



**HAL**  
open science

# FILTRAGE ADAPTATIF ET DIFFUSION ANISOTROPE POUR L'AIDE A L'INTERPRETATION DES DONNEES SISMIQUES

Régis Dargent

► **To cite this version:**

Régis Dargent. FILTRAGE ADAPTATIF ET DIFFUSION ANISOTROPE POUR L'AIDE A L'INTERPRETATION DES DONNEES SISMIQUES. Traitement du signal et de l'image [eess.SP]. Université Sciences et Technologies - Bordeaux I, 2006. Français. NNT : . tel-00399418

**HAL Id: tel-00399418**

**<https://theses.hal.science/tel-00399418>**

Submitted on 26 Jun 2009

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**THESE**  
PRESENTEE A  
**L'UNIVERSITE DE BORDEAUX I**

ECOLE DOCTORALE DES SCIENCES PHYSIQUES  
ET DE L'INGENIEUR

**Par Régis DARGENT**

POUR OBTENIR LE GRADE DE

**DOCTEUR**

SPECIALITE : AUTOMATIQUE, PRODUCTIQUE,  
SIGNAL ET IMAGE

---

**FILTRAGE ADAPTATIF ET DIFFUSION ANISOTROPE  
POUR L'AIDE A L'INTERPRETATION DES DONNEES  
SISMIQUES**

---

Soutenu le 17 juillet 2006

Après avis de :

M.	J.C. PESQUET	Professeur à l'Université de Marne la Vallée	Rapporteurs
Mme.	S. ROQUES	Directeur de recherche CNRS – Obs. Midi-Pyrénées	

Devant la commission d'examen formée de :

MM.	M. NAJIM	Professeur à l'ENSEIRB	Président
	O. LAVIALLE	Maître de Conférences à l'ENITA de Bordeaux	Rapporteur
	P. BAYLOU	Professeur à l'ENSEIRB	
	S. GUILLON	Ingénieur de Recherche à TOTAL	
	J.C. PESQUET	Professeur à l'Université de Marne la Vallée	
Mme.	S. ROQUES	Directeur de Recherche CNRS – Obs. Midi-Pyrénées	



# REMERCIEMENTS

Les travaux présentés dans cette thèse ont été réalisés au sein du Laboratoire d'Analyse des Signaux et Images Sismiques (LASIS) du Laboratoire d'Automatique, Productique et Signal (LAPS, UMR 5131), fruit d'une collaboration entre le Centre National de la Recherche Scientifique (CNRS), l'Université de Bordeaux 1, l'École Nationale Supérieure d'Electronique, d'Informatique et de Radiocommunications de Bordeaux (ENSEIRB) et la société TOTAL.

Je tiens tout d'abord à remercier Monsieur Pierre Baylou, professeur à l'ENSEIRB, qui m'a encadré et conseillé judicieusement durant ces cinq dernières années. Tout en me laissant libre de mes choix, il a su guider mes pas et assurer la cohésion de l'ensemble de mes recherches.

Je remercie vivement Monsieur Mohamed Najim, professeur à l'ENSEIRB, pour m'avoir accueilli dans son laboratoire et m'avoir offert les meilleures conditions de travail possibles. Je lui exprime également ma gratitude pour m'avoir fait l'honneur de présider mon jury.

Monsieur Jean-Christophe Pesquet, professeur à l'Université de Marne la Vallée, et Madame Sylvie Roques, directeur de recherches CNRS, ont accepté d'être les rapporteurs de ma thèse. Qu'ils soient remerciés pour le temps qu'ils ont consacré à la lecture de ce manuscrit.

J'adresse mes sincères remerciements à Monsieur Olivier Lavielle, maître de conférences à l'ENITA de Bordeaux, qui a lui aussi encadré mes travaux. Outre l'amitié dont il a toujours fait preuve, c'est lui qui a été mon collaborateur le plus proche. Je le remercie pour sa disponibilité, ainsi que pour ses conseils, ses remarques toujours très profitables.

Je remercie tout particulièrement Monsieur Naamen Keskes, directeur de recherche à TOTAL, dont les motivations ont permis de définir l'orientation initiale de mes recherches. Il a en outre permis de valoriser les méthodes développées à travers une validation des performances sur des données réelles. Qu'il soit aussi remercié pour l'accueil qu'il m'a réservé avec son équipe à chacune de mes visites.

Je remercie également Monsieur Sébastien Guillon, ingénieur de recherche à TOTAL, pour l'intérêt qu'il a porté à mon travail et les discussions fructueuses qu'il a eues avec moi lors de mes visites à Pau.

Je ne saurais oublier tous les membres du LASIS et de l'Equipe Signal et Image, permanents et doctorants, pour l'aide, les encouragements et la bonne humeur dont ils ont su faire preuve, contribuant ainsi à l'établissement d'une sympathique atmosphère de travail.

Je tiens également à remercier mes amis pour leur soutien quotidien, leur fidélité et tous les bons moments que nous avons passé ensemble.

Enfin, je ne peux omettre mes parents ni ma famille dont l'affection et le soutien continu ont constitué une base solide sur laquelle j'ai pu m'appuyer pour construire cette thèse.



# Table des matières

<b>Notations.....</b>	<b>1</b>
<b>Introduction .....</b>	<b>3</b>
<b>Chapitre 1 Acquisition et interprétation des données sismiques .....</b>	<b>7</b>
1.1 Principe de la sismique réflexion .....	7
1.2 Eléments d'interprétation des données .....	9
1.2.1 Processus d'interprétation .....	9
1.2.1.1 Interprétation stratigraphique.....	9
1.2.1.2 Interprétation structurale.....	11
1.2.2 Le « Coherence Cube », un outil d'aide à l'interprétation.....	13
1.3 Perturbations du signal sismique.....	15
1.3.1 Types de bruits .....	15
1.3.2 Nature du signal .....	17
1.3.3 Particularités de l'imagerie sismique .....	18
<b>Chapitre 2 Diffusion anisotrope et filtrage adaptatif.....</b>	<b>19</b>
2.1 Filtrage et rehaussement.....	20
2.1.1 Principe du filtrage.....	20
2.1.2 Utilisation des Equations aux Dérivées Partielles .....	23
2.1.3 Construction de données de synthèse.....	25
2.2 Diffusion anisotrope.....	26
2.2.1 Diffusion non-linéaire .....	26
2.2.1.1 Modèle de Perona-Malik.....	26
2.2.1.2 Forward and Backward Diffusion (FAB) .....	32
2.2.1.3 Modèle régularisé (Catté et al.).....	34
2.2.2 Modèles dérivés de la diffusion non-linéaire .....	35
2.2.2.1 Lissage sélectif (Alvarez et al.).....	35
2.2.2.2 Formalisme général (Kornprobst et al.) .....	37
2.2.3 Diffusion tensorielle.....	39
2.2.3.1 Obtention du tenseur de structure .....	40
2.2.3.2 Diffusion pour le rehaussement des contours (EED, Edge Enhancing Diffusion) .....	41
2.2.3.3 Diffusion pour l'augmentation de la cohérence (CED, Coherence-Enhancing Diffusion) ..	42
2.3 Filtrage adaptatif .....	45
2.3.1 Orientation Adaptive Gaussian Filter (OAGF).....	46
2.3.2 Gaussian Laplacian Like Enhancement .....	49
2.3.2.1 Composante de lissage.....	50
2.3.2.2 Composante de rehaussement de contraste.....	50
2.3.2.3 Filtre GLLE.....	51
2.3.3 Edge Preserving Orientation Adaptive Filtering (EPOAF) .....	53

2.3.3.1	Filtre de Kuwahara généralisé .....	53
2.3.3.2	Généralisation .....	54
2.4	Autres méthodes de filtrage des données sismiques .....	57
2.4.1	Non-separable 2D Complex Lapped Transform (2DCLT).....	57
2.4.1.1	Lapped Transform.....	57
2.4.1.2	Application aux données sismiques .....	58
2.4.2	Filtrage fréquentiel.....	59
2.4.2.1	Estimation des fréquences.....	59
2.4.2.2	Définition des zones de permission et de réjection.....	59
2.4.2.3	Construction du filtre propre dans le domaine spatial .....	60
2.5	Conclusion .....	61
<b>Chapitre 3 Filtre de diffusion sectoriel.....</b>		<b>63</b>
3.1	Défauts et avantages des méthodes précédentes.....	63
3.1.1	Contrainte de simplicité .....	63
3.1.2	Possibilité de rehaussement .....	64
3.1.3	Comportement différencié selon l'orientation locale.....	65
3.1.4	Adaptation à la dynamique locale .....	67
3.2	Utilisation de l'orientation et de la dynamique .....	68
3.2.1	Analyse en Composantes Principales d'un champ d'orientation.....	68
3.2.2	Comparaison avec le tenseur de structure.....	70
3.2.3	Indicateurs d'anisotropie.....	72
3.2.4	Fiabilité des indicateurs .....	74
3.2.5	Adaptation à la dynamique locale .....	76
3.3	Construction du filtre .....	78
3.3.1	Extension du modèle de Perona et Malik.....	78
3.3.2	Adaptation au contexte local.....	81
3.3.2.1	Adaptation à la dynamique locale.....	81
3.3.2.2	Adaptation à l'orientation .....	82
3.3.2.3	Modèle conique continu.....	85
3.3.3	Limites du modèle conique .....	85
3.3.3.1	Cas des horizons épais .....	85
3.3.3.2	Problèmes de discrétisation.....	86
3.3.4	Modèle hyperbolique .....	87
3.4	SBDF pour le renforcement des discontinuités .....	92
3.5	Conclusion .....	95
<b>Chapitre 4 Résultats expérimentaux .....</b>		<b>97</b>
4.1	Etude expérimentale des performances .....	98
4.1.1	Construction des blocs à traiter .....	98
4.1.2	Choix des paramètres de traitement .....	99
4.1.2.1	Méthode de descente du simplexe .....	99
4.1.2.2	Obtention d'un jeu de paramètres optimal.....	102
4.1.3	Choix des méthodes .....	103

4.1.4	Analyse des résultats .....	104
4.1.4.2	Etude visuelle des résultats optimaux .....	105
4.1.4.3	Robustesse des méthodes vis-à-vis du choix des paramètres .....	112
4.1.4.4	Interprétation statistique.....	114
4.2	Analyse visuelle de données réelles .....	115
4.2.1	Etude globale de quelques blocs de données .....	116
4.2.2	Etude détaillée de quelques structures géologiques.....	120
4.3	Evaluation à l'aide d'une post-détection automatique des failles.....	123
4.4	Résultats de renforcement des failles .....	128
4.5	Conclusion .....	132
<b>Conclusion .....</b>		<b>133</b>
<b>Annexe A Résultats et paramètres optimaux des méthodes analysées au Chapitre 4.....</b>		<b>137</b>
<b>Bibliographie .....</b>		<b>141</b>



# Notations

$\mathbf{x}$	vecteur $\mathbf{x}$ de coordonnées spatiales dans une image
$x, y, z$	abscisse, ordonnée, côte d'un point d'une image
$ x $	valeur absolue du réel $x$
$ \mathbf{v} , \ \mathbf{v}\ $	norme du vecteur $\mathbf{v}$
$\nabla$	opérateur gradient
$div$	opérateur divergence
$\Delta$	opérateur laplacien
$*$	opérateur de convolution
$T$	opérateur de transposition
$\times$	produit matriciel
$\cdot$	produit scalaire
$\otimes$	produit de Kronecker
$U_x, U_y$	dérivée de $U$ respectivement selon les variable $x$ et $y$



# Introduction

Les méthodes fondées sur les Equations aux Dérivées Partielles (EDP) occupent une place grandissante parmi les méthodes de traitement des images. Elle permettent en effet un développement dans le domaine continu, profitant de nombreux outils mathématiques et modèles physiques éprouvés. La discrétisation de l'algorithme, nécessaire au traitement des images numériques, n'a alors lieu qu'au dernier moment. Parmi ces méthodes, celles dérivées des équations de diffusion, bien connues dans le domaine de la physique, connaissent un succès grandissant, grâce à de bons résultats expérimentaux.

Nous nous intéresserons particulièrement ici à l'amélioration des images sismiques, technique de plus en plus employée dans le domaine de la prospection pétrolière. Ces données forment une représentation tridimensionnelle de l'agencement des couches géologiques du sous-sol. Elles posent le problème du traitement d'images tridimensionnelles de grande taille, présentant une structure litée fortement orientée. Il n'existe pas, à notre connaissance, de méthode adaptée aux images sismiques et fondée sur la diffusion anisotrope.

L'amélioration des images est une notion souvent difficile à définir. Elle est souvent associée à la perception de l'image (confort de vision, mise en valeur des éléments importants de l'image, etc.). Il s'agit dans ce cas d'une notion subjective, difficile à quantifier. Il existe également des critères objectifs d'évaluation (simplification de l'extraction d'objets, Rapport Signal sur Bruit, etc.). Ils sont plus faciles à évaluer, mais parfois plus difficiles à formaliser, du fait entre autres de l'absence fréquente dans le cas des données réelles de « vérité terrain » (image non bruitée, objets réellement présents dans l'image, etc.).

Le cas de l'imagerie sismique illustre bien les deux points de vue, subjectif et objectif. Les images sismiques sont utilisées directement par des experts, au moyen d'une analyse visuelle, pour déterminer les différentes strates présentes dans le sous-sol, ainsi que les réseaux de failles qui les fracturent. L'amélioration consiste ici à augmenter ou simplifier la lisibilité des couches et des failles. Les images servent également à l'extraction automatique d'objets et d'attributs facilitant l'analyse des experts (surfaces représentant les strates de matériau, cartes d'indice de présence de failles, etc.). L'amélioration des images peut alors être vue comme un prétraitement permettant d'obtenir des objets et des attributs plus pertinents (plus continus, mieux localisés, etc.).

La connaissance de la donnée sismique est ici essentielle à la satisfaction des multiples contraintes qu'elle impose. En effet, certaines de ces contraintes peuvent de prime abord paraître contradictoires : l'amélioration de la continuité des couches, par exemple, consiste à lisser les discontinuités dues au bruit. Au contraire, la préservation des réseaux de failles impose de maintenir certaines de ces discontinuités. La faculté de différencier ces différents types de discontinuités ne peut alors venir que d'une connaissance *a priori* des caractéristiques de la donnée.

L'utilisation de ces informations dans une méthode de traitement des images sismiques peut alors s'effectuer en définissant pour chaque point de l'image des critères d'appartenance à une couche, d'orientation de la couche, ou de proximité d'une faille. Ces critères seront fonction de l'environnement du point – valeur relative du niveau de gris, présence d'une direction privilégiée, distance directionnelle. L'utilisation de méthodes fondées sur des modèles discrets de la diffusion anisotrope permettent une intégration relativement aisée de ces critères.

Ce mémoire s'articule en quatre parties.

Le premier chapitre présente succinctement les principales caractéristiques des données sismiques, de l'étape d'acquisition jusqu'à l'interprétation par l'expert. Il décrit les indices qui permettent à l'expert structuraliste de déterminer la configuration géologique du sous-sol, ainsi que les différents types de bruits rencontrés dans les images sismiques. Finalement, il propose une modélisation de l'image sous la forme d'un empilement de couches, qui sera employée par la suite lors du développement de méthodes de traitement des données.

Le deuxième chapitre traite des intérêts respectifs des méthodes fondées sur la diffusion anisotrope, et des approches construites sur les filtres adaptatifs dédiés à l'imagerie sismique. Nous y revenons sur les fondements de la diffusion anisotrope et décrivons les principales déclinaisons de la méthode. Les avantages et inconvénients de chaque méthode sont examinés, dans un contexte aussi bien général que spécifique à l'imagerie sismique. A titre de comparaison, nous présentons également des méthodes les plus couramment employées pour traiter les images sismiques. Ces méthodes sont fondées sur des filtres adaptatifs, de type gaussien, mais tenant compte de contraintes propres aux données sismiques.

Le troisième chapitre présente les nouvelles approches que nous proposons pour le traitement des images sismiques. L'analyse du comportement des méthodes présentées au deuxième chapitre nous a conduits à proposer la méthode générique appelée Sector-Based Diffusion Filter (SBDF), introduite sous la forme d'une équation d'évolution. Une première équation fondée sur une prise en compte originale du contexte local conduit à la définition d'un support de filtrage conique anisotrope. Nous proposons ensuite différentes variantes de la méthode SBDF. Une de ces variantes consiste à introduire un support hyperbolique qui permet la prise en compte de l'épaisseur des horizons sismiques ; une deuxième variante a été développée dans le but de renforcer les discontinuités.

Le quatrième chapitre montre des résultats expérimentaux permettant de comparer les méthodes SBDF aux approches classiques dédiées à l'imagerie sismique. Dans un premier temps, à l'aide d'un critère objectif (le Rapport Signal sur Bruit), nous démontrons que l'approche SBDF est significativement plus performante que les méthodes classiques dans le cas du filtrage de blocs synthétiques. Nous illustrons ensuite le comportement des méthodes sur des blocs sismiques réels. Enfin, nous évaluons l'intérêt de l'approche SBDF en tant que prétraitement pour l'interprétation ou la détection automatique des failles. Pour cela, nous utilisons un indicateur automatique de présence de

failles, le « coherence cube ». En particulier, cet outil nous permet de mettre en évidence l'intérêt de la variante permettant le renforcement des discontinuités, présentée à la fin du troisième chapitre.

Le travail présenté dans ce mémoire s'inscrit dans le cadre des activités du laboratoire commun LASIS issu d'une collaboration entre l'UMR LAPS CNRS et la société TOTAL, sur le thème de l'analyse et du traitement des données sismiques.



# Chapitre 1

## Acquisition et interprétation des données sismiques

Les données sismiques étant de nature relativement complexe, il nous a paru nécessaire de nous intéresser aux caractéristiques et aux contraintes particulières à ces images. Nous décrivons tout d'abord les méthodes d'acquisition dans le cadre de la sismique réflexion (paragraphe 1.1). Dans un second temps, nous évoquons le processus d'interprétation des données par le géologue (paragraphe 1.2). La dernière partie (paragraphe 1.3) consiste à décrire le type de signal rencontré dans le cadre de l'imagerie sismique ainsi qu'un modèle simplifié des données auquel nous nous référerons dans les chapitres suivants.

### 1.1 Principe de la sismique réflexion

L'utilisation de la technique de *sismique réflexion* s'est largement répandue depuis ses premiers essais dans les années 1920. Aujourd'hui, elle constitue l'un des principaux outils d'exploration de nouveaux champs pétrolifères et fournit au géologue des images bidimensionnelles ou tridimensionnelles représentant la succession et les limites des couches géologiques du sous-sol.

Comme son nom le laisse entendre, la *sismique réflexion* consiste à étudier les réflexions d'ondes élastiques produites en surface et qui se propagent à travers les différentes couches du sous-sol. Sur terre, ces ondes sont toujours émises à l'aide d'explosifs, lorsque cela est possible, ou plus récemment par des camions vibreurs. Ceux-ci sont équipés d'une plaque pulsante, sur laquelle est exercée une force alternative pouvant atteindre 15 tonnes. Elle permet d'envoyer des trains d'onde à des fréquences de quelques dizaines de Hertz. Les ondes réfléchies sont recueillies en surface par des capteurs, appelés *géophones*, qui les convertissent en tensions électriques. En mer, les ondes peuvent aussi être créées à l'aide d'explosifs, mais aussi par des canons à air comprimé. Ils sont reçus par des *hydrophones*. Les capteurs sont associés en lignes, de manière à obtenir des images sismiques bidimensionnelles. Des images sismiques tridimensionnelles sont obtenues en déplaçant de telles lignes de capteurs.

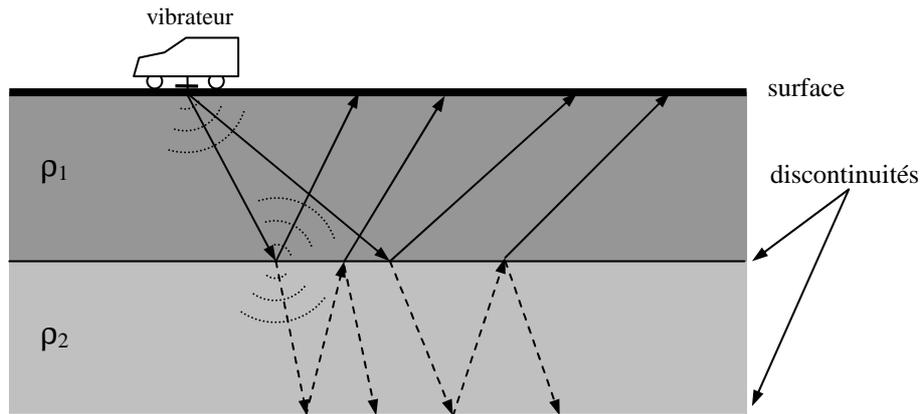


Fig. 1.1 Propagation des ondes sismiques.

Les ondes produites artificiellement en surface se propagent dans le sous-sol. Les couches géologiques rencontrées au cours de la propagation sont de natures différentes. Elles ont donc des propriétés acoustiques différentes, et affectent la propagation de l'onde. Plus particulièrement, de la même manière que dans le cas de l'optique géométrique, l'interface entre deux couches successives d'impédance acoustique distinctes forme une discontinuité de la vitesse de propagation des ondes et provoque une réflexion de l'onde incidente, qui remonte alors vers la surface et les capteurs, ainsi qu'une réfraction, qui continue son chemin dans les couches sous-jacentes (Fig. 1.1). Chacune de ces ondes subit à son tour le jeu des réflexions / réfractions. Les capteurs mesurent alors celles des ondes qui remontent à la surface.

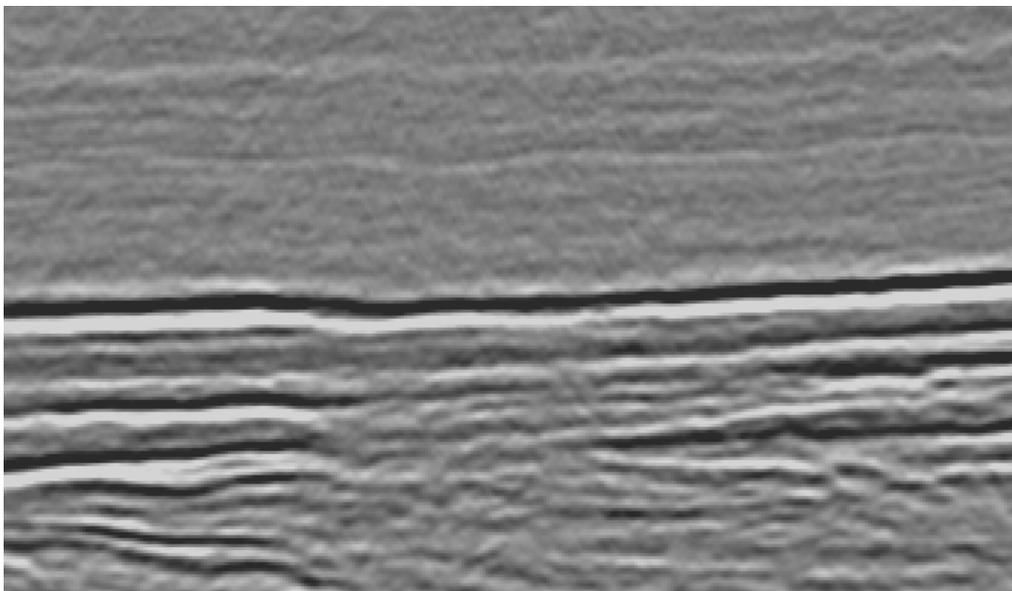


Fig. 1.2 Image sismique bidimensionnelle.

Les données mesurées subissent un traitement informatique complexe, tenant compte des phénomènes physiques mis en jeu, des problèmes d'interférence, de problèmes de convolution, et nécessitant une puissance de calcul importante. On obtient ainsi un ensemble de signaux monodimensionnels, appelés *traces sismiques*, qui, juxtaposés, forment des images sismiques

tridimensionnelles (Fig. 1.2). Les pixels correspondant aux extrema locaux respectifs des *traces sismiques* forment des ensembles connexes appelés *horizons sismiques*.

Les images tridimensionnelles  $I(x, y, t)$  ainsi obtenues possèdent deux dimensions de nature spatiale  $(x, y)$ , relatives à la position des capteurs en surface, et une dimension de nature temporelle  $t$ , correspondant habituellement au temps d'aller-retour de l'onde. Il est possible de relier  $t$  à une dimension spatiale par la connaissance de la vitesse de propagation des ondes, généralement comprise entre 2000 et 4000 m/s. Ces images se présentent sous la forme de matrices tridimensionnelles, dont la résolution est typiquement de 12,5 m pour les dimensions spatiales, et varie, pour la dimension temporelle, de 5 m en surface à 100 m en profondeur. Cette résolution est également fonction du type des dispositifs d'émission des ondes et d'acquisition des données utilisés.

## 1.2 Eléments d'interprétation des données

### 1.2.1 Processus d'interprétation

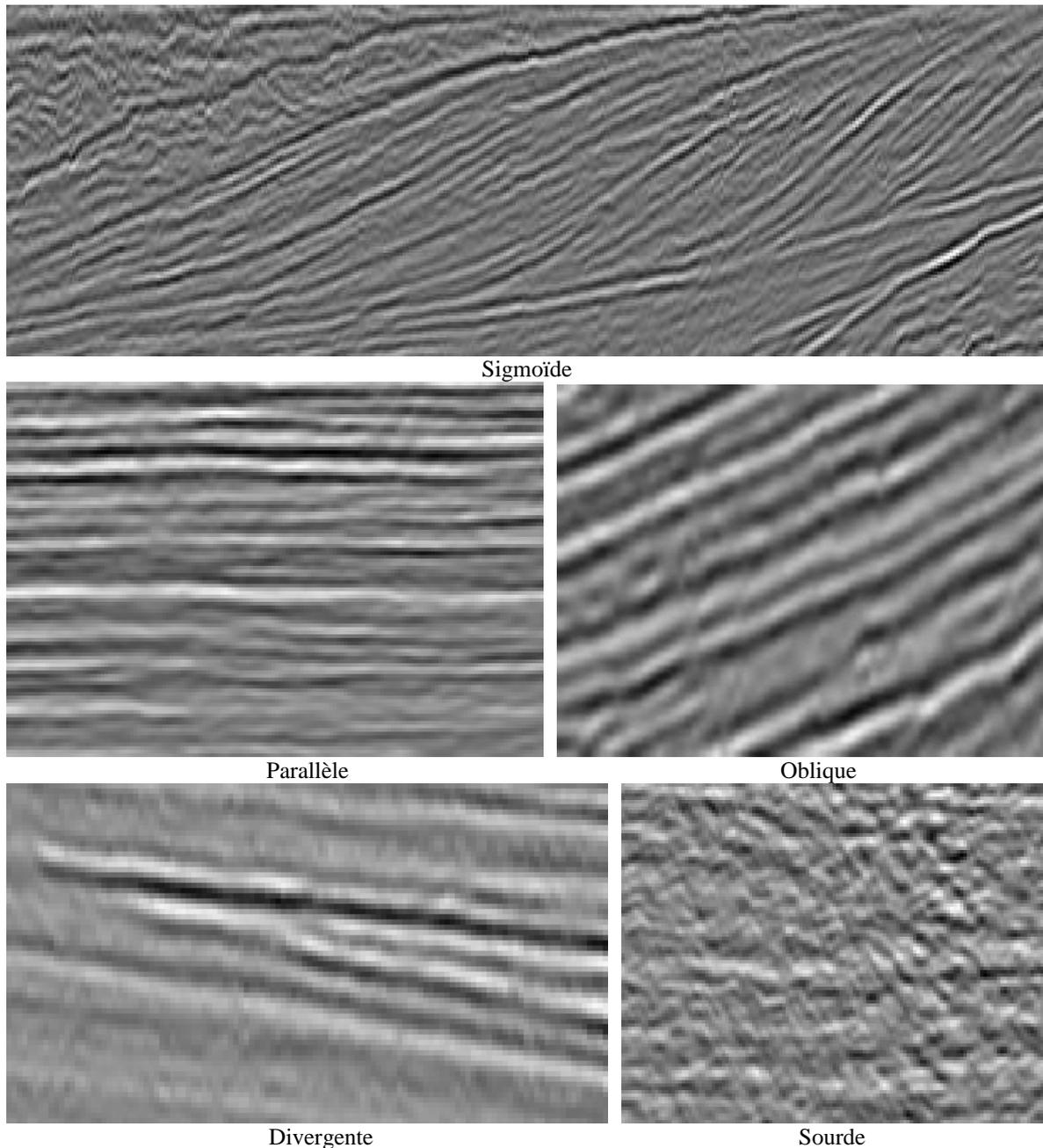
L'interprétation des images sismiques est une tâche complexe, qui nécessite l'expertise du géologue. Il s'agit d'identifier les *roches mères*, où se sont formés les hydrocarbures, d'analyser les migrations possibles de ces hydrocarbures, et de déterminer les réservoirs potentiels où ils pourraient s'être accumulés. Dans le cadre de cette analyse, l'étude des discontinuités éventuelles des horizons est essentielle. Gardant à l'esprit l'objectif de développer des outils d'aide à l'interprétation, qui devront préserver ces discontinuités, nous présentons ici deux étapes importantes du processus d'interprétation : l'interprétation stratigraphique et l'interprétation structurale.

#### 1.2.1.1 Interprétation stratigraphique

*STRATE* : *chacune des couches d'épaisseur variable d'un terrain, généralement sédimentaire, qu'on peut distinguer par des caractères spécifiques, des couches qui la précèdent ou lui succèdent. (Le Trésor de la Langue Française Informatisé)*

La stratigraphie est l'étude des différentes *strates* qui constituent la croûte terrestre. Elle permet de dater les couches et d'établir l'*échelle des temps géologiques*. Parmi les grands principes fondateurs de la stratigraphie, on peut citer les lois de Steno :

- le principe de continuité qui stipule que tous les points d'une même couche ont le même âge,
- le principe de superposition signale que sauf bouleversements structuraux, une couche est plus récente que les couches qu'elle recouvre,
- le principe de recoupement indique qu'une couche est plus ancienne que les failles ou les roches qui la recourent,
- le principe d'inclusion précise que les roches incluses dans une couche sont plus anciennes que la couche elle-même.



*Fig. 1.3 Définition d'Unités de Faciès Sismique par l'observation de configurations d'horizons sismiques.*

L'interprétation stratigraphique consiste alors à identifier des séquences de dépôts. Dans le cas des images sismiques, celles-ci sont appelées *séquences sismiques*. On réalise ainsi la stratigraphie de la zone. Une *séquence sismique* est constituée d'un ensemble de *strates* concordantes, dont les limites inférieure (base) et supérieure (toit) correspondent à des discontinuités, ou *discordances* (Fig. 1.4). A l'intérieur d'une *séquence sismique*, l'analyse de paramètres, comme l'amplitude, la fréquence ou la continuité, permettent de définir des *Unités de Faciès Sismique* (UFS) regroupant des ensembles d'horizons homogènes (Fig. 1.3).

Mises à part les concordances, toutes les UFS présentent des interruptions d'horizons, qu'un traitement des images sismiques devra préserver. Ces interruptions se présentent, du point de vue du

traitement des images, comme un changement rapide de niveau de gris dans la direction d'un horizon. Bien qu'elles ne correspondent pas à des failles sismiques (que nous décrirons au paragraphe suivant), ces discontinuités présentent localement un aspect qui leur est proche. C'est pourquoi nous ne ferons par la suite pas la distinction entre ces différents types de discontinuités, que nous regrouperons abusivement sous le nom de *faille*.

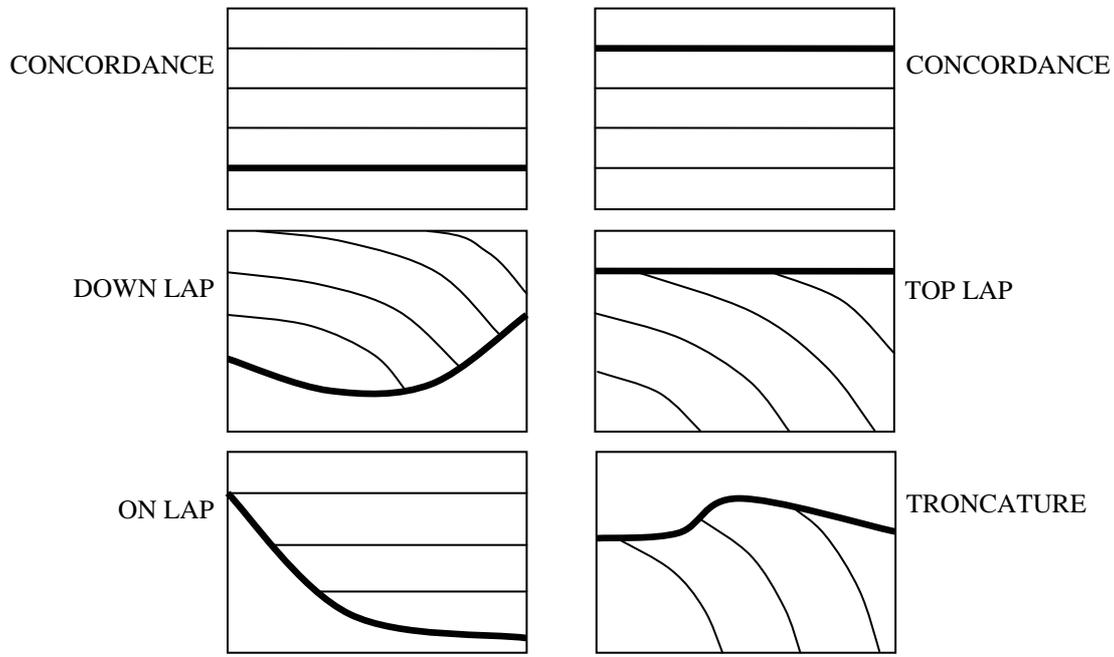


Fig. 1.4 Reconnaissance des discontinuités stratigraphiques à l'aide de l'analyse de la terminaison des horizons sismiques.

### 1.2.1.2 Interprétation structurale

L'interprétation structurale consiste à analyser les déformations, les ruptures, les fins et plus généralement l'agencement géométrique des horizons sismiques. Parmi ceux-ci, les failles suscitent un intérêt particulier (Fig. 1.5, Fig. 1.6). Une faille correspond au glissement d'un groupe d'horizons, résultant de forces de cisaillement sans déplacement vertical (*faille décrochante*), de forces de cisaillement et d'extension (*faille normale*), de forces de cisaillement et de compression (*faille inverse*), ou d'une combinaison de celles-ci (*faille oblique*). Les glissements ont généralement lieu le long d'une surface, qu'on appelle le *plan de faille*.

Etant donné l'importance de ces événements géologiques, il est essentiel de les préserver lors du traitement des images. Localement, les failles normales, inverses et obliques apparaissent comme des changements brutaux de niveau de gris le long d'un horizon. Les failles décrochantes ne présentent pas, en général, de tels changements, ce qui les rend d'autant plus difficiles à détecter.

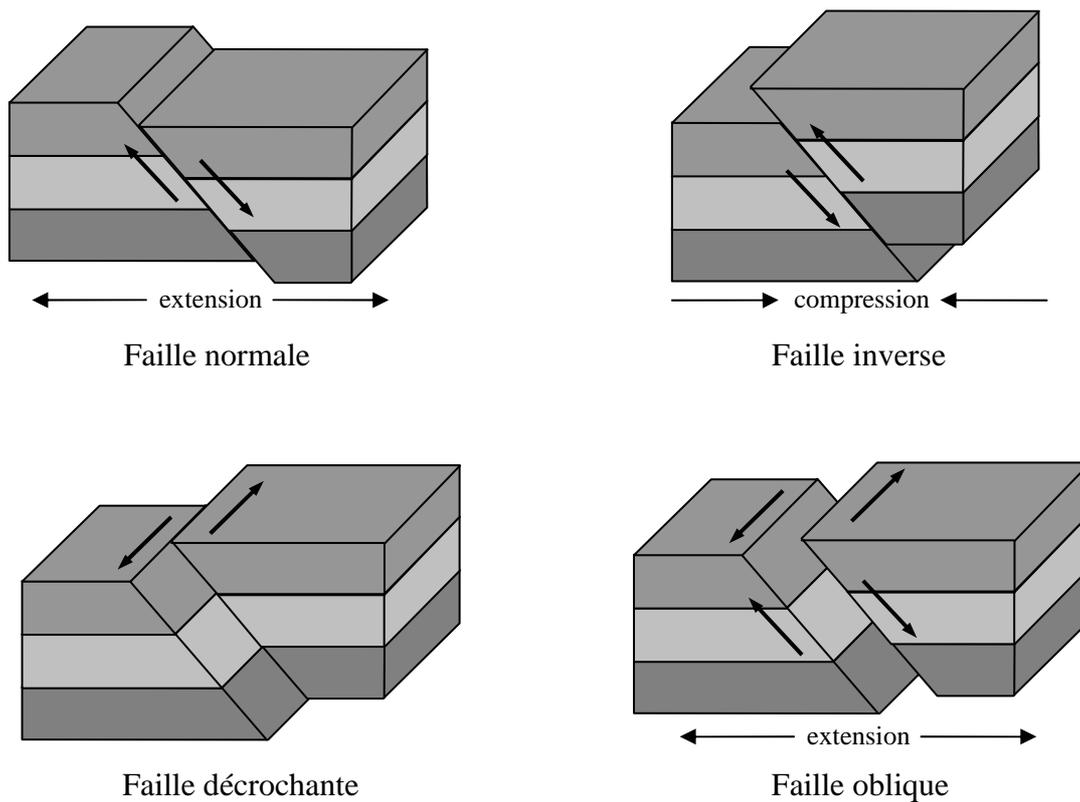


Fig. 1.5 Les différents types de failles. La faille oblique résulte ici de la combinaison d'une force d'extension et d'une force de cisaillement.

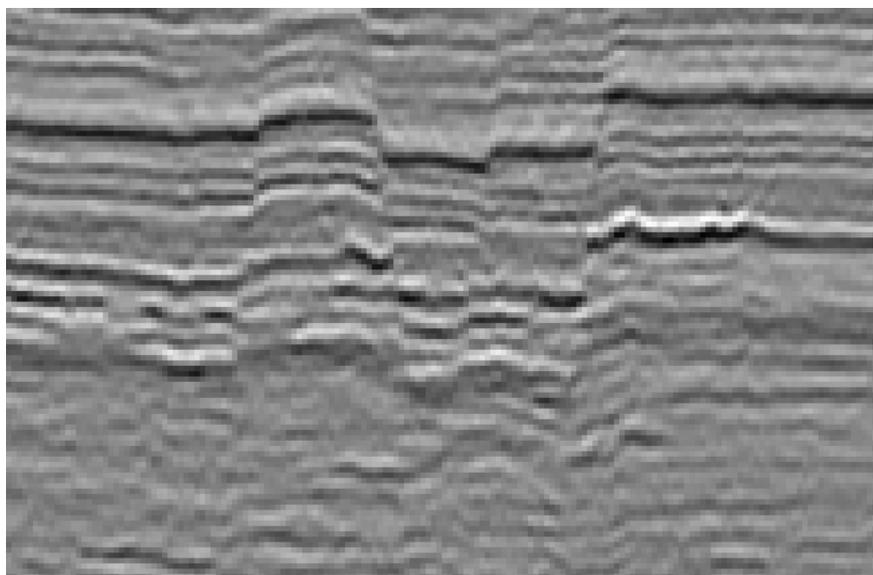


Fig. 1.6 Failles dans une section sismique.

Un second type de déformation qui présente un fort intérêt géologique est dû aux diapirs de sel. Ceux-ci sont formés par l'intrusion d'une couche de sel dans les couches qui la recouvrent (Fig. 1.7). Cette migration est provoquée par la présence au dessus de la couche de sel d'une couche de densité supérieure, combinée à l'action de forces tectoniques. Comme le montre la Fig. 1.7, l'apparition d'un

diapir peut entraîner l'interruption d'un ou plusieurs horizons sismiques, créant ainsi des discontinuités.

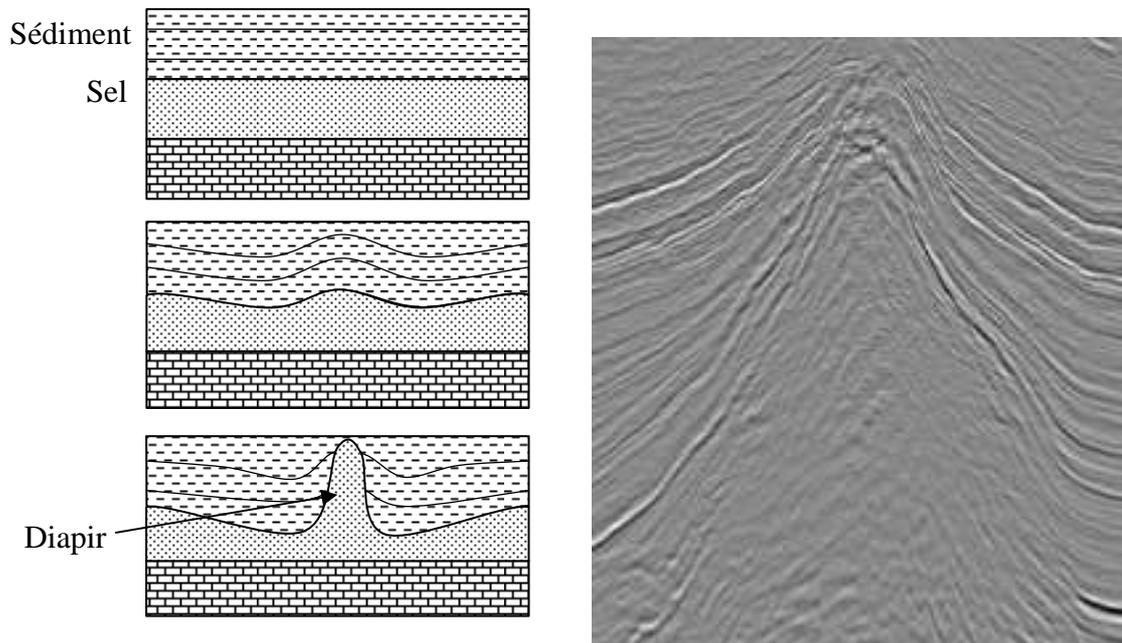


Fig. 1.7 Formation (gauche) et image sismique (droite) d'un diapir de sel.

## 1.2.2 Le « Coherence Cube », un outil d'aide à l'interprétation

Afin de l'assister au cours du processus d'interprétation, le géologue dispose également d'outils, dont l'utilisation s'est généralisée, lui permettant d'extraire un certain nombre d'informations des blocs de données bruts. Parmi ceux-ci, les attributs marquant la présence de discontinuités – dont font partie les failles – sont particulièrement utiles. Ils permettent d'aider à la construction des réseaux de failles en indiquant la probabilité de présence de celles-ci.

La cohérence, qui figure parmi ces attributs, a été proposée en 1995 par Bahorich et Farmer. Elle a depuis été largement utilisée dans le domaine de la prospection pétrolière et a également connu plusieurs améliorations [GeM99].

L'algorithme que nous présentons ici, est fondé sur le calcul de l'intercorrélacion entre chaque trace sismique et ses voisines [MSG99], ou plus précisément entre un segment de chaque trace sismique et le segment correspondant des traces voisines. Etant données  $J$  segments de traces sismiques  $t_1, t_2, \dots, t_J$ , la matrice de covariance correspondante est calculée :

$$C = \begin{pmatrix} t_1 t_1^T & \dots & t_1 t_J^T \\ \vdots & & \vdots \\ t_J t_1^T & \dots & t_J t_J^T \end{pmatrix} = (C_{ij})_{ij} \quad (1.1)$$

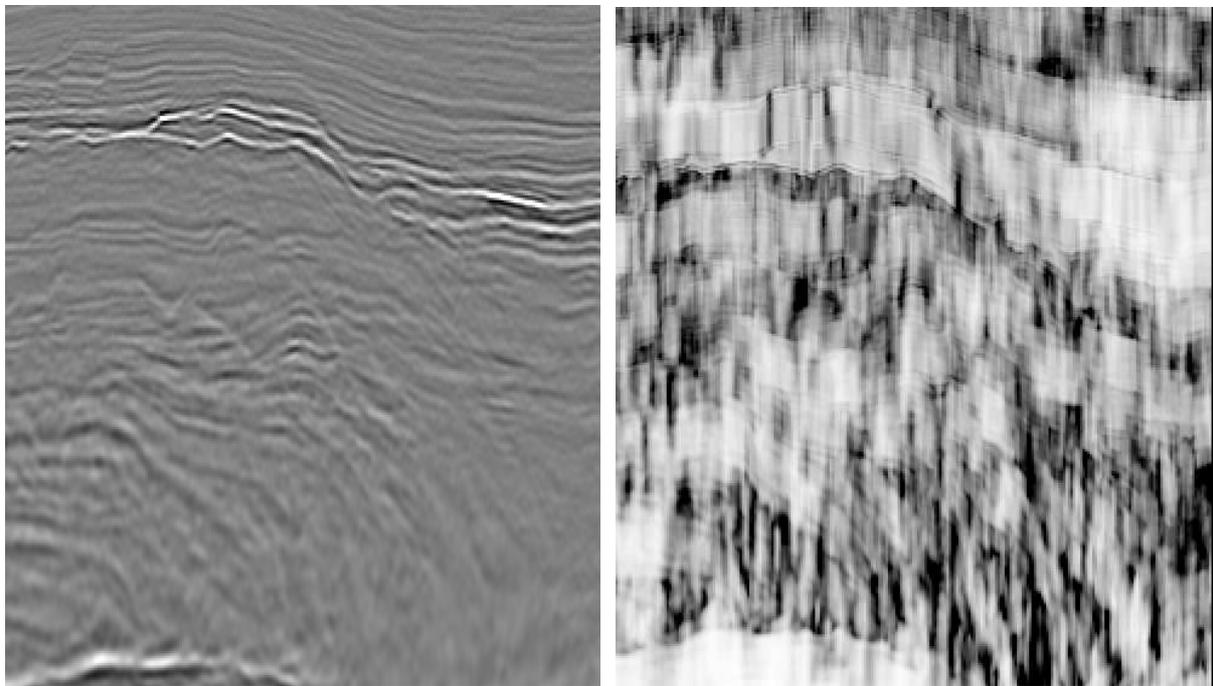
La méthode originale de Bahorich et Farmer, utilisée dans le cas bidimensionnel pour  $J=2$ , définit alors la cohérence comme :

$$c = \frac{C_{12}}{\sqrt{C_{11} C_{22}}} \quad (1.2)$$

Une extension au cas tridimensionnel pour  $J=3$  a par ailleurs été proposée [MSG99], qui définit la cohérence comme :

$$c = \sqrt{\frac{C_{12}}{\sqrt{C_{11}C_{22}}} \frac{C_{13}}{\sqrt{C_{11}C_{33}}}} \quad (1.3)$$

Le résultat est une carte – le *Coherence Cube* (Fig. 1.8). L'intérêt de ces cartes réside dans le fait que les failles correspondent à des régions où les traces sont peu cohérentes [Cho02]. On préfère souvent étudier les cartes de cohérence en vue de dessus (Fig. 1.9) où les réseaux de failles deviennent visibles. Ces cartes restent toutefois assez fortement bruitées et la continuité des failles est parfois difficile à suivre. Cela est dû à la présence dans la donnée originale d'un bruit assez fort, qui diminue le niveau de cohérence, y compris dans les régions non faillées. La non verticalité du plan de faille peut également être mise en cause.



*Fig. 1.8 Vue de face de la donnée originale et carte de cohérence correspondante.*

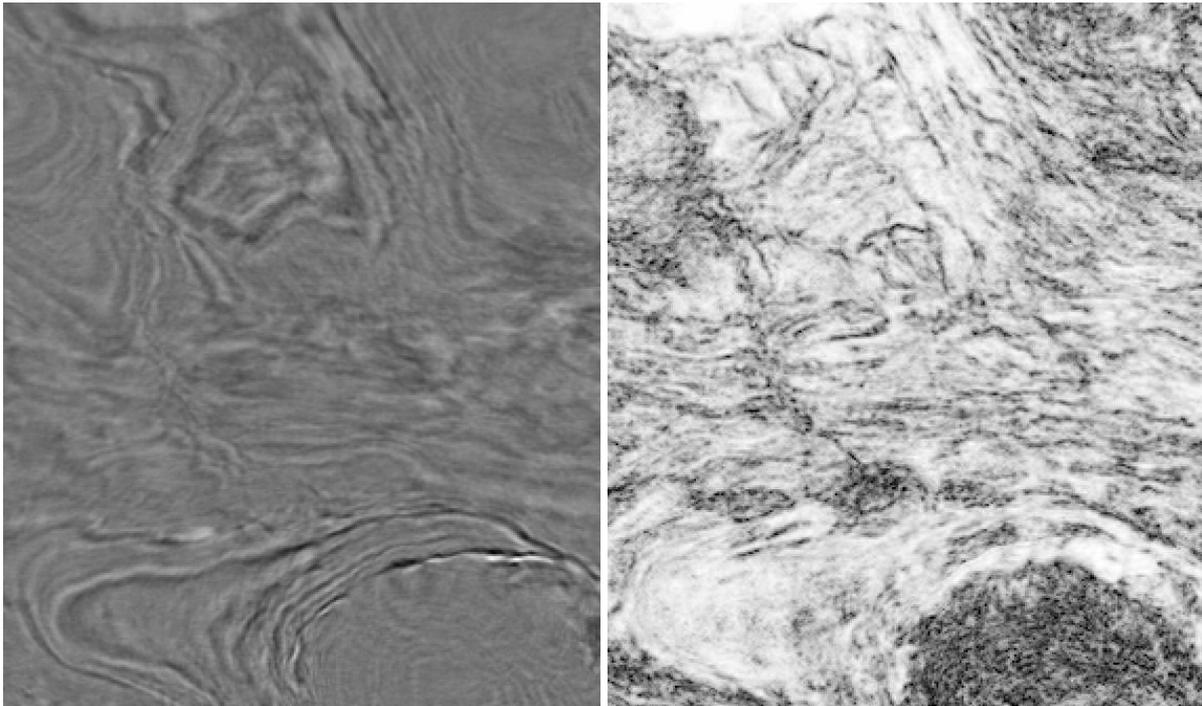


Fig. 1.9 Vue de dessus de la donnée originale et carte de cohérence correspondante.

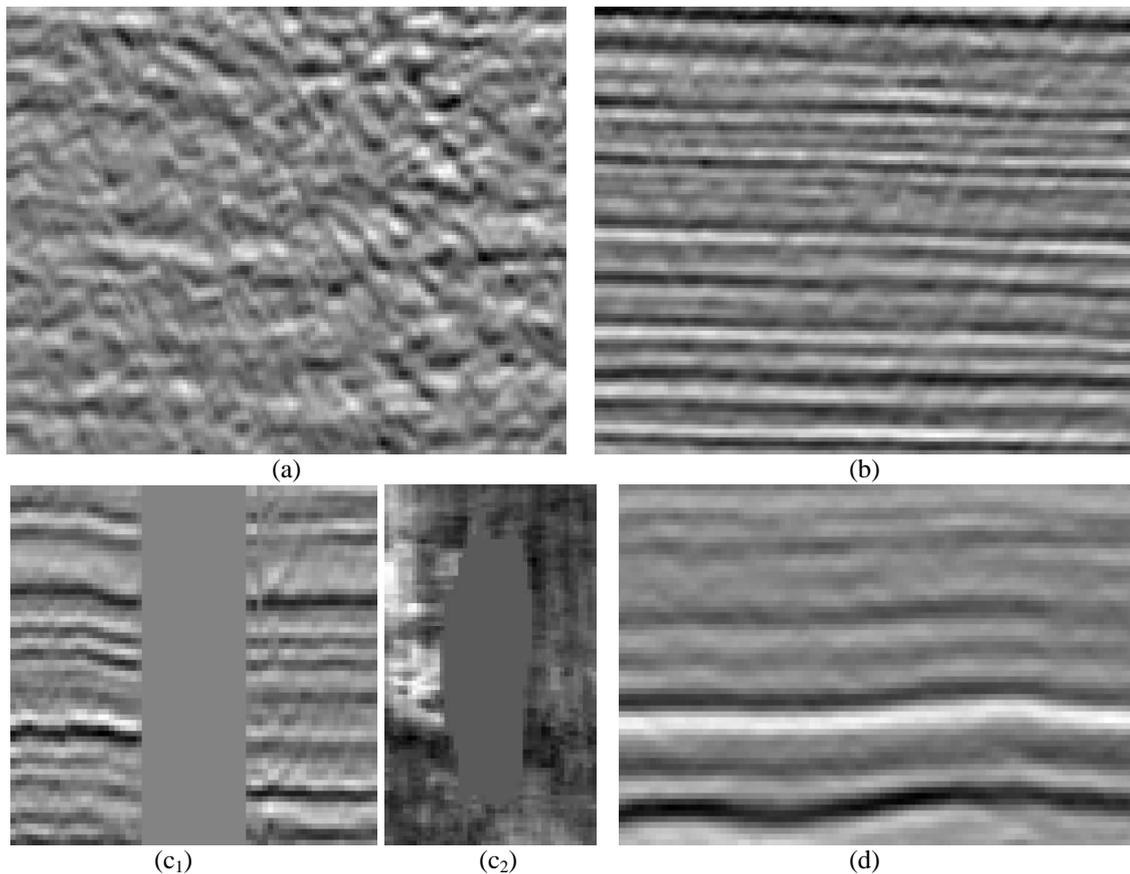
### 1.3 Perturbations du signal sismique

Comme toutes les données issues de capteurs physiques, les images sismiques contiennent une part de bruit. Ce bruit masquant le *signal utile*, il est impératif sinon de l'éliminer, du moins de réduire son niveau par rapport à celui du signal, c'est-à-dire augmenter le *Rapport Signal sur Bruit (RSB)*. Pour atteindre cet objectif, deux voies sont envisageables : réduire le bruit, ou rehausser le signal. La première voie suppose une connaissance du bruit à éliminer (un modèle ou des particularités exploitables). La seconde nécessite une bonne définition de ce qui constitue le signal à rehausser. Les deux approches doivent toutefois tenir compte de l'évolution de l'imagerie sismique, et tout particulièrement de l'augmentation du volume des données, qui conduit à la recherche d'algorithmes peu coûteux en temps de calcul.

#### 1.3.1 Types de bruits

Le bruit dans les images sismiques peut revêtir plusieurs formes. Il est généralement lié aux problèmes de propagation et de réflexion des ondes élastiques (réflexions parasites, diffraction, interférences). Parmi les principaux types de bruits, on peut citer :

- les zones sourdes (Fig. 1.10.a), où le signal est atténué à cause de la présence d'une couche absorbante.
- Le bruit penté (Fig. 1.10.b) est reconnaissable à la présence de structures de forme hyperbolique dans l'image. Le terme « penté » vient de la pente de ces structures, généralement bien plus importante que celle des horizons.
- Les phénomènes d'ombrages (Fig. 1.10.c) résultent de la présence d'objets opaques aux ondes élastiques (c'est le cas notamment de plateformes de forages, ou de bateaux immobiles pendant la période d'acquisition des données). Ces perturbations se caractérisent par une absence totale de données dans des zones partant du sommet des blocs. Ces perturbations ne peuvent être corrigées.
- Le bruit non structuré (Fig. 1.10.d) induit une perturbation aléatoire du niveau de gris d'un horizon.
- Le « bruit en rideau » n'est visible que lorsqu'on parcourt un bloc de données. Il donne l'impression d'observer les images à travers un rideau.



*Fig. 1.10 Principaux types de bruits : zone sourde (a), bruit penté (b), ombre en vue de face (c<sub>1</sub>) et de dessus (c<sub>2</sub>), bruit non structuré (d).*

La grande variété de ces bruits, ainsi que leur présence plus ou moins marquée d'un bloc de données à l'autre, voire d'une zone à l'autre au sein d'un même bloc, rendent le traitement de ces bruits difficile. Des méthodes adaptées à certains types particuliers de bruits ont tout de même été

développées, c'est notamment le cas pour le bruit penté, comme nous le verrons au Chapitre 2. Pour la majorité des autres bruits, un traitement visant à rehausser le signal sera préférentiellement employé.

### 1.3.2 Nature du signal

Lorsque les bruits présents dans une image sont difficiles à modéliser, ou que le signal à rehausser s'y prête bien, on préfère souvent agir directement sur le signal. Dans cette optique, c'est le signal que l'on cherche à modéliser. Il est donc important de savoir quelles sont les structures à maintenir, voire renforcer et quelles informations conserver.

Dans le cadre de cette thèse, l'objectif est de rendre les images plus lisibles par le géologue, et aussi de faciliter la détection automatique de certaines structures, parmi lesquelles les failles. Le modèle retenu pour le signal comporte donc une représentation des horizons, ainsi qu'une description de certains types de ruptures de ces horizons.

Ainsi qu'on l'a vu au paragraphe 1.2.1.1, un bloc de données sismique représente un ensemble de *strates* empilées. Chacune de ces *strates* forme une « surface épaisse », c'est-à-dire un objet tridimensionnel dont une dimension (l'épaisseur) est très inférieure aux autres. Afin de simplifier encore ce modèle, on considérera toutefois chaque strate (et donc le bloc de données sismiques) comme un empilement d'horizons, chacun d'eux étant modélisé par une surface. On supposera qu'il en passe au moins une par voxel<sup>1</sup> du bloc.

Des ruptures perturbent parfois la continuité des horizons. Du point de vue des surfaces représentant ces horizons, elles sont caractérisées par une coupure, reconnaissable à une discontinuité des niveaux de gris dans la direction tangente à la surface. Comme on l'a vu au paragraphe 1.2.1.2, les failles font partie de ces ruptures : elles correspondent au glissement le long d'un *plan de faille* d'un groupe d'horizons (Fig. 1.11). La présence de la discontinuité se répète tout au long du plan de faille.

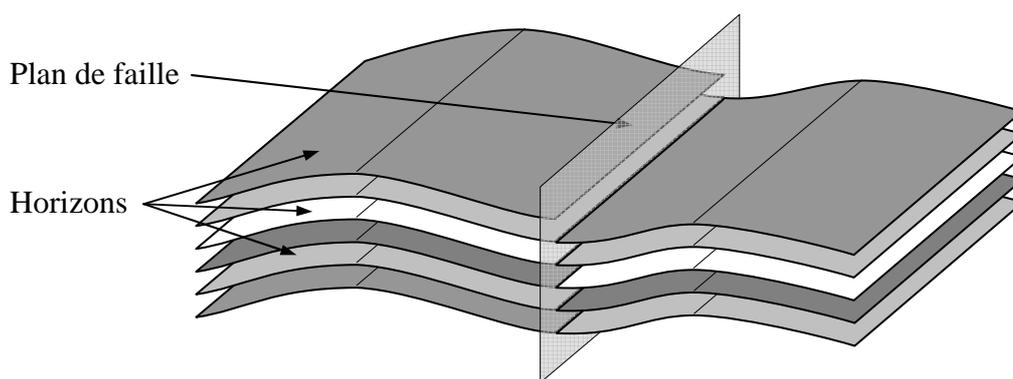


Fig. 1.11 Modélisation d'un bloc de données sismiques

<sup>1</sup> Un voxel est un point discret d'une image tridimensionnelle (un « pixel en 3D »).

### 1.3.3 Particularités de l'imagerie sismique

La *sismique réflexion* constitue aujourd'hui l'un des principaux outils d'investigation dans le domaine de la recherche pétrolière. Allant de pair avec le développement de la technique, la taille et le nombre des blocs de données à traiter n'ont cessé de croître. Le volume des données à traiter augmente ainsi plus vite que le nombre d'experts qui les interprètent. Il devient donc impératif de développer des outils d'aide à l'interprétation. Ces outils peuvent servir à améliorer la lisibilité des images - en renforçant les structures significatives, par exemple - voire même à proposer une « pré-interprétation » des données, par exemple en marquant les emplacements possibles des failles. Les méthodes mises en œuvre ne visent pour le moment pas à se substituer à l'expertise du géologue, mais seulement à lui permettre d'interpréter plus efficacement les données.

Afin de satisfaire ce besoin de traiter plus vite et mieux les blocs de données, le temps de calcul accordé aux outils d'aide à l'interprétation doit rester acceptable, et ce, malgré la continuelle augmentation de la taille des blocs. Une attention particulière doit donc être accordée à la complexité calculatoire des méthodes de traitement mises en œuvre. L'utilisation de clusters de PC devenant de plus en plus courante dans l'industrie, il est également bon de prévoir une possible parallélisation des algorithmes développés.

## Chapitre 2

# Diffusion anisotrope et filtrage adaptatif

Né dans les années 60 en même temps que les premiers systèmes informatiques de calcul, le domaine du traitement numérique des images a largement pris son essor depuis. Parmi les problèmes qui lui ont été soumis, celui de l'amélioration des images a toujours conservé une place de premier plan. Améliorer une image consiste à la rendre plus significative pour l'observateur humain, qui reste souvent seul juge de l'efficacité du traitement. On différencie souvent la *restauration*, qui vise à éliminer les perturbations de l'image, de manière à restaurer le signal original, du *rehaussement*, qui consiste à mettre en évidence les éléments clefs de l'image.

