot \tau)} \text{ avec } \psi_C = \pi + \frac{1}{\sqrt{\pi} \cdot \varepsilon}$$
 Eq. III-55

Amélioration et discussion sur un résultat préliminaire

Une des principales faiblesses de cette méthode est de masquer les caractéristiques géométriques de la source en la modélisant par un disque de surface équivalente. Cette observation est aussi valable pour le refroidisseur. Cependant, les faibles écarts obtenus dans des géométries asymétriques justifient l'application du modèle aux refroidisseurs rectangulaires (erreur inférieure à 10% si L/l<2,5) [Ellison2]. Il reste donc à savoir si la transformation de la source peut être critique.

Dans le cas d'une source carrée, l'erreur commise est négligeable. Toutefois, pour permettre l'extension de cette méthode à des géométries plus complexes, une solution possible est de subdiviser la source en blocs élémentaires.

Les figures suivantes donnent les résultats obtenus sur une puce rectangulaire dissipant 15W et centrée sur un refroidisseur (100 x 100 x 20mm, $h_{eq}=50W/m^2$). Dans les trois cas présentés, la surface est identique et correspond à celle d'un boîtier standard de type TO247. Comme on peut le voir, les cartographies de température différent peu d'un cas à l'autre. Dans le cas d'un boîtier TO247, l'approximation par une source circulaire suffit à obtenir des résultats pertinents. Dès que la géométrie devient dissymétrique, le recours à plusieurs sources élémentaires devient pourtant nécessaire.



Figure n° III-24 : Comparaison du champ des températures pour une puce classiquement modélisée (à droite) et une association de puces élémentaires (à gauche et au centre, N_{Subd}=10)

Obtention de résultats dans le cadre d'un problème multi source

Le principal défaut de cette méthode est la lenteur de calcul induite par la sommation des fonctions de Bessel. Dans le cas d'un problème à plusieurs sources (comme cela est le cas en électronique de puissance), ce temps est proportionnellement plus long. Il est pourtant possible de s'affranchir de ce défaut et d'obtenir les résultats dans un temps identique à celui d'une source unique si les dimensions de l'ensemble des semiconducteurs sont égales (même packaging). Si l'on se réfère à l'équation Eq. III-52, on constate que les grandeurs Bi, γ , τ et ζ sont identiques pour toutes les sources. La température ne dépend alors que de la puissance dissipée par la puce. En étudiant le champ des températures d'une puce dissipant 1W, la température totale s'obtient par superposition. L'algorithme utilisé pour calculer la température sur la plaque ou à l'interface avec le refroidisseur est le suivant :

- Recherche du domaine d'étude local : en fonction de la géométrie du refroidisseur, la taille du domaine est variable. La dimension caractéristique est alors définie par D=max(2.b, L, l). Sa subdivision génère la matrice M_{DL} de dimension (2n+1).(2.n+1),
- 2) Recherche des indices n_x et n_y correspondant à l'emplacement du radiateur dans M_{DL} à partir du pas de subdivision ϵ ,



Figure nº III-25 : Illustration des étapes nº1 et nº2 sur deux géométries typiques

 Création d'un domaine d'étude global : le domaine précédemment créé est agrandi pour prendre en compte l'effets de toutes les sources non centrées.



Le cas le plus défavorable consiste à placer une puce dans chacun des angles du refroidisseur. Chacune d'elles est virtuellement associé à un domaine d'étude local et un refroidisseur de dimensions égales à celle de M_{DL} . La matrice M_{DG} ainsi créée est identique à M_{DL} mais sa dimension est désormais (4n+1).(4.n+1) ;


4) Calcul de la température isotherme d'une puce pour r>b et q=1

$$T_{Iso_unitaire} = \frac{a}{\lambda_{rad}} \cdot \left[\varepsilon \cdot \left(\frac{1}{Bi} + \zeta \right) + 2 \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{J_1(\psi_n \cdot \varepsilon)}{\psi_n^2 \cdot J_0(\psi_n)} \cdot \frac{\cosh(\psi_n \cdot \zeta)}{\cosh(\psi_n \cdot \tau)} \cdot \frac{Bi \cdot tanh(\psi_n \cdot \zeta) + \psi_n}{Bi + \psi_n \cdot tanh(\psi_n \cdot \tau)} \right] \right]$$
Eq. III-56

- 5) Calcul de la contribution isotherme de l'ensemble des sources $T_{Iso_unitaire} \cdot \sum q$ et remplissage de la matrice M_{DG} avec les valeurs trouvées,
- 6) Calcul de $\Delta T = \theta(q=1) T_{Iso_unitaire}$ et remplissage de la matrice M_{DL},
- 7) Injection de la matrice M_{DL}.q_k à l'emplacement des k sources dans M_{DG},
- 8) Conservation des valeurs correspondant à la dimension de M_R.



Figure nº III-27 : Illustration des étapes nº4 à 8 dans le cas d'un système à 4 sources

III.4. Validation des modèles thermiques pour un système multi source

Nous allons maintenant comparer le champ de température créé par l'ensemble des semiconducteurs intégrés sur le prototype. Pour ne pas fausser l'interprétation, le coefficient de convection sera constant $(h_{eq}=100W/m^2)$ et le couplage thermique négligé pour les divers éléments. Nous discuterons alors l'impact de l'épaisseur de spreading sur la répartition de température dans la plaque.







Figure nº III-29 : Comparaison entre le modèle analytique et Flotherm (épaisseur 5mm)

La température annoncée au niveau de la plaque par le modèle isotherme est de 53°C pour une épaisseur de 15mm et 55°C pour 5mm. L'estimation donne 51°C si l'on ne prend pas en compte la résistance d'épanouissement. La surestimation de cette résistance est donc indispensable pour obtenir des résultats corrects. L'homogénéisation de température sur la plaque induit pourtant des écarts importants entre les valeurs extrêmes. Malgré la prise en compte de l'épanouissement, la validité de ce modèle est fortement réduite dès que l'épaisseur de la semelle est faible ou que les semiconducteurs sont placés dans les angles.

Parallèlement, les défauts du modèle analytique par transformation conforme sont bien visibles. L'hypothèse d'adiabatisme est contestable comme le prouvent les écarts de température dans le coin inférieur droit. Les valeurs d'isothermes ($r \ge b$) obtenues analytiquement donnent néanmoins une estimation majorée des pertes dans le cas de sources éloignées. On obtient effectivement T=48,5°C contre 44°C pour une épaisseur de 5mm et T=50°C contre 48°C lorsque l'épaisseur devient égale à 15mm. Finalement, le point le plus critique est la déformation des isothermes au voisinage des bords. Ce défaut est particulièrement frappant sur les interrupteurs de la partie supérieure (encadrement noir sur la Figure n° III-28). Contrairement à la simulation par éléments finis où la faible surface d'épanouissement pénalise logiquement l'interrupteur en bordure de plaque, le modèle fait apparaître une contrainte thermique maximale sur l'interrupteur du bas. Ce résultat était prévisible puisqu'en l'absence d'effets de bord, c'est effectivement cet interrupteur qui subit le maximum d'interactions thermiques.

En dehors des bords du refroidisseur, la cohérence entre le modèle n°2 et la simulation est très bonne puisque les profils d'isothermes sont semblables et les niveaux de température respectés. L'impact de l'épaisseur de spreading est aussi bien mise en évidence : la dispersion des valeurs extrêmes ainsi que la présence ponctuelle de points chauds confirment l'impact de l'épaisseur de semelle sur l'efficacité « locale » du refroidisseur.

III.5. Conclusion

Cette étude est essentiellement dédiée à la modélisation thermique d'un assemblage puces-refroidisseur. L'idée de base a été de conserver une approche analytique en validant point par point les résultats obtenus par des simulations de type éléments finis (Flotherm®, Qfin®).

Nous avons ainsi présenté un premier modèle dont la simplicité et la rapidité de calcul en font un outil intéressant pour le prédimensionnement. Son champ d'application reste toutefois restreint aux refroidisseurs permettant un épanouissement correct du flux thermique. L'effort de modélisation a surtout porté sur l'estimation analytique du coefficient de convection et la mise en forme simple du couplage électrothermique. Le second modèle est plus intéressant puisqu'il donne en tous points de l'espace le champ de température. La bonne cohérence obtenue dans les cas présentés justifie largement son intérêt et son utilisation dans le domaine de l'électronique de puissance.

Les faiblesses du modèle ont été aussi largement discutées. Il faut notamment éviter d'étudier des puces placées dans les angles d'un refroidisseur lorsque l'épaisseur de semelle est relativement faible. Parallèlement, la lenteur de calcul a été pointée du doigt. Une alternative intéressante a donc été proposée pour ne pas dégrader le temps de calcul dans le cas de sources multiples. Cette méthode de résolution rend le modèle d'autant plus compétitif que le système est complexe.

Quel que soit le modèle retenu, le traitement analytique les rend parfaitement portables. Bien que cela n'ait pas été notre préoccupation, le second modèle est parfaitement adapté à l'optimisation sous contrainte.

IV. Etude des pertes Cuivre dans les composants bobinés

IV.1. Introduction

(a) Justification de l'étude

Au même titre que les semiconducteurs, les composants bobinés seront fortement contraints dans la structure de conversion retenue. Une estimation grossière des pertes dissipées dans les inductances et le transformateur montre qu'elles représentent une part non négligeable des pertes totales.

De nombreux modèles analytiques existent pour estimer les pertes cuivre dans les enroulements de transformateurs. Le modèle le plus couramment utilisé est celui de Dowell qui consiste à transformer les conducteurs en plaques homogènes en adaptant la conductivité **[Dowell]**. Cette transformation est possible pour la quasi-intégralité des géométries de conducteurs y compris pour le fil de Litz comme nous le montrerons par la suite. Dans le cas des problèmes 1D, la décomposition vectorielle de l'induction dans une base adaptée permet d'obtenir des résultats simples.

La méthode des plaques de Dowell fait l'objet de nombreuses publications concernant son amélioration ou son extension à de nouveaux systèmes **[Lefèvre][Boggetto]**. Parmi les points les plus discutés, citons la modélisation réaliste des conducteurs cylindriques **[Reatti]** ou l'application de la méthode à des couches de conducteurs mal remplies et hétérogènes **[Nan]**. Malgré tout, le modèle original donne de bons résultats si les conditions d'application sont respectées.

Parallèlement aux méthodes dérivées de l'homogénéisation, une alternative intéressante est l'utilisation de la perméabilité complexe **[Laveuve]**. Celle-ci permet de calculer par l'intermédiaire du moment dipolaire et de la polarisabilité, la perméabilité complexe équivalente d'une couche de conducteurs cylindriques. Le domaine d'application de cette méthode est bien plus vaste que les précédentes puisque le champ magnétique n'apparaît pas implicitement dans le résultat. La perméabilité complexe peut être ainsi utilisée pour un composant bobiné quelconque dès que le champ en tous points est connu. Cette méthode est notamment intéressante dans le cas des inductances de filtrage avec entrefer **[Larouci]**.

En ce qui concerne les inductances de filtrage, les contraintes imposées sur le volume des composants passifs nous ont naturellement conduit à utiliser des tores à entrefer répartis (FeNi). Du fait de leur haute induction à saturation et des faibles perméabilités disponibles, le gain de volume est important par rapport aux ferrites. Peu de publications s'attardent cependant sur l'étude des pertes cuivre dans les noyaux toriques. La question n'a évidemment d'intérêt que pour de forts courants et des fréquences de découpage élevées. Dans la plupart des cas, l'ondulation de courant est effectivement négligeable, la densité de courant maximale en continu conditionne alors le dimensionnement des conducteurs.

En dehors de ce cas, l'analyse des effets de proximité et des effets de peau montre qu'il n'est plus possible de négliger le choix des fils malgré la faible valeur des harmoniques de courant.

Une solution possible est d'assimiler le bobinage à un fil cylindrique isolé. La facilité de modélisation masque néanmoins de grossières erreurs puisque l'influence du circuit magnétique et l'intégralité des effets de proximité entre conducteurs sont négligées. Il est aussi possible de résoudre les équations de Maxwell après avoir transformé les enroulements en couronnes concentriques **[Coillot]**. Bien que le principe soit simple, sa mise en œuvre reste complexe.

Pour ces raisons, un modèle dérivé des plaques de Dowell a été élaboré. Le principe général sera précisément décrit. Les résultats obtenus sur quelques réalisations pratiques confirmeront clairement l'intérêt du modèle dans le cadre de l'électronique de puissance. Pour le transformateur, nous ne retiendrons que la méthode d'homogénéisation de Dowell. L'accent sera mis sur l'étude unidimensionnelle des plaques et la modélisation du fil de Litz.

(b) Quelques rappels sur les équations de Maxwell...

Nous présentons ici les équations de Maxwell sous une forme simplifiée Les effets de polarisation et d'aimantation ne seront pas pris en considération. Ces approximations ne sont valables que dans l'air et les conducteurs. Enfin, les courants de déplacement seront négligés par rapport aux courants de conduction.

Maxwell - Gauss :	$div \ \dot{E} = \rho / \varepsilon$	Eq. III-57
Maxwell - Faraday :	$\overrightarrow{rot} \vec{E} = -\partial \vec{B} / \partial t \text{ avec } \vec{B} = \mu_0 \cdot \vec{H}$	Eq. III-58
Conservation du Flux :	$div \ \vec{B} = 0$	Eq. III-59
Maxwell - Ampère :	$\overrightarrow{rot} \vec{H} = \vec{j}$	Eq. III-60
Loi d'Ohm locale :	$\vec{j} = \sigma \cdot \vec{E}$	Eq. III-61

IV.2. Calcul des pertes Cuivre d'un transformateur par la méthode classique de Dowell

(a) Etude classique uniaxiale à partir des équations de Maxwell

Propriétés du champ magnétique dans la fenêtre de bobinage

Le noyau retenu pour l'étude du champ est un pot. La parfaite symétrie de révolution rend cette géométrie adaptée à ce type d'étude puisqu'elle permet de s'affranchir dès à présent d'une dimension. En ce qui concerne les noyaux de type ETD, les hypothèses qui vont être faites deviennent discutables (hypothèse 1D). Cependant, de récents travaux **[Larouci]** ont montré que la densité de puissance surfacique dans le bobinage est quasi-constante sur l'ensemble du périmètre. Des doutes subsistent toutefois quant à la validité de la méthode pour le calcul des inductances de fuite. Deux transformateurs tests permettront de juger la méthode : un pot P ainsi qu'un noyau de type ETD associés à des ferrites 3C85 et 3F3. Enfin, les enroulements seront matérialisés dès maintenant par des plaques.



Figure nº III-30 : Système physique considéré, contours d'Ampère utilisés

Dans la Figure n° III-30, le plan (\vec{u}_r, \vec{u}_z) est plan d'antisymétrie des courants. D'après les propriétés pseudo vectorielles de l'induction magnétique, on en déduit que H est contenu dans le plan (\vec{u}_r, \vec{u}_z) . L'invariance du système par rotation assure que H ne dépend pas de l'angle θ . L'induction magnétique peut se mettre sous la forme : $\vec{H} = H_r(r, z) \cdot \vec{u}_r + H_z(r, z) \cdot \vec{u}_z$

Le théorème d'Ampère appliqué sur le contour rouge donne :

$$\int_{Cr} \vec{H} \cdot d\vec{l} = H_{Fer} \cdot l_{Fer} + H_{Air} \cdot l_{Air} = N_1 \cdot I_{\mu}$$

En supposant que le courant magnétisant I_{μ} est nul et que l'induction dans le matériau magnétique est négligeable, on déduit de la relation précédente que la composante radiale est nulle.

Comme $div \vec{H} = 0$, le champ magnétique se met finalement sous la forme : $\vec{H} = H_z(r) \cdot \vec{u}_z$

L'expression du champ est identique à celle que l'on obtiendrait dans le cas d'un transformateur de profondeur quasi infinie. L'étude se réduit en effet à celle d'une coupe (2 variables seulement), le module du champ en un point ne dépendant que de la distance à l'axe. Pour plus de simplicité, un repère cartésien sera désormais employé.

Validation des hypothèses par simulation sous Flux2D®

Le résultat obtenu doit être appréhendé avec prudence car il s'appuie sur des hypothèses simplificatrices fortes. Qualitativement, tout laisse à penser que la validité du modèle est d'autant plus réduite que la perméabilité relative du matériau ou la fréquence décroît.

Des simulations sous Flux2D® ont donc été effectuées pour vérifier que les propriétés du champ étaient conformes aux résultats théoriques. Pour rester cohérents avec les choix technologiques effectués lors de la réalisation du prototype, nous avons dû modéliser le fil de Litz (160 brins !). De manière simple, celui ci a été remplacé par un fil cylindrique massif dont la résistivité a été adaptée pour que l'apparition fréquentielle de l'effet de peau soit compatible avec celle des brins de Litz (rapport des surfaces).

Afin d'observer l'influence de la perméabilité sur l'épanouissement des lignes de champ dans la fenêtre de bobinage, deux valeurs distinctes ont été prises pour μr : 60 et 2000. Dans le cas d'un matériau de faible perméabilité, les conditions les plus défavorables ont été simulées à 10kHz. Les résultats sont donnés dans les figures ci-dessous. Les zones blanches correspondent à des domaines où la composante axiale est au moins dix fois supérieure à la composante radiale. Les contours jaune et orange matérialisent l'emplacement des conducteurs ainsi que la fenêtre de bobinage.





Figure n° III-31 : Rapport des composantes radiales et axiales du champ dans la fenêtre de bobinage : μ =2000, F : 50kHz

Figure n° III-32 : Rapport des composantes radiales et axiales du champ dans la fenêtre de bobinage : μ =60, F : 10kHz

Les résultats théoriques sont globalement corroborés par la simulation puisque dans la majeure partie de la surface de bobinage la composante axiale est prédominante. Ce constat reste vrai pour de faibles perméabilités relatives ainsi qu'aux faibles fréquences de découpage. On observe toutefois des écarts induits par les défauts de bobinage à proximité des courts circuits magnétiques c'est-à-dire contre la jambe centrale et au voisinage de la jambe latérale. Cependant, les faibles niveaux locaux de champ ne rendent pas ces zones critiques dans le calcul de l'énergie électromagnétique totale. En supposant que la répartition des ampères-tours soit linéaire, la majeure partie de l'énergie stockée se trouve dans la partie centrale du bobinage. Finalement, le champ peut être supposé unidirectionnel sans trop d'erreur. Dès à présent, nous nous appuierons sur ce résultat pour la suite de l'étude.

Dissociation des effets propres et de proximité

En tous points, l'induction magnétique au niveau d'un conducteur est décomposable en un champ propre ainsi qu'un champ de proximité induit par les autres conducteurs. Le champ total est la superposition de ces deux composantes comme le montre la Figure n° III-33. L'avantage de cette décomposition vectorielle est de pouvoir étendre le théorème de superposition aux puissances dissipées par chaque composante de champ. Les propriétés géométriques de chaque composante (symétrie et antisymétrie) permettent alors d'obtenir des résultats très simples.



Figure nº III-33 : Dissociation des effets propres et de proximité sur une plaque

Pour une couche de conducteur donnée, le champ de proximité est uniforme. Le champ propre est schématiquement celui d'une plaque infinie parcourue par un courant I. L'induction est alors antisymétrique par rapport au centre de chaque conducteur. La Figure n° III-34 donne un exemple de décomposition sur un transformateur entrelacé, en régime statique.



Figure nº III-34 : Exemple de la décomposition du champ sur la géométrie étudiée

(b) Etude des pertes induites dans une plaque

L'objectif de cette partie est de justifier l'intérêt de la décomposition du champ magnétique. Pour cela, nous allons montrer que les propriétés géométriques des deux composantes retenues permettent l'obtention de résultats simples dans le cas d'une plaque.

