



**HAL**  
open science

# Représentation et classification de structures spatiales – Application à la reconnaissance de paysages agricoles

Ludmila Mangelinck

► **To cite this version:**

Ludmila Mangelinck. Représentation et classification de structures spatiales – Application à la reconnaissance de paysages agricoles. Informatique [cs]. Université Henri Poincaré - Nancy I, 1998. Français. NNT: . tel-00391141

**HAL Id: tel-00391141**

**<https://theses.hal.science/tel-00391141>**

Submitted on 3 Jun 2009

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Représentation et classification de structures spatiales – Application à la reconnaissance de paysages agricoles

## THÈSE

présentée et soutenue publiquement le 19 octobre 1998

pour l'obtention du

Doctorat de l'université Henri Poincaré – Nancy 1

(spécialité informatique)

par

Ludmila Mangelinck

### Composition du jury

*Président et rapporteur :* Jean-Claude Paul, Professeur à Nancy

*Rapporteurs :* Robert Jeansoulin, Chargé de Recherche CNRS  
Jean-François Perrot, Professeur à l'université de Paris VI

*Examineurs :* Jean-Paul Haton, Professeur à l'Université Henri Poincaré  
Florence Le Ber, Chargée de Recherche INRA  
Laure Vieu, Chargée de Recherche CNRS

*Invités :* Jean-Pierre Deffontaines, Directeur de Recherche INRA  
Jean Bachacou, Chargé de Recherche INRA  
Amedeo Napoli, Chargé de Recherche CNRS





# Résumé

Dans cette thèse, nous nous intéressons à la représentation et à la classification de structures spatiales dans le cadre de la reconnaissance de modèles de paysages agricoles sur des images satellites. Nous avons défini, lors d'une phase d'acquisition des connaissances, des modèles de paysages sous forme de classes dans un système de représentation des connaissances par objets. Les classes sont reliées entre elles par des relations spatiales qualitatives. Les relations spatiales sont des classes dont les instances lient d'autres classes. Les classes de relations sont organisées dans une hiérarchie ayant une structure de treillis permettant de représenter la spécialisation, l'implication, la disjonction et la conjonction de relations. Nous avons choisi un treillis de Galois qui permet de mettre en évidence le lien entre relations et conditions nécessaires à la vérification des relations sur l'image. Grâce à cette structure, nous avons proposé un algorithme de recherche de l'ensemble minimum des conditions qui permet de réduire le nombre d'opérations sur les images. Des algorithmes ont été aussi proposés pour représenter les propriétés mathématiques des relations. Nous proposons d'ajouter au langage quatre facettes permettant de représenter la quantification des relations spatiales. Nous avons modifié l'opération qui associe un modèle à une entité pour prendre en compte la quantification des relations dans la classification des structures spatiales. Le système de reconnaissance a été implanté dans le langage YAFOOL et mis en œuvre sur des cartes de la région Lorraine.

**Mots-clés:** raisonnement spatial, classification, reconnaissance de formes, représentation qualitative de l'espace, système de représentation des connaissances par objets, treillis.

# Abstract

We are interested in the representation and classification of spatial structures in object based representation systems allowing us to recognize landscape patterns from satellite data. In our system, some classes denote patterns of landscape and others denote qualitative spatial relations. The instances of the latter are linking the former together and both of them are organized into a specialization hierarchy. The hierarchy of spatial relations is organized as a Galois lattice that allows us to represent the conjunction, disjunction, implication and also how the conditions on spatial entities are linked to the validity of spatial relations. In this work, we give an algorithm that computes the minimal set of conditions for each spatial relation and reduces therefore the number of computations needed on the images. Additionally, this lattice allow us to represent the mathematical proprieties of topological relations such as the implication, composition, reflexivity, symmetrical implication and so on. In order to define landscape patterns, we need to restrict the cardinality of the relations between spatial entities. Thus we added four new facets in the object based representation system we used, namely YAFOOL. The semantic of each facet is defined and included in the classification algorithm. This algorithm was used on image of Lorraine region.

**Keywords:** Qualitative representation of space, spatial reasoning, pattern recognition, lattice, classification, object based representation system.

## Remerciements

Je tiens à remercier l'ensemble de celles et ceux qui ont contribué à cette thèse :

mesdames et messieurs les membres du jury  
 mesdames et messieurs les membres du comité de thèse  
 la région Lorraine qui a financé  
 les relecteurs du mémoire  
 les correcteurs de la soutenance  
 les souteneurs de moral  
 les fournisseurs de vins et de comté  
 les conseillers en tout genre  
 les orpailleurs  
 les participants et organisateurs de HIBS  
 les secrétaires  
 les collègues de bureau

Je remercie plus particulièrement :

<i>Angelica</i>	<i>Jean</i>	<i>Olivier</i>
<i>António</i>	<i>Jean-François</i>	<i>Olivier</i>
<i>Arnaud</i>	<i>Jean-Luc</i>	<i>Olivier</i>
<i>Arnaud</i>	<i>R. Jeansoulin</i>	<i>Orlando</i>
<i>Bach</i>	<i>Laurence</i>	<i>J.-C. Paul</i>
<i>M. Benoît</i>	<i>F. Le Ber</i>	<i>J.-F. Perrot</i>
<i>Bertrand</i>	<i>Linda</i>	<i>Philippe</i>
<i>E. Bienaimé</i>	<i>Makram</i>	<i>Pierre</i>
<i>J.-M. Bricot</i>	<i>Manu</i>	<i>Raphaël</i>
<i>Corinne</i>	<i>Manu</i>	<i>R. Riela</i>
<i>Carlos</i>	<i>Marie-France</i>	<i>Sandrine</i>
<i>J.-P. Deffontaines</i>	<i>Marie-Pierre</i>	<i>Sophie</i>
<i>Eric</i>	<i>C. Mignolet</i>	<i>Sylvie</i>
<i>Evelyne</i>	<i>Moural</i>	<i>L. Vieu</i>
<i>Franck</i>	<i>P. Monestiez</i>	<i>Vincent</i>
<i>J.-P. Haton</i>	<i>A. Napoli</i>	<i>Yann</i>
<i>Imed</i>	<i>Nico</i>	



*à Carlos.*





# Table des matières

<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>1 Représentation de connaissances</b>	<b>7</b>
1.1 Principes . . . . .	7
1.1.1 Les graphes conceptuels . . . . .	8
1.1.2 Les logiques terminologiques . . . . .	9
1.1.3 Les représentations de connaissances par objets . . . . .	11
1.2 Classification dans les systèmes à objets . . . . .	13
1.2.1 Classification hiérarchique . . . . .	14
1.2.2 Classification d'instances . . . . .	16
1.3 Les relations . . . . .	18
1.3.1 Dans les systèmes de représentation de connaissances . . . . .	18
1.3.2 Des relations particulières . . . . .	20
1.4 YAFOOL . . . . .	21
1.4.1 Les concepts . . . . .	21
1.4.2 La réflexivité dans YAFOOL . . . . .	23
1.4.3 Les relations . . . . .	24
1.5 Conclusions . . . . .	24
<b>2 Représentation qualitative de l'espace</b>	<b>27</b>
2.1 Introduction . . . . .	27
2.2 Représentation de l'espace basée sur des intervalles . . . . .	28
2.2.1 Pour les bases de données image . . . . .	28
2.2.2 Le modèle de Mukerjee . . . . .	31
2.2.3 Conclusion . . . . .	32
2.3 Relations spatiales . . . . .	32
2.3.1 Les relations topologiques . . . . .	32

2.3.2	Systèmes et objets de référence . . . . .	36
2.3.3	Orientation par le sens de parcours . . . . .	37
2.3.4	Orientation et topologie . . . . .	37
2.3.5	La distance . . . . .	38
2.3.6	Conclusion . . . . .	40
2.4	Les raisonnements spatiaux . . . . .	41
2.4.1	Les opérations sur les relations . . . . .	41
2.4.2	Voisinage conceptuel de relation . . . . .	43
2.4.3	Les tables de composition . . . . .	43
2.4.4	Propagation de contraintes . . . . .	44
2.4.5	La logique . . . . .	45
2.4.6	Description de formes qualitatives . . . . .	46
2.5	Applications . . . . .	47
2.6	Synthèse . . . . .	48
<b>3</b>	<b>Reconnaissance de paysages agricoles</b>	<b>49</b>
3.1	Les données et les connaissances disponibles . . . . .	49
3.1.1	Une carte d'occupation du sol . . . . .	49
3.1.2	Des modèles prédéfinis par les experts . . . . .	50
3.1.3	Des objets extraits de l'image . . . . .	53
3.2	Formalisation d'expertise . . . . .	54
3.2.1	Une démarche circulaire . . . . .	54
3.2.2	Exemple du discours d'un expert . . . . .	55
3.2.3	Les indices retenus pour la description des objets . . . . .	57
3.2.4	Description complète des modèles de territoire . . . . .	60
3.3	Les besoins en représentation et en raisonnement . . . . .	63
3.3.1	Entités et structures à représenter . . . . .	63
3.3.2	Synthèse des besoins . . . . .	64
3.4	Choix d'une représentation . . . . .	67
3.4.1	Représentation de modèles par des graphes conceptuels . . . . .	67
3.4.2	Représentation par des logiques terminologiques . . . . .	68
3.4.3	Représentation par objets . . . . .	68
3.5	Conclusions . . . . .	70

---

<b>4</b>	<b>Représentation par objets des relations topologiques</b>	<b>75</b>
4.1	Les relations et les concepts . . . . .	78
4.1.1	Classe ou relation . . . . .	78
4.1.2	Les relations : classes ou instances? . . . . .	78
4.1.3	Validité des relations . . . . .	79
4.1.4	Spécialisation de relations . . . . .	80
4.1.5	Les propriétés des classes de relations . . . . .	82
4.2	La vérification des relations sur des images . . . . .	85
4.2.1	Des opérations ensemblistes . . . . .	85
4.2.2	Mémorisation des conditions . . . . .	87
4.2.3	Spécialisation et conditions . . . . .	89
4.3	Conclusions . . . . .	90
<b>5</b>	<b>Un treillis de relations topologiques</b>	<b>91</b>
5.1	Définition du treillis . . . . .	92
5.2	Trois types de treillis . . . . .	93
5.2.1	Le treillis complet . . . . .	95
5.2.2	Construction par la fermeture de Galois . . . . .	97
5.2.3	Extension de l'ensemble des relations pour la composition . . . . .	100
5.3	Étude du treillis de Galois . . . . .	102
5.3.1	Équivalence d'une conjonction et d'une disjonction . . . . .	103
5.3.2	Caractérisation de l'opérateur $\sqcup$ . . . . .	106
5.3.3	Caractérisation des relations-conditions . . . . .	107
5.3.4	Propriétés des relations topologiques dans le treillis . . . . .	109
5.3.5	Un treillis de Galois basé sur d'autres primitives . . . . .	112
5.3.6	A propos de l'extension du treillis . . . . .	115
5.3.7	Conclusions . . . . .	117
5.4	Algorithmes et implantation en Yafool . . . . .	118
5.4.1	Classe générique de relation . . . . .	118
5.4.2	Propriétés . . . . .	121
5.5	Conclusions . . . . .	123
<b>6</b>	<b>Classification</b>	<b>125</b>
6.1	Quantification des relations . . . . .	125
6.1.1	Ce qui ne peut pas être représenté . . . . .	125

---

6.1.2	Rôles et relations dans les logiques terminologiques . . . . .	126
6.1.3	Description des facettes ajoutées . . . . .	127
6.1.4	Sémantique des facettes . . . . .	128
6.1.5	Exemples d'utilisation des facettes . . . . .	129
6.2	La classification de structures . . . . .	131
6.2.1	Principe de fonctionnement . . . . .	131
6.2.2	Interprétation des méthodes . . . . .	133
6.2.3	Exemple de définition de hiérarchie . . . . .	133
6.2.4	Problème posé par la spécialisation de relations . . . . .	138
6.3	Expérimentations . . . . .	139
6.3.1	Description des indices utilisés et des modèles . . . . .	139
6.3.2	Résultats de la classification . . . . .	142
6.3.3	Conclusions expertes . . . . .	142
6.4	Conclusions . . . . .	143
<b>7</b>	<b>Conclusions et Perspectives</b>	<b>149</b>
<b>A</b>	<b>Preuve des propriétés du treillis de Galois</b>	<b>155</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>169</b>
	<b>Liste des publications</b>	<b>177</b>

# Table des figures

1	Les différents éléments à représenter. . . . .	4
1.1	Un exemple de réseau sémantique. . . . .	8
1.2	Exemples de graphes conceptuels. . . . .	9
1.3	Un exemple de base de connaissances terminologiques. . . . .	10
1.4	Des exemples de règles de subsomption. . . . .	14
2.1	Les treize relations de Allen. . . . .	28
2.2	Codage d'objets par les « 2D Strings ». . . . .	29
2.3	Codage d'objets par les « 2D C <sup>+</sup> Strings » . . . . .	30
2.4	Configuration différentes ayant le même codage « 2D C String ». . . . .	31
2.5	Le modèle de Mukerjee. . . . .	31
2.6	Les relations méréologiques. . . . .	33
2.7	La caractérisation de l'extériorité et de l'intériorité entre objets. . . . .	35
2.8	Relations de position relative de formes [Hernández, 1994]. . . . .	37
2.9	Relations de proximité absolue et relative. . . . .	39
2.10	Un exemple de composition de relations topologiques. . . . .	44
3.1	Modèle du village de bas de côte. . . . .	51
3.2	Modèle du village de plaine. . . . .	51
3.3	Modèle du village de plateau. . . . .	52
3.4	Modèle du village de rebord de plateau. . . . .	52
3.5	Modèle du village de vallée. . . . .	53
3.6	La partie de l'image correspondant au discours de l'expert. . . . .	55
3.7	Exemple de quartiers dans un village de vallée. . . . .	59
3.8	Un territoire villageois typique du modèle vallée. . . . .	62
3.9	Un exemple de structures spatiales représentées sous forme de graphes. . . . .	65
3.10	Représentation par un graphe conceptuel. . . . .	67
3.11	Représentation dans les logiques terminologiques. . . . .	68
3.12	Des exemples de classes YAFOOL correspondant à des structures spatiales. . . . .	69
4.1	Disjonction de relations et ascendant. . . . .	82
4.2	Définition des primitives sur les images. . . . .	86
4.3	Définition de la frontière d'un objet par des pixels abstraits . . . . .	87
4.4	L'intersection de frontières. . . . .	88

---

5.1	Illustration des définitions. . . . .	93
5.2	Le treillis proposé dans [Randell et Cohn, 1992]. . . . .	96
5.3	Le treillis de Galois construit à partir de la table 5.1. . . . .	99
5.4	Extension du treillis pour la composition de relations. . . . .	100
5.5	Un treillis de Galois basé sur d'autres primitives. . . . .	114
6.1	La hiérarchie de cultures. . . . .	135
6.2	Un exemple de composition de relations. . . . .	136
6.3	Spécialisation de structures due à une composition de relation . . . . .	137
6.4	Exemple de deux classes YAFOOL montrant la spécialisation de relations. .	138

# Liste des tableaux

1.1	Sémantiques des principaux constructeurs de concepts. . . . .	17
2.1	Les relations méréotologiques. . . . .	34
2.2	Spécification des relations binaires topologiques en termes d'ensembles. . .	35
2.3	Propriétés de la distance [Frank, 1992]. . . . .	41
2.4	Propriétés de la direction [Frank, 1992]. . . . .	42
2.5	Définition de types d'objets par des relations topologiques. . . . .	46
4.1	Signification des huit relations topologiques de base (« <i>RCC-8</i> »). . . . .	76
4.2	La table de composition des relations topologiques. . . . .	84
4.3	Les huit relations de base exprimées en terme de conditions. . . . .	86
4.4	Les huit relations-conditions. . . . .	88
5.1	La relation $\mathcal{C}$ entre les ensembles <i>RCC-8</i> et <i>Conditions</i> . . . . .	97
5.2	La relation $\mathcal{C}$ entre les relations topologiques de base et les conditions de Egenhofer. . . . .	113
5.3	Équivalence de classes entre les treillis $\mathcal{T}_G$ et $\mathcal{T}_G'$ . . . . .	115
5.4	Nombre de conditions dans les treillis $\mathcal{T}_G$ et $\mathcal{T}_G'$ . . . . .	116





# Introduction

L'intelligence artificielle a pour objet l'étude et la représentation sous forme informatique de concepts et raisonnements humains [Haton *et al.*, 1991]. Pour cela, différentes techniques doivent être mises en œuvre. Parmi elles, nous nous intéressons aux systèmes à base de connaissances. Le développement d'un système à base de connaissances nécessite plusieurs étapes plus ou moins concomitantes [Stefik, 1995] : l'acquisition, la représentation et l'implantation de ces connaissances. Les étapes se nourrissent les unes des autres. En particulier, celles d'acquisition et de représentation. En effet, acquérir de la connaissance nécessite, de la part de l'informaticien, de savoir manipuler les outils utilisés dans les systèmes à base de connaissances. Parallèlement, la définition des modèles lors de la phase d'acquisition des connaissances révèle des besoins en représentation.

Nous avons étudié ces techniques afin de réaliser un système d'aide au diagnostic de systèmes agraires à partir d'images satellites. L'analyse d'images satellites permet aux experts agronomes de voir l'influence des systèmes de production agricole sur le paysage et ainsi de prévoir l'évolution de l'espace rural dans le cadre d'actions de développement ou d'aménagement. Un projet en cours à l'Institut National de Recherche Agronomique de Nancy a pour but de mettre en correspondance des indicateurs visuels (par exemple l'occupation du sol), ou plus généralement des modèles de paysage, avec le fonctionnement des systèmes agricoles.

Nous intervenons dans l'aide à la définition des indicateurs et pour cela nous voulons mettre en place un système de reconnaissance de modèles de paysages sur des images satellites.

Dans la recherche cognitive, deux points de vue s'opposent sur la perception des formes par l'être humain [Rock et Palmer, 1991] : d'après le structuralisme, « une perception complexe résulte de la reconnaissance de ses composants » ; d'après la *gestalt-psychologie*, « ce que nous percevons, ce n'est pas une suite de sensations, mais la configuration globale à laquelle ces éléments appartiennent ». Notre rôle n'est pas de nous prononcer pour l'une ou l'autre de ces deux approches. Toutefois, nous pouvons admettre que l'homme peut reconstituer une forme à partir de la somme de ses composants et des relations les liant.

De plus, lorsque l'important dans la reconnaissance de modèles n'est pas seulement le résultat, mais aussi la façon dont la reconnaissance est effectuée, alors l'approche symbolique est nécessaire. Utiliser une approche symbolique c'est formaliser le discours de l'expert en termes de raisonnements à effectuer et de connaissances à représenter.

Toutes ces considérations nous ont amenés à représenter les modèles de paysages sous forme de ce que nous appelons *structures spatiales* : des entités spatiales liées entre elles par des relations spatiales. Pour construire le système de reconnaissance de modèles de

paysages, nous avons abordé différents thèmes : la représentation qualitative de l'espace et la représentation de relations spatiales qualitatives dans un système de représentation des connaissances par objets (RCO). La construction de ce système nous a amenés à réaliser des apports aux systèmes de RCO : l'intégration des relations topologiques à un système de RCO, la définition d'une hiérarchie d'héritage de relations et la formalisation de la classification de structures décrites par ces relations. Vis-à-vis de la problématique agromique, nous avons construit une hiérarchie de modèles de paysages, défini un algorithme de reconnaissance de ces modèles et mis en œuvre cette reconnaissance de modèles.

## Représentation qualitative de l'espace

Pourquoi se doter d'une représentation qualitative de l'espace? La représentation quantitative ne suffit-elle pas? A ces questions, on peut répondre par le problème suivant : comment traduire par des chiffres la phrase « longer le terrain de tennis et tourner à droite ». En fait, la représentation qualitative de l'espace concerne des problèmes possédant une ou plusieurs des caractéristiques suivantes :

1. l'environnement spatial est incomplètement connu : c'est par exemple le cas lorsqu'un robot acquiert progressivement la connaissance de son environnement spatial,
2. l'information disponible est approximative : lorsqu'on traite une région de nidification d'oiseaux par exemple, la limite exacte de cette région est indéterminable ; les capteurs bruités d'un robot en offrent un autre exemple,
3. le système doit prendre en compte l'information humaine, par exemple dans le cas du traitement du langage naturel,
4. la modélisation numérique est difficile, voire impossible, et n'apporterait aucune information supplémentaire.

La représentation qualitative de l'espace touche notre problème où les objets (parcelles de culture, bâtis, etc.) sont décrits par des relations : « une zone de culture se trouve à l'intérieur de la forêt domaniale », « les prés à vaches laitières sont proches du bâti ». Le quatrième point est vérifié aussi, en effet, l'expert manipule, pour la description des images, des notions qualitatives et ne sait pas donner de valeurs numériques exactes.

## Les systèmes de RCO et les relations

Le concept de relation dans les systèmes de représentation des connaissances par objets est pauvre : la sémantique des relations est donnée par leur nom et rien n'est prévu pour qu'elles s'organisent dans une hiérarchie. Or le concept de relation est important dans la définition de la connaissance d'un domaine : une ontologie se définit elle-même par la définition des concepts et des **relations qui les lient**.

Les relations actuellement définies dans les systèmes à base de connaissances sont les liens de cause à effet entre des actions ; des relations de spécialisation entre des concepts etc. Quelques travaux concernent la représentation des relations de composition entre concepts.

Parallèlement, le domaine de la représentation qualitative de l'espace est demandeur de représentation de relations : les problèmes de définition de l'ontologie de l'espace sont essentiellement des problèmes de définition des relations qui lient les objets spatiaux.

Nous sommes donc partis de ce constat et nous avons étudié les problèmes que posait la représentation des relations topologiques dans les représentations par objets.

### Un système de reconnaissance de modèles de paysage

Pour implanter le système de reconnaissance de modèles de paysages, il est nécessaire d'utiliser des techniques de reconnaissance de forme et d'intelligence artificielle. Ces techniques ont déjà été utilisées conjointement dans des systèmes à base de connaissances dédiés à l'image. Ces systèmes se divisent en deux groupes : les systèmes d'interprétation d'image (*Image Understanding System* ou IUS) ou les systèmes experts de traitement d'image (*Expert System for Image Processing* ou ESIP). Les premiers systèmes ont pour objet l'interprétation de scènes (par exemple la reconnaissance d'une route sur une image). Ils disposent pour cela de trois types de connaissances :

- la connaissance propre au domaine de la scène est constituée de modèles des objets à reconnaître ;
- la connaissance portant sur la relation de la scène à l'image peut contenir la connaissance sur l'acquisition de l'image ;
- la connaissance ou l'information contenue dans l'image permet d'extraire les primitives et leurs relations.

Les ESIP résolvent des tâches telles que la reconnaissance de rectangles. Ces systèmes n'ont aucune connaissance de la scène, mais explicitent davantage, par rapport au IUS, les connaissances des traitements effectués sur l'image.

La plupart des systèmes actuels s'attachent à reconnaître des objets manufacturés ou éventuellement des scènes paysagères courantes. D'autres réalisations existent pour la reconnaissance de systèmes naturels tels que des organismes zooplanctoniques [Gandelin et Thonnat, 1987] : la construction de ce système nécessite le développement d'une base de connaissances reliant les modèles d'objets à reconnaître et leurs apparences possibles sur l'image. Les modèles sont définis par des caractéristiques symboliques et les objets sont caractérisés en termes numériques.

On peut aborder la reconnaissance des modèles de plusieurs façons [Nagao, 1985] :

1. l'approche ascendante : partir de l'image et calculer un ensemble de relations entre les objets et mettre en correspondance les objets avec les modèles. Par exemple, un village est complètement décrit par des relations spatiales, puis il est comparé à tous les modèles de villages à l'aide d'une mesure de similarité et finalement est associé avec le modèle le plus proche selon cette mesure de similarité. Des mesures de similarité sont proposées dans [Bunke et Messmer, 1993, Bisson, 1994].
2. l'approche descendante : partir des modèles, qui donnent un ensemble de relations à calculer (à vérifier) sur les objets, et mettre en correspondance le modèle avec l'objet si les relations sont présentes.
3. combiner les deux approches en commençant par l'une ou l'autre des approches.

Le système de reconnaissance (figure 1) des modèles de paysages devra posséder :

- une représentation des relations spatiales : cette représentation doit permettre la vérification des relations entre les entités spatiales de l'image,

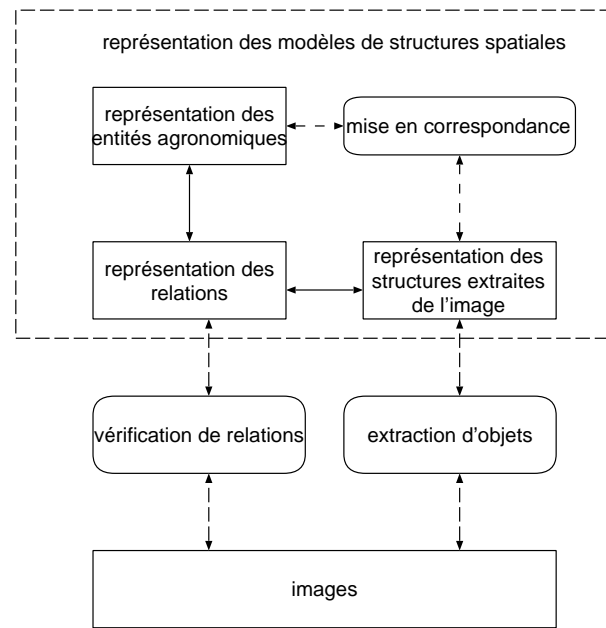


FIG. 1 – *Les différents éléments à représenter.*

- une représentation des modèles d'entités agronomiques : cette représentation devra définir les méthodes d'extraction des entités spatiales sur l'image,
- une représentation des structures extraites des images, ces structures seront à mettre en correspondance avec les modèles de paysages.

Utiliser l'approche ascendante pour la reconnaissance de nos modèles va consister à extraire tous les objets de l'image, à calculer toutes les relations entre tous les objets qui viennent d'être extraits et enfin à comparer toutes les structures aux modèles. Le nombre d'objets présents dans l'image nous empêche d'utiliser l'approche ascendante. Un système serait incapable de raisonner sur tous ces objets à la fois. Nous allons donc utiliser soit une approche purement descendante, soit une approche ascendante-descendante.

L'approche ascendante-descendante peut se pratiquer de deux façons. La première façon est de partir d'une entité  $E$  extraite de l'image. Cette entité est caractérisée à l'aide d'indices qui doivent être choisis selon une heuristique. Par exemple, un ensemble de caractéristiques les plus représentatives de chaque modèle, c'est-à-dire les caractéristiques qui sont le plus généralement vérifiées par le modèle et qui ne sont pas vérifiées par les autres modèles. La deuxième étape consiste alors à vérifier certaines caractéristiques qui valideraient la reconnaissance du modèle (ou la rejetteraient).

La deuxième façon d'effectuer l'approche ascendante-descendante est de partir d'un modèle, de rechercher sur l'image les objets vérifiant toutes les caractéristiques du modèle, puis de considérer les autres cas et de les mettre en correspondance avec le modèle le plus proche. A première vue cette approche n'a aucun avantage : la deuxième étape inclut la première. En effet, il est évident qu'un objet vérifiant toutes les caractéristiques d'un modèle est plus proche de ce modèle que de tous les autres modèles. En revanche, cette technique permet de prendre en compte le voisinage des objets ainsi que d'autres types

---

d'objets. Pour illustrer ces deux avantages, nous allons utiliser des cas pratiques. On sait qu'un territoire villageois  $t1$  a plus de chance d'être du modèle  $A$  s'il existe un territoire connexe  $t2$  qui est lui-même du modèle  $A$ . Il est alors préférable, lorsqu'on classe les finages, que les finages les plus caractéristiques du modèle soient classés en premier. A l'aide de la deuxième approche, on est pratiquement sûr que le finage  $f2$  est réellement du modèle  $A$ .

Cette approche peut être réalisée par un arbre de décision où les nœuds de l'arbre sont les caractéristiques qui doivent être vérifiées par les entités pour être classées dans un modèle. Suivant la valeur d'une relation, une autre caractéristique va être vérifiée.

Nous verrons que la classification d'instances développée dans les systèmes de RCO permet cette approche ascendante descendante, par une représentation hiérarchique des connaissances.

## Plan du document

Dans un premier chapitre, nous présentons les systèmes de représentation de connaissances. Beaucoup de systèmes de représentation de connaissances sont basés sur la classification. Nous verrons comment la classification y est définie. Puis nous approfondirons la notion de relation dans ces systèmes : quels points de vue ces systèmes ont sur les relations. Nous avons utilisé un système de représentation des connaissances par objets : le système YAFOOL. Nous le présenterons dans la dernière partie de ce chapitre.

Dans un deuxième chapitre, nous présenterons les représentations qualitatives de l'espace. Dans ce type de représentation, l'espace est défini comme un ensemble d'objets et de relations entre objets. Nous nous attacherons à dégager d'une part les relations définies entre les objets et d'autre part les différents raisonnements que l'on peut effectuer sur ces relations. Nous verrons que les relations spatiales peuvent être divisées en trois catégories : les relations topologiques, d'orientation et de distance.

Nous verrons dans le troisième chapitre la définition des modèles agronomiques. Cette définition résulte d'une phase d'acquisition de connaissances qui nous permet de trouver comment représenter les modèles et qui permet d'affiner les modèles en fonction de l'image et des techniques de reconnaissance de forme et d'intelligence artificielle. Nous verrons que la représentation des modèles met en évidence des besoins particuliers en termes de représentation des relations spatiales.

Nous avons choisi de ne représenter que les relations topologiques car elles sont bien formalisées. Le quatrième chapitre étudie les différentes propriétés, mathématiques ou calculatoires, des relations topologiques ainsi que la façon de leur associer une représentation par objets.

Le cinquième chapitre se focalise sur une définition en forme de treillis de l'héritage des relations topologiques et étudie les propriétés de cet héritage. Ce chapitre présente un algorithme de recherche de conditions pour vérifier une relation et montre comment les propriétés peuvent être représentées dans ce treillis.

Le sixième chapitre présente tout d'abord l'ajout de facettes au langage YAFOOL afin de résoudre certains besoins en représentation posés par la définition des modèles. Puis nous présenterons la classification de structures spatiales et les résultats obtenus pour la reconnaissance de modèles de paysage.

Pour conclure, nous récapitulerons les apports et les limites de notre approche, puis nous donnerons quelques perspectives intéressantes.

# Chapitre 1

## Représentation de connaissances

Les systèmes de représentation de connaissances sont nombreux et divers. Toutefois, les fonctionnalités qu'ils possèdent relèvent de trois grandes inspirations : les réseaux sémantiques, les langages de frames [Minsky, 1975] et les langages orientés objets. Nous allons voir dans ce chapitre ces différents systèmes de représentation des connaissances ainsi que ceux qui en sont inspirés. Nous allons introduire ce qu'est une relation dans ces systèmes et donner une brève présentation de YAFOOL, le langage de représentation par objets que nous avons utilisé.

### 1.1 Principes

Les *réseaux sémantiques* sont des graphes étiquetés dans lesquels la connaissance est représentée par des concepts reliés entre eux, ce sont donc des graphes où les concepts sont les nœuds du graphe et les relations entre concepts sont des arcs étiquetés. Par exemple, le réseau présenté dans la figure 1.1 représente la phrase « Picasso peint Guernica ». Des opérations de manipulation de graphes permettent de raisonner sur le réseau : création ou suppression de nœuds ou d'arcs, parcours du graphe des relations, *inférence par héritage* et *filtrage*. La relation nommée `sorte-de` a été différenciée des autres relations : cette relation traduit un lien de généralité entre les concepts. L'inférence par héritage peut se ramener à un parcours du graphe de la relation `sorte-de`. En effet, dans l'exemple précédent, `picasso` possède un `chevalet` par sa relation `sorte-de` avec `artiste-peintre`.

Le deuxième type de représentation des connaissances fait référence aux *langages de frames*. Les langages de frames désignent tous les formalismes de représentation qui sont issus, en grande partie, de la théorie des *frames* de Marvin Minsky [Minsky, 1975]. Le principe de ces langages est qu'un concept est représenté par un individu particulier que l'on nomme stéréotype. Tout stéréotype possède une description. Cette description est donnée par un ensemble de propriétés déclaratives : les *attributs* ou procédurales : les *méthodes*. Les attributs décrivent un point de vue sur l'entité et sont eux-mêmes décrits par des facettes. Cette représentation s'appuie sur le paradigme selon lequel, pour analyser une situation nouvelle, un être humain utilise des situations particulières auxquelles il a déjà été confronté. Les caractéristiques de la situation nouvelle sont utilisées afin de rechercher dans la base de connaissances tous les frames qui peuvent être associés à cette situation.



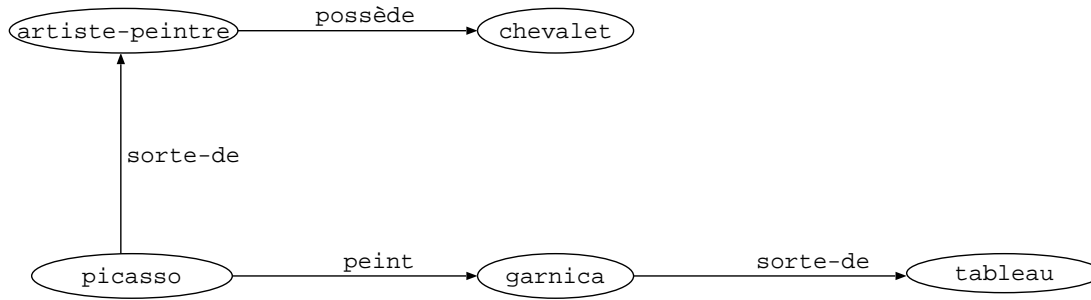


FIG. 1.1 – Un exemple de réseau sémantique représentant la phrase « Picasso peint Guernica »

Ainsi, un individu est classé dans le concept le plus proche de cet individu. Cette mise en correspondance est effectuée par une opération nommée *filtrage* qui consiste à sélectionner un ensemble d'objets présentant des caractéristiques communes. Ces caractéristiques sont représentées par des variables et des constantes.

Les *languages orientés objets* (LOO) ne sont pas à proprement parler des systèmes de représentation de connaissances mais des langages de programmation. Toutefois, leurs mécanismes se retrouvent dans beaucoup de systèmes de représentation de connaissances. Les LOO peuvent distinguer deux types d'objets : les classes et les instances. Dans ces langages, une classe décrit une famille d'objets appelés instances à l'aide d'un ensemble de variables et de méthodes qui représentent respectivement la structure et le comportement communs des instances [Haton *et al.*, 1991]. L'*instanciation* est le processus permettant de générer une instance à partir d'une classe.

### 1.1.1 Les graphes conceptuels

Les graphes conceptuels ont été introduits dans [Sowa, 1984]. Ils sont inspirés des réseaux sémantiques. Sowa présente les graphes conceptuels comme un intermédiaire entre la langue naturelle et la logique. Toutefois, les graphes conceptuels ont été définis dans l'objectif d'en faire un formalisme de représentation de connaissances, travaux qui sont toujours en cours à l'heure actuelle [Chein et Mugnier, 1992, Guinaldo, 1995, Mugnier et Chein, 1996, Leclère, 1998].

Les graphes conceptuels peuvent être représentés graphiquement, ce qui comporte un certain avantage en acquisition de connaissances. Par leur représentation graphique, ces graphes peuvent être un langage intermédiaire entre l'expert et l'informaticien.

La définition mathématique d'un graphe conceptuel est un graphe bipartite et connexe. Les deux ensembles constituant le graphe sont un ensemble de concepts et un ensemble de relations. Les relations sont définies par un profil désignant le type des concepts reliés par la relation. Les relations peuvent lier plusieurs concepts. Les types des concepts sont organisés dans une hiérarchie. Sowa relie la définition sous forme de graphe à une définition logique en associant à chaque graphe une formule logique  $\Phi(G)$ . Une relation mathématique est définie entre les graphes :

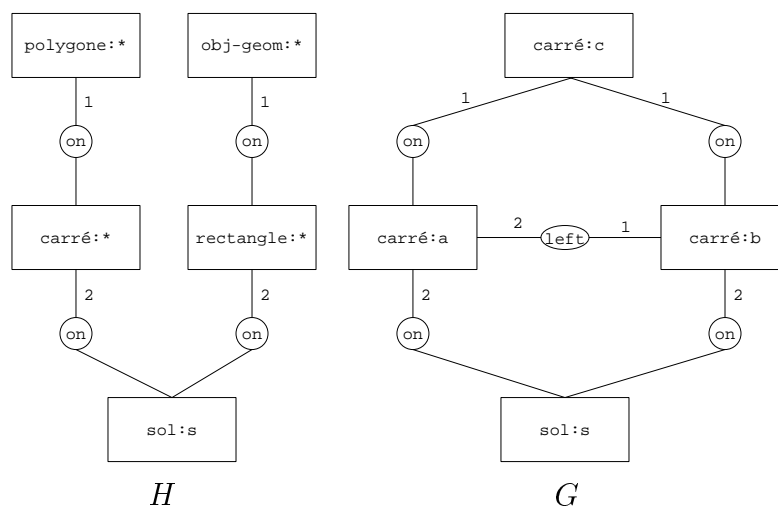


FIG. 1.2 – Exemples de graphes conceptuels.  $G$  spécialise  $H$ . Les termes encadrés représentent des concepts, les termes entourés des relations. Une étoile derrière le nom d'un concept représente un concept générique, une lettre un individu représenté par son identificateur.

$$G \leq H \text{ si et seulement si } \Phi(G) \vdash \Phi(H)$$

Cette relation appelée *relation de spécialisation* entre graphes conceptuels correspond à l'existence d'un morphisme entre les graphes. Le morphisme doit satisfaire la spécialisation des concepts. L'existence de cette spécialisation entre deux graphes peut être définie à l'aide d'une suite de trois opérations élémentaires sur le graphe, un exemple de cette spécialisation est présenté dans la figure 1.2 :

- la *suppression* d'une relation identique ayant les mêmes voisins,
- la *spécialisation* de l'un des concepts (le **rectangle** spécialisé en **carré**),
- la *jointure élémentaire* de deux concepts en un concept en regroupant l'ensemble des arcs du concept en une partie (le **polygone** et le **obj-geom** qui ont été spécialisés en **carré** sont fusionnés).

Les graphes conceptuels sont un formalisme de représentation des connaissances dont les inférences sont réalisées par des algorithmes de manipulation de graphes. Ce formalisme possède une sémantique logique consistante et complète.

### 1.1.2 Les logiques terminologiques

Les logiques terminologiques distinguent la connaissance sur les entités abstraites représentant des « modèles » des entités du monde réel de la connaissance sur les individus réels. Ainsi, la base de connaissance est organisée en deux niveaux de la connaissance : le niveau terminologique, nommé généralement T-box, qui décrit l'intension des concepts et le niveau des assertions, nommé A-box, qui décrit ce que l'on sait des individus.

```

PERSONNE ≤ top
ENSEMBLE ≤ top
HOMME ≤ PERSONNE
FEMME ≤ (and PERSONNE (not HOMME))
membre ≤ toprole
ÉQUIPE = (and ENSEMBLE
           (all membre PERSONNE)
           (at-least 2 membre))
PETITE-ÉQUIPE = (and ÉQUIPE
                 (at-most 5 membre))
ÉQUIPE-MODERNE = (and ÉQUIPE
                  (at-most 4 membre)
                  (at-least 1 chef)
                  (all chef FEMME))

```

FIG. 1.3 – Un exemple de base de connaissances terminologiques.

La figure 1.3 présente un exemple de base de connaissances terminologiques qui représente les connaissances suivantes : une équipe est un ensemble de personnes, elle possède au moins deux membres ; une petite équipe possède au plus cinq membres ; une équipe moderne possède au moins 4 membres ; le chef d’une équipe moderne est une femme.

Chaque concept possède un ensemble de rôles qui le mettent en relation avec les autres concepts. Par exemple, le concept « équipe » possède un rôle « membre », qui est une relation vers d’autres « personne ». Les concepts et les rôles sont décrits par un ensemble de constructeurs et s’organisent selon une relation de subsomption. Dans les logiques terminologiques, il existe deux types de concepts : les concepts *primitifs* (introduits par  $\leq$ ) et les concepts *définis* (introduits par  $=$ ). Les propriétés décrivant un concept défini sont des conditions nécessaires et suffisantes pour qu’une instance les possédant soit associée à ce concept. Par exemple, une *PETITE-ÉQUIPE* est une équipe si, et seulement si, elle possède au moins deux membres. En revanche, les propriétés décrivant un concept primitif sont des conditions nécessaires mais non suffisantes. Nous reverrons ce point dans la section 1.2.

L’ensemble des constructeurs diffèrent selon les langages. On peut retrouver dans [Nebel, 1990] un comparatif des différents langages existants, avec les constructeurs définis dans ces langages. Ici, pour décrire les logiques terminologiques, nous considérerons la spécification KRSS donnée dans [Patel-Schneider et Swartout, 1993] dont nous utiliserons la notation, mais nous ne présenterons que les constructeurs principaux.

Les constructeurs **and** et **or** permettent de fixer le lien de spécialisation et, respectivement, de généralisation entre les concepts. Le concept le plus général est nommé **top** et le concept le plus spécifique **bottom**, ce dernier étant le concept vide, c’est-à-dire un concept auquel aucune entité du monde ne peut correspondre. Le constructeur **not** correspond à la négation de concept : si une entité du monde est associée à un concept, elle

ne peut pas être associée à la négation de ce concept.

Les logiques terminologiques permettent de quantifier les rôles : le constructeur **some** permet la quantification existentielle d'un rôle dans un concept. Le domaine d'un rôle est l'ensemble des concepts sur lesquels le rôle est défini. Par exemple, le domaine du rôle « enfant » est le concept « parent ». Le co-domaine est le concept lié par le rôle. Le constructeur **restrict** permet de restreindre le co-domaine d'un rôle. Par exemple, en le combinant avec le constructeur **all**, des phrases telles que « les membres qui sont des femmes sont violoncellistes » peuvent être représentées.

La cardinalité d'un rôle est la restriction du nombre d'assertions données dans la A-box qui lie deux entités données. La cardinalité d'un rôle est fixée grâce aux constructeurs **at-least** et **at-most**. Par exemple, (**at-least** 3 *membre*) permet de représenter des phrases du type « il existe au moins 3 membres » et (**at-most** 2 *jambe*) permet de représenter des phrases du type « un homme possède au plus deux jambes ». Les constructeurs **at-least** et **at-most** peuvent aussi restreindre le co-domaine, auquel cas ils sont notés (**at-least**  $n r C$ ) et (**at-most**  $n r C$ ). Par exemple, (**at-least** 3 *membre femme*) permet de représenter des phrases du type « au moins 3 membres sont des femmes »

Les deux raisonnements définis dans les logiques terminologiques sont la classification (l'intégration d'un nouveau concept dans la base de connaissances terminologiques) et l'instanciation (l'association d'un individu de la base de connaissances assertionnelles A-box à un concept de la base de connaissances terminologiques T-box). La classification est effectuée à partir de la relation de subsomption. La subsomption traduit la relation de généralité entre concepts à partir de tous les constructeurs définis dans les concepts. Le choix des constructeurs a une incidence sur les propriétés du système : la complexité et la décidabilité de la subsomption et de la classification d'instances.

### 1.1.3 Les représentations de connaissances par objets

Les systèmes de représentation des connaissances par objets, nommés systèmes de RCO dans la suite, ont des caractéristiques nombreuses et diverses. Quelques représentants de ces systèmes sont : SHIRKA et son successeur TROPES [Euzenat et Rechenmann, 1995] ; MERING [Ferber, 1989] ; YAFOOL [Ducournau, 1991] que nous étudierons en détail dans la section 1.4 ; OBJLOG dont une présentation peut être trouvée dans [Masini *et al.*, 1989]. La notion de système de représentation des connaissances par objets est encore floue : issu essentiellement des langages de classes et de frames, ce type de représentation évolue sous l'influence des logiques terminologiques. Pour présenter ce qu'est un système de RCO, nous reprenons la définition donnée dans [Chouvet *et al.*, 1996].

**Organisation hiérarchique des connaissances :** dans les représentations par objets, les connaissances sont représentées par des objets. Ces objets peuvent être des classes ou des instances. Les classes sont organisées selon une hiérarchie. Cette hiérarchie est basée sur une relation de spécialisation, généralement appelée « est-un » ou « sorte-de » dans les langages de frames et « lien d'héritage » dans les langages de classes. Cette relation est un ordre partiel, elle est donc réflexive, transitive et antisymétrique.

Du point de vue structurel, cela signifie que les descendants d'une classe possèdent tous les attributs et les méthodes de la classe héritée et, du point de vue conceptuel, qu'un

individu associé à un concept est aussi associé à un concept plus général. Il peut exister un décalage entre la spécialisation conceptuelle et l'héritage de propriétés. Par exemple, le concept « oiseau » possède la propriété « voler », mais le concept « autruche », qui est une spécialisation du concept « oiseau », ne possède pas cette propriété. On appelle cela une *exception à l'héritage*.

Le lien de spécialisation peut être fixé par programmation ou déduit par le système à l'aide du processus de classification. Si une classe peut hériter d'une unique classe alors l'héritage est simple ; si une classe peut hériter de plusieurs classes, on parle d'héritage multiple.

**Les propriétés** des classes sont de deux types : les propriétés structurelles et les propriétés procédurales. Les propriétés structurelles sont nommées *attributs* et les propriétés procédurales sont nommées *méthodes*. Les attributs peuvent posséder des valeurs de types simples (entiers, booléens, intervalles, ensembles, etc.) ou des valeurs dont le type est une autre classe. Le type de la valeur est nommé *co-domaine*.

**Les facettes** ont été héritées des langages de frames. Une facette est attachée à un couple (attribut, classe). Certaines facettes sont pré-définies et sont nommées facettes standards. Il existe plusieurs types de facettes standards. Une facette permet d'affecter une valeur à l'attribut (**value** en YAFOOL et **\$valeur** en TROPES). Des facettes permettent de typer la valeur l'attribut, elles sont généralement nommées **un** si l'attribut est simple ou **des** (dans TROPES **\$liste-de**) si l'attribut est une liste de valeurs. Dans TROPES, la facette **\$sauf** permet de définir le co-domaine d'un attribut par son complémentaire. D'autres facettes sont des facettes réflexes.

**L'attachement procédural** est la déclaration d'une fonction ou procédure spécifique à une classe ou à un attribut. L'attachement procédural à une classe est une *méthode*. Les attachements procéduraux à un attribut sont souvent implantés sous forme de réflexes en écriture ou en lecture.

**Les réflexes** sont des méthodes associées aux attributs qui se déclenchent automatiquement. Ils permettent donc la déclaration d'un attachement procédural à un attribut. Les réflexes se déclenchent à la lecture ou à la modification de la valeur de l'attribut. Dans YAFOOL quatre réflexes sont définis : **si-besoin** ; **si-possible** ; **si-ajout** ; **si-enlève**. La facette **si-besoin** permet de déclencher une procédure à la lecture d'un attribut lorsque la valeur de celui-ci n'est pas initialisée. Les trois autres réflexes se déclenchent à la modification de l'attribut. Dans TROPES, la facette **si-besoin** correspond à trois facettes : la facette **\$défaut** qui définit la valeur par défaut de l'attribut ; la facette **\$sib-exec** qui associe à l'attribut une fonction de calcul de sa valeur ; la facette **\$sib-filtre** qui attache un filtre – c'est-à-dire un ensemble de conditions que doit vérifier une instance pour être valeur de l'attribut. Les réflexes sont associés à la consultation où à la modification de la valeur d'un attribut.

**La réification** est un processus qui *consiste à transformer une chose, une idée, un être vivant animé ou non, une situation, etc. en une entité abstraite, un concept, qu'il est ensuite possible de manipuler, en tant qu'objet, par programme ou par l'esprit* (dans [Ferber, 1989], page 67). Ainsi, Ferber considère que : *tout peut se représenter sous forme d'objet*. Ce principe se retrouve dans MERING ou YAFOOL : attributs, facettes et méthodes sont réifiés : ce sont des instances des classes correspondantes.

**La réflexivité** : un système est dit réflexif s'il possède une auto-représentation de lui-même. Par exemple, lorsque les attributs possèdent des connaissances sur eux-mêmes telles que les classes dans lesquelles ils sont définis. La réflexivité est rendue possible par la réification.

**Les points de vue** : les points de vue dans OBJLOG sont liés à l'héritage de propriétés de même nom provenant de deux classes différentes. Par exemple, si une classe VOYAGEUR-AVION possède un attribut *âge* ayant pour valeurs possibles *enfant*, *adulte* et qu'une classe CLIENT-ASSURÉ possède aussi l'attribut *âge* dont la valeur est un entier, la classe VOYAGEUR-AVION-ASSURÉ aura deux attributs *âge* dans deux points de vue différents. Les points de vue sont ici liés à la définition des attributs. En revanche, dans TROPES, les points de vue sont liés à la définition de concepts : un concept est constitué de différents points de vue ; un point de vue est un ensemble de classes organisées dans une hiérarchie.

**Les raisonnements** en représentation par objets sont :

*L'inférence par héritage* : la valeur d'une propriété est déduite par la relation de spécialisation de classes.

La *classification* consiste à rechercher les classes dont un individu peut dépendre. La classification permet donc de retrouver la place d'un objet dans une hiérarchie. Il existe deux types de classification : l'insertion de classes dans la hiérarchie, nommée classification de classes, et le rattachement d'une instance à une classe, nommée classification d'instances.

Le *filtrage* permet de retrouver les objets s'appariant avec un filtre, c'est-à-dire un ensemble de classes possédant un certain nombre de caractéristiques. Le filtre est une classe virtuelle définie par un ensemble d'attributs « les contraintes de filtrage » qui doivent être vérifiées par les objets recherchés [Chouvet *et al.*, 1996]. Le filtrage dans SHIRKA est réalisé par un attachement procédural à un attribut qui permet d'initialiser l'attribut avec l'ensemble des objets filtrés.

## 1.2 Classification dans les systèmes à objets

De tous les systèmes de représentation de connaissances présentés précédemment émerge la notion de systèmes classificatoires [Ducournau, 1996a, Euzenat, 1994]. Un système classificatoire est constitué par une hiérarchie de classes, définies en intension par un ensemble de propriétés, et munies d'une interprétation extensionnelle. L'*extension* d'un

Si  $r_c \sqsubseteq r_d$  et  $D \sqsubseteq C$  alors  $(\mathbf{all} \ r_d \ D) \sqsubseteq (\mathbf{all} \ r_c \ C)$   
 Si  $D \sqsubseteq C$  alors  $(\mathbf{not} \ D) \sqsubseteq (\mathbf{not} \ C)$   
 Si  $n_c \geq n_d$  et  $r_c \sqsubseteq r_d$  alors  $(\mathbf{at-least} \ n_c \ r_c) \sqsubseteq (\mathbf{at-least} \ n_d, \ r_d)$   
 Si  $n_c \leq n_d$  et  $r_c \sqsubseteq r_d$  alors  $(\mathbf{at-most} \ n_c \ r_c) \sqsubseteq (\mathbf{at-least} \ n_d, \ r_d)$

FIG. 1.4 – Des exemples de règles de subsomption.  $\sqsubseteq$  dénote la relation de subsomption;  $C$  et  $D$  des concepts;  $r_c$  et  $r_d$  des rôles et  $n_c$  et  $n_d$  des entiers.

concept est l'ensemble des individus qui sont dénotés par ce concept. L'*intension* d'un concept fait référence à l'ensemble des propriétés, par exemple le fait de « posséder des pattes ». Les propriétés des concepts sont des propriétés partagées par tous les individus du concept.

### 1.2.1 Classification hiérarchique

Les concepts sont organisés dans une hiérarchie par la relation de subsomption. La notion de subsomption correspond à la notion de généralité entre concepts : un concept subsume un autre concept s'il est plus général que ce dernier. Il existe quatre définitions de la subsomption [Napoli, 1992a] :

**Définition en extension** :  $A$  subsume  $B$  si l'ensemble des individus dénotés par  $A$  contient l'ensemble des individus dénotés par  $B$ . Dans les langages de classes, par exemple, les individus sont représentés par des instances : si l'on note respectivement  $I_A$  et  $I_B$  l'ensemble des instances de la classe  $A$  et de la classe  $B$ , alors  $A$  subsume  $B$  en extension si  $I_B$  est inclus dans  $I_A$ .

**Définition en intension** :  $A$  subsume  $B$  si tout individu décrit par  $B$  l'est aussi par  $A$ . Par exemple, si les individus sont décrits par des propriétés, on peut déclarer que  $A$  subsume  $B$  si l'ensemble des propriétés de  $A$  nommé  $P_A$  est inclus dans l'ensemble des propriétés de  $B$  nommé  $P_B$ .

**Définition logique** :  $A$  subsume  $B$  si être un individu décrit par  $B$  implique logiquement d'être un individu décrit par  $A$ .

**Définition clausale** : Une clause  $C$  subsume une clause  $D$  si  $D$  implique  $C$ . Une clause  $C$   $\theta$ -subsume une clause  $D$  si le nombre de littéraux de  $C$  est inférieur au nombre de littéraux de  $D$  et s'il existe une substitution  $\theta$  telle que  $C\theta \sqsubseteq D$ .

Les deux premières définitions sont les plus utilisées.

Dans les logiques terminologiques, la subsomption de concepts est définie par l'intension des concepts. Cela signifie que ce sont les constructeurs qui définissent les concepts qui sont comparés. Le test de la subsomption débute par une phase de normalisation des concepts. Cette phase produit des formes normales de concepts qui pourront être ensuite comparées. Des exemples de règles de subsomption sont présentés figure 1.4.

Dans les représentations par objets, la subsomption entre deux objets  $O_1$  et  $O_2$  est définie par une subsomption sur les attributs  $\sqsubseteq_a$  :  $O_1 \sqsubseteq O_2$  si pour tout attribut  $a$  de  $O_1$ ,

$a$  est un attribut de  $O_2$  tel que  $a(O_1) \sqsubseteq_a a(O_2)$ . La définition de la subsomption d'attribut dépend de la définition de l'attribut et porte donc sur le type, les contraintes de types ou les valeurs de l'attribut.

La *classification hiérarchique* est un processus qui opère sur une hiérarchie et permet d'insérer une nouvelle classe dans une hiérarchie de classes. L'algorithme proposé pour les logiques terminologiques a été adapté pour les représentations par objets dans [Napoli, 1992a, Napoli, 1992b, Napoli, 1993]. Il comporte trois étapes : la recherche de l'ensemble des subsumants les plus spécifiques SPS ; la recherche de l'ensemble des subsumés les plus généraux SPG et la mise en place de nouvelles relations de spécialisation entre le concept à classer et les concepts des ensembles SPG et SPS. La recherche des subsumants les plus spécifiques est présentée par l'algorithme 1.

---

**Algorithme 1** Recherche-SPS( $X, O^*$ ),  $X$  est l'objet à classer,  $O^*$  est le sommet courant de la hiérarchie

---

```

Si  $O^*$  est marqué alors
    retourner  $\emptyset$ 
sinon
    marquer  $O^*$ 
    Si  $O^* \not\sqsubseteq X$  alors
        marquer tous les descendants de  $O^*$ .
        retourner  $\emptyset$ 
    sinon  $\{O^*$  est temporairement le subsumant le plus spécifique $\}$ 
        Si  $O^*$  est une feuille alors  $\{O^*$  est le subsumant le plus spécifique $\}$ 
            retourner  $\{O\}^*$ 
        sinon
            SPS =  $\emptyset$ 
            Pour tout D descendant de  $O^*$  Faire
                SPS = SPS  $\cup$  Recherche-SPS(D,X)
            fpour
            Si SPS1 =  $\emptyset$  alors
                retourner X
            sinon
                retourner SPS
        fsi
    fsi
fsi
fsi

```

---

La subsomption étant définie en intension, les subsumants les plus spécifiques sont les objets dont toutes les caractéristiques sont possédées par l'objet à classer. La recherche de l'ensemble SPG consiste à rechercher parmi les descendants des éléments de SPS ceux



qui sont subsumés par l'objet à classer. Ce sont ceux qui possèdent toutes les propriétés de l'objet à classer.

### 1.2.2 Classification d'instances

La *classification d'instances*, que l'on appelle aussi *instanciation* dans les logiques terminologiques, consiste à déterminer la (ou les) classe(s) à l'extension de laquelle une instance pourrait appartenir. Ce terme ne doit pas être confondu avec la définition de l'instanciation dans les langages de classes qui consiste à créer une instance à partir d'une classe.

**Conditions nécessaires et suffisantes :** Dans les logiques terminologiques, les concepts peuvent être *définis* ou *primitifs*. Cette distinction entre les concepts permet de définir si les propriétés d'un concept sont des conditions nécessaires et suffisantes de l'appartenance d'une instance à une classe ou si ces propriétés sont des conditions nécessaires. Les propriétés d'un concept constituent toujours des conditions nécessaires d'appartenance d'une instance à une classe. Toutefois, un sous-ensemble des propriétés peuvent constituer des conditions suffisantes.

Pour illustrer cela, prenons l'exemple classique du triangle équilatéral : un triangle équilatéral possède à la fois trois côtés égaux et trois angles égaux. Les deux conditions sont des conditions nécessaires. Mais pour vérifier qu'un triangle est équilatéral, il est suffisant de vérifier que le triangle possède trois angles égaux (ou trois côtés égaux). Cette propriété est donc une condition nécessaire et suffisante.

**Instanciation :** Dans les logiques terminologiques, les assertions données dans la A-box sont des déclarations faisant intervenir les instances. Les assertions permettent alors de caractériser les instances. Les concepts sont définis dans la T-box. La classification consiste donc à retrouver dans la T-box le concept dont un individu, dont les propriétés sont décrites dans la A-box, est susceptible d'être instance. Deux hypothèses régissent cette classification : l'hypothèse du nom unique (deux noms différents font référence à deux individus différents) et l'hypothèse du monde ouvert (un fait n'est prouvé faux que si cela a été établi). Du fait que le monde soit ouvert, la classification est partielle et non définitive et peut être complétée si de nouveaux faits sont introduits dans la A-box.

Une sémantique est associée à la description des constructeurs. Cette sémantique permet de fixer le lien entre l'intension d'un concept décrite par les constructeurs et l'extension du concept qui est l'ensemble des individus dénotés par le concept. Elle régit donc toute la classification d'instances. La sémantique est la donnée d'un ensemble  $\Delta_{\mathcal{I}}$  et d'une fonction d'interprétation  $\cdot^{\mathcal{I}}$  qui, à un concept, associe une partie de l'ensemble  $\Delta_{\mathcal{I}}$  et à un rôle associe un ensemble de couple de  $\Delta_{\mathcal{I}} \times \Delta_{\mathcal{I}}$ . Un individu est classé dans un concept  $C$  s'il appartient à l'interprétation de  $C$ .

<b>top</b>	$\Delta_{\mathcal{I}}$
<b>bottom</b>	$\emptyset$
<b>(and <math>C_1 \dots C_n</math>)</b>	$\bigcap_{1 \leq i \leq n} C_i^{\mathcal{I}}$
<b>(or <math>C_1 \dots C_n</math>)</b>	$\bigcup_{1 \leq i \leq n} C_i^{\mathcal{I}}$
<b>(not <math>C</math>)</b>	$\Delta_{\mathcal{I}} \setminus C^{\mathcal{I}}$
<b>(all <math>R C</math>)</b>	$\{x \in \Delta_{\mathcal{I}} \mid \forall y \in \Delta_{\mathcal{I}} : (x, y) \in R^{\mathcal{I}} \Rightarrow y \in C^{\mathcal{I}}\}$
<b>(at-least <math>n R C</math>)</b>	$\{x \in \Delta_{\mathcal{I}} \mid \text{card}\{y \in \Delta_{\mathcal{I}} \mid (x, y) \in R^{\mathcal{I}} \wedge y \in C^{\mathcal{I}}\} \geq n\}$
<b>(at-most <math>n R C</math>)</b>	$\{x \in \Delta_{\mathcal{I}} \mid \text{card}\{y \in \Delta_{\mathcal{I}} \mid (x, y) \in R^{\mathcal{I}} \wedge y \in C^{\mathcal{I}}\} \leq n\}$

TAB. 1.1 – Sémantiques des principaux constructeurs de concepts.