Dans le domaine du traitement numérique des images, le filtrage linéaire a longtemps occupé une place prépondérante. Faciles à implémenter et peu coûteux calculatoirement, les filtres linéaires sont pourtant mal adaptés aux images « réelles » issues de capteurs physiques. En effet, la plupart de ces capteurs sont essentiellement non linéaires. C'est particulièrement le cas du *Système Visuel Humain* (SVH). Ces filtres sont ainsi incapables, par exemple, d'éliminer des bruits impulsifs sans rendre les contours flous. De plus, l'augmentation rapide de la puissance des systèmes de calcul a rendu largement caduque l'argument de la complexité calculatoire. C'est pourquoi on a observé le développement de méthodes non linéaires de traitement des images.

Ce chapitre est organisé de la manière suivante : nous présentons tout d'abord au paragraphe 2.1 le principe du filtrage et des équations aux dérivées partielles en général. Celles-ci nous permettent de mettre en parallèle de nombreux points communs aux méthodes de filtrage linéaire et aux approches de diffusion isotrope. Ces similitudes nous ont amenés à étudier les différences entre deux classes de méthodes de traitement des données tridimensionnelles, dont les applications à l'imagerie sismique sont prometteuses ou avérées. Les approches fondées sur l'utilisation d'Equations aux Dérivées Partielles (EDP) et plus particulièrement la diffusion anisotrope occupent le paragraphe 2.2. Bien que n'ayant pas, à notre connaissance, donné lieu à des applications à l'imagerie sismique, elles offrent dans ce domaine des perspectives encourageantes. Parmi les méthodes de filtrage adaptatif, certaines se sont révélées particulièrement efficaces pour le traitement des données sismiques. Elles feront l'objet du paragraphe 2.3. Les méthodes appartenant à ces deux classes présentent pour certaines des aspects qui nous ont paru profitables dans le cadre de l'imagerie sismique. Nous nous en sommes inspirés pour proposer une nouvelle approche, qui sera développée au Chapitre 3. Enfin, nous refermerons ce chapitre en présentant deux alternatives proposées récemment pour le traitement des données sismiques et fondées respectivement sur l'utilisation de bancs de filtres et de filtres propres.

## 2.1 Filtrage et rehaussement

Les opérateurs de filtrage ont été parmi les premiers à être développés dans le domaine du traitement numérique des images. Fondés sur un schéma numérique relativement simple, qui fera l'objet du paragraphe 2.1.1, ils ont par la suite évolué de manière à intégrer une plus large variété de contraintes. Plus récemment, profitant d'une augmentation de la puissance de calcul disponible, mais également à un besoin de performances croissantes, des méthodes fondées sur l'utilisation d'*Equations aux Dérivées Partielles* sont apparues et occupent aujourd'hui une place grandissante parmi les outils de traitement des images, et tout particulièrement dans le domaine du filtrage. Le principe de ces méthodes est présenté en 2.1.2.

### 2.1.1 Principe du filtrage

La notion de filtrage est issue du domaine de la chimie. Elle consiste à faire passer un fluide à travers un dispositif poreux, de manière à bloquer le passage de certains corps, considérés comme des impuretés. Le terme a été repris dans le domaine du traitement des images, où il signifie éliminer le bruit d'une image, de manière à ne conserver que le signal utile. Pratiquement, ce signal utile apparaît souvent sous la forme de structures ou d'objets présents dans l'image, mais peu visibles, car rendus flous ou masqués par du bruit lors de l'acquisition des données. L'objectif du filtrage est alors généralement d'accentuer ces structures, de renforcer leurs contours, de manière à améliorer leur visibilité.

Plus formellement, le filtrage est une application  $\mathcal{F}$  d'un espace fonctionnel dans le même espace fonctionnel (ici, l'espace des *images*), tel que la valeur d'un point  $\mathbf{x}$  de  $\mathcal{F}(U)$  soit fonction de l'ensemble  $\mathcal{V}_U(\mathbf{x})$  des valeurs des points du voisinage du même point  $\mathbf{x}$  dans  $U$  :

$$\begin{aligned} \mathcal{F} : E &\rightarrow E \\ U &\mapsto \mathcal{F}(U) \end{aligned} \quad (2.1)$$

$$\text{avec } \forall \mathbf{x}, \mathcal{F}(U)(\mathbf{x}) = f(\mathcal{V}_U(\mathbf{x})) \quad (2.2)$$

Un filtre est dit *linéaire* lorsque la fonction  $f$  est elle-même linéaire. On notera que toute combinaison ou composition de filtres est elle-même un filtre. En traitement d'images,  $U$  est typiquement une fonction de la forme :

$$\begin{aligned} U : \mathbb{N}^n &\rightarrow \mathbb{R}^p \\ \mathbf{x} &\mapsto U(\mathbf{x}) \end{aligned} \quad (2.3)$$

que nous assimilerons à une *image*. Dans le cas de l'imagerie sismique, on a généralement  $n=3$  (image tridimensionnelle) et  $p=1$  (champ de données monodimensionnelles).  $U(\mathbf{x})$  apparaît typiquement sous la forme d'une *intensité en niveau de gris*.

Le problème du filtrage peut être assimilé à un problème d'estimation. On considère ainsi que les points du voisinage considéré représentent diverses réalisations d'une même variable aléatoire, dont on va chercher à estimer la tendance centrale. Cela est vrai si le voisinage considéré est une région homogène  $\mathcal{R}$  perturbée par du bruit. Une telle région doit donc éviter les limites des structures, qui

sont généralement caractérisées par une variation sensible de l'amplitude. D'autre part, au sein d'une même unité structurale, il n'est pas rare d'observer des variations lentes d'amplitude. Pour tenir compte de ces contraintes et rester au plus près du modèle, on choisit de décomposer la réalisation d'un filtre en trois étapes :

- d'abord, on définit le *support de filtrage*, c'est-à-dire l'ensemble des points qui interviennent dans le processus d'estimation.
- Ensuite, on détermine, pour chaque point du *support de filtrage*, un niveau de confiance, relatif à la « probabilité » qu'a le point d'appartenir à la région  $\mathcal{R}$ .
- On peut alors combiner les valeurs des points du *support de filtrage*, en tenant compte de leur *niveau de confiance*, de manière à obtenir la valeur estimée. Cette combinaison, appelée *équation de filtrage*, correspond à la fonction  $f$  de l' Eq. 2.2.

Ces trois points seront développés dans les paragraphes suivants. Nous utiliserons ensuite un exemple de filtre pour nous aider à définir la notion d'*échelle*.

### • Support de filtrage

Le *support de filtrage* se définit comme l'ensemble des points susceptibles d'intervenir dans le processus d'estimation. Il est également souvent désigné sous les noms de *voisinage* ou *fenêtre d'analyse*. Le *support de filtrage* doit être suffisamment vaste pour permettre une estimation correcte. A la limite, il pourrait contenir tous les points de l'image considérée. Pratiquement, on utilise plus souvent en traitement d'images l'hypothèse markovienne, qui stipule que pour estimer un attribut associé à un pixel, il n'est pas nécessaire de connaître toute l'image, mais seulement un voisinage de celui-ci.

On définira donc le *support de filtrage*  $\mathcal{V}(\mathbf{x}_0)$  comme une zone connexe, contenant le pixel à filtrer  $\mathbf{x}_0$ , ainsi que l'ensemble des pixels  $\mathbf{x}$  situés à une distance  $d(\mathbf{x}_0, \mathbf{x})$  de  $\mathbf{x}_0$ , inférieure à un certain seuil  $d_0$  (Eq. 2.4). La distance  $d$  est souvent une distance spatiale, mais d'autres métriques sont envisageables (spectrale, énergétique, etc.).  $\mathbf{x}_0$  étant ainsi situé au centre du support, on le nommera par la suite *point central* ou *pixel central*. Pour des raisons de simplicité de mise en œuvre, la distance de Minkowski pour  $p=\infty$  (également appelée distance en 4-voisinage) est généralement utilisée.

$$\mathcal{V}(\mathbf{x}_0) = \{ \mathbf{x} / d(\mathbf{x}_0, \mathbf{x}) < d_0 \} \quad (2.4)$$

En 2D (respectivement 3D), on obtient ainsi des fenêtres carrées (cubiques) de côté  $2 \cdot d_0 + 1$  pixels. Une généralisation immédiate consiste à choisir des distances  $d_0$  différentes pour chaque dimension.

Par analogie avec les produits de convolution, on utilisera souvent  $\mathcal{V}(O)$ , centré sur l'origine. Les points du *support de filtrage* seront alors définis comme :

$$\mathcal{V}(\mathbf{x}_0) = \{ \mathbf{x} / \mathbf{x} - \mathbf{x}_0 \in \mathcal{V}(O) \} \quad (2.5)$$

### • Indice de confiance

Une fois défini le *support de filtrage*, on peut attribuer à chacun de ses points un *indice de confiance*. Ce *niveau de confiance* reflète la « probabilité » pour le point d'appartenir à la même

région que le point central. Il peut être défini une fois pour toutes, pour chaque point du support, lors de l'élaboration du filtre, ou de manière adaptative, c'est-à-dire calculé, pour chaque point courant, en fonction de critères locaux. Dans ce dernier cas, on parle alors de *filtre adaptatif*, comme on le verra au paragraphe 2.3.

Pratiquement, le *niveau de confiance* prend la forme d'un coefficient  $m(\mathbf{x})$  assimilable à une « probabilité » d'appartenir à la même structure que le point central, c'est-à-dire qu'il vaut 0 si  $\mathbf{x}$  n'appartient pas à la structure, 1 s'il en fait sûrement partie. Les valeurs intermédiaires reflètent le degré d'incertitude associé. A noter qu'on peut formellement considérer que  $m(\mathbf{x})=0$  pour les points situés en dehors du *support de filtrage*.

- **Equation de filtrage**

L'équation de filtrage combine les informations ci-dessus pour estimer la valeur non bruitée  $\tilde{U}(\mathbf{x}_0)$ . La méthode la plus couramment employée consiste à effectuer une moyenne pondérée par leur *indice de confiance* ces valeurs des points appartenant au *support de filtrage* :

$$\tilde{U}(\mathbf{x}_0) = \frac{\sum_{\mathbf{x} \in \mathcal{Z}(\mathbf{x}_0)} m(\mathbf{x}) \cdot U(\mathbf{x})}{\sum_{\mathbf{x} \in \mathcal{Z}(\mathbf{x}_0)} m(\mathbf{x})} \quad (2.6)$$

L'équation de filtrage est ici présentée dans le domaine discret, qui correspond au traitement numérique habituel des images. La version continue de cette équation, qui permet une étude plus formelle de certains filtres, s'en déduit aisément. Cette version continue est également souvent écrite comme un produit de convolution :

$$\tilde{U}(\mathbf{x}_0) = \int_{\mathbf{v} \in \mathcal{Z}(0)} G(\mathbf{v}) \cdot U(\mathbf{x}_0 + \mathbf{v}) \, d\mathbf{v} \quad (2.7)$$

avec

$$G(\mathbf{v}) = \frac{m(\mathbf{x}_0 + \mathbf{v})}{\int_{\mathbf{w} \in \mathcal{Z}(0)} m(\mathbf{x}_0 + \mathbf{w}) \, d\mathbf{w}} \quad (2.8)$$

Notons que la formulation stricto sensu du produit de convolution fait intervenir un signe moins ( $U(\mathbf{x}_0 - \mathbf{v})$ ) qui peut se transformer en signe plus si le voisinage employé est symétrique.

- **Notion d'échelle**

Pour l'œil humain, la visibilité d'un objet ou d'un détail dépend de sa taille, naturellement, mais aussi de la distance à laquelle il se trouve. Dans le cas de l'imagerie numérique, la notion de distance perdant de son sens, elle est remplacée par celle d'*échelle*. Ainsi, selon l'*échelle* employée, certains détails disparaissent, alors que d'autres restent visibles. Naturellement, la visibilité des détails est intimement liée à leur taille : à une échelle grossière, seuls les objets de grande taille restent visibles. Ils représentent l'allure globale du contenu de l'image. Au contraire, à une échelle plus fine, les détails les plus petits apparaissent. Ils permettent d'obtenir plus de précision sur les structures présentes.

Dans le cadre de l'analyse des images, l'utilisation des différentes échelles est souvent complémentaire, d'où l'idée de représenter les images sous une forme *multi-échelle*.

Formellement, la *représentation multi-échelle* d'une image  $U_0$  consiste à construire une famille d'images  $\{T_t U_0, t \in \mathbb{R}^+\}$ , telle que le niveau de détail diminue quand l'échelle  $t$  augmente. D'après Alvarez et al. [Alv93], les transformations  $T_t$  doivent respecter un certain nombre d'axiomes, résumés par Morel et Solimini [MoS95] :

- La fidélité : pour l'échelle  $t=0$ , on doit retrouver l'image originale  $U_0$ .
- La causalité :  $T_t U_0$  ne dépend que de  $\{T_s U_0 \mid s < t\}$ .
- La récursivité :  $T_{t+s} U_0 = T_t(T_s U_0)$ ,  $\forall t, s \geq 0$ .
- L'invariance euclidienne : si  $A$  est une isométrie, alors  $T_t(U_0 \circ A) = (T_t U_0) \circ A$ .
- La causalité forte (dans le cas de la détection des contours) : si  $K_t$  est l'ensemble des contours présents à l'échelle  $t$ , alors  $K_t \subset K_s$ ,  $\forall t \geq s$ .

L'une des *représentation multi-échelle* les mieux étudiées concerne le cas gaussien. Celui-ci est basé sur l'utilisation de filtres gaussiens de variances croissantes, comme l'ont montré Marr et Hildreth [Mah80] et Witkin [Wit83], [Bau86]. Ces filtres sont linéaires et caractérisés par des *indices de confiance* déterminés en fonction de la distance au point central :

$$m(\mathbf{x}) = \frac{1}{\left(\sqrt{2\pi\sigma^2}\right)^n} e^{-\frac{d^2(\mathbf{x}_0, \mathbf{x})}{2\sigma^2}} \quad (2.9)$$

Où  $n$  désigne la dimension de l'espace de représentation. La variance<sup>1</sup>  $\sigma^2$  est un paramètre du filtre qui définit la taille des structures à conserver : les détails de dimension très petite devant l'écart type  $\sigma$  vont disparaître, alors que les éléments très grands vont persister, d'où le lien avec la notion d'échelle.

Le paramètre  $\sigma$  fixe également la distance maximale d'action du filtre. En effet, alors que le poids est maximal au centre du masque, il diminue rapidement quand on s'en éloigne. Pratiquement, on considère généralement que les points au-delà de  $3 \cdot \sigma$  n'ont plus un poids suffisant pour agir de manière significative sur le résultat du filtrage. Cela permet d'ailleurs de limiter empiriquement la taille du *support de filtrage* à un rayon de  $3 \cdot \sigma$ .

## 2.1.2 Utilisation des Equations aux Dérivées Partielles

Utilisées depuis de nombreuses années en Physique du Solide, les *Equations aux Dérivées Partielles* (EDP) n'ont pris que récemment de l'importance dans le domaine du Traitement des Images. Ces outils très puissants ont ainsi permis d'unifier la formalisation d'un certain nombre de méthodes précédemment traitées de manière indépendante [Der96]. Ils permettent également d'obtenir des résultats théoriques importants, tels que l'existence ou l'unicité de solutions. Enfin, la mise en œuvre numérique des méthodes ainsi développées peut s'appuyer sur des schémas éprouvés.

---

<sup>1</sup> L'usage des termes *variance* et *écart type* est ici un abus de langage emprunté par analogie avec le domaine de la statistique.

La définition d'une EDP, pour une fonction de plusieurs variables  $U(x_1, x_2, \dots, x_n)$ , est une relation liant  $U$  à un sous-ensemble de ses dérivées partielles.

- **Les EDP en traitement d'images**

Pratiquement, en traitement d'images, on se limite souvent au cas de fonctions  $U$  réelles, dépendant d'une ou plusieurs variables d'espace et d'une variable temporelle (Eq. 2.11). Ces fonctions  $U$  représentent une version continue des images discrètes habituellement utilisées. Le passage d'une représentation à l'autre se fait à l'aide de schémas de discrétisation ou d'interpolation. De plus, on se contente généralement d'équations traduisant une évolution de  $U$  au cours du temps  $t$ , du fait de ses caractéristiques spatiales  $x_1, x_2, \dots, x_n$  :

$$\begin{cases} \frac{\partial U}{\partial t}(x_1, \dots, x_n, t) = F\left(U, \frac{\partial U}{\partial x_1}, \dots, \frac{\partial U}{\partial x_n}, \frac{\partial^2 U}{\partial x_1 \partial x_2}, \dots\right) \\ U(x_1, \dots, x_n, 0) = U_0 \end{cases} \quad (2.13)$$

$$\text{avec } U : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R} \quad (2.11)$$

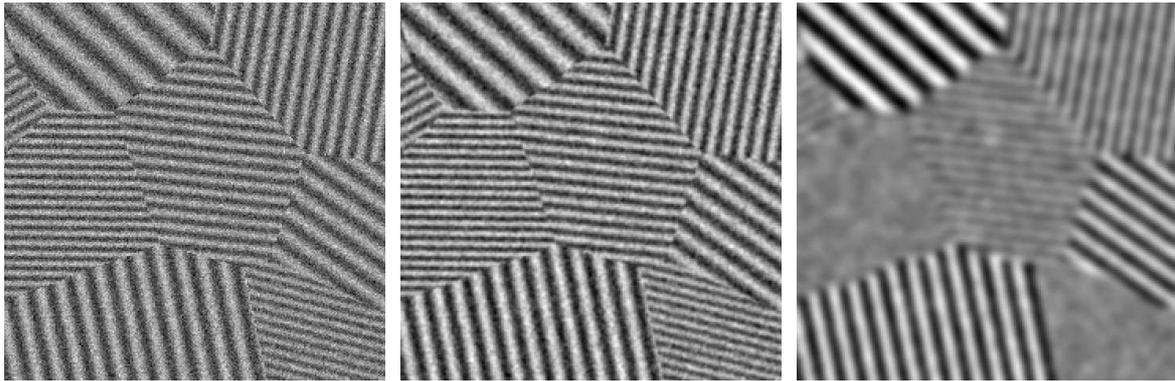
- **Cas de la diffusion isotrope**

Parmi les premières EDP utilisées en traitement d'images, on peut citer les *équations de diffusion*, et parmi celles-ci, l'une des plus connues, l'*équation de la chaleur* :

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \text{div}(c \cdot \nabla U) = c \cdot \Delta U \quad (2.15)$$

$c$  est homogène à une diffusivité thermique. Dans le cas que nous considérons ici, celle-ci est isotrope et stationnaire. Physiquement, cette équation décrit l'évolution au cours du temps de la température d'un solide, régie par le phénomène de diffusion isotrope. Dans le domaine du traitement d'images, ainsi que l'a montré Koenderink [Koe84], la résolution de cette équation pour un certain  $t$  est équivalente à l'application d'un filtre gaussien d'écart type égal à  $\sqrt{2t}$ . La solution  $U$  de l'équation à l'instant  $t$  représente donc une version simplifiée de  $U_0$ , à l'échelle  $t$ . A la limite, quand  $t \rightarrow +\infty$ ,  $U$  devient uniforme, égale à la moyenne de  $U_0$ .

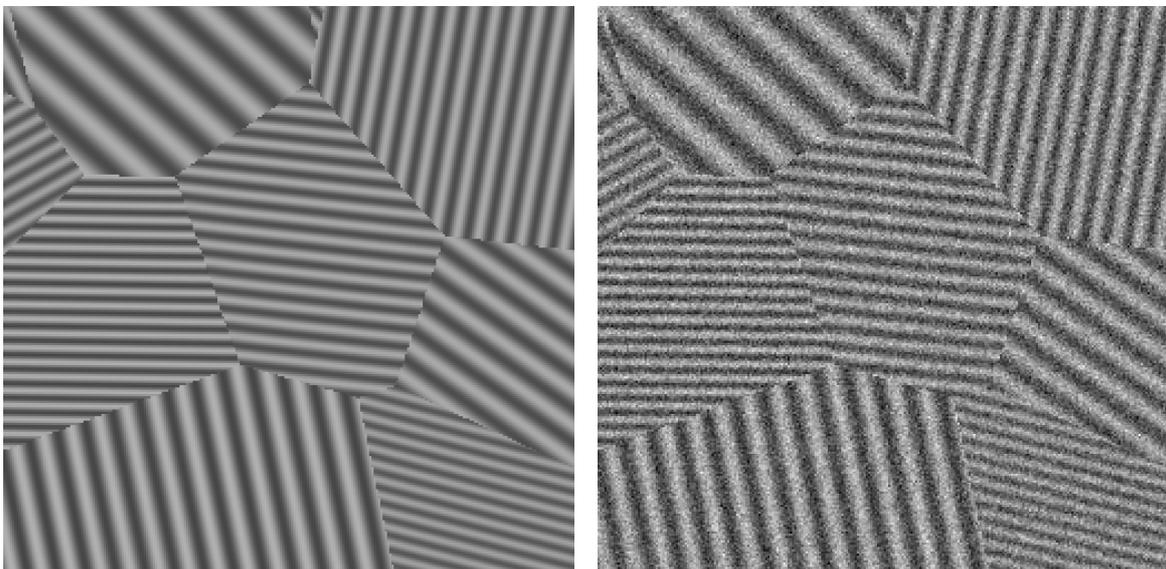
Bien que très répandue du fait de sa simplicité de mise en œuvre, la méthode de diffusion isotrope ou filtre gaussien possède de nombreux inconvénients : en effet, bien qu'elle soit très efficace pour débiter des zones homogènes, elle lisse également les discontinuités de niveau de gris marquant les transitions d'une zone à une autre. Cela se traduit par une baisse du contraste visuel et un effet de flou. De plus, le fait de fixer pour toute l'image les paramètres de calcul (écart type ou durée de diffusion) empêche de traiter différemment des zones de nature dissemblable : par exemple, une zone de fort bruit pourrait nécessiter un écart type important, alors qu'une autre zone peu bruitée, mais comportant des transitions de zones inciterait à choisir un écart type plus faible (Fig. 2.1).



*Fig. 2.1 Filtrage gaussien appliqué à une image bruitée (gauche) avec un écart type de 0,75 (centre) et 3 (droite).*

### 2.1.3 Construction de données de synthèse

Afin d'évaluer plus objectivement les performances des différentes méthodes, nous utiliserons des images de synthèse supposées refléter les principales particularités des images sismiques, à savoir des structures planaires, d'inclinaison variable, interrompues par des ruptures franches. Le modèle retenu est ainsi constitué de pavages de Voronoï tridimensionnels. Chaque pavé est lui-même formé de structures planaires d'inclinaison variable présentant un profil sinusoïdal de fréquence elle aussi variable. Le tout est recouvert d'un bruit blanc gaussien (Fig. 2.2).



*Fig. 2.2 Image issue d'un bloc de synthèse avec pavage de Voronoï et profils sinusoïdaux sans bruit (gauche) et avec bruit (droite).*

## 2.2 Diffusion anisotrope

### 2.2.1 Diffusion non-linéaire

Afin de préserver les discontinuités pertinentes, tout en continuant à réduire le bruit, il est apparu nécessaire d'adapter l'intensité de la diffusion en fonction la zone considérée. C'est dans ce but que Perona et Malik [Per90] ont proposé dans les années 90 un modèle de diffusion non-linéaire. Comme on le verra au paragraphe 2.2.1.1, ce modèle repose sur l'utilisation d'une diffusivité thermique variable et il a largement été étudié dans le cas bidimensionnel. Dans le but d'améliorer la méthode, d'autres modèles ont par la suite été proposés, tout en restant dans le même formalisme. C'est le cas notamment de la *forward and backward diffusion* (diffusion antérograde et rétrograde), décrite au paragraphe 2.2.1.2, ou du modèle régularisé de Catté et al. présenté au paragraphe 2.2.1.3.

#### 2.2.1.1 Modèle de Perona-Malik

##### 2.2.1.1.1 Equation de diffusion anisotrope

Perona et Malik [Per90] furent les premiers à proposer un modèle de diffusion non-linéaire, dans le cas bidimensionnel, pour pallier les défauts de la diffusion isotrope présentée au paragraphe précédent. Afin de préserver les discontinuités utiles, tout en continuant à réduire le bruit, il est apparu nécessaire d'adapter l'intensité de la diffusion selon la zone considérée. Pour ce faire, les auteurs ont postulé que les transitions appartenaient à des zones de plus fort gradient que celles correspondant au bruit. A partir de là, ils ont donc cherché à limiter la diffusion lorsque le gradient est fort en adaptant l'Eq. 2.15 de la manière suivante :

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \text{div} \left( g(|\nabla U|) \cdot \nabla U \right) \quad (2.16)$$

La diffusivité devient ainsi une fonction décroissante du module du gradient, appelée *fonction de diffusion*. Les fonctions  $g$  initialement proposées par Perona et Malik sont les suivantes (Fig. 2.3) :

$$g(|\nabla U|) = e^{-\left(\frac{|\nabla U|}{K}\right)^2} \quad (\text{fonction gaussienne}) \quad (2.17)$$

et

$$g(|\nabla U|) = \frac{1}{1 + \left(\frac{|\nabla U|}{K}\right)^2} \quad (\text{fonction lorentzienne}) \quad (2.18)$$

Le paramètre  $K$  est appelé *barrière* ou *seuil de diffusion*. Comme son nom l'indique, il sert à fixer la limite entre les forts gradients correspondant aux transitions à maintenir, et les faibles gradients correspondant au bruit.

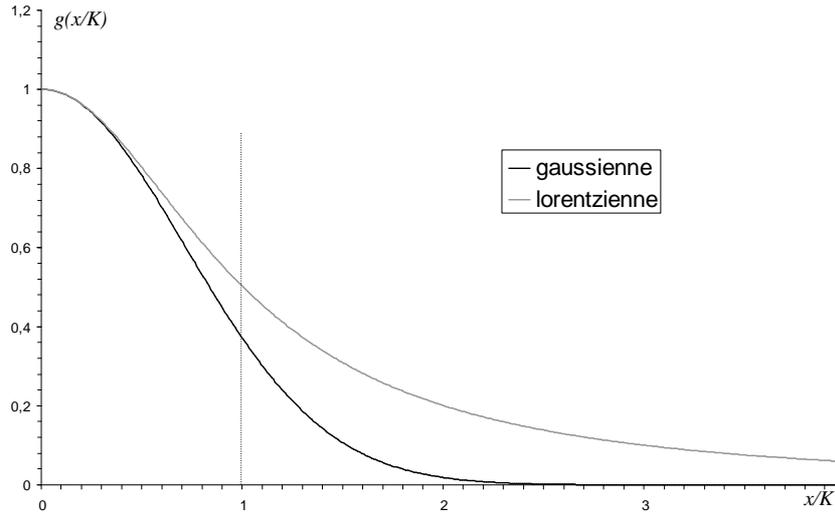


Fig. 2.3 Fonctions de diffusion de Perona et Malik

### 2.2.1.1.2 Etude directionnelle

Afin d'étudier le comportement du modèle de Perona et Malik en présence d'un contour, on se place en un point dudit contour. En ce point, le gradient est orthogonal au contour, on peut donc l'utiliser pour construire une base orthonormée  $(\vec{\xi}, \vec{\eta})$ , dont les vecteurs de base sont respectivement tangent et normal au contour (Fig. 2.4 et Eq. 2.19). Cette notation est employée dans plusieurs travaux [Der96], [Kro97], [Whi97], [Ter02].

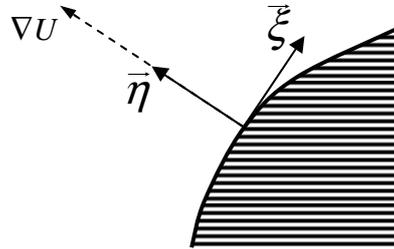


Fig. 2.4 Définition d'une base orthonormée liée au contour

$$\vec{\xi} = \begin{pmatrix} \frac{U_y}{|\nabla U|} \\ \frac{U_x}{|\nabla U|} \end{pmatrix} \quad \vec{\eta} = \begin{pmatrix} \frac{U_x}{|\nabla U|} \\ \frac{U_y}{|\nabla U|} \end{pmatrix} \quad (2.19)$$

où  $U_x$  et  $U_y$  représentent respectivement les dérivées de  $U$  selon l'abscisse et l'ordonnée de l'image. On peut alors décomposer la relation 2.16 dans cette nouvelle base [Ter04] :

$$\begin{cases} \frac{\partial U}{\partial t} = c_\xi U_\xi + c_\eta U_{\eta\eta} \\ c_\xi = g(|\nabla U|) \\ c_\eta = g(|\nabla U|) + |\nabla U| \cdot g'(|\nabla U|) = \phi'(|\nabla U|) \end{cases} \quad (2.20)$$

en faisant apparaître la fonction flux  $\phi$ , définie par :  $\phi(s) = s.g(s)$ ;  $U_\xi$  et  $U_\eta$  sont les dérivées de  $U$  respectivement dans la direction de  $\vec{\xi}$  et  $\vec{\eta}$ .  $U_{\eta\eta}$  est la dérivée seconde de  $U$  dans la direction de  $\vec{\eta}$ . L'étude des fonctions flux définies à partir des fonctions de diffusion de Perona et Malik (Eq. 2.17, Eq. 2.18) nous renseigne sur le comportement du processus de diffusion : alors que le comportement dans la direction tangentielle  $\vec{\xi}$  est toujours un lissage, ou « diffusion antérograde » ( $c_\xi > 0$ ), on observe dans la direction du gradient ( $\vec{\eta}$ ) tantôt un lissage, tantôt un phénomène de rehaussement, ou « diffusion rétrograde » ( $c_\eta < 0$ ), selon la valeur du module du gradient (Fig. 2.5). La limite entre les deux comportements correspond à une valeur du gradient de  $1/\sqrt{2}K$  pour la fonction gaussienne, de  $K$  pour la fraction lorentzienne.

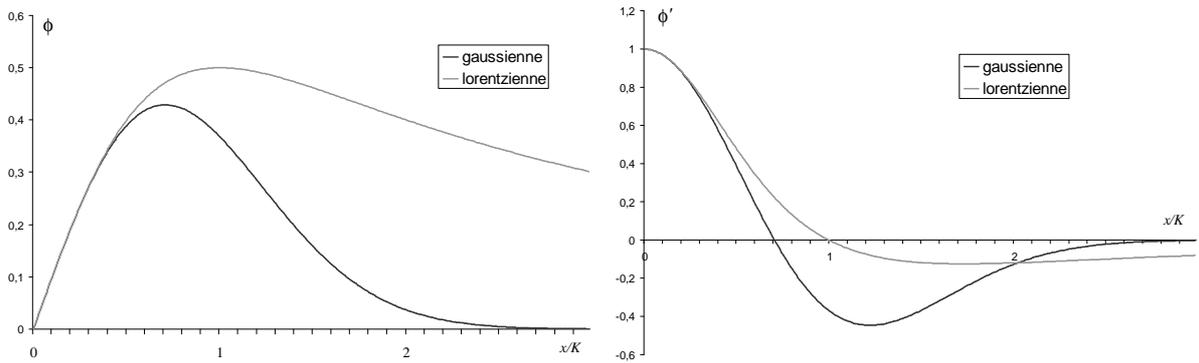


Fig. 2.5 Fonctions flux (gauche) et dérivées correspondantes (droite)

Perona et Malik [Per90] ont mis en évidence ce phénomène dans le cas 1D. L'équation 2.20 devient alors :

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \phi'(U_x).U_{xx} \quad (2.21)$$

On observe une augmentation de contraste si la valeur absolue de la pente,  $|U_x|$ , augmente avec le temps :

$$\frac{\partial U_x}{\partial t} = \phi''(U_x).U_x^2 + \phi'(U_x).U_{xxx} > 0 \quad (2.22)$$

L'étude concerne une fonction croissante, possédant un point d'inflexion (par exemple la fonction  $\tanh$ , Fig. 2.6). Si on se place suffisamment près du point d'inflexion de la fonction ( $U_{xx} \ll 1$ ), on a  $U_{xxx} < 0$ . On suppose d'autre part  $U_x$  suffisamment grand pour avoir  $\phi'(U_x) < 0$ . On obtient ainsi effectivement une augmentation au cours du temps de la pente au voisinage du point d'inflexion, et donc une augmentation du contraste. On notera cependant une diminution de cette même pente dans la zone de plus forte courbure de la courbe (Fig. 2.7, Fig. 2.8).

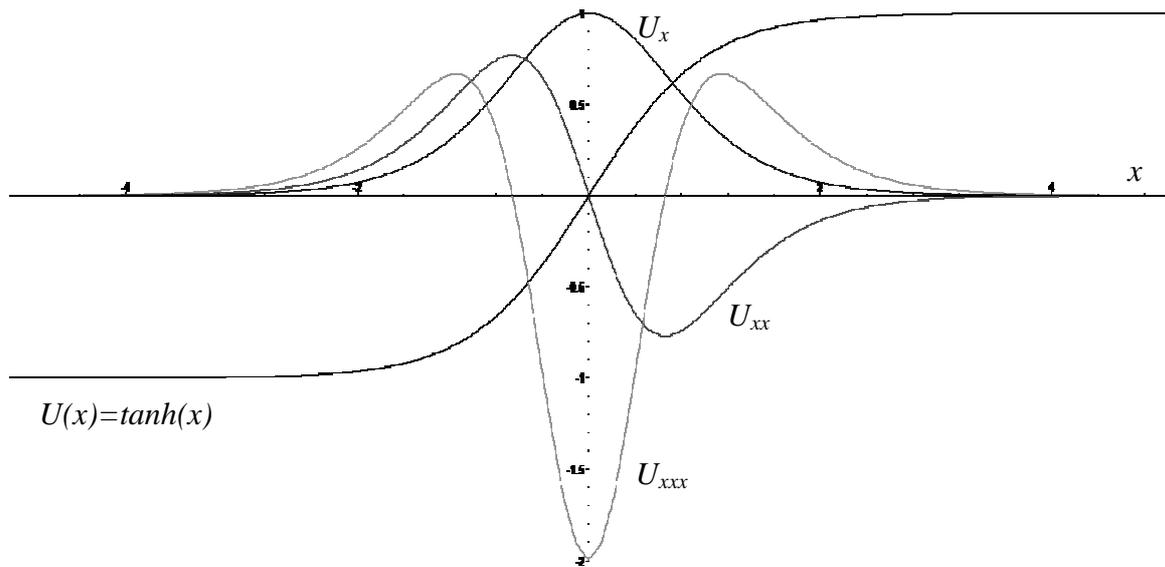


Fig. 2.6 Exemple de fonction à rehausser et ses dérivées partielles.

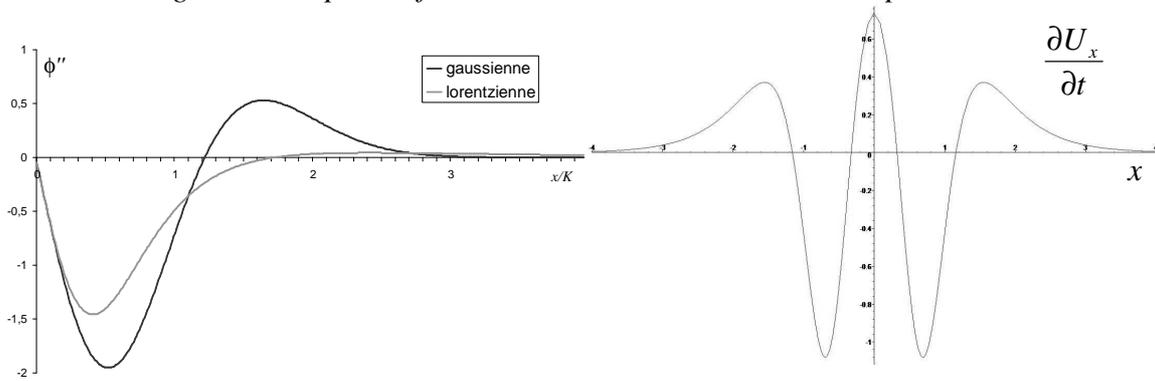


Fig. 2.7 Dérivée seconde de la fonction flux (gauche) et dérivée temporelle de la pente  $U_x$ .

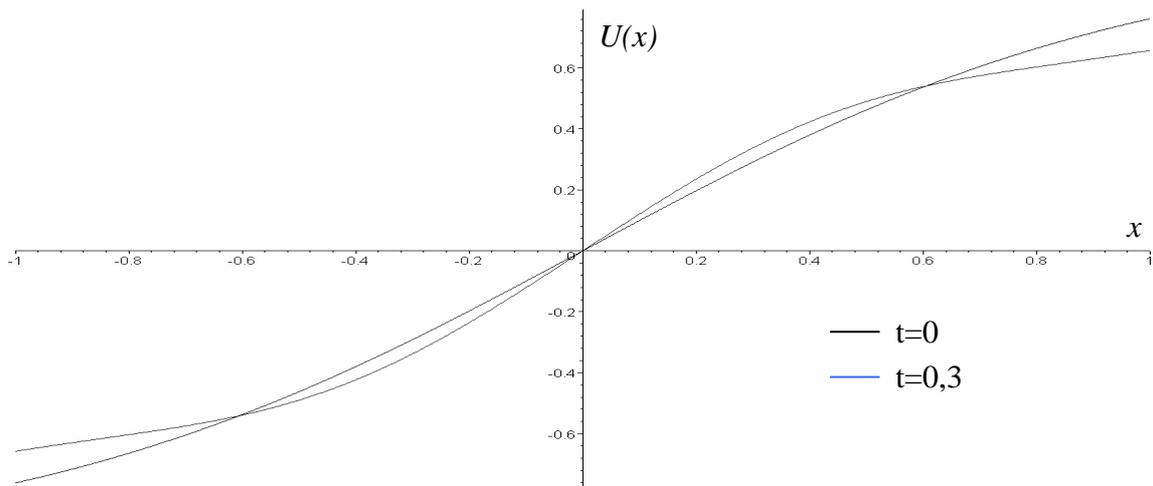


Fig. 2.8 Evolution du profil précédent (état initial à  $t=0$  et évolution jusqu'à  $t=0,3$ ).  
On observe une augmentation de la pente au voisinage du point d'inflexion, une diminution lorsqu'on s'en éloigne.

L'étude de ce cas 1D est aisément généralisable au cas de contours 2D, en considérant que le profil du contour dans la direction du gradient peut être approché par une telle fonction. L'effet obtenu est ainsi un renforcement des transitions rapides (de pente supérieure au seuil  $K$ ), alors que les autres sont lissées. On tend donc vers une segmentation de l'image en zones homogènes.

### 2.2.1.1.3 Choix des paramètres

Le choix de la barrière de diffusion  $K$  est crucial. En effet, c'est elle qui permet de définir quels contours seront rehaussés et donc maintenus. Un choix de barrière de diffusion  $K$  élevée provoquera un lissage de tous les contours, et rapprochera le résultat de celui d'une diffusion isotrope. Au contraire, une valeur plus faible induira un rehaussement de contraste pour tous les contours, y compris ceux correspondant à du bruit. Perona et Malik proposent deux manières de choisir  $K$  :

- un choix de l'utilisateur, fondé sur une connaissance a priori de la donnée,
- une détermination automatique, basée sur une estimation du bruit à partir de l'histogramme cumulé des gradients. Cette solution peut être adaptée en présence de zones de niveaux de bruit très différents en construisant un estimateur local.

Il faut également noter que la barrière de diffusion est totalement dépendante de la dynamique de l'image à traiter. Certains auteurs proposent d'ailleurs de déterminer sa valeur en fonction de paramètres extraits de l'image. Black et al. [BSMH98] proposent par exemple de choisir :

$$K = 1,4826 \cdot \sqrt{2} MAD(\nabla U) \quad (2.23)$$

avec 
$$MAD(\nabla U) = \text{Médiane} \left( \left| \|\nabla U\| - \text{Médiane}(\|\nabla U\|) \right| \right) \quad (2.24)$$

Whitaker [Whi93] propose quant à lui d'asservir la valeur de  $K$  à la racine carrée de la moyenne quadratique de la norme des gradients. D'autres auteurs [Gui97], [Ter04], pour des méthodes concurrentes, ont également choisi d'adapter  $K$  au contexte local du point à traiter.

L'autre paramètre essentiel de cette méthode est la durée  $t$  de la diffusion. L'étude théorique du modèle continu de Perona et Malik étant difficile, Weickert [WeB97b] a choisi d'étudier un processus semi-discret couramment employé pour son implémentation pratique. Il a démontré dans ce cas que la méthode converge, lorsque  $t \rightarrow \infty$ , vers une image uniforme. La segmentation de l'image en zones homogènes décrite précédemment ne peut donc s'instaurer qu'à un instant  $t$  fini. Pour des valeurs plus faibles, on obtiendra un résultat d'autant plus proche de l'image originale que la durée  $t$  est faible. Pour les valeurs plus grandes, on tend progressivement vers une image de niveau constant. Dans le domaine de la restauration d'images, on choisit généralement  $t$  assez faible, de manière à rester proche de l'image originale.



Fig. 2.9 Effets de la diffusion non-linéaire sur l'image « La Cornouaille »,  $t=10$ ,  $K=8$  (3,2% de la dynamique).

Il n'existe pas de méthode universelle pour déterminer  $t$  de manière optimale, mais plusieurs auteurs se sont intéressés au choix conjoint de  $K$  et  $t$ . Li et Chen [LiC94], puis Gilboa et al. [Gil01] proposent de faire décroître  $K$  avec le temps ( $K \xrightarrow{t \rightarrow \infty} 0$ ), en partant d'une valeur  $K$  (quasi) infinie, correspondant à une diffusivité égale à 1, donc à une diffusion isotrope. Au bout d'un temps infini, la solution converge vers un état stable. Pratiquement, un autre paramètre est introduit, qui définit la vitesse de décroissance de  $K$  au cours du temps. Les auteurs n'indiquent cependant pas de procédure systématique pour guider dans le choix de la fonction de décroissance de  $K$ .

Un choix judicieux des paramètres permet d'obtenir l'effet recherché, à savoir un renforcement des contours des zones, ainsi qu'un lissage à l'intérieur de ces zones (Fig. 2.9). On observe toutefois la disparition de certaines régions dont les contours présentent un gradient trop faible (dans les cordages, notamment). Ces résultats sont obtenus à l'aide de la fonction gaussienne.

#### 2.2.1.1.4 Limitations du modèle

Malgré de bons résultats expérimentaux, la méthode présente tout de même plusieurs défauts importants. Tout d'abord, ainsi qu'on l'a vu précédemment, les forts gradients sont rehaussés. Il s'agit de l'effet recherché lorsque ces gradients correspondent effectivement à des contours de structures. Par contre, si le niveau de bruit est important, il donne lui aussi lieu à un rehaussement, et donc à une amplification du bruit. Une solution proposée par Perona et Malik consiste à remplacer l'image originale par une version lissée de celle-ci. Les points isolés de fort gradient sont ainsi atténués et ils ont moins de chance d'être rehaussés.

Un autre point négatif est soulevé par Whitaker et Pizer [WhP93], [Whi93] : *l'effet d'escalier*. En effet, ils montrent dans le cas 1D que des transitions à forte pente peuvent se transformer en rampes (localement) instables. Celles-ci évoluent à leur tour en segments linéaires séparés par des sauts (escaliers). En pratique, ces effets sont toutefois rarement observés [Wei97].

Un autre défaut décrit par Monteil et Beghdadi [Mon98] est l'*effet de trou*. Il se produit en présence d'une transition abrupte entre deux régions, au niveau de laquelle apparaît une petite zone de niveau intermédiaire (le trou). Au cours de la diffusion, le trou s'élargit, et crée une large zone floue, rendant ainsi la transition entre les deux régions moins franche.

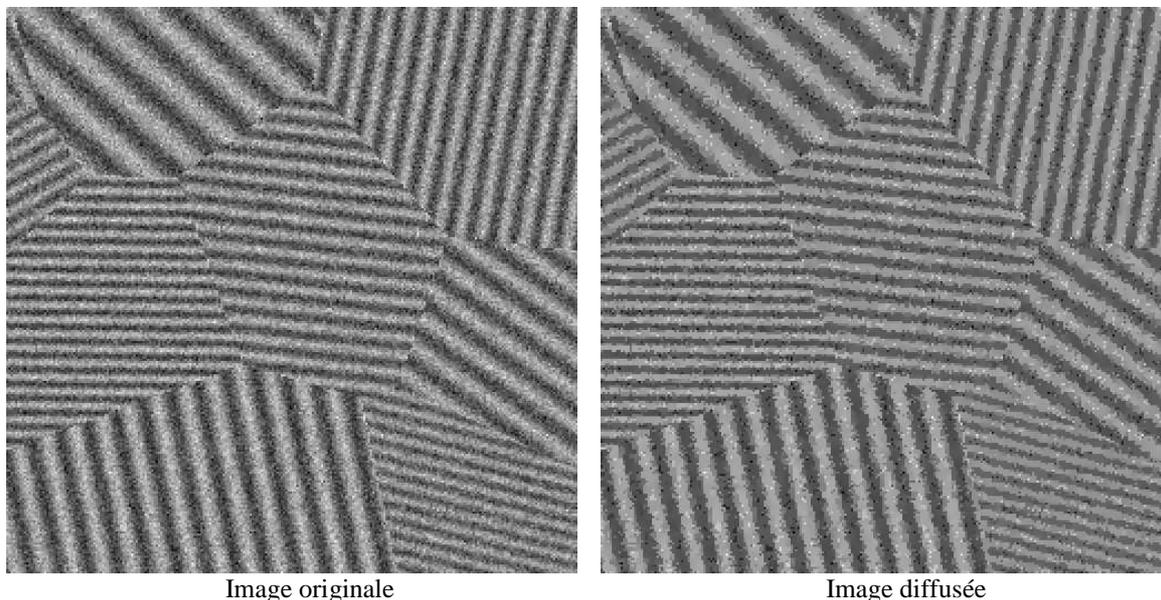


Fig. 2.10 Diffusion non-linéaire sur une image de synthèse ( $t=5$ ,  $K=50$ )

Ces effets négatifs sont illustrés ci-dessus (Fig. 2.10) sur des images tridimensionnelles de synthèse. On observe particulièrement le maintien de points isolés (assimilables à des bruits impulsionnels), correspondant à de forts gradients dans l'image originale, ainsi que la formation de zones homogènes, issues de parties de l'image originale présentant au contraire de faibles gradients. Les structures fines restent toutefois présentes, de même que les frontières nettes entre les différents pavés. Un aspect plus lisse peut également être obtenu en augmentant la valeur de la barrière de diffusion. Le résultat se rapproche alors de celui d'une diffusion isotrope.

### 2.2.1.2 Forward and Backward Diffusion (FAB)

Reprenant le phénomène de diffusion rétrograde (ou diffusion inverse) présenté au paragraphe 2.2.1.1.2, Gilboa et al. se sont proposés de le généraliser dans [Gil00] et [Gil02]. Ils définissent ainsi une méthode de « Forward and Backward Diffusion » (FAB, Diffusion antérograde et rétrograde). Le comportement recherché est un lissage des faibles gradients et un rehaussement des gradients de niveau moyen. La mise en œuvre du processus consiste à redéfinir la fonction de diffusion, de manière à imposer une diffusion antérograde pour  $|\nabla U| < K_f$  et une diffusion rétrograde pour  $K_b - w < |\nabla U| < K_b + w$ . La diffusion antérograde est caractérisée par une fonction de diffusion positive, la diffusion rétrograde par une valeur négative.  $K_f$  apparaît comme la limite supérieure des faibles gradients, alors que  $K_b$  définit le niveau des gradients moyens.  $w$  est la largeur du domaine de diffusion inverse. Les auteurs proposent deux fonctions  $g_1$  et  $g_2$  remplissant ces conditions (Fig. 2.11) :

$$g_1(x) = \begin{cases} 1 - (x/K_f)^n & \text{si } x < K_f \\ \alpha \left( \left( \frac{x - K_b}{w} \right)^{2m} - 1 \right) & \text{si } K_b - w < x < K_b + w \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.25)$$

$$g_2(x) = \frac{1}{1 + \left( \frac{x}{K_f} \right)^n} - \frac{\alpha}{1 + \left( \frac{x - K_b}{w} \right)^{2m}} \quad (2.26)$$

Ces équations font également intervenir les paramètres  $n$  et  $m$ , qui servent à contrôler la vitesse de variation des fonctions, ainsi que  $\alpha$ , qui permet de définir le rapport de force entre la diffusion directe et la diffusion inverse. Afin d'éviter la formation d'extrema au sein de régions continues, les auteurs imposent au flux de diffusion antérograde d'être plus important que celui de diffusion rétrograde. Les valeurs

$\alpha = K_f/2K_b$  et  $\alpha = K_f/2(K_b+w)$  permettent de réaliser cette condition respectivement pour  $g_1$  et  $g_2$ .

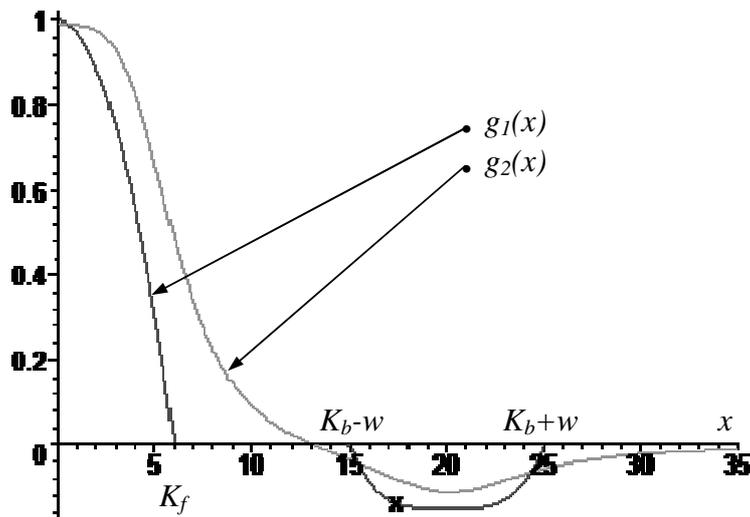


Fig. 2.11 Fonctions de diffusion FAB ( $K_f=6$ ,  $K_b=20$ ,  $w=5$ ).  
Les valeurs de  $K_f$ ,  $K_b-w$ ,  $K_b+w$  indiquées sur la figure correspondent à la fonction  $g_1$ .



Fig. 2.12 Effets de la diffusion FAB sur l'image « La Cornouaille »,  
 $t=10$ ,  $K_f=8$ ,  $K_b=20$ ,  $w=8$ .

Les propriétés de rehaussement des gradients de niveau intermédiaire confèrent à cette méthode une bonne efficacité sur des images à faible bruit, présentant des défauts tels que le flou. Les détails sont ainsi restaurés, et le bruit éliminé (Fig. 2.12). Par rapport à l'approche de Perona et Malik, de plus nombreux détails sont maintenus (dans les cordages, notamment). Ils correspondent à des gradients intermédiaires qui auraient progressivement décréu sans la présence du rehaussement. Les problèmes apparaissent dès lors que le niveau de bruit devient plus élevé : en effet, lorsque celui-ci atteint le seuil de rehaussement, le bruit est à son tour amplifié.

### 2.2.1.3 Modèle régularisé (Catté et al.)

De nombreuses études théoriques du modèle de Perona et Malik ont été menées dans le domaine continu. Parmi celles-ci, on peut citer celle de Catté et al. [CLMC92], ou plus récemment, celle de Kichenassamy [Kic97]. Weickert et Benhamouda ont également résumé les principales d'entre elles dans [WeB97]. Ces études soulignent toutes l'impossibilité de justifier à la fois l'existence et l'unicité d'une solution à l'équation de Perona et Malik (Eq. 2.16), lorsque les fonctions flux ne sont pas monotones. En effet, dans ce dernier cas, qui est celui induit par les équations (2.17) et (2.18) proposées par Perona et Malik, la diffusion est inverse pour les forts gradients, permettant ainsi la création de singularités. De plus, ce type de comportement est connu pour être instable et particulièrement sensible à de petites perturbations de la donnée d'origine.

Catté et al. ont donc proposé une régularisation du modèle de Perona et Malik, qui leur permet alors de démontrer l'unicité de la solution :

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \text{div} \left( g \left( \left| \nabla (G_\sigma * U) \right| \right) \cdot \nabla U \right) \quad (2.27)$$

où l'opération  $G_\sigma * U$  consiste à convoluer  $U$  avec une gaussienne d'écart type  $\sigma$ . On utilise ainsi une version lissée de l'image pour calculer les gradients à injecter dans la fonction de diffusion. Le

choix de  $\sigma$  influence directement la taille des détails à préserver : en effet, le lissage de l'image induit des gradients moins forts pour les petits détails. Les gradients correspondant à des structures de taille significative se trouveront donc plus souvent dans l'intervalle de rehaussement de la fonction  $g$  : elles seront ainsi conservées.

Notons qu'une valeur trop faible de  $\sigma$  nous ramène au modèle de Perona et Malik et ne garantit plus la stabilité.

Weickert et Benhamouda ont prolongé cette étude du domaine continu au domaine semi-discret [WeB97]. Ils montrent ainsi que l'utilisation d'une grille discrète permet de rendre la version numérique de la diffusion de Perona et Malik bien posée. Cela explique d'ailleurs les bons résultats expérimentaux généralement obtenus avec ce modèle de diffusion. Ils précisent toutefois que la discrétisation peut amener l'apparition d'artefacts, que la version régularisée de Catté et al. élimine.

## 2.2.2 Modèles dérivés de la diffusion non-linéaire

Partant du modèle classique de la diffusion non-linéaire, de nombreux auteurs ont proposé des approches tentant de résoudre certains défauts de la méthode originale. Parmi celles-ci, le lissage sélectif de Alvarez et al. présente l'intérêt de traiter à part le comportement dans la direction du gradient, de manière à effectuer selon le cas un lissage isotrope, ou exclusivement tangentiel au contour. Kornprobst propose quant à lui un modèle permettant d'écrire sous un même formalisme les équations de diffusion, en faisant clairement apparaître des comportements différenciés dans la direction du gradient et sa normale. Son modèle fait également le lien avec les méthodes variationnelles fondées sur des techniques de minimisation d'une énergie.

### 2.2.2.1 Lissage sélectif (Alvarez et al.)

Afin de mieux contrôler les comportements tangentiel et normal de la diffusion, Alvarez et al. se sont proposés d'étudier l'EDP suivante [ALM92] :

$$\frac{\partial U}{\partial t} = g(|\nabla U_\sigma|) \cdot |\nabla U| \operatorname{div} \left( \frac{\nabla U}{|\nabla U|} \right) \quad (2.28)$$

où  $U_\sigma$  représente l'image  $U$  lissée par une gaussienne d'écart type  $\sigma$ . Afin de mieux appréhender cette relation et de faire le lien avec l'équation de diffusion, réécrivons-la de la manière suivante :

$$\frac{\partial U}{\partial t} = g(|\nabla U_\sigma|) \cdot \left( \Delta U - \frac{1}{|\nabla U|^2} \nabla U^T \times H_U \times \nabla U \right) \quad (2.29)$$

$H_U$  représente ici la hessienne de  $U$ . On reconnaît dans cette écriture le terme de diffusion isotrope  $\Delta U$ , auquel on ajoute un terme que les auteurs qualifient d' « inhibiteur dans la direction du gradient ». Le résultat est un processus de diffusion dans la seule direction tangentielle. La fonction  $g$  joue le même rôle que dans le modèle de Perona et Malik, à savoir limiter la diffusion pour les forts gradients.

Les auteurs font alors observer que cette équation est mal adaptée aux zones uniformes bruitées : en effet, la méthode proposée cherche à suivre des contours, même en l'absence de ceux-ci. De fausses

structures risquent donc de se développer. Pour corriger ce problème, Ils décident d'adopter un comportement de diffusion isotrope lorsque les gradients sont faibles (ce qui correspond aux zones uniformes bruitées), tangent au contour lorsque ceux-ci sont plus forts :

$$\frac{\partial U}{\partial t} = g(|\nabla U_\sigma|) \cdot \left( \Delta U - \frac{h(|\nabla U|)}{|\nabla U|^2} \nabla U^T \times H_U \times \nabla U \right) \quad (2.30)$$

Ils introduisent donc dans leur modèle une fonction  $h$  du module du gradient, qu'ils décrivent comme étant égale à zéro pour les faibles gradients, égale à un pour les forts gradients. Cette fonction sert à pénaliser le terme d'inhibition dans la direction du gradient. L'équation (2.30) est également souvent écrite dans la littérature sous la forme :

$$\frac{\partial U}{\partial t} = g(|\nabla U_\sigma|) \cdot \left( (1 - h(|\nabla U|)) \cdot \Delta U + h(|\nabla U|) \cdot |\nabla U| \operatorname{div} \left( \frac{\nabla U}{|\nabla U|} \right) \right) \quad (2.31)$$

On peut également décomposer (2.30) selon les directions normale (direction du gradient) et tangentielle au contour :

$$\begin{cases} \frac{\partial U}{\partial t} = c_\xi U_{\xi\xi} + c_\eta U_{\eta\eta} \\ c_\xi = g(|\nabla U_\sigma|) \\ c_\eta = g(|\nabla U_\sigma|) (1 - h(|\nabla U|)) \end{cases} \quad (2.32)$$

On notera ainsi que le coefficient  $c_\eta$  est toujours positif.

Le principal avantage de cette méthode est de séparer les comportements dans la direction normale au contour (direction du gradient) et dans la direction tangente. Cela permet au processus de traiter différemment les zones homogènes, dans lesquelles la notion de contour n'a pas de lien avec une structure existante, et les zones de bords de structures. Dans le premier cas, une diffusion isotrope est réalisée, qui élimine le bruit. Dans le second, le lissage n'a lieu que dans la direction tangente au bord de la structure, afin de ne pas dégrader son contour.

Les contours marqués sont ainsi renforcés. Contrairement aux méthodes précédentes, les zones où le niveau de gris varie lentement ne sont pas segmentées en régions homogènes (Fig. 2.13). On observe toutefois une tendance de la méthode à déformer les structures, et particulièrement à émousser les angles. Comparativement à la méthode de Perona et Malik, les détails correspondant à des contours de faible amplitude sont conservés plus longtemps. L'absence d'un terme de rehaussement semblable à celui de la méthode FAB empêche toutefois un maintien total de ces structures.



Fig. 2.13 Lissage sélectif de l'image « La Cornouaille »  
 $t=10, K_g=8, K_h=2$ .

### 2.2.2.2 Formalisme général (Kornprobst et al.)

#### 2.2.2.2.1 Approche variationnelle

Deriche et Faugeras ont proposé dans [Der96] une approche variationnelle permettant de réécrire les EDP les plus classiquement utilisées sous la forme d'une minimisation d'énergie. Ils proposent pour cela de considérer les images bruitées sous la forme suivante :

$$U_0 = PV + B \quad (2.33)$$

$V$  est l'image sous-jacente non bruitée,  $P$  un opérateur linéaire modélisant les transformations de  $V$  (cela peut être par exemple une convolution avec un noyau gaussien pour l'effet de flou, ou même l'identité).  $B$  représente un bruit gaussien de moyenne nulle. Le problème de la restauration de  $V$  est alors décrit comme la recherche de l'image  $U$  qui minimise l'énergie suivante :

$$E(U) = \underbrace{\frac{1}{2} \|U_0 - PU\|^2}_{E_1(U)} + \lambda \underbrace{\int_{\Omega} \phi(|\nabla U|) d\Omega}_{E_2(U)} \quad (2.34)$$

où  $\lambda$  est une constante et  $\phi$  une fonction permettant la préservation des contours.  $E_1$  représente alors un terme de fidélité aux données,  $E_2$  un terme de régularisation.

La résolution numérique de cette équation peut se faire à travers la recherche de l'état stationnaire de l'EDP suivante [KoD97a], [Kor98] :

$$\frac{\partial U}{\partial t} = -(U - U_0) + \lambda (c_{\xi} U_{\xi\xi} + c_{\eta} U_{\eta\eta}) \quad (2.35)$$

où  $c_{\xi}$  et  $c_{\eta}$  sont définis de la manière suivante :

$$\begin{cases} c_{\xi} = \frac{\phi'(|\nabla U|)}{|\nabla U|} \\ c_{\eta} = \phi''(|\nabla U|) \end{cases} \quad (2.36)$$

On reconnaît d'ores et déjà dans le dernier terme de (2.35) un terme de diffusion. Afin de généraliser encore ce modèle, et lui permettre de gérer le problème du flou, Kornprobst et al. [KoD97b] ont choisi d'y intégrer également un terme de « réaction », sous la forme d'un filtre de choc.

#### 2.2.2.2.2 Filtres de choc

La méthode proposée par Osher et Rudin [OR90] sous le nom de *filtre de choc* est fondée sur la résolution de la relation suivante :

$$\frac{\partial U}{\partial t} = -\text{sign}(U_{\eta\eta}) \cdot |\nabla U| \quad (2.37)$$

Cette méthode tend à construire des images constantes par parties, les transitions se trouvant au niveau des points d'inflexion des profils des contours.

