



**HAL**  
open science

# Etude de la propagation d'une fissure sous chargement thermique cyclique induisant un gradient de température dans l'épaisseur

Hoai Nam Le

► **To cite this version:**

Hoai Nam Le. Etude de la propagation d'une fissure sous chargement thermique cyclique induisant un gradient de température dans l'épaisseur. Sciences de l'ingénieur [physics]. ISAE-ENSMA Ecole Nationale Supérieure de Mécanique et d'Aérotechnique - Poitiers, 2009. Français. NNT: . tel-00399488

**HAL Id: tel-00399488**

**<https://theses.hal.science/tel-00399488v1>**

Submitted on 26 Jun 2009

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# **THESE**

pour l'obtention du grade de

DOCTEUR DE L'ECOLE NATIONALE SUPERIEURE DE MECANIQUE ET  
D'AEROTECHNIQUE

*(Diplôme National - Arrêté du 7 Août 2006)*

Ecole Doctorale : Sciences pour l'Ingénieur & Aéronautique

Secteur de Recherche : Mécanique des Solides et des Matériaux

Présentée par :

**Hoi Nam LE**

\*\*\*\*\*

**Etude de la propagation d'une fissure sous chargement thermique  
cyclique induisant un gradient de température dans l'épaisseur**

\*\*\*\*\*

Directrice de Thèse : **C. GARDIN**

\*\*\*\*\*

Soutenue le 12 Mai 2009

devant la Commission d'Examen

\*\*\*\*\*

## **JURY**

M. Philippe BOMPARD	Professeur, Ecole Centrale de Paris	<i>Président</i>
M. Gérard DEGALLAIX	Professeur, Ecole Centrale de Lille	<i>Rapporteur</i>
M. Stéphane MARIE	Ingénieur, HdR, CEA Saclay	<i>Rapporteur</i>
M. Philippe GILLES	Ingénieur, Expert international chez AREVA	<i>Examineur</i>
M. Gérard BEZINE	Professeur, ENSMA, Poitiers	<i>Examineur</i>
Mme Catherine GARDIN	Professeur, ENSMA, Poitiers	<i>Examinatrice</i>



## REMERCIEMENTS

En premier lieu, j'aimerais remercier vivement ma directrice de thèse, Catherine GARDIN, qui m'a confié ce sujet de thèse. Je tiens à saluer son courage, sa gentillesse et à remercier "ma chef" de m'avoir guidé et supporté toute la durée de ma formation à l'ENSMA (Stage, PFE, Doctorant). Son enthousiasme et son dynamisme m'ont chaque fois permis de rebondir dans les moments difficiles.

Mes remerciements s'adressent ensuite aux membres du jury. Tout d'abord, je remercie chaleureusement Messieurs Gérard DEGALLAIX et Stéphane MARIE d'avoir accepté d'être rapporteurs de ce mémoire. J'adresse mes vifs remerciements à Monsieur Philippe BOMPARD d'avoir présidé mon jury, et à Messieurs Philippe GILLES et Gérard BEZINE d'avoir bien voulu également juger mon travail de thèse. Je tiens à noter tous les échanges et discussions scientifiques fort fructueux avec les membres de jury. Je voudrais également remercier Gérard BEZINE pour ses conseils et aides scientifiques qu'il a pu me fournir non seulement pour la thèse mais aussi pour mes travaux d'enseignement en tant qu'ATER.

Je tiens à exprimer ma reconnaissance à Monsieur José MENDEZ qui, en tant que l'ancien directeur du laboratoire, m'a accueilli au sein du LMPM. Ma plus grande gratitude va également à son successeur, Madame Marie Christine LAFARIE, qui m'ont permis de terminer ma thèse en toute sérénité.

Un grand merci à Denis BERTHEAU et Guillaume BENOIT pour leur aide et leurs conseils précieux dans la conception et réalisation du montage expérimental, à Yves NADOT pour sa méthode d'usinage d'entaille. Un merci tout particulier à Jacques LEFORT et à l'équipe technique du LMPM pour leurs solutions techniques et la qualité de leur travail. Je remercie également Mustapha JOUIAD pour les heures passées à observer mes éprouvettes afin de trouver les fameuses "stries de fatigue".

Je n'oublierai pas non plus Kokleang VOR, Jean PETIT et Christine SARRAZIN-BEAUDOUX pour leurs travaux exemplaires sur l'identification du comportement en fissuration du 304L. Merci à Jean PETIT pour tous les renseignements précieux qui m'ont permis de mieux comprendre le mécanisme de fissuration dans le 304L.



Je tiens aussi également à témoigner ma profonde reconnaissance à Monsieur Son DOAN KIM, Professeur à l'Université de Poitiers, pour sa grande contribution à la collaboration franco-vietnamienne. Je voudrais aussi rendre hommage à Denys GAMBY et Lionel BUTHAUD pour leur participation à la formation des jeunes ingénieurs vietnamiens. Leur exigence, tolérance, gentillesse et leur passion me font très chaud au cœur.

J'aimerais ensuite saluer tous les permanents du LMPM où j'ai passé ces merveilleuses années. Merci à Damien, Gilbert, Jonathan, Sylvie, Carole, Véronique, Laurence, Jean-Claude, Xavier pour leur sympathie, à Brigitte, Eliane, Francine, Patrick pour leur gentillesse et les services rendus. Je remercie également Gérard pour son aide en informatique et Mikaël pour sa gestion impeccable du cluster du LMPM. Un très grand merci à Damien et à Monsieur André DRAGON dont les encouragements juste avant le jour "J" m'ont touché et rendu plein de confiance. Merci à Marianne, Loïc, Marco pour leur fraîcheur et leur énergie. La liste est encore longue, alors pour l'écouter je me permets de remercier chaleureusement l'ensemble du personnel du laboratoire et de l'école.

J'ai une pensée très émue pour tous les thésards, stagiaires et contractuels qui ont défilé pendant ces années. Tout d'abord, je rends hommage aux anciens Greg, Cédric, Hoang, Quynh, Quang, Eléonore, Pierre, Bayonne, Twingo, Hicham, Yoann, Flo, Marion, Loïc, Fred... Je n'oublierai jamais mon ancien bureau 39 avec Olivier "bras d'acier", Cédric et "des Skywalkers", Sophie "La Dartoise". Surtout, merci à Sophie pour tes cours de la langue française (grâce à elle, je parle un peu "trop bien" le français) et sa présence le jour de ma soutenance. Je vais me souvenir longtemps de mes camarades présents : Maxime, Julien avec "le T-shirt rose" et Quy (Il faut prononcer le y à la fin) qui font partie du présent bureau 39; Jean Charles, Huy, Claire et "son fils" François du bureau 40; Seb, Lolo, Michaël, Leang du bureau 38; Romain (Porsche addicted), Bert, Gaëlle, Thang du bureau 37; sans oublier Tombass, Tom, Benoît, Timothée, José, Talib, Hong. Merci à l'ATEM pour les activités organisées qui permettent de renforcer les liens entre les thésards. ATEM, on t'aime!

Enfin, je voudrais adresser mes remerciements à mes parents, à mon frère et à toute ma famille pour leur soutien sans faille et pour l'amour inconditionnel qu'ils me portent. Et la dernière personne, bien sûr c'est ma femme, Minh. Je ne trouverais pas de mots suffisamment significatifs et pertinents pour exprimer ma gratitude envers elle, mon amour. Sachant que la plus belle réussite de ma vie, c'est elle!

## RESUME

Cette étude vise à appréhender le phénomène de propagation de fissure par fatigue thermique induisant un gradient de température dans l'épaisseur. Dans un premier temps, un dispositif expérimental original a été mis au point, permettant de soumettre une éprouvette parallélépipédique de 304L à du cyclage thermique entre 350°C et 100°C, en l'absence de chargement mécanique. Deux entailles semi-circulaires (profondeur 0,1mm, de largeur 4mm) ont été usinées. Les essais interrompus réalisés ont permis de caractériser et quantifier la propagation de la fissure existante en surface et à coeur.

Dans une deuxième partie, des calculs numériques tridimensionnels ont été effectués sous Abaqus. Une automatisation utilisant Python a permis de simuler la propagation d'une fissure sous cyclage thermique, avec remaillage en front de fissure à chaque pas de calcul. Aucune hypothèse n'a été prise sur la forme de fissure durant la propagation. Une comparaison avec les résultats d'essais montre une très bonne concordance sur l'évolution de la forme du front de fissure ainsi que sur les cinétiques de propagation au bord et à coeur.

Une approche analytique a également été développée se basant sur le calcul du facteur d'intensité de contraintes (FIC). Une approche bidimensionnelle a d'abord été mise en place nous permettant de mieux comprendre l'influence de différents paramètres thermiques et géométriques. Enfin, une approche tridimensionnelle, avec une fissure demeurant elliptique pendant la propagation, a abouti à une prédiction de la propagation en largeur et profondeur de la fissure tout à fait comparable à celle obtenue numériquement, mais avec des temps de calcul bien moindres.

## ABSTRACT

This study aims to figure out the crack growth phenomenon by thermal fatigue induced by thermal gradient through thickness of specimen. Firstly, an experimental facility has been developed: a rectangular parallelepiped specimen is subjected to thermal cycling between 350°C and 100°C; the specimen is freed to expand and contract. Two semi-circular notches (0,1mm depth and 4mm length) have been machined on the surface of the specimen. A series of interrupted tests has been carried out to characterize and quantify the crack growth in depth and surface of the pre-existing crack.

Next, a three-dimensional crack growth simulation has been implemented in ABAQUS. Automation using Python was used to simulate the propagation of a crack under thermal cycling, with remeshing at crack front after each calculation step. No assumption has been taken on the crack front during the crack propagation. A comparison with test results showed very good agreement on the evolution of crack front shape and on the kinetics of propagation on the edge and the heart of pre-existing crack.

An analytical approach was also developed based on the calculation of stress intensity factors (SIC). A two-dimensional approach was first introduced enabling us to better understand the influence of various thermal and geometric parameters. Finally, a three-dimensional approach, with an elliptical assumption crack shape during the propagation, leading to a prediction of crack growth on the surface and in depth which is very similar to that obtained numerically, but with computational time much lower.

***Mot clé:*** Acier inoxydable, Fatigue thermique, Contraintes thermiques, Mécanique de la rupture, Facteur d'intensité de contraintes, Fissuration.



# INTRODUCTION



A cause de leurs conditions opérationnelles sévères, de nombreux composants industriels sont soumis à des combinaisons complexes de contraintes mécaniques cycliques et températures cycliques. Ces combinaisons sont à l'origine de l'amorçage et de la propagation de fissures de fatigue dans ces pièces, ce qui peut conduire jusqu'à la rupture. Ainsi, l'étude de la tenue en fatigue de ces pièces dans de telles conditions devient indispensable car il nous permet de prévoir la durée de vie et la sécurité des composants.

Un exemple illustratif est donné ci-après dans le domaine du nucléaire qui représente une part importante de la production d'électricité. Cependant son exploitation présente beaucoup de risques, en particulier, le problème des fuites de fluide radioactif. En 1998, sur le site de la centrale nucléaire de Civaux située dans le département de la Vienne, une fuite a été observée sur le coude du té de mélange des fluides chaud et froid du circuit RRA. Après expertise, une fissure traversante a été détectée au pied d'un cordon de soudure dans le coude. De plus, des réseaux de faïençage avec des fissures limitées à 2-3mm en profondeur ont été observés. L'apparition des réseaux de faïençage a permis de conclure que cette fuite avait pour origine de la fatigue thermique.

C'est pour cette raison que de nombreuses études ont été lancées ensuite en collaboration entre le CEA, AREVA NP, EDF et plusieurs laboratoires universitaires afin d'appréhender le phénomène de fatigue thermique. Des progrès ont été obtenus sur tous les domaines d'étude: analyse thermo-hydraulique, influence de l'état de surface, fatigue des aciers inoxydables, amorçage et propagation de réseaux de fissure...

C'est dans cette optique que nous avons décidé de mener des recherches dans le cadre d'une thèse au sein du Laboratoire de Mécanique et de Physique de Matériaux de l'Ecole

Nationale Supérieure de Mécanique et d'Aérotechnique à Poitiers. L'objectif de cette thèse est, tout d'abord, d'appréhender le mécanisme gouvernant la propagation d'une fissure dans une pièce soumise à un gradient cyclique de température. Les connaissances acquises permettront ensuite de développer des outils adéquats afin de modéliser ce phénomène.

Dans un premier temps, une étude bibliographique sera de toute évidence indispensable afin de mieux cerner le cadre de nos recherches. L'étude bibliographique présentée dans le chapitre I de ce manuscrit, permettra de réviser les outils importants de la mécanique linéaire de la rupture et de la fatigue, largement utilisés pour décrire le phénomène de fissuration de fatigue. Le phénomène de fatigue thermique sera exposé ensuite afin de dresser un bilan des résultats obtenus et des approches utilisées par différents auteurs. Cette première partie nous aidera à construire une démarche à suivre dans le reste de notre étude.

Nos travaux continueront, dans le chapitre II, par la mise en place d'un essai expérimental dédié à l'étude de la propagation de fissure tridimensionnelle par fatigue thermique. Par souci de simplicité, nous avons décidé de travailler avec une pièce de géométrie simple, de forme parallélépipédique. Une étape de pré-dimensionnement nous permettra de fixer les chargements thermiques et les dimensions de l'éprouvette entaillée pour avoir une propagation importante dans un temps raisonnable. Une campagne d'essais sera alors lancée pour obtenir des informations sur la forme et quantifier les cinétiques de la fissuration tridimensionnelle par fatigue thermique.

Le chapitre III résumera le développement d'un programme informatique en langage objet orienté Python afin de modéliser, de manière automatique, la propagation de fissure par fatigue thermique dans le code de calcul éléments finis ABAQUS. La forme et les cinétiques

de fissure issues de la modélisation seront ensuite comparées avec celles de l'expérimental. Cette confrontation permettra de juger l'efficacité de la procédure mise en œuvre et de mettre en lumière les mécanismes gouvernant la propagation d'une fissure sous chargement thermique.

La modélisation par éléments finis nécessitant des calculs longs et coûteux en ressources informatiques, le dernier chapitre de ce manuscrit, le chapitre IV, visera alors à traiter le problème de manière analytique. Une solution analytique sera tout d'abord obtenue dans le cadre bidimensionnel. Une étude paramétrique permettra ensuite de comprendre l'influence de différents paramètres du chargement thermique et de la géométrie. L'étude analytique se terminera avec l'étude de propagation tridimensionnelle en supposant que la fissure reste semi-elliptique durant la fissuration.

Finalement, après avoir obtenu les principales conclusions importantes de cette étude, nous dresserons quelques perspectives en vue d'améliorer notre connaissance du phénomène de fissuration par fatigue thermique et d'optimiser la démarche utilisée au cours de ces travaux.





CHAPITRE I :  
Etude bibliographique



## SOMMAIRE DU CHAPITRE I

1.	Mécanique linéaire de la rupture .....	20
1.1.	Facteur d'intensité de contraintes (FIC) .....	22
1.2.	Principe de superposition et méthode de fonction poids .....	24
1.3.	Evaluation du facteur d'intensité de contraintes par la méthode des éléments finis	26
1.3.1.	Techniques d'extrapolation .....	26
1.3.2.	Méthodes énergétiques .....	27
2.	Propagation de fissures par fatigue .....	31
2.1.	Mécanismes de fatigue .....	33
2.2.	Caractérisation de la propagation de fissure .....	34
2.3.	Modélisation de la propagation d'une fissure par fatigue .....	36
2.3.1.	Principe de modélisation .....	36
2.3.2.	Différentes techniques de modification du maillage .....	38
3.	Phénomène de fatigue thermique .....	40
3.1.	Introduction .....	40
3.2.	Etude expérimentale .....	42
3.2.1.	Essais structure .....	42
3.2.1.1.	Essai FATHER [84] .....	42
3.2.1.2.	Essai FAENA [85] .....	42
3.2.2.	Essais quasi-structure .....	44
3.2.2.1.	Essai INTHERPOL .....	44

---

3.2.2.2.	Essai FAT3D .....	46
3.2.2.3.	Essai JRC [61].....	48
3.2.3.	Essais sur éprouvette .....	50
3.2.3.1.	Essai SPLASH [58].....	50
3.2.3.2.	Essai de fissuration par chocs thermiques répétés .....	52
3.3.	Travaux numériques et analytiques sur l'interprétation du phénomène de fatigue thermique.....	56
3.3.1.	Approche numérique .....	56
3.3.2.	Approche analytique .....	62
3.3.3.	Calcul combiné numérique/analytique.....	66
4.	Conclusion.....	69

## LISTE DES FIGURES ET DES TABLEAUX

Fig.I-1: Conception Romaine des ponts – Structure sollicitée en compression [1] .....	20
Fig.I-2 : Conception de structure par l'approche de la mécanique de la rupture.....	21
Fig.I-3 : Trois modes élémentaires de sollicitation [1] .....	22
Fig.I-4: Fissure bidimensionnelle dans un repère cylindrique .....	23
Fig.I-5: Principe de superposition .....	24
Fig.I-6: Principe des techniques d'extrapolation .....	27
Fig.I-7: Choix arbitraire d'un contour fermé entourant la fissure .....	28
Fig.I-8: Evaluation de J par l'intégrale de domaine (Equa.I-13).....	30
Fig.I-9: Contours concentriques choisis par ABAQUS pour l'évaluation de J [15, 27] .....	30
Fig.I-10: Représentation schématique d'un chargement de fatigue [28].....	32
Fig.I-11: Amorçage de microfissures dû à la formation d'intrusions et extrusions [28, 29]....	33
Fig.I-12: Régimes de propagation des fissures de fatigue .....	34
Fig.I-13 : Phénomène de fermeture de la fissure .....	35
Fig.I-14: Procédure itérative pour modéliser l'évolution du front d'une fissure plane [36] .....	37
Fig.I-15: Propagation d'une fissure par la technique de déboutonnage.....	38
Fig.I-16: Propagation de fissure par la technique de régénération des éléments [42].....	39
Fig.I-17: Propagation d'une fissure par la technique de remaillage [44] .....	39
Fig.I-18: Endommagement du matériau par fatigue thermique- incident Civaux [55].....	41
Fig.I-19 : Maquette FATHER [84] .....	42
Fig.I-20: Dispositif expérimental FAENA [85] .....	43

Fig.I-21 : Etude de l'influence de la fréquence sur l'essai FAENA [86] .....	44
Fig.I-22: Principe d'essai INTHERPOL [55] .....	45
Fig.I-23: Résultat d'essai INTHERPOL après 264 000 cycles [55].....	45
Fig.I-24: Principe de l'essai FAT3D [88] .....	46
Fig.I-25: Réseau de fissures créé par l'essai FAT3D [88].....	47
Fig.I-26 : Faciès de la fissure traversante [88] .....	47
Fig.I-27: Principe de l'essai JRC [61] .....	48
Fig.I-28: Réseau de faïençage obtenu par l'essai JRC [61].....	49
Fig.I-29: Influence de différents paramètres d'essai JRC.....	50
Fig.I-30: Principe des essais de fatigue SPLASH [58] .....	51
Fig.I-31: Evolution de la température dans l'éprouvette SPLASH [58].....	51
Fig.I-32: Longueur totale par rapport à profondeur maximale de fissures de l'essai SPLASH [89] .....	52
Fig.I-33: Géométrie de l'éprouvette et de l'entaille initiale dans l'étude de Marsh [90].....	53
Fig.I-34:Résultats de l'essai de fissuration par chocs thermiques répétés d'une fissure traversante droite [90] .....	53
Fig.I-35: Dispositif expérimental de Czuck [91] .....	54
Fig.I-36: Marquage de l'évolution du front de fissure par l'alternance de trempe à l'eau de ville et à l'eau distillée [93] .....	55
Fig.I-37: Cinétiques de fissuration en surface et en profondeur obtenues par Kane [93].....	55
Fig.I-38: Simulation du réseau de fissures de l'essai SPLASH par la méthode des éléments finis [89] .....	56

Fig.I-39 : Comparaison numérique/expérimental de la cinétique de propagation dans l'épaisseur dans le réseau de fissures [94] .....	57
Fig.I-40: Résultat de simulation de l'essai FAT3D – a) Déformation équivalente et b) Direction des contraintes principales [88, 95].....	58
Fig.I-41: Analyse de propagation sur FAT3D [88].....	59
Fig.I-42: Résultats de l'analyse de propagation de l'essai FAT3D [88] .....	60
Fig.I-43: Etude paramétrique sur l'arrêt de fissuration [97].....	61
Fig.I-44: Effet de la fréquence du chargement thermique sur la valeur maximale du FIC [97] .....	61
Fig.I-45: Une sollicitation thermique quelconque [102].....	62
Fig.I-46: Démarche analytique proposée par Marie appliquée à une pièce de tuyauterie [102] .....	63
Fig.I-47: Comparaison des températures analytiques et numériques [102].....	63
Fig.I-48: Détermination du facteur d'intensité de contraintes par la méthode des fonctions de Green [101] .....	64
Fig.I-49: Comparaison du FIC obtenu par la fonction de Green et par la méthode des éléments finis [101].....	65
Fig.I-50: Evolution de $\Delta K$ durant la fissuration pour une sollicitation thermique sinusoïdale [101] .....	65
Fig.I-51: Comparaison du front de fissure prédit avec celui expérimental dans l'étude de Czuck [91].....	66
Fig.I-52: Comparaison du front de fissure prédit avec celui expérimental dans l'étude de Bethge [92].....	67
Fig.I-53: Comparaison des cinétiques obtenues par chocs thermiques répétés avec celles de l'éprouvette CT en fatigue isotherme à 20°C [93].....	68





## LISTE DES EQUATIONS

Equa.I-1 .....	21
Equa.I-2 .....	23
Equa.I-3 .....	23
Equa.I-4 .....	24
Equa.I-5 .....	24
Equa.I-6 .....	24
Equa.I-7 .....	25
Equa.I-8 .....	26
Equa.I-9 .....	26
Equa.I-10 .....	27
Equa.I-11 .....	28
Equa.I-12 .....	28
Equa.I-13 .....	29
Equa.I-14 .....	29
Equa.I-15 .....	35
Equa.I-16 .....	36
Equa.I-17 .....	64



## 1. Mécanique linéaire de la rupture

La conception de structures pour éviter la rupture est un problème auquel l'ingénierie doit faire face depuis longtemps. Le fait que plusieurs pyramides de l'Egypte antique et de nombreux ponts de La Renaissance en Europe sont toujours debout est le témoignage de la capacité et des connaissances de l'ingénierie des anciens. La durabilité de ces structures est en particulier étonnante car le choix de matériaux est très limité à cette époque. Jusqu'au 19<sup>ème</sup> siècle, les principaux matériaux de construction sont le bois, la brique et le mortier. Brique et mortier ne peuvent pas soutenir la charge de traction. En conséquence, les structures sont très souvent conçues pour être chargées en compression. Ainsi, la plupart des architectures sont en forme d'arc (cf. Fig.I-1).

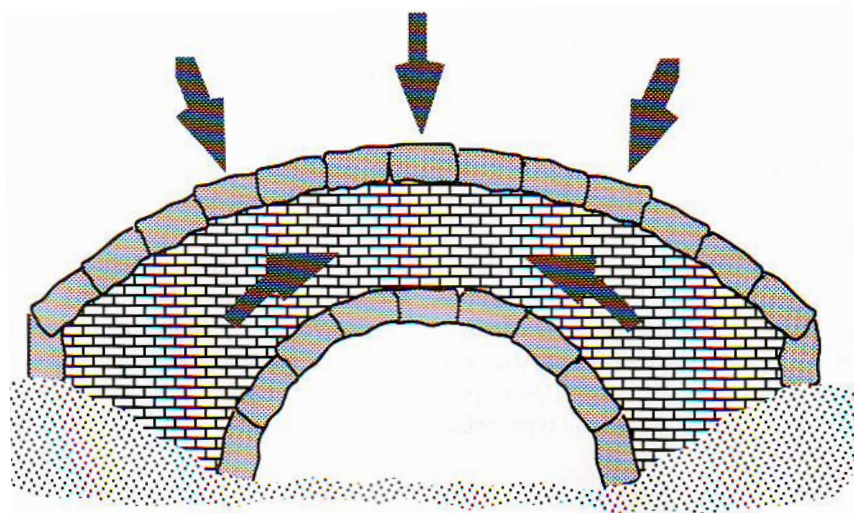


Fig.I-1: Conception Romaine des ponts – Structure sollicitée en compression [1]

La révolution industrielle avec la production massive d'acier a permis de lever des restrictions dans la conception des structures. Grâce à la bonne résistance en traction de l'acier et à sa ductilité, les ingénieurs ont pu construire des structures sollicitées en traction. La conception traditionnelle par l'approche de la résistance des matériaux est ainsi appliquée pour les structures en acier: les contraintes calculées dans la structure sont comparées avec la limite à rupture des matériaux choisis. Les matériaux sont considérés comme appropriés, ou la fiabilité de la structure est assurée si les contraintes dans la structure sont inférieures à la limite à la rupture. Pour éviter la rupture brutale de la structure, un coefficient de sécurité est généralement appliqué. Malgré toutes les précautions prises lors de la conception, certaines structures réelles se sont parfois rompues à une charge bien inférieure à celle calculée.

La raison de telles ruptures a été relevée en partie, quelques siècles plus tôt, par Léonard de Vinci. Ses travaux sur la résistance d'un fil de fer lui ont permis de conclure que la résistance à la rupture décroît avec la longueur du fil. Ces résultats ont montré que les défauts dans les matériaux influent sur leur résistance : la probabilité d'apparition de défauts critiques conduisant à la rupture augmente avec le volume du corps sollicité. Cependant, ces résultats restent qualitatifs.

Le lien quantitatif entre la rupture et la taille de défaut a été proposé par Griffith [2] en 1920. Le modèle de Griffith, basé sur un critère énergétique, a prédit correctement la relation entre la résistance du corps élastique - fragile et la taille du défaut. Irwin [3] a ensuite développé cette approche énergétique en introduisant le concept de taux de restitution d'énergie  $G$ .

$$G = -\frac{d\Pi}{dA} \quad \text{Equa.I-1}$$

Où  $\Pi$  est l'énergie potentielle du corps fissuré et  $A$  est l'aire fissurée.

La rupture intervient quand  $G$  atteint une valeur  $G_c$  critique: la ténacité du matériau. Une des hypothèses fondamentales de la mécanique de la rupture est que la ténacité est indépendante de la géométrie et de la dimension du corps fissuré. La ténacité à la rupture mesurée sur une éprouvette de laboratoire peut être appliquée à la structure.

Les travaux de Griffith et Irwin ont ainsi construit les fondements de la mécanique de la rupture: une nouvelle approche de conception de structure est née (cf. Fig.I-2).

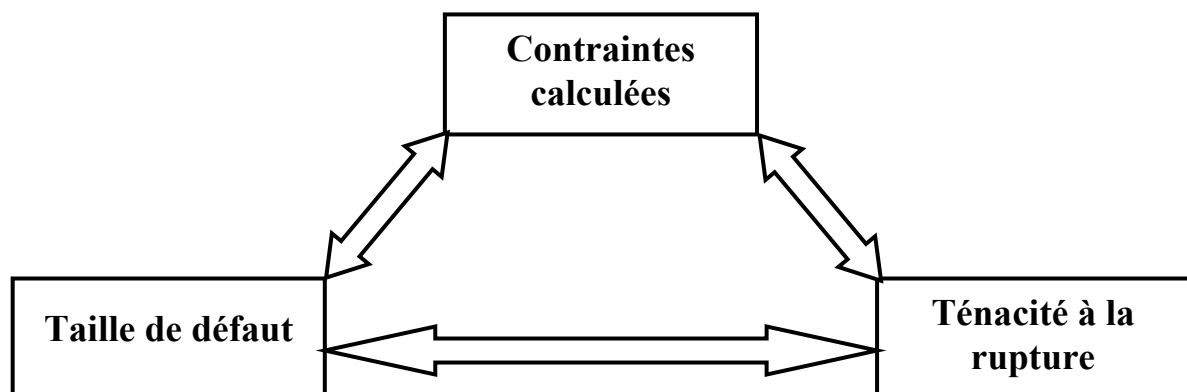


Fig.I-2 : Conception de structure par l'approche de la mécanique de la rupture

La conception de structure par l'approche de la mécanique de la rupture prend donc en compte trois variables : les contraintes appliquées, la géométrie du défaut et de la pièce, la ténacité du matériau. Dans la plupart des cas, comme on connaît les contraintes appliquées et la ténacité du matériau considéré, la mécanique de la rupture permet d'évaluer la taille critique de défaut dans la structure [4]. Si le comportement de la structure est élastique linéaire, on parle alors de mécanique linéaire de la rupture.

Nous ne parlerons principalement ici que de la mécanique linéaire de la rupture qui constitue un des outils prépondérants de la présente étude.

### 1.1. Facteur d'intensité de contraintes (FIC)

Il a été montré que toutes les sollicitations sur la fissure peuvent être ramenées à la superposition de trois modes élémentaires (cf. Fig.I-3):

- le mode I (ou mode d'ouverture) où les lèvres de la fissure se déplacent dans des directions opposées, perpendiculairement au plan de fissuration,
- le mode II (ou mode de cisaillement dans le plan) où les lèvres de la fissure se déplacent dans le même plan, dans une direction perpendiculaire au front de fissure,
- le mode III (ou mode de cisaillement hors plan) où les lèvres de la fissure se déplacent dans le même plan, dans une direction parallèle au front de fissure.

Notons que dans le cas des modes II et III, les lèvres de fissures restent en contact et entraînent donc des frottements qui diminuent l'énergie disponible pour la propagation de fissure. Ces deux modes sont ainsi généralement moins dangereux que le mode I.

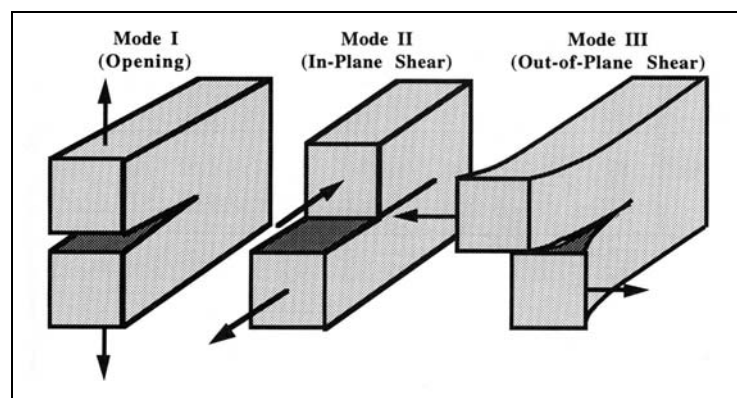


Fig.I-3 : Trois modes élémentaires de sollicitation [1]

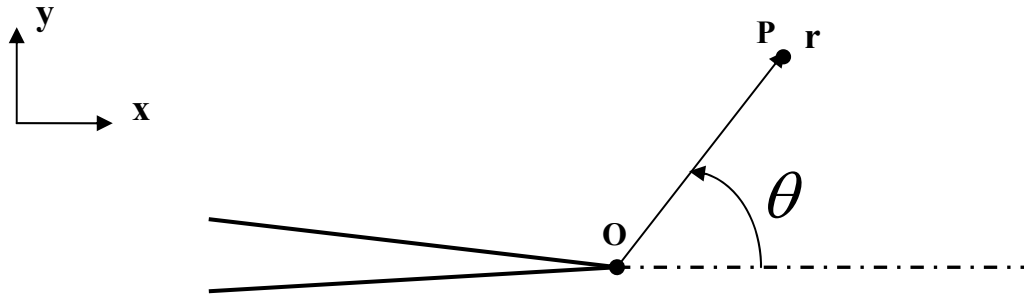


Fig.I-4: Fissure bidimensionnelle dans un repère cylindrique

En utilisant l'approche proposée par Westergaard, Irwin [5] a montré que les contraintes au voisinage de la fissure peuvent s'écrire:

$$\sigma_{ij}(r, \theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} (K_I \cdot f_{ij}^{(I)}(\theta) + K_{II} \cdot f_{ij}^{(II)}(\theta) + K_{III} \cdot f_{ij}^{(III)}(\theta)) \quad \text{Equa.I-2}$$

Les indices  $i$  et  $j$  indiquent les différentes composantes de contraintes.  $r$  et  $\theta$  sont les coordonnées polaires du point P considéré, ces coordonnées ayant comme origine la pointe de la fissure. Les fonctions  $f_{ij}$  s'expriment en fonction de l'angle polaire  $\theta$  et dépendent du mode de fissuration. Les contraintes s'expriment alors en fonction de trois facteurs d'intensité de contraintes  $K_I$ ,  $K_{II}$  et  $K_{III}$  (FIC) correspondant respectivement aux modes I, II et III.

Une relation analogue peut être déduite pour les déplacements:

$$u_i(r, \theta) = \sqrt{\frac{r}{2\pi}} (K_I \cdot g_i^{(I)}(\theta) + K_{II} \cdot g_i^{(II)}(\theta) + K_{III} \cdot g_i^{(III)}(\theta)) \quad \text{Equa.I-3}$$

Ainsi, le facteur d'intensité de contraintes  $K$  est un des paramètres les plus importants de la mécanique de la rupture: dès qu'il est connu, toutes les composantes des contraintes, déplacements et déformation peuvent être déduits. De nombreuses formules analytiques existent pour déterminer  $K$ . Cependant, ces expressions sont souvent développées pour des cas de géométrie et de sollicitation simple [6]. Dès que la géométrie ou la sollicitation se complexifient, il devient nécessaire d'utiliser le principe de superposition et les fonctions de poids... voire une méthode numérique.

## 1.2. Principe de superposition et méthode de fonction poids

Dans le cas de l'étude d'un corps fissuré d'une géométrie donnée, soumis à des sollicitations complexes, la solution la plus couramment utilisée consiste à ramener le problème traité à une suite de problèmes déjà résolus dont les solutions sont connues [7]. Le principe utilisé est toujours celui de la superposition des solutions, qui résulte bien évidemment de l'élasticité linéaire.

Considérons, tout d'abord, une pièce non fissurée soumise à un chargement quelconque  $P(x)$  dans le cas bidimensionnel (cf. Fig.I-5a). La sollicitation  $P(x)$  crée une contrainte normale  $p(x)$  dans le segment AB de la pièce. Un corps semblable avec une fissure sur le segment AB est rendu "aveugle" à la présence de fissure par application de contraintes de fermeture  $-p(x)$  sur les lèvres de la fissure (cf. Fig.I-5b). Nous avons ainsi.

$$K^{(a)} = K^{(b)} = 0 \quad \text{Equa.I-4}$$

De plus, le cas b) peut être considéré comme la superposition des deux chargements (c) et (d). Nous avons donc :

$$K^{(a)} = K^{(b)} = K^{(c)} + K^{(d)} = 0 \quad \text{Equa.I-5}$$

D'où:

$$K^{(c)} = -K^{(d)} = K^{(e)} \quad \text{Equa.I-6}$$

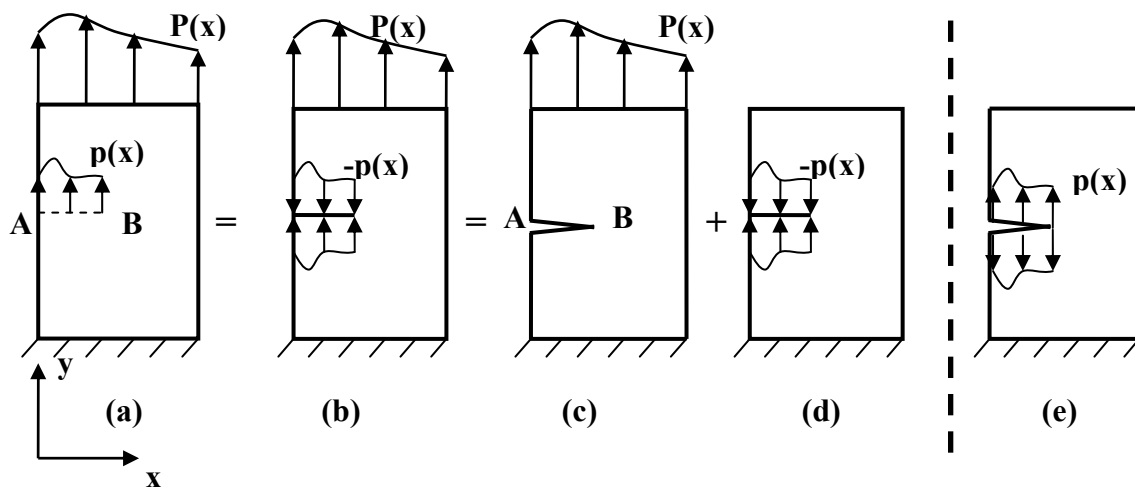


Fig.I-5: Principe de superposition



Ainsi, on peut en déduire que le facteur d'intensité de contraintes pour n'importe quel cas de chargement est égal au FIC obtenu en appliquant aux lèvres de la fissure les contraintes qui existeraient là s'il n'y avait pas de fissure [8]

De plus, Bueckner [7] et Rice [9] ont montré que le FIC du système (e) peut être estimé par l'expression suivante:

$$K = \int_{\Gamma_c} p(x)m(x)dx \quad \text{Equa.I-7}$$

Où  $\Gamma_c$  est le périmètre de la fissure considérée, et  $m(x)$  est la fonction poids, qui ne dépend que de la géométrie du solide fissuré. La méthode de fonction poids est très puissante car elle permet d'évaluer le FIC pour n'importe quelles conditions aux limites. Notons que le concept de fonction poids n'est pas limité à un cas bidimensionnel, ni au mode I de rupture, ni à un matériau élastique isotrope. De nombreuses études sont toujours en cours afin de trouver des fonctions poids pour des configurations de fissuration de plus en plus complexes. Beghini [10] a proposé des fonctions poids pour une fissure bifurquée dans une plaque semi infinie. Shen [11] a obtenu des fonctions poids au bord et à cœur d'une fissure semi-elliptique dans une plaque d'épaisseur finie. Cependant, les solutions proposées sont limitées à des géométries semi-elliptiques avec un rapport de profondeur/demi-largeur  $a/c$  supérieur à 0,2. En s'appuyant sur l'approche de Shen, Wang [12, 13] a développé les fonctions poids pour tous les rapports de  $a/c$  compris entre 0 et 1, et ceci pour tous les points situés sur le front de fissure semi-elliptique.

En résumé, la méthode de fonction poids offre une approche très intéressante. L'étude qui va suivre concernant une pièce de géométrie simple, il sera possible d'utiliser cette approche pour évaluer le FIC, notamment dans les études bidimensionnelles. Néanmoins, cette méthode a des inconvénients. Les expressions des fonctions poids sont assez souvent très compliquées. C'est pour cette raison que des fonctions poids pour une fissure de forme quelconque n'ont été pas trouvées dans la littérature. Dans ce cas, une approche numérique par la méthode des éléments finis peut s'avérer nécessaire.

### 1.3. Evaluation du facteur d'intensité de contraintes par la méthode des éléments finis

Cette partie de manuscrit décrit deux familles de techniques intégrées fréquemment dans les codes de calculs éléments finis commerciaux pour évaluer le FIC. Il s'agit des techniques d'extrapolation et des méthodes énergétiques. Les techniques d'extrapolation déduisent le FIC à partir du champ de déplacement ou de contrainte au voisinage de la fissure. Les méthodes énergétiques calculent le taux de restitution d'énergie permettant ensuite de déduire le FIC. L'avantage des méthodes énergétiques est qu'elles sont applicables aux matériaux au comportement non linéaire.

#### 1.3.1. Techniques d'extrapolation

L'Equa.I-2 permet de déduire la relation entre le facteur d'intensité de contraintes en mode I et la contrainte d'ouverture  $\sigma_{yy}$  pour un point situé sur le plan de fissuration ( $\theta = 0$ ) [1, 4]:

$$K_I = \lim_{r \rightarrow 0} \left[ \sigma_{yy} \sqrt{2\pi r} \right] \quad (\theta = 0) \quad \text{Equa.I-8}$$

$K_I$  également est lié au déplacement d'un point situé sur la lèvres de fissure ( $\theta = \pi$ ) [1, 4, 14]:

$$K_I = \frac{2\mu}{\kappa + 1} \lim_{r \rightarrow 0} \left[ u_y \sqrt{\frac{2\pi}{r}} \right] \quad (\theta = \pi) \quad \text{Equa.I-9}$$

Avec  $\mu = \frac{E}{2(1+\nu)}$  module de cisaillement,

$\kappa = \frac{3-\nu}{1+\nu}$  sous l'hypothèse des contraintes planes et  $\kappa = 3-4\nu$  en déformations

planes.

Ainsi, le FIC peut être calculé par la méthode des éléments finis en traçant la quantité à droite des équations Equa.I-8 ou Equa.I-9 pour différents nœuds au voisinage de la pointe de fissure, et par extrapolation au point  $r=0$  (cf. Fig.I-6).

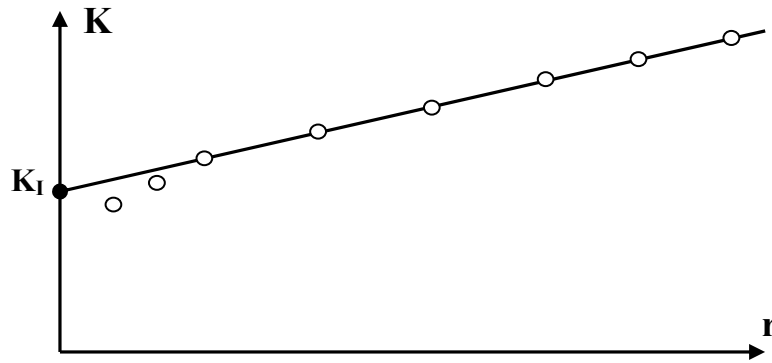


Fig.I-6: Principe des techniques d'extrapolation

Précisons que l'Equa.I-9 donne une estimation du facteur d'intensité de contraintes plus précise que l'Equa.I-8 car les déplacements aux nœuds peuvent être évalués avec un degré de précision plus élevé. Les techniques d'extrapolation sont simples à utiliser. Cependant, elles requièrent des maillages très raffinés afin d'avoir une bonne estimation du FIC. Pour combler cette lacune, de nombreux auteurs utilisent des éléments dits "au quart" ou de Barsoum [14-17]. Mais ces éléments peuvent se révéler difficiles à mettre en œuvre et coûteux en temps [15]. De plus, dans le cadre d'un calcul tridimensionnel, les techniques d'extrapolation requièrent des maillages orthogonaux au front de fissure [14, 17]. Cette dernière exigence compliquerait le développement du programme informatique visant à modéliser la propagation d'une fissure 2D que nous proposons de mettre en place par la suite. Nous décidons ainsi de laisser de côté ces techniques et de considérer d'autres techniques de détermination du FIC par la méthode des éléments finis : les méthodes énergétiques.

### 1.3.2. Méthodes énergétiques

Le concept de taux de restitution d'énergie  $G$  a été évoqué la première fois par Irwin [3] pour un matériau élastique linéaire. Dans le cadre d'un comportement élastoplastique, on introduit la notion d'intégrale  $J$ :

$$J = -\frac{d\Pi}{dA} \quad \text{Equa.I-10}$$

Où  $d\Pi$  est la variation de l'énergie potentielle due à l'avancée de la fissure, et  $dA$  est la variation de surface fissurée. Ainsi, dans le cas particulier d'un matériau au comportement

élastique linéaire, nous avons évidemment  $J = G$ . Rice [18] a ensuite démontré que  $J$  peut être évalué par une intégrale de contour:

$$J = \int_{\Gamma} \left( w dy - T_i \frac{\partial u_i}{\partial x} ds \right) \quad \text{Equa.I-11}$$

avec  $\Gamma$  contour fermé entourant la fissure  
 $ds$  élément de contour (cf. Fig.I-7),  
 $w$  densité d'énergie de déformation,  
 $T_i$  composantes du vecteur de contraintes  
 $u_i$  composantes du vecteur de déplacement.

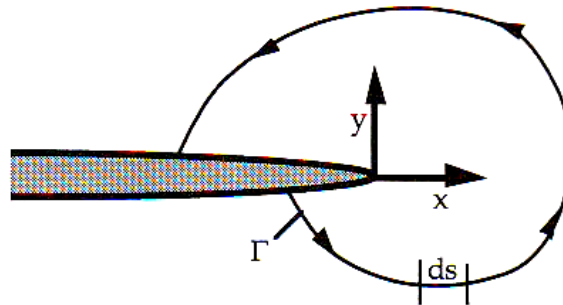


Fig.I-7: Choix arbitraire d'un contour fermé entourant la fissure

L'intégrale  $J$  est, mathématiquement, indépendante du contour choisi. Le calcul de  $J$  peut donc être réalisé loin de la pointe de fissure et de sa singularité, ce qui rend le calcul plus précis. Dans le cadre de la mécanique linéaire de la rupture, nous avons en mode I de rupture:

$$J = G = \frac{\kappa + 1}{8\mu} K_I^2 \quad \text{Equa.I-12}$$

Avec  $\mu = \frac{E}{2(1+\nu)}$  module de cisaillement

$\kappa = \frac{3-\nu}{1+\nu}$  sous l'hypothèse des contraintes planes et  $\kappa = 3-4\nu$  en déformations planes

Ainsi, l'évaluation numérique de l'intégrale  $J$  permet d'obtenir  $K$  dans le cadre d'un comportement élastique linéaire. Il existe dans la littérature deux méthodes plus largement

utilisées pour évaluer numériquement l'intégrale  $J$ . La première méthode est la technique d'avancée virtuelle de la fissure développée par Parks [19]. Cette méthode est encore utilisée très fréquemment dans les études récentes [20-22]. La deuxième méthode s'appuie sur la détermination de l'intégrale  $J$  proposée par Rice [18]. Le code de calcul ABAQUS/Standard, qui sera utilisé dans cette étude, comporte des fonctionnalités permettant d'évaluer l'intégrale  $J$  de manière automatique [23].

ABAQUS utilise la méthode de l'intégrale de domaine de l'énergie pour calculer  $J$ . Cette méthode peut être résumée comme suit. La formulation dans l'Equa.I-11 est difficilement utilisable pour une approche numérique par la méthode des éléments finis. Dans ce contexte, Shih et. Al. [24, 25], en utilisant le théorème de la divergence, ont montré que l'Equa.I-11 est équivalente à une intégrale de domaine :

$$J = \int_{A^*} \left[ \sigma_{ij} \frac{\partial u_j}{\partial x} - w \delta_{1i} \right] \frac{\partial q}{\partial x_i} dA \quad \text{Equa.I-13}$$

Où  $A^*$  est l'aire de la surface comprise entre les contours  $\Gamma_0$  et  $\Gamma_1$  (cf. Fig.I-8).  $q$  est une fonction lissée au choix;  $q$  doit être égale à 1 sur  $\Gamma_0$  et à 0 sur  $\Gamma_1$ . L'Equa.I-13 peut alors s'écrire sous forme discrétisée :

$$J = \sum_{A^*} \sum_{p=1}^m \left\{ \left[ \left( \sigma_{ij} \frac{\partial u_j}{\partial x} - w \delta_{1i} \right) \frac{\partial q}{\partial x_i} \right] \det \left( \frac{\partial x_j}{\partial \xi_k} \right) \right\}_p w_p \quad \text{Equa.I-14}$$

Avec  $m$  : nombre de points de Gauss

$w_p$  : poids d'intégration

$\xi_k$  : coordonnées des éléments dans les repères locaux [26].

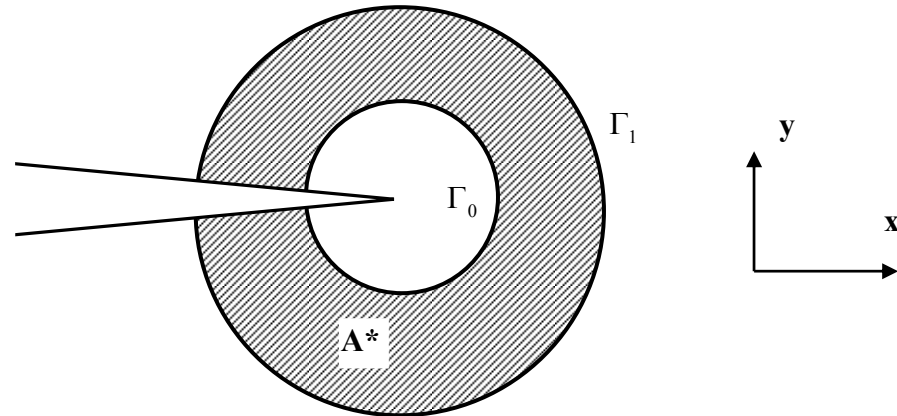


Fig.I-8: Evaluation de  $J$  par l'intégrale de domaine (Equa.I-13)

L'Equa.I-14 permet alors d'évaluer l'intégrale  $J$  par la méthode des éléments finis. Dans la pratique, le contour  $\Gamma_0$  est réduit à la pointe de fissure. Le contour  $\Gamma_1$  coïncide avec les bords des éléments. La commande à utiliser dans ABAQUS pour effectuer une évaluation de l'intégrale  $J$  est \*CONTOUR INTEGRAL. Elle requiert tout d'abord la donnée des nœuds formant le front de fissure (pour le cas 3D) ou la pointe de fissure (pour le cas 2D). Ensuite, l'utilisateur doit choisir le nombre de contours sur lesquels la détermination de l'intégrale  $J$  doit s'effectuer. ABAQUS va choisir ensuite les contours pour effectuer le calcul de  $J$  (cf. Fig.I-9). Pour aider ABAQUS à réaliser cette tâche, le maillage doit être concentrique autour de la pointe de fissure. Après le calcul, ABAQUS fournit à l'utilisateur les valeurs de l'intégrale  $J$  sur les différents contours ainsi que les facteurs d'intensité de contraintes correspondants.

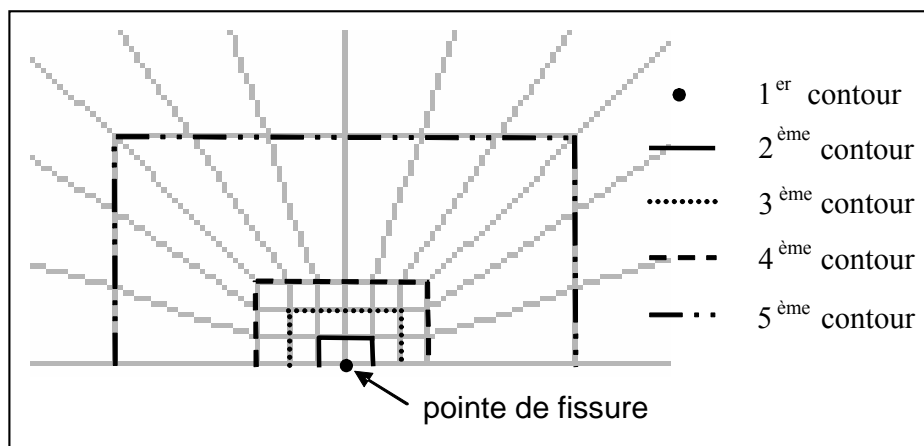


Fig.I-9: Contours concentriques choisis par ABAQUS pour l'évaluation de  $J$  [15, 27]

En théorie, l'intégrale  $J$  est indépendante du contour choisi. Cependant, les résultats de calcul montrent que la valeur du premier contour est faussée. Ceci s'explique facilement par la conception de l'intégrale de domaine. Le premier contour se confondant avec la pointe de fissure, le domaine  $A^*$  est réduit à un seul nœud. A partir du deuxième contour, sous réserve que le maillage ne soit pas trop grossier, le calcul de  $J$  converge et la valeur de  $J$  est la même sur tous les contours.

La technique de calcul de  $J$  par la méthode de l'intégrale de domaine de l'énergie est universelle. Elle peut être utilisée pour des problèmes statique et dynamique, pour une loi de comportement linéaire et non linéaire, et pour tout type de sollicitations. Elle peut aussi être généralisée pour un problème tridimensionnel. De plus, elle ne requiert pas l'orthogonalité du maillage au front de fissure. Cette technique s'avèrera particulièrement adéquate pour notre étude [27].

Enfin, notons que la rupture brutale ne comporte que peu d'intérêt dans notre contexte d'étude. L'utilisation de facteur d'intensité de contraintes pour une étude de propagation de fissure par fatigue sera toute indiquée...

## 2. Propagation de fissures par fatigue

La mécanique de la rupture est un outil efficace qui permet aux concepteurs et aux ingénieurs de prendre en compte l'apparition des défauts dans les matériaux et d'éviter ainsi toute rupture brutale. Dans le cas de charges statiques ou monotones et en s'appuyant sur la ténacité du matériau considéré, les charges maximales que la structure contenant des défauts peut supporter peuvent être calculées. Inversement, lorsque l'on connaît la valeur de charge agissant sur la structure, on peut déduire la taille critique des défauts tolérables.

Or, il suffit de considérer les structures qui nous entourent pour constater qu'elles sont soumises, en service, à des charges d'amplitude variable dans le temps, qu'il s'agisse des ailes ou du train d'atterrissage d'un avion, des pièces de toutes les machines tournantes... L'application et le retrait d'une charge, même si sa valeur est inférieure à la charge maximale admissible calculée par l'approche de mécanique de la rupture, répétés un grand nombre de fois, peuvent entraîner la rupture de la structure. Il s'agit du phénomène de fatigue.

En fonction du temps, la charge appliquée et donc la contrainte peuvent varier de façon sinusoïdale, périodique ou aléatoire. Cependant, par souci de simplicité on effectue les essais de fatigue, en laboratoire, en utilisant des chargements qui varient de façon simple (sinusoïdale ou triangulaire). Dans ce cas, les variables caractéristiques de l'essai sont (cf. Fig.I-10):

- les contraintes maximale  $\sigma_{\max}$  et minimale  $\sigma_{\min}$  ;
- l'amplitude de contrainte  $\sigma_a = 1/2(\sigma_{\max} - \sigma_{\min})$  ;
- la contrainte moyenne ou contrainte statique  $\sigma_m = 1/2(\sigma_{\max} + \sigma_{\min})$  ;
- le rapport des contraintes  $R = \sigma_{\min} / \sigma_{\max}$  ;
- la période T (ou la fréquence  $f=1/T$ )

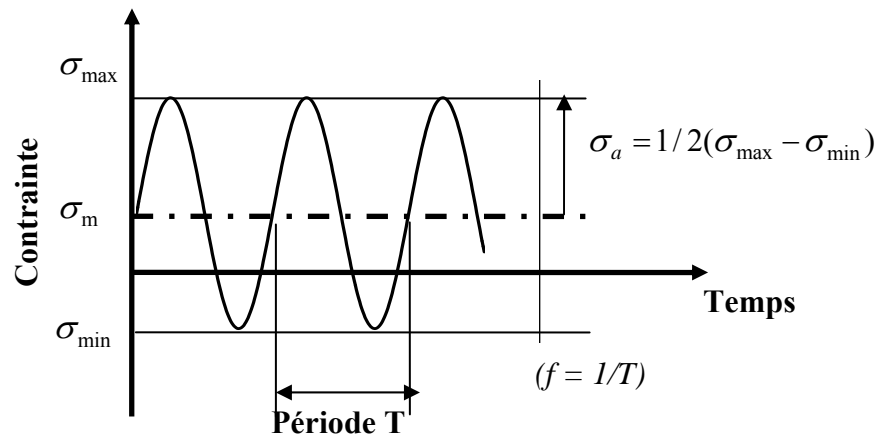


Fig.I-10: Représentation schématique d'un chargement de fatigue [28]

Selon l'amplitude de la contrainte, on peut définir deux grands domaines : la fatigue endurance et la fatigue oligocyclique:

**Fatigue endurance** : l'amplitude de contrainte est faible. Macroscopiquement, la déformation reste pratiquement élastique. La durée de vie de la pièce (Nombre de cycles nécessaires pour entraîner la rupture) est en général supérieure à  $10^4$  ou  $10^5$  cycles.

**Fatigue oligocyclique** : l'amplitude de contrainte est importante. Elle provoque à chaque cycle une déformation plastique. La durée de vie de la pièce est beaucoup plus courte ( $N < 10^4$  cycles).



## 2.1. Mécanismes de fatigue

On s'intéresse ici aux mécanismes de fatigue, et notamment à la propagation de fissure par fatigue. La rupture de pièce ou de structure par fatigue peut être divisée en trois stades [29]: l'amorçage, la propagation d'une fissure principale (ou de quelques fissures) et la rupture finale brutale.

L'amorçage se produit préférentiellement dans les zones où il y a concentration de contraintes : changement brusque de section ou de géométrie, inclusions ou défauts de surface. Toutefois, l'amorçage peut se produire dans les endroits parfaitement polis et ne présentant aucune zone de concentration de contrainte. Pour les matériaux cristallins ductiles, on constate que, à partir d'un certain nombre de cycles, des bandes de glissement persistantes apparaissent à l'endroit de localisation des déformations. L'observation de ces bandes révèle la formation d'extrusions et intrusions qui constituent des amorces de microfissures (cf. Fig.I-11). Le stade d'amorçage se termine avec la formation d'une fissure principale, qui se propage selon le plan perpendiculaire à l'axe de la contrainte principale.

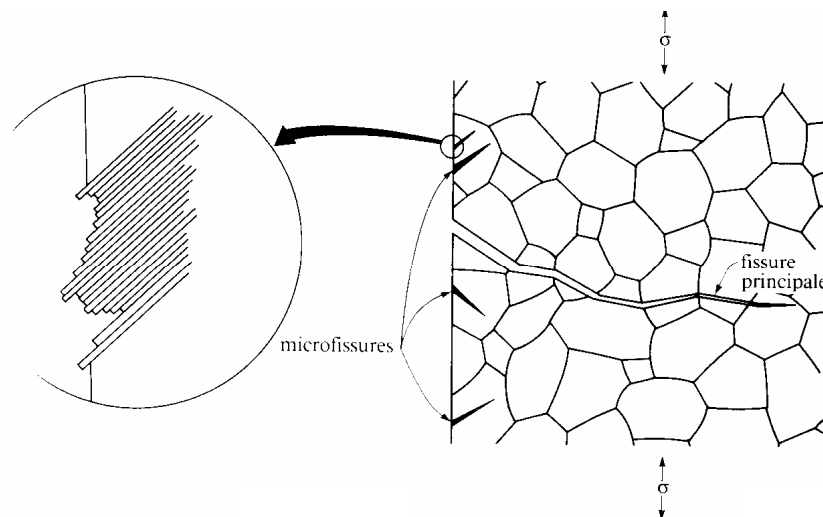


Fig.I-11: Amorçage de microfissures dû à la formation d'intrusions et extrusions [28, 29]

Une fois qu'elle est formée, la fissure principale se propage à l'intérieur du matériau. Le stade de propagation commence. Notons que sous de fortes amplitudes de contraintes, la durée de propagation peut représenter jusqu'à 90% de la durée de vie totale. Notre attention sera fixée, en particulier, sur le stade de fissuration.

Lorsque le facteur d'intensité de contraintes atteint la valeur critique  $K_C$  de ténacité, on observe la rupture finale brutale du composant.

## 2.2. Caractérisation de la propagation de fissure

Les mécanismes de fatigue montrent qu'il faut bien souvent tenir compte non seulement de la possibilité d'amorçage de fissures, mais également évaluer leur propagation éventuelle, afin de s'assurer que les fissures n'atteignent pas la longueur critique qui entraînera inévitablement une rupture brutale de la pièce. Pour cela, il est nécessaire de disposer de données quantitatives caractérisant la vitesse de propagation d'une fissure de fatigue.

Dans les années 1960, Paris et al. [30, 31] ont montré qu'il existe une relation entre la vitesse de fissuration ( $da/dN$ ) et le facteur d'intensité de contraintes  $K$ . Puisque la valeur de la contrainte varie, on définit l'amplitude du facteur d'intensité de contraintes:  $\Delta K = K_{max} - K_{min}$  où  $K_{max}$  et  $K_{min}$  sont les valeurs extrêmes de  $K$  pendant le cycle. En échelle bilogarithmique, la vitesse de propagation ( $da/dN$ ) en fonction de  $\Delta K$  a l'allure donnée dans la Fig.I-12, sur laquelle on distingue trois régimes.

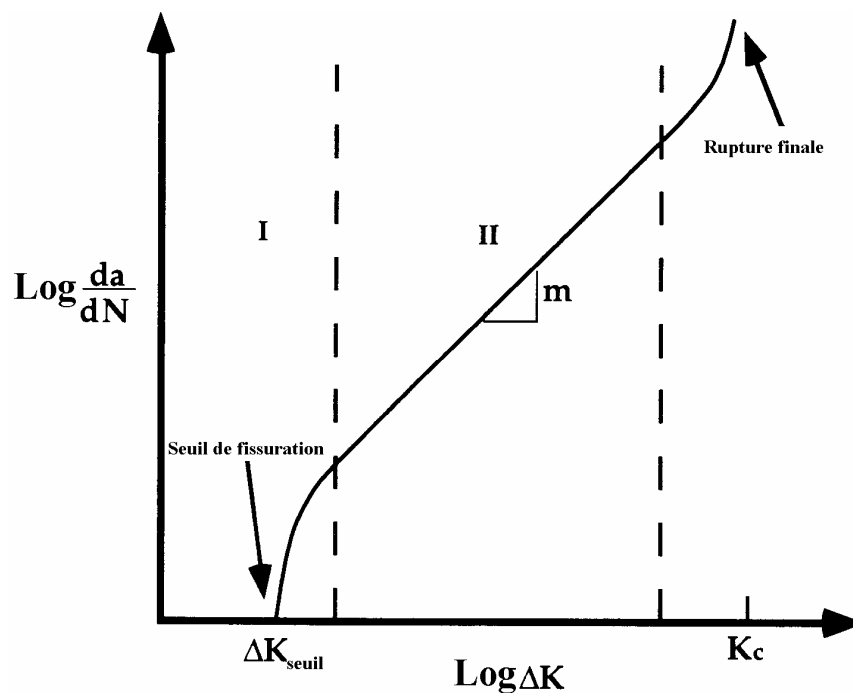


Fig.I-12: Régimes de propagation des fissures de fatigue

Le régime I est caractéristique du seuil de propagation. La vitesse de propagation tend vers zéro pour une valeur  $\Delta K_{seuil}$  appelée seuil de propagation.

Le régime II, appelé régime de Paris, rentre tout à fait dans le cadre de nos travaux. Ce régime est caractérisé par l'accélération progressive de la vitesse de propagation lorsque  $\Delta K$  augmente. Paris et al. [31] ont relié la vitesse de propagation et l'amplitude du facteur d'intensité de contraintes  $\Delta K$  par une relation de type puissance, appelée lois de Paris:

$$\frac{da}{dN} = C (\Delta K)^m \quad \text{Equa.I-15}$$

Où  $C$  et  $m$  sont des paramètres expérimentaux dépendant du matériau et des conditions d'essai (rapport de charge, environnement ...).

Le régime III correspond à une accélération très rapide de la vitesse de fissuration. Le facteur d'intensité de contraintes est proche de la valeur critique  $K_c$  correspondant à la rupture finale.

Cependant, la loi de Paris n'est pas universellement applicable. Les travaux d'Elber [32] ont montré que le rôle de la fermeture doit être pris en compte pour décrire le comportement d'une fissure de fatigue. Ce phénomène consiste en la remise en contact des lèvres de la fissure lorsque la charge cyclique devient faible. La partie du cycle de chargement au cours de laquelle la fissure est fermée est considérée comme inopérante pour le mécanisme de propagation (cf. Fig.I-13).

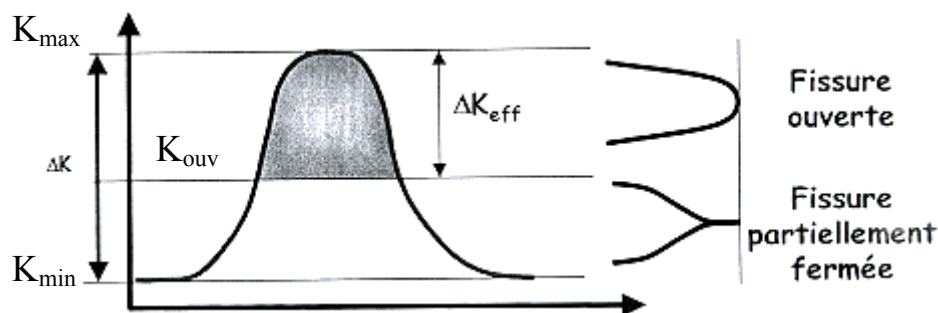


Fig.I-13 : Phénomène de fermeture de la fissure

L'effet de fermeture est attribué à trois effets distincts :

- La déformation résiduelle dans le sillage plastique de la fissure
- La rugosité des faciès de rupture
- L'oxydation des surfaces de rupture

Elber a donc proposé de définir une valeur effective du chargement avec une amplitude effective du facteur d'intensité de contrainte  $\Delta K_{\text{eff}} = K_{\text{max}} - K_{\text{ouv}}$ . Une correction de l'équation de Paris est alors introduite

$$\frac{da}{dN} = C (\Delta K_{\text{eff}})^m \quad \text{Equa.I-16}$$

## **2.3. Modélisation de la propagation d'une fissure par fatigue**

### **2.3.1. Principe de modélisation**

La propagation d'une fissure de fatigue est un problème complexe. Selon la nature de la charge appliquée, le niveau de contraintes résiduelles, la géométrie de la pièce..., les cinétiques de fissuration le long du front de fissure peuvent être très différentes, ce qui conduit à des formes très variables du front de fissure [15, 33-35]. Il en résulte que l'observation de la propagation de la fissure en surface ne suffit pas pour prévoir la rupture de la pièce car la fissure peut se propager de manière plus importante au cœur qu'au bord. Ainsi, il est important de prévoir l'évolution du front de fissure durant la fissuration. Dans le cadre de la propagation d'une fissure plane, de nombreux auteurs [15, 17, 35-39] utilisent la procédure suivante pour modéliser l'évolution du front de fissure par fatigue (cf. Fig.I-14).

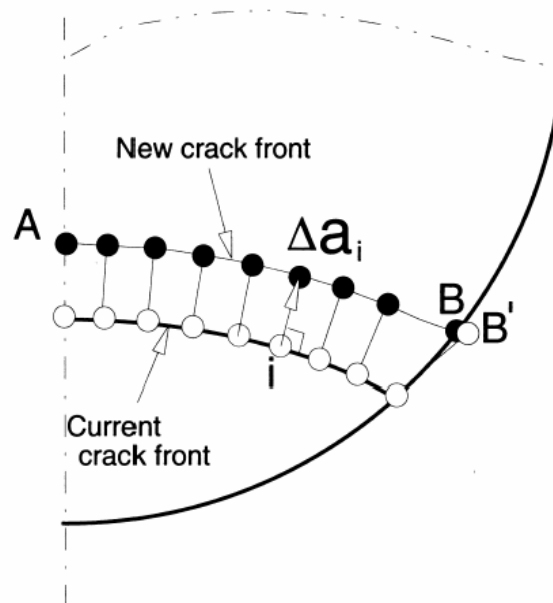


Fig.I-14: Procédure itérative pour modéliser l'évolution du front d'une fissure plane [36]

Tout d'abord, le facteur d'intensité de contraintes  $K$  est calculé le long du front de fissure. Une avancée  $\Delta a$  est alors attribuée à l'endroit où l'amplitude  $\Delta K$  est maximale. A partir de la loi de Paris, il est possible de déduire le nombre de cycles  $\Delta N$  associé à la valeur  $\Delta a$  choisie. En supposant que tous les points du front de fissure obéissent à la même loi de Paris, on déduit l'avancée de la fissure en tout point du front de fissure, d'où le nouveau front de fissure. Cette étape est répétée, donnant une procédure itérative pour modéliser l'évolution du front de fissure par fatigue. De plus, notons qu'il faut des avancées  $\Delta a$  petites pour avoir une bonne estimation de l'évolution du front de fissure et des cinétiques de fissuration.

Afin de réaliser une telle procédure, l'utilisateur doit effectuer trois tâches :

- Evaluation du facteur d'intensité de contraintes (FIC)
- Calcul du nouveau front de fissure à partir du FIC et de la loi de propagation
- Modification du maillage pour prendre en compte le nouveau front de fissure.

La première tâche peut être effectuée facilement car tous les logiciels de conception et de calcul éléments finis intègrent des fonctionnalités permettant d'évaluer le FIC. Les deuxième et troisième tâches sont rarement supportées par les logiciels commerciaux de calcul éléments finis dont ABAQUS fait partie. Le calcul du nouveau front de fissure peut être réalisé sans

difficultés majeures. Par contre, la modification du maillage est assez conséquente. Notre attention portera alors sur des techniques de modification du maillage.

### 2.3.2. Différentes techniques de modification du maillage

La technique la plus simple est la technique de déboutonnage [23, 40]. La propagation est simulée par la séparation de nœuds en commun. Chaque étape de propagation correspond à un élément (cf. Fig.I-15). L'utilisation de cette méthode implique que l'évolution du front de fissure doit être connue au début de la simulation, ce qui restreint les cas d'étude.

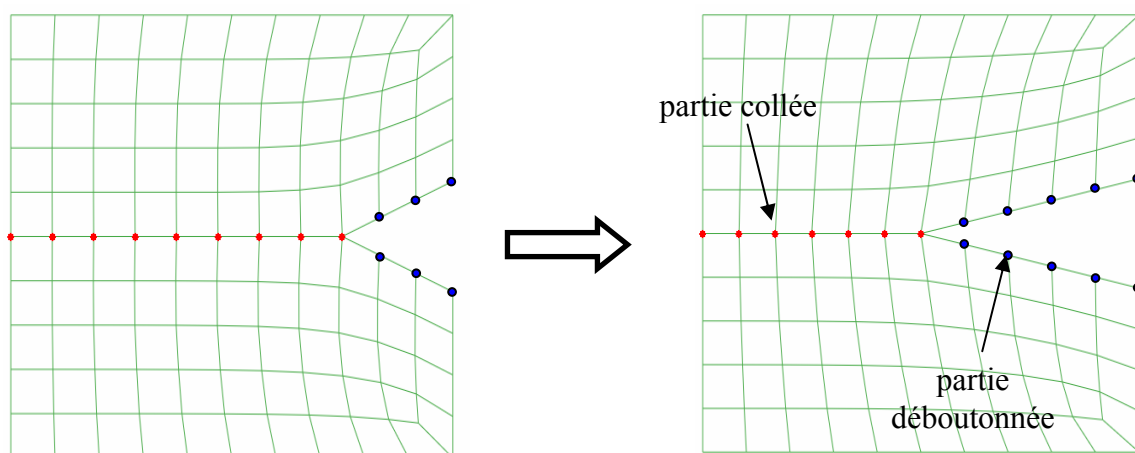


Fig.I-15: Propagation d'une fissure par la technique de déboutonnage

Une autre technique est celle de régénération des éléments durant la fissuration [41-43]. Connaissant l'avancée de fissure calculée, les éléments du maillage affectés par la propagation (cf. Fig.I-16(a)) sont effacés du maillage (cf. Fig.I-16(b)) et remplacés par de nouveaux éléments (cf. Fig.I-16(c)). Les nouvelles lèvres de fissures sont ainsi définies pour la prochaine étape de calcul de FIC (cf. Fig.I-16(d)). Cette technique peut donner de très bons résultats en propagation de fissure, mais elle devient très complexe pour une étude tridimensionnelle et requiert beaucoup de temps de développement et des compétences avancées en programmation.

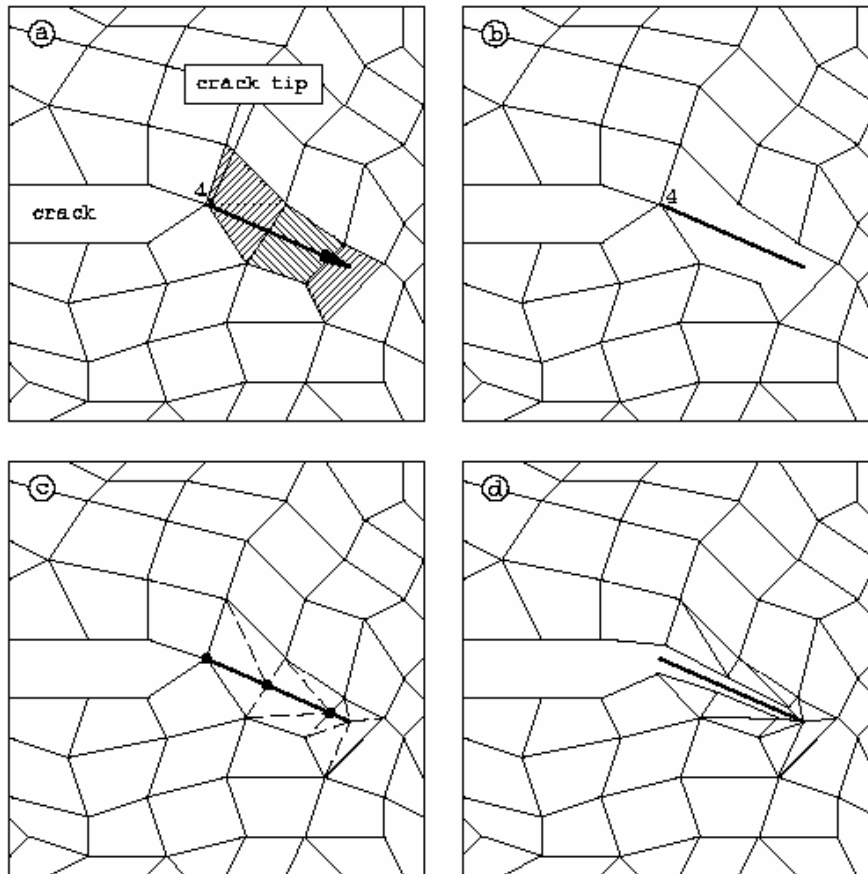
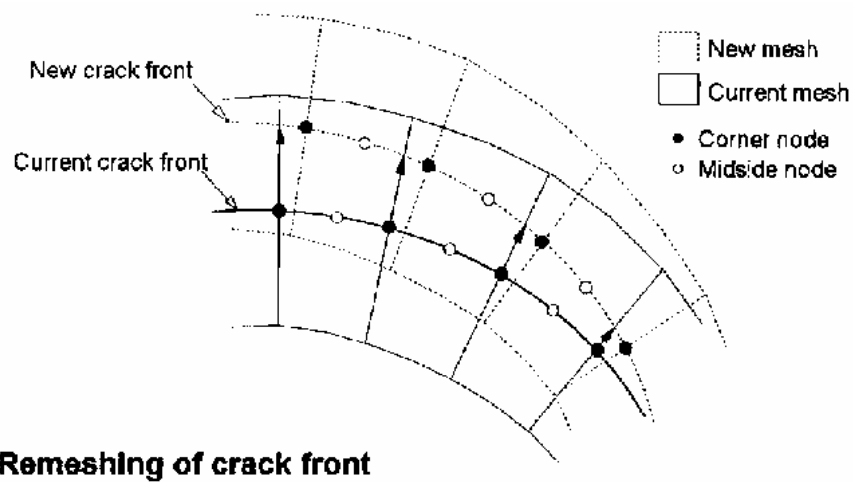


Fig.I-16: Propagation de fissure par la de technique de régénération des éléments [42]

Le principe de la technique de remaillage [40, 44, 45] consiste à remailler le modèle après chaque étape de propagation (cf. Fig.I-17). Cette technique, nous parait le meilleur compromis entre faisabilité et résultat de simulation.



### Remeshing of crack front

Fig.I-17: Propagation d'une fissure par la technique de remaillage [44]

## 3. Phénomène de fatigue thermique

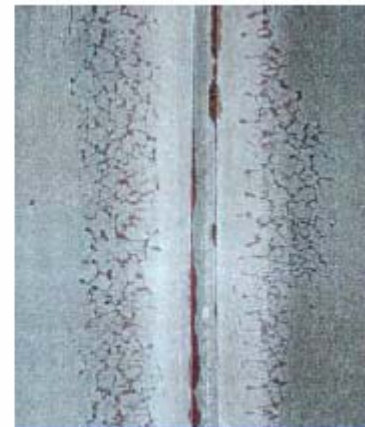
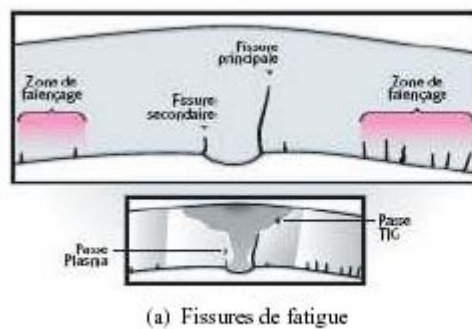
### 3.1. Introduction

Dans certaines conditions d'utilisation, un matériau peut être exposé à des variations plus ou moins brusques de température. Ces variations de température entraînent des variations dimensionnelles du matériau. Par conséquent, lorsque le matériau n'est pas libre de se dilater ou de se contracter, il se trouve soumis à des contraintes thermiques.

Même dans une pièce non encastrée, des contraintes thermiques apparaissent en présence d'un gradient de température. Lorsque le gradient de température n'est pas très élevé, et que sa valeur est stable, les contraintes thermiques peuvent être atténuées. Ces contraintes thermiques dépendent des caractéristiques du gradient de température et des propriétés thermiques du matériau. Si les contraintes thermiques varient de manière cyclique, on parle alors de phénomène de fatigue thermique, un phénomène qui peut affecter même les métaux. La formation et le développement de fissures ou micro fissures par fatigue thermique peuvent conduire à la dégradation complète du matériau ou de la pièce. On peut rencontrer un endommagement de matériau par fatigue thermique sur plusieurs composants industriels: aube de turbine [46, 47], disque de frein de train [48-50] ou composant du circuit de refroidissement du réacteur nucléaire [51-54]...

Ainsi, en 1998, une fuite a été détectée sur une portion du circuit de Refroidissement du Réacteur à l'Arrêt (RRA) de la centrale de Civaux. L'observation a montré la présence d'une fissure débouchante de 180mm de long (350mm en peau interne) sur la peau externe du coude. Cette fissure, située en pied de cordon d'une soudure non arasée, avec deux réseaux de faïençage situés de part et d'autre de la soudure, a été attribuée au phénomène de fatigue thermique (cf. Fig.I-18). Le coude, se trouvant dans la zone de mélange entre la branche chaude et froide, a été sollicité avec des variations temporelles de température qui sont à l'origine de l'amorçage et de la propagation de fissure.





(b) Réseaux de faïençage thermique

**Fig.I-18: Endommagement du matériau par fatigue thermique- incident Civaux [55]**

L'incident de Civaux a ainsi montré la nécessité de mener des recherches afin d'appréhender le phénomène. De nombreuses études ont été entreprises, aussi bien au niveau mécanique des fluides [56, 57] que mécanique du solide. Différents auteurs [58-61] ont montré que le refroidissement cyclique à l'eau de la surface de l'éprouvette peut créer des réseaux de faïençage thermique. Kerezsi et al. [62, 63], en réalisant des essais par choc thermique répété, constatent une relation entre l'amplitude de contraintes en surface de l'éprouvette et le nombre de cycle à l'amorçage. Il est aussi nécessaire de prendre en compte l'influence de l'état de surface dans la prévision de l'amorçage des fissures [64, 65]. Des modèles probabilistes sont mis en œuvre pour une meilleure prédiction de l'amorçage du réseau de fissures [66]. Des études sont aussi effectuées pour comprendre l'influence de la soudure sur le comportement en fatigue du composant [67-70]. Les matériaux utilisés pour fabriquer les composants de circuit de refroidissement de la centrale nucléaire sont principalement des aciers inoxydables austénitiques. L'identification de la loi de comportement pour ces matériaux, en tenant compte de l'influence de la température [71] ou de l'effet de pré-écrouissage fait aussi l'objet des études en cours [72]. Notons que la modélisation du phénomène de fatigue thermique s'appuie principalement sur la méthode des éléments finis [73-78]. On peut aussi trouver dans la littérature, le développement de solutions analytiques [79-83] sur la question de fatigue thermique.

Ainsi, la compréhension du phénomène de fatigue thermique requiert des études multi-domaines. Nous restreindrons l'étude bibliographique qui suit aux travaux de la littérature en lien direct avec le sujet de cette thèse.

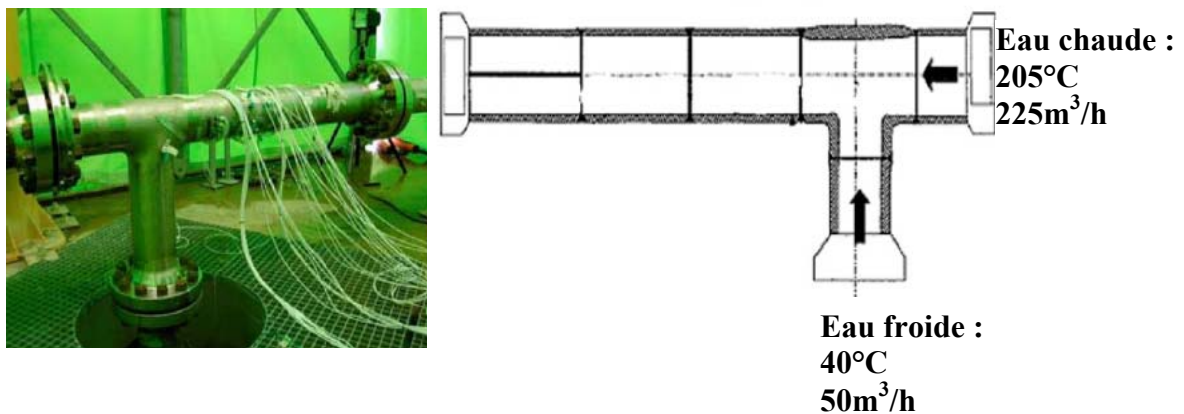
## 3.2. Etude expérimentale

### 3.2.1. Essais structure

#### 3.2.1.1. Essai FATHER [84]

L'essai sur structure FATHER (pour FATigue THERmique) est réalisé dans le cadre d'une collaboration CEA, AREVA et EDF sur le site de Cadarache. La maquette FATHER est très proche du composant réel et a pour objectifs d'étudier la fluctuation thermique dans le T de mélange et de reproduire la zone de faïençage (cf. **Fig.I-19**).

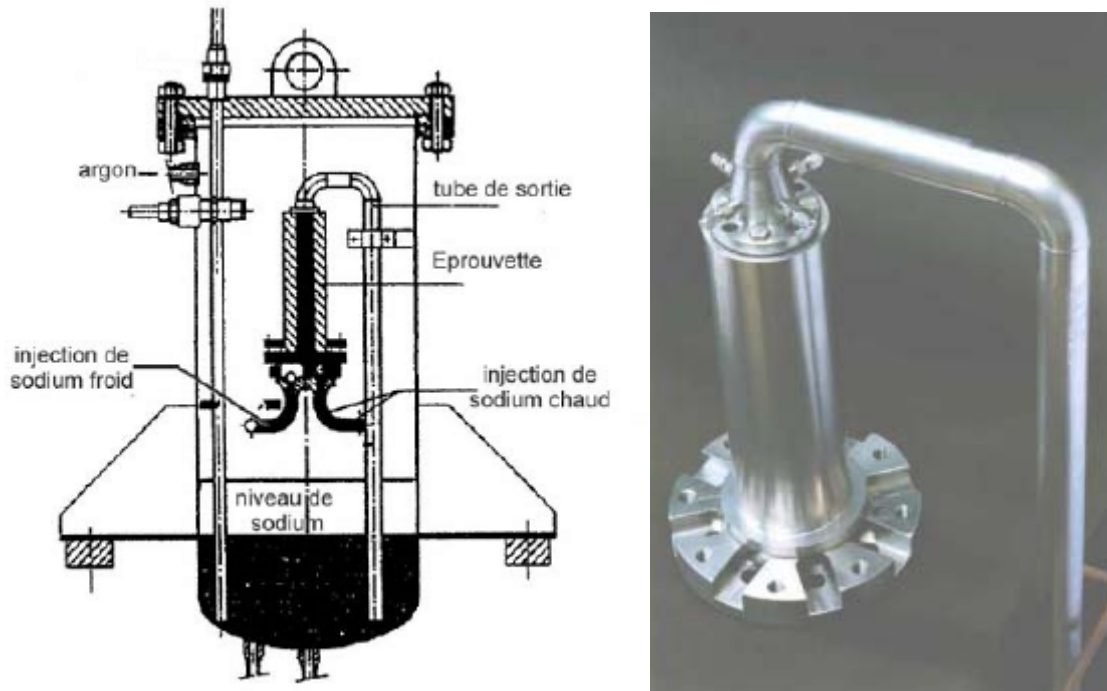
L'essai FATHER est intéressant par son excellente représentativité du composant réel. Cependant, malgré une forte instrumentation mise en place pour quantifier la fluctuation de température dans le T de mélange, l'exploitation et l'interprétation des résultats des essais FATHER restent encore très limitées à cause de la complexité du chargement thermique.