**Classification incertaine :** La classification dans SHIRKA ou TROPES se décline en trois niveaux : sûre, possible<sup>1</sup> et impossible. Ces trois niveaux sont liés au fait que toute l'information d'une instance n'est pas forcément connue. En effet, si tous les attributs définis dans la classe sont des attributs dont les valeurs sont connues dans l'instance et de plus sont compatibles avec les domaines définis dans la classe, alors la classification est sûre ; si une des valeurs des attributs de l'instance ne correspond pas au domaine des attributs de la classe, alors la classification est impossible ; si toutes les valeurs connues des attributs d'une instance correspondent aux domaines des attributs d'une classe, mais qu'il existe des attributs possédés par la classe dont la valeur est inconnue dans l'instance, alors la classification est possible.

**Classification et point de vue :** Dans TROPES, un concept peut posséder différents points de vue. Une instance peut être classée dans plusieurs classes à condition que ces classes appartiennent à des points de vue différents d'un même concept. Cette classification cherche à définir les classes d'appartenance d'une instance parmi les différents points de vue d'un concept. La classification d'une instance  $I$  dans un concept  $K$  est un processus itératif qui cherche à tester une classe  $C$  dans un point de vue  $PV$  et dont les étapes sont : l'obtention d'information par demande à l'utilisateur de valeurs d'attributs ; la recherche des classes sûres, possibles et impossibles pour l'instance parmi les sous-classes de  $C$  dans le point de vue  $PV$  ; la propagation des marques sûres, possibles et impossibles parmi toutes les classes du concept  $K$  ; l'inférence de valeurs d'attributs et le choix de nouveaux point de vue et concept pour lesquels la classification va se poursuivre [Mariño, 1993].

**Passerelle et point de vue :** La classification dans TROPES utilise la notion de passerelles entre classes [Capponi, 1995]. Une passerelle entre un ensemble de classes sources  $C_1 \dots C_n$  et une classe destination  $C_d$  signifie que si une instance appartient à l'intersection des extensions des classe  $C_1 \dots C_n$ , alors cette instance appartient à l'extension de la classe  $C_d$ . Par conséquent, si une instance est classée dans toutes les classes  $C_1 \dots C_n$ , alors cette instance est classée dans la classe  $C_d$ . Lorsque la classification est bloquée dans un point

1. Dans [Euzenat et Rechenmann, 1995], la valeur « sûre » est renommée « possible » et la valeur « possible » « inconnue ».

de vue, ces passerelles permettent de poursuivre la classification dans un autre point de vue.

**Construction d'instance :** La construction d'instance est effectuée généralement par l'utilisateur du système. Or, la classification peut permettre la construction progressive des instances par l'inférence de valeurs d'attributs à l'aide des réflexes (`$default`, `$sib-exec`, etc..). Toutefois, ces inférences ne sont pas nécessairement valides. En effet, utiliser les réflexes n'est valide que si les instances ont déjà été classées dans les classes, alors que c'est justement ce que l'on cherche à faire (sauf dans le cas où la classification a été obtenue par une passerelle). Un raisonnement hypothétique permettant d'utiliser l'inférence par réflexes a été proposé dans [Girard, 1995]. Ce raisonnement permet de construire l'instance au fur et à mesure de sa classification en vérifiant si les inférences effectuées en associant l'instance à la classe ne provoquent pas d'incohérence dans la base de connaissances.

## 1.3 Les relations

Nous avons vu dans la première partie différents systèmes de représentation de connaissances. Dans tous ces systèmes apparaît la notion de relation. Nous allons approfondir cette notion dans cette partie afin de comprendre ce qu'est une relation et quelles connaissances peut-on représenter portant sur les relations.

### 1.3.1 Dans les systèmes de représentation de connaissances

#### Dans les réseaux sémantiques

Dans les réseaux sémantiques, les concepts sont décrits par les relations qu'ils possèdent avec les autres concepts. La relation est donc fondamentale mais elle est binaire et elle est un simple lien entre concepts.

#### Dans les langages de frames

Une relation permet de créer une dépendance entre deux frames. La relation et sa relation inverse sont définies grâce à deux liens orientés, réciproques l'un de l'autre, chaque lien étant représenté par un attribut muni d'une facette de typage et d'une facette lien-inverse. Le frame de départ s'appelle domaine de la relation, tandis que le frame d'arrivée, dans lequel la relation prend ses valeurs, s'appelle co-domaine de la relation [Napoli, 1992a].

#### Dans les graphes conceptuels

Les graphes sont définis par deux ensembles : un ensemble de sommets et un ensemble d'arêtes. Les arêtes peuvent être considérées comme des relations entre sommets. La comparaison des arêtes est une opération de base pour étudier le morphisme de graphes. Les arêtes peuvent être orientées et étiquetées.

Dans les graphes conceptuels [Sowa, 1984, Chein et Mugnier, 1992], la relation tient une place importante dans la définition. Les relations sont des structures typées reliant

des concepts et elles sont regroupées en classes. À l'origine, les relations ne forment pas une hiérarchie, mais il existe une extension du formalisme initial des graphes conceptuels permettant de spécialiser des relations. Les relations sont n-aires et elles sont représentées par des profils permettant de désigner un type pour chaque concept relié par la relation (le profil est appelé star graphe).

### Dans les logiques terminologiques

Une relation correspond à l'instanciation d'un rôle : une relation associe deux objets qui existent effectivement ou bien fixe une cardinalité pour un rôle donné. Un rôle représente une propriété associée à un concept. Un rôle peut spécialiser un autre rôle. Les rôles peuvent être quantifiés.

### Dans les langages de classes

Les relations sont dans les premiers langages de classes [Masini *et al.*, 1989] des relations binaires. Ce sont en fait des liens orientés ou des pointeurs d'une classe vers une autre classe. La relation n'est pas réifiée ce qui signifie qu'elle n'est pas représentée par une classe. Elle possède un nom par lequel on peut accéder à la valeur. On peut typer la valeur de la relation.

Par la suite, des relations n-aires ont été définies. Une relation est alors définie pour une liste ordonnée de classes d'objets [Rumbaugh, 1987]. Le nombre de classes constitue le *degré* de la relation. Chaque classe est représentée par un champ identifié par sa position et auquel on peut assigner un unique nom de *rôle*. La valeur de la relation est un ensemble de tuples qui instancient les classes de la relation.

On peut associer à chaque champ une *cardinalité*. Celle-ci restreint le nombre de tuples appartenant à l'ensemble pour une instance donnée du champ. Par exemple, un employé ne peut travailler que pour une seule entreprise. La relation **employé-par** modélise le lien entre l'employé et l'entreprise. Les personnes travaillant dans l'entreprise sont modélisées par un ensemble de tuples (personne, entreprise). Une cardinalité 1 sur le rôle **personne-employée** impose qu'il ne doit exister qu'un seul tuple par instance de **personne** et par conséquent impose qu'une personne ne travaille que dans une entreprise.

Les opérations sur les relations sont : l'ajout d'un tuple à la valeur de la relation ; des opérations de requête ; la suppression et la modification. Les opérations de requête sont : le test de l'appartenance d'un tuple et les tuples présents pour une instance de champ donné.

### Dans le domaine de la vision à base de connaissances

La notion de relation est fondamentale en vision, en particulier dans le domaine de la vision à base de connaissances [Haralick et Shapiro, 1993]. Dans ce domaine, les attributs des objets sont considérés comme des relations unaires et valuées. Les objets sont décrits par un ensemble de relations. Les primitives sont des objets simples tels que les segments, les régions, ou d'autres objets dont la forme est complètement connue. La reconnaissance des modèles se fait par la comparaison et la transformation des relations (homomorphisme de graphes et autres opérations).

### 1.3.2 Des relations particulières

#### La relation est-un

Transitive, antisymétrique et réflexive, la relation « est-un » ou « sorte-de » est à la base des systèmes de représentation de connaissances et elle en est la relation à la fois la mieux connue et la mieux formalisée. Par exemple, elle permet de définir des spécialisations de classes dans les systèmes de RCO.

#### La relation partie-tout

La relation *partie-tout* est le deuxième type de relation étudiée dans les représentations par objets [Blake et Cook, 1987]. Selon [Winston *et al.*, 1987], cette relation possède plusieurs sens :

- la notion d’objets composés de plusieurs autres objets : par exemple, une voiture est composée d’une roue, d’une carrosserie, etc.
- la notion de membre – collection : une vache et son troupeau,
- la notion de portion – masse : une part de tarte,
- la notion matière – objet : le gin est un composant du martini,
- la notion spatiale : un oasis fait partie du désert,
- la notion structure-activité : le fait de payer fait partie de l’action « faire les magasins ».

Cette relation peut définir une hiérarchie sur les objets [Blake et Cook, 1987]. Cela a été utilisé dans [Napoli, 1992a] pour définir la co-subsumption. Cette relation a été implantée dans YAFOOL sous le nom **composé-de**. Le sens de la relation **composé-de** se réfère à la notion d’objets composés mais elle peut être aisément utilisée pour une relation de membre-collection.

#### Classes de liens entre objets

Dans [Fornarino et Pinna, 1990a, Fornarino et Pinna, 1990b], différentes classes de relations ont été étudiées. Cette étude a pour objectif d’explicitier les liens de dépendance entre les objets. Les classes représentent la signification des relations qu’elles modélisent.

**les liens conditionnels** : lors de modifications de l’objet influant, la cohérence de ces liens n’est rétablie que sous certaines propriétés.

**les liens sur propriétés** : les dépendances concernent parfois seulement certaines propriétés des objets en relation.

**les liens entre liens** : l’établissement de relations entre liens permet de déduire de nouvelles relations ou de détecter des incohérences.

**les liens à influants et/ou dépendants multiples** : une extension du concept de lien présenté jusqu’ici consiste à introduire plusieurs objets comme influants et/ou dépendants d’une relation.

**les liens à automates** : un automate est associé au lien. Selon les différentes activations du lien, l’automate change d’état, ce qui peut pour certains états aboutir à une modification des objets dépendants.

## 1.4 YAFOOL

Dans cette section, nous donnons une brève présentation du système de RCO Y3 [Ducournau, 1991], système que nous avons utilisé pour représenter les relations spatiales et implanter notre système de classification. Le système Y3 est composé du langage YAFOOL et de l'interface graphique YAFEN. Cette présentation ne se veut pas exhaustive et a pour but de mettre en évidence les caractéristiques de Y3 que nous avons utilisées.

### 1.4.1 Les concepts

Dans le langage YAFOOL, tout objet est un frame constitué d'un ensemble de propriétés (ou *slots*) descriptives, les attributs, ou procédurales, les méthodes. Les objets peuvent être des instances ou des classes<sup>2</sup>. Tout comme dans les langages de classes, l'opération d'instanciation y est définie : une instance peut être créée à partir d'une classe par la méthode `creation` ou par la déclaration d'instance `definstance`. Mais le lien entre instances et classes, appelé *lien d'instanciation*, est faible, c'est-à-dire qu'il peut évoluer : une instance qui a été créée initialement comme copie d'une classe peut être attachée à une autre classe. Le lien d'instanciation est alors modifié dynamiquement par la fonction `migre-instance`. La déclaration d'une classe se fait par la fonction `defmodele`. Toutefois, dans un souci de clarté du texte nous appellerons `defclasse`.

Un attribut est décrit par un ensemble de facettes. Les facettes sont de trois types : les facettes prédéfinies, les facettes-réflexes, nommées plus simplement réflexes, et les facettes utilisateurs. Les facettes prédéfinies sont nommées facettes standards. Par exemple, la facette `value` donne la valeur de l'attribut, `un` ou `des` fixe le type de la valeur. La facette `un` permet de définir qu'un attribut ne peut posséder qu'une unique valeur et la facette `des` que l'attribut peut posséder plusieurs valeurs. Dans YAFOOL, la notion de concept correspond à la notion de classe. La facette `un` caractérise un doublet classe-attribut. Étant attachée au doublet classe-attribut, elle peut être redéfinie dans n'importe quelle classe.

Les réflexes définis en YAFOOL sont :

- `si-besoin` est un réflexe de calcul de la valeur de l'attribut déclenché en l'absence de la valeur et après recherche de cette valeur dans la hiérarchie ; la valeur retournée par la fonction est affectée à l'attribut avec déclenchement des réflexes `si-possible` et `si-ajout`,
- `si-ajout`, `si-possible` et `si-enlève` se déclenchent lors de la modification de la valeur de l'attribut. Le réflexe `si-possible` est une fonction booléenne qui permet d'effectuer des vérifications de cohérence sur l'écriture d'une valeur d'attribut. Les réflexes `si-ajout` et `si-enleve` sont des procédures qui permettent de propager les effets d'un ajout ou, respectivement, d'un retrait de la valeur de l'attribut.

---

2. Une classe s'appelle en Y3 *modèle*, mais ce mot est à notre avis mal choisi. De plus, pour ne pas le confondre avec les modèles du domaine traité, nous continuerons à l'appeler classe.

## Méthodes et bi-méthodes

Les méthodes sont des fonctions associées à une classe. Elles permettent d'utiliser, sous un nom générique, différentes fonctions suivant le type de l'objet sur lequel est appliquée la méthode. Les bi-méthodes sont des fonctions associées à deux classes. Les bi-méthodes sont une des originalités de YAFOOL. Pour montrer leur expressivité, nous allons prendre l'exemple de la bi-méthode `saluer` [Ducournau, 1991] :

```
(definstance saluer
  (est-un bi-methode))

(defclasse GAULOIS
  (saluer
    (methode (gaulois)
              (print "-" frame* " et " slot* " se tapent sur le ventre."))
  )))

(defclasse DRUIDE
  (saluer
    (methode (gaulois)
              (print "- bonjour oh druide " slot*)
              (print "- enchanté madame " frame*))
  )))
```

La méthode donne deux résultats selon qu'elle est appliquée au couple (`GAULOIS`, `GAULOIS`) ou au couple (`GAULOIS`, `DRUIDE`). En effet, appliquée au couple (`astérix`, `obélix`) la méthode `saluer` rend :

- `astérix` et `obélix` se tapent sur le ventre.

Et appliquée au couple (`astérix`, `panoramix`) elle rend :

- `Bonjour oh druide panoramix`

- `enchanté madame astérix`

## Résolution de conflits d'héritage

Dans YAFOOL, l'héritage est multiple. Ce type d'héritage pose un problème lors de l'héritage des propriétés, en particulier pour les propriétés à valeur unique. Supposons qu'une classe `C` possède une propriété `p` avec la valeur `v`, une autre classe `D` définit la même propriété avec la valeur `w`, enfin une classe `E` hérite des deux classes `C` et `D`. Dans ce cas, le problème est de savoir si la valeur de la propriété `p` dans la classe `E` est `v` ou `w`. En YAFOOL, ce problème peut être réglé en utilisant la fonction `fget-conflict-set`. Cette fonction détermine l'ensemble des ascendants les plus spécifiques d'une classe dans lesquels la propriété recherchée possède une valeur. Cette fonction permet de connaître quelles sont les classes en conflit et ainsi permet à l'utilisateur de résoudre ce problème suivant la sémantique des propriétés.

## 1.4.2 La réflexivité dans YAFOOL

Dans YAFOOL, tout est objet : attributs, facettes, méthodes sont des instances des classes `ATTRIBUT`, `FACETTE` et `METHODE`. Ces classes peuvent donc posséder des propriétés qui représentent la connaissance qu'elles ont d'elles-mêmes. Cela permet d'établir la réflexivité du langage sous forme d'attributs de ces classes.

### Réflexivité des classes

Chaque classe dispose de plusieurs informations la concernant :

- sa position dans la hiérarchie : elle « connaît » l'ensemble de ses ascendants directs grâce à l'attribut `est-un` et l'ensemble de tous ses ascendants directs ou indirects par la fonction `fget-h0` ; l'ensemble de tous ses descendants directs à l'aide de l'attribut `instanciation` et l'ensemble de tous ses descendants directs ou indirects par la fonction `specialise-par` ; l'ensemble de toutes ses instances directes par l'attribut `instance` et l'ensemble de toutes ses instances directes ou indirectes (instances de classes plus spécialisées) par la fonction `instancie-par`.
- l'ensemble des propriétés – attributs, méthodes ou relations – qu'elle définit, cette information étant stockée dans l'attribut `liste-slot`.

### Réflexivité des propriétés

Une méthode ou un attribut « sait » sur quelles classes il est défini à l'aide d'un attribut nommé `liste-frame`. L'attribut `liste-frame` est le lien inverse de la relation `liste-slot`. Pour une méthode, l'attribut `liste-frame` est complété par un attribut `liste-model` qui référence l'ensemble des classes où cette méthode possède une valeur fonctionnelle. Cet ensemble correspond à l'ensemble des classes où elle est définie auquel s'ajoute l'ensemble des classes où elle est redéfinie.

Prenons, par exemple, la méthode `aller-en-forêt` définie dans la classe `PERSONNAGE`. La classe `GAULOIS` ne redéfinit pas cette méthode et la classe `DRUIDE` redéfinit cette méthode. L'instance `aller-en-forêt` possédera donc un attribut `liste-frame` dont la valeur ne contient que `PERSONNAGE` et un attribut `liste-model` dont la valeur contient `PERSONNAGE` et `DRUIDE`.

```
(defclasse PERSONNAGE
  (aller-en-forêt
    (methode ()
      (when (:? lieu-actuel (bercail))
        (:= lieu-actuel foret))
    )))

(defclasse GAULOIS
  (est-un personnage))

(defclasse DRUIDE
  (est-un gaulois))
```



```
(aller-en-forêt
  (methode ()
    (:>aller-en-forêt)
    (cueillir-du-gui)
  )))
```

### 1.4.3 Les relations

La définition des relations en YAFOOL est une spécialité de ce langage. Lorsqu'on déclare une relation entre deux objets, une instance de la classe `RELATION` est créée. La classe `RELATION` de YAFOOL est une spécialisation de la classe `ATTRIBUT`.

Une facette prédéfinie permet de définir le `lien-inverse` d'une relation. Par exemple, la relation `possède` a pour lien inverse la relation `est-possédé-par`. Au lien inverse est attaché un maintien de la cohérence sur la valeur des relations : la modification d'une valeur de la relation `possède` modifie la valeur de la relation `est-possédé-par`.

La réification de relation peut être utilisée pour redéfinir des classes de relations particulières et adapter ces classes à un problème donné. Par exemple, on peut définir une relation `RELATION NUMÉRIQUE` par la classe avec des attributs particuliers :

```
(defclasse RELATION-NUMÉRIQUE
  (est-un RELATION)
  (quantité (est-un.FLOAT))
  (unité (est-un.SYMBOL)))
```

Les relations peuvent posséder des attributs et s'organiser en hiérarchie tout comme les concepts. La relation est donc un concept à part entière. Dans YAFOOL la connaissance qui porte sur les relations est représentable à condition de différencier ce qui est « connaissances propres à la relation » de ce qui est « connaissances liées à la relation entre concepts ». Prenons l'exemple de la possession : « un homme possède deux vaches » : homme et vache sont en relation par la relation « possède », la propriété « quantité égale à deux » caractérise ce couple et non la relation « possède ». En effet, lorsque l'on possède, on peut posséder plus que deux, la quantité est donc une propriété liées à ce couple (homme,vache). En revanche, quels que soient les objets possédés une possession exprimée en hectares sera toujours cent fois la possession exprimée en ares et cela quelque soit les objets possédés.

## 1.5 Conclusions

Dans les systèmes de représentation de connaissances la notion de relation est fondamentale. En effet, un domaine est décrit par les entités du domaine et les relations qui les lient. Les relations sont considérées comme des liens entre deux entités. Ces entités sont des frames dans les langages de frames, des objets dans les langages orientés objets, ou des sommets dans les graphes. Les liens sont généralement orientés et étiquetés. La définition proposée par [Kilov, 1992] nous semble pertinente : deux objets sont en relation si le comportement de l'un des deux objets modifie l'autre objet.

Toutefois, lorsqu'on parle de relation, deux points de vue peuvent s'opposer. En effet, on peut considérer la relation comme un lien entre deux objets ou comme un concept à part entière. Les propriétés du premier type de relation sont liées aux objets concernés par la relation : la modélisation de ce type de relation passe par la définition des interactions entre les deux objets. La modélisation des relations considérées comme des classes consiste à définir les propriétés des relations, et cela indépendamment des objets qui peuvent être attachés à la relation, ou suivant les classes qui sont liées par la relation.

Dans les systèmes de représentation des connaissances par objets, la sémantique d'une relation est donnée par son identificateur. Toutefois, dans YAFOOL la relation est réifiée et donc est instance d'une classe `RELATION`. Spécialiser cette classe permettrait de donner une sémantique différentes de la relation en définissant des propriétés propres à la relation.



# Chapitre 2

## Représentation qualitative de l'espace

### 2.1 Introduction

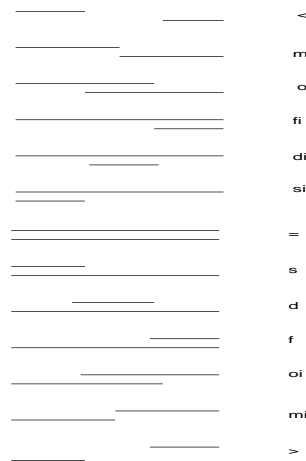
La représentation qualitative de l'espace est une représentation où l'espace est décrit à l'aide de relations entre les différents objets qui y sont présents. Pour se donner une telle représentation, on fait appel au sens cognitif du terme espace. La question est de savoir comment l'homme se représente l'espace.

L'homme utilise sa propre représentation de l'espace afin de se donner une représentation du temps. En revanche, les chercheurs ont doté la machine d'une représentation du temps avant de la doter d'une représentation de l'espace. Ainsi, les principes de la représentation de l'espace se basent sur les principes de la représentation du temps, en particulier d'après des articles de Allen [Allen, 1983] et de Freksa [Freksa, 1992].

Dans un premier temps, nous décrirons les différentes représentations de l'espace qui ont été définies dans la littérature. Nous commencerons par la plus ancienne : la représentation basée sur des intervalles. Les approches qui ont suivi se sont plutôt attachées à donner une ontologie de l'espace. Définir une ontologie revient à déterminer tous les concepts qui modélisent un domaine et les relations les liant. Nous nous consacrerons ici plus particulièrement aux relations liant des concepts spatiaux. Ces relations sont généralement divisées en trois groupes : les relations topologiques, les relations de distance et les relations d'orientation. Les relations d'orientation et de distance sont définies dans des cadres de référence. Enfin nous montrerons les différents types de raisonnements utilisés avec ces représentations de l'espace et les différents types de problèmes qu'elles ont permis de résoudre.

#### La représentation du temps à partir d'intervalles

La représentation du temps de Allen [Allen, 1983] définit une ontologie du temps basée sur treize relations entre deux unités de temps. Les treize relations présentées sur la figure 2.1 sont :  $<$  (avant) ;  $m$  (rencontre) ;  $o$  (recouvrir) ;  $f$  (est fini par) ;  $s$  (commence avec) ;  $=$  (égal) ;  $d$  (pendant). Les relations inverses sont :  $mi$  ;  $di$  ;  $si$  ;  $di$  ;  $>$  ;  $oi$ . Ces relations peuvent être obtenues en comparant les instants de début et de fin des deux intervalles de temps considérés. Ces relations ont été dédiées à un raisonnement par propagation de contraintes basé sur une table de composition. Ce raisonnement est présenté

FIG. 2.1 – *Les treize relations de Allen.*

dans la partie 2.4.4. Cette ontologie présente l'avantage d'être complète en ce sens que toutes les relations possibles entre deux unités de temps sont représentées. Cette représentation est, à notre connaissance, la plus utilisée dans une représentation qualitative du temps.

Les travaux concernant la représentation qualitative de l'espace ont essayé de reproduire une ontologie semblable de l'espace. Ces travaux ont tenté d'étendre cette représentation par l'adaptation de relations provenant d'un espace de dimension 1 à un espace de dimension 2. Les unités abstraites temporelles deviennent des unités abstraites spatiales.

## 2.2 Représentation de l'espace basée sur des intervalles

Les méthodes de représentation de l'espace basées sur des intervalles consistent à représenter les objets par des intervalles et à comparer la position de ces intervalles.

### 2.2.1 Pour les bases de données image

Un des problèmes des bases de données image est de se doter d'un langage de requêtes permettant de décrire les images à rechercher dans la base de données. Il peut notamment être résolu par l'utilisation des « 2D Strings ». Les « 2D Strings » sont des chaînes de symboles qui codent des images. Les symboles sont de deux types : des symboles qui représentent les points des objets, ceux-ci étant définis par une étiquette ( $a$  ou  $b$  dans la suite) ; des symboles qui représentent des relations entre les objets.

Les objets sont des ensembles de points de l'image. À un point de l'image peut correspondre plusieurs objets, par conséquent un point de l'image n'est pas un pixel traditionnel mais un ensemble de points appartenant à des objets distincts.

Le codage se fait par rapport aux deux axes ( $Ox$ ) et ( $Oy$ ), c'est-à-dire que la position relative de deux objets est caractérisée par deux chaînes : une chaîne correspondant à la position relative des objets par rapport à l'axe ( $Ox$ ) et une autre chaîne correspondant à

d:e	d, e		
<		b	c
b=c		a	
<		a	
a=a		a	

$a=d:e < a=b < c$

FIG. 2.2 – Codage d'objets par les « 2D Strings ».

la position des objets par rapport à l'axe ( $Oy$ ). Les symboles des relations définis dans la première représentation sont [Chang *et al.*, 1987]:

$$a < b$$

la position de  $a$  se trouve avant la position de  $b$ ,

$$a = b$$

la position de  $a$  est la même que la position de  $b$ ,

$$a : b$$

$a$  et  $b$  se trouvent dans le même ensemble, c'est-à-dire que  $a$  et  $b$  possèdent un point au même emplacement.

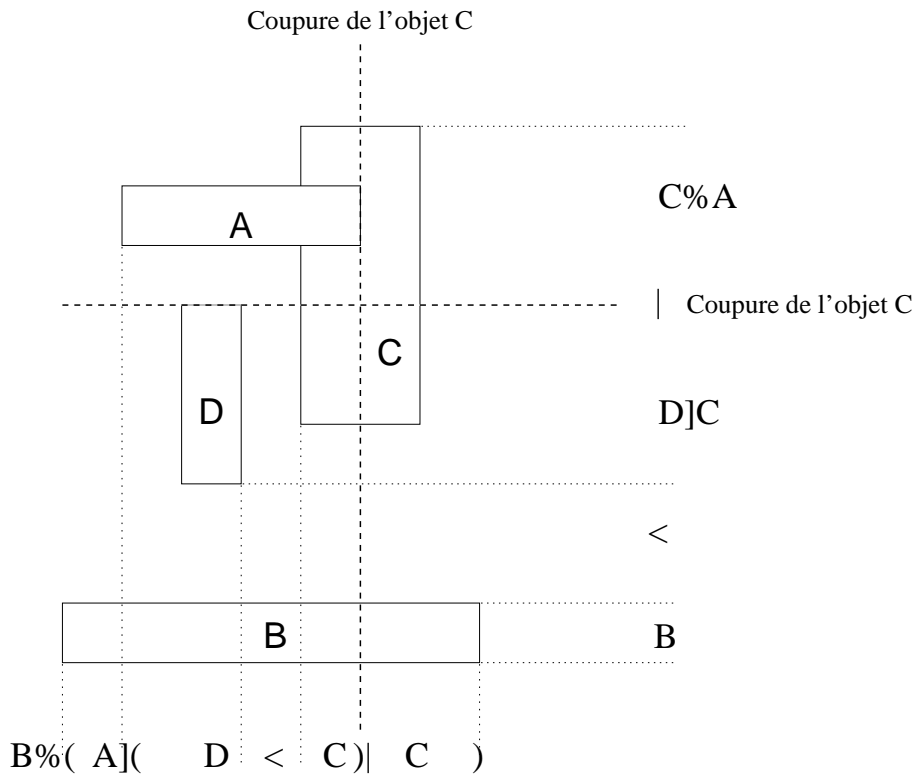
La position de l'objet global n'est pas caractérisée : ce sont les positions des points de l'objet qui sont codées. Un exemple de ce codage est présenté dans la figure 2.2.

La position globale des objets peut être caractérisée : les objets sont approximés par leur rectangle d'encadrement dont les côtés sont parallèles aux axes ( $Ox$ ) et ( $Oy$ ). De plus, de nouveaux opérateurs ont été ajoutés et caractérisés par des comparaisons entre les débuts et les fins des rectangles :

- $a < b \equiv \text{fin}(a) < \text{début}(b)$  :  $a$  est avant  $b$ ,
- $a = b \equiv \text{début}(a) = \text{début}(b)$  et  $\text{fin}(a) = \text{fin}(b)$  :  $a$  est égal à  $b$ ,
- $a|b \equiv \text{fin}(a) = \text{début}(b)$  :  $b$  débute avec la fin de  $a$ ,
- $a\%b \equiv \text{début}(a) < \text{début}(b)$  et  $\text{fin}(a) > \text{fin}(b)$  :  $a$  recouvre totalement  $b$ ,
- $a[b \equiv \text{début}(a) = \text{début}(b)$  et  $\text{fin}(a) > \text{fin}(b)$  :  $a$  recouvre  $b$  et commence avec  $b$ ,
- $a]b \equiv \text{début}(a) < \text{début}(b)$  et  $\text{fin}(a) = \text{fin}(b)$  :  $a$  recouvre  $b$  et finit avec  $b$ ,
- $a|b \equiv \text{début}(a) < \text{début}(b) < \text{fin}(a) < \text{fin}(b)$  :  $a$  et  $b$  se chevauchent.

Sur la figure 2.3, la projection sur l'axe horizontal donne :  $A\%D$  ;  $A/C$  ;  $D < C$ , ce qui ne peut pas être codé par une seule chaîne. Par conséquent, l'objet  $C$  est découpé selon les deux axes. Les chaînes suivantes codent les objets de la figure, la chaîne  $u$  code les objets selon l'axe horizontal et la chaîne  $v$  selon l'axe vertical.

$$\begin{aligned} u &= B\%((A] (D < C)) | C) \\ v &= B < ((D] C) | (C\%A) \end{aligned}$$

FIG. 2.3 – Codage d'objets par les « 2D  $C^+$  Strings »

Enfin, lorsque dans [Huang et Jean, 1994], sont ajoutées des notions métriques à cette représentation, cette méthode se détache des représentations qualitatives et permet de donner une représentation hybride qualitative-quantitative.

On peut voir dans ces opérateurs une grande similitude avec la représentation du temps de Allen, bien que cette approche ne s'en soit apparemment pas inspirée. En fait, les relations sont identiques aux relations de Allen, sauf les relations inverses qui ne sont pas représentées. La notion de l'espace est exprimée par le fait que deux dimensions sont représentées.

Ces relations ne sont applicables que pour des objets en deux dimensions, mais peuvent être étendues à trois dimensions. En effet, cette méthode peut être considérée comme une projection des objets sur les axes verticaux et horizontaux. En ajoutant un troisième axe, on peut alors considérer le cas des objets en trois dimensions.

Le principal problème de cette méthode est que celle-ci approxime les objets par des rectangles d'encadrement parallèles aux axes verticaux et horizontaux. Ce problème est illustré dans la figure suivante 2.4. Les deux configurations ont le même codage :

$$\begin{aligned} u &= B\%A \\ v &= B\%A \end{aligned}$$

Par conséquent, si les objets à décrire possèdent des formes plus complexes que des rectangles parallèles aux axes, cette méthode n'est pas satisfaisante.

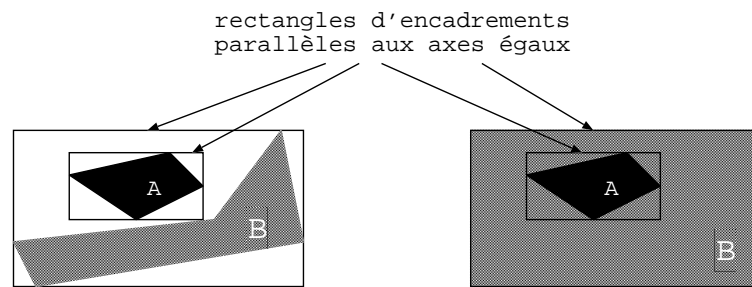


FIG. 2.4 – Configuration différentes ayant le même codage « 2D C String ».

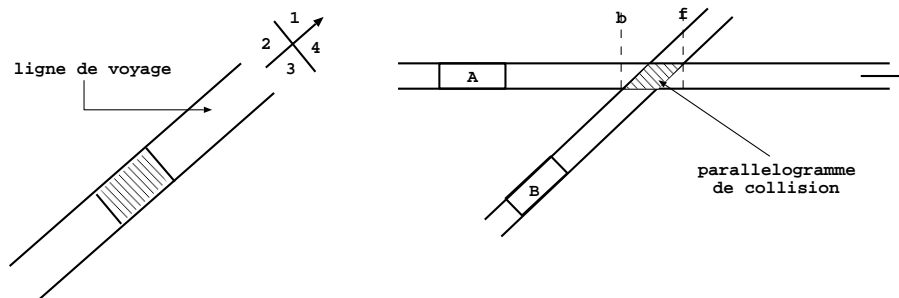


FIG. 2.5 – Le modèle de Mukerjee.

### 2.2.2 Le modèle de Mukerjee

Le modèle présenté dans [Mukerjee et Joe, 1990] se base sur la logique des intervalles de Allen. Un objet est approximé par un rectangle d'encadrement orienté selon l'axe principal de l'objet. Un sens de parcours est choisi en fonction de la nature de l'objet. Ce sens définit « l'avant » de l'objet. L'espace est alors divisé en quatre cadrans constituant des cadrans d'orientation pour les autres objets. De plus, à chaque objet est associée une ligne de voyage qui constitue le prolongement du rectangle d'encadrement selon la direction principale. Celle-ci va servir à décrire plus précisément la position entre deux objets  $A$  et  $B$ . Le parallélogramme produit par l'intersection des lignes de voyage de  $A$  et  $B$  est appelé parallélogramme de collision des deux objets (figure 2.5).

La position de  $A$  par rapport à  $B$  est définie par un couple de valeurs  $(x, y)$ . Le segment  $[b, f]$  est la projection du parallélogramme de collision sur la ligne de voyage de  $A$ ,  $x$  correspond à la position de l'avant de  $A$  par rapport à  $[b, f]$  et  $y$  à la position de l'arrière de  $A$  par rapport à  $[b, f]$ .  $x$  et  $y$  peuvent prendre les valeurs  $\{-, b, i, f, +\}$  avec, pour  $x$  par exemple,  $-$  correspondant à  $x < b$ ,  $b$  à  $x = b$ ,  $i$  à  $b < x < f$ ,  $f$  à  $x = f$  et enfin  $+$  à  $x > f$ . On peut alors qualifier la position de  $A$  par rapport à l'objet  $B$  par les relations définies par Allen.



### 2.2.3 Conclusion

Les « 2D String » et les projections symboliques permettent de comparer facilement des situations données et en particulier de comparer des images en comparant des chaînes de symboles. Les relations présentées ici sont facilement calculables. Ces techniques ont aussi l'avantage d'être invariantes par un agrandissement ou un rétrécissement de l'image. Toutefois, deux objets ne peuvent être mis en correspondance qu'à la condition qu'aucune rotation n'ait été effectuée.

Le modèle de Mukerjee fut le premier – à notre connaissance – à prendre en compte une orientation intrinsèque, c'est-à-dire dépendante de l'objet pour lequel l'orientation est calculée. Ce modèle permet un raisonnement sur le mouvement des objets. Considérer une orientation intrinsèque, c'est aussi s'affranchir du problème délicat de l'orientation des objets, c'est-à-dire du point de vue sous lequel les objets sont observés. De plus, cette approche possède l'avantage de n'être pas basée sur une modélisation mathématique du mouvement, mais sur une approche qualitative, et par conséquent de permettre des approximations.

Toutefois, les approches présentées précédemment possèdent toutes un inconvénient majeur qui est d'approximer des objets par des rectangles d'encadrement, ce qui signifie que cette approximation réduit les objets à une unique forme géométrique. Cette technique, simplifiant largement le problème posé, ne peut pas être adaptée dans le cadre de nombreuses d'applications. Pour s'en convaincre il suffit de comparer cette forme – quelle qu'elle soit – à toutes les formes possibles et imaginables que peut prendre un objet. De plus, ces approches ne prennent pas ou peu en compte la représentation humaine de l'espace. Or, notre but est de nous rapprocher d'une description humaine. Ces approches ne sont donc pas utilisables.

## 2.3 Relations spatiales

### 2.3.1 Les relations topologiques

La topologie, prise dans un sens très large, étudie les propriétés des figures géométriques invariantes par homéomorphie, correspondance biunivoque transformant les voisinages en voisinages. Les relations définies dans les théories de la topologie sont invariantes par translation, rotation, agrandissement et rétrécissement. Par conséquent, elles sont indépendantes de l'orientation des objets.

#### La méréologie

La méréologie est l'étude des relations « partie-tout » et des axiomes définissant ces relations. La méréologie est définie par une relation  $P(x, y)$  «  $x$  est une partie de  $y$  » respectant les propriétés de réflexivité, d'antisymétrie et de transitivité :

$$\begin{aligned} \forall x & : P(x, x) \\ \forall x, y & : P(x, y) \wedge P(y, x) \Rightarrow x = y \\ \forall x, y, z & : P(x, y) \wedge P(y, z) \Rightarrow P(x, z) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
PP(x, y) &\equiv_{def} P(x, y) \wedge \neg P(y, x) \\
O(x, y) &\equiv_{def} \exists z : P(z, x) \wedge P(z, y) \\
U(x, y) &\equiv_{def} \exists z : P(x, z) \wedge P(y, z) \\
OX(x, y) &\equiv_{def} O(x, y) \wedge \neg P(x, y) \\
UX(x, y) &\equiv_{def} O(x, y) \wedge \neg P(y, x) \\
PO(x, y) &\equiv_{def} OX(x, y) \wedge OX(x, y) \\
PU(x, y) &\equiv_{def} UX(x, y) \wedge UX(x, y)
\end{aligned}$$

FIG. 2.6 – Les relations méréologiques.

À partir de cette relation, sept relations peuvent être définies. Elles sont présentées dans la figure 2.6. Certaines des relations ainsi définies possèdent un sens clair. C'est le cas de  $PP(x, y)$  «  $x$  est une partie propre de  $y$  »,  $O(x, y)$  «  $x$  recouvre en tout ou partie  $y$  », etc. En revanche, il est plus difficile de trouver un sens pour la relation  $U(x, y)$ . Cette relation signifie qu'il existe  $z$  tel que  $x$  et  $y$  sont une partie de  $z$ .

### La méréotopologie

Clarke [Clarke, 1981, Clarke, 1985] a proposé une formalisation logique des relations « est une partie de » basée sur la notion de connexion entre objets. Deux objets sont connectés, dénoté  $C(x, y)$  dans la suite, s'ils partagent un point. Le point est considéré dans le sens mathématique, c'est-à-dire comme un élément de dimension zéro. La théorie est définie par les axiomes suivants :

$$\begin{aligned}
\forall x & : C(x, x) \\
\forall x, y & : C(x, y) \Rightarrow C(y, x) \\
\forall x, y & : (\forall z : C(z, x) \Leftrightarrow C(z, y)) \Rightarrow x = y
\end{aligned}$$

À partir de la connexion, Clarke a défini cinq relations qui sont  $DC(x, y)$  «  $x$  est déconnecté de  $y$  » ;  $P(x, y)$  «  $x$  est une partie de  $y$  » ;  $PP(x, y)$  «  $x$  est une partie propre de  $y$  » ;  $O(x, y)$  «  $x$  recouvre en tout ou partie  $y$  » ;  $DR(x, y)$  «  $x$  est séparé de  $y$  ». Les relations  $C(x, y)$  «  $x$  est connecté  $y$  » et  $O(x, y)$  «  $x$  recouvre en tout ou partie  $y$  » signifient toutes deux que les objets partagent un point. Mais la relation  $O(x, y)$  signifie de plus que les objets partagent une partie d'eux-mêmes. Grâce à la différence entre ces deux relations, il introduit trois autres relations  $EC(x, y)$  «  $x$  est connexe à  $y$  »,  $TP(x, y)$  «  $x$  est une partie tangentielle de  $y$  » et  $NTP(x, y)$  «  $x$  est une partie non tangentielle de  $y$  » définies dans la table 2.1.

Dans la suite, d'autres théories [Randell *et al.*, 1992b, Vieu, 1991] ont été définies sur les relations topologiques. Une comparaison des différentes théories a été proposée dans [Varzi, 1996]. Ces théories sont généralement formalisées dans la logique du premier ordre. Ces théories diffèrent par le nombre des relations et l'interprétation que l'on peut faire des relations, ainsi que par les axiomes nécessaires à chaque théorie qui la renforcent ou

$DC(x, y)$	$\equiv_{def}$	$\neg C(x, y)$
$P(x, y)$	$\equiv_{def}$	$\forall z : C(z, x) \Rightarrow C(z, y)$
$PP(x, y)$	$\equiv_{def}$	$P(x, y) \wedge \neg P(y, x)$
$O(x, y)$	$\equiv_{def}$	$\exists z : P(z, x) \Rightarrow P(z, y)$
$DR(x, y)$	$\equiv_{def}$	$\neg O(x, y)$
$EC(x, y)$	$\equiv_{def}$	$C(x, y) \wedge \neg O(x, y)$
$TP(x, y)$	$\equiv_{def}$	$P(x, y) \wedge \exists z : EC(z, x) \wedge EC(z, y)$
$NTP(x, y)$	$\equiv_{def}$	$P(x, y) \wedge \neg \exists z : EC(z, x) \wedge EC(z, y)$

TAB. 2.1 – Les relations méréotologiques.

l'affaiblissent. Une discussion des axiomes à donner à une théorie suivant les propriétés désirées des objets est présentée dans [Varzi, 1998].

Les relations les plus utilisées et les plus connues sont les relations appartenant à la théorie « *RCC-8* » [Randell *et al.*, 1992b]. Ces relations sont appelées de différentes manières, mais nous les retiendrons sous les noms de : « *x recouvre partiellement y* » ; « *x est une partie propre tangentielle de y* » ; « *x est une partie propre non tangentielle de y* » ; « *x est égal à y* » ; « *x possède pour partie propre tangentielle y* » ; « *x possède pour partie propre non tangentielle y* » ; « *x est connexe à y* » ; « *x est déconnecté de y* ».

## Le calcul des relations

Ces relations sont formalisées par des axiomes logiques mais aussi par des méthodes de calcul [Egenhofer, 1989, Egenhofer et Sharma, 1993, Clementini *et al.*, 1993]. Ces méthodes de calcul peuvent être appliquées aussi bien aux bases de données spatiales qu'aux images. Il existe une dualité entre les théories logiques des relations topologiques et la vérification de relations par des méthodes. Les relations sont définies par des conditions formulées par des opérations sur les objets. Les opérations sont définies par des axiomes formulés à l'aide des relations.

Un objet peut être caractérisé par l'ensemble de ses points intérieurs et l'ensemble de ses points frontières. Les intersections de ces deux ensembles pour deux objets définissent huit relations topologiques [Egenhofer, 1989]. La table 2.2 montre la correspondance que l'on peut effectuer entre les intersections et les relations. L'ensemble  $\partial$  constitue la frontière de l'objet et  $\circ$  l'intérieur de l'objet. Les relations  $c@b$  et  $i@b$  signifient respectivement « *contient au bord* » et « *est inclus au bord* ».

Cette méthode retrouve les huit relations utilisées dans [Randell *et al.*, 1992b] en éliminant les combinaisons d'intersections impossibles. Cette méthode est intéressante car elle exprime les relations en termes de conditions calculables sur des objets.

La frontière intervient dans le calcul des relations du paragraphe précédent. La définition exacte de la frontière pose toutefois un problème. Selon Clarke, la frontière n'est pas un individu. En effet, la relation  $C$  est interprétée par « *partage un point* » et la relation  $O$  par « *partage une partie* ». Le problème de la frontière est particulièrement pertinent dans les images pixels. En effet, les pixels ne sont pas des points et ne possèdent pas de

	$\partial \cap \partial$	$\circ \cap \circ$	$\partial \cap \circ$	$\circ \cap \partial$
disjoint	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$
tangent	$\neg \emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$
se chevauche	$\neg \emptyset$	$\neg \emptyset$	$\neg \emptyset$	$\neg \emptyset$
c@b	$\neg \emptyset$	$\neg \emptyset$	$\emptyset$	$\neg \emptyset$
i@b	$\neg \emptyset$	$\neg \emptyset$	$\neg \emptyset$	$\emptyset$
inclus	$\emptyset$	$\neg \emptyset$	$\neg \emptyset$	$\emptyset$
contient	$\emptyset$	$\neg \emptyset$	$\emptyset$	$\neg \emptyset$
égal	$\neg \emptyset$	$\neg \emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$

TAB. 2.2 – Spécification des relations binaires topologiques en termes d'ensembles.

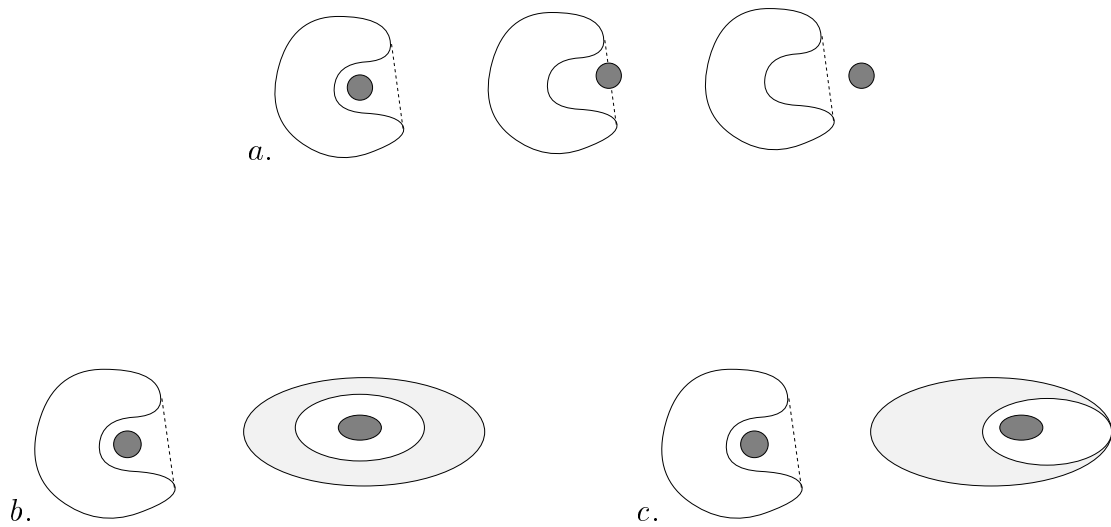


FIG. 2.7 – La caractérisation de l'extériorité et de l'intériorité entre objets. a) les relations INSIDE, P-INSIDE et OUTSIDE. b) La différenciation entre intérieur topologique et intérieur géométrique. c) La différenciation entre les relations GEO-INSIDE-OPEN et GEO-INSIDE-CLOSED.

frontières.

### Relations d'intériorité

Des relations ont été définies pour caractériser si une forme est à l'intérieur ou à l'extérieur d'une autre forme. Dans [Randell *et al.*, 1992b], les relations INSIDE, P-INSIDE (partiellement à l'intérieur) et OUTSIDE sont définies à l'aide d'une fonction  $conv(x)$  qui représente l'enveloppe convexe d'une forme. Ces relations sont visualisées sur la figure 2.7. Les relations GEO-INSIDE et TOP-INSIDE permettent de différencier des formes ouvertes et fermées.

### 2.3.2 Systèmes et objets de référence

Des études dans le domaine de la recherche psychologique ont montré que la localisation d'objets par l'homme nécessitait l'établissement de relations entre un objet et un ou deux objets de référence. Cette localisation se fait en trois étapes. Tout d'abord, l'objet à localiser – que l'on appelle généralement *LO* « located object » – est identifié, puis le ou les objets de référence *RO* sont sélectionnés. Enfin, la description linguistique de la relation est effectuée selon un certain point de vue. Toutes les informations présentées dans ce paragraphe sont issues de [Gapp, 1995].

L'interaction entre la perception de l'espace et le langage requis pour produire ou comprendre des expressions spatiales nécessite un système de référence. Il existe trois types de systèmes de référence :

- intrinsèque : c'est une caractéristique de l'objet de référence qui détermine l'expression de la relation,
- extrinsèque : ce sont les caractéristiques de l'environnement qui, ici, interviennent dans le choix de la relation,
- déictique : le choix de la relation est effectué selon un point de vue, qui peut être un point de vue général sur l'image, ou un point de vue à partir d'un objet appartenant à l'environnement.

Le choix du système de référence peut être guidé par la tâche globale à effectuer et doit simplifier cette tâche. Par exemple, il est plus facile de décrire une configuration spatiale complète par un système de référence déictique. En revanche, si l'objet de référence possède une orientation intrinsèque, par exemple l'avant de la voiture, le système intrinsèque sera préféré.

Le choix de l'objet de référence peut être effectué selon les critères qui relèvent soit des caractéristiques de *RO*, soit de l'environnement dans lequel les objets sont placés. Ces critères sont :

- sa distance à *LO* : lorsque l'objet *LO* est sélectionné, on peut définir une zone de recherche de l'objet *RO*, zone qui est proportionnelle à la taille de l'objet *LO*, en général le plus proche de tous les *RO* potentiels est choisi,
- un trait frappant de l'objet de référence : l'objet qui est le plus différent de tous les objets présents sera choisi, la différence s'exprimant en termes de surface, de forme, de couleur etc.
- la surface de *RO* : « What is smaller is preferably located with what is larger » [Gapp, 1995], à condition que tous les objets ne soient pas approximativement de la même taille et, dans ce cas, c'est la règle précédente qui s'applique,
- la mobilité : des objets qui sont stationnaires seront préférés à des objets qui peuvent bouger,
- le système de référence choisi et l'ensemble des relations qui sont exprimables dans ce référentiel,
- l'interprétation sémantique de l'objet de référence si elle est proche de l'objet à localiser,
- les dépendances fonctionnelles entre les objets présents dans l'environnement, par exemple une lettre est localisée par rapport à une boîte aux lettres,

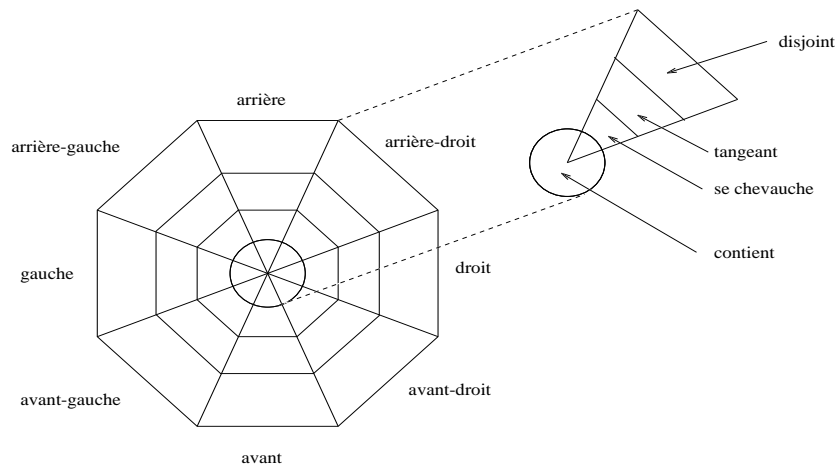


FIG. 2.8 – *Relations de position relative de formes [Hernández, 1994].*

- le contexte culturel de celui qui décrit l'image,
- les objets mentionnés auparavant : si on connaît déjà la position de certains objets, alors ces objets seront choisis plus souvent comme objets de référence.

### 2.3.3 Orientation par le sens de parcours

C. Schlieder définit une représentation de l'espace basée uniquement sur l'information d'orientation entre les objets [Schlieder, 1993, Schlieder, 1995b]. Dans un plan orienté, trois relations peuvent être définies entre trois points de l'espace : si les trois points sont parcourus dans le sens positif de l'espace, s'ils le sont dans le sens inverse ou s'ils sont alignés. Les relations sont formalisées par une expression qui peut prendre trois valeurs :

- si  $[p_1p_2p_3] = +$  alors  $p_1$  est à gauche de la droite  $(p_2p_3)$ ,
- si  $[p_1p_2p_3] = -$  alors  $p_1$  est à droite de la droite  $(p_2p_3)$ ,
- si  $[p_1p_2p_3] = 0$  alors les trois points sont alignés.

### 2.3.4 Orientation et topologie

Hernández s'intéresse dans ses travaux à des objets qui sont la projection sur un plan d'objets en trois dimensions. Il combine les relations topologiques définies précédemment avec des relations d'orientation [Hernández, 1993, Hernández, 1994]. Il divise l'espace en portions afin de définir des relations qualitatives d'orientation entre objets. Ces portions sont montrées dans la figure 2.8.

Les relations sont calculées à partir de trois éléments : l'objet pour lequel on calcule la relation, un objet de référence, le système de référence. Cette formalisation permet d'intégrer une dimension cognitive dans les relations utilisées. Le système de référence définit les limites entre les portions d'espace et il peut être choisi de trois manières : intrinsèquement, extrinsèquement ou déictiquement.

L'espace est un graphe dont les nœuds sont les objets de l'espace. Les arêtes du graphe sont les relations entre les objets. Une relation est un n-uplet :

$$\langle \text{objet-primaire}, [\text{topologie}, \text{orientation}], \text{objet-référence}, \text{système-référence} \rangle$$

Les changements de systèmes de référence ont été étudiés par Hernández et intégrés à la problématique de propagation de contraintes.

### 2.3.5 La distance

#### L'algèbre qualitative

Lorsqu'on parle de représentation qualitative de l'espace, un domaine de l'informatique vient à l'esprit : la physique qualitative [Forbus *et al.*, 1991, Missier *et al.*, 1989]. Les problèmes de ce domaine sont similaires à ceux qui nous concernent. En effet, la physique qualitative traite des problèmes de prédiction et d'explication de systèmes physiques. Il est alors nécessaire de relier les modèles essentiellement numériques des ordinateurs et les modèles abstraits des humains. Ce domaine traite aussi des systèmes physiques incomplètement connus, ou des systèmes dans lesquels des alternatives doivent être proposées. Les systèmes physiques sont souvent représentés par des équations. La « qualitativité » intervient dans les données et les résultats de ces équations. Ces données ont des origines numériques et sont approximées par des données qualitatives. Ces problèmes ont donné lieu à la définition d'algèbres qualitatives.

#### Le $\Delta$ -Calcul

L'approche de Zimmermann [Zimmermann, 1995] est basée sur la différence entre deux distances. C'est-à-dire que pour deux distances  $a$  et  $b$ , on peut dire que “ $a$  est plus grand que  $b$  par une différence  $x$ ”. Il introduit donc une nouvelle relation valuée  $a(>, x)b$ . On peut tout d'abord remarquer que :

$$a(>, x)b \equiv a(>, b)x$$

Une relation de ce type est dérivable. En effet, si on a  $a(>, x)b$ , on peut avoir par exemple  $b(>, y)x$ , puis  $y(>, z)x$ ...

Cette approche est une approche semi-qualitative. Elle permet de comparer des distances et de raisonner sur cette comparaison. Le raisonnement réside essentiellement dans l'addition et la soustraction. Les approches semi-qualitatives permettent de prendre en compte des données approximatives ou incertaines. En revanche ces approches – tout comme l'approche de la physique qualitative – ne permettent pas de prendre en compte l'aspect humain dans la représentation de l'espace.

#### Opérateurs de proximité

Les opérateurs de proximité présentés ci-après ont été définis dans [Gahegan, 1995]. Comme pratiquement toutes les relations spatiales, ces opérateurs de proximité tirent

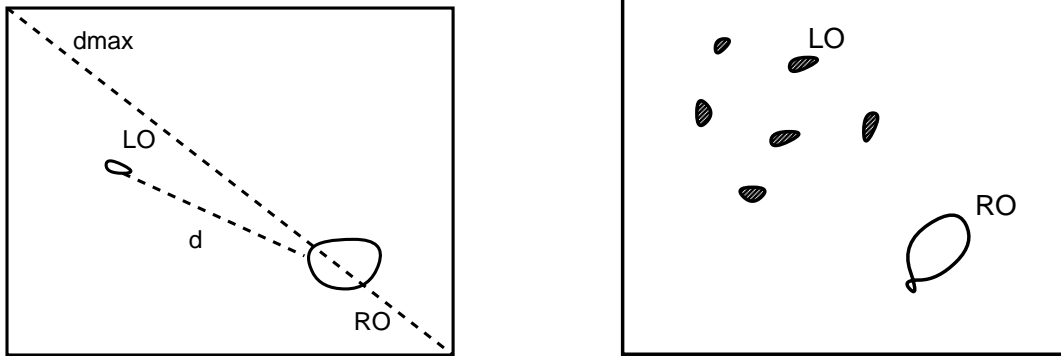


FIG. 2.9 – Relations de proximité absolue (à gauche) et relative (à droite) [Gahegan, 1995].

leurs origines des tests psychométriques. Ces tests ont mis en évidence que :

- en l’absence d’autres objets, la relation entre distance numérique et proximité est linéaire,
- en présence d’autres objets, les sujets jugent la proximité relativement à la distance de ces objets,
- la proximité est jugée en fonction de la taille de l’espace considéré.

Gahegan définit à partir de ces observations deux types de relations de proximité : la proximité absolue et la proximité relative. Les proximités sont calculées à partir d’une fonction d’appartenance floue définie par :

- 0.0→0.1 : très loin
- 0.1→0.3 : loin
- 0.7→0.9 : proche
- 0.9→1.0 : très proche

La proximité absolue (figure 2.9) entre un objet et un référent est définie par le rapport :

$$\rho(O(i, j), R(h, k)) = 1 - \frac{\sqrt{(i - h)^2 + (j - k)^2}}{\sqrt{(0 - X)^2 + (0 - Y)^2}}$$

où le rectangle formé par les points  $(0, 0)$  et  $(X, Y)$  constitue l’espace considéré. Cette valeur est comprise entre 0 et 1 et elle est proportionnelle à l’éloignement. La fonction d’appartenance floue permet de calculer les valeurs de proximité.

La proximité relative (figure 2.9) est, comme son nom l’indique, une fonction des distances des objets présents dans l’espace considéré. L’auteur définit donc tout d’abord une fonction d’ordre « ranger ». Cette fonction classe toutes les distances par ordre croissant. Elle donne ensuite le numéro de classement de la distance à considérer. Le classement des



distances se fait alors de la manière suivante :

très proche( $o, R$ )	: $ranger(o, R) \leq (n * 0, 1)$
proche( $o, R$ )	: $ranger(o, R) > (n * 0, 1) \wedge ranger(o, R) \leq (n * 0, 3)$
loin( $o, R$ )	: $ranger(o, R) \geq (n * 0, 7) \wedge ranger(o, R) < (n * 0, 9)$
très loin( $o, R$ )	: $ranger(o, R) \geq (n * 0, 9)$
plus proche( $o, R$ )	: $ranger(o, R) = 1$
plus loin( $o, R$ )	: $ranger(o, R) = n$

Les deux opérateurs peuvent être combinés à l'aide de l'opérateur d'ensembles flous :

$$P_a \cup P_r \equiv \{(o, \max(\mu_a(o), \mu_r(o)))\}$$

### Propriétés des intervalles pour une distance qualitative

La représentation de Hernández peut être étendue en ajoutant une distance qualitative [Clementini *et al.*, 1995, Hernández *et al.*, 1995]. Pour cela, il est nécessaire de définir les différentes valeurs que doit prendre la distance. Dans une représentation où la distance dépend des objets sur lesquels elle est calculée, les axiomes définissant habituellement la distance géométrique ne peuvent pas être conservés. En effet, si on considère la distance qui lie une bicyclette à une maison, la relation « la bicyclette est proche de la maison » est valide, mais la relation « la maison est proche de la bicyclette » n'est pas valide. Cette constatation permet de voir que la distance qualitative n'est pas symétrique alors que la distance géométrique l'est.

Clementini définit un système de distance qualitative. Les valeurs des distances sont caractérisées par une suite d'intervalles  $(\delta_i)_{0 \leq i \leq n}$ . Les trois règles suivantes permettent de définir ces intervalles :

1. la monotonie des intervalles impose que les longueurs des intervalles soient croissantes avec  $i$ ,
2. la "range restriction" impose que la longueur d'un intervalle  $\delta_i$  soit supérieure à la somme des longueurs de tous les intervalles précédents,
3. la règle d'absorption permet d'approximer la somme de deux intervalles par  $\delta_i \pm \delta_j = \delta_j$  si  $i < j$ .

La longueur des intervalles varie selon le système de référence, mais grâce à ces règles, la composition des relations peut être déduite par un raisonnement.