#### 2.2.2.2.3 Formalisation de la méthode

Afin de réunir les comportements vus aux deux paragraphes précédents, Kornprobst propose la formalisation suivante [KoD97b] :

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial t} = & \\ & -\alpha_a \cdot (U - U_0) \quad \text{Attache aux données} \\ & +\alpha_d \cdot (c_\xi U_{\xi\xi} + c_\eta U_{\eta\eta}) \quad \text{Diffusion} \\ & -\alpha_r \cdot \text{sign}((U_\sigma)_{\eta\eta}) |\nabla U| \quad \text{Réaction (filtre de choc)} \end{aligned} \quad (2.38)$$

$\alpha_a$ ,  $\alpha_d$  et  $\alpha_r$  sont des constantes positives,  $c_\xi$  et  $c_\eta$  sont des coefficients positifs, éventuellement fonctions du gradient ( $\nabla U$ ) et de la hessienne ( $H_U$ ) de  $U$ . On remarquera le choix d'utiliser une version lissée de  $U$  dans le terme de réaction. Le processus de restauration des images est réalisé à travers trois fonctions, chacune correspondant à un terme de l'équation (2.38). Les paramètres  $\alpha_a$ ,  $\alpha_d$ ,  $\alpha_r$  permettant de pondérer l'influence de chacun :

- le terme d'attache aux données permet de stabiliser le processus et de maintenir certains détails au cours de l'évolution,
- le terme de diffusion apporte le lissage permettant d'éliminer le bruit,
- le terme de réaction, sur le modèle des filtres de choc, renforce le contraste aux bords des structures en augmentant la pente des profils de leurs contours.

Un des avantages de cette formulation est de séparer de manière explicite le comportement de lissage dans la direction normale au contour (direction du gradient) de celle dans la direction tangentielle, à travers le choix des paramètres  $c_\xi$  et  $c_\eta$ . Elle permet également de traiter à part un éventuel phénomène de rehaussement, grâce au terme de réaction.

Un autre avantage de ce modèle [Kor97] est de permettre la reformulation sous la forme d'un problème de minimisation d'énergie des principales équations de diffusion. Ainsi, l'équation de Perona et Malik, sous sa forme décomposée (2.20) entre-t-elle directement dans ce formalisme, ainsi que le modèle de Alvarez et al. décrit par l'équation (2.32).

2.2.2.2.4 *Modèle de Kornprobst et al.*

Reprenant le formalisme présenté précédemment, Kornprobst [Kor97], [KoD97b] présente un modèle combinant un lissage sélectif et un filtre de choc :

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial U}{\partial t} = & \\
 -\alpha_a \cdot (U - U_0) & \text{Attache aux données} \\
 +\alpha_d \cdot (h_\tau (|\nabla U_\sigma|) \cdot U_{\eta\eta} + U_{\xi\xi}) & \text{Diffusion} \\
 -\alpha_r \cdot (1 - h_\tau (|\nabla U_\sigma|)) \cdot \text{sign}((U_\sigma)_{\eta\eta}) \cdot |\nabla U| & \text{Réaction}
 \end{aligned}
 \tag{2.39}$$

$h_\tau(x)=1$  si  $x < \tau$ , 0 sinon. La fonction  $h_\tau$  est une fonction de seuil, définissant, dans la direction du gradient, les domaines de diffusion et de réaction. Pour les faibles gradients, on effectuera ainsi un lissage, alors que les forts gradients, supposés correspondre à des contours de structures, seront renforcés.



Fig. 2.14 Traitement de l'image « La Cornouaille » par la méthode de Kornprobst et al.  
 $\alpha_a=1, \alpha_d=2, \alpha_r=4, t=0,5, \tau=7, \sigma=0,75$ .

Cette méthode n'est pas sans évoquer le modèle de Alvarez et al., dont elle hérite la capacité à traiter aussi bien les zones homogènes, que les contours. Le terme de réaction permet d'ailleurs de mieux restaurer ces derniers, en présence de flou, par exemple. Le résultat est une tendance à créer des zones constantes, séparées par des transitions abruptes (Fig. 2.14). On observe également les distorsions géométriques, communes aux méthodes faisant appel à la courbure.

**2.2.3 Diffusion tensorielle**

Suivant le même objectif visant à séparer les comportements de la diffusion le long de la direction normale au contour (direction du gradient) et de la tangente, Weickert s'est intéressé à une définition tensorielle de la diffusivité. Il utilise un tenseur de structure pour déterminer la tendance directionnelle

locale. Celui-ci est décrit au paragraphe 2.2.3.1. Ces informations directionnelles sont alors employées pour construire un tenseur de diffusion, dont les paramètres vont également dépendre du comportement souhaité. Le paragraphe 2.2.3.2 présente une méthode visant au rehaussement des contours, alors que celle décrite au paragraphe 2.2.3.3 vise à augmenter la cohérence.

### 2.2.3.1 Obtention du tenseur de structure

L'objectif de la diffusion tensorielle est de permettre de définir des comportements différents en fonction de l'anisotropie de la zone, et de la direction dominante locale. Le besoin se fait alors sentir d'employer des outils plus sophistiqués que le vecteur gradient. Weickert [Wei94] propose ainsi d'utiliser des *tenseurs de diffusion*. Ces tenseurs se présentent sous la forme de matrices dont les vecteurs propres définissent les directions d'action et les valeurs propres l'intensité des actions. La construction de ces tenseurs se fonde donc sur le choix des vecteurs propres  $(\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_n)$  et des valeurs propres

$(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n)$  associées :

$$T = (\mathbf{v}_1; \mathbf{v}_2; \dots; \mathbf{v}_n) \times \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \lambda_n \end{pmatrix} \times (\mathbf{v}_1; \mathbf{v}_2; \dots; \mathbf{v}_n)^T \quad (2.40)$$

Dans le cas bidimensionnel, les directions significatives sont typiquement la normale et la tangente à une éventuelle structure. La direction normale est généralement obtenue à l'aide du gradient, la tangente est alors orthogonale au gradient. On peut ainsi construire un *tenseur de structure*  $D$  de la manière suivante :

$$D = \nabla U \times \nabla U^T \quad (2.41)$$

Ce tenseur toutefois est assez fruste : ses vecteurs propres sont bien  $\nabla U$  et un vecteur orthogonal à  $\nabla U$ , ce qui correspond aux directions souhaitées. Mais ses valeurs propres sont  $\|\nabla U\|^2$  et 0, elles ne permettent donc qu'une action dans la direction du gradient. De plus, le gradient peut être perturbé par le bruit présent dans l'image et sa direction, peut se révéler altérée. Une première idée consiste à calculer les gradients sur une version lissée de l'image, de manière à éliminer les variations trop brusques. Mais si le lissage est trop fort, le risque existe de supprimer certaines des structures pertinentes. D'où la tentation d'effectuer une moyenne locale des orientations, en supposant que celles-ci ne varient pas trop rapidement au voisinage des structures. Cette moyenne ne peut être réalisée directement sur les gradients, mais on peut la calculer sur des tenseurs. On obtient ainsi le *tenseur de structure*  $D_{\rho, \sigma}$  :

$$D_{\rho, \sigma} = K_{\rho} * (\nabla U_{\sigma} \times \nabla U_{\sigma}^T) \quad (2.42)$$

$U_{\sigma}$  représente une version lissée de  $U$  par une gaussienne d'écart type  $\sigma$ . La moyenne des tenseurs est réalisée par la convolution avec un noyau gaussien  $K_{\rho}$ , d'écart type  $\rho$ .

Ce dernier tenseur présente deux directions propres,  $\mathbf{v}_1$  et  $\mathbf{v}_2$ , associés respectivement aux valeurs propres  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$ . Les valeurs propres reflètent le contraste dans la direction correspondante. Elles

indiquent donc le caractère directionnel associé à la région étudiée. Nous verrons au Chapitre 3 que plusieurs auteurs ont proposé des critères permettant d'en déduire la géométrie locale des structures.

La direction propre correspondant à la plus grande valeur propre indique la direction présentant le maximum de contraste. Cette direction est supposée orthogonale à la structure locale présente, et on la nommera par la suite (et par abus de langage) direction du gradient.

### 2.2.3.2 Diffusion pour le rehaussement des contours (EED, Edge Enhancing Diffusion)

Dans le but de réaliser un lissage des images, tout en maintenant les contours des structures, Weickert [Wei94], [Wei96b] a proposé de remplacer dans l'équation 2.15 la diffusivité scalaire par un *tenseur de diffusion*  $J$ , construit conformément à l'Eq. (2.40) :

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \text{div}(J \times \nabla U) \quad (2.43)$$

Contrairement au modèle de Perona et Malik, qui pondère les gradients en fonction de leur seule norme, celui-ci introduit une pondération directionnelle. En effet, si  $(\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2)$  est une base orthonormée de vecteurs propres de  $J$ , associés respectivement aux valeurs propres  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$ , on peut décomposer  $\nabla U$ , puis  $J \times \nabla U$  dans cette base :

$$\begin{aligned} \nabla U &= \alpha \cdot \mathbf{v}_1 + \beta \cdot \mathbf{v}_2 \\ J \times \nabla U &= \lambda_1 \cdot \alpha \cdot \mathbf{v}_1 + \lambda_2 \cdot \beta \cdot \mathbf{v}_2 \end{aligned} \quad (2.44)$$

On met ainsi en évidence une pondération selon les directions propres, contrôlée par les valeurs propres. Le choix des vecteurs propres est le suivant :  $\mathbf{v}_1 // \nabla U$ ,  $\mathbf{v}_2 \perp \nabla U$ . Il est ainsi possible de contrôler la diffusion dans la direction orthogonale et le long des contours. Les valeurs propres permettent de définir l'intensité de la diffusion dans chacune des directions. Weickert [Wei96b] a proposé le choix suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_1 = g(\nabla U_\sigma) = \begin{cases} 1 & \text{si } |\nabla U_\sigma| = 0 \\ 1 - e^{-\left(\frac{K}{|\nabla U_\sigma|}\right)^{2m}} & \text{sinon} \end{cases} \\ \lambda_2 = 1 \end{array} \right. \quad (2.45)$$

où  $K$  est une constante réelle positive, qui joue le même rôle que la barrière de diffusion de Perona et Malik. Le paramètre  $m$  est une constante entière, permettant de contrôler la pente de la courbe. La fonction  $g$  ainsi définie présente une allure proche de celle des fonctions proposées par Perona et Malik (Fig. 2.15).

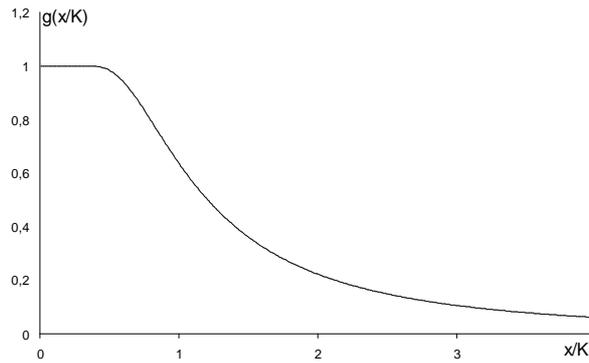


Fig. 2.15 Diffusivité dans la direction du gradient

Le processus décrit ci-dessus réalise systématiquement un lissage dans la direction orthogonale au gradient. Dans la direction du gradient, le lissage est pondéré par le module du gradient. En présence d'un faible gradient, le lissage est le même dans la direction du gradient et dans la direction orthogonale à celui-ci. Le lissage est donc isotrope, adapté aux zones homogènes. Lorsque le gradient est plus important, le lissage est inhibé dans la direction du gradient. Il n'a donc lieu que dans la direction orthogonale au gradient, c'est-à-dire tangente à la structure présente localement. Le résultat tend vers une image lissée par parties, avec un maintien des transitions correspondant à un gradient supérieur à la barrière de diffusion  $K$ . On notera également un arrondissement des coins de structures. Il est dû au pré-lissage de l'image utilisée pour le calcul du tenseur de structure, qui perturbe les directions de diffusion. La Fig. 2.16 présente au centre une image diffusée par la méthode EED, à droite un résultat volontairement exagéré.



Fig. 2.16 Diffusion EED sur l'image « La Cornouaille » (à gauche).  
 Au centre :  $K=5, \sigma=0,5, t=2,5$  ; à droite :  $K=5, \sigma=0,5, t=5$ .

### 2.2.3.3 Diffusion pour l'augmentation de la cohérence (CED, Coherence-Enhancing Diffusion)

Afin d'augmenter la continuité des structures filaires (dans le cas d'images bidimensionnelles), Weickert [Wei97b], [Wei95] a proposé de modifier le modèle précédent, de manière à l'asservir au niveau local de cohérence. Il reprend donc le schéma de l'Eq. (2.43), mais définit les valeurs propres du tenseur  $D$  de la manière suivante :

$$\lambda_2 = \lambda_2(\mu_1 - \mu_2) = \begin{cases} \alpha & \text{si } \mu_1 - \mu_2 = 0 \\ \alpha + (1 - \alpha) e^{-\left(\frac{K}{\mu_1 - \mu_2}\right)^{2m}} & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.46)$$

où  $\alpha \in [0 ; 1]$ .  $\mu_1$  et  $\mu_2$  sont les valeurs propres du *tenseur de structure* décrit par l'Eq. (2.42).  $(\mu_1 - \mu_2)^2$  est donc une mesure locale de cohérence, ainsi qu'on l'a vu au paragraphe 2.2.3.1. L'allure de la diffusivité  $\lambda_2(\mu_1 - \mu_2)$  est présentée Fig. 2.17.

La valeur  $\alpha=1$  conduisant à une diffusion isotrope, il est généralement admis que seules les valeurs proches de zéro présentent un intérêt. La méthode réalise ainsi un lissage d'intensité constante, fixée par le paramètre  $\alpha$ , dans la direction du gradient. Dans la direction orthogonale, l'intensité du lissage est contrôlée par la cohérence : Le lissage est plus important dans les zones où celle-ci est plus élevée ( $\mu_1 - \mu_2 > K$ ). Cela correspond à des zones fortement orientées, comme les bords des structures, par exemple. Une analyse plus poussée indique que l'intensité du lissage dans la direction orthogonale au gradient est toujours au moins égale à celle dans la direction du gradient. Le comportement ainsi mis en évidence est un lissage isotrope dans les zones à faible cohérence et un lissage effectué majoritairement le long des structures lorsque la cohérence est plus forte.

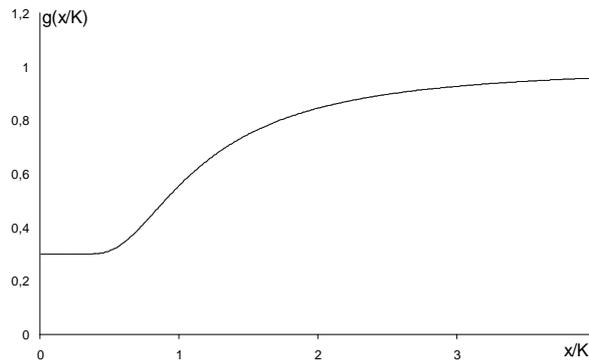


Fig. 2.17 Diffusivité dans la direction orthogonale au gradient.

Ainsi qu'on l'a vu au paragraphe 2.2.3.1, un moyennage est effectué sur les tenseurs de structure, de manière à obtenir en chaque point une information directionnelle lissée, relative à l'ensemble de son voisinage. De cette manière, les points situés à proximité de structures fortement orientées peuvent bénéficier d'une information d'orientation associée à une cohérence relativement forte. Ce résultat est particulièrement intéressant lorsqu'une structure filaire a été accidentellement interrompue. En effet, les points situés au niveau de la rupture peuvent ainsi disposer de l'information d'orientation de la structure elle-même. Le lissage directionnel le long de la structure permet alors de « reboucher » les ruptures en diffusant au travers de celles-ci (Fig. 2.18). Les images constituées de structures continues, comme les empreintes digitales, par exemple, sont ainsi efficacement restaurées (Fig. 2.19). C'est d'ailleurs à l'aide de ce type d'applications que l'auteur illustre l'efficacité de sa méthode.

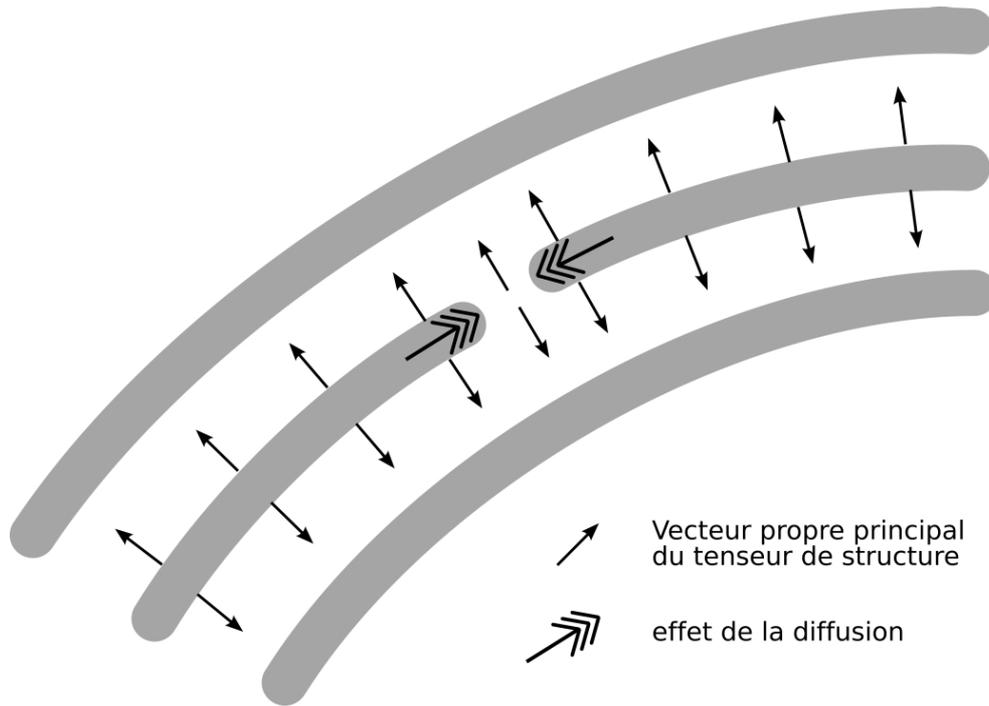


Fig. 2.18 Informations directionnelles au voisinage d'une rupture de contour

Le principal défaut de la méthode, qui est lié à sa tendance à connecter des structures interrompues, est une propension à créer de fausses continuités en prolongeant les structures existantes jusqu'à les connecter (Fig. 2.20).

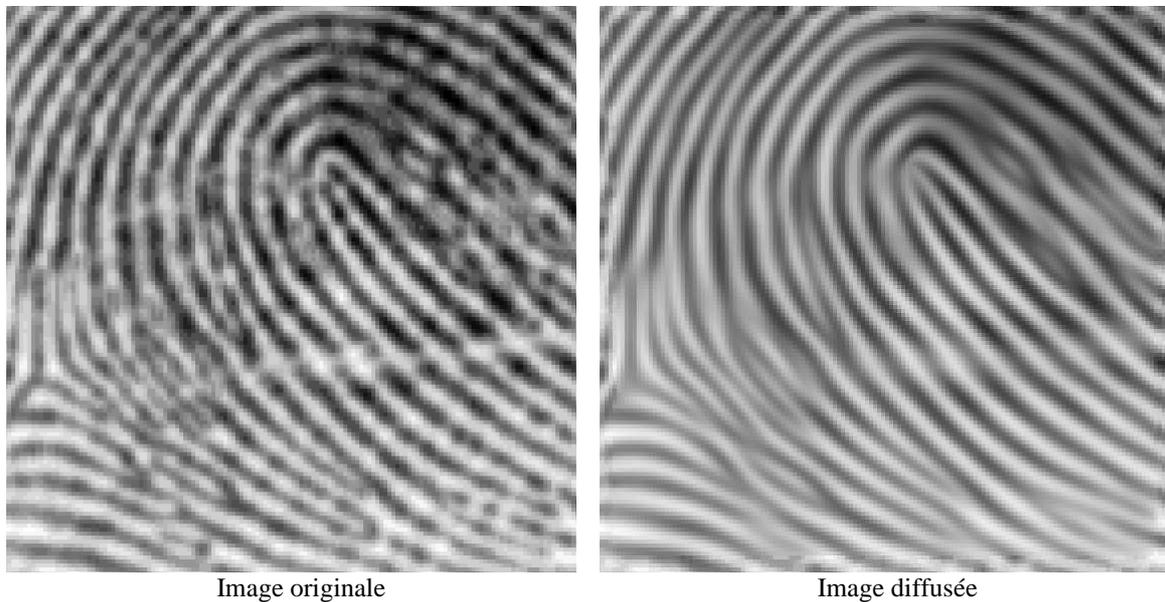


Fig. 2.19 Diffusion CED appliquée à une image d'empreinte digitale  
( $t=10$ ,  $\sigma=0,5$ ,  $K=4$ ,  $\alpha=0.001$ )



Fig. 2.20 Diffusion CED volontairement exagérée appliquée à l'image « La Cornouaille ».

## 2.3 Filtrage adaptatif

Parmi les méthodes d'amélioration des images, et tout particulièrement dans le domaine de l'imagerie sismique, les techniques de filtrage occupent une large place. Afin de les rendre plus efficaces dans leur domaine d'application, des efforts ont été réalisés pour adapter les paramètres des filtres aux particularités des images à traiter. Particulièrement, l'*indice de confiance* et le *support de filtrage* ont reçu une attention particulière.

Ainsi que nous l'avons vu au paragraphe 2.1.1, l'indice de confiance reflète la « probabilité » pour un point d'appartenir à la même structure que le point central du support de filtrage. Les premiers filtres se bornaient souvent à accorder la même « probabilité » à tous les points du support (filtre moyenneur), ou de pénaliser les points en fonction de leur distance au point central (c'est le cas du filtre gaussien, par exemple). D'autres ont choisi de favoriser les points de niveau de gris proche de celui du point central. Il est toutefois rapidement apparu fructueux de définir cette « probabilité » en fonction de la connaissance a priori de la nature des structures à rehausser. Le calcul de l'indice de confiance passe alors par l'extraction d'informations sur la région considérée, que l'on peut ensuite combiner avec des critères classiques (écart de niveau de gris, distance, etc.).

Une autre manière de prendre en compte la connaissance a priori des données consiste à adapter le support de filtrage. Certaines méthodes modifient la forme, la taille, ou même la position du support à partir d'informations extraites de la région de l'image considérée. L'ensemble des points intervenant dans le calcul peut ainsi être modifié, de même que leur rôle relatif (le point central peut ne plus être le point à traiter, par exemple).

Du fait de leur *adaptation* au contexte local de chaque point à traiter, ces filtres sont communément appelés *filtres adaptatifs*. Parmi ceux-ci, nous nous intéresserons plus particulièrement à ceux qui sont

dédiés au traitement des images sismiques. Nous étudierons ici l'Orientation Adaptive Gaussian Filter (OAGF) [BVV99] et le Gaussian Laplacian Like Enhancement (GLLE) [Gui97], qui jouent sur l'adaptation des indices de confiance, ainsi que le Generalized Kuwahara Filter (GKF) [Bak02], qui adapte à la fois le support de filtrage et les indices de confiance.

### 2.3.1 Orientation Adaptive Gaussian Filter (OAGF)

Comme présenté au paragraphe 2.1.1, le filtre gaussien est efficace pour le lissage des régions homogènes d'une image. Au contraire, dans les zones de transition entre deux régions, il diminue le contraste de la transition, provoquant ainsi un effet de flou pouvant aller jusqu'à la suppression totale de la transition. Le choix de réduire l'écart-type de la gaussienne employée permet de réduire cet effet de flou, et de conserver davantage de transitions. Mais cela se fait au prix d'un lissage moins efficace dans les régions homogènes.

L'idée développée par Bakker [BVV99], [Bak02] dans le cas de l'imagerie sismique consiste à adapter la forme de la gaussienne en fonction de celle de la région à lisser. Le but est d'obtenir un filtrage qui « empiète » le moins possible sur les régions voisines.

Comme nous l'avons vu au Chapitre 1, les images sismiques peuvent être raisonnablement modélisées par un empilement de couches. Chaque couche est relativement mince par rapport à ses autres dimensions. Le choix d'une gaussienne isotrope (à symétrie sphérique) apparaît dès lors peu approprié : soit on choisit un écart-type faible (inférieur à l'épaisseur d'une couche), et le lissage n'élimine que peu de bruit, soit on le choisit plus important, et on tend à fusionner les couches.

Bakker propose donc « d'aplatir » la gaussienne dans la direction orthogonale aux couches (Fig. 2.21). Il obtient ainsi un filtre étendu le long des couches, de manière à effectuer un lissage efficace du bruit, sans toutefois empiéter (ou de manière très limitée) sur les couches voisines.

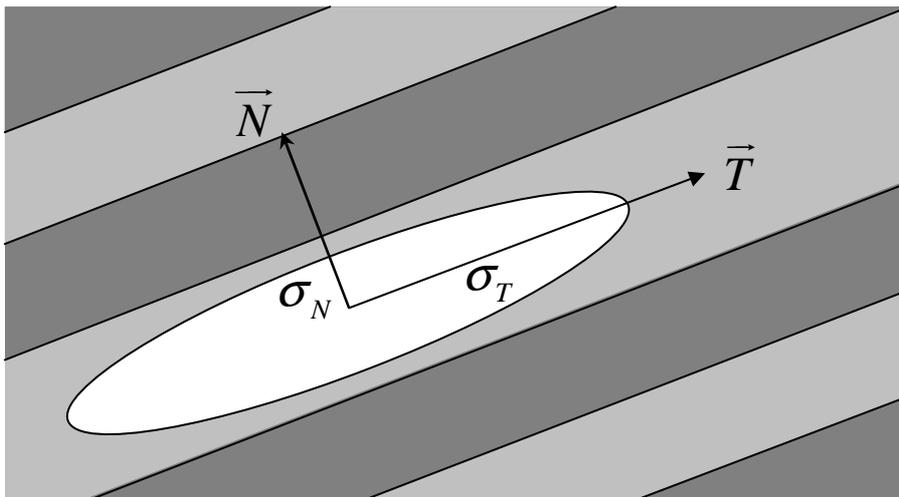


Fig. 2.21 Gaussienne « aplatie ».

$\vec{N}$  représente la direction normale à la couche,  $\vec{T}$  la direction tangente.

Pratiquement, le filtre se présente sous la forme d'un *filtre adaptatif* construit selon le schéma présenté au paragraphe 2.1.1. L'indice de confiance  $m(\mathbf{x})$  est déterminé de la manière suivante :

$$m(\mathbf{x}) = e^{-\frac{d_T(\mathbf{x}_0, \mathbf{x})^2}{2\sigma_T^2}} \cdot e^{-\frac{d_N(\mathbf{x}_0, \mathbf{x})^2}{2\sigma_N^2}} \quad (2.47)$$

$d_T$  et  $d_N$  sont respectivement les distances du point  $\mathbf{x}$  au point  $\mathbf{x}_0$  dans la direction tangente et normale à la couche dans laquelle se trouve  $\mathbf{x}_0$ .  $\sigma_T$  et  $\sigma_N$  sont les écarts-type définissant l'élongation du filtre respectivement dans la direction tangente et normale.

L'indice de confiance ainsi défini différencie explicitement le comportement selon chacune des directions tangente et normale à la couche. L'obtention de ces directions se fait par le calcul d'un tenseur de structure, de la même manière qu'au paragraphe 2.2.3.1. La direction normale est alors donnée par le vecteur propre correspondant à la plus grande valeur propre, la direction tangente correspond à l'autre vecteur propre.

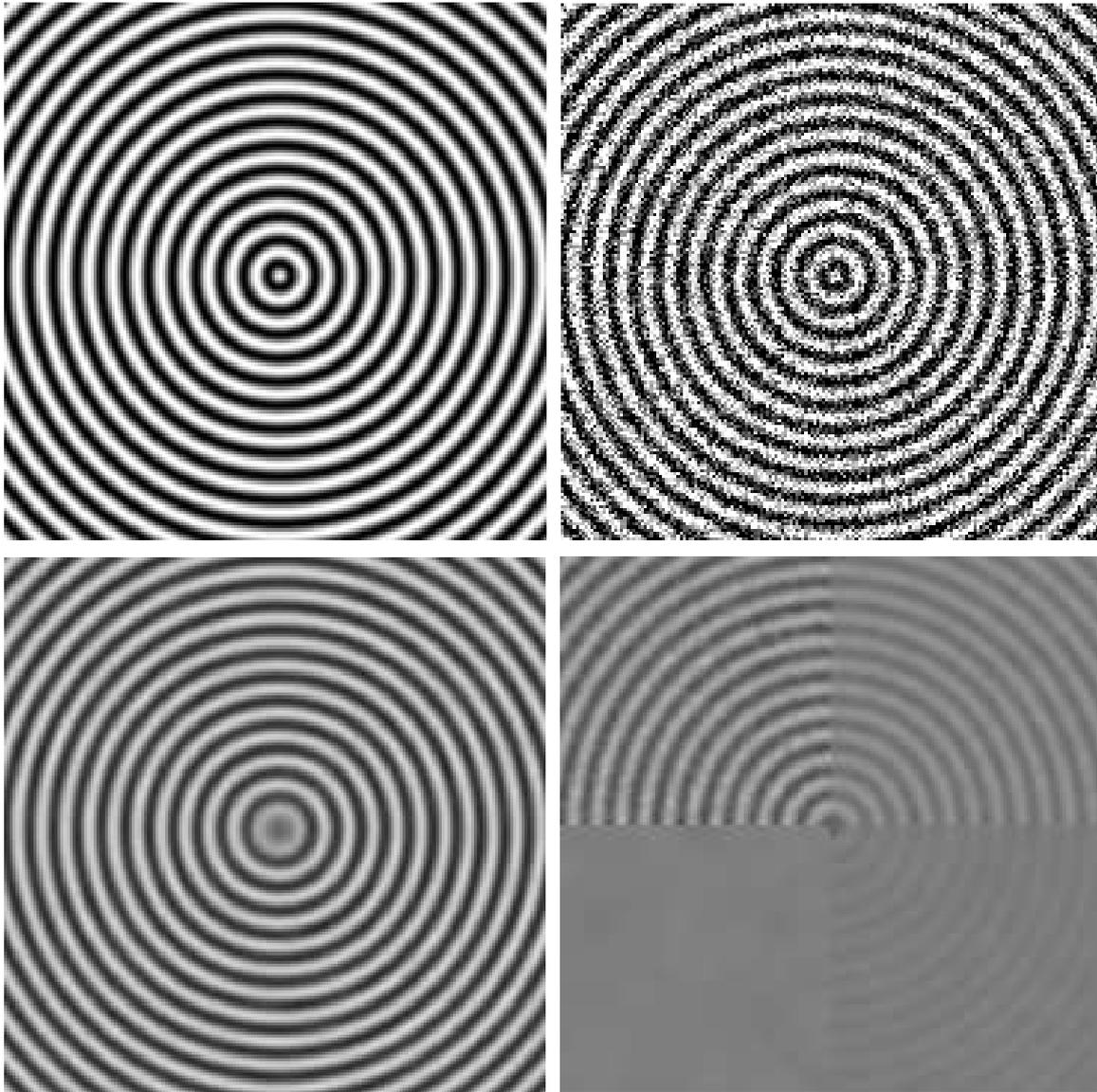
Le choix des paramètres  $\sigma_T$  et  $\sigma_N$  est laissé à l'utilisateur. Il est toutefois conseillé de choisir  $\sigma_T \gg \sigma_N$ , de manière à obtenir un filtre fortement anisotrope.

De la même manière que la diffusion tensorielle CED vue au paragraphe 2.2.3.3, cette méthode est efficace pour la restauration d'images contenant des structures fines mais ininterrompues (Fig. 2.22). Dans le cas contraire, elle tend elle aussi à créer de fausses extensions dans le prolongement des structures existantes (Fig. 2.23). Cela est dû à la prise en compte de points situés nettement en dehors de la structure (Fig. 2.24). De plus, lorsque l'orientation n'est pas clairement définie, le lissage reste très directionnel (le tenseur de structure fournit toujours une base de vecteurs propres). C'est particulièrement le cas des régions homogènes bruitées.

Ces défauts sont décrits par O'Malley [OmK04], qui propose pour les palier d'adapter l'élongation du filtre à l'anisotropie locale. Il choisit ainsi d'autoriser des variations de  $\sigma_T$  et  $\sigma_N$ , mais fixe la valeur de leur produit  $\sigma_{ISO}^2 = \sigma_T \times \sigma_N$ . Il définit également la valeur minimale de  $\sigma_N$ , limitant ainsi l'élongation du filtre. Les écarts-type  $\sigma_T$  et  $\sigma_N$  deviennent alors fonction d'une mesure locale d'anisotropie, elle-même obtenue à l'aide des valeurs propres du tenseur de structure. L'auteur ne précise toutefois pas quelle valeur de l'anisotropie il emploie, ni de quelle manière celle-ci agit sur les valeurs de  $\sigma_T$  et  $\sigma_N$ . Pour obtenir des images correspondant à cette méthode, nous avons décidé de choisir la valeur d'anisotropie  $C_{coh3D}$ , utilisée par Bakker.  $\sigma_T$  évolue alors linéairement avec  $C_{coh3D}$  (Fig. 2.23). La valeur de  $C_{coh3D}$  est calculée à partir des trois valeurs propres  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$  du tenseur de structure tridimensionnel, classées par ordre décroissant :

$$C_{coh3D} = \frac{2\lambda_1 - \lambda_2 - \lambda_3}{2(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3)} \quad (2.48)$$

Plus de détails sur l'utilisation de tels indicateurs de confiance seront donnés au Chapitre 3.

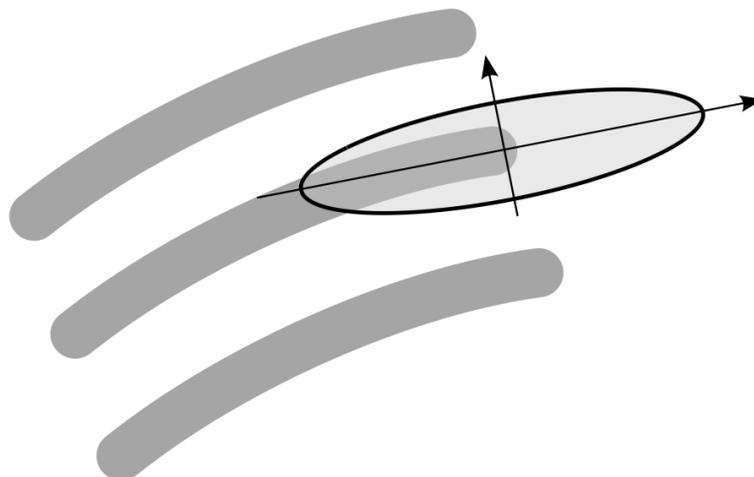


*Fig. 2.22 Filtrage OAGF (en bas à gauche) comparé à des filtres gaussiens d'écart-type croissants 1, 2, 3, 4 (en bas à droite) sur une image de cercles concentriques (en haut à gauche) bruitée (en haut à droite).*

Les défauts précédents sont ainsi largement atténués : le problème des régions homogènes est résolu, puisque le filtrage y est rendu isotrope. Quant aux limites de structures, elles correspondent elles aussi à des zones faiblement anisotropes, l'élongation du filtre est donc moindre, et l'effet d'extension des structures est atténué. Cette méthode conserve toutefois un inconvénient majeur commun aux filtres gaussiens : la taille du filtre reste constante, quelle que soit l'anisotropie locale. De fait, les détails de petite taille (de surface inférieure à  $\sigma_N \times \sigma_T$ ) sont toujours éliminés, d'où un effet de flou persistant.



*Fig. 2.23 Filtrage OAGF (gauche) de l'image « La Cornouaille » et version à élongation variable du filtre (droite).*



*Fig. 2.24 Forme de la gaussienne à la limite d'une structure.*

### **2.3.2 Gaussian Laplacian Like Enhancement**

Une autre extension du filtre gaussien dans le domaine de l'imagerie sismique est due à Guillon [Gui97], [GBNK98]. Elle a depuis fait l'objet d'autres améliorations, non référencées dans la bibliographie, mais qui seront présentées ici. L'objectif de la méthode est de lisser l'image, tout en rehaussant le contraste des transitions. L'objectif étant double, le filtre est constitué de deux composantes superposées. L'une sert au lissage et est fondée sur un filtrage gaussien. L'autre vise au rehaussement de contraste à l'aide d'un filtrage passe-haut. Ces deux composantes sont présentées aux paragraphes suivants.

### 2.3.2.1 Composante de lissage

Reprenant le schéma classique du filtre gaussien, Guillon a considéré que la distance la plus significative entre deux points d'une image était l'écart de niveau de gris. En effet, si on considère un support de filtrage « à cheval » sur la transition entre deux régions de niveau de gris différent, bruitées (Fig. 2.25), on constate que les points appartenant à la même région que le point central présentent un écart de niveau de gris moindre que celui des autres points. Cela signifie que la distance spatiale n'est pas forcément la plus en cohérence avec la notion d'appartenance à une même région.

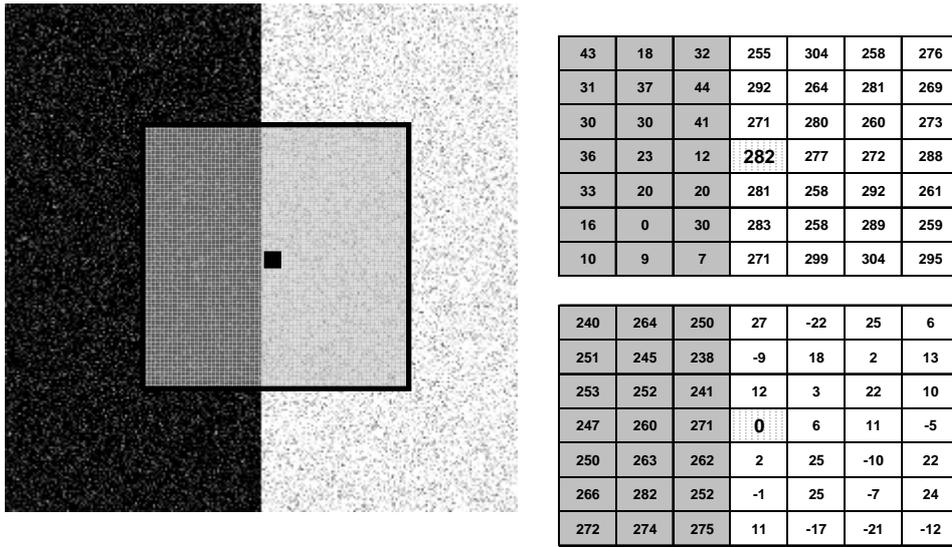


Fig. 2.25 Comparaison des niveaux de gris (en haut à droite) et des différences de niveau de gris par rapport au point central (en bas à droite).

En fait, l'auteur considère plutôt qu'une région est surtout caractérisée par une homogénéité de niveau de gris, indépendamment de sa forme ou de sa taille. Dès lors, il convient de sélectionner pour le filtrage les points les plus similaires en terme de niveau de gris. Cela peut être fait en choisissant un indice de confiance qui pénalise les forts écarts de niveau de gris, mais favorise les faibles :

$$m(\mathbf{x}) = e^{-\frac{(U(\mathbf{x}_0) - U(\mathbf{x}))^2}{2\sigma_U^2}} \quad (2.49)$$

La limite entre les points appartenant à la même région que le point central – caractérisés par un faible écart de niveau de gris – et ceux faisant partie d'une autre région – correspondant aux plus forts écarts de niveau de gris – est définie à l'aide de l'écart-type  $\sigma_U$ .

### 2.3.2.2 Composante de rehaussement de contraste

L'inconvénient du filtre précédent, lorsqu'on cherche à rehausser le contraste des transitions, est qu'il tend à diminuer la dynamique de l'image. Pour compenser ce défaut, l'auteur propose de lui superposer un deuxième filtre, servant à augmenter le contraste à l'intérieur du support de filtrage employé. Les indices de confiances de ce filtre sont définis de la manière suivante :

$$w(\mathbf{x}) = m(\mathbf{x}) - \bar{m} \quad (2.50)$$

$m(\mathbf{x})$  est l'indice de confiance défini précédemment (2.49),  $\bar{m}$  est la moyenne des indices de confiance  $m(\mathbf{x})$  sur tout le support de filtrage. L'équation de filtrage complète s'écrit donc :

$$U^{new}(\mathbf{x}_0) = \sum_{\mathbf{x} \in \mathcal{Z}(\mathbf{x}_0)} (m(\mathbf{x}) - \bar{m}) U(\mathbf{x}) \quad (2.51)$$

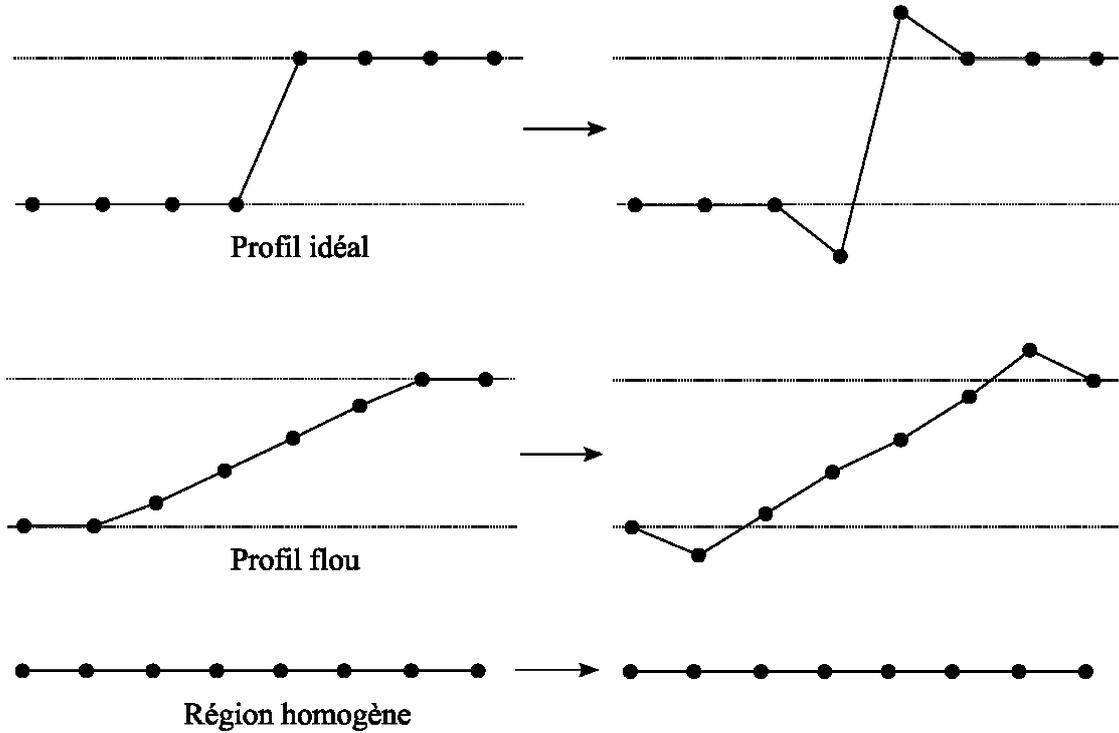


Fig. 2.26 Evolution de quelques types de transitions.

On peut également diviser la somme en deux termes, selon que  $m(\mathbf{x})$  est supérieur ou inférieur à la moyenne :

$$U^{new}(\mathbf{x}_0) = \underbrace{\sum_{\substack{\mathbf{x} \in \mathcal{Z}(\mathbf{x}_0) \\ m(\mathbf{x}) > \bar{m}}} |m(\mathbf{x}) - \bar{m}| U(\mathbf{x})}_{\Sigma^+} - \underbrace{\sum_{\substack{\mathbf{x} \in \mathcal{Z}(\mathbf{x}_0) \\ m(\mathbf{x}) < \bar{m}}} |m(\mathbf{x}) - \bar{m}| U(\mathbf{x})}_{\Sigma^-} \quad (2.52)$$

$\Sigma^+$  est une moyenne pondérée des points du support de filtrage qui sont les plus proches de  $\mathbf{x}_0$  (en terme d'indice de confiance).  $\Sigma^-$  fait au contraire intervenir les points les moins fiables. A travers l'étude de différents types de régions, Guillon [Gui97] montre que ce type de filtre augmente le contraste des transitions, tout en restant neutre dans les zones homogènes (Fig. 2.26).

### 2.3.2.3 Filtre GLLE

Afin de combiner les avantages de chacun des deux filtres précédents, l'auteur les a associés au sein d'une même équation de filtrage :

$$U^{new}(\mathbf{x}_0) = \sum_{\mathbf{x} \in \mathcal{Z}(\mathbf{x}_0)} \frac{m(\mathbf{x})}{\sum_{\mathbf{x} \in \mathcal{Z}(\mathbf{x}_0)} m(\mathbf{x})} U(\mathbf{x}) + \alpha \cdot \sum_{\mathbf{x} \in \mathcal{Z}(\mathbf{x}_0)} (m(\mathbf{x}) - \bar{m}) U(\mathbf{x}) \quad (2.53)$$

Le coefficient  $\alpha$  permet de pondérer l'effet du rehaussement de contraste par rapport à celui du lissage.

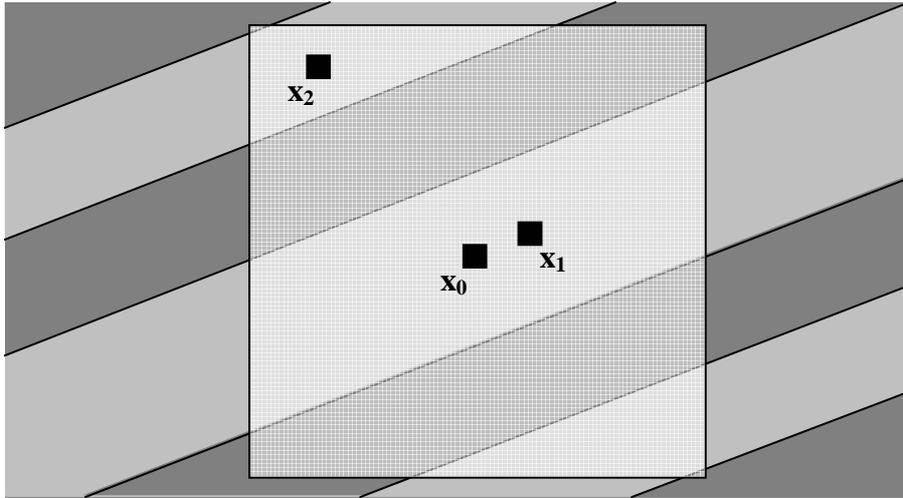


Fig. 2.27 Inconvénient du filtre GLLE : les points  $\mathbf{x}_1$  et  $\mathbf{x}_2$  appartiennent au support de filtrage de  $\mathbf{x}_0$ , sont de même niveau de gris, mais correspondent à des couches différentes.

L'inconvénient de ce filtre est qu'il peut accorder le même poids significatif à des points pourtant situés l'un à faible distance, l'autre à grande distance du point central. Il suffit pour cela que les deux points aient le même niveau de gris. Dans le cas de l'imagerie sismique, cela peut se révéler problématique. En effet, deux points de même niveau de gris peuvent se trouver sur des couches différentes (Fig. 2.27).

Afin de palier ce problème, l'auteur a choisi d'introduire une pénalisation liée à la distance spatiale. De la même manière que Bakker [BVV99], il considère toutefois que les points situés le long d'une couche doivent être moins pénalisés que ceux situés dans la direction orthogonale. Il utilise donc lui aussi une information d'orientation – donnée par exemple par le tenseur de structure – pour construire son filtre. Finalement, l'indice de confiance injecté dans l'équation 2.53 devient :

$$m(\mathbf{x}) = e^{-\frac{d_T(\mathbf{x}_0, \mathbf{x})^2}{2\sigma_T^2}} \cdot e^{-\frac{d_N(\mathbf{x}_0, \mathbf{x})^2}{2\sigma_N^2}} \cdot e^{-\frac{(U(\mathbf{x}_0) - U(\mathbf{x}))^2}{2\sigma_U^2}} \quad (2.54)$$

On reconnaît dans les deux premiers termes l'indice de confiance décrit par l'équation 2.47. Le dernier terme est celui de l'équation 2.49.



*Fig. 2.28 Filtrage GLE amélioré sur l'image « La Cornouaille »  
(image originale à gauche, image filtrée à droite,  $\alpha=0$ ,  $\sigma_U=50$ ,  $\sigma_N=0,5$ ,  $\sigma_T=2$ ).*

La composante de lissage de l'équation de filtrage (eq. 2.53) hérite ainsi des avantages de l'adaptation directionnelle du filtre gaussien. Le critère de sélection des points en fonction de leur niveau de gris lui permet de s'affranchir de l'effet de flou constaté sur la méthode OAGF (Fig. 2.28).

### 2.3.3 Edge Preserving Orientation Adaptive Filtering (EPOAF)

Au cours de sa recherche d'un filtre préservant les contours, Bakker [Bak02] a lui aussi mis en évidence les défauts du filtre OAGF qu'il avait proposé (sans l'adaptation de l'élongation de la gaussienne). Il précise en effet que pour préserver les contours, un filtre doit éviter d'avoir son support de filtrage à cheval sur la transition entre deux régions voisines. Dans le cas contraire, la prise en compte de points appartenant à une région voisine résulte un effet de flou au niveau de la transition.

Pour pallier ce problème, l'auteur a privilégié vers les filtres de Kuwahara [Kuw76], qu'il a généralisés et adaptés au problème de l'imagerie sismique.

#### 2.3.3.1 Filtre de Kuwahara généralisé

Dans les années 1970, Kuwahara puis Nagao ont proposé une famille de filtres visant au maintien des contours. Ces filtres améliorent le principe du filtre moyenneur. L'idée directrice est que tous les points d'un voisinage centré n'ont pas nécessairement à intervenir dans le calcul de la nouvelle valeur du point central. En effet, pour les points courants situés à proximité d'un contour, le voisinage peut empiéter sur le contour. Des points appartenant à une région différente du point courant entrent alors en compte, avec le même poids que les autres points du voisinage. On obtient alors un effet de flou. Afin de préserver les contours, les auteurs proposent de diviser le voisinage en quatre fenêtres carrées, avec un léger recouvrement (Fig. 2.29a). Pour chaque fenêtre  $F_i$ , ils calculent la moyenne  $p_i$  et la variance  $s_i$  des niveaux de gris. Ils choisissent alors la fenêtre  $F_k$  correspondant à la plus petite variance, et attribuent au point central  $\mathbf{x}_0$  la valeur  $p_k$ :

$$p(\mathbf{x}_0) = p_k \quad \text{tel que} \quad s_k = \min_{i \in \{1;2;3;4\}} (s_i) \quad (2.55)$$

Ils effectuent ainsi l'opération de moyennage sur la fenêtre la plus homogène du voisinage. Ce faisant, ils éliminent en principe les fenêtres à cheval sur un contour, ces dernières présentant une variance plus élevée.

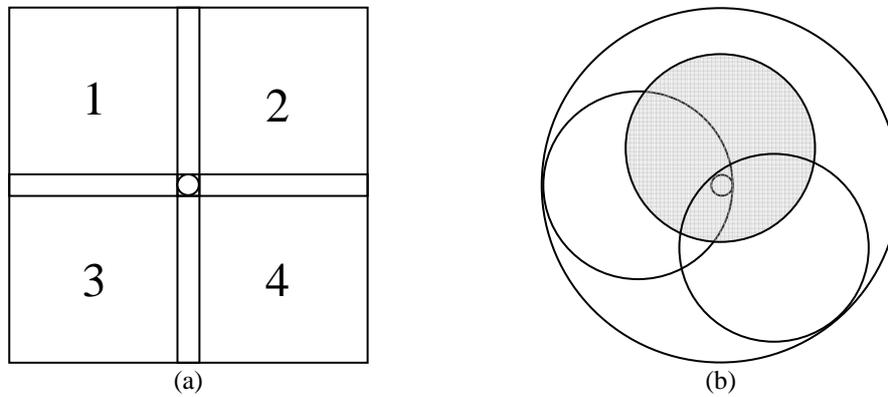


Fig. 2.29 Voisinage de Kuwahara (a) et extension de Bakker (b).

Des évolutions ultérieures de ce filtre ont consisté à augmenter le nombre de fenêtres, modifiant par la même occasion leur forme (pentagones, hexagones).

Plus récemment, Bakker et al. [BVV99] ont à leur tour proposé une généralisation du filtre en proposant comme fenêtres candidates un ensemble de disques - de rayon défini - contenant le point central (Fig. 2.29b). Chaque fenêtre  $F_i$  se voit alors attribuer un *paramètre*  $p_i$  et une *confiance*  $c_i$ . Le *paramètre* représente une nouvelle valeur possible pour le point central. La fenêtre  $F_k$  retenue est celle correspondant à la plus grande *confiance*  $c_k$  :

$$p(\mathbf{x}_0) = p_k \quad \text{tel que} \quad c_k = \max_i (c_i) \quad (2.56)$$

Pour le calcul du *paramètre*, l'auteur propose de changer la moyenne non pondérée des niveaux de gris, par une moyenne de type filtrage gaussien. La *confiance* est également modifiée, et devient l'opposé du module du gradient ( $-\lvert\nabla U\rvert$ ). Ce filtre généralisé parvient ainsi à éviter les contours des structures, en choisissant la fenêtre la plus appropriée.

### 2.3.3.2 Généralisation

Dans le cas de l'imagerie sismique, cependant, la forme circulaire (sphérique, dans le cas tridimensionnel) de la fenêtre de calcul pose les mêmes problèmes que ceux rencontrés avec un filtre gaussien classique. Ainsi, une fenêtre de « grande » taille risque d'intersecter plusieurs couches géologiques et ce, malgré l'optimisation de la position de cette fenêtre. Au contraire, une fenêtre de taille inférieure à l'épaisseur d'une couche sera de trop petite taille pour réaliser un lissage satisfaisant.

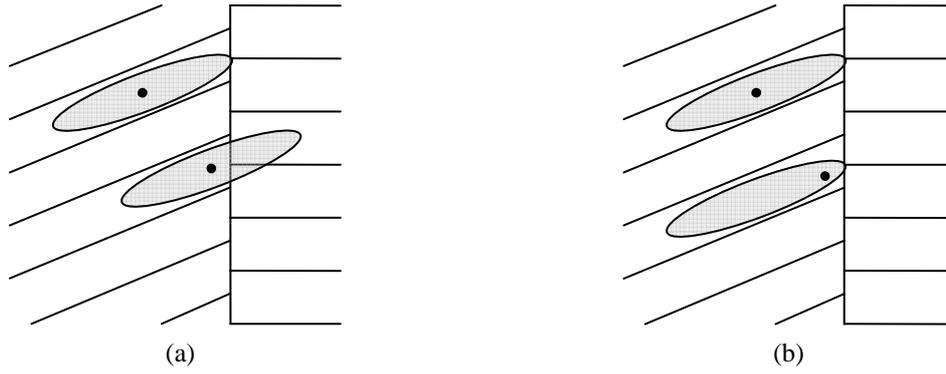


Fig. 2.30 Emplacement des fenêtres pour le filtre OAGF (a) et fenêtre optimale pour le filtre EPOAF (b).

La solution développée par Bakker [Bak02] consiste à mélanger le filtre OAGF qu'il avait déjà proposé (la version présentant une élongation fixe), au filtre de Kuwahara généralisé. Reprenant le schéma du filtre de Kuwahara généralisé du paragraphe précédent, il utilise cette fois des fenêtres de calcul  $F_i$  de forme elliptique, allongées le long des couches géologiques (Fig. 2.30b) et dont les pixels centraux sont notés respectivement  $\mathbf{x}_i$ . Les directions d'élongation sont données par le tenseur de structure calculé au point central  $\mathbf{x}_0$ , de la même manière qu'au paragraphe 2.3.1. Le paramètre  $p_i$  est la réponse du filtre OAGF à l'intérieur de la fenêtre  $F_i$ . La confiance est déterminée à l'aide des valeurs propres du tenseur de structure :

$$C_{plane} = \frac{(\lambda_1 - \lambda_2)}{(\lambda_1 + \lambda_2)} ; C_{line} = \frac{(\lambda_2 - \lambda_3)}{(\lambda_2 + \lambda_3)} \quad (2.57)$$

$$c_i = -C_{fault}(\mathbf{x}_i) = -(1 - C_{plane}) \cdot C_{line} = -\frac{2\lambda_2(\lambda_2 - \lambda_3)}{(\lambda_1 + \lambda_2)(\lambda_2 + \lambda_3)}$$

$\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$  sont les trois valeurs propres du tenseur de structure tridimensionnel au point  $\mathbf{x}_i$ , classées par ordre décroissant.  $C_{plane}$  est un indicateur qui vaut 1 lorsque la première valeur propre est largement prépondérante. Cela correspond à des structures planaires (une seule direction de fort contraste).  $C_{line}$  prend sa valeur maximale lorsque la troisième valeur propre est négligeable devant les deux autres. Cette situation se produit en présence de structures linéiques (deux directions orthogonales de fort contraste). Bakker définit alors une faille comme une structure « linéique et non planaire », d'où la définition de  $C_{fault}$ . La fenêtre de calcul devant éviter au maximum d'englober une faille, l'auteur choisit de prendre  $-C_{fault}$  comme indicateur de confiance. Celui-ci est minimal à l'emplacement des failles, et prend des valeurs plus grandes à mesure qu'on s'en éloigne.

La méthode ainsi proposée se résume ainsi de la manière suivante : le maximum de confiance  $c_k$  dans la fenêtre de recherche autour du point courant  $\mathbf{x}_0$  permet de définir la fenêtre de calcul  $F_k$ , et le point central de cette fenêtre  $\mathbf{x}_k$  (eq. 2.58a). Les poids de l'équation de filtrage (eq. 2.58b), ainsi que la moyenne pondérée (eq. 2.58c) peuvent alors être calculés. Le point  $\mathbf{x}_0$  reçoit la nouvelle valeur  $p_k$  (eq. 2.59).

$$k = \arg \max_i c_i \Rightarrow \begin{cases} F_k, \mathbf{x}_k & (a) \\ m_k(\mathbf{x}) = e^{-\frac{d_T(\mathbf{x}_k, \mathbf{x})^2}{2 \cdot \sigma_T^2}} \cdot e^{-\frac{d_N(\mathbf{x}_k, \mathbf{x})^2}{2 \cdot \sigma_N^2}} & (b) \\ p_k = \frac{\sum_{\mathbf{v} \in F_k} m_k(\mathbf{v}) U(\mathbf{v})}{\sum_{\mathbf{v} \in F_k} m_k(\mathbf{v})} & (c) \\ p(\mathbf{x}_0) = p_k & (2.59) \end{cases}$$

Bakker précise toutefois que ce modèle présente le risque de créer de fausses discontinuités, particulièrement dans les régions où  $C_{\text{faute}}$  est faible (absence de faille). Cela est dû au fait que le filtre choisit toujours une fenêtre  $F_K$ . A cause du bruit, celui-ci peut être n'importe quel point de la fenêtre de recherche, quand il serait préférable de privilégier le point central  $\mathbf{x}_0$  systématiquement. Afin de résoudre ce problème, Bakker propose de mixer la valeur  $p_k$  calculée à partir du point  $\mathbf{x}_k$  avec la valeur  $p_0$  calculée à partir de  $\mathbf{x}_0$  :

$$\begin{aligned} p(\mathbf{x}_0) &= (1 - f(c_0, c_k)) \cdot p_0 + f(c_0, c_k) \cdot p_k \\ 0 < f(c_0, c_k) < 1 \end{aligned} \quad (2.60)$$

où  $f$  est une fonction de la confiance  $c_k$  par rapport à  $c_0$ , qui vaut 0 lorsque  $c_k \ll c_0$ , 1 quand  $c_k \gg c_0$

Ce filtre permet de lisser efficacement les horizons, de la même manière que le filtre OAGF vu précédemment. Il améliore toutefois la préservation des failles, en empêchant la fenêtre de lissage de se trouver à cheval sur l'une d'elles. Il présente cependant quelques limitations, dues à sa construction essentiellement géométrique. En effet, la forme de la fenêtre de filtrage est imposée a priori. Les poids des différents points à l'intérieur de la fenêtre ne dépendent alors que de leur distance au point central. Aucun autre critère ne vient confirmer leur appartenance à la même structure que le point central. Dans le cas d'horizons fortement courbés, par exemple, des points situés sur des horizons différents peuvent être pris en compte, et provoquer un effet de flou. Des failles voisines forceront également le filtre à se trouver à cheval sur au moins l'une d'entre elles, introduisant ainsi le risque de lisser les failles.



Fig. 2.31 Limitations du EPOAF dans le cas d'un horizon courbe (gauche) et de failles rapprochées (droite).

D'autres défauts ont également été observés : la méthode a en effet tendance à créer artificiellement des failles verticales très marquées.

## 2.4 Autres méthodes de filtrage des données sismiques

D'autres méthodes de filtrage ont été développées, avec pour but l'amélioration des images sismiques. Parmi celles-ci, nous pouvons citer les bancs de filtres, ainsi que les approches fondées sur une analyse fréquentielle des données. Sans fournir une analyse exhaustive de ces méthodes, nous présentons leur schéma général de fonctionnement.

Nous avons ainsi retenu deux exemples appliqués à l'imagerie sismique, l'un fondé sur les *Complex Lapped Transform*, présenté au paragraphe 2.4.1, l'autre sur la construction d'un filtre propre dans le domaine fréquentiel, décrit au paragraphe 2.4.2.