Expression des champs propre et de proximité dans une plaque

L'équation de diffusion vérifiée par l'induction magnétique se déduit des équations de Maxwell et de la loi d'Ohm locale. La recherche de solutions harmoniques permet d'en simplifier l'expression :

$$\Delta^2 \vec{H} = \mu \cdot \sigma \cdot \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \quad \rightarrow \quad \frac{\partial^2 H_z(y)}{\partial y^2} = j \cdot \omega \cdot \mu \cdot \sigma \cdot H_z(y) \qquad \text{Eq. III-62}$$

Avec :

- μ : perméabilité absolue (H/m). La valeur prise sera celle du vide soit $\mu_0=4.\pi.10^{-7}$ H/m
- σ : conductivité électrique (Ω^{-1} .m⁻¹). Pour le cuivre, nous prendrons σ =5,917.10⁻⁷ Ω^{-1} .m⁻¹ à 25°C

Les solutions de l'équation différentielle sont du type :

$$H_z(y) = A.e^{(1+j)\frac{y}{\delta}} + B.e^{-(1+j)\frac{y}{\delta}} \quad \text{avec} \quad \delta = \sqrt{\frac{2}{\mu \cdot \sigma \cdot \omega}}$$
 Eq. III-63

Les constantes A et B se déduisent des conditions aux limites et des propriétés de symétrie du système. Les conditions aux limites découlent directement du théorème d'Ampère. Dans le cas du champ de proximité, la symétrie aux extrémités de la plaque impose A=B. Au contraire, le champ propre est antisymétrique par rapport au plan y=0. Dans ce cas, on aura A=-B. Le détail des expressions analytiques est donné en Annexe V.

Puissance dissipée par une plaque

La puissance dissipée dans chaque plaque s'exprime à partir du flux du vecteur de Poynting Π :

$$S = P + j \cdot Q = \bigoplus_{\Sigma} \vec{\Pi} \cdot \vec{n}_{ext} \cdot d\Sigma \text{ avec } \vec{\Pi} = \vec{E} \wedge \vec{H}^* / 2$$
 Eq. III-64



Grâce aux équations de Maxwell, on peut déterminer la direction du vecteur Π . La transversalité des champs électriques et magnétiques assurent que le vecteur de Poynting est dirigé suivant u_y . Le flux sortant de Π se réduit alors aux deux faces extrêmes.

Figure nº III-35 : Direction des différents vecteurs rencontrés dans l'étude

Ainsi
$$S = P + j \cdot Q = h \cdot l \cdot \left[\Pi\left(\frac{a}{2}\right) - \Pi\left(-\frac{a}{2}\right) \right]$$

A partir des expressions analytiques de $H_z(y)$ et $E_x(y)$, on démontre que la puissance totale est la somme des puissances générées par chaque composante vectorielle. Preuve est donc faite que le théorème de superposition initialement appliqué aux champs reste valable pour les puissances. Ainsi, on aura :

ŀ

$$S = S_{prox} + S_{prop} = (P_{prox} + P_{prop}) + j \cdot (Q_{prox} + Q_{prop})$$
 Eq. III-65

Les expressions des puissances actives et réactives dans une plaque sont données dans le tableau cidessous. Nous les utiliserons désormais dans le reste de l'étude.

	Puissance active	Puissance réactive	
Champ propre	$\frac{H_{prop}^{2} \cdot h \cdot l}{\sigma \cdot \delta} \cdot \left[\frac{sh\left(\frac{a}{\delta}\right) + sin\left(\frac{a}{\delta}\right)}{ch\left(\frac{a}{\delta}\right) - cos\left(\frac{a}{\delta}\right)} \right]$	$\frac{H_{prop}^{2} \cdot h \cdot l}{\sigma \cdot \delta} \cdot \left[\frac{sh\left(\frac{a}{\delta}\right) - sin\left(\frac{a}{\delta}\right)}{ch\left(\frac{a}{\delta}\right) - cos\left(\frac{a}{\delta}\right)} \right]$	Eq. III-66
Champ de proximité	$\frac{H_{prox}^2 \cdot h \cdot l}{\sigma \cdot \delta} \cdot \left[\frac{sh\left(\frac{a}{\delta}\right) - sin\left(\frac{a}{\delta}\right)}{ch\left(\frac{a}{\delta}\right) + cos\left(\frac{a}{\delta}\right)} \right]$	$\frac{H_{prox}^{2} \cdot h \cdot l}{\sigma \cdot \delta} \cdot \left[\frac{sh\left(\frac{a}{\delta}\right) + sin\left(\frac{a}{\delta}\right)}{ch\left(\frac{a}{\delta}\right) + cos\left(\frac{a}{\delta}\right)} \right]$	Eq. III-67



Expression des puissances actives et réactives dans des couches non conductrices

Les zones entre couches n'apportent que de la puissance réactive et n'interviennent que dans le calcul des inductances de fuite. Les expressions obtenues précédemment ne peuvent toutefois pas s'appliquer aux zones non conductrices, la loi d'Ohm locale n'étant pas vérifiée. L'induction dans l'isolant est donné par : $\vec{B} = \mu_0 \cdot \vec{H}_{Isolant} \cdot e^{j \cdot \omega \cdot t}$ ce qui permet de connaître \vec{E} par la formule de Maxwell-Faraday. La puissance

échangée par une lame d'isolant vaut :
$$S = j \cdot Q = j \cdot \mu_0 \cdot \omega \cdot H_{Isolant}^2 \cdot \frac{h \cdot l \cdot e_{Isolant}}{2}$$
 Eq. III-68

(c) Modélisation des conducteurs par des plaques équivalentes de Dowell

Dans cette partie, nous allons présenter la méthode générale permettant de transformer une couche de conducteurs en plaques de Dowell. Parmi les conducteurs utilisés en électronique de puissance (cylindrique, méplat ou multibrins), nous n'exposerons que le cas du fil de Litz car il permet de traiter toutes les géométries citées. Enfin, nous définirons dès à présent une hauteur moyenne de bobinage. Comme la méthode de Dowell se résume à un problème unidimensionnel, la hauteur des enroulements doit obligatoirement être identique :

$$H = \frac{1}{2} \cdot \left(H_{fen^{\hat{e}tre}} + \frac{1}{N_C} \cdot \sum_{j=1}^{N_C} H_{B_j} \right)$$
 Eq. III-69

Avec :

- H_B : hauteur d'une couche de bobinage (somme des <u>diamètres de fil</u> supposés jointifs),
- H_F : hauteur de la fenêtre de bobinage du transformateur,
- $\bullet \qquad N_C: nombre \ de \ couches \ constitutives \ du \ transformateur.$

Transformation d'un fil de Litz en plaques élémentaires de Dowell

Avant d'aborder les différentes étapes de la transformation, quelques précisions doivent être données concernant la modélisation du fil de Litz.

Le principe du fil de Litz est de fragmenter le conducteur en une multitude de brins isolés dont le faible diamètre permet de réduire les effets de peau. Parallèlement ces brins doivent être torsadés pour ne déséquilibrer la répartition de courant dans le fil et accentuer inutilement les effets de proximité. Cette constitution originale soulève de réels problèmes de modélisation. Il est par exemple impossible de tenir compte de la position exacte d'un brin. Toutefois certaines simplifications permettent de donner une représentation valable **[Schutz]**.

Si l'uniformité du courant est assurée dans l'ensemble du fil de Litz, l'évolution spatiale du champ magnétique auquel est soumis un brin est triangulaire. Sa position alterne effectivement entre les zones à forts et à faibles champs en fonction du toronnage. Dans le modèle de Dowell, chaque plaque est soumise à un champ constant dont l'amplitude évolue linéairement en fonction des Ampère tours enlacés. Si l'on considère que chaque brin participe ponctuellement à une plaque donnée, les deux représentations sont quasi équivalentes. La technique d'homogénéisation est alors la suivante :



Chaque fil de Litz va être transformé en plaques élémentaires (étapes n°1 à 3). Ces plaques seront ensuite assemblées pour occuper toute la hauteur moyenne de bobinage (étape n°4)

1) Transformation des brins de Litz en conducteurs carrés

La première étape consiste à transformer le fil de Litz en un conducteur carré. La surface de chaque brin est conservée ce qui impose :

$$a = \sqrt{\pi} \cdot \frac{\phi_{Br}}{2}$$
 Eq. III-70

Pour ne pas modifier les propriétés de l'enroulement, l'encombrement extérieur du fil ainsi que l'épaisseur de son isolant extérieur restent inchangées. Les N_{Br} brins de Litz sont alors uniformément répartis soit $n = \sqrt{N_{Br}}$ conducteurs par côté. L'épaisseur d'isolant b vérifie l'équation :

$$n \cdot b = \phi_{Fil} - 2 \cdot \phi_I - n \cdot a$$
 soit $b = \frac{\phi_{Fil} - 2 \cdot \phi_I}{n} - \sqrt{\pi} \cdot \frac{\phi_{Br}}{2}$ Eq. III-71

2) <u>Hauteur de cuivre H_C correspondant aux n brins accolés</u>

La hauteur se déduit du nombre de conducteurs carrés empilés :

$$H_C = n \cdot a = n \cdot \sqrt{\pi} \cdot \frac{\phi_{Br}}{2}$$
 Eq. III-72

3) <u>Adaptation de la conductivité à la plaque équivalente</u>

La relation entre σ et σ_1 dépend directement du rapport des hauteurs de bobinage. L'épaisseur et la longueur étant identiques, on peut donc écrire :

$$\sigma_1 = \sigma \cdot \frac{H_C}{\phi_{Fil}}$$
 et donc $\sigma_1 = n \cdot \sigma \cdot \frac{\sqrt{\pi} \cdot \phi_{Br}}{2 \cdot \phi_{Fil}}$ Eq. III-73

4) Adaptation de la conductivité à la hauteur moyenne de bobinage

L'identification des puissances dissipées dans chaque système permet d'obtenir les relations entre les conductivités σ_1 et σ_2 puis σ et σ_2 . En appelant N_{Sp} le nombre de spires par couche et $N_{//}$ le nombre de fils par spire :

$$\sigma_2 = \sigma_1 \cdot \frac{\phi_{Fil}}{H} \cdot N_{Sp} \cdot N_{//} \text{ et } \sigma_2 = \sigma \cdot \frac{n \cdot \sqrt{\pi} \cdot \phi_{Br}}{2 \cdot H} \cdot N_{Sp} \cdot N_{//} \qquad \text{Eq. III-74}$$

On peut mettre cette dernière relation sous la forme $\sigma_2 = \Pi \cdot \sigma$ où Π est la porosité de la couche.

Expression des pertes actives et réactives sur une couche de conducteur

On peut distinguer deux échelles pour l'étude :

- Echelle « macroscopique » au niveau d'une <u>couche de fils</u> de Litz (enroulement),
- Echelle « microscopique » au niveau d'une plaque de Dowell équivalente à une couche de brins.

La répartition des ampères-tours dans un fil peut être supposée linéaire. L'épaisseur d'isolant entre les brins étant largement inférieure à celle des couches entre enroulements, le fil de Litz apparaît macroscopiquement comme un conducteur massif. La répartition du champ au niveau des brins se déduit de celle du fil complet comme cela se voit dans la Figure n° III-36.



Couche de fils de Litz

Figure nº III-36 : Décomposition des effets propres et de proximité dans un fil de Litz

L'uniformité du courant dans les différentes plaques assure l'invariance du champ propre microscopique. En notant H_{prop} le champ propre de l'enroulement, le champ propre créé par chaque plaque vaut donc :

$$H_{prop}_{plaque}(i) = \frac{H_{prop}}{n}$$
 Eq. III-75

A partir de la représentation ci-dessus, on peut donner une expression du champ de proximité :

$$H_{prox}(i) = H_{prox} - H_{prop} + (2 \cdot i - 1) \cdot H_{prop}(i)$$

plaque
Eq. III-76

Malgré les simplifications effectuées, il est judicieux d'estimer la valeur du champ dans les espaces entre plaques si l'on souhaite déterminer l'inductance de fuite. Pour une zone située à droite de la plaque i, le champ aura pour valeur :

$$H_{Isol}(i) = H_{prox}(i) + H_{prop}(i) = H_{prox} + H_{prop} \cdot \left(\frac{2 \cdot i}{n} - 1\right)$$
Eq. III-77

La puissance dissipée par une couche de conducteurs s'obtient en superposant les contributions de chaque plaque. Comme les propriétés géométriques des plaques sont identiques, la puissance ne dépend que de la valeur des champs :

$$P_{Couche} = \frac{h \cdot l}{\sigma \cdot \delta} \cdot \left[\frac{sh\left(\frac{a}{\delta}\right) + sin\left(\frac{a}{\delta}\right)}{ch\left(\frac{a}{\delta}\right) - cos\left(\frac{a}{\delta}\right)} \cdot \sum_{i} H_{prop}^{2} (i) + \frac{sh\left(\frac{a}{\delta}\right) - sin\left(\frac{a}{\delta}\right)}{ch\left(\frac{a}{\delta}\right) + cos\left(\frac{a}{\delta}\right)} \cdot \sum_{i} H_{prox}^{2} (i) \right]$$
Eq. III-78

A partir des expressions précédentes, on peut facilement exprimer les sommes :

$$\sum_{i} H_{prop}^{2} (i) = n \cdot \frac{H_{prop}^{2}}{n^{2}} = \frac{H_{prop}^{2}}{n} \qquad \sum_{i} H_{prox}^{2} (i) = \frac{1}{n} \cdot \left[\frac{n^{2} - 1}{3} \cdot H_{prop}^{2} + n^{2} \cdot H_{prox}^{2} \right] \qquad \text{Eq. III-79}$$

La puissance dissipée par une couche de fil de Litz est donnée dans l'Eq. III-80. On remarquera que cette expression est cohérente avec les expressions classiquement utilisées pour les fils cylindriques massifs lorsque n=1. La puissance totale dissipée par les enroulements s'obtient en appliquant le résultat suivant à chaque couche de conducteurs. En ce qui concerne la puissance réactive, nous ne donnerons pas ici l'expression analytique. La démarche détaillée est disponible en Annexe VII.

$$P_{Couche} = \frac{h \cdot l}{n \cdot \sigma \cdot \delta} \cdot \left[\frac{sh\left(\frac{a}{\delta}\right) + sin\left(\frac{a}{\delta}\right)}{ch\left(\frac{a}{\delta}\right) - cos\left(\frac{a}{\delta}\right)} \cdot H_{prop}^{2} + \frac{sh\left(\frac{a}{\delta}\right) - sin\left(\frac{a}{\delta}\right)}{ch\left(\frac{a}{\delta}\right) + cos\left(\frac{a}{\delta}\right)} \cdot \left[\frac{n^{2} - 1}{3} \cdot H_{prop}^{2} + n^{2} \cdot H_{prox}^{2} \right] \right]$$
Eq. III-80

La résistance s'obtient à partir de la relation suivante :

$$R_{Couche} = \frac{P_{Couche}}{I_{eff}^2} = \frac{2 \cdot P_{Couche}}{I^2} \text{ avec } I = I_{eff} \cdot \sqrt{2}$$
 Eq. III-81

(d) Résultats sur deux transformateurs de test

Pour valider la méthode présentée, deux transformateurs de test ont été réalisés. Notre choix s'est porté sur une géométrie de type POT qui correspond rigoureusement au système physique étudié ainsi qu'un ETD qui sera intégré sur le prototype. Les données techniques des transformateurs sont consignées dans le tableau suivant :

	Géométrie, Matériau	Primaire	Secondaire
Transformateur	POT P42	LITZ	CUIVRE EMAILLE
N°1	PHILIPS 3C85 (μ=1750)	- 160 brins (\$ =0.1 mm)	- AWG #23, φ=0.6 mm
Transformateur	ETD 59	LITZ	LITZ
N°2	PHILIPS 3F3 (µ=1600)	- 160 brins (\$ =0.1 mm)	- 160 brins (\$ =0.1 mm)

La mesure est effectuée au secondaire alors que l'enroulement primaire est en court circuit. On mesure ainsi l'inductance de fuite et les résistances des enroulements ramenées au secondaire. Cette mesure donne de meilleurs résultats qu'au primaire du fait d'une plus grande impédance. Pour la résistance série, le cas d'un fil cylindrique de propriétés physiques équivalentes est représenté pour mettre en évidence les zones caractéristiques de l'effet de peau (f^{0,5}) et de l'effet de proximité (f²).

Les résultats obtenus par la méthode d'homogénéisation ainsi que les mesures effectuées au pont HP4194A sont donnés ci-dessous **[HP4194A]** :



Figure n° III-37 : Comparaison modèle mesures sur la résistance série du transformateur n°1



Figure n° III-39 : Comparaison modèle mesures sur la résistance série du transformateur n°2



Figure n° III-38 : Comparaison modèle mesures sur l'inductance de fuite du transformateur n°1



Figure nº III-40 : Comparaison modèle mesures sur l'inductance de fuite du transformateur nº2

Dans les deux cas, les effets fréquentiels apparaissent de façon cohérente. On remarque pourtant que la tendance n'est pas rigoureusement respectée pour le transformateur n°2. L'apparition tardive des effets de peau et de proximité est directement liée aux imperfections de remplissage des couches. L'obtention d'une conductivité équivalente minorée (faible porosité) tend à repousser les phénomènes aux hautes fréquences.

L'erreur faite en omettant les effets de proximité permet de rejeter définitivement la modélisation par un fil isolé. Evidemment, le diamètre des conducteurs doit être choisi en fonction de la fréquence de fonctionnement mais cette condition n'est pas suffisante. Comme on peut le voir dans la Figure n° III-37 par exemple, la majoration des effets de proximité induite par l'utilisation du fil de Litz masque totalement l'effet de peau du fil cylindrique émaillé.

En ce qui concerne l'inductance de fuite, on constate que le calcul la minore de façon non négligeable sur toute la gamme de fréquences. Deux raisons majeures expliquent un tel écart :

- la non prise en compte en hautes fréquences de l'énergie électromagnétique stockée dans les zones initialement vides et fictivement remplies par les couches étirées,

- l'homogénéisation des hauteurs de bobinage qui contribue à réduire le volume total du système physique étudié,

- dans le cas de la géométrie ETD, l'hypothèse d'une géométrie comparable à celle du pot. L'excellent blindage électromagnétique du pot occulte l'intégralité des fuites dans l'air et minimise donc l'estimation de l'inductance de fuite.

Finalement ces observations ne font que rappeler le champ d'application de la méthode de Dowell. Lorsque les fils d'une même couche sont distants, l'approximation unidimensionnelle du champ est fausse. L'homogénéisation accentue cet effet en allouant aux plaques une conductivité équivalente minorée ainsi qu'en « gommant » l'énergie électromagnétique stockée entre les fils de la couche. Malgré de faibles erreurs (maximum 30%), la méthode de Dowell ne doit pas être appliquée sans précautions. On veillera notamment à ce que la géométrie des enroulements soit la plus homogène possible.

IV.3. Calcul des pertes cuivre dans une inductance torique

Peu de modèles analytiques permettent d'estimer les pertes Cuivre dans les géométries toriques. Lorsque le rayon de courbure est suffisamment grand, l'utilisation de la perméabilité complexe ou de la méthode de Dowell est souvent faite. Hors de ce cadre, la méthodologie la plus employée consiste à résoudre les équations de Maxwell sur des couronnes conductrices. La lourdeur des expressions et l'instabilité numérique propre aux fonctions de Bessel rendent cependant son emploi délicat. L'exemple d'un tore à deux enroulements est traité dans l'Annexe VIII. Parallèlement, ce modèle ne fournit pas de solutions satisfaisantes pour les tores aplatis.

Pour pallier ce défaut, nous allons présenter une formulation dérivée de l'homogénéisation de Dowell qui s'adapte à tous les composants bobinés toriques. Pour ces raisons, nous étudierons ici le cas le plus général, à savoir le transformateur. L'accent sera mis sur la justification physique de la transformation adaptée pour les conducteurs axiaux et l'étude des conducteurs radiaux (a) Propriétés du champ magnétique dans la fenêtre de bobinage





Figure n° III-42 : Représentation générique de spires à N cotés

Figure n° III-41 : Description de la géométrie torique

Le plan (\vec{u}_r, \vec{u}_z) est un plan de symétrie des courants donc d'antisymétrie pour le champ magnétique. Dans la Figure n° III-42, les plans notés Π_+ et Π_- sont plans d'antisymétrie des courants, ce qui confirme que le champ est parallèle à leur intersection. On en conclut que $\vec{H} = H_{\theta}(r, \theta, z) \cdot \vec{u}_{\theta}$. L'invariance du système par rotation assure que H ne dépend pas de θ . Enfin, l'équation de Maxwell-Ampère donne

$$\frac{\partial}{\partial z} H_{\theta}(r,\theta,z) = 0 \text{ soit } \vec{H} = H_{\theta}(r) \cdot \vec{u}_{\theta}$$
 Eq. III-82

(b) Répartition des Ampère tours dans la fenêtre de bobinage

Le théorème d'Ampère appliqué sur un contour circulaire s'écrit :

$$\int_{C} \vec{H} \cdot d\vec{l} = H_{\theta}(r) \cdot 2 \cdot \pi \cdot r = \sum N \cdot I$$
Eq. III-83

La vigilance est de rigueur lorsque l'on s'intéresse à la répartition des ampères-tours dans une couronne de conducteurs. Nous allons pourtant montrer que sous certaines conditions l'approximation au premier ordre est possible (évolution linéaire).