### 2.3.6 Conclusion

Les relations de distance et d'orientation ne forment pas pour l'instant d'ontologie de l'espace. Les diverses approches présentées ici montrent bien qu'il n'existe aucun consensus entre les différents auteurs sur le choix des relations de distance et d'orientation, en particulier sur les termes à employer, sur leur sémantique et leurs propriétés. De plus, les liens entre les diverses relations ne sont pas ou peu mis en évidence, en particulier entre les relations de distances et d'orientation ou de distance et les relations topologiques. De plus il existe peu de formalisations logiques des opérateurs d'orientation et de distance.

---


$$\begin{aligned}
& \text{dist}(O_p) = O_d \\
& \text{dist}(-_p p) = \text{dist}(p) \\
& d +_d O_d = O_d + d = d \\
& d_1 +_d d_2 \geq \max(d_1, d_2) \\
& d_1 +_d (d_2 +_d d_3) = (d_1 +_d d_2) +_d d_3 = d_1 +_d d_2 +_d d_3
\end{aligned}$$


---

TAB. 2.3 – Propriétés de la distance [Frank, 1992].

## 2.4 Les raisonnements spatiaux

Après avoir passé en revue la majeure partie des représentations de relations qui ont été définies dans la littérature, nous allons voir les différents raisonnements qui peuvent être effectués sur ces représentations.

### 2.4.1 Les opérations sur les relations

#### La notion de distance et de direction qualitative de Frank

Frank définit une algèbre du chemin entre deux points de l'espace [Frank, 1992]. Une direction ou une orientation est un ensemble fini de valeurs. Un chemin est un ensemble de directions et d'orientations entre deux points. Un chemin est utilisé dans des tâches de navigation dans lesquelles il est nécessaire de trouver une route entre deux points A et B sous certaines conditions, ou dans lesquelles il est nécessaire de trouver la position de la ressource à atteindre. Pour ces problèmes, il est important de pouvoir déduire une relation entre deux objets à partir de relations déjà connues. Autrement dit, si on connaît les relations  $R(a, b)$  et  $R(b, c)$ , quelle est la relation  $R(a, c)$ ?

Pour cela, des opérations peuvent être effectuées sur les chemins. Ces opérations représentent des compositions de chemins et sont définies par les opérations  $+_d$  qui est la composition de deux distances et  $*_c$  qui est la composition de deux directions. Frank propose des propriétés nécessaires de ces opérations. Ces propriétés sont données dans les tables 2.3 et 2.4. Dans ces tables,  $p$  représente un chemin entre deux points ;  $O_p$  représente un chemin vide, c'est-à-dire un chemin entre deux points égaux ;  $-_p p$  représente le chemin inverse de  $p$  ;  $-_c c$  représente l'orientation inverse de  $c$ , par exemple, si  $c$  est égal à Nord, alors  $-_c c$  est égal à Sud.

Un système de distance est alors l'ensemble des valeurs prises par la distance et le résultat des différentes combinaisons possibles entre les valeurs par l'application des opérations possibles. Les propriétés des opérations contraignent le système. Ainsi, Frank définit un système de distance qui vérifie ces propriétés. Le système doit être cohérent avec le monde réel. De la même manière, il définit un système pour les orientations. Le raisonnement associé à cette représentation est contenu dans les opérations que l'on peut effectuer sur les systèmes, c'est-à-dire la composition et la négation.

---


$$\begin{aligned}
dir(P_1, P_1) &= dir(O_p) = O_c \\
-{}_c(-{}_c(c)) &= c \\
dir(P_1, P_2) &= -{}_c dir(P_2, P_1) \quad \text{ou} \quad -{}_c dir((p)) = dir(-{}_c(p)) \\
c *_c O_c &= O_c *_c c = c \\
c_1 *_c (c_2 *_c c_3) &= (c_1 *_c c_2) *_c c_3 = c_1 *_c c_2 *_c c_3 \\
c *_c c &= c \\
c *_c -{}_c c &= O_c
\end{aligned}$$


---

TAB. 2.4 – Propriétés de la direction [Frank, 1992].

## Les projections symboliques

La méthode des projections symboliques [Jungert, 1994] est une généralisation de la méthode de codage par les « 2D-string » présentée dans le paragraphe 2.2.1. Toutefois, son objectif est de calculer des relations d'orientation cardinale et de distance telles que celles définies dans [Frank, 1992] et des relations telles que « croisement », « parallèle » et « non croisement ». Les objets sont des formes géométriques simples telles que des points, des segments ou des rectangles. L'auteur définit une méthode de projection par rapport à des axes fixés et une méthode de projection polaire.

Pour expliciter cette méthode, nous prendrons uniquement les relations d'orientation cardinale. Pour définir des relations d'orientation cardinale, les axes de projection sont choisis afin que les quartiers formés par ces axes correspondent au nord, sud, etc. Les objets sont projetés selon ces axes sur les axes  $(Ox)$  et  $(Oy)$ . Les positions des points résultant de ces projections sont comparées à la position de l'origine et caractérisées par les symboles  $|$ ,  $\%$  et  $=$  utilisés dans le codage par la méthode « 2D-string ». Les relations d'orientation cardinale correspondent alors à des chaînes particulières.

## Opérations sur l'orientation

Freksa et Zimmermann mettent en valeur la dimension circulaire de l'orientation [Freksa et Zimmerman, 1993]. Leur définition repose sur l'orientation relative d'un point par rapport à un vecteur. Ils définissent trois opérations sur l'orientation :

- la déduction de l'orientation de  $c$  par rapport à  $(ba)$  à partir de l'orientation de  $c$  par rapport à  $(ab)$ ,
- la déduction de l'orientation de  $a$  par rapport à  $(bc)$  à partir de l'orientation de  $c$  par rapport à  $(ab)$ ,
- la déduction de l'orientation de  $b$  par rapport à  $(ac)$  à partir de l'orientation de  $c$  par rapport à  $(ab)$ ,

Une table caractérise la composition de trois opérations. Ils définissent aussi l'opération composition de relations qui est, dans ce cas, la déduction de l'orientation de  $d$  par rapport à  $(ab)$  à partir des orientations de  $d$  par rapport à  $(bc)$  et de  $c$  par rapport à  $(ab)$ .

### 2.4.2 Voisinage conceptuel de relation

Si les formes sont en mouvement dans l'espace, quelles positions peuvent-elles avoir après le mouvement, et cela à partir d'une position initiale donnée? Pour y répondre, Freksa [Freksa, 1992] définit la notion de voisinage conceptuel de relation pour la représentation temporelle. Deux relations sont conceptuellement voisines si la première peut être transformée en la deuxième par une déformation continue.

Cohn reprend cette notion de voisinage conceptuel pour des relations spatiales [Cui *et al.*, 1992, Cohn et Gotts, 1996]. Une déformation continue de l'espace peut être un agrandissement, un rétrécissement ou un mouvement. Par exemple, la relation «  $x$  est une partie propre tangentielle de  $y$  » fait partie du voisinage conceptuel de la relation «  $x$  est une partie propre non tangentielle de  $y$  » par mouvement. Des graphes de transition entre les relations topologiques ont été définis.

Le graphe de transitions donne les transitions possibles entre les relations. Le graphe doit être défini à partir de la définition de la continuité de l'espace et en traduit des contraintes. Ce problème a été abordé dans la simulation de mouvement d'objets [Cui *et al.*, 1992]. Le voisinage conceptuel a été également utilisé dans la caractérisation de relations entre objets dont les limites ne sont pas définissables (régions vagues, par exemple une zone de présence d'oiseaux) [Cohn et Gotts, 1996].

Le voisinage conceptuel de relations peut se calculer automatiquement si on dispose d'un espace de configuration [Schlieder, 1995a, Randell et Cohn, 1992], qui est l'espace de toutes les relations sur lesquelles on veut raisonner. Si une relation s'écrit  $\alpha\text{-}\beta(x, y)$  où  $\alpha$  et  $\beta$  peuvent prendre les différentes valeurs, alors les relations où un seul des deux champs varie seront connectées dans le graphe conceptuel. Par exemple, si  $\alpha$  peut prendre indifféremment les valeurs *EC* («  $x$  est connexe à  $y$  ») et *DC* («  $x$  est déconnecté de  $y$  ») et  $\beta$  les valeurs *inside* («  $x$  est à l'intérieur de  $y$  ») et *outside* («  $x$  est à l'extérieur de  $y$  ») alors la relation *EC-inside* sera liée dans le graphe de transition à la relation *DC-inside* car seul le premier champ varie et passe de *EC* à *DC*.

Donc, si on peut définir un espace de configuration sur des relations, on peut définir le voisinage conceptuel de relation. Pouvoir définir un espace de configuration signifie que chaque relation doit être formée d'un nombre constant de champs, chaque champ ayant une valeur dans un ensemble de relations disjointes.

### 2.4.3 Les tables de composition

À partir des définitions de base et d'une connaissance partielle sur la position des objets, il est souvent nécessaire de pouvoir déduire d'autres connaissances sur la position des objets. Par exemple, si on connaît  $R_1(a, b)$  et  $R_2(b, c)$  quelle est alors la relation  $R_3(a, c)$ . La déduction de  $R_3(a, c)$  s'appelle la déduction de théorème. Par exemple, sur la figure 2.10, trois objets  $x$ ,  $y$  et  $z$  sont tels que  $TPP(x, y)$  et  $EC(y, z)$ . De ces deux relations, on peut déduire que  $EC(x, z)$  ou alors que  $DC(x, z)$ .

Les compositions des relations sont représentées dans des tables de compositions. Les tables de compositions ont été utilisées par Allen [Allen, 1983] pour la déduction de relations temporelles entre événements. Les tables de compositions ont aussi été utilisées dans la représentation spatiale basée sur la connection. Une table de compositions basée sur

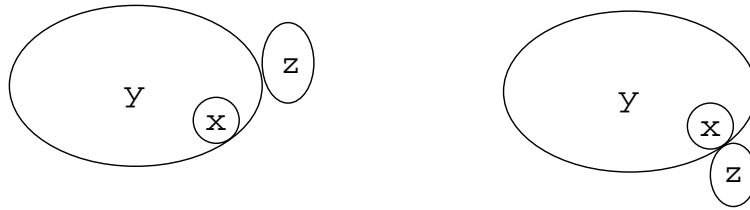


FIG. 2.10 – Un exemple de composition de relations topologiques.

9 relations est proposée dans [Randell *et al.*, 1992a]. Une autre basée sur 22 relations est proposée dans [Cohn *et al.*, 1993]. Des tables de compositions de la distance qualitative ont été définies par [Hernández *et al.*, 1995].

Une table de compositions est un tableau à deux entrées. La première entrée contient toutes les relations disjointes possibles entre deux événements  $a$  et  $b$ , et la deuxième contient celles entre  $b$  et  $c$ . L'ensemble des relations disjointes est un sous-ensemble des relations définies dans une théorie. Par exemple, les deux relations «  $x$  est une partie propre de  $y$  » et «  $x$  est une partie propre tangentielle de  $y$  » ne sont pas disjointes, car la relation «  $x$  est une partie propre tangentielle de  $y$  » implique la relation «  $x$  est une partie propre de  $y$  ». On peut définir un sous-ensemble des relations topologiques qui sont disjointes.

Dans chaque case du tableau, on obtient toutes les relations possibles entre  $a$  et  $c$ . Ces relations sont souvent obtenues manuellement. Toutefois, dans [Randell *et al.*, 1992a, Randell et Cohn, 1992], il est montré comment une table peut être calculée à partir d'un ensemble de théorèmes d'une théorie. Il n'y a pas forcément une unique relation par case et une combinaison de relations peut quelquefois ne donner aucune information. Par exemple, si  $x$ ,  $y$  et  $z$  sont tels que  $DC(x, y)$  (déconnecté de) et  $DC(y, z)$ , alors on ne peut rien déduire de la relation entre  $x$  et  $z$  par composition.

#### 2.4.4 Propagation de contraintes

Pour chaque insertion ou suppression d'une relation, il est nécessaire de vérifier la cohérence des différentes relations connues. Allen a proposé un algorithme basé sur la propagation de contraintes [Allen, 1983]. Hernández a repris cet algorithme en y intégrant la structure complexe de l'espace [Hernández, 1993]. Il utilise la notion de subsomption de relations et de voisinage de relation. En effet, pour chaque relation, le système de référence peut être différent, c'est-à-dire plus ou moins précis (si des intervalles sont plus petits, les relations sont plus précises). Hernández propose aussi un algorithme permettant de propager les effets de l'insertion d'une relation dans l'ensemble des relations. Enfin, il donne des premiers éléments pour la suppression de relations. Le raisonnement par propagation de contraintes peut permettre aussi de lever l'indétermination des tables de compositions.

## 2.4.5 La logique

### La logique classique

Lorsqu'on axiomatise un système de relations, il est possible de déduire des relations à partir de relations déjà connues. En effet, dans la théorie de Cohn, si deux objets  $x$  et  $y$  sont tels que  $PP(x, y)$  «  $x$  est une partie propre de  $y$  » alors on sait que  $P(x, y)$  «  $x$  est une partie de  $y$  » est valide. Les systèmes de raisonnement par la logique ont déjà fait leurs preuves. Nous ne reviendrons donc pas sur le raisonnement à l'aide de la logique.

### La logique modale

Jeansoulin définit un langage permettant de savoir si une hypothèse est vraie à l'intérieur d'une zone et si une hypothèse est vraie autour d'une zone [Jeansoulin, 1996]. Pour cela, il utilise des opérateurs modaux adaptés à l'espace. En fait, il modélise des hypothèses du type :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{on sait que} \\ \text{généralement} \end{array} \right. \quad \text{le prédicat } p \text{ est } \left\{ \begin{array}{l} \text{vrai} \\ \text{faux} \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} \text{quelque part} \\ \text{partout} \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} \text{dans} \\ \text{autour de} \end{array} \right. \text{ la zone} \quad (3)$$

(1) (2) (3)

(1) est représenté par la logique des défauts, (2) est représenté par la logique des prédicats, et (3) est représenté par des opérateurs spatiaux.

Le raisonnement ne porte pas ici sur les relations elles-mêmes, mais les relations sont utilisées pour raisonner. On peut exprimer cela par le fait que ce n'est pas un raisonnement spatial, c'est-à-dire un raisonnement portant sur les relations spatiales, mais un raisonnement spatialisé, c'est-à-dire un raisonnement qui utilise des relations spatiales.

### Les logiques terminologiques

Des travaux ont été effectués afin d'utiliser un raisonnement terminologique sur de l'information spatiale [Haarslev *et al.*, 1994]. Les objets et les relations sont des concepts. Les objets spatiaux sont définis géométriquement par des inégalités. Une relation est définie par des conditions sur les inégalités. Une relation entre deux objets est vraie si des conditions sont vérifiées entre les deux objets. L'avantage de ce travail et de pouvoir calculer les relations entre des objets et de pouvoir raisonner sur les objets caractérisés à l'aide de ces relations par classification. Toutefois, aucun raisonnement n'est effectué sur les relations elles-mêmes.

### La logique floue

La logique floue est utilisée dans le domaine de la physique qualitative pour pouvoir raisonner sur les données qualitatives. Dutta utilise aussi la logique floue et définit des contraintes propositionnelles comme étant des descriptions linguistiques qualitatives des positions ou des mouvements des objets [Dutta, 1989]. Ces contraintes s'expriment par un nombre flou  $(c, l, r)$ . La logique floue permet de résoudre diverses contraintes numériques, visuelles (la contrainte est une région graphique) ou propositionnelles, de position ou de mouvement.

$Open(x)$	$\equiv_{def}$	$EQ(x, int(x))$
$Closed(x)$	$\equiv_{def}$	$EQ(cl(x), x)$
$ATOM(x)$	$\equiv_{def}$	$\forall y : P(y, x) \Leftrightarrow EQ(y, x)$
$SEP(x, y)$	$\equiv_{def}$	$DC(cl(x), y) \wedge DC(x, cl(y))$
$CON(x)$	$\equiv_{def}$	$\neg \exists y, z : EQ(sum(y, z), x) \wedge SEP(y, z)$
$HOL(x)$	$\equiv_{def}$	$\neg CON(compl(x))$
$C-BALL(x)$	$\equiv_{def}$	$Ball(x) \wedge Closed(x)$
$Sphere(x)$	$\equiv_{def}$	$\exists y : C-BALL(y) \wedge EQ(x, diff(y, int(y)))$

TAB. 2.5 – Définition de types d'objets par des relations topologiques.

### 2.4.6 Description de formes qualitatives

Il est évident qu'il existe un lien très important entre la forme des objets et leur localisation. En effet, si on considère qu'un objet est constitué de plusieurs objets, alors sa forme est donnée en partie par les positions relatives des objets le constituant. De plus, la position relative de deux objets implique des conditions sur la forme des deux objets. Par exemple, si on connaît une relation d'intériorité entre deux objets  $x$  et  $y$ , et que cette relation est  $INSIDE-TOP(x, y)$  alors on peut déduire que  $y$  est un objet avec un « trou ».

On peut donc se poser la question de savoir si l'on peut déduire des formes qualitatives à partir de relations entre objets. Dans le domaine de la vision par ordinateur, ce principe est mis en œuvre : les objets sont formés de primitives telles que des segments ou des régions ; la description des formes est effectuée en positionnant les primitives les unes par rapport aux autres. Ce positionnement est essentiellement numérique.

Cohn décompose les formes à partir de leur enveloppe convexe [Cohn, 1995]. Cela lui permet de distinguer des formes pour lesquelles la décomposition n'est pas la même. Toutefois, son approche n'est pas de donner des critères qualitatifs de forme, mais d'utiliser des relations qualitatives entre des objets afin de décomposer et ensuite de caractériser la décomposition. En revanche, il a défini les notions de « bonne connection » entre deux objets et de « partie d'un objet qui est connectée au maximum ». Une définition d'une région connexe, c'est-à-dire qui est formée d'une seule pièce, est présentée dans [Gotts, 1994]. Plusieurs autres critères de formes sont présentés dans la table 2.5.

Schlieder définit la notion de formes qualitatives grâce à l'orientation triangulaire de certains points caractéristiques [Schlieder, 1995a]. Cela lui permet de mesurer des similarités entre formes ayant le même nombre de points caractéristiques. Il définit aussi des classes de formes.

Varzi étudie la notion de trou dans une forme [Varzi, 1993]. Il définit ainsi la primitive  $Hxy$  qui signifie «  $x$  forme un trou pour  $y$  ». Il peut remplir un trou avec un objet réel à l'aide de la notion  $Fxy$ . Il redéfinit la notion d'intériorité d'une forme dans une autre qui ressemble à la notion d'intérieur topologique de Cohn. Il définit aussi la notion « d'enveloppe contenante » qui est la fusion de l'objet avec les objets qui remplissent ses trous.

## 2.5 Applications

### Analyse du comportement d'un groupe de joueurs

Les relations topologiques ont été utilisées pour décrire le comportement d'un groupe de footballeurs [Kawashima *et al.*, 1994]. Les membres du jeu sont extraits de l'image grâce à leur couleur. Les groupes sont hiérarchisés suivant leur taille et leur position décrite à l'aide des relations de la théorie « *RCC-8* ». Une analyse dynamique est effectuée à l'aide de plusieurs images. Des règles de fusion ou de séparation des groupes de joueurs sont posées. Ces règles utilisent un raisonnement portant sur le voisinage conceptuel des relations. En effet, des types de comportement sont définis en fonction des relations spatiales entre les groupes de joueurs. Chaque situation détectée sur l'image est comparée à un type de comportement.

### Simulation

Dans [Cui *et al.*, 1992], une simulation du comportement de cellules biologiques a été présentée. A l'aide du voisinage conceptuel de relations, on peut décrire les états de transition possibles entre différentes positions des objets représentant le problème à simuler. Le système présenté ici génère tous les états du système qui peuvent apparaître. Il part d'une représentation structurée des transitions possibles entre états. Le système génère un arbre qui a pour racine l'état initial et donne tous les comportements possibles.

### Le langage naturel

Une représentation spatiale qualitative a été utilisée pour traduire en termes logiques les expressions du langage naturel. Vieu a repris la méréologie de Clarke dans le traitement du langage naturel [Vieu, 1991, Vieu, 1993, Aurnague et Vieu, 1993] en y ajoutant des notions sur les relations entre l'espace et le temps, le pluriel, etc. Le traitement du langage naturel nécessite une étude approfondie de la signification des expressions spatiales. Ainsi, il est important de distinguer les significations du mot « dans » dans les expressions « l'abeille est dans le vase » où « le jaune est dans l'œuf ».

### La robotique

Une représentation spatiale a été utilisée pour la navigation d'un robot dans le contexte d'un environnement à grande échelle [Kuipers et Levitt, 1988]. Ce système comprend quatre niveaux dont un concerne une carte topologique.

Une représentation a été utilisée également pour la planification : trouver un chemin entre un point de départ A et un point d'arrivée B. Deux problèmes se posent alors. Le premier est le suivant : si je ne connais pas la direction et la distance entre A et B, est-ce que je peux la déduire à l'aide de relations entre des points intermédiaires entre A et B. Ce problème est traité par Frank [Frank, 1992]. Pour cela, il définit la notion de chemin entre deux points (cf. paragraphe 2.4.1.0).

Le second est celui de l'acquisition progressive de la connaissance. Si un robot ne connaît pas le monde dans lequel il évolue, il va acquérir progressivement la connaissance



du monde, au fur et à mesure qu'il évolue dans ce monde. Il est alors nécessaire qu'il puisse prendre des décisions, et par conséquent raisonner sur un monde imparfait. Schlieder a travaillé sur ce sujet en définissant la notion d'orientation triangulaire [Schlieder, 1993].

### Conception Assistée par Ordinateur

Un système d'aide à la Conception Assistée par Ordinateur en architecture basé sur les relations topologiques a été proposé dans [Goulette, 1996]. Il modélise les divers éléments architecturaux ainsi que les relations entre les éléments à l'aide de formules logiques.

## 2.6 Synthèse

Les premières approches en représentation spatiale qualitative sont basées sur des intervalles. Elles ont été inspirées par la représentation du temps de Allen. Elles consistent à projeter les objets sur des axes. Dans un premier temps, les axes ont été définis par les axes du repère euclidien ( $Ox$ ) et ( $Oy$ ). Ces approches ne permettent pas de représenter des positions entre des objets ayant une orientation différente de l'horizontale et de la verticale. Les axes ont alors été définis par l'orientation des objets et en particulier par les rectangles d'encadrement des objets. Ces représentations permettent de raisonner sur l'espace et en particulier permettent de planifier le déplacement d'un robot dans un univers incomplètement connu ou mal connu. En revanche, ces représentations ne prennent pas – ou très peu – en considération la manière dont l'homme se représente l'espace. En effet, pour situer des objets, l'homme ne projette pas les objets sur des axes imaginaires.

La méréotopologie est la formalisation logique de concepts topologiques utilisés par l'homme. Elle définit des relations topologiques entre les objets. Les relations topologiques sont des relations invariantes par translation, rotation et par changement d'échelle. Une représentation basée sur ces relations est donc applicable à un très grand nombre de problèmes. Ces propriétés se révèlent très intéressantes mais elles ne permettent pas de décrire de manière exhaustive les positions entre les objets. Pour ce faire, les notions d'orientation et de distance doivent être ajoutées à la représentation.

La recherche psychologique a mis en évidence que la localisation d'objets par l'homme nécessite l'établissement de relations spatiales entre un objet et un ou deux objets de référence dans un système de référence. Les systèmes de référence peuvent être déictiques, extrinsèques ou intrinsèques. Le choix du système et du ou des objets de référence se fait suivant la nature des objets, de l'environnement et de l'utilisation de la description. Une représentation de l'espace qui utilise la distance et l'orientation et qui veut prendre en compte la représentation humaine est indissociable de la notion d'objet et de système de référence.

# Chapitre 3

## Reconnaissance de paysages agricoles

Les agronomes ont développé des modèles de paysages à partir d'observations du terrain. Ces modèles représentent des organisations prototypes des territoires agricoles dans certaines régions [Deffontaines, 1990]. Pour les élargir et les valider, les agronomes pensent utiliser l'image satellite qui offre une vision régionale. Les modèles de paysage doivent donc être reformulés pour s'adapter aux images. L'informaticien joue, dans ce processus, le rôle d'aide à la modélisation, car il donne aux agronomes des outils de formalisation de modèles de paysage. Notre travail consiste à reconnaître des territoires extraits d'images satellites afin de valider leur approche.

L'objectif de ce chapitre est de mettre en évidence les besoins en représentation de connaissances et en raisonnements qui sont induits par la reconnaissance de modèles paysagers sur des images. La définition de ces besoins a été effectuée lors d'une étape d'acquisition de connaissances en interaction entre des informaticiens et des agronomes. Cette étape a consisté d'une part à transformer les modèles de paysages en modèles d'entités agronomiques reconnaissables sur les images, nommés plus simplement modèles agronomiques et d'autre part à représenter ces modèles et à en définir le processus de reconnaissance.

Ce chapitre est divisé en quatre parties. La première décrit les données disponibles. La deuxième montre comment nous avons transformé des modèles prédéfinis par les experts en modèles formels représentables dans un système à base de connaissances et extrayables des images. La troisième partie de ce chapitre définit tous les besoins en représentation que nécessite la définition des modèles de paysages. Enfin nous mettrons en correspondance les moyens à notre disposition et les besoins. Nous montrerons ce qui peut être représenté dans les différents systèmes de représentation de connaissances présentés dans le chapitre 1.

### 3.1 Les données et les connaissances disponibles

#### 3.1.1 Une carte d'occupation du sol

Les cartes d'occupation du sol sont issues d'images satellites Landsat TM [Le Ber, 1993]. Les différentes occupations reconnues sont : les forêts ; les bâtis ; les prés fauchés ou non

à une certaine date ; différents types de cultures (maïs, colza, blé, orge) ; des zones non reconnues (friches, talus et des cultures non précisées dans la base de connaissances). Ces occupations apparaissent sous différentes couleurs sur l'image 3.1<sup>3</sup>. Les cours d'eau ne sont pas reconnus. Le relief n'apparaît pas sur la carte. La reconnaissance des occupations du sol est effectuée en modélisant des connaissances des agronomes en matière de télédétection. Elle s'appuie sur une connaissance des pratiques des agriculteurs et du comportement radiométrique des couverts végétaux et autres occupations du sol. Elle nécessite plusieurs images (dates et longueurs d'onde) car une seule est insuffisante pour détecter les différentes occupations.

Un pixel est l'élément le plus petit d'une image. Il contient deux informations : sa position dans l'image et sa couleur, celle-ci correspondant à une occupation du sol (par exemple rouge pour le maïs). Un pixel représente un carré au sol de trente mètres sur trente mètres. Nous utilisons une image de la région Lorraine datant de 1990 dont la taille est de 1024 x 1024 pixels. Cette image comprend Vittel, Mirecourt et Châtenois. Nous disposons aussi d'images contenant uniquement les forêts ou les bâtis. Ces dernières images ont été traitées à l'aide de méthodes morphomathématiques (opération d'ouverture et de fermeture de l'image) [Serra, 1982]. Les forêts et les bâtis ainsi traités possèdent des formes moins découpées et des contours plus lisses.

### 3.1.2 Des modèles prédéfinis par les experts

Les experts ont défini des modèles de formes concentriques de villages du Châtenois dans [Benoit, 1990, Deffontaines, 1990]. Au cours de l'acquisition d'expertise nous avons adapté ces modèles à la reconnaissance sur des images. On dispose de cinq modèles de territoires agricoles à reconnaître : le modèle de plaine, le modèle de rebord de plateau, le modèle de plateau, le modèle de vallée et le modèle de bas de côte. Ces modèles se déclinent géographiquement le long d'une succession de côtes, vallées et plateaux, typique du relief Lorrain.

#### Le modèle du village de bas de côte (figure 3.1)

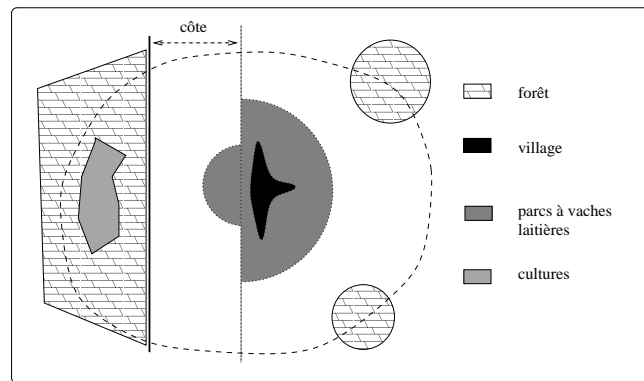
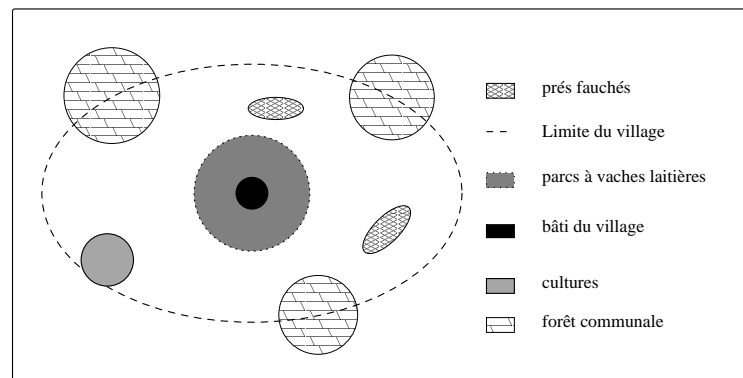
Comme son nom l'indique, le village de bas de côte se trouve au pied d'une côte. Toutefois, ne connaissant pas la position de la côte sur l'image, nous essaierons de le caractériser à l'aide d'indices visuels.

- le bâti a une forme en T,
- le village est à proximité de la forêt domaniale,
- la direction principale du village est parallèle à la limite de la forêt,
- ses cultures sont souvent situées en clairière dans la forêt domaniale,
- le rapport de la surface cultivée sur la surface agricole utile<sup>4</sup> est faible,
- la côte – entre le bâti et la forêt – est toujours en herbe.

---

3. Cette planche est placée en fin de chapitre, à la page 71.

4. Surface en herbe et cultures.

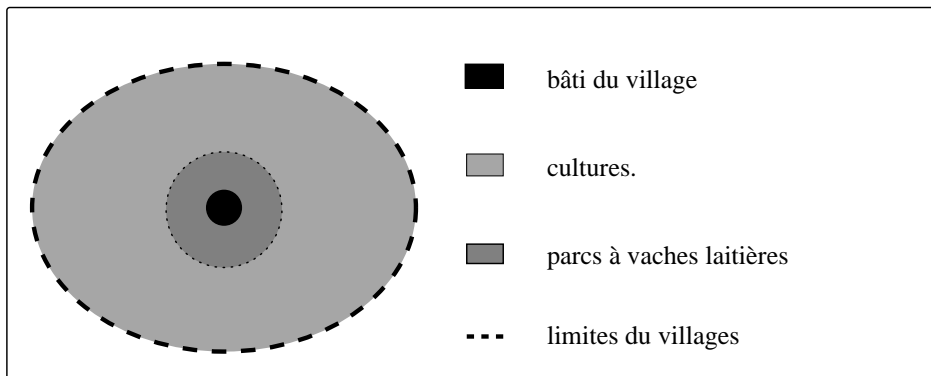
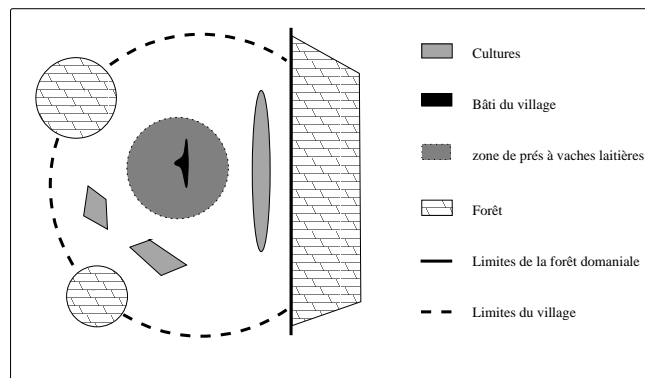
FIG. 3.1 – *Modèle du village de bas de côte.*FIG. 3.2 – *Modèle du village de plaine.*

### Le modèle du village de plaine (figure 3.2)

- le village n'est pas à proximité de la forêt domaniale,
- le bâti a une forme arrondie,
- des forêts communales – de forme compacte et communes à plusieurs villages – sont situées aux limites du territoire,
- les cultures sont souvent regroupées au delà de la zone de parcs à vaches laitières,
- la proportion de culture est variable.

### Le modèle du village de plateau Lorrain (figure 3.3)

- le bâti a une forme arrondie,
- la proportion de culture est forte et les parcelles de culture sont grosses et regroupées en grandes zones.

FIG. 3.3 – *Modèle du village de plateau.*FIG. 3.4 – *Modèle du village de rebord de plateau.*

### Le modèle du village de rebord de plateau (figure 3.4)

- le village est situé à proximité d'une forêt domaniale,
- le bâti a une forme en T,
- les parcelles de culture sont à l'opposé de la forêt domaniale par rapport au bâti et exceptionnellement à proximité de la forêt si les agriculteurs n'ont pas la place nécessaire pour cultiver ailleurs,
- des forêts communales de petite taille peuvent se trouver aux limites du village,
- la proportion de culture est faible.

### Le modèle du village de vallée (figure 3.5)

- le bâti a une forme allongée,
- la structure du territoire est linéaire,
- la forme du territoire est plutôt rectangulaire,
- les parcelles de culture sont situées entre le bâti et la forêt domaniale, mais de façon dissymétrique par rapport à l'axe principal du village.

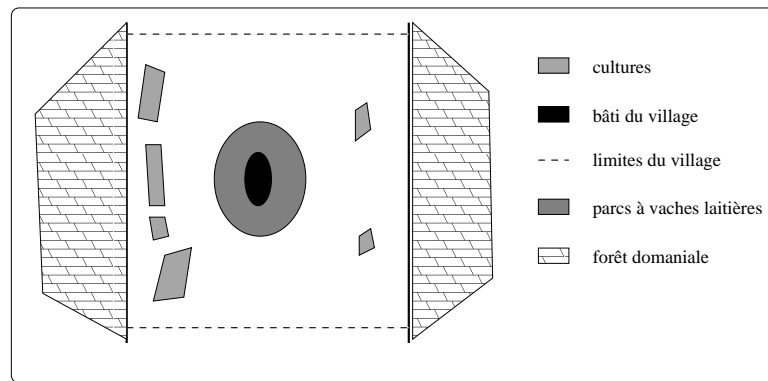


FIG. 3.5 – Modèle du village de vallée.

### 3.1.3 Des objets extraits de l'image

Nous avons défini des objets à extraire de l'image et des méthodes qui permettent de le faire [Mangelinck, 1995, Mangelinck *et al.*, 1996, Mangelinck *et al.*, 1995] :

**la parcelle de culture** est le regroupement de pixels connexes qui ont la même occupation du sol (la même couleur) des types maïs (rouge), colza (jaune), blé (brun), orge (ocre), céréales de printemps (rose). La luzerne est aussi une culture, mais qui n'est pas reconnue explicitement sur la carte d'occupation du sol. Sur cette carte, les prés d'herbe rase (vert clair) peuvent correspondre à de la luzerne, toutefois, les prés d'herbe rase peuvent être soit des parcelles de luzerne, soit des prés pâturés ou encore des prairies fauchées. Une autre caractérisation est nécessaire pour cette occupation,

**le village** est la réunion de pixels blancs, connexes ou très proches,

**le territoire villageois** ou finage est le résultat de l'application d'un algorithme de Voronoï sur la carte. Les territoires sont obtenus à partir des villages en affectant chaque élément de l'image au village le plus proche. Il n'y a qu'un seul village par territoire villageois. Les territoires villageois ont la possibilité de recouvrir d'autres objets,

**la forêt** est la réunion de pixels connexes vert foncé, deux classes de forêts ont été distinguées par leur surface : les forêts domaniales (grands massifs) et les forêts communales ou privées,

**la prairie** est la réunion de pixels vert moyen, les objets prairies sont découpés par les territoires villageois,

**les prés d'herbe rase** sont la réunion de pixels vert clair,

**les regroupements de cultures** sont la réunion de parcelles de culture connexes ou proches. Tous comme les territoires villageois, ces objets peuvent recouvrir d'autres objets.

L'hypothèse sur laquelle nous allons nous fonder dans la suite du travail est la suivante : les structures définies par les experts peuvent être décrites complètement par les relations topologiques, de distance et d'orientation présentées dans le chapitre précédent et cela

sans utiliser des critères de forme. Cette hypothèse se justifiera dans le chapitre 6 car elle permet la reconnaissance des modèles.

## 3.2 Formalisation d'expertise

Dans cette partie, nous évoquons comment l'acquisition de connaissances s'est déroulée et ce à quoi elle a abouti : une liste d'indices permettant de reconnaître les cinq modèles de territoire qui ont été définis précédemment [Le Ber et Mangelinck, 1998]. L'étude du domaine de la représentation qualitative de l'espace nous a permis de mieux comprendre comment l'expert analyse l'image. Dans une première partie nous présentons la démarche générale de l'acquisition de connaissances. Dans une deuxième partie, nous avons décorqué un entretien avec l'expert. Puis nous avons énuméré tous les indices utilisés par l'expert et nous avons traduit certains indices plus complexes. Enfin nous donnons la liste des indices par modèle de territoire.

### 3.2.1 Une démarche circulaire

Développer un système à base de connaissances nécessite plusieurs étapes qui sont grossièrement les suivantes [Stefik, 1995] :

1. l'identification du problème,
2. la conceptualisation du problème,
3. la formalisation,
4. l'implantation,
5. les tests.

Ce processus n'est pas linéaire mais implique beaucoup de retours en arrière. L'acquisition de connaissances est maintenant considérée comme un processus coopératif de construction de modèles plutôt qu'un transfert d'expertise : l'expert et l'informaticien collaborent pour construire un modèle explicite de la résolution d'un problème dans un domaine spécifique [Ford *et al.*, 1993]. Pour atteindre ce but, ils ont besoin de représentations intermédiaires permettant aux deux parties de se comprendre. Dans notre cas,

- la première étape consiste à interviewer les experts afin d'établir comment ils associent un village à un modèle de paysage. Cette étape permet de comprendre les indices que les experts utilisent dans la caractérisation des territoires. Par exemple, la phrase « le territoire villageois est entre deux forêts » révèle l'indice « entre ». Dans cette phase nous avons essayé de comprendre quels sont les systèmes et objets de référence utilisés par les experts.
- durant la deuxième étape, nous donnons aux experts des outils de description des villages. Les indices utilisés par les experts sont transformés en relations spatiales. Cette étape est importante car elle nous permet de faire valider les indices par les experts ou, lorsque les indices sont plus précis ou restrictifs que ceux utilisés par les experts, de comprendre et de réduire la non adéquation des indices proposés à ceux utilisés,

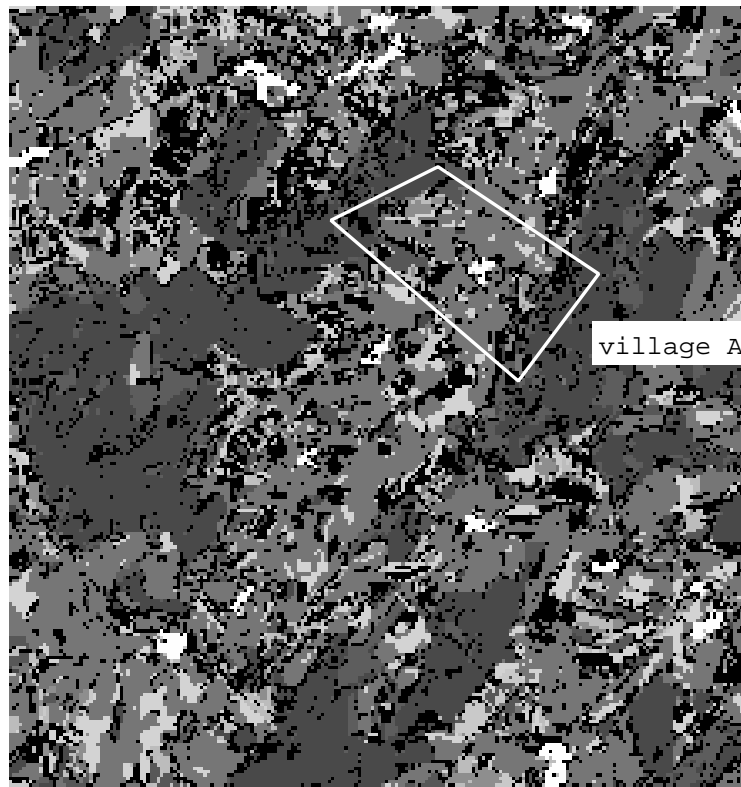


FIG. 3.6 – La partie de l'image correspondant au discours de l'expert. Le territoire A est celui décrit par l'expert.

- la troisième étape consiste à calculer les indices formels ou une combinaison d'indices sur les images. La visualisation des indices sur des cartes permet de valider les indices en présentant ces cartes aux experts. Cette étape est aussi le premier pas vers l'implantation du système global.

### 3.2.2 Exemple du discours d'un expert

La description présentée ici a été effectuée par l'expert J.-P. Deffontaine de l'INRA-SAD de Versailles au début du travail d'acquisition de connaissances, c'est-à-dire avant même qu'il n'ait défini les modèles de paysages et dans le but de les créer. Il est intéressant de voir comment l'expert étudie un village alors qu'il n'a aucune connaissance *a priori* sur le village. Il est à noter aussi que l'expert n'avait pas l'habitude de travailler sur des cartes telles que celles que nous lui avons proposées et que par conséquent c'est un regard « presque neuf » qu'il pose sur les cartes. Nous essayons donc d'analyser dans ce discours les différents indices utilisés par l'expert ainsi que les informations qui lui sont nécessaires, et enfin de déterminer quelles informations il utilise en premier. La région observée est présentée dans la figure 3.6.

« Les villages voisins et le village en question sont alignés. De plus, le village est allongé. Par conséquent, son axe principal de circulation et donc de com-



munication avec les autres sera l'axe du village. Dans les deux autres directions on trouve de la forêt domaniale. Par conséquent, il n'y a pas de contact avec les autres villages dans ces deux directions. »

Ici, l'expert étudie tout d'abord les villages (le bâti) et en particulier la position du village sur lequel on est en train de travailler avec ses villages voisins. Les villages voisins sont choisis par leur proximité, et par le fait qu'il y a de la forêt des deux côtés du village : la forêt est un obstacle aux communications. La proximité peut être retrouvée de deux manières. La première proximité fait appel à un système de référence qui comprendrait une grande partie des deux forêts. La deuxième fait appel à la proximité relative des villages. En effet, si l'expert ne considère que les villages, alors seuls deux villages sont à la même distance du village analysé, relativement à la distance des autres villages.

« Les parcelles d'herbe rase sont trop éloignées du village : ce ne sont donc pas des parcs à vaches laitières. Ce ne sont pas non plus des parcelles de luzerne car les parcelles de culture sont situées ailleurs dans le territoire. Ce sont donc des parcs à génisses ou des parcs de bêtes à viande. Elles sont sur le versant nord du village (au sud du village). Ces surfaces sont peu propices aux cultures et donc pratiquement exclusivement en herbe. Elles sont utilisées pour l'élevage. »

Ici, l'expert a un doute sur la nature de l'occupation du sol d'un objet vert clair. En effet, pour toutes les autres couleurs il possède suffisamment d'informations sur l'occupation, et donc sur l'utilisation des terrains. Il a créé des classes d'occupation du sol : culture, bâti, prairie pour le bétail, forêt domaniale et autre forêt. Les forêts sont de la même couleur, mais la différence de surface entre les deux types de forêts est suffisamment grande pour qu'il ne soit pas nécessaire de les distinguer autrement.

La seule couleur qui fasse problème est le vert clair, c'est-à-dire des prés d'herbe rase à une certaine date. Ceux-ci peuvent être soit des prairies paturées (occupées par du bétail), soit des prairies fauchées. N'ayant pas d'information autre que la couleur (par exemple la date à laquelle l'herbe est rase, ce qui implique des contraintes sur l'occupation réelle du sol, cette information ne lui ayant été donnée que plus tard), il observe la position de la parcelle. Tout d'abord, il regarde la position par rapport au bâti (il élimine ainsi la possibilité du parc à vaches laitières), puis par rapport aux parcelles de même nature. Il élimine alors le cas de la parcelle de luzerne car le pré est trop éloigné des cultures. Il ne lui reste alors qu'une unique possibilité : le parc à bêtes à viande ou à génisses. La position cardinale, additionnée à sa connaissance du terrain lui permet de confirmer cette hypothèse. Il peut ensuite généraliser l'hypothèse à l'ensemble des prés similaires à celui qui est étudié, c'est-à-dire ceux qui sont proches de lui et qui ont cette même position par rapport au bâti et à la forêt.

Ce qui est remarquable ici est l'utilisation de la distance. La notion de proximité entre villages du paragraphe précédent est très différente de celle de la proximité d'une culture par rapport au village et aux autres cultures. En effet, les deux villages sont dits « proche » alors que la distance numérique correspondante est supérieure à la distance numérique entre la culture et le village tous deux dits « éloignés ». Ici, la notion de système de référence est très importante.

L'expert a diagnostiqué une moitié du territoire villageois, il s'intéresse ensuite à la deuxième partie : les cultures situées de l'autre côté du territoire par rapport au village.

« Sur la partie nord, on observe une frange de cultures en bordure de bois. Elles sont sur le versant sud, et donc dans une exposition favorable. Les parcelles sont petites et ont donc peu de chance d'être des cultures de vente (par opposition au colza réservé exclusivement à la vente). Ces parcelles sont donc destinées à nourrir le bétail. La présence d'un champ de colza de dimensions non négligeables est anormale et est donc à expliquer autrement que par le fonctionnement général du système. »

Ici, la description de la position des objets n'intervient plus tellement. En effet, celle-ci est déjà connue et suffisamment précise pour lui associer une description du fonctionnement. L'expert va maintenant pouvoir induire l'ensemble du fonctionnement du village :

« Le village est un système laitier car les prairies situées en bordure du village sont des parcs à vaches laitières. La dimension relativement réduite des autres parcs amène à penser qu'il s'agit de parcs à génisses destinées au renouvellement du troupeau, il n'y a pas d'atelier viande développé. La proportion de maïs est un indicateur l'intensification du système (ici le système est peu intensif). »

Le diagnostic du territoire est fini. Dans cette partie, nous avons analysé le discours de l'expert afin d'y trouver comment l'expert analyse une image. La conclusion que l'on peut tirer de cette analyse est que les indices utilisés sont de façon générale des positions entre objets de différentes natures. L'expert parle peu en termes de proportions et de nombres, mais plutôt en des termes qualitatifs.

### 3.2.3 Les indices retenus pour la description des objets

Nous avons fait une liste de différents indices calculables sur l'image. Cette liste a été présentée à l'expert afin que celui-ci décrive les territoires villageois uniquement à l'aide de ces indices. Ainsi, les besoins de l'expert en terme d'indices de description pourront être mis en valeur. Ces indices sont des relations qualitatives. Nous avons choisi les relations qualitatives car elles nous semblent les plus adaptées à la description de l'expert présentée précédemment.

1. La connexité extérieure  $EC(x, y)$  entre deux objets est vraie si les deux objets sont distincts (aucun des deux ne fait partie de l'autre) et connexes.
2. L'appartenance d'un objet à un autre  $PP(x, y)$  est vraie si un objet fait partie d'un autre objet, c'est-à-dire que le deuxième objet est l'union d'un ensemble d'objets dont le premier fait partie. Cette relation se découpe en deux sous relations  $TPP(x, y)$   $NTPP(x, y)$  qui font intervenir la relation de partage de frontières entre les deux objets.
3. L'intériorité pure  $interieur\_plein(x, y)$  est vraie si le deuxième objet possède un trou, et que ce trou est complètement comblé par le premier objet.

4. L'intériorité  $interieur(x, y)$  est vraie si le deuxième objet possède un trou, et que ce trou est partiellement comblé par le premier objet.
5. L'enveloppe convexe d'un objet A est un objet qui englobe complètement A, qui est convexe et qui est minimal, c'est-à-dire qu'il n'existe pas d'objet plus petit qui possède les caractéristiques précédentes.
6. Les relations *INSIDE*, *P\_INSIDE* et *OUTSIDE* qui définissent si un objet est respectivement à l'intérieur, partiellement à l'intérieur ou à l'extérieur de l'enveloppe convexe d'une autre forme.
7. L'orientation entre deux objets : les systèmes et objets de référence sont à choisir en fonction du discours de l'expert.
8. La notion de distance doit être caractérisée pour pouvoir être utilisée. En fait, dans les modèles déjà définis, nous avons besoin de la notion de proximité d'un objet par rapport à un autre. Mais la notion de proximité dépend de la notion de taille de l'objet et de la notion de système de référence. La comparaison des distances doit pouvoir être effectuée. Cette comparaison est sans doute la principale opération à effectuer sur la distance. La distance relative semble plus intéressante que les autres systèmes de distance.
9. Le chemin entre deux objets définit les objets que l'on doit traverser pour aller d'un objet A à un objet B. La distance ne peut pas être calculée directement à partir de la notion de chemin : la taille des objets ainsi que leur forme doivent être prises en compte. La notion de chemin peut être étendue par les notions de chemin contraint et de chemin minimum.

Après la présentation des ces indices à l'expert, il s'est avéré que :

- certains indices n'ont pas été utilisés par l'expert. C'est le cas de la notion de chemin, de distance, d'intériorité. Toutefois, la notion de distance est utilisée dans la définition des quartiers,
- cette liste d'indices n'était pas suffisante aux yeux de l'expert. L'expert a introduit la notion de quartier, ces quartiers étant une segmentation de l'espace. Cette segmentation est induite par les objets présents dans le territoire. Toutefois, un quartier peut être défini ou traduit par les indices précédemment cités. Pour le montrer, nous en donnons la traduction en termes de relations ci-dessous. Mais cette traduction n'est pas aisée au premier abord. Il est nécessaire de procéder à une formalisation en termes de relations entre les objets ; puis à une vérification par un calcul de l'indice sur l'image ; et enfin à la modification si nécessaire de la traduction. Nous verrons un exemple de modification essentiellement pour la traduction de l'indice « le fond du territoire est vert ».

### Définition du quartier

Un quartier est défini par : un objet de référence appelé *réfèrent* ; une orientation minimale ; une orientation maximale ; un sens de parcours des orientations ; une distance maximale. Un objet appartient à un quartier si son orientation par rapport au réfèrent est comprise, suivant le sens de parcours, entre l'orientation minimale et l'orientation

maximale. De plus, la distance de l'objet au référent doit être inférieure à la distance maximale. Dans cette définition, un problème subsiste, à savoir les choix des types de distance et de orientation. Il nous semble que les choix de la distance et de l'orientation intrinsèques conviendraient le mieux ici.

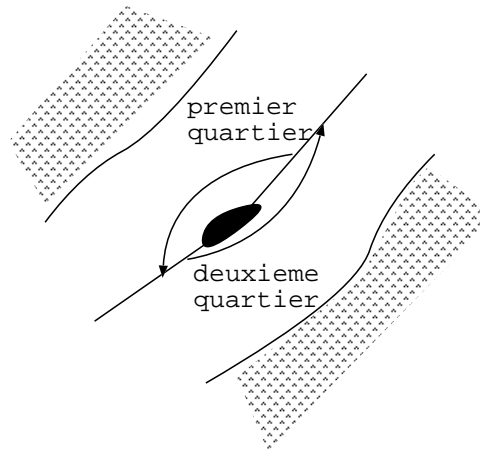


FIG. 3.7 – Exemple de quartiers dans un village de vallée.

Les quartiers peuvent être définis à l'aide des objets présents dans l'image. Par exemple, on se place dans le cas d'un village de vallée. Supposons que l'on veuille découper le territoire en deux quartiers suivant l'axe principal du territoire. Pour ces deux quartiers, le référent sera le bâti du village, les orientations minimale et maximale seront opposées et dans la direction de l'axe principal, la distance maximale sera la distance du bâti à la forêt domaniale, et les quartiers seront dissociés uniquement par leur sens de parcours.

### Traduction de l'expression « le fond du territoire est vert »

Un indice majeur différenciant les modèles du Chatenois (zone de plaine herbeuse) des modèles du plateau Lorrain (plateau cultivé) est pour les experts : « le fond du territoire est vert ». Cet indice traduit le fait que l'on a l'impression que les objets non verts sont posés sur du vert. Sur l'image, cela peut se traduire par le fait que les objets non verts sont entourés de vert. La première idée pour traduire cet indice a été de regrouper tous les pixels verts appartenant à un même territoire en un unique objet. La traduction semble être alors la formule : tous les objets du territoire sont à l'intérieur de cet objet. C'est-à-dire que l'enveloppe convexe de l'objet doit être à peu près égale au territoire. En calculant cette enveloppe, on a constaté que cet indice ne pouvait pas être traduit de cette façon. En effet, dans tous les territoires de l'image, l'enveloppe convexe correspond à peu près au territoire, il n'y a donc pas de différence significative.

Il est donc nécessaire de trouver une autre traduction de l'indice. Toujours basée sur l'enveloppe convexe, la nouvelle traduction est différente de l'ancienne par la définition de l'objet sur lequel on calcule l'enveloppe convexe. Nous avons calculé toutes les enveloppes convexes de tous les objets connexes verts de l'image obtenue par calcul des limites de

villages. Utiliser cette image implique que les objets extraits comme prairie n'appartiennent qu'à un unique village. Dans ce cas, on observe une différence significative entre les villages. En effet, certains territoires ne contiennent qu'une unique enveloppe convexe qui recouvre presque totalement la surface du territoire. D'autres territoires sont composés de plusieurs enveloppes qui recouvrent presque totalement la surface du territoire. D'autres seront composés de quelques enveloppes qui recouvrent moins de la moitié de la surface du territoire.

Nous en déduisons donc qu'une bonne traduction de cet indice serait : « le fond du territoire est vert » si tous les objets non verts sont à l'intérieur d'un objet vert, cet objet ayant été découpé par chaque limite de territoire villageois. Cet indice a été calculé pour le territoire villageois montré dans la figure 3.6 : la relation «  $x$  est à l'intérieur de l'enveloppe convexe de  $y$  » a été calculée pour les vingt objets qui ne sont pas de la prairie et tous les objets qui sont de la prairie :

- tous les objets vert pâle sont à l'intérieur d'un objet prairie,
- quatre parcelles de cultures sont à l'intérieur d'un objet prairie,
- deux parcelles de culture sont partiellement à l'intérieur d'un objet prairie,
- une parcelle de culture est à l'extérieur de tous les objets prairie,
- le bâti est à l'intérieur d'un objet prairie.

Pour résumer, la plupart des objets non prairie sont à l'intérieur d'un objet prairie. Les objets qui sont soit partiellement à l'intérieur soit à l'extérieur sont des parties tangentielles du territoire, ce qui explique leur position. Nous retenons donc cette traduction de « le fond du territoire est vert ».

### 3.2.4 Description complète des modèles de territoire

Les diverses discussions avec les experts ont permis d'approfondir les modèles de paysages sur deux plans : les modèles sont plus complets et plus formels. Ils sont plus formels car la plupart des indices utilisés correspondent à des relations connues entre des objets connus. Ainsi, lorsque nous parlons d'un indice, il existe une méthode de calcul de l'indice sur l'image. Il sont plus complets car ils possèdent plus d'indices. Cette description est un intermédiaire entre l'expert et l'informaticien. L'informaticien y voit des indices transformables en termes de méthodes de calcul. L'expert comprend difficilement les modèles informatiques mais comprend cette description.

Dans tous les modèles de paysages présentés ici, le bâti est situé à l'intérieur de la prairie.

#### modèle bas de côte

Description du modèle :

1. le fond du territoire est vert,
2. le territoire est connexe à la forêt domaniale,
3. les cultures sont entourées par de la forêt domaniale ou sont connexes à la forêt domaniale,

4. les cultures qui ne sont pas connexes à la forêt domaniale sont situées à l'opposé des cultures connexes à la forêt domaniale par rapport au village,
5. il peut exister plusieurs forêts communales qui sont communes à plusieurs territoires.

### **modèle plaine**

Description du modèle :

1. le fond du territoire est vert,
2. il peut exister plusieurs objets forêts communales qui sont communes à plusieurs territoires,
3. la répartition des cultures dans les quartiers est constante,
4. le territoire n'est pas connexe à la forêt domaniale,
5. les cultures sont regroupées en îlots,
6. les îlots sont situés aux limites du territoire.

### **modèle rebord de plateau**

Description du modèle :

1. le fond du territoire est vert,
2. le territoire est connexe à la forêt domaniale,
3. il peut exister plusieurs objets forêts communales qui sont communes à plusieurs territoires,
4. les cultures ne sont pas connexes à la forêt domaniale.

### **modèle plateau**

Description du modèle :

1. le fond du territoire n'est pas vert,
2. les cultures appartiennent à une grande zone de cultures.

### **modèle vallée**

Description du modèle :

1. le fond du territoire est vert,
2. le territoire est connexe à la forêt domaniale,
3. le village est entre deux forêts domaniales,
4. les cultures ne sont pas connexes à la forêt domaniale, mais sont proches et plutôt au Nord.

### **Description d'un exemple d'après le modèle**

Nous allons montrer maintenant la description du village présenté dans la figure 3.8. Cette description permet en partie de valider la définition des modèles présentée précédemment et de mettre en évidence les besoins en raisonnement sur les structures. Tous

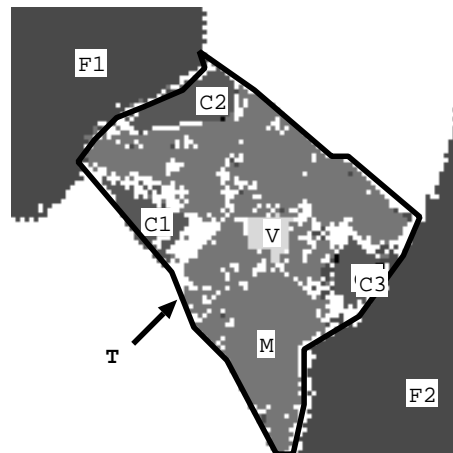


FIG. 3.8 – Un territoire villageois simplifié typique du modèle vallée. Il correspond au territoire A présenté dans la figure 3.6.

les indices cités précédemment n'ont pas été utilisés par l'expert pour la description des modèles. Toutefois, cette description nous permet de voir que les indices cités précédemment sont nécessaires soit à la description des modèles, soit à la définition des objets, soit à la définition des autres relations.

1. intérieur(bâti, prairie),
2. il existe une forêt domaniale telle que  $EC(\text{territoire}, \text{forêt})$  et  $\text{orientation}(\text{bâti}, \text{forêt}) = \text{Nord-ouest}$ ,
3. il existe une forêt domaniale telle que  $EC(\text{territoire}, \text{forêt})$  et  $\text{orientation}(\text{bâti}, \text{forêt}) = \text{Sud-Est}$ ,
4. il existe deux objets de type forêt domaniale  $f_1$  et  $f_2$  tels que  $EC(\text{territoire}, f_1)$  et  $EC(\text{territoire}, f_2)$  et tels que  $\text{orientation}(\text{bâti}, f_1) = -_c \text{orientation}(\text{bâti}, f_2)$ ,
5. il existe une zone de cultures telle que  $EC(\text{zone}, \text{forêt domaniale})$ ,
6. il existe une zone de cultures telle que la distance minimale à la forêt est inférieure à la distance minimale au bâti,
7. il existe des zones ou parcelles de cultures telles que, quelle que soit la distance utilisée, la zone est plus proche du bâti que de la forêt,
8. il existe des parcelles de cultures telles que  $EC(\text{bâti}, \text{parcelle})$ ,
9. il existe des parcelles de cultures telles que intérieur(parcelle, forêt domaniale),
10. il existe une zone de cultures telle que  $\text{orientation}(\text{zone}, \text{bâti}) = \text{Est}$ ,
11. il existe une zone de cultures telle que  $\text{orientation}(\text{zone}, \text{bâti}) = \text{Nord-Ouest}$ ,
12. il existe une zone de cultures telle que  $\text{orientation}(\text{zone}, \text{bâti}) = \text{Sud-Est}$ ,

Le territoire ne correspond pas exactement à la description du modèle vallée. Donc il est nécessaire pour la classification de définir des mesures de similarité dépendant du nombre d'objets vérifiant les relations nécessaires.

## 3.3 Les besoins en représentation et en raisonnement

Au cours de l'acquisition de connaissances, nous avons travaillé à la formalisation des modèles, afin de les traduire en termes d'objets et de relations spatiales entre les objets que nous avons appelés des indices. Nous allons maintenant passer à une représentation informatique des modèles qui permette la reconnaissance de ces modèles.