**Fig.I-19 : Maquette FATHER [84]**

#### 3.2.1.2. Essai FAENA [85]

La boucle d'essai FAENA a été mise au point au CEA Cadarache [85]. Le dispositif expérimental FAENA est présenté dans la Fig.I-20. Des tubes, en acier inoxydable 316L, sont soumis à un choc thermique provenant de l'injection alternée de sodium chaud et froid à l'intérieur de l'éprouvette.



**Fig.I-20: Dispositif expérimental FAENA [85]**

Plusieurs études ont été effectuées sur ce dispositif: influence de la variation de température  $\Delta T$ , influence de la rugosité, influence de la présence d'une soudure. Une variation de température limite au dessous de laquelle le réseau de faïençage n'apparaît pas a été déterminée. La présence d'une soudure non arasée réduit notablement la durée de vie du composant. L'étude de la fréquence de test a été effectuée à travers la fonction de gain  $G(Bi, jf^*)$  (cf Fig.I-21). Les auteurs [85, 86] ont montré que les fréquences très basses et très hautes ne sont pas dangereuses. Par contre, il existe un intervalle de fréquences de test très nocif car  $G(Bi, jf^*)$  est grand et l'amplitude de contraintes est proportionnelle à  $G(Bi, jf^*)$ . Toutefois, aucune étude n'a été effectuée sur la propagation de fissure.

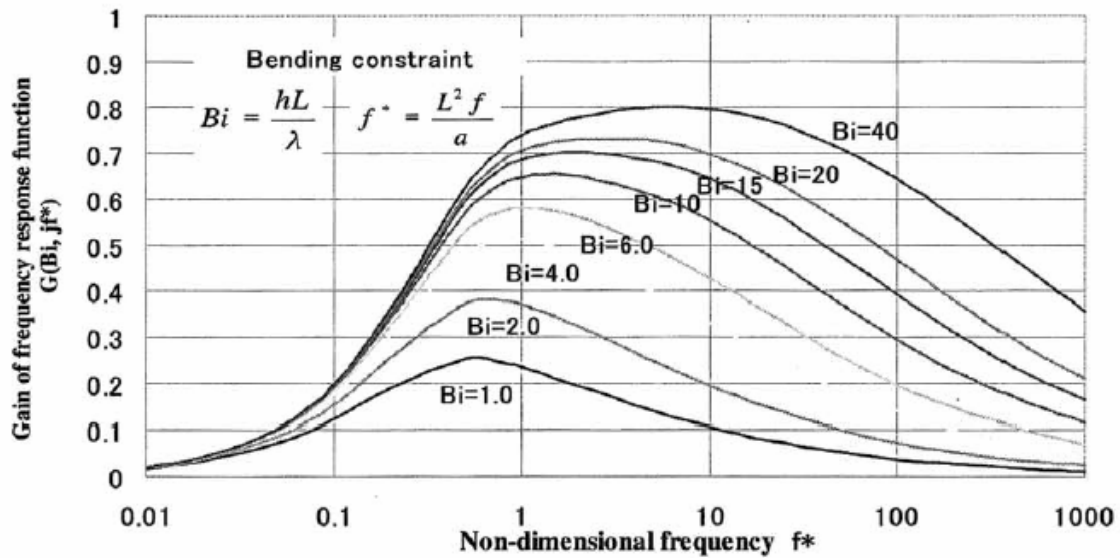
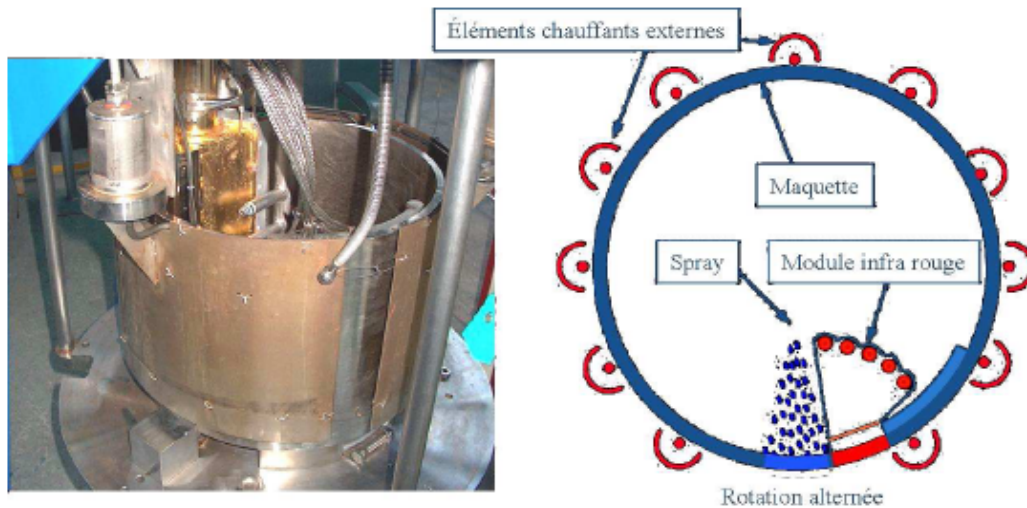


Fig.I-21 : Etude de l'influence de la fréquence sur l'essai FAENA [86]

### 3.2.2. Essais quasi-structure

#### 3.2.2.1. Essai INTHERPOL

Le dispositif expérimental INTHERPOL (INstallation de fatigue THERmique POLycylique) a été mis au point par EDF [87]. Le principe du montage INTHERPOL est représenté dans la Fig.I-22. L'éprouvette est un tube cylindrique en acier inoxydable austénitique 304L. La peau externe de l'éprouvette est chauffée entre 185°C et 320°C par les résistances chauffantes externes. L'éprouvette est soumise à un mouvement de rotation alternée permettant de soumettre un secteur de la surface interne soit au module infrarouge, soit au spray d'eau. Le tube est ainsi soumis à une sollicitation thermique cyclique en peau interne. La fréquence de test est contrôlée par la fréquence de rotation. Le cycle thermique est compris entre 5 et 8 secondes avec une durée de refroidissement d'environ 1 à 2 secondes, ce qui permet de réaliser de grands nombres de cycles.



**Fig.I-22: Principe d'essai INTHERPOL [55]**

Les différents essais ont notamment permis d'analyser l'influence de la présence d'une soudure et de l'état de surface de l'éprouvette. D'autre part, l'amorçage a été étudié, ainsi que le réseau de faïençage. Après 264 000 cycles, 18 fissures significatives ont été détectées, toutes sont orientées dans la direction circonférentielle (cf. Fig.I-23). La première fissure est relevée à 125000 cycles. A la fin de l'essai, cette fissure obtient une profondeur de 4mm, qui est importante par rapport à l'épaisseur du tube de 10mm.



**Fig.I-23: Résultat d'essai INTHERPOL après 264 000 cycles [55]**

### 3.2.2.2. Essai FAT3D

FAT3D est un dispositif expérimental "quasi-structure" mis au point au CEA [88]. L'objectif principal de cet essai est de mettre en évidence la nocivité du chargement thermique 3D sur l'amorçage et la propagation de fissure. Le principe de l'essai FAT3D est présenté dans la Fig.I-24.

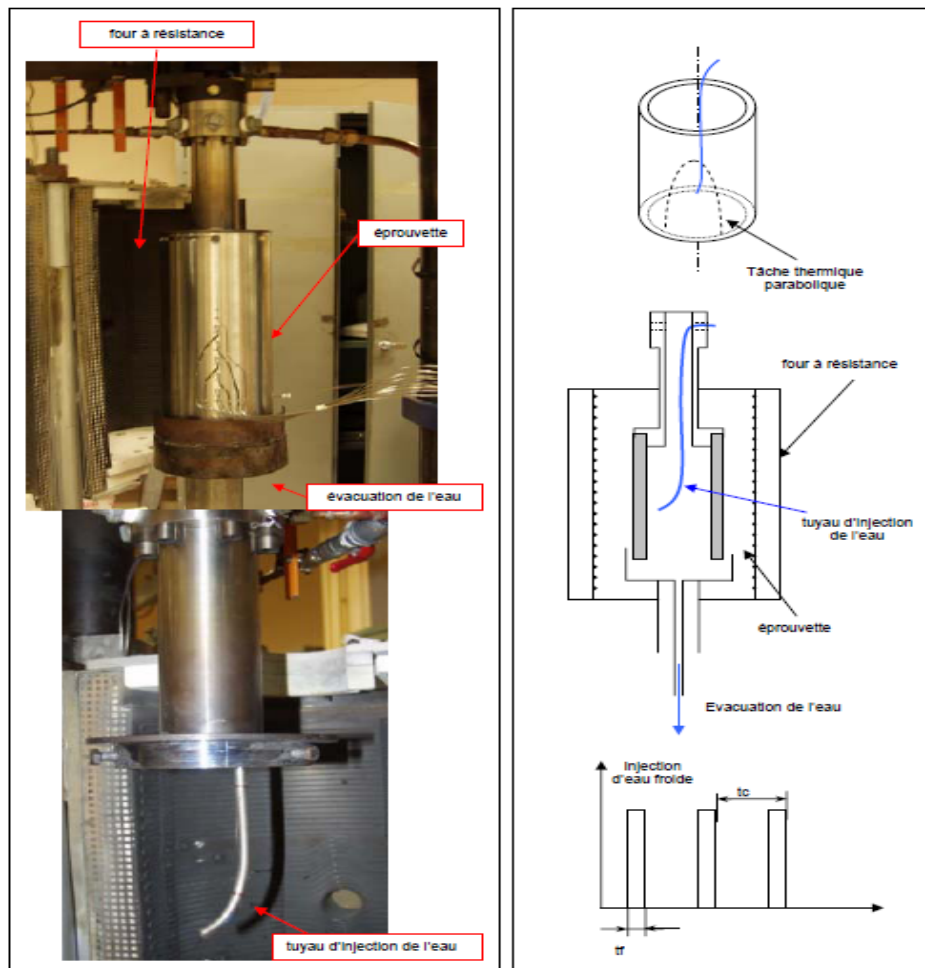


Fig.I-24: Principe de l'essai FAT3D [88]

L'éprouvette est un tube en acier inoxydable austénitique 316L d'une hauteur de 360mm et d'un diamètre extérieur d'environ 170mm. L'épaisseur de l'éprouvette varie en fonction de l'essai réalisé. L'éprouvette est placée dans un four à température constante  $T_C=650^{\circ}\text{C}$ . Afin de créer un chargement thermique 3D, de l'eau est injectée cycliquement sur une partie de la peau interne du tube, créant une tache parabolique locale. Le cycle de chargement thermique



se compose ainsi d'une durée de réchauffement  $t_c=190s$  et une durée de refroidissement  $t_f=15s$ .

Les premières fissures sont détectées dans le haut de la tâche thermique. Il a été constaté que les fissures sont, en général, perpendiculaires à la frontière de la zone de refroidissement (cf. Fig.I-25).

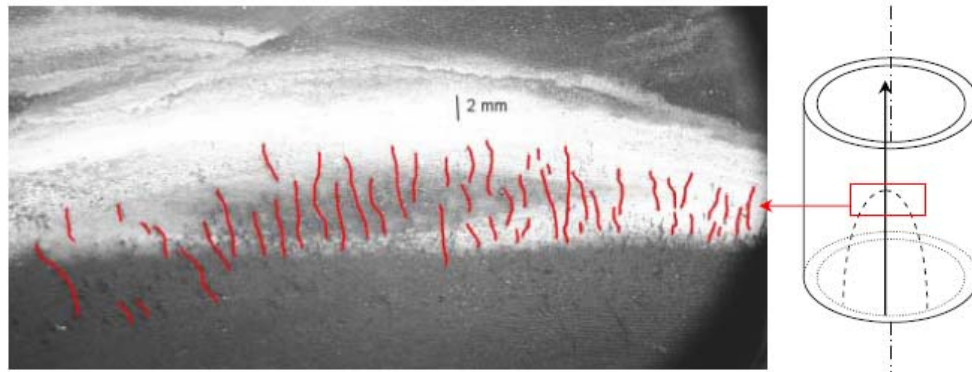


Fig.I-25: Réseau de fissures créé par l'essai FAT3D [88]

Après la détection de l'amorçage, les essais sont poursuivis pour l'étude de la propagation du réseau de fissures. Les fissures ont tendance à se propager vers le bas de la tâche thermique. Un des essais est marqué par l'apparition d'une fissure traversante qui mesure 50mm en peau interne et 37mm en peau externe. L'observation du faciès de rupture montre une forme semi-elliptique du front de fissure (cf. Fig.I-26).

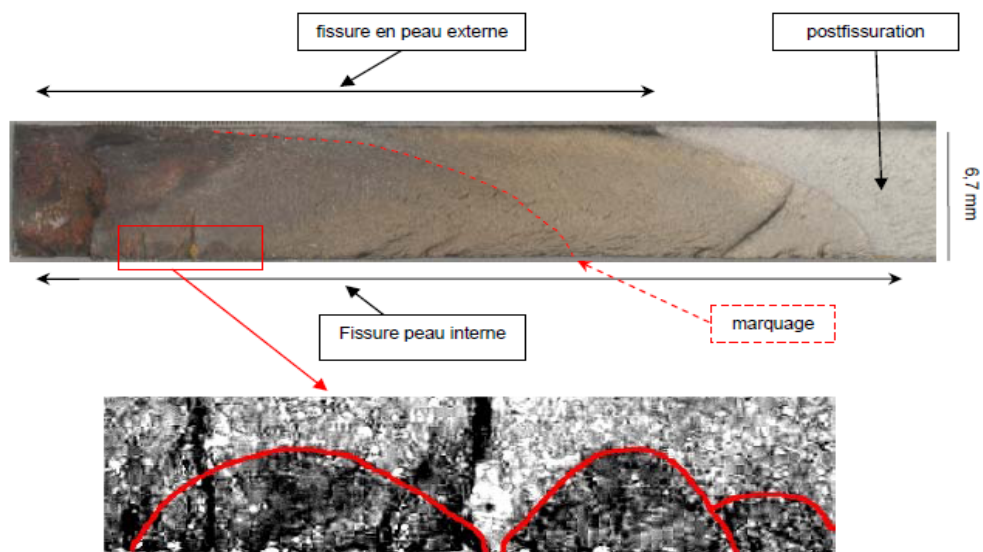


Fig.I-26 : Faciès de la fissure traversante [88]

Les résultats de l'essai FAT3D sont ainsi particulièrement intéressants pour nous. Ils montrent que le chargement thermique seul est capable d'amorcer et de faire se propager de manière importante des fissures dans un composant en acier inoxydable. De plus, ils nous fournissent les premiers indices sur la forme des fissures de fatigue thermique. Cependant, les auteurs ont privilégié l'étude de l'influence des soudures sur l'amorçage et la propagation du réseau de fissures [51].

### 3.2.2.3. Essai JRC [61]

L'essai JRC a pour but d'étudier l'amorçage et la propagation du réseau de fissures sous choc thermique cyclique. Le principe de cet essai est le suivant: un tube cylindrique de 316L(N) est chauffé par induction en continu de telle manière que la température de la surface externe reste constante à 300°C ou 400°C. L'eau est injectée de manière cyclique à l'intérieur de l'éprouvette. Chaque cycle d'essai dure environ 50s avec 5s de refroidissement. Pour l'étude de l'influence de la pression interne et l'effet de structure, un chargement mécanique de traction peut être aussi ajouté au chargement thermique par un bras de levier (cf. Fig.I-27).

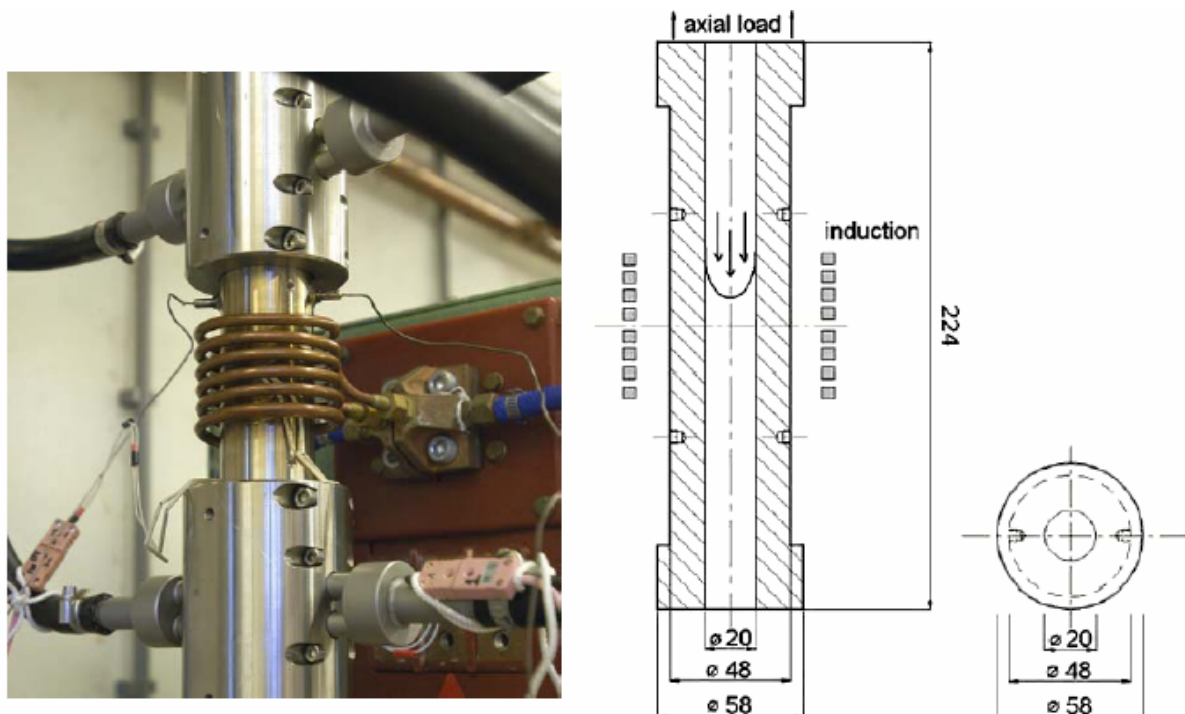


Fig.I-27: Principe de l'essai JRC [61]



L'amorçage est défini par l'obtention d'une fissure de 10mm de largeur (environ 1mm de profondeur). Le réseau de faïençage obtenu par l'essai JRC ne présente aucune direction privilégiée (cf. Fig.I-28 a). Certaines des fissures se propagent de manière importante dans l'épaisseur de l'éprouvette (cf. Fig.I-28b).

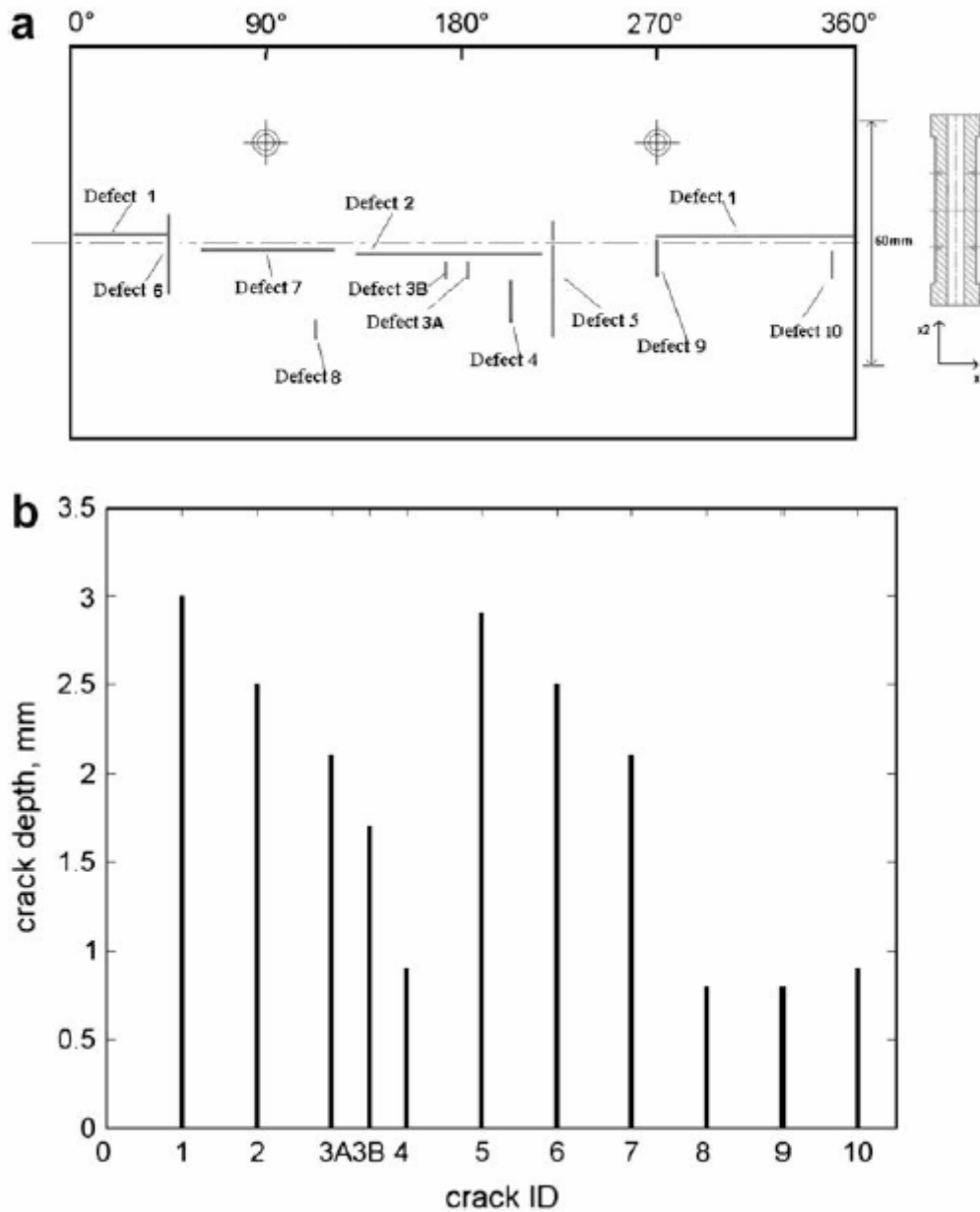


Fig.I-28: Réseau de faïençage obtenu par l'essai JRC [61]

L'essai JRC montre que la vitesse de fissuration augmente avec la température maximale (Fig.I-29a). De plus, pour  $T^{\max}=300^{\circ}\text{C}$ , il semble que la vitesse de fissuration diminue en cours de fissuration. L'influence de l'épaisseur du tube a été aussi mise en évidence: le nombre de cycles à l'amorçage est plus petit pour un tube plus épais (Fig.I-29b).

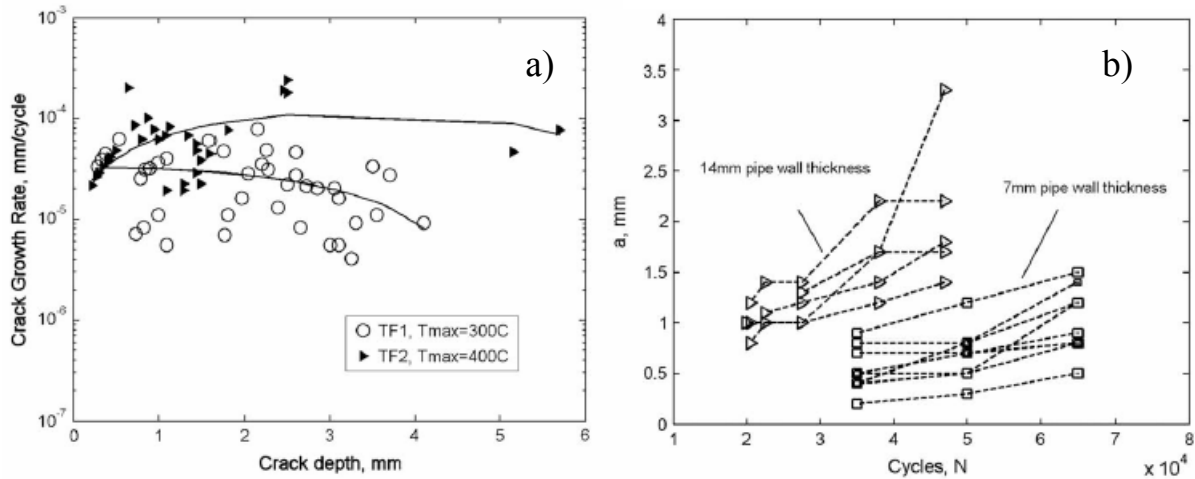


Fig.I-29: Influence de différents paramètres d'essai JRC

### 3.2.3. Essais sur éprouvette

Des essais sur structure apportent une réponse immédiate au problème industriel, mais les configurations complexes étudiées aboutissent à des résultats qui sont difficiles à exploiter et interpréter. Les essais quasi-structure sont un compromis entre l'enjeu industriel et la simplicité nécessaire pour mieux appréhender le problème fatigue thermique. Néanmoins, ils restent encore assez compliqués. Dans ce contexte, plusieurs auteurs ont développé des essais sur éprouvette, avec une géométrie très simple afin de minimiser l'effet de structure sur le phénomène de fatigue thermique.

#### 3.2.3.1. Essai SPLASH [58]

Le principe de l'essai SPLASH est présenté dans la Fig.I-30. L'éprouvette en acier inoxydable 304L, de type prismatique, de dimensions  $200 \times 30 \times 20 \text{ mm}^3$  est chauffée de manière continue par effet Joule jusqu'à la température  $T_{max}$ . Ensuite, les deux faces latérales opposées sont refroidies simultanément et cycliquement par un mélange d'eau distillée et d'air comprimé jusqu'à ce que la température en surface atteigne  $T_{min}$ . L'éprouvette est régulièrement démontée pour observation de la surface. A la fin de l'essai, les profondeurs maximales des fissures sont déterminées soit par une abrasion contrôlée, soit par des coupes transversales de l'éprouvette, permettant le suivi de l'évolution de réseau de fissuration thermique.

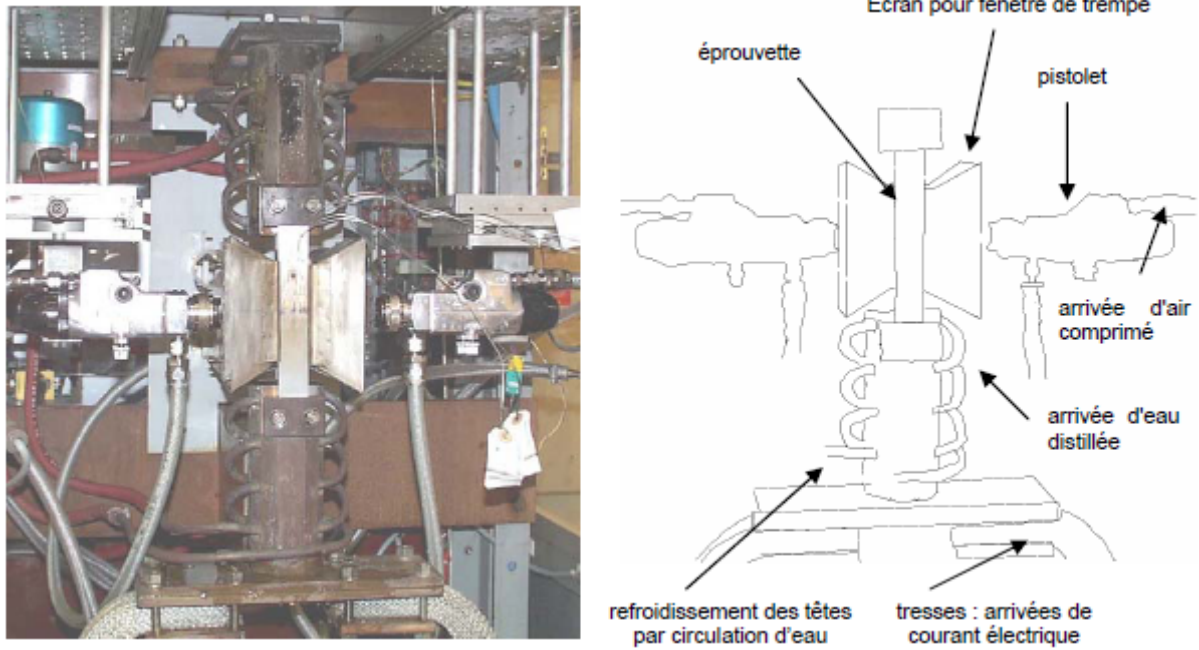


Fig.I-30: Principe des essais de fatigue SPLASH [58]

Ce dispositif permet de réaliser des cycles courts avec un réchauffage de 7,5 secondes et un refroidissement de 0,25 secondes. L'évolution de la température dans l'éprouvette (cf. Fig.I-31) montre une variation de température limitée aux 2-3 premiers millimètres dans l'épaisseur à cause du refroidissement très court.

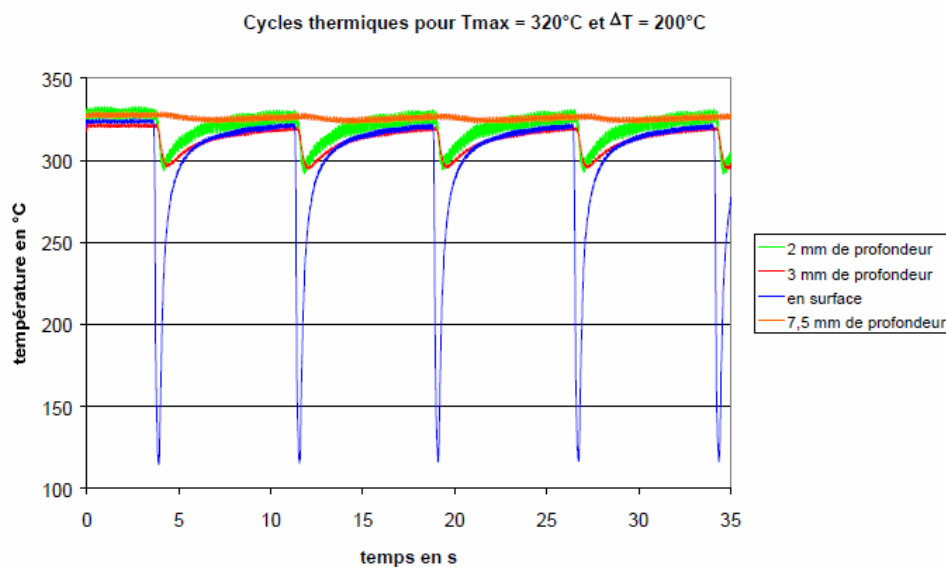


Fig.I-31: Evolution de la température dans l'éprouvette SPLASH [58]

Le nombre de cycles à l'amorçage  $N_a$  diminue quand la variation de température en surface  $\Delta T$  augmente. La formation du réseau de fissures est due à la coalescence de multiples micro fissures. Il a été montré que la densité de fissures en surface arrive à un état stabilisé.

L'analyse quantitative en profondeur montre que le réseau de fissures n'est pas très profond (cf. Fig.I-32). La complexité du réseau et la longueur totale des fissures diminuent avec la profondeur. Nous constatons, à travers la Fig.I-32, que la profondeur est limitée à 2,4 mm même pour le chargement le plus sévère ( $\Delta T = 300^\circ\text{C}$ ). Les observations expérimentales montre qu'il y a seulement une ou deux fissures qui peuvent atteindre la profondeur maximale [59].

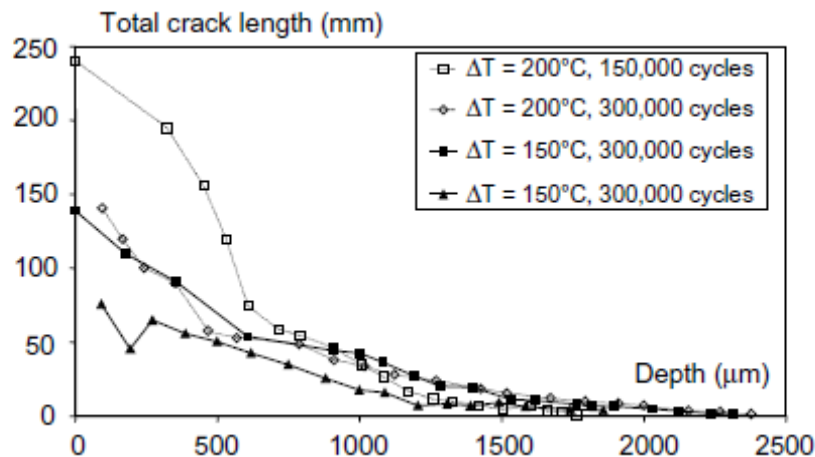


Fig.I-32: Longueur totale par rapport à profondeur maximale de fissures de l'essai SPLASH [89]

### 3.2.3.2. Essai de fissuration par chocs thermiques répétés

Marsh [90] a développé un dispositif pour l'étude de la fissuration par chocs thermiques répétés. L'éprouvette de forme parallélépipédique, dans les matériaux 304 et 316, est chauffée par effet Joule. Les deux surfaces latérales de l'éprouvette sont refroidies de manière cyclique par eau. Sur ces deux surfaces, deux entailles sont usinées sur toute la largeur (cf. Fig.I-33). Les essais sont effectués avec une amplitude de température en surface  $\Delta T$  variant entre  $150^\circ\text{C}$  et  $288^\circ\text{C}$ . Le réchauffage est très efficace, permettant de retourner à la température maximale en 15s à 30s.

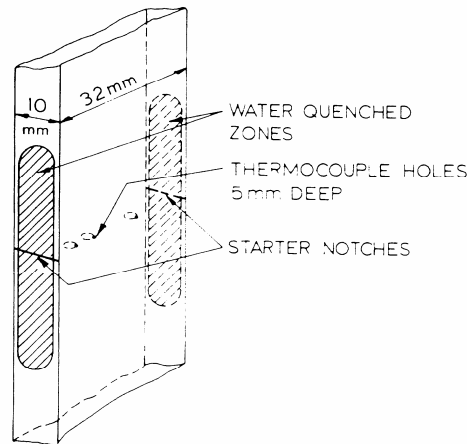


Fig.I-33: Géométrie de l'éprouvette et de l'entaille initiale dans l'étude de Marsh [90]

Avec ce dispositif, Marsh a découvert que la vitesse de fissuration décroît avec l'amplitude de température et la longueur de la fissure (cf. Fig.I-34a). En traçant la vitesse de fissuration en fonction du facteur d'intensité de contraintes, obtenu par la méthode de fonction de poids, il trouve un bon accord avec la courbe déterminée en fatigue isotherme à l'air, à 400°C (cf. Fig.I-34b).

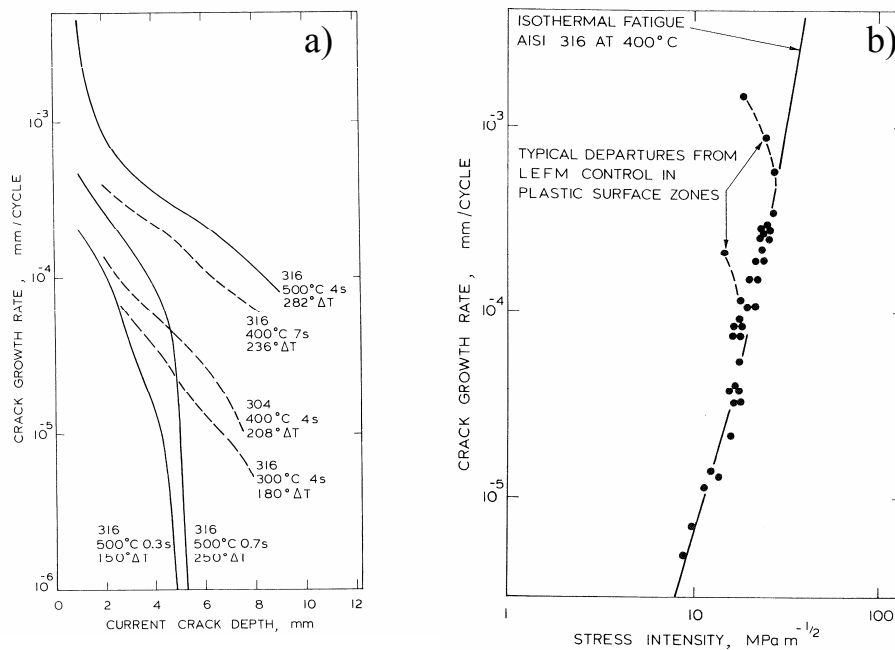


Fig.I-34: Résultats de l'essai de fissuration par chocs thermiques répétés d'une fissure traversante droite [90]

Czuck et al. [91] se sont intéressés à la fissuration par chocs thermiques répétés dans un disque d'acier 22NiMoCr3.7. Le disque fait 150mm de diamètre et 20mm d'épaisseur. Au centre du disque, une entaille de forme semi-elliptique est usinée par électro-érosion. L'éprouvette entaillée est pré-fissurée en flexion trois points. Pour l'étude de la fissuration par

chocs thermiques répétés, les éprouvettes sont chauffées par un flux d'air chaud jusqu'à une température initiale (comprise entre 200°C et 400°C). Puis, l'eau est envoyée périodiquement sur une zone circulaire (30mm de diamètre) entourant la fissure (cf. Fig.I-35). Après avoir effectué un certain nombre de cycle sous chocs thermiques, les éprouvettes de nouveau sont sollicitées cycliquement en flexion trois points jusqu'à la rupture finale. Ceci permet d'obtenir la forme du front de fissure après différents nombres de cycles sous chocs thermiques, pour une comparaison ultérieure avec une prédiction.

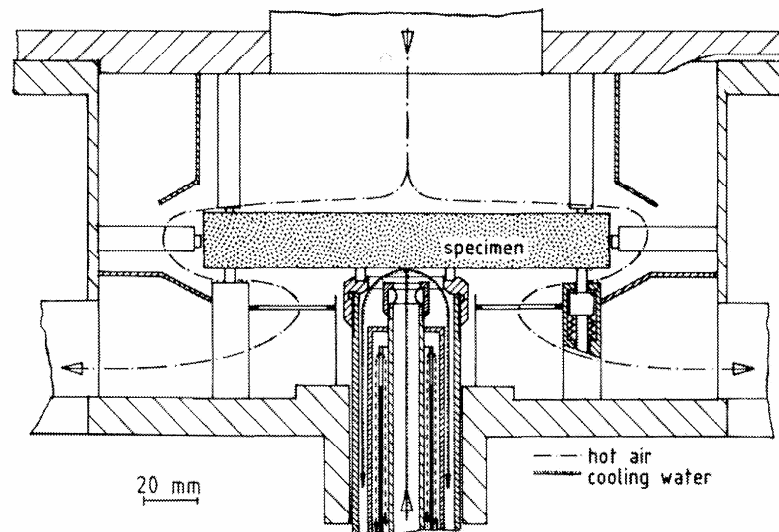


Fig. 1. Cross section of the test pot.

**Fig.I-35: Dispositif expérimental de Czuck [91]**

Bethge et al [92] ont utilisé le même dispositif pour étudier la fissuration par chocs thermiques répétés de l'acier ferritique 20MnMoNi55. Afin d'identifier la loi de Paris, une série d'essais de fatigue mécanique sur éprouvette CT a été effectuée à différentes fréquences, pour différentes formes de signaux, à différentes températures, sous air et sous eau.

Inspiré par les études de Czuck et Bethge, Kane [93] a développé un montage du même principe pour l'étude de la fissuration par fatigue thermique du 304L. L'éprouvette (100mm de diamètre et 10mm d'épaisseur) comportant une entaille semi-elliptique est pré-fissurée en compression diamétrale. L'éprouvette est chauffée par flux d'air chaud jusqu'à la température maximale (entre 180°C et 215°C), puis est périodiquement trempée à l'eau, sur une zone de 24mm de diamètre entourant la fissure. Pour le suivi de la cinétique en profondeur, un

marquage a été mis au point en intercalant des trempes à l'eau de ville (sans dépasser 2000 cycles pour éviter le problème de calcaire) et des trempes à l'eau distillée (cf. Fig.I-36).

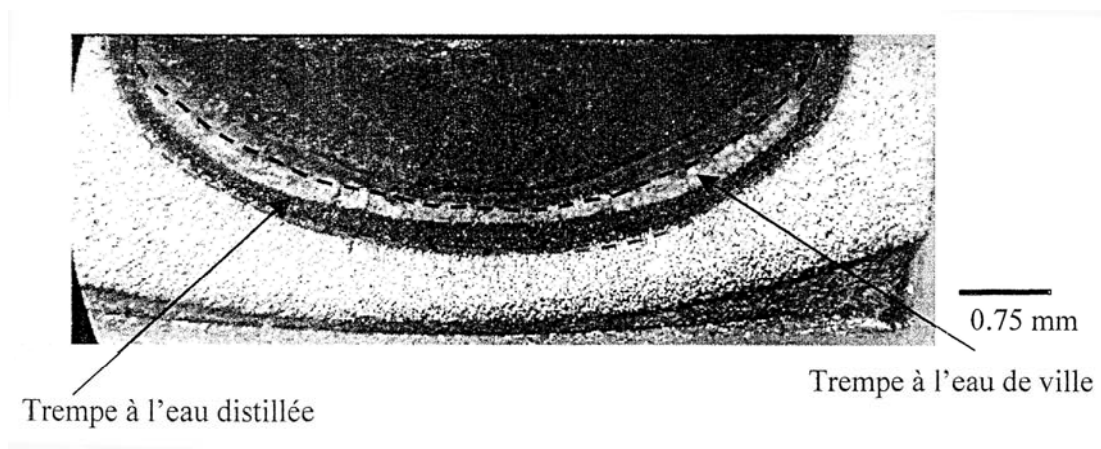


Fig.I-36: Marquage de l'évolution du front de fissure par l'alternance de trempe à l'eau de ville et à l'eau distillée [93]

Kane a constaté une propagation plus importante de la fissure pour une amplitude de température plus élevée (cf. Fig.I-37). De plus, une décélération progressive en surface comme en profondeur au cours de la propagation a été également constatée.

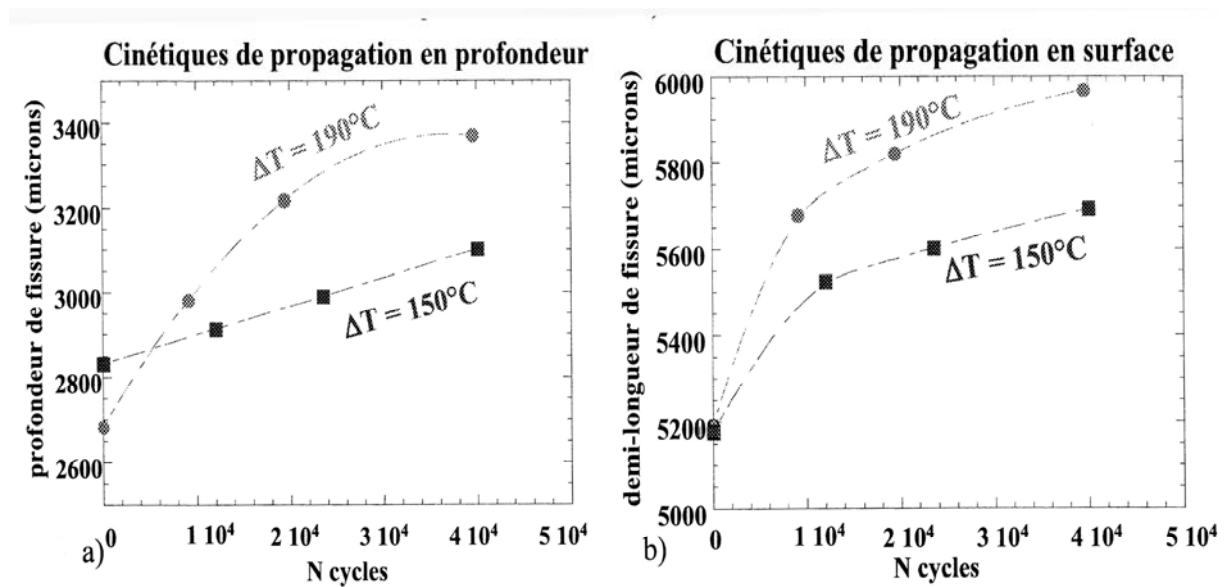


Fig.I-37: Cinétiques de fissuration en surface et en profondeur obtenues par Kane [93]



### 3.3. Travaux numériques et analytiques sur l'interprétation du phénomène de fatigue thermique

Nous avons, dans la partie précédente, décrit les essais mis en place par différents auteurs pour appréhender le phénomène de fatigue thermique. Dans cette partie, nous nous intéressons aux différentes approches numériques, analytiques ou une combinaison des deux approches pour interpréter ce phénomène à l'échelle macroscopique.

#### 3.3.1. Approche numérique

Dans le cadre complexe de la fatigue thermique, différents auteurs utilisent la méthode des éléments finis. Haddar et al. [89, 94] ont proposé une procédure itérative permettant de simuler l'amorçage et la propagation du réseau de fissures sur l'essai SPLASH (cf. Fig.I-38). La propagation du réseau de fissures s'appuie sur le facteur d'intensité de contraintes  $\Delta K_{eff}$  et sur la loi de Paris. A chaque étape de l'avancée du réseau de fissures, l'analyse de l'amorçage de nouvelles fissures est effectuée en utilisant un modèle de cumul de dommage linéaire. Il apparaît que l'interaction entre différentes fissures dans le réseau est forte. La simulation a montré que la fissure principale du réseau (fissure n°64) se propage moins vite qu'une fissure seule (sans réseau de fissures) (cf. Fig.I-39). La simulation numérique de la cinétique de la fissure principale est en bon accord avec les résultats expérimentaux (symboles creux). Le réseau de fissures est très limité en profondeur : la fissure la plus longue a une profondeur prédite de 2,5mm, en accord avec les observations expérimentales. Cette étude est limitée à un cadre bidimensionnel à cause de la complexité du réseau de fissures. Le problème de la forme de la fissure est ignoré en supposant, a priori, une fissure droite.

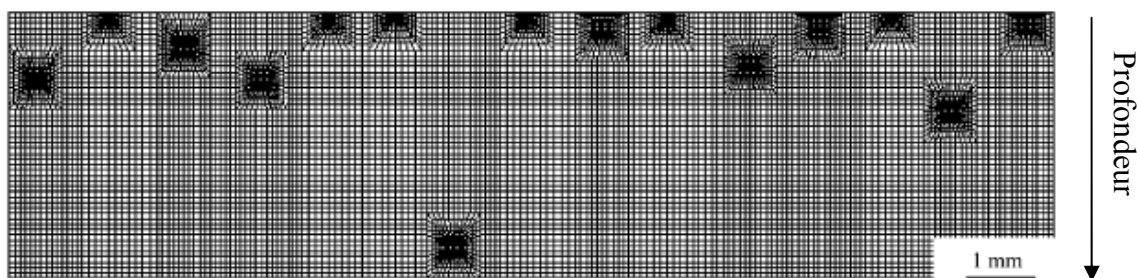


Fig.I-38: Simulation du réseau de fissures de l'essai SPLASH par la méthode des éléments finis [89]



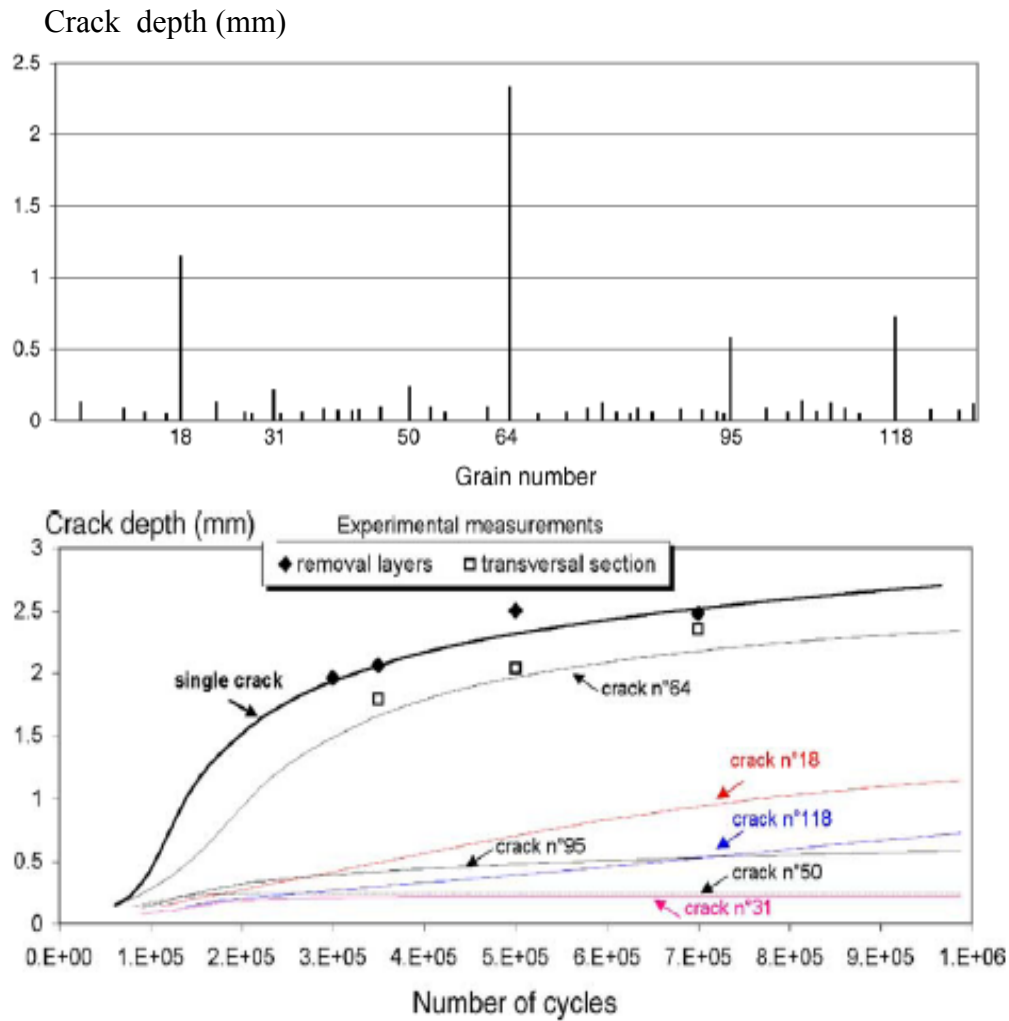
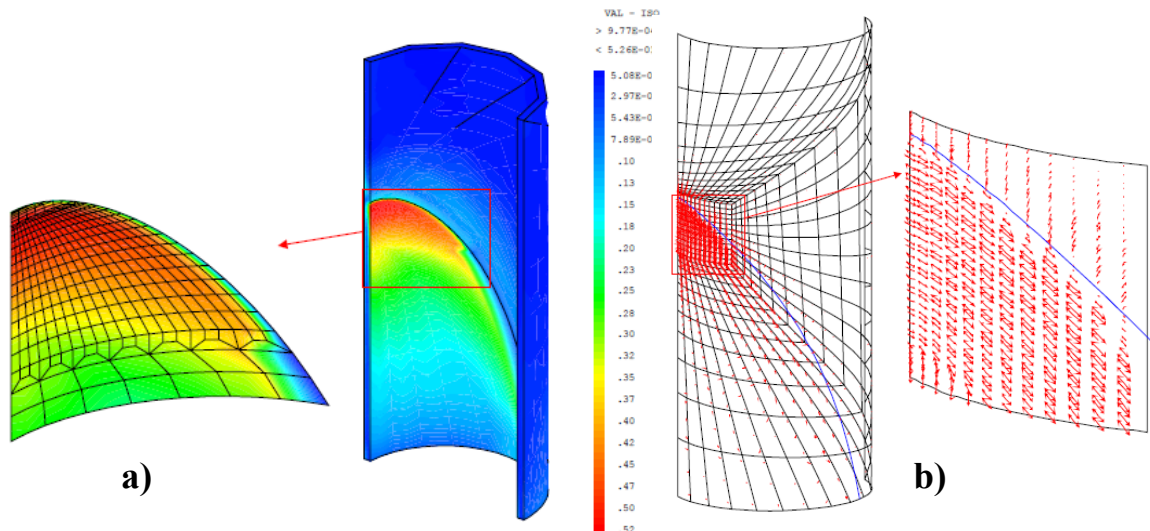


Fig.I-39 : Comparaison numérique/expérimental de la cinétique de propagation dans l'épaisseur dans le réseau de fissures [94]

La méthode des éléments finis a été également utilisée pour simuler l'essai FAT3D. Un calcul thermomécanique 3D avec un comportement cinématique non linéaire du matériau a permis de mettre en évidence la nocivité du chargement thermique [95]. L'analyse de la déformation équivalente (cf. Fig.I-40a) montre que la zone la plus sollicitée est située en haut de la tâche thermique, les variations de déformation étant plus importantes en bordure de la zone refroidie. Ceci est en accord avec l'observation expérimentale qui avait montré un amorçage préférentiel à cet endroit.



**Fig.I-40: Résultat de simulation de l'essai FAT3D – a) Déformation équivalente et b) Direction des contraintes principales [88, 95]**

De plus, le tenseur de contraintes dans l'éprouvette est biaxial avec deux directions principales tangente et perpendiculaire à la frontière de la tâche thermique. Comme, la contrainte principale dans la direction tangentielle est beaucoup plus importante (cf. Fig.I-40b), les fissures amorcées sont perpendiculaires à la frontière.

Une analyse de propagation de fissure par la méthode des éléments finis a été effectuée sur l'essai FAT3D. Pour initier le modèle, un front initial de forme semi elliptique de profondeur  $a = 0,7$  mm et de demi largeur  $c = 1$  mm a été choisi. Ce choix s'appuie sur l'observation du faciès de rupture qui montre la présence de petites fissures ayant une forme proche du demi-cercle. Un maillage comportant la fissure précédemment définie a été réalisé (cf. Fig.I-41a). Notons que pour l'étude de propagation, la technique de remaillage a été utilisée. Le champ de température issu du calcul thermique de la pièce non fissurée est ensuite projeté sur le maillage avec la fissure. Un calcul élastique ou élasto-plastique peut être alors effectué. La variation d'intensité de contrainte  $\Delta K$  ( $\Delta K_I$  pour le calcul élastique et  $\Delta K_{eff}$  pour le calcul élastoplastique) est déduit ensuite par méthode G\_THETA dans le code CAST3M. Puis, un incrément d'avancée de fissure est choisi à l'endroit où  $\Delta K$  est maximal. Ensuite, grâce à la loi de Paris, le nombre de cycles associé et l'avancée de la fissure sur le reste du front peuvent être déduits. Un nouveau front de fissure peut être ainsi construit et le processus se répète pour simuler la propagation de la fissure (cf. Fig.I-41b).

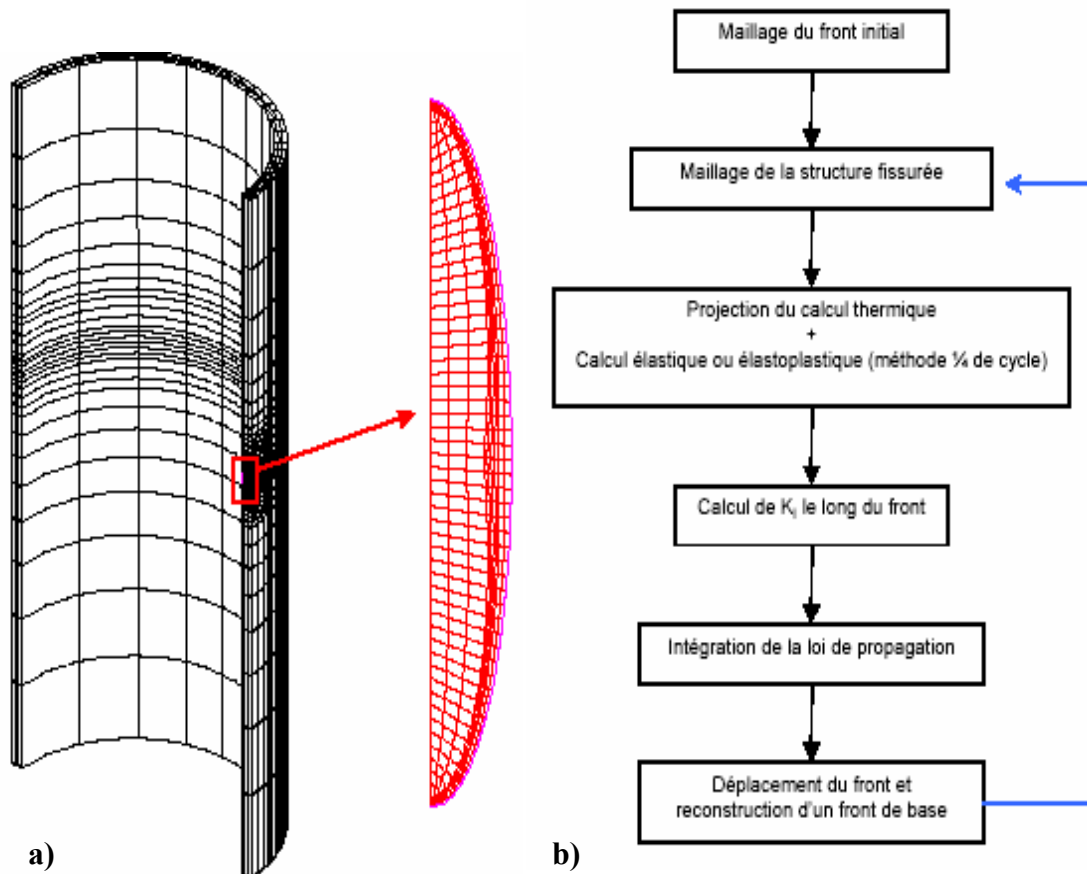


Fig.I-41: Analyse de propagation sur FAT3D [88]

Les résultats obtenus sont très encourageants. Le front final de fissure prédit par la procédure semble en bon accord avec l'observation expérimentale (cf. Fig.I-42a). Les calculs montrent aussi que la plasticité diminue la variation du facteur d'intensité de contrainte et donc modifie la vitesse de propagation de la fissure (cf. Fig.I-42b). Malgré la prise en compte de la plasticité, le nombre de cycles pour obtenir une fissure traversante numérique sous-estime le nombre de cycles réel.

Malheureusement, la propagation de fissure n'étant pas l'objectif principal des études sur FAT3D, l'auteur n'a pas assez de données expérimentales pour corriger la différence expérimental/numérique en cinétique de fissuration.

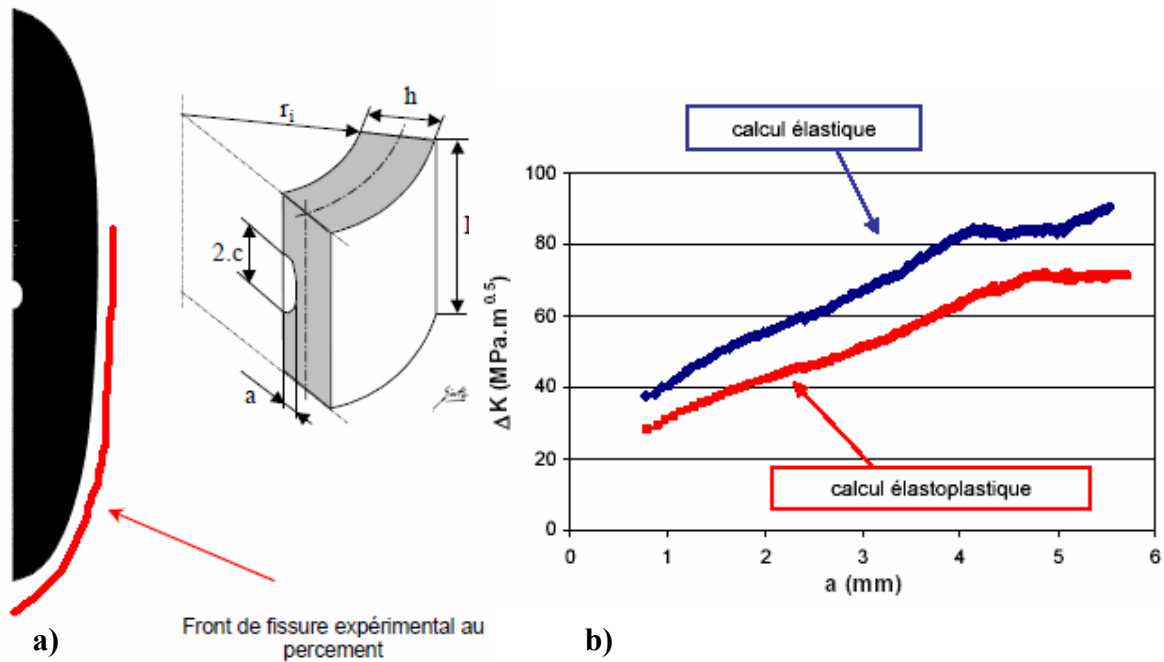


Fig.I-42: Résultats de l'analyse de propagation de l'essai FAT3D [88]

Taheri et al. [96-98] se sont, quant à eux, intéressés à l'arrêt de la fissuration dans la profondeur, observé expérimentalement. Ils ont considéré un tube en acier inoxydable 304L d'épaisseur 9,3mm dont la surface interne est soumise à une fluctuation sinusoïdale de la température (cf. Fig.I-43). Un flux thermique nul a été imposé sur la surface externe et le coefficient d'échange thermique  $H=15000\text{W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ . La modélisation par éléments finis est bidimensionnelle avec des éléments axisymétriques, ce qui conduit à une fissure annulaire. L'analyse est effectuée en supposant un comportement élastique linéaire.

Les auteurs ont tracé l'évolution de la valeur maximale du facteur d'intensité de contraintes (FIC) dans un cycle  $K_I^{\max}$  en fonction de la longueur de fissure pour différentes fréquences entre 0,1 et 5Hz (cf Fig.I-44). Les résultats montrent que la fréquence de 0,1Hz est très nocive car on a alors  $K_I^{\max}$  largement au-dessus de la valeur seuil du FIC ( $K_{th}=180\text{MPa}.\sqrt{\text{mm}}$ ) pour toutes les profondeurs de fissure. Pour cette fréquence de test, il n'y a pas d'arrêt de fissuration prévisible. A la fréquence  $f=1\text{Hz}$ , une profondeur maximale de 2mm est prédite. Pour les fréquences plus élevées (5 et 3 Hz) aucune propagation n'est possible. Les mêmes conclusions sont aussi partagées par différents auteurs [85, 99].

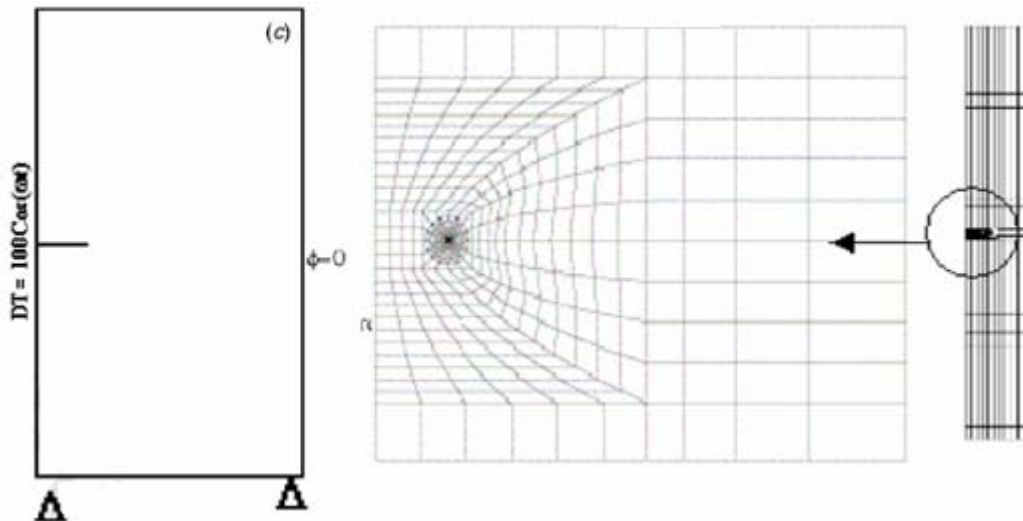


Fig.I-43: Etude paramétrique sur l'arrêt de fissuration [97]

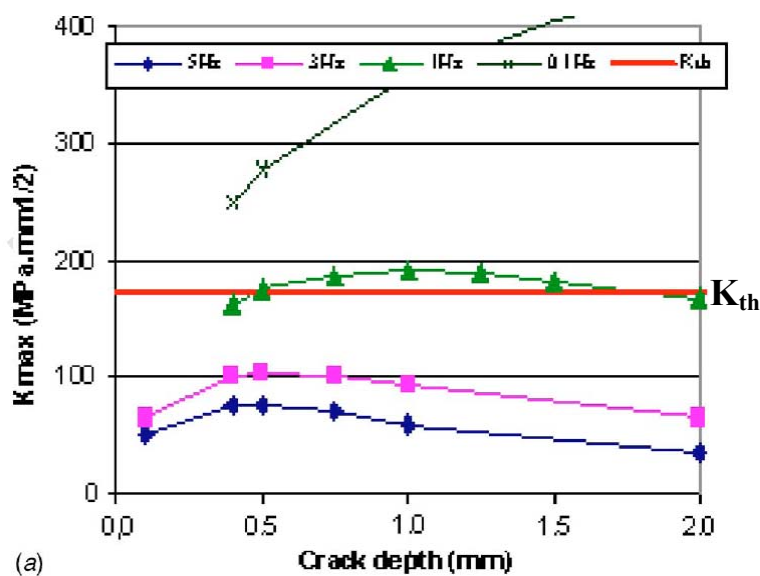


Fig.I-44: Effet de la fréquence du chargement thermique sur la valeur maximale du FIC [97]

Ces études ont fourni ainsi les premières explications sur l'arrêt de fissuration. Il s'avère que la nocivité du chargement thermique dépend non seulement de la variation de température  $\Delta T$  mais aussi de la fréquence de la sollicitation. Notons cependant que, par souci de simplicité, la fluctuation utilisée pour ces études [96-99] est de type sinusoïdal. Or en réalité, les fluctuations thermiques ont généralement des vitesses de refroidissement et de réchauffement différentes (cf. Fig.I-31). Dans cette optique, il est d'ailleurs à noter que rien n'a été trouvé dans la littérature pour prendre en compte l'influence des vitesses de refroidissement et de réchauffement.

### 3.3.2. Approche analytique

Jusqu'à présent, à travers les études citées précédemment, nous avons constaté que la méthode des éléments finis est un outil puissant pour résoudre un problème de fatigue thermique. Le point fort de cet outil est sa capacité à prendre en compte la complexité du chargement thermique, la géométrie de la pièce étudiée ainsi que le comportement non linéaire du matériau. Néanmoins, son point faible est le coût de calcul, en particulier pour un problème concernant la propagation de fissure par fatigue thermique. Dans le cadre de la mécanique linéaire de la rupture, il est tout à fait envisageable d'utiliser une approche analytique [100-103].

Dans un premier temps, il est indispensable de connaître l'évolution de température sous une sollicitation cyclique thermique dans la pièce considérée. Marie [102] propose de diviser une sollicitation thermique quelconque en plusieurs intervalles dans lesquels la variation du fluide  $T_{fluide,i=1,2,..}$  peut être considérée comme linéaire avec une pente  $P_i$  (cf. Fig.I-45).

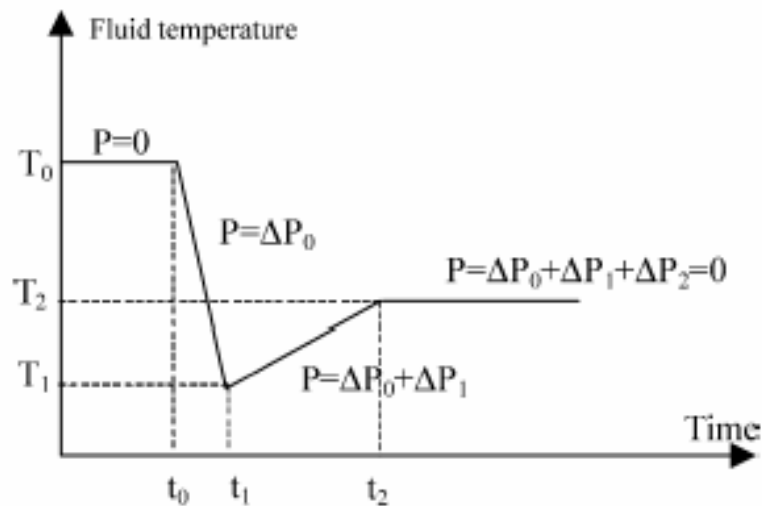


Fig.I-45: Une sollicitation thermique quelconque [102]

Puisque la solution pour une pièce soumise à un choc linéaire peut être résolue analytiquement, on peut déduire la solution dans le cas d'une sollicitation thermique quelconque. Cette démarche, utilisée par l'auteur dans le cas d'une pièce de tuyauterie axisymétrique contenant un revêtement d'épaisseur mince dans la surface interne (cf. Fig.I-

46), a montré un excellent accord avec des calculs éléments finis sous CASTEM2000 pour un chargement thermique spécifique en différentes positions dans l'épaisseur (cf. Fig.I-47).

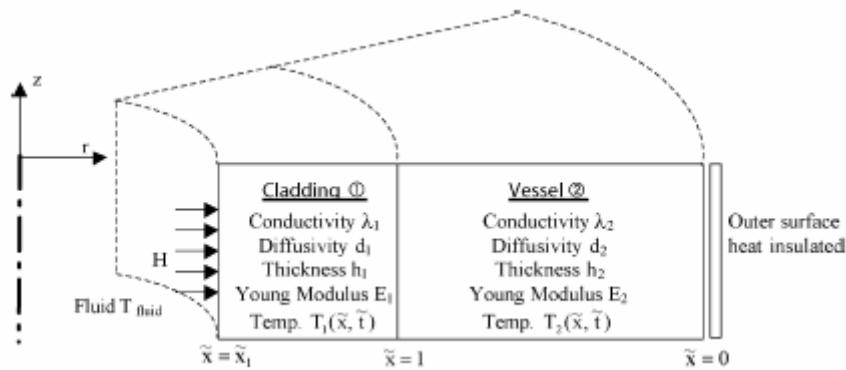


Fig.I-46: Démarche analytique proposée par Marie appliquée à une pièce de tuyauterie [102]

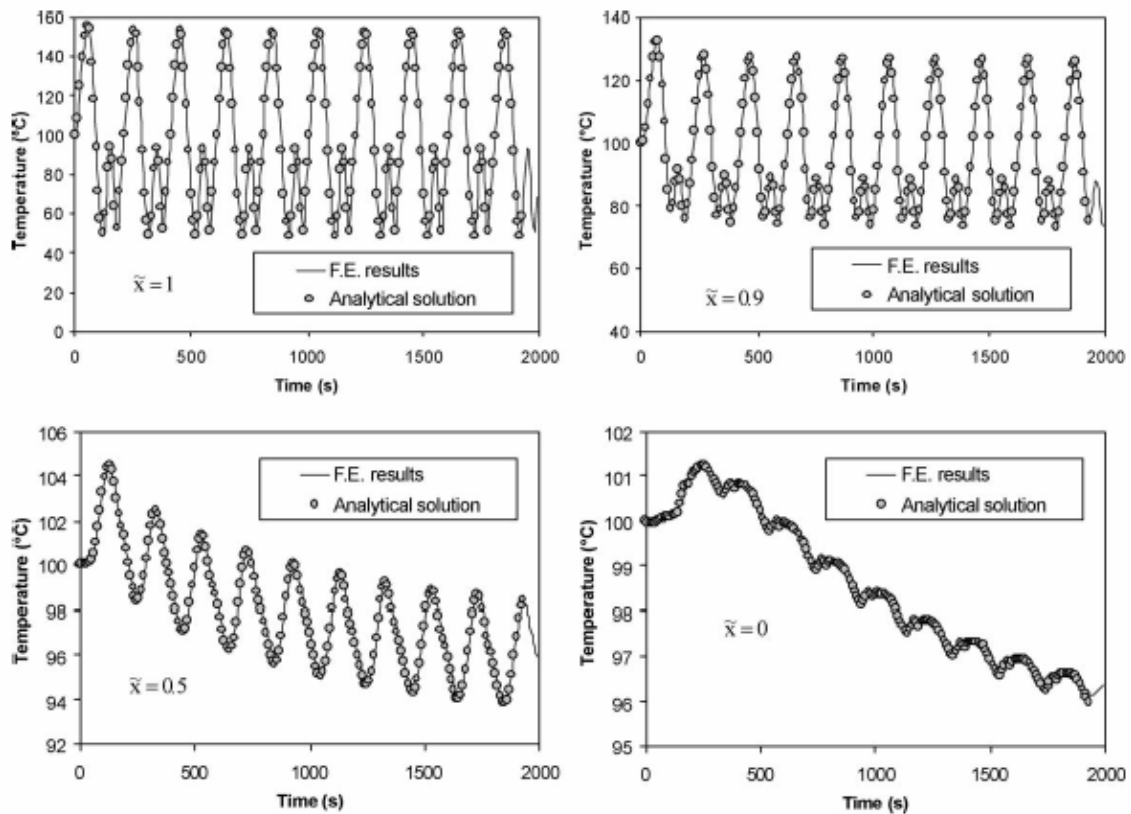


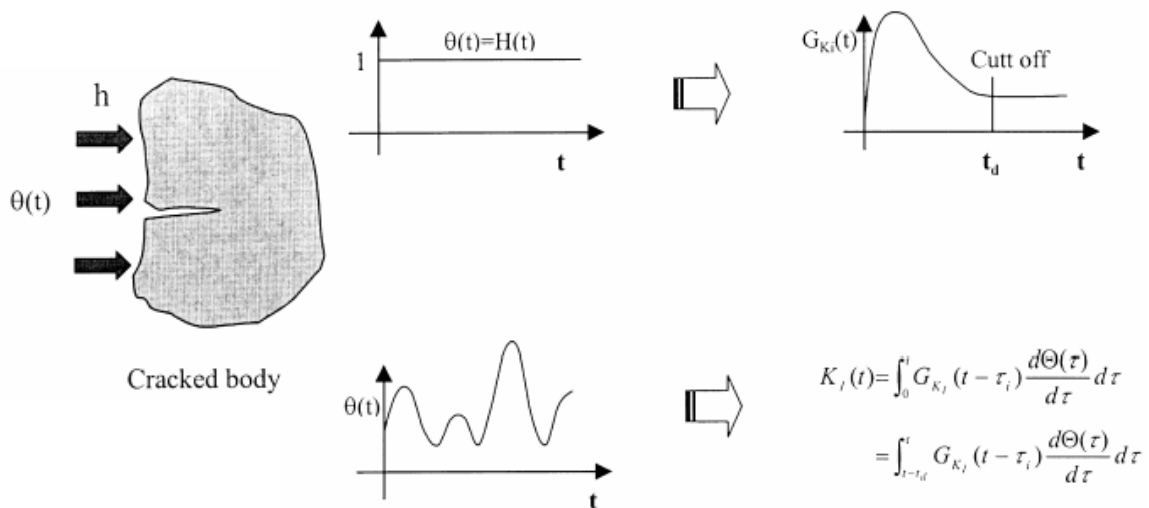
Fig.I-47: Comparaison des températures analytiques et numériques [102]

A partir du champ de température, l'évolution des contraintes dans l'épaisseur de la pièce non fissurée est alors déterminée pour un comportement thermo-élastique linéaire. Ensuite, le facteur d'intensité de contraintes peut être obtenu en utilisant la méthode de fonctions de forme [103, 104].

Pour le calcul de  $K$ , d'autres auteurs proposent d'utiliser la méthode des fonctions de Green [100, 101]. La démarche de cette approche est présentée dans la Fig.I-48. Il s'agit, tout d'abord, de trouver la fonction de Green  $G_{K_I}(t)$  qui est définie comme le facteur d'intensité de contraintes du système soumis à une sollicitation de type échelon  $\Theta(t) = H(t)$ . Kim et al. [100] proposent que la fonction de Green soit estimée par des fonctions de poids:

$$G_{K_I}(t) = \int_0^a \sigma_{yy}(x,t)_{\theta=H(t)} m(x) dx \quad \text{Equa.I-17}$$

Ensuite, le facteur d'intensité de contraintes du système soumis à une sollicitation cyclique quelconque de température est donné par la relation suivante:



**Fig.I-48: Détermination du facteur d'intensité de contraintes par la méthode des fonctions de Green [101]**

Si la fonction de Green est déterminée, le facteur d'intensité de contraintes du système soumis à une sollicitation cyclique quelconque de température peut être déduit. Un bon accord entre la simulation numérique et cette démarche est signalé dans le cas d'une tuyauterie soumise à une fluctuation sinusoïdale de 0,1Hz (cf. Fig.I-49). L'auteur a montré que l'influence de la température sur la fonction de Green est petite, de l'ordre de 1,89% pour les deux températures considérées. Cependant, la façon de déterminer la fonction de Green sous différentes températures n'est pas expliquée.



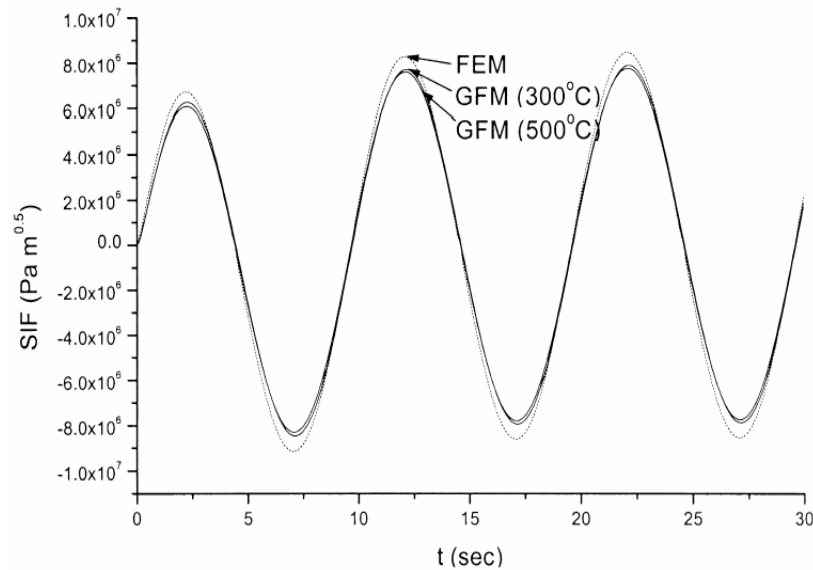


Fig.I-49: Comparaison du FIC obtenu par la fonction de Green et par la méthode des éléments finis [101]

La variation de l'amplitude du FIC  $\Delta K = K^{\max} - K^{\min}$  est ensuite tracée pour différentes valeurs de la profondeur  $a$  de fissure. L'auteur a constaté que  $\Delta K$  atteint un maximum à  $a=5\text{mm}$  (pour une épaisseur totale de  $7\text{mm}$ ). L'auteur a conclu ainsi sur une possibilité d'arrêt de fissuration. Cependant, la valeur de  $\Delta K$  n'est pas comparée avec la valeur seuil de fissuration qui n'est pas non plus communiquée dans cet article.

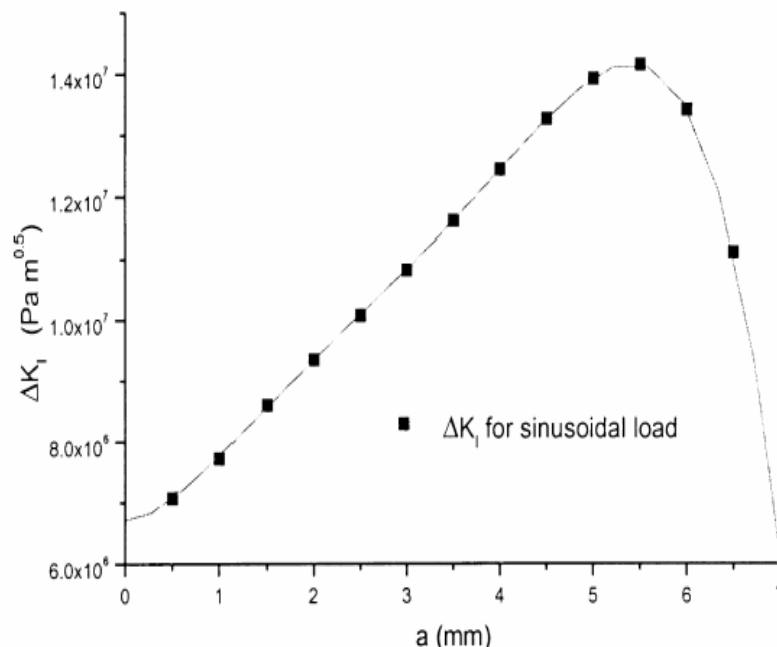


Fig.I-50: Evolution de  $\Delta K$  durant la fissuration pour une sollicitation thermique sinusoïdale [101]

### 3.3.3. Calcul combiné numérique/analytique

Dans l'optique d'interprétation du phénomène de fatigue thermique, il a été aussi trouvé dans la littérature une technique combinée des deux méthodes présentées auparavant. Le principe de la technique combinée est le suivant: une analyse thermique/mécanique par méthode d'éléments finis permet tout d'abord de connaître le champ de température et en particulier le champ de contraintes dans la pièce non fissurée. Ensuite, le facteur d'intensité de contraintes peut être obtenu en intégrant le produit du champ de contraintes obtenu numériquement avec la fonction de poids correspondant à la géométrie fissurée.

En utilisant cette technique, Czuck et al. [91] ont pu calculer le facteur d'intensité de contraintes en surface et en profondeur. En supposant que la fissure reste semi-elliptique durant la fissuration, Czuck a comparé la forme finale prédite par l'intégration de la loi de Paris, proposée par le code ASME, avec celle obtenue expérimentalement par fatigue thermique (cf. Fig.I-51). Dans un premier temps, une loi de Paris sous eau est utilisée en surface et à cœur. Le résultat obtenu surestime la propagation de la fissure en profondeur et en surface. L'auteur a expliqué que lors des trempes, l'eau ne peut pas pénétrer jusqu'au fond de la fissure. Une loi de Paris à l'air est alors utilisée en fond de fissure. La prédiction en profondeur est alors correcte, mais elle demeure très surestimée en surface.

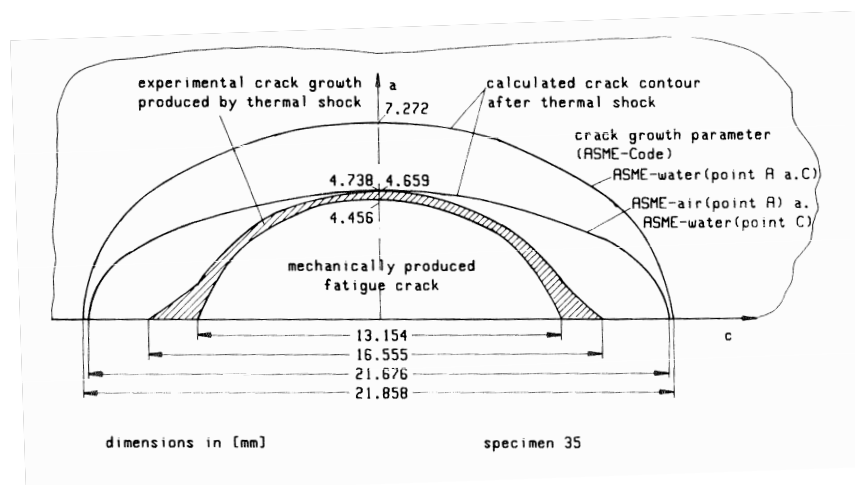
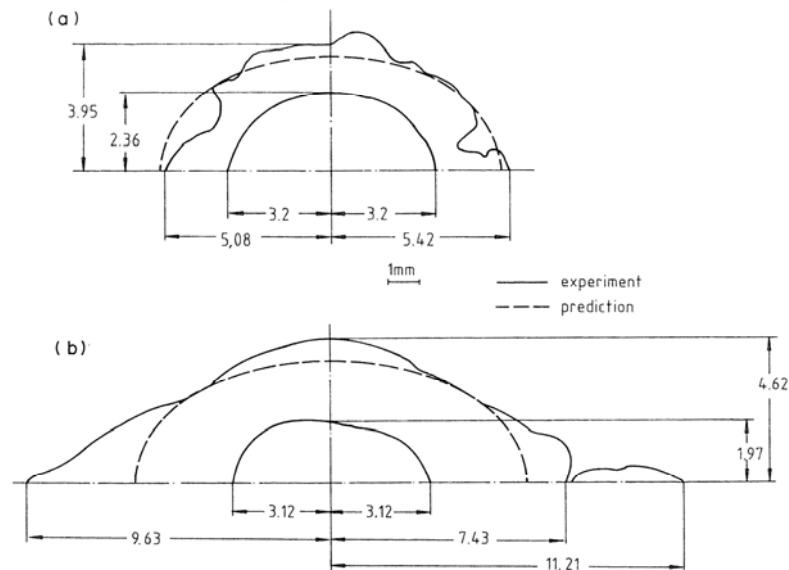


Fig.I-51: Comparaison du front de fissure prédit avec celui expérimental dans l'étude de Czuck [91]

Bethge et al [92] ont utilisé la même démarche que Czuck. Cependant, malgré la forte influence de la température expérimentalement observée, Bethge a utilisé la loi de Paris identifiée à partir de la courbe de fissuration dans l'eau à température ambiante, avec un signal

trapézoïdal. La prédiction effectuée montre un très bon accord avec le profil expérimental sur une première éprouvette (cf. Fig.I-52a). Pour une deuxième éprouvette, la prédiction est satisfaisante en profondeur mais sous-estimée en surface (cf. Fig.I-52b). L'auteur explique ce résultat par la coalescence de fissures secondaires, amorcées par fatigue thermique, avec la fissure principale. Bethge conclut que la mécanique linéaire de la rupture peut prédire avec succès la fissuration sous fatigue thermique.