Pour une couronne d'épaisseur ϕ située à un rayon r_{int} , les Ampères-tours s'expriment sous la forme :

$$AT(r) = AT_p + AT_C \cdot \frac{S_E}{S_T} = AT_p + AT_C \cdot \frac{r^2 - r_{int}^2}{(2 \cdot r_{int} + \phi) \cdot \phi}$$
 Eq. III-84

Avec :

- S_E : surface de la couronne à un rayon r de l'axe,
- S_T: surface de la couronne au niveau de son rayon extérieur,
- AT_{P:} ampères-tours préalablement enlacés,
- AT_C: ampères-tours propres à la couronne étudiée.

Le champ magnétique se déduit alors du théorème d'Ampère :

$$H_{\theta}(r) = \frac{AT_{p}}{2 \cdot \pi \cdot r} \cdot \left(1 + \beta \cdot \frac{r^{2} - r_{Int}^{2}}{(2 \cdot r_{int} + \phi) \cdot \phi}\right) \text{ avec } \beta = \frac{AT_{C}}{AT_{p}}$$
 Eq. III-85

Considérons maintenant une plaque de la même épaisseur que la couronne et de hauteur h. Si la hauteur est égale au périmètre moyen de la couronne, la variation du champ magnétique est du type :

$$H_{Cmoy}(r) = \frac{AT_P}{\pi \cdot (2 \cdot r_{int} + \phi)} \cdot \left(1 + \beta \cdot \frac{r - r_{Int}}{\phi}\right)$$
 Eq. III-86

Ces représentations sont quasi équivalentes dans bien des cas. Pour justifier ce résultat, nous allons comparer les énergies électromagnétiques stockées pour différents diamètres de tores et de conducteurs. Les deux fonctions H₀(r) étant monotones, la comparaison des énergies électromagnétiques suffit à justifier la similitude entre les géométries. Le graphe ci-dessous donne le rapport des énergies stockées dans les deux cas : W_{θ} / W_{Cmoy} . La variable réduite γ est égale à : $\gamma = r_{int} / \phi$.







La similitude entre les deux représentations est bonne lorsque $\gamma \rightarrow \infty$. La faible épaisseur de la couronne justifie alors que l'on approche le contour d'Ampère par le périmètre moyen. En dehors de ce cas et notamment lorsqu' aucun ampère-tour n'a été enlacé, l'erreur commise est plus importante. Ce résultat n'a rien d'original puisque la condition aux limites en r_{int} est identique dans les deux représentations mais le contour d'Ampère final est plus grand dans la représentation cylindrique.

Dans la majorité des cas, l'écart constaté est suffisamment faible pour pouvoir considérer que la progression des ampères-tours est linéaire. On peut alors se ramener à l'étude de plaques de Dowell suivant le même principe que dans la partie précédente. Nous détaillerons toutefois la transformation géométrique des couronnes en plaques ainsi que le traitement des conducteurs de transition.

(c) Extension de la méthode de Dowell aux géométries toriques

Dissociation des effets propres et de proximité



Contrairement au cas précédemment étudié (ETD et POT), le contour d'Ampère n'est plus identique d'une plaque à l'autre. On peut pourtant donner une expression simple des champs propres et de proximité à partir des conditions aux limites :

$$H_{k_{prox}} + H_{k_{prop}} = \sum_{i=1}^{k} \frac{\delta_{i} \cdot N_{i} \cdot I_{i}}{2 \cdot \pi \cdot r_{k}} \quad \text{Eq. III-88}$$
$$H_{k_{prox}} - H_{k_{prop}} = \sum_{i=1}^{k-1} \frac{\delta_{i} \cdot N_{i} \cdot I_{i}}{2 \cdot \pi \cdot r_{k}} \quad \text{Eq. III-89}$$

Figure n° III-44 : Décomposition du champ magnétique, conditions aux limites sur la plaque

$H_{k_prox} - H_{k_prop} = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\sigma_i \cdot N_i \cdot I_i}{2 \cdot \pi \cdot r_k} \quad \text{Eq. III-89}$

Transformation proposée pour l'étude des couronnes de conducteurs

Les similitudes physiques entre une couronne et une plaque suggèrent la transformation de la Figure n° III-45. L'ouverture du tore (étape n°3) n'est possible que si la hauteur de la plaque de Dowell est égale au périmètre moyen de la couronne. Dans ce cas, l'équivalence magnétique entre les deux géométries est possible. Enfin, l'absence d'effet de bord permet d'assimiler la géométrie de champ à celle d'une plaque infinie.

Comme dans la partie IV.2(b), les fils cylindriques sont d'abord transformés en conducteurs carrés de surface équivalente (étape n°1). L'adaptation de conductivité s'effectue au cours de la dernière étape, la surface de référence étant celle de la plaque équivalente. Dans le cas du fil de Litz, nous supposerons que les plaques élémentaires correspondant aux brins sont d'égales longueurs ce qui revient à appliquer uniquement la transformation aux fils.



Figure nº III-45 : Transformation utilisée pour les géométries toriques

Au sein d'une couche de conducteurs, la puissance dissipée vaudra :

$$P = \frac{h \cdot l_{C}}{n \cdot \sigma_{C} \cdot \delta_{C}} \cdot \left[\frac{sh\left(\frac{a}{\delta_{C}}\right) + sin\left(\frac{a}{\delta_{C}}\right)}{ch\left(\frac{a}{\delta_{C}}\right) - cos\left(\frac{a}{\delta_{C}}\right)} \cdot H_{prop}^{2} + \frac{sh\left(\frac{a}{\delta_{C}}\right) - sin\left(\frac{a}{\delta_{C}}\right)}{ch\left(\frac{a}{\delta_{C}}\right) + cos\left(\frac{a}{\delta_{C}}\right)} \cdot \left[\frac{n^{2} - 1}{3} \cdot H_{prop}^{2} + n^{2} \cdot H_{prox}^{2} \right] \right]$$
III-90

Avec :

- $n = \sqrt{N_{Br}}$. N_{Br} est le nombre de brins constituant le fil,
- $a = \sqrt{\pi} \cdot \phi_{Br} / 2$. Pour un fil cylindrique émaillé, ϕ_{Br} est égal au diamètre du fil,
- $l_C = 2 \cdot \pi \cdot r_C$ où \mathbf{r}_C est le rayon moyen de la couche,

•
$$\sigma_{C} = (\sigma \cdot n \cdot \sqrt{\pi} \cdot \phi_{Br} \cdot N_{Sp} \cdot N_{II})/2 \cdot l_{C}$$

Cas particulier des conducteurs de transition (radiaux)

Il est impératif de ne pas omettre les pertes dissipées par les conducteurs de transition. Ceux-ci sont également soumis à un champ orthoradial et dans la majorité des applications leur contribution aux pertes totales est loin d'être négligeable. Généralement, on considère que ces conducteurs sont soumis aux effets conjoints des enroulements intérieurs et extérieurs. Les pertes s'obtiennent alors en calculant la puissance moyenne dissipée par les couronnes dont ils dépendent.

Nous allons montrer qu'il est pourtant possible de donner une modélisation physique plus fine à partir des résultats obtenus par la méthode de Dowell. Le système étudié est décrit dans la figure suivante.



Figure n° III-46 : Contour d'Ampère utilisé pour la détermination du champ dans les conducteurs radiaux



Intéressons nous à l'évolution du champ magnétique dans une couronne équivalente aux conducteurs radiaux. Grâce aux symétries du système, on déduit que le champ est là aussi orthoradial. A un rayon r du centre, on peut appliquer le théorème d'Ampère :

$$\int_{C} \vec{H} \cdot d\vec{l} = H(r, z) \cdot r \cdot \theta = \sum N \cdot I \cdot \frac{z}{h} \cdot \frac{\theta}{2\pi} \text{ soit } H(r, z) = \frac{1}{2\pi \cdot r} \cdot \frac{z}{h} \cdot \sum N \cdot I$$
 Eq. III-91

Contrairement aux cas précédents, l'approche unidimensionnelle n'est plus valable puisque le champ magnétique est une fonction de deux variables. A un rayon r donné, la progression des Ampères-tours est toutefois linéaire comme dans le cas du Pot ou de l'ETD. Il semble alors judicieux de calculer la puissance dissipée par une plaque de Dowell infinitésimale d'épaisseur ∂r et de périmètre h(r)=2. π .r comme dans la Figure n° III-48. Une fois déroulées, ces plaques vérifient les conditions d'application de la méthode de Dowell présentée dans la partie IV.2. Pour chaque plaque élémentaire, les propriétés physiques (calcul des conductivités équivalentes, épaisseur de peau, hauteur ...) seront calculées en fonction du rayon à l'axe.



Figure nº III-48 : Méthode d'obtention de plaques élémentaires, description géométrique

La puissance dissipée par une plaque de Dowell élémentaire est donnée par l'équation Eq. III-92. On en déduit aisément l'expression de la puissance pour la couronne entière en sommant les contributions des plaques infinitésimales :

$$P(r) = \frac{h(r) \cdot dr}{n \cdot \sigma(r) \cdot \delta(r)} \cdot \left[\frac{sh\left(\frac{a}{\delta(r)}\right) + sin\left(\frac{a}{\delta(r)}\right)}{ch\left(\frac{a}{\delta(r)}\right) - cos\left(\frac{a}{\delta(r)}\right)} \cdot H_{prop}^{2}(r) + \dots \right]$$
Eq. III-92
$$\frac{sh\left(\frac{a}{\delta(r)}\right) - sin\left(\frac{a}{\delta(r)}\right)}{ch\left(\frac{a}{\delta(r)}\right) + cos\left(\frac{a}{\delta(r)}\right)} \cdot \left[\frac{n^{2} - 1}{3} \cdot H_{prop}^{2}(r) + n^{2} \cdot H_{prox}^{2}(r) \right]$$
Eq. III-92
$$P_{C} = \int_{R_{int}}^{R_{Ext}} P(r) \cdot dr$$
Eq. III-93

Discussion sur la méthode de calcul dans le cas de spires se chevauchant

Considérons maintenant une couche extérieure à laquelle correspondent deux couches internes. En fonction de l'écart existant entre les spires de la première couche interne, les spires de la seconde couche peuvent s'alterner parfaitement ou les chevaucher. Dans le cas du chevauchement, les effets de proximité induits par les conducteurs supérieurs doivent être pris en compte. Pour ce faire, on propose la modélisation suivante :



Figure nº III-49 : Méthode proposée pour les spires se chevauchant à une distance quelconque de l'axe

L'enroulement est décomposé en deux systèmes à partir du rayon correspondant à l'intersection des spires. Pour $r \leq R_{Inter}$, les spires des deux couches sont parfaitement imbriquées. Le système équivalent est une couronne constituée de n_1+n_2 spires. *A contrario*, le chevauchement des spires pour $r \geq R_{Inter}$ requiert deux couches superposées. Dans ce cas, les effets de proximité ne sont pas occultés. Les bornes d'intégration sont données dans la Figure n° III-49. Le chevauchement ou l'imbrication parfaite des spires correspond à l'étude exclusive d'un seul sous-système.

(d) Résultats sur deux transformateurs toriques

Comme nous l'avons exposé, ce modèle est utilisable pour tous les composants bobinés toriques. Cependant les inductances sont peu adaptées aux mesures de pertes Cuivre. L'absence d'enroulement secondaire ne permet pas de s'affranchir des pertes Fer au moment de la mesure. Nous avons donc réalisé deux transformateurs toriques dont les caractéristiques sont données dans le Tableau III-8.



Figure nº III-50 : Photographie des prototypes nº1 et nº2

Pour le prototype n°1, le rapport des longueurs $2.H/(\phi_{Ext}-\phi_{Int})$ laisse à penser que les résultats obtenus seront peu sensibles aux conducteurs de transition. Les mesures effectuées sur ce tore ne serviront qu'à valider la modélisation des couronnes de conducteurs en plaques de Dowell. Afin de traiter le cas le plus général, le transformateur n°1 sera bobiné avec du fil de Litz et du fil émaillé.

Au contraire, le tore n°2 $(2.H < \phi_{Ext} - \phi_{Int})$ nous permettra de quantifier l'impact des conducteurs de transition sur la résistance totale. Nous débattrons alors de la méthode proposée lorsque les spires se chevauchent partiellement.

	Prototype n°1	Prototype n°2
φ _{ext} , φ _{int} , Η	33/18/13 mm	62/36/13 mm
Matériau utilisé	ferrite 3E25 (µ _R =5500)	ferrite 3E25 (μ_R =5500)
Enroulement Primaire :	44/ AWG #17	110/ AWG #20
nombre et type de fil	1 couche	2 couches
Enroulement Secondaire :	56/ Litz (420/0,05mm)	134/ AWG #16
nombre et type de fil	1 couche	1 couche

Tableau III-8 : Caractéristiques des transformateurs testés

Les résultats obtenus sur le prototype n°1 sont encourageants puisque l'apparition des effets de peau et de proximité est cohérente avec les mesures effectuées au pont HP4194A. On constate comme prévu que les conducteurs de transition interviennent peu dans la résistance totale. Dans ce cas, le calcul des conducteurs radiaux peut être simplifié en rajoutant la puissance correspondante au rapport entre hauteur et épaisseur de bobinage. Malgré tout, ces bons résultats doivent être interprétés avec prudence. Outre la parfaite symétrie du dispositif, l'utilisation de spires quasi jointives facilite l'obtention de résultats corrects. Comme précédemment, on tend à penser que les imperfections de bobinage (remplissage partiel des couches) se matérialiseront par un décalage vers les hautes fréquences.





Figure n° III-51 : Comparaison modèle mesures sur le transformateur n°1



Pour le prototype n°2, les conducteurs de transition représentent prés de la moitié de la résistance des enroulements comme on peut le voir sur la Figure n° III-53. Dans la Figure n° III-54, les différentes modélisations des conducteurs de transition ont été comparées.

Comme l'enroulement primaire ne contient qu'une seule couche, l'effort s'est porté sur la représentation des deux couches du secondaire. Le meilleur résultat est finalement obtenu avec la modélisation la plus réaliste à savoir :

• 1 couche de primaire (110 spires) + 2 couches de secondaire (65 spires+ 69 spires) du début du bobinage jusqu'au rayon correspondant à l'imbrication des couches du secondaire,

• 1 couche de primaire (110 spires) + 1 couche de secondaire (134 spires) du rayon cité à l'extrémité du bobinage.

Malgré les bons résultats (moins de 10% d'erreur), cette technique nécessite de connaître précisément la nature du bobinage. Pour s'affranchir de ce problème, il est possible de <u>majorer</u> l'estimation en supposant que les couches se superposent constamment. Le modèle modifié s'intègre alors parfaitement dans un algorithme de dimensionnement optimisé. Ce point sera décrit plus longuement dans la partie relative à l'exploitation des modèles.



Figure n° III-53 : Comparaison modèle mesures sur le transformateur n°1





IV.4. Conclusions sur les pertes Cuivre dans les composants bobinés

Dans cette partie, nous avons présenté le modèle retenu pour l'estimation des pertes Cuivre. Pour les inductances ainsi que pour le transformateur, notre choix s'est porté vers l'homogénéisation en plaques de Dowell. Dans un premier temps, les hypothèses de base et le principe général de transformation des conducteurs ont été décrits. Grâce à deux transformateurs de tests, nous avons pu démontrer la précision de cette représentation ainsi que ses limites de validité.

Dans un second temps, une transformation possible a été proposée pour permettre l'extension de la méthode de Dowell aux géométries toriques. Dans ce cadre, les conducteurs de transition ont été modélisés par un empilement de plaques de Dowell élémentaires. Finalement, les mesures effectuées sur deux transformateurs toriques ont confirmé la validité des différents modèles proposés.

Le principal avantage de la méthode de Dowell est sa facilité d'exploitation ainsi que la rapidité de traitement numérique. Au delà du simple calcul de pertes, les résultats obtenus sont tout à fait exploitables dans un logiciel de simulation électrique. Le comportement fréquentiel des éléments inductifs $L_f(f)$ et résistifs $R_s(f)$ peut être effectivement modélisé par des réseaux de composants passifs R-L en cascade **[Schutz][Revol]**. Grâce à un algorithme de minimisation, on pourra donner le schéma électrique équivalent d'un composant bobiné quelconque à partir d'un cahier des charges spécifié.

V.Modèles de pertes Fer dans les composants magnétiques

V.1. Introduction

Pour compléter le tour d'horizon des composants bobinés, ce court chapitre sera consacré à l'estimation des pertes Fer dans les ferrites (Philips®) et les poudres Fer-Nickel (Magnetics®). La proportion de pertes induites par ces matériaux étant relativement faible, nous nous contenterons de donner quelques modèles simples. Pour les inductances, des mesures effectuées sur des matériaux Magnetics® HighFlux60 ont montré une faible dépendance des pertes en fonction de la composante continue de l'induction. L'état de polarisation du matériau sera donc occulté ce qui revient à supposer l'équivalence de deux cycles d'hystérésis majeur et mineur de même amplitude. Nous supposerons ainsi que les divers composants magnétiques sont utilisés en régime symétrique.

V.2. Modèles de pertes Fer

(a) Le modèle de Steinmetz

Le modèle empirique de Steinmetz est sûrement la formulation la plus employée pour la prédiction des pertes Fer dans les matériaux magnétiques **[Steinmetz]**. Les pertes volumiques s'expriment sous la forme d'une fonction puissance qui englobe conjointement les pertes hystérétiques (∞f) et les pertes par courant de Foucault (∞f^2) :

$$P_V = k \cdot f^{\alpha} \cdot B^{\beta}_{Max}$$
 Eq. III-94

Avec :

- *f*: fréquence de fonctionnement (Hz),
- B_{Max}: valeur maximale de l'induction (T),
- α , β : constantes obtenues par interpolation des mesures.

L'avantage de ce modèle est d'être directement exploitable à partir des abaques de pertes fournies par
les constructeurs. Le tableau ci-dessous donne la valeur des coefficients k, α et β pour quelques matériaux
typiques [Alb]. La puissance volumique est alors donnée en kW/m ³ à 25°C.

Matériau	Fréquence (kHz)	k	α	β
Ferrite : 3F3	20-300	0,41	1,6	2,5
2P65 :Philips	50	2.60	1	1,85
FeNi :High Flux 60	0.1-100	0,34	1,23	2,56

Tableau III-9 : Coefficients de Steinmetz des matériaux utilisés dans notre étude



Figure nº III-55 : Comparaison à 50kHz des différents matériaux magnétiques cités

Les caractérisations effectuées par les constructeurs sont relatives à des excitations magnétiques sinusoïdales, peu représentatives des signaux rencontrés en électronique de puissance. Certains auteurs **[Severns]** ont donc proposé des formulations basées sur une décomposition en série de Fourier de l'induction. La forte non linéarité des pertes rend toutefois ces méthodes très restrictives. Pour contourner ce problème sans requérir de caractérisations supplémentaires, les modèles suivants proposent des formulations améliorées de l'équation de Steinmetz : MSE (Modified Steinmetz Equation) **[Reinert]** et GSE (Generalized Steinmetz Equation)**[Li]**. Dans chacun des cas, l'objectif est de prendre en compte l'impact du dB/dt (vitesse de magnétisation des parois) sur les mécanismes de pertes.