Nous avons traduit précédemment les modèles de paysages proposés par les experts ainsi que leurs discours en termes d'entités spatiales agronomiques types à extraire des images et de relations spatiales qualitatives qui relient les entités. Nous appellerons dans la suite ces entités types *modèles agronomiques*. Un modèle agronomique peut être une entité simple telle qu'une parcelle de maïs ou être caractérisé par des relations spatiales vers d'autres entités, dans ce cas le modèle est une *structure spatiale*. Nous allons récapituler dans cette partie l'ensemble des modèles agronomiques, entités ou structures, à représenter dans le système. Nous allons ensuite voir les problèmes de représentation et de raisonnement qui sont posés, ce qui nous permettra de choisir la représentation la plus adéquate.

### 3.3.1 Entités et structures à représenter

Les cultures peuvent se classer par types : cultures de maïs, de blé, d'orge, de colza, etc. Les cultures peuvent se classer aussi par leur position par rapport à d'autres occupations du sol : les cultures à l'intérieur de prairies, isolées ou connectées extérieurement à d'autres cultures, appartenant à une grande zone de cultures, connectées extérieurement à de la forêt domaniale ; proches du bâti ou éloignées, situées dans une orientation particulière par rapport au village et/ou à la forêt.

- Les prés d'herbe rase sont caractérisés par leur position par rapport aux cultures ou par rapport aux prairies :
  - connexe à de la culture : EC(culture)
  - entouré de prairies : INSIDE(prairie)
  - entouré de cultures : INSIDE(zone) ou P-INSIDE(zone)
- Les regroupements de cultures sont caractérisés par le nombre et par le type des cultures qu'ils contiennent :
  - zone : PPI(grosses cultures) et nombre de cultures grand
  - îlot : PPI(cultures) et nombre de cultures petit
  - fouillis : PPI(petites cultures) et nombre de cultures grand
- Les forêts sont caractérisées par leur surface :
  - domaniale : surface grande
  - communale : surface moyenne
  - privée : surface petite
- Les types de prairies permettent de caractériser que le fond du territoire est vert :
  - recouvrante : le nombre d'objets o tels que PP(o, territoire) et INSIDE(o, prairie) est grand, le territoire étant celui auquel la prairie appartient,



- semi-recouvrante: le nombre d'objets  $o$  tels que  $PP(o, \text{territoire})$  et  $INSIDE(o, \text{prairie})$  est moyen,
- non-recouvrante: le nombre d'objets  $o$  tels que  $PP(o, \text{territoire})$  et  $INSIDE(o, \text{prairie})$  est faible,
- On ne distingue qu'un seul type de village, l'autre type n'est là que pour assurer qu'il n'est pas entre deux forêts domaniales (c'est le type de village par défaut):
  - entre deux forêts domaniales
  - autre.
- Les territoires peuvent donc maintenant être complètement décrits par des relations spatiales avec les autres types d'entités spatiales:
  - vallée:  $CONTIENT$  (village entre deux forêts domaniales),  $CONTIENT$  (cultures proches forêt domaniale),  $CONTIENT$  (prairies recouvrantes),  $CONNEXE$  (forêt domaniale),
  - bas de côte:  $CONNEXE$  (forêt domaniale),  $CONTIENT$  (prairie recouvrante),  $CONTIENT$  (cultures intérieures forêt domaniale),  $RECOUVRE$  (forêt communale),  $CONTIENT$  (village autre),
  - plaine:  $EST DÉCONNECTÉ DE$  (forêt domaniale),  $CONTIENT TANGENTIELLEMENT$  (îlot),  $RECOUVRE$  (forêt communale),  $CONTIENT$  (prairie recouvrante),  $CONTIENT$  (village autre),
  - rebord de plateau:  $CONTIENT$  (prairie recouvrante),  $CONNEXE$  (forêt domaniale),  $CONTIENT$  (culture proche et déconnectée forêt domaniale),  $RECOUVRE$  (forêt communale),  $CONTIENT$  (village autre),
  - plateau:  $CONTIENT$  (village autre),  $RECOUVRE$  (zone),  $CONTIENT$  (prairie semi-recouvrante).

### 3.3.2 Synthèse des besoins

La reconnaissance des modèles agronomiques pose plusieurs problèmes pour représenter les connaissances liées aux modèles [Mangelinck et Le Ber, 1999]:

- la représentation des relations,
- la représentation des méthodes d'extraction des objets sur l'image,
- la représentation des indices extraits de l'image,
- la représentation de la liste des indices par modèles,
- la mise en correspondance des indices et des modèles par la comparaison des relations spatiales.

Nous allons voir les problèmes de représentation posés par les indices.

### Des entités et des structures

Comme nous l'avons vu dans la partie précédente, nous avons besoin de représenter des modèles agronomiques. Ces modèles agronomiques peuvent être des entités simples telles que la parcelle de culture ou la forêt ou des entités caractérisées par des relations avec d'autres entités.

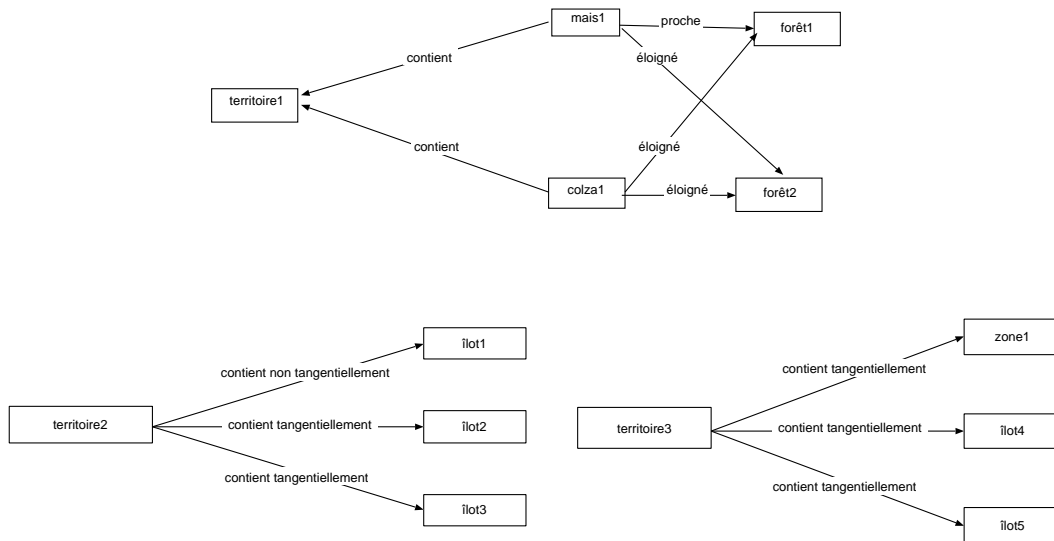


FIG. 3.9 – Un exemple de structures spatiales représentées sous forme de graphes.

Les modèles agronomiques dits « simples » possèdent toujours une méthode d'extraction sur l'image qui est elle-même à représenter. La méthode d'extraction permet d'extraire un ensemble d'entités de l'image qui doivent être associées au modèle agronomique pour lequel la méthode d'extraction est définie. Par exemple, la méthode d'extraction du modèle *forêt domaniale* extrait des entités de l'image qui doivent être associées au modèle *forêt domaniale*.

Nous devons pouvoir organiser les modèles agronomiques dits « simples » sous forme de hiérarchie. Par exemple, nous avons besoin de représenter les modèles agronomiques suivants : *luzerne*, *maïs*, *colza*, *blé*, *orge* ou *céréale* mais aussi nous avons besoin de représenter le modèle *culture* qui est une abstraction de ces modèles. Il est à noter que la méthode d'extraction est définie dans les modèles plus spécialisés (*luzerne*, *maïs*, etc). Le modèle *culture* ne possède pas de méthode d'extraction. Une entité ne peut être associée au modèle *culture* qu'en étant associée aux modèles le spécialisant.

Les modèles agronomiques dits « complexes », c'est-à-dire caractérisés par des relations spatiales avec d'autres modèles agronomiques, sont toujours des spécialisations de modèles agronomiques dits « simples ». Par exemple, le modèle *territoire de vallée* est une spécialisation du modèle *territoire*. Ici la méthode d'extraction est définie pour le type *territoire*, c'est-à-dire pour le modèle le plus abstrait.

Différents niveaux d'abstraction des relations spatiales sont nécessaires pour la représentation des modèles : dans le modèle *territoire de vallée* nous avons la relation `CONTIENT TANGENTIELLEMENT(territoire, îlot)`, mais nous avons aussi la relation `CONTIENT(territoire, prairie recouvrante)`. Il est important que ces différents niveaux d'abstraction soient représentés.

### Question d'existentialité et d'universalité

La visualisation des structures spatiales sous forme de graphes nous permet de montrer les problèmes qui se posent pour pouvoir associer une entité extraite de l'image à un modèle. Prenons l'exemple de figure 3.9, qui représente des entités extraites de l'image `territoire1`, `mais1`, `mais2`, `colza1` et `forêt1` reliées par les relations spatiales `proche` et `éloigné`. Peut-on dire à propos de ce territoire :

- ses parcelles de maïs sont proches de la forêt,
- ses parcelles de colza sont éloignées de la forêt?

Dans ces phrases, nous devons préciser l'implicite qu'une culture est éloignée de la forêt si elle est éloignée de **toutes** les forêts. En revanche, une culture est proche de la forêt si elle est proche d'**au moins** une forêt. Ainsi, ce territoire extrait de l'image vérifie bien : ses parcelles de maïs sont proches de la forêt et ses parcelles de colza sont éloignées de la forêt. Ici, nous avons donc à représenter l'existentialité (au moins) ou l'universalité (tous) d'une relation sur un type d'entité donné. Nous avons donc à quantifier les relations.

D'autre part, dans la figure 3.9 sont présentés deux autres territoires `territoire2` et `territoire3`. Peut-on dire de ces territoires que :

- le territoire ne contient tangentiellement que des îlots,
- le territoire contient tangentiellement tous les îlots.

Ces deux phrases représentent une quantification universelle, mais entre les deux phrases les rôles des relations spatiales et d'entités liées sont inversés : dans la première phrase, les entités spatiales qui sont liées par `contient tangentiellement` sont des îlots ; en revanche dans la deuxième phrase, les entités qui sont des îlots sont liées par `contient tangentiellement` (implication inverse). Dans l'exemple, `territoire2` ne contient tangentiellement que des îlots, mais ne contient pas tangentiellement tous les îlots. En revanche, l'inverse est vrai pour `territoire3`, c'est-à-dire `territoire3` ne contient pas tangentiellement que des îlots, mais contient tangentiellement tous les îlots. Nous verrons qu'une sémantique permet de préciser la différence entre ces deux phrases dans le chapitre 6.

### Hiérarchisation de la reconnaissance

La reconnaissance est ordonnée par les relations spatiales. La reconnaissance d'un modèle agronomique nécessite la reconnaissance des sous-modèles qui le composent. Par exemple, le modèle *bas de côte* contient des îlots connexes à la forêt domaniale. Les îlots connexes à la forêt se caractérisent par le modèle de l'entité *îlot* et un modèle de l'entité *forêt domaniale* reliés par la relation « est connexe à ». Le modèle *bas de côte* est alors une structure spatiale comprenant un modèle de l'entité *territoire* relié au sous-modèle précédent par relation « contient ». Pour associer une entité spatiale au modèle *bas de côte*, il faut associer d'autres entités au modèle *îlot connexe à la forêt domaniale*.

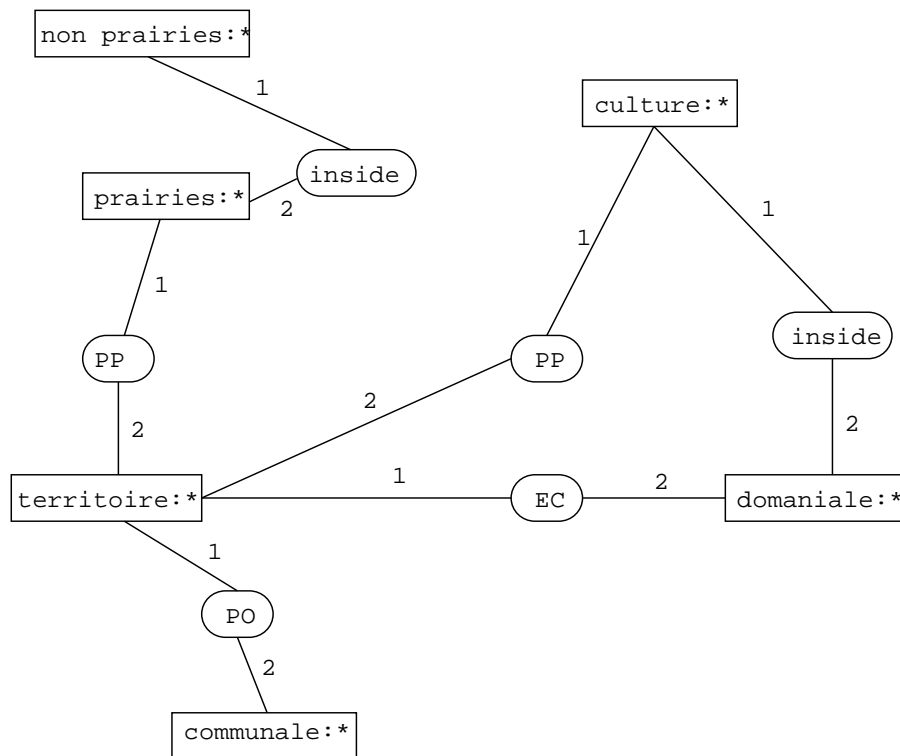


FIG. 3.10 – Représentation par un graphe conceptuel.

## 3.4 Choix d'une représentation

Nous allons dans cette section montrer comment représenter tout ce que nous devons représenter dans les différents formalismes de représentation de connaissances. Cela nous amènera à choisir un de ces formalismes.

### 3.4.1 Représentation de modèles par des graphes conceptuels

La figure 3.10 présente un graphe conceptuel. Dans ce graphe, les relations sont entourées et les concepts sont encadrés. Une étoile \* derrière le nom d'un concept signifie qu'il s'agit d'un concept générique. Cette étoile pourrait être remplacée par un identificateur d'attribut tel que *parcelle1* qui serait une entité extraite de l'image. Les numéros portés par les liens entre les concepts et les relations permettent de savoir la place du concept dans la relation. Par exemple, le lien entre *inside* et *non prairie* porte le numéro 1, par conséquent le concept *non prairie* est le premier argument de la relation *inside*.

Les phrases qui sont représentées par ce graphe sont : *les prairies qui appartiennent au territoire sont telles que les objets non prairie sont à l'intérieur d'un objet prairie ; le territoire contient des cultures qui sont à l'intérieur des forêts ; les forêts sont connexes au territoire ; le territoire recouvre partiellement des forêts communales.*

L'avantage de cette représentation est qu'une partie de la reconnaissance des modèles peut être effectuée par une opération classique utilisée en reconnaissance de forme, c'est-

<p><i>TERRITOIRE</i> = (<b>and</b> (<i>all ppi</i> <i>parcelle-dans-forêt</i>)  (<i>at-least 1</i> <i>connexe forêt-domaniale</i>)  (<i>all ppi</i> <i>objet-entoure-prairie</i>))</p> <p><i>PARCELLE-DANS-FORÊT</i> = (<b>at-least 1</b> <i>inside forêt-domaniale</i>))</p> <p><i>OBJET-ENTOURÉ-PRAIRIE</i> = (<b>at-least 1</b> <i>inside prairie</i>))</p>
--

FIG. 3.11 – Représentation dans les logiques terminologiques.

à-dire l'isomorphisme de graphes. Cette technique permet d'effectuer une correspondance entre deux graphes, et par là même de mettre en correspondance le graphe correspondant à la description d'un modèle et un graphe correspondant à la description d'une scène extraite de l'image.

De plus, les opérations de spécialisation nous permettent de représenter la phrase « les cultures sont à l'intérieur de la forêt domaniale ». En effet, plusieurs arcs de la structure extraite de l'image peuvent être associés à un arc du modèle, à condition que tous vérifient le profil de la relation et le type du concept.

La reconnaissance est effectuée par isomorphisme de graphe : un graphe représentant le modèle est reconnu si ce graphe peut être mis en correspondance avec un sous-graphe de celui représentant la structure extraite de l'image. Par conséquent, l'extraction des objets et le calcul des relations ne peuvent pas être effectués pendant la reconnaissance des modèles. Cette représentation ne donne aucune idée de la façon d'effectuer les calculs sur l'image, c'est-à-dire des règles : « pour reconnaître cela je dois calculer cela ».

De plus, cette représentation n'inclut pas la quantification des relations. En effet, on ne peut pas exprimer la différence entre « toutes les forêts sont connexes au territoire » et « il existe une forêt connexe au territoire ».

### 3.4.2 Représentation par des logiques terminologiques

Les logiques terminologiques peuvent être considérées comme des systèmes à objets. Mais nous les distinguons des représentations par objets classiques car elles ne permettent pas de représenter les mêmes types de connaissances.

Les logiques terminologiques permettent de représenter les quantificateurs. Les modèles agronomiques seraient représentés par des concepts liés entre eux par des rôles. Les rôles seraient quantifiés par des constructeurs. Les structures extraites de l'image seraient des assertions. La méthode de reconnaissance des modèles serait ici l'instanciation. Toutefois, cette représentation n'accepte pas les méthodes ou fonctions alors que nous avons à extraire des structures de l'image par calcul. Donc nous ne pouvons pas représenter le système dans les logiques terminologiques.

### 3.4.3 Représentation par objets

Les représentations par objets permettent d'associer une partie procédurale aux classes. Ce type de propriété nous permet d'inclure l'extraction des objets ainsi que la vérification

```

(defclasse TERRITOIRE-AUX-ÎLOTS
  (contient ou recouvre partiellement (est-un.ÎLOT)))

(defclasse TERRITOIRE-AUX-ÎLOTS-NON-CONNEXES-À-LA-FORÊT-DOMANIALE
  (est-un TERRITOIRE-AUX-ÎLOTS)
  (contient (est-un.ÎLOT-NON-CONNEXE-À-LA-FORÊT-DOMANIALE)))

(defclasse ÎLOT-NON-CONNEXE-À-LA-FORÊT-DOMANIALE
  (est-un ÎLOT)
  (est déconnecté de (est-un.FORÊT-DOMANIALE)))

(defclasse TERRITOIRE-AUX-ÎLOTS-LIMITES
  (est-un TERRITOIRE-AUX-ÎLOTS)
  (contient tangentiellement (est-un.ÎLOT)))

```

FIG. 3.12 – Des exemples de classes YAFOOL correspondant à des structures spatiales.

des relations.


Les modèles agronomiques sont représentés par des classes. Nous allons tout d'abord voir comment créer ces classes de modèles. Les structures sont en fait des objets dont les attributs sont des relations avec d'autres objets. On pourrait avoir par exemple les trois classes `TERRITOIRE-AUX-ÎLOTS`, `TERRITOIRE-AUX-ÎLOTS-NON-CONNEXES-À-LA-FORÊT-DOMANIALE`, `TERRITOIRE-AUX-ÎLOTS-LIMITES` représentées dans la figure 3.12. Ces trois classes sont décrites par des relations topologiques avec d'autres classes. Par exemple, la classe `TERRITOIRE-AUX-ÎLOTS` est décrite par la relation `contient` ou `recouvre partiellement` qui possède pour co-domaine la classe `ÎLOT`.

Cette représentation permet essentiellement de représenter des dépendances entre les objets à classer du type : « classer les cultures par leur surface avant de classer les regroupements de cultures ». De même, elle permet de savoir : « pour reconnaître tel modèle, quel objet extraire et quelle relation calculer ? ». En effet, pour reconnaître la classe `TERRITOIRE-AUX-ÎLOTS`, il faut calculer toutes les relations du type `contient` ou `recouvre partiellement` entre le territoire à reconnaître et tous les îlots (ou entités spatiales susceptibles d'être reconnues comme `ÎLOT`).

Pour conclure, nous choisissons une représentation par objets essentiellement pour pouvoir représenter les méthodes d'extraction et les méthodes de vérification des relations sur l'image. Mais, d'un autre côté, il manque des outils tels que les constructeurs des logiques terminologiques qui sont adaptés au problème de la quantification des relations. Nous tenterons de représenter les expressions *toutes*, *au moins*, *au plus* dans le système de représentation par objets YAFOOL.

## 3.5 Conclusions

La démarche d'acquisition des connaissances entreprise avec les experts agronomes nous a conduits à définir des modèles de paysages adaptés à la reconnaissance sur des images. Des structures et des relations spatiales doivent être extraites des images puis associées aux modèles agronomiques. Le problème se pose à la fois comme un problème de représentation des relations spatiales qualitatives et de structures spatiales dans un système de représentation des connaissances. Cette représentation doit inclure le calcul des relations et l'extraction des entités spatiales sur des images. Nous proposons de résoudre les deux aspects, représentation et calcul sur des images, dans un système de RCO auquel nous devons faire des ajouts. Dans de tels systèmes, la reconnaissance des modèles, la mise en correspondance de structures extraites et des modèles, s'exprime comme une classification : la position des structures spatiales doit être retrouvée dans une hiérarchie de modèles de paysages. Nous verrons dans les chapitres 4 et 5 comment représenter les relations spatiales qualitatives et dans le chapitre 6 comment représenter la quantification de relations et comment effectuer la classification des modèles.



PlancheCouleur/carteP0.eps

Planche 3.1: L'image de travail au sud du plateau de Vicherey-Beuvezin. Chaque couleur correspond à une occupation du sol. Cette image contient environ 150 territoires villageois à analyser.







Planche 3.2: Carte correspondant à la carte d'occupation du sol. Cette image provient de la la carte IGN au 1\100 000 numéro 23, Nancy – Bar le Duc. Elle a été cadrée et réorientée pour correspondre exactement à l'image de travail présentée dans la planche 3.1.



# Chapitre 4

## Représentation par objets des relations topologiques

### Introduction

Le travail présenté dans ce chapitre vise à proposer une représentation des relations spatiales dans un système de représentation des connaissances par objets, ce qui doit permettre de représenter des structures spatiales. Une structure est définie par des objets qui ont leur propre signification – c'est-à-dire qui ont été préalablement identifiés – et par des relations spatiales entre ces objets. Le but est de reconnaître ces structures, de les classer ou de les comparer. La première application visée est la reconnaissance et le diagnostic de paysages agraires sur des cartes d'occupation du sol. Toutefois, nous voulons que cette représentation soit applicable aux images en général. D'autres applications pourront émerger du travail effectué, telles que la reconnaissance de l'environnement d'un robot. La classification des structures impose que la représentation contienne un lien de généralisation/spécialisation entre des relations.

Dans ce chapitre, nous verrons tous d'abord comment peuvent être représentés le concept de relation spatiale et les propriétés des relations. Puis nous étudierons comment les relations peuvent être calculées sur l'image. Mais tout d'abord nous définirons exactement dans quel contexte nous nous plaçons et, en particulier, dans quel espace et quels sont les raisonnements à effectuer sur les relations.

### Caractérisation de l'espace

Une représentation est caractérisée par plusieurs facteurs [Ligozat, 1993]. Ces facteurs constituent le contexte de la représentation. Nous allons clarifier ce contexte.

**La nature des objets :** nos objets sont rigides ; ils ont des frontières déterminées et ils ont la possibilité de se recouvrir.

**Les propriétés des objets :** nos objets sont non vides, fermés et connexes.

**Le type des relations :** nous nous intéressons uniquement aux relations topologiques.

**La nature de l'espace :** l'espace est un espace 2D et discret.

**La nature des relations :** les relations sont binaires.

nom	notation	Représentation graphique
« $x$ est une partie propre tangentielle de $y$ »	$TPP(x, y)$	
« $x$ est une partie propre non tangentielle de $y$ »	$NTPP(x, y)$	
« $x$ possède pour partie propre tangentielle $y$ »	$TPP^{-1}(x, y)$	
« $x$ possède pour partie propre non tangentielle $y$ »	$NTPP^{-1}(x, y)$	
« $x$ est égal à $y$ »	$EQ(x, y)$	
« $x$ recouvre partiellement $y$ »	$PO(x, y)$	
« $x$ est connexe à $y$ »	$EC(x, y)$	
« $x$ est déconnecté de $y$ »	$DC(x, y)$	

TAB. 4.1 – Signification des huit relations topologiques de base (« RCC-8 »).

## Les relations à représenter

Nous n'avons réalisé l'étude de la représentation des relations spatiales qualitatives que pour les relations topologiques. En effet, leur nombre et leur sémantique ainsi que leurs propriétés et leurs méthodes de calcul sur les images ont été suffisamment formalisés pour pouvoir rendre l'étude de leur représentation possible.

Nous avons utilisé les relations topologiques présentées dans le paragraphe 2.3.1 et qui sont au nombre de huit. Leur sémantique est rappelée dans la table 4.1.

## Des relations calculables

Une représentation des relations – pour pouvoir être utilisée dans n'importe quel type de raisonnement – doit permettre de vérifier si une relation entre deux objets est vraie ou non dans une situation donnée. Cela signifie que, soit chaque relation doit pouvoir être traduite par une combinaison de fonctions primaires, soit qu'elle est elle-même une fonction primaire. Une fonction primaire est une opération implantée dans le langage (et donc non modifiable au cours de l'application).

Par exemple, dans le cas où la situation est donnée par une image, les fonctions primaires opèrent directement sur l'image initiale ou sur une représentation abstraite de l'image. Quelle que soit la fonction primaire, la valeur de la fonction calculée sur l'image abstraite doit être identique à la valeur calculée sur l'image initiale. Les images abstraites sont utilisées pour réduire, soit la taille de l'emplacement mémoire nécessaire pour stocker l'image, soit les temps de calcul des fonctions primaires.

Ces propriétés qui permettent de calculer une relation à partir de données (dans notre cas des images) nous les appellerons propriétés calculatoires des relations.

## Des propriétés mathématiques

Il peut être utile de représenter les propriétés mathématiques. En effet, ces propriétés permettent deux choses : un maintien de la cohérence du système et la vérification des

relations par déduction mathématique à la place d'un calcul à partir des données. Ce dernier point, dans notre application, permettrait de ne pas calculer certaines relations sur l'image (le temps de calcul est important sur les images), mais de les déduire à partir de relations déjà calculées. Les relations topologiques peuvent posséder les propriétés suivantes :

**Propriétés intra-relations :**

- la réflexivité:  $\forall x : R(x, x)$
- la transitivité:  $\forall x, y, z : R(x, y) \wedge R(y, z) \Rightarrow R(x, z)$
- la symétrie:  $\forall x, y : R(x, y) \Rightarrow R(y, x)$
- l'asymétrie:  $\forall x, y : x \neq y, R(x, y) \Rightarrow \neg R(y, x)$

**Propriétés inter-relations :**

- l'équivalence:  $\forall x, y : R(x, y) \Leftrightarrow R'(x, y)$
- l'implication symétrique:  $\forall x, y : R(x, y) \Rightarrow R'(y, x)$
- la composition de relations:  $\forall x, y, z : R_1(x, y) \wedge R_2(y, z) \Rightarrow \bigvee_{R' \in S} R'(x, z)$
- l'incompatibilité:  $\forall x, y : R(x, y) \Rightarrow \neg R'(x, y)$
- l'exhaustivité d'un ensemble de relations  $S$  par rapport à une autre relation  $R$ :  
 $\forall x, y : R(x, y) \Leftrightarrow \bigvee_{R' \in S} R'(x, y)$

## Stratégies de calcul

Les relations peuvent être calculées de deux manières. La première manière calcule toutes les relations entre les objets de l'image. Les raisonnements ne sont ensuite effectués que sur ces relations et ils ne doivent pas utiliser par conséquent d'autres relations que celles déjà calculées. La deuxième manière calcule les relations au fur et à mesure du raisonnement. Lorsque le raisonnement utilise une relation, alors la relation est calculée. Une mémorisation des relations déjà calculées est nécessaire afin de ne pas calculer plusieurs fois la même relation.

Nous avons décidé de mettre en œuvre la deuxième méthode afin de ne calculer que les relations nécessaires et cela, parce que le nombre d'objets présents dans l'image est très important. Cette technique permet aussi d'orienter la description de l'image selon la tâche à effectuer, ce que fait l'homme pour décrire une image. Cette technique pose certains problèmes. En effet, pour mettre en œuvre cette technique nous devons représenter la négation de relations. Or, pour exprimer une négation de relation, il est intuitif de ne pas exprimer la relation, c'est-à-dire « si je ne sais pas la relation, alors elle est fausse ». Cette assertion est vraie lorsque toutes les relations entre tous les objets sont connues, c'est-à-dire dans la première méthode. C'est l'hypothèse du monde clos, c'est-à-dire que quelque chose est vrai ou faux, et rien d'autre.

En revanche, cette hypothèse ne peut pas être faite dans notre système. En effet, une relation peut avoir trois états : elle est vraie, fausse ou n'est pas encore calculée. Représenter toutes les relations qui sont fausses serait très coûteux et par conséquent peu satisfaisant. Nous préférons représenter l'incompatibilité entre les relations. L'incompatibilité, présentée dans la partie 4, permet de déduire le faux à partir du vrai.

## 4.1 Les relations et les concepts

### 4.1.1 Classe ou relation

Une première question se pose : est-ce que les relations spatiales doivent être représentées par des classes ou doivent-elles être représentées par des classes héritant de la classe **RELATION** de YAFOOL (présenté dans la partie 1.4), c'est-à-dire que les relations pourraient être des propriétés des objets.

Dans sa thèse [Vismara, 1995], Vismara rencontrait un problème similaire au nôtre, qui était de représenter des molécules chimiques. Les molécules sont définies par des atomes et des liaisons entre atomes. Il existe plusieurs types de liaisons qui s'organisent dans une hiérarchie. Il a choisi de représenter les molécules sous forme de graphes. Sa représentation, implantée en YAFOOL, possède trois types de classes : des classes de graphes (les molécules) ; des classes d'éléments chimiques (atomes) ; des classes de liaisons. Ces classes de graphes possèdent deux attributs : un ensemble de d'éléments chimiques et un ensemble de liaisons. Les liaisons, qui sont similaires aux relations topologiques, ne sont pas représentées par une classe héritant de la classe **RELATION** de YAFOOL et par conséquent, leur particularité de lier des atomes n'est pas mise en évidence.

Nous considérons que la propriété majeure des relations topologiques est de lier deux entités et doit être mise en avant dans la représentation. Nous représenterons donc les relations topologiques comme étant des propriétés des objets liés.

### 4.1.2 Les relations : classes ou instances ?

Dans les systèmes de représentation des connaissances par objets, une instance correspond à une entité du monde réel et une classe correspond à une abstraction d'un ensemble de ces entités. Pour montrer ce que cela signifierait pour les relations, je vais prendre un exemple concernant la possession d'un mouton (*nestor*) par un homme (*toto*) :

1. (*toto* . (*possède* . *nestor*))  
où *toto*, *possède* et *nestor* sont des instances : signifie que *toto* est une personne existant dans notre monde et que cette personne possède un **MOUTON** qui s'appelle *nestor* (en supposant que *nestor* a été défini préalablement comme étant une instance de **MOUTON**).
2. (**BERGER** . (*possède* . **MOUTON**))  
où **BERGER** et **MOUTON** sont des classes, *possède* est une instance : signifie qu'un berger est défini comme possédant toujours un mouton.
3. (**HOMME** . (**POSSÈDE** . **MOUTON** (*nombre-tête* . *entier*)))  
où **HOMME**, **POSSÈDE** et **MOUTON** sont des classes : signifie que, la possession d'un **MOUTON** est possible pour un **HOMME** mais qu'elle n'est pas obligatoire pour un **HOMME**. Représenter ce type de relation permet de définir des propriétés caractérisant la possession d'un mouton, par exemple le nombre de moutons qui sont possédés, ce nombre étant représenté par *nombre-tête*.

Une instance de relation entre des instances de classes montrerait qu'il existe une interprétation dans laquelle la relation entre les instances est vraie. Une instance de relation

entre deux classes signifie que dans tous les mondes où les classes possèdent une instance, la relation est vraie entre ces instances. Le troisième cas est celui où un modèle de relation existe entre des classes. Dans ce cas, les instances des classes ne sont pas obligatoirement liées par la relation. Cette définition de modèles de relations entre des concepts permettrait de définir des propriétés liées aux concepts en relation. Reste un dernier cas où un modèle de relation est défini entre des instances de concepts, ce qui est incohérent avec la sémantique définie préalablement.

Les relations topologiques seront représentées sous forme de classes car elles sont définies pour l'ensemble des objets spatiaux. Ces relations sont donc considérées comme des classes à part entière qui vont elles-mêmes posséder des propriétés et se spécialiser. La définition d'un modèle de relation liant des classes est interdite par le langage YAFOOL. Par conséquent, dès que nous voudrions utiliser les relations comme liant des objets, nous devons passer à des instances. Nous les considérerons alors comme des conditions nécessaires d'appartenance à une classe.

Nous pouvons définir un premier type de propriétés des relations : les propriétés propres à la relation. Ces propriétés sont vraies quelques soient les objets qui sont en relation. La propriété propre aux relations la plus connue dans les systèmes de RCO est le `lien-inverse`. Par exemple, le `lien-inverse` de la relation `possède` est la relation `est-possédé-par`. Parallèlement, dans les systèmes de RCO, la connaissance propre aux concepts est représentée sous forme d'attributs et de méthodes définis dans les classes représentant les concepts. Une propriété propre à la relation doit donc être représentée sous forme d'attribut dans les classes de relation. Ainsi, `lien-inverse` est un attribut de la classe `RELATION` du langage YAFOOL. Nous représenterons donc toutes les propriétés propres aux relations spatiales sous forme d'attributs des classes de relations spatiales. Ces propriétés sont les propriétés mathématiques, présentées dans le paragraphe 4 et les propriétés calculatoires, présentées dans le paragraphe 4.2.1.

Nous pouvons définir un autre type de propriétés de relation : les propriétés qui sont indissociables des objets qui sont en relation. Ainsi, dans l'exemple de la possession du mouton nous avons défini `nombre-tête` de `MOUTON` qui sont possédés. Cette propriété est propre à la relation entre l'`HOMME` et le `MOUTON` car si c'était un `CHAMP` qui était possédé alors le nombre de tête ne compterait pas (la possession serait caractérisée par le nombre d'hectares). Ce type de propriété est représenté sous forme de facette. Nous décidons de représenter la quantification de relation, problème posé dans le paragraphe 3.3.2, sous forme de facette. En effet, la quantification est la restriction de la cardinalité de deux entités, la cardinalité étant le nombre d'entités en relation. La quantification est donc une propriété indissociable des objets en relation. Les facettes qui ont été créées seront définies dans le chapitre 6.

### 4.1.3 Validité des relations

Selon [Ferber, 1983], un concept n'est ni vrai ni faux, seule une interprétation du concept dans un monde donné est vraie. Dans une représentation par objets, une telle interprétation se fait sous la forme d'une instance d'une classe. Nous pouvons donc dire qu'une relation est prouvée vraie entre deux entités spatiales si une instance de la relation existe et si cette instance lie ces deux entités. De plus, nous nous plaçons dans un monde



ouvert, c'est-à-dire qu'une relation qui n'est pas prouvée vraie est soit vraie soit fausse : une relation qui n'a pas été instanciée entre deux entités spatiales peut être fausse, ou bien n'a ni été vérifiée sur l'image, ni été déduite à l'aide d'autres relations qui ont été vérifiées sur l'image. Nous verrons plus tard comment les relations peuvent être calculées sur l'image. La déduction des relations provient des propriétés des relations telles que l'implication, la composition, etc. Cette déduction peut être réalisée de deux manières :

1. une instance d'une relation est créée chaque fois qu'une relation est déduite,
2. la notion d'instance virtuelle est introduite dans le système.

La première méthode consiste à vérifier, à chaque création d'instance, si une autre relation peut être déduite et, si c'est le cas, à créer une instance de la relation déduite. Par exemple, soit  $R$  une relation symétrique, à chaque création d'une instance  $R(x, y)$  de  $R$  ayant pour arguments  $x$  et  $y$ , l'instance  $R(y, x)$  est systématiquement créée.

La deuxième méthode, présentée dans [Bapat, 1993], ne crée pas l'instance  $R(y, x)$ , la relation entre  $y$  et  $x$  est « consultable ». Dans l'article, la relation  $R(y, x)$  n'est ni modifiable ni effaçable pour des problèmes de cohérence. Si on utilise cette représentation pour déduire des relations, la validité des relations n'est pas équivalente à la création d'instance entre les objets. Il est nécessaire alors de déduire à nouveau les relations à chaque utilisation. Nous préférons donc la première approche.

Un autre point à aborder concernant la validité des relations est la spécialisation des relations. Si les relations sont représentées sous forme d'une hiérarchie, alors une instance d'une relation plus spécialisée qu'une relation  $R$  est aussi une instance de  $R$ . Ce qui signifie qu'une relation est aussi prouvée vraie si une instance d'une relation plus spécialisée a été créée entre les deux entités.

Nous imposons dans la suite la réciproque de la validité d'une relation : nous posons que seule une relation qui a été instanciée entre deux entités est prouvée vraie. Nous pouvons donc maintenant définir qu'une relation entre deux objets  $x$  et  $y$  :

**Définition 1** *Une relation  $R$  est prouvée vraie entre deux entités  $x$  et  $y$  si et seulement si une instance de cette relation ou d'une relation plus spécialisée ayant pour arguments  $x$  et  $y$  existe. Une relation entre  $x$  et  $y$  est prouvée fausse si une instanciation d'une relation incompatible est effectuée.*

Si une relation n'est ni prouvée vraie, ni prouvée fausse, seul le calcul ou la déduction peut permettre de le savoir. Nous verrons dans le paragraphe 4.1.4 que cette définition de la validité des relations implique que la hiérarchie soit basée sur l'implication de relations.

#### 4.1.4 Spécialisation de relations

##### Pourquoi spécialiser ?

La première raison de spécialiser les relations est de pouvoir effectuer la classification de structures spatiales. En effet, il est nécessaire de pouvoir raisonner sur les relations en termes de spécialisation. Dans une application, il peut être nécessaire de disposer à la fois de la relation  $PP(x, y)$  «  $x$  est une partie propre de  $y$  », de la relation  $TPP(x, y)$

«  $x$  est une partie propre tangentielle de  $y$  » et du lien de généralité qui existe entre les deux. Représenter la généralité peut aussi permettre de représenter la similarité entre les relations [Chaffin, 1992]. La spécialisation peut permettre un calcul plus rapide des relations : l'idée intuitive est de factoriser ce qu'il y a à calculer sur l'image pour ne jamais calculer deux fois la même chose. Enfin, la dernière raison est de représenter l'implication entre deux relations. Dans ce paragraphe nous étudierons comment une spécialisation peut permettre ces deux dernières possibilités.

### Spécialisation et implication

Comme nous l'avons dit précédemment, une relation entre deux objets est prouvée vraie si et seulement si une instance de la classe correspondante ou d'une de ses classes plus spécialisées a été créée entre les deux objets. Pour respecter cela, nous devons poser la définition suivante :

**Définition 2** Une relation  $R_1$  spécialise une relation  $R_2$  si et seulement si elle l'implique :

$$(R_1 \text{ spécialise } R_2) \equiv (\forall x, y : R_1(x, y) \Rightarrow R_2(x, y))$$

Cette condition sera retenue dans toute la suite du travail. Cette définition correspond à la définition logique de la subsomption, présentée dans le paragraphe 1.2.1. Elle permet de respecter la définition de la validité d'une relation présentée dans le paragraphe 4.1.3.

### Spécialisation et disjonction

Dans notre représentation, une relation  $R$  est prouvée vraie entre  $x$  et  $y$  si une instance de relation  $R(x, y)$  a été créée entre  $x$  et  $y$ . Définir qu'une disjonction est valide, c'est créer une (ou plusieurs) instance qui va prouver que la disjonction est valide. Le problème qui se pose pour représenter la disjonction est de savoir quelle classe doit être instanciée.

Supposons que l'on ait à représenter la disjonction de deux relations  $EC(x, y)$  ou  $DC(x, y)$ , représentées respectivement par les classes **EC** et **DC**. On ne peut pas créer une instance de chaque classes  $C_1$  et  $C_2$  car dans ce cas les deux relations seraient prouvées vraies. Si l'on considère cet exemple, dire que  $EC(x, y)$  ou  $DC(x, y)$  sont vraies, c'est dire que la relation  $DR(x, y)$  «  $x$  est séparé de  $y$  », définie comme la disjonction des deux relations précédentes, est vraie :

$$\forall x, y : EC(x, y) \vee DC(x, y) \equiv DR(x, y)$$

Une disjonction peut se représenter par l'ascendant commun le plus spécialisé (ACPS) de deux classes à condition qu'il existe et à condition de s'assurer que retrouver l'ACPS de deux classes est équivalent à effectuer une disjonction des relations qui sont représentée par ces classes.

Prenons l'exemple de la figure 4.1, considérons la hiérarchie constituée de quatre éléments  $R$ ,  $R_1$ ,  $R_2$  et  $R_3$ , les trois derniers étant des spécialisations de  $R$ . Si l'ascendant commun le plus spécialisé de  $R_1$  et  $R_2$  est  $R$ , alors la disjonction de  $R_1$  et  $R_2$  n'est pas équivalente à  $R$ , car l'ensemble des descendants de  $R$  contient aussi  $R_3$ . En effet, créer une instance de  $R$  ne va pas écarter la possibilité de  $R_3$ .

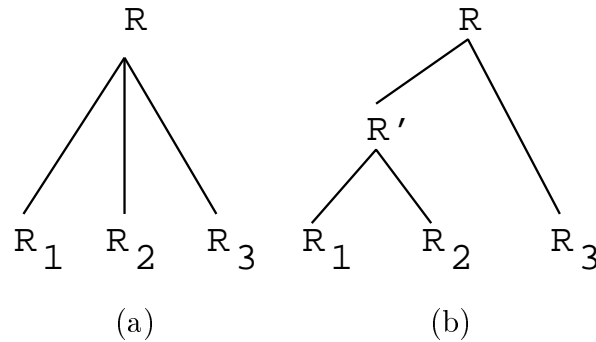


FIG. 4.1 – *Disjonction de relations et ascendant : équivalence ? (a) : héritage où l'équivalence n'est pas réalisée ; (b) héritage où l'équivalence est réalisée.*

Pour représenter toutes les disjonctions possibles de relations, chaque couple de relations doit donc posséder un ascendant commun unique distinct des ascendants des autres couples de relations ( $R'$  dans la figure 4.1). Ce qui implique que la hiérarchie de spécialisation soit un demi-treillis supérieur.

#### 4.1.5 Les propriétés des classes de relations

Les propriétés mathématiques des relations sont des propriétés propres uniquement aux relations topologiques : des propriétés de classes de relations. Ces propriétés vont nous permettre de déduire des relations à partir de relations déjà connues. Dans ce paragraphe, nous allons étudier plus profondément les différentes propriétés présentées dans le paragraphe 4.

**Équivalence :** Dans une représentation par objets, l'équivalence correspond à l'égalité des classes.

**Incompatibilité :** Nous avons posé dans la définition 1 que l'incompatibilité de deux relations exprime dans un monde ouvert qu'une relation est fautive entre deux entités : une relation entre deux entités est prouvée fautive si une instance d'une relation incompatible existe. Cela implique qu'une instance de relation ne peut pas être créée si une instance d'une relation incompatible ayant les mêmes arguments existe déjà.

**Symétrie et implication symétrique :** La symétrie –  $R(x, y) \Rightarrow R(y, x)$  – est une relation intra-relation. L'implication symétrique –  $R_1(x, y) \Rightarrow R_2(y, x)$  – est une relation inter-relation. Toutefois, ces deux relations peuvent s'exprimer par l'attribut nommé **lien-inverse** défini dans le langage YAFOOL. Dans le premier cas, la relation inverse est la même relation. Ce champ est utilisé lors de la création d'une relation entre deux objets. Lorsqu'une relation entre deux objets sera instanciée, la relation inverse devra être aussi instanciée.

**Incompatibilité et implication :** Si une relation  $R$  est incompatible avec une relation  $R'$ , alors toutes les relations qui impliquent  $R'$  sont incompatibles avec  $R$ , et toutes les relations qui impliquent  $R$  sont incompatibles avec  $R'$ . Par conséquent, l'incompatibilité s'hérite, c'est-à-dire que si une relation  $R_1$  est incompatible avec une relation  $R_2$ , alors les descendants de la relation  $R_2$  sont incompatibles avec  $R_1$ . Toutefois une limitation est à apporter : une relation ne peut pas être incompatible avec un de ses ascendants, ce problème pouvant se poser lors d'héritage multiple. Cette constatation implique tout simplement que deux relations incompatibles ne peuvent pas avoir de fils ou encore que la conjonction de deux telles relations est représentée par une classe incohérente d'extension vide.

**Transitivité :** La représentation de la transitivité nécessite d'effectuer les opérations suivante : à chaque création d'une instance d'une relation  $R(A, B)$ , il faut rechercher toutes les instances de relation  $R(x, A)$ , où  $x$  est quelconque, et créer l'instance de relation  $R(x, B)$ . Puis il faut rechercher toutes les instances de relations  $R(B, z)$ , où  $z$  est quelconque, et créer l'instance de relation  $R(A, z)$ .

**Composition et exhaustivité :** La composition des huit relations topologiques de base est donnée par la table 4.2. Lorsqu'une case de la table contient plusieurs relations, ces relations forment une disjonction. Pour mieux comprendre, prenons un exemple. Si trois objets  $x$ ,  $y$  et  $z$  sont tels que  $TPP(x, y)$  «  $x$  est une partie propre tangentielle de  $y$  » et  $EC(y, z)$  «  $y$  est connexe à  $z$  », alors on peut déduire que  $EC(x, z)$  ou alors que  $DC(x, z)$  «  $x$  est déconnecté de  $z$  ». La composition s'exprime par la formule logique suivante :

$$\forall x, y, z : R_1(x, y) \wedge R_2(y, z) \Rightarrow \bigvee_{R' \in S} R'(x, z)$$

$S$  étant un ensemble de relations dépendant de  $R_1$  et  $R_2$ .

Deux problèmes se posent pour la représentation de la composition. Le premier est la représentation d'une disjonction. Nous avons vu dans le paragraphe 4.1.4 qu'une disjonction peut se représenter, dans les systèmes de représentation des connaissances par objets, par l'ascendant commun le plus spécialisé.

Nous choisissons donc, pour représenter le membre droit de la composition, d'introduire dans le système de représentation des relations une relation par résultat de la composition, soit pour chaque « case » de la table de composition 4.2. Il est nécessaire que les nouvelles relations satisfassent la propriété d'exhaustivité, c'est-à-dire d'équivalence entre une relation  $R$  et une disjonction d'un ensemble  $S$  de relations. Cette propriété s'exprime par la formule logique :

$$\forall x, y : R(x, y) \Leftrightarrow \bigvee_{R' \in S} R'(x, y)$$

Nous verrons que cette propriété peut être complètement représentée par la spécialisation des relations, et ceci à condition que la hiérarchie de spécialisation possède une structure de demi-treillis supérieur comme il est précisé dans le paragraphe 4.1.4.

$R_1(x, y)$	$R_2(y, z)$							
	--							
			--					
							--	

TAB. 4.2 – La table de composition des relations topologiques de base. La composition de relations avec la relation  $EQ(x, y)$  «  $x$  est égal à  $y$  » ne se trouve pas dans cette table car elle est égale à la relation.

Le deuxième problème qui se pose pour la représentation de la composition est similaire à celui de la représentation de la transitivité : à chaque création d'une instance de relation  $R(A, B)$ , il faut rechercher toutes les instances  $R''(z, A)$ , où  $R''$  est une relation spatiale quelconque et  $z$  un objet quelconque, et créer une instance de la relation  $R'(z, B)$ ,  $R'$  étant la composée de  $R''$  et de  $R$ . Puis il faut rechercher toutes les instances de relations  $R''(B, z)$ , où  $R''$  est une relation spatiale quelconque et  $z$  un objet quelconque, et créer l'instance de la relation  $R'(A, z)$ , où  $R'$  est la composée de  $R$  et de  $R''$ .

## 4.2 La vérification des relations sur des images

Nous avons vu précédemment que les relations doivent être calculables – ou vérifiables – dans une situation donnée. Comme nous l'avons étudié dans le paragraphe 3.1.1, les images que nous utilisons sont des images pixels. Un pixel est le plus petit élément de l'image, il est indivisible. On le représente souvent par un carré de surface quelconque.

Dans ce paragraphe, nous définissons une méthode de calcul des relations pour des images de pixels. Toutefois, nous verrons que cette méthode est extensible à n'importe quelle image, et plus encore à tous les problèmes où des fonctions de type ensembliste sont calculables.

### 4.2.1 Des opérations ensemblistes

Pour définir les méthodes de vérification des relations sur l'image, nous avons repris la démarche utilisée dans [Egenhofer, 1989]. Ainsi, nous considérons que les objets extraits de l'image sont constitués de deux ensembles : l'ensemble des points intérieurs de l'objet noté  $x^\circ$  et l'ensemble des points frontières de l'objet noté  $\partial x$ . Ces deux ensembles sont montrés dans la figure 4.2(a). Nous nous ramenons donc à une vision ensembliste des objets. Un point intérieur est un pixel de l'image, en revanche un point frontière est un pixel abstrait.

Des opérations ensemblistes peuvent être appliquées à ces ensembles de points. Nous en retenons deux : l'intersection et la différence. Nous obtenons ainsi quatre primitives de base calculables sur les images pour deux objets donnés. Les primitives sont présentées sur la figure 4.2 (b et c).

Les ensembles résultant de l'application de ces quatre primitives sont testés pour savoir s'ils sont vides ou non. Nous définissons ainsi huit conditions :

appartenance	$x^\circ - y^\circ = \emptyset$
contenance	$y^\circ - x^\circ = \emptyset$
non appartenance	$x^\circ - y^\circ \neq \emptyset$
non contenance	$y^\circ - x^\circ \neq \emptyset$
recouvrement en tout ou partie	$x^\circ \cap y^\circ \neq \emptyset$
non recouvrement	$x^\circ \cap y^\circ = \emptyset$
tangence	$\partial x \cap \partial y \neq \emptyset$
non tangence	$\partial x \cap \partial y = \emptyset$

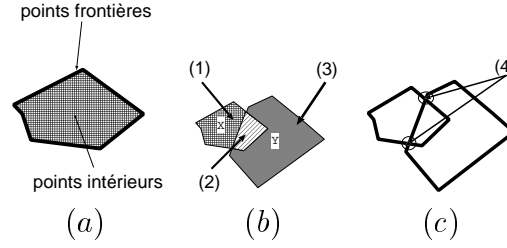


FIG. 4.2 – Définition des primitives sur les images.

(a) les ensembles de points intérieurs et frontières, (b) les primitives sur les ensembles de points intérieurs, (c) les primitives sur les ensembles de points frontières. Les quatre primitives ainsi définies sont: (1)  $x^\circ - y^\circ$  (2)  $x^\circ \cap y^\circ$  (3)  $y^\circ - x^\circ$  (4)  $\partial x \cap \partial y$ .

$EQ(x, y)$	$\equiv_{def}$	$\{x^\circ \cap y^\circ \neq \emptyset, x^\circ - y^\circ = \emptyset, y^\circ - x^\circ = \emptyset, \partial x \cap \partial y \neq \emptyset\}$
$NTPP(x, y)$	$\equiv_{def}$	$\{x^\circ \cap y^\circ \neq \emptyset, x^\circ - y^\circ = \emptyset, y^\circ - x^\circ \neq \emptyset, \partial x \cap \partial y = \emptyset\}$
$TPP(x, y)$	$\equiv_{def}$	$\{x^\circ \cap y^\circ \neq \emptyset, x^\circ - y^\circ = \emptyset, y^\circ - x^\circ \neq \emptyset, \partial x \cap \partial y \neq \emptyset\}$
$NTPP^{-1}(x, y)$	$\equiv_{def}$	$\{x^\circ \cap y^\circ \neq \emptyset, y^\circ - x^\circ = \emptyset, x^\circ - y^\circ \neq \emptyset, \partial x \cap \partial y = \emptyset\}$
$TPP^{-1}(x, y)$	$\equiv_{def}$	$\{x^\circ \cap y^\circ \neq \emptyset, y^\circ - x^\circ = \emptyset, x^\circ - y^\circ \neq \emptyset, \partial x \cap \partial y \neq \emptyset\}$
$PO(x, y)$	$\equiv_{def}$	$\{x^\circ \cap y^\circ \neq \emptyset, x^\circ - y^\circ \neq \emptyset, y^\circ - x^\circ \neq \emptyset, \partial x \cap \partial y \neq \emptyset\}$
$EC(x, y)$	$\equiv_{def}$	$\{x^\circ \cap y^\circ = \emptyset, \partial x \cap \partial y \neq \emptyset, x^\circ - y^\circ \neq \emptyset, y^\circ - x^\circ \neq \emptyset\}$
$DC(x, y)$	$\equiv_{def}$	$\{x^\circ \cap y^\circ = \emptyset, \partial x \cap \partial y = \emptyset, x^\circ - y^\circ \neq \emptyset, y^\circ - x^\circ \neq \emptyset\}$

TAB. 4.3 – Les huit relations de base exprimées en terme de conditions.

Chacune des huit relations topologiques de base est équivalente à une conjonction d'un sous-ensemble de ces huit conditions (table 4.3). Il est à noter que la condition tangence est impliquée par la relation «  $x$  est égal à  $y$  » car nos objets sont fermés et par la relation «  $x$  recouvre partiellement  $y$  » car nos objets sont connexes. De plus, comme nos objets sont non vides, la condition  $x^\circ \cap y^\circ \neq \emptyset$  est impliquée par les conditions  $x^\circ - y^\circ = \emptyset$  et  $y^\circ - x^\circ = \emptyset$  et la condition  $x^\circ \cap y^\circ = \emptyset$  implique les conditions  $x^\circ - y^\circ \neq \emptyset$  et  $y^\circ - x^\circ \neq \emptyset$ .

L'ensemble minimum de conditions d'une relation  $R$  est le plus petit sous-ensemble des huit conditions tel qu'une conjonction (notée  $\wedge$ ) des conditions appartenant à cet ensemble soit équivalente à la relation  $R$ . Ce qui signifie que si une condition appartient à cet ensemble, cette condition doit être vérifiée pour pouvoir vérifier la relation  $R$  correspondante, et réciproquement, si une condition n'appartient pas à cet ensemble, il n'est pas nécessaire de la vérifier pour vérifier  $R$ .

Pour optimiser au maximum les calculs sur l'image, nous imposerons dans la suite que seules les conditions nécessaires et suffisantes soient calculées, c'est-à-dire les conditions de l'ensemble minimum de conditions. Nous verrons comment retrouver cet ensemble minimum dans le chapitre 5.

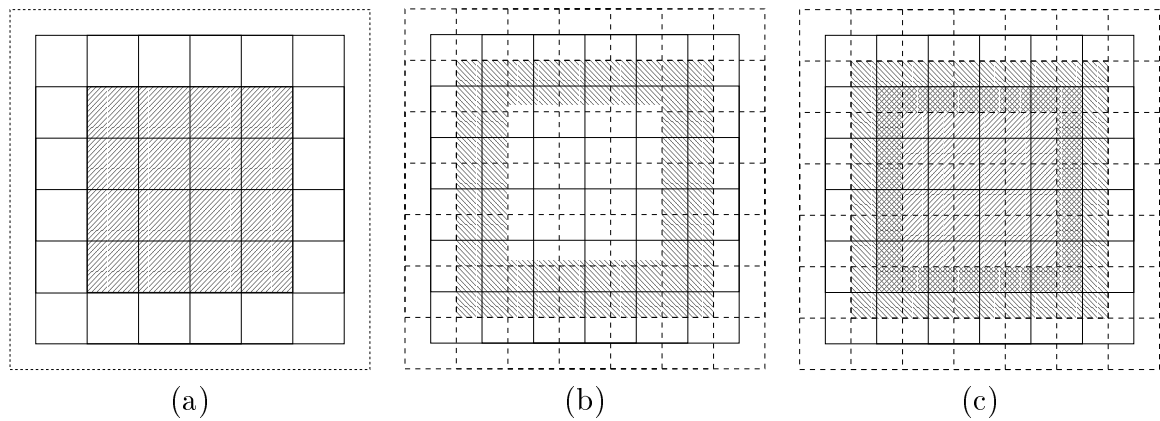


FIG. 4.3 – Définition de la frontière d'un objet par des pixels abstraits, (a) : l'objet dont il faut trouver la frontière est hachuré, le cadre correspond aux pixels, (b) : la frontière de l'objet, le cadre en pointillés correspond aux pixels abstraits, (c) : une vision superposée des deux.

### Le problème de la frontière

La division et l'intersection des ensembles de points intérieurs sont facilement réalisables sur les images. Ce sont des opérations correspondant à des opérateurs Or et And d'images pixels. Ces opérateurs se trouvent dans beaucoup de systèmes de traitement d'image tel que VISILOG [NOE, 1990]. En revanche, l'opérateur d'intersection des frontières pose un problème de par la nature même des pixels. En effet, un pixel est défini par une position et un contenu, il ne possède donc pas de surface et peut être assimilé à un point mathématique. Par conséquent, il ne possède pas réellement de frontière.

Si on définit une frontière dont les éléments sont des pixels de l'image, alors les pixels frontières peuvent être externes ou internes à l'objet. Si les pixels frontières sont internes à l'objet, alors l'intersection des ensembles de points frontières d'objets connexes est vide. La définition de la connexité n'est pas respectée. Si les pixels sont externes à l'objet, alors certains objets déconnectés seront confondus avec des objets connexes.

Pour résoudre ce problème, nous avons défini une frontière abstraite dont les éléments sont des pixels abstraits qui chevauchent quatre pixels de l'image, comme il est montré dans la figure 4.3. Savoir si un pixel  $f$  est un pixel frontière, c'est tester si l'un des quatre pixels chevauchés par  $f$  est un pixel de l'objet et si un autre n'est pas un pixel de l'objet.

L'intersection de frontières est maintenant réalisable, comme le montre la figure 4.4.

### 4.2.2 Mémorisation des conditions

Nous montrons dans cette partie que les conditions nécessaires à la vérification de relations doivent être mémorisées pour une vérification efficace des relations sur l'image [Mangelinck, 1998]. En effet, nous considérons qu'une information calculée sur l'image ne doit jamais être recalculée. Or la même relation entre deux objets peut être vérifiée plusieurs fois sur l'image : il faut donc mémoriser la relation.

Une relation prouvée vraie sera mémorisée sous la forme d'une instance. En revanche, si la relation est fautive, elle ne peut pas être instanciée : l'information qui vient d'être



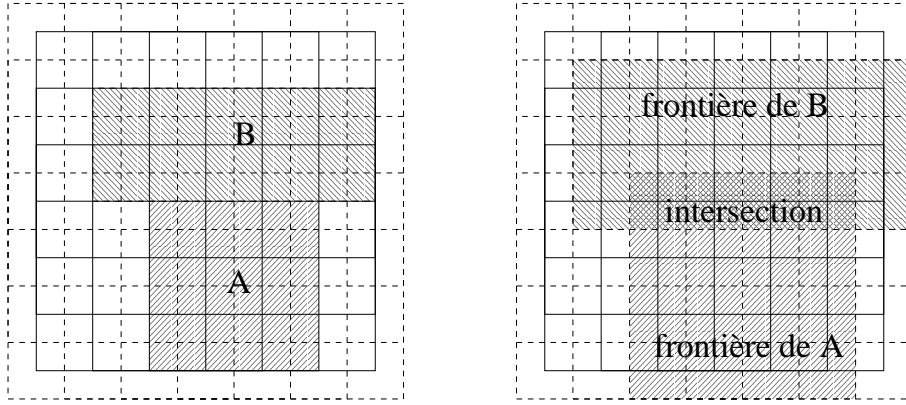


FIG. 4.4 – L'intersection de frontières.

$Dx$	: $\{x^\circ - y^\circ \neq \emptyset\}$
$P^{-1}$	: $\{y^\circ - x^\circ = \emptyset\}$
$Dy$	: $\{y^\circ - x^\circ \neq \emptyset\}$
$P$	: $\{x^\circ - y^\circ = \emptyset\}$
$O$	: $\{x^\circ \cap y^\circ \neq \emptyset\}$
$DR$	: $\{x^\circ \cap y^\circ = \emptyset\}$
$A$	: $\{\partial x \cap \partial y \neq \emptyset\}$
$NA$	: $\{\partial x \cap \partial y = \emptyset\}$

TAB. 4.4 – Les huit relations-conditions.

calculée est perdue. Une relation prouvée fausse signifie que certaines conditions sont fausses, et que d'autres sont vraies. Il faut donc mémoriser l'ensemble des conditions vraies et l'ensemble des conditions fausses.