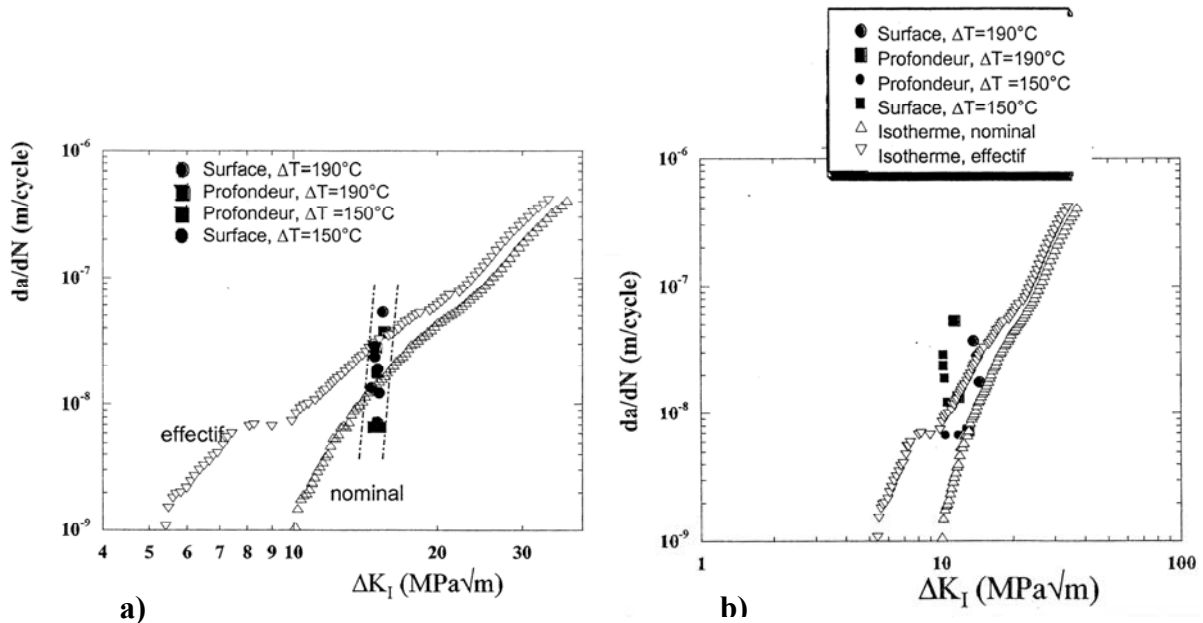


**Fig.I-52: Comparaison du front de fissure prédit avec celui expérimental dans l'étude de Bethge [92]**

L'analyse des essais de Kane [93] est aussi effectuée par la technique combinée. Notons que dans son étude, l'auteur a négligé l'influence de l'épaisseur en utilisant des fonctions de poids pour une fissure semi-elliptique dans une plaque semi-infinie proposée par Pommier [105]. Les courbes  $\frac{da}{dN} - \Delta K$  obtenues par un calcul thermo-élastique (cf. Fig.I-53a) et thermo-élasto-plastique (cf. Fig.I-53b) sont ensuite comparées avec celles de l'éprouvette CT en fatigue isotherme à 20°C. Toutefois, l'auteur n'a pas pu obtenir de corrélation entre les courbes. De plus, les cinétiques obtenues ne permettent pas d'expliquer les ralentissements observés en surface et en profondeur. Différentes sources liées à cette incohérence sont identifiées par l'auteur:

- Des conditions d'échange thermique entre l'éprouvette et l'eau de trempe à la fois non uniformes et non constantes dans le temps, contrairement à ce qui a été supposé dans les calculs.

- L'évolution des effets de fermeture due aux dépôts d'oxyde ou de calcaire est difficile à appréhender et à prendre en compte. La vitesse de fissuration peut dépendre fortement de la nature de l'eau de trempe.



**Fig.I-53: Comparaison des cinétiques obtenues par chocs thermiques répétés avec celles de l'éprouvette CT en fatigue isotherme à  $20^\circ\text{C}$  [93]**

En résumé, les différents auteurs ont montré qu'il est possible d'utiliser une approche analytique pour résoudre le problème de fatigue thermique. Dans le cadre de notre étude, nous tenterons par la suite de développer une solution analytique. Ce développement fera ainsi l'objet principal du chapitre IV de ce manuscrit. Ensuite, la solution développée permettra une étude paramétrique afin de mieux appréhender le phénomène de fatigue thermique à l'échelle macroscopique. Des hypothèses simplificatrices seront proposées pour que nous puissions utiliser l'approche analytique pour l'analyse de l'évolution du front de fissure et des cinétiques de fissuration par fatigue thermique. L'approche analytique, validée par les résultats expérimentaux et numériques, n'est trouvée nulle part dans la littérature.

## 4. Conclusion

Dans cette thèse, nous nous proposons d'étudier la propagation d'une fissure tridimensionnelle plane par une sollicitation cyclique thermique. Afin d'orienter notre étude dans une bonne direction, il était indispensable, dans un premier temps, de dresser un bilan des études sur le phénomène de fatigue thermique.

Des essais sur structure ont été réalisés pour une réponse immédiate aux problèmes des industriels. Cependant leur complexité rend difficile la compréhension des phénomènes. C'est pour cette raison que des essais quasi-structure et sur éprouvette ont été aussi recherchés dans la littérature. Ces essais ont permis d'étudier et d'appréhender l'influence de différents paramètres tels que l'amplitude de température, l'état de surface, la présence d'une soudure... Nous nous intéressons en particulier aux résultats de fissuration par fatigue thermique. D'abord, il a été montré que le chargement thermique seul peut faire se propager la fissure ou le réseau de fissures. La fissuration dépend non seulement de l'amplitude de température mais aussi de la fréquence de l'essai. De plus, la vitesse de fissuration semble diminuer avec le nombre de cycles et la possibilité d'arrêt de fissuration a été aussi démontrée. L'observation de la surface de rupture des fissures par fatigue thermique dans 304L montre une forme finale semi-elliptique. Cependant, les études portant sur la propagation d'une fissure tridimensionnelle avec suivi de l'évolution du front de fissure et des cinétiques au cours du cyclage sont assez rares.

Des calculs numériques, analytiques ou combinés ont été réalisés par différents auteurs afin d'interpréter les résultats obtenus. On retiendra en particulier ici quelques études visant à caractériser la propagation cyclique d'une fissure tridimensionnelle, grâce au calcul de facteur d'intensité de contraintes et à l'utilisation d'une loi de Paris adaptée. Toutefois, le manque des résultats expérimentaux correspondants rend la comparaison avec la prédiction très limitée.

Ainsi, faute de ressources bibliographiques, nous avons décidé de développer dans la suite de cette étude un montage expérimental permettant de recueillir les informations sur la propagation d'une fissure tridimensionnelle plane par fatigue thermique. L'analyse de la propagation de la fissure sera tout d'abord effectuée à l'aide de la méthode des éléments finis. Ensuite, afin de mieux appréhender le phénomène de fatigue thermique, une étude paramétrique s'avèrera indispensable et nous conduira ainsi à une approche analytique.

## CHAPITRE II :

# Etude expérimentale de la propagation de fissure par fatigue thermique



## SOMMAIRE DU CHAPITRE II

1.	Caractérisation du matériau étudié : acier inoxydable austénitique de type 304L.....	78
1.1.	Composition et microstructure.....	78
1.2.	Comportement mécanique.....	80
1.2.1.	Comportement en traction.....	80
1.2.2.	Comportement en fissuration.....	81
1.3.	Propriétés thermiques.....	83
2.	Dimensionnement et réalisation du dispositif d'essai de propagation de fissure par fatigue thermique.....	83
2.1.	Cahier des charges.....	83
2.2.	Pré-dimensionnement.....	84
2.2.1.	Refroidissement d'un seul côté.....	84
2.2.2.	Refroidissement des deux côtés.....	97
2.2.3.	Conclusion du pré-dimensionnement.....	100
2.3.	Mis en place de l'essai.....	101
2.3.1.	Principe d'essai.....	101
2.3.2.	Réglage des différents paramètres d'essai.....	103
2.3.3.	Essai de faisabilité EP1.....	105
2.3.4.	Usinage des entailles.....	107
2.4.	Résultats des essais de cyclage thermique.....	112
2.4.1.	Condition des essais de propagation par cyclage thermique.....	112



2.4.2.	Récapitulatif des essais effectués .....	115
2.4.3.	Réseau de faïençage .....	116
2.4.4.	Propagation en surface des entailles.....	118
2.4.5.	Propagation en profondeur .....	123
2.5.	Conclusion.....	127

## LISTE DES FIGURES ET DES TABLEAUX

Fig.II-1 : Diagramme d'équilibre fer-carbone [28].....	78
Fig.II-2 : Microstructure du 304L révélée par une attaque chimique à l'eau régale.....	80
Fig.II-3: Comportement en traction monotone du matériau étudié le 304L [108].....	81
Fig.II-4: Comportement en fissuration du matériau étudié le 304L [108, 109].....	82
Fig.II-5: Principe des essais préliminaires .....	84
Fig.II-6: Détermination numérique du chargement thermique et calcul du FIC associé .....	85
Fig.II-7 : Modèle numérique pour le calcul de dimensionnement .....	86
Fig.II-8 : Four PYROX à quatre résistances utilisé pour montage PPFT. ....	88
Fig.II-9 : Dispositif expérimental de refroidissement, de fixation et de mesure de température pour les essais préliminaires.....	88
Fig.II-10 : Configuration de refroidissement à l'air comprimé non souhaitée.....	90
Fig.II-11 : Isolation de la surface $S_C$ par un casque métallique et de la laine de roche .....	90
Fig.II-12 : Comparaison numérique – expérimental de l'évolution de la température dans l'échantillon : Refroidissement à l'air comprimé à 6 bars .....	91
Fig.II-13 : Evolution du facteur d'intensité de contraintes calculée lors d'un refroidissement à l'air comprimé à 6 bar .....	92
Fig.II-14 : Système de mélange d'air comprimé et l'eau pulvérisée .....	92
Fig.II-15 : Evolution de la température dans échantillon : comparaison refroidissement air / air-eau à 6bar .....	93
Fig.II-16 : Comparaison numérique – expérimental de l'évolution de la température dans l'échantillon : Refroidissement air-eau à 6 bars.....	94

Fig.II-17 : Evolution du facteur d'intensité de contraintes pour un refroidissement avec le mélange air-eau à 6 bars.....	95
Fig.II-18 : Evolution du FIC pour un refroidissement à l'eau avec $H_{\text{eau}}=6000\text{ W/m}^2.\text{K}^{-1}$ ....	96
Fig.II-19 : Evolution du FIC pour différentes épaisseurs 2L d'échantillon ( $H_{\text{eau}}=6000\text{ W/m}^2.\text{K}^{-1}$ , longueur de fissure a=1mm).....	97
Fig.II-20 : Déformée de l'échantillon et cartographie de température (NT11) à l'instant $t=0,74\text{s}$ , refroidissement d'un seul côté ( $H_{\text{eau}}=6000\text{ W/m}^2.\text{K}^{-1}$ , 2L=10mm) .....	98
Fig.II-21 : Nouvelle façon de solliciter l'échantillon : refroidissement symétrique à l'eau ( $H_{\text{eau}}=6000\text{ W/m}^2.\text{K}^{-1}$ ).....	98
Fig.II-22 : Déformée de l'échantillon et cartographie de température à l'instant $t=1,06\text{s}$ , refroidissement symétrique ( $H_{\text{eau}}=6000\text{ W/m}^2.\text{K}^{-1}$ , 2L=10mm) .....	99
Fig.II-23 : Comparaison de l'ouverture de fissure ( $H_{\text{eau}}=6000\text{ W/m}^2.\text{K}^{-1}$ , 2L=10mm) .....	99
Fig.II-24 : FIC lors des refroidissements asymétrique et symétrique ( $H_{\text{eau}}=6000\text{ W/m}^2.\text{K}^{-1}$ , 2L=10mm et a=1mm) .....	100
Fig.II-25 : Présentation du montage et principe de l'essai .....	102
Fig.II-26 : Refroidissement symétrique - éprouvette fixée aux tuyaux de refroidissement..	103
Fig.II-27 : Géométrie de l'éprouvette pour l'étude de propagation par fatigue thermique....	104
Fig.II-28 : Apparition de deux taches thermiques sur la surface de l'éprouvette .....	105
Fig.II-29 : Propagation de fissure en surface à partir de l'entaille préexistante sur l'éprouvette EP1 .....	106
Fig.II-30 : Rupture des éprouvettes par essai de traction.....	106
Fig.II-31 : Faciès de rupture après rupture de l'éprouvette EP1 .....	107
Fig.II-32 : Dimension des disques Thermocarbon utilisés pour l'usinage d'entaille.....	108

Fig.II-33 : Entaille semi-circulaire créée par un disque Thermocarbon .....	108
Fig.II-34 : Usinage d'entaille sur la tronçonneuse ISOMET 4000 .....	109
Fig.II-35 : Usinage d'entaille avec le Charlyrobot – Détection de tangence par contact électrique .....	110
Fig.II-36 : Entaille EP8ET1 usinée par Charlyrobot.....	111
Fig.II-37 : Emplacement des thermocouples de seuil et d'acquisition pour les essais de propagation par cyclage thermique .....	112
Fig.II-38 : Emplacement des thermocouples pour l'essai de quantification thermique .....	113
Fig.II-39 : Evolution expérimentale de la température dans l'éprouvette pendant l'essai de quantification.....	114
Fig.II-40 : Comparaison numérique – expérimental de l'évolution de la température pendant le refroidissement .....	115
Fig.II-41 : Réseau du faïençage en partie haute de la tâche thermique secondaire.....	117
Fig.II-42 : Réseau de faïençage dans la tâche thermique principale .....	117
Fig.II-43 : Notation utilisée pour repérer les extrémités des entailles .....	118
Fig.II-44 : EP2ET2 avant et après polissage - réduction de l'entaille initiale par polissage .	119
Fig.II-45 : Réduction de l'entaille initiale par polissage sur EP3ET2 .....	120
Fig.II-46 : Bifurcation de la fissure principale – EP8ET2 droite.....	120
Fig.II-47 : Evolution expérimentale de l'avancée moyenne $\Delta c_m$ en surface en fonction du nombre de cycles.....	122
Fig.II-48 : Evolution expérimentale de la largeur finale $2c_{final}$ en fonction du nombre de cycles .....	122
Fig.II-49: Faciès de rupture observé à la loupe binoculaire – entaille EP3ET1.....	123
Fig.II-50: Image MEB du faciès de rupture – entaille EP3ET1 .....	124

Fig.II-51: Evolution expérimentale de l'avancée en profondeur $\Delta a$ .....	125
Fig.II-52: Evolution expérimentale de profondeur finale $a_{\text{final}}$ .....	126
Fig.II-53: Scénario de propagation.....	126
Tab.II-1 : Composition chimique massique du 304L selon les spécifications de la norme RCC-M, comparée aux analyses EMA .....	79
Tab.II-2 : Identification des propriétés mécaniques du 304L [108].....	81
Tab.II-3 : Propriétés thermiques du 304L [89] .....	83
Tab.II-4 : Vitesse moyenne de refroidissement et écart maximal de température T1-T2 obtenus par refroidissement à l'air comprimé.....	89
Tab.II-5 : Refroidissement à l'air comprimé avec et sans isolation de face arrière, p=4bars ..	90
Tab.II-6 : Vitesse moyenne de refroidissement et écart maximal de température : Comparaison refroidissement air/air-eau à 6 bar .....	93
Tab.II-7 : Influence de la température de consigne sur le temps de réchauffage.....	104
Tab.II-8 : Récapitulatif des entailles usinées .....	111
Tab. II-9 : Récapitulatif des essais effectués.....	116
Tab.II-10 : Récapitulatif des avancées expérimentales en surface pour tous les essais effectués .....	121
Tab. II-11: Analyse EDS des faciès de rupture par fatigue thermique et par traction .....	124
Tab. II-12 : Récapitulatif des avancées expérimentales en profondeur pour tous les essais..	125

## 1. Caractérisation du matériau étudié : l'acier inoxydable austénitique de type 304L

Le matériau de cette étude est un acier austénitique de type 304L (Z2CN18-10). Ce matériau est fourni par Creusot-Loire Industrie sous la forme d'une tôle de dimension  $500*270*30\text{mm}^3$ . Les tôles, référencées EDF 1212bX01 et EDF 1212bX02, sont la base des éprouvettes de notre étude et des essais de caractérisation ont été effectués par Vor [106] sous Contrat CQN01812 avec EDF.

### 1.1. Composition et microstructure

Un acier est défini comme 'inoxydable' si sa teneur en masse de chrome est au moins égale à 13% [28]. Le chrome forme un film protecteur passivant de  $\text{Cr}_2\text{O}_3$  qui a une bonne résistance à la corrosion par l'oxygène. Ce film, qui a une épaisseur de 1 à 10 nm, est invisible. Par contre, il est non perméable à l'eau et à l'air et donc protège l'acier. C'est le chrome qui rend l'acier inoxydable. Selon la norme RCC - M, le 304L doit contenir au minimum 17% de chrome en masse.

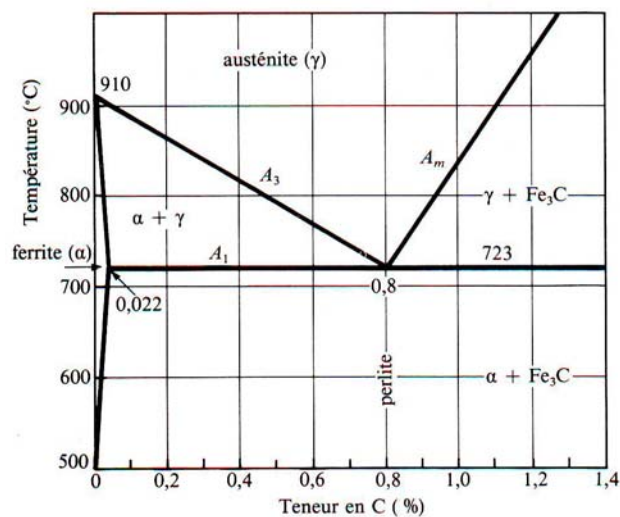


Fig.II-1 : Diagramme d'équilibre fer-carbone [28]

Les aciers inoxydables austénitiques sont le plus souvent utilisés dans l'industrie nucléaire. Ils sont connus pour leur résistance chimique très élevée, leur ductilité comparable à celle du cuivre ou du laiton, et aussi pour leurs caractéristiques mécaniques élevées. Cependant, la structure austénitique, pour le fer pur, n'apparaît qu'au-dessus de 910°C (cf. Fig.II-1). Le nickel, élément gammagène, est donc ajouté en quantité suffisante afin de

maintenir la structure austénitique à température ambiante. Après la mise en forme à haute température (entre 950°C et 1150°C) ou après recuit, il faut geler la phase  $\gamma$  (austénite) par un refroidissement à l'eau (hypertrempe). On obtient donc les aciers inoxydables austénitiques avec une structure cubique à faces centrées.

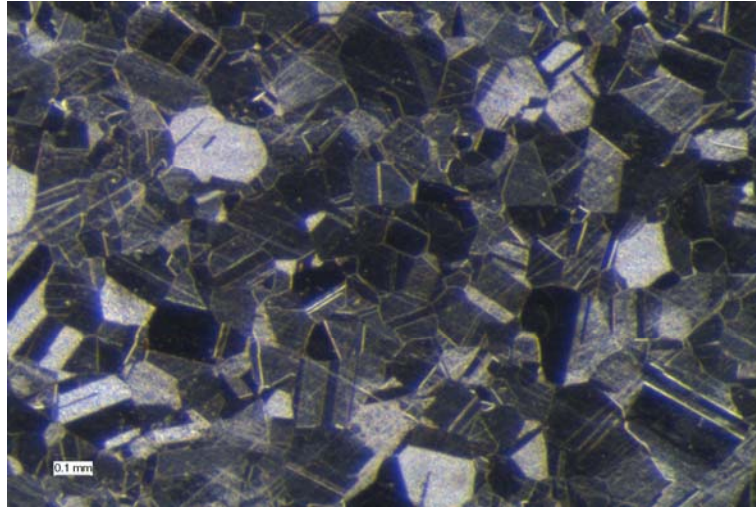
L'addition des autres éléments peut améliorer les propriétés mécaniques et les caractéristiques d'utilisation des aciers inoxydables austénitiques. Ainsi, l'addition de sélénium (Se) ou de soufre (S) à des teneurs d'environ 0,15% augmente notamment l'usinabilité. L'azote (N) pour une teneur inférieure à 0,2%, améliore nettement la limite d'élasticité sans diminuer la ductilité. L'ajout de molybdène (Mo), avec une teneur de 2% à 4%, permet d'améliorer la résistance à la corrosion dans la plupart des milieux. Le tableau Tab.II-1 résume alors la composition chimique de 304L étudié.

La composition chimique typique de la nuance 304L selon la norme RCC-M y est indiquée. Il s'agit des teneurs en masse maximales et minimales des éléments chimiques correspondant à un matériau inoxydable austénitique 304L. L'analyse produite par le département 'Etude des Matériaux' (EMA) d'E.D.F sur notre tôle permet de vérifier que le matériau étudié correspond bien à un 304L (cf. Tab.II-1).

Composition chimique du matériau 304L en % masse										
Elément	C	Mn	Si	S	P	Ni	Cr	Mo	Cu	N
norme RCC-M (%)	<0,03	<2	<1	<0,03	<0,04	>9 <12	>17 <20	-	<1	-
EMA (%)	0,029	1,86	0,37	0,004	0,029	10	18	0,04	0,02	0,056

**Tab.II-1 : Composition chimique massique du 304L selon les spécifications de la norme RCC-M, comparée aux analyses EMA**

Une étude microstructurale du matériau a été réalisée. Des échantillons prélevés dans la tôle ont ainsi subi un polissage jusqu'à une précision du micron (3 $\mu$ m), puis une attaque à l'eau régale (4 volume d'HCl à 37%, 3 volume d'HNO<sub>3</sub> à 63% et 4 volume de l'eau distillée). Cette attaque chimique a permis de révéler ensuite, sous microscope optique, la microstructure austénitique de l'acier inoxydable 304L (cf. Fig.II-2).



**Fig.II-2 : Microstructure du 304L révélée par une attaque chimique à l'eau régale.**

L'attaque chimique a révélé que les grains sont équiaxes et en général orientés au hasard. Cette structure de grains donne donc un comportement macroscopique isotrope. Une étude statistique sur la taille des grains effectuée par Lesur [107] a montré que la taille moyenne des grains est comprise entre 70 et 80 microns, et que 80% des grains ont une taille inférieure à 100 microns.

## **1.2. Comportement mécanique**

Le comportement mécanique du matériau 304L n'est pas l'objectif principal de cette étude. Cependant, une bonne connaissance de celui-ci est indispensable pour interpréter le résultat de nos essais et notamment pour le travail de modélisation de propagation de fissure par fatigue thermique. Des travaux sont toujours en cours au sein du laboratoire afin de mieux appréhender le comportement du 304L. Les propriétés mécaniques que nous allons utiliser dans le cadre de notre étude proviennent de ces travaux. Les éprouvettes utilisées par ces études de caractérisation sont prélevées dans la même tôle que la nôtre.

### **1.2.1. Comportement en traction**

Les essais de traction réalisés par K.Vor [108] ont permis d'identifier la limite conventionnelle de déformation plastique à 0,2%  $R_{p0,2}$  et le module d'élasticité  $E$ .



Quatre essais de traction ont été réalisés à différentes vitesses de chargement comprises entre 0,015 et 0,03mm/s. Les résultats de ces essais sont récapitulés dans le tableau Tab.II-2 et la Fig.II-3. Ces résultats sont en bon accord avec la littérature [107]. Ainsi, nous prendrons les valeurs moyennes de  $E$  (196,1 GPa) et  $R_{p0,2}$  (235MPa) dans la suite de notre étude. Il est important de noter que le comportement plastique de ce matériau est très important.

Essais	$E$ (MPa)	$R_{p0,2}$ (MPa)
TM30	190930	235
E12 - 1	199700	241
E12 - 2	198470	228
E12 - 3	195320	236
<b>Valeur moyenne</b>	<b>196100 ± 5170</b>	<b>235 ± 7</b>

Tab.II-2 : Identification des propriétés mécaniques du 304L [108]

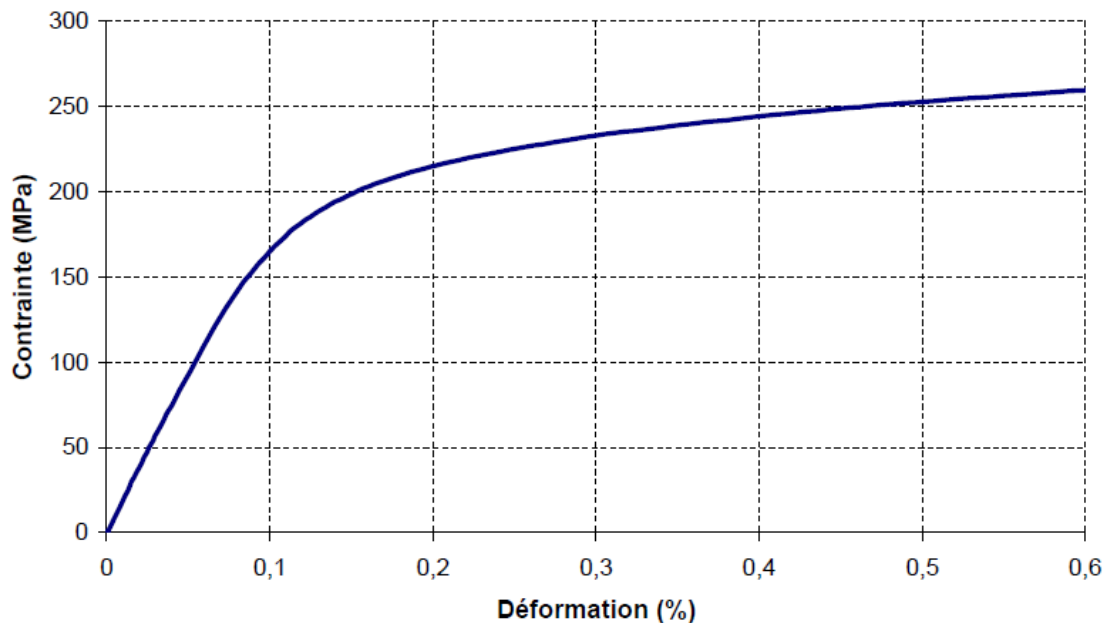


Fig.II-3: Comportement en traction monotone du matériau étudié le 304L [108]

### 1.2.2. Comportement en fissuration

La loi expérimentale de propagation de fissures de fatigue dans le matériau 304L est, de toute évidence, un élément crucial pour la méthode prédictive que nous souhaitons mettre en

place ici pour modéliser la propagation de fissure par la fatigue thermique. Nous reprenons ici rapidement les principaux résultats obtenus au laboratoire [108, 109] sur la même tôle.

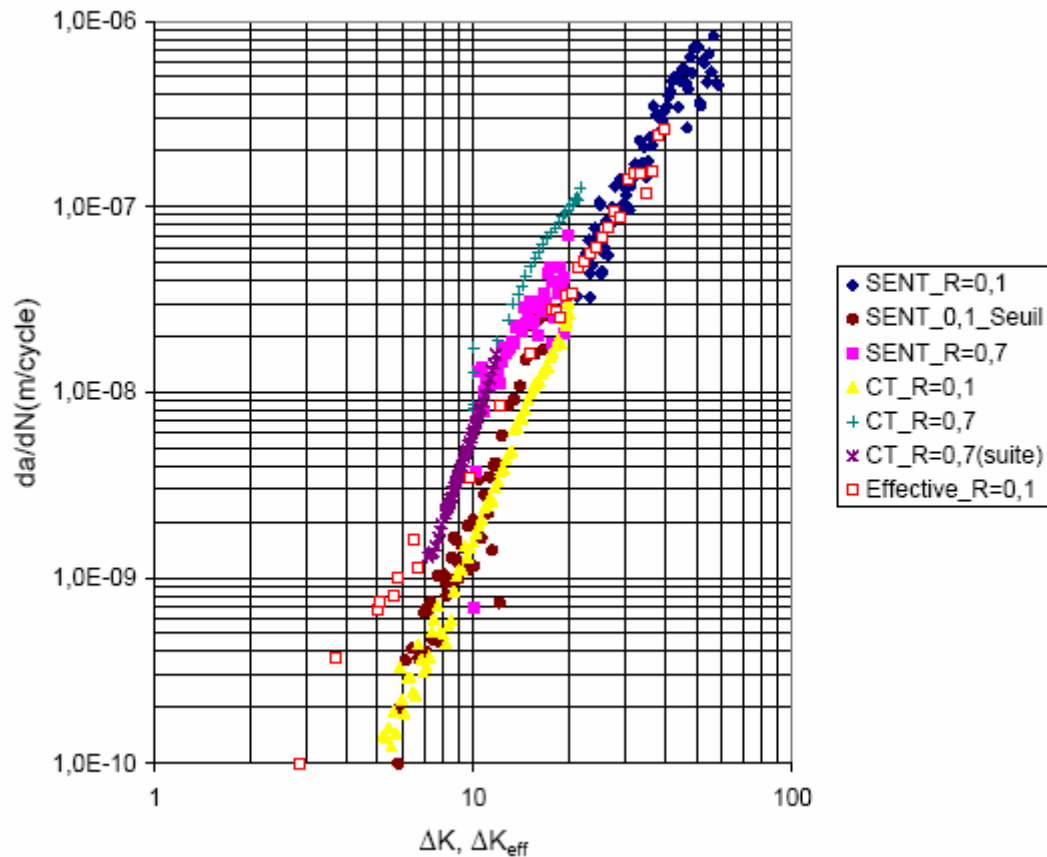


Fig.II-4: Comportement en fissuration du matériau étudié le 304L [108, 109]

Au travers de la Fig.II-4, nous constatons que les résultats sont bien reproductibles pour les deux géométries d'éprouvette (CT et SENT) et les deux rapports de charges  $R=0,1$  et  $R=0,7$ . De plus, une mesure expérimentale de la fermeture a permis de déterminer les valeurs  $\Delta K_{eff}$  du taux de restitution d'énergie effective. Nous notons un seuil de fissuration nominal  $K_{seuil}$  à  $5,8MPa\cdot\sqrt{m}$  et un seuil effectif environ deux fois plus petit, à savoir  $2,8MPa\cdot\sqrt{m}$ .

La courbe effective de propagation répond à une évolution linéaire (en échelle bi-logarithmique) soit une équation du type loi de Paris:

$$\frac{da}{dN} = C\Delta K_{eff}^n \quad \text{Equa.II-1}$$

Avec  $C = 6E-12$  et  $n = 2,8735$  pour le domaine de  $\Delta K$  compris entre 5 et  $40MPa\cdot\sqrt{m}$ .

### 1.3. Propriétés thermiques

Les propriétés thermiques du 304L utilisé dans cette étude seront supposées indépendantes de la température. Les valeurs sont trouvées dans la littérature et données dans le tableau Tab.II-3.

Propriété	Densité	Chaleur spécifique	Conductivité thermique	Coefficient de dilatation thermique
Valeur	7800 kg/m <sup>3</sup>	500 J.kg <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup>	19 W.m <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup>	18.10 <sup>-6</sup> K <sup>-1</sup>

Tab.II-3 : Propriétés thermiques du 304L [89]

## 2. Dimensionnement et réalisation du dispositif d'essai de propagation de fissure par fatigue thermique

Cette partie décrit l'étape de conception de l'essai de propagation de fissures par fatigue thermique. En particulier, différents paramètres d'essais (au niveau géométrique et thermique) ont d'abord dû être fixés grâce aux calculs numériques de pré-dimensionnement et à des essais préliminaires. Ces paramètres étant retenus, la réalisation du montage a alors pu être réalisée.

### 2.1. Cahier des charges

L'étude bibliographique nous avait mené à retenir le cahier des charges suivant pour l'essai expérimental:

- La géométrie de l'éprouvette doit être simple pour minimiser l'effet de structure sur le facteur d'intensité de contrainte et donc sur la propagation de fissures. Une géométrie simple favorisera la modélisation ultérieure. Il a été décidé de choisir une éprouvette de forme parallélépipédique.
- Notre étude se concentrant sur l'étude de la propagation d'une fissure tridimensionnelle plane, l'éprouvette est entaillée initialement. Comme on se

concentre sur un chargement d'origine thermique seul, l'éprouvette ne sera soumise à aucune contrainte mécanique.

- L'entaille doit se propager de manière importante pour une durée d'essai raisonnable.

## 2.2. Pré-dimensionnement

### 2.2.1. Refroidissement d'un seul côté

L'objectif du pré-dimensionnement est de trouver une configuration de sollicitation thermique appropriée permettant de faire propager une entaille préexistante. D'abord, des essais préliminaires sont effectués sur une éprouvette non entaillée afin de relever l'évolution de la température en certains points. L'éprouvette est placée dans une enceinte chaude à la température  $T_C$ . Quand la température de l'éprouvette atteint une température initiale  $T_i (=T_C$  dans un premier temps), un côté de l'éprouvette est refroidi par convection forcée avec le coefficient d'échange thermique  $H_R$  par un fluide (air ou eau...) à température  $T_R$  (cf. Fig.II-5). Notons que le coefficient d'échange convectif  $H_R$  ne peut pas être mesuré directement.

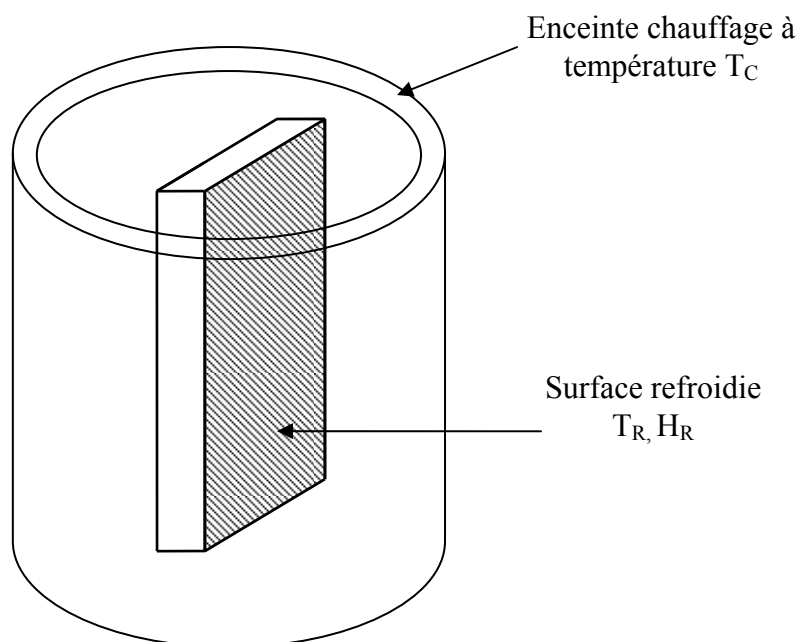


Fig.II-5: Principe des essais préliminaires

Puisque le coefficient  $H_R$  est inconnu, une procédure numérique d'ajustement du coefficient d'échange convectif  $H_R$  est effectuée, à l'aide du modèle éléments finis, jusqu'à ce que les températures expérimentale et numérique coïncident le mieux possible. Le facteur d'intensité de contraintes  $K_I$ , correspondant au champ de température associé, pourra alors être calculé numériquement. La valeur obtenue de  $K_I$  sera comparée avec la valeur seuil  $K_{seuil}$  du matériau. Si  $K_I$  est inférieur à  $K_{seuil}$ , la technique de refroidissement sera modifiée dans l'optique d'augmenter  $K_I$ . Le pré-dimensionnement du banc d'essais peut être schématisé par l'organigramme présenté sur la Fig.II-6.

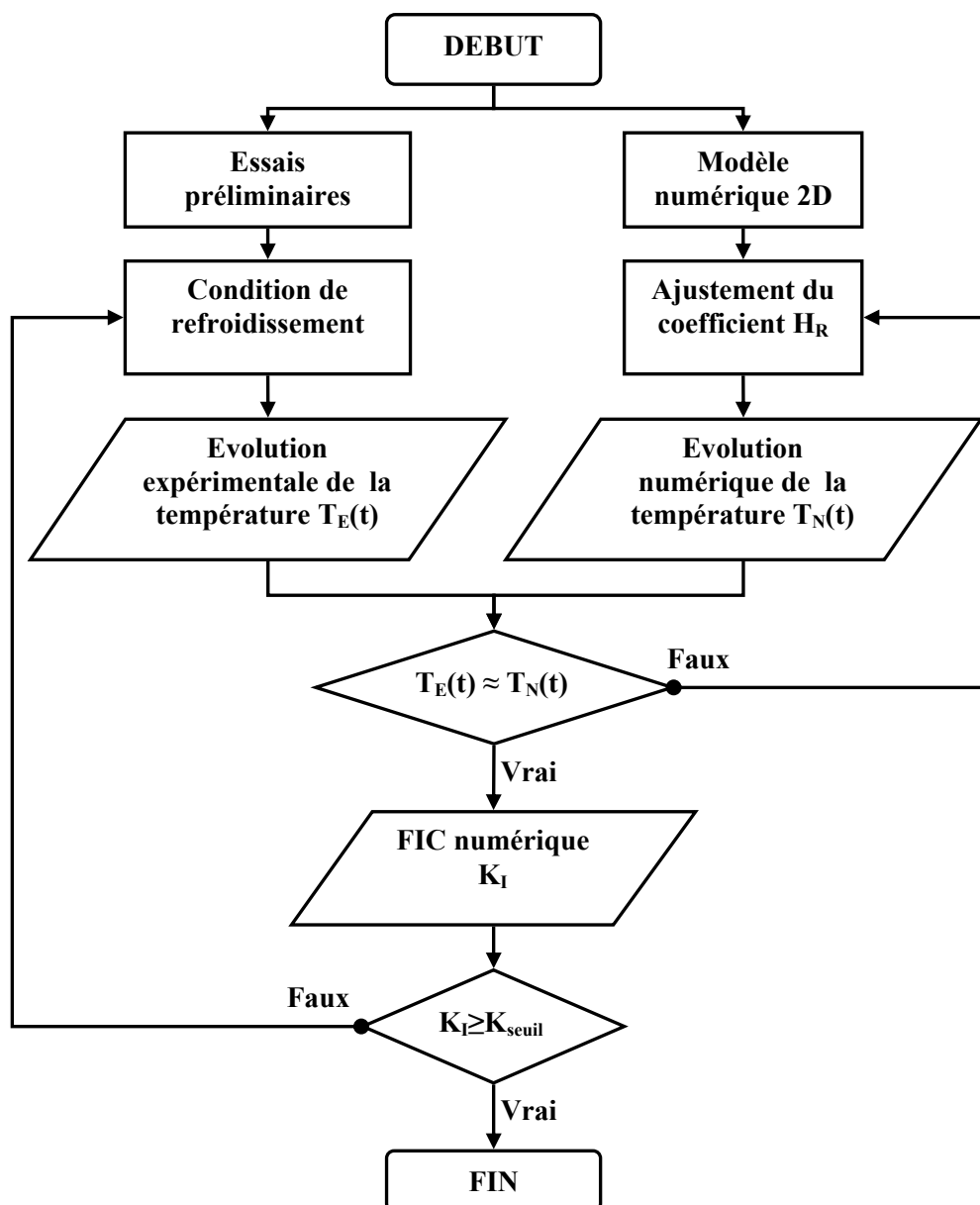


Fig.II-6: Détermination numérique du chargement thermique et calcul du FIC associé

### 2.2.1.1. Modèle numérique pour le pré-dimensionnement

Le modèle thermomécanique implanté dans ABAQUS pour cette étape a fait l'objet de plusieurs stages [110, 111]. Plusieurs conditions aux limites mécaniques et thermiques ont été testées. Les conditions aux limites retenues (cf. Fig.II-7) sont celles qui sont les plus proches du cahier des charges.

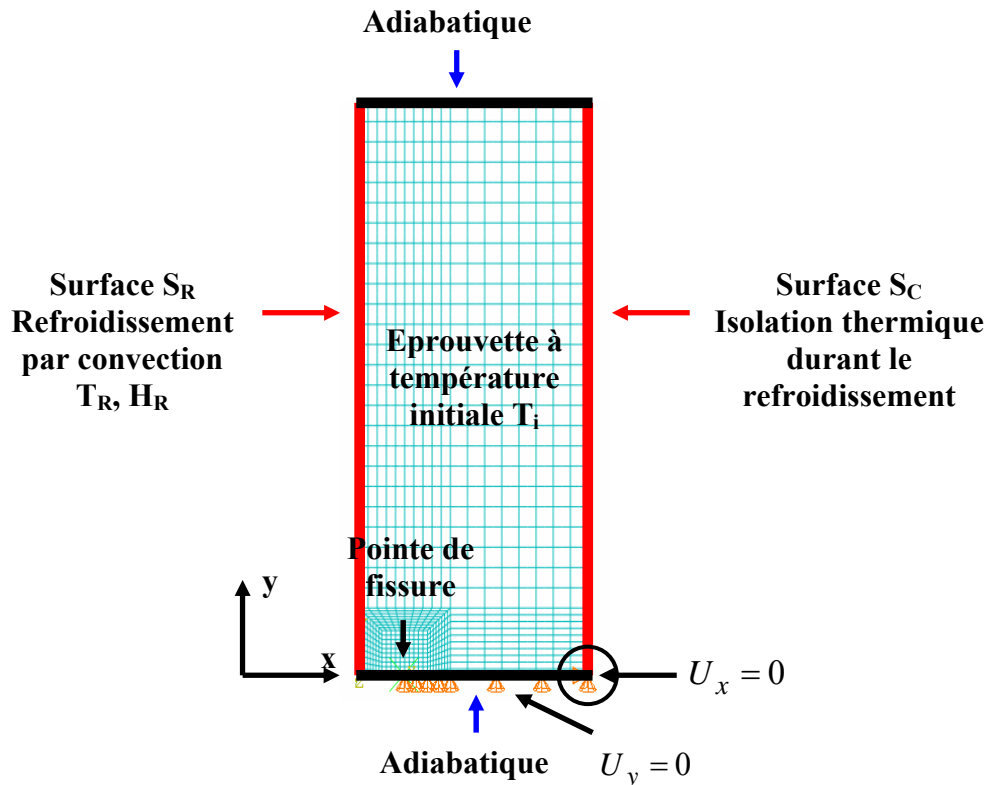


Fig.II-7 : Modèle numérique pour le calcul de dimensionnement

Le calcul élastique bidimensionnel réalisé fait intervenir les caractéristiques mécaniques et thermiques de l'acier inoxydable 304L. L'analyse, en régime transitoire, a été effectuée à l'aide d'éléments couplés température - déplacement en déformation plane à 8 nœuds CPE8T. De point de vue mécanique, cette éprouvette, d'épaisseur  $2L=5\text{mm}$ , n'est soumise à aucune condition aux limites mécanique. Seuls les mouvements de solide sont empêchés : le modèle est simplifié grâce à la symétrie par rapport au plan de la fissure. Nous avons donc bloqué l'axe de symétrie horizontal ( $U_y = 0$ ) sauf au niveau de la lèvres de la fissure. Un point de cet axe est également bloqué suivant  $x$  ( $U_x = 0$ ). L'éprouvette est alors libre de se dilater et de se contracter sous l'influence de la température. Le maillage est raffiné en pointe de fissure pour avoir une évaluation correcte du facteur d'intensité de contrainte  $K_I$  [110].

Dans un premier temps, les paramètres thermiques ont été fixés pour le calcul numérique en s'appuyant sur les conditions expérimentales qui seront utilisées. L'éprouvette est initialement à la température  $T_i=300^\circ\text{C}$ . A l'instant  $t=0$ , la surface  $S_R$  (R pour refroidissement) de l'éprouvette est refroidie par convection forcée avec un coefficient d'échange thermique  $H_R$  par un fluide (air ou eau...) à température  $T_R=25^\circ\text{C}$ . Pour la surface  $S_C$ , opposée à  $S_R$ , une condition d'isolation thermique est utilisée. Le plan de symétrie horizontal est en condition adiabatique car il correspond aussi à un plan de symétrie du point de vue thermique.

Le coefficient d'échange thermique  $H_R$  est inconnu car il dépend des conditions expérimentales et pas seulement du fluide utilisé. La procédure d'ajustement du modèle numérique afin d'avoir un bon coefficient d'échange thermique  $H_R$  a été réalisée de manière automatique à l'aide du langage Python, du mailleur ABAQUS CAE et du code de calcul éléments finis ABAQUS. Commençons par choisir un coefficient d'échange thermique initial  $H_{\text{initial}}$  en fonction du type de refroidissement utilisé. Le premier calcul numérique est effectué avec  $H_R = H_{\text{initial}}$ . L'évolution de température numérique est alors comparée aux essais. Si des écarts sont observés, un incrément  $\Delta H_R$  est ajouté (ou soustrait) à  $H_R$  et le calcul numérique est relancé avec le nouveau coefficient  $H_R$ . La procédure est répétée jusqu'à l'obtention du meilleur accord possible entre numérique et expérimental. Le modèle numérique final, avec le coefficient d'échange thermique  $H_R$  retenu, sera utilisé ensuite pour l'évaluation du facteur d'intensité de contrainte  $K_I$ . Notons que pour les calculs de pré-dimensionnement, l'entaille a une profondeur suivant  $x$  égale à  $a=1\text{mm}$ .

### **2.2.1.2. Conditions des essais préliminaires**

Afin de chauffer l'éprouvette, un four PYROX tubulaire à quatre résistances a été utilisé (cf. Fig.II-8). Le four est équipé d'un régulateur haute stabilité qui permet de maintenir la température  $T_C$  de l'air constante dans l'enceinte tubulaire en céramique. La température maximale atteinte avec ce type de four est d'environ  $1000^\circ\text{C}$ . Afin de protéger la céramique du four contre les incidents possibles dus à la manipulation pendant l'essai, un tube en acier inoxydable 304L est positionné coaxialement à l'intérieur du tube céramique. L'éprouvette et le système de refroidissement seront placés dans le tube inox.

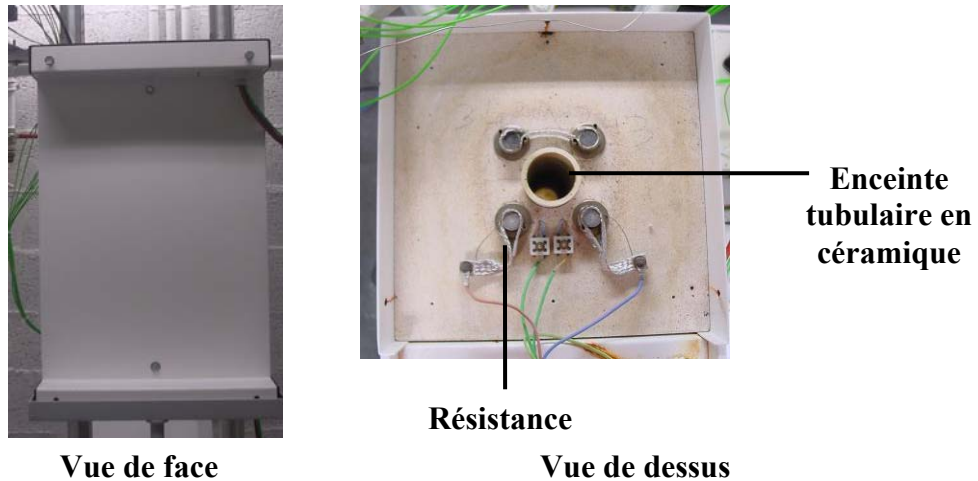


Fig.II-8 : Four PYROX à quatre résistances utilisé pour montage PPFT.

Dans un premier temps, nous avons attaché notre échantillon parallélépipédique en acier inoxydable, d'épaisseur  $2L=5\text{mm}$  à deux tuyaux de refroidissement de diamètre  $\phi 6\text{mm}$ . Sur la surface  $S_C$ , opposée à la surface  $S_R$ , deux trous de profondeurs 2,5mm et 4,5mm ont été usinés pour installer deux thermocouples (cf. Fig.II-9).

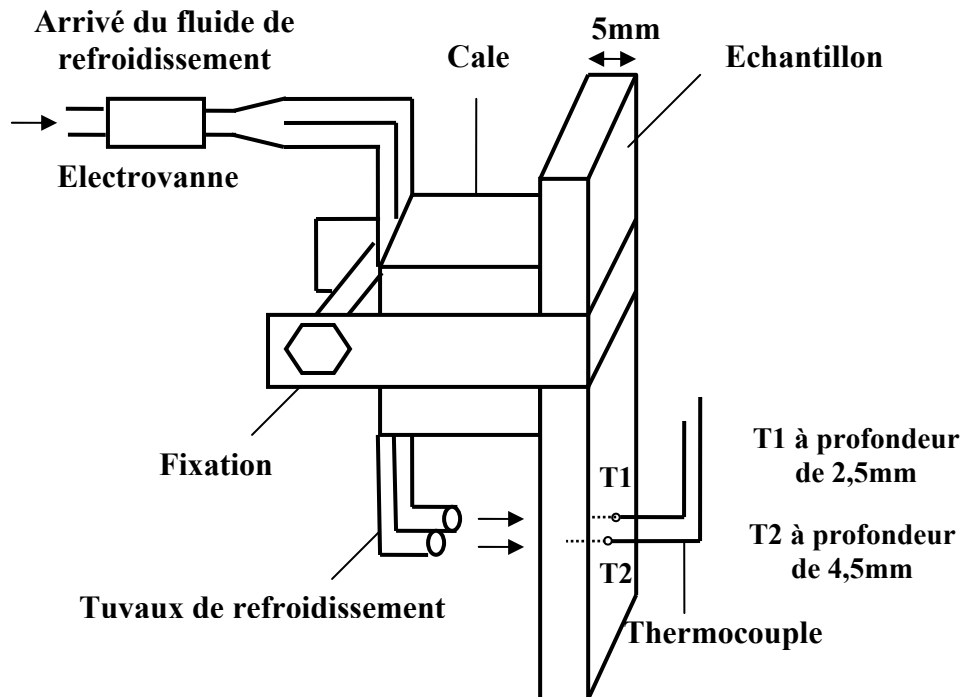


Fig.II-9 : Dispositif expérimental de refroidissement, de fixation et de mesure de température pour les essais préliminaires

Ce dispositif a été positionné dans le four. La mise en température a été réalisée à  $150^\circ\text{C/h}$  jusqu'à la température de consigne  $T_C=300^\circ\text{C}$ . Une fois la température de



l'échantillon homogénéisée, le fluide de refroidissement a été envoyé par les deux tuyaux de refroidissement.

### 2.2.1.3. Refroidissement à l'air

Dans un premier temps, le refroidissement de l'éprouvette a été effectué à l'air comprimé. Lors de cette première étape, l'évolution de température a été enregistrée manuellement pendant 60 secondes. Nous avons observé une diminution quasi linéaire de la température en fonction du temps. Le Tab.II-4 donne la vitesse moyenne ainsi que l'écart maximal de température  $T_1-T_2$  obtenu entre les deux thermocouples au bout de 60 secondes pour différentes pression d'air comprimé.

Pression P (bar)	Vitesse moyenne de refroidissement durant 60s de TC2 (°C/seconde)	Ecart maximal de température T1-T2 (°C)
2	1,27	3
4	1,74	3
6	2,14	6
8	2,41	6

**Tab.II-4 : Vitesse moyenne de refroidissement et écart maximal de température T1-T2 obtenus par refroidissement à l'air comprimé.**

Nous observons que la vitesse moyenne de refroidissement à l'air comprimé est très faible. Nous observons bien une augmentation de la vitesse de refroidissement avec la pression croissante de l'air comprimé. Le thermocouple T2 étant plus près de la surface refroidie, la température de T2 est plus basse que celle de T1. Nous constatons également que l'écart de température entre ces deux thermocouples croît avec la pression d'air mais il demeure extrêmement faible. La vitesse de refroidissement étant petite, la température varie au sein de l'échantillon de manière relativement homogène.

De plus, une partie de l'air comprimé refroidissant également la surface opposée à l'arrivée d'air (cf. Fig.II-10), nous avons isolé la face arrière avec de la laine de roche (cf. Fig.II-11).

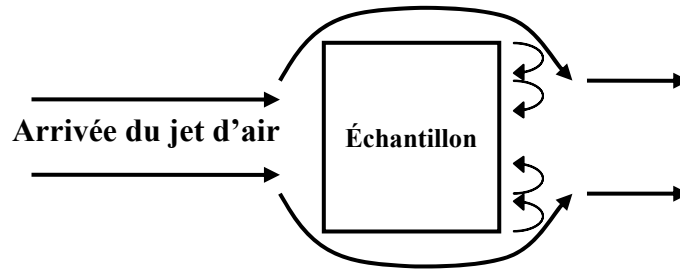
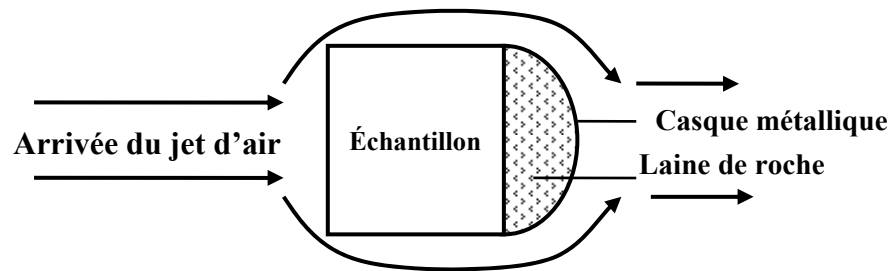


Fig.II-10 : Configuration de refroidissement à l'air comprimé non souhaitée

Fig.II-11 : Isolation de la surface  $S_C$  par un casque métallique et de la laine de roche

Le Tab.II-5 permet de comparer les variations de température avec et sans isolation de la face arrière pour une pression de 4 bars.

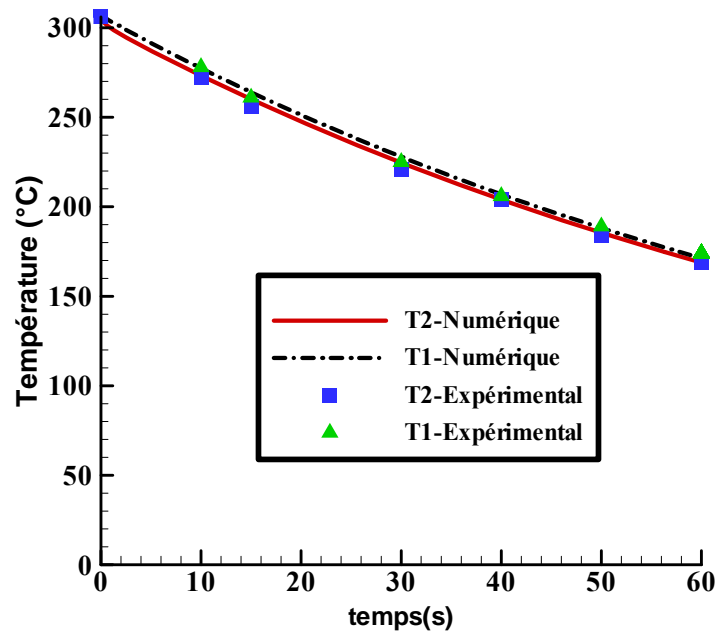
Face arrière	Vitesse moyenne de refroidissement durant 60s (°C/seconde)	Ecart maximal de température T1-T2 (°C)
Sans isolation	1,74	3
Avec isolation	1,49	4

Tab.II-5 : Refroidissement à l'air comprimé avec et sans isolation de face arrière,  $p=4$ bars

L'isolation de la face arrière a diminué légèrement la vitesse moyenne de refroidissement car la surface refroidie est diminuée par l'isolation. Cependant, l'écart T1-T2 reste sensiblement inchangé.

La procédure d'ajustement du modèle numérique a débuté par le choix du coefficient d'échange convectif initial  $H_{ini}$  en s'appuyant sur les données de Holman [112]. Selon lui, le coefficient d'échange thermique  $H_{air}$  de convection forcée à l'air peut varier entre 10 et  $500 W/m^2.K^{-1}$ . Le coefficient  $H_{ini}=100 W/m^2.K^{-1}$  a été choisi dans cet intervalle. La procédure d'ajustement a été appliquée. Le coefficient d'échange convectif  $H_{air}$  dans le cas du

refroidissement à l'air comprimé à 6 bars est alors estimé à  $223 \text{ W} / \text{m}^2 \cdot \text{K}^{-1}$ . Cette valeur est bien comprise dans l'intervalle estimé par [112]. La comparaison des températures numérique (après l'ajustement) et expérimentale est donnée dans la Fig.II-12 montre une très bonne concordance des résultats.



**Fig.II-12 : Comparaison numérique – expérimental de l'évolution de la température dans l'échantillon :  
Refroidissement à l'air comprimé à 6 bars**

L'évolution associée du facteur d'intensité de contraintes en fonction du temps est tracée dans la Fig.II-13 pour le refroidissement à l'air comprimé. La valeur du facteur d'intensité de contraintes  $K_I$ , initialement nulle, commence à augmenter lorsque le refroidissement débute.  $K_I$  atteint ensuite la valeur maximale  $K_I^{\max} = 0,22 \text{ MPa} \cdot \sqrt{\text{m}}$  à l'instant  $t = 1,29 \text{ s}$  et diminue lentement vers 0 par la suite. La valeur maximale du FIC étant nettement inférieure à la valeur seuil  $K_I^{\text{seuil}} = 5,8 \text{ MPa} \cdot \sqrt{\text{m}}$ , un refroidissement à l'air comprimé est largement insuffisant pour la propagation de l'entaille.

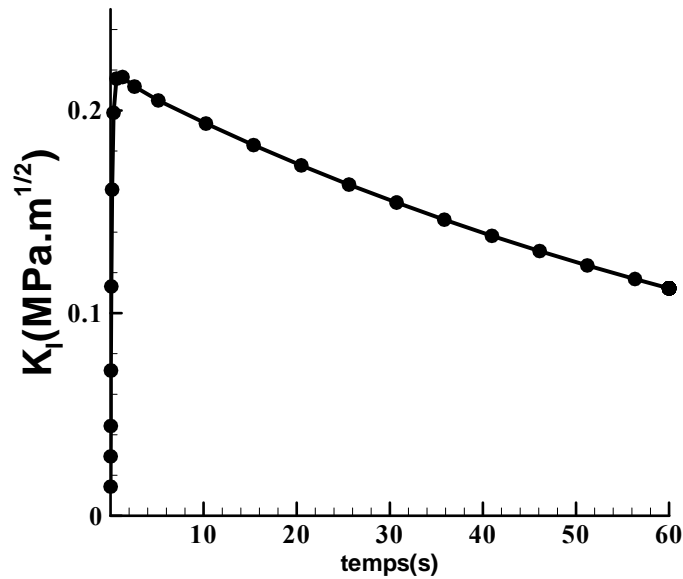


Fig.II-13 : Evolution du facteur d'intensité de contraintes calculée lors d'un refroidissement à l'air comprimé à 6 bar

#### 2.2.1.4. Refroidissement avec un mélange air-eau

Une deuxième méthode de refroidissement est alors testée avec un mélange d'air comprimé et d'eau pulvérisée. En amont des tuyaux de refroidissement, un système de mélange a été installé (cf. Fig.II-14). Quand les électrovannes EV1 et EV2 s'ouvrent, l'eau du réservoir et l'air comprimé à la pression P sont envoyés dans l'injecteur. L'air en sortie de l'injecteur est chargé d'eau pulvérisée. Notons que l'échantillon est toujours isolé en face arrière.

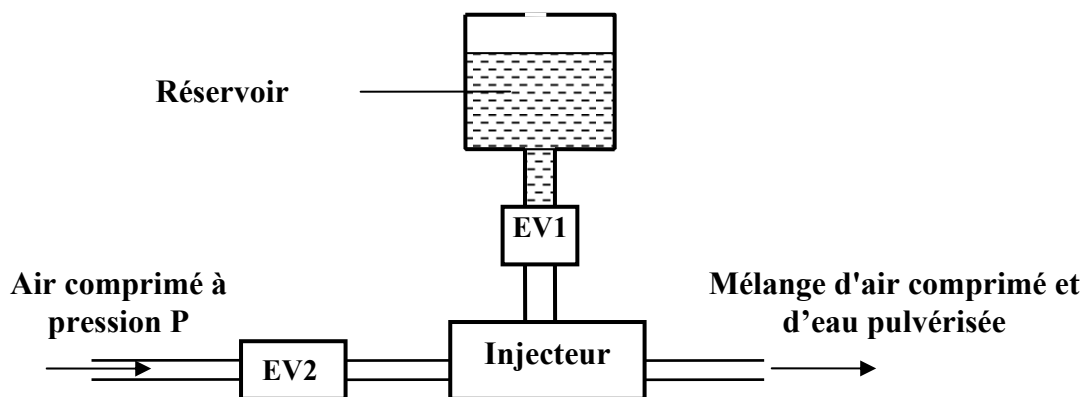
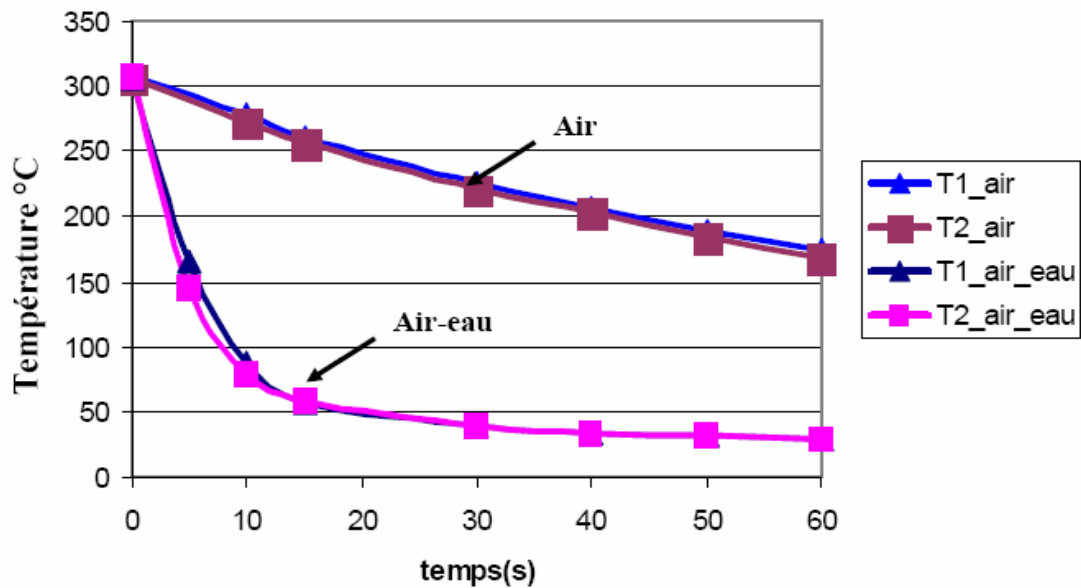


Fig.II-14 : Système de mélange d'air comprimé et l'eau pulvérisée

Les essais effectués avec ce type de refroidissement ont montré une nette amélioration de vitesse de refroidissement (cf. Fig.II-15). Après une chute rapide pendant une dizaine de secondes, la température dans l'échantillon se stabilise à la température du mélange air - eau. Ce phénomène n'a pas été observé dans le cas du refroidissement à l'air comprimé car le temps de mesure de 60 secondes n'était pas assez long pour obtenir l'état stabilisé dans l'échantillon. Cependant, nous observons de nouveau que même si la vitesse de refroidissement est bien améliorée, l'écart de température entre T1 et T2 reste encore petit (cf. Tab.II-6).



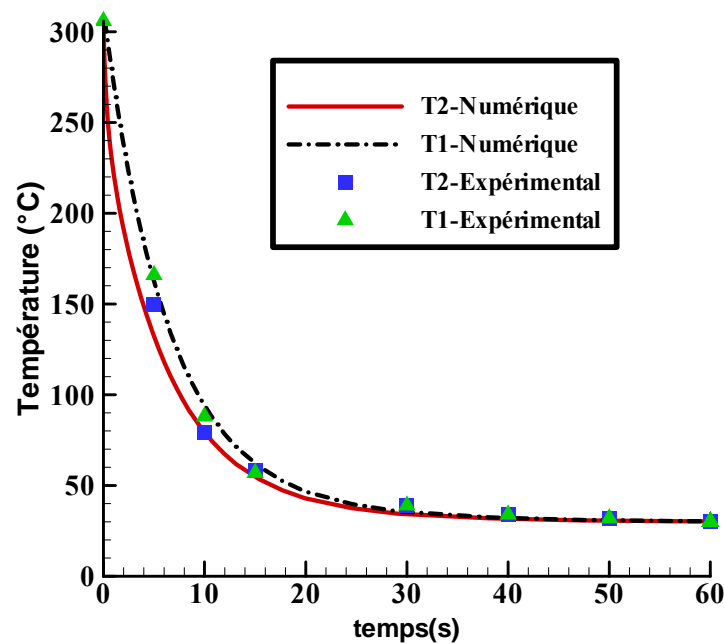
**Fig.II-15 : Evolution de la température dans échantillon : comparaison refroidissement air / air-eau à 6bar**

	Condition de surface $S_C$	Pression P (bar)	Vitesse moyenne de refroidissement les 10 premières secondes ( $^{\circ}\text{C}/\text{seconde}$ )	Ecart maximal de température T1-T2 ( $^{\circ}\text{C}$ )
Air comprimé	Avec isolation	6	3,34	4
Air - Eau	Avec isolation	6	22,9	15

**Tab.II-6 : Vitesse moyenne de refroidissement et écart maximal de température : Comparaison refroidissement air/air-eau à 6 bar**

Le choix du coefficient d'échange convectif initial  $H_{ini}$  s'appuie sur les données de Holman [112]  $100 < H_{air} < 500 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^{-1}$  et Ancelet [88]  $H_{eau} > 6000 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^{-1}$ . Le coefficient d'échange thermique pour un refroidissement au mélange air-eau devrait varier entre 500 et  $6000 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^{-1}$ . Nous avons choisi ici un coefficient d'échange thermique initial  $H_{ini} = 2000 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^{-1}$ . Après l'application de la procédure d'ajustement, nous trouvons un coefficient d'échange convectif  $H_{air-eau} = 4160 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^{-1}$  pour le mélange air-eau avec une pression d'air de 6 bars.

La Fig.II-16 montre l'évolution des températures expérimentale et numérique dans l'épaisseur de l'échantillon. Les légers écarts entre numérique et expérimental s'expliquent par un relevé manuel des températures des thermocouples (à cette étape de pré-dimensionnement) permettant difficilement de prendre en compte les baisses rapides de température au début de refroidissement.



**Fig.II-16 : Comparaison numérique – expérimental de l'évolution de la température dans l'échantillon : Refroidissement air-eau à 6 bars**

L'évolution associée du facteur d'intensité de contraintes est tracée dans la Fig.II-17 pour le refroidissement au mélange air-eau. L'allure de courbe est analogue à celle de refroidissement à l'air comprimé avec ici un pic de  $K_I^{max} = 2,98 \text{ MPa} \cdot \sqrt{m}$  à l'instant  $t_{max} = 0,4 \text{ s}$ . Notons que le FIC atteint ici plus rapidement le pic que pour le refroidissement à l'air

comprimé seul ( $t_{\max}=1,29s$  pour l'air comprimé). La valeur de  $K_I^{\max}$  obtenue avec le refroidissement au mélange air-eau s'améliore nettement:  $2,98MPa.\sqrt{m}$  au lieu  $0,22MPa.\sqrt{m}$  pour l'air comprimé seul. Cette valeur restant néanmoins inférieure à  $K_I^{\text{seuil}}=5,8MPa.\sqrt{m}$ , le refroidissement au mélange air-eau ne pourra pas conduire à la propagation d'une fissure.

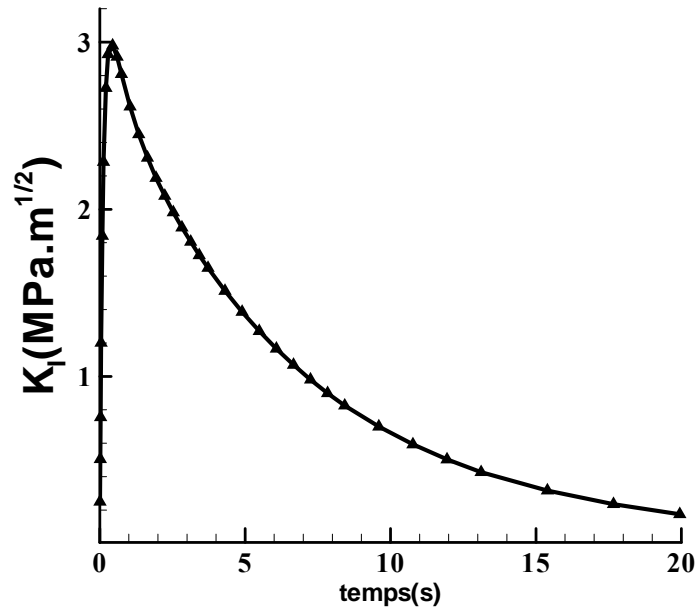


Fig.II-17 : Evolution du facteur d'intensité de contraintes pour un refroidissement avec le mélange air-eau à 6 bars

### 2.2.1.5. Refroidissement à l'eau

Nous avons vu, dans les deux dernières parties de l'étude de pré-dimensionnement, que le refroidissement à l'air et avec mélange air et eau ne suffit pas pour remplir le cahier des charges. Les modifications techniques pour un refroidissement de l'échantillon à l'eau étant assez conséquentes, nous avons alors voulu savoir, par un calcul numérique préalable, si un refroidissement à l'eau peut faire se propager l'entaille. Pour simuler un refroidissement à l'eau, il a été décidé de choisir un coefficient d'échange thermique  $H_R = H_{\text{eau}} = 6000 W/m^2.K^{-1}$  valeur minimale de l'intervalle  $[6000, 15000 W/m^2.K^{-1}]$  estimée par Ancelet [88]. Si le FIC correspondant à cette valeur de  $H_R$  est supérieur à  $K_{\text{seuil}}$ , le refroidissement à l'eau devrait permettre la propagation de l'entaille puisque  $K_I$  augmente avec  $H_R$ .

L'évolution de  $K_I$  en fonction du temps pour un refroidissement présumé à l'eau est tracée dans la Fig.II-18. De nouveau, nous retrouvons la même allure de courbe que précédemment. Le pic  $K_I^{\max}$  est estimé à  $3,94 \text{ MPa}\cdot\sqrt{\text{m}}$ , à l'instant  $t_{\max}=0,34\text{s}$ . Cette valeur, comme prévu, est plus élevée que celle obtenue par un refroidissement air – eau ( $2,98 \text{ MPa}\cdot\sqrt{\text{m}}$ ), mais reste encore inférieure à la valeur du seuil de propagation  $K^{\text{seuil}} = 5,8 \text{ MPa}\cdot\sqrt{\text{m}}$ .

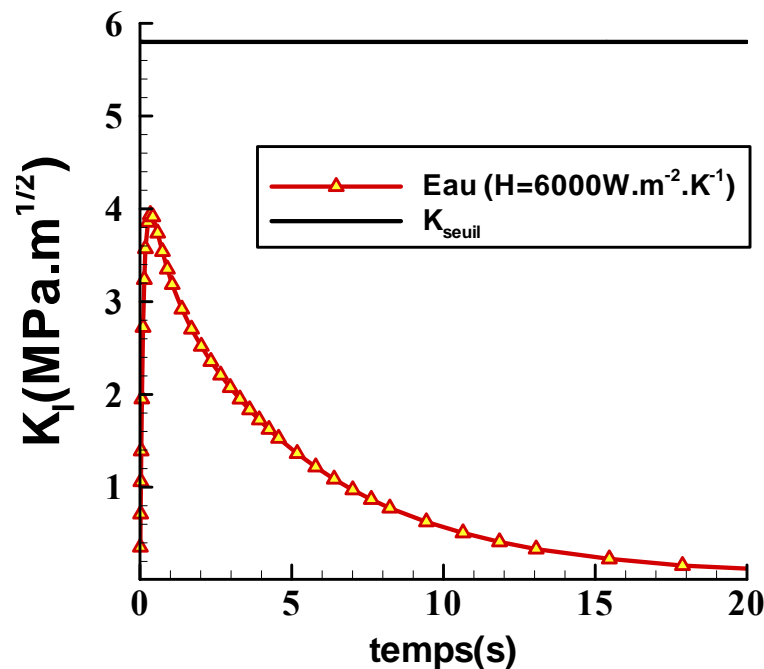


Fig.II-18 : Evolution du FIC pour un refroidissement à l'eau avec  $H_{\text{eau}} = 6000 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^{-1}$ .

Même si le coefficient  $H_{\text{eau}}$  peut en réalité être supérieur à  $6000 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^{-1}$ , ce calcul a montré que le refroidissement à l'eau n'est probablement pas suffisant. Une autre solution est de modifier les dimensions de l'échantillon. Cette solution est, du point de vue expérimental, envisageable. Il y a deux paramètres géométriques du modèle numérique 2D à considérer : la hauteur et l'épaisseur  $2L$ . La hauteur d'échantillon doit être assez grande pour que nous puissions fixer l'échantillon. De plus, plus la hauteur est grande, plus l'influence de la fixation sur la zone utile où se trouve l'entaille est faible. L'influence de la hauteur sur le FIC, dans ce cas, est quasiment nulle. Ainsi, le seul paramètre à considérer effectivement est l'épaisseur d'échantillon  $2L$ .

Sur la Fig.II-19 est présentée l'évolution du FIC pour différentes épaisseurs  $2L$  de l'échantillon comprises entre 5 et 10mm, épaisseur maximale admise dans le four. Nous remarquons que les évolutions du FIC sont analogues pour toutes les épaisseurs considérées.



La valeur de  $K_I^{\max}$  augmentant avec l'épaisseur  $2L$ , nous retiendrons une épaisseur de 10mm correspondant à un  $K_I^{\max} = 10,09 \text{ MPa}\cdot\sqrt{m}$ . Un refroidissement à l'eau devrait permettre une propagation de fissures.

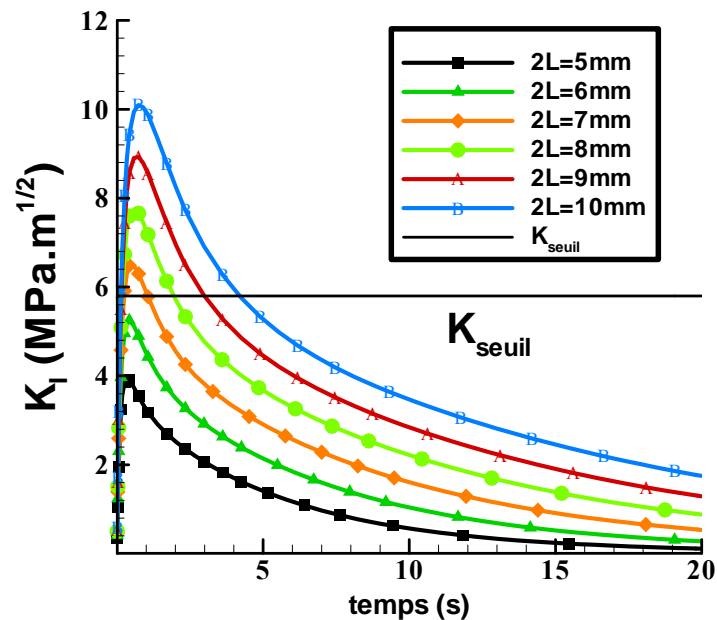
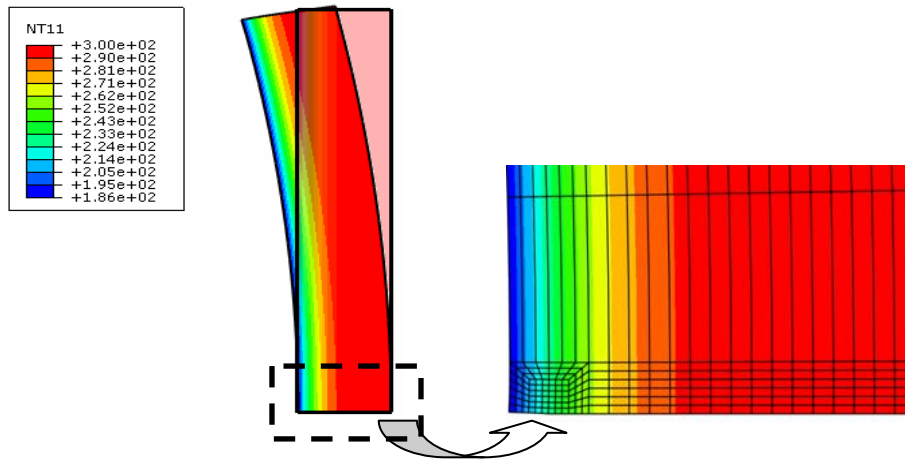


Fig.II-19 : Evolution du FIC pour différentes épaisseurs  $2L$  d'échantillon ( $H_{\text{eau}}=6000 \text{ W} / \text{m}^2 \cdot \text{K}^{-1}$ , longueur de fissure  $a=1\text{mm}$ )

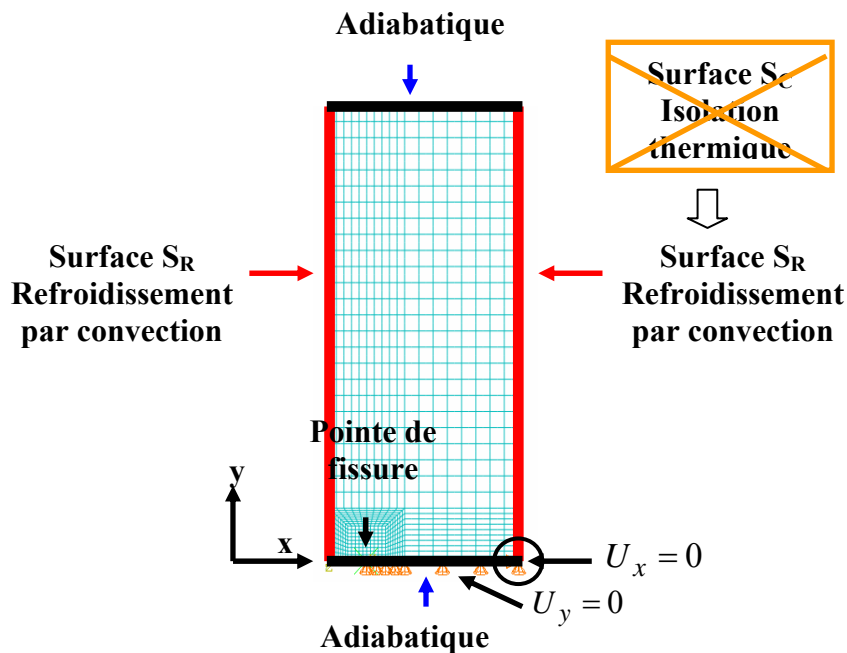
### 2.2.2. Refroidissement des deux côtés

Toujours dans le but d'augmenter le FIC, nous avons reconsidéré la manière de solliciter l'échantillon. Nous traçons, sur la Fig.II-20, l'échantillon déformé à l'instant  $t_{\max}=0,74\text{s}$  (instant où  $K_I$  est maximum) ainsi que la cartographie de température pour un refroidissement à l'eau et une épaisseur d'éprouvette de 10mm. Sur la surface de refroidissement, la température vaut  $186^\circ\text{C}$ , ce qui est inférieur à la température initiale  $T_i=300^\circ\text{C}$ . La surface refroidie est alors dans un état de contraction. La surface arrière, isolée thermiquement, est toujours à la température initiale car il faut un temps suffisamment long pour la refroidir. Il en résulte une flexion de l'échantillon comme visualisée sur la Fig.II-20, qui s'oppose à l'ouverture de la fissure.

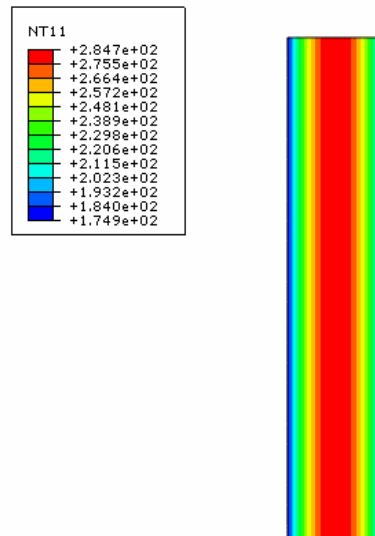


**Fig.II-20 : Déformée de l'échantillon et cartographie de température (NT11) à l'instant t=0,74s, refroidissement d'un seul côté ( $H_{\text{eau}}=6000 \text{ W} / \text{m}^2 \cdot \text{K}^{-1}$ ,  $2L=10\text{mm}$ )**

Si nous arrivons à compenser la déformation de l'échantillon due à la sollicitation thermique, nous pouvons espérer augmenter l'ouverture de l'entaille considérée et donc  $K_I$ . La meilleure façon d'éviter la flexion parasite de l'échantillon est de refroidir de manière simultanée et analogue les deux côtés de l'échantillon. Avec la nouvelle configuration de refroidissement (cf. Fig.II-21), l'échantillon ne fléchit plus pendant le refroidissement grâce à la symétrie de sollicitation thermique (cf. Fig.II-22). Il est à noter que l'instant pour lequel  $K_I^{\text{max}}$  est atteint est légèrement modifié : 1,06 au lieu de 0,74s.

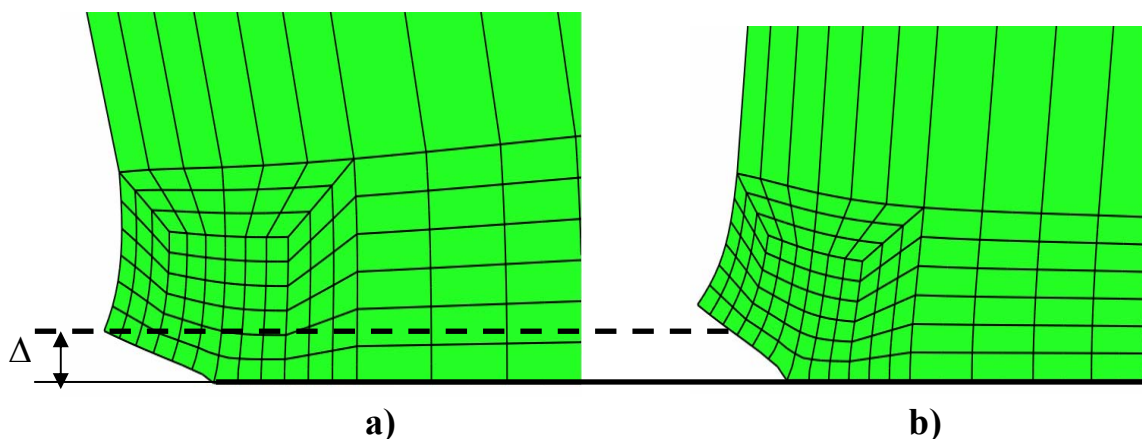


**Fig.II-21 : Nouvelle façon de solliciter l'échantillon : refroidissement symétrique à l'eau ( $H_{\text{eau}}=6000 \text{ W} / \text{m}^2 \cdot \text{K}^{-1}$ )**



**Fig.II-22 : Déformée de l'échantillon et cartographie de température à l'instant  $t=1,06s$ , refroidissement symétrique ( $H_{\text{eau}}=6000 \text{ W} / \text{m}^2 \cdot \text{K}^{-1}$ ,  $2L=10\text{mm}$ )**

Il ne nous reste plus qu'à comparer l'ouverture de l'entaille et le facteur d'intensité de contraintes pour juger de l'efficacité du changement. L'ouverture de l'entaille, au moment où  $K_I$  est maximale, est comparée sur la Fig.II-23. Il est à noter que les deux figures sont présentées avec le même facteur d'échelle de 200 par rapport à l'ouverture réelle. Comme nous nous y attendions, l'ouverture de l'entaille est nettement plus grande dans le cas du refroidissement symétrique  $\Delta_{\text{sym}}=5,06 \cdot 10^{-3} \text{mm}$  que dans le cas du refroidissement asymétrique  $\Delta_{\text{asym}}=3,53 \cdot 10^{-3} \text{mm}$ .