(b) Le MSE : Modified Steinmetz Equation

Une fréquence équivalente f_E est introduite pour intégrer la vitesse moyenne de magnétisation des parois. Ce paramètre n'a toutefois aucune justification physique (coefficient d'interpolation). Pour une forme d'onde quelconque, la fréquence équivalente se déduit de la moyenne quadratique du dB/dt suivant :

$$f_E = \frac{2}{\pi^2 \cdot \Delta B^2} \cdot \int_0^T (dB/dt)^2 \cdot dt \text{ avec } \Delta B = B_{Max} - B_{Min}$$
 Eq. III-95

Les mécanismes de pertes sont alors supposés hystérétiques ce qui implique que la puissance dissipée dépend linéairement de la fréquence. A partir de l'équation de Steinmetz, on obtient :

$$P_V = k \cdot f_E^{\alpha - 1} \cdot B_{Max}^{\beta} \cdot f$$
 Eq. III-96

Les coefficients k, α et β restent inchangées par rapport au modèle de Steinmetz.

Malgré sa simplicité, ce modèle donne de bons résultats lorsque le contenu spectral de l'induction est réduit et que l'évolution du champ ne fait pas apparaître de cycles d'hystérésis mineurs. La prise en compte d'une éventuelle composante continu d'induction est aussi problématique.

(c) Le GSE : Generalized Steinmetz Equation

Malgré des limitations quasi identiques, les hypothèses de GSE sont toutefois rigoureuses. Contrairement au modèle précédent, les pertes magnétiques évoluent en fonction de la valeur instantanée du champ magnétique et de sa dérivée.

$$P_V(t) = k_1 \cdot \left| \frac{d}{dt} B(t) \right|^a \cdot B(t)^b$$
 Eq. III-97

L'identification de cette expression avec la formule de Steinmetz pour un signal sinusoïdal permet d'exprimer simplement les coefficients k_1 , a et b en fonction de k, α et β . En calculant la valeur moyenne des pertes magnétiques, nous aboutissons à la formulation généralisée de Steinmetz :

$$P_{V} = f \cdot \int_{0}^{T} k_{1} \cdot \left| \frac{d}{dt} B(t) \right|^{\alpha} \cdot B(t)^{\beta - \alpha} \cdot dt \quad \text{avec} \quad k_{1} = \frac{k}{(2.\pi)^{\alpha - 1} \cdot \int_{0}^{2\pi} |\cos(\theta)|^{\alpha} \cdot |\sin(\theta)|^{\beta - \alpha} \cdot d\theta} \qquad \text{Eq. III-98}$$

V.3. Conclusion sur les pertes Fer

La faible contribution des pertes Fer a naturellement orienté notre choix vers des modèles semi empiriques simples comme le MSE ou le GSE. Ceux-ci permettent d'étendre le champ d'application de la formule de Steinmetz à des signaux non sinusoïdaux ce qui les rend parfaitement adaptés au cas du transformateur. Au niveau des inductances de filtrage, nous utiliserons ces mêmes modèles bien qu'il existe une composante continue d'induction. Quelques mesures effectuées au laboratoire ont effectivement permis de justifier sa faible contribution aux mécanismes de pertes.

VI. Conclusion du Chapitre III

Au cours du chapitre précèdent, l'accent avait été mis sur le fonctionnement du convertisseur et la validation des caractéristiques de sortie. Notre objectif étant d'optimiser le rendement, nous avons logiquement présenté dans ce chapitre des modèles de pertes pour les différents éléments du convertisseur. Le travail ainsi réalisé doit permettre de déterminer précisément les pertes dissipées à un point de fonctionnement donné.

Dans un premier temps, un modèle semi empirique de cellule MOS-Diode en commutation a été élaboré. A partir des données fournies par les constructeurs, il nous est désormais possible d'estimer approximativement les pertes dissipées sur un cycle de commutation. Les résultats obtenus ont alors été interpolés pour obtenir une loi linéaire du type P=f(U,I,fréq) qui sera finalement intégrée au modèle final. Le travail mené autour des interrupteurs s'est ensuite focalisé sur les problèmes de dissipation thermique. Après avoir donné quelques éléments théoriques sur le couplage électrothermique des semiconducteurs et la physique des refroidisseurs, deux modèles analytiques d'interrupteurs sur plaque de refroidissement ont été présentés. La confrontation à des simulations de type éléments finis a permis de mieux cerner les faiblesses des modèles et leur champ d'application. Les résultats obtenus sont par ailleurs tout à fait encourageants.

Notre démarche nous a enfin conduit à étudier les composants bobinés qui seront fortement sollicités dans le convertisseur. A la vue des contraintes en courant, l'effort de modélisation a principalement concerné les pertes Cuivre dans les enroulements. Parmi les modèles existants, notre choix s'est porté sur une homogénéisation en plaques de Dowell. Après avoir décrit le principe dans le cas d'un transformateur bobiné avec du fil de Litz, nous avons présenté une alternative possible permettant son extension aux géométries toriques. Dans chaque cas (E, Pot, Tore), des prototypes ont été réalisés pour valider cette méthode.

Un bref état de l'art concernant les pertes Fer a finalement été dressé.

VII. Bibliographie du Chapitre III

[Boggetto]

J.M. Boggetto, Y. Lembeye, J.P. Ferrieux and J.P.

Copper Losses in Power Integrated Inductors on Silicon

IAS 2002

[Coillot]

C. Coillot

Méthode de conception de composants magnétiques pour l'électronique de puissance Thèse de doctorat de l'Université Montpellier II - LEM 1999

[Coyaud]

M. Coyaud

Caractérisation fonctionnelle de composants en carbure de silicium Thèse de doctorat INPG - LEG 2002

[Culham]

J.R. Culham, M.M. Yovanovich

Thermal characterization of electronic packages using a three-dimensional Fourier series solution The Pacific Rim/ASME International, INTERpack '97

[Dowell]

P.L. Dowell,

Effects of eddy currents in transformer windings

Proceedings IEE, August 1966, vol.133, n°8, pp 1387-1394

[Ellison1]

G.N. Ellison

Extension of the closed forms method for substrate thermal analysers to include thermal resistance from source to substrate and source to ambient

IEEE Transactions on Components, Hybrids and manufacturing technology

Vol. 15, n°5, October 1992

[Ellison2]

G.N. Ellison Maximum thermal spreading resistance for rectangular sources and plates with no unity aspect ratios IEEE Transactions on Components and PackagingTechnologies Vol. 26, n°2, June 2003

[Ferrieux]

J.P. Ferrieux, F. Forest

Alimentation à découpage, convertisseurs à résonances, Editions Dunod, 3^{iéme}édition, 1999

[HP4194A]

Hewlett Packard

4194A Impedance/gain-phase analyser operation manual -Section 1, general information, pp 4 - 37

[IRF]

Produits, http://www.irf.com

[Kennedy]

D.P. Kennedy

Spreading resistance in cylindrical semiconductor devices

Journal of Applied Physics, Vol 31, n°8, pp1490-1497, August 1960

[Larouci]

C. Larouci

Dimensionnement et optimisation de convertisseurs statiques Thèse de doctorat INPG - LEG 2001

[Laveuve]

E. Laveuve, J.P. Keradec and J. Roudet

Multipolar development of vector potential for parallel wires: application to the study of eddy currents effects in transformer windings

IEEE Transactions on Magnetics, Vol 27, n°5, 1991, pp4242 - 4251

[Lee]

S. Lee, S. Song, V. Au, K.P. Moran Constriction/Spreading resistance for electronics packaging ASME/JSME Thermal Engineering Conference: Volume 4 - 1995

[Lefèvre]

G. Lefèvre, H. Chazal, J.P. Ferrieux and J. Roudet Application of Dowell method for Nanocrystalline toroid high frequency transformers PESC 2004

[Li]

J. Li, T. Abdallah and CR Sullivan

Improved calculation of core loss with non sinusoidal waveforms

IAS 2001

[Nan]

X. Nan and C.R. Sullivan An improved calculation of proximity effect loss in high frequency windings of round conductors

PESC 2003

[Narasimhan]

S. Narasimhan, A. Bar-Cohen, R. Nair

Characterization of compact heat sink models in natural convection

IEEE Transactions on Components and Packaging Technologies

Vol. 25, n°1, March 2002

[Ouattara]

K. Ouattara

Etude des stratégies de refroidissement pour convertisseurs électroniques dans des véhicules automobiles hybrides

Thèse de doctorat INPG - LEG 2002

[Perret]

C. Perret

Réalisation et optimisation de refroidisseurs à micro canaux en technologie silicium Thèse de doctorat INPG, LEG 2001

[Raël]

S. Raël

Méthodologie de conception des modules de puissance : étude électrothermique de l'association parallèle

Thèse de doctorat INPG, LEG 1996

[Reatti]

A. Reatti and K. Kazimierczuk

Comparison of various methods for calculating the AC resistance of inductors

IEEE Transactions on Magnetics, Vol 38, n°3, May 2002, pp 1512 - 1518

[Reinert]

J. Reinert, A. Brockmeyer and R.W. De Doncker

Calculation in ferro and ferromagnetic material based on the modified Steinmetz equation Proceedings of 34th Annual Meeting of the IEEE Industry Applications Society Vol 3, pp 2087-2092, 1999

[Remsburg]

R. Remsburg

Thermal Design of Electronic Equipment, CRC Handbook - 2001

[Revol]

B. Revol

Modélisation et optimisation des performances CEM d'une association Variateur de vitesse-machine asynchrone

Thèse de doctorat Université Joseph Fourier - LEG 2003

[Schutz]

J. Schutz

Méthodologie de conception d'une alimentation à découpage Thèse de doctorat Université Joseph Fourier - LEG 1999

[Severns]

R. Severns HF core losses for non-sinusoidal waveforms HFPC' 91 pp 140 -148

[Sparrow]

E.M. Sparrow, B.R. Beliga, S.V. Patankar Forced convection heat transfer from a shrouded fin array with and without tip clearance Journal of Heat Transfer Vol. 100, n°4, 1978, pp572-579

[Song]

S. Song, S. Lee, V. Au

Closed form equations for thermal constriction/spreading resistances with variable resistance boundary conditions

IEPS Conférence - 1994

[Steinmetz]

C.P. Steinmetz

On the law of hysteresis (AIEE Transactions, Vol 9, pp 3-64, 1892) Reprinted under the title "A Steinmetz contribution to the AC power revolution", introduction by J.E. Brittain in Proceedings of the IEEE 72, 1984, pp 196-221

[Teerstra]

P. Teerstra, M.M. Yovanovich, J.R. Culham, T. Lemczyk Analytical forced convection modelling of plate fin heat sinks Fifteenth IEEE SemiTherm Conference

[TI A1540]

J. Huetz, J.P. Petit Notion de transfert thermique par convection ; Techniques de l'Ingénieur, traité Génie énergétique - A1540

[TI BE1544]

J. Huetz, J.P. Petit

Transfert thermique par convection : Annexe IV ;

Techniques de l'Ingénieur, traité Génie énergétique - BE1544

[TI D3340]

P. Leturcq

Semi-conducteurs de puissance unipolaires et mixtes : Partie 2

Techniques de l'Ingénieur, traité Génie Electrique - BE1544

[Verneau]

G. Verneau

Optimisation géométrique de MOSFETs de puissance en vue d'intégrer l'alimentation de l'étage de commande

Thèse de doctorat INPG - LEG 2003

[Yovanovich1]

M. M. Yovanovich

Effects of Geometry and Orientation on Laminar Natural Convection from Isothermal Bodies AIAA Journal of Thermophysics and Heat Transfer Vol. 5, n°.2, p208, 1991

[Yovanovich2]

M.M. Yovanovich, S. Lee, T.J. Gayowsky

Approximate analytic solution of laminar forced convection from an isothermal plate AIAA 30th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, 1992

Paper No. 92-0248

[Yovanovich3]

M.M. Yovanovich, P. Teerstra, J.R. Culham

Analytical Modelling of spreading resistance in flux tubes, half spaces and compound disks IEEE Transactions on Components, Packaging and Manufacturing Technologies Vol. 21, n°1, March 1998

Chapitre IV EXPERIMENTATION SUR LE CONVERTISSEUR, AMELIORATION DU RENDEMENT

TABLE DES MATIERES DU CHAPITRE IV

I.	Intr	oduction	. 129
II.	Ana	lyse du prototype n°1	. 129
II	[.1.	Présentation du convertisseur réalisé (prototype industriel)	129
Π	[.2.	Formes d'ondes expérimentales : présentation et discussion	130
II	[.3.	Comparaison entre rendement mesuré et rendement calculé	132
II	[.4.	Conclusions sur la structure Double Boost	136
III.	Am	élioration de l'existant : topologie à commutation douce	. 136
II	I.1.	Présentation de la structure	136
II	I.2.	Description du fonctionnement pour divers rapports cycliques	137
II	I.3.	Comparaison des caractéristiques de sortie calculées analytiquement et par simulation	. 144
II	[I.4.	Création d'un logiciel d'aide à la conception :	145
II	II.5.	Présentation du convertisseur réalisé	148
IV.	Cor	clusion du Chapitre IV	. 150

I. Introduction

La maquette réalisée va maintenant être présentée. Après avoir donné quelques unes des ses caractéristiques techniques (éléments constitutifs, volume, poids...), nous comparerons les résultats de notre modèle à des mesures de rendement obtenues pour deux rapports de transformation différents. Au terme de cette partie, nous discuterons alors des améliorations possibles et des limites d'une telle structure. Finalement, une nouvelle topologie sera présentée. Comme précédemment, une partie théorique sera exposée avant que ne soient donnés des résultats de mesures effectuées sur un nouveau prototype.

II. Analyse du prototype n°1

II.1. Présentation du convertisseur réalisé (prototype industriel)



Figure nº IV-1 : Photographie du prototype réalisé

Les dimensions du convertisseur sont les suivantes : L=300 mm, l=200 mm et h=150 mm. Le volume total (refroidisseur, circuit de puissance et commande) est d'environ 10l. La masse de l'ensemble est proche de 3kg. Les données techniques concernant le convertisseur sont disponibles ci-dessous.

	Convertisseur principal	Hacheur auxiliaire
FREQUENCE	50 kHz	50 kHz
MOSFET	2x2 IRFP90N20D	1x IRFP260N
DIODES	4x 30EPH06	3x 30EPH06
INDUCTANCES :		
Noyau :	2x Magnetics 58439A2	Magnetics 58438A2
Matériau :	High Flux µ=60	High Flux μ=125
Nombre de tours :	45 tours	34 tours
Type de fils :	AWG#13 (\$ =1,95 mm)	AWG#15 (\$ =1,56 mm)
	12 Capacités Chimiques SNAP-IN	1 Capacité Chimiques SNAP-IN
CAPACITES	BC Components	BC Components
	400V-470µF	250V-470µF

Tableau IV-1 : Description des éléments intégrés dans le prototype n°1

II.2. Formes d'ondes expérimentales : présentation et discussion

Les formes d'ondes typiques ont été relevées sur la maquette à différents niveaux de puissance pour un rapport de transformation égal à 3,2. Nous présentons ici les résultats obtenus pour $P_S=2kW$ ($\alpha \ge 1/2$) ainsi que 500W ($\alpha \le 1/2$). La résistance externe de grille vaut 22 Ω . Nous reviendrons sur ce choix par la suite.

(a) Cas n°1 : mesure à puissance nominale

Temps (us)



Figure nº IV-4 : Commutation OFF et ON d'un MOSFET du convertisseur principal

Temps (µs)

La cohérence entre les résultats mesurés et l'approche théorique est relativement bonne. On constate toutefois une surtension non négligeable (environ 40V) à l'ouverture des interrupteurs. Etant donnée la présence de l'écrêteur, on tend à penser que cette résonance fait intervenir les capacités C_{OSS} des MOSFET, l'inductance de câblage et éventuellement l'ESL (Equivalent Serial Inductance) de la capacité C_E de l'écrêteur **[Jourdan]**. La mise en parallèle de deux MOSFET équivaut à une capacité de sortie de 800 pF. La fréquence de résonance étant d'environ 20 MHz, l'inductance équivalente vaudrait 70 nH ce qui ne semble pas irréaliste (une dizaine de nH d'ESL associée à quelques centimètres de connexions).

Parallèlement, la chute de tension inductive (inductance de fuite du transformateur) ne suffit pas à annuler les pertes à la fermeture. La dynamique du courant est ainsi conditionnée par le MOS ce qui explique la présence d'un pic de recouvrement non négligeable.

Ce phénomène n'a que peu d'impact sur les pertes au niveau du MOS. Néanmoins, la répercussion sur les diodes du secondaire s'accompagne de quelques watts de pertes. Dans ce cas précis :

$$P_{diodes} \approx 4 \cdot \left(\frac{I_R \cdot t_b}{2 \cdot m}\right) \cdot \frac{V_S}{2} \cdot f = 5W$$
 Eq. IV-1

180 140 140 140 140 100 60 20 20 0 5 10 15 20 25 Temps (μs)

(b) Cas n°1 : mesure à faible niveau de puissance (500W)

Figure n° IV-5 : Tension et courant au niveau d'un MOSFET pour $\alpha \le 1/2$ (P_S=500 W)



Figure n° IV-6 : Courant dans le primaire du transformateur pour $\alpha \le 1/2$ (P_S=500 W)



Figure nº IV-7 : Commutation OFF et ON d'un MOSFET du convertisseur principal

Les formes d'ondes en commutation corroborent globalement notre analyse. A l'ouverture, la démagnétisation du transformateur pendant la phase Miller réduit fortement le courant dans les interrupteurs. On peut ainsi considérer sans trop d'erreur que le courant commuté est égal à la moitié du courant de puissance. En ce qui concerne l'ouverture des MOSFETs, les deux étapes initialement décrites sont difficilement dissociables malgré le changement de pente du courant (cf. Figure n° IV-7).

(c) Discussion sur le choix de la résistance de grille R_G

Malgré la faible dynamique en commutation du MOS, la surtension induite à l'ouverture ne permet pas de réduire la résistance de grille sans menacer le bon fonctionnement du convertisseur. Corollairement, la forte contribution des pertes en commutation pénalise inutilement le rendement.
Cette observation est d'autant plus légitime que le système est déclassé en puissance ou fonctionne à rapport cyclique inférieur à 1/2 puisque :

• la tension aux bornes de C_E croît, le hacheur auxiliaire fonctionnant en conduction continue,

• l'inductance de fuite n'intervient plus dans la maille de commutation (MOS - Diodes d'accès) et ne permet donc pas l'aide à la fermeture,

• les pertes en conduction diminuant quadratiquement, les pertes en commutation tendent à devenir prépondérantes.



Figure nº IV-8 : Schéma de l'ecrêteur rapproché

Pour pallier ce défaut, un circuit d'écrêtage rapproché a été introduit entre les interrupteurs et la capacité du hacheur auxiliaire. Le contrôle des surtensions permet désormais d'accélérer les commutations sans risque de destruction. La résistance de grille est alors prise égale à $26,5\Omega$ (22Ω du circuit de mise en forme et $4,5\Omega$ externe). Nous donnerons toutefois les courbes de rendement obtenues dans les mêmes conditions que les relevés expérimentaux pour justifier l'importance des pertes en commutation.

II.3. Comparaison entre rendement mesuré et rendement calculé

(a) Algorithme de calcul du rendement

La détermination du point de fonctionnement suppose un rendement unitaire. L'erreur commise sur la valeur de la tension de sortie est approximativement $1 - \sqrt{\eta}$ ce qui ne rend pas cette approche critique si l'efficacité de conversion est bonne. Sous ces conditions, le courant d'entrée I_{PAC} puis le rapport cyclique α se déterminent aisément. Les pertes sont finalement calculées à partir des grandeurs efficaces et moyennes données en Annexe IX. Dans le cas du hacheur auxiliaire, le cas de la conduction discontinue a été étudié. Effectivement, le mode de conduction se répercute inéluctablement sur les pertes en commutation du convertisseur principal puisque la tension V_{CE} commutée est minorée en conduction discontinue. La faible valeur de l'inductance de fuite du transformateur donne d'autant plus de légitimité à nos propos. Dans notre cas, la tension aux bornes de C_E n'est pas régulée à un potentiel fixe mais dépend toutefois du rapport cyclique de l'écrêteur β par la relation :

$$\beta = 1 - (\alpha + \delta T)$$
 avec $\delta T = 2,2\mu s$ Eq. IV-2

Pour $\alpha \ge 1/2$, le courant réinjecté et la tension aux bornes de la capacité C_E doivent vérifier les conditions de l'Eq. IV-3. Par souci de simplicité, nous ne donnerons pas ici les conditions correspondant à $\alpha \le 1/2$.

$$I_{S_E} \approx -I_{PAC} + \frac{2 \cdot \left(1 - \sqrt{1 - \Psi_{sup} \cdot I_{PAC}}\right)}{\Psi_{sup}} \text{ et } \frac{V_{C_E}}{V_{PAC}} \approx 1 + 2 \cdot \frac{L_E \cdot f \cdot I_{S_E}}{\beta^2 \cdot V_{C_E}}$$
Eq. IV-3

Avec :

-
$$\Psi_{sup} = \frac{m \cdot L_f \cdot f}{m \cdot V_{C_E} - V_S} \cdot \frac{V_{C_E}}{V_{PAC}}$$
 (conformément à la partie III.4 du Chapitre II).