### 2.4.1 Non-separable 2D Complex Lapped Transform (2DCLT)

Le terme « banc de filtres » est une notion assez générale désignant un ensemble de filtres employés pour traiter une donnée. Nous considérons ici une définition plus restrictive, considérant un *banc de filtres* comme un ensemble de filtres permettant de décomposer un signal en sous parties (l'*analyse*), puis de les recombinaer pour retrouver la donnée originale (*synthèse*). Une étape de traitement des sous parties peut intervenir entre l'*analyse* et la *synthèse*.

La méthode *Non-separable 2D Complex Lapped Transform – 2DCLT* est une approche proposée par Gauthier et al. [GDP05], avec une application dédiée au rehaussement des données sismiques et fondée sur l'emploi d'un *banc de filtres*. Le *banc de filtres* en question est un cas particulier appelé *Lapped Transform (LT)*, particulièrement adapté au traitement des données par blocs. Il permet également une décomposition directionnelle du signal. Il est ainsi possible, lors de l'étape de traitement, de favoriser la direction la plus marquée, correspondant au signal sismique.

#### 2.4.1.1 Lapped Transform

Dans le cas unidimensionnel, la *Lapped Transform* est décrite par le schéma de la Fig. 2.32. Le signal d'entrée du *banc de filtres*  $\mathbf{x}_n$  est décomposé en  $M$  bandes  $y_0, y_1, \dots, y_{M-1}$ . La décomposition est réalisée par  $M$  filtres  $H_0, H_1, \dots, H_{M-1}$  – dont la réponse impulsionnelle est supposée de longueur inférieure à  $kN$ ,  $k \in \mathbb{N}^*$  – ainsi qu'une décimation de facteur  $N$  (notée  $\downarrow N$ ). Dans le cas présent, le nombre de bandes est supérieur au facteur de décimation ( $M \geq N$ ), on parle donc d'un *banc de filtres suréchantillonné*. La synthèse est constituée d'une étape d'interpolation (notée  $\uparrow N$ ), suivie d'un filtrage par  $M$  filtres  $\tilde{H}_0, \tilde{H}_1, \dots, \tilde{H}_{M-1}$ .

L'étape d'analyse peut s'écrire de manière plus formelle :

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_n &= \mathbf{P} \times \mathbf{x}_n \\ \text{avec } \mathbf{P} &= (\mathbf{P}_0, \dots, \mathbf{P}_1, \dots, \mathbf{P}_{k-1}) \\ \text{et } \mathbf{P}_l(i, j) &= H_{l-1}(Nl + j - 1) \end{aligned} \quad (2.61)$$

où  $\mathbf{y}_n = (y_0(n), \dots, y_{M-1}(n))^T$ ,  $\mathbf{x}_n = (x(nN), \dots, x(nN - kN + 1))^T$ . Gauthier [GDP05] se place par la suite dans le cas où  $\mathbf{P}$  peut se décomposer de la manière suivante :

$$\begin{aligned} \mathbf{P} &= \mathbf{E} \times \mathbf{H}_a \\ \text{où } \mathbf{E} &\text{ est telle que } \mathbf{E}^* \times \mathbf{E} = \mathbf{I} \\ \text{et } \mathbf{H}_a &= \text{Diag}(h_a(0), \dots, h_a(kN - 1)) \end{aligned} \quad (2.62)$$

où  $\mathbf{E}^*$  représente l'adjoint hermitien de  $\mathbf{E}$ ,  $h_a(n)$  une fenêtre donnée.

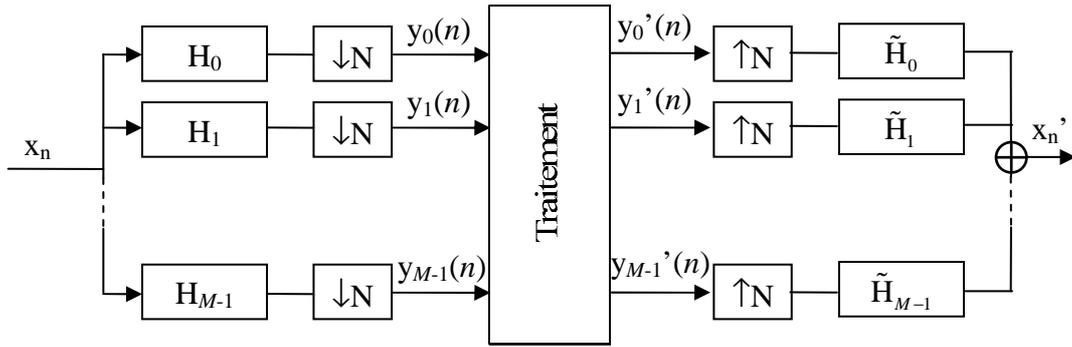


Fig. 2.32 Schéma de fonctionnement d'une Lapped Transform 1D.

L'extension au cas bidimensionnel est alors donné par la relation :

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}_{n_1, n_2} &= \mathbf{Q} \times \mathbf{X}_{n_1, n_2} \\ \mathbf{Q} &= \mathbf{F} \times \mathbf{W}_a \\ \mathbf{F} &= \mathbf{E} \otimes \mathbf{E} \end{aligned} \quad (2.63)$$

où  $n_1$  et  $n_2$  marquent la décomposition selon chacun des axes de l'espace. L'auteur précise que  $\mathbf{W}_a$  peut être choisie comme une fenêtre bidimensionnelle non séparable. Les caractéristiques de la décomposition sont alors définies par  $\mathbf{E}$  et  $\mathbf{W}_a$ .

La synthèse est réalisée à l'aide d'une fenêtre de synthèse  $\mathbf{W}_s$  construite à partir de  $\mathbf{W}_a$  et de l'adjoint hermitien de  $\mathbf{F}$  :

$$\mathbf{X}'_{n_1, n_2} = \mathbf{W}_s \times \mathbf{F}^* \times \mathbf{Y}'_{n_1, n_2} \quad (2.64)$$

### 2.4.1.2 Application aux données sismiques

Afin de traiter des données sismiques bidimensionnelles, Gauthier suggère de réaliser une décomposition directionnelle des images. Il propose ainsi d'employer :

$$\begin{aligned} E(p, q) &= \frac{1}{\sqrt{kN}} e^{-j \left( p - \frac{kN-1}{2} \right) \left( q - \frac{kN-1}{2} \right) \frac{2\pi}{(kN)^2}} \\ W_a(p, q) &= \cos \left( \frac{\pi}{2} \left( \sqrt{a(2p - kN - 1)^2 + b(2q - kN - 1)^2} - R \right) - \mathbf{1}_A(p, q) \right) \end{aligned} \quad (2.65)$$

où  $\mathbf{1}_A$  est la fonction caractéristique de l'ensemble  $A = \{(u, v) / a(2u - kN - 1)^2 + b(2v - kN - 1)^2 \geq R^2\}$ .

Après l'étape d'analyse, l'orientation dominante à un emplacement donné est obtenue en cherchant la sous-bande présentant un coefficient de plus forte amplitude. Les coefficients correspondant aux

autres directions sont alors éliminés, tandis qu'un seuillage élimine les plus faibles des coefficients restants. L'étape de synthèse est alors effectuée.

Cette approche réalise un traitement directionnel des données sismiques. L'auteur suggère toutefois qu'il conviendrait d'améliorer la restauration des failles. La méthode apparaît également trop exigeante en puissance de calcul pour une utilisation pratique sur des données de grande taille. De plus, l'extension au traitement des données tridimensionnelles reste ouvert et risque d'augmenter encore la complexité calculatoire.

## 2.4.2 Filtrage fréquentiel

D'autres méthodes de filtrage ont été développées, fondées sur une analyse fréquentielle des données. L'opération de filtrage proprement dite intervient alors, de la même manière qu'au paragraphe 2.1.1, mais dans le domaine fréquentiel, cette fois. Nous nous bornerons ici à présenter l'une de ces méthodes, dédiée à la restauration des images sismiques. Elle est par ailleurs fondée sur des développements mathématiques assez complexes, que nous ne développerons pas ici.

Le *filtre propre* développé par Aksasse et al. [ASBN06] est un outil dédié à l'élimination du bruit dans les images sismiques tridimensionnelles. La méthode consiste à définir une zone de réjection dans le domaine fréquentiel, correspondant aux fréquences associées au bruit. Cette zone de réjection sert ensuite à construire un filtre de convolution dans le domaine spatial. L'étude fréquentielle de la donnée est réalisée à l'aide d'une *Analyse Spectrale Haute Résolution*, fondée sur la modélisation du signal sous forme de *sommes d'exponentielles complexes*.

### 2.4.2.1 Estimation des fréquences

Le point de départ de l'approche d'Aksasse est la modélisation des images sismiques tridimensionnelles sous la forme d'une somme d'exponentielle complexe :

$$U(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^K a_i \cdot e^{j2\pi\mathbf{\Omega}_i^T \mathbf{x} + j\varphi_i} + b(\mathbf{x}) \quad (2.66)$$

Les composantes des  $\mathbf{\Omega}_i$  sont homogènes à des fréquences spatiales.  $b$  représente le bruit, considéré comme gaussien, de moyenne nulle et de variance  $\sigma_b^2$ .

L'estimation des fréquences consiste donc à déterminer les  $K$  triplets  $\mathbf{\Omega}_i = (f_{1i}; f_{2i}; f_{3i})$  qui représentent l'ensemble des fréquences présentes dans le signal sismique et le bruit cohérent. Une première étape consiste à déterminer le nombre  $K$  de ces fréquences. Elle est fondée sur une méthode de *décomposition en valeurs singulières*. L'estimation des fréquences proprement dite est réalisée à l'aide d'une *méthode spectrale haute résolution*.

### 2.4.2.2 Définition des zones de permission et de réjection

Ce filtre fonctionne en éliminant certaines fréquences et en conservant les autres. Les fréquences à éliminer sont supposées correspondre au bruit, les autres sont associées au signal. L'auteur définit ainsi deux zones dans l'espace des fréquences : la *zone de permission* contenant les fréquences à

conserver et la *zone de réjection* englobant les fréquences à éliminer. La *zone de permission* est décrite comme l'ensemble des  $I$  fréquences correspondant aux événements géologiques, la *zone de réjection* contient les  $K-I$  fréquences restantes.

La sélection des fréquences est fondée sur la valeur de celles-ci, ainsi que sur leur position par rapport à l'axe représentant l'horizontale dans le domaine spatial. Ainsi, l'auteur considère classiquement que les hautes fréquences correspondent à du bruit et il les élimine donc. Par ailleurs, il considère que les horizons géologiques ont généralement une faible inclinaison par rapport à l'horizontale. Au contraire, certains bruits, comme le bruit penté par exemple, présentent une plus forte pente. Aksasse choisit donc de conserver dans la *zone de permission* les fréquences correspondant à de faibles inclinaisons par rapport à l'horizontale.

Dans le domaine fréquentiel, ces fréquences sont situées dans un cône ayant pour axe celui des temps  $t$  (Fig. 2.33). Les limites de ce cône sont définies par deux angles  $\theta$  et  $\phi$ , représentant les inclinaisons maximales des horizons par rapport à l'horizontale, respectivement dans chacune des vues de face et de côté. Il est également limité dans la direction de son axe par un seuil  $f_{max}$ , correspondant à la limite des hautes fréquences.

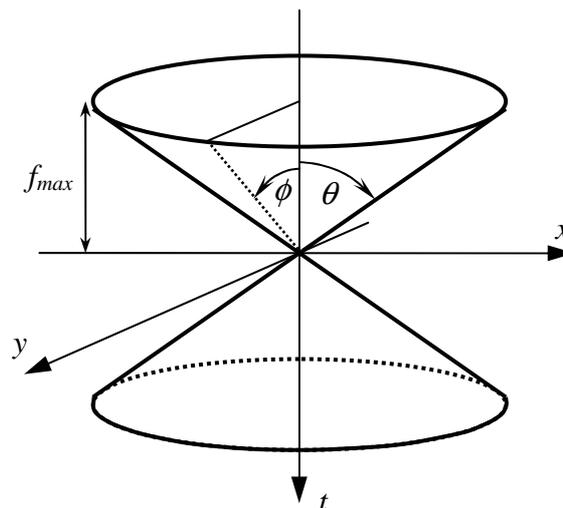


Fig. 2.33 Gabarit du filtre propre

### 2.4.2.3 Construction du filtre propre dans le domaine spatial

Les  $I$  triplets de fréquences  $(f_{1i}; f_{2i}; f_{3i})_{1 \leq i \leq I}$  déterminés précédemment servent à construire le filtre propre dans le domaine spatial. L'auteur utilise pour cela un projecteur LMS (Least Mean Square) construit de la manière suivante :

$$\begin{aligned}
 A &= [a_1, a_2, \dots, a_I] \\
 a_i &= a_{1i} \otimes a_{2i} \otimes a_{3i} \\
 a_{1i} &= \left[ e^{-j2\pi f_{1i}P}, e^{-j2\pi f_{1i}(P-1)}, \dots, 1, \dots, e^{j2\pi f_{1i}P} \right]^T \\
 a_{2i} &= \left[ e^{-j2\pi f_{1i}L}, e^{-j2\pi f_{1i}(L-1)}, \dots, 1, \dots, e^{j2\pi f_{1i}L} \right]^T \\
 a_{3i} &= \left[ e^{-j2\pi f_{1i}Q}, e^{-j2\pi f_{1i}(Q-1)}, \dots, 1, \dots, e^{j2\pi f_{1i}Q} \right]^T
 \end{aligned} \tag{2.67}$$

$$P_{LMS} = AA^\dagger \tag{2.68}$$

$A^\dagger$  est la pseudo-inverse de  $A$ ,  $\otimes$  est le produit de Kronecker :

$$X = (x_1, x_2, \dots, x_n) \tag{2.69}$$

$$X \otimes B = (x_1 \times B, x_2 \times B, \dots, x_n \times B)$$

L'auteur extrait alors la ligne du milieu de  $P_{LMS}$ , de taille  $(2P+1)(2L+1)(2Q+1)$  et il la transforme en un masque de convolution tridimensionnel de dimension  $(2P+1) \times (2L+1) \times (2Q+1)$  : le filtre propre.

Ce filtre est particulièrement efficace pour éliminer les bruits cohérents – comme le bruit hyperbolique, par exemple. En pratique, il reste toutefois difficile à mettre en œuvre, en raison d'un paramétrage assez complexe et surtout d'un temps de calcul important.

## 2.5 Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre deux classes principales de méthodes adaptées au rehaussement d'images contenant des structures orientées, l'une fondée sur la diffusion anisotrope, l'autre sur les filtres adaptatifs. Ces méthodes ont en commun l'adaptation de leur comportement au contexte directionnel local – utilisation du gradient – ou global – intégration de l'orientation sur un voisinage. Certaines d'entre elles présentent également un comportement différencié le long et orthogonalement à l'orientation locale. Cette prise en compte de l'orientation permet un lissage plus respectueux des contours des objets présents dans l'image. Plusieurs méthodes introduisent un terme de rehaussement de contraste, à même de renforcer les contours et d'en améliorer la visibilité.

Les différences entre les deux classes de méthodes tiennent tout d'abord au schéma numérique de résolution employé : alors que les méthodes fondées sur la diffusion anisotrope sont généralement résolues à l'aide d'une séquence d'itérations élémentaires, les filtres adaptatifs procèdent par un unique parcours de l'image. Une autre différence est liée au champ d'application. Alors que les méthodes de filtrage adaptatif présentées ici ont été développées dans le but de traiter des images sismiques, celles fondées sur la diffusion anisotrope n'ont pas fait l'objet de telles applications. Les filtres adaptatifs intègrent ainsi des caractéristiques supplémentaires telle que la prise en compte de la dynamique locale. Toutefois, les méthodes de diffusion anisotrope sont capables d'intégrer les mêmes

types de contraintes que les filtres adaptatifs et il est donc possible de développer une méthode dédiée à l'imagerie sismique en empruntant à chaque classe les caractéristiques les plus prometteuses dans un tel cadre.

## Chapitre 3

# Filtre de diffusion sectoriel

Bien que très efficaces pour le traitement des images bidimensionnelles, les méthodes de diffusion anisotrope sont peu présentes dans le domaine de l'imagerie sismique tridimensionnelle. Cela s'explique en partie par la grande taille des données à traiter. En effet, celles-ci se prêtent peu au schéma de résolution habituel des équations de diffusion, qui impose un grand nombre d'itérations élémentaires, coûteuses en temps de calcul. Il est cependant possible de réduire ce nombre d'itérations, comme on le verra au paragraphe 3.3, en étendant le voisinage employé dans le calcul d'une itération.

Ce chapitre est organisé de la manière suivante : nous ferons tout d'abord au paragraphe 3.1 un bilan des avantages et des inconvénients des méthodes étudiées au chapitre précédent. Nous verrons ensuite au paragraphe 3.2 comment prendre en compte des informations aussi essentielles que l'orientation et la dynamique locale. Nous serons alors à même de proposer au paragraphe 3.3 deux nouvelles méthodes de traitement, dérivées du modèle de Perona et Malik. Une extension de ces méthodes, visant cette fois au renforcement des failles sera également présentée au paragraphe 3.4.

### 3.1 Défauts et avantages des méthodes précédentes

Suite au chapitre précédent, nous avons dégagé les points essentiels sur lesquels une méthode de diffusion adaptée à l'imagerie sismique nous semble devoir s'appuyer :

- la méthode doit tenir compte des contraintes liées au temps de calcul en maintenant une complexité calculatoire raisonnable,
- elle doit prendre en compte la forte anisotropie des données et définir un comportement différencié selon la direction,
- elle doit permettre le rehaussement des images, particulièrement dans la direction orthogonale aux couches,
- elle doit également s'adapter à la dynamique locale de l'image, très variable au sein d'une même image sismique.

#### 3.1.1 Contrainte de simplicité

La taille d'une image sismique atteint aujourd'hui aisément plusieurs Giga octets (une image de taille  $1000 \times 1000 \times 1000$  avec des données au format 16 bits occupe 2 Go). Face à un tel volume de données, il devient impératif de limiter le nombre d'opérations par voxel, afin de limiter le temps de traitement de la donnée.

La méthode de diffusion la plus simple est celle de Perona et Malik, comme on l'a vu au chapitre précédent. Bien qu'elle comporte plusieurs défauts, elle conserve l'avantage de pouvoir être adaptée assez facilement, du fait justement de sa simplicité. C'est donc sur la base de cette méthode que nous avons choisi de construire notre modèle.

Les méthodes de diffusion font par ailleurs appel à une dérivation temporelle de l'image (2.15). La résolution de l'équation passe alors par l'intégration temporelle de l'équation. Cette opération est habituellement résolue à l'aide d'itérations élémentaires :

$$\begin{aligned} U(\mathbf{x}, t) &= U(0) + \int_0^t \frac{\partial U}{\partial \tau}(\mathbf{x}, \tau) d\tau \\ &= U(0) + \int_0^t \operatorname{div} \left( g(\nabla U(\mathbf{x}, \tau)) \nabla U(\mathbf{x}, \tau) \right) d\tau \end{aligned} \quad (3.1)$$

$$\text{qui devient } U(\mathbf{x}, t) \approx U(0) + dt \cdot \sum_{k=0}^{N=\frac{t}{dt}} \operatorname{div} \left( g(\nabla U(\mathbf{x}, k \cdot dt)) \nabla U(\mathbf{x}, k \cdot dt) \right) \quad (3.2)$$

$dt$  apparaît ainsi comme l'intervalle de temps élémentaire et  $N$  est le nombre d'itérations à effectuer pour atteindre l'instant  $t$ . L'intervalle  $dt$  doit idéalement être choisi suffisamment petit, pour respecter la notion de dérivation. En pratique, une valeur plus élevée de  $dt$  permet d'arriver à l'instant final  $t$  plus rapidement. Des conditions de stabilité imposent toutefois une limite à la valeur de  $dt$ . Pour le modèle de Perona et Malik,  $dt$  doit vérifier la condition :

$$dt \leq \frac{h}{n_p} = \frac{h}{2 \cdot m} \quad (3.3)$$

où  $h$  est le pas de la grille de discrétisation spatiale de l'image,  $n_p$  représente le nombre de points du voisinage du point courant. Le schéma de discrétisation usuel utilise deux points sur chacune des  $m$  dimensions de l'image.

Afin de limiter le nombre d'opérations par pixel, il convient donc de fixer un nombre d'itérations  $N$  le plus faible possible. A cause des limitations sur le choix de  $dt$ , la durée totale de diffusion devient alors relativement faible. Afin de rétablir une durée de diffusion plus importante, nous avons imaginé de fusionner plusieurs itérations en une seule. Une étude du schéma unidimensionnel du modèle de Perona et Malik montre que cela revient à prendre en compte des points plus éloignés du point central, ainsi que nous le verrons au paragraphe 3.3.

### 3.1.2 Possibilité de rehaussement

Au vu des méthodes étudiées précédemment, il apparaît que celles qui introduisent un facteur de rehaussement (diffusion rétrograde, ou poids négatif dans le masque de filtrage) permettent de renforcer les détails. Elles sont également efficaces pour la restauration des zones floues.

Dans le cas de l'imagerie sismique, ce comportement peut se révéler utile. En effet, l'amélioration des données a pour objet d'en faciliter l'interprétation. Pour cela, il convient d'éliminer le bruit, tout en maintenant, voire en renforçant les structures géologiques telles que les horizons, ou les failles, de manière à en permettre une meilleure perception.

Les horizons peuvent être renforcés en augmentant le contraste dans la direction qui leur est orthogonale. L'effet obtenu est une séparation des horizons. Il devient ainsi plus facile de suivre la continuité de chacun d'eux.

Le cas des failles est par contre plus compliqué : les failles correspondent à des ruptures le long des couches. Ces ruptures peuvent donc se confondre avec le bruit à lisser. Dans certaines régions, il est possible de les différencier par l'intensité du gradient (une faille présente généralement un gradient plus fort que le bruit). Il serait donc envisageable d'utiliser dans ce cas une fonction diffusion du type de celle de la FAB (paragraphe 2.2.1.2), réalisant un lissage des faibles gradients, un rehaussement de ceux de niveau intermédiaire.

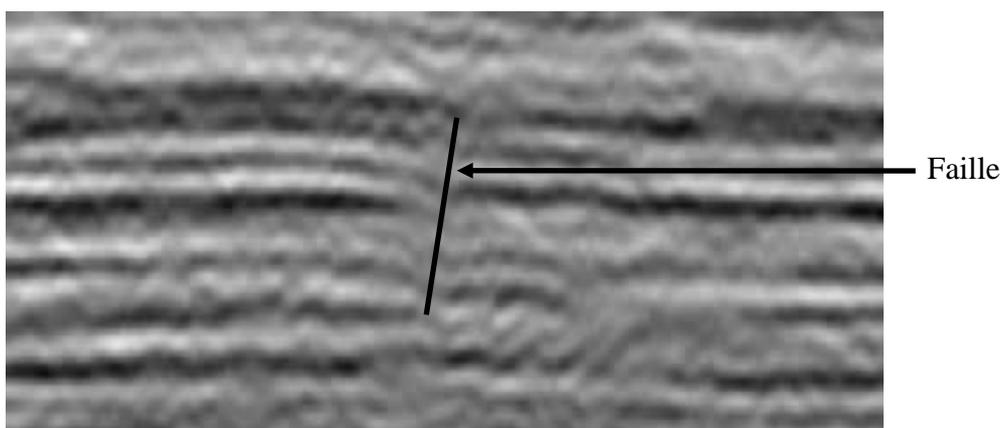


Fig. 3.1 Exemple de faille présentant un faible gradient.

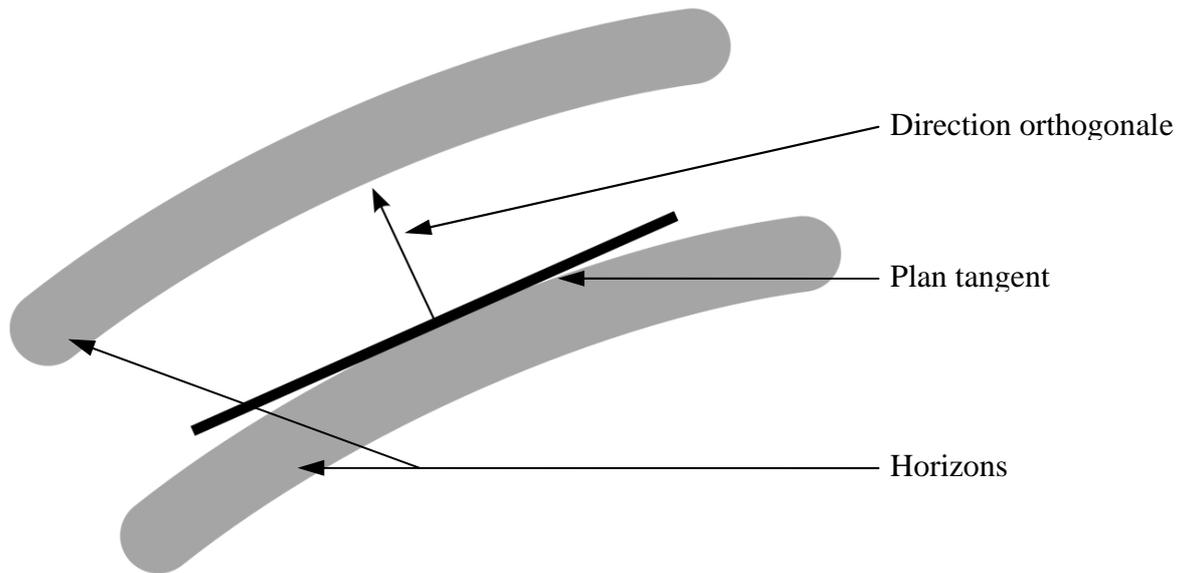
Malheureusement, certains blocs sismiques présentent des failles pour lesquelles le niveau du gradient est du même ordre que celui du bruit (Fig. 3.1). Le rehaussement des gradients de niveau intermédiaires risque alors de provoquer un renforcement du bruit. Afin de réduire cet inconvénient, il apparaît dès lors préférable de maintenir le lissage des gradients le long des couches selon le modèle de Perona et Malik. Les faibles gradients seront ainsi lissés, alors que les plus forts seront maintenus. Le risque d'atténuer des failles est ainsi évité.

### 3.1.3 Comportement différencié selon l'orientation locale

Les images sismiques peuvent être considérées comme un empilement de couches relativement minces. Elles possèdent donc deux espaces de directions privilégiés en chaque point :

- l'*espace orthogonal*, dans la direction orthogonale à la couche contenant le point,
- l'*espace tangent*, contenant toutes les directions tangentes à la couche au point considéré.

L'espace orthogonal est de dimension un, alors que l'espace tangent est de dimension deux (Fig. 3.2).



*Fig. 3.2 Division directionnelle de l'espace*

L'espace tangent est donc un plan, qui modélise localement la couche géologique contenant le point considéré. Il est aussi supposé contenir d'autres points appartenant à la même couche. L'ensemble de ces points peut être considéré comme une région homogène, perturbée par différentes réalisations du même bruit. Il apparaît donc naturel d'effectuer un lissage au sein de cet espace pour restaurer la valeur supposée des points de la région.

Au contraire, l'espace orthogonal indique la direction d'empilement des couches géologiques. Les points situés dans cette direction sont donc supposés appartenir à des couches différentes. Il semble donc utile d'éviter d'inclure ces points dans le lissage, on risque sinon de mixer plusieurs couches en leur affectant la même valeur de niveau de gris. Afin de bien maintenir la séparation entre les couches, il est même possible de définir un comportement de réaction dans cette direction.

Il apparaît ainsi clairement que le comportement d'une « bonne » méthode de rehaussement des données sismiques doit opérer de façon radicalement différente dans chacune des directions de l'espace. Le problème se pose alors d'identifier ces sous espaces.

Les deux sous espaces étant orthogonaux et complémentaires, la donnée de l'un suffit à déterminer l'autre. Dans une image idéale, constituée de couches nettement définies, sans bruit, l'espace orthogonal est exactement défini par le vecteur gradient. Malheureusement, les images sismiques sont rarement idéales. Ainsi, la direction du vecteur gradient est souvent perturbée par le bruit présent dans l'image, par des déformations des couches, etc.

La solution retenue consiste à « moyenner » les vecteurs gradient à l'intérieur d'un voisinage suffisamment local pour que l'orientation y soit constante, mais assez vaste pour que le moyennage permette de réduire l'effet des perturbations. Ainsi qu'on l'a vu au paragraphe 2.2.3.1, on peut employer pour cela un tenseur de structure. Une Analyse en Composantes Principales (ACP) sur un champ de vecteurs gradient donne des résultats semblables, comme on le verra au paragraphe 3.2.

### 3.1.4 Adaptation à la dynamique locale

Nous définissons la *dynamique locale* comme étant l'écart entre les niveaux de gris les plus élevés et les plus faibles, à l'intérieur d'un voisinage de chaque pixel. La taille de ce voisinage est choisie arbitrairement, en accord avec les considérations suivantes : le voisinage doit être suffisamment vaste pour contenir des structures et leurs limites. Ainsi, la *dynamique locale* sera caractéristique de la plage des niveaux de gris présents dans la partie de l'image contenant le pixel considéré. D'un autre côté, le voisinage doit rester assez petit pour refléter l'environnement direct du pixel, et non la totalité de l'image.

Contrairement à de nombreuses classes d'images, les données sismiques présentent fréquemment une hétérogénéité importante en terme de *dynamique locale*. Cela est dû à des différences d'amplitude des signaux sismiques selon les régions de l'image (Fig. 3.3). Il faut ici préciser que même si les couches géologiques s'avèrent moins visibles du fait d'une amplitude moindre des signaux sismiques, elles doivent être rehaussées, de la même manière que les autres.

Le défaut des méthodes étudiées précédemment est que celles-ci ne tiennent pas compte de ces possibles variations d'amplitude. En fait, elles utilisent en tout point les mêmes valeurs de seuils définissant la frontière entre un écart de niveaux de gris dû au bruit, et un autre dû à la présence d'une structure à conserver. Il est clair alors qu'un seuil trop haut va éliminer les couches correspondant à une faible amplitude du signal sismique, en les considérant comme du bruit. Un seuil trop bas va au contraire maintenir du bruit dans les zones de forte amplitude.

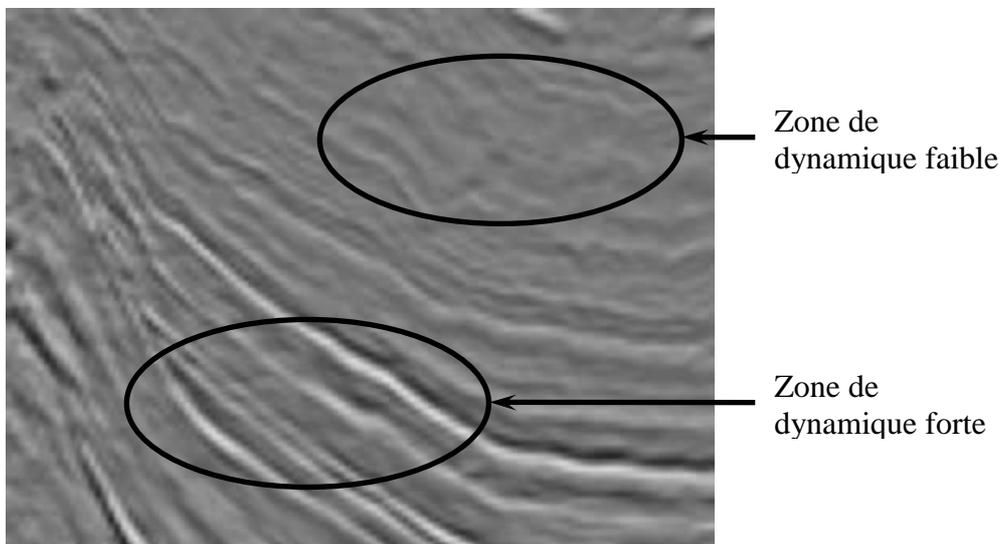


Fig. 3.3 Extrait d'un bloc sismique présentant des zones de dynamiques différentes.

La solution que nous avons choisi d'adopter consiste à adapter ces seuils à la dynamique locale, de la même manière que Terebes [Ter02]. Dans le cas d'un processus de diffusion de Perona et Malik, par exemple, la barrière de diffusion  $K$  est choisie par l'utilisateur non plus comme une valeur en niveau de gris, mais comme une fraction de la dynamique locale :

$$K \rightarrow K(\mathbf{x}) = \alpha \cdot D_U(\mathbf{x}) \quad (3.4)$$

où  $D_U(\mathbf{x})$  représente la dynamique locale au point  $\mathbf{x}$ ,  $\alpha$  est le paramètre choisi par l'utilisateur.

Nous verrons au paragraphe 3.2.5 quelques méthodes employées pour estimer la dynamique locale dans ce cadre.

### 3.2 Utilisation de l'orientation et de la dynamique

Ainsi que nous venons de le voir, l'orientation est une information importante à prendre en compte dans le traitement des données sismiques. Les images étant bruitées, l'utilisation du gradient seul risque de fausser le comportement du processus de restauration. Pour pallier ce problème, de nombreux auteurs, parmi lesquels Weickert, ou Bakker, ont choisi d'utiliser le Tenseur de Structure (paragraphe 2.2.3.1). Une autre méthode est également fréquemment employée : l'Analyse en Composantes Principales (ACP) de champs de gradients. Ainsi que nous allons le voir, ces deux méthodes sont toutefois similaires.

Une autre information importante est la dynamique locale du bloc de données. Ainsi qu'on vient de le voir, il est tout à fait pertinent de chercher à adapter le traitement de la donnée aux différences de dynamique. Pour ce faire, nous allons devoir estimer cette dynamique, chose que nous réaliserons à l'aide de l'une des deux méthodes présentées au paragraphe 3.2.5.

#### 3.2.1 Analyse en Composantes Principales d'un champ d'orientation

Introduite en 1901 par Pearson, l'Analyse en Composantes Principales a été largement étudiée depuis [SaB78]. Il s'agit d'une méthode d'analyse de données multidimensionnelles, permettant entre autres d'extraire les composantes les plus significatives des données étudiées.

Pratiquement, les données se présentent sous la forme d'un ensemble de variables multidimensionnelles. L'Analyse en composantes principales est une procédure multivariable utilisée pour réduire la dimensionnalité d'un ensemble de données en conservant le maximum d'information. Elle permet d'obtenir une description compacte et optimale du jeu de données. Le principe de la méthode est d'effectuer une projection de l'ensemble des données en cherchant à conserver le maximum de variabilité sur les axes de projection.

Le cas qui nous intéresse ici concerne L'Analyse en Composantes Principales effectuée sur un champ d'orientation [Don99]. Les données se présentent sous la forme d'un ensemble  $\mathcal{E}$  de  $N$  vecteurs  $v_i$  de même dimension que l'image dont ils sont issus (0a). On les appellera par la suite *vecteurs orientation*. Ces vecteurs représentent des estimations du gradient de l'image, prises en différents points d'une zone connexe de l'image (typiquement, une fenêtre de même dimension que l'image). L'obtention des vecteurs peut se faire à l'aide des *différences finies*, ou à l'aide d'un opérateur discret de dérivation. Donias [Don99] propose l'usage de l'opérateur de Deriche [Coc95], qui a l'avantage de fournir une version lissée des gradients, s'affranchissant d'une partie du bruit.

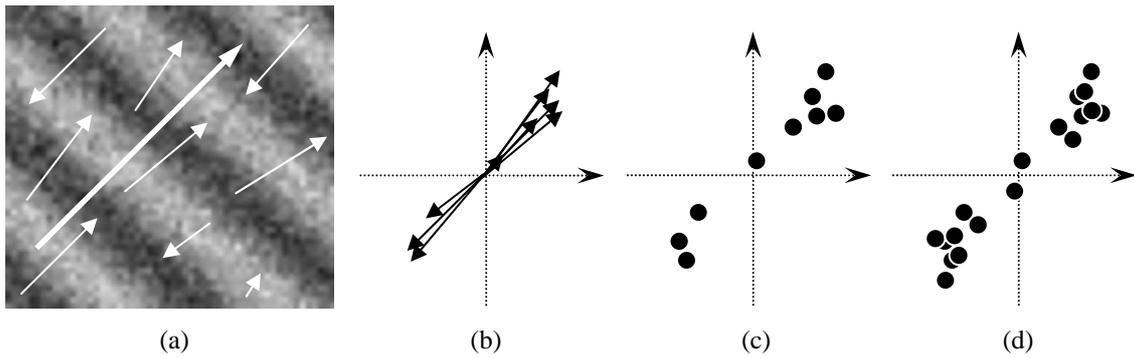


Fig. 3.4 Champ de vecteurs-orientations et orientation principale (a), représentation des mêmes vecteurs dans une base orthonormée (b) et en tant que nuage de points (c). Doublement des vecteurs pour obtenir un nuage centré (d).

L'objectif est donc de trouver une nouvelle base orthonormée, de dimension inférieure à la précédente, telle que les distances entre les points et leurs projetés sur le sous-espace engendré par la nouvelle base soient minimales. Plus particulièrement, on va chercher une telle base de dimension un. L'orientation du vecteur de cette base est appelée *orientation principale*. Cette orientation est également celle qui résume le mieux l'ensemble des orientations des *vecteurs orientation*.

L'Analyse en Composantes Principale vise à déterminer les axes principaux d'un nuage de points. La méthode consiste à calculer la matrice de covariance du nuage et à en extraire les vecteurs propres  $\{u_i\}$  ainsi que les valeurs propres  $\{\lambda_i\}$  associées :

$$M = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (v_k - \bar{v}) \cdot (v_k - \bar{v})^T \quad (3.5)$$

où  $\bar{v}$  est la moyenne des  $v_i$ . L'information contenue dans les vecteurs propres se limite à la direction, sans notion de sens (on obtient bien des axes propres). Par la suite, nous emploierons indifféremment le terme *vecteur propre* ou *direction propre*. La pertinence de chacun des axes est mesurée par la valeur propre qui lui est associée. Plus celle-ci est grande, plus l'axe correspondant est porteur d'information.

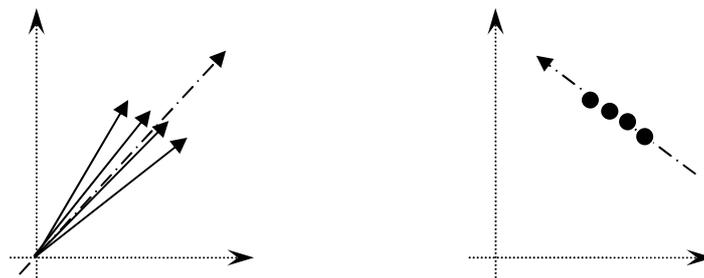


Fig. 3.5 Champ de vecteur et son orientation principale (à gauche), nuage de points correspondant avec son axe principal (à droite).

Si on considère une représentation des *vecteurs orientation* sous la forme de points dans un repère orthonormé (Fig. 3.4b et c, Fig. 3.5), l'ACP du nuage ainsi formé risque de ne pas nous fournir l'*orientation principale* désirée. En effet, la méthode utilise la matrice de covariance, soit une version

centrée des vecteurs. La solution consiste à doubler le nombre de vecteurs  $v_i$  en associant à chacun d'eux son opposé,  $-v_i$ . L'orientation principale reste la même, mais le nuage de points correspondant est à présent centré sur l'origine du repère. L'ACP peut s'appliquer.

Une autre approche consiste à remplacer dans l'ACP la matrice de covariance  $M$  par celle d'autocorrélation  $M_A$  :

$$M_A = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N v_i v_i^T = \frac{1}{2N} \left( \sum_{k=1}^N v_i v_i^T + \sum_{k=1}^N (-v_i)(-v_i)^T \right) = M \quad (3.6)$$

Le résultat est identique, mais on se rapproche sur le plan méthodologique du tenseur de structure.

L'étude des valeurs propres de  $M$  nous renseigne sur la pertinence des vecteurs propres qui leur sont associés. Etant donné un couple de valeurs propres  $(\lambda_k ; \lambda_p)$ , on peut distinguer trois cas de figure (Fig. 3.6) :

- $\lambda_k \approx \lambda_p$ , les directions  $u_k$  et  $u_p$  sont alors de même importance,
- $\lambda_k \gg \lambda_p$ , dans ce cas, la direction  $u_k$  est nettement plus marquée que  $u_p$  et
- $\lambda_k \ll \lambda_p$ , où l'inverse se produit.

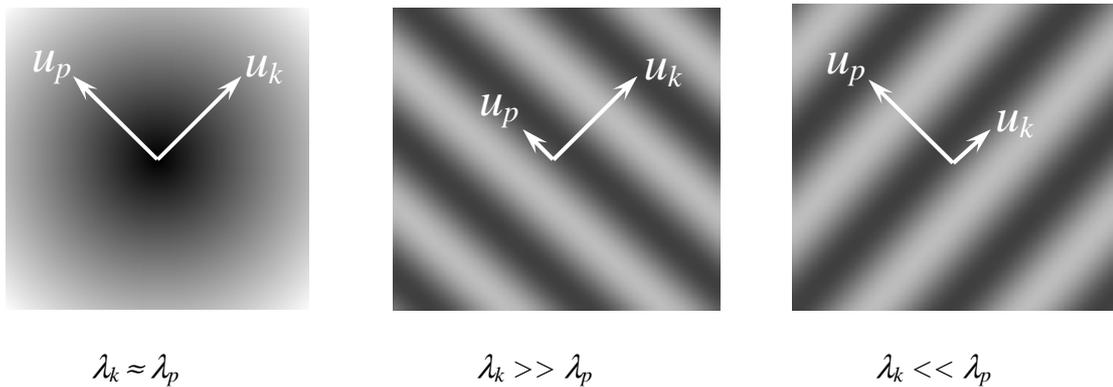


Fig. 3.6 Prépondérance de  $u_k$  par rapport à  $u_p$ .

On peut considérer qu'une direction propre est significative si la valeur propre qui lui est associée est supérieure ou du même ordre que les autres valeurs propres. Dans le cas contraire, elle peut généralement être négligée et la famille composée des autres vecteurs propres permet de décrire correctement l'ensemble des points du nuage considéré. Nous verrons également au paragraphe 3.2.3 que des indicateurs de la géométrie locale peuvent être déterminés à l'aide de ces valeurs propres.

### 3.2.2 Comparaison avec le tenseur de structure

L'Analyse en Composantes Principales est une méthode visant à extraire de variables multidimensionnelles les composantes les plus significatives. Ces composantes sont des combinaisons linéaires des composantes des variables initiales, présentant la plus grande variance. La méthode consiste donc à projeter les variables initiales dans un sous-espace tel que les distances des variables à leurs projetés soient minimales. Dans le cas d'une Analyse en Composantes Principales sur un champ de gradients, l'orientation correspondant au sous-espace de dimension un est l'*orientation principale*.

Dans le cas d'un sous-espace de dimension supérieure à un, les orientations sont classées par ordre de prépondérance.

L'utilisation du Tenseur de Structure, est quant à elle une tentative de trouver l'orientation moyenne d'un ensemble de vecteurs  $\{V_k\}$ . L'opération de moyennage n'étant pas directement réalisable sur les vecteurs, ceux-ci sont transformés en tenseurs (sous la forme de matrices bidimensionnelles) :

$$T_k = V_k \times V_k^T \quad (3.7)$$

Le moyennage peut alors s'effectuer, éventuellement sous forme pondérée. Le tenseur résultant fournit alors l'*orientation principale*, ainsi que les autres orientations.

Bien qu'issus de philosophies différentes, l'Analyse en Composantes Principales et le Tenseur de Structure font appel aux mêmes étapes de calcul :

- Calcul des vecteurs gradient  $v_i$  à l'intérieur d'une fenêtre de calcul,
- construction de matrices bidimensionnelles à partir de chaque vecteur  $v_i$  sous la forme  $M_i = v_i \cdot v_i^T$ ,
- moyennage des matrices ainsi obtenues – moyenne non pondérée pour l'ACP dans sa version classique, moyenne gaussienne pour le Tenseur de Structure – pour obtenir une nouvelle matrice  $M$ ,
- Détermination des valeurs propres  $\lambda_i$  de  $M$  et des vecteurs propres  $u_i$  associés : classement par valeur propre décroissante.

Les vecteurs ainsi obtenus représentent les orientations significatives de la fenêtre de calcul, classées par ordre de prépondérance. Le premier vecteur indique l'*orientation principale*.

Les différences pratiques entre les méthodes portent essentiellement sur les choix usuels de calcul des gradients et de moyennage des tenseurs.

- Le Tenseur de Structure est souvent calculé à l'aide de vecteurs gradient obtenus par différences finies, mais lissés à l'aide d'un moyennage gaussien. De plus, l'opération de moyennage des tenseurs est également gaussienne, favorisant ainsi les orientations au centre de la fenêtre de calcul.
- L'Analyse en Composantes Principales sur les champs d'orientation peut quant à elle faire appel à un opérateur de Deriche, qui lui-même intègre une part de lissage. La moyenne des tenseurs n'est par contre en général pas pondérée, elle se contente par conséquent d'estimer la tendance en terme d'orientation à l'intérieur de la fenêtre de calcul. Notons cependant que certains auteurs proposent dans le cadre de l'ACP l'utilisation de supports adaptatifs ou de noyaux gaussiens [Don99].

L'utilisation des deux méthodes se résume donc au choix des paramètres d'échelles :

- l'échelle de lissage des gradients, qui correspond au paramètre  $\sigma$  du tenseur de structure (voir paragraphe 2.2.3.1) et est liée au paramètre  $\alpha$  du gradient de Deriche [Coc95], détermine la taille des structures qui pourront être représentées. Cette échelle est généralement prise assez petite, afin de mieux tenir compte des diverses orientations produites par les détails.

- L'échelle de moyennage des tenseurs correspond quant à elle au paramètre  $\rho$  du tenseur de structure, ou à la taille de la fenêtre de calcul de l'ACP. Elle est fortement liée à la région dont on veut extraire la tendance en terme d'orientation.

Lorsque l'orientation est unique, il est communément admis que plus l'échelle de moyennage des tenseurs est grande, plus l'orientation obtenue est correcte. Dans le cas d'images présentant des orientations multiples (Fig. 3.7), la taille optimale de la fenêtre dépend soit de l'information que l'on cherche (orientation globale ou fluctuations locales, Fig. 3.7a), soit de la position de la fenêtre (cas d'une image présentant deux régions orientées différemment, Fig. 3.7b). Dans ce dernier cas, une fenêtre à cheval sur la limite entre les deux régions fournira une orientation « moyenne » entre les orientations de deux régions. Pour obtenir une orientation correspondant mieux à la région à laquelle appartient le centre de la fenêtre, il conviendrait ici de réduire la taille de ladite fenêtre. Plusieurs auteurs [GaL96], [Ter02] ont proposé des méthodes de choix de la meilleure fenêtre, fondés sur l'optimisation de critères dépendant des valeurs propres de l'ACP. Le fait d'envisager plusieurs échelles possibles pour le calcul de l'ACP permet alors de parler d'ACP *multiéchelle*.

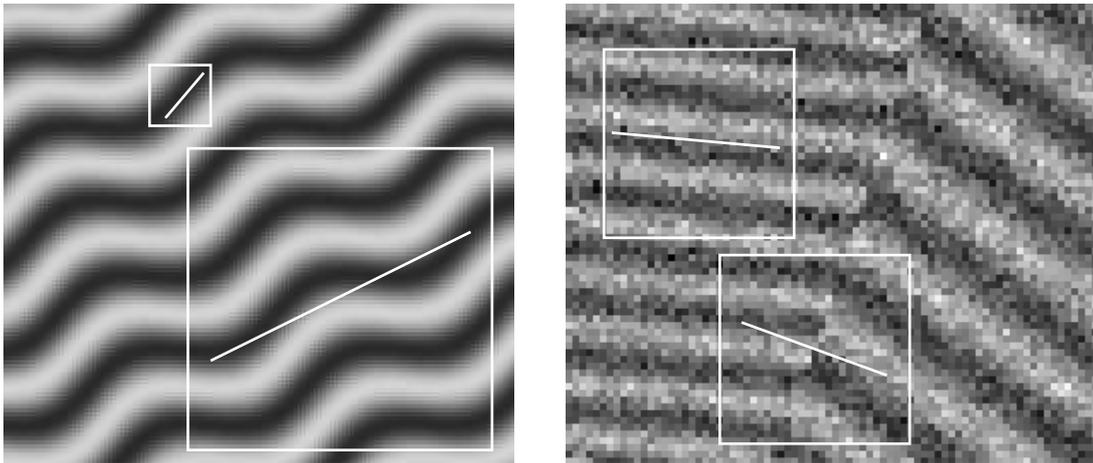


Fig. 3.7 Cas d'une image présentant des orientations multiples

### 3.2.3 Indicateurs d'anisotropie

L'utilisation des orientations fournies par l'ACP ou le Tenseur de Structure est souvent liée à la définition d'un modèle local de la donnée à traiter (ligne unidimensionnelle représentant un contour, empilement de plans pour les données sismiques tridimensionnelles, etc.). Afin de s'assurer de la validité du modèle employé, il apparaît souhaitable de pouvoir estimer son degré d'adéquation avec la donnée réelle.

A partir des valeurs propres de la matrice  $M$ , il est possible de calculer diverses grandeurs reflétant cette l'adéquation de la donnée avec certaines configurations simples. Ces critères sont souvent assimilés à une confiance en l'orientation, au sens de la configuration testée. Par configuration, nous entendons ici une structure décrite par le nombre des directions qui lui sont orthogonales : par exemple, une droite dans un espace bidimensionnel possède une direction orthogonale et une direction

tangente : nous parlerons donc de configuration linéique. Les directions orthogonales correspondent aux directions présentant le maximum de contraste. Ce sont les directions fournies par l'ACP sur un champ de gradients, ou par le Tenseur de Structure.

Dans le cas bidimensionnel, les configurations possibles sont *isotrope* ou *linéique*. Une configuration *isotrope* ne contient aucune direction privilégiée ; une configuration *linéique* comporte une direction unique (une seule direction orthogonale).

L'indicateur le plus simple est certainement le suivant :

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1}, \quad (3.8)$$

qui est une mesure de l'équilibre entre les deux directions propres. Sa valeur maximale est 1 : elle indique que les deux directions sont de même importance, ce qui peut également correspondre à une région isotrope. Les valeurs faibles signifient que la direction principale est largement plus marquée que l'autre.

Un autre indicateur, proposé par Bigun [BGW91], a largement été repris par la suite [Don99] [Bak02] :

$$C_{coh} = \frac{\lambda_1 - \lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2} \quad (3.9)$$

Il traduit la cohérence des orientations à l'intérieur de la fenêtre d'analyse. Il vaut 1 lorsque les orientations sont toutes cohérentes, c'est-à-dire lorsque tous les vecteurs analysés sont dirigés dans la même direction ; dans ce cas, seule l'orientation principale est présente ( $\lambda_2=0$ ), on est alors en présence d'une configuration linéique. La valeur minimale (0) est atteinte quand les directions propres sont équivalentes ( $\lambda_1=\lambda_2$ ).

Dans le cas tridimensionnel, trois configurations principales existent : isotrope, planaire, linéique. De la même manière que précédemment, la configuration isotrope ne comporte pas de direction privilégiée. La configuration planaire comporte une direction de fort contraste, la configuration linéique en compte deux.

Choisissant d'étendre la définition de  $C_{coh}$ , Donias [Don99] propose l'indicateur de cohérence suivant :

$$C_{coh3D} = \frac{2\lambda_1 - \lambda_2 - \lambda_3}{2(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3)} \quad (3.10)$$

Cet indicateur prend lui aussi la valeur maximale 1 lorsque  $\lambda_2=\lambda_3=0$ , ce qui correspond à un alignement de tous les vecteurs de la fenêtre d'analyse dans la direction propre correspondant à  $\lambda_1$ . La configuration est alors planaire. La valeur minimale  $C_{coh3D}=0$  est obtenue quand  $\lambda_1=\lambda_2=\lambda_3$ . Cela signifie qu'aucune direction n'est privilégiée, la configuration est isotrope.

Préférant comparer les valeurs propres deux à deux, Bakker [Bak02] propose les deux indicateurs suivants :

$$C_{plane} = \frac{\lambda_1 - \lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2} \quad (3.11)$$

$$C_{line} = \frac{\lambda_2 - \lambda_3}{\lambda_2 + \lambda_3} \quad (3.12)$$

$C_{plane}$  est maximal lorsque  $\lambda_2=0$  (ce qui implique  $\lambda_3=0$ ), on est alors en configuration planaire. Sa valeur minimale correspond à  $\lambda_1=\lambda_2$ , sans autre indication sur  $\lambda_3$  hormis le fait qu'elle est nécessairement plus petite que  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$ . Cette configuration peut correspondre soit à la présence de deux directions orthogonales (configuration linéique), soit à l'absence de direction privilégiée (configuration isotrope).  $C_{line}$  est quant à lui maximal lorsque  $\lambda_3=0$ . Cela se produit en présence de deux directions orthogonales (par contre, rien n'est exigé quant au marquage relatif de ces deux directions). La configuration correspondante est donc de type linéique. La valeur minimale  $C_{line}=0$  est atteinte pour  $\lambda_2=\lambda_3$ , ce qui signifie que la configuration n'est pas linéique. La valeur propre  $\lambda_1$  n'intervenant pas dans la relation, il n'est pas possible de trancher entre une configuration planaire et isotrope.

Afin de caractériser les failles, qu'il décrit comme une structure « linéique, mais non planaire », Bakker [Bak02] propose un troisième indicateur, combinaison des deux précédents :

$$C_{fault} = (1 - C_{plane}) C_{line} = \frac{2\lambda_2(\lambda_2 - \lambda_3)}{(\lambda_1 + \lambda_2)(\lambda_2 + \lambda_3)} \quad (3.13)$$

Cet indicateur est maximal lorsque  $\lambda_2=\lambda_1$  et  $\lambda_3=0$ , ce qui correspond à une configuration linéique. Il atteint son minimum lorsque  $\lambda_2=\lambda_3$  : cela correspond à une configuration planaire ( $\lambda_2 = \lambda_3 < \lambda_1$ ) ou isotrope ( $\lambda_2 = \lambda_3 = \lambda_1$ ).

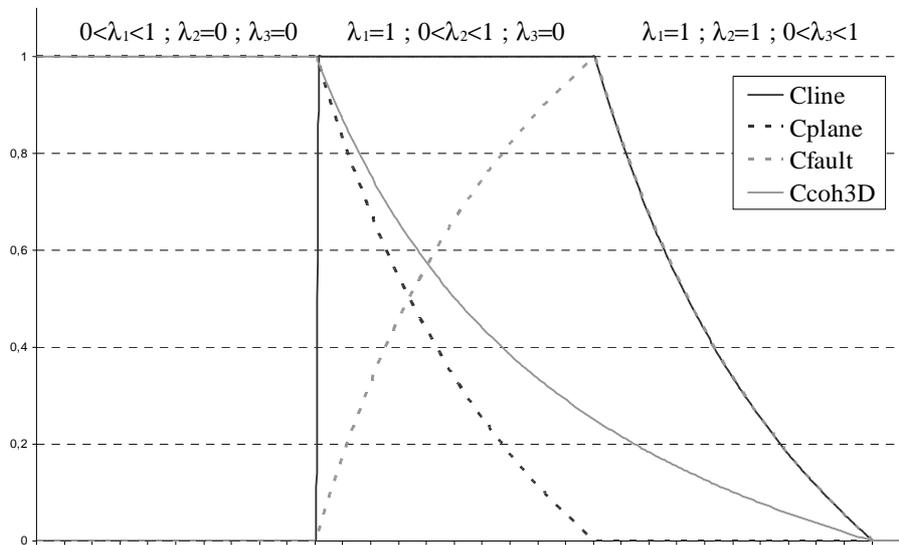


Fig. 3.8 Evolution de quatre indicateurs face à la croissance (linéaire) successive de chacune des valeurs propres.

### 3.2.4 Fiabilité des indicateurs

Ainsi qu'on l'a vu au paragraphe précédent, il est possible de calculer des indicateurs permettant de mieux appréhender l'agencement des vecteurs utilisés dans l'ACP (ou le Tenseur de Structure). Ces indicateurs nous renseignent particulièrement sur l'adéquation de la fenêtre étudiée avec un modèle a

priori. La connaissance de la donnée traitée peut alors nous permettre d'en déduire le type de région à laquelle appartient la fenêtre. Dans le cas de l'imagerie sismique, en particulier, l'indicateur  $C_{faults}$ , par exemple, nous permet de savoir si la fenêtre se trouve à l'emplacement d'une faille ou non (Fig. 3.9). Le processus de traitement de la donnée peut alors être adapté en conséquence, comme le fait par exemple Bakker (voir au paragraphe 2.3.3).

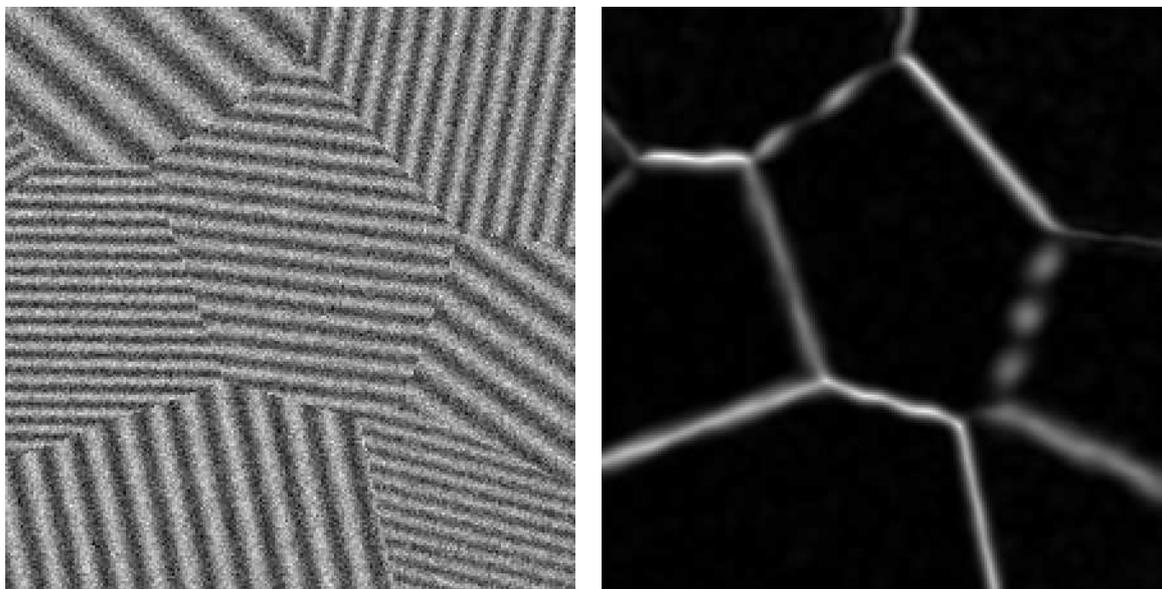


Fig. 3.9 Indicateur  $C_{fault}$  pour une image synthétique bruitée

Cependant, on constate dans le cas d'images réelles, que le niveau de bruit peut fausser ces indicateurs. Pour l'indicateur  $C_{faults}$ , il arrive en effet que les mêmes valeurs apparaissent dans des zones bruitées et sur des failles (Fig. 3.10). Dès lors, il devient délicat de fonder la détection de failles sur cet indicateur. D'autre part, les indicateurs de fiabilité de l'orientation principale ( $C_{plane}$ , ou  $C_{coh3D}$ , par exemple) posent également des problèmes de mise en œuvre : ils prennent généralement une valeur proche de 1 autour des horizons fortement marqués, plus faciles à débruiter. Au contraire, dans les régions où les horizons sont moins marqués, la valeur de l'indicateur est plus faible. C'est pourtant dans ces régions que le travail de restauration des horizons est particulièrement utile.

Il nous semble donc que l'information réellement utile, dans le cadre de la restauration d'images sismiques, est concentrée dans l'orientation du premier vecteur propre de l'ACP (ou du Tenseur de Structure). L'utilisation d'un indicateur de cohérence, ou de présence de faille, semble en effet trop sujette à erreur, ou insuffisamment précise pour être vraiment efficace. De plus, celui-ci introduit un *a priori* important sur la présence et la localisation des failles. L'usage de celui-ci fausserait alors le processus de restauration des images, l'incitant à renforcer les failles pré-détectées, aux dépens de celles qui étaient peu marquées au début du traitement.