Pour mémoriser les conditions vraies, nous introduisons dans le système huit classes de relations, chacune ayant pour ensemble minimal de conditions une unique condition. Ainsi, pour chaque condition testée et vraie sur l'image, nous pouvons créer une instance de la relation correspondant à la condition. Nous dirons par la suite que ces relations sont équivalentes à une condition et nous les nommerons *relations-conditions*. Les huit classes de relations-conditions créées sont définies dans la table 4.4 par leur ensemble minimal de conditions. Les classes de relations-conditions sont différenciées des autres classes de relations topologiques par un attribut nommé `condition-locale` qui n'est défini que dans ces classes. L'attribut `condition-locale` permet de retrouver la condition à laquelle la relation-condition est équivalente. Les autres classes doivent hériter de ces classes afin de respecter l'héritage de conditions.

Le problème est maintenant de mémoriser qu'une condition est fausse. Or, de par la formulation des conditions, chaque condition possède une négation parmi les sept autres conditions. Nous introduisons pour chaque classe de relation-condition un attribut nommé `négation`. Défini dans une relation-condition  $R$  équivalente à une condition  $C$ , cet attribut

donne la relation-condition  $R'$  équivalente à une condition  $C'$  qui est la négation de la condition  $C$ . Ainsi on peut mémoriser qu'une condition est fautive en créant une instance de la négation de la relation-condition. Cette relation est elle-même une relation-condition.

Récapitulons maintenant la vérification d'une relation  $R$ :

- tester toutes les conditions de l'ensemble minimal de  $R$ ,
- si les conditions sont toutes vraies, créer une instance de  $R$ ,
- sinon
  - créer des instances des relations-conditions correspondant aux conditions vraies,
  - pour toutes les relations-conditions *rel-cond* correspondant à des relations fautes, créer des instances de **négation**(*rel-cond*).

Finalement, si la relation  $R$  est fautive, la connaissance de la position des deux objets est dispersée dans les différentes instances de relations-conditions qui ont été créées. Or pour des raisons de maintien de cohérence et de lisibilité des objets, nous voudrions avoir une unique relation topologique par couple d'objets. Nous voulons donc créer une instance d'un descendant commun de ces relations-conditions, ce qui implique qu'il doit exister un unique descendant commun plus général pour chaque sous-ensemble de relations-conditions qui ne sont pas incompatibles. La hiérarchie doit donc avoir une structure de demi-treillis inférieur.

### 4.2.3 Spécialisation et conditions

La définition des relations en termes de conditions sur des ensembles de points caractérisant les relations donne l'idée d'une autre spécialisation. Tout d'abord, prenons un exemple et considérons la relation  $PP(x, y)$  « *x est une partie propre de y* » et  $TPP(x, y)$  « *x est une partie propre tangentielle de y* ». Ces relations s'expriment en termes de conditions nécessaires et suffisantes par :

$$\begin{aligned} PP(x, y) &\equiv_{def} (y^\circ - x^\circ = \emptyset) \wedge (y^\circ - x^\circ \neq \emptyset) \\ TPP(x, y) &\equiv_{def} (x^\circ - y^\circ = \emptyset) \wedge (y^\circ - x^\circ \neq \emptyset) \wedge (\partial x \cap \partial y \neq \emptyset) \end{aligned}$$

Sur cet exemple, on peut voir que les conditions de  $PP$  sont incluses dans celles de  $TPP$ . C'est-à-dire que les conditions de  $TPP$  sont celles de  $PP$  plus une autre condition. Par conséquent, il existe un héritage de propriétés entre  $TPP$  et  $PP$ . La spécialisation des relations peut être représentée par l'héritage des conditions caractérisant la relation et permettant de la calculer. Cela correspond à la définition en intension de la subsumption, présentée dans le paragraphe 1.2.1, qui définit que le fils possède toutes les propriétés du père.

Cela pose aussi la question de la signification de l'héritage de relations par rapport aux propriétés des relations. Une idée intuitive serait que la condition d'une relation est une conjonction de toutes les conditions des ascendants plus des conditions « locales » (c'est-à-dire propres à la relation). Toutefois, pour introduire cette notion de conjonction, nous devons formaliser l'approche de la construction de la hiérarchie afin de vérifier que la conjonction effectuée est valide.

Nous avons vu qu'une relation spécialise une autre relation si et seulement si elle l'implique. Or, l'héritage basé sur l'implication ne permet pas de retrouver l'ensemble minimum de conditions nécessaires à la vérification de relation. En effet, c'est le cas de la relation d'égalité et de la relation-condition **A** équivalente à  $\partial x \cap \partial y \neq \emptyset$ . Lorsque deux objets  $x$  et  $y$  sont tels que «  $x$  est égal à  $y$  », alors ils vérifient la condition  $\partial x \cap \partial y \neq \emptyset$ .

Toutefois l'égalité est vérifiée uniquement à l'aide de conditions portant sur les points intérieurs. Faire hériter explicitement la condition de la relation-condition **A** impliquerait qu'il faut tester la condition tangence en plus des autres conditions pour vérifier s'il y a égalité. Ceci n'est, a priori pas satisfaisant pour une vérification des relations sur des images. En effet, le temps de calcul d'une condition peut être important si la taille de l'image est grande.

### 4.3 Conclusions

La méthode de vérification des relations que nous proposons possède l'avantage que la perte d'information sur les objets est nulle. En effet, les objets ne sont approximés par aucune forme au contraire des approches proposées dans [Mukerjee et Joe, 1990, Hernández, 1994] qui approximent les formes par des rectangles d'encadrement. Nous conservons l'image telle qu'elle est sans transformation. De plus, cette méthode permet d'intégrer au système une nouvelle relation à condition de la formuler en termes de primitives calculables sur l'image. Le deuxième avantage de cette méthode réside dans l'indépendance de la représentation par rapport au type de l'image utilisée. En effet, seules les primitives de calcul sont à redéfinir en cas de changement de type d'image, à la condition de conserver la sémantique des objets.

La représentation de la composition de relations nécessite que chaque classe de relation décrite dans la hiérarchie de relations soit équivalente à une disjonction d'une partie des huit relations de base. Il est donc nécessaire d'avoir un unique ascendant commun le plus spécialisé pour chaque couple de relations. De plus, pour respecter la définition de la validité d'une relation entre deux objets, il est nécessaire que la hiérarchie soit construite sur la relation d'implication, ce qui signifie qu'une relation est une spécialisation d'une autre si et seulement si elle implique cette autre relation.

Finalement, la vérification des relations sur l'image et l'hypothèse qu'il existe une unique relation topologique par couple d'entités spatiales nous imposent qu'il existe pour chaque couple de relations, relations-conditions (une relation équivalente à exactement une condition) ou autres relations, un descendant commun le plus général. Toutes ces raisons nous ont amenés à organiser la hiérarchie des relations topologiques sous forme d'un treillis. Nous allons étudier ce treillis dans le chapitre suivant.

# Chapitre 5

## Un treillis de relations topologiques

### Introduction

Notre objectif est de trouver une hiérarchie des relations qui possède de bonnes propriétés par rapport à la représentation des relations. Créer une hiérarchie de relations nécessite d'une part de définir l'ensemble des classes à représenter, d'autre part de définir le lien de spécialisation entre les classes. Nous connaissons ce lien : la représentation doit permettre de représenter la validité d'une relation et par conséquent une relation  $r_1$  est plus spécialisée qu'une relation  $r_2$  si et seulement si  $r_1$  implique  $r_2$  (paragraphe 4.1.3). Il nous reste maintenant à définir l'ensemble des classes de relations à représenter. Nous avons choisi de donner à la hiérarchie une structure de treillis afin de lui donner des propriétés mathématiques permettant de représenter des conjonctions et des disjonctions de relations.

Dans ce chapitre, nous comparerons plusieurs types de treillis. Un treillis complet possède trop d'éléments pour être gérable dans un système de représentation des connaissances par objets. Parallèlement, il existe une correspondance forte entre les relations spatiales et les conditions permettant de vérifier les relations. Nous avons utilisé cette correspondance pour construire le treillis des relations à l'aide de la technique de la fermeture de Galois [Barbut et Monjardet, 1970]. Nous verrons que cette technique ne permet pas d'inclure dans le treillis toutes les relations qui nous sont nécessaires. Dans un deuxième temps nous proposons donc une extension du premier treillis. Nous avons comparé ces deux treillis et le treillis complet des relations pour choisir le plus adapté à notre situation. Nous présenterons ces trois treillis dans la deuxième partie, la première partie étant consacrée aux définitions générales des treillis.

Dans une troisième partie, nous étudierons les propriétés du treillis de Galois basé sur la relation d'implication entre les relations topologiques de base et les conditions. Ces propriétés ne sont pas conservées dans l'extension du treillis. Ces propriétés nous permettront d'affirmer que le treillis de Galois rend possible la résolution du problème des conditions nécessaires et suffisantes pour la vérification de relations. Nous verrons aussi que ce treillis permet de représenter plus facilement les propriétés des relations.

Dans une quatrième partie, nous définirons les algorithmes de recherche de l'ensemble minimal des conditions et de vérification de relations. Nous y verrons aussi comment sont représentées toutes les propriétés présentées dans le chapitre précédent.

## 5.1 Définition du treillis

Dans cette partie, nous rappelons ce qu'est un treillis et les définitions des termes qui seront utilisés ultérieurement. L'ensemble des définitions présentées ici sont tirées de [Barbut et Monjardet, 1970].

### Ordre Partiel

Soit  $X$  un ensemble non vide et soit  $\leq$  une relation binaire sur  $X$ ,  $(X, \leq)$  est un *ordre partiel* si et seulement si :

1.  $\leq$  est réflexive :  $\forall x \in X, x \leq x$ ,
2.  $\leq$  est antisymétrique :  $\forall x, y \in X, (x \leq y \text{ et } y \leq x) \Rightarrow (x = y)$ ,
3.  $\leq$  est transitive :  $\forall x, y, z \in X, (x \leq y \text{ et } y \leq z) \Rightarrow (x \leq z)$ .

### Treillis

Soit  $(X, \leq)$  un ordre partiel, soit  $A$  un sous-ensemble de  $X$ , soit  $m$  un élément quelconque de  $X$ ,  $m$  est un *infimum* de  $A$  si et seulement si :

- $\forall a \in A, (m \leq a)$ ,
- $\forall c \in X, (\forall a \in A, c \leq a) \Rightarrow (c \leq m)$ .

Soit  $(X, \leq)$  un ordre partiel, soit  $A$  un sous-ensemble de  $X$ , soit  $M$  un élément quelconque de  $X$ ,  $M$  est un *supremum* de  $A$  si et seulement si :

- $\forall a \in A, (a \leq M)$ ,
- $\forall c \in X, (\forall a \in A, a \leq c) \Rightarrow (M \leq c)$ .

Un *treillis*  $\langle X, \leq, \sqcup, \sqcap \rangle$  est un ordre partiel  $(X, \leq)$  où chaque paire  $\{x, y\} \in X^2$  possède un supremum  $\sqcup$  et un infimum  $\sqcap$ <sup>5</sup>. Les notions d'infimum et de supremum sont illustrées dans la figure 5.1(a).

Le *majorant universel* (resp. *minorant universel*) d'un treillis  $\langle X, \leq, \sqcup, \sqcap \rangle$  est le majorant<sup>6</sup> (resp. minorant) de l'ensemble  $X$ . Il est à noter que dans un treillis fini, il existe toujours un majorant et un minorant universel. Lorsqu'un treillis possède un majorant  $\top$  et un minorant universel  $\perp$ , on le note  $\langle X, \leq, \sqcup, \sqcap, \perp, \top \rangle$

### Décomposition en éléments irréductibles

Un *successeur*  $y$  (resp. *prédécesseur*) d'un élément  $x$  est un élément supérieur (resp. inférieur) à  $x$  tel qu'il n'existe pas d'intermédiaire entre  $x$  et  $y$ . Par exemple, dans la figure 5.1(b), 5 possède deux successeurs de 1 et 2 et possède deux prédécesseurs de 8 et 10.

Un élément  $x$  est dit *inf-réductible* s'il est l'infimum d'autres éléments du treillis, c'est-à-dire s'il possède plusieurs successeurs :

$$x = x_1 \sqcup x_2 \text{ avec } x_1 \neq x \text{ et } x_2 \neq x$$

5. En général l'infimum et le supremum sont notés  $\wedge$  et  $\vee$  mais dans la suite, nous réserverons ces symboles pour la conjonction logique et la disjonction logique.

6. Au sens habituel du terme, c'est-à-dire que le majorant  $M$  est tel que  $\forall x \in X, (x \leq M)$ .

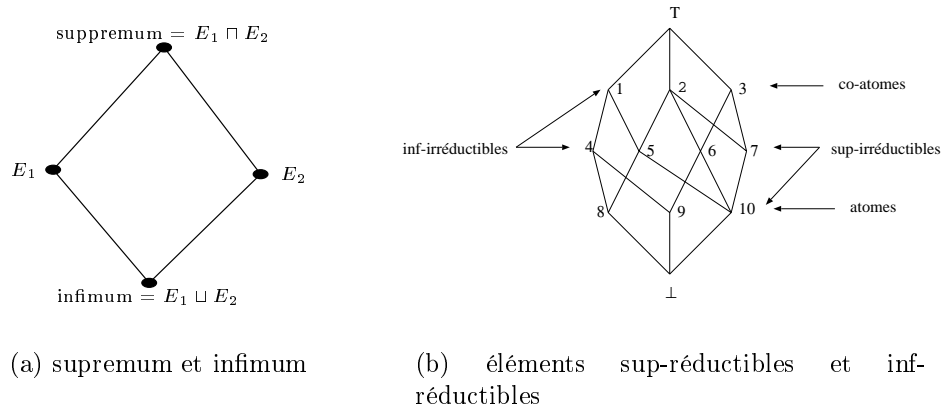


FIG. 5.1 – Illustration des définitions.

Un élément  $x$  est dit *inf-irréductible* s'il ne possède qu'un unique successeur, c'est-à-dire il ne peut pas être l'infimum d'éléments différents de lui-même :

$$\text{si } x = x_1 \sqcup x_2 \text{ alors } x_1 = x \text{ ou } x_2 = x$$

Un élément  $x$  est dit *sup-réductible* s'il possède plusieurs prédécesseurs, c'est-à-dire il est le supremum d'éléments différents de lui-même :

$$x = x_1 \sqcap x_2 \text{ avec } x_1 \neq x \text{ et } x_2 \neq x$$

Un élément est dit *sup-irréductible* s'il ne possède qu'un unique prédécesseur, c'est-à-dire il n'est pas le supremum d'éléments différents de lui-même :

$$\text{si } x = x_1 \sqcap x_2 \text{ alors } x_1 = x \text{ ou } x_2 = x$$

Dans la figure 5.1(b), les éléments 1, 2, 3, 4 et  $\top$  sont inf-irréductibles et les éléments 8, 9, 10, 7 et  $\perp$  sont sup-irréductibles.

Les *atomes* d'un treillis sont les éléments successeurs du minorant universel (dans l'exemple 8, 9, 10). Les *co-atomes* sont les éléments qui précèdent le majorant universel (dans l'exemple 1, 2, 3). Les atomes et le minorant universel sont toujours sup-irréductibles. Les co-atomes et le majorant universel sont inf-irréductibles. Un treillis est dit *atomique* si tous les éléments sup-irréductibles sont des atomes et *co-atomique* si tous les éléments inf-irréductibles sont des co-atomes. Le treillis présenté dans la figure 5.1(b) n'est ni atomique (4 est inf-irréductible mais il n'est pas un co-atome), ni co-atomique (7 est sup-irréductible mais il n'est pas un atome).

## 5.2 Trois types de treillis

Il existe deux façons de construire un treillis qui dépendent des définitions possibles du treillis. On peut vouloir, à partir d'un ensemble  $E$  fixé, trouver un ordre  $\leq$  pour que

$(E, \leq)$  possède une structure de treillis. En revanche nous nous attacherons, à partir d'un ordre fixé – l'implication –, à compléter l'ensemble des relations pour obtenir un treillis.

L'ensemble des relations doit contenir :

- l'ensemble que nous appelons *RCC-8* des huit relations de base :  $NTPP$ ,  $TPP$ ,  $NTPP^{-1}$ ,  $TPP^{-1}$ ,  $PO$ ,  $EC$ ,  $DC$ ,  $EQ$ ,
- l'ensemble nommé *Conditions* des relations-conditions, c'est-à-dire les relations équivalentes à une condition :  $P$ ,  $P^{-1}$ ,  $DR$ ,  $O$ ,  $Dx$ ,  $Dy$ ,  $NA$  et  $A$ .

À partir de ces relations, l'ensemble des relations est à construire pour que l'ensemble partiellement ordonné par l'implication ait une structure de treillis.

La définition du treillis donnée précédemment est incomplète. En effet, nous pouvons construire plusieurs treillis basés sur l'implication et comprenant les huit relations topologiques de base. Nous allons présenter plusieurs types de treillis qui ont chacun leurs avantages et leurs inconvénients. Nous présentons tout d'abord le treillis complet des relations, puis le treillis de Galois et enfin une extension de ce treillis.

Le treillis que nous voulons construire est destiné à créer des classes de relations. Ceci signifie qu'à chaque élément du treillis on va associer un nom, puis définir une classe correspondante. L'ascendant commun le plus spécialisé correspond alors au supremum du treillis et le descendant commun le plus général correspond à l'infimum. Pour éviter toute confusion entre les éléments du treillis et la relation correspondante qui est un prédicat logique, nous introduisons une fonction  $\pi$  qui associe à un élément du treillis une formule logique formée par une disjonction de relations topologiques de base, c'est-à-dire que soit  $\mathcal{E}$  l'ensemble des éléments du treillis et soit  $\mathcal{F}$  l'ensemble des formules logiques :

$$\pi : \mathcal{E} \rightarrow \mathcal{F}$$

La définition de  $\pi$  dépend évidemment des types d'éléments qui sont créés et par conséquent des définitions des différents treillis. La définition de  $\pi$  nous permettra de nous assurer que les treillis respectent bien les propriétés suivantes :

- l'ordre entre les éléments du treillis respecte la définition de la validité des relations ; l'ordre du treillis devra donc respecter la contrainte d'implication, c'est-à-dire soient  $E_1$  et  $E_2$  deux éléments du treillis :

$$E_1 \leq E_2 \equiv \pi(E_1) \Rightarrow \pi(E_2)$$

- nous dirons dans la suite que le supremum  $\sqsupset$  est équivalent à la disjonction  $\vee$  si quelques soient  $E_1$  et  $E_2$  appartenant au treillis, alors :

$$\pi(E_1 \sqsupset E_2) \Leftrightarrow \pi(E_1) \vee \pi(E_2)$$

- de même, nous dirons que l'infimum  $\sqsubset$  est équivalent à la conjonction  $\wedge$  si quelques soient  $E_1$  et  $E_2$  appartenant au treillis, alors :

$$\pi(E_1 \sqsubset E_2) \Leftrightarrow \pi(E_1) \wedge \pi(E_2)$$

De plus, un attribut de ces classes décrira les conditions (nécessaires à la vérification des relations) héritées par ces classes. Un élément auquel ne correspondrait – par héritage ou définition – aucune condition n'a pas d'intérêt dans le sens où n'apportant aucune information supplémentaire, cette classe serait inutile. Il en est de même pour plusieurs classes auxquelles correspondraient exactement les mêmes conditions.

### 5.2.1 Le treillis complet

Nous pouvons construire un treillis complet basé sur l'implication et contenant les huit relations topologiques de base. Ce treillis est défini par :

**Définition 3** *Le treillis  $\mathcal{T}_C$  est la structure  $\langle \mathcal{P}(RCC-8), \subseteq, \cap, \cup, \emptyset, RCC-8 \rangle$  où :*

- l'ensemble des éléments est l'ensemble des parties de  $RCC-8$  noté  $\mathcal{P}(RCC-8)$ ,
- l'ordre sur les éléments est l'inclusion ensembliste  $\subseteq$  : un élément  $E$  est inférieur à un autre élément  $E'$  si et seulement si  $E$  est inclus dans  $E'$ ,
- l'infimum de deux éléments  $E_1$  et  $E_2$  est obtenu par l'intersection  $\cap$  des ensembles  $E_1$  et  $E_2$ ,
- le supremum de deux éléments  $E_1$  et  $E_2$  est obtenu par l'union  $\cup$  des ensembles  $E_1$  et  $E_2$ ,
- le minorant universel est l'ensemble vide  $\emptyset$ ,
- le majorant universel est l'ensemble des relations topologiques de base  $RCC-8$ .

Ce treillis est atomique : les atomes sont les parties ne contenant qu'un élément et ils correspondent aux huit relations topologiques de base. Il est aussi co-atomique : les co-atomes sont les parties de  $RCC-8$  contenant 7 éléments. Ce treillis est complet car chaque élément  $E$  possède un complément dans le treillis qui est défini par son complément  $E^c$  dans l'ensemble  $RCC-8$ . Dans l'ensemble des parties de  $\mathcal{P}(RCC-8)$ , ce complément existe toujours.

Dans ce treillis, nous définissons la fonction  $\pi$  de la manière suivante :

**Définition 4** *La fonction  $\pi$  associe à un élément du treillis  $E$  une formule logique définie par la disjonction des éléments de  $E$ , c'est-à-dire soit  $\mathcal{F}$  l'ensemble des formules logiques :*

$$\begin{array}{lcl} \mathcal{P}(RCC-8) & \rightarrow & \mathcal{F} \\ \pi : E & \mapsto & \bigvee_{r \in E} r(x, y) \end{array}$$

L'inclusion correspond à l'implication grâce à la définition de  $\pi(E)$ . En effet, une disjonction d'un ensemble  $E$  de relations est impliquée par une disjonction d'un sous-ensemble  $E'$  de  $E$  :

$$\forall E, E' : (E' \subseteq E) \Rightarrow (\pi(E') \Rightarrow \pi(E))$$

De plus, le complément  $E^c$  d'un ensemble  $E$  dans  $RCC-8$  forme la négation  $\pi(E^c)$  de la relation  $\pi(E)$ . Comme le treillis est complet, chaque relation  $\pi(E)$  possède une négation  $\pi(E^c)$ .

Enfin, le supremum obtenu par  $\cup$  est équivalent à la disjonction  $\vee$  et l'infimum obtenu par  $\cap$  est équivalent à la conjonction  $\wedge$ , les deux propositions suivantes nous permettent de l'affirmer :

$$\begin{array}{l} \pi(E_1 \cup E_2) = \bigvee_{r \in E_1 \cup E_2} r \iff \bigvee_{r \in E_1} r \vee \bigvee_{r \in E_2} r = \pi(E_1) \vee \pi(E_2) \\ \pi(E_1 \cap E_2) = \bigvee_{r \in E_1 \cap E_2} r \iff \bigvee_{r \in E_1} r \wedge \bigvee_{r \in E_2} r = \pi(E_1) \wedge \pi(E_2) \end{array}$$



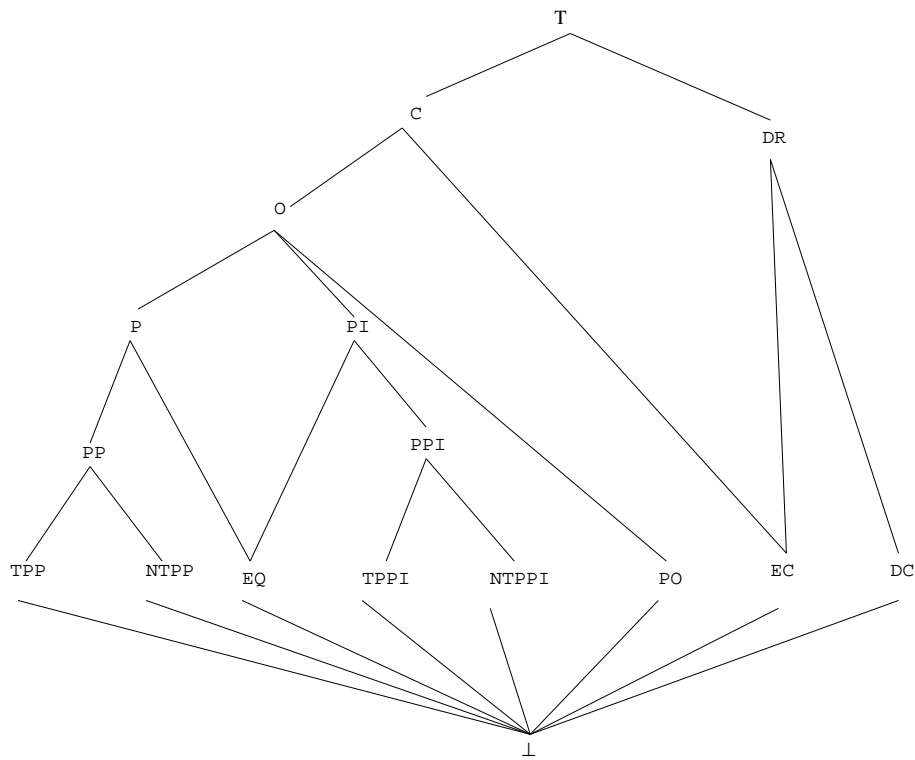


FIG. 5.2 – Le treillis proposé dans [Randell et Cohn, 1992].

Un treillis des relations topologiques a été proposé dans [Randell et Cohn, 1992]. Ce treillis a été présenté dans la figure 5.2. L'ordre entre les relations est le même que le nôtre, c'est-à-dire l'implication. Une étude des dépendances entre forme des objets et relations y a été effectuée. Ce treillis est dédié à la déduction de nouveaux théorèmes à propos des relations et cherche plus particulièrement à faciliter la déduction de la composition de relations. Le treillis est complet (même si cela n'apparaît pas sur la figure 5.2) car le treillis est constitué de l'ensemble des nœuds nommés, complété par un ensemble de nœuds non nommés. Par conséquent, n'importe quelle disjonction de relations est accessible.

En revanche, notre hiérarchie doit être implantée dans un système de RCO, de telle sorte que chaque relation qui sera instanciée par la suite doit être une classe explicitement déclarée dans la hiérarchie. Le treillis contient  $2^8 = 256$  éléments. Ce qui signifie que le concepteur du système doit créer 256 classes de relations dans le système et qu'il doit les gérer. La modification de l'ensemble initial des relations *RCC-8* est alors fastidieuse.

Nous allons donc chercher un treillis non complet, qui contiendrait moins d'éléments et qui répondrait aux exigences données précédemment. De plus, nous voulons pouvoir définir le lien entre la spécialisation de relations et l'héritage de conditions. Dans le treillis défini uniquement sur des parties de l'ensemble des relations topologiques de base, ce lien n'est pas mis en évidence. Dans la section suivante, nous verrons la construction d'un treillis qui permet de mettre ce lien en évidence.

	$P$	$P-1$	$O$	$Dy$	$NA$	$Dx$	$A$	$DR$
$EQ$	1	1	1	0	0	0	1	0
$NTPP$	1	0	1	1	1	0	0	0
$TPP$	1	0	1	1	0	0	1	0
$NTPPI$	0	1	1	0	1	1	0	0
$TPPI$	0	1	1	0	0	1	1	0
$PO$	0	0	1	1	0	1	1	0
$EC$	0	0	0	1	0	1	1	1
$DC$	0	0	0	1	1	1	0	1

TAB. 5.1 – La relation  $\mathcal{C}$  entre les ensembles  $RCC-8$  et  $Conditions$ .

### 5.2.2 Construction par la fermeture de Galois

Dans cette partie, nous présentons un treillis construit à l'aide d'une méthode de Galois. La construction de Galois consiste tout d'abord à définir une relation nommée  $\mathcal{C}$  entre deux ensembles, dans notre cas  $RCC-8$  et  $Conditions$ . Nous avons choisi la relation d'implication entre les relations topologiques de base et les conditions nécessaires à leur vérification. La relation  $\mathcal{C}$  est définie par :

**Définition 5** Soit la relation binaire  $\mathcal{C}$  qui associe à chacune des huit relations topologiques de base l'ensemble des conditions qui sont vraies entre deux objets lorsque la relation est vraie entre ces deux objets :

$$\mathcal{C} : \begin{array}{l} RCC-8 \rightarrow \mathcal{P}(Conditions) \\ r \mapsto \mathcal{C}(r) = \{c \text{ telles que } \forall x, y : r(x, y) \Rightarrow c(x, y)\} \end{array}$$

La relation  $\mathcal{C}$  est représentée dans la table 5.1. On définit aussi la relation réciproque  $\mathcal{C}'$  par :

**Définition 6** Soit la relation binaire  $\mathcal{C}'$  la relation réciproque de  $\mathcal{C}$  :

$$\mathcal{C}' : \begin{array}{l} Conditions \rightarrow \mathcal{P}(RCC-8) \\ c \mapsto \mathcal{C}'(c) = \{r \text{ telles que } \forall x, y : r(x, y) \Rightarrow c(x, y)\} \end{array}$$

Soit  $f$  la fonction qui, à chaque partie  $R$  de  $RCC-8$ , associe l'ensemble des conditions vérifiées par toutes les relations de  $R$  :

$$f : \begin{array}{l} \mathcal{P}(RCC-8) \rightarrow \mathcal{P}(Conditions) \\ R \mapsto \bigcap_{r \in R} \mathcal{C}(r) \end{array}$$

Soit  $f'$  la fonction inverse qui, à chaque partie  $C$  de  $Conditions$ , associe l'ensemble des relations de  $RCC-8$  qui sont en correspondance avec toutes les conditions de  $C$  :

$$f' : \begin{array}{l} \mathcal{P}(Conditions) \rightarrow \mathcal{P}(RCC-8) \\ C \mapsto \bigcap_{c \in C} \mathcal{C}'(c) \end{array}$$

Ces deux fonctions permettent de définir une fermeture  $h$  de l'ensemble  $RCC-8$  et une fermeture  $h'$  de l'ensemble  $Conditions$ . La fermeture  $h$  est la composée des fonctions  $f$  et  $f'$  :

$$h : \begin{array}{l} \mathcal{P}(RCC-8) \rightarrow \mathcal{P}(RCC-8) \\ h(x) = f'f(x) \end{array}$$

On définit symétriquement la fonction  $h'$  comme étant la composée de  $f'$  et  $f$  :

$$h' : \begin{array}{l} \mathcal{P}(Conditions) \rightarrow \mathcal{P}(Conditions) \\ h'(x) = ff'(x) \end{array}$$

À partir des fonction  $h$  et  $h'$ , un treillis nommé treillis de Galois peut être construit. Cette construction consiste à rechercher, parmi toutes les parties de  $RCC-8$ , les parties qui sont fermées pour la fonction  $h$ , c'est-à-dire telles que  $h(R) = R$ . Soit  $R$  une partie de  $RCC-8$  fermée par  $h$  et soit  $C = f(R)$  (il est à noter que  $C$  est fermé par  $h'$ ) le couple  $(C, R)$  est alors un élément du treillis. Les éléments du treillis ainsi construit sont des produits de parties de  $Conditions$  et de  $RCC-8$ . Le treillis de Galois basé sur la relation d'implication entre les relations topologiques de base et les relations-conditions se définit alors par :

**Définition 7** *Le treillis de Galois  $\mathcal{T}_G$  basé sur la relation d'implication entre les relations topologiques de base appartenant à  $RCC-8$  et les conditions appartenant à  $Conditions$  est la structure  $\langle \mathcal{E}_G, \sqsubseteq, \sqcup, \sqcap, (Conditions, \emptyset), (\emptyset, RCC-8) \rangle$  où :*

- l'ensemble  $\mathcal{E}_G$  des éléments du treillis est l'ensemble des produits  $(C, R)$  où  $C$  est une partie de  $Conditions$  fermée par  $h'$ ,  $R$  est une partie de  $RCC-8$  fermée par  $h$  et  $C$  sont tels que  $C = f(R)$  (ceci impliquant que  $R = f'(C)$ ),
- l'ordre  $\sqsubseteq$  entre deux éléments du treillis  $(C_1, R_1)$  et  $(C_2, R_2)$  est défini par :

$$(C_1, R_1) \sqsubseteq (C_2, R_2) \text{ si et seulement si } \begin{cases} C_2 \subseteq C_1 \\ R_1 \subseteq R_2 \end{cases}$$

avec  $\subseteq$  l'inclusion ensembliste,

- le supremum  $\sqcap$  de deux éléments est défini par :

$$(C_1, R_1) \sqcap (C_2, R_2) = (C_1 \cap C_2, h(R_1 \cup R_2))$$

avec  $\cup$  et  $\cap$  l'union et l'intersection ensembliste,

- de même, l'infimum  $\sqcup$  est défini par :

$$(C_1, R_1) \sqcup (C_2, R_2) = (h'(C_1 \cup C_2), R_1 \cap R_2)$$

- le minorant universel est le couple  $(Conditions, \emptyset)$ ,
- le majorant universel est le couple  $(\emptyset, RCC-8)$ .

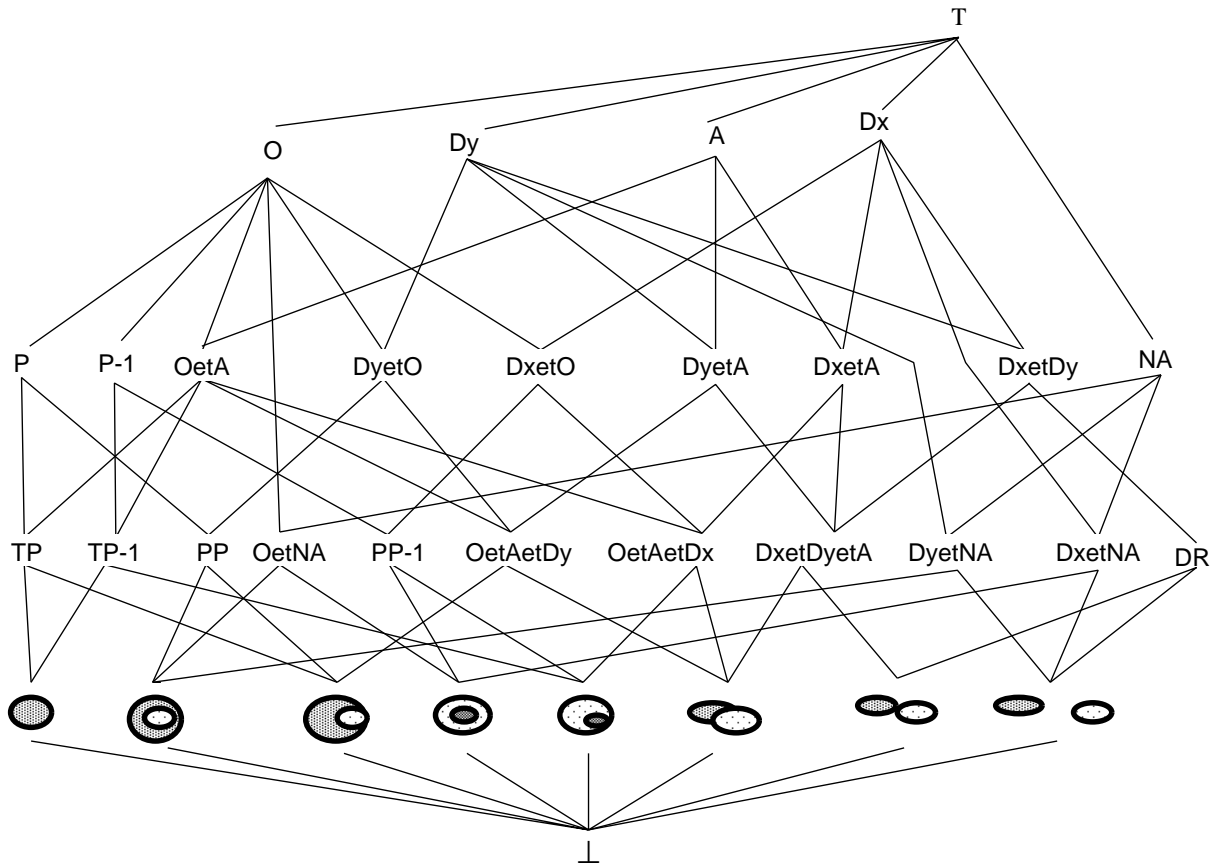


FIG. 5.3 – Le treillis de Galois construit à partir de la table 5.1. Les couples  $(C, R)$  sont dénotés par une relation.

Un treillis de Galois peut être construit en recherchant les rectangles maximaux de 1 dans la table définissant la relation (la relation  $\mathcal{C}$  dans notre cas). Nous ne détaillerons pas plus la construction, car il est nécessaire pour cela de rechercher parmi la table tous les rectangles maximaux ou de rechercher parmi toutes les parties de  $RCC-8$  celles qui restent identiques par la fonction  $h$ . Toutefois, on notera que cette construction peut être automatisée même si, n'ayant qu'un seul treillis à construire, nous n'avons pas effectué cette automatisation [Guénoche et Van Mechelen, 1993].

Le treillis de Galois  $\mathcal{T}_{\mathcal{G}}$  est présenté dans la figure 5.3. Les huit relations topologiques de base sont dessinées dans cette figure. Pour pouvoir créer les classes, nous devons nommer chaque classe. Par conséquent nous avons remplacé tous les produits de parties de  $RCC-8$  et *Conditions* par une relation nommée. Le nom correspond à une conjonction de conditions (par exemple  $OetA$ ) ou à une relation topologique (par exemple,  $PP$  qui signifie «  $x$  est une partie propre de  $y$  »).

Nous étudierons l'ensemble des propriétés du treillis dans la section 5.3. Mais nous pouvons dire que ce treillis n'est pas complet et en particulier ne contient pas toutes les relations nécessaires à la représentation de la composition de relations. Les compositions sont présentées sous forme de disjonctions de relations dans la table 4.2. Celles qui sont

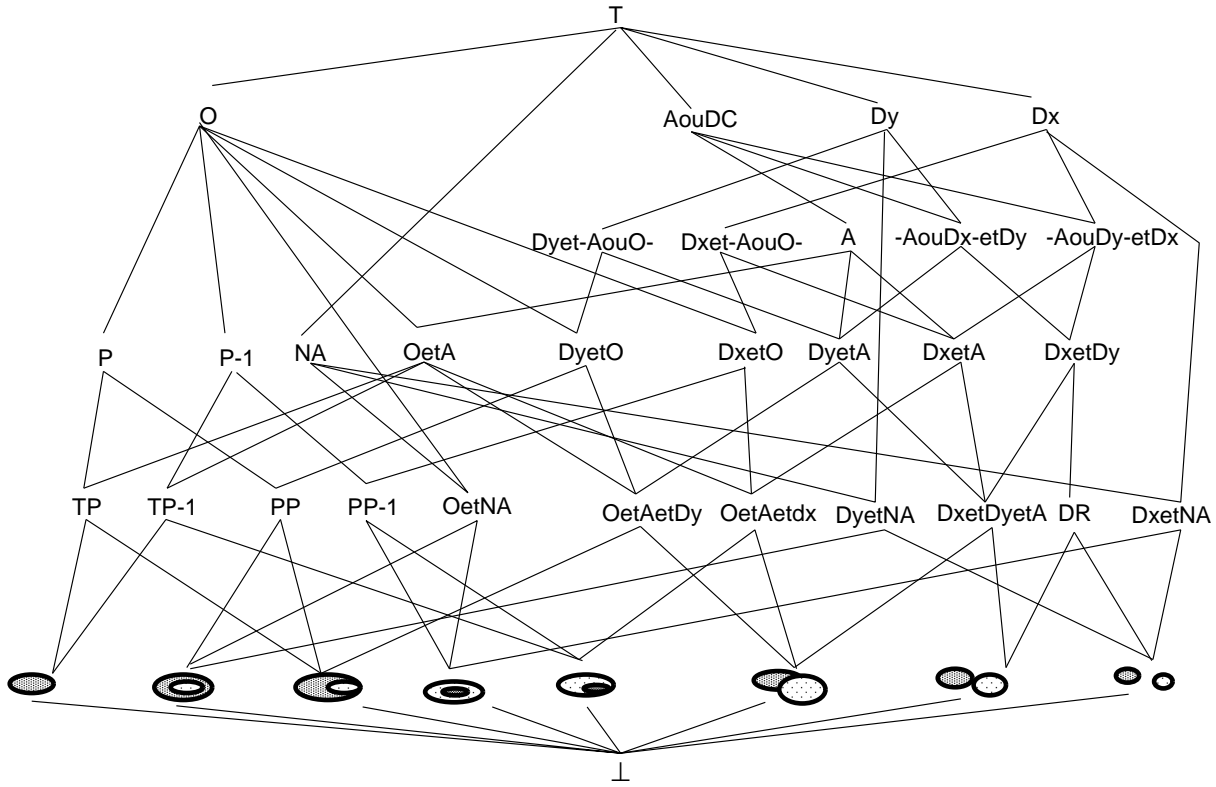


FIG. 5.4 – Extension du treillis pour la composition de relations.

équivalentes à des relations qui ont été créées par la construction de Galois et nommées dans la figure 5.3 sont les suivantes (dans la suite et dans un souci de simplification de la lecture, nous utiliserons un abus de notation consistant à remplacer toutes les termes  $R(x, y)$  par uniquement de nom de la relation  $R$  et nous considérons que les implications sont vraies quelques soient les entités  $x$  et  $y$ ) :

$$\begin{aligned}
 DC \vee EC \vee PO \vee TPP \vee NTPP &\Leftrightarrow Dy \\
 DC \vee EC \vee PO \vee TPP^{-1} \vee NTPP^{-1} &\Leftrightarrow Dx \\
 PO \vee TPP \vee NTPP &\Leftrightarrow Dyeto \\
 PO \vee TPP^{-1} \vee NTPP^{-1} &\Leftrightarrow Dxeto \\
 PO \vee TPP \vee TPP^{-1} \vee EQ &\Leftrightarrow OetA
 \end{aligned}$$

### 5.2.3 Extension de l'ensemble des relations pour la composition

Le treillis présenté précédemment n'est pas complet et ne contient pas l'ensemble des relations présentes dans la table de composition. Nous avons construit un treillis qui contient toutes les relations nécessaires à la composition des relations. Nous avons

utilisé le treillis précédent en lui ajoutant les relations qui sont présentes dans la table de composition 4.2, mais qui n'appartiennent pas au treillis. Ces relations sont :

1.  $EC \vee PO \vee NTPP \vee TPP$
2.  $EC \vee PO \vee NTPP^{-1} \vee TPP^{-1}$
3.  $DR \vee PO \vee TPP \vee TPP^{-1} \vee EQ$

Nous avons construit ce treillis progressivement en essayant d'intégrer chaque relation manquante. Cette intégration se fait en deux étapes :

- insertion de la relation en recherchant les implications avec les relations déjà présentes dans l'ensemble.
- ajout d'ascendants communs plus spécifiques et de descendants communs plus généraux aux couples n'en possédant plus, en vérifiant si le treillis possède une structure de treillis par une fonction que nous avons implantée et que nous avons nommée `tester-treillis`.

Nous allons maintenant expliciter l'ajout de toutes les relations. Pour pouvoir l'expliquer, nous avons nommé toutes les relations du treillis en termes de conjonctions de relations-conditions. Le treillis qui a été construit ainsi est présenté dans la figure 5.4.

Pour l'ajout des deux premières relations, la recherche des implications avec les relations déjà présentes est assez simple :

$$\begin{aligned}
 EC \vee PO \vee NTPP^{-1} \vee TPP^{-1} &\Rightarrow Dx \\
 EC \vee PO \vee NTPP^{-1} \vee TPP^{-1} &\Leftarrow DxetO \\
 EC \vee PO \vee NTPP^{-1} \vee TPP^{-1} &\Leftarrow DxetA \\
 EC \vee PO \vee NTPP \vee TPP &\Rightarrow Dy \\
 EC \vee PO \vee NTPP \vee TPP &\Leftarrow DyetO \\
 EC \vee PO \vee NTPP \vee TPP &\Leftarrow DyetA
 \end{aligned}$$

La relation  $EC \vee PO \vee NTPP^{-1} \vee TPP^{-1}$  se place donc « entre » les relations  $Dx$ ,  $DxetA$  et  $DxetO$  et la relation  $EC \vee PO \vee NTPP \vee TPP$  se place donc « entre » les relations  $Dy$ ,  $DyetA$  et  $DyetO$ . La relation  $EC \vee PO \vee NTPP^{-1} \vee TPP^{-1}$  est notée  $Dxet-AouO-$  et la relation  $EC \vee PO \vee NTPP \vee TPP$  est notée  $Dyet-AouO-$  dans la figure 5.4. Nous n'avons pas besoin d'ajouter d'autres relations.

La recherche des implications de la relation  $DR \vee PO \vee TPP \vee TPP^{-1} \vee EQ$  nous oblige à l'exprimer en termes de conditions :

$$DR \vee PO \vee TPP \vee TPP^{-1} \vee EQ \equiv A \vee (Dx \wedge Dy)$$

Les implications avec les relations déjà présentes dans le treillis sont :

$$\begin{aligned}
 A \vee (Dx \wedge Dy) &\Leftarrow A \\
 A \vee (Dx \wedge Dy) &\Leftarrow DxetDy
 \end{aligned}$$

L'ensemble des relations ne forme plus un treillis, car :

- les relations  $DyetA$  et  $DxetDy$  possèdent deux maximums qui sont  $Aou-DxetDy-$  et  $Dy$ ,

- les relations  $DxetA$  et  $DxetDy$  possèdent deux maximums qui sont  $Aou-DxetDy$ -et  $Dx$ ,

Afin d'obtenir à nouveau une structure de treillis, nous devons donc ajouter les relations  $-AouDx-etDy$  et  $-AouDy-etDx$ . Nous obtenons alors le treillis comprenant toutes les relations nécessaires à la composition des relations. Le problème qui se pose maintenant est : quel treillis choisir entre le treillis de Galois et celui-ci ? A priori, il faudrait choisir ce dernier treillis car il comprend toutes les relations nécessaires à la composition des relations et, de plus, il possède un nombre raisonnable de relations pour pouvoir être géré dans une représentation par objets. Toutefois, nous allons tout d'abord étudier les propriétés de ces deux treillis – en particulier pour voir comment s'exprime l'héritage de conditions – avant de faire notre choix.

### 5.3 Étude du treillis de Galois

Dans cette partie nous allons étudier les liens entre les éléments du treillis, les relations topologiques et les conditions nécessaires à leur vérification. Le problème qui se pose ici est de savoir si toutes les contraintes formulées dans le chapitre 4 sont bien respectées dans le treillis de Galois, à savoir :

- La conjonction et la disjonction sont-elles correctement représentées dans le treillis de Galois ?
- Les relations-conditions font-elles partie du treillis et comment sont-elles caractérisées ?
- Les huit relations topologiques de base font-elles partie du treillis et comment sont-elles caractérisées ?
- Peut-on retrouver les équivalences entre les conditions et les relations présentées dans le paragraphe 4.2.1, cela non seulement pour les relations topologiques de base, mais aussi pour toutes les relations créées par la construction ?
- Comment retrouver l'ensemble minimum que nous appelons  $E_{min}(r)$  de conditions nécessaires à la vérification d'une relation  $r$  ?

Nous allons considérer pour cela uniquement la construction de Galois basée sur l'implication entre les relations topologiques de base et les conditions.

Dans un deuxième temps, nous étudierons comment le treillis peut faciliter la représentation des propriétés, en particulier pour la représentation de l'incompatibilité, du lien inverse et de la composition.

Les propriétés du treillis de Galois nous montreront les avantages et les inconvénients de la définition du treillis topologique par la construction de Galois et les hypothèses qui sont faites derrière cette construction. Cela nous permettra de mettre en évidence des propriétés que doivent posséder les ensembles  $RCC-8$  et  $Conditions$  afin que cette construction soit applicable à d'autres primitives de calcul. Toutes les preuves des propriétés présentées ici se trouvent dans l'annexe A.

### 5.3.1 Équivalence d'une conjonction et d'une disjonction

Dans ce paragraphe, nous essayons de caractériser les relations qui ont été créées par la construction de Galois. Les relations créées sont de la forme  $\pi(E)$  où  $E$  est un élément du treillis et où  $\pi$  est définie par :

**Définition 8** La fonction  $\pi$  associe à un élément  $(C, R)$  de  $\mathcal{E}_G$ , l'ensemble des éléments du treillis  $\mathcal{T}_G$ , une formule logique définie par la disjonction des éléments de  $R$ , c'est-à-dire soit  $\mathcal{F}$  l'ensemble des formules logiques :

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_G &\rightarrow \mathcal{F} \\ \pi : (C, R) &\mapsto \bigvee_{r \in R} r(x, y) \end{aligned}$$

Pour simplifier la lecture de ce document, nous introduisons la fonction  $\pi_c$  définie par :

**Définition 9** La fonction  $\pi_c$  associe à un élément  $(C, R)$  de  $\mathcal{E}_G$  une formule logique définie par la conjonction des éléments de  $C$ , c'est-à-dire soit  $\mathcal{F}$  l'ensemble des formules logiques :

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_G &\rightarrow \mathcal{F} \\ \pi_c : (C, R) &\mapsto \bigwedge_{c \in C} c(x, y) \end{aligned}$$

Pour caractériser les relations créées, nous nous appuyons sur trois propositions : d'une part deux propositions concernant les significations de la relation  $\mathcal{C}$  et de son inverse  $\mathcal{C}'$  (propositions 2 et 3), d'autre part la proposition suivante qui concerne l'ensemble  $RCC-8$  :

**Proposition 1** Pour un couple d'entités spatiales donné, il existe toujours une et une seule relation topologique appartenant à l'ensemble  $RCC-8$  vraie.

Pour donner une signification à la relation  $\mathcal{C}$ , nous avons dû imposer une contrainte entre les ensembles initiaux  $RCC-8$  et  $Conditions$ . Cette contrainte précise que si une relation n'implique pas une condition, alors elle implique la négation de cette condition. Cette hypothèse est établie par la proposition suivante :

**Proposition 2** Comme la relation  $\mathcal{C}$  est la relation d'implication alors  $\mathcal{C}(r)$  est l'ensemble des éléments de  $Conditions$  qui sont impliqués par  $r$ , nous posons l'hypothèse réciproque :  $r$  implique les négations des conditions qui ne se trouvent pas dans  $\mathcal{C}(r)$  :

$$\forall r \in RCC-8 \quad : \quad \begin{aligned} \forall c \in \mathcal{C}(r) & : r \Rightarrow c \\ \forall c \notin \mathcal{C}(r) & : r \Rightarrow \neg c \end{aligned}$$

**Proposition 3** La signification de la relation binaire  $\mathcal{C}' : Conditions \rightarrow \mathcal{P}(RCC-8)$  est donnée par :

$$\forall c \in Conditions \quad : \quad \begin{aligned} \forall r \in \mathcal{C}'(c) & : r \Rightarrow c \\ \forall r \notin \mathcal{C}'(c) & : c \Rightarrow \neg r \end{aligned}$$



Pour montrer ce que cela implique, prenons l'exemple de la relation «  $x$  recouvre partiellement  $y$  » nommée  $PO(x, y)$  :

$$\begin{aligned} PO(x, y) &\Rightarrow \partial x \cap \partial y \neq \emptyset \\ PO(x, y) &\Rightarrow x^\circ - y^\circ \neq \emptyset \\ PO(x, y) &\Rightarrow y^\circ - x^\circ \neq \emptyset \\ PO(x, y) &\Rightarrow x^\circ \cap y^\circ \neq \emptyset \end{aligned}$$

Mais de plus, on a posé l'hypothèse que la relation impliquait la négation des autres conditions :

$$\begin{aligned} PO(x, y) &\Rightarrow \neg(\partial x \cap \partial y = \emptyset) \\ PO(x, y) &\Rightarrow \neg(y^\circ - x^\circ = \emptyset) \\ PO(x, y) &\Rightarrow \neg(x^\circ - y^\circ = \emptyset) \\ PO(x, y) &\Rightarrow \neg(x^\circ \cap y^\circ = \emptyset) \end{aligned}$$

Cela est vrai pour les relations topologiques de base telles que nous les avons définies parce que nos objets ont des caractéristiques fixées : ils sont connexes, fermés et non vides. Pour illustrer les limites de cette proposition, nous allons supposer que nos objets ne sont pas connexes, c'est-à-dire qu'ils peuvent être formés de plusieurs parties non connexes. Dans ce cas, un objet peut recouvrir partiellement un autre objet sans que les deux objets ne partagent de frontières et la relation «  $x$  recouvre partiellement  $y$  » n'implique donc ni la condition tangence ni la négation de cette condition. Imposer la contrainte précédente impose de remplacer la relation «  $x$  recouvre partiellement  $y$  » par deux relations dans l'ensemble  $RCC-8$ , dont la première serait la relation « recouvre partiellement  $y$  avec partage de frontière » et dont la deuxième serait «  $x$  recouvre partiellement  $y$  sans partage de frontière ».

### Signification des éléments du treillis

Les éléments du treillis sont des produits de parties de  $RCC-8$  et  $Conditions$ . Ils sont donc constitués d'un ensemble de conditions  $C$  et d'un ensemble  $R$  de relations topologiques de base. La propriété suivante caractérise les éléments du treillis ou plus exactement le lien entre les ensembles  $R$  et  $C$ .

**Propriété 1** *Si un élément  $E = (C, R)$  est un élément du treillis, alors la relation formée par une disjonction des éléments de  $R$  est équivalente à la condition formée par une conjonction des éléments de  $C$ . Cela s'exprime par la formule suivante :*

$$\begin{aligned} (C, R) &\in \mathcal{E}_G \\ &\Downarrow \\ \bigvee_{r \in R} r(x, y) &\Leftrightarrow \bigwedge_{c \in C} c(x, y) \end{aligned}$$

La propriété 1 nous permet de vérifier qu'une relation formée à partir d'un élément du treillis est bien équivalente logiquement à une conjonction des conditions définies par ce même élément et ainsi de trouver les conditions nécessaires pour vérifier une relation. En effet, si  $E = (C, R)$  est un élément du treillis, alors la relation  $\pi(E)$  est vraie si toutes les conditions de l'ensemble  $C$  sont vraies ( $\pi_c(E)$  est vraie). Par conséquent l'ensemble minimum des conditions de la relation  $\pi(E)$  est inclus dans l'ensemble des conditions  $C$ .

### Une propriété de la fermeture $h'$

Toujours dans l'optique de savoir ce que fait la construction de Galois, nous cherchons à expliciter ce que fait l'opération de fermeture  $h'$  :

**Propriété 2** *L'opération de fermeture du treillis de Galois  $h'$  qui transforme un ensemble  $C$  en un ensemble  $\bar{C}$  correspond à l'extension de l'ensemble  $C$  à l'ensemble des conditions impliquées par une conjonction de ses conditions. Ce qui s'exprime par la formule logique suivante :*

$$\forall C \in \mathcal{P}(\text{Conditions}) \quad : \quad \bigwedge_{c \in C} c(x, y) \Leftrightarrow \bigwedge_{c \in \bar{C}} c(x, y)$$

La propriété 2 nous permet de montrer la réciproque de la propriété 1, à savoir :

**Propriété 3** *Soit  $R$  une partie de RCC-8 et soit  $C$  une partie des éléments de Conditions. Si la relation formée par une disjonction des relations de  $R$  est équivalente à une conjonction des conditions de  $C$ , alors le couple  $(\bar{C}, R)$  –  $\bar{C}$  étant la fermeture par  $h'$  de  $C$  – est un élément du treillis de Galois. Cela s'exprime par la formule suivante :*

$$\begin{array}{c} \bigvee_{r \in R} r(x, y) \Leftrightarrow \bigwedge_{c \in C} c(x, y) \\ \Downarrow \\ (\bar{C}, R) \text{ est un élément du treillis} \end{array}$$

Cette propriété est dû au fait que si une disjonction des éléments d'un ensemble  $R$  est équivalente à une conjonction des éléments d'un ensemble  $C$  alors l'ensemble  $R$  est fermé par la fermeture  $h$  et  $R$  est l'image de  $C$  par  $f'$ .

Une relation topologique est vérifiable sur l'image si elle est équivalente à une conjonction de conditions. Nous considérons ici qu'une relation topologique est toujours une disjonction des huit relations topologiques de base. La propriété 3 nous montre que toutes les relations vérifiables sur l'image sont présentes dans le treillis  $\mathcal{T}_G$ , c'est-à-dire qu'elles ont été créées par la construction de Galois.

### Les relations topologiques de base

Nous allons maintenant montrer que les huit relations topologiques de base ont été conservées dans la construction du treillis.

**Propriété 4** *Pour chaque relation  $r$  appartenant à RCC-8, il existe une partie  $C$  de Conditions fermée par  $h'$ , telle que  $(C, \{r\})$  est un élément du treillis. Cet élément est un atome du treillis.*

Ce qui implique aussi que le treillis est atomique, et qu'une décomposition en éléments sup-irréductibles ne contient que les huit relations topologiques de base. Nous verrons plus tard que cette propriété est très utile car elle nous permet de représenter plus facilement certaines propriétés.

### Une relation-condition est un élément du treillis

On définit qu'une relation  $r$ , formée par une disjonction d'une partie de  $RCC-8$ , est une *relation-condition* s'il existe une condition  $c$  appartenant à  $Conditions$  telle que  $r$  est équivalente à  $c$ . D'après la propriété 3, une relation-condition est un élément du treillis.

### 5.3.2 Caractérisation de l'opérateur $\sqcup$

La deuxième question est : la conjonction de relations est-elle bien respectée dans le treillis de Galois? La propriété suivante montre que cela est vraie dans le treillis  $\mathcal{T}_G$ .

**Propriété 5** *L'opération consistant à trouver l'infimum de deux éléments  $E_1$  et  $E_2$  revient à effectuer une conjonction des relations  $\pi(E_1)$  et  $\pi(E_2)$ . C'est-à-dire, soient trois éléments  $E_f$ ,  $E_1$  et  $E_2$  du treillis de Galois :*

$$\begin{array}{c} E_f = E_1 \sqcup E_2 \\ \Downarrow \\ \pi(E_f) \Leftrightarrow \pi(E_1) \wedge \pi(E_2) \end{array}$$

Puisque les éléments  $E$  du treillis de Galois sont tels que la conjonction  $\pi_c(E)$  est équivalente à la disjonction  $\pi(E)$ , on déduit immédiatement que :

**Propriété 6** *Pour tout couple d'éléments du treillis  $(C_1, R_1)$  et  $(C_2, R_2)$ , soit l'élément  $(C, R)$  égal à l'infimum de  $(C_1, R_1)$  et  $(C_2, R_2)$ , alors la conjonction des éléments de  $C$  est équivalente à la conjonction des conditions appartenant à l'union des ensembles  $C_1$  et  $C_2$ .*

$$\begin{array}{c} (C, R) = (C_1, R_1) \sqcup (C_2, R_2) \\ \Downarrow \\ \forall x, y : \bigwedge_{c \in C} c(x, y) \Leftrightarrow \bigwedge_{c \in C_1 \cup C_2} c(x, y) \end{array}$$

Cette propriété montre que lorsqu'on calcule le pgcd (le descendant commun le plus spécifique) de deux éléments alors on effectue une conjonction des relations correspondantes. Cette propriété nous servira aussi à montrer la propriété 11 concernant le lien inverse des relations.

De plus, cette propriété permet de retrouver l'ensemble minimum de conditions. Nous allons utiliser l'exemple  $EQ(x, y)$  «  $x$  est égal à  $y$  ». Les seules conditions nécessaires au calcul de cette relation sont les conditions de  $P$  (appartenance) et de  $P^{-1}$  (contenance). Or cette relation implique la condition de  $A$  (tangence). Ici l'infimum de  $P$  et  $P^{-1}$  est égal à  $EQ$ , donc (d'après la propriété précédente) :

$$\begin{aligned}
\pi(EQ) &\Leftrightarrow \pi(P \sqcup P^{-1}) \\
&\Leftrightarrow \pi(P) \wedge \pi(P^{-1}) \\
&\Leftrightarrow \pi_c(P) \wedge \pi_c(P^{-1})
\end{aligned}$$

Par conséquent, si le treillis permet de caractériser les éléments  $P$  et  $P^{-1}$ , alors le calcul des conditions de  $P$  et  $P^{-1}$  est suffisant car une conjonction de ces deux conditions implique la relation  $\pi(EQ)$ .

### 5.3.3 Caractérisation des relations-conditions

Dans cette partie, nous essayons de caractériser les relations-conditions dans le treillis. Une relation-condition est définie comme une relation  $r$  équivalente à une condition  $c$ . Nous avons vu qu'une relation-condition est un élément du treillis, en ce sens qu'il existe un élément  $E = (R, C)$  avec  $R$  avec  $\pi(E)$  équivalente à une unique condition  $c$  appartenant à  $C$ . Toutefois, il n'est pas immédiat que  $C$  soit égal à  $\{c\}$  et ça n'est d'ailleurs pas vrai pour le treillis que nous avons construit (figure 5.3).

L'idée, pour caractériser les relations-conditions dans le treillis de Galois, serait de dire qu'une relation-condition apparaît dans le treillis comme un élément  $(C, R)$  dont  $C$  est formé par l'union des conditions de ses successeurs plus une condition supplémentaire  $c$  qui n'appartient pas à cette union. Or une relation-condition est définie comme une relation  $r$  équivalente à une condition  $c$ . La propriété 7 nous permet d'affirmer que ces deux définitions sont équivalentes.

#### Condition n'appartenant pas à l'union des successeurs

Une relation  $R$  est équivalente à un ensemble de conditions  $\mathcal{LC}$  si et seulement si les conditions de  $\mathcal{LC}$  sont nécessaires et suffisantes pour vérifier la relation. L'ensemble minimum des conditions pour prouver la relation  $R$  est alors l'ensemble  $\mathcal{LC}$ .

**Propriété 7** *Si un élément  $(C, R)$  est tel qu'un sous-ensemble  $\mathcal{LC}$  de  $C$  n'est pas inclus dans l'union  $U$  des conditions de ses successeurs (les éléments immédiatement supérieurs), alors  $\pi(C, R)$  est équivalent à une conjonction des éléments de  $\mathcal{LC}$ .*

Par exemple, dans le treillis de Galois présenté figure 5.3, l'élément  $P$  possède la condition de  $O$  plus une condition supplémentaire  $x^\circ - y^\circ = \emptyset$ . La propriété précédente nous permet de montrer que la condition supplémentaire  $x^\circ - y^\circ = \emptyset$  est nécessaire et suffisante à la vérification de la relation  $P(x, y)$ .

De plus, cela signifie qu'un élément  $(C, R)$  tel qu'un sous-ensemble  $\mathcal{LC}$  de  $C$  n'appartient pas à l'union des conditions de ses successeurs est une relation-condition si  $\mathcal{LC}$  ne possède qu'une condition. Dans l'exemple précédent, nous montrons donc que  $P$  est une relation-condition.

### Recherche de l'ensemble minimal de conditions

Nous avons vu que chaque élément du treillis est destiné à être implanté sous forme de classe. Ces classes posséderont des attributs et en particulier un attribut nommé `condition-locale` nous permet de définir la condition (ou les conditions) associée à une classe. Si, dans une classe d'une relation, l'attribut `condition-locale` est redéfini par une condition  $c$ , alors la condition  $c$  n'appartient pas à l'union des conditions de ses successeurs. D'après la propriété 7, la condition  $c$  sera nécessaire et suffisante pour vérifier la relation.

Or nous avons montré l'équivalence entre la conjonction  $\wedge$  et l'infimum  $\sqcup$ . Donc si un sous-ensemble  $S$  d'éléments du treillis où est redéfini l'attribut `condition-locale` est tel que l'infimum de ses éléments est égal à un élément  $E$ , alors la relation  $\pi(E)$  est équivalente à la conjonction des conditions appartenant aux ensembles de conditions des éléments de  $S$ .

Si  $S$  est le plus petit ensemble possédant ces caractéristiques, alors l'union des ensembles des conditions de  $S$  forme l'ensemble minimal des conditions pour vérifier la relation  $\pi(E)$ .

On peut donc définir la recherche de l'ensemble minimal des conditions d'une relation  $\pi(E)$ . Cet ensemble est le plus petit ensemble d'ascendants de  $E$  redéfinissant l'attribut `condition-locale` tel que le pgcd est égal à l'élément  $E$ .

### Les éléments irréductibles

Dans la figure 5.3, on peut constater que tous les éléments inf-irréductibles sont des relations-conditions et inversement toutes les relations-conditions sont inf-irréductibles. La décomposition en éléments irréductibles correspond exactement à la recherche des relations-conditions. Cette approche est-elle généralisable à d'autres treillis construits par la méthode de Galois telle qu'elle a été présentée précédemment ou est-elle une caractéristique de notre treillis? Nous allons répondre à cette question dans cette partie.

**Propriété 8** *Pour tous les éléments  $(C, R)$  qui sont inf-irréductibles, il existe un ensemble noté  $\mathcal{LC}$  strictement inclus dans  $C$  tel que la relation  $\pi(C, R)$  soit équivalente à la conjonction des conditions appartenant à  $\mathcal{LC}$ .*

On peut en déduire immédiatement que la décomposition en éléments irréductibles est équivalente à la recherche de l'ensemble des ascendants les plus spécialisés et qui soient des relations-conditions.

### Réciproque fausse

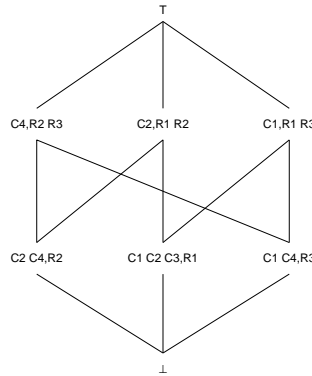
En revanche la réciproque est fausse dans un treillis de Galois quelconque. En effet, on peut considérer l'exemple de la table suivante :

	$C1$	$C2$	$C3$	$C4$
$R1$	1	1	1	0
$R2$	0	1	0	1
$R3$	1	0	0	1

Pour construire le treillis, nous recherchons tous les ensembles de relations fermés par la fonction  $h$  :

$$\begin{array}{l} h(\{R1\}) = \{f'(C1, C2, C3)\} = \{R1\} \\ h(\{R2\}) = \{f'(C2, C4)\} = \{R2\} \\ h(\{R3\}) = \{f'(C1, C4)\} = \{R3\} \end{array} \left| \begin{array}{l} h(\{R1, R2\}) = \{f'(C2)\} = \{R1, R2\} \\ h(\{R2, R3\}) = \{f'(C4)\} = \{R2, R3\} \\ h(\{R1, R3\}) = \{f'(C1)\} = \{R1, R3\} \end{array} \right.$$

Le treillis construit est le suivant :



Dans ce treillis, on a  $C3 \Leftrightarrow C1 \wedge C2$ , ce qui signifie que  $R_1$  est équivalente à la condition  $C3$ , et pourtant l'élément correspondant  $(\{C1, C2, C3\}, \{R1\})$  n'est pas inf-irréductible.

Cela montre une des limites de l'approche. En effet, on ne peut pas savoir par le treillis quelles sont toutes les relations qui redéfinissent des conditions. Il nous faut donc une opération externe qui donne les classes qui redéfinissent les conditions. En YAFOOL, cette fonction existe et s'appelle `get-conflict-set`.

### 5.3.4 Propriétés des relations topologiques dans le treillis

Nous voyons dans cette partie que le treillis facilite la représentation des propriétés des relations spatiales présentées dans le paragraphe 4.

#### Incompatibilité

**Propriété 9** Soient deux éléments du treillis  $E_1$  et  $E_2$ , les deux relations  $\pi(E_1)$  et  $\pi(E_2)$  sont incompatibles si et seulement si l'infimum de  $E_1$  et  $E_2$  est égal au minorant universel :  $E_1 \sqcup E_2 = \perp$ .

L'incompatibilité peut donc se représenter par une recherche de pgcd.

#### Négation de relations

**Propriété 10** Soient deux éléments du treillis  $E_1 = (C_1, R_1)$  et  $E_2 = (C_2, R_2)$ , les deux relations  $\pi(E_1)$  et  $\pi(E_2)$  sont la négation l'une de l'autre si et seulement si elles sont

incompatibles et si, de plus, l'union de leurs ensembles de relations  $R_1$  et  $R_2$  est égale à  $RCC-8$ .

$$\begin{aligned} \forall x, y \quad : \quad \pi(E_1)(x, y) &\Leftrightarrow \neg\pi(E_2)(x, y) \\ &\Updownarrow \\ (R_1 \cup R_2 = RCC-8) &\text{ et } (E_1 \sqcup E_2 = \perp) \end{aligned}$$

On peut maintenant regarder quels éléments du treillis sont la négation l'un de l'autre. Après vérification, les huit relations-conditions sont les seules relations dans le treillis qui possèdent une négation. La négation d'une relation-condition est toujours une autre relation-condition.

Par comparaison, dans le treillis des parties de  $RCC-8$ , tous les éléments possèdent une négation. En effet, le treillis contient toutes les parties, donc pour chaque partie  $P$  il contient aussi le complémentaire de  $P$  dans  $RCC-8$ .

### Lien inverse

**Propriété 11** *L'application LI qui associe à une relation sa relation symétrique (nommée lien inverse dans les systèmes de RCO) possède la propriété suivante :*

$$\forall E_1, E_2 \in \mathcal{E}_G \quad : \quad LI(E_1 \sqcup E_2) = LI(E_1) \sqcup LI(E_2)$$

Nous allons utiliser cette propriété pour définir le lien inverse uniquement pour les huit relations-conditions. En effet, on peut décomposer toutes les relations en relations-conditions. Ensuite, il suffit d'appliquer cette propriété pour retrouver le lien inverse d'une relation.

### Réflexivité et non-Réflexivité

Toutes les relations-conditions sont soit réflexives, soit non-réflexives :

**réflexivité :**  $\forall x, y \quad : \quad x = y \Rightarrow r(x, y)$

**non-réflexivité :**  $\forall x, y \quad : \quad x = y \Rightarrow \neg r(x, y)$

Soit  $E$  un élément du treillis et soit  $D$  sa décomposition en éléments inf-irréductibles, d'après la propriété 5, la relation  $\pi(E)$  est équivalente à la conjonction des éléments  $\pi(I)$  pour  $I$  appartenant à la décomposition  $D$ . Soient  $DR$  le sous-ensemble de  $D$  dont les éléments correspondent à des relations réflexives et  $DNR$  le sous-ensemble de  $D$  dont les éléments correspondent à des relations non réflexives. On a donc :

$$\forall x, y \quad : \quad x = y \Rightarrow \bigwedge_{I \in DR} \pi(I)(x, y) \wedge \bigwedge_{I \in DNR} \neg\pi(I)(x, y)$$

Ce qui signifie qu'une relation  $r$  est réflexive si toutes les relations-conditions ascendantes le sont et non-réflexive si une des relations-conditions ascendantes l'est. Par exemple, la relation  $EQ$  est réflexive car les relations-conditions ascendantes  $O, A, P$  et  $P^{-1}$  le sont. En revanche, la relation  $PP$  n'est pas réflexive car la relation-condition  $Dx$  ne l'est pas.

### La composition

La composition est la propriété qui s'exprime par :

$$\forall x, y, z \quad : \quad \pi(E_1)(x, y) \wedge \pi(E_2)(y, z) \Rightarrow \pi(E_3)(x, z)$$

Nous avons deux problèmes pour la composition : toutes les disjonctions ne sont pas présentes dans le treillis et le supremum  $\sqcap$  n'est pas équivalent à la disjonction  $\vee$  (ce qui provient du même problème : le treillis n'est pas complet). Le premier nous empêche de définir la composition pour les huit relations topologiques de base, le deuxième nous empêche de déduire la composition de toutes les relations avec le treillis à partir de la décomposition en éléments sup-irréductibles. La résolution de ces deux problèmes passe par la même solution : l'approximation de la disjonction  $\vee$  par le supremum  $\sqcap$ . Ce qui est obtenu par l'approximation n'est pas équivalent à la relation voulue, mais est satisfaisant par rapport à la déduction de toutes les conditions vraies.

Nous allons montrer pour cela que, pour deux éléments du treillis  $E_1$  et  $E_2$ , l'approximation de  $\pi(E_1) \vee \pi(E_2)$  par  $\pi(E_1 \sqcap E_2)$  est valide, c'est-à-dire que :

$$\pi(E_1) \vee \pi(E_2) \Rightarrow \pi(E_1 \sqcap E_2)$$

Cette propriété est vraie car l'ensemble des relations de  $E_1 \sqcap E_2$  est égal à la fermeture de l'union des ensembles de relations de  $E_1$  et  $E_2$  et car cette fermeture contient toujours l'union, par conséquent la disjonction des relations de l'union implique la disjonction des relations de la fermeture de l'union.

Maintenant, nous allons montrer que l'approximation est bonne par rapport à la vérification de relations. En d'autres mots il faut que toutes les conditions qui auraient pu être déduites de  $\pi(E_1) \vee \pi(E_2)$  soient déduites par la création de l'instance de  $E_1 \sqcap E_2$ . Ceci s'exprime par cette affirmation : toutes les conditions n'appartenant pas à l'ensemble des conditions de  $E_1 \sqcap E_2$  (non déduites de  $E_1 \sqcap E_2$ ) ne sont pas impliquées par (ne peuvent pas être déduites de)  $E_1 \vee E_2$ . L'ensemble des conditions de  $E_1 \sqcap E_2$  étant l'intersection des ensembles des conditions  $C_1$  et  $C_2$  de  $E_1$  et  $E_2$ , l'affirmation précédente s'exprime par la formule suivante :

$$\forall c \in \text{Conditions} - (C_1 \cap C_2) \quad : \quad \exists x, y \quad : \quad (\pi(E_1) \vee \pi(E_2))(x, y) \wedge \neg c(x, y)$$

Quelque soit une condition  $c$  n'appartenant pas à  $(C_1 \cap C_2)$ ,  $c$  n'appartient pas à  $C_1$  ou  $c$  n'appartient pas à  $C_2$ . Supposons que  $c$  n'appartient pas à  $C_1$  (l'autre cas sera exactement le même), dans ce cas il existe  $r$  appartenant à l'ensemble des relations  $R_1$  de  $E_1$  telle que  $r$  implique  $\neg c$ . Or pour toute relation, il existe un couple tel que  $r(x, y)$  est vraie. Pour ce couple,  $(\pi(E_1) \vee \pi(E_2))(x, y)$  est vraie et  $c(x, y)$  est fausse. Donc  $(\pi(E_1) \vee \pi(E_2))$  n'implique pas  $c$ .

Donc on peut approximer le  $\vee$  par le  $\sqcap$ . On représentera donc toutes les relations qui sont des résultats de composition de relations par le  $\sqcap$ .

Maintenant, nous allons voir que l'on peut déduire la composition de toutes les relations par la composition des huit relations topologiques de base. La composition correspond à l'opération sur les relations notée en général  $\circ$ . L'opération  $\circ$  est associative et



admet un élément neutre. D'autre part,  $\circ$  est distributive à droite et à gauche par rapport à la disjonction [Barbut et Monjardet, 1970].

$$\begin{aligned} r_1 \circ (r_2 \vee r_3) &= (r_1 \circ r_2) \vee (r_1 \circ r_3) \\ (r_1 \vee r_2) \circ r_3 &= (r_1 \circ r_3) \vee (r_2 \circ r_3) \end{aligned}$$

C'est cette propriété qui nous intéresse. Comme le treillis est atomique, la décomposition en éléments sup-irréductibles n'est composée que d'atomes, c'est-à-dire des relations topologiques de base. Soient deux relations  $r_1 = \pi(E_1)$  et  $r_2 = \pi(E_2)$  pour lesquelles on voudrait déduire la composition. On décompose les deux éléments  $E_1$  et  $E_2$  en éléments sup-irréductibles. Ces décompositions ne contiennent que des relations topologiques de base. En supposant que l'on connaît la composition des relations topologiques de base, on effectue alors la composition des éléments de la décomposition de  $E_1$  avec tous les éléments de la décomposition de  $E_2$ . La composition de  $r_1$  et  $r_2$  est alors la relation  $\pi(E)$  où  $E$  est le supremum de toutes ces compositions.

### 5.3.5 Un treillis de Galois basé sur d'autres primitives

Les propriétés qui ont été présentées précédemment sont vraies pour n'importe quel treillis à condition que les ensembles initiaux de conditions et de relations topologiques de base satisfassent bien les proposition 2, 3 et 1. Nous avons donc étudié la possibilité d'utiliser les primitives habituellement utilisées dans les systèmes d'informations géographiques (SIG) et proposées dans [Egenhofer et Sharma, 1993].

En effet, nous avons posé dans le paragraphe 4.2.1.0 le problème de la définition d'une frontière pour des images pixels, problème que nous avons résolu par la définition d'une frontière abstraite. Toutefois, une autre solution était réalisable : l'utilisation des primitives proposées par [Egenhofer et Sharma, 1993].

Ces primitives sont l'intersection des deux ensembles de points intérieurs des objets  $x^\circ \cap y^\circ$  ; l'intersection des deux ensembles de points frontières  $\partial x \cap \partial y$  ; les intersections des points frontières et intérieurs  $\partial x \cap y^\circ$  et  $x^\circ \cap \partial y$ . Nous appelons *Conditions'* l'ensemble des huit conditions définies par ces primitives, alors que l'ensemble des conditions que nous avons utilisées précédemment est nommé *Conditions*.

Quatre conditions de *Conditions'* sont identiques à des conditions de *Conditions* : les conditions *A*, *NA*, *DR* et *O*. Les conditions basées sur les primitives utilisant la différence ensembliste sont supprimées. En revanche, quatre autres conditions réalisant des intersections entre un ensemble de point frontières et intérieurs sont ajoutées :

- $\partial x \cap y^\circ = \emptyset$
- $\partial x \cap y^\circ = \neg \emptyset$
- $x^\circ \cap \partial y = \emptyset$
- $x^\circ \cap \partial y = \neg \emptyset$

Le treillis construit est présenté dans la figure 5.5. Les relations topologiques de base sont représentées à la fois par leur symbole et leur nom. Lorsque l'élément correspond à une relation topologique ayant une sémantique intuitive, alors cet élément est nommé, par

exemple, la relation  $PP$  qui signifie «  $x$  est une partie propre de  $y$  ». Lorsque la relation correspond à une conjonction de conditions nommées ( $A$ ,  $NA$ ,  $O$ ,  $DR$ ) alors le nom de l'élément est donné par les conditions reliées par « et », par exemple, l'élément  $OetA$  correspond à une conjonction des conditions  $O$  et  $A$ . Dans les autres cas, les éléments sont nommés par un ensemble de relations topologiques dont la disjonction forme l'élément, par exemple, la relation  $\{DC, P\}$  correspond à la disjonction des relations «  $x$  est déconnecté de  $y$  » et «  $x$  est une partie de  $y$  ». Dans la suite, nous appellerons ce treillis  $\mathcal{T}_G'$  et le treillis présenté dans le chapitre 5 sera nommé  $\mathcal{T}_G$ .

Contrairement à la définition abstraite de la frontière, nous définissons ici la frontière d'une entité comme étant les pixels de l'image externes et connexes à l'objet. Par conséquent, si le calcul est effectué par les primitives que nous avons choisies, certains objets déconnectés seront caractérisés par la relation «  $x$  est connexe à  $y$  ». En revanche, en utilisant les primitives proposées dans [Egenhofer et Sharma, 1993], ces deux situations sont différenciées par les primitives  $\partial x \cap y^\circ$  et  $x^\circ \cap \partial y$  qui sont vides lorsque les objets sont déconnectés et non vides lorsqu'ils sont connexes.

Nous n'avons pas conservé cette deuxième solution car il nous semble plus naturel de définir une frontière abstraite qui correspond mieux à la réalité des frontières. De plus, la comparaison des deux treillis construits nous amène à penser que le treillis  $\mathcal{T}_G$  est meilleur.

	$DR$	$O$	$NA$	$A$	$\partial x \cap y^\circ = \emptyset$	$\partial x \cap y^\circ = \neg \emptyset$	$x^\circ \cap \partial y = \emptyset$	$x^\circ \cap \partial y = \neg \emptyset$
$DC$	1	0	1	0	1	0	1	0
$EC$	1	0	0	1	0	1	0	1
$PO$	0	1	0	1	0	1	0	1
$TPPI$	0	1	0	1	1	0	0	1
$TPP$	0	1	0	1	0	1	1	0
$NTPP$	0	1	1	0	0	1	1	0
$NTPPI$	0	1	1	0	1	0	0	1
$EQ$	0	1	0	1	1	0	1	0

TAB. 5.2 – La relation  $\mathcal{C}$  entre les relations topologiques de base et les conditions de Egenhofer.

### Comparaison des classes de relations créées.

Le treillis  $\mathcal{T}_G'$  contient 34 éléments soit deux de plus que le premier treillis de Galois  $\mathcal{T}_G$ . Nous allons maintenant comparer les classes de relations qui ont été créées dans les deux treillis. Rappelons que, dans un treillis de Galois tel que nous le construisons, les classes sont des disjonctions de relations topologiques de base. Nous nous basons sur cela pour comparer les classes de relations créées. En termes d'équivalence de disjonction de relations topologiques de base, les classes de relations qui sont communes aux deux treillis sont présentées dans la table 5.3.

Les relations topologiques de base ne sont pas exprimées dans ces équivalences. Le nombre de classes communes aux deux treillis est donc égal à  $21 + 8 = 29$ . Trois classes

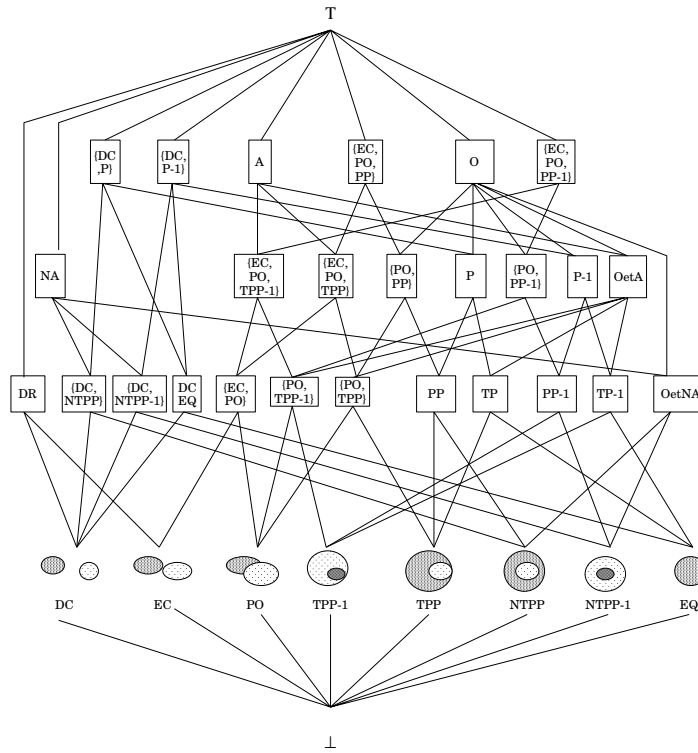


FIG. 5.5 – Le treillis de Galois construit à partir des primitives de Egenhofer.

sont présentes dans le treillis  $\mathcal{T}_G$  et pas dans le treillis  $\mathcal{T}_G'$  : la classe nommée  $Dx \wedge Dy$  qui correspond à la disjonction des relations  $EC \vee DC \vee PO$  ;  $Dx$  correspondant à  $DR \vee PO \vee PP^{-1}$  ;  $Dy$  correspondant à  $DR \vee PO \vee PP$ .

Les disjonctions suivantes se retrouvent uniquement dans le treillis 5.5 :

- $EC \vee PO \vee PP$
- $EC \vee PO \vee PP^{-1}$
- $DC \vee EQ$
- $DC \vee P$
- $DC \vee P^{-1}$

Pour la représentation de la composition des huit relations topologiques de base, le treillis  $\mathcal{T}_G$  est préférable au treillis  $\mathcal{T}_G'$ . En effet, les relations  $Dx$  et  $Dy$  sont nécessaires à la représentation de la composition mais ne sont pas présentes dans le treillis  $\mathcal{T}_G'$  alors qu'elles le sont dans le treillis  $\mathcal{T}_G$ . À l'inverse les relations qui sont présentes dans le treillis  $\mathcal{T}_G'$  ne sont pas nécessaires à la représentation de la composition.

### Comparaison en termes de conditions

Nous allons maintenant comparer le nombre de conditions à calculer pour la vérification des relations pour les deux treillis. La table 5.4 page 116 montre le nombre de conditions nécessaires à la vérification des relations, pour toutes les relations créées par les deux treillis. Les nombres sont obtenus par l'application, sur chacune des relations

$DR \equiv DR$	$NA \equiv NA$
$\{DC, NTPP\} \equiv DyetNA$	$\{EC, PO, TPP^{-1}\} \equiv DxetA$
$\{DC, NTPP^{-1}\} \equiv DxetNA$	$\{EC, PO, TPP\} \equiv DyetA$
$\{EC, PO\} \equiv DxetDyetA$	$\{PO, PP\} \equiv DyetO$
$\{PO, TPP^{-1}\} \equiv OetAetDx$	$P \equiv P$
$\{PO, TPP\} \equiv OetAetDy$	$\{PO, PP^{-1}\} \equiv DxetO$
$PP \equiv PP$	$P^{-1} \equiv P^{-1}$
$TP \equiv TP$	$OetA \equiv OetA$
$PP^{-1} \equiv PP^{-1}$	$A \equiv A$
$TP^{-1} \equiv TP^{-1}$	$O \equiv O$
$OetNA \equiv OetNA$	

TAB. 5.3 – Équivalence de classes entre les treillis  $\mathcal{T}_G$  et  $\mathcal{T}_G'$ . Le premier terme de l'équivalence correspondant à une relation du treillis  $\mathcal{T}_G'$  et le deuxième une relation du treillis  $\mathcal{T}_G$

du treillis, de la méthode **cherche-conditions** dont on calcule le cardinal du résultat. La colonne de la table  $R'$  donne le nom de la relation dans le treillis de la figure  $\mathcal{T}_G'$  et la colonne  $N'$  le nombre de conditions nécessaires à la vérification de la relation dans ce treillis; la colonne  $R$  donne le nom de la relation dans le treillis  $\mathcal{T}_G$  et la colonne  $N$  le nombre de conditions correspondantes. Si la colonne  $N$  est vide pour une relation, c'est que celle-ci n'est pas définie dans le treillis  $\mathcal{T}_G$ . Il en est de même pour la colonne  $N'$  si la relation n'est pas définie dans le treillis  $\mathcal{T}_G'$ .

La moyenne des nombres calculée sur les classes communes est de 2,4 pour le treillis  $\mathcal{T}_G'$  et de 2 pour le treillis  $\mathcal{T}_G$ . La moyenne calculée sur toutes les classes est de 2,2 pour le treillis  $\mathcal{T}_G'$  et de 1,9 pour le treillis  $\mathcal{T}_G$ . Par conséquent, en termes d'optimisation du nombre de conditions à calculer, le treillis  $\mathcal{T}_G$  est meilleur que le treillis  $\mathcal{T}_G'$ . Cela est dû au fait qu'aucune des conditions de *Conditions'* n'implique d'autres conditions de *Conditions'*.

Le treillis  $\mathcal{T}_G'$  n'est donc pas satisfaisant à la fois pour la représentation de la composition et pour la vérification des relations sur l'image. Dans la suite, nous continuerons donc d'utiliser le treillis  $\mathcal{T}_G$ .

### 5.3.6 A propos de l'extension du treillis

Lorsque nous avons construit l'extension du treillis, nous avons introduit des éléments tels qu'il n'existe pas d'ensemble de conditions dont une conjonction serait équivalente à une disjonction de l'ensemble des relations. Pour le montrer, considérons l'élément du treillis appelé *Dxet-AouO-*. Comme il est placé entre les relations *DxetA* et *Dx* (cf. figure 5.4), son ensemble de conditions  $C$  serait tel que :

$$\{Dx, A\} \subset C \subset \{Dx\}$$

Cela est impossible car l'ensemble des conditions doit être égal à l'un ou l'autre. Donc,

$R'$	$R$	$N'$	$N$
$DC$	$DC$	2	2
$EC$	$EC$	2	2
$PO$	$PO$	4	3
$TPP^{-1}$	$TPP^{-1}$	4	3
$TPP$	$TPP$	4	3
$NTPP$	$NTPP$	2	2
$NTPP^{-1}$	$NTPP^{-1}$	2	2
$EQ$	$EQ$	4	2
$DR$	$DR$	1	1
$DC \vee NTPP$	$Dy \text{et} NA$	2	2
$DC \vee NTPP^{-1}$	$Dx \text{et} NA$	2	2
$EC \vee PO$	$Dx \text{et} Dy \text{et} A$	3	3
$PO \vee TPP^{-1}$	$O \text{et} A \text{et} Dx$	3	3
$PO \vee TPP$	$O \text{et} A \text{et} Dy$	3	3
$PP$	$PP$	3	2
$TP$	$TP$	3	2
$PP^{-1}$	$PP^{-1}$	3	2
$TP^{-1}$	$TP^{-1}$	3	2
$NTPP \vee NTPP^{-1}$	$O \text{et} NA$	2	2
$NA$	$NA$	1	1
$EC \vee PO \vee TPP^{-1}$	$Dx \text{et} A$	2	2
$EC \vee PO \vee TPP$	$Dy \text{et} A$	2	2
$PO \vee PP$	$Dy \text{et} O$	2	2
$P$	$P$	2	1
$PO \vee PP^{-1}$	$Dx \text{et} O$	2	2
$P^{-1}$	$P^{-1}$	2	1
$O \text{et} A$	$O \text{et} A$	2	2
$A$	$A$	1	1
$O$	$O$	1	1
$EC \vee PO \vee PP$		1	
$EC \vee PO \vee PP^{-1}$		1	
$DC \vee EQ$		2	
$DC \vee P$		1	
$DC \vee P^{-1}$		1	
	$Dx \text{et} Dy$		2
	$Dx$		1
	$Dy$		1

TAB. 5.4 – Comparaison du nombre de conditions par relation dans les deux treillis de Galois  $\mathcal{T}_G$  et  $\mathcal{T}_G'$ .  $R$  et  $R'$  sont les noms des relations dans les treillis,  $N$  et  $N'$  les nombres de conditions nécessaires à la vérification des relations.

dans l'extension du treillis, toutes les relations ne sont pas équivalentes à une conjonction de conditions. Ce qui pose le problème de retrouver l'ensemble minimal des conditions dans le treillis. En effet, l'ensemble minimal des conditions à calculer se retrouve dans le treillis grâce à la décomposition en éléments redéfinissant leurs conditions. Comme une relation n'est plus équivalente à une conjonction de conditions, on a introduit dans le treillis des éléments inf-irréductibles qui ne sont pas équivalents à une condition. On ne peut donc plus retrouver ainsi l'ensemble minimal de conditions.

### 5.3.7 Conclusions

Nous avons défini un processus pour retrouver l'ensemble minimum  $E_{min}$  de conditions d'une relation  $r$  représentée par un élément du treillis  $(C, R)$  qui se déroule en deux étapes :

- la recherche de tous les éléments  $(C_{rc}, R_{rc})$  équivalents à une condition  $c$  et qui sont supérieurs à  $(C, R)$  ; ces éléments correspondent en fait à toutes les relations-conditions  $rc$  impliquées par  $r$  ; nous nommerons cet ensemble de relations-conditions  $E_{imp}$ ,
- la recherche du plus petit sous-ensemble nommé  $E_{min}$  de l'ensemble  $E_{imp}$  ; le pgcd de tous les éléments  $(C_{rc}, R_{rc})$  appartenant à  $E_{min}$  doit être égal à  $(C, R)$ ,
- l'ensemble minimal de conditions nécessaires à la vérification de  $r$  est alors l'ensemble des conditions  $c$  équivalentes à  $rc$  et contenues dans  $C_{rc}$  mais pas dans l'union des conditions des successeurs, pour tout les  $(C_{rc}, R_{rc})$  appartenant à  $E_{min}$ .

Cet algorithme est rendu possible grâce à un ensemble de propriétés du treillis de Galois :

1. les éléments du treillis permettent de trouver les ensembles de relations topologiques dont une disjonction est équivalente à une conjonction de conditions : toutes les conditions appartenant à un ensemble  $C$  d'un élément du treillis  $(C, R)$  sont alors nécessaires à la vérification de la relation  $\pi(C, R)$ ,
2. l'opération  $\sqcup$  est équivalente à la conjonction  $\wedge$  ce qui permet de prouver que si un sous-ensemble d'éléments  $A$  supérieurs à un élément  $E$  sont tels que leur  $\sqcup$  est égal à  $E$ , alors, à l'aide de l'assertion 1,  $\pi(E)$  est équivalent à une conjonction de tous les  $\pi_c(A)$ , ce qui permet la recherche du plus petit sous-ensemble des ascendants tel que le  $\sqcup$  est équivalent à la relation,
3. les classes de relations qui redéfinissent une condition sont équivalentes à cette condition, ce sont donc des relations-conditions.

Nous avons posé deux hypothèses. La première est qu'une et une seule des relations de l'ensemble initial des relations est vraie pour deux objets quelconques. La deuxième hypothèse qui a été faite est que la table de l'implication des relations et des conditions est complète, c'est à dire qu'un zéro dans la table précise qu'une relation implique la négation de la condition.

À partir de la donnée d'un ensemble de relations et d'un ensemble de conditions et de la donnée des implications entre les relations et les conditions, un treillis de Galois peut être construit. À condition que ces données satisfassent les deux hypothèses précédentes,

toutes les propriétés seront vraies pour ce treillis. Par conséquent la représentation des propriétés et la recherche de l'ensemble minimum de conditions sera encore valide.

## 5.4 Algorithmes et implantation en Yafool

Nous allons ici présenter comment nous avons implanté la représentation des relations topologiques dans le système que nous avons choisi : le système Y3. Nous avons proposé dans la partie précédente que l'ordre de spécialisation entre les relations topologiques ait une structure de treillis et plus particulièrement que ce soit le treillis de Galois  $\mathcal{T}_G$ . Le treillis de Galois a été défini (définition 7) comme étant la structure  $\langle \mathcal{E}_G, \sqsubseteq, \sqcup, \sqcap, (Conditions, \otimes), (\otimes, RCC-8) \rangle$ . L'implantation de ce treillis se fait donc de la manière suivante :

- chaque élément du treillis  $\mathcal{T}_G$  est une classe où l'attribut `condition-locale` permet de retrouver les conditions associées à cette classe,
- l'ordre  $\sqsubseteq$  est représenté par la relation `est-un` qui permet de retrouver un ascendant direct, ou par le test de la valeur de la fonction `spécialisé-par` qui permet de trouver toutes les classes qui spécialisent une classe,
- l'infimum  $\sqcup$  est représenté par une fonction que nous avons implantée nommée `pgcd` ; de plus la fonction `pgcd1` permet de trouver le plus grand descendant commun pour plus de deux classes,
- le supremum  $\sqcap$  est représenté par la fonction `acps` que nous avons aussi implantée ; symétriquement la fonction `acps1` permet de trouver le plus petit ascendant commun pour plus de deux classes,
- le majorant universel est la classe que nous avons nommée `TMAJ`,
- le minorant universel n'existe pas, le `pgcd` deux classes est le minorant universel si leur `pgcd` n'existe pas.

De plus, pour définir tous les attributs et méthodes nécessaires à la représentation des propriétés des relations topologiques, toutes les classes de relations topologiques héritent d'une classe générique des relations spatiales nommée `RELATION-SPATIALE`.

### 5.4.1 Classe générique de relation

Nous allons maintenant définir la classe générique des relations spatiales ainsi que les différents attributs et méthodes attachés à cette classe. La classe `RELATION-SPATIALE` spécialise la classe définissant toutes les relations entre deux classes dans YAFOOL. Cette classe possède deux attributs `negation` et `condition-locale` et quatre méthodes `cherche-conditions`, `spécialise`, `vérification` et `incompatible`. L'attribut `negation` définit une relation vers une autre relation spatiale. L'attribut `condition-locale` définit une relation vers une classe nommée `CONDITION`. Les valeurs de ces deux attributs ne sont définies que dans les relations-conditions. La classe `CONDITION` définit la primitive de calcul correspondante ainsi que le test à formuler sur cette primitive. Ces primitives sont écrites dans le langage C.

```
(defclasse RELATION-SPATIALE
```

```

(est-un relation)
(négation (un.RELATION-SPATIALE))
(incompatible
  (methode (R')
            (not (pgcd frame* R')))
  ))
(specialise
  (methode (R')
            ...
  ))
(condition-locale (un.condition))
(cherche-conditions
  (methode ()
            (let ((RC-imp (fconflict-set frame* condition-locale)))
                ...))
  ))
(vérification
  (methode (01 02)
            ...
  )))

```

### Vérification de relation

La méthode `cherche-conditions` recherche l'ensemble  $RC_{min}$  de la relation. L'algorithme 2 définit cette méthode. L'implantation de cet algorithme utilise la fonction `fconflict-set`. Cette fonction possède deux arguments : une classe `c` et un attribut `a`. Elle recherche parmi toutes les classes spécialisées par `c` celles qui définissent l'attribut `a`. La recherche de l'ensemble  $E_{imp}$  est effectuée grâce à cette fonction.

---

#### Algorithme 2 `cherche-conditions` R

---

$E_{imp}$  = Rechercher tous les ascendants de R dans lesquels la valeur de l'attribut `condition-locale` est définie.

$E_{min} = E_{imp}$

**Pour tout** S sous-ensemble de  $E_{imp}$  **Faire**

**Si** `pgcd(S) = R` **alors**

**Si** `card(S) ≤ card( $E_{min}$ )` **alors**

$E_{min} = S$

**fsi**

**fsi**

**fpour**

---

La méthode `incompatible` teste si deux relations ont un descendant commun. Si ce descendant existe, alors les deux relations sont compatibles, sinon les deux relations sont



incompatibles. La méthode permet de définir qu'une relation entre deux objets est fausse.

La méthode `spécialise` teste si la première relation spécialise la deuxième. Utilisée dans la vérification de relations, elle permet de vérifier si une relation est vraie. L'algorithme 3 définit la méthode `vérification`. Cet algorithme ne prend pas en compte la représentation des propriétés mathématiques des relations. Dans cet algorithme, tester si une instance de la relation  $R'$  existe ou non est réalisé grâce à la fonction `instancié-par` pré-existante dans YAFOOL qui donne l'ensemble des instances directes ou indirectes d'une classe.

---

**Algorithme 3** Vérification( $R, O1, O2$ )
 

---

Trouver l'instance de la relation  $R'$  qui a déjà été créée entre  $O1$  et  $O2$ .

**Si** elle n'existe pas **alors**

$R' = \top$

**fsi**

**Si** Spécialise( $R', R$ ) **alors**

$R(x, y)$  est vraie

**sinon Si** Incompatible( $R, R'$ ) **alors**

$R(x, y)$  est fausse

**sinon**

$RC_{min} = \text{cherche-conditions}(R)$

$RC_{calculée} = \text{cherche-conditions}(R')$

$RC_{non\ calculée} = RC_{min} - RC_{calculée}$

Résultat = vrai

**Pour tout**  $RC$  de  $RC_{non\ calculée}$  **Faire**

  tester(condition-locale( $RC$ ))

**Si** la condition est vraie **alors**

      Création( $RC, O1, O2$ )

**sinon**

      Création(négation( $RC$ ),  $O1, O2$ )

      Résultat = faux

**fsi**

**fpour**

  Retourner Résultat

**fsi**

---

### Création d'instance

La méthode de création des instances de relations présente dans YAFOOL doit être redéfinie pour prendre en compte l'algorithme 3. L'algorithme 4 définit la création d'instance des relations. Créer une instance d'une relation  $R$  consiste à créer une nouvelle propriété dans l'entité  $O1$ . Cette nouvelle propriété hérite de la relation  $R$ . On peut remarquer que les deux dernières opérations de cet algorithme – la suppression suivie d'une nouvelle création – pourraient être remplacées par une opération de modification du lien *est-un* de l'instance  $R'$ . Cela n'aurait aucune incidence sur la suite de l'implantation.

---

#### Algorithme 4 Création( $R, O1, O2$ )

---

Rechercher l'instance  $R'$  de relation topologique entre  $O1$  et  $O2$ .

**Si** elle n'existe pas **alors**

créer un attribut instance de  $R$  dans l'objet  $O1$  ayant pour valeur  $O2$

**sinon**

$RS =$  descendant commun ( $R, R'$ )

supprimer l'attribut instance de  $R'$  dans l'objet  $O1$  ayant pour valeur  $O2$

créer un attribut instance de  $RS$  dans l'objet  $O1$  ayant pour valeur  $O2$

**fsi**

---

### 5.4.2 Propriétés

Cette partie présente l'implantation des propriétés définies dans le paragraphe 4 sauf pour deux propriétés : l'incompatibilité a été présentée plus haut, nous n'en reparlerons donc pas ; l'asymétrie ne peut pas être représentée sauf pour les huit relations-conditions qui sont les seules à posséder une négation.

#### Réflexivité

La réflexivité est représentée dans l'opération *vérifier-relation* par deux tests : si la relation est réflexive et si les deux objets sont égaux alors la relation est vraie. La méthode *réflexive* permet de déduire à l'aide de la décomposition en relations-conditions si une relation est réflexive ou non. Cette méthode recherche toutes les relations-conditions supérieur à la relation teste si elles sont toutes réflexives.

#### Exhaustivité

L'exhaustivité est représentée dans l'arbre d'héritage. En effet, chaque classe de relation créée par la méthode du treillis de Galois représente une disjonction de relations topologiques de base. De plus, l'approximation du  $\vee$  par le  $\sqcap$  nous permet de représenter la majeure partie des disjonctions possibles de relations.

## Transitivité

Cette propriété est représentée dans la composition des relations.

## Composition

Nous définissons ici les champs et les méthodes nécessaires à la représentation de la composition. Pour chaque relation spatiale, il faut définir une relation avec les autres relations spatiales qui définisse la relation spatiale à créer. Nous avons défini en fait deux bi-méthodes nommées `Rcomposition` et `transitivité`<sup>7</sup>. Une bi-méthode est une méthode s'appliquant à deux objets (cf. chapitre 1.4). La bi-méthode `transitivité` définit la composition des relations pour les huit relations de base. La méthode `Rcomposition` déduit la composition de toutes les relations topologiques à partir de la définition de `transitivité`.

Par exemple, la méthode `transitivité` est définie pour `EQ` de la façon suivante :

```
(defclasse EQ
  (transitivité (TMAJ.frame*)))
```

`TMAJ` correspondant au  $\top$  du treillis et ceci définissant que, quelle que soit la relation, la composition de cette relation avec `EQ` a pour résultat `frame*`, c'est-à-dire la relation elle-même.

Ce deuxième exemple montre la définition de la composition relation par relation, ceci signifiant, par exemple, que `DC` composée avec `EC` donne la relation `Dx` :

```
(defclasse DC
  (transitivité (DC.TMAJ)
    (EC . Dx)
    (PO . Dx)
    (TPP . DC)
    (NTPP . DC)
    (TPP-1 . Dx)
    (NTPP-1 . Dx)
    (EQ . DC)))
```

La déduction de la composition de deux relations quelconques à l'aide de la composition des relations topologiques de base est réalisée grâce à la méthode `Rcomposition`. En effet, la méthode `Rcomposition` recherche la décomposition d'une relation en relations où la méthode `transitivité` est définie. L'attribut `liste-frame` d'une méthode contient toutes les classes dans lesquelles la méthode est définie. Par conséquent, la méthode `Rcomposition` recherche toutes les relations descendantes faisant partie de l'attribut `liste-frame` de la méthode `transitivité`. La méthode `Rcomposition` est définie par l'algorithme 5. Dans cet algorithme, deux fonctions sont utilisées : la fonction `spécialisé-par` recherche tous les descendants de la classe passée en argument et la fonction `acps` recherche l'ascendant commun le plus spécialisé de deux classes passées en arguments.

---

7. Nous l'avons nommée ainsi car la méthode `composition` existe déjà en `YAFOOL`.

---

**Algorithme 5** Rcomposition(R1 R2)

---

IRREDUC-R1 = spécialisé-par(R1)  $\cap$  liste-frame(transitivité)IRREDUC-R2 = spécialisé-par(R2)  $\cap$  liste-frame(transitivité)résultat =  $\perp$ **Pour tout** R  $\in$  IRREDUC-R1 **Faire**    **Pour tout** R'  $\in$  IRREDUC-R2 **Faire**

résultat = acps (résultat, transitivité(R,R'))

**fpour****fpour**

---

La composition permet de déduire des relations entre des objets. Cette déduction est effectuée au moment de la vérification des relations. Lorsqu'une vérification d'une relation  $R(x, y)$  est effectuée, la relation est décomposée puis on cherche à savoir quelle est la relation qui peut être déduite entre  $x$  et  $z$ .

## 5.5 Conclusions

La construction du treillis, par la méthode de Galois à partir de la relation  $\mathcal{C}$  qui associe à une relation l'ensemble des conditions vérifiées par la relation, est très intéressante car elle permet de construire automatiquement le treillis des relations. On peut, par exemple, trouver un algorithme de calcul automatique du treillis de Galois dans [Guénoche et Van Mechelen, 1993]. Toutefois, on peut remarquer que toutes les relations spatiales nécessaires pour la représentation de la composition des relations spatiales ne sont pas incluses dans le treillis construit par cette méthode.

L'extension de l'ensemble des relations pour la composition nécessite un travail plus important de conceptualisation. Il faut en effet relever toutes les implications entre les relations à représenter, vérifier que l'ensemble ordonné possède bien une structure de treillis et dans le cas contraire, compléter cet ensemble par des relations spatiales qui lui rendent sa structure de treillis.

Le problème essentiel de l'extension du treillis, c'est qu'elle ne permet pas de conserver l'équivalence entre une conjonction de conditions et une disjonction de relations et, par conséquent, ne permet plus de retrouver l'ensemble minimal des conditions à calculer. Nous nous intéressons plus particulièrement au calcul de relations. Par conséquent, nous conserverons dans la suite le treillis de Galois non étendu. Nous avons vu plus haut que l'approximation de la composition par des éléments du treillis de Galois ne posait pas de réel problème dans notre cadre. En revanche, si nous étions intéressés par la déduction exacte de relations par la composition, il serait impératif d'utiliser soit le treillis étendu, soit le treillis complet.



# Chapitre 6

## Classification

La classification des structures permet la reconnaissance des modèles agronomiques définis dans le chapitre 3. En effet, les modèles agronomiques sont définis sous forme de classes dans une hiérarchie et les structures extraites de l'image sous forme d'instances. Nous nous sommes penchés plus particulièrement sur les problèmes de représentation des structures spatiales à l'aide des relations topologiques, en particulier celui de la quantification présentée dans la partie 3.3. Dans un premier temps, nous verrons comment réaliser cette quantification dans les systèmes de représentation des connaissances par objets. Puis nous verrons comment intégrer cette quantification dans un algorithme de classification d'instances. Enfin, nous présenterons les premiers résultats de la classification de structures appliquée à la reconnaissance de modèles agronomiques sur les images.

### 6.1 Quantification des relations

Nous avons vu dans le chapitre 3 que nous avons besoin d'expressions comme *toutes*, *au moins*, *au plus*. Ces expressions sont liées à la quantification d'une propriété spatiale dans une classe et sont définies pour un couple (relation, classe). Pour l'instant, la quantification des relations n'est pas réalisée dans YAFOOL. Nous devons donc l'introduire.

Parallèlement, dans les systèmes de RCO, les relations sont réifiées, c'est-à-dire que ce sont des instances d'une classe `RELATION`. Nous avons utilisé cela afin de définir deux types des propriétés de relations : des propriétés liées à la relation que nous avons vues dans le chapitre précédent ; des propriétés liées au couple (relation, classe). Comme nous l'avons vu dans le paragraphe 4.1.2, nous représentons la quantification des relations qui fait partie du deuxième type de propriétés, dans les facettes des couples (relation, classe). Mais nous allons tout d'abord rappeler ce dont nous avons besoin comme quantification de relations.

#### 6.1.1 Ce qui ne peut pas être représenté

Nous allons présenter quatre indices qui ne sont pas pour l'instant représentables dans les systèmes de RCO. Ces indices sont des expressions qui caractérisent une structure

nommée **TERRITOIRE** :

- *il existe au moins une forêt domaniale qui soit connexe au territoire,*
- *il existe au plus une forêt domaniale qui soit connexe au territoire,*
- *toutes les forêts domaniales sont déconnectées du territoire,*
- *toutes les cultures qui font partie du territoire sont de grosses cultures.*

Ces indices introduisent des quantifications de relations. En effet, les mots qui sont à repérer dans ces expressions sont « il existe » qui révèle un problème d'existentialité et « tous » qui pose un problème d'universalité. Les expressions peuvent être représentées dans la logique du premier ordre – en ne faisant pas intervenir les nombres – par :

- *il existe au moins une forêt domaniale qui soit connexe à  $x$  et il existe au plus une forêt domaniale qui soit connexe à  $x$  :*  
 $\exists y : \text{foret}(y) \wedge \text{connexe}(x, y)$
- *toutes les forêts sont déconnectées de  $x$  :*  
 $\forall y : \text{foret}(y) \Rightarrow \text{deconnecte}(x, y)$
- *toutes les cultures qui font partie de  $x$  sont de grosses cultures :*  
 $\forall y : (\text{culture}(y) \wedge \text{pp}(x, y)) \Rightarrow \text{grosse-culture}(y)$

Nous allons utiliser ce formalisme pour traduire ces phrases dans les logiques terminologiques.

### 6.1.2 Rôles et relations dans les logiques terminologiques

La quantification de relations est réalisable dans les logiques terminologiques. En effet, elle est réalisée par les constructeurs<sup>8</sup> **at-least**, **at-most**, **all** et **some**. Ces constructeurs sont des constructeurs de concepts : ils définissent des propriétés de concepts. Nous nous intéressons aussi à un autre constructeur : le constructeur **restrict** qui, lui, est un constructeur de rôle. Nous aurons aussi besoin, pour définir les indices, de la négation de concept et de rôle nommée **not**.

La sémantique des constructeurs permet de retrouver les formules logiques traduisant les expressions, car cette sémantique est donnée par un ensemble de formules logiques. Dans cette interprétation,  $\Delta_{\mathcal{I}}$  correspond au domaine d'interprétation et  $\cdot^{\mathcal{I}}$  correspond à la fonction d'interprétation qui, à tout concept, associe l'ensemble des individus dénotés par ce concept. Voici l'interprétation – telle qu'elle a été définie dans [Nebel, 1990] – des constructeurs qui ont été présentés précédemment :

$$\mathbf{at-least} \text{ (at-least } n \text{ } r \text{ } C)^{\mathcal{I}} = \{x \in \Delta_{\mathcal{I}} \mid \text{card}\{y : (x, y) \in r^{\mathcal{I}} \wedge y \in C^{\mathcal{I}}\} \geq n\}$$

$$\mathbf{at-most} \text{ (at-most } n \text{ } r \text{ } C)^{\mathcal{I}} = \{x \in \Delta_{\mathcal{I}} \mid \text{card}\{y : (x, y) \in r^{\mathcal{I}} \wedge y \in C^{\mathcal{I}}\} \leq n\}$$

$$\mathbf{all} \text{ (all } r \text{ } C)^{\mathcal{I}} = \{x \in \Delta_{\mathcal{I}} \mid \forall y : (x, y) \in r^{\mathcal{I}} \Rightarrow y \in C^{\mathcal{I}}\}$$

8. Ces constructeurs ne sont pas définis pour toutes les logiques terminologiques, de même qu'ils n'ont pas toujours la même définition, par exemple **at-least** peut restreindre ou ne pas restreindre le co-domaine. C'est pour cette raison que nous considérons les constructeurs définis dans la spécification des logiques terminologiques KRSS proposée dans [Patel-Schneider et Swartout, 1993].

**restrict**  $(\text{restrict } r \ C)^{\mathcal{I}} = \{(x, y) \in \Delta_{\mathcal{I}} \times \Delta_{\mathcal{I}} \mid (x, y) \in r^{\mathcal{I}} \wedge y \in C^{\mathcal{I}}\}$   
**some**  $(\text{some } r \ C)^{\mathcal{I}} = \{x \in \Delta_{\mathcal{I}} \mid \{y : (x, y) \in r^{\mathcal{I}} \wedge y \in C^{\mathcal{I}}\} \neq \emptyset\}$

Les constructeurs **at-least** et **at-most** permettent donc de représenter des conjonctions entre « être un concept » et « être en relation », et le constructeur **all** de représenter une implication entre « être en relation » vers « être un concept ». En le combinant avec le constructeur **restrict** on obtient une implication d'une conjonction entre « être un concept » et « être en relation » vers « être un (autre) concept ». Nous pouvons donc traduire la quatrième phrase. En revanche, pour pouvoir traduire l'expression *toutes les forêt domaniales sont déconnectées du territoire*, il faut remarquer que les deux propositions suivantes sont équivalentes :

$$\forall y \quad \text{foret}(y) \Rightarrow \text{deconnecte}(x, y)$$

$$\neg \exists y \quad \neg \text{deconnecte}(x, y) \wedge \text{foret}(y)$$

En effet, cette expression correspond à une implication de « être un concept » vers « être en relation ». Cette implication n'est présente dans aucun des constructeurs des logiques terminologiques. Nous le représenterons donc par sa négation à l'aide du constructeur **some**. Nous pouvons maintenant effectuer la traduction des éléments en termes de constructeurs des logiques terminologiques :

- *il existe au moins une forêt domaniale qui soit connexe à x :*  
 $x = (\text{some } \text{ec } \text{foret-domaniale})$
- *il existe au plus une forêt domaniale qui soit connexe à x :*  
 $x = (\text{at-most } 1 \ \text{ec } \text{foret-domaniale})$
- *toutes les forêts domaniales sont déconnectées de x :*  
 $x = (\text{not } (\text{at-least } 1 \ (\text{not } \text{dc}) \ \text{foret-domaniale}))$
- *toutes les cultures qui font partie de x sont de grosses cultures :*  
 $x = (\text{all } (\text{restrict } \text{ppi } \text{culture}) \ \text{grosses-cultures})$

### 6.1.3 Description des facettes ajoutées

Nous allons introduire la quantification de relations dans YAFOOL en introduisant dans le langage quatre facettes. Nous en donnons ici la définition intuitive. Soit **c** une classe définie par des propriétés spatiales **p1**, **p2**, **p3** et **p4**, où **CD** est la classe co-domaine de la relation et la signification de cette relation est donné par la classe **R** dont elle hérite :

```
(defclasse c
  (p1 (est-un. R)
      (un. CD)
      (au-moins. n))
  (p2 (est-un. R)
      (un. CD))
```



```

      (au-plus.n))
(p3 (est-un.R)
     (un.CD)
     (tous.true))
(p4 (est-un.R)
     (un.CD)
     (depuis.CDR)))

```

- la facette **au-moins**, de valeur  $n$  signifie : pour que  $x$  soit reconnu comme une instance de  $\mathbf{C}$ , il est nécessaire qu’il existe au moins  $n$  instances qui soient reconnues comme instance du co-domaine  $\mathbf{CD}$  et qui soient en relation par  $\mathbf{R}$  avec  $y$ . La facette **au-plus** signifie symétriquement que le nombre d’instances  $y$  doit être inférieur ou égal à  $n$ . Ces deux facettes correspondent respectivement aux constructeurs **at-least** et **at-most**.
- la facette **tous** signifie : pour que  $x$  soit reconnu comme une instance de  $\mathbf{C}$ , toutes les instances  $y$  reconnues comme instances du co-domaine  $\mathbf{CD}$  doivent être telles que  $x$  est en relation par  $\mathbf{R}$  avec  $y$ . Cette facette correspond à l’implication inverse du constructeur **all**.
- la facette **depuis** utilise une troisième classe nommée  $\mathbf{CDR}$  qui permet de restreindre la quantification universelle. En effet, le constructeur **all** permet de représenter que pour que  $x$  soit reconnu comme une instance de  $\mathbf{C}$ , si  $x$  est en relation  $R$  avec une instance  $y$ ,  $y$  doit pouvoir être associée au co-domaine  $\mathbf{CD}$ . En revanche, la facette **depuis** permet de représenter que parmi toutes les entités  $y$  en relation  $R$  avec  $x$ , seules celles qui sont reconnues comme instances de  $\mathbf{CDR}$ , doivent être reconnues comme instance du co-domaine  $\mathbf{CD}$ . Cette facette correspond à une combinaison des constructeurs **all** et **restrict**.

#### 6.1.4 Sémantique des facettes

La sémantique des constructeurs nous a permis de traduire les indices en termes de constructeurs. Mais cette sémantique a habituellement une autre utilité qui est de prouver la correction du processus de classification d’instances. Nous utiliserons cette sémantique pour comparer les facettes ajoutées aux constructeurs des logiques terminologiques et pour montrer que notre système est correct.

Une structure sémantique est donnée par un domaine d’interprétation  $\Delta_{\mathcal{I}}$  et par une fonction d’interprétation  $\cdot^{\mathcal{I}}$  [Ducournau, 1996b]. La sémantique d’une classe permet de fixer des contraintes sur les instances de cette classe. Une classe étant définie en intension, c’est-à-dire par ses propriétés, sa sémantique est régie par celle des propriétés. Si nous considérons que les propriétés sont des conditions nécessaires et suffisantes alors l’interprétation (ou l’extension) d’une classe  $\mathbf{c}$  définie par les propriétés  $\mathbf{p}_1 \dots \mathbf{p}_n$  est :

$$\mathbf{c}^{\mathcal{I}} = \bigcap_{1 \leq i \leq n} \mathbf{p}_i^{\mathcal{I}}$$

La sémantique d'une propriété est donnée par la sémantique des facettes qui la définissent. Si  $p$  est une propriété de  $\mathbf{c}$  définie par une des quatre facettes que nous avons introduites (cf. paragraphe 6.1.3), son interprétation est la suivante :

- facette **au-moins**  $(n, R, CD) : p^{\mathcal{I}} = \{x \in \Delta_{\mathcal{I}} \mid \text{card}\{y \in \Delta_{\mathcal{I}} \mid (\mathbf{c}, y) \in R^{\mathcal{I}} \wedge y \in CD^{\mathcal{I}}\} \geq n\}$
- facette **au-plus**  $(n, R, CD) : p^{\mathcal{I}} = \{x \in \Delta_{\mathcal{I}} \mid \text{card}\{y \in \Delta_{\mathcal{I}} \mid (\mathbf{c}, y) \in R^{\mathcal{I}} \wedge y \in CD^{\mathcal{I}}\} \leq n\}$
- facette **tous**  $(R, CD) : p^{\mathcal{I}} = \{x \in \Delta_{\mathcal{I}} \mid \forall y \in \Delta_{\mathcal{I}} : y \in CD^{\mathcal{I}} \Rightarrow (x, y) \in R^{\mathcal{I}}\}$
- facette **depuis**  $(R, CD, CDR) : p^{\mathcal{I}} = \{x \in \Delta_{\mathcal{I}} \mid \forall y \in \Delta_{\mathcal{I}} : (y \in CDR^{\mathcal{I}} \wedge (x, y) \in R^{\mathcal{I}}) \Rightarrow y \in CD^{\mathcal{I}}\}$

Les facettes **au-plus** et **au-moins** ont donc la même sémantique que les constructeurs **at-most** et **at-least**. La facette **depuis** correspond à une combinaison des constructeurs **all** et **restrict**. En revanche, la facette **tous** ne possède pas d'équivalent parmi les constructeurs des logiques terminologiques. Sa sémantique correspond à l'implication inverse de la sémantique du constructeur **all**.

### 6.1.5 Exemples d'utilisation des facettes

Nous allons montrer comment et quand les facettes peuvent être utilisées. Les exemples utilisés ici sont tirés de l'application agronomique, mais ont pu être adaptés ici ou là pour montrer l'utilisation que l'on pouvait faire des facettes. Par conséquent, ils ne correspondent pas exactement à des modèles agronomiques définis par l'expert. Les indices utilisés pour la reconnaissance se trouvent dans la section 6.3.