L'algorithme recherche alors la valeur du courant réinjecté et la tension aux bornes de la capacité C_E . Si la condition de conduction discontinue est vérifiée, ces valeurs seront conservées pour le reste du calcul. Sinon, la tension V_{CE} est calculée par :

$$V_{C_E} = V_{PAC} / \beta$$
 Eq. IV-4

En dehors de ce cas particulier, le lecteur ne doit pas perdre de vue que les expressions proposées négligent toute ondulation. La Figure n° IV-9 résume la démarche utilisée :



Figure n° IV-9 : Démarche retenue pour l'estimation du rendement

(b) Comparaison entre relevés expérimentaux et modèle analytique

Afin de vérifier l'impact du rapport de transformation sur le rendement du convertisseur, nous avons choisi de réaliser deux séries de mesures avec m=2,8 puis m=3,2. Dans chacun des cas, nous donnerons les résultats de mesures et de simulations. Enfin, la répartition des pertes dans le convertisseur sera décrite au nominal et à mi puissance. Nous espérons ainsi mettre en évidence le rôle de l'écrêteur dans la dégradation du rendement. Les caractéristiques des transformateurs sont données dans le Tableau IV-2 :

TRANSFORMATEUR f	m=2,8	m=3,2
Noyau :	Philips ETD59 -ferrite 3F3	Philips ETD59 -ferrite 3F3
Primaire: 1	13 tours, 3x Litz (160 brins,0.1mm)	10 tours, 4x Litz (160 brins,0.1mm)
Secondaire : 3	: 33 tours, Litz (160 brins,0.1mm) 32 tours, Litz (160 brins,0.1m	
L _f à 50kHz (primaire) 8	800 nH (mesure)	520 nH (mesure), 430 nH (Dowell)







Figure n° IV-10 : Comparaison modèle analytique/mesures pour le rendement et les pertes dans le convertisseur



Les résultats obtenus par le calcul analytique sont encourageants. L'erreur commise est quasi constante à l'exception de la limite entre les deux modes de fonctionnement (1,3-1,4 kW). Le calcul du point de fonctionnement à rendement unitaire devrait pourtant induire une minoration des pertes puisque, malgré la faible erreur occasionnée sur la tension de sortie, le rapport cyclique calculé analytiquement est sous estimé. Etant donnée l'importante contribution des pertes en commutation aux faibles rapports cycliques, tout laisse à penser que l'estimation des pertes à la fermeture est inexacte.

Comme cela a été exposé dans la partie III.3 du Chapitre II, la commutation s'effectue en deux temps, l'interrupteur ne commutant alors que le courant circulant dans l'inductance d'entrée du même bras. Or, le relevé des formes d'ondes (cf. Figure n° IV-7) a montré que le courant réellement commuté était inférieur à celui attendu ce qui rend cette hypothèse d'autant plus probable.

Dans ce cas, l'intervention du hacheur auxiliaire aux faibles puissances pénalise peu le rendement. A *contrario*, nous allons voir dans le cas suivant qu'un recours quasi-exclusif à l'écrêteur nuie grandement à l'efficacité de conversion.





Figure nº IV-13 : Comparaison modèle analytique/mesures pour le rendement et les pertes dans le convertisseur



convertisseur pour P=2kW, m=3,2

convertisseur pour P=1kW, m=3,2

Discussion sur le choix du rapport de transformation

Comme nous l'avons montré, le choix du rapport de transformation conditionne le rendement du convertisseur. Cet aspect ne doit pourtant pas masquer l'influence de m sur la tension d'entrée du hacheur auxiliaire. Un compromis doit donc être trouvé en fonction de ces deux aspects fonctionnels : rendement et tension maximale admissible par les interrupteurs. Pour illustrer nos propos, l'évolution de la tension V_{CE} et du courant de sortie I_{SE} du hacheur écrêteur est présentée dans les figures suivantes pour m=3,2 et m=2,7. On comprend mieux que l'erreur entre le modèle et la mesure soit plus importante aux rapports de transformation élevés (cf. Figure n° IV-13). Le niveau de courant reste effectivement important malgré le déclassement en puissance. Parallèlement, le rapport de transformation ne peut être pris inférieur à 2,7 sans risquer de détruire les composants (calibre 200V).







Figure n° IV-17 : Evolution du courant réinjecté I_{SE} pour les deux rapports de transformation utilisés

II.4. Conclusions sur la structure Double Boost

La comparaison du modèle analytique aux mesures réalisées sur le prototype a permis de valider notre démarche et ce, malgré quelques faiblesses de modélisation. A partir des résultats obtenus, la répartition des pertes dans le convertisseur a pu être présentée pour différents points de fonctionnement. Les principaux défauts de cette structure ont finalement été mis en lumière.

Parmi les points les plus critiques, il convient de citer :

• la dégradation du rendement lorsque l'écrêteur intervient aux fortes puissances (réinjection de courant et pertes propres au circuit auxiliaire),

• l'impact non négligeable des pertes en commutation, notamment pour $\alpha \le 1/2$.

Malgré tout, les résultats obtenus sur le prototype sont tout à fait honorables étant donnés le niveau de puissance et les contraintes imposées par la pile à combustible (basse tension - fort courant). Face aux défauts de cette structure, la commutation douce en mode thyristor dual apparaît énergétiquement intéressante. L'insertion conjointe d'un CALC purement capacitif permettrait ainsi de réduire le niveau de pertes. Pour conclure ce travail, nous allons donc présenter une variante à commutation douce de la structure proposée. Celle-ci devrait permettre d'améliorer significativement les points précédents.

III. Amélioration de l'existant : topologie à commutation douce

III.1. Présentation de la structure

La structure de base reste conforme à celle précédemment étudiée. Le principal intérêt de la précédente structure résidait dans la possibilité d'élever la tension par le biais du transformateur et du rapport cyclique. Le fonctionnement n'était cependant pas possible pour $\alpha \leq 1/2$ et nécessitait un circuit auxiliaire qui nuisait grandement au rendement de l'ensemble dès que le système était déclassé en puissance. En effet, la réinjection d'une partie du courant de puissance augmentait considérablement les contraintes sur toute ou partie des éléments du convertisseur. En outre, le volume de l'ensemble s'en trouvait légèrement majoré (inductance, commande...).

L'alternative proposée consiste à rendre l'écrêteur à diodes précèdent bidirectionnel afin de recycler l'énergie y transitant et par la même de pouvoir contrôler la tension aux bornes de la capacité C_E . Ceci est réalisé avec deux MOSFETs, ce qui revient finalement à placer une structure « onduleur de tension » en parallèle comme dans la Figure n° IV-18. Le potentiel de la capacité C_E est alors imposé par l'angle de commande α suivant :

$$V_{C_E} = \frac{V_{PAC}}{1 - \alpha}$$
 Eq. IV-5

De plus, des commutations en ZVS (Zero Voltage Switching) sont tout à fait possibles en fonction de la valeur de l'inductance de fuite L_f, et ceci pour les quatre MOSFETs de la structure.



Figure nº IV-18 : Structure de conversion à commutation douce

III.2. Description du fonctionnement pour divers rapports cycliques

L'évolution du courant dans les inductances de filtrage ne dépend que de la tension d'entrée et du potentiel de la capacité C_E . Contrairement à la structure précédente, le courant dans le transformateur évolue donc indépendamment du courant d'entrée. Cette première spécificité justifie que l'on puisse étudier le courant dans le transformateur en considérant la partie amont du montage comme un hacheur élévateur classique. La dynamique du courant étant imposée par la valeur de L_f , le courant de recouvrement s'en trouve fortement réduit en comparaison d'une commutation MOS - Diode. En première approximation, nous négligerons donc les pertes en commutation au niveau du pont de diodes.

Pour les divers cas rencontrés, la structure sera représentée sur une demi période. Dans la représentation des formes d'ondes, le courant dans les inductances de filtrage sera considéré comme constant et égal à la moitié de la valeur moyenne du courant d'entrée (hypothèse de conduction continue au niveau des inductances d'entrée et filtrage parfait). Un angle β sera alors introduit pour matérialiser les instants correspondants à la démagnétisation du transformateur. En ce qui concerne le signe du courant dans les interrupteurs, nous ne donnerons pas d'indications particulières. Les flèches alors représentées ne correspondent pas nécessairement au sens du courant contrairement au transformateur.

(a) Cas $n^{\circ}1$: $\alpha > 1/2$ et démagnétisation totale avant la fin de l'empiètement

Phase $n^{\circ}l(\Phi_1)$: $t \in [0, \beta.T]$



Figure n° IV-19 : Topologie de conversion pour la phase n°1 (t \in [0, β T])

Phase $n^{\circ}2(\Phi_2)$: $t \in [\beta.T, (2.\alpha-1).T/2]$



Figure n° IV-20 : Topologie de conversion pour la phase n°2 (t \in [β .T, (2. α -1).T/2])

Phase
$$n^{\circ}3(\Phi_3)$$
 : $t \in [(2, \alpha - 1), T/2, T/2]$



Figure n° IV-21 : Topologie de conversion pour la phase n°3 (t \in [(2. α -1).T/2, T/2])

Les interrupteurs M_1 et M_2 sont conjointement passants. Le courant dans le transformateur étant initialement positif (sens de la flèche), la tension à ses bornes vaut V_s/m . Ce courant décroît linéairement jusqu'à s'annuler en β .T suivant l'Eq. IV-6.

$$L_f \cdot \frac{dI_{TR}}{dt} = -\frac{V_S}{m} \qquad \qquad \mathbf{Eq. IV-6}$$

Dès que le courant dans le transformateur s'annule, les diodes D_1 et D_4 cessent d'être passantes. Le pont redresseur étant bloqué, la sortie est alors isolée du reste du montage. Cette phase s'achève lorsque l'interrupteur M_2 est commandé à l'ouverture.

A la mise en conduction de l'interrupteur M_4 , le potentiel imposé à l'ensemble $Tr-L_f$ est V_{CE} . Le courant dans le transformateur devient alors négatif. Le courant et la tension aux bornes du transformateur obéissent aux relations suivantes :

$$L_f \cdot \frac{dI_{TR}}{dt} = -V_{C_E} + \frac{V_S}{m} \qquad \text{Eq. IV-7}$$

$$V_{TR} = -\frac{V_S}{m}$$
 Eq. IV-8

(b) Cas $n^{\circ}2$: $\alpha > 1/2$ et démagnétisation partielle avant la fin de l'empiètement

Phase $n^{\circ}l(\Phi_1)$: $t \in [0, (2.\alpha - 1).T/2]$



Figure n° IV-22 : Topologie de conversion pour la phase n°1 (t \in [0, (2. α -1).T/2])

Phase $n^{\circ}2(\Phi_2)$: $t \in [(2, \alpha - 1), T/2, \beta, T]$



Figure n° IV-23 : Topologie de conversion pour la phase n°2 (t \in [(2. α -1).T/2, β .T])

Phase $n^{\circ}3(\Phi_3)$: $t \in [\beta, T, T/2]$



Figure n° IV-24 : Topologie de conversion pour la phase n°3 (t \in [β .T, T/2])

Cette étape est identique à la première phase décrite précédemment. Le courant circulant dans le transformateur décroît linéairement mais ne s'annule pas avant la fin de la phase d'empiètement des interrupteurs en $(2.\alpha-1).T/2$.

L'interrupteur M_2 est commandé à l'ouverture alors que le courant dans le transformateur possède le même signe qu'initialement. Celui-ci obéit à l'équation suivante jusqu' à son annulation en β .T :

$$L_f \cdot \frac{dI_{TR}}{dt} = -\left(V_{C_E} + \frac{V_S}{m}\right) \qquad \text{Eq. IV-9}$$

$$V_{TR} = -\frac{V_S}{m}$$
 Eq. IV-10

Le courant dans le transformateur s'annule puis change de signe. La mise en conduction des diodes D_2 et D_3 entraîne l'inversion de la tension aux bornes du transformateur. Les grandeurs courant et tension sont alors régies par :

$$L_f \cdot \frac{dI_{TR}}{dt} = -V_{C_E} + \frac{V_S}{m}$$
 Eq. IV-11

$$V_{TR} = -\frac{V_S}{m}$$
 Eq. IV-12

(c) Formes d'ondes caractéristiques pour les modes de fonctionnement décrits

Les formes d'ondes dans les deux cas traités sont représentées ci-dessous. Pour montrer la possibilité de travailler en mode thyristor Dual, la valeur crête du courant circulant dans l'inductance de fuite est supposée supérieure au courant dans les inductances de filtrage. La détermination analytique des courants crêtes justifiera les hypothèses effectuées ainsi que la possibilité de commutation en ZVS. Des résultats de simulation (PSIM®) confirmeront par ailleurs l'allure des formes d'ondes et par conséquent l'analyse des phases de fonctionnement. L'interrupteur M₁ est commandé de 0 à α .T.



Figure nº IV-25 : Formes d'ondes typiques pour le fonctionnement décrit

Les formes d'ondes simulées sont données ci-dessous. Nous ne donnerons que l'évolution du courant drain du MOS M₁ et du transformateur. Les zones de fonctionnement préalablement décrites sont référencées à la base de chacun des graphes.



Figure n° IV-26 : Formes d'ondes correspondantes obtenus en simulation pour $\alpha \ge 1/2$

(d) Cas n°3 : $\alpha < 1/2$ et démagnétisation totale avant la fin de l'empiètement de l'écrêteur

Phase $n^{\circ}l(\Phi_1)$: $t \in [0, \alpha, T]$



Figure n° IV-27 : Topologie de conversion pour la phase n°1 (t \in [0, α T])





Figure n° IV-28 : Topologie de conversion pour la phase n°2 (t \in [α .T, β .T])





Figure n° IV-29 : Topologie de conversion pour la phase n°3 (t \in [β .T, T/2])

Le courant dans le transformateur est initialement nul. La mise en conduction de l'interrupteur M_1 s'accompagne de la décroissance du courant jusqu'en α .T :

$$L_f \cdot \frac{dI_{TR}}{dt} = \frac{V_S - m \cdot V_{C_E}}{m}$$
 Eq. IV-13

La tension aux bornes du transformateur est alors :

$$V_{TR} = -\frac{V_S}{m}$$
 Eq. IV-14

L'ouverture de M_1 s'accompagne de la fermeture de M_3 . Le court-circuit imposé aux bornes de l'ensemble $Tr-L_f$ par la conduction des interrupteurs M_3 et M_4 entraîne la démagnétisation du transformateur jusqu'à l'annulation du courant en β .T :

$$L_f \cdot \frac{dI_{TR}}{dt} = \frac{V_S}{m}$$
 Eq. IV-15

La démagnétisation du transformateur s'achève. Le primaire du transformateur est alors court-circuité et la sortie isolée du montage puisque le pont de diodes est bloqué. Dans cette phase, le courant débité par la source charge la capacité C_E.

(e) Cas n°4 : $\alpha < 1/2$, démagnétisation partielle avant la fin de l'empiètement de l'écrêteur

Phase $n \circ l (\Phi_1) : t \in [0, \beta, T]$



Figure n° IV-30 : Topologie de conversion pour la phase n°1 (t \in [0, β .T])

Phase $n^{\circ}2(\Phi_2)$: $t \in [\beta, T, \alpha, T]$



Figure n° IV-31 : Topologie de conversion pour la phase n°2 ($t \in [\beta,T, \alpha,T]$)





Figure n° IV-32 : Topologie de conversion pour la phase n°3 (t \in [β .T, T/2])

La démagnétisation du transformateur ne s'achève pas avant la fin de l'empiètement des interrupteurs M_3 et M_4 . Le courant dans le transformateur ne peut être que positif à t=0. Celui-ci décroît lorsque l'interrupteur M_1 entre en conduction suivant l'Eq. IV-16 :

$$L_f \cdot \frac{dI_{TR}}{dt} = -\frac{V_S + m \cdot V_{C_E}}{m}$$
 Eq. IV-16

Lorsque la démagnétisation est complète, le courant dans le transformateur change de signe et les diodes D_2 et D_3 du pont redresseur deviennent passantes. La tension aux bornes du coupleur s'inverse et par suite le courant décroît :

$$L_f \cdot \frac{dI_{TR}}{dt} = -V_{C_E} + \frac{V_S}{m} \qquad \text{Eq. IV-17}$$

Les interrupteurs de l'écrêteur sont conjointement passants. Le courant dans le transformateur croît jusqu'à la fin de la demi période sans s'annuler (hypothèse de fonctionnement).

$$L_f \cdot \frac{dI_{TR}}{dt} = \frac{V_S}{m}$$
 Eq. IV-18

(f) Formes d'ondes caractéristiques pour les modes de fonctionnement décrits

Les formes d'ondes dans les deux derniers cas sont représentées ci-dessous. Comme on peut le voir, le cas n°3 ne permet pas le fonctionnement en thyristor dual. Pour le cas n°4, des commutations en ZVS sont envisageables sous certaines conditions. Nous en discuterons plus longuement dans la partie suivante.



Figure nº IV-33 : Formes d'ondes typiques pour le fonctionnement décrit

Les formes d'ondes simulées sont données ci-dessous.



Figure n° IV-34 : Formes d'ondes correspondantes obtenus en simulation pour $\alpha > 1/2$

La correspondance entre les simulations et l'étude théorique confirme l'analyse de la structure proposée. L'enjeu étant comme précédemment de connaître analytiquement les caractéristiques d'un point de fonctionnement donné, les différentes caractéristiques d'entrée-sortie vont maintenant être présentées. Par la même, nous donnerons quelques résultats sur la possibilité de ZVS pour les divers cas rencontrés.

III.3. Comparaison des caractéristiques de sortie calculées analytiquement et par simulation

Nous utiliserons dès à présent les variables réduites suivantes :

$$y = \frac{V_S}{m \cdot V_{PAC}} \qquad \qquad x = \frac{m \cdot L_f \cdot f \cdot I_S}{V_{PAC}} \qquad \qquad \text{Eq. IV-19}$$

La présence d'une structure onduleur réversible assure que la tension aux bornes de la capacité est liée à la tension de la PAC par la relation suivante.

$$V_{C_E} = \frac{V_{PAC}}{1 - \alpha}$$
 Eq. IV-20

Le tableau ci-dessous recense les caractéristiques de sortie avec leur domaine de validité. Quelques résultats pertinents concernant la possibilité de ZVS seront donnés. L'intégralité des calculs est disponible en Annexe X.

Cas d'étude	Caractéristique de sortie	Domaine de validité	Commutation en ZVS
Cas nº1	$y = \frac{1}{x + (1 - \alpha)}$	$y \ge 2$ $\alpha \ge 1/2$	Assurée
Cas n°2	$y = 2 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot x - \alpha}{\alpha - 1}}$	$y \le 2$ $\alpha \ge 1/2$	Possible
Cas n°3	$y = \frac{\alpha}{(1-\alpha) \cdot (\alpha + (1-\alpha) \cdot x)}$	$y \ge 2 \cdot \alpha / (1 - \alpha)$ $\alpha \le 1/2$	Impossible
Cas nº4	$y = 2 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot x - \alpha}{\alpha - 1}}$	$y \le 2 \cdot \alpha / (1 - \alpha)$ $\alpha \le 1/2$	Possible

Tableau IV-3 : Caractéristiques de sortie et spécificités des différentes configurations de conversion

Le réseau de courbes y=f(x) est donné ci-dessous ainsi que la comparaison à la simulation du convertisseur pour différents points de fonctionnement.