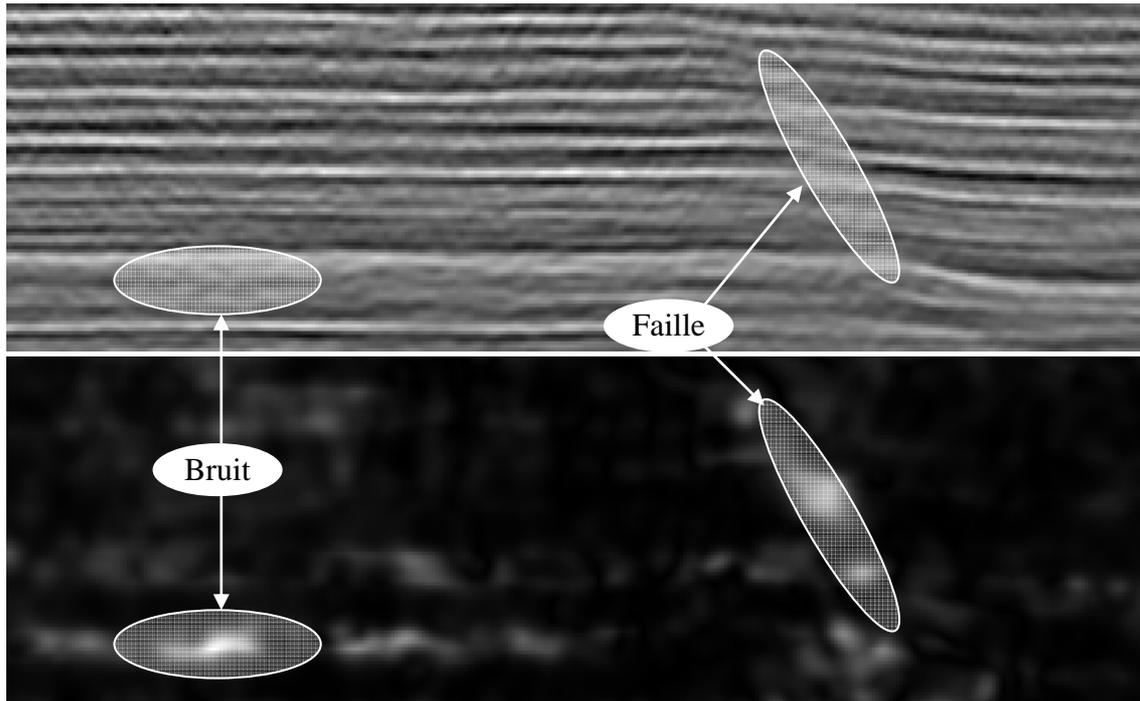


Fig. 3.10 Indicateur  $C_{\text{faut}}$  (en bas) dans le cas d'une image sismique réelle (en haut).

### 3.2.5 Adaptation à la dynamique locale

Les blocs de données sismiques comportent des disparités importantes de dynamique locale (Fig. 3.3). Une « bonne » méthode de traitement de ces blocs doit donc tenir compte de ce fait, dès lors qu'elle fait usage d'écart de niveau de gris. Le problème se pose alors de l'estimation de la dynamique locale, en tout point du bloc. Nous avons défini la dynamique locale  $DL(\mathbf{x})$  en un point  $\mathbf{x}$  comme l'écart entre les niveaux de gris maximal et minimal, à l'intérieur d'un voisinage  $\mathcal{Z}(\mathbf{x})$  :

$$DL(\mathbf{x}) = \text{Max}_{\mathbf{v} \in \mathcal{Z}(\mathbf{x})} (U(\mathbf{v})) - \text{Min}_{\mathbf{v} \in \mathcal{Z}(\mathbf{x})} (U(\mathbf{v})) \quad (3.14)$$

Une première méthode directe d'estimation de la dynamique locale repose sur une considération assez abstraite du bloc de données. On suppose ainsi que tous les axes sont équivalents. Dès lors, l'estimation de la dynamique se fait naturellement à l'intérieur d'une fenêtre cubique, centrée autour du point considéré. Cette estimation permet une implémentation récursive à l'aide d'une fenêtre glissante itérée sur les trois axes.

Guillon a quant à lui proposé de se fonder sur la nature des données sismiques, et plus précisément sur le fait que celles-ci sont constituées d'un assemblage bidimensionnel de signaux unidimensionnels (les traces). Il définit donc la dynamique locale comme le double de l'amplitude de la trace – supposée assimilable à un signal quasi sinusoïdal – au voisinage du point considéré. L'estimation de cette amplitude est réalisée à travers la recherche des maxima locaux de la trace. L'amplitude locale est alors calculée par interpolation linéaire entre les deux maxima les plus proches (Fig. 3.11). On obtient ainsi la courbe d'amplitude « de premier niveau ».

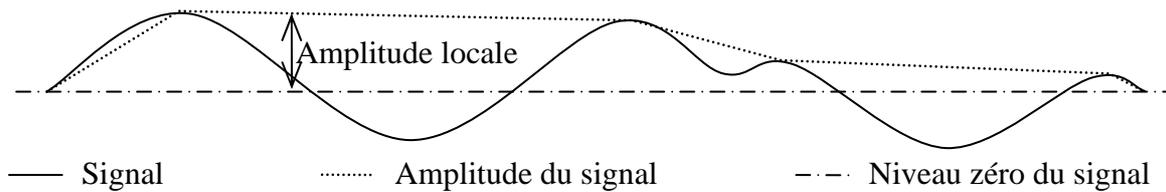


Fig. 3.11 Estimation de l'amplitude locale par la méthode Guillon.

Cette estimation n'est bien entendu valable que si le signal est à moyenne nulle. Par ailleurs, elle reste très sensible à la présence de bruit, qui peut créer de faux maxima locaux, pratiquement en tout point. La solution proposée par Guillon est de chercher une courbe d'amplitude de « deuxième niveau », c'est-à-dire de construire une nouvelle courbe d'amplitude à partir des maxima locaux de la courbe de « premier niveau ». La nouvelle courbe sera alors plus lissée, et donc moins sensible au bruit (Fig. 3.12).

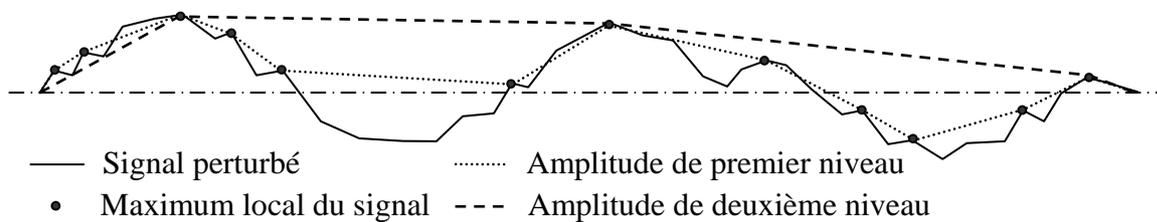


Fig. 3.12 Amplitude de deuxième niveau en cas de signal bruité.

Les deux approches donnent des résultats sensiblement différents, particulièrement au niveau de l'étendue des zones de forte – ou faible – dynamique (Fig. 3.13). La méthode Guillon fournit des résultats plus fins, elle semble presque suivre les maxima des traces. Au contraire, la méthode directe présente des variations plus lentes de la dynamique locale. Elle reste toutefois sensible à la présence de forts extrema à l'intérieur de la fenêtre. C'est la raison de l'aspect constant par parties de l'image obtenue.

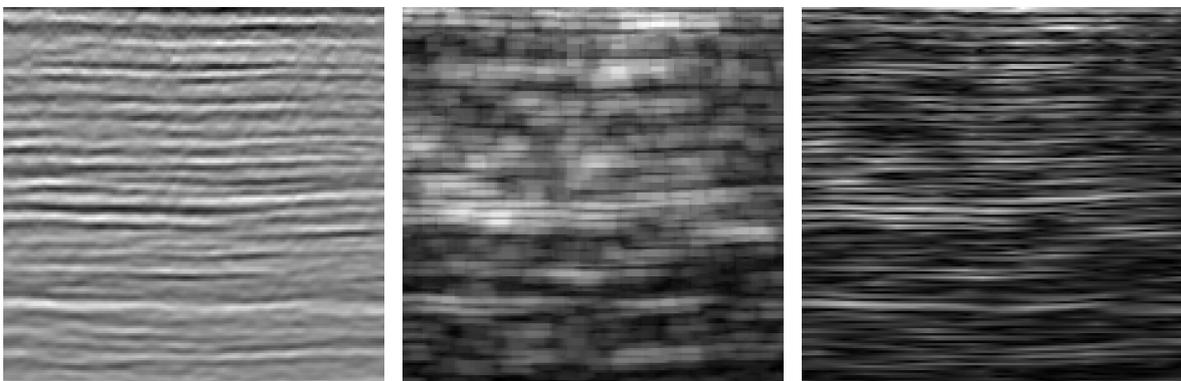


Fig. 3.13 Estimation de la dynamique locale sur une image sismique réelle (gauche) par la méthode directe (centre) ou par la méthode de Guillon (droite).

Notons qu'une approche plus rigoureuse de l'estimation de l'amplitude eût consisté à mettre en œuvre la transformée de Hilbert. Cette solution a été écartée suite au temps de calcul élevé inhérent à cet algorithme.

### 3.3 Construction du filtre

Ainsi que nous l'avons vu au début de ce chapitre, le rehaussement des données sismiques impose des contraintes importantes. En effet, la taille des données impose à la méthode employée de rester économe en temps de calcul. Pour ce faire, tout en conservant des performances élevées, il convient de tirer parti de la connaissance a priori disponible. On constate d'évidence que la donnée est fortement orientée : des informations directionnelles peuvent donc naturellement s'intégrer au processus de traitement. D'autre part, la dynamique locale présente une forte variabilité au sein d'un même bloc de données : le processus peut avantageusement en tirer parti.

La méthode de Perona et Malik est parmi les plus simples et les plus efficaces. C'est à partir cette méthode que nous avons construit le squelette de notre filtre, de manière à lui permettre de s'étendre à un voisinage plus large, afin de limiter le nombre d'itérations. Cela fera l'objet du paragraphe 3.3.1. Nous introduirons alors des termes d'adaptation à l'orientation et à la dynamique locale, comme nous le verrons au paragraphe 3.3.2. Le modèle que nous aurons alors construit est nommé *Sector-Based Diffusion Filter – Conical – SBDFC*. Quelques limitations liées à ce modèle seront évoquées au paragraphe 3.3.3 et conduiront au développement d'une méthode plus élaborée au paragraphe 3.3.4. Il s'agit de méthode *Sector-Based Diffusion Filter – Hyperbolic – SBDFH*.

#### 3.3.1 Extension du modèle de Perona et Malik

L'objectif de ce paragraphe est de parvenir à une expression dérivée de celle du modèle de Perona et Malik, mais permettant un traitement en moins d'itérations. Ceci a pour but de réduire le temps de traitement de la donnée en réduisant le nombre de parcours de l'image. Pour ce faire, nous avons choisi de partir d'un schéma numérique du modèle semi-discret décrit par l'Eq. 3.2. Ce schéma numérique est une implémentation classique [Ter02] du modèle de Perona et Malik, calculée à l'aide d'approximations des opérations de dérivation par des différences finies. Dans le cas unidimensionnel, nous obtenons :

$$\operatorname{div}\left(\left(g(\nabla U) \cdot \nabla U\right)_{x,t}\right) \approx \frac{\left(g(\nabla U) \cdot \nabla U\right)_{x+\frac{h}{2},t} - \left(g(\nabla U) \cdot \nabla U\right)_{x-\frac{h}{2},t}}{h} \quad (3.15)$$

avec

$$\nabla U\left(x+\frac{h}{2},t\right) = \frac{\partial U}{\partial x}\left(x+\frac{h}{2},t\right) \approx \frac{U(x+h,t) - U(x,t)}{h} \quad (3.16)$$

$$\text{soit } \operatorname{div}\left(\left(g(\nabla U) \cdot \nabla U\right)_{x,t}\right) \approx \frac{(U(x+h,t) - U(x,t)) g\left(\frac{U(x+h,t) - U(x,t)}{h}\right)}{h^2} + \frac{(U(x-h,t) - U(x,t)) g\left(\frac{U(x-h,t) - U(x,t)}{h}\right)}{h^2} \quad (3.17)$$

à condition que  $g$  soit paire, ce qui est le cas avec les fonctions proposées par Perona et Malik, que nous emploierons dans la suite. Le paramètre  $h$  représente le pas de la grille de discrétisation de l'image. Cette écriture met en avant la symétrie des expressions correspondant aux dérivations droite et gauche du point  $x$ . Elle permet ainsi de réécrire cette expression sous la forme d'une équation de filtrage :

$$\operatorname{div}\left(\left(g(\nabla U) \cdot \nabla U\right)_{x,t}\right) \approx \sum_{v \in \mathcal{V}(x)} \frac{(U(v,t) - U(x,t)) g\left(\frac{U(v,t) - U(x,t)}{h}\right)}{h^2} \quad (3.18)$$

où  $\mathcal{V}(x) = \{x+h, x-h\}$  est le 2-voisinage de  $x$ . Cette expression est classiquement employée pour étendre le schéma discret du modèle de Perona et Malik au cas des images bidimensionnelles ou tridimensionnelles.  $\mathcal{V}(x)$  devient alors respectivement  $\mathcal{V}(\mathbf{x}) = \{\mathbf{x} + h\vec{\mathbf{i}}, \mathbf{x} - h\vec{\mathbf{i}}, \mathbf{x} + h\vec{\mathbf{j}}, \mathbf{x} - h\vec{\mathbf{j}}\}$  et  $\mathcal{V}(\mathbf{x}) = \{\mathbf{x} + h\vec{\mathbf{i}}, \mathbf{x} - h\vec{\mathbf{i}}, \mathbf{x} + h\vec{\mathbf{j}}, \mathbf{x} - h\vec{\mathbf{j}}, \mathbf{x} + h\vec{\mathbf{k}}, \mathbf{x} - h\vec{\mathbf{k}}\}$ .  $\vec{\mathbf{i}}, \vec{\mathbf{j}}, \vec{\mathbf{k}}$  sont les vecteurs de base (orthonormée) de l'image. La grille de discrétisation de l'image est supposée présenter le même pas  $h$  le long de chacun des axes. L'équation de diffusion discrète, pour une itération de durée  $dt$  devient donc, quelle que soit la dimension de l'image :

$$U(\mathbf{x}, t + dt) = U(\mathbf{x}, t) + dt \cdot \sum_{v \in \mathcal{V}(\mathbf{x})} \frac{(U(v, t) - U(\mathbf{x}, t)) g\left(\frac{U(v, t) - U(\mathbf{x}, t)}{h}\right)}{h^2} \quad (3.19)$$

A partir de ce schéma discret, il est possible de calculer l'équation correspondant à deux itérations. On constate cependant que l'expression obtenue est extrêmement lourde. Il est dès lors peu envisageable de chercher à calculer trois itérations en une, voire plus. Nous avons donc cherché une expression plus simple, qui bien que n'étant plus équivalente à la fusion de plusieurs itérations en une seule, permet de prendre en compte plus de points à la fois. Les points situés à plus grande distance nécessiteront alors moins d'itérations pour agir sur le point central. On observe ainsi que les points intervenant dans le calcul de deux itérations sont ceux du voisinage de  $\mathbf{x}$ , ainsi que leurs voisins :

$$\mathcal{V}_2(\mathbf{x}) = \mathcal{V}_1(\mathbf{x}) \cup \left( \bigcup_{v \in \mathcal{V}_1(\mathbf{x})} \mathcal{V}_1(v) \right) \quad (3.20)$$

$\mathcal{V}_1(\mathbf{x})$  représente le « voisinage d'ordre 1 » de  $\mathbf{x}$ , il s'agit du voisinage direct de  $\mathbf{x}$ , tel que décrit au paragraphe précédent (Fig. 3.14). Il contient les points de l'image jusqu'à une distance (de Minkowski pour  $p=1$ ) égale à 1 de  $\mathbf{x}$ .  $\mathcal{V}_2(\mathbf{x})$  représente alors le « voisinage d'ordre 2 », il contient les points jusqu'à une distance de 2. On généralise récursivement l'expression pour obtenir :

$$\mathcal{V}_{n+1}(\mathbf{x}) = \mathcal{V}_n(\mathbf{x}) \cup \left( \bigcup_{\mathbf{v} \in \mathcal{V}_n(\mathbf{x})} \mathcal{V}_1(\mathbf{v}) \right) \quad (3.21)$$

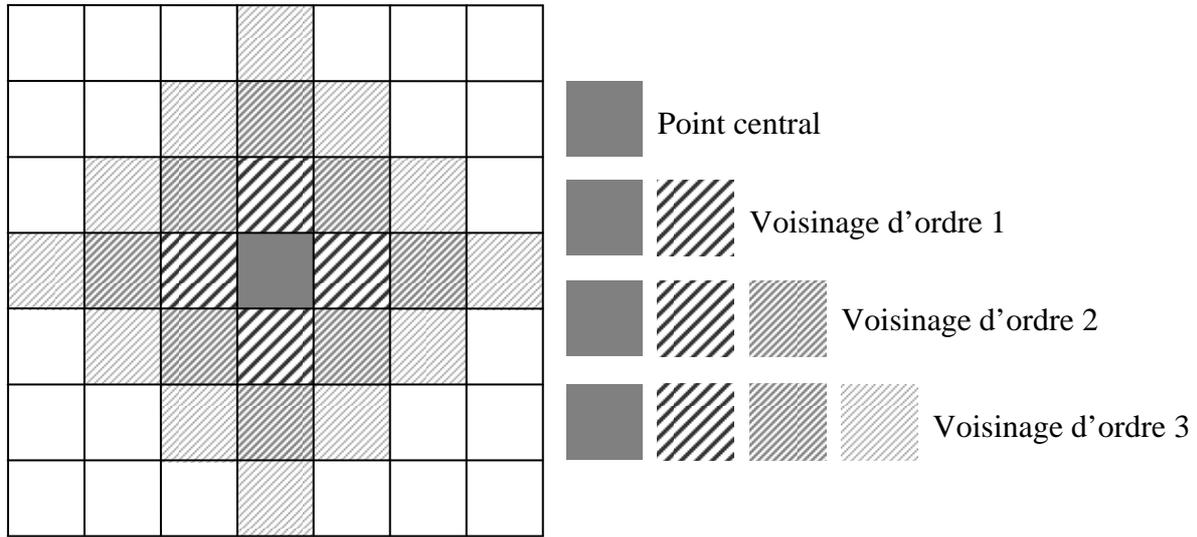


Fig. 3.14 Voisinages 4V d'ordre 1, 2 et 3.

Afin de conserver une écriture simple, nous avons choisi d'associer la constatation que nous venons de faire sur le voisinage (3.20) à l'équation de diffusion discrète (3.19). Nous proposons ainsi le schéma suivant, qui n'est plus à proprement parler une équation de diffusion, mais permet une implémentation plus efficace :

$$U(\mathbf{x}, t + n \cdot dt) = U(\mathbf{x}, t) + dt \cdot \sum_{\mathbf{v} \in \mathcal{V}_n(\mathbf{x})} \frac{(U(\mathbf{v}, t) - U(\mathbf{x}, t)) g \left( \frac{U(\mathbf{v}, t) - U(\mathbf{x}, t)}{\|\mathbf{v} - \mathbf{x}\|} \right)}{\|\mathbf{v} - \mathbf{x}\|^2} \quad (3.22)$$

Par rapport à l'équation (3.19),  $h$ , qui représentait le pas de la grille de discrétisation de l'image, mais également la distance entre  $\mathbf{x}$  et  $\mathbf{v}$ , est remplacé par  $\|\mathbf{v} - \mathbf{x}\|$ . Un nouveau paramètre  $n$  est introduit : il définit l'ordre du voisinage à utiliser. Même si cela n'est pas équivalent,  $n$  est à comparer au nombre d'itérations que nous cherchions à fusionner en une seule.

Dans le domaine continu, ce schéma apparaît sous la forme d'une équation d'évolution :

$$\frac{\partial U}{\partial t}(\mathbf{x}, t) = \int_{\mathbf{v} \in \mathcal{V}_r(\mathbf{x})} \frac{(U(\mathbf{v}, t) - U(\mathbf{x}, t)) g \left( \frac{U(\mathbf{v}, t) - U(\mathbf{x}, t)}{\|\mathbf{v} - \mathbf{x}\|} \right)}{\|\mathbf{v} - \mathbf{x}\|^2} d\mathbf{v} \quad (3.23)$$

Le voisinage  $\mathcal{V}_r(\mathbf{x})$  est défini de la même manière que précédemment comme l'ensemble des points de l'image situés à une distance de  $\mathbf{x}$  inférieure à  $r$ , à ceci près que  $r$  est réel. Par la suite, pour des raisons de simplicité d'implémentation, nous raisonnerons préférentiellement sur l'équation discrète, en nous attachant toutefois à maintenir la dualité entre les schémas discret et continu.

### 3.3.2 Adaptation au contexte local

Comme nous l'avons vu au paragraphe 3.2, l'information d'orientation et celle de dynamique locale représentent des auxiliaires utiles au processus de traitement. Alors que l'insertion de la dynamique locale dans l'équation 3.22 est aisée, comme nous le verrons au paragraphe suivant, l'utilisation de l'orientation est moins directe. La solution que nous avons retenue est l'utilisation d'un modèle pour les structures à maintenir (en l'occurrence, les horizons sismiques). Nous redéfinissons ensuite le voisinage employé dans l'équation 3.22, en accord avec le modèle et l'orientation, ainsi que nous le verrons au paragraphe 3.3.2.2.

#### 3.3.2.1 Adaptation à la dynamique locale

La dynamique locale nous renseigne sur l'écart de niveau de gris maximal (ou typique, selon la méthode d'estimation employée) dans la région entourant le point considéré. Dans le cas de l'imagerie sismique, la dynamique locale varie largement d'une région à l'autre de l'image. Les structures correspondantes présentent de la même manière des niveaux de contour<sup>1</sup> variables. La limite  $K(\mathbf{x})$  entre un écart de niveau de gris correspondant à un bord de structure et un autre correspondant à un bruit doit donc être adaptée selon la région. Nous avons donc choisi de considérer que les niveaux de contour relatifs de toutes les structures varient de concert. Ainsi, le niveau de contour des structures les moins marquées représenterait toujours la même proportion du niveau de contour des structures les plus marquées. La limite  $K(\mathbf{x})$  est alors définie de la même manière comme une fraction  $\alpha$  d'un niveau de contour de référence, estimé au point  $\mathbf{x}$ . Ce dernier n'est autre que la dynamique locale  $DL(\mathbf{x})$ , définie au paragraphe 3.2.5 :

$$K(\mathbf{x}) = \alpha \cdot DL(\mathbf{x}), \quad (3.24)$$

Le lien avec la barrière de diffusion du modèle de Perona et Malik est ainsi évident. Celle-ci représente en effet la limite entre les écarts de niveau de gris qui seront maintenus et ceux qui ne le seront pas. Pour maintenir les structures de niveau de contour supérieur à  $K(\mathbf{x})$ , il suffit donc de choisir une barrière de diffusion de même valeur, que nous noterons  $K(\mathbf{x}, t)$  puisqu'elle doit être réévaluée à chaque itération. L'équation 3.22 devient alors :

$$U(\mathbf{x}, t + n \cdot dt) = U(\mathbf{x}, t) + dt \cdot \sum_{\mathbf{v} \in \mathcal{Z}_n(\mathbf{x})} \frac{(U(\mathbf{v}, t) - U(\mathbf{x}, t)) g\left(\frac{U(\mathbf{v}, t) - U(\mathbf{x}, t)}{\|\mathbf{v} - \mathbf{x}\|}, K(\mathbf{x}, t)\right)}{\|\mathbf{v} - \mathbf{x}\|^2} \quad (3.25)$$

La fonction  $g$  étant définie comme :

$$g(s, k) = e^{-\left(\frac{s}{k}\right)^2} \quad (3.26)$$

<sup>1</sup> Nous définissons le niveau de contour comme l'écart de niveau de gris au niveau du bord d'une structure.

ou

$$g(s, k) = \frac{1}{1 + \left(\frac{s}{k}\right)^2} \quad (3.27)$$

Dans le but de simplifier les notations, nous utiliserons dorénavant :

$$g_u(s, k) = s \cdot g(s, k) \quad (3.28)$$

On obtient ainsi l'équation discrète suivante, modélisant une diffusion anisotrope adaptée à la dynamique locale :

$$U(\mathbf{x}, t + n \cdot dt) = U(\mathbf{x}, t) + dt \cdot \sum_{\mathbf{v} \in \mathbb{Z}_n(\mathbf{x})} \frac{g_u\left(\frac{U(\mathbf{v}, t) - U(\mathbf{x}, t)}{\|\mathbf{v} - \mathbf{x}\|}, K(\mathbf{x}, t)\right)}{\|\mathbf{v} - \mathbf{x}\|} \quad (3.29)$$

### 3.3.2.2 Adaptation à l'orientation

Le modèle décrit précédemment, s'il est adapté à la dynamique locale, ne tient pas compte de l'orientation. En effet, l'écriture (3.29) permet de constater que seuls l'écart de niveau de gris et la distance au point central entrent en compte pour pénaliser ou favoriser un point du voisinage par rapport aux autres. Si ces critères sont pertinents, il serait avantageux de tenir compte également de l'orientation, reflet de la morphologie locale.

Nous avons retenu pour cela une approche de type filtrage. Nous introduisons dans (3.29) une pondération des points du voisinage en fonction de leur appartenance (ou non) au même horizon que le point central [DLG04]. Cette pondération prend la forme d'un coefficient  $c$ , à valeur binaire :

$$U(\mathbf{x}, t + n \cdot dt) = U(\mathbf{x}, t) + dt \cdot \sum_{\mathbf{v} \in \mathbb{Z}_n(\mathbf{x})} \frac{c(\mathbf{v})}{\|\mathbf{v} - \mathbf{x}\|} \cdot g_u\left(\frac{U(\mathbf{v}, t) - U(\mathbf{x}, t)}{\|\mathbf{v} - \mathbf{x}\|}, K(\mathbf{x}, t)\right) \quad (3.30)$$

$c(\mathbf{v})$  vaut 1 si le point  $\mathbf{v}$  doit intervenir dans le calcul, 0 sinon. Afin de lisser l'horizon sur lequel se trouve le point  $\mathbf{x}$ , seuls les points appartenant à cet horizon devraient intervenir.

Nous sommes ainsi amenés à définir clairement quels sont les points qui appartiennent *certainement* à l'horizon et quels sont ceux qui n'y appartiennent *certainement pas*. Idéalement, nous pourrions définir le voisinage comme un empilement de *couches fines*<sup>1</sup> (Fig. 3.15). Le plan passant par le point central contiendrait les points faisant partie du même horizon que le point central (l'*horizon central*). Les autres points appartiendraient alors à des *horizons voisins*. Les *couches fines* sont définis comme étant orthogonaux à l'orientation locale. Celle-ci peut être estimée à l'aide d'une ACP, comme nous l'avons vu au paragraphe 3.2.1.

<sup>1</sup> Nous définissons une couche fine comme un objet tridimensionnel, dont une dimension (l'épaisseur) est très petite devant les autres.

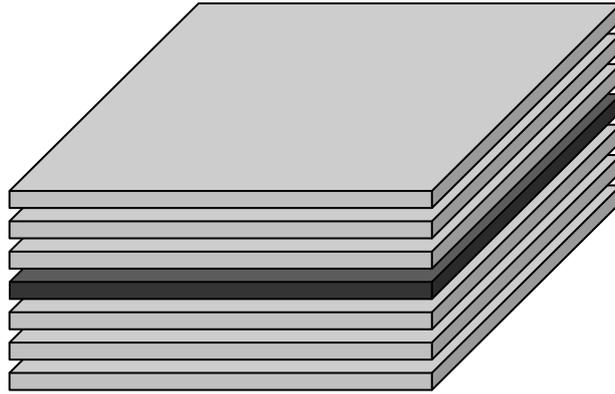


Fig. 3.15 Modélisation du voisinage par un empilement de plans fins.

Cette modélisation du voisinage nous conduirait en principe à accorder une valeur  $c(\mathbf{v})=1$  aux points de l'horizon central, 0 aux autres. Elle n'est toutefois pas sans rappeler la possibilité de rehaussement évoquée en 3.1.2. Nous nous proposons alors d'introduire une faculté de rehaussement, dans la direction orthogonale à l'horizon central, de manière à mieux percevoir les horizons. Dans le cadre du modèle proposé ici, les points situés dans la direction orthogonale sont ceux des horizons voisins. Il est dès lors naturel de chercher à faire tout de même agir ces points, mais dans le cadre d'un processus de rehaussement. Pratiquement, cela nous conduit à choisir un poids  $c(\mathbf{v}) < 0$  pour les points des horizons voisins. Dans un premier temps, dans un souci de symétrie, nous prendrons :

$$\begin{cases} c(\mathbf{v}) = +1 & \text{si } \mathbf{v} \text{ appartient à l'horizon central} \\ c(\mathbf{v}) = -1 & \text{si } \mathbf{v} \text{ appartient à un horizon voisin} \end{cases} \quad (3.31)$$

On conçoit cependant assez bien que ce modèle rustique des couches fines parallèles n'est pas très proche de la réalité des données sismiques, surtout lorsque le voisinage employé s'agrandit. En effet, les horizons sismiques présentent fréquemment des gauchissements. La difficulté à laquelle nous devons faire face est que l'orientation locale, que nous pouvons estimer à l'aide de l'ACP, nous renseigne mal sur la forme du gauchissement de la surface.

Pour tenir compte des gauchissements possibles, nous avons choisi de laisser une marge de tolérance englobant l'ensemble des cas acceptables. Celle-ci prend la forme d'une ouverture angulaire par rapport au plan tangent : tous les points formant un angle par rapport au plan tangent inférieur à  $\theta_T$  sont susceptibles de se situer sur l'horizon passant par le point central ; ils forment la zone tangentielle  $\mathcal{S}_T$  (Fig. 3.16). De la même manière, nous groupons au sein de la zone normale  $\mathcal{S}_N$  l'ensemble des points faisant partie d'un horizon voisin. Sont considérés comme tels les points groupés autour de la direction orthogonale au plan tangent, c'est-à-dire ceux formant un angle par rapport au plan tangent supérieur à une limite  $\theta_N$ . Les points restants suscitent le doute : en effet, un fort gauchissement de l'horizon pourrait l'amener à passer par l'un d'eux, auquel cas ils devraient être traités comme tels. Cependant ce cas est peu fréquent. Pour refléter cette incertitude, nous avons choisi de ne pas les inclure dans l'une ou l'autre zone déjà définie. Ils forment donc la zone inerte  $\mathcal{S}_I$ .

La définition de ces trois zones nous amène à corriger notre choix des valeurs du paramètre  $c$  de l'eq. 3.30. Les valeurs +1 et -1 s'appliquent en toute logique respectivement aux zones tangentielle –

ou zone de lissage – et normale – ou zone de rehaussement. Quant à la zone inerte, elle contient des points dont l'appartenance est incertaine. Plutôt que de décider arbitrairement de les inclure dans l'un ou l'autre cas du lissage ou du rehaussement, nous choisissons de leur donner un poids  $c(\mathbf{v})=0$ , qui les rend inactifs :

$$\begin{cases} c(\mathbf{v}) = +1 & \text{si } \mathbf{v} \text{ appartient à la zone tangentielle} \\ c(\mathbf{v}) = 0 & \text{si } \mathbf{v} \text{ appartient à la zone inerte} \\ c(\mathbf{v}) = -1 & \text{si } \mathbf{v} \text{ appartient à la zone normale} \end{cases} \quad (3.32)$$

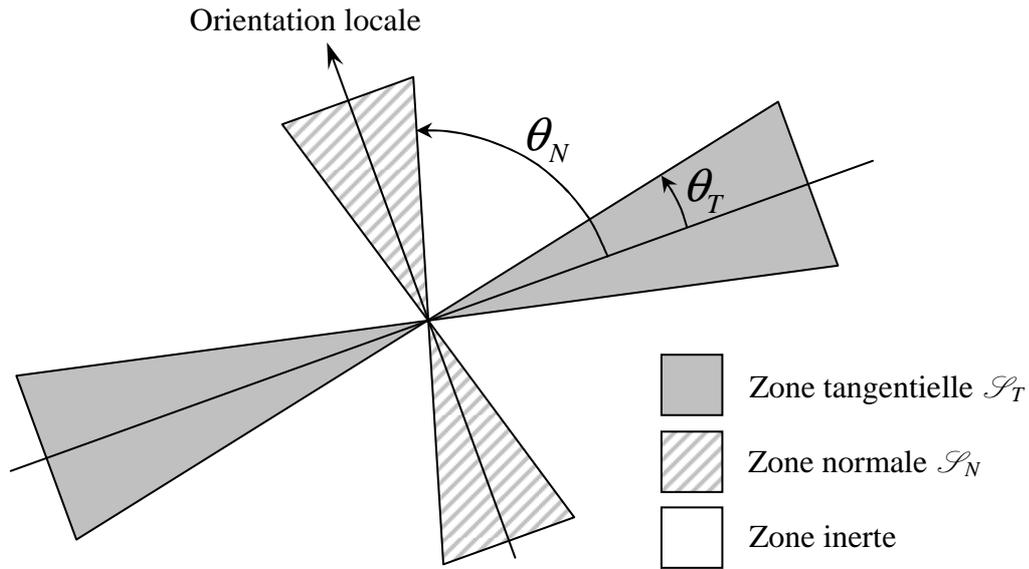


Fig. 3.16 Division sectorielle du voisinage.

Le problème d'un tel modèle est qu'il donne la même importance – poids dans l'équation de filtrage – à un point de la zone tangentielle qu'à un autre de la zone normale. Afin de mieux contrôler le rehaussement lié au secteur normal, nous avons introduit dans l'équation (3.32) un coefficient  $C_N$  :

$$\begin{cases} c(\mathbf{v}) = +1 & \text{si } \mathbf{v} \text{ appartient à la zone tangentielle} \\ c(\mathbf{v}) = 0 & \text{si } \mathbf{v} \text{ appartient à la zone inerte} \\ c(\mathbf{v}) = C_N < 0 & \text{si } \mathbf{v} \text{ appartient à la zone normale} \end{cases} \quad (3.33)$$

Celui-ci définit le poids relatif de la zone normale par rapport à celui de la zone tangentielle. Une valeur négative, comme indiqué dans l'équation (3.33) permet ainsi d'amplifier ou de réduire le rehaussement. Il serait également possible de choisir une valeur positive, de manière à réaliser un lissage plus ou moins important dans la direction normale, ou une valeur nulle pour inhiber l'action des points de la zone normale.

Le choix de créer des secteurs est dicté par la volonté de favoriser les points appartenant au même horizon que le point central. Celui-ci est assimilé au plan tangent, défini lui-même par le premier vecteur propre du GST ou de l'ACP sur les gradients. Il nous apparaît ainsi utile de pénaliser davantage les points situés à un plus grand écart angulaire du plan tangent. Nous avons donc à nouveau modifié le schéma de pondération des points des différents secteurs :

$$\begin{cases} c(\mathbf{v}) = \frac{\cos \theta_{\mathbf{v}} - \cos \theta_T}{1 - \cos \theta_T} & \text{si } \mathbf{v} \text{ appartient à la zone tangentielle} \\ c(\mathbf{v}) = 0 & \text{si } \mathbf{v} \text{ appartient à la zone inerte} \\ c(\mathbf{v}) = C_N \cdot \frac{\cos \theta_N - \cos \theta_{\mathbf{v}}}{\cos \theta_N} & \text{si } \mathbf{v} \text{ appartient à la zone normale} \end{cases} \quad (3.34)$$

Le poids  $c(\mathbf{v})$  devient maximal (égal à 1) le long du plan tangent ; il est minimal (égal à  $C_N < 0$ ) le long de l'axe normal. Il tend progressivement vers zéro lorsqu'on se rapproche des frontières des secteurs tangent et normal et conserve une valeur nulle dans la zone inerte. Le choix de la fonction cosinus pour la décroissance est dicté par la volonté de préserver un poids important pour les points situés le plus près du plan tangent (faibles valeurs de  $\theta_{\mathbf{v}}$ ). Il permet également d'éviter l'utilisation des fonctions trigonométriques inverses pour obtenir explicitement  $\theta_{\mathbf{v}}$ .

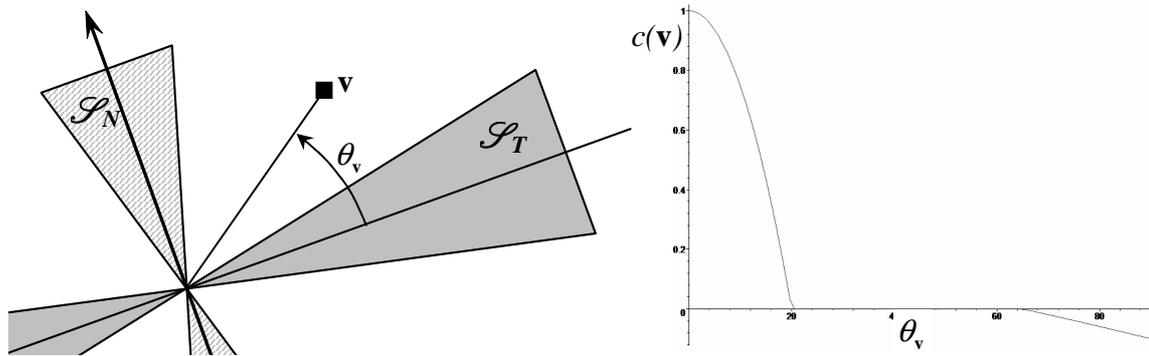


Fig. 3.17 Définition de  $\theta_{\mathbf{v}}$  et évolution de  $c(\mathbf{v})$  en fonction de  $\theta_{\mathbf{v}}$ .

### 3.3.2.3 Modèle conique continu

La définition des secteurs ainsi que des poids  $c(\mathbf{v})$  décrits par l'équation (3.34) constitue la base du *modèle sectoriel conique*. L'ensemble de la méthode décrite dans ce paragraphe 3.3.2 est appelée *Sector-based Diffusion Filter-Conical*. Elle est régie par l'équation continue suivante :

$$\frac{\partial U}{\partial t}(\mathbf{x}, t) = \int_{\mathbf{v} \in \mathcal{Z}(\mathbf{x})} \frac{c(\mathbf{v})}{\|\mathbf{v} - \mathbf{x}\|} \cdot \frac{U(\mathbf{v}, t) - U(\mathbf{x}, t)}{\|\mathbf{v} - \mathbf{x}\|} \cdot e^{-\left( \frac{U(\mathbf{v}, t) - U(\mathbf{x}, t)}{\|\mathbf{v} - \mathbf{x}\| \cdot K(\mathbf{x}, t)} \right)^2} d\mathbf{v} \quad (3.35)$$

Cette relation décrit l'évolution de l'image  $U(\mathbf{x}, t)$  au cours du temps, en fonction du contexte local de chaque point de  $U(\mathbf{x}, t)$ .

## 3.3.3 Limites du modèle conique

### 3.3.3.1 Cas des horizons épais

Le modèle conique défini précédemment a été conçu pour le cas (idéal) des horizons « fins ». Toutefois, dans la pratique, chaque horizon a une épaisseur donnée, qui peut varier, particulièrement d'un bloc à l'autre. Or dans le cas d'un horizon « épais », les secteurs restent définis de la même manière que pour les horizons « fins » (Fig. 3.18). On se trouve alors dans un cas où des points de la zone de rehaussement appartiennent au même horizon que le point central. Dès lors, il semble

préférable de faire intervenir ces points dans le lissage, par exemple en « élargissant » le secteur tangent.

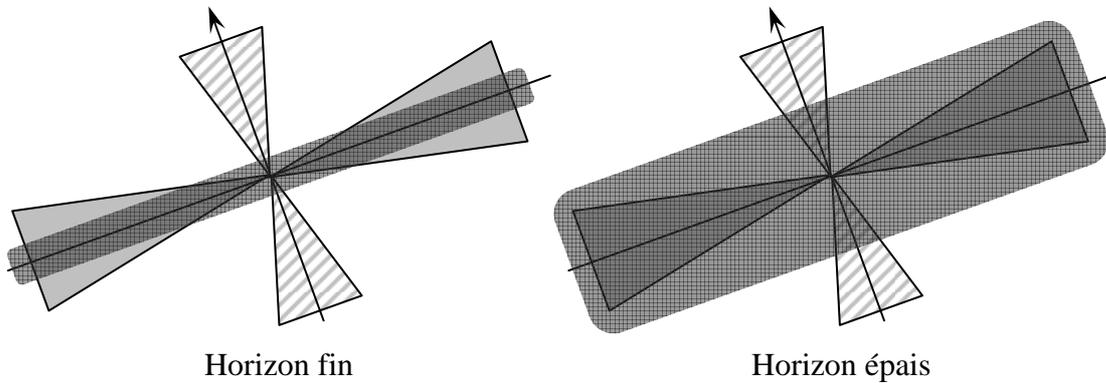


Fig. 3.18 Définition identique des zones pour un horizon fin ou épais.

### 3.3.3.2 Problèmes de discrétisation

L'utilisation du filtre sur une grille discrète pose des problèmes d'invariance en rotation. En effet, le nombre de points dans chacun des secteurs tangentiel et normal dépend de l'ouverture, de l'orientation locale et de l'ordre du voisinage (Fig. 3.19).

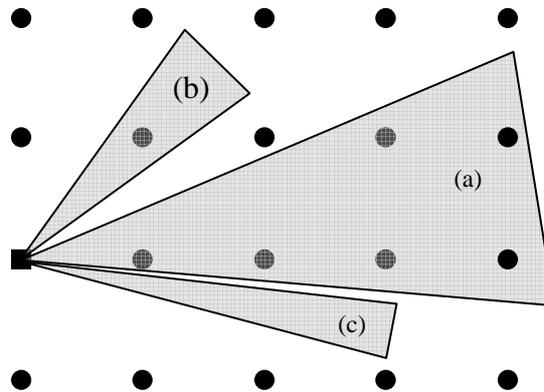


Fig. 3.19 Exemples de secteurs coniques d'ouverture, d'orientation et d'ordre de voisinage différents.

La Fig. 3.20 donne les caractéristiques du voisinage obtenu en fonction de l'inclinaison du vecteur normal. Les calculs ont été réalisés pour une ouverture angulaire de  $20^\circ$ , un ordre de voisinage de 2 et en faisant varier l'inclinaison du vecteur normal dans un plan de  $0^\circ$  à  $45^\circ$ .

Il apparaît clairement que le nombre de points intervenant dans le calcul varie largement avec l'orientation du vecteur normal. Toutefois, tous les points n'interviennent pas avec la même influence. En effet, l'écart angulaire par rapport à la normale, ainsi que la distance au point central entrent ici en compte. Pour nous en rendre compte, nous avons calculé, pour ces mêmes secteurs tangents, la somme des poids associés à chacun des points pris en compte dans le calcul (Fig. 3.20). Cette valeur représente en quelque sorte la « quantité d'information » diffusée au point central au cours d'une itération :

$$\sum_{\mathbf{v} \in \mathcal{S}_T} c(\mathbf{v}) \quad (3.36)$$

où  $\mathcal{S}_T$  est le secteur tangentiel,  $c(\mathbf{v})$  le poids du point  $\mathbf{v}$  du secteur tangentiel, comme défini par l'éq. 3.34. Pour analogie, dans le modèle de Perona et Malik, cette quantité est constante, égale à  $2.n$ , où  $n$  est la dimension de l'espace.

Inclinaison du vecteur normal	0°	10°	20°	30°	45°
nombre de points	32	38	38	38	52
somme des poids associés aux points	13,9	10,6	8,6	10	13,3
RSB après cinq itérations	56,3	53,9	51,2	54,9	58,4
variance du secteur	19,5	10,3	9,2	11,9	20,3

*Fig. 3.20 Nombre de points du secteur tangentiel, somme des poids associés, RSB après cinq itérations et variance pour quelques valeurs de l'inclinaison du vecteur normal.*

Ces différences de « quantité d'information » diffusée génèrent des variations de lissage selon la direction. Pour illustrer cette différence de comportement, nous proposons de comparer les résultats obtenus après cinq itérations à partir d'un bloc présentant un profil sinusoïdal orienté respectivement à 0°, 10°, 20°, 30° et 45°. Le Rapport Signal sur Bruit (RSB) calculé entre le bloc original et le bloc bruité puis traité montre que le lissage n'a pas lieu à la même vitesse pour tous les blocs.

Le classement des RSB pour les différentes orientations est légèrement différent de celui de la somme des poids du secteur. Il correspond plutôt au classement des variances du secteur définies comme :

$$I = \sum_{\mathbf{v} \in \mathcal{S}_T} (d(\mathbf{x}, \mathbf{v}) \cdot c(\mathbf{v}))^2 \quad (3.37)$$

où  $\mathbf{x}$  correspond au point courant,  $d(\mathbf{x}, \mathbf{v})$  à la distance entre  $\mathbf{x}$  et  $\mathbf{v}$ . Comparativement à la somme des poids du secteur, la variance du secteur reflète également la distance jusqu'à laquelle l'information est cherchée.

Les différences entre les RSB obtenus sont relativement faibles et ne se traduisent pas par des différences visuelles significatives. De plus, compte tenu de la convergence du filtrage, les différences observées diminuent au fil des itérations.

Pour des raisons purement théoriques, nous proposons toutefois de rétablir l'invariance en rotation en normalisant la quantité d'information transmise au pixel central au cours d'une itération. Le modèle hyperbolique que nous proposons au paragraphe suivant permet d'atteindre cet objectif.

### 3.3.4 Modèle hyperbolique

Afin de palier les différents écueils décrits précédemment, nous avons adapté le modèle conique. La solution au problème des horizons « épais » consiste à « élargir » la zone tangentielle autour du point central, de manière à englober les points, jusqu'à une distance  $r_T$ , correspondant à la demi-

épaisseur de l'horizon. Afin d'éviter les recouvrements, la zone normale est modifiée de la même manière et ne prends que les points situés à une distance supérieure à  $r_N$  (Fig. 3.21).

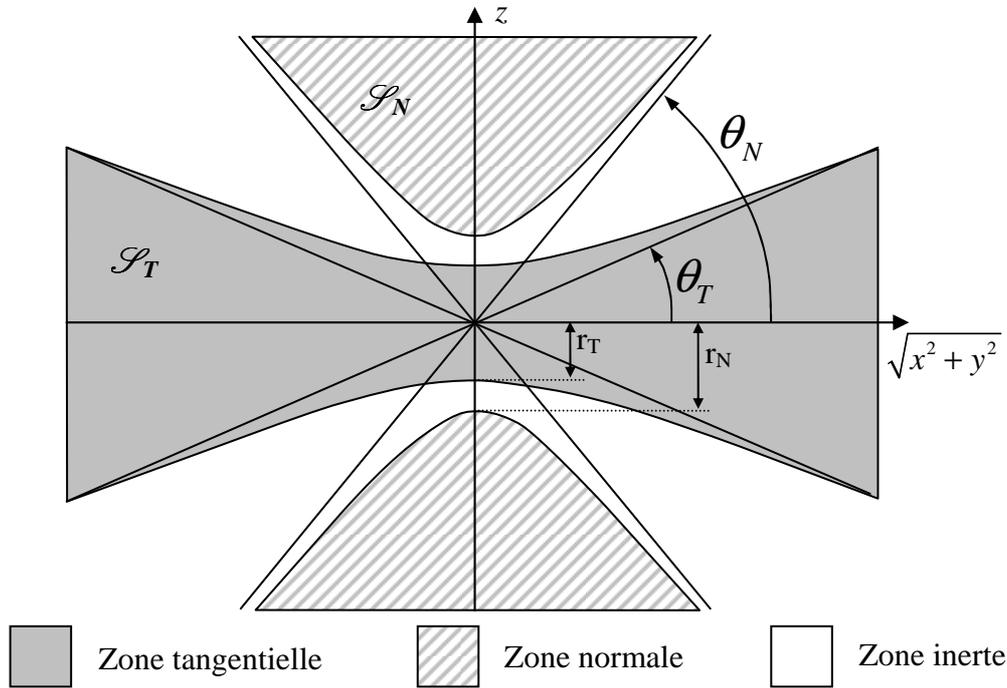


Fig. 3.21 Segmentation par « secteurs hyperboliques ».

La forme des frontières entre les différentes zones est ainsi modifiée, de manière à respecter les nouvelles contraintes, tout en conservant la même allure à plus grande distance du point central :

$$\begin{aligned}
 \text{nappes frontières de } \mathcal{S}_T &: z^2 = r_T^2 + (x^2 + y^2) \tan^2 \theta_T \\
 \text{nappes frontières de } \mathcal{S}_N &: z^2 = r_N^2 + (x^2 + y^2) \tan^2 \theta_N
 \end{aligned}
 \tag{3.38}$$

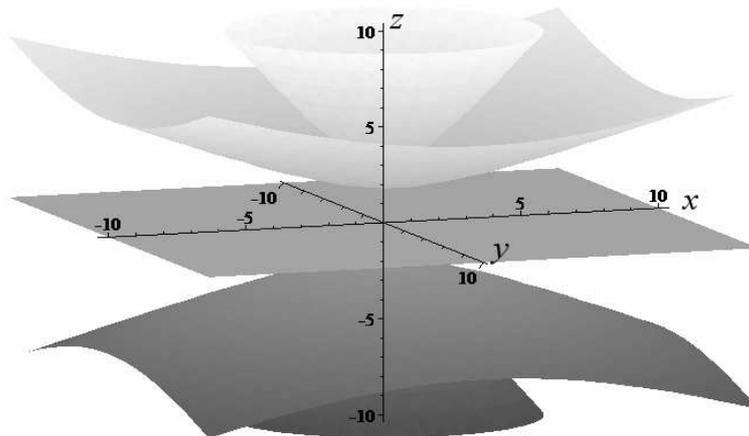


Fig. 3.22 Allure des frontières des différentes zones par rapport au plan tangent.

Ces équations décrivent des hyperboloïdes à deux nappes (Fig. 3.22). Les zones correspondantes sont définies par :

$$\begin{aligned}
 \text{zone tangentielle : } & z^2 < r_T^2 + (x^2 + y^2) \tan^2 \theta_T \\
 \text{zone normale : } & z^2 > r_N^2 + (x^2 + y^2) \tan^2 \theta_N
 \end{aligned}
 \tag{3.39}$$

Les paramètres  $r_T$  et  $r_N$  permettent d'adapter la forme des secteurs à l'épaisseur minimale des horizons présents dans la donnée. Nous sommes ainsi plus proches du modèle proposé pour les horizons, à savoir une « surface épaisse », dont l'épaisseur minimale est ainsi fixée par l'utilisateur à  $2.r_T$ . On notera également que la valeur  $r_T=r_N=0$  nous ramène au cas précédent de secteurs coniques.

La pénalisation angulaire introduite dans le modèle conique ne peut être conservée en l'état dans ce nouveau modèle. Nous l'avons donc modifiée en remplaçant l'écart angulaire par la distance au plan tangent – à l'intérieur du secteur tangent – ou à l'axe normal – pour les points du secteur normal. Cette pénalisation prend la forme d'un poids qui est maximal sur le plan tangent ou l'axe normal, selon que l'on considère le secteur tangentiel ou le secteur normal et nul au bord du secteur. La décroissance est parabolique (Fig. 3.23). En tenant compte de cette pénalisation, le schéma de pondération sectoriel devient :

$$\begin{aligned}
 \text{zone tangentielle : } & c(x, y, z) = \left( 1 - \frac{z^2}{r_T^2 + (x^2 + y^2) \tan^2 \theta_T} \right) \\
 \text{zone normale : } & c(x, y, z) = C_N \cdot \left( 1 - \frac{(x^2 + y^2) \tan^2 \left( \frac{\pi}{2} - \theta_N \right)}{z^2 - r_N^2} \right) \\
 \text{zone inerte : } & c(x, y, z) = 0
 \end{aligned}
 \tag{3.40}$$

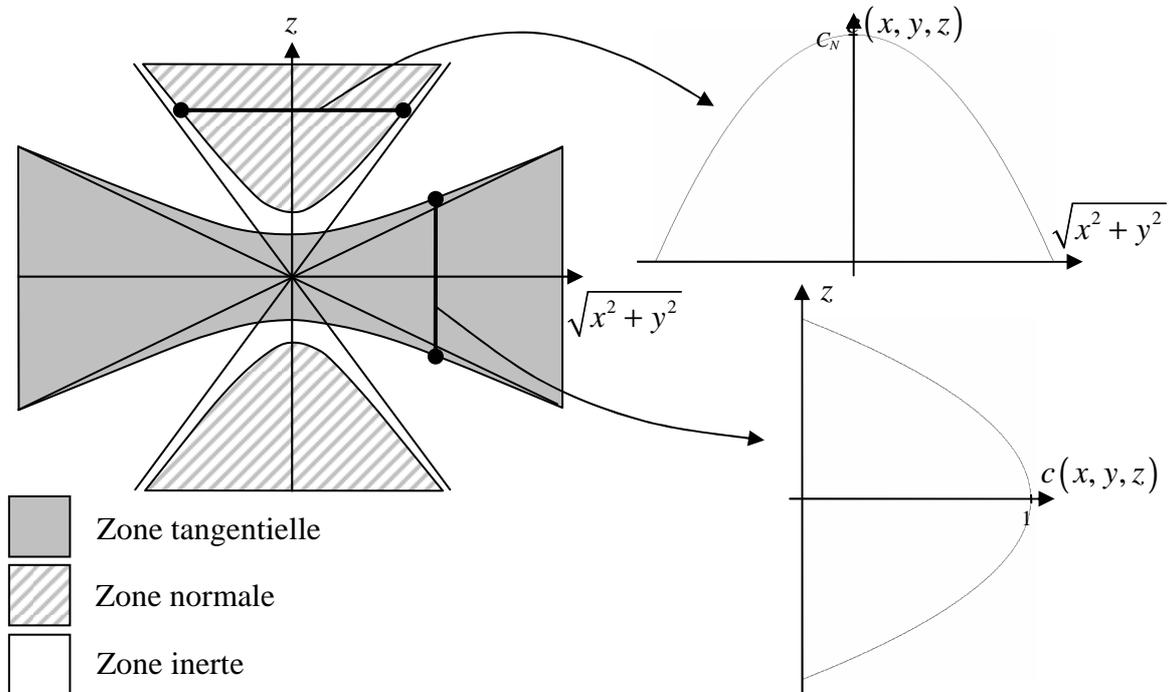


Fig. 3.23 Profil parabolique des poids des secteurs tangent et normal.

L'autre difficulté soulevée au paragraphe précédent est celle du nombre de points effectivement présents dans chacun des secteurs. La variabilité de ce nombre en fonction de l'orientation locale influe sur la « quantité d'information » diffusée au point central au cours d'une itération. Afin de corriger ce problème, nous avons choisi de normaliser les poids  $c(x,y,z)$ , de manière à rendre la « quantité d'information » diffusée au point central indépendante du nombre de points intervenant dans le processus. Nous avons choisi pour cela une normalisation au sein de chacune des zones tangentielle et normale :

$$\begin{aligned}
 \text{zone tangentielle : } c(x, y, z) &= \frac{p_T(x, y, z, \theta_T)}{\sum_{(x', y', z') \in \mathcal{S}_T} p_T(x', y', z', \theta_T)} \\
 \text{zone normale : } c(x, y, z) &= C_N \cdot \frac{p_N(x, y, z, \theta_N)}{\sum_{(x', y', z') \in \mathcal{S}_N} p_N(x', y', z', \theta_N)} \\
 \text{zone inerte : } c(x, y, z) &= 0
 \end{aligned} \tag{3.41}$$

$\mathcal{S}_T$  et  $\mathcal{S}_N$  représentent les parties de  $\mathcal{V}_n$  composant les secteurs tangentiel et normal.  $p_T$  et  $p_N$  sont les fonctions définissant les poids des points selon le profil parabolique présenté au paragraphe 3.3.4 :

$$\begin{aligned}
 p_T(x, y, z) &= 1 - \frac{z^2}{r_T^2 + (x^2 + y^2) \tan^2 \theta_T} \\
 p_N(x, y, z) &= 1 - \frac{(x^2 + y^2) \tan^2 \left( \frac{\pi}{2} - \theta_N \right)}{z^2 - r_N^2}
 \end{aligned} \tag{3.42}$$

La « quantité d'information » diffusée au point central au cours d'une itération est ainsi normalisée à  $1 \cdot dt$  pour le secteur tangentiel, à  $C_N \cdot dt$  pour le secteur normal,  $dt$  étant le pas de diffusion. La méthode ainsi construite est appelée *Sector-Based Diffusion Filter-Hyperbolic*, *SBDFH*.

Il aurait également été possible de normaliser les poids des secteurs par rapport à l'inertie du filtre. Nous verrons toutefois au Chapitre 4, à travers des résultats expérimentaux que la normalisation des poids n'a que peu d'influence sur les performances de la méthode.

Une autre solution consisterait à définir a priori le nombre de points à prendre en compte dans chacun des secteurs. Il est alors possible de choisir à l'avance les coordonnées de ces points, dans un repère lié à l'orientation locale. Au cours de l'opération de filtrage proprement dite, les coordonnées réelles des points à prendre en compte sont alors calculées. Il est évidemment fort probable que ces coordonnées réelles ne correspondent à aucun point de la grille discrète de l'image (Fig. 3.24). Le niveau de gris des points est alors estimé par interpolation [DTLB04], [PTMLB05].

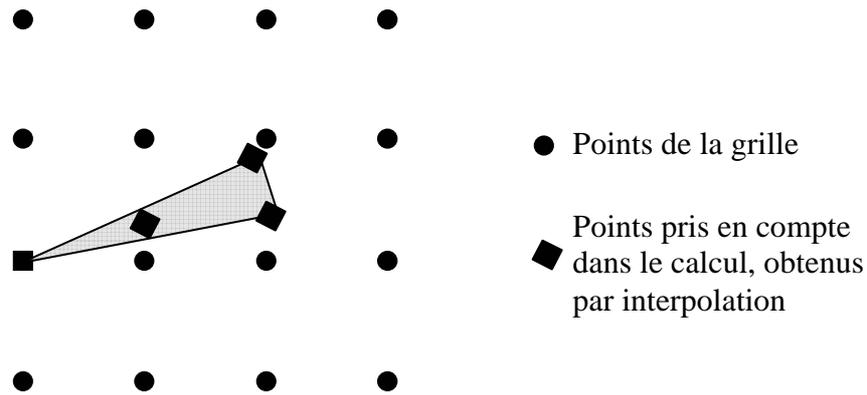


Fig. 3.24 Forme du voisinage et points pris en compte dans le cas d'une définition a priori des coordonnées des points du voisinage.

L'avantage de cette méthode est de permettre une répartition équilibrée des points à prendre en compte dans le calcul. Il est ainsi possible de définir arbitrairement un gabarit de voisinage adapté aux données à traiter, sans se préoccuper de sa discrétisation. Le choix de la méthode d'interpolation devient toutefois crucial. Il convient en effet d'obtenir une valeur du niveau de gris interpolé la plus précise possible, sans pour autant pénaliser le temps de calcul. Dans cette optique, notre choix s'est porté sur une interpolation tri-quadratique, permettant une bonne estimation du niveau de gris interpolé. Son coût calculatoire nous a toutefois amenés à définir un gabarit de voisinage plus modeste que celui de la méthode précédente de normalisation des poids des points des secteurs. Nous avons ainsi choisi de répartir les points à prendre en compte équitablement sur le cercle unitaire orthogonal à l'orientation locale (Fig. 3.25).

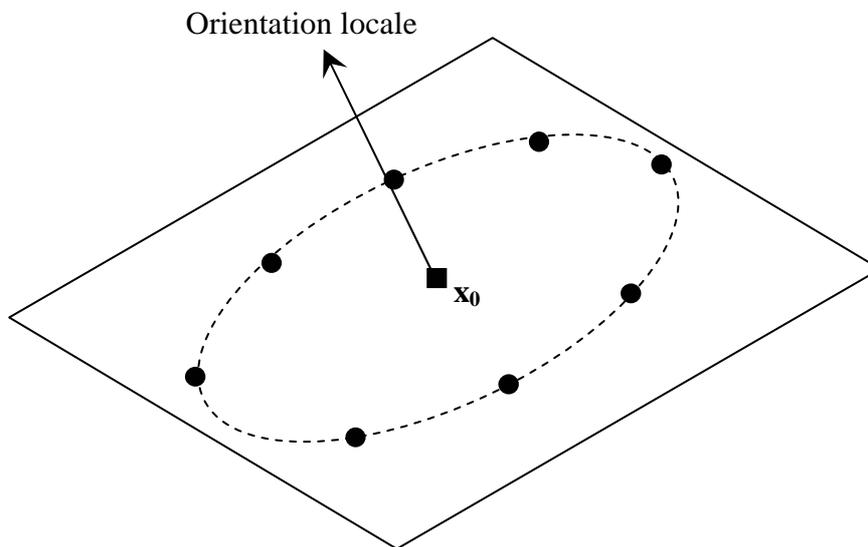


Fig. 3.25 Répartition des points sur un cercle unitaire orthogonal à l'orientation locale en  $x_0$ .

### 3.4 SBDF pour le renforcement des discontinuités

Comme nous le verrons plus en détails au Chapitre 4, la méthode EPOAF proposée par Bakker permet, outre le lissage des horizons, de renforcer les failles. Si cet effet est pénalisant dans le cadre du seul rehaussement des images sismiques, puisqu'il tend à créer de fausses discontinuités, il est parfois utile de pouvoir accéder à une image montrant toutes les éventualités de failles possibles. L'objectif recherché ici est d'indiquer la présence probable de failles en les marquant fortement sur l'image traitée, quitte à transformer quelque peu la donnée (Fig. 3.26).