#### Utilisation de au-plus

« Un îlot contient au plus 5 cultures » se représente par la classe suivante :

```
(defclasse îLOT
  (ppg (est-un.PP)
        (au-plus.5)
        (un.CULTURE)))
```

#### Utilisation de au-moins

« Une zone contient au moins 5 grosses cultures » se représente par la classe suivante :

```
(defclasse ZONE
  (ppg (est-un.PP)
        (au-moins.5)
        (un.GROSSE-CULTURE)))
```

#### Combinaison de au-plus et au-moins

La combinaison des deux facettes **au-plus** et **au-moins** permet de définir la cardinalité exacte de la relation. Ainsi, un « territoire connexe à exactement une forêt » se représente par la classe :

```
(defclasse TERRITOIRE-EC-DOM
```

```
(ecg (est-un.EC)
      (au-moins.1)
      (au-plus.1)
      (un.FORÊT-DOMANIALE)))
```

### Utilisation de tous

La facette `tous` représente une implication entre « être un concept » et « être en relation ». Elle s'utilise pour représenter des phrases telles que « le territoire est déconnecté de toutes les forêts domaniales ».

```
(defclasse TERRITOIRE-DC-DOM
  (dcg (est-un.DC)
        (tous.true)
        (un.FORÊT-DOMANIALE)))
```

### Utilisation de depuis

La facette `depuis` s'utilise de deux manières : si la classe introduite par la facette `depuis` est la classe `TOPMODELE` – la classe la plus générale des modèles de structures – alors la facette réalise une implication entre « être en relation » et « être un concept » (tout comme le constructeur `all`), car le test d'appartenance de l'instance à la classe sera effectué pour toutes les entités connues du monde modélisé. Par exemple, on peut traduire la phrase « une zone ne contient que des grosses cultures » par la classe :

```
(defclasse ZONE
  (contientg (est-un.PP-1)
              (depuis.TOPMODELE)
              (un.GROSSE-CULTURE)))
```

Essayons maintenant de traduire la phrase « le territoire ne contient que des grosses cultures ». Pour cela, on applique la facette précédente à un territoire :

```
(defclasse MTERRITOIRE
  (contientg (est-un.PP-1)
              (depuis.TOPMODELE)
              (un.GROSSE-CULTURE)))
```

Or, dans cette phrase, il est sous-entendu que ce sont les cultures qui appartiennent au territoire qui doivent être grosses, et non pas que toutes les entités contenues par le territoire sont de grosses cultures. On peut donc représenter à l'aide de la facette `depuis` ce sous-entendu :

```
(defclasse MTERRITOIRE
  (contientg (est-un.PP-1)
              (depuis.CULTURE)
              (un.GROSSE-CULTURE)))
```

### depuis et optimisation de la reconnaissance

La facette `depuis` peut être utilisée pour optimiser la reconnaissance. Pour le montrer, reprenons l'exemple de la classe `ZONE`. Une zone ne contient que des grosses cultures, nous l'avons présentée précédemment. Supposons que nous la représentions par la classe suivante :

```
(defclasse ZONE
  (ppig (est-un.PP-1)
        (depuis.CULTURE)
        (un.GROSSE-CULTURE)))
```

La méthode de reconnaissance va rechercher parmi l'ensemble des entités potentiellement classables dans la classe `CULTURE` celles qui sont classées dans `GROSSE-CULTURE`, alors que dans la première définition, la méthode recherchait parmi l'ensemble des entités potentiellement classables dans la classe `TOPMODELE`, ce qui signifie qu'elle effectue une recherche sur l'ensemble complet des entités de l'image. Utiliser la deuxième définition ne change pas la signification de `ZONE`, mais permet que la recherche ne se fasse que sur un ensemble réduit des entités et par conséquent optimise la classification des structures.

## 6.2 La classification de structures

Dans cette partie nous allons présenter comment reconnaître des modèles agronomiques sur des images. La reconnaissance de modèles s'exprime comme une classification d'instance. En effet, les modèles à reconnaître sont représentés sous forme de classes organisées dans une hiérarchie de spécialisation et les entités extraites de l'image sont représentées sous forme d'instances. La classification d'instance consiste à descendre une instance dans une hiérarchie de classes.

Le fonctionnement de notre système s'appuie sur quatre principes : *i)* la reconnaissance est unique (une instance ne peut appartenir qu'à une classe); *ii)* la vérification des relations est progressive, guidée par les modèles; *iii)* les propriétés constituent des conditions nécessaires et suffisantes pour la classification d'une instance dans une classe; *iv)* les structures spatiales sont organisées sous forme de hiérarchie. Nous allons voir que ces principes nous conduisent à des contraintes, quant à la structure de la hiérarchie de classes et quant à la méthode de reconnaissance.

### 6.2.1 Principe de fonctionnement

Pour illustrer le principe de la classification, nous prenons l'exemple de la classe `c` :

```
(defclasse c
  (p (est-un.R)
      (au-moins.n)
      (un.CD)))
```

Le processus de classification est initialisé en extrayant l'ensemble des entités spatiales simples et en affectant les instances correspondantes à des classes. Ceci est effectué par une

méthode nommée **extraction** définie dans plusieurs classes. Une instance est affectée à la classe où est définie la méthode d'extraction par laquelle l'entité est extraite. Par exemple, la classe **TERRITOIRE** définit sa propre méthode d'extraction qui affectera chaque instance à la classe **TERRITOIRE**. Le principe de la reconnaissance consiste à partir d'une instance, classée au plus haut de la hiérarchie (par exemple dans la classe **TERRITOIRE**), et à chercher à la « descendre » dans la hiérarchie en calculant progressivement ses caractéristiques sur l'image et en élaguant les branches de la hiérarchie devenues impossibles.

Supposons par exemple qu'on veuille attribuer une instance **i** à une classe **c**. En premier lieu, nous allons vérifier que **i** vérifie toutes les propriétés de **c** et les facettes associées aux propriétés. Nous prenons l'exemple de la classe **c** : il suffit de vérifier que l'instance **i** possède la propriété **p** et qu'elle vérifie la contrainte imposée par la facette **au-moins**. C'est-à-dire vérifier qu'elle est reliée à au moins  $n$  instances d'une classe **cd** par la relation **R**.

Par conséquent, le test d'appartenance de l'instance **i** à la classe **c** effectue toujours les étapes suivantes (dans un ordre différent suivant les facettes) : la recherche des instances **icd** susceptibles d'être classées dans la classe **cd** par une méthode **les-possibles** ; la caractérisation de la position des instances **icd** par rapport à l'instance **i** par la méthode **vérifier-relation** présentée dans le chapitre précédent ; la reconnaissance de **icd** comme instance de **cd** par un appel récursif à la méthode **reconnaître**.

On peut remarquer que la méthode **vérifier-relation** correspond à une classification d'instances de relations spatiales. En effet, si la position entre deux objets n'a pas encore été caractérisée, nous considérerons que les objets sont en relation par la relation **T**, qui est une relation toujours vraie entre deux objets. Si la position des objets est déjà partiellement connue, alors vérifier une relation consiste à calculer les conditions manquantes et à créer une instance du fils commun de la relation vérifiée et de la relation déjà existante entre les entités. La vérification de relations permet donc de descendre – si possible – l'instance déjà existante dans la hiérarchie de relations. La vérification de relations est donc une classification d'instances de relations spatiales.

L'appel récursif à la méthode **reconnaître** permet de retrouver les dépendances de classification entre les modèles agronomiques dont nous avons parlé dans le chapitre 3 : pour pouvoir associer une instance **x** à une classe **M**, il est nécessaire de vérifier si **x** possède les propriétés demandées par la classe **M** ; cette vérification imposant elle-même la classification des objets **y** liés spatialement à **x**.

Nous voulons que la classification d'instance soit unique, c'est-à-dire que chaque instance doit pouvoir n'être associée qu'à une unique classe. Cela impose à notre hiérarchie une structure de treillis. En effet, considérons deux classes **M1** et **M2**. Si les propriétés de **M1** et **M2** ne sont pas incompatibles, alors une entité spatiale pourra posséder toutes les propriétés de l'une et de l'autre et sera donc reconnue à la fois comme instance de **M1** et de **M2**. Mais si les deux classes possèdent un unique descendant commun qui soit plus général que tous leurs descendants communs, alors l'entité sera associée à ce descendant commun le plus général.

## 6.2.2 Interprétation des méthodes

Les contraintes imposées par les facettes sont données par l'interprétation logique présentée dans le paragraphe 6.1.4. Afin de traduire cette sémantique en termes d'opérations sur les instances, nous allons interpréter les diverses méthodes employées dans la reconnaissance. Cela nous permettra de valider l'algorithme 6 de la méthode **reconnaître** par rapport à la définition des facettes.

Le domaine d'interprétation  $\Delta_{\mathcal{I}}$  est constitué de toutes les instances correspondant à des entités extraites de l'image. La méthode **les-possibles** permet de restreindre l'ensemble des instances testées pour une classe **c** en donnant le sous-ensemble  $E$  de  $\Delta_{\mathcal{I}}$  des instances non incompatibles avec **c**. Cette méthode respecte la sémantique suivante :

**les-possibles C** :  $E$  tel que  $C^{\mathcal{I}} \subseteq E$

où  $C$  est un modèle et  $E$  est l'ensemble résultant de l'opération.

La méthode **reconnaître** teste si une instance **i** a déjà été ou peut être associée à la classe **c** ou à une classe plus spécialisée. L'interprétation de cette méthode est :

**reconnaître i C** :  $i \in C^{\mathcal{I}}$

où  $i$  est une entité spatiale et  $C$  un modèle.

Une relation est prouvée vraie entre deux objets si, et seulement si, il existe une instance de cette relation ou d'une relation plus spécialisée. La vérification se fait par la méthode **vérifier-relation**. On interprète cette fonction par :

**vérifier-relation R i1 i2** :  $(i1, i2) \in R^{\mathcal{I}}$

où  $i1$  et  $i2$  sont des entités spatiales et  $R$  une relation.

Pour définir la vérification des propriétés, nous avons transcrit leur interprétation (cf. paragraphe 6.1.4) à partir de l'interprétation des méthodes. Pour des propriétés définies par la facette **au-moins**, cela donne :

$$\begin{aligned} \text{card}\{y \in \Delta_{\mathcal{I}} \mid (x, y) \in \mathbf{R}^{\mathcal{I}} \wedge y \in \mathbf{CD}^{\mathcal{I}}\} \geq n \\ \Downarrow \\ \text{card}\{y \in \text{les-possibles}(\mathbf{CD}) \mid \text{vérifier-relation}(\mathbf{r}, x, y) \wedge \text{reconnaître}(y, \mathbf{CD})\} \geq n \end{aligned}$$

Nous pouvons ainsi définir la vérification de toutes les propriétés qui sont définies par les quatre facettes **au-moins**, **au-plus**, **tous**, **depuis**.

## 6.2.3 Exemple de définition de hiérarchie

Nous allons prendre l'exemple de la définition de la hiérarchie de classes représentant des cultures pour montrer comment réaliser une hiérarchie de classes. Une instance ne peut être associée à la classe **CULTURE** que s'elle est associée à une des classes suivantes : **LUZERNE**, **MAÏS**, **COLZA**, **BLÉ**, **ORGE** ou **CÉRÉALE**. Les parcelles de cultures se différencient aussi par leur surface. Donc, trois autres classes spécialisent la classe **CULTURE** : **GROSSE-CULTURE**, **PETITE-CULTURE** et **MOYENNE-CULTURE**. La hiérarchie des classes représentant les cultures est présentée dans la figure 6.1.

Les relations topologiques permettent de distinguer encore deux autres catégories de cultures : celles qui sont une partie d'un groupe de cultures ou celles qui sont isolées

**Algorithme 6** Reconnaître C,I

---

```

Pour tout P ∈ liste des propriétés de C Faire
  CD = co-domaine de la propriété
  R = ascendant direct de la propriété (est une relation spatiale)
  RES = vraie
  Si tous est définie alors
    Pour tout  $I_{CD} \in \text{les-possibles}(\text{CD})$  Faire
      Si reconnaître(CD, $I_{CD}$ ) alors
        RES = RES et vérifier-relation(R,I, $I_{CD}$ )
      fsi
    fpour
  fsi
  Si depuis est définie alors
    Pour tout  $I_{CDR} \in \text{les-possibles}(\text{CDR})$  Faire
      Si vérifier-relation(R,I, $I_{CDR}$ ) et reconnaître(CDR, $I_{CDR}$ ) alors
        RES = RES et reconnaître(CD, $I_{CDR}$ )
      fsi
    fpour
  fsi
  Si au-moins est définie ou au-plus est définie alors
    Nombre = 0
    Pour tout  $I_{CD} \in \text{les-possibles}(\text{CD})$  Faire
      Si vérifier-relation(R,I, $I_{CD}$ ) et reconnaître(CD, $I_{CD}$ ) alors
        Nombre = Nombre + 1
      fsi
    fpour
    Si au-moins est définie alors
      RES = (Nombre >= (la valeur de la facette au-moins))
    fsi
    Si au-plus est définie alors
      RES = RES et (Nombre <= (la valeur de la facette au-plus))
    fsi
  fsi
fpour
retourner RES

```

---

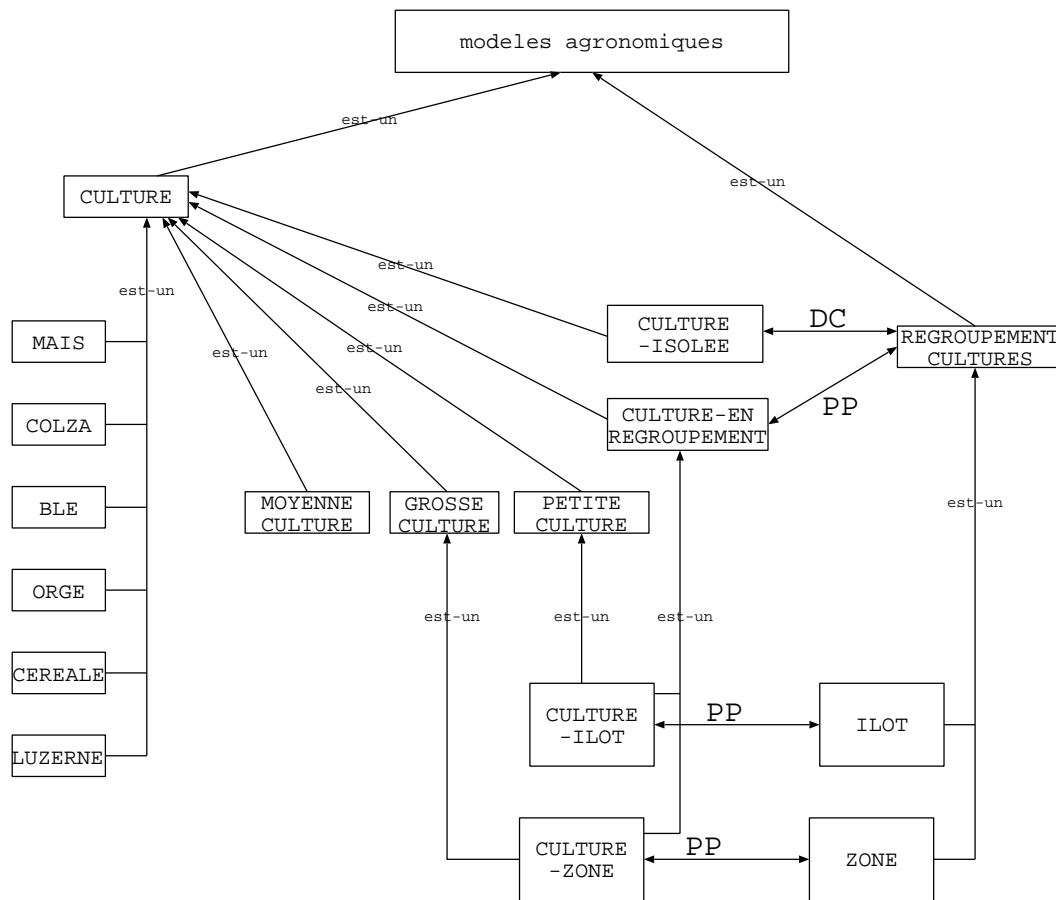


FIG. 6.1 – La hiérarchie de cultures.

des autres cultures. Étant donné que les regroupements de cultures se divisent en deux catégories : les îlots et les zones, la classe **CULTURE-EN-REGROUPEMENT** se spécialise en deux classes : **CULTURE- ILOT** et **CULTURE-ZONE**.

On a donc trois variétés de classes de cultures : la première différencie les types d'occupation du sol ; la deuxième les surfaces, ces deux premières caractéristiques étant des caractéristiques intrinsèques des entités ; la troisième différencie la position des parcelles par rapport à d'autres entités spatiales. Une culture peut donc être à la fois du maïs, grosse et isolée.

Toutes les combinaisons de caractéristiques, pour celles appartenant à des catégories différentes, doivent correspondre à une classe. Plus généralement, cela consiste à avoir un pgcd par couple de classes et donc à créer tous les fils communs à deux classes de modèle de cultures qui ne sont pas incompatibles. La hiérarchie doit donc posséder une structure de treillis. Pour le vérifier, nous avons implanté une fonction `tester-treillis`, qui prend en argument la racine d'une hiérarchie et teste si pour chaque couple de classes inférieures à la racine, il existe bien un ascendant commun le plus spécifique et un descendant commun le plus général.

Toutefois, créer ces treillis est fastidieux. Par exemple, le treillis construit pour les



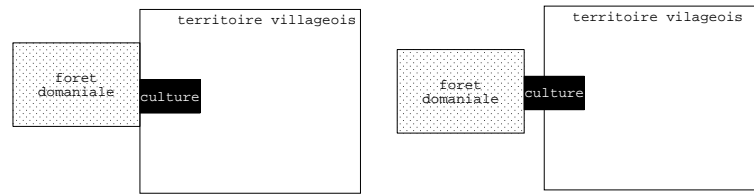


FIG. 6.2 – La composition de la relation « l'îlot est une partie propre de le territoire » ou « l'îlot recouvre partiellement le territoire », « l'îlot est connexe à la forêt domaniale » et « le territoire est séparé de la forêt domaniale ».

modèles de parcelles de culture comprend 140 classes. Il serait nécessaire, pour ne pas avoir à le faire, d'insérer de nouveaux modèles dans la hiérarchie de modèles au fur et à mesure de la classification d'instances et, par conséquent, d'intégrer la classification hiérarchique dans le raisonnement.

### Exemple de relation remettant en cause la hiérarchie

Les îlots connexes à la forêt domaniale forment la classe `ÎLOT-EC-DOM` et les îlots qui sont au bord du territoire forment la classe `ÎLOT-LIMITES`. Ces deux classes ne sont pas, au premier abord, liées par la relation de spécialisation : la classe `ÎLOT-EC-DOM` ne spécialise pas la classe `ÎLOT-LIMITES` et inversement.

Parallèlement, une entité spatiale déjà associée à la classe `ÎLOT` est associée à la classe `ÎLOT-EC-DOM` si elle est connexe à une entité de l'image associée à la classe `FORÊT-DOMANIALE`. De plus, une entité spatiale est associée à la classe `ÎLOT-LIMITES` s'il existe un territoire villageois tel que l'entité est une partie tangentielle ou recouvre partiellement – relation que nous appelons `AETDXET0` – le territoire. Les classes `ÎLOT-EC-DOM` et `ÎLOT-LIMITES` s'expriment par :

```
(defclasse ÎLOT-EC-DOM
  (ecg (est-un. EC)
    (au-moins.1)
    (un. FORÊT-DOMANIALE)))
```

```
(defclasse ÎLOT-LIMITES
  (pooutp (est-un. AETDXET0)
    (au-moins.1)
    (un. TERRITOIRE)))
```

Or nous savons qu'une forêt domaniale est séparée (connexe ou déconnectée) de tous les territoires et qu'un îlot fait partie ou recouvre partiellement au moins un territoire. De par la composition des relations, un îlot connexe à la forêt domaniale possède des frontières communes avec le territoire auquel il appartient en tout ou partie, comme le montre la figure 6.2. Donc tous les îlots connexes à la forêt domaniale sont des îlots au bord d'un territoire et la classe `ÎLOT-EC-DOM` spécialise la classe `ÎLOT-LIMITES`.

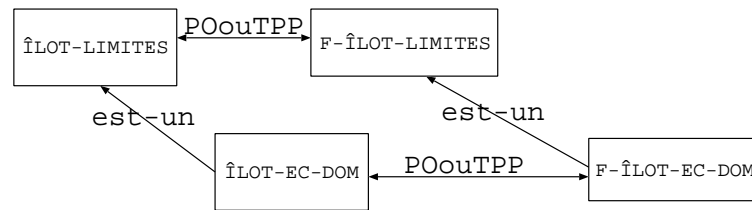


FIG. 6.3 – Spécialisation de structures due à une composition de relation. Le lien de spécialisation entre `ÎLOT-LIMITES` et `ÎLOT-EC-DOM` nécessite la spécialisation des structures `F-ÎLOT-LIMITES` et `F-ÎLOT-EC-DOM`.

Il est nécessaire de revoir tous les liens de spécialisation où cette nouvelle spécialisation intervient. Par exemple, la relation de spécialisation entre la classe `F-ÎLOT-EC-DOM`, territoire caractérisée par la propriété « possède au moins un îlot connexe à la forêt », et la classe `F-ÎLOT-LIMITES`, territoire caractérisée par la propriété « possède au moins un îlot aux limites », doit être ajoutée, comme cela est montré dans la figure 6.3.

### La symétrisation de structures

Représenter des types de structures spatiales dans un but de classification de structures nécessite de comprendre le mécanisme de classification. Prenons l'exemple de l'îlot de cultures. Un regroupement de cultures est un îlot si toutes les cultures qui font partie du regroupement sont des petites cultures. Cela se modélise par la classe suivante :

```
(defclasse ÎLOT
  (ppig (est-un.PPI)
        (depuis.CULTURE)
        (un.PETITE-CULTURE)))
```

Symétriquement une petite culture est reconnue comme culture en îlot si elle fait partie d'un îlot. La classe `CULTURE-ÎLOT` est donc :

```
(defclasse CULTURE-ÎLOT
  (ppg (est-un.PP)
        (au-moins.1)
        (un.ILOT)))
```

Or la relation `PP` possède une relation symétrique `PPI`. Il serait donc nécessaire – dans le cadre d'un maintien de cohérence de la base de connaissances – d'ajouter la relation symétrique dans la classe `ÎLOT` :

```
(defclasse ÎLOT
  (ppig (lien-inverse.ppg)
        (est-un.PPI)
        (un.CULTURE-ILOT)))
```

```

(defclasse TERRITOIRE-AUX-ÎLOTS
  (est-un TERRITOIRE)
  (i (est-un.CONTIENT)
    (un.ÎLOT)))

(defclasse TERRITOIRE-AUX-ÎLOTS-LIMITES
  (est-un TERRITOIRE-AUX-ÎLOTS)
  (il (est-un.CONTIENT-TANGENTIELLEMENT)
    (un.ÎLOT)))

```

FIG. 6.4 – Exemple de deux classes YAFOOL montrant la spécialisation de relations.

Or, écrire cela signifie – de par le fait que les propriétés d’une classe sont des conditions nécessaires d’appartenance à la classe – que la propriété `ppig` est une condition nécessaire pour qu’une entité soit associée à la classe `ÎLOT`. Ce qui n’est pas le cas. Le maintien de cohérence n’est pas réalisé dans notre base de connaissance.

#### 6.2.4 Problème posé par la spécialisation de relations

Un problème qu’il reste à régler concerne la spécialisation de propriétés spatiales. L’héritage et la subsomption, tels qu’ils sont pris en compte actuellement dans le langage, ne permettent pas de définir une spécialisation des propriétés à la fois sur le co-domaine des relations et sur les relations.

La subsomption des classes et l’héritage reposent en partie sur l’unification des relations. La subsomption existante actuellement dans YAFOOL peut se définir par :  $D < C$  si pour toute relation  $R_C$  de  $C$ , il existe une relation  $R_D$  de  $D$  telle que  $R_C = R_D$  et  $co-domaine(R_D) < co-domaine(R_C)$ ,  $R_C$  et  $R_D$  ont donc le même identificateur et  $R_D$  ne peut spécialiser  $R_C$  qu’à cette condition. Accepter la subsomption « intrinsèque » des relations, c’est redéfinir la subsomption, la nouvelle ne reposant plus sur l’unification mais sur la hiérarchie des relations spatiales.

**Exemple** Dans l’exemple présenté dans la figure 6.4, il existe une subsomption entre «  $x$  possède pour partie propre `ÎLOT` » ( $PP^{-1}(x, \hat{I}LOT)$ ) et «  $x$  possède pour partie propre tangentielle `ÎLOT` » ( $TPP^{-1}(x, \hat{I}LOT)$ ). Par conséquent, `TERRITOIRE-AUX-ÎLOTS` subsume `TERRITOIRE-AUX-ÎLOTS-LIMITES`. Toutefois, nous avons du créer deux instances différentes `i` et `il` pour représenter les propriétés  $PP^{-1}(x, \hat{I}LOT)$  et  $TPP^{-1}(x, \hat{I}LOT)$ . En effet, si on ne crée qu’une seule instance commune aux deux classes, cette instance est une instance de la classe `CONTIENT-TANGENTIELLEMENT` – pour respecter la signification de la deuxième classe – or cette instance, dans la première classe ne doit pas être une instance de `CONTIENT-TANGENTIELLEMENT` mais « rester au niveau » de la classe `CONTIENT`.

**Problème posé pour l’héritage** Ce problème intervient dans la classification des modèles. Reprenons nos exemples de classes présentés dans la figure 6.4. La classe `TERRITOIRE-`

`AUX-ÎLOTS-LIMITES` possède une propriété `il` et la classe `TERRITOIRE-AUX-ÎLOTS` possède la propriété `i`. Le mécanisme d'héritage ne reconnaissant pas la spécialisation de `i` par `il`, la propriété `i` est héritée par la classe `TERRITOIRE-AUX-ÎLOTS-LIMITES`. Les deux propriétés sont donc vérifiées lors de la classification d'une instance dans `TERRITOIRE-AUX-ÎLOTS-LIMITES`, alors que vérifier la propriété la plus spécialisée doit suffire.

Pour résoudre ce problème, nous pouvons définir une exception à l'héritage. La propriété `i` n'est alors plus héritée, ce qui n'est pas satisfaisant, du point de vue sémantique. Une solution plus élégante, mais plus coûteuse, est certainement de définir un héritage sur les classes d'objets qui intègre l'héritage sur les relations.

La résolution de ce problème passe par la définition d'une subsomption adaptée à la subsomption intrinsèque des relations. La définition de cette subsomption peut amener à considérer les relations entre des classes comme des classes et non plus des instances comme cela nous est imposé par YAFOOL (cf. paragraphe 4.1.2).

## 6.3 Expérimentations

Cette partie présente la reconnaissance des modèles qui a été effectuée sur les images. Par rapport à la définition des entités données dans le chapitre 3, nous avons adapté ces entités pour ne retenir que celles utilisant les relations topologiques dont nous avons étudié la représentation dans la partie 4 et 5. Les modèles agronomiques sont définis en trois étapes :

1. Définir la hiérarchie de modèles : mettre à plat tous les modèles avec leur attributs de forme et leur donner un lien de spécialisation,
2. Définir les relations spatiales entre les modèles, cela en relation avec la méthode de reconnaissance présentée précédemment, certaines définitions de relations pouvant remettre en question la hiérarchie des modèles agronomiques,
3. Définir les méthodes d'extraction des objets simples tels que le territoire, les parcelles de cultures, et des objets plus compliqués définis par des méthodes de seuillage de surface.

Nous allons tout d'abord montrer les indices qui ont été utilisés pour la reconnaissance des modèles, puis les résultats obtenus et les conclusions que l'expert a tiré des résultats.

### 6.3.1 Description des indices utilisés et des modèles

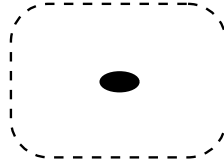
Toutes les valeurs de seuil sont choisies par expérimentation : une valeur est choisie arbitrairement, puis si les modèles sont bien reconnus, cette valeur est conservée, sinon elle est modifiée. Nous avons donné une représentation graphique des indices afin de les présenter à l'expert. Ainsi, il peut comprendre la signification des indices indépendamment de leur reconnaissance sur l'image.

- une parcelle de culture est un objet connexe,
- une petite culture est telle que  $surface < 100 \text{ pixels}^9$ ,

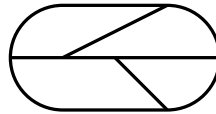
---

9. La surface d'1 pixel est égale à  $90m^2$ .

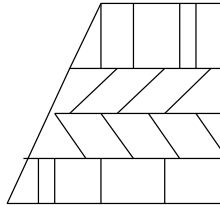
- une moyenne ou grosse culture est telle que  $surface \geq 100$  pixels,
- une forêt domaniale est telle que  $surface > 3000$  pixels,
- une forêt communale est telle que  $surface \leq 3000$  pixels,
- un territoire est un objet abstrait défini à partir d'un village,



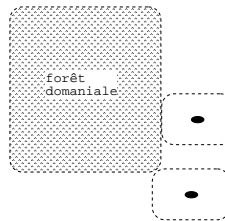
- un îlot possède au plus 9 parcelles,



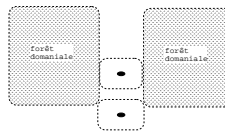
- une zone possède au moins 10 parcelles,



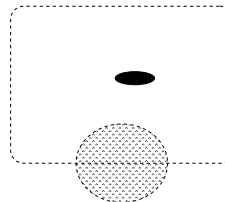
- F-EC-1DOM: territoire connexe à exactement 1 forêt domaniale,



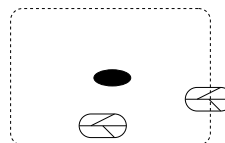
- F-ENTRE-DOM: territoire connexe à exactement 2 forêts domaniales,



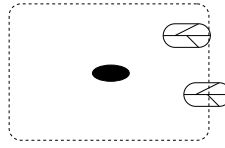
- F-PO-COM: territoire recouvrant partiellement au moins 1 forêt communale,



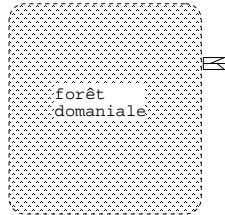
- F-ÎLOT: territoire possédant ou recouvrant partiellement au moins 1 îlot,



- **ÎLOT-LIM**: îlot au bord d'un territoire, c'est-à-dire est une partie tangentielle ou recouvre partiellement un territoire,



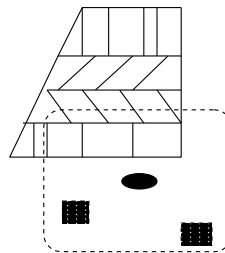
- **ÎLOT-ECDOM**: îlot connexe à au moins 1 forêt domaniale,



- **ÎLOT-DCDOM**: îlot déconnecté de toutes les forêts domaniales,



- **F-ÎLOT-DCDOM**: territoire tel que tous les îlots qu'il possède ou recouvre partiellement sont déconnectés de la forêt domaniale,
- **F-ÎLOT-LIM**: territoire possédant ou recouvrant partiellement au moins 1 **ÎLOT-LIM**,
- **F-ÎLOT-ECDOM**: au moins 1 des îlots qu'il possède ou recouvre partiellement est connexe à la forêt domaniale,
- **PLATEAU**: recouvre partiellement au moins une zone de culture et possède au moins 5 moyennes ou grosses cultures.



Chacun de ces indices est représenté par une classe dans le système Y3.

### Description des modèles

Les modèles de territoires sont des combinaisons des indices. Les classes représentant ces modèles sont donc des descendants communs les plus généraux de plusieurs classes présentées précédemment. Les modèles de territoires sont décrit ici par les classes dont ils sont le PGCD :

**bas de côte** F-EC1DOM, F-ÎLOT-ECDOM,

**vallée** F-ENTRE-DOM, F-ÎLOT-LIM,

**rebord de côte** F-EC1-DOM, F-ÎLOT-DCDOM, F-POCOM,

**plateau** PLATEAU

**plaine** F-DCDOM, F-ÎLOT-LIM, F-POCOM.

### 6.3.2 Résultats de la classification

Le résultat de la classification pour la carte présentée dans la planche 6.1<sup>10</sup> est présenté dans la planche 6.2<sup>11</sup>. Dans cette dernière, chaque couleur correspond à un modèle : le rouge pour le modèle plateau ; le jaune pour le modèle bas de côte ; le bleu pour le modèle rebord de côte ; le vert pour le modèle vallée et le violet pour le modèle plaine. Nous avons vu dans la partie précédente que les modèles étaient organisés dans une hiérarchie et que les fils communs des classes non incompatibles ont été créés. À chaque classe nous avons associé un numéro que nous avons retranscrit sur la carte.

Le modèle plateau défini précédemment n'est pas incompatible avec les autres modèles. Il existe donc des classes **PLATEAU-BAS-DE-CÔTE**, **PLATEAU-PLAINE**, **PLATEAU-REBORD-DE-CÔTE**, **PLATEAU-PLAINE** et **PLATEAU-VALLEE**. Toutefois, nous avons considéré que le modèle plateau l'emportent sur les autres modèles : par conséquent, ces classes sont en rouge sur la carte. Cette hypothèse a été confirmée par l'analyse de l'expert. Ce problème ne se pose pas pour les autres modèles, tous incompatibles entre eux.

L'expert a indiqué que la reconnaissance des modèles est globalement bonne, à condition de modifier certains paramètres :

- le modèle rebord de côte n'a pas besoin de la caractéristique **F-POCOM**, par conséquent tous les territoires reconnus comme de la classe **F-EC1-DOM-ÎLOT-DCDOM** portant le numéro 119 sont aussi des rebords de côte,
- la reconnaissance des territoires comme relevant du modèle plateau est prioritaire : s'ils sont reconnus comme « plateau », il ne sont pas autre chose (cela confirme notre hypothèse), toutefois leur appartenance à d'autres modèles pourrait montrer un système de cultures hybride,
- la reconnaissance du modèle plaine est bonne, mis à part les espaces où la forêt domaniale est mal reconnue ; le seuillage des surfaces est peut-être à revoir ; il serait bon toutefois de distinguer un nouveau sous-type où de grosses cultures apparaissent, qui montrerait une intensification des cultures,
- la différenciation bas de côte / rebord de côte, nouvellement appelé « rebord de plaine élevée » est mauvaise. Cela est dû au fait que seul un indice différencie ces deux modèles et que ces indices se retrouvent dans les deux modèles. Pour mieux les différencier, il est nécessaire d'intégrer d'autres relations telles que les relations de proximité et d'intériorité entre forêts et cultures.

### 6.3.3 Conclusions expertes

La présentation des cartes et des indices à l'expert ainsi que la discussion qui a suivi a mis en évidence deux points. Le premier point est que la méthode employée est au moins

10. Cette planche se trouve en fin de chapitre, page 145

11. Cette planche se trouve en fin de chapitre, page 147

aussi intéressante que la reconnaissance effective des modèles. En effet, l'expert s'est posé la question de l'universalité des indices. Pour lui, les indices peuvent avoir des utilisations autres que celles définies pour la reconnaissance des modèles paysagers. Pour ce problème, les indices révèlent la morphologie du paysage mais d'autres interprétations pourraient être données. Ainsi, la forêt domaniale pourrait être remplacée par n'importe quel « espace obstacle » où les autres entités spatiales ne peuvent qu'être « à côté » ou « coincées entre ». La relation de recouvrement révèle une pénétration dans un espace donné. L'espace fixé représente le territoire villageois, mais pourrait être remplacé par n'importe quel établissement humain tel que « la grande métropole et son bassin d'emploi ».

Le deuxième point est que le système repère des groupes d'entités spatiales dans lesquels les organisations, et donc sans doute les fonctions, sont fondamentalement différentes. Cela permet, par exemple, de redéfinir des petites régions agricoles et de « repenser les partitions de l'espace rural ». Pour utiliser les entités repérées par le système, il faut raisonner en termes de fonctions environnementales (biodiversité, problème de pollution ou d'érosion) ou sociales (loisir, pédagogie, accueil) que remplissent ces entités. L'exemple cité est celui du groupe « bas de côte » qui ne contient que peu ou pas de cultures de vente et qui, pour des raisons de contraintes liées à l'environnement, ne peut pas développer ce type de culture. Ce modèle signifierait (en croisant avec le fait que l'intensification des cultures de vente favorise la pollution) que ce modèle traduit un risque faible de pollution. Pour obtenir une interprétation agronomique des modèles, il faut croiser avec la typologie de fonctionnement localisée, c'est-à-dire une carte des villages classés selon le type de fonctionnement de leur exploitation.

## 6.4 Conclusions

La définition des modèles de paysage nécessite la quantification des relations. Nous avons représenté cette quantification en introduisant dans le système des facettes. Les facettes que nous avons implantées sont adaptées à notre problème mais sont de portée plus générale : elle s'apparentent en effet aux constructeurs des logiques terminologiques qui ont fait leur preuve en représentation des connaissances [Brachman *et al.*, 1991].

La classification que nous avons définie est une identification et une construction d'instances [Girard, 1995] mais contrairement à ce qui est proposé dans TROPES [Capponi, 1995], la classification est sûre : une instance est associée à une classe ou ne l'est pas. De plus notre système de classification ne se limite pas à l'unification des attributs (ou relations) et s'appuie sur la hiérarchie des relations.

Dans l'état actuel, notre travail produit des résultats concrets pour les agronomes : c'est-à-dire que la classification de territoires est réalisable sur les images, en accord avec leurs modèles. Ce travail peut trouver des extensions en géographie ou dans différents problèmes liés à l'environnement (repérage de structures particulières dans le paysage).

Les premières expérimentations montrent que la reconnaissance des territoires est globalement bonne. D'autres expérimentations devraient suivre dans les mois prochains qui permettraient de conforter ces résultats et d'approfondir l'analyse des résultats par les experts.





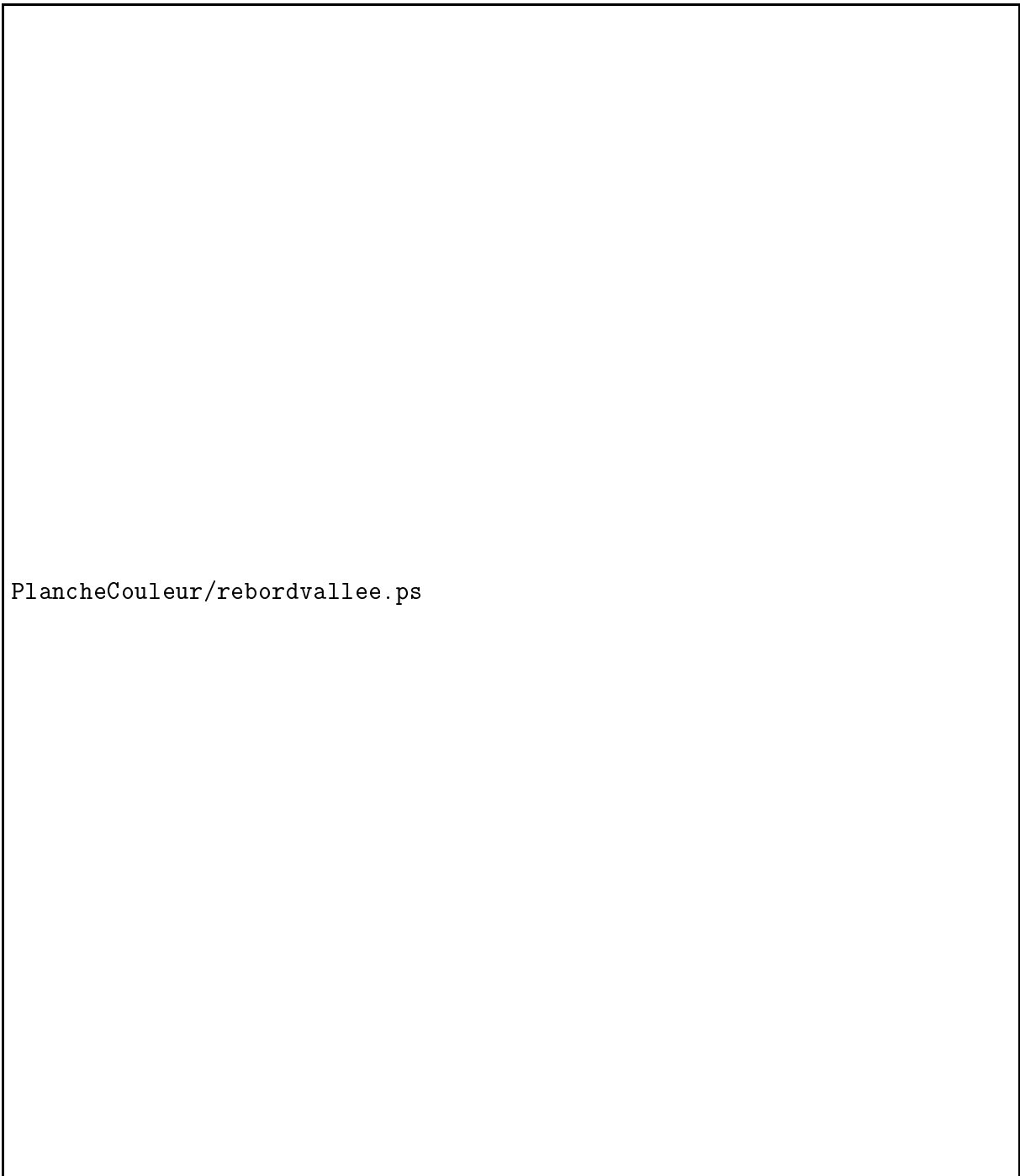



Planche 6.1: Une partie de la carte sur laquelle une classification a été effectuée. L'image a été simplifiée manuellement pour limiter le temps de calcul de la classification et ainsi permettre la classification sur l'image complète.





PlancheCouleur/reconnaissance.ps

Planche 6.2: Une des cartes présentées à l'expert pour validation. Elle correspond à la reconnaissance des paysages de la carte 6.1. Les couleurs correspondent au type de reconnaissance : modèle de vallée, etc. Les territoires non classés sont en noir. Ce qui est resté blanc représente des zones qui n'appartiennent pas à un territoire (forêt domaniale). Les numéros correspondent à une classification plus fine des territoires, par exemple le numéro 119 correspond à un territoire possédant les caractéristiques d'un modèle rebord de côte privé de l'indice **F-PO-COM**.



# Chapitre 7

## Conclusions et Perspectives

Le raisonnement spatial est de plus en plus utilisé pour résoudre un ensemble de problèmes de planification, d'analyse d'image, d'interface homme-machine et de traitement du langage naturel. Face à des problèmes où les données sont incomplètes ou approximatives, ou face à des problèmes où le lien entre l'homme et la machine intervient, il est nécessaire de s'intéresser à la représentation qualitative de l'espace. Cette représentation cherche à qualifier l'espace par des relations entre des entités spatiales.

Une application agronomique concernant la reconnaissance de modèles de paysages sur des images nous a permis de définir des besoins en représentation et en raisonnement que nous avons tenté de résoudre de la manière la plus générale possible. L'ensemble de ces besoins en représentation nous a amenés à choisir un système de représentation des connaissances par objets, d'une part, parce que les systèmes de représentation par objets permettent de disposer et d'employer des méthodes et d'autre part, parce qu'ils constituent des systèmes classificatoires.

La définition du système de reconnaissance de modèles de paysages a nécessité : l'intégration de relations spatiales qualitatives dans un système de représentation des connaissances par objets afin de définir des structures spatiales ; la réalisation d'un système de représentation des structures spatiales muni d'une classification adaptée à la reconnaissance de modèles sur des images.

### **Définition de structures spatiales**

Une structure spatiale est un ensemble d'entités spatiales et un ensemble de relations spatiales. Les relations sont des liens entre les entités spatiales. Les relations dans les systèmes de représentation des connaissances par objets sont des attributs particuliers qui prennent valeurs dans l'ensemble des objets. Nous avons défini les structures spatiales dans un système de représentation par objets de la manière suivante :

- chaque entité est représentée par un objet – instance ou classe – possédant des propriétés. Certaines de ces propriétés sont intrinsèques à l'objet (par exemple la surface),
- chaque relation spatiale est représentée sous forme d'une propriété d'un objet représentant une entité spatiale. Les relations spatiales apparaissent explicitement dans la description de l'objet.

Les structures spatiales sont donc représentées par un ensemble d'entités, classes ou instances, entretenant des relations spatiales décrites par leurs propriétés.

## Les relations

Les relations sont des liens entre deux entités. Ces entités sont des frames dans les langages de frames, des objets dans les langages orientés objets ou des sommets dans les graphes. Ces liens sont généralement orientés et étiquetés.

Toutefois, lorsqu'on parle de relation, deux points de vue peuvent s'opposer. En effet, on peut considérer la relation comme un lien entre deux objets ou comme un concept à part entière. Les propriétés des relations sont alors différentes :

- dans le premier point de vue, les propriétés des relations sont liées aux objets concernés par la relation : leur modélisation passe par la définition des interactions entre les deux objets,
- la modélisation des relations considérées comme des classes consiste à définir les propriétés des relations et cela indépendamment des objets qui sont liées par la relation.

Dans un système de représentation des connaissances par objets, « tout est objet ». Les relations entre les objets sont elles-mêmes des objets. Les propriétés définies sur des objets sont des instances héritant d'une classe. Ces classes possèdent des attributs et peuvent être définies dans une hiérarchie. Nous avons utilisé cela pour définir des classes de relations spatiales dont les instances sont des relations spatiales.

Les avantages de cette représentation sont nombreux. Le premier est de pouvoir représenter des propriétés de relations. Le deuxième avantage est de pouvoir définir les relations sous forme d'une hiérarchie et ainsi de représenter des généralisations de relations. On peut par exemple définir la relation **EST-UNE-PARTIE-TANGENTIELLE-DE** et la relation **EST-UNE-PARTIE-DE** ainsi que le lien de spécialisation qui existe entre les deux.

Nous avons distingué deux types de propriétés pour les relations :

- des propriétés indépendantes des objets en relations que nous représentons comme des attributs des classes de relations,
- des propriétés liées au couple (relation spatiale, entité spatiale) que nous représentons sous forme de facettes.

Les premières propriétés que nous avons représentées sont des propriétés vraies quelques soient les objets en relation. Nous avons ainsi représenté des propriétés mathématiques des relations telles que la symétrie, la transitivité, la composition, etc. mais aussi des propriétés calculatoires comme celles auxquelles sont associées les méthodes de vérification des relations sur des images.

## Une hiérarchie de relations topologiques

Nous avons défini un ensemble de classes de relations topologiques organisées dans une hiérarchie. La représentation des propriétés calculatoires posait un problème pour la recherche des conditions nécessaires et suffisantes à la vérification des relations. La représentation des propriétés mathématiques et calculatoires nous a obligés à proposer

une signification de l'héritage. Cette signification nous permet de représenter des conjonctions et des disjonctions de relations, nécessaires aux propriétés mathématiques, et des équivalences entre des conditions et des relations, nécessaires aux propriétés calculatoires.

Donner une signification à l'héritage est rendu possible par la définition d'une hiérarchie possédant une structure de treillis. Par une comparaison de différents treillis, nous avons montré que le treillis de Galois est un compromis entre un nombre de classes gérables par le système et une représentation des propriétés calculatoires et mathématiques des relations. L'étude des propriétés du treillis de Galois nous a permis de trouver et de prouver un algorithme original de recherche de conditions nécessaires et suffisantes à la vérification de relations sur des images.

### Classification d'instances

Dans les représentations par objets, la classification est le processus qui consiste à rechercher la place d'un objet donné – classe ou instance – dans une hiérarchie de classes. La reconnaissance des modèles sur des images peut s'exprimer comme une classification d'instances. Si les modèles sont représentés comme des classes et les structures extraites des images représentées comme des instances, alors le processus de reconnaissance est l'association d'une instance à une classe : c'est donc une classification d'instances.

Les entités spatiales et les relations spatiales sont organisées dans deux treillis distincts. La classification s'effectue par la recherche de la position des entités spatiales dans le treillis des modèles, de la position des propriétés dans le treillis des relations et de la position d'autres entités correspondant au co-domaine de la relation dans le treillis des modèles.

Nous avons établi une classification d'instances basée sur l'adjonction de facettes au langage YAFOOL. Ces facettes permettent de quantifier les relations définies comme propriétés d'entités spatiales. Une instance est associée à une classe si elle possède les propriétés de cette classe. Le processus de classification d'instances que nous avons défini permet une construction progressive des instances par la vérification sur l'image des relations vraies entre les objets.

Les limites de cette classification sont imposées par la définition de l'héritage des propriétés ainsi que celle de la spécialisation. Il est nécessaire pour prolonger ce travail de définir une nouvelle spécialisation des propriétés qui permettrait de prendre en compte la spécialisation des relations.

### Un système de reconnaissance

Nous avons réalisé un système permettant la reconnaissance de modèles paysagers sur des images satellites. Les modèles sont définis par des entités spatiales et des relations spatiales. Ce système permet de produire une reconnaissance cartographiée, c'est-à-dire que chaque entité associée à un modèle possède la couleur<sup>12</sup> de ce modèle.

Ce système comprend 4358 lignes de code YAFOOL et 2374 lignes de code *C*. La reconnaissance des modèles sur l'image nécessite en moyenne une demi-heure par territoire villageois, soit 125 heures pour effectuer l'analyse de l'image complète.

---

12. Les images produites sont des images à niveaux de gris, mais nous leur affectons une couleur par la suite.



La reconnaissance des modèles a été validée par les experts et, de plus, il est apparu que la méthode de reconnaissance permettait à l'expert d'expliquer cette reconnaissance. En particulier, l'expert peut associer des éléments de fonctionnement à certains indices.

Le système n'est toutefois pas utilisable par les experts à l'heure actuelle. En travail d'interface important serait à réaliser pour que l'expert puisse utiliser le système pour redéfinir ses propres modèles sans définir de classes YAFOOL.

### Amélioration de la reconnaissance

Comme nous l'avons vu dans le chapitre 6, la reconnaissance des modèles serait meilleure si d'autres relations étaient intégrées au système de représentation des connaissances. Nous pouvons par exemple citer les relations INSIDE, P-INSIDE, OUTSIDE, les relations d'orientation et de distance. Une relation supplémentaire, la relation ENTRE pourrait être aussi intégrée au système. Cette relation permettrait d'éviter des confusions pour le modèle de vallée.

Les problèmes pour intégrer ces relations sont :

- la définition et la formalisation des relations : le problème se pose, par exemple, pour la relation ENTRE. Quelques définitions ont été données dans [Vieu, 1998], mais qui nécessitent une validation. De plus, cette formalisation doit étudier le lien entre les nouvelles relations à intégrer au système et les relations topologiques,
- l'intégration de relations *n-aires*. Par exemple, la relation ENTRE est une relation ternaire. Or, les relations dans un système de RCO sont des relations binaires, une réflexion devrait être menée la représentation des relations n-aires dans un tel système, en particulier sur la place que peuvent prendre des entités en relation dans la classe de relation, par exemple, les arguments de la relation sont-ils des attributs de la classe représentant la relation,
- un autre problème concernant plus particulièrement les relations d'orientation et de distance est celui des systèmes de référence : comment passer d'un système de référence à un autre, par exemple un système définissant la proximité de deux villages à celui définissant la proximité d'une culture à un village. Certains travaux portent sur ce problème [Hernández, 1994].

Intégrer au système de reconnaissance une mesure de similarité entre les modèles et les structures permettrait une meilleure reconnaissance des modèles. En effet, à l'heure actuelle, la classification est binaire : une structure possède les propriétés désirées ou ne les possède pas. Pour cela, nous proposons l'intégration de la spécialisation de relations aux travaux présentés dans [Bunke et Messmer, 1993, Bisson, 1994].

### Diagnostic de territoires villageois

Les travaux présentés ici pourraient se prolonger en faisant un diagnostic des territoires villageois. Un diagnostic consiste à associer des fonctionnements agricoles à des territoires observés sur l'image. Le raisonnement à partir de cas (RàPC) [Aamodt et Plaza, 1994] peut permettre une telle analyse. En effet, des systèmes de diagnostic d'images ont été réalisés grâce à ce raisonnement [Perner et Pätzold, 1993, Perner, 1993].

---

Appliqué au problème de diagnostic de territoires villageois, il se tiendrait en plusieurs étapes : description du territoire villageois **cible** à analyser ; recherche d'un territoire **source** déjà expliqué dans la base de connaissances et similaire à **cible** (étape de remémoration) ; adaptation de la solution de **source** pour obtenir la solution de **cible**. Le travail présenté dans cette thèse constitue la première étape de ce raisonnement.

Dans les systèmes de RCO, la remémoration peut correspondre à une classification hiérarchique suivi d'une classification élastique [Lieber, 1997]. La classification permet de trouver un cas **source** plus général que la **cible** et qui soit adaptable. Ce type de remémoration pourrait donc s'intégrer dans notre système. Dans notre cas, réaliser l'adaptation nécessite d'étudier les liens entre les indices paysagers ou les modèles de paysages et des fonctionnements agricoles typiques. Il faut donc associer un unique élément de fonctionnement agricole à chaque indice descriptif des modèles de paysages et par conséquent décrire un fonctionnement comme une somme d'éléments de fonctionnement dont chaque élément serait en lien biunivoque avec un élément du paysage.

### **Subsumption de relations**

La subsumption entre objets devrait être redéfinie pour y intégrer la spécialisation intrinsèque des relations. Cela permettrait d'une part d'intégrer une classification hiérarchique au système de classification, afin de pouvoir créer des classes de modèles lors de la reconnaissance et ainsi éviter au constructeur de la base de connaissances la tâche fastidieuse de construction du treillis. D'autre part, cette subsumption permettrait de résoudre le problème de l'héritage des propriétés que nous avons présenté dans le chapitre 6.

De plus, si la sémantique des relations est donnée par la classe dont elles sont instances, et non par leur identificateur, il nous semble normal que la spécialisation des relations ne soit pas effectuée uniquement par leur co-domaine mais aussi par les classes dont elles dépendent.

Pour définir une telle subsumption, il est nécessaire de s'intéresser à la place du domaine et du co-domaine dans la relation. En effet, s'ils sont considérés comme des attributs de la relation, alors ce sont des attributs dont la valeur se spécialise lors de la spécialisation de la relation. Toutefois, ce sont des attributs particuliers. Prenons le cas des relations n-aires, spécialiser une relation ne doit pas permettre d'ajouter un argument à la relation. Par exemple, une relation binaire ne peut pas se spécialiser en une relation ternaire.



# Annexe A

## Preuve des propriétés du treillis de Galois

Nous donnons ici les preuves des propriétés présentées dans le chapitre 5. Nous rappelons que tout élément  $E$  du treillis est composé d'un ensemble de relations  $R$  et d'un ensemble de conditions  $C$ . Ces deux ensembles seront toujours notés en majuscule. Une condition  $c$  appartenant à *Conditions* ou une relation  $r$  appartenant à *RCC-8* seront toujours notés en minuscule. La fonction  $\pi(E)$  associe à un élément du treillis  $E$  une disjonction des éléments de  $R$  et la fonction  $\pi_c(E)$  associe à cet élément une conjonction des éléments de  $C$ .

Rappelons aussi les définitions de  $f$ ,  $f'$ ,  $h$  et  $h'$  :

$$\begin{array}{ll}
 \mathcal{P}(RCC-8) & \rightarrow \mathcal{P}(Conditions) \\
 f : R & \mapsto \bigcap_{r \in R} \mathcal{C}_r \\
 \mathcal{P}(RCC-8) & \rightarrow \mathcal{P}(RCC-8) \\
 h : h(x) & = f'f(x)
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{ll}
 \mathcal{P}(Conditions) & \rightarrow \mathcal{P}(RCC-8) \\
 f' : C & \mapsto \bigcap_{c \in C} \mathcal{C}'_c \\
 \mathcal{P}(Conditions) & \rightarrow \mathcal{P}(Conditions) \\
 h' : h'(x) & = ff'(x)
 \end{array}$$

Les hypothèses prises pour prouver les propriétés sont les suivantes :

1. pour tout couple d'entités spatiales  $(x, y)$ , il existe toujours une relation  $r$  appartenant à *RCC-8* qui soit vraie :

$$\forall x, y : \bigvee_{r \in RCC-8} r(x, y)$$

2. pour tout couple d'entités spatiales  $(x, y)$ , si une relation  $r$  est vraie alors toutes les autres sont fausses :

$$\forall x, y : \neg \exists r, r' \in RCC-8 : (r' \neq r) \wedge r(x, y) \wedge r'(x, y)$$

Nous utiliserons dans les preuves le fait que les fonctions  $h$  et  $h'$  sont monotones croissantes, idempotentes et extensives. Ces propriétés pour  $h$  se décrivent par les formules suivantes :

- monotone croissante :  $\forall R_1, R_2 \in RCC-8 : R_1 \subseteq R_2 \Rightarrow h(R_1) \leq h(R_2)$ ,

- idempotence :  $\forall R \in RCC-8 \quad : \quad hh(R) = h(R)$ ,
- extensivité :  $\forall R \in RCC-8 \quad : \quad R \subseteq h(R)$ .

Pour chaque preuve, nous rappellerons tout d'abord la propriété concernée. La preuve et la propriété sont séparées par un trait. Chaque preuve se termine par le signe  $\square$ .

**Preuve de la propriété 1 :** *Si un élément  $E = (C, R)$  est un élément du treillis  $\mathcal{T}_G$  alors la relation formée par une disjonction des éléments de  $R$  est équivalente à la condition formée par une conjonction des éléments de  $C$ . Cela s'exprime par la formule suivante :*

$$\begin{array}{c} (C, R) \in \mathcal{E}_G \\ \Downarrow \\ \bigvee_{r \in R} r(x, y) \Leftrightarrow \bigwedge_{c \in C} c(x, y) \end{array}$$

Si  $r$  est une relation topologique de base,  $\mathcal{C}_r$  est l'ensemble des éléments de *Conditions* impliqués par  $r$ . Comme  $r$  implique tous les éléments de  $\mathcal{C}_r$ , alors  $r$  implique une conjonction de ces éléments :

$$\forall r \in RCC-8 \quad : \quad r(x, y) \Rightarrow \bigwedge_{c \in \mathcal{C}_r} c(x, y)$$

L'opération  $f$  associe à un sous-ensemble  $R$  de *RCC-8* l'intersection des ensembles  $\mathcal{C}_r$  pour tous les  $r$  appartenant à  $R$ . Par conséquent, si un élément  $r$  appartient à une partie  $R$  de *RCC-8*, alors  $f(R)$  est inclus dans  $\mathcal{C}_r$  :

$$\forall R \in \mathcal{P}(RCC-8) \quad : \quad (\forall r \in R \quad : \quad f(R) \subseteq \mathcal{C}_r)$$

Les deux constatations précédentes nous montrent que tous les éléments  $r$  de  $R$  impliquent une conjonction des éléments de  $f(R)$  :

$$\forall R \in \mathcal{P}(RCC-8) \quad : \quad \forall r \in R \quad : \quad r(x, y) \Rightarrow \bigwedge_{c \in \mathcal{C}_r} c(x, y) \Rightarrow \bigwedge_{c \in f(R)} c(x, y)$$

et par conséquent, une disjonction des éléments de  $R$  implique une conjonction des éléments de  $f(R)$  :

$$\forall R \in \mathcal{P}(RCC-8) \quad : \quad \bigvee_{r \in R} r(x, y) \Rightarrow \bigwedge_{c \in f(R)} c(x, y) \tag{A.1}$$

Comme  $(C, R)$  est un élément de  $\mathcal{E}_G$ , alors  $C = f(R)$ , donc une disjonction des éléments de  $R$  implique une conjonction des éléments de  $C$ .

Nous allons maintenant montrer la réciproque qui veut que : soit  $C$  une partie de *Conditions* et soit  $R$  son image par  $f'$  alors une conjonction des éléments de  $C$  implique une disjonction des éléments de  $R$  :

$$\forall C \in \mathcal{P}(Conditions) \quad : \quad \bigwedge_{c \in C} c(x, y) \Rightarrow \bigvee_{r \in f'(C)} r(x, y) \tag{A.2}$$

Nous le montrerons en montrant que si aucune relation de  $R$  n'est vraie alors il existe une condition de  $C$  qui est fausse :

$$\forall C \in \mathcal{P}(\text{Conditions}) \quad : \quad \neg \bigvee_{r \in f'(C)} r(x, y) \Rightarrow \neg \bigwedge_{c \in C} c(x, y)$$

$f'(C)$  est l'intersection de tous les ensembles  $\mathcal{C}'_c$  pour tous les  $c$  appartenant à  $C$ .

$$f'(C) = \bigcap_{c \in C} \mathcal{C}'_c$$

Donc si une relation  $r$  n'appartient pas à  $f'(C)$  alors il existe une condition  $c$  telle que  $r$  n'appartient pas à  $\mathcal{C}'_c$ .

$$\forall r \notin f'(C) \quad : \quad (\exists c \in C \quad : \quad r \notin \mathcal{C}'_c)$$

Par conséquent  $r$  implique la négation de  $c$  d'après la signification des relations  $\mathcal{C}$  et  $\mathcal{C}'$  donnée dans les définitions 2 et 3 donnée dans le chapitre 5 :

$$\forall r \notin f'(C) \quad : \quad (\exists c \in C \quad : \quad r \Rightarrow \neg c)$$

Soit  $R^c$  le complémentaire de  $R$  dans  $RCC-8$  (si  $R = RCC-8$  alors comme il existe toujours une relation vraie dans  $RCC-8$ , la disjonction des éléments de  $RCC-8$  est toujours vraie). Si toutes les relations de  $R$  sont fausses, alors, selon l'hypothèse 1, il existe une relation  $r'$  de  $R^c$  qui est vraie :

$$(\forall r \in R \quad : \quad \neg r(x, y)) \Rightarrow (\exists r' \in R^c \quad : \quad r'(x, y))$$

Or la relation  $r'$  n'appartient pas à l'ensemble  $f'(C) = R$  et, par conséquent, implique la négation d'une condition de  $C$  (d'après la définition de  $f'$ ).

$$(\forall r \in R \quad : \quad \neg r(x, y)) \Rightarrow (\exists r' \in R^c \quad : \quad r'(x, y)) \Rightarrow (\exists c \in C \quad : \quad \neg c(x, y))$$

Par conséquent,  $r'$  implique la négation de la conjonction des conditions de  $C$  :

$$(\forall r \in R \quad : \quad \neg r(x, y)) \Rightarrow (\exists r' \in R^c \quad : \quad r'(x, y)) \Rightarrow \neg \bigwedge_{c \in C} c(x, y)$$

□

**Preuve de la propriété 2 :** *L'opération de fermeture du treillis de Galois  $h'$  qui transforme un ensemble  $C$  en un ensemble  $\overline{C}$  correspond à l'extension de l'ensemble  $C$  à l'ensemble des conditions impliquées par une conjonction de ses conditions. Ce qui s'exprime par la formule logique suivante :*

$$\forall C \in \mathcal{P}(\text{Conditions}) \quad : \quad \bigwedge_{c \in C} c(x, y) \Leftrightarrow \bigwedge_{c \in \overline{C}} c(x, y)$$

Par l'extensivité de la fonction  $h'$ , nous savons que  $C$  est inclus dans  $\bar{C}$  :

$$\forall C \in \mathcal{P}(\text{Conditions}) \quad : \quad C \subseteq \bar{C}$$

Alors une conjonction des éléments de  $\bar{C}$  implique une conjonction des éléments de  $C$  :

$$\forall C \in \mathcal{P}(\text{Conditions}) \quad : \quad \bigwedge_{c \in \bar{C}} c(x, y) \Rightarrow \bigwedge_{c \in C} c(x, y)$$

D'après l'équation A.2 :

$$\forall C \in \mathcal{P}(\text{Conditions}) \quad : \quad \bigwedge_{c \in C} c(x, y) \Rightarrow \bigvee_{r \in f'(C)} r(x, y)$$

D'après l'équation A.1, avec  $R = f'(C)$  :

$$\forall C \in \mathcal{P}(\text{Conditions}) \quad : \quad \bigvee_{r \in f'(C)} r(x, y) \Rightarrow \bigwedge_{c \in f'(f'(C))} c(x, y)$$

Ces deux dernières équations donnent :

$$\forall C \in \mathcal{P}(\text{Conditions}) \quad : \quad \bigwedge_{c \in C} c(x, y) \Rightarrow \bigwedge_{c \in f'(f'(C))} c(x, y)$$

Donc comme  $h' = f f'$  et  $\bar{C} = h'(C)$  :

$$\forall C \in \mathcal{P}(\text{Conditions}) \quad : \quad \bigwedge_{c \in C} c(x, y) \Rightarrow \bigwedge_{c \in \bar{C}} c(x, y)$$

□

**Preuve de la propriété 3 :** Soit  $R$  une partie de  $RCC-8$  et soit  $C$  une partie des éléments de  $\text{Conditions}$ . Si la relation formée par une disjonction des relations de  $R$  est équivalente à une conjonction des conditions de  $C$  alors le couple  $(\bar{C}, R)$  –  $\bar{C}$  étant la fermeture par  $h'$  de  $C$  – est un élément du treillis de Galois. Cela s'exprime par la formule suivante :

$$\begin{array}{c} \bigvee_{r \in R} r(x, y) \Leftrightarrow \bigwedge_{c \in C} c(x, y) \\ \Downarrow \\ (\bar{C}, R) \text{ est un élément du treillis} \end{array}$$

Soit  $\overline{C}$  la fermeture par  $h'$  de  $C$ , d'après la propriété 2, une conjonction des éléments de  $C$  est équivalente à une conjonction des éléments de  $\overline{C}$  :

$$\bigwedge_{c \in C} c(x, y) \Leftrightarrow \bigwedge_{c \in \overline{C}} c(x, y)$$

La contrainte initiale de la propriété nous montre qu'une disjonction des éléments de  $R$  est équivalente à une conjonction des éléments de  $C$ , par conséquent la conjonction des éléments de  $\overline{C}$  est équivalente à la disjonction des éléments de  $R$  :

$$\bigwedge_{c \in C} c(x, y) \Leftrightarrow \bigvee_{r \in R} r(x, y)$$

Comme  $\overline{C}$  est fermé par  $h'$ , il existe  $R' = f'(C)$  tel que  $(\overline{C}, R')$  est un élément du treillis. Il faut donc montrer que  $R' = R$ . Or d'après la propriété 1, une disjonction des éléments de  $R'$  est équivalente à une conjonction des éléments de  $\overline{C}$  :

$$\bigwedge_{c \in \overline{C}} c(x, y) \Leftrightarrow \bigvee_{r \in R'} r(x, y)$$

D'après les deux équations précédentes, la disjonction des éléments de  $R'$  est équivalente à la disjonction des éléments de  $R$  :

$$\bigvee_{r \in R} r(x, y) \Leftrightarrow \bigvee_{r \in R'} r(x, y)$$

Grâce à cette équation nous pouvons montrer que  $R' = R$ . Prenons une relation  $r$  appartenant à  $R$ . Comme pour toute relation, il existe un couple d'entité spatiale  $(x, y)$  pour lequel  $r(x, y)$  est vraie. Dans ce cas, une disjonction des éléments de  $R$  est vraie et par conséquent une disjonction des éléments de  $R'$  est vraie. Il existe donc  $r'$  appartenant à  $R'$  qui est vraie et d'après l'hypothèse 2,  $r = r'$  donc  $r$  appartient à  $R'$ . Symétriquement, tout élément  $r'$  appartenant à  $R'$  appartient à  $R$  et par conséquent  $R = R'$ .

□

**Preuve de la propriété 4 :** *Pour chaque relation  $r_b$  appartenant à  $RCC-8$ , il existe une partie  $C$  de  $Conditions$  fermée par  $h'$ , telle que  $(C, \{r_b\})$  est un élément du treillis. Cet élément est un atome du treillis.*

Montrons tout d'abord qu'il existe une partie  $C$  de  $Conditions$  fermée par  $h'$ , telle que  $(C, \{r_b\})$  est un élément du treillis. Il existe deux preuves de cette propriété : la première utilise le fait que les relations topologiques de base (appartenant à  $RCC-8$ ) sont équivalentes à un sous-ensemble de  $Conditions$ . Pour ne pas utiliser ce postulat, nous devons poser une hypothèse supplémentaire sur la relation  $\mathcal{C}$  vérifiée par nos ensembles  $RCC-8$  et



*Conditions* : quelque soit une relation  $r$  appartenant à  $RCC-8$ , il n'existe pas de relation  $r'$  appartenant à  $RCC-8$  telle que  $\mathcal{C}_r$  est inclus dans  $\mathcal{C}_{r'}$  :

$$\forall r \in RCC-8 \quad : \quad (\neg \exists r' \in RCC-8 \quad : \quad \mathcal{C}_r \subseteq \mathcal{C}_{r'}) \quad (A.3)$$

Considérons tout d'abord que toutes les relations topologiques de base sont équivalentes à un sous-ensembles de *Conditions* :

$$\forall r \in RCC-8 \quad : \quad \exists C \in \mathcal{P}(Conditions) \quad : \quad r(x, y) \Leftrightarrow \bigwedge_{c \in C} c(x, y)$$

D'après la propriété 3 alors  $(\overline{C}, \{r_b\})$  est un élément du treillis.

Considérons maintenant que l'on ne sache pas si toutes les relations topologiques de base sont équivalente à un sous-ensembles de *Conditions* mais que l'équation A.3 soit vérifiée.

Nous posons que  $C$  est égal à  $f(\{r_b\})$ . Montrer que  $(C, \{r_b\})$  est un élément du treillis, c'est montrer que  $\{r_b\}$  est fermé par  $h$ .

Supposons que  $\{r_b\}$  est non fermé, c'est-à-dire  $h(\{r_b\}) \neq \overline{\{r_b\}}$  et par conséquent qu'il existe  $r' \neq r_b$  appartenant à  $\overline{\{r_b\}}$ . Considérons l'image de  $\overline{\{r_b\}}$  par  $f$ , qui est l'intersection de tous les ensembles  $\mathcal{C}_r$  pour  $r$  appartenant à  $\overline{\{r_b\}}$  :

$$\forall c \in f(\overline{\{r_b\}}) \quad : \quad c \in \bigcap_{r \in \overline{\{r_b\}}} \mathcal{C}_r$$

Donc tous les éléments  $c$  appartenant  $f(\overline{\{r_b\}})$  appartiennent aux ensembles  $\mathcal{C}_r$  pour  $r$  appartenant à  $\overline{\{r_b\}}$  :

$$\forall c \in f(\overline{\{r_b\}}) \quad : \quad \forall r \in \overline{\{r_b\}} \quad : \quad c \in \mathcal{C}_r$$

Ceci est vrai pour l'élément  $r'$  appartenant à  $\overline{\{r_b\}}$  :

$$\forall c \in f(\overline{\{r_b\}}) \quad : \quad c \in \mathcal{C}_{r'}$$

Or  $f(\overline{\{r_b\}})$  est égal à  $f(\{r_b\})$  et donc égal à l'ensemble  $\mathcal{C}_{r_b}$ . Par conséquent tous les éléments  $c$  appartenant à  $\mathcal{C}_{r_b}$  appartiennent à l'ensemble  $\mathcal{C}_{r'}$  :

$$\forall c \in \mathcal{C}_{r_b} \quad : \quad c \in \mathcal{C}_{r'}$$

Donc, s'il existe  $r' \neq r_b$  appartenant à  $\overline{\{r_b\}}$  alors  $\mathcal{C}_{r_b}$  est inclus dans  $\mathcal{C}_{r'}$ . Ce qui contredit l'équation A.3. Par conséquent,  $\{r_b\}$  est fermé et  $(f(\{r_b\}), \{r_b\})$  est un élément du treillis.

Montrons maintenant que l'élément  $(C, \{r_b\})$  est un atome. Si un élément du treillis  $E' = (C', R')$  est inférieur à  $(C, \{r_b\})$  alors, par définition du treillis,  $R'$  est inclus dans  $\{r_b\}$ .  $R'$  est donc soit égal à l'ensemble vide et l'élément  $E'$  est le minorant universel, soit égal à  $\{r_b\}$  et donc  $E'$  est l'élément  $(C, \{r_b\})$ . Par conséquent, tous les éléments inférieurs à  $(C, \{r_b\})$  sont égaux soit au minorant universel, soit à l'élément  $(C, \{r_b\})$  :

$$\forall E' \quad : \quad (E' \leq (C, \{r_b\})) \Rightarrow (E' = \perp) \vee (E' = (C, \{r_b\}))$$

$(C, \{r_b\})$  est donc un atome.

□

**Preuve de la propriété 5 :** L'opération consistant à trouver l'infimum de deux éléments  $E_1$  et  $E_2$  revient à effectuer une conjonction des relations  $\pi(E_1)$  et  $\pi(E_2)$ . C'est-à-dire, soient trois éléments  $E_f$ ,  $E_1$  et  $E_2$  du treillis de Galois :

$$\begin{array}{c} E_f = E_1 \sqcup E_2 \\ \Downarrow \\ \pi(E_f) \Leftrightarrow \pi(E_1) \wedge \pi(E_2) \end{array}$$

Nous poserons dans la suite de la preuve que  $E_1 = (C_1, R_1)$ ,  $E_2 = (C_2, R_2)$  et  $E_f = (C_f, R_f)$ .

Tout d'abord nous allons montrer que, soient  $E_1$ ,  $E_2$  et  $E_f$  trois éléments du treillis :

$$\begin{array}{c} E_f = E_1 \sqcup E_2 \\ \Downarrow \\ \pi(E_1) \wedge \pi(E_2) \Leftrightarrow \pi(E_f) \end{array}$$

Montrons tout d'abord que si  $\pi(E_f)(x, y)$  est vraie alors  $(\pi(E_1) \wedge \pi(E_2))(x, y)$  est vraie :

$$\forall x, y \quad : \quad \pi(E_f)(x, y) \Rightarrow (\pi(E_1) \wedge \pi(E_2))(x, y)$$

Si  $\pi(E_f)(x, y)$  est vraie alors il existe  $r$  appartenant à l'ensemble  $R_f$  tel que  $r(x, y)$  est vraie :

$$\pi(E_f)(x, y) \Rightarrow (\exists r \in R_f \quad : \quad r(x, y))$$

Or l'ensemble  $R_f$  est, par définition du treillis de Galois, l'intersection des ensembles  $R_1$  et  $R_2$  :

$$(C_f, R_f) = E_f = E_1 \sqcup E_2 = (\overline{C_1 \cup C_2}, R_1 \cap R_2)$$

Par conséquent  $r$  appartient à l'intersection de  $R_1$  et  $R_2$  donc il appartient à la fois à  $R_1$  et  $R_2$  :

$$\pi(E_f)(x, y) \Rightarrow (\exists r \in R_1 \quad : \quad r(x, y)) \wedge (\exists r \in R_2 \quad : \quad r(x, y))$$

Par conséquent,  $\pi(E_1)$  et  $\pi(E_2)$  sont vraies et leur conjonction est vraie aussi :

$$\pi(E_f)(x, y) \Rightarrow \pi(E_1)(x, y) \wedge \pi(E_2)(x, y)$$

Nous allons maintenant montrer que si  $\pi(E_1)$  et  $\pi(E_2)$  sont vraies alors  $\pi(E_f)$  est vraie. Si  $\pi(E_1) \wedge \pi(E_2)$  sont vraies, alors il existe  $r_1$  appartenant à l'ensemble  $R_1$  et  $r_2$  appartenant à l'ensemble  $R_2$  qui sont toutes deux vraies :

$$\pi(E_1)(x, y) \wedge \pi(E_2)(x, y) \Rightarrow \exists r_1 \in R_1, r_2 \in R_2 \quad : \quad r_1(x, y) \wedge r_2(x, y)$$

D'après l'hypothèse 2, si  $r_1(x, y)$  et  $r_2(x, y)$  sont vraies pour le même couple  $(x, y)$  alors elles sont égales. Si  $r_1$  et  $r_2$  sont égales alors elles appartiennent à l'intersection des ensembles  $R_1$  et  $R_2$  et par conséquent elles appartiennent à l'ensemble  $R_f$  :

$$\pi(E_1)(x, y) \wedge \pi(E_2)(x, y) \Rightarrow (\exists r_1 = r_2 \in R_f = R_1 \cap R_2 \quad : \quad r_1(x, y))$$

Donc  $\pi(E_f)$  est vraie :

$$\pi(E_1)(x, y) \wedge \pi(E_2)(x, y) \Rightarrow \pi(E_f)(x, y)$$

Nous allons maintenant montrer la réciproque de la propriété, c'est-à-dire que soient trois éléments du treillis  $E_1$ ,  $E_2$  et  $E_f$  :

$$\begin{aligned} \pi(E_1) \wedge \pi(E_2) &\Leftrightarrow \pi(E_f) \\ &\Downarrow \\ E_f &= E_1 \sqcup E_2 \end{aligned}$$

Pour cela il suffit de montrer que l'ensemble des relations  $R_f$  de  $E_f$  est égal à l'intersection des ensembles de relations  $R_1$  et  $R_2$  de  $E_1$  et  $E_2$ .

Nous allons le montrer par l'absurde. Supposons qu'il existe une relation  $r$  appartenant à l'ensemble  $R_f$  privé de l'intersection des ensembles  $R_1$  et  $R_2$ . Pour toute relation de  $RCC-8$  il existe toujours deux entités  $x$  et  $y$  telles que  $r(x, y)$  est vraie, pour ce couple  $\pi(E_f)$  est vraie. De plus, comme  $r$  n'appartient pas à l'intersection de  $R_1$  et  $R_2$  et qu'il n'existe pas d'autre relation  $r'$  telle que  $r'$  soit vraie pour ces deux entités, alors  $\pi(E_1)$  ou  $\pi(E_2)$  sont fausses. Ce qui contredit le fait que  $\pi(E_f)$  implique  $\pi(E_1) \wedge \pi(E_2)$  est vraie. □

**Preuve de la propriété 6 :** *Pour tout couple d'éléments du treillis  $(C_1, R_1)$  et  $(C_2, R_2)$ , soit l'élément  $(C, R)$  égal à l'infimum de  $(C_1, R_1)$  et  $(C_2, R_2)$ , alors la conjonction des éléments de  $C$  est équivalente à la conjonction des conditions appartenant à l'union des ensembles  $C_1$  et  $C_2$ .*

$$\begin{aligned} (C, R) &= (C_1, R_1) \sqcup (C_2, R_2) \\ &\Downarrow \\ \forall x, y \quad : \quad \bigwedge_{c \in C} c(x, y) &\Leftrightarrow \bigwedge_{c \in C_1 \cup C_2} c(x, y) \end{aligned}$$

Rappelons que :

$$(C, R) = (C_1, R_1) \sqcup (C_2, R_2) = (\overline{C_1 \cup C_2}, R_1 \cap R_2)$$

Cette propriété est déduite immédiatement de la précédente, d'après la caractérisation des éléments du treillis présentée dans la propriété 1, la réciproque de cette propriété (propriété 3) et la propriété 2. □

### Une propriété caractérisant les conditions

La propriété suivante nous permet de prouver la propriété 7. Nous utilisons pour cette propriété l'ensemble  $\mathcal{FR}$  qui est l'ensemble des parties de  $RCC-8$  fermées par la correspondance de Galois  $h$  et, symétriquement,  $\mathcal{FC}$  l'ensemble des parties de  $Conditions$  fermées par  $h'$ .

**Propriété 12** Soient  $C_1$  et  $C_2$  deux parties de  $Conditions$ , si  $C_2$  est fermée, alors les trois propositions sont équivalentes :

$$\begin{aligned} \overline{C_1} &= C_2 \\ \Downarrow \\ C_1 \subseteq C_2 \wedge (\forall R \in \mathcal{FR} \quad &: C_1 \subseteq f(R) \Rightarrow C_2 \subseteq f(R)) \\ \Downarrow \\ \bigwedge_{c \in C_1} c(x, y) &\Leftrightarrow \bigwedge_{c \in C_2} c(x, y) \end{aligned}$$

**Preuve de la propriété 12 :** Nous allons tout d'abord montrer que soient  $C_1$  et  $C_2$  fermées, si une conjonction des conditions de  $C_1$  est équivalente à une conjonction des conditions de  $C_2$  alors  $C_1$  est égale à  $C_2$  :

$$\forall C_1, C_2 \in \mathcal{FC} \quad : \quad \begin{aligned} \bigwedge_{c \in C_1} c(x, y) &\Leftrightarrow \bigwedge_{c \in C_2} c(x, y) \\ &\Downarrow \\ C_1 &= C_2 \end{aligned}$$

Par contradiction, supposons que  $C_1 \neq C_2$  et considérons les images  $R_1 = f'(C_1)$  et  $R_2 = f'(C_2)$ . Trois cas de figure se présentent :

1.  $R_1 = R_2$  : dans ce cas,

$$\begin{aligned} f(R_1) &= f(R_2) \\ f(R_1) &= f f'(C_1) = h'(C_1) = C_1 \\ f(R_2) &= f f'(C_2) = h'(C_2) = C_2 \\ C_1 &= C_2 \end{aligned}$$

Ce qui contredit le fait que  $C_1 \neq C_2$ ;

2. il existe  $r$  appartenant à  $R_1$  mais n'appartenant pas à  $R_2$  :

$$\begin{aligned} \exists r \quad &: r \in R_1 \wedge r \notin R_2 \\ \exists r \quad &: r \in f'(C_1) \wedge r \notin f'(C_2) \\ \exists r \quad &: r \in f'(C_1) \wedge \exists c \in C_2 \quad : \quad r \notin C'_c \\ \exists r \quad &: (r \Rightarrow \bigwedge_{c \in C_1} c(x, y)) \wedge \exists c \in C_2 \quad : \quad (r \Rightarrow \neg c) \\ \exists r \quad &: (r \Rightarrow \bigwedge_{c \in C_1} c(x, y)) \wedge (r \Rightarrow \neg \bigwedge_{c \in C_2} c(x, y)) \end{aligned}$$

Ce qui est contradictoire avec l'hypothèse que la conjonction des éléments de  $C_1$  implique la conjonction des éléments de  $C_2$  ;

3. il existe  $r$  appartenant à  $R_2$  mais n'appartenant pas à  $R_1$ , qui est le cas symétrique du précédent et qui est contradictoire avec l'hypothèse que la conjonction des éléments de  $C_2$  implique la conjonction des éléments de  $C_1$ .

Nous allons ensuite montrer que soit  $C$  une partie de *Conditions*, pour tout élément  $R$  appartenant à  $\mathcal{FR}$ , si  $C$  est incluse dans  $f(R)$ , alors la fermeture de  $C$  par  $h'$  appelée  $\overline{C}$  est incluse dans  $f(R)$  :

$$\forall C \in \mathcal{P}(\text{Conditions}), R \in \mathcal{FR} : C \subseteq f(R) \Rightarrow \overline{C} \subseteq f(R)$$

Si  $C$  est inclus dans  $f(R)$ , alors comme la fonction  $h'$  est croissante,  $h'(C)$  est inclus dans  $h'(f(R))$  :

$$C \subseteq f(R) \Rightarrow h'(C) \subseteq h'f(R)$$

$R$  est fermé donc  $f(R)$  est fermé et  $h'(f(R)) = f(R)$  et par conséquent  $h'(C)$  est inclus dans  $f(R)$  :

$$C \subseteq f(R) \Rightarrow h'(C) \subseteq f(R)$$

$\overline{C}$  est la fermeture de  $C$  par  $h'$  donc  $h'(C) = \overline{C}$ . Par conséquent,  $\overline{C}$  est inclus dans  $f(R)$  :

$$C \subseteq f(R) \Rightarrow \overline{C} \subseteq f(R)$$

Pour terminer cette preuve, nous allons montrer que soit  $C_1$  et  $C_2$  deux parties de *Conditions*, si  $C_2$  est fermée alors :

$$\begin{array}{c} \overline{C_1} = C_2 \\ \uparrow \\ C_1 \subseteq C_2 \wedge \forall R \in \mathcal{FR} : C_2 \subseteq f(R) \Rightarrow C_2 \subseteq f(R) \end{array}$$

Nous allons le montrer en deux temps, le premier va consister à montrer que  $\overline{C_1} \subseteq C_2$  et le deuxième que  $C_2 \subseteq \overline{C_1}$  :

1. Comme  $C_1 \subseteq C_2$ , on déduit par croissance de  $h'$  que  $h'(C_1) \subseteq h'(C_2)$  et sachant que  $C_2$  est fermée donc  $h'(C_2) = C_2$  alors  $\overline{C_1} \subseteq C_2$ .
2. On part de l'hypothèse que :

$$\forall R \in \mathcal{FR} : C_1 \subseteq f(R) \Rightarrow C_2 \subseteq f(R)$$

Cette propriété est vraie pour  $R = f'(\overline{C_1})$ . Par extensivité de la fonction  $h'$ , nous savons que  $C_1$  est incluse dans  $h(C_1) = \overline{C_1}$  :

$$C_1 \subseteq h(C_1) = \overline{C_1}$$

Comme  $\overline{C_1} = h(\overline{C_1}) = f(R)$  et  $R$  est un fermé, par hypothèse,  $C_2$  est aussi incluse dans  $f(R)$ . Donc  $C_2$  est aussi incluse dans  $\overline{C_1}$ .

□

**Preuve de la propriété 7 :** *Si un élément  $(C, R)$  est tel qu'un sous-ensemble  $\mathcal{LC}$  de  $C$  n'est pas inclus dans l'union  $U$  des conditions de ses successeurs (les éléments immédiatement supérieurs), alors  $\pi(C, R)$  est équivalent à une conjonction des éléments de  $\mathcal{LC}$ .*

Pour prouver cette propriété, on utilise la propriété 12 vérifiée pour l'opération de fermeture des conditions. D'après cette propriété, si nous montrons que pour tous les ensembles  $R$  appartenant à  $\mathcal{FR}$  tels que si  $\mathcal{LC}$  est inclus dans  $f(R)$ , alors  $C$  est inclus dans  $f(R)$ , nous aurons montré qu'une conjonction de  $\mathcal{LC}$  est équivalente à une conjonction de  $C$  :

$$\begin{aligned} (\mathcal{LC} \subset C) \wedge (\forall R \in \mathcal{FR} : \mathcal{LC} \subseteq f(R) \Rightarrow C \subseteq f(R)) \\ \Downarrow \\ \bigwedge_{c \in \mathcal{LC}} c(x, y) \Leftrightarrow \bigwedge_{c \in C} c(x, y) \end{aligned}$$

Nous aurons montré alors, d'après la propriété 1, qu'une conjonction des éléments de  $\mathcal{LC}$  sera équivalente à la relation  $\pi(E)$ . Nous allons donc montrer que tous les éléments  $(C', R')$  du treillis sont tels que si  $C'$  contient  $\mathcal{LC}$  alors il contient aussi  $C$ .

Si un élément  $(C, R)$  est tel qu'un sous-ensemble  $\mathcal{LC}$  de ses conditions  $C$  n'est pas inclus dans l'union  $U$  des conditions de ses successeurs alors il est tel que  $C = U \cup \mathcal{LC}$ .

Supposons qu'il existe un élément du treillis  $E' = (C', R')$  dont l'ensemble des conditions  $C'$  contient  $\mathcal{LC}$  mais ne contient pas toutes les conditions de  $U$  :

$$\mathcal{LC} \subseteq C' \text{ et } U \not\subseteq C'$$

Le suprémum  $E_s = (C_s, R_s)$  des éléments  $E'$  et  $E$  est tel que (par définition du treillis) :

$$E \sqcap E' = (C \cap C', \overline{R \cup R'})$$

Donc  $C_s$  contient  $\mathcal{LC}$ . Tout élément inférieur à  $E_s$  contient donc  $\mathcal{LC}$  :

$$\forall E_i = (C_i, R_i) : E_i \leq E_s \Rightarrow C_s \subseteq C_i$$

Comme un suprémum de deux éléments est toujours supérieur à ces deux éléments,  $E_s$  est supérieur ou égal à  $E$ . Deux cas de figure se présentent :

- soit  $E_s = E$ , ce qui est impossible car, dans ce cas,  $E'$  serait inférieur à  $E$  et :

$$U \subseteq C \subseteq C'$$

alors  $U$  serait inclus dans  $C'$ ,

- soit il existe  $P$ , un successeur de  $E$  tel que  $P$  soit inférieur ou égal à  $E_s$ , ce qui est impossible car ce suprémum contient  $\mathcal{LC}$  et dans ce cas l'ensemble des conditions de  $P$  contiendrait aussi  $\mathcal{LC}$ .

Ce qui contredit l'hypothèse qu'il existe un élément dont l'ensemble contiendrait  $\mathcal{LC}$  mais ne contiendrait pas  $C$ . Par conséquent, d'après la propriété 12, la conjonction des éléments de  $\mathcal{LC}$  est équivalente à la conjonction des éléments de  $C$ .

□

**Preuve de la propriété 8 :** *Pour tous les éléments  $(C, R)$  qui sont inf-irréductibles, il existe un ensemble noté  $\mathcal{LC}$  strictement inclus dans  $C$  tel que la relation  $\pi(C, R)$  soit équivalente à une conjonction de conditions appartenant à  $\mathcal{LC}$ .*

Cette propriété est une conséquence directe de la propriété 7. En effet, dans le treillis de Galois, si un élément  $E = (C, R)$  est inf-irréductible, alors il n'a qu'un unique successeur  $S = (C_s, R_s)$ . L'ensemble de conditions du successeur  $C_s$  est inclus dans  $C$ . Soit l'ensemble  $\mathcal{LC}$  des conditions appartenant à  $C$  et n'appartenant pas à  $C_s$ . Cet ensemble est non-vidé sinon les éléments  $E$  et  $E_s$  serait égaux.  $\mathcal{LC}$  n'appartient donc pas à l'ensemble de conditions de l'unique successeur  $E_s$ .  $E$  vérifie donc la propriété 7 et est équivalent à  $\mathcal{LC}$ .  $\square$

**Preuve de la propriété 9 :** *Soient deux éléments du treillis  $E_1$  et  $E_2$ , les deux relations  $\pi(E_1)$  et  $\pi(E_2)$  sont incompatibles si et seulement si l'infimum de  $E_1$  et  $E_2$  est égal au minorant universel :  $E_1 \sqcup E_2 = \perp$ .*

Soient  $R_1$  et  $R_2$  les ensembles des relations des éléments  $E_1$  et  $E_2$ , si  $E_1 \sqcup E_2 = \perp$ , alors l'intersection de  $R_1$  et de  $R_2$  est vide :

$$(\overline{C_1 \cup C_2}, R_1 \cap R_2) = E_1 \sqcup E_2 = \perp = (\text{Conditions}, \emptyset)$$

Donc si une relation de  $R_1$  est vraie alors toutes les relations de  $R_2$  sont fausses d'après l'hypothèse que deux relations topologiques de base ne sont pas vraies en même temps. Par conséquent,  $\pi(E_1)$  et  $\pi(E_2)$  sont incompatibles.

De même si deux relations  $\pi(E_1)$  et  $\pi(E_2)$  sont incompatibles alors si une relation de  $R_1$  est vraie toutes les relations de  $R_2$  sont fausses, et cela quelque soit l'élément de  $R_1$ , donc aucun élément de  $R_1$  ne peut appartenir à  $R_2$ . Par conséquent leur intersection est vide, et par conséquent leur infimum  $\sqcup$  est égal à  $\perp$ .  $\square$

**Preuve de la propriété 10 :** *Soient deux éléments du treillis  $E_1 = (C_1, R_1)$  et  $E_2 = (C_2, R_2)$ , les deux relations  $\pi(E_1)$  et  $\pi(E_2)$  sont la négation l'une de l'autre si et seulement si elles sont incompatibles et si, de plus, l'union de leurs ensembles de relations  $R_1$  et  $R_2$  est égale à  $RCC-8$ .*

$$\begin{aligned} \forall x, y \quad : \quad \pi(E_1)(x, y) &\Leftrightarrow \neg \pi(E_2)(x, y) \\ &\Downarrow \\ (R_1 \cup R_2 = RCC-8) &\text{ et } (E_1 \sqcup E_2 = \perp) \end{aligned}$$

Supposons tout d'abord que  $(C_1, R_1) \sqcup (C_2, R_2) = \perp$ , alors  $R_1$  et  $R_2$  sont incompatibles et donc  $\forall x, y \quad : \quad R_1(x, y) \Rightarrow \neg R_2(x, y)$ . Supposons maintenant que  $R_1 \cup R_2 = RCC-8$ .

Si  $\neg R_2$  est vraie, alors il existe  $r$  appartenant à l'ensemble  $RCC-8$  privé des éléments de  $R_2$  qui est vraie (par hypothèse sur l'ensemble  $RCC-8$ ). Or  $RCC-8 - R_2$  est inclus dans  $R_1$  car  $R_1 \cup R_2 = RCC-8$ , par conséquent  $r$  appartient à  $R_1$  et donc  $R_1$  est vraie.

Supposons maintenant que  $\forall x, y : R_1(x, y) \Leftrightarrow \neg R_2(x, y)$ .  $R_1$  et  $R_2$  sont incompatibles et par conséquent  $(C_1, R_1) \sqcup (C_2, R_2) = \perp$ . Maintenant, il faut prouver que  $R_1 \cup R_2 = RCC-8$ . Nous supposons pour cela qu'il existe  $r$  appartenant à  $RCC-8$  privée de l'union de  $R_1$  et  $R_2$ . Pour toute relation de  $RCC-8$  il existe toujours deux entités  $x$  et  $y$  telles que  $r(x, y)$  est vraie. De plus il n'existe pas d'autre relation  $r'$  telle que  $r'$  soit vraie pour ces deux entités. Par conséquent comme  $r$  n'appartient ni à  $R_1$  ni à  $R_2$  alors  $\pi((C_1, R_1))$  et  $\pi((C_2, R_2))$  sont fausses. Ce qui contredit l'hypothèse que  $\forall x, y : R_1(x, y) \Leftrightarrow \neg R_2(x, y)$ .  $\square$

**Preuve de la propriété 11 :** *L'application  $LI$  qui associe à une relation sa relation symétrique (nommée lien inverse dans les systèmes de RCO) possède la propriété suivante :*

$$\forall E_1, E_2 \in \mathcal{E}_G : LI(E_1 \sqcup E_2) = LI(E_1) \sqcup LI(E_2)$$

Soit  $E_1$  et  $E_2$  des éléments du treillis, il faut montrer que :

$$\forall x, y : \pi(LI(E_1 \sqcup E_2))(x, y) \Leftrightarrow \pi(LI(E_1) \sqcup LI(E_2))(x, y)$$

$LI$  est l'application qui à un élément associe son lien inverse donc, nous partons des hypothèses suivantes :

$$\forall x, y : \pi(E_1 \sqcup E_2)(x, y) \Leftrightarrow \pi(LI(E_1 \sqcup E_2))(y, x) \quad (\text{A.4})$$

$$\forall x, y : \pi(E_1)(x, y) \Leftrightarrow \pi(LI(E_1))(y, x) \quad (\text{A.5})$$

$$\forall x, y : \pi(E_2)(x, y) \Leftrightarrow \pi(LI(E_2))(y, x) \quad (\text{A.6})$$

D'après les équations A.5 et A.6, on a l'équivalence :

$$\forall x, y : (\pi(E_1) \wedge \pi(E_2))(x, y) \Leftrightarrow (\pi(LI(E_1)) \wedge \pi(LI(E_2)))(y, x)$$

On se sert de la propriété 5 concernant l'équivalence entre le  $\sqcup$  et le  $\wedge$ , on a

$$\forall x, y : (\pi(E_1) \wedge \pi(E_2))(x, y) \Leftrightarrow \pi(E_1 \sqcup E_2)(x, y)$$

Toujours d'après cette propriété, on a :

$$\forall x, y : (\pi(LI(E_1)) \wedge \pi(LI(E_2)))(y, x) \Leftrightarrow \pi(LI(E_1) \sqcup LI(E_2))(y, x)$$

Les trois dernières équations nous donnent donc :

$$\forall x, y : \pi(E_1 \sqcup E_2)(x, y) \Leftrightarrow \pi(LI(E_1) \sqcup LI(E_2))(y, x)$$



Utilisons maintenant l'hypothèse A.4 on obtient le résultat voulu, soit :

$$\forall x, y \quad : \quad \pi(LI(E_1 \sqcup E_2))(y, x) \Leftrightarrow \pi(LI(E_1) \sqcup LI(E_2))(y, x)$$

□

# Bibliographie

- [Aamodt et Plaza, 1994] A. Aamodt et E. Plaza. Case-based reasoning: Foundational issues, methodological variations, and system approaches. *AICOM*, 7(1), 1994.
- [Allen, 1983] J.F. Allen. Maintaining Knowledge about Temporal Intervals. *Communications of the ACM*, 26(11):832–843, November 1983.
- [Aurnague et Vieu, 1993] M. Aurnague et L. Vieu. Toward a formal representation of space in language: a commonsense reasoning approach. Dans *[IJCAI, 1993]*, 1993.
- [Bapat, 1993] S. Bapat. Towards richer relationship modeling semantics. *IEEE journal on Selected Areas in Communications*, 11(9):1373–1384, 1993.
- [Barbut et Monjardet, 1970] M. Barbut et B. Monjardet. *Ordre et classification – Algèbre et combinatoire*. Hachette, Paris, 1970.
- [Benoit, 1990] M. Benoit. La gestion territoriale de l'activité agricole dans un village lorrain. *Mappemonde*, 4:15–17, 1990. numéro spécial: Gestion de l'espace rural, des pratiques aux modèles.
- [Bisson, 1994] G. Bisson. Définition de la notion de similarité dans les modèles à objets. Dans *Actes de la conférence Langages et Modèles à Objets (LMO'94)*, Grenoble, pages 53–68, 1994.
- [Blake et Cook, 1987] E. Blake et S. Cook. On Including Part Hierarchies in Object-Oriented Languages, with an Implementation in Smalltalk. Dans *"Proceedings of ECOOP'87, Paris, Special issue of Bigre 54, Lecture Notes in Computer Science 276"*, pages 45–54, 1987.
- [Brachman *et al.*, 1991] R.J. Brachman, D.L. McGuinness, P.F. Patel-Schneider, L.A. Reznick et A. Borgida. Living with CLASSIC: When and How to Use a KL-ONE-Like Language. Dans *Principles of Semantic Networks: Explorations in the Representation of Knowledge*, rédacteur J. Sowa, pages 401–456. Morgan Kaufmann Publishers, San Mateo, California, 1991.
- [Bunke et Messmer, 1993] H. Bunke et B.T. Messmer. Similarity Measures for Structured Representations. Dans *Proceedings of the First European Workshop on Case-Based Reasoning (EWCBR'93)*, Kaiserslautern, rédacteurs M.M. Richter, S. Wess, K.-D. Althoff et F. Maurer, pages 26–31, 1993.
- [Capponi, 1995] C. Capponi. Identification et exploitation des types dans un modèle de connaissances à objets. Thèse de l'université Joseph Fourier, Grenoble, octobre 1995.
- [Chaffin, 1992] R. Chaffin. The Concept of a Semantic Relation. Dans *Frames, fields, and contrasts*, rédacteurs A. Lehrer et E. Kittay, pages 253–288. Lawrence Erlbaum Associates, Hillsdale, New Jersey, 1992.

- [Chang *et al.*, 1987] S.-K. Chang, Q.-Y. Shi et C.-W. Yan. Iconic Indexing by 2-D Strings. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 9(3):413–428, Mai 1987.
- [Chein et Mugnier, 1992] M. Chein et M.-L. Mugnier. Conceptual graphs: Fundamental notions. *Revue d'intelligence artificielle*, 6(4):365–406, 1992.
- [Chouvet *et al.*, 1996] M.-P. Chouvet, F. Le Ber, J. Lieber, L. Mangelinck, A. Napoli et A. Simon. Analyse des besoins en représentation et raisonnement dans une représentation à objets – L'exemple de Y3. Dans *Actes de la conférence Langages et Modèles à Objets (LMO'96)*, octobre 1996. Leysin, Suisse.
- [Clarke, 1981] B.L. Clarke. A calculus of individuals based on 'connection'. *Notre Dame Journal of Formal Logic*, 22(3):204–218, 1981.
- [Clarke, 1985] B.L. Clarke. Individuals and points. *Notre Dame Journal of Formal Logic*, 26(1):61–75, 1985.
- [Clementini *et al.*, 1993] E. Clementini, P. Di Felice et P. van Oosterom. A small set of formal topological relationships for end-user interaction. Dans *Advances in spatial databases : proceedings of the third international symposium, SSD'93, LNCS 692*, rédacteurs David J. Abel et Beng Chin Ooi, pages 277–295, Singapore, June 23-25 1993. Springer Verlag.
- [Clementini *et al.*, 1995] E. Clementini, P.D. Felice et D. Hernández. Qualitative Representation of positional information. Rapport technique, Forschungsberichte Künstliche Intelligenz FKI-208-95, Institut für Informatik, Technische Universität München, july 1995.
- [Cohn *et al.*, 1993] A.G. Cohn, D. A. Randell, Z. Cui et B. Bennet. Qualitative Spatial Reasoning and Representation. Dans *Qualitative Reasoning and Decision Technologies*, rédacteurs P. Carrete et M.G. Singh, pages 513–522, Barcelona, June 1993.
- [Cohn et Gotts, 1996] A.G. Cohn et N.M. Gotts. The 'Egg-Yolk' Representation of regions with Indeterminate Boundaries. Dans *Proceedings GISDATA Specialist Meeting on spatial Objects with Undetermined Boundaries*, rédacteurs P. Burrough et A. M. Frank, pages 171–187. Francis Taylor, 1996.
- [Cohn, 1995] A.G. Cohn. A Hierarchical Representation of Qualitative Shape based on Connection and Convexity. Dans [Frank et Kuhn, 1995], pages 311–326, 1995.
- [Cui *et al.*, 1992] Z. Cui, A.G. Cohn et D.A. Randell. Qualitative Simulation Based on a Logical Formalism of Space and Time. Dans *Proceedings of AAAI'92*, pages 679 – 684, Menlo Park, California, 1992. AAAI Press.
- [Deffontaines, 1990] J.-P. Deffontaines. Organisation spatiale de l'activité agricole et développement d'une petite région lorraine. *Mappemonde*, 4:12–14, 1990. numéro special : Gestion de l'espace rural, des pratiques aux modèles.
- [Ducournau, 1991] R. Ducournau. *Y3 : YAFOOL, le langage à objets et YAFEN, l'interface graphique*. Sema Group, Montrouge, France, 1991.
- [Ducournau, 1996a] R. Ducournau. Des langages à objets aux logiques terminologiques : les systèmes classificatoires. Rapport de Recherche 96-030, LIRM, Montpellier, 1996.
- [Ducournau, 1996b] R. Ducournau. Les incertitudes de la classification incertaine. Dans *Langages et Modèles à objets*, pages 183–200, Leysin, Suisse, 16–18 octobre 1996.

- 
- [Dutta, 1989] S. Dutta. Qualitative spatial Reasoning: A Semi-quantitative Approach Using Fuzzy Logic. Dans *Design and Implementation of Large Spatial Database SSD'89*, rédacteurs A. Buchmann, O. Güther, T.R. Smith et Y.-F. Wang, pages 345–364. Springer-Verlag, 1989. LNCS-409.
- [Egenhofer et Sharma, 1993] M.J. Egenhofer et J. Sharma. Topological Relations Between Regions in  $\mathbb{R}^2$  and  $Z^2$ . Dans *Advances in spatial databases: proceedings of the third international symposium, SSD'93*, rédacteurs A.J. David et O.B. Chin, pages 316–336. Springer Verlag, 1993. LNCS 692.
- [Egenhofer, 1989] M.J. Egenhofer. A Formal Definition of Binary Topological Relationships. Dans *proceedings of the 3rd international conference on Foundations of data organization and algorithms*, rédacteurs W. Litwin et H.J. Schek, pages 457–472. Springer Verlag, 1989. LNCS-367.
- [Euzenat et Rechenmann, 1995] J. Euzenat et F. Rechenmann. SHIRKA, 10 ans, c'est TROPES? Dans *Langages et Modèles à Objets, LMO'95*, rédacteur A. Napoli, pages 13–34, Nancy, France, octobre 1995.
- [Euzenat, 1994] J. Euzenat. Classification dans les représentation par objets : produits de systèmes classificatoires. Dans *Actes du 9<sup>e</sup> congrès AFCET, Reconnaissance des formes et Intelligence artificielle*, pages 185–196, Paris, 1994.
- [Ferber, 1983] J. Ferber. *MERING: un langage d'acteurs pour la représentation et la manipulation des connaissances*. Thèse de Docteur Ingénieur, Université de Paris 6, 1983.
- [Ferber, 1989] J. Ferber. Objets et agents : une étude des structures de représentation et de communications en Intelligence Artificielle. Thèse de Doctorat d'Etat, Université de Paris 6, 1989.
- [Forbus *et al.*, 1991] K.D. Forbus, P. Nielsen et B. Faltings. Qualitative spatial reasoning: the CLOCK project. *Artificial Intelligence*, 51:417–471, 1991.
- [Ford *et al.*, 1993] K. M. Ford, J. M. Bradshaw, J. R. Adams-Webber et N. M. Agnew. Knowledge Acquisition as a Constructive Modeling Activity. *International Journal of Intelligent Systems*, 8:9–32, 1993.
- [Fornarino et Pinna, 1990a] M. Fornarino et A.-M. Pinna. Un modèle objet logique et relationnel : le langage OTHELO. Thèse de l'Université de Nice, avril 1990.
- [Fornarino et Pinna, 1990b] Mireille Fornarino et Anne-Marie Pinna. Expression des relations et maintien de la cohérence : le concept de lien. Rapport de Recherche 1346, INRIA-Sophia Antipolis, Décembre 1990.
- [Frank et Kuhn, 1995] rédacteurs A. U. Frank et W. Kuhn. *Spatial Information Theory, a theoretical basis for GIS. International Conference COSIT'95*. Springer, 1995. LNCS-988.
- [Frank, 1992] A. Frank. Qualitative Spatial Reasoning about Distances and Directions in Geographic Space. *Journal of Visual Languages and Computing*, 3(4):343–371, 1992.
- [Freksa et Zimmerman, 1993] C. Freksa et E. Zimmerman. On the Utilization of Spatial Structures for Cognitively Plausible and Efficient Reasoning. Dans *IJCAI, 1993*, 1993.
- [Freksa, 1992] C. Freksa. Temporal Reasoning based on semi-intervals. *Artificial Intelligence*, 54:199–227, 1992.

- [Gahegan, 1995] M. Gahegan. Proximity Operators for qualitative Spatial Reasoning. Dans *[Frank et Kuhn, 1995]*, pages 31–44, 1995.
- [Gandelin et Thonnat, 1987] M.-H. Gandelin et M. Thonnat. Étude pour l'automatisation de la reconnaissance d'organismes zooplanctoniques à l'aide d'un système expert. Dans *Conférence AFCET-RFIA*, pages 491–496, 1987.
- [Gapp, 1995] K.-P. Gapp. Object Localization: Selection of Optimal Reference Objects. Dans *[Frank et Kuhn, 1995]*, pages 519–536, 1995.
- [Girard, 1995] P. Girard. Construction hypothétique d'objets complexes. Thèse de l'université Joseph Fourier, octobre 1995.
- [Gotts, 1994] N.M. Gotts. How far can we 'C'? Defining a 'Doughnut' using Connection alone. Dans *4rd Int. Conf. on Knowledge Representation and Reasoning*, pages 246–257. Morgan Kaufmann, 1994.
- [Goulette, 1996] J.P. Goulette. Représentation des connaissances et raisonnement spatial: une application à la description d'éléments d'architecture. Dans *10ème congré Reconnaissance des Formes et Intelligence Artificiel, RFIA '96*. AFCET-AFIA, 1996.
- [Guénoche et Van Mechelen, 1993] A. Guénoche et I. Van Mechelen. Galois Approach to the Induction of Concepts. Dans *Categories and Concepts. Theoretical Views and Inductive Data Analysis*, rédacteurs I. Van Mechelen, J. Hampton, R.S. Michalski et P. Theuns, pages 287–308. Academic Press, London, 1993.
- [Guinaldo, 1995] O. Guinaldo. Techniques d'indexation pour aider à la classification dans le modèle des graphes conceptuels. Dans *Langages et Modèles à Objets, LMO'95*, rédacteur A. Napoli, pages 13–34, Nancy, France, octobre 1995.
- [Haarslev et al., 1994] V. Haarslev, R. Möller et C. Schröder. Combining Spatial and Terminological Reasoning. Dans *KI'94: Advances in Artificial Intelligence, 18th German Annual Conference on AI*, pages 142–154. Springer Verlag, 1994. LNAI 861.
- [Haralick et Shapiro, 1993] Robert M. Haralick et Linda G. Shapiro. *Computer and robot vision*. Addison-Wesley, 1993.
- [Haton et al., 1991] J.-P. Haton, N. Bouzid, F. Charpillet, M.-C. Haton, B. Lâasri, H. Lâasri, P. Marquis, T. Mondot et A. Napoli. *Le raisonnement en intelligence artificielle*. InterEditions, 1991.
- [Hernández et al., 1995] D. Hernández, E. Clementini et P.D. Felice. Qualitative distance. Dans *[Frank et Kuhn, 1995]*, pages 45–57, 1995.
- [Hernández, 1993] D. Hernández. Maintaining Qualitative Spatial Knowledge. Dans *Spatial Information Theory. COSIT'93*, 1993. LNCS 716.
- [Hernández, 1994] D. Hernández. *Qualitative Representation of Spatial Knowledge*. Springer-Verlag, 1994. LNAI 804.
- [Huang et Jean, 1994] P.W. Huang et Y.R. Jean. Using  $2D^+$ -String as Spatial Knowledge Representation for Image Database Systems. *Pattern Recognition*, 27(9):1249–1257, 1994.
- [IJCAI, 1993] *13th Joint International Conference on Artificial Intelligence, Workshop on Spatial and Temporal Reasoning*, 1993.
- [Jeansoulin, 1996] R. Jeansoulin. Modèle logique pour l'agrégation spatiale. Dans *Tendances nouvelles en modélisation pour l'environnement*. CNRS, 1996.

- 
- [Jungert, 1994] E. Jungert. Qualitative Spatial Reasoning from the Observers' Point of View – Toward a Generalisation of Symbolic Projection. *Pattern Recognition*, 27(6):801–813, 1994.
- [Kawashima *et al.*, 1994] T. Kawashima, K. Yoshino et Y. Aoki. Qualitative Image Analysis of Group Behaviour. Dans *IEEE Computer Vision and Pattern Recognition (CV-PR'94)*, pages 690–693, 1994.
- [Kilov, 1992] H. Kilov. Understand → Specify → Reuse : precise specification of behaviour and relationships. Dans *DSOM*, 1992.
- [Kuipers et Levitt, 1988] B. J. Kuipers et T. Levitt. Navigation and mapping in large scale space. *AI Magazine*, 9(2):25–43, 1988.
- [Le Ber et Mangelinck, 1998] F. Le Ber et L. Mangelinck. A formal representation of landscape spatial patterns to analyze satellite images. *accepté à AI Applications*, 1998.
- [Le Ber, 1993] F. Le Ber. Modélisation des connaissances et raisonnements pour l'analyse des paysages agraires à partir de données satellitaires. Thèse de doctorat de l'université de Nancy I, 1993.
- [Leclère, 1998] M. Leclère. Reasonner avec des définition de types dans le modèle des graphes conceptuels. *Revue d'Intelligence Artificielle*, 12(2):243–278, 1998.
- [Lieber, 1997] J. Lieber. Raisonnement à partir de cas et classification hiérarchique. Application à la planification de synthèse en chimie organique. Thèse de l'université Henry Poincaré – Nancy I, octobre 1997.
- [Ligozat, 1993] G. Ligozat. Models for qualitative spatial reasoning. Dans *[IJCAI, 1993]*, pages 35–45, 1993.
- [Mangelinck *et al.*, 1995] L. Mangelinck, F. Le Ber, S. Tabbone et J.-P. Deffontaines. Reconnaissance de paysages modèles sur images satellitaires. Dans *Colloque INRA Étude des phénomènes spatiaux*, Décembre 1995. La Rochelle, France.
- [Mangelinck *et al.*, 1996] L. Mangelinck, F. Le Ber et S. Tabbone. Étude pour la reconnaissance de paysages agricoles sur des images satellitaires. Dans *10ième Congrès Reconnaissance de Formes et Intelligence Artificielle*, pages 53–59. AFCET, janvier 1996. Rennes, France.
- [Mangelinck et Le Ber, 1999] L. Mangelinck et F. Le Ber. Représentation de relations et classification : reconnaissance de structures spatiales agricoles sur images satellite. soumis à LMO'99, Langages et Modèles à Objets, Villefranche sur Mer, 27–29 Janvier 1999, 1999.
- [Mangelinck, 1995] L. Mangelinck. Analyse de structures sur images satellitaires. Mémoire de DEA en informatique, Université Henri Poincaré, Nancy, 1995.
- [Mangelinck, 1998] L. Mangelinck. Représentation par objets des relations topologiques pour la classification de structures sur des images. Dans *Actes de la conférence Ingénierie des Connaissances*, pages 91–100, Pont-à-Mousson, Mai 1998.
- [Mariño, 1993] O. Mariño. Raisonnement classificatoire dans une représentation à objets multi-points de vue. Thèse de Doctorat, Université Joseph Fourier, Grenoble, 1993.
- [Masini *et al.*, 1989] G. Masini, A. Napoli, D. Colnet, D. Léonard et K. Tombre. *Les langages à objets*. InterEditions, 1989.

- [Minsky, 1975] M. Minsky. A Framework for Representing Knowledge. Dans *The Psychology of Computer Vision*, rédacteur P. Winston, pages 211–281. McGraw-Hill, New York, 1975.
- [Missier *et al.*, 1989] A. Missier, N. Piera et L. Travé-Massuyès. Order of magnitude qualitative algebras. A survey. *Revue d'intelligence artificielle*, 3(4):95–109, 1989.
- [Mugnier et Chein, 1996] M.-L. Mugnier et M. Chein. Représenter des connaissances et raisonner avec des graphes. *Revue d'Intelligence Artificielle*, 10(1):7–56, 1996. Numéro spécial graphes conceptuels.
- [Mukerjee et Joe, 1990] A. Mukerjee et G. Joe. A qualitative model for space. Dans *AAAI*, pages 721–727, 1990.
- [Nagao, 1985] M. Nagao. Strategies for Human Like Image Understanding System. Dans *COGNITIVA*, 1985.
- [Napoli, 1992a] A. Napoli. Représentations à objets et raisonnement par classification en intelligence artificielle. Thèse de Doctorat d'État, Université de Nancy 1, 1992.
- [Napoli, 1992b] A. Napoli. Subsumption and Classification-Based Reasoning in Object-Based Representations. Dans *Proceedings of the 10th European Conference on Artificial Intelligence (ECAI'92), Vienna, Austria*, pages 425–429, 1992.
- [Napoli, 1993] A. Napoli. Représentation à objets et classification. conception d'un système d'aide à la planification de synthèses organiques. *Revue d'Intelligence Artificielle*, 7(2):175–221, 1993.
- [Nebel, 1990] B. Nebel. *Reasoning and Revision in Hybrid Representation Systems*. LNCS 422. Springer Verlag, 1990.
- [NOE, 1990] NOESIS, Jouy-en-Josas (78). *VISIOLOG: Programmer's Guide*, décembre 1990.
- [Patel-Schneider et Swartout, 1993] P. F. Patel-Schneider et B. Swartout. Description logic specification from the KRSS effort. Working version (draft), June 1993.
- [Perner et Pätzold, 1993] P. Perner et W. Pätzold. A incremental learning system for interpretation of images. Rapport technique, Hochschule für Technik, Wirtschaft und Kultur Leipzig, october 1993.
- [Perner, 1993] P. Perner. Case-based reasoning for image interpretation in non-destructive testing. Dans *Proc. of First European Workshop on Case-Based Reasoning, EWCBR'93*, rédacteurs M.M. Richter, S. Wess, K.-D. Althoff et F. Maurer, pages 403–409, 1-5 november 1993.
- [Randell *et al.*, 1992a] D.A. Randell, A.G. Cohn et Z. Cui. Computing Transitivity Tables: A Challenge For Automated Theorem Provers. Dans *proceedings of the 11th international Conference on Automated DEduction. CADE'92*. Springer-Verlag, 1992. LNCS 607.
- [Randell *et al.*, 1992b] D.A. Randell, Z. Cui et A.G. Cohn. A Spatial Logic based on Regions and Connection. Dans *3rd International Conference on Knowledge Representation and Reasoning*, pages 165–176. Morgan Kaufmann, 1992.
- [Randell et Cohn, 1992] D.A. Randell et A.G. Cohn. Exploiting Lattices in a Theory of Space and Time. *Computers Math. Applic.*, 23(6-9):459–476, 1992.

- 
- [Rock et Palmer, 1991] I. Rock et S. Palmer. L'héritage du geltatisme. *Pour la science*, 160:64–70, février 1991.
- [Rumbaugh, 1987] J. Rumbaugh. Relations as Semantic Constructs in an Object-Oriented Language. Dans *Proceedings of the 2nd OOPSLA, Orlando, Florida, ACM SIGPLAN Notices 22(12)*, pages 466–481, 1987.
- [Schlieder, 1993] C. Schlieder. Representing Visible Locations for Qualitative Navigation. Dans *Qualitative Reasoning and Decision Technologies*, 1993.
- [Schlieder, 1995a] C. Schlieder. Qualitative shape representation. Dans *Spatial conceptual models for geographic objects with undetermined boundaries*, rédacteur A. Frank, London, 1995. Taylor&Francis.
- [Schlieder, 1995b] C. Schlieder. Reasoning about ordering. Dans *[Frank et Kuhn, 1995]*, 1995.
- [Serra, 1982] J. Serra. *Image Analysis and Mathematical Morphology*. Academic Press, 1982.
- [Sowa, 1984] J.F. Sowa. *Conceptual Structures: Information Processing in Mind and Machine*. Addison Wesley, Reading, Massachusetts, 1984.
- [Stefik, 1995] M. Stefik. *Introduction to Knowledge Systems*. Morgan Kaufmann Publishers, 1995.
- [Varzi, 1993] A.C. Varzi. Spatial Reasoning in a Holey World: a Sketch. Dans *[IJCAI, 1993]*, 1993.
- [Varzi, 1996] A. C. Varzi. Parts, wholes, and part-whole relations: the prospects of mereotopology. *Data & Knowledge Engineering*, 20:259–286, 1996.
- [Varzi, 1998] A. C. Varzi. Basic problems of mereotopology. Dans *Formal Ontology in information systems, (FOIS'98)*, rédacteur N. Guinarino, pages 29–38, Trento, Italy, June 6–8 1998. IOS Press.
- [Vieu, 1991] L. Vieu. Sémantique des relations spatiales et inférence spatio-temporelles: une contribution à l'étude des structures formelles de l'espace en Langage Naturel. Thèse de l'université Paul Sabatier de Toulouse, 1991.
- [Vieu, 1993] Laure Vieu. A Logical Framework for Reasoning about Space. Dans *Spatial Information Theory, COSIT'93*, 1993. LNCS 716.
- [Vieu, 1998] L. Vieu. Représentations de l'espace basées sur des entités étendues: de la méréotopologie à la géométrie. Séminaire d'équipe RFIA, mars 1998.
- [Vismara, 1995] P. Vismara. Reconnaissance et représentation d'éléments structuraux pour la description d'objets complexes. Application à l'élaboration de stratégies de synthèse en chimie organique. Thèse de l'Université des Sciences et Techniques du Languedoc, Montpellier, 1995.
- [Winston et al., 1987] M. E. Winston, R. Chaffin et D. Herrmann. A taxonomy of part-whole relations. *Cognitive Science*, 11:417–444, 1987.
- [Zimmermann, 1995] K. Zimmermann. Measuring without measures. The  $\Delta$ -Calculus. Dans *[Frank et Kuhn, 1995]*, pages 31–44, 1995.





# Liste des publications

- [Mangelinck et Le Ber, 1999] L. Mangelinck et F. Le Ber. Représentation de relations et classification: reconnaissance de structures spatiales agricoles sur images satellite. accepté à LMO'99, Langages et Modèles à Objets, Villefranche sur Mer, 27–29 janvier 1999.
- [Le Ber et Mangelinck, 1998] F. Le Ber et L. Mangelinck. A formal representation of landscape spatial patterns to analyze satellite images. *AI Applications*, 12(1-3):51–59, 1998.
- [Mangelinck, 1998] L. Mangelinck. Représentation par objets des relations topologiques pour la classification de structures sur des images. Dans *Actes de la conférence Ingénierie des Connaissances*, pages 91–100, Pont-à-Mousson, Mai 1998.
- [Chouvet *et al.*, 1996] M.-P. Chouvet, F. Le Ber, J. Lieber, L. Mangelinck, A. Napoli et A. Simon. Analyse des besoins en représentation et raisonnement dans une représentation à objets – L'exemple de Y3. Dans *Actes de la conférence Langages et Modèles à Objets (LMO'96)*, octobre 1996. Leysin, Suisse.
- [Mangelinck *et al.*, 1996] L. Mangelinck, F. Le Ber et S. Tabbone. Étude pour la reconnaissance de paysages agricoles sur des images satellitaires. Dans *10ième Congrès Reconnaissance de Formes et Intelligence Artificielle*, pages 53–59. AFCET, janvier 1996. Rennes, France.
- [Mangelinck *et al.*, 1995] L. Mangelinck, F. Le Ber, S. Tabbone et J.-P. Deffontaines. Reconnaissance de paysages modèles sur images satellitaires. Dans *Colloque INRA Étude des phénomènes spatiaux*, décembre 1995. La Rochelle, France.
- [Mangelinck, 1995] L. Mangelinck. Analyse de structures sur images satellitaires. Mémoire de DEA en informatique, Université Henri Poincaré, Nancy, 1995.