Figure nº IV-35 : Caractéristiques d'entrée-sortie pour la topologie présentée, comparaison à la simulation

Comme on peut le constater, aucune des caractéristiques de sortie n'est indépendante du courant de sortie. Cette particularité complique grandement le travail de conception et notamment le choix du couple (m,L_f) qui conditionne les transitions entre les différents modes de fonctionnement. Pour permettre au concepteur de dimensionner judicieusement les éléments du convertisseur ou connaître précisément un point de fonctionnement donné, un logiciel d'aide à la conception a été réalisé sous MATLAB®. Celui-ci reprend les résultats théoriques concernant le fonctionnement de la structure ainsi que l'intégralité des modèles de pertes décrits dans ce mémoire.

III.4. Création d'un logiciel d'aide à la conception :

(a) Description du logiciel réalisé

Fenêtres de saisie des entrées



Figure nº IV-36 : Fenêtre de saisie des entrées

Cette fenêtre (ENTREES) permet de spécifier manuellement le rapport de transformation et l'inductance de fuite ou au contraire de trouver le couple (m,L_f) permettant un rendement optimal du nominal (2kW) à 500W (onglet OPTIMISATION). Dans ce cas, le logiciel renvoie les deux valeurs dans les emplacements prévues. L'algorithme utilisé dans ce cas est la fonction Fmincon de Matlab.

Quel que soit le mode choisi, l'utilisateur doit préalablement remplir les champs nécessaires au dimensionnement des inductances de filtrage : fréquence de découpage, courant moyen d'entrée, ondulation crête à crête... Une banque de données est alors disponible pour le choix des noyaux et des matériaux (gamme Magnetics®) ainsi que des fils (American Wire Gauge : AWG®). Le problème étant discret, nous avons choisi d'utiliser une optimisation par clustering (tri sélectif dans une population « solution »). La fonction objectif F_{Obj} est du type :

$$F_{Obj} = \lambda \cdot \frac{P}{P_{Max}} + (1 - \lambda) \cdot \frac{V}{V_{Max}}$$
 Eq. IV-21

Avec :

- P : puissance dissipée par l'inductance (pertes Cuivre et Fer),
- V : volume du tore utilisé,

• P_{Max} et V $_{Max}$: valeurs extrêmes de puissance et de volume dans l'ensemble des solutions satisfaisant les contraintes de conception,

• λ : contraintes d'optimisation. Pour $\lambda=0$, le volume de l'inductance sera minimal. *A contrario*, la puissance sera le critère de choix si $\lambda=1$.

Le calcul des pertes Cuivre utilise le modèle de Dowell adapté aux géométries toriques. Quelques réalisations pratiques nous ont par ailleurs conduit à appliquer à chaque type de fil un coefficient correctif permettant d'intégrer les imperfections de bobinage. Le remplissage de la fenêtre de bobinage se fait ainsi de manière plus réaliste ce qui limite les risques de résultats erronés.

Le synoptique de dimensionnement optimal est décrit dans la Figure n° IV-39. Le lecteur remarquera que l'algorithme n'est contraint que par la valeur minimale d'inductance garantissant l'ondulation de courant spécifiée. Pour les matériaux de qualité moyenne (2P65), ce degré de liberté permet notamment de trouver la meilleure répartition de pertes en diminuant l'induction magnétique dans le noyau.

Caractéristiques thermiques du refroidisseur





- 🗆 ×

Figure n° IV-37 : Saisie des caractéristiques géométriques et thermiques du refroidisseur



La rubrique THERMIQUE recense les caractéristiques du refroidisseur (matériau, dimensions,...). Le coefficient de convection puis le coefficient d'échange équivalent sont alors estimés grâce au modèle de canal exposé précédemment.

Caractéristiques des inductances de filtrage

Cette fenêtre (Figure n° IV-38) permet d'exploiter les résultats du dimensionnement. L'utilisateur y trouvera les éléments nécessaires à la réalisation des inductances (référence du noyau, fil utilisé et nombre de spires) ainsi que l'évolution fréquentielle de la résistance par la méthode de Dowell. Parallèlement, le niveau de pertes et la valeur d'inductance peuvent être calculés à un point de fonctionnement donné. Le remplissage des couches s'effectue alors en supposant que ces dernières se superposent (estimation majorée).



N_F : Indice d'un conducteur dans l'espace des solutions de (1) à J donné,

NT: Indice d'un noyau dans la base de données,

N_{S_Max} : Nombre maximal de spires intégrables dans la fenêtre de bobinage,

N_{T_Max} : Nombre de références disponibles dans la base de données MAGNETICS®,

 $N_{F_{Max}}$: Nombre maximal de configurations (conducteurs) satisfaisant la condition (1).

Figure nº IV-39 : Synoptique du dimensionnement optimal des inductances de filtrage

Fenêtre d'exploitation et d'analyse thermique

Pour chaque point calculé à partir des caractéristiques de la PAC, ce module récapitule l'ensemble des informations nécessaires au concepteur : rapport cyclique, niveau de pertes, rendement, température maximale des interrupteurs...Il permet en outre, de visualiser les formes d'ondes idéalisées au niveau des différents éléments de la structure ainsi que le positionnement du point de fonctionnement dans le plan (x,y) des caractéristiques de sortie. La fenêtre d'analyse thermique permet enfin de confronter les résultats obtenus par la méthode analytique (transformation conforme) à la méthode matricielle, utilisée par l'ensemble des modules pour des raisons évidentes de rapidité de calcul. Le concepteur peut ainsi valider le dimensionnement du refroidisseur ou étudier la sensibilité du système à un paramètre physique donné.



Figure n° IV-40 : Fenêtre d'exploitation des résultats

Figure nº IV-41 : Fenêtre d'analyse thermique

III.5. Présentation du convertisseur réalisé

A partir des résultats obtenus grâce à l'utilitaire MATLAB®, un prototype a pu être dimensionné et réalisé. Dans cette dernière partie, les premiers résultats obtenus sur la maquette vont être présentés. Après avoir démontré la bonne cohérence entre l'étude théorique et les mesures pour différents points de fonctionnement (niveaux de courant, type de commutation,...), le rendement du convertisseur sera estimé. Le lecteur devra toutefois garder à l'esprit que des améliorations restent à faire malgré les résultats particulièrement encourageants. Par ailleurs, nous ne donnerons que les résultats obtenus pour m=2,8 qui correspond au rapport de transformation optimal pour la structure Double Boost.

(a) Formes d'ondes expérimentales











Figure n° IV-43 : Courant dans le primaire du transformateur pour $\alpha \ge 1/2$ (P_S=2 kW)



Figure n° IV-45 : Courant dans le primaire du transformateur pour $\alpha \le 1/2$ (P_S=1250 W)

(b) Comparaison des rendements pour m=2,8



Figure n° IV-46 : Comparaison des rendements pour les deux structures de conversion étudiées

IV. Conclusion du Chapitre IV

Ce dernier chapitre a été consacré à la présentation des convertisseurs ainsi qu'à l'exploitation des modèles analytiques présentés tout au long de ce mémoire.

Les mesures effectuées sur le premier prototype ont permis de démontrer le bien fondé de l'approche analytique. A l'exception de quelques points singuliers, l'erreur commise est suffisamment faible pour permettre l'étude et l'optimisation de la structure. La répartition des pertes pour différents rapports de transformation a finalement mis en exergue les limites d'une telle structure.

On remarque notamment la forte contribution des pertes en commutation. Malgré l'insertion d'un écrêteur passif qui a permis de limiter les surtensions à l'ouverture tout en réduisant les temps de commutation, des améliorations restent possibles. Le choix optimal des caractéristiques du MOS est une voie possible d'investigation. Les mécanismes de réinjection ont aussi été pointés du doigt. En effet, l'intervention du hacheur auxiliaire aux fortes puissances affecte le rendement en augmentant les contraintes en courant sur l'ensemble des éléments de la structure. Ce phénomène se matérialise par des discontinuités caractéristiques sur la courbe de rendement.

Au terme de cette étude, le rapport de transformation optimal a pu être déterminé. Dans ce cas, l'efficacité de conversion est tout à fait honorable puisque le rendement varie de 96,5 à 94,5% du nominal à mi puissance.

Ces observations nous ont finalement orienté vers une topologie à commutation douce. Outre la réduction du nombre de composants passifs et de semiconducteurs, aucun courant de circulation n'est réinjecté. Les résultats obtenus sur une première maquette sont prometteurs bien que des améliorations soient indispensables pour rendre cette structure compétitive. Les commutations restent, une fois de plus, le point clé à améliorer. Bien que le convertisseur autorise un fonctionnement en mode thyristor dual, le nombre de commutations dures est deux fois plus important que dans la structure précédente. L'insertion de CALC à l'ouverture et à la fermeture (influence de la diode body) est une alternative possible pour réduire significativement ces pertes.

Dans un même temps, un logiciel d'aide à la conception a été présenté. Le principal avantage de cet outil est d'être transposable à d'autres structures de l'électronique de puissance. Celui-ci reprend les modèles décrits dans le mémoire, notamment pour le dimensionnement optimal des inductances et l'analyse thermique des semiconducteurs.

CONCLUSION GENERALE

Le principal atout de la pile à combustible (PAC) est son excellente efficacité énergétique, ce qui, compte tenu des préoccupations environnementales actuelles (alternative aux énergies fossiles), explique l'engouement pour cette technologie. Pour ces raisons, les contraintes imposées aux différents organes de conversion sont draconiennes. Outre le respect des spécificités physiques de la pile (temps de réponse, filtrage harmonique...), le rendement est un point clé à assurer. Le convertisseur statique se devra ainsi d'être le plus efficace possible. A travers la conception d'un convertisseur 2,5kW, nous avons montré que ces contraintes spécifiques rendaient délicats le choix de la structure et son dimensionnement. Ce travail a donc permis de faire le point sur les structures de conversion basse tension, fort courant pour piles à combustible. Au terme de cette pré étude, nous avons finalement retenu le hacheur Boost entrelacé à transformateur qui présente, outre sa simplicité, plusieurs avantages relatifs à une entrée basse tension.

Dans le cadre de cette structure, des modèles analytiques de pertes ont été développés pour les composants les plus sollicités. Dans un premier temps, un modèle simple de MOS en commutation a été développé. L'impact des effets thermiques sur les semiconducteurs de puissance nous a naturellement conduit à modéliser l'association puces-refroidisseur. Enfin, un effort particulier a été porté sur les composants magnétiques qui sont fortement sollicités dans cette structure : une méthode originale, dérivée des plaques de Dowell, a été élaborée pour l'estimation des pertes Cuivre dans les inductances toriques. Ces différentes recherches ont ainsi permis d'améliorer la conception du convertisseur : dimensionnement, calcul des optima de fonctionnement. Les résultats obtenus ont été dans un premier temps validés par le biais de simulations et de mesures avant d'être finalement comparés en terme de rendement global sur le prototype réalisé.

Les défauts mis en lumière par l'étude de la première structure ont orienté nos recherches vers une variante à commutation douce. Dans ce cas, les modèles développés ont été intégrés dans un logiciel d'aide à la conception. Un certain nombre de pistes reste cependant à explorer. Parmi les points les plus importants, il conviendrait d'étudier finement les mécanismes de commutation ainsi que la thermique des composants bobinés, plus particulièrement en convection naturelle.

Les travaux ont conduit à la réalisation d'un prototype pré-industriel (sur la base de la première structure présentée) qui a été intégré au système RollerPac de 1^{ère} génération d'Axane. Les résultats en terme de rendement, de fonctionnalité et de compacité sont encourageants pour l'avenir. Ils ont en particulier permis de mettre en exergue les points « sensibles » à améliorer dont certains ouvrent des perspectives de recherches à long terme. On peut citer :

• les composants magnétiques. Les avancées sur la modélisation sont et seront une aide précieuse pour le choix et l'agencement des bobinages mais le concepteur en électronique de puissance est encore dépendant de la qualité des matériaux. Les développements actuels des nanocristallins laissent présager des progrès à venir, • l'évacuation des pertes. Les contraintes industrielles (simplicité de mise en œuvre, coût) ne sont pas toujours compatibles avec l'innovation dans ce domaine. Un champ d'investigation existe et les recherches doivent se poursuivrent,

• les composants actifs qui représentent une part non négligeable des pertes totales. Outre le coût, le choix des caractéristiques statiques associé à la commande peut faire l'objet d'une optimisation.

Toutes ces pistes laissent entrevoir des améliorations notables en terme de rendement et de compacité pour les convertisseurs associés aux piles à combustible.

ANNEXES

TABLE DES MATIERES

Annexe I : Dépendances thermiques des grandeurs $\Delta_r H$ et $\Delta_r S$	7
Annexe II : Description de la membrane NAFION® d'une pile PEMFC 158	8
Annexe III : Modèle topologique moyen du convertisseur pour $\alpha \ge 1/2$	9
Annexe IV : Flux convectif dans une ailette de refroidissement	0
Annexe V : Efficacité d'un refroidisseur à ailettes	3
Annexe VI : Orthogonalité des champs propre et de proximité dans une plaque 164	4
Annexe VII : Puissance réactive dissipée dans une couche de fil de Litz, Extension à la totalité des enroulements	5
Annexe VIII : Résolution analytique des équations de Maxwell dans une inductance torique à deux enroulements	6
Annexe IX : Expression simplifiée des valeurs moyennes et efficaces pour le convertisseur Double Boost	8
Annexe X : Détermination des caractéristiques de sortie du convertisseur à commutation douce 170	0

Annexe I : Dépendances thermiques des grandeurs $\Delta_r H$ et $\Delta_r S$

Afin à prendre en compte les effets thermiques sur l'entropie et l'enthalpie de réaction, une approximation polynomiale est utilisée [FC Handbook] :

$$\Delta_r H(T, P_o) = \Delta_r H^0 + a \cdot (T - T_o) + \frac{1}{2} \cdot b \cdot (T - T_o)^2 + \frac{1}{3} \cdot c \cdot (T - T_o)^3$$
 Eq.A. 1

$$\Delta_r S(T, P_o) = \Delta_r S^0 + a \cdot ln \left(\frac{T}{T_o}\right) + b \cdot (T - T_o) + \frac{1}{2} \cdot c \cdot (T - T_o)^2$$
 Eq.A. 2

La valeur des coefficients a,b et c est donnée dans le tableau ci-dessous.

Espèce	a	b	с
H ₂ O	0,33	9,60056.10-3	1,1829.10-6
O 2	29,038	-0,83856.10-3	2,0097.10-6
H2	25,699	12,966.10-3	-3,8581.10-6

ΔrH ⁰ (kJ/mol)	$\Delta r S^0$ (kJ/mol)
-285.830	69,91
0	205,138
0	130,864

Tableau A 1 : Coefficients de dépendance thermique pour l'enthalpie et l'entropie standard : $\Delta r H$ et $\Delta r S$



On peut alors tracer l'évolution de l'enthalpie libre de réaction en fonction de la température comme sur la Figure n°A 1 et la comparer à celle obtenue avec les valeurs standard de Δ rH et Δ rS.



Figure n°A 1 : Comparaison de l'enthalpie de réaction avec (croix rouges) et sans les dépendances thermiques (trait plein bleu) sur ΔrH et ΔrS en fonction de la température

A la vue des écarts quantitatifs existants, on peut considérer sans grande erreur que :

$$\Delta_r G(T, P_o) = \Delta_r H(T, P_o) - T \cdot \Delta_r S(T, P_o) \approx \Delta_r H_0 - T \cdot \Delta_r S_0$$
 Eq.A. 3

Annexe II : Description de la membrane NAFION® d'une pile PEMFC

Les membranes polymères de type NAFION® (produites par Dupont de Nemours) restent à ce jour les membranes de référence dans l'utilisation d'électrolyte polymère pour les piles à combustible. Leur excellente conductivité ionique (> 0.1 S/cm²), ainsi que leur stabilité chimique et mécanique, en sont les principaux atouts.

La membrane NAFION® est constituée de 3 zones différentes :

- 1) une chaîne polymère perfluoré (PTFE ou TEFLON®) qui constitue le squelette de la structure chimique. Cette zone fortement hydrophobe est représentée en vert,
- 2) une chaîne intermédiaire qui connecte le squelette à la partie active (zone rouge),
- 3) la partie terminale formée d'ions sulfonâtes SO₃, solidaires de la chaîne intermédiaire par liaison covalente.

Cette zone fortement hydrophile permet la rétention d'eau par liaison Van Der Walls. Lorsque l'absorption aqueuse des sites terminaux est suffisante, les répulsions entre parties hydrophobes et aqueuses induisent une déformation des chaînes intermédiaires (expliquant de fait le gonflement de la membrane hydratée). Le contact est alors possible entre plusieurs sites actifs qui forment des agrégats appelés Clusters. Le transfert protonique se fait de cluster en cluster via les molécules d'eau sous l'effet du gradient de concentrations comme cela est représenté sur la Figure n°A 2. L'hydratation λ de la membrane (en mol(H₂O)/mol(SO₃-)) représente le nombre de molécules d'eau présentes sur chaque site terminal (analogue à la solvatation). Une valeur de 14 à 16 est considérée comme optimale pour des conditions de fonctionnement normales.



Figure nºA 2 : Mécanismes simplifiés de transferts protoniques dans une membrane NAFION®

Annexe III : Modèle topologique moyen du convertisseur pour $\alpha \ge 1/2$

L'objectif de cette annexe est de montrer que le montage proposé se comporte, au sens moyen, comme un hacheur Boost classique. Nous ne traiterons ici que le cas particulier de la conduction continue.

En exprimant sur une période de découpage les équations régissant les différentes grandeurs d'état, on montre que le système d'état final est :

$$(1-\alpha)\cdot\frac{V_S}{m} + \frac{L}{2}\cdot\frac{dI_{PAC}}{dt} = V_{PAC} \qquad (1-\alpha)\cdot\frac{I_{PAC}}{m} - \frac{V_S}{R} = C\cdot\frac{dV_S}{dt} \qquad \text{Eq.A. 4}$$

Avec :

- m : rapport de transformation,
- V_S: tension de sortie du convertisseur,
- I_{PAC}: courant délivré par la pile à combustible,
- V_{PAC}: tension aux bornes de la PAC.

En ramenant l'ensemble des grandeurs (impédances, tensions et courants) au secondaire du transformateur, les équations peuvent se mettre sous la forme suivante :

$$(1-\alpha) \cdot V_S + \frac{m^2 \cdot L}{2} \cdot \frac{dI}{dt} = m \cdot V_{PAC} \qquad (1-\alpha) \cdot I - \frac{V_S}{R} = C \cdot \frac{dV_S}{dt} \qquad I = \frac{I_{PAC}}{m} \qquad \text{Eq.A. 5}$$

On reconnaît les équations caractéristiques d'un hacheur élévateur Boost constitué d'une inductance équivalente $L_{Eq}=m^2.L/2$ et d'une source de tension $E=m.V_{PAC}$.

On peut ainsi simplifier l'étude du convertisseur dans les différents modes de conduction en adoptant cette représentation équivalente. Les caractéristiques de sortie pour $\alpha \ge 1/2$ se déduisent simplement de celle du hacheur Boost. Par la même, on comprend mieux le choix des variables réduites x, y et γ utilisées dans le Chapitre II.



Figure n°A 3 : Modèle topologique moyen du convertisseur en conduction continue pour $\alpha \ge 1/2$

Annexe IV : Flux convectif dans une ailette de refroidissement

La modélisation physique du système est la suivante. Les différentes variables sont référencées par rapport à la Figure n°A 4.