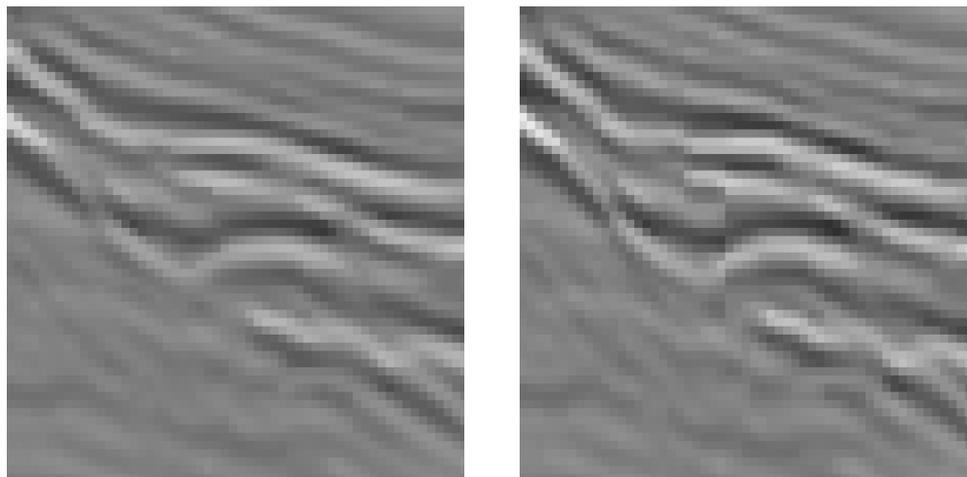


Fig. 3.26 Intérêt du renforcement de failles.

De la même manière que Bakker, il nous est apparu nécessaire pour maintenir une faille d'empêcher le support de filtrage de chevaucher ladite faille. En effet, une faille représente une fracture des horizons, avec éventuellement un déplacement de ceux-ci de part et d'autre du plan de faille (rejet de faille). Ainsi, deux pixels, situés chacun d'un côté d'une faille n'appartiennent a priori pas à la même structure et ne devraient donc pas interagir.

La question de la localisation des failles se pose donc avec acuité. Nous pouvons envisager l'utilisation des indicateurs de présence existants. A l'attribut  $C_{fault}$  proposé par Bakker, nous avons préféré l'emploi d'un *Coherence Cube*, semblable à celui présenté au paragraphe 1.2.2. D'une part, cet attribut est utilisé couramment au sein des équipes d'exploration de notre partenaire industriel, d'autre part, la réponse fournie permet une meilleure localisation des failles (Fig. 3.27). Nous rappelons ici que contrairement à l'attribut  $C_{fault}$ , la présence de failles correspond aux faibles valeurs de la cohérence.

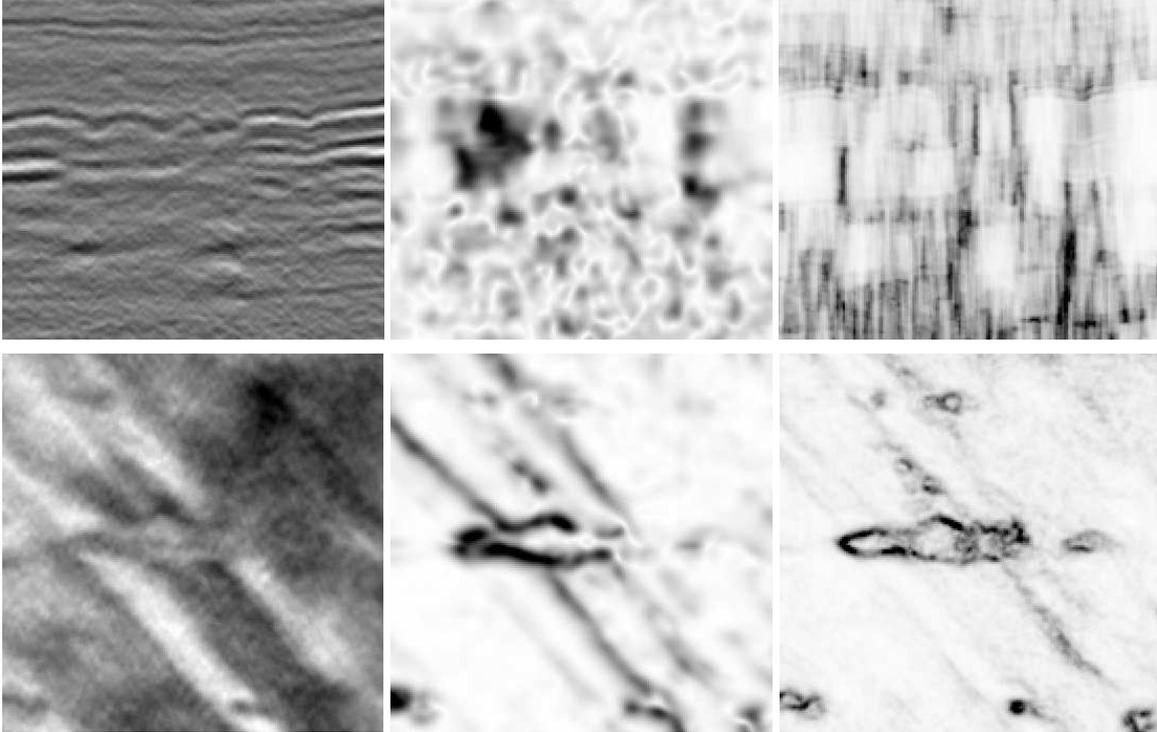


Fig. 3.27 Comparaison de cartes d'attributs calculés sur un bloc de données en vue de face (en haut) et en vue de dessus (en bas).  
De gauche à droite : bloc original, négatif de la carte de l'attribut  $C_{fault}$ , carte de cohérence.

L'approche que nous avons retenue consiste à sélectionner une partie  $\mathcal{S}_{coh}$  du voisinage  $\mathcal{V}_n(\mathbf{x})$  du pixel courant  $\mathbf{x}$ , qui valide les contraintes suivantes (Fig. 3.28, Fig. 3.29) :

- $\mathcal{S}_{coh} \subset \mathcal{V}_n(\mathbf{x})$ ,
- $\mathbf{x} \in \mathcal{S}_{coh}$ ,
- $\mathcal{S}_{coh}$  est de taille  $n_x \times n_y \times n_z$  fixée,
- $\mathcal{S}_{coh}$  présente le moins de risques de présence de faille.

Plus formellement, la dernière contrainte est réécrite :

$$\mathcal{S}_{coh} = \mathcal{S}_k \mid c_{conf,k} = \text{Max}_i (c_{conf,i}) \quad (3.43)$$

$$\text{avec } c_{conf,i} = \text{Moyenne}_z \left( \text{Min}_{x,y} (coh(x,y,z)) \right) \quad \text{pour } (x,y,z) \in \mathcal{S}_i$$

$\mathcal{S}_{coh}$  est appelé le *support cohérent*.  $coh(x,y,z)$  désigne le pixel du *Coherence Cube* aux coordonnées  $(x,y,z)$ , les minima sont déterminés sur chacun des plans horizontaux de  $\mathcal{S}_i$ . Le rôle volontairement différent attribué à la profondeur  $z$  est dû à la forte tendance à la verticalité des failles. Nous avons d'ailleurs choisi  $\mathcal{S}_{coh}$  de forme parallélépipédique et de taille  $(n+1) \times (n+1) \times (2n+1)$ , alors que  $\mathcal{V}_n(\mathbf{x})$  est cubique et de taille  $(2n+1)^3$ .

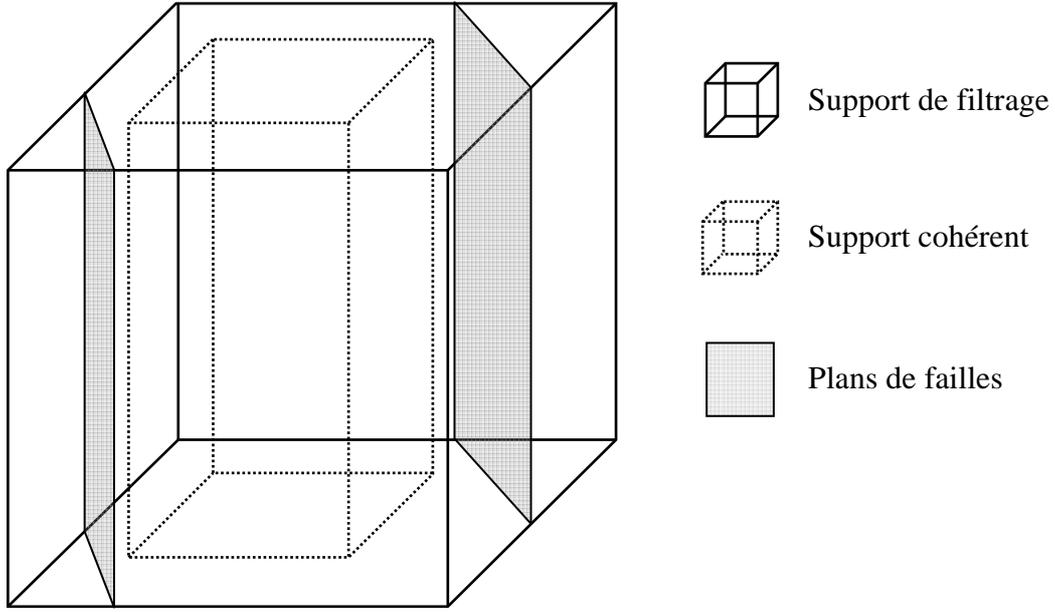


Fig. 3.28 Définition du support cohérent par rapport au support de filtrage.

Une fois déterminé le *support cohérent*, le modèle SBDFC est appliqué en ne tenant compte que des points situés à l'intérieur du *support cohérent*  $\mathcal{S}_{coh}$  (Fig. 3.29). L'équation 3.30 devient :

$$U(\mathbf{x}, t + n \cdot dt) = U(\mathbf{x}, t) + dt \cdot \sum_{\mathbf{v} \in \mathcal{Z}_n(\mathbf{x}) \cap \mathcal{S}_{coh}} \frac{c(\mathbf{v})}{\|\mathbf{v} - \mathbf{x}\|} \cdot g_u \left( \frac{U(\mathbf{v}, t) - U(\mathbf{x}, t)}{\|\mathbf{v} - \mathbf{x}\|}, K(\mathbf{x}, t) \right) \quad (3.44)$$

Ainsi que Bakker l'a souligné, les régions homogènes présentent des réponses peu contrastées en terme de cohérence. Par suite, dans ces régions, le choix du *support cohérent* est conditionné par le bruit présent dans les cartes de cohérences. Ainsi, n'importe quel candidat peut être sélectionné, alors que le support centré sur le pixel central  $\mathcal{S}_0$  serait sans doute le plus approprié, risquant de créer de fausses discontinuités. Reprenant la solution proposée par Bakker, nous avons mixé la somme  $\Sigma_{coh}$  calculée sur le *support cohérent*  $\mathcal{S}_{coh}$  avec  $\Sigma_0$  calculée sur  $\mathcal{S}_0$  :

$$U(\mathbf{x}, t + n \cdot dt) = U(\mathbf{x}, t) + dt \cdot \left( (1 - \alpha(c_{conf, coh}, c_{conf, 0})) \cdot \Sigma_0 + \alpha(c_{conf, coh}, c_{conf, 0}) \cdot \Sigma_{coh} \right)$$

$$\text{avec } \Sigma_{coh} = \sum_{\mathbf{v} \in \mathcal{Z}_n(\mathbf{x}) \cap \mathcal{S}_{coh}} \frac{c(\mathbf{v})}{\|\mathbf{v} - \mathbf{x}\|} \cdot g_u \left( \frac{U(\mathbf{v}, t) - U(\mathbf{x}, t)}{\|\mathbf{v} - \mathbf{x}\|}, K(\mathbf{x}, t) \right)$$

$$\Sigma_0 = \sum_{\mathbf{v} \in \mathcal{Z}_n(\mathbf{x}) \cap \mathcal{S}_0} \frac{c(\mathbf{v})}{\|\mathbf{v} - \mathbf{x}\|} \cdot g_u \left( \frac{U(\mathbf{v}, t) - U(\mathbf{x}, t)}{\|\mathbf{v} - \mathbf{x}\|}, K(\mathbf{x}, t) \right) \quad (3.45)$$

$$\alpha(c_{conf, coh}, c_{conf, 0}) = \text{Min} \left( 1, \frac{c_{conf, coh} - c_{conf, 0}}{K_{coh}} \right)$$

où  $c_{conf, coh}$  est la confiance associée à  $\mathcal{S}_{coh}$ , et  $c_{conf, 0}$  la confiance associée à  $\mathcal{S}_0$ .  $K_{coh}$  est un facteur de normalisation fixé.

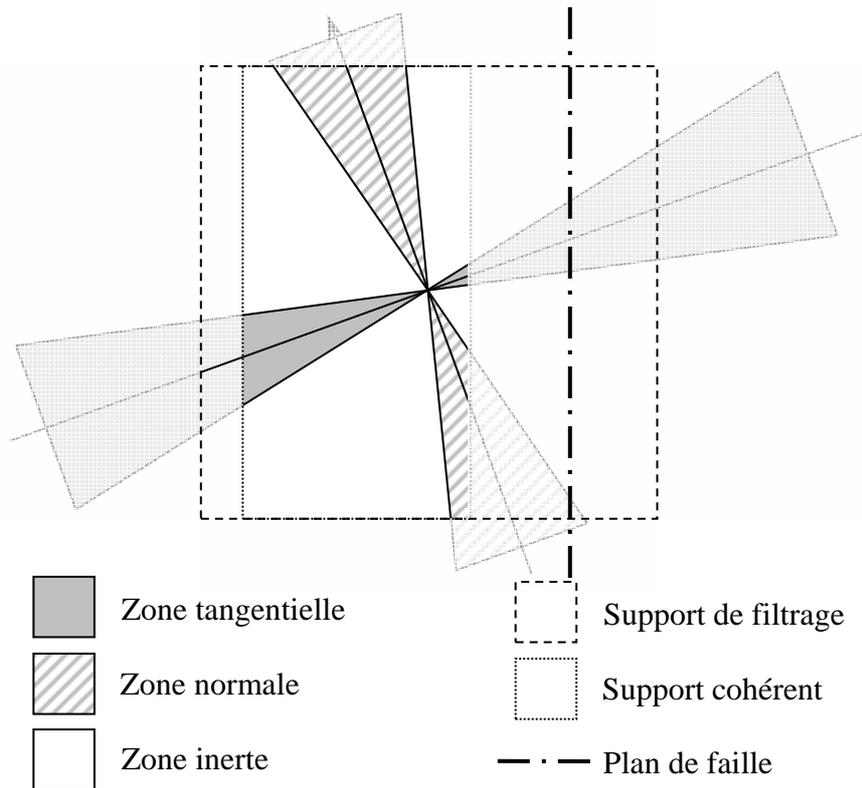


Fig. 3.29 Intersection du support cohérent avec les secteurs SDFC.

La Fig. 3.26 présente les résultats comparatifs la méthode SDFC (à gauche) et de la nouvelle méthode. Le lissage n'étant réalisé que sur des pixels appartenant au même horizon, le résultat sépare nettement les deux côtés des failles. L'avantage de cette méthode par rapport à l'approche de Bakker est de faire intervenir un support de filtrage moins étendu – l'effet de lissage étant obtenu par itérations. Le risque de se trouver « à cheval » sur deux failles proches est ainsi fortement réduit, tout en conservant les avantages de la méthode SDFC.

La méthode ainsi construite est appelée *Sector-Based Diffusion Filter – Discontinuities Enhancing – SDFDE*.

### 3.5 Conclusion

Cherchant à tirer parti de l'efficacité des processus de diffusion et de la simplicité de l'implémentation des méthodes de filtrage, nous avons proposé ici une méthode de filtrage itératif des données sismiques (SDFC). Celle-ci est fondée sur une segmentation du voisinage des pixels de l'image à traiter, en adéquation avec un modèle des horizons sismiques. Ce modèle est lui-même dépendant de l'obtention préalable de l'orientation locale de l'horizon. Nous construisons ainsi trois zones, correspondant l'une à la structure à restaurer, la deuxième aux structures voisines et la dernière aux régions incertaines. Un comportement différencié est associé à chacune de ces zones, diffusif pour la première, réactif pour la deuxième, sans effet pour la troisième.

Plusieurs variantes ont été proposées : le modèle hyperbolique (SBDFH) apporte l'invariance en rotation ainsi que la prise en compte de l'épaisseur des horizons ; le modèle de renforcement des discontinuités (SBDFDE) permet quant à lui une meilleure mise en évidence des failles.

## Chapitre 4

# Résultats expérimentaux

Le problème de l'évaluation de méthodes d'amélioration des images est généralement délicat. Il implique de définir l'*information utile* contenue dans les images traitées, ainsi qu'un *critère de qualité* mesurant à quel point cette information est aisée à extraire des images traitées.

L'*information utile* peut être de nature variée : ce peut être l'image originale, c'est-à-dire l'image hypothétique privée de toutes les perturbations qui ont pu l'altérer (telles le bruit, l'effet de flou, etc.), ou un ensemble d'attributs extraits de l'image (par exemple les dimensions d'un objet présent dans l'image, ou la probabilité de présence d'un contour d'objet). Par ailleurs, cette information peut être disponible lors de l'évaluation d'une méthode de traitement (on peut disposer de l'image originale avant perturbations, ou d'une carte indiquant l'emplacement exact des failles sismiques, par exemple), ou absente. Dans ce dernier cas, l'*information utile* est estimée empiriquement.

Le *critère de qualité* est quand à lui une mesure de la pertinence de l'information. Il peut être, selon les cas, calculé indépendamment ou non de l'image originale et est de nature objective (calcul d'un Rapport Signal sur Bruit, dénombrement des failles détectées, etc.) ou subjective (comparaison visuelle des images avant et après traitement, par exemple). De plus, indépendamment de sa nature, un *critère de qualité* peut se révéler plus ou moins pertinent vis-à-vis de l'*information utile* à extraire des images. Le Rapport Signal sur Bruit (RSB), par exemple, fournit une mesure globale des niveaux relatifs du signal et du bruit ; par contre, il ne donne pas d'indication sur la préservation de quelques détails particuliers considérés comme significatifs.

Dans le cas qui nous concerne, nous définissons l'*information utile* comme l'ensemble des événements géologiques présents dans une image sismique. Parmi ceux-ci, nous nous attachons particulièrement aux horizons sismiques et aux failles. De plus, nous sommes confrontés au cas où l'information utile (vérité terrain) n'est pas accessible. Afin d'évaluer les performances comparatives des méthodes présentées précédemment, nous avons retenu les trois critères suivants :

- mesure du RSB sur des images avant et après traitement et comparaison des gains obtenus (paragraphe 4.1). Le calcul du RSB nécessitant la connaissance du *signal* (que nous assimilerons ici à l'*information utile*), nous avons choisi de travailler sur des images de synthèse (le *signal*), perturbées par un bruit blanc gaussien.
- Analyse visuelle des images sismiques traitées (paragraphe 4.3).
- Différence de cohérence dans la détection de failles sur des images sismiques avant et après traitement et comparaison visuelle des résultats obtenus (paragraphe 4.2).

Nous évaluerons également les performances des méthodes dédiées plus précisément au renforcement des failles (paragraphe 4.4). Etant donnée la difficulté de mesurer objectivement la

présence de failles, nous restreindrons notre étude à l'analyse visuelle des blocs de données traitées et des résultats de détection de failles.

### 4.1 Etude expérimentale des performances

Afin d'évaluer objectivement les performances de notre méthode, nous avons choisi de la confronter à certaines des méthodes présentées au Chapitre 2. Nous avons défini le protocole expérimental suivant, fondé sur l'utilisation du Rapport Signal sur Bruit :

- Construction de 15 blocs de synthèse, simulant des blocs de données sismiques. Ces blocs constituent l'*information utile* qu'il conviendra de restaurer ; nous les nommons *blocs originaux*.
- Ajout aux *blocs originaux* de bruit blanc gaussien, de manière à simuler les bruits présents dans les images sismiques réelles. Ces blocs forment l'ensemble des données à traiter ; nous les nommons *blocs bruités*.
- Traitement des *blocs bruités* à l'aide de l'une des méthodes présentées dans les deux chapitres précédents. Les blocs résultants sont nommés *blocs traités*.
- Estimation du gain obtenu lors du traitement précédent par la comparaison du RSB des *blocs traités* et des *blocs bruités*. Le RSB est aisément obtenu grâce à la connaissance des *blocs originaux*.
- Analyse des résultats – et la hiérarchisation des méthodes – au travers d'une approche statistique (analyse de variance).

#### 4.1.1 Construction des blocs à traiter

Le calcul du RSB impose de connaître – ou tout au moins d'avoir une bonne estimation – le *signal* (*information utile*). Celui-ci n'étant pas disponible dans les données réelles à notre disposition, nous avons donc choisi de travailler sur des données synthétiques, construites en deux temps : génération de la partie *signal*, puis ajout de bruit.

La partie *signal* des données est générée par reproduction du modèle simplifié que nous avons retenu au cours des chapitres précédents. Celui-ci définit un bloc de données sismiques comme un empilement de couches, interrompues par des failles. Les couches sont assimilées à des surfaces planes, empilées de manière à former un profil de niveaux de gris sinusoïdal (traces sinusoïdales). L'inclinaison des couches (le pendage), ainsi que la période du profil sinusoïdal sont quelconques. Le bloc de synthèse est alors constitué de régions homogènes comportant des couches superposées, de même inclinaison et période. Ces régions sont définies par un pavage de Voronoï, dont les frontières, planaires, permettent de modéliser un « réseau de failles » tridimensionnel, d'orientation quelconque et très peu réaliste. Les blocs de données ainsi construits sont appelés *blocs originaux* ; ils représentent l'*information utile* à restaurer.

Les *blocs bruités* sur lesquels les différentes méthodes seront testées sont obtenus à partir des *blocs originaux* par l'ajout de bruit blanc gaussien (Fig. 4.1). Le niveau de bruit est choisi de manière à approcher visuellement celui présent dans les blocs de données sismiques réels.

Finalement, 15 *blocs originaux*, auxquels sont associés 15 *blocs bruités* ont été générés de la sorte. Le RSB retenu est de l'ordre de 18 dB. Un exemple de coupe de l'un des blocs générés par notre processus est fourni Fig. 4.1.

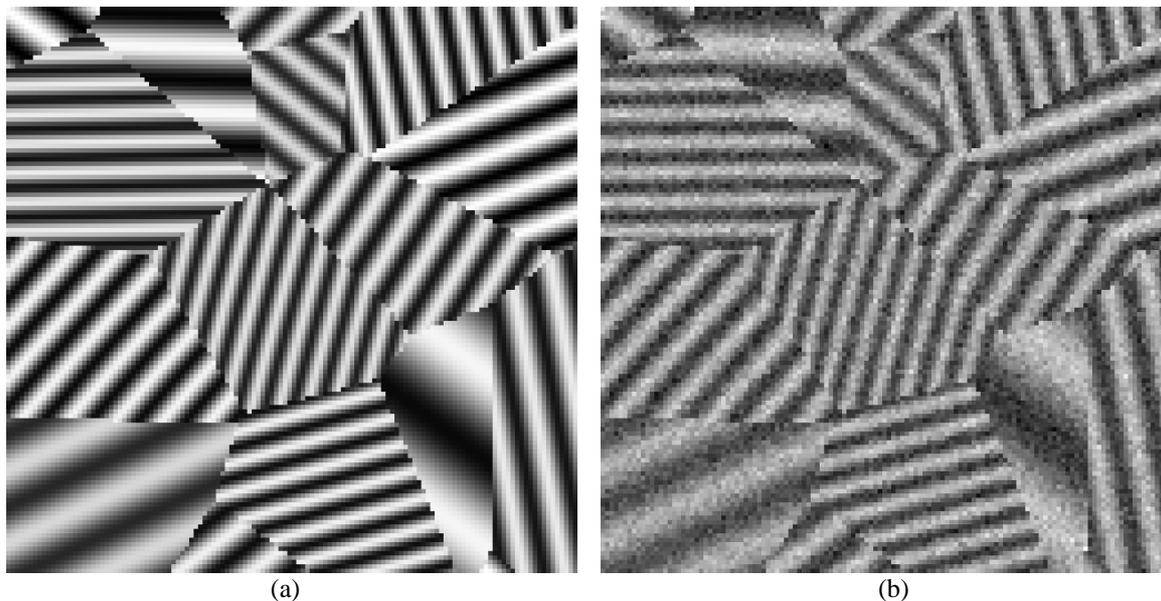


Fig. 4.1 Coupe d'un bloc de synthèse : bloc original (a) et bloc bruité (b).

### 4.1.2 Choix des paramètres de traitement

L'étude des performances des méthodes testées est fondée sur la comparaison des résultats obtenus par chacune de ces méthodes sur les 15 *blocs bruités*. Afin de rendre la comparaison plus équitable, chaque méthode doit s'appuyer sur le meilleur jeu de paramètres. Le choix arbitraire d'un bon jeu est souvent fondé sur l'expertise de la méthode et donc sujet à controverse. Nous lui avons donc préféré une détermination automatique, fondée sur un critère objectif.

La procédure de détermination du jeu de paramètres consiste à chercher, pour chaque bloc à traiter, du meilleur jeu de paramètres, au sens d'un critère prédéfini. Le critère choisi est le RSB du *bloc traité* correspondant. Le meilleur jeu de paramètres est alors celui qui maximise le RSB dans l'*espace des paramètres*  $E_p$ , lui-même défini comme l'ensemble des jeux de paramètres acceptables pour la méthode testée.

Pour trouver ce meilleur jeu de paramètres, il conviendrait idéalement de parcourir l'ensemble de l'*espace des paramètres*. La détermination d'une valeur du RSB nécessitant le traitement d'un *bloc bruité* complet, le temps de calcul total devient toutefois rédhibitoire. Nous avons donc préféré recourir à une méthode classique d'optimisation, la descente du simplexe [PTVF99].

#### 4.1.2.1 Méthode de descente du simplexe

La méthode de descente du simplexe a été proposée dans les années 1960 par Spendley et al. et Nelder et Mead ; elle a été largement employée depuis, grâce notamment à sa simplicité d'implémentation. Elle vise à déterminer le minimum d'une fonction coût de la forme :

$$f_c : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R} \quad (4.1)$$

$$\mathbf{x} \mapsto f_c(\mathbf{x})$$

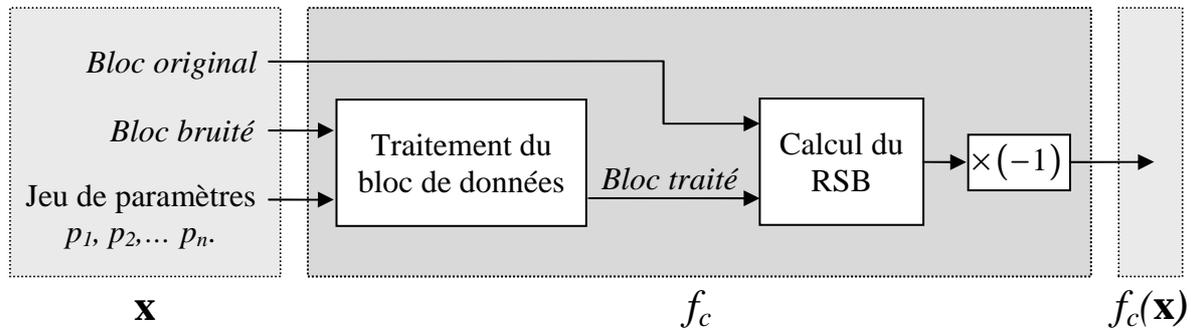


Fig. 4.2 Schéma fonctionnel décrivant la construction de  $f_c$ .

où  $n$ , nombre de paramètres est quelconque. Contrairement à la plupart des méthodes déterministes d'optimisation, aucune hypothèse n'est ici faite sur la fonction  $f_c$ . La méthode est fondée sur l'utilisation d'un *simplexe*, objet géométrique composé de  $n+1$  points en dimension  $n$  (il s'agit d'un triangle dans le cas bidimensionnel, d'un tétraèdre dans le cas tridimensionnel). Comme nous allons le développer aux paragraphes suivants, le *simplexe* est créé au début du processus d'optimisation et des règles définissent ensuite son évolution. Un critère d'arrêt est également choisi pour stopper l'évolution du simplexe lorsque celui-ci a suffisamment convergé. Dans le cas qui nous intéresse ici, la fonction  $f_c$  est associée à l'une des méthodes de traitement des *blocs bruités* que nous cherchons à évaluer. Elle prend comme variables un jeu de paramètres de la méthode de traitement, et retourne l'opposé du RSB entre le *bloc traité* et le *bloc original* correspondant, qui constitue le coût  $f_c(\mathbf{x})$  à minimiser Fig. 4.2.

L'initialisation du simplexe ne semble pas critique : [Fro97] indique qu'on peut fixer arbitrairement les  $n+1$  points de départ à l'aide de connaissances a priori sur l'espace des paramètres ; Il suggère également une initialisation aléatoire de ces points. D'autres auteurs [PTVF99] proposent d'initialiser le simplexe en fixant l'un des points de départ, puis en plaçant les  $n$  autres dans le voisinage du premier. L'objectif de ces méthodes d'initialisation est finalement de placer les points de départ du simplexe le plus près possible de l'optimum cherché. Le choix de l'une d'elles est ainsi conditionné par la définition qu'on peut donner du domaine contenant l'optimum (polyèdre, voisinage d'un point, ou espace tout entier). Evidemment, plus les points initiaux du simplexe seront proches de l'optimum, plus l'algorithme d'optimisation convergera rapidement.

La minimisation par la méthode de descente du simplexe est une approche itérative. L'objectif est de faire converger chacun des points du simplexe vers l'optimum. Ainsi, à chaque étape, le point le plus éloigné de l'optimum (le *pire point*) – au sens de la fonction coût  $f_c$  – est déplacé en espérant l'en

rapprocher. Afin de déterminer le meilleur déplacement, quatre configurations sont testées successivement (Fig. 4.3) :

- (a) réflexion. Le point  $P_R$  obtenu par réflexion du *pire point*  $P_P$  par rapport au centre de gravité  $G$  des autres points du simplexe (Fig. 4.3b) :  $\overrightarrow{GP_R} = -\overrightarrow{GP_P}$ .
- (b) Réflexion et expansion. Le point  $P_{RE}$  est obtenu par translation de  $P_R$  selon l'axe  $(G P_R)$ , dans le sens opposé à  $P_P$  (Fig. 4.3c) :  $\overrightarrow{GP_{RE}} = -2 \cdot \overrightarrow{GP_P}$ .
- (c) Contraction. Le point  $P_C$  est obtenu par contraction du segment  $[G P_P]$  vers  $G$  (Fig. 4.3d) :  $\overrightarrow{GP_C} = -\overrightarrow{GP_P}$ .
- (d) Contraction globale. Le simplexe se contracte autour du *meilleur point* : chacun des points  $P_i$  est déplacé au milieu  $P_{i,CG}$  du segment qui le relie au *meilleur point*  $P_0$  (Fig. 4.3e) :  $\overrightarrow{P_0 P_i} = 1/2 \cdot \overrightarrow{P_0 P_{i,CG}}$ .

- ★ Pire point (valeur maximale de  $f_c$ )
- Meilleur point (valeur minimale de  $f_c$ )
- ◆ Nouveau point
- Autres points du simplexe
- ▲ Centre de gravité du simplexe privé du pire point

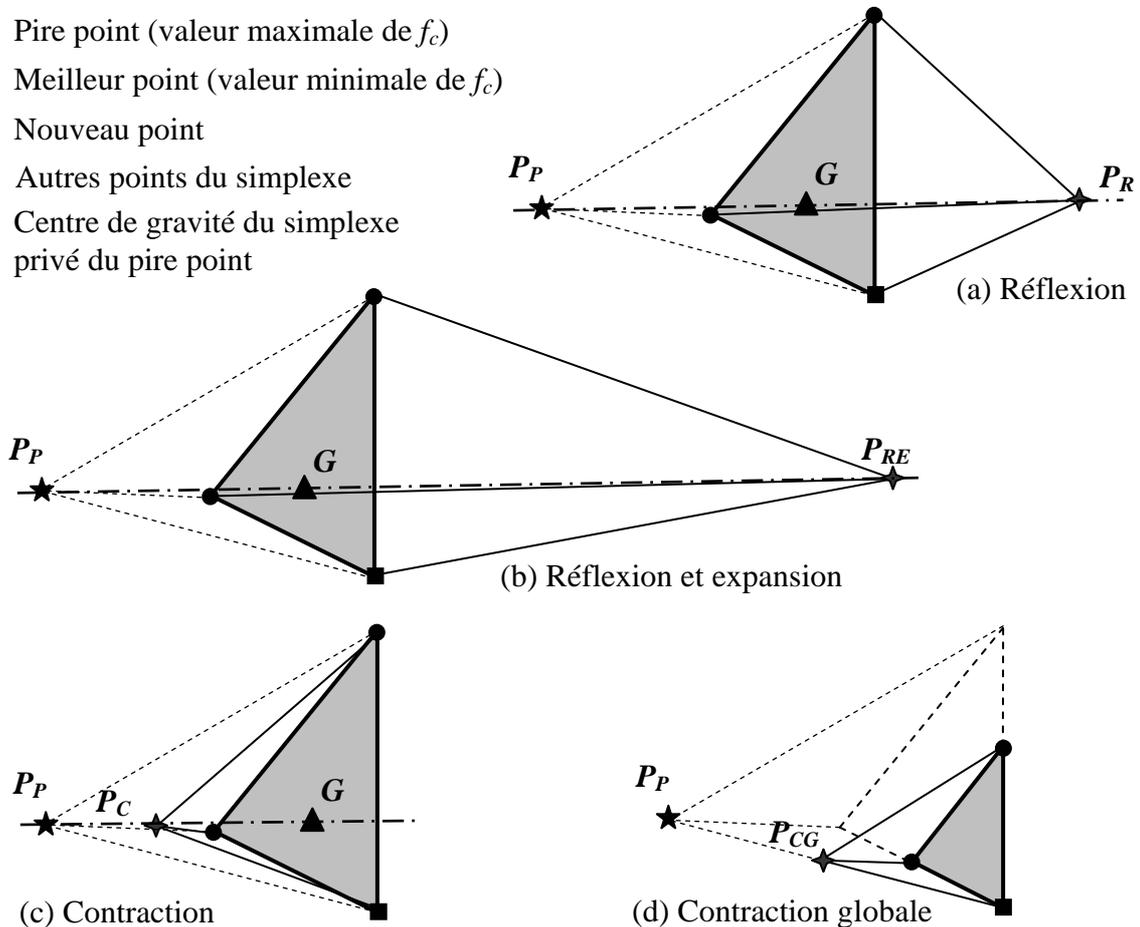


Fig. 4.3 Règles d'évolution possibles d'un simplexe dans le cas tridimensionnel (tétraèdre) : simplexe au début de l'étape (0), après réflexion (a), réflexion et expansion (b), contraction (c), contraction globale (d).

Le choix du meilleur déplacement est alors effectué de la manière suivante (Fig. 4.4) :

- recherche par réflexion : le point  $P_R$  est testé. S'il est meilleur que  $P_P$ , le point  $P_{RE}$  est également testé et le meilleur des deux est conservé. L'étape d'optimisation s'achève ici.

- Recherche par contraction : si la réflexion n'a pas fourni de candidat meilleur que  $P_P$ , le point  $P_C$  est testé à son tour. S'il est meilleur que  $P_P$ , l'étape d'optimisation s'arrête ici. Dans le cas contraire et quel que soit le résultat alors obtenu, une *contraction globale* est effectuée.

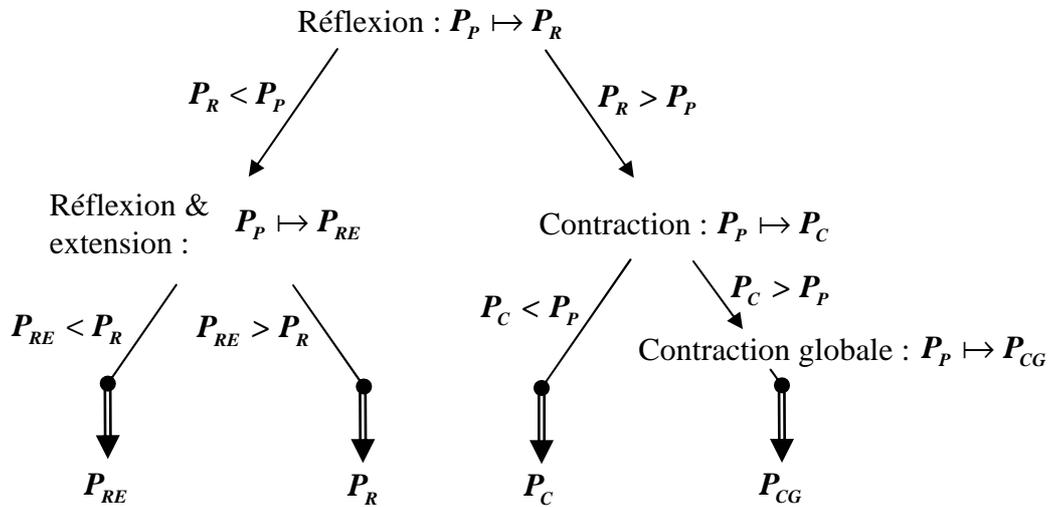


Fig. 4.4 Arbre de décision du meilleur déplacement.

L'itération du processus permet de faire converger les points du simplexe vers un minimum (local) de la fonction  $f_c$ . On constate toutefois que du fait des opérations autorisées sur les points du simplexe, ceux-ci resteront toujours distincts les uns des autres. La question de l'arrêt de l'algorithme se pose donc. Une solution couramment employée [PTVF99] consiste à considérer l'écart relatif entre les valeurs de  $f_c$  prises aux différents points du simplexe. L'algorithme peut alors s'arrêter lorsque tous les points du simplexe se trouvent approximativement à la même valeur de  $f_c$ , à un seuil  $f_{iol}$  près.

La méthode de descente du simplexe ainsi décrite converge vers un « fond de vallée » de la fonction  $f_c$  (un minimum local). De la même manière que la plupart des méthodes d'optimisation, elle n'est toutefois pas capable de « sauter » vers une vallée voisine pour tenter de trouver un meilleur minimum. Le risque de piégeage dans un minimum local secondaire existe donc. Notons que dans le cas des problèmes convexes, la convergence ne peut se réaliser que vers le minimum global.

#### 4.1.2.2 Obtention d'un jeu de paramètres optimal

A l'aide de la méthode de descente du simplexe et dans les cas fréquents où l'on converge vers le minimum local, il nous est possible de déterminer, pour chaque bloc de données, le jeu de paramètres optimal – au sens du RSB. Ce jeu de paramètres nous renseigne, pour chaque bloc de données et pour chaque méthode, sur le meilleur résultat qu'il est possible d'obtenir.

Toutefois, lors d'une utilisation pratique d'une méthode de traitement, par exemple pour améliorer une donnée sismique dans le but de l'analyser, il n'est généralement pas envisageable de tester de nombreux jeux de paramètres pour en déterminer le meilleur. Dès lors, on se contente souvent d'un jeu de paramètres « par défaut ». Ce jeu doit assurer un niveau de performances acceptable, le plus proche possible de l'optimum. Une méthode de traitement *robuste* vis-à-vis des paramètres permettra

d'obtenir de bons résultats à l'aide du jeu de paramètres « par défaut ». Il ne sera donc pas nécessaire, dans la plupart des cas, de rechercher le jeu de paramètres optimal, d'où un gain en terme de temps de traitement des données. Au contraire, une méthode peu *robuste* donnera avec les paramètres « par défaut » des résultats souvent médiocres. Il sera alors nécessaire, pour améliorer les résultats, d'optimiser les paramètres – de manière automatique, comme nous l'avons proposé au paragraphe précédent, ou de manière empirique, en faisant appel à l'expertise de l'utilisateur. Dans les deux cas, il en résulte une complexification du traitement et le choix d'employer l'une des méthodes dépendra des contraintes de temps de calcul acceptables et de l'éventuelle disponibilité d'experts.

### 4.1.3 Choix des méthodes

Afin d'évaluer les performances de nos approches, nous avons décidé de les confronter à une sélection de méthodes classiques, choisies parmi celle que nous avons présentées au Chapitre 2. Gardant à l'esprit notre objectif d'amélioration des données sismiques, nous avons principalement retenu les méthodes dédiées à ce type de problème, à savoir celles que nous avons décrites au paragraphe 2.3. Nous avons également inclus dans notre analyse certaines des méthodes dont sont dérivées nos propres approches. Les méthodes retenues sont ainsi les suivantes :

- le modèle de Perona et Malik est souvent considérée comme le modèle de référence dans les ouvrages traitant de diffusion anisotrope. C'est également lui qui a guidé nos choix initiaux, lors du développement de nos propres approches.
- La Forward and Backward Diffusion (FAB) introduit un terme de diffusion rétrograde dont nous nous sommes inspirés dans nos approches.
- Les autres méthodes de diffusion nous ont paru peu adaptées au cas de l'imagerie sismique, soit parce qu'elles s'attachaient à la restauration de continuités – ce qui nous semble incompatible avec le maintien de structures de type failles – soit qu'elles tirent leur particularité d'une meilleure capacité à restaurer les zones uniformes.
- L'Orientation Adaptive Gaussian Filter (OAGF) est une méthode de lissage adaptée à l'imagerie sismique, tenant compte du caractère fortement orienté des données.
- Le Gaussian Laplacian Like Enhancement (GLLE) est également adaptée au cas des données sismiques, et introduit un terme de pénalisation fondé sur l'écart de niveau de gris.
- L'Edge Preserving Orientation Adaptive Filtering (EPOAF) a été développé dans le cadre de l'imagerie sismique, avec pour objectif le maintien des structures faillées.

Le tableau de la Fig. 4.5 récapitule la liste des méthodes retenues pour le test. Il donne également pour chaque méthode le jeu de paramètres à optimiser. Notons que les méthodes de Sector-Based Diffusion Filter que nous avons proposées réclament un nombre de paramètres à optimiser particulièrement important ; par la suite, un de nos objectifs sera de déterminer lesquels sont essentiels à une « bonne » paramétrisation du traitement, en vue d'atteindre l'objectif attendu.

No	Méthode	Paragraphe	Principaux paramètres
1	Perona et Malik PM	<b>2.2.1.1</b>	$K$ : barrière de diffusion. $t$ : durée de diffusion. $dt$ : pas de diffusion.
2	Forward and Backward Diffusion FAB	<b>2.2.1.2</b>	$K_F$ : barrière de diffusion <i>forward</i> . $K_B$ : barrière de diffusion <i>backward</i> . $w$ : largeur de la zone <i>backward</i> . $t$ : durée de diffusion. $dt$ : pas de diffusion.
3	Orientation Adaptive Gaussian Filter OAGF	<b>2.3.1</b>	$\sigma_{min}$ : écart-type minimal. $\sigma_{max}$ : écart-type maximal.
4	Gaussian Laplacian Like Enhancement GLLE	<b>2.3.2</b>	$\sigma_U$ : écart-type de niveau de gris. $\sigma_T$ : écart-type distance tangentielle. $\sigma_N$ : écart-type distance normale. $c$ : facteur de contraste.
5	Edge Preserving Orientation Adaptive Filter EPOAF	<b>2.3.3</b>	$\sigma_g$ : écart-type de la gaussienne de pré-lissage du GST. $\sigma_t$ : écart-type du GST. $\sigma_T$ : écart-type distance tangentielle. $\sigma_N$ : écart-type distance normale.
6	Sector Based Diffusion Filter Version conique SBDFC	<b>3.3</b>	$n$ : nombre d'itérations. $dt$ : pas de diffusion. $lv$ : largeur de voisinage. $K_T$ : barrière de diffusion tangentielle. $K_N$ : barrière de diffusion normale. $c$ : poids du secteur normal. $\theta_N$ : ouverture du secteur tangentiel. $\theta_T$ : ouverture du secteur normal.
7	Sector-Based Diffusion Filter Version hyperbolique SBDFH	<b>3.3.4</b>	$n$ : nombre d'itérations. $dt$ : pas de diffusion. $lv$ : largeur de voisinage. $K_T$ : barrière de diffusion tangentielle. $K_N$ : barrière de diffusion normale. $c$ : poids du secteur normal. $\theta_N$ : ouverture du secteur tangentiel. $\theta_T$ : ouverture du secteur normal. $r$ : rayon des secteurs hyperboliques.

Fig. 4.5 Récapitulatif des méthodes et de leurs principaux paramètres.

#### 4.1.4 Analyse des résultats

Les valeurs optimales sont obtenues en appliquant la méthode de descente du simplexe décrite au paragraphe 4.1.2.1 à chacun des 15 *blocs bruités* générés à l'aide de la procédure présentée au paragraphe 4.1.1. La Fig. 4.6 résume les performances de l'ensemble des méthodes testées. Etant donné la variabilité des résultats d'un bloc de données à l'autre, nous avons choisi de ne montrer ici que la moyenne sur les 15 blocs des RSB obtenus. L'ensemble des résultats pour chaque bloc de données, ainsi que le jeu de paramètres optimaux associés est disponible en Annexe A1.

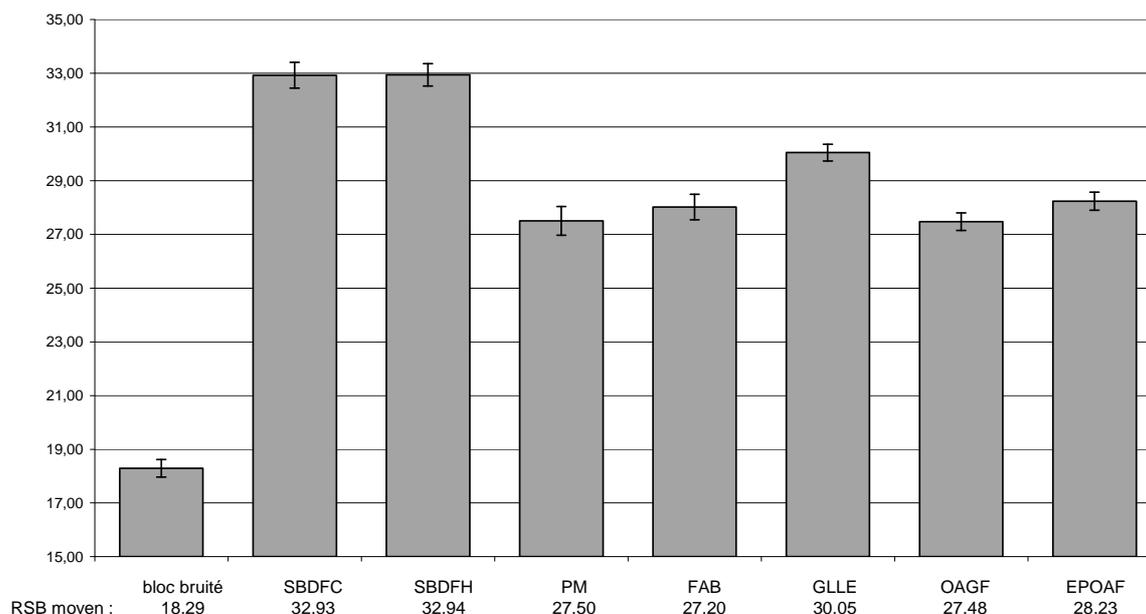


Fig. 4.6 Tableau et graphique comparatif des résultats. Les barres d'erreur représentent  $\pm$  deux fois l'erreur type ( $2 \times s/\sqrt{n}$ ).

Les résultats obtenus sont assez variables d'une méthode à l'autre. Nous approfondirons cette constatation au paragraphe 4.1.4.2. Qui plus est, pour une même méthode, certains paramètres optimaux présentent une grande variabilité d'un bloc à l'autre. Cette variabilité de paramètres peut s'expliquer principalement de deux manières : soit le paramètre est sans influence sur le résultat – auquel cas il est possible de lui assigner une valeur quelconque – soit il est au contraire extrêmement sensible – dans ce cas, le réglage doit être particulièrement précis pour obtenir de bons résultats. Afin de trancher entre ces deux hypothèses, la robustesse des méthodes au choix des paramètres sera testée en employant un même jeu de paramètres pour l'ensemble des blocs à traiter (paragraphe 4.1.4.3). Nous nous poserons également la question de la significativité des résultats obtenus (paragraphe 4.1.4.4).

#### 4.1.4.2 Etude visuelle des résultats optimaux

Dans le but de mieux comprendre les différences de performances entre les différentes méthodes testées, nous avons choisi de comparer visuellement les *blocs traités*. Les images analysées dans ce paragraphe sont des coupes des *blocs traités* obtenus à partir du même *bloc bruité*. Un exemple de coupe du *bloc bruité* ainsi que du *bloc original* correspondant est donné Fig. 4.7.

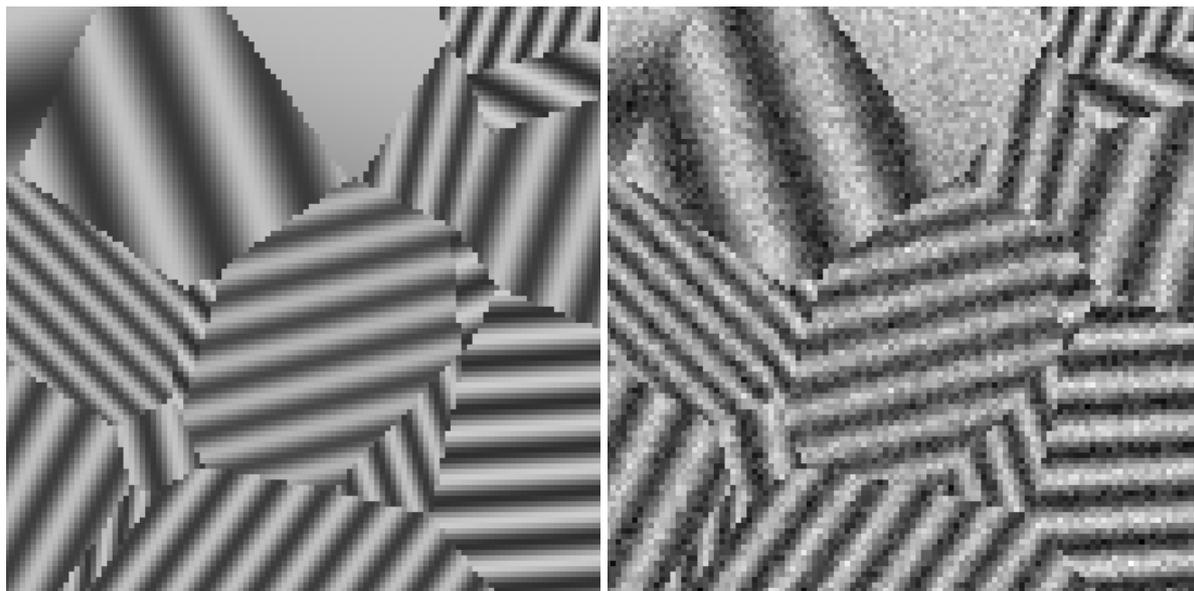


Fig. 4.7 Image extraite du bloc original n°9 et image correspondante du bloc bruité.

#### 4.1.4.2.2 Perona et Malik (PM)

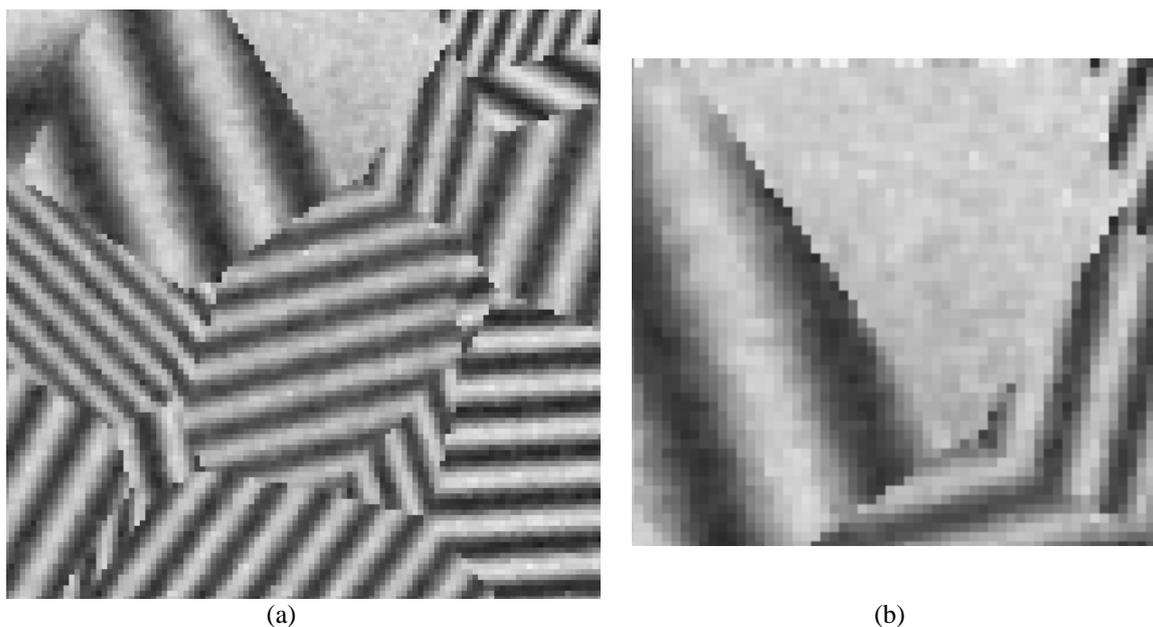
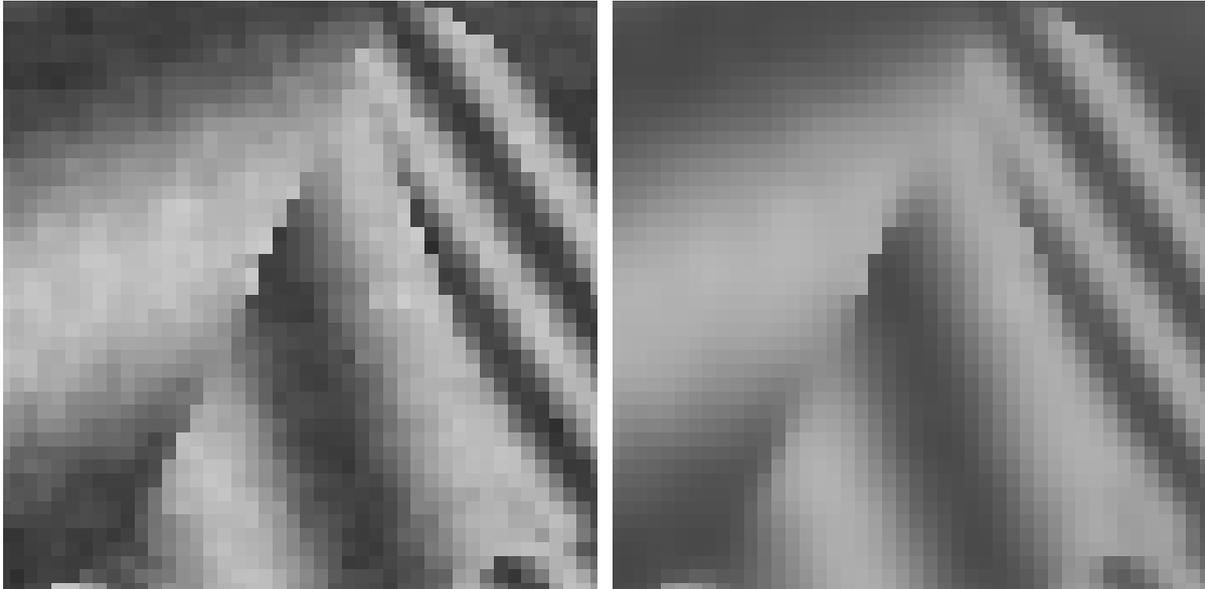


Fig. 4.8 Résultat optimal obtenu à l'aide de la méthode de Perona et Malik. Image lissée (a) et zoom sur une zone quasi homogène (b)

Comme déjà dit, la méthode de Perona et Malik sert souvent de référence lorsqu'il s'agit de comparer des méthodes de diffusion anisotrope. Elle compte peu de paramètres à régler et l'influence de ceux-ci est assez facile à percevoir. Principalement, la barrière de diffusion  $K$  permet de définir, du point de vue de la méthode, la frontière entre les écarts de niveau de gris associés au signal et ceux associés au bruit. Le revers de la médaille est que cette frontière est définie de manière unique pour l'ensemble du bloc de données. Un compromis doit ainsi être trouvé entre le lissage du bruit et la préservation des « discontinuités pertinentes » (contours des structures, ou dans le cas présent,

frontières entre deux régions distinctes). En effet, une diffusion plus importante que celle employée pour obtenir le bloc optimal, si elle permet un meilleur lissage du bruit, fait apparaître un défaut bien connu de la méthode, à savoir le pinhole effect. Celui-ci conduit à la disparition de transitions, qui bien que d'apparence franche, présentent un ou plusieurs pixels de niveau intermédiaire (Fig. 4.9). Le compromis trouvé ici est une diffusion plus faible, qui maintient correctement les transitions au prix d'un bruit résiduel relativement plus important dans des zones quasi-homogènes (Fig. 4.8b).

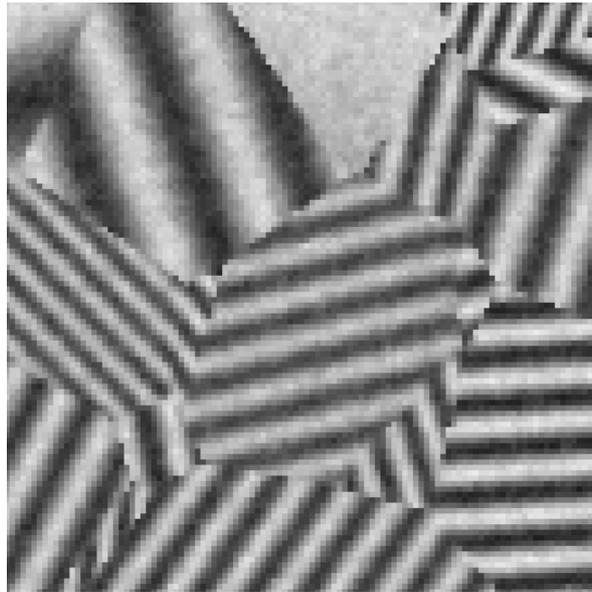


*Fig. 4.9 Apparition du Pinhole effect en cas de diffusion plus forte : extrait du bloc n°9 calculé avec les paramètres optimaux (gauche) et avec un nombre d'itérations plus important.*

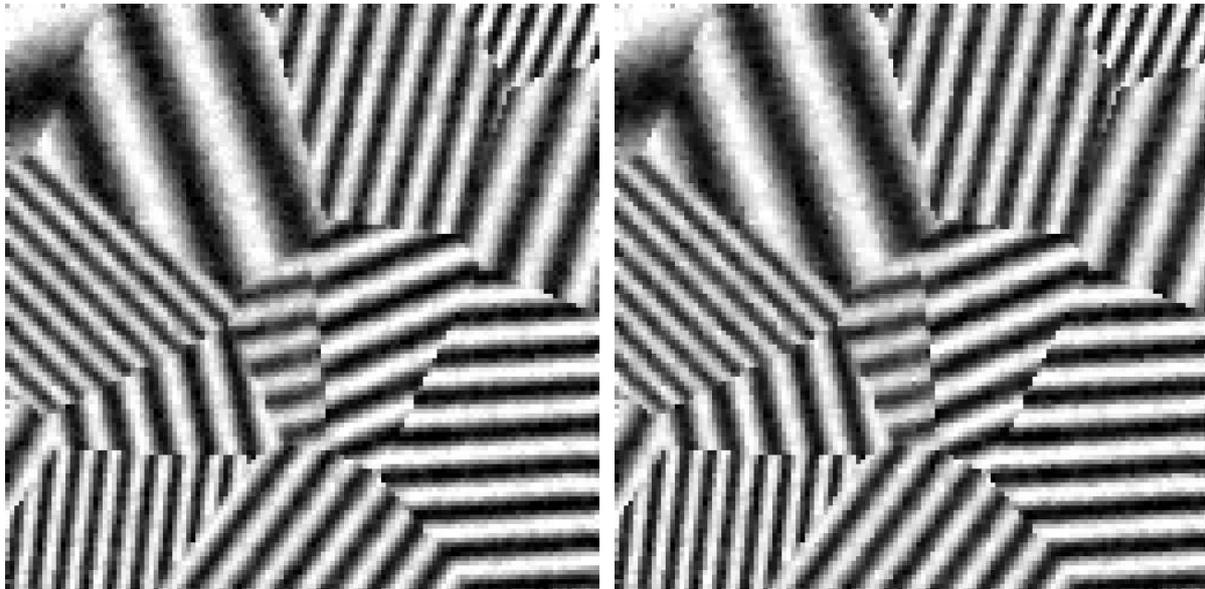
### 4.1.4.2.3 Forward and Backward Diffusion (FAB)

Bien que donnant des résultats proches de ceux du modèle de Perona et Malik, la FAB obtient toutefois des niveaux de RSB légèrement supérieurs. Cela s'explique par l'emploi d'une fonction de diffusion plus complexe, qui lui permet d'être adaptée à des cas plus variés, au prix toutefois d'un nombre de paramètres à régler plus important.

Visuellement, les images des Fig. 4.8 et Fig. 4.10 sont très proches. Les différences se situent principalement dans les régions où le niveau de gris varie lentement (par exemple, lorsque la période du profil sinusoïdal est importante, Fig. 4.11). La méthode de Perona et Malik tend à y créer des zones constantes par morceaux, donnant une impression de segmentation de l'image plus importante suite à la création de pseudo contours. Elle conduit également à un léger « affaiblissement » de la dynamique de l'image, particulièrement dans les régions où la période du profil sinusoïdal est plus élevée. La FAB, du fait de la possibilité de diffusion rétrograde, est quant à elle capable d'y maintenir la dynamique.



*Fig. 4.10 Résultat optimal obtenu à l'aide de la FAB.*



*Fig. 4.11 Résultat de la FAB (gauche) et du modèle de Perona et Malik (droite). La dynamique a été réglée de manière à augmenter le contraste des niveaux de gris intermédiaires.*

#### 4.1.4.2.4 Orientation Adaptive Gaussian Filter (OAGF)

L'OAGF est un filtre gaussien dont l'élongation est adaptée à l'anisotropie locale. Etant adaptée à l'imagerie sismique, la méthode ne reconnaît ici qu'un type d'anisotropie, la configuration planaire. Le support de filtrage est ainsi allongé le long du plan détecté – assimilé à sa direction orthogonale – et ce, d'autant plus que la confiance en l'orientation orthogonale est forte. La direction orthogonale et le niveau de confiance qui lui est associé sont tous deux déterminés à partir du *tenseur de structure*.

Le filtre est efficace dans les régions homogènes – faible confiance en l'orientation – où un lissage isotrope permet une bonne réduction du bruit. Il fonctionne également très bien dans les régions

fortement orientées et à forte confiance – au cœur des pavés des blocs de synthèse, par exemple – où un support de filtrage très allongé permet de réaliser le lissage sur des points appartenant à la même ligne de niveau (Fig. 4.12a). Par contre, les frontières de régions orientées différemment (frontières des pavés de blocs de synthèses, failles sismiques) sont dégradées : en effet, elles sont caractérisées par une valeur plus faible de la confiance (Fig. 4.12b), en raison de la présence de deux – ou plus – orientations fortement marquées. Or, la méthode assimile une faible confiance à une faible anisotropie. De plus, l'orientation obtenue peut se révéler erronée (grossièrement, c'est la moyenne des orientations des deux régions). Par suite, le support de filtrage employé est relativement isotrope ou étiré dans une direction non pertinente. On constate ainsi une baisse de performances au voisinage des frontières (Fig. 4.12a), avec un effet « poivre et sel » dû à la variabilité de l'orientation.

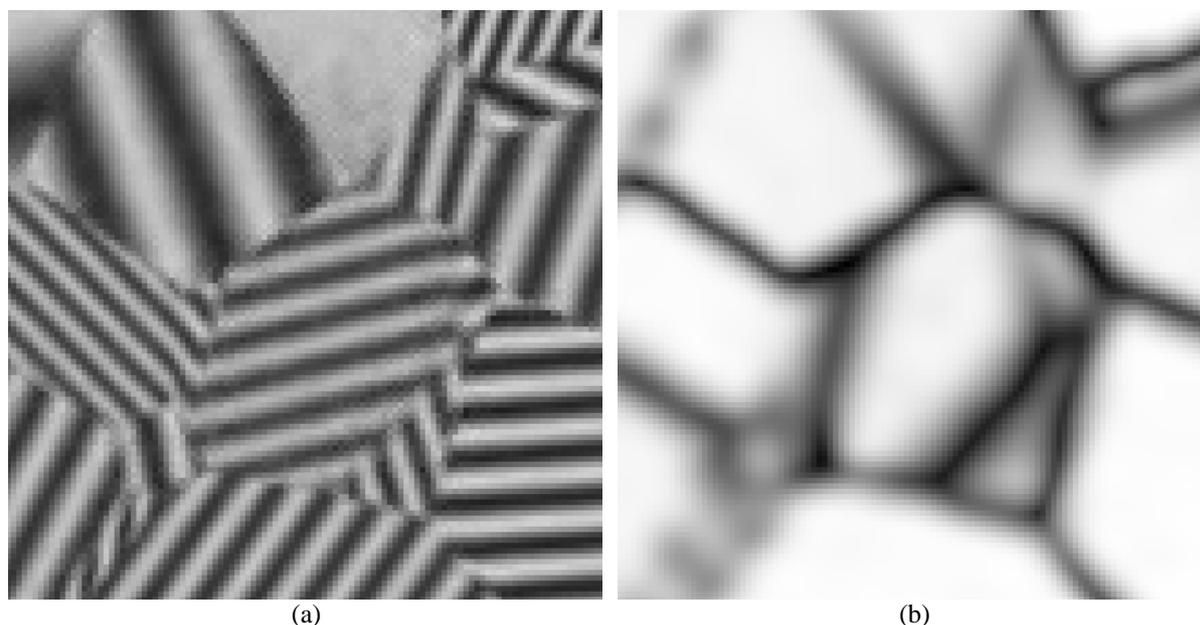
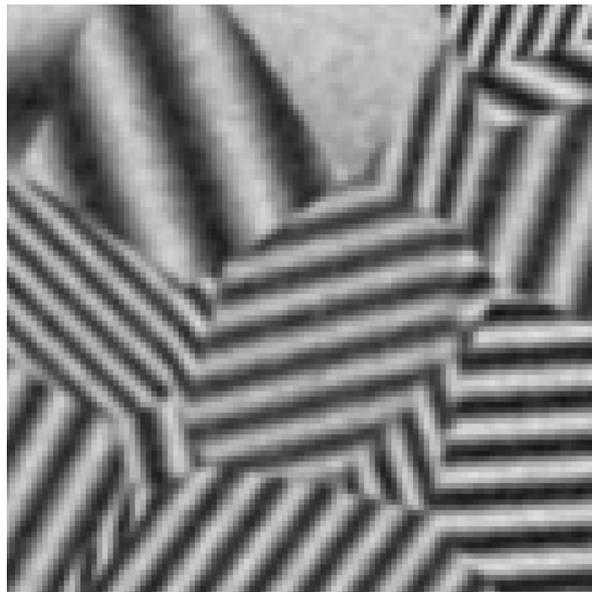


Fig. 4.12 Résultat optimal obtenu à l'aide de la méthode OAGF (a) et carte de confiance correspondante (b).

#### 4.1.4.2.5 Gaussian Laplacian Like Enhancement (GLLE)

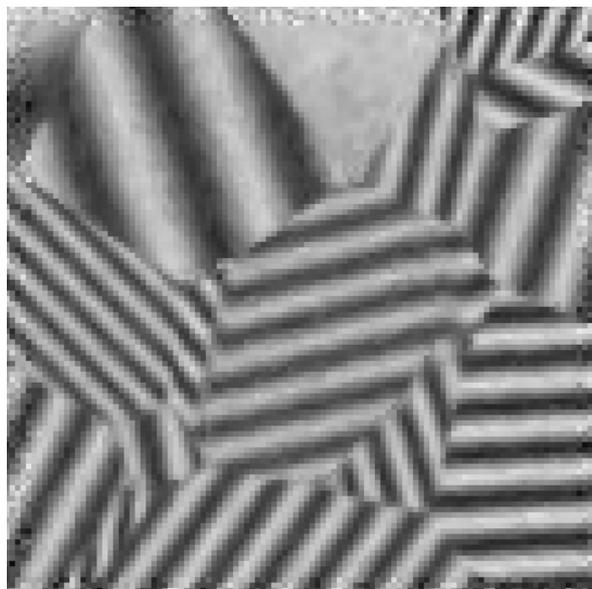
Le GLLE est lui aussi fondé sur l'utilisation d'un filtrage gaussien anisotrope, dont l'élongation est adaptée à l'orientation locale. Cependant et contrairement à la méthode précédente, l'élongation est fixée pour l'ensemble de la donnée à traiter. De plus, il n'est tenu aucun compte d'une quelconque confiance en l'orientation. L'efficacité de la méthode résulte de la pénalisation des points du support de filtrage qui sont trop différents, en terme de niveau de gris, du point central. Cela lui permet de limiter les problèmes de prise en compte d'un support non pertinent lorsque l'orientation est inexacte – au voisinage des frontières, par exemple (Fig. 4.13). Cependant, du fait de la présence de bruit, certains points non pertinents conservent toutefois un poids suffisant pour influencer sur le résultat du calcul. Cela se traduit par un aspect flou au niveau des frontières, qui n'empêche pas de bons résultats en terme de RSB.



*Fig. 4.13 Résultat optimal obtenu à l'aide de la méthode GLLE.*

#### 4.1.4.2.6 Edge Preserving Orientation Adaptive Filter (EPOAF)

Comme les deux méthodes précédentes, la méthode EPOAF est fondée sur l'utilisation d'un filtre gaussien anisotrope, dont les directions d'élongation sont contrôlées par l'orientation locale. L'élongation du filtre est ici fixée a priori. La forme du support étant constante, c'est sa position qui est variable : elle est choisie de manière à ce que le support contienne le pixel courant et maximise un critère de confiance. Cette faculté permet au filtre d'éviter d'intersecter une discontinuité qui serait présente le long du plan tangent (failles sismiques, ou ici frontière entre deux pavés).



*Fig. 4.14 Résultat optimal obtenu à l'aide de la méthode EPOAF.*

On observe ainsi une bonne préservation des frontières (Fig. 4.14), ainsi qu'un lissage assez performant du cœur des pavés. La méthode tend toutefois à créer de fausses ruptures. Cela est dû au

fait que la méthode choisit toujours le meilleur support – au sens du critère choisi. En particulier, au voisinage d'un changement de région, le meilleur support est généralement celui qui est le plus proche de la frontière, tout en l'évitant. Plusieurs points courants au voisinage de la frontière choisissent alors le même support et reçoivent donc la même valeur, créant ainsi des lignes de niveau constantes, dont les limites apparaissent visuellement comme des discontinuités (Fig. 4.15).

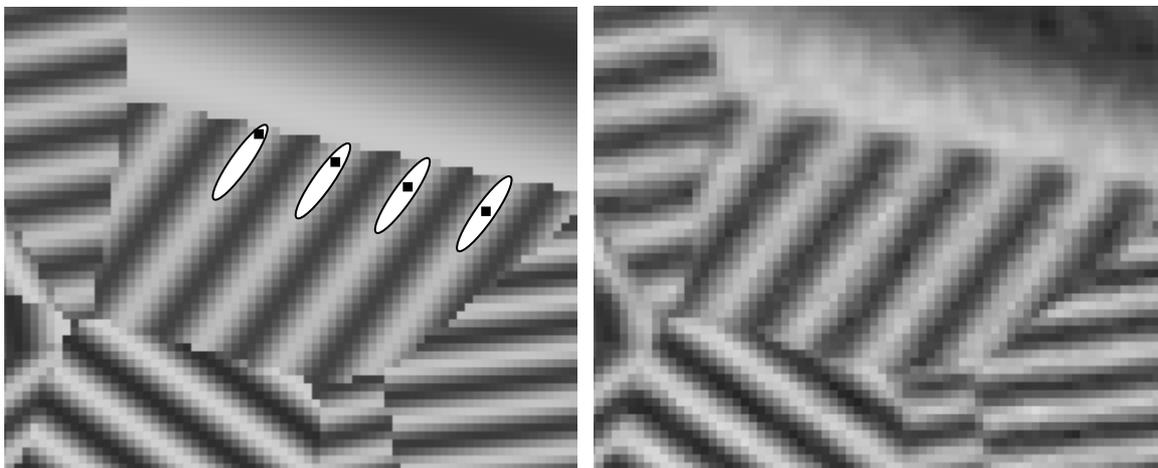


Fig. 4.15 *Création de fausses discontinuités au voisinage d'une frontière (droite). Nous avons représenté sur l'image originale (gauche) quelques pixels courant (les carrés noirs) et les supports de filtrage optimaux correspondants.*

#### 4.1.4.2.7 *Sector-Based Diffusion Filter (SBDFC et SBDFH)*

Le SBDF est un filtre itératif qui reprend une partie du schéma de diffusion proposé par Perona et Malik. La principale amélioration consiste à utiliser l'orientation locale pour construire le *secteur* – conique pour le SBDFC (Fig. 3.16), hyperbolique pour le SBDFH (Fig. 3.21) – qui à son tour permet de définir l'ensemble des points retenus dans le calcul. La sélection des points « utiles » est ainsi précise et permet un bon lissage de l'intérieur des pavés employés dans nos blocs de synthèse (Fig. 4.16). Le maintien des frontières est quant à lui assuré par la fonction de diffusion employée – identique à celle de Perona et Malik – qui peut être assimilée à une pénalisation en fonction de l'écart de niveaux de gris employée par le GLLE.

Les différences entre les variantes SBDFC et SBDFH sont faibles. Le résultat du SBDFH apparaît plus lissé pour les pavés présentant une plus grande période du profil sinusoïdal. Cet effet est dû au rayon du secteur hyperbolique, qui permet la prise en compte, pour le lissage, d'un plus grand nombre de points dans la direction normale.

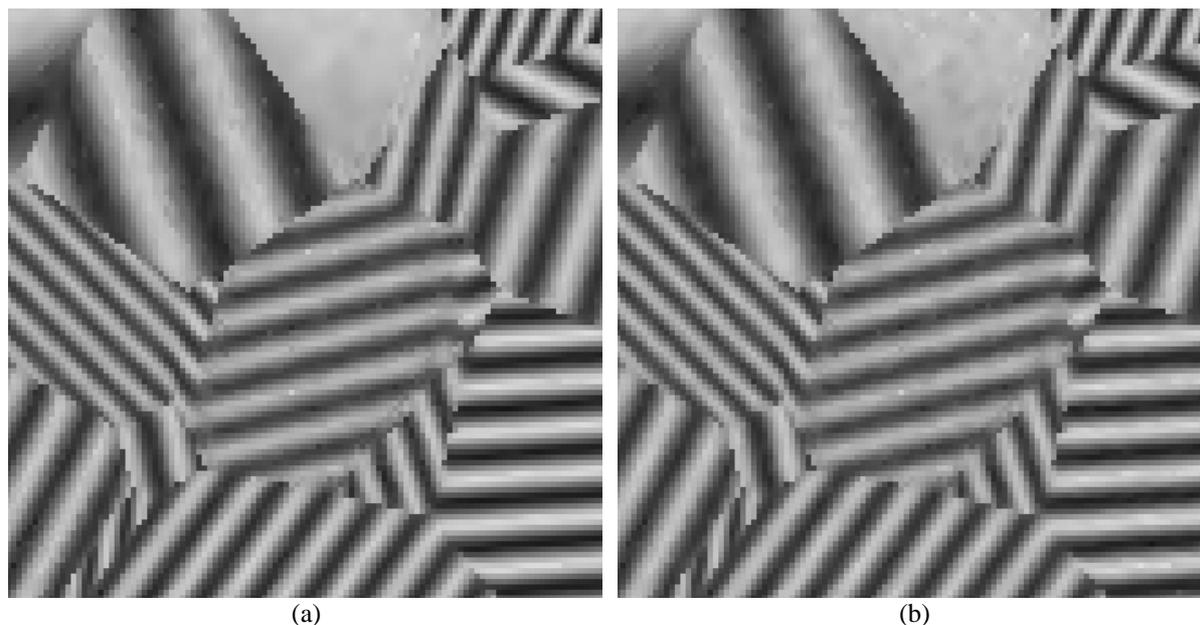


Fig. 4.16 Résultats optimaux obtenus à l'aide de la méthode SBDFC (a) et SBDFH (b).

Les résultats sont visuellement bons, le bruit est correctement lissé, alors que les frontières entre les différentes régions sont restaurées. On constate toutefois la présence de quelques points isolés contrastés, dus à la grande sensibilité des méthodes aux discontinuités. De tels points apparaissent comme des ruptures, et du fait de leur isolement, le phénomène de rehaussement l'emporte sur celui de lissage et renforce la valeur du pixel (un pixel blanc devient plus blanc, un noir devient plus noir).

#### 4.1.4.3 Robustesse des méthodes vis-à-vis du choix des paramètres

Les résultats que nous avons obtenus à l'aide des paramètres optimaux, s'ils sont satisfaisants, nous révèlent également de possibles difficultés d'utilisation des différentes méthodes testées. En effet, nous avons constaté à travers l'étude du tableau de l'Annexe A1 que paramètres optimaux pour une même méthode varient assez fortement d'un bloc à l'autre. Cela peut signifier deux choses : soit la méthode est robuste et le choix des paramètres n'a que peu d'influence sur le résultat, soit au contraire certains paramètres sont particulièrement sensibles et doivent être ajustés, pour chaque donnée à traiter, si l'on souhaite obtenir un bon résultat.

Afin de trancher entre ces deux possibilités, nous avons choisi pour chaque méthode un jeu de paramètres « médian » que nous avons employé pour traiter à nouveau les quinze *blocs bruités*. Par « médian », nous entendons ici un jeu de paramètres dont chacun des termes est situé autour de la valeur médiane observée sur les quinze *blocs traités*. Les résultats complets sont donnés en Annexe A2 et résumés Fig. 4.17.

La première constatation est que la plupart des résultats restent acceptables (le *bloc traité* présente un gain de l'ordre de 6 dB ou plus par rapport au *bloc bruité*). De plus, mis à part la baisse sensible du GLLE, le classement des performances des méthodes reste inchangé.

Toutefois, nous pouvons noter certaines différences de comportement des méthodes en terme de robustesse vis-à-vis du choix des paramètres. Le GKF, le modèle de Perona et Malik et la FAB

apparaissent comme les méthodes les plus robustes : la perte de qualité (RSB) est inférieure à 1 dB en cas d'usage des paramètres par défaut. Cela signifie qu'il est possible, pour réaliser le traitement d'une donnée, de se contenter d'un réglage approximatif des paramètres, une recherche plus précise n'apportant que peu de bénéfices.

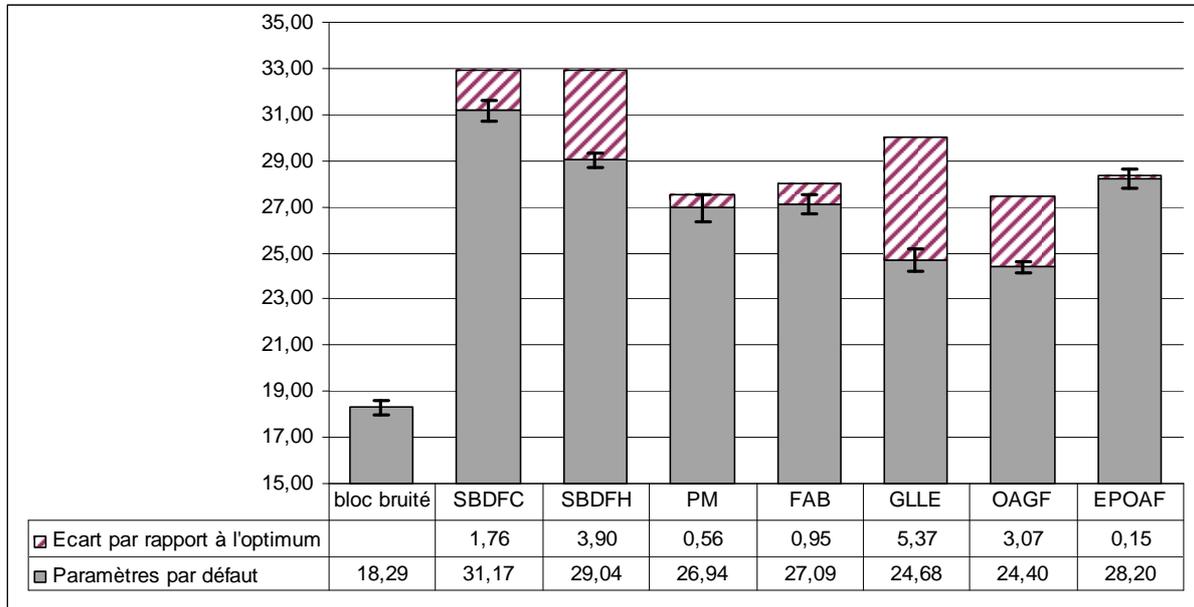


Fig. 4.17 Comparaison des RSB obtenus à l'aide de paramètres par défaut et comparaison avec les résultats obtenus à l'aide des paramètres optimaux.

Au contraire, les méthodes GLLE, OAGF et SBDFH affichent une perte de qualité conséquente supérieure à 3 dB – supérieure à 5 dB, même, pour le GLLE. Si les performances du SBDFH restent bonnes (même par rapport aux performances optimales des autres méthodes), le GLLE et l'OAGF prennent alors la dernière place du classement. Ces méthodes sont donc difficiles à paramétrer et nécessitent une phase de sélection des jeux de paramètres et exigent que l'utilisateur possède une expertise sur leur comportement. On notera également que si la difficulté de paramétrage de la méthode SBDFH peut s'expliquer par le nombre important de paramètres, la sensibilité des méthodes GLLE et l'OAGF est avérée.

La méthode SBDFC proposée dans ce mémoire présente à notre avis le meilleur comportement des huit méthodes testées. Malgré une perte de performances en cas d'usage de paramètres non optimaux, le gain en terme de RSB reste très largement supérieur à la plupart des résultats optimaux fournis par les autres méthodes. A notre sens, cela signifie que le (grand) nombre de paramètres employés par la méthode peut être réduit, en affectant une valeur « par défaut » acceptable à certains d'entre eux. D'après notre expérience, l'ouverture des secteurs ( $\theta_T$  et  $\theta_N$ ), ainsi que le poids du secteur normal ( $c$ ) et la largeur du voisinage ( $lv$ ) peuvent être fixés à une valeur par défaut de manière tout à fait acceptable. Le comportement de la méthode – intensité du lissage, niveau de gris des structures maintenues – n'est plus alors piloté que par les quatre paramètres restants ( $n$ ,  $dt$ ,  $K_T$ ,  $K_N$ ).

#### 4.1.4.4 Interprétation statistique

##### 4.1.4.4.1 Principe de l'analyse de variance

Une analyse de variance a été effectuée sur les résultats des méthodes testées avec le jeu de paramètres optimal pour chaque bloc de données de synthèse (analyse réalisée par le logiciel STATBOX®).

L'analyse de la variance est une technique permettant de comparer plusieurs échantillons de résultats. Le test permet de répondre globalement à la question « existe-t-il des différences significatives entre les moyennes des échantillons ». Dans notre cas, le résultat observé est le SNR, nous comparons les sept méthodes étudiées dans le cadre d'un dispositif « en blocs de Fisher<sup>1</sup> ».

Le Test de Fisher-Snédecor concernant l'effet des méthodes est très hautement significatif ( $p=1,2.10^{-50}$ ). Les écarts de performances sur le type d'images testées sont donc démontrés.

Notons que le test met également en évidence un effet des blocs traités ( $p=8,3.10^{-9}$ ). Cet effet traduit simplement des niveaux de SNR légèrement différents d'un bloc de données traité à l'autre.

Une fois décelé un effet des méthodes (i.e. des différences significatives entre les niveaux de SNR obtenus), un test de comparaisons multiples est réalisé pour déceler quelles sont les différences réellement significatives et obtenir ainsi une hiérarchisation des performances des sept approches.

Le test de comparaisons multiples de Newman-Keuls a été réalisé au risque  $\alpha=0,05$ . La réponse du test permet d'affecter chaque méthode à un groupe homogène de moyennes, codé par les lettres de l'alphabet (Fig. 4.18). Les niveaux de performance de deux méthodes sont jugés significativement différents lorsque les méthodes sont affectées à deux groupes homogènes distincts.

Méthodes	MOYENNES	GROUPES HOMOGENES
SBDHF	32,941	a
SBDFC	32,926	a
GLLE	30,046	b
EPOAF	28,349	c
FAB	28,044	c
PM	27,502	d
OAGF	27,477	d

Fig. 4.18 Test de comparaisons multiples de Newman-Keuls pour les résultats optimaux.

Il apparaît que les deux approches proposées dans ce document sont supérieures aux autres méthodes. L'approche GLLE atteint un niveau intéressant mais significativement inférieur en terme de performances. Les 4 autres méthodes sont très nettement et significativement surpassées, en particulier l'approche non dédiée de Perona-Malik et l'approche OAGF.

Les résultats concernant les jeux de paramètres « médians » confirment les observations réalisées précédemment. Encore une fois, l'Analyse de variance laisse apparaître un effet hautement significatif des méthodes ( $p=3,2.10^{-53}$ ). Le tableau regroupant les résultats du test de Newman-keuls (Fig. 4.19)

<sup>1</sup> La notion de bloc de Fisher s'entend au sens statistique du terme. Elle correspond à un dispositif consistant à tester l'ensemble des méthodes dans les conditions expérimentales semblables (les méthodes sont appliquées aux mêmes quinze blocs de données synthétiques).

illustre la baisse de performance sensible de l'approche GLLE qui est victime de sa sensibilité aux paramètres. D'autre part, notons que l'approche SBDFC est significativement plus performante que l'approche SBDFH.

Méthodes	MOYENNES	GROUPE HOMOGENES
SBDFC	31,167	a
SBDFH	29,043	b
EPOAF	28,202	c
FAB	27,094	d
PM	26,942	d
GLLE	24,68	e
OAGF	24,403	e

*Fig. 4.19 Test de comparaisons multiples de Newman-Keuls en cas d'utilisation des paramètres « médians ».*

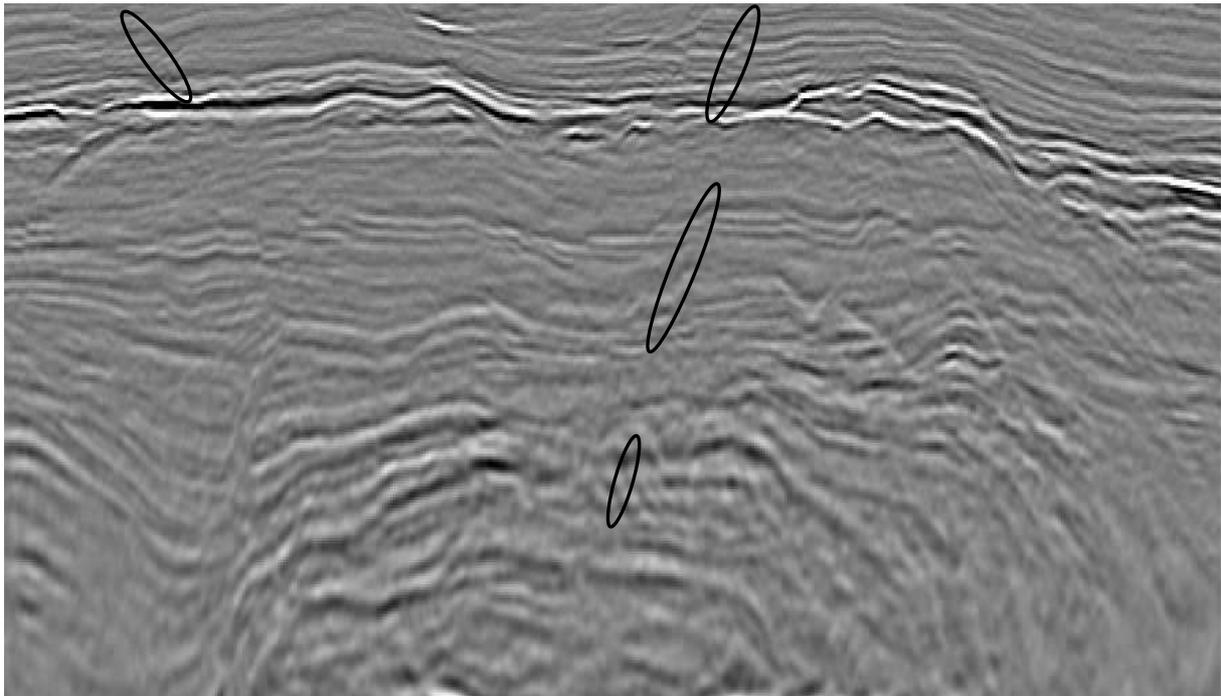
En conclusion, nous avons démontré l'efficacité de nos approches dans le cadre du débruitage de blocs de synthèses sélectionnés pour être proches des blocs sismiques à traiter. De plus, parmi les deux approches proposées, l'approche SBDFC est jugée robuste au paramétrage. C'est donc cette dernière approche qui semble la plus intéressante à développer dans le cadre des applications sismiques que nous conseillons à notre partenaire industriel.

## 4.2 Analyse visuelle de données réelles

Nous étudierons ici des données sismiques réelles, traitées par les différentes méthodes que nous avons comparées précédemment sur des données de synthèse. Nous insistons sur le fait que ces données ne nous fournissent que des indices de la présence de structures géologiques, la « vérité terrain » n'étant pas accessible. L'objectif du traitement de la donnée sismique originale à l'aide de l'une des méthodes que nous allons employer est donc de mettre en évidence ces indices, sans en créer de nouveaux, ni en masquer d'autres.

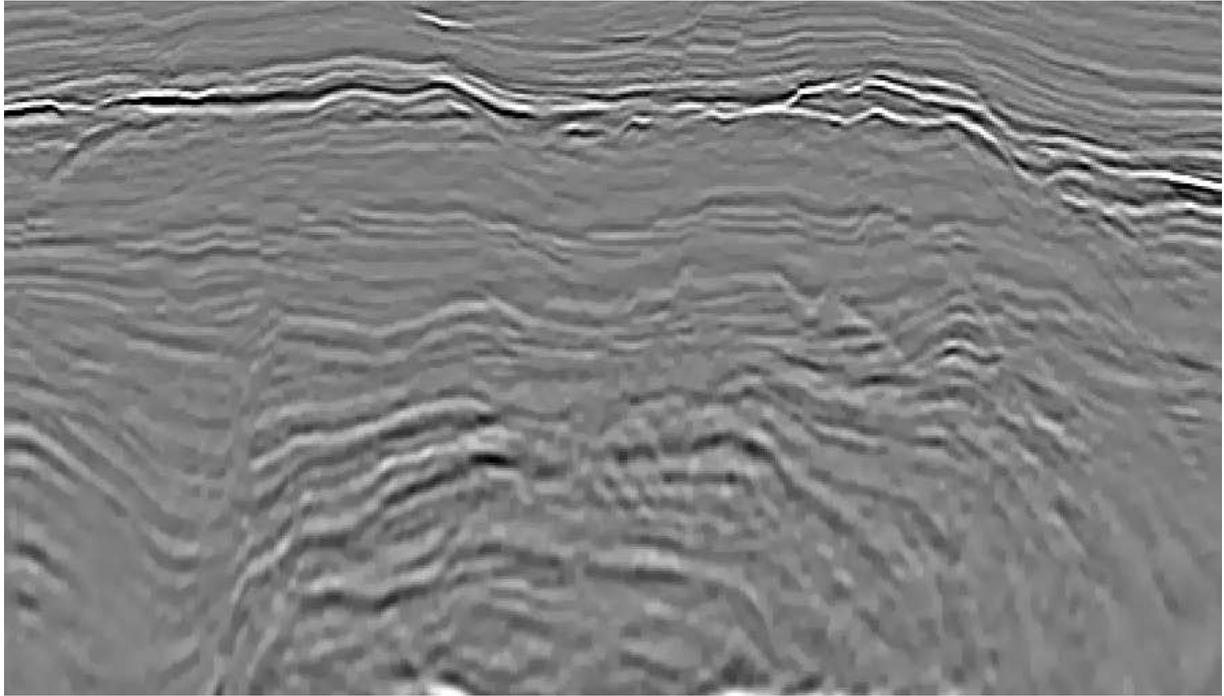
Notre étude portera sur l'aspect général des blocs de données après traitement, ainsi que sur le comportement des différentes méthodes face à certaines structures géologiques. En l'absence de méthode automatique d'optimisation des paramètres des méthodes, ceux-ci ont été ajustés manuellement.

### 4.2.1 Etude globale de quelques blocs de données

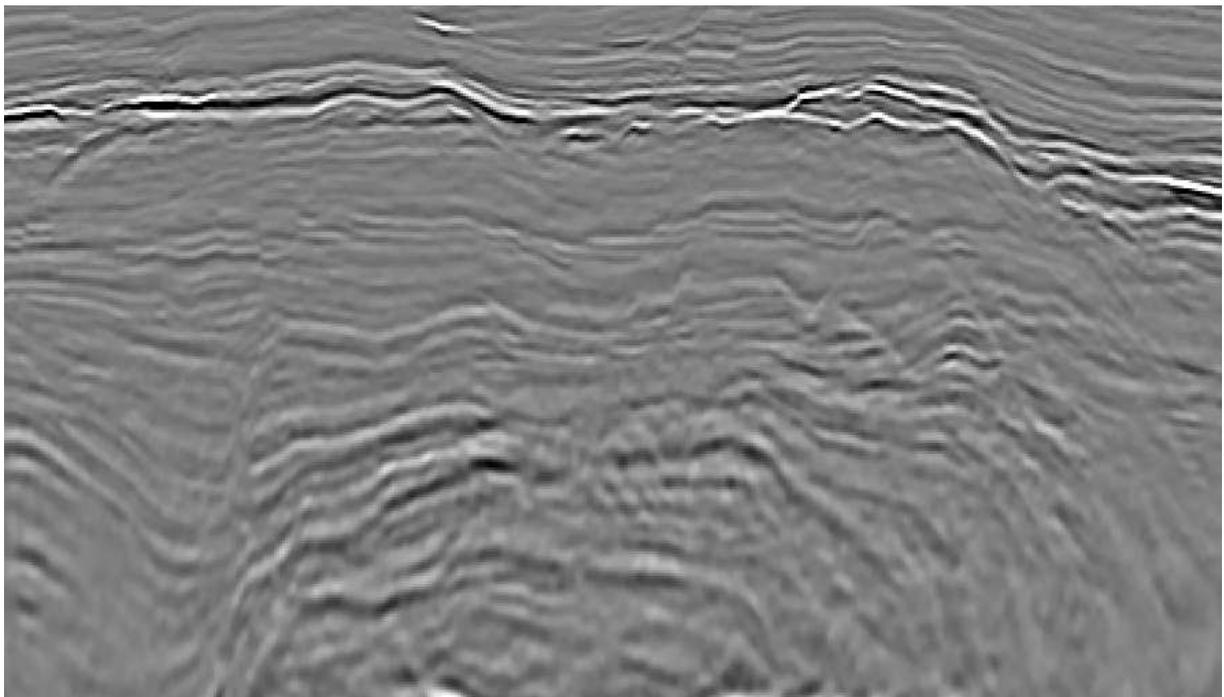


*Fig. 4.20 Bloc original. Les ellipses indiquent l'emplacement de quelques failles.*

Nous commençons notre étude par une comparaison visuelle des blocs de données traités, présentés à grande échelle. Nous avons tout d'abord choisi un bloc de données complexe, présentant une grande variété de structures (Fig. 4.20) : la partie haute du bloc est constituée d'horizons relativement horizontaux, d'amplitude de niveaux de gris variable d'un horizon à l'autre. Ils sont également assez faciles à suivre d'un bord à l'autre d'une image. Des failles obliques sont également présentes. Au contraire, dans la partie basse du bloc, les horizons prennent la forme d'un dôme au centre, avec des zones de fort pendage de chaque côté. L'information est ici plus perturbée et il devient difficile de suivre visuellement certains horizons. De nombreuses failles sont également présentes, bien que parfois moins perceptibles.



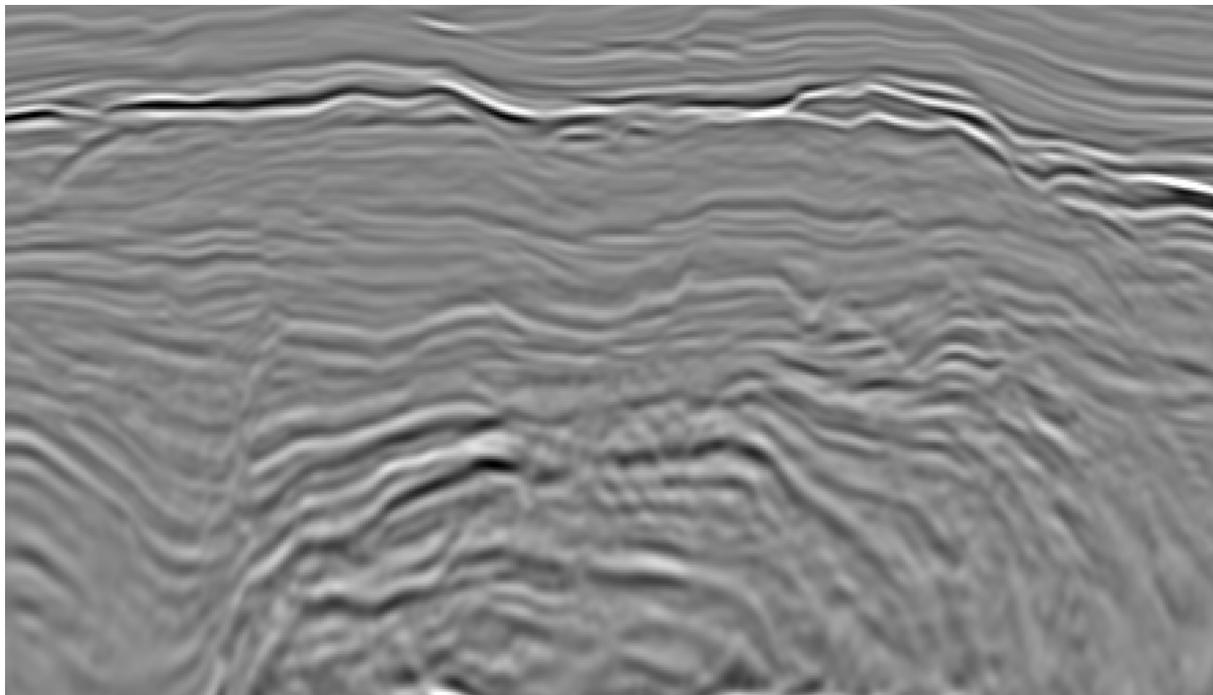
*Fig. 4.21 Bloc traité par la méthode de Perona et Malik.*



*Fig. 4.22 Bloc traité par la diffusion FAB.*

Le modèle de Perona et Malik paraît mal adapté à ce type de données (Fig. 4.21). Alors que les paramètres ont été choisis de manière à lisser au mieux le bruit, des régions uniformes apparaissent. Elles correspondent à des parties de la donnée présentant un contraste faible. Le résultat est une impression de « gommage » de l'information, alors qu'on espérait l'effet inverse. Le bruit est par ailleurs encore relativement présent.

La diffusion FAB nous fournit un résultat sensiblement meilleur que le précédent. L'effet d'uniformisation par morceaux disparaît (Fig. 4.22). Toutefois, comparée aux résultats obtenus à l'aide des autres méthodes (Fig. 4.23 à Fig. 4.26), la donnée paraît nettement moins lissée et le bruit est encore nettement présent.

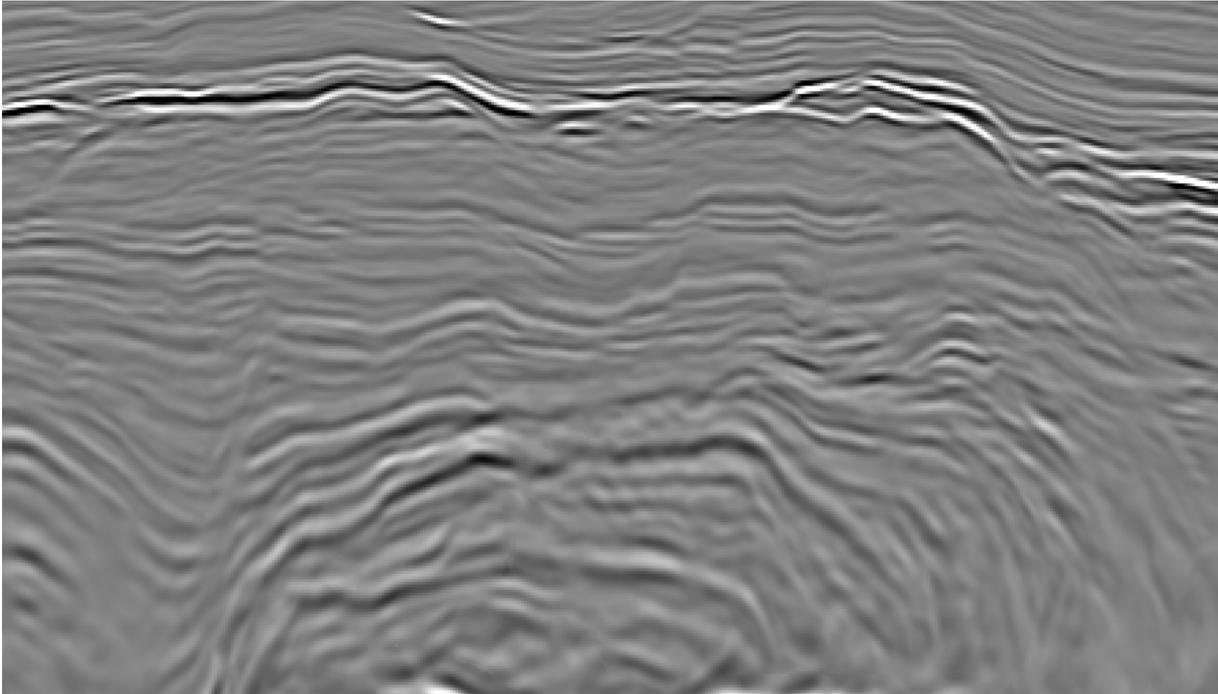


*Fig. 4.23 Bloc traité par le filtre OAGF. La dynamique de l'image a été modifiée de manière à lui donner un aspect plus comparable aux autres images.*

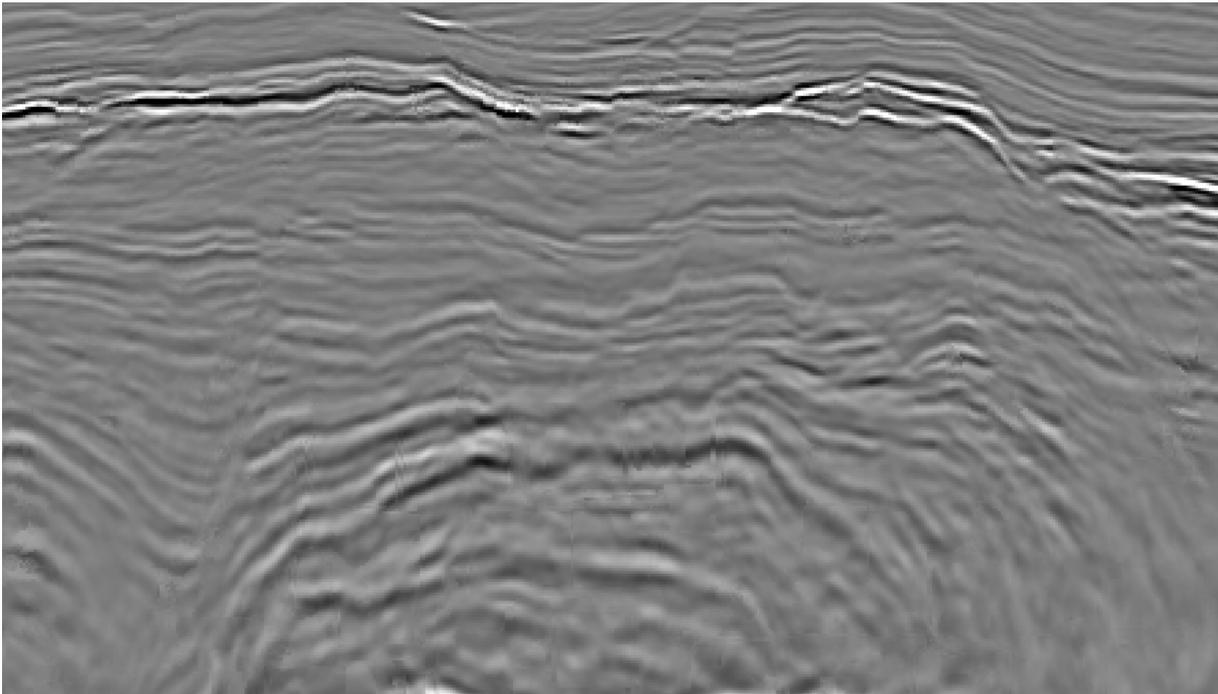
Les méthodes OAGF, GLLE, EPOAF et SBDF fournissent quant à elles des résultats à l'aspect plus lissé et visuellement plus agréables (Fig. 4.23 à Fig. 4.26). Les horizons, y compris les plus fins d'entre eux, semblent plus contrastés. Dans la partie plus perturbée du bas du bloc de données, des structures cohérentes apparaissent, qui facilitent la lecture de la donnée.

La méthode OAGF présente seule une baisse significative de la dynamique de l'image – perte de l'ordre de 30% de la dynamique, contre moins de 2% pour les autres méthodes – qui ne semble toutefois pas affecter sa capacité à contraster les horizons (Fig. 4.23).

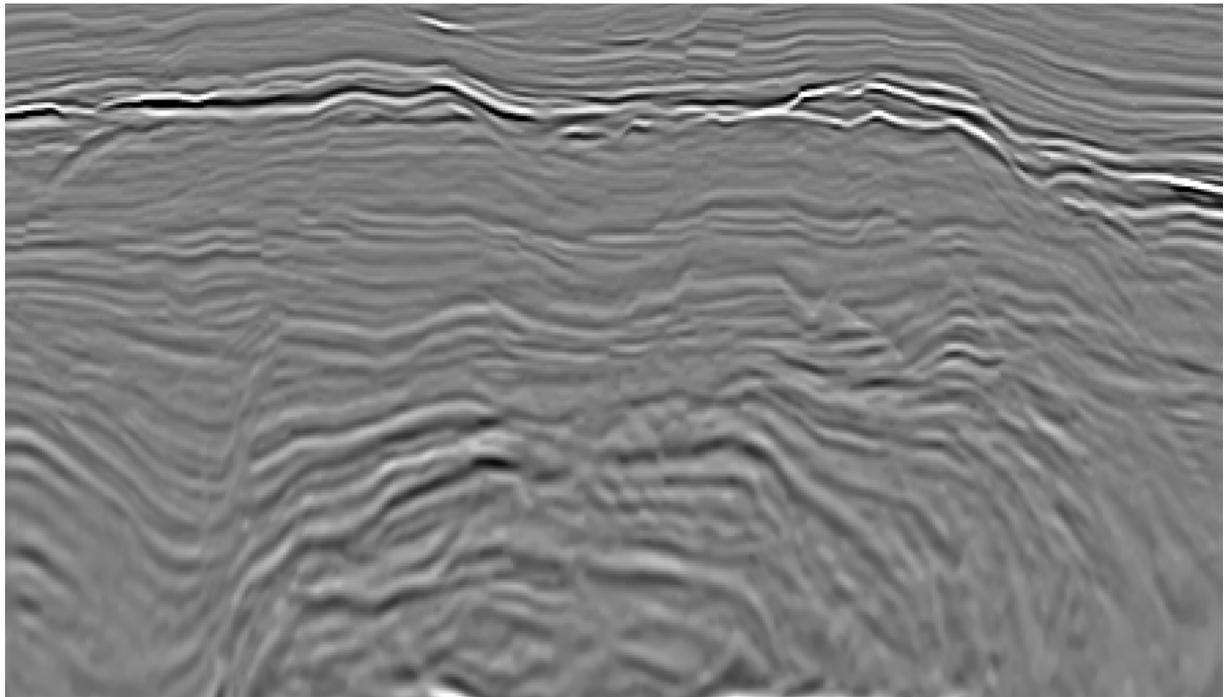
La méthode EPOAF, à cause du critère de choix du support de filtrage, tend à créer de fausses discontinuités. En effet, les valeurs extrémales de la confiance « attirent » (valeurs maximales) ou « repoussent » (valeurs minimales) le support de filtrage, tendant à créer des zones homogènes autour des maxima et de part et d'autre des minima. S'il s'agit de l'effet cherché le long d'horizons bien définis, où l'orientation est clairement définie, ce comportement conduit à la création d'artefacts dans les régions fortement perturbées, où l'orientation et la confiance associée peuvent être faussées, comme c'est le cas au milieu de la partie basse de l'image de la Fig. 4.25.



*Fig. 4.24 Bloc traité par la méthode GLE.*



*Fig. 4.25 Bloc traité par la méthode EPOAF.*



*Fig. 4.26 Bloc traité par la méthode SBDFC.*

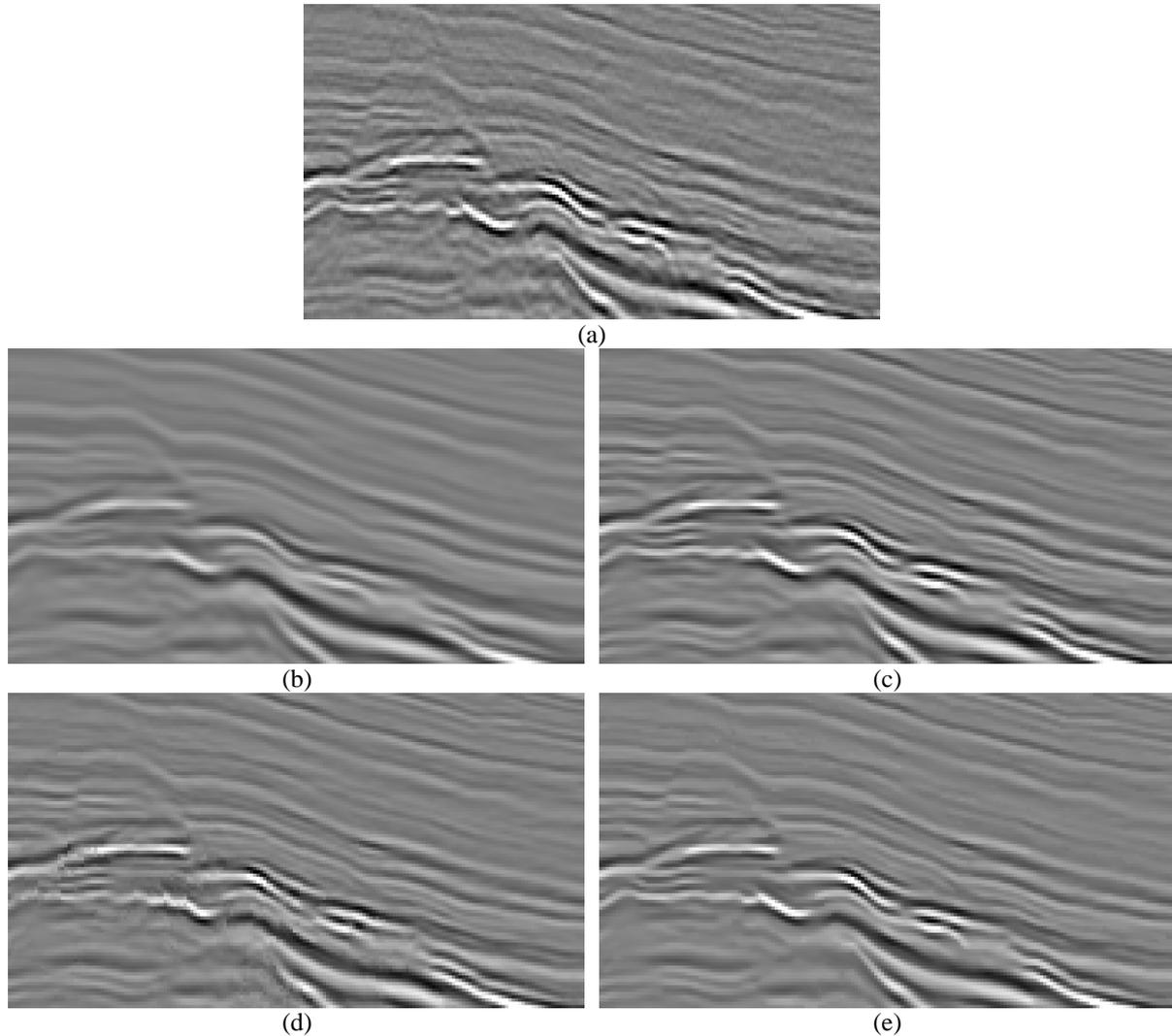
Dans la suite de ce chapitre, nous nous concentrerons sur les méthodes OAGF, GLLE, EPOAF et SBDF, qui nous sont apparues les plus convaincantes au vu des résultats précédents.

#### **4.2.2 Etude détaillée de quelques structures géologiques**

Nous venons de constater que les méthodes OAGF, GLLE, EPOAF et SBDF améliorent l'aspect général – à grande échelle – des données. Elles doivent également améliorer l'aspect visuel des structures présentes dans les données sismiques – sans les déformer.

Les horizons sont les premiers éléments des images sismiques qu'il faut restaurer. L'objectif du traitement est de faciliter le suivi visuel. Il s'agit donc de lisser les horizons de manière à en éliminer le bruit, tout en séparant chacun d'eux de ses voisins. Il faut également préserver les ondulations, les disparitions éventuelles. Afin d'illustrer le comportement des différentes méthodes dans ce contexte, nous avons choisi une région présentant à la fois un empilement d'horizons fins – parfois difficiles à séparer visuellement, mais relativement rectilignes (partie haute de la Fig. 4.27a) – et une structuration complexe, présentant de forts plissements ainsi que des interruptions d'horizons (partie basse de la Fig. 4.27a). Les résultats des traitements des différentes méthodes présentent un aspect plus lissé et une lisibilité améliorée par rapport à l'original (Fig. 4.27b à Fig. 4.27e). La méthode OAGF réalise toutefois un lissage plus important que les autres, malgré une perte de dynamique importante. Les horizons fortement contrastés et présentant une inclinaison de l'ordre de  $45^\circ$  présentent un « aspect d'escalier » moindre que dans la donnée originale et les autres résultats. Cependant, la méthode réalise aussi un fort filtrage basses-fréquences des plissements des horizons, qui se traduit par une perte de détails. Au contraire, les trois autres méthodes présentent des horizons plus fins et mieux contrastés. Le résultat est plus fidèle à la donnée d'origine, maintenant les plus fins détails. La méthode EPOAF

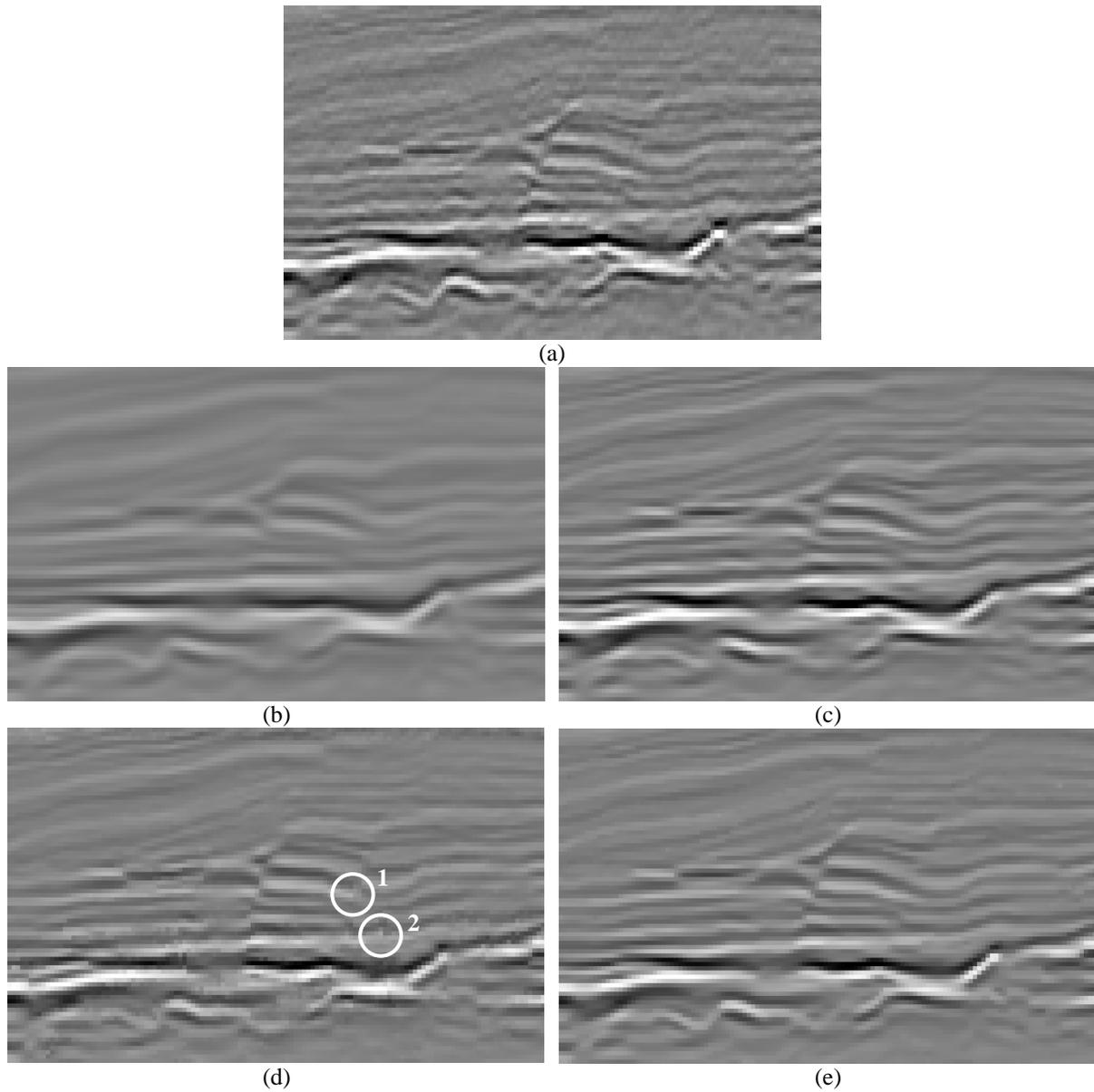
se différencie des méthodes GLLE et SBDF dans la partie basse de l'image. Dans cette région plus complexe, elle tend à créer des discontinuités, des détails qui semblent absents de l'image originale.



*Fig. 4.27 Horizons fins et région complexe du bloc original (a) et des résultats des méthodes OAGF (b), GLLE (c), EPOAF (d) et SBDF (e).*

Le cas des failles sismiques est particulièrement important (Fig. 4.28a). Il s'agit de fractures se traduisant par une interruption – et éventuellement un décalage – des horizons. Afin d'améliorer leur visibilité, il convient de rendre la discontinuité la plus nette possible. On observe ici une différence de comportement : alors que les méthodes EPOAF (Fig. 4.28d) et SBDF (Fig. 4.28e) restaurent une cassure nette, les méthodes GLLE (Fig. 4.28c) et surtout OAGF (Fig. 4.28b) créent un effet de flou en lissant le voisinage de la faille. Notons toutefois que la méthode GLLE reste relativement fidèle aux discontinuités définissant la faille, tandis que la méthode OAGF tend à créer des continuités entre des horizons situés de part et d'autre de la faille. Concernant les deux premières méthodes, on retrouve la création de discontinuités supplémentaires de la méthode EPOAF ; celles-ci peuvent être justifiées par l'existence effective d'une faille – cercle n°1 de la Fig. 4.28d – ou au contraire constituer de fausses détections. Dans tous les cas, la création de ces discontinuités constitue une interprétation de la donnée

originale, dans la mesure où elles n'étaient objectivement pas détectables dans la donnée non traitée. Au contraire la méthode SBDF réalise à notre sens le meilleur compromis entre le marquage des failles et la fidélité structurelle à la donnée d'origine.



*Fig. 4.28 Aspect d'une faille avant traitement (a) et après traitement par les méthodes OAGF (b), GLLE (c), EPOAF (d) et SBDF (e).*

### 4.3 Evaluation à l'aide d'une post-détection automatique des failles

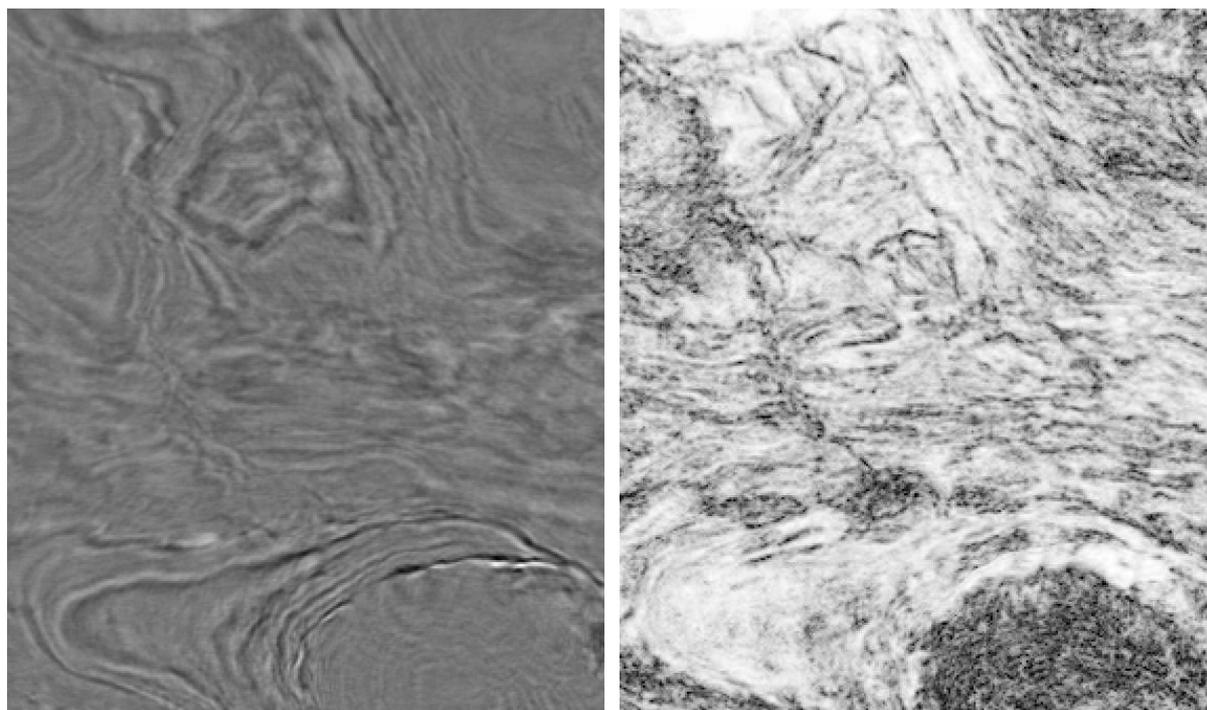
Un autre critère d'évaluation des résultats consiste à étudier la lisibilité d'un attribut marquant la présence de failles. La cohérence que nous avons présentée au paragraphe 1.2.2 est un tel attribut. Les cartes de cohérence calculées sur les blocs de données originales sont souvent bruitées. L'utilité du traitement des blocs originaux est ici de permettre l'obtention, à partir des blocs traités, de cartes de cohérences plus claires – moins bruitées, mieux contrastées, présentant des failles plus localisées.

Nous qualifions ce critère de « semi-objectif ». En effet, si la méthode de calcul des cartes de cohérence est strictement identique pour toutes les données que allons confronter, l'interprétation des cartes reste subjective, en l'absence de vérité-terrain .

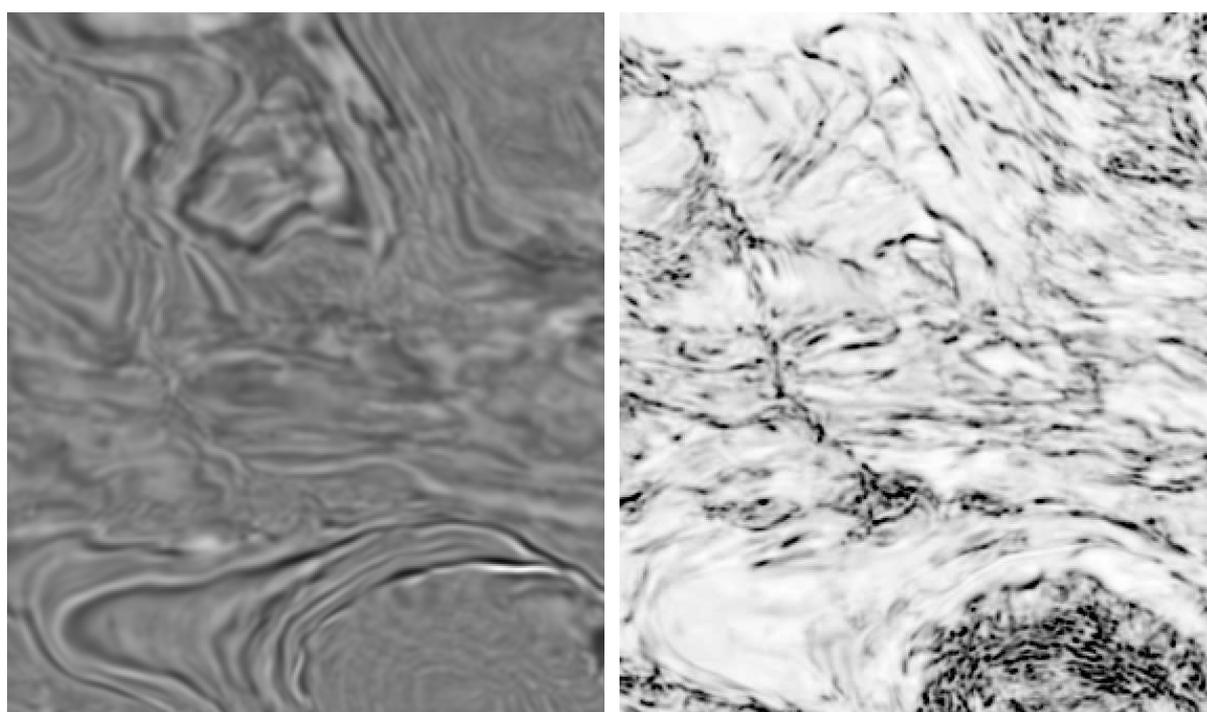
Dans le but d'observer l'amélioration produite par les différentes méthodes testées, nous avons calculé le *Cohérence Cube* correspondant à chacun des blocs traités (Fig. 4.29 à Fig. 4.33). Comme on pouvait s'y attendre, les horizons étant plus lisses, la cohérence augmente dans les régions non faillées. Elle y est également plus uniforme. Les cartes de cohérence sont ainsi mieux contrastées, elles paraissent moins bruitées.

Les différences entre les cartes de cohérence obtenues avec les différentes méthodes de traitement sont également cohérentes avec les observations faites précédemment sur les vues de face des données sismiques. Le long des failles, les méthodes OAGF et GLLE produisent des discontinuités moins franches que les deux autres méthodes (Fig. 4.28). Le résultat est une cohérence faible au niveau de la faille, mais également dans un voisinage de celle-ci. Cela se traduit sur les cartes de cohérence par des lignes plus épaisses et moins contrastées que celles observées avec les méthodes EPOAF et SBDF, avec un léger effet de flou.

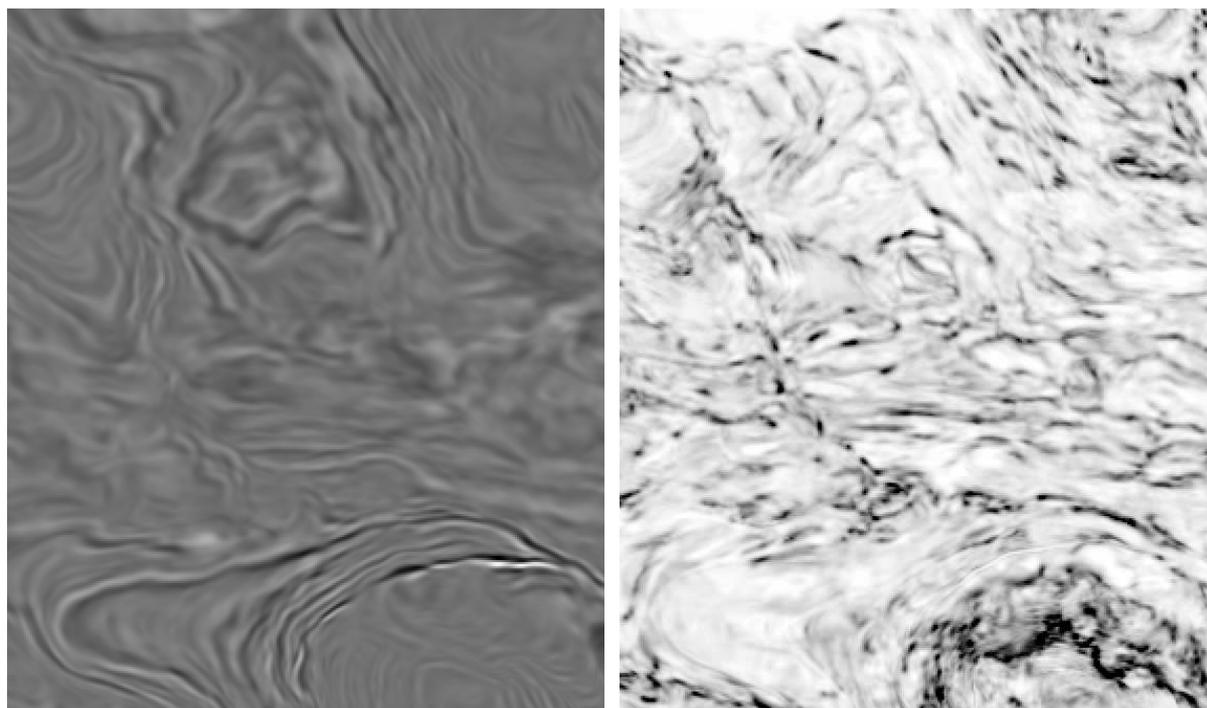
Les cartes de cohérence obtenues à l'aide des méthodes EPOAF et SBDF apparaissent plus fines, mieux contrastées. Elles présentent toutefois des différences notables au niveau des réseaux de failles créés. Ainsi, certains d'entre eux ont une forme nettement différente d'une carte à l'autre. Alors que les réseaux de la carte de cohérence de la méthode SBDF conservent le même aspect que ceux de la carte de cohérence originale, la méthode EPOAF semble ici interpréter quelque peu la donnée, créant des failles là où il ne semble pas y en avoir dans la donnée originale, déformant ou déplaçant certaines autres (Fig. 4.34, Fig. 4.35).



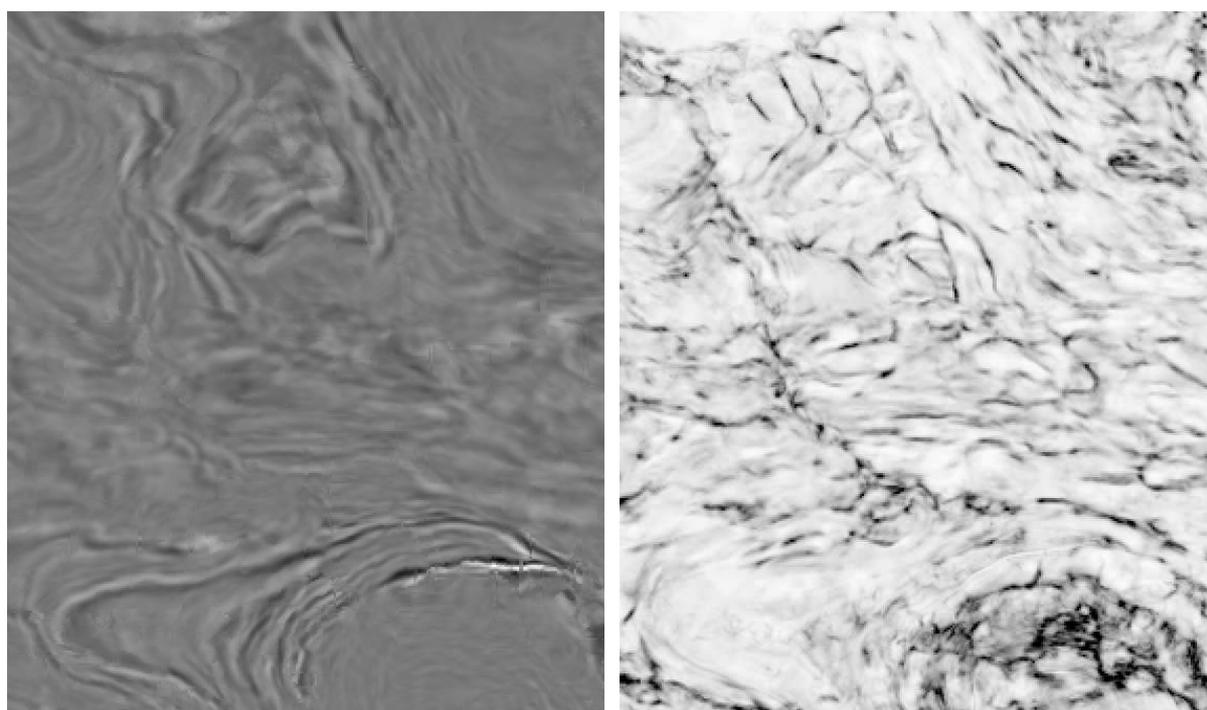
*Fig. 4.29 Vue de dessus de la donnée originale et carte de cohérence correspondante.*



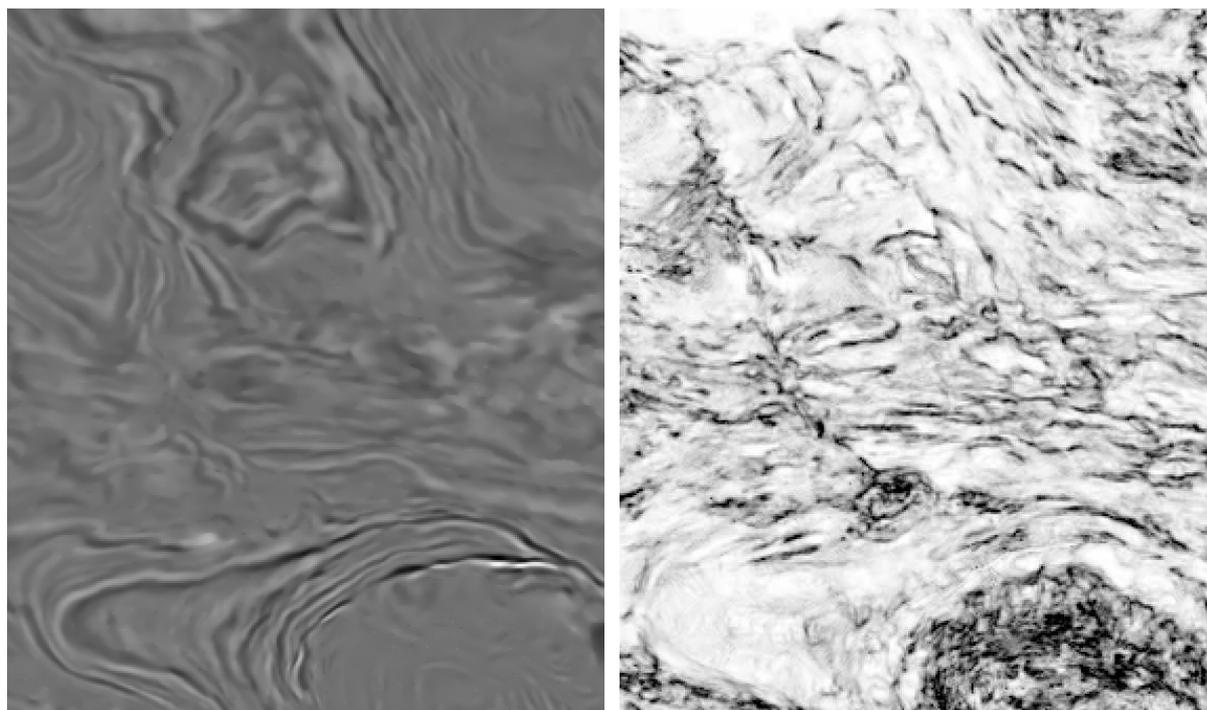
*Fig. 4.30 Vue de dessus de la donnée traitée par la méthode OAGF et carte de cohérence associée.*



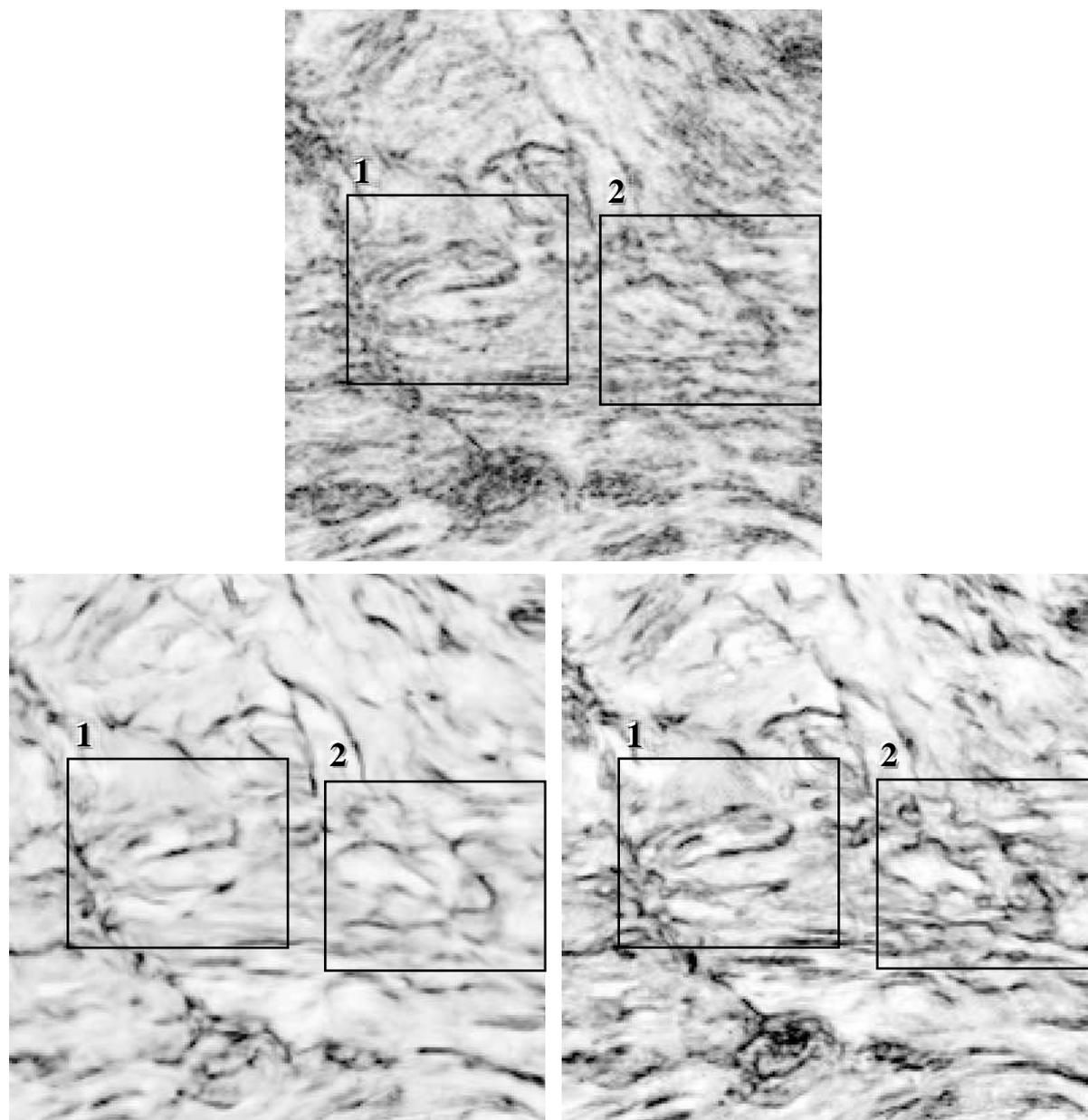
*Fig. 4.31 Vue de dessus de la donnée traitée par la méthode GLE et carte de cohérence associée.*



*Fig. 4.32 Vue de dessus de la donnée traitée par la méthode EPOAF et carte de cohérence associée.*



*Fig. 4.33 Vue de dessus de la donnée traitée par la méthode SBDF et carte de cohérence associée.*



*Fig. 4.34 Etude d'une partie des cartes de cohérence originale (haut) et des méthodes EPOAF (bas à gauche) et SBDF (bas à droite). Les rectangles 1 et 2 définissent la position des cartes de détail de la Fig. 4.35.*

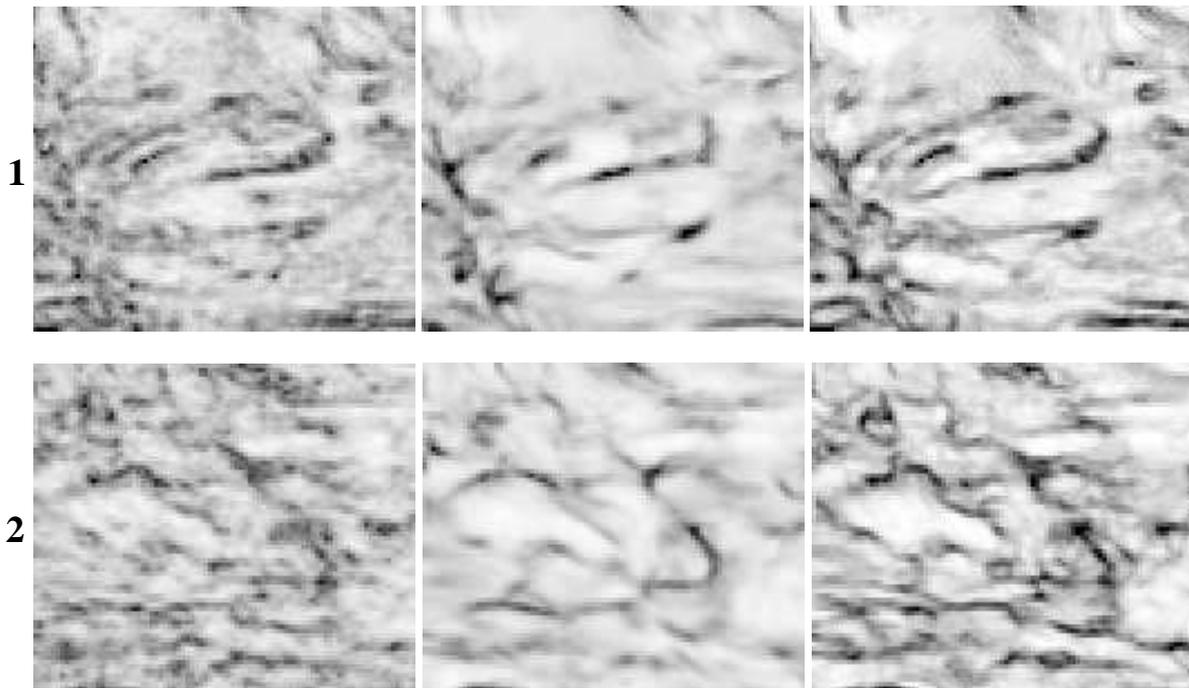


Fig. 4.35 Détail des cartes précédentes. De gauche à droite : originale, EPOAF, SBDF.

#### 4.4 Résultats de renforcement des failles

Le cas du renforcement des failles est sensiblement différent de celui du rehaussement des images étudié aux paragraphes précédents. Il s'agit en effet d'accentuer la présence de failles, de manière à mieux les mettre en évidence. Un tel traitement ne se contente donc pas de restaurer le signal non bruité, il réalise également une certaine interprétation de la donnée.

Les méthodes permettant un renforcement des failles sont l'approche de Bakker (EPOAF), ainsi que la méthode dédiée que nous avons proposée (SBDFDE). Pour mettre en évidence la différence de comportement par rapport à la méthode SBDFC, nous incluons également cette dernière dans notre test comparatif.

La Fig. 4.36 montre les résultats obtenus à l'aide de ces différentes méthodes. Il apparaît clairement que si la méthode SBDFC reste proche de la structuration de la donnée originale, les méthodes EPOAF et SBDFDE renforcent des discontinuités, y compris certaines qui étaient peu visibles dans la donnée originale.

Particulièrement, on constate l'apparition de discontinuités marquées le long d'horizons apparemment continus dans la donnée originale (Fig. 4.37). Toutefois, ces discontinuités correspondent ici à une flexure des horizons, traduisant une possible présence de faille. Les méthodes EPOAF et SBDFDE ont ici renforcé cette possibilité en créant une rupture, plus visible.

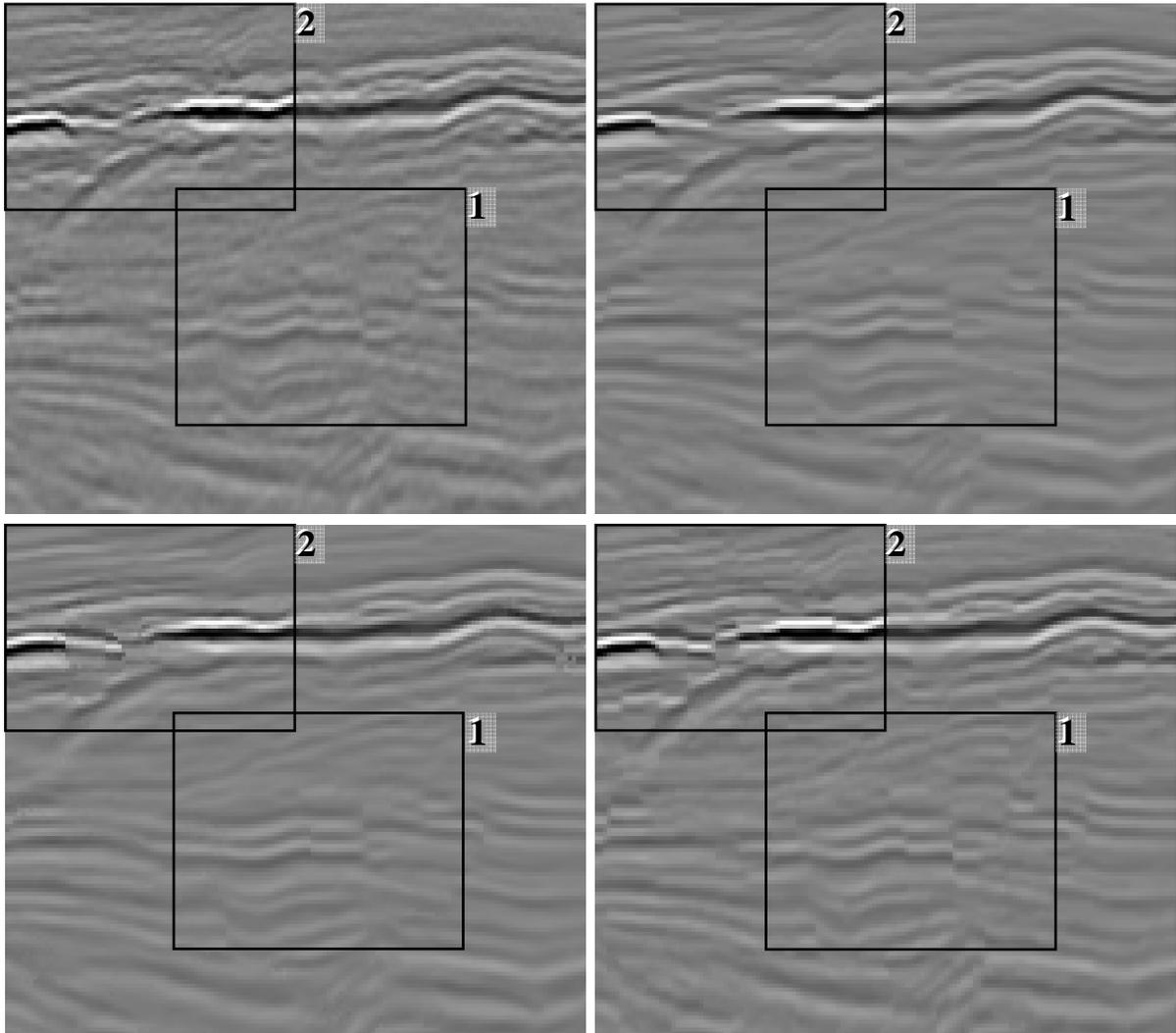
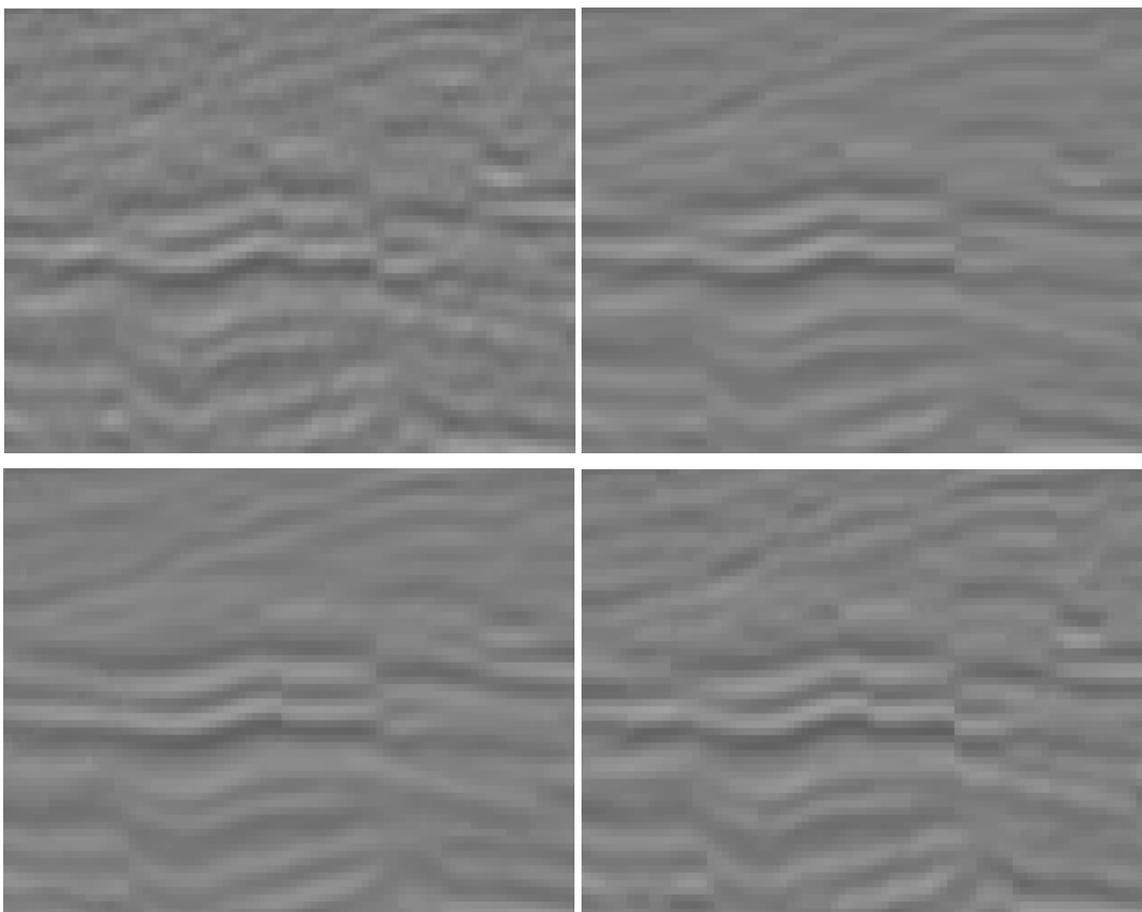
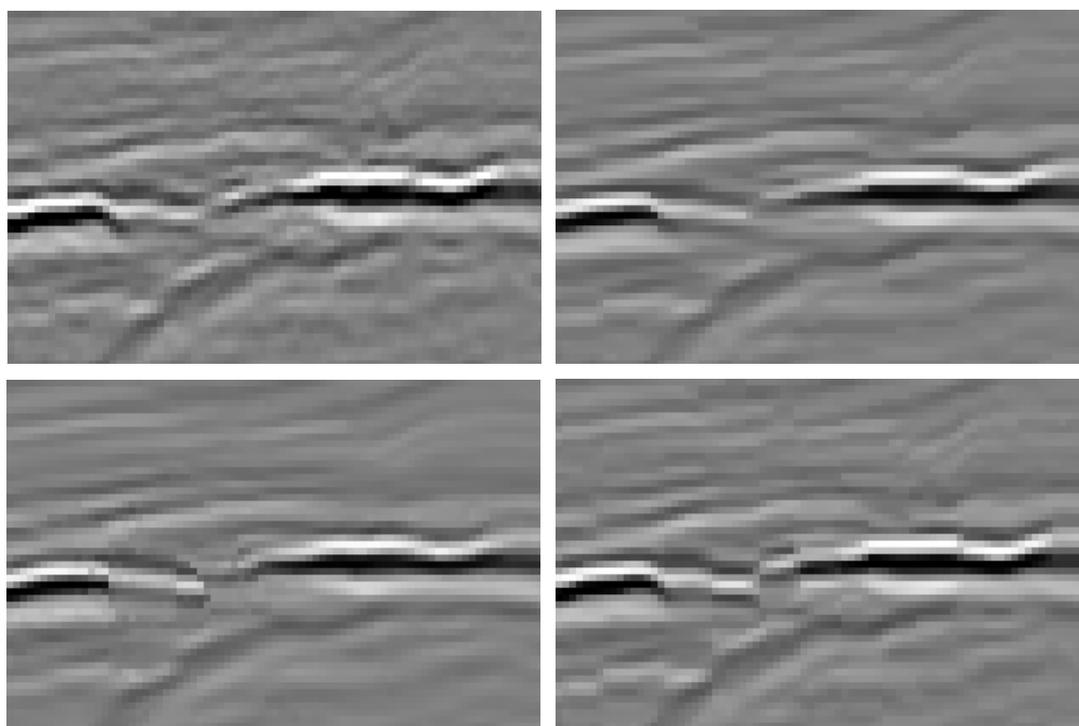


Fig. 4.36 Allure générale d'un plan du bloc original (en haut à gauche) et des blocs traités par les méthodes SBDFC (en haut à droite), EPOAF (en bas à gauche) et SBDFDE (en bas à droite).

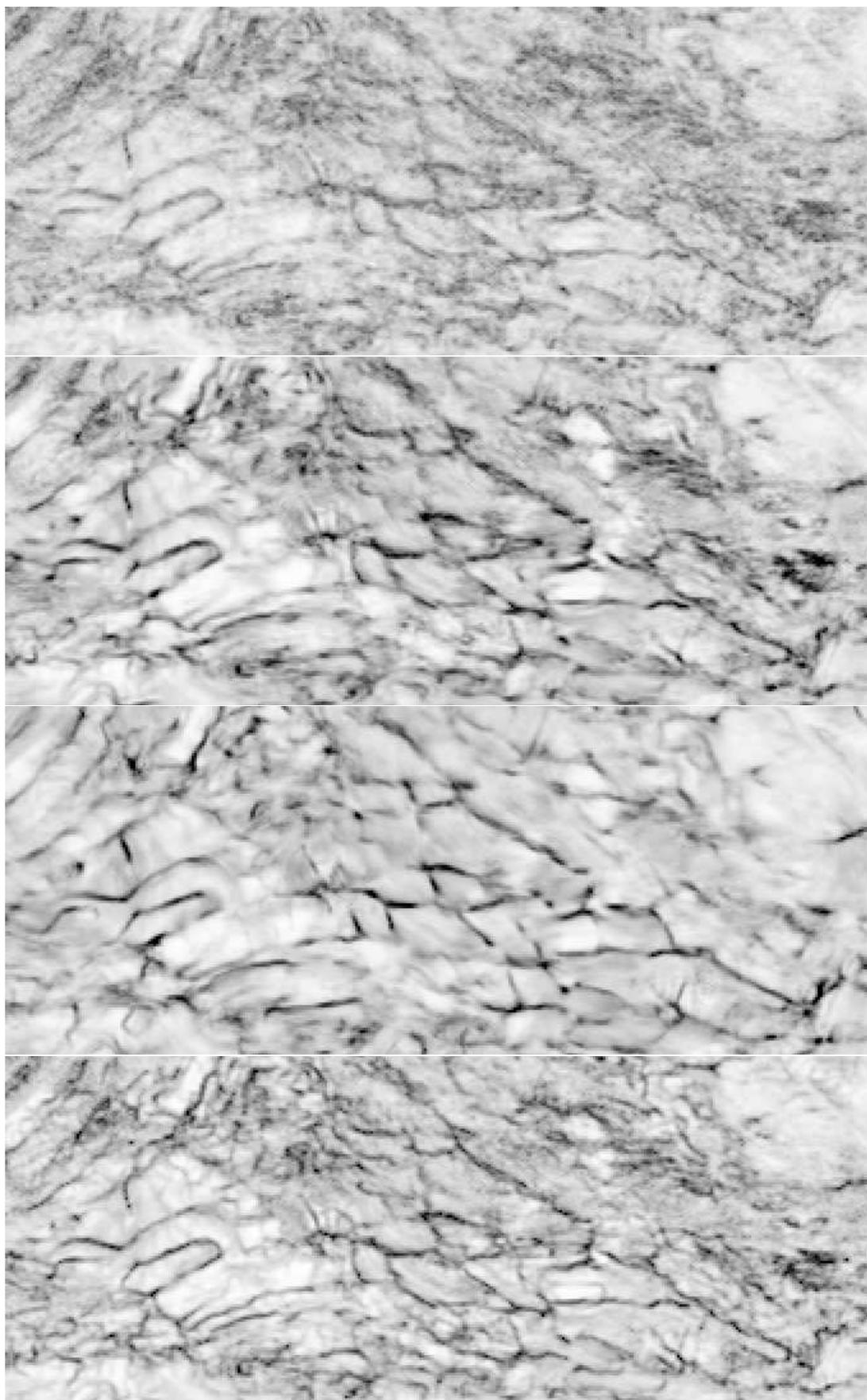
Les différences entre les méthodes EPOAF et SBDFDE tiennent en partie à l'attribut employé pour localiser les failles, ainsi qu'à la taille du support de filtrage. Comme nous l'avons souligné au paragraphe 3.4, les cartes de l'attribut  $C_{\text{fault}}$  présentent un aspect plus « flou » que celles de l'attribut cohérence. Ainsi, deux failles proches risquent de ne pas être discriminées par le premier, alors qu'elles peuvent l'être par le second. De plus, le support de filtrage de la méthode EPOAF est choisi de taille suffisamment grande pour obtenir l'effet de lissage désiré (de l'ordre de dix pixels de longueur pour  $\sigma_T=2$ ). Quel que soit le déplacement imposé au support pour éviter l'une de deux failles proches, il risque de se trouver « à cheval » sur l'une d'elles. Au contraire, la méthode SBDFDE, en recourant à un support plus réduit (cinq pixels pour un rayon de voisinage de deux), permet un maintien de telles failles. Ce comportement est illustré Fig. 4.38 : alors que la méthode EPOAF se révèle incapable de recréer un réseau de failles proches, l'approche SBDFDE y parvient.



*Fig. 4.37 Détail des images de la Fig. 4.36 :  
apparition de discontinuités marquées sur des horizons continus.*



*Fig. 4.38 Détail des images de la Fig. 4.36 :  
cas de failles proches.*



*Fig. 4.39 Cartes de cohérences en vue de dessus obtenues à partir du bloc original et des blocs traités par les méthodes SBD, EPOAF et SBDDE (de haut en bas).*

L'étude des cartes de cohérence calculées à partir des quatre blocs traités confirme ces limites de la méthode EPOAF. Ainsi, les réseaux de failles obtenus à partir du bloc traité par la méthode SBDFDE sont mieux localisés et plus continus que ceux obtenus à l'aide des méthodes SBDFC et EPOAF (Fig. 4.39). Les zones présentant une structuration plus complexe voient également apparaître des détails absents des autres cartes (EPOAF et SBDFC), ou noyés dans le bruit (originale).

### 4.5 Conclusion

A travers l'étude comparative de résultats expérimentaux, nous avons évalué les performances de six méthodes de traitement de données tridimensionnelles, dans le cadre de l'imagerie sismique. Nous avons tout d'abord comparé la qualité des traitements à l'aide d'un critère objectif, qui nous a également permis d'estimer la robustesse de chacune des méthodes vis-à-vis du choix des paramètres. Cette étude place clairement en tête du classement les méthodes que nous avons proposées. Nous avons ensuite étudié des résultats obtenus sur des données réelles ; il nous est apparu que notre méthode SBDFC procurait le meilleur compromis entre l'élimination du bruit, le lissage des horizons et la préservation des failles, tout en s'abstenant d'interpréter la donnée. Ce résultat a par ailleurs été confirmé par l'observation des *Coherence Cubes* calculés sur les données traitées.

Dans le cadre du rehaussement des failles, nous avons comparé les performances des méthodes dédiées à cette problématique. Suite à l'étude des résultats obtenus sur des données réelles, il apparaît que notre méthode SBDFDE permet, par rapport aux autres méthodes, d'améliorer la visibilité des failles ainsi que le niveau de détail dans les régions complexes.

# Conclusion

Dans ce mémoire, nous avons proposé de nouvelles méthodes de traitement des images tridimensionnelles présentant une structuration litée (avec présence d'une orientation dominante). C'est notamment le cas des images sismiques, pour lesquelles les couches doivent être lissées, tout en maintenant certaines discontinuités – les failles – contraintes en apparence incompatibles.

Des méthodes d'amélioration de ce type de données existent déjà, essentiellement fondées sur l'utilisation de filtres adaptatifs, dont les poids sont rendus dépendants de critères tels que le niveau de gris, la distance au point central, l'orientation locale, ou une « probabilité » de présence de failles. Il n'existe pas à notre connaissance de méthode équivalente fondée sur l'utilisation d'Equations aux Dérivées Partielles (EDP) ou plus particulièrement sur la diffusion anisotrope. Une étude des principales méthodes employées actuellement dans chacun de ces deux domaines – EDP et filtrage adaptatif pour l'imagerie sismique – nous a permis de dégager les forces et les faiblesses des différentes approches.

A partir de l'étude précédente, nous avons sélectionné un ensemble de points clefs qu'il nous a semblé judicieux d'intégrer dans une approche de type diffusion anisotrope. Il s'agit principalement de l'utilisation de l'orientation, de l'adaptation à la dynamique locale de l'image, ainsi que de la possibilité de rehaussement du contraste. Afin de réduire le nombre de parcours de l'image nécessités par la résolution itérative des processus de diffusion, nous avons choisi de nous fonder sur le modèle discret de Perona et Malik, dont nous avons étendu le support. Ce support étendu a ensuite été divisé en secteurs, conformément à l'orientation locale. A chacun des secteurs est dévolu un rôle particulier, lissage des horizons pour le secteur situé autour du plan localement tangent à l'horizon, rehaussement de contraste pour le secteur situé autour de la direction normale. Nous avons ainsi construit la méthode SBDF Conique.

A cause de problèmes de discrétisation inhérents au modèle précédent, nous avons proposé une évolution de celui-ci en effectuant une normalisation de la « quantité d'information » diffusée au point central au cours d'une itération. La méthode correspondante est appelée SBDF Hyperbolique.

Nous avons alors confronté nos approches à celles employées le plus couramment pour le traitement des images sismiques. Nous avons retenu trois critères d'évaluation :

- le gain en terme de Rapport Signal sur Bruit, dans le cadre du traitement d'images de synthèse bruitées. Cette approche permet une évaluation objective des différentes méthodes, mais s'avère relativement éloignée du cas réel de l'imagerie sismique, en l'absence de modèle réaliste des images sismiques ou de l'indisponibilité de vérité terrain.

- Une deuxième approche a consisté en une comparaison visuelle de résultats de traitements d'images réelles. L'évaluation est ici essentiellement subjective et se limite à comparer l'allure générale des images, ainsi que le traitement de certaines zones d'intérêt.
- La troisième approche a fait intervenir un traitement supplémentaire – la détection automatique des failles – entre le traitement de l'image par l'une des méthodes comparées et l'analyse visuelle. C'est la cohérence perceptuelle des réseaux de failles qui est testée ici.

Les trois tests décrits précédemment ont placé en tête nos deux approches et ont ainsi prouvé leur intérêt pratique. Ils ont également montré que les méthodes SBDF Conique et SBDF Hyperbolique sont équivalentes en terme de résultats et que les évolutions apportées par la seconde ne semblent donc justifier l'augmentation de complexité qui l'accompagne. En terme d'application à l'imagerie sismique, les méthodes SBDF sont celles qui procurent le meilleur lissage de la donnée, tout en préservant au mieux les structures effectivement présentes ; particulièrement, aucune interprétation de la donnée n'est réalisée, contrairement à la méthode proposée par Bakker, par exemple, qui tend à créer de fausses failles en même temps qu'elle renforce fortement les vraies.

Parmi les perspectives que ce travail suggère, il nous paraît intéressant de tenir compte d'orientations multiples, présentes par exemple dans les régions où des horizons ont été érodés et disparaissent. Il conviendrait pour cela d'adapter le nombre et la forme des secteurs tangentiels et normaux en fonction du nombre d'orientations présentes en chaque point.

Dans certains cas, plusieurs blocs de données sismiques sont aujourd'hui disponibles, qui représentent le même lieu géologique, mais acquis dans des conditions différentes (date d'acquisition, direction de déplacement des capteurs, etc.). Il serait donc envisageable, afin d'améliorer la qualité de la restauration, de tenir compte de l'ensemble de ces blocs pour générer un résultat unique. On pourrait par exemple, de manière similaire à celle que nous avons employée avec la cohérence, définir un indice de confiance fonction des similitudes entre blocs. Celle-ci nous permettrait alors de diffuser dans un bloc l'information pertinente présente dans les autres.





# Annexe A

Résultats et paramètres optimaux des méthodes  
analysées au Chapitre 4

SBDFC								
bloc	$n$	$dt$	$lv$	$c$	$K_T$	$K_N$	$\theta_T$	$\theta_N$
1	5	0,484	1	-0,296	24,62	39,14	19,85	16,08
2	4	0,402	1	-0,151	29,41	35,51	29,41	35,51
3	4	0,304	1	-0,08	26,97	36,88	25,41	15,68
4	3	0,226	2	-0,239	23,67	41,13	20,76	18,47
5	4	0,385	1	-0,152	28,96	38,42	21,07	18,69
6	3	0,21	2	-0,166	19,39	48,06	18,51	20,71
7	3	0,515	1	-0,188	23,57	39,95	23,03	15,12
8	4	0,388	1	-0,169	23,53	31,93	24,37	17,94
9	4	0,39	1	-0,293	27,75	37,64	23,1	15,19
10	2	0,302	2	-0,164	23,96	43,43	18,45	19,16
11	2	0,318	2	-0,151	22,02	45,85	17,85	19,55
12	1	-0,212	1	-0,212	26,07	31,37	22,25	17,17
13	2	0,37	2	-0,176	19,78	39,84	17,83	17
14	4	0,501	1	-0,208	25,56	30,75	20,16	18,94
15	4	0,378	1	-0,266	28,07	31,11	22,67	15,54

SBDFH									
bloc	$n$	$dt$	$lv$	$c$	$r$	$K_T$	$K_N$	$\theta_T$	$\theta_N$
1	3	1,158	1	0,0162	0,485	33,19	28,23	17,37	13,72
2	3	1,08	1	-0,0688	0,587	39,57	28,71	19,79	17,9
3	3	1,079	1	-0,0036	0,575	35,27	18,43	13,9	15,8
4	3	0,917	1	-0,157	0,623	49,89	20,58	18,7	22,56
5	3	1,055	1	0,0184	0,535	37,25	30,4	20,2	16,79
6	3	1,126	1	-0,066	0,489	33,89	26,85	28,52	14,72
7	3	1,202	1	-0,0294	0,53	30,37	27,61	15,31	16,45
8	4	1,255	1	-0,0234	0,303	23,81	37,66	17,62	11,53
9	2	1,237	1	-0,0098	0,678	41,9	25,87	16,37	19,67
10	3	1,484	1	-0,0199	0,235	26,45	17,19	19,53	16,19
11	3	1,569	1	-0,0677	0,331	27,02	26,72	18,83	16,57
12	3	1,283	1	-0,0289	0,585	28,33	29,4	20,52	19,66
13	4	1,0997	1	-0,0688	0,559	33,95	26,25	19	15,08
14	3	0,937	1	-0,0492	0,579	41,96	28,8	18,55	19,93
15	3	1,259	1	-0,1163	0,645	39,2	27,63	21,19	19,01

bloc	PM		
	$n$	$dt$	$K$
1	3	0,11	133,69
2	3	0,08	166,51
3	2	0,13	170,06
4	6	0,04	157,43
5	4	0,07	149,36
6	3	0,07	174,24
7	4	0,05	171,11
8	3	0,08	178,55
9	3	0,08	166,51
10	5	0,04	166,48
11	2	0,12	149,16
12	7	0,04	140,21
13	3	0,08	166,51
14	6	0,04	164,33
15	3	0,09	142,81

FAB				
$n$	$dt$	$K_F$	$w$	$K_B$
1	0,18	307,6	168,1	247,6
1	0,18	310,6	177,9	224,9
1	0,14	262,5	139,1	369,2
1	0,17	234,5	243,9	229,6
4	0,08	211,7	181,0	84,9
2	0,12	293,2	124,5	193,0
5	0,06	196,7	193,9	73,0
5	0,07	202,8	109,1	111,8
6	0,06	193,2	159,9	62,4
4	0,08	243,1	127,0	131,5
1	0,18	226,1	353,8	252,2
4	0,06	315,9	161,7	151,6
1	0,17	271,7	341,3	204,5
1	0,16	329,1	298,5	193,5
1	0,18	284,7	307,3	233,1

bloc	GLLE				
	$n$	$\sigma_U$	$\sigma_T$	$\sigma_N$	$c$
1	1	237,16	0,873	0,647	0,223
2	1	141,82	1,03	0,717	0,302
3	1	138,13	0,75	0,637	0,231
4	1	285,54	0,84	0,701	0,317
5	1	115,19	0,838	0,717	0,288
6	1	117,01	0,861	0,682	0,315
7	1	334,34	0,81	0,673	0,305
8	1	99,55	1,086	0,726	0,394
9	1	333,4	0,806	0,673	0,309
10	1	282,89	0,829	0,679	0,313
11	1	279,3	0,738	0,627	0,243
12	1	145,18	0,963	0,718	0,392
13	1	333,4	0,806	0,673	0,309
14	1	99,79	1,083	0,727	0,394
15	1	334,34	0,81	0,673	0,305

OAGF	
$\sigma_{MAX}$	$\sigma_{MIN}$
1,113	0,114
1,4	0,106
1,4	0,106
1,113	0,114
1,4	0,106
1,113	0,114
1,4	0,106
1,4	0,106
0,694	0,154
1,4	0,106
1,113	0,114
1,4	0,106
0,694	0,154
1,086	0,123
1,112	0,114
1,4	0,106

bloc	EPOAF			
	$\sigma_T$	$\sigma_N$	$\sigma_g$	$\sigma_t$
1	0,717	0,325	0,562	4,242
2	0,712	0,302	0,923	3,227
3	0,75	0,334	0,673	3,912
4	0,824	0,378	0,58	4,545
5	0,824	0,378	0,58	4,545
6	0,833	0,252	0,716	3,765
7	0,815	0,273	0,815	3,43
8	0,962	0,271	0,913	3,171
9	0,917	0,282	0,854	2,979
10	0,811	0,265	0,712	3,809
11	0,886	0,375	0,766	3,703
12	0,687	0,301	0,525	4,439
13	0,917	0,282	0,854	2,979
14	0,917	0,282	0,854	2,979
15	0,724	0,317	0,907	3,288

# Bibliographie

- [ALM92] L. Alvarez, P.L. Lions, J.M. Morel, *Image selective smoothing and edge detection by nonlinear diffusion II*, SIAM Journal on Numerical Analysis, vol. 29, n°3, pp. 845-866, 1992.
- [Alv93] L. Alvarez, F. Guichard, P.L. Lions, J.M. Morel, *axioms and fundamental equations in image processing*, Arch. Rational Mech. Anal., vol 123, pp 199-257, 1993.
- [ASBN06] B. Aksasse, Y. Stitou, Y. berthoumieu, M. Najim, *Eigen filter for attenuation coherent noise in 2-D seismic data*, Proceedings of the 2<sup>nd</sup> International Symposium on Communications, Control and Signal Processing, ISCCSP06, Marrakech, Morocco, 2006.
- [Bak02] P. Bakker, *Image structure analysis for seismic interpretation*, Ph.D. thesis, Delft University of Technology, 2002.
- [Bau86] M. Baudin, J. Badaud, A.P. Witkin, R.O. Duba, *Uniqueness of the Gaussian kernel for scale-space filtering*, IEEE trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence, 8(1), pp 26-33, 1986.
- [BGW91] J. Bigun, G.H. Ganlund, J.wiklund, *Multidimensional Orientation Estimation with Applications to Texture Analysis and Optical Flow*, IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, vol. 13, n°8, 1991.
- [Bij99] B. Biju-Duval, *Géologie sédimentaire, Bassins, Environnements de dépôts, Formation du pétrole*, Publications de l'IFP, ed. Technip, 1999.
- [BSMH98] M.J. Black, G. Sapiro, D.H. Marimont, D. Heeger, *Robust Anisotropic Diffusion*, IEEE Transactions on Image Processing, vol. 7, n°3, mars 1998.
- [BVV99] P. Bakker, L.J. van Vliet, P.W. Verbeek, *Edge preserving orientation adaptive filtering*, Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition – CVPR99, vol.1, pp. 535-540, Fort Collins, CO, 1999.
- [Cho02] S. Chopra, *Coherence Cube and beyond*, first break, vol. 20.1, pp. 27-33, janvier 2002.
- [CLMC92] F. Catte, P.L. Lions, J.M. Morel, T. Coll, *Image selective smoothing and edge detection by nonlinear diffusion*, SIAM Journal on Numerical Analysis, vol. 29, n°1, pp. 182-193, 1992.

- [Coc95] J.P. Cocquerez, S. Philipp, *Analyse d'images : filtrage et segmentation*, Masson, 1995.
- [Der96] R. Deriche, O. Faugeras, *Les EDP en Traitement des Images et Vision par Ordinateur*, Traitement du Signal, vol 13, n°6, 1996.
- [DLGB04] R. Dargent, O. Laviaille, S. Guillon, P. Baylou, *Sector-based Diffusion Filter*, Proceedings of the 17<sup>th</sup> International Conference Pattern Recognition, ICPR'04, vol. 3, pp. 679-682, Cambridge, UK, 2004.
- [Don99] M. Donias, *Caractérisation de champs d'orientation par analyse en composantes principales et estimation de la courbure – application aux images sismiques*, Thèse de doctorat, Université de Bordeaux I, 1999.
- [DTLB04] R. Dargent, R. Terebes, O. Laviaille, P. Baylou, *3D – Tangential Diffusion*, Proceedings of the XIIth European Signal Processing Conference, EUSIPCO-2004, Vienna, Austria, 2004.
- [Gal96] J. Garding, T. Lindeberg, *Direct computation of shape cues using scale-adapted spatial derivative operators*, International Journal of Computer Vision, vol. 17, n°2, pp 163-191, 1996.
- [GBNK98] S. Guillon, P. Baylou, M. Najim, N. Keskes, *Adaptive nonlinear filters for 2D and 3D image enhancement*, Signal Processing, vol. 67, pp. 237-254, 1998.
- [GeM99] A. Gersztenkorn, K. Marfurt, *Eigenstructure-based coherence computations as an aid to 3-D structural and stratigraphic mapping*, Geophysics, vol. 64, n°5, pp. 1468-1479, septembre-octobre 1999.
- [GDP05] J. Gauthier, L. Duval, J.C. Pesquet, *A Non-separable 2D Complex Modulated Lapped Transform and its Applications to Seismic Data Filtering*, Proceedings of the XIIIth European Signal Processing Conference, EUSIPCO2005, Antalya, Turkey, 2005.
- [Gil00] G. Gilboa, Y. Zeevi, N. Sochen, *Signal and image enhancement by a generalized forward-and-backward adaptive diffusion process*, Proceedings of the Xth European Signal Processing Conference, EUSIPCO2000, Tampere, Finland, 2000.
- [Gil01] G. Gilboa, Y. Zeevi, N. Sochen, *Image enhancement, segmentation and denoising by time dependent nonlinear diffusion processes*, in Proceedings of the International Conference on Image Processing, ICIP'01, Thessalonik, Greece, vol. 3, pp. 134-137, 2001.

- [Gil02] G. Gilboa, N. Sochen, Y. Zeevi, *Forward-and-backward diffusion processes for adaptive image enhancement and denoising*, IEEE Transactions on Image Processing, vol. 11, n°7, pp. 689-703, 2002.
- [Gui97] S. Guillon, *Filtrage adaptatif non linéaire appliqué au rehaussement et à la segmentation d'images*, Thèse de doctorat, Université de Bordeaux I, 1997.
- [Kic97] S. Kichenassamy, *The Perona Malik paradox*, SIAM Journal on Applied Mathematics, vol. 57, n°5, pp. 1328-1342, 1997.
- [KoD97a] P. Kornprobst, R. Deriche, G. Aubert, *Nonlinear operators in image restoration*, Proceedings of the International Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, Puerto-Rico, pp 325-331, 1997.
- [KoD97b] P. Kornprobst, R. Deriche, G. Aubert, *Image coupling, restoration and enhancement via PDE's*, Proceedings of the International Conference on Image Processing, vol. 4, pp. 458-461, Santa Barbara, California, 1997.
- [Koe84] J.J. Koenderink, *The structure of images*, Biological Cybernetics, vol. 50, n°5, pp 363-370, 1984.
- [Kor98] P. Kornprobst, *Contribution à la restauration d'images et à l'analyse de sequences : Approches variationnelles et solutions de viscosité*, Thèse de doctorat, Université de Nice-Sophia antipolis, France, 1998.
- [Kuw76] M. Kuwahara et al., *Processing of RI-angiocardigraphic images*, Digital Processing of Biomedical Images, pp. 187-203, 1976.
- [LiC94] X. Li, T. Chen, *Nonlinear diffusion with multiple edginess thresholds*, Pattern Recognition, vol. 27, n°8, pp. 1029-1037, 1994.
- [Mar80] D. Marr, E. Hildreth, *Theory of Edge Detection*, Proceedings of the Royal Society of London, series B, vol. 207, pp 187-217, 1980.
- [Mon98] J. Monteil, A. Beghdadi, *A new adaptive nonlinear anisotropic diffusion for noise smoothing*, Proceedings of the International Conference in Image Processing ICIP'98, Chicago, Illinois, vol 3, pp 254-258, 1998.
- [Mor95] J.M. Morel, S. Solimini, *Variational methods in Image Segmentation*, Birkhauser-Boston, 1995.

- [MSG99] K.J. Marfurt, V. Sudhaker, A. Gersztenkorn, K.D. Crawford, S.E. Nissen, *Coherency calculations in the presence of structural dip*, Geophysics, vol. 64, n°1, pp. 104-111, janvier-février 1999.
- [OmK04] S.M. O'Malley, I.A. Kakadiaris, *Towards robust structure-based enhancement and horizon picking in 3-D seismic data*, Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition – CVPR04, pp. 482-489, Washington DC, 2004.
- [OR90] S. Osher, L. Rudin, *Feature-oriented image enhancement using shock filters*, SIAM J. Numer. Anal., vol. 27, n°4, pp. 919-940, 1990.
- [Per90] P. Perona, J. Malik, *Scale-space and edge detection using anisotropic diffusion*, IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, vol. 12, n°7, pp 629-639, 1990.
- [PTMLB05] S. Pop, R. Terebes, M. Borda, O. Laviolle, P. Baylou, *3-D directional diffusion*, Proceedings of the IEEE International Conference on “Computer as a tool”, EUROCON 2005, Belgrade, Serbia & Montenegro, 2005.
- [ROF92] L. Rudin, S. Osher, E. Fatemi, *Nonlinear total variation based noise removal algorithms*, Physica D, vol. 60, pp. 259-268, 1992.
- [SaB78] G. Saporta, J.M. Bouroche, *L'analyse des données*, Collection Que Sais-Je, Presses universitaires de France, Paris, 1978, 8<sup>ème</sup> édition, 2002.
- [Ter02] R. Terebes, O. Laviolle, P. Baylou, M. Borda, *Directional anisotropic diffusion*, Proceedings of the XI-th European Signal Processing Conference EUSIPCO2002, vol II, pp 266-269, Toulouse, France, 2002.
- [Ter04] R. Terebes, *Diffusion Directionnelle, Applications à la Restauration et à l'Amélioration d'Images de Documents Anciens*, thèse de doctorat, Université de Bordeaux I, France, 2004.
- [WeB97] J. Weickert, B. Benhamouda, *A semidiscrete nonlinear scale-space theory and its relation to the Perona-Malik paradox*, Advances in Computer Vision, pp. 1-10, Springer, Wien, 1997.
- [WeB97] J. Weickert, B. Benhamouda, *Why the Perona-Malik filter works*, Technical Report, DIKU-TR97/22, University of Copenhagen, 1997.
- [Wei94] J. Weickert, *Scale-Space Properties of Nonlinear Diffusion Filtering with a Diffusion Tensor*, Report No. 10, Laboratory of Technomathematics, University of Kaiserslauten, Germany, 1994.

- [Wei95] J. Weickert, *Multiscale Texture Enhancement*, V. Hlavac, R. Sara (Eds), Computer analysis of images and patterns, Lecture Notes in Computer Science, Springer, vol. 970, pp. 230-237, 1995.
- [Wei96] J. Weickert, *Anisotropic Diffusion in Image Processing*, PhD thesis, University of Kaiserslautern, Germany, 1996.
- [Wei96b] J. Weickert, B.M. ter Haar Romeny, M.A. Viergever, *Conservative Image Transformations with Restoration and Scale-Space Properties*, Proceedings of the International Conference On Image Processing – ICIP-96, vol. 1, pp. 465-468, Lausanne, 1996.
- [Wei97b] J. Weickert, *Coherence-Enhancing Diffusion of Colour Images*, Proceedings of the VII National Symposium on Pattern Recognition and Image Analysis, NSPRIA, Barcelona, vol. 1, pp. 239-244, 1997.
- [WeS02] J. Weickert, H. Scharr, *a Scheme for Coherence Enhancing Diffusion Filtering with Optimized Rotation Invariance*, Journal of Visual Communication and Image Representation, vol. 13, n°1-2, pp. 103-118, 2002.
- [Whi93] R. Whitaker, *Geometry limited diffusion*, these de doctorat, Department of Computer Science, University of North Carolina, 1993.
- [WhP93] R. Whitaker, S.M. Pizer, *A multi-scale approach to nonuniform diffusion*, Graphical Model and Image Processing: Image Understanding, vol. 57, pp 111-120, 1993.
- [Wit83] A. Witkin, *Scale-space filtering*, Proceedings of the International Joint Conference on Artificial Intelligence, New-York, pp 1019-1021, 1983.