**Fig.II-23 : Comparaison de l'ouverture de fissure ( $H_{\text{eau}}=6000 \text{ W} / \text{m}^2 \cdot \text{K}^{-1}$ ,  $2L=10\text{mm}$ )**

**a) Refroidissement asymétrique et b) Refroidissement symétrique**

En conséquence, nous avons obtenu un FIC maximal  $K_I^{\max}$  nettement plus élevé avec la nouvelle configuration de refroidissement symétrique:  $16,58 \text{ MPa}\cdot\sqrt{\text{m}}$  au lieu de  $9,87 \text{ MPa}\cdot\sqrt{\text{m}}$  (cf. Fig.II-24). De plus, le refroidissement symétrique a un avantage majeur : il n'est plus nécessaire d'isoler la face arrière ce qui aurait été technologiquement difficile lors d'un refroidissement à l'eau, sous température élevée et pour des essais de longue durée.

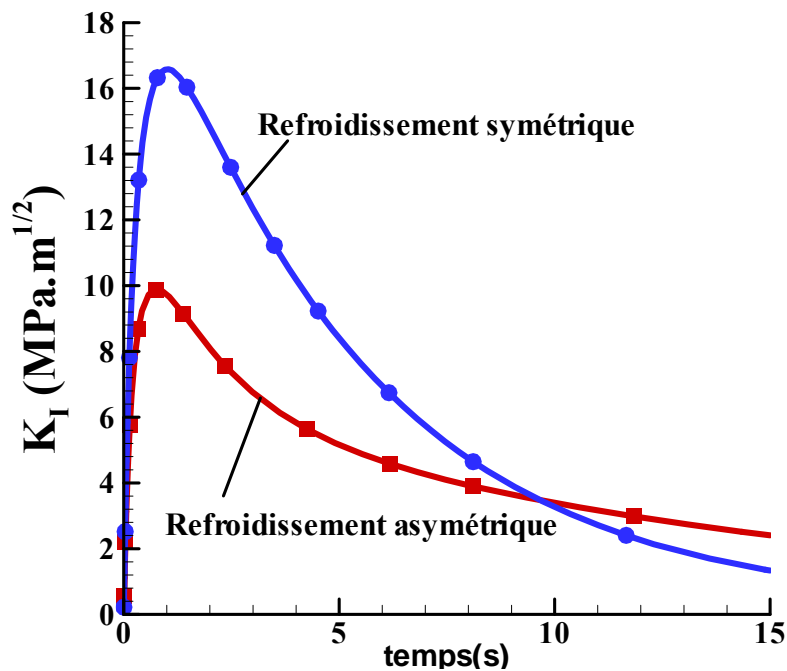


Fig.II-24 : FIC lors des refroidissements asymétrique et symétrique ( $H_{\text{eau}}=6000 \text{ W} / \text{m}^2 \cdot \text{K}^{-1}$ ,  $2L=10\text{mm}$  et  $a=1\text{mm}$ )

### 2.2.3. Conclusion du pré-dimensionnement

A la fin de cette étape de pré-dimensionnement, après avoir testé plusieurs types de refroidissement, nous retenons finalement comme seule solution admissible un refroidissement à l'eau. A fin de maximiser le facteur d'intensité de contraintes, nous avons conclu sur la nécessité d'un refroidissement symétrique des deux côtés de l'échantillon. L'épaisseur de nos échantillons a été fixée à  $2L=10\text{mm}$ . De plus, afin d'avoir une symétrie complète, nous entaillerons au préalable sur ses deux côtés, ce qui nous permettra de suivre deux fissures pendant un seul et même essai.

## **2.3. Mis en place de l'essai**

### **2.3.1. Principe d'essai**

Les résultats de la phase de pré-dimensionnement ont abouti au principe de l'essai présenté dans la Fig.II-25. L'éprouvette est fixée à deux tuyaux inox de refroidissement de diamètre 6mm qui permettent de refroidir symétriquement l'éprouvette (cf. Fig.II-26). L'ensemble du système des tuyaux de refroidissement, de l'échantillon et des thermocouples est placé dans le four, puis est chauffé à température  $T_{\text{consigne}}$  constante. Nous contrôlons la température de l'éprouvette par un thermocouple de seuil (type K). Quand la température de l'éprouvette atteint la température  $T_{\text{max}}$ , le programmeur LOGO déclenche l'électrovalve (EV). L'eau à température ambiante est alors envoyée au travers des tuyaux de refroidissement par l'intermédiaire d'un réservoir à pression  $P$  modifiable. Le programmeur va ensuite couper l'électrovalve quand la température d'éprouvette atteint le minimum  $T_{\text{min}}$ . La procédure est répétée de manière à cycler thermiquement l'éprouvette. L'évolution de la température dans l'éprouvette durant l'essai est enregistrée numériquement en temps réel par un (ou des) thermocouple(s).

Le réservoir sous pression est rempli d'eau par un mécanisme de chasse d'eau intégré. Celui-ci permet de maintenir le niveau d'eau dans le réservoir. Grâce à une pression  $P$  stable, réglée par le régulateur, la vitesse de refroidissement est identique pour chaque cycle. Quelques tests pendant la mise en place du banc d'essai ont montré que le système d'eau industrielle du laboratoire est très calcaire. Nous observons alors un dépôt calcaire important sur la surface de l'éprouvette, qui réduit considérablement la vitesse de refroidissement. Afin d'éviter le dépôt calcaire sur la surface de l'éprouvette, nous avons choisi d'utiliser un système de déminéralisation d'eau. L'eau déminéralisée a alors une conductivité de 7-10  $\mu\text{S}/\text{cm}$ , alors que la conductivité de l'eau industrielle était de l'ordre de 600-700  $\mu\text{S}/\text{cm}$ .

Ainsi, avec ce montage d'essai, nous pouvons créer un chargement thermique en faisant varier différents paramètres :

- La température de consigne du four  $T_{\text{consigne}}$  qui influe sur la durée de réchauffage

- La température maximale  $T_{max}$  pendant un cycle
- La température minimale  $T_{min}$  pendant un cycle
- La pression  $P$  du réservoir sous pression qui influe sur la vitesse de refroidissement

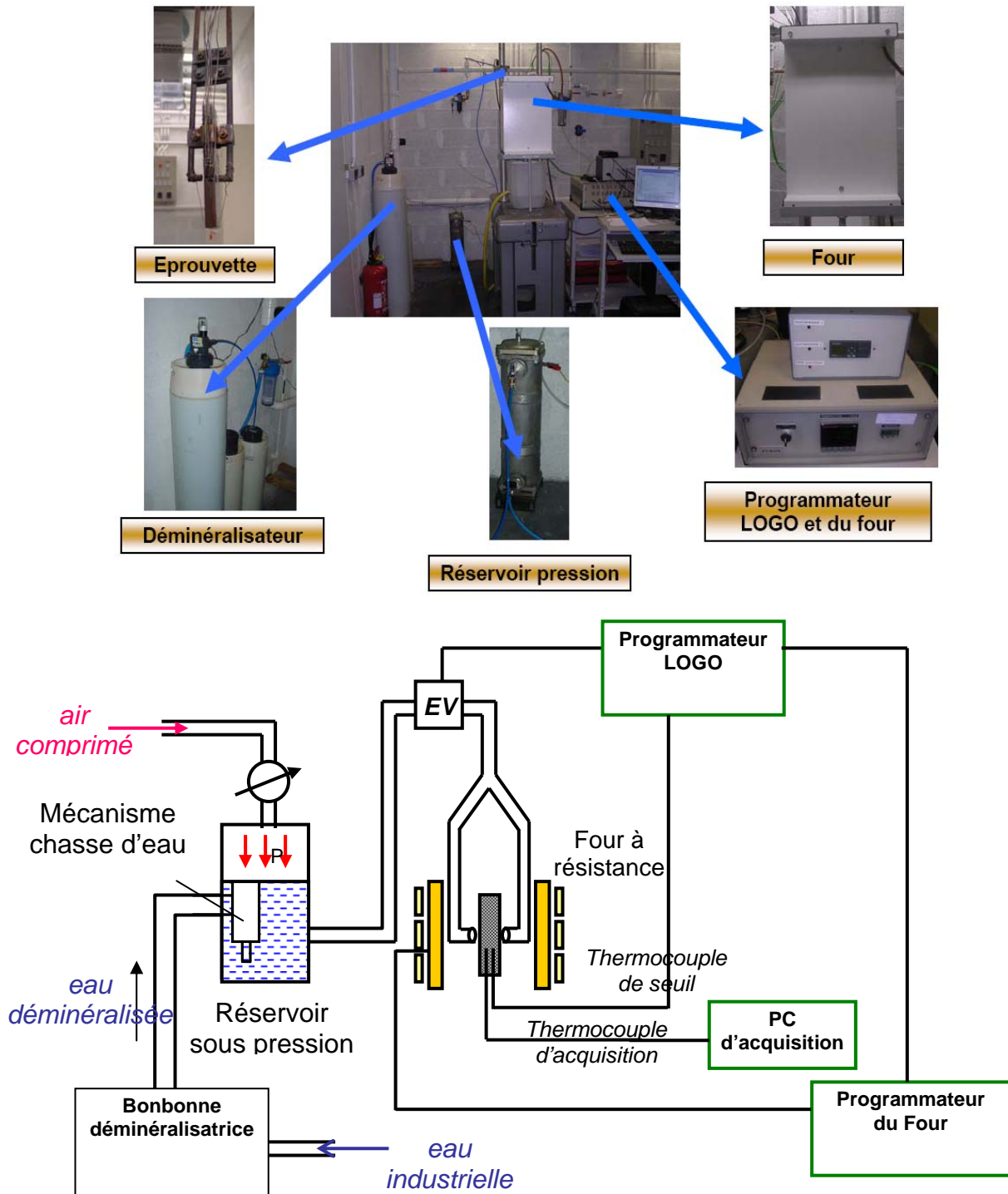


Fig.II-25 : Présentation du montage et principe de l'essai

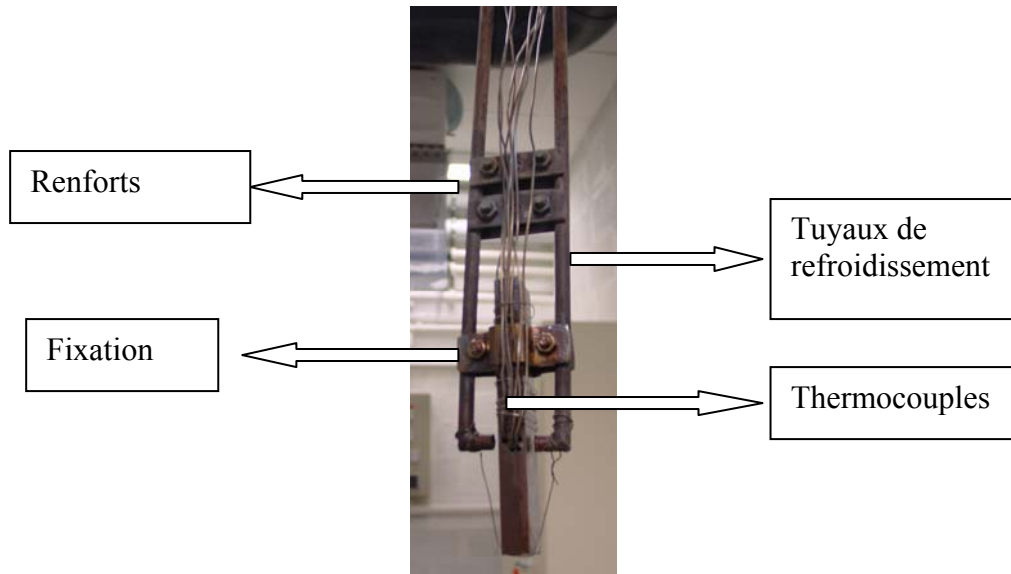


Fig.II-26 : Refroidissement symétrique - éprouvette fixée aux tuyaux de refroidissement

### 2.3.2. Réglage des différents paramètres d'essai

Afin de tester le montage précédent et de fixer les valeurs de différents paramètres, un essai de faisabilité a été réalisé sur l'éprouvette EP1. Cette éprouvette a une épaisseur  $2L=10\text{mm}$ , une largeur de  $20\text{mm}$  et une hauteur de  $100\text{mm}$ . Une entaille semi-circulaire a été usinée sur une face avec une technique qui sera présentée dans la partie 2.3.4. Cette entaille a une profondeur de  $0,13\text{mm}$  et une largeur de  $5,72\text{mm}$ . Pour cet essai, les deux thermocouples d'acquisition et de seuil ont été positionnés au niveau de l'entaille. Un trou de diamètre  $2\text{mm}$  et de profondeur  $10\text{mm}$  a été usiné sur un côté latéral pour l'installation des thermocouples. (cf. Fig.II-27). Le trou se positionne à  $2,5\text{mm}$  de la face entaillée. L'échantillon est fixé de telle manière que le tuyau de refroidissement du côté fissuré (de diamètre  $6\text{mm}$ ) soit positionné juste en face de l'entaille.

Dans un premier temps, la pression d'arrivée d'eau a été réglée. Il apparaît qu'une pression de  $0,6\text{ bar}$  permet un refroidissement optimal des deux surfaces de l'éprouvette sans que les côtés latéraux ne soient refroidis.

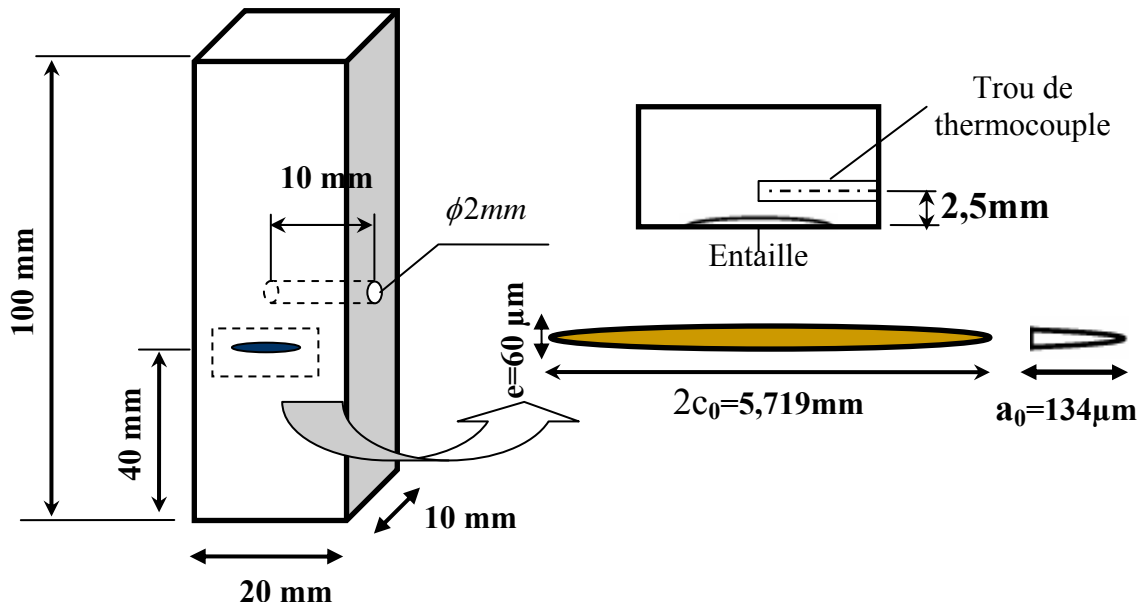


Fig.II-27 : Géométrie de l'éprouvette pour l'étude de propagation par fatigue thermique

De plus, la température maximale  $T_{\max}$  est fixée à  $350^{\circ}\text{C}$  car au dessus de  $425^{\circ}\text{C}$ , le 304L commence à perdre ses propriétés mécaniques. La température minimale d'essai  $T_{\min}$  est fixée à  $100^{\circ}\text{C}$ , ceci entraînant un écart de température pendant un cycle  $\Delta T = 250^{\circ}\text{C}$ .

Il reste alors à régler la température de consigne  $T_{\text{consigne}}$  du four. En effet,  $T_{\text{consigne}}$  va influencer la durée de réchauffage. Le tableau Tab.II-7 précise cette durée pour différentes températures de consigne.

Température de consigne $T_{\text{consigne}}$ ( $^{\circ}\text{C}$ )	Temps de réchauffage (secondes)
$350^{\circ}\text{C}$	1200s
$450^{\circ}\text{C}$	360s
$500^{\circ}\text{C}$	300s
$650^{\circ}\text{C}$	240s
$750^{\circ}\text{C}$	220s

Tab.II-7 : Influence de la température de consigne sur le temps de réchauffage

Nous n'avons pas voulu dépasser  $750^{\circ}\text{C}$  pour ne pas endommager le dispositif. Nous retenons alors une température de consigne du four de  $750^{\circ}\text{C}$ , entraînant une durée de réchauffage d'environ 220s.



### 2.3.3. Essai de faisabilité EP1

Après un mois d'essai, soit 12000 cycles, l'éprouvette EP1 a été démontée pour observation. Une première constatation est l'apparition sur chaque surface refroidie de deux taches thermiques : une tache thermique principale de diamètre environ 9mm et une tache secondaire beaucoup plus grande couvrant une zone de 60mm de hauteur sur la surface de l'éprouvette (cf. Fig.II-28).

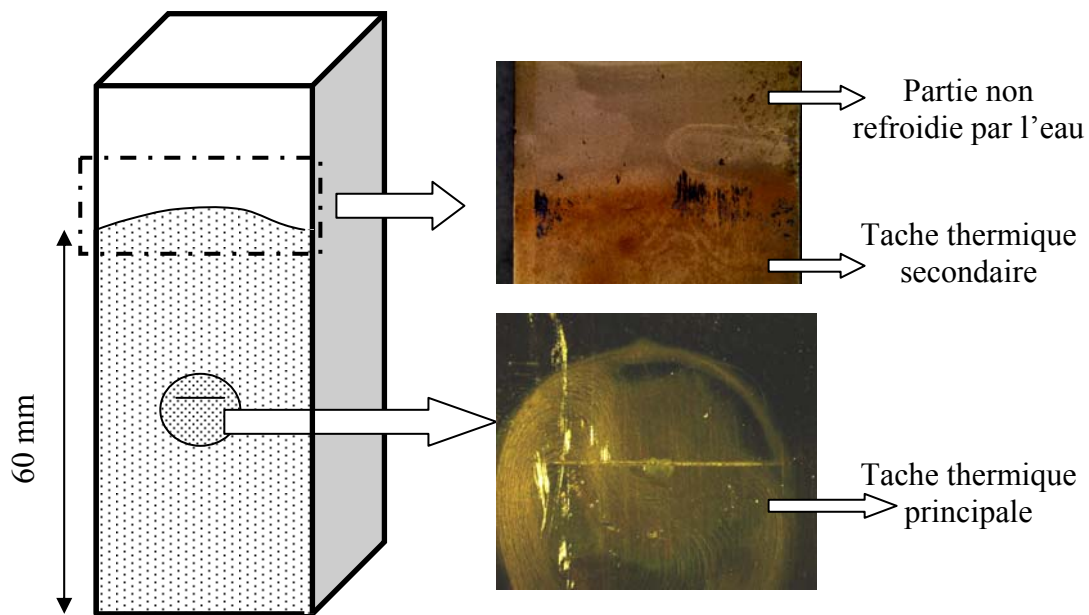


Fig.II-28 : Apparition de deux taches thermiques sur la surface de l'éprouvette

L'explication de ce phénomène est la suivante : La tache thermique circulaire se forme grâce à l'impact direct de l'eau sur la surface d'éprouvette à 350°C. Après cet impact, l'eau est vaporisée et la température de la zone d'impact circulaire descend très vite au dessous de température de vaporisation d'eau à 100°C. Le refroidissement continue et l'eau commence à s'étendre dans toutes les directions refroidissant ainsi une région plus grande correspondant à la tache thermique secondaire.

Une observation au microscope optique de la face entaillée après polissage a permis de mettre en évidence une propagation de l'entaille en surface (cf. Fig.II-29).

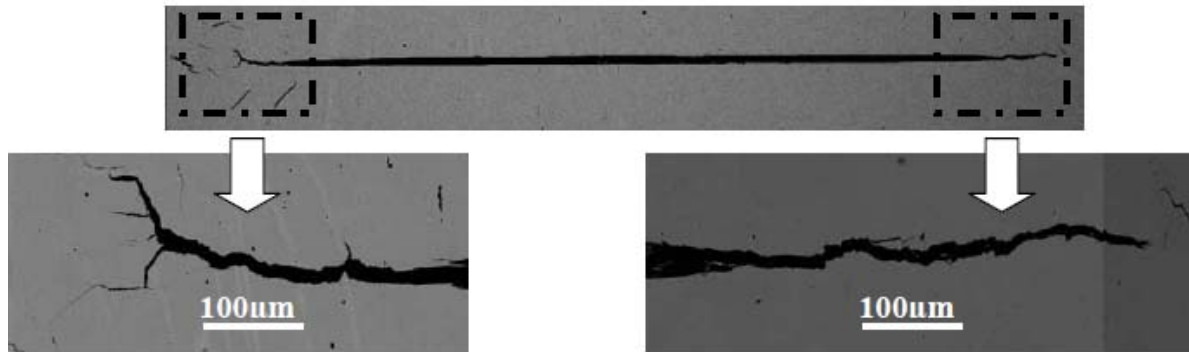


Fig.II-29 : Propagation de fissure en surface à partir de l'entaille préexistante sur l'éprouvette EP1

Afin de visualiser le front de fissure, il était nécessaire de rompre l'échantillon. Une procédure de rupture statique à froid en flexion 3 points, après avoir plongé l'échantillon dans l'azote liquide n'as pas permis de le rompre. Une autre technique a été utilisée pour rompre l'éprouvette. Tout d'abord l'observation de la surface de l'éprouvette permet de quantifier la propagation en surface. Après avoir mesuré la propagation en surface, nous avons scié l'éprouvette de part et d'autre de l'entaille propagée afin de réduire la section droite de l'éprouvette. Enfin, un essai de traction réalisé sur la machine de traction INSTRON 4505, a permis de rompre l'éprouvette rendant ainsi le faciès de fissuration accessible (cf. Fig.II-30).

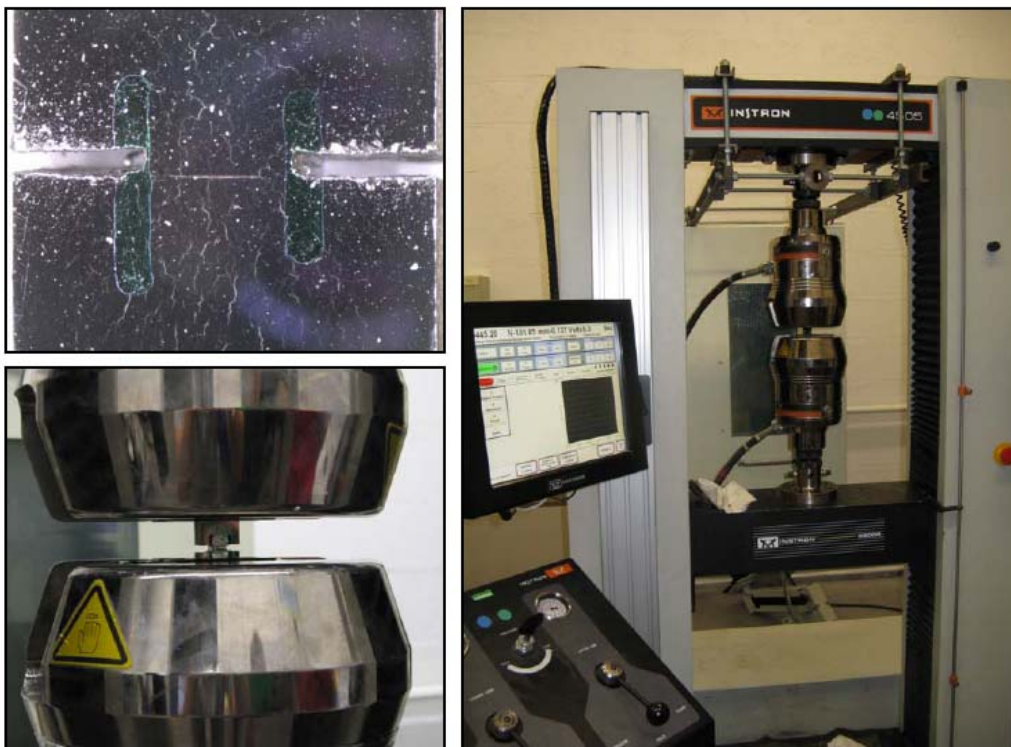
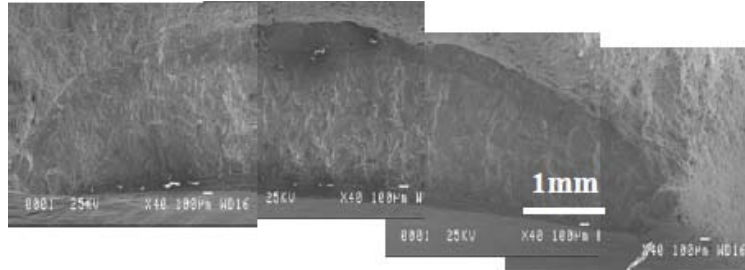


Fig.II-30 : Rupture des éprouvettes par essai de traction

Les images du faciès de rupture de l'éprouvette EP1 ont montré que le front final de la fissure a une forme semi-elliptique. Nous remarquons aussi une propagation très importante en profondeur avec une profondeur finale de 1,67mm (cf. Fig.II-31).



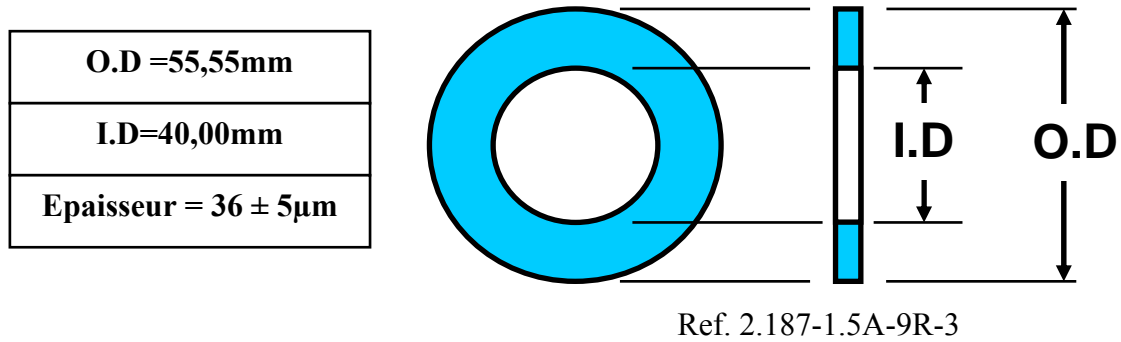
**Fig.II-31 : Faciès de rupture après rupture de l'éprouvette EP1**

En conclusion, cet essai de faisabilité EP1 a rempli son objectif principal : faire se propager une entaille préexistante sous un chargement d'origine thermique seule. Nous avons une propagation importante en surface ainsi qu'en profondeur. Cet essai nous a aussi permis de réaliser et améliorer notre banc d'essai. Les paramètres principaux d'essai ( $T_{\text{consigne}}$ ,  $T_{\text{max}}$ ,  $T_{\text{min}}$ ,  $P$ ) ont été choisis. Cependant, la durée de l'essai reste un problème, il nous faut un mois pour réaliser 12000 cycles. Cet inconvénient limitera ainsi le nombre de points expérimentaux pour les études quantitatives de propagation de fissure par fatigue thermique.

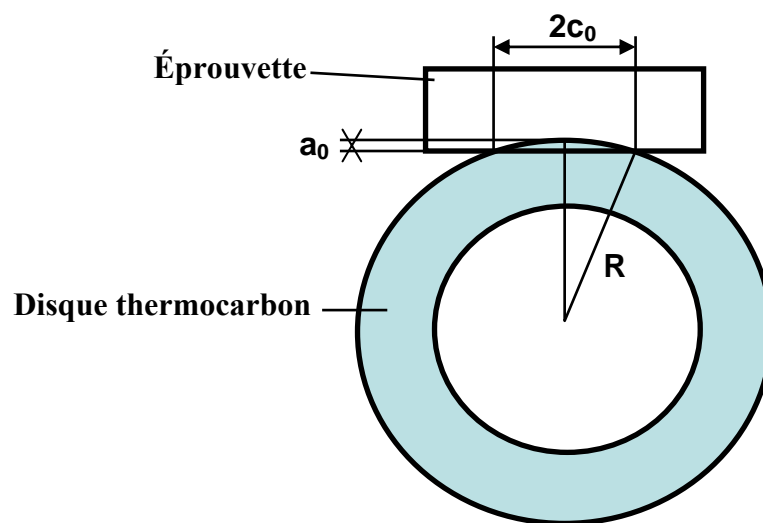
### **2.3.4. Usinage des entailles**

#### **2.3.4.1. Disques thermocarbon**

Cette étude de propagation de fissure nécessite bien sûr une entaille initiale. Des disques ultrafins de résine contenant des grains de diamant de  $9\mu\text{m}$  ont été utilisés pour usiner les entailles sur nos éprouvettes. Ces disques, référencés 2.187-1.5A-9R-3, sont fournis par l'entreprise Thermocarbon inc. (cf. Fig.II-32).



**Fig.II-32 : Dimension des disques Thermocarbon utilisés pour l'usinage d'entaille**



**Fig.II-33 : Entaille semi-circulaire créée par un disque Thermocarbon**

L'entaille créée par le disque est alors semi-circulaire avec une largeur initiale en surface  $2c_0$  et une profondeur initiale  $a_0$  (cf. Fig.II-33). Nous pouvons ainsi déduire, dans le cas d'un usinage parfait, la relation suivante entre la profondeur et la largeur initiale

$$a_0 = R - \sqrt{R^2 - c_0^2} \quad \text{Equa.II-2}$$

#### **2.3.4.2. Tronçonneuse ISOMET 4000**

Afin d'usiner les entailles, les disques Thermocarbon doivent être renforcés par la force centrifuge. Dans un premier temps, les disques sont montés par un porte-outil sur la tronçonneuse de précision ISOMET 4000. La tronçonneuse peut atteindre une vitesse

maximale de rotation de 5000 tours par minute retenue ici. Pour ce montage, la tangence entre le disque et l'éprouvette est effectuée à l'œil nu. (cf. Fig.II-34).

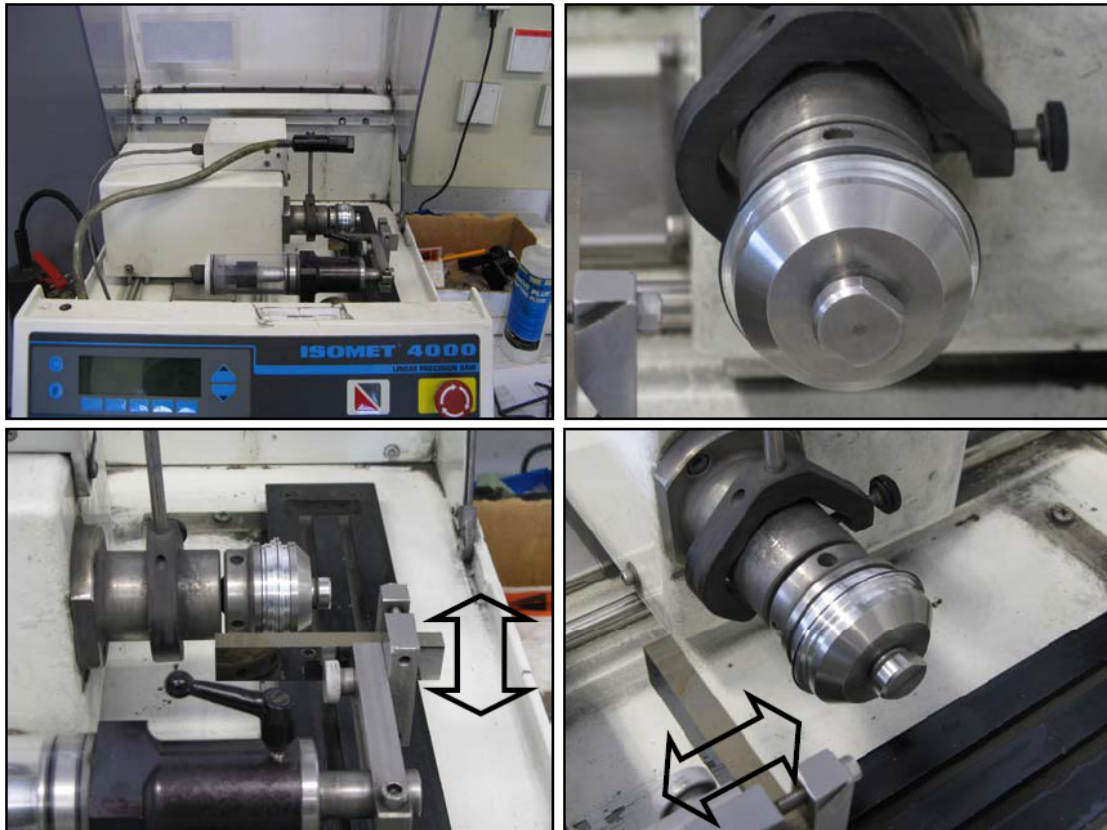


Fig.II-34 : Usinage d'entaille sur la tronçonneuse ISOMET 4000

Ce montage a été utilisé au début de cette étude pour l'usinage des entailles sur les éprouvettes EP1 et EP2. Les inconvénients suivants sont constatés - la détection du contact initial entre le disque Thermocarbon et l'éprouvette manque de précision - la vitesse de la tronçonneuse (5000 tours par minute) n'est pas assez élevée pour renforcer suffisamment le disque Thermocarbon. Il en résulte des ruptures de disques pendant l'usinage avec un risque d'émoussement de l'entaille. Nous avons donc envisagé un autre dispositif d'usinage des entailles pour augmenter la précision.

#### 2.3.4.3. Fraiseuse numérique Charlyrobot

Un deuxième montage d'usinage des entailles a été mis en place à l'aide de la fraiseuse numérique Charlyrobot2U. Cette machine est équipée une broche à très haute fréquence qui



peut atteindre une vitesse maximale de 40.000 tours par minute. De plus, un contact électrique est utilisé pour détecter la tangente entre le disque thermocarbon et l'éprouvette (cf. Fig.II-35).

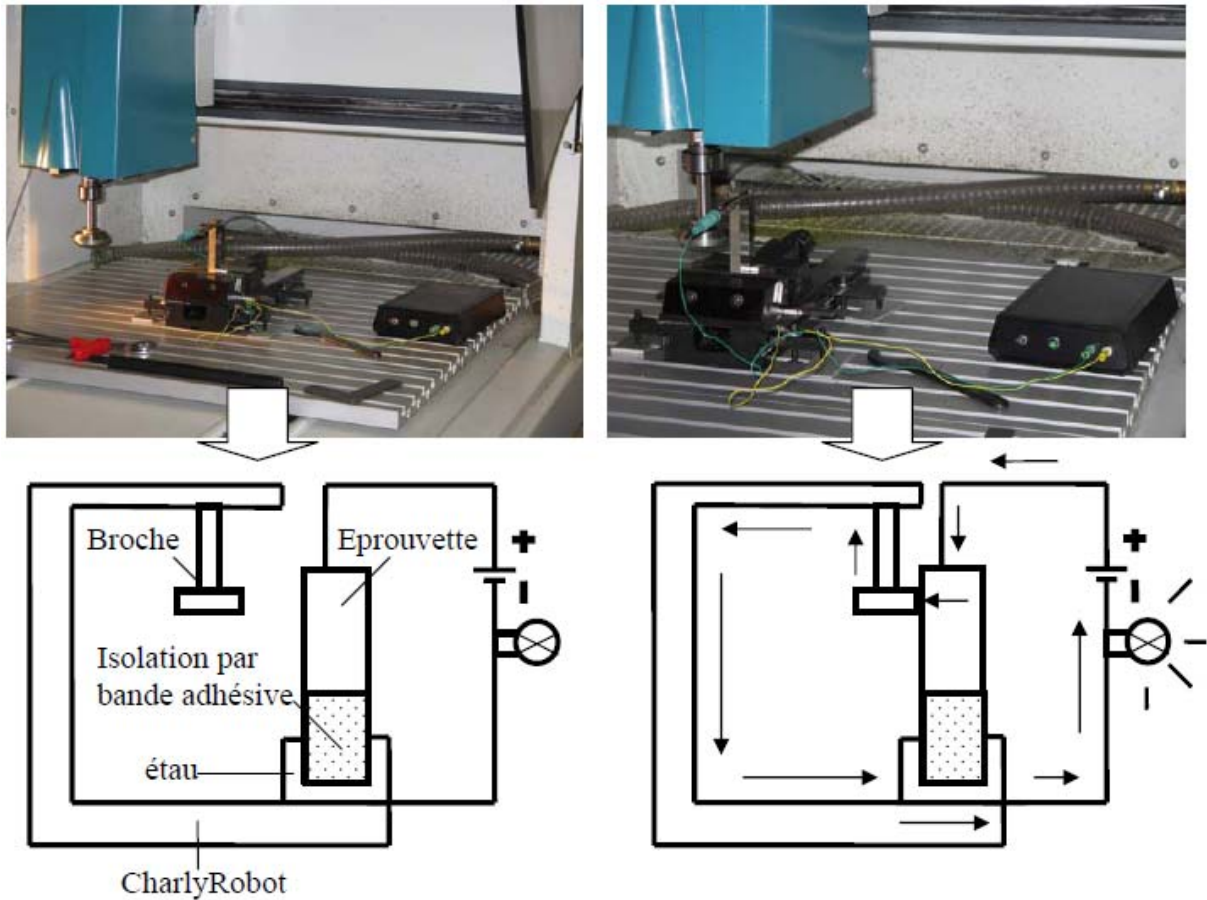


Fig.II-35 : Usinage d'entaille avec le Charlyrobot – Détection de tangence par contact électrique

Nous augmentons doucement la vitesse de rotation du disque carbone jusqu'à 9500 tours par minute. On rapproche le disque de l'éprouvette avec des incréments de  $10\mu\text{m}$  jusqu'au contact électrique. Pour ne pas détruire le disque par l'augmentation de vitesse de la broche, le disque est reculé de  $0,1\text{mm}$  par rapport à cette position de contact. Nous augmentons alors la vitesse de rotation de disque jusqu'à 24000 tours par minute. L'avance de la broche est faite ensuite à  $0,02\text{mm}$  par seconde sur une distance égale à  $0,1\text{mm}$  plus la profondeur désirée de l'entaille. La précision résultante sur l'usinage des entailles est alors améliorée et ce montage est utilisé pour les essais ultérieurs (cf. Fig.II-36).

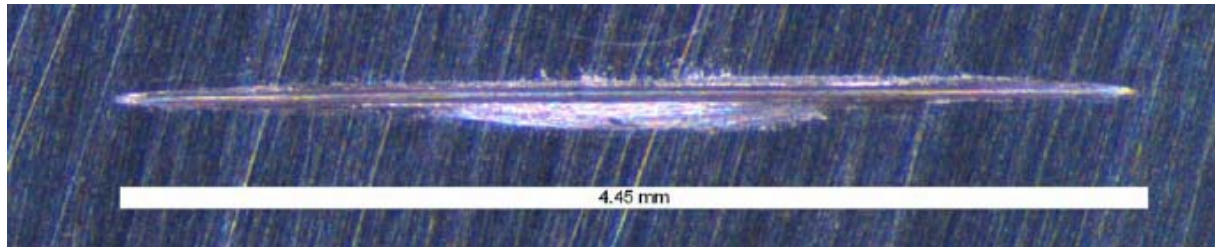


Fig.II-36 : Entaille EP8ET1 usinée par Charlyrobot

#### 2.3.4.4. Récapitulatif des entailles usinées

Cette partie résume toutes les entailles usinées pendant cette étude. A partir du deuxième essai, afin d'avoir plus de points expérimentaux, deux entailles ont été usinées par éprouvette. Par convention, nous notons désormais ces entailles EPmETn où m est le numéro de l'éprouvette et n est le numéro de l'entaille n=1,2.

Afin de connaître la vraie profondeur de l'entaille après usinage, nous utilisons un microscope optique. La mise au point est tout d'abord faite sur la surface de l'éprouvette. Ensuite, la deuxième mise au point est faite à fond d'entaille. La molette de mise au point graduée nous permet alors de mesurer la profondeur de l'entaille usinée. Le Tab.II-8 permet de comparer ces profondeurs mesurées au microscope optique avec celles calculées par l'Equa.II-2.

Eprouvette	Entaille	Montage	Largeur $2c_0$ (mm)	Profondeur $a_0$ mesuré à microscope optique (mm)	Profondeur $a_0$ calculée par Equa.II-2 (mm)
EP2	EP2ET1	ISOMET 4000	5,65	0,120	0,144
	EP2ET2	ISOMET 4000	5,45	0,122	0,134
EP3	EP3ET1	Charlyrobot	4,50	0,091	0,086
	EP3ET2	Charlyrobot	4,26	0,080	0,082
EP4	EP4ET1	Charlyrobot	3,56	0,050	0,057
	EP4ET2	Charlyrobot	4,42	0,079	0,088
EP7	EP7ET1	Charlyrobot	3,00	0,054	0,041
	EP7ET2	Charlyrobot	3,18	0,060	0,046
EP8	EP8ET1	Charlyrobot	4,45	0,086	0,089
	EP8ET2	Charlyrobot	4,95	0,104	0,111
EP9	EP9ET1	Charlyrobot	4,19	0,072	0,079
	EP9ET2	Charlyrobot	3,82	0,057	0,066

Tab.II-8 : Récapitulatif des entailles usinées

## 2.4. Résultats des essais de cyclage thermique

### 2.4.1. Condition des essais de propagation par cyclage thermique

#### 2.4.1.1. Changement d'emplacement des thermocouples

Les paramètres utilisés pour les essais de propagation de fatigue par cyclage thermique sont bien sûr ceux déterminés précédemment, à savoir  $T_{\max}=350^{\circ}\text{C}$ ,  $T_{\min}=100^{\circ}\text{C}$ ,  $P=0,6\text{bar}$ ,  $T_{\text{consigne}}=750^{\circ}\text{C}$ . Cependant, l'essai de faisabilité EP1 a montré que l'emplacement des thermocouples au niveau de l'entaille a quelques inconvénients :

- Au début du refroidissement, le jet d'eau arrive à la surface de l'éprouvette qui est à  $350^{\circ}\text{C}$ . Le contact eau – éprouvette est très brutal avec une vaporisation et des projections d'eau sur les thermocouples de seuil et d'acquisition. Ceux-ci abîment les thermocouples et perturbent ainsi les essais.

- Par ailleurs, le trou usiné pour positionner les thermocouples risque de perturber le champ de contraintes autour des entailles notamment quand elles se propagent de manière importante dans l'épaisseur.

Nous avons donc décidé de déplacer l'emplacement des thermocouples de seuil et d'acquisition vers le haut de l'éprouvette. Deux trous de thermocouple de diamètre 1mm sont usinés sur chaque éprouvette des essais de propagation comme illustré dans la Fig.II-37.

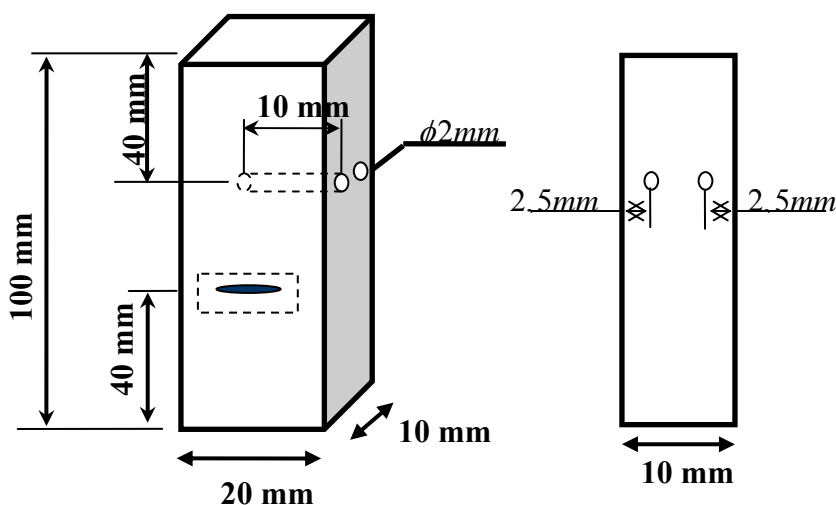


Fig.II-37 : Emplacement des thermocouples de seuil et d'acquisition pour les essais de propagation par cyclage thermique



### 2.4.1.2. Essai de quantification thermique

Afin de connaître précisément l'évolution de la température pendant des essais dans la zone refroidie comprise entre deux tuyaux de refroidissement de l'éprouvette, nous avons réalisé un essai de quantification thermique. L'éprouvette de quantification ne comporte aucune entaille. La zone refroidie est instrumentée avec plusieurs thermocouples de type K, placés dans les trous de diamètres 2mm et de profondeur 10mm. Les emplacements des thermocouples sont présentés dans la Fig.II-38.

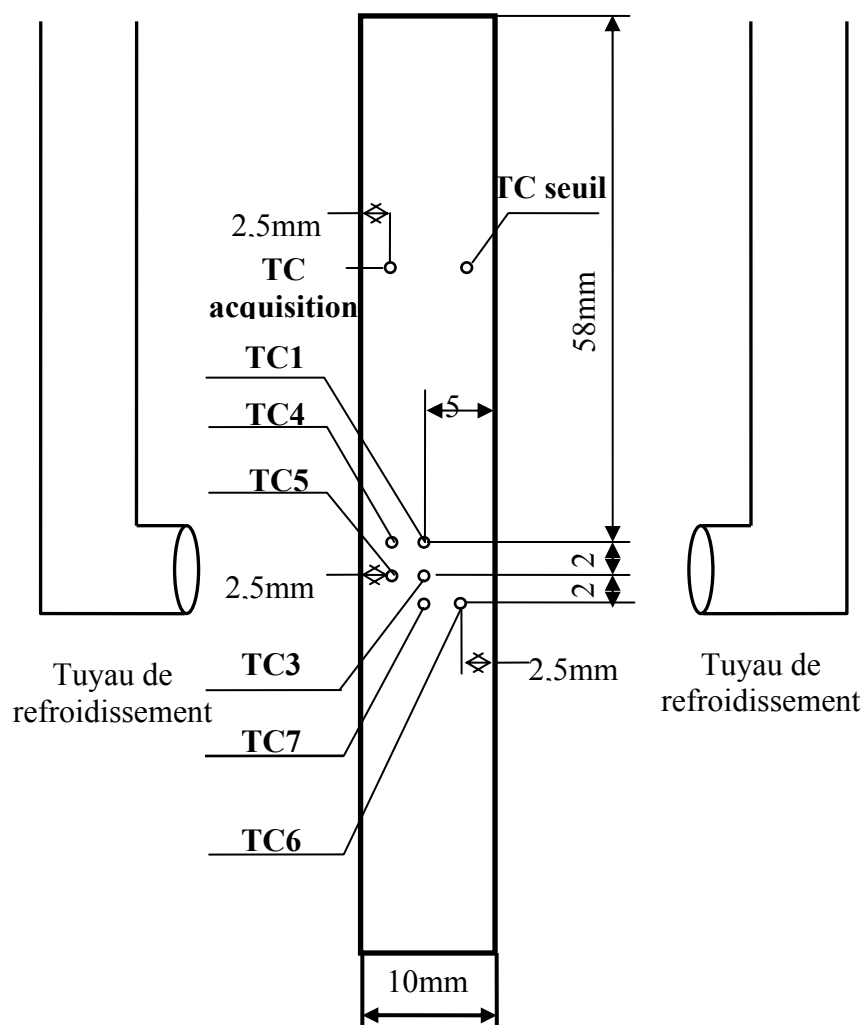
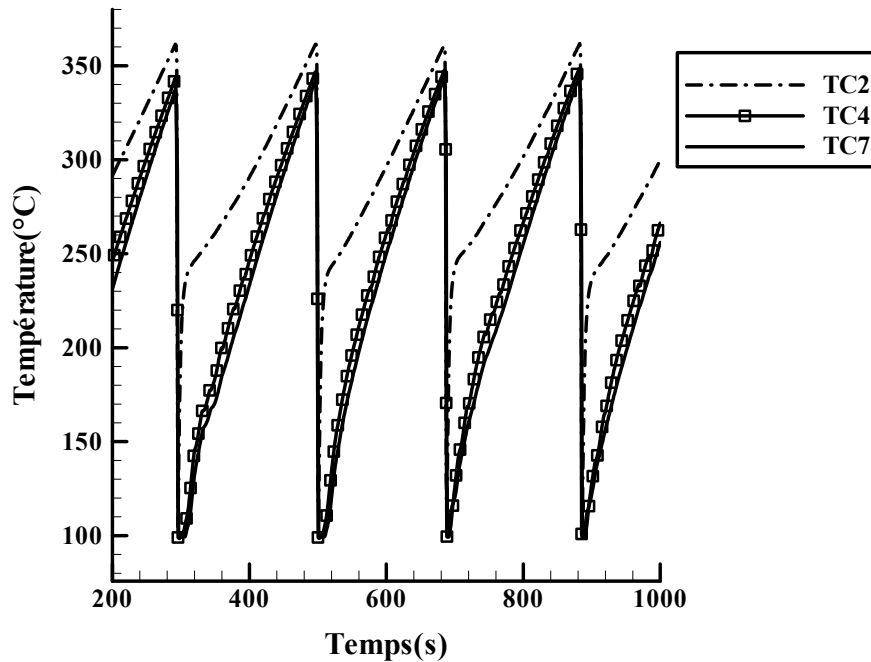


Fig.II-38 : Emplacement des thermocouples pour l'essai de quantification thermique

Nous obtenons ainsi les cycles de température dans l'éprouvette (cf. Fig.II-39). Notons que, dans la zone refroidie, les évolutions de température des différents thermocouples sont assez proches l'une de l'autre. Pour cette raison, nous ne traçons donc que les évolutions de

TC4 et TC7. Nous remarquons que les évolutions de température dans la zone refroidie sont globalement en dents de scie. Un gradient longitudinal de température est observé par comparaison avec thermocouple TC d'acquisition au début du réchauffage. Cependant, à la fin du réchauffage, les températures sont analogues dans la zone refroidie et au niveau du point d'acquisition. Ce gradient longitudinal durant le réchauffage ne sera pas pris en compte dans la modélisation.



**Fig.II-39 : Evolution expérimentale de la température dans l'éprouvette pendant l'essai de quantification**

Afin de déterminer le coefficient d'échange thermique  $H$  du montage expérimental, la technique numérique présentée auparavant dans l'étude de pré-dimensionnement est utilisée. Le temps de refroidissement à chaque cycle d'essai variant entre 5s et 5,72s, le coefficient d'échange thermique pour ce montage est estimé ainsi compris entre  $12000\text{W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$  et  $17000\text{W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$ .

Les évolutions de température numérique et expérimentale pendant le refroidissement à l'eau sont comparées dans la Fig.II-40. On remarque que, cette fois, les évolutions numériques et expérimentales s'accordent moins bien que les cas précédents. Ce résultat peut s'expliquer par le changement de phase de l'eau quand elle est en contact avec l'éprouvette à  $350^\circ\text{C}$ . Le changement de phase de l'eau en vapeur complique ainsi le phénomène thermique et est très

difficile à prendre en compte. Nous nous contentons donc dans la suite de ce modèle thermique simplifié.

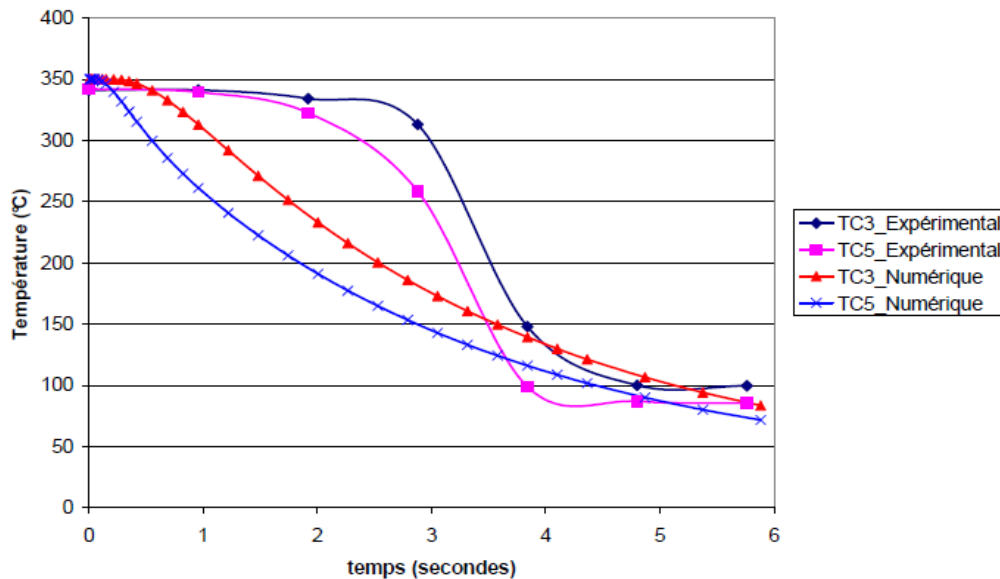


Fig.II-40 : Comparaison numérique – expérimental de l'évolution de la température pendant le refroidissement

#### 2.4.2. Récapitulatif des essais effectués

Aucune technique de marquage du front de fissure n'ayant pu être mise en place au cours des essais, il a été nécessaire de réaliser des essais avec différents nombres de cycle pour l'étude de propagation. L'éprouvette est cyclée pendant N cycles, puis une observation optique de la propagation en surface des entailles est réalisée. Après polissage pour enlever la couche d'oxyde, une nouvelle mesure de la propagation en surface est faite. Enfin, l'éprouvette est rompue pour des observations et mesures fractographiques.

Le Tab. II-9 récapitule tous les essais réalisés. La durée totale des essais est de 12 mois en continu, les essais étant de durées différentes. Nous pourrions obtenir l'évolution de la propagation en fonction du nombre de cycles. Toutefois, une dispersion des résultats sera inhérente à la démarche, chaque point expérimental provenant d'une éprouvette différente avec de plus une disparité sur les dimensions initiales d'entailles.

Eprouvette	Entaille	$a_0$ (mm)	$2c_0$ (mm)	Durée d'essai (mois)	Nombre de cycles
EP2	EP2ET1	0,120	5,65	3	33000
	EP2ET2	0,122	5,45		
EP3	EP3ET1	0,086	4,50	1	12030
	EP3ET2	0,080	4,26		
EP4	EP4ET1	0,050	3,56	2,5	29700
	EP4ET2	0,079	4,42		
EP7	EP7ET1	0,054	3,00	3	34100
	EP7ET2	0,060	3,18		
EP8	EP8ET1	0,086	4,45	0,5	5500
	EP8ET2	0,104	4,95		
EP9	EP9ET1	0,072	4,19	2	20100
	EP9ET2	0,057	3,82		

**Tab. II-9 : Récapitulatif des essais effectués**

Il est à noter que les résultats concernant l'entaille EP9ET2 sont singuliers et seront exclus de nos courbes (aucune propagation malgré un nombre de cycles assez important)

### 2.4.3. Réseau de faïençage

De par la nature du chargement thermique réalisé, l'amorçage d'un réseau de faïençage est inévitable. Même si cet amorçage ne constitue pas l'objectif de la thèse, nous présentons ici quelques observations sur ce phénomène.

Nous avons constaté deux réseaux de faïençage principaux qui ne commencent à apparaître qu'après environ 20000 cycles:

- L'un d'entre eux se situe dans le haut de la tâche secondaire. La Fig.II-41 en donne une illustration obtenue pour l'éprouvette EP4. La plupart des fissures amorcées dans cette zone se propagent selon l'axe vertical de l'éprouvette. Ces résultats sont en accord avec ceux rapportés par Ancelet [88]. La longueur moyenne en surface de ces fissures après 29700 cycles est environ 0,6-0,8mm.

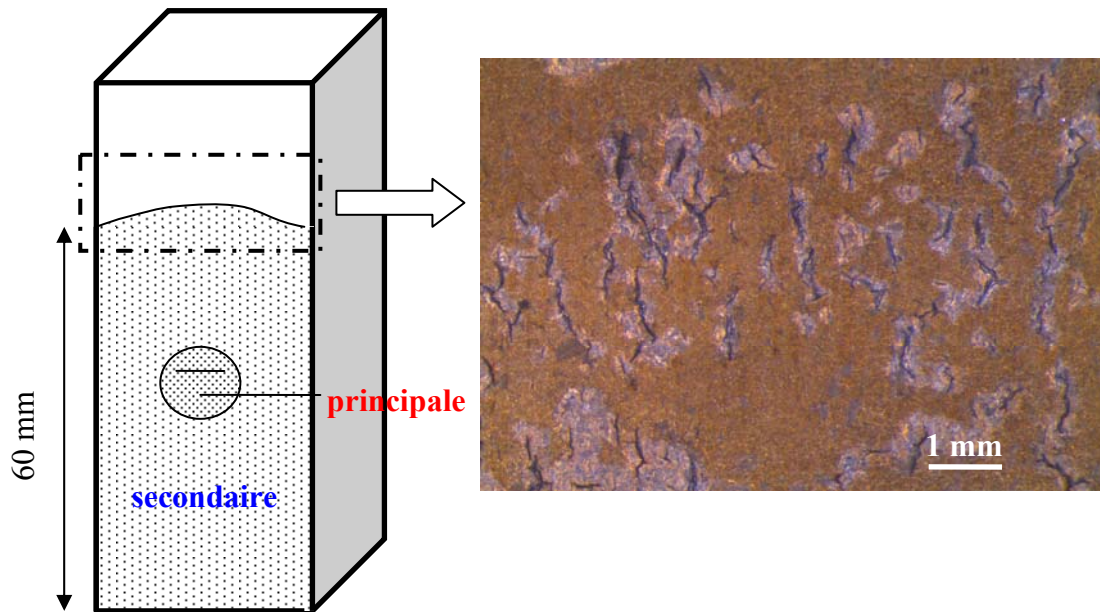


Fig.II-41 : Réseau du faïençage en partie haute de la tâche thermique secondaire

- Le deuxième réseau de fissures apparaît au sein de la tâche thermique principale. Ce réseau entoure donc l'entaille principale. Il est marqué par les fissures qui s'orientent globalement vers le centre de la tâche thermique (cf. Fig.II-42). La plupart de ces fissures sont courtes avec une taille moyenne de 0,6mm. Ces petites fissures coalescent pour créer des fissures qui peuvent atteindre quelques millimètres à 29700 cycles.

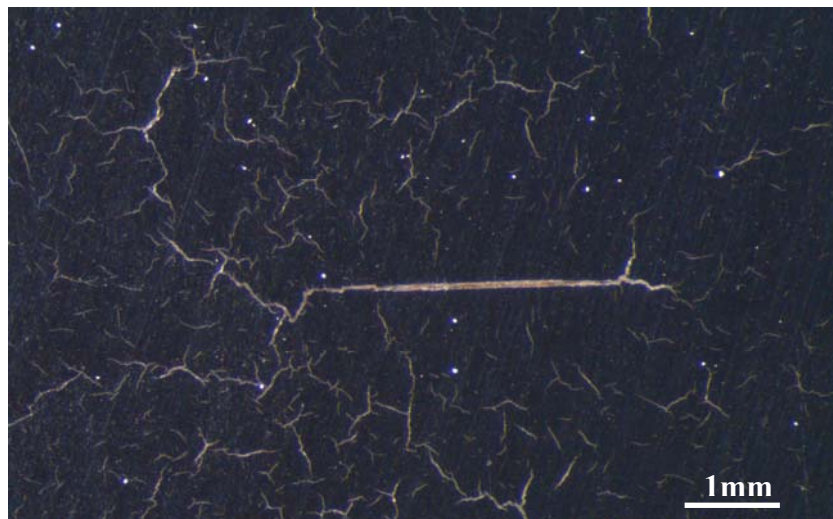


Fig.II-42 : Réseau de faïençage dans la tâche thermique principale

Une autre remarque importante est la coalescence des fissures du réseau de faïençage avec l'entaille principale comme visible sur la Fig.II-42. Ce phénomène pourrait nous tromper

dans l'évaluation de la propagation en surface de l'entaille principale. Nous devons être très vigilants dans la mesure de la propagation en surface en comparant notamment la largeur finale en surface avec celle obtenue après rupture finale de l'éprouvette.

La question se pose également de l'influence du réseau de faïençage sur la propagation de l'entaille principale. Le réseau n'apparaissant qu'après 20000 cycles, il ne peut y avoir d'influence éventuelle qu'après ce délai. Toutefois, comme nous le verrons plus loin, la propagation en profondeur de l'entaille étant déjà importante à ce moment-là (de l'ordre de 0,6mm) et les fissures de faïençage étant très peu profondes lors de nos essais (un léger polissage suffit à la faire disparaître), nous négligerons donc cette légère influence éventuelle.

#### 2.4.4. Propagation en surface des entailles

##### 2.4.4.1. Notation utilisées

Il est nécessaire, par souci de clarté, de définir des notations pour repérer les deux extrémités des deux entailles usinées sur chaque éprouvette. L'extrémité gauche d'une entaille se trouve à gauche de l'observateur quand celui-ci se place face à l'entaille considérée. L'avancée de l'extrémité gauche est notée  $\Delta c_1$ , et celle de l'extrémité droite  $\Delta c_2$  (cf. Fig.II-43).

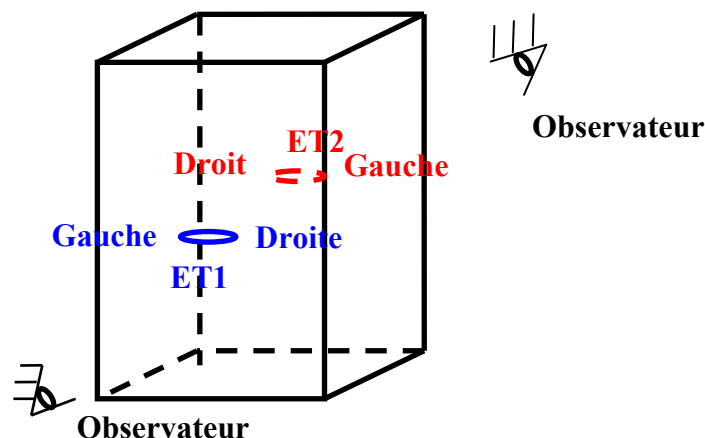


Fig.II-43 : Notation utilisée pour repérer les extrémités des entailles

### 2.4.4.2. Problème d'oxydation et évaluation de la propagation en surface

Pour des essais de longue durée, il apparaît sur la surface de refroidissement une couche de matière gênant l'observation et ce malgré l'utilisation d'eau déminéralisée. L'acide acétique à 30% n'agissant pas sur cette couche de matière, nous en avons déduit qu'il ne s'agit pas de calcaire. Une analyse EDS a montré alors qu'il s'agit d'une couche d'oxyde. Nous avons alors décidé d'enlever cette couche par un polissage des surfaces refroidies pour améliorer la qualité des observations optiques.

Cependant, le polissage pose un problème sur l'évaluation de la propagation de l'entaille en surface, comme illustré dans la Fig.II-44. Le polissage a réduit de manière remarquable la largeur de l'entaille initiale. Cette réduction peut nous conduire donc à surestimer la propagation en surface de l'entaille en considérant  $\Delta_i + \Delta_c$  au lieu de  $\Delta_c$  effectif.

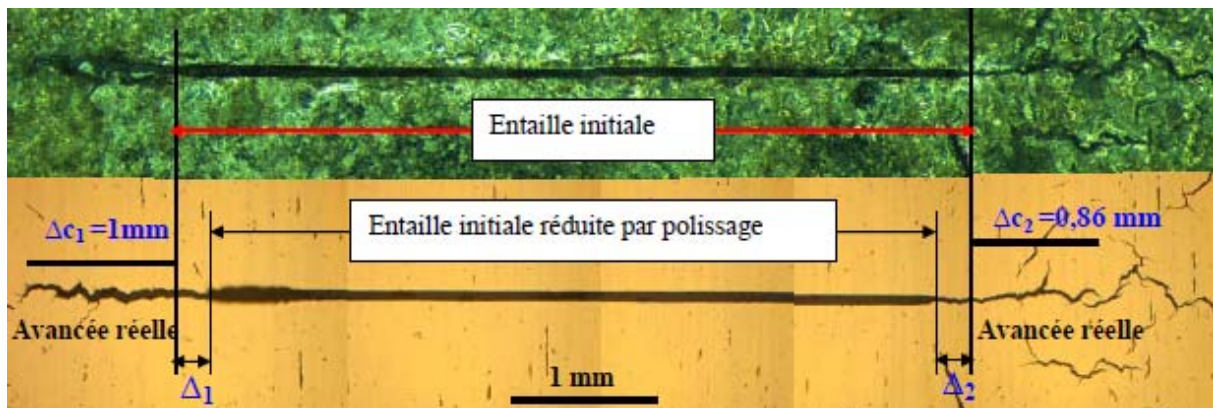


Fig.II-44 : EP2ET2 avant et après polissage - réduction de l'entaille initiale par polissage

Un autre exemple de problème de polissage est présenté dans la Fig.II-45 sur l'entaille EP3ET2. Dans cet exemple, l'observateur peut confondre  $\Delta_1 = 0,31mm$  et  $\Delta_2 = 0,32mm$  avec la propagation en surface. Nous pouvons observer  $\Delta_1$  et  $\Delta_2$  car la fissure principale, créée à partir de l'entaille initiale par le chargement thermique, se propage en profondeur. L'avancée réelle en surface est nulle. Dans ce cas, le polissage réduit la largeur totale de la fissure principale de  $\delta = 0,06mm$ . Il sera donc nécessaire par la suite de corriger les résultats obtenus



après polissage pour toujours considérer la propagation à partir de la géométrie initiale de l'entaille.

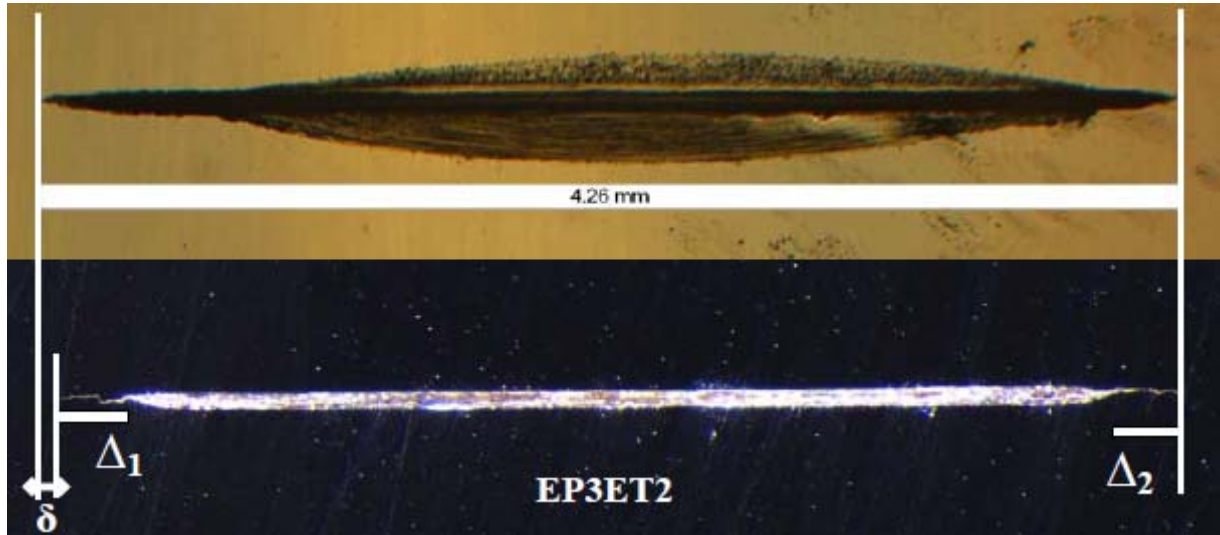


Fig.II-45 : Réduction de l'entaille initiale par polissage sur EP3ET2

#### 2.4.4.3. Bifurcation en surface

La plupart des observations montrent une propagation plane de la fissure principale (cf. Fig.II-29, Fig.II-44). Cependant, nous observons aussi, dans certains cas, une bifurcation de la fissure principale. Sur la figure Fig.II-46 une bifurcation intervient à l'extrémité droite de la fissure principale EP8ET2. Dans ce contexte, nous considérons la projection de la partie bifurquée sur le plan de fissure comme correspondant à l'avancée réelle de la fissure principale.

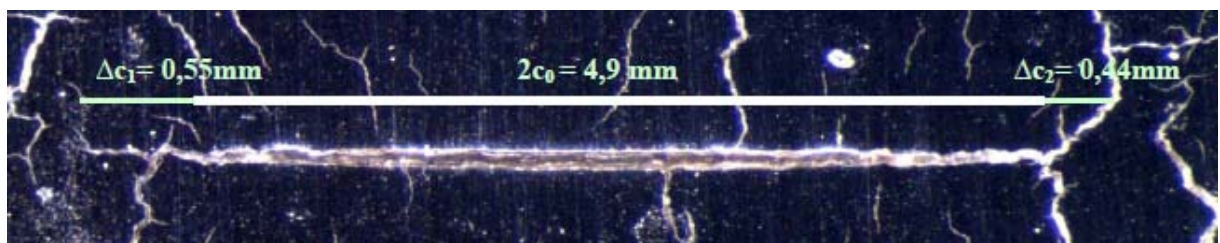


Fig.II-46 : Bifurcation de la fissure principale – EP8ET2 droite



#### 2.4.4.4. Résultats quantitatifs de propagation en surface

Le tableau Tab.II-10 récapitule les propagations en surface pour tous les essais réalisés. Une dissymétrie des résultats entre extrémité gauche et droite est fréquente qui peut être due notamment à un léger décalage du tuyau d'arrivée d'eau par rapport à l'entaille. Nous calculons également l'avancée moyenne en surface  $\Delta c_m = \frac{\Delta c_1 + \Delta c_2}{2}$ .

Eprouvette	Entaille	Largeur initiale $2c_0$ (mm)	Nombre de cycles	Avancée gauche $\Delta c_1$ (mm)	Avancée droite $\Delta c_2$ (mm)	Avancée moyenne $\Delta c_m = \frac{\Delta c_1 + \Delta c_2}{2}$	Largeur finale $2c_{\text{final}}$ (mm)
EP2	EP2ET1	5,65	33000	*0,79	0,44	0,615	6,88
	EP2ET2	5,45	33000	1,00	0,86	0,930	7,31
EP3	EP3ET1	4,50	12030	0,00	0,00	0,000	4,50
	EP3ET2	4,26	12030	0,00	0,00	0,000	4,26
EP4	EP4ET1	3,56	29700	*0,88	0,44	0,660	4,88
	EP4ET2	4,42	29700	1,17	0,26	0,715	5,85
EP7	EP7ET1	3,00	5500	0,00	0,00	0,00	3,00
	EP7ET2	3,18	5500	0,00	0,00	0,00	3,18
EP8	EP8ET1	4,45	34100	0,21	*0,10	0,155	4,70
	EP8ET2	4,95	34100	0,55	*0,44	0,495	5,94
EP9	EP9ET1	4,19	20100	0,00	0,00	0,000	4,19
	EP9ET2	3,82	20100	-	-	-	-

\* : Bifurcation observée

Tab.II-10 : Récapitulatif des avancées expérimentales en surface pour tous les essais effectués

L'évolution de l'avancée moyenne à chaque extrémité est tracée en fonction du nombre de cycles dans la figure Fig.II-47. Aucune propagation en surface n'est observée avant 20000 cycles. Ensuite, malgré une dispersion assez importante, on relève que  $\Delta c_m$  augmente très rapidement pour atteindre environ 0,8mm (à chaque extrémité) vers 35000 cycles, durée maximale des essais réalisés.

La courbe de la largeur finale de l'entaille  $2c_{\text{finale}}$  en fonction du nombre de cycles est tracée ensuite dans la figure Fig.II-48. A cause de la disparité assez grande sur les dimensions initiales des entailles, la dispersion des résultats est plus importante sur la Fig.II-48 que la Fig.II-47, rendant le tracé de  $2c_{\text{finale}}$  moins intéressant que celui de l'avancée moyenne  $\Delta c_m$ .

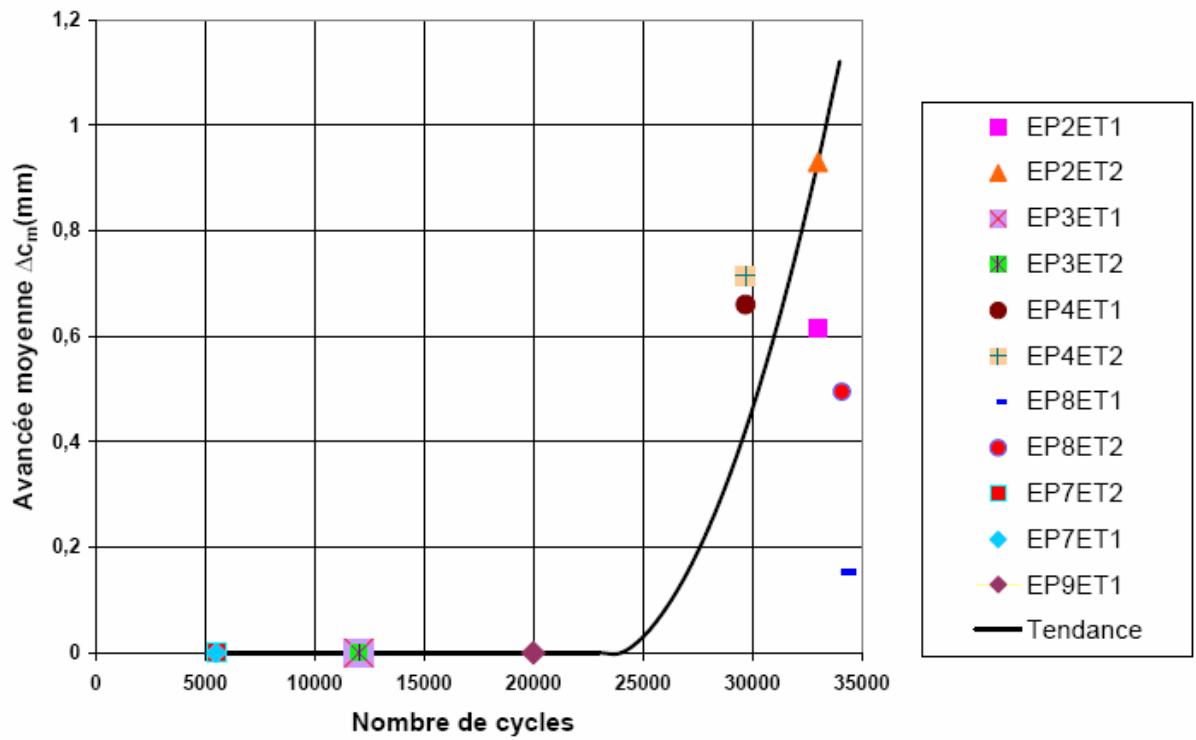


Fig.II-47 : Evolution expérimentale de l'avancée moyenne  $\Delta c_m$  en surface en fonction du nombre de cycles

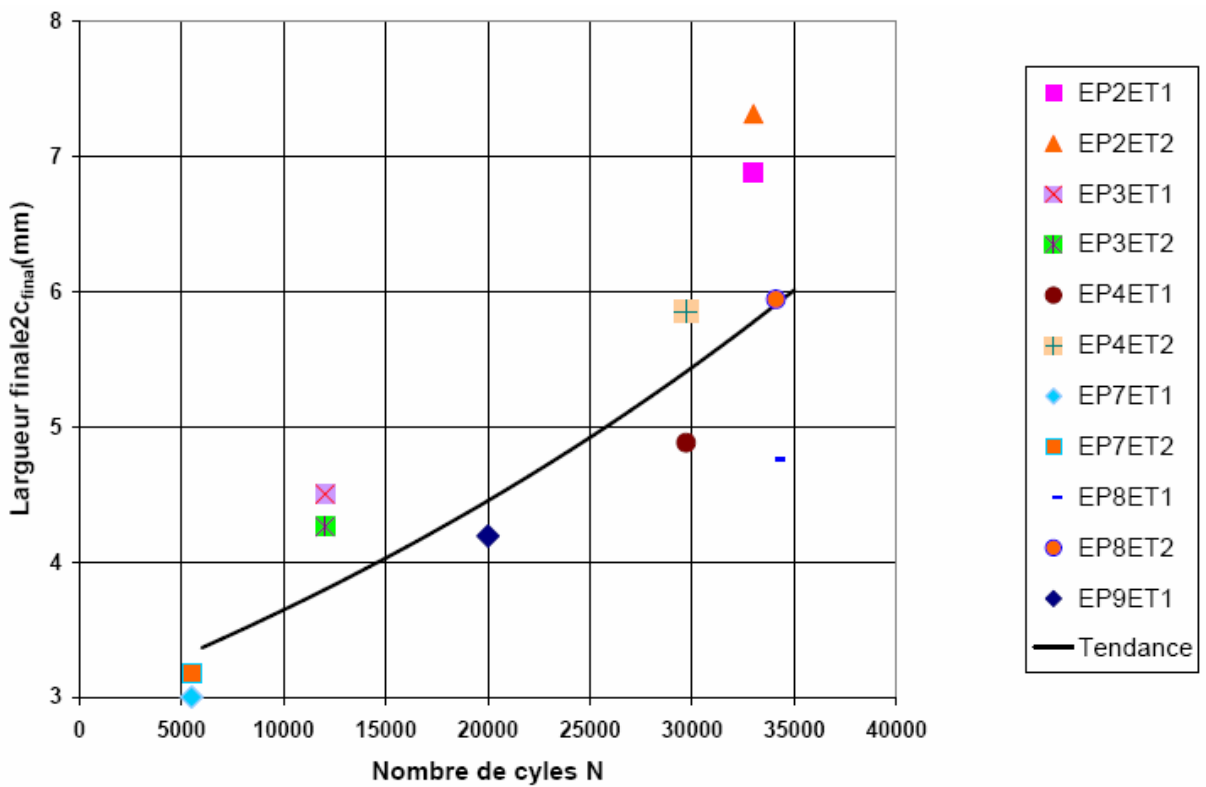
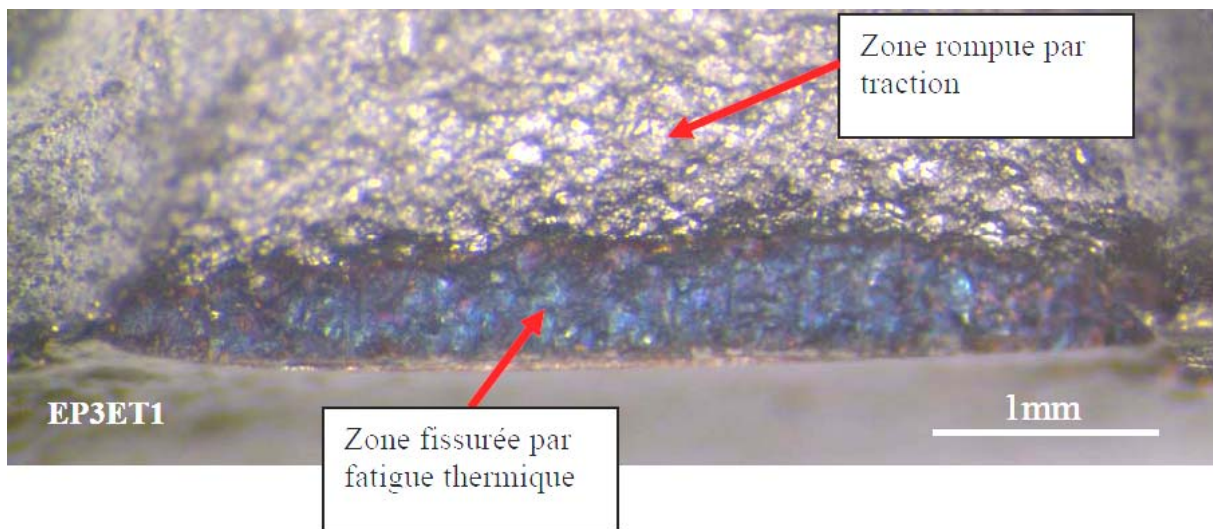


Fig.II-48 : Evolution expérimentale de la largeur finale  $2c_{final}$  en fonction du nombre de cycles

## 2.4.5. Propagation en profondeur

### 2.4.5.1. Observation du faciès de rupture

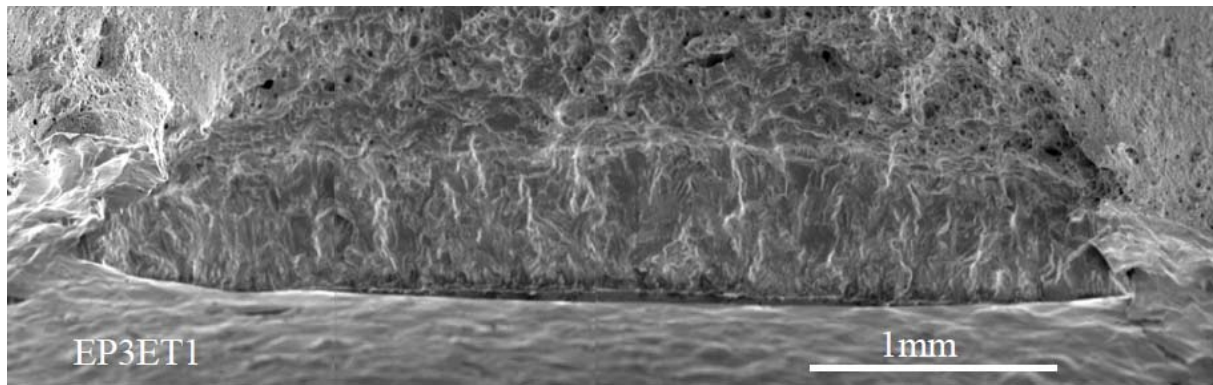
L'observation du faciès de rupture permet d'obtenir la forme et la profondeur de la fissure après propagation. Une observation préliminaire du faciès de rupture est effectuée à la loupe binoculaire.



**Fig.II-49: Faciès de rupture observé à la loupe binoculaire – entaille EP3ET1**

Nous pouvons constater sur la Fig.II-49 que la forme et les dimensions de la fissure sont bien accessibles à la loupe binoculaire. Une différence très nette de faciès est, en effet, à noter entre la zone de fissuration par fatigue thermique et celle issue de la rupture de l'éprouvette par traction. Cette observation donne déjà une estimation de la profondeur et de la forme de la fissure. Comme illustré dans la Fig.II-49, la plupart des fissures propagées ont une forme semi-elliptique.

Ensuite, l'observation se poursuit au microscope électronique à balayage (MEB) afin d'atteindre une meilleure qualité d'image (cf. Fig.II-50). Nous observons un faciès de rupture par traction caractéristique du matériau ductile, avec la formation de cavités. Cette caractéristique nous permet de distinguer le faciès de rupture par traction de celui par fatigue thermique. Sur l'image MEB, nous retrouvons également la trace de l'entaille initiale.



**Fig.II-50: Image MEB du faciès de rupture – entaille EP3ET1**

Un phénomène de charge électrique est constaté dans la zone de rupture par cyclage thermique lors de l'observation au MEB, rendant impossible d'obtention d'une image nette à grand grandissement dans ce faciès. Cependant, ce phénomène n'apparaît pas dans le faciès par traction. Afin de comprendre l'origine de ce phénomène, une analyse EDS a été effectuée sur ces deux faciès (Tab. II-11). Le résultat indique une quantité d'oxygène très importante sur le faciès de rupture par fatigue thermique. C'est donc une couche d'oxyde épaisse qui gêne l'observation au MEB dans cette zone.

Spectrum: faciès par fatigue thermique					Spectrum: faciès par traction				
Element	Series	unn.	C norm.	C Atom.	Element	Series	unn.	C norm.	C Atom.
[wt.-%]	[wt.-%]	[at.-%]			[wt.-%]	[wt.-%]	[at.-%]	[wt.-%]	[at.-%]
Iron	K-series	70.92	68.69	62.70	Iron	K-series	74.46	70.83	69.89
Nickel	K-series	9.12	8.83	7.67	Nickel	K-series	9.23	8.78	8.24
Chromium	K-series	19.67	19.05	18.68	Chromium	K-series	21.32	20.28	21.49
Oxygen	K-series	3.55	3.44	10.95	Oxygen	K-series	0.12	0.11	0.38
Total:		103.25	100.00	100.00	Total:		105.13	100.00	100.00

**Tab. II-11: Analyse EDS des faciès de rupture par fatigue thermique et par traction**

### 2.4.5.2. Résultats quantitatifs de propagation en profondeur

Le Tab. II-12 récapitule les résultats expérimentaux en terme de propagation en profondeur pour différents essais réalisés.

Eprouvette	Entaille	Profondeur initiale $a_0$ (mm)	Nombre de cycles N	Avancée en profondeur $\Delta a$ (mm)	Profondeur finale $a_{\text{final}}$ (mm)
EP2	EP2ET1	0,120	33000	0,940	1,06
	EP2ET2	0,122	33000	1,160	1,282
EP3	EP3ET1	0,086	12030	0,570	0,656
	EP3ET2	0,080	12030	0,550	0,630
EP4	EP4ET1	0,050	29700	0,760	0,810
	EP4ET2	0,079	29700	1,080	1,159
EP7	EP7ET1	0,054	5500	0,150	0,204
	EP7ET2	0,060	5500	0,150	0,210
EP8	EP8ET1	0,086	34099	0,840	0,926
	EP8ET2	0,104	34099	1,210	1,314
EP9	EP9ET1	0,072	20100	0,44	0,512
	EP9ET2	0,057	20100	-	-

Tab. II-12 : Récapitulatif des avancées expérimentales en profondeur pour tous les essais

L'évolution de l'avancée de la fissure en fonction du nombre de cycles est tracée dans la Fig.II-51. Nous remarquons, tout d'abord, que les résultats expérimentaux sont assez reproductibles en terme de propagation dans la profondeur. La profondeur de fissure augmente tout au long du cyclage à une vitesse qui semble diminuer avec le nombre de cycles. L'avancée maximale est de l'ordre de 1mm à 30000 cycles.

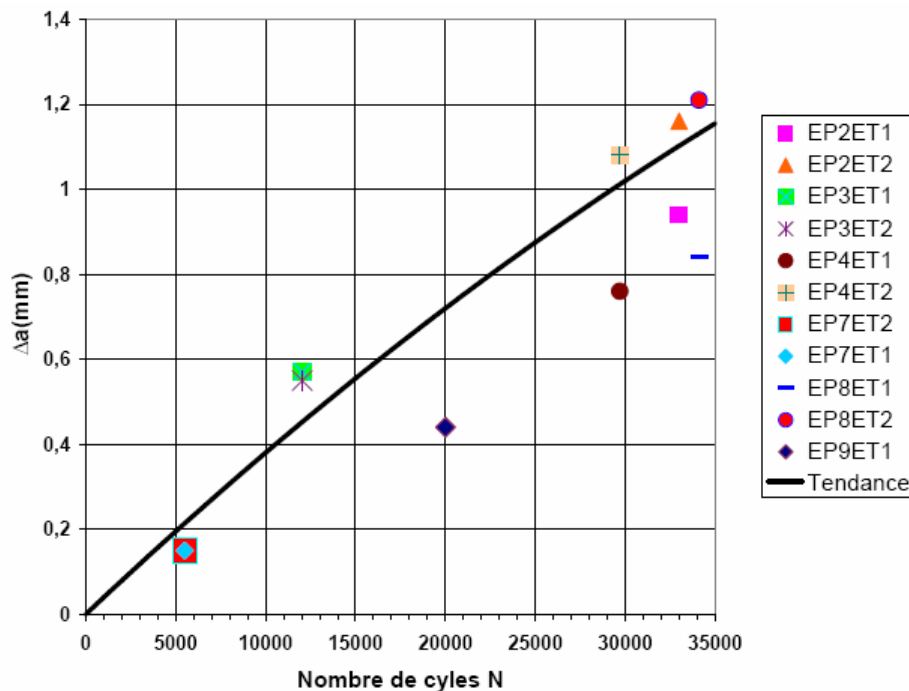


Fig.II-51: Evolution expérimentale de l'avancée en profondeur  $\Delta a$

L'évolution de la profondeur finale  $a_{\text{final}}$  en fonction de nombre de cycles est illustrée ensuite dans la Fig.II-52. Nous constatons la même évolution de  $a_{\text{final}}$  que  $\Delta a$ . Ce résultat s'explique par la faible profondeur initiale  $a_0$  (0,05-0,2mm) devant la valeur très importante de l'avancée  $\Delta a$  (0,55-1,16mm) pour les essais à grand nombre de cycles.

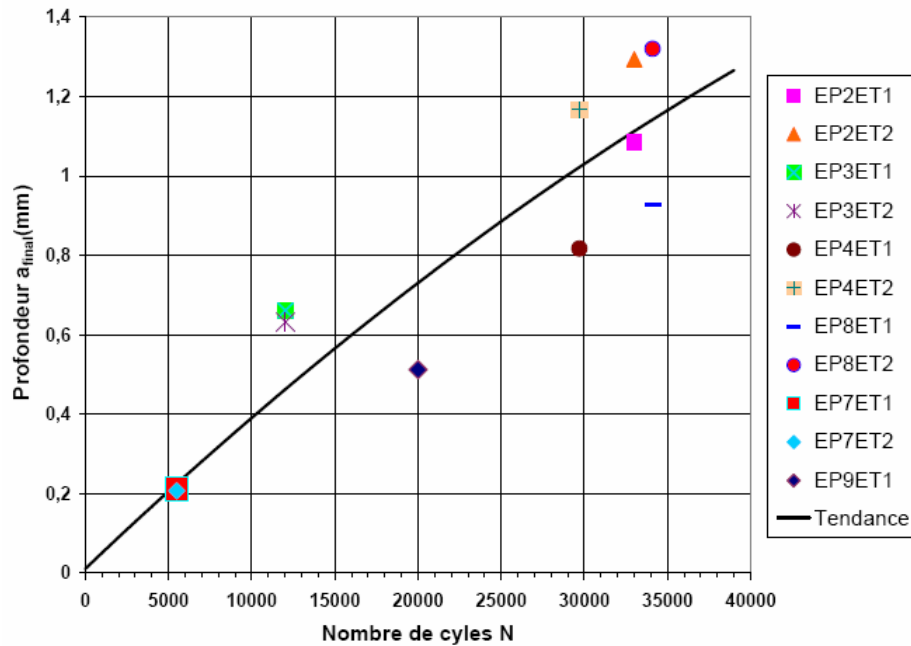


Fig.II-52: Evolution expérimentale de profondeur finale  $a_{\text{final}}$

### 2.4.5.3. Scénario de propagation

L'étude expérimentale nous a permis de mettre en évidence le scénario de propagation de fissure par fatigue thermique d'une entaille initiale semi-circulaire allongée. La propagation se produit d'abord au cœur de l'entaille tandis que la propagation en surface reste nulle pendant cette étape. Ensuite, quand la profondeur de la fissure principale atteint une certaine valeur (environ 0,6-0,8mm), la propagation en surface démarre. Une deuxième étape commence avec une propagation simultanée en profondeur et en surface. La fissure se propage alors dans toute la section de la pièce en prenant une forme semi-elliptique (cf. Fig.II-53).

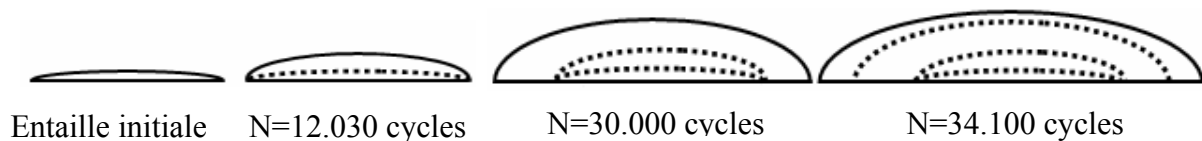


Fig.II-53: Scénario de propagation

## **2.5. Conclusions**

L'étude de la propagation d'une fissure par fatigue thermique a nécessité le développement d'un dispositif expérimental. Celui-ci avait pour but de construire une base de données expérimentale. Afin de simplifier le problème, nous avons décidé de travailler avec une géométrie parallélépipédique simple.

Grâce à l'étude bibliographique effectuée au préalable, un cahier des charges a été défini pour la conception du montage d'essai. Un calcul de pré-dimensionnement basé sur des essais préliminaires et la méthode des éléments finis nous a amené à utiliser un refroidissement symétrique à l'eau, qui permet d'avoir, par le calcul numérique, un facteur d'intensité de contraintes suffisant pour la propagation.

Un essai de faisabilité a alors permis de choisir les paramètres d'essai ( $T_{\text{consigne}}$ ,  $T_{\text{max}}$ ,  $T_{\text{min}}$ ,  $P$ ). Des problèmes techniques ont été détectés et corrigés afin d'assurer le fonctionnement du banc d'essai. L'essai de faisabilité a été poursuivi jusqu'à l'observation nette d'une propagation de l'entaille initiale en surface. L'observation du faciès de rupture a montré également une importante propagation en profondeur. Cependant, aucun marquage du front de fissure le long de la propagation n'étant possible, différents essais seront réalisés pour l'étude de propagation.

Les résultats expérimentaux obtenus sont assez reproductibles et riches d'informations. Ils nous permettent de mettre en évidence le scénario de propagation des entailles semi-circulaires. La propagation débute au cœur de l'entaille tandis que la propagation en surface reste nulle. Puis, la deuxième étape de propagation commence avec à la fois une propagation en profondeur et en surface tout en conservant une forme semi-elliptique.

Nous disposons désormais d'une base de données sur la propagation par fatigue thermique d'une entaille préexistante. Ces résultats seront utilisés par la suite à des fins de comparaison avec les calculs numérique et analytique qui seront mis en place.

## CHAPITRE III :

# Modélisation numérique de la propagation de fissure par fatigue thermique





## SOMMAIRE DU CHAPITRE III

1. Introduction .....	136
2. Analyse des besoins et conception .....	136
2.1. Difficultés techniques en modélisation de la propagation de fissures de fatigue par MEF .....	136
2.2. Choix des outils .....	138
2.3. Conception du programme .....	140
2.4. Cycle de développement .....	142
3. Développement du programme .....	143
3.1. Présentation du matériel utilisé– Cluster .....	143
3.2. Mise en place du programme .....	144
3.2.1. Schématisation du problème .....	144
3.2.2. Représentation d'une fissure macroscopique 2D de forme quelconque dans le modèle éléments finis .....	146
3.2.3. Maillage adaptatif pour la modélisation de la propagation de fissure .....	148
3.2.4. Construction du front de fissure .....	162
4. Prédiction numérique de la propagation de fissure .....	163
4.1. Simulation de l'évolution du front de fissure .....	164
4.2. Prédiction de la cinétique de fissuration .....	168
5. Conclusions .....	172



## LISTE DES FIGURES, TABLEAUX ET EQUATIONS

Fig.III-1 : Propagation de fissure par MEF du point de vue technique.....	137
Fig.III-2 : ABAQUS/CAE avec possibilité de personnalisation.....	139
Fig.III-3 : Les composants principaux du programme informatique à développer.....	141
Fig.III-4 : Cluster du LMPM.....	143
Fig.III-5: Rappel de la géométrie de l'éprouvette expérimentale.....	144
Fig.III-6: Conditions aux limites mécaniques pour le modèle éléments finis.....	145
Fig.III-7: Conditions aux limites thermiques pour le modèle éléments finis.....	146
Fig.III-8: Définition du front de fissure par une fonction Spline.....	147
Fig.III-9: Création de différents Splines pour faciliter le maillage concentrique.....	148
Fig.III-10: Maillage de type I utilisé pour l'étude de la propagation de fissure.....	149
Fig.III-11: FIC en mode I d'un point P sur le front de fissure pour différent contours.....	151
Fig.III-12: Dispersion $\xi^{pic}$ du maillage de type I le long du front de fissure elliptique a=1mm, c=3mm.....	152
Fig.III-13: Comparaison de la dispersion $\xi^{pic}$ le long du front de fissure semi elliptique : éléments linéaires C3D8T et quadratiques C3D20T – Maillage de type I avec a=1mm, c=3mm .....	153
Fig.III-14: Comparaison de l'évolution de $K_I^{max}$ le long du front de fissure semi elliptique: éléments linéaires C3D8T et quadratiques C3D20T – Maillage de type I avec a=1mm, c=3mm .....	154
Fig.III-15: Non convergence de l'évaluation du FIC avec le maillage de type I pour des fissures semi elliptiques de faible profondeur.....	155
Fig.III-16: Visualisation des contours choisis par ABAQUS sur le maillage de type I pour l'évaluation du FIC.....	156

Fig.III-17: Maillage de type II pour une fissure elliptique avec $a=1\text{mm}$ et $c=3\text{mm}$ .....	157
Fig.III-18: Visualisation des contours choisis par ABAQUS sur le maillage de type II pour l'évaluation du FIC .....	157
Fig.III-19: Répartition de la dispersion $\xi^{pic}$ avec le maillage II le long du front d'une fissure elliptique très allongée ( $a=0,1\text{mm}$ et $c=2,23\text{mm}$ ) .....	158
Fig.III-20: Processus de remaillage automatique.....	160
Fig.III-21: Exemple de maillages adaptatifs générés automatiquement .....	161
Fig.III-22: Comparaison de l'évolution du FIC entre deux points: près du bord ( $z/c=0,976$ ) et près du cœur ( $z/c=0,035$ ) – fissure semi-elliptique $a=1\text{mm}$ et $c=3\text{mm}$ .....	162
Fig.III-23: Problème numérique créé par une fissure semi circulaire très allongée .....	164
Fig.III-24: Simulation numérique de la propagation par choc thermique répété d'une fissure 2D avec une forme initiale semi elliptique ( $a_0=0,1\text{mm}$ et $c_0=2,23\text{mm}$ ).....	165
Fig.III-25: Evolution de la répartition de $K_I^{\max}$ numérique le long du front de fissure durant la fissuration jusqu'à $a=0,99\text{mm}$ .....	165
Fig.III-26: Evolution de la répartition de $K_I^{\max}$ numérique le long du front de fissure durant la fissuration $0,99\text{mm} \leq a \leq 1,9\text{mm}$ .....	166
Fig.III-27: Comparaison de profils numériques avec des formes semi-elliptique .....	167
Fig.III-28: Comparaison expérimental – numérique de la forme de fissure .....	167
Fig.III-29: Comparaison expérimental – numérique de l'évolution du rapport profondeur sur largeur $a/c$ .....	168
Fig.III-30: Comparaison expérimental - numérique de l'avancée moyenne en surface $\Delta c_m$ en fonction du nombre de cycles.....	169
Fig.III-31: Comparaison expérimental – numérique de l'avancée de fissure en profondeur en fonction de nombre de cycles.....	170

Fig.III-32: Comparaison expérimental - numérique de la propagation en surface après correction du nombre de cycles numérique.....	171
Fig.III-33: Comparaison expérimental – numérique de la propagation en profondeur après correction de nombre de cycles numérique.....	171
Tab.III-1 : Caractéristiques techniques du cluster du LMPM.....	144
Equa.III- 1 .....	163



## 1. Introduction

Pour modéliser la propagation de l'entaille par fatigue thermique, nous avons choisi, dans un premier temps, une approche numérique utilisant la méthode des éléments finis (MEF). Cependant, l'analyse bibliographique nous a montré que l'étude numérique par MEF a un certain nombre d'inconvénients. La résolution de notre problème nécessitera des hypothèses simplificatrices, afin que le développement d'outils adaptés.

Ainsi, le début de ce chapitre est dédié à une présentation brève de la conception et du développement d'un programme informatique, permettant de modéliser de manière automatique par MEF la propagation d'une fissure plane de forme quelconque par fatigue thermique. Dans la suite du chapitre, ce programme sera utilisé pour notre problème. Enfin, une confrontation de la prédiction numérique et des résultats expérimentaux du chapitre II sera réalisée.

## 2. Analyse des besoins et conception

### ***2.1. Difficultés techniques en modélisation de la propagation de fissures de fatigue par MEF***

Bien que déjà relatée dans le premier chapitre de ce manuscrit, nous allons considérer ici la procédure de modélisation de propagation de fissures de fatigue par MEF du point de vue technique. Cette étape va nous permettre de définir le cahier des charges de notre programme informatique. Une procédure classique de propagation par MEF peut être schématisée dans la Fig.III-1.



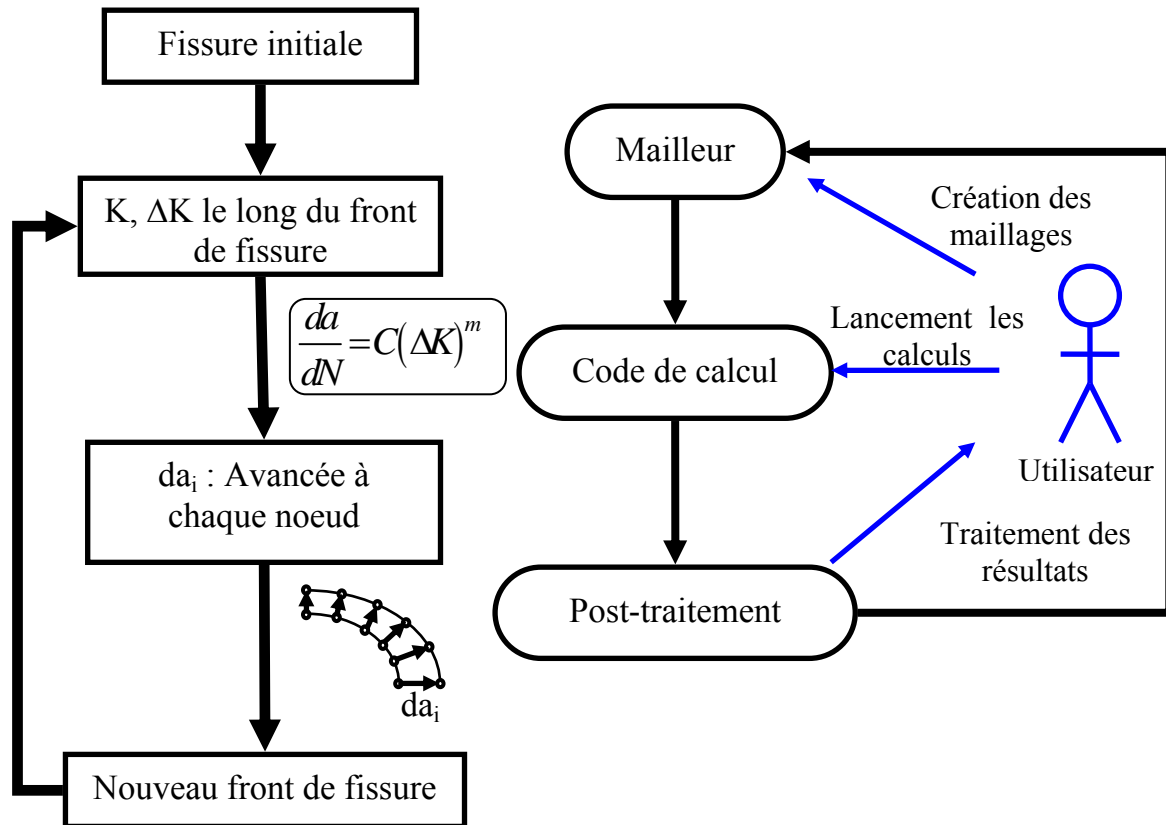


Fig.III-1 : Propagation de fissure par MEF du point de vue technique

L'utilisateur doit tout d'abord mailler la géométrie de l'éprouvette et la fissure initiale considérée. A la fin de cette étape, des fichiers d'entrée sont écrits.

L'utilisateur lance alors une procédure de prétraitement sur les fichiers d'entrée afin de vérifier les informations sur le maillage, le comportement du matériau, les conditions aux limites et les chargements... Les fichiers d'entrée sont ensuite saisis dans le code de calcul. A la fin du calcul, l'utilisateur récupère les fichiers de sortie pour le post-traitement.

Au travers du module de post-traitement, l'utilisateur récupère le facteur d'intensité de contraintes  $K$  sur tous les nœuds du front de fissure. Il peut donc déduire l'amplitude  $\Delta K$  correspondant au cycle de fatigue. Puis, un incrément d'avancée de la fissure  $da_{max}$  est choisi à l'endroit où l'amplitude  $\Delta K$  est maximale. Grâce à la loi de Paris, le nombre de cycles  $dN$  associé à la valeur  $da_{max}$  choisie peut être calculé. Cette même loi de Paris permet également de déterminer l'avancée de fissure  $da_i$  en chaque nœud du front de fissure. On considère que cette avancée est perpendiculaire à la tangente locale au front de fissure. Un nouveau front de fissure est ainsi obtenu, nécessitant un nouveau maillage adapté.

L'ensemble de ces opérations est répété autant de fois que nécessaire jusqu'à aboutir à une fissure dont les dimensions atteignent les valeurs critiques fixées au préalable. Toutes ces étapes doivent être effectuées manuellement avec les outils à notre disposition.

De plus, pour avoir une bonne valeur de  $K$ , le maillage doit être très raffiné à proximité du front de fissure. En outre, une bonne prédiction de la cinétique de propagation requiert une avancée maximale  $da_{max}$  petite. Ces dernières remarques conduisent à alourdir le processus en temps et en nombre d'itérations.

Les difficultés techniques rencontrées définissent alors le cahier des charges du programme informatique à mettre en place, à savoir :

- A partir de la géométrie de l'éprouvette et de l'entaille initiale, réalisation d'un maillage approprié pour une bonne évaluation du facteur d'intensité de contraintes  $K$ . Définition des conditions aux limites, des conditions initiales, des chargements... Lancement automatique du calcul pour avoir  $K$  le long du front de fissure.
- Obtention de  $K$  sur tous les nœuds du front de fissure. Puis construction du nouveau front de fissure en utilisant la loi de propagation pour  $da_{max}$  fixé.
- Réalisation du maillage adapté au nouveau front de fissure. Contrôle de la qualité du maillage.
- Itération de toutes ces étapes pour modéliser la propagation de fissure par fatigue jusqu'à atteindre une condition fixée au préalable par l'utilisateur.

## **2.2. Choix des outils**

Le code de calcul éléments finis ABAQUS a montré son efficacité dans une approche analogue à travers les travaux récents de Courtin [15]. De plus, ABAQUS est largement utilisé dans les milieux universitaires ainsi que pour les industries automobiles et aéronautiques. C'est pour ces raisons que nous avons choisi ABAQUS comme outil de base de cette étude.

La question se pose maintenant de choisir un logiciel de maillage et de post-traitement approprié. Parmi les candidatures potentielles, nous avons choisi ABAQUS/CAE pour deux raisons principales. Premièrement, ABAQUS/CAE comporte, à la fois, les modules de maillage et de post-traitement. Deuxièmement, ABAQUS/CAE a une extension nommée Interface en Script pour ABAQUS (ISA). Cette extension permet de personnaliser ABAQUS/CAE selon nos besoins (cf. Fig.III-2)

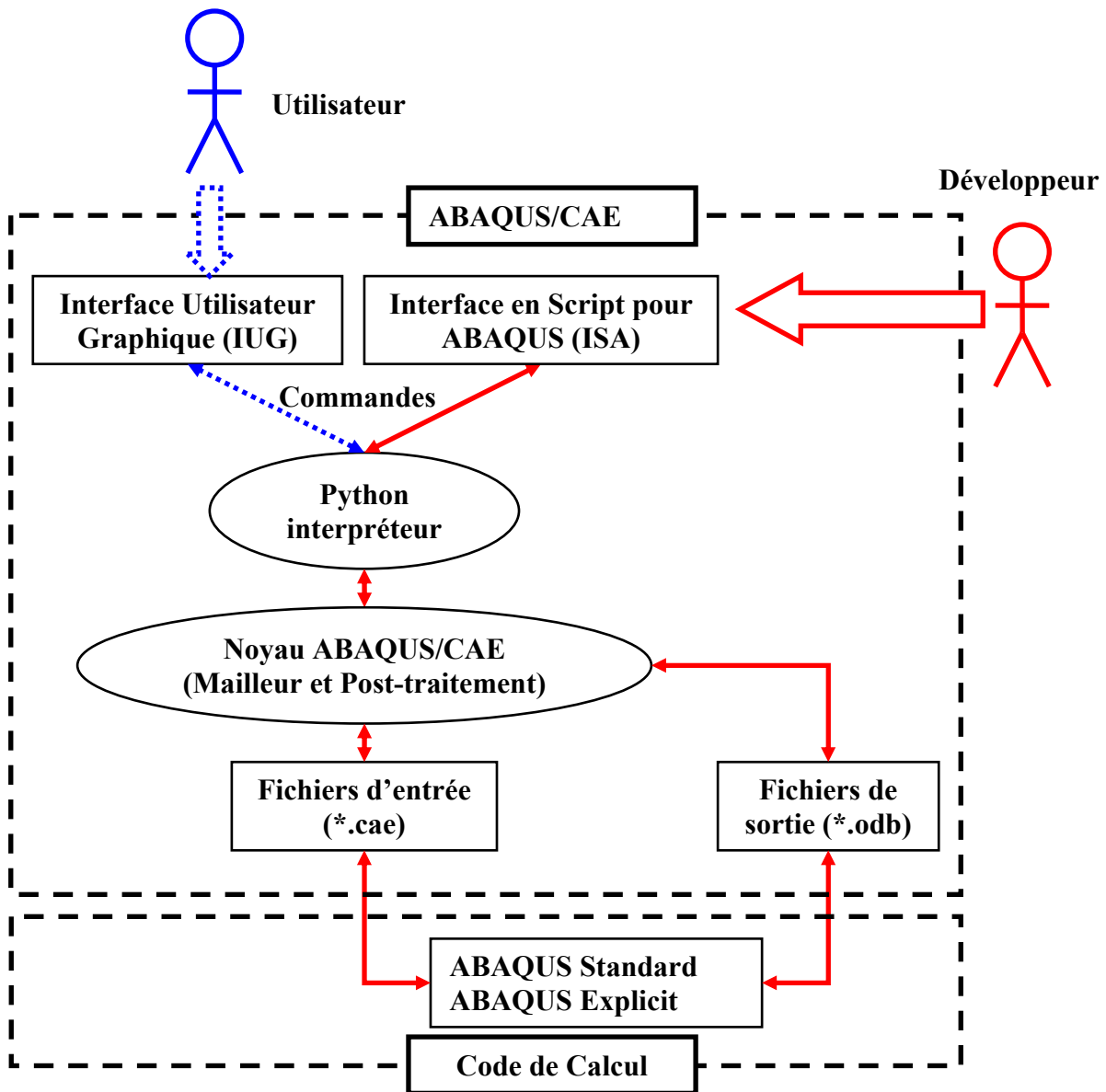


Fig.III-2 : ABAQUS/CAE avec possibilité de personnalisation

L'utilisateur crée des maillages et donc le modèle à travers une Interface Utilisateur Graphique (IUG). L'interaction entre l'IUG et le noyau ABAQUS/CAE, illustrée par les flèches pointillées, est très restreinte au niveau de l'accès et de fonctionnalités. L'utilisateur de l'IUG doit se contenter de tâches fondamentales.

L'Interface en Script pour ABAQUS (ISA) est une extension en langage de programmation orientée objet Python. Elle nous fournit, en tant que développeur, une forte interaction avec le noyau ABAQUS/CAE. Les fichiers source contenant les commandes de l'ISA s'appellent des scripts, nous permettant de réaliser les tâches suivantes:

- Automatisation des actions répétitives
- Créations et modification des fichiers d'entrée du modèle (\*.cae )
- Lancement, gestion et suivi des calculs
- Récupération et modification des fichiers de sorties (\*.odb) afin de ne conserver que les paramètres utiles pour le problème considéré.
- Réalisation d'études paramétriques

Ainsi, le choix d'ABAQUS/CAE s'avère adéquat vis-à-vis de notre cahier des charges.

### **2.3. Conception du programme**

Le choix des outils ainsi que le cahier de charges ont finalement conduit à une architecture de programme informatique schématisée dans la Fig.III-3. Le programme se compose de trois modules principaux : "Interface", "Modèle" et "Avancée".

La fonction du module "Interface" est, tout d'abord, la communication entre le programme et l'utilisateur. Il permet de définir la géométrie de l'entaille initiale ainsi que les autres paramètres nécessaires à l'analyse. Ensuite, quand l'analyse démarre, il gère l'interaction entre les différents modules. Au cours de l'analyse, "Interface" surveille le fonctionnement de chaque module, les paramètres... et enregistre ces informations si nécessaire.

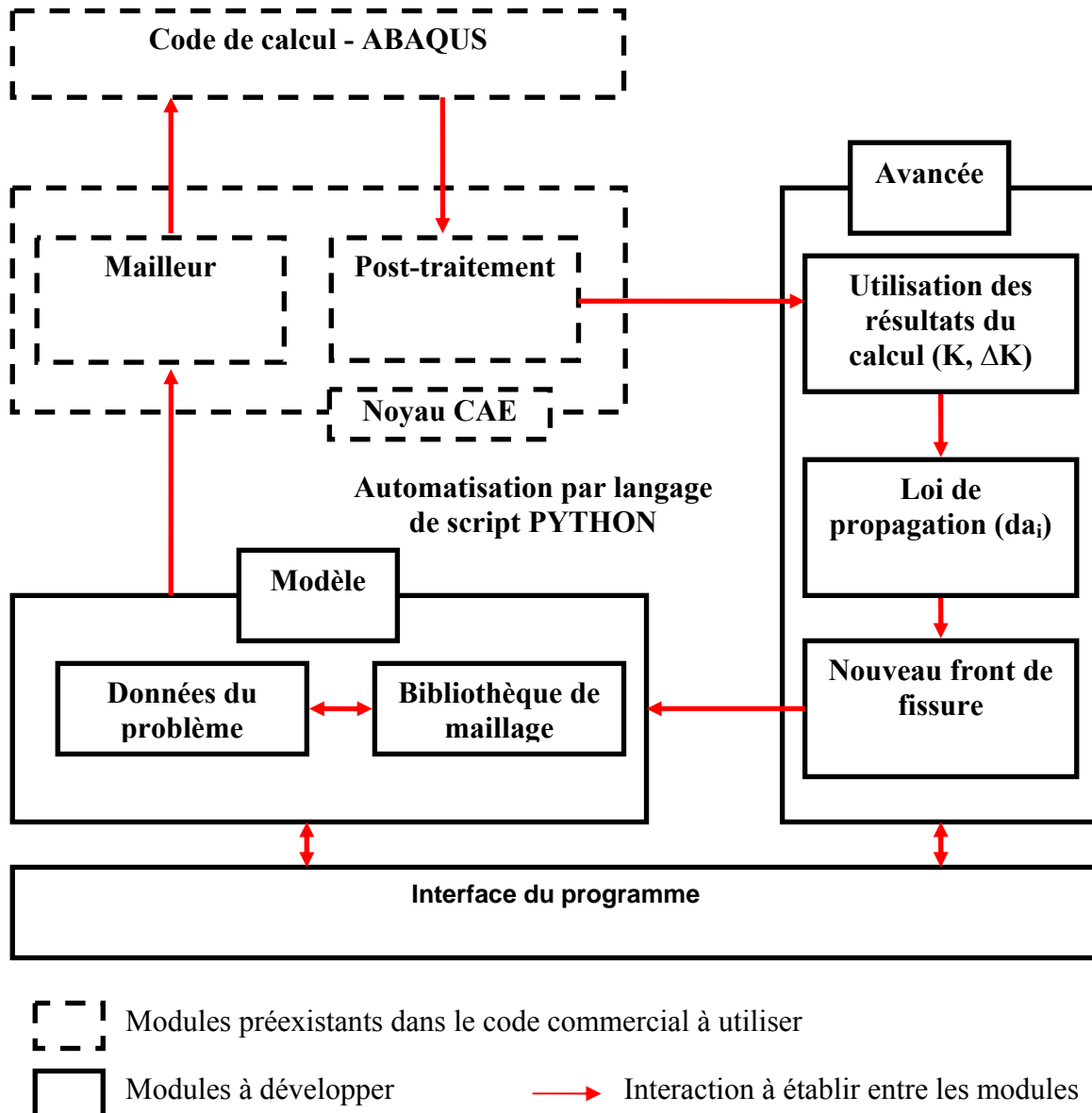


Fig.III-3 : Les composants principaux du programme informatique à développer

Le module "Modèle" se compose de plusieurs sous modules, qui permettent de réaliser le modèle éléments finis à partir des données du problème fournies par l'utilisateur au travers de l'Interface. La tâche la plus importante de ce module est de créer les maillages adaptatifs de manière automatique. La stratégie utilisée est la suivante : pour créer le maillage à partir d'une géométrie complexe, il faut créer des partitions afin de transformer la géométrie complexe en un ensemble de géométries plus simples. La géométrie partitionnée et donc simplifiée peut alors être maillée en utilisant le mailleur ABAQUS/CAE. Nous créons ainsi une bibliothèque de maillages contenant des partitions adaptées pour créer certains types du maillage pour certaines géométries de structure et de fissure. Une fois que le modèle éléments finis est réalisé, le calcul est lancé dans ABAQUS.

Le module "Avancée", quant à lui, récupère les fichiers de sortie \*.odb à la fin du calcul ABAQUS. Il effectue les traitements nécessaires afin de récupérer les coordonnées des nœuds du front de fissure ainsi que les valeurs du facteur d'intensité de contraintes sur ces mêmes nœuds. A partir de ces données, en utilisant la loi de propagation retenue, le nouveau front de fissure est construit.

Ce nouveau front de fissure est introduit dans module "Modèle" et la procédure se répète. Parfois, la propagation de fissure peut aboutir à une configuration ne correspondant pas à la bibliothèque existante. Dans ce cas, il suffit d'ajouter de nouvelles partitions à la bibliothèque pour réaliser un nouveau maillage plus adapté et la simulation de propagation de fissure peut reprendre.

Ainsi, la phase de conception nous a permis de prévoir les composants nécessaires de notre programme afin de répondre aux spécifications du cahier des charges. Une bonne conception permet de réduire les erreurs du logiciel et augmenter le taux de réutilisation des modules et des sous modules. Par exemple, le module "Avancée" est construit pour notre cas d'étude : une éprouvette parallélépipédique sous choc thermique. Mais nous pourrions le réutiliser dans une autre configuration (par exemple l'analyse de propagation de fissure d'une éprouvette CT par chargement mécanique) en effectuant des modifications nécessaires.

## **2.4. Cycle de développement**

Le cycle de développement est la façon d'organiser et de planifier la réalisation du programme informatique. Il nous permet donc de réduire le temps de développement et d'augmenter la fiabilité du programme. Nous avons décidé de choisir un cycle de développement en cascade. À partir de l'architecture conçue pendant la phase de conception, nous commençons par coder chaque module. Les modules construits sont testés séparément afin de s'assurer de leur fonctionnement. Le test effectué sur l'assemblage final permet finalement de valider le programme dans son ensemble.

La partie suivante de ce manuscrit va décrire le développement du programme de manière générale en insistant sur la technique de modélisation par éléments finis utilisée pour

résoudre notre problème physique. Le développement, du point de vue technique informatique et programmation, ne sera pas abordé dans ce manuscrit.

### 3. Développement du programme

#### 3.1. Présentation du matériel utilisé – Cluster

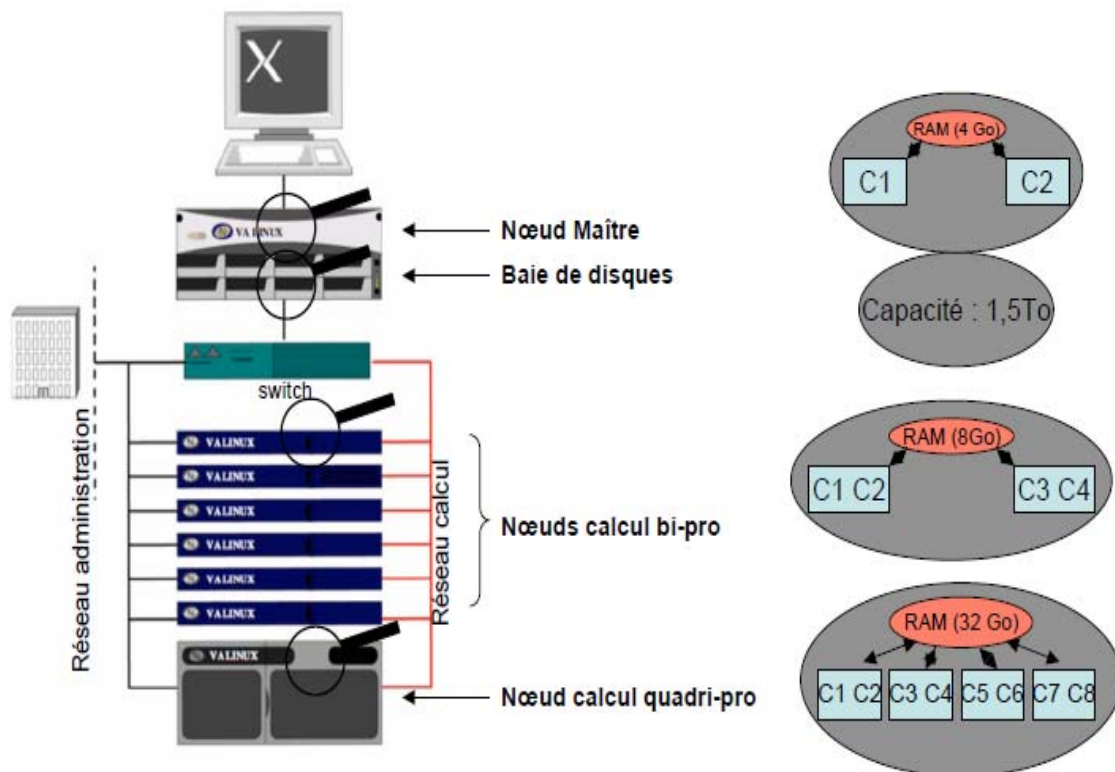


Fig.III-4 : Cluster du LMPM

Le dispositif utilisé pour le travail de développement numérique est le Cluster du LMPM (cf. Fig.III-4). Le nœud maître est dédié à l'administration générale du cluster. Pour le développement numérique, Il y a 7 nœuds Bi-pro et 2 nœuds Quadri-pro (cf. Tab.III-1). Le développement de notre programme informatique a été effectué sur les nœuds Bi-pro. Le calcul final, quant à lui, s'est déroulé sur les nœuds Quadri-pro en utilisant 8 processeurs et 10 Go de mémoire vive à chaque avancée.

Nœud de calcul	Nombre de noeuds	Type de processeurs	Nombre de processeurs physiques (par nœud)	Processeur effectif (par nœud)	Mémoire vive (RAM) (par nœud)
Maître	1	Opteron Single Core 2,6 Ghz	2	2	4Go
Bi-pro	7	Opteron Dual Core 2,2 Ghz	2	4	8Go
Quadri-pro	2	Opteron Dual Core 2,2 Ghz	2	8	32Go

Tab.III-1 : Caractéristiques techniques du cluster du LMPM

### 3.2. Mise en place du programme

#### 3.2.1. Schématisation du problème

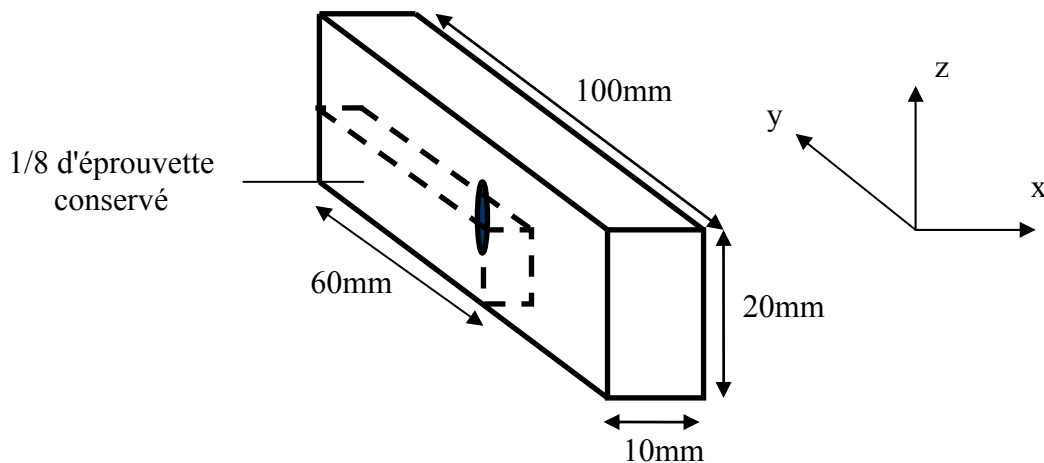


Fig.III-5: Rappel de la géométrie de l'éprouvette expérimentale

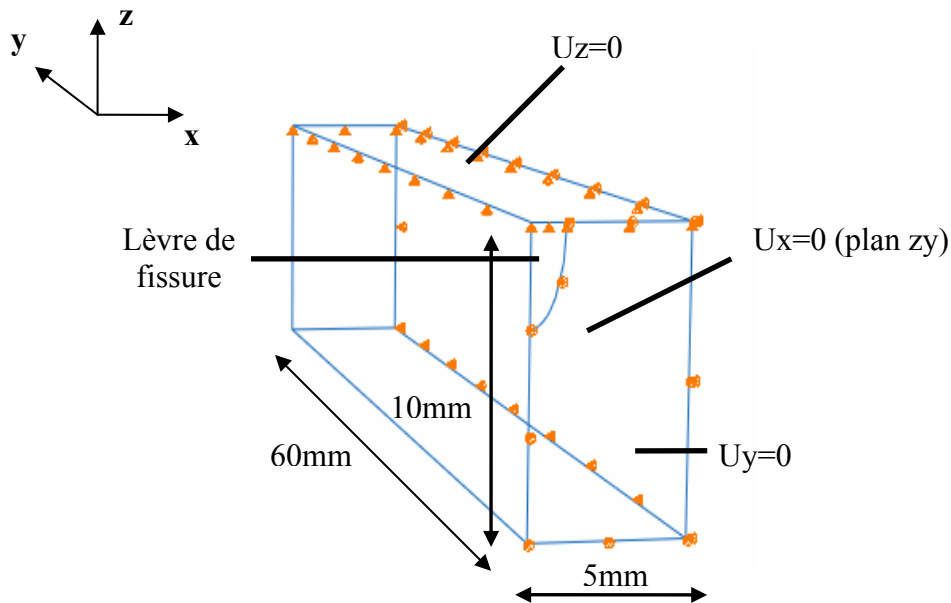
L'étude expérimentale a montré la complexité de notre étude. Afin de faciliter le développement et la validation du calcul numérique, les hypothèses suivantes ont été prises :

- Les deux entailles initiales sur chaque côté de l'éprouvette sont identiques. Le refroidissement est parfaitement symétrique.
- La hauteur de l'éprouvette étant grande et l'entaille étant proche du milieu de l'éprouvette, nous avons aussi une symétrie dans le plan de fissure.
- Le phénomène de multi fissuration est ignoré.



Ainsi, toutes ces hypothèses nous permettent de modéliser seulement un huitième de l'éprouvette (cf. Fig.III-5). Puisque la hauteur (suivant  $y$ ) de l'éprouvette est grande devant les autres dimensions, elle a peu d'influence sur les résultats de calcul. Nous fixons donc la hauteur à 60mm. Les autres dimensions suivant  $x$  et  $z$  sont respectivement 5mm et 10mm.

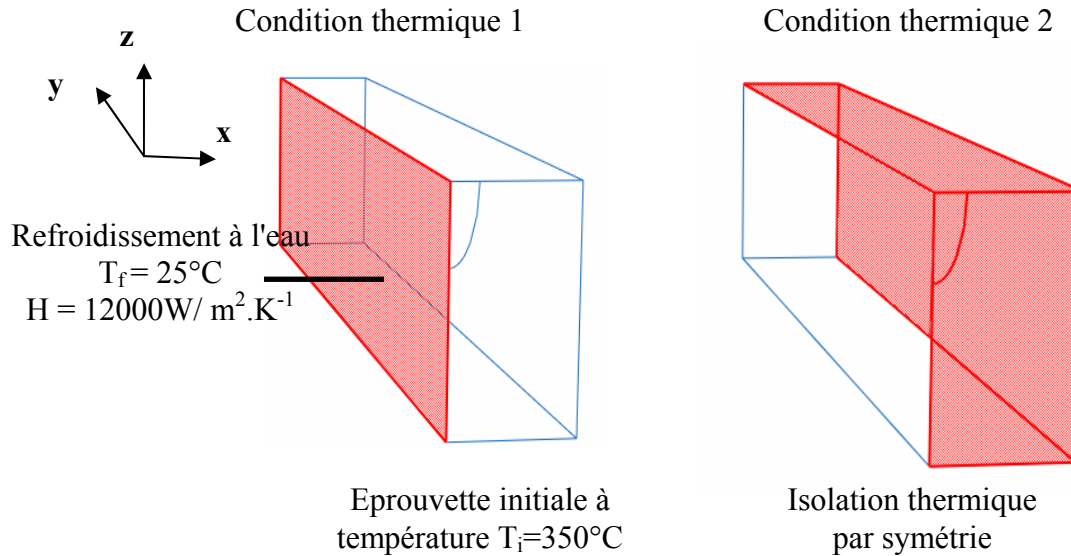
Dans notre étude, l'éprouvette est libre de se dilater et de se contracter. Nous ne bloquons que le mouvement de solide de l'éprouvette. Les conditions aux limites mécaniques sont présentées dans la Fig.III-6. Nous bloquons le déplacement suivant  $z$  dans le plan de symétrie  $xy$ , le déplacement suivant  $x$  dans le plan de symétrie  $zy$  et le déplacement suivant  $y$  dans le plan de fissure sauf au niveau de la lèvres de fissure. Avec ces conditions de symétrie, le mouvement de solide de l'éprouvette est bien entendu empêché.



**Fig.III-6: Conditions aux limites mécaniques pour le modèle éléments finis**

Les conditions aux limites thermiques imposées à l'éprouvette sont présentées sur la Fig.III-7. L'éprouvette est initialement à une température homogène  $T_i=350^\circ\text{C}$ . A l'instant  $t=0$ , la surface avant extérieure est refroidie uniformément à l'eau à une température  $T_f=25^\circ\text{C}$  avec un coefficient d'échange thermique  $H=12000\text{W/m}^2\cdot\text{K}^{-1}$  (Condition thermique 1).

Les surfaces de symétrie mécanique sont aussi symétriques en thermique: elles sont alors isolées thermiquement. Dans un premier temps, nous considérons que la lèvres de fissure ne subit pas le refroidissement. Elle est donc, elle-aussi, en isolation thermique (Condition thermique 2).



**Fig.III-7: Conditions aux limites thermiques pour le modèle éléments finis**

Nous supposons un comportement élastique linéaire avec des propriétés thermiques et mécaniques indépendantes de la température. L'analyse sera effectuée par un calcul transitoire couplé thermique/mécanique. L'incrément de temps est choisi automatiquement par ABAQUS avec comme contrainte une variation maximale de température  $\Delta\theta_{\max}$  entre deux incréments consécutifs, fixée par l'utilisateur. Nous retenons ici  $\Delta\theta_{\max} = 100^\circ\text{C}$ . Le mot clé utilisé dans ABAQUS est alors *\*Coupled Temperature-Displacement, creep=None, deltmx=100*.

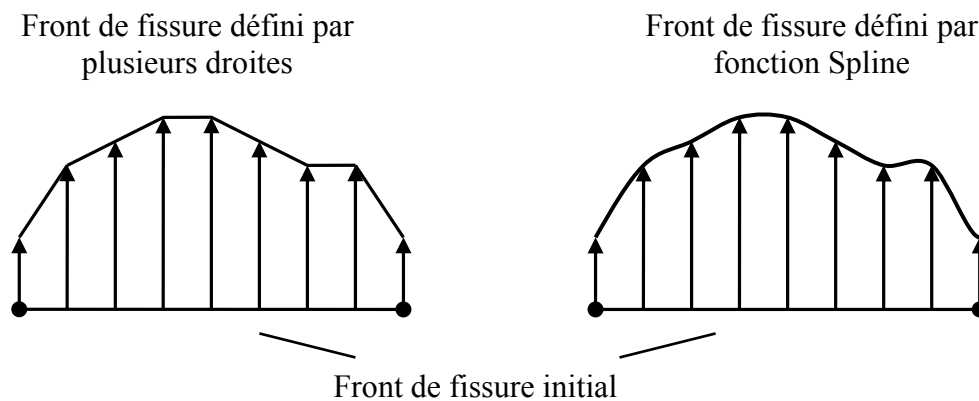
Nous considérons que chaque cycle est un choc thermique, ce qui signifie que la nature de notre calcul correspond à un choc thermique répété. Un calcul en cyclage thermique n'a pas pu être réalisé à cause du coût de calcul. Nous cherchons uniquement le facteur d'intensité de contraintes maximal  $K_I^{\max}$  qui est obtenu pendant le choc froid. Nous considérons aussi qu'à la fin du réchauffement, toute l'éprouvette reprend la température initiale.

### 3.2.2. Représentation d'une fissure macroscopique 2D de forme quelconque dans le modèle éléments finis

Pour les fissures macroscopiques 2D de forme simple comme des fissures semi-circulaires, semi-elliptiques ou des fissures droites ..., il suffit de deux points pour définir le front de fissure. Maintenant, imaginons une fissure initiale de forme simple et un calcul du facteur d'intensité de contraintes sur tous les nœuds du front de fissure. L'utilisation de la loi

de Paris nous permet de déterminer le nouveau front de fissure. Cependant, pour un chargement et une géométrie de l'éprouvette donnés, il est évident que le nouveau front de fissure peut prendre une forme quelconque. La ligne représentant le front de fissure n'est alors plus simplement définie par deux points mais par plusieurs.

Si nous relient deux nœuds voisins par une droite, le nouveau front de fissure sera "ondulé", ce qui peut créer des problèmes numériques. Afin d'éviter des problèmes numériques, il est possible d'utiliser une fonction Spline d'ordre 3 pour approximer le front de fissure [110]. Ainsi, le front de fissure est représenté par une ligne Spline qui passe par tous les points du front de fissure (cf.Fig.III-8).



**Fig.III-8: Définition du front de fissure par une fonction Spline**

Notons que le calcul du facteur d'intensité de contraintes dans ABAQUS, par une méthode énergétique utilisant le mot clé \*CONTOUR INTEGRAL, requiert des maillages concentriques autour du front de fissure. Afin de faciliter cette tâche, nous créons dans le plan de fissure des Splines analogues au front de fissure (cf.Fig.III-9). La ligne Spline 0 correspond au front de fissure considéré. Pour chaque point  $P$  du front de fissure, nous définissons un point  $P^{-1}$  et un point  $P^1$  tels que  $P^{-1}P^1$  soit perpendiculaire à la ligne Spline 0 en  $P$  et avec  $P^{-1}P = PP^1 = s$ , où  $s$  est la distance inter-Spline. L'ensemble des points  $P^{-1}$  et  $P^1$  définit respectivement les lignes Spline -1 et Spline 1, qui faciliteront grandement la création automatique du maillage adaptatif.

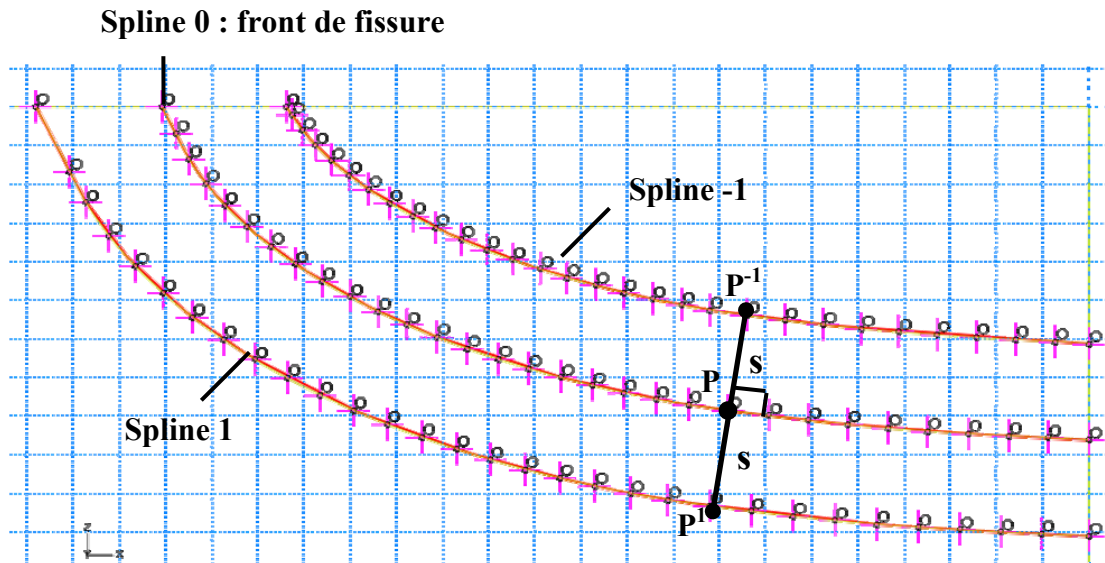


Fig.III-9: Création de différents Splines pour faciliter le maillage concentrique

### 3.2.3. Maillage adaptatif pour la modélisation de la propagation de fissure

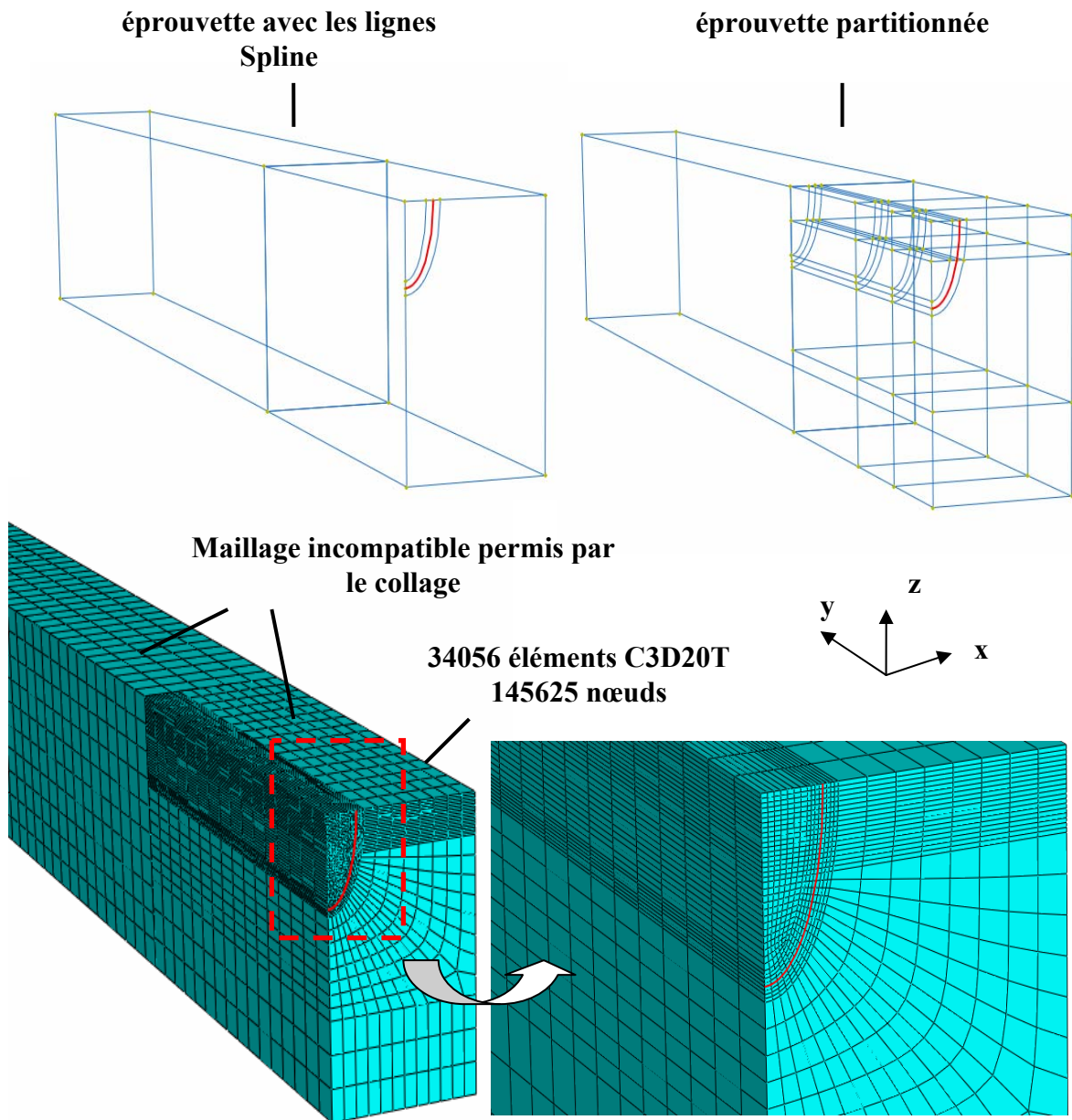
Les maillages utilisés doivent satisfaire les exigences suivantes:

- L'utilisation du mot clé \*CONTOUR INTEGRAL en 3D requiert des éléments hexaédriques et donc un maillage structuré.
- Les maillages doivent être concentriques et raffinés près du front de fissure pour assurer une bonne évaluation du facteur d'intensité de contraintes.
- Les maillages doivent être adaptés au changement de géométrie du front de fissure au cours de la propagation en tout assurant une bonne qualité de l'évaluation du facteur d'intensité de contraintes.
- Pour faciliter la tâche de programmation, plus le maillage est simple, plus il est apprécié.

#### 3.2.3.1. Etude du maillage

Dans un premier temps, nous avons essayé d'utiliser le maillage de type I présenté dans la Fig.III-10. Grâce aux lignes Spline -1 et Spline 1, nous avons pu créer dans le plan xz de fissure un maillage raffiné autour du front de fissure. Le maillage en y des éléments est encore

grossier malgré l'utilisation du collage (\*TIE). Cette technique permet de diminuer le coût de calcul sans perturber l'évaluation du valeur de facteur d'intensité de contraintes [15, 110].



**Fig.III-10: Maillage de type I utilisé pour l'étude de la propagation de fissure**

Le maillage de type I satisfait presque toutes les exigences définies auparavant. Il utilise des éléments hexaédriques et un maillage structuré. Il est raffiné autour du front de fissure et adapté à l'évolution du front de fissure. En plus, il est relativement simple à réaliser, ce qui permet de faciliter la programmation. Il faut maintenant vérifier s'il permet d'obtenir une bonne évaluation du facteur d'intensité de contraintes.

Pour s'en assurer, nous avons lancé, dans un premier temps, un calcul de choc thermique. Une fissure semi-elliptique de largeur  $2c=6\text{mm}$  et de profondeur  $a=1\text{mm}$  a été choisie pour débiter cette étape. Le calcul a été effectué en couplage mécanique - thermique avec des éléments C3D20T. La partie raffinée du maillage I contient donc 34056 éléments C3D20T soit 145625 nœuds. Le calcul du facteur d'intensité de contraintes est effectué à l'aide de la commande \*CONTOUR INTEGRAL sur huit contours différents.

L'évaluation de la qualité de maillage s'appuie sur une propriété de l'intégrale de contour J: elle doit être indépendante du contour. Pour un comportement élastique linéaire, K est proportionnel à J. Le facteur d'intensité de contraintes K devrait donc être indépendant du contour choisi.

Sachant que la valeur du FIC pour le premier contour est faussée [15, 110], nous traçons l'évolution du FIC en mode I,  $K_I$ , pour différents contours de 2 à 8 d'un point P se situant sur le front de fissure (cf. Fig.III-11). Nous retrouvons l'évolution caractéristique du choc thermique avec un pic  $K_I^{\max}$  un peu après le choc. Nous observons, en plus, une dispersion de la valeur de  $K_I^{\max}$  pour les différents contours considérés. Puisque nous nous intéressons tout particulièrement à la valeur de  $K_I^{\max}$ , nous définissons, la dispersion au pic  $\xi^{\text{pic}}$  comme étant l'écart relatif (en pourcentage) entre les valeurs maximale et minimale de  $K_I^{\max}$  sur les différents contours. Dans un cas idéal,  $K_I$  est indépendant de contour, donc  $\xi^{\text{pic}}=0\%$ . Ainsi, nous disposons, désormais, d'une grandeur permettant de quantifier la qualité du maillage réalisé pour le calcul de  $K_I$ .

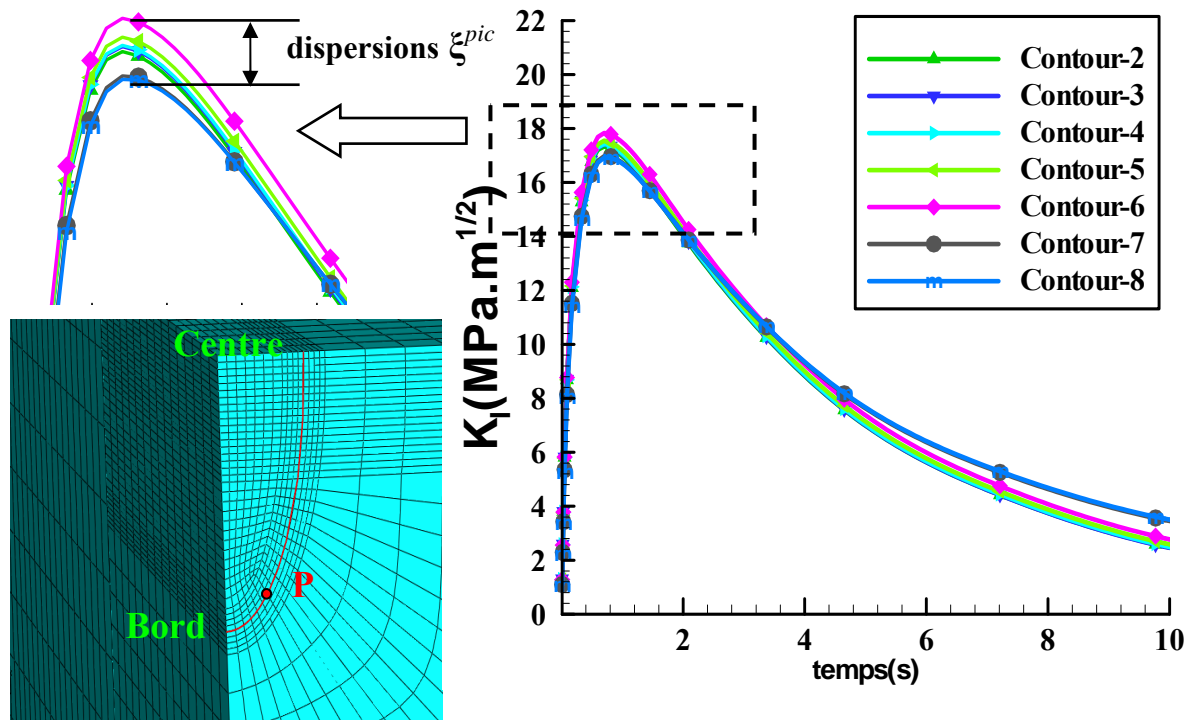


Fig.III-11: FIC en mode I d'un point P sur le front de fissure pour différents contours

La Fig.III-12 représente l'évolution de la dispersion  $\xi^{pic}$  en fonction de la position sur le front de fissure avec le maillage I pour  $a=1\text{mm}$ ,  $c=3\text{mm}$ . Au cœur de la fissure ( $z/c=0$ ), une très bonne évaluation de  $K_I$  est remarquée avec  $\xi^{pic}=0,2\%$ . L'évaluation reste très bonne jusqu'à  $z/c=0,6$  sauf une dispersion remarquable pour  $z/c=0,45$ . Ensuite, quand on se rapproche du bord,  $\xi^{pic}$  augmente mais demeure inférieur à 10% (sauf pour  $z/c=0,7$ ). Notons que le point  $z/c=0,45$  correspond au raccord du maillage entre les parties de faible et forte courbures du front de fissure. Le point  $z/c=0,7$  est près d'une zone de maillage assez irrégulière (cf. Fig.III-12). Au bord libre ( $z/c=1$ ),  $\xi^{pic}$  est très supérieur à 100%. L'évaluation de  $K_I$  au bord est donc erronée, ce qui est en accord avec la littérature [15]. Globalement, le maillage I donne une bonne évaluation de  $K_I$  pour une fissure elliptique avec  $a=1\text{mm}$ ,  $c=3\text{mm}$ .



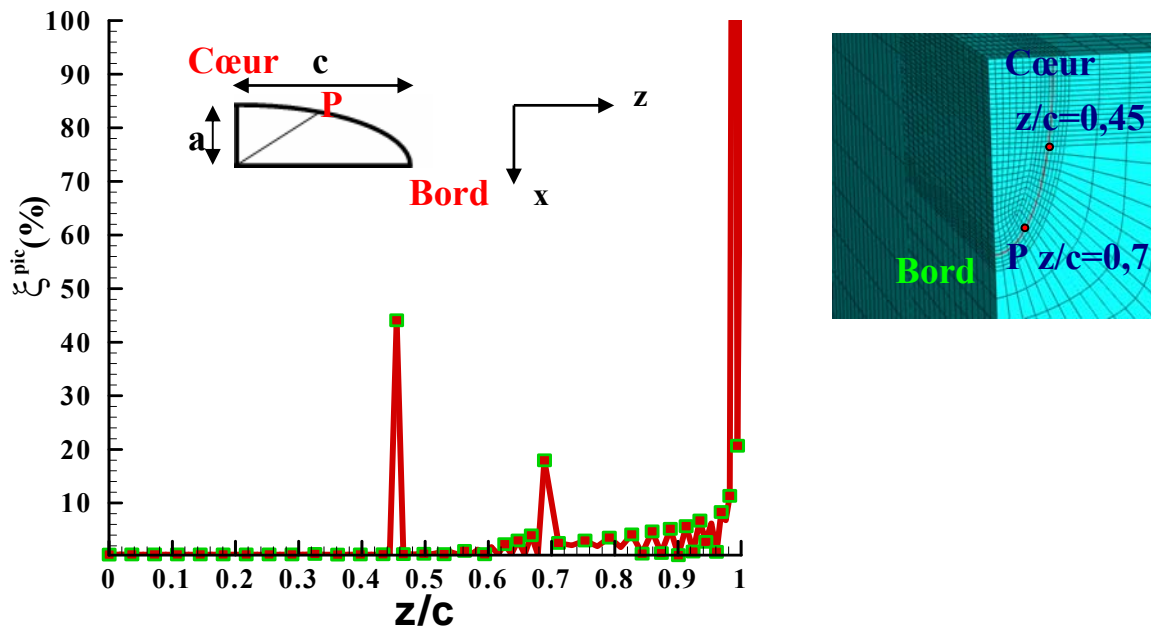


Fig.III-12: Dispersion  $\xi^{pic}$  du maillage de type I le long du front de fissure elliptique  $a=1\text{mm}$ ,  $c=3\text{mm}$

Un autre problème intervient également lors de l'évaluation de  $K_I$ : cinq heures de calcul sont nécessaires. L'analyse couplée thermique/mécanique tridimensionnelle avec des éléments C3D20T et un maillage raffiné est très longue. De plus, comme la modélisation de propagation de fissure par fatigue thermique nécessitera des centaines d'étapes de calcul comme celui-ci (soit par exemple  $5\text{h} \times 100 \text{ calculs} = 500\text{h}$ ), il est impératif de diminuer les temps de calcul. Pour cela, un deuxième calcul sur le même modèle a été lancé mais avec cette fois, des éléments linéaires C3D8T. La partie raffinée du maillage contient cette fois 34056 éléments C3D8T soit 37222 nœuds, ramenant la durée de calcul à moins de deux heures. Il nous reste à vérifier si les calculs effectués avec des éléments linéaires C3D8T donnent de bonnes évaluations de  $K_I$ . La Fig.III-13 compare les dispersions sur  $K_I^{\max}$  calculées avec des éléments linéaires et quadratiques. On vérifie que les dispersions  $\xi^{pic}$  sont du même l'ordre de grandeur avec les deux types d'éléments. Une plus grande stabilité de la dispersion est même observée près du bord avec les éléments linéaires.



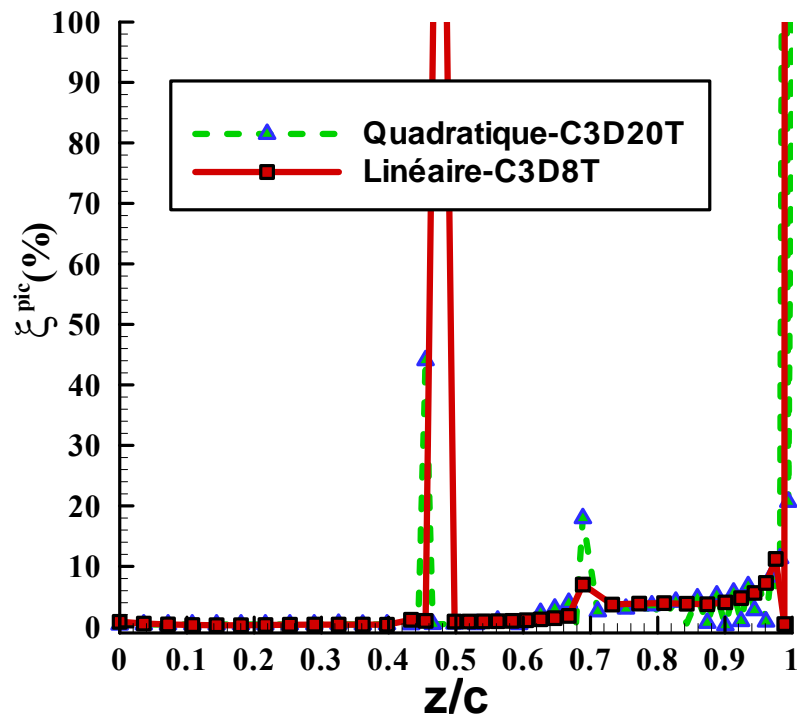


Fig.III-13: Comparaison de la dispersion  $\xi^{pic}$  le long du front de fissure semi elliptique : éléments linéaires C3D8T et quadratiques C3D20T – Maillage de type I avec  $a=1\text{mm}$ ,  $c=3\text{mm}$

Considérons, à présent, que la valeur du FIC est correcte pour le troisième contour. Nous traçons sur la Fig.III-14 les évolutions de  $K_I^{\max}$  le long du front de fissure semi elliptique pour les éléments C3D8T et C3D20T. Nous remarquons un très bon accord entre les deux profils de  $K_I^{\max}$ . Au bord ( $z/c=1$ ) et au centre ( $z/c=0$ ) de la fissure elliptique, les valeurs données par deux maillages sont différentes, mais comme elles sont généralement erronées, nous ne les prendrons de toute façon pas en compte par la suite pour la construction du nouveau front de fissure. Cette investigation nous permet, finalement de valider l'utilisation des éléments linéaires C3D8T pour l'évaluation du FIC dans notre configuration.

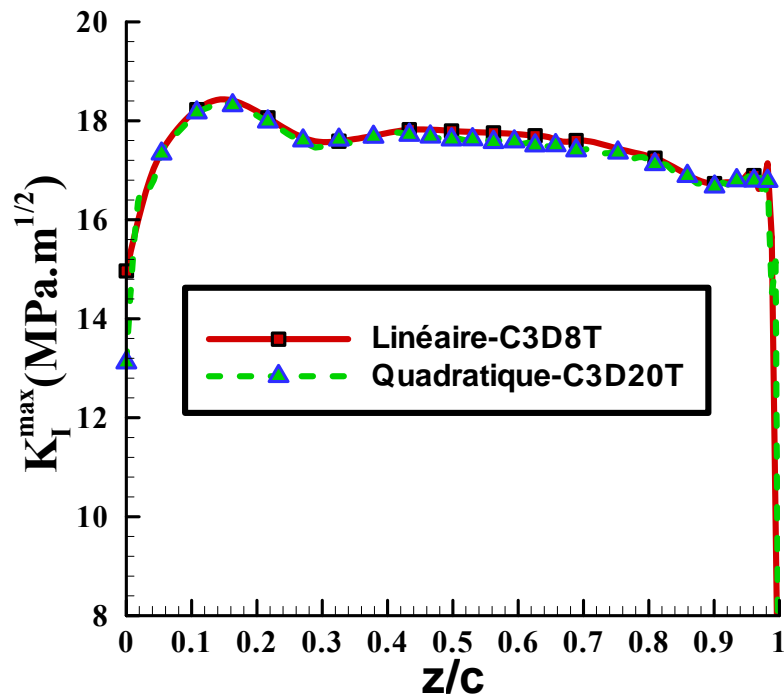


Fig.III-14: Comparaison de l'évolution de  $K_I^{\max}$  le long du front de fissure semi elliptique: éléments linéaires C3D8T et quadratiques C3D20T – Maillage de type I avec  $a=1\text{mm}$ ,  $c=3\text{mm}$

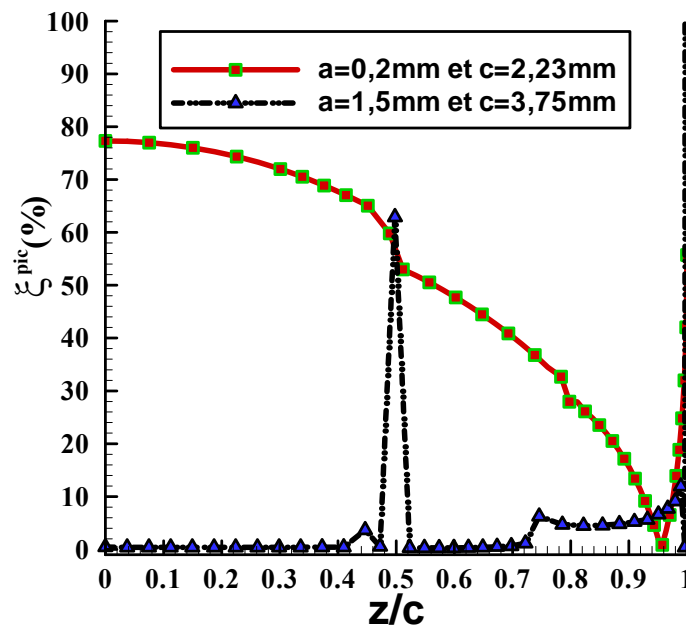
L'étude menée sur le maillage I nous conduit, à présent, à une dernière interrogation. Il s'agit de savoir si ce maillage est de qualité pour différentes géométries de fissure. Nous avons donc effectué des calculs avec deux autres géométries de fissure elliptique:

- $a=1,5\text{mm}$  et  $2c=7,5\text{mm}$
- $a=0,2\text{ mm}$  et  $2c=4,46\text{mm}$  très proche de la géométrie peu profonde et très allongée de l'entaille expérimentale.

Les évolutions correspondantes de  $\xi^{pic}$  sont données dans la Fig.III-15. La limite du maillage de type I est ainsi mise en évidence. Pour la fissure semi elliptique avec  $a=1,5\text{mm}$  et  $c=3,75\text{mm}$ , le calcul de  $K_I$  par le maillage de type I est convergent. Par contre, nous remarquons que pour la fissure semi elliptique très allongée  $a=0,2\text{mm}$  et  $c=2,23\text{mm}$ , la dispersion  $\xi^{pic}$  est très élevée. Le maillage de type I donne donc une évaluation divergente pour  $K_I$  avec des fissures peu profondes et très allongées.

Ainsi, afin de tenir compte de la géométrie de notre entaille initiale, nous n'avons pas d'autre choix que de créer un autre type de maillage plus complexe et plus raffiné que le

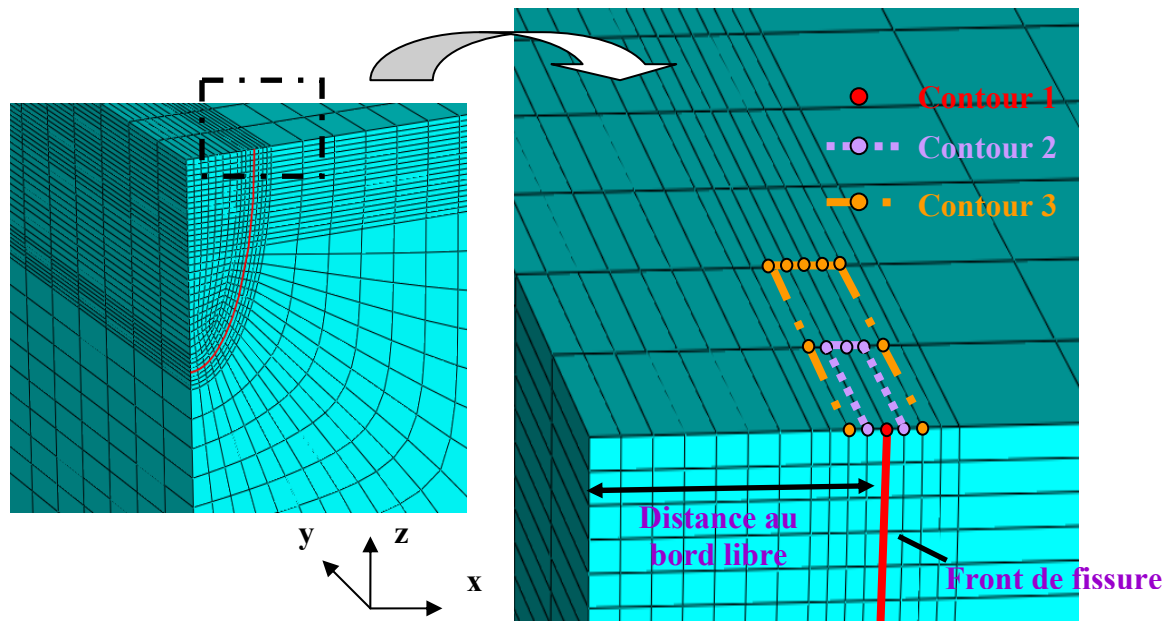
maillage I. Cependant, par sa simplicité et son coût relativement limité, le maillage I sera tout de même retenu pour l'analyse de propagation pour des fissures suffisamment profondes.



**Fig.III-15: Non convergence de l'évaluation du FIC avec le maillage de type I pour des fissures semi-elliptiques de faible profondeur**

Il est nécessaire, avant la création d'un nouveau type de maillage, de comprendre la raison de la défaillance du maillage de type I. Puisque le calcul de  $K_I$  dans ABAQUS est fait sur différents contours et que le choix du contour dépend fortement du maillage, une visualisation de ces différents contours choisis par ABAQUS sur le maillage de type I est utile.

La Fig.III-16 présente donc les contours choisis par ABAQUS autour du nœud situé au centre de la fissure. Le premier contour est le nœud considéré. Le fait que le contour 1 se réduit à un seul nœud explique les mauvais résultats donnés par le contour 1 comme nous l'avions annoncé précédemment. Ensuite, les contours se forment de manière concentrique autour du contour 1. Comme nous pouvons observer sur cette figure, les contours 2 et 3 sont très allongés dans la direction y. Le nombre de divisions du maillage entre le bord libre et la fissure étant constant, quand la fissure est peu profonde, la dimension des éléments suivant x devient vraiment très petite par rapport à celle suivant y.



**Fig.III-16: Visualisation des contours choisis par ABAQUS sur le maillage de type I pour l'évaluation du FIC**

Ainsi, le raffinement autour du front de fissure dans le plan de fissuration  $xz$  n'est pas suffisant pour avoir une bonne évaluation du FIC dans le cas d'une fissure peu profonde. Pour ces fissures, il est nécessaire de raffiner aussi le maillage dans la direction  $y$ . Ceci nous a amené à mettre en place un nouveau type de maillage, le maillage de type II (cf. Fig.III-17). Bien que le maillage de type II soit créé pour calculer le FIC avec des fissures peu profondes, nous le présentons dans la Fig.III-17 pour une fissure elliptique assez profonde ( $a=1\text{mm}$ ,  $c=3\text{mm}$ ) afin de rendre visible le maillage. Ce dernier est géométriquement plus complexe que le maillage de type I, mais nous permet d'avoir un raffinement du même l'ordre de grandeur suivant les trois directions de l'espace. Par conséquent, la visualisation des contours nous montre alors des contours concentriques plus réguliers (cf. Fig.III-18). Le maillage de type II comportant 61.051 nœuds contre 37.222 nœuds pour le type I, les calculs seront donc plus longs.

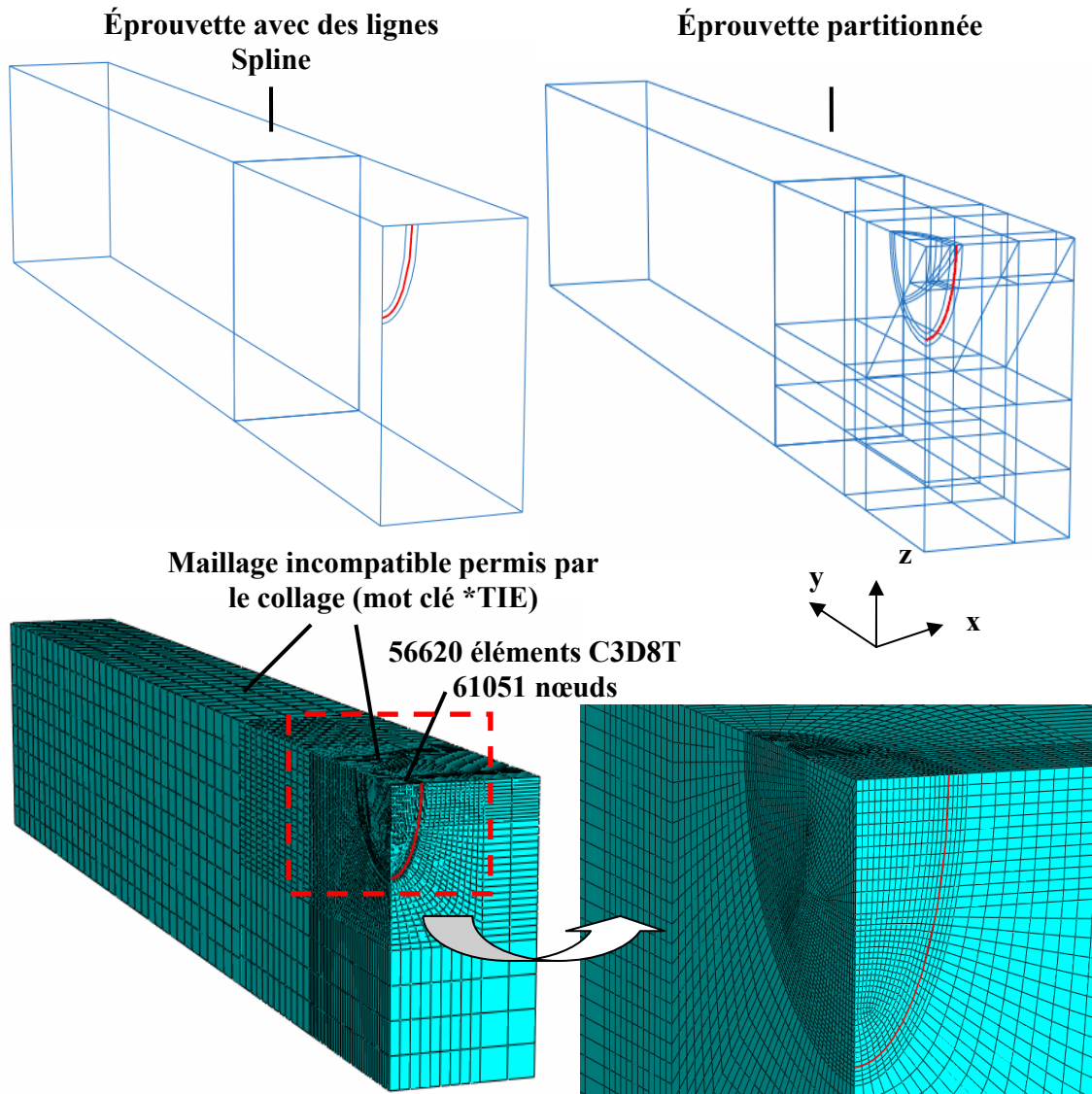


Fig.III-17: Maillage de type II pour une fissure elliptique avec  $a=1\text{mm}$  et  $c=3\text{mm}$

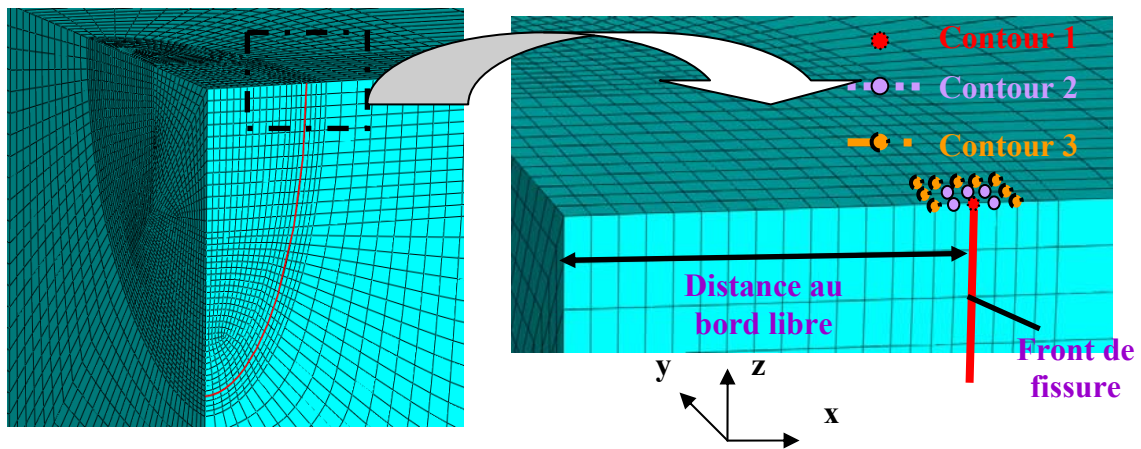


Fig.III-18: Visualisation des contours choisis par ABAQUS sur le maillage de type II pour l'évaluation du FIC

Le calcul du FIC a été lancé sur le maillage de type II avec, cette fois-ci, la fissure semi elliptique très peu profonde et très allongée ( $a=0,1\text{mm}$  et  $c=2,23\text{mm}$ ) très proche de l'entaille initiale. De nouveau, nous nous appuyons sur la dispersion  $\xi^{pic}$  pour évaluer la qualité du maillage (cf. Fig.III-19). La dispersion  $\xi^{pic}$  est petite le long du front de fissure. Nous observons une grande dispersion de résultat à partir de  $z/c=0,9$  jusqu'à  $z/c=1$ . Dans cet intervalle, le front de fissure est trop près du bord libre, l'évaluation du FIC est très perturbée. Nous remarquons aussi une grande dispersion sur le point situé au cœur de la fissure ( $z/c=0$ ).

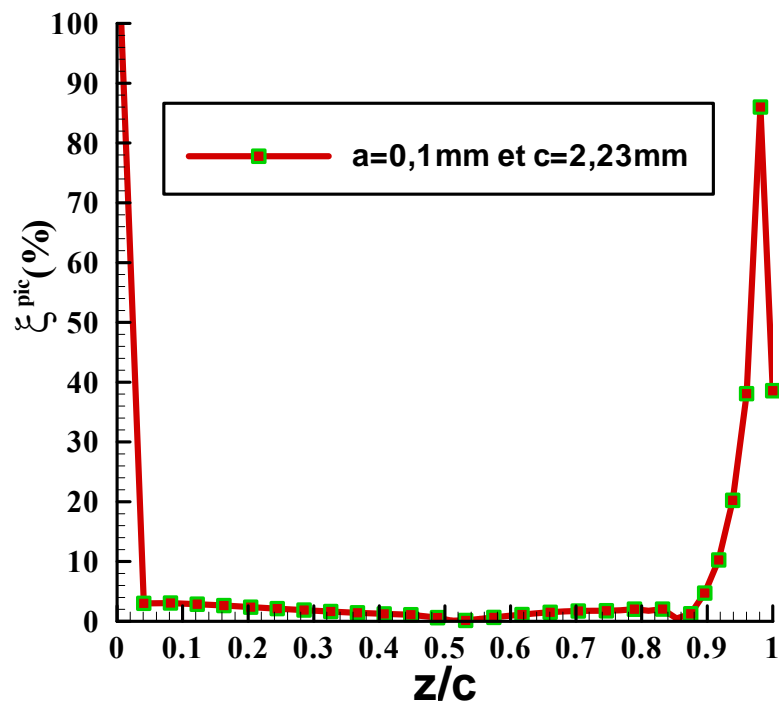


Fig.III-19: Répartition de la dispersion  $\xi^{pic}$  avec le maillage II le long du front d'une fissure elliptique très allongée ( $a=0,1\text{mm}$  et  $c=2,23\text{mm}$ )

En résumé, le maillage de type II s'avère convenable pour l'évaluation de fissures peu profondes. Cependant, nous avons finalement décidé de ne pas lancer de calculs pour les fissures initiales de profondeur inférieure à  $0,1\text{mm}$  : le calcul deviendrait trop coûteux car nécessitant un raffinement de maillage encore plus important. Les deux types de maillage avec quelques variantes, formant deux familles du maillage, ont été codés dans le sous-module "bibliothèque du maillage" du module "Modèle".

### 3.2.3.2. Remaillage en cours de propagation

Dans cette partie on s'intéresse à la création automatique au cours de la propagation des maillages adaptatifs. Le processus de remaillage intégré dans notre programme est illustré dans la Fig.III-20.

Le calcul éléments finis nous permet de connaître la répartition du FIC le long du front de fissure. Avec une loi de propagation adéquate, nous pouvons alors construire le nouveau front de fissure (voir 3.2.4). En fonction de la nouvelle profondeur de fissure, le type de maillage est choisi dans la bibliothèque du maillage. Des lignes Spline sont créées et l'éprouvette est partitionnée en fonction du type de maillage retenu. Une vérification est alors effectuée afin de s'assurer qu'un maillage structuré peut être réalisé sur toutes les partitions. Si cette condition n'est pas respectée, une nouvelle distance Inter-Spline  $s$  est choisie et la procédure se répète jusqu'à ce que le maillage soit structuré, ou jusqu'à l'obtention d'une valeur critique de  $s$  fixée au préalable par l'utilisateur. Si cette valeur critique est obtenue, l'analyse s'arrête et une intervention de l'utilisateur devient nécessaire.

Une fois que l'éprouvette peut être maillée de manière structurée, la densité du maillage est choisie et le maillage est généré par le mailleur ABAQUS CAE. Un contrôle de qualité est effectué sur le maillage. Ce contrôle s'appuie sur les critères de base de la méthode d'éléments finis: la distorsion et le Jacobien des éléments. Les éléments distordus ne doivent pas dépasser un certain pourcentage du total des éléments, choisi précédemment par l'utilisateur. Aucun élément avec Jacobien négatif ou nul n'est accepté. Des boucles sont effectuées sur la densité du maillage afin de remplir ces conditions. Le maillage qualifié est alors utilisé pour la prochaine analyse MEF. Dans le cas contraire, si la densité dépasse une valeur fixée au préalable et si la qualité du maillage n'est toujours pas assurée, l'analyse s'arrête.

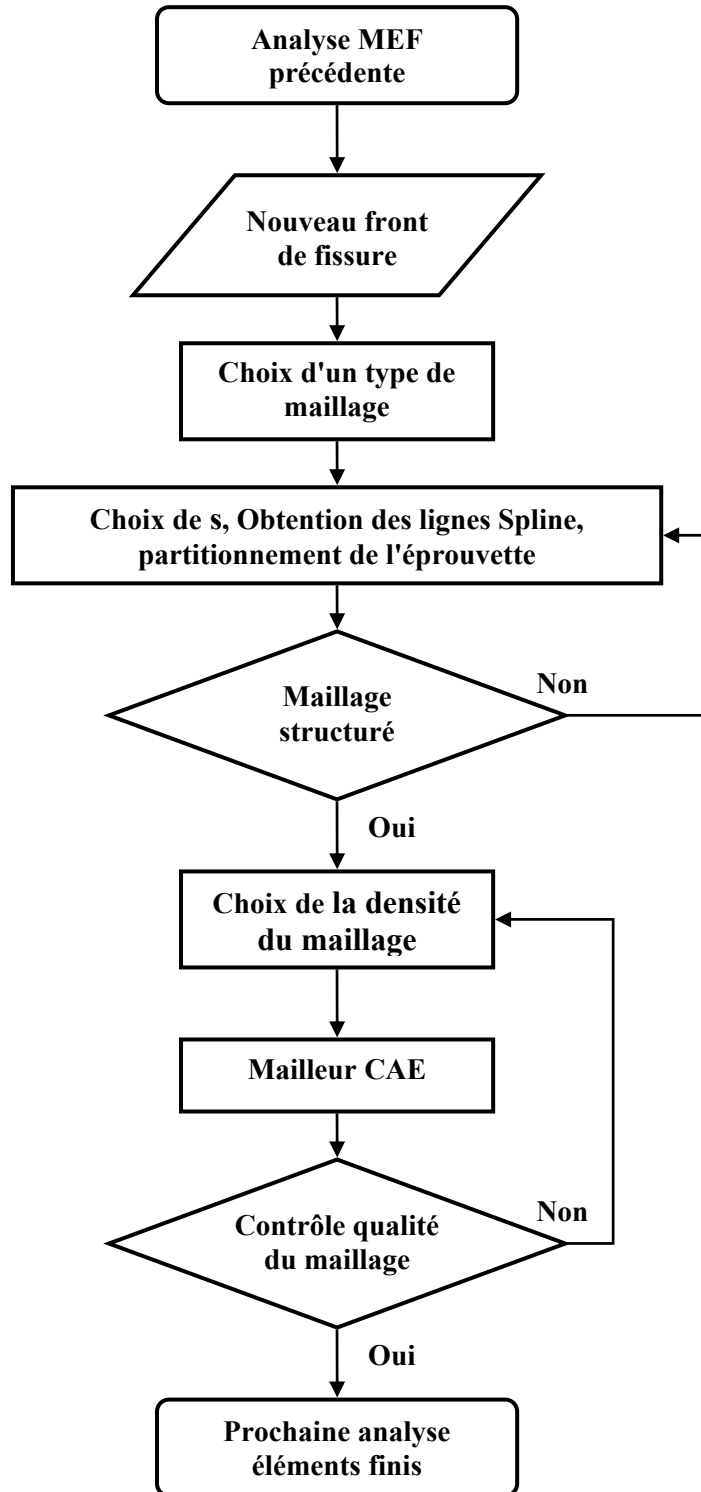
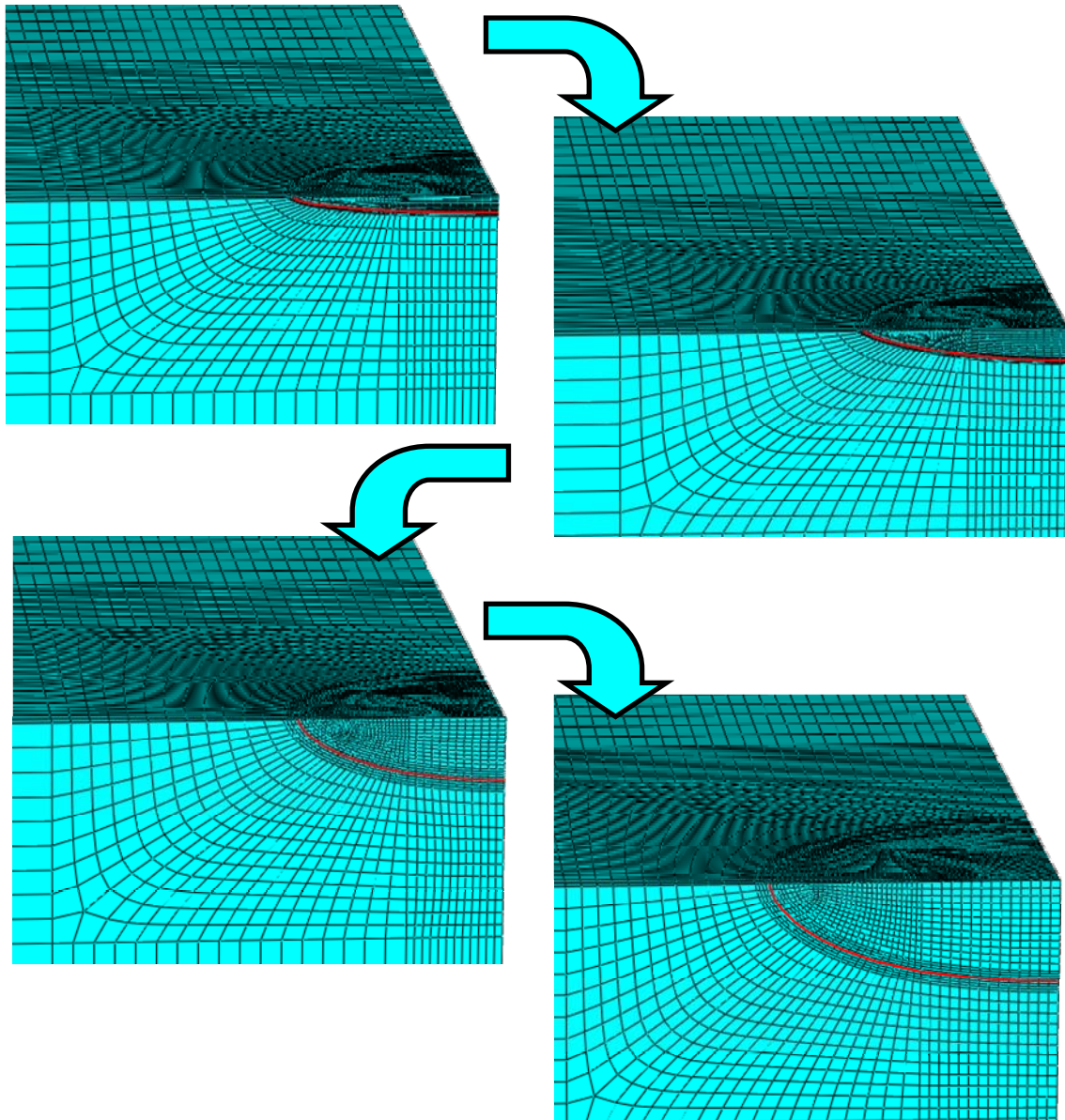


Fig.III-20: Processus de remaillage automatique



Ce processus permet non seulement de créer des maillages adaptatifs, mais encore d'augmenter la fiabilité des résultats de simulation en assurant la qualité du maillage à chaque étape de calcul. Il a été donc intégré dans le programme informatique.

La Fig.III-21 présente un exemple des maillages adaptatifs créés de manière automatique en cours de propagation par fatigue thermique.



**Fig.III-21: Exemple de maillages adaptatifs générés automatiquement**

### 3.2.4. Construction du front de fissure

Il est temps, à présent, de préciser la méthode utilisée pour construire le nouveau front de fissure après chaque étape de calcul. Tout d'abord, nous remarquons que le facteur d'intensité de contrainte  $K_I$  dans le cas du choc thermique est une fonction du temps et de la position sur le front de fissure. Afin d'illustrer cette remarque, nous traçons dans la Fig.III-22 l'évolution du FIC pour deux points situés à  $z/c=0,036$  et  $z/c=0,976$  sur le front de fissure semi elliptique avec  $a=1\text{mm}$  et  $c=3\text{mm}$ .

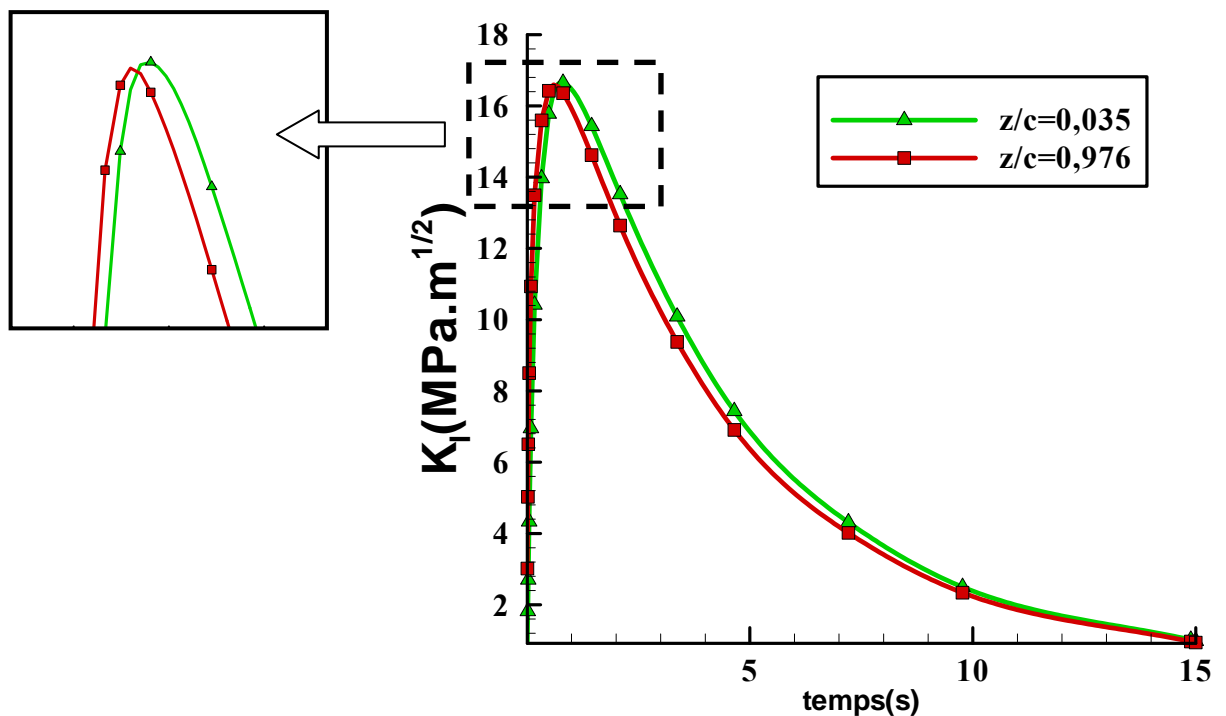


Fig.III-22: Comparaison de l'évolution du FIC entre deux points: près du bord ( $z/c=0,976$ ) et près du cœur ( $z/c=0,035$ ) – fissure semi-elliptique  $a=1\text{mm}$  et  $c=3\text{mm}$

Il est montré, à travers cette comparaison, que les évolutions de  $K_I$  pour ces deux points sont très semblables et atteignent, chacune un pic de  $K_I^{\max}$ . Cependant, les instants  $t_{\max}$  où  $K_I^{\max}$  est atteint sont différents:  $t_{\max}=0,49\text{s}$  pour  $z/c=0,976$  et  $t_{\max}=0,81\text{s}$  pour  $z/c=0,035$ . Le pic est atteint plus tard à cœur car le choc a besoin de temps pour se propager du bord vers le cœur de l'éprouvette. Cette différence de  $t_{\max}$  ne sera pas prise en compte dans notre analyse. Nous supposons que tous les nœuds du front de fissure se propagent en même temps.

Ainsi, nous obtenons la valeur maximale du FIC  $K_I^{\max}$  le long du front de fissure. Nous remarquons aussi que dans le cas du choc, nous avons  $K_I^{\min}=0$ . Précisons que, numériquement, aucun phénomène de fermeture ne sera pris en compte. La fissure est considérée comme toujours ouverte, donc  $\Delta K = \Delta K_{\text{eff}} = K_I^{\max}$ .

Puisque nous ignorons le phénomène de fermeture, la loi de fissuration expérimentale à utiliser lors de la procédure numérique sera la loi effective du 304L dans la domaine de  $\Delta K_{\text{eff}}$  de 5 à 40  $MPa\sqrt{m}$  identifié par Vor [108] à savoir:

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K_{\text{eff}})^m = 6.10^{-12} (K_I^{\max})^{2.8735} \quad \text{Equa.III-1}$$

A partir de cette équation, l'avancée du front de fissure a été calculée en prenant un incrément maximal de 0,015mm selon la profondeur. Notons que des problèmes de dispersion de  $K_I$  persistent au niveau du bord libre. Nous considérons alors que le front de fissure atteint le bord libre selon la tangente des derniers nœuds pour lesquels nous sommes sûrs de la valeur du facteur d'intensité de contraintes.

Ainsi, le front de fissure peut être entièrement construit après chaque calcul éléments finis. Les modules informatiques nécessaires pour la construction du front de fissure ont été codés dans le module "Avancée". Le développement du programme informatique est terminé avec l'assemblage de tous les modules et le test de performance et de fiabilité. Nous disposons, désormais, d'un programme permettant de simuler automatiquement une propagation de fissure 2D par fatigue thermique dans ABAQUS.

## 4. Prédiction numérique de la propagation de fissure

Nous touchons à présent au but de ces travaux numériques. Il s'agit ici d'utiliser le programme informatique précédemment développé pour prédire l'évolution du front de fissure et la cinétique de propagation par choc thermique répété. Il a été montré, dans le chapitre II, que l'entaille initiale a une forme semi circulaire très allongée avec un angle  $\beta$  entre le front de fissure et le bord libre très petit (cf. Fig.III-23). Dans nos conditions expérimentales, où

$a_0=0,1\text{mm}$  et  $c_0=2,23\text{mm}$  on a  $\beta = 4,6^\circ$ . Une entaille de cette forme ne peut pas être utilisée pour le calcul éléments finis car, pour avoir un bon résultat de calcul, l'angle minimum dans l'élément ne doit pas être inférieur à  $10^\circ$ .

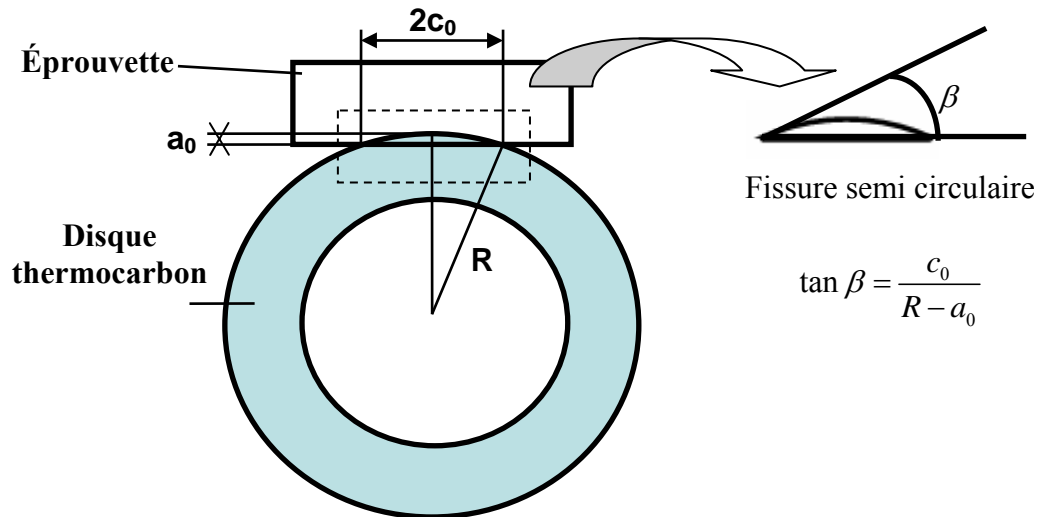


Fig.III-23: Problème numérique créé par une fissure semi circulaire très allongée

Ainsi, afin d'éviter tout problème numérique, nous avons décidé de lancer la simulation à partir d'une fissure initiale semi elliptique sans prendre en compte la dispersion de profondeur et largeur initiale des entailles expérimentales. Le calcul est donc lancé avec une fissure semi elliptique de profondeur  $a_0=0,1\text{mm}$  et de demi largeur  $c_0=2,23\text{mm}$ .

#### 4.1. Simulation de l'évolution du front de fissure

Le résultat de la simulation numérique de l'évolution du front de fissure est tracé dans la Fig.III-24. La fissuration débute tout d'abord dans la profondeur de manière très importante tandis que la propagation en surface reste très petite. Ensuite, quand la fissure atteint une profondeur d'environ  $0,6\text{mm}$ , la propagation en surface commence à devenir importante : nous avons une propagation simultanée en profondeur et en surface de l'éprouvette. Quand la profondeur devient grande, la propagation à cœur ralentit et devient plus faible qu'en surface. Cette chronologie de propagation est très proche de celle qui a été observée expérimentalement.

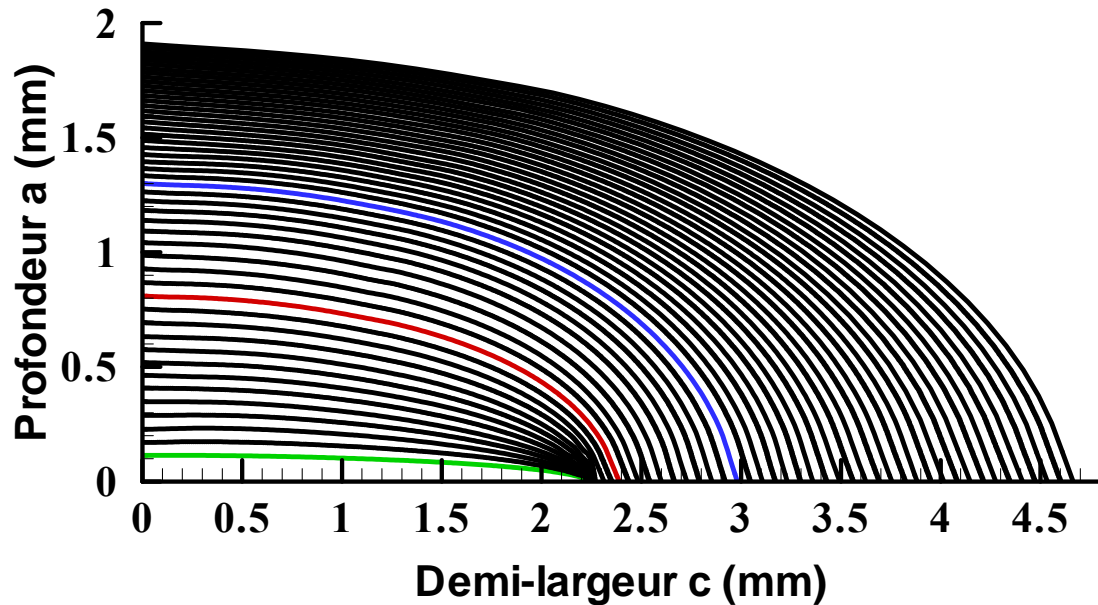


Fig.III-24: Simulation numérique de la propagation par choc thermique répété d'une fissure 2D avec une forme initiale semi elliptique ( $a_0=0,1\text{mm}$  et  $c_0=2,23\text{mm}$ )

Pour expliquer l'évolution du front de fissure, nous nous aidons de l'évolution de  $K_I^{\max}$  numérique dans les Fig.III-25 et Fig.III-26. La Fig.III-25 représente le début de la propagation pour une profondeur inférieure à  $0,99\text{mm}$  alors que la Fig.III-26 se concentre sur la suite de la propagation ( $a \geq 0,99\text{mm}$ ).

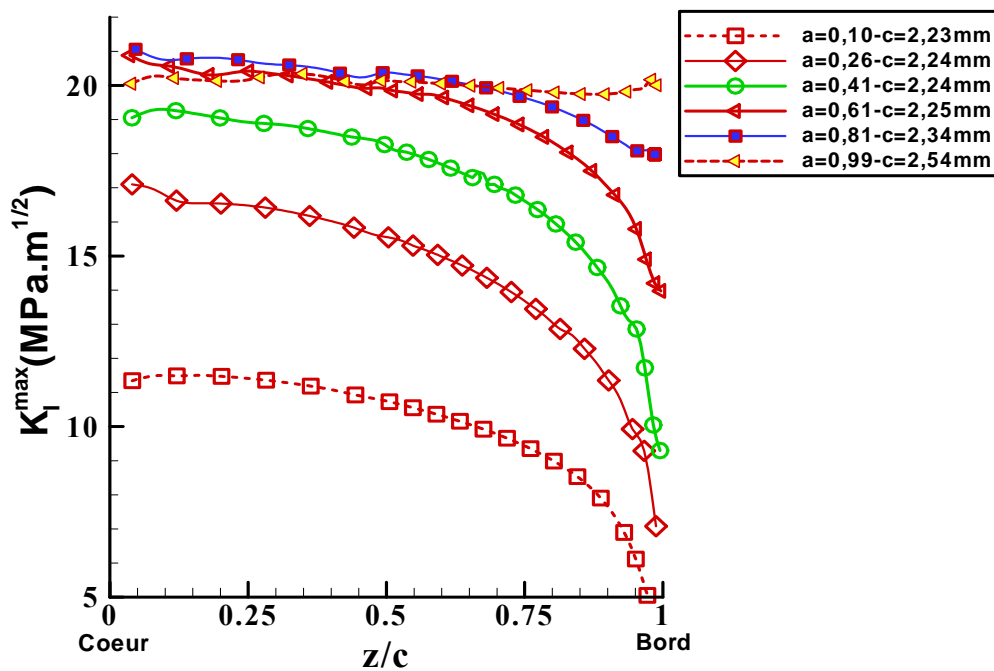


Fig.III-25: Evolution de la répartition de  $K_I^{\max}$  numérique le long du front de fissure durant la fissuration jusqu'à  $a=0,99\text{mm}$

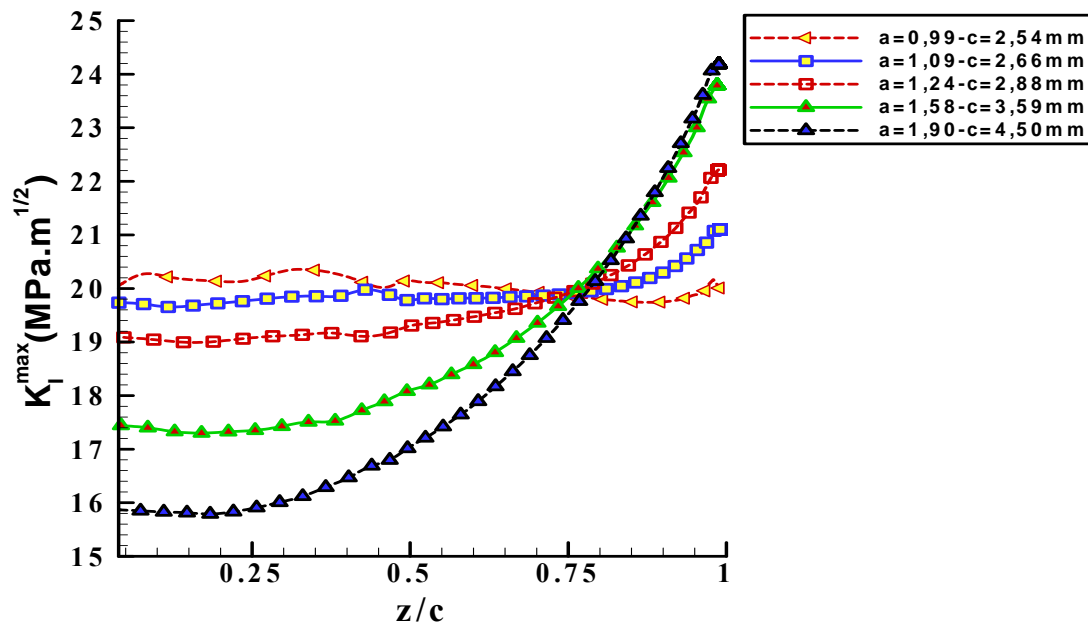


Fig.III-26: Evolution de la répartition de  $K_I^{\max}$  numérique le long du front de fissure durant la fissuration  $0,99\text{mm} \leq a \leq 1,9\text{mm}$

Dans la Fig.III-25, on remarque tout d'abord une augmentation de  $K_I^{\max}$  au fur et à mesure de la propagation jusqu'à une profondeur de 0,61mm, et ce tout au long du front de fissure. Pour cette étape, nous observons un  $K_I^{\max}$  plus grand au cœur ( $z/c=0$ ) qu'au bord ( $z/c=1$ ), justifiant la propagation nettement plus importante à cœur en début de fissuration. Ensuite,  $K_I^{\max}$  continue à augmenter au bord tandis que la valeur de  $K_I^{\max}$  à cœur reste quasi constante: on finit par atteindre, pour  $a=0,99\text{mm}$ , des valeurs de  $K_I^{\max}$  sensiblement constantes le long du front de fissure, entraînant des avancées de fissure du même ordre au bord et à cœur.

La suite de l'évolution de  $K_I^{\max}$  apparaît dans la Fig.III-26. Après avoir atteint une forme correspondant à iso-K ( $a=0,99\text{mm}$  et  $c=2,54\text{mm}$ ), nous observons que  $K_I^{\max}$  au bord continue à augmenter alors que  $K_I^{\max}$  diminue à cœur: l'avancée par étape est alors beaucoup plus élevée au bord qu'à cœur. La simulation n'a pas été poursuivie au-delà de  $a=1,9\text{mm}$ , mais la tendance est très nettement d'un ralentissement de la propagation en profondeur et d'une accélération de la propagation en surface.

La comparaison entre le profil numérique et des formes semi elliptiques est effectuée ensuite sur la Fig.III-27. Nous constatons que, pour les fissures de petite profondeur, les profils numériques s'accordent très bien avec une forme semi elliptique. Puis, les profils

numériques s'éloignent légèrement de la forme semi elliptique quand la fissure se propage, notamment pour les points situés près du bord de la fissure.

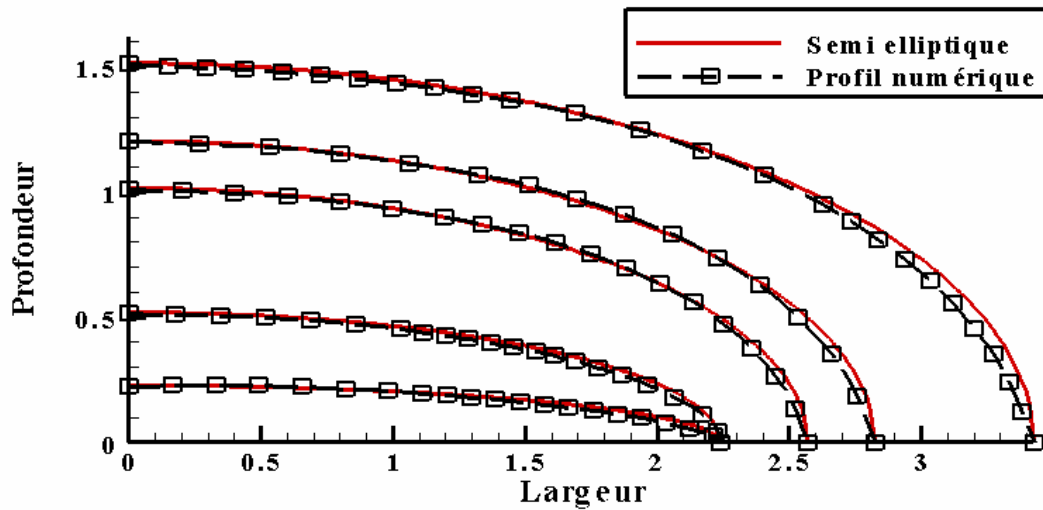


Fig.III-27: Comparaison de profils numériques avec des formes semi-elliptique

Qualitativement, l'étude expérimentale avait aussi relevé une fissure de forme semi-elliptique. Cette analogie nous encourage donc à comparer les fronts de fissure expérimentaux et numériques. Cependant, notons que tous les fronts de fissure expérimentaux ne sont pas exploitables, à cause de la dispersion sur la taille initiale des entailles expérimentales. Après avoir fait une sélection, nous nous contentons de comparer les profils EP3ET1, EP4ET1, EP4ET2, EP8ET2 avec les profils numériques (cf. Fig.III-28).

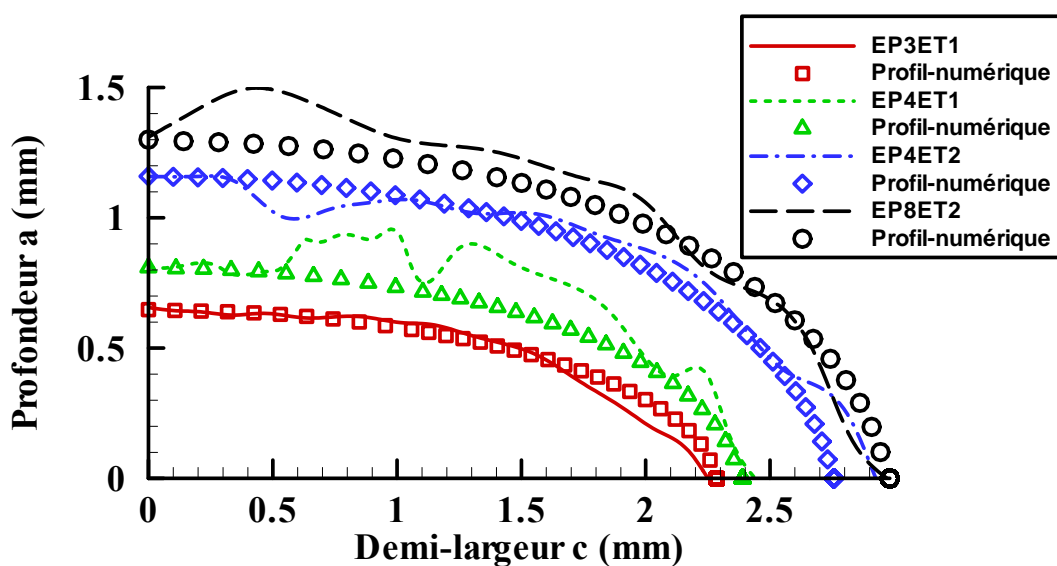


Fig.III-28: Comparaison expérimental – numérique de la forme de fissure



La comparaison montre un bon accord entre la simulation numérique et le résultat expérimental. La procédure numérique donne donc un résultat très satisfaisant en terme de forme de fissure.

Enfin, l'évolution du rapport  $a/c$  en fonction de l'avancée moyenne en surface  $\Delta c_m$  de la fissure (cf. Fig.III-29) permet de compléter l'étude de l'évolution du front de fissure. En début de fissuration, l'avancée en surface  $\Delta c$  est nulle et la fissure se propage en profondeur. Il en résulte que le rapport  $a/c$  augmente très vite. Quand  $a/c$  atteint 0,27, la fissure commence à se propager en surface et le rapport  $a/c$  augmente moins vite. Le rapport  $a/c$  atteint un plateau pour une valeur de 0,44 avec  $\Delta c$  comprise entre 0,9mm et 1,4mm. Au-delà,  $a/c$  diminue. De nouveau, nous remarquons un bon accord entre l'évolution numérique et l'expérimental.

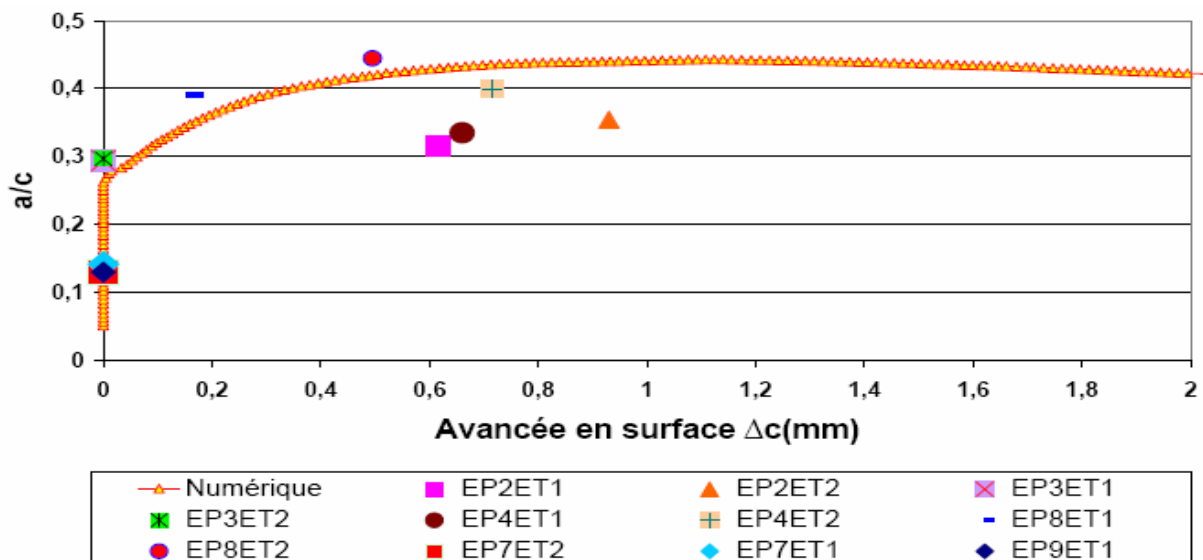


Fig.III-29: Comparaison expérimental – numérique de l'évolution du rapport profondeur sur largeur  $a/c$

## 4.2. Prédiction de la cinétique de fissuration

Intéressons-nous, maintenant, aux résultats de simulation numérique en terme de fissuration à la surface de l'éprouvette. Nous traçons, tout d'abord, l'évolution de l'avancée moyenne en surface en fonction du nombre de cycles effectués en regroupant la courbe prédictive et les points expérimentaux (cf. Fig.III-30).

En ce qui concerne le numérique, on note un début de propagation en surface vers 25000 cycles. Ensuite, la vitesse de propagation en surface ne cesse d'augmenter avec le nombre de cycle : ceci s'explique par la hausse de  $K_I^{\max}$  avec  $c$  (cf. Fig.III-25 et Fig.III-26). Les résultats



expérimentaux sont en assez bon accord avec cette prédiction. On remarque néanmoins un retard quasi systématique de la prédiction numérique.

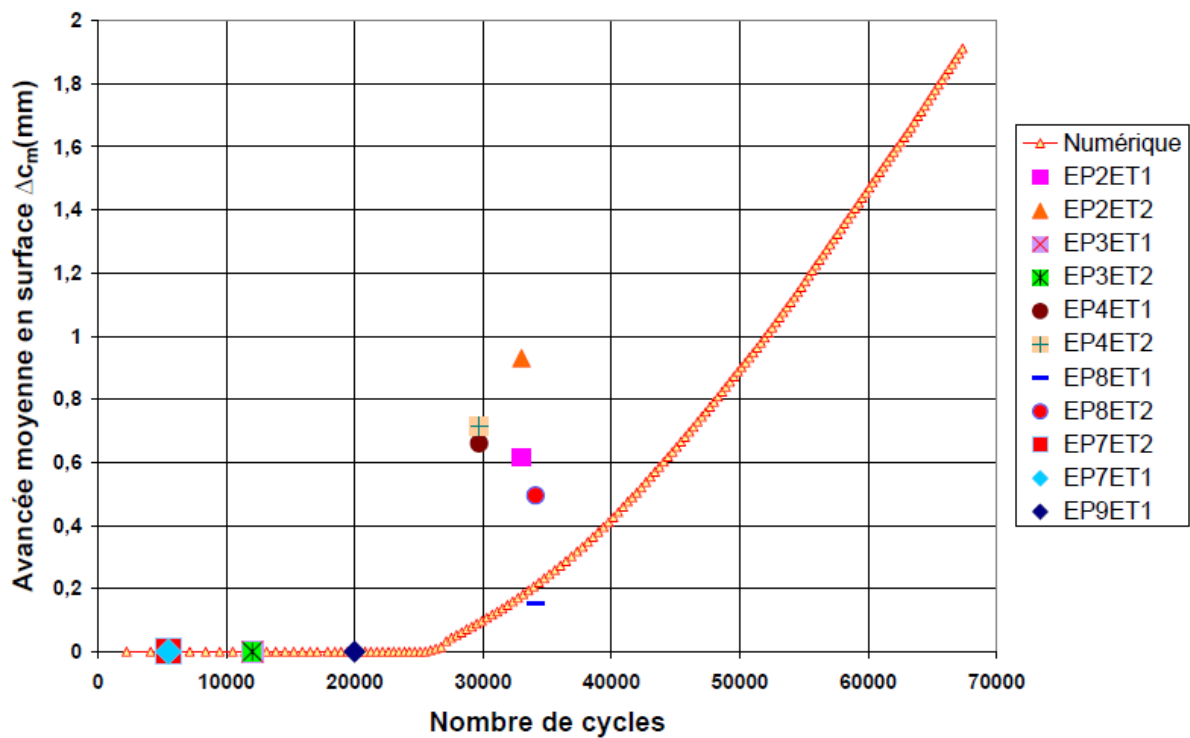
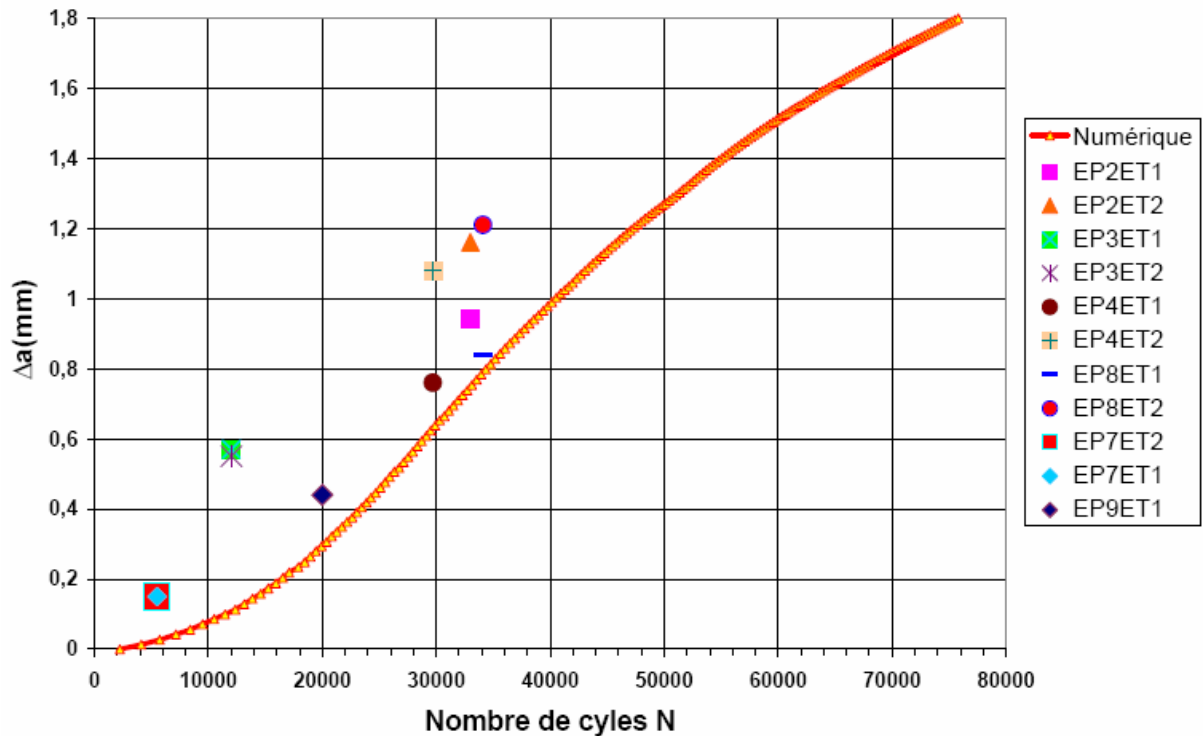


Fig.III-30: Comparaison expérimental - numérique de l'avancée moyenne en surface  $\Delta c_m$  en fonction du nombre de cycles

De manière analogue, on compare, dans la Fig.III-31, essais et prédiction numérique pour l'avancée dans la profondeur  $\Delta a$  de la fissure. La propagation en profondeur prédite démarre après 2000 à 3000 cycles. On observe ensuite une augmentation de la vitesse de propagation jusqu'à environ 41000 cycles, suivie d'une diminution. Cette évolution est là encore à rapprocher de la courbe de  $K_I^{\max}$  en fonction de la profondeur (cf. Fig.III-25 et Fig.III-26). Pour  $\Delta a=1,8\text{mm}$ , correspondant à une fissure de profondeur  $a=1,9\text{mm}$  et  $c=4,67\text{mm}$ , le nombre de cycles prédictif est de l'ordre de 76000 cycles.

La comparaison de la prédiction numérique avec les résultats expérimentaux fait ressortir, comme dans la Fig.III-30 un retard de propagation par le numérique. Cet écart est tout particulièrement sensible au début de la fissuration.



**Fig.III-31: Comparaison expérimental – numérique de l'avancée de fissure en profondeur en fonction de nombre de cycles**

L'écart numérique/expérimental peut probablement être imputé en partie aux différences géométriques entre l'entaille numérique (de profondeur 0,1mm) et les entailles réelles de profondeur comprise entre 0,06 et 0,09mm. De plus, cette profondeur initiale est du même ordre de grandeur que la taille moyenne des grains de l'acier utilisé (de 70 à 80 $\mu$ m). L'entaille usinée se comporte tout d'abord comme une fissure courte, et un autre type d'approche serait probablement nécessaire pour appréhender cette réalité. D'autre part, le gradient de température du bord vers le cœur entraîne nécessairement des contraintes plus élevées au bord, avec une plastification possible du matériau: cet effet n'est pas pris en compte dans le calcul élastique. De plus, si le nombre de cycle est, dès le départ, surestimé par le calcul, nous conserverons nécessairement cet écart pour tous les nombres de cycles.

A la suite de ces remarques, nous avons alors décidé de corriger les prédictions numériques. Les débuts de propagation n'étant pas simulés de manière correcte par notre approche, nous prenons pour base les résultats expérimentaux EP7ET1 et EP7ET2, qui correspondent au tout début de la propagation ( $\Delta a \approx 0,15mm$  après 5500 cycles au lieu des 14500 cycles prédits). Nous retraçons alors, à partir de cette "origine", des courbes prédictives

corrigées, pour lesquelles  $N_{numérique}^{corrigé} = N_{numérique}^{brut} - 14500 + 5500$ . Les courbes brutes et corrigées sont comparées aux essais dans les Fig.III-32 et Fig.III-33.

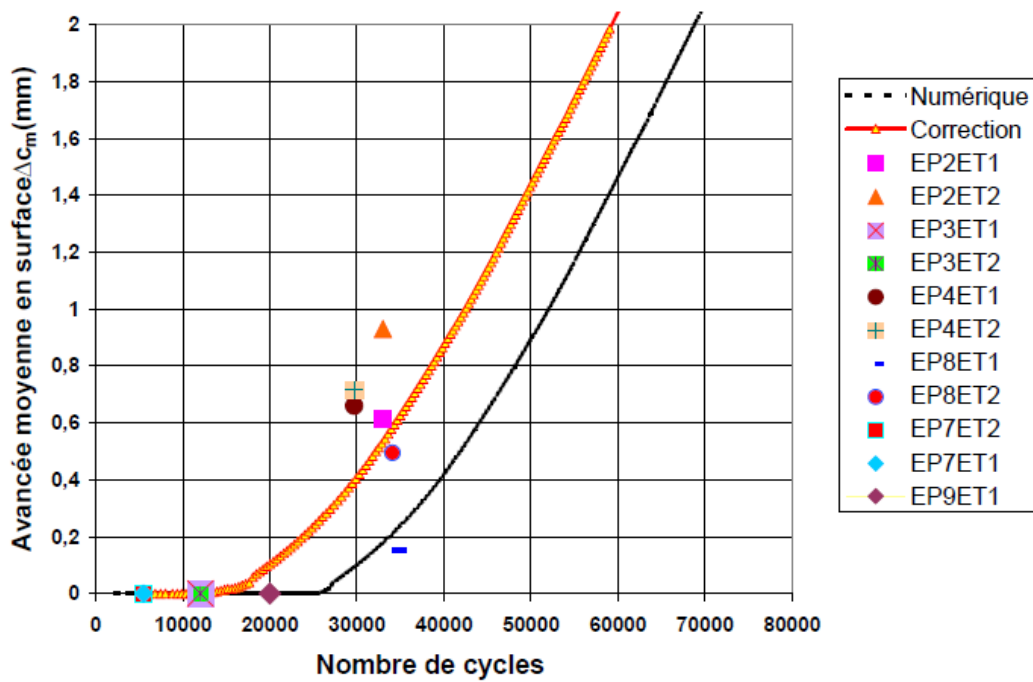


Fig.III-32: Comparaison expérimental - numérique de la propagation en surface après correction du nombre de cycles numérique

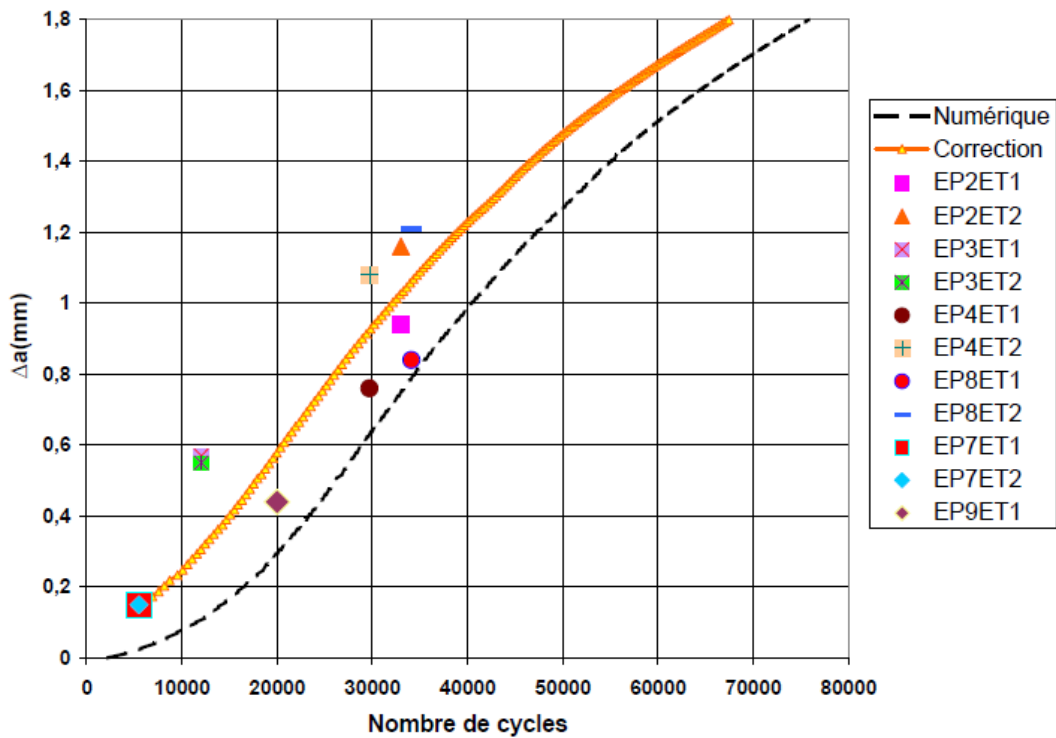


Fig.III-33: Comparaison expérimental – numérique de la propagation en profondeur après correction de nombre de cycles numérique

Cette prédiction corrigée est maintenant pleinement satisfaisante, aussi bien en ce qui concerne l'évolution en surface qu'à cœur de la fissure. Bien entendu, les résultats expérimentaux demeurant en assez petit nombre, à cause des durées d'essai importantes, tout ceci est à tempérer par la dispersion importante sur les points d'essais.

## 5. Conclusions

Cette partie du manuscrit était entièrement consacrée à la mise en place d'un programme informatique permettant de prédire la propagation d'une fissure 2D par choc thermique grâce à la méthode des éléments finis. La validation de ce programme informatique s'appuie sur les observations expérimentales présentées dans le chapitre précédent.

La première partie de ce chapitre consistait en l'analyse des besoins et en la conception du programme informatique. En s'appuyant sur une procédure classique de propagation de fissure 2D par MEF, les difficultés techniques ont été analysées afin de définir un cahier des charges. Cette analyse a permis, par la suite, de choisir des outils de programmation. Il s'avère finalement que ABAQUS/CAE avec l'extension Interface en Script pour ABAQUS (ISA) est le meilleur choix pour remplir notre cahier des charges.

La mise en place du programme a été abordée ensuite du point de vue technique de modélisation. Afin de faciliter le développement et la validation du programme informatique, les conditions aux limites thermiques et mécaniques ont été simplifiées par rapport aux conditions réelles du montage expérimental. Nous avons décidé que l'analyse éléments finis serait effectuée en calcul couplé thermique mécanique.

La modélisation de la propagation de fissure par la méthode des éléments finis requiert des maillages adaptatifs afin de prendre en compte l'évolution du front de fissure. Une étude de maillage a été lancée en s'appuyant sur la convergence du calcul du facteur d'intensité de contraintes le long du front de fissure. A cause du coût de calcul, nous avons décidé de limiter la simulation à des entailles de profondeur initiale supérieure à 0,1mm. A la fin de cette étude, deux maillages ont été retenus et codés. Enfin, un processus de remaillage automatique a été proposé et intégré dans le programme.

Le développement se termine avec la construction du front de fissure après chaque étape de propagation. L'utilisation de la loi expérimentale effective de fissuration et la connaissance à chaque étape du facteur d'intensité de contraintes nous permet alors de simuler automatiquement la propagation d'une fissure 2D par fatigue thermique dans ABAQUS.

L'étape de validation débute tout d'abord avec la simulation du front de fissure par choc thermique. Nous retrouvons numériquement une tendance de fissuration très proche de celle observée expérimentalement. La fissure se propage d'abord au cœur. Puis, quand la profondeur atteint 0,6mm, la fissuration démarre en surface. Ensuite, une comparaison directe des fronts de fissure numérique avec ceux des essais, donne des résultats très satisfaisants. Il a été montré, à travers cette comparaison, que la simulation numérique fournit une excellente estimation de la forme du front de fissure. La fissure initiale semi circulaire, sous le choc thermique répété, se propage dans toute la section de l'éprouvette en prenant une forme semi-elliptique.

Nous avons alors comparé les cinétiques de propagation. Une première comparaison a mis en évidence que la prédiction donne une bonne tendance de la profondeur et de la largeur mais les nombres de cycles prédits sont systématiquement supérieurs aux observations expérimentales. Il apparaît que le début de fissuration n'est pas accessible numériquement. Une correction a alors été effectuée sur le nombre de cycles numérique. Avec cette correction, un très bon accord entre prédiction numérique et essais est obtenu, à la fois pour la profondeur et la largeur de la fissure.

Le programme informatique, permettant de réaliser automatiquement la procédure de propagation de fissure par fatigue thermique, donne des résultats très satisfaisants. Il permet de modéliser correctement l'évolution du front de fissure et la cinétique de fissuration. Cependant, un inconvénient majeur demeure, comme pour toutes les études impliquant la méthode des éléments finis, le temps de calcul ainsi que les ressources informatiques nécessaires. Ainsi, le calcul de propagation requiert 195 étapes de propagation. Le temps de calcul moyen pour réaliser une étape de calcul éléments finis sur le cluster de LMPM est d'environ 3 heures, soit au total 25 jours consécutifs de calcul. Ceci nous amène à envisager une approche analytique qui fera l'objet du chapitre suivant.

## CHAPITRE IV :

### Modélisation par une approche analytique



## SOMMAIRE DU CHAPITRE IV

1.	Introduction .....	186
2.	Etude 2D.....	187
2.1.	Schématisation du problème 2D .....	187
2.1.1.	Démarche .....	187
2.1.2.	Schématisation du problème .....	188
2.1.3.	Modèle numérique pour la validation : .....	188
2.2.	Cas du choc thermique .....	189
2.2.1.	Champ de température .....	189
2.2.2.	Champ de contraintes .....	191
2.2.3.	Facteur d'intensité de contraintes.....	195
2.2.4.	Etude paramétrique .....	197
2.3.	Sollicitation cyclique.....	199
2.3.1.	Application de l'intégrale de Duhamel et du principe de superposition à notre problème .....	199
2.3.2.	Sollicitation cyclique avec un signal sinusoïdal.....	204
2.3.3.	Sollicitation en «dents de scie» .....	215
2.4.	Propagation d'une fissure 1D sous choc thermique répété.....	224
3.	Etude tridimensionnelle.....	226
3.1.	Schématisation du problème tridimensionnel .....	226
3.2.	Cas du choc thermique .....	227
3.2.1.	Champ de température et contrainte de l'éprouvette non fissurée .....	227



---

3.2.2.	Facteur d'intensité de contraintes (FIC).....	229
3.3.	Sollicitation cyclique.....	233
3.4.	Propagation d'une fissure plane par l'approche analytique tridimensionnelle .....	234
3.4.1.	Evolution du front de fissure.....	235
3.4.2.	Prédiction des cinétiques de fissuration .....	238
4.	Conclusions .....	241

## LISTE DES FIGURE ET DES TABLEAUX

Fig.IV-1 : Modèle analytique 2D .....	188
Fig.IV-2 : Modèle numérique utilisé pour la validation.....	189
Fig.IV-3 : Evolution de température en fonction de la position x dans l'épaisseur à différents instants t.....	190
Fig.IV-4 : Comparaison numérique/analytique de l'évolution de $\sigma_{yy}$ en fonction du temps – H=6000 W.m <sup>-2</sup> .K <sup>-1</sup> .....	194
Fig.IV-5 : Evolution de $\sigma_{yy}$ en fonction de la position x dans l'épaisseur à différents instants .....	195
Fig.IV-6 : Evolution de K <sub>I</sub> en fonction du temps.....	197
Fig.IV-7 : Influence du coefficient d'échange thermique H sur le facteur d'intensité de contraintes, a=0,2mm .....	198
Fig.IV-8 : Evolution de $K_I^{\max}$ en fonction de la profondeur a pour H=6000 W.m <sup>-2</sup> .K <sup>-1</sup> .....	199
Fig.IV-9: Eprouvette soumise à des conditions aux limites thermiques variables dans le temps – Système I.....	200
Fig.IV-10 : Principe de superposition appliqué au problème thermique .....	202
Fig.IV-11 : Champ de température dans l'éprouvette soumise à une sollicitation sinusoïdale– H=6000 W.m <sup>-2</sup> .K <sup>-1</sup> .....	206
Fig.IV-12 : Répartition de température dans l'épaisseur pour différents instants t - sollicitation sinusoïdale – H=6000 W.m <sup>-2</sup> .K <sup>-1</sup> .....	207
Fig.IV-13 : Champ de contraintes dans l'éprouvette soumise à une sollicitation sinusoïdale – H=6000 W.m <sup>-2</sup> .K <sup>-1</sup> .....	208

Fig.IV-14 : Répartition de contraintes dans l'épaisseur pour différents instants t - sollicitation sinusoïdale – $H=6000 W.m^{-2}.K^{-1}$ .....	209
Fig.IV-15 : Evolution du FIC de l'éprouvette soumise à une fluctuation sinusoïdale de température pour une profondeur de fissure $a=0,2mm$ .....	210
Fig.IV-16 : Influence de la température initiale $T_i$ sur le FIC – $a=0,2mm$ et $H=6000 W.m^{-2}.K^{-1}$ .....	211
Fig.IV-17 : Influence de la température moyenne B et de l'amplitude A de sollicitation sinusoïdale – $a=0,2mm$ et $H=6000 W/m^2.K^{-1}$ .....	212
Fig.IV-18 : Influence du coefficient d'échange thermique H et de la fréquence f sur $K_I^{max}$ ( $a=0,2mm$ ).....	213
Fig.IV-19 : $K_I^{max}$ pour différentes fréquences f de sollicitation et différentes longueurs de fissure a – $A=125^{\circ}C$ , $B=225^{\circ}C$ , $T_i=350^{\circ}C$ et $H=6000 W/m^2.K^{-1}$ .....	214
Fig.IV-20 : Conditions thermiques simplifiées du milieu externe .....	216
Fig.IV-21 : Comparaison analytique-numérique du champ de température au cœur de l'éprouvette soumise à une sollicitation en dents de scie – $H=6000 W.m^{-2}.K^{-1}$ , $t_c=200s$ , $R_t=0,015$ .....	217
Fig.IV-22 : Evolution de la température et écart de température cœur-bord pendant le refroidissement et réchauffage de l'éprouvette - $H=6000 W.m^{-2}.K^{-1}$ , $t_c=200s$ , $R_t=0,015$ ....	218
Fig.IV-23 : Champ de contraintes dans l'éprouvette soumise à une sollicitation en dents de scie – $T_i=350^{\circ}C$ , $H=6000 W.m^{-2}.K^{-1}$ , $t_c=200s$ , $R_t=0,015$ .....	219
Fig.IV-24 : Evolution du FIC dans l'éprouvette fissurée soumise à fluctuation en dents de scie - $a=0,2mm$ $T_i=350^{\circ}C$ , $H=6000 W.m^{-2}.K^{-1}$ , $t_c=200s$ , $R_t=0,015$ .....	220
Fig.IV-25 : Influence de la température initiale sur le FIC - $a=0,2mm$ , $T_i=350^{\circ}C$ , $H=6000 W.m^{-2}.K^{-1}$ , $t_c=200s$ , $R_t=0,015$ .....	221
Fig.IV-26 : Influence du coefficient d'échange thermique H – Sollicitation en dents de scie avec $a=0,2mm$ $T_i=350^{\circ}C$ , $H=6000 W.m^{-2}.K^{-1}$ , $t_c=200s$ , $R_t=0,015$ .....	221

Fig.IV-27 a et b: FIC maximal $K_I^{\max}$ en fonction de la fréquence $f$ pour différentes valeurs de $R_t - a=0,2\text{mm}$ et $Bi=1,5$ .....	222
Fig.IV-28 a et b: Evolution de $R_K$ en fonction de la fréquence $f$ pour différentes valeurs $R_t$ .....	223
Fig.IV-29: Prédiction de la cinétique avec l'approche analytique – Comparaison avec les résultats expérimentaux et la simulation numérique .....	225
Fig.IV-30: Géométrie de fissure effectivement étudiée par l'approche 2D.....	225
Fig.IV-31 : Géométrie pour l'étude analytique en 3D .....	227
Fig.IV-32 : Comparaison de la contrainte normale $\sigma_{yy}$ ABAQUS 3D et solution analytique - $H=12000 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$ .....	229
Fig.IV-33 : Un point P quelconque sur le front de fissure semi-elliptique .....	230
Fig.IV-34 : FIC d'une fissure elliptique $a=0,2\text{mm}$ et $c=2,23\text{mm}$ soumise au choc thermique, $H=12000 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^{-1}$ , $T_i=350^\circ\text{C}$ , $T_f=25^\circ\text{C}$ .....	231
Fig.IV-35 : FIC pour des fissures elliptiques de différents élancements $a/c$ soumises au choc thermique $H=12000 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^{-1}$ , $T_i=350^\circ\text{C}$ , $T_f=25^\circ\text{C}$ .....	232
Fig.IV-36 : FIC d'une fissure elliptique soumise à une sollicitation sinusoïdale – $a=0,2\text{mm}$ , $c=2,23\text{mm}$ .....	234
Fig.IV-37: Prédiction analytique de la propagation par choc thermique répété d'une fissure plane avec une forme initiale semi elliptique avec $a=0,1\text{mm}$ et $c=2,23\text{mm}$ .....	235
Fig.IV-38: Comparaison analytique – numérique de la forme de fissure .....	236
Fig.IV-39: Comparaison de l'élancement $a/c$ par différentes approches.....	237
Fig.IV-40: Rapport des FIC maximaux en A et B en fonction de la profondeur de fissure ..	238
Fig.IV-41: Cinétique de fissuration en profondeur par l'approche analytique – Comparaison avec les résultats expérimentaux et numériques .....	239

Fig.IV-42: Cinétique de fissuration en surface par l'approche analytique – Comparaison avec les résultats expérimentaux et numériques.....	239
Fig.IV-43: Cinétique de fissuration en surface par l'approche analytique après correction– Comparaison avec les résultats expérimentaux et numériques .....	240
Fig.IV-44: Cinétique de fissuration en profondeur par approche analytique après correction – Comparaison avec les résultats expérimentaux et numériques .....	241
Tab.IV-1: Récapitulatif des inconnues, des équations et des hypothèses nécessaires en 2D.	192
Tab.IV-2 : Comparaison de $K_I^{\max}$ obtenu par la sollicitation en dents de scie et le choc thermique pour différentes valeurs de H.....	222
Tab.IV-3 : Récapitulatif des inconnues, des équations et des hypothèses nécessaires en 3D	228
Tab.IV-4 : Identification de la fonction de poids $m_p(x, a)$ au travers des coefficients $M_{1P}$ , $M_{2P}$ , $M_{3P}$ , $M_{4P}$ .....	231
Tab.IV-5 : Quantification de l'écart relatif analytique – numérique pour différentes valeurs de $a/c$ .....	233

## LISTE DES EQUATIONS

Equa.IV-1 .....	189
Equa.IV-2 .....	190
Equa.IV-3 .....	190
Equa.IV-4 .....	190
Equa.IV-5 .....	191
Equa.IV-6 .....	191
Equa.IV-7 .....	191
Equa.IV-8 .....	191
Equa.IV-9 .....	191
Equa.IV-10 .....	192
Equa.IV-11 .....	192
Equa.IV-12 .....	193
Equa.IV-13 .....	193
Equa.IV-14 .....	193
Equa.IV-15 .....	193
Equa.IV-16 .....	193
Equa.IV-17 .....	195
Equa.IV-18 .....	196
Equa.IV-19 .....	199
Equa.IV-20 .....	200

---

Equa.IV-21 .....	201
Equa.IV-22 .....	201
Equa.IV-23 .....	201
Equa.IV-24 .....	201
Equa.IV-25 .....	202
Equa.IV-26 .....	202
Equa.IV-27 .....	202
Equa.IV-28 .....	202
Equa.IV-29 .....	203
Equa.IV-30 .....	203
Equa.IV-31 .....	203
Equa.IV-32 .....	203
Equa.IV-33 .....	203
Equa.IV-34 .....	203
Equa.IV-35 .....	204
Equa.IV-36 .....	204
Equa.IV-37 .....	204
Equa.IV-38 .....	204
Equa.IV-39 .....	204
Equa.IV-40 .....	205
Equa.IV-41 .....	205
Equa.IV-42 .....	205

---

Equa.IV-43 .....	205
Equa.IV-44 .....	205
Equa.IV-45 .....	207
Equa.IV-46 .....	207
Equa.IV-47 .....	207
Equa.IV-48 .....	216
Equa.IV-49 .....	216
Equa.IV-50 .....	220
Equa.IV-51 .....	227
Equa.IV-52 .....	227
Equa.IV-53 .....	228
Equa.IV-54 .....	228
Equa.IV-55 .....	230
Equa.IV-56 .....	230
Equa.IV-57 .....	230





## 1. Introduction

Le chapitre précédent a présenté une analyse numérique basée sur la méthode des éléments finis. Cette approche nous a donné une prédiction très satisfaisante de l'évolution de la fissure principale et des cinétiques de propagation. Cependant, la modélisation de propagation de fissure 2D s'avère très coûteuse au niveau du temps de calcul. Il est donc très difficile de réaliser une étude paramétrique avec les éléments finis.

Or, pour comprendre le mécanisme gouvernant la propagation de fissure 2D soumise à la fatigue thermique, une telle étude paramétrique est bien sûr indispensable. Dans notre contexte d'étude, les conditions d'essai et la géométrie de l'éprouvette sont relativement simples. Il est donc possible d'envisager une approche analytique afin de mieux appréhender notre problématique et d'évaluer l'influence de différents paramètres d'essai sur la propagation de fissure par fatigue thermique.

Dans un premier temps, par souci de simplicité, nous commencerons par une étude bidimensionnelle. Nous évoquerons, tout d'abord, la démarche à suivre afin d'obtenir l'expression analytique du facteur d'intensité de contrainte  $K_I$ , le paramètre essentiel de ces travaux, dans le cas du cyclage thermique. L'influence de différents paramètres sur  $K_I$  sera ensuite analysée.

Une étude plus réaliste de la propagation de fissure nécessitera ensuite une expansion au cas tridimensionnel avec une fissure elliptique afin d'approcher la configuration de l'entaille expérimentale. En supposant que la fissure reste elliptique pendant le stade de propagation, les évolutions de largeur et profondeur de la fissure en fonction de nombre de cycles peuvent être obtenues. La comparaison des résultats des différentes méthodes alimentera notre discussion.

## 2. Etude 2D

### 2.1. Schématisation du problème 2D

#### 2.1.1. Démarche

Le cyclage thermique, du point de vue mathématique, est un problème avec des conditions aux limites thermiques variables dans le temps qui peut être résolu, par le théorème de Duhamel à partir de la solution d'un problème avec des conditions aux limites constantes. Ainsi, dans le cas du cyclage thermique, nous devons tout d'abord trouver la solution avec des conditions aux limites thermiques constantes, à savoir pour le choc thermique.

Nous traitons donc, dans un premier temps, le problème du choc thermique. Après avoir rappelé le champ de température transitoire dans l'éprouvette correspondant au choc thermique et en adaptant des hypothèses proposées par LU [113], nous en déduisons le champ de contraintes transitoire dans l'éprouvette non fissurée. Le facteur d'intensité de contraintes de l'éprouvette fissurée sera alors obtenu par la méthode de fonction de poids proposée par Bueckner et Rice [7, 9].

Une fois le problème du choc thermique résolu, le cas du cyclage thermique sera traité en s'aidant de l'intégrale de Duhamel et du principe de superposition. Les expressions analytiques obtenues à chaque étape seront comparées à des calculs numériques sous ABAQUS de façon à valider l'approche analytique mise en place.

L'approche analytique sera enfin utilisée pour examiner la propagation d'une fissure 1D sous choc thermique répété. Le résultat de cette analyse sera comparé avec la simulation numérique de fissure 2D, déjà validée dans le chapitre précédent.

### 2.1.2. Schématisation du problème

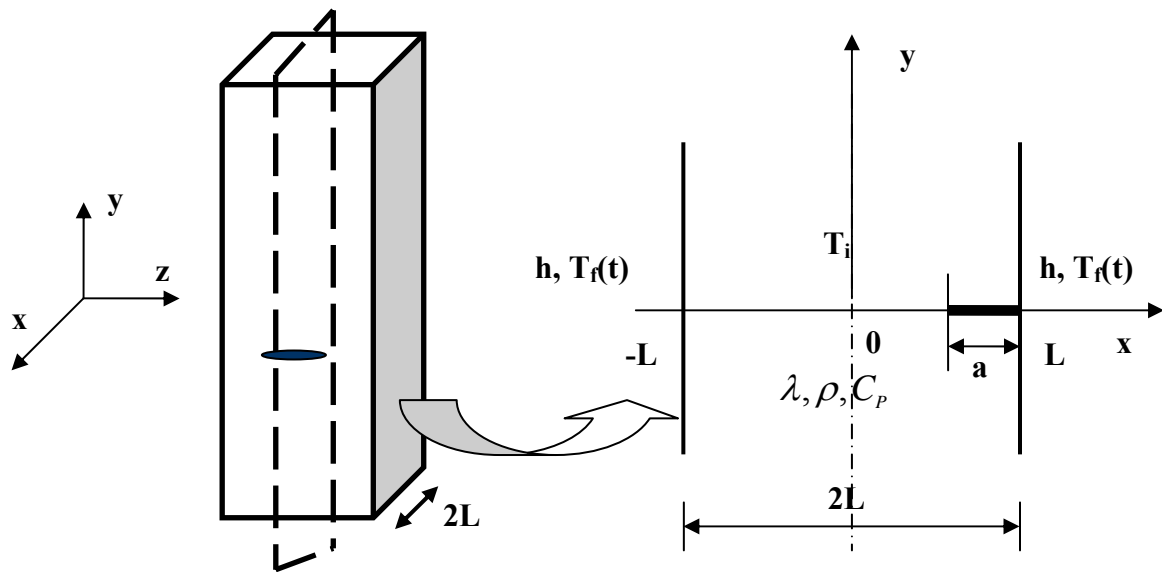


Fig.IV-1 : Modèle analytique 2D

L'étude bidimensionnelle est réalisée au niveau du plan de symétrie  $xy$  de l'éprouvette. Par souci de simplicité, une seule fissure superficielle, de profondeur  $a$ , a été considérée (cf. Fig.IV-1). Nous supposons que le matériau utilisé pour cette étude, le 304L, a des propriétés mécaniques ( $E$ : Module Young,  $\nu$ : Coefficient de Poisson) et thermiques ( $\lambda$ : conductivité,  $\rho$ : masse volumique,  $C_p$ : chaleur spécifique) indépendantes de la température (cf. Tab.II-3). L'éprouvette, initialement à température  $T_i$ , est refroidie de manière homogène en  $x=L$  et  $-L$  par convection à température  $T_f(t)$  avec un coefficient d'échange thermique  $h$  constant. Dans le cas où  $T_f(t)=\text{constant}=T_f$ , nous avons un choc thermique. Pour un cyclage thermique,  $T_f(t)$  varie de manière cyclique dans le temps.

### 2.1.3. Modèle numérique pour la validation :

L'analyse numérique dédiée à la validation est effectuée par un calcul couplé thermique mécanique transitoire (Mot clé *\*Coupled Temperature-Displacement*). Le modèle éléments finis utilisé pour l'étude bidimensionnelle est identique au modèle final de l'étude pré-dimensionnement et est rappelé dans la Fig.IV-2. L'incrément de temps de l'analyse numérique est choisi automatiquement par ABAQUS. Pour avoir une meilleure comparaison, le calcul analytique sera lancé avec le même pas de temps que la simulation numérique.

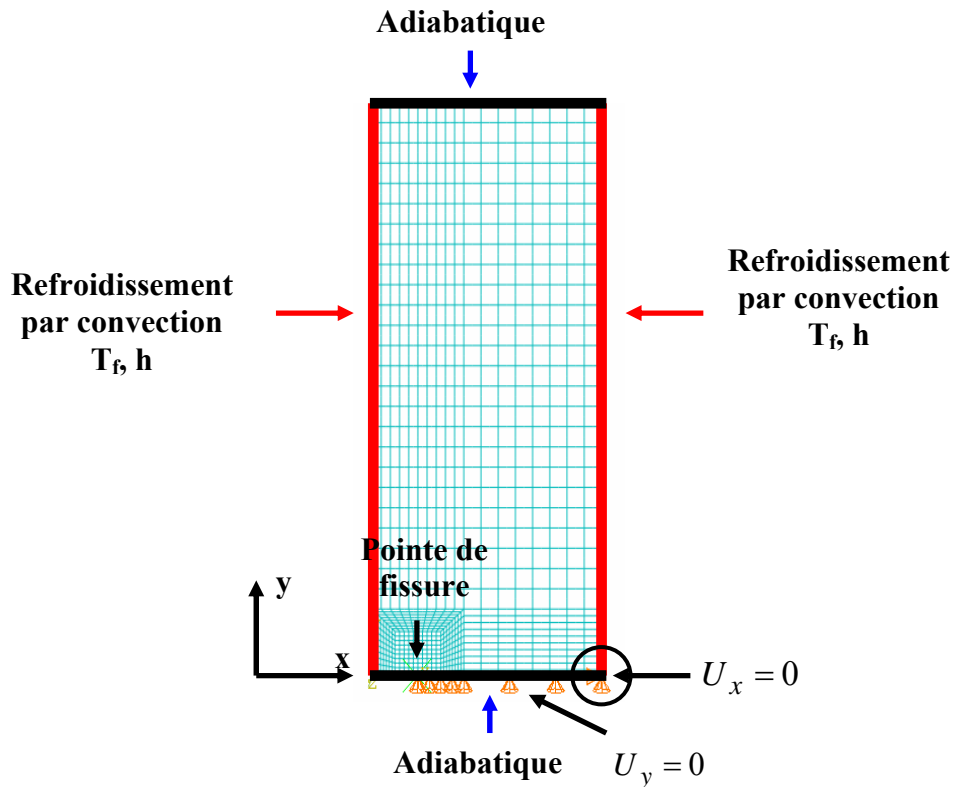


Fig.IV-2 : Modèle numérique utilisé pour la validation

## 2.2. Cas du choc thermique

### 2.2.1. Champ de température

Comme déjà annoncé dans la démarche, nous considérons tout d'abord l'éprouvette non fissurée soumise au choc thermique. Avec  $T_f(t) = \text{constante} = T_f$ , le problème devient un problème classique de conduction dans un mur. Le champ de température est le suivant:

$$\frac{T(x,t) - T_f}{T_i - T_f} = \sum_{n=0}^{\infty} \left( \frac{2 \sin(k_n)}{k_n + \sin(k_n) \cos(k_n)} \right) \cos\left(k_n \frac{x}{L}\right) e^{-k_n^2 \frac{Dt}{L^2}} \quad \text{Equa.IV-1}$$

$$\text{Avec } D = \frac{\lambda}{C_p \rho}$$

$$k_n \tan k_n = Bi \quad \text{où } Bi = \frac{HL}{\lambda} \text{ est le nombre de Biot}$$

La température est une fonction de la position  $x$  dans l'épaisseur et du temps  $t$ .

Si nous posons :

$$\Theta_n(x) = \left( \frac{2 \sin(k_n)}{k_n + \sin(k_n) \cos(k_n)} \right) \cos\left(k_n \frac{x}{L}\right) \quad \text{Equa.IV-2}$$

et

$$\gamma_n = -k_n^2 \frac{D}{L^2} \quad \text{Equa.IV-3}$$

l'Equa.IV-1 peut s'écrire plus simplement:

$$\frac{T(x,t) - T_f}{T_i - T_f} = T^+(x,t) = \sum_{n=0}^{\infty} \Theta_n(x) e^{\gamma_n t} \quad \text{Equa.IV-4}$$

Des exemples de répartition de la température dans l'épaisseur de l'échantillon à différents instants sont donnés dans la Fig.IV-3. La température baisse bien entendu plus rapidement au bord qu'au cœur. Par conduction, on obtient une baisse de température à cœur plus lente. Le gradient de température  $x$  passe par un maximum aux alentours de 1 seconde, avec un écart bord/cœur de 130°C.

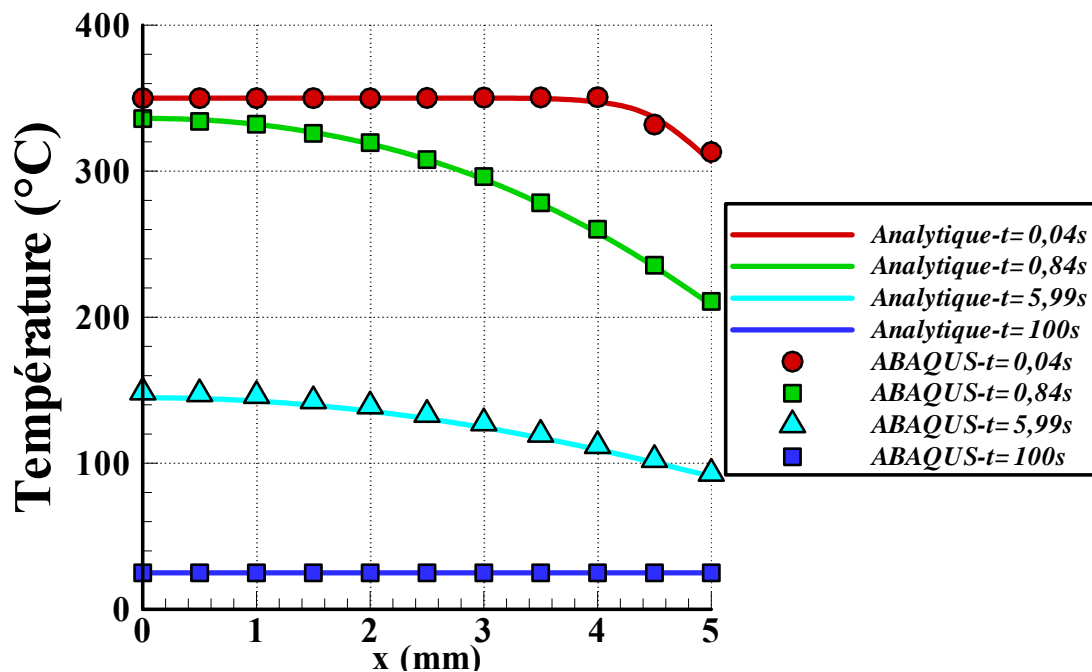


Fig.IV-3 : Evolution de température en fonction de la position x dans l'épaisseur à différents instants t

### 2.2.2. Champ de contraintes

Afin de connaître le champ de contraintes élastique induit par ce champ de température, nous utilisons la loi de comportement thermoélastique linéaire en supposant un comportement macroscopique isotrope :

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1+\nu}{E} \sigma_{ij} - \frac{\nu}{E} \sigma_{kk} \delta_{ij} + \alpha \Delta T \delta_{ij} \quad \text{Equa.IV-5}$$

Cette étude ne vise finalement qu'à déterminer la seule valeur de  $\sigma_{yy}$ , responsable de la fissuration en mode I. On ne va s'intéresser qu'aux déformations et contraintes normales  $\varepsilon_{ii}$  et  $\sigma_{ii}$  qui peuvent être déterminés indépendamment des distorsions et contraintes de cisaillement. Dans ce cas, l'Equa.IV-5 nous donne trois équations avec 6 inconnues :  $\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{yy}, \varepsilon_{zz}, \sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}$ . Des hypothèses supplémentaires sont donc nécessaires pour la résolution. Nous nous sommes basés, pour cela, sur la démarche de LU [113] en adaptant les hypothèses à notre problème. Les hypothèses utilisées sont les suivantes :

- Nous nous plaçons dans un état de déformation plane:

$$\varepsilon_{zz} = 0 \quad \text{Equa.IV-6}$$

- La contrainte normale  $\sigma_{xx}$  est nulle car la plaque est libre de se dilater suivant x :

$$\sigma_{xx} = 0 \quad \text{Equa.IV-7}$$

- La plaque est libre de se dilater avec des efforts résultants nuls dans la direction y mais pas dans la direction z:

$$\int_{-L}^L \sigma_{yy} dx = 0 \text{ et } : \int_{-L}^L \sigma_{zz} dx \neq 0 \quad \text{Equa.IV-8}$$

- La déformation  $\varepsilon_{yy}$  est indépendante de x :

$$\varepsilon_{yy}(x, t) = \varepsilon_{yy}(t) \quad \text{Equa.IV-9}$$

Certaines de ces hypothèses portent sur les intégrales dans l'épaisseur de nos inconnues, et complexifient la démarche de résolution. Nous récapitulons dans le Tab.IV-1 les inconnues, les hypothèses et les équations nécessaires:

Données du problème et hypothèses	Nombre d'équations	Nombre d'inconnues	Inconnues
Loi de comportement (hors cisaillement)	3	6	$\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{yy}, \varepsilon_{zz}, \sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}$
Déformation plane $\varepsilon_{zz} = 0$	3	5	$\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{yy}, \sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}$
Contrainte normale nulle $\sigma_{xx} = 0$ (Equa.IV-7)	3	4	$\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{yy}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}$
Trois équations de comportement + 3 intégrales	6	8	$\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{yy}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}$ $\int_{-L}^L \varepsilon_{xx} dx, \int_{-L}^L \varepsilon_{yy} dx, \int_{-L}^L \sigma_{yy} dx, \int_{-L}^L \sigma_{zz} dx$
$\int_{-L}^L \sigma_{yy} dx = 0$ (Equa.IV-8)	6	7	$\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{yy}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}$ $\int_{-L}^L \varepsilon_{xx} dx, \int_{-L}^L \varepsilon_{yy} dx, \int_{-L}^L \sigma_{zz} dx$
$\varepsilon_{yy}(x,t) = \varepsilon_{yy}(t)$ (Equa.IV-9)	6	6	$\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{yy}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}$ $\int_{-L}^L \varepsilon_{xx} dx, \int_{-L}^L \sigma_{zz} dx$

**Tab.IV-1: Récapitulatif des inconnues, des équations et des hypothèses nécessaires en 2D**

Ainsi, avec en fin de démarche 6 équations pour 6 inconnues, nous pouvons résoudre le système et nous obtenons l'expression de  $\sigma_{yy}(x,t)$

$$\frac{\sigma_{yy}(x,t)}{E\alpha(T_i - T_f)} = \frac{1}{(1-\nu)} \left( \sum_{n=0}^{\infty} \left( \frac{2 \sin(k_n)}{k_n + \sin(k_n) \cos(k_n)} \right) \left( \frac{\sin(k_n)}{k_n} - \cos(k_n \frac{x}{L}) \right) e^{-k_n^2 \frac{Dt}{L^2}} \right) \quad \text{Equa.IV-10}$$

Si nous posons :

$$\Psi_n(x) = \frac{1}{1-\nu} \left( \left( \frac{2 \sin(k_n)}{k_n + \sin(k_n) \cos(k_n)} \right) \left( \frac{\sin(k_n)}{k_n} - \cos(k_n \frac{x}{L}) \right) \right) \quad \text{Equa.IV-11}$$



Nous obtenons finalement

$$\sigma_{yy}(x,t) = E\alpha(T_i - T_f) \left( \sum_{n=0}^{\infty} \Psi_n(x) e^{\gamma_n t} \right) \quad \text{Equa.IV-12}$$

Si on remarque que

$$\Psi_n(x) = \frac{1}{1-\nu} \left[ \int_0^L \left( \frac{2 \sin(k_n)}{k_n + \sin(k_n) \cos(k_n)} \right) \cos\left(k_n \frac{x}{L}\right) dx - \left( \frac{2 \sin(k_n)}{k_n + \sin(k_n) \cos(k_n)} \right) \cos\left(k_n \frac{x}{L}\right) \right] \quad \text{Equa.IV-13}$$

et en utilisant l'équation

Equa.IV-2, on a:

$$\Psi_n(x) = \frac{1}{1-\nu} \left( \int_0^L \Theta_n(x) dx - \Theta_n(x) \right) \quad \text{Equa.IV-14}$$

La contrainte  $\sigma_{yy}(x,t)$  s'écrit alors

$$\frac{\sigma_{yy}(x,t)}{E\alpha(T_i - T_f)} = \frac{1}{(1-\nu)} \left( \frac{\int_0^L T^+(x,t) dx}{L} - T^+(x,t) \right) \quad \text{Equa.IV-15}$$

En tenant compte l'expression de  $T^+$ , nous pouvons écrire :

$$\frac{\sigma_{yy}(x,t)}{E\alpha} = \frac{1}{(1-\nu)} \left( \frac{\int_0^L T(x,t) dx}{L} - T(x,t) \right) \quad \text{Equa.IV-16}$$

Ainsi, l'état de contrainte suivant  $y$  en un point situé à une position  $x$  dans l'épaisseur à un instant  $t$  est proportionnel à la différence entre la température moyenne de l'échantillon et la température du point considéré. L'éprouvette sera par conséquent en traction là où la température est inférieure à la température moyenne, et inversement.

Afin de valider l'expression analytique des contraintes  $\sigma_{yy}$ , les calculs ont été lancés dans ABAQUS avec  $H=6000 W.m^{-2}.K^{-1}$  ( $Bi=1,5$ ),  $T_i=350^\circ C$  et  $T_f=25^\circ C$ . La Fig.IV-4 présente l'évolution de contrainte d'ouverture au bord et à cœur de l'éprouvette. Nous

remarquons, tout d'abord, un très bon accord entre la simulation numérique et l'analytique ce qui nous permet de valider l'équation Equa.IV-12.

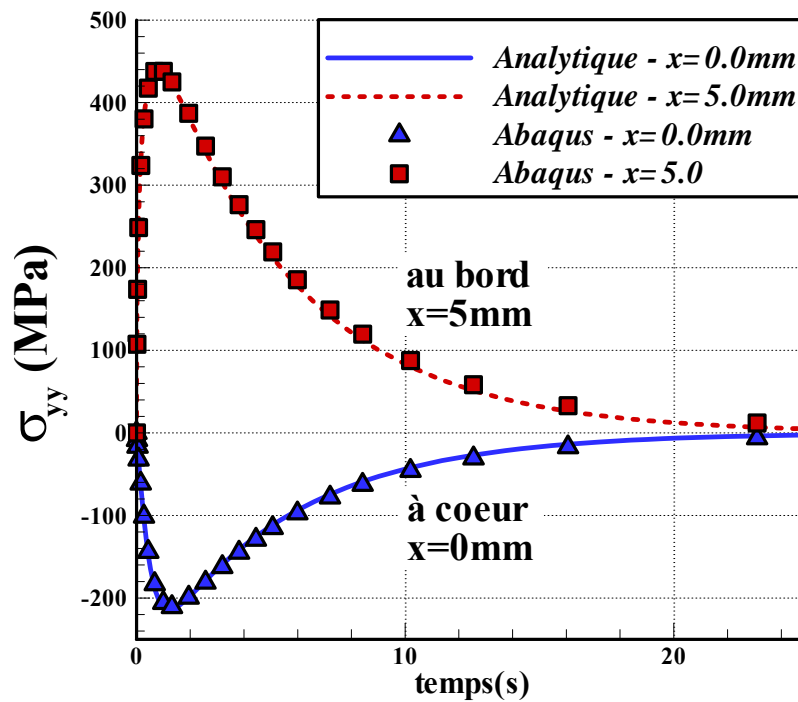


Fig.IV-4 : Comparaison numérique/analytique de l'évolution de  $\sigma_{yy}$  en fonction du temps –

$$H=6000 \text{ W.m}^{-2} . \text{K}^{-1}$$

Nous constatons ensuite un état de traction au bord et un état de compression au cœur de l'éprouvette. Nous obtenons un pic de  $\sigma_{yy}$  en surface à l'instant  $t=0,84$ s et à cœur à l'instant  $t=1,22$ s. Ainsi, il y a un léger décalage dans le temps entre les deux pics : l'écart correspond au délai de conduction au sein de l'éprouvette. Après le pic,  $\sigma_{yy}$  tend vers 0.

Nous nous intéressons ensuite à la répartition dans l'épaisseur de la contrainte  $\sigma_{yy}$  en différents instants  $t$  (cf. Fig.IV-5). La courbe est tracée pour les instants  $t=0,04$ s en tout début de choc,  $t=0,84$ s au moment du pic de  $\sigma_{yy}$  au bord,  $t=5,99$ s et  $t=100$ s dans le régime établi. Nous n'avons pas tracé la courbe à l'instant  $t=1,22$ s (pic de contrainte à cœur) car elle est très proche de celle à  $t=0,84$ s. La répartition de  $\sigma_{yy}$  en fonction de  $x$  nous confirme un état de traction au bord et de compression à cœur. Le gradient entre contrainte au bord et à cœur est maximal ici environ 1 seconde après le choc et correspond à un gradient maximal de la

température dans l'épaisseur. Après un temps suffisamment long, l'état de contrainte redevient nul en tout point de l'éprouvette car la température s'homogénéise.

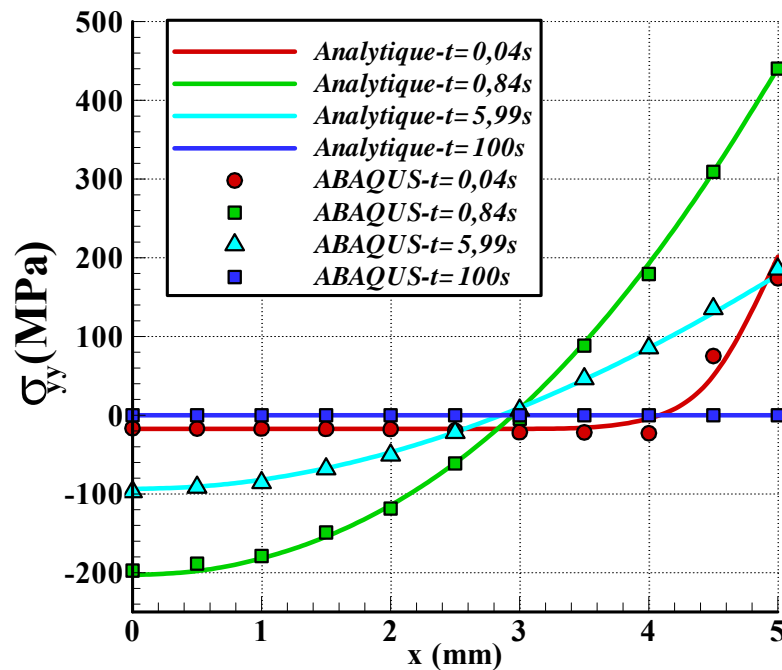


Fig.IV-5 : Evolution de  $\sigma_{yy}$  en fonction de la position  $x$  dans l'épaisseur à différents instants

### 2.2.3. Facteur d'intensité de contraintes

A partir du champ de contraintes dans l'éprouvette non fissurée  $\sigma_{yy}(x,t)$ , Bueckner et Rice [7, 9] ont montré qu'il est possible d'utiliser la méthode de fonction de poids pour l'obtention du facteur d'intensité de contraintes de l'éprouvette fissurée :

$$K_I = \int_{\Gamma_c} \sigma_{yy}(x,t) m(x) dx \quad \text{Equa.IV-17}$$

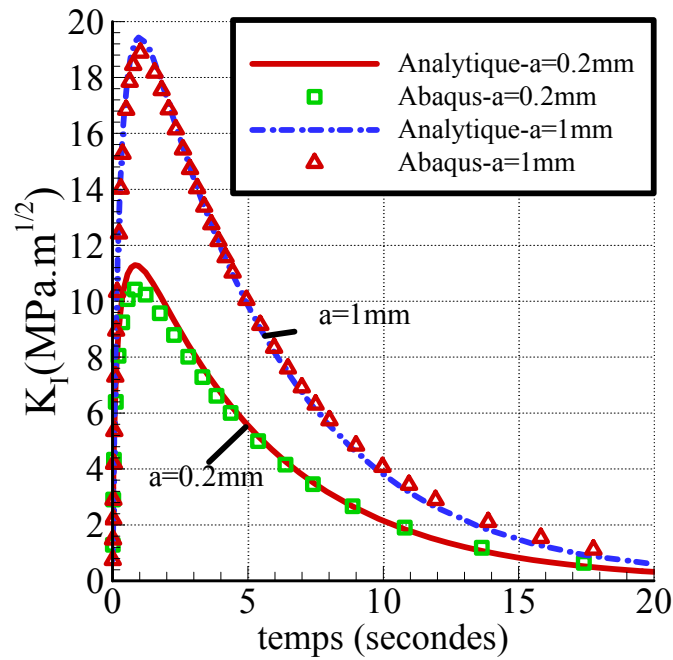
où  $m(x)$  est la fonction de poids de la géométrie fissurée et  $\Gamma_c$  est la périmètre de la fissure considérée.

Dans notre contexte, nous obtenons l'expression suivante où  $K_I$  est une fonction du temps :

$$K_I(t) = \frac{2L}{\sqrt{\pi a}} \int_{1-\frac{a}{L}}^1 \frac{F_1\left(\frac{x}{L}, \frac{a}{L}\right) \cdot \sigma_{yy}\left(\frac{x}{L}, t\right)}{\left(1 - \frac{a}{2L}\right)^{1.5} \sqrt{1 - \frac{(L-x)^2}{a^2}}} d\left(\frac{x}{L}\right) \quad \text{Equa.IV-18}$$

La fonction  $F_1\left(\frac{x}{L}, \frac{a}{L}\right)$  proposée par TADA[114] est donnée en **Annexe 1**. En pratique, à cause de la complexité de la fonction de poids, nous n'avons pas pu développer de manière explicite l'expression analytique de  $K_I$ . L'évaluation de l'Equa.IV-18 peut être faite soit par un logiciel de calcul formel (Maple, Matlab...), soit par une intégrale numérique programmée dans un langage comme Python, Fortran, C... Afin de faciliter les calculs qui suivent, nous avons choisi la méthode sous Python.

La Fig.IV-6 présente l'évolution de  $K_I$  en fonction du temps pour deux longueurs de fissure. L'évolution de  $K_I$  en fonction du temps est analogue à celle de  $\sigma_{yy}$ .  $K_I$  atteint un pic  $K_I^{\max}$  pour un temps d'autant plus petit que la fissure est courte, puis  $K_I$  décroît assez lentement jusqu'à une valeur nulle. Désormais, nous nous intéressons principalement à  $K_I^{\max}$  car c'est cette valeur qui interviendra pour la propagation de fissure. Les évolutions analytiques et numériques sont analogues avec un écart de 6% sur la valeur de  $K_I^{\max}$  pour  $a=0,2\text{mm}$  et de 2,8% pour  $a=1\text{mm}$ . Notre approche est validée pour le calcul analytique bidimensionnel du FIC dans le cas du choc thermique.

Fig.IV-6 : Evolution de  $K_I$  en fonction du temps

## 2.2.4. Etude paramétrique

### 2.2.4.1. Influence du coefficient d'échange thermique H

Comme nous l'avons vu précédemment dans la partie de conception du montage expérimental, la vitesse de refroidissement est liée au coefficient d'échange thermique H. Cette partie du manuscrit va s'intéresser à l'influence de H. Puisque notre montage utilise l'eau pour le refroidissement, nous nous limitons ici au domaine de  $H_{\text{eau}}$  [ $6000-17000 \text{ W/m}^2\cdot\text{K}^{-1}$ ]

L'évolution de  $K_I$  pour différentes valeurs de coefficient H est tracée dans la Fig.IV-7. Les courbes de  $K_I$  en fonction du temps sont analogues pour toutes les valeurs de H. Nous retrouvons que  $K_I^{\text{max}}$  augmente avec H croissant. Dans le cas d'un choc idéal où H est infini, nous avons  $K_I^{\text{max}} = 33 \text{ MPa}\cdot\sqrt{\text{m}}$ . Ainsi,  $K_I^{\text{max}}$  tend vers une valeur finie pour un choc idéal. Après le pic,  $K_I$  décroît plus vite pour H élevé. Nous notons aussi que  $K_I$  atteint le pic d'autant plus rapidement que H est grand. Pour un refroidissement à l'eau,  $K_I^{\text{max}}$  est nettement

au-dessus de  $K_{seuil}$ . On vérifie ainsi par le calcul ce que les essais nous avaient prouvé, à savoir qu'un refroidissement à l'eau permet une propagation de fissure par fatigue thermique.

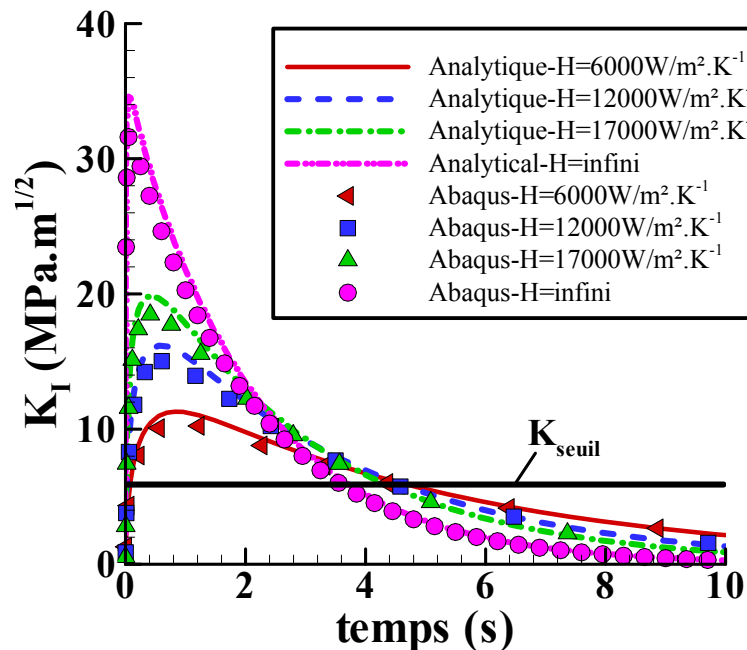


Fig.IV-7 : Influence du coefficient d'échange thermique H sur le facteur d'intensité de contraintes,  $a=0,2\text{mm}$

#### 2.2.4.2. Influence de la profondeur de fissure a

Il est intéressant, à présent, de tracer l'évolution de  $K_I^{\max}$  en fonction de la profondeur  $a$  de fissure pour  $H=6000\text{W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$  et  $2L=10\text{mm}$  (cf. Fig.IV-8). Au début,  $K_I^{\max}$  augmente rapidement. Puis  $K_I^{\max}$  atteint un pic pour  $a=1,5\text{mm}$  soit  $\frac{a}{L} = 0,3$ , ce qui s'accorde bien avec la littérature [113]. Après ce pic,  $K_I^{\max}$  diminue avec  $a$  croissant. Pour les fissures courtes, la propagation se déroule lentement car  $K_I^{\max}$  est petit. Plus la fissure se propage, plus la vitesse de propagation augmente et ce jusqu'à la profondeur  $\frac{a}{L} = 0,3$ . La vitesse diminue ensuite avec la profondeur. La confrontation de ce résultat avec les essais et avec une analyse tridimensionnelle ne sera effectuée que plus loin dans ce manuscrit.

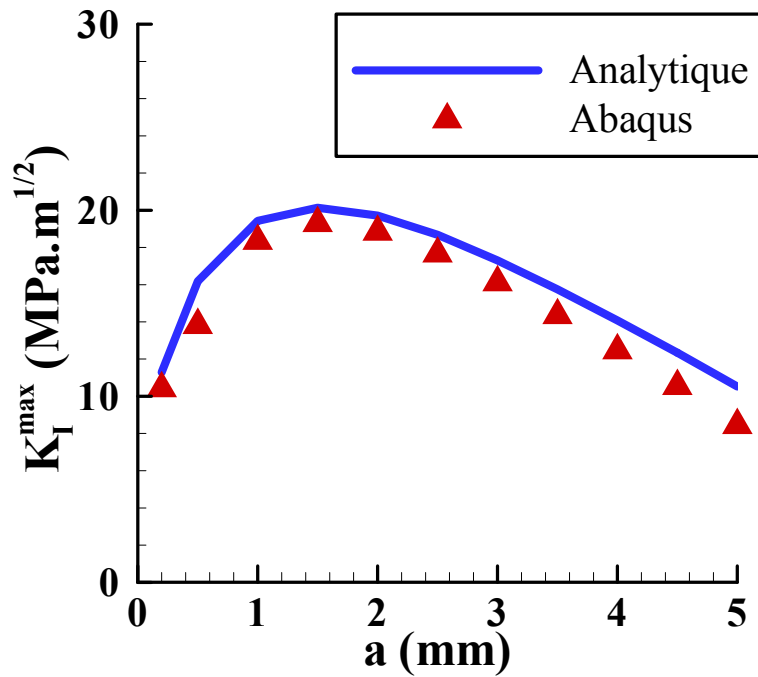


Fig.IV-8 : Evolution de  $K_I^{\max}$  en fonction de la profondeur  $a$  pour  $H=6000 W.m^{-2}.K^{-1}$

## 2.3. Sollicitation cyclique

### 2.3.1. Application de l'intégrale de Duhamel et du principe de superposition à notre problème

#### 2.3.1.1. Enoncé de la formule de Duhamel [115]

Soit un système dont l'évolution est décrite par  $u(x,t)$ . L'équation qui décrit le problème est de la forme :

$$L(u) = 0 \text{ où } L \text{ est un opérateur linéaire.} \quad \text{Equa.IV-19}$$

Les conditions aux limites du système considéré sont homogènes sauf une.

Exemple :  $u(0,t) = f(t)$  - CL non homogène

$u(L,t) = 0$  - CL homogène

$u(x,0) = 0$  - CL homogène

Si la réponse du système à une sollicitation de type échelon  $f(t) = a = \text{const}$  est  $u_{ech,a}(x,t) = a.u^*(x,t)$  avec  $u^*(x,t)$  la réponse du système pour  $a=1$ , alors la réponse du

système à une sollicitation variable dans le temps  $f(t)$  est donnée par la formule de Duhamel ci-dessous :

$$u(x,t) = f(t).u^*(x,0) + \int_0^t f(\tau). \frac{\partial u^*}{\partial t}(x,t-\tau) d\tau \quad \text{Equa.IV-20}$$

La formule de Duhamel est uniquement valable si toutes les conditions aux limites, sauf une, sont homogènes. Dans la réalité, on rencontre des problèmes avec des conditions aux limites complexes. Pour résoudre ces problèmes, le principe de superposition est proposé pourvu que le système considéré soit linéaire.

Dans notre contexte, la formule de Duhamel peut être utilisée pour la température et pour la contrainte car les équations gouvernant ces deux grandeurs sont linéaires.  $u(x,t)$  pourra alors être remplacé par  $T(x,t)$  ou  $\sigma_{yy}(x,t)$ .

### 2.3.1.2. Principe de superposition

#### 2.3.1.2.1. Principe de superposition utilisé pour le champ de température

La Fig.IV-9 rappelle les conditions aux limites thermiques appliquées à l'échantillon non fissuré

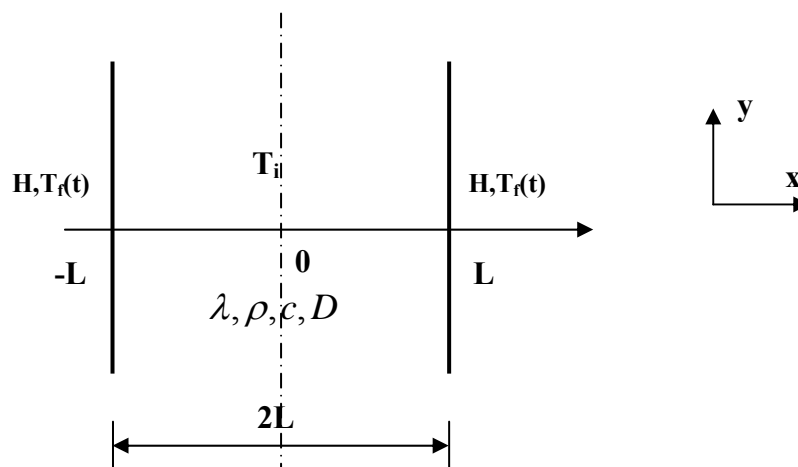


Fig.IV-9: Eprouvette soumise à des conditions aux limites thermiques variables dans le temps – Système I



Nous voulons connaître le comportement du système I où la température du milieu extérieur  $T_f(t)$  est une fonction variable dans le temps. Les équations décrivant le système I et ses conditions aux limites peuvent s'écrire comme suit :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = D \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad \text{Equa.IV-21}$$

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial x}(L, t) = H(T(L, t) - T_f(t)) \quad \text{Equa.IV-22}$$

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial x}(0, t) = 0 \quad \text{Equa.IV-23}$$

$$T(x, 0) = T_i \quad \text{Equa.IV-24}$$

L'Equa.IV-21 est l'équation du Fourier écrite pour le système. Puisque le système échange de la chaleur par convection avec le milieu extérieur sur le bord  $x=L$ , nous avons ainsi l'Equa.IV-22. Ensuite, l'Equa.IV-23 décrit la condition de symétrie en  $x=0$ . Enfin, l'Equa.IV-24 précise la température initiale homogène dans l'échantillon.

Nous trouvons que parmi les trois conditions aux limites du système I considéré (les Equa.IV-22 à Equa.IV-24) deux sont non homogènes (Equa.IV-22 et Equa.IV-24) et une est homogène (Equa.IV-23). Afin d'appliquer la méthode de Duhamel, nous devons diviser le système I en deux sous-systèmes différents en utilisant le principe de superposition :

Dans le système I-A, la température initiale  $T_i$  étant nulle, l'Equa.IV-24 devient homogène. Le système I-B correspond, quant à lui, au cas du choc avec un milieu extérieur à température nulle.

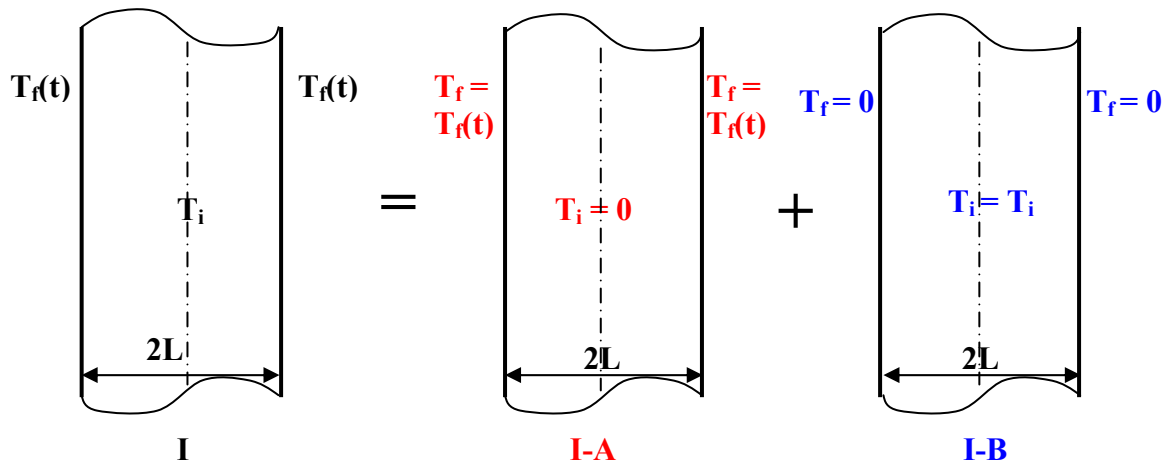


Fig.IV-10 : Principe de superposition appliqué au problème thermique

Nous connaissons déjà la solution du système I-B, c'est l'Equa.IV-1 avec  $T_f = 0$ . D'où

$$T^{I-B}(x, t) = T_i \left( \sum_{n=0}^{\infty} \Theta_n(x) e^{\gamma_n t} \right) \tag{Equa.IV-25}$$

Nous allons maintenant déterminer la solution du sous-système I-A. Comme  $T_i = 0$ , l'Equa.IV-24 est homogène, nous pouvons donc appliquer la méthode de Duhamel au sous-système I-A. En remplaçant  $T_i$  par 0 dans l'Equa.IV-1, la solution du système I-A avec la sollicitation d'échelon  $T = T_f$  s'écrit :

$$\frac{T^{I-A}(x, t) - T_f}{-T_f} = \left( \sum_{n=0}^{\infty} \Theta_n(x) e^{\gamma_n t} \right) \tag{Equa.IV-26}$$

Soit encore

$$T^{I-A}(x, t) = T_f \left[ 1 - \left( \sum_{n=0}^{\infty} \Theta_n(x) e^{\gamma_n t} \right) \right] \tag{Equa.IV-27}$$

La solution du système I-A avec la sollicitation d'échelon  $T = 1$  est donc :

$$T^* = \frac{T^{I-A}(x, t)}{T_f} = \left[ 1 - \left( \sum_{n=0}^{\infty} \Theta_n(x) e^{\gamma_n t} \right) \right] \tag{Equa.IV-28}$$

La formule de Duhamel (Equa.IV-20) permet alors d'obtenir la solution suivante pour le sous système I-A

$$T^{I-A}(x,t) = T(t)T^*(x,0) + \int_0^t T(\tau) \cdot \frac{\partial T^*}{\partial t}(x,t-\tau) d\tau \quad \text{Equa.IV-29}$$

La solution complète du système I est:

$$T^I(x,t) = T^{I-A}(x,t) + T^{I-B}(x,t) \quad \text{Equa.IV-30}$$

### 2.3.1.2.2. Principe de superposition appliqué pour le champ de contraintes

En supposant un comportement thermoélastique linéaire, le principe de superposition peut être utilisé pour la contrainte :

$$\sigma_{yy}^I = \sigma_{yy}^{I-A} + \sigma_{yy}^{I-B} \quad \text{Equa.IV-31}$$

Avec la même démarche que celle retenue pour la température, nous pouvons déduire que:

$$\frac{\sigma_{yy}^{I-A}(x,t)}{E\alpha} = T(t) \cdot \sigma_{yy}^*(x,0) + \int_0^t T(\tau) \cdot \frac{\partial \sigma_{yy}^*}{\partial t}(x,t-\tau) d\tau \quad \text{Equa.IV-32}$$

Grâce à l'Equa.IV-12 avec  $T_i=0$  et  $T_f=1$  (sollicitation échelon), on a:

$$\sigma_{yy}^*(x,t) = (-1) \left( \sum_{n=0}^{\infty} \Psi_n(x) e^{\gamma_n t} \right) \quad \text{Equa.IV-33}$$

Et pour le système I-B, c'est l'Equa.IV-12 avec  $T_f=0$ :

$$\frac{\sigma_{yy}^{I-B}(x,t)}{E\alpha} = T_i \left( \sum_{n=0}^{\infty} \Psi_n(x) e^{\gamma_n t} \right) \quad \text{Equa.IV-34}$$

Finalement à partir de ces équations, nous pouvons déduire la solution  $\sigma_{yy}^I(x,t)$  du système considéré:

$$\sigma_{yy}^I(x,t) = \sigma_{yy}^{I-A}(x,t) + \sigma_{yy}^{I-B}(x,t) \quad \text{Equa.IV-35}$$

### 2.3.2. Sollicitation cyclique avec un signal sinusoïdal

Dans un premier temps, afin de valider notre approche analytique, nous choisissons une sollicitation cyclique sinusoïdale de la forme:

$$T_f(t) = B + A \cos(\omega t) \quad \text{Equa.IV-36}$$

Où B est la température moyenne, A est l'amplitude et  $\omega$  est la pulsation de la sollicitation. Pour une fluctuation de température entre la température maximale  $T_{\max}$  et la température minimale  $T_{\min}$ , A et B s'écrivent :

$$A = \frac{T_{\max} - T_{\min}}{2}, \quad B = \frac{T_{\max} + T_{\min}}{2} \quad \text{Equa.IV-37}$$

#### 2.3.2.1. Champ de température

Nous allons établir l'expression analytique du champ de température dans l'éprouvette soumise à une sollicitation thermique sinusoïdale. L'Equa.IV-29 s'écrit pour cette sollicitation

$$T^{I-A}(x,t) = (B + A \cos(\omega t)) \left[ 1 - \left( \sum_{n=0}^{\infty} \Theta_n(x) \right) \right] - \int_0^t (B + A \cos(\omega \tau)) \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \gamma_n \Theta_n(x) e^{\gamma_n(t-\tau)} d\tau \quad \text{Equa.IV-38}$$

Si nous définissons un déphasage  $\varphi_n$  de telle manière que

$$\sin \varphi_n = \frac{\gamma_n}{\sqrt{\gamma_n^2 + \omega^2}}, \quad \cos \varphi_n = \frac{\omega}{\sqrt{\gamma_n^2 + \omega^2}} \quad \text{Equa.IV-39}$$

nous trouvons finalement après les simplifications nécessaires :

$$T^{I-A}(x,t) = (B + A \cos(\omega t)) - \sum_{n=0}^{\infty} \Theta_n(x) e^{\gamma_n t} (B + A \sin^2 \varphi_n) - \sum_{n=0}^{\infty} \Theta_n(x) A \cos \varphi_n (\cos(\omega t - \varphi_n)) \quad \text{Equa.IV-40}$$

$T^{I-B}(x,t)$  étant donné dans l'Equa.IV-25, nous trouvons le champ de température dans l'éprouvette pour une sollicitation de type sinusoïdal:

$$T^I(x,t) = (B + A \cos(\omega t)) + \sum_{n=0}^{\infty} \Theta_n(x) e^{\gamma_n t} (T_i - B - A \sin^2 \varphi_n) - \sum_{n=0}^{\infty} \Theta_n(x) A \cos \varphi_n (\cos(\omega t - \varphi_n)) \quad \text{Equa.IV-41}$$

L'Equa.IV-41 donne le champ de température dans l'éprouvette soumise à une fluctuation sinusoïdale de température. Cette solution peut se décomposer en une somme de deux termes :

- La réponse transitoire du champ de température que nous notons  $T_{trans}^I(x,t)$  :

$$T_{trans}^I(x,t) = \sum_{n=0}^{\infty} \Theta_n(x) (T_i - B - A \sin^2 \varphi_n) e^{\gamma_n t} \quad \text{Equa.IV-42}$$

- La réponse stabilisée du champ de température que nous notons  $T_{stab}^I(x,t)$  :

$$T_{stab}^I(x,t) = (B + A \cos(\omega t)) - \sum_{n=0}^{\infty} \Theta_n(x) A \cos \varphi_n (\cos(\omega t - \varphi_n)) \quad \text{Equa.IV-43}$$

Pour l'étape de validation, nous décidons de choisir  $T_i = 350^\circ C$ ,  $T_{max} = 350^\circ C$  et  $T_{min} = 100^\circ C$  afin d'approcher notre essai expérimental. L'Equa.IV-37 nous donne donc  $B = 225^\circ C$  et  $A = 125^\circ C$ . La fluctuation de température externe est alors:

$$T_f(t) = B + A \cos(\omega t) = 225 + 125 \cos(\omega t) \quad \text{Equa.IV-44}$$

Dans un premier temps, pour des raisons de présentation, nous avons choisi  $\omega = 0,2512$  ce qui correspond à une fréquence de 0,04 Hz. Les évolutions de température au bord ( $x=5\text{mm}$ ) et au cœur ( $x=0\text{mm}$ ) de l'éprouvette sont présentées dans la Fig.IV-11. Nous remarquons un très bon accord entre l'approche analytique et la simulation numérique effectuée dans Abaqus. Ces résultats valident donc l'approche analytique par la formule de Duhamel et en particulier

l'expression analytique du champ de température dans l'éprouvette soumise au cyclage sinusoïdal (Equa.IV-41).

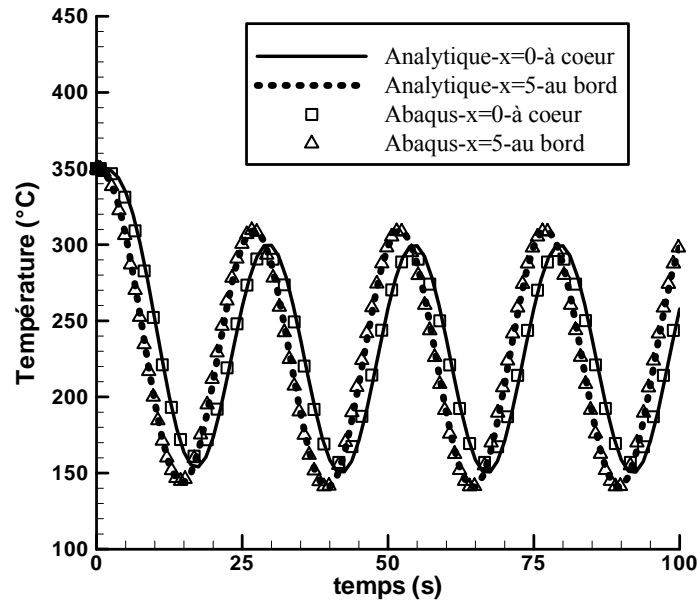


Fig.IV-11 : Champ de température dans l'éprouvette soumise à une sollicitation sinusoïdale–

$$H=6000 \text{ W.m}^{-2} .K^{-1}$$

Nous observons une évolution transitoire au premier cycle, suivie ensuite d'une stabilisation. Notons que pour une fréquence plus élevée, le transitoire durerait pendant plusieurs cycles. Nous remarquons qu'en régime stabilisé, la température au bord de l'éprouvette varie entre  $309^{\circ}\text{C}$  et  $140^{\circ}\text{C}$ . Ces températures sont différentes des températures maximale ( $T_{\max} = 350^{\circ}\text{C}$ ) et minimale ( $T_{\min} = 100^{\circ}\text{C}$ ) de la sollicitation sinusoïdale. Cette différence s'explique par le faible coefficient  $H$ . Dans le cas idéal  $H=\text{infini}$ , les températures maximale et minimale au bord atteignent celles de la sollicitation sinusoïdale. On observe un très faible gradient entre le bord et le cœur, de l'ordre de  $50^{\circ}\text{C}$ . On retrouve, comme dans le cas du choc un léger retard dans le temps de l'évolution à cœur.

La Fig.IV-12 montre quant à elle la répartition des températures dans l'épaisseur, au cours d'un cycle stabilisé entre les instants  $t=55\text{s}$  (début d'un refroidissement) et  $t=76,25\text{s}$  (fin du réchauffage). On constate que le gradient de température est maximum pour  $t=60\text{s}$ .

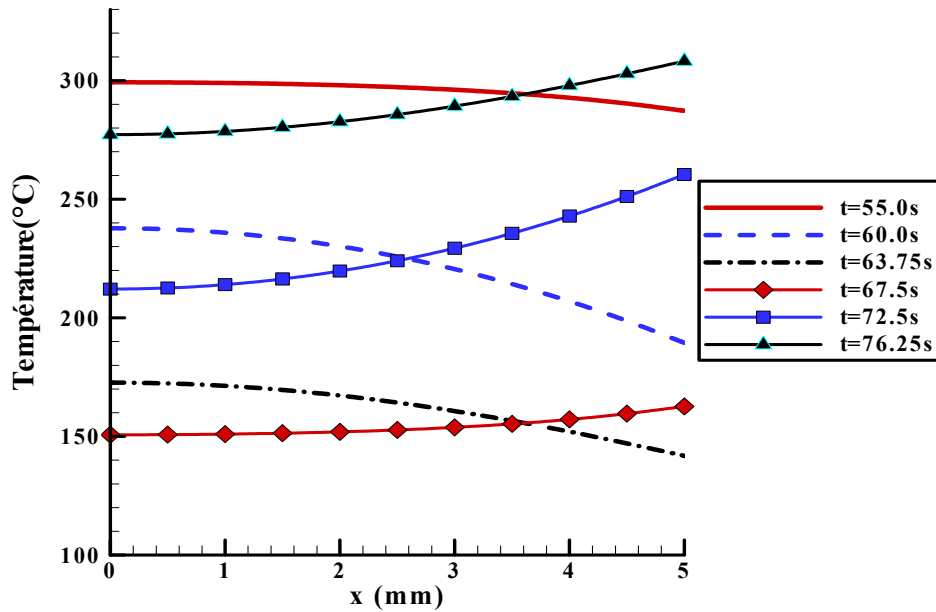


Fig.IV-12 : Répartition de température dans l'épaisseur pour différents instants t - sollicitation sinusoïdale  
 –  $H=6000 W.m^{-2}.K^{-1}$

### 2.3.2.2. Champ de contraintes

Par analogie, nous pouvons trouver la solution en termes de contraintes de l'éprouvette soumise à une sollicitation cyclique de température :

$$\sigma_{yy}^I(x,t) = E\alpha \left( \sum_{n=0}^{\infty} \Psi_n(x)(T_i - B - A \sin^2 \varphi_n) e^{\gamma_n t} - \sum_{n=0}^{\infty} \Psi_n(x) A \cos \varphi_n (\cos(\omega t - \varphi_n)) \right) \quad \text{Equa.IV-45}$$

Cette solution peut aussi se décomposer en deux termes :

- Une réponse transitoire notée  $\sigma_{yy-trans}^I(x,t)$  :

$$\sigma_{yy-trans}^I(x,t) = E\alpha \left( \sum_{n=0}^{\infty} \Psi_n(x)(T_i - B - A \sin^2 \varphi_n) e^{\gamma_n t} \right) \quad \text{Equa.IV-46}$$

- Une réponse stabilisée notée  $\sigma_{yy-stab}^I(x,t)$  :

$$\sigma_{yy-stab}^I(x,t) = -E\alpha \left( \sum_{n=0}^{\infty} \Psi_n(x) A \cos \varphi_n (\cos(\omega t - \varphi_n)) \right) \quad \text{Equa.IV-47}$$

Les évolutions des contraintes au bord ( $x=5\text{mm}$ ) et à cœur ( $x=0\text{mm}$ ) de l'éprouvette non fissurée sont présentées dans la Fig.IV-13. Nous remarquons de nouveau un très bon accord entre l'Equa.IV-45 et la simulation numérique dans Abaqus. Nous observons aussi la réponse

transitoire et stabilisée de l'évolution des contraintes. Au régime stabilisé, les valeurs maximale et minimale des contraintes sont opposées.

Ce résultat montre une évolution quasi hors phase des contraintes entre le bord et le cœur de l'éprouvette : quand le bord de l'éprouvette est en état de traction, le cœur de l'éprouvette est en état de compression et inversement. Nous remarquons aussi une amplitude de fluctuation plus importante au bord qu'au cœur de l'éprouvette.

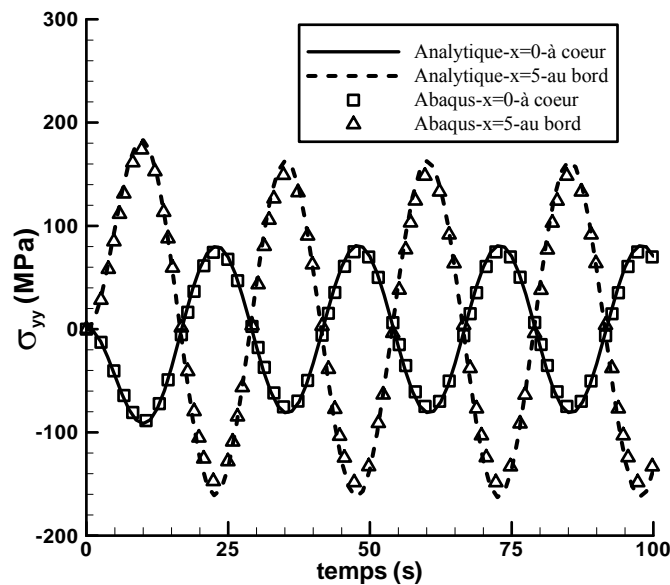


Fig.IV-13 : Champ de contraintes dans l'éprouvette soumise à une sollicitation sinusoïdale –  
 $H=6000 W.m^{-2}.K^{-1}$

La répartition dans l'épaisseur de la contrainte  $\sigma_{yy}$  en différents instants  $t$  est tracée pour un cycle stabilisé (cf. Fig.IV-14). Nous ne présentons que les courbes analytiques en sachant qu'elles sont en bon accord avec la simulation numérique. Pendant le premier demi-cycle correspondant au refroidissement de  $309^{\circ}C$  à  $140^{\circ}C$ , nous observons un état de traction au bord et de compression à cœur de l'éprouvette. Le gradient de contraintes est maximal à l'instant  $t=60s$  comme le gradient de température et puis diminue progressivement. Pendant le demi-cycle suivant correspondant au réchauffage, l'état de contraintes est inversé. Nous remarquons aussi que les profils de  $\sigma_{yy}$  pendant le cycle sont symétriques.

Ainsi, la répartition de contraintes dans l'épaisseur dans le cas d'une sollicitation cyclique est analogue avec celle du choc thermique froid pendant le refroidissement (cf. Fig.IV-14). Une comparaison des expressions de contraintes dans les équations Equa.IV-47 et Equa.IV-12



nous permet de conclure que le gradient cyclique de contraintes dans l'épaisseur de l'éprouvette est également proportionnelle au gradient cyclique de température dans l'épaisseur pour la sollicitation sinusoïdale.

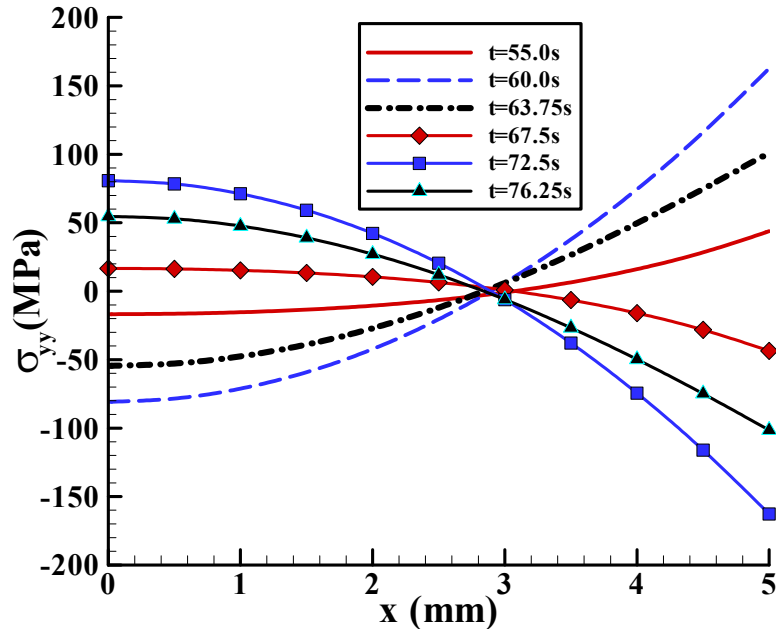


Fig.IV-14 : Répartition de contraintes dans l'épaisseur pour différents instants  $t$  - sollicitation sinusoïdale  
 -  $H=6000 W.m^{-2}.K^{-1}$

### 2.3.2.3. Facteur d'intensité de contraintes

Une fois que nous connaissons le champ de contraintes dans l'éprouvette, nous pouvons déduire le facteur d'intensité de contraintes (FIC) par la méthode de fonction de poids (cf. Equa.IV-18). La Fig.IV-15 trace l'évolution du FIC en fonction du temps pour une fissure surfacique de profondeur  $a=0,2$ mm. Un bon accord entre approche analytique et simulation numérique est constaté avec un écart maximal de 14% aux pics.

Comme les évolutions de contraintes, le FIC a un régime transitoire et un régime stabilisé. Cette évolution du FIC est en phase avec l'évolution de contraintes au bord de l'éprouvette.  $K_I$  est positif quand la surface de l'éprouvette est en traction. Quand la surface de l'éprouvette est en compression,  $K_I$  est négatif, ce qui illustre le phénomène de fermeture pendant cette part du cycle.

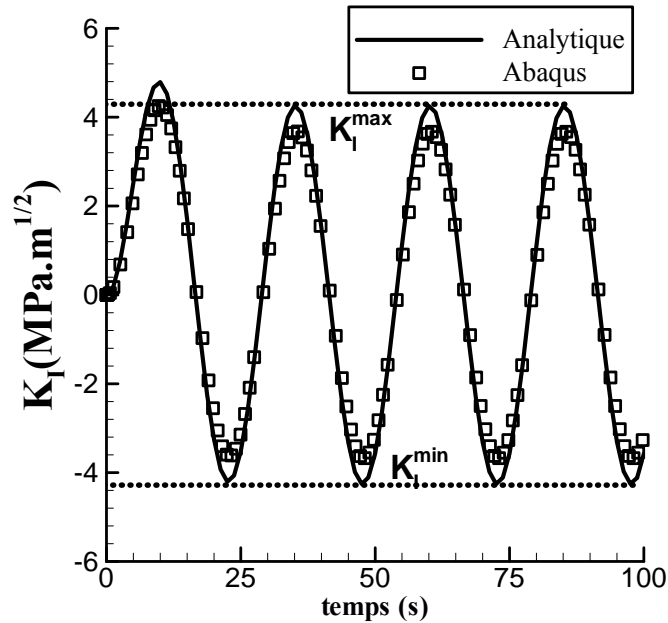


Fig.IV-15 : Evolution du FIC de l'éprouvette soumise à une fluctuation sinusoïdale de température pour une profondeur de fissure  $a=0,2\text{mm}$

Nous notons aussi qu'en régime stabilisé, le rapport  $R_K = \frac{K_I^{\min}}{K_I^{\max}}$  est égal à -1 grâce à la symétrie de contraintes signalée précédemment. Ainsi, pour l'étude de fatigue, nous nous intéressons plus particulièrement à la valeur de  $K_I^{\max}$  du régime stabilisé.

### 2.3.2.4. Etude paramétrique

#### 2.3.2.4.1. Influence de la température initiale $T_i$ , de la température moyenne $B$ et de l'amplitude $A$ sur le facteur d'intensité de contraintes

Dans cette partie, nous voulons mettre en évidence l'influence de différents paramètres sur l'évolution du facteur d'intensité de contraintes. Nous rappelons que le FIC est donné par l'intégrale :

$$K_I = \int \sigma_{yy}(x,t)m(x)dx$$

Si nous connaissons l'influence de la température initiale  $T_i$ , de l'amplitude  $A$  et de la température moyenne  $B$  sur l'évolution de  $\sigma_{yy}$ , nous pouvons en déduire l'influence de ces paramètres sur  $K_I$ .

L'Equa.IV-46 montre que les trois paramètres  $T_i$ ,  $A$  et  $B$  influent sur le régime transitoire en contraintes. Par contre, on note, au travers de l'Equa.IV-47 que seule l'amplitude  $A$  agit sur le régime stabilisé, avec une contrainte stabilisée proportionnelle à  $A$ .

La Fig.IV-16 montre l'évolution de  $K_I$  pour deux températures initiales différentes ( $T_i = 350^\circ\text{C}$  et  $T_i = 500^\circ\text{C}$ ). Les coefficients  $A=125^\circ\text{C}$  et  $B=225^\circ\text{C}$  sont identiques pour les deux courbes. Nous vérifions que les deux courbes ne diffèrent que pendant le régime transitoire. Pendant le régime stabilisé, les deux courbes sont parfaitement confondues.

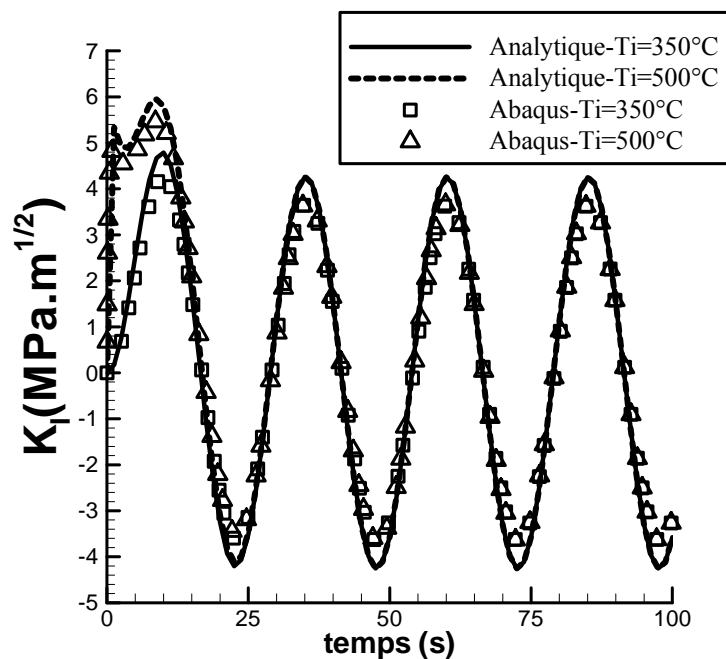


Fig.IV-16 : Influence de la température initiale  $T_i$  sur le FIC –  $a=0,2\text{mm}$  et  $H=6000\text{W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$

Afin de mieux illustrer l'influence de l'amplitude  $A$  et de la température moyenne  $B$ , l'évolution de  $K_I$  est tracée pour différentes valeurs de  $A$  et  $B$  dans la Fig.IV-17. Nous ne présentons que les résultats analytiques qui sont en bon accord dans tous les cas avec le numérique.

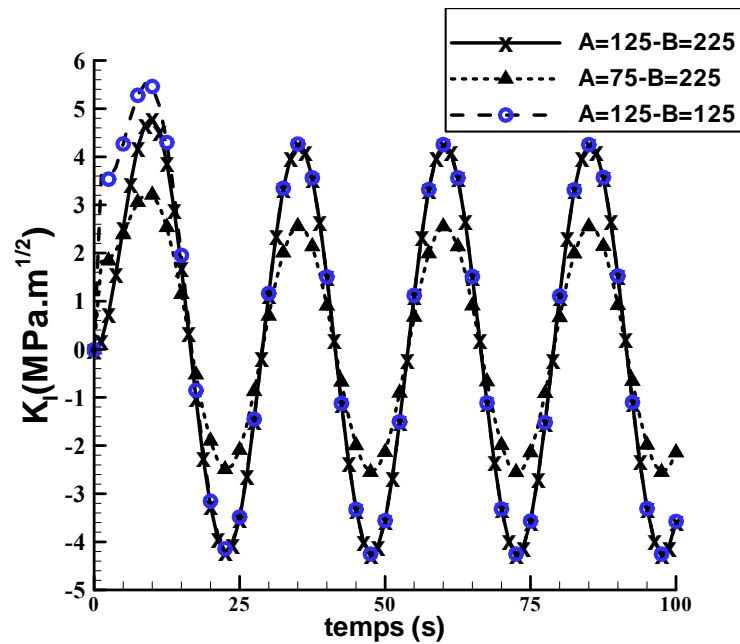


Fig.IV-17 : Influence de la température moyenne B et de l'amplitude A de sollicitation sinusoïdale –  
 $a=0,2\text{mm}$  et  $H=6000 \text{ W/m}^2\cdot\text{K}^{-1}$

Une comparaison des deux courbes correspondant à la même amplitude de température A nous permet de vérifier que la température moyenne B n'influe que sur le régime transitoire. On s'assure également que l'amplitude de  $K_I$  est bien proportionnelle à A dans le régime stabilisé. Par conséquent, lors du cyclage thermique, la température moyenne B n'aura aucune influence sur la propagation des fissures. Par contre, plus l'amplitude de température A est grande, plus la sollicitation est nocive en terme de propagation.

#### 2.3.2.4.2. Influence du coefficient d'échange thermique H et de la fréquence f sur $K_I^{\text{max}}$

La fréquence de la sollicitation f influence les régimes transitoire et stabilisé au travers du déphasage  $\varphi_n$  défini dans Equa.IV-39. Le coefficient H influence aussi ces deux régimes au travers de  $\varphi_n$  et  $\gamma_n$ . Les rôles de  $\varphi_n$  et  $\gamma_n$  dans la solution  $\sigma_{yy}$  étant complexes, et puisque nous nous intéressons à la réponse de l'éprouvette en fatigue, nous nous concentrons sur le régime stabilisé et en particulier sur la valeur maximale du facteur d'intensité de contraintes  $K_I^{\text{max}}$ .

L'influence du coefficient d'échange thermique  $H$  et de la fréquence sur  $K_I^{\max}$  est mise en évidence dans la Fig.IV-18. Dans l'intervalle du coefficient d'échange thermique considéré correspondant à un refroidissement à l'eau, il est montré que  $H$  ne change pas de manière importante l'allure de la courbe  $K_I^{\max}$ . Pour une fréquence donnée,  $K_I^{\max}$  augmente avec  $H$ .

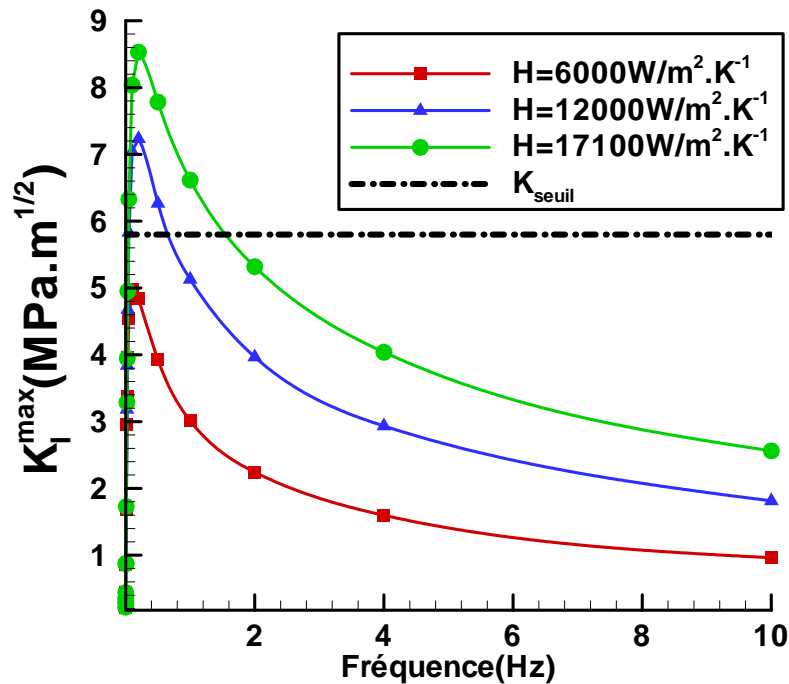


Fig.IV-18 : Influence du coefficient d'échange thermique  $H$  et de la fréquence  $f$  sur  $K_I^{\max}$  ( $a=0,2\text{mm}$ )

Pour tous les coefficients d'échange thermique  $H$ ,  $K_I^{\max}$  atteint ses plus grandes valeurs aux fréquences les plus faibles. Ensuite,  $K_I^{\max}$  tend vers zéro pour les fréquences élevées. Le pic de  $K_I^{\max}$  est atteint à la fréquence  $f=0,1\text{Hz}$  pour  $H=6000\text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$ , à  $f=0,18\text{Hz}$  pour  $H=12000\text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$ , et à  $f=0,2\text{Hz}$  pour  $H=17100\text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$ . Pour  $H=6000\text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$ , la courbe  $K_I^{\max}$  se situe au-dessous de  $K_{\text{seuil}}$  pour toutes les fréquences considérées. Il est remarqué que pour  $H=12000\text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$  et  $17000\text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$ , il existe une fréquence au-delà de laquelle la fissure de  $0,2\text{mm}$  de profondeur ne devrait plus se propager car  $K_I^{\max}$  devient inférieur à  $K_{\text{seuil}}$ .

### 2.3.2.4.3. Influence de la fréquence $f$ lors de la propagation d'une fissure

Il est temps, à présent, d'examiner l'influence de la fréquence de sollicitation sinusoïdale sur la propagation de fissure. Sur la Fig.IV-19 se trouve le FIC maximal  $K_I^{\max}$  en fonction de la profondeur de fissure  $a$  pour différentes valeurs de la fréquence  $f$ . Pour chaque fréquence considérée, la courbe  $K_I^{\max} - a$  passe par un pic. Ce pic correspond à une valeur d'autant plus faible de la longueur de fissure que la fréquence est élevée. Ces tendances avaient été notées par Taheri [96, 97]

Entre 0,1Hz et 10Hz, pour une longueur donnée de fissure, plus la fréquence diminue, plus  $K_I^{\max}$  augmente. Entre 0,04Hz et 0,1Hz, l'inverse se produit. Pour les fréquences supérieures à 1Hz,  $K_I^{\max}$  demeure inférieur à  $K_{seuil}$  pour toutes les longueurs de fissure: la fissure ne devrait donc pas se propager. Pour les fréquences comprises entre 0,04Hz et 0,5Hz, un arrêt de propagation devrait se produire à partir d'une certaine profondeur de fissure, à savoir  $a=2\text{mm}$ ;  $3,5\text{mm}$  et  $4,1\text{mm}$  respectivement pour  $f=0,5\text{Hz}$ ;  $0,04\text{Hz}$  et  $0,1\text{Hz}$ .

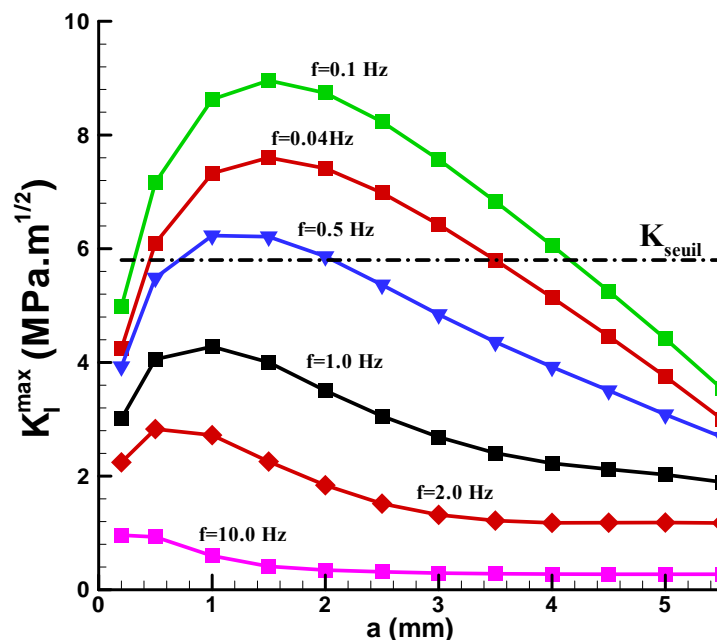


Fig.IV-19 :  $K_I^{\max}$  pour différentes fréquences  $f$  de sollicitation et différentes longueurs de fissure  $a$  – A=125°C, B=225°C, Ti=350°C et H=6000 W/m<sup>2</sup>.K<sup>-1</sup>

### 2.3.3. Sollicitation en «dents de scie»

#### 2.3.3.1. Simplification de la condition thermique du milieu externe

Nous venons de mettre en place une solution analytique dans le cas d'une variation de température cyclique. Toutefois, ces conditions restent assez éloignées du champ de température obtenu expérimentalement, pour lequel nous avons notamment des différences de cinétique très importantes entre l'étape de refroidissement (environ 5s) et celle de réchauffage (environ 200s). Nous avons montré dans le chapitre expérimental que la variation de température pouvait être assimilée à une fluctuation en dents de scie (cf. Fig.II-39).

Cette évolution de température est le résultat de deux étapes :

- refroidissement à l'eau : température  $T_{\text{eau}}$ , coefficient d'échange thermique  $H_{\text{eau}}$ , durée de refroidissement  $t_{\text{do}}$ .

- réchauffage à l'eau, température de l'air  $T_{\text{air}}$  égale à la température consigne du four, coefficient d'échange thermique  $H_{\text{air}}$  et durée de réchauffage  $t_{\text{up}}$ .

Avec ces quatre paramètres,  $T_{\text{eau}}$ ,  $T_{\text{air}}$ ,  $H_{\text{eau}}$ ,  $H_{\text{air}}$ , les conditions aux limites du problème deviennent complexes et le théorème de Duhamel n'est plus applicable. Des simplifications sont nécessaires.

Pour reproduire une variation de température en dents de scie dans l'éprouvette, nous avons décidé que la condition thermique simplifiée du milieu externe a aussi une allure en dents de scie. L'éprouvette est refroidie par un « milieu » qui a un coefficient d'échange  $H=H_{\text{eau}}=\text{constant}$  et la température descend linéairement de  $T_{\text{max}}$  à  $T_{\text{min}}$  pendant la durée de refroidissement  $t_{\text{do}}$ . Ensuite, l'éprouvette est réchauffée par ce « milieu » qui a toujours le même coefficient d'échange  $H=H_{\text{eau}}=\text{constante}$  mais avec cette fois la température augmente linéairement de  $T_{\text{min}}$  à  $T_{\text{max}}$  pendant la durée de réchauffage  $t_{\text{up}}$ . Nous définissons alors la durée de cycle  $t_c = t_{\text{up}} + t_{\text{do}}$  (cf. Fig.IV-20).

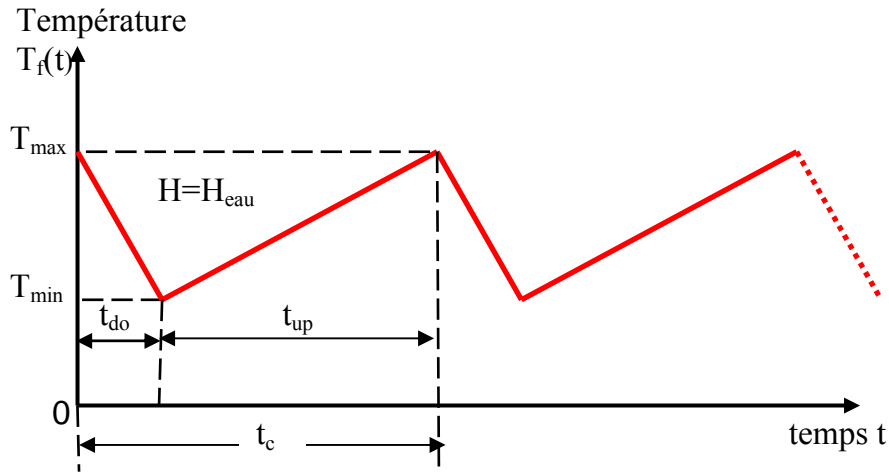


Fig.IV-20 : Conditions thermiques simplifiées du milieu externe

A travers la Fig.IV-20, nous pouvons définir analytiquement l'expression de la température du milieu extérieur  $T_f(t)$  et de sa dérivée par rapport au temps  $T_f'(t)$  comme suit:

$$\left\{ \begin{array}{l} 0 \leq t \leq t_{do} : T_f(t) = It + J \\ \qquad \qquad \qquad T_f'(t) = I \\ t_{do} \leq t \leq t_c : T_f(t) = Mt + N \\ \qquad \qquad \qquad T_f'(t) = M \\ t_c \leq t : T_f(t) = T(t - N_c t_c) \\ \qquad \qquad \qquad T_f'(t) = T'(t - N_c t_c) \end{array} \right. \qquad \text{Equa.IV-48}$$

Où  $N_c$  est le nombre de cycles complet jusqu'à l'instant  $t$  considéré. Mathématiquement,

$N_c$  est la partie entière du rapport  $\frac{t}{t_c}$ .

$$I = \frac{T_{\min} - T_{\max}}{t_{do}} \qquad J = T_{\max}$$

$$M = \frac{T_{\max} - T_{\min}}{t_{up}} \qquad N = J - M t_c$$

Nous définissons aussi un nouveau paramètre  $R_t$ : le rapport entre les durées de refroidissement et de réchauffage.

$$R_t = \frac{t_{do}}{t_{up}} \qquad \text{Equa.IV-49}$$



Nous restreignons l'étude aux cas où la durée de refroidissement est inférieure à celle de réchauffage  $0 \leq R_t \leq 1$ .  $R_t=0$  correspond à un choc thermique, et  $R_t=1$  est le cas du signal triangulaire avec une même vitesse de refroidissement et de réchauffage.

### 2.3.3.2. Champ de température

Avec une démarche analogue à celle développée dans la partie traitant de la sollicitation sinusoïdale, on obtient après simplification la solution de température dans l'éprouvette pour une sollicitation en dents de scie (cf. Annexe 2).

Pour l'étape de validation, les paramètres de nos essais ont été utilisés, à savoir  $T_i = 350^\circ\text{C}$ ,  $T_{\max} = 350^\circ\text{C}$  et  $T_{\min} = 100^\circ\text{C}$ ,  $t_d=3\text{s}$ ,  $t_{\text{up}}=197\text{s}$  soit  $t_c=200\text{s}$  et  $R_t = \frac{t_d}{t_{\text{up}}} \approx 0,015$ .

Une comparaison analytique-numérique de l'évolution de la température au cœur de l'éprouvette est donnée dans la Fig.IV-21. Un très bon accord permet de valider l'expression analytique pour une sollicitation en dents de scie. La réponse stabilisée est ici obtenue dès le premier cycle. Nous observons que l'évolution de température au cœur de l'éprouvette a aussi une allure de dents de scie. Cette température, au régime stabilisé, varie entre  $345^\circ\text{C}$  et  $125^\circ\text{C}$ : ces extrêmes sont très proches des températures maximale et minimale du milieu externe.

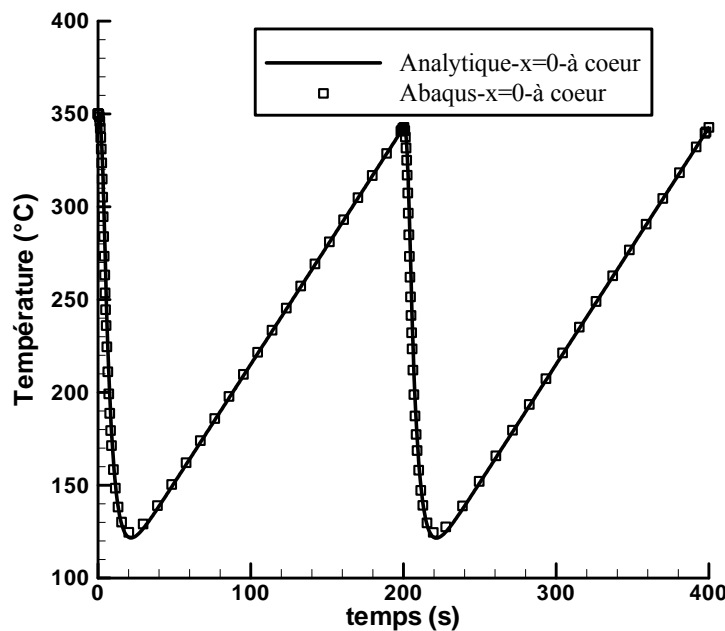


Fig.IV-21 : Comparaison analytique-numérique du champ de température au cœur de l'éprouvette soumise à une sollicitation en dents de scie  $-H=6000 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$ ,  $t_c=200\text{s}$ ,  $R_t=0,015$

La Fig.IV-22 permet de comparer les évolutions de température au bord et à cœur de l'éprouvette. L'écart maximal de température  $T_{\text{cœur}}-T_{\text{bord}}$  vaut  $84^{\circ}\text{C}$  à l'instant  $t=4\text{s}$ , soit à la fin du refroidissement. Ensuite, le réchauffage étant long, la température dans l'éprouvette est quasi homogène avec un écart cœur-bord de température quasi constant de  $3^{\circ}\text{C}$  à partir de l'instant  $t=40\text{s}$ .

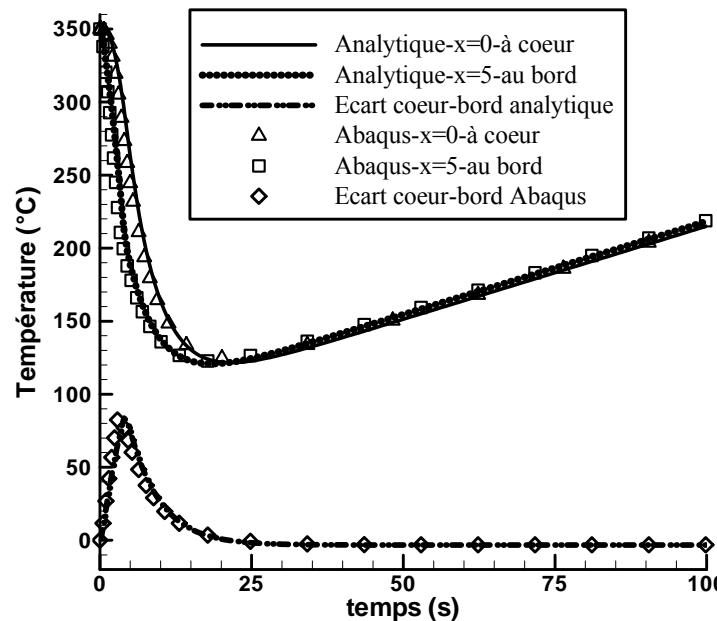


Fig.IV-22 : Evolution de la température et écart de température cœur-bord pendant le refroidissement et réchauffage de l'éprouvette -  $H=6000\text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$ ,  $t_c=200\text{s}$ ,  $R_f=0,015$

### 2.3.3.3. Champ de contraintes

La connaissance du champ de température permet d'obtenir les expressions suivantes de la contrainte  $\sigma_{yy}$  (cf. Annexe 3).

De nouveau, la comparaison analytique-numérique de l'évolution de contraintes montre un résultat très satisfaisant (cf. Fig.IV-23). Comme dans le cas de la sollicitation sinusoïdale, nous observons une évolution quasi hors phase des contraintes au bord et à cœur de l'éprouvette. Des pics de contraintes sont observés au début de chaque cycle au moment du refroidissement. Ensuite, les valeurs des contraintes restent petites pendant toute la durée de réchauffage. Avec une sollicitation en dents de scie, les valeurs maximale et minimale de la contrainte ne sont plus opposées. Sur la même figure, nous ajoutons la courbe de l'écart de température cœur-bord en fonction du temps. Malgré le petit écart de température entre le

bord et le cœur, les contraintes atteignent des valeurs importantes : 300MPa en traction au bord et 148MPa en compression au cœur. Les pics de contraintes sont obtenus à des instants  $t$  assez proches de celui du pic de l'écart de température. En plus, ce résultat montre aussi que l'évolution de contraintes pendant un cycle est très proche du cas du choc thermique.

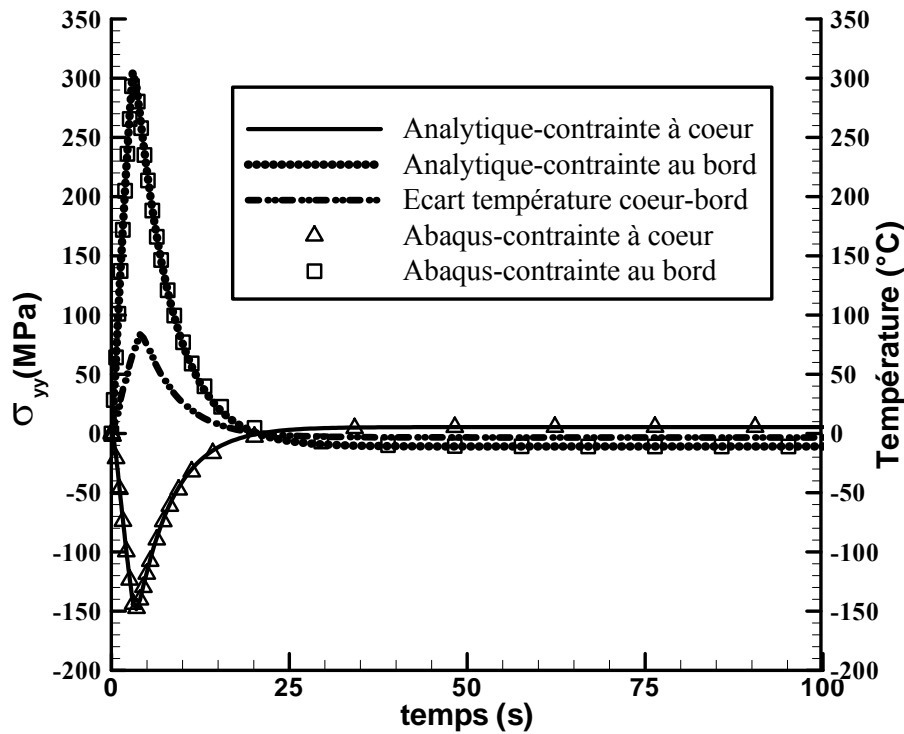


Fig.IV-23 : Champ de contraintes dans l'éprouvette soumise à une sollicitation en dents de scie –  $T_i=350^{\circ}\text{C}$ ,  $H=6000 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$ ,  $t_c=200\text{s}$ ,  $R_t=0,015$

#### 2.3.3.4. Facteur d'intensité de contraintes

L'évolution du facteur d'intensité de contraintes est tracée dans la Fig.IV-24 pour une fissure de 0,2mm. Rappelons que le FIC est calculé à partir des contraintes en utilisant des fonctions de poids adaptées.

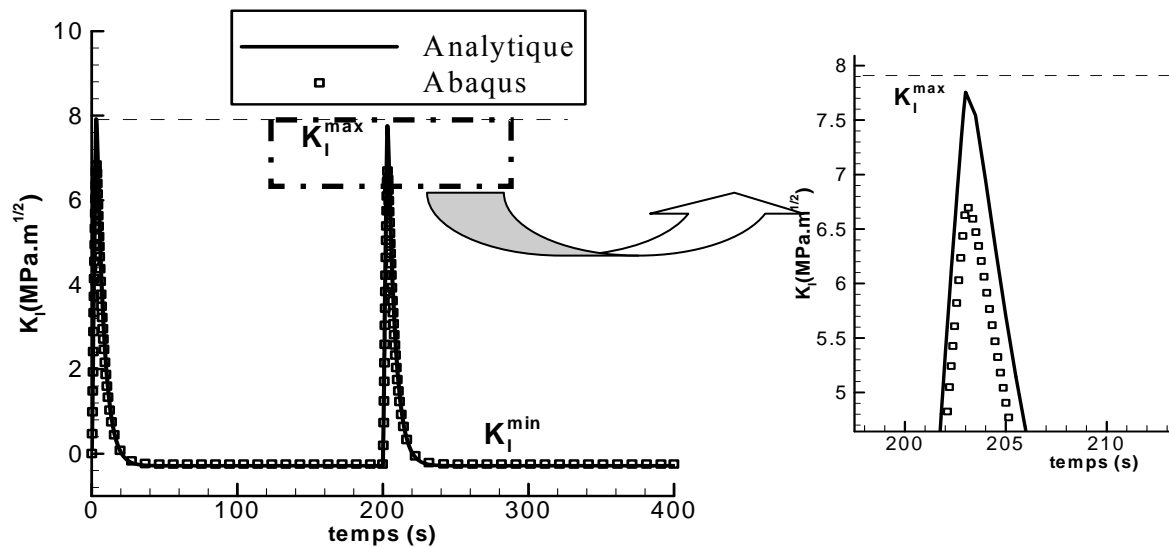


Fig.IV-24 : Evolution du FIC dans l'éprouvette fissurée soumise à fluctuation en dents de scie -  $a=0,2\text{mm}$   
 $T_i=350^\circ\text{C}$ ,  $H=6000\text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$ ,  $t_c=200\text{s}$ ,  $R_t=0,015$

Nous trouvons un assez bon accord avec la simulation numérique avec un écart sur la valeur de  $K_I^{\max}$  d'environ 13%. La valeur maximale du SIF de  $7,75\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$  est obtenue au moment du refroidissement. Ensuite, pendant la période de réchauffage, le FIC est légèrement négatif ( $-0,28\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$ ). Ceci nous amène à définir un nouveau paramètre,  $R_K$  le rapport du FIC minimal sur le FIC maximal.

$$R_K = \frac{K_I^{\min}}{K_I^{\max}} \quad \text{Equa.IV-50}$$

Nous avons ici  $R_K = \frac{K_I^{\min}}{K_I^{\max}} = \frac{-0,28}{7,75} = -0,036$ . Il est remarqué que la valeur absolue du

rapport  $R_K$  est proche du celui du rapport de refroidissement – réchauffage  $R_t$ . La relation entre ces deux rapports sera étudiée dans notre étude paramétrique.

### 2.3.3.5. Etude paramétrique

#### 2.3.3.5.1. Influence de la température initiale $T_i$ et du coefficient d'échange thermique $H$

L'influence de la température initiale est mise en évidence sur la Fig.IV-25. La température initiale n'influence que la réponse transitoire comme le montrent les équations

Annex. 2-4 et Annex. 2-7. C'est pour cette raison que nous obtenons un  $K_I^{\max}$  plus élevé pour  $T_i = 500^\circ\text{C}$  au premier cycle. A partir du deuxième cycle, les deux évolutions sont identiques.

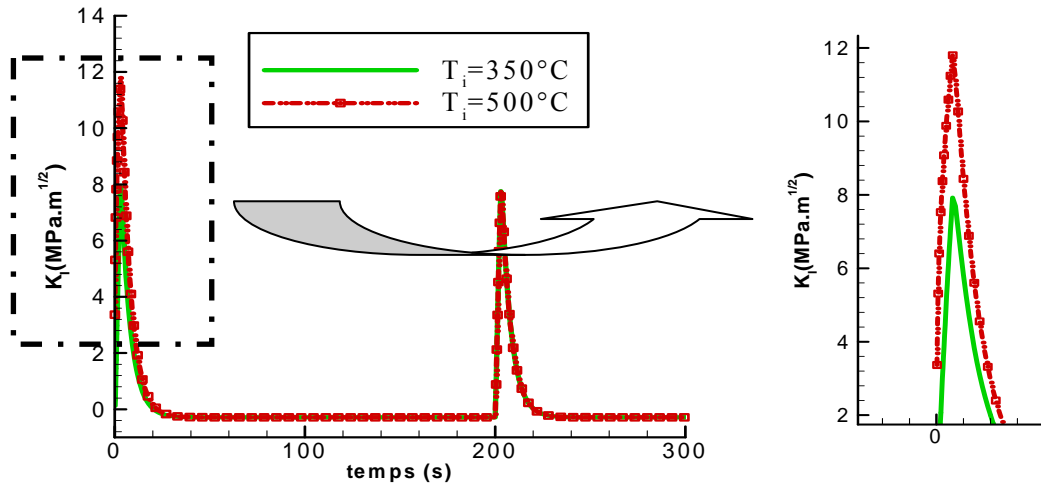


Fig.IV-25 : Influence de la température initiale sur le FIC -  $a=0,2\text{mm}$ ,  $T_i=350^\circ\text{C}$ ,  $H=6000\text{W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$ ,  $t_c=200\text{s}$ ,  $R_t=0,015$

L'évolution du FIC pour différentes valeurs du coefficient  $H$  est tracée sur la Fig.IV-26. Nous trouvons un résultat analogue avec le cas du choc thermique. Le FIC augmente avec  $H$ . Nous remarquons de plus que la valeur de  $K_I^{\max}$  pour un même coefficient  $H$  est plus petite pour la sollicitation en dents de scie que pour le choc (cf. Tab.IV-2). Cela est tout à fait raisonnable car la sollicitation en dents de scie est moins sévère que le choc thermique. Ainsi, avec les paramètres d'essai dont nous disposons, nous pouvons considérer que le choc thermique répété est la nature de notre essai expérimental.

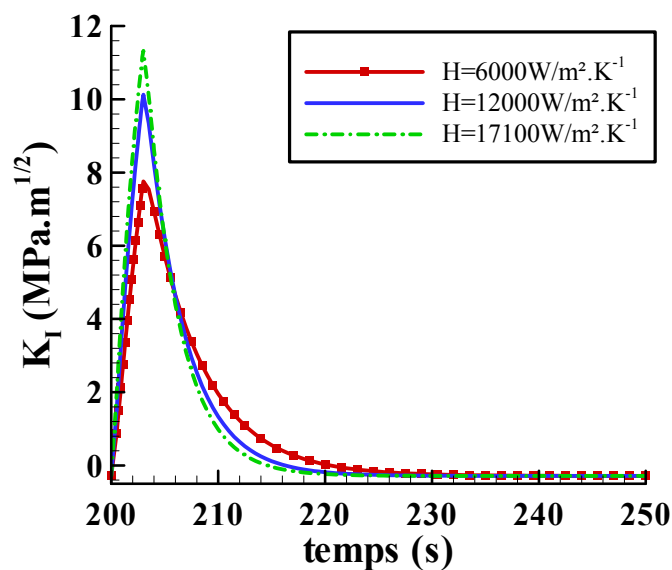


Fig.IV-26 : Influence du coefficient d'échange thermique  $H$  – Sollicitation en dents de scie avec  $a=0,2\text{mm}$ ,  $T_i=350^\circ\text{C}$ ,  $H=6000\text{W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$ ,  $t_c=200\text{s}$ ,  $R_t=0,015$

$K_I^{\max}$ Coefficient H	$K_I^{\max}$ Dents de scie	$K_I^{\max}$ Choc
H=6000 W.m <sup>-2</sup> .K <sup>-1</sup>	7,74 MPa.√m	11,07 MPa.√m
H=12000 W.m <sup>-2</sup> .K <sup>-1</sup>	10,07 MPa.√m	16,14 MPa.√m
H=17100 W.m <sup>-2</sup> .K <sup>-1</sup>	11,24 MPa.√m	19,73 MPa.√m

Tab.IV-2 : Comparaison de  $K_I^{\max}$  obtenu par la sollicitation en dents de scie et le choc thermique pour différentes valeurs de H

2.3.3.5.2. Influence de la fréquence  $f$  et du rapport  $R_t$  sur  $K_I^{\max}$

La Fig.IV-27 trace l'évolution de  $K_I^{\max}$  en fonction de la fréquence de test pour différentes valeurs de  $R_t$ , avec un zoom sur la domaine des basses fréquences dans la Fig.IV-27b. Pour les basses fréquences, nous remarquons une rapide accélération de  $K_I^{\max}$  jusqu'au pic. Après le pic,  $K_I^{\max}$  tend lentement vers 0 quand la fréquence augmente. La valeur du pic augmente quand le rapport  $R_t$  décroît. Ainsi, pour les basses fréquences, les sollicitations avec une petite valeur de  $R_t$  sont plus dangereuses. Pour les hautes fréquences, la tendance est inversée. Il est aussi remarqué que plus  $R_t$  est élevé (en restant inférieur à 1), plus la fréquence correspondant au pic de  $K_I^{\max}$  augmente.

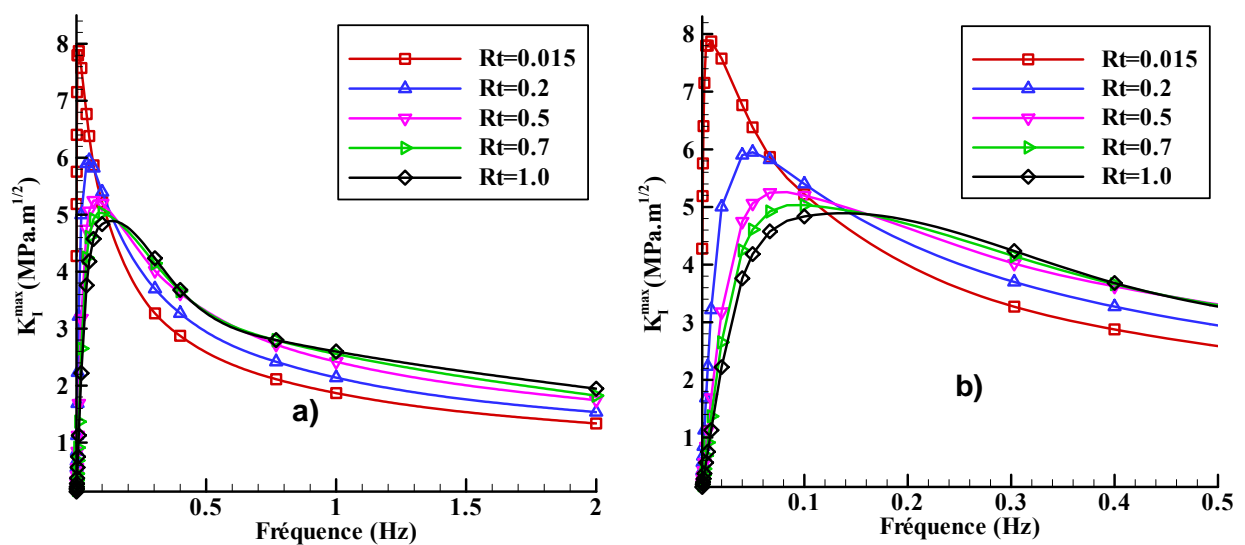


Fig.IV-27 a et b: FIC maximal  $K_I^{\max}$  en fonction de la fréquence  $f$  pour différentes valeurs de  $R_t$  –  $a=0,2\text{mm}$  et  $Bi=1,5$

### 2.3.3.5.3. Influence de la fréquence $f$ et du rapport $R_t$ sur $R_K$

La partie précédente nous a montré l'influence de  $f$  et  $R_t$  sur  $K_I^{\max}$ . Cependant, nous avons constaté (cf. Fig.IV-24) que le rapport  $R_K = \frac{K_I^{\min}}{K_I^{\max}}$  n'est pas égal à -1 comme dans le cas de la sollicitation sinusoïdale. Ainsi, la connaissance de  $K_I^{\max}$  ne suffit pas pour évaluer la nocivité du chargement thermique. Il est donc nécessaire de connaître également le comportement de  $R_K$  (cf. Fig.IV-28 a et b).

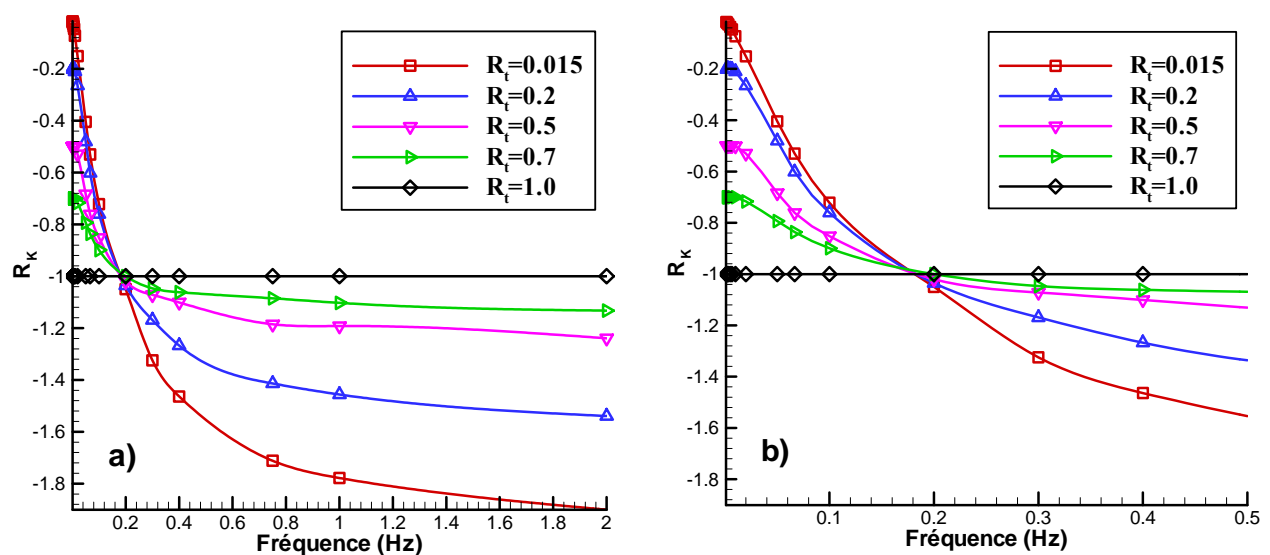


Fig.IV-28 a et b: Evolution de  $R_K$  en fonction de la fréquence  $f$  pour différentes valeurs  $R_t$

Plusieurs informations transparaissent à travers ces résultats. Tout d'abord, nous constatons que dans tous les cas, la valeur de  $R_K$  est négative. Ça signifie que pour une sollicitation en dents de scie, nous avons toujours  $K_I^{\max}$  positif et  $K_I^{\min}$  négatif.

$R_K$  diminue quand la fréquence augmente. Un changement de comportement de la courbe est remarqué à  $f=0,17$ Hz correspondant à l'intersection des courbes. Ainsi, pour les fréquences inférieures à 0,17Hz,  $R_K$  diminue quand  $R_t$  augmente de 0,015 à 1. Il est à noter que pour les fréquences très basses, nous obtenons  $R_K \approx -R_t$ . Pour les fréquences supérieures à 0,17Hz,  $R_K$  augmente avec  $R_t$  et la valeur de  $R_K$  varie entre -1 et -2. Les hautes fréquences

s'avèrent moins nocives que les basses fréquences. Nous remarquons que pour  $R_t = 1$ ,  $R_K$  vaut -1 pour toutes les fréquences considérées. La sollicitation en dents de scie pour  $R_t = 1$  a le même comportement que la sollicitation sinusoïdale.

La seule partie efficace du cycle en terme de propagation correspondant nécessairement à  $K_I$  positif, nous aurons toujours ici, en négligeant le phénomène de fermeture, une valeur du FIC efficace comprise entre  $K_I^{\max}$  et 0

#### **2.4. Propagation d'une fissure 1D sous choc thermique répété**

L'approche analytique qui vient d'être validée va maintenant être appliquée pour simuler la propagation d'une fissure 1D dans une géométrie 2D. Le principe de cette analyse est identique à celle dans le chapitre III: pour une profondeur de fissure donnée, le calcul analytique permet de calculer la valeur du facteur d'intensité de contraintes en pointe de fissure. Une avancée  $\Delta a = 0,015\text{mm}$  est alors attribuée à la fissure. L'utilisation de la loi de Paris  $\frac{da}{dN} = C(\Delta K_{eff})^m = 6.10^{-12} (K_I^{\max})^{2,8735}$  nous permet de déduire le nombre de cycles nécessaires pour cette avancée  $\Delta a$ . Un nouveau calcul analytique est lancé à nouveau avec la nouvelle profondeur de fissure et ainsi de suite. Notons pour les lecteurs que la solution du choc thermique dans la partie 2.2.3 est utilisée pour cette étape de propagation. Les conditions nécessaires pour effectuer le calcul de propagation de fissure 1D telles que conditions thermiques, mécaniques, profondeur initiale de fissure, sont identiques à celles du chapitre III, à savoir  $T_i = 350^\circ\text{C}$ ,  $T_f = 25^\circ\text{C}$  et  $H = 12000\text{W/m}^2.\text{K}^{-1}$ . La Fig.IV-29 regroupe les prédictions de propagation analytique et numérique de fissure 1D ainsi que les résultats expérimentaux.



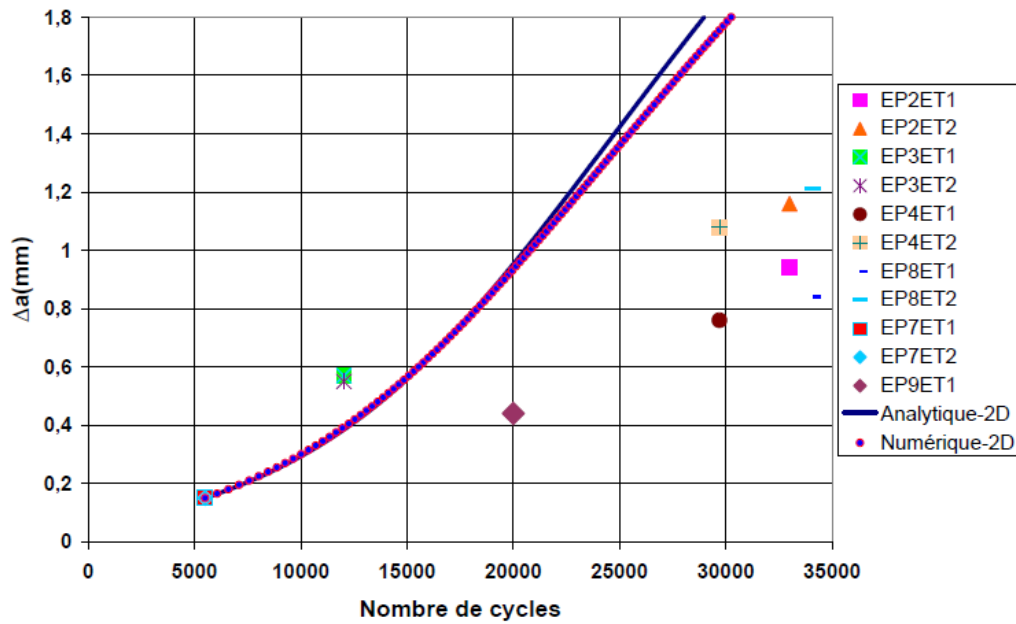


Fig.IV-29: Prédiction de la cinétique avec l'approche analytique – Comparaison avec les résultats expérimentaux et la simulation numérique

Au travers de ces résultats, il est montré que la prédiction avec la fissure 1D donne une propagation trop rapide par rapport aux essais. Ces résultats peuvent être expliqués par le fait qu'une fissure 1D correspond en fait à une fissure traversante suivant  $z$ , ce qui s'éloigne nettement d'une fissure semi-elliptique (cf. Fig.IV-30). Il en résulte qu'une fissure 1D dans un état de déformation plane entraîne un facteur d'intensité de contraintes en pointe de fissure plus élevé que celui en profondeur d'une fissure semi-elliptique pour la même profondeur de fissure. La fissure 1D se propage alors plus vite que la fissure réelle de forme semi-elliptique. Il est donc nécessaire de développer une approche analytique pour une fissure 2D dans une géométrie 3D afin de décrire correctement la cinétique de fissuration. Ceci fera l'objet du paragraphe suivant de ce manuscrit.

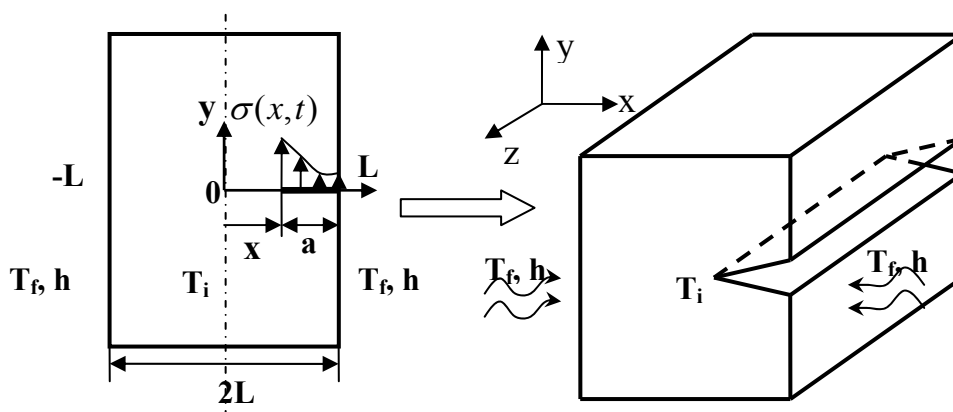


Fig.IV-30: Géométrie de fissure effectivement étudiée par l'approche 2D

### 3. Etude tridimensionnelle

Le calcul bidimensionnel est nécessairement effectué avec une hypothèse concernant la troisième direction : déformation plane ou contrainte plane. Ces hypothèses peuvent sous-estimer ou surestimer le calcul de  $K_I$  comme nous avons vu dans la partie précédente. De plus, les études expérimentales et numériques effectuées auparavant ont montré que, pour notre entaille, les propagations au bord et au cœur de l'entaille se déroulent avec différentes cinétiques. Or, le calcul avec une fissure 1D ne donne que la cinétique en profondeur. Une bonne prévision de cinétique de la fissuration nécessite donc de prendre en compte la forme de la fissure.

L'approche analytique 2D que nous avons développée jusqu'à maintenant a montré sa précision et son efficacité, notamment en ce qui concerne le coût de calcul. Nous allons, dans cette partie de l'étude, développer cette approche analytique pour une étude 3D. Pour cela, nous suivrons la même démarche que précédemment pour l'étude 2D. Il s'agit, tout d'abord, d'une étude de choc thermique avec une fissure elliptique de profondeur  $a$  et de largeur  $2c$ . Puis, en utilisant l'intégrale de Duhamel et le principe de superposition, le FIC sera calculé en un point quelconque sur le front de fissure elliptique pour une sollicitation cyclique.

#### 3.1. Schématisation du problème tridimensionnel

La géométrie et les conditions thermiques du problème 3D peuvent être schématisées dans la Fig.IV-31. Il s'agit donc d'une entaille semi-elliptique de largeur  $2c$  et de profondeur  $a$  située au centre d'une plaque d'épaisseur  $2L=10\text{mm}$ . Les autres dimensions : (largeur et hauteur) sont considérées comme très grandes devant les dimensions de l'entaille, ce qui est parfaitement approprié à notre cas d'étude. Les surfaces avant et arrière de la plaque sont refroidies par un milieu de température  $T_f(t)$  avec un coefficient d'échange thermique  $H$ . Les autres surfaces de l'éprouvette sont isolées thermiquement.

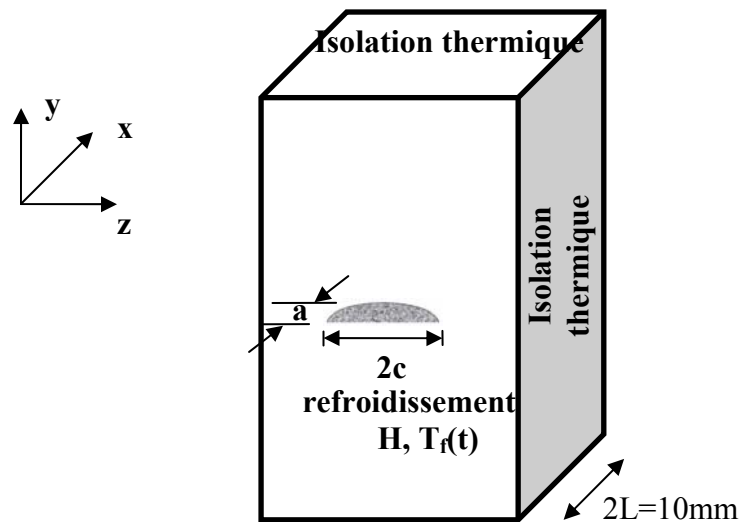


Fig.IV-31 : Géométrie pour l'étude analytique en 3D

### 3.2. Cas du choc thermique

#### 3.2.1. Champ de température et contrainte de l'éprouvette non fissurée

Avec les conditions aux limites thermiques définies dans la Fig.IV-31, le champ de température dans la plaque est le même qu'en 2D et est donné par l'Equa.IV-4. Il ne nous reste qu'à déterminer le champ de contraintes. Pour cela, nous conservons les hypothèses déjà utilisées en 2D (Equa.IV-7, Equa.IV-8, Equa.IV-9) et nous considérons en plus que :

- Les directions  $y$  et  $z$  sont équivalentes par rapport à l'axe de chargement  $x$ , on peut écrire

$$\varepsilon_{yy} = \varepsilon_{zz} \quad \text{Equa.IV-51}$$

- Comme on avait  $\varepsilon_{yy}(x, t) = \varepsilon_{yy}(t)$  (Equa.IV-9), on aura aussi :

$$\varepsilon_{zz}(x, t) = \varepsilon_{zz}(t) \quad \text{Equa.IV-52}$$

Le tableau Tab.IV-3 récapitule les inconnues, les hypothèses et les équations nécessaires pour résoudre le problème en 3D.

Donnée du problème et hypothèses	Nombre d'équations	Nombre d'inconnues	Inconnues
• Loi de comportement	3	6	$\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{yy}, \varepsilon_{zz}, \sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}$
• Contrainte normale nulle $\sigma_{xx} = 0$ (Equa.IV-7)	3	5	$\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{yy}, \varepsilon_{zz}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}$
• $\varepsilon_{yy} = \varepsilon_{zz}$ (Equa.IV-56)	3	4	$\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{yy}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}$
• trois équations de comportement + trois intégrales	6	8	$\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{yy}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}$ $\int_{-L}^L \varepsilon_{xx} dx, \int_{-L}^L \varepsilon_{yy} dx, \int_{-L}^L \sigma_{yy} dx, \int_{-L}^L \sigma_{zz} dx$
• $\varepsilon_{yy} = \varepsilon_{yy}(t)$ (et $\varepsilon_{zz} = \varepsilon_{zz}(t)$ ) (Equa.IV-52)	6	7	$\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{yy}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}$ $\int_{-L}^L \varepsilon_{xx} dx, \int_{-L}^L \sigma_{yy} dx, \int_{-L}^L \sigma_{zz} dx$
• $\int_{-L}^L \sigma_{yy} dx = 0$ (Equa.IV-8)	6	6	$\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{yy}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}$ $\int_{-L}^L \varepsilon_{xx} dx, \int_{-L}^L \sigma_{zz} dx$

**Tab.IV-3 : Récapitulatif des inconnues, des équations et des hypothèses nécessaires en 3D**

En utilisant le Tab.IV-3, nous déduisons finalement l'expression de la contrainte  $\sigma_{yy}$  dans l'éprouvette :

$$\frac{\sigma_{yy}}{E\alpha(T_i - T_f)} = \frac{1}{(1-\nu)} \left( \sum_{n=0}^{\infty} \left( \frac{2 \sin(k_n)}{k_n + \sin(k_n) \cos(k_n)} \right) \left( \frac{\sin(k_n)}{k_n} - \cos(k_n \frac{x}{L}) \right) \exp(-k_n^2 \frac{Dt}{L^2}) \right) \quad \text{Equa.IV-53}$$

Ou bien :

$$\sigma_{yy}(x,t) = E\alpha(T_i - T_f) \left( \sum_{n=0}^{\infty} \Psi_n(x) \exp(\gamma_n t) \right) \quad \text{Equa.IV-54}$$

Ce résultat apparaît assez étonnant ! Nous trouvons pour le calcul analytique en 3D la même expression de  $\sigma_{yy}$  qu'en 2D déformation plane (cf. Equa.IV-12)! Si nous essayons d'expliquer ce résultat en comparant les hypothèses en 2D et 3D, nous constatons que les hypothèses pour la direction x et y sont homogènes :  $\sigma_{xx} = 0, \varepsilon_{yy} = \varepsilon_{yy}(t), \int_{-L}^L \sigma_{yy} dx = 0$ . La différence entre 2D – déformation plane et 3D réside seulement dans les hypothèses sur la direction z. Cette différence n'influe pas sur  $\sigma_{yy}$ . Elle ne change que les expressions de  $\varepsilon_{zz}$  et  $\sigma_{zz}$ .

Comparons, à présent, la simulation numérique 3D dans Abaqus et la solution analytique de contraintes  $\sigma_{yy}$  pour  $T_i=350^\circ\text{C}$ ,  $T_f=25^\circ\text{C}$  et  $H=12000\text{W/m}^2\cdot\text{K}^{-1}$  (cf. Fig.IV-32). Nous remarquons une bonne concordance entre la simulation numérique et la solution analytique. Avec un écart maximal de 5%, la solution analytique est légèrement plus éloignée du numérique en 3D qu'en 2D (cf. Fig.IV-4) mais demeure tout à fait acceptable.

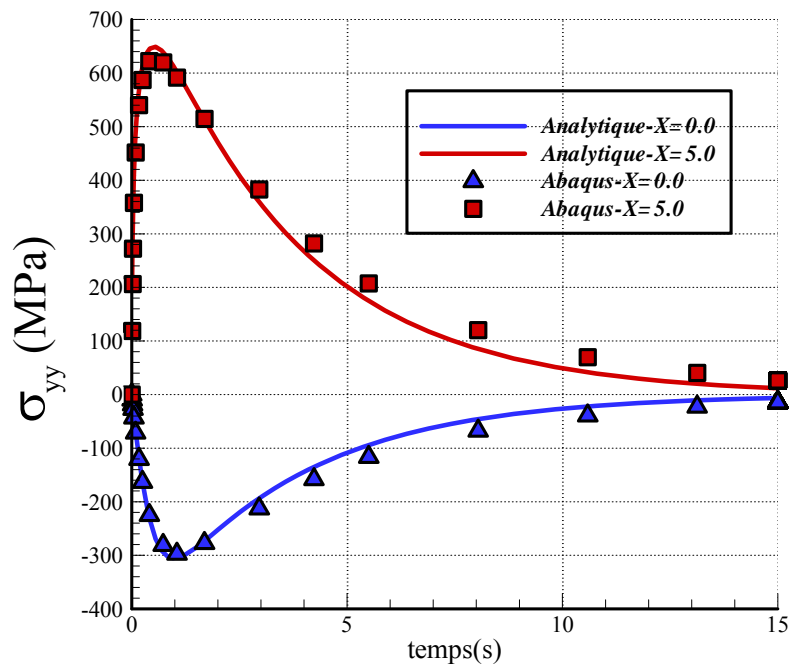


Fig.IV-32 : Comparaison de la contrainte normale  $\sigma_{yy}$  ABAQUS 3D et solution analytique -

$$H=12000\text{W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$$

### 3.2.2. Facteur d'intensité de contraintes (FIC)

#### 3.2.2.1. Fonction de poids pour une entaille elliptique

La fonction de poids utilisée pour cette étude tridimensionnelle est proposée par Wang [12]: Elle permet de calculer le facteur d'intensité de contraintes le long du front d'une fissure elliptique soumise à une répartition complexe de contraintes.

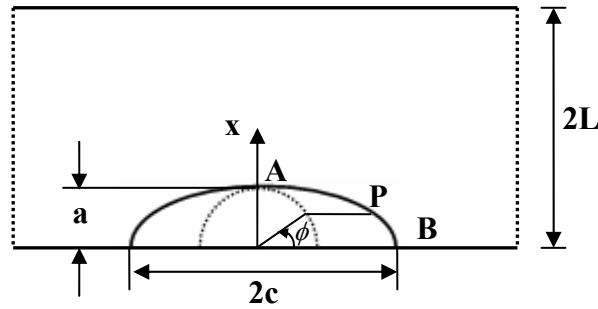


Fig.IV-33 : Un point P quelconque sur le front de fissure semi-elliptique

Pour une fissure semi-elliptique de profondeur  $a$  et largeur  $2c$ , un point P quelconque sur le front de fissure est déterminé par son angle  $\phi$  et sa coordonnée  $x$  (cf.Fig.IV-33). Nous appelons A, le point en  $x=a$  et B le point en  $x=0$  et  $\phi=0$ . La fonction de poids  $m_p(\phi, x, a)$  pour un point P quelconque sur l'arc AB, selon Wang [12], est de la forme :

Pour  $0 \leq x \leq a \sin \phi$  :

$$m_p^1(\phi, x, a) = \frac{\sqrt{\sin \phi + 1}}{\sqrt{\pi(a \sin \phi - x)}} \left[ 1 + M_{1P} \left( 1 - \frac{x}{a \sin \phi} \right) + M_{2P} \left( 1 - \frac{x}{a \sin \phi} \right)^2 \right] \quad \text{Equa.IV-55}$$

Pour  $a \sin \phi \leq x \leq a$  :

$$m_p^2(\phi, x, a) = \frac{\sqrt{1 - \sin \phi}}{\sqrt{\pi(x - a \sin \phi)}} \left[ 1 + M_{3P} \left( \frac{x}{a \sin \phi} - 1 \right)^{1/2} + M_{4P} \left( \frac{x}{a \sin \phi} - 1 \right) \right] \quad \text{Equa.IV-56}$$

Ainsi,  $m_p(x, a)$  dépend non seulement de  $x$  et  $a$  mais aussi de l'angle  $\phi$  qui est lié à la position du point P considéré. Ces deux expressions de  $m_p(x, a)$  dans les Equa.IV-55 et Equa.IV-56 sont nécessaires pour calculer le facteur d'intensité de contraintes en chaque point P, à savoir :

$$K_I(\phi, t) = \int_0^{a \sin \phi} m_p^1(\phi, x, a) \cdot \sigma_{yy}(x, t) dx + \int_{a \sin \phi}^a m_p^2(\phi, x, a) \cdot \sigma_{yy}(x, t) dx \quad \text{Equa.IV-57}$$

Il est nécessaire d'identifier les quatre coefficients inconnus  $M_{1P}$ ,  $M_{2P}$ ,  $M_{3P}$ ,  $M_{4P}$ . Pour cela, deux conditions supplémentaires et deux FIC de référence sont utilisés (cf. Annexe 4). Le Tab.IV-4 présente quelques exemples de  $M_{1P}$ ,  $M_{2P}$ ,  $M_{3P}$ ,  $M_{4P}$ .

Coeff. $\phi$	$M_{1P}$	$M_{2P}$	$M_{3P}$	$M_{4P}$
$\pi/8$	0,84269072	-0,71910309	-0,33649784	-0,35497399
$\pi/4$	0,72678876	-0,75773709	-1,46923647	-0,13135214
$3\pi/8$	0,64473344	-0,78508885	-6,05520248	8,95822417
.....				

Tab.IV-4 : Identification de la fonction de poids  $m_p(x, a)$  au travers des coefficients  $M_{1P}$ ,  $M_{2P}$ ,  $M_{3P}$ ,  $M_{4P}$

### 3.2.2.2. Facteur d'intensité de contraintes

Il est temps, à présent, de calculer le facteur d'intensité de contraintes de l'éprouvette avec une fissure de forme elliptique soumise au choc thermique. La fissure elliptique a des dimensions très proches de l'entaille semi-circulaire avec une longueur  $c=2,23\text{mm}$  et une profondeur  $a=0,2\text{mm}$ . Nous traçons, sur la Fig.IV-34, le facteur d'intensité de contraintes en fonction du temps et de l'angle  $\phi$ . Nous constatons, tout d'abord, un très bon accord entre les valeurs analytique et numérique pour les points se trouvant près du cœur A et du bord B avec un écart analytique numérique de 2% en A et 7% en B. Avec cette géométrie de fissure, un pic de l'évolution de FIC, un écart maximal de 14% est constaté pour des angles  $\phi$  aux alentours de 1,12 rad.

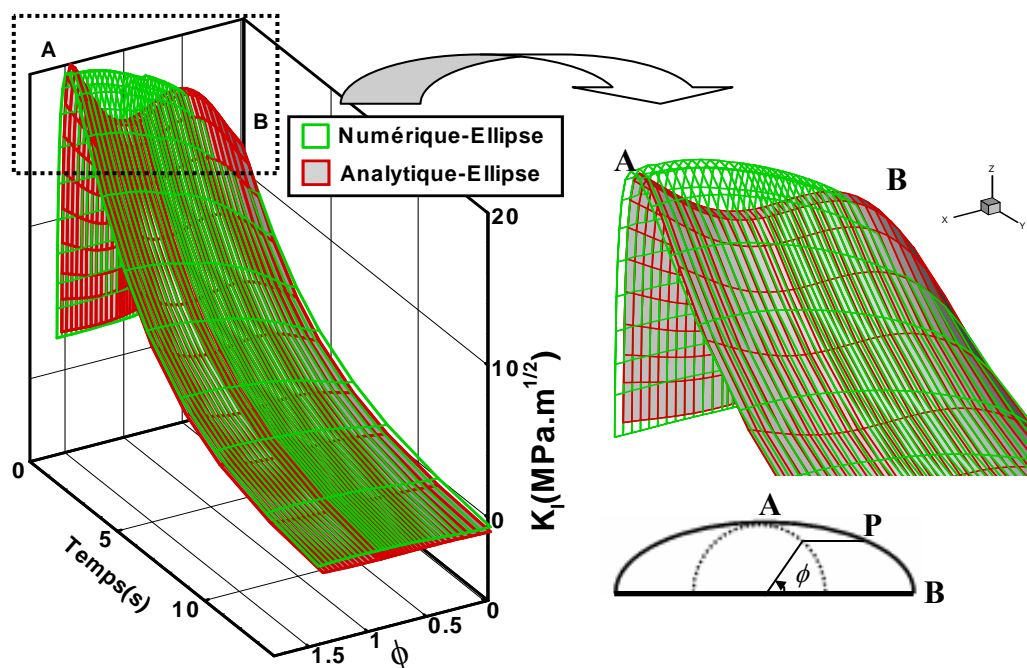


Fig.IV-34 : FIC d'une fissure elliptique  $a=0,2\text{mm}$  et  $c=2,23\text{mm}$  soumise au choc thermique,  $H=12000$   $\text{W/m}^2.\text{K}^{-1}$ ,  $T_i=350^\circ\text{C}$ ,  $T_f=25^\circ\text{C}$

La question se pose alors de savoir si cet écart est du même ordre de grandeur avec d'autres rapports d'ellipticité de la fissure. Ainsi, une comparaison analytique – numérique est faite dans la Fig.IV-35 pour quatre autres élancements  $a/c$ .

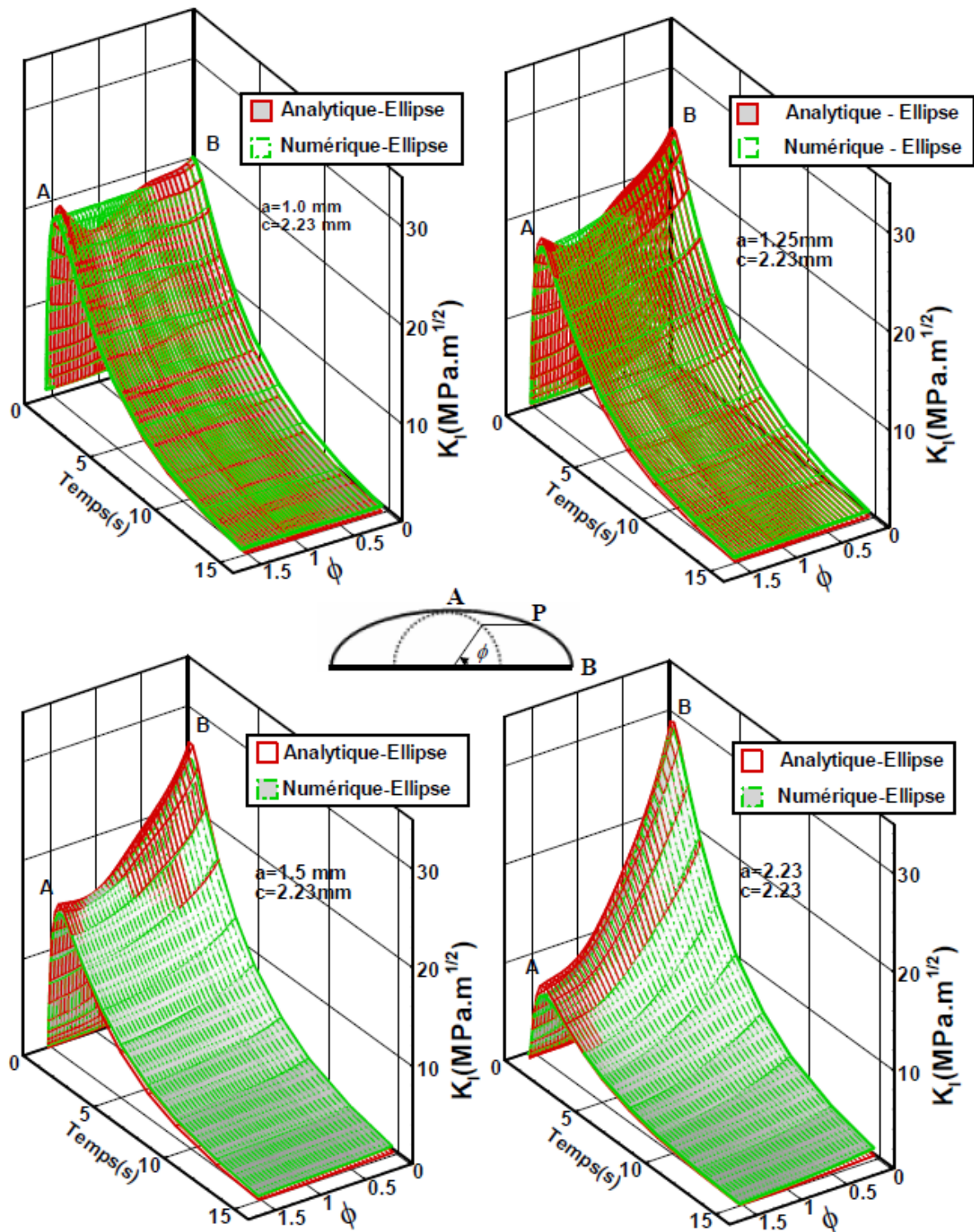


Fig.IV-35 : FIC pour des fissures elliptiques de différents élancements  $a/c$  soumises au choc thermique

$$H=12000\text{ W/m}^2\cdot\text{K}^{-1}, T_f=350^\circ\text{C}, T_r=25^\circ\text{C}$$



Nous remarquons une nette amélioration du résultat analytique quand  $a$  augmente. Plus la fissure tend vers une fissure semi-circulaire ( $a/c=1$ ), meilleure est la concordance entre les profils numérique et analytique avec un écart maximal de 6%. La précision de la fonction de poids utilisée dépend donc du rapport  $a/c$  considéré. Une meilleure estimation est obtenue pour  $a/c$  proche de 1. Cependant, pour tous les rapports de  $a/c$ , nous avons un bon accord de SIF au cœur A et au bord B de la fissure (cf. Tab.IV-5). Ces résultats nous conviennent car, lors de la prédiction analytique de la propagation, comme nous devons conserver une forme elliptique à la fissure, nous ne nous baserons que sur les valeurs du FIC aux points A et B.

Rapport $a/c$	Ecart relatif de $K_I^{\max}$ en A	Ecart relatif de $K_I^{\max}$ en B
0,45 ( $a=1\text{mm}$ , $c=2,23\text{mm}$ )	7,1%	0,53%
0,56 ( $a=1,25\text{mm}$ , $c=2,23\text{mm}$ )	5,89%	3,4%
0,67 ( $a=1,5\text{mm}$ , $c=2,23\text{mm}$ )	9,34%	5,04%
1,00 ( $a=2,23\text{mm}$ , $c=2,23\text{mm}$ )	*22,8%	2,43%

\* pour  $a/c=1$  l'écart relatif est grand à cause de la faible valeur de  $K_I^{\max}$  en A

**Tab.IV-5 : Quantification de l'écart relatif analytique – numérique pour différentes valeurs de  $a/c$**

Le lien entre la répartition du FIC le long du front de fissure elliptique et le facteur de forme  $a/c$  est aussi mis en évidence. Le FIC est plus élevé au cœur pour les fissures de petit rapport  $a/c$ . Puis, quand la fissure elliptique tend vers une fissure circulaire, un très fort gradient de FIC est constaté avec une valeur de FIC très élevée au bord. Ainsi, avec le choc thermique, une fissure elliptique de petit rapport  $a/c$  a tendance de se propager d'abord au cœur, tandis que celle avec un grand rapport de  $a/c$  privilège la propagation au bord.

### 3.3. Sollicitation cyclique

La solution dans le cas d'une sollicitation cyclique s'appuie sur la solution pour le choc thermique et sur l'intégrale de Duhamel. Or, nous avons démontré que, pour le choc thermique, l'expression de  $\sigma_{yy}$  pour l'éprouvette non fissurée est la même en 2D et en 3D. Comme, l'intégrale de Duhamel n'est qu'un opérateur de temps, nous en déduisons que la solution de  $\sigma_{yy}$  pour une sollicitation cyclique est elle aussi identique en 2D et en 3D.

Afin de s'en assurer, nous calculons le FIC d'une fissure elliptique soumise à une sollicitation sinusoïdale, en utilisant la solution  $\sigma_{yy}$  de l'Equa.IV-45 et la fonction de poids  $m_p(\phi, x, a)$  en 3D. La fissure elliptique a pour dimensions  $a=0,2\text{mm}$  et  $c=2,23\text{mm}$ . Nous prenons la même sollicitation sinusoïdale qu'auparavant, soit  $T_f(t) = 225 + 125 \cos(\omega t)$  avec  $\omega = 0,2512$  et  $H=12000 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$ .

La Fig.IV-36 permet de montrer le bon accord entre numérique et analytique. Qualitativement, le comportement par rapport au temps du FIC le long du front de fissure est analogue à celui que l'on avait en 2D.

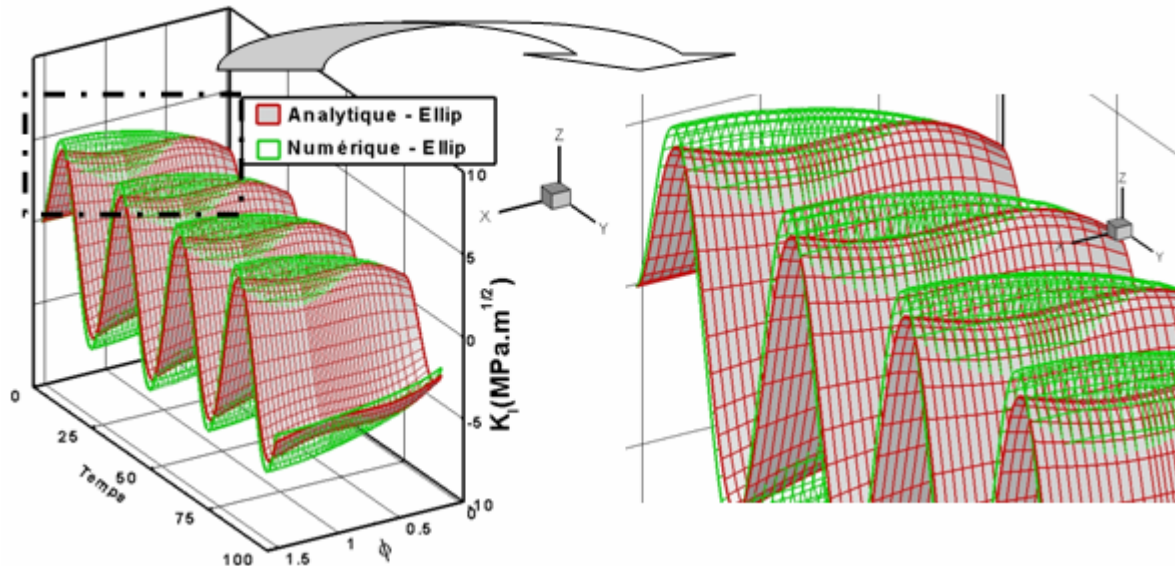


Fig.IV-36 : FIC d'une fissure elliptique soumise à une sollicitation sinusoïdale –  $a=0,2\text{mm}$ ,  $c=2,23\text{mm}$

Les mêmes remarques sont également valables pour une sollicitation en dents de scie. Par conséquent, les influences des paramètres liés au temps (fréquence, rapport  $R_t = \frac{t_{do}}{t_{up}}$ ) mises en évidence en 2D peuvent être étendues qualitativement au cas 3D.

### 3.4. Propagation d'une fissure plane par l'approche analytique tridimensionnelle

Il s'agit dans cette partie de prédire l'évolution du front de fissure et des cinétiques de fissuration sous choc thermique répété avec  $T_i=350^\circ\text{C}$ ,  $T_f=25^\circ\text{C}$  et  $H=12000 \text{ W/m}^2.\text{K}^{-1}$ . L'entaille initiale a une profondeur  $a=0,1\text{mm}$  et une largeur  $c=2,23\text{mm}$ . Puisque l'étude

analytique porte sur le calcul du facteur d'intensité de contraintes le long d'un front de fissure elliptique, nous devons conserver cette forme durant toute la propagation, en faisant varier le facteur de forme  $a/c$ . A chaque étape de la propagation, pour une profondeur  $a$  et une largeur  $c$  de fissure données, le calcul analytique permet de calculer le FIC le long du front de fissure elliptique, notamment au bord et à cœur de la fissure. Une avancée  $\Delta a=0,015\text{mm}$  sera attribuée au cœur de la fissure. En utilisant la loi de fissuration et le FIC au bord et à cœur, nous pouvons déduire le nombre de cycles nécessaires et l'avancée  $\Delta c$  en bord de fissure. Connaissant l'avancée au bord et à cœur, on peut construire le nouveau front de fissure semi elliptique. La procédure est répétée autant de fois que nécessaire.

### 3.4.1. Evolution du front de fissure

L'évolution du front de fissure prévue par le calcul analytique est tracée sur la Fig.IV-37. Nous retrouvons une tendance d'évolution du front de fissure analogue à celle reportée précédemment dans les études expérimentales et numériques. La fissuration démarre tout d'abord dans la profondeur. Puis, à partir d'une profondeur d'environ 0,6mm, une avancée importante en surface est observée. Finalement, l'avancée en surface devient plus importante qu'à cœur lorsque la profondeur devient importante.

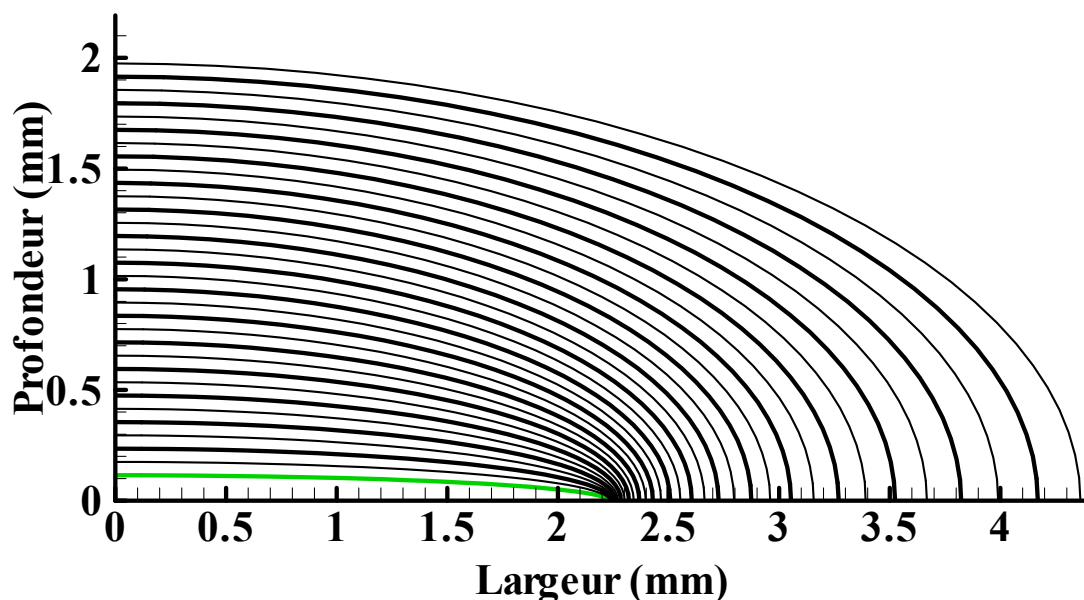


Fig.IV-37: Prédiction analytique de la propagation par choc thermique répété d'une fissure plane avec une forme initiale semi elliptique avec  $a=0,1\text{mm}$  et  $c=2,23\text{mm}$

Comparons alors les profils obtenus par le calcul analytique avec ceux donnés par la méthode numérique pour certaines valeurs de la profondeur  $a$  (cf. Fig.IV-38).

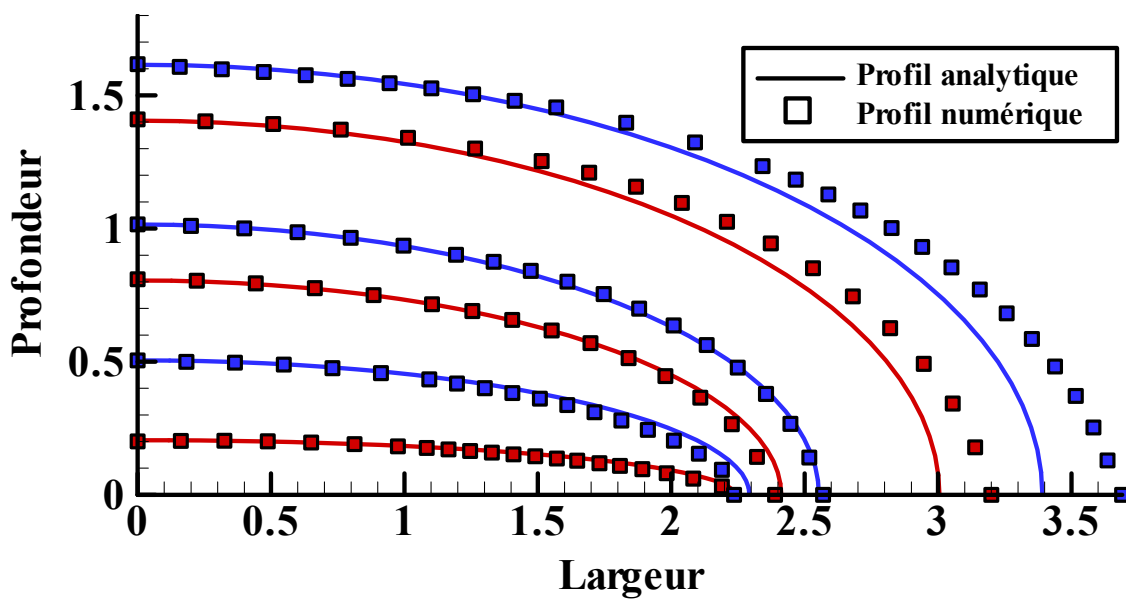


Fig.IV-38: Comparaison analytique – numérique de la forme de fissure

Pour les profils ayant une profondeur inférieure à 1mm, la comparaison analytique-numérique montre un très bon accord. Nous constatons cependant un léger décalage pour les points situés près du bord de la fissure : en surface, la fissure analytique se propage légèrement plus vite. A une profondeur de 1mm, les profils analytique et numérique sont quasi confondus. Nous constatons que pour les fissures de profondeur supérieure à 1mm, les fissures numériques sont plus larges que les fissures analytiques.

On retrouve ces observations dans le tracé du facteur de forme  $a/c$  en fonction de l'avancée en surface dans la Fig.IV-39. Le rapport  $a/c$  est plus grand avec le calcul numérique qu'avec l'analytique en début de propagation, tant que l'avancée en surface reste inférieure à 0,32mm, c'est-à-dire quand la fissure atteint les dimensions  $a=1,02\text{mm}$  et  $c=2,55\text{mm}$ . Pour les valeurs de  $\Delta c_m$  supérieures à 0,32mm, on a une inversion, avec des valeurs de  $a/c$  plus grandes pour l'analytique. La concordance avec les résultats expérimentaux reste correcte par les deux méthodes.

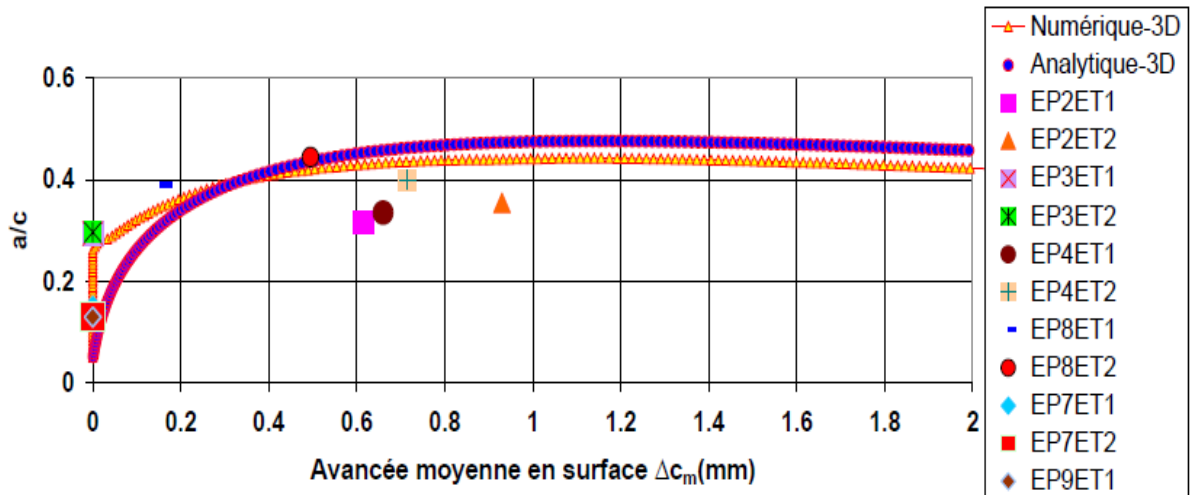


Fig.IV-39: Comparaison de l'évolution  $a/c$  par différentes approches

Afin de justifier la tendance de la forme de fissure, nous traçons le rapport entre le FIC maximal à cœur en A et au bord en B  $R_K^{AB} = \frac{K_A^{\max}}{K_B^{\max}}$  en fonction de l'avancée en surface  $\Delta c_m$  (cf. Fig.IV-40). Au début de la fissuration, nous observons un rapport  $R_K^{AB}$  élevé de l'ordre de 2,5. Ce qui confirme que l'entaille se propage d'abord au cœur. Puis, ce rapport diminue assez rapidement quand la fissure se propage. Nous observons aussi que le rapport  $R_K^{AB}$  diminue plus vite numériquement qu'analytiquement, ce qui est à l'origine de la différence entre l'évolution du facteur de forme numérique-analytique reportée précédemment dans la Fig.IV-39. La courbe  $R_K^{AB}$  passe le point iso-K  $R_K^{AB} = 1$  à environ  $\Delta c_m = 0,4$  et continue à diminuer. La fissure a alors tendance de se propager plus vite en surface qu'au cœur. Dans ce cas particulier du chargement thermique avec un gradient de température et donc de contraintes dans l'épaisseur, une propagation à iso-K de la fissure n'est pas possible.

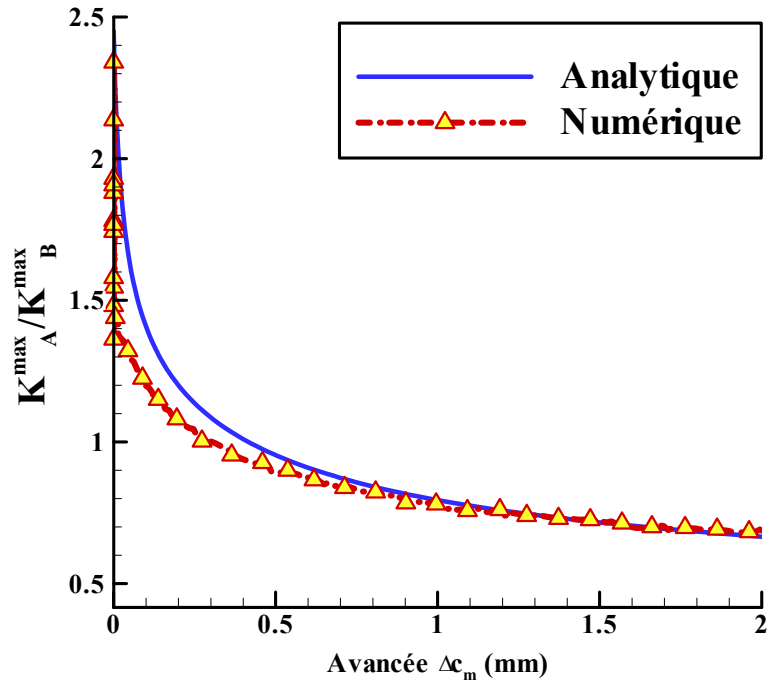


Fig.IV-40: Rapport des FIC maximaux en A et B en fonction de la profondeur de fissure

### 3.4.2. Prédiction des cinétiques de fissuration

Nous nous intéressons, à présent, à la prévision des cinétiques par la méthode analytique. Nous traçons ainsi les cinétiques de fissuration en surface et en profondeur données par l'approche analytique en comparant avec les courbes expérimentale et numérique (cf. Fig.IV-41 et Fig.IV-42). Nous remarquons que la courbe analytique est en bon accord avec la courbe numérique avec quelques écarts à relier aux remarques du paragraphe précédent.

Cependant, la comparaison avec l'expérimental faire ressortir de nouveau un retard en nombre de cycles prédit par rapport à l'expérimental, ce qui avait déjà été précisé dans le chapitre III. Ainsi, nous décidons de faire la même correction que dans le chapitre III, à savoir

$N_{analytique}^{corrigé} = N_{analytique}^{brut} - 15680 + 5500$ . Rappelons que la correction dans le chapitre III en était très proche :  $N_{numérique}^{corrigé} = N_{numérique}^{brut} - 14500 + 5500$ .

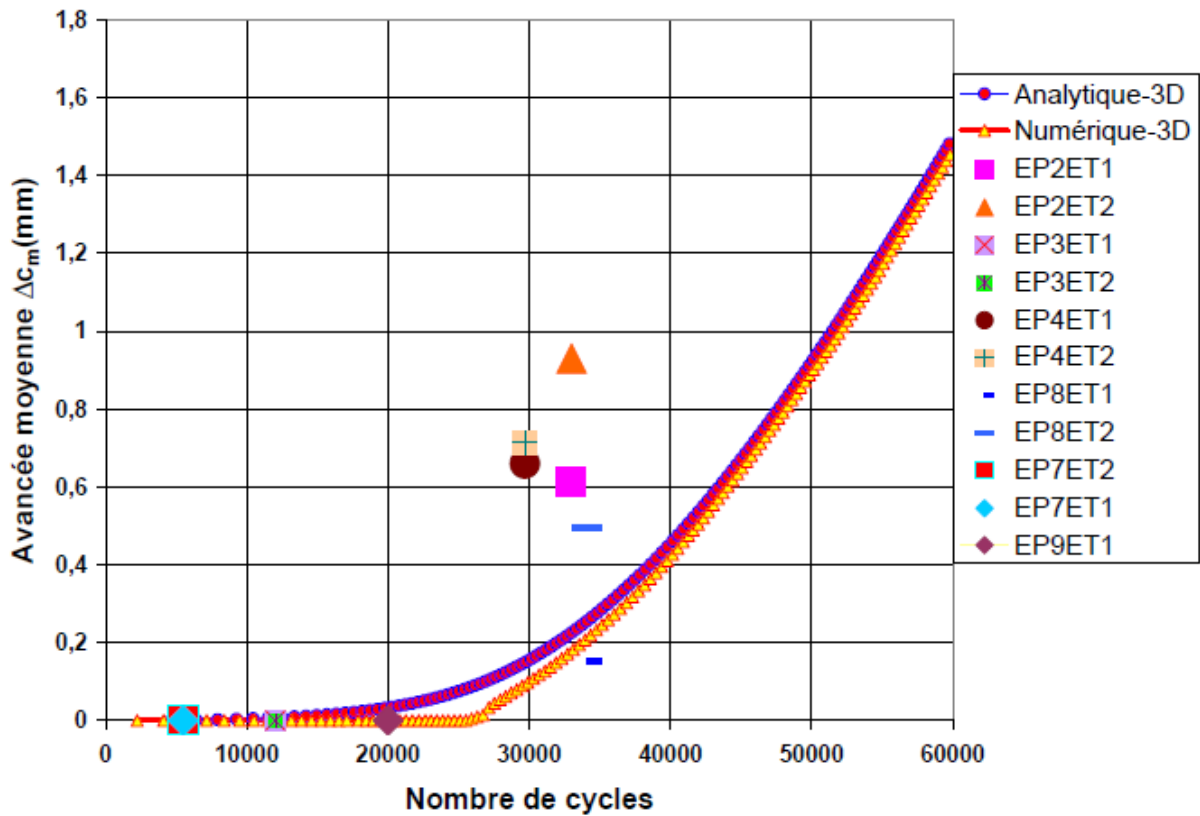


Fig.IV-41: Cinétique de fissuration en profondeur par l'approche analytique – Comparaison avec les résultats expérimentaux et numériques

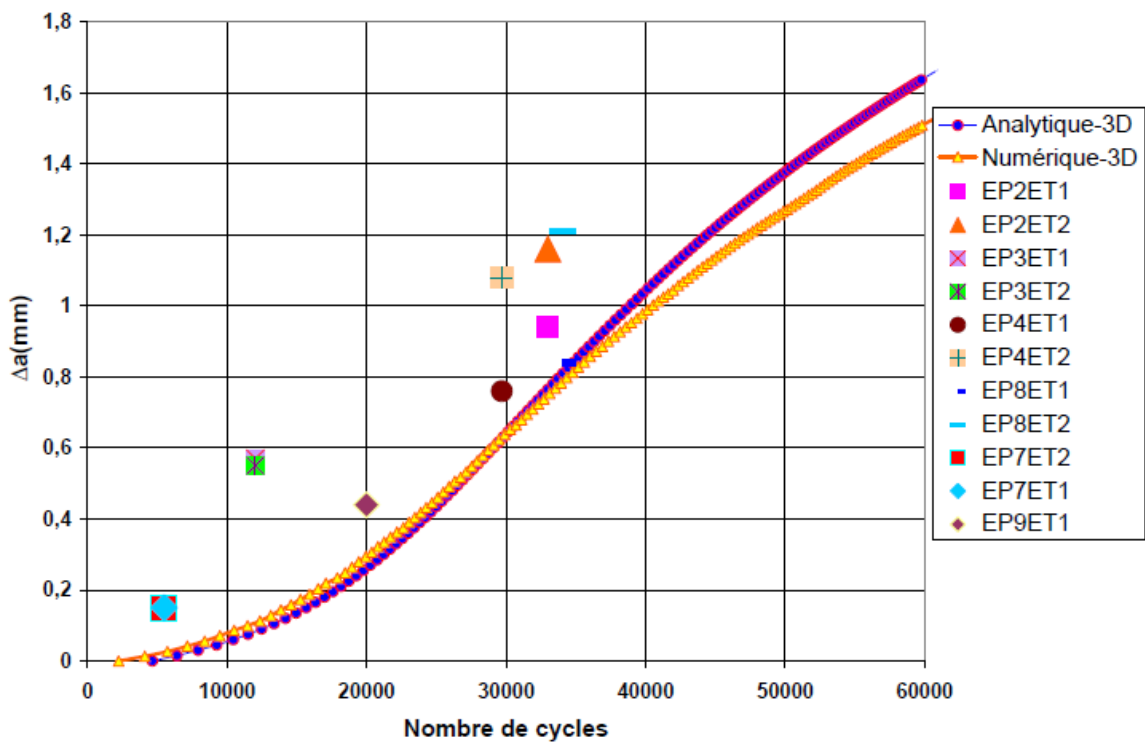
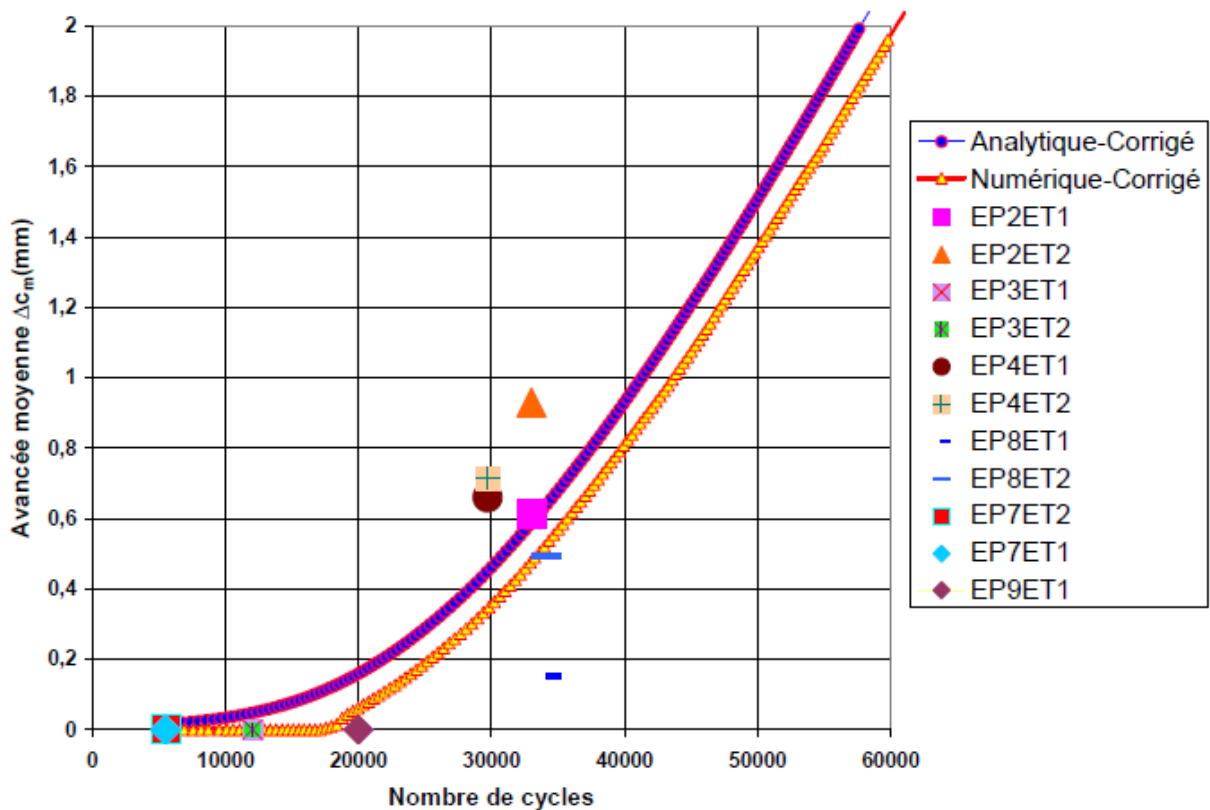


Fig.IV-42: Cinétique de fissuration en surface par l'approche analytique – Comparaison avec les résultats expérimentaux et numériques

Les cinétiques de fissuration après avoir effectué la correction sont ensuite présentées dans les figures Fig.IV-43 et Fig.IV-44. En ce qui concerne la propagation en surface (cf. Fig.IV-43), on note une vitesse de fissuration plus importante entre 5000 et 20000 cycles par la méthode analytique 3D. Au-delà de 20000 cycles, les tendances des courbes sont parfaitement analogues. Pour un nombre de cycles donné, l'avancée moyenne  $\Delta c_m$  donnée par la méthode analytique est légèrement plus importante, à cause de la vitesse de fissuration plus élevée au début de la courbe analytique. Notons aussi que l'accord avec les résultats expérimentaux semble légèrement plus satisfaisant par le calcul numérique mais ceci resterait à confirmer par des essais complémentaires à faibles nombres de cycles.

La propagation en profondeur débute à des vitesses analogues par la méthode analytique et la simulation numérique (cf. Fig.IV-44). Au-delà de 10000 cycles, la vitesse de propagation analytique devient légèrement plus élevée tout au long de la propagation. Ceci entraîne une propagation en profondeur systématiquement plus grande pour un nombre de cycles donné, par l'analytique.



**Fig.IV-43: Cinétique de fissuration en surface par l'approche analytique après correction– Comparaison avec les résultats expérimentaux et numériques**



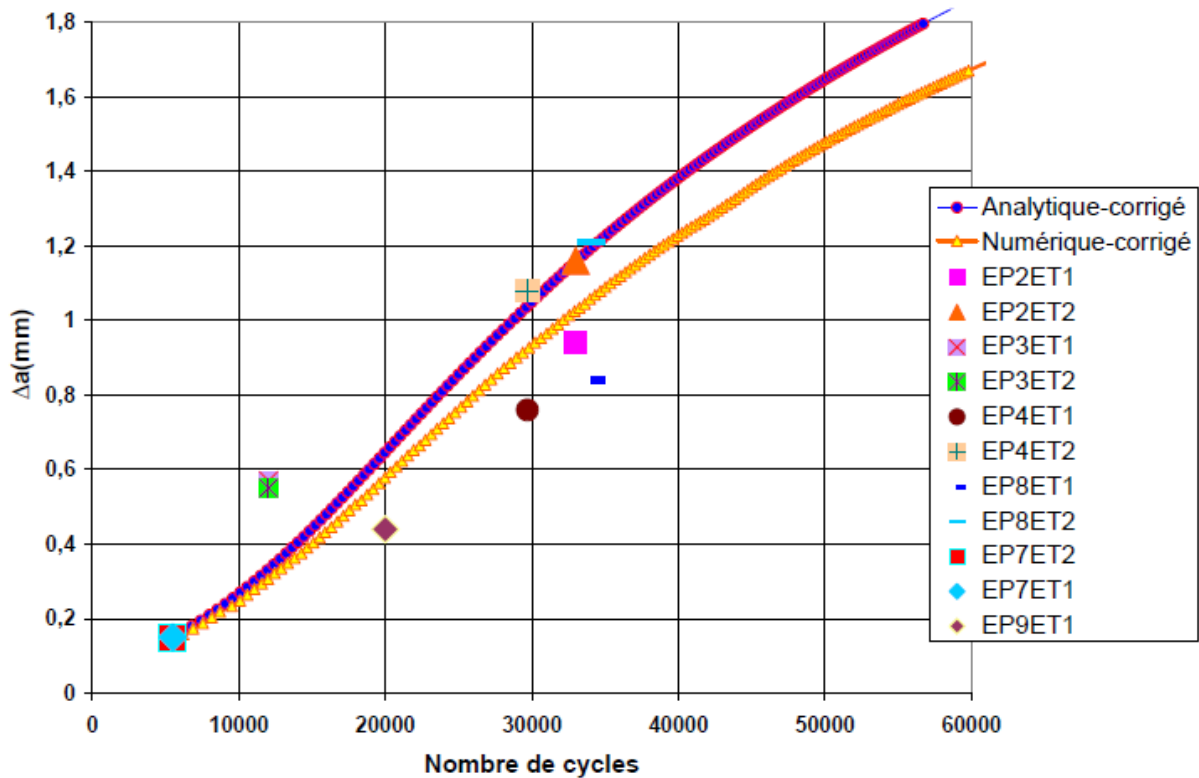


Fig.IV-44: Cinétique de fissuration en profondeur par approche analytique après correction –  
 Comparaison avec les résultats expérimentaux et numériques

## 4. Conclusions

L'approche numérique présentée dans le chapitre III s'avérant longue et coûteuse, nous nous sommes intéressés dans le présent chapitre à la mise en place d'une approche analytique.

Dans un souci de simplicité et de validation, nous avons commencé par une étude analytique bidimensionnelle, se basant sur le théorème de Duhamel et le principe de superposition. Trois évolutions de la température du milieu extérieur ont été étudiées:

- choc thermique froid
- variation sinusoïdale
- variation en dents de scie pour approcher les essais réalisés au chapitre II.

La démarche du calcul analytique est la suivante:

- Calcul de la température en tout point de l'éprouvette en fonction du temps.
- Obtention du champ de contraintes associé

- Application de fonctions de poids pour calculer le facteur d'intensité de contraintes

A chaque étape, une comparaison analytique numérique est réalisée afin de valider les expressions analytiques obtenues.

Les expressions analytiques obtenues dans les trois cas de chargement thermique ont montré que la contrainte d'ouverture d'un point situé à une position  $x$  dans l'épaisseur à un instant  $t$  est proportionnelle à la différence entre la température moyenne de l'échantillon et la température du point considéré. L'éprouvette sera par conséquent en traction là où la température est inférieure à la température moyenne, et inversement.

Dans le cas du choc thermique, il a été vérifié qu'un choc thermique plus sévère (avec un coefficient d'échange thermique  $H$  plus grand) entraîne une valeur de facteur d'intensité de contraintes plus élevées. De plus, le facteur d'intensité de contraintes dans un cycle  $K_I^{\max}$  passe par un maximum pour une profondeur de fissure d'environ 1,5mm. La vitesse de propagation dans la profondeur devrait diminuer au-delà de cette valeur.

Dans le cas de la sollicitation sinusoïdale, il a été montré que les basses fréquences sont nettement plus nocives, avec de plus grandes valeurs de  $K_I^{\max}$ . A une fréquence suffisamment élevée (plus grande que 1Hz),  $K_I^{\max}$  est inférieur à la valeur seuil  $K_I^{\text{seuil}}$  pour toutes les valeurs de profondeur de fissure considérées et aucune propagation ne devrait être observée.

Ensuite, l'étude portant sur la sollicitation en dents de scie a montré la nécessité de prendre en compte le rapport entre les durées de refroidissement et de réchauffage  $R_t = \frac{t_{do}}{t_{up}}$ .

Pour les basses fréquences, les sollicitations avec une faible valeur de  $R_t$  sont plus dangereuses tandis que pour les hautes fréquences, la tendance est inversée.

L'étude bidimensionnelle s'est achevée par l'analyse de la propagation d'une fissure sous choc thermique répété. La comparaison avec les résultats expérimentaux montre que l'analyse bidimensionnelle prédit des vitesses de propagation trop élevées par rapport aux essais. La prise en compte de la forme du front de fissure durant la propagation est par conséquent nécessaire pour une bonne prévision de la cinétique de fissuration.

L'étude tridimensionnelle a suivi la même démarche que l'étude bidimensionnelle. Qualitativement l'évolution du FIC en fonction du temps en chaque point du front de fissure semi-elliptique est proche de l'évolution du FIC en pointe de fissure bidimensionnelle. Nous concluons donc que les influences des différents paramètres sont analogues en 2D et 3D.

Enfin, l'approche analytique en 3D nous a permis de prédire l'évolution du front de fissure et les cinétiques de fissuration dans le cas du choc thermique répété. La prédiction de l'évolution de la forme de fissure montre un bord accord avec la simulation numérique. Toutefois, la prédiction des cinétiques de fissuration nécessite toujours une correction de nombre de cycles: la loi de Paris n'est pas valide pour le début de fissuration où la fissure est très courte et ne se comporte pas encore comme une fissure macroscopique. Les courbes analytiques des cinétiques de fissuration, après correction, sont tout à fait comparables avec les courbes numériques et les résultats expérimentaux. Néanmoins, l'approche analytique s'avère légèrement surestimer les cinétiques de fissuration en surface et en profondeur mais reste tout à fait satisfaisante.

En conclusion, l'approche analytique que nous avons développée dans ce chapitre donne des résultats très satisfaisants. Grâce à la puissance de cette approche, des études paramétriques ont pu être réalisées afin de mieux appréhender le phénomène de propagation par fatigue thermique. L'approche analytique prédit correctement les cinétiques de fissuration avec un temps de calcul relativement faible et peu de ressources informatiques. Une analyse de fissuration en 3D par approche analytique requiert environ deux heures de calcul total sur un ordinateur du bureau.

## **CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES**



## CONCLUSIONS

Les conditions opérationnelles sévères sous variation cyclique de température et de contraintes ont exposé de nombreux composants industriels au phénomène de fatigue thermique. L'incident de Civaux a montré que les connaissances sur ce phénomène sont assez limitées. C'est pour cette raison que de nombreuses études ont été lancées en collaboration entre le CEA, AREVA NP, EDF et plusieurs laboratoires universitaires afin d'appréhender le phénomène de fatigue thermique. En espérant contribuer à la compréhension de ce phénomène, nous avons décidé de réaliser, au sein du Laboratoire de Mécanique et de Physique de Matériaux de l'Ecole Nationale Supérieure de Mécanique et d'Aérotechnique, une thèse portant sur le phénomène de propagation de fissure par fatigue thermique induisant un gradient de température dans l'épaisseur.

La première partie de ce manuscrit était dédiée à une analyse bibliographique. Tout d'abord, les outils de la mécanique linéaire de la rupture et de fatigue servant à mener notre étude ont été rappelés. Nous avons choisi le facteur d'intensité de contraintes (FIC) comme le paramètre essentiel de nos travaux. Deux possibilités de déterminer le FIC ont été retenues: la méthode de fonction de poids et le calcul numérique par des méthodes énergétiques. Nous nous sommes intéressés ensuite à une procédure itérative basée sur le FIC, la loi de Paris et une technique de remaillage pour modéliser la propagation de fissure tridimensionnelle au sein de la pièce.

L'étude bibliographique continuait avec un bilan des principaux travaux réalisés par différents auteurs sur la fatigue thermique. Nous avons classé les essais trouvés dans la littérature en trois familles principales : des essais sur structures, quasi-structure et sur éprouvette. En résumant les résultats expérimentaux de ces différentes études, nous avons pu déduire quelques points importants: Le chargement thermique seul peut faire se propager une fissure ou un réseau de fissures. La fissuration dépend non seulement de l'amplitude de température mais aussi de la fréquence du chargement thermique. De plus, la vitesse de fissuration diminue avec l'avancée de fissure; un arrêt de fissuration a même été reporté par plusieurs auteurs. L'observation du faciès de rupture montre en général des fissures de forme semi-elliptique. Cependant, il est à noter que les études expérimentales portant sur la propagation d'une fissure tridimensionnelle avec suivi de l'évolution du front de fissure et des

cinétiques au cours du cyclage sont assez rares. Par conséquent, la comparaison avec les prédictions numériques et/ou analytiques reste très limitée.

Ainsi, faute de ressources bibliographiques, une base de données sur la propagation de fissure sous chargement thermique devenait indispensable. Le phénomène de fissuration par fatigue étant complexe, il apparaissait plus prudent de travailler avec des éprouvettes de géométrie très simple, de forme parallélépipédique. L'étude de pré-dimensionnement basée sur des essais préliminaires et la méthode des éléments finis nous a amené à utiliser un refroidissement symétrique à l'eau. Un essai de faisabilité a alors permis de choisir les paramètres d'essai. Une propagation nette était observée en surface et en profondeur. Aucun marquage du front de fissure le long de la propagation n'ayant pu être mis en place, différents essais pour différents nombres de cycle ont été réalisés pour l'étude de propagation.

Les résultats expérimentaux obtenus sont reproductibles et riches d'informations. La campagne d'essais nous a permis de mettre en évidence le scénario de propagation des entailles semi-circulaires soumises au cyclage thermique. La propagation débute au cœur de l'entaille tandis que la propagation en surface reste nulle. Puis, une deuxième étape de propagation commence avec à la fois une propagation en profondeur et en surface tout en conservant une forme semi-elliptique. La vitesse de propagation à cœur diminue tout au long de l'essai.

Nous avons ensuite tenté de reproduire le scénario de fissuration relevé expérimentalement par une approche numérique avec la méthode des éléments finis. La réalisation de cette tâche dans ABAQUS nécessitait le développement d'un programme informatique. Une analyse de besoins a été alors effectuée afin de définir le cahier des charges. Nous avons choisi, finalement, ABAQUS/CAE avec l'extension Interface en Script pour ABAQUS (ISA). L'étape de conception a permis ensuite de mettre en évidence les modules informatiques à développer ainsi que l'organisation et l'interaction entre les différents modules.

La mise en place du programme a été abordée ensuite du point de vue de la technique de modélisation. L'analyse éléments finis a été effectuée par un calcul couplé thermique mécanique avec un comportement élastique linéaire. Une étude de qualité du maillage a été lancée afin de s'assurer que les maillages étaient adaptés au changement de géométrie du front

de fissure au cours de la propagation. Un processus de remaillage automatique a été proposé et intégré dans le programme. Le développement se terminait avec la construction du front de fissure après chaque étape de propagation. Nous avons pu alors simuler automatiquement la propagation d'une fissure 2D par fatigue thermique dans ABAQUS, grâce à l'utilisation d'une loi de Paris identifiée pour le 304L à l'air ambiant et  $R=0,1$ .

Les résultats de la simulation numérique ont été comparés avec les essais. La simulation a permis de prédire correctement les tendances de fissuration : la propagation débute d'abord au cœur de l'entaille, puis quand la profondeur atteint 0,6mm, la fissuration démarre en surface. Il a été montré aussi que la simulation numérique fournit une excellente estimation de la forme du front de fissure. En traçant l'évolution du FIC le long du front de fissure durant la fissuration, les mécanismes gouvernant l'évolution de la forme de la fissure ont ainsi été mis en évidence. Dans un premier temps, à cause d'une géométrie initiale de fissure très allongée, nous avons remarqué un FIC beaucoup plus élevé à cœur qu'au bord. La fissure a alors tendance à se propager plutôt à cœur vers une forme correspondant à  $K$  constant. Cependant, ceci n'est pas la forme finale de fissure: le FIC continuant à augmenter au bord et diminuer à cœur, il en résulte une tendance très nette de propagation avec un ralentissement en profondeur et une accélération en surface.

La comparaison des cinétiques de fissuration en surface et en profondeur a fait ressortir un retard de propagation par le numérique. Cet écart est tout particulièrement sensible au début de la fissuration, ce qui a permis de conclure que l'approche retenue n'est pas justifiée à ce stade. A la suite de ces remarques, nous avons alors décidé de corriger les prédictions numériques. La prédiction corrigée est pleinement satisfaisante, aussi bien en ce qui concerne la cinétique en surface qu'à cœur de la fissure. Néanmoins, l'approche numérique étant coûteuse en temps de calcul et en ressources informatiques, une approche analytique a été mise en place.

La démarche du calcul analytique était la suivante: Tout d'abord, le calcul de la température en tout point de l'éprouvette en fonction du temps a été effectué. Ensuite, l'expression analytique du champ de contraintes associé a pu être déduite en utilisant une loi de comportement thermo-élastique linéaire. Enfin, l'application de la méthode de fonction de poids a permis l'obtention du facteur d'intensité de contraintes. A chaque étape, une



comparaison analytique numérique a été réalisée afin de valider les expressions analytiques obtenues.

Les expressions analytiques obtenues ont permis de mettre en lumière le lien entre l'état de contraintes dans l'éprouvette et le cyclage thermique. La contrainte d'ouverture d'un point situé à une position  $x$  dans l'épaisseur à un instant  $t$  est proportionnelle à la différence entre la température moyenne de l'échantillon et la température du point considéré. L'éprouvette sera par conséquent en traction là où la température est inférieure à la température moyenne, et inversement.

L'étude paramétrique avec une sollicitation sinusoïdale a montré que les chargements thermiques de basse fréquence sont plus nocifs : ceci est en bon accord avec la littérature. De plus, l'étude portant sur une sollicitation en dents de scie, plus proche de nos conditions d'essai, a montré la nécessité de prendre en compte le rapport entre les durées de refroidissement et de réchauffage  $R_t = \frac{t_{do}}{t_{up}}$ . Pour les basses fréquences, les sollicitations avec une faible valeur de  $R_t$  sont plus dangereuses tandis que pour les hautes fréquences, la tendance est inversée. Cependant, les basses fréquences sont toujours plus nocives avec un facteur d'intensité de contraintes maximal plus élevé.

Enfin, les cinétiques de fissuration dans le cas du choc thermique répété ont pu être déduites dans une configuration tridimensionnelle en supposant que la fissure reste semi-elliptique durant la fissuration. Les courbes analytiques de cinétiques de fissuration nécessitaient elles aussi une correction du nombre de cycles au début de la fissuration. Après correction, elles étaient tout à fait comparables aux courbes numériques et aux résultats expérimentaux.

En conclusion, l'objectif de cette thèse a été obtenu. Le comportement en propagation d'une fissure soumise à du cyclage thermique a été observé. La simulation du front de fissure et les cinétiques en surface et en profondeur ont été bien décrites au travers des approches numérique et analytique en s'appuyant sur la mécanique linéaire de la rupture et une loi de Paris. Notons aussi que la démarche construite au cours de cette étude pourrait être transposable à des géométries plus complexes et plus proches des interrogations de l'industrie.

## PERSPECTIVES

Cette étude sur la propagation d'une fissure par cyclage thermique dans le cadre d'une thèse touche maintenant à la fin. Nous avons réussi à avancer dans la compréhension de ce phénomène. Cependant, tout n'est pas résolu et quelques questions sont apparues au fur et à mesure de nos travaux.

Tout d'abord, évoquons le problème du temps d'essai. Au total, 12 mois d'essai ont été nécessaires (7j/7 24h/24h), sans compter le temps de conception et de réalisation du montage, les arrêts pour observation, maintenance ou problème technique! Cet inconvénient limite alors le nombre d'essais réalisés. Un autre mode de réchauffage de l'éprouvette devrait être envisagé dans l'avenir afin d'accélérer les essais. Il serait également intéressant de prévoir un chargement mécanique cyclique simultané pour approcher au plus près des conditions réelles de sollicitation des structures.

L'étape de l'amorçage de l'entaille n'a pas été prise en compte dans notre étude en considérant que l'entaille se comporte dès le début comme une fissure physique. L'entaille initiale, très peu profonde ( $\approx 0,1$ mm) devrait de plus être considérée comme une fissure courte avec les spécificités associées. De plus, l'identification du comportement de fissure en début de fissuration nécessite des essais complémentaires.

L'influence de la multi-fissuration est aussi une question intéressante. Sachant que le réseau n'apparaît qu'après 20000 cycles et ne peut avoir d'influence éventuelle qu'après ce délai, il serait important de prendre en compte les interactions entre fissures pour les grands nombres de cycles, quand la propagation de la fissure principale ralentit et que les fissures secondaires sont en pleine croissance.

Les fissures amorcées dans la tâche thermique secondaire ont relevé et illustré la nature multiaxiale du chargement thermique. De plus, les bifurcations observées lors de certains essais ont également montré que la fissure principale peut se propager en mode mixte. Néanmoins, nous n'avons regardé que la contrainte d'ouverture en supposant que la propagation reste en mode I et en passant délibérément sous silence l'influence de la multi-axialité.

Le modèle numérique et les calculs analytiques que nous avons réalisés se veulent également simplificateurs des phénomènes physiques réels. Des