Figure n°A 4 : Modélisation d'une ailette de refroidissement de surface variable

Entre les tranches situées en x et x+dx, le bilan de flux thermique en régime permanent s'écrit :

$$\varphi_{cond}(x+dx) - \varphi_{cond}(x) + d\varphi_{conv}(x) = \frac{\partial \varphi_{cond}(x)}{\partial x} \cdot dx + d\varphi_{conv}(x) = 0$$
 Eq.A. 6

Par définition du flux thermique de conduction et de la loi de Fick $(\vec{j} = -\lambda . \overline{grad}(T))$, on aura

$$\frac{\partial \varphi_{cond}(x)}{\partial x} = S(x) \cdot \frac{\partial}{\partial x} j(x) + j(x) \cdot \frac{\partial}{\partial x} S(x) = -\lambda \cdot S(x) \cdot \frac{\partial^2}{\partial x^2} T(x) - \lambda \cdot \frac{\partial}{\partial x} S(x) \cdot \frac{\partial}{\partial x} T(x)$$
 Eq.A. 7

En ce qui concerne la convection, la surface d'échange est égale à $dS_{conv}(x) = P(x).dx$ où P(x) est le périmètre de l'ailette à une abscisse x. Finalement l'équation différentielle régissant l'évolution de la température dans l'ailette est :

$$\lambda \cdot S(x) \cdot \frac{\partial^2}{\partial x^2} T(x) + \lambda \cdot \frac{\partial}{\partial x} S(x) \cdot \frac{\partial}{\partial x} T(x) - h \cdot P(x) \cdot \left(T(x) - T_{fluide}\right) = 0$$
 Eq.A. 8

En réalisant le changement de variables suivant : $\theta(x) = T(x) - T_{fluide}$, on obtient alors :

$$\lambda \cdot S(x) \cdot \frac{\partial^2}{\partial x^2} \theta(x) + \lambda \cdot \frac{\partial}{\partial x} S(x) \cdot \frac{\partial}{\partial x} \theta(x) - h \cdot P(x) \cdot \theta(x) = 0$$
 Eq.A. 9

Cas n°1 : ailette rectangulaire de hauteur H, largeur l et épaisseur a

Dans ce cas, l'équation se simplifie puisque la surface de conduction est indépendante de x :

$$\lambda \cdot S \cdot \frac{\partial^2}{\partial x^2} \theta(x) - h \cdot P \cdot \theta(x) = 0$$
 Eq.A. 10

Les solutions sont du type :

$$\theta(x) = K_1 \cdot exp(m \cdot x) + K_2 \cdot exp(-m \cdot x) \text{ avec } m = \sqrt{\frac{h \cdot P}{\lambda \cdot S}}$$
 Eq.A. 11

Les constantes K1 et K2 se déduisent des conditions aux limites :

$$\theta(x=0) = T_o - T_{fluide} = K_1 + K_2$$
 Eq.A. 12

En ce qui concerne l'extrémité de l'ailette, deux solutions restent possibles. On peut imposer une condition de Neumann (distribution donnée de flux sur une frontière) ou de Fourier (conservation de flux à l'interface). Dans notre cas, cela revient à considérer que le flux de conduction à l'extrémité de l'ailette est nul ou à imposer une condition sur l'égalité des flux de convection et de conduction.

$$\frac{\partial}{\partial x}\theta(x)\Big|_{x=L} \approx 0 \text{ ou } -\lambda \cdot \frac{\partial}{\partial x}\theta(x)\Big|_{x=L} = h \cdot \theta(x=l)$$
 Eq.A. 13

Les expressions littérales de T en tous points de l'ailette et le flux au niveau de la base sont données ci dessous pour les deux conditions aux limites présentées.

Hypothèse d'une extrémité adiabatique

$$T(x) = T_{fluide} + \left(T_0 - T_{fluide}\right) \cdot \frac{\cosh(m \cdot (l - x))}{\cosh(m \cdot l)}$$
 Eq.A. 14

$$\varphi(x=0) = \sqrt{h \cdot P \cdot \lambda \cdot S} \cdot \left(T_0 - T_{fluide}\right) \cdot tanh(m \cdot l)$$
 Eq.A. 15

Continuité des flux à l'extrémité de l'ailette

$$T(x) = T_{fluide} + (T_0 - T_{fluide}) \cdot \frac{\cosh(m \cdot (l-x)) + (h/m \cdot k) \cdot \sinh(m \cdot (l-x))}{\cosh(m \cdot l) + (h/m \cdot k) \cdot \sinh(m \cdot l)}$$
 Eq.A. 16

$$\varphi(x=0) = \sqrt{h \cdot P \cdot \lambda \cdot S} \cdot \left(T_0 - T_{fluide}\right) \cdot \frac{\sinh(m \cdot l) + (h/m \cdot k) \cdot \cosh(m \cdot l)}{\cosh(m \cdot l) + (h/m \cdot k) \cdot \sinh(m \cdot l)}$$
 Eq.A. 17

Des expressions ci-dessus, on peut donner une résistance thermique équivalente. Par définition de la résistance thermique ($\Delta T = \Re_{TH}.\varphi$), on aura :

ADIABATIQUE
$$\Re_{TH} = \sqrt{h \cdot P \cdot \lambda \cdot S} \cdot tanh(m \cdot l)$$
 Eq.A. 18

CONSERVATION
$$\boldsymbol{\varphi}$$
 $\mathfrak{R}_{TH} = \sqrt{h \cdot P \cdot \lambda \cdot S} \cdot \frac{\sinh(m \cdot l) + (h/m \cdot k) \cdot \cosh(m \cdot l)}{\cosh(m \cdot l) + (h/m \cdot k) \cdot \sinh(m \cdot l)}$ Eq.A. 19

Cas n°2 : ailette rectangulaire de hauteur H, épaisseur a mais de largeur variable (H>>>a,b)

On peut supposer comme cela est suggéré dans la figure précédente que la largeur de l'ailette décroît linéairement. On montre alors que le périmètre et la surface à une abscisse quelconque x s'exprime ainsi :

$$S(x) = H \cdot \left(b + \frac{a-b}{l} \cdot x \right)$$
 Eq.A. 20

$$P(x) = 2 \cdot \left(H + \left(b + \frac{a-b}{l} \cdot x \right) \right) \approx 2 \cdot H$$
 Eq.A. 21

L'équation de diffusion de la chaleur dans l'ailette devient alors :

$$\lambda \cdot \left(b + \frac{a-b}{l} \cdot x \right) \cdot \frac{\partial^2}{\partial x^2} \theta(x) + \lambda \cdot \left(\frac{a-b}{l} \right) \cdot \frac{\partial}{\partial x} \theta(x) - 2 \cdot h \cdot \theta(x) = 0$$
 Eq.A. 22

La solution analytique de cette équation est particulièrement lourde et complexe. Citons pour information qu'elle fait intervenir les fonctions de Bessel de première J et de seconde espèce modifiée Y d'ordre 0 et 1. Pour valider l'approximation qui consiste à étudier uniquement des ailettes rectangulaires, nous allons comparer dans quelques cas, les valeurs $\varepsilon = \varphi(x=0)/\varphi_{Convectif}$, le flux convectif étant calculé sans ailette au niveau de la surface de base (S=b.H). Pour ce faire, nous allons exploiter les résultats classiques concernant l'efficacité totale. Les expressions sont alors les suivantes :

-Rectangulaire
Adiabatique
$$\eta = tanh(m \cdot l)/(m \cdot l)$$
 Eq.A. 23

-Rectangulaire,
Conservation
$$\varphi$$
 $\eta = \frac{1}{m.L} \cdot \frac{\sinh(m \cdot l) + (h/m \cdot k) \cdot \cosh(m \cdot l)}{\cosh(m \cdot l) + (h/m \cdot k) \cdot \sinh(m \cdot l)}$ Eq.A. 24

-Triangulaire $\eta = \frac{1}{m \cdot L} \cdot \frac{I_1(2 \cdot m \cdot l)}{I_0(2 \cdot m \cdot l)}$ (I : fonction de Bessel modifiée de première espèce) Eq.A. 25

A partir de ces grandeurs, il est possible d'obtenir ε. Nous avons alors étudié les différences entre ces approches pour une ailette du refroidisseur (b (5mm), H(300mm), l (30mm)).



Figure n°A 5 : Comparaison des différentes géométries et des diverses hypothèses

Les écarts constatés entre les différents profils ne justifient pas de compliquer inutilement le problème. Dans le cas du refroidisseur étudié (b \approx 2.a), il est tout à fait possible d'utiliser les résultats des ailettes rectangulaires. Pour la suite de notre étude, nous retiendrons le modèle le plus simple c'est à dire celui qui considère le flux thermique négligeable à l'extrémité de l'ailette

Annexe V : Efficacité d'un refroidisseur à ailettes

Dans cette annexe, nous allons déterminer l'efficacité thermique d'un refroidisseur. Pour cela, nous utiliserons la notion d'efficacité d'ailette qui permet de s'affranchir des calculs fastidieux propres à la résolution des équations différentielles de la thermique.

Par définition, l'efficacité d'une ailette représente le rapport entre le flux de conduction à sa base et le flux convectif émis sur sa surface supposée isotherme :

$$\eta = \frac{\varphi_{CDA}}{\varphi_{CVA}}$$
 Eq.A. 26

Avec :

- ϕ_{CDA} : flux de conduction au niveau de l'interface semelle-ailette,
- ϕ_{CVA} : flux convectif dans l'hypothèse d'une ailette isotherme.

Soit N_A , le nombre d'ailettes du refroidisseur et φ_{CDN} , le flux au niveau des parties dénuées d'ailettes. Le flux de conduction à la base du refroidisseur vaut :

$$\varphi_{CDB} = N_A \cdot \varphi_{CDA} + (N_A - 1) \cdot \varphi_{CDN}$$
 Eq.A. 27

En remarquant que le flux convectif au niveau des parties sans ailettes est égal au flux de conduction ainsi qu'en utilisant la définition de l'efficacité, l'expression prend la forme :

$$\varphi_{CDB} = \eta \cdot N_A \cdot \varphi_{CVA} + (N_A - 1) \cdot \varphi_{CDN}$$
 Eq.A. 28

Le flux total de convection au niveau du refroidisseur supposé isotherme vaut :

$$\varphi_{CVT} = N_A \cdot \varphi_{CVA} + (N_A - 1) \cdot \varphi_{CVN}$$
 Eq.A. 29

Finalement, le flux de conduction à l'interface entre la semelle et les ailettes s'exprime de la sorte :

$$\varphi_{CDB} = \varphi_{CVT} + (1 - \eta) \cdot \varphi_{CVA}$$
 Eq.A. 30

Il est alors possible de définir l'efficacité du refroidisseur par analogie à la définition de l'Eq.A. 26 :

$$\eta_R = \frac{\varphi_{CDB}}{\varphi_{CDT}} = 1 + (1 - \eta) \cdot \frac{\varphi_{CVA}}{\varphi_{CVT}}$$
 Eq.A. 31

Comme les flux convectifs ϕ_{CVA} et ϕ_{CVT} ne différent que par leur surface d'échange, on obtient :

$$\eta_R = 1 + (1 - \eta) \cdot \frac{S_A}{S_R}$$
 Eq.A. 32

Avec :

- S_A: surface totale d'une ailette : P.l+a.H dans le cas d'une géométrie rectangulaire,
- S_R : surface totale du refroidisseur : $n.S_A+(n-1).b.H$ conformément à la figure précédente.

Annexe VI : Orthogonalité des champs propre et de proximité dans une plaque

L'analyse des symétries et des conditions aux limites permet d'obtenir les constantes A et B pour chaque composante du champ magnétique :

Proximité :

$$A_{prox} = B_{prox}$$
 $A_{prox} = \frac{H_{prox}}{\cosh\left(\frac{a}{2\cdot\delta}\right) \cdot \cos\left(\frac{a}{2\cdot\delta}\right) + j \cdot \sinh\left(\frac{a}{2\cdot\delta}\right) \cdot \sin\left(\frac{a}{2\cdot\delta}\right)}$
Eq.A. 33

Propre :

$$A_{prop} = -B_{prop} = -B_{prop} = \frac{H_{prop}}{\cosh\left(\frac{a}{2\cdot\delta}\right) \cdot \cos\left(\frac{a}{2\cdot\delta}\right) - j \cdot \sinh\left(\frac{a}{2\cdot\delta}\right) \cdot \sin\left(\frac{a}{2\cdot\delta}\right)}$$
Eq.A. 34

A partir du théorème de superposition, on peut écrire que le champ appliqué sur une plaque est :

$$H_{z}(y) = H_{prox}(y) + H_{prop}(y) = 2 \cdot \left(A_{prox} \cdot \cosh\left((1+j) \cdot \frac{y}{\delta}\right) + A_{prop} \cdot \sinh\left((1+j) \cdot \frac{y}{\delta}\right) \right)$$
 Eq.A. 35

Le champ électrique s'obtient à partir de la loi de Maxwell Faraday :

$$E_{x}(y) = 2 \cdot \left(A_{prox} \cdot sinh\left((1+j) \cdot \frac{y}{\delta}\right) + A_{prop} \cdot cosh\left((1+j) \cdot \frac{y}{\delta}\right)\right) \cdot \left(\frac{1+j}{\delta}\right) \cdot \mu_{0} \cdot \omega$$
 Eq.A. 36

Le module du vecteur de Poynting correspondant se déduit des deux équations précédentes :

$$\Pi = 4 \cdot \left(A_{prox} \cdot \cosh\left((1+j) \cdot \frac{y}{\delta}\right) + A_{prop} \cdot \sinh\left((1+j) \cdot \frac{y}{\delta}\right) \right) \cdot \left(A_{prox} \cdot \sinh\left((1+j) \cdot \frac{y}{\delta}\right) + A_{prop} \cdot \cosh\left((1+j) \cdot \frac{y}{\delta}\right) \right) \cdot \left(\frac{1+j}{\delta} \cdot \mu_0 \cdot \omega\right)$$
Eq.A. 37

Les termes quadratiques représentent les puissances relatives aux effets propres et de proximité. Il reste à prouver que les termes d'interaction n'induisent aucune puissance active ou réactive. Ceux-ci peuvent se mettre sous la forme suivante :

$$Cr(y) = 4 \cdot A_{prop} \cdot A_{prox} \cdot \left(\frac{1+j}{\delta}\right) \cdot \mu_0 \cdot \omega \cdot \left[\left(\cosh\left((1+j) \cdot \frac{y}{\delta}\right)\right)^2 + \left(\sinh\left((1+j) \cdot \frac{y}{\delta}\right)\right)^2 \right]$$
 Eq.A. 38

A partir de l'expression du flux de Poynting, on peut exprimer la puissance induite par les composantes « croisées » :

$$P_{CR} \propto Cr\left(\frac{a}{2}\right) - Cr\left(-\frac{a}{2}\right) = 0$$
 Eq.A. 39

Le théorème de superposition appliqué aux champs reste donc valable au sens des puissances.

Annexe VII : Puissance réactive dissipée dans une couche de fil de Litz, Extension à la totalité des enroulements.

La puissance réactive dissipée dans un fil de Litz dépend à la fois des conducteurs et des zones non conductrices (air et isolant) On peut alors exprimer Q sous la forme :

$$Q_{Couche} = \sum_{i} Q_{plaque}(i) + Q_{Isolant}$$
 Eq.A. 40

A partir des résultats préalablement obtenus, il est possible de donner l'expression de la puissance réactive dissipée par les couches non conductrices :

$$Q_{Isolant} = \mu_0 \cdot \omega \cdot \frac{h \cdot l}{2} \cdot \left[\left(\frac{b}{2} + \phi_I \right) \cdot \left(H^2_{\frac{prox}{plaque}}(0) + H^2_{\frac{prox}{plaque}}(n) \right) + b \cdot \sum_{i=1}^{n-1} H^2_{\frac{prox}{plaque}}(i) \right]$$
 Eq.A. 41

Le deuxième terme entre crochets peut se simplifier à partir des relations liant les champs au niveau de chaque plaque et le champ total au niveau d'un fil :

$$\left(\frac{b}{2} + \phi_I\right) \cdot \left(H_{prox}^2(0) + H_{prox}^2(n)\right) + b \cdot \sum_{i=1}^{n-1} H_{prox}^2(i) = \frac{b}{n} \cdot \left(\frac{n^2 + 2}{3} \cdot H_{prop}^2 + n^2 \cdot H_{prox}^2\right) + 2 \cdot \phi_I \cdot \left(H_{prop}^2 + H_{prox}^2\right)$$
Eq.A. 42

L'expression finale des pertes réactives au niveau d'une couche de fil de Litz est :

$$Q_{Couche} = \frac{h \cdot l \cdot \omega \cdot \mu_0}{2} \cdot \left[\frac{\delta}{n} \cdot \left[\frac{sh\left(\frac{a}{\delta}\right) - sin\left(\frac{a}{\delta}\right)}{ch\left(\frac{a}{\delta}\right) + cos\left(\frac{a}{\delta}\right)} \cdot \left[\frac{n^2 - 1}{3} \cdot H_{prop}^2 + n^2 \cdot H_{prox}^2 \right] + \frac{sh\left(\frac{a}{\delta}\right) + sin\left(\frac{a}{\delta}\right)}{ch\left(\frac{a}{\delta}\right) - cos\left(\frac{a}{\delta}\right)} \cdot H_{prop}^2 \right] + \left[\frac{b}{n} \cdot \left(\frac{n^2 + 2}{3} \cdot H_{prop}^2 + n^2 \cdot H_{prox}^2 \right) + 2 \cdot \phi_I \cdot \left(H_{prop}^2 + H_{prox}^2 \right) \right] + 2 \cdot \phi_I \cdot \left(H_{prop}^2 + H_{prox}^2 \right) + 2 \cdot \phi_I \cdot \left(H_{prop}^2 + H_{prox}^2 \right) + 2 \cdot \phi_I \cdot \left(H_{prop}^2 + H_{prox}^2 \right) \right] + \left[\frac{b}{n} \cdot \left(\frac{h^2 + 2}{3} \cdot H_{prop}^2 + h^2 \cdot H_{prox}^2 \right) + 2 \cdot \phi_I \cdot \left(H_{prop}^2 + H_{prox}^2 \right) \right] + \left[\frac{b}{n} \cdot \left(\frac{h^2 + 2}{3} \cdot H_{prop}^2 + h^2 \cdot H_{prox}^2 \right) + 2 \cdot \phi_I \cdot \left(\frac{h^2 - 1}{3} \cdot H_{prox}^2 + H_{prox}^2 \right) \right] + \left[\frac{b}{n} \cdot \left(\frac{h^2 + 2}{3} \cdot H_{prop}^2 + h^2 \cdot H_{prox}^2 \right) + 2 \cdot \phi_I \cdot \left(\frac{h^2 - 1}{3} \cdot H_{prox}^2 + H_{prox}^2 \right) \right] + \left[\frac{h^2 - 1}{2} \cdot H_{prox}^2 + h^2 \cdot H_{prox}^2 \right] + \left[\frac{h^2 - 1}{2} \cdot H_{prox}^2 + h^2 \cdot H_{prox}^2 \right] + \left[\frac{h^2 - 1}{2} \cdot H_{prox}^2 + h^2 \cdot H_{prox}^2 \right] + \left[\frac{h^2 - 1}{2} \cdot H_{prox}^2 + h^2 \cdot H_{prox}^2 \right] + \left[\frac{h^2 - 1}{2} \cdot H_{prox}^2 + h^2 \cdot H_{prox}^2 \right] + \left[\frac{h^2 - 1}{2} \cdot H_{prox}^2 + h^2 \cdot H_{prox}^2 \right] + \left[\frac{h^2 - 1}{2} \cdot H_{prox}^2 + h^2 \cdot H_{prox}^2 \right] + \left[\frac{h^2 - 1}{2} \cdot H_{prox}^2 + h^2 \cdot H_{prox}^2 \right] + \left[\frac{h^2 - 1}{2} \cdot H_{prox}^2 + h^2 \cdot H_{prox}^2 \right] + \left[\frac{h^2 - 1}{2} \cdot H_{prox}^2 + h^2 \cdot H_{prox}^2 \right] + \left[\frac{h^2 - 1}{2} \cdot H_{prox}^2 + h^2 \cdot H_{prox}^2 \right] + \left[\frac{h^2 - 1}{2} \cdot H_{prox}^2 + h^2 \cdot H_{prox}^2 \right] + \left[\frac{h^2 - 1}{2} \cdot H_{prox}^2 + h^2 \cdot H_{prox}^2 \right] + \left[\frac{h^2 - 1}{2} \cdot H_{prox}^2 + h^2 \cdot H_{prox}^2 \right] + \left[\frac{h^2 - 1}{2} \cdot H_{prox}^2 + h^2 \cdot H_{prox}^2 \right] + \left[\frac{h^2 - 1}{2} \cdot H_{prox}^2 + h^2 \cdot H_{prox}^2 \right] + \left[\frac{h^2 - 1}{2} \cdot H_{prox}^2 + h^2 \cdot H_{prox}^2 \right] + \left[\frac{h^2 - 1}{2} \cdot H_{prox}^2 + h^2 \cdot H_{prox}^2 \right] + \left[\frac{h^2 - 1}{2} \cdot H_{prox}^2 + h^2 \cdot H_{prox}^2 \right] + \left[\frac{h^2 - 1}{2} \cdot H_{prox}^2 + h^2 \cdot H_{prox}^2 \right] + \left[\frac{h^2 - 1}{2} \cdot H_{prox}^2 + h^2 \cdot H_{prox}^2 \right] + \left[\frac{h^2 - 1}{2} \cdot H_{prox}^2 + h^2 \cdot H_{p$$

Les pertes réactives totales s'obtiennent en sommant l'ensemble des contributions des N_C couches de Litz ainsi que les lames d'air ou d'isolant.

$$Q_{Totale} = \sum_{N_{C}} (Q_{Couche} + Q_{Isolant})$$
 Eq.A. 44

Annexe VIII : Résolution analytique des équations de Maxwell dans une inductance torique à deux enroulements.

