Potentialités d'une mesure télédétectée du dioxyde de carbone atmosphérique par spectrométrie par transformation de Fourier statique

Antoine Lacan

▶ **To cite this version:**

Antoine Lacan. Potentialités d'une mesure télédétectée du dioxyde de carbone atmosphérique par spectrométrie par transformation de Fourier statique. Physique [physics]. Université de Versailles-Saint Quentin en Yvelines, 2009. Français. NNT : . tel-00392398v2

HAL Id: tel-00392398

https://theses.hal.science/tel-00392398v2

Submitted on 12 Jun 2009 (v2), last revised 9 Oct 2009 (v5)

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE

présentée pour obtenir le grade de

DOCTEUR
de
L'UNIVERSITÉ DE VERSAILLES SAINT-QUENTIN-EN-YVELINES

par

Antoine Lacan

Potentialités d'une mesure télédétectée du dioxyde de carbone atmosphérique par spectrométrie par transformation de Fourier statique

Soutenue le 3 avril 2009 devant le jury composé de :

M.	Guy	Cernogora	Président
MM.	Claude	Camy-Peyret	Rapporteurs
	Jean-Louis	Meyzonnette	
MM.	Jean-Michel	Le Duigou	Examinateurs
	Jean-Pierre	Maillard	
M.	François-Marie	Bréon	Directeur de thèse

Remerciements

J'entame ici l'ultime partie de ma thèse : les remerciements. L'exercice est par définition agréable puisqu'il s'agit de rendre hommage aux personnes que l'on estime. Or je crois qu'il est bon de penser à elles. Toutefois, à côté de l'aspect plaisant de la chose, je pressens la difficulté de bien retranscrire toute ma reconnaissance. Si par les mots je ne la traduisais correctement, je fais appel à votre indulgence et je vous assure que mes remerciements viennent du fond du cœur, où les sentiments s'expriment différemment. D'autre part, la rédaction des remerciements, en marquant la fin de ma thèse annonce un grand commencement pour moi. Loin de considérer être parvenu à l'aboutissement de quelque chose, j'éprouve plutôt un vertige face à ma « vie nouvelle » qui débute. C'est donc heureux et aussi légèrement angoissé que je m'apprête à vous remercier.

Je commencerai par rendre hommage à mon directeur de thèse François-Marie Bréon qui m'a donné envie de faire cette thèse. Sa présence sans faille à mes côtés, son écoute et ses réponses riches de sens furent une continuelle source de motivation. C'est un plaisir de bénéficier de sa rigueur scientifique, de son efficacité et de ses grandes qualités humaines, dont je tâcherai de m'inspirer par la suite. Cher François-Marie, mille fois merci pour tout ce temps et cette énergie que tu as pu me consacrer !

Je tiens à remercier l'ensemble des membres de mon jury pour l'intérêt qu'ils ont porté à mon travail. J'ai énormément apprécié les remarques et suggestions de chacun. Je remercie Claude Camy-Peyret et Jean-Louis Meyzonnette d'avoir accepté d'être rapporteurs de cette thèse et pour la précision de leur travail de relecture. Je tiens à saluer le volume, la qualité et la justesse des suggestions qui m'ont été faites par Monsieur Camy-Peyret, en complément de son rapport. Je remercie Guy Cernogora d'avoir présidé le jury. Je garde un excellent souvenir de la manière dont ont pu être menées les discussions lors de la soutenance. Je remercie enfin Jean-Michel Le Duigou ainsi que Jean-Pierre Maillard d'avoir été examinateurs de ma thèse. A tous, je souhaite exprimer ma reconnaissance pour la grande facilité avec laquelle j'ai pu communiquer avec vous, afin de préparer au mieux ce manuscrit et ma soutenance.

J'adresse mes remerciements les plus sincères à mes collègues qui ont contribué activement et positivement à mes travaux. Je ne les citerai pas tous, chacun se reconnaîtra. Je souhaite toutefois exprimer ma gratitude à Clémence Pierangelo ainsi qu'à Alain Rosak qui, sans discontinuer, m'ont accompagné avec bienveillance. Je me souviendrai du temps que vous avez consacré à mon apprentissage, de vos nombreux conseils, des cours d'inversion de Clémence et de ceux d'Alain en optique. Je salue également le grand professionnalisme d'Yves Salaün et de son équipe, des artisans opticiens remarquables.

Je remercie le CEA et le CNES qui ont financé mes travaux pendant trois ans. Je remercie Josiane Costeraste de m'avoir accueilli dans son équipe ainsi que Frank Brachet et Christian Buil pour la relecture attentive de mon manuscrit.

Je terminerai en remerciant mes amis et ma famille. Vous êtes, pour utiliser une métaphore optique, un miroir vers lequel je peux toujours me retourner. Le reflet que j'y vois, en assurant une symétrie, me permet de trouver l'équilibre nécessaire pour réaliser qui j'étais, qui je suis et qui j'aimerais devenir. Je vous adresse mes plus tendres baisers à vous tous mes amis !

Avant de rentrer dans le vif du sujet, je place ici un proverbe en forme de devise, plus ou moins personnel, qui agira sur moi je l'espère comme un aiguillon à chaque fois que je le lirai. Car *mieux vaut des remords que des regrets !*

Table des matières

Remerciements **1**

Introduction **9**

1 Concept instrumental **13**
1.1 La spectrométrie par transformation de Fourier 13
1.1.1 Une des techniques de spectrométrie 14
1.1.1.1 Généralités concernant les spectromètres 14
1.1.1.2 Spectrographes à prisme et à réseau 20
1.1.1.3 Spectromètres de Fabry-Pérot 22
1.1.1.4 Spectromètres par transformation de Fourier 23
1.1.2 La spectrométrie par transformation de Fourier en détail 23
1.1.2.1 Aspect interférentiel du concept 24
1.1.2.2 Echantillonnage de l'interférogramme 35
1.1.2.3 Caractéristiques instrumentales 48
1.1.3 Comparaison avec les autres méthodes d'analyse spectrale 56
1.1.3.1 Avantage de Jacquinot sur l'étendue géométrique 56
1.1.3.2 Avantage de Felgett ou avantage multiplex 56
1.1.3.3 Avantage de Connes sur la fonction d'appareil 57
1.2 Spectromètre par transformation de Fourier statique 57
1.2.1 Avantages d'une configuration statique 57
1.2.2 Présentation du concept instrumental 58
1.2.2.1 Echantillonnage statique de l'interférogramme 60
1.2.2.2 Echantillonnage irrégulier de l'interférogramme 61
1.2.2.3 Influence de la dimension spatiale 61
1.2.2.4 Bilan sur les caractéristiques du concept 62
1.2.3 Les composants instrumentaux essentiels 63
1.2.3.1 Les miroirs à échelettes 64
1.2.3.2 Lame modulatrice 65
1.2.3.3 Filtre optique passe-bande 73
1.2.3.4 Acquisition de l'image de l'interférogramme 74

2 Maquette expérimentale **77**
2.1 Historique et évolutions . . . 77
2.2 Description du banc de mesure . . . 78
2.2.1 Les sources de lumière . . . 79
2.2.1.1 La source naturelle : le Soleil à travers l'atmosphère . . . 79
2.2.1.2 Les sources artificielles . . . 84
2.2.2 Le spectromètre . . . 85
2.2.2.1 Le cœur interférométrique . . . 85
2.2.2.2 Le système d'imagerie des miroirs . . . 85
2.3 Le cœur interférométrique monobloc . . . 91
2.3.1 Dimensionnement de la partie statique . . . 91
2.3.1.1 Dimensions . . . 91
2.3.1.2 Matériau optique . . . 98
2.3.1.3 Traitements des surfaces optiques . . . 99
2.3.1.4 Interfaces mécaniques . . . 101
2.3.2 La lame modulatrice . . . 102
2.3.2.1 Principe de fonctionnement . . . 102
2.3.2.2 Déplacement et précision de déplacement de la lame . . . 105
2.3.2.3 Temps de commutation et de stabilisation de la lame . . . 106
2.4 Caractérisation du spectromètre . . . 107
2.4.1 Caractérisation de l'interféromètre . . . 107
2.4.1.1 Matrice de différence de marche . . . 107
2.4.1.2 Stabilité thermique du cœur interférométrique . . . 108
2.4.2 Caractérisation de la lame modulatrice . . . 112
2.4.2.1 Etalonnage de la consigne de la lame modulatrice . . . 114
2.4.2.2 Temps de commutation et de stabilisation . . . 116
2.4.2.3 Stabilité de la lame modulatrice . . . 116
2.4.3 Caractérisation des mesures du spectromètre . . . 119
2.4.3.1 Caractérisation des interférogrammes . . . 120
2.4.3.2 Caractérisation des spectres . . . 123

3 Méthode d'exploitation de l'instrument **129**
3.1 Modélisation instrumentale . . . 130
3.1.1 Modélisation globale . . . 130
3.1.2 Modélisation radiométrique . . . 131
3.1.2.1 Niveau d'obscurité . . . 131
3.1.2.2 Gains interpixels . . . 132
3.1.2.3 Non-linéarité du détecteur . . . 132
3.1.3 Paramètres de mesure étalonnés . . . 132
3.2 Etalonnage radiométrique . . . 133
3.2.1 Niveau d'obscurité . . . 133
3.2.1.1 Méthode de mesure . . . 133
3.2.1.2 Méthode de traitement et de correction . . . 133
3.2.2 Gains interpixels de sensibilité . . . 136

3.2.2.1 Méthode de mesure . . . 136
3.2.2.2 Méthode de traitement, de correction . . . 137
3.2.3 Non-linéarité du détecteur . . . 139
3.2.3.1 Méthode de mesure . . . 140
3.2.3.2 Méthode de traitement et de correction . . . 141
3.3 Etalonnage des différences de marche . . . 146
3.3.1 Méthode de mesure . . . 146
3.3.2 Méthode de traitement . . . 147
3.4 Mesures spectrales . . . 150
3.4.1 Acquisition des interférogrammes . . . 151
3.4.2 Procédure globale d'acquisition . . . 151
3.5 Traitements faisant suite aux étalonnages . . . 155
3.5.1 Correction de l'auto-apodisation de l'interférogramme . . . 156
3.5.2 Correction de la lumière parasite . . . 160
3.5.3 Correction en temps réel des gains interpixels . . . 160
3.5.4 Traitement spécifique des mesures en modulation de phase . . . 164
3.6 Passage au spectre . . . 165
3.6.1 Définition de la bande spectrale de calcul des spectres . . . 165
3.6.2 Calcul du spectre par transformation de Fourier rapide . . . 167
3.6.3 Calcul du spectre par les matrices de passage . . . 168
3.6.3.1 Passage du spectre *a priori* à l'interférogramme . . . 168
3.6.3.2 Passage du spectre mesuré à l'interférogramme . . . 169
3.6.3.3 Passage de l'interférogramme au spectre mesuré . . . 169
3.6.3.4 Matrice d'apodisation de l'interférogramme . . . 170
3.6.3.5 Matrice de convolution de la réponse instrumentale . . . 170
3.7 Spectres mesurés . . . 171
3.7.1 Etude spectrale des mesures atmosphériques . . . 171
3.7.2 Etude temporelle des mesures . . . 174

4 Etude du contenu en information et code d'inversion 179
4.1 Mesure spectrale de la concentration en dioxyde de carbone . . . 180
4.2 Modèle direct . . . 185
4.2.1 Modèle atmosphérique . . . 185
4.2.1.1 L'équation de transfert radiatif . . . 185
4.2.1.2 Le code de transfert radiatif SWIM . . . 186
4.2.2 Modèle instrumental . . . 190
4.3 Modèle inverse . . . 190
4.3.1 Présentation de la méthode . . . 191
4.3.1.1 Présentation du problème inverse . . . 191
4.3.1.2 Résolution du problème inverse . . . 194
4.3.1.3 Principaux outils et grandeurs de l'inversion . . . 195
4.3.2 Présentation de la procédure adaptée à la mesure . . . 196
4.3.2.1 Présentation du problème à résoudre . . . 196
4.3.2.2 Procédure d'inversion des mesures du spectromètre . . . 197

4.3.2.3 Pré-caractérisation de la méthode d'inversion 212
4.4 Etude du contenu en information 215
4.4.1 Méthodes de calcul 215
4.4.2 Nombre de degrés de liberté pour le signal 217
4.4.3 Fonction de poids verticale 218
4.5 Analyse d'erreur de la procédure d'inversion 221
4.5.1 Méthode d'étude et de simulation 222
4.5.2 Inversions des spectres et des interférogrammes 223
4.5.3 Influence du contenu en vapeur d'eau 227
4.5.4 Inversion des déformations du cœur interférométrique 229
4.5.5 Optimisation de la configuration instrumentale 235
4.5.6 Inversion de la réflectance spectrale 240
4.5.7 Synthèse des simulations 243

5 Campagne de mesure **247**
5.1 Objectifs de la campagne de mesure 248
5.2 Déroulement de la campagne de mesure 250
5.2.1 Partie instrumentale de la campagne de mesure 250
5.2.2 Traitement d'inversion des interférogrammes 250
5.3 Variabilité à court terme du CO_2 restitué 251
5.3.1 Inversion de la concentration en dioxyde de carbone 252
5.3.2 Inversion des déformations et de la réflectance 255
5.3.2.1 Déformations du cœur interférométrique retrouvées . . . 255
5.3.2.2 Inversion de la réflectance 257
5.3.3 Etude des défauts de mesure 261
5.3.3.1 Dérive d'ordre supérieur de la différence de marche . . . 261
5.3.3.2 Dérive du contraste interférométrique 265
5.3.3.3 Interférogrammes aberrants 267
5.4 Tendance à long terme du CO_2 restitué 273
5.4.1 Analyse préliminaire des mesures 273
5.4.1.1 Recherche des journées de mesure aberrantes 273
5.4.1.2 Amélioration des mesures et stabilité thermique 276
5.4.1.3 Influence de la modélisation temporelle des mesures . . 279
5.4.2 Comparaison des mesures à des références 285

Conclusions et perspectives **295**

A Détermination et résolution de l'équation de transfert radiatif **299**
A.1 L'équation de transfert radiatif 299
A.2 Résolution de l'équation de transfert radiatif 302
A.2.1 Résolution en ne considérant que l'absorption 302
A.2.2 Cas de résolution général 303

B Méthode de résolution d'un problème inverse **305**
B.1 Résolution du problème inverse 305
B.1.1 Application du théorème de Bayes 306
B.1.2 Résolution analytique 306
B.1.3 Prise en compte des paramètres du modèle direct 308
B.1.4 Résolution itérative pour un problème non linéaire 309
B.2 Matrices utiles pour l'inversion 309
B.2.1 La matrice de gain 309
B.2.2 La matrice des noyaux de moyennage 310
B.2.3 Matrice de covariance et état retrouvés 310

C Elévation de température du spectromètre due au flux incident **313**
C.1 Hypothèses de calcul 313
C.2 Echauffement produit par le flux contenu dans le champ seul 314
C.3 Echauffement produit par l'ensemble du flux incident sur le spectromètre 315

Bibliographie **321**

Introduction

L'origine humaine du réchauffement climatique global ne fait aujourd'hui plus de doute. Les émissions anthropiques de gaz à effet de serre entraînent la hausse de la température moyenne mondiale. L'ampleur et la rapidité du réchauffement commencent à devenir préoccupantes. Les conséquences du réchauffement pour notre environnement peuvent être grâves. Les espèces vivantes incapables de s'adapter au changement climatique sont menacées. Les effets du réchauffement peuvent avoir des répercussions particulièrement néfastes pour l'humanité telles que la diminution des récoltes, la montée du niveau des océans...

La société doit réagir de manière adaptée face à ce problème. La recherche climatique est une source d'information cruciale pour les décideurs. Afin d'apporter les réponses les plus détaillées, la communauté scientifique a besoin d'importants moyens expérimentaux. En particulier, des mesures toujours plus précises et nombreuses des paramètres climatiques sont nécessaires. Dans ce cadre, le domaine spatial offre des solutions de mesures globales prometteuses. Un satellite unique peut compléter un réseau mondial de mesure au sol, en particulier dans les zones qui ne sont pas couvertes par ce dernier.

L'objet de ce travail de thèse est l'étude d'une mesure de télédétection spatiale particulière : la mesure de la concentration en dioxyde de carbone atmosphérique. Plus précisément, nous nous intéresserons à la faisabilité de la mesure à l'aide d'un instrument de nouvelle génération : un spectromètre par transformation de Fourier statique.

Connaissance actuelle du dioxyde de carbone atmosphérique

Le dioxyde de carbone est le principal gaz à effet de serre d'origine anthropique [IPC01]. Il est essentiellement issu de la combustion des sources d'énergie fossiles telles que le charbon et le pétrole. La concentration atmosphérique en dioxyde de carbone a augmenté rapidement depuis le début de l'ère industrielle.

La concentration du gaz carbonique mesurée au sol se caractérise à la fois par une variation annuelle cyclique et par une tendance à l'augmentation. Cette dernière est due aux émissions anthropiques qui déséquilibrent le cycle naturel du carbone. Le taux d'accroissement de la concentration est toutefois amorti. On constate que notre environnement absorbe de manière systématique la moitié des émissions anthropiques.

Une entité appelée puits de carbone prélève la fraction manquante de nos émissions. La nature ainsi que la localisation de ce puits demeurent méconnues. De ce fait, on ne peut pas prévoir avec certitude l'évolution à venir de la concentration en dioxyde

de carbone. Des intérrogations subsistent par exemple quant à la constance du puits. Si celui-ci venait à saturer, l'augmentation de la concentration en dioxyde de carbone accélèrerait, avec pour effet l'amplification du réchauffement climatique.

Actuellement, l'étude des puits et des sources de carbone repose sur un réseau de mesure au sol. On estime les flux par modélisation inverse du transport atmosphérique, à partir de mesures directes sur des parcelles, et à partir de mesures de concentrations. La répartition des sites de mesure est trop éparse pour permettre de distinguer, à l'échelle régionale, les puits et les sources. Ils sont connus à l'échelle continentale, ce qui n'est pas suffisant pour comprendre les processus qui contrôlent les échanges de carbone entre l'atmosphère et la surface. A ce stade de notre connaissance, il n'est donc pas possible de prévoir l'évolution des flux de carbone à long terme. L'amélioration de la connaissance des puits et des sources de carbonne passe par la densification des mesures.

Seule une observation satellitale du dioxyde de carbone pourrait fournir une couverture globale de mesure, avec une densité suffisante. Dans ce cas, un seul instrument embarqué réaliserait l'ensemble des mesures.

Mesure satellitale du dioxyde de carbone

L'objet de l'observation satellitale du dioxyde de carbone est la mesure de la concentration moyenne dans la colonne atmosphérique. Idéalement, il serait préférable de pratiquer la mesure du profil, c'est-à-dire la répartition verticale de la concentration. Toutefois les techniques (lidar et infrarouge thermique) permettant d'atteindre cet objectif n'ont pas encore démontré la possibilité de restituer un profil vertical à la précision souhaitée. Des études préalables ont montré que la mesure de la concentration moyenne pourrait déjà contribuer à améliorer la connaissance des puits et des sources de carbone [RO01].

On cherche à mesurer la concentration moyenne intégrée sur la colonne avec une erreur inférieure à 1 ppm. La précision de mesure est considérale : l'erreur de mesure souhaitée est inférieure à 1 % de la concentration atmosphérique de fond, voisine de 400 ppm. Une telle qualité de mesure est nécessaire pour pouvoir détecter les variations spatio-temporelles typiques de la concentration, de l'ordre de quelques parties par million. La dimension des scènes de mesure, visées par l'instrument, est de l'ordre de 10×10 km^2. Cette dernière a été définie en tenant compte du besoin de connaissance des puits et des sources à l'échelle régionale.

La principale méthode de mesure du dioxyde de carbone repose sur l'évaluation de l'absorption de la lumière par celui-ci. Une source lumineuse de référence est observée à travers l'atmosphère. Plus la concentration en dioxyde de carbone est grande, plus la lumière est atténuée dans les raies d'absorption. Une mesure différentielle, dans et en dehors des raies, permet d'estimer la concentration en dioxyde de carbone atmosphérique.

Deux satellites dédiés à la mesure du dioxyde de carbone sont sur le point d'être lancés. Il s'agit du satellite américain OCO [CAB$^+$04] et du satellite japonais GOSAT [HKK04]. Les instruments embarqués par ces deux satellites sont des spectromètres.

Leurs concepts instrumentaux diffèrent. Le spectromètre d'OCO est un spectromètre à réseau alors que celui de GOSAT est un spectromètre par transformation de Fourier. La mesure du dioxyde de carbone est obtenue par absorption différentielle, en utilisant, pour ces deux satellites, le Soleil comme source lumineuse. Les instruments mesurent le spectre du flux solaire renvoyé par la surface, la lumière ayant parcouru un aller-retour à travers l'atmosphère. La concentration est déduite de la profondeur des raies d'absorption du dioxyde de carbone dans les spectres. La concentration est d'autant plus grande que les raies sont profondes. GOSAT acquiert également des spectres dans le domaine thermique. Le principe de mesure dans l'infrarouge thermique est différent. Il repose sur la compétition entre l'absorption et l'émission thermique du gaz considéré. Une mesure dans l'infrarouge thermique nécessite une bonne connaissance *a priori* du profil de température. Il existe également des projets de mesure active par absorption différentielle. Dans ce cas, l'instrument est un LIDAR, et la source est un laser embarqué sur le satellite. Un concept instrumental actif permet d'effectuer des mesures de jour comme de nuit puisqu'il n'exploite pas la lumière solaire. Le sondage dans l'infrarouge thermique à haute résolution spectrale (à condition de couvrir un ensemble de raies de sensibilités différentes à la température et à la concentration) permettrait en principe d'atteindre un objectif analogue de nuit comme de jour (au moins dans la troposphère libre).

Le CNES a développé un concept de spectromètre par transformation de Fourier statique dont la masse et les dimensions sont réduites par rapport à celles des spectromètres classiques. L'instrument présente l'avantage d'être compatible avec un emport sur un microsatellite. De ce fait, le spectromètre ouvre la perspective d'une mission à plusieurs satellites opérant en constellation. Une constellation de satellites permet de densifier les mesures et ainsi d'estimer les flux avec une meilleure résolution spatio-temporelle. D'autre part, une constellation permet d'envisager un suivi sur le très long terme, par des satellites lancés successivement.

Maquette au sol du spectromètre par transformation de Fourier statique

Un spectromètre par transformation de Fourier statique reposant sur le concept développé par le CNES a été réalisé pour des études au sol. L'instrument est dédié à la mesure du dioxyde de carbone. Il acquiert des spectres dans une bande d'absorption du dioxyde de carbone, autour de 1,6 μm.

L'instrument au sol a été conçu de manière à être représentatif d'un spectromètre embarqué. Le concept instrumental ainsi que le besoin de représentativité ont orienté le choix des solutions techniques de conception, en particulier le recours à l'adhérence moléculaire.

La maquette offre la possibilité de valider expérimentalement le concept instrumental théorique. Elle permet également de tester la pertinence des modèles instrumentaux. Une méthode d'exploitation de la maquette a été mise au point. Cela suppose la définition des protocoles de mesure, d'étalonnage et de traitement des données instrumentales.

On a également défini une procédure d'inversion permettant de retrouver la concentration en dioxyde de carbone à partir des mesures.

L'instrument est intégré à un banc optique comprenant différents moyens de caractérisation et d'étalonnage. On a pratiqué des mesures face aux sources artificielles du laboratoire et en visée solaire, pour simuler la mesure atmosphérique.

Une campagne de mesure du dioxyde de carbone a été effectuée, afin d'évaluer les performances du concept instrumental appliqué à la mesure du dioxyde de carbone.

On présentera dans le premier chapitre de cette thèse le concept instrumental du spectromètre par transformation de Fourier statique étudié. On exposera ensuite dans le second chapitre, les solutions techniques retenues pour la conception de la maquette expérimentale. La méthode d'exploitation de l'instrument sera décrite dans le troisième chapitre. On donnera des éléments de caractérisation des mesures de l'instrument tout au long de l'étude. La méthode d'inversion des mesures sera présentée dans le quatrième chapitre. On évaluera sa sensibilité par simulation. Enfin, la mise en œuvre de la campagne de mesure et ses résultats seront présentés dans le cinquième et dernier chapitre de cette thèse.

Chapitre 1

Concept instrumental

Sommaire

1.1 La spectrométrie par transformation de Fourier 13
1.1.1 Une des techniques de spectrométrie 14
1.1.2 La spectrométrie par transformation de Fourier en détail . . . 23
1.1.3 Comparaison avec les autres méthodes d'analyse spectrale . . 56
1.2 Spectromètre par transformation de Fourier statique 57
1.2.1 Avantages d'une configuration statique 57
1.2.2 Présentation du concept instrumental 58
1.2.3 Les composants instrumentaux essentiels 63

La mesure de la concentration en dioxyde de carbone que l'on cherche à effectuer passe en premier lieu par l'acquisition d'un spectre solaire à travers l'atmosphère terrestre. Un instrument de mesure de spectres doit être utilisé. La mesure du dioxyde de carbone se fait dans le domaine de la spectrométrie optique. Il existe plusieurs techniques pour réaliser des mesures de spectres optiques. Les principales seront brièvement introduites. Parmi celles-ci, on distingue la spectrométrie par transformation de Fourier dont le principe sera présenté de manière plus détaillée. Le CNES a développé un nouveau concept de spectromètre par transformation de Fourier statique. Celui-ci permet d'obtenir un instrument dont les dimensions et le poids sont réduits par rapport à ceux des spectromètres classiquement spatialisés. Ce concept sera décrit, on présentera le principe instrumental ainsi que les composants clés.

1.1 La spectrométrie par transformation de Fourier

Un spectromètre est un instrument de mesure de spectres. Un spectre est la répartition spectrale (répartition en fonction de la fréquence ν) de l'énergie du rayonnement analysé. En optique, on a l'habitude de représenter les spectres en fonction de la longueur d'onde λ ou du nombre d'onde σ. Un spectre optique est donc plus exactement la répartition de l'énergie du rayonnement en fonction de la longueur d'onde ou du nombre

d'onde. Les relations entre fréquence, longueur d'onde et nombre d'onde sont directes :

$$\lambda = \frac{c}{\nu} \tag{1.1}$$

$$\sigma = \frac{1}{\lambda} = \frac{\nu}{c} \tag{1.2}$$

avec c la célérité de la lumière.

Dans cette section, on situera rapidement la technique de spectrométrie par transformation de Fourier parmi quelques autres méthodes classiques. Puis, dans un deuxième temps, on s'attachera à présenter plus en détail la spectrométrie par transformation de Fourier. Les principales relations mathématiques et physiques associées au concept seront introduites pour être largement reprises ultérieurement.

1.1.1 Une des techniques de spectrométrie

Mesurer un spectre optique consiste à retrouver le contenu fréquentiel (en fréquences optiques) du rayonnement incident sur le spectromètre. Les fréquences du domaine optique sont comprises entre $3 \cdot 10^{12}$ Hz et $3 \cdot 10^{16}$ Hz (ce qui correspond aux longueurs d'onde 100 μm pour la limite de l'infrarouge lointain et 10 nm pour l'extrême ultraviolet). Quelques généralités sur la spectrométrie sont d'abord présentées.

Différentes techniques existent pour effectuer la mesure d'un spectre. On peut les distinguer schématiquement par la méthode de séparation des composantes spectrales. Celle-ci peut être directe (dans ce cas, le spectre est lu spatialement en faisant l'image du rayonnement dispersé) ou indirecte (dans le cas des spectromètres basés sur un interféromètre). Parmi ces différentes techniques, on peut en distinguer quelques unes très classiques : la spectrographie à prisme, la spectrographie à réseau, la spectrométrie de Fabry-Pérot et la spectrométrie par transformation de Fourier qui vont être brièvement présentées.

1.1.1.1 Généralités concernant les spectromètres

Quelle que soit la méthode spectrométrique employée par le spectromètre considéré, la finalité reste la même : la mesure d'un spectre. Les notions générales utilisées ensuite pour décrire l'instrument étudié sont ici introduites. Il s'agit de définir plus particulièrement ce que mesure un spectromètre et les éléments de caractérisation de la mesure.

Définition du spectre mesuré : Les spectromètres, comme la plupart des instruments de mesure optique, mesurent une énergie. Les détecteurs ne sont en effet sensibles qu'à l'énergie incidente les impactant. Rigoureusement, la mesure du spectre optique est donc la mesure de la répartition spectrale de l'énergie d'un rayonnement. Cependant, il est intéressant de mesurer d'autres grandeurs radiométriques telles que la luminance.

La luminance, L, est le flux optique par unité de surface et d'angle solide. Elle s'exprime en $\mathrm{W} \cdot \mathrm{m}^{-2} \cdot \mathrm{sr}^{-1}$. C'est la grandeur qui, intégrée dans le champ de l'instrument, sur la surface de la pupille de celui-ci et temporellement donne l'énergie « vue » par

l'instrument. Un angle solide, Ω, est l'équivalent tridimensionnel d'un angle en bidimensionnel. Il est défini comme le rapport entre la surface d'une portion de sphère et le rayon au carré de celle-ci (on peut noter ici l'analogie avec un angle qui est le rapport entre la longueur d'un arc de cercle avec son rayon). Un angle solide permet de décrire, en optique la portion d'espace observée. L'unité d'angle solide est le stéradian (sr). L'espace complet correspond à un angle solide de 4π sr. En coordonnées sphériques, l'angle solide infinitésimal est :

$$\mathrm{d}\Omega = \sin\theta \, \mathrm{d}\theta \, \mathrm{d}\phi \tag{1.3}$$

La figure 1.1 illustre la notion d'angle solide.

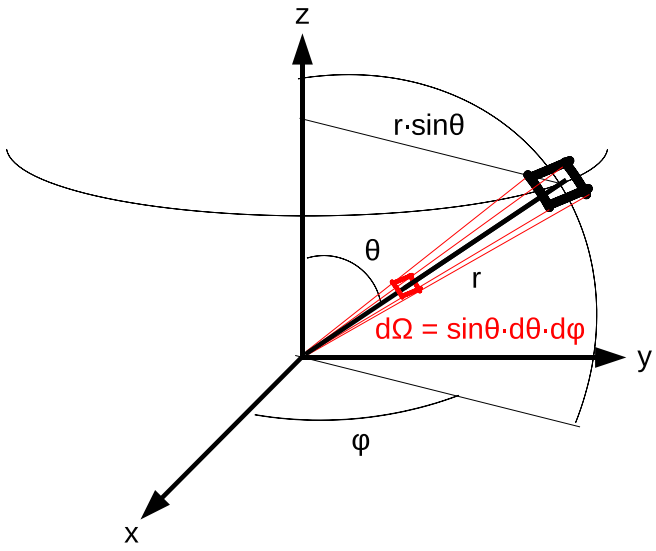

FIG. 1.1 – Représentation d'un angle solide. L'élément différentiel d'angle solide est donné pour des coordonnées sphériques.

Le champ d'un instrument d'optique correspond à l'angle solide vu par celui-ci. Il est limité par le diaphragme de champ du système. Le champ s'exprime généralement sous forme d'angle, les systèmes optiques ayant classiquement des champs à symétrie de révolution. La pupille d'un système optique définit son ouverture, c'est-à-dire le faisceau lumineux provenant d'un point objet sur l'axe qui peut être intégré par le sytème. Plus la pupille est grande, plus le système est ouvert et plus il intègre d'énergie en provenance de l'objet. Pour un système optique, l'objet est ce que l'on observe. Le plan dans lequel il se trouve s'appelle le plan objet. Il est en avant du système. L'objet est conjugué à l'image à travers le système optique. Les notions d'objet, d'image, de diaphragme de champ et d'ouverture sont illustrées par la figure 1.2. Le faisceau bleu représente l'ouverture du système optique. Celle-ci est fixée par le diaphragme d'ouverture du système dont le conjugué dans l'espace objet est la pupille d'entrée. L'angle d'ouverture est celui donné par les rayons issus d'un objet sur l'axe, s'appuyant sur les bords de la pupille. La quantité d'énergie provenant d'un objet est d'autant plus importante que la pupille est

grande, que le système est ouvert. Le faisceau rouge représente le champ du système. Il est fixé par le diaphragme de champ dont le conjugué dans l'espace objet est la lucarne d'entrée. L'angle de champ est défini par les rayons issus de l'axe optique au niveau de la pupille d'entrée et s'appuyant sur la lucarne d'entrée. Plus la lucarne d'entrée est grande et plus la zone observée dans le plan objet est grande. Sur la figure 1.2, la pupille d'entrée est confondue avec l'entrée du système, et la pupille de sortie avec la sortie du système. La lucarne d'entrée et l'objet sont confondus, et par conséquent, la lucarne de sortie et l'image sont également confondus. Cette configuration est classique pour les systèmes optiques simples. Un cas très simple est celui d'un système formé d'une lentille convergente simple et d'un détecteur en son foyer. La combinaison d'observation est infini-foyer. Dans ce cas, la pupille d'entrée est confondue avec le diaphragme d'ouverture et la pupille de sortie. Il s'agit de la lentille. La lucarne de sortie est elle confondue avec le diaphragme de champ : il s'agit du détecteur. La lucarne d'entrée est angulaire. Ce cas simple est représenté sur la figure 1.3. La conjugaison infini-foyer est classique en télédétection spatiale où l'objet observé est à l'infini. Pour ce type de conjugaison, l'ouverture est caractérisée par le nombre d'ouverture N, qui est le rapport entre la longueur focale f du système et le diamètre Φ de la pupille :

$$N = \frac{f}{\Phi} \tag{1.4}$$

Le champ est quant à lui égal à l'angle θ, correspondant aux rayons s'appuyant sur les bords du détecteur :

$$\theta = 2 \arctan \frac{\Delta y}{2f} \sim \frac{\Delta y}{f} \tag{1.5}$$

avec Δy la dimension du détecteur.

L'énergie intégrée par un système est une fonction du champ et de la pupille de celui-ci, ainsi que de la luminance observée. En connaissant les paramètres instrumentaux que sont le champ et la pupille d'un instrument, on peut, à partir de l'énergie mesurée remonter à la luminance observée. La figure 1.4 donne une illustration de la luminance. L'intérêt de mesurer une luminance est de s'affranchir des caractéristiques instrumentales. La luminance, contrairement à l'énergie collectée, ne dépend pas de la taille de la pupille de l'instrument, ni de son champ. La luminance caractérise uniquement le milieu observé. Le flux élémentaire intégré pour une surface et un angle solide élémentaires est :

$$\mathrm{d}^2 F = L \, \mathrm{d}S \cos\theta \, \mathrm{d}\Omega \tag{1.6}$$

Les notations sont celles de la figure 1.4. Le terme $\mathrm{d}S \cos\theta$ est la surface apparente, vue sous l'incidence θ (en rouge). L'énergie reçue est obtenue par intégration temporelle. On déduit la luminance de l'énergie effectivement mesurée, en connaissant le temps d'intégration, le champ et la surface de la pupille. On mesure (en tenant compte de la transmission globale de l'instrument) une luminance équivalente à celle qui serait reçue directement par le détecteur pour une scène homogène et invariable (L indépendante de la direction de visée et du temps).

$$L_{eq} = \frac{\int L \cos\theta \, \mathrm{d}S \mathrm{d}\Omega \mathrm{d}t}{\int \cos\theta \, \mathrm{d}S \mathrm{d}\Omega \mathrm{d}t} \tag{1.7}$$

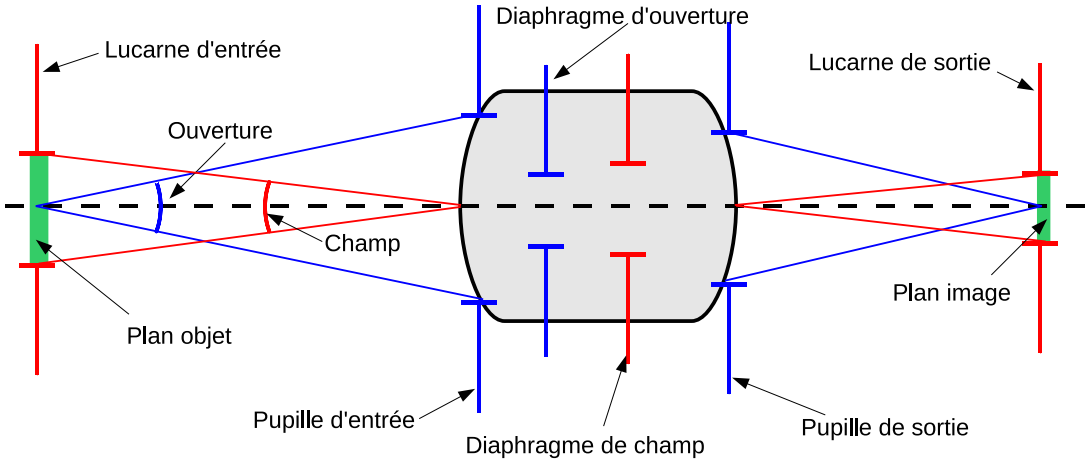

FIG. 1.2 – Champ et ouverture d'un système optique. Le champ est fixé par le diaphragme de champ du système. La lucarne d'entrée, respectivement de sortie, est le conjugué dans l'espace objet, respectivement dans l'espace image, du diaphragme de champ. L'ouverture du système est fixée par le diaphragme d'ouverture du système. La pupille d'entrée, respectivement de sortie, est le conjugué du diaphragme d'ouverture dans l'espace objet, respectivement dans l'espace image.

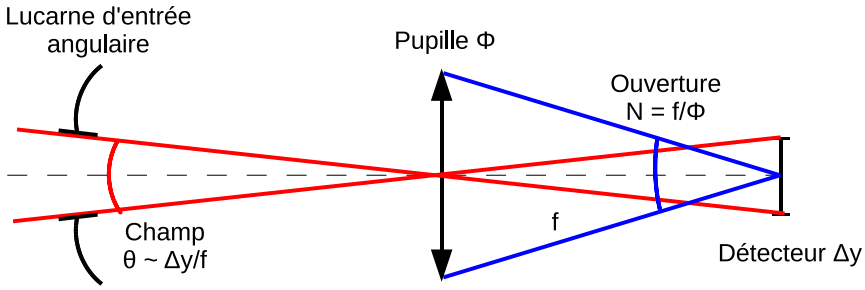

FIG. 1.3 – Champ et ouverture dans le cas d'un système optique simple : conjugaison infini-foyer avec une simple lentille. Le diaphragme d'ouverture, qui est aussi la pupille d'entrée, est la lentille. On a l'habitude de caractériser l'ouverture par le nombre d'ouverture $N = f/\Phi$. Le diaphragme de champ est le détecteur au foyer de la lentille. Le champ est alors donné par l'angle $\theta \sim \Delta y/f$.

La dimension spectrale doit également être prise en compte. En effet, la sensibilité spectrale de l'instrument pondère l'intégrale précédente.

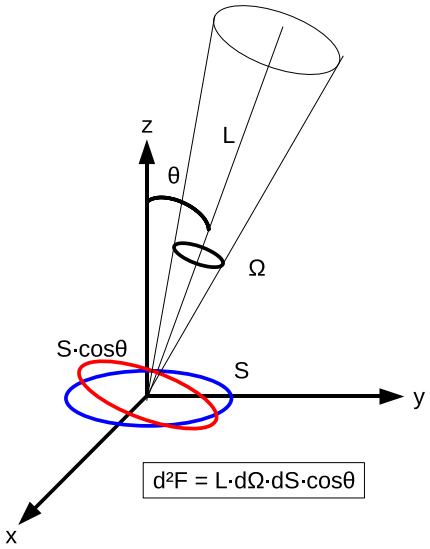

FIG. 1.4 – Relation entre la luminance et le flux intégré (cas infinitésimal). Pour évaluer le flux reçu par un instrument, il faudra calculer l'intégrale en fonction de la surface de la pupille et de l'angle solide.

Dans le cas d'un spectromètre on accède à la luminance spectrale énergétique qui est la luminance par unité d'élément spectral [ML99]. La luminance spectrale énergétique (luminance spectrale pour simplifier) est notée L_λ ou L_σ suivant la représentation spectrale. Dans le premier cas, la représentation se fait en longueur d'onde, λ, dans le second, la coordonnée spectrale est le nombre d'onde $\sigma = 1/\lambda$.

$$L_\lambda = \frac{\mathrm{d}L}{\mathrm{d}\lambda} \tag{1.8}$$

$$L_\sigma = \frac{\mathrm{d}L}{\mathrm{d}\sigma} \tag{1.9}$$

La luminance spectrale s'exprime en $\mathrm{W} \cdot \mathrm{m}^{-2} \cdot \mathrm{sr}^{-1} \cdot \mu\mathrm{m}^{-1}$ si l'on utilise les longueurs d'onde et en $\mathrm{W} \cdot \mathrm{m}^{-2} \cdot \mathrm{sr}^{-1}/\mathrm{cm}^{-1}$ si l'on utilise les nombres d'onde.

Finalement, dans le cas de mesures de spectres atmosphériques telles que celles réalisées pour cette étude, on mesure la luminance spectrale de l'atmosphère, dans la direction de visée du spectromètre, et dans son champ. L'objet de la mesure de l'instrument étant défini, on peut se pencher sur les caractéristiques de la mesure spectrale représentatives des performances du spectromètre.

Résolution spectrale et résolvance : La résolution spectrale traduit la finesse spectrale de la mesure d'un spectromètre. Elle correspond à l'élément spectral résolu. La

résolution est notée $\delta\lambda$ ou $\delta\sigma$. Celle-ci donne la précision spectrale de la mesure (à distinguer de la précision radiométrique). On a l'habitude de qualifer les mesures permettant de distinguer des structures fines dans le spectre de mesures à « haute résolution ». Suivant le contexte, on confond souvent la résolution spectrale, qui est le détail spectral accessible par la mesure, avec l'aptitude à atteindre de fines résolutions. Ainsi, la mesure de raies très étroites nécessite une grande résolution de mesure. La résolution est directement liée à la fonction d'appareil, également appelée ILS (Instrument Line Shape). La fonction d'appareil est la réponse percutionnelle du spectromètre dans le domaine du spectre : c'est ce que l'on obtient en mesurant le profil d'une raie monochromatique (c'est-à-dire une raie infiniment fine de type distribution de Dirac telles celles émises par les laser). Alors que l'on devrait mesurer une raie infiniment fine, on observe la fonction d'appareil, dont la largeur correspond à la résolution spectrale. Cette dernière peut être vue comme le plus petit détail spectral qui puisse être mesuré par le spectromètre.

Associée à la résolution, la résolvance $\mathcal{R}$ est donnée par le rapport de la longueur d'onde de mesure λ sur la résolution $\delta\lambda$. On la calcule également en effectuant le rapport du nombre d'onde de mesure σ et de la résolution $\delta\sigma$.

$$\mathcal{R} = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = \frac{\sigma}{\delta\sigma} \tag{1.10}$$

La résolvance est également appelée pouvoir de résolution. Il faut atteindre des résolvances les plus élevées possibles pour réaliser les mesures spectrales les plus fines.

Luminosité : La luminosité, $\mathcal{L}$, illustre la qualité radiométrique des mesures du spectromètre. Une mesure spectrale a pour but, en plus de distinguer des détails spectraux les plus fins possibles, de « voir » des variations d'énergie les plus fines possibles. Une mesure précise permettra par exemple de mesurer des raies très faibles ou de faire ressortir les faibles variations d'amplitude d'une raie, d'une mesure à une autre. Pour la mesure du CO_2, ces variations correspondent aux variations de concentration dans la colonne atmosphérique.

La luminosité est définie comme le rapport entre l'éclairement du détecteur de l'instrument et la luminosité incidente, ce pour un élément spectral du spectre mesuré :

$$\mathcal{L} = \frac{E_{det}}{L} \tag{1.11}$$

L'éclairement en sortie du spectromètre est proportionnel à la luminance en entrée d'instrument mais également à l'étendue géométrique du spectromètre ainsi qu'à sa transmission. L'étendue géométrique est égale, en première approximation, au produit de la surface de la pupille et du champ. La luminosité est donc une fonction de l'étendue géométrique du spectromètre. Plus la luminosité est grande, plus l'énergie disponible en entrée d'instrument est exploitée pour la mesure. Celle-ci sera ainsi d'autant plus précise radiométriquement.

Un des bruits limitant les mesures optiques est le bruit dit de photon. Ce bruit est un bruit poissonnien. Il ajoute une partie aléatoire au signal mesuré d'écart-type égal à la racine carrée du signal. Ici, on appelle signal le nombre de photons intégrés. Le

rapport signal à bruit est défini comme le rapport du signal et de l'écart-type du bruit. Il caractérise la proportion de bruit dans le signal mesuré. Plus le rapport signal à bruit est grand et plus cette proportion est petite. On a donc intérêt à maximiser le rapport signal à bruit. Dans le cas du bruit de photon, si l'on mesure un signal S, le rapport signal à bruit est :

$$\mathrm{RSB} = \frac{S}{\sqrt{S}} = \sqrt{S} \tag{1.12}$$

avec S le nombre de photons ou de photo-électrons détectés pendant un intervalle de temps (en mode comptage de photons ou d'électrons individuels). Si le signal mesuré est limité par le bruit de photon, alors son rapport signal à bruit est proportionnel à la racine carrée du signal. Par conséquent, plus le signal mesuré est grand plus le rapport signal à bruit est grand. On cherchera donc à mesurer des signaux les plus grands possibles.

On retiendra que la luminosité est proportionnelle à l'étendue géométrique du spectromètre. Afin d'améliorer la qualité des mesures en spectrométrie, on cherchera à maximiser l'étendue géométrique des instruments.

Bien que présentées indépendamment, la résolvance et la luminosité dépendent l'une de l'autre. La définition d'un spectromètre consiste, entre autres, à choisir le bon compromis entre les deux pour satisfaire au mieux le besoin de mesure.

On vient ici de définir quelques éléments de caractérisation des spectromètres, qui pourront être repris comme critères de comparaison de deux méthodes de mesures spectrales différentes.

1.1.1.2 Spectrographes à prisme et à réseau

Les spectrographes à prisme ainsi que les spectrographes à réseau reposent sur un composant dispersif, respectivement un prisme et un réseau. La fonction du composant dispersif est de disperser angulairement la lumière en fonction de la longueur d'onde.

Dans un prisme, la dispersion chromatique du matériau dont est fait le prisme est à l'origine de la séparation spectrale du rayonnement incident. L'indice optique du matériau variant suivant la longueur d'onde, les lois de la réfraction à travers le prisme impliquent des directions d'émergence différentes.

Un réseau optique est un composant qui, comme son nom l'indique comprend un réseau périodique dans la dimension spatiale. On peut distinguer deux types de réseaux : le réseau en transmission, où le réseau est contenu dans le profil périodique de la transmission, et les réseaux en réflexion, qui sont des surfaces réfléchissantes gravées de manière à créer une alternance de hauteurs. Dans les deux cas, le profil périodique engendre la dispersion angulaire de la lumière en fonction de la longueur d'onde.

La figure 1.5 donne le schéma de principe d'un spectrographe à prisme ou à réseau. L'élément dispersif est placé au cœur du système. Dans le cas de la figure 1.5, cela peut être un prisme ou un réseau en transmission. Un réseau en réflexion modifierait le trajet des rayons, mais le principe reste le même. Les rayons proviennent d'une fente d'entrée qui limite le champ d'observation. Elle est placée au foyer d'une lentille collimatrice. Le prisme ou le réseau dévient angulairement les rayons en fonction de leur longueur

d'onde. Ils sont ensuite focalisés par une lentille de focalisation sur un détecteur linéaire. Le spectre est ainsi mesuré spatialement par le détecteur, à chaque pixel correspond une coordonnée spectrale.

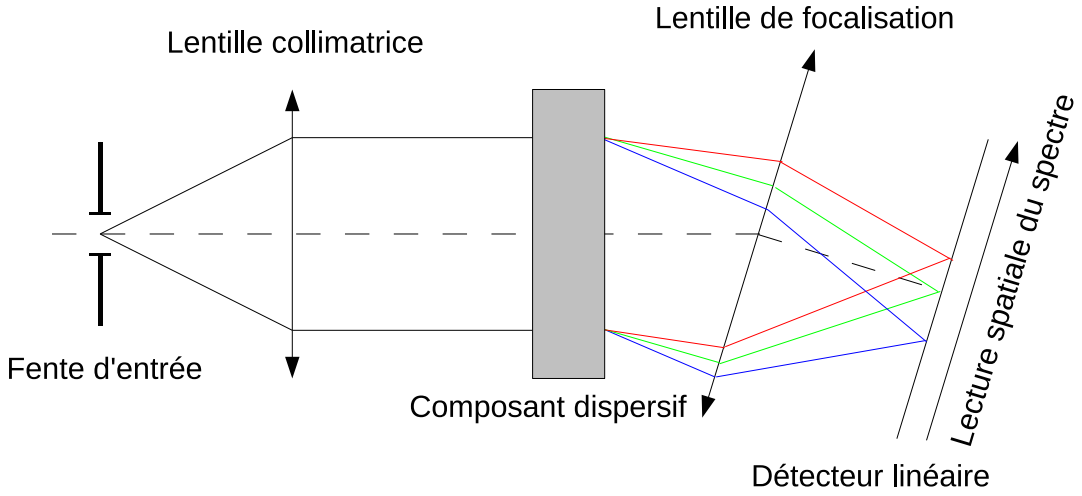

FIG. 1.5 – Schéma de principe d'un spectrographe à prisme ou à réseau. Les couleurs différentes des faisceaux en sortie de l'élément dispersif représentent les longueurs d'onde des rayons.

La résolution spectrale d'un tel spectrographe est fonction des propriétés du composant dispersif ainsi que des dimensions de la fente d'entrée et des pixels du détecteur. Plus le prisme ou le réseau est dispersif, plus la résolution spectrale augmente. En ce qui concerne les dimensions de la fente et des pixels, plus elles sont faibles, et plus la résolution spectrale est grande. De petits pixels permettent de mieux échantillonner la répartition spectrale de l'énergie. Une petite fente limite le recouvrement entre les coordonnées spectrales mesurées et les différentes images spectrales de la fente.

Cependant, réduire les dimensions de la fente d'entrée et des pixels du détecteur se fait au prix d'une diminution de la luminosité et un compromis doit être trouvé au cas pas cas.

Différentes configurations instrumentales existent, reposant toutefois sur ce même principe. On peut par exemple remplacer le détecteur linéaire par l'association d'une fente de sortie et d'un monodétecteur que l'on déplace transversalement pour enregistrer le spectre. Dans ce cas, la largeur de la fente de sortie intervient dans la résolvance de l'instrument.

Un spectrographe à réseau est intrinsèquement plus résolvant qu'un spectrographe à prisme. Dans le cas des prismes, la dispersion doit être limitée. En effet, l'absorption des matériaux augmente avec la dispersion. Dans le cas des réseaux, on peut atteindre des valeurs de dispersion bien supérieures.

1.1.1.3 Spectromètres de Fabry-Pérot

Un spectromètre de Fabry-Pérot, repose sur un interféromètre de Fabry-Pérot. Ce type de spectromètre est dit interférentiel. On exploite en effet, de manière directe les interférences optiques générées par l'interféromètre.

La figure 1.6 donne le schéma de principe d'un spectromètre de Fabry-Pérot. L'objet dont on analyse le spectre est placé au foyer d'une lentille de collimation. Les interférences ont lieu grâce à un étalon de Fabry-Pérot. Celui-ci se présente sous la forme d'une lame dont les faces sont partiellement réfléchissantes, de manière à ce que les faisceaux, issus des réflexions multiples, interfèrent entre eux en sortie. Les interférences dans cet interféromètre sont telles que celui-ci ne transmet qu'une bande spectrale très fine. En sortie de l'étalon de Fabry-Pérot, une lentille de focalisation projette l'image de l'objet dans le plan image du spectromètre.

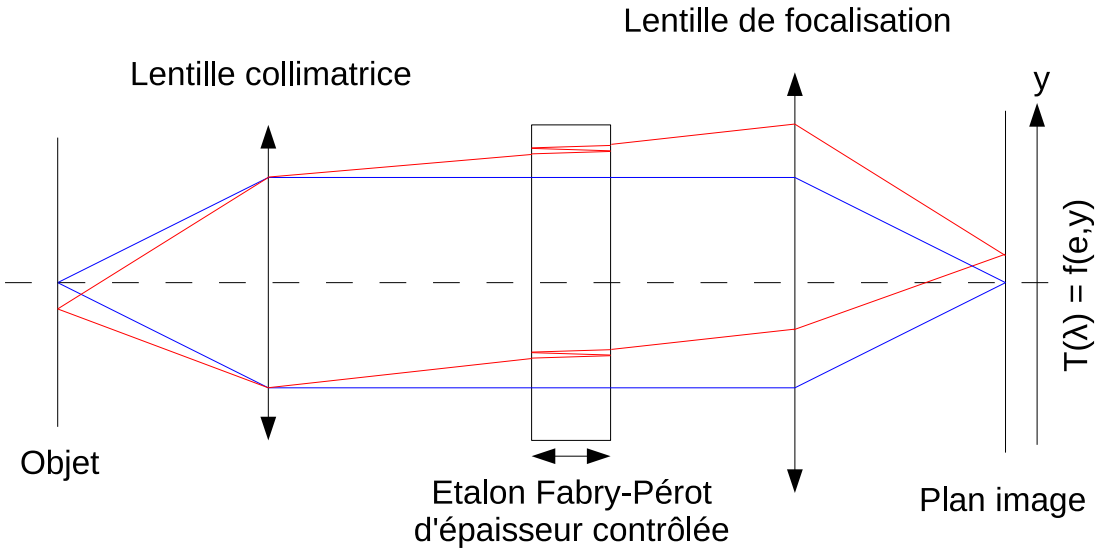

FIG. 1.6 – Schéma de principe d'un spectromètre de Fabry-Pérot. Le faisceau bleu est issu du point objet sur l'axe, le rouge d'un point en périphérie.

Le centrage de cette bande passante spectrale, en sortie de l'étalon de Fabry-Pérot, dépend de l'incidence ainsi que de l'épaisseur de l'étalon. Pour une épaisseur de l'étalon on obtient par conséquent des coordonnées spectrales différentes du spectre pour chaque point de l'objet. Maintenant, en faisant varier temporellement l'épaisseur de l'interféromètre, on fait varier la position de la longueur d'onde de transmission pour tous les points de l'objet. En fin de mesure on obtient le spectre de l'objet.

Un spectromètre de Fabry-Pérot peut être vu comme un filtre spectral accordable très fin. Un balayage de ce filtre devant un objet permet d'en mesurer le spectre.

En comparaison avec les spectrographes à réseau, à résolvance égale un spectromètre de Fabry-Pérot permet d'accéder à une luminosité considérablement plus grande (de 40 à 400 d'après [Bou69]). Ceci vient du fait que les spectromètre de Fabry-Pérot admettent

un champ plus grand pour une résolution spectrale donnée.

1.1.1.4 Spectromètres par transformation de Fourier

La spectrométrie par transformation de Fourier est également une méthode interférentielle de mesure des spectres. Un spectromètre par transformation de Fourier repose sur un interféromètre qui permet de mesurer la transformée de Fourier du spectre. La méthode de mesure spectrale est indirecte. On remonte au spectre par traitement, en calculant une transformée de Fourier inverse.

Comme pour les spectromètres de Fabry-Pérot, un spectromètre par transformation de Fourier peut, à résolvance fixée faire des mesures avec une plus grande luminosité que les spectromètres à réseau. Cette propriété provient comme pour les spectromètres de Fabry-Pérot du fait que les spectromètres par transformation de Fourier admettent un champ plus grand.

En conclusion, il existe une grande variété de types spectromètres optiques. On a ici présenté les grandes familles, qui se déclinent ensuite en différentes sous familles où le principe de mesure a subi des aménagements particuliers.

On peut comparer les performances des spectromètres les uns par rapport aux autres. Le choix du concept instrumental découlera de l'adéquation des performances avec le besoin de mesure. Par exemple, les spectromètres de Fabry-Pérot et par transformation de Fourier présentent un intérêt en terme de luminosité par rapport aux spectrographes à réseau, mais on n'aborde pas alors les contraintes d'étalonnage et de stabilité.

Parmi toutes les solutions de mesure spectrale, on se penche en détail sur la technique de spectrométrie par transformation de Fourier, qui est la méthode de mesure de l'instrument étudié.

1.1.2 Présentation détaillée de la spectrométrie par transformation de Fourier

Dans cette partie, on considère en détail une des techniques de spectrométrie optique : la spectrométrie par transformation de Fourier. Celle-ci se distingue des autres par le fait que la mesure est indirecte : elle passe d'abord par la mesure de la transformée de Fourier du spectre. La transformée de Fourier du spectre est une fonction de celui-ci, et le calcul de la transformée de Fourier inverse permet d'obtenir le spectre mesuré.

On présentera ici le concept de la spectrométrie par transformation de Fourier, et les techniques associées qui ont été spécifiquement développées pour celui-ci. Les généralités qui seront introduites dans cette partie s'appliquent en particulier au concept de spectromètre par transformation de Fourier statique qui fait l'objet de l'étude. Pour plus de détails concernant la spectrométrie par transformation de Fourier, on peut se reporter à [GDHW86] ou à [Bee92].

On s'attachera à décrire comment on accède à la transformée de Fourier du spectre du rayonnement incident, comment, à partir de cette transformée de Fourier on retrouve le spectre mesuré. Les aspects de mise en œuvre pratique tels que les contraintes

d'échantillonnage seront alors abordés. Les éléments de caractérisation de la mesure spectrale seront donnés.

1.1.2.1 Aspect interférentiel du concept : relation entre spectre et interférogramme

C'est le phénomène d'interférence qui permet d'accéder, dans un spectromètre par transformation de Fourier, à la transformée de Fourier du spectre. Dans un premier temps, le phénomène d'interférence est présenté. On verra, dans un cas simple, comment se traduit l'effet d'une différence de phase sur le signal interférant résultant. Puis, on montrera comment, en appliquant ces résultats à un instrument reposant sur un interféromètre tel que celui de Michelson, on mesure la transformée de Fourier du spectre. Enfin, on présentera, à partir des constatations précédentes, l'expression pratique d'un spectromètre par transformation de Fourier reposant sur le phénomène interférentiel.

Théorie des interférences : Un spectromètre par transformation de Fourier repose sur un interféromètre permettant d'accéder au spectre via sa transformée de Fourier qui est le signal interférométrique, appelé interférogramme. Voyons dans un premier temps ce qu'implique le phénomène d'interférence sur un rayonnement dans un cas simple : le cas d'un rayonnement monochromatique.

Le rayonnement optique est composé d'ondes électromagnétiques. Une onde électromagnétique est représentée par son champ électrique :

$$\vec{E}(\vec{r},t) = \vec{E}_0 \cdot e^{j\cdot(\omega t - \vec{k}\cdot\vec{r} + \varphi)} \tag{1.13}$$

Où :

- $\vec{r}$ est un point de l'espace
- t est le temps
- $\vec{E}_0$ est l'amplitude maximale de l'onde
- $\omega t - \vec{k}\cdot\vec{r} + \varphi$ est la phase de l'onde en un point $\vec{r}$ et au temps t
- ω est la pulsation, elle est égale à $\frac{2\pi}{T}$, avec T la période des oscillations de l'onde
- $\vec{k}$ est le vecteur d'onde, dont le module est égal à $\frac{2\pi}{\lambda}$, avec λ la longueur d'onde
- φ est la phase à l'origine.

Les interférences que l'on observe entre deux rayonnements proviennent du déphasage $\Delta\varphi$ entre ceux-ci. Les amplitudes des deux ondes s'additionnent, et l'on observe, dans la gamme des fréquences optiques le module de l'onde résultante.

On considère une onde monochromatique, en un point $\vec{r}_1$ et à une date t_1, d'amplitude $E = E_0\, e^{j\cdot(\omega t_1 + \vec{k}\cdot\vec{r}_1 + \varphi)}$. Ici et dans la suite, on considérera que les vecteurs de type « champ électromagnétique » de l'équation 1.13 s'ajoutent comme des scalaires en supposant implicitement qu'on travaille pour une composante appropriée du champ. Dans le domaine optique, on n'accède qu'à la moyenne temporelle du signal c'est à dire à $I_0 = \|E\|^2 = |E_0|^2$. On divise maintenant l'amplitude de l'onde (à l'aide d'un dispositif tel qu'une lame séparatrice) en deux ondes d'égales amplitudes. On introduit un déphasage $\Delta\varphi$ à l'une des deux composantes. On obtient, après recombinaison des

deux faisceaux déphasés en un point $\vec{r}_2$ et à une date t_2, une onde d'amplitude égale à la somme des deux amplitudes interférant :

$$\begin{aligned} E(\Delta\varphi) &= \frac{E_0}{2} \cdot e^{j\cdot(\omega t_2+\vec{k}\cdot\vec{r}_2+\varphi)} + \frac{E_0}{2} \cdot e^{j\cdot(\omega t_2+\vec{k}\cdot\vec{r}_2+\varphi+\Delta\varphi)} \\ E(\Delta\varphi) &= \frac{E_0}{2} \cdot e^{j\cdot(\omega t_2+\vec{k}\cdot\vec{r}_2+\varphi+\frac{\Delta\varphi}{2})} \cdot \left(e^{-\frac{\Delta\varphi}{2}} + e^{\frac{\Delta\varphi}{2}}\right) \\ E(\Delta\varphi) &= \frac{E_0}{2} \cdot e^{j\cdot(\omega t_2+\vec{k}\cdot\vec{r}_2+\varphi+\frac{\Delta\varphi}{2})} \cdot 2\cos(\frac{\Delta\varphi}{2}) \\ E(\Delta\varphi) &= E_0 \cdot e^{j\cdot(\omega t_2+\vec{k}\cdot\vec{r}_2+\varphi+\frac{\Delta\varphi}{2})} \cdot \cos(\frac{\Delta\varphi}{2}) \end{aligned} \tag{1.14}$$

Dans le cas où les amplitudes des ondes interférant ne sont pas égales, le calcul aboutit également à une expression de la forme $E = E_{12} \cdot e^{j\cdot(\omega t+\vec{k}\cdot\vec{r}+\varphi_{12})}$. Les détecteurs dont nous disposons (y compris nos yeux) ne peuvent pas discerner les variations temporelles de la phase des ondes aux fréquences optiques, ils ne voient que l'intensité I de l'onde, qui est l'intégrale temporelle du module de l'onde (le terme en ωt disparaît) :

$$\begin{aligned} I(\Delta\varphi) &= \|E(\Delta\varphi)\|^2 \\ I(\Delta\varphi) &= |E_0|^2 \cdot \cos^2(\frac{\Delta\varphi}{2}) \\ I(\Delta\varphi) &= I_0 \cdot \frac{1+\cos(\Delta\varphi)}{2} \\ I(\Delta\varphi) &= \frac{I_0}{2} \cdot (1+\cos(\Delta\varphi)) \end{aligned} \tag{1.15}$$

On vient ici de décrire comment deux ondes optiques interfèrent entre elles. On voit que le paramètre déterminant dans le phénomène d'interférence est le déphasage $\Delta\varphi$ entre les ondes. L'intensité du signal lumineux résultant des interférences dépend de sa valeur.

L'intensité est maximale si le déphasage entre les ondes est nul ou égal à un nombre entier de fois 2π ($\Delta\varphi = 2n\pi$ avec $n \in \mathbb{Z}$). Dans ce cas, les ondes interférant sont dites en phase. La figure 1.7 illustre l'interférence de deux ondes en phase. Les ondes interférant sont représentées en bleu et en vert. On remarque que celles-ci sont en permanence égales. L'onde résultante est la sinusoïde tracée en rouge. La droite horizontale en rouge a pour ordonnée la valeur de l'intensité résultante, c'est cette intensité que l'on peut mesurer ou voir. Ces courbes sont représentées en fonction du temps. La période notée T est liée à la longueur d'onde par la relation : $T = \frac{1}{\nu} = \frac{\lambda}{c}$.

A l'inverse, l'intensité est minimale (elle est nulle) lorsque le déphasage est égal à π ou, plus exactement à $(2n+1)\pi$ avec $n \in \mathbb{Z}$. Les deux ondes interférant sont alors dites en opposition de phase. Les deux ondes s'annulent, l'énergie résultante est nulle. La figure 1.8 donne une illustration de l'interférence de deux ondes en opposition de phase. Les deux ondes interférant, en bleu et en vert ont des valeurs en permanence opposées de sorte que leur somme et l'intensité (en rouge) sont nulles.

La figure 1.9 représente un cas intermédiaire d'interférence (le déphasage est égal à $\pi/2$). La somme des deux ondes interférant (en bleu et en vert) donne une sinusoïde de

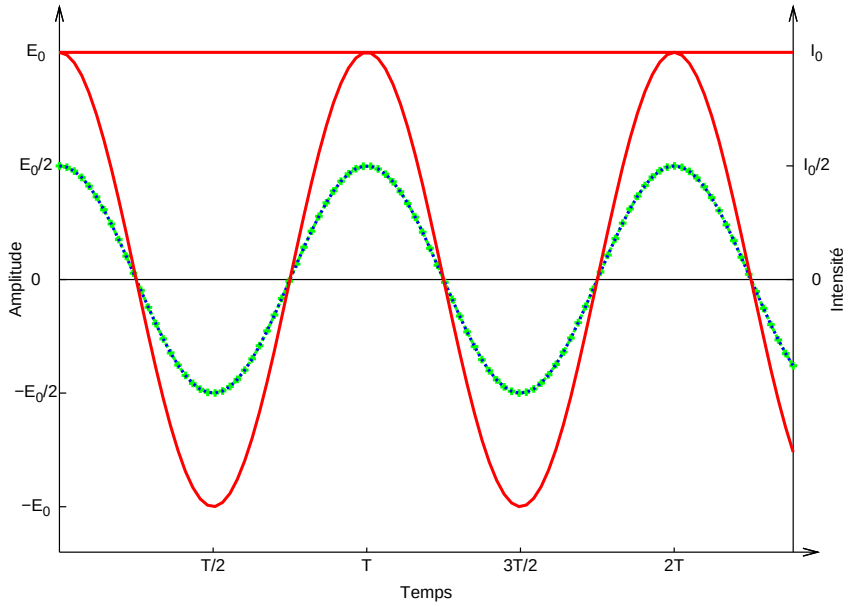

FIG. 1.7 – Interférences entre deux ondes en phase ($\Delta\varphi = 0 + 2n\pi$). En bleu et en vert, les deux ondes interférant. En rouge, la sinusoïde représente l'onde résultant de la sommation. La droite horizontale représente l'intensité « vue ».

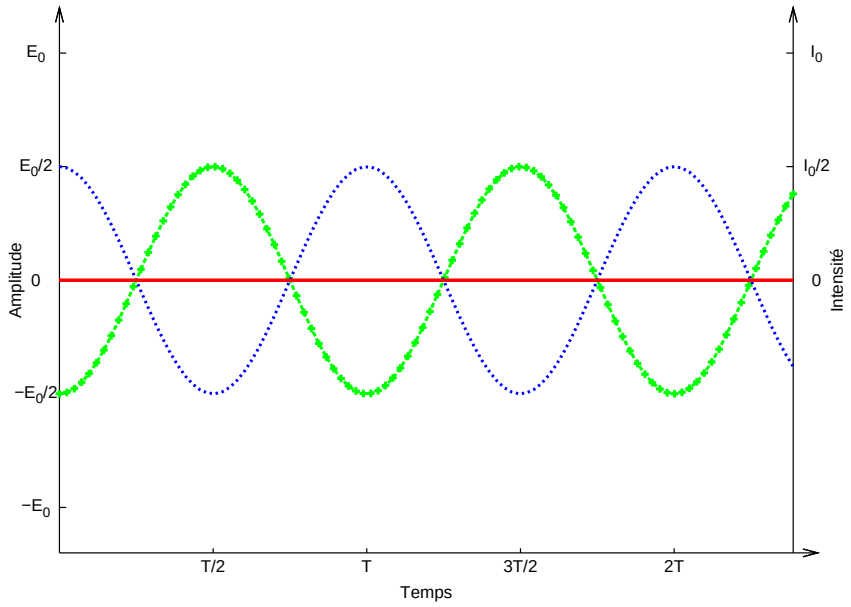

FIG. 1.8 – Interférences entre deux ondes en opposition de phase ($\Delta\varphi = \pi + 2n\pi$). En bleu et en vert, les deux ondes interférant. En rouge, la sinusoïde représente l'onde résultant de la sommation. La droite horizontale représente l'intensité « vue ».

même fréquence (en rouge). Du fait du phénomène d'interférence, l'intensité restituée n'est pas égale à la somme des intensités en entrée.

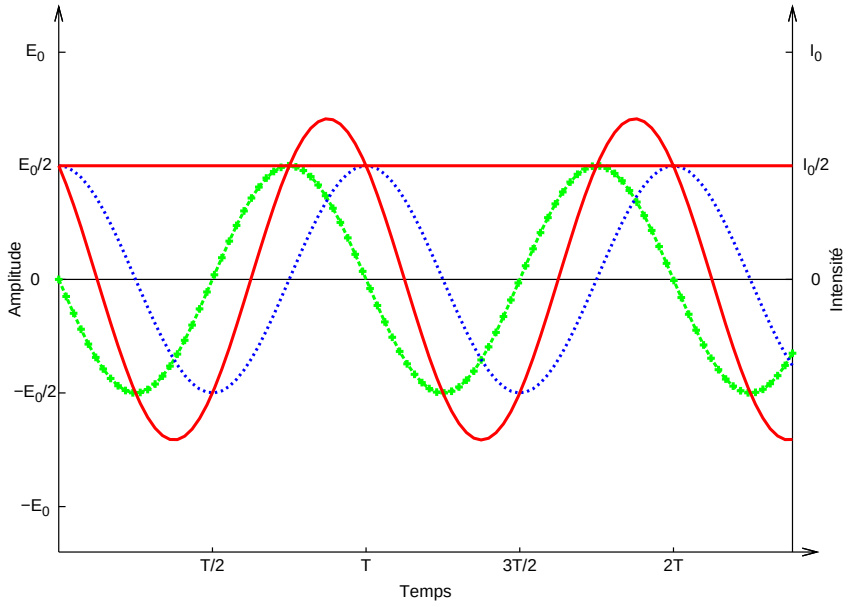

FIG. 1.9 – Interférences dans un cas quelconque. En bleu et en vert, les deux ondes interférant. En rouge, la sinusoïde représente l'onde résultante de la sommation. La droite horizontale représente l'intensité « vue ».

Interféromètre : Dans un spectromètre par transformation de Fourier, le phénomène d'interférence est exploité grâce à un interféromètre. Un interféromètre est un dispositif qui permet de générer et de contrôler, par l'intermédiaire de l'introduction d'une différence de marche, le déphasage entre des rayons que l'on fait interférer. La différence de marche (on utilisera la notation DDM quand nécessaire) est la différence de trajet optique parcourue entre les rayons interférant.

Dans un milieu homogène, la phase évolue linéairement avec le trajet optique effectué par l'onde. Le contrôle de ce trajet permet donc de contrôler directement la phase de l'onde. En fixant la différence de marche dans un interféromètre, on contrôle donc le déphasage entre les faisceaux qui interfèrent.

En notant δ la différence de marche introduite entre deux faisceaux, le déphasage $\Delta\varphi$ a pour expression :

$$\Delta\varphi = 2\pi\frac{\delta}{\lambda} \tag{1.16}$$

Si l'on considère l'interférence de deux ondes dans un interféromètre introduisant une différence de marche δ, l'intensité en sortie de l'interféromètre est donc :

$$I(\delta) = \frac{I_0}{2} \cdot \left(1 + \cos(2\pi\frac{\delta}{\lambda})\right) \tag{1.17}$$

En spectrométrie par transformation de Fourier, on emploie classiquement un interféromètre de Michelson. La figure 1.10 présente le schéma d'un tel interféromètre. L'interféromètre de Michelson est un interféromètre dit à deux ondes. On distingue les interféromètres à deux ondes des interféromètres à ondes multiples. Dans un interféromètre à deux ondes, seules deux ondes sont impliquées dans le signal interférométrique en sortie. Dans un interféromètre à ondes multiples, le signal interférométrique résulte des interférences entre une multitude de faisceaux. Dans le cas de l'interféromètre de Michelson, les deux faisceaux interférant sont issus du même faisceau incident, dont l'amplitude a été divisée par une lame séparatrice. C'est un interféromètre dit à division d'amplitude. Ensuite, les deux faisceaux secondaires parcourent des trajets différents dans chacun des deux bras. On appelle un bras de l'interféromètre de Michelson, la portion de l'interféromètre comprise entre la séparatrice et un miroir. Dans chacun des deux bras, la lumière effectue un aller, est réfléchie puis revient. Le trajet de la lumière peut être suivi sur la figure 1.10. La différence de longueur des bras $\Delta\ell$ est donc vue deux fois par la lumière : une à l'aller et une au retour. Par conséquent, la différence de marche résultante δ est égale, dans le vide, au double de la différence de longueur des bras soit :

$$\delta = 2\Delta\ell \tag{1.18}$$

Cette différence de longueur des bras est représentée sur la figure 1.10 comme la distance entre un miroir et l'image du second, vu à travers la séparatrice.

Le déphasage est proportionnel à la différence de marche suivant la relation (équation 1.16) :

$$\Delta\varphi = 2\pi\frac{\delta}{\lambda} = 2\pi\sigma\delta \tag{1.19}$$

avec $\sigma = 1/\lambda$ le nombre d'onde, qui est proportionnel à la fréquence ν.

Le rapport de la différence de marche par la longueur d'onde s'explique en examinant l'expression de l'amplitude d'une onde (équation 1.13). Pour un temps donné, la longueur d'onde est la plus petite distance au bout de laquelle l'onde redevient égale à elle-même. C'est donc la distance au bout de laquelle le déphasage est égal à 2π. La figure 1.7 représente un cas d'interférences constructives. La différence de marche est alors un nombre entier de fois la longueur d'onde ($\delta = n\lambda$ avec $n \in \mathbb{Z}$). Pour des interférences destructives comme dans la figure 1.8, la différence de marche est un nombre entier de longueurs d'onde plus une demie longueur d'onde ($\delta = (n + \frac{1}{2})\lambda$ avec $n \in \mathbb{Z}$).

Par suite, le déphasage introduit par un interféromètre de Michelson entre ses deux bras, est, à une différence de longueur de bras $\Delta\ell$ donnée, $\Delta\varphi = 2\pi\frac{\delta}{\lambda} = 2\pi\frac{2\cdot\Delta\ell}{\lambda}$. Donc, après recombinaison des faisceaux issus des deux bras de l'interféromètre, on obtient le signal interférométrique :

$$I(\Delta\ell) = \frac{I_0}{2} \cdot \left(1 + \cos(2\pi\frac{2\Delta\ell}{\lambda})\right) \tag{1.20}$$

On utilisera plutôt l'expression de ce signal avec directement la différence de marche. On passe d'une différence de longueur de bras dans l'interféromètre à la différence de

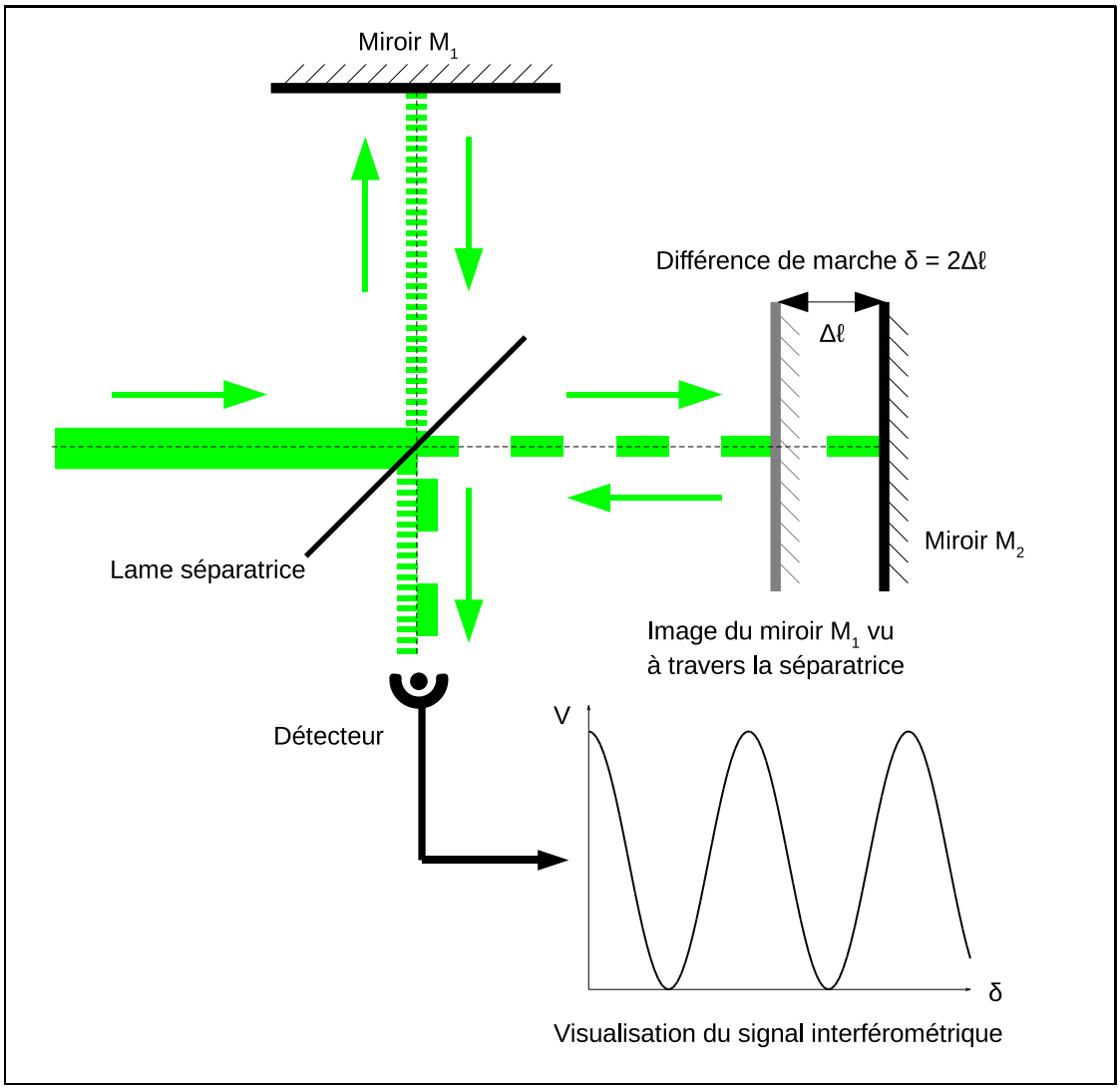

FIG. 1.10 – Schéma de principe d'un interféromètre de Michelson. La différence de marche est contrôlée par la position relative des deux miroirs, autrement dit par la différence de longueur des deux bras de l'interféromètre.

marche avec un facteur 2. De plus, on préfèrera utiliser le nombre d'onde σ plutôt que la longueur d'onde. Le signal interférométrique s'écrit donc :

$$I(\delta) = \frac{I_0}{2} \cdot (1 + \cos(2\pi\sigma\delta)) \tag{1.21}$$

Plusieurs points peuvent être soulignés dans l'expression précédente. Tout d'abord, ces résultats sont théoriques, ils décrivent un interféromètre de Michelson classique parfait. Si l'on considère les variations du signal en fonction de la différence de marche, on peut distinguer une composante constante $\frac{I_0}{2}$ de la composante modulée $\frac{I_0}{2}\cos(2\pi\sigma\delta)$. Enfin, la conservation de l'énergie, impose qu'un faisceau complémentaire déphasé de π reparte également de l'interféromètre par son port d'entrée. Celui-ci est formé au niveau de la lame séparatrice, lors de la recombinaison des deux ondes et repart en sens inverse du faisceau observé.

$$I_{complémentaire} = \frac{I_0}{2} \cdot (1 + \cos(2\pi\sigma\delta + \pi)) \tag{1.22}$$

$$I_0 = I + I_{complémentaire} \tag{1.23}$$

Le déphasage de π vient du fait que suivant le chemin suivi, les rayons de chaque bras de l'interféromètre ne subissent pas le même type de réflexion. Les faisceaux ressortant par l'entrée voient le même nombre de réflexions air-verre, quel que soit le bras de l'interféromètre. Il n'y a pas de déphasage de π. Les faisceaux récupérés en sortie de l'interféromètre (trajet nominal exploité) subissent une réflexion air-verre de plus dans un bras que dans l'autre. Les deux ondes en sortie de l'interféromètre ont un déphasage supplémentaire de π par rapport à l'équation 1.21. Lorsque l'on observe des interférences constructives en sortie de l'interféromètre, aucune énergie ne repart par l'entrée de celui-ci et inversement. Il faut également remarquer qu'en toute rigueur, un interféromètre de Michelson délivre par son port de sortie, un signal nul pour une différence de marche nulle, ce à cause du déphasage supplémentaire de π. Le signal observé en sortie de l'interféromètre est rigoureusement :

$$I'(\delta) = \frac{I_0}{2}(1 + \cos(2\pi\sigma\delta + \pi)) \tag{1.24}$$

Ce qui peut se ramener à l'équation 1.21 en posant $\delta' = \delta - \lambda/2$. On retrouve cette expression par réglage, en définissant la position zéro de l'interféromètre sur la teinte plate (également appelée frange centrale). On se réfèrera par la suite au cas décrit par l'équation 1.21.

Acquisition spectrale : On vient de voir comment se traduisait le phénomène d'interférence sur une onde monochromatique. En pratique, et d'autant plus en spectrométrie, le rayonnement incident n'est pas monochromatique. En sortie de l'interféromètre, on va donc observer la somme de toutes les contributions spectrales. Le signal interférométrique, devient, pour une répartition spectrale de l'énergie (autrement dit un spectre)

$B(\sigma)$:

$$I(\delta) = \int_0^{+\infty} \frac{B(\sigma)}{2} \cdot (1 + \cos(2\pi\sigma\delta))\ \mathrm{d}\sigma \tag{1.25}$$

$$I(\delta) = \underbrace{\int_0^{+\infty} \frac{B(\sigma)}{2}\,\mathrm{d}\sigma}_{\text{Partie constante}} + \underbrace{\int_0^{+\infty} \frac{B(\sigma)}{2} \cdot \cos(2\pi\sigma\delta)\,\mathrm{d}\sigma}_{\text{Partie modulée}} \tag{1.26}$$

Cette expression est déduite de l'intégrale suivant les nombres d'onde de l'équation du signal interférométrique monochromatique en sortie de l'interféromètre (équation 1.21). Dans l'équation 1.26 on distingue une partie constante, indépendante de la différence de marche et une partie modulée en fonction de la différence de marche. La partie constante, est également appelée ligne de base de l'interférogramme. Notons que la ligne de base est proportionnelle à l'énergie incidente en entrée d'instrument. La partie modulée est la partie utile du signal, et par extension, l'interférogramme sera noté :

$$I(\delta) = \int_0^{+\infty} \frac{B(\sigma)}{2} \cdot \cos(2\pi\sigma\delta)\,\mathrm{d}\sigma \tag{1.27}$$

Ici, on n'a intégré que la partie modulée du signal interférométrique. La partie constante, génère un biais supplémentaire qui n'apporte pas d'information utile sur le spectre $B(\sigma)$. De plus, les signaux interférométriques aux différentes fréquences ont été directement sommés.

La figure 1.11 présente le signal interférométrique théorique obtenu face à une source non monochromatique, calculé selon l'expression 1.26. On distingue sur la figure la ligne de base aux alentours de 500 à laquelle s'ajoute la partie interférométrique modulée. On remarque que la contribution de la partie modulée est plus importante autour de la différence de marche nulle et qu'elle diminue rapidement lorsque la différence de marche augmente. Cet effet est dû au caractère très polychromatique de la source observée : la somme des signaux interférométriques monochromatiques s'annule pour de grandes différences de marche. Les figures 1.12 et 1.13 représentent le même signal interférométrique pour lequel on a soustrait la ligne de base. L'échelle des différences de marche est de plus resserrée. On remarque sur la figure 1.13 que le signal peut être assimilé localement à une sinusoïde, comme dans le cas d'une source monochromatique. Cette propriété est décrite par le thérorème de Wiener et Khintchine [PA04].

Cette sinusoïde peut être vue comme la porteuse du signal qui serait alors modulé par un profil fonction du spectre incident. La porteuse est représentative de la position de la bande spectrale observée, l'enveloppe est représentative du profil du spectre dans cette bande. On peut définir un contraste interférométrique qui caractérise la proportion que représente la partie modulée dans le signal (tel qu'il est représenté dans l'expression 1.26). Localement, l'équation 1.26 peut s'écrire :

$$I(\delta) = \frac{M+m}{2} + \frac{M-m}{2}\cos(2\pi\sigma_0\delta) \tag{1.28}$$

Où M et m sont respectivement le maximum et le minimum du signal interférométrique du fait de la variation locale de la sinusoïde. Dans ce cas, le contraste interférométrique

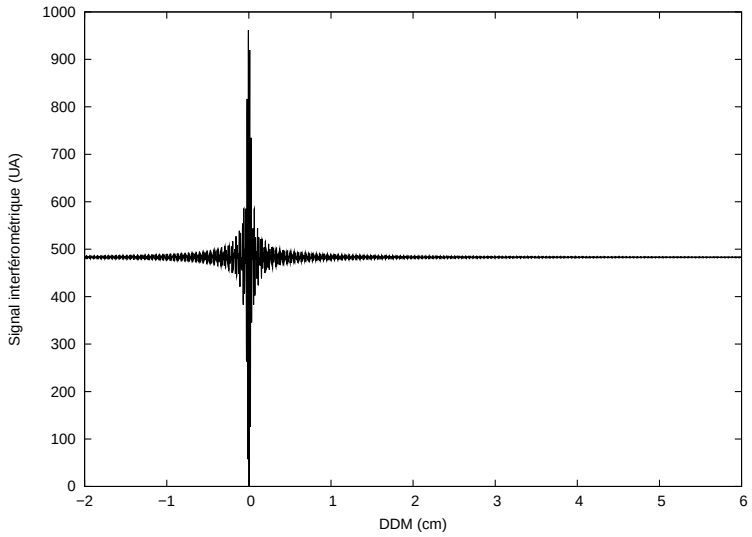

FIG. 1.11 – Simulation d'un interférogramme de source « large » spectralement entre −2 et 6 cm de différence de marche. On distingue une partie constante aux alentours de 500 : la ligne de base. Les variations autour de la ligne de base constituent le signal interférométrique. C'est le signal utile pour la mesure des spectres. La période d'échantillonnage de la courbe est environ 10 fois plus grande que la longueur d'onde centrale.

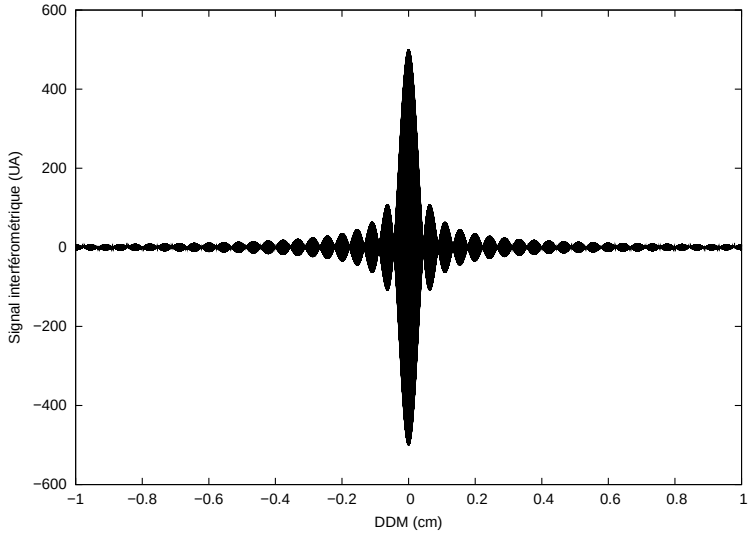

FIG. 1.12 – Simulation d'un interférogramme de source « large » spectralement entre -1 et 1 cm de différence de marche. La période d'échantillonnage de la courbe est égale à environ un quart de la longueur d'onde centrale. On distingue bien sur ce graphe l'enveloppe de l'interférogramme qui est représentative du spectre observé, et dont la porteuse a pour période la longueur d'onde centrale.

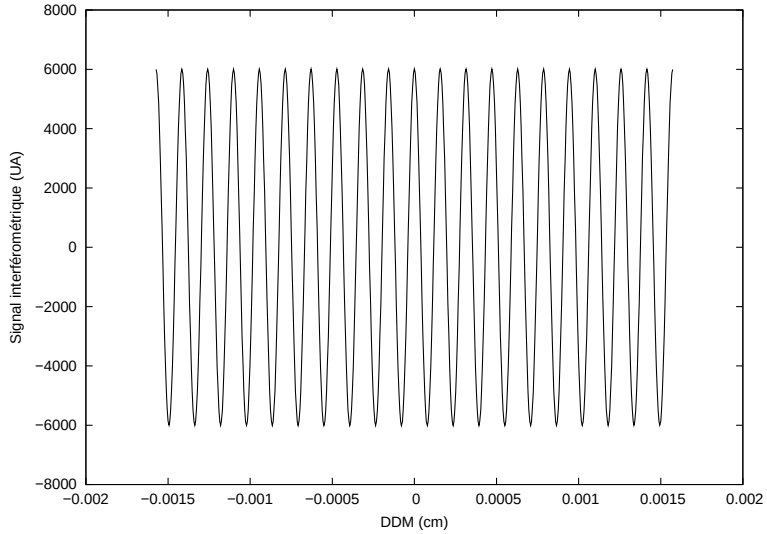

FIG. 1.13 – Simulation d'un interférogramme de source « large » spectralement entre −10 et 10 longueurs d'onde en différence de marche. La période d'échantillonnage de la courbe est environ 30 fois plus petite que la longueur d'onde centrale. On voit la variation sinusoïdale de période égale à la longueur d'onde centrale, porteuse de l'enveloppe de l'interférogramme. On remarquera que la diminution de contraste due à l'enveloppe est trop faible pour être visible sur l'intervalle étroit de différence de marche considéré.

est :

$$C = \frac{M - m}{M + m} \tag{1.29}$$

Pour une source large spectralement, le contraste interférométrique diminue avec la différence de marche : la partie interférométrique voit sa contribution dans le signal diminuer avec la différence de marche.

L'équation 1.27 est fondamentale. Elle traduit la relation générale exploitée par le concept de spectrométrie par transformation de Fourier entre le spectre et le signal interférométrique. L'interférogramme est la fonction $I : \delta \mapsto I(\delta)$ définie par le signal interférométrique en fonction de la différence de marche. D'après l'équation 1.27, l'interférogramme est la transformée de Fourier du spectre observé. Plus précisément, il s'agit de la transformée de Fourier dite en cosinus. La transformée de Fourier en cosinus est définie, pour une fonction $g : t \mapsto g(t)$ par la fonction $\tilde{g}_{cos} : f \mapsto \tilde{g}_{cos}(f)$ telle que :

$$\tilde{g}_{cos}(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(t) \cdot \cos(2\pi f t)\, \mathrm{d}t \tag{1.30}$$

Ici, on utilise les notations habituelles qui relient l'espace temporel (la variable des fonctions est le temps t) à l'espace de Fourier correspondant qui est l'espace fréquentiel (la variable des transformées de Fourier des fonctions est la fréquence f). Dans le cas de la spectrométrie par transformation de Fourier, l'espace de départ est celui du spectre

optique, dont la variable est le nombre d'onde σ. L'espace de Fourier correspondant est celui de l'interférogramme, dont la variable est la différence de marche δ.

Dans l'équation 1.27, le spectre est défini de telle sorte qu'il est nul pour les nombres d'onde négatifs (pour les fréquence négatives). Un nombre d'onde négatif n'a pas de sens physique. Par conséquent, on aurait pu écrire l'équation 1.27 de la manière suivante :

$$I(\delta) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{B(\sigma)}{2} \cdot \cos(2\pi\sigma\delta)\,\mathrm{d}\sigma \tag{1.31}$$

On retrouve l'expression de la transformée de Fourier en cosinus du spectre :

$$I(\delta) = \frac{\tilde{B}(\delta)}{2} \tag{1.32}$$

L'interférogramme est égal à la transformée de Fourier en cosinus du spectre incident à un facteur multiplicatif près égal à 1/2. Le facteur multiplicatif importe peu. La proportionnalité entre l'interférogramme et la transformée de Fourier du spectre est par contre primordiale. Dans la suite, on ne fera plus apparaître le facteur multiplicatif. Ceci revient à l'inclure dans le coefficient de conversion des grandeurs physiques observées par le spectromètre en grandeurs instrumentales en sortie du spectromètre. Dans la suite, pour simplifier les calculs, on écrira directement :

$$I(\delta) = \tilde{B}(\delta) = \int_{-\infty}^{+\infty} B(\sigma) \cdot \cos(2\pi\sigma\delta)\,\mathrm{d}\sigma = \int_{0}^{+\infty} B(\sigma) \cdot \cos(2\pi\sigma\delta)\,\mathrm{d}\sigma \tag{1.33}$$

Par extension on dira que l'interférogramme est égal à la transformée de Fourier en cosinus du spectre incident. Ceci est vrai si l'on redéfinit le spectre par $B'(\sigma) = \frac{B(\sigma)}{2}$.

On peut noter qu'une autre représentation du spectre est possible. Il s'agit d'un spectre symétrisé égal au spectre optique pour les nombres d'onde positifs et pair. Cette représentation est utilisée lors de la définition de l'échantillonnage des interférogrammes au paragraphe 1.1.2.2. On aurait pu également utiliser la définition complexe de la transformée de Fourier. On aurait abouti de la même manière à une relation de proportionnalité directe entre l'interférogramme et la transformée de Fourier du spectre.

Passage au spectre : Nous venons de voir que la partie modulée de l'interférogramme est, pour un instrument idéal, égale à la transformée de Fourier du spectre. La transformée de Fourier est une opération inversible. On peut par conséquent, à partir de l'interférogramme, retrouver le spectre correspondant selon :

$$B(\sigma) = \int_{-\infty}^{+\infty} I(\delta) \cdot \cos(2\pi\sigma\delta)\,\mathrm{d}\delta \tag{1.34}$$

où l'on effectue la transformée de Fourier inverse en cosinus. Le signal interférométrique est rigoureusement pair (terme en cosinus), la transformée de Fourier inverse peut donc être ramenée à :

$$B(\sigma) = 2 \cdot \int_{0}^{+\infty} I(\delta) \cdot \cos(2\pi\sigma\delta)\,\mathrm{d}\delta \tag{1.35}$$

On peut théoriquement se contenter d'acquérir l'interférogramme uniquement selon les différences de marche positives. On arrive au même résultat en utilisant l'expression complexe de la transformée de Fourier inverse. Finalement, on retiendra que le spectre mesuré peut être déduit de l'interférogramme par transformation de Fourier inverse. On utilisera par la suite l'expression générale 1.34.

Après ces différents points, on commence à mieux concevoir la technique de mesure spectrale par spectrométrie par transformation de Fourier. Pour mesurer un spectre, il faut en mesurer dans un premier temps l'interférogramme. Le spectre est déduit de l'interférogramme par calcul de sa transformée de Fourier inverse.

Si l'on est en mesure d'enregistrer l'interférogramme, on dispose de l'information nécessaire pour retrouver *in fine* le spectre. Une mise en œuvre classique du concept de spectrométrie par transformation de Fourier consiste à déplacer un des miroirs d'un interféromètre de Michelson par rapport à l'autre de manière à faire varier la différence de marche. On peut ainsi enregistrer temporellement l'évolution du signal en sortie de l'interféromètre. On accède alors à l'interférogramme. A chaque temps d'acquisition correspond une différence de marche différente, et, la mesure du flux lumineux en sortie de l'interféromètre donne un point de l'interférogramme. La traduction instrumentale du concept suppose des acquisitions discrètes (on ne peut pas mesurer l'interférogramme de manière infiniment fine en δ). L'interférogramme est donc échantillonné : on ne mesure la valeur du signal interférométrique qu'à des différences de marche discrètes données.

Cette description correspond à celle d'un spectromètre par transformation de Fourier à balayage temporel de la différence de marche. Nous venons de voir qu'un tel instrument, grâce à un interféromètre permet de mesurer la transformée de Fourier du spectre incident, et donc d'en déduire le spectre mesuré. La présentation de la spectrométrie par transformation de Fourier est ensuite consacrée à l'échantillonnage des mesures qui revêt une importance de premier ordre.

1.1.2.2 Echantillonnage de l'interférogramme

Dans cette partie, on s'attache à traiter l'aspect de l'échantillonnage. Celui-ci est crucial et ne doit pas être négligé lors de la définition d'un spectromètre par transformation de Fourier.

Toute mesure implique un échantillonnage. On doit forcément ramener les équations précédentes à des équations discrétisées et bornées pour représenter une mesure instrumentale. Dans le cas d'un spectromètre par transformation de Fourier à balayage de la différence de marche, il est physiquement impossible d'effectuer une mesure continue et jusqu'à l'infini correspondant à l'équation 1.27. Une telle mesure impliquerait une course de miroir illimitée et avec des déplacements élémentaires infinitésimaux. On doit forcément opérer un échantillonnage.

L'échantillonnage d'un signal consiste à n'acquérir que de manière discrète un signal continu. On obtient alors un nombre limité d'échantillons représentatifs du signal échantillonné. L'échantillonnage est généralement périodique. Celui-ci est couramment décrit par sa fréquence d'échantillonnage. La fréquence d'échantillonnage est l'inverse de la période d'échantillonnage, qui est l'intervalle entre deux échantillons consécutifs.

Remarquons par ailleurs que la mesure de l'interférogramme suppose une quantification de l'intensité lumineuse mesurée par le détecteur. Le pas de quantification de l'image sera appelé LSB (Least Significant Bit) ou compte numérique (CN). Lorsque l'on acquiert un interférogramme, on échantillonne celui-ci selon la différence de marche et on quantifie le signal échantillonné. La figure 1.14 illustre l'échantillonnage d'un signal tel qu'il est pratiqué pour l'interférogramme. A partir d'une fonction continue, on obtient une série de points de mesure dont les deux coordonnées prennent des valeurs discrètes s'appuyant sur une grille définie par le pas d'échantillonnage et le pas de quantification.

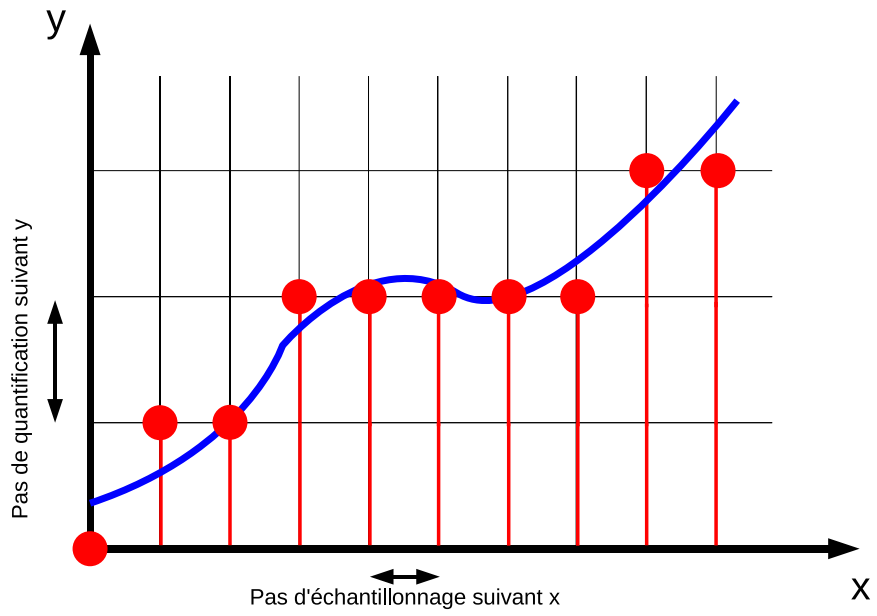

FIG. 1.14 – Représentation de l'échantillonnage et de la quantification d'un signal. La courbe bleue est le signal avant échantillonnage. Les points rouges représentent le signal échantillonné suivant x et quantifié suivant y. Le pas (ou période) d'échantillonnage et le pas de quantification sont représentés.

L'échantillonnage de l'interférogramme suivant la différence de marche intervient directement sur les performances du spectromètre. Il joue un rôle déterminant dans la définition de la résolution spectrale ainsi que dans la définition de la largeur spectrale de la bande de mesure. Qui plus est, l'échantillonnage de l'interférogramme impose des contraintes importantes pour le concept de spectromètre par transformation de Fourier statique présenté ensuite.

Mise en équation de l'échantillonnage de la différence de marche : On vient de voir qu'une mesure suppose un échantillonnage. Ceci se traduit par une discrétisation des équations théoriques présentées plus haut. Selon la différence de marche, on n'accède qu'à des valeurs discrètes de l'interférogramme défini dans l'équation 1.33. On ne mesure

que les échantillons $I(\delta_i)$ tels que :

$$I(\delta_i) = \int_0^{+\infty} B(\sigma) \cos(2\pi\sigma\delta_i)\, \mathrm{d}\sigma \tag{1.36}$$

L'échantillonnage de la différence de marche a pour période d'étalonnage $\delta_{ech} = \delta_{i+1} - \delta_i$.

Le passage au spectre, qui est une transformation de Fourier, est effectué numériquement à partir de l'interférogramme échantillonné. En reprenant l'équation 1.34, on obtient, dans le cas discret, l'équation :

$$B(\sigma_j) = \sum_{i=1}^{N_\delta} I(\delta_i) \cos(2\pi\sigma_j\delta_i)\delta_{ech} \tag{1.37}$$

N_δ est le nombre d'échantillons contenus dans l'interférogramme mesuré. On obtient ainsi un spectre échantillonné à la période $\sigma_{ech} = \sigma_{j+1} - \sigma_j$. L'échantillonnage du spectre mesuré dépend de celui de l'interférogramme.

On peut noter par ailleurs qu'on sera également amener à discrétiser la relation de passage du spectre à l'interférogramme (équation 1.36) pour la modélisation instrumentale. Dans ce cas, on calcule l'interférogramme correspondant à un spectre théorique. Le spectre théorique est donné sous forme numérique. Il est donc échantillonné. On note σ_{ech} le pas d'échantillonnage spectral. Le calcul numérique de l'interférogramme à partir du spectre s'écrit :

$$I(\delta_i) = \sum_{k=1}^{N_\sigma} B(\sigma_k) \cos(2\pi\sigma_k\delta_i)\sigma_{ech} \tag{1.38}$$

N_σ est le nombre d'échantillons du spectre théorique. Pour simplifier les expressions, il arrivera fréquemment que l'on fasse disparaître les périodes d'échantillonnage. Celles-ci sont des coefficients multiplicatifs constants dont l'importance n'est pas cruciale pour les calculs.

On commence ici à voir apparaître les limitations liées à l'échantillonnage. Le nombre d'échantillons est fini, et l'on ne peut pas faire de mesure jusqu'à une longueur de bras infinie. N_δ est borné par une valeur maximale. Il est également impossible d'effectuer des mesures avec une période d'échantillonnage infiniment fine. δ_{ech} est bornée par une valeur minimale.

Les limitations associées à l'échantillonnage entraînent des défauts de mesure, en comparaison à une mesure idéale. Par rapport à une mesure avec un échantillonnage infiniment fin et non borné par une valeur maximale, une mesure réelle présente une résolution finie, ainsi qu'une plage spectrale d'étendue limitée.

Longueur maximale des bras de l'interféromètre et résolution : Les équations précédentes supposent que l'on acquière l'interférogramme pour toutes les différences de marche allant de $-\infty$ à $+\infty$ (ou au moins de 0 à $+\infty$ dans la mesure où l'interférogramme est pair). Dans la pratique, il n'est pas possible de faire une telle mesure,

les bras de l'interféromètre ont en effet une dimension finie et le temps de mesure est également limité.

Un spectromètre par transformation de Fourier réel peut être ramené à un spectromètre idéal avec une longueur de bras infinie, dont les interférogrammes seraient tronqués par une fonction rectangle. Dans ce cas, l'expression du spectre mesuré (équation 1.34) devient :

$$\begin{aligned} B_{mes}(\sigma) &= \int_{-\delta_{max}}^{\delta_{max}} I(\delta) \cdot \cos(2\pi\sigma\delta)\,\mathrm{d}\delta \\ B_{mes}(\sigma) &= \int_{-\infty}^{+\infty} Rect_{2\delta_{max}} \cdot I(\delta) \cdot \cos(2\pi\sigma\delta)\,\mathrm{d}\delta \\ B_{mes}(\sigma) &= \int_{-\infty}^{+\infty} [Rect_{2\delta_{max}} \cdot I(\delta)] \cdot \cos(2\pi\sigma\delta)\,\mathrm{d}\delta \end{aligned} \tag{1.39}$$

La fonction *Rect* est la fonction porte qui est égale à 1 dans le domaine $\left[-\frac{1}{2}\,;\,\frac{1}{2}\right]$ et nulle partout ailleurs. La fonction $Rect_{2\delta_{max}}$ est la fonction porte dilatée d'un facteur $2\delta_{max}$, c'est-à-dire la fonction égale à 1 entre $-\delta_{max}$ et δ_{max} et nulle partout ailleurs. Le spectre mesuré est donc la transformée de Fourier du produit $Rect_{2\delta_{max}} \cdot I(\delta)$. Or la transformée de Fourier d'un produit est égale au produit de convolution des transformées de Fourier. Le produit de convolution est noté $*$. Le produit de convolution $h = f * g$ est défini par :

$$h(\sigma) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(\sigma' - \sigma)\, g(\sigma')\,\mathrm{d}\sigma' \tag{1.40}$$

Le spectre mesuré a donc pour expression :

$$\begin{aligned} B_{mes}(\sigma) &= TF[Rect_{2\delta_{max}}] * B(\sigma) \\ B_{mes}(\sigma) &= 2\delta_{max}\,\mathrm{sinc}(2\pi\delta_{max}\,\sigma) * B(\sigma) \end{aligned} \tag{1.41}$$

La transformée de Fourier de la fonction porte est la fonction $\sigma \mapsto \mathrm{sinc}(\pi\sigma)$, où l'on introduit le sinus cardinal défini par :

$$\mathrm{sinc}(x) = \frac{\sin(x)}{x} \tag{1.42}$$

La transformée de Fourier de la fonction porte dilatée $Rect_{2\delta_{max}}$ est la fonction f définie par :

$$f(\Delta\sigma) = 2\delta_{max}\,\mathrm{sinc}(2\pi\delta_{max}\,\Delta\sigma) = \frac{\sin(2\pi\delta_{max}\,\Delta\sigma)}{\pi\Delta\sigma} \tag{1.43}$$

La fonction f est la fonction d'appareil d'un spectromètre par transformation de Fourier idéal. Le spectre mesuré est égal au produit de convolution de la réponse instrumentale et du spectre incident :

$$B_{mes} = f * B \tag{1.44}$$

On notera que l'intégrale de la fonction d'appareil est normalisée :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(\Delta\sigma)\,\mathrm{d}\Delta\sigma = 1 \tag{1.45}$$

On applique ici le résultat de l'intégrale de Dirichlet. La fonction d'appareil a pour dimension $1/\mathrm{cm}^{-1}$.

La fonction d'appareil est le spectre que l'on mesurerait en observant un spectre infiniment fin en entrée du spectromètre. C'est la réponse impulsionnelle. Si le spectre en entrée du spectromètre est une distribution de Dirac, l'élément neutre de la convolution, alors on mesure directement la fonction d'appareil en sortie du spectromètre. Ce cas de figure se présente lorsque l'on observe une raie très fine telle que celles que peuvent émettre les laser.

La fonction d'appareil, également appelée réponse instrumentale, définit la résolution spectrale du spectromètre. Du fait de sa largeur non nulle, la finesse des détails spectraux accessibles par la mesure est limitée. Pour un spectromètre reposant sur un interféromètre idéal, la largeur à mi-hauteur de la fonction d'appareil $f(\Delta\sigma)$ correspond à ce qu'on note souvent FWHM (full width at half maximum) et vaut :

$$\mathrm{FWHM} = \frac{1{,}206}{2\,\delta_{max}} \tag{1.46}$$

La résolution « apodisée » conventionnelle est définie habituellement par :

$$\delta\sigma = \frac{1}{\delta_{max}} \tag{1.47}$$

L'apodisation est une opération de traitement de l'interférogramme que l'on aborde ensuite, en particulier dans les équations 1.48 et 1.49 ainsi que sur la figure 1.16. Par exemple, pour le spectromètre IASI, embarqué sur le satellite MetOp [CCD01], la différence de marche maximale est $\delta_{max} = 2$ cm. La résolution des spectres de niveau 1C (apodisés) vaut $\delta\sigma = \frac{1}{2\ \mathrm{cm}} = 0{,}5\ \mathrm{cm}^{-1}$. La courbe rouge de la figure 1.15 donne une représentation de la fonction d'appareil d'un tel spectromètre, dont la différence de marche maximale est égale à 2 cm.

On voit que la résolution d'un spectromètre par transformation de Fourier est contrôlée par la différence de marche maximale de mesure de l'interférogramme. Plus cette différence de marche est grande, meilleure est la résolution. La figure 1.15 représente deux fonctions d'appareil de type sinus cardinal calculées pour deux différences de marche maximales différentes. Ces fonctions d'appareil ont été centrées dans la bande de mesure du spectromètre. La courbe en rouge est calculée pour une différence de marche maximale de 2 cm, alors que la courbe en bleu est calculée pour une différence de marche maximale égale à 6 cm (ce qui est sensiblement la δ_{max} du spectromètre étudié). On constate que la réponse instrumentale pour la plus grande différence de marche maximale est plus fine que l'autre. La résolution apodisée et la largeur à mi-hauteur valent :

- $\delta\sigma = 0{,}5\ \mathrm{cm}^{-1}$ et $\mathrm{FHWM} = 0{,}302\ \mathrm{cm}^{-1}$ pour $\delta_{max} = 2$ cm (courbe en rouge)
- $\delta\sigma = 0{,}167\ \mathrm{cm}^{-1}$ et $\mathrm{FHWM} = 0{,}101\ \mathrm{cm}^{-1}$ pour $\delta_{max} = 6$ cm (courbe en bleu)

Dans les deux cas, on remarque la présence de pieds autour du pic central de la réponse. Ces pieds sont typiques de la fonction sinus cardinal. Ils peuvent être adoucis par apodisation.

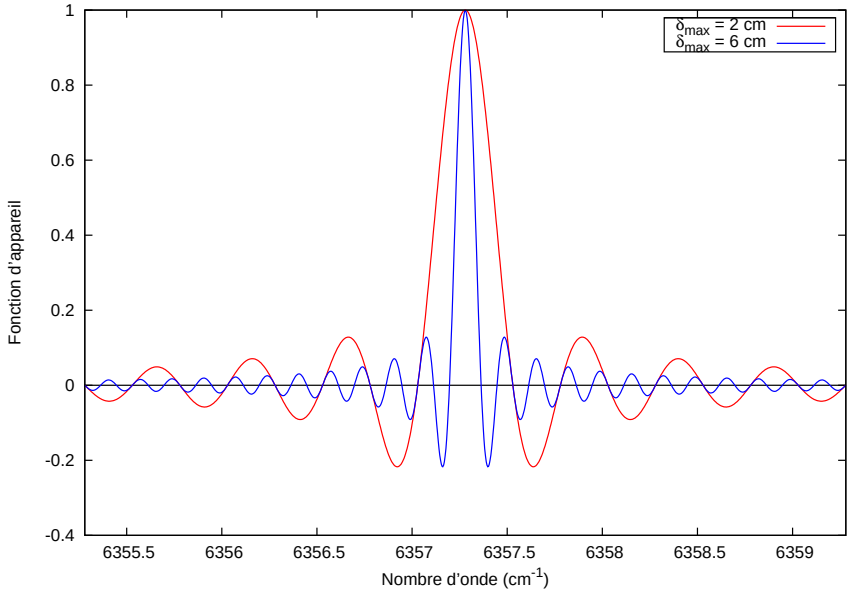

FIG. 1.15 – Fonctions d'appareil de type sinus cardinal (normalisées à l'unité au pic) pour deux différences de marche maximales différentes. En rouge la différence de marche maximale est égale à 2 cm, en bleu elle vaut 6 cm.

L'apodisation est un traitement qui consiste à modifier le profil de la fonction d'appareil en pondérant l'interférogramme. L'interférogramme en sortie d'instrument n'est plus un interférogramme infini limité par une fenêtre rectangulaire, mais un interférogramme infini limité par une fenêtre dont on a choisi la forme (triangulaire, gaussienne...). Cette opération permet d'adoucir le profil du spectre mesuré. En particulier, les lobes négatifs du sinus cardinal sont fortement réduits. La fonction d'appareil apodisée n'est plus dans ce cas la transformée de Fourier d'une fonction porte mais celle de la fonction d'apodisation multipliée à la fonction porte. On note f_{apo} la fonction d'apodisation. On reprend l'équation 1.39. Le spectre mesuré, apodisé est alors :

$$B_{mes}^{apo}(\sigma) = \int_{-\infty}^{+\infty} [Rect_{2\delta_{max}} \cdot f_{apo}(\delta) \cdot I(\delta)] \cdot \cos(2\pi\sigma\delta)\,\mathrm{d}\delta \tag{1.48}$$

$$B_{mes}^{apo}(\sigma) = TF[f_{apo}] * 2\delta_{max}\,\mathrm{sinc}(2\pi\delta_{max}\,\sigma) * B(\sigma) \tag{1.49}$$

Généralement, on choisit des fonctions d'apodisation nulles en dehors de l'intervalle $[-\delta_{max}\,;\,\delta_{max}]$. De la sorte, l'apodisation revient à convoluer le spectre en entrée d'instrument à la transformée de Fourier de la fonction d'apodisation. La figure 1.16 présente des fonctions instrumentales dans différents cas d'apodisation. On remarque que

les lobes secondaires de la fonction sinus cardinal s'estompent fortement grâce à l'apodisation. Mais en contrepartie, l'apodisation a pour effet d'élargir le lobe principal de la fonction d'appareil et donc de diminuer la résolution spectrale.

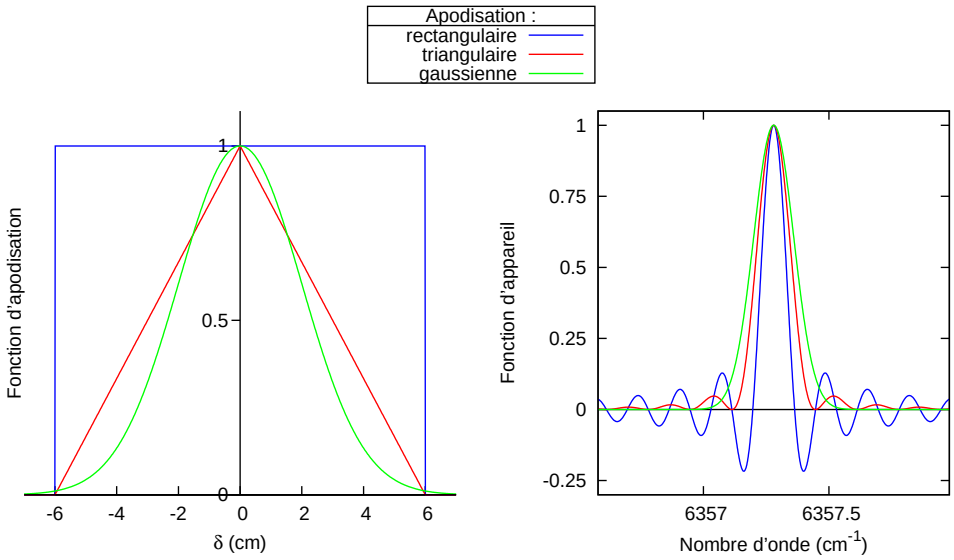

FIG. 1.16 – Fonctions d'appareil pour différentes fonctions d'apodisation. A gauche, on présente les fonctions d'apodisation, à droite les fonctions d'appareil correspondantes. Pour les courbes en bleu l'apodisation est rectangulaire, c'est l'apodisation naturelle due à la limitation de la différence de marche. Pour les courbes en rouge, l'apodisation est triangulaire et, pour les courbes vertes, elle est gaussienne.

On vient d'aborder ici une première limite physique de l'instrument : sa résolution spectrale. Dans un spectromètre par transformation de Fourier celle-ci est liée à la différence de marche maximale accessible. Plus la différence de marche maximale est grande, meilleure est la résolution.

Critère de Shannon-Nyquist : L'échantillonnage de la différence de marche influe également sur l'étendue spectrale du spectre obtenu par transformation de Fourier de l'interférogramme. On va voir que l'échantillonnage impose une contrainte sur la bande spectrale de mesure. A partir du moment où la largeur de la bande spectrale et le pas d'échantillonnage de l'interférogramme sont compatibles, la mesure est effectuée sans perte d'information malgré la discrétisation du signal.

Dans ce paragraphe on utilisera la notation Δ à la place de δ pour les différences de marche (afin de conserver δ pour la distribution de Dirac). On ignore de plus la limitation de l'échantillonnage par la différence de marche maximale qui a été traitée au paragraphe 1.1.2.2. On envisage l'interférogramme échantillonné I_e qui peut s'écrire en fonction de la différence de marche :

$$I_e(\Delta) = I(\Delta) \cdot \text{Ш}_{\Delta_e}(\Delta) \tag{1.50}$$

On a utilisé le peigne de Dirac décrivant l'échantillonnage de l'interférogramme avec un pas Δ_e :

$$\text{Ш}_{\Delta_e}(\Delta) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \Delta_e \, \delta(\Delta - n\Delta_e) \tag{1.51}$$

Avec cette notation on a bien :

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{+\infty} I_e(\Delta)\,\mathrm{d}\Delta &= \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \Delta_e \, I(\Delta)\, \delta(\Delta - n\Delta_e) \right) \mathrm{d}\Delta & (1.52) \\ &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} I(n\Delta_e) \cdot \Delta_e & (1.53) \end{aligned}$$

et on conserve « l'énergie ».

Si l'on reprend l'expression 1.34 qui décrit le passage de l'interférogramme au spectre, et que l'on introduit l'interférogramme échantillonné on obtient :

$$B(\sigma) = \int_{-\infty}^{+\infty} I_e(\Delta) \cos(2\pi\sigma\Delta)\,\mathrm{d}\Delta \tag{1.54}$$

En portant les équations 1.50 et 1.51, on trouve :

$$\begin{aligned} B(\sigma) &= \int_{-\infty}^{+\infty} I(\Delta) \left(\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \Delta_e \, \delta(\Delta - n\Delta_e) \right) \cos(2\pi\sigma\Delta)\,\mathrm{d}\Delta & (1.55) \\ &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left(\int_{-\infty}^{+\infty} I(\Delta)\, \Delta_e \, \delta(\Delta - n\Delta_e) \cos(2\pi\sigma\Delta)\,\mathrm{d}\Delta \right) & (1.56) \\ &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} I(n\Delta_e) \cos(2\pi\sigma n\Delta_e)\, \Delta_e & (1.57) \end{aligned}$$

On retrouve l'expression 1.37 qui est la version « discrétisée » de l'équation 1.34 en posant $\sigma = \sigma_j$ et $n\Delta_e = \delta_i$. Notons que l'on peut effectuer les mêmes calculs dans le domaine du spectre. Dans ce cas, on définit un spectre discrétisé tel que :

$$B_d(\sigma) = B(\sigma) \cdot \text{Ш}_{\sigma_d}(\sigma) \tag{1.58}$$

avec σ_d la période d'échantillonnage du spectre. Les calculs, appliqués au spectre échantillonné, aboutissent à :

$$I(\Delta) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} B(n\sigma_d) \cos(2\pi n\sigma_d\Delta)\, \sigma_d \tag{1.59}$$

On retrouve l'expression 1.38 avec $\sigma_k = n\sigma_d$ et $\delta_i = \Delta$.

On reprend l'équation 1.50. La transformée de Fourier de l'interférogramme échantillonné s'exprime alors de la manière suivante :

$$\tilde{I}_e(\sigma) = \tilde{I}(\sigma) * \widetilde{\text{Ш}_{\Delta_e}(\Delta)} \tag{1.60}$$

La transformée de Fourier d'un peigne de Dirac de période Δ_e, tel qu'il a été défini dans l'équation 1.51, a pour expression :

$$\widetilde{\mathrm{III}_{\Delta_e}(\Delta)} = \Delta_e \, \mathrm{III}_{\frac{1}{\Delta_e}}(\sigma) \tag{1.61}$$

Soit donc :

$$\begin{aligned} \tilde{I}_e(\sigma) &= \Delta_e \, \tilde{I}(\sigma) * \mathrm{III}_{\frac{1}{\Delta_e}}(\sigma) && (1.62)\\ &= \Delta_e \, \tilde{I}(\sigma) * \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\Delta_e} \, \delta\left(\sigma - \frac{n}{\Delta_e}\right) && (1.63)\\ &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \tilde{I}(\sigma) * \delta\left(\sigma - \frac{n}{\Delta_e}\right) && (1.64) \end{aligned}$$

La convolution par un Dirac est une translation et par conséquent on peut également écrire la transformée de Fourier de l'interférogramme échantillonné sous la forme :

$$\tilde{I}_e(\sigma) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \tilde{I}(\sigma - \frac{n}{\Delta_e}) \tag{1.65}$$

La fonction obtenue est une fonction périodique dans le domaine du spectre avec une période (en cm^{-1}) égale à $\sigma_e = \frac{1}{\Delta_e}$. L'effet de l'échantillonnage de l'interférogramme est entre autres de périodiser sa transformée de Fourier. La transformée de Fourier de l'interférogramme est le spectre optique. La périodisation du spectre peut se faire sans perte d'information si le spectre est à bande limitée de largeur inférieure à $\sigma_e/2$. Le spectre est à bande limité s'il est non nul uniquement dans une bande spectrale de largeur finie. La figure 1.17 présente un cas typique de spectre à bande limité. Le spectre est non nul dans l'intervalle $[0\,;\,\sigma_{max}]$. On a l'habitude de considérer les nombres d'onde négatifs pour simplifier l'étude de l'effet de la périodisation du spectre. Dans ce cas, le spectre est symétrisé par rapport au nombre d'onde nul. Il est donc pair. Sur la figure 1.17, le spectre est non nul dans l'intervalle $[-\sigma_{max}\,;\,\sigma_{max}]$. Si l'on échantillonne l'interférogramme avec une fréquence d'échantillonnage $\sigma_e = \frac{1}{\Delta_e}$ supérieure à $2\sigma_{max}$ alors le spectre est périodisé sans repliement de spectre : les bandes non nulles ne se chevauchent pas. L'effet d'un tel échantillonnage sur le spectre est montré sur la figure 1.18. Les répliques (en gris) de la bande spectrale principale (en noir) ne se recoupent pas. En filtrant numériquement le spectre de l'interférogramme échantillonné de manière à ne récupérer que la partie comprise entre $-\sigma_e/2$ et $\sigma_e/2$, on retrouve exactement le spectre symétrisé $B(\sigma)$ tel qu'il a été défini au départ. Il n'y a pas de perte d'information. On trouve en effet :

$$\tilde{I}(\sigma) = Rect\left(\frac{\sigma}{\sigma_e}\right) \cdot \tilde{I}_e(\sigma) \tag{1.66}$$

La fonction rectangle illustre le fait que l'on isole la réplique du spectre entre $-\sigma_e/2$ et $\sigma_e/2$.

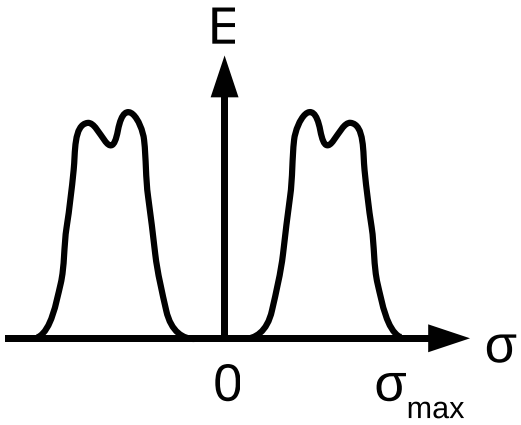

FIG. 1.17 – Spectre à bande limitée, cas typique

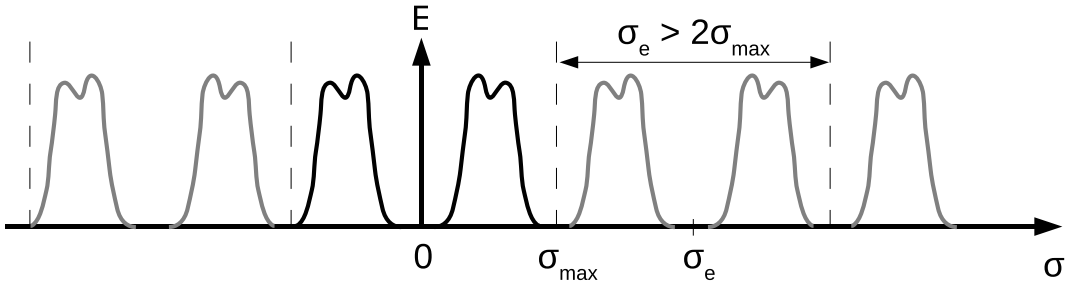

FIG. 1.18 – Spectre à bande limitée d'un interférogramme échantilonné, cas typique

Pour échantillonner correctement un signal à bande limitée dont la fréquence maximale est σ_{max}, il faut donc utiliser une fréquence d'échantillonnage $\frac{1}{\Delta_e} = \sigma_e$ telle que :

$$\sigma_e > 2\sigma_{max} \tag{1.67}$$

Cette condition sur l'échantillonnage est connue sous l'appellation de critère de Shannon-Nyquist [Nyq24], [Sha84].

Le critère de Shannon-Nyquist tel qu'il vient d'être présenté est classiquement utilisé en traitement du signal. Il correspond cependant au cas particulier où le signal est limité sur une bande de fréquence dont la borne inférieure est la fréquence nulle (en ne considérant que la partie positive des fréquences). Ce critère est généralisable à un spectre quelconque compris entre un nombre d'onde minimal σ_{min} et un nombre d'onde maximal σ_{max}. Un tel spectre est représenté sur la figure 1.19. Dans ce cas, la condition sur la fréquence d'échantillonnage devient :

$$\sigma_e > 2 \cdot \Delta\sigma \tag{1.68}$$

Avec $\Delta\sigma = \sigma_{max} - \sigma_{min}$. Le critère de Shannon-Nyquist, donné par l'équation 1.67, est un cas particulier du critère général donné par l'équation 1.68, avec $\sigma_{min} = 0$. En plus de cette première condition, l'échantillonnage doit respecter une deuxième contrainte. Il faut qu'il existe un entier m tel que :

$$\exists\ m \in \mathbb{N},\ \begin{cases} m\frac{\sigma_e}{2} < \sigma_{min} \text{ et} \\ \\ (m+1)\frac{\sigma_e}{2} > \sigma_{max} \end{cases} \tag{1.69}$$

Cette deuxième condition assure que les répliques de la bande principale positive ne se replient pas sur les répliques de la bande principale négative. Là encore, dans le cas particulier d'une bande comprise entre 0 et σ_{max}, le critère donné par l'équation 1.67 permet de satisfaire à cette condition (m est alors égal à 0). La figure 1.20 présente le spectre d'un interférogramme échantillonné, dans le cas où le spectre optique est à bande limitée et où la borne minimale est différente du nombre d'onde nul. L'échantillonnage respecte le critère de Shannon-Nyquist généralisé. Comme pour la figure 1.18, la périodisation du spectre due à l'échantillonnage se fait sans repliement de spectre [Bou94].

On a vu que dans le cas d'un spectre à bande limitée, il était possible de définir un échantillonnage de l'interférogramme qui permette d'acquérir le spectre sans perte d'information. Voyons comment on peut connaître la valeur de l'interférogramme en tous points, à partir de mesures discrètes. L'expression de la transformée de Fourier de l'interférogramme, exprimée en fonction de la transformée de Fourier de l'interférogramme échantillonné (équation 1.66), devient dans le cas d'un spectre contenu dans une fenêtre centrée sur $\sigma_0 = (m + \frac{1}{2})\frac{\sigma_e}{2}$, pour les nombres d'onde positifs, et sur $-\sigma_0$ dans le domaine des nombres d'onde négatifs :

$$\tilde{I}(\sigma) = \left[Rect\left(\frac{\sigma - \sigma_0}{\sigma_e/2}\right) + Rect\left(\frac{\sigma + \sigma_0}{\sigma_e/2}\right)\right] \cdot \tilde{I}_e(\sigma) \tag{1.70}$$

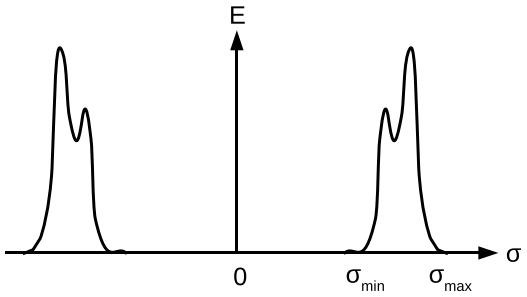

FIG. 1.19 – Spectre à bande limitée, cas d'une fenêtre spectrale

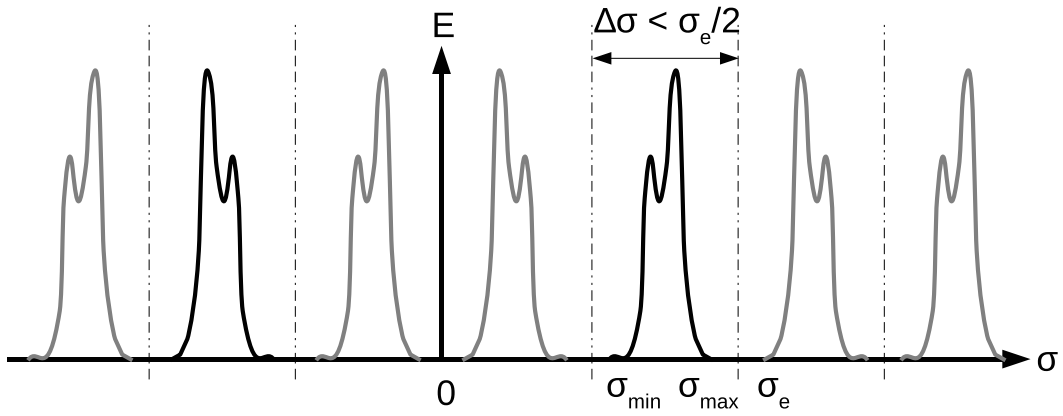

FIG. 1.20 – Spectre à bande limitée d'un interférogramme échantillonné, cas d'une fenêtre spectrale

La transformée de Fourier inverse de donne l'expression de l'interférogramme :

$$I(\Delta) = \sigma_e \cos(2\pi\sigma_0\Delta)\,\mathrm{sinc}(\pi\frac{\sigma_e}{2}\Delta) * I_e(\Delta) \tag{1.71}$$

Dans l'équation précédente, on a utilisé les propriétés suivantes :

$$TF^{-1}\left[Rect\left(\frac{\sigma-\sigma_0}{\sigma_e/2}\right)\right] = \frac{\sigma_e}{2}\cos(2\pi\sigma_0\Delta)\,\mathrm{sinc}(\pi\frac{\sigma_e}{2}\Delta) \tag{1.72}$$

$$TF^{-1}\left[Rect\left(\frac{\sigma+\sigma_0}{\sigma_e/2}\right)\right] = \frac{\sigma_e}{2}\cos(2\pi\sigma_0\Delta)\,\mathrm{sinc}(\pi\frac{\sigma_e}{2}\Delta) \tag{1.73}$$

En développant l'équation 1.71 sous forme de somme on obtient :

$$I(\Delta) = \sigma_e \sum_{n=-\infty}^{+\infty}\left[\cos(2\pi\sigma_0\Delta)\,\mathrm{sinc}(\pi\frac{\sigma_e}{2}\Delta)\right] * I(n\Delta_e)\cdot\delta(\Delta-n\Delta_e)\Delta_e \tag{1.74}$$

$$I(\Delta) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} I(n\Delta_e)\cdot\cos[2\pi\sigma_0(\Delta-n\Delta_e)]\,\mathrm{sinc}[\pi\frac{\sigma_e}{2}(\Delta-n\Delta_e)] \tag{1.75}$$

Comme $\sigma_0 = (m+\frac{1}{2})\frac{\sigma_e}{2}$, $I(\Delta)$ devient :

$$I(\Delta) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} I(n\Delta_e)\cdot\cos\left[\pi(m+\frac{1}{2})\sigma_e(\Delta-n\Delta_e)\right]\ \mathrm{sinc}\left[\pi\frac{\sigma_e}{2}(\Delta-n\Delta_e)\right] \tag{1.76}$$

Ou encore, en remplaçant σ_e par $\frac{1}{\Delta_e}$:

$$I(\Delta) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} I(n\Delta_e)\cdot\cos\left[\pi(m+\frac{1}{2})(\frac{\Delta}{\Delta_e}-n)\right]\ \mathrm{sinc}\left[\frac{\pi}{2}(\frac{\Delta}{\Delta_e}-n)\right] \tag{1.77}$$

On peut noter que pour tout $n \in \mathbb{Z}$, $I(n\Delta_e) = I_e(n\Delta_e)$ et que, par conséquent, toute valeur $I(\Delta)$ peut être calculée, quelle que soit Δ à partir des échantillons, en appliquant la formule donnée par l'équation 1.77. L'échantillonnage ainsi défini se fait donc bien sans perte d'information : l'interférogramme peut être déduit en tous points par interpolation de l'interférogramme échantillonné.

La limitation de la différence de marche à une valeur maximale, dont on a vu les effets au paragraphe 1.1.2.2, peut être prise en compte ici en remplaçant l'interférogramme mesuré $I(\Delta)$ par le même interférogramme limité par une fonction porte : $Rect_{2\Delta_{max}}\cdot I(\Delta)$. Ainsi, dans l'équation 1.77, les échantillons correspondant aux différences de marche au delà de Δ_{max} n'interviennent pas puisqu'ils sont mis à zéro par la fonction porte. Par conséquent, l'échantillonnage même limité, permet de retrouver sans perte d'information le signal $Rect_{2\Delta_{max}}\cdot I(\Delta)$.

En conclusion, la période d'échantillonnage doit satisfaire le critère de Shannon-Nyquist pour assurer une mesure sans perte d'information de l'interférogramme. Ce critère suppose que le spectre que l'on mesure est à bande limitée et que la fréquence

d'échantillonnage est supérieure au double de la largeur de la bande spectrale. Cette condition impose une contrainte instrumentale. Pour une largeur spectrale de bande donnée, l'interféromètre doit permettre un échantillonnage suffisamment fin de la différence de marche. Ou réciproquement, pour une fréquence d'échantillonnage fixée, la largeur de la bande spectrale doit être limitée dans l'instrument.

1.1.2.3 Caractéristiques instrumentales d'un spectromètre à transformation de Fourier

Cette partie est consacrée aux grandeurs permettant de caractériser un spectromètre par transformation de Fourier.

Luminance spectrale énergétique mesurée par le spectromètre : A partir des paramètres instrumentaux de l'instrument on peut remonter de l'énergie intégrée à la luminance équivalente mesurée par le spectromètre. L'énergie intégrée dans le cas monochromatique est, pour un flux spectral incident $\Phi_\sigma(\sigma_0)$ admis par l'instrument :

$$E(\delta) = \frac{\Phi_\sigma(\sigma_0) \cdot \Delta t}{2} \cdot (1 + \cos(2\pi\sigma_0\delta))\,\mathrm{d}\sigma \tag{1.78}$$

Le facteur $\mathrm{d}\sigma$ traduit la largeur spectrale, même infinitésimale, de la source en entrée. Δt est le temps d'intégration. Le flux incident intégré dépend des paramètres instrumentaux et plus particulièrement de l'ouverture et du champ du système. Dans un interféromètre de Michelson classique tel que celui représenté sur la figure 1.10, la pupille est formée par les miroirs. Le champ est limité par la détection. Si l'on note A la surface de la pupille, Ω l'angle solide admis et $L_\sigma(\sigma_0)$ la luminance spectrale, le flux a pour expression :

$$\Phi_\sigma(\sigma_0) = A \cdot \Omega \cdot L_\sigma(\sigma_0) \tag{1.79}$$

Dans cette expression, on a fait l'hypothèse d'un petit champ, ce qui permet de se contenter du produit par l'angle solide total plutôt que de poser l'intégrale dans le champ. Le produit $A \cdot \Omega$ est appelé l'étendue géométrique. L'énergie reçue est proportionnelle à celle-ci.

Si l'on ne garde maintenant que la partie modulée de l'énergie en sortie de l'interféromètre, l'expression devient :

$$E(\delta) = \left(\frac{1}{2} A\,\Omega\,\Delta t\right) \cdot \; L_\sigma(\sigma_0) \cdot \cos(2\pi\sigma_0\delta)\,\mathrm{d}\sigma \tag{1.80}$$

Dans le cas plus général d'un spectre non monochromatique, on mesure l'intégrale de l'équation 1.80 selon les nombres d'onde :

$$E(\delta) = \left(\frac{1}{2} A\,\Omega\,\Delta t\right) \cdot \; \int_0^{+\infty} L_\sigma(\sigma_0) \cdot \cos(2\pi\sigma_0\delta)\;\mathrm{d}\sigma \tag{1.81}$$

L'interférogramme est donc, à une constante multiplicative près, la mesure de la transformée de Fourier de la luminance spectrale énergétique. Notons qu'ici la luminance

spectrale est égale à la luminance spectrale incidente affectée de la transmission spectrale du spectromètre. De plus, l'interférogramme est plus exactement la transformée de Fourier de la luminance spectrale équivalente à celle qui serait obtenue avec une luminance isotrope dans le champ (c'est-à-dire produisant la même énergie par unité de temps, quelle que soit la direction dans le champ).

Résolution spectrale d'un spectromètre à transformation de Fourier : Nous avons vu au paragraphe 1.1.2.2 que la résolution spectrale d'un spectromètre par transformation de Fourier est limitée par la différence de marche maximale de son interféromètre. La résolution est donnée par la largeur de la fonction d'appareil. Cette largeur est quant à elle inversement proportionnelle à la différence de marche maximale. Par exemple, sur la figure 1.15 la courbe rouge est trois fois plus large que la courbe bleue, ce qui correspond bien au rapport des différences de marche maximales pour les deux fonctions d'appareil. La résolution peut être caractérisée par la largeur à mi-hauteur de la fonction d'appareil (FWHM) ou par la résolution apodisée.

On s'intéresse à la résolution apodisée. On rappelle son expression (équation 1.47) :

$$\delta\sigma = \frac{1}{\delta_{max}}$$

La figure 1.16 présente différents cas d'apodisation.

A partir de la valeur de la résolution, on peut déduire la résolvance du spectromètre qui est définie au paragraphe 1.1.1.1. Pour un spectromètre par transformation de Fourier, la résolvance est égale à :

$$\mathcal{R} = \sigma\delta_{max} \tag{1.82}$$

Effet du champ sur la résolution d'un spectromètre par transformation de Fourier : Le champ d'un spectromètre par transformation de Fourier a pour effet de dégrader la résolution spectrale de la mesure. Cet effet est décrit dans un premier temps. Dans un deuxième temps, un critère sur le champ qui assure des mesures avec une résolution spectrale $\delta\sigma$ est donné.

Prise en compte du champ dans le modèle instrumental : Jusqu'à maintenant, le champ du spectromètre par transformation de Fourier a été ignoré. Or un spectromètre a forcément un champ (sinon il n'intègrerait aucune énergie). La figure 1.21 représente le champ dans un interféromètre de Michelson.

La différence de marche est fonction de l'angle d'incidence. Jusqu'à maintenant, on n'a considéré que la différence de marche à l'incidence nulle pour les démonstrations. La figure 1.22 illustre la dépendance de la différence de marche en fonction de l'angle d'incidence des rayons lumineux. La différence de marche, exprimée en fonction de l'angle d'incidence θ, a pour expression :

$$\delta(\theta) = \delta(0) \cdot \cos\theta \tag{1.83}$$

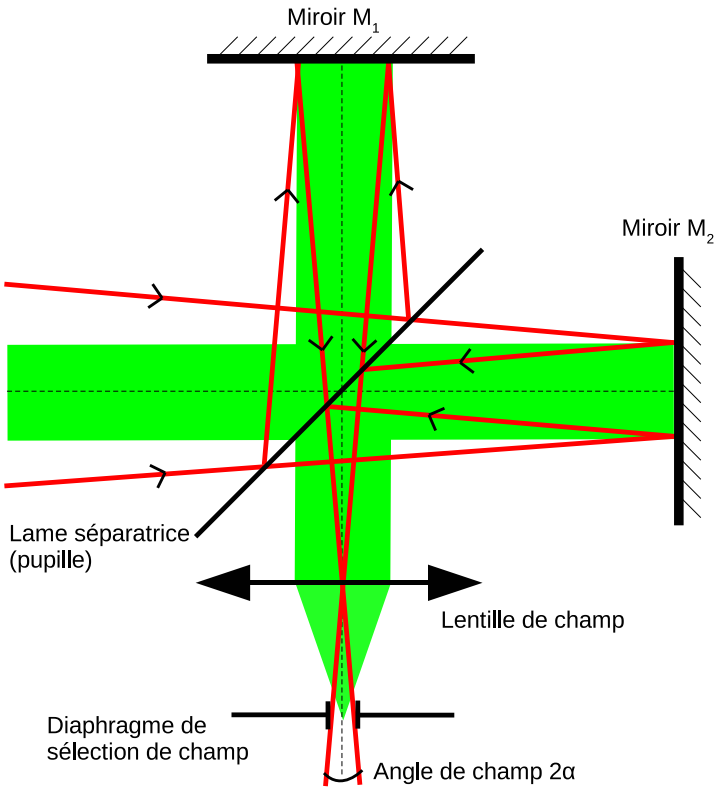

FIG. 1.21 – Champ du spectromètre. La sélection du champ se fait au niveau du diaphragme de champ, placé au foyer de la lentille de champ. Les rayons extrêmes s'appuient sur les bords du diaphragme. Le faisceau tracé représente le cône d'acceptance angulaire au niveau du centre de la lentille de champ, dans l'espace image.

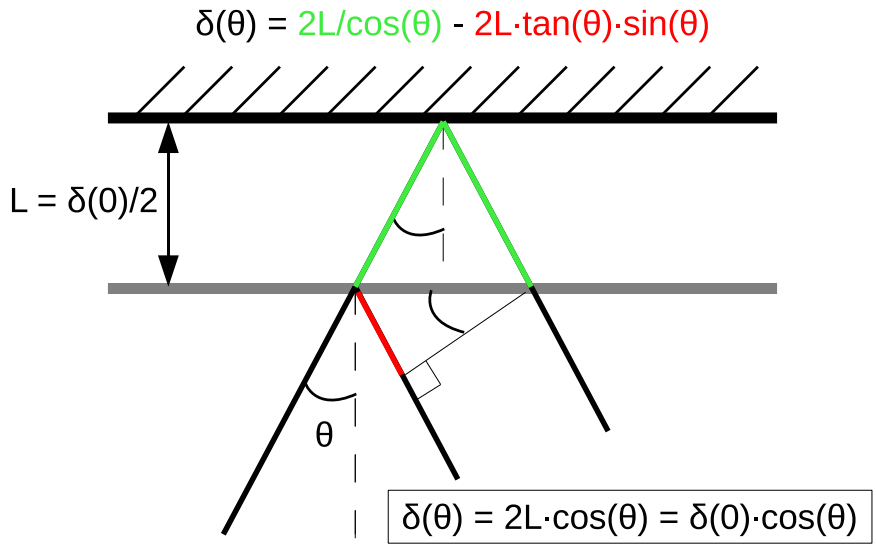

FIG. 1.22 – Influence de champ du spectromètre sur la différence de marche. Celle-ci dépend, pour une position donnée des miroirs de l'incidence des rayons.

Avec $\delta(0)$ la différence de marche pour un angle d'incidence nul (celle que l'on a considérée jusqu'à présent).

La dépendance de la différence de marche donnée dans l'équation 1.83 permet de déduire la forme de la figure d'interférence en fonction de l'angle d'incidence, en sortie de l'interféromètre. L'état d'interférence est constant pour un même angle d'incidence. Par conséquent la figure d'interférence sera une série d'anneaux concentriques dits anneaux d'égale inclinaison. La forme en anneaux est due au fait que l'incidence est à symétrie de révolution autour de l'axe normal au miroir. La figure 1.23 donne une représentation théorique des anneaux d'égale inclinaison vus en sortie d'un interféromètre. Ici, on a représenté le signal interférométrique dans le champ, pour un demi-angle au sommet d'environ 16 mrad (4 fois plus grand que celui du spectromètre étudié), pour une différence de marche en incidence nulle égale à 6 cm et pour un nombre d'onde de 6357 cm^{-1}. On peut remarquer que plus on s'éloigne du centre du champ, plus les anneaux se resserrent. D'après l'équation 1.83, le nombre d'anneaux est d'autant plus grand que l'incidence maximale est importante. Par suite, les interférences « vues » par le détecteur sont d'autant plus brouillées par le champ que celui-ci est grand. Cette dernière remarque s'applique également à la différence de marche en incidence nulle : plus celle-ci est grande, plus la variété des états interférométriques est également importante. Par conséquent, plus la différence de marche maximale d'un spectromètre est grande, plus le champ de celui-ci doit être limité, ce qui est compensé en augmentant la surface de la pupille ou le temps d'intégration du spectromètre de manière à intégrer suffisamment d'énergie.

Le champ du spectromètre par transformation de Fourier a donc tendance à brouiller

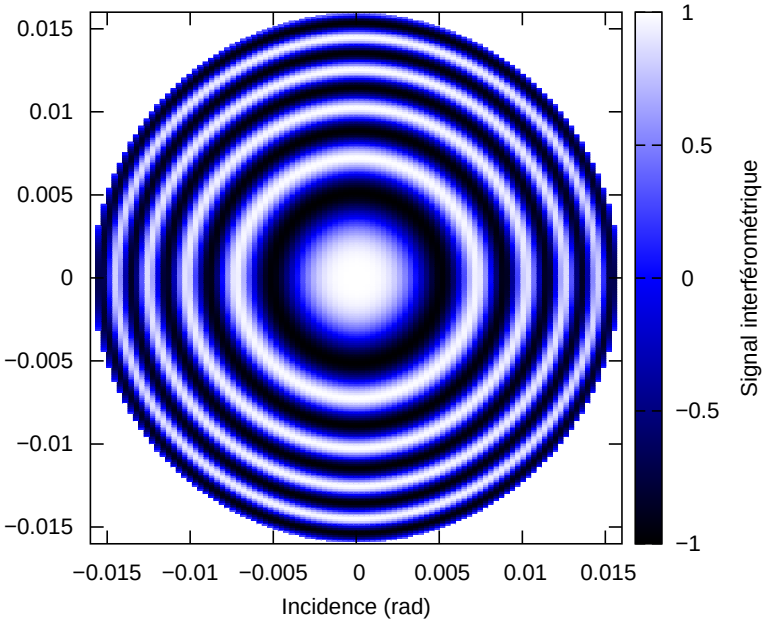

FIG. 1.23 – Anneaux d'égale inclinaison. Le calcul a été effectué pour un demi-angle de champ au sommet égal à 16 mrad, pour une différence de marche en incidence nulle égale à 6 cm et pour un nombre d'onde de 6357 cm^{-1}.

les interférences et par suite à réduire le contraste interférométrique. On appelle ce phénomène l'auto-apodisation du spectromètre (aussi appelée effet de trou ou effet d'ouverture). Le champ engendre en effet une pondération de l'interférogramme en fonction de la différence de marche qui est différente de la fonction porte. Cette auto-apodisation dégrade la résolution du spectromètre.

Quantitativement, l'effet du champ est étudié en intégrant le signal interférométrique en fonction du champ. Le flux de la composante interférométrique du signal mesuré par le spectromètre est, pour un angle solide élémentaire $\mathrm{d}\Omega$:

$$\mathrm{d}\Phi = \frac{1}{2} L\, A\, \cos(2\pi\sigma_0\delta)\mathrm{d}\Omega \tag{1.84}$$

Avec A la surface de la pupille et en faisant l'hypothèse d'une luminance constante dans le champ. Pour des incidences θ faibles, on peut faire un développement limité de l'expression 1.83 :

$$\delta(\theta) = \delta(0) \cdot \left(1 - \frac{\theta^2}{2}\right) \tag{1.85}$$

On en déduit :

$$\mathrm{d}\delta = -\delta(0)\,\theta\,\mathrm{d}\theta \tag{1.86}$$

Dans le cas étudié, le système a un champ à symétrie de révolution. L'élément d'angle solide est à l'ordre 1 : $\mathrm{d}\Omega = 2\pi\,\theta\,\mathrm{d}\theta$. L'équation 1.84 peut donc s'écrire :

$$\mathrm{d}\Phi = -\frac{-\pi\, L\, A}{\delta(0)}\, \cos(2\pi\sigma_0\delta)\mathrm{d}\delta \tag{1.87}$$

On intègre maintenant selon la différence de marche dans le champ :

$$\Phi = \frac{\pi\, L\, A}{\delta(0)} \int_{\delta(0)(1-\theta^2_{champ}/2)}^{\delta(0)} \cos(2\pi\sigma_0\delta)\,\mathrm{d}\delta \tag{1.88}$$

avec θ_{champ} le demi-angle au sommet du cône de champ du spectromètre. Les bornes de l'intégrale correspondent à la différence de marche en bord de champ pour la borne inférieure et la différence de marche au centre du champ pour la borne supérieure. Le calcul de l'intégrale donne :

$$\begin{aligned}
\Phi &= \frac{L\, A}{\sigma_0\, \delta(0)}\, \cos\left[\pi\sigma_0\delta(0)(2 - \frac{\theta^2_{champ}}{2})\right]\, \sin\left[\pi\sigma_0\delta(0)\frac{\theta^2_{champ}}{2}\right] \\
\Phi &= \frac{L\, G}{2}\, \cos\left[2\pi\sigma_0\delta(0)(1 - \frac{\theta^2_{champ}}{4})\right]\, \mathrm{sinc}\left[\pi\sigma_0\delta(0)\frac{\theta^2_{champ}}{2}\right]
\end{aligned} \tag{1.89}$$

L'équation 1.89 donne l'effet du champ sur l'interférogramme mesuré. On retrouve l'expression de l'interférogramme exprimé sans tenir compte du champ, et en particulier la dépendance en cosinus de la différence de marche. On peut définir une différence de marche équivalente :

$$\delta_{eq} = \delta(0) \cdot \left(1 - \frac{\theta^2_{champ}}{4}\right) \tag{1.90}$$

Cette différence de marche équivalente est le résultat de l'intégration de toutes les différences de marche en fonction de l'incidence. Le champ tend à décaler la différence de marche équivalente. Pour le spectromètre par transformation de Fourier statique étudié, on verra que la procédure d'étalonnage de la différence de marche permet de mesurer directement la différence de marche équivalente.

Une fonction d'auto-apodisation est multipliée à l'interférogramme. Il s'agit du terme en sinus cardinal. L'apodisation naturelle de l'interférogramme a pour effet de réduire la résolvance du spectromètre par transformation de Fourier, en élargissant la fonction d'appareil. La transformée de Fourier inverse de la fonction d'auto-apodisation est une fonction porte. A un facteur multiplicatif près, on a :

$$TF^{-1}\left[\text{sinc}\left(\pi\sigma_0\delta(0)\frac{\theta^2_{champ}}{2}\right)\right] = Rect\left(\frac{\sigma}{\sigma_0\,\theta^2_{champ}/2}\right) \tag{1.91}$$

La dégradation de la résolution est due à la convolution d'une fonction porte de largeur $\sigma_0\,\theta^2_{champ}/2$.

Le champ a donc pour effet de dégrader la résolution spectrale des spectromètres par transformation de Fourier. Il faudra donc limiter ce dernier, tout en veillant à conserver un rapport signal à bruit correct. Pour trouver un bon compromis, un critère sur le champ permet de définir le champ maximal acceptable pour un instrument, qui ne dégradera pas la valeur de la résolution $\delta\sigma$.

Valeur du champ admissible en fonction de la résolution souhaitée : Un critère sur le champ est mis en place pour assurer que la résolution spectrale souhaitée puisse être atteinte avec le champ de l'instrument. Ce critère considère que la différence de phase entre deux nombres d'onde qui doivent être résolus doit être inférieure à 2π dans le champ du spectromètre. Autrement dit, pour une différence de marche δ, si pour un nombre d'onde σ_0 les interférences sont constructives au centre du champ, au pire, il faut que les interférences soient également constructives en bord de champ pour le nombre d'onde $\sigma_1 = \sigma_0 + \delta\sigma$. En équation, on a d'abord :

$$\exists\, n \in \mathbb{N},\ \begin{cases} \delta(0) & = & \frac{n}{\sigma_0} \\ \\ \delta(\theta_{champ}) & = & \frac{n}{\sigma_1} \end{cases} \tag{1.92}$$

En remplaçant $\delta(\theta_{champ})$ par son expression on aboutit à :

$$\frac{\cos\theta_{champ}}{\sigma_0} = \frac{1}{\sigma_0 + \delta\sigma} \tag{1.93}$$

Finalement, après développement limité du cosinus, la résolution est reliée au champ selon :

$$\delta\sigma = \frac{\theta^2_{champ}}{2}\sigma_0 \tag{1.94}$$

Ou encore, l'angle de champ maximal compatible d'une résolution $\delta\sigma$ est :

$$\theta_{champ} = \sqrt{2\frac{\delta\sigma}{\sigma_0}} \tag{1.95}$$

$$\theta_{champ} = \sqrt{\frac{2}{\mathcal{R}}} \tag{1.96}$$

Ce même critère peut être introduit différemment en comparant la résolution que l'on recherche et la largeur de la fonction porte due au champ, qui est convoluée au spectre mesuré. On considère que la convolution de la fonction porte ne dégradera pas outre mesure la résolution spectrale si la largeur de cette fonction reste inférieure ou égale à la résolution. En particulier lorsqu'ils sont égaux, on a :

$$\delta\sigma = \frac{\theta^2_{champ}}{2}\sigma_0$$

Par conséquent, on retrouve bien le demi-angle de champ admissible :

$$\theta_{champ} = \sqrt{\frac{2}{\mathcal{R}}}$$

Cette valeur de champ offre un bon compromis entre l'énergie intégrée par l'instrument et la résolution spectrale recherchée. Par exemple, pour atteindre une résolvance de 50000, l'angle de champ maximal acceptable est égal à 6 mrad.

Luminosité d'un spectromètre par transformation de Fourier : La luminosité a été définie au paragraphe 1.1.1.1. Il s'agit du rapport entre l'éclairement reçu par le détecteur et la luminance en entrée d'instrument, ce pour un élément spectral du spectre mesuré.

La luminosité dépend de l'étendue géométrique de l'instrument. En première approximation, l'étendue géométrique est le produit de la surface A de la pupille avec l'angle solide admis par l'instrument Ω. Pour un petit champ de mesure, de demi-angle au sommet θ_{champ}, l'angle solide a pour valeur approchée : $\Omega = \pi\,\theta^2_{champ}$. On connaît la relation entre le champ et la résolvance (équation 1.96). Par conséquent l'étendue géométrique G est :

$$G = 2\pi\frac{A}{\mathcal{R}} \tag{1.97}$$

On rappelle que la luminosité est proportionnelle à l'étendue géométrique. L'équation 1.97 montre que la résolvance et la luminosité sont inversement proportionnelles. Par conséquent, lors de la conception d'un spectromètre par transformation de Fourier, il faut trouver un compromis entre résolution spectrale et résolution radiométrique. Il est vain d'augmenter l'une sans prendre en compte l'effet négatif des modifications sur l'autre.

1.1.3 Comparaison du concept de la spectrométrie par transformation de Fourier avec les autres concepts de spectrométrie

On trouve dans la littérature trois avantages de la spectrométrie par transformation de Fourier sur les autres techniques de spectrométrie [Nau00]. Ceux-ci ont été mis en évidence en comparant les paramètres essentiels des spectromètres, à savoir la luminosité et la résolvance.

1.1.3.1 Avantage de Jacquinot sur l'étendue géométrique

Les spectromètres par transformation de Fourier et de Fabry-Pérot présentent un avantage en terme d'étendue géométrique par rapport aux spectrographes à réseau et par extension par rapport aux spectrographes à prisme [Jac54].

Pour une même pupille et une même résolution, un spectromètre à transformation de Fourier travaille avec un plus grand champ et donc avec une plus grande étendue géométrique. A résolution comparable, la luminosité des spectromètres par transformation de Fourier est par conséquent plus grande. Les mesures seront plus fines en terme d'amplitude des spectres.

L'avantage de Jacquinot en faveur des spectromètres à transformation de Fourier repose sur une comparaison à surfaces de pupille identiques. On peut tempérer cet avantage en remarquant que la réalisation du réseau et d'une lame séparatrice de même surface n'impliquent pas les mêmes difficultés. La question du traitement séparateur est particulièrement contraignante, et, un réseau de grande taille est plus facilement réalisable.

Au final, toutes choses égales par ailleurs, un spectromètre par transformation de Fourier admet des faisceaux d'étendue géométrique de l'ordre de 100 fois plus grande que celle des spectromètres à réseau.

1.1.3.2 Avantage de Felgett ou avantage multiplex

Pour un spectromètre par transformation de Fourier, le signal de chaque échantillon de l'interférogramme provient de la somme des signaux à toutes les longueurs d'ondes. Il est par conséquent plus important que le signal qui serait fourni par une seule longueur d'onde, comme c'est le cas dans les spectromètres à réseau.

Le signal mesuré par chaque échantillon est plus grand, le rapport signal à bruit est donc plus important. Cet avantage est valable pour des bruits de détection prédominants comme dans l'infrarouge. Dans le visible et l'ultraviolet, le gain est réduit voire inexistant. De plus, avec les progrés réalisés dans le domaine des détecteurs, ce gain tend à s'estomper.

Le gain que procure l'avantage de Felgett aux spectromètres par transformation de Fourier est d'autant plus grand que la bande spectrale de mesure est large. Le spectromètre par transformation de Fourier statique étudié dans cette thèse, qui effectue des mesures en bande étroite dans le proche infrarouge, ne bénéficie pas de cet avantage.

1.1.3.3 Avantage de Connes sur la fonction d'appareil

La réponse instrumentale pour un spectromètre par transformation de Fourier est indépendante de la longueur d'onde (c'est un sinus cardinal dont les paramètres ne dépendent que de la différence de marche maximale). Pour un spectromètre à réseau ou à prisme, la réponse instrumentale dépend de la longueur d'onde.

Les spectromètres par transformation de Fourier ont une fonction d'instrument beaucoup plus facile à étalonner, ce qui permet une exactitude supérieure sur l'échelle des nombres d'ondes. Le nom d'avantage de Connes a été donné à cette particularité des spectromètres par transformation de Fourier.

En fait cet avantage revient à disposer (pour les interféromètres à balayage dont la différence de marche est pilotée par un laser de référence stabilisé) d'une échelle en nombre d'onde très régulière (à pas constant). Les effets liés à l'étendue finie ou à des détecteurs légèrement hors axe se traduisent simplement par l'application d'un facteur multiplicatif tel que $\sigma_{vrai}(i) = (1 + \epsilon)\sigma_{obs}(i)$.

1.2 Spectromètre par transformation de Fourier statique

A côté du concept de spectrométrie de Fourier dit à balayage ou plus précisément à balayage temporel de la différence de marche (transformation de Fourier dynamique), un autre concept instrumental a été introduit récemment : il s'agit du concept de transformation de Fourier statique dont une des mises en œuvre a été définie par le CNES. Ce nouveau concept de spectromètre est adapté à la mesure de bandes spectrales réduites. Parmi les concepts de spectromètres par transformation de Fourier statique, on peut également citer celui de spectromètre par transformation de Fourier hétérodyne statique développé par le LESIA à l'Observatoire de Paris. Ce dernier utilise deux réseaux de diffraction optique en guise de miroirs. Des applications d'études planétaires sont visées. Ce type de spectromètre offre la possibilité d'effectuer des mesures en mode spectro-imageur (alliant mesure spectrale et imagerie) [DDS+07].

1.2.1 Avantages d'une configuration statique

La configuration statique du spectromètre présente comme principal avantage, pour une application spatiale, de supprimer le mécanisme de déplacement des miroirs. Un mécanisme en moins sur un instrument représente une simplification technique ainsi qu'une amélioration de la robustesse de l'instrument. La suppression d'un mécanisme s'accompagne également d'un gain d'encombrement. Sur le plan de la robustesse de l'instrument, une configuration statique n'est pas soumise au risque de panne du mécanisme.

On peut citer par exemple la panne du mécanisme de déplacement du miroir du spectromètre MIPAS à bord d'ENVISAT et la réduction de résolution qui en résulte [FBB+07], [PD07]. Une grosse partie du développement de IASI pour le satellite MetOp a été dédiée au mécanisme des miroirs [SAM+04], [BCC+04].

A côté de ces avantages instrumentaux, on peut également remarquer qu'un spectromètre par transformation de Fourier statique est intrinsèquement moins sensible aux fluctuations temporelles de la scène observée. Ces fluctuations sont principalement dues au déplacement du satellite qui entraîne le changement la scène. Dans un spectromètre par transformation de Fourier statique, tous les échantillons sont acquis simultanément, et, par conséquent, on mesure le spectre de la scène moyenne. Dans le cas dynamique, chaque échantillon voit la scène telle qu'elle est à l'instant de l'acquisition du point courant de l'interférogramme. Donc, si la source varie durant l'acquisition, les différents échantillons ne sont pas enregistrés devant la même scène, et le spectre est moins facilement exploitable. Un spectromètre par transformation de Fourier reposant sur un concept statique est donc mieux adapté à être embarqué sur une plateforme mobile par rapport à l'objet de la mesure. Un moyen de s'affranchir du défilement du satellite devant la scène est d'intégrer une visée à compensation de filé, ce qui suppose une complexification de l'instrument. C'est ce qui a été fait pour le spectromètre IASI.

Les points durs associés au nouveau concept de spectrométrie statique sont traités tout au long du document. La principale dificulté réside dans le fait que l'échantillonnage a été reporté dans la dimension spatiale. Celle-ci devient un paramètre primordial pour la mesure.

1.2.2 Présentation du concept instrumental

En 1998, le CNES a déposé un brevet de spectromètre par transformation de Fourier statique dont l'inventeur est Paul Vermande [Ver98].

Dans un spectromètre par transformation de Fourier statique, l'échantillonnage de l'interférogramme est effectué spatialement plutôt que temporellement pour un spectromètre par transformation de Fourier dynamique. La différence de marche varie donc dans la dimension spatiale et tous les échantillons de l'interférogramme sont acquis simultanément.

La mesure spatiale de l'interférogramme nécessite en sortie de l'interféromètre un système d'imagerie, qui remplace le monodétecteur d'un spectromètre par transformation de Fourier dynamique.

La figure 1.24 présente un schéma de principe du concept instrumental. On y reconnaît en partie un interféromètre de Michelson comparable à celui représenté sur la figure 1.10. Ici, la variation de la différence de marche est introduite par des miroirs à échelettes. Un miroir à échelettes est un miroir en forme d'escalier. Chaque marche fournit une différence de marche différente et donc un échantillon de l'interférogramme. L'association des deux miroirs engendre une matrice de différences de marche, et l'interféromètre est équivalent à une multitude d'interféromètres de Michelson classiques en parallèle.

En sortie de l'interféromètre, l'image des miroirs est acquise grâce à un système d'imagerie. Les rayons tracés en rouge sur la figure 1.24 illustrent la combinaison optique. L'image est donc une image de l'interférogramme dont l'agencement des échantillons est matriciel comme celui des différences de marche introduites par les miroirs à échelettes. Une représentation schématique de celle-ci est donnée sur la figure 1.24. Chaque carré

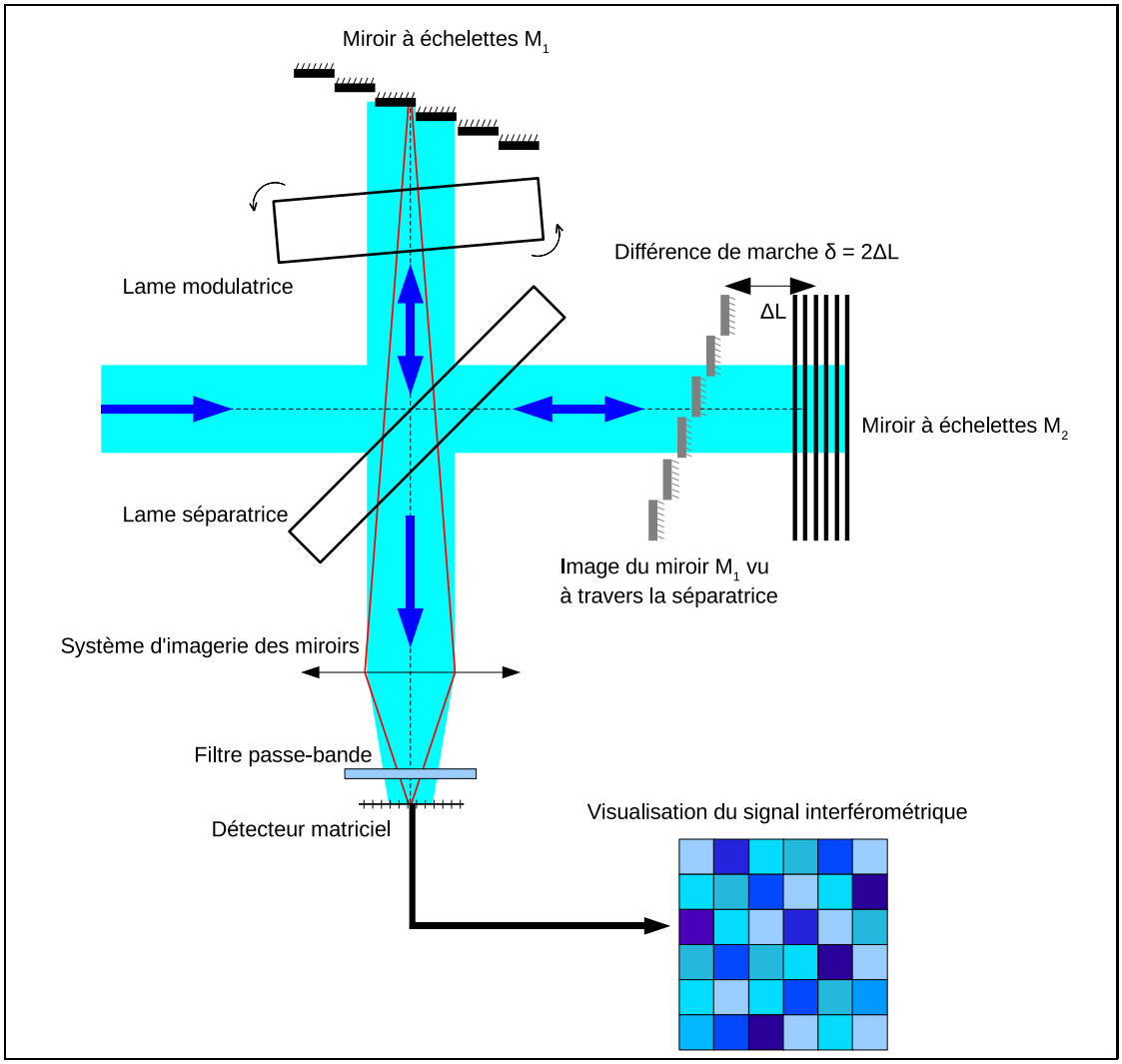

FIG. 1.24 – Interféromètre de Michelson statique, schéma de principe

de couleur représente le signal pour un échantillon de l'interférogramme.

L'obtention d'un spectre à partir de l'image d'un interférogramme nécessite dans un premier temps une opération de traitement de l'image qui consiste à isoler le signal de chaque échantillon de l'interférogramme. Puis, comme pour un spectromètre par transformation de Fourier classique, on obtient le spectre mesuré en effectuant la transformation de Fourier inverse de l'interférogramme.

En résumé, ce concept statique consiste à reprendre un interféromètre de Michelson, à remplacer ses miroirs plans mobiles par des miroirs à échelettes fixes, et à substituer, au monodétecteur en sortie de l'interféromètre, un détecteur matriciel sur lequel on fait l'image des miroirs.

On va maintenant décrire plus en détail, deux aspects clés pour ce concept qui sont l'échantillonnage et la contrainte sur l'étalonnage apportée par la configuration statique. Ensuite, on dressera un bilan des caratéristiques du concept instrumental.

1.2.2.1 Echantillonnage statique de l'interférogramme et limitation de la bande spectrale de mesure

On va voir ici comment l'échantillonnage statique de l'interférogramme répond aux contraintes d'échantillonnage que l'on a introduites au paragraphe 1.1.2.2.

Dans le concept de spectromètre par transformation de Fourier statique, c'est le critère de Shannon-Nyquist généralisé, décrit dans le paragraphe 1.1.2.2, qui est utilisé pour l'échantillonnage. La fréquence d'échantillonnage de l'interférogramme doit être supérieure au double de la largeur de la bande spectrale de mesure.

La fréquence d'échantillonnage de l'interférogramme est limitée du fait de la technique de réalisation des miroirs. En effet, on ne peut pas fabriquer des miroirs avec des marches de hauteur inférieure à la dizaine de micromètres géométrique (soit une vingtaine de micromètres en différence de marche). La limite haute pour la largeur spectrale $\Delta\sigma_{max}$ que l'on peut couvrir par transformation de Fourier statique est d'environ :

$$\Delta\sigma_{max} = \frac{1}{2\,\delta_e^{min}} \approx \frac{1}{2 \cdot 20\ \mu\text{m}} \approx 250\ \text{cm}^{-1}$$

avec δ_e^{min} le pas d'échantillonnage minimal accessible. Ici, le critère de Shannon-Nyquist généralisé prend tous son sens. Les mesures ne sont pas limitées qu'à une bande spectrale de borne inférieure le nombre d'onde nul. On peut décaler la bande de mesure autour d'un nombre d'onde central quelconque.

Le spectromètre doit donc être utilisé pour des mesures dans des bandes spectrales limitées. Pour les mesures satellitales de sondage atmosphérique cela présente un intérêt pour la mesure d'un gaz cible. La mesure spectrale est alors centrée sur une bande d'absorption du gaz.

Une mesure en bande étroite nécessite un filtre passe-bande de sélection de celle-ci. Sur la figure 1.24, le filtre de sélection est placé en avant du détecteur. Nous verrons au chapitre 2, comment on définit en pratique un échantillonnage compatible avec le critère de Shannon-Nyquist, en associant des miroirs à échelettes et un filtre optique passe-bande.

1.2.2.2 Echantillonnage irrégulier de l'interférogramme

Du fait des limitations technologiques, on ne peut pas fabriquer des marches de hauteurs parfaitement régulières. En conséquence, l'échantillonnage de l'interférogramme est irrégulier. Les erreurs de construction sont typiquement de l'ordre de quelques micromètres. Celles-ci sont, dans le cas du spectromètre étudié, supérieures à la longeur d'onde.

Dans le paragraphe 1.1.2.2, l'échantillonnage considéré est régulier. Cependant, à partir d'un interférogramme échantillonné irrégulièrement, on peut calculer l'interférogramme régulièrement échantillonné. On reprend l'équation 1.77 :

$$I(\delta) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} I(n\delta_e) \cdot \cos\left[\pi(m+\frac{1}{2})(\frac{\delta}{\delta_e}-n)\right] \operatorname{sinc}\left[\frac{\pi}{2}(\frac{\delta}{\delta_e}-n)\right]$$

où $I(n\delta_e)$ est l'interférogramme échantillonné régulièrement et $I(\delta)$ l'interférogramme en une différence de marche quelconque, par exemple à la différence de marche échantillonnée irrégulièrement par les miroirs. Cette équation est vérifiée pour les N échantillons de l'interférogramme mesuré. Pour retrouver l'interférogramme régulier, il faut donc résoudre un système de N équations à N inconnues.

La régularité de l'échantillonnage est indispensable pour calculer numériquement la transformée de Fourier inverse des interférogrammes, c'est-à-dire les spectres. Les algorithmes mathématiques classiquement utilisés en traitement du signal, tels que celui de FFT, traitent des données régulièrement échantillonnées [CT65].

Nous verrons au chapitre 3 comment la reconstruction de l'interférogramme régulier est effectuée numériquement. Nous verrons également une autre méthode de traitement des interférogrammes irréguliers aboutissant aussi aux spectres mesurés. Il faut retenir ici que l'échantillonnage de l'interférogramme, dans ce type de concept statique, est irrégulier. Cette irrégularité est telle qu'elle doit être mesurée et prise en compte dans le traitement des interférogrammes.

1.2.2.3 Influence de la dimension spatiale

Alors que la dimension spatiale transverse était ignorée dans la description du concept classique (paragraphe 1.1), elle doit être maintenant prise en compte.

On doit en particulier assurer l'homogénéité spatiale de la réponse du système. Intrinsèquement celle-ci n'est pas constante. Il faut en mesurer ses variations dans le plan de la matrice du détecteur afin de les corriger ensuite par traitement. Les inhomogénéités de réponse sont à la fois dues aux variations de sensibilité interpixel dans le détecteur et aux variations spatiales de la transmission du système.

On effectue maintenant une mesure d'imagerie de l'interférogramme. Comme pour tout système d'imagerie, il faut étalonner la réponse spatiale de celui du spectromètre. Pour ce faire, la méthode classique consiste à placer l'instrument devant une source de profil spatial en luminance connu et à comparer le profil mesuré au profil réel. Généralement la source est une sphère intégrante dont le profil est homogène et les défauts d'homogénéité mesurés sont ceux du système.

Dans le cas du spectromètre par transformation de Fourier statique, il est impossible de faire directement l'image d'une source à cause des interférences provoquées par l'interféromètre. On reprend l'expression, pour une source monochromatique de l'interférogramme (équation 1.21) dans laquelle on introduit les coordonnées spatiales i et j dans le détecteur :

$$I_{ij}(\delta) = \frac{I_0(i,j)}{2} \cdot (1 + \cos(2\pi\sigma\delta_{ij})) \tag{1.98}$$

La sensibilité de l'interféromètre est directement proportionnelle à $I_0(i,j)$. Cette valeur est en effet proportionnelle à l'énergie intégrée dans le champ et pour toutes les longueurs d'onde. Celle-ci est sensée être constante spatialement pour un instrument embarqué sur un satellite. Dans ce cas, la source est à l'infini et tous les points des miroirs observent une même source. Si l'on peut mesurer dans toute l'image le terme $I_0(i,j)$, alors on est à même de pratiquer l'étalonnage spatial de l'interféromètre.

Cette mesure suppose de brouiller le terme en cosinus. Pour ce faire, un système introduisant de légères variations de la différence de marche de manière homogène dans la dimension transverse a été défini et développé. Il s'agit d'un mécanisme de rotation de la lame compensatrice. Du fait de sa nouvelle fonction, la lame compensatrice est appelée lame modulatrice. Une description détaillée de ce composant est donnée dans le paragraphe 1.2.3.2.

Nous retiendrons que la dimension spatiale devient un paramètre important de la mesure. L'exploitation de celle-ci pour l'échantillonnage, plutôt que de la dimension temporelle, lui confère un rôle essentiel. Les étalonnages spatiaux de l'instrument deviennent cruciaux.

1.2.2.4 Bilan sur les caractéristiques du concept

On vient de décrire un concept de spectrométrie par transformation de Fourier statique. L'interférogramme est échantillonné spatialement et tous les échantillons de l'interférogramme mesuré sont acquis simultanément. Dans une configuration dynamique classique, les échantillons sont acquis les uns à la suite des autres. Au premier abord, on pourrait croire que le temps de mesure est considérablement réduit du fait de la mesure statique. C'est en fait faux. En effet, l'échantillonnage spatial se fait en divisant la pupille en autant de sous-pupilles que d'échantillons dans l'interférogramme. Par conséquent, pour intégrer la même énergie, il faut augmenter en conséquence le temps d'intégration, d'un facteur égal au nombre d'échantillons. Au final, le temps d'intégration total est le même que dans un spectromètre par transformation de Fourier dynamique ayant la même pupille. Le concept statique et le concept dynamique sont donc équivalents d'un point de vue radiométrique. Bien que l'étendue géométrique de chaque sous pupille soit diminuée, l'avantage de Jacquinot est toujours vérifié.

Le concept instrumental impose une mesure sur une bande spectrale réduite. Celle-ci doit être limitée par un filtre optique passe-bande. Le gain de la configuration statique impose cette contrepartie. Cependant pour une mesure satellitale de sondage atmosphérique, ce type d'instrument peut répondre à des besoins de mesure et de surveillance d'un seul gaz. Dans ce cas, la bande de mesure est centrée sur une bande d'absorption

du gaz. Le spectromètre statique allégé par rapport à un spectromètre dynamique présente alors un atout majeur compte tenu des contraintes sur la masse des instruments embarqués sur des satellites.

Pour une telle mesure, l'instrument est ramené au plus près du besoin, on ne mesure que la bande d'intérêt. Une mesure sur une large bande permet de couvrir les signatures spectrales de plusieurs espèces atmosphériques. Souvent, le spectre mesuré est ensuite traité par bandes d'intérêt, et certaines zones du spectre ne sont même pas exploitées. Une mesure sur une bande étroite présente également l'intérêt de limiter la « pollution » du spectre de l'espèce cible par les autres gaz atmosphériques.

La dimension spatiale de la mesure rajoute une contrainte forte en comparaison avec les spectromètres par transformation de Fourier classiques. Pour le concept statique, il faut prévoir un étalonnage spatial de l'instrument. Un nouveau composant a été défini à cet effet : la lame modulatrice.

Par rapport à un concept plus classique de spectrométrie par transformation de Fourier statique, le spectromètre par transformation de Fourier statique étudié ici se distingue sur plusieurs points importants. Dans un spectromètre par transformation de Fourier statique, il est fréquent que la variation de différence de marche soit introduite par une inclinaison d'un des miroirs. Les deux miroirs plans vus à travers la lame séparatrice ne sont plus superposables et la différence de marche évolue transversalement. L'image des miroirs donne également l'image de l'interférogramme. Pour ce type de spectromètre, on peut accéder à des fréquences d'échantillonnage de l'interférogramme plus grandes et donc faire des mesures sur des bandes spectrales plus larges. Cependant, la différence de marche maximale est en contrepartie limitée. Pour disposer d'une grande différence de marche maximale, il faut soit un angle d'inclinaison important soit un miroir de grande dimension. Dans un cas comme dans l'autre, ces solutions posent problème : avec un angle d'inclinaison trop grand les rayons peuvent ne plus interférer entre eux du fait de la trop grande déviation. Un miroir de grande dimension pose un problème d'encombrement. Par conséquent un spectromètre par transformation de Fourier statique avec un miroir incliné ne permet pas de faire des mesures avec une grande résolution spectrale. Pour le concept à miroirs à échelettes, les faces des miroirs restent localement parallèles. En quelque sorte, les escaliers des miroirs sont des inclinaisons « numériques ». La différence de marche maximale n'est donc plus limitée. Et le concept permet de faire des mesures à haute résolution spectrale.

1.2.3 Les composants instrumentaux essentiels

Dans cette partie, il s'agit de mettre l'accent sur les composants essentiels pour le concept. On décrira donc les parties maîtresses sur lesquelles s'appuie le concept instrumental, en s'attachant à leur aspect fonctionnel. Les spécifications et les caractéristiques de ces éléments seront données plus en détail dans le chapitre 2 consacré à la maquette.

1.2.3.1 Les miroirs à échelettes

L'originalité du concept repose en tout premier lieu sur les miroirs à échelettes qui remplacent les miroirs plans usuellement employés dans un interféromètre. Il permettent d'effectuer l'échantillonnage de l'interférogramme spatialement plutôt que temporellement.

Contrairement à des miroirs classiques, ceux-ci n'ont pas une surface plane mais une surface en forme d'escalier. La possibilité de donner ce genre de forme à des composants optiques ouvre de nouvelles perspectives dont la réalisation d'un spectromètre basé sur le concept statique.

La figure 1.25 est une photographie de deux miroirs à échelettes. En arrière plan on voit nettement le profil en forme d'escalier du miroir. Le miroir au premier plan est également un miroir à échelettes mais la hauteur des marches de celui-ci est beaucoup plus petite. Le traitement réfléchissant de ces miroirs est un dépôt d'or.

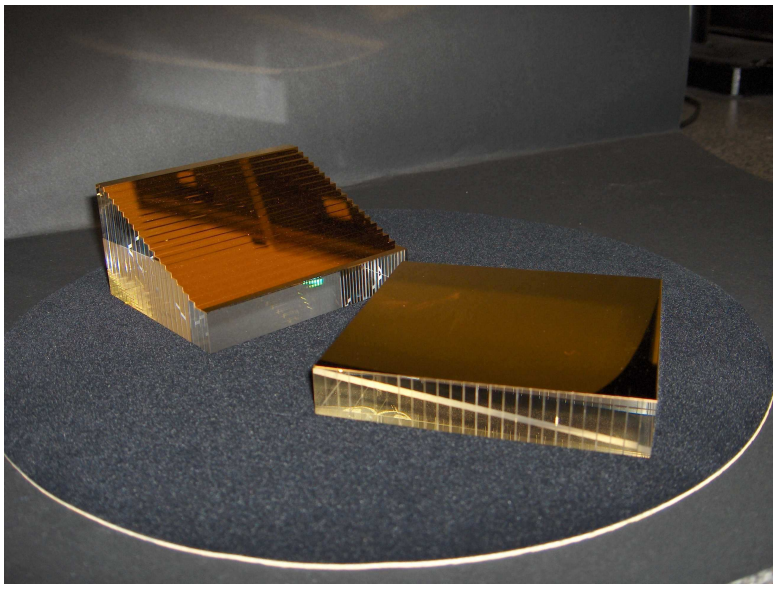

FIG. 1.25 – Miroirs à échelettes

La technique employée pour la conception des miroirs est l'adhérence moléculaire. Cette technique consiste à plaquer deux composants de formes parfaitement complémentaires. Généralement, pour des raisons évidentes de facilité les surfaces sont planes. La bonne correspondance entre les deux surfaces à adhérer crée un vide et les deux éléments « se collent » l'un à l'autre sans colle. Pour réaliser une forme d'escalier, il faut donc adhérer une à une des lames qui forment au final les marches du miroir. Une fois la forme obtenue, il reste à déposer un traitement réfléchissant sur sa surface.

L'utilisation d'une paire de miroirs à échelettes, permet d'obtenir une matrice de différences de marche. Un miroir est formé de « grandes » marches, l'autre de « petites ». La hauteur cumulée des petites marches est égale à la hauteur d'une grande marche.

Le miroir à grandes échelettes est le miroir en arrière plan sur la figure 1.25. Le miroir à petites échelettes est celui au premier plan. Les petites marches échantillonnent les grandes marches. Les deux miroirs sont croisés de telle sorte que les sens de variation de hauteur soient perpendiculaires. Cette configuration permet de replier dans les deux dimensions transverses l'échantillonnage des différences de marche.

Le nombre total d'échantillons N_{ech} dans l'interférogramme est égal au produit du nombre de marches des deux miroirs :

$$N_{ech} = N_g \times N_p \tag{1.99}$$

Avec N_g le nombre de grandes échelettes et N_p le nombre de petites échelettes. De plus, la hauteur H_g des grandes échelettes est égale à la hauteur cummulée des petites, de hauteur H_p :

$$H_g = N_p \times H_p \tag{1.100}$$

Au final, le pas d'échantillonnage δ_e de l'interférogramme est égal au double de la hauteur des petites marches. On en déduit la largeur maximale de la bande spectrale (intervalle spectral libre) $\Delta\sigma$:

$$\delta_e = 2 \cdot H_p \tag{1.101}$$

$$\Delta\sigma = \frac{1}{2\delta_e} = \frac{1}{4 \cdot H_p} \tag{1.102}$$

Ici, les hauteurs des marches sont déterminées par la largeur de la bande spectrale à couvrir. Ces relations sont utiles pour la définition d'un spectromètre reposant sur le concept de spectrométrie par transformation de Fourier statique.

1.2.3.2 Lame modulatrice

Le spectromètre par transformation de Fourier statique étudié se distingue également par la lame dite modulatrice que l'on a été amené à développer pour nos besoins. La lame modulatrice est une lame compensatrice mobile. On va voir dans un premier temps ce qu'est une lame compensatrice et quelle est sa fonction. Ensuite, on présentera le rôle de la lame modulatrice et le concept sur lequel elle repose. Enfin, on décrira en détail l'intérêt d'un tel composant.

Lame compensatrice classique : Une lame compensatrice est classiquement implantée dans les interféromètres de Michelson. Elle a pour rôle d'égaliser l'épaisseur de verre traversée par les faisceaux dans chacun des deux bras de l'interféromètre. Si l'on envisage la figure 1.24 en faisant abstraction de la lame modulatrice, on s'aperçoit que, compte tenu de l'épaisseur non nulle de la séparatrice, les deux faisceaux ne traversent pas la même épaisseur de verre. Comme son nom l'indique la lame compensatrice compense cette différence.

La compensation de l'épaisseur de la lame séparatrice permet d'annuler le chromatisme dû à la traversée de celle-ci. Le chromatisme de la lame est la variation de l'indice optique de celle-ci en fonction de la longueur d'onde. Si l'on note $n(\lambda)$ cet indice et Δ_s

l'épaisseur de verre traversée dans la séparatrice, la différence de marche induite par sa traversée s'écrit :

$$\delta(\lambda) = (n(\lambda) - 1) \cdot \Delta_s \tag{1.103}$$

La différence de marche est donc une fonction de la longueur d'onde, et l'interférogramme mesuré n'est plus rigoureusement la transformée de Fourier du spectre incident.

Pour pallier ce problème, il faut compenser cette épaisseur de verre, en introduisant dans le bras de l'interféromètre où celle-ci fait défaut une lame compensatrice. De la sorte, les variations spectrales de la différence de marche se compensent et il reste seulement la différence de marche engendrée par la différence de longueur des bras.

La lame compensatrice doit être faite avec le même matériau que la lame séparatrice et elle doit être disposée de telle sorte que les épaisseurs de verre traversées soient les mêmes dans les deux bras de l'interféromètre. Si l'on note Δ_c l'épaisseur de verre traversée dans la lame compensatrice, la compensation a lieu lorsque :

$$\Delta_c = \Delta_s \tag{1.104}$$

On note i_s l'angle d'incidence des rayons sur la lame séparatrice, i_c l'angle d'incidence des rayons sur la compensatrice, et n l'indice moyen du matériau constituant les lames. Dans un premier temps, les rayons sont réfractés. On note r_s et r_c les angles réfractés respectivement dans la lame séparatrice et dans la lame compensatrice. Ceux-ci satisfont aux lois de Snell-Descartes :

$$n \sin r_s = \sin i_s \tag{1.105}$$

$$n \sin r_c = \sin i_c \tag{1.106}$$

Les épaisseurs traversées sont :

$$\Delta_s = \frac{e_s}{\cos r_s} \tag{1.107}$$

$$\Delta_c = \frac{e_c}{\cos r_c} \tag{1.108}$$

Où e_s et e_c sont respectivement les épaisseurs de la lame séparatrice et de la lame compensatrice. Les épaisseurs traversées sont égales. Par conséquent :

$$\frac{e_c}{\cos r_c} = \frac{e_s}{\cos r_s} \tag{1.109}$$

L'épaisseur de la compensatrice est donc :

$$e_c = \frac{e_s \cdot \cos\left[\arcsin\left(\frac{\sin i_c}{n}\right)\right]}{\cos\left[\arcsin\left(\frac{\sin i_s}{n}\right)\right]} \tag{1.110}$$

L'équation 1.110 est utile pour définir les dimensions de la compensatrice. On l'a utilisée lors de l'écriture des spécifications de l'interféromètre adhéré.

Il est important de remarquer que la lame compensatrice égalise les épaisseurs de verre et non les différences de marche introduites par chacune des lames. La différence de marche est elle compensée en positionnant correctement les miroirs l'un par rapport à l'autre.

Lame compensatrice-modulatrice : Pour nos besoins expérimentaux, on a rajouté une fonction de modulation à la lame compensatrice. La lame compensatrice est donc une lame compensatrice-modulatrice.

La modulation de phase consiste à enregistrer plusieurs interférogrammes décalés d'une fraction de longueur d'onde centrale de mesure. Cette technique de mesure nécessite donc la capacité de pouvoir introduire de légères variations de la différence de marche communes à tous les échantillons de l'interférogramme.

A cet effet, la lame compensatrice devient une lame mobile : elle est munie d'un axe de rotation. La rotation de la lame fait varier la différence de marche. Ceci permet une mesure en modulation de phase et ouvre également d'autres perspectives qui vont être décrites.

On retiendra que la fonction de la lame modulatrice est de faire légèrement varier la différence de marche. Son concept instrumental est décrit en détail.

De l'intêret de la modulation de phase dans un concept statique : On présente ici l'intérêt de l'implantation d'une fonction de modulation de phase pour les mesures du spectromètre par transformation de Fourier statique. Trois gains sont mis en évidence : un gain pour l'étalonnage de la sensibilité spatiale de l'interféromètre, un gain radiométrique et un gain pour le contenu en information du signal.

Gain radiométrique : Le gain radiométrique est apporté par les mesures en modulation de phase. La modulation de phase permet d'évacuer un effet indésirable lié à la ligne de base de l'interférogramme. On a vu, au paragraphe 1.1.2.1, que l'interférogramme mesuré en sortie de l'interféromètre est la somme d'une composante constante, la ligne de base, et du signal interférométrique utile. La ligne de base est proportionnelle à l'énergie incidente. On retrouve également ces aspects sur la figure 1.11. La modulation de phase permet de soustraire plus efficacement la ligne de base.

En transformation de Fourier « dynamique » au vol, on ne fait pas de modulation de phase en général. On acquiert les échantillons de l'interférogramme au vol et on filtre le « continu », c'est-à-dire la ligne de base, par l'électronique. Il existe toutefois des spectromètres par transformation de Fourier qui font appel à une technique de modulation de phase. Dans les instruments à transformation de Fourier type « Connes » à modulation interne, aussi dits « pas-à-pas » (il n'en existe plus beaucoup, on en trouve un à Orsay au LPPM et un à Paris au LPMAA), on fait de la modulation de différence de marche (on ne l'appelle pas modulation de phase). On obtient une transformée de Fourier en sinus au lieu de la transformée de Fourier habituelle en cosinus. Le fond continu est éliminé par la détection synchrone sur un nombre entier de périodes de la modulation de la différence de marche. Source : Claude Camy-Peyret, LPMAA, Paris (communication personnelle).

En spectrométrie par transformation de Fourier dynamique, les échantillons de l'interférogramme sont acquis temporellement et, si l'énergie émise par la source est instable, la ligne de base est amenée à varier. Celle-ci n'est alors plus commune à tous les échantillons. Or, après acquisition, et avant de procéder à la transformation de Fourier

inverse, la ligne de base doit être retirée de l'interférogramme. Les techniques couramment employées sont de retirer la valeur moyenne de l'interférogramme complet, ou la valeur moyenne des échantillons à grande différence de marche, les moins contrastés interférométriquement. La deuxième méthode permet de s'affranchir dans la moyenne des signaux interférométriques importants autour de la différence de marche nulle. Ceux-ci peuvent perturber le résultat de la moyenne de l'interférogramme. On note $B(\sigma,t)$ l'énergie incidente, où l'on a introduit la dépendance temporelle. La différence de marche est également une fonction du temps. On la note $\delta(t)$. L'expression 1.26 devient :

$$I(\delta(t)) = \int_0^{+\infty} \frac{B(\sigma,t)}{2}\,\mathrm{d}\sigma + \int_0^{+\infty} \frac{B(\sigma,t)}{2} \cdot \cos(2\pi\sigma\delta(t))\,\mathrm{d}\sigma \tag{1.111}$$

Le terme constant en fonction de la différence de marche devient une fonction du temps si la source observée est instable temporellement. Dans ce cas (source fluctuante), la valeur de la ligne de base varie d'un échantillon à l'autre pour une mesure en spectrométrie par transformation de Fourier dynamique, où l'on acquiert temporellement l'interférogramme. Le traitement consistant à retirer une valeur commune à tous les échantillons n'est donc plus parfaitement valable. On montre que pour les interféromètres qui enregistrent temporellement des interférogrammes bilatères, symétriques par rapport à la différence de marche nulle, il y a compensation des effets de la variation d'intensité de la source, si ces effets sont linéaires sur le temps d'acquisition.

La méthode de mesure par modulation de phase consiste en spectrométrie par transformation de Fourier dynamique à acquérir à chaque pas d'échantillonnage deux valeurs de l'interférogramme pour deux différences de marche légèrement décalées et à les soustraire. L'échantillon n de l'interférogramme modulé, noté $I_{mod}(n\delta_e)$ a donc pour expression :

$$I_{mod}(n\delta_e) = I(n\delta_e + \delta_{mod}) - I(n\delta_e) \tag{1.112}$$

Avec δ_{mod} le décalage en différence de marche entre les points de l'interférogramme utilisés pour la modulation. Celui-ci est inférieur au pas d'échantillonnage : $\delta_{mod} < \delta_e$. Si l'on considère que la luminance de la source varie lentement durant l'intervalle de temps entre les deux mesures soustraites, la ligne de base s'annule et l'interférogramme modulé devient :

$$\begin{aligned} I_{mod}(n\delta_e) &= \int_0^{+\infty} \frac{B(\sigma,t)}{2} \cdot \cos(2\pi\sigma(n\delta_e + \delta_{mod}))\,\mathrm{d}\sigma \\ &\quad - \int_0^{+\infty} \frac{B(\sigma,t)}{2} \cdot \cos(2\pi\sigma\delta_e)\,\mathrm{d}\sigma \\ I_{mod}(n\delta_e) &= \int_0^{+\infty} \frac{B(\sigma,t)}{2} \cdot [\cos(2\pi\sigma(n\delta_e + \delta_{mod})) - \cos(2\pi\sigma n\delta_e)]\,\mathrm{d}\sigma \end{aligned} \tag{1.113}$$

La différence des deux cosinus fait apparaitre un sinus d'où le nom de « transformée de Fourier en sinus » employé précédemment pour décrire les spectromètres de type « Connes ».

La méthode de mesure par modulation de phase permet donc, pour des mesures de spectrométrie par transformation de Fourier dynamique, de s'affranchir des variations

temporelles de la source. Celles-ci sont particulièrement gênantes pour le traitement de soustraction de la ligne de base de l'interférogramme.

En spectrométrie par transformation de Fourier statique, le problème de la variation temporelle de la ligne de base ne se pose pas : tous les échantillons intégrent la même énergie, puisqu'ils sont acquis simultanément. Cependant, la technique de la modulation de phase permet d'annuler la contribution de la ligne de base à l'erreur d'étalonnage spatial (dans le plan de la matrice du détecteur) de l'instrument. On a vu au paragraphe 1.2.2.3 que la sensibilité spatiale de l'interféromètre devait être étalonnée.

La correction de la sensibilité précède la soustraction de la ligne de base : tous les échantillons doivent être comparables avant de soustraire une ligne de base commune. On note $E(i,j)$ le coefficient d'étalonnage de la sensibilité spatiale, i et j représentent les coordonnées spatiales dans le détecteur. La correction consiste à effectuer :

$$I_{cor}(i,j) = E(i,j) \cdot I(i,j) \tag{1.114}$$

$$I_{cor}(i,j) = E(i,j) \cdot \left(\int_0^{+\infty} \frac{B(\sigma)}{2} \, \mathrm{d}\sigma + \int_0^{+\infty} \frac{B(\sigma)}{2} \cdot \cos(2\pi\sigma\delta) \, \mathrm{d}\sigma \right) \tag{1.115}$$

L'expression 1.115 illustre la correction de la sensibilité spatiale dans un cas parfait. En réalité, la mesure du coefficient de correction est affectée d'une erreur $\epsilon(i,j)$. Et la correction s'écrit, en tenant compte de celle-ci :

$$I_{cor}(i,j) = (E(i,j) + \epsilon(i,j)) \cdot \left(\int_0^{+\infty} \frac{B(\sigma)}{2} \, \mathrm{d}\sigma + \int_0^{+\infty} \frac{B(\sigma)}{2} \cdot \cos(2\pi\sigma\delta) \, \mathrm{d}\sigma \right) \tag{1.116}$$

Pour la plupart des échantillons de l'interférogramme, la ligne de base est majoritaire dans le signal mesuré en sortie de l'interféromètre. Ceci apparaît nettement sur la figure 1.11. Par conséquent, la contribution de la ligne de base à l'erreur d'étalonnage spatial est prépondérante pour la plupart des échantillons. Généralement :

$$\epsilon(i,j) \cdot \int_0^{+\infty} \frac{B(\sigma)}{2} \, \mathrm{d}\sigma \gg \epsilon(i,j) \cdot \int_0^{+\infty} \frac{B(\sigma)}{2} \cdot \cos(2\pi\sigma\delta) \, \mathrm{d}\sigma \tag{1.117}$$

Nous avons vu que la modulation de phase permet de soustraire directement la ligne de base lors de la soustraction des deux interférogrammes décalés. Une mesure en modulation de phase est donc moins sensible à l'erreur d'étalonnage de la sensibilité spatiale de l'instrument. Comme en spectrométrie par transformation de Fourier dynamique, la modulation de phase permet d'améliorer la qualité radiométrique des mesures faites en spectrométrie par transformation de Fourier statique. Dans ce cas, elle permet de réduire l'impact de l'erreur d'étalonnage spatial du spectromètre.

On va maintenant développer l'expression de l'interférogramme modulé pour démontrer qu'un interférogramme modulé est équivalent à un signal interférométrique à une différence de marche dont on calculera la valeur. On a constaté que localement l'interférogramme était assimilable à la somme de la ligne de base plus une sinusoïde dont l'expression est donnée par l'équation 1.28. Par conséquent, après soustraction des deux mesures obtenues par modulation on obtient :

$$I_{mod}(\delta) = A(\delta) \cdot [\cos(2\pi\sigma_0(\delta + \delta_m)) - \cos(2\pi\sigma_0\delta)] \tag{1.118}$$

avec $A(\delta)$ l'amplitude du signal interférométrique autour de la différence de marche δ. En factorisant la différence de cosinus, on obtient :

$$\begin{aligned} I_{mod}(\delta) &= -2\,A(\delta)\,\sin(\pi\sigma_0\delta_m)\sin(2\pi\sigma_0(\delta+\frac{\delta_m}{2})) \\ I_{mod}(\delta) &= 2\,A(\delta)\,\sin(\pi\sigma_0\delta_m)\cos(2\pi\sigma_0(\delta+\frac{\delta_m}{2})+\frac{\pi}{2}) \\ I_{mod}(\delta) &= 2\,\sin(\pi\sigma_0\delta_m)\,\underbrace{A(\delta)\cos\left(2\pi\sigma_0\delta+2\pi\sigma_0(\frac{\delta_m}{2}+\frac{\lambda_0}{4})\right)}_{\text{Interférogramme hybride}} \end{aligned} \tag{1.119}$$

On retrouve, dans l'équation 1.119 l'expression du signal interférométrique que l'on appelle interférogramme hybride. La modulation de phase revient à mesurer un interférogramme décalé en différence de marche de $\frac{\delta_m}{2}+\frac{\lambda_0}{4}$, avec λ_0 la longueur d'onde moyenne de la bande de mesure.

En conclusion, la relation entre l'interférogramme modulé et le spectre en entrée d'instrument est équivalente à celle entre un interférogramme non modulé et le spectre. La transformée de Fourier inverse d'un interférogramme modulé correspond toujours au spectre mesuré. Par contre, la modulation permet de réduire l'influence de l'erreur d'étalonnage spatial de l'interféromètre.

Mesure des sensibilités spatiales : Nous avons vu au paragraphe 1.2.2.3 que le spectromètre par transformation de Fourier statique doit être étalonné spatialement, de manière à corriger les variations de réponse spatiale de l'instrument. L'étalonnage de la sensibilité spatiale passe par le brouillage des interférences de manière à ne récupérer que la ligne de base, qui est représentative de la sensibilité du spectromètre.

Un système permettant de faire varier la différence de marche permet de brouiller les interférences. On reprend l'expression locale de l'interférogramme (équation 1.28) :

$$I(\delta) = \frac{M+m}{2} + \frac{M-m}{2}\cos(2\pi\sigma_0\delta)$$

Avec un composant tel que la lame modulatrice, on peut annuler le terme en cosinus. Par exemple, en sommant deux points acquis décalés de $\lambda_0/2$ les deux cosinus sont en opposition de phase et s'annulent. Une méthode de mesure consiste également à acquérir plusieurs points durant un déplacement d'une ou plusieurs longueurs d'onde puis à en calculer la moyenne. La moyenne d'un cosinus étant nulle, on ne récupère que la ligne de base.

Le mécanisme de modulation offre donc une solution pour l'étalonnage spatial du spectromètre par transformation de Fourier statique.

Gain pour le passage au spectre : La lame modulatrice permet d'acquérir plusieurs interférogrammes décalés en différence de marche d'une fraction de longueur d'onde. De la sorte, on peut augmenter le nombre de points dans la mesure par rapport au cas purement statique.

Plus précisément, la lame modulatrice permet d'optimiser l'échantillonnage. Les miroirs de l'interféromètre fournissent un échantillonnage irrégulier du fait des erreurs de positionnement des marches durant la fabrication. Ces irrégularités dans l'échantillonnage sont à l'origine d'erreurs importantes lors du calcul du spectre. L'information n'est pas correctement acquise. Il s'ensuit que l'interpolation des mesures selon l'équation 1.77 est erronée. Pour optimiser l'échantillonnage, il faut faire une mesure complémentaire décalée de $\lambda_0/4$ (pour un déphasage de $\pi/2$). Dans ce cas, les deux interférogrammes sont complémentaires : si pour un échantillon le signal est minimal en valeur absolue dans le premier, alors il est maximal dans le deuxième.

La méthode qui consiste à mesurer deux interférogrammes déphasés de $\pi/2$ a été appelée doublage de points. Au final, la mesure a un échantillonnage assez inhabituel avec deux pas d'échantillonnage entrecroisés : un grand pas δ_e fourni par les miroirs à échelettes et un petit pas δ_{mod} obtenu à l'aide de la lame modulatrice ($\delta_{mod} \ll \delta_e$).

L'interférogramme mesuré en doublage de points comporte deux fois plus d'échantillons qu'un interférogramme acquis statiquement. En première approximation, le doublage de points revient à doubler la fréquence d'échantillonnage, ce qui implique que des spectres peuvent être mesurés sur des bandes spectrales deux fois plus larges. Cette hypothèse simplificatrice est vérifiée en pratique : le doublage de point permet de doubler la largeur de la fenêtre de mesure. L'explication réside dans l'interprétation suivante du critère de Shannon-Nyquist. Le critère de Shannon-Nyquist détermine le nombre de points de mesure nécessaires pour discriminer toutes les fréquences d'un signal à bande limitée. La décomposition de Fourier d'un tel signal est une somme de sinusoïdes dont la fréquence est bornée du fait que le signal est à bande limitée. On peut retrouver les paramètres d'une sinusoïde à partir de points discrets, sans qu'ils soient régulièrement répartis en fonction de la différence de marche, du moment que l'on connaît l'échantillonnage irrégulier. Cette opération peut être faite par exemple par optimisation au sens des moindres carrés, en laissant comme paramètres libres la fréquence, le maximum et le minimum du signal. Le signal est de la même forme que dans l'équation 1.28. Il n'y a pas de déphasage entre les composantes spectrales. Par conséquent, on peut voir le critère de Shannon-Nyquist comme une condition sur le nombre d'échantillons nécessaires à l'acquisition correcte des signaux à bande limitée.

En conclusion, la lame modulatrice permet d'optimiser l'échantillonnage. On a constaté que cela améliorait considérablement la qualité des mesures. D'autre part, le nombre de points peut être augmenté, ainsi que la largeur de la bande mesurée dans le même rapport. Dans le cas d'une mesure en doublage de points, on combine l'échantillonnage optimal avec un doublage de la fenêtre spectrale de mesure. Même si cette fenêtre est deux fois plus large, les spectres mesurés restent d'une qualité comparable à ceux sur une fenêtre deux fois plus étroite mesurés avec le même échantillonnage. Ce n'est pas l'augmentation du nombre d'échantillons qui améliore la qualité des spectres mais l'échantillonnage optimal. Dans les deux cas l'échantillonnage est optimal (les deux interférogrammes sont complémentaires) et les spectres mesurés sont donc comparables en terme de qualité de mesure spectrale.

Concept instrumental de la lame modulatrice : Après la description des gains que permet un système de modulation de phase, on présente ici la solution instrumentale que l'on a été amené à développer pour pouvoir pratiquer la modulation de phase. Le composant que l'on a étudié, défini et réalisé a été appelé lame modulatrice.

Le concept instrumental de la lame modulatrice est assez simple : en faisant tourner la lame compensatrice, on introduit une variation de la différence de marche pour tous les échantillons. La figure 1.26 illustre le concept de la lame modulatrice. Deux positions de la modulatrice sont représentées. Du fait de la rotation de la lame, l'angle d'incidence des faisceaux varie, ce qui engendre la variation de la différence de marche introduite par la lame. Le décalage en différence de marche introduit par la séparatrice correspond à la variation de la différence de marche entre les deux positions. En reprenant les notations de la figure 1.26, le décalage en différence de marche est :

$$\Delta\delta = 2 \cdot (\delta(i_2) - \delta(i_1)) \tag{1.120}$$

avec i_1 et i_2 deux angles d'incidence sur la lame. Le facteur 2 est dû à l'aller-retour que font les rayons dans la lame. Pour simplifier les notations, on écrira dorénavant δ_1 pour $\delta(i_1)$ et δ_2 pour $\delta(i_2)$.

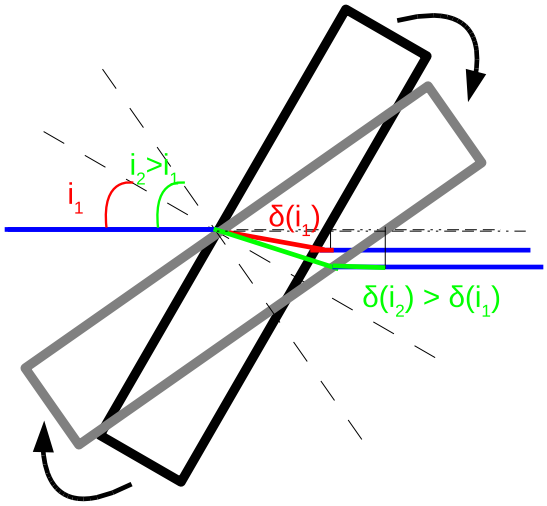

FIG. 1.26 – Concept instrumental de la lame modulatrice. Une rotation de la lame fait varier l'épaisseur de verre traversée par les rayons dans le bras où est implantée la lame. Il s'ensuit une variation de la différence de marche homogène spatialement.

On note r_1 et r_2 les angles réfractés dans la lame correspondant aux angles d'incidence i_1 et i_2. L'indice optique de la lame est n. L'expression de la différence de marche après un aller de la lame est, pour la position 1 de la lame :

$$\begin{aligned} \delta_1 &= n\frac{e}{\cos(r_1)} + l_1 \sin(i_1) - \frac{e}{\cos(i_1)} \\ \delta_1 &= n\frac{e}{\cos(r_1)} + (e\tan(i_1) - e\tan(r_1)) \cdot \sin(i_1) - \frac{e}{\cos(i_1)} \end{aligned} \tag{1.121}$$

Cette différence de marche est représentée en rouge sur la figure 1.26. On a noté $l_1 \sin(i_1)$ la portion de la différence de marche parcourue en dehors de la lame. La différence de marche induite par la rotation de la lame a donc pour expression :

$$\begin{aligned}\Delta\delta &= 2 \cdot \left[n\frac{e}{\cos(r_1)} + (e\tan(i_1) - e\tan(r_1)) \cdot \sin(i_1) - \frac{e}{\cos(i_1)} \right] \\ &\quad -2 \cdot \left[n\frac{e}{\cos(r_2)} + (e\tan(i_2) - e\tan(r_2)) \cdot \sin(i_2) - \frac{e}{\cos(i_2)} \right] \end{aligned} \quad (1.122)$$

C'est cette expression qui a été utilisée lors de la phase de définition du composant pour définir le besoin angulaire. Dans le chapitre 2 on donnera les ordres de grandeur caractérisant le composant.

La modulation de phase par rotation de la lame compensatrice nous est apparue la plus favorable pour notre besoin. Celle-ci permet en effet de générer un décalage en différence de marche homogène spatialement sur la surface des miroirs, si l'on néglige la rugosité de la lame. Celle-ci est effectivement négligeable : ses faces sont planes et parallèles à une fraction de longueur d'onde. De plus, le concept d'une lame modulatrice en rotation est intrinsèquement tolérant à des mouvements qui ne sont pas décrits par une simple rotation de la lame dans son plan et aux défauts de positionnement. Une inclinaison de l'axe de rotation par rapport à sa direction théorique se traduit par un biais en différence de marche pour tous les échantillons, qui, une fois mesuré n'intervient plus. Ici, la modulation se fait par transmission différentielle à travers une lame. Une telle méthode permet de conserver la direction des faisceaux dans l'interféromètre. La modulation de phase se fait sans déviation des faisceaux.

Dans le chapitre 2 on décrira en détail le mécanisme qui a été réalisé, en se basant sur ce concept. On verra notamment comment la lame est mise en rotation. On discutera également des avantages et des difficultés d'un tel concept par rapport à d'autres solutions.

1.2.3.3 Filtre optique passe-bande

Il a été montré au paragraphe 1.2.2.1 que le spectromètre par transformation de Fourier statique était un instrument de mesure de spectres limités à des bandes spectrales. Pour respecter le critère de Shannon-Nyquist généralisé pour l'échantillonnage de l'interférogramme, un filtre optique passe-bande doit être implanté dans l'instrument. Sur la figure 1.24, celui-ci est placé en avant du détecteur.

Le filtre passe-bande est un élément central. En plus de limiter la bande spectrale, il fixe la longueur d'onde centrale de mesure. Lors de la définition d'un spectromètre par transformation de Fourier statique, une attention particulière doit donc être apportée au filtre passe-bande. Il faut que celui-ci soit précisément centré sur la bande d'intérêt avec une largeur compatible avec la fréquence d'échantillonnage de l'interférogramme.

Pour une mesure de sondage atmosphérique, la bande spectrale de mesure doit être centrée sur la bande d'absorption ou d'émission du gaz dont on cherche à mesurer la concentration. On peut remarquer que la mesure dans une bande spectrale présente

l'avantage de restreindre le contenu spectral au gaz d'intérêt. A condition de bien choisir la bande, on peut réduire considérablement la « pollution » de la mesure par d'autres espèces, par exemple la vapeur d'eau. Une mesure de sondage atmosphérique faite par un spectromètre se base sur la connaissance des propriétés spectrales des espèces recherchées. On utilise plus particulièrement les paramètres des raies d'absorption et d'émission de celles-ci. Un des critères de centrage du filtre sera donc le nombre de raies interceptées dans la bande. Plus il y a de raies dans une bande de largeur donnée, plus le signal propre à l'espèce cible est intense. Toutefois, un avantage supplémentaire d'une mesure en bande est que cela limite le nombre de paramètres de modélisation atmosphérique. En théorie, la mesure d'une seule raie est très favorable puisqu'on ne peut pas confondre le signal de celle-ci avec celui d'une autre.

Le filtre de sélection de la bande spectrale joue donc un rôle crucial pour le concept de spectrométrie par transformation de Fourier statique. On vient de voir qu'en plus d'apporter une solution technique à la contrainte d'échantillonnage du concept instrumental, il présente un intérêt pour les applications de mesure en sondage atmosphérique.

1.2.3.4 Acquisition de l'image de l'interférogramme

En sortie de l'interféromètre, on doit effectuer l'image des miroirs qui est en fait l'image de l'interférogramme. Ceci suppose donc un système d'imagerie des miroirs composé d'un objectif et d'un détecteur. L'objectif conjugue les miroirs sur le détecteur qui enregistre le signal.

Système d'imagerie des miroirs : Le système d'imagerie permet de faire l'image des miroirs sur un détecteur. Il comprend également le diaphragme de champ du spectromètre. La combinaison est formée de deux groupes de lentilles. La figure 1.27 donne le schéma optique simplifié de la combinaison (sur la figure 1.24 il est représenté sous la forme d'une lentille simple).

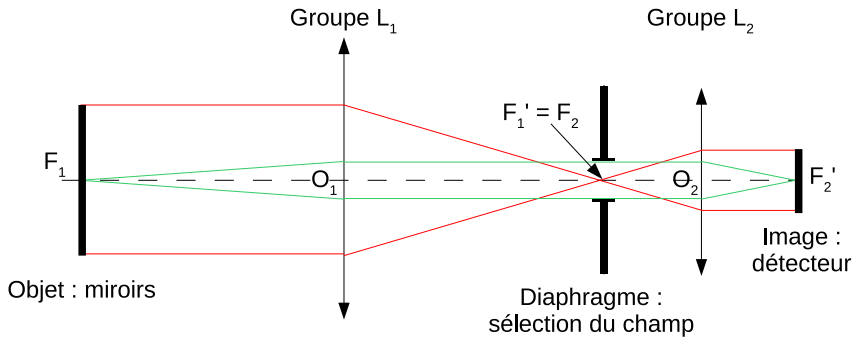

FIG. 1.27 – Combinaison optique d'imagerie des interférences dans un cas simple où l'objet, à savoir les miroirs, est au foyer du premier doublet.

Au foyer du premier groupe de lentilles (L_1), on obtient l'image de la source qui

est à l'infini (par exemple la Terre dans le cas d'une mesure satellitale). Le diaphragme de champ est positionné au foyer du premier groupe de lentilles. Son diamètre définit l'incidence maximale des faisceaux qui traversent le système d'imagerie. Le champ du spectromètre est ainsi fixé. En considérant de petits angles, le demi-angle de champ sélectionné par le diaphragme est :

$$\theta_{champ} \sim \frac{\Phi}{2f} \tag{1.123}$$

Avec Φ le diamètre du diaphragme. Le champ fixe la résolution spatiale de la mesure.

La combinaison des deux groupes de lentilles projette l'image des miroirs sur le détecteur selon le grandissement souhaité. Le grandissement doit être tel que la surface des miroirs soit intégralement projetée sur le détecteur. Ramené dans la direction y, le grandissement vaut :

$$g_y = \frac{\Delta y_d}{\Delta y_m} \tag{1.124}$$

Avec Δy_d la dimension du détecteur et Δy_m celle des miroirs. On choisira les focales des deux groupes en conséquence. Pour une combinaison telle que celle présentée sur la figure 1.27, où les foyers F_1' et F_2 sont confondus, le grandissement vaut :

$$g_y = \frac{f_2}{f_1} \tag{1.125}$$

Le paragraphe suivant s'intéresse au détecteur sur lequel le système d'imagerie projette l'image des miroirs.

Détection : Le concept nécessite un détecteur matriciel afin d'acquérir l'interférogramme. L'image de chaque échantillon de l'interférogramme (croisement de deux marches) est faite sur un superpixel (agrégation d'un carré de $n \times n$ pixels). Une représentation schématique de cette image est donnée sur la figure 1.24.

Le facteur de grandissement du système d'imagerie, contrôlé par le choix des focales du système optique, est adapté à la taille des pixels du détecteur. En notant p la dimension des pixels et m celle des marches, il est clair que si l'on cherche à avoir des superpixels de $N_p \times N_p$ pixels sur le détecteur, il faut un grandissment g_y tel que :

$$N_p \cdot p = g_y \cdot m \tag{1.126}$$

D'où :

$$g_y = \frac{N_p p}{m} \tag{1.127}$$

L'image en sortie du détecteur est ensuite traitée. Entre autres, on récupère le signal dans chaque superpixel : on effectue la moyenne de l'image par zone. On obtient ainsi un interférogramme échantillonné par les miroirs à échelettes. Ensuite, une série de traitements qui se termine par la transformation de Fourier inverse de l'interférogramme aboutit à l'obtention du spectre mesuré.

Dans ce chapitre on vient de décrire la méthode de mesure spectrale par spectrométrie par transformation de Fourier. On a ensuite décrit un concept original de spectromètre par transformation de Fourier statique adapté à des mesures de bandes spectrales étroites. De telles mesures et donc le concept instrumental présentent un intérêt pour des applications de sondage atmosphérique avec une seule espèce cible, aux signatures spectrales localisées dans un intervalle spectral assez étroit.

Le chapitre suivant est consacré à la maquette de ce type de spectromètre, qui a été réalisée pour la validation du concept et l'étude de son application à la mesure de la concentration du dioxyde de carbone dans l'atmosphère. Ce sera l'occasion de voir comment la théorie du concept, qui vient d'être décrite, se décline d'un point de vue pratique. Les paramètres essentiels de l'instrument seront chiffrés et on détaillera les choix techniques faits pour la réalisation de cette maquette.

Chapitre 2

Maquette expérimentale

Sommaire

2.1 Historique et évolutions 77
2.2 Description du banc de mesure 78
2.2.1 Les sources de lumière 79
2.2.2 Le spectromètre 85
2.3 Le cœur interférométrique monobloc 91
2.3.1 Dimensionnement de la partie statique 91
2.3.2 La lame modulatrice 102
2.4 Caractérisation du spectromètre 107
2.4.1 Caractérisation de l'interféromètre 107
2.4.2 Caractérisation de la lame modulatrice 112
2.4.3 Caractérisation des mesures du spectromètre 119

Une maquette de spectromètre par transformation de Fourier statique reposant sur le concept présenté au chapitre 1 a été réalisée. Celle-ci a connu au fil du temps différentes améliorations pour aboutir à la version actuelle.

On s'attachera, dans ce chapitre, à présenter la déclinaison technique du concept instrumental. On s'attardera en particulier sur l'interféromètre qui est au cœur du spectromètre. Les résultats de caractérisation de la maquette seront enfin présentés.

2.1 Historique et évolutions

Le CNES a développé une compétence de premier plan dans le sondage atmosphérique avec le spectromètre IASI (Interféromètre Atmosphérique de Sondage Infrarouge). Le CNES a contribué à la définition de l'instrument ainsi qu'aux expérimentations nécessaires à son développement.

Dans ce contexte, le concept de spectrométrie par transformation de Fourier statique a été imaginé. Il permet d'effectuer des mesures à haute résolution spectrale, dans des bandes spectrales étroites, avec un encombrement et un poids réduits. Un tel instrument présente un grand intêret pour des applications de mesure satellitale. Différentes mesures

atmosphériques reposant sur ce concept sont envisagées. La première application étudiée est celle de la mesure du dioxyde de carbone. Un autre spectromètre dédié à la mesure de l'ozone et du monoxyde de carbone est actuellement proposé dans le cadre d'un appel d'offre de l'ESA [HCPR$^+$], [PCP$^+$06].

Afin de valider le concept de spectrométrie par transformation de Fourier statique, la maquette d'un spectromètre à été construite. La bande spectrale de mesure a été centrée dans une bande d'absorption du dioxyde de carbone autour de 1,6 μm. En plus d'un rôle de validation du concept instrumental, la maquette a progressivement acquis un rôle de validation de l'application, en l'occurence de la mesure de la concentration en dioxyde de carbone dans l'atmosphère. Cette évolution dans la fonction de la maquette s'est faite au fil des améliorations apportées à l'instrument.

Au début de l'activité d'expérimentation, les études ont été menées sur un instrument extrêmement simplifié. Le tout premier miroir à échelettes était en fait un empilement de lamelles de microscopes. Intégré dans un interféromètre de Michelson du commerce, il a permis d'observer les premières interférences provoquées par un miroir à échelettes. La technique d'assemblage des miroirs, l'adhérence moléculaire, a fait l'objet de premiers tests de réalisation : un miroir à deux marches a été construit. Rapidement, le besoin d'un instrument plus complexe et spécifiquement développé pour les besoins de l'étude s'est fait sentir. Un interféromètre de Michelson statique a été réalisé sur mesure. Le développement de celui-ci a abouti à une version de l'instrument permettant de mesurer des spectres dans une bande d'absorption du dioxyde de carbone. Les différents composants de l'interféromètre étaient alors intégrés indépendamment dans leur monture.

Une dernière version du spectromètre a finalement été définie, réalisée et exploitée durant la thèse. Celle-ci comprend un interféromètre monobloc équipée d'une lame modulatrice. La plupart des études ont été menées, en attendant le nouvel interféromètre, sur la version précédente de la maquette. Ce n'est qu'en fin de thèse que l'interféromètre adhéré et la lame modulatrice ont pu être exploités. Du fait de l'adhérence complète de l'interféromètre on a misé sur une meilleure stabilité des mesures. La fabrication de la lame modulatrice constitue l'autre amélioration majeure apportée à l'instrument dans sa dernière version.

2.2 Description du banc de mesure

Le spectromètre par transformation de Fourier statique est intégré à un banc d'expérimentation qui lui est dédié. Celui-ci comprend, en plus de l'instrument, des sources d'étalonnage ainsi qu'une voie de mesure atmosphérique.

La figure 2.1 donne une représentation schématique du banc de spectrométrie par transformation de Fourier statique. Quatre blocs ont été distingués :

Le cœur interférométrique qui est l'interféromètre statique. Le terme de cœur interférométrique a été choisi de manière à illustrer la fonction primordiale qu'il remplit.

Le système d'imagerie du spectromètre qui permet d'acquérir l'image de l'interférogramme. Le cœur interférométrique et le système d'imagerie constituent le spectromètre par transformation de Fourier statique.

Les sources artificielles de lumière qui sont utilisées pour les étalonnages du spectromètre.

La voie de mesure atmosphérique qui permet de viser le soleil pour les mesures de concentration de la colonne atmosphérique en dioxyde de carbone. Un miroir de visée permet de sélectionner la source observée par le spectromètre.

Les figures 2.2 et 2.3 présentent deux photographies de la maquette au laboratoire. On a repéré les différents composants, schématisés sur la figure 2.1.

Le banc de mesure est décrit en suivant le trajet de la lumière, depuis les sources vers le détecteur.

2.2.1 Les sources de lumière

Deux sources artificielles et une source naturelle peuvent être observées par le spectromètre. Les deux sources artificielles sont une lampe et un laser. La source naturelle est le Soleil à travers l'atmosphère. L'orientation d'un miroir de visée permet de choisir entre la voie des sources artificielles et la voie atmosphérique.

2.2.1.1 La source naturelle : le Soleil à travers l'atmosphère

Les mesures atmosphériques sont faites en transmission dans l'atmosphère qui agit comme un filtre placé entre le Soleil et l'instrument. L'absorption plus ou moins grande des constituants atmosphériques permet d'en quantifier la concentration. Pour mesurer le dioxyde de carbone dans l'atmosphère, on vise le Soleil à l'aide d'un réflecteur diffusant. Celui-ci, placé à l'extérieur du laboratoire, renvoie la lumière solaire vers le spectromètre.

La voie de mesure solaire se compose d'une ouverture dans le laboratoire, tout simplement la fenêtre, et d'un réflecteur. La fenêtre est transparente à la lumière. Elle reste fermée durant les mesures atmosphériques. Au début, il a été envisagé d'utiliser l'herbe du jardin face au laboratoire comme réflecteur. Mais, pour des raisons de flux trop faible, on a préféré utiliser un réflecteur plus performant. Différents matériaux ont été testés pour le réflecteur. Deux critères de choix sont entrés en jeu : les propriétés angulaires de la diffusion ainsi que les propriétés de réflectivité. Afin de récupérer un maximum de flux, il faut que la réflectivité dans la bande de mesure (autour de 1,6 μm) soit la plus grande possible. Par ailleurs, si le réflecteur est diffusant dans un champ large, alors la mesure sera moins sensible au mouvement relatif du Soleil engendré par la rotation de la Terre. Idéalement le réflecteur devrait être lambertien, c'est-à-dire diffuser la lumière dans un demi-espace sans direction privilégiée. Au final, une plaque de spectralon, matériau réputé pour être lambertien ainsi qu'un panneau en plastique moins lambertien mais plus performant en réflexion ont été retenus.

Un héliostat a été placé dans la voie de mesure. Il supporte le réflecteur et permet de viser constamment le Soleil au cours du temps en compensant son mouvement re-

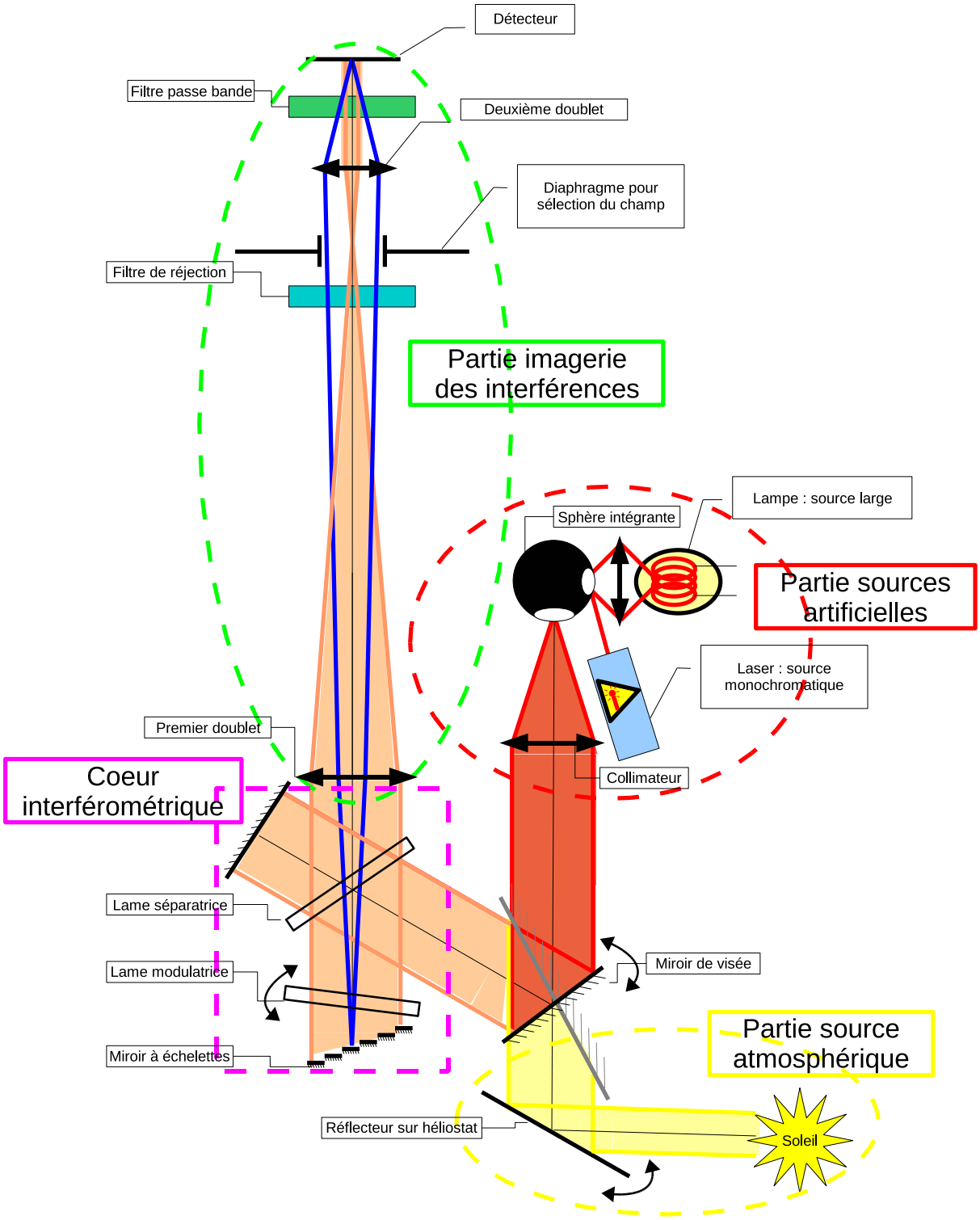

FIG. 2.1 – Schéma du banc expérimental. La voie des sources artificielles est matérialisée en rouge, celle de la source atmosphérique en jaune.

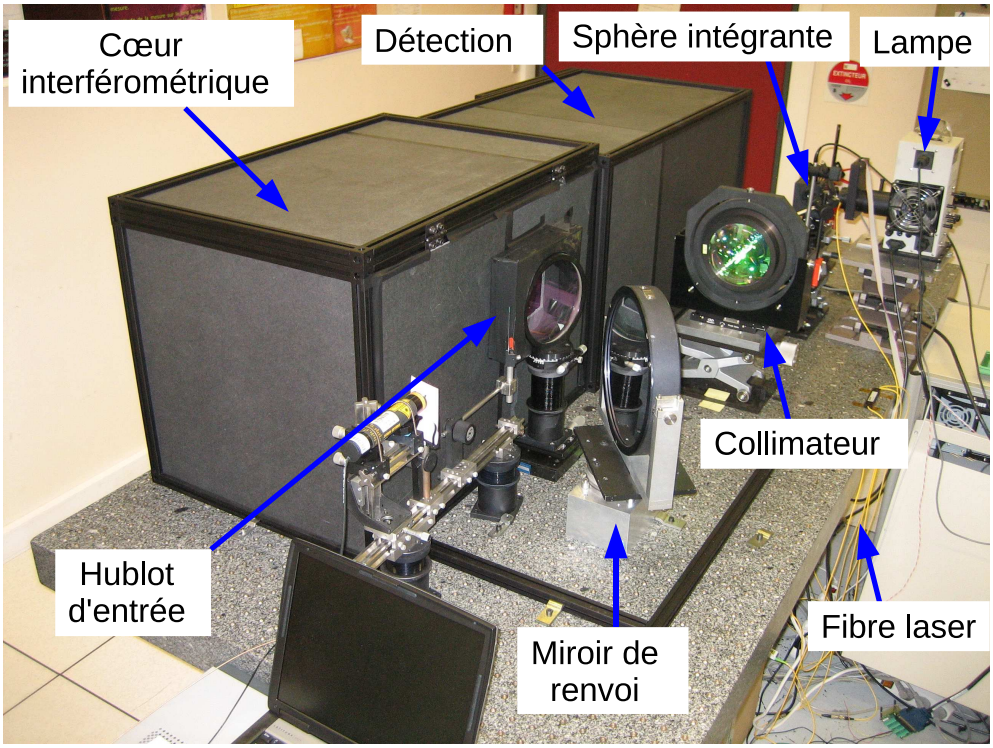

FIG. 2.2 – Photographie générale du banc. On distingue la voie des sources artificielles ainsi que les blocs du cœur interférométrique et de détection.

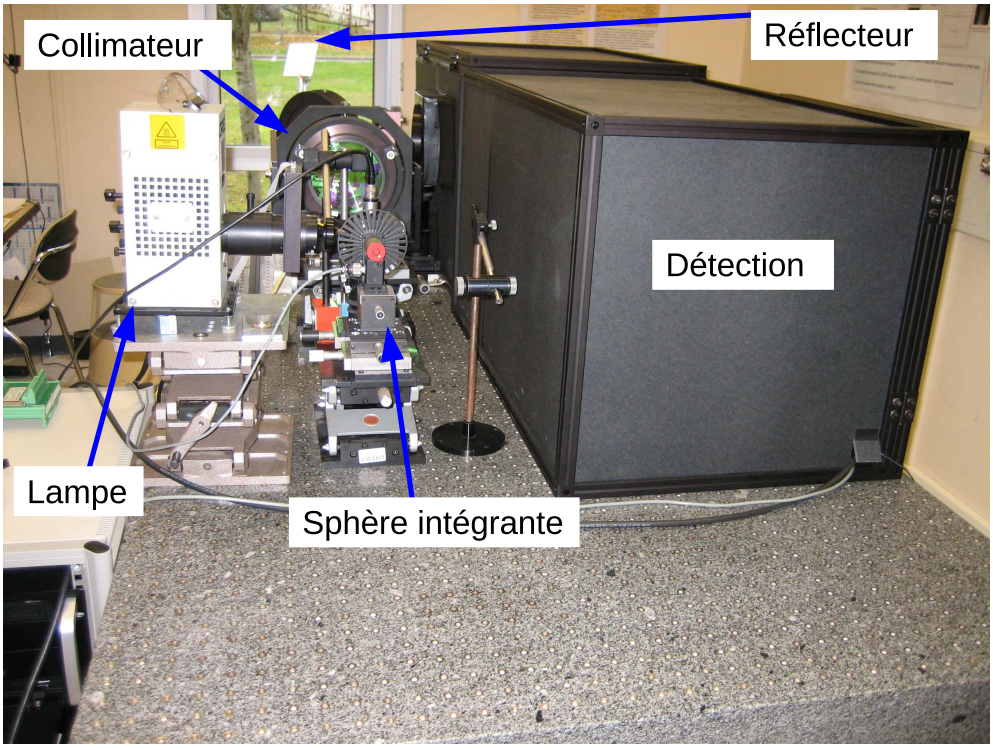

FIG. 2.3 – Photographie du banc et du réflecteur solaire vu à travers la fenêtre

latif. Indispensable pour un miroir, un héliostat présente un intérêt pour un matériau diffusant. Il permet de limiter la variation temporelle du flux incident dans le spectromètre. Considérons par exemple le cas d'un réflecteur parfaitement lambertien. Si celui-ci est immobile durant les mesures, le flux intégré par l'instrument F_I varie proportionnellement au cosinus de l'angle α que forment les rayons solaires avec la normale au réflecteur. Ce flux a pour expression :

$$F_I = L_R \, S_I \, \Omega_I \tag{2.1}$$

avec L_R la luminance diffusée par le réflecteur, S_I la surface de la pupille du spectromètre et Ω_I l'angle solide qu'il admet. La surface de la pupille et l'angle solide de mesure sont des paramètres instrumentaux fixes. Le diffuseur étant lambertien, la luminance L_R est donc égale à :

$$L_R = \frac{L_S \, \Omega_S \, \cos(\alpha)}{\pi} \tag{2.2}$$

avec L_S la luminance solaire et Ω_S l'angle solide sous lequel est vu le Soleil. Ces deux valeurs sont des constantes. Par contre, du fait de la rotation de la Terre, l'angle α est amené à varier. Le flux incident dans le spectromètre est maintenu maximal si l'incidence des rayons solaires sur le diffuseur lambertien demeure normale. L'étude de ce cas théorique montre que le réflecteur doit être orienté durant les mesures de manière à optimiser la quantité d'énergie intégrée par l'instrument. Ceci est également vrai pour un réflecteur spéculaire. La loi de contrôle de l'orientation du diffuseur n'est pas la même pour les réflexions diffuses et les réflexions spéculaires. Dans notre cas, le réglage de l'héliostat est effectué de manière empirique en choisissant la loi de contrôle adpatée à la composante spéculaire. En début de mesure, l'orientation de référence de l'héliostat est fixée en optimisant le flux incident dans le spectromètre.

La figure 2.4 est une photographie de l'héliostat sur lequel est monté le réflecteur. Les rayons solaires ainsi que certains paramètres de mesure sont matérialisés.

Le type d'héliostat utilisé a pour application générale de renvoyer la lumière dans les bâtiments, de manière à accroître la luminosité dans ceux-ci. Il n'est pas dédié à l'imagerie solaire. Ce type de composant correspond exactement à notre besoin qui est effectivement de renvoyer du flux dans le spectromètre. L'héliostat se règle connaissant la date, la latitude et la longitude du lieu où il est implanté. On lui indique son orientation optimale, et il en déduit la loi de mouvement en fonction du temps pour suivre correctement le Soleil. Celle-ci correspond cependant à un calcul pour un réflecteur spéculaire. Elle ne sera par conséquent pas optimale pour un réflecteur diffusant. L'incidence normale des rayons solaires sur un réflecteur lambertien serait assurée par une rotation du réflecteur avec la même vitesse angulaire que celle de l'incidence solaire. Par contre, dans le cas d'un réflecteur spéculaire, la direction de reflexion constante est assurée en appliquant une vitesse de rotation deux fois plus faible. Cette différence vient du fait que dans un cas on maintient constante la direction d'incidence sur le réflecteur, alors que dans l'autre cas on maintient la direction de réflexion du réflecteur. On a toutefois constaté le gain apporté par l'utilisation de l'héliostat, même pour orienter le panneau de spectralon.

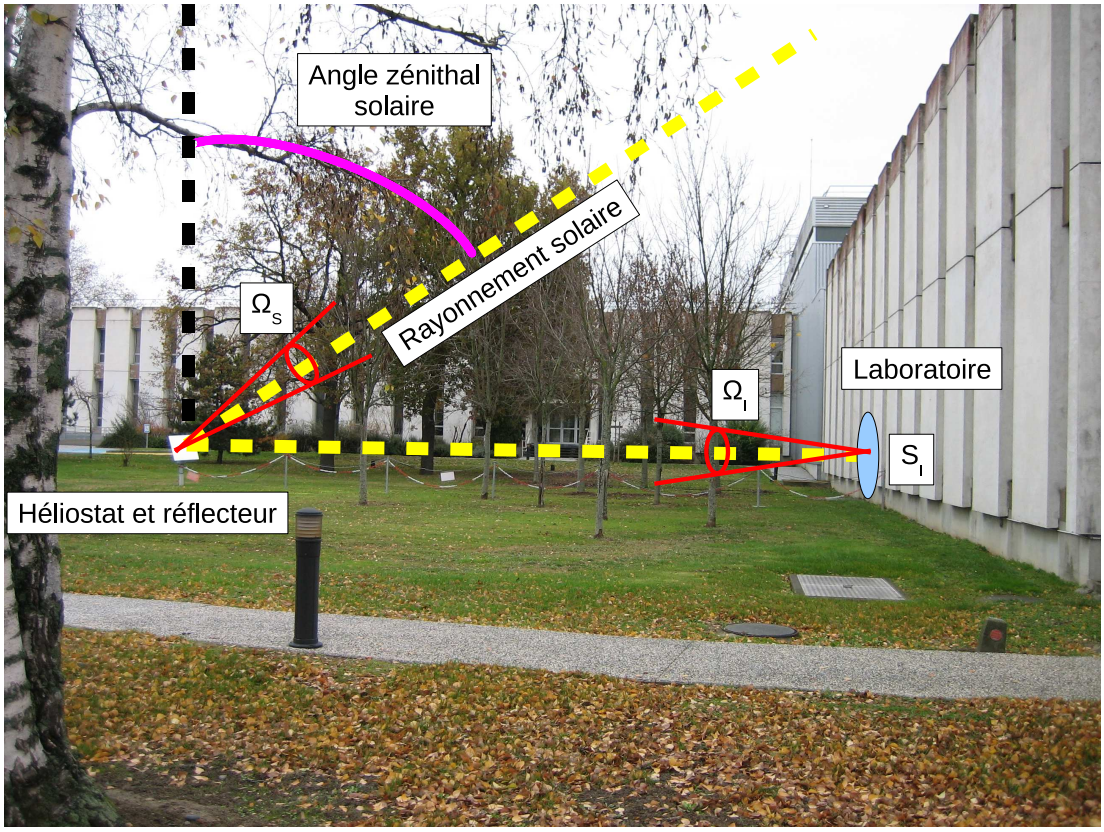

FIG. 2.4 – L'héliostat sur lequel est disposé le réflecteur

La fenêtre du laboratoire se trouve sur le trajet de la lumière. Son l'absorption dans le proche infrarouge est non négligeable. On a constaté une chute de flux d'environ 30 % entre une mesure fenêtre fermée et une mesure fenêtre ouverte. Malgré cela, la fenêtre est maintenue fermée durant les mesures pour ne pas perturber l'environnement de l'instrument.

2.2.1.2 Les sources artificielles

Le banc dispose de deux sources artificielles : un laser accordable sur toute la fenêtre de mesure du spectromètre et même plus, et une lampe à incandescence qui fournit un spectre plus large.

Ces sources permettent de réaliser toutes sortes d'étalonnages. On entrevoit par exemple l'intêret de disposer d'une source monochromatique pour caractériser la fonction d'instrument du spectromètre. Les sources artificielles permettent également d'utiliser le spectromètre lorsque les conditions météorologiques sont défavorables.

Afin de simuler une configuration d'observation de la Terre, les deux sources artificielles sont collimatées à l'infini, à l'aide d'une lentille au foyer de laquelle elles sont placées. C'est plus exactement le port de sortie d'une sphère intégrante, dans laquelle on injecte les sources, qui est placé au foyer du collimateur. Les deux sources artificielles, la sphère intégrante et le collimateur sont représentés sur la figure 2.1. L'utilisation d'une sphère intégrante permet de simuler une scène homogène sur Terre. Aucune direction d'incidence n'est ainsi privilégiée. On peut toutefois noter qu'une scène non uniforme génère un éclairement uniforme sur les miroirs. Ceux-ci sont en effet à une distance infinie de la scène.

Le laser est un laser fibré. Il émet dans les bandes spectrales utilisées couramment pour les télécommunications optiques. Ce type de composant a été spécifiquement développé pour effectuer des tests sur les réseaux de télécommunication fibrés. Dans ce domaine, les longueurs d'onde porteuses sont situées autour de 1550 nm, ce qui est très proche de la longueur d'onde centrale du filtre passe-bande (autour de 1570 nm). La bande passante du filtre a d'ailleurs été définie de manière à profiter du matériel dédié aux télécommunications optiques. Nous avons pu ainsi bénéficier des développements importants qui ont été réalisés par les industriels dans le domaine des sources laser.

Ce laser est un laser à cavité étendue. Le principe de fonctionnement de ce type de laser est schématiquement le suivant : une diode laser émet un spectre large, qui est ensuite affiné par un réseau intra cavité. Le réseau dévie toutes les longueurs d'onde en dehors du trajet d'amplification sauf celle sélectionnée qui devient la longueur d'onde d'émission en sortie du laser. En faisant tourner le réseau, on change la longueur d'onde amplifiée dans la cavité et par suite la longueur d'onde d'émission du laser. Un tel laser est donc d'une part épuré spectralement et d'autre part accordable. Les caractéristiques du laser sont regroupées dans le tableau 2.1. Afin d'améliorer la précision des mesures, le laser accordable a été étalonné à l'aide d'un lambdamètre de manière à mesurer l'erreur d'accordabilité en grande partie répétitive. Le traitement des mesures effectuées avec le laser utilise le fichier d'étalonnage pour tenir compte de ces erreurs d'accordabilité.

La lampe est une lampe halogène classique. Dans le domaine spectral considéré, son

Laser accordable	
Bande spectrale d'accordabilité	[1490 nm ; 1650 nm]
Précision d'accordabilité	5 pm
Répétabilité	1 pm
Pas d'accordabilité	1 pm

TAB. 2.1 – Caractéristiques du laser accordable

spectre est large et plat. A ce titre, la lampe est utilisée comme source de référence pour caractériser le filtre en transmission. Le profil spectral de la lampe est, pour la bande de mesure, comparable à celui du Soleil sans les raies d'absorption atmosphériques et solaires.

2.2.2 Le spectromètre

Le miroir de visée renvoie la lumière à analyser dans le spectromètre. Le spectromètre est entièrement capoté de manière à réduire les effets des variations thermiques du laboratoire. Un hublot a été ménagé dans le capotage au niveau de l'entrée du spectromètre.

Le spectromètre se décompose en deux parties : le cœur interférométrique et la chaîne de détection.

2.2.2.1 Le cœur interférométrique

Le terme de cœur résume bien l'aspect central et essentiel de cette partie de l'instrument qu'est l'interféromètre. C'est en effet autour de lui qu'est défini l'instrument. Le reste des composants est adapté au cœur interférométrique.

Comme il a été vu précédemment, le cœur interférométrique est un interféromètre de Michelson modifié, dans le sens où les miroirs plans qui sont classiquement montés sur un tel interféromètre ont été remplacés par des miroirs à échelettes. Mis à part cela, on retrouve les composants clés d'un interféromètre de Michelson. Le cœur interférométrique possède en effet une lame séparatrice, deux miroirs et une lame compensatrice qui est également une lame modulatrice. La figure 2.1 représente le cœur interférométrique dans le banc. On peut également se reporter à la figure 1.24 pour une vue schématique du cœur interférométrique ainsi qu'à la vue d'ensemble de l'interféromètre (figure 2.9). Compte tenu de sa fonction primordiale dans l'instrument, on consacre le paragraphe 2.3 au cœur interférométrique indépendamment de cette description du banc de spectrométrie.

2.2.2.2 Le système d'imagerie des miroirs

La combinaison optique d'imagerie : Le système d'imagerie des miroirs projette l'image de l'interférogramme sur le détecteur placé derrière lui. On récupère ensuite dans l'image des zones appelées super-pixels qui fournissent le signal de chaque échantillon de

l'interférogramme. Le système optique doit donc être défini de telle sorte que la conjugaison entre les miroirs et le détecteur soit possible. En particulier, le grandissement doit permettre d'obtenir les super-pixels dans l'image.

Compte tenu des différences de marche générées par les miroirs, le système d'imagerie doit avoir une profondeur de champ suffisante. La profondeur de champ est la capacité d'un système optique à observer une scène dans sa profondeur, c'est-à-dire à pouvoir fournir l'image nette de points situés à des distances différentes. L'image doit rester nette pour toutes les marches des miroirs, de la plus proche à la plus éloignée du système d'imagerie. La profondeur de champ doit donc être de l'ordre de 36 mm. Les dimensions des miroirs à échelettes sont données au paragraphe 2.3.1.1. La profondeur de champ est fonction de l'ouverture et de la longeur focale du sytème. Elle est, en plus du grandissement, un critère de définition important. Le grandissement du système est défini à partir de la dimension des objets et de celle des pixels du détecteur. Dans notre cas, les objets sont des carrés de 4×4 mm^2 formés par le croisement des miroirs à échelettes. La taille des pixels du détecteur est de 30 μm de côté. Un grandissement de 1/10 permet de conjuguer les objets sur des super-pixels de 13×13 pixels.

La combinaison optique est obtenue par l'association de deux doublets. Elle est télécentrique. Le diaphragme de champ est au foyer du deuxième doublet. La télécentricité assure une même gamme d'incidence des faiceaux lumineux pour chaque point image en sortie du système. Les incidences sur le filtre passe-bande placé juste en avant du détecteur sont donc identiques sur toute la surface du filtre. La télécentricité confère de plus au système un grandissement constant avec la profondeur de champ. Le grandissement de la combinaison est fixé par le rapport des longueurs focales des deux doublets. Le diamètre du diaphragme de champ contrôle le champ du système. Le demi-angle au sommet du cône de champ est égal à 3,8 mrad. Pour un satellite en orbite polaire à 700 km d'altitude, le cône de champ intercepte au sol un cercle de diamètre égal à 5 km. La figure 2.5 représente les différents états interférométriques dans le champ. Les calculs sont effectués à la longueur d'onde moyenne de mesure et pour une différence de marche en incidence normale de 6 cm.

Le schéma optique du système d'imagerie, représenté sur la figure 2.6, diffère de celui présenté dans le chapitre précédent (paragraphe 1.2.3.4, figure 1.27). Les miroirs ne sont pas au foyer du premier doublet. Cependant, la fonction principale d'imagerie des échelettes reste assurée. Il a été choisi de ne pas mettre les miroirs au foyer du premier doublet pour des raisons d'encombrement : le système est ainsi plus représentatif d'un instrument embarqué.

La figure 2.7 est une vue resserrée de la combinaison optique entre le diaphragme de champ et le détecteur. Le diaphragme de champ est positionné au foyer du premier doublet. Un obturateur a été rajouté en avant du deuxième doublet. Il sera utilisé pour étalonner l'instrument, en particulier pour déterminer le courant d'obscurité (fond noir).

Le tableau 2.2 rassemble les différentes caractéristiques des composants du système d'imagerie de l'interférogramme.

Le filtre passe-bande : La sélection de la bande spectrale se fait en bout de chaîne instrumentale, en avant du détecteur (voir figure 2.7). Le lien entre la largeur de la

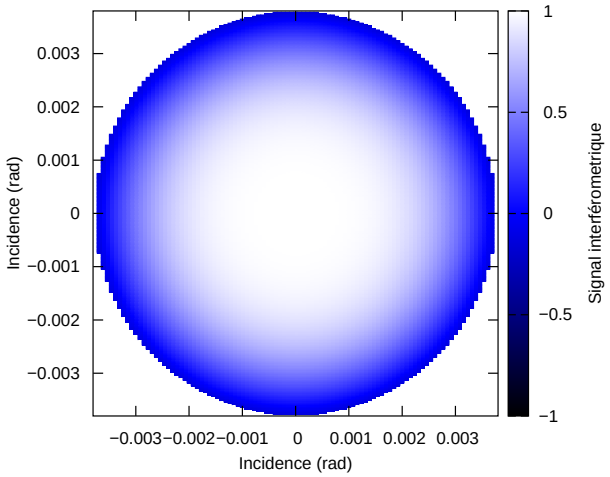

FIG. 2.5 – Interférences dans le champ de la maquette. Les calculs sont effectués pour la longueur d'onde moyenne de mesure (1,6 μm) et pour une différence de marche en incidence normale de 6 cm. On peut se reporter à la figure 1.23 qui représente les interférences dans un champ 4 fois plus grand.

Caractéristiques des composants	
Longueur focale du premier doublet	528,6 mm
Diamètre du premier doublet	140 mm
Largeur du diaphragme	4 mm
Longueur focale du deuxième doublet	51,5 mm
Diamètre du deuxième doublet	25 mm

Caractéristiques de la combinaison	
Grandissement	1/10
Ouverture numérique	$\sim 0{,}3$
Champ sélectionné (demi-angle au sommet)	3,8 mrad
Diamètre de la zone de mesure à 700 km	5 km

TAB. 2.2 – Caractéristiques du système d'imagerie

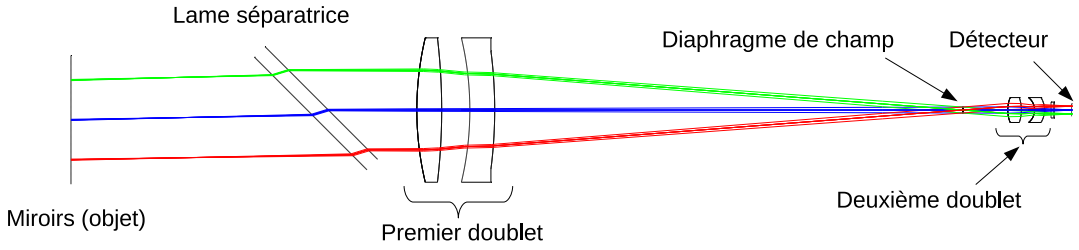

FIG. 2.6 – Vue d'ensemble de la combinaison optique

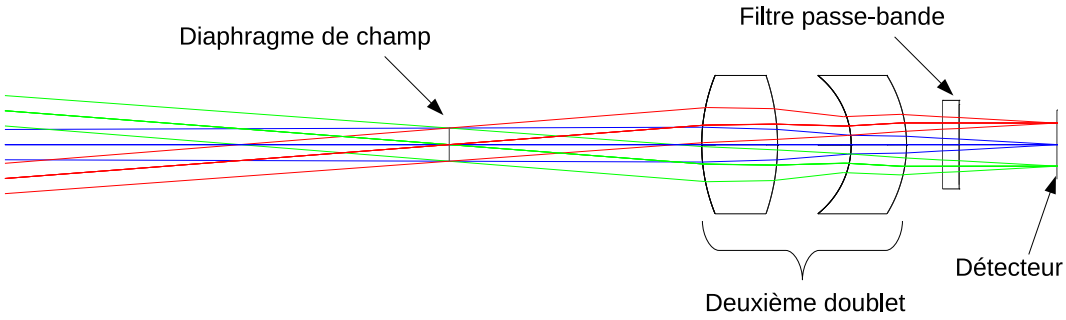

FIG. 2.7 – Vue resserrée de la combinaison optique entre le diaphragme de champ et le détecteur

bande spectrale de mesure et le pas d'échantillonnage de l'interférogramme a été décrit au paragraphe 1.1.2.2. Le filtre que nous utilisons a une largeur de $\Delta\lambda = 5{,}6$ nm autour de $\lambda_0 = 1573$ nm, soit $\Delta\sigma = 22{,}5$ cm^{-1} autour de $\sigma_0 = 6357$ cm^{-1}. Il est situé dans une bande d'absorption du dioxyde de carbone. Il a été réalisé sur mesure pour nos applications. La figure 2.8 montre une superposition du profil du filtre normalisé et de la transmission atmosphérique dans la bande spectrale considérée. Le filtre intercepte près d'une dizaine de raies d'absorption du dioxyde de carbone.

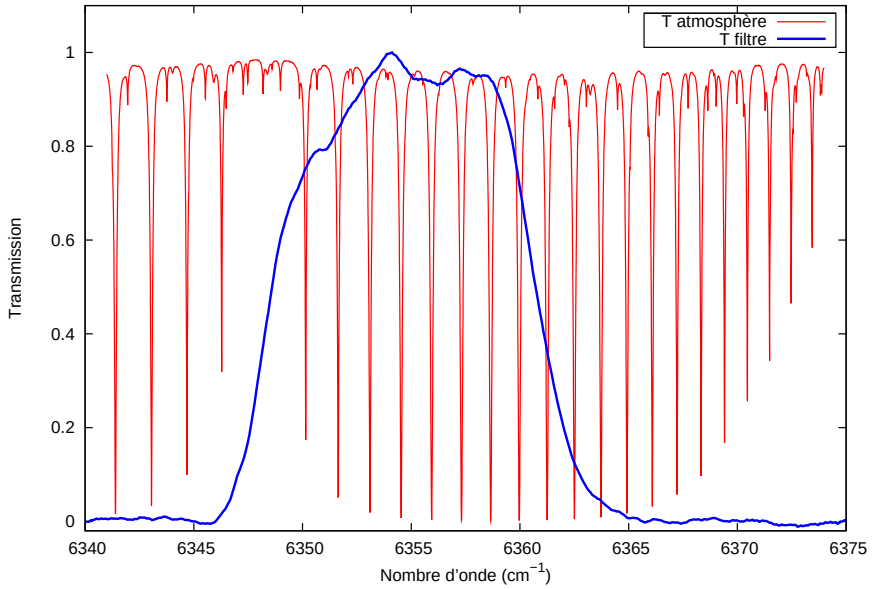

FIG. 2.8 – Profil du filtre passe-bande normalisé, superposé à la transmission de l'atmosphère dans la bande spectrale considérée.

L'application du critère de Shannon-Nyquist, connaissant la largeur de la bande spectrale de mesure $\Delta\sigma = 22{,}5$ cm^{-1}, implique un pas d'échantillonnage maximal de l'interférogramme égal à :

$$\delta_e^{max} = \frac{1}{2\,\Delta\sigma} = 222\ \mu\text{m}$$

La hauteur des petites échelettes doit être au plus de 111 μm géométrique.

Le filtre est réalisé en utilisant la technique du dépôt de couches minces. C'est un filtre interférentiel, dont la transmission sélective est assurée par des interférences à ondes multiples, comparables à celles générées par un interféromètre de Fabry-Pérot. La transmission d'un tel composant présente une périodicité. Le filtre laisse en fait passer plusieurs bandes spectrales. Pour sélectionner correctement le flux incident, un deuxième filtre appelé filtre de réjection est également placé dans le faisceau. Il est situé juste en avant du deuxième doublet (voir la figure 2.1). La transmission d'un filtre interférentiel varie avec l'incidence des rayons incidents. Nous comprenons là l'intêret d'assurer une plage d'incidence des rayons constante pour tous les points du filtre. C'est

ce que fait la combinaison optique télécentrique. De plus, l'incidence moyenne sur le filtre doit être réglée avec soin. Une incidence trop différente de l'incidence normale nominale se traduit par un décalage de la bande passante vers les courtes longueurs d'onde et une dégradation du profil de transmission. Dans ce cas, les mesures ne sont plus correctement centrées sur la bande spectrale d'intérêt. La transmission n'a plus une bande passante aussi nette : les flancs sont beaucoup moins raides et la zone de transmission beaucoup moins plate.

Le filtre de réjection permet d'annuler les rebonds de transmission du filtre passe-bande. C'est également un filtre passe-bande, mais il est plus large, de manière à ne pas affecter la transmission de l'autre. L'association des deux filtres donne finalement la fenêtre spectrale de mesure. Le tableau 2.3 récapitule les principales caractéristiques du filtre passe-bande étroit.

Filtre passe-bande		
Nombre d'onde central	6357	cm^{-1}
Longueur d'onde centrale	1573	nm
Largeur de la bande spectrale	22,5	cm^{-1}
	5,6	nm

TAB. 2.3 – Caractéristiques du filtre passe-bande étroit

Le détecteur matriciel : Le détecteur est une matrice d'InGaAs, un semi conducteur composé d'indium, de gallium et d'arsenic. Les propriétés de celui-ci sont connues pour la détection dans le proche infrarouge. Les détecteurs InGaAs sont largement utilisés dans les bandes télécom (autour de 1550 nm). Un tel composant correspond bien à notre besoin de mesure autour de 1573 nm.

La matrice du détecteur est une matrice 256×320 pixels (on en récupère exactement 251×318). La taille des pixels est de 30 μm de côté. Le facteur de grandissement du système optique détermine le nombre de pixels dans l'image de chaque zone appelée super-pixel. Dans notre cas, un super-pixel comprend 13×13 pixels. On passe d'une zone de 4×4 mm^2 sur les miroirs à une zone d'environ $0{,}4 \times 0{,}4$ mm^2 sur le détecteur. Le grandissement du système est de 1/10. Une garde de 5 pixels sur les bords des super-pixels est ménagée lors de la phase de traitement des images. Dans chaque dimension on réserve 2 pixels de marge d'un côté et 3 de l'autre. Cette dissymétrie est prise en compte lors de l'alignement mécanique du détecteur. On ajuste plus finement les bords ayant le moins de pixels de garde. Les super-pixels exploités comptent donc 8×8 pixels de manière à s'affranchir d'éventuels effets de bord.

Le détecteur est de type CMOS. Chaque pixel peut être lu indépendamment par adressage. Il se différencie des détecteurs CCD pour lesquels la lecture se fait par transfert de charges. Les niveaux en sortie du détecteur sont codés sur 12 bits (entre 0 et 4095 comptes numériques).

La matrice de détection est en fait celle d'une caméra du commerce sensible au proche infrarouge à laquelle on a retiré l'objectif. On n'a pas accès à l'électronique de

traitement et de numérisation du signal des pixels. Le détecteur se comporte comme une « boîte noire » dont on étalonne le fonctionnement (voir le chapitre 3).

Le tableau 2.4 récapitule les caractéristiques du détecteur.

Détecteur InGaAs	
Nombre de pixels	251×318
Taille des pixels	30×30 μm^2
Tailles des super-pixels	13×13 pixels

TAB. 2.4 – Caractéristiques du détecteur

2.3 Le cœur interférométrique monobloc

Au cœur du spectromètre par transformation de Fourier statique, se trouve l'interféromètre de Michelson statique. Dans la dernière version de la maquette, l'interféromètre présente une configuration rigidifiée par une structure monobloc où tous les composants sont liés entre eux.

La figure 2.9 donne une vue d'ensemble de l'interféromètre de Michelson statique. C'est un schéma de l'interféromètre que l'on a défini et que la société Winlight Optics a réalisé. On y repère la lame séparatrice, les deux miroirs à échelettes et la lame compensatrice-modulatrice. Ces composants sont liés entre eux, au dessous par une plaque de base et au dessus par deux poutres.

On présente ensuite en détail l'interféromètre, composant par composant.

2.3.1 Dimensionnement de la partie statique

2.3.1.1 Dimensions

Les miroirs à échelettes qui forment la pupille du système imposent les dimensions de l'interféromètre. Ces dernières sont définies par le besoin de mesure. Comme on l'a vu, la largeur de la bande spectrale de mesure d'une part et la résolution d'autre part définissent le nombre d'échantillons nécéssaires. Ensuite, le rapport signal à bruit requis définit la surface des échelettes. A partir du nombre d'échantillons et de la surface des échelettes, on connaît la surface totale des miroirs à échelettes et on en déduit les dimensions du reste de l'instrument.

Dimensions des miroirs à échelettes : Les études avant réalisation ont permis de définir une bande de mesure sélectionnée par le filtre passe-bande présenté au paragraphe 2.2.2.2. La bande de mesure est une bande d'environ 20 cm^{-1} centrée autour de 6360 cm^{-1}. L'échantillonnage de l'interférogramme doit permettre une mesure sur cette bande. On a vu que le pas d'échantillonnage maximal était de 222 μm en différence de marche optique. De plus, on estime que la résolution doit être meilleure que 0,2 cm^{-1} et que le rapport signal à bruit de l'interférogramme mesuré doit être

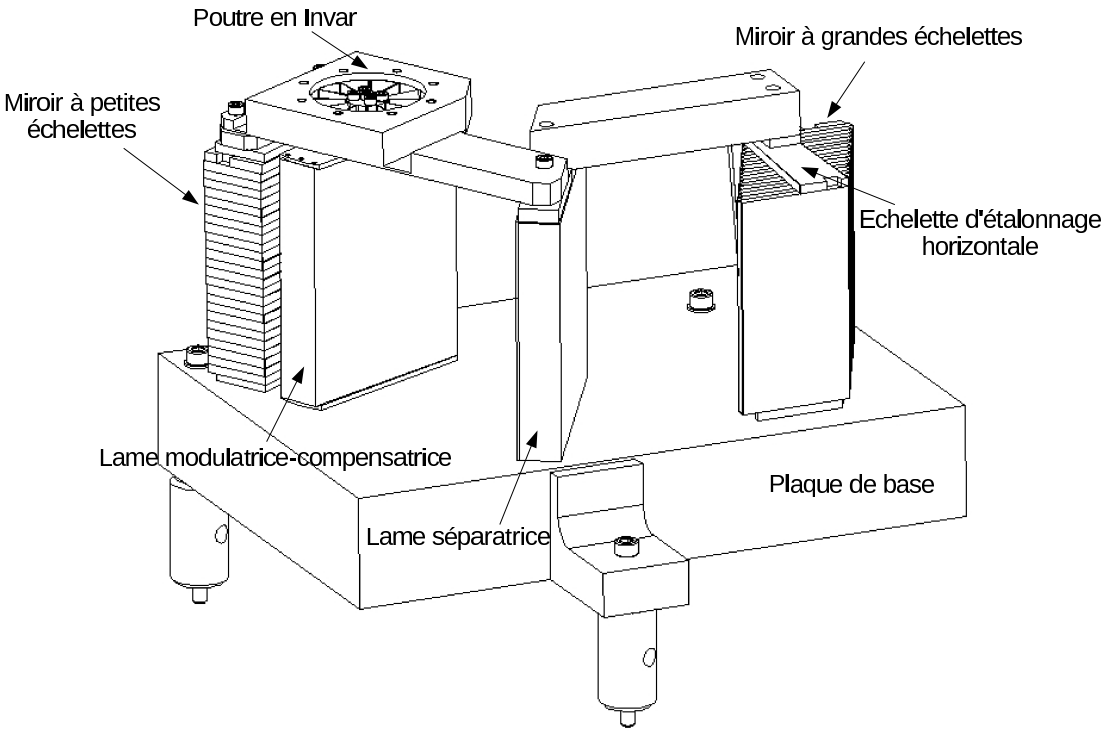

FIG. 2.9 – Vue d'ensemble du cœur interférométrique

proche de 3000 pour atteindre la précision de mesure de la concentration en dioxyde de carbone recherchée (à savoir 1 ppm).

Ces différents paramètres dimensionnent les miroirs à échelettes. Il a été décidé de réaliser des miroirs tels que l'on puisse obtenir $456 = 19 \times 24$ échantillons. La différence de marche est définie par le positionnement relatif des miroirs dans les bras de l'interféromètre. Les 456 échantillons sont répartis entre $-6{,}3$ cm et 1 cm en différence de marche. L'interférogramme est en partie (entre -1 cm et 1 cm) bilatère, c'est-à-dire symétrique. La résolution apodisée est $\mathrm{d}\sigma = 1/\delta_{max} \simeq 0{,}17$ cm^{-1}, avec δ_{max} la différence de marche maximale en valeur absolue.

Les échantillons sont obtenus en croisant deux miroirs à échelettes : un avec 24 petites marches de 80 μm en épaisseur géométrique soit 160 μm en différence de marche, l'autre avec 19 grandes marches de $24 \times 80 = 1920$ μm géométriques, soit 3840 μm en différence de marche optique. La hauteur cumulée des petites marches est égale à la hauteur d'une grande marche. En croisant les directions des marches des deux miroirs, on obtient une matrice d'échantillons, avec pour pas la différence de marche introduite entre deux petites échelettes. Celles-ci échantillonnent chacune des grandes échelettes. Le pas d'échantillonnage de l'interférogramme est donc égal à $\delta_e = 160$ μm, ce qui est inférieur au pas maximal. A l'extrême, on pourrait faire des mesures sur une bande de $\Delta\sigma = 1/(2\delta_e) \simeq 31$ cm^{-1}.

La largeur des marches est fixée à 4 mm. Cette valeur est le fruit d'un compromis entre le besoin en flux et la limitation de l'encombrement. Les longueurs des marches sont égales à : $19 \times 4 = 76$ mm pour les petites échelettes et $24 \times 4 = 96$ mm pour les grandes. Deux zones d'étalonnage ont été ajoutées à ces échelettes nominales. Les zones d'étalonnage se présentent sous la forme d'échelettes supplémentaires. Elles sont légèrement inclinées de manière à observer quelques franges de coin d'air, ce qui permet de suréchantillonner localement l'interférogramme. On espère améliorer la qualité des mesures grâce aux échelettes d'étalonnage. En particulier, ces zones, qui échantillonnent l'interférogramme plus finement que la longueur d'onde, devraient être sensibles aux déformations de l'interféromètre dues aux dérives thermiques du laboratoire. Chaque échelette d'étalonnage est ajoutée dans chacune des dimensions des miroirs. Les inclinaisons des coins d'air sont égales à environ 110 μrad dans la direction de progression des grandes échelettes et à environ 20 μrad dans la direction de progression des petites échelettes.

Au final, la surface totale des miroirs est égale à $80 \times 100 = 8000$ mm^2. C'est la surface de la face réfléchissante (la surface utile) des miroirs. Chaque échantillon a une surface de $4 \times 4 = 16$ mm^2. En comptant les zones d'étalonnage, il y a 500 échantillons dans l'interférogramme généré par les miroirs à échelettes. Les zones d'étalonnage suréchantillonnent une zone de l'interférogramme autour d'une différence de marche de 0,75 cm. Le choix de cette position est expliqué dans le chapitre 4 consacré à l'inversion des mesures.

La figure 2.10 est une photographie du miroir à grandes échelettes. On distingue les différentes marches du miroir. Celles-ci sont formées par l'assemblage de lames identiques décalées de la hauteur nécessaire. On voit l'interface d'adhérence entre les lames. Les arêtes des lames ont été biseaurées de manière à se prémunir de phénomènes de lumière

parasite, à limiter l'influence de la diffraction et à éviter des défauts dans le traitement des faces réfléchissantes.

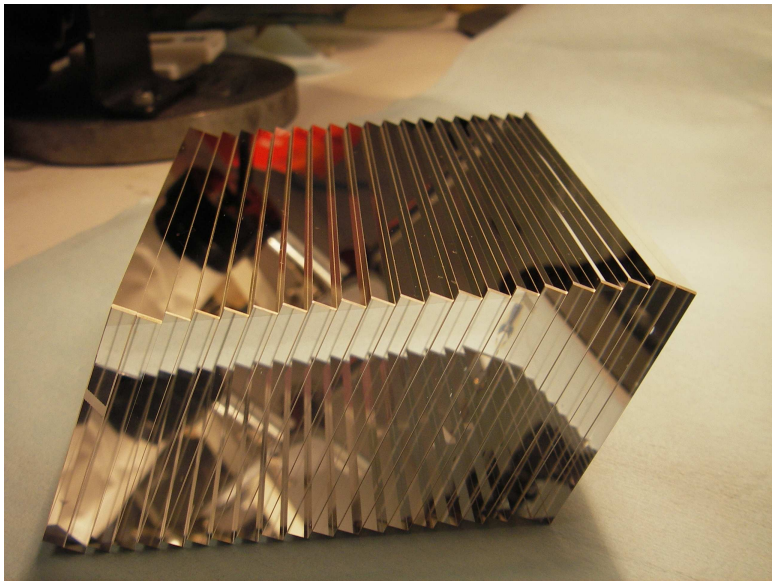

FIG. 2.10 – Miroir à grandes échelettes du nouveau cœur interférométrique. On notera que pour des raisons de facilité d'assemblage, les lames constituant les marches ont toutes la même taille (elles sont juste décalées les unes par rapport aux autres), contrairement au miroir précédent (voir la figure 1.25).

Le tableau 2.5 rassemble les caractéristiques des miroirs.

Dimensions de la lame séparatrice : La surface de la lame séparatrice doit être telle que la lame intercepte l'ensemble du faisceau utile. Le faisceau utile est défini par la surface des miroirs à échelettes. Contrairement à ce qui est représenté sur le schéma théorique de la figure 1.24, l'incidence des rayons sur la séparatrice n'est pas égale à 45 °. Pour des raisons de facilité de réalisation des traitements, l'incidence sur la lame séparatrice est fixée à 30 °. Les traitements ont de meilleures propriétés pour de faibles incidences. Une incidence nulle ou trop petite n'est cependant pas envisageable car elle ne permettrait pas de séparer correctement les deux faisceaux. Les deux bras de l'interféromètre ne sont pas perpendiculaires. La lumière repart de l'interféromètre en faisant un angle de 120 ° avec le faisceau incident. Les figures 2.9 et 2.12 illustrent cela.

La dimension verticale de la lame séparatrice est au premier ordre égale à la dimension verticale des miroirs. Dans la direction horizontale, on doit tenir compte de l'inclinaison de la lame pour calculer sa dimension. Si l'on note Δx_M la dimension des miroirs, Δx_S la dimension de la séparatrice et i l'incidence sur la lame, alors :

$$\Delta x_S = \frac{\Delta x_M}{\cos i} \tag{2.3}$$

Lorsque l'on a défini ces dimensions, on a également tenu compte de la divergence des faisceaux (due au champ de l'instrument) ainsi que de la diffraction qui fait également

Miroir à grandes échelettes	
Nombre de marches	19
Hauteur des marches	1920 μm

Miroir à petites échelettes	
Nombre de marches	24
Hauteur des marches	80 μm

Matrice d'échantillonnage obtenue en croisant les deux miroirs	
Nombre d'échantillons	456
Pas d'échantillonnage	160 μm
Intervalle des différences de marche en cm	$[-6{,}3\,;\,1]$
Nombre d'échelettes d'étalonnage supplémentaires	4
Inclinaison des zones d'étalonnage selon les grandes marches	110 μrad
Inclinaison des zones d'étalonnage selon les petites marches	20 μrad
Nombre total d'échantillons	500
Surface d'un échantillon	4 mm^2
Surface totale des miroirs	8000 mm^2

TAB. 2.5 – Caractéristiques des miroirs à échelettes

diverger les faisceaux. Ceci nous a amené à augmenter les dimensions théoriques de la séparatrice de 2 mm. Ce dimensionnement concerne la partie utile de la lame. Il a fallu prendre également des marges pour le dépôt du traitement, ainsi que pour les défauts de positionnement des éléments de l'interféromètre par rapport à la lame. Les dimensions de la zone traitée de la lame séparatrice sont de 101 mm suivant la verticale et 105 mm suivant la direction horizontale. La surface à traiter est de 106 cm^2. On peut remarquer ici que le fait de réduire l'incidence permet de réduire la surface de traitement et relâche ainsi les difficultés de réalisation d'un traitement spatialement homogène.

La lame séparatrice est recouverte, sur une de ses faces d'un traitement semi-réfléchissant et sur l'autre face d'un traitement anti-reflet. Le traitement semi réfléchissant est le plus difficile à réaliser. Idéalement, les coefficients de réflexion et de transmission sont tous deux égaux à 50 %. Plus de détails sur le traitement séparateur sont donnés au paragraphe 2.3.1.3.

Un critère sur l'épaisseur a été ajouté afin de tenir compte du phénomène de réflexion parasite dans la lame. La figure 2.11 illustre ce phénomène. Du fait de son traitement semi-réfléchissant, et de la réflexion parasite sur la face traitée anti-reflet, une image fantôme décalée du faisceau nominal se forme. Le flux parasite d'un échantillon donné vient donc polluer le signal d'un ou plusieurs échantillons périphériques. Le critère sur l'épaisseur de la lame est que l'image fantôme soit décalée d'un nombre entier d'échelettes. Connaissant le décalage, on cherchera à corriger l'effet des images fantômes par traitement. L'image fantôme est mise en évidence au paragraphe 3.5.2.

Le décalage d entre les faisceaux nominal et fantôme est déterminé en connaissant

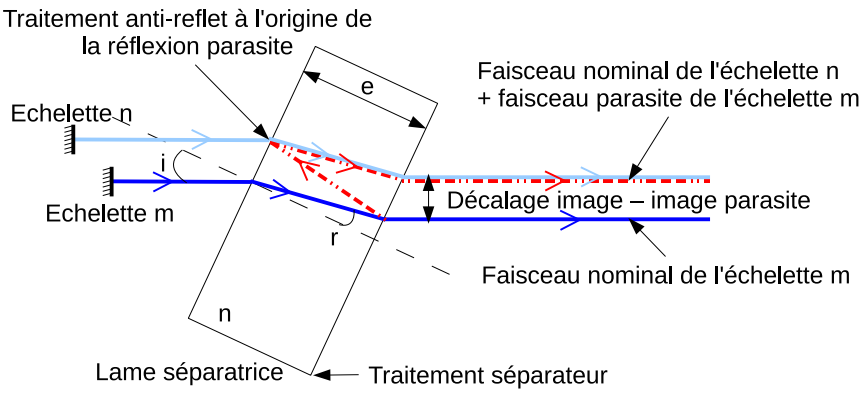

FIG. 2.11 – Image fantôme due au décalage provoqué par une réflexion parasite dans une lame. Le décalage peut être évalué à partir de l'épaisseur de la lame, de son indice et de l'incidence des faisceaux. L'épaisseur de la lame a été choisie de façon telle que ce décalage corresponde à un nombre entier d'intervalles entre les marches.

l'épaisseur e de la lame, son indice optique n, et l'incidence i des faisceaux. L'angle de réfraction r des faisceaux dans la lame est déduit de l'application des lois de Snell-Descartes. Dans une étape intermédiaire, on calcule le décalage d_l le long de la face de la lame :

$$d_l = 2\,e\tan r \tag{2.4}$$

Ensuite, on projette ce décalage pour connaître la distance entre les faisceaux nominal et parasite émergents.

$$\begin{aligned} d &= d_l \cdot \cos i \\ d &= 2\,e \cdot \tan r \cos i \end{aligned} \tag{2.5}$$

L'écart entre deux échantillons voisins sur les miroirs est $d_{min} = 4$ mm. L'épaisseur de la lame séparatrice doit donc être un multiple de :

$$\Delta e = \frac{d_{min}}{2\tan r\cos i} \tag{2.6}$$

L'application numérique donne la valeur $\Delta e = 6{,}3$ mm. Au final, la lame séparatrice a une épaisseur de 18,8 mm, ce qui est trois fois l'épaisseur Δe.

Le tableau 2.6 donne les caractéristiques de la lame séparatrice.

Dimensions de la lame compensatrice-modulatrice : La même démarche a été suivie pour spécifier la lame compensatrice-modulatrice. Dans ce cas, l'incidence n'est plus que de 5 °. La lame ne fonctionne pas en réflexion, on peut donc réduire l'angle d'incidence sur celle-ci. On a toutefois spécifié un angle non nul de manière à dévier certaines réflexions parasites en dehors du faisceau nominal. Les dimensions transverses de la zone traitée de la compensatrice sont égales à 80 mm dans la direction horizontale et 100 mm dans la direction verticale.

Lame séparatrice	
Incidence des rayons	30 °
Dimension verticale de la zone traitée	101 mm
Dimension horizontale de la zone traitée	95 mm
Epaisseur	18,8 mm
Décalage de l'image fantôme	12 mm
	3 marches

TAB. 2.6 – Caractéristiques de la lame séparatrice

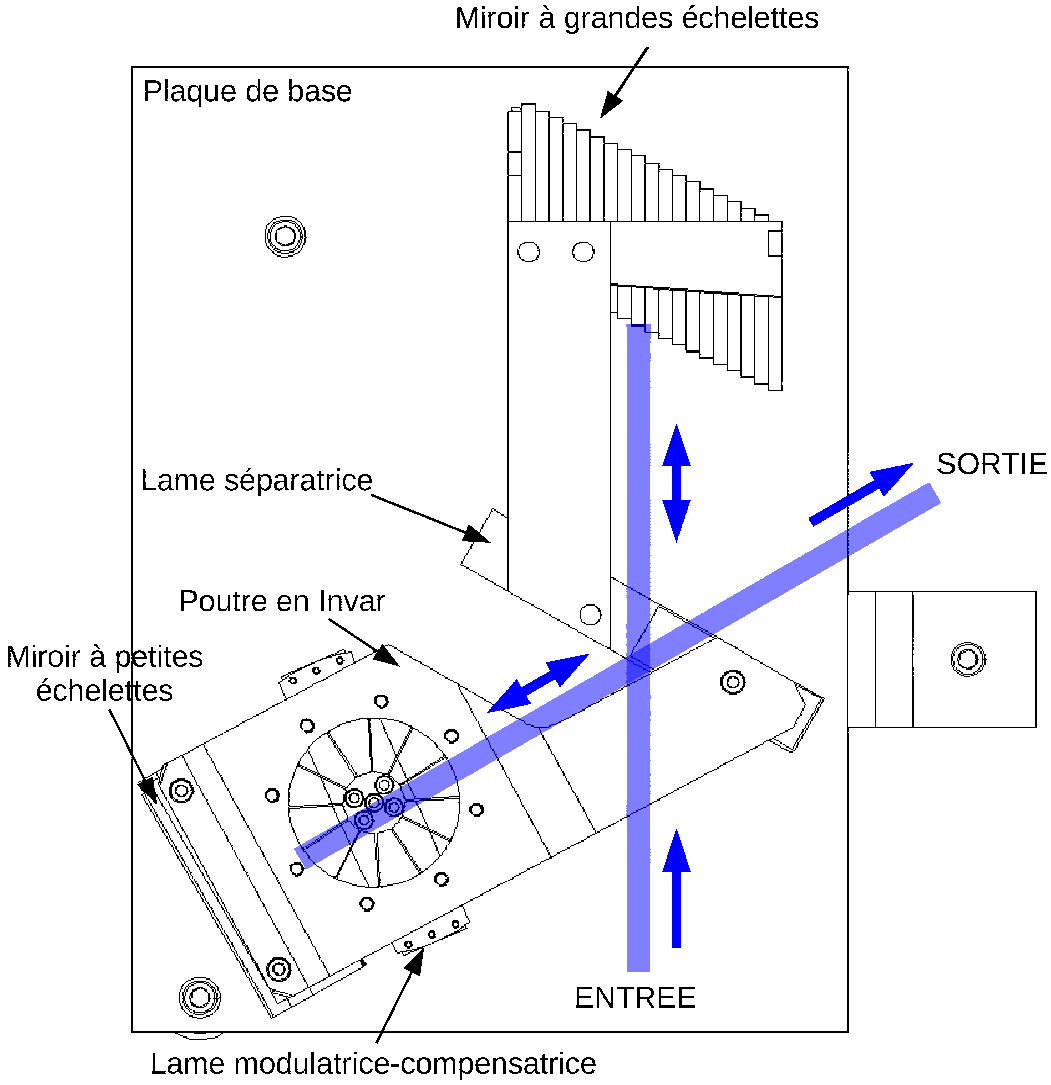

FIG. 2.12 – Vue de dessus du cœur interférométrique

Les traitement des deux faces de la lame sont des anti-reflets.

La fonction de compensation a été traitée au paragraphe 1.2.3.2. On a vu que l'épaisseur de la lame compensatrice est définie par celle de la lame séparatrice. Le critère à respecter est qu'il faut que les faisceaux des deux bras de l'interféromètre traversent la même épaisseur de verre.

En notant e_s l'épaisseur de la lame séparatrice, n l'indice du matériau dont sont faites les lames et i_s et i_c les incidences des rayons sur respectivement la lame séparatrice et la lame compensatrice, l'épaisseur de la compensatrice e_c doit satisfaire la relation (équation 1.109) :

$$\frac{e_c}{\cos r_c} = \frac{e_s}{\cos r_s}$$

avec r_c et r_s les angles de réfraction dans respectivement la lame compensatrice et la lame séparatrice. Un calcul plus détaillé est effectué au paragraphe 1.2.3.2. On retrouve le résultat de l'équation 1.110. L'application numérique conduit à une valeur de l'épaisseur de la compensatrice égale à 20 mm. La lame intégrée dans le cœur interférométrique a une épaisseur de 20,0 mm. L'erreur réalisée sur l'épaisseur a été évaluée à 3 μm pour une spécification à $\pm$ 10 μm. Compte tenu de l'étroitesse de la bande spectrale, la tolérance aux erreurs d'épaisseur de la compensatrice est plus importante que pour un spectromètre large bande. Cette tolérance permet d'utiliser la lame compensatrice pour générer les faibles décalages en différence de marche nécessaires à la modulation de phase.

Le tableau 2.7 rassemble les caractéristiques de la lame compensatrice.

Lame compensatrice	
Incidence des rayons	5 °
Dimension verticale de la zone traitée	100 mm
Dimension horizontale de la zone traitée	80 mm
Epaisseur	20,0 mm

TAB. 2.7 – Caractéristiques de la lame compensatrice

2.3.1.2 Matériau optique

Le matériau utilisé pour réaliser cet interféromètre monobloc est la silice. La transmission de la silice est excellente dans la bande spectrale de mesure, autour de 1,6 μm. Ce matériau est classiquement utilisé pour les instruments d'optique embarqués sur les satellites. Sa transmission n'est pas dégradée par les radiations auxquelles sont soumis les satellites. L'indice optique de la silice autour de 1,6 μm est d'environ 1,44. Elle s'usine et se polit sans difficulté particulière.

La silice présente également des propriétés thermiques intéressantes. Le coefficient de dilatation thermique de la silice est faible. Ce coefficient traduit la dilatation relative d'une pièce pour une variation de sa température d'un degré. Plus la pièce est grande, plus elle se dilate. Le coefficient de dilatation thermique de la silice a pour valeur

$0{,}6 \cdot 10^{-6}$ K^{-1}. En comparaison, le coefficient de dilatation thermique de l'invar est égal à $1{,}5 \cdot 10^{-6}$ K^{-1}. Cet alliage est réputé pour son faible coefficient de dilatation. Les propriétés thermiques de la silice ont motivé la décision de généraliser l'adhérence moléculaire à un maximum de composants. Ainsi, on a pu réaliser un interféromètre monobloc et supprimer les montures faites en métaux ayant de plus forts coefficients de dilatation.

Afin d'assurer la plus grande homogénéité des composants, il a été décidé de réaliser les éléments de l'interféromètre à partir de blocs de silice issus de la même coulée.

Le tableau 2.8 rassemble quelques propriétés de la silice.

	Silice
Indice optique	1,44
Coefficient de dilatation thermique	$0{,}6 \cdot 10^{-6}$ K^{-1}

TAB. 2.8 – Propriétés de la silice

2.3.1.3 Traitements des surfaces optiques

Sur l'interféromètre, on distingue trois types de traitements optiques : le traitement séparateur de la face avant de la séparatrice, les traitements antiréfléchissants des autres faces des lames et le traitement réfléchissant des miroirs à échelettes.

Traitement séparateur : Ce traitement représente une des réalisations les plus complexes de l'interféromètre. Les spécifications sont contraignantes : dans la zone spectrale de mesure située dans le proche infrarouge, le traitement doit être à la fois homogène spectralement et spatialement. Le paramètre important est le produit de la transmission et de la réflexion de la lame. Celui-ci doit être le plus proche possible de 25 %. On note R le facteur de réflexion et T le facteur de transmission. En négligeant l'absorption de la lame, ceux-ci sont reliés par l'expression :

$$T = 1 - R \tag{2.7}$$

Sur son trajet, la lumière subit au niveau de la séparatrice une réflexion et une transmission, ce dans les deux bras. Par conséquent, le flux en sortie est affecté d'un facteur ρ tel que :

$$\rho = R \cdot T = R \cdot (1 - R) \tag{2.8}$$

Ce facteur est maximal si $R = T = 50$ %. Dans ce cas, ρ est égal à 25 %.

Le traitement réalisé a en moyenne un produit $R \cdot T$ égal à 24,8 %. Spectralement, il varie de 0,15 % dans la bande spectrale de mesure. Spatialement, entre le centre et le bord de la lame, le produit $R \cdot T$ varie de 0,25 %. Celui-ci est identique dans les deux directions de polarisation de la lumière à 0,1 % près. La polarisation de la lumière est la direction dans laquelle est dirigée le champ électrique de l'onde. Les traitements

optiques peuvent voir leurs propriétés varier avec la polarisation. Ici, il a été spécifié des réponses identiques quelle que soit la polarisation incidente.

Les défauts spatiaux seront en partie corrigés par l'étalonnage de la sensibilité spatiale du spectromètre.

La technique de dépôt du traitement est celle du dépôt assisté par faisceau d'ion. Cette technique a permis de réaliser un traitement séparateur plus performant, conforme aux spécifications. Les difficultés recontrées pour ce traitement nous ont amenés à choisir un angle d'incidence de 30 ° , inférieur à 45 ° . Un traitement en couches minces est plus facile à réaliser pour des incidences faibles. Le traitement déposé par dépot assisté par faisceau d'ion est un traitement dur qui applique des contraintes dans la lame. La lame se déforme de façon non négligeable sous l'effet de ces contraintes. Pour compenser ces déformations, la lame a été taillée selon un profil complémentaire tel qu'une fois traitée, elle soit plane. La déformation à apporter a été préalablement déterminée sur une éprouvette traitée de la même manière.

Ces traitements sont connus pour évoluer en passant au vide. Leurs propriétés spectrales se décalent. Ces évolutions sont prédictibles et sont prises en compte si le traitement est soumis au vide, comme c'est le cas pour un instrument embarqué sur un satellite.

Le tableau 2.9 reprend les principales caractéristiques du traitement séparateur.

Traitement séparateur	
Produit $R \cdot T$ moyen	24,8 %
Variation spectrale du produit $R \cdot T$	0,15 %
Variation spatiale du produit $R \cdot T$	0,25 %
Variation du produit $R \cdot T$ d'une polarisation à l'autre	0,1 %

TAB. 2.9 – Caractéristiques du traitement séparateur

Traitements anti-réfléchissants : Toutes les surfaces optiques sont traitées anti-réfléchissantes. Ainsi, on minimise les pertes de flux dans l'instrument, ainsi que les phénomènes de lumière parasite. Ceux-ci sont classiques et n'ont pas posé de difficulté particulière de réalisation. On a spécifié un coefficient de transmission des traitements anti-réflechissants supérieur à 98 %, et un cofficient de réflexion inférieur à 0,25 %, dans la bande spectrale de mesure de l'instrument.

Traitements réfléchissants : Les traitements réfléchissants sont des traitements métalliques classiques. Les miroirs à échelettes sont traités par évaporation sous vide. Le métal qui a été déposé est de l'argent, qui a de très bonnes propriétés dans le proche infrarouge. Le coefficient de réflexion de ce métal dans la bande spectrale de mesure est de l'ordre de 98 %.

La particularité des traitements réfléchissants réside dans la forme non conventionnelle des surfaces traitées. Compte tenu de la forme en escalier des miroirs, le dépot peut

être affecté par des ombrages. Ceci est particulièrement vrai pour les grandes marches, et encore plus à proximité des échelettes d'étalonnage. Le positionnement des zones d'étalonnage crée une marche importante entre celles-ci et les échelettes nominales. Cet écart de positionnement est, au pire, supérieur au centimètre. Dans ce cas, l'ombre générée par l'écart de relief risque de créer un déficit de dépot métallique. Pour se prémunir de cet effet, il a été décidé de traiter l'échelette concernée à part, en protégant sa surface d'adhérence. Elle est ensuite adhérée au miroir à échelettes. Pour le reste des échelettes, le procédé de traitement a été testé sur éprouvettes. La configuration de traitement, en particulier l'orientation du bloc d'échelettes dans l'évaporateur a ainsi été validée. La qualité du dépot sur les éprouvettes a démontré que l'on pouvait traiter en bloc les miroirs, à l'exception de l'échelette d'étalonnage.

2.3.1.4 Interfaces mécaniques

La définition et la réalisation d'un nouveau cœur interférométrique monobloc a été motivée par la plus grande stabilité qu'offrait un tel composant par rapport à l'interféromètre précédent. On a vu au paragraphe 2.3.1.2 que la dilatation thermique de la silice était inférieure à celle des métaux. Il a donc été décidé de généraliser l'adhérence moléculaire à un maximum d'interfaces. On se prémunit ainsi des dérives des montures métalliques qui étaient utilisées dans l'ancienne version de l'interféromètre.

La technique d'adhérence moléculaire est une technique de liaison sans colle. Les surfaces à lier sont mises en contact et des forces d'attraction au niveau atomique ou moléculaire créent l'adhérence. La technique suppose de pouvoir rapprocher les surfaces l'une de l'autre à une distance très faible. Typiquement, il faut des distances inférieures au nanomètre. La surface d'adhérence doit être supérieure à une surface minimale pour que la liaison soit suffisamment forte. Un contact ponctuel ne suffit pas pour adhérer deux composants. La surface d'adhérence nécessaire dépend des éléments à adhérer (géométrie, masse...) et des contraintes auxquelles ils seront soumis. L'adhérence moléculaire nécessite des surfaces complémentaires, généralement elles sont planes et polies, sans poussière ou particule. Un indicateur de la présence de particule est l'observation de l'état des interférences en lumière blanche créées entre les deux faces à adhérer. Si l'on n'a pas une teinte plate, il y a une particule, et les surfaces doivent être nettoyées. Lorsque les conditions de propreté et de rapprochement sont remplies, les forces d'attraction atomique ou moléculaire conduisent à l'adhérence des surfaces.

Si l'on adhère deux composants faits dans le même matériau, les propriétés thermomécaniques de celui-ci sont conservées au niveau de la liaison. En comparaison, le collage suppose l'ajout de colle dont les propriétés thermiques sont différentes. Pour la réalisation du cœur interférométrique monobloc, la silice est plus stable que la colle. Le recours à l'adhérence moléculaire permet d'obtenir un instrument plus stable que si l'on avait collé les différentes pièces. Notons que la technique d'adhérence moléculaire permet de donner des formes « exotiques » à des composants optiques.

Les miroirs à échelettes sont réalisés en adhérant autant de lames que de marches. Ceux-ci, ainsi que la lame séparatrice sont adhérés à une plaque de base en silice (voir la figure 2.9). Enfin, le cœur interférométrique est « refermé » sur le dessus par des poutres

collées. Une poutre est en silice, l'autre, qui soutient la lame modulatrice est en invar. La poutre en invar soutient le mécanisme de modulation. C'est une pièce mécanique usinée. Sa réalisation nécessite l'utilisation d'un métal. L'invar, qui se dilate peu a été choisi.

2.3.2 La lame modulatrice

Le cœur interférométrique est équipé d'un mécanisme de modulation de phase, afin de remplir des fonctions d'étalonnage, ainsi que pour assurer une meilleure qualité de mesure. Ce mécanisme met en rotation la lame compensatrice. Nous verrons ici le principe de fonctionnement de la lame compensatrice qui a été réalisée pour le cœur interférométrique adhéré. Les paramètres caractéristiques du mécanisme seront également abordés.

2.3.2.1 Principe de fonctionnement

Le concept instrumental de la modulatrice a été décrit au paragraphe 1.2.3.2, ici, on s'attarde sur la solution technique retenue pour réaliser ce composant et le mettre en œuvre. La figure 2.13 montre une vue éclatée du mécanisme.

La méthode retenue pour introduire le décalage en différence de marche nécessaire à la modulation de phase est de faire tourner la lame compensatrice. Pour ce faire, la lame compensatrice est montée sur un axe vertical. L'axe est collé aux faces inférieure et supérieure de la lame. Deux pivots flexibles sont fixés aux extrémités de l'axe. Les pivots flexibles assurent l'élasticité de la rotation. Ils sont munis d'ailettes qui se déforment sous l'effet de la contrainte due à la rotation. Celles-ci se tordent et exercent une force de rappel.

Le mouvement est assuré par deux actionneurs piézoélectriques. Ceux-ci exercent une poussée sur un bras de levier situé dans la partie inférieure du système, sous le pivot flexible. La vue de dessous du mécanisme est représentée sur la figure 2.14. On peut voir le bras de levier, en forme de S. Les actionneurs poussent ou tirent simultanément de part et d'autre de l'axe sur le bras de levier. Pour exercer cet effort, ils s'appuient sur la plaque de base. Leur déplacement est asservi en boucle fermée grâce à des jauges de contrainte qui font office de capteurs de déplacement. Les jauges de contrainte mesurent la contrainte dans les actionneurs. Dans son fonctionnement un actionneur s'étire ou se contracte. La force de rappel due aux pivots flexibles varie en fonction de l'extension de l'actionneur. Par conséquent, la contrainte dans l'actionneur varie également en fonction de son étirement.

Une des grosses difficultés associée à ce mécanisme de rotation de la lame compensatrice est celle des inerties mises en jeu. La masse de la lame compensatrice est d'environ 500 g et on prévoit une fréquence de fonctionnement de l'ordre de 30 Hz. Les conditions d'utilisation sont exigeantes d'autant plus que le système doit être suffisamment stable pour ne pas affecter les mesures interférométriques. La conception du mécanisme a donc été effectuée en prenant soin de conserver une fréquence de résonnance du système la plus grande possible par rapport à la fréquence de fonctionnement. Pour ce faire, les

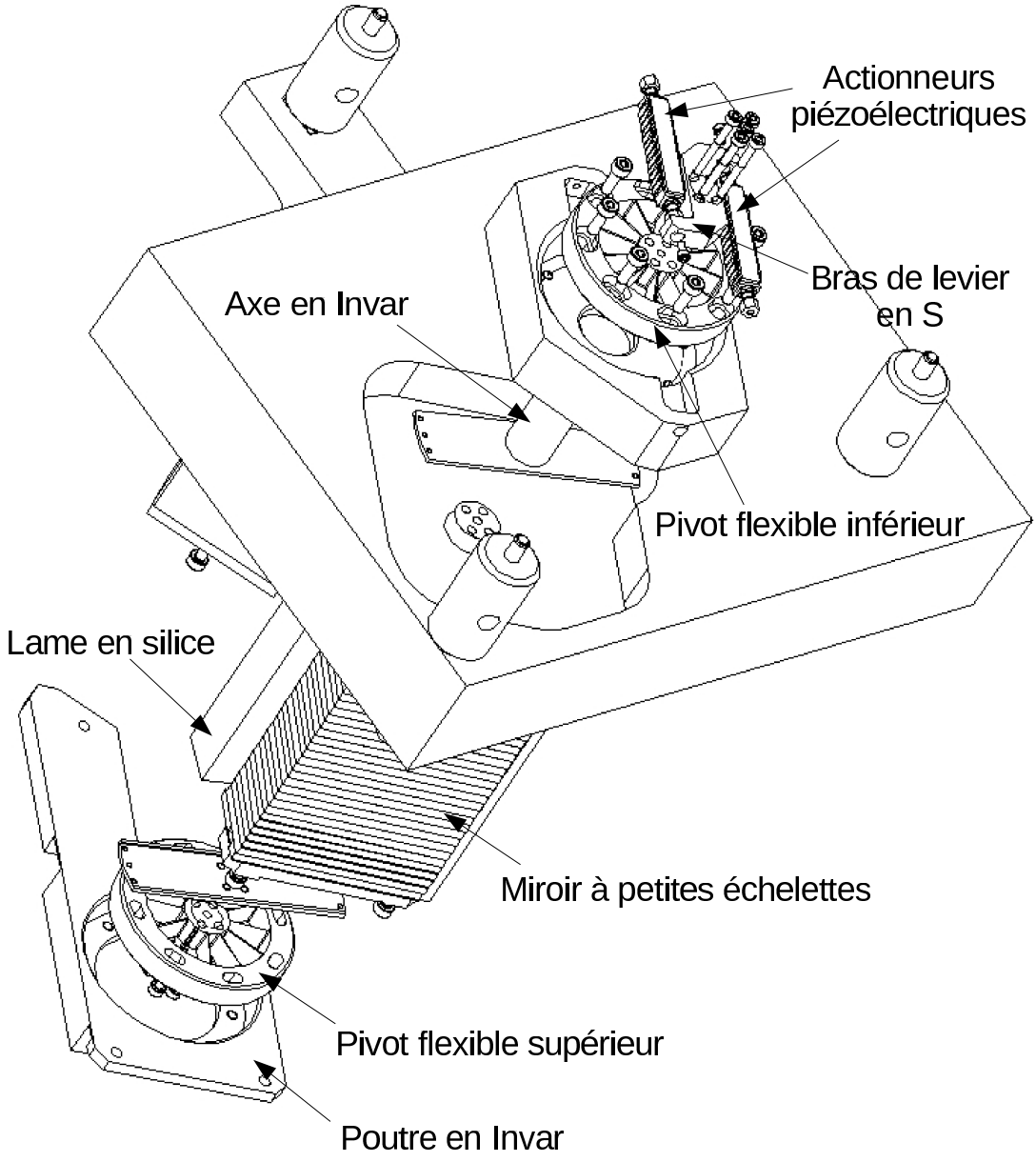

FIG. 2.13 – Vue éclatée de la lame modulatrice dans le cœur interférométrique

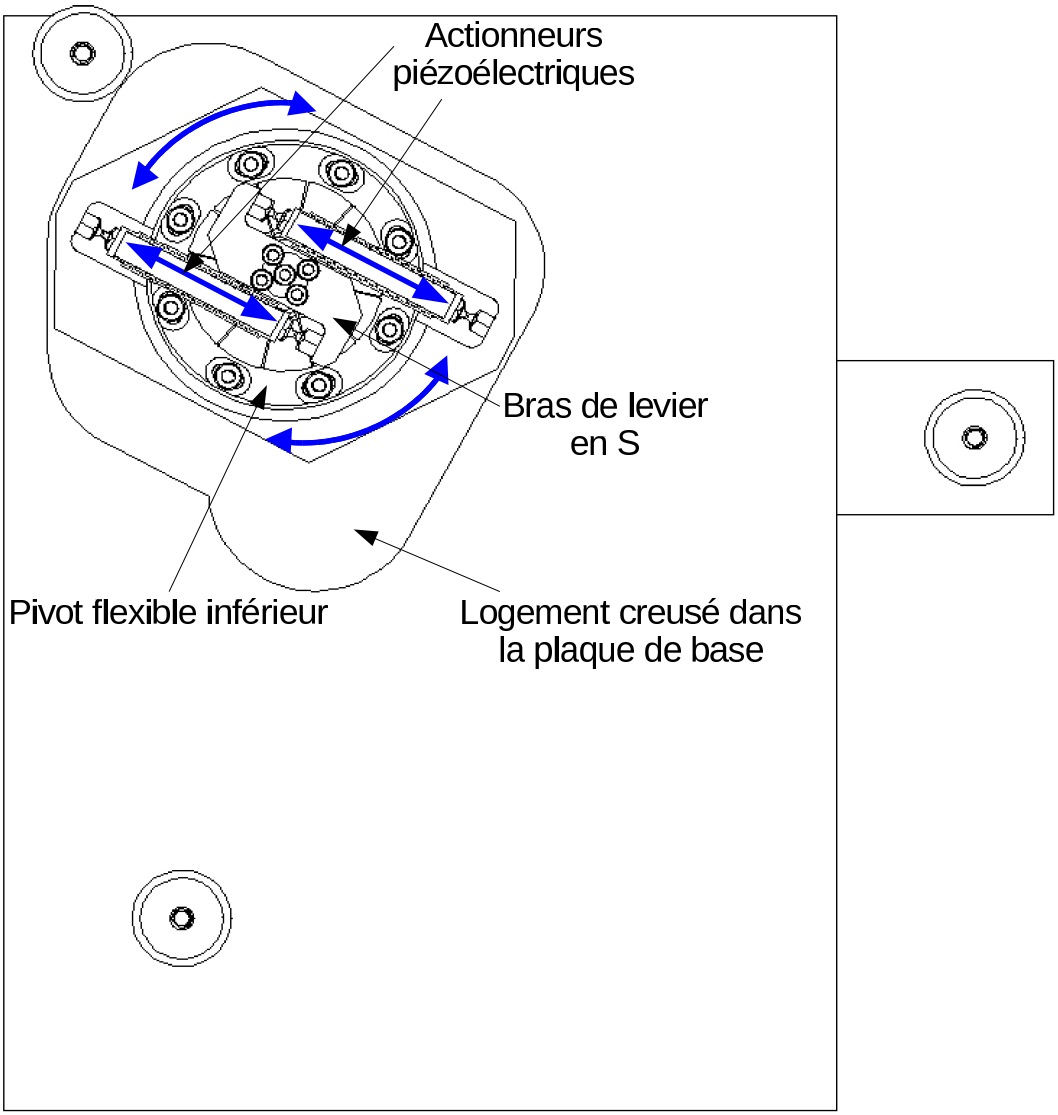

FIG. 2.14 – Vue de dessous du cœur interférométrique. Cette vue montre bien la partie inférieure du mécanisme de modulation. Les mouvements des actionneurs piézoélectriques sont représentés par des flèches rectilignes. Ils sont convertis en une rotation matérialisée par des flèches courbes. Sur cette vue seul le bras de levier est animé d'un mouvement de rotation.

éléments du mécanisme sont choisis très rigides. Plus un mécanisme est rigide plus sa fréquence de résonnance est élevée. Par exemple, l'axe de rotation a un diamètre de 18 mm, ce qui en fait une pièce massive donc rigide. Les simulations prévoyaient un premier mode de résonance à 400 Hz. Les mesures de recette ont confirmé cette valeur. L'électronique de pilotage filtre cette fréquence dans le signal de consigne envoyé aux actionneurs. Elle annule sa composante. Il y a une marge d'un facteur 10 entre la fréquence d'utilisation du mécanisme et sa fréquence de résonance.

Nous allons voir maintenant les critères de performance qui ont été fixés lors de la définition de la lame modulatrice.

2.3.2.2 Déplacement et précision de déplacement de la lame modulatrice

Le besoin en terme de déphasage était à l'origine de pouvoir réaliser d'une part des mesures en modulation de phase, et d'autre part de brouiller le signal interférométrique pour pratiquer l'étalonnage spatial du spectromètre. Pour les mesures en modulation de phase, la définition du système a été faite dans la perspective d'une mesure avec quatre phases décalées deux à deux de $\pi/2$. Le décalage en différence de marche entre deux interférogrammes successifs est donc de $\lambda_0/4$, où λ_0 est la longueur d'onde moyenne de la bande de mesure. Les interférogrammes modulés sont obtenus à partir des interférogrammes décalés de $\lambda_0/2$, c'est-à-dire le premier et le troisième, puis, le second et le quatrième. Le cas de mesure de référence pour la définition du mécanisme de modulation de phase est la mesure en doublage de points. Pour le brouillage des interférences, l'objectif était de pouvoir effectuer un balayage de la différence de marche sur une période de l'interférogramme à savoir une longueur d'onde λ_0.

Les spécifications en terme de décalage en différence de marche sont les suivants :

- Trois décalages de $\lambda_0/4$ pour les mesures
- Un balayage total de deux longueurs d'onde, de manière à disposer d'une certaine marge et à pouvoir réaliser des tests complémentaires.

En complément de ces spéficications, il faut fournir la précision avec laquelle les déplacements sont effectués.

Pour les déplacements, connaissant les paramètres de la lame, nous avons vu que l'on peut déduire l'angle de rotation nécessaire (voir le paragraphe 1.2.3.2 et l'équation 1.122). Nous retiendrons l'ordre de grandeur $\alpha_r^x \sim 1$ nm/μrad pour le coefficient α_r^x de conversion de l'angle de rotation de la lame en décalage en différence de marche. Ce coefficient étalonne la lame modulatrice du cœur interférométrique. Il dépend de l'épaisseur de la lame, de son indice et de l'incidence des rayons. On en déduit l'amplitude de la rotation nécessaire pour nos besoins : environ 3,2 mrad. L'incrément en rotation pour les quatre positions de mesure est de 0,4 mrad.

Le paramètre le plus important est la précision relative de déplacement du mécanisme entre deux positions. Cette précision peut être affectée par une rotation incorrecte de la lame. On fait alors une erreur sur le décalage en différence de marche entre les deux points de mesure. Elle peut également être affectée par un défaut de stabilité de la lame. Durant une mesure, la lame doit rester dans sa position afin de maintenir l'état interférométrique constant. On caractérise directement la précision par le déca-

lage en différence de marche. Nous avons demandé une précision relative de déplacement de 5 nm. De cette manière, on estime que les performances globales du spectromètre ne seront pas affectées par les défauts de fonctionnement de la lame modulatrice. L'erreur de décalage est de l'ordre de $\lambda_0/300$ et de 1 % du déplacement entre deux positions lors d'une mesure. Angulairement la précision relative de déplacement est de 5 μrad.

Les autres éléments de précision sont :

La précision absolue de positionnement, qui caractérise l'erreur commise sur la valeur du déplacement par rapport à une origine fixe. Cette précision traduit les dérives à long terme du mécanisme. Elle en fixe la valeur maximale.

La précision relative entre les points extrêmes de la mesure, soit sur un décalage de $3\lambda_0/4$. Ce critère est ajouté pour illustrer la manière dont les erreurs relatives unitaires peuvent se cumuler. On souhaite que l'erreur en fin de mesure ne s'additionne pas directement avec les erreurs précédentes.

La dérive qui est définie comme l'erreur de connaissance absolue de la différence de marche modulée, durant une période de mesure sans étalonnage de la différence de marche, typiquement un jour. Ce critère fixe la limite de dérive par rapport à un des étalonnages encadrant la mesure.

Les spécifications pour ces différentes précisions sont reportées dans le tableau 2.10.

Type de précision	Besoin pour l'acquisition	
	Déplacement en DDM	Rotation de la lame
Précision absolue	100 nm	~ 90 μrad
Précision relative sur 2 points	5 nm	~ 4 μrad
Précision relative sur 4 points	10 nm	~ 8 μrad
Dérive (court terme)	10 nm	~ 8 μrad
Incrément maximum entre 2 points	400 nm	~ 370 μrad

TAB. 2.10 – Spécifications en précision de déplacement de la modulatrice. Les critères sont définis dans le chapitre 2.3.2.2

2.3.2.3 Temps de commutation et de stabilisation de la lame modulatrice

On appelle le temps de commutation et de stabilisation de la lame modulatrice le temps que met le mécanisme pour rallier une position stable. Ce temps comprend : la durée de rotation de la lame, appelée temps de commutation et, une fois la rotation effectuée, le temps que met la lame pour se stabiliser dans sa position finale.

La spécification du temps de commutation et de stabilisation est le résultat d'un compromis entre la fréquence de travail du mécanisme qui ne doit pas être trop élevée et la rapidité de la mesure. Le temps alloué au déplacement du mécanisme est considéré comme un temps mort pour la mesure. On a donc intérêt à le réduire au maximum. Il a été spécifié un temps de commutation et de stabilisation inférieur à 35 ms, avec un objectif à 20 ms.

Les 35 ms allouées au mécanisme se traduisent sur la mesure totale des quatre phases par un temps dédié au déplacement de la lame de 105 ms. Il faut trois déplacements pour mesurer quatre phases. Dans le cas d'une durée de mesure d'une seconde, ce qui est plus représentatif d'une mesure satellitale, plus de 10% du temps de mesure est perdu pour le fonctionnement du mécanisme. La valeur de 35 ms est le fruit des réflexions communes avec les industriels en charge de la réalisation. Nous avons convergé vers cette spécification qui est, avec la précision de déplacement de la lame, la plus contraignante pour la fabrication du mécanisme.

2.4 Caractérisation du spectromètre

Maintenant que le concept et la maquette expérimentale ont été présentés, nous nous intéressons à la caractérisation de l'instrument. La caractérisation s'attarde sur les composants centraux : le cœur interférométrique et la lame modulatrice.

2.4.1 Caractérisation de l'interféromètre

L'exploitation du cœur interférométrique nécessite la connaissance des différences de marche générées par les miroirs à échelettes. D'autre part, la stabilité des différences de marche a été étudiée. Ce dernier élément de caractérisation revêt une importance particulière dans la mesure où les interférences optiques sont particulièrement sensibles à de faibles variations de la différence de marche.

2.4.1.1 Matrice de différence de marche

La combinaison des deux miroirs à échelettes forme une matrice de différences de marche. Nous avons vu au paragraphe 2.3.1.1 les spécifications de ceux-ci.

L'adhérence des échelettes des miroirs s'accompagne inévitablement de défauts de réalisation. Les échelettes n'ont pas rigoureusement la hauteur spécifiée et l'échantillonnage de l'interférogramme est irrégulier. Pour caractériser la différence de marche effectivement réalisée, on la compare à la différence de marche régulière idéale. De la sorte, on visualise les erreurs de positionnement des échelettes. La courbe sur la figure 2.15 montre cette erreur en fonction du numéro d'échantillon dans l'interférogramme. Le numéro des échantillons est représentatif de leurs coordonnées spatiales sur les miroirs. On évalue la précision avec laquelle on peut réaliser les miroirs à échelettes par adhérence moléculaire. L'écart-type de l'erreur est de 3,2 μm, soit deux fois la longueur d'onde de mesure et 2 % de la hauteur nominale des échelettes. Sur la courbe, on constate une pente ainsi qu'un motif périodique. L'origine de la pente d'ensemble est une inclinaison du miroir à grandes échelettes. Le motif périodique est caractéristique des petites échelettes. En effet, la différence de marche générée par les miroirs se lit selon les petites échelettes qui suréchantillonnent les grandes une à une. Une fois une grande échelette décrite en entier du bas vers le haut par les petites, on passe à la grande échelette suivante, en repartant de la petite échelette du bas. Par conséquent, on décrit périodiquement la direction de

progression des petites échelettes. En fin de lecture des échantillons, on a décrit toute la direction de progression des grandes échelettes.

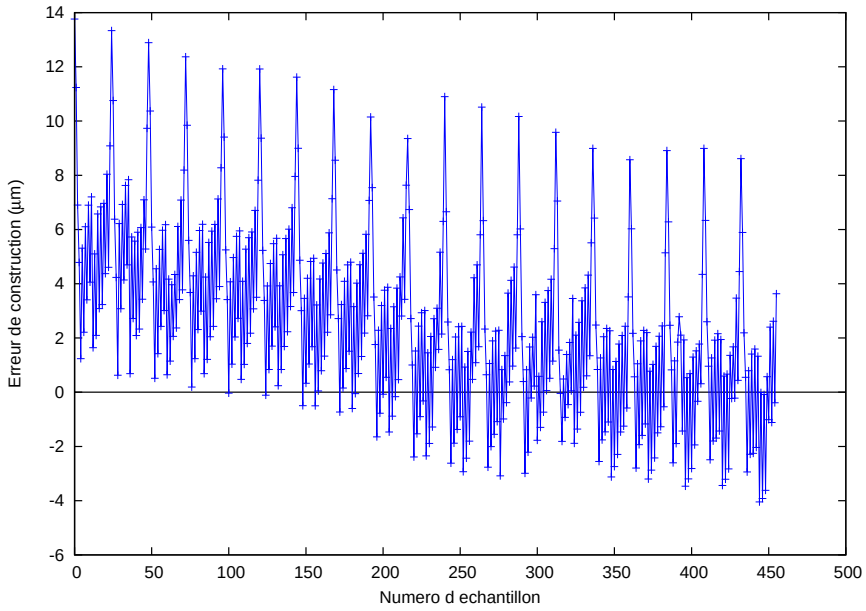

FIG. 2.15 – Erreur de réalisation de la différence de marche par rapport à la différence de marche régulière spécifiée

L'amplitude de la variation d'ensemble de l'erreur est d'environ 6 μm, ce qui correspond à une inclinaison du miroir de 4 μrad. Cette valeur a été évaluée en effectuant le rapport de l'amplitude $\Delta\delta$ et de la dimension du miroir, en l'occurence $\Delta x = 19 \times 4 = 76$ mm.

$$\theta_x \simeq \frac{\Delta\delta}{2\Delta x} \tag{2.9}$$

Le facteur 2 au dénominateur ramène la différence de marche à une distance géométrique.

Selon les petites échelettes, on ne distingue pas de pente dans la variation. Le miroir n'est donc pas signicativement incliné. Par contre, les trois premières échelettes présentent une erreur de positionnement supérieure aux autres. Elles forment un pic périodique dans la courbe.

L'erreur de réalisation est étalonnable par mesure. L'irrégularité de l'échantillonnage est ensuite prise en compte dans les traitements des interférogrammes. Par contre, durant les mesures, on ne connaît pas les dérives de la différence de marche dues aux instabilités thermiques du cœur interférométrique.

2.4.1.2 Stabilité thermique du cœur interférométrique

La stabilité thermique du cœur interférométrique est primordiale. L'interféromètre a tendance à se déformer sous l'effet des variations de sa température. C'est l'élément

du spectromètre le plus sensible aux déformations. Un interféromètre permet en effet de mesurer des fractions de longueur d'onde, dans notre cas des distances de l'ordre de la dizaine de nanomètres. Le reste du spectromètre, en particulier le système d'imagerie est beaucoup moins sensible aux déformations.

Un bon moyen de caractériser la stabilité thermique de l'interféromètre est de comparer des mesures successives de différence de marche entre elles. Si l'interféromètre n'est pas affecté par les variations thermiques de son environnement, alors la différence de marche reste stable et la différence entre deux étalonnages est nulle.

L'étude a été faite pour des mesures effectuées à plusieurs jours d'intervalle, en l'occurence huit jours. La différence entre les deux mesures est représentée sur la figure 2.16 par la courbe en noir. On obtient ainsi les déformations de la matrice des différences de marche en fonction du numéro de la zone.

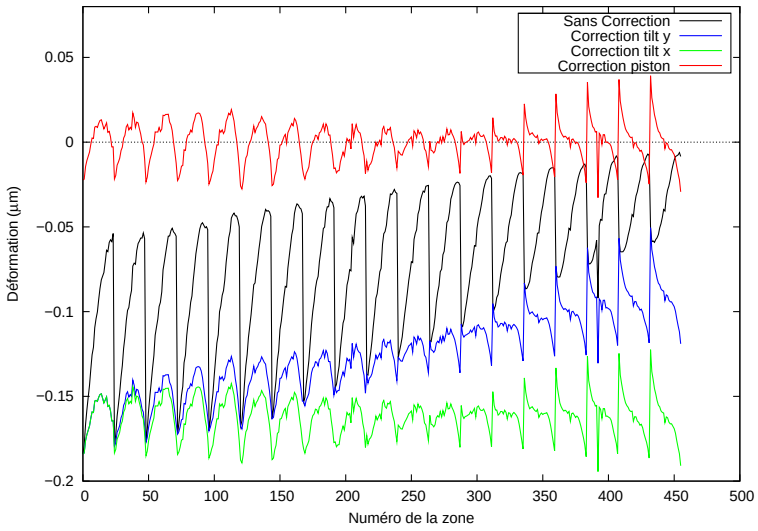

FIG. 2.16 – Variation temporelle de la différence de marche sur un intervalle de temps de 8 jours (en noir). La courbe en bleu représente les déformations résiduelles une fois l'inclinaison suivant l'axe horizontal corrigée. La courbe en vert représente les déformations résiduelles une fois les deux inclinaisons corrigées et la courbe en rouge représente les déformations résiduelles une fois les deux inclinaisons et le piston corrigés.

La forme de la courbe est structurée, ce qui ne correspond pas à un bruit aléatoire. On repère les effets de déformations de corps rigide. Des dents de scie périodiques de période 24 super-pixels apparaissent. Cela correspond à la déformation de l'interféromètre suivant la direction de progression des petites échelettes. La lame séparatrice ou les miroirs se sont inclinés selon un axe horizontal. Les dents de scie s'appuient sur une pente qui est due à l'inclinaison de la lame séparatrice ou des miroirs suivant un axe vertical. La progression des grandes échelettes se fait selon l'axe horizontal. Elle est affectée par une inclinaison autour de l'axe vertical. Enfin, les différences sont globalement centrées autour d'une même valeur de piston : les miroirs ou la lame séparatrice se sont déplacés suivant l'axe optique. Une translation suivant la direction transverse, du même ordre de

grandeur, doit assurément se produire. Elle est cependant moins critique. En effet, des marges ont été prévues pour le dépot du traitement séparateur de la lame séparatrice. Par conséquent, sa translation transverse est sans incidence sur la mesure. La translation transverse des miroirs engendre une translation de l'image de l'interférogramme sur le détecteur. Pour autant, vu la faible amplitude des déplacements, l'image mesurée ne sera pas affectée. Le grandissement du système d'imagerie est de 1/10. Aussi, à un décalage de l'image de 4 μm, qui équivaut à un dixième de pixel, correspond une translation des miroirs de 40 μm. Cette valeur est bien supérieure à ce que l'on observe.

Pour les mesures exploitées pour tracer la figure 2.16, les déformations de corps rigide sont :

- Inclinaison suivant les petites échelettes, c'est-à-dire autour de l'axe horizontal : 0,6 μrad. Soit une déformation de différence de marche d'un bout à l'autre du miroir de 115 nm en DDM optique.
- Inclinaison suivant les grandes échelettes, c'est-à-dire autour de l'axe vertical : 0,5 μrad. Soit une déformation de différence de marche d'un bout à l'autre du miroir de 80 nm en DDM optique.
- Piston : -162 nm en DDM optique.

Les variations de différence de marche ont été converties en déformation des miroirs. C'est grâce à leur agencement particulier que l'on peut mesurer les trois paramètres de déformation de corps rigide. Cependant, le composant dont la déformation est la plus critique est la lame séparatrice. Alors que les déplacements des miroirs sont multipliés par deux pour les convertir en variation de différence de marche, les déplacements de la lame séparatrice doivent être multipliés par quatre. Ils affectent en effet les deux bras de l'interféromètre simultanément et de manière cumulée. De plus, la lame séparatrice est moins épaisse que les deux miroirs. Elle se déformera donc plus facilement. D'autre part, le piston que l'on observe a également de fortes chances de provenir d'une dérive de la lame modulatrice. Une erreur de positionnement de celle-ci entraîne en effet un piston.

Les résidus de déformation, une fois les déformations de corps rigide compensées, sont également représentés sur la courbe 2.16. Ceci est fait en deux temps. On recherche d'abord les paramètres de déformation de corps rigide par la méthode des moindres carrées. Puis on soustrait les déformations modélisées à partir des paramètres retrouvés. La courbe en rouge correspond aux déformations résiduelles, une fois les inclinaisons et le piston corrigés. On voit là qu'une déformation d'ordre supérieur affecte l'interféromètre.

L'étude a été également effectuée pour des mesures de différence de marche réalisées le même jour à quelques dizaines de minutes d'intervalle. On s'attend à mesurer des déformations bien inférieures à celles mesurées précédemment. Les déformations de corps rigide retrouvées sont les suivantes :

- Inclinaison suivant l'axe horizontal : $-3 \cdot 10^{-3}$ μrad. Elle est 200 fois plus faible, en valeur absolue que celle observée sur un intervalle de plusieurs jours.
- Inclinaison suivant l'axe vertical : 0,5 μrad. Soit une déformation de différence de marche d'un bout à l'autre du miroir de 80 nm en DDM optique.
- Piston : -60 nm en DDM optique.

Les déformations sont effectivement inférieures, plus particulièrement l'inclinaison sui-

vant les petites échelettes. Une fois les déformations de corps rigide compensées, le résidu de déformation présente encore une structure typique de déformations d'ordre supérieur. On peut essayer de retrouver cette structure. La méthode de calcul consiste à considérer les grandes échelettes indépendamment et à modéliser les déformations de celles-ci par des polynômes dont on retrouve les coefficients par optimisation. On a effectué les calculs jusqu'à l'ordre 4. Les résultats sont présentés sur la figure 2.17.

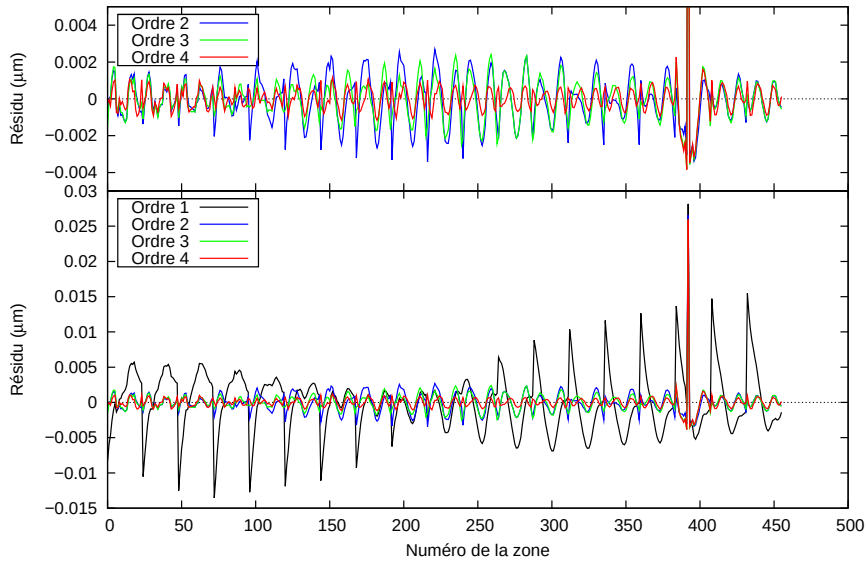

FIG. 2.17 – Résidu de déformation des différences de marche après corrections des mouvements d'ensemble d'ordres différents. On voit que la prise en compte d'un polynôme d'ordre 2 permet de réduire considérablement le résidu. Le graphe du haut repésente uniquement les corrections d'ordres 2, 3 et 4 avec une échelle mieux adaptée.

On a constaté une diminution des déformations de l'interféromètre consécutive à l'intégration du nouveau cœur interférométrique adhéré. Les étalonnages des différences de marche, systématiques lors des mesures, ont confirmé cette amélioration de l'instrument. On contrôle les déformations entre le début de l'étalonnage et sa fin. Pour une durée de mesure d'une trentaine de minutes, on observait, avec l'ancienne version de l'interféromètre, des pistons de l'ordre de la centaine de nanomètres. Maintenant, on observe typiquement des pistons de l'ordre de la dizaine de nanomètres. Les pistons ont été divisés par 10 en remplaçant l'interféromètre précédent par le cœur interférométrique adhéré. L'amplitude des inclinaisons a également diminué, mais dans des proportions moindres.

Par contre, on a constaté que les déformations d'ordre supérieur sont plus importantes que celles que l'on observait avec le cœur interférométrique précédent. L'amplitude crête à crête de celles-ci est de l'ordre de 15 nm, et l'écart-type de l'ordre de 5 nm. Celles-ci n'étaient pas perceptibles avec l'ancien interféromètre, pour des durées infé-

rieures à la journée. La lame séparatrice est le composant le plus susceptible d'engendrer ces déformations des différences de marche. Il est donc probable qu'elle soit soumise à des contraintes d'un nouveau genre, et d'amplitude non négligeable. Ces contraintes sont certainement dues à la présence d'une poutre supérieure faite dans un matériau de nature différente de celle du reste de l'interféromètre. Des forces sont appliquées au cœur interférométrique du fait des dilatations différentielles entre la plaque de base en silice et la poutre supérieure en invar. La lame sépatrice subit alors des forces différentes appliquées en haut et en bas de celle-ci. En réponse, elle se tord et la différence de marche varie selon un mode de déformation plus complexe qu'une déformation de corps rigide. On tente d'interpréter les déformations d'ordre supérieur et leur effet sur la mesure du dioxyde de carbone au paragraphe 5.3.3.1.

Les conclusions concernant le piston observé sont plus complexes. Les défauts de positionnement de la lame modulatrice peuvent être une source de piston, en plus de la dérive thermique.

Cette étude permet finalement d'évaluer la précision de mesure des différences de marche. Celle-ci sera abordée plus en détail au paragraphe 3.3. Une fois les déformations d'ensemble compensées, le résidu de déformation est représentatif du bruit de mesure des différences de marche. On calcule l'écart type des résidus pour les différents ordres de correction des déformations. On trouve les valeurs suivantes pour les résidus en DDM optique :

- Après correction de la déformation de corps rigide d'ordre 1 : $\sigma_{def} = 4{,}4$ nm
- Après correction de la déformation d'ordre 2 : $\sigma_{def} = 1{,}3$ nm
- Après correction de la déformation d'ordre 3 : $\sigma_{def} = 1$ nm
- Après correction de la déformation d'ordre 4 : $\sigma_{def} = 0{,}5$ nm

La précision de détermination des différences de marche est donc de l'ordre du nanomètre, ce qui est remarquable. On mesure des centimètres avec une précision nanométrique. Le rapport entre l'erreur de mesure et la grandeur mesurée est de 10^{-7}. La différence de marche est mesurée à mieux que $\lambda_0/1000$.

Afin de mieux visualiser les déformations de l'interféromètre, on les a reportées au niveau des coordonnées spatiales de chaque échantillon. On obtient ainsi des images de déformation du front d'onde. Les figures 2.18 et 2.19 présentent les déformations du front d'onde entre les deux mesures espacées de huit jours. La figure 2.18 représente les déformations totales, la figure 2.19 représente les déformations résiduelles une fois les déformations de corps rigide corrigées. De la même manière, la figure 2.20 illustre les déformations entre deux mesures de différence de marche consécutives espacées d'une trentaine de minutes. Le résidu de déformation après correction de l'ordre 1, dans ce cas de mesure est représenté sur la figure 2.21. Avant correction des déformations de corps rigide, nous ne voyons que l'effet des inclinaisons. Par contre, les déformations de corps rigide compensées, les torsions au sein du cœur interférométrique apparaissent.

2.4.2 Caractérisation de la lame modulatrice

La lame compensatrice est un composant nouveau pour la maquette de spectromètre par transformation de Fourier statique. Il a fallu dans un premier temps établir la

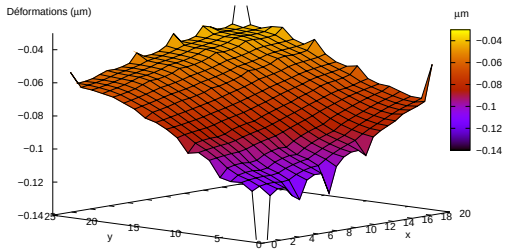

FIG. 2.18 – Déformations spatiales de l'interféromètre mesurées entre 2 mesures espacées de 8 jours. Les valeurs sont en différence de marche optique.

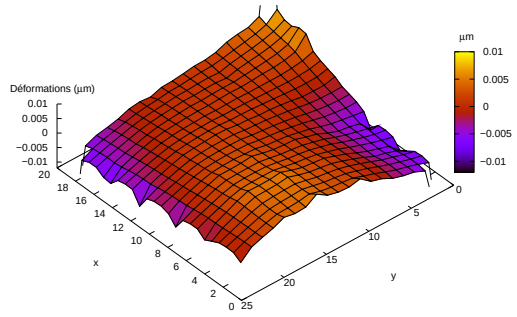

FIG. 2.19 – Résidu de déformations spatiales de l'interféromètre après correction de l'ordre 1, pour une période de 8 jours. Les valeurs sont en différence de marche optique.

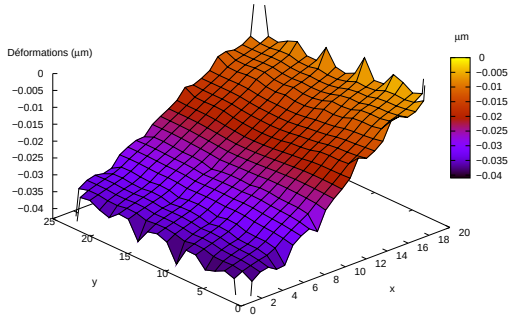

FIG. 2.20 – Déformations spatiales de l'interféromètre mesurées entre 2 mesures consécutives espacées d'une trentaine de minutes. Les valeurs sont en différence de marche optique.

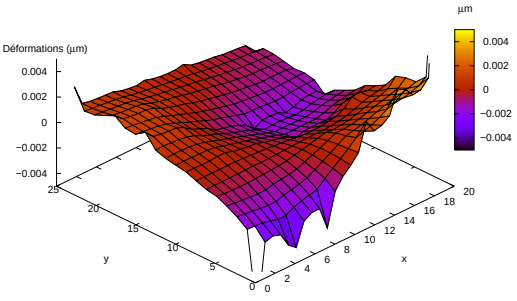

FIG. 2.21 – Résidu de déformations spatiales de l'interféromètre après correction de l'ordre 1, pour une période d'une trentaine de minutes. Les valeurs sont en différence de marche optique.

relation entre la consigne en tension envoyée au mécanisme et le décalage en différence de marche correspondant. En plus de cet étalonnage, nous avons caractérisé le temps de commutation et de stabilisation du système ainsi que la précision du déplacement.

2.4.2.1 Etalonnage de la consigne de la lame modulatrice

Pour mesurer le coefficient de conversion de la tension de consigne du mécanisme en décalage en différence de marche on compare le signal interférométrique en fonction de la tension à la réponse théorique. On ajuste le paramètre de conversion dont est fonction la réponse théorique de manière à minimiser les différences. Les hypothèses de mesures sont les suivantes : la rotation de la lame est proportionnelle à la tension de contrôle, et le décalage de la différence de marche est proportionnel à la rotation. On a linéarisé le problème. Le problème est non linéaire par définition. L'expression du décalage en fonction de l'angle d'incidence est donnée par l'équation 1.122. Le décalage n'est pas une fonction linéaire de l'angle de rotation. Les calculs montrent cependant que le défaut de linéarité est au pire inférieur au centième de nanomètre pour le domaine de fonctionnement de la lame. Il est donc valide de linéariser l'équation de conversion de l'angle d'incidence en décalage en différence de marche. L'hypothèse de linéarité de la variation de l'angle de rotation en fonction de la commande est moins évidente. C'est une première approximation. Il est probable que les composants du mécanisme tels que les actionneurs piézoélectriques et les pivots flexibles n'ont pas un comportement linéaire. Une partie de l'erreur pourra être mesurée et compensée par traitement.

Le signal interférométrique en fonction de la tension de consigne est représenté sur la figure 2.22. La mesure est effectuée devant la lampe, et l'on visualise le signal au niveau de l'échantillon de l'interférogramme le plus proche de la différence de marche nulle. On constate une allure sinusoïdale comme attendu. La variation de tension entraîne bien un décalage en différence de marche, qui se traduit par la variation sinusoïdale caractéristique pour le signal interférométrique.

Le signal mesuré est à comparer à la réponse théorique où l'on note K_V^D le coefficient de conversion de la tension en différence de marche. La réponse théorique a pour expression :

$$I(V) = \frac{M+m}{2} + \frac{M-m}{2}\cos(2\pi\sigma K_V^D \cdot V + \varphi_0) \tag{2.10}$$

M et m sont respectivement le maximum et le minimum du signal et la différence de marche introduite par la modulatrice s'écrit $\delta_m = K_V^D \cdot V$. Le terme φ_0 correspond à la phase de l'état interférométrique lorsque la tension de contrôle est nulle. Le maximum, le minimum, la phase et le coefficient de conversion sont des paramètres d'ajustement. Le traitement des mesures aboutit à une valeur $K_V^D = 0{,}40$ μm/V. On estime cette valeur précise à 2 % près. Durant les mesures, on a constaté une erreur systématique de positionnement de l'ordre de 10 nm pour un déplacement de $\lambda_0/4$. Cette erreur a été attribuée à l'erreur d'étalonnage du coefficient de conversion de la tension en différence de marche.

Le domaine de variation de la tension de commande s'étend de -1 V à 6 V soit une variation maximale de la tension de 7 V et par suite une amplitude maximale du

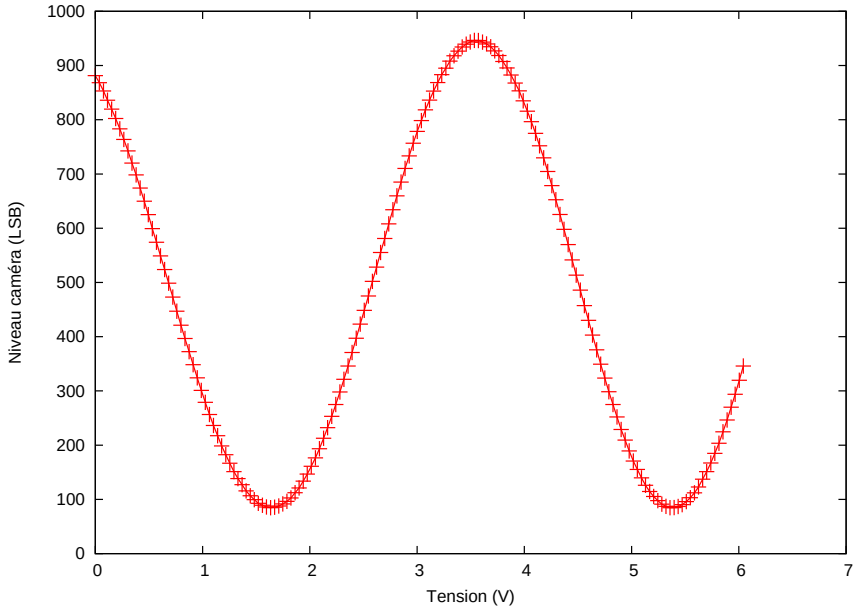

FIG. 2.22 – Signal interférométrique recueilli pour un déplacement de la modulatrice. Le signal est celui de la zone correspondant à la différence de marche la plus proche du zéro, donc la plus contrastée devant une source spectralement large telle qu'une lampe. Il est exprimé en pas de quantification de l'image (ou LSB). On observe une variation sinusoïdale du signal. La tension permet de contrôler la différence de marche via la lame modultrice. On notera que comme attendu, le contraste des oscillations reste au premier ordre constant. Ceci est dû au fait que la bande spectrale de mesure est limitée à une bande étroite par le filtre qui permet la sélection de la bande utile. On pourra brouiller les franges en calculant le signal moyen pour un déplacement égal à une longueur d'onde.

décalage en différence de marche de 2,8 μm, légèrement moins que ce qui avait été spécifié.

2.4.2.2 Temps de commutation et de stabilisation

La caractérisation temporelle est effectuée directement avec le spectromètre. La résolution temporelle de la mesure est celle du détecteur, dont le temps d'intégration est de 64 ms. Pour évaluer le temps de réponse du mécanisme on lance une série d'acquisitions d'interférogrammes, en déplaçant au milieu de la série la lame de manière brutale. On espère ainsi voir apparaître le mouvement et la stabilisation du mécanisme.

L'amplitude de la différence de tension appliquée au mécanisme est de 6 V soit un décalage de 2,4 μm en différence de marche. Ce décalage est très supérieur à ceux que l'on pratique durant les mesures classiques. La variation de tension est appliquée sous forme d'un créneau. Cette forme de consigne est défavorable pour le mécanisme. Une large plage de fréquences est excitée. On peut piloter de manière plus « douce » le mécanisme en modifiant la courbe de tension appliquée. Ici l'objectif est de visualiser la stabilisation de la lame. On se place dans un pire cas, avec une grande amplitude de variation et une commande en créneau. La figure 2.23 représente la variation du signal interférométrique en fonction du temps. Le signal est enregistré au niveau de l'échantillon le plus proche de la différence de marche nulle. Nous repèrons un saut de signal dû au mouvement de la lame. Les deux plateaux correspondent aux deux positions de la lame. Entre les deux, environ cinq points de mesure sont acquis durant la phase de commutation et de stabilisation du mécanisme. Un point, le premier de la phase de déplacement, se situe clairement sur la transition en créneau. Ceci peut être expliqué par la méthode de mesure. Le déplacement et l'acquisition du signal interférométrique sont simultanés. Par conséquent, la première mesure consécutive à l'envoi de la commande est affectée par les deux niveaux de signal des plateaux. Plus précisément, la mesure intègre tous les niveaux interférométriques vus entre les deux positions de la lame durant la commutation. Les quatre points suivants correspondent à la phase de stabilisation du mécanisme. Leur signal n'est pas comparable à celui des points du plateau final. Il tend vers celui-ci au fur et à mesure de la stabilisation.

Pour ce cas pire, le temps de commutation et de stabilisation de la lame est d'environ 300 ms. On a ici accentué les défauts en imposant un déplacement six fois plus grand que celui envisagé pour des mesures en doublage de points. On peut s'attendre par conséquent à un temps de commutation et de stabilisation aux alentour de 50 ms pour ce type de mesure. Ce temps est supérieur à celui de 35 ms spécifié. Il reste cependant du même ordre de grandeur. On prendra des marges durant les mesures pour s'assurer de la stabilisation de la lame. On pourra soit imposer un temps d'attente après chaque déplacement, soit ne pas attendre et écarter les points de mesure affectés.

2.4.2.3 Stabilité de la lame modulatrice

Une fois son déplacement effectué, la lame modulatrice atteint une position dite stable. On cherche à caractériser la stabilité effective des positions fixes du mécanisme.

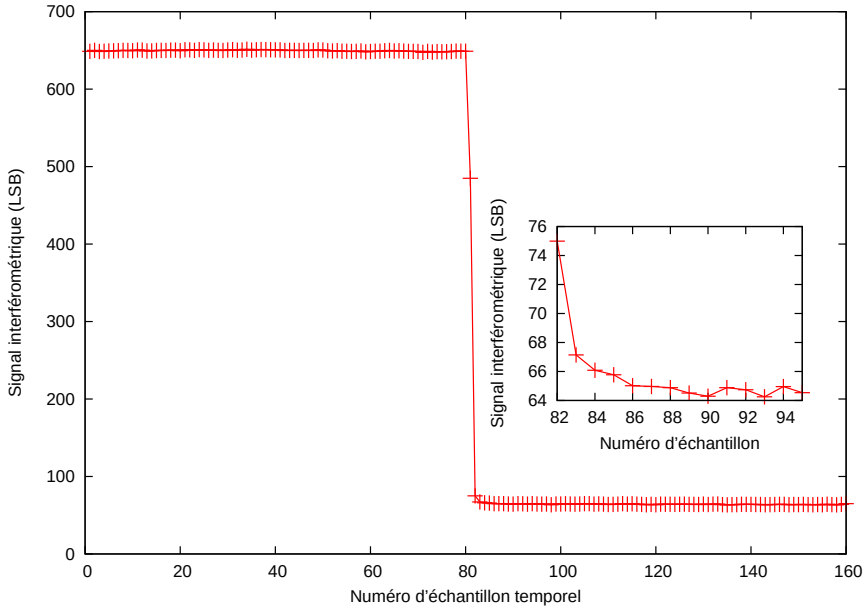

FIG. 2.23 – Effet du mouvement de la lame modulatrice sur le signal interférométrique. Le signal est celui recueilli au niveau de l'échantillon le plus proche de la différence de marche nulle.

Pour ce faire, on compare le signal interférométrique obtenu lorsque la lame modulatrice est hors tension et le signal lorsqu'elle est sous tension. La différence entre les deux est attribuée aux instabilités du mécanisme. Le signal lorsque la lame est hors tension est le signal de référence. Il peut être affecté par d'autres instabilités. On s'intéresse à l'éventuelle variation des fluctuations provoquée par la lame.

La figure 2.24 représente le signal interférométrique enregistré devant la lampe par l'échantillon le plus proche de la différence de marche nulle. On a choisi d'effectuer les mesures avec la lampe car elle est plus stable que le laser. On exploite l'échantillon proche de la différence de marche nulle parce que son signal interférométrique est plus contrasté. La courbe bleue est acquise en mettant hors tension la lame modulatrice. Pour la courbe rouge, la lame modulatrice est sous tension. On la positionne de telle sorte que le signal interférométrique ait un niveau comparable à celui obtenu lorsque le mécanisme est éteint. Comme pour la figure 2.23, la lame est positionnée à l'aide d'une consigne de type créneau et les mesures sont acquises temporellement. Par contre, l'amplitude du déplacement est bien inférieure. Elle est de l'ordre de la centaine de nanomètres. La variation du signal interférométrique entre les deux positions est réduite. L'échelle de représentation est resserrée. C'est ce qui donne un aspect plus bruité au signal. Pour cette amplitude de déplacement, on ne constate plus qu'un point de mesure affecté par le déplacement de la lame. Il s'agit du premier point consécutif à l'envoi de la consigne. Celui-ci est forcément affecté puisque la mesure se fait simultanément au déplacement. Par contre, on ne distingue pas d'autre échantillon temporel affecté par le déplacement. Ceci confirme ce qui a été supposé au paragraphe 2.4.2.2 : le temps de commutation

et de stabilisation du mécanisme diminue avec l'amplitude du déplacement. Ici il est inférieur à 60 ms.

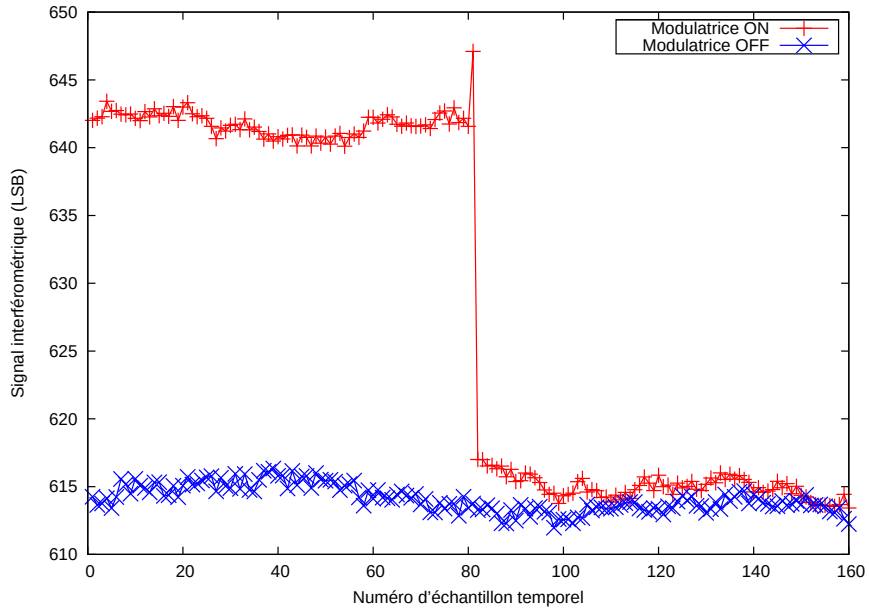

FIG. 2.24 – Comparaison de la stabilité du signal interférométrique pour une mesure avec la lame modulatrice hors tension et pour une autre avec la lame sous tension

On considère que la position de la lame lorsqu'elle est hors tension est une position stable. Le mécanisme atteint une position d'équilibre. On compare le signal interférométrique, pour la deuxième position de la lame modulatrice, avec le signal interférométrique mesuré, le mécanisme hors tension. Les deux niveaux moyens sont identiques. La comparaison des écarts-types est donc permise. Le signal varie autour du même point de la sinusoïde. Les écarts-types sont représentatifs des instabilités du spectromètre. Ils peuvent être convertis en instabilités de la différence de marche. On ne constate pas de différence entre l'écart-type lorsque la modulatrice est allumée et l'écart-type lorsqu'elle est éteinte. Par conséquent, les instabilités de la différence de marche générées par la lame modulatrice sont, au pire, du même ordre de grandeur que celles générées par le spectromètre sans la modulatrice. On a évalué celles-ci à environ 10 nm. Cette valeur est obtenue en comparant l'écart-type du signal à l'amplitude de signal provoquée par un décalage en différence de marche de 100 nm.

Les instabilités du spectromètre, la lame modulatrice mise à part, ont pour origine les instabilités thermiques de l'environnement, la dérive thermique de l'interféromètre ainsi que le bruit du détecteur. Le cœur interférométrique est capoté pour minimiser les sources thermiques d'instabilité. L'interféromètre est ainsi en partie isolé du reste du laboratoire.

2.4.3 Caractérisation des mesures du spectromètre

Nous nous intéressons maintenant aux performances en sortie de l'instrument. Celles-ci font intervenir l'ensemble de la chaîne instrumentale : le cœur interférométrique ainsi que la partie imagerie et détection et les procédures de traitement. Les traitements des mesures seront examinés plus en détail au chapitre 3.

On va chercher à caractériser les mesures dans des conditions nominales d'acquisition. La qualité instantanée des mesures est évaluée. On traitera des dégradations temporelles dues aux dérives du système ultérieurement. Cette caractérisation donnera un aperçu des performances que l'on peut espérer du système dans un cas idéal d'utilisation. Nous nous pencherons au chapitre 3 sur les performances du spectromètre en conditions d'utilisation réelles. L'instrument est destiné à être exploité sur des périodes de plusieurs heures. Le paramètre temporel joue alors un rôle important.

Nous verrons dans un premier temps les performances de la mesure des interférogrammes. Dans un deuxième temps, les spectres résultants du traitement des interférogrammes seront caractérisés. Enfin, la résolution spectrale de l'instrument sera étudiée.

Les figures 2.25 à 2.30 illustrent ce que mesure le spectromètre par transformation de Fourier statique.

Les figures 2.25 et 2.26 sont des images d'interférogrammes respectivement de lampe et de laser. Pour la mesure laser, nous distinguons un quadrillage. Il s'agit des différentes zones générées par les miroirs à échelettes. Le signal moyen dans chacune de ces zones fournit le signal d'un échantillon de l'interférogramme. Nous voyons également les deux échelettes d'étalonnage. Ce sont l'échelette verticale de droite et l'échelette horizontale du haut. Sur celles-ci, le signal interférométrique évolue continûment du fait de leur inclinaison.

Les figures 2.27 et 2.28 sont les interférogrammes correspondant aux images. Les allures des courbes peuvent être reliées aux images. Du fait de la faible cohérence de la lampe, le contraste interférométrique n'est élevé qu'autour de la différence de marche nulle et chute rapidement de part et d'autre de celle-ci. Ce qui se traduit sur l'image par un signal très homogène à l'exception de quelques super-pixels répartis sur une échelette verticale. Ces quelques super-pixels sont répartis autour de la différence de marche nulle. L'échelette verticale est la grande échelette pour laquelle la différence de marche s'annule. La progression des grandes échelettes est horizontale et celle des petites est verticale. L'interférogramme du laser est contrasté même à grande différence de marche du fait de la grande monochromaticité de la source. Nous constatons cependant une diminution progressive du contraste. Celle-ci est due au champ non nul du spectromètre. L'influence du champ a été traitée au paragraphe 1.1.2.3.

Les spectres correspondants sont représentés sur les figures 2.29 et 2.30. Notons la correspondance entre les spectres et les interférogrammes qui en sont la transformée de Fourier. Un spectre laser, très fin spectralement se traduit dans l'espace des interférogrammes par un signal très large, alors qu'une lampe, large spectralement, a un interférogramme fin. Remarquons de plus que le spectre de la lampe est en fait le spectre de la lampe vu à travers le filtre passe-bande du spectromètre. La largeur spectrale de la bande de mesure est suffisamment faible pour que l'on puisse considérer le spectre de

la lampe comme plat dans l'intervalle utile. Le spectre de lampe est donc assimilé au spectre en transmission du filtre passe-bande.

2.4.3.1 Caractérisation des interférogrammes

On caractérise les interférogrammes par leur rapport signal à bruit. On distingue le rapport signal à bruit spatial et le rapport signal à bruit temporel.

De manière globale, on vise l'objectif d'un rapport signal à bruit pour l'interférogramme de l'ordre de 3000. Avec une telle qualité de mesure, on espère pouvoir mesurer la concentration en dioxyde de carbone avec la précision de 1 ppm.

Etude spatiale des interférogrammes : Le rapport signal à bruit spatial est évalué en effectuant des mesures devant la lampe. Cette source est spectralement large. Pour les grandes différences de marche, le contraste interférométrique est proche de zéro. Autour des grandes différences de marche, on assimile le signal mesuré à du bruit. On s'attend en effet à mesurer un signal nul. L'écart-type du signal recueilli pour ces différences de marche donne donc une évaluation du niveau de bruit de la mesure.

On calcule le rapport signal à bruit spatial des interférogrammes en traitant des interférogrammes modulés. On soustrait deux interférogrammes déphasé de π, c'est-à-dire dont la différence de marche a été décalée de $\lambda/2$. Le bruit est l'écart-type de l'interférogramme autour des grandes différences de marche, le signal est le double de la valeur moyenne d'un interférogramme avant modulation. La modulation de deux interférogrammes en opposition de phase a pour effet de multiplier par deux l'amplitude des variations autour de la ligne de base nulle comme si la puissance en entrée d'instrument avait été multipliée par deux. Le rapport signal à bruit spatial a pour expression :

$$RSB_{spatial} = 2 \cdot \frac{I_{moy}}{\sigma(I_{mod})} \tag{2.11}$$

où I_{moy} est la moyenne de l'interférogramme brut autour des grandes différences de marche et $\sigma(I_{mod})$ est l'écart-type de l'interférogramme modulé, également au niveau des grandes différences de marche. Le qualificatif de spatial illustre le fait que l'on mesure le bruit comme la différence de signal entre deux points de l'image de l'interférogramme.

Cette définition du rapport signal à bruit est conventionnelle. Le signal utilisé pour sa détermination correspond au signal d'un point de vue instrumental. C'est celui qui est intégré par le détecteur. La ligne de base des interférogrammes est soustraite pour l'exploitation des mesures. On aurait pu prendre, en guise de signal, l'interférogramme sans sa ligne de base. Le rapport signal à bruit aurait été plus faible avec cette convention. Le rapport signal à bruit spatial, tel qu'il est calculé, caractérise la qualité des mesures. Les études, en particulier les simulations du chapitre 4, s'appuient sur cette définition du rapport signal à bruit, ce qui assure la cohérence des résultats.

La courbe 2.31 représente un interférogramme modulé. En bas de la figure, on a également tracé sur une échelle resserrée le même interférogramme de manière à visualiser les variations autour des grandes différences de marche. Les échantillons utilisés pour le calcul de l'écart-type et de la moyenne sont tracés en rouge.

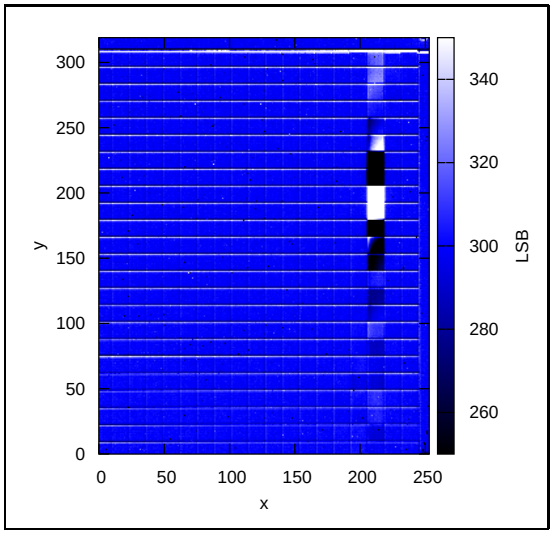

FIG. 2.25 – Image d'un interférogramme de lampe vue par le détecteur

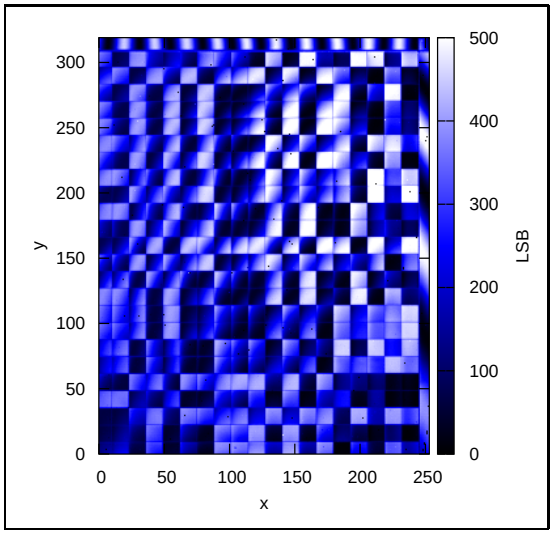

FIG. 2.26 – Image de l'interférogramme d'un laser vue par le détecteur

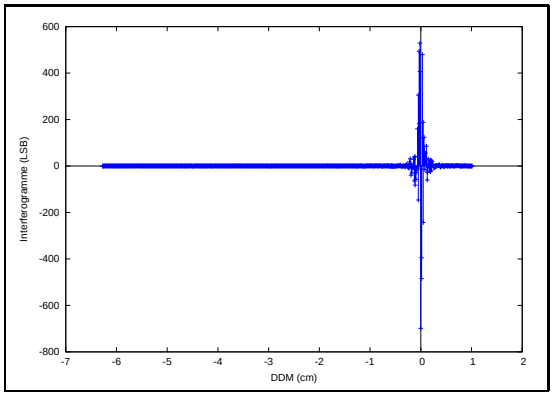

FIG. 2.27 – Interférogramme de lampe

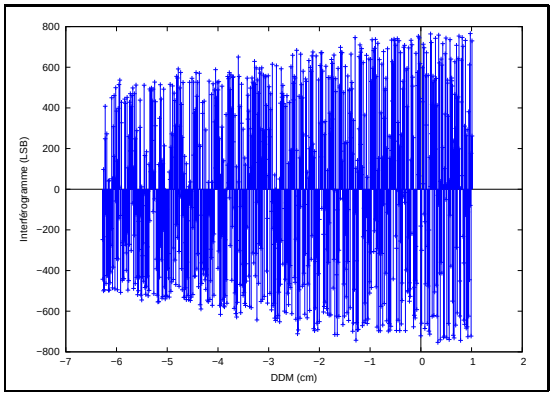

FIG. 2.28 – Interférogramme laser

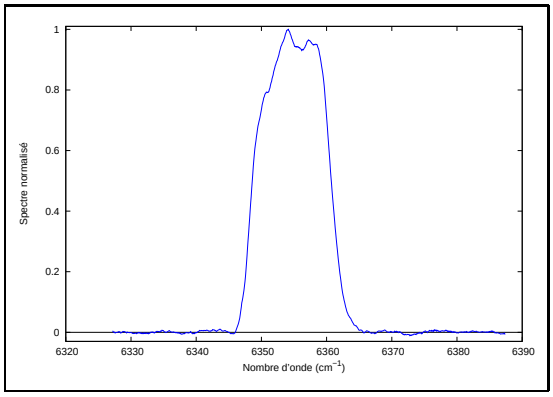

FIG. 2.29 – Spectre de lampe (vu à travers le filtre)

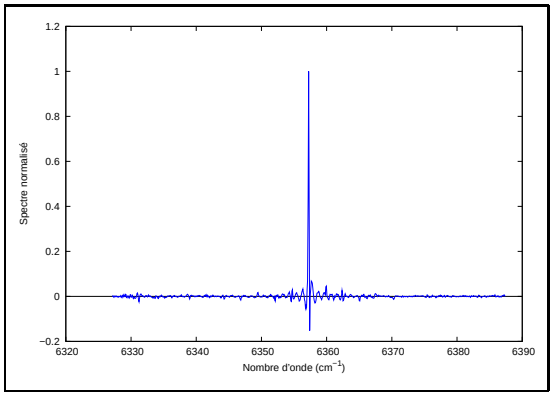

FIG. 2.30 – Spectre laser

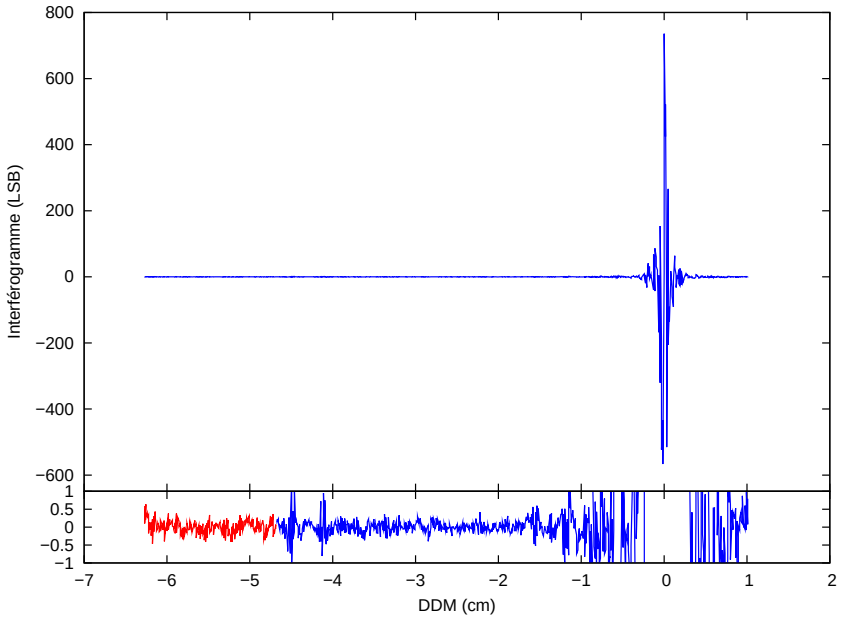

FIG. 2.31 – Interférogramme de lampe modulé

Pour l'interférogramme de la figure 2.31, on mesure un écart-type d'environ $\sigma(I_{mod}) =$ 0,20 comptes numériques pour un signal moyen avant modulation de $I_{moy} = 408$ comptes numériques. Le rapport signal à bruit spatial est donc voisin de $RSB_{spatial} = 4080$.

Etude temporelle des interférogrammes : Le calcul du rapport signal à bruit temporel est effectué en soustrayant deux interférogrammes mesurés devant une source stable temporellement. La différence est le bruit temporel. Le rapport entre l'interférogramme moyen et l'écart-type de cette différence donne le rapport signal à bruit temporel.

Comme pour le rapport signal à bruit spatial, on prend comme valeur de signal le double de l'interférogramme moyen avant modulation. Le rapport signal à bruit temporel a pour expression :

$$RSB_{temp} = 2 \cdot \frac{I_{moy}}{\sigma(I^a_{mod} - I^b_{mod})} \tag{2.12}$$

Où I_{moy} est le signal moyen de l'interférogramme avant modulation et $\sigma(I^a_{mod} - I^b_{mod})$ est l'écart-type de la différence entre deux interférogrammes modulés.

La figure 2.32 représente la différence entre deux interférogrammes (panneau inférieur), ainsi qu'un des deux interférogrammes (panneau supérieur). La différence évolue autour de 0. Elle augmente au niveau de la différence de marche nulle. Dans cette zone, l'interférogramme est très sensible aux déformations. Il est probable que la dérive de la différence de marche même infime soit à l'origine de l'augmentation de la différence autour de la différence de marche nulle. On ne prend pas en compte cette région de

l'interférogramme pour la mesure de l'écart-type. Celle-ci n'est pas représentative de l'écart-type moyen.

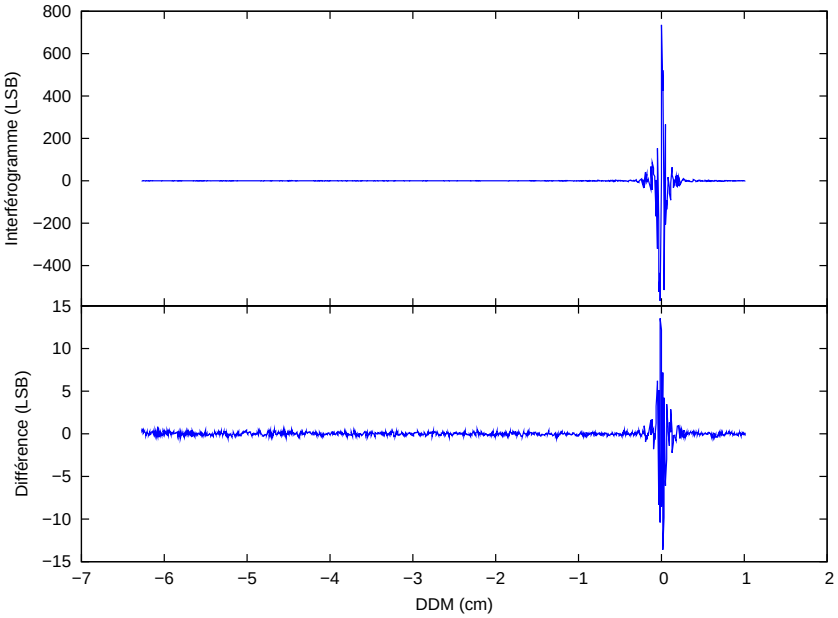

FIG. 2.32 – Différence entre deux interférogrammes

L'écart-type des différences entre les interférogrammes modulés est de l'ordre de $\sigma(I^a_{mod} - I^b_{mod}) = 0{,}19$ comptes numériques. L'interférogramme moyen avant modulation de l'ordre de $I_{moy} = 408$ comptes numériques. Le rapport signal à bruit temporel des interférogrammes est donc de l'ordre de 4295. Les rapports signal à bruit spatial et temporel sont du même ordre de grandeur. Le bruit spatial est cependant sensiblement supérieur. Une partie de l'erreur spatiale est systématique. On parvient à un rapport signal à bruit de l'ordre de 4000 malgré un signal moyen voisin de 400 comptes numériques car on bénéficie de la somme des signaux élémentaires des 64 pixels de chaque super-pixels. En fait, le signal moyen de l'interférogramme est calculé à partir du signal moyen de chaque super-pixel, ce qui permet de mesurer un bruit bien inférieur au pas de quantification.

2.4.3.2 Caractérisation des spectres

Les spectres sont obtenus par transformation de Fourier inverse des interférogrammes. On les caractérise également d'après leur rapport signal à bruit. On définit le rapport signal à bruit spectral ainsi que le rapport signal à bruit temporel. Un autre paramètre important de la mesure est la résolution spectrale. Elle est également évaluée.

L'objectif en terme de rapport signal à bruit sur le spectre est d'environ de 300. Un facteur de conversion approximatif du rapport signal à bruit de l'interférogramme en rapport signal à bruit du spectre a été calculé de manière théorique. Nous retiendrons

que l'on passe du rapport signal à bruit de l'interférogramme au rapport signal à bruit du spectre en appliquant un facteur de conversion de l'ordre de 1/10.

Etude spectrale des spectres : Pour le calcul du rapport signal à bruit spectral, on s'intéresse au signal dans les pieds du spectre. Le filtre passe-bande est censé couper toute l'énergie en dehors de sa bande de transmission. Le signal non nul dans les pieds est considéré comme du bruit. On en calcule l'écart-type pour évaluer l'amplitude du bruit spectral. On suppose le bruit homogène dans tout le spectres, en dehors et dans la bande de transmission du filtre. Le niveau de signal des spectres est défini comme la valeur maximale du spectre, qui coïncide au maximum de transmission du filtre pour un spectre de lampe. Le rapport signal à bruit spectral est le rapport de ce niveau et du bruit spectral.

Un spectre de lampe est représenté sur la figure 2.33. On a tracé en rouge les points du spectre qui sont exploités pour évaluer le bruit dans le spectre. Le bruit spectral est calculé entre 6327,2 cm^{-1} et 6343,1 cm^{-1} et entre 6367,1 cm^{-1} et 6387,4 cm^{-1}.

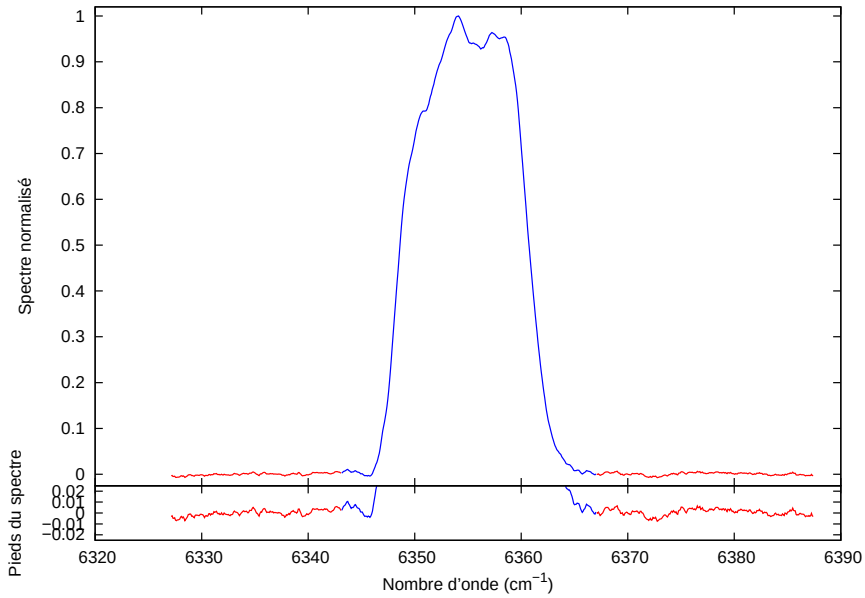

FIG. 2.33 – Spectre de lampe et vue resserrée sur les pieds du spectre. Les points en rouge sont ceux utilisé pour la détermination du bruit spectral.

Pour ce spectre, le bruit spectral est égal à $2{,}9 \cdot 10^{-3}$, le spectre étant normalisé. Le niveau de signal, dans la bande passante du filtre, est par définition égal à 1 pour un spectre normalisé. Le rapport signal à bruit spectral est donc égal à 345. Cette valeur est obtenue en appliquant une apodisation triangulaire à l'interférogramme. Si l'on n'apodise pas le spectre, le rapport signal à bruit spectral est voisin de 290. L'apodisation permet de filtrer le bruit haute fréquence.

De la même manière, on mesure un rapport signal à bruit spectral égal à 200 pour un spectre atmosphérique apodisé et 110 sans apodisation. La chute du rapport signal à bruit entre une mesure devant la lampe et une mesure en visée solaire est probablement due à un effet de lumière parasite qui entre dans le spectromètre ou à une instabilité de la source observée (turbulence et fluctuation de la transmission atmosphérique).

Etude temporelle des spectres : Le bruit temporel est défini comme le résidu de la différence entre deux spectres mesurés successivement devant une source stable. On en calcule l'écart type pour en évaluer l'amplitude et on en déduit le rapport signal à bruit temporel en divisant la moyenne du spectre par cette valeur. La moyenne du spectre est définie comme précédemment en ne considérant que la zone passante du filtre optique. Plus exactement, le niveau de signal est défini comme étant égal au maximum du spectre.

La figure 2.34 représente la différence temporelle mesurée entre deux spectres de lampe normalisés. L'écart-type de la différence est de l'ordre de $1{,}2 \cdot 10^{-3}$ alors que le niveau de signal du spectre dans la bande est égal à 1. Le rapport signal à bruit temporel est par conséquent égal à environ 833, ce qui est largement supérieur au rapport signal à bruit spectral. Une partie importante du bruit mesuré pour évaluer le rapport signal à bruit spectral est en fait une erreur répétitive. Celle-ci est probablement due à l'erreur de connaissance des différences de marche. Le rapport signal à bruit temporel, calculé à partir de spectres de lampe non apodisés, est voisin de 500.

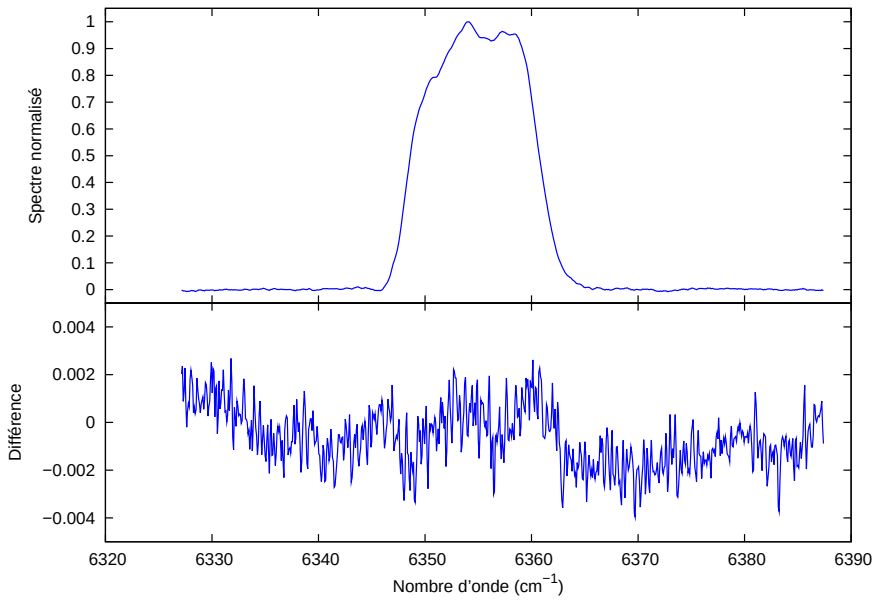

FIG. 2.34 – Spectre de lampe et différence temporelle entre deux spectres

On ne peut pas évaluer le rapport signal à bruit temporel sur des mesures atmo-

sphériques car on ne maîtrise pas suffisamment la source. Compte tenu de la rotation de la Terre, l'angle zénithal solaire varie d'une mesure à l'autre. La source n'est pas stable temporellement.

Le tableau 2.11 reprend les différents rapports signal à bruit qui ont été évalués.

Caractérisation considérée	Définition du critère	RSB associé
Stabilité spatiale de l'interférogramme	Variation aléatoire du signal interférométrique inter échantillon	4100
Stabilité temporelle de l'interférogramme	Variation aléatoire du signal interférométrique entre 2 interférogrammes consécutifs	4300
Stabilité spectrale du spectre	Signal aléatoire mesuré dans les régions ne recevant pas d'énergie optique	345
Stabilité temporelle du spectre	Signal aléatoire résultant de la différence entre deux spectres consécutifs	830

TAB. 2.11 – Performances du spectromètre exprimées en rapport signal à bruit (RSB)

Résolution spectrale des mesures : On évalue la résolution spectrale à l'aide de la mesure du spectre d'une source monochromatique, un laser. Au lieu d'obtenir un spectre infiniment fin, on mesure la réponse instrumentale, dont la largeur donne la résolution spectrale.

Un spectre laser mesuré, représenté à l'aide de croix, et la réponse instrumentale correspondante sont superposés sur la figure 2.35.

Pour retrouver la résolution spectrale, on optimise la réponse instrumentale théorique en laissant libre le paramètre de la différence de marche maximale. L'expression de la réponse instrumentale théorique est donnée au paragraphe 1.1.2.2 par l'équation 1.43. On adapte celle-ci à la mesure instrumentale réelle, pour laquelle on prend également en compte un facteur de sensibilité instrumentale k. On ajuste en fait la fonction :

$$f_{mes}(\sigma) = k \cdot 2\delta_{max} \operatorname{sinc}\left[2\pi\delta_{max}(\sigma - \sigma_0 - \epsilon(\sigma_0))\right] \tag{2.13}$$

où k est un coefficient multiplicatif pour ajuster l'amplitude. La longueur d'onde de réglage du laser est σ_0 et on optimise une erreur d'accordabilité du laser $\epsilon(\sigma_0)$. Enfin, la différence de marche maximale de mesure est également ajustée. On retrouve une différence de marche maximale de 6,23 cm. En comparaison, la différence de marche maximale mesurée lors de l'étalonnage de la matrice de différences de marche est égale à 6,27 cm. L'optimisation est donc en accord avec les paramètres instrumentaux. On ne s'attend toutefois pas à retrouver exactement la valeur de la différence de marche

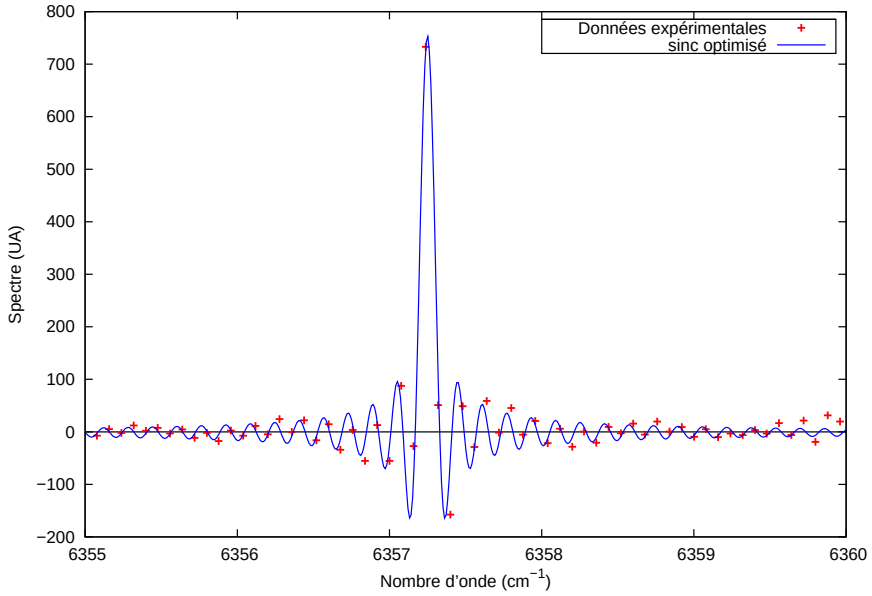

FIG. 2.35 – Spectre laser mesuré (croix) et fonction d'appareil correspondante (continue). Les paramètres de la fonction d'appareil ont été ajustés en fonction du spectre mesuré. On en déduit la résolution apodisée égale à $\delta\sigma = 0{,}161$ cm^{-1}.

maximale. La résolution effectivement mesurée est en effet inférieure à la résolution théorique du fait de toutes sortes de sources de dégradation de celle-ci. En particulier, on peut citer l'auto-apodisation due au champ non nul du spectromètre. A titre indicatif, l'erreur d'accordabilité du laser est $\epsilon(\sigma_0) = -1{,}2$ cm^{-1}, pour un nombre d'onde de consigne $\sigma_0 = 6357{,}3$ cm^{-1}. Ce qui équivaut à une erreur de 7 pm pour une longueur d'onde de consigne de 1573 nm.

Finalement, on évalue la résolution spectrale en reprenant les définitions données au paragraphe 1.1.2.2. La largeur à mi-hauteur de la fonction d'appareil est :

$$\text{FWHM} = \frac{1{,}206}{2\,\delta_{max}} \approx 0{,}098 \text{ cm}^{-1} \tag{2.14}$$

La largeur à mi-hauteur est égale à FWHM $= 0{,}098$ cm^{-1} pour un nombre d'onde de mesure $\sigma_0 = 6357$ cm^{-1}, ce qui correspond, en longueur d'onde, à une largeur à mi-hauteur $\text{FWHM}_\lambda = 0{,}024$ nm autour de la longueur d'onde centrale $\lambda_0 = 1573$ nm. Le calcul théorique, à partir de la différence de marche maximale mesurée par étalonnage des différences de marche aurait donné : $\text{FWHM}_{théo} = 1{,}206/(2 \cdot 6{,}27) \approx 0{,}096$ cm^{-1}. On observe une différence de 2 % entre la théorie et la mesure. La résolution apodisée est égale à :

$$\delta\sigma = \frac{1}{\delta_{max}} \approx 0{,}161 \text{ cm}^{-1} \tag{2.15}$$

On rappelle que le nombre d'onde central de mesure est $\sigma_0 = 6357$ cm^{-1}. Dans le domaine des longueurs d'onde, la résolution apodisée est $\delta\lambda = 0{,}040$ nm pour une

longueur d'onde centrale de mesure $\lambda_0 = 1573$ nm. Enfin, la résolvance du spectromètre est égale à :

$$\mathcal{R} = \frac{\sigma_0}{\delta\sigma} \approx 39500 \tag{2.16}$$

Le tableau 2.12 rassemble ces résultats.

Résolution du spectromètre		
Largeur à mi-hauteur de la fonction d'appareil (FWHM)	0,098	cm^{-1}
	0,024	nm
Résolution apodisée	0,161	cm^{-1}
	0,040	nm
Résolvance	39500	
Nombre d'onde central	6357	cm^{-1}
Longueur d'onde centrale	1573	nm
Largeur de la bande de mesure	22,5	cm^{-1}
	5,6	nm

TAB. 2.12 – Caractéristiques en terme de résolution spectrale du spectromètre

Chapitre 3

Méthode d'exploitation de l'instrument

Sommaire

3.1 Modélisation instrumentale 130
3.1.1 Modélisation globale 130
3.1.2 Modélisation radiométrique 131
3.1.3 Paramètres de mesure étalonnés 132
3.2 Etalonnage radiométrique 133
3.2.1 Niveau d'obscurité 133
3.2.2 Gains interpixels de sensibilité 136
3.2.3 Non-linéarité du détecteur 139
3.3 Etalonnage des différences de marche 146
3.3.1 Méthode de mesure 146
3.3.2 Méthode de traitement 147
3.4 Mesures spectrales 150
3.4.1 Acquisition des interférogrammes 151
3.4.2 Procédure globale d'acquisition 151
3.5 Traitements faisant suite aux étalonnages 155
3.5.1 Correction de l'auto-apodisation de l'interférogramme 156
3.5.2 Correction de la lumière parasite 160
3.5.3 Correction en temps réel des gains interpixels 160
3.5.4 Traitement spécifique des mesures en modulation de phase . 164
3.6 Passage au spectre 165
3.6.1 Définition de la bande spectrale de calcul des spectres 165
3.6.2 Calcul du spectre par transformation de Fourier rapide 167
3.6.3 Calcul du spectre par les matrices de passage 168
3.7 Spectres mesurés 171
3.7.1 Etude spectrale des mesures atmosphériques 171
3.7.2 Etude temporelle des mesures 174

Nous nous intéresserons, dans ce chapitre, à la mise en œuvre du spectromètre par transformation de Fourier statique. Celle-ci nécessite une série d'étalonnages et de traitements des données en sortie d'instrument. Deux postes seront particulièrement sujets d'attention : les images d'interférogrammes et les différences de marche. L'acquisition d'images nécessite un étalonnage spatial du spectromètre. La connaissance des différences de marche est cruciale pour la mesure des interférogrammes et par suite des spectres.

Nous examinerons également, en plus des traitements d'étalonnage, les traitements de passage au spectre à partir de l'interférogramme. Ceux-ci ont été adaptés à la configuration instrumentale spécifique du spectromètre.

La méthode d'exploitation a été définie, en gardant à l'esprit les objectifs de performance du spectromètre. On cherche à effectuer des mesures avec un rapport signal à bruit sur l'interférogramme aux alentours de 3000 et un rapport signal à bruit sur le spectre voisin de 300.

3.1 Modélisation instrumentale

La modélisation instrumentale est la modélisation de la mesure entre l'entrée et la sortie de l'instrument. C'est une des composantes de la modélisation de la mesure. Nous verrons au chapitre 4 que la mesure de la concentration atmosphérique en dioxyde de carbone requiert également une modélisation atmosphérique.

La modélisation instrumentale est décomposée en une modélisation globale, qui reprend la théorie présentée au chapitre 1, et en une modélisation radiométrique de la conversion du signal théorique en une image d'interférogramme en sortie du détecteur.

3.1.1 Modélisation globale

Le spectromètre par transformation de Fourier statique mesure la luminance spectrale incidente contenue dans son champ de mesure. En sortie d'instrument, le détecteur enregistre l'interférogramme dont l'expression, pour une onde monochromatique de nombre d'onde σ_0, est donnée par l'équation 1.21 :

$$I(\delta) = \frac{I_0}{2} \cdot (1 + \cos(2\pi\sigma_0\delta))$$

Si l'on considère un rayonnement non monochromatique, la partie modulée de l'interférogramme a pour expression (équation 1.27) :

$$I(\delta) = \int_0^{+\infty} \frac{B(\sigma)}{2} \cdot \cos(2\pi\sigma\delta)\,\mathrm{d}\sigma$$

Avec $B(\sigma)$ le spectre mesuré. On obtient la transformée de Fourier de celui-ci.

Deux paramètres sont cruciaux pour la mesure de spectres : la bonne acquisition du niveau du signal interférométrique I, qui est le signal radiométrique, ainsi que la

maîtrise de la différence de marche δ. On peut alors pratiquer la transformation de Fourier inverse de l'interférogramme et obtenir le spectre en entrée d'instrument.

L'instrument doit être étalonné radiométriquement et géométriquement. L'étalonnage radiométrique assure la conversion du signal, en sortie d'instrument, en intensité interférométrique. La réponse de l'instrument est caractérisée, notamment dans la dimension spatiale. L'étalonnage géométrique permet de mesurer la configuration précise des miroirs à échelettes et d'en déduire les différences de marche.

Nous venons d'aborder la modélisation instrumentale globale de la mesure. Elle décrit le passage d'un spectre incident à un interférogramme. Nous nous intéressons maintenant à la modélisation radiométrique, c'est-à-dire à la conversion du signal interférométrique en un signal numérique exprimé en comptes numériques (ou Least Significant Bits). Le compte numérique est l'unité de mesure du détecteur. La quantité d'énergie correspondant à la variation d'un compte numérique du signal en sortie d'instrument dépend, en particulier, de la sensibilité du détecteur et de son électronique. On n'intervient pas sur l'électronique de détection qui est celle fournie avec le détecteur du commerce que l'on utilise.

3.1.2 Modélisation radiométrique

La modélisation radiométrique du spectromètre est décomposée en trois postes. La réponse du détecteur est modélisée par la somme du signal utile et d'un niveau d'obscurité. La dimension spatiale est prise en compte par l'introduction d'un gain interpixel. Ensuite, on modélise la non-linéarité de la réponse du détecteur. On ne pratique pas un étalonnage radiométrique absolu du spectromètre. Le coefficient d'étalonnage absolu, permettant la conversion du signal délivré par le détecteur en luminance n'est pas déterminé. La mesure spectrométrique de la concentration en dioxyde de carbone repose sur la comparaison de transmissions spectrales. Elle ne nécessite pas la mesure du niveau absolu de luminance spectrale.

3.1.2.1 Niveau d'obscurité

La réponse du détecteur face à un flux lumineux nul est non nulle. Chaque pixel présente un biais appelé niveau d'obscurité, et noté NO. La réponse $N(i,j)$ d'un pixel peut être représentée comme la somme d'une fonction du flux incident F, pour le moment notée $f(F)$, et du niveau d'obscurité :

$$N(i,j) = f(F) + NO(i,j) \tag{3.1}$$

Les coordonnées du pixel au sein de la matrice du détecteur sont données par le couple (i,j).

Remarquons que, du fait de sa sensibilité spectrale autour de 1,6 μm, le détecteur n'est pas sensible au flux émis par son environnement. L'application de la loi de Planck permet de calculer les luminances émises par le laboratoire et par le Soleil. Le laboratoire, considéré comme un corps noir à 300 K émet une luminance spectrale égale à $1 \cdot 10^{-6}$ W $\cdot$ m^{-2} $\cdot$ sr^{-1} $\cdot$ μm^{-1}, alors que le Soleil, dont la température de surface est

égale à 6000 K, émet $3 \cdot 10^6$ W $\cdot$ m$^{-2} \cdot$ sr$^{-1} \cdot \mu$m^{-1}. Il y a un rapport supérieur à 10^{12} entre la luminance solaire et celle d'un corps à 300 K. Etant donné que l'instrument observe le Soleil, il ne sera pas sensible au flux émis par le laboratoire et plus particulièrement par les composants optiques du spectromètre. Il faudrait, pour déterminer cette contribution, encoder les mesures sur plus de 40 bits. Contrairement au courant d'obscurité mesuré par des instruments sensibles dans l'infrarouge thermique, le niveau d'obscurité du spectromètre n'est pas affecté par l'émission de l'environnement. Son étalonnage en est simplifié.

3.1.2.2 Gains interpixels

Chaque pixel a son propre gain du fait de la non uniformité de sensibilité des pixels de la matrice du détecteur. Les inhomogénéités spatiales au sein de l'instrument peuvent également intervenir. Citons par exemple les défauts spatiaux des traitements optiques. On note $G(i,j)$ le gain de chaque pixel. La réponse d'un pixel peut donc s'écrire :

$$N(i,j) = G(i,j) \cdot F + NO(i,j) \tag{3.2}$$

Le temps d'intégration du détecteur est implicitement contenu dans le gain interpixel. C'est un facteur multiplicatif constant pour tous les pixels.

La modélisation du gain interpixel est nécessaire pour les spectromètres par transformation de Fourier statique. L'échantillonnage spatial implique de prendre en considération la dimension spatiale de la mesure.

3.1.2.3 Non-linéarité du détecteur

La réponse du détecteur en fonction du flux lumineux incident n'est pas linéaire. La non-linéarité du détecteur est principalement due à son électronique. L'amplification du signal de chaque pixel n'est pas linéaire.

Au lieu d'être une fonction affine $N = a \cdot F + NO$, la réponse de chaque pixel est une fonction non linéaire f, plus complexe qu'une simple droite, telle que $N = f(F)$. La valeur $f(0)$ correspond au niveau d'obscurité. On modélise la non-linéarité d'un pixel comme un terme additif, décrit par un polynôme $P_{i,j}^{NL}$ tel que :

$$N(i,j) = G(i,j) \cdot \left[F + P_{i,j}^{NL}(F)\right] + NO(i,j) \tag{3.3}$$

Les coefficients du polynôme sont propres au pixel considéré. On remarquera que l'on a dissocié le niveau d'obscurité, ainsi que le gain linéaire, du polynôme de non-linéarité. Par conséquent, les coefficients d'ordre 0, $a_0^{NL}(i,j)$, et d'ordre 1, $a_1^{NL}(i,j)$, du polynôme, sont sensés être nuls.

3.1.3 Paramètres de mesure étalonnés

Trois paramètres sont considérés pour l'étalonnage radiométrique de l'instrument : le niveau d'obscurité du détecteur, les gains interpixels du spectromètre et la non-linéarité du détecteur.

Un étalonnage géométrique est pratiqué en plus de l'étalonnage radiométrique. Il permet de mesurer les différences de marche du spectromètre. Celles-ci sont générées par l'agencement particulier des miroirs à échelettes.

Aprés avoir cerné, par la modélisation instrumentale, les paramètres de mesure à étalonner, nous nous penchons sur l'étalonnage radiométrique et l'étalonnage des différences de marche. Les méthodes de mesure et de traitement pour ces étalonnages sont abordées de manière détaillée.

3.2 Etalonnage radiométrique

L'étalonnage radiométrique permet la bonne mesure du niveau du signal interférométrique. C'est le détecteur qui affecte le plus la mesure du signal interférométrique. Les corrections radiométriques seront principalement des corrections de la réponse de celui-ci.

On étalonne le niveau d'obscurité, les gains interpixels et la non-linéarité du détecteur.

3.2.1 Niveau d'obscurité

Le niveau d'obscurité est le biais du signal en sortie du détecteur.

3.2.1.1 Méthode de mesure

L'obscurité est acquise en fermant l'obturateur positionné devant le deuxième doublet du système d'imagerie. Une série de 40 images d'obscurité est acquise afin de réduire l'effet du bruit temporel. Le bruit en question est dû à des pixels aberrants dont le comportement perturbe la détermination du niveau d'obscurité. Le traitement statistique de la série permet de les mettre en évidence et de les supprimer des mesures. Le nombre de 40 a été déterminé expérimentalement. Au delà, le gain sur la diminution du bruit temporel n'est pas sensible.

3.2.1.2 Méthode de traitement et de correction

La matrice de correction du niveau d'obscurité est la moyenne temporelle de la série d'images d'obscurité. On note N_{mes} le nombre d'images acquises : une quarantaine. Le calcul de la matrice moyenne m_{obs} est, pour chaque pixel :

$$m_{obs}(i,j) = \frac{1}{N_{mes}} \sum_{k=1}^{N_{mes}} NO_k(i,j) \tag{3.4}$$

Où $NO_k(i,j)$ est le niveau d'obscurité mesuré pour le pixel (i,j) dans la k-ième image de la série d'acquisitions.

Au sein de cette image moyenne, on détecte les pixels considérés comme aberrants. Le critère de recherche des pixels aberrants est fixé sur l'écart-type temporel de la série

d'images. On écarte les pixels dont l'obscurité est la plus variable temporellement. Pour ce faire, on calcule l'écart-type temporel σ_{obs} selon :

$$\sigma_{obs}(i,j) = \sqrt{\frac{1}{N_{mes}} \sum_{k=1}^{N_{mes}} \left(NO_k(i,j) - m_{obs}(i,j)\right)^2} \tag{3.5}$$

A partir de cet écart-type temporel du niveau d'obscurité, on calcule l'écart-type moyen σ_{obs}^{moy}, et l'écart-type de l'image des écarts-types temporels $\sigma_{\sigma_{obs}}$:

$$\sigma_{obs}^{moy} = \frac{1}{N_{pxl}} \sum_{i,j} \sigma_{obs}(i,j) \tag{3.6}$$

$$\sigma_{\sigma_{obs}} = \sqrt{\frac{1}{N_{pxl}} \sum_{i,j} \left(\sigma_{obs}(i,j) - \sigma_{obs}^{moy}\right)^2} \tag{3.7}$$

N_{pxl} est le nombre de pixels dans l'image. Un pixel est considéré comme aberrant si sa variabilité est supérieure à trois fois la variabilité moyenne. Pour conserver le pixel (i,j), on teste donc :

$$|\sigma_{obs}(i,j) - \sigma_{obs}^{moy}| < 3\,\sigma_{\sigma_{obs}} \tag{3.8}$$

Notons que les pixels « trop stables » sont également rejetés. Il est probable que ceux-ci ne fonctionnent pas correctement. Ils peuvent être, par exemple, inopérants et renvoyer toujours le même signal. Le critère « à plus ou moins trois fois l'écart-type » est classique en traitement du signal. Lorsque pour une série de mesures de la grandeur x, on veut supprimer des valeurs irréalistes, on calcule la moyenne m_x et l'écart-type σ_x de la série. On fixe ensuite un critère de variation acceptable de x autour de m_x en fonction de σ_x. Il est très fréquent de prendre comme critère $\pm\,3\,\sigma_x$. Dans le cas d'une statistique gaussienne, près de 99,9 % des points appartiennent à l'intervalle $[m_x - 3\sigma_x ; m_x + 3\sigma_x]$. Il est donc peu probable qu'une mesure en dehors de cet intervalle ait une réalité physique.

A l'issue de la recherche des pixels aberrants, un masque est créé pour les supprimer des images mesurées par le détecteur. On s'est aperçu que trois itérations successives de la détermination des pixels aberrants étaient nécessaires. A chaque itération, le masque est réactualisé et la statistique se resserre autour de la valeur moyenne. L'histogramme de la matrice d'obscurité masquée tend progressivement vers une gaussienne.

Le niveau d'obscurité typique est d'environ 280 comptes numériques. Il est non négligeable, comparé aux niveaux généralement mesurés devant une source de lumière, voisins de 700 comptes numériques, obscurité comprise. La figure 3.1 est l'image de la matrice d'obscurité calculée selon la méthode décrite plus haut, en mettant les pixels aberrants à la moyenne de l'image non masquée. Nous voyons une structure de l'image en lignes. Celle-ci a pour origine l'électronique de lecture du détecteur. La variabilité de l'image d'obscurité, une fois les pixels aberrants écartés, est de 40 comptes numériques. Cette variabilité justifie la correction des images en sortie du détecteur par la matrice des niveaux d'obscurité plutôt que par une valeur commune à tous les pixels. Le niveau d'obscurité est stable dans le temps. Le niveau d'obscurité moyen ne varie que de 1 LSB

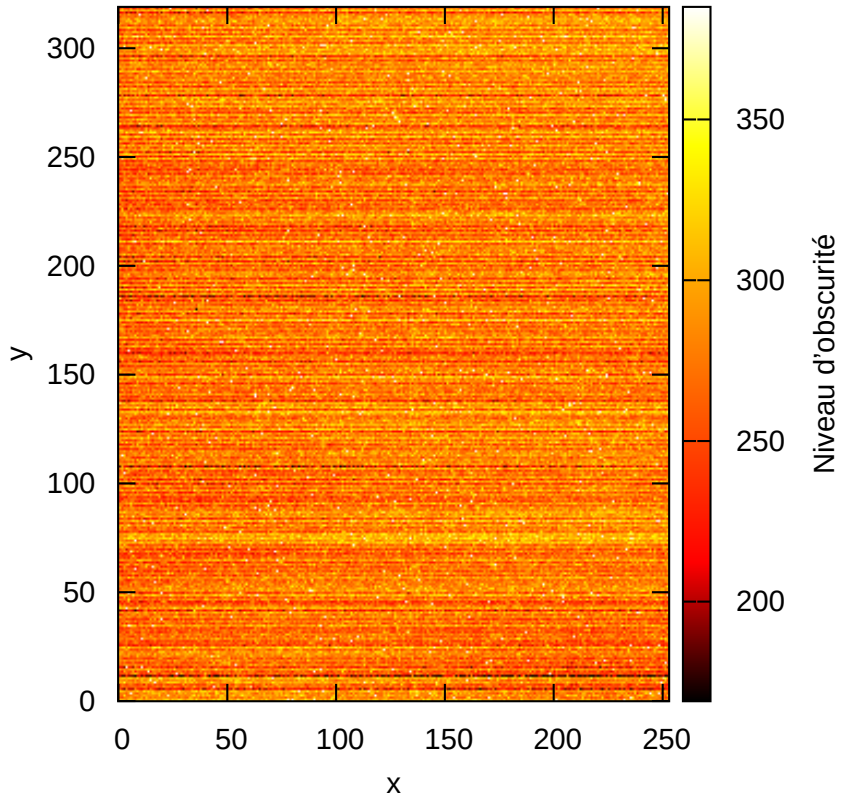

FIG. 3.1 – Image des niveaux d'obscurité

pour une durée de plus de 3 heures. Le traitement des pixels aberrants supprime environ 1800 pixels soit 2,2 % des pixels de la matrice du détecteur.

Les mesures seront corrigées de l'obscurité par soustraction de la matrice d'obscurité qui aura été enregistrée précédemment.

3.2.2 Gains interpixels de sensibilité

La mesure des gains interpixels permet de corriger les inhomogénéités de sensibilité dans l'image. Elle est classique en imagerie. La méthode consiste à acquérir l'image d'une source dont le profil spatial d'intensité est connu. Il est généralement constant, et la source est une sphère intégrante. Dans le spectromètre par transformation de Fourier statique, cette méthode ne peut pas être directement reprise du fait des interférences générées par l'interféromètre.

Une méthode de brouillage des interférences a été développée. Celle-ci exploite la lame modulatrice et permet de se placer dans le cas classique de la mesure des sensibilités interpixels au sein de l'image d'une source homogène.

3.2.2.1 Méthode de mesure

La première étape de l'étalonnage des gains interpixels est le brouillage des interférences. Pour ce faire, on acquiert une série d'images d'interférogrammes en différentes positions de la lame modulatrice. Les décalages en différence de marche générés par la modulatrice sont répartis de manière homogène sur un intervalle d'une longueur d'onde moyenne λ_0. Nous avons vu, au paragraphe 1.1.2.1, que le signal interférométrique peut être ramené localement à l'interférogramme d'une source monochromatique de nombre d'onde σ_0, le nombre d'onde moyen (équation 1.28) :

$$I(\delta) = \frac{M+m}{2} + \frac{M-m}{2}\cos(2\pi\sigma_0\delta)$$

Par conséquent, en faisant varier la différence de marche sur une longueur d'onde à l'aide de la lame modulatrice, on obtient une image moyenne dont le signal interférométrique est annulé. Pour chaque pixel, il reste alors :

$$N(i,j) - NO(i,j) = \frac{M(i,j) + m(i,j)}{2} \propto \int_0^{+\infty} B(\sigma)\,\mathrm{d}\sigma \tag{3.9}$$

Le niveau de chaque pixel, corrigé de l'obscurité, est proportionnel à l'énergie incidente sur le miroir.

La source est collimatée à l'infini. Les miroirs à échelettes sont donc éclairés uniformément. Les variations au sein de l'image brouillée corrigée de l'obscurité sont donc les défauts de sensibilité du spectromètre.

Pour brouiller les interférences, on acquiert 40 images d'interférogramme pour 40 positions de la lame modulatrice. La consigne est telle que l'on décrit une longueur d'onde en différence de marche durant la mesure.

3.2.2.2 Méthode de traitement, de correction

Une fois la série d'acquisitions terminée, chaque image est corrigée de l'obscurité et le masque d'obscurité est appliqué. Pour chaque pixel, on obtient :

$$N^k_{cor}(i,j) = N^k(i,j) - NO(i,j) \tag{3.10}$$

où l'on note k l'indice de l'image dans la série. A partir des images corrigées on calcule la moyenne éliminant ainsi le terme modulé en $\cos(2\pi\sigma_0\delta)$.

$$N_{moy}(i,j) = \frac{1}{N_{img}} \sum_{k=1}^{N_{img}} N^k_{cor}(i,j) \tag{3.11}$$

La valeur moyenne de cette image est notée $\bar{N}$.

$$\bar{N} = \frac{1}{N_{pxl}} \sum_{i,j} N_{moy}(i,j) \tag{3.12}$$

Les pixels masqués lors de la mesure de l'obscurité ne sont pas pris en compte pour le calcul de la moyenne. On définit la matrice de correction des gains interpixels par le rapport de $\bar{N}$ et du niveau de chaque pixel $N_{moy}(i,j)$. On appelle cette matrice de correction la matrice d'égalisation car elle permet d'égaliser les sensibilités individuelles des différents pixels. On la note E.

$$E(i,j) = \frac{\bar{N}}{N_{moy}(i,j)} \tag{3.13}$$

Comme pour le traitement des mesures d'obscurité, les données sont exploitées pour écarter des pixels au comportement anormal. Le critère est l'écart à la sensibilité moyenne. On teste :

$$|E(i,j) - 1| \leq \sigma_E \tag{3.14}$$

Les pixels doivent avoir un coefficient d'égalisation égal à 1 à $\pm\,\sigma_E$, avec σ_E l'écart-type de la matrice d'égalisation. La valeur de 1 est la valeur attendue pour ces coefficients. Les pixels qui ne satisfont pas au critère sont « ajoutés » au masque (ou à la liste) établi dans l'étape de caractérisation du courant d'obscurité.

La figure 3.2 représente une matrice d'égalisation mesurée selon la méthode décrite ci-dessus. On observe un effet radial d'ensemble entre le centre et les bords de la matrice du détecteur. Celui-ci est attribué au système d'imagerie qui ne projette pas un éclairement uniforme sur le détecteur. On distingue également les arêtes des échelettes où des effets de bord affectent la sensibilité du spectromètre. On s'en affranchit en n'exploitant pas les pixels en périphérie des super-pixels pour le calcul du signal des échantillons. La moyenne de la matrice d'égalisation masquée est de 1,01. Son écart-type est égal à 0,12, soit 12 % de la valeur moyenne. Le nombre de pixels éliminés est 2100. C'est le nombre cumulé avec ceux écartés pour la correction de l'obscurité. Au final, 2,6 % des pixels sont masqués. Cette proportion est faible. On ne peut pas espérer un gain important en

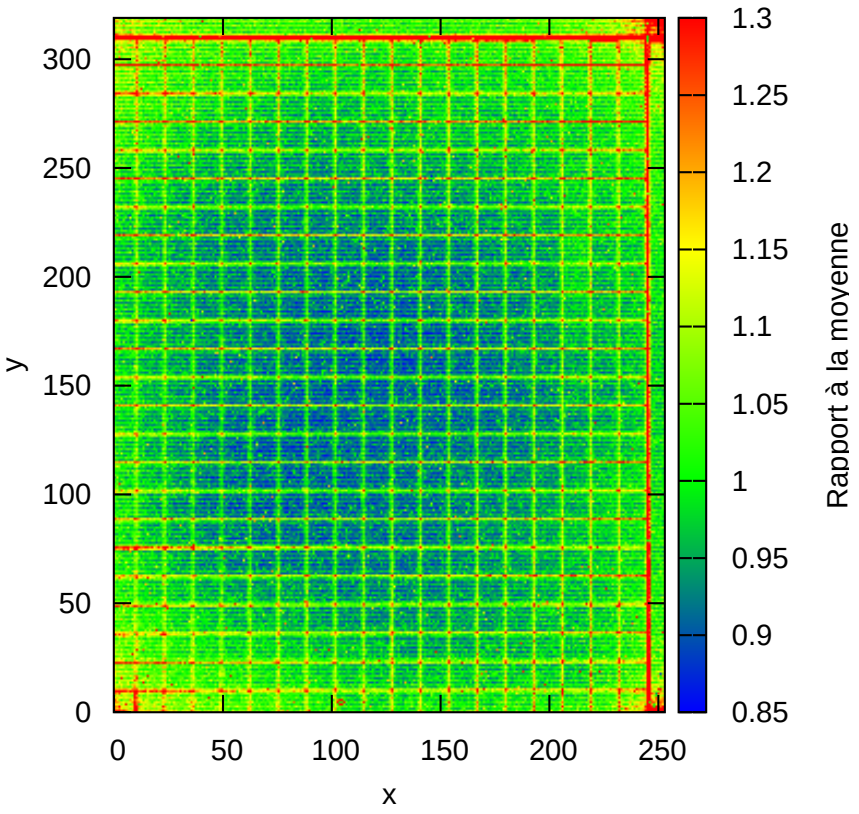

FIG. 3.2 – Image d'une matrice d'égalisation

optimisant, s'il y a lieu, la méthode de filtrage. Le rapport signal à bruit du détecteur ne serait que très faiblement amélioré.

La variabilité de la sensibilité interpixel, calculée comme l'écart-type de l'image d'égalisation, est de 12 %. Elle est non négligeable au regard des performances visées. La correction des inhomogénéités de sensibilité du spectromètre est par conséquent nécessaire.

En fin de traitement des mesures d'étalonnage, on dispose donc d'une matrice d'égalisation $E(i,j)$ et d'une matrice de masque.

La correction de la sensibilité interpixel intervient après la correction du niveau d'obscurité. Les images dont le niveau d'obscurité a été soustrait sont multipliées pixel à pixel par la matrice d'égalisation :

$$N_{cor}(i,j) = E(i,j) \cdot [N(i,j) - NO(i,j)] \tag{3.15}$$

D'autres méthodes de mesure des gains interpixels sont envisageables. Elles diffèrent par la manière dont les interférences sont brouillées. Le plus simple pour cela est de masquer un des deux bras de l'interféromètre. Un masque est un élément opaque que l'on place sur le trajet de la lumière. Ceci a pour effet de supprimer les interférences et permet d'obtenir directement une image d'homogénéité des gains. Pour étalonner correctement l'instrument, il faut effectuer les mesures dans les deux bras de l'interféromètre. Chaque bras influe différemment sur les gains interpixels. Il faut par conséquent masquer successivement les deux bras de l'interféromètre. Deux images sont acquises et l'image moyenne permet de calculer la matrice d'égalisation. Cette méthode n'est pas automatisable sur la maquette. Elle est de plus complexe à réaliser. La configuration du cœur interférométrique refermé par des poutres supérieures n'est pas favorable à l'insertion aisée d'un masque sur le trajet de la lumière. Pour le cœur interférométrique précédent, le brouillage des interférences était obtenu en modulant le signal interférométrique mais également en diminuant le contraste interférométrique pour tous les échantillons y compris ceux près de la différence de marche nulle. On exploitait alors les possibilités qu'offrait une platine de translation sur laquelle était monté un des miroirs. Dans un premier temps, le miroir était déplacé de plusieurs centimètres. Le contraste interférométrique est alors considérablement réduit, ce qui limite l'effet des interférences sur la détermination des sensibilités interpixels. Dans un deuxième temps, le brouillage était complété en déplaçant le miroir durant l'acquisition sur une plage d'une ou de plusieurs longueurs d'onde. On ne peut plus translater le miroir sur le cœur interférométrique adhéré. On se contente de brouiller les interférences par modulation.

3.2.3 Non-linéarité du détecteur

La non-linéarité du détecteur est déterminée en comparant la réponse du détecteur face à un flux variable avec une réponse linéaire idéale. La mesure est perturbée par les interférences. Une méthode de détermination permettant de s'affranchir des interférences a été spécifiquement définie pour le cœur interférométrique.

3.2.3.1 Méthode de mesure

La mesure de la non-linéarité s'effectue en faisant varier l'intensité du flux incident dans le spectromètre. La lampe est munie d'un diaphragme pilotable. On le ferme progressivement et, pour chaque position, on acquiert une image. On obtient au final une série de 200 images.

Comme pour la mesure des gains interpixels, la mesure de la non-linéarité est affectée par les interférences. Ici, ce sont les interférences destructives qui posent le plus problème. Si, le signal mesuré par le détecteur s'annule du fait des interférences, la variation du flux en entrée d'instrument ne sera pas « vue » par le détecteur. Le signal restera nul et l'on ne pourra pas mesurer les non-linéarités de la réponse du détecteur pour la zone où les interférences sont destructives. Dans le cas contraire, l'intensité du signal interférométrique varie proportionnellement avec le flux incident. On rappelle que l'on peut ramener le signal interférométrique à l'interférogramme d'une source monochromatique de nombre d'onde σ_0 selon (équation 1.28) :

$$I(\delta) = \frac{M+m}{2} + \frac{M-m}{2}\cos(2\pi\sigma_0\delta)$$

où le maximum et le minimum (M et m) du signal sont proportionnels à l'énergie incidente. Autour de la différence de marche nulle, le contraste interférométrique est proche de 1 et le minimum proche de 0. Des difficultés de mesure de la non-linéarité sont donc susceptibles de se produire autour de la différence de marche nulle.

Pour pallier ce problème lié aux interférences générées par le cœur interférométrique, on effectue deux fois la mesure devant la lampe en déphasant l'interférogramme de π. Ce déphasage est obtenu en déplaçant la lame modulatrice de manière à décaler la différence de marche de $\lambda_0/2$. Dans ce cas, si pour la première série les interférences sont destructives sur un superpixel, elles sont constructives pour la deuxième. On dispose au final, pour chaque superpixel, d'une série de mesures de la réponse du détecteur en fonction du flux incident.

On aurait pu également effectuer le brouillage des interférences selon la méthode utilisée pour la mesure des sensibilités interpixels. Cette méthode présente l'inconvénient d'additionner les réponses du détecteur pour différents états interférométriques. L'intensité du signal incident varie en fonction de la différence de marche. Par conséquent, la réponse du détecteur n'est pas linéaire avec l'état interférométrique. Or, c'est justement cette non-linéarité entre les différents états interférométriques que l'on cherche à mesurer. Il n'est donc pas correct de sommer les images d'interférogrammes décalés en différence de marche pour s'affranchir des interférences.

Le protocole de mesure de la non-linéarité est le suivant. On acquiert une première série de réponses du détecteur face à un flux variable. Le diaphragme de la lampe utilisée comme source de lumière est progressivement fermé. Le flux lumineux est mesuré par une photodiode de référence placée sur la sphère intégrante, dans laquelle est injectée la lampe. La photodiode a été étalonnée et sa réponse est considérée linéaire au regard de celle du détecteur. Une fois la première série de mesures effectuée, un déphasage des interférences de π est introduit grâce à la lame modulatrice. On procède à une seconde série d'acquisitions en suivant la même démarche que pour la première série.

En fin de mesure on obtient deux séries de réponse du détecteur en fonction de la puissance du flux incident.

3.2.3.2 Méthode de traitement et de correction

Avant de procéder au traitement des mesures d'étalonnage, les données sont corrigées de l'obscurité et des gains interpixels. Pour des raisons de rapidité d'exécution, on traite d'abord les images d'interférogramme pour en extraire le signal de chaque superpixel. On calcule le signal moyen des pixels présents dans chaque superpixel. On traite donc deux séries de 200 interférogrammes corrigés de l'obscurité et des gains interpixels.

Pour un échantillon considéré, on repère dans un premier temps dans quelle série, le signal est le plus important. De la sorte, on sélectionne la série où les interférences sont le plus constructives. La figure 3.3 présente l'allure de la réponse du détecteur en fonction du signal en sortie de la photodiode. Plus exactement, c'est le signal de l'échantillon numéro 354 de l'interférogramme extrait de la série où il est maximal. L'échantillon de l'interférogramme numéro 354 est le plus proche de la différence de marche nulle. Nous remarquons que la courbe obtenue est différente d'une droite. Les écarts à la linéarité sont importants au regard de la précision de mesure recherchée.

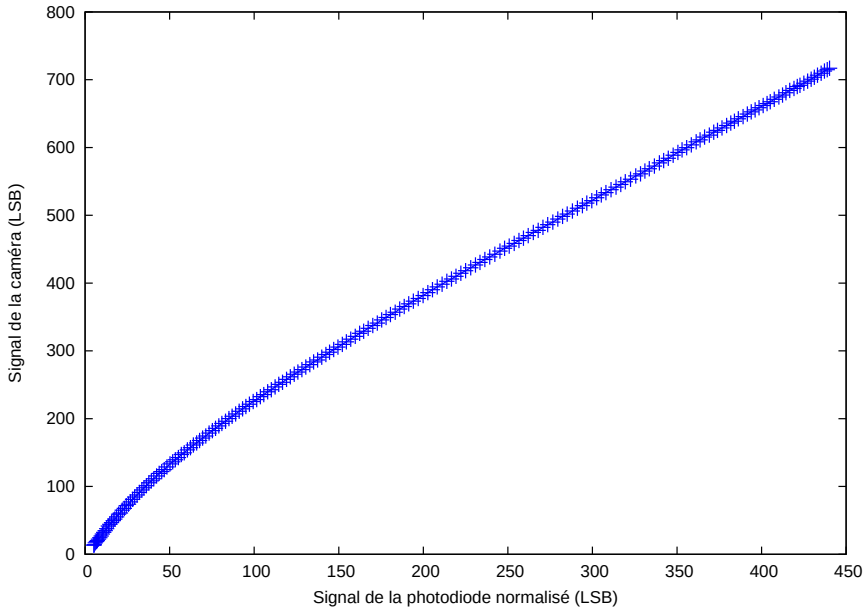

FIG. 3.3 – Signal du détecteur en fonction du signal de la photodiode. Le signal de la photodiode a été ramené à des valeurs du même ordre de grandeur que celles en sortie du détecteur grâce à un coefficient multiplicatif.

La linéarisation consiste à ramener cette courbe à une droite. Pour chaque valeur du signal, on applique une correction qui annule la non-linéarité. Il a été choisi d'apporter une correction additive. Une correction multiplicative posait problème pour les faibles

signaux. La fonction de correction de la non-linéarité, f_{lin}^{cor} est définie telle que :

$$N_{lin}(i) = N(i) + f_{lin}^{cor}\,[i,N(i)] \tag{3.16}$$

Avec N_{lin} le niveau linéarisé, $N(i)$ le niveau avant correction de la non-linéarité. Il est déjà corrigé de l'obscurité et des gains interpixels. La coordonnée i est celle du super-pixel. Notons que la fonction de correction dépend de cette coordonnée et du niveau de signal avant correction de la non-linéarité.

Le calcul de la fonction de correction s'effectue en calculant la différence :

$$f_{lin}^{cor}\,[i,N(i)] = N_{lin}(i) - N(i) \tag{3.17}$$

Il reste maintenant à définir la réponse linéaire N_{lin} à laquelle on souhaite aboutir. Pour ce faire, on définit un signal pivot pour lequel, la correction sera nulle pour tous les échantillons.

$$f_{lin}^{cor}\,[i,N_{pvt}] = 0\,,\ \forall\ i \tag{3.18}$$

où N_{pvt} est le signal pivot. Pour chaque super-pixel, ce signal pivot correspond à un signal de photodiode différent.

Du fait des états d'interférence différents des échantillons, il ne faut pas le même flux en entrée pour atteindre le signal pivot. Sur la figure 3.4, on a représenté le signal de la photodiode en fonction du signal de deux échantillons différents. L'échantillon numéro 1 est situé à grande différence de marche et l'échantillon numéro 354 est situé au voisinage de la différence de marche nulle (ZPD pour Zero Path Difference). Pour un niveau en sortie du détecteur donné, nous voyons qu'il faut un flux lumineux en entrée d'instrument plus important pour l'échantillon numéro 1. Ceci vient du fait que, pour une source non monochromatique, les interférences sont beaucoup moins contrastées à grande différence de marche. A l'extrême, les interférences s'annulent, alors que pour la différence de marche nulle, les interférences sont constructives quelle que soit la longueur d'onde. Dans ce cas, le signal à différence de marche nulle est le double de celui à grande différence de marche. Les polynômes de modélisation du flux en fonction du niveau des échantillons sont également représentés sur la figure 3.4. Les coefficients des polynômes sont calculés par optimisation selon le critère des moindres carrés. Ces modélisations permettent d'évaluer le flux correspondant à la valeur du signal pivot. Le graphe du bas représente l'erreur de modélisation. Son profil est celui d'un bruit, probablement le bruit de mesure. Le rapport signal à bruit correspondant est voisin de 800.

Le signal pivot est choisi égal au signal moyen de l'interférogramme corrigé de l'obscurité, obtenu lors de la mesure des gains interpixels. Pour cette valeur, on a en effet considéré que tous les pixels avaient la même réponse. Ce choix demeure arbitraire, ce qui importe le plus est que le pivot reste le même pour tous les échantillons, de manière à appliquer une correction de non-linéarité calculée dans les mêmes conditions d'un échantillon à l'autre.

Une fois le flux correspondant au signal pivot connu pour chaque superpixel, on peut calculer les valeurs de la droite du signal corrigé. Celle-ci est définie par :

$$N_{lin}(i) = a(i) \cdot F + b(i) \tag{3.19}$$

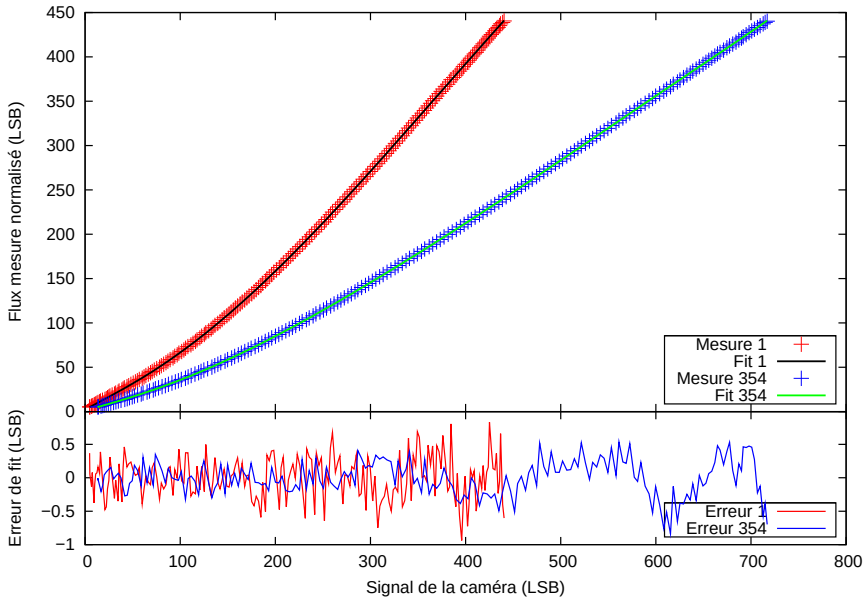

FIG. 3.4 – Signal délivré par la photodiode en fonction du signal enregistré par la caméra. Les points représentent la mesure, et les courbes sont issues d'une optimisation en modélisant la relation à l'aide d'un polynôme. Les différences entre la mesure et le modèle sont représentées sur le graphe du bas. Les numéros 1 et 354 correspondent aux numéros des zones considérées. La zone 1 est à grande différence de marche. Son signal est donc celui de la ligne de base. La zone 354 est la plus proche de la différence de marche nulle. Le signal, pour des interférences constructives, est de l'ordre du double de la ligne de base, ce que l'on voit effectivement sur la courbe. Cette modélisation permettra de déterminer le signal de la photodiode correspondant à la valeur pivot de la caméra.

avec $b(i) = 0 \ \forall \ i$, puisqu'on a corrigé le signal mesuré du niveau d'obscurité, et $a(i) = N_{pvt}/F_{pvt}$ où F_{pvt} est le flux correspondant au signal pivot. La figure 3.5 représente les variations non linéaires des échantillons 1 et 354 ainsi que les réponses linéaires que l'on va chercher à obtenir. Remarquons les points d'intersection pour un signal égal au signal pivot.

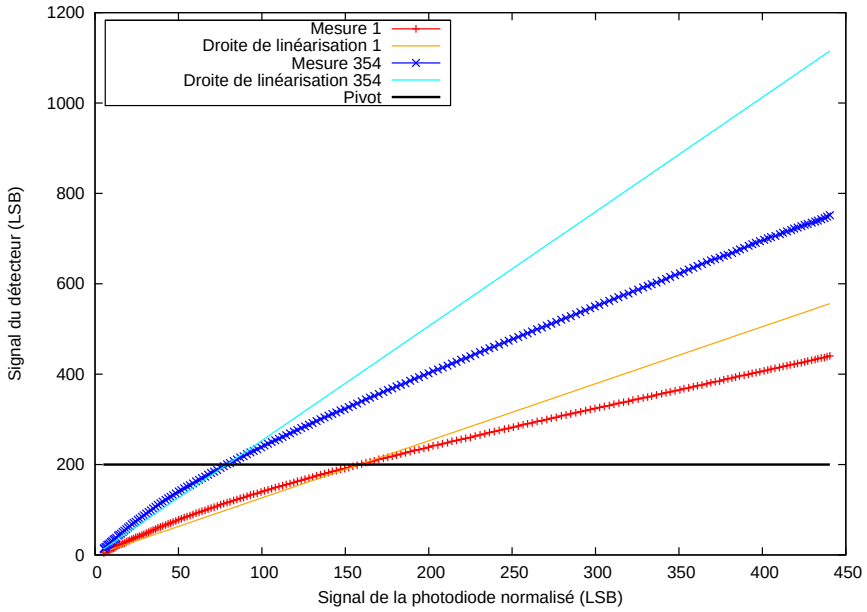

FIG. 3.5 – Signal en sortie de caméra en fonction du signal délivré par la photodiode et sa droite de linéarisation. Les deux droites de linéarisation ont bien leur point d'intersection avec la courbe qu'elles sont sensées linéariser au niveau du pivot, fixé en début de traitement (200 dans ce cas). La numérotation des zones reste la même que pour la figure 3.4.

Comme on connaît l'équation de la réponse linéarisée, on peut calculer la correction de la non-linéarité pour les valeurs de flux mesurées. On reprend l'équation 3.17 :

$$\begin{aligned} f_{lin}^{cor}\,[i,N(i)] &= N_{lin}(i) - N(i) \\ f_{lin}^{cor}\,[i,N(i)] &= \frac{N_{pvt}}{F_{pvt}} \cdot F(N(i)) - N(i) \end{aligned} \tag{3.20}$$

On note $F(N(i))$ le flux mesuré par la photodiode de référence pour le niveau $N(i)$. On obtient une série de 200 valeurs de la fonction f_{lin}^{cor}. On modélise cette réponse par un polynôme de degré 7, de manière à connaître la correction de la non-linéarité pour toute valeur du signal en sortie du détecteur. Le degré du polynôme a été fixé empiriquement de sorte à ne pas limiter la modélisation du signal et plus particulièrement de sa non-linéarité, tout en n'étant pas affecté par le bruit aléatoire. On retrouve la valeur de chacun des coefficients par optimisation au sens des moindres carrés. La figure 3.6 représente les fonctions de correction pour les échantillons 1 et 354. Les points sont obtenus par traitement des mesures et les courbes sont les fonctions polynomiales qui

modélisent la correction en fonction du niveau du détecteur à corriger. Le graphe du bas présente les différences entre les mesures et la fonction modélisée. Nous remarquons que les corrections de non-linéarité des deux zones sont très proches pour des niveaux comparables. C'est ce à quoi nous nous attendions : au premier ordre la non-linéarité est la même sur l'ensemble du détecteur. La valeur de la correction de la non-linéarité varie considérablement en fonction de du signal à corriger. La variation de la correction est supérieure à la centaine de comptes numériques. Pour atteindre les précisions de mesure souhaitées, il faut donc corriger la non-linéarité.

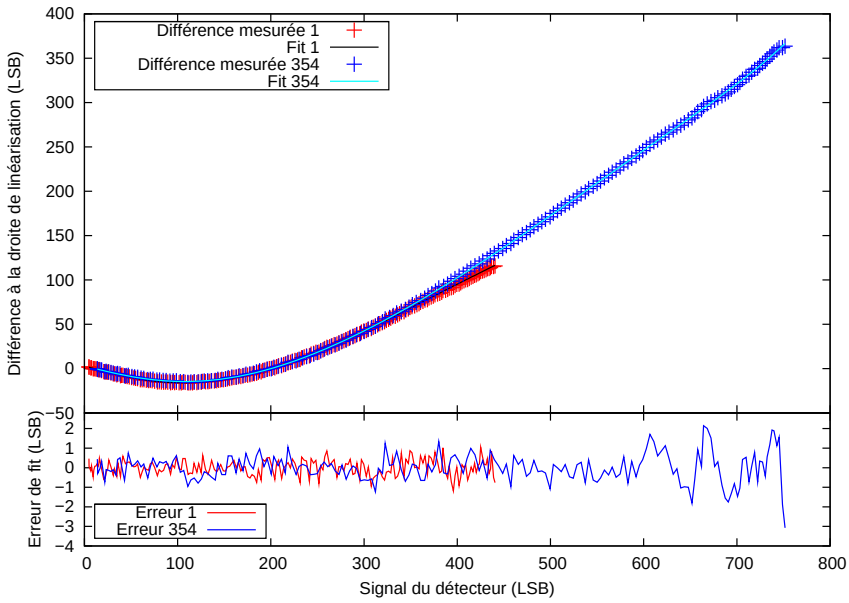

FIG. 3.6 – Différence de non-linéarité entre la droite de linéarisation et la courbe effectivement mesurée en sortie de la caméra. On constate que les deux échantillons ont des corrections comparables dans le domaine commun de fonctionnement. Ceci traduit le fait que les non-linéarités sont voisines. On s'attendait à ces similitudes : les pixels de la matrice sont au premier ordre semblables, donc présentent la même non-linéarité. L'erreur d'optimisation est tracée sur le graphe du bas. La courbe se lit comme un abaque de correction. Pour un signal donné en abscisse, la correction à apporter est l'ordonnée de la courbe. La numérotation des zones reste la même que pour les courbes précédentes (figures 3.4 et 3.5).

La correction de la non-linéarité sera effectuée à partir de la fonction polynomiale f_{lin}^{cor} que l'on vient de calculer. Pour chaque interférogramme préalablement corrigé de l'obscurité et des gains interpixels, on effectue (équation 3.17) :

$$N_{lin}(i) = N(i) + f_{lin}^{cor}\,[i,N(i)]$$

Remarquons que la correction de la non-linéarité, effectuée pour chaque échantillon de l'interférogramme, combine la correction des gains interpixels à chaque niveau de signal.

Des méthodes alternatives existent pour la mesure de la non-linéarité. On peut, comme pour la mesure des gains interpixels, masquer un bras de l'interféromètre de

manière à supprimer les interférences. La méthode mise en œuvre pour l'ancienne version du cœur interférométrique consistait à déplacer le miroir monté sur la platine de translation. De la sorte, le contraste des interférences chutait rapidement du fait de la largeur spectrale de la lampe. On pouvait alors effectuer les mesures sans se soucier des interférences.

Si l'on note $N_{brut}(i,j)$ le niveau brut en sortie d'instrument, le niveau corrigé, $N_{cor}(i,j)$, avant calcul du spectre, est égal à :

$$N_{cor}(i,j) = f_{lin}^{cor}\left\{E(i,j)\cdot\left[N_{brut}(i,j) - NO(i,j)\right]\ ,i\ ,j\right\} \tag{3.21}$$

Les niveaux corrigés obtenus en fin de correction radiométrique sont proportionnels au flux incident suivant un même facteur de proportionnalité. L'étalonnage n'est cependant pas absolu : les niveaux corrigés ne sont pas exprimés en unités de luminance mais en comptes numériques. L'étalonnage absolu de l'instrument n'est pas nécessaire pour réaliser des mesures d'absorption différentielle. On cherche en effet à mesurer des variations spectrales de transmission atmosphérique et non des niveaux absolus de luminance spectrale.

3.3 Etalonnage des différences de marche

La mesure d'un interférogramme est la mesure d'un couple de valeurs : le signal interférométrique et la différence de marche de mesure. La maîtrise de la différence de marche est cruciale pour la mesure. Pour le concept de spectromètre par transformation de Fourier statique, elle est l'objet d'une mesure d'étalonnage à part entière réalisée avant ou après la mesure des spectres.

Idéalement, la configuration statique devrait permettre de faire l'étalonnage des différences de marche une fois pour toutes. Cependant, l'interféromètre a tendance à se déformer au cours du temps, sous l'effet de dérives thermiques. Ceci nous a amené à étalonner périodiquement les différences de marche. On effectue un étalonnage par journée de mesure. On verra au chapitre 4 que les différences de marche sont par ailleurs corrigées en temps réel par traitement des acquisitions.

La méthode d'étalonnage des différences de marche est une méthode de mesure absolue.

3.3.1 Méthode de mesure

La méthode de mesure des différences de marche est interférométrique. Elle exploite les interférogrammes acquis devant un laser accordable. On rappelle qu'une fois corrigé radiométriquement, l'interférogramme d'une source monochromatique a pour expression (équation 1.21) :

$$I(\delta) = \frac{I_0}{2}\cdot(1+\cos(2\pi\sigma\delta))$$

Cette expression est théorique. Nous avons vu au paragraphe 1.1.2.3 que même devant une source monochromatique, le contraste du signal interférométrique n'était pas égal

à 1 du fait de l'effet du champ de l'instrument. Une représentation plus rigoureuse fait intervenir un maximum M et un minimum m non nul. L'expression devient :

$$I(\delta) = \frac{M+m}{2} + \frac{M-m}{2}\cos(2\pi\sigma\delta) \tag{3.22}$$

La mesure des différences de marche consiste à enregistrer les interférogrammes de la source laser à différentes longueurs d'onde d'émission. Pour une différence de marche δ_i donnée, si l'on fait varier le nombre d'onde d'émission du laser, on obtient une sinusoïde dont la fréquence est proportionnelle à δ_i. La mesure de la fréquence du signal de l'échantillon i de l'interférogramme, en fonction du nombre d'onde d'émission du laser, donne donc la différence de marche δ_i de cet échantillon. Cette méthode est classique pour la métrologie de précision. Elle est par exemple employée dans des systèmes de mesure de profil de surface, associant un interféromètre de Fizeau à un laser accordable.

Remarquons tout d'abord qu'une seule mesure à une seule longueur d'onde est insuffisante. Dans ce cas on ne peut pas faire une mesure absolue. On ne connaît pas l'ordre de l'interférence mesurée. Autrement dit, on ne sait pas à combien de fois la longueur d'onde est égale la différence de marche. D'autre part, nous pouvons également noter que plus la longueur d'onde varie durant la mesure, plus on pourra distinguer facilement les fréquences des sinusoïdes. Si deux fréquences sont très proches il faut un certain nombre d'oscillations pour que l'on puisse distinguer une différence entre les deux sinusoïdes. Plus on fait varier la longueur d'onde, plus on distinguera des fréquences proches, donc plus la mesure des différences de marche sera précise. Par conséquent, la mesure nécessite des acquisitions à plusieurs longueurs d'onde, sur une plage de longueurs d'onde la plus grande possible.

Le protocole de mesure consiste à enregistrer 1600 interférogrammes pour 1600 longueurs d'onde différentes réparties tous les 0,01 nm entre 1565 nm et 1581 nm. La fenêtre spectrale de mesure est plus large que le filtre optique passe-bande. On le retire pour ces mesures. Pour chaque longueur d'onde d'émission du laser, on mesure sa puissance à l'aide d'un puissance-mètre fibré connecté au laser.

En fin de mesure, on dispose d'une matrice d'interférogrammes de dimension 456×1600 : 456 échantillons par interférogramme et 1600 longueurs d'onde de mesure. La matrice va être traitée ligne à ligne : à différence de marche constante et à nombre d'onde variable.

3.3.2 Méthode de traitement

On corrige le niveau d'obscurité, les gains interpixels et la non-linéarité des interférogrammes avant de procéder au traitement des mesures d'étalonnage de la différence de marche. Les variations de la puissance du laser sont également prises en compte pour le pré-traitement des mesures.

Pour retrouver la différence de marche on traite les variations chromatiques de signal de chaque échantillon de l'interférogramme. On optimise au sens des moindres carrés les paramètres de la réponse théorique, donnée par l'équation 3.22 :

$$I(\delta) = \frac{M+m}{2} + \frac{M-m}{2}\cos(2\pi\sigma\delta)$$

Ces paramètres sont le maximum M, le minimum m et la différence de marche δ. On a même ajouté le nombre d'onde d'émission du laser σ. Le spectromètre permet d'améliorer la maîtrise de l'émission de la source laser.

La figure 3.7 présente le signal de l'échantillon numéro 3 à grande différence de marche. Les croix représentent le signal mesuré. La courbe en rouge affiche la fonction de réponse théorique optimisée. Le graphe du bas présente la différence entre les mesures et la fonction retrouvée par optimisation. Cette différence est inférieure au signal mesuré d'un facteur égal à environ 100. De plus, son allure correspond à un bruit aléatoire tel que le bruit du détecteur. La figure 3.8 est une vue resserrée de la figure 3.7. Nous voyons l'allure sinusoïdale du signal en fonction du nombre d'onde. La figure 3.9 est une représentation en nuage de points de la fonction optimisée en fonction des points de mesure. L'allure est bien celle de la droite $y = x$ ce qui illustre la bonne optimisation.

La précision de la mesure a été caractérisée au paragraphe 2.4.1.2. Elle est nanométrique. Une telle précision est remarquable : on mesure des centimètres au nanomètre près. On a cependant constaté une indéterminée dans la mesure égale à la longueur d'onde moyenne de mesure. Pour certaines différences de marche il se peut que, compte tenu des bruits de mesure, l'optimisation ne converge pas vers le minimum global mais vers un minimum local de la fonction de coût. Les minima sont périodiques de période égale à la longueur d'onde moyenne de mesure. L'erreur de mesure est alors de $n\,\lambda_0$ avec n un entier relatif de valeur absolue typiquement inférieure à 5 et λ_0 la longueur d'onde moyenne. Ce type d'erreur n'a qu'une influence limitée. En effet, on a choisi la plage des longueurs d'onde de mesure de telle sorte que la longueur d'onde moyenne de mesure soit égale à la longueur d'onde moyenne du filtre passe-bande. L'interférogramme est donc localement périodique de période la longueur d'onde moyenne. Par conséquent, l'erreur de mesure de la différence de marche d'un nombre entier limité de λ_0 reste acceptable.

La mesure est par contre limitée par les dérives thermiques du cœur interférométrique. Des déformations sont observées durant la mesure. Le temps d'effectuer le balayage en longueurs d'onde, l'interféromètre s'est déformé. On mesure des variations de la différence de marche de l'ordre de la dizaine de nanomètres avec le cœur interférométrique, alors que l'on mesurait des déformations de l'ordre de la centaine de nanomètres avec l'ancien interféromètre. On tient compte des déformations de corps rigide, mais les déformations d'ordre supérieur dégradent la qualité de la mesure. On peut penser que l'on mesure, pour chaque échantillon, la différence de marche moyenne durant la mesure. L'étalonnage des différences de marche perd sa validité avec le temps. Plus les mesures sont éloignées temporellement de l'étalonnage moins la différence de marche étalonnée correspond à la différence de marche réelle. Cette instabilité posera problème pour l'exploitation des mesures. Un traitement en temps réel des interférogrammes permet de corriger en partie les variations de la différence de marche (voir paragraphe 4.3.2.2).

En fin de mesure on obtient la série des différences de marche mesurées, la série des maxima du signal de chaque échantillon et la série des minima.

Pour finir, notons l'analogie de la méthode avec celle employée classiquement en spectrométrie par transformation de Fourier dynamique. La mesure de la position du miroir mobile est également interférométrique. Un laser est envoyé sur le miroir mo-

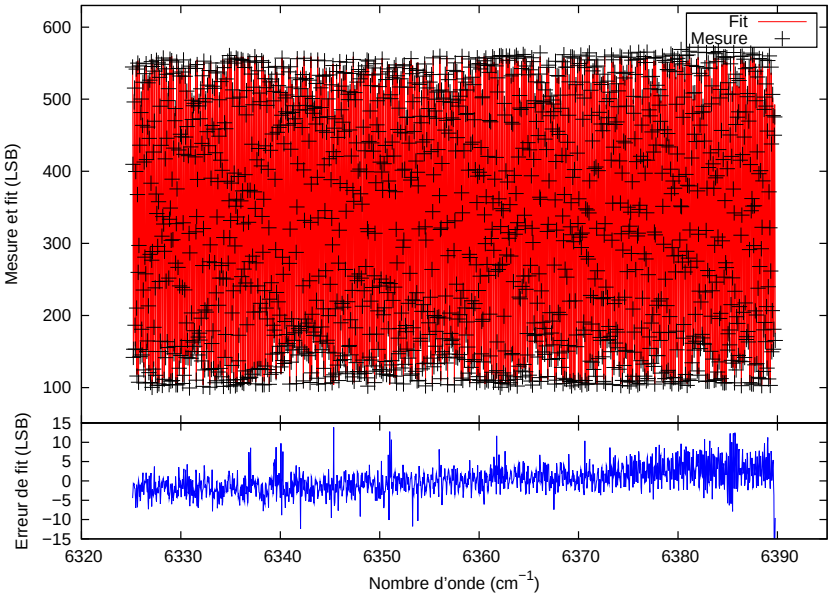

FIG. 3.7 – Optimisation de la fonction d'ajustement lors du traitement d'une mesure laser pour l'étalonnage des différences de marche. Les paramètres d'une fonction de modélisation ont été optimisés pour minimiser les différences avec la mesure. En particulier, la différence de marche a été ajustée. Cette figure représente le signal mesuré pour une échelette (donc une différence de marche) en fonction du nombre d'onde. La fréquence dépend de la différence de marche. Sur le graphe, on distingue également le maximum et le minimum de modulation du signal interférométrique qui varient avec la différence de marche. Ce type d'ajustement sera reproduit pour toutes les échelettes.

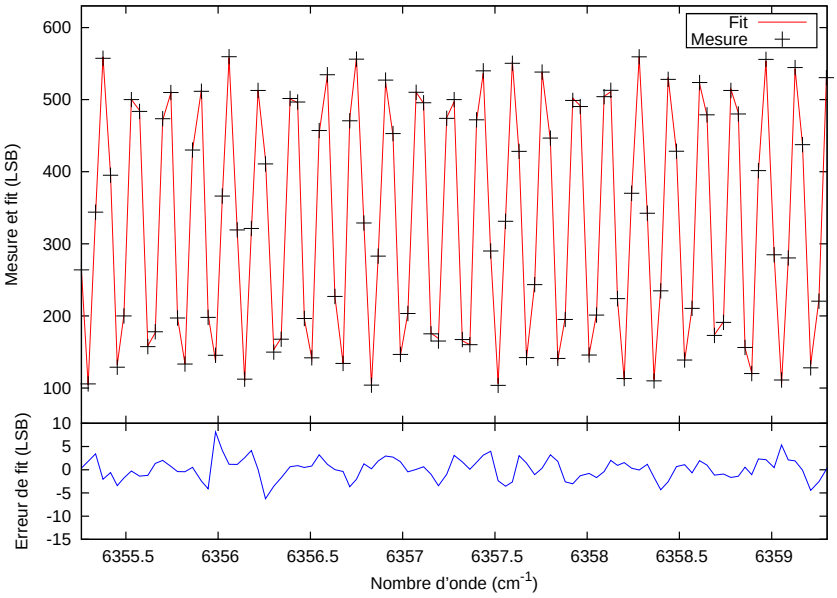

FIG. 3.8 – Optimisation de la fonction d'ajustement lors du traitement d'une mesure laser pour l'étalonnage des différences de marche, vue resserrée sur quelques points de mesure. On peut ici mieux juger que sur la figure 3.7 de la qualité de l'optimisation.

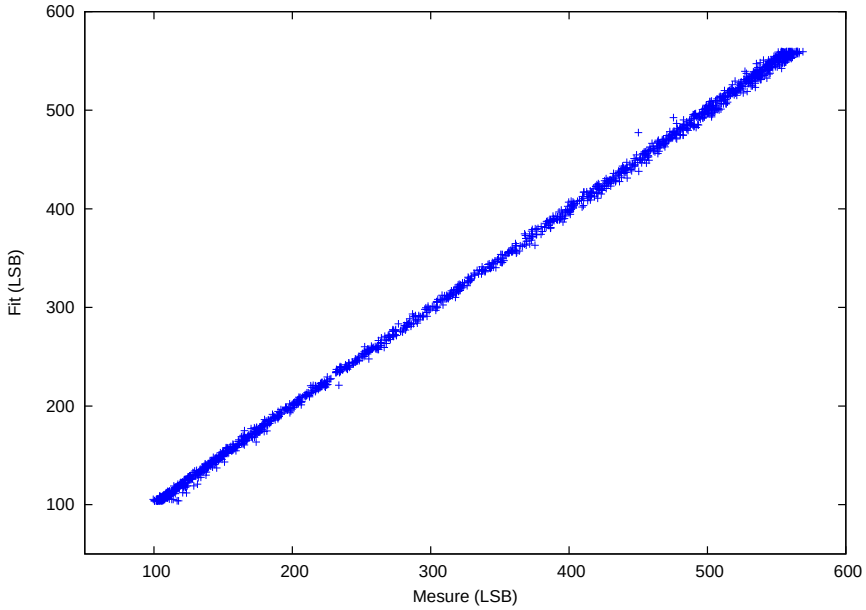

FIG. 3.9 – Courbe en nuage de points de la fonction optimisée représentée en fonction des points de mesure. On retrouve bien la droite $y = x$.

bile, est réfléchi et interfère avec lui-même. Le signal interférométrique est recueilli. Le décompte des alternances de maxima et de minima permet de déduire l'amplitude du déplacement du miroir et donc la différence de marche. La distance parcourue par le miroir entre deux maxima du signal de contrôle est égale à la moitié de la longueur d'onde du laser. La mesure de la différence de marche se fait en temps réel pour les spectromètres par transformation de Fourier dynamiques. En fait on ne mesure pas la différence de marche (sauf dans les spectromètres de Fourier pas-à-pas), mais on échantillonne l'interférogramme à des multiples ou sous-multiples entiers de l'interfrange du laser de contrôle de la différence de marche.

3.4 Mesures spectrales

Nous venons de passer en revue les étalonnages nécessaires à la mesure de spectres. Celle-ci passe par l'acquisition préalable d'interférogrammes. Les interférogrammes sont obtenus par modulation de phase. Pour ce faire, on exploite les possibilités offertes par la lame modulatrice.

Nous nous intéresserons dans un premier temps à l'acquisition des interférogrammes. Puis nous verrons comment celle-ci s'intègre dans la procédure complète de mesure qui comprend également les étalonnages.

3.4.1 Acquisition des interférogrammes

La mesure d'un interférogramme se décompose en fait en la mesure d'interférogrammes décalés en différence de marche. Le déphasage introduit à l'aide de la lame modulatrice permet de mettre en œuvre la modulation de phase.

Habituellement, pour une mesure, quatre interférogrammes élémentaires déphasés sont enregistrés. Les quatre phases sont obtenues temporellement par déplacement de la lame modulatrice. La lame prend quatre positions successives et les interférogrammes élémentaires sont acquis. Le décalage en différence de marche entre deux positions de la lame modulatrice est égal à $\lambda_0/4$. Dans notre cas λ_0 est la longueur d'onde moyenne de la bande spectrale de mesure. Le déphasage entre deux interférogrammes élémentaires consécutifs est donc de $\pi/2$. Sur la figure 3.10, on a tracé la variation du signal pour trois échantillons de l'interférogramme, en fonction du numéro d'acquisition de l'image de l'interférogramme. Ce numéro est équivalent au temps écoulé durant l'acquisition de l'interférogramme. Les données sont extraites d'une mesure faite en visée solaire. Pour cette mesure, 160 images d'interférogrammes sont acquises, 40 par position de la lame. Le passage de la modulatrice d'une position à une autre se traduit par la variation du signal des échantillons. Nous distinguons, sur la figure, des courbes en forme de créneaux. Le passage d'un palier au suivant fait suite au déplacement de la modulatrice. Les paliers correspondent aux 40 images acquises par phase. La courbe sinusoïdale théorique correspondant à la variation locale du signal en fonction de la différence de marche est également représentée. Les paliers s'appuient sur cette courbe. L'effet du contraste interférométrique est nettement visible. L'échantillon autour de la différence de marche nulle est le plus contrasté. Ensuite, le contraste interférométrique chute rapidement du fait de la largeur spectrale de la source. Ceci est sensible pour l'échantillon situé à -320 μm. Cet échantillon est seulement le deuxième en partant de la différence de marche nulle et en suivant l'échantillonnage généré tous les 160 μm par les miroirs à échelettes. Pour l'échantillon à -5 cm, le contraste est quasi nul.

Le nombre de quatre phases correspond à une limite inférieure. Il faut au moins quatre interférogrammes décalés de $\lambda_0/4$ deux à deux pour obtenir deux interférogrammes modulés décalés de $\lambda_0/4$. L'étape de la mesure d'un interférogramme s'inscrit dans la procédure plus globale d'acquisition d'un spectre.

3.4.2 Procédure globale d'acquisition

La mesure d'un spectre se fait en plusieurs étapes d'étalonnage et de mesure. La figure 3.11 présente un diagramme de la procédure de mesure d'un spectre avec en haut les étapes d'étalonnage et en bas les étapes de mesure et de traitement. Nous allons voir la progression de la procédure de mesure. L'enchaînement des étapes de la procédure a été défini de manière à limiter les interventions sur l'instrument, et à s'affranchir au mieux des sources de bruit. Il n'est pas souhaitable de modifier la configuration de mesure en cours de mesure, même temporairement, car on risque de changer les conditions de mesure sans en avoir la maîtrise. Autant que faire se peut, on réétalonne l'instrument à chaque mesure.

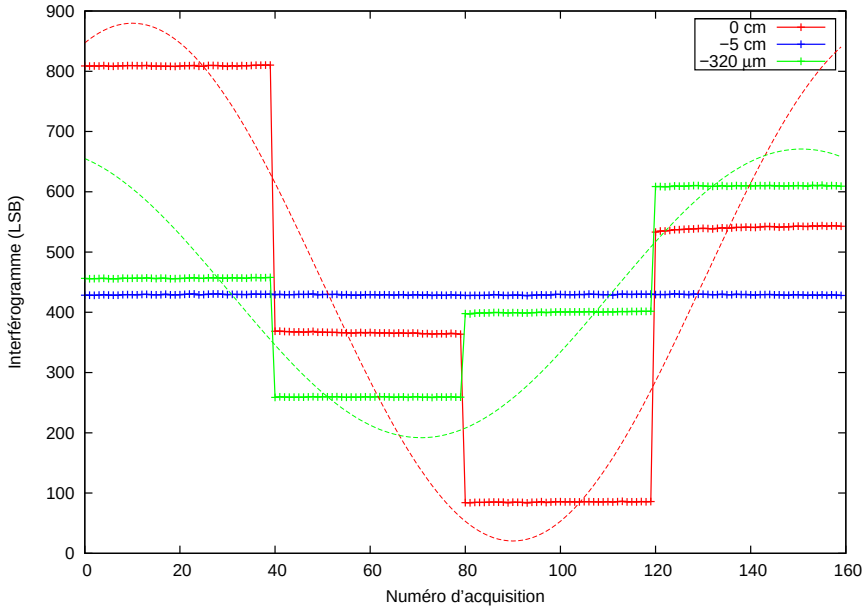

FIG. 3.10 – Variation du niveau de trois échantillons représentatifs en fonction du numéro d'acquisition, autrement dit du temps durant la mesure de quatre phases de l'interférogramme.

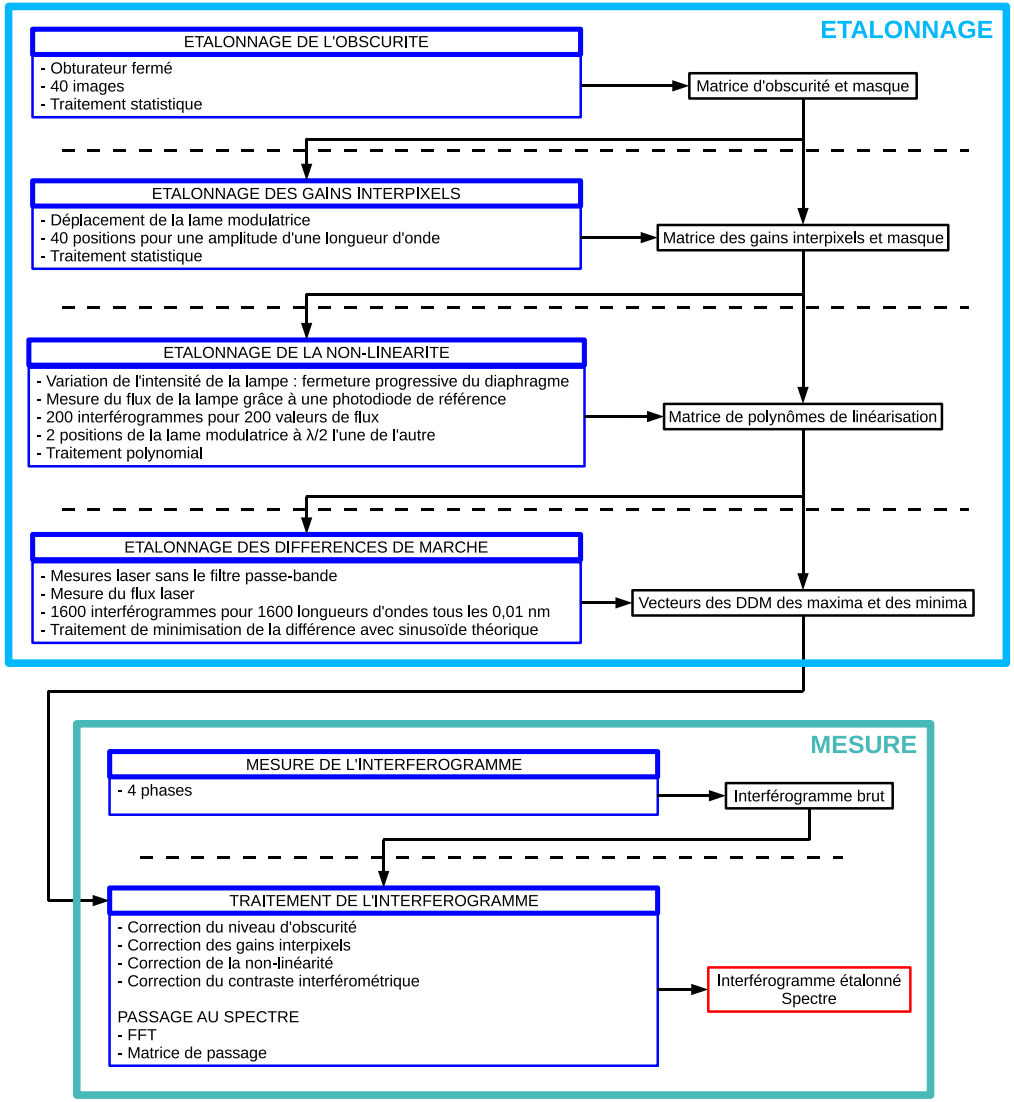

FIG. 3.11 – Diagramme de la procédure de mesure des spectres

La procédure présentée ici est celle usuellement appliquée lors de la mesure d'une série de spectres atmosphériques. La procédure d'acquisition débute par les N mesures de la série. La visée de l'instrument est orientée en direction du réflecteur. On reproduit autant de fois que l'on souhaite obtenir de spectres la séquence suivante :

Mesure du niveau d'obscurité : On ferme l'obturateur, et on mesure le niveau d'obscurité comme expliqué au paragraphe 3.2.1.1.

Mesure des gains interpixels : On ouvre l'obturateur, et on déplace la lame modulatrice pour brouiller les interférences (voir le paragraphe 3.2.2.1).

Mesure de l'interférogramme : On mesure au moins quatre interférogrammes élémentaires pour quatre positions de la lame modulatrice (voir le paragraphe 3.4.1).

Notons que pour chaque mesure on réétalonne le niveau d'obscurité et les gains interpixels. Cela permet de s'affranchir d'éventuelles fluctuations du niveau d'obscurité du détecteur ainsi que de ses gains. D'autre part, le réflecteur qui se trouve à une distance finie du spectromètre n'est pas parfaitement homogène et tourne grâce à l'héliostat. Il est donc possible que l'éclairement des miroirs soit amené à varier, ce qui doit être corrigé par un étalonnage fréquent des gains interpixels de l'instrument. L'étalonnage des sensibilités interpixels sur la visée atmosphérique est comparable par principe à celui effectué devant la lampe. Les deux sources de lumière sont toutes deux spectralement larges, ce qui diminue le contraste interférométrique d'une grande partie de l'interférogramme et limite ainsi le besoin de brouillage des interférences.

Après les acquisitions atmosphériques, on oriente la visée en direction de la voie des sources artificielles. Un interférogramme de lampe est acquis en suivant le même protocole que pour les mesures atmosphériques. Cette mesure permettra de déterminer le profil de la bande spectrale de mesure qui « habille » tous les spectres mesurés.

On passe ensuite à la mesure de la non-linéarité de la réponse du détecteur. La puissance de la lampe est réglée de sorte que tous niveaux obtenus durant les mesures amosphériques soient contenus dans la plage des signaux mesurés pour cet étalonnage. Le critère est que l'image moyenne de la lampe soit au moins égale au double de l'image moyenne des mesures. Considérons un contraste interférométrique égal à 1, ce vers quoi l'on tend en se rapprochant de la différence de marche nulle. Prenons le cas où le signal est égal au signal moyen dans la position de départ de la lame modulatrice. Alors, dans la deuxième position de la lame pour la mesure de la non-linéarité, le signal est toujours égal au signal moyen. Ce cas est représenté sur la figure 3.12 par les points cyans. La plage de signal décrite sera comprise entre la valeur moyenne du signal et zéro. Si le point de départ de la lame modulatrice est le même pour les mesures des quatre phases, alors on va passer par le maximum du signal en l'une des phases. Le signal est alors le double de la valeur moyenne. Les mesures en modulation sont représentées sur la figure 3.12 par les points oranges. Il est donc impératif que le signal moyen lors de la mesure de la non-linéarité soit au moins égal au double du signal moyen lors des mesures. Ainsi tous les signaux mesurés en visée atmosphérique sont dans la plage des signaux traités pour l'étalonnage de la non-linéarité. Par suite, les corrections de non-linéarité pourront être effectuées sans extrapolation de l'étalonnage. La mesure d'étalonnage de la non-linéarité suit le protocole décrit au paragraphe 3.2.3.1.

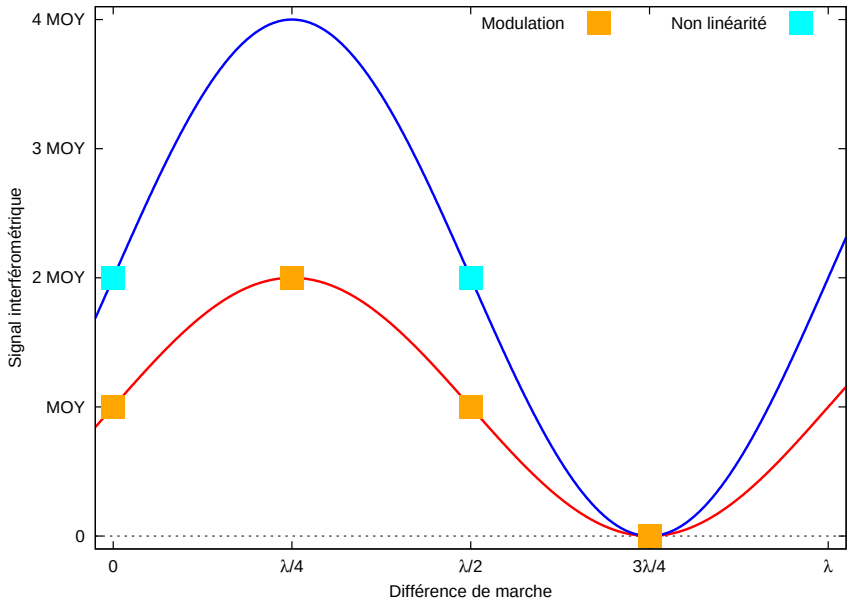

FIG. 3.12 – Points de mesure de l'interférogramme et de la non-linéarité

La dernière mesure de la séquence d'acquisition est la mesure des différences de marche. Celle-ci suppose une modification de l'instrument : on retire le filtre passe-bande. La méthode de mesure des différences de marche est donnée au paragraphe 3.3.1.

3.5 Traitements des interférogrammes faisant suite aux étalonnages

Une fois toutes les mesures effectuées, toutes les données d'étalonnage traitées et toutes les mesures corrigées par les étalonnages, il reste encore quelques traitements annexes à apporter aux interférogrammes. L'auto-apodisation de l'instrument est corrigée et l'image parasite due à une réflexion parasite dans la lame séparatrice est soustraite. Une méthode d'auto-étalonnage des gains interpixels à partir des seules mesures est proposée.

Lorsque toutes les corrections sont apportées aux mesures, il reste à convertir les interférogrammes en spectres. Un traitement des données en modulation de phase permet d'obtenir l'interférogramme et la différence de marche associée. Ensuite on passe au spectre. Deux méthodes de calcul du spectre à partir de l'interférogramme seront abordées.

3.5.1 Correction de l'auto-apodisation de l'interférogramme

On a vu au paragraphe 1.1.2.3 que le champ du spectromètre réduisait le contraste du signal interférométrique. Il se produit une auto-apodisation de l'interférogramme (équation 1.89). Cette auto-apodisation est visible sur un interférogramme laser tel que celui de la figure 2.28. On observe une diminution de l'amplitude des interférences à mesure que l'on s'éloigne de la différence de marche nulle, alors que la modélisation, sans tenir compte du champ, prévoit une amplitude d'oscillation constante avec la différence de marche. Le nombre croissant d'anneaux d'égales inclinaisons avec la différence de marche brouille les interférences.

On corrige l'auto-apodisation en divisant les interférogrammes par le contraste interférométrique. Le contraste interférométrique se calcule à partir des séries des maxima et des minima retrouvées durant la mesure des différences de marche. La mesure laser effectuée à cette occasion présente l'avantage de faire varier l'état d'interférence à l'aide d'une source monochromatique à différence de marche fixée. On peut ainsi extraire de la mesure le maximum et le minimum de signal et en déduire le contraste interférométrique :

$$C = \frac{M - m}{M + m} \tag{3.23}$$

Le calcul est effectué pour chaque échantillon de l'interférogramme.

La figure 3.13 illustre les variations du contraste interférométrique en fonction de la différence de marche. Il diminue à mesure que l'on s'éloigne de la différence de marche nulle. Le contraste varie d'environ 30 %, ce qui est important. On doit tenir compte du contraste dans les mesures. La variation théorique du contraste, calculé comme le sinus cardinal de l'expression 1.89, est tracée en rouge. La différence entre la théorie et la mesure est attribuée à des défauts d'alignement des miroirs. Ceux-ci produisent des inclinaison relatives entre les deux miroirs à échelettes à l'origine de « coins d'air ». Les inclinaisons contribue également à l'auto-apodisation des interférogrammes en faisant varier l'état interférométrique au sein des échantillons. On peut distinguer deux types de différences. Une différence globale affecte le contraste dans son ensemble, alors qu'une différence locale affecte périodiquement des portions du contraste. La différence globale est due à l'inclinaison des grandes échelettes. La différence locale est due à celle des petites échelettes qui suréchantillonnent les grandes. L'échantillonnage matriciel de l'interférogramme permet cette distinction. Remarquons que la période de la différence locale est de 24 échantillons, ce qui correspond effectivement au nombre de petites échelettes.

La variation d'ensemble du contraste résulte donc de la combinaison de l'auto-apodisation engendrée par le champ et de celle engendrée par l'inclinaison des grandes échelettes. A plus petite échelle, la variation du contraste est contrôlée par l'inclinaison des petites échelettes.

La méthode de traitement du contraste interférométrique consiste à diviser systématiquement toutes les mesures par le contraste. La valeur $I(i)$ du i-ème échantillon de

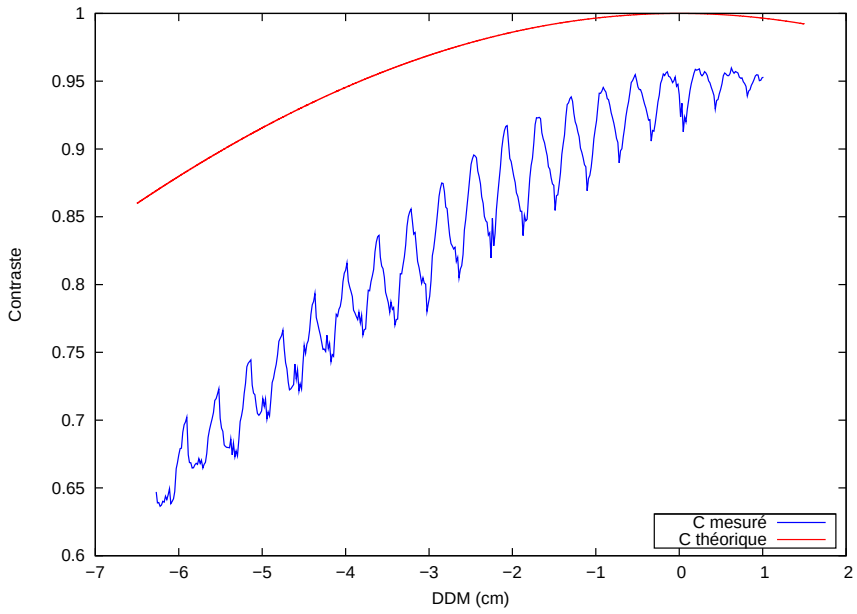

FIG. 3.13 – Contraste interférométrique en fonction de la différence de marche. L'allure générale présente une chute avec la valeur absolue de la différence de marche. Celle-ci est due au champ de l'instrument ainsi qu'à l'inclinaison des grandes échelettes. Un motif périodique est également visible. Il illustre l'évolution de l'inclinaison des petites échelettes. On remarque que les variations sont importantes et qu'elles méritent, par conséquent, d'être corrigées. La courbe théorique est représentée en rouge.

l'interférogramme est divisée par le contraste interférométrique $C(i)$ de l'échantillon :

$$I_{cor}(i) = \frac{I(i)}{C(i)} \tag{3.24}$$

L'interférogramme traité a été préalablement corrigé du niveau d'obscurité, corrigé des gains interpixels et linéarisé.

Un autre moyen de prendre en compte l'auto-apodisation du spectromètre serait d'appliquer aux spectres *a priori* l'apodisation due au contraste. Sans division des interférogrammes par le contraste ou apodisation des spectres *a priori*, on ne peut pas comparer les mesures réelles aux mesures modélisées.

La prise en compte du contraste interférométrique permet, en plus de tenir compte du champ de l'instrument, de réduire l'impact des défauts d'alignement des miroirs à échelettes. En théorie, on considère que le signal interférométrique est constant sur les superpixels. Or, en raison de l'inclinaison des échelettes les unes par rapport aux autres, l'état interférométrique varie au sein même des échantillons. On peut voir cet effet sur la figure 2.26 : la couleur de certaines zones n'est pas homogène. Il en résulte une chute du contraste interférométrique, engendrée par le mélange des différents états interférométriques. On s'affranchit du brouillage des interférences, provoqué par l'orientation relative des échelettes, en corrigeant le contraste interférométrique. La figure 3.14 présente les résultats de l'étude de l'effet de l'inclinaison des miroirs sur le contraste interférométrique. On compare un interférogramme théorique sans inclinaison, en bleu, et un interférogramme simulé avec des miroirs inclinés, en rouge. Le signal est représenté pour une variation de différence de marche de quelques longueurs d'onde. L'interférogramme considéré est celui d'une source monochromatique émettant à la longueur d'onde moyenne de la bande de mesure λ_0. L'inclinaison engendre une diminution du contraste interférométrique. L'amplitude des oscillations rouges est inférieure à celle des oscillations bleues. Par contre, la division par le contraste permet de retrouver le signal théorique. La différence entre l'interférogramme corrigé et l'interférogramme théorique dépend de l'état interféromètrique. Toutefois, la différence reste limitée, même pour ce cas peu favorable où le déphasage provoqué par l'inclinaison des miroirs est égal à π. Son écart-type est environ 2000 fois plus faible que le signal. En général, la variation de la phase est inférieure à π au sein d'un superpixel (voir la figure 2.26). La correction est compatible avec un rapport signal à bruit dans l'interférogramme supérieur à 3000.

Le traitement par division du contraste présente l'inconvénient de modifier la statistique du bruit de l'interférogramme. Le bruit n'est pas modifié de manière homogène pour tous les échantillons. En toute rigueur, il faudrait prendre en compte le profil du contraste pour le calcul de la matrice de covariance de l'interférogramme corrigé. Il est difficile de connaître précisément cette matrice pour chaque échantillon, même avant division du contraste. Pour les traitements d'inversion des mesures, nous avons émis l'hypothèse simplificatrice d'un bruit blanc homogène, en dépit du traitement du contraste. Nous verrons au chapitre 5 que cette hypothèse n'est pas la source d'erreur prédominante dans la mesure du dioxyde de carbone.

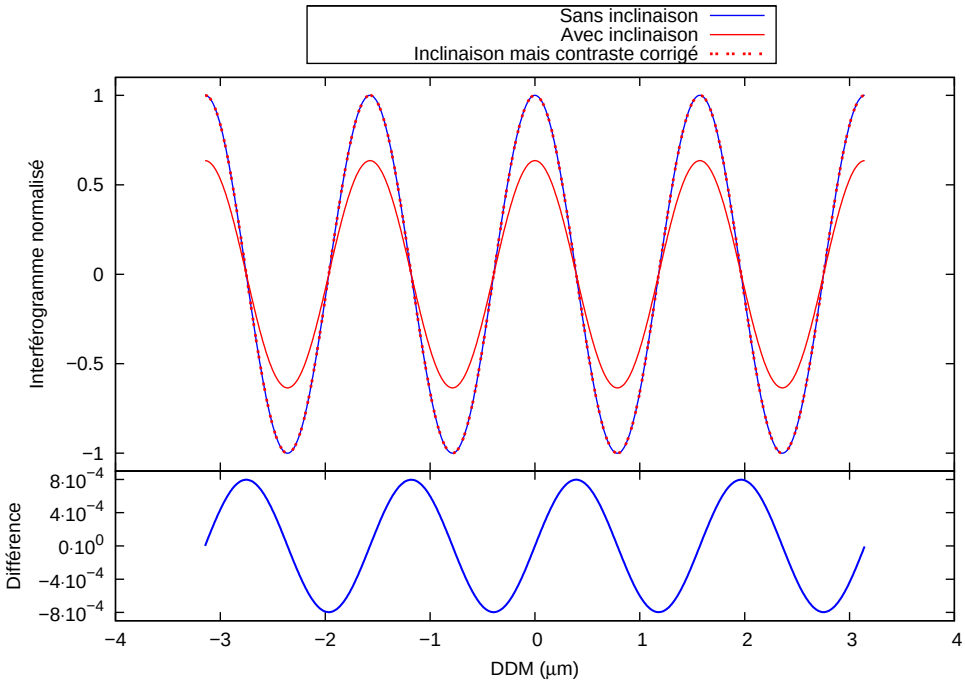

FIG. 3.14 – Etude de l'effet de l'inclinaison des échelettes sur le contraste interférométrique. Le graphe du haut représente les interférogrammes normalisés. L'interférogramme bleu est calculé sans inclinaison, son contraste est égal à 1. L'interférogramme en rouge, ligne pleine, est calculé pour une inclinaison des miroirs faisant varier la phase de π. Le contraste est égal à 0,6. La courbe en pointillés rouges représente l'interférogramme après correction du contraste. Le graphe du bas montre la différence entre l'interférogramme corrigé et l'interférogramme théorique idéal.

3.5.2 Correction de la lumière parasite

Les interférogrammes sont affectés par la lumière parasite générée au niveau des lames. Le phénomène est prédominant au niveau de la lame séparatrice. Il est illustré par la figure 2.11. La lame étant à faces parallèles, une image fantôme peut apparaître. Celle-ci est géométriquement identique à l'image nominale.

Compte tenu de la double réflexion et de la présence d'un traitement anti-reflet, le signal de l'image fantôme ne représente qu'une petite fraction de l'image de départ. Le calcul théorique, en reprenant les spécifications des traitements anti-réflechissants (paragraphe 2.3.1.3), prévoit une atténuation d'un facteur de l'ordre de 1/800. Ce calcul est effectué en multipliant le coefficient de réflexion du traitement anti-reflet, que l'on considère égal à 0,25 %, à celui du traitement séparateur, supposé égal à 50 %.

On repère l'image fantôme sur les interférogrammes de lampe. On voit une réplique atténuée de la zone contrastée autour de la différence de marche nulle, renvoyée au niveau des grandes différences de marche alors qu'on s'attend à un signal nul, bien plat. L'accident dans le profil de l'interférogramme à grande différence de marche est représenté en rouge sur la figure 3.15. Pour le faire mieux ressortir il est également tracé avec une échelle resserrée. Sa position se trouve autour de $-4{,}5$ cm. Ce décalage correspond à un déplacement de plus de 11 grandes échelettes. Ce résultat n'est pas en accord avec ce qui avait été prévu lors de la conception du cœur interférométrique. La lame séparatrice, du fait de son épaisseur, devrait engendrer une image parasite décalée d'exactement 3 grandes échelettes (voir le paragraphe 2.3.1.1). Aucune interprétation de cette différence n'a été trouvée. L'image parasite peut être due à une autre réflexion parasite. Le profil de l'interférogramme autour de la différence de marche nulle, multiplié par un facteur 1/450, est représenté en rouge sur la vue resserrée. Le signal parasite et le signal atténué se superposent. L'atténuation du signal n'est pas aussi forte que prévu. Soit la réflexion parasite ne fait pas intervenir les mêmes composants, soit la qualité des traitements anti-réfléchissants est légèrement moins bonne que ce qui avait été spécifié. Dans cette dernière hypothèse, leur coefficient de réflexion serait de l'ordre de 0,5 % plutôt que 0,25 %.

On connaît le décalage de l'image fantôme induit par la réflexion parasite. La correction de la lumière parasite consiste à retrancher le signal de l'interférogramme atténué là où il se réplique. Il n'a pas été constaté d'amélioration majeure suite à cette correction.

3.5.3 Correction en temps réel des gains interpixels

Une méthode d'exploitation des mesures pour un auto-étalonnage est envisagée. On entend par auto-étalonnage un étalonnage qui ne nécessite pas de mesure dédiée à celui-ci, c'est-à-dire qui peut être effectué à partir des mesures spectrales elles-mêmes. Cet étalonnage exploite les différentes phases d'un interférogramme pour en déduire une évaluation des gains interpixels. Nous avons vu que le signal interférométrique s'appuie localement sur une sinusoïde. On accède aux gains interpixels en brouillant les interférences (voir le paragraphe 1.2.3.2). Pour ce faire, on peut calculer la moyenne du signal en faisant varier la différence de marche, typiquement sur un intervalle d'une longueur

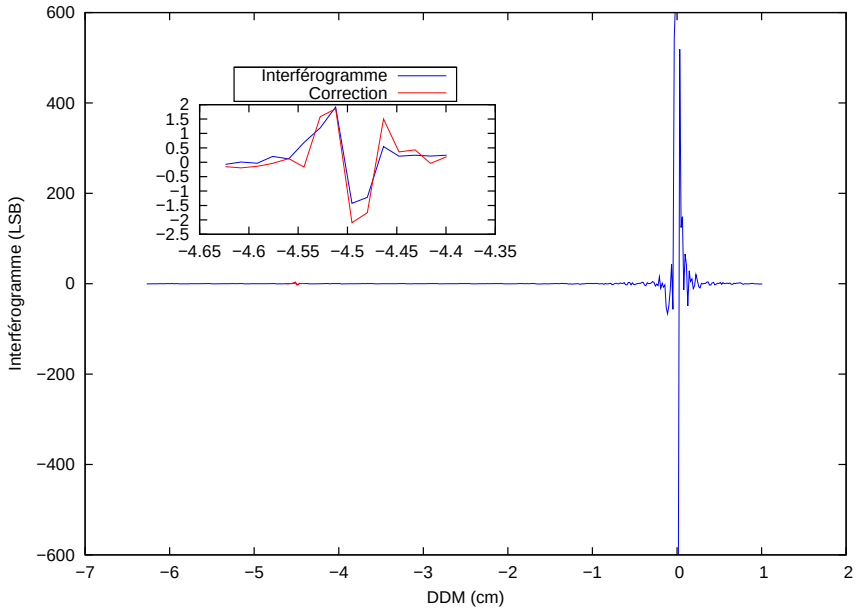

FIG. 3.15 – Effet de l'image parasite dans l'interférogramme. La courbe bleue est l'interférogramme mesuré. La courbe rouge représente la correction calculée en reprenant l'interférogramme décalé du fait de la réflexion parasite, et en lui appliquant le facteur multiplicatif 1/450. On ne distingue les effets de la lumière parasite qu'au niveau de la réplique du signal au voisinage de ZPD, autour de − 4,5 cm.

d'onde moyenne λ_0. Cette méthode est appliquée pour l'étalonnage des gains interpixels (voir le paragraphe 3.2.2.1). On exploite une quarantaine de positions de la lame modulatrice, pour quarante décalages en différence de marche des interférogrammes.

La mesure en modulation de phase d'un interférogramme comprend plusieurs phases, au minimum quatre. Le décalage en différence de marche entre deux phases successives est alors de $\lambda_0/4$. On estime que l'erreur de positionnement de la lame est inférieure à 10 nm pour un décalage de $\lambda_0/4$. Une visualisation de l'évolution du signal d'une phase à l'autre est donnée sur la figure 3.10. On peut exploiter la variation du signal en fonction de la différence de marche pour affiner en temps réel la connaissance des gains interpixels. Deux méthodes ont été envisagées : tout simplement une somme des points en opposition de phase, ou de manière plus complexe, une optimisation pour retrouver les paramètres de définition de la sinusoïde sur laquelle s'appuie le signal interférométrique. Dans un cas comme dans l'autre, le but est de retrouver la moyenne autour de laquelle varie le signal interférométrique. Celle-ci est proportionnelle à la sensibilité de l'instrument pour l'échantillon considéré.

Pour chaque échantillon, le signal varie en fonction de la différence de marche de modulation δ_{mod} selon :

$$I(\delta_{mod}) = \frac{M+m}{2} + \frac{M-m}{2}\cos(2\pi\sigma_0\delta_{mod} + \varphi) \tag{3.25}$$

avec M et m le maximum et le minimum du signal, σ_0 le nombre d'onde moyen et φ une phase à l'origine, définie par la différence de marche δ à laquelle on ajoute le décalage δ_{mod} : $\varphi = 2\pi\sigma_0\delta$. Les gains interpixels sont déduits de la connaissance, pour chaque échantillon, du terme $(M+m)/2$. Le signal interférométrique est défini par quatre paramètres que l'on peut en théorie retrouver à partir des quatre phases d'un interférogramme mesuré. Notons, que l'on peut se contenter de deux interférogrammes en opposition de phase pour le calcul, par simple somme des signaux. Que ce soit par optimisation ou par calcul de la moyenne, il est préférable de disposer d'un maximum de points de mesure.

La figure 3.16 représente la variation du signal de trois échantillons de l'interférogramme en fonction du temps durant une mesure d'interférogramme comprenant douze phases. Le décalage de la différence de marche d'une phase à l'autre est de $\lambda_0/12$. Nous pouvons comparer la figure 3.16 à la figure 3.10. La multiplication du nombre de phases permet de faciliter le calcul d'optimisation des paramètres de la sinusoïde du signal.

L'intérêt de cet auto-étalonnage des gains interpixels est de fournir des corrections en temps réel à l'étalonnage spécifiquement réalisé précédemment. Ceci permettrait, dans le cas d'une mesure satellitale, d'optimiser le temps d'observation de l'instrument. Pour les mesures au sol que l'on a réalisées, on a pris le temps de refaire l'étalonnage avant chaque mesure. Contrairement à un instrument embarqué, le spectromètre ne défile pas par rapport à la scène observée et l'on peut donc se permettre de « perdre » du temps pour l'étalonnage des sensibilités intrumentales.

La méthode d'auto-étalonnage a été testée pour quelques mesures. On n'a pas constaté d'amélioration notable des mesures déjà étalonnées selon la méthode décrite au paragraphe 3.2.2.

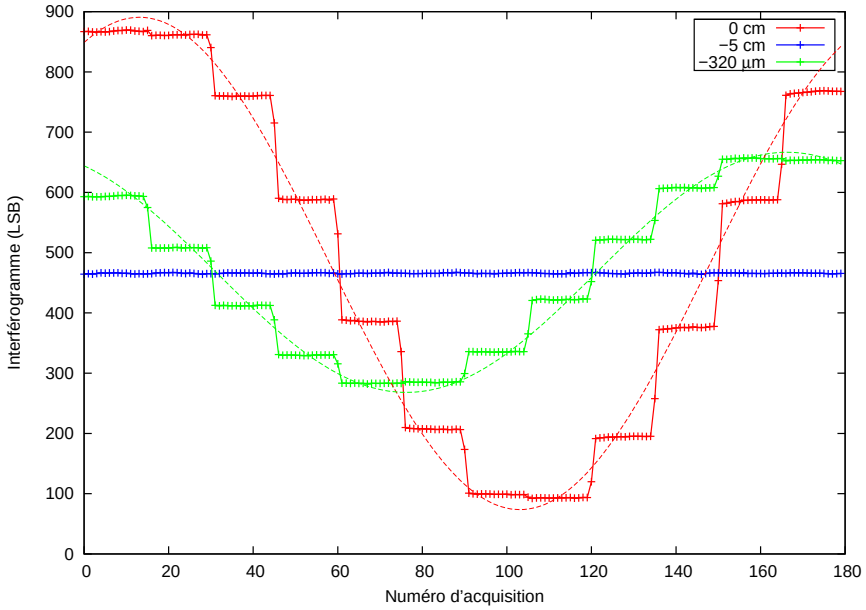

FIG. 3.16 – Variation du niveau de trois échantillons représentatifs en fonction du numéro d'acquisition, autrement dit du temps durant la mesure de douze phases de l'interférogramme.

Pour un instrument embarqué, un compromis doit être trouvé entre la précision de détermination des gains interpixels et la complexité de la mesure. La mesure sera d'autant plus précise qu'elle sera longue et que le nombre de phases sera important. D'un autre côté, il est important de limiter le temps d'acquisition de l'instrument qui défile par rapport à la scène. De manière plus générale, la définition de la lame modulatrice d'un spectromètre embarqué doit satisfaire plusieurs contraintes spécifiques aux charges utiles des satellites. Citons en particulier la contrainte mécanique qui impose que le déplacement de la lame soit compensé, afin de ne pas créer un couple mécanique sur la plate-forme. Compte tenu du défilement du satellite, la modulation de phase doit être la plus rapide possible. Les mesures par moyennes peuvent être écourtées si la précision de déplacement du mécanisme permet de limiter le nombre d'acquisitions. D'un point de vue des mesures, le principal inconvénient de la lame modulatrice est que sa mise en œuvre suppose le découpage temporel des mesures, contrairement à un concept entièrement statique. L'étude des avantages et des inconvénients du mécanisme de modulation, confrontés aux contraintes spécifiques d'emport sur un satellite permettrait de proposer une solution spatialisable. Notre étude s'est limitée à une première version du concept instrumental. On a recherché une solution technique qui puisse être intégrée sur une maquette au sol. La spatialisation du mécanisme était un critère secondaire qui pourrait être traité ultérieurement avec le premier retour d'expérience de la lame modulatrice.

En conclusion, l'implantation de la lame modulatrice dans le cœur interférométrique statique offre la possibilité d'effectuer des mesures auto-étalonnées et ainsi d'optimiser

la mise en œuvre d'un éventuel spectromètre embarqué. Cette potentialité compense en partie la complexification du concept purement statique. Il est possible que les quatre phases généralement utilisées ne soient pas suffisantes pour cet étalonnage en temps réel. Le nombre d'interférogrammes élémentaires déphasés peut être augmenté si nécessaire. C'est ce qui a été fait pour tester la méthode.

3.5.4 Traitement spécifique des mesures en modulation de phase

L'interférogramme mesuré comprend usuellement quatre phases. Pour chaque phase, on acquiert un certain nombre d'images des miroirs, au plus quarante. On calcule dans une premier temps l'interférogramme moyen pour chaque phase, en sommant les images. Ensuite, les interférogrammes déphasés de π sont soustraits deux à deux. Pour une mesure à quatre phases, on soustrait le premier au troisième interférogramme d'une part, et le deuxième au quatrième d'autre part. En équation, cette opération s'écrit :

$$I_{mod} = I\left[\delta_{mod}(2) = \delta_{mod}(1) + \frac{\lambda}{2}\right] - I\left[\delta_{mod}(1)\right] \tag{3.26}$$

Dans le cas d'une mesure à quatre phases, on obtient deux interférogrammes modulés. Il reste à leur attribuer les différences de marche leur correspondant. Nous reprenons le résultat du paragraphe 1.2.3.2 et en particulier l'équation 1.119. L'interférogramme modulé est équivalent, à un facteur multiplicatif près, à l'interférogramme :

$$I_{mod} \sim I(\delta + \frac{\delta_{mod}}{2} + \frac{\lambda_0}{4}) \tag{3.27}$$

avec δ la différence de marche du premier interférogramme avant le décalage de δ_{mod} pour obtenir le deuxième interférogramme. Le décalage en différence de marche entre les deux interférogrammes modulés, calculés lors d'une mesure à quatre phases, est égal à $\lambda_0/4$. On obtient les deux interférogrammes modulés :

$$I^a_{mod} \sim I(\delta + \frac{\lambda_0}{2}) \quad \text{et} \tag{3.28}$$

$$I^b_{mod} \sim I(\delta + \frac{3\lambda_0}{4}) \tag{3.29}$$

L'interférogramme I^a_{mod} est issu de la soustraction de la troisième phase et de la première, l'interférogramme I^b_{mod} de la soustraction de la quatrième et de la seconde. On note δ_{mes} la différence de marche mesurée grâce à l'étalonnage des différences de marche. Supposons que δ_{mes} corresponde à la différence de marche de départ dans les mesures d'interférogramme, c'est-à-dire à la différence de marche de l'interférogramme de la première phase. On attribue alors respectivement aux interférogrammes modulés I^a_{mod} et I^b_{mod} les coordonnées en différence de marche δ_a et δ_b telles que :

$$\delta_a = \delta_{mes} + \frac{\lambda_0}{2} \quad \text{et} \tag{3.30}$$

$$\delta_b = \delta_{mes} + \frac{3\lambda_0}{4} \tag{3.31}$$

On dispose de toutes les données nécessaires pour calculer ces différences de marche. Les deux interférogrammes modulés sont finalement réunis en un seul. La différence de marche de l'ensemble est la réunion de δ_a et de δ_b.

Cette étape de traitement des interférogrammes est la dernière avant le passage au spectre. Les interférogrammes comprennent deux fois plus d'échantillons que de superpixels générés par les miroirs à échelettes. L'échantillonnage de l'interférogramme alterne entre 160 μm ($\sim 100\,\lambda_0$), lorsque l'on passe d'une échelette à la suivante, et $\lambda_0/4$, lorsque, pour un superpixel donné, on passe de la première modulation à la deuxième.

3.6 Passage au spectre

Après ces traitements, on dispose d'un interférogramme égal à la transformée de Fourier du spectre incident, et de la différence de marche correspondante. On a toutes les données nécessaires pour retrouver le spectre et poursuivre les traitements d'inversion du dioxyde de carbone.

3.6.1 Définition de la bande spectrale de calcul des spectres

La fenêtre de calcul des spectres mesurés est définie par les paramètres d'échantillonnage. On utilisera plus particulièrement le pas d'échantillonnage de l'interférogramme δ_e. On doit respecter le critère de Shannon-Nyquist généralisé qui a été introduit au paragraphe 1.1.2.2, et en particulier les conditions 1.68 et 1.69 :

$$\frac{1}{\delta_e} > 2\,\Delta\sigma$$

$$\text{et } \exists\, n \in \mathbb{N}, \quad \begin{cases} \frac{n}{2\delta_e} < \sigma_{min} \text{ et} \\ \\ \frac{n+1}{2\delta_e} > \sigma_{max} \end{cases}$$

avec δ_e le pas d'échantillonnage de l'interférogramme, σ_{min} et σ_{max} les bornes de la bande spectrale.

On propose maintenant un enchaînement possible pour définir tous les paramètres de la bande spectrale de mesure. La démarche consiste à calculer un nouveau pas d'échantillonnage de l'interférogramme qui puisse permettre de satisfaire à toutes les conditions sur l'échantillonnage, puis à en déduire l'échantillonnage du spectre mesuré. Pour ce faire, on s'appuie sur les paramètres instrumentaux. On utilise le pas d'échantillonnage de l'interférogramme ainsi que la connaissance de la bande passante du filtre. On exploite les marges qui ont été prises lors de la définition du filtre passe-bande et du pas d'échantillonnage. La bande spectrale maximale de mesure permise par l'échantillonnage est environ égale à 1,5 fois la largeur du filtre. Si l'on considère des mesures en doublage de points, les marges sont encore plus grandes. La bande spectrale maximale est alors 3 fois plus grande que la largeur du filtre.

Les données du problème sont :

– Le pas d'échantillonnage des interférogrammes δ_e^0

- La borne inférieure σ^0_{min} et la borne supérieure σ^0_{max} du filtre. La largeur du filtre est notée $\Delta\sigma^0$.
- La différence de marche maximale en valeur absolue δ^0_{max}

On définit un nombre d'onde minimal σ'_{min} inférieur à σ^0_{min}. Sa valeur reste dans les marges assurées par les paramètres instrumentaux. A partir de cette borne inférieure on calcule un entier n tel que :

$$n = E^{Sup}\left[2\,\delta^0_e\,\sigma'_{min}\right] \tag{3.32}$$

avec E^{Sup} la partie entière par excès. Par définition de la partie entière par excès :

$$n \geq 2\,\delta^0_e\,\sigma'_{min} \tag{3.33}$$

On introduit un nouveau pas d'échantillonnage δ'_e tel que :

$$\delta'_e = \frac{n}{2\,\sigma'_{min}} \tag{3.34}$$

On a, d'après la relation 3.33 :

$$\delta'_e \geq \delta^0_e \tag{3.35}$$

C'est selon ce pas d'échantillonnage que l'on va rééchantillonner l'interférogramme, par interpolation. On définit la borne maximale σ'_{max} de la bande de calcul des spectres par :

$$\sigma'_{max} = \frac{n+1}{2\,\delta'_e} \tag{3.36}$$

Il faut vérifier la condition suivante :

$$\sigma'_{max} \geq \sigma^0_{max} \tag{3.37}$$

Si ce n'est pas le cas, on prendra σ'_{min} plus proche de σ^0_{min}. On vient de définir une fenêtre de mesure ainsi qu'un pas d'échantillonnage des interférogrammes compatibles du point de vue du critère de Nyquist-Shannon généralisé. Nous pouvons remarquer que la méthode employée est empirique. On commence par fixer abitrairement un paramètre, en l'occurence la borne inférieure de la bande. On aurait pu fixer la largeur de la bande, en s'assurant qu'elle est plus large que le filtre, et définir ensuite la position des bornes. On peut maintenant déduire le pas d'échantillonnage des spectres mesurés. Pour cela on calcule l'entier N selon :

$$N = E\left[\frac{\delta_{max}}{\delta'_e}\right] + 1 \tag{3.38}$$

avec E la la partie entière par défaut. N est le nombre d'échantillons dans l'interférogramme rééchantillonné et donc dans le spectre mesuré. On note $\Delta\sigma' = \sigma'_{max} - \sigma'_{min}$. Le pas d'échantillonnage des spectres calculés est par conséquent :

$$\sigma^{spectre}_{ech} = \frac{\Delta\sigma'}{N-1} \tag{3.39}$$

Les positions en nombre d'onde des points de mesure sont obtenues en générant la grille de points (ou le vecteur) défini par les bornes σ'_{min} et σ'_{max} et le pas $\sigma^{spectre}_{ech}$.

On distingue deux manières d'appliquer la méthode de détermination des positions en nombre d'onde des points de mesure. Si la mesure est effectuée sans doublage de points, le pas d'échantillonnage des interférogrammes δ^0_e est égal au pas généré par les miroirs à échelettes. Si la mesure est effectuée en doublage de points, le pas d'échantillonnage est alors égal à la moitié du pas d'échantillonnage induit par les miroirs. On a vu au paragraphe 1.2.3.2 que le doublage de points permettait de doubler la largeur spectrale de la bande de mesure, comme si l'on avait divisé par deux le pas d'échantillonnage des interférogrammes. Remarquons que le pas d'échantillonnage des spectres mesurés reste le même. Les mesures sont généralement effectuées en doublage de points. On détermine les positions en nombre d'onde des points du spectre selon la deuxième variante de la méthode de calcul.

3.6.2 Calcul du spectre par transformation de Fourier rapide

Le passage au spectre peut être effectué par calcul de la transformée de Fourier inverse de l'interférogramme. Pour calculer numériquement une transformée de Fourier on utilise l'algorithme de transformation de Fourier rapide. Celui-ci traite des données régulièrement échantillonnées. Du fait des irrégularités des miroirs à échelettes, l'échantillonnage ne peut être considéré comme régulier. Ceci est d'autant plus vrai pour un interférogramme obtenu par mesure quatre phases.

La première étape du calcul de la transformée de Fourier inverse de l'interférogramme consiste donc à calculer un interférogramme échantillonné régulièrement. Pour ce faire, on utilise la relation d'interpolation donnée par l'équation 1.77 :

$$I(\delta) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} I(n\delta_e) \cdot \cos\left[\pi(m+\frac{1}{2})(\frac{\delta}{\delta_e} - n)\right] \operatorname{sinc}\left[\frac{\pi}{2}(\frac{\delta}{\delta_e} - n)\right]$$

La somme est bornée entre 0 et N_{max}. N_{max} correspond à la différence de marche maximale en valeur absolue. Le pas d'échantillonnage régulier est :

$$\delta_e = \delta'_e \tag{3.40}$$

où δ'_e a été défini au paragraphe 3.6.1, dans l'équation 3.34. En écrivant cette équation pour toutes les différences de marche de mesure, on obtient un système d'équations avec plus d'équations que d'inconnues. Ce système s'écrit matriciellement :

$$I(\boldsymbol{\delta}) = \boldsymbol{M}_{mes} \times I(\boldsymbol{\delta}_r) \tag{3.41}$$

On a noté $\boldsymbol{\delta}$ la différence de marche de mesure, $\boldsymbol{\delta}_r$ la différence de marche échantillonnée régulièrement et $\boldsymbol{M}_{mes}$ la matrice des coefficients du système d'équations.

L'interférogramme régulièrement échantillonné s'obtient en multipliant par la matrice pseudo inverse de $\boldsymbol{M}_{mes}$. Pour une matrice $\mathbf{M}$ de dimension $(p \times q)$, avec $p > q$, la matrice pseudo inverse est définie par :

$$\mathbf{M}^+ = \left(\mathbf{M}^t\mathbf{M}\right)^{-1}\mathbf{M}^t \tag{3.42}$$

La matrice $\mathbf{M}^+$ est une matrice de dimension $(q \times p)$. Elle est telle que :

$$\mathbf{M}^+\mathbf{M} = \mathbf{Id}_q \tag{3.43}$$

où $\mathbf{Id}_q$ est la matrice identité de dimension $(q \times q)$. On calcule l'interférogramme régulièrement échantillonné en effectuant :

$$I(\boldsymbol{\delta}_r) = \left(\boldsymbol{M}_{mes}^t \boldsymbol{M}_{mes}\right)^{-1} \boldsymbol{M}_{mes}^t \, I(\boldsymbol{\delta}) \tag{3.44}$$

La transformée de Fourier inverse de l'interférogramme régulier donne le spectre mesuré.

$$S(\boldsymbol{\sigma}_{mes}) = TF^{-1}\left[I(\boldsymbol{\delta}_r)\right] \tag{3.45}$$

$\boldsymbol{\sigma}_{mes}$ est le vecteur des nombres d'onde du spectre mesuré.

3.6.3 Calcul du spectre par les matrices de passage

Nous allons voir ici une méthode alternative de calcul des spectres mesurés. Celle-ci ne fait pas appel à l'algorithme de transformation de Fourier rapide. Elle s'avèrera particulièrement intéressante du fait de sa simplicité d'utilisation, notamment pour l'inversion des mesures.

L'outil matriciel est bien adapté au traitement des données issues du spectromètre par transformation de Fourier statique. Un ensemble de matrices de passage a été mis en place à cet effet. Elles permettent de passer de l'interférogramme mesuré au spectre. Ce traitement est communément appliqué dans le cadre de la mesure d'un spectre. Elles permettent également de passer des spectres *a priori*, calculés à l'aide du code de transfert radiatif, aux interférogrammes. Le code de transfert radiatif est décrit au chapitre 4. La matrice de passage des spectres *a priori* aux interférogrammes s'avèrera très utile pour la définition du modèle direct. On aborde l'inversion du modèle direct qui permet de retrouver la concentration en dioxyde de carbone au chapitre 4. L'apodisation est également traitée matriciellement.

3.6.3.1 Matrice de passage du spectre à résolution infinie à l'interférogramme mesuré

Les spectres *a priori* sont appelés spectres à résolution infinie car ils sont calculés à très haute résolution devant la résolution du spectromètre. Le pas d'échantillonnage des spectres *a priori* est de $5 \cdot 10^{-3}$ cm^{-1}, ce qui est environ 30 fois plus petit que l'élément spectral résolu par le spectromètre. La matrice de passage du spectre à résolution infinie à l'interférogramme est la plus simple à calculer. Il suffit d'appliquer le modèle instrumental. A chaque différence de marche δ_i, l'interférogramme a pour expression, à un facteur de normalisation près :

$$\mathrm{I}(\delta_i) = \sum_j \cos(2\pi\delta_i\sigma_j) \cdot \mathrm{B}(\sigma_j) \tag{3.46}$$

On retrouve là l'expression d'un produit matriciel entre une matrice de passage et le spectre à résolution infinie :

$$\mathbf{I}(\boldsymbol{\delta}) = \mathbf{M}^{I}_{S_{inf}} \times \mathbf{B}(\boldsymbol{\sigma}) \tag{3.47}$$

$\mathbf{M}^{I}_{S_{inf}}$ est la matrice de passage du spectre à résolution infinie à l'interférogramme. Elle se calcule de la manière suivante :

$$\mathbf{M}^{I}_{S_{inf}} = \cos(2\pi\boldsymbol{\delta} \times \boldsymbol{\sigma}^{t}) \tag{3.48}$$

$$\mathrm{M}^{I}_{S_{inf}}(i,j) = \cos(2\pi\delta_i \cdot \sigma_j) \tag{3.49}$$

avec :

- $\times$, le produit matriciel.
- $\boldsymbol{\delta}$, les différences de marche de mesure sous forme d'un vecteur de dimensions $(m \times 1)$. m est le nombre d'échantillons dans l'interférogramme.
- $\boldsymbol{\sigma}$ les nombres d'onde du spectre à résolution infinie sous forme d'un vecteur de dimensions $(n \times 1)$. n est le nombre d'échantillons dans le spectre

La matrice de passage $\mathbf{M}^{I}_{S_{inf}}$ est une matrice $(m \times n)$. Du fait de la différence de dimension entre le spectre *a priori* et l'interférogramme, le nombre de lignes m de la matrice de passage est très inférieur au nombre de colonnes n. Les dimensions de la matrice de passage sont 450×6000, lorsque l'on calcule un interférogramme sans doublage de points, et 900×6000, lorsque l'on calcule un intérférogramme avec doublage de points.

3.6.3.2 Matrice de passage du spectre mesuré à l'interférogramme

Il faut calculer, comme précédemment, une matrice de passage d'un spectre à un interférogramme. Dans ce cas, le spectre comporte moins de points que l'interférogramme. Nous avons vu dans le paragraphe 3.6.1 que l'on prend des marges lors de la définition de la bande de mesure afin de respecter le critère de Shannon-Nyquist. Par conséquent, cette fois-ci, la matrice de passage aura plus de lignes que de colonnes. En dehors de cette différence, la définition de la matrice reste inchangée :

$$\mathbf{M}^{I}_{S_{mes}} = \cos(2\pi\boldsymbol{\delta} \times \boldsymbol{\sigma}^{t}) \tag{3.50}$$

$$\mathrm{M}^{I}_{S_{mes}}(i,j) = \cos(2\pi\delta_i \cdot \sigma_j) \tag{3.51}$$

avec $\boldsymbol{\delta}$, toujours le vecteur des différences de marche, de dimensions $(m \times 1)$. Le vecteur $\boldsymbol{\sigma}$ est dans ce cas le vecteur des nombres d'onde du spectre mesuré. $\mathbf{M}^{I}_{S_{mes}}$ est la matrice de passage du spectre mesuré à l'interférogramme. Sous cette forme, cette matrice n'est pas très utile. Par contre, on peut en calculer la matrice pseudo-inverse qui sera donc la matrice de passage de l'interférogramme au spectre mesuré.

3.6.3.3 Matrice de passage de l'interférogramme au spectre mesuré

La matrice de passage de l'interférogramme au spectre mesuré est la matrice pseudo-inverse de la matrice de passage du spectre mesuré à l'interférogramme, définie au

paragraphe 3.6.3.2. Son expression est :

$$\mathbf{M}_I^{S_{mes}} = \left(\mathbf{M}_{S_{mes}}^{I\,t}\mathbf{M}_{S_{mes}}^{I}\right)^{-1}\mathbf{M}_{S_{mes}}^{I\,t} \tag{3.52}$$

Cette matrice sera largement employée pour visualiser, à partir de l'interférogramme mesuré, le spectre mesuré. Pour l'obtenir, il suffit de connaître le vecteur des différences de marche $\boldsymbol{\delta}$ et le vecteur des nombres d'onde de mesure $\boldsymbol{\sigma}$. Le vecteur des différences de marche est obtenu grâce à l'étalonnage de l'interféromètre (voir le paragraphe 3.3). Quant au vecteur des nombres d'onde de mesure, il est obtenu lors de la définition de la fenêtre spectrale de mesure (voir le paragraphe 3.6.1).

3.6.3.4 Matrice d'apodisation de l'interférogramme

L'apodisation consiste à appliquer à chaque échantillon de l'interférogramme un coefficient qui est fonction de la différence de marche. Elle a été introduite au paragraphe 1.1.2.2. Les fonctions couramment utilisées sont les fonctions triangle, gaussienne... L'opération d'apodisation consiste à simplement modifier le poids des échantillons de l'interférogramme, on reste dans l'espace de l'interférogramme. Mise en équation, l'apodisation s'écrit :

$$\mathrm{I}_{apo}(\delta) = f(\delta)\cdot \mathrm{I}(\delta) \tag{3.53}$$

Avec f la fonction d'apodisation. Matriciellement, l'apodisation peut être effectuée en multipliant l'interférogramme à une matrice diagonale $\mathbf{D}_{apo}^{f}$ telle que :

$$\mathrm{D}_{apo}^{f}(i,i) = f(\delta_i) \tag{3.54}$$

La matrice d'apodisation est de dimension $(m \times m)$ avec m le nombre d'échantillons dans l'interférogramme. L'interférogramme apodisé a pour expression :

$$\mathbf{I}_{apo} = \mathbf{D}_{apo}^{f}\,\mathbf{I} \tag{3.55}$$

3.6.3.5 Matrice de convolution de la réponse instrumentale

On peut obtenir la matrice de convolution de la réponse instrumentale à l'aide des différentes matrices définies précédemment. Cette matrice permet de calculer, à partir d'un spectre *a priori* à résolution infinie, le spectre que mesurerait l'instrument. Pour cela, il suffit d'enchaîner les multiplications des matrices modélisant le processus de mesure. Ces matrices sont dans l'ordre : la matrice de passage du spectre à résolution infinie à l'interférogrammme, la matrice d'apodisation de l'interférogramme et finalement la matrice de passage de l'interférogramme au spectre mesuré.

$$\mathbf{M}_{S_{inf}}^{S_{mes}} = \mathbf{M}_I^{S_{mes}} \times \mathbf{D}_{apo}^{f} \times \mathbf{M}_{S_{inf}}^{I} \tag{3.56}$$

La matrice de passage du spectre à résolution infinie au spectre mesuré a pour dimensions $(m \times n)$ avec m le nombre d'échantillons dans le spectre mesuré et n le nombre d'échantillons dans le spectre à résolution infinie. Bien sûr, il y a moins de points dans le spectre mesuré que dans le spectre à résolution infinie $(m < n)$. Cette matrice sera

couramment utilisée pour la comparaison des spectres mesurés aux spectres *a priori*. On peut noter que l'on pourra ne pas faire d'apodisation, il suffit alors que la fonction d'apodisation f soit la fonction constante égale à 1, et, dans ce cas, la matrice d'apodisation est la matrice identité.

La matrice $\mathbf{M}_{S_{inf}}^{S_{mes}}$ est appelée matrice de convolution car elle est équivalente à la convolution du spectre à résolution infinie par la réponse instrumentale du spectromètre.

Les matrices de passage qui viennent d'être ici définies constituent un outil particulièrement intéressant pour la définition des modèles instrumentaux. Elles seront employées pour le traitement des interférogrammes (par exemple pour calculer les spectres mesurés à partir des interférogrammes). On aura également recours à celles-ci dans le cadre de la procédure d'inversion, pour la définition du modèle direct. Par exemple, les jacobiens du CO_2 qui sont calculés dans le spectre par le code de transfert radiatif seront ramenés dans l'espace de l'interférogramme grâce à la matrice de passage du spectre *a priori* vers l'interférogramme (voir le chapitre 4).

3.7 Spectres mesurés

Nous nous intéressons ici à l'étude des spectres en sortie d'instrument. Les spectres ont déjà été en partie caractérisés au paragraphe 2.4.3.2. On a alors cherché à caractériser les performances de l'instrument pour une mesure. Nous allons maintenant étudier les performances du système de mesure qu'on veut exploiter pour effectuer la mesure temporelle de la concentration en dioxyde de carbone. Cela suppose de réaliser des mesures atmosphériques sur des durées de l'ordre de quelques heures, en période de ciel clair pendant plusieurs mois.

Les spectres atmosphériques sont caractérisés en les comparant à des mesures théoriques. On étudie également leurs propriétés à l'échelle temporelle de la durée des séries d'acquisitions.

3.7.1 Etude spectrale des mesures atmosphériques

Le spectromètre par transformation de Fourier statique effectue des mesures sur des bandes spectrales limitées par un filtre passe-bande. Un spectre mesuré est par conséquent affecté par le profil du filtre. Le profil du spectre en transmission est multiplié au spectre en entrée d'instrument. La fourniture des spectres mesurés doit donc être assortie de la fourniture du profil du filtre. Si l'on ne le connaît pas, la mesure ne peut pas être exploitée. On ne peut pas distinguer dans le spectre la contribution de la source de celle du filtre. On a représenté sur la figure 3.17 un spectre atmosphérique mesuré, auquel on a superposé la mesure du profil du filtre obtenue en effectuant un spectre de lampe. Le profil basse fréquence du spectre atmosphérique se superpose bien au profil du filtre. On distingue les pieds et la bande passante du filtre. Remarquons que la largeur de la fenêtre de calcul du spectre est de l'ordre de trois fois celle du filtre. Historiquement, le filtre a été spécifié avant la mise en œuvre de la modulation de phase et du doublage de points. Il était donc adapté à une mesure purement statique sur une fenêtre deux fois plus étroite. Notons que l'allure basse fréquence dans les pieds du profil

du filtre est la même que dans les pieds du spectre atmosphérique. Ceci ne provient pas de la transmission du filtre qui est nulle dans cette zone mais d'une erreur reproductible. Il est probable qu'un signal parasite non corrigé affecte de manière identique les deux interférogrammes. A haute fréquence on distingue les raies d'absorption du dioxyde de carbone, ainsi que des raies solaires de Fraunhofer situées autour de 6350 cm^{-1}. On exploite la profondeur des raies d'absorption pour retrouver la concentration en dioxyde de carbone dans l'atmosphère. Ceci suppose de bien pouvoir séparer la variation du fond continu (déterminée par le profil spectral du filtre) de la variation plus rapide due à l'absorption par les raies moléculaires et le dioxyde de carbone en particulier.

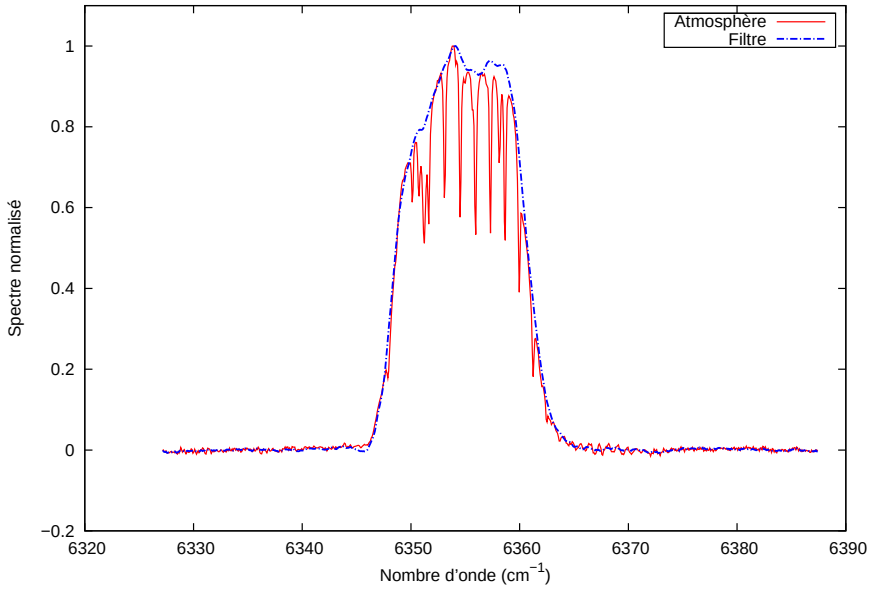

FIG. 3.17 – Superposition d'un spectre atmosphérique et du profil du filtre. Les deux spectres sont apodisés.

On mesure un rapport signal à bruit spectral, comme défini au paragraphe 2.4.3.2, voisin de 200 pour les mesures atmosphériques. Nous venons de voir qu'une partie de l'erreur spectrale est reproductible. Les spectres de lampe et les spectres atmosphériques présentent les mêmes défauts dans les pieds de la bande passante définie par le filtre. Lors de l'évaluation du rapport signal à bruit temporel, ces défauts reproductilbles s'annulent du fait du calcul de la soustraction de deux spectres consécutifs. On s'attend donc à un rapport signal à bruit temporel supérieur.

La figure 3.17 présente un spectre apodisé. La fonction d'apodisation est triangulaire et nulle à partir d'une différence de marche supérieure en valeur absolue à 6 cm. La différence de marche maximale est égale à environ 6,3 cm. La figure 3.18 compare ce spectre apodisé au spectre non apodisé. Nous voyons clairement les effets de l'apodisation. Tout d'abord, la résolution du spectre apodisé est réduite. Les raies du spectre apodisé sont moins profondes que celles du spectre non apodisé. Nous avons vu au paragraphe 1.1.2.2

que l'apodisation élargit la réponse instrumentale du spectromètre, ce qui se traduit par une diminution de la finesse des détails spectraux observables. Nous pouvons également remarquer une diminution du bruit haute fréquence. Ce qui s'explique par le fait que l'apodisation réduit le poids des hautes fréquences. Pour ces deux spectres, les rapports signal à bruit sont égaux à 110 et 200 respectivement pour le spectre non apodisé et pour le spectre apodisé. Le rapport signal à bruit considéré est le rapport signal à bruit spectral défini au paragraphe 2.4.3.2.

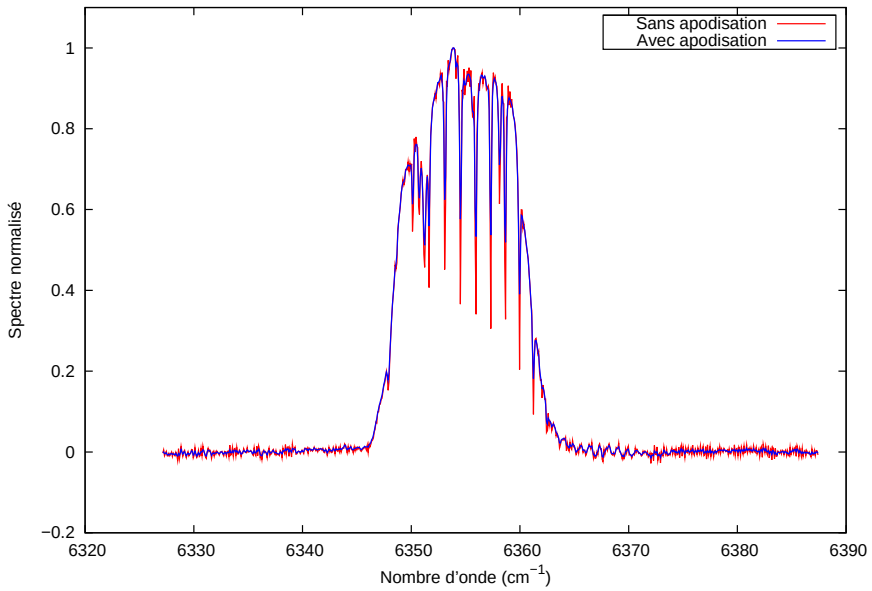

FIG. 3.18 – Superposition d'un spectre atmosphérique non apodisé et du même spectre apodisé.

On a comparé les spectres mesurés aux spectres *a priori* afin d'avoir une première évaluation de l'exactitude des mesures. On ne peut pas en déduire la précision de l'instrument de manière absolue, mais la comparaison en donne un ordre de grandeur et peut faire apparaître des défauts. Remarquons qu'un spectre mesuré parfait présenterait de toute manière des différences avec l'*a priori* du fait de la différence entre la concentration en dioxyde de carbone *a priori* et la concentration réelle. C'est d'ailleurs le signal que l'on cherche à mesurer.

Les figures 3.19 et 3.20 représentent les spectres mesurés et simulés respectivement sans et avec apodisation. Dans l'ensemble, les courbes se superposent. On calcule la différence entre les spectres mesurés et les spectre simulés. On étudie l'écart-type et l'amplitude crête à crête de cette différence. Les résultats sont regroupés dans le tableau 3.1. Les figures 3.21 et 3.22 montrent des vue resserrées des raies d'absorption du dioxyde de carbone pour le spectre non apodisé et le spectre apodisé. Les différences sont de l'ordre du pourcent. De plus, nous pouvons remarquer, sur le tracé des différences, que celles-ci ne sont pas purement aléatoires. Il y a également une variation spectrale.

La composante non aléatoire de la différence peut avoir pour origine le profil spectral du réflecteur utilisé pour renvoyer la lumière solaire dans le spectromètre. On déduit de ces comparaisons une évaluation de la barre d'erreur des mesures : les spectres sont obtenus au pourcent près. Cette précision est à rapprocher de la précision de mesure de la concentration en dioxyde de carbone recherchée. On souhaite mesurer celle-ci à 1 ppm près. Ceci suppose de détecter des variations de la concentration de 0,2 %. Il y a un ordre de grandeur entre la précision de mesure des spectres et la précision de mesure du dioxyde de carbone. On espère que celui-ci sera compensé par le nombre d'échantillons spectraux dans les raies d'absorption pour les erreurs aléatoires. En ce qui concerne les erreurs systématiques, il est probable qu'elles engendrent un biais dans la mesure du dioxyde de carbone. On peut par contre penser qu'elles affectent de manière moindre la précision relative de mesure du dioxyde de carbone.

Spectre non apodisé comparé au spectre théorique		
Ecart-type de la différence	0,01	
Rapport l'écart-type / maximum	1	%
Amplitude crête à crête de la différence	0,13	
Rapport amplitude crête à crête / maximum	13	%

Spectre apodisé comparé au spectre théorique		
Ecart-type de la différence	0,01	
Rapport l'écart-type / maximum	1	%
Amplitude crête à crête de la différence	0,04	
Rapport amplitude crête à crête / maximum	4	%

TAB. 3.1 – Comparaison de spectres atmosphériques mesurés à des spectres théoriques simulés. On considère des spectres normalisés. Les grandeurs mesurées sur les spectres sont sans dimension.

3.7.2 Etude temporelle des mesures

Dans cette partie, on va tenter de déterminer l'influence du paramètre temporel sur les mesures. Les dérives temporelles telles que les déformations de l'interféromètre devraient affecter la qualité des mesures.

Une série de mesures atmosphériques dure plusieurs heures. L'étalonnage des différences de marche n'est pas refait pour chaque acquisition. Ce serait trop lourd à mettre en œuvre. Il faudrait changer de visée, retirer le filtre et attendre le temps d'étalonnage d'une vingtaine de minutes avant de remettre le filtre et de viser à nouveau le réflecteur. La configuration statique ne devrait pas, de plus, nécessiter un étalonnage systématique des différences de marche.

Nous avons vu au paragraphe 2.4.1.2 que le cœur interférométrique se déformait. On a distingué des déformations de corps rigide ainsi que des déformations d'ordre supérieur attribuées à des torsions de la lame séparatrice. On tente ici d'évaluer la variation temporelle de la qualité des spectres durant une période d'acquisition.

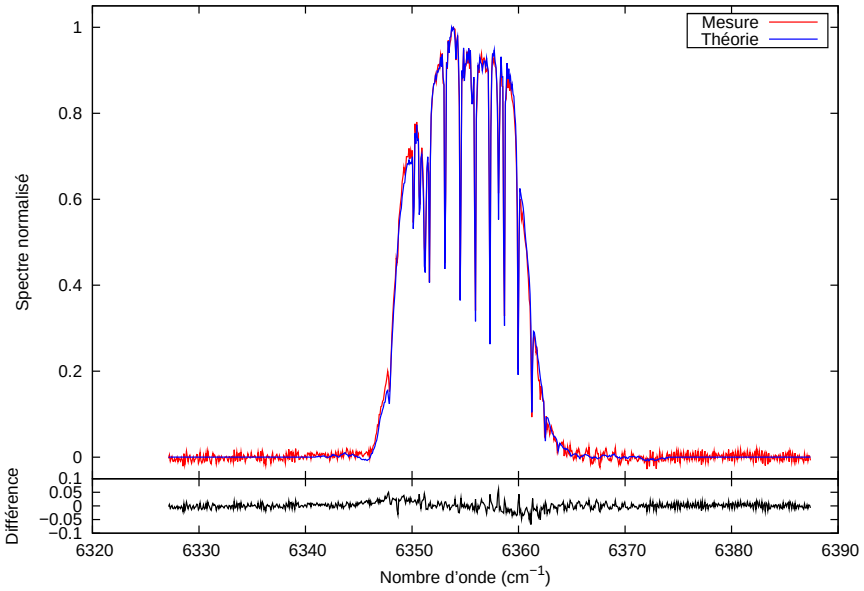

FIG. 3.19 – Superposition d'un spectre atmosphérique mesuré non apodisé et du spectre théorique calculé à partir d'un spectre *a priori* à résolution infinie.

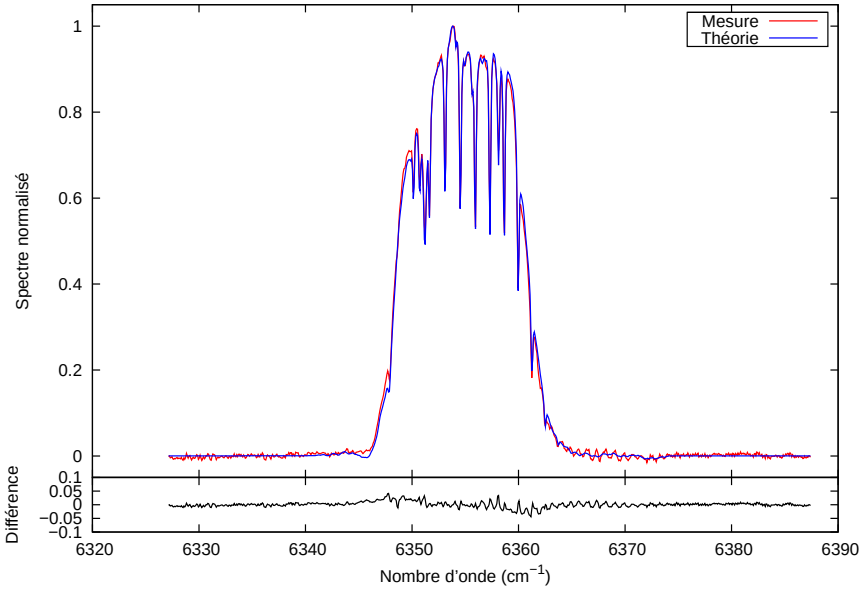

FIG. 3.20 – Superposition d'un spectre atmosphérique mesuré apodisé et du spectre théorique calculé à partir d'un spectre *a priori* à résolution infinie.

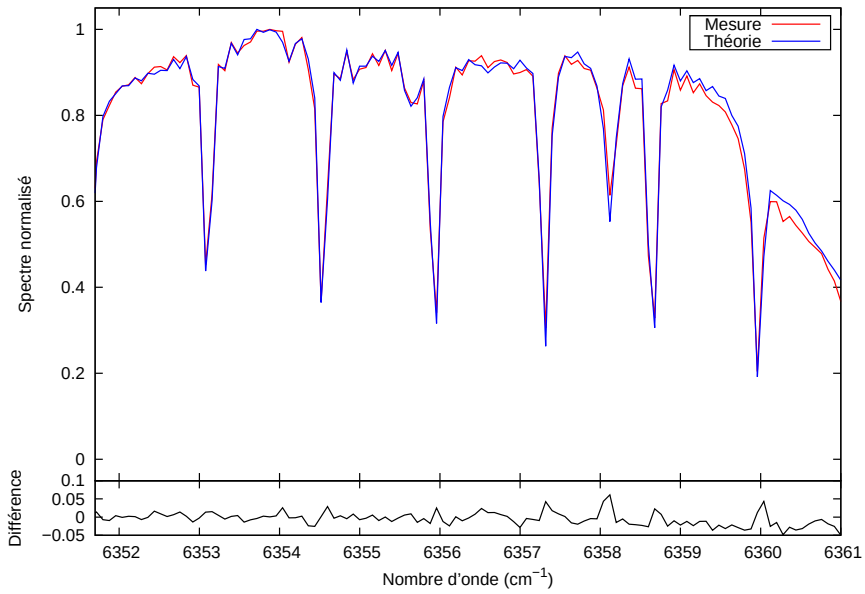

FIG. 3.21 – Vue resserrée des raies d'absorption du dioxyde de carbone d'un spectre non apodisé

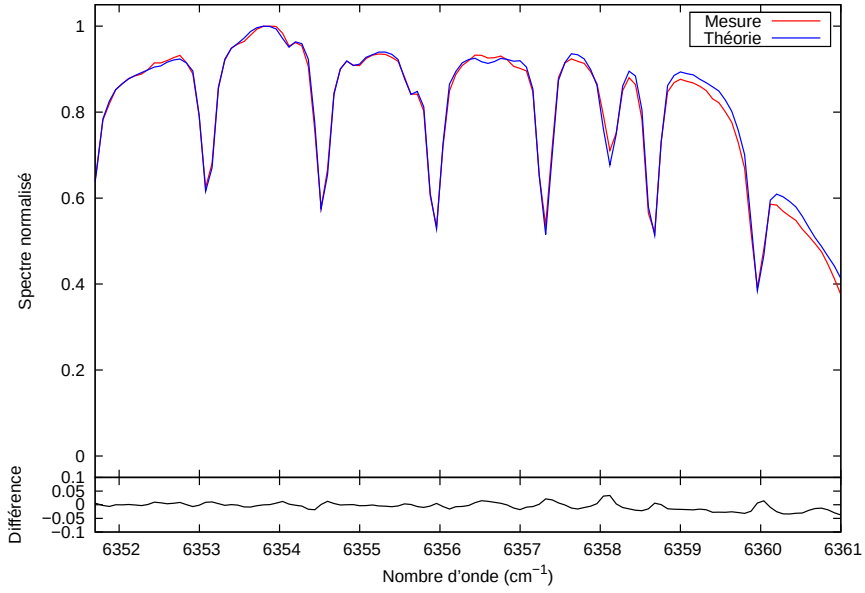

FIG. 3.22 – Vue resserrée des raies d'absorption du dioxyde de carbone d'un spectre apodisé

On calcule le rapport signal à bruit spectral défini au paragraphe 2.4.3.2 pour les spectres d'une série temporelle, en utilisant la même différence de marche pour tous les traitements. On caractérise ainsi l'influence de la variation de la différence de marche sur la qualité des mesures.

La courbe 3.23 représente la variation temporelle du rapport signal à bruit spectral des spectres calculés avec un unique jeu de différences de marche. On a également tracé la variation du rapport signal à bruit lorsque l'on corrige des déformations de corps rigide inversées selon la méthode qui sera présentée au chapitre 4. On constate que lorsque l'on utilise toujours la même différence de marche, sans aucune correction des déformations du cœur interférométrique, le rapport signal à bruit diminue progressivement avec le temps. Par contre, la correction des déformations de corps rigide permet de maintenir le niveau de rapport signal à bruit constant avec le temps. Pour cette exploitation, on a fixé la même différence de marche pour le calcul du premier spectre dans les cas sans et avec correction. L'étude démarre donc avec le même niveau de rapport signal à bruit spectral. Ensuite, les différences de rapport signal à bruit illustrent l'influence des déformations de corps rigide sur la qualité des spectres. Cette étude démontre l'importance de la prise en compte des déformations de l'interféromètre ainsi que de leur correction.

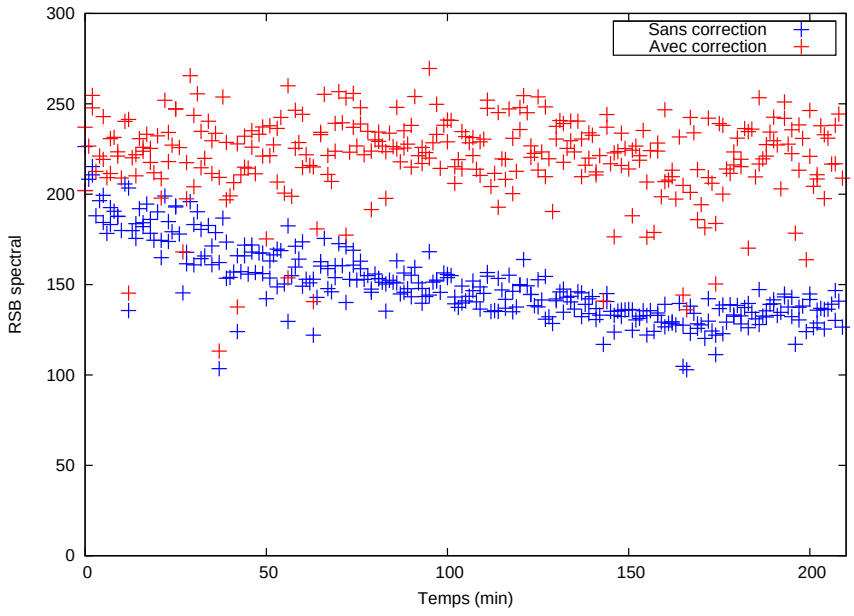

FIG. 3.23 – Variation du rapport signal à bruit spectral en fonction du temps. La série de mesures a été effectuée le 18 août 2008 durant 3 heures et 30 minutes. Les points bleus illustrent la variation du rapport signal à bruit lorsque l'on utilise toujours la même différence de marche sans aucun traitement annexe. Les points rouges sont obtenus en corrigeant la différence de marche des déformations de corps rigide.

Si l'on ne corrige pas les déformations de corps rigide, le rapport signal à bruit spectral diminue d'environ 30 % en trois heures. Cette valeur dépend du jour de mesure.

Il se peut qu'un autre jour elle soit plus ou moins importante. On constate cependant que la dérive de la différence de marche est non négligeable. Si l'on corrige des déformations de corps rigide, le rapport signal à bruit reste stable en fonction du temps. Il semblerait que les déformations d'ordre supérieur n'affectent pas de manière sensible les mesures. En corrigeant les déformations, on constate une dispersion des rapports signal à bruit autour de la moyenne plus importante que sans correction. Enfin, dans les deux cas, on distingue des points aberrants communs aux deux courbes. Les interférogrammes correspondants seront étudiés au chapitre 5.

L'étude temporelle a mis en évidence un paramètre crucial pour l'exploitation des mesures du spectromètre par transformation de Fourier : les déformations du cœur interférométrique. La procédure d'inversion des mesures, développée spécifiquement pour l'interféromètre, sera présentée au chapitre 4. Elle devra prendre en compte les déformations de l'interféromètre pour retrouver le plus précisément possible l'état atmosphérique d'intérêt : la concentration en dioxyde de carbone.

Chapitre 4

Etude du contenu en information de la mesure et code d'inversion de la concentration en dioxyde de carbone

Sommaire

4.1 Mesure spectrale de la concentration en dioxyde de carbone 180
4.2 Modèle direct 185
4.2.1 Modèle atmosphérique 185
4.2.2 Modèle instrumental 190
4.3 Modèle inverse 190
4.3.1 Présentation de la méthode 191
4.3.2 Présentation de la procédure adaptée à la mesure 196
4.4 Etude du contenu en information 215
4.4.1 Méthodes de calcul 215
4.4.2 Nombre de degrés de liberté pour le signal 217
4.4.3 Fonction de poids verticale 218
4.5 Analyse d'erreur de la procédure d'inversion 221
4.5.1 Méthode d'étude et de simulation 222
4.5.2 Inversions des spectres et des interférogrammes 223
4.5.3 Influence du contenu en vapeur d'eau 227
4.5.4 Inversion des déformations du cœur interférométrique 229
4.5.5 Optimisation de la configuration instrumentale 235
4.5.6 Inversion de la réflectance spectrale 240
4.5.7 Synthèse des simulations 243

Le spectromètre par transformation de Fourier statique vient d'être décrit. Il fournit des spectres atmosphériques dans lesquels on distingue l'influence du dioxyde de carbone atmosphérique. Des raies d'absorption sont présentes dans les spectres atmosphériques

(voir la figure 3.17). La mesure de la concentration atmosphérique en dioxyde de carbone exploite les spectres d'absorption. Une fois un spectre atmosphérique mesuré, il reste encore à le traiter pour en déduire la concentration en dioxyde de carbone.

On donnera, dans un premier temps, une vue d'ensemble de la méthode de mesure de la concentration en dioxyde de carbone. Les étapes clés de l'inversion seront ensuite abordées. L'inversion est le traitement qui consiste à retrouver la concentration en dioxyde de carbone à partir des spectres.

La physique du transfert radiatif à travers l'atmosphère est modélisée grâce au modèle direct. Celui-ci permet, connaissant les paramètres atmosphériques dont la concentration en dioxyde de carbone, de prédire le spectre mesuré. On peut déduire la concentration en dioxyde de carbone, à partir des spectres mesurés, grâce à l'inversion du modèle direct.

La procédure d'inversion repose sur des techniques développées spécifiquement pour les problèmes inverses. Dans le cas des mesures du spectromètre par transformation de Fourier statique, l'inversion a été adaptée à l'instrument. Les traitements tiennent particulièrement compte des déformations de l'instrument qui affectent les mesures.

4.1 Mesure spectrale de la concentration en dioxyde de carbone

La concentration en dioxyde de carbone est déduite, dans les spectres, de l'étude de la profondeur des raies d'absorption de ce constituant atmosphérique. Plus les raies sont profondes, plus il y a de molécules absorbantes sur le trajet de la lumière. La méthode de mesure de la concentration en dioxyde de carbone a été brièvement présentée en introduction de la thèse. On va détailler ici le lien entre les spectres mesurés et le paramètre géophysique recherché, à savoir la concentration en dioxyde de carbone.

Dans cette étude, on envisage des mesures effectuées depuis le sol en visant le Soleil. Une mesure satellitale consisterait à observer la lumière solaire après un aller-retour dans l'atmosphère. Dans ce cas, la lumière solaire descend du haut de l'atmosphère, est refléchie par la surface terrestre, et remonte vers le satellite. La figure 4.1 représente la géométrie de mesure.

Tout au long du trajet de la lumière dans l'atmosphère, les raies d'absorption du dioxyde de carbone se creusent dans le spectre sous l'effet des molécules de dioxyde de carbone rencontrées. La profondeur des raies dépend du nombre de molécules de dioxyde de carbone présentes sur le trajet. Ce nombre de molécules dépend de deux paramètres : la concentration locale et la longueur du trajet de la lumière. La longueur du trajet de la lumière est une fonction de l'angle zénithal solaire. Si l'incidence est normale, le trajet est minimal et, au premier ordre, le nombre de molécules absorbantes également. Par ailleurs, pour des incidences importantes, l'absorption augmente du fait de l'accroissement du trajet parcouru dans l'atmosphère par la lumière.

La profondeur des raies d'absorption permet de déterminer la quantité de dioxyde de carbone sur le trajet. L'angle zénithal solaire est connu. C'est une fonction du jour et de l'heure. On en déduit donc la longueur du trajet parcouru par la lumière. On

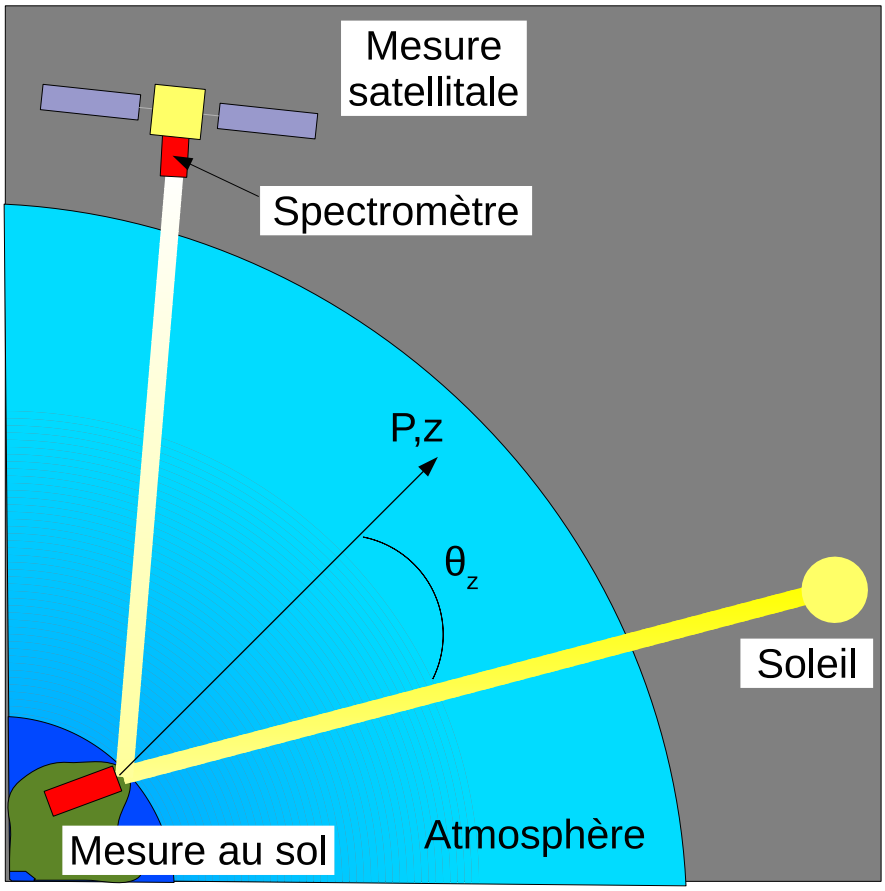

FIG. 4.1 – Géométrie de mesure des spectres atmosphériques

dispose alors des éléments nécessaires à la détermination de la concentration en dioxyde de carbone. Remarquons que la pression de surface doit également être connue. Elle correspond à la limite inférieure de l'atmosphère lors de la mesure, et sert de facteur de normalisation des mesures.

La concentration en dioxyde de carbone, C_{CO_2}, est ici définie comme le rapport entre le nombre N_{CO_2} de molécules de dioxyde de carbone et le nombre N de molécules d'air dans un volume élémentaire. On considérera plus exactement ici des nombres de moles, ce qui revient au même, la mole étant une unité de dénombrement du nombre de molécules. La concentration s'exprime en parties par million (ppm). On parle aussi de rapport de mélange ou plus précisément de rapport de mélange volumique, dont l'unité est quelquefois notée ppmv. A un niveau de pression P donné, la concentration a pour expression :

$$C_{CO_2}(P) = \frac{N_{CO_2}(P)}{N(P)} = \frac{n_{CO_2}(P)}{n(P)} \tag{4.1}$$

où $n_{CO_2}(P)$ est le nombre de moles de dioxyde de carbone et $n(P)$ le nombre de moles d'air. Les calculs sont effectués dans un volume élémentaire au niveau P. La mesure par absorption de la concentration en dioxyde de carbone est sensible à $n^{tot}_{CO_2}$, le nombre total de moles de molécules absorbantes sur le trajet de la lumière. La concentration en dioxyde de carbone évolue suivant un profil de répartition verticale de cette espèce avec l'altitude, et donc avec la pression. La concentration est une fonction de la pression. Sur tout le trajet, le nombre de moles de dioxyde de carbone s'écrit :

$$n^{tot}_{CO_2} = \int_P C_{CO_2}(P)\,\mathrm{d}n(P) \tag{4.2}$$

Dans le cas d'un équilibre hydrostatique, la loi des gaz parfaits, $PV = nRT$, combinée au principe fondamental de la dynamique donne la relation entre la pression et l'altitude z. On aboutit à :

$$\frac{\mathrm{d}P}{P} = -\frac{Mg}{RT}\,\mathrm{d}z \tag{4.3}$$

avec M la masse molaire de l'air, g l'accélération de la pesanteur, R la constante des gaz parfaits et T la température. Ici, g est supposée constante avec l'altitude. Notons que pour des mesures précises, il faut considérer la variation de g avec l'altitude ainsi que la variation de g avec la latitude. C'est ce qui est fait par le code de transfert radiatif SWIM qui calcule les spectres *a priori*. Le code SWIM est présenté au paragraphe 4.2.1.2. D'après la loi des gaz parfaits, le nombre n de moles d'air est :

$$n = \frac{PV}{RT} \tag{4.4}$$

C'est le nombre de moles d'air contenues dans le volume V. Ce volume est pris égal à un volume élémentaire, calculé selon l'angle de visée des mesures. On le définit comme le produit d'une surface S et d'une longueur $\mathrm{d}z/\cos(\theta_z)$, avec θ_z l'angle zénithal solaire

qui est l'angle de visée. La quantité de moles d'air à une pression P donnée est :

$$\begin{aligned} \mathrm{d}n &= \frac{PS}{RT} \cdot \frac{\mathrm{d}z}{\cos(\theta_z)} \\ \mathrm{d}n &= -\frac{S}{Mg} \cdot \frac{\mathrm{d}P}{\cos(\theta_z)} \end{aligned} \tag{4.5}$$

En faisant l'hypothèse que la masse molaire de l'air est constante avec la pression, une tranche d'air d'épaisseur en pression donnée contient, en première approximation, le même nombre de moles de molécules gazeuses, quelle que soit sa position. C'est pour cette raison que l'on préfèrera décrire l'atmosphère à l'aide de coordonnées en pression plutôt qu'avec des coordonnées en altitude. Pour une épaisseur en pression donnée, les tranches d'atmosphère ont le même poids sur le profil spectral mesuré.

Nous ne disposons pas de suffisamment d'information dans les spectres mesurés pour retrouver le profil de concentration en dioxyde de carbone. La mesure est limitée à la mesure de la concentration intégrée dans la colonne atmosphérique. On définit la concentration de la colonne comme la concentration équivalente C_{eq} à une concentration constante avec la pression.

$$\begin{aligned} C_{eq} &= \frac{\int_P C_{CO_2}(P)\,\mathrm{d}P}{\int_P \mathrm{d}P} \\ C_{eq} &= \frac{\int_P C_{CO_2}(P)\,\mathrm{d}P}{P_0} \end{aligned} \tag{4.6}$$

où P_0 est la pression à la surface terrestre. On reprend les expressions 4.2 et 4.5, et on calcule le nombre total de moles de dioxyde de carbone sur le trajet de la lumière. On obtient :

$$\begin{aligned} n_{CO_2}^{tot} &= \int_P C_{CO_2}(P) \cdot \mathrm{d}n \\ n_{CO_2}^{tot} &= \int_P C_{CO_2}(P) \cdot \frac{S}{Mg} \cdot \frac{\mathrm{d}P}{\cos(\theta_z)} \\ n_{CO_2}^{tot} &= \frac{S}{Mg\cos(\theta_z)} \int_P C_{CO_2}(P)\,\mathrm{d}P \\ n_{CO_2}^{tot} &= \frac{SP_0}{Mg\cos(\theta_z)} \cdot C_{eq} \end{aligned} \tag{4.7}$$

Le nombre de moles $n_{CO_2}^{tot}$ est le nombre de moles de dioxyde de carbone contenues dans la colonne atmosphérique définie par une base de surface S et un angle avec la verticale égal à l'angle zénithal θ_z. On passe du nombre de moles au nombre de molécules de dioxyde de carbone en multipliant le nombre de moles par le nombre d'Avogadro $\mathcal{N}_A$:

$$N_{CO_2}^{tot} = \mathcal{N}_A \cdot n_{CO_2}^{tot} = \frac{\mathcal{N}_A\, S\, P_0}{Mg\cos(\theta_z)} \cdot C_{eq} \tag{4.8}$$

Connaissant certains paramètres, dont l'angle zénithal et la pression de surface, on peut relier la concentration dans la colonne au nombre de molécules absorbantes qui

vont creuser les raies dans le spectre. Par suite, on peut déduire des spectres mesurés la concentration en dioxyde de carbone dans la colonne. Notons que le paramètre de surface S correspond, en première approximation, à la pupille du spectromètre. L'augmentation du nombre de molécules absorbantes contenues dans le faisceau de l'instrument, proportionnelle à la surface de la pupille, est compensée par le fait que le flux intégré est également proportionnel à la surface de la pupille. La profondeur des raies d'absorption demeure constante lorsque la surface de la pupille varie.

Une technique de mesure des concentrations atmosphériques approchante de celle que l'on utilise est la spectroscopie par absorption optique différentielle (DOAS pour Differential Optical Absorption Spectroscopy). Celle-ci consiste à ne considérer que deux points dans le spectre d'absorption, un dans le fond de la raie d'absortion et un en dehors de la raie. L'amplitude de la variation entre les deux points est due à l'absorption du gaz dont on mesure la concentration. Le rapport donne le facteur d'absorption de la colonne de gaz. On en déduit la concentration. Pour une géométrie d'observation donnée, la raie est d'autant plus profonde que la concentration est importante. La figure 4.2 schématise la mesure par absorption différentielle. La différence entre le pic d'absorption et l'aile de raie est matérialisée. En pratique cette méthode exploite simultanément plusieurs raies d'absorption.

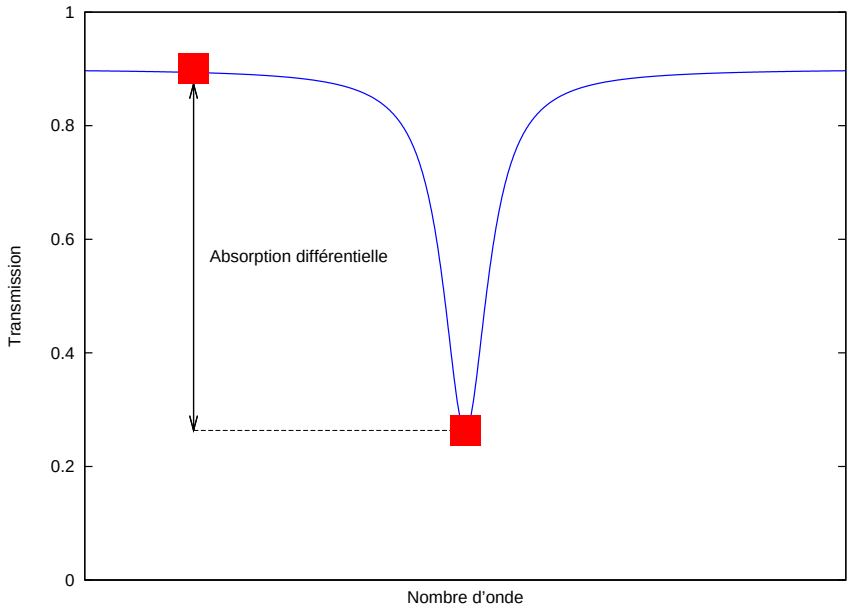

FIG. 4.2 – Mesure de l'absorption sur une raie avec la méthode de spectroscopie par absorption optique différentielle

La méthode de mesure utilisée pour la mesure de la concentration atmosphérique en dioxyde de carbone est approchante de la spectroscopie par absorption optique différentielle. Elle est toutefois plus élaborée dans la mesure où tous les points de la raie sont exploités pour l'inversion. Les raies d'absorption demeurent les zones d'intérêt des

spectres et ce sont la profondeur et la forme de celles-ci qui fournissent les informations sur la concentration de l'espèce cible.

La mesure de la concentration d'un gaz par spectrométrie suppose la connaissance de la physique du transfert radiatif. Le transfert radiatif est le phénomène de propagation de la lumière. Ici il est primordial puisque c'est en se propageant que la lumière est progressivement absorbée par les constituants atmosphériques. Le modèle direct permet de décrire le transfert radiatif. En particulier, la forme des raies est calculée en fonction des paramètres atmosphériques tels que la température et la pression. Le modèle direct est ensuite inversé. C'est l'application du modèle inverse aux spectres mesurés qui permet de retrouver la concentration atmosphérique en dioxyde de carbone.

4.2 Modèle direct

Le modèle direct décrit le passage du vecteur d'état atmosphérique au vecteur des observations. L'état atmosphérique est donné par différents paramètres, dont les paramètres géophysiques que l'on cherche à mesurer comme la concentration en dioxyde de carbone. On peut décomposer la modélisation en deux parties : la modélisation du transfert radiatif dans l'atmosphère et la modélisation instrumentale. La modélisation du trajet de la lumière à travers l'atmosphère permet de calculer, à partir d'un état atmosphérique donné, le spectre en entrée d'instrument. La modélisation instrumentale permet de calculer, à partir du spectre en entrée d'instrument, le spectre mesuré en sortie.

4.2.1 Modèle atmosphérique

La mesure du dioxyde de carbone atmosphérique repose sur ses propriétés radiatives. La connaissance de la physique du transfert radiatif permet de déduire de l'observation de l'absorption du dioxyde de carbone sa concentration. La modélisation atmosphérique passe en premier lieu par la résolution de l'équation de transfert radiatif.

4.2.1.1 L'équation de transfert radiatif

L'équation de transfert radiatif est centrale dans la modélisation atmosphérique. Sa résolution permet de calculer les spectres obtenus après propagation des rayons lumineux à travers l'atmosphère. On donne les résultats généraux de la physique du transfert radiatif, utiles pour la mesure du dioxyde de carbone atmosphérique. Les développements mathématiques de ces résultats sont détaillés dans l'annexe A. On trouvera une description exhaustive des problèmes de transfert de radiatif et de leurs méthodes de résolution dans [Len93]. On peut également citer [DMP05] ainsi que [Duf03], dont une partie est spécifiquement consacrée au transfert radiatif appliqué à la mesure du dioxyde de carbone atmosphérique.

L'équation de transfert radiatif s'obtient en effectuant un bilan d'énergie à travers une tranche d'air de dimension infinitésimale. Le vecteur $\vec{r}$ désigne la position considérée pour le calcul. La direction de propagation des rayons est notée $\vec{n}$. La luminance

spectrale énergétique en $\mathrm{W/(m^2\,sr\,cm^{-1})}$ ou en $\mathrm{W/(m^2\,sr\,\mu m)}$ si on travaille en L_λ, en sortie d'une tranche d'air de longueur $\mathrm{d}s = \vec{n} \cdot \mathrm{d}\vec{r}$, s'écrit :

$$L_\sigma(\vec{r} + \mathrm{d}\vec{r},\vec{n}) = L_\sigma(\vec{r},\vec{n}) + \mathrm{d}L_\sigma^{ext} + \mathrm{d}L_\sigma^{dif} + \mathrm{d}L_\sigma^{emi} \tag{4.9}$$

avec $\mathrm{d}L_\sigma^{ext}$ la luminance perdue dans la tranche, $\mathrm{d}L_\sigma^{dif}$ la luminance diffusée dans la direction $\vec{n}$ gagnée dans la tranche et $\mathrm{d}L_\sigma^{emi}$ la luminance émise par la tranche dans la direction $\vec{n}$ au nombre d'onde σ.

Le développement de l'équation 4.9 donne :

$$\mathrm{d}L_\sigma(\vec{r},\vec{n}) = -\alpha^{ext} L_\sigma(\vec{r},\vec{n})\mathrm{d}s + J_\sigma(\vec{r},\vec{n})\mathrm{d}s \tag{4.10}$$

où α^{ext} est le coefficient d'extinction, et $J_\sigma(\vec{r},\vec{n})$, la fonction source. Le coefficient d'extinction caractérise les pertes par absorption et par diffusion. La fonction source caractérise les gains par émission du milieu et par diffusion. Dans le cas de la spectroscopie solaire par absorption, dans le domaine du proche infrarouge, l'émission du milieu est négligée devant la luminance solaire.

La résolution de l'équation de transfert radiatif, dans un cas simple est effectuée dans l'annexe A. Le cas général est également abordé. On aboutit, à l'expression de la luminance suivante :

$$L_\sigma(\tau_1) = L_\sigma(\tau_0) \cdot \mathrm{e}^{-(\tau_1-\tau_0)} + \int_{\tau_0}^{\tau_1} \jmath_\sigma(\tau) \cdot \mathrm{e}^{-(\tau_1-\tau)}\,\mathrm{d}\tau \tag{4.11}$$

L'équation de transfert radiatif a été intégrée en fonction de l'épaisseur optique définie par $\tau = \int \alpha^{ext}\,\mathrm{d}s$. Le terme $\jmath_\sigma$ a pour expression $\jmath_\sigma = J_\sigma/\alpha^{ext}$. Dans le cas de la mesure du dioxyde de carbone par spectroscopie solaire, il ne comprend que la contribution de la diffusion.

La résolution numérique de l'équation de transfert radiatif nécessite la connaissance des paramètres atmosphériques tels que les profils de concentration, de pression et de température, ainsi que les paramètres spectroscopiques du milieu traversé. Un code de transfert radiatif calcule, à partir de toutes ces données, le spectre atmosphérique mesuré.

4.2.1.2 Le code de transfert radiatif SWIM

On utilise le code de transfert radiatif SWIM (pour Short Wavelength Infrared Model). Ce code, initialement dédié à la mesure du dioxyde de carbone, a été développé par le CEA et le CNES, et plus particulièrement par Emmanuel Dufour [DBP04], [Duf03]. Le code permet de calculer les spectres atmosphériques sur un domaine spectral allant du visible à l'infrarouge, au delà de 2 μm.

SWIM est un code de tansfert radiatif raie par raie. L'ensemble des raies est pris en compte pour le calcul du spectre, quelle que soit la longueur d'onde de calcul. Ce type de code est plus précis que ceux reposant sur des méthodes où l'on ne considère pas toutes les raies. En contrepartie, le nombre de calculs effectués est plus important et le temps de calcul plus long.

Le code SWIM peut lire deux bases de données spectroscopiques : HITRAN (HIgh-resolution TRANsmission molecular absorption database) [RJB+05] et GEISA (Gestion et Etude des Informations Spectroscopiques Atmosphériques) [JHSC+05]. Les bases de données spectroscopiques répertorient les paramètres des raies d'absorption des gaz. Elles rassemblent à la fois des résultats théoriques et des résultats expérimentaux.

Pour le dioxyde de carbone, dans la bande spectrale considérée autour de 1,6 μm, les raies d'absorption sont dues à des transitions de vibration-rotation des molécules. L'énergie est quantifiée et les transitions entre niveaux discrets conduisent à des raies dans le spectre dont la position correspond à l'échange d'énergie entre le photon et la molécule décrit par la formule de Planck $\Delta E = h\,\nu = h\,c\,\sigma = \frac{hc}{\lambda}$. Les paramètres spectroscopiques des raies (position, intensité, coefficient de déplacement par la pression, ...) sont mesurés en laboratoire par spectrométrie à haute résolution, modélisés par des formalismes théoriques (hamiltonien de vibration-rotation et opérateur moment dipolaire, calcul des largeurs des raies, ...) et introduits dans les banques de données spectroscopiques pour les applications (HITRAN, GEISA, ...). Le profil d'absorption de chaque raie (c'est pour cela qu'on parle de calcul raie par raie) est ensuite modélisé (dans le code de transfert radiatif) en utilisant les paramètres spectroscopiques mesurés ou calculés.

La progression de la connaissance de la spectroscopie des molécules est un enjeu de recherche de premier plan pour le sondage atmosphérique. Avec l'amélioration des instruments de mesure embarqués, les phénomènes d'absorption et d'émission doivent être toujours mieux maîtrisés. La spectroscopie moléculaire théorique qui permet d'interpréter et de modéliser les spectres de laboratoire continue à progresser au fur et à mesure de l'amélioration de la précision des mesures et ne devrait pas être le facteur limitant pour le sondage atmosphérique.

Le sondage atmosphérique requiert une connaissance de la spectroscopie moléculaire toujours plus précise. Pour bien saisir l'importance des paramètres spectroscopiques, citons le sondage atmosphérique du profil de température. La mesure satellitale permet de retrouver les profils de température atmosphérique. Le spectromètre par transformation de Fourier IASI, embarqué sur le satellite MetOp, comme le spectromètre à réseau AIRS [ACG+03], sur le satellite Aqua, réalisent cette mesure dans l'infrarouge thermique. Le sondage vertical s'appuie sur les propriétés d'absorption et d'émission des raies en fonction de la pression et de la température. La pression est la coordonnée verticale. La forme des raies varie avec celle-ci. Les raies sont plus larges en bas de l'atmosphère du fait de l'élargissement collisionnel. Pour mesurer le plus précisément possible les profils de température et de concentration, il faut donc maîtriser au mieux les paramètres de raie utilisés par les codes de transfert radiatif [SHDSM+03].

Les entrées du code de transfert radiatif SWIM sont :

- Les profils des différents constituants atmosphériques
- Un profil d'aérosols
- Les profils de pression et de température
- L'angle zénithal solaire

Pour notre application, dans la bande de mesure du spectromètre par transformation de Fourier statique, on restreint la liste des constituants atmosphériques considérés au

dioxyde de carbone et à la vapeur d'eau. Le code permet également de simuler des mesures satellitales. Dans ce cas, il tient compte de l'angle de visée de l'instrument et de la réflectance de surface. L'altitude de la surface terrestre, ou plus précisément la pression de surface, est prise en compte. Un trajet horizontal de la lumière, à la surface, peut être simulé par le code SWIM. La lumière suit, après réflexion, un tel trajet horizontal dans le cas des mesures qui ont été effectuées au sol. Un atlas du spectre solaire est intégré à SWIM. Les raies solaires de Fraunhofer présentes dans le spectre solaire et mesurées par le spectromètre sont ainsi prises en compte.

Le code de transfert radiatif SWIM est employé pour le calcul des *a priori*. Les sorties du code sont :

- Le spectre simulé correspondant à l'état atmosphérique et à la géométrie de mesure
- Les jacobiens des espèces atmosphériques telles que le dioxyde de carbone ou la vapeur d'eau

Les jacobiens décrivent la sensibilité du spectre atmosphérique à un paramètre donné. Ils sont définis plus en détail au paragraphe 4.3.1.1. Retenons qu'ils sont utilisés pour inverser le modèle direct.

La figure 4.3 représente le spectre en transmission de différents paramètres atmosphériques autour de la bande de mesure du spectromètre par transformation de Fourier statique. Ce spectre a été calculé à l'aide de SWIM. L'absorption du dioxyde de carbone est tracée en rouge. Elle est prépondérante en comparaison à celle des autres espèces (H_2O, ...). Le spectre d'absorption de la vapeur d'eau est tracé en bleu. L'influence de la vapeur d'eau est limitée dans la bande de mesure. Enfin, la courbe verte représente le profil relatif du spectre solaire. Le spectre solaire en unité de luminance est calculé comme le produit du sommet de la fonction de Planck et d'un profil relatif. Ce profil relatif décrit la forme de la fonction de Planck ainsi que les raies solaires de Fraunhofer. Sur la figure on distingue plusieurs raies solaires. Par contre, la variation du profil de Planck est imperceptible sur la fenêtre spectrale trop étroite. La figure 4.4 représente le spectre atmosphérique correspondant, en unités de luminance.

L'étude qualitative des figures 4.3 et 4.4 permet une première caractérisation de la mesure. On distingue les zones d'intérêt du spectre qui sont les raies d'absorption du dioxyde de carbone. La définition de la bande de mesure a été conditionnée par la présence de raies d'absorption. La contribution limitée de la vapeur d'eau dans le spectre est également un critère de choix. La vapeur d'eau induit une absorption sur une part importante du spectre optique, avec des fenêtres de transmission. La variabilité de la concentration en vapeur d'eau dans l'atmosphère peut avoir un impact indésirable. La bande spectrale de mesure autour de 1,6 μm a également été choisie pour la bonne sensibilité de la mesure en bas de l'atmosphère. On cherche à mesurer le rapport de mélange moyen en dioxyde de carbone avec une bonne sensibilité proche de la surface, car c'est là que les sources et les puits de dioxyde de carbone ont le plus d'impact sur la concentration. L'objectif final de la mesure spatiale de la concentration en dioxyde de carbone est de distinguer les sources et les puits de dioxyde de carbone. La sensibilité au dioxyde de carbone se trouve dans les raies. Nous pouvons déjà imaginer que le jacobien du dioxyde de carbone dans le spectre sera maximal, en valeur absolue, au niveau des raies. On peut se reporter à la partie 4.3.1.1 pour plus de détails sur les jacobiens. La

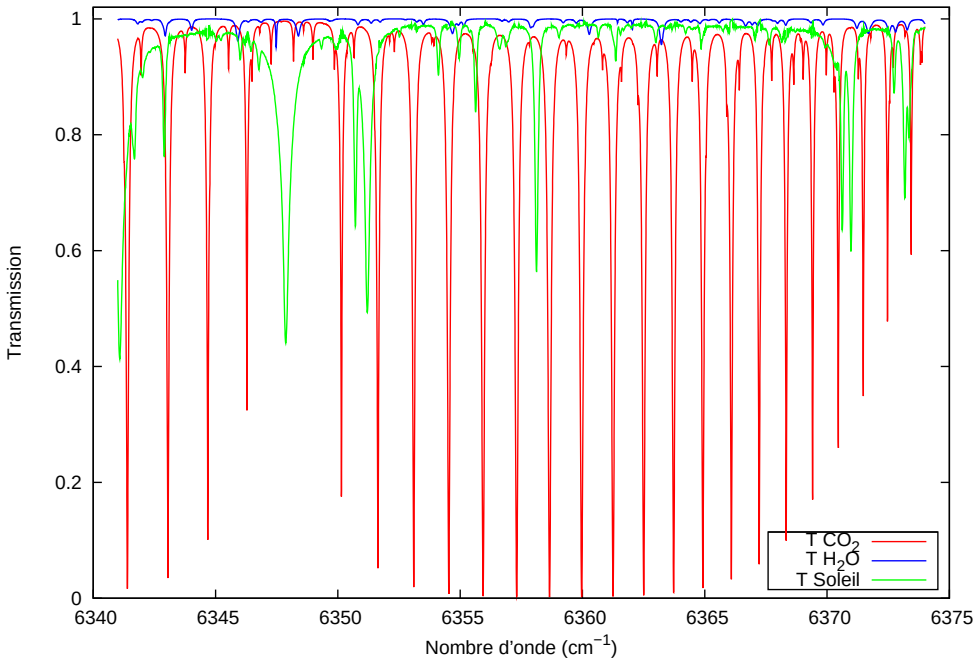

FIG. 4.3 – Transmission des différentes espèces considérées pour le calcul des spectres à l'aide du code de transfert radiatif SWIM

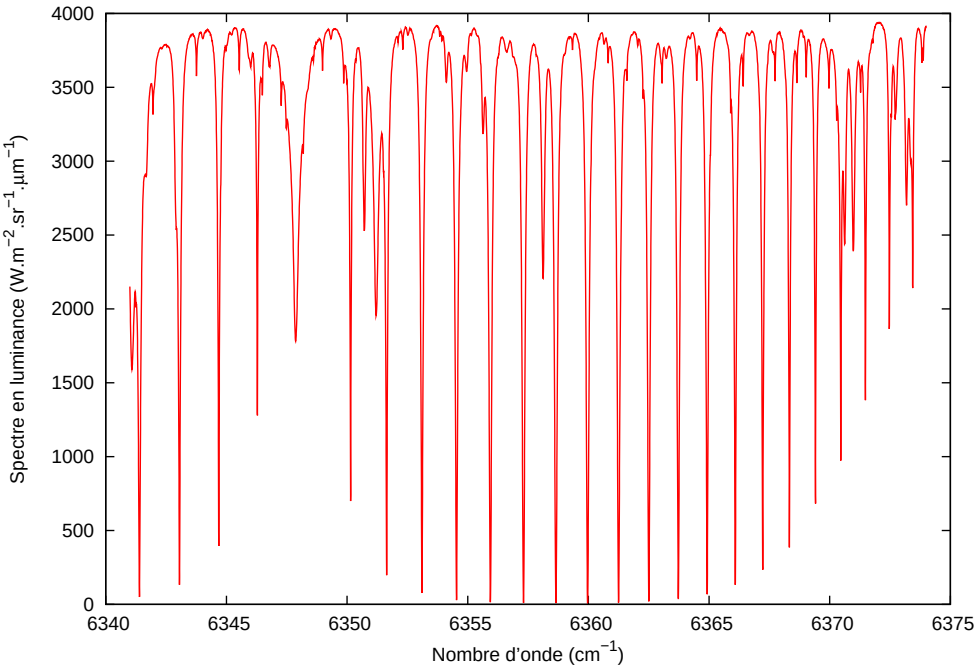

FIG. 4.4 – Spectre atmosphérique, en luminance pour la bande spectrale de mesure du spectromètre

figure 4.11 représente le jacobien du dioxyde de carbone dans le spectre.

A ce stade de modélisation, on peut prévoir, connaissant un état atmosphérique, le spectre en entrée d'instrument. La modélisation instrumentale se combine à la modélisation atmosphérique.

4.2.2 Modèle instrumental

Le modèle instrumental permet de décrire l'influence de l'instrument sur le spectre incident. Les spectres en sortie du code de transfert radiatif ne sont pas directement exploitables pour traiter les mesures instrumentales du fait de cette influence.

Classiquement, en spectrométrie, la modélisation instrumentale consiste à déterminer la fonction de réponse instrumentale dans le spectre. On peut se reporter au paragraphe 1.1.2.2 traitant spécifiquement de la réponse instrumentale. Une représentation de la réponse instrumentale mesurée en utilisant une raie laser est donnée par la figure 2.35. La réponse instrumentale est calculée à partir des paramètres instrumentaux détermninés lors de l'étalonnage. La mesure de la différence de marche est cruciale. Le profil de transmission du filtre optique passe-bande intervient également. Il pondère la sensibilité spectrale du spectromètre.

Une fois la réponse instrumentale déterminée, le passage des spectres en entrée d'instrument aux spectres mesurés est effectué en convoluant les spectres à résolution infinie par la réponse instrumentale. On entend par résolution infinie une résolution très supérieure à la résolution du spectromètre. La résolution de calcul du code de transfert radiatif, fixée à 0,005 cm^{-1}, est plus de trente fois plus fine que la résolution du spectromètre.

Nous avons également examiné une méthode spécifiquement développée pour le spectromètre par transformation de Fourier statique au paragraphe 3.6.3. Celle-ci consiste à appliquer des matrices de passage aux spectres calculés grâce au code de transfert radiatif. Pour passer d'un spectre à résolution infinie à un spectre à la résolution de mesure du spectromètre, on applique plus particulièrement la matrice de convolution de la réponse instrumentale. Remarquons que la matrice de passage du spectre à résolution infinie à l'interférogramme permet de limiter la modélisation instrumentale à la mesure de l'interférogramme.

Le modèle instrumental est appliqué indifféremment aux spectres comme aux jacobiens fournis par le code de transfert radiatif. Numériquement, il est ramené à des matrices de passage. La mesure est complètement modélisée par l'application successive du modèle atmosphérique et du modèle instrumental, ce qui constitue le modèle direct permettant de calculer, à partir d'un état atmosphérique connu, le spectre mesuré par le spectromètre. L'inversion du modèle direct a pour but de réaliser l'opération inverse, à savoir calculer l'état atmosphérique correspondant au spectre mesuré.

4.3 Modèle inverse

La mesure de la concentration atmosphérique en dioxyde de carbone à partir des spectres enregistrés par le spectromètre constitue un problème inverse. La méthode de

mesure est indirecte. On utilise la contribution spectrale du dioxyde de carbone au spectre solaire incident au sommet de l'atmosphère pour en déduire sa concentration atmosphérique moyenne. Le modèle inverse fournit la solution du problème. Il permet de passer des spectres aux concentrations.

Plus largement, les problèmes inverses sont fréquents pour bon nombre de mesures (en géophysique, imagerie médicale...). Les problèmes d'assimilation de données pour la prévision grâce aux modèles météorologiques font également appel à des techniques semblables à celles utilisées pour la résolution des problèmes inverses. La résolution des problèmes inverses est une discipline mathématique à part entière. Nous allons ici en aborder une application particulière : le sondage atmosphérique.

Le sondage atmosphérique nécessite l'application de ces méthodes inverses qui permettent de résoudre des problèmes qui ne présentent généralement pas une solution unique. La précision limitée des mesures atmosphériques ainsi que la multiplicité des paramètres influant sur le transfert radiatif font qu'il est impossible de retrouver une unique solution. Le problème est sous-déterminé. Pour discriminer les solutions, on a recours à une approche statistique classique pour la résolution des problèmes inverses. Les méthodes utilisées sont issues du formalisme que Rodgers a mis en place pour l'inversion des mesures dans le domaine du sondage atmosphérique [Rod00].

On présente d'abord le problème que l'on se propose de traiter. Ensuite, on donne les principaux résultats mathématiques qui seront appliqués pour l'inversion des spectres. Enfin, on décrit le code d'inversion développé spécifiquement pour retrouver la concentration atmosphérique en dioxyde de carbone à partir des mesures du spectromètre par transformation de Fourier statique.

4.3.1 Présentation de la méthode

On présente ici les principaux paramètres qui interviennent pour l'inversion de la concentration en dioxyde de carbone ainsi que les méthodes classiques de résolution.

4.3.1.1 Présentation du problème inverse

Le problème inverse consiste à retrouver, à partir d'une mesure, l'état qui est à l'origine du signal mesuré. Différents paramètres sont introduits. On les utilisera largement dans la suite.

L'état mesuré : L'état est l'objet de la mesure. C'est ce que l'on cherche à retrouver, dans notre cas le rapport de mélange moyen en dioxyde de carbone sur la colonne atmosphérique. La mesure est une fonction de l'état.

L'état se présente sous la forme d'un vecteur noté $\mathbf{x}$. Pour la mesure de la concentration en dioxyde de carbone moyennée sur la colonne atmosphérique, on ne recherche qu'une valeur. Plus généralement pour le sondage atmosphérique, la dimension du vecteur d'état est égale au nombre de niveaux sur lesquels est retrouvé le profil recherché. Rodgers introduit, en plus de l'état $\mathbf{x}$, la notion de paramètre (le vecteur des paramètres est noté $\mathbf{b}$). Un paramètre contribue au modèle direct mais ne fait pas partie de l'état

atmosphérique que l'on cherche à retrouver. On peut par exemple citer comme paramètre la pression de surface ou encore certaines caractéristiques instrumentales. Le code d'inversion développé pour le traitement des mesures du spectromètre par transformation de Fourier statique se différencie de cette démarche. On inclut en effet au vecteur d'état, en plus de la concentration en dioxyde de carbone qui est l'état atmosphérique recherché, « l'état instrumental », plus précisément les déformations de l'interféromètre, ainsi que la réflectance de la scène. On a pratiqué de la sorte car on exploite les valeurs retrouvées pour corriger les mesures au cours de procédures itératives, ainsi que pour apporter une correction temporelle, d'une mesure sur l'autre, à l'aide des valeurs retrouvées lors de l'inversion précédente. Un paramètre, bien que pris en compte durant l'inversion, n'est pas inversé. En fin d'inversion, on ne dispose donc pas d'une valeur retrouvée pour un paramètre, ce qui empêche une éventuelle correction. On décrit plus en détail l'utilisation des paramètres dans l'inversion en annexe, au paragraphe B.1.3. Le vecteur d'état effectivement retrouvé lors de l'inversion des mesures du spectromètre par transformation de Fourier statique est présenté au paragraphe 4.3.2.1.

La mesure : La mesure est ce qui est délivré par l'instrument. Elle est notée $\mathbf{y}$. En général, pour le sondage atmosphérique, la mesure est un spectre. Dans notre cas, la mesure sera l'interférogramme (voir le paragraphe 4.3.2).

La mesure est un vecteur. Habituellement, la dimension du vecteur de mesure est plus grande que celle du vecteur d'état. Le système d'équations que l'on résoud contient alors plus d'équations que d'inconnues. Cette différence de dimension n'assure cependant pas forcément l'indépendance de suffisamment d'équations pour que le problème présente un unique état solution. Le bruit de mesure perturbe l'inversion.

La fonction directe et le modèle direct : La fonction directe est la fonction f qui décrit la physique de la mesure. C'est elle qui associe à un état $\mathbf{x}$ une mesure $\mathbf{y}$:

$$\mathbf{y} = f(\mathbf{x}) \tag{4.12}$$

Celle-ci est modélisée avec une certaine précision. Elle est purement théorique et ne peut être entièrement connue. De plus, pour la modéliser, on doit souvent faire appel à des approximations simplificatrices. Le modèle direct F correspond à la connaissance que l'on a de la fonction directe. La mesure est égale à :

$$\mathbf{y} = F(\mathbf{x}) + \boldsymbol{\epsilon} \tag{4.13}$$

où l'on a introduit l'erreur de mesure $\boldsymbol{\epsilon}$. Le modèle direct F combine le modèle atmosphérique et le modèle intrumental qui ont été introduits respectivement aux paragraphes 4.2.1 et 4.2.2.

Les jacobiens : Les jacobiens sont des dérivées partielles. Ils décrivent la sensibilité d'un paramètre à un autre paramètre. Dans notre cas, on appellera jacobien la sensibilité

de la mesure à l'état. On calcule donc la dérivée d'un vecteur par rapport à un autre. Le jacobien se présente sous la forme d'une matrice $\mathbf{K}$ dont les coefficients sont :

$$\mathrm{K}_{i,j} = \frac{\partial \mathrm{y}_i}{\partial \mathrm{x}_j} \tag{4.14}$$

$$\mathrm{K}_{i,j} = \frac{\partial F_i(\mathbf{x})}{\partial \mathrm{x}_j} \tag{4.15}$$

avec $F_i(\mathbf{x})$, la i-ème coordonnée de $F(\mathbf{x})$.

Le calcul des jacobiens est une tâche importante de la résolution d'un problème inverse. On peut linéariser le modèle direct grâce aux jacobiens. L'expression 4.13 devient :

$$\mathbf{y} - \mathbf{y}_0 = \mathbf{K}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) + \boldsymbol{\epsilon} \tag{4.16}$$

où ($\mathbf{y}_0$,$\mathbf{x}_0$) est le point de linéarisation. L'état $\mathbf{x}$ est proche de $\mathbf{x}_0$ et la mesure $\mathbf{y}$ est voisine de $\mathbf{y}_0$.

Les matrices de covariance : Les matrices de covariance permettent de décrire la statistique des vecteurs. Pour une variable simple qui est un vecteur à une dimension, la matrice de covariance se réduit à la variance σ^2 de la variable. Pour un vecteur, la matrice de covariance a pour expression :

$$S_{i,j} = \mathrm{E}\left\{[y_i - \mathrm{E}(y_i)]\,[y_j - \mathrm{E}(y_j)]\right\} \tag{4.17}$$

E désigne l'espérance mathématique qui est définie par :

$$\mathrm{E}(y) = \int y \cdot P(y)\,\mathrm{d}y \tag{4.18}$$

où P est la densité de probabilité de la variable y.

Par définition, une matrice de covariance est symétrique. Les termes diagonaux de la matrice de covariance d'un vecteur sont les variances des variables du vecteur. Les termes non diagonaux traduisent les corrélations entre les variables. Par exemple, si le coefficient $S_{i,j}$ est non nul et $i \neq j$, alors, les variables i et j du vecteur ne sont pas indépendantes.

On utilisera la matrice de covariance de la mesure qui décrit le bruit de mesure et la matrice de covariance de l'état qui illustre la précision de la connaissance de la concentration en dioxyde de carbone. Pour la matrice de covariance de l'état, on distinguera la matrice *a priori*, avant inversion et *a posteriori*, obtenue après inversion.

L'*a priori* : L'*a priori* est la connaissance de l'état avant la mesure. La connaissance *a priori* du vecteur d'état joue un rôle important. Elle permet de contraindre le problème inverse. Les deux composantes de l'*a priori* sont d'une part l'état *a priori*, et d'autre part, la matrice de covariance *a priori* de l'état.

Pour l'inversion, on a recours à des hypothèses sur l'état *a priori* et sur sa statistique. Très souvent, le problème est simplifié en considérant que les variables de l'état *a priori*

ont une distribution gaussienne. Des variables gaussiennes ont une densité de probabilité de la forme :

$$P(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot \exp\left\{-\frac{1}{2}\left[\left(\frac{x - \mathrm{E}(x)}{\sigma}\right)^2\right]\right\} \tag{4.19}$$

avec σ l'écart type tel que :

$$\sigma^2 = \int P(x)\,(x - \mathrm{E}(x))^2\,\mathrm{d}x = \mathrm{E}(x^2) - [E(x)]^2 \tag{4.20}$$

Un vecteur dont la statistique est gaussienne a une densité de probabilité de la forme :

$$P(\mathbf{x}) = \frac{1}{(2\pi)^{n/2}|\mathbf{S}_x|^{1/2}} \cdot \exp\left\{-\frac{1}{2}(\mathbf{x} - \mathrm{E}(\mathbf{x}))^t\,\mathbf{S}_x^{-1}(\mathbf{x} - \mathrm{E}(\mathbf{x}))\right\} \tag{4.21}$$

avec $\mathbf{S}_x$ la matrice de covariance du vecteur $\mathbf{x}$.

L'*a priori* est utilisé comme point de linéarisation du problème. Par exemple, dans l'équation 4.16, $\mathbf{x}_0$ et $\mathbf{y}_0$ peuvent être issus de la connaissance *a priori*.

La résolution du problème inverse est effectuée à partir de la mesure, et de l'information complémentaire apportée par les autres paramètres présentés. La méthode de résolution repose sur des considérations statistiques.

4.3.1.2 Résolution du problème inverse

La résolution du problème inverse consiste à retrouver l'état $\mathbf{x}$ à partir de la mesure $\mathbf{y}$ et d'un certain nombre d'éléments complémentaires qui ont été présentés au paragraphe précédent 4.3.1.1. On donne ici les résultats généraux auxquels ont fait appel pour la résolution du problème inverse que constitue la mesure du dioxyde de carbone. Les calculs qui aboutissent à ces résultats sont développés dans l'annexe B. On peut trouver plus de détails concernant les problèmes inverses et leurs méthodes de résolution dans [Rod00] ou dans [Tar05].

L'inversion consiste à calculer la densité de probabilité de l'état *a posteriori*. Elle est évaluée en utilisant le théorème de Bayes, ainsi qu'une série d'hypothèses. Ensuite, on peut calculer, à partir de la densité de probabilité a prosteriori, un état solution unique. On fait appel, pour cela, à un critère de détermination.

Dans le cas de l'inversion de la concentration en dioxyde de carbone, on fait l'hypothèse que les densités de probabilité sont gaussiennes. Les variables physiques sont généralement bien décrites par des lois normales. Le critère de détermination de l'état retrouvé est celui du maximum de densité de probabilité *a posteriori*. On calcule l'état pour lequel la densité de probabilité est maximale. Dans ce cas, l'état retrouvé est égal à l'espérance mathématique du vecteur d'état défini par la densité de probabilité *a posteriori*, si l'on fait l'hypothèse d'une statistique gaussienne.

L'application du théorème de Bayes et des différentes hypothèses amène à l'expression de la matrice de covariance de l'état :

$$\hat{\mathbf{S}} = \left(\mathbf{K}^t\,\mathbf{S}_\epsilon^{-1}\,\mathbf{K} + \mathbf{S}_a^{-1}\right)^{-1} \tag{4.22}$$

où $\mathbf{S}_\epsilon$ est la matrice de covariance de la mesure, et $\mathbf{S}_a$, la matrice de covariance *a priori*. La matrice de covariance de la mesure est représentative de l'erreur de mesure $\boldsymbol{\epsilon}$, introduite dans l'équation 4.13. On obtient également deux expressions équivalentes de l'état retrouvé selon le critère du maximum de la densité de probabilité *a posteriori* :

$$\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{x}_a + \left(\mathbf{K}^t \mathbf{S}_\epsilon^{-1} \mathbf{K} + \mathbf{S}_a^{-1}\right)^{-1} \mathbf{K}^t \mathbf{S}_\epsilon^{-1} (\mathbf{y} - \mathbf{K}\mathbf{x}_a) \quad (4.23)$$

$$\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{x}_a + \mathbf{S}_a\mathbf{K}^t \left(\mathbf{K}\mathbf{S}_a\mathbf{K}^t + \mathbf{S}_\epsilon\right)^{-1} (\mathbf{y} - \mathbf{K}\mathbf{x}_a) \quad (4.24)$$

avec $\mathbf{x}_a$ l'état *a priori*. C'est la valeur que l'on attribue à l'état avant de disposer de l'information de la mesure.

Ces expressions sont légérement modifiées si la mesure dépend de paramètres ne faisant pas partie de l'état. Dans le cas de la mesure du dioxyde de carbone atmosphérique, on a considéré comme paramètre le contenu en vapeur d'eau de l'atmosphère. On introduit la matrice de covariance des paramètres $\mathbf{S}_b$, ainsi que leurs jacobiens $\mathbf{K}_b$. La matrice de covariance *a posteriori* et l'état retrouvé s'écrivent maintenant :

$$\hat{\mathbf{S}} = \left[\mathbf{K}^t(\mathbf{K}_b\mathbf{S}_b\mathbf{K}_b^t + \mathbf{S}_\epsilon)^{-1}\mathbf{K} + \mathbf{S}_a^{-1}\right]^{-1} \text{ , et} \quad (4.25)$$

$$\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{S}_a\mathbf{K}^t(\mathbf{K}\mathbf{S}_a\mathbf{K}^t + \mathbf{K}_b\mathbf{S}_b\mathbf{K}_b^t + \mathbf{S}_\epsilon)^{-1}\mathbf{y} \quad (4.26)$$

On utilise la méthode itérative de Gauss-Newton pour l'inversion. On peut ainsi mieux de tenir compte des non-linéarités du problème inverse. Une inversion itérative suppose de faire le calcul des *a priori* à chaque nouvelle itération. A l'itération $i+1$, on applique le modèle direct, de manière a calculer l'*a priori* correspondant à l'état retrouvé à l'itération i. On donne deux expressions équivalentes de l'état retrouvé selon la méthode de Gauss-Newton :

$$\mathbf{x}_{i+1} = \mathbf{x}_a + \left(\mathbf{K}_i^t \mathbf{S}_\epsilon^{-1} \mathbf{K}_i + \mathbf{S}_a^{-1}\right)^{-1} \mathbf{K}_i^t \mathbf{S}_\epsilon^{-1} \left[\mathbf{y} - \mathbf{F}(\mathbf{x}_i) + \mathbf{K}_i(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_a)\right] \quad (4.27)$$

$$= \mathbf{x}_a + \mathbf{S}_a\mathbf{K}_i^t \left(\mathbf{K}_i\mathbf{S}_a\mathbf{K}_i^t + \mathbf{S}_\epsilon\right)^{-1} \left[\mathbf{y} - \mathbf{F}(\mathbf{x}_i) + \mathbf{K}_i(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_a)\right] \quad (4.28)$$

On doit calculer, à chaque itération, l'*a priori* $\mathbf{F}(\mathbf{x}_i)$ ainsi que le jacobien $\mathbf{K}_i$. On peut prendre en compte d'éventuels paramètres dans une procédure itérative. Pour ce faire, il faut introduire leur matrice de covariance ainsi que leurs jacobiens.

4.3.1.3 Synthèse des principales grandeurs et des principaux outils de l'inversion

On peut faire ressortir des calculs précédents quelques grandeurs importantes. On définit en particulier des matrices qui sont largement utilisées pour l'étude des problèmes inverses. Ces résultats sont détaillés dans l'annexe B.

La matrice de gain : La matrice de gain, $\mathbf{G}$ est définie par :

$$\mathbf{G} = \left(\mathbf{K}^t \mathbf{S}_\epsilon^{-1} \mathbf{K} + \mathbf{S}_a^{-1}\right)^{-1} \mathbf{K}^t \mathbf{S}_\epsilon^{-1} \quad (4.29)$$

$$\mathbf{G} = \mathbf{S}_a\mathbf{K}^t \left(\mathbf{K}\mathbf{S}_a\mathbf{K}^t + \mathbf{S}_\epsilon\right)^{-1} \quad (4.30)$$

Elle est également appelée l'inverse généralisée de $\mathbf{K}$. La matrice de gain peut être vue comme la sensibilité de l'état retrouvé à la mesure :

$$\mathbf{G} = \frac{\partial \hat{\mathbf{x}}}{\partial \mathbf{y}} \tag{4.31}$$

La matrice des noyaux de moyennage : La matrice des noyaux de moyennage est notée $\mathbf{A}$. Elle est égale au produit de la matrice de gain $\mathbf{G}$ et du jacobien $\mathbf{K}$:

$$\mathbf{A} = \mathbf{G}\,\mathbf{K} \tag{4.32}$$

La matrice des noyaux de moyennage relie l'état « vrai » et l'état retrouvé à travers l'expression :

$$\mathbf{A} = \frac{\partial \hat{\mathbf{x}}}{\partial \mathbf{x}} \tag{4.33}$$

On exploitera la matrice des noyaux de moyennage pour le calcul du contenu en information de la mesure, que l'on traite au paragraphe 4.4.

Matrice de covariance et état retrouvés : On peut exprimer la matrice de covariance retrouvée en fonction de la matrice des noyaux de moyennage.

$$\hat{\mathbf{S}} = \mathbf{S}_a - \mathbf{A}\mathbf{S}_a \tag{4.34}$$

L'état retrouvé, exprimé en fonction de la matrice de gain a pour expression :

$$\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{x}_a + \mathbf{G}\,(\mathbf{y} - \mathbf{K}\mathbf{x}_a) \tag{4.35}$$

On rappelle qu'il est déterminé selon le critère du maximum de probabilité *a posteriori*.

4.3.2 Présentation de la procédure adaptée à la mesure

Une procédure d'inversion sur les interférogrammes a été mise en place pour retrouver la concentration en dioxyde de carbone à partir des interférogrammes mesurés par le spectromètre. Cette procédure a été adaptée aux mesures de l'instrument. On a en particulier été amené à introduire dans le vecteur d'état retrouvé les déformations de l'interféromètre.

Le problème inverse à résoudre est d'abord présenté. Ensuite, la procédure d'inversion est détaillée. Enfin, quelques premiers éléments de caractérisation sont donnés.

4.3.2.1 Présentation du problème à résoudre

La première donnée en sortie d'instrument, avant le spectre, est l'interférogramme. Il a été décidé d'inverser directement celui-ci plutôt que les spectres. La mesure $\mathbf{y}$ est donc l'interférogramme. La dimension du vecteur $\mathbf{y}$ est égale au nombre d'échantillons dans l'interférogramme. Ce nombre est fixé lorsqu'on choisit les valeurs de l'interférférogramme comme vecteur d'observation. Le nombre de composantes de ce vecteur est

voisin de 1000. Notons qu'on pratique le doublage de points : les mesures inversées ont deux fois plus de points que les interférogrammes statiques. Le doublage de points est présenté au paragraphe 1.2.3.2.

Comme le spectre, l'interférogramme est une fonction de l'état atmosphérique, en particulier de la concentration en dioxyde de carbone. La mesure dépend aussi très fortement des différences de marche générées par les miroirs à échelettes. Les déformations de l'interféromètre vont affecter les mesures. On les prend en compte dans la procédure d'inversion. Enfin, le profil à basse résolution spectrale (fond continu lié aux dépendances lentes en fonction du nombre d'onde) de la scène observée est inversé. Le vecteur d'état $\mathbf{x}$ est un vecteur à 10 dimensions. Une composante du vecteur d'état est associée à la concentration en dioxyde de carbone, six dimensions décrivent les déformations de l'interféromètre et trois sont associées à la réflectance spectrale.

Pour la résolution du problème inverse, il s'agit donc de retrouver :
- La concentration en dioxyde de carbone
- Les paramètres de modélisation des déformations de l'interféromètre
- Les paramètres de modélisation de la réflectance spectrale

Nous allons examiner la démarche suivie pour l'inversion des mesures. Notons que le code d'inversion a évolué de manière importante au fil de son développement. Par exemple, les premières versions du code avaient pour vecteur d'observation le spectre plutôt que l'interférogramme mesuré. On donnera au paragraphe 4.5 des résultats intermédiaires obtenus en utilisant les différentes versions du code d'inversion.

4.3.2.2 Procédure d'inversion des mesures du spectromètre

La figure 4.5 donne un diagramme de la procédure d'inversion. C'est une procédure itérative en deux temps. Dans un premier temps les déformations sont retrouvées seules. Les autres coordonnées du vecteur d'état ne sont pas inversées. Dans un deuxième temps, l'ensemble de l'état est retrouvé.

Inversion directe à partir des interférogrammes : Les mesures en entrée du code d'inversion sont directement les interférogrammes. D'un point de vue théorique, les spectres et les interférogrammmes sont équivalents (à une transformation de Fourier près). D'après le théorème de Parseval, toute l'information contenue dans les spectres se trouve également dans les interférogrammes. On peut traiter identiquement les spectres ou les interférogrammes pour l'inversion de la concentration en dioxyde de carbone. L'absorption du dioxyde de carbone a un effet sur l'interférogramme, comme elle en a un sur le spectre. La figure 4.6 compare un interférogramme mesuré face à la lampe et un interférogramme atmosphérique. Les interférogrammes sont tracés en fonction du numéro d'échantillon. Les deux interférogrammes obtenus en doublage de points sont tracés côte à côte. Il s'agit de la courbe équivalente de la courbe 3.17 qui compare un spectre de lampe à un spectre atmosphérique. Cette fois, on se place dans l'espace de l'interférogramme. Comme pour les spectres, on peut distinguer l'influence de l'absorption du dioxyde de carbone. Dans les spectres, des raies d'absorption se creusent. Dans le cas des interférogrammes, des « bouffées » de signal apparaissent. Par ailleurs, on

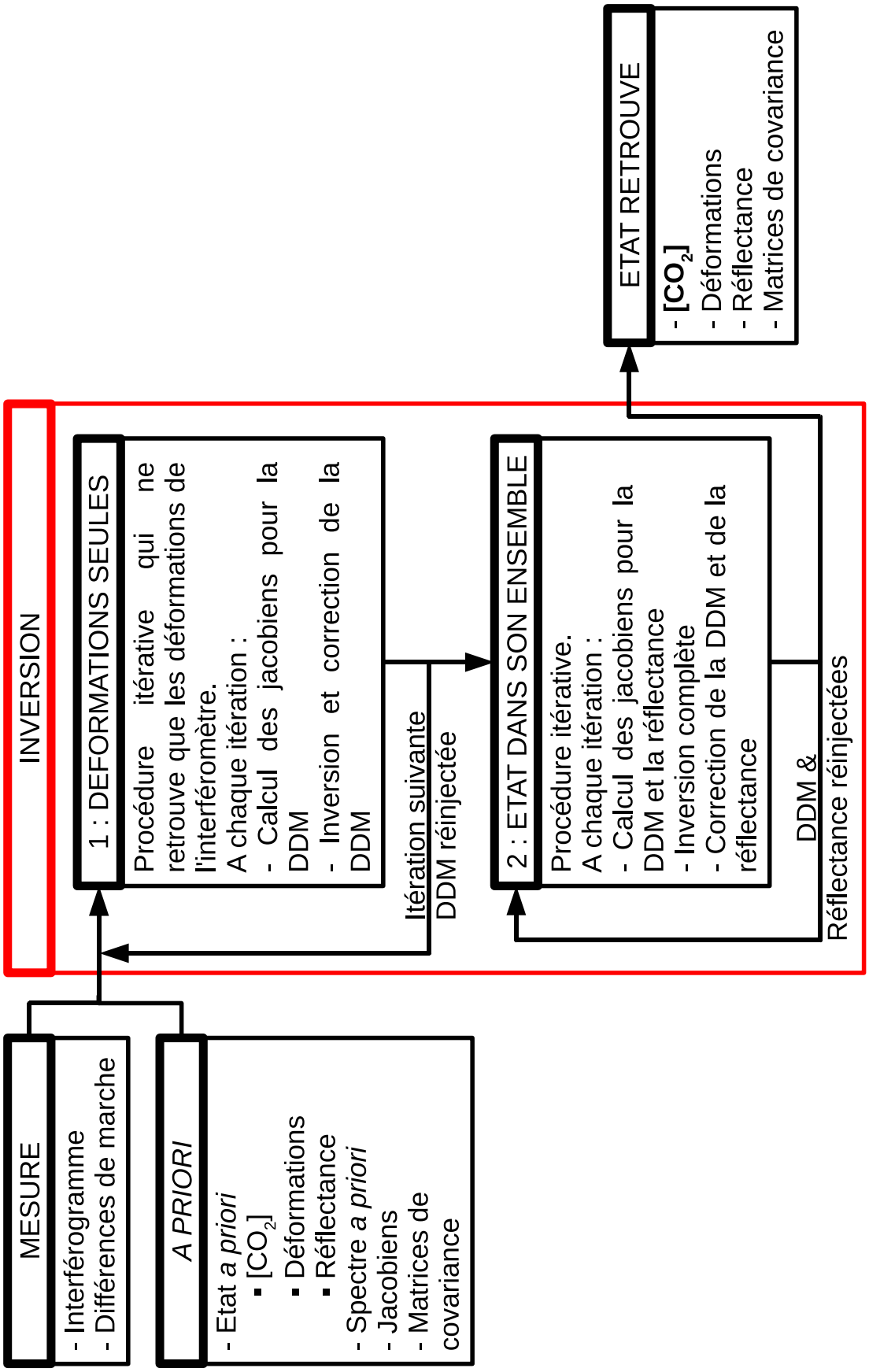

FIG. 4.5 – Diagramme de la procédure d'inversion

peut constater que les interférogrammes de la lampe et de l'atmosphère sont superposables au voisinage de la différence de marche nulle. Le signal interférométrique autour de la différence de marche nulle correspond à la forme de l'enveloppe basse fréquence du spectre. Cette enveloppe est principalement due au profil du filtre optique qui limite la bande spectrale pour les deux types de mesure (lampe ou atmosphère).

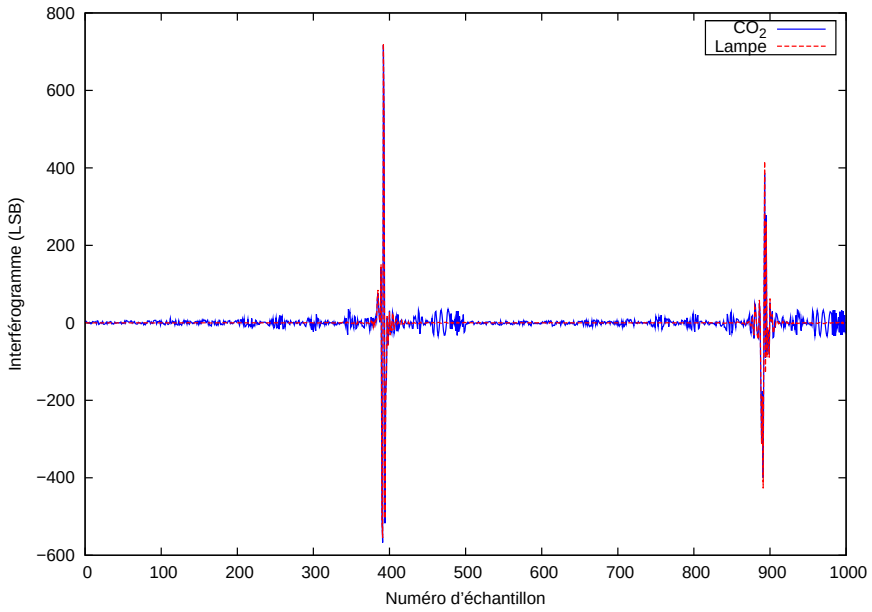

FIG. 4.6 – Superposition d'un interférogramme atmosphérique et d'un interférogramme de lampe

On peut donner une interprétation qualitative à l'apparition des bouffées dans l'interférogramme. Les raies d'absorption du dioxyde de carbone sont réparties périodiquement dans le spectre (voir par exemple la figure 2.8 ou encore la figure 3.17). Le spectre atmosphérique S_{atm} peut donc s'écrire de la manière suivante :

$$S_{atm} = S_{flt} \cdot (1_\sigma - \alpha \, \text{Ш}_{\sigma_a}^{CO_2}) \tag{4.36}$$

avec S_{flt} le profil du filtre, 1_σ la fonction constante égale à 1, α un coefficient entre 0 et 1 représentatif de l'intensité de l'absorption et $\text{Ш}_{\sigma_a}^{CO_2}$ le peigne de Dirac de période σ_a. L'interférogramme atmosphérique I_{atm}, est la transformée de Fourier de ce spectre :

$$I_{atm} = I_{flt} * (\delta - \beta \, \text{Ш}_{1/\sigma_a}^{CO_2}) \tag{4.37}$$

avec I_{flt} l'interférogramme de la lampe, δ la distribution de Dirac, β une constante et $\text{Ш}_{1/\sigma_a}^{CO_2}$ le peigne de Dirac de période $1/\sigma_a$. En développant, on obtient :

$$I_{atm} = I_{flt} - \beta I_{flt} * \text{Ш}_{1/\sigma_a}^{CO_2} \tag{4.38}$$

L'allure d'un tel interférogramme est donc celle d'un interférogramme de lampe à laquelle on ajoute périodiquement le même interférogramme affecté d'un coefficient β.

Le profil d'un interférogramme de lampe est non nul uniquement autour de la différence de marche nulle. Par conséquent, l'effet de la convolution par le peigne de Dirac est essentiellement de reproduire périodiquement le signal autour de la différence de marche nulle. Cette périodisation génère des bouffées. Par cette approche qualitative, on explique l'apparition des bouffées du dioxyde de carbone dans les interférogrammes atmosphériques. On peut vérifier cette interprétation en mesurant la période σ_a des raies d'absorption dans le spectre, par exemple sur la figure 3.17. On trouve environ $\sigma_a \simeq 1{,}2$ cm^{-1}. Par conséquent la période des bouffées devrait être $1/\sigma_a \simeq 0{,}8$ cm. Cette valeur correspond bien à ce que l'on mesure dans les interférogrammes comme sur la figure 4.7.

Cette étude qualitative n'explique pas la décroissance de l'amplitude des bouffées avec la différence de marche. Celle-ci est probablement due au fait que les raies ne sont pas rigoureusement périodiques et que leur intensité n'est pas constante. Par conséquent leur représentation par un peigne de Dirac n'est que partiellement correcte.

Nous venons de voir que l'information sur l'absorption par le dioxyde de carbone se trouvait également dans les interférogrammes et ce de manière localisée dans des bouffées de signal. On peut être tenté, pour améliorer la précision de mesure de la concentration en dioxyde de carbone, de favoriser la mesure du signal dans les bouffées. Ceci consiste à acquérir un interférogramme complètement irrégulier, pour lequel l'échantillonnage de la différence de marche est densifié dans des zones où la sensibilité est maximale. Cette démarche a été suivie lors de la définition des miroirs à échelettes de l'interféromètre. L'interférogramme est partiellement bilatère, c'est à dire symétrique par rapport à la différence de marche nulle de sorte à reproduire la première bouffée. La figure 4.7 représente un interférogramme mesuré en visée solaire en fonction de la différence de marche, où les bouffées de signal associées à la quasi-périodicité des raies d'absorption du dioxyde de carbone sont désignées par des flèches. On repère la réplique de la première bouffée du côté des différences de marche positives. En plus de cette première disposition, la différence de marche des échelettes d'étalonnage a été définie au niveau de la première bouffée spécifique au CO_2 (du côté des DDM positives). On peut se reporter au paragraphe 2.3.1.1 pour une description plus détaillée des miroirs à échelettes. Le signal apporté par les échelettes d'étalonnage est visible sur la figure 4.6. Il est tracé en fin des interférogrammes au niveau des échantillons 456 à 499 et 912 à 999. Ces choix de définition ont été validés par simulation. Les résultats de celle-ci sont donnés au paragraphe 4.5.

Un suréchantillonnage dans l'interférogramme revient à favoriser certaines structures spectrales dans le spectre. En l'occurence, il s'agit pour notre spectromètre des motifs spectraux propres aux raies d'absorption du dioxyde de carbone. On peut pousser le raisonnement jusqu'à ne mesurer l'interférogramme qu'exclusivement dans des zones sensibles au dioxyde de carbone. Dans ce cas, l'instrument ne permettra plus de reconstituer un spectre complet. L'échantillonnage ne remplit plus le critère de Shanon-Nyquist. Par contre, il est optimisé pour le sondage du gaz cible. La définition d'un tel instrument nécessiterait de repenser la forme des miroirs. On peut par exemple envisager un miroir à échelettes en regard d'un miroir plan légèrement incliné. Les marches du miroir à échelettes définiraient la position centrale des échantillons. Le miroir incliné

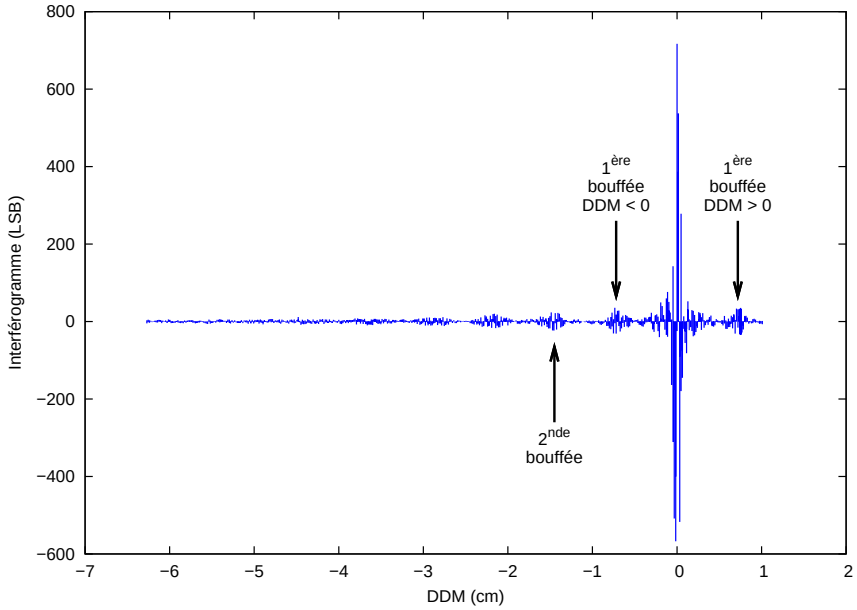

FIG. 4.7 – Interférogramme atmosphérique en fonction de la différence de marche. Cette mesure est acquise en doublage de points. Le signal des échelettes d'étalonnage y est inclus. Les bouffées de signal associées à la quasi-périodicité des raies d'absorption du CO_2 sont repérées par des flèches.

permettrait de suréchantillonner l'interférogramme autour des différences de marche centrales définies par le premier miroir.

Le traitement des interférogrammes apporte des perspectives séduisantes pour le spectromètre par transformation de Fourier statique considéré. Il permet d'adapter de manière plus directe l'instrument au besoin de la mesure. Cette adaptation peut être poussée jusqu'à envisager d'abandonner la fonction de spectromètre pour ne conserver que la fonction « utile » de sondage atmosphérique. Point également important et spécifique au spectromètre, le traitement des déformations de l'interféromètre est plus direct si l'on considère les interférogrammes. Nous aborderons cela au paragraphe 4.3.2.2. Enfin, le traitement des interférogrammes plutôt que des spectres présente l'intêret de pouvoir éliminer certains échantillons problématiques. Ce sont principalement les échantillons proches de la différence de marche nulle qui amènent le plus de difficultés. Les niveaux de signal rencontrés dans cette zone de différence de marche sont les plus variables. Les échantillons en question seront donc les plus affectés par les défauts de non-linéarité. De plus, on ne peut pas étalonner correctement la différence de marche de l'échantillon le plus proche de la différence de marche nulle. La valeur de la différence de marche est trop faible pour qu'on puisse la mesurer selon la méthode décrite au paragraphe 3.3. Le domaine de variation de la longueur d'onde du laser est trop restreint pour que les traitements permettent de retrouver la différence de marche ainsi que le contraste interférométrique. Il est important de préciser que ce type de procédé consistant à supprimer des échantillons de l'interférogramme engendre une perte

d'information significative sur le profil du spectre. En particulier, la suppression des échantillons autour de la différence de marche nulle dégrade le profil basse fréquence du spectre mesuré. On suppose que cette dégradation des spectres est acceptable dans la mesure où l'information sur le dioxyde de carbone est contenue dans le profil haute fréquence des raies d'absorption. De plus, l'inversion directement des interférogrammes, plutôt que celle des spectres, permet de s'affranchir de l'erreur de calcul des spectres, liée à la sélection des échantillons.

La spécifité du spectromètre par transformation de Fourier statique nous a amenés à définir une procédure d'inversion directement sur la mesure en sortie d'instrument, à savoir l'interférogramme. Celui-ci contient, comme les spectres, l'information sur la concentration en dioxyde de carbone. On a vérifié par simulation que l'inversion à partir des interférogrammes est équivalente à l'inversion à partir des spectres. Les résultats de la simulation sont exposés au paragraphe 4.5. Le choix de traiter les interférogrammes impose de définir un modèle direct depuis l'état atmosphérique jusqu'à l'interférogramme. Les conversions des données spectrales dans l'espace des interférogrammes seront effectuées à l'aide des matrices de passage définies au paragraphe 3.6.3. L'instrument est également très sensible aux déformations. Le code d'inversion tient spécialement compte de celles-ci.

Inversion des déformations : Nous avons vu au chapitre 2 et plus exactement au paragraphe 2.4.1.2 que l'interféromètre se déforme au cours du temps du fait des variations thermiques de l'environnement. Les déformations thermo-élastiques ou mécaniques sont non négligeables et doivent être retrouvées afin d'en tenir compte dans le traitement des mesures.

La première étape de la procédure est entièrement dédiée à l'inversion des déformations (voir le diagramme 4.5). On a en effet constaté que celle-ci devait être effectuée en premier parce que la majeure partie du signal dans l'interférogramme provient des déformations thermo-élastiques.

Nous avons également vu au paragraphe 2.4.1.2 qu'au premier ordre, ces déformations peuvent être modélisées par des déformations de corps rigide de l'interféromètre. On les ramène alors à un piston et deux inclinaisons selon les deux directions transverses. De telles déformations ont une signature particulière dans l'interférogramme. Un cas théorique simple est représenté sur la figure 4.8. L'interférogramme d'un laser est représenté avant et après la déformation de l'interféromètre. Un piston a pour effet d'introduire un déphasage constant, alors qu'une inclinaison génère un déphasage variable avec la différence de marche. Les déformations introduites à titre démonstratif sont beaucoup plus grandes que celles mesurées en temps normal. L'axe de rotation pour l'inclinaison a été choisi au niveau de la différence de marche nulle (ZPD).

L'interférogramme est mesuré spatialement dans les deux dimensions transverses. Il est en théorie possible de retrouver le piston et les deux inclinaisons, en exploitant les différences de signature des déformations dans les interférogrammes. Pour ce faire, on applique la méthode d'inversion décrite précédemment dans le paragraphe 4.3.1.2. Les jacobiens des déformations sont calculés de manière perturbative. On calcule l'effet de

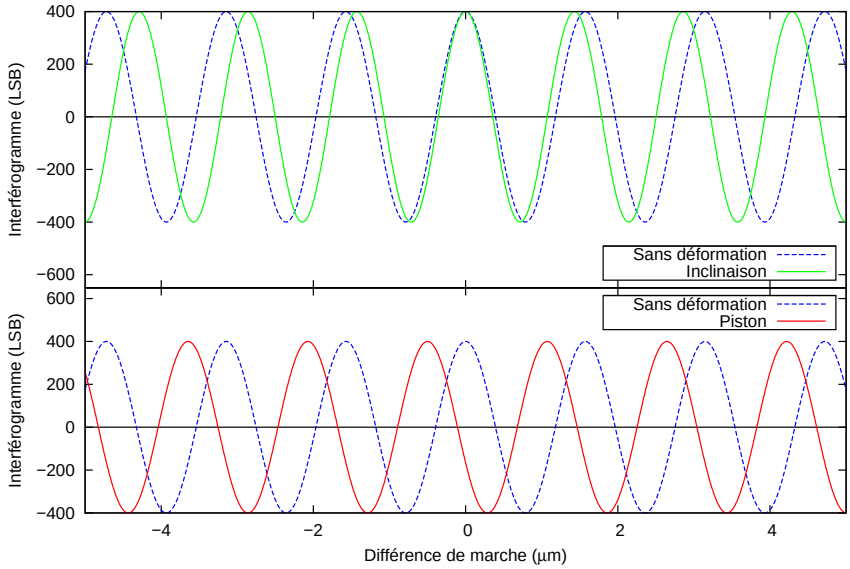

FIG. 4.8 – Effets sur l'interférogramme des déformations de corps rigide de l'interféromètre

déformations infinitésimales :

$$\mathbf{K}_{piston} = \frac{1}{P}\left[\mathbf{I}(\boldsymbol{\delta} + P) - \mathbf{I}(\boldsymbol{\delta})\right] \tag{4.39}$$

$$\mathbf{K}_{tiltx} = \frac{1}{T_x}\left[\mathbf{I}(\boldsymbol{\delta} + f_x(T_x)) - \mathbf{I}(\boldsymbol{\delta})\right] \tag{4.40}$$

$$\mathbf{K}_{tilty} = \frac{1}{T_y}\left[\mathbf{I}(\boldsymbol{\delta} + f_y(T_y)) - \mathbf{I}(\boldsymbol{\delta})\right] \tag{4.41}$$

avec $\mathbf{K}_{piston}$, $\mathbf{K}_{tiltx}$ et $\mathbf{K}_{tilty}$ respectivement les jacobiens du piston, de l'inclinaison horizontale (l'axe de rotation est vertical) et de l'inclinaison verticale (pour laquelle l'axe de rotation est horizontal). P, T_x et T_y sont les valeurs respectives du piston, de l'inclinaison horizontale et de l'inclinaison verticale que l'on injecte. $\mathbf{I}$ est l'interférogramme, $\boldsymbol{\delta}$ est la différence de marche avant perturbation. Enfin, f_x et f_y sont des fonctions qui permettent de calculer les déformations induites par les inclinaisons, en tenant compte de la répartition spatiale des échantillons. Les interférogrammes sont calculés à l'aide du spectre *a priori* $\mathbf{B}_0$, fourni par le code de transfert radiatif, et de la matrice de passage du spectre à l'interférogramme, issue des calculs décrits au paragraphe 3.6.3.1 :

$$\mathbf{I}(\boldsymbol{\delta}) = \mathbf{M}^{I}_{S_{inf}}(\boldsymbol{\delta}) \times \mathbf{B}_0 \tag{4.42}$$

On calcule la matrice de passage $\mathbf{M}^{I}_{S_{inf}}(\boldsymbol{\delta})$ pour la différence de marche avant et après perturbation.

La figure 4.9 présente les jacobiens des trois déformations considérées. On les a calculés pour de petites amplitudes de déformation : 1 nm de DDM optique pour le

piston et environ 0,01 μrad pour les inclinaisons. Cette valeur angulaire correspond à une variation de différence de marche extrême en bout de miroir de 1 nm de DDM optique. Les axes de rotation sont arbitrairement considérés au niveau de la différence de marche nulle. L'erreur commise en faisant cette hypothèse est compensée par le piston. Le jacobien du dioxyde de carbone, pour une variation de 1 ppm de la concentration de la colonne est également tracé. Son amplitude est largement inférieure à celle du jacobien pour un piston de 1 nm de DDM optique. Elle est du même ordre de grandeur que celle des jacobiens associés aux variables T_x et T_y qui décrivent les inclinaisons. Par conséquent, la mesure est au moins autant sensible au dioxyde de carbone qu'aux faibles déformations considérées. Cette sensibilité aux déformations justifie de limiter au maximum les sources de déformations, particulièrement les variations thermiques de l'environnement de l'interféromètre, ce qui conduit à placer celui-ci dans un capotage. La prise en compte des déformations dans le code d'inversion s'avère également nécessaire. De la sorte, on peut les retrouver et tenir compte de leur effet sur la mesure.

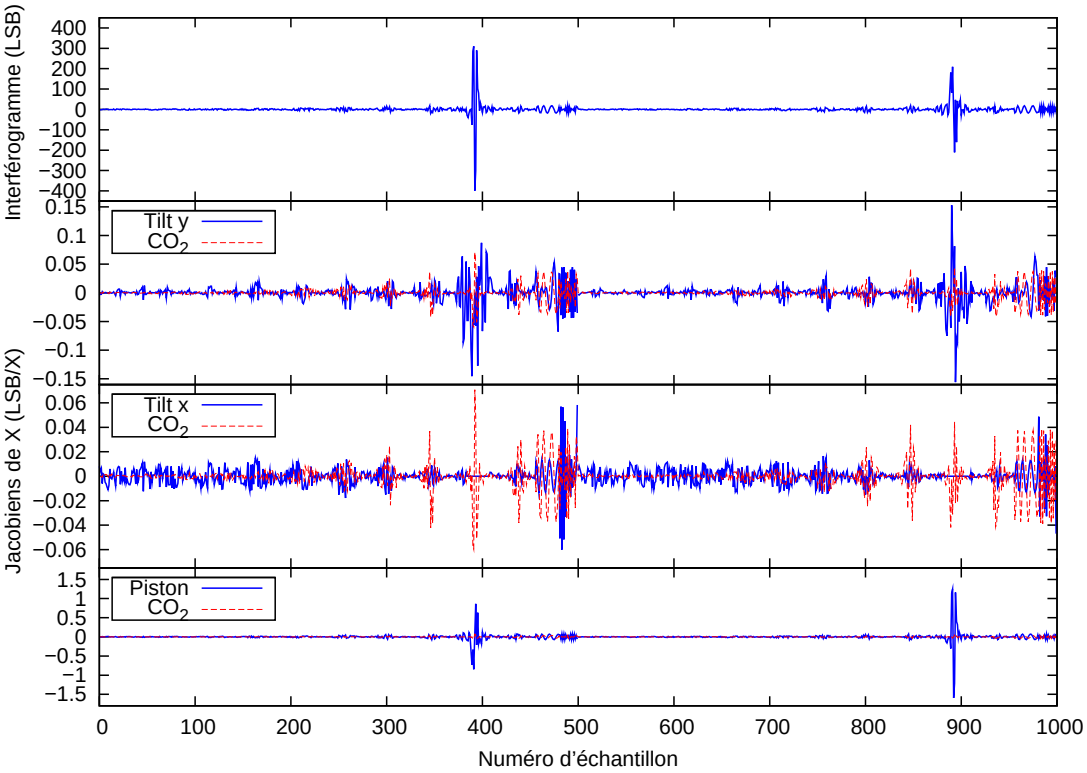

FIG. 4.9 – Jacobiens des déformations. Le jacobien du dioxyde de carbone a été tracé en rouge à titre de comparaison. L'interférogramme est tracé en haut également pour comparaison. Le jacobien du piston correspond à un piston de 1 nm de DDM optique, ceux des inclinaisons à des angles de 0,01 μrad soit environ un déplacement de 1 nm de DDM optique en bout de miroir.

Dans une mesure en doublage de points, on traite les deux interférogrammes modulés indépendamment. Sur la figure 4.6 cela revient à retrouver le piston et les deux

inclinaisons du premier interférogramme compris entre les échantillons 0 et 499 et ceux du deuxième interférogramme, entre les échantillons 500 et 999. Le vecteur d'état comprend donc six coordonnées pour les déformations de l'interféromètre. Dissocier les deux interférogrammes modulés permet de retrouver des déformations résultant du mouvement de la lame modulatrice qui génère les quatre phases de l'interférogramme. La différence de piston retrouvée entre les deux interférogrammes modulés traduit l'erreur de positionnement de la lame. Les différences entre les inclinaisons sont dues à une inclinaison introduite par la lame. Nous avons vu au paragraphe 1.2.3.2 que, compte tenu du concept instrumental, la lame ne devrait pas générer de défauts de différence de marche variables spatialement. On ne s'attend donc pas à retrouver des différences d'inclinaison importantes entre les deux interférogrammes. Les différences de piston entre les deux interférogrammes modulés sont probablement dues à l'erreur d'étalonnage de la lame modulatrice. L'étalonnage du coefficient de conversion de la tension de contrôle du mécanisme en décalage en différence de marche est abordé au paragraphe 2.4.2.1. Un défaut de connaissance de ce coefficient engendre un positionnement erroné de la lame par rapport à la consigne qui définit l'*a priori*. Un mauvais positionnement de la lame est équivalent au piston d'un miroir.

L'inversion des déformations est effectuée en deux temps (voir le diagramme 4.5). Dans la première étape d'inversion, on ne retrouve que les déformations. On vérifie, au paragraphe 4.5, que l'inversion du dioxyde de carbone dans la première itération donne des résultats aberrants si les déformations conduisent à des variations de l'ordre de 50 nm de DDM optique. Les 50 nm caractérisent le piston ainsi que les décalages en différence de marche, en bout de miroirs, engendrés par les inclinaisons. Ceci est dû au fait que l'*a priori* de départ est trop éloigné en ce qui concerne la différence de marche. On doit dans un premier temps corriger les différences de marche en tenant compte des déformations. En pratique, une seule itération de la première étape d'inversion suffit. La différence de marche est alors corrigée.

$$\boldsymbol{\delta}_1 = \boldsymbol{\delta}_0 + \hat{P} + f_x(\hat{T}_x) + f_y(\hat{T}_y) \tag{4.43}$$

avec $\hat{P}$ le piston retrouvé, $\hat{T}_x$ l'inclinaison retrouvée suivant la direction x des grandes échelettes et $\hat{T}_y$ l'inclinaison retrouvée suivant la direction y des petites échelettes. On passe ensuite à la deuxième étape dans laquelle l'ensemble de l'état est retrouvé dont les déformations. Dans les deux cas, la procédure est celle présentée au paragraphe 4.3.1.2. Les densités de probabilité des paramètres de déformation sont supposées gaussiennes et l'on retient la solution la plus probable. Les inversions sont itératives. Les déformations retrouvées servent à actualiser l'*a priori* pour l'itération suivante. On applique à chaque fois l'expression 4.43. Pour une série de mesures, on reprend les déformations de la mesure précédente pour définir l'*a priori* de la mesure à traiter. On peut se reporter au chapitre 5 pour plus de détails concernant les séries de mesures acquises à l'occasion de la campagne de mesure.

Nous venons de voir l'importance qu'ont les déformations de l'interféromètre sur la mesure. La sensibilité de l'instrument à de faibles déformations est comparable à la sensibilité au dioxyde de carbone recherchée. On perçoit ici la difficulté de la mesure.

Le signal que l'on cherche à mesurer est tellement faible qu'il a fallu intégrer les déformations de l'interféromètre au code d'inversion. Dans le paragraphe suivant, on aborde l'inversion de la concentration en dioxyde de carbone.

Inversion de la concentration en dioxyde de carbone : On inverse la concentration en dioxyde de carbone moyennée sur la colonne atmosphérique. Cette valeur est l'intégrale du profil avec une fonction de poids donnée au paragraphe 4.4.3. Le vecteur d'état ne comprend donc qu'une seule coordonnée pour la concentration moyenne en dioxyde de carbone.

Le jacobien du dioxyde de carbone est représenté sur les figures 4.10 pour l'interférogramme et 4.11 pour le spectre. Il a été calculé pour une variation de 1 ppm du rapport de mélange moyen (intégré sur la colonne). On considère un profil de concentration en dioxyde de carbone constant sur la verticale pour le calcul des *a priori*. On a également tracé le jacobien de la vapeur d'eau, calculé pour une variation de 1% du profil *a priori*. A l'exception du profil de concentration en dioxyde de carbone, les profils atmosphériques *a priori*, en entrée du code de transfert radiatif SWIM, sont issus de la base de profils AFGL [ACK$^+$86]. Une variation de 1% du profil en vapeur d'eau est, comme une variation de 1 ppm de la colonne en dioxyde de carbone, une petite variation. La vapeur d'eau est bien plus variable que le dioxyde de carbone dans l'atmosphère. Sa concentration peut varier de plusieurs ordres de grandeur. On va comparer les jacobiens des deux espèces, tout en gardant à l'esprit que la variabilité de la vapeur d'eau est bien plus importante que celle du dioxyde de carbone. Du fait de cette différence de variabilité, la comparaison donne une caractérisation partielle mais elle permet de confronter la position des signatures du dioxyde de carbone et de la vapeur d'eau dans l'interférogramme ainsi que dans le spectre.

La comparaison des jacobiens montre que la sensibilité à une variation de 1 ppm de la concentration en dioxyde de carbone moyennée sur la colonne est supérieure à la sensibilité à une variation de 1% du profil en vapeur d'eau. De plus, les signatures des deux constituants atmosphériques dans l'interférogramme ainsi que dans le spectre sont différentes. Cette différence de signature est exploitée pour séparer les contributions du dioxyde de carbone et de la vapeur d'eau. En théorie, en l'absence d'erreur, on doit pouvoir également retrouver la concentration (ou plutôt la colonne intégrée) en vapeur d'eau. La figure des jacobiens dans le spectre permet de visualiser la position des raies d'absorption du dioxyde de carbone et de la vapeur d'eau. Le jacobien prend des valeurs importantes, en valeur absolue, au niveau des raies d'absoption. En dehors il est nul. S'il n'y a pas d'absorption, le spectre n'est pas sensible à l'espèce considérée. Remarquons que les jacobiens dans le spectre sont les jacobiens en sortie de SWIM, multipliés par le profil de transmission spectrale du filtre passe-bande du spectromètre. Le jacobien spectral du dioxyde de carbone fait apparaître la périodicité des raies d'absorption de celui-ci, que l'on a déjà mentionnée au paragraphe 4.3.2.2. On distingue clairement, pour le jacobien dans l'interférogramme, les bouffées de signal résultant des raies d'absorption quasi-périodiques du dioxyde de carbone.

Le jacobien tracé sur la figure 4.10 est un outil particulièrement précieux pour sélectionner des zones d'intérêt dans l'interférogramme, comme cela a été suggéré au

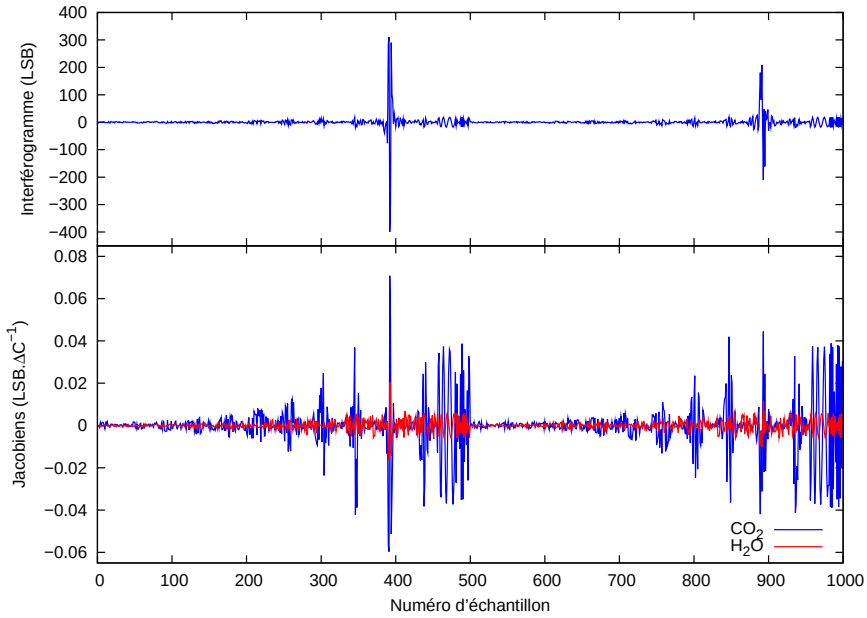

FIG. 4.10 – Jacobiens du dioxyde de carbone et de la vapeur d'eau dans le domaine de l'interférogramme. L'interférogramme correspondant au niveau de signal des jacobiens est représenté en haut à titre de comparaison. Le jacobien du dioxyde de carbone est calculé pour une variation de la concentration moyenne dans la colonne égale à 1 ppm. Celui de la vapeur d'eau correspond à une variation du profil de vapeur d'eau de 1% soit environ 10 ppm en moyenne sur la colonne.

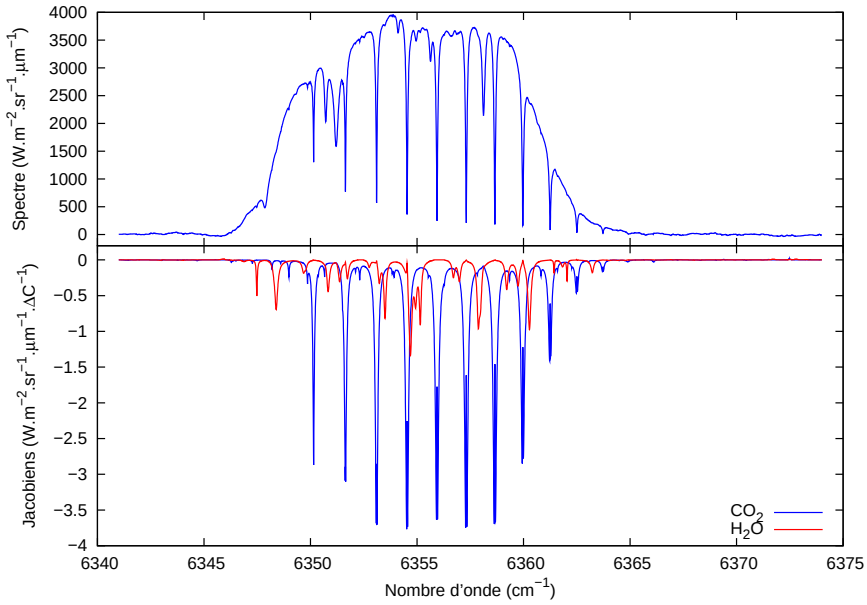

FIG. 4.11 – Jacobiens du dioxyde de carbone et de la vapeur d'eau dans le domaine du spectre. Le spectre correspondant au niveau de luminance des jacobiens est représenté en haut à titre de comparaison. Le jacobien du dioxyde de carbone est calculé pour une variation de la concentration moyenne dans la colonne égale à 1 ppm. Celui de la vapeur d'eau correspond à une variation du profil de vapeur d'eau de 1% soit environ 10 ppm en moyenne sur la colonne.

paragraphe 4.3.2.2. Il représente la sensibilité de la mesure à ce que l'on cherche à retrouver. Pour définir la différence de marche des échelettes d'étalonnage en périphérie des miroirs, on a cherché une zone du jacobien avec des valeurs importantes en valeur absolue. Le jacobien au niveau des zones d'étalonnage est tracé pour les échantillons 456 à 499 et 956 à 999. Nous pouvons vérifier que pour ces échantillons, le niveau du jacobien du dioxyde de carbone dans l'interférogramme est important en valeur absolue.

L'inversion de la concentration en dioxyde de carbone est pratiquée dans la deuxième étape de la procédure d'inversion, en même temps que l'inversion des déformations et de la réflectance spectrale. La méthode d'inversion est celle présentée en annexe, au paragraphe B.1. On suppose que la densité de probabilité de la concentration en dioxyde de carbone est gaussienne. La deuxième étape de l'inversion est itérative mais on n'actualise pas l'*a priori* et les jacobiens pour le dioxyde de carbone. On reprend, à chaque itération, les données *a priori* de départ. Recalculer le spectre atmosphérique *a priori* ainsi que les jacobiens du dioxyde de carbone, à chaque itération, suppose l'utilisation systématique du code de transfert radiatif, ce qui devient très coûteux en temps de calcul. L'actualisation de l'*a priori* de la procédure itérative est limité aux déformations et à la réflectance. Précisons que le contenu en vapeur d'eau est considéré comme un paramètre du modèle direct. Le paragraphe B.1.3, en annexe, présente les expressions utiles pour la prise en compte des paramètres dans la procédure d'inversion.

Inversion de la réflectance : Lorsqu'on inverse les mesures, on a étalonné le spectromètre. On maîtrise les aspects radiométriques, la différence de marche et le profil spectral du filtre passe-bande. Par contre, on ne connaît pas le profil de réflectance spectrale de la scène observée. La scène n'est probablement pas plate spectralement et sa réflectance peut affecter le résultat des inversions. Une mesure satellitale serait particulièrement affectée par la réflectance car le satellite est amené à survoler différents types de paysage ayant des réflectances spectrales différentes. Pour une mesure en visée solaire, le profil spectral du réflecteur peut également modifier les spectres mesurés. La réflectance du réflecteur pourrait être étalonnée. Cependant, observer des variations de réflectance à l'intérieur de la bande spectrale de mesure requiert un instrument de mesure sensible dans la bande, et de résolution spectrale suffisante. Nous ne disposons que du spectromètre par transformation de Fourier pour réaliser ces mesures. De plus, le réflecteur n'a pas une orientation constante et un étalonnage du réflecteur devrait être effectué pour plusieurs incidences solaires ainsi que pour plusieurs directions de visée. Finalement, un étalonnage correct consisterait en une mesure spectrale de fonction de distribution de réflectance bidirectionnelle (BRDF pour Bidirectional Reflectance Distribution Function). Nous n'avons pas réalisé cette caractérisation.

Pour la prise en compte de la réflectance spectrale de la scène, nous avons fait l'hypothèse que la réflectance varie peu dans la bande spectrale étroite de mesure. Elle peut alors être modélisée par un polynôme de degré peu élevé en fonction du nombre d'onde. On peut espérer qu'une correction d'ordre 1, de type pente, ou à la limite d'ordre 2 en fonction du nombre d'onde suffise. On a poussé le développement jusqu'à l'ordre 2 pour l'inversion. On note f_r l'expression de la réflectance en fonction du nombre

d'onde. On la modélise selon :

$$f_r(\sigma) = a_0 + a_1 \frac{\sigma - \sigma_{moy}}{\sigma_{max} - \sigma_{min}} + a_2 \left(\frac{\sigma - \sigma_{moy}}{\sigma_{max} - \sigma_{min}} \right)^2 \tag{4.44}$$

avec σ_{moy}, le nombre d'onde central de la bande spectrale de mesure, σ_{min} et σ_{max}, les extrémités de la bande. Les coefficients de la modélisation polynomiale sont a_0, le coefficient constant, a_1, le coefficient de degré 1 et a_2, le coefficient de degré 2. Le coefficient a_0 définit le niveau moyen de la réflectance. On peut le voir comme un coefficient d'ajustement du niveau entre le spectre mesuré et le spectre *a priori* qu'on calcule sans modéliser la réflectance. Le coefficient de degré 1 modélise une éventuelle pente dans la réflectance. On présente, au paragraphe 5.3.2.2, l'évolution des valeurs retrouvées pour un jour de mesure. L'amplitude des corrections apportées est de l'ordre de 1 % du spectre.

La réflectance est un facteur multiplicatif. Le spectre mesuré, $\mathbf{B}_{mes}$, et le spectre incident sur le réflecteur, $\mathbf{B}_0$, sont reliés par l'expression :

$$\mathbf{B}_{mes}(\sigma) = f_r(\sigma) \cdot \mathbf{B}_0(\sigma) \tag{4.45}$$

On calcule analytiquement les jacobiens dans le spectre. Pour ce faire, on confond le spectre avant application du profil spectral de la scène, $\mathbf{B}_0$, avec le spectre *a priori* $\mathbf{B}_{ap}$. Cette approximation est justifiée, dans la mesure où la correction spectrale que l'on applique est de basse fréquence et que les spectres atmosphériques sont très proches à faible résolution. L'erreur commise en prenant le spectre *a priori* pour les calculs est négligée. On calcule dans un premier temps les dérivées partielles en fonction des différents coefficients. On obtient alors les jacobiens dans le spectre :

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_{a_0}^{spectre} &= \frac{\partial \mathbf{B}_{mes}}{\partial a_0} \qquad (4.46) \\ \mathbf{K}_{a_0}^{spectre} &\simeq \frac{\partial}{\partial a_0} \left(f_r \cdot \mathbf{B}_{ap} \right) \\ \mathbf{K}_{a_0}^{spectre}(\sigma) &= \mathbf{B}_{ap}(\sigma) \cdot \frac{\partial f_r(\sigma)}{\partial a_0} \\ \mathbf{K}_{a_0}^{spectre}(\sigma) &= \mathbf{B}_{ap}(\sigma) \qquad (4.47) \end{aligned}$$

On obtient de façon analogue, pour les termes de degré 1 et 2, les jacobiens dans le spectre suivants :

$$\mathbf{K}_{a_0}^{spectre}(\sigma) = \mathbf{B}_{ap}(\sigma) \cdot \frac{\sigma - \sigma_{moy}}{\sigma_{max} - \sigma_{min}} \tag{4.48}$$

$$\mathbf{K}_{a_0}^{spectre}(\sigma) = \mathbf{B}_{ap}(\sigma) \cdot \left(\frac{\sigma - \sigma_{moy}}{\sigma_{max} - \sigma_{min}} \right)^2 \tag{4.49}$$

On passe ensuite des jacobiens dans le spectre aux jacobiens dans l'interférogramme en appliquant la matrice de passage du spectre à résolution infinie à l'interférogramme

comme exposé au paragraphe 3.6.3.1.

$$\mathbf{K}_{a_0}^{inter} = \mathbf{M}_{S_{inf}}^{I}\,\mathbf{K}_{a_0}^{spectre} \tag{4.50}$$
$$\mathbf{K}_{a_1}^{inter} = \mathbf{M}_{S_{inf}}^{I}\,\mathbf{K}_{a_1}^{spectre} \tag{4.51}$$
$$\mathbf{K}_{a_2}^{inter} = \mathbf{M}_{S_{inf}}^{I}\,\mathbf{K}_{a_2}^{spectre} \tag{4.52}$$

Les jacobiens de la réflectance dans l'interférogramme sont tracés sur la figure 4.12. Ils sont représentés en fonction du numéro d'échantillon dans l'interférogramme doublé. L'interférogramme correspondant est également tracé à titre de comparaison. Le jacobien pour a_0 est égal à l'interférogramme. Les jacobiens présentent du signal majoritairement autour de la différence de marche nulle. Ceci s'explique par le fait que la modélisation de la réflectance spectrale est de basse fréquence (en fonction de la variable spectrale, le nombre d'onde ici).

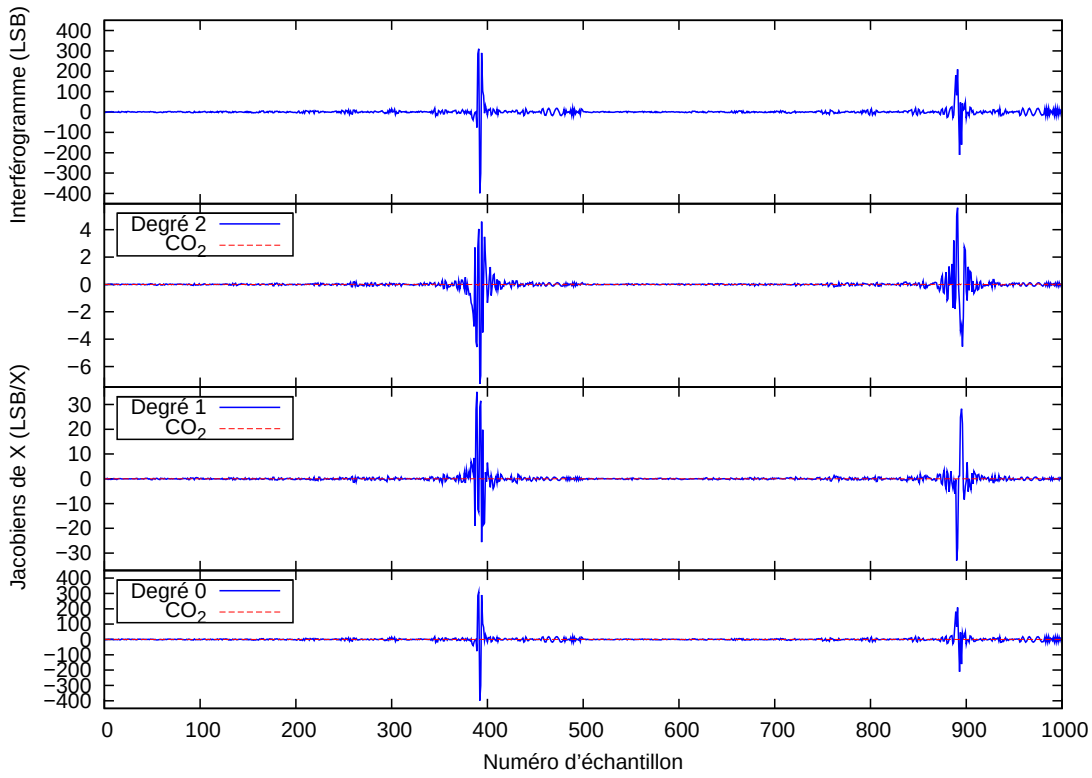

FIG. 4.12 – Jacobiens de la réflectance spectrale de la scène. On modélise la réflectance spectrale par un polynôme de degré 2 du nombre d'onde. Les jacobiens de chacun des coefficients sont représentés.

On a envisagé d'introduire dans l'inversion un paramètre additif pour corriger une éventuelle erreur de biais dans le spectre mesuré. On note b le biais. Le spectre mesuré s'écrit alors :

$$\mathbf{B}_{mes}(\sigma) = f_r(\sigma) \cdot \mathbf{B}_0(\sigma) + b \tag{4.53}$$

Le jacobien dans le spectre pour ce biais est donc :

$$\mathbf{K}_b^{spectre}(\sigma) = 1 \; \forall \; \sigma \tag{4.54}$$

Le jacobien dans l'interférogramme correspondant n'aurait une contribution, en théorie, que pour une différence de marche rigoureusement nulle. L'erreur serait localisée exclusivement à cette différence de marche. On a préféré limiter les paramètres d'inversion en supprimant du vecteur d'observation la différence de marche la plus proche de ZPD. Ceci permet également, comme nous l'avons vu au paragraphe 4.3.2.2, de réduire d'autres sources d'erreur. On rappelle qu'on restreint l'inversion aux interférogrammes lorsqu'on sélectionne les échantillons de l'interférogramme. Cela permet de s'affranchir de la dégradation des spectres engendrée par la suppression d'échantillons de l'interférogramme.

L'inversion de la réflectance est faite de manière itérative dans la deuxième étape de la procédure d'inversion (voir le diagramme 4.5). Elle est couplée à l'inversion de la concentration en dioxyde de carbone et à celle des déformations du cœur interférométrique. La méthode d'inversion est celle qui est décrite en annexe, au paragraphe B.1. On suppose la densité de probabilité des coefficients gaussienne. A chaque itération, on recalcule analytiquement les jacobiens de la réflectance.

Synthèse des différents paramètres d'inversion : Les paramètres d'inversion sont rassemblés dans le tableau 4.1. On note les valeurs *a priori* ainsi que les écarts types *a priori*. Ces valeurs sont fournies en entrée du code d'inversion.

Mesure	Valeur *a priori*	Ecart type *a priori*
Interférogramme	$I_{ap} = \mathbf{M}^I_{S_{inf}} \mathbf{B}_{ap}$	$I_{ap}/3000$
Etats	**Valeur *a priori***	**Ecart type *a priori***
Concentration en CO_2	380 ppm	3 ppm
Piston	0 nm	[2 nm ; 50 nm]
Tilt suivant les grandes échelettes	0 nm	[2 nm ; 50 nm]
Tilt suivant les petites échelettes	0 nm	[2 nm ; 50 nm]
Ordre 0 de la réflectance	1	0,1
Ordre 1 de la réflectance	0	0,1
Ordre 2 de la réflectance	0	0,1
Paramètre	**Valeur *a priori***	**Ecart type *a priori***
Contenu en vapeur d'eau	Profil AFGL	10%

TAB. 4.1 – Paramètres d'inversion

On a supposé un rapport signal à bruit égal à 3000 sur l'interférogramme. Le rapport signal à bruit correspondant pour chacun des deux interférogrammes associés en doublage de points est égal à $3000/\sqrt{2}$. Le profil de concentration *a priori* en dioxyde de carbone est un profil constant suivant la verticale, de concentration 380 ppm. On a utilisé deux valeurs *a priori* pour les déformations. Les 50 nm de DDM optique sont

représentatifs des déformations de l'ancien cœur interférométrique, tandis que les 2 nm de DDM optique sont représentatifs du nouveau dispositif. Les inclinaisons sont caractérisées par le décalage en différence de marche optique en bout de miroir. L'état retrouvé a 10 composantes :

1. La concentration en dioxyde de carbone dans la colonne
2. Le piston pour le premier interférogramme modulé
3. L'inclinaison suivant les grandes échelettes pour le premier interférogramme modulé
4. L'inclinaison suivant les petites échelettes pour le premier interférogramme modulé
5. Le piston pour le deuxième interférogramme modulé
6. L'inclinaison suivant les grandes échelettes pour le deuxième interférogramme modulé
7. L'inclinaison suivant les petites échelettes pour le deuxième interférogramme modulé
8. Le terme de degré 0 a_0 de la réflectance
9. Le terme de degré 1 a_1 de la réflectance
10. Le terme de degré 2 a_2 de la réflectance

On sera amené à ajuster certaines valeurs *a priori*. On peut par exemple annuler un écart-type *a priori* d'une composante du vecteur d'état pour forcer le code à ne pas l'inverser. L'écart-type *a priori* indique le degré de confiance que l'on a dans la valeur *a priori*. Par exemple au paragraphe 3.7.2, pour l'étude de l'évolution du rapport signal à bruit des spectres dans le temps, on annule, dans un cas, les écarts types *a priori* des déformations pour « empêcher » leur inversion.

4.3.2.3 Pré-caractérisation de la méthode d'inversion

On vient de présenter le code d'inversion. On va maintenant donner quelques premiers éléments de sa caractérisation. Il s'agit ici d'illustrer le processus d'inversion. Une étude de sensibilité plus approfondie a également été réalisée. Ses résultats sont exposés au paragraphe 4.5.

Le code d'inversion utilise en entrée les interférogrammes mesurés. Nous allons nous intéresser au lien entre interférogramme et inversion. On définit le résidu d'inversion $\Delta\mathbf{I}_{inv}$ tel que :

$$\Delta\mathbf{I}_{inv} = \mathbf{I}_{mes} - \mathbf{I}_{ap} - \mathbf{K}\left(\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{x}_{ap}\right) \tag{4.55}$$

avec $\mathbf{I}_{mes}$ l'interférogramme mesuré, $\mathbf{I}_{ap}$ l'interférogramme *a priori*, $\mathbf{K}$ le jacobien, $\hat{\mathbf{x}}$ l'état retrouvé et $\mathbf{x}_{ap}$ l'état *a priori*. On peut introduire le résidu avant inversion $\Delta\mathbf{I}_0$.

$$\Delta\mathbf{I}_0 = \mathbf{I}_{mes} - \mathbf{I}_{ap} \tag{4.56}$$

C'est ce résidu avant inversion qui constitue le véritable signal pour l'inversion. La procédure d'inversion recherche les signatures des différentes composantes du vecteur d'état

dans le résidu. La valeur des composantes est déduite de l'amplitude des signatures. Par extension, on cherche à minimiser le résidu d'inversion. Sans erreur de mesure et d'inversion, l'état est parfaitement retrouvé et le résidu après inversion est nul.

Les figures 4.13 et 4.14 représentent les résidus avant et après inversion dans deux cas issus des mesures du spectromètre. L'état *a priori* de la figure 4.13 est plus éloigné de l'état retrouvé que l'état *a priori* de la figure 4.14. Par conséquent, l'amplitude du résidu avant inversion est plus importante. La partie du signal qui a été affectée à l'état inversé est tracée en rouge. En l'absence d'erreur, celle-ci devrait être égale au résidu avant inversion.

Le premier cas correspond à l'inversion de la première mesure d'une série d'acquisitions, alors que le deuxième cas concerne une mesure quelconque de la série. L'*a priori* de la première mesure est plus éloigné de l'état retrouvé que l'*a priori* des mesure suivantes. Pour ces dernières, on reprend comme *a priori* les déformations ainsi que le coefficient de degré 0 de la réflectance retrouvés précédemment. Ceci a pour effet de réduire considérablement le résidu avant inversion. En pratique, on inverse deux fois d'affilé la première mesure afin de bénificier de l'amélioration de l'*a priori*, également pour cette première mesure.

Nous pouvons observer sur la figure 4.13, pour le résidu avant inversion, les « bouffées » liées à la structure quasi-périodiques du spectre du dioxyde de carbone. Le signal correspondant n'est pas forcément dû uniquement au dioxyde de carbone. Le signal interférométrique augmente dans les bouffées et une erreur d'*a priori* affectera par conséquent ces zones. Les composantes du vecteur d'état, autres que la concentration en dioxyde de carbone, ont également une signature en bouffées. Nous pouvons par exemple vérifier que le jacobien du piston (figure 4.9) ainsi que le jacobien du terme de degré 0 de la réflectance (figure 4.12) présentent des bouffées. Le résidu après inversion ne présente pas de bouffées. Le signal mesuré avant inversion a été, pour sa majeure partie, affecté aux différentes composantes du vecteur d'état. La qualité de l'inversion est décrite par l'écart-type du résidu après inversion, r_{fin}. Celui-ci est inférieur à l'écart-type du résidu avant inversion, r_0. On peut définir le pourcentage $\Delta I_{\%}$ de signal attribué à l'état comme :

$$\Delta I_{\%} = 100\,\frac{r_0 - r_{fin}}{r_0} \tag{4.57}$$

Pour la figure 4.13, 80 % du résidu initial a été affecté à l'état retrouvé. Pour la figure 4.14, seulement 10 % du signal est attribué à l'état inversé.

Si l'inversion est correctement effectuée, le résidu en fin d'inversion ne devrait correspondre qu'au bruit de mesure. Nous pouvons constater que les allures des deux résidus après inversion sont quasiment superposables pour les deux figures 4.13 et 4.14. Le résidu après inversion est essentiellement dû à une erreur de mesure reproductible. La proportion du résidu attribuable à un bruit aléatoire semble être inférieure. Nous pouvons noter quelques échantillons particulièrement affectés par une erreur. Autour de l'échantillon numéro 110, nous observons par exemple une zone dont le résidu est anormalement élevé. La région de l'interférogramme centrée sur l'échantillon 317 présente également une erreur supérieure à la moyenne. Enfin, l'amplitude du résidu augmente autour de la différence de marche nulle (échantillon 392). L'étude du résidu permet de

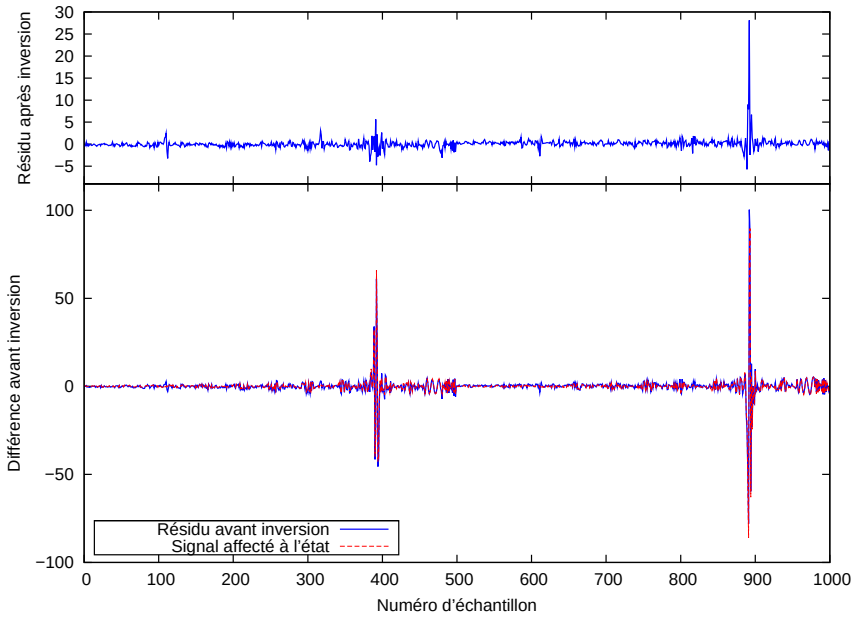

FIG. 4.13 – Résidu d'inversion et signal affecté à l'état retrouvé dans un cas où l'*a priori* est éloigné de l'état réel. La réduction du résidu est d'environ 80 %.

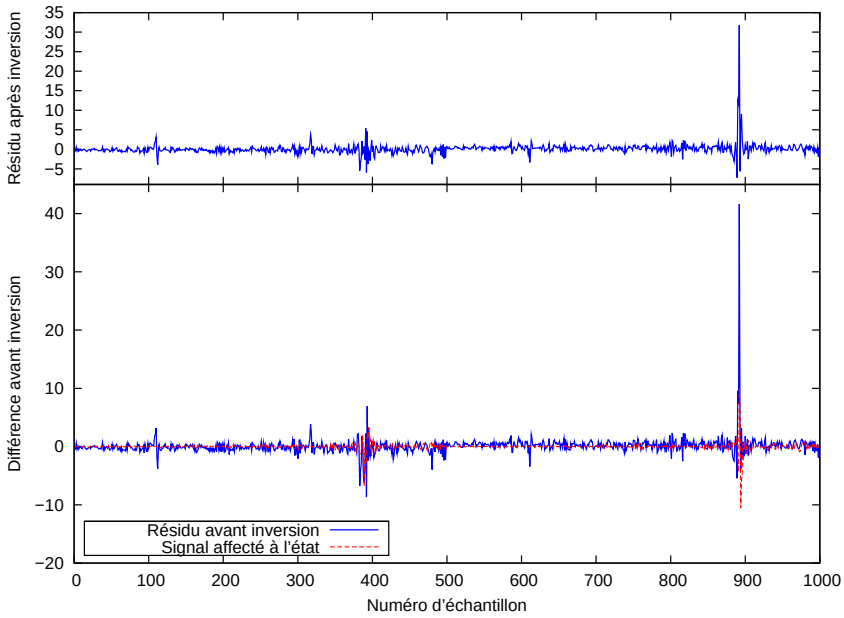

FIG. 4.14 – Résidu d'inversion et signal affecté à l'état retrouvé dans un cas où l'*a priori* est proche de l'état réel. La réduction du résidu est d'environ 10 %.

mettre en évidence les échantillons affectés par une erreur de mesure systématique. Le signal mesuré pour ces échantillons est erroné et affecte l'inversion. Le code a tendance à vouloir retrouver une origine physique pour ce signal. On entend par origine physique, une origine qu'on peut attribuer à une composante particulière du vecteur d'état. L'inversion est alors entachée d'erreur. Pour y remédier, les échantillons dont le signal est anormalement élevé sont écartés de l'inversion. On définit un vecteur d'observation constitué des échantillons de l'interférogramme dont les zones problématiques sont supprimées. Cette opération de sélection des composantes du vecteur $\mathbf{y}$ est effectuée avant l'inversion. On vérifie en visualisant le résidu d'inversion pour les premières mesures inversées, qu'aucun échantillon de l'interférogramme ne présente une erreur anormalement élevée en valeur absolue.

4.4 Etude du contenu en information

L'étude du contenu en information a pour objet l'évaluation de la quantité d'information qu'apporte la mesure. Le nombre de degrés de liberté pour le signal ainsi que la fonction de poids verticale sont deux résultats importants de l'étude. Le nombre de degrés de liberté pour le signal correspond au nombre de coordonnées verticales que l'on peut retrouver dans le profil de concentration inversé. Plus il y a de degrés de liberté, plus on peut échantillonner finement le profil. Dans le cas de la mesure du dioxyde de carbone atmosphérique, on s'attend à un nombre de degrés de liberté voisin de 1. C'est pour cette raison que l'on cherche à mesurer la concentration moyennée sur la colonne. On vérifie que les performances de l'instrument permettent d'atteindre cet objectif. La fonction de poids verticale renseigne sur la sensibilité verticale de la mesure.

Les méthodes théoriques de calcul sur lesquelles s'appuie cette étude sont présentées dans un premier temps. Ensuite, les résultats de l'étude sont donnés pour le nombre de degrés de liberté et la fonction de poids verticale.

4.4.1 Méthodes de calcul

Les méthodes de calcul pour l'étude du contenu en information sont reprises de [Rod00]. Le principal outil pour l'étude du contenu en information est la matrice des noyaux de moyennage. Son expression est donnée en annexe, au paragraphe B.2.2. L'expression $\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\,\mathbf{x}$ (équation B.25) montre comment intervient la matrice des noyaux de moyennage. Elle relie l'état retrouvé à l'état atmosphérique réel. La multiplication par la matrice des noyaux de moyennage agit comme la convolution de la réponse instrumentale dans le spectre (voir le paragraphe 1.1.2.2). L'état atmosphérique réel est « lissé » à la résolution de la mesure.

Considérons un profil $\mathbf{x}$ à n composantes. On ne tient pas compte, pour cette étude, des paramètres autres que le profil en concentration vertical. Les déformations du cœur interférométrique et la réflectance spectrale ne font pas partie de l'information utile que

l'on cherche à retrouver. La composante $\hat{\mathrm{x}}_i$ du vecteur d'état retrouvé est :

$$\hat{\mathrm{x}}_i = \sum_{j=1}^{n} \mathrm{A}_{ij} \cdot \mathrm{x}_j \tag{4.58}$$

Les x_j sont les composantes de l'état réel $\mathbf{x}$. On retrouve parfaitement l'état x_i si les coefficients A_{ij} sont tous nuls quel que soit j sauf pour $j = i$ auquel cas $\mathrm{A}_{ii} = 1$. Compte tenu des différentes sources d'erreur, la matrice des noyaux de moyennage n'est pas la matrice identité et l'on ne retrouve l'information que partiellement.

La trace de la matrice des noyaux de moyennage est égale au nombre de degrés de liberté pour le signal. Ce nombre donne le nombre de niveaux verticaux que l'on peut effectivement inverser compte tenu du bruit de mesure. Remarquons que pour la matrice identité, le nombre de degrés de liberté est égal à n. On retrouve alors autant de coordonnées que dans le profil utilisé pour la modélisation. Dans un cas réel, la discrétisation verticale de la mesure est limitée par la précision de la mesure. Plus la précision diminue, moins on pourra distinguer de niveaux verticaux. On étudie au paragraphe 4.4.2 l'évolution du nombre de degrés de liberté en fonction du rapport signal à bruit des mesures.

L'équation 4.58 montre comment on retrouve une coordonnée verticale du profil de concentration à partir du profil réel. Les lignes de la matrice des noyaux de moyennage sont les fonctions de poids verticales de la mesure pour chacune des coordonnées dans le profil inversé. La forme de ces fonctions de poids pointe au niveau de la coordonnée retrouvée. Idéalement, il faudrait que l'on ait des distributions de Dirac. Les fonctions de poids réelles ont une certaine largeur suivant la verticale. Plus la courbe est large, moins la résolution verticale de la mesure est bonne. La j-ième colonne de la matrice des noyaux de moyennage est l'état retrouvé si l'état réel est nul en tous points sauf en x_j. Les colonnes de la matrice $\mathbf{A}$ sont les réponses impulsionnelles de l'inversion. Si l'on ne mesure pas un profil mais la concentration moyenne (ou intégrée sur la colonne), la fonction de poids f_{pds}^{col} est obtenue en calculant la somme des lignes de la matrice des noyaux de moyennage. La concentration C_{ret} a pour expression :

$$C_{ret} = \frac{1}{P_0} \int_0^{P_0} f_{pds}^{col} \cdot C(P)\, \mathrm{d}P \tag{4.59}$$

avec P la pression atmosphérique, dont la valeur au sol est P_0 et $C(P)$ la concentration en fonction de la pression. La connaissance de la fonction de poids verticale est primordiale, y compris pour des mesures de concentration moyenne ou intégrée sur la colonne atmosphérique. Elle renseigne sur la sensibilité verticale de la mesure, et donc sur sa représentativité de tel ou tel niveau du profil réel.

On a réalisé les études du contenu en information des mesures pour un seul cas atmosphérique. L'objectif était de connaître au premier ordre le nombre de degrés de liberté pour le signal ainsi que la fonction de poids de la mesure intégrée sur la colonne. Une étude plus complète aurait conduit à évaluer la dépendance de ceux-ci à différents paramètres tels que l'inclinaison solaire, les profils des autres constituants atmosphériques... Nous nous sommes cantonnés à une étude en fonction du bruit instrumental,

sur lequel nous pouvons plus facilement intervenir pour tenter d'améliorer les résultats. L'étude n'a pas non plus été faite de manière à définir un échantillonnage de l'interférogramme optimisé pour la mesure de la concentration en dioxyde de carbone. Des méthodes d'optimisation d'un échantillonnage irrégulier en fonction des besoins de la mesure existent [Pie07]. Dans notre cas, il aurait été risqué voire impossible de modifier en profondeur la forme des miroirs à échelettes, alors en cours de réalisation. De plus, les modifications autres que des translations d'ensemble des miroirs, ou le repositionnement des zones d'étalonnage sont limitées. En effet, l'échantillonnage étant le résultat de la combinaison des deux miroirs, on ne peut pas disposer de toutes les formes d'échantillonnage imaginables.

Les calculs de transfert radiatif sont effectués pour un profil de concentration en dioxyde de carbone constant égal à 380 ppm. Le profil en vapeur d'eau est le profil AFGL « mid-latitude winter ». L'angle zénithal solaire est égal à 70 $^\circ$. Ces paramètres correspondent à une mesure effectuée en février dont on a repris les spectres et les jacobiens *a priori*, calculés pour l'occasion. On a besoin d'un jacobien en fonction de la verticale pour obtenir une matrice des noyaux de moyennage, qui prenne en compte les niveaux du profil. Un tel jacobien fournit la variation du spectre mesuré en fonction de la variation de la concentration de chaque niveau dans le profil. Les jacobiens sont calculés pour des tranches d'altitude constantes (Δz constantes $\forall\ z$). De ce fait, il faut plutôt utiliser un jacobien exprimé en fonction du nombre de molécules de dioxyde de carbone. Un tel jacobien permet de comparer les différentes couches du profil. Ce qui importe pour cette comparaison est de connaître l'effet sur le spectre mesuré de l'ajout d'une molécule à chaque niveau. Un jacobien en concentration ne peut pas être exploité tel quel pour le calcul de la matrice des noyaux de moyennage. En effet, à variation de concentration égale, on ajoute, du fait de la pression atmosphérique, beaucoup plus de molécules de dioxyde de carbone en bas de l'atmosphère qu'en haut. Le code de transfert radiatif SWIM permet le calcul des jacobiens suivant la verticale en fonction de la densité surfacique du dioxyde de carbone. Le jacobien est fourni sur 49 couches.

A l'issue de l'étude du contenu en information de la mesure, on peut redéfinir les dimensions de la matrice des noyaux de moyennage. Si l'on trouve d degrés de libertés, alors une matrice de dimension $(d \times d)$ suffit à l'inversion. En pratique, on utilise plutôt la matrice de gain $\mathbf{G}$ pour l'inversion. Ce sera une matrice $(d \times m)$ avec m la dimension du vecteur mesure. L'étude, si elle est effectuée avant la définition de l'instrument, peut également avoir un impact sur les choix instrumentaux. Les résultats de celle-ci peuvent par exemple orienter la définition d'un échantillonnage optimisé pour augmenter le nombre de degrés de liberté, ou encore pour améliorer la sensibilité à un niveau atmosphérique particulier.

4.4.2 Nombre de degrés de liberté pour le signal

L'étude du nombre de degrés de liberté pour le signal est effectuée pour différentes valeurs du rapport signal à bruit dans l'interférogramme ou dans le spectre. On en déduit l'évolution du nombre de degrés de liberté en fonction du rapport signal à bruit des mesures. L'étude est menée à la fois pour les interférogrammes et les spectres. Dans

le premier cas, les mesures sont les interférogrammes comme dans le code d'inversion que l'on a développé. Ce dernier est présenté au paragraphe 4.3.2. Dans le deuxième cas, les mesures sont les spectres. On vérifiera que les résultats dans les deux cas sont en bon accord.

Le rapport signal à bruit de la mesure intervient dans le calcul de la matrice de gain. L'équation 4.29 montre que la matrice de gain s'exprime en fonction de la matrice de covariance du vecteur d'observation $\mathbf{S}_\epsilon$, du jacobien $\mathbf{K}$ et de la matrice de covariance du vecteur d'état *a priori* $\mathbf{S}_a$ par :

$$\mathbf{G} = \left(\mathbf{K}^t\,\mathbf{S}_\epsilon^{-1}\,\mathbf{K} + \mathbf{S}_a^{-1}\right)^{-1}\,\mathbf{K}^t\,\mathbf{S}_\epsilon^{-1}$$

La matrice de covariance de la mesure est définie en fonction du rapport signal à bruit de la mesure. On reprend les mêmes définitions du rapport signal à bruit qu'au paragraphe 2.4.3. On suppose le bruit blanc. Par conséquent la matrice de covariance est diagonale. Ensuite, l'écart-type du bruit de mesure σ_{mes} est égal à :

$$\sigma_{mes} = \frac{Moy}{RSB} \tag{4.60}$$

avec Moy le niveau moyen de la mesure et RSB le rapport signal à bruit. La matrice de covariance de la mesure est supposée diagonale, avec pour éléments diagonaux $\mathrm{S}_a(i,i) = \sigma^2_{mes}$. La matrice de covariance de la mesure est calculée pour chacun des rapports signal à bruit de mesure testés. On en déduit la matrice des noyaux de moyennage dont on évalue la trace pour obtenir le nombre de degrés de liberté pour le signal.

Les figures 4.15 et 4.16 représentent la variation du nombre de degrés de liberté pour le signal (en anglais DOFS pour Degrees Of Freedom for Signal) en fonction du rapport signal à bruit de mesure respectivement des interférogrammes et des spectres. Les résultats sont en accord entre eux. L'ordre de grandeur du facteur de conversion du rapport signal à bruit sur l'interférogramme au rapport signal à bruit dans le spectre est de 1/10. On a vu aux paragraphes 2.4.3.1, 2.4.3.2 et 3.7 que le rapport signal à bruit des interférogrammes oscillait entre 2000 et 3000 suivant sa définition, et que le rapport signal à bruit des spectres était compris entre 200 et 300. Par conséquent, le nombre de degrés de liberté pour le signal de la mesure est voisin de 2. Pour les interférogrammes, le nombre de degrés de liberté est inférieur à 2 pour les rapports signal à bruit autour de 2000, et supérieur à 2 pour les rapports signal à bruit autour de 3000. Pour les spectres, on trouve un nombre de degrés de liberté pour le signal supérieur à 2 dès que le rapport signal à bruit dépasse 200.

Le besoin pour la mesure de la colonne intégrée en dioxyde de carbone est d'avoir un nombre de degrés de liberté supérieur à 1. On cherche à retrouver une valeur : la concentration dans la colonne atmosphérique entière, non à mesurer un profil de concentration. L'instrument permet d'effectuer cette mesure. On pourrait éventuellement retrouver un profil atmosphérique sur deux couches si $DOFS \geq 2$.

4.4.3 Fonction de poids verticale

Le but de la mesure de la concentration en dioxyde de carbone est la détermination de la répartition spatiale des puits et des sources de carbone (voir l'introduction de la

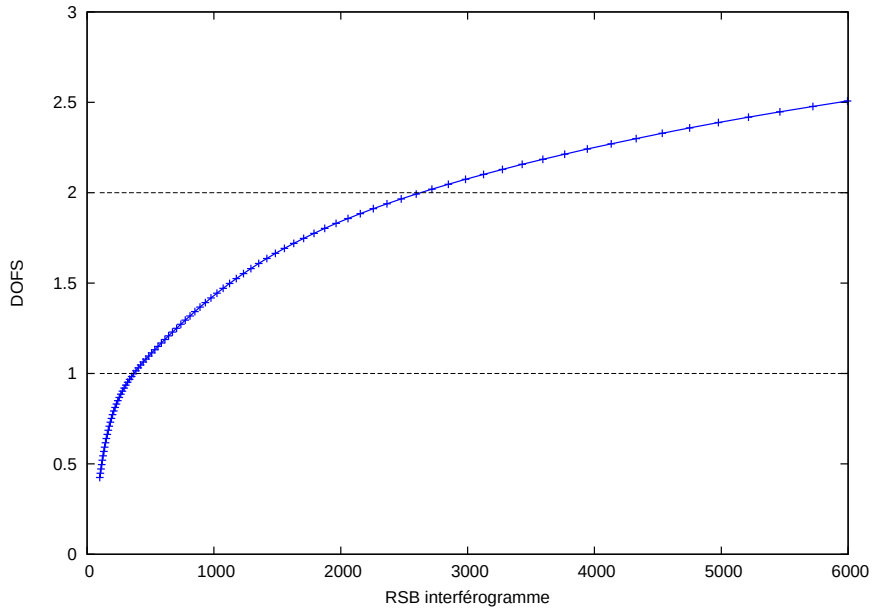

FIG. 4.15 – Nombre de degrés de liberté pour le signal en fonction du rapport signal à bruit de mesure des interférogrammes.

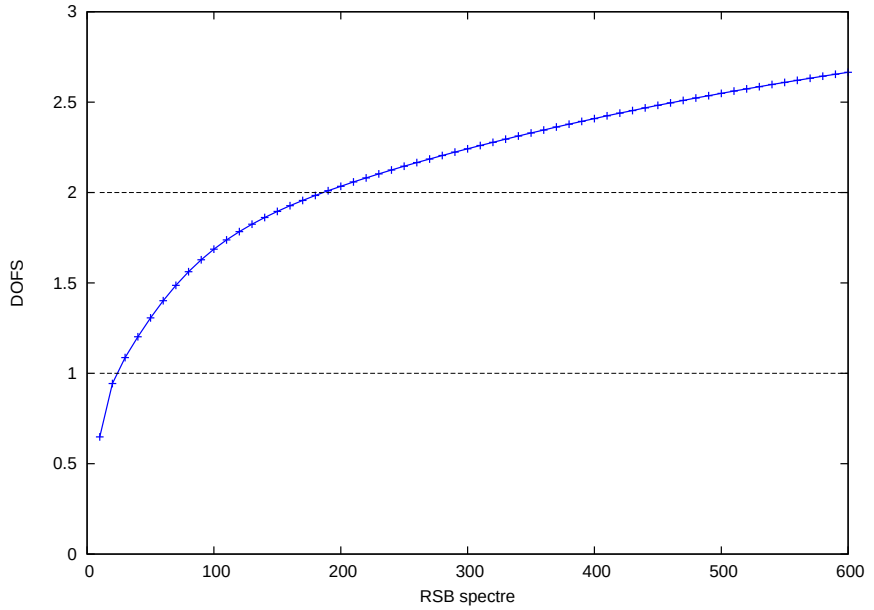

FIG. 4.16 – Nombre de degrés de liberté pour le signal en fonction du rapport signal à bruit de mesure des spectres.

thèse à la page 9). La répartition des puits et des sources est déduite des gradients de concentration qu'ils provoquent. Ces gradients sont plus importants en surface, où sont situés les puits et les sources. L'air se mélange en s'élèvant dans l'atmosphère, ce qui réduit les gradients spatiaux de concentration. De plus, la concentration à une altitude et à une date données, correspond à un état atmosphérique au sol d'autant plus ancien que l'altitude est importante [PJD+07]. On a donc intêret à ce que la sensibilité de la mesure soit plus importante en bas de l'atmosphère. De la sorte, on peut remonter de manière plus directe à la répartition des puits et des sources de carbone. La sensibilité verticale est un paramètre important pour l'exploitation des concentrations retrouvées. Elle fait partie, au même titre que la concentration moyenne, de l'information utile pour exploiter la mesure. Elle doit être prise en compte dans les traitements ultérieurs des concentrations.

On a restreint l'étude de la fonction de poids verticale à la mesure de la colonne intégrée, bien que le nombre de degrés de liberté pour le signal soit compatible avec la mesure d'un profil à deux niveaux. Pour chaque matrice des noyaux de moyennage calculée selon la méthode décrite au paragraphe 4.4.2, on calcule la somme des lignes pour obtenir la fonction de poids verticale pour le rapport signal à bruit de mesure considéré.

La figure 4.17 représente les fonctions de poids de mesure en colonne intégrée pour des rapports signal à bruit dans l'interférogramme de 2000 (en bleu) et 3000 (en rouge). L'allure générale des deux fonctions de poids montre une sensibilité constante avec la verticale pour les basses couches de l'atmosphère, jusqu'à 300 hPa. Cette pression atmosphérique se situe dans la partie haute de la troposphère. Au dessus du niveau de 300 hPa, la sensibilité chute rapidement et tend vers zéro. La sensibilité est donc concentrée dans la troposphère, pour des pressions supérieures à 300 hPa (soient des altitudes inférieures à 10 km). Ce profil correspond au besoin d'une sensibilité accrue en bas de l'atmosphère. Le choix de la longueur d'onde de mesure autour de 1,6 μm a été motivé par la meilleure sensiblité proche du sol des mesures dans le proche infrarouge. On ne constate pas de différence significative entre la fonction de poids calculée pour un rapport signal à bruit dans l'interférogramme de 2000 et celle calculée pour un rapport signal à bruit de 3000.

Lorsqu'on connaît la fonction de poids de la mesure f_{pds}, on peut calculer la concentration moyenne ou équivalente C_{eq} de la colonne. C'est la concentration du profil constant équivalent. Elle a pour expression :

$$C_{eq} = \frac{1}{\int_P f_{pds}(P)\,\mathrm{d}P} \cdot \int_P f_{pds}(P)\,C(P)\,\mathrm{d}P \tag{4.61}$$

avec P la pression atmosphérique et C la concentration réelle. En reprenant l'équation 4.59 de la concentration retrouvée C_{ret}, la concentration équivalente devient :

$$C_{eq} = \frac{P_0}{\int_P f_{pds}(P)\,\mathrm{d}P} \cdot C_{ret} \tag{4.62}$$

Maintenant que la fonction de poids de la mesure est connue, on peut la reprendre et l'appliquer à des profils mesurés ou obtenus en sortie des modèles de transport atmosphérique. La fonction de poids sera utile pour interpréter les résultats d'inversion.

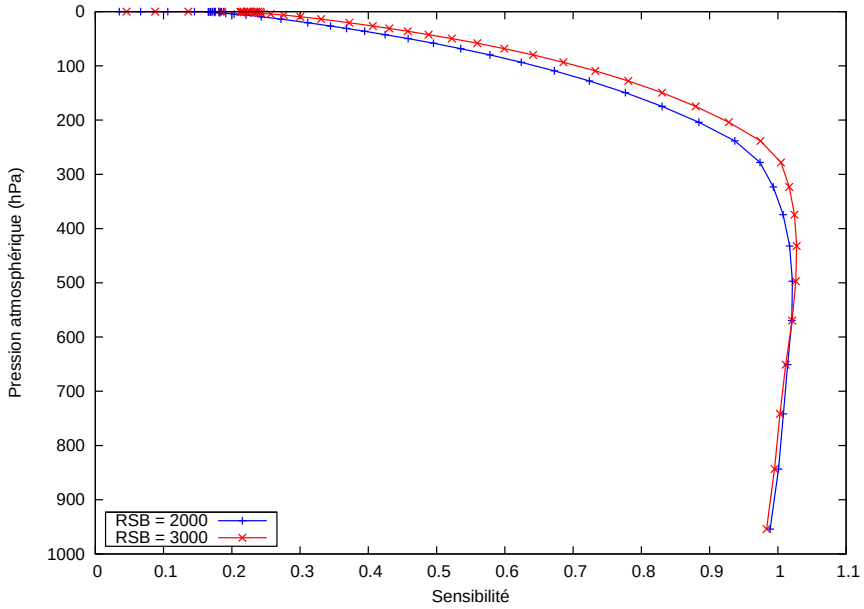

FIG. 4.17 – Fonction de poids verticale de la mesure de la concentration moyenne en dioxyde de carbone dans la colonne

A l'issue de l'étude du contenu en information de la mesure, on obtient des résultats compatibles avec la mesure de la colonne intégrée en dioxyde de carbone. Le nombre de degrés de liberté pour le signal est supérieur à 1 et la sensibilité verticale de la mesure est plus importante dans la troposphère, la couche inférieure de l'atmosphère. Dans le paragraphe suivant, on s'attache à un autre aspect de la caractérisation de la mesure. On étudie la sensibilité de la procédure d'inversion dans des cas de mesure typiques.

4.5 Analyse d'erreur de la procédure d'inversion

Une étude statistique basée sur des simulations a été effectuée afin de prévoir les performances de mesure de la concentration en dioxyde de carbone. Cette étude a été menée durant la phase de réalisation du cœur interférométrique. Elle a permis de mettre au point la procédure d'inversion adaptée à la mesure ainsi qu'à l'instrument. D'autre part, des configurations instrumentales alternatives ont été testées. Les résultats nous ont amenés à modifier l'instrument en cours de fabrication, afin d'en optimiser la sensibilité au dioxyde de carbone.

La méthode d'étude et de simulation est présentée dans un premier temps. On s'attache ensuite aux résultats des différentes analyses, qui orientent progressivement les évolutions de la méthode d'inversion qui sera appliquée aux mesures. La méthode d'inversion et la théorie associée ont été décrites au paragraphe 4.3.

4.5.1 Méthode d'étude et de simulation

La méthode d'étude est statistique. On effectue un grand nombre de fois l'opération que l'on cherche à caractériser, dans notre cas l'inversion. A chaque itération, des tirages aléatoires sont pratiqués pour les paramètres soumis à une incertitude. On obtient une série de résultats d'inversion. La statistique de cette série, à savoir la moyenne et l'écart-type, donne une évaluation des performances de l'inversion réelle.

L'étude repose sur des simulations. On inverse des mesures simulées obtenues en utilisant les matrices de passage présentées au paragraphe 3.6.3. Les simulations font appel à la modélisation directe (voir paragraphe 4.2). On a ajouté la multiplication des spectres *a priori* par la réflectance spectrale de la scène. La modélisation instrumentale a également été affinée de manière à pouvoir simuler les déformations du cœur interférométrique. Pour ces études, nous ne connaissions pas les différences de marche exactes de l'interféromètre statique en cours de réalisation. Les différences de marche ont été simulées à partir des spécifications et de l'erreur typique de construction des miroirs à échelettes. Pour chaque échantillon généré par les miroirs, la différence de marche simulée est égale à la différence de marche spécifiée plus une erreur de réalisation aléatoire. L'erreur de réalisation a la même statistique pour tous les échantillons. Elle est gaussienne et son écart-type est égal à 5 μm. La mesure des erreurs, effectuée *a posteriori* sur les miroirs à échelettes (présentée au paragraphe 2.4.1.1), révèle une amplitude d'erreur comparable à celle que l'on a simulée, légèrement plus faible. Par contre le motif de l'erreur n'est pas aléatoire. Pour ne privilégier aucune configuration *a priori*, on génère un jeu de 300 vecteurs de différences de marche, en refaisant à chaque fois le tirage de l'erreur de réalisation. Ce jeu de 300 différences de marche est réutilisé pour chaque nouvelle étude. On pratique ainsi 300 inversions, dont la statistique est le résultat de l'étude.

La même séquence est reproduite pour chaque itération. On génère dans un premier temps les mesures en multipliant le spectre *a priori* par une matrice de passage. Suivant la simulation, on introduit d'autres éléments de simulation tels que le bruit de mesure ou les déformations du cœur interférométrique. Le bruit est ajouté à l'interférogramme, quel que soit le type de mesure que l'on inverse. Si l'on inverse un spectre, on ajoute le bruit à l'interférogramme puis on calcule le spectre bruité en appliquant la matrice de passage de l'interférogramme au spectre. Les valeurs de rapport signal à bruit sont données pour les interférogrammes. On utilise les mêmes définitions du rapport signal à bruit que celles introduites au paragraphe 2.4.3.

Les mesures sont simulées à différentes concentrations en dioxyde de carbone. On inverse ensuite toutes les mesures. On obtient des séries de résultats d'inversions. Pour chaque série, on calcule la moyenne et l'écart-type des valeurs retrouvées. L'écart-type est représentatif de la précision relative des inversions. La moyenne permet de calculer le biais d'inversion. Ces valeurs seront comparées à la précision de mesure de la concentration en dioxyde de carbone souhaitée. On cherche à ce que l'erreur de mesure reste inférieure à 1 ppm. L'étude des résultats en fonction de la concentration simulée renseigne sur la non-linéarité de l'inversion, dont l'*a priori* est toujours calculé pour une concentration de 380 ppm.

Les différents cas testés sont regroupés chronologiquement autant que faire se peut, de manière à suivre l'évolution de la procédure d'inversion.

4.5.2 Correspondance entre l'inversion des spectres et l'inversion des interférogrammes

On a développé un premier code d'inversion des spectres selon les méthodes mises au point par Rodgers [Rod00], afin de vérifier l'équivalence entre l'inversion des interférogrammes et l'inversion des spectres. Les mêmes cas de simulations sont réalisés pour les deux types d'inversions et l'on compare les valeurs retrouvées.

Dans un premier temps, on étudie des cas parfaits. Les mesures sont simulées sans bruit. Un cas de référence sera celui de l'inversion de l'interférogramme. Les 300 interférogrammes sont générés à partir des 300 vecteurs de différences de marche, puis inversés tels quels. On simule les interférogrammes en doublage de points afin d'être homogène avec ce qui sera pratiqué pour les mesures réelles.

Les résultats d'inversion sont présentés dans le tableau 4.2. Tout d'abord, on constate que les résultats sont excellents au regard de l'erreur maximale souhaitée de 1 ppm. On définit l'erreur aléatoire de l'inversion comme l'écart-type des concentrations inversées. Pour la concentration de simulation de 380 ppm, les résultats sont parfaits : il n'y a pas d'erreur aléatoire ni de biais d'inversion. Ceci s'explique par le fait que dans ce cas, les *a priori* et les mesures sans bruit sont rigoureusement égaux. Par conséquent, la différence entre la mesure et l'*a priori* $\mathbf{y} - \mathbf{y}_0$ est nulle, et on retrouve exactement la concentration *a priori*, égale à la concentration de simulation : 380 ppm. Pour les concentrations de simulation qui s'écartent de ± 10 ppm de l'*a priori*, l'écart-type est extrêmement faible. Il n'est pas rigoureusement nul. Suivant la différence de marche de simulation, l'erreur provoquée par la différence entre la concentration simulée et la concentration *a priori* est variable. Cela reste cependant marginal. Le biais, qui est la partie reproductible de l'erreur, est inférieur à 0,1 ppm en valeur absolue. Il est symétrique autour de la concentration *a priori*.

Concentration de simulation (ppm)	370	380	390
Moyenne de la concentration inversée (ppm)	369,92	380	389,92
Ecart-type de la concentration inversée (ppm)	$1 \cdot 10^{-5}$	0	$1 \cdot 10^{-5}$
Biais (ppm)	$-0{,}08$	0	$-0{,}08$

TAB. 4.2 – Inversions de l'interférogramme sans bruit

Les résultats de cette simulation sont représentés graphiquement sur la figure 4.18. On trace le biais d'inversion ainsi que l'erreur aléatoire en fonction de la concentration de simulation. On utilisera par la suite la même représentation graphique pour exposer les résultats des différentes simulations.

Les résultats des inversions des spectres sans bruit sont représentés sur la figure 4.19. Les résultats de l'inversion des interférogrammes ont été repris comme référence en vue

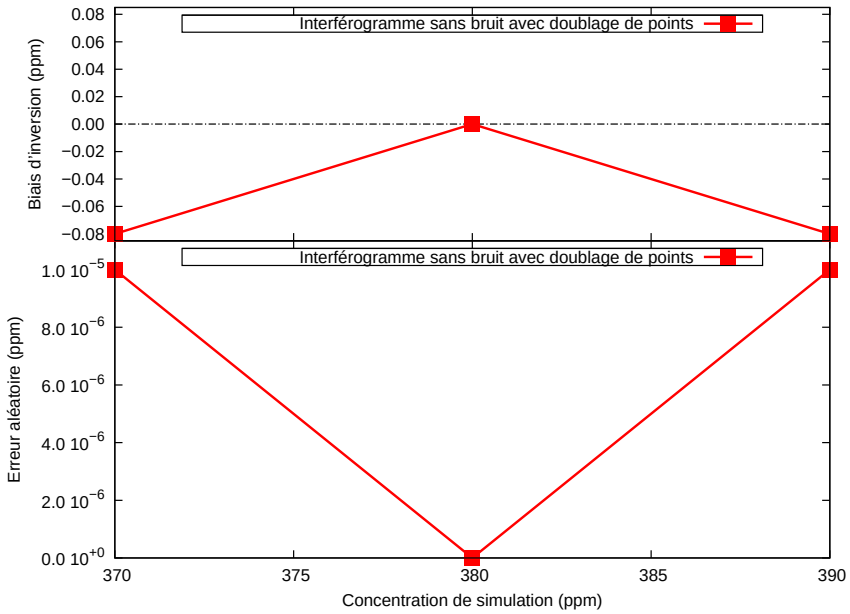

FIG. 4.18 – Inversions de l'interférogramme sans bruit. Le graphique supérieur représente le biais d'inversion en fonction de la concentration de simulation tandis que le graphique inférieur représente l'erreur aléatoire d'inversion.

de comparaisons. On teste également pour ces simulations l'influence du doublage de points.

Les inversions sans doublage de points ont une précision relative moins bonne que celles avec doublage. L'erreur reste cependant très faible, de l'ordre de 10^{-3} ppm. La dégradation des résultats s'explique par le fait que lorsqu'on ne pratique pas le doublage de points, on dispose de deux fois moins d'échantillons de mesure. Etant donné que cette diminution se fait sans contre partie, il est normal de moins bien retrouver la concentration en dioxyde de carbone. En présence de bruit, on s'attend à obtenir des performances comparables, avec ou sans doublage de points. On rappelle que le doublage de points a pour effet de faciliter le passage au spectre (voir paragraphe 1.2.3.2), sans pour autant augmenter le contenu en information des mesures. Une mesure en doublage de points, pour laquelle le rapport signal à bruit a été divisé par $\sqrt{2}$ devrait donc être équivalente à une mesure simple bruitée. Les biais d'inversion sont les mêmes avec et sans doublage de points, que l'on inverse des spectres ou des interférogrammes. Dans un cas théorique sans bruit, l'inversion des interférogrammes est équivalente à l'inversion des spectres.

Pour l'inversion des spectres, nous avons d'abord invisagé de calculer l'*a priori* par convolution d'une fonction d'instrument simple au spectre *a priori*. Les mesures sont apodisées par une fonction gaussienne. La transformée de Fourier d'une gaussienne est une gaussienne que l'on a appliquée aux spectres *a priori* plutôt que d'utiliser les matrices de passage. Cette opération n'est pas rigoureusement exacte. Compte tenu de la

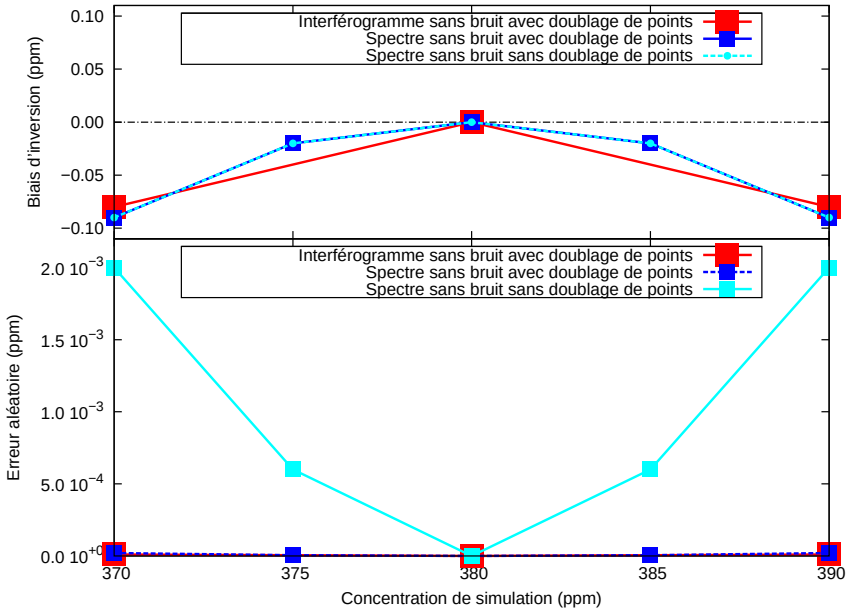

FIG. 4.19 – Inversions des interférogrammes et des spectres sans bruit. Le cas de référence est celui de l'inversion des interférogrammes sans bruit repris de la figure 4.18.

limitation de la différence de marche, la fonction d'apodisation n'est pas une gaussienne mais une gaussienne multipliée à une fonction porte. En toute rigueur, il faudrait convoluer les *a priori* par la transformée de Fourier de la gaussienne tronquée. En n'appliquant que la gaussienne, on génère donc une erreur de modélisation. Des spectres simulés en doublage de points on été inversés en suivant cette méthode approchée. Les résultats des inversions sont présentés sur la figure 4.20, où on a tracé également comme référence les résultats d'inversion des interférogrammes sans bruit. On constate une dégradation des résultats essentiellement en ce qui concerne le biais d'inversion. On passe d'un biais de valeur absolue inférieure à 0,1 ppm à un biais de l'ordre de 0,5 ppm pour des concentrations de simulation qui s'écartent de ±10 ppm par rapport à 380 ppm. Ce biais est non négligeable devant la précision de 1 ppm que l'on souhaite atteindre. L'erreur de modélisation a été corrigée. Les résultats d'inversion des spectres en ont été ainsi améliorés (voir la figure 4.19). On a démontré que le code d'inversion fournissait d'excellents résultats, dans un cas théorique parfait, à condition d'appliquer un modèle instrumental correct. Ces résultats concernent aussi bien l'inversion des interférogrammes que celle des spectres.

On continue la comparaison des inversions des deux types de mesures en ajoutant du bruit. Quel que soit le type de mesure qu'on inverse, on ajoute le bruit à l'interférogramme. On modélise le bruit comme un bruit blanc gaussien. On le caractérise par son rapport signal à bruit. Pour des interférogrammes simulés sans doublage de points, on fixe le rapport signal à bruit égal à 3000. Si l'on simule des mesures en doublage de points, l'augmentation du nombre de points de mesure est compensée par la diminu-

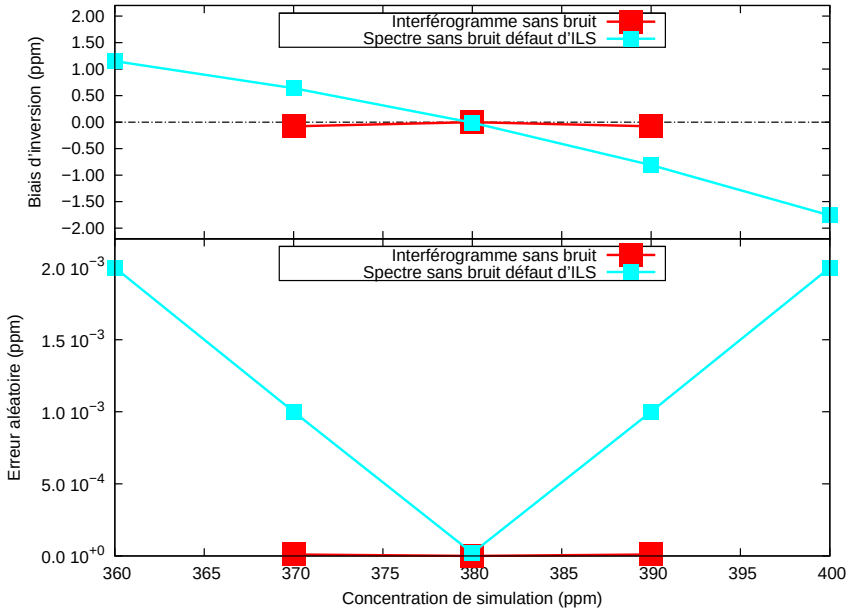

FIG. 4.20 – Inversions des spectres sans bruit et en doublage de points avec une modélisation instrumentale incorrecte. Le cas de référence est celui de l'inversion des interférogrammes sans bruit repris de la figure 4.18.

tion du rapport signal à bruit pour chacun des points. On fixe alors le rapport signal à bruit à $3000/\sqrt{2}$. Pour obtenir deux fois plus de points à temps d'intégration total constant, on est obligé de diviser par deux le temps d'intégration de chaque échantillon. On a supposé que les bruits se sommaient quadratiquement. Ici, le doublage de points a pour contre partie une diminution du rapport signal à bruit. On s'attend à obtenir des résultats comparables avec et sans doublage de points.

La figure 4.21 compare les résultats des différentes simulations. On reprend les résultats d'inversion des interférogrammes sans bruit comme référence. Le bruit dégrade principalement l'erreur aléatoire des mesures. Celle-ci, négligeable jusqu'à présent, est maintenant de l'ordre de l'erreur maximale recherchée, voisine de 1 ppm. On remarque que l'inversion des interférogrammes est plus précise. L'erreur aléatoire d'inversion des interférogrammes est de l'ordre de 0,8 ppm alors que celle d'inversion des spectres est de l'ordre de 1 ppm. Ceci est dû au fait que pour les interférogrammes, le signal des échelettes d'étalonnage a été intégré au vecteur mesure. Les interférogrammes inversés ont donc plus d'échantillons d'où une meilleure inversion de la concentration en dioxyde de carbone. L'effet du bruit sur le biais d'inversion est par contre limité. Les biais d'inversion restent voisins en valeur absolue de 0,1 ppm.

Les résultats montrent l'équivalence de l'inversion des interférogrammes et des spectres, dans un cas de simulation où l'on ajoute du bruit aux mesures. La différence d'erreur aléatoire de 0,3 ppm est expliquée par la différence du nombre d'échantillons utilisés pour les deux types de mesures. Elle n'est pas due à la différence de nature des

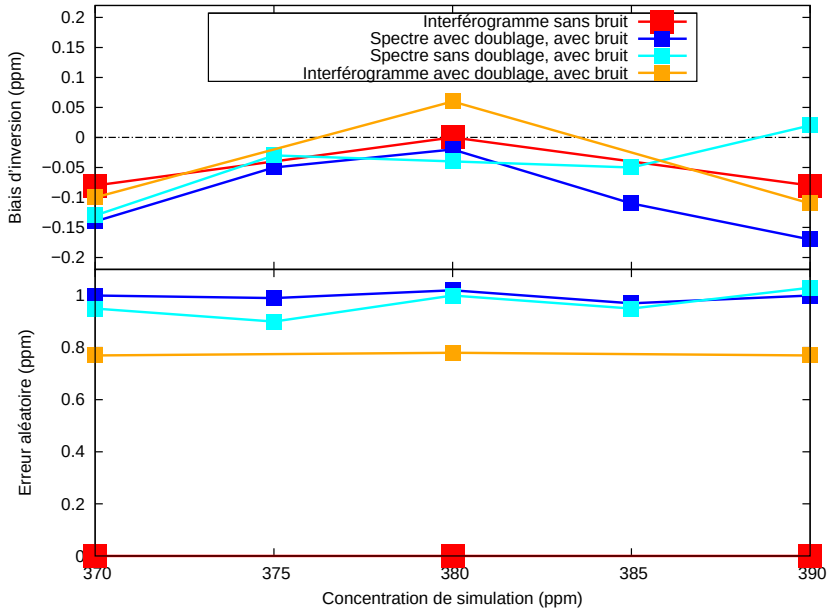

FIG. 4.21 – Inversions avec du bruit de mesure. Le cas de référence est celui de l'inversion des interférogrammes sans bruit repris de la figure 4.18.

mesures inversées. D'autre part, l'étude a également permis de démontrer l'équivalence de l'inversion des mesures avec ou sans doublage de points. L'augmentation du nombre d'échantillons est comme prévue compensée par la diminution du rapport signal à bruit.

A ce stade de l'étude de sensibilité de la procédure d'inversion, on a simulé des mesures affectées par du bruit. Le niveau de précision d'inversion du dioxyde de carbone est voisin de l'objectif. Les biais d'inversion sont de l'ordre de 0,1 ppm et l'erreur relative d'inversion est de l'ordre de 1 ppm.

Pour la suite de l'analyse d'erreur, on pourra utiliser indépendamment des interférogrammes ou des spectres, simulés avec ou sans doublage de points. On a ainsi validé que dans le cadre de la simulation, le doublage de points ne dégradait pas les inversions. On a vu au paragraphe 1.2.3.2, que celui-ci présentait par ailleurs l'intérêt d'améliorer le passage des interférogrammes aux spectres. On s'intéresse maintenant à l'influence sur les inversions de la connaissance *a priori* de la concentration en vapeur d'eau.

4.5.3 Influence du contenu en vapeur d'eau

Le contenu en vapeur d'eau est traité comme un paramètre d'inversion. On a vu que la bande de mesure est en dehors d'une zone de forte absorption par la vapeur d'eau. Seules quelques raies de cette espèce sont présentes dans l'intervalle couvert, mais leur amplitude est faible comparée à celle des raies du dioxyde de carbone (voir la figure 4.3). On s'attend donc à ce que la vapeur d'eau ait peu d'influence sur les inversions.

On teste l'influence d'une erreur sur le profil en vapeur d'eau. Pour ce faire, on

inverse des mesures simulées avec un profil en vapeur d'eau différent du profil *a priori*. On utilise les profils AFGL pour cela. Trois cas de simulations sont représentés sur la figure 4.22 :

- Le cas de référence sans erreur de profil en vapeur d'eau, en bleu. Le profil *a priori* et le profil de simulation sont tous deux le profil AFGL « mid-latitude summer ».
- Le cas d'un *a priori* calculé avec le profil AFGL « mid-latitude winter » et de simulations calculées avec le profil AFGL « mid-latitude summer ». Il est représenté en cyan.
- Le cas d'un *a priori* calculé avec le profil AFGL « tropical » et de simulations calculées avec le profil AFGL « mid-latitude summer ». Il est représenté en vert.

On ajoute du bruit aux interférogrammes et on les inverse. Les interférogrammes sont simulés en doublage de points. Remarquons que cette étude a été faite en utilisant la dernière version du code d'inversion. Ceci explique les meilleures performances des inversions, par rapport aux résultats présentés sur les figures précédentes. On compare la statistique des inversions lorsqu'une erreur est faite sur le profil avec celle des inversions sans erreur sur le profil en vapeur d'eau.

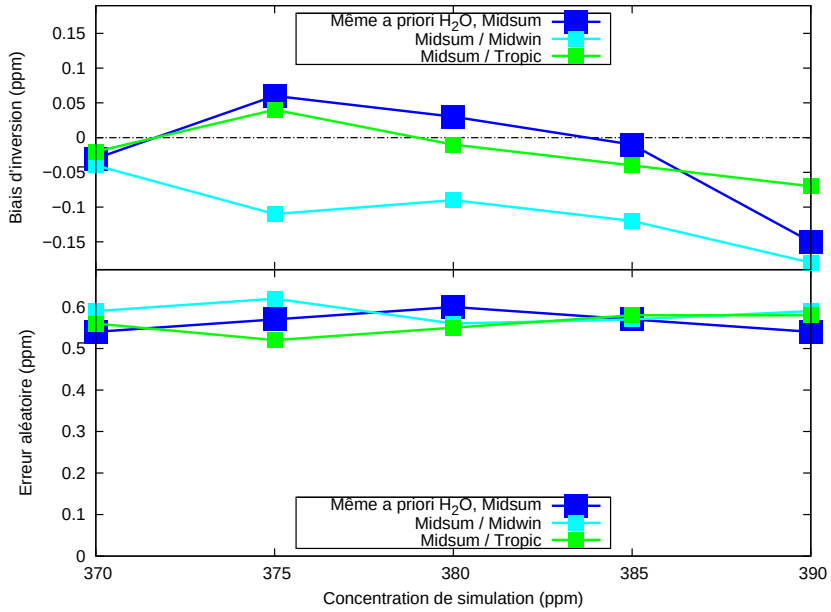

FIG. 4.22 – Test de l'influence de l'erreur sur le contenu en vapeur d'eau *a priori*. Le cas de référence est celui sans erreur sur le profil *a priori*, représenté en bleu.

Comme attendu, la vapeur d'eau influe peu sur les résultats d'inversion du dioxyde de carbone. Les erreurs aléatoires sont identiques avec ou sans erreur sur le profil en vapeur d'eau. La vapeur d'eau n'est donc pas la source prépondérante d'erreur aléatoire. Les biais d'inversion sont également très semblables. On peut distinguer, une erreur moyenne supplémentaire égale à 0,05 ppm en valeur absolue sur le CO_2, dans le cas d'inversion de mesures calculées avec le profil AFGL « mid-latitude summer », alors que l'*a priori* est

simulé avec le profil AFGL « mid-latitude winter ». Cette erreur demeure faible devant l'erreur maximale recherchée de 1 ppm sur le CO_2.

L'étude présentée ici démontre la faible influence du contenu atmosphérique en vapeur d'eau sur la précision d'inversion du dioxyde de carbone. La prise en compte de la vapeur d'eau en tant que paramètre de la procédure d'inversion suffit à limiter son influence. On a simulé des erreurs de modélisation moyennes. Les profils AFGL sont les profils atmosphériques moyens mesurés à différentes latitudes. Le cas de simulation où l'on inverse des mesures calculées avec le profil « mid-latitude summer » en utilisant le profil « mid-latitude winter » *a priori* devrait être représentatif, en moyenne, des erreurs commises pour les mesures effectuées à Toulouse. Des cas extrêmes peuvent toutefois se présenter. Vu le niveau d'erreur constaté dans les cas moyens, on peut espérer que l'erreur commise alors reste limitée.

L'analyse d'erreur de la procédure d'inversion va maintenant nous conduire à examiner l'inversion des déformations du cœur interférométrique.

4.5.4 Inversion des déformations du cœur interférométrique

Les déformations de l'interféromètre avaient été constatées sur l'interféromètre statique dont on disposait avant le cœur interférométrique monobloc. Cette étude a pour objet de déterminer l'influence des déformations sur la qualité des inversions et de définir un moyen de les corriger. Les déformations simulées sont représentatives de celles observées sur l'ancien interféromètre, utilisé au moment de l'étude. On pensait alors que l'interféromètre monobloc se déformerait moins, et que les simulations en surestimeraient donc les déformations. Ceci s'est révélé exact, à l'exception de l'apparition des déformations d'ordre supérieur (voir le paragraphe 2.4.1.2).

Les déformations introduites modifient les différences de marche. Elles simulent des déformations de corps rigide de l'interféromètre. Ces déformations sont définies par trois paramètres : un piston et deux inclinaisons. Afin de pouvoir plus facilement comparer les résultats des inversions, les inclinaisons sont caractérisées par les décalages maximaux en différence de marche induits par celles-ci. L'axe de rotation des inclinaisons est choisi au niveau de la ZPD. Le décalage en différence de marche à l'extrémité du miroir la plus éloignée de l'axe de rotation caractérise l'inclinaison. Le piston est exprimé en différence de marche optique et non en distance géométrique. Pour les simulations, on a introduit systématiquement un piston de 50 nm de DDM optique, et des inclinaisons telles que le décalage corresponde à 50 nm de DDM optique en bout de miroir. Ces valeurs sont représentatives de ce que l'on observait sur l'interféromètre exploité avant le cœur interférométrique. Le tableau 4.3 donne les équivalences entre les paramètres de simulation des déformations et les déformations mécaniques correspondantes. Les inclinaisons sont également caractérisées par la direction affectée par celles-ci. C'est soit l'axe horizontal, suivant lequel progressent les grandes échelettes, soit l'axe vertical, suivant lequel les petites échelettes ont été disposées.

On a, dans un premier temps, testé l'effet des déformations sur la concentration en dioxyde de carbone retrouvée. La démarche de simulation reste la même. On inverse 300 mesures issues des 300 jeux de différences de marche. Dans ce cas, les différences de

Piston	
Paramètre de piston (nm en DDM optique)	50
Piston géométrique (nm)	25
Inclinaison suivant les grandes échelettes	
Paramètre d'inclinaison suivant l'axe Ox (nm en DDM optique)	50
Inclinaison mécanique suivant l'axe Ox (μrad)	$\sim$ 0,5
Inclinaison suivant les petites échelettes	
Paramètre d'inclinaison suivant l'axe Oy (nm en DDM optique)	50
Inclinaison mécanique suivant l'axe Oy (μrad)	$\sim$ 0,5

TAB. 4.3 – Equivalence entre les paramètres de simulation des déformations et les déformations réelles

marche ont été préalablement modifiées par des déformations de corps rigide. Pour les inversions, on prend comme différences de marche *a priori* celles avant déformation. On n'inverse pas les déformations et on n'applique aucune correction. La figure 4.23 présente les résultats d'inversion. Le cas de simulation est l'inversion des spectres sans bruit avec convolution d'une réponse instrumentale gaussienne. On reprend, pour comparaison, les résultats d'inversion du même cas sans déformation, représenté sur la figure 4.20. On constate une forte dégradation des résultats d'inversion. Les valeurs retrouvées sont inexploitables compte tenu des erreurs bien supérieures à ce que l'on cherche à atteindre. L'erreur aléatoire ainsi que le biais d'inversion sont affectés par les déformations. Les erreurs aléatoires sur le CO_2 sont de l'ordre de 80 ppm et les biais sont voisins de 70 ppm.

Cette simulation démontre que les déformations ne peuvent être négligées lors de l'inversion. Il faut pouvoir les mesurer et en tenir compte pour retrouver correctement la concentration en dioxyde de carbone. Ces résultats nous ont amenés à prendre en compte les déformations dans la procédure d'inversion, comme on l'a décrit au paragraphe 4.3.2. Une première méthode d'évaluation des déformations a consisté à retrouver celles-ci dans l'interférogramme, à l'occasion d'une étape de traitement préalable à l'inversion proprement dite. On calcule les jacobiens des déformations de manière perturbative. Des vecteurs comparables à ceux tracés sur la figure 4.9 sont obtenus. La différence entre l'interférogramme mesuré et l'interférogramme *a priori* donne un vecteur d'erreur. Les valeurs des déformations sont retrouvées par minimisation, selon la méthode des moindres carrés, de ce vecteur d'erreur à l'aide des jacobiens. Les déformations retrouvées sont utilisées pour corriger les différences de marche. Une fois les différences de marche corrigées, on termine le traitement par l'inversion du dioxyde de carbone en utilisant, comme précédemment, les interférogrammes ou les spectres. La version définitive de la procédure d'inversion a été présentée au paragraphe 4.3.2. Les simulations qui ont permis de valider cette dernière version seront présentées au paragraphe 4.5.6.

Cette première version de la méthode de correction des déformations a été testée

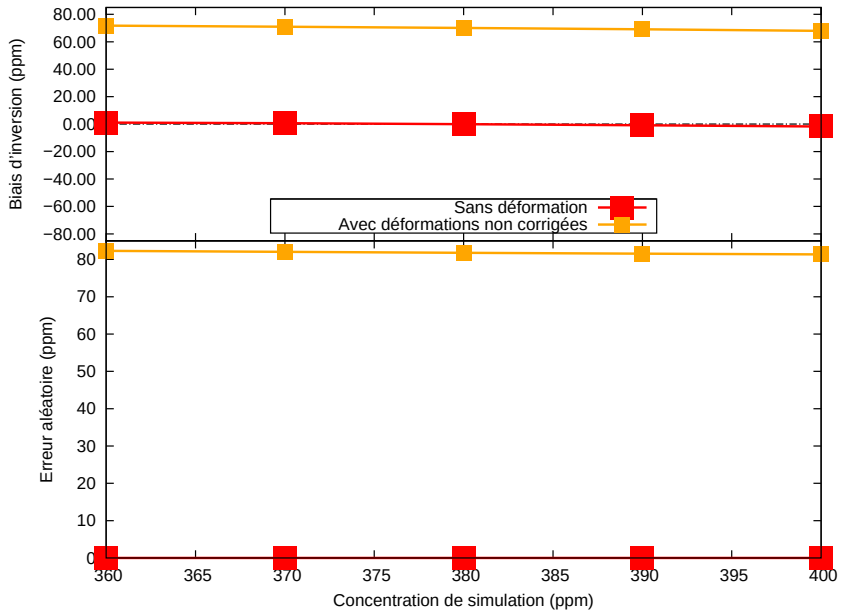

FIG. 4.23 – Effet des déformations du cœur interférométrique sur les inversions. Le cas de référence est celui de l'inversion des spectres utilisant la convolution d'une réponse instrumentale gaussienne repris de la figure 4.20.

dans différents cas. A titre d'exemple, on présente, dans le tableau 4.4, la statistique des paramètres de déformation retrouvés lors de l'inversion des spectres sans bruit. Comme pour la statistique de la concentration en dioxyde de carbone retrouvée, on s'intéresse à l'erreur aléatoire ainsi qu'à l'erreur systématique de mesure des déformations. La figure 4.24 donne une représentation graphique de ces résultats. On retrouve les paramètres de déformation au dixième de nanomètre près, ce qui est excellent en regard de la longueur d'onde centrale de mesure d'environ 1,6 μm.

La statistique des concentrations en dioxyde de carbone retrouvées est analysée pour vérifier l'intérêt de la correction des déformations. Comme pour les simulations précédentes, on représente graphiquement ces résultats. La figure 4.25 représente la statistique des concentrations retrouvées lorsqu'on corrige les déformations. On reprend le cas sans correction comme référence. Le gain de la correction des déformations du cœur interférométrique est ainsi clairement démontré. Grâce à cette correction, l'erreur d'inversion est considérablement réduite. Les erreurs aléatoires ainsi que les biais passent de valeurs voisines de 80 ppm à des valeurs de l'ordre de 1 ppm. La mesure et la correction des déformations et de leur impact sur les différences de marche devront donc être mises en œuvre pour assurer la bonne inversion du dioxyde de carbone. On s'attend, avec le nouveau cœur interférométrique, à ce que les déformations soient réduites par rapport à celles introduites pour les simulations. L'évolution de l'interféromètre a été présentée au paragraphe 2.1. Vue la sensibilité aux déformations, il reste important d'être capable de les corriger, au moins pour compenser les dérives à long terme des

	Piston		Tilt en x		Tilt en y	
	Moyenne (nm)	Ecart-type (nm)	Moyenne (nm)	Ecart-type (nm)	Moyenne (nm)	Ecart-type (nm)
$[CO_2]$ 360 ppm	50,04	0,18	50,08	1,09	49,77	0,45
$[CO_2]$ 370 ppm	50,01	0,09	50,02	0,53	49,89	0,22
$[CO_2]$ 380 ppm	49,99	0,03	49,97	0,05	50,01	0,02
$[CO_2]$ 390 ppm	49,96	0,10	49,91	0,52	50,12	0,21
$[CO_2]$ 400 ppm	49,93	0,19	49,85	1,02	50,23	0,42

TAB. 4.4 – Déformations retrouvées dans le cas d'une inversion avec l'utilisation d'une fonction d'appareil théorique gaussienne, sans bruit, sans doublage de points.

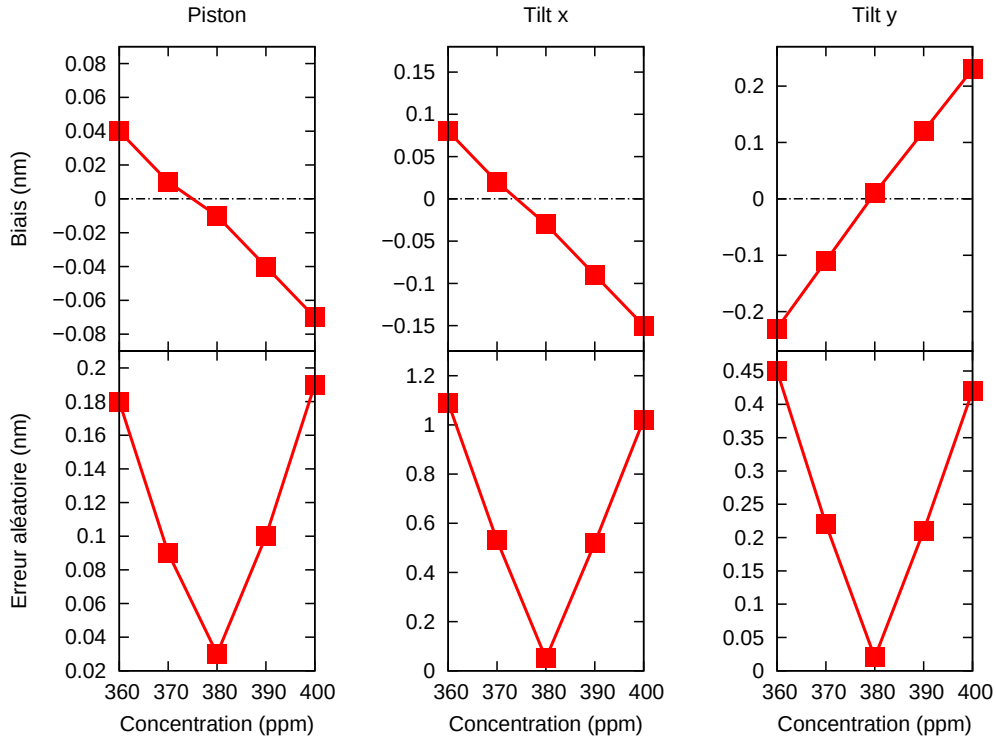

FIG. 4.24 – Déformations retrouvées en l'absence de bruit. Les graphiques illustrent les résultats présentés dans le tableau 4.4.

différences de marche.

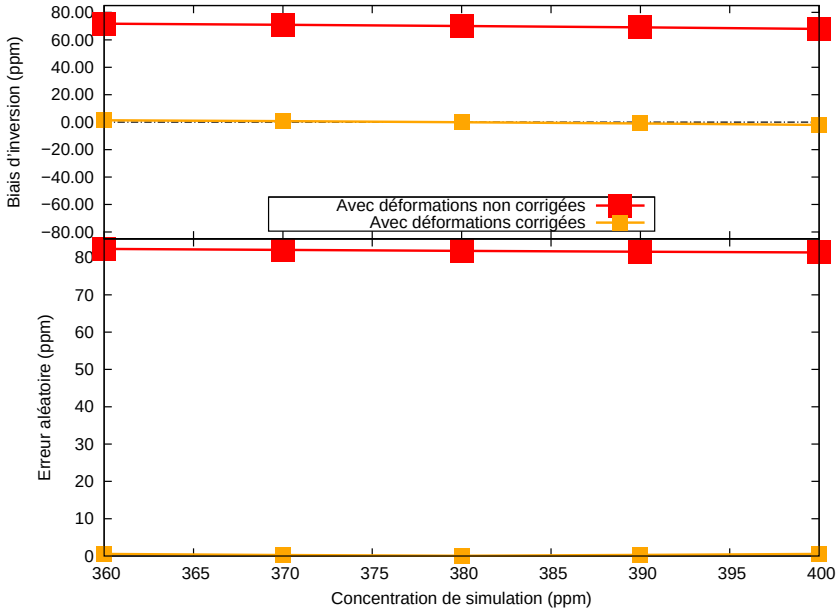

FIG. 4.25 – Effet de la correction des déformations sur la concentration en dioxyde de carbone retrouvée. Le cas des inversions sans correction des déformations est également tracé pour comparaison (voir également la figure 4.23).

La figure 4.26 présente différents cas d'inversion où les déformations du cœur interférométrique sont corrigées. Le cas de référence est celui de l'inversion des spectres avec bruit et sans déformation qui a déjà été tracé sur la figure 4.22. Tout d'abord, on peut remarquer que sans bruit, mais avec des déformations corrigées, les erreurs relatives sont plus faibles qu'avec bruit et sans déformation. Une fois les déformations corrigées, le principal facteur d'erreur de mesure du dioxyde de carbone devient le bruit de mesure. L'ajout du bruit, en plus des déformations, dégrade considérablement les résultats. La combinaison des déformations et du bruit de mesure aboutit à une erreur relative voisine de 2 ppm. On verra au paragraphe 4.5.5 comment on a pu réduire cette erreur.

Pour le biais d'inversion, la modélisation instrumentale est le paramètre le plus critique. Si l'on se contente de modéliser l'instrument en convoluant les *a priori* (spectres et jacobiens), exprimés dans le domaine du spectre, par une réponse instrumentale gaussienne, le biais d'inversion est important. La modélisation instrumentale incomplète engendre des erreurs systématiques de l'ordre de 1 ppm. Par contre, dans les autres cas de simulation, les biais d'inversion sont comparables. Que l'on introduise ou non des déformations ou du bruit, les biais restent voisins de 0,1 ppm.

Le cas de simulation des mesures avec bruit, sans les déformations, mais avec recherche et correction de celles-ci a été testé. Les résultats (en vert) sont comparables à ceux du même cas avec ajout des déformations (en cyan). Les défauts d'inversion de la concentration en dioxyde de carbone ne sont pas, au premier ordre, liés à l'amplitude

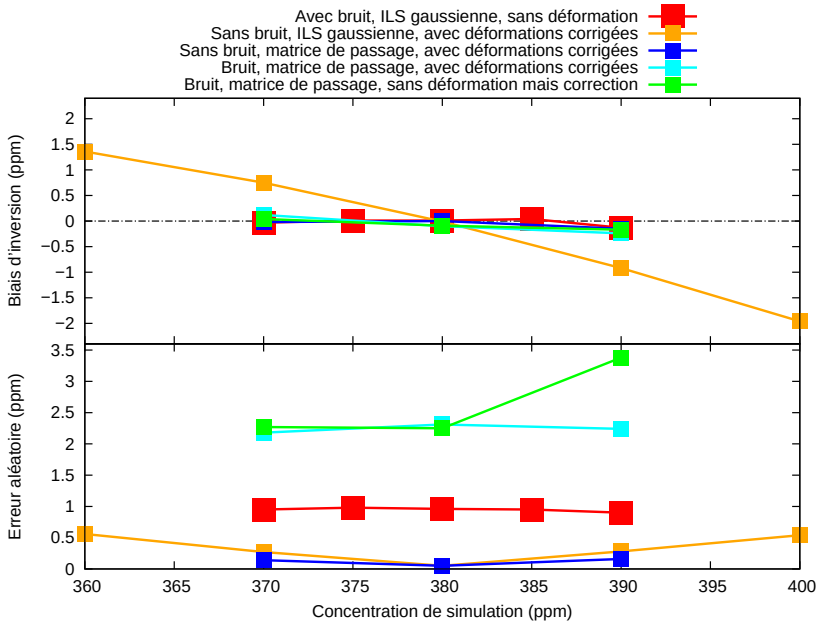

FIG. 4.26 – Différents cas d'inversion avec correction des déformations. Le cas d'inversion des spectres avec bruit et sans déformation a également été tracé pour référence (voir la figure 4.22).

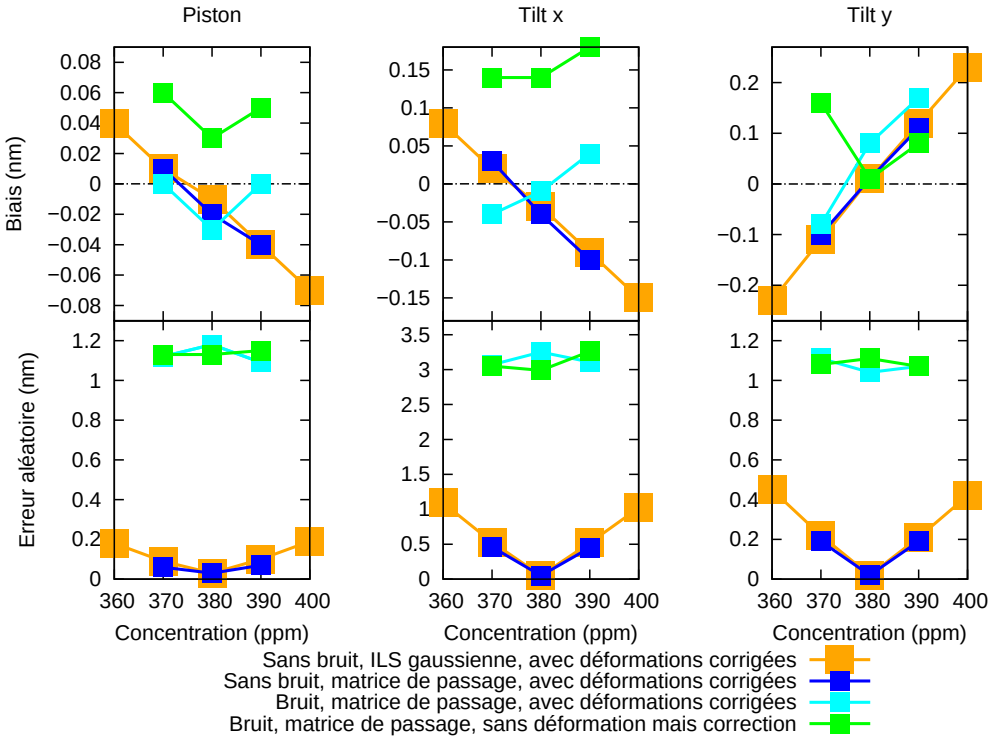

FIG. 4.27 – Déformations retrouvées dans différents cas de simulation. On reprend le cas de simulation sans bruit représenté sur la figure 4.24. Les symboles de couleur sont les mêmes que ceux utilisés pour la figure 4.26.

des déformations, du moment qu'on les corrige.

Les inversions, lorsque l'on corrige les déformations du cœur interférométrique, deviennent plus sensibles au bruit de mesure. Le code d'inversion a plus de difficultés à discerner le signal du dioxyde de carbone de celui des déformations et du bruit. L'influence des déformations met en évidence l'importance d'une bonne modélisation instrumentale. Il est crucial de maîtriser au mieux celle-ci pour interpréter le plus efficacement possible les mesures.

Les résultats de l'inversion des déformations correspondant aux cas de la figure 4.26 sont représentés sur la figure 4.27. On reprend comme cas de référence les résultats de l'inversion des spectres sans bruit, avec une modélisation gaussienne de la réponse instrumentale (en orange). Les courbes font surtout apparaître l'impact du bruit. Celui-ci affecte l'erreur aléatoire de détermination des déformations. Même en présence de bruit, les déformations sont retrouvées environ au nanomètre près ce qui est de l'ordre de $\lambda/1000$. Malgré cela, l'erreur aléatoire d'inversion du dioxyde de carbone augmente jusqu'à 2 ppm lorsque l'on inverse les déformations sur des mesures bruitées (voir la figure 4.26). Elle augmente de 1 ppm par rapport au cas sans déformation et sans inversion des déformations. On a essayé de retrouver l'origine de l'augmentation de l'erreur d'inversion de la concentration en dioxyde de carbone. Pour ce faire, on a réinjecté indépendamment les erreurs des trois paramètres de déformation sans les corriger. Ces études n'ont pas pu mettre en évidence le facteur limitant. Par contre, on a constaté des corrélations entre les valeurs des paramètres retrouvés pour décrire les déformations.

Afin de mieux prendre en compte ces corrélations, il a été décidé d'inverser les déformations selon les méthodes rigoureuses développées par Rodgers. Les déformations sont incluses dans le vecteur d'état. On retrouve simultanément la concentration en dioxyde de carbone ainsi que les paramètres de déformation. L'ensemble des traitements est réalisé sur les interférogrammes. La mise en place de la nouvelle procédure d'inversion a également été l'occasion d'intervenir sur la configuration instrumentale pour optimiser les résultats d'inversion du dioxyde de carbone. La forme des miroirs à échelettes a été modifiée afin d'adapter l'échantillonnage à la mesure optimale du dioxyde de carbone.

4.5.5 Optimisation de la configuration instrumentale : modification des différences de marche du cœur interférométrique

A partir de maintenant, les inversions sont pratiquées uniquement sur les interférogrammes. Comme on l'a vu au paragraphe 4.3.2.2, les interférogrammes présentent des zones d'intérêt pour l'inversion du dioxyde de carbone. On va simuler différentes configurations instrumentales et comparer les performances des inversions pour les différents cas. A l'issue des simulations on définira un vecteur optimisé de différences de marche.

Dans un premier temps, on ajoute à l'interférogramme mesuré les échelettes d'étalonnage. Ces échelettes sont rajoutées en périphérie des miroirs. Elles sont planes, et la différence de marche y évolue lentement. Elles sont inclinées d'un angle tel que le signal interférométrique ne varie que de quelques franges d'interférence. Leur positionnement a d'abord été spécifié à proximité de la différence de marche nulle. C'est cette configuration instrumentale qui est simulée en premier.

La figure 4.28 représente les résultats d'inversion de la concentration en dioxyde de carbone, pour la « première configuration instrumentale », avec les échelettes d'étalonnage positionnées autour de la différence de marche nulle. On a également tracé, comme cas de référence, les résultats obtenus en inversant les spectres bruités, avec des déformations. Le fait d'avoir inclu les échelettes d'étalonnage au vecteur de mesure améliore grandement la précision d'inversion. Sans celles-ci, l'erreur aléatoire est supérieure à 2 ppm, alors que lorsqu'on utilise cette information, elle n'est plus que d'environ 0,7 ppm. L'erreur aléatoire est, comme attendu, nulle en l'absence de bruit. Les biais d'inversion sont seulement légèrement améliorés par l'ajout des échelettes d'étalonnage à l'interférogramme traité. Dans le cas de simulation avec bruit et déformations, la valeur absolue du biais passe, en moyenne, de 0,13 ppm à 0,07 ppm, respectivement sans et avec exploitation des échelettes d'étalonnage.

La figure 4.29 illustre les résultats d'inversion des déformations avec la « première configuration instrumentale ». On reprend, comme cas de référence, l'inversion des spectres avec bruit et déformations. Les symboles de couleur sont les mêmes que ceux de la figure 4.28. La modification de la configuration instrumentale permet d'améliorer la précision d'inversion des déformations, aussi bien en ce qui concerne les erreurs aléatoires que les biais. Pour les erreurs aléatoires, on passe d'erreurs de l'ordre du nanomètre, lorsqu'on n'utilise pas les échelettes d'étalonnage, à des fractions de nanomètre, en exploitant les informations qu'elles fournissent.

La modification de la configuration instrumentale a permis d'améliorer la précision des mesures. On retrouve mieux la concentration en dioxyde de carbone ainsi que les déformations du cœur interférométrique. On peut voir ces améliorations comme l'effet de l'augmentation du nombre d'échantillons de mesure. C'est en partie vrai, mais il faut de plus remarquer que l'échantillonnage est densifié autour de la différence de marche nulle. Cette zone est caractérisée par un niveau de signal élevé. Par conséquent, en incluant les échelettes d'étalonnage aux mesures, on ajoute plus de signal que la proportion représentée par les échantillons supplémentaires. Si l'on se reporte de plus aux jacobiens tracés au paragraphe 4.3.2.2, on constate que les sensibilités sont accrues autour de la différence de marche nulle. Le positionnement des échelettes d'étalonnage est donc favorable à l'amélioration de la précision d'inversion. Pour autant, les simulations ne rendent pas compte de la difficulté d'exploitation de la zone de l'interférogramme proche de la différence de marche nulle. La mesure de la différence de marche dans cette zone devient difficile. De plus, le signal interférométrique y est d'amplitude maximale. Il est donc particulièrement soumis aux erreurs d'étalonnage de la non-linéarité. Une configuration instrumentale plus facilement exploitable serait celle où l'on place les échelettes d'étalonnage dans une zone de l'interférogramme autre qu'autour de la différence de marche nulle, où on pourrait optimiser la sensibilité de la mesure aux composantes du vecteur d'état, et principalement au dioxyde de carbone.

On poursuit l'étude en testant différentes configurations de construction des miroirs à échelettes. Les modifications concernent le positionnement des échelettes d'étalonnage ainsi que la position de la différence de marche nulle dans le vecteur des différences de marche. On va essayer d'augmenter la sensibilité de la mesure au dioxyde de carbone en densifiant l'échantillonnage de la première bouffée associée à la quasi-périodicité

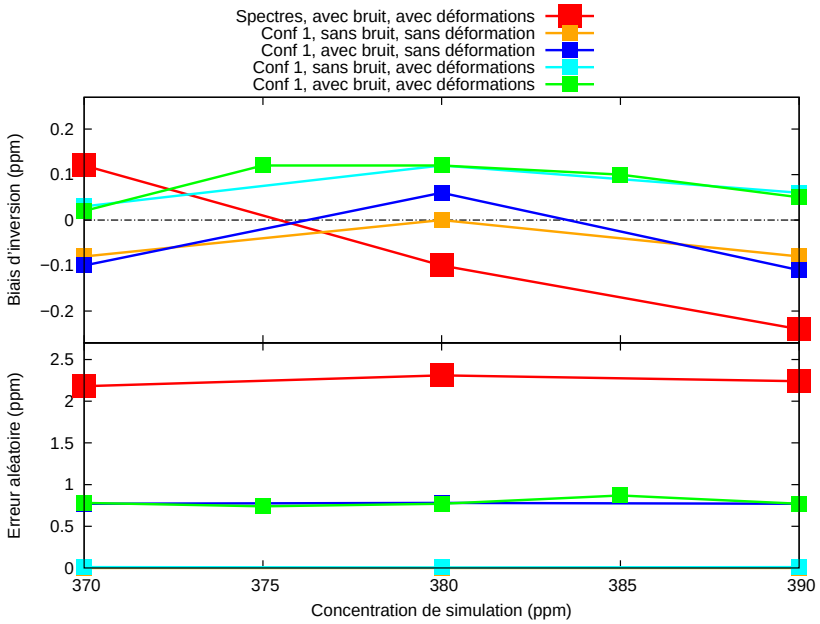

FIG. 4.28 – Différents cas d'inversion des interférogrammes avec la première configuration instrumentale, où les échelettes d'étalonnage sont situées au voisinage de la différence de marche nulle. On reprend, pour comparaison, les résultats d'inversion des spectres avec bruit et déformations de la figure 4.26. L'erreur aléatoire obtenue en inversant les interférogrammes sans bruit et sans déformation (en jaune) est située autour de 0.

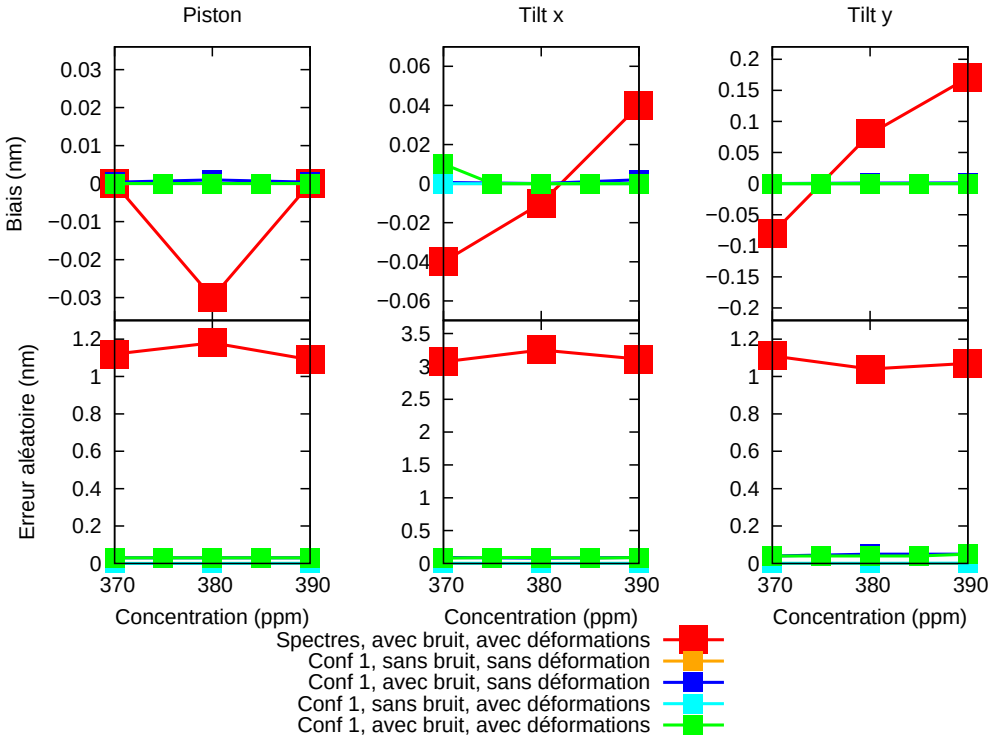

FIG. 4.29 – Déformations retrouvées avec la première configuration instrumentale où les échelettes d'étalonnage sont situées autour de la différence de marche nulle. Les résultats d'inversion des déformations pour des spectres avec bruit sont pris comme référence. Ils sont issus de la figure 4.27.

des raies du dioxyde de carbone. Le concept de « bouffée » a été introduit au paragraphe 4.3.2.2. Les bouffées sont des zones de l'interférogramme où la sensibilité au dioxyde de carbone augmente, ainsi que les autres sensibilités, dans une moindre mesure.

Les configurations sont numérotées de la manière suivante :

Configuration 1 : Configuration initiale. Les interférogrammes sont légèrement bilatères et les échelettes d'étalonnage sont situées au niveau de la ZPD.

Configuration 2 : Le vecteur des différences de marche nominales reste le même. Par contre les échelettes d'étalonnage sont positionnées au niveau de la première bouffée spécifique au CO_2.

Configuration 3 : Les interférogrammes sont rendus mieux bilatères de façon à couvrir la première bouffée spécifique au CO_2 de part et d'autre de la ZPD. Les échelettes d'étalonnage se trouvent au voisinage de la ZPD.

Configuration 4 : Les interférogrammes sont toujours suffisamment bilatères pour couvrir la première bouffée spécifique au CO_2 de part et d'autre de la ZPD. Les échelettes d'étalonnage sont placées au niveau de la première bouffée spécifique au CO_2.

La figure 4.30 représente les résultats d'inversion du dioxyde de carbone obtenus avec les différentes configurations instrumentales. On simule, à chaque fois, le même cas de mesure, à savoir des mesures avec bruit et avec déformations. Les résultats de référence sont ceux obtenus avec la configuration 1. Ils sont repris de la figure 4.28. La configuration instrumentale influe sur la précision d'inversion du dioxyde de carbone. Pour l'erreur aléatoire, on passe, pour les cas extrêmes, d'une erreur de l'ordre de 0,8 ppm avec la configuration 1 à une erreur légèrement inférieure à 0,6 ppm avec la configuration 4. La majeure partie de la réduction de l'erreur aléatoire d'inversion du dioxyde de carbone est due au repositionnement des échelettes d'étalonnage au niveau de la première bouffée spécifique au CO_2. Les configurations 2 et 4, qui ont les échelettes d'étalonnage repositionnées de la sorte, présentent les erreurs aléatoires les plus faibles.

Le biais d'inversion dépend également de la configuration instrumentale. Dans la configuration 1 il est d'environ 0,1 ppm, alors que dans la configuration 4, il est réduit à environ 0,05 ppm. Il semble que la position de la différence de marche nulle ait le plus d'influence sur le biais d'inversion du dioxyde de carbone. Les biais dans la configuration 3 sont inférieurs aux biais dans la configuration 2. Dans la configuration 3, seul l'interférogramme est rendu mieux bilatère, alors que dans la configuration 2, on joue uniquement sur la position des échelettes d'étalonnage.

Afin d'optimiser la précision d'inversion du dioxyde de carbone, on retiendra la configuration instrumentale numéro 4. Le vecteur de différence de marche est suffisamment bilatère pour que la première bouffée spécifique au CO_2 soit couverte de part et d'autre de la ZPD, et les échelettes d'étalonnage sont placées dans cette même première bouffée. On utilisera cette configuration instrumentale pour les simulations suivantes.

La figure 4.31 présente les résultats d'inversion des déformations obtenus avec les différentes configurations instrumentales. Les symboles de couleur sont les mêmes que ceux de la figure 4.30. La configuration instrumentale joue également un rôle sur la

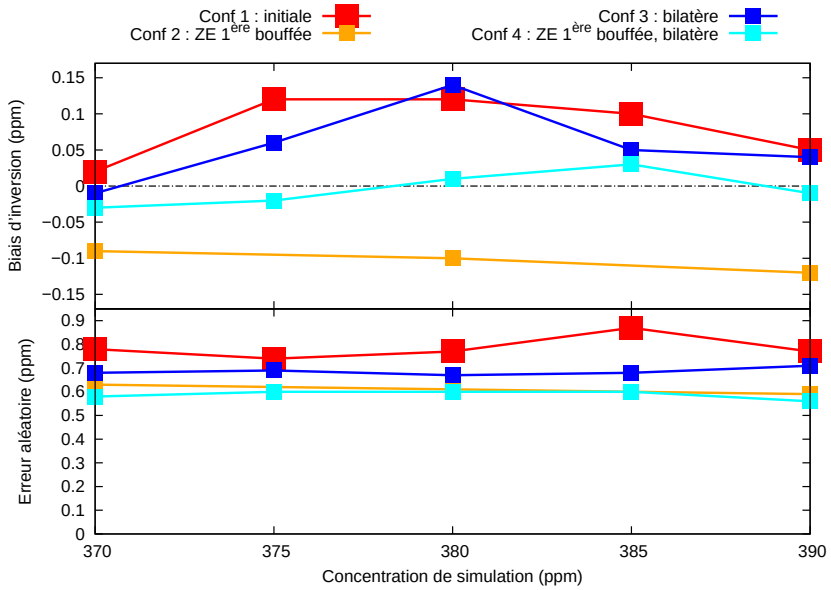

FIG. 4.30 – Etude de différentes configurations instrumentales pour l'inversion du dioxyde de carbone. La configuration de référence est la configuration initiale (numéro 1) avec les échelettes d'étalonnage autour de la différence de marche nulle et la différence de marche faiblement bilatère. On reprend ce cas de référence de la figure 4.28.

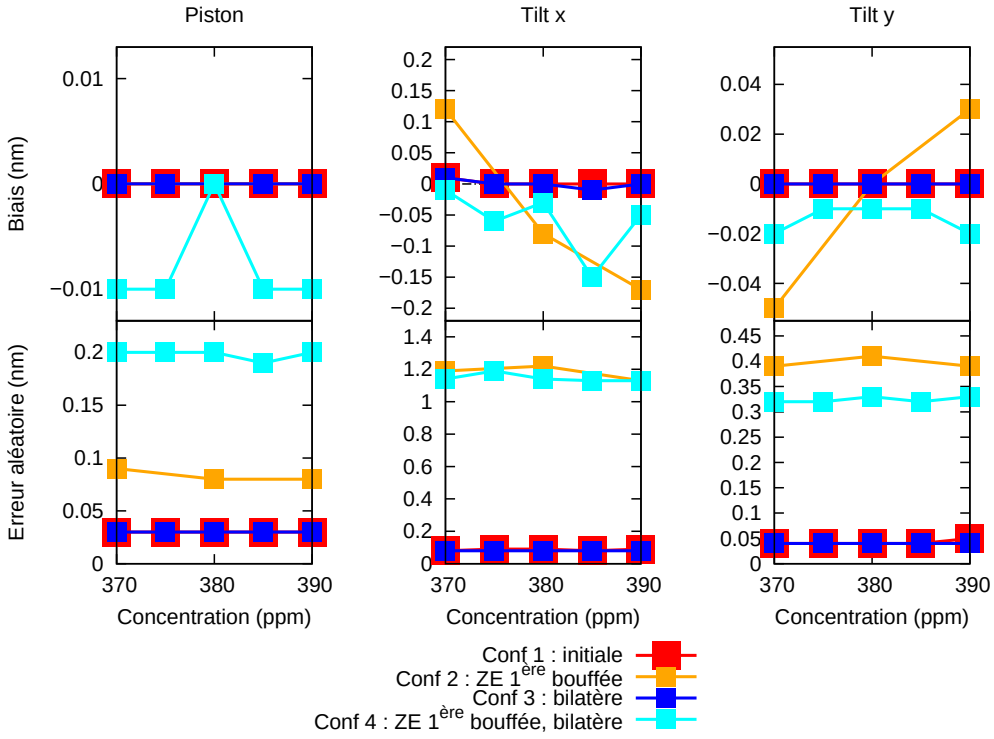

FIG. 4.31 – Etude de différentes configurations instrumentales pour l'inversion des déformations. La configuration de référence est la configuration initiale (numéro 1) avec les échelettes d'étalonnage autour de la différence de marche nulle et la différence de marche faiblement bilatère. On reprend ce cas de référence de la figure 4.29.

précision des déformations retrouvées. Avec les configurations 2 et 4 les erreurs sont de l'ordre de la fraction de nanomètre. En comparaison, les erreurs constatées avec les configurations 1 et 3 sont quasi nulles. Il est intéressant de constater que pour cette étude, les erreurs d'inversion des déformations ne se traduisent pas par des erreurs d'inversion plus grandes sur la concentration en CO_2. En fait, les changements de configuration modifient de manière partiellement indépendante la sensibilité aux différentes valeurs inversées. Par exemple, le repositionnement des échelettes d'étalonnage au niveau de la première bouffée spécifique au CO_2 augmente la sensibilité de la mesure au dioxyde de carbone, tout en réduisant la sensibilité aux déformations. La configuration 4 permet au final de retrouver plus précisément la concentration en dioxyde de carbone, sans avoir la meilleure précision de mesure des déformations du cœur interférométrique. Le spectromètre par transformation de Fourier statique a été développé pour répondre au besoin de mesure du dioxyde de carbone atmosphérique. C'est donc ce dernier qui passe au premier plan. La mesure des déformations n'est qu'un moyen pour améliorer celle du dioxyde de carbone. Par conséquent, si une configuration présente des performances accrues dans l'inversion du dioxyde de carbone, elle sera adoptée, même si par ailleurs les autres grandeurs inversées le sont moins précisément.

Le code d'inversion des interférogrammes a permis d'améliorer les performances d'inversion de la concentration en dioxyde de carbone. Celui-ci suit le formalisme développé par Rodgers pour toutes les composantes du vecteur d'état : la concentration en dioxyde de carbone comme les paramètres de déformation du cœur interférométrique. De la sorte, on tient compte des corrélations entre les grandeurs retrouvées de manière plus rigoureuse. Dans un premier temps, on a vu que l'ajout du signal des échelettes d'étalonnage au vecteur d'observation augmente la précision des inversions. On a ensuite testé deux éléments d'optimisation de la configuration instrumentale. Il s'agit de la différence de marche au voisinage de laquelle on place les échelettes d'étalonnage, ainsi que de la position de la différence de marche nulle sur les miroirs. Cette dernière permet de rendre l'interférogramme plus ou moins bilatère. A chaque fois, on a cherché à optimiser la sensibilité de la mesure, en densifiant l'échantillonnage de la première bouffée spécifique au CO_2. Cette deuxième partie de l'étude a permis de démontrer que certaines configurations sont plus favorables que d'autres à la mesure du dioxyde de carbone. La configuration testée qui donne les meilleurs résultats est la configuration numéro 4. Il s'agit de celle dans laquelle les échelettes d'étalonnage sont situées au niveau de la première bouffée spécifique au CO_2, et dont l'interférogramme est suffisamment bilatère pour échantillonner la première bouffée, de part et d'autre de la différence de marche nulle. Suite à cette étude, la spécification des miroirs a été modifiée de manière à fabriquer un cœur interférométrique basé sur cette configuration instrumentale.

Le dernier volet de l'étude de sensibilité de la procédure d'inversion concerne l'inversion de la réflectance spectrale de la scène observée.

4.5.6 Inversion de la réflectance spectrale

On ne connaît pas *a priori* le profil de réflectance spectrale de la scène observée. Dans le cas des mesures au sol, on vise continuellement un réflecteur placé sur un hélio-

stat. La réflectance spectrale de celui-ci n'a pas été mesurée. De plus, l'orientation du réflecteur est amenée à évoluer temporellement du fait de la rotation de l'héliostat. Les propriétés de réflectance spectrale des matériaux ont tendance à varier avec l'incidence des rayonnements. De ce fait, on s'attend à ce que la réflectance spectrale du réflecteur évolue temporellement. Pour des mesures satellitales, les scènes observées évoluent avec le déplacement du satellite. La réflectance spectrale de la scène pourra varier avec la nature de la scène observée.

La bande spectrale de mesure de quelques nanomètres est étroite du point de vue des propriétés spectrales des matériaux en réflexion plus ou moins spéculaire. Par conséquent, les réflectances spectrales des scènes seront lentement variables sur cette bande. On suppose que l'on peut les modéliser, en fonction du nombre d'onde, par un polynôme de faible degré. On a modélisé le profil spectral de la réflectance par un polynôme de degré 2. Le profil spectral de la réflectance, $f_r(\sigma)$, s'écrit selon l'équation 4.44 :

$$f_r(\sigma) = a_0 + a_1 \frac{\sigma - \sigma_{moy}}{\sigma_{max} - \sigma_{min}} + a_2 \left(\frac{\sigma - \sigma_{moy}}{\sigma_{max} - \sigma_{min}} \right)^2$$

L'inversion de la réflectance spectrale consiste à retrouver les paramètres a_0, a_1 et a_2 du polynôme. Le coefficient a_0 est le coefficient de normalisation des mesures. Son inversion permet de prendre en compte les variations du niveau moyen d'énergie incidente. Les coefficients a_1 et a_2 permettent de tenir compte des variations spectrales intra-bande de la réflectance. L'inversion de la réflectance est validée en suivant la même démarche que celle adoptée jusqu'à présent.

Dans un premier temps, on s'est assuré de l'importance de l'inversion de la réflectance. En ce qui concerne le terme constant, son importance est primordiale. Le coefficient a_0 permet de normaliser les mesures. Sachant que les inversions sont effectuées par comparaison des mesures avec un *a priori*, la bonne normalisation des mesures est une nécessité. Sans cela, les mesures et l'*a priori* ne sont pas comparables, et l'inversion ne peut être effectuée correctement. On verra plus tard que le facteur de normalisation varie considérablement avec le temps. Sur une série de mesures de quelques heures, on observe des variations l'ordre de 10 %. On peut se reporter au paragraphe 5.3.2.2 ainsi qu'à la figure 5.6 pour plus de précisions. On est amené à appliquer une correction importante pour la normalisation de la première mesure. On ne connaît pas précisément le coefficient de normalisation, au debut de la première inversion. Il dépend des conditions de mesure. On utilise un coefficient *a priori* égal à 1, dont on sait qu'il devra être affiné. Lors des inversions suivantes, on reprend comme *a priori* le coefficient de normalisation retrouvé pour la mesure précédente. Ceci réduit la correction à apporter.

On a démontré l'importance de l'inversion du coefficient de degré 1 par simulation. Pour ce faire, on a introduit une réflectance avec un coefficient $a_1 = 0{,}1$. Par ailleurs les mesures sont simulées sans bruit ni déformation. On les inverse sans tenir compte de la réflectance, c'est-à-dire en reprenant la version précédente du code d'inversion. Pour une concentration en CO_2 égale à 380 ppm dans la simulation, on constate une erreur d'inversion du dioxyde de carbone de l'ordre de 5 ppm. Cette erreur diminue à 0,5 ppm pour un coefficient de degré 1 inférieur à 0,01. Elle reste importante pour un cas de simulation sans bruit, pour lequel on s'attend à des résultats excellents. Elle pourrait

s'avérer un facteur limitant dans un cas de mesure réel, avec du bruit. Lorsqu'on inverse la réflectance, en reprenant les mêmes mesures, les résultats deviennent excellents : l'erreur aléatoire devient voisine de 10^{-4} ppm et les biais d'inversion sont inférieurs à 0,1 ppm. L'inversion de la réflectance améliore donc grandement les résultats d'inversion du dioxyde de carbone. On inclut donc celle-ci dans la procédure d'inversion.

Une série de simulations a été réalisée de manière à caractériser la précision d'inversion des différents paramètres, et en premier lieu de la concentration en dioxyde de carbone. Comme pour les études précédentes, on a progressivement durci les conditions de simulation. On a ajouté au fur et à mesure du bruit, des déformations, un profil spectral avec d'abord un seul coefficient différent de l'*a priori* puis à la fin tous, y compris le coefficient de degré 2. On calcule, à chaque fois, la moyenne et l'écart-type du vecteur d'état. On vérifie que la précision d'inversion du dioxyde de carbone reste compatible avec le besoin d'une mesure à 1 ppm près. On veille également à ce que les autres grandeurs inversées ne soient pas affectées par l'introduction dans le vecteur d'état inversé de la réflectance. La dégradation de la précision d'inversion d'un paramètre peut être le signe d'un défaut dans le code d'inversion.

Les différentes simulations n'ont pas fait apparaître de résultat imprévu. L'inversion de la réflectance spectrale ne dégrade que légèrement la précision d'inversion du dioxyde de carbone ainsi que celle des déformations. On a ajouté trois composantes au vecteur d'état ce qui augmente les risques de corrélation entre paramètres restitués. Pour autant, l'erreur d'inversion de la concentration en dioxyde de carbone reste inférieure à 1 ppm, voisine de 0,6 ppm. On ne présente que les résultats d'inversion du cas le moins favorable. Pour celui-ci, on a simulé :

- Des concentrations en dioxyde de carbone comprises entre 370 ppm et 390 ppm
- Du bruit de mesure tel que le rapport signal à bruit de l'interférogramme soit égal à $3000/\sqrt{2}$ pour les deux moitiés obtenues en doublage de points
- Des déformations du cœur interférométrique avec un piston de 50 nm en DDM optique et des paramètres d'inclinaison de 50 nm en DDM optique au bout des miroirs
- Une réflectance spectrale avec $a_0 = 1$, $a_1 = 0{,}1$ et $a_2 = 0{,}1$

Le tableau 4.5 présente les résultats de l'inversion des coefficients du polynôme de réflectance spectrale. La précision des inversions est variable selon le coefficient retrouvé. On constate que l'erreur d'inversion augmente avec l'ordre du coefficient retrouvé. Pour le coefficient d'ordre 0, l'erreur ne représente que 10^{-4} fois la valeur retrouvée, pour le coefficient d'ordre 1, l'erreur est de l'ordre de 0,1% de la valeur retrouvée, enfin, l'erreur d'inversion de l'ordre 2 de la réflectance est voisine de 20% de la valeur à retrouver.

Les résultats d'inversion de la concentration en dioxyde de carbone sont représentés graphiquement sur la figure 4.32. On reprend, comme référence, les résultats d'inversion de l'étude précédente avec une réflectance plate spectralement et sans inversion de celle-ci. Ils sont issus de la figure 4.30. L'effet de l'introduction de l'inversion de la réflectance dans la procédure de traitement des interférogrammes n'est que très faiblement sensible. Comme il a été dit plus haut, on constate une légère dégradation des résultats. On attribue celle-ci au fait que le vecteur d'état inversé a une dimension plus importante, ce qui favorise les erreurs. Toutefois, l'erreur aléatoire demeure voisine de 0,6 ppm, et les

	a_0		a_1		a_2	
	Biais	Ecart-type	Biais	Ecart-type	Biais	Ecart-type
$[CO_2]$ 370 ppm	0	$4 \cdot 10^{-4}$	$-1 \cdot 10{-}3$	$4 \cdot 10^{-3}$	$-4 \cdot 10{-}3$	0,018
$[CO_2]$ 375 ppm	0	$4 \cdot 10^{-4}$	$-1 \cdot 10{-}3$	$4 \cdot 10^{-3}$	$-4 \cdot 10{-}3$	0,018
$[CO_2]$ 380 ppm	0	$3 \cdot 10^{-4}$	0	$4 \cdot 10^{-3}$	$-3 \cdot 10{-}3$	0,018
$[CO_2]$ 385 ppm	0	$4 \cdot 10^{-4}$	$-1 \cdot 10{-}3$	$4 \cdot 10^{-3}$	$-5 \cdot 10{-}3$	0,018
$[CO_2]$ 390 ppm	0	$3 \cdot 10^{-4}$	$-1 \cdot 10{-}3$	$4 \cdot 10^{-3}$	$-5 \cdot 10{-}3$	0,020

TAB. 4.5 – Résultats d'inversion des coefficients du profil spectral de la réflectance. Les mesures sont simulées avec du bruit, des déformations et un profil de réflectance de degré 2.

biais d'inversion sont de l'ordre de 0,1 ppm. La précision d'inversion reste compatible avec l'objectif de retrouver la concentration en dioxyde de carbone à 1 ppm près.

Les résultats d'inversion des déformations sont représentés sur la figure 4.33. Ils sont comparés à ceux obtenus lors des inversions pour lesquelles on n'a ni simulé la réflectance ni inversé celle-ci (voir figure 4.31). Comme pour l'inversion de la concentration en dioxyde de carbone, les résultats sont très voisins, quelle que soit la version du code. On observe une légère dégradation des résultats avec la sophistication du code d'inversion pour prendre en compte la réflectance. Le niveau de précision d'inversion des déformations varie du nanomètre à la fraction de nanomètre.

L'inversion de la réflectance est donc validée. L'erreur d'inversion de la concentration en dioxyde de carbone reste inférieure au seuil de 1 ppm. On a vérifié que l'inversion de la réflectance ne réduisait pas outre mesure la précision d'inversion du dioxyde de carbone. La prise en compte d'un profil spectral basse fréquence permettra, en plus de corriger la réflectance de la scène, de corriger d'éventuels défauts d'étalonnage spectral de l'instrument. Par exemple, un défaut de mesure de la transmission spectrale du filtre optique passe-bande pourra être corrigé. Un tel défaut pourrait subvenir suite à une évolution du positionnement du filtre dans le spectromètre. On est amené à manipuler ce filtre de manière systématique durant les mesures.

4.5.7 Synthèse des simulations

L'étude de sensibilité de la procédure d'inversion a permis de tester différentes versions du code d'inversion. Au fil des différentes simulations, on a gardé comme critère de caractérisation principal la précision d'inversion de la concentration en dioxyde de carbone. Au final, les études statistiques des résultats montrent que l'on peut s'attendre à retrouver la concentration en dioxyde de carbone avec une erreur aléatoire de 0,6 ppm. La version la plus aboutie du code d'inversion utilise des interférogrammes

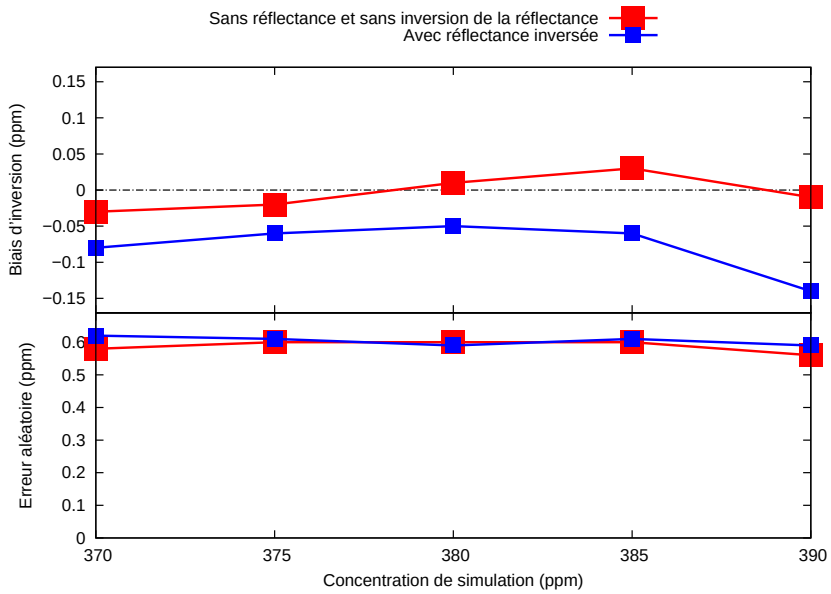

FIG. 4.32 – Statistique des résultats d'inversion du dioxyde de carbone lorsqu'on inverse la réflectance. On prend comme référence, les résultats obtenus sans défaut de réflectance et sans inversion de la réflectance. Le cas de référence provient de la figure 4.30.

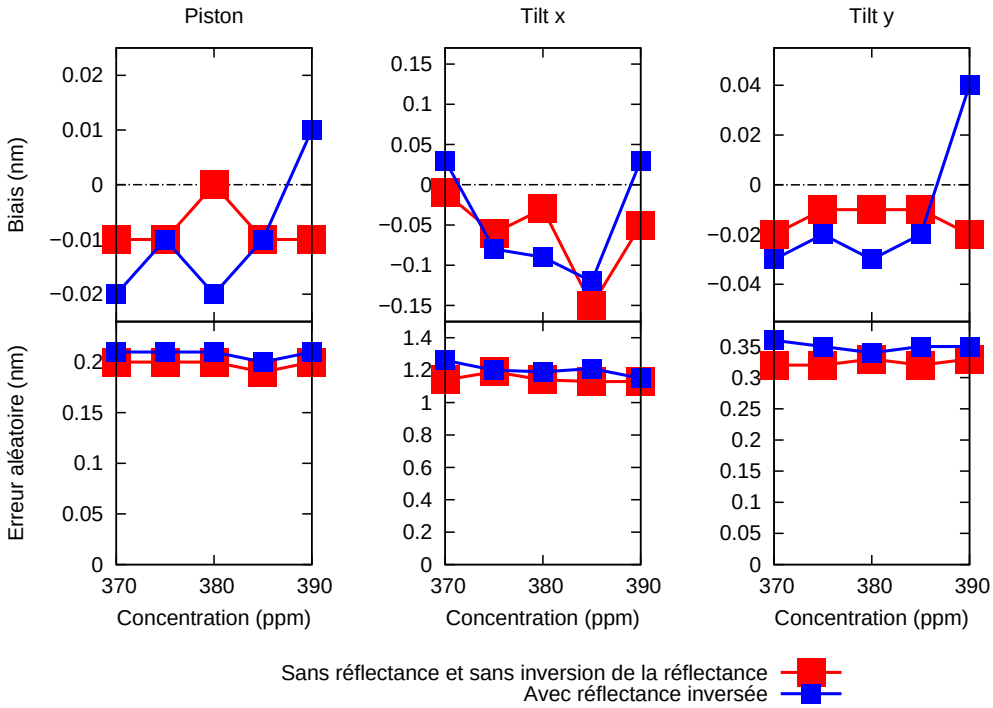

FIG. 4.33 – Résultats d'inversion des déformations lorsqu'on inverse par ailleurs la réflectance. On prend comme référence, les résultats d'inversion des déformations obtenus sans défaut de réflectance et sans inversion de la réflectance. Le cas de référence provient de la figure 4.31.

comme vecteur d'observation. On a validé l'équivalence de l'inversion des spectres ou des interférogrammes. Les simulations démontrent également le rôle important joué par l'échantillonnage des interférogrammes sur la précision des inversions. L'utilisation des échelettes d'étalonnage, au même titre que les échelettes de l'interféromètre statique, ouvre des perspectives prometteuses. De plus, on peut même envisager un cœur interférométrique dont l'interférogramme est échantillonné de façon totalement irrégulière afin d'optimiser la précision de mesure du dioxyde de carbone. Cette voie est également extrêmement intéressante. Elle permettrait la définition d'un spectromètre par transformation de Fourier statique optimisé pour une application donnée. C'est ce qui a en partie été fait pour la mesure du dioxyde de carbone. La configuration des miroirs à échelettes a été modifiée à la suite des résultats obtenus dans ce travail de thèse. La position de la différence de marche nulle a été redéfinie, ainsi que la position en différence de marche des échelettes d'étalonnage. Le code d'inversion, dans sa version finale, permet de retrouver, en plus de la concentration en dioxyde de carbone, les déformations de l'interféromètre ainsi que la réflectance spectrale de la scène.

La procédure d'inversion a été appliquée aux mesures atmosphériques obtenues durant la campagne de mesure. L'étude statistique des concentrations en CO_2 retrouvées sera présentée dans le prochain chapitre et permettra de caractériser la précision de mesure réelle.

Chapitre 5

Campagne de mesure

Sommaire

5.1 Objectifs de la campagne de mesure 248
5.2 Déroulement de la campagne de mesure 250
5.2.1 Partie instrumentale de la campagne de mesure 250
5.2.2 Traitement d'inversion des interférogrammes 250
5.3 Variabilité à court terme du CO_2 restitué 251
5.3.1 Inversion de la concentration en dioxyde de carbone 252
5.3.2 Inversion des déformations et de la réflectance 255
5.3.3 Etude des défauts de mesure 261
5.4 Tendance à long terme du CO_2 restitué 273
5.4.1 Analyse préliminaire des mesures 273
5.4.2 Comparaison des mesures à des références 285

Une campagne de mesure a été effectuée afin de valider les résultats théoriques obtenus par simulation au chapitre 4. Cette campagne a permis de confronter des résultats réels aux simulations décrites dans le chapitre précédent. Des mesures effectives avec une maquette du spectromètre présentent un grand intérêt car le concept instrumental n'est plus seulement modélisé : il est effectivement mis en œuvre et fournit des mesures atmosphériques réelles. On accède par leur intermédiaire à une « vérité expérimentale » qui sera comparée aux simulations précédentes.

La méthode de validation consiste à retrouver, à partir des mesures, la concentration atmosphérique en dioxyde de carbone, puis à la comparer à la concentration « vraie ». Il faut donc disposer d'une connaissance de précise de la concentration en dioxyde de carbone dans la colonne atmosphérique, au voisinage du lieu de mesure. Dans notre cas, la concentration n'est pas mesurée simultanément par un instrument étalonné, qui fournirait les valeurs réelles de manière directe et absolue. On s'appuiera plutôt sur des références indirectes. Les mesures seront comparées à la connaissance générale que l'on a du cycle du carbone atmosphérique, à des sorties de modèles atmosphériques ainsi qu'à des mesures utilisant également la méthode d'absorption solaire, mais effectuées sur un autre site. Ces comparaisons, bien qu'indirectes, permettront de caractériser le niveau

de précision des mesures de la maquette. On s'intéressera en particulier à la variabilité à court terme de la concentration en CO_2 mesurée, ainsi qu'à ses tendances à plus long terme.

Nous détaillerons, dans un premier temps, les objectifs de la campagne ainsi que les méthodes de validation de la mesure du dioxyde de carbone. La campagne de mesure sera ensuite décrite. Enfin, les résultats de la campagne seront présentés. On abordera leur caractérisation à l'échelle temporelle journalière, ainsi qu'à l'échelle de l'ensemble de la campagne de mesure, d'une durée d'environ trois mois.

5.1 Objectifs de la campagne de mesure

La campagne de mesure a pour objectif de valider par l'expérience la mesure de la concentration atmosphérique en dioxyde de carbone à l'aide du spectromètre par transformation de Fourier statique. On cherche à vérifier que l'on peut mesurer la concentration en CO_2 moyenne ou intégrée sur la colonne avec une incertitude inférieure à 1 ppm. Une étude similaire a été menée par Washenfelder à Park Falls, dans le Winsconsin aux Etats-Unis. On pourra se reporter à [Was06] et à [WTB$^+$06]. Washenfelder a validé la mesure du dioxyde de carbone atmosphérique à l'aide d'un spectromètre par transformation de Fourier commercial haute résolution. Notre étude se distingue par le fait que notre spectromètre est un prototype représentatif d'un instrument embarqué sur un satellite. Ce ne sont donc pas les mêmes types de contraintes qui ont dicté les choix de conception des deux spectromètres. Le spectromètre employé par Washenfelder est un spectromètre par transformation de Fourier dynamique, d'une masse et d'une taille incompatibles avec un emport sur un satellite. En Europe, le site de la Jungfraujoch, en Suisse, est réputé pour les mesures atmosphériques qui y sont réalisées à l'aide de spectromètres par transformation de Fourier. On peut citer l'étude de Barret, s'intéressant à la mesure de différents constituants atmosphériques dont l'ozone et le monoxyde de carbone [Bar03]. Les techniques de mesures sont dans l'ensemble analogues.

On a défini deux critères de caractérisation de la précision de mesure :

La variabilité à court terme de la mesure : qui donne la précision de mesure autour de la valeur moyenne de mesure. Cette variabilité peut être assimilée au bruit de mesure temporel. On la déduira de l'étude statistique des résultats d'inversion à court terme.

La tendance à long terme des mesures : qui permet d'évaluer la sensibilité de l'instrument. Elle est comparée aux tendances temporelles naturelles de la concentration en dioxyde de carbone. On en déduit la précision avec laquelle l'instrument est capable de mesurer les variations du dioxyde de carbone atmosphérique.

La validation des mesures est faite en comparant les résultats obtenus grâce à la maquette du spectromètre à des mesures de référence. Idéalement, les mesures de référence et les mesures à valider sont colocalisées, simultanées et obtenues selon la même méthode de mesure. Elles peuvent par exemple provenir d'un autre spectromètre, tel que celui employé par Washenfelder. D'autres mesures, obtenues par des méthodes différentes peuvent également contribuer à la validation. Par exemple, Washenfelder disposait d'un

système de mesure *in situ* sur une tour instrumentée avec des prises d'échantillons d'air étagées verticalement, à proximité de laquelle se trouvait le spectromètre. Dans notre cas, nous avons décidé de caractériser les mesures à l'aide de données issues des codes de transport atmosphérique, ainsi que de mesures spectroscopiques réalisées à Park Falls. Les modèles de transport fournissent des profils de concentration que l'on intégrera pour calculer la concentration moyenne de la colonne atmosphérique. Les données issues de Park Falls sont directement des mesures de la concentration moyenne sur la colonne. Il peut sembler paradoxal de vouloir valider les mesures avec des sorties de modélisation alors que, à l'inverse, les mesures spatiales sont destinées à améliorer les modélisations. En fait, cette procédure permet uniquement de vérifier que la précision sur les concentrations mesurées par la maquette est compatible avec ce que l'on connaît de la variabilité (synoptique et annuelle) telle qu'elle est reproduite par les modèles.

La connaissance générale du cycle du carbone atmosphérique fournit des éléments de caractérisation qualitatifs de la précision de la mesure. Le dioxyde de carbone est un constituant atmosphérique très bien mélangé. La variabilité temporelle de la concentration en dioxyde de carbone, pour un même lieu et à l'échelle de la journée, est faible devant la concentration moyenne. On pourra en juger en s'intéressant aux tendances journalières fournies par les mesures de référence. Celles-ci sont représentées sur la figure 5.27. En moyenne, la dérive de la concentration à l'échelle de temps d'une journée (on parlera par la suite de dérive journalière) reste inférieure à 0,5 ppm par heure (0,5 ppm/h). Les variations journalières de la concentration restent donc limitées à quelques parties par million devant une concentration moyenne égale à 380 ppm (soit une variabilité journalière de l'ordre du pour cent de la concentration moyenne). Par conséquent, l'inversion d'une série d'interférogrammes acquis le même jour devrait donner, en première approximation, la même concentration. Les mesures ne sont effectuées que durant quelques heures, ce qui limite les variations de la concentration. L'écart-type d'une série journalière de concentrations retrouvées permet de calculer l'erreur aléatoire de mesure. A plus long terme, la concentration en dioxyde de carbone varie sous l'effet de l'activité de la végétation. Schématiquement, pour des latitudes tempérées, la concentration diminue au printemps et en été. Elle augmente en automne et en hiver. Au printemps et en été l'activité de la végétation est maximale. Les arbres ont des feuilles, et, plus généralement l'ensemble des végétaux « pousse ». Le dioxyde de carbone est capté par les plantes au cours du processus de photosynthèse. Il en résulte une diminution de la concentration atmosphérique en dioxyde de carbone. A l'inverse, durant l'automne et l'hiver, l'activité de photosynthèse chute fortement et la concentration en dioxyde de carbone augmente. Le bilan entre la respiration des végétaux et la photosynthèse devient négatif. La concentration en dioxyde de carbone suit donc un cycle annuel. On tentera d'en distinguer les effets à l'échelle de temps de la campagne ($\sim$ 3 mois). On utilisera, comme critères de caractérisation des inversions, les variabilités journalières ainsi que la tendance sur la période de la campagne, durant une centaine de jours. On s'intéressera particulièrement aux écarts-types journaliers, ainsi qu'aux tendances journalières et à long terme pour la comparaison des mesures aux données de référence.

5.2 Déroulement de la campagne de mesure

La campagne de mesure a pu débuter, une fois le cœur interférométrique correctement intégré à la maquette. L'intégration a été aussi bien optique qu'instrumentale. Il a fallu aligner et régler les différents composants optiques du spectromètre. L'exploitation du spectromètre muni du nouveau cœur interférométrique a également demandé de définir des procédures de pilotage adaptées, notamment pour l'exploitation de la lame modulatrice.

Durant la période de campagne, des mesures atmosphériques ont été systématiquement effectuées lors des journées ensoleillées. Le ciel devait être dégagé pour ne pas être gêné par l'absorption et la diffusion des nuages.

On peut découper la campagne de mesure en deux parties. La phase d'acquisition des données met en œuvre le spectromètre qui est utilisé selon un protocole expérimental bien défini. Ensuite, la phase de traitement permet, à partir des mesures, d'aboutir à la concentration en dioxyde de carbone.

5.2.1 Partie instrumentale de la campagne de mesure

Les étapes de la phase d'acquisition des mesures sont :

Mesure du profil du filtre. La visée est orientée vers la lampe. Une courte série de mesures est effectuée.

Mesures atmosphériques. La visée est orientée vers le réflecteur à l'extérieur du laboratoire. Une série de mesures de plusieurs heures est acquise. A chaque mesure, l'étalonnage du courant d'obscurité et des gains interpixels est pratiqué selon les méthodes exposées aux paragraphes 3.2.1 et 3.2.2.

Mesure de la non-linéarité. On vise à nouveau la sphère intégrante. On suit la procédure décrite au paragraphe 3.2.3.

Mesure de la différence de marche. Le filtre passe-bande est retiré et l'on utilise le laser accordable comme source. La procédure est détaillée au paragraphe 3.3.

Pour chaque mesure, l'heure d'acquisition est un paramètre important. Celle-ci permet de remonter à l'angle zénithal solaire. En parallèle, les paramètres météorologiques sont relevés. Nous exploitons la pression atmosphérique pour les calculs de transfert radiatif.

Une fois toutes les mesures effectuées, celles-ci sont d'abord corrigées de la non-linéarité (le courant d'obscurité et les gains interpixels sont corrigés en temps réel durant les acquisitions) et l'on calcule les différences de marche. A ce stade, les étalonnages instrumentaux, à savoir la soustraction du courant d'obscurité, l'égalisation des gains interpixels, la correction de la non-linéarité et la mesure des différences de marche, sont effectués. L'étape suivante concerne le traitement d'inversion des interférogrammes.

5.2.2 Traitement d'inversion des interférogrammes

L'inversion implique le calcul des mesures *a priori* ainsi que des jacobiens, puis le calcul de l'état retrouvé à partir des mesures et des *a priori*.

Pour le calcul des spectres et des jacobiens dans le spectre *a priori*, on doit fournir au code de transfert radiatif plusieurs paramètres. Parmi ceux-ci, l'angle solaire zénithal est déduit du jour et de l'heure de mesure. C'est un paramètre particulièrement important parce qu'il contrôle le trajet parcouru par la lumière solaire à travers l'atmosphère. On a vu au paragraphe 4.1 que plus l'angle zénithal θ_z est grand, plus ce trajet est important. Celui-ci est proportionnelle au facteur $1/\cos(\theta_z)$. L'absorption augmente donc avec l'angle solaire zénithal. Si l'on ne tient pas compte de cet effet, on interprète la variation d'absorption de la lumière comme une variation de concentration en dioxyde de carbone, ce qui fausse les inversions. Les spectres et les jacobiens dans le spectre *a priori* doivent donc être calculés pour les angles zénithaux de mesure. On fait également intervenir la pression de surface dans le code de transfert radiatif. Celle-ci est représentative de la masse d'air au dessus du point de mesure. De plus, on prend en compte le trajet horizontal de la lumière entre le réflecteur et le spectromètre, sur lequel la pression est constante, égale à la pression de surface.

Pour chaque mesure, on obtient un spectre *a priori*, ainsi que les jacobiens dans le spectre du dioxyde de carbone et de la vapeur d'eau. On calcule les interférogrammes et les jacobiens dans l'interférogramme *a priori* en multipliant ces sorties du code de transfert radiatif par la matrice de passage dans l'espace de l'interférogramme (voir le paragraphe 3.6.3). Avant d'effectuer la multiplication, on applique le profil spectral du filtre passe-bande aux spectres et aux jacobiens dans le spectre *a priori*. Le profil spectral du filtre est obtenu par traitement des interférogrammes de lampe.

Enfin, les interférogrammes sont inversés. On utilise pour cela le code d'inversion développé spécifiquement pour le spectromètre par transformation de Fourier statique (voir le chapitre 4). Pour une itération donnée, une partie de l'état retrouvé à l'itération précédente est reprise en *a priori*. Il s'agit des différences de marche retrouvées et du coefficient constant (de degré zéro) de la réflectance. Ces deux paramètres évoluent de manière non négligeable au fil de la série d'acquisitions des interférogrammes. Si on ne corrige pas les valeurs *a priori* correspondantes au fur et à mesure, leur contribution à l'inversion devient prépondérante et on peut craindre de moins bien retrouver les autres états, en particulier la concentration en dioxyde de carbone.

Une fois l'inversion effectuée, on s'intéresse essentiellement à la concentration en CO_2 restituée. C'est elle qui est l'objectif principal de la mesure. Le reste du vecteur d'état ne présente d'intérêt que pour permettre l'amélioration de la précision d'inversion de la concentration en dioxyde de carbone, et pour comprendre le comportement du spectromètre.

5.3 Variabilité à court terme du CO_2 restitué

L'étude à court terme des inversions permet d'évaluer l'erreur aléatoire de mesure du dioxyde de carbone. On s'intéressera principalement à la stabilité temporelle de la concentration en CO_2 restituée. Celle-ci est étudiée à l'échelle de la journée. Plus exactement, lors d'une journée de mesure, les mesures ne sont effectuées que durant quelques heures.

5.3.1 Inversion de la concentration en dioxyde de carbone

Suivant le jour de mesure, les résultats d'inversion de la concentration en dioxyde de carbone sont particulièrement variables. Certaines séries présentent des dérives temporelles importantes de la concentration retrouvée, alors que l'on s'attend à observer des résultats stables dans le temps. Les propriétés des séries journalières sont comparées entre elles au paragraphe 5.4.1. On peut se reporter en particulier à la figure 5.18. Pour débuter l'étude de la variabilité à court terme, on examinera d'abord une série de mesures dont les concentrations retrouvées sont stables.

La figure 5.1 représente l'évolution temporelle de la concentration en dioxyde de carbone mesurée le 18 août 2008. La concentration moyenne est égale à 381,1 ppm. L'écart-type autour de cette moyenne est de 1,1 ppm. La concentration réelle est supposée stable dans le temps, voire quasi-constante. Ces résultats sont encourageants. Pour la journée de mesure du 18 août 2008, les mesures sont suffisamment reproductibles pour conduire à des fluctuations de concentration en CO_2 présentant un écart-type inférieur à 1,1 ppm. On rappelle que l'on cherche à mesurer la concentration en dioxyde de carbone à 1 ppm près. Les résultats de mesure du 18 août 2008 démontrent que les performances instrumentales permettent d'atteindre cet objectif. La sensibilité absolue de la mesure ne peut pas être évaluée. Il nous manque une valeur de référence pour connaître la validité de la valeur moyenne de 381,1 ppm. Il s'agit cependant du bon ordre de grandeur, puisque cette valeur est compatible avec les résultats de modélisation, qui sont contraints par les mesures de surface.

Nous pouvons remarquer la présence de points aberrants sur la figure 5.1. Un de ces points est encadré. On a également encadré un point considéré comme normal (non aberrant). Une méthode de recherche des mesures aberrantes a été définie. Elle repose sur l'étude statistique des interférogrammes. Si l'on ne considère pas les points marqués comme aberrants, la concentration retrouvée est encore plus stable temporellement. Les résultats d'inversion obtenus alors sont tracés sur la figure 5.2. La concentration moyenne est égale à 381,0 ppm et l'écart-type de la série est de 0,7 ppm.

Les interférogrammes correspondant aux deux concentrations encadrées sur la figure 5.1 ont été étudiés pour tenter de déterminer l'origine du défaut de mesure du dioxyde de carbone. Il s'agit des interférogrammes numéro 206, pour le point aberrant, et 280 pour l'autre. La série de mesures comporte 300 interférogrammes. Pour ces deux interférogrammes, on représente sur la figure 5.3 la variation temporelle du signal mesuré pour une grande différence de marche et pour une faible différence de marche. L'axe des abscisses est gradué en numéros d'acquisition unitaires, qui sont les numéros des interférogrammes élémentaires constituant l'interférogramme mesuré. Les interférogrammes élémentaires sont acquis successivement durant la mesure. Leur numéro est donc équivalent au temps écoulé. Le signal à grande différence de marche doit rester constant avec le temps, indépendamment des différentes positions de la lame modulatrice. A l'inverse, le signal pour les faibles différences de marche est très sensible au déplacement de la modulatrice. Les différentes positions de la lame se traduisent par des paliers visibles sur les signaux à faible différence de marche. Pour la mesure aberrante appelée « pire cas », le signal est temporellement instable. On observe de fortes

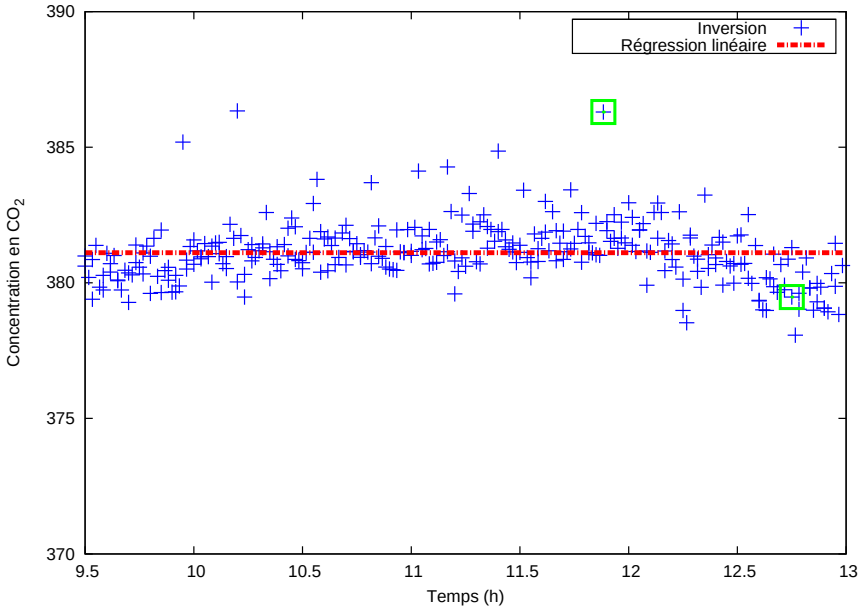

FIG. 5.1 – Concentration retrouvée le 18 août 2008 en fonction du temps. Un point de mesure aberrant ainsi qu'une mesure nominale sont encadrés. Les interférogrammes correspondant sont étudiés sur la figure 5.3. La droite rouge est obtenue par régression. Le coefficient de variation temporelle de la concentration est $a = -0{,}09$ ppm/h.

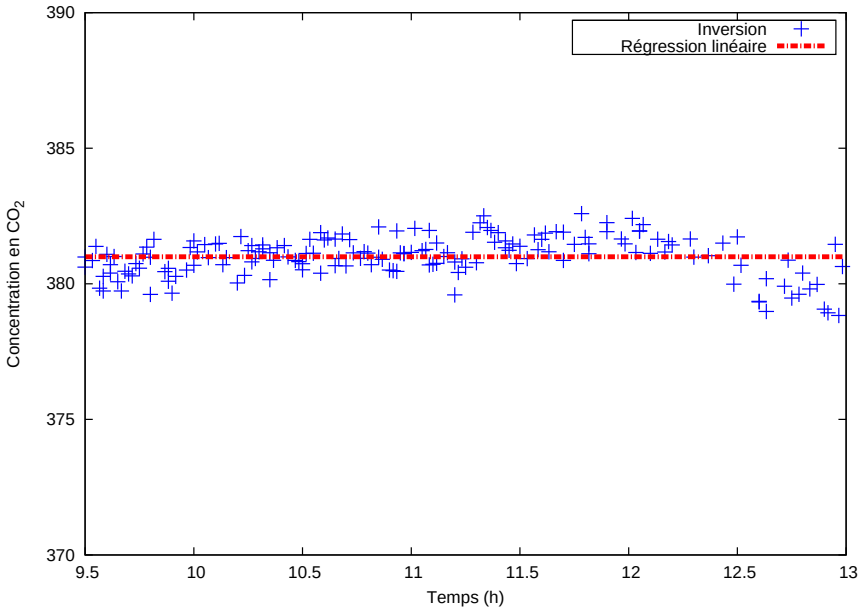

FIG. 5.2 – Concentration retrouvée le 18 août 2008 en fonction du temps. Les points aberrants n'ont pas été retenus. La droite rouge est obtenue par régression. Le coefficient de variation temporelle de la concentration est $a = -4 \cdot 10^{-3}$ ppm/h.

fluctuations du signal à grande différence de marche. Ce signal est beaucoup plus stable dans le « meilleur cas ». Son allure est nettement moins chahutée. Dans le « pire cas », on observe une variation crête à crête égale à 3,2 % du signal à grande différence de marche. Le rapport écart-type sur moyenne est égal à 0,6 %. Dans le « meilleur cas », la variation crête à crête est de 1,2 % du signal et le rapport écart-type sur moyenne passe à 0,3 %. Pour la série d'interférogrammes du 18 août 2008, l'interférogramme le plus instable présente une variation crête à crête de 8 % et un rapport écart-type sur moyenne égal à 3 %. Cet interférogramme ne donne pas le résultat le plus aberrant en terme de concentration retrouvée. Les études de stabilité du signal sont effectuées pour toutes les phases mesurées (une dizaine) alors que seules quatre phases sont exploitées. Dans certains cas, les instabilités peuvent affecter en majorité les phases non considérées pour l'inversion, et les concentrations retrouvées ne sont pas aberrantes. Les instabilités observées à grande différence de marche sont le signe de fluctuations du flux incident. Ces fluctuations sont attribuées à un phénomène de lumière parasite variable avec le temps. Les mesures aberrantes sont étudiées plus en détail au paragraphe 5.3.3.3.

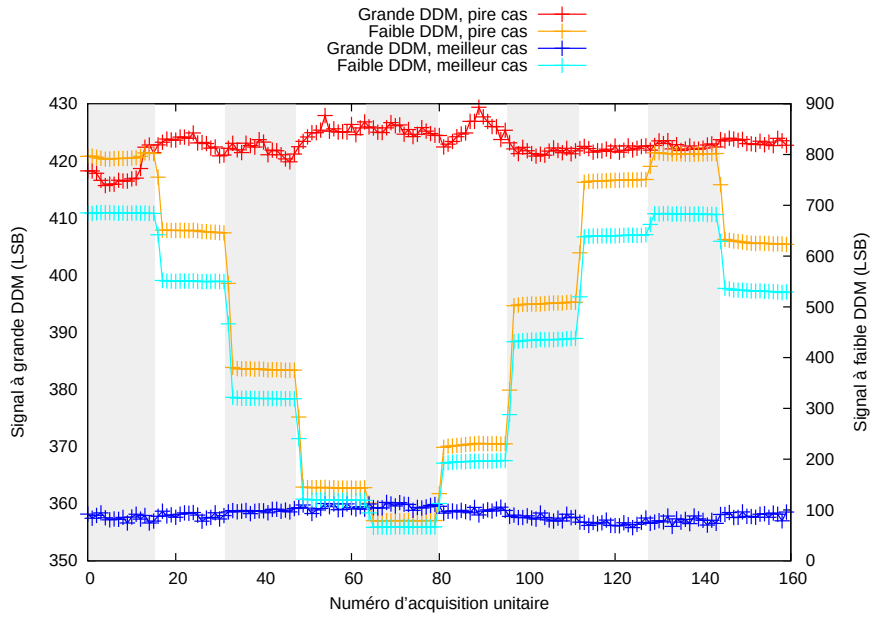

FIG. 5.3 – Signal d'un interférogramme aberrant comparé à celui d'un interférogramme nominal. L'inversion de ces interférogrammes donne les concentrations encadrées sur la figure 5.1. Sont représentés sur le même graphique le signal pour une grande différence de marche (axe des ordonnées de gauche) et le signal pour une faible différence de marche (axe des ordonnées de droite). L'axe des abscisses donne le numéro des interférogrammes élémentaires constituant la mesure. Ce numéro est équivalent au temps. L'alternance des zones grisées et blanches repère les différentes positions de la lame modulatrice.

L'utilisation de la lame modulatrice requiert une bonne stabilité du flux incident. Si celui-ci est amené à varier d'une phase à l'autre, alors les différentes phases ne correspondent pas exactement au même spectre incident et on ne peut pas les exploiter. Un traitement visant à écarter les mesures dont le signal incident est trop variable a été

mis en place. Il teste l'écart-type des échantillons de l'interférogramme à grande différence de marche. S'il dépasse un seuil, la mesure est désignée comme aberrante. C'est ce traitement qui permet de passer de la figure 5.1 à la figure 5.2. Pour cette journée de mesure, 132 interférogrammes sont considérés comme aberrants soit 44 % de la série. La proportion d'interférogrammes aberrants est importante. Ceci peut s'expliquer en partie par le fait que le traitement n'ait pas été optimisé. On a voulu vérifier que les interférogrammes les plus instables donnaient les résultats d'inversion les moins bons. Le traitement est spécifique à la journée de mesure du 18 août. On ne l'a pas généralisé à toutes les journées de mesure car l'apport de ce filtrage des interférogrammes anormaux est négligeable devant l'effet des autres sources d'instabilité qui affectent la concentration retrouvée.

5.3.2 Inversion des déformations et de la réflectance

On a vu au paragraphe 4.3.2 que la procédure d'inversion permettait de retrouver, en plus de la concentration en dioxyde de carbone, d'autres paramètres. Ce sont les déformations de l'interféromètre ainsi que la réflectance spectrale de la scène observée. Ces paramètres doivent être pris en compte pour inverser correctement la concentration en dioxyde de carbone. On étudie ici les valeurs retrouvées pour ces paramètres.

5.3.2.1 Déformations du cœur interférométrique retrouvées

Le code d'inversion retrouve les déformations de corps rigide de l'interféromètre afin de les corriger (voir paragraphe 4.3.2.2). La figure 5.4 représente les paramètres de déformations retrouvés en fonction du temps. On rappelle que les paramètres de déformation utilisés pour caractériser les inclinaisons sont les décalages en bout de miroir, où le bras de levier est le plus grand. L'amplitude des déformations, sur une période de mesure de plus de 3 heures, est de l'ordre de la dizaine de nanomètres. Cette amplitude a été réduite en comparaison avec les déformations d'une centaine de nanomètres que l'on observait avec la version précédente du cœur interférométrique. La stabilité est améliorée d'un ordre de grandeur en ce qui concerne les déformations de corps rigide. Par contre, comme on l'a vu au paragraphe 2.4.1.2, le cœur interférométrique subit des déformations d'ordre supérieur non négligeables.

On peut noter des corrélations entre les paramètres d'inclinaison. Le sens de la dérive des inclinaisons change en cours de mesure, autour de 10h30 (temps universel également noté TU). Par contre, le piston évolue constamment dans le même sens. En fin de série de mesures, on observe une stabilisation des déformations. Les courbes s'aplanissent. Les déformations de l'interféromètre sont attribuées aux variations de température de l'interféromètre. La température du laboratoire évolue durant la journée. Le système de climatisation est éteint en début de soirée jusqu'au matin. Par conséquent, la température varie en journée jusqu'à se stabiliser à la température d'asservissement de la climatisation. De plus, sous l'effet de l'absorption d'une partie du flux solaire incident, le spectromètre peut s'échauffer. Les composants susceptibles d'absorber de la lumière et de contribuer à la variation de température du cœur interférométrique sont

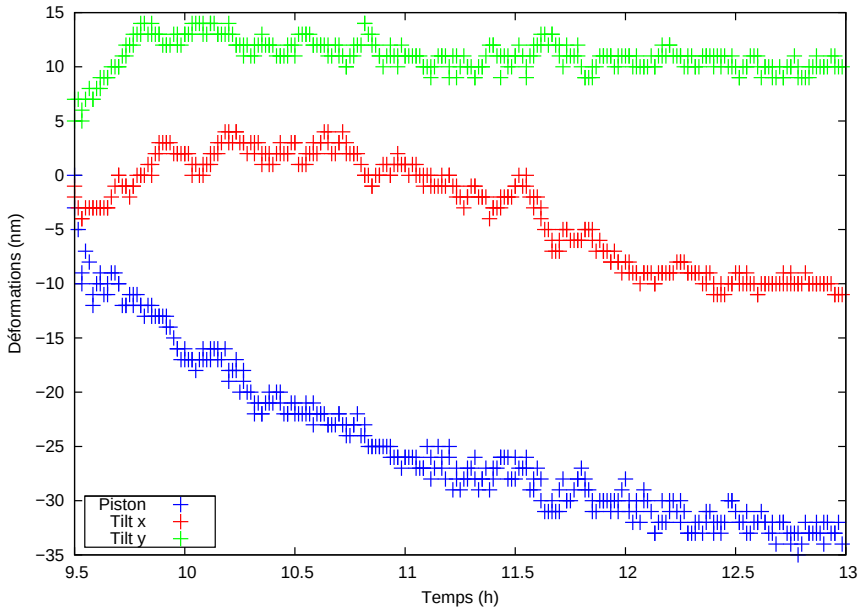

FIG. 5.4 – Paramètres de déformation retrouvés le 18 août 2008

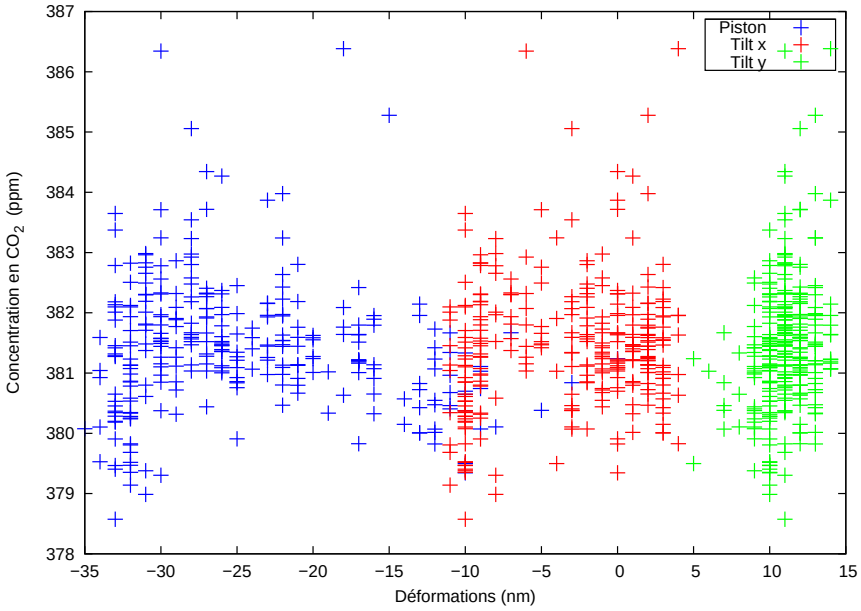

FIG. 5.5 – Concentration retrouvée en fonction des déformations pour l'étude des corrélations

l'interféromètre lui-même, et plus encore le capotage autour du spectromètre. L'allure de l'évolution des déformations peut être interprétée dans ce sens. La stabilisation des déformations pourrait correspondre à la stabilisation de la température du laboratoire, ainsi qu'à l'équilibre thermique atteint par l'instrument soumis au rayonnement solaire. On étudie plus en détail la question des déformations au paragraphe 5.3.3.1, où l'on s'intéresse à l'influence des déformations autres que celles de corps rigide.

La figure 5.5 représente la concentration retrouvée en fonction des paramètres de déformation. On ne met pas en évidence de corrélation entre la concentration et les déformations.

L'intérêt de l'inversion des déformations a été démontré au paragraphe 3.7.2 ainsi qu'au paragraphe 4.5.4. L'inversion et la correction des déformations permettent de maintenir un niveau de rapport signal à bruit constant dans les spectres mesurés. Elles permettent également de limiter les erreurs d'inversion du dioxyde de carbone. Cependant, la correction n'est pas parfaite. Elle ne permet pas de corriger des déformations d'ordre supérieur, autres que les déformations de corps rigide. De plus, lorsque la différence de marche varie, le contraste varie également. L'auto-apodisation due au champ évolue, principalement sous l'effet des inclinaisons. Elles modifient le motif de franges des échelettes. Lorsqu'une inclinaison augmente, les franges se resserrent et le contraste diminue. Ces défauts de correction apportent une erreur sur l'inversion que l'on évalue au paragraphe 5.3.3.

5.3.2.2 Inversion de la réflectance

La procédure d'inversion permet de retrouver les trois coefficients de la modélisation par un polynôme de degré 2 du profil de réflectance spectrale (voir le paragraphe 4.3.2.2). La figure 5.6 présente les résultats d'inversion du terme constant de la réflectance. Celui-ci permet de prendre en compte les variations temporelles du niveau moyen du signal. La variation temporelle du niveau moyen de l'interférogramme a été superposée à cette courbe. On l'évalue en ne considérant que quelques échantillons à grande différence de marche. Leur niveau est représentatif du niveau moyen. Les allures sont semblables. Le graphe supérieur de la figure représente le coefficient a_0 en fonction du niveau moyen de l'interférogramme. La corrélation entre les deux valeurs apparaît de manière évidente. On a étudié les erreurs par rapport à la droite théorique calculée par régression. L'écart-type de la différence est égal à $3 \cdot 10^{-3}$. Le taux d'erreur d'inversion du coefficient a_0, que l'on définit comme le rapport entre cet écart-type et la valeur moyenne ($\bar{a_0} = 0{,}85$) est égal à environ 0,4 %. Il s'agit là d'une estimation basée sur la comparaison des résultats issus de deux méthodes de mesure différentes, appliquées aux mêmes données. On ne sait pas *a priori* quels sont les meilleurs résultats.

Nous pouvons remarquer la variation importante du niveau moyen de l'interférogramme. Entre le début et la fin de la mesure, il a diminué de 30 %. Cette diminution est attribuée à l'évolution, au cours du temps, du flux solaire effectivement reçu par l'instrument. Avec l'angle zénithal, le flux incident est amené à varier. D'autre part, la surface apparente du réflecteur change également. Sans la prise en compte de l'évolution du paramètre a_0, l'inversion ne pourrait être effectuée correctement. En pratique,

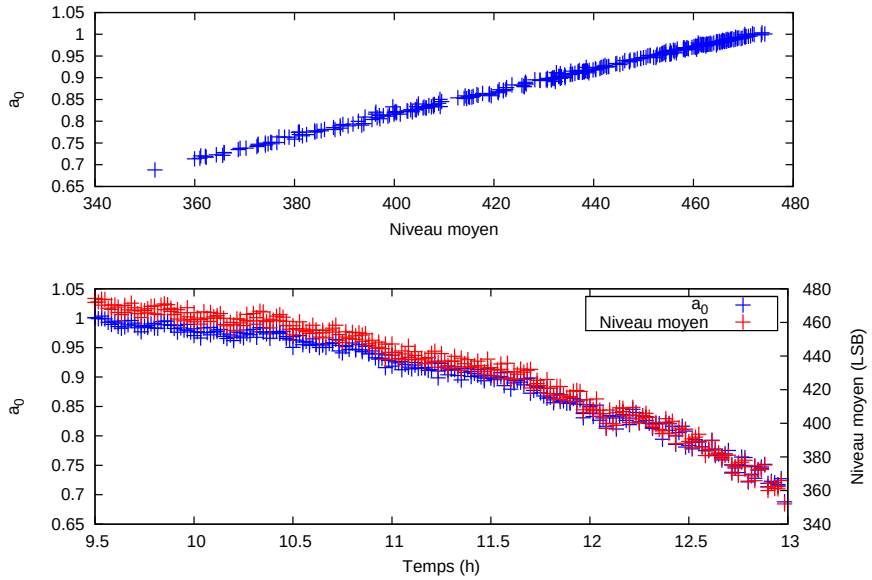

FIG. 5.6 – Coefficient a_0 de la réflectance spectrale retrouvé le 18 août 2008. On superpose également la variation temporelle du niveau moyen de l'interférogramme. Le coefficient a_0 est représenté en fonction du niveau moyen de l'interférogramme sur le graphe du dessus.

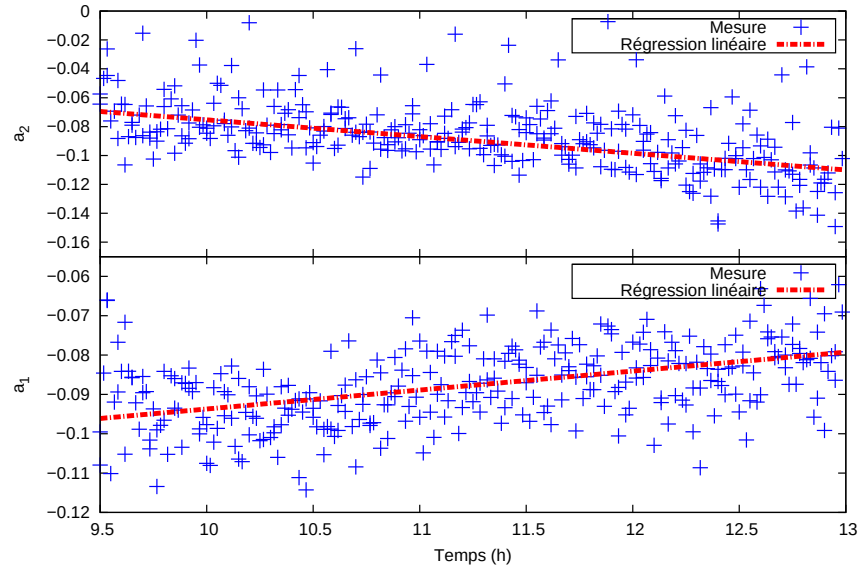

FIG. 5.7 – Coefficients a_1 et a_2 retrouvés le 18 août 2008. Les droites de régression sont également tracées. Pour le coefficient a_1 la dérive temporelle est de $5 \cdot 10^{-3}$/h, pour le coefficient a_2, elle est égale à $-0{,}01$/h.

à chaque itération de la série d'inversion, on applique au signal le facteur retrouvé précédemment. Les facteurs retrouvés sont donc toujours voisins de 1. On a représenté sur la figure 5.6 le produit de la série des coefficients a_0 retrouvés.

La figure 5.7 représente les évolutions temporelles des coefficients a_1 et a_2 de la réflectance spectrale. Les courbes sont relativement continues. Cette constatation confirme le fait que les interférogrammes présentent un signal commun fortement corrélé aux coefficients de réflectance de degré 1 et 2. Si les valeurs retrouvées avaient été trop variables, alors le signal utilisé pour l'inversion serait du bruit et celle-ci n'aurait pas d'intérêt.

En appliquant la modélisation de la réflectance présentée au paragraphe 4.3.2.2, on peut calculer l'allure de la correction spectrale. Celle-ci est représentée sur la figure 5.8 dans le cas où les coefficients de réflectance de degré 1 et 2 sont : $a_1 = -0{,}09$ et $a_2 = -0{,}09$. La différence entre le profil sans correction de la réflectance et le profil corrigé est également représentée. La différence présente une allure similaire à celles représentées sur les figures 3.19 et 3.20. Nous pouvons remarquer que l'amplitude de la correction est assez faible. Elle de l'ordre du pourcent crête à crête. Le profil de réflectance retrouvé peut être attribué à la réflectance spectrale du réflecteur qui renvoie le rayonnement solaire vers l'instrument aussi bien qu'à un défaut d'étalonnage du profil du filtre passe-bande. Notons que le profil de la réflectance retrouvée est principalement affecté par le coefficient de degré 1. La courbe est quasiment linéaire dans la bande passante de l'instrument. On a fait l'hypothèse d'une réflectance lentement variable. La différence de contribution du terme de degré 2 par rapport au terme de degré 1 semble le confirmer.

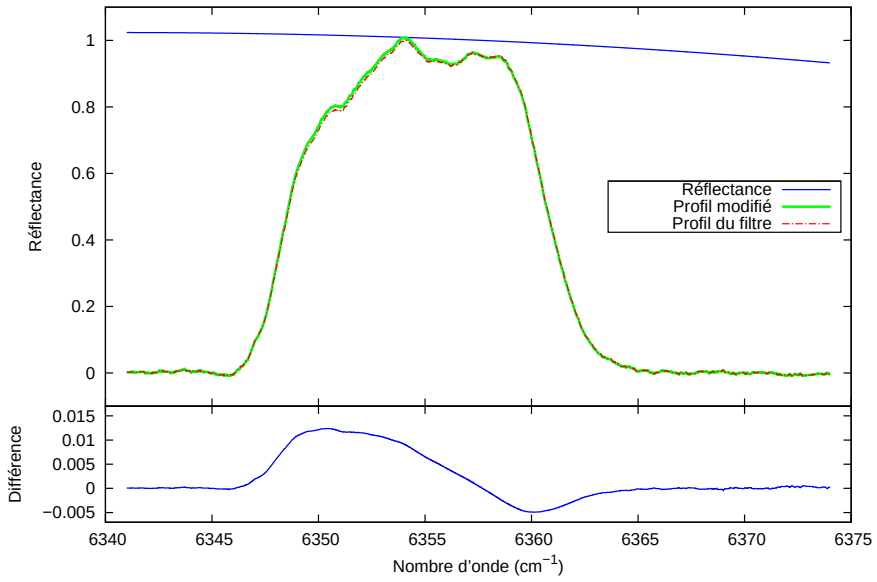

FIG. 5.8 – Profil de la réflectance spectrale retrouvée. Sur le graphique supérieur sont superposés la réflectance normalisée, le profil du filtre passe-bande avant correction et le profil du filtre corrigé. La différence entre les profils après et avant correction est tracée sur le graphique inférieur.

Les coefficients a_1 et a_2 présentent une dérive temporelle. Celle-ci est probablement due à des variations de la réflectance associées à la rotation du réflecteur ainsi qu'à l'évolution de l'angle solaire zénithal. On évalue les dérives temporelles en effectuant une régression linéaire des données inversées. Plus exactement, les calculs sont effectués en ne prenant que les résultats des inversions des interférogrammes non aberrants. Les droites de régression sont représentées en rouge sur la figure 5.7. La dérive temporelle pour le coefficient a_1 est d'environ $5 \cdot 10^{-3}$/h. La dérive temporelle du coefficient a_2 est égale à $-0{,}01$/h. Pour la durée de la série de mesure de 3h30, les coefficients a_1 et a_2 varient respectivement d'environ 20 % et 40 %. Ces variations sont considérables. Cependant, les variations spectrales décrites par les coefficients a_1 et a_2 demeurent limitées. On s'attend à des variations temporelles de la réflectance spectrale de l'ordre, voire inférieures, au pour cent.

On a calculé la différence entre les droites calculées par régression et les mesures. Pour chaque coefficient, on évalue l'écart-type des différences. Les résultats sont regroupés dans le tableau 5.1. Ils sont obtenus en ne traitant que les mesures correspondant aux interférogrammes non aberrants. Les différences entre la régression et les mesures sont de l'ordre de 10 % du coefficient moyen pour a_1 et de 16 % du coefficient moyen pour a_2. Il semble que l'on retrouve moins précisément le coefficient a_2 de la réflectance. Lors des simulations présentées au paragraphe 4.5.6, le coefficient a_2 de la réflectance était le moins bien retrouvé.

Coefficient a_1		
Moyenne	-0,089	
Ecart type	0,010	
Dérive temporelle	$5 \cdot 10^{-3}$	/h
Ecart type (mesures - régression)	$9 \cdot 10^{-3}$	
Rapport (écart-type/moyenne)	10	%

Coefficient a_2		
Moyenne	-0,087	
Ecart type	0,018	
Dérive temporelle	-0,01	/h
Ecart type (mesures - régression)	0,014	
Rapport (écart-type/moyenne)	16	%

TAB. 5.1 – Statistique des coefficients de réflectance a_1 et a_2 retrouvés

La figure 5.9 représente la concentration en dioxyde de carbone inversée en fonction des coefficients de réflectance et de l'angle solaire zénithal. On cherche à mettre en évidence d'éventuelles corrélations. On ne constate pas de corrélation forte. La dérive temporelle de la concentration en dioxyde de carbone ne semble pas être en relation avec les variations des coefficients de réflectance ou avec l'angle solaire zénithal.

A ce stade de l'étude de la variabilité à court terme, lors d'une journée au cours de laquelle la concentration en CO_2 est particulièrement stable temporellement, le sys-

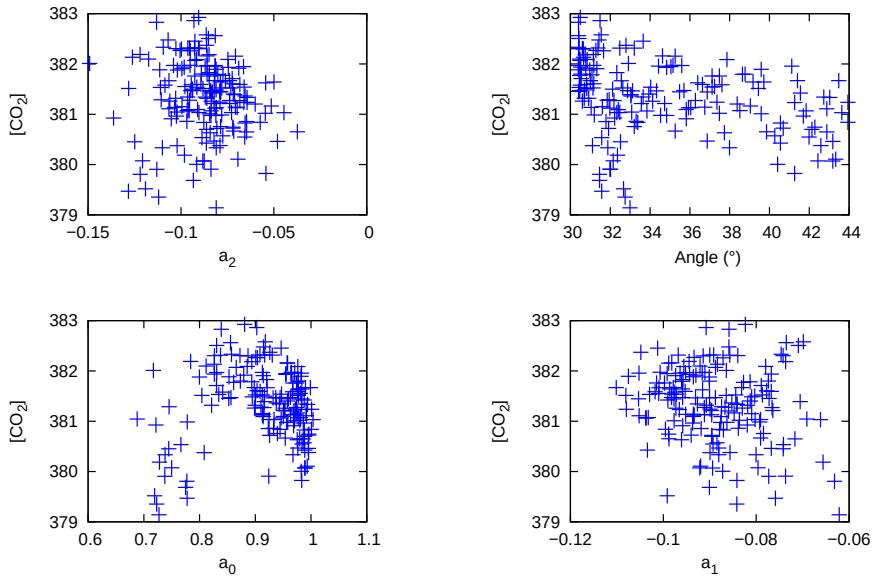

FIG. 5.9 – Concentration en dioxyde de carbone retrouvée en fonction des coefficients de réflectance et de l'angle solaire zénithal.

tème de mesure démontre des performances compatibles avec le sondage du dioxyde de carbone atmosphérique. L'erreur de mesure est inférieure à environ 1 ppm. Cependant, la stabilité des mesures est très variable d'un jour à l'autre. Les sources d'instabilité doivent être diagnostiquées, et leur influence doit être caratérisée.

5.3.3 Etude des défauts de mesure

L'expérimentation sur une maquette du spectromètre par transformation de Fourier statique a permis de mettre en évidence des effets non attendus et non simulés dans les études préalables. La différence de marche varie du fait de déformations complexes du cœur interférométrique. L'inversion des déformations de type corps rigide ne permet qu'une prise en compte partielle du phénomène. Le contraste interférométrique évolue simultanément avec la différence de marche. Enfin, nous avons vu au paragraphe 5.3.1 que les interférogrammes peuvent être « aberrants ». Dans ce cas, le niveau moyen de l'interférogramme présente des instabilités importantes.

On tente ici de donner une interprétation de ces phénomènes ainsi que d'en estimer l'influence sur la mesure du dioxyde de carbone.

5.3.3.1 Dérive d'ordre supérieur de la différence de marche

Nous avons déjà vu au paragraphe 2.4.1.2 que les déformations du cœur interférométrique ne se limitaient pas à des déformations de corps rigide. Des éléments comme

la lame séparatrice peuvent se déformer et en particulier subir des torsions. Les déformations d'ordre supérieur ne sont pas prises en compte dans l'inversion des interférogrammes. Le résidu d'erreur de connaissance de la différence de marche peut être à l'origine d'une erreur d'inversion du dioxyde de carbone.

Pour évaluer l'influence de la méconnaissance de la différence de marche sur les inversions, on exploite une journée de mesure pour laquelle l'étalonnage de la différence de marche a été effectué avant et après les mesures atmosphériques. La journée de mesure considérée est celle du 16 septembre 2008. Les résultats d'inversion pour ce jour sont dans la moyenne des résultats, voire légèrement meilleurs. On pourra se reporter aux figures 5.18 et 5.19 qui comparent respectivement les caractéristiques globales des inversions et celles des déformations retrouvées durant la campagne (le 16 septembre est le dernier jour). Le 16 septembre est une journée de mesure typique dans la campagne. On considère que les résultats sont généralisables à l'ensemble des mesures. Les deux mesures d'étalonnage permettent d'inverser les interférogrammes à l'aide des deux jeux de différences de marche. La différence entre les valeurs retrouvées donnera la part d'erreur d'inversion attribuable aux déformations d'ordre supérieur de la différence de marche.

La figure 5.10 représente les variations de la différence de marche mesurées entre les deux étalonnages. On a tracé en bleu la différence entre les différences de marche mesurées avant et après les mesures atmosphériques. Une durée de 6 heures sépare les deux étalonnages. Les déformations résiduelles, une fois les déformations de corps rigide corrigées, sont représentées en rouge. Nous pouvons remarquer la part non négligeable des déformations d'ordre supérieur dans la variation de différence de marche observée. On observe des défauts crête à crête de l'ordre de 40 nm dus aux torsions du cœur interférométrique. Les déformations d'ordre supérieur ne sont pas retrouvées lors des inversions. Elles vont donc contribuer à l'erreur d'inversion du dioxyde de carbone.

La figure 5.11 représente la différence entre les concentrations inversées à l'aide des deux jeux de différences de marche (en bleu). Les inversions ont été réalisées, dans les deux cas, en retrouvant les paramètres de déformation de corps rigide. On constate une dérive temporelle des effets des déformations. On peut l'interpréter comme la manifestation de la dérive de la différence de marche. Les deux étalonnages sont effectués à 6 heures d'intervalle. Entre les deux, notamment durant les 3h30 de mesures atmosphériques, la différence de marche varie. On s'intéresse à la différence de concentration maximale en valeur absolue. C'est elle qui donne une indication sur l'erreur que l'on peut commettre en inversant des mesures avec deux étalonnages différents mais aussi probables l'un que l'autre. En valeur absolue, l'erreur d'inversion du dioxyde de carbone engendrée par la dérive de la différence de marche peut s'élever à 1,5 ppm. Celle-ci est observée pour une journée de mesure typique s'étalant sur 3h30. Par conséquent, les déformations du cœur interférométrique sont à l'origine de dérives de la concentration en dioxyde de carbone retrouvée de 0,4 ppm/h, en valeur absolue.

On attribue les déformations du cœur interférométrique aux dérives thermiques de l'environnement dans lequel est placé l'interféromètre. A partir des variations de la différence de marche, on peut déduire, connaissant les propriétés des matériaux constituant le cœur interférométrique, la variation de température correspondante. Sur la figure 5.10

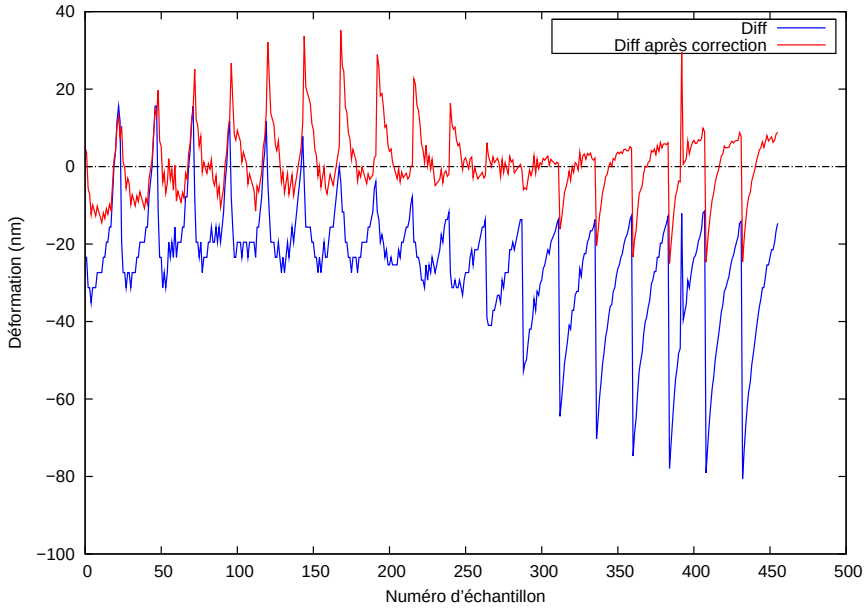

FIG. 5.10 – Variation de la différence de marche mesurée le 16/09/2008 entre deux étalonnages séparés de plusieurs heures. La déformation totale est représentée en bleu. Le résidu de déformation, une fois les déformations de corps rigide corrigées, est tracé en rouge.

on constate, pour l'erreur résiduelle après correction des déformations de corps rigide, des déformations allant jusqu'à 40 nm d'une extrémité à l'autre du mirroir dans la direction des petites échelettes, et allant jusqu'à 10 nm dans la direction perpendiculaire. On fait l'hypothèse que la lame séparatrice est le composant qui se déforme dans le cœur interférométrique. La lame est plus facilement déformable que les autres éléments en particulier les miroirs plus massifs. De plus, c'est l'élément le plus critique pour la différence de marche. Ses déformations mécaniques se répercutent sur la différence de marche avec un facteur d'amplification de 4, contre un facteur 2 pour les miroirs. Par conséquent, une variation de la différence de marche de 40 nm suppose une déformation de la lame séparatrice de 10 nm. Les torsions de la lame séparatrice sont attribuées au différentiel de dilatation entre la plaque de base de l'interféromètre, en silice, et la poutre supérieure en invar. La face inférieure de la lame est adhérée à la plaque de silice. La face supérieure est collée à la poutre en invar. La déformation d'une extrémité à l'autre de la lame se calcule grâce à l'équation :

$$\Delta L_{lame} = [\alpha_{Invar} - \alpha_{SiO_2}] \cdot L_{bras} \cdot \Delta T \tag{5.1}$$

avec α_{Invar} et α_{SiO_2} les coefficients de dilatation thermique respectivement de l'invar et de la silice, L_{bras} la longueur du bras de l'interféromètre et ΔT la variation de température. On cherche la variation de température correspondant à une déformation

de $\Delta L_{lame} = 10$ nm de la lame.

$$\Delta T = \frac{\Delta L_{lame}}{[\alpha_{Invar} - \alpha_{SiO_2}] \cdot L_{bras}} \tag{5.2}$$

Les données du problème sont :

- $\alpha_{Invar} = 1{,}5 \cdot 10^{-6}$ K^{-1}
- $\alpha_{SiO_2} = 0{,}55 \cdot 10^{-6}$ K^{-1}
- $L_{bras} = 18$ cm

En effectuant le calcul de l'équation 5.2 on trouve qu'une variation de température de l'ordre de $\Delta T \sim 0{,}06$ K suffit pour engendrer les déformations observées. Des variations de température du laboratoire de l'ordre du dixième de degré (et même supérieures) sont tout à fait envisageables. La température du laboratoire est contrôlé par un système de climatisation classique. De plus, celui-ci est systématiquement coupé en début de soirée jusqu'au lendemain matin. La température est donc amenée à varier durant les mesures, avec des variations rapides le matin du fait du redémarrage de la climatisation. La variation de la température est amortie au niveau du cœur interférométrique par la présence d'un capotage, ainsi que probablement par l'inertie thermique du marbre en granit massif, sur lequel repose l'ensemble de la maquette. Une origine possible de l'évolution de la température de l'instrument pourrait être également l'échauffement dû au flux solaire incident. Les ordres de grandeurs de cet échauffement ont été calculés dans l'annexe C. Le flux lumineux renvoyé vers le spectromètre pourrait faire s'élever la température d'environ $5 \cdot 10^{-3}$ K. Cette valeur est trop petite pour que le flux incident constitue une source significative de déformation de l'interféromètre. Cependant, les calculs ont été effectués en faisant l'hypothèse d'un réflecteur solaire lambertien. Si le réflecteur est partiellement spéculaire, alors le flux incident est plus important, et l'échauffement résultant pourrait participer de manière non négligeable aux déformations. L'inhomogénéité des matériaux de l'interféromètre résulte d'une erreur d'appréciation lors de la conception. Le choix des matériaux aurait dû être plus dicté par la criticité des déformations thermo-élastiques du cœur interférométrique que par des raisons pratiques.

En conclusion de cette étude, pour la journée du 16 septembre 2008, la dérive d'ordre supérieur de la différence de marche peut être à l'origine d'une dérive de la concentration en dioxyde de carbone retrouvée de l'ordre de 1,5 ppm sur une durée de 3h30. Ceci correspond à une contribution à la dérive de la concentration de l'ordre de 0,4 ppm/h. La variation de température du cœur interférométrique qui permet d'en expliquer les déformations n'est que de 0,06 K. Ceci est tout à fait compatible avec l'environnement thermique du laboratoire dans lequel est placé le spectromètre. Des variations de la température du laboratoire de l'ordre de 1 K sont envisageables. On peut donc s'attendre à des dérives encore plus grandes pour d'autres journées de mesure.

On peut penser qu'en supprimant la poutre en invar, une bonne proportion des déformations d'ordre supérieur de l'interféromètre serait réduite. Il est envisageable de retirer la poutre qui est collée à la lame séparatrice, à la lame modulatrice et au miroir à petites échelettes sans trop affecter la rigidité du cœur interférométrique. Des tests en cours d'assemblage ont montré une bonne rigidité sans la poutre. Idéalement, il faudrait

substituer une poutre en silice à la poutre en invar. Cela résoudrait les problèmes de dilatation différentielle en maintenant la rigidité du cœur interférométrique.

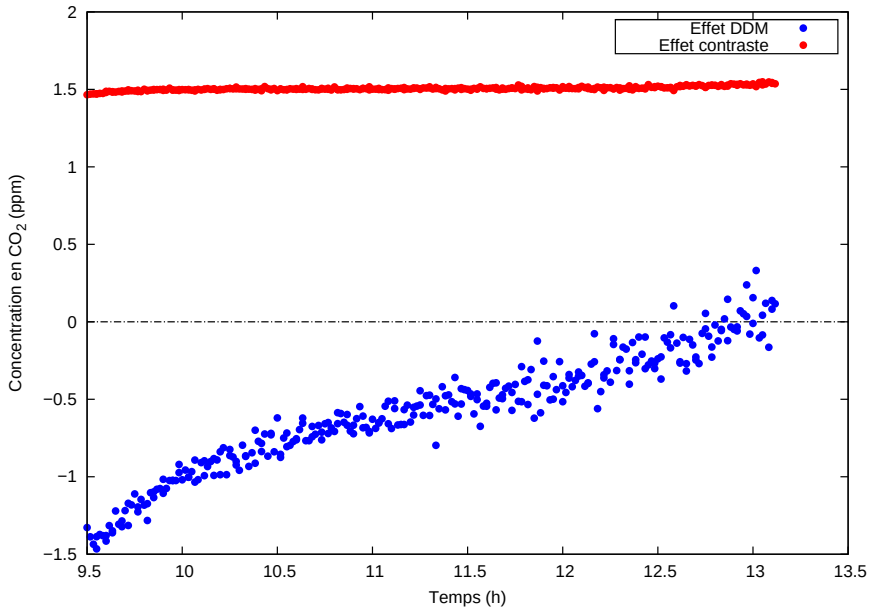

FIG. 5.11 – Effet des variations de la différence de marche et du contraste sur les inversions du dioxyde de carbone. On trace la différence entre les résultats d'inversion pour deux différences de marche en bleu et pour deux contrastes en rouge.

5.3.3.2 Dérive du contraste interférométrique

Les déformations du cœur interférométrique entraînent des variations du contraste interférométrique. Les inclinaisons modifient le motif de franges d'interférence sur les superpixels, ce qui en modifie le contraste. Cet effet est largement prédominant sur celui du piston. La variation du contraste avec le piston suit la courbe de variation du contraste avec la différence de marche. Celle-ci est représentée sur la figure 3.13. Une variation nanométrique de la différence de marche n'engendre pas de variation significative du contraste. On peut se reporter au paragraphe 3.5.1 pour plus de détails concernant le contraste interférométrique et sa méthode de correction. Ici, on s'intéresse à l'effet, sur l'inversion du dioxyde de carbone, des variations du contraste qui ne sont pas prises en compte par la correction.

Les dérives thermiques ont donc un effet supplémentaire, sur le contraste interférométrique. Cet effet n'est pas pris en compte durant les inversions. Contrairement à ce qu'on a fait pour la dérive de la différence de marche, on n'apporte pas de correction à la dérive du contraste, même du premier ordre. Pour les mesures du 16 septembre 2008, les deux mesures d'étalonnage de la différence de marche ont également permis de calculer le contraste à deux instants différents. L'inversion du dioxyde de carbone a été effectuée

en utilisant les deux contrastes. Les résultats sont comparés pour en déduire l'influence de la dérive du contraste sur l'inversion de la concentration en dioxyde de carbone.

La figure 5.12 montre la différence entre les contrastes mesurés avant et après les mesures atmosphériques. Nous pouvons constater que les variations du contraste sont de l'ordre de 1 % de la valeur du contraste. On distingue un motif périodique dû au fait que les inclinaisons se font suivant les deux directions transverses.

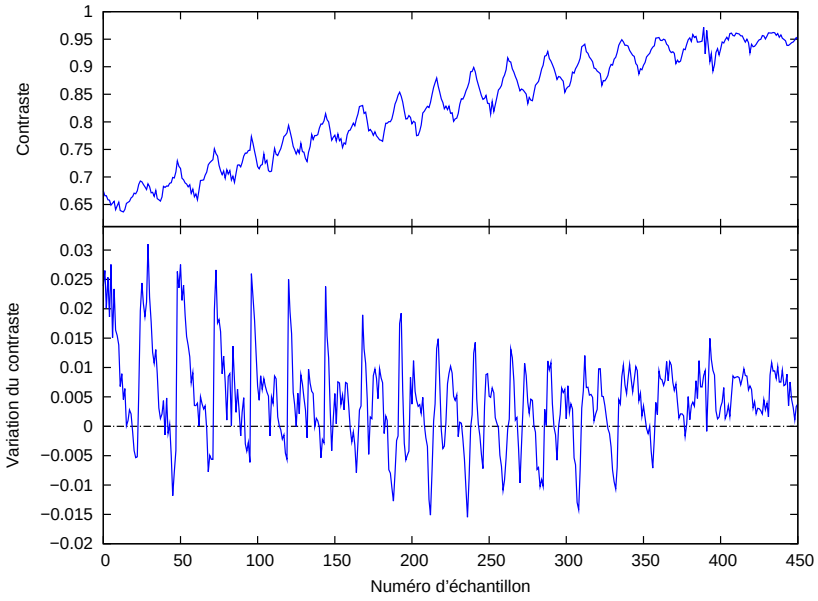

FIG. 5.12 – Variation du contraste interférométrique observée le 16/09/2008. Le graphe supérieur représente le contraste pour une des deux mesures. Le graphe inférieur présente la différence entre les deux mesures de contraste.

L'effet de telles variations du contraste interférométrique sur l'inversion du dioxyde de carbone est présenté sur la figure 5.11, en rouge. On a représenté la différence entre les concentrations en dioxyde de carbone retrouvées avec le premier étalonnage du contraste et celles retrouvées avec le deuxième étalonnage. Le même jeu de différences de marche est utilisé pour les deux séries d'inversions. La différence est stable temporellement. L'amplitude de l'erreur associée à la méconnaissance du contraste interférométrique est égale à 1,5 ppm. Elle est observée pour deux étalonnages espacés de 6 heures. L'erreur sur le contraste interférométrique participe à la dérive de la concentration retrouvée à hauteur d'environ 0,3 ppm/h en valeur absolue. Dans le cas de la journée de mesure du 16 septembre 2008, l'erreur générée par la dérive du contraste a tendance à compenser celle générée par la dérive de la différence de marche. Les signes des erreurs sont opposés. A priori rien n'assure que les erreurs se compensent systématiquement. Elles peuvent aussi bien se cumuler. De plus, on a vu que les dérives thermiques de l'environnement du spectromètre ne sont pas exagérément grandes pour la journée de mesure considérée. On les a estimées à environ 0,06 K en 6 h au paragraphe 5.3.3.1. On peut s'attendre à

des erreurs supérieures pour des journées présentant un plus grand contraste thermique dans l'instrument. Notons enfin qu'on a supposé les dérives linéaires entre les deux étalonnages. Or il est probable que les variations de la différence de marche ainsi que du contraste interférométrique soient maximales durant la série de mesures et non en fin de celle-ci. On retiendra les ordres de grandeurs qui sont représentatifs des effets des variations de la différence de marche et du contraste pour une journée typique de mesure.

On vient de montrer que le contraste interférométrique joue également un rôle dans l'erreur de mesure de la concentration en dioxyde de carbone. La dérive du contraste peut se traduire par une dérive de la concentration de l'ordre de 0,3 ppm/h en valeur absolue. Cumulées, les dérives engendrées par les erreurs de différence de marche et par les erreurs de contraste peuvent expliquer des variations inattendues de la concentration en dioxyde de carbone retrouvée de l'ordre de 1 ppm/h.

La suppression de la poutre en invar permettrait de réduire les déformations du cœur interférométrique. Les dérives du contraste en seraient diminuées, en même temps que celles de la différence de marche. Le coefficient de dilatation de l'invar est 3 fois plus grand que celui de la silice. On peut donc considérer, en première approximation, que c'est la poutre en invar qui est à l'origine de la majeure partie des déformations, y compris à l'ordre 1. La suppression de cette poutre permettrait de gagner un facteur 3 sur les déformations de corps rigide et de considérablement réduire les déformations d'ordre supérieur. Par suite, cela permettrait de gagner en précision sur les paramètres inversés. En conservant la même configuration instrumentale, la qualité des mesures pourrait être améliorée en stabilisant la température de l'interféromètre. Pour limiter les dérives à environ $\pm$0,1 ppm/h, il faudrait une température stabilisée à mieux que $\pm$0,01 K près. On ne peut pas stabiliser la température du laboratoire de la sorte. Pour obtenir une telle stabilité, il faudrait placer l'interféromètre dans un caisson dont la température serait maintenue constante. On peut également envisager de multiplier le nombre d'étalonnages de la différence de marche et du contraste. On considère que pour réduire par 10 les erreurs d'inversion, il faut multiplier par 10 la fréquence des étalonnages. Cela supposerait un étalonnage environ toutes les 30 minutes ce qui serait difficile à réaliser. On rappelle qu'il faut changer de visée et retirer le filtre passe-bande à chaque étalonnage.

Suivant le jour de mesure et selon la stabilité thermique de l'instrument, des erreurs importantes d'inversion du dioxyde de carbone sont susceptibles d'affecter les mesures. Certaines séries journalières de concentrations retrouvées présenteront des dérives importantes, alors que d'autres, comme celles du 18 août 2008, ont été beaucoup plus stables.

5.3.3.3 Interférogrammes aberrants

On a vu au paragraphe 5.3.1 que certains interférogrammes présentaient des instabilités temporelles de signal. Ces instabilités conduisent à des résultats médiocres après inversion. Les concentrations retrouvées sont pour certaines aberrantes.

Une étude des interférogrammes (voir la figure 5.3) a révélé les instabilités du niveau

des interférogrammes. On cherche ici à mieux cerner l'origine de ces instabilités. Cela pourrait être dû à des variations du gain du détecteur ou à la variation du flux incident. Pour trancher entre les deux hypothèses, la stabilité d'interférogrammes acquis devant la lampe a été analysée. Si l'on retrouve les mêmes défauts temporels du niveau moyen du signal, alors l'origine du problème est instrumentale. Sinon, c'est le flux incident qui est variable en visée solaire.

On applique la procédure de recherche des interférogrammes aberrants à une série d'une centaine d'interférogrammes de lampe. Cette procédure calcule l'écart-type des séries temporelles des échantillons à grande différence de marche. S'il dépasse un certain seuil, l'interférogramme considéré est désigné comme aberrant. Le seuil est égal à 1,5 fois l'écart-type minimal de la série des interférogrammes. On traite une série d'une centaine d'interférogrammes de lampe. Pour cette série, la procédure ne trouve aucun interférogramme aberrant. Les interférogrammes de lampe sont issus de différentes journées de mesure. On s'est donc placé dans un cas défavorable comparé à celui d'une série de mesures effectuée dans un court laps de temps. Sur une période plus courte, la stabilité relative peut paraître meilleure car l'instrument ne dérive pas autant.

En se plaçant devant une source stable telle que la lampe, on n'observe pas les instabilités de signal qui affectent les mesures en visée solaire. Cette étude démontre que l'origine de ces instabilités n'est pas instrumentale. Le détecteur ne peut pas être incriminé. La cause des instabilités doit être recherchée dans la configuration de visée atmosphérique. Le trajet de la lumière solaire est bordé d'arbres. On a veillé à ce que le faisceau ne puisse pas rencontrer de feuille en pratiquant des « élagages » préventifs. Cependant, on peut faire l'hypothèse que des branches non coupées, et mues par le vent génèrent une ombre variable temporellement. Ceci permettrait d'expliquer les variations du flux incident observées. Une hypothèse plus plausible pourrait être un phénomène de lumière parasite. On ne maîtrise pas les trajets lumineux en dehors du cône d'acceptance du spectromètre. Il est fort probable que ceux-ci puissent être partiellement interceptés par des feuillages. Lorsque le réflecteur est orienté en direction du laboratoire, celui-ci est particulièrement bien éclairé. Une quantité importante de flux lumineux entre par la fenêtre. Les murs clairs de la pièce peuvent en diffuser une partie à l'intérieur du spectromètre. Par suite, la lumière parasite peut être variable temporellement et causer des instabilités du niveau moyen des mesures.

L'inversion des interférogrammes aberrants conduit à des paramètres restitués erronés. Ceux-ci affectent la statistique des résultats. Pour limiter le nombre de mesures inutilisables, on peut envisager de baffler l'instrument afin d'empêcher les flux parasites de rentrer dans le spectromètre.

On a par ailleurs tenté de corriger par traitement numérique les interférogrammes. Les variations temporelles du niveau moyen peuvent être, en théorie, mesurées et corrigées. Pour ce faire, on calcule le signal moyen, à grande différence de marche, des interférogrammes élémentaires successifs constituant les interférogrammes mesurés. Le signal à grande différence de marche est égal au signal moyen de l'interférogramme. Idéalement, celui-ci est constant avec le temps. Il ne dépend pas des positions la lame modulatrice. Son évolution temporelle est uniquement représentative des variations du flux incident. On peut donc en déduire un facteur de correction de tous les échantillons de

l'interférogramme. On note $I_G(t)$ le signal interférométrique aux grandes différences de marche en fonction du temps. Le temps est équivalent au numéro de l'interférogramme élémentaire considéré. Le facteur de correction $f_{cor}(t)$ a pour expression :

$$f_{cor}(t) = \frac{\overline{I_G}}{I_G(t)} \tag{5.3}$$

où $\overline{I_G}$ est la moyenne du signal à grande différence de marche, utilisée pour normaliser le facteur à des valeurs proches de 1. Pour calculer le signal à grande différence de marche, on exploite les 10 échantillons les plus éloignés de la différence de marche nulle. En chaque t, le signal moyen de ces échantillons de l'interférogramme élémentaire correspondant donne $I_G(t)$.

La figure 5.13 illustre la correction de l'interférogramme aberrant numéro 206. L'interférogramme à grande différence de marche est beaucoup plus stable après correction. L'écart-type du signal passe de 2,4 LSB avant correction à 0,7 LSB après correction. Le rapport signal moyen sur écart-type passe de 180 à 600 grâce à la correction. L'allure de l'évolution temporelle du signal corrigé est semblable à celle d'un interférogramme non aberrant, telle que tracée sur la figure 5.3. La recherche d'interférogramme aberrant selon le critère de stabilité du niveau moyen n'en détecte aucun parmi les interférogrammes corrigés.

Les interférogrammes corrigés des instabilités ont été inversés. Les concentrations retrouvées sont tracées sur la figure 5.14. Elles sont superposées aux concentrations retrouvées sans correction des instabilités. On ne constate pas de différence majeure entre les deux séries inversées. La courbe des différences montre que la correction modifie les concentrations en dioxyde de carbone retrouvées de moins de 0,1 ppm en valeur absolue. Les points aberrants ne seront pas corrigés. La méthode de correction des interférogrammes ne présente pas d'intérêt pour l'inversion des mesures. L'origine des erreurs d'inversion ne réside pas dans les instabilités des interférogrammes. Les instabilités sont juste l'indicateur d'un phénomène qui affecte l'inversion.

La figure 5.15 présente des comparaisons entre différents spectres. Le graphe supérieur présente la comparaison entre un spectre aberrant et un spectre non aberrant. Les zones d'absorption du dioxyde de carbone ont été grisées. On ne constate pas de différence d'absorption entre les deux spectres. La différence au niveau des raies d'absorption est comparable à la différence en dehors des raies. Il n'y a pas de tendance marquée et systématique dans les raies. Le graphe inférieur compare deux spectres non aberrants : le numéro 207 acquis juste après le spectre aberrant numéro 206 et le spectre numéro 280. L'amplitude de la différence entre deux spectres non aberrants est inférieure à celle de la différence entre un spectre aberrant et un spectre non aberrant. Les spectres aberrants présentent un niveau de bruit supérieur. Les erreurs d'inversion des interférogrammes aberrants trouvent leur origine dans l'augmentation du bruit. Elles ne sont pas dues à une absorption différente. Le graphe central compare le spectre aberrant, avant la correction des instabilités temporelles du niveau moyen de l'interférogramme, et le spectre après correction. Les différences apportées par la correction sont infimes. L'amplitude des différences est de l'ordre de 10^{-5} pour des spectres normalisés. Ceci montre que

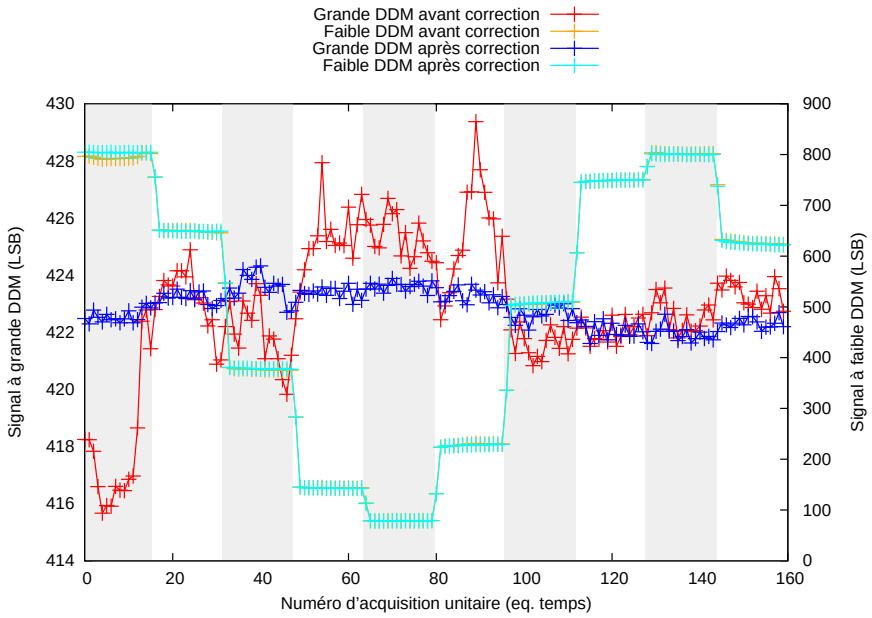

FIG. 5.13 – Variation temporelle du niveau moyen de l'interférogramme aberrant numéro 206, avant et aprés correction des instabilités temporelles. La variation à faible différence de marche est également représentée.

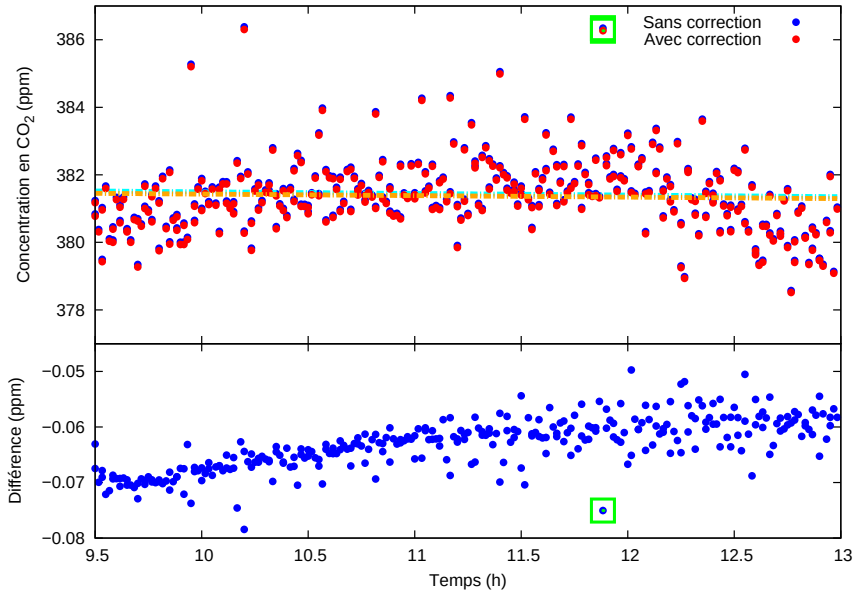

FIG. 5.14 – Concentration en dioxyde de carbone retrouvée avec et sans correction des instabilités des interférogrammes. La différence entre les deux séries d'inversions est tracée sur le graphique du bas. Les résultats obtenus avec l'interférogramme aberrant numéro 206 sont encadrés.

les variations du niveau moyen de l'interférogramme ne sont pas à l'origine du bruit affectant les spectres aberrants.

On peut aussi étudier les mesures directement en sortie d'instrument, à savoir les interférogrammes. La figure 5.16 compare les interférogrammes à l'origine des spectres de la figure 5.15. Sur les deux graphes supérieurs, on s'intéresse aux différences entre deux interférogrammes non aberrants. Celles-ci ont une allure de bruit blanc, à l'exception de la région autour de la différence de marche nulle. L'amplitude des différences augmente dans cette région, probablement du fait des dérives thermiques entre les deux mesures. L'interféromètre se déforme, ce qui fait varier l'état interférométrique des échantillons. Il en résulte des variations de signal plus importantes autour de la différence de marche nulle où le contraste interférométrique est le plus élevé. L'allure de la différence entre un interférogramme aberrant et un interférogramme non aberrant (sur le graphe du bas) est foncièrement différente. Elle est caractéristique d'un défaut de flux spatial. Le profil en dents de scie traduit un éclairement de l'interféromètre variable selon la verticale. La pente d'ensemble, plus faible, révèle un défaut d'éclairement horizontal. Cette étude montre que le phénomène de flux parasite n'est pas homogène spatialement. Le flux incident varie temporellement et spatialement sur les miroirs. Le fait que le phénomène soit spatial amène à rechercher une origine non collimatée, et donc à considérer les éléments proches de l'instrument. On peut penser à l'un des composants du spectromètre dont l'ombre, projetée sur les miroirs, se déplacerait avec le temps. Par exemple, le miroir de renvoi (voir la figure 2.1) peut générer une ombre pour la lumière provenant du mur face à l'entrée du cœur interférométrique. Si l'incidence moyenne du faisceau parasite varie avec le temps, alors l'ombre se déplace.

Le problème à l'origine des mesures aberrantes est complexe. Sa cause la plus probable serait un problème de lumière parasite variable temporellement et spatialement. La correction numérique de ce défaut apparaît difficile. Il faudrait réussir à retrouver les variations du flux incident en chacun des échantillons. On pourrait envisager de calculer, dans les deux directions d'échantillonnage, les paramètres des droites moyennes de variation du signal. Il serait également souhaitable d'équiper le spectromètre de dispositifs permettant de supprimer encore mieux la lumière parasite. Une étude de l'influence de la rotation du réflecteur pourrait s'avérer intéressante.

Les études des variabilités à court terme lors de la campagne de mesure démontrent des performances instrumentales compatibles avec le besoin en précision de mesure du dioxyde de carbone. Cependant, ces performances ne sont pas systématiquement atteintes. Suivant la journée de mesure, on observe des valeurs différentes de la dérive temporelle de la concentration en dioxyde de carbone retrouvée. L'ampleur des variations n'est pas compatible avec une évolution géophysique de la colonne de dioxyde de carbone. On comparera plus loin les mesures du spectromètre par transformation de Fourier statique à celles obtenues à l'aide d'un autre spectromètre. On pense qu'une partie des erreurs de mesure est due aux déformations de l'interféromètre sous l'effet des dérives thermiques de son environnement. Il est préconisé de passer à une configuration mono-matériau afin de réduire au maximum les effets thermo-élastiques. Ceci passe par la suppression d'une poutre en invar collée à la lame séparatrice. Il est également préconisé de porter une attention toute particulière à la lumière parasite, qui pourrait

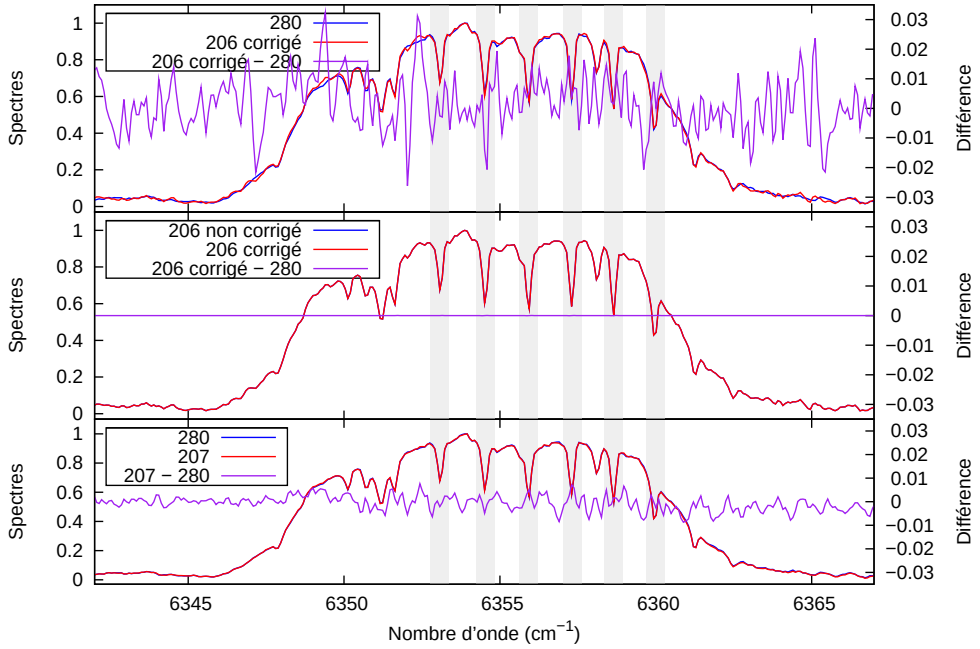

FIG. 5.15 – Comparaisons entre différents spectres mesurés. Le spectre numéro 206 est un spectre aberrant. Les spectres 280 et 207 sont des spectres non aberrants. On a tenté de corriger le spectre 206 en compensant les instabilités temporelles du niveau moyen de l'interférogramme.

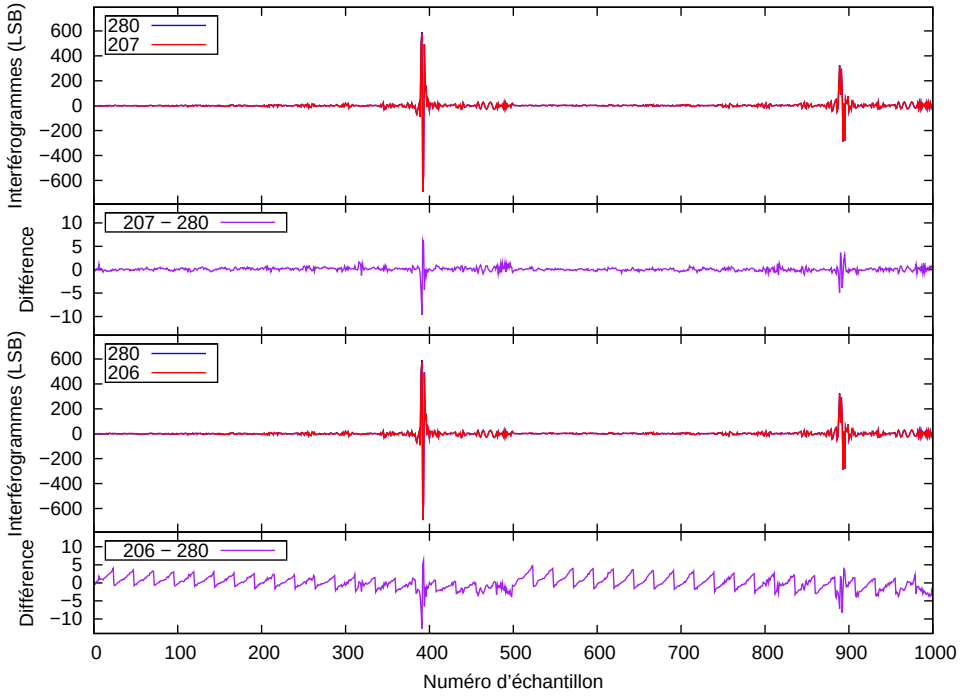

FIG. 5.16 – Comparaisons entre différents interférogrammes mesurés. L'interférogramme 206 est un interférogramme aberrant. Les interférogrammes 280 et 207 sont des interférogrammes non aberrants.

être à l'origine de mesures aberrantes.

L'étude des variations à long terme des mesures effectuées avec le spectromètre va être affectée d'erreurs importantes. On tentera toutefois de distinguer, si possible, des tendances à long terme de la concentration en dioxyde de carbone.

5.4 Tendance à long terme du CO_2 restitué

On s'intéresse maintenant à la campagne de mesure dans son ensemble. Celle-ci s'est déroulée du 11 juin 2008 au 16 septembre 2008. Les mesures ont été effectuées le plus systématiquement possible lorsque les conditions météorologiques s'y prêtaient.

Dans un premier temps, on définit et on étudie différents critères de caractérisation des mesures. Ensuite, les résultats sont comparés à des données de référence. Ces données sont des mesures spectroscopiques de la colonne de CO_2 ainsi que des simulations issues d'un modèle atmosphérique.

5.4.1 Analyse préliminaire des mesures

Ce paragraphe est consacré au dépouillement des résultats de mesure. On cherche à vérifier la cohérence des mesures dans le temps. Les jours de mesure aberrants sont dans un premier temps identifiés. Les causes des défauts de mesure sont expliquées. Les séries de mesures non aberrantes sont ensuite analysées. La qualité des mesures augmente à partir d'une certaine date. On cherche l'origine de l'amélioration. Enfin, l'effet de la modélisation directe sur la qualité des inversions est étudié.

5.4.1.1 Recherche des journées de mesure aberrantes

La concentration en dioxyde de carbone retrouvée durant la campagne de mesure est représentée en fonction du temps sur la figure 5.17. L'échelle de temps est exprimée en jours comptés depuis le 1^{er} janvier. On remarque une répartition non continue et irrégulière des points de mesure. Ceci est dû au fait que les mesures doivent être effectuées en journée et par ciel dégagé. On cherche à acquérir des spectres solaires affectés le moins possible par la diffusion et l'absorption des nuages. Pour un jour donné, les mesure s'étalent typiquement sur 7 heures, entre 8h30 et 15h30, en heure TU. Remarquons la différence d'échelle importante entre les quelques heures correspondant aux mesures d'une journées et la centaine de jours de la campagne. Cette différence d'échelle explique la répartition quasi verticale des points.

On dispose en tout de 23 jours de mesure répartis sur une période totale d'une centaine de jours. Seuls 19 sont représentés sur la figure 5.17. Trois autres journées présentent des résultats aberrants, tels que des concentrations nulles ou négatives ainsi que des dérives journalières bien supérieures à la normale. Elles ont été mises en évidence en étudiant conjointement la moyenne, l'écart-type et la dérive de chaque série journalière de mesures. La figure 5.18 représente ces différents paramètres pour tous les jours de la campagne. Le graphe du bas est consacré à la moyenne journalière des mesures. La moyenne est qualifiée de journalière pour insister sur le fait qu'elle est calculée à partir

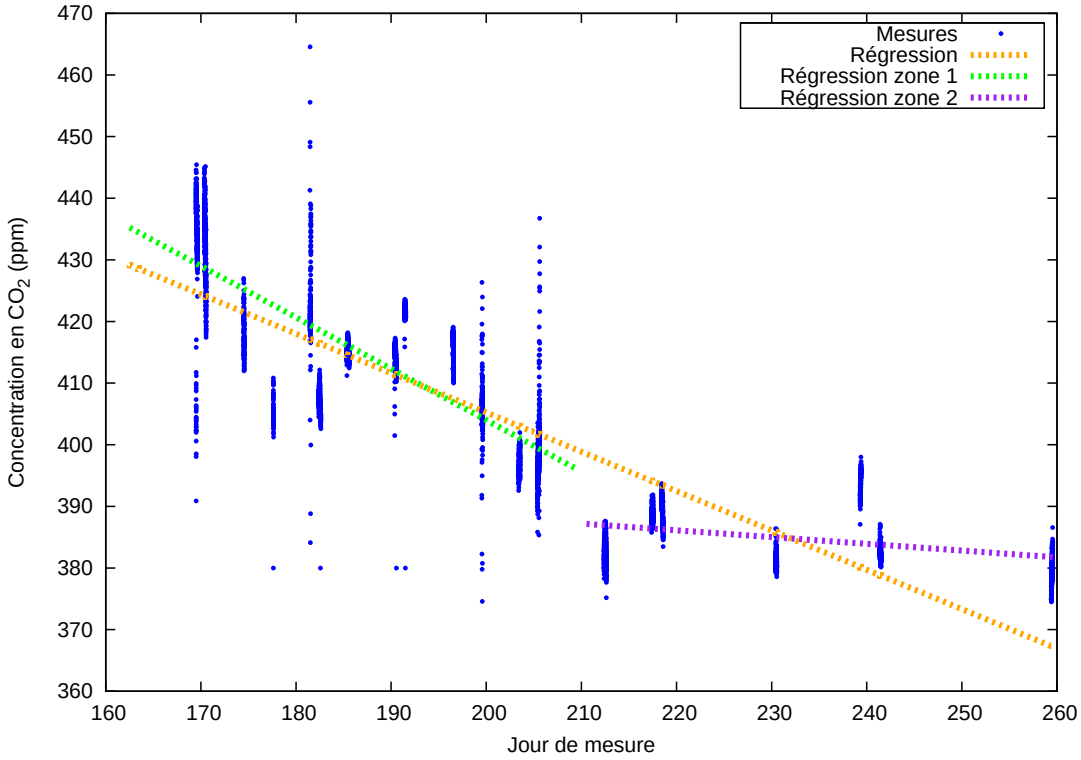

FIG. 5.17 – Concentration en dioxyde de carbone mesurée lors de la campagne de mesure

de mesures effectuées le même jour. Il faut cependant garder à l'esprit que les mesures ne sont effectuées que durant quelques heures de la journée. Toutes les moyennes évoluent autour de 400 ppm à l'exception de celles des jours 163 et 204. Ces deux journées présentent des moyennes aberrantes en comparaison au reste de la campagne. Le graphe central représente l'écart-type journalier. Celui-ci reste inférieur à 10 ppm à l'exception des jours 162, 163 et 204. Pour ces derniers, l'écart-type est largement supérieur à 10 ppm. Il est égal à environ 250 ppm, 70 ppm et 50 ppm respectivement pour les journées 162, 163 et 204. Le graphe du haut s'intéresse à la dérive journalière. Cette valeur est obtenue en calculant la régression linéaire de chaque série. C'est le coefficient directeur de la droite de régression. La dérive est généralement inférieure à 5 ppm/h. Elle est d'environ 25 ppm/h pour le jour 204, ce qui est largement supérieur aux autres dérives.

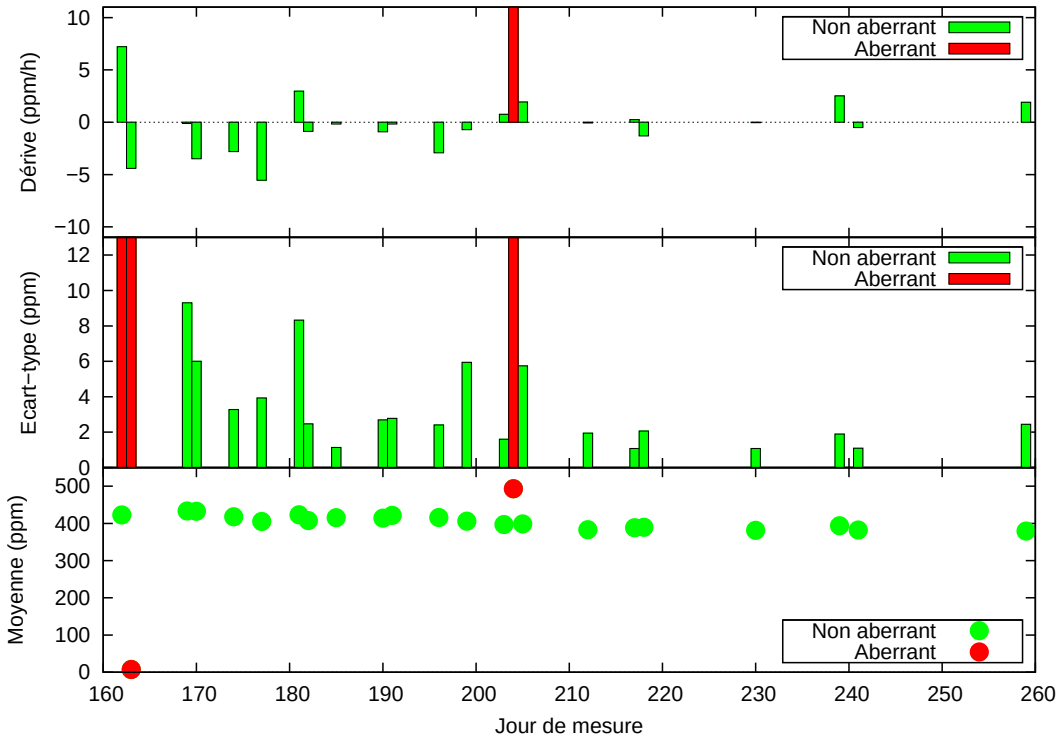

FIG. 5.18 – Critères d'étude des séries journalières d'inversion du dioxyde de carbone

A l'issue de l'étude de la statistique journalière des mesures, on constate une cohérence dans les résultats obtenus exceptés pour trois jours qui se distinguent. Les mesures des jours 163, 164 et 204 sont considérées comme aberrantes et ne seront pas utilisées dans la suite de l'exploitation « long terme » de la campagne de mesure. Les causes des défauts observés pour ces 3 journées ont été recherchées en étudiant les interférogrammes. Il apparaît que le niveau moyen des interférogrammes est très instable à

l'échelle temporelle de la série entière. Pour les deux premiers jours, l'instabilité est attribuée à un phénomène de lumière parasite, ainsi qu'à une configuration de mesure instable. Ces mesures sont les premières de la campagne. Au moment de leur acquisition, l'interféromètre venait d'être intégré. Le capotage était alors incomplet, ce qui explique les fluctuations rapides des interférogrammes ainsi que la saturation du détecteur pour quelques interférogrammes. D'autre part, le réflecteur n'était pas solidement fixé à l'héliostat. On observe des paliers temporels sur le niveau de signal qui pourraient être expliqués par des déplacements soudains du réflecteur. Pour la journée 204, les mesures ont été effectuées en fin de journée ainsi que pour une partie pendant la nuit. D'autre part l'héliostat n'avait pas été allumé. Par conséquent, les interférogrammes n'ont pas suffisamment de signal pour être exploités.

5.4.1.2 Amélioration des mesures et stabilité thermique de l'instrument

On a tracé en orange sur la figure 5.17 la droite de régression linéaire des séries de mesures non aberrantes. On s'intéresse à la pente de cette droite. Elle est égale à $-0{,}6$ ppm/jour. On verra au paragraphe 5.4.2 que cette valeur est nettement supérieure à ce qui est attendu via la modélisation ou d'autres mesures similaires. On peut distinguer deux parties dans la figure :

- La période avant le jour 210, où les mesures sont voisines de 410 ppm
- La période après le jour 210, au cours de laquelle les mesures évoluent autour de 385 ppm

On a calculé la pente de la droite de régression pour les deux périodes. La première période est marquée par une diminution importante de la concentration. La pente de la droite de régression est de $-0{,}8$ ppm/jour. Dans la deuxième période de temps, les mesures sont beaucoup plus stables. La pente de la droite de régression n'est plus que de $-0{,}1$ ppm/jour. Les droites de régression des deux périodes de temps ont également été représentées sur la figure 5.17. Ces deux périodes se différencient également l'une de l'autre par la dispersion journalière des mesures. Celle-ci est donnée par l'amplitude verticale de la répartition des points pour chaque journée de mesure. La dispersion des mesures est en moyenne plus élevée dans la première partie de la campagne. Elle est typiquement de 20 ppm avant le jour 210 et de 10 ppm après. On constate également, sur la figure 5.18, une diminution des écarts-types et des dérives entre les deux périodes.

L'ensemble de ces différences suggère une amélioration des mesures à partir du jour 210. Les dispersions ainsi que les dérives observées sont trop grandes pour être réelles. On les attribue à l'instrument. Les défauts instrumentaux semblent diminuer dans la deuxième partie de la campagne. Cela pourrait coïncider avec une amélioration de la configuration apportée en cours de campagne. Il s'agit de la fermeture du capotage du cœur interférométrique à l'aide d'un hublot et de l'ajout de masques destinés à arrêter une partie de la lumière parasite. Auparavant, la fenêtre d'entrée de la lumière dans le capotage était laissée libre. L'environnement thermique de l'interféromètre était par conséquent plus instable. Des dérives thermiques de la différence de marche, plus importantes avant cette modification, pourraient expliquer la différence de qualité des mesures. Malheureusement la date exacte de l'amélioration de l'instrument n'a pas été

notée. On peut essayer de voir un effet couplé sur les déformations retrouvées. Si l'installation du hublot est à l'origine de l'amélioration des mesures, les déformations devraient être globalement plus importantes avant le jour 210. Ce sont plus exactement les dérives des déformations qui doivent être réduites grâce à une meilleure stabilité thermique de l'environnement du cœur interférométrique. On a tracé sur la figure 5.19 les dérives des paramètres de déformation retrouvés. Celles-ci sont exprimées en nanomètres par heure. Ce sont les coefficients directeurs des droites de régression des déformations retrouvées pour une journée donnée. Les résultats obtenus avant le jour 210 sont représentés en rouge, ceux obtenus après le jour 210 en vert. On constate une diminution sensible des dérives entre les périodes avant et après le jour 210. Si l'on se réfère aux moyennes des valeurs absolues des dérives, celles-ci passent :

- de 20 nm/h à 10 nm/h pour le piston
- de 90 nrad/h à 50 nrad/h pour le tilt dans la direction horizontale
- de 100 nrad/h à 30 nrad/h pour le tilt dans la direction verticale.

Notons que les paramètres de déformation des inclinaisons ont été convertis en inclinaisons mécaniques exprimées en nrad/h. Les dérives des déformations diminuent d'un facteur 2 entre les deux périodes. Cette amélioration est très probablement due à la fermeture du capotage qui a permis de stabiliser l'environnement de l'interféromètre. Cette étude fait apparaître que l'amélioration de la stabilité mécanique de l'instrument conduit à une amélioration des mesures. On observe de meilleurs résultats lorsque les dérives de la différence de marche ont été réduites.

Pour corroborer ce résultat, on a tracé, sur la figure 5.20, la dérive des concentrations retrouvées en fonction de la dérive des paramètres de déformation. On a plus précisément considéré les valeurs absolues des dérives. Sur le graphe de droite, on ne tient pas compte de la dérive de la concentration la plus élevée qui semble aberrante (points encadrés sur le graphe de gauche). On a également tracé les droites de régression des différentes séries de points. Les dérives de la concentration retrouvée sont d'autant plus grandes que les déformations de l'interféromètres sont rapides. Ce résultat apporte une démonstration supplémentaire de l'influence des déformations de l'interféromètre sur la concentration en dioxyde de carbone inversée.

Nous avons déjà vu aux paragraphes 5.3.3.1 et 5.3.3.2 que les déformations, et particulièrement les déformations d'ordre supérieur peuvent être à l'origine d'une dérive de la concentration retrouvée. On rappelle que les déformations de corps rigide de l'interféromètre sont prises en compte dans la procédure d'inversion, contrairement aux déformations d'ordre supérieur. Ici on ne distingue pas les déformations de corps rigide des déformations d'ordre supérieur. Les déformations de corps rigide s'accompagnent très probablement de déformations d'ordre supérieur. On ne peut pas attribuer l'origine des instabilités de la concentration retrouvée aux unes ou aux autres. Cependant, on met en évidence le rôle de la stabilité thermique de l'instrument dans la détermination de la concentration en dioxyde de carbone. L'environnement thermique de l'interféromètre contrôle de manière directe et importante la stabilité des résultats de l'inversion.

L'hypothèse de l'amélioration des mesures suite à la stabilisation thermique du cœur interférométrique, apportée par la fermeture du capotage à l'aide d'un hublot, semble confirmée. L'étude faite ici montre, une fois de plus, que les déformations de l'inter-

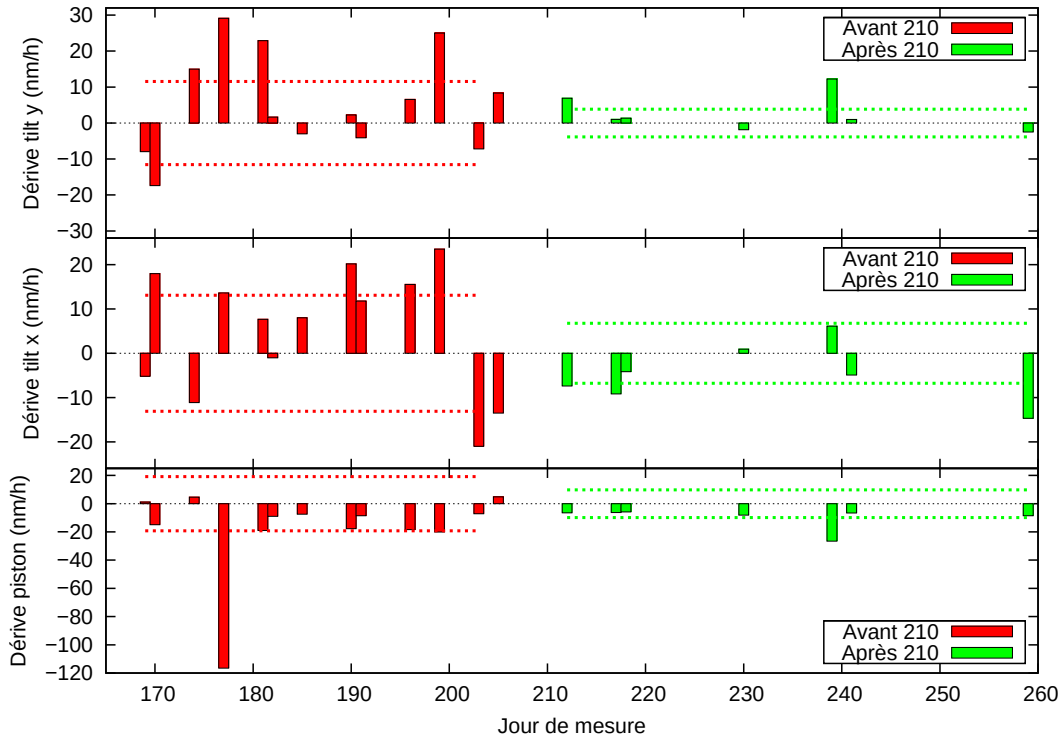

FIG. 5.19 – Dérives des paramètres de déformation retrouvés. Les droites en pointillés représentent le niveau moyen des valeurs absolues des dérives de part et d'autre du niveau zéro.

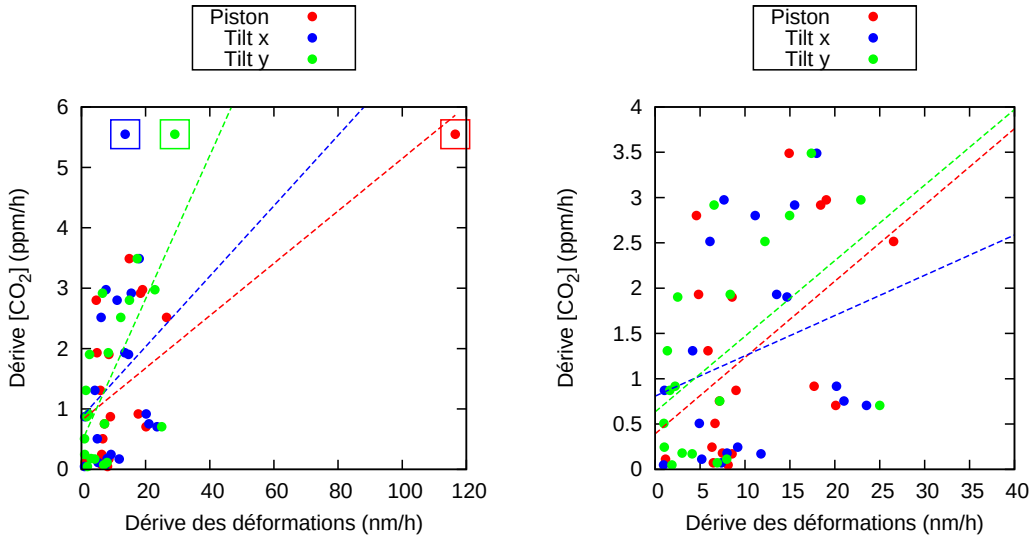

FIG. 5.20 – Dérive de la concentration en dioxyde de carbone en fonction des dérives des déformations. On ne tient pas compte de la plus grande dérive de la concentration sur le graphe de droite (points encadrés sur le graphe de gauche). Celle-ci semble aberrante. Les droites de régression des trois séries représentées sont tracées à l'aide des mêmes couleurs que les séries.

féromètre sont d'importantes sources d'erreur d'inversion du dioxyde de carbone. On aboutit aux mêmes recommandations qu'aux paragraphes 5.3.3.1 et 5.3.3.2. La suppression de la poutre en invar, réduisant considérablement les déformations du cœur interférométrique, constitue une perspective sérieuse d'amélioration de la précision de mesure du spectromètre.

Le biais entre les deux périodes temporelles de la campagne est attribué à la lumière parasite. Nous avons suggéré au paragraphe 5.3.3.3 que celle-ci pourrait engendrer les erreurs des mesures aberrantes. Avant le jour 210, on pense que de la lumière parasite affectait les mesures de manière systématique, générant un biais. Ce biais est réduit après le jour 210 avec la diminution de la lumière parasite à l'aide de masques et de baffles.

5.4.1.3 Influence de la modélisation directe : importance de la référence temporelle

Le rôle de la modélisation directe sur la qualité des inversions a également été étudié. On s'est intéressé en particulier à l'influence de l'angle solaire zénithal. La figure 5.21 représente la concentration retrouvée le 6 août 2008 (jour 218) en fonction de l'angle solaire zénithal, ainsi qu'en fonction de l'heure. Les points ont été distingués selon le moment de la mesure. Les mesures effectuées avant 12h sont tracées en bleu, celles effectuées après sont tracées en rouge. On constate une différence nette entre les mesures du matin et celles de l'après midi. On voit que les mesures du matin sont élevées et stables, alors que les mesures de l'après midi sont plus faibles et présentent une variation

temporelle plus marquée. Les deux parties de la courbe se rejoignent autour de midi.

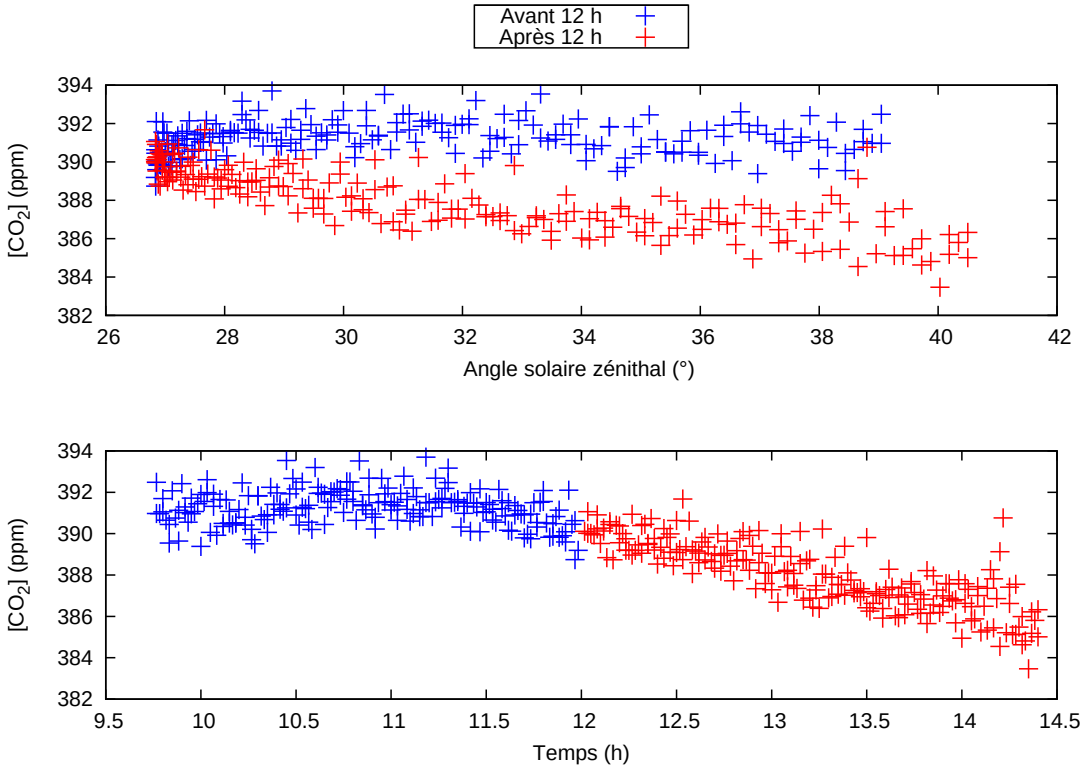

FIG. 5.21 – Concentration en dioxyde de carbone retrouvée en fonction de l'angle solaire zénithal et du temps. Les mesures effectuées le matin (en bleu) ont été différenciées de celles effectuées l'après midi (en rouge).

Les différences observées entre les mesures du matin et celles de l'après midi pourraient être expliquées par une mauvaise référence temporelle. Il est possible que le réglage de l'heure de l'ordinateur de contrôle du spectromètre ne soit pas rigoureusement à l'heure TU. On a effectué, pour le même jour de mesure, deux calculs d'angles solaires zénithaux avec des références temporelles décalées de 5 minutes. Les résultats des comparaisons sont présentés sur la figure 5.22. Les couleurs permettent de distinguer le matin de l'après midi. Nous nous intéressons plus particulièrement au graphique en haut à droite. Il représente la différence des termes $1/\cos(\theta_z)$ qui permettent de calculer la longueur du trajet optique en fonction de l'angle solaire zénithal θ_z. Cette différence est égale à la proportion d'erreur de trajet que l'on fait en n'utilisant pas la bonne référence temporelle. L'erreur est symétrique par rapport à midi. Dans le cas d'une erreur de +5 minutes, elle est négative avant midi est positive après. Du fait de l'erreur, le trajet est sous-estimé le matin, ce qui se traduit par des concentrations retrouvées surestimées, et il est surestimé l'après midi ce qui engendre des concentrations retrouvées sous-estimées. Pour un décalage de 5 minutes et un angle solaire zénithal de 36 $^\circ$, nous estimons l'erreur de calcul de la distance parcourue par la lumière à environ ± 1 % de

la distance totale. Le signe de l'erreur change si l'on se place avant ou après midi. Cette erreur n'est pas négligeable quand on cherche à mesurer la concentration en dioxyde de carbone avec une erreur inférieure à 1 %. L'allure de la courbe des différences des facteurs $1/\cos(\theta_z)$ présente des similitudes avec la courbe des concentrations retrouvées en fonction de l'angle solaire zénithal (courbe 5.21). Le changement de signe, autour de midi, de l'erreur de calcul du trajet de la lumière laisse envisager qu'elle puisse être à l'origine du défaut de mesure du dioxyde de carbone. Il est probable que la référence temporelle utilisée pour les mesures avance sur l'heure TU.

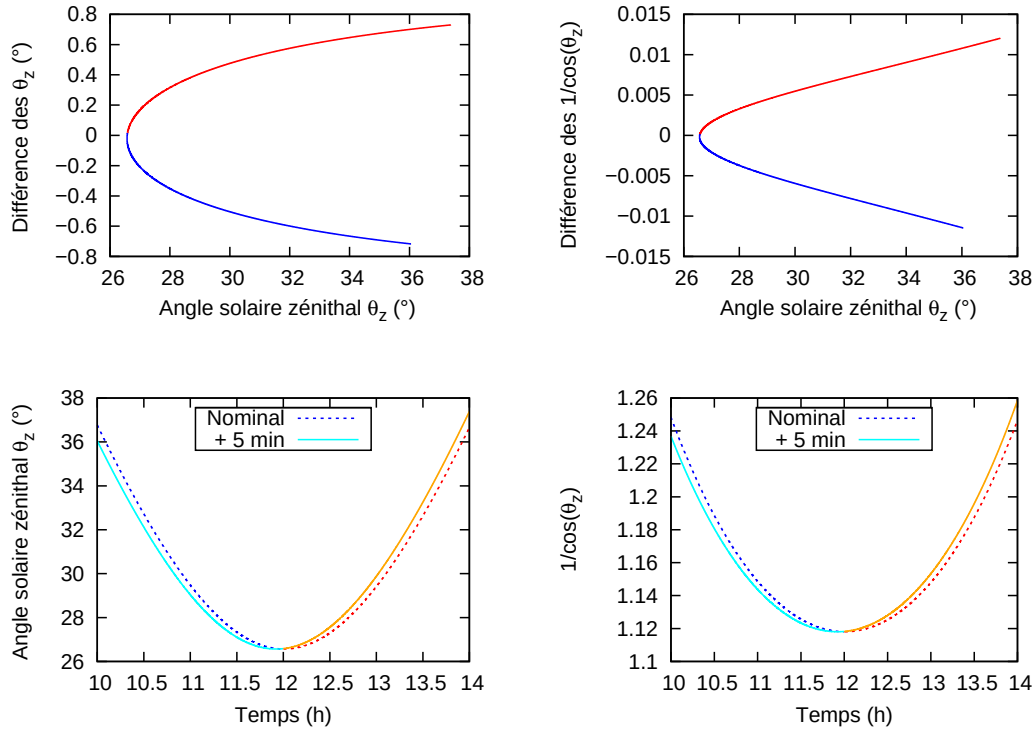

FIG. 5.22 – Simulation de l'effet d'une erreur de référence temporelle sur le calcul de l'angle solaire zénithal et du trajet de la lumière dans l'atmosphère. L'erreur de référence temporelle est égale à 5 minutes. Le graphe en bas à gauche présente les deux séries d'angles solaires zénithaux calculés pour les deux références temporelles décalées. Le graphe en haut à gauche représente les différences entre les angles solaires zénithaux calculés, c'est-à-dire les erreurs de calcul. Le graphe en bas à droite représente les deux facteurs $1/\cos(\theta_z)$, proportionnels au trajet parcouru par la lumière. La différence entre ces facteurs est tracée sur le graphe en haut à droite.

On estime l'erreur de référence temporelle à +4 minutes pour les mesures du 6 août. Cette valeur a été trouvée par tâtonnement en substituant les *a priori* par d'autres calculés à des instants précédents. On a retraité les interférogrammes mesurés ce jour en prenant les *a priori* calculés 4 minutes avant l'heure des mesures. Par simplicité, on a repris le jeu d'*a priori* calculés avec la mauvaise référence temporelle mais en décalant les numéros des *a priori*. Seuls les six premiers interférogrammes ne sont pas inversés

en l'absence d'*a priori*. Les résultats d'inversion des interférogrammes du 6 août sont représentés sur la figure 5.23. La prise en compte d'une avance de 4 minutes permet un gain en stabilité. La dérive de la concentration en dioxyde de carbone est corrigée. Les différents paramètres de caractérisation des inversions du 6 août sont donnés dans le tableau 5.2. On y compare les résultats avant et après correction de la référence temporelle. La concentration moyenne d'inversion reste la même. Par contre, la dérive est fortement réduite, ce qui a un impact immédiat sur l'écart-type. L'écart-type est réduit d'un facteur 2. Il passe de 2,1 ppm avant la correction à 1,1 ppm après. On approche des niveaux de stabilité que l'on cherche à atteindre. La dérive diminue en valeur absolue d'un facteur 10. Le gain est ici considérable.

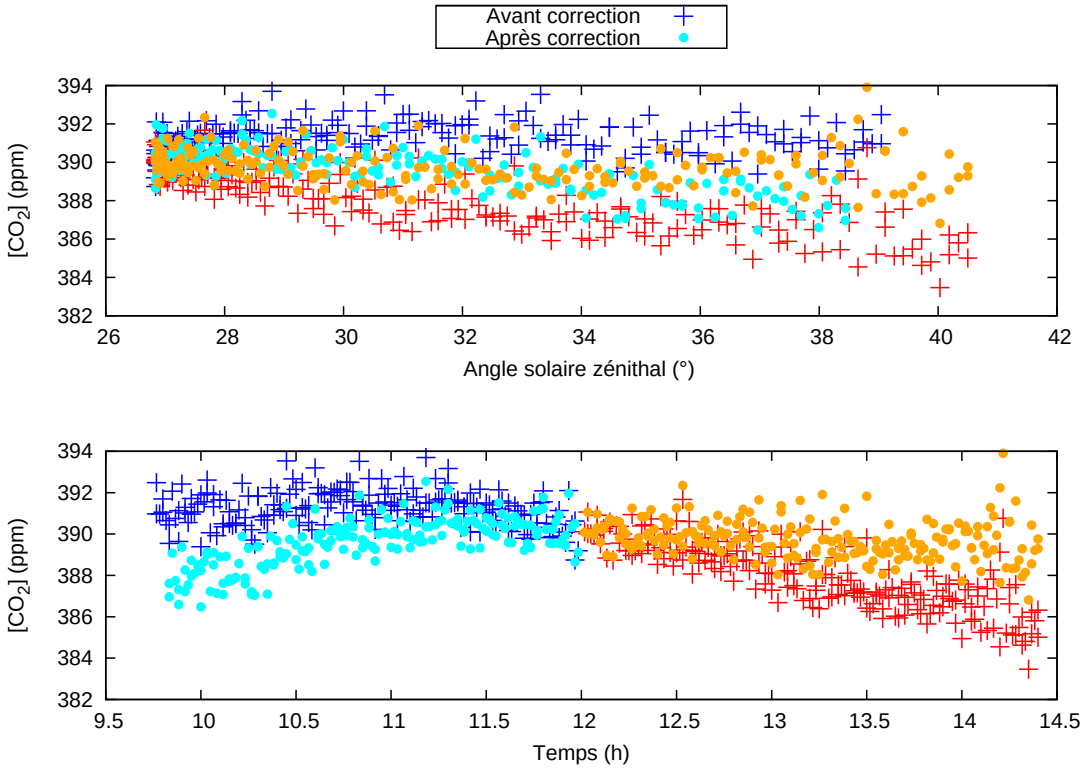

FIG. 5.23 – Concentration en dioxyde de carbone retrouvée pour les mesures du 6 août 2008 lorsque l'on corrige la référence temporelle. Les mesures du matin sont tracées en bleu et en cyan. Celles de l'après midi sont représentées en rouge et en orange. Les concentrations avant correction sont reprises de la figure 5.21.

A partir de ces résultats, on a supposé que la référence temporelle de toutes les mesures avançait de 4 minutes. On a retraité l'ensemble des mesures en prenant en compte ce décalage. Les caractéristiques de toutes les séries journalières de mesures sont représentées sur la figure 5.24. On confronte les résultats obtenus avant correction de la référence temporelle de modélisation à ceux obtenus après. Pour la moyenne journalière des concentrations, les différences entre les mesures non corrigées et les mesures corrigées

Paramètres	Avant la correction		Après la correction	
Moyenne	389,6	ppm	389,7	ppm
Ecart-type	2,1	ppm	1,1	ppm
Dérive	-1,3	ppm/h	0,1	ppm/h

TAB. 5.2 – Effets sur les mesures de la correction de la référence temporelle de modélisation

sont minimes. On s'attendait à cela dans la mesure où la correction n'engendre pas de variation de la concentration en moyenne mais améliore sa stabilité. En ce qui concerne les écarts-types et les dérives des séries temporelles de la concentration en CO_2, on n'observe pas une diminution généralisée. La correction n'améliore pas l'ensemble des mesures comme elle le fait pour la série du 6 août. Au contraire, pour la plupart des journées de mesure, la correction de la référence temporelle dégrade la stabilité de la série des concentrations. Il semblerait que l'erreur de référence temporelle ne soit pas constante. Il n'y a pas un décalage commun pour toutes les mesures. Au vu des statistiques journalières des inversions, on a décidé de conserver les mesures sans correction de la référence temporelle pour la suite de l'étude.

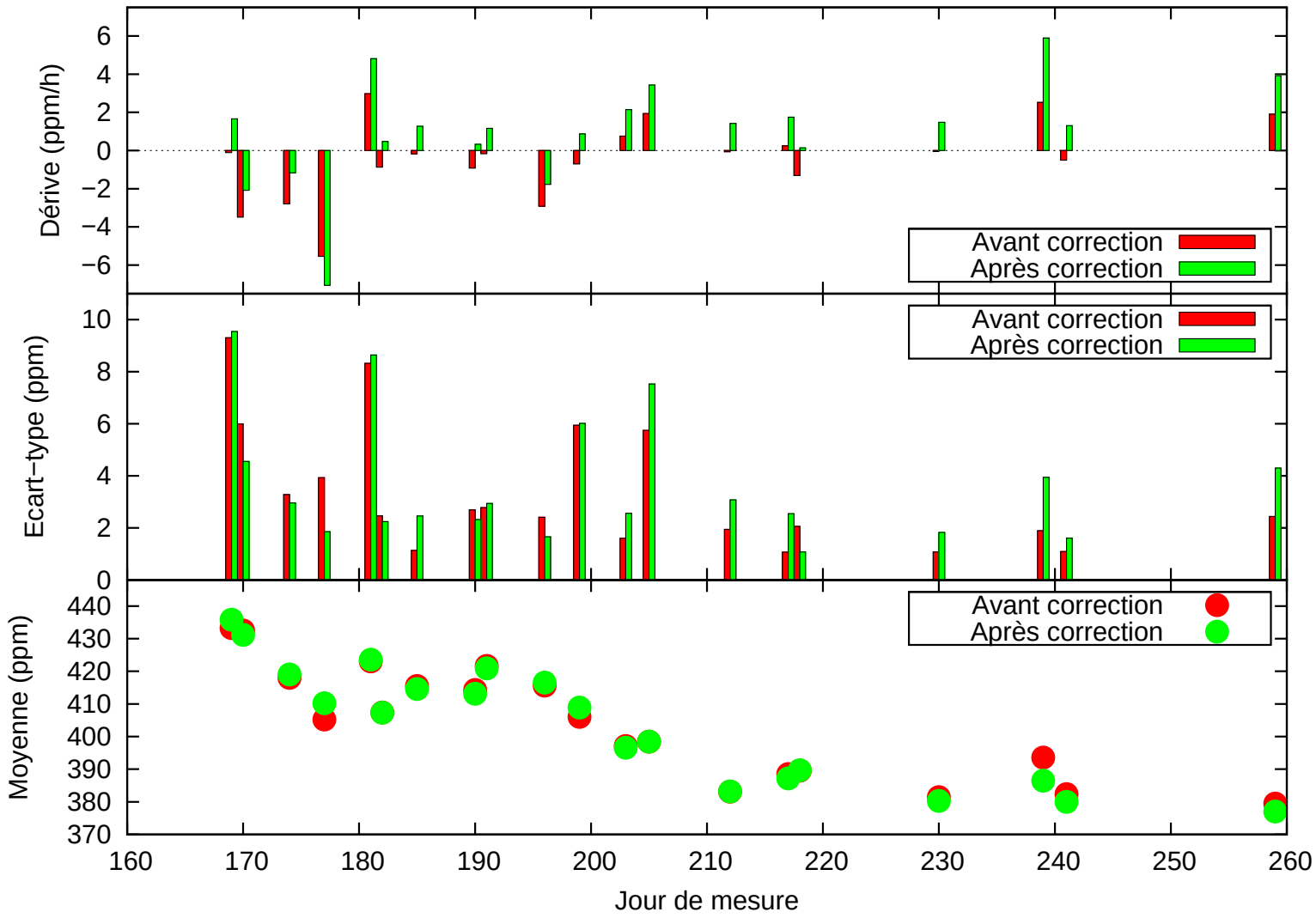

FIG. 5.24 – Comparaison des critères d'étude des séries journalières d'inversion du dioxyde de carbone lorsque l'on corrige la référence temporelle. Les critères avant correction sont tracés en rouges. Ceux après correction sont représentés en vert.

Une nouvelle source d'erreur de mesure de la concentration en dioxyde de carbone vient d'être mise en évidence. Un mauvais réglage de la référence temporelle pourrait engendrer des variations artificielles de la concentration. Le 6 août n'est pas la seule journée qui présente un défaut de mesure tel que celui mis en évidence sur la figure 5.21. Cependant, la correction de la référence temporelle adaptée à la série du 6 août n'est pas valable pour les autres journées de mesure. Il semblerait que le décalage temporel ne soit pas commun à toutes les mesures, si l'hypothèse d'un décalage est la bonne. Suite à cette étude, on a vérifié le réglage de l'horloge de référence du laboratoire. Celle-ci retarde de 3 minutes sur l'heure exacte. Afin de lever le doute sur une erreur de référence temporelle, il est souhaitable de mieux maîtriser ce paramètre à l'avenir. On pourra par exemple assurer le bon réglage de l'heure en connectant l'ordinateur de contrôle du spectromètre à un service en ligne de maintien à l'heure exacte. On peut remarquer que cette erreur de mesure démontre de manière indirecte la sensibilité de l'instrument. Il est sensible à une erreur de modélisation de quelques minutes. Le signal artificiellement généré par cette erreur est « vu » par le spectromètre. Pour la mesure du 6 août 2008, les 4 ppm générés artificiellement sont retrouvés avec une erreur de l'ordre de 1 ppm.

L'étude préliminaire des mesures de la campagne a permis de distinguer trois journées aberrantes. Les causes des erreurs de mesure sont connues. Cette étude montre également une amélioration des propriétés des mesures à partir du jour 210. On l'attribue à l'amélioration de la configuration instrumentale qui permet de stabiliser l'environnement thermique de l'interféromètre. La disposition de masques et baffles supprimant la lumière parasite fait varier le niveau moyen des concentrations retrouvées. On a pu observer l'influence des déformations de l'interféromètre sur les résultats d'inversion. Les déformations du cœur interférométrique engendrent des instabilités de mesure du dioxyde de carbone. On attribue les déformations aux variations thermiques au sein de l'interféromètre. Une possibilité réelle de diminution des déformations dues aux dérives thermique serait la suppression de la poutre en invar. Enfin, nous avons également vu que la modélisation nécessaire à l'inversion des mesures était également une source d'erreur. Une mauvaise référence temporelle des mesures génère des défauts de connaissance de la colonne *a priori*. Ceci se traduit par des erreurs supérieures à 1 ppm pour une journée de mesure donnée.

Le paragraphe suivant compare les propriétés des mesures à celles de données de référence.

5.4.2 Comparaison des mesures à des mesures et des modélisations de référence

Les résultats de la campagne de mesure sont ici comparés à deux références. Il s'agit de mesures ainsi que de données fournies par un modèle de transport atmosphérique. Les mesures de référence sont effectuées selon la même méthode expérimentale mais avec une chaîne instrumentale différente. Le spectromètre ainsi que le code d'inversion sont différents. Le site de mesure est situé à Park Falls dans le Winsconsin aux Etats-Unis. On dispose des mesures des années 2004 et 2005. Les concentrations issues du modèle de transport atmosphérique Chimere ont été calculées à Toulouse pour les années 2005

et 2006 [VBBM07]. Notons que les flux de surface qui sont utilisés comme conditions aux limites du modèle de transport ont été optimisés pour bien représenter les concentrations mesurées au sol. Le modèle sert en quelque sorte d'interpolateur entre les stations, et d'extrapolateur depuis la surface vers les couches plus élevées de l'atmosphère. On ne dispose pas de données pour l'année 2008. Cependant, pour des critères tels que la variation de la concentration sur une période de temps donnée, ses écarts-types journaliers ou ses tendances journalières, on ne s'attend pas à voir des différences importantes d'une année à l'autre. Les comparaisons seront basées sur ces critères. On cherchera à déduire de celles-ci une évaluation de la qualité des mesures du dioxyde de carbone à l'aide du spectromètre par transformation de Fourier statique.

La figure 5.25 compare les concentrations en dioxyde de carbone retrouvées, avec les concentrations de référence. Plus précisément, on a représenté les anomalies de concentration définies comme les concentrations auxquelles on retranche la moyenne de la série. Les données sont représentées à l'échelle de l'année. Les points de mesures de la campagne ne sont répartis que sur la période estivale (graphique du haut). Par contre, pour les références, on dispose de données pour des périodes plus longues couvrant l'année. On distingue le cycle annuel du CO_2 sur les concentrations issues du modèle Chimere (graphique du bas), comme sur les mesures de Park Falls (graphique central). Cela se traduit par une montée de la concentration durant l'automne et l'hiver et par une chute de celle-ci durant le printemps et l'été. Ce cycle reflète l'activité de la végétation qui pompe du carbone pour la photosyntèse au printemps et en été. Le reste du temps, les autres processus naturels, en particulier la respiration des végétaux, ne sont plus compensés par la photosynthèse et provoquent une remontée de la concentration en dioxyde de carbone. Le cycle du CO_2 est plus marqué sur les mesures de Park Falls que sur les estimations du modèle Chimere. L'amplitude de la variation de la concentration due au cycle est d'environ 8 ppm en sortie de Chimere alors qu'elle est voisine de 13 ppm à Park Falls. Cette différence peut être expliquée par la différence d'environnement entre Toulouse et Park Falls. Le site de mesure de Park Falls est situé dans une région forestière contrairement à Toulouse. La végétation alentour contribue à accentuer le cycle du carbone à Park Falls.

Si l'on s'intéresse aux mesures effectuées avec le spectromètre par transformation de Fourier statique, on constate, tout d'abord, que l'amplitude de la variation des concentrations en dioxyde de carbone est beaucoup plus grande que celles des références. Pour une période plus courte qu'un demi cycle, la concentration varie d'environ 30 ppm. Comme nous l'avons vu au paragraphe 5.4.1.2, on peut partager la campagne de mesure en deux périodes. La majeure partie de la variation semble consécutive au passage d'une période à l'autre. On pense qu'elle est attribuable à la modification de la configuration instrumentale. Il est certain qu'une telle variation ne peut avoir d'origine naturelle.

La figure 5.26 compare les mesures aux références sur un intervalle de temps resserré, centré sur les jours de mesure. Cet intervalle correspond à la partie grisée de la figure 5.25. Les tendances de la concentration en dioxyde de carbone ont été calculées pour la durée de la campagne complète, ainsi que pour les deux périodes de la campagne (avant et après le jour 210). Les valeurs trouvées pour la campagne et les références sont regroupées dans le tableau 5.3. On peut constater une cohérence entre les données de

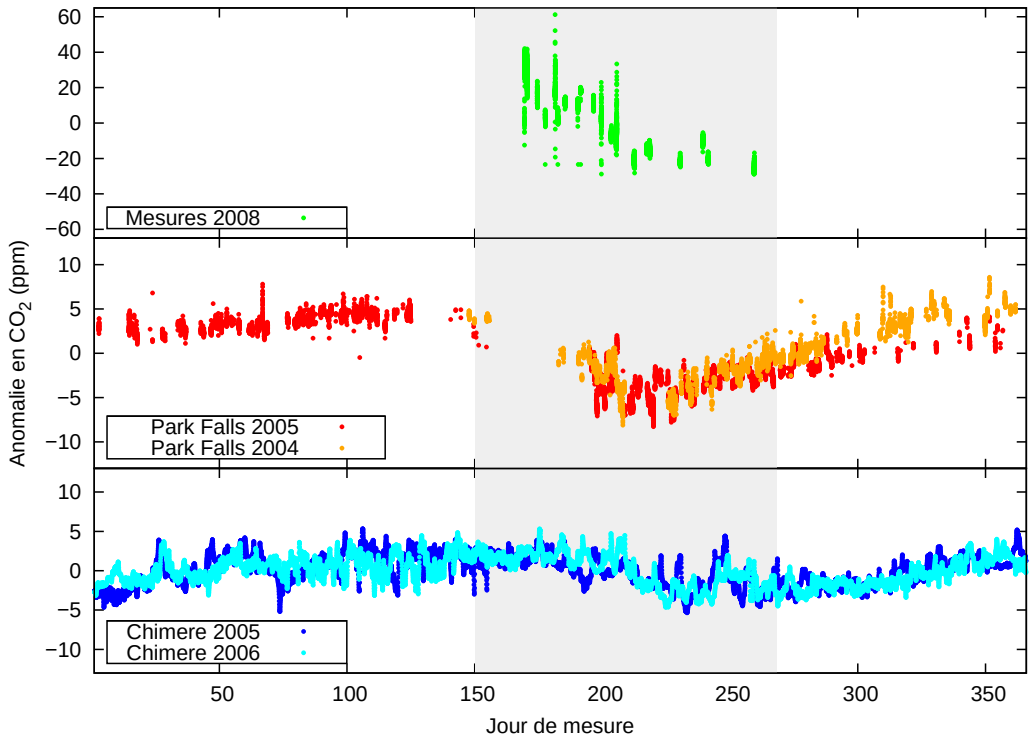

FIG. 5.25 – Comparaison des concentrations en dioxyde de carbone mesurées aux concentrations de référence pour une échelle temporelle de tracé d'un an

référence. Quelle que soit la période considérée, les signes des tendances sont identiques pour les références. On constate qu'elles sont quasi nulles pour les données fournies par le modèle Chimere. Les différences d'amplitude entre les tendances calculées pour les deux références peuvent trouver leur explication dans la différence de nature des lieux de mesure. La présence de forêts autour de Park Falls peut engendrer les différences observées. Cette hypothèse a déjà été émise pour les amplitudes des cycles. Comparons maintenant les tendances des mesures aux références. La tendance de la période totale est largement plus grande pour les mesures avec le spectromètre par transformation de Fourier statique. Ceci est principalement dû aux différences de concentration moyenne entre la première période de mesure et la deuxième. Pour la première période, la décroissance marquée de la concentration est également sans commune mesure avec les tendances constatées pour les références. En ce qui concerne la deuxième période de la campagne, l'amplitude de la tendance est plus petite. Elle devient comparable en valeur absolue aux tendances mesurées à Park Falls. Cependant, le signe de la tendance est opposé à celui des tendances des références pour la même période. Ceci amène à penser que les mesures ont été stabilisées pour la deuxième période mais pas encore suffisamment pour observer les tendances de la concentration sur une échelle de temps d'une cinquantaine de jours. Cette conclusion est d'autant plus vraie si l'on considère les données du modèle Chimere qui simulent les concentrations au dessus de Toulouse. Pour celles-ci, les tendances sont inférieures d'un ordre de grandeur à celle mesurée avec le spectromètre.

Mesures

Année	Total	Période 1	Période 2
2008	$-0{,}6$ ppm/j	$-0{,}8$ ppm/j	$-0{,}1$ ppm/j

Park Falls

Année	Total	Période 1	Période 2
2004	$-0{,}01$ ppm/j	$-0{,}11$ ppm/j	$0{,}13$ ppm/j
2005	$-4 \cdot 10^{-3}$ ppm/j	$-0{,}23$ ppm/j	$0{,}05$ ppm/j

Chimere

Année	Total	Période 1	Période 2
2005	$-0{,}04$ ppm/j	$-0{,}07$ ppm/j	$0{,}02$ ppm/j
2006	-0.06 ppm/j	$-0{,}04$ ppm/j	$0{,}03$ ppm/j

TAB. 5.3 – Comparaison des tendances de la concentration en dioxyde de carbone pour différents intervalles de temps. La période totale est comprise entre les jours 169 et 259. La période 1 est comprise entre les jours 169 et 205 et la période 2 entre les jours 212 et 259.

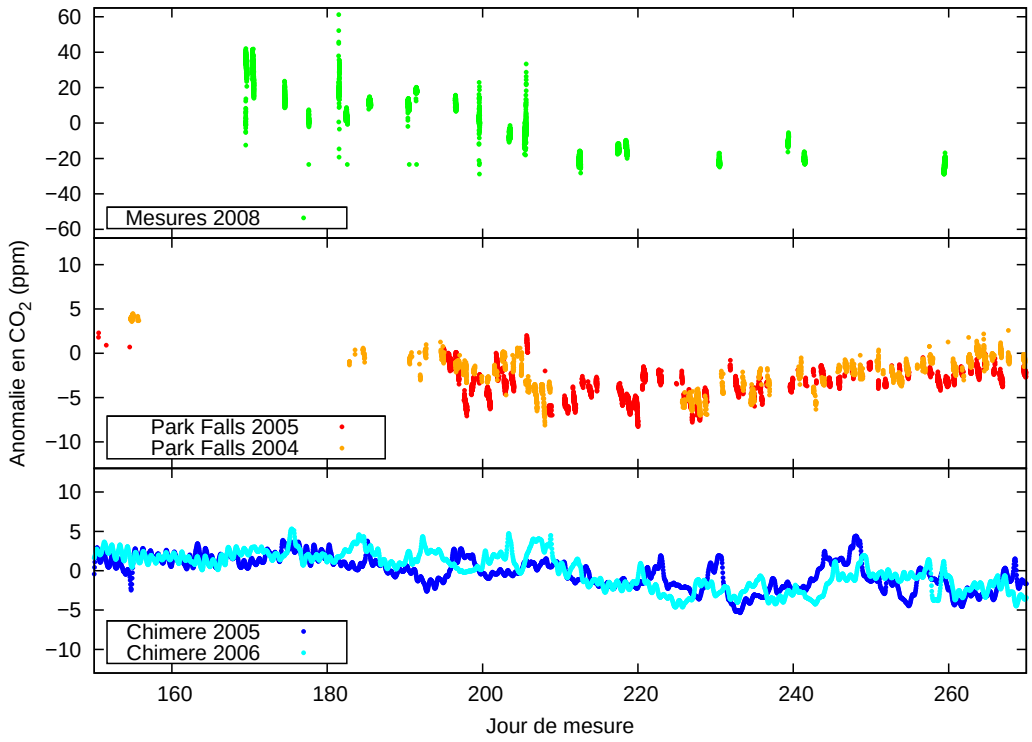

FIG. 5.26 – Comparaison des concentrations en dioxyde de carbone mesurées aux concentrations de référence pour une échelle temporelle de tracé d'une centaine de jours

La figure 5.27 confronte les tendances journalières de la concentration en dioxyde de carbone. Pour les références, elles ont été calculées aux heures typiques de mesure, à savoir entre 8h30 et 15h30 en heure TU. Pour les mesures de Park Falls, seules les tendances des jours présentant des mesures dans ce créneau sont représentées. En premier lieu, on constate que les tendances journalières de la campagne sont supérieures en valeur absolue à celles des références. La moyenne des valeurs absolues des tendances est égale :

- à 1,5 ppm/h pour toute la campagne et à 0,94 ppm/h si l'on ne considère que la deuxième période
- à 0,36 ppm/h pour les données de Park Falls
- à 0,13 ppm/h pour le modèle Chimere.

La tendance moyenne est réduite si l'on ne considère que la deuxième partie des mesures. Elle demeure cependant considérablement supérieure aux tendances des références. Elle est environ 4 fois plus importante que la tendance moyenne observée à Park Falls et 7 fois plus grande que celle calculée à partir des estimations du modèle Chimere. La tendance moyenne des données de Chimere est censée être plus représentative des tendances effectivement mesurables à Toulouse. La précision de mesure du spectromètre par transformation de Fourier statique n'est pas suffisante pour observer des tendances aussi faibles.

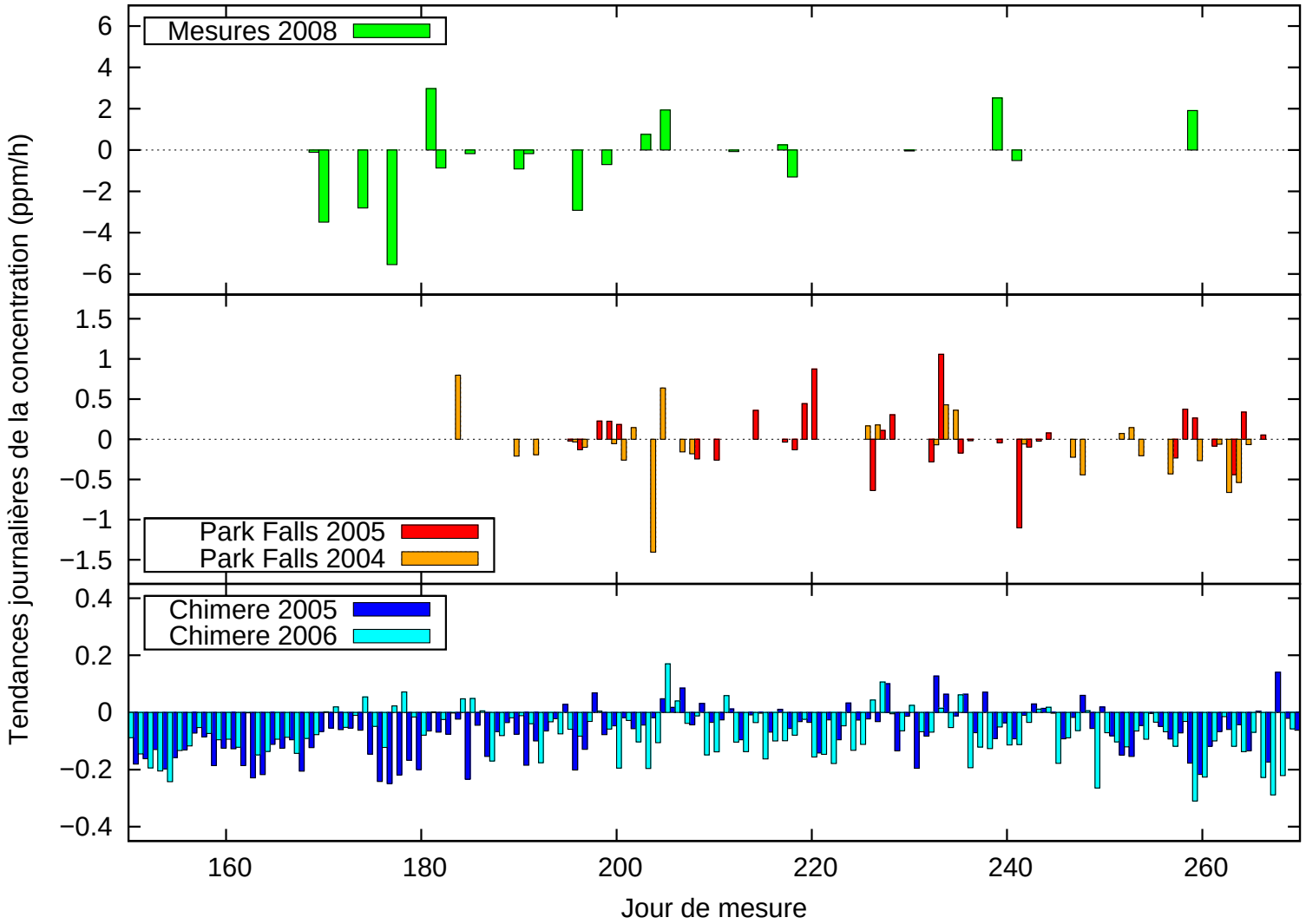

FIG. 5.27 – Tendances journalières des concentrations en dioxyde de carbone mesurées, issues des données de Park Falls et du modèle Chimere.

La figure 5.28 représente les écarts-types journaliers. Ceux-ci sont une évaluation de la stabilité de la mesure, en considérant la concentration stable sur des intervalles de temps relativement courts (quelques heures). Cette hypothèse de stabilité à court terme n'est pas rigoureusement exacte, mais l'écart-type des séries reste un bon indicateur pour au moins mettre en évidence des mesures trop instables. Il ressort immédiatement que les écarts-types des mesures sont bien trop grands en comparaison avec ceux des références. En moyenne, ils sont égaux :

- à 3,3 ppm pour toute la campagne et 1,7 ppm pour la deuxième période des mesures
- à 0,27 ppm pour les mesures de Park Falls
- à 0,30 ppm pour les estimations du modèle Chimere.

Même en se restreignant à la deuxième moitié de la campagne de mesure, les écarts-types journaliers restent en moyenne supérieurs à ceux des références d'un facteur 6. On remarquera que les écarts-types des mesures de Park Falls et des estimations du modèle Chimere sont du même ordre de grandeur. L'étude des écarts-types journaliers, comme celle des tendances journalières, démontre l'instabilité des mesures. Celle-ci provoque des défauts de mesure de l'ordre de 10 fois supérieurs aux variabilités à court terme de la concentration en dioxyde de carbone.

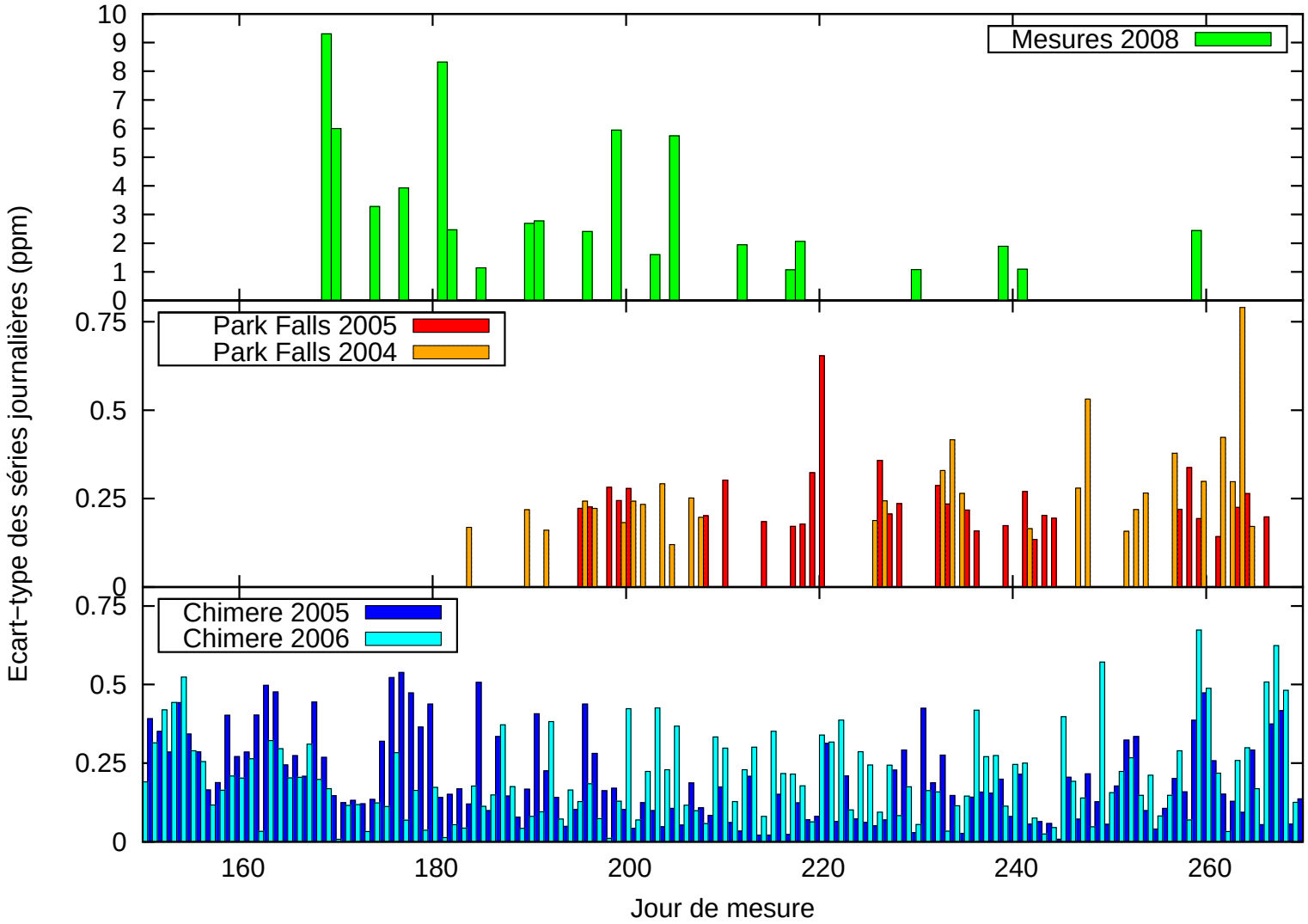

FIG. 5.28 – Ecarts-types journaliers des concentrations en dioxyde de carbone mesurées, issues des mesures de Park Falls et du modèle Chimere.

Au terme de l'analyse des résultats de la campagne de mesure, il apparaît que le spectromètre par transformation de Fourier statique, développé pour la mesure au sol du dioxyde de carbone atmosphérique, ne permet pas d'atteindre les objectifs de précision espérés initialement. Les mesures présentent des instabilités supérieures à 1 ppm. De plus, les propriétés des mesures sur le long terme ne sont pas non plus compatibles avec notre connaissance de la variabilité du dioxyde de carbone atmosphérique. On observe des variations dont l'amplitude est nettement supérieure à celle mesurée par un instrument similaire aux Etats-Unis, ou bien simulée par un modèle de transport, dont les conditions aux limites sont contraintes par les observations de surface. Les défauts à long terme mettent en évidence probablement des défauts d'étalonnage. D'un jour sur l'autre, on ne peut pas garantir une reproductibilité des mesures compatible avec la précision désirée. Nous avons démontré que les déformations de l'interféromètre constituent une importante source d'erreur de mesure du dioxyde de carbone. La principale perspective d'amélioration des mesures réside dans la suppression de la poutre en invar. Ceci rendrait le cœur interférométrique moins sensible aux dérives thermiques de son environnement. Il serait alors moins susceptible de se déformer.

Conclusions et perspectives

Les travaux présentés dans cette thèse ont porté sur un spectromètre par transformation de Fourier statique reposant sur un concept novateur développé par le CNES. L'encombrement et la masse d'un tel spectromètre statique sont réduits par rapport à ceux des spectromètres classiques. L'instrument est compatible avec un emport sur un microsatellite. De ce fait, il permet d'envisager une mission de mesure par une constellation de satellites.

On a étudié l'application particulière du concept de spectromètre par transformation de Fourier statique à la mesure du dioxyde de carbone atmosphérique. L'objectif de la mesure consiste à retrouver la concentration moyenne ou intégrée sur la colonne avec une erreur inférieure à 1 ppm. Cette erreur représente environ 0,3 % de la concentration de fond égale à 380 ppm.

Les travaux ont porté sur la faisabilité de la mesure à l'aide d'une maquette au sol du spectromètre. Un interféromètre reposant sur le concept instrumental a été spécifiquement développé à cet effet. L'instrument est sensible dans une bande d'absorption du dioxyde de carbone, autour de 1,6 μm (6360 cm^{-1}). Le concept instrumental impose une bande spectrale de mesure étroite, sélectionnée par un filtre passe-bande. Dans notre cas, la largeur de la bande de mesure est d'environ 6 nm (23 cm^{-1}). Le cœur interférométrique présente une configuration mécanique monolithique où l'on a généralisé les liaisons par adhérence moléculaire. On a ainsi cherché à limiter les déformations de l'interféromètre dues aux variations thermiques de son environnement. Un composant spécifique a été défini et intégré dans le cœur interférométrique. Il s'agit de la lame modulatrice, dont la rotation génère des décalages en différence de marche. Ces décalages sont de l'ordre de la fraction de longueur d'onde (typiquement le quart). On utilise la lame modulatrice durant les mesures ainsi que pour certains étalonnages.

Des méthodes d'étalonnage spécifiques à l'instrument ont été mises en place. L'étalonnage spatial est un point important car les interférogrammes en sortie d'instrument sont échantillonnés spatialement. On s'est inspiré de méthodes généralement appliquées en imagerie pour l'inter-étalonnage des pixels du détecteur matriciel. L'étalonnage des différences de marche repose sur une méthode interférométrique à plusieurs longueurs d'onde. Il permet de mesurer de manière absolue les différences de marche générées par les miroirs à échelettes. La procédure d'inversion des mesures a également été définie spécifiquement pour l'exploitation du spectromètre. On pratique les inversions directement sur les interférogrammes. Les études de sensibilité de l'inversion, faites par simulation, ont montré qu'un échantillonnage de l'interférogramme irrégulier mais optimisé pour

la mesure permettait d'améliorer la précision d'inversion. De ce fait, l'échantillonnage des interférogrammes a été en partie optimisé pour la mesure du dioxyde de carbone. On exploite le signal issu des échelettes d'étalonnage qui suréchantillonnent l'interférogramme au niveau d'une zone d'intérêt pour la restitution du CO_2. La procédure d'inversion prend en compte les déformations de corps rigide de l'interféromètre ainsi que la réflectance de la scène.

L'instrument a été caractérisé selon différents critères. Les rapports signal à bruit mesurés dans les interférogrammes sont de l'ordre de 4000. Ceux mesurés dans les spectres sont supérieurs à 300. Les rapports signal à bruit dépassent les objectifs fixés au départ pour la maquette. Le nombre de degrés de liberté pour le signal est voisin de 2. Il est supérieur à l'objectif de 1, nécessaire pour la mesure de la concentration en colonne. La fonction de poids fait apparaître une sensibilité plus importante dans la région des des pressions atmosphériques supérieures à 300 hPa. La sensibilité est quasi constante dans cette région de l'atmosphère. La fonction de poids est en adéquation avec l'objectif de mesure dans la basse atmosphère. Une étude de sensibilité de la procédure d'inversion montre que l'on peut espérer retrouver la concentration en dioxyde de carbone avec une erreur inférieure au seuil de 1 ppm. L'étude de la stabilité des différences de marche a révélé qu'un des composant du cœur interférométrique se tordait. On observe des déformations différentes de celles de corps rigide. On explique les déformations mesurées par l'hétérogénéité des matériaux constituant le l'interféromètre. A l'exception d'une poutre en invar, le cœur interférométrique est réalisé en silice. L'invar et la silice n'ont pas les mêmes propriétés thermoélastiques. Il en résulte des différentiels de déformation probablement à l'origine des torsions.

Une campagne de mesure du dioxyde de carbone atmosphérique a été menée durant environ 3 mois. Dans l'ensemble, les résultats de mesure présentent des erreurs significatives en sortie de l'algorithme d'inversion. On a mis en évidence que les déformations participaient de façon significative à l'erreur de mesure. En particulier, les déformations d'ordre supérieur, qui ne sont pas prises en compte dans l'inversion, faussent les mesures. La lumière parasite pourrait également constituer une source d'erreur lors de l'inversion. Quelques journées de mesures présentent toutefois de bons résultats. La stabilité des concentrations est alors comparable à celle observée sur des mesures de référence. L'écart-type journalier des concentrations retrouvées est alors inférieur à 1 ppm. Les inversions de la campagne de mesure présentent deux périodes aux propriétés différentes. La deuxième période est plus stable. On attribue l'augmentation de la stabilité des mesures à la fermeture du capotage de l'interféromètre à l'aide d'un hublot. Cette amélioration de l'instrument a probablement contribué à limiter les dérives thermiques du cœur interférométrique et de ce fait ses déformations. L'étude à long terme des inversions révèle un défaut de stabilité entre les différents jours de mesure. Ce défaut est trop important pour pouvoir dégager une tendance exploitable à partir de la série temporelle de la concentration en CO_2 mesurée.

Nous avons démontré que l'instrument permettait d'atteindre le niveau de précision requis pour l'inversion du dioxyde de carbone, de manière ponctuelle mais non reproductible d'un jour à l'autre. Il reste maintenant à obtenir ce type de résultat de manière systématique. La principale perspective d'amélioration consiste à supprimer la poutre en

invar, dont on pense qu'elle est à l'origine des déformations de l'interféromètre d'ordre supérieur, ainsi que d'une part non négligeable des déformations de corps rigide. Une fois cette modification de la configuration instrumentale effectuée, il est recommandé de répéter la campagne de mesure. Le maître mot pour une nouvelle campagne serait la stabilité. Il faudrait s'assurer de la meilleure stabilité mécanique et opératoire de l'instrument. La campagne de mesure serait l'occasion de confirmer l'hypothèse attribuant une part importante des erreurs à la poutre en invar. On pourrait également étudier plus précisément le rôle de la lumière parasite sur la précision de mesure. Il faudrait multiplier le nombre de jours de mesure afin de distinguer les tendances à long terme de la concentration. L'étude comparative des mesures et des données de référence pourrait être reprise. Les résultats contribueraient à affiner les conclusions quant à la faisabilité de la mesure du dioxyde de carbone à l'aide du spectromètre par transformation de Fourier statique.

Annexe A

Détermination et résolution de l'équation de transfert radiatif

Cette annexe détaille les développements mathématiques des résultats généraux, en physique du transfert radiatif, donnés au paragraphe 4.2.1.1. On a suivi les méthodes de calcul couramment utilisées dans ce domaine. On pourra se reporter à [Len93], à [DMP05] ainsi qu'à [Duf03] pour compléter cette annexe.

La théorie du transfert radiatif permet de calculer les fluctuations d'un rayonnement se propageant dans un milieu. On peut ainsi évaluer la valeur de la luminance en tous points de l'espace. Ceci passe, dans un premier temps, par l'écriture de l'équation de transfert radiatif, qui prend en compte les phénomènes influant sur le rayonnement. Ces phénomènes sont l'absorption, la diffusion et l'émission. Ensuite, l'équation de transfert radiatif est résolue. On donne l'expression de la luminance dans un cas simplifié afin d'illustrer le lien entre l'absorption et la concentration en dioxyde de carbone. L'expression analytique de la luminance est également calculée dans un cas plus général.

A.1 L'équation de transfert radiatif

L'équation de transfert radiatif s'obtient en effectuant un bilan d'énergie pour la traversée d'une couche d'air infinitésimale. Le flux lumineux entrant dans la couche est susceptible d'être modifié par l'absorption, la diffusion et l'émission de lumière.

Afin de représenter le rayonnement en fonction de la direction de propagation et de la longueur d'onde, on utilise la luminance spectrale énergétique. La luminance incidente en $\vec{r}$ se propageant dans le direction $\vec{n}$ est notée $L_\sigma(\vec{r},\vec{n})$. La figure A.1 représente le cas d'étude d'une tranche d'air.

En sortie de la tranche d'air, la luminance est :

$$L_\sigma(\vec{r}+\mathrm{d}\vec{r},\vec{n}) = L_\sigma(\vec{r},\vec{n}) + \mathrm{d}L_\sigma^{ext} + \mathrm{d}L_\sigma^{dif} + \mathrm{d}L_\sigma^{emi} \tag{A.1}$$

avec $\mathrm{d}L_\sigma^{ext}$ la luminance perdue dans la tranche, $\mathrm{d}L_\sigma^{dif}$ la luminance diffusée dans la direction $\vec{n}$ gagnée dans la tranche et $\mathrm{d}L_\sigma^{emi}$ la luminance émise par la tranche dans la direction $\vec{n}$ au nombre d'onde σ. Pour la suite de la démonstration on ne notera plus la

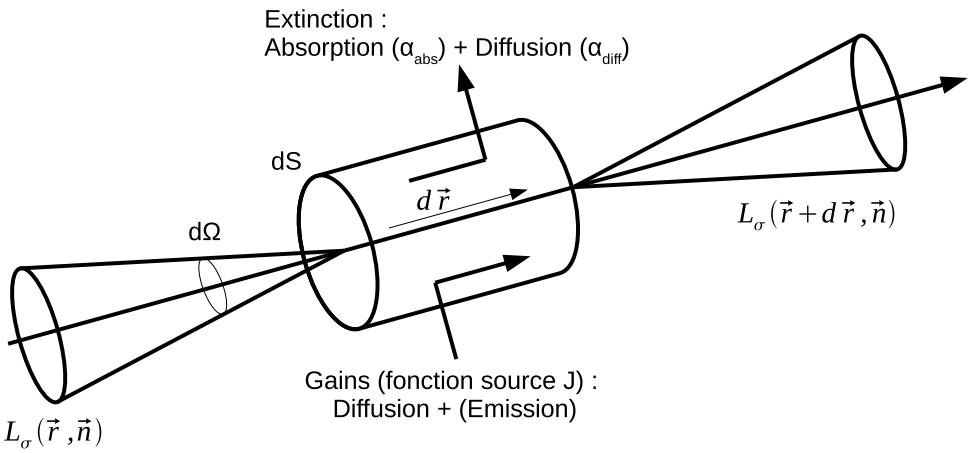

FIG. A.1 – Transfert radiatif à travers une tranche d'air infinitésimale

dépendance en nombre d'onde représentée par la variable spectrale σ en indice, même si on continue à manipuler des luminances monochromatiques.

Le terme d'extinction est dû à deux phénomènes : d'une part l'absorption de la lumière incidente, et d'autre part, la diffusion de la lumière incidente dans d'autres directions que la direction considérée. Sa modélisation fait intervenir le coefficient d'absorption moléculaire α^{abs} ainsi que le coefficient de diffusion α^{dif}. On définit également un coefficient d'extinction $\alpha^{ext} = \alpha^{abs} + \alpha^{dif}$. Ceux-ci, appliqués à la luminance incidente, permettent d'écrire la luminance perdue par unité de longueur $\mathrm{d}s = \vec{n} \cdot \mathrm{d}\vec{r}$:

$$\mathrm{d}L^{ext} = -\alpha^{abs} L(\vec{r},\vec{n})\mathrm{d}s - \alpha^{dif} L(\vec{r},\vec{n})\mathrm{d}s \tag{A.2}$$

Le gain par diffusion fait intervenir à nouveau le coefficient de diffusion, ainsi que la fonction de phase de diffusion $p(\vec{n},\vec{n_i})$ qui décrit le caractère directionnel de la diffusion. C'est la probabilité qu'un photon provenant de la direction $\vec{n}_i$ et diffusé, le soit dans la direction $\vec{n}$. La fonction de phase dépend de la direction incidente et de la direction de diffusion. Généralement, certaines directions de diffusion sont privilégiées. Pour une diffusion dans la direction $\vec{n}$, on a :

$$\mathrm{d}L^{dif} = \frac{\alpha^{dif}}{4\pi}\left[\int_{4\pi} p(\vec{n},\vec{n_i}) L(\vec{r},\vec{n_i})\,\mathrm{d}\Omega_i\right]\mathrm{d}s \tag{A.3}$$

L'intégrale est effectuée suivant toutes les directions incidentes. Le facteur 4π au dénominateur normalise la fonction de phase.

Enfin, concernant le gain de luminance résultant des processus d'émission thermique (en supposant l'équilibre thermodynamique local), le profil spectral est donné par la fonction de Planck $B(T)$ qui est la luminance d'un corps noir à la température T. Son

expression est :

$$B_\nu(T) = \frac{2h\,\nu^3}{c^2\,e^{\frac{h\nu}{k_B\,T}} - 1} \tag{A.4}$$

$$B_\sigma(T) = \frac{2hc\,\sigma^3}{e^{\frac{hc\sigma}{k_B\,T}} - 1} \tag{A.5}$$

avec h la constante de Planck, c la vitesse de la lumière, k_B la constante de Boltzmann et T la température. Ce profil est corrigé par l'émissivité ϵ du corps qui émet. Celle-ci traduit la différence entre le corps à l'origine de l'émission et un corps noir idéal.

$$L^{emi} = \epsilon\,B(T) \tag{A.6}$$

A l'équilibre thermodynamique, la loi de Kirchhoff prévoit que l'émissivité est égale à la fraction de rayonnement absorbée.

$$\mathrm{d}\epsilon = \alpha^{abs}\mathrm{d}s \tag{A.7}$$

Il suit que :

$$\mathrm{d}L^{emi} = \alpha^{abs}B(T)\,\mathrm{d}s \tag{A.8}$$

En introduisant dans l'équation de transfert radiatif ces différents termes, on obtient :

$$\begin{aligned} L_\sigma(\vec{r}+\mathrm{d}\vec{r},\vec{n}) = {} & L_\sigma(\vec{r},\vec{n}) \\ & -\alpha^{abs}L_\sigma(\vec{r},\vec{n})\mathrm{d}s - \alpha^{dif}L_\sigma(\vec{r},\vec{n})\mathrm{d}s \\ & +\frac{\alpha^{dif}}{4\pi}\left[\int_{4\pi} p(\vec{n},\vec{n_i})L_\sigma(\vec{r},\vec{n_i})\,\mathrm{d}\Omega_i\right]\mathrm{d}s \\ & +\alpha^{abs}B_\sigma(T)\,\mathrm{d}s \end{aligned} \tag{A.9}$$

Et donc :

$$\begin{aligned} \mathrm{d}L_\sigma(\vec{r},\vec{n}) = {} & -\alpha^{abs}L_\sigma(\vec{r},\vec{n})\mathrm{d}s - \alpha^{dif}L_\sigma(\vec{r},\vec{n})\mathrm{d}s \\ & +\frac{\alpha^{dif}}{4\pi}\left[\int_{4\pi} p(\vec{n},\vec{n_i})L_\sigma(\vec{r},\vec{n_i})\,\mathrm{d}\Omega_i\right]\mathrm{d}s \\ & +\alpha^{abs}B_\sigma(T)\,\mathrm{d}s \end{aligned} \tag{A.10}$$

L'émission et la diffusion peuvent être regroupées dans un terme source pour lequel on définit la fonction source $J_\sigma(\vec{r},\vec{n})$:

$$J_\sigma(\vec{r},\vec{n}) = \frac{\alpha^{dif}}{4\pi}\left[\int_{4\pi} p(\vec{n},\vec{n_i})L_\sigma(\vec{r},\vec{n_i})\,\mathrm{d}\Omega_i\right] + \alpha^{abs}B_\sigma(T) \tag{A.11}$$

L'équation du transfert radiatif devient donc :

$$\mathrm{d}L_\sigma(\vec{r},\vec{n}) = -\alpha^{ext}L_\sigma(\vec{r},\vec{n})\mathrm{d}s + J_\sigma(\vec{r},\vec{n})\mathrm{d}s \tag{A.12}$$

A.2 Résolution de l'équation de transfert radiatif

On traite deux cas de calcul : un cas simplifié, pour lequel on ne considère que l'absorption, et le cas général. Le cas simplifié permet d'illustrer la relation entre l'absorption du dioxyde de carbone et sa concentration.

A.2.1 Résolution en ne considérant que l'absorption

On restreint l'étude à l'absorption seule. Dans ce cas, le coefficient d'extinction se réduit à $\alpha^{ext} = \alpha^{abs}$. L'équation de transfert radiatif devient :

$$\mathrm{d}L_\sigma(\vec{r},\vec{n}) = -\alpha^{abs} L_\sigma(\vec{r},\vec{n})\mathrm{d}s \tag{A.13}$$

Sa résolution donne :

$$L(\vec{r_1},\vec{n}) = L(\vec{r_0},\vec{n})\ \exp\left(-\int_{\vec{r_0}}^{\vec{r_1}} \alpha^{abs}(\vec{r})\,\mathrm{d}s\right) \tag{A.14}$$

On définit l'épaisseur optique par :

$$\tau(\vec{r_0} \to \vec{r_1}) = \int_{\vec{r_0}}^{\vec{r_1}} \alpha^{ext}(\vec{r})\,\mathrm{d}s = \int_{\vec{r_0}}^{\vec{r_1}} \alpha^{abs}(\vec{r})\,\mathrm{d}s \tag{A.15}$$

La transmission de la portion d'atmosphère comprise entre $\vec{r_0}$ et $\vec{r_1}$ est donc :

$$\mathrm{Tr}(\vec{r_0} \to \vec{r_1}) = \mathrm{e}^{-\tau} \tag{A.16}$$

Pour un coefficient d'absorption constant, la luminance suit une loi de décroissance exponentielle en fonction de la distance parcourue. Cette loi est appelée la loi de Beer-Lambert-Bouguer.

Considérons un cas simplifié, où seule l'absorption du dioxyde de carbone interviendrait dans les processus de transfert radiatif. Supposons également que le coefficient d'absorption reste constant le long du trajet de la lumière. La mesure de la transmission, à une longueur d'onde ou un nombre d'onde choisi dans une raie d'absorption du dioxyde de carbone, permettrait de retrouver la concentration de ce gaz. En effet, si l'on mesure la transmission Tr on peut remonter à l'épaisseur optique :

$$\tau = -\ln(\mathrm{Tr}) \tag{A.17}$$

On note α le coefficient d'absorption et D la distance parcourue dans l'atmosphère par le faisceau lumineux.

$$\alpha D = -\ln(\mathrm{Tr}) \tag{A.18}$$

Le terme αD est égal au produit de la section efficace d'absorption, σ^{abs} exprimée en cm^2/molécule, par la colonne (le long du trajet lumineux) de l'espèce absorbante, $Q_{\mathrm{CO_2}}$ exprimée en molécule/cm^2. On peut ainsi déduire la colonne de $\mathrm{CO_2}$ de la mesure de la transmission :

$$Q_{\mathrm{CO_2}} = -\frac{\ln(\mathrm{Tr})}{\sigma^{abs}} \tag{A.19}$$

Cet exemple simple permet d'illustrer comment on peut mesurer la colonne et donc la concentration en dioxyde de carbone à l'aide d'un spectre d'absorption. Pour déterminer la variation de transmission due au dioxyde de carbone, on peut appliquer la méthode de spectroscopie par absortion différentielle présentée au paragraphe 4.1 et sur la figure 4.2. Le rapport entre la valeur du spectre, en dehors de la raie d'absorption, et la valeur du spectre au pic d'absorption de la raie, fournit le facteur d'absorption du dioxyde de carbone. Même dans ce cas simple, le modèle direct doit être suffisamment détaillé. Il faut connaître les paramètres spectroscopiques, et en premier lieu la section efficace d'absorption. Il faut également connaître la réponse instrumentale, et en particulier la fonction d'appareil définie au paragraphe 1.1.1.1. Les paramètres spectroscopiques sont répertoriés dans des bases de données spectroscopiques. Les données sont lues par les codes de transfert radiatif qui sont des programmes de calcul numérique de type raie par raie des spectres par résolution de l'équation de transfert radiatif.

A.2.2 Cas de résolution général

On reprend l'équation de transfert radiatif (équation A.12). L'épaisseur optique τ est prise comme coordonnée du trajet de la lumière en effectuant le changement de variable $\mathrm{d}\tau = \alpha^{ext}\mathrm{d}s$. L'équation de transfert radiatif devient :

$$\mathrm{d}L(\tau,\vec{n}) = -L(\tau,\vec{n})\mathrm{d}\tau + \frac{1}{\alpha^{ext}}J(\tau,\vec{n})\mathrm{d}\tau \tag{A.20}$$

On note $\jmath = J/\alpha^{ext}$. Pour la résolution de l'équation de transfert radiatif le long d'un trajet lumineux entre τ_0 et τ_1, on multiplie l'équation par $\mathrm{e}^{-(\tau_1-\tau)}$ et on intègre. Une intégration par parties du premier terme est effectuée :

$$\begin{aligned}\int_{\tau_0}^{\tau_1} \mathrm{d}L(\tau)\cdot\mathrm{e}^{-(\tau_1-\tau)} &= \left[L(\tau)\cdot\mathrm{e}^{-(\tau_1-\tau)}\right]_{\tau_0}^{\tau_1} - \int_{\tau_0}^{\tau_1} L(\tau)\cdot\mathrm{e}^{-(\tau_1-\tau)}\,\mathrm{d}\tau \\ &= -\int_{\tau_0}^{\tau_1} L(\tau)\cdot\mathrm{e}^{-(\tau_1-\tau)}\,\mathrm{d}\tau + \int_{\tau_0}^{\tau_1} \jmath(\tau)\cdot\mathrm{e}^{-(\tau_1-\tau)}\,\mathrm{d}\tau \end{aligned} \tag{A.21}$$

Il vient :

$$L(\tau_1) = L(\tau_0)\cdot\mathrm{e}^{-(\tau_1-\tau_0)} + \int_{\tau_0}^{\tau_1} \jmath(\tau)\cdot\mathrm{e}^{-(\tau_1-\tau)}\,\mathrm{d}\tau \tag{A.22}$$

C'est cette solution qui est appliquée pour l'inversion des spectres d'absorption.

Le code de transfert radiatif SWIM, présenté au paragraphe 4.2.1.2, calcule numériquement les valeurs de l'expression A.22. Dans le cas de la mesure de la concentration en dioxyde de carbone dans la bande proche infrarouge, entre 1,6 μm et 2 μm, l'émission peut être négligée. Pour les températures rencontrées le long du profil atmosphérique, l'émission du corps noir est infime devant le flux solaire. Ceci simplifie les calculs en réduisant la fonction source au terme de diffusion.

Annexe B

Méthode de résolution d'un problème inverse

Cette annexe détaille les développements mathématiques qui aboutissent aux résultats donnés au paragraphe 4.3.1.2. On complète également le paragraphe 4.3.1.3, consacré aux matrices utilisées pour la résolution des problèmes inverses. On pourra se reporter à [Rod00] ainsi qu'à [Tar05] pour une description complète de la théorie des problèmes inverses et de leurs méthodes de résolution.

B.1 Résolution du problème inverse

L'inversion consiste à retrouver l'état $\mathbf{x}$ (ici l'état atmosphérique) à partir de la mesure $\mathbf{y}$ (ici le spectre ou l'interférogramme). L'état et la mesure sont des vecteurs : on parle de vecteur d'état et de vecteur d'observation. Le passage de l'état à la mesure est décrit par le modèle direct F.

$$\mathbf{y} = F(\mathbf{x}) + \boldsymbol{\epsilon} \tag{B.1}$$

avec $\boldsymbol{\epsilon}$, l'erreur de mesure. Le modèle direct a été présenté au paragraphe 4.2. Une partie des notations est reprise du paragraphe 4.3.1.1. Du fait de la complexité du modèle direct et du bruit de mesure, le problème inverse a généralement plusieurs solutions. Plusieurs états peuvent donner la même mesure, au bruit de mesure près. La résolution du problème inverse consiste à inverser le modèle direct selon des méthodes mathématiques adaptées à ce type de problème, associées à des hypothèses de calcul appropriées.

L'inversion de la concentration en dioxyde de carbone est effectuée en supposant que toutes les variables du problème ont des lois de distribution gaussiennes. Les lois normales décrivent généralement bien les variables physiques. A partir de cette hypothèse, on peut retrouver la densité de probabilité de l'état. Rigoureusement, l'opération d'inversion est alors terminée, puisqu'une mesure consiste à déterminer une densité de probabilité et non une valeur unique. C'est ce que l'on fait implicitement lorsqu'on donne une valeur mesurée et l'incertitude associée. On peut déterminer un état solution unique de l'inversion en utilisant un critère d'optimisation. Dans notre cas, on utilisera

le critère du maximum de la densité de probabilité *a posteriori*. L'état retrouvé est défini comme celui pour lequel la densité de probabilité est maximale. Dans le cas d'une densité de probabilité gaussienne cette solution est l'espérance mathématique du vecteur d'état. D'autres critères existent, comme par exemple celui qui optimise la résolution verticale d'inversion des profils.

La première étape de l'inversion consiste à appliquer le théorème de Bayes afin de relier l'état et la mesure.

B.1.1 Application du théorème de Bayes

Le théorème de Bayes permet de calculer la densité de probabilité de l'état sachant la mesure. Avant la mesure, on connaît, moyennant quelques hypothèses, les densités de probabilité de la mesure et de l'état *a priori*. Pour la statistique de la mesure, on reprend principalement les résultats des caractérisations instrumentales. Pour l'état avant la mesure, on se base, dans notre cas, sur la connaissance qu'on a *a priori* de la distribution du dioxyde de carbone. Une fois la mesure effectuée, on connaît le vecteur de mesure $\mathbf{y}$. Il faut en déduire la probabilité de l'état *a posteriori*.

La densité de probabilité *a posteriori* est notée $\mathrm{P}(\mathbf{x}|\mathbf{y})$. D'après le théorème de Bayes, elle a pour expression :

$$\mathrm{P}(\mathbf{x}|\mathbf{y}) = \frac{\mathrm{P}(\mathbf{x},\mathbf{y})}{\mathrm{P}(\mathbf{y})} \tag{B.2}$$

où $\mathrm{P}(\mathbf{x},\mathbf{y})$ est la densité de probabilité du couple $\mathbf{x}$ et $\mathbf{y}$. L'application du théorème de Bayes pour $\mathrm{P}(\mathbf{y}|\mathbf{x})$ permet, avec l'équation B.2, d'obtenir l'expression :

$$\mathrm{P}(\mathbf{x}|\mathbf{y}) = \mathrm{P}(\mathbf{y}|\mathbf{x})\,\frac{\mathrm{P}(\mathbf{x})}{\mathrm{P}(\mathbf{y})} \tag{B.3}$$

La densité de probabilité $\mathrm{P}(\mathbf{y}|\mathbf{x})$ s'obtient par modélisation directe. On connaît également $\mathrm{P}(\mathbf{x})$ et $\mathrm{P}(\mathbf{y})$.

On peut voir la mesure comme un moyen d'actualiser la connaissance que l'on a de l'état. Avant la mesure, la connaissance *a priori* de l'état est décrite par la densité de probabilité $\mathrm{P}(\mathbf{x})$. La mesure permet de passer à la densité de probabilité *a posteriori* $\mathrm{P}(\mathbf{x}|\mathbf{y})$, pour laquelle les valeurs possibles de l'état $\mathbf{x}$ sont affinées. L'information apportée par la mesure permet de réduire l'incertitude *a priori* en une incertitude *a posteriori* plus faible.

B.1.2 Résolution analytique

L'application du théorème de Bayes, associée à des hypothèses simplificatrices concernant la statistique des variables, permet de retrouver la densité de probabilité de l'état *a posteriori*.

L'hypothèse forte que l'on fait sur la statistique des variables est de les considérer comme gaussiennes. Nous allons utiliser le logarithme de la densité de probabilité d'un vecteur gaussien, donnée dans l'équation 4.21.

$$-\,2\ln(\mathrm{P}(\mathbf{x})) = (\mathbf{x}-\bar{\mathbf{x}})^t\,\mathbf{S}_x^{-1}(\mathbf{x}-\bar{\mathbf{x}}) + c_0 \tag{B.4}$$

où c_0 est une constante donnée par le logarithme du facteur de normalisation de la densité de probabilité. La densité de probabilité avant la mesure est décrite par l'*a priori*. L'espérance mathématique de $\mathbf{x}$ notée $\bar{\mathbf{x}}$ est choisie égale à la valeur *a priori* $\mathbf{x}_a$. La matrice de covariance $\mathbf{S}_x$ est choisie égale à la matrice de covariance *a priori* $\mathbf{S}_a$.

$$-2\ln(\mathrm{P}(\mathbf{x})) = (\mathbf{x}-\mathbf{x}_a)^t\,\mathbf{S}_a^{-1}(\mathbf{x}-\mathbf{x}_a) + c_0 \tag{B.5}$$

La même démarche est suivie pour la densité de probabilité de la mesure. On la déduit du modèle direct.

$$\begin{aligned} -2\ln(\mathrm{P}(\mathbf{y}|\mathbf{x})) &= (\mathbf{y}-\bar{\mathbf{y}})^t\,\mathbf{S}_\epsilon^{-1}\,(\mathbf{y}-\bar{\mathbf{y}}) + c_1 \\ -2\ln(\mathrm{P}(\mathbf{y}|\mathbf{x})) &= (\mathbf{y}-\mathbf{K}\mathbf{x})^t\,\mathbf{S}_\epsilon^{-1}\,(\mathbf{y}-\mathbf{K}\mathbf{x}) + c_1 \end{aligned} \tag{B.6}$$

où $\mathbf{S}_\epsilon$ est la matrice de covariance de la mesure, représentative de l'erreur de mesure $\boldsymbol{\epsilon}$ introduite dans l'équation B.1. Remarquons que le modèle direct est ici considéré comme linéaire. Le passage de l'état à la mesure est donné par le produit $\mathbf{K}\mathbf{x}$ du jacobien et de l'état. Ceci permet de simplifier l'équation mais on peut toujours se ramener à ce cas par une linéarisation locale en utilisant plutôt l'expression 4.16.

Le logarithme de la densité de probabilité *a posteriori* de l'état est :

$$-2\ln(\mathrm{P}(\mathbf{x}|\mathbf{y})) = (\mathbf{x}-\hat{\mathbf{x}})^t\,\hat{\mathbf{S}}^{-1}\,(\mathbf{x}-\hat{\mathbf{x}}) + c_3 \tag{B.7}$$

avec $\hat{\mathbf{x}}$ l'espérance mathématique *a posteriori* et $\hat{\mathbf{S}}$ la matrice de covariance *a posteriori*. D'après l'équation B.3, on peut associer les différents logarithmes dans l'égalité :

$$\ln(\mathrm{P}(\mathbf{x}|\mathbf{y})) = \ln(\mathrm{P}(\mathbf{y}|\mathbf{x})) + \ln(\mathrm{P}(\mathbf{x})) - \ln(\mathrm{P}(\mathbf{y})) \tag{B.8}$$

Pour une mesure donnée, la densité de probabilité $\mathrm{P}(\mathbf{y})$ est une constante. Nous ne développerons pas son expression. Elle sera comprise dans la constante c_4 de l'expression suivante :

$$(\mathbf{x}-\hat{\mathbf{x}})^t\,\hat{\mathbf{S}}^{-1}\,(\mathbf{x}-\hat{\mathbf{x}}) = (\mathbf{y}-\mathbf{K}\mathbf{x})^t\,\mathbf{S}_\epsilon^{-1}\,(\mathbf{y}-\mathbf{K}\mathbf{x}) + (\mathbf{x}-\mathbf{x}_a)^t\,\mathbf{S}_a^{-1}(\mathbf{x}-\mathbf{x}_a) + c_4 \tag{B.9}$$

L'égalité B.9 est vraie quel que soit $\mathbf{x}$. On peut donc identifier les coefficients des puissances de $\mathbf{x}$ et les égaliser. L'égalisation des termes quadratiques en $\mathbf{x}$ donne :

$$\hat{\mathbf{S}}^{-1} = \mathbf{K}^t\,\mathbf{S}_\epsilon^{-1}\,\mathbf{K} + \mathbf{S}_a^{-1} \tag{B.10}$$

$$\Rightarrow \hat{\mathbf{S}} = \left(\mathbf{K}^t\,\mathbf{S}_\epsilon^{-1}\,\mathbf{K} + \mathbf{S}_a^{-1}\right)^{-1} \tag{B.11}$$

L'égalisation des termes linéaires en $\mathbf{x}^t$ donne :

$$\hat{\mathbf{S}}^{-1}\,\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{K}^t\,\mathbf{S}_\epsilon^{-1}\,\mathbf{y} + \mathbf{S}_a^{-1}\,\mathbf{x}_a \tag{B.12}$$

Et donc :

$$\hat{\mathbf{x}} = \left(\mathbf{K}^t\,\mathbf{S}_\epsilon^{-1}\,\mathbf{K} + \mathbf{S}_a^{-1}\right)^{-1}\left(\mathbf{K}^t\,\mathbf{S}_\epsilon^{-1}\,\mathbf{y} + \mathbf{S}_a^{-1}\,\mathbf{x}_a\right) \tag{B.13}$$

$$\hat{\mathbf{x}} = \left(\mathbf{K}^t\,\mathbf{S}_\epsilon^{-1}\,\mathbf{K} + \mathbf{S}_a^{-1}\right)^{-1}\left(\mathbf{K}^t\,\mathbf{S}_\epsilon^{-1}\,\mathbf{y} + \mathbf{S}_a^{-1}\,\mathbf{x}_a + \mathbf{K}^t\,\mathbf{S}_\epsilon^{-1}\,\mathbf{K}\mathbf{x}_a - \mathbf{K}^t\,\mathbf{S}_\epsilon^{-1}\,\mathbf{K}\mathbf{x}_a\right)$$

$$\hat{\mathbf{x}} = \left(\mathbf{K}^t\,\mathbf{S}_\epsilon^{-1}\,\mathbf{K} + \mathbf{S}_a^{-1}\right)^{-1}\left[\mathbf{K}^t\,\mathbf{S}_\epsilon^{-1}\,\mathbf{y} + (\mathbf{K}^t\,\mathbf{S}_\epsilon^{-1}\,\mathbf{K} + \mathbf{S}_a^{-1})\mathbf{x}_a - \mathbf{K}^t\,\mathbf{S}_\epsilon^{-1}\,\mathbf{K}\mathbf{x}_a\right]$$

$$\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{x}_a + \left(\mathbf{K}^t\,\mathbf{S}_\epsilon^{-1}\,\mathbf{K} + \mathbf{S}_a^{-1}\right)^{-1}\,\mathbf{K}^t\,\mathbf{S}_\epsilon^{-1}\,(\mathbf{y}-\mathbf{K}\mathbf{x}_a) \tag{B.14}$$

On introduit la matrice de gain $\mathbf{G} = \left(\mathbf{K}^t\,\mathbf{S}_\epsilon^{-1}\,\mathbf{K} + \mathbf{S}_a^{-1}\right)^{-1}\,\mathbf{K}^t\,\mathbf{S}_\epsilon^{-1}$. On peut remarquer que :

$$\begin{aligned}
\mathbf{G} &= \left(\mathbf{K}^t\,\mathbf{S}_\epsilon^{-1}\,\mathbf{K} + \mathbf{S}_a^{-1}\right)^{-1}\,\mathbf{K}^t\,\mathbf{S}_\epsilon^{-1}\,(\mathbf{K}\mathbf{S}_a\mathbf{K}^t + \mathbf{S}_\epsilon)\,(\mathbf{K}\mathbf{S}_a\mathbf{K}^t + \mathbf{S}_\epsilon)^{-1} \\
&= \left(\mathbf{K}^t\,\mathbf{S}_\epsilon^{-1}\,\mathbf{K} + \mathbf{S}_a^{-1}\right)^{-1}\,\left(\mathbf{K}^t\,\mathbf{S}_\epsilon^{-1}\,\mathbf{K}\mathbf{S}_a\mathbf{K}^t\, + \mathbf{K}^t\right)\,(\mathbf{K}\mathbf{S}_a\mathbf{K}^t + \mathbf{S}_\epsilon)^{-1} \\
&= \left(\mathbf{K}^t\,\mathbf{S}_\epsilon^{-1}\,\mathbf{K} + \mathbf{S}_a^{-1}\right)^{-1}\,\left(\mathbf{K}^t\,\mathbf{S}_\epsilon^{-1}\,\mathbf{K} + \mathbf{S}_a^{-1}\right)\mathbf{S}_a\mathbf{K}^t\,(\mathbf{K}\mathbf{S}_a\mathbf{K}^t + \mathbf{S}_\epsilon)^{-1} \\
\mathbf{G} &= \mathbf{S}_a\mathbf{K}^t\,(\mathbf{K}\mathbf{S}_a\mathbf{K}^t + \mathbf{S}_\epsilon)^{-1}
\end{aligned}$$

Donc en reprenant l'équation B.14 on trouve une deuxième formulation de l'espérance mathématique du vecteur d'état *a posteriori* :

$$\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{x}_a + \mathbf{S}_a\mathbf{K}^t\,(\mathbf{K}\mathbf{S}_a\mathbf{K}^t + \mathbf{S}_\epsilon)^{-1}\,(\mathbf{y} - \mathbf{K}\mathbf{x}_a) \tag{B.15}$$

A ce point, nous venons de retrouver la densité de probabilité *a posteriori* de l'état. On dispose en effet de la matrice de covariance *a posteriori* ainsi que de l'espérance mathématique qui caractérisent entièrement la densité de probabilité de l'état restitué supposée gaussienne. Cette hypothèse, ainsi que le critère du maximum de densité de probabilité, font que la valeur l'état retrouvé est égale à l'espérance mathématique $\hat{\mathbf{x}}$.

La résolution du problème inverse peut être sophistiquée par l'ajout de paramètres au modèle direct ainsi que par une résolution itérative.

B.1.3 Prise en compte des paramètres du modèle direct

La mesure peut dépendre de certains paramètres ne faisant pas partie de l'état retrouvé. Si la variabilité de ces paramètres est non négligeable, cette dépendance doit être prise en compte. Dans le cas de la mesure du rapport de mélange moyen du dioxyde de carbone, on a introduit comme paramètre la concentration en vapeur d'eau. On note le vecteur des paramètres $\mathbf{b}$. Le modèle direct de l'équation B.1 devient :

$$\mathbf{y} = F(\mathbf{x},\mathbf{b}) + \boldsymbol{\epsilon} \tag{B.16}$$

Le jacobien des paramètres est noté $\mathbf{K}_b$ et leur matrice de covariance $\mathbf{S}_b$. La densité de probabilité retrouvée est alors définie par :

$$\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{S}_a\mathbf{K}^t(\mathbf{K}\mathbf{S}_a\mathbf{K}^t + \mathbf{K}_b\mathbf{S}_b\mathbf{K}_b^t + \mathbf{S}_\epsilon)^{-1}\mathbf{y}\ \text{, et} \tag{B.17}$$

$$\hat{\mathbf{S}} = \left[\mathbf{K}^t(\mathbf{K}_b\mathbf{S}_b\mathbf{K}_b^t + \mathbf{S}_\epsilon)^{-1}\mathbf{K} + \mathbf{S}_a^{-1}\right]^{-1} \tag{B.18}$$

Ces opérations, dans le cas où les vecteurs $\mathbf{x}$ et $\mathbf{b}$ ne sont pas corrélés, permettent d'inverser les paramètres en retrouvant un vecteur $\hat{\mathbf{b}}$ et une matrice $\hat{\mathbf{S}}_b$. On peut ne pas faire apparaître les paramètres dans le vecteur d'état, du moment qu'on en tient quand même compte dans les calculs.

Pour l'inversion de la concentration en dioxyde de carbone, on considère comme paramètre la concentration en vapeur d'eau. On tient aussi compte des déformations de l'interféromètre. Pour ces dernières, on détermine les valeurs des déformations du cœur interférométrique pour les réutiliser dans une procédure d'inversion itérative.

B.1.4 Résolution itérative pour un problème non linéaire

Si le problème est non linéaire, les jacobiens dépendent de l'état. Il faut les calculer spécifiquement pour chaque nouveau vecteur d'état. Une méthode itérative permet de résoudre de tels problèmes non linéaires. Les jacobiens sont recalculés à chaque itération pour l'état intermédiaire retrouvé. Les calculs convergent, au fur et à mesure, vers l'état retrouvé.

La sensibilité de la mesure aux déformations n'est pas linéaire. Une procédure d'inversion itérative a été mise en place. Pour chaque itération on recalcule les jacobiens des déformations. La méthode retenue est celle de Gauss-Newton. L'état retrouvé à l'itération $i+1$ est :

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{i+1} &= \mathbf{x}_a + \left(\mathbf{K}_i^t \, \mathbf{S}_\epsilon^{-1} \, \mathbf{K}_i + \mathbf{S}_a^{-1}\right)^{-1} \, \mathbf{K}_i^t \, \mathbf{S}_\epsilon^{-1} \, \left[\mathbf{y} - \mathbf{F}(\mathbf{x}_i) + \mathbf{K}_i(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_a)\right] \quad \text{(B.19)} \\ &= \mathbf{x}_a + \mathbf{S}_a \mathbf{K}_i^t \, \left(\mathbf{K}_i \mathbf{S}_a \mathbf{K}_i^t + \mathbf{S}_\epsilon\right)^{-1} \left[\mathbf{y} - \mathbf{F}(\mathbf{x}_i) + \mathbf{K}_i(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_a)\right] \quad \text{(B.20)} \end{aligned}$$

A chaque itération, on applique le modèle direct pour calculer la mesure *a priori* $\mathbf{F}(\mathbf{x}_i)$ ainsi que le jacobien $\mathbf{K}_i$. On pourra introduire d'éventuels paramètres du modèle direct, comme cela a été fait dans les équations B.17 et B.18

B.2 Matrices utiles pour l'inversion

On donne ici la définition ainsi qu'une interprétation physique de trois matrices, fréquemment utilisées dans les procédures d'inversion.

B.2.1 La matrice de gain

La matrice de gain est la matrice de passage de la mesure à l'état retrouvé. En reprenant les équations B.14 et B.15, la matrice de gain a pour équation :

$$\begin{aligned} \mathbf{G} &= \left(\mathbf{K}^t \, \mathbf{S}_\epsilon^{-1} \, \mathbf{K} + \mathbf{S}_a^{-1}\right)^{-1} \, \mathbf{K}^t \, \mathbf{S}_\epsilon^{-1} \quad \text{(B.21)} \\ \mathbf{G} &= \mathbf{S}_a \mathbf{K}^t \, \left(\mathbf{K} \mathbf{S}_a \mathbf{K}^t + \mathbf{S}_\epsilon\right)^{-1} \quad \text{(B.22)} \end{aligned}$$

Ces deux expressions diffèrent par la taille de la matrice à inverser. On note m, la dimension du vecteur mesure, et n, celle du vecteur d'état. Pour l'expression B.21, la matrice à inverser est de dimension $\mathrm{n} \times \mathrm{n}$, alors que pour l'expression B.22, la dimension de la matrice à inverser est $\mathrm{m} \times \mathrm{m}$. On choisira l'une ou l'autre expression en fonction de m et de n. Si $\mathrm{m} > \mathrm{n}$ alors il vaut mieux inverser une matrice $\mathrm{n} \times \mathrm{n}$ et réciproquement on inversera une matrice $\mathrm{m} \times \mathrm{m}$ lorsque $\mathrm{n} > \mathrm{m}$. Dans notre cas, $\mathrm{m} > \mathrm{n}$ (le vecteur d'observation est plus grand que le vecteur d'état). Il vaut donc mieux utiliser l'expression B.21.

La matrice de gain peut être vue comme la sensibilité de l'état retrouvé à la mesure :

$$\mathbf{G} = \frac{\partial \hat{\mathbf{x}}}{\partial \mathbf{y}} \quad \text{(B.23)}$$

La matrice de gain est également appelée l'inverse généralisé du jacobien $\mathbf{K}$.

B.2.2 La matrice des noyaux de moyennage

La matrice des noyaux de moyennage est notée **A**. Elle est égale au produit de la matrice de gain **G** et du jacobien **K** :

$$\mathbf{A} = \mathbf{G}\,\mathbf{K} \tag{B.24}$$

La matrice des noyaux de moyennage relie l'état retrouvé et l'état vrai. Dans un cas simplifié, on a :

$$\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\,\mathbf{x} \tag{B.25}$$

Idéalement la matrice des noyaux de moyennage devrait être la matrice identité. En pratique ce n'est pas le cas et l'état retrouvé n'est pas rigoureusement égal à l'état atmosphérique vrai. Dans le cas de la mesure d'un profil atmosphérique, les lignes de la matrice **A** sont des fonctions de lissage qui pondèrent le profil réel. Les colonnes correspondent à l'état retrouvé si seulement une seule composante de l'état vrai est non nulle. Ce sont les réponses impulsionnelles de la procédure d'inversion. On peut faire l'analogie avec la réponse instrumentale du spectromètre introduite au paragraphe 1.1.2.2.

La matrice des noyaux de moyennage peut être ramenée à l'expression suivante :

$$\mathbf{A} = \frac{\partial \hat{\mathbf{x}}}{\partial \mathbf{x}} \tag{B.26}$$

On utilise la matrice des noyaux de moyennage pour les calculs du contenu en information. C'est cette matrice qui a permis de déterminer le nombre de degrés de liberté pour le signal, ainsi que la fonction de poids de la mesure. Les résultats de ces études sont donnés au paragraphe 4.4.

B.2.3 Matrice de covariance et état retrouvés

Nous avons vu que la solution du problème inverse est la densité de probabilité de l'état. Celle-ci dépend de la matrice de covariance et de l'espérance mathématique du vecteur d'état. La matrice de covariance $\hat{S}$ s'exprime en fonction de la matrice des noyaux de moyennage.

$$\hat{\mathbf{S}} = \mathbf{S}_a - \mathbf{A}\mathbf{S}_a \tag{B.27}$$

On peut se reporter au paragraphe B.1 pour le calcul de la matrice de covariance dont une autre expression est donnée dans l'équation B.11.

Le vecteur d'état retrouvé, déterminé selon le critère du maximum de probabilité *a posteriori* s'écrit, en fonction de la matrice de gain :

$$\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{x}_a + \mathbf{G}\,(\mathbf{y} - \mathbf{K}\mathbf{x}_a) \tag{B.28}$$

Comme pour la matrice de covariance, le calcul de l'état retrouvé est détaillé au paragraphe B.1. Ces calculs aboutissent aux équations B.14 et B.15. L'expression B.28 fait bien ressortir la logique suivie pour l'inversion. L'état retrouvé est égal à la somme de l'état *a priori* et d'un terme correctif. Le terme correctif est égal au produit de la matrice de gain, **G**, et de la différence entre la mesure et la mesure *a priori*, $\mathbf{y} - \mathbf{K}\mathbf{x}_a$. Cette

différence constitue le véritable signal que l'on exploite pour améliorer la connaissance *a priori*. Ce signal est converti en une différence d'état grâce à la matrice de gain. Cette différence corrige l'*a priori* pour fournir le vecteur d'état retrouvé en fin d'inversion.

Annexe C

Evaluation de l'élévation de température du spectromètre engendrée par le flux lumineux incident

On détaille, dans cette annexe, les calculs de l'élévation de température de l'instrument due au flux lumineux incident. Les hypothèses de calcul simplificatrices sont d'abord présentées. On distingue ensuite le cas où seul le flux dans le champ instrumental contribue à l'échauffement, puis le cas où l'ensemble du flux reçu par le spectromètre participe au réchauffement. Les variations de température calculées seront comparées à la variation de 0,06 K nécessaire pour générer les déformations observées au paragraphe 5.3.3.1.

C.1 Hypothèses de calcul

On calcule le déplacement du régime d'équilibre engendré par le flux lumineux au sein du spectromètre, en supposant la température de l'ensemble homogène. La figure C.1 présente le trajet des rayons lumineux depuis le Soleil jusqu'au spectromètre. L'incidence des rayons solaires sur le réflecteur, β_{sol} est prise égale à 45 °. Le réflecteur est supposé lambertien. Le miroir de renvoi est considéré parfaitement spéculaire. L'angle solide de l'instrument Ω_{spe} est défini à partir du rayon angulaire α du champ. Le spectromètre est assimilé à un cube de température homogène.

On donne ci-dessous les valeurs numériques employées :

- Eclairement solaire en incidence normale : $E_{sol} = 840$ W/m^2
- Dimensions et surface du réflecteur : $S_{ref} = 1$ m $\times$ 1 m $= 1$ m^2
- Distance entre le réflecteur et le laboratoire : $D = 20$ m
- Dimensions et orientation du miroir de renvoi : disque de rayon 15 cm (surface $S_{mir} = 0{,}07$ m^2), orienté à 45 ° par rapport à la direction d'incidence des rayons
- Pupille du spectromètre : carré de 10 cm de côté (surface $S_{pup} = 0{,}01$ m^2)

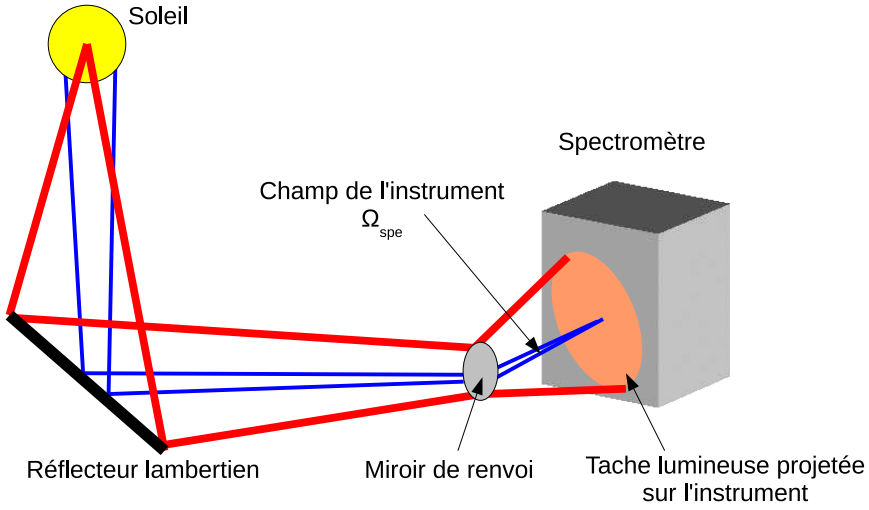

FIG. C.1 – Trajet parcouru par le flux solaire jusqu'au spectromètre

- Champ du spectromètre : $\Omega_{spe} = \pi\alpha^2$, avec α le rayon angulaire du champ instrumental. $\alpha \sim 4$ mrad, donc $\Omega_{spe} = 5 \cdot 10^{-5}$ sr.
- Dimensions du spectromètre : cube d'arête 33 cm (surface $S_{spe} \sim 0{,}6$ m^2)
- Température du spectromètre en début de mesure : $T_0 = 300$ K.

On traite deux cas de mesure. Dans le premier cas, on ne considère que le flux contenu dans le champ du spectromètre, délimité par les rayons bleus sur la figure C.1. Dans le deuxième, on s'intéresse à l'ensemble du flux reçu par le spectromètre (rayons rouges provoquant la tache lumineuse).

C.2 Echauffement produit par le flux contenu dans le champ seul

On envisage dans ce cas les rayons tracés en bleu sur la figure C.1. Le champ du spectromètre est sélectionné au niveau du diaphragme de champ. Le faisceau incident n'est cependant pas limité au champ instrumental. Un flux suplémentaire traverse l'interféromètre, puis est coupé au niveau du diaphragme. Le hublot d'entrée de la maquette coupe également une partie du flux solaire incident. On néglige donc une partie des sources d'échauffement en ne considérant que le champ de l'instrument. Avec cette hypothèse de calcul, on accède à un ordre de grandeur de l'influence du flux « utile » seul.

L'éclairement reçu par le réfecteur est :

$$E_{ref} = E_{sol} \cdot \cos(\beta_{sol}) \sim 590 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \tag{C.1}$$

Par conséquent, la luminance réémise par le réflecteur considéré lambertien est :

$$L_{ref} = \frac{E_{ref}}{\pi} \sim 190 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{sr}^{-1} \tag{C.2}$$

Le flux intégré dans le champ du spectromètre est :

$$F_{spe} = L_{ref} \cdot \Omega_{spe} \cdot S_{pup} \sim 1 \cdot 10^{-4} \text{ W} \tag{C.3}$$

Par principe, la moitié du flux entrant dans l'interféromètre de Michelson en ressort. On considère que l'autre moitié est intégralement absorbée. A l'équilibre, ce flux est réémis par le spectromètre. On considère l'émission lambertienne. Par conséquent, en notant M l'émittance du spectromètre, la luminance réémise sous l'effet du flux incident est :

$$L_{flx} = \frac{M}{\pi} = \frac{F_{flx}}{\pi S_{spe}} \sim 3 \cdot 10^{-5} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{sr}^{-1} \tag{C.4}$$

avec F_{flx} le flux lumineux absorbé. On suppose que le flux solaire absorbé est compensé par l'émission infrarouge de l'instrument, induite par son augmentation en température. Le spectromètre est assimilé à un corps noir en équilible thermique. D'après la loi de Stefan, la luminance d'un corps noir et sa température sont reliées selon l'expression :

$$L(T) = K_3 \, T^4 \tag{C.5}$$

Par conséquent :

$$\mathrm{d}T = \frac{\mathrm{d}L}{4K_3 \, T^3} \tag{C.6}$$

où $K_3 = 1{,}804 \cdot 10^{-8} \; W \cdot m^{-2} \cdot sr^{-1} \cdot K^{-4}$. Dans notre cas $\mathrm{d}L$ est L_{flx} et la température varie autour de T_0. Donc :

$$\mathrm{d}T = \frac{L_{flx}}{4K_3 \, T_0^3} \sim 2 \cdot 10^{-5} \text{ K} \tag{C.7}$$

La variation de température trouvée est extrêment faible au regard de la variation de température nécessaire pour expliquer les déformations de l'interféromètre. Les déformations observées au paragraphe 5.3.3.1 pourraient être engendrées par une variation de la température de l'ordre de 0,06 K. Le flux lumineux contenu dans le champ instrumental ne peut pas contribuer de manière significative aux déformations.

C.3 Echauffement produit par l'ensemble du flux incident sur le spectromètre

L'hypothèse de calcul est maintenant que l'ensemble du flux incident contribue à l'échauffement du spectromètre. On suppose que tout ce flux est absorbé. En réalité c'est une fraction qui est absorbée. L'ordre de grandeur restera toutefois représentatif. Il donnera une limite supérieure à l'augmentation de température attendue.

On reprend les mêmes calculs qu'au paragraphe C.2. Par contre, l'ensemble du réflecteur est maintenant observé. Il est orienté à 45 ° par rapport à l'axe horizontal qui dirige le faisceau vers l'instrument. L'angle solide sous lequel est vu le réflecteur est donc :

$$\Omega_{ref} = \frac{S_{ref} \cdot \cos(45^{\text{o}})}{D^2} \sim 2 \cdot 10^{-3} \text{ sr} \tag{C.8}$$

Le flux réflechi par le miroir de renvoi est donc :

$$F_{mir} = L_{ref} \cdot S_{mir} \cdot \cos(45^{\circ}) \cdot \Omega_{ref} \sim 2 \cdot 10^{-2} \text{ W} \tag{C.9}$$

On constate que le flux est plus de 100 fois plus grand que celui considéré précédemment et calculé dans l'équation C.3. On s'attend, donc bien à une variation de température plus grande. On suppose que l'ensemble de ce flux est intercepté et absorbé par le spectromètre. Par conséquent, une fois l'équilibre thermique atteint, la luminance réémise par le spectromètre est, en appliquant l'équation C.4 :

$$L_{flx} = \frac{M}{\pi} = \frac{F_{mir}}{\pi S_{spe}} \sim 1 \cdot 10^{-2} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{sr}^{-1}$$

La variation de température du spectromètre due à l'ensemble du flux lumineux incident est donc, d'après l'équation C.7 :

$$\mathrm{d}T = \frac{L_{flx}}{4K_3\, T_0^3} \sim 5 \cdot 10^{-3} \text{ K}$$

La variation de température engendrée par l'absorption de l'ensemble du flux incident reste inférieure à la variation de 0,06 K calculée au paragraphe 5.3.3.1. On a montré que cette variation de 0,06 K pourrait être à l'origine des déformations du cœur interférométrique. Dans les hypothèses de calcul, l'échauffement du spectromètre engendré par le flux solaire ne constitue pas la principale source de déformation de l'interféromètre. Cependant, en ne considérant plus un réflecteur lambertien, un gain de flux substantiel peut être obtenu. Il faudrait multiplier par 10 ce flux pour qu'il constitue une cause de déformation de l'interféromètre non négligeable.

Bibliographie

[ACG+03] H.H. Aumann, M.T. Chahine, C. Gautier, M.D. Goldberg, E. Kalnay, L.M. McMillin, H. Revercomb, P.W. Rosenkranz, W.L. Smith, D.H. Staelin, et al. AIRS/AMSU/HSB on the Aqua mission : design, science objectives, data products, and processing systems. *Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on*, 41(2) :253–264, 2003.

[ACK+86] G. Anderson, S. Clough, F. Kneizys, J. Chetwynd, and E. Shettle. AFGL atmospheric constituent profiles. *Environ. Res. Pap. 954, Rep. AFGL-TR-86*, 110, 1986.

[Bar03] B. Barret. *Inversion et caractérisation de profils de constituants atmosphériques à partir de mesure FTIR sol.* PhD thesis, Université libre de Bruxelles, 2003.

[BC07] P. Bouchareine and P. Connes. Petite histoire de la spectrométrie de Fourier au laboratoire Aimé-Cotton. *Photoniques(Orsay)*, (29), 2007.

[BCC+04] D. Blumstein, G. Chalon, T. Carlier, C. Buil, P. Hebert, T. Maciaszek, G. Ponce, T. Phulpin, B. Tournier, D. Simeoni, et al. IASI instrument : technical overview and measured performances. In *Proceedings of SPIE*, volume 5543, pages 196–207, 2004.

[BdBB+05] M. Buchwitz, R. de Beek, J.P. Burrows, H. Bovensmann, T. Warneke, J. Notholt, J.F. Meirink, APH Goede, P. Bergamaschi, S. Korner, et al. Atmospheric methane and carbon dioxide from SCIAMACHY satellite data : initial comparison with chemistry and transport models. *Atmos. Chem. Phys*, 5 :941–962, 2005.

[Bee92] R. Beer. *Remote Sensing by Fourier Transform Spectrometry.* Wiley-Interscience, 1992.

[BHC+08] F. Brachet, P.-J. Hébert, E. Cansot, C. Buil, A. Lacan, L. Roucayrol, E. Courau, F. Bernard, C. Casteras, J. Loesel, and C. Pierangelo. Static Fourier transform spectroscopy breadboards for atmospheric chemistry and climate. In *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, volume 7100 of *Presented at the Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference*, September 2008.

[BMF+06] M.P. Barkley, P.S. Monks, U. Frieß, R.L. Mittermeier, H. Fast, S. Korner, and M. Heimann. Comparisons between SCIAMACHY atmospheric CO_2

retrieved using (FSI) WFM-DOAS to ground based FTIR data and the TM3 chemistry transport model. *Atmos. Chem. Phys*, 6 :4483–4498, 2006.

[Bou69] P. Bousquet. *Spectroscopie instrumentale*. Dunod Universite, Paris : Dunod, 1969, 1969.

[Bou94] P. Bouchareine. Spectrométrie optique. *Techniques de l'ingénieur. Mesures et contrôle*, (R 6310) :6310–6310, 1994.

[BSB+07] M. Buchwitz, O. Schneising, J.P. Burrows, H. Bovensmann, M. Reuter, and J. Notholt. First direct observation of the atmospheric CO_2 year-to-year increase from space. *Atmos. Chem. Phys*, 7 :4249–4256, 2007.

[CAB+04] D. Crisp, R.M. Atlas, F.-M. Bréon, L.R. Brown, J.P. Burrows, P. Ciais, B.J. Connor, S.C. Doney, I.Y. Fung, D.J. Jacob, et al. The Orbiting Carbon Observatory (OCO) mission. *Advances in Space Research*, 34(4) :700–709, 2004.

[CCD01] G. Chalon, F. Cayla, and D. Diebel. IASI- An advanced sounder for operational meteorology. In *IAF, International Astronautical Congress, 52 nd, Toulouse, France*, 2001.

[CHC+07] P.-F. Coheur, H. Herbin, C. Clerbaux, D. Hurtmans, C. Wespes, M. Carleer, S. Turquety, C.P. Rinsland, J. Remedios, D. Hauglustaine, et al. ACE-FTS observation of a young biomass burning plume : first reported measurements of C_2H_4, C_3H_6O, H_2CO and PAN by infrared occultation from space. *Atmos. Chem. Phys*, 7 :5437–5446, 2007.

[CSH+03] A. Chedin, R. Saunders, A. Hollingsworth, N.A. Scott, M. Matricardi, J. Etcheto, C. Clerbaux, R. Armante, and C. Crevoisier. The feasibility of monitoring CO_2 from high resolution infrared sounders. *J. Geophys. Res*, 108 :4064, 2003.

[CT65] J.W. Cooley and J.W. Tukey. An algorithm for the machine calculation of complex Fourier series. *Math. Comput*, 19(90) :297–301, 1965.

[DB03] E. Dufour and F.-M. Bréon. Spaceborne estimate of atmospheric CO_2 column by use of the differential absorption method : error analysis. *Applied Optics*, 42(18) :3595–3609, 2003.

[DBP04] E. Dufour, F.-M. Bréon, and P. Peylin. CO_2 column averaged mixing ratio from inversion of ground-based solar spectra. *J. Geophys. Res*, 109, 2004.

[DDS+07] C. Damiani, P. Drossart, A. Sémery, J.-M. Réess, and J.-P. Maillard. An imaging heterodyne spectrometer for planetary exploration. In *Fourier Transform Spectroscopy/ Hyperspectral Imaging and Sounding of the Environment*, OSA Technical Digest Series (CD). Optical Society of America, 2007.

[DMP05] R. Delmas, G. Mégie, and V.-H. Peuch. *Physique et chimie de l'atmosphère*. Belin, 2005.

[Duf03] E. Dufour. *Vers la télédétection spatiale du gaz carbonique atmosphérique.* PhD thesis, Université Paris VII, 2003.

[EB03] H.J. Eskes and K.F. Boersma. Averaging kernels for DOAS total-column satellite retrievals. *Atmos. Chem. Phys*, 3 :1285–1291, 2003.

[FBB+07] H. Fischer, M. Birk, C. Blom, B. Carli, M. Carlotti, T. von Clarmann, L. Delbouille, A. Dudhia, D. Ehhalt, M. Endemann, et al. MIPAS : an instrument for atmospheric and climate research. *Atmos. Chem. Phys. Discuss*, 7 :8795–8893, 2007.

[FPW05] C. Frankenberg, U. Platt, and T. Wagner. Iterative maximum a posteriori (IMAP)-DOAS for retrieval of strongly absorbing trace gases : Model studies for CH_4 and CO_2 retrieval from near infrared spectra of SCIAMACHY onboard ENVISAT. *Atmos. Chem. Phys*, 5 :9–22, 2005.

[GDHW86] P.R. Griffiths, J.A. De Haseth, and J.D. Winefordner. *Fourier Transform Infrared Spectroscopy.* John Wiley & Sons, 1986.

[HCPR+] P. Hébert, C. Camy-Peyret, A. Rosak, T. Phulpin, B. Beghin, E. Cansot, and C. Deniel. SIFTI : un instrument dédié au sondage troposphérique de CO et O_3.

[HHA+05] S. Houweling, W. Hartmann, I. Aben, H. Schrijver, J. Skidmore, G.J. Roelofs, and F.-M. Bréon. Evidence of systematic errors in SCIAMACHY-observed CO_2 due to aerosols. *Atmos. Chem. Phys*, 5 :3003–3013, 2005.

[HKK04] T. Hamazaki, Y. Kaneko, and A. Kuze. Carbon Dioxide Monitoring from the GOSAT Satellite. In *Proceedings XXth ISPRS conference, Istanbul, Turkey*, pages 12–23, 2004.

[IPC01] C.C. IPCC. The Scientific Basis. *IPPC Report*, 2001.

[Jac54] P. Jacquinot. The luminosity of spectrometers with prisms, gratings, or Fabry-Perot etalons. *J. Opt. Soc. Am*, 44(10) :761–765, 1954.

[JHSC+05] N. Jacquinet-Husson, N.A. Scott, A. Chédin, K. Garceran, R. Armante, A.A. Chursin, A. Barbe, M. Birk, L.R. Brown, C. Camy-Peyret, et al. The 2003 edition of the GEISA/IASI spectroscopic database. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 95(4) :429–467, 2005.

[LBRP06] A. Lacan, F.-M. Bréon, A. Rosak, and C. Pierangelo. First Characterization of a Static Fourier Transform Spectrometer Breadboard. In *ESA Special Publication*, volume 621 of *ESA Special Publication*, June 2006.

[Len93] J. Lenoble. *Atmospheric radiative transfer.* Studies in Geophysical Optics and Remote Sensing, Hampton, VA : A. Deepak Pub., |c1993, 1993.

[MBT+05] C.E. Miller, L.R. Brown, R.A. Toth, D.C. Benner, and V.M. Devi. Spectroscopic challenges for high accuracy retrievals of atmospheric CO_2 and the Orbiting Carbon Observatory (OCO) experiment. *Comptes rendus-Physique*, 6(8) :876–887, 2005.

[ML99] J.-L. Meyzonnette and T. Lépine. *Bases de radiométrie optique.* Cépaduès, 1999.

[Nau00] D. Naumann. Infrared spectroscopy in microbiology. *Encyclopedia of Analytical Chemistry*, pages 102–131, 2000.

[Nyq24] H. Nyquist. Certain factors affecting telegraph speed. *Bell System Technical Journal*, 3(2) :324–346, 1924.

[PA04] J.-P. Pérez and E. Anterrieu. *Optique : fondements et applications*. Dunod, 2004.

[Par97] J.H. Park. Atmospheric CO_2 monitoring from space. *Applied Optics*, 36 :2701–2712, 1997.

[PBB+06] L. Palchetti, C. Belotti, G. Bianchini, F. Castagnoli, B. Carli, U. Cortesi, M. Pellegrini, C. Camy-Peyret, P. Jeseck, and Y. Té. Technical note : First spectral measurement of the Earth's upwelling emission using an uncooled wideband Fourier transform spectrometer. *Atmos. Chem. Phys*, 6 :5025–5030, 2006.

[PCP+06] T. Phulpin, C. Camy-Peyret, et al. TRAQ, une mission pour le suivi global de la pollution atmosphérique. 2006.

[PD07] C. Piccolo and A. Dudhia. Precision validation of MIPAS-Envisat products. *Atmos. Chem. Phys*, 7 :1915–1923, 2007.

[Pie07] C. Pierangelo. Procédé et dispositif pour l'inversion interférométrique à échantillonnage libre, 2007. Brevet numéro FR1000019644.

[PJD+07] S. Park, R. Jiménez, B.C. Daube, L. Pfister, T.J. Conway, E.W. Gottlieb, V.Y. Chow, D.J. Curran, D.M. Matross, A. Bright, et al. The CO_2 tracer clock for the Tropical Tropopause Layer. *Atmos. Chem. Phys*, 7 :3989–4000, 2007.

[RJB+05] L.S. Rothman, D. Jacquemart, A. Barbe, D. Chris Benner, M. Birk, L.R. Brown, M.R. Carleer, C. Chackerian, K. Chance, L.H. Coudert, et al. The HITRAN 2004 molecular spectroscopic database. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 96(2) :139–204, 2005.

[RO01] P.J. Rayner and D.M. O'Brien. The utility of remotely sensed CO_2 concentration data in surface source inversions. *J. Geophys. Res. Lett.*, 28 :175–178, 2001.

[Rod00] C.D. Rodgers. *Inverse Methods for Atmospheric Sounding : Theory and Practice*. World Scientific Singapore, 2000.

[SAM+04] D. Simeoni, P. Astruc, D. Miras, C. Alis, O. Andreis, D. Scheidel, C. Degrelle, P. Nicol, B. Bailly, P. Guiard, et al. Design and development of IASI instrument. In *Proceedings of SPIE*, volume 5543, pages 208–219, 2004.

[Sha84] C.E. Shannon. Communication in the presence of noise. *Proceedings of the IEEE*, 72(9) :1192–1201, 1984.

[SHDSM+03] L.L. Strow, S.E. Hannon, S. De Souza-Machado, H.E. Motteler, and D. Tobin. An overview of the AIRS radiative transfer model. *Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on*, 41(2) :303–313, 2003.

[Ste07] N. Stern. Stern review on the economics of climate change executive summary. Technical report, 2007.

[Tar05] A. Tarantola. *Inverse Problem Theory and Methods for Model Parameter Estimation*. Society for Industrial Mathematics, 2005.

[TP01] B.T. Tolton and D. Plouffe. Sensitivity of radiometric measurements of the atmospheric CO_2 column from space. *Applied Optics*, 40(9) :1305–1313, 2001.

[VBBM07] R. Vautard, M. Beekmann, B. Bessagnet, and L. Menut. Chimere un simulateur numérique de la qualité de l'air. Technical report, IPSL, 2007.

[Ver98] P. Vermande. Interféromètre multivoies de type michelson pour l'analyse des spectres étroits, 1998. Brevet numéro 98 15590.

[Was06] R.A. Washenfelder. *Column Abundances of Carbon Dioxide and Methane Retrieved From Ground-Based Near-Infrared Solar Spectra*. PhD thesis, California Institut of Technology, 2006.

[WTB+06] R.A. Washenfelder, G.C. Toon, J.F. Blavier, Z. Yang, N.T. Allen, P.O. Wennberg, S.A. Vay, D.M. Matross, and B.C. Daube. Carbon dioxide column abundances at the Wisconsin Tall Tower site. *J. Geophys. Res*, 111, 2006.

Résumé

L'amélioration de la prédiction de l'ampleur du réchauffement climatique requiert une mesure de la concentration en CO_2 dans l'atmosphère à l'échelle globale. Une mesure satellitale pourrait combler ce besoin. Le CNES a développé un instrument de nouvelle génération adapté aux applications de sondage atmosphérique. Cet instrument, un spectromètre par transformation de Fourier statique, présente une masse et des dimensions réduites par rapport aux spectromètres classiques. On étudie l'application du concept à la mesure du CO_2, à l'aide d'une maquette au sol représentative d'un instrument embarqué. Celle-ci mesure le spectre solaire à travers l'atmosphère dans une bande d'absorption du CO_2 autour de 1,6 μm. La concentration en CO_2 est déduite de la profondeur des raies d'absorption. On présente le concept ainsi que sa mise en œuvre expérimentale, tant pour la conception de l'instrument que pour son étalonnage et le traitement des données. Le contenu en information de la mesure est évalué. On présente la procédure d'inversion des mesures. On estime par simulation que l'erreur d'inversion est de l'ordre de $\pm$0,6 ppm pour un objectif de $\pm$1 ppm. Les résultats d'une campagne de mesures atmosphériques sont enfin donnés. Ils mettent en évidence les bonnes performances de l'instrument : on atteint des précisions de mesure compatibles avec l'objectif. La campagne révèle également une sensibilité de l'instrument à des paramètres autres que le CO_2. Les déformations du spectromètre, dues aux variations thermiques du laboratoire, pourraient par exemple être à l'origine d'erreurs de mesure significatives. Des améliorations simples permettant d'augmenter la précision de mesure sont proposées.

Abstract

A global measurement of atmospheric CO_2 concentration is required to improve the prediction of the range of global warming. A satellite mission could provide such a measurement. CNES developed a new generation instrument dedicated to atmospheric sounding. It is a static Fourier transform spectrometer whose mass and size are smaller than those of classical spectrometers. The application of the concept for CO_2 sounding is studied thanks to an on ground experimental breadboard representative of a satellite borne spectrometer. The CO_2 concentration is deduced from atmospheric spectra at 1.6 μm thanks to differential spectroscopy technique. The instrumental concept is presented. Then the conception of the spectrometer and the working procedure are described. A study of information content is done. Retrieval simulations show that an error of $\pm$0.6 ppm can be expected, lower than the $\pm$1 ppm goal. Finally the results of a measurement campaign are given. The retrieval precision is compatible with the objectives. Yet the instrument is also sensitive to disruptive parameters. For example deformations of the instrument could engender significant measurement errors. Instrument improvements are proposed to increase the retrieval precision.