L'inductance étudiée est de géométrie torique. La hauteur du tore est largement supérieure aux autres cotes géométriques, ce qui permet de supposer le cylindre quasi infini et par conséquent de négliger les effets de bord. Les couches de fils seront remplacées par des couronnes conductrices homogènes. La répartition de champ s'obtient alors en considérant le système comme la superposition des n cylindres concentriques. Par souci de simplicité, une seule couche sera considérée pour notre étude. Les équations qui suivront feront référence aux schémas ci-dessous. Par ailleurs, nous ne reviendrons pas sur les propriétés du champ magnétique dans les couronnes.



Figure n°A 6 : Repère cylindrique utilisé

Figure nºA 7 : Description des rayons correspondant aux diverses couches constitutives

L'équation différentielle vérifiée par la densité de courant au niveau des conducteurs est :

$$\Delta J(r,t) = \mu_0 \cdot \sigma \cdot \frac{\partial J(r,t)}{\partial t}$$
 Eq.A. 45

La recherche de solutions harmoniques $J(r,t) = J(r)e^{j.\omega t}$ ainsi que la formulation de l'opérateur de Laplace en coordonnées cylindriques autorise la simplification de l'équation précédente en :

$$\frac{\partial^2 J(r)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial J(r)}{\partial r} - j \cdot \mu_0 \cdot \sigma \cdot \omega \cdot J(r) = 0$$
 Eq.A. 46

L'équation différentielle dont les fonctions de Bessel d'ordre m sont solutions est du type :

$$\frac{\partial^2 \Psi(r)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \Psi(r)}{\partial r} + \left(1 - \frac{m^2}{r^2}\right) \cdot \Psi(r) = 0$$
 Eq.A. 47

Par un changement de variables adéquat, il est possible de mettre l'équation Eq.A. **46** sous la forme proposée à l'ordre zéro (m=0).

$$\frac{\partial^2 J(r')}{\partial r'^2} + \frac{1}{r'} \cdot \frac{\partial J(r')}{\partial r'} + J(r') = 0 \text{ avec } r' = \sqrt{-j \cdot \omega \cdot \mu_0 \cdot \sigma} \cdot r = e^{j \cdot \frac{3.\pi}{4}} \cdot \frac{r \cdot \sqrt{2}}{\delta}$$
 Eq.A. 48

Les solutions sont alors du type : $J(r') = J_0 \cdot B_0(r') + J_1 \cdot K_0(-j \cdot r')$

 J_0 et J_1 se déduisent des conditions aux limites. B_0 et K_0 sont respectivement les fonctions de Bessel d'ordre zéro de première et de seconde espèce. Pour simplifier les calculs, le changement de variables suivant sera réalisé. Nous utiliserons aussi la décomposition complexe (Kelvin) des fonctions B_0 et K_0 :

$$\Delta r = \frac{r \cdot \sqrt{2}}{\delta}$$
 Eq.A. 49

$$B_0(r') = Br(\Delta r) + j \cdot Bi(\Delta r)$$
 Eq.A. 50

$$K_0(-j \cdot r') = Kr(\Delta r) + j \cdot Ki(\Delta r)$$
 Eq.A. 51

Pour les différentes fonctions de Kelvin, nous exploiterons enfin la propriété mathématique suivante :

$$\frac{\partial f(\Delta r)}{\partial r} = \frac{\sqrt{2}}{\delta} \cdot \frac{\partial f(\Delta r)}{\partial \Delta r}$$
 Eq.A. 52

A partir de la loi d'Ohm locale et de l'équation de Maxwell Faraday, on peut corréler la densité de courant J(r) et le champ magnétique H(r).

$$\frac{\partial J(r)}{\partial r} = \frac{\partial J(\Delta r)}{\partial r} = \frac{\sqrt{2}}{\delta} \cdot \frac{\partial J(\Delta r)}{\partial \Delta r} = j \cdot \omega \cdot \mu_0 \cdot \sigma \cdot H(r)$$
 Eq.A. 53

Les conditions aux limites sur J se déduisent alors du théorème d'Ampère. Pour la couronne interne, les deux équations à résoudre pour connaître J₀ et J₁ sont les suivantes. Il en est de même avec la couronne externe en utilisant les conditions limites en $r=r_3$ et $r=r_4$.

$$\frac{\sqrt{2}}{\delta} \cdot \frac{\partial}{\partial \Delta r} \left[J_o \cdot \left(Br(\Delta r1) + j \cdot Bi(\Delta r1) \right) + J_1 \cdot \left(Kr(\Delta r1) + j \cdot Ki(\Delta r1) \right) \right] = 0$$
 Eq.A. 54

$$\frac{\sqrt{2}}{\delta} \cdot \frac{\partial}{\partial \Delta r} \left[J_o \cdot \left(Br(\Delta r^2) + j \cdot Bi(\Delta r^2) \right) + J_1 \cdot \left(Kr(\Delta r^2) + j \cdot Ki(\Delta r^2) \right) \right] = j \cdot \omega \cdot \mu_0 \cdot \sigma \cdot \frac{N \cdot I}{2\pi \cdot r^2}$$
 Eq.A. 55

Les expressions des densités de courant s'obtiennent aisément lorsque les constantes sont connues. Pour la couronne intérieure par exemple, la densité de courant prend la forme suivante :

$$J_{int}(\Delta r) = \frac{\frac{j \cdot N \cdot I}{\sqrt{2} \cdot \pi \cdot r2 \cdot \delta} \left[B_0 \left(\Delta r \cdot j^{\frac{3}{2}} \right) \cdot \left(Kr(\Delta r1) + j \cdot Ki(\Delta r1) \right) - K_0 \left(\Delta r \cdot j^{\frac{1}{2}} \right) \cdot \left(Br(\Delta r1) + j \cdot Bi(\Delta r1) \right) \right]}{\left[\left(Br'(\Delta r2) + j \cdot Bi'(\Delta r2) \right) \cdot \left(Br'(\Delta r1) + j \cdot Bi'(\Delta r1) \right) \cdot \left(Kr'(\Delta r1) - Kr'(\Delta r2) + j \cdot \left(Ki'(\Delta r1) - Ki'(\Delta r2) \right) \right) \right]}$$

En remplaçant $\Delta r1$ par $\Delta r4$ et $\Delta r2$ par $\Delta r3$, on obtient la densité de courant sur la couronne externe.

Sans plus entrer dans le détail, les principaux défauts de cette méthode restent son temps de calcul et l'instabilité numérique pour $\Delta r \rightarrow \infty$. Pourtant, la lenteur de calcul induite par les fonctions de Bessel et de Kelvin peut être améliorée en utilisant des fonctions asymptotiques. Toutefois, dès que Δr est suffisamment grand ou que le rayon du conducteur est faible, les fonctions K_r et K_i du dénominateur rendent le calcul numérique instable. Pour un fil de 2mm, un tore de diamètre 20mm et de 7mm d'épaisseur, les résultats obtenus divergent au voisinage de 50kHz (couronne externe) ce qui les rend inexploitables dans le cadre de l'électronique de puissance.
Annexe IX : Expression simplifiée des valeurs moyennes et efficaces pour le convertisseur Double Boost

Pour plus de simplicité, les valeurs efficaces sont calculées en supposant que les ondulations de courant et de tension sont nulles (filtrage parfait). Dans chacun des cas, le courant I_{SE} est le courant réinjecté par le hacheur auxiliaire. Nous noterons désormais I_E la somme des courants I_{PAC} et I_{SE}.

Fonctionnement à rapport cyclique $\alpha > 1/2$



Figure n°A 8: Formes d'ondes typiques pour un fonctionnement à $\alpha > 1/2$

• Courant efficace dans les MOSFET $\langle I_M \rangle_2 = \frac{I_E}{2} \cdot \sqrt{3 - 2 \cdot \alpha}$ • Courant efficace dans les diodes du pont redresseur $\langle I_D \rangle_2 = \frac{I_E}{2 \cdot m} \cdot \sqrt{1 - \alpha}$ • Courant efficace dans le primaire du transformateur $\langle I_{TR} \rangle_2 = I_E \cdot \sqrt{\frac{1 - \alpha}{2}}$ • Courant efficace en sortie du pont redresseur $\langle I_{RED} \rangle_2 = \frac{I_E}{m \cdot \sqrt{2}} \cdot \sqrt{1 - \alpha}$ • Courant moyen dans les diodes $\langle I_D \rangle = \frac{I_E}{2} \cdot \sqrt{1 - \alpha}$ • Courant efficace dans la capacité de filtrage $\langle I_C \rangle_2 = \sqrt{\langle I_{RED} \rangle_2^2 - (P/V_S)^2}$ • Courant moyen de sortie $\langle I_S \rangle = \frac{I_E}{m} \cdot (1 - \alpha)$

Fonctionnement à rapport cyclique $\alpha < 1/2$



Figure n°A 9: Formes d'ondes typiques pour un fonctionnement à $\alpha < 1/2$

Hacheur Ecrêteur		
•	Courant efficace MOSFET écrêteur	$\left\langle I_{ME} \right\rangle_2 = I_{SE} / \sqrt{\beta}$
•	Courant efficace Diode écrêteur	$\left\langle I_{DE} \right\rangle_2 = I_{SE} \cdot \sqrt{(1-\beta)/\beta}$
•	Courant efficace Entrée écrêteur	$\left\langle I_{EE} \right\rangle_2 = I_E \cdot \sqrt{1 - 2 \cdot \alpha}$
•	Courant efficace Condensateur écrêteur	$\left\langle I_{CE} \right\rangle_2 = \sqrt{\left\langle I_{EE} \right\rangle_2^2 - \left\langle I_{ME} \right\rangle_2^2}$
•	Courant moyen Diode écrêteur	$\langle I_{DE} \rangle = I_{SE} \cdot (1 - \beta) / \beta$
Convertisseur principal		
•	Courant efficace dans les MOSFET	$\langle I_M \rangle_2 = I_E \cdot \sqrt{\alpha}$
•	Courant efficace dans les diodes du pont redresseur	$\langle I_D \rangle_2 = I_E \cdot \sqrt{\alpha} / 2 \cdot m$
•	Courant efficace dans le primaire du transformateur	$\langle I_{TR} \rangle_2 = I_E \cdot \sqrt{\alpha/2}$
•	Courant efficace en sortie du pont redresseur	$\left\langle I_{RED} \right\rangle_2 = I_E \cdot \sqrt{2 \cdot \alpha} / 2 \cdot m$
•	Courant moyen dans les diodes	$\langle I_D \rangle = I_E \cdot \alpha / 2 \cdot m$
•	Courant moyen de sortie	$\langle I_S \rangle = \alpha \cdot I_E / m$

Annexe X : Détermination des caractéristiques de sortie du convertisseur à commutation douce

 I_{TR} I_{L} I_{L} I_{MI} V_{TR} H_{T} $(\alpha-1/2).T$ T/2 T/2

Cas n°1 : démagnétisation totale avant la fin de l'empiètement des interrupteurs 1 et 2 ($\alpha \ge 1/2$)

Figure n°A 10: Formes d'ondes typiques pour le cas n°1

Pour connaître l'angle β (compté positif après le passage par α .T), il suffit d'écrire l'égalité des ordonnées à l'origine pour les deux droites. Ainsi, on a :

$$\frac{V_S}{m \cdot L_f} \cdot \beta \cdot T = \frac{m \cdot V_{CE} - V_S}{m \cdot L_f} \cdot \left(\frac{T}{2} - \left(\alpha - \frac{1}{2}\right) \cdot T\right)$$
 Eq.A. 56

La tension aux bornes de C_E étant explicitement liée à la tension V_{PAC}, on aura :

$$\beta = \frac{1}{y} - (1 - \alpha)$$
 Eq.A. 57

Comme la démagnétisation n'est totale que si $\beta \le (2 \cdot \alpha - 1)/2$, on peut dès à présent remarquer que cette première zone correspond à $y \ge 2$.

Le courant moyen de sortie du convertisseur est donné par la relation ci-dessous :

$$I_{S} = \frac{1}{m} \cdot \frac{1}{T} \cdot \int_{0}^{T} |I_{TR}(t)| dt$$
 Eq.A. 58

Le calcul complet conduit alors à la première des caractéristiques de sortie recherchée :

$$I_{S} = \frac{1}{m} \cdot \frac{V_{PAC}}{L_{f} \cdot f} \cdot \left(\frac{1 - y \cdot (1 - \alpha)}{y}\right) \quad \text{soit} \quad y = \frac{1}{x + (1 - \alpha)}$$
Eq.A. 59

La connaissance de la valeur crête du courant est indispensable pour se placer en mode thyristor dual. La détermination de l'ordonnée à l'origine d'une des portions de droite ainsi que la fonction de transfert ci-dessus conduit au résultat suivant :

$$\hat{I} = \frac{V_S}{m \cdot L_f} \cdot \beta \cdot T = \frac{V_{PAC}}{L_f \cdot f} \cdot (1 - y \cdot (1 - \alpha)) = I_{PAC}$$
 Eq.A. 60

Ce résultat important confirme un fonctionnement en mode thyristor dual puisque le courant dans l'inductance est moitié moindre.

Cas $n^{\circ}2$: démagnétisation partielle avant la fin de l'empiètement des interrupteurs 1 et 2 ($\alpha \ge 1/2$)



Figure n°A 11: Formes d'ondes typiques pour le cas n°2

Dans cette configuration, l'angle sera calculé à partir de la fin de l'empiètement des interrupteurs.

$$\frac{V_S}{m \cdot L_f} \cdot \left(\alpha - \frac{1}{2}\right) \cdot T + \frac{m \cdot V_{CE} + V_S}{m \cdot L_f} \cdot \beta \cdot T = \frac{m \cdot V_{CE} - V_S}{m \cdot L_f} \cdot \left(\frac{T}{2} - \beta \cdot T - \left(\alpha - \frac{1}{2}\right) \cdot T\right)$$
 Eq.A. 61

L'expression (Eq.A. 61) se simplifie et permet l'obtention de la valeur de β :

$$\beta = \frac{(1-\alpha)}{2} \cdot \left(1 - \frac{y}{2}\right)$$
 Eq.A. 62

Le courant crête se déduit aisément dés que l'angle de démagnétisation est connu :

$$\hat{I} = \frac{V_S}{m \cdot L_f} \cdot \left(\alpha - \frac{1}{2}\right) \cdot T + \frac{m \cdot V_{CE} + V_S}{m \cdot L_f} \beta \cdot T \quad \Rightarrow \quad \hat{I} = \frac{V_{PAC}}{2 \cdot L_f \cdot f} \cdot \left(1 + \left(\frac{2 \cdot \alpha - 1}{2}\right) \cdot y - \left(\frac{1 - \alpha}{2}\right) \cdot y^2\right) \text{ Eq.A. 63}$$

La caractéristique de sortie recherchée pour $y \le 2$ est alors :

$$I_{S} = \frac{1}{m} \cdot \frac{V_{PAC}}{8 \cdot L_{f} \cdot f} \cdot \left(y^{2} \cdot (\alpha - 1) + 4 \cdot \alpha\right) \quad \text{soit} \quad y = 2 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot x - \alpha}{\alpha - 1}}$$
 Eq.A. 64

Cas n°3 : démagnétisation totale avant la fin de l'empiètement des interrupteurs 1 et 2 ($\alpha \le 1/2$)



Figure n°A 12: Formes d'ondes typiques pour le cas n°3

Comme précédemment, on commence par chercher l'expression littérale de l'angle de démagnétisation.

$$\beta = \frac{(1 - y \cdot (1 - \alpha))}{(1 - \alpha) \cdot y} \cdot \alpha$$
 Eq.A. 65

Dans ce cas, on souhaite vérifier les deux conditions suivantes :

$$\alpha + \beta \le 1/2 \quad \Rightarrow \qquad y \ge \frac{2 \cdot \alpha}{1 - \alpha}$$
 Eq.A. 66

$$\beta \ge 0 \qquad \Rightarrow \qquad y \le \frac{1}{1-\alpha}$$
 Eq.A. 67

Comme l'étude se restreint aux domaines où $\alpha \le 1/2$, cela signifie que $y \le 2$. Le courant crête peut s'exprimer très simplement dans ce mode fonctionnement. On remarque alors que la commutation Off des interrupteurs est fortement sollicitée puisque le courant commuté est supérieur au courant délivré par la source.

$$\hat{I} = \frac{V_S}{m \cdot L_f} \cdot \beta \cdot T = \frac{\alpha \cdot V_{PAC}}{L_f \cdot f} \cdot \frac{1 - y \cdot (1 - \alpha)}{1 - \alpha} = I_E \cdot \frac{1 - \alpha}{\alpha} \ge I_E$$
Eq.A. 68

Finalement, la caractéristique de sortie est la suivante :

$$I_{S} = \frac{1}{m} \cdot \frac{\alpha^{2} \cdot V_{PAC}}{L_{f} \cdot f} \cdot \left(\frac{1 - y \cdot (1 - \alpha)}{y \cdot (1 - \alpha)^{2}}\right) \quad \text{soit} \quad y = \frac{\alpha}{(1 - \alpha) \cdot (\alpha + (1 - \alpha) \cdot x)}$$
 Eq.A. 69

Cas n°4 : démagnétisation partielle avant la fin de l'empiètement des interrupteurs 1 et 2



Figure n°A 13: Formes d'ondes typiques pour le cas n°4

L'angle β est désormais référencé par rapport au début de la période de découpage soit :

$$\frac{V_S}{m \cdot L_f} \cdot \left(\frac{1}{2} - \alpha\right) \cdot T + \frac{m \cdot V_{C_E} + V_S}{m \cdot L_f} \cdot \beta \cdot T = \frac{m \cdot V_{C_E} - V_S}{m \cdot L_f} \cdot (\alpha - \beta) \cdot T \rightarrow \beta = \frac{\alpha}{2} - \frac{(1 - \alpha) \cdot y}{4} \qquad \text{Eq.A. 70}$$

Le courant crête dans le transformateur s'obtient alors aisément :

$$\hat{I} = \frac{m \cdot V_{CE} + V_S}{m \cdot L_f} \cdot (\alpha - \beta) \cdot T \rightarrow \hat{I} = \frac{V_{PAC}}{L_f \cdot f} \cdot \frac{1 + x \cdot (1 - \alpha)}{1 - \alpha} \cdot \left(\frac{\alpha}{2} - \frac{(1 - \alpha) \cdot y}{2}\right)$$
 Eq.A. 71

On montre à partir des expressions précédentes que les caractéristiques de sortie dans ce mode fonctionnement sont identiques à celles du cas $n^2 2$ soit :

$$y = 2 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot x - \alpha}{\alpha - 1}}$$
 pour $y \le \frac{2 \cdot \alpha}{1 - \alpha}$ Eq.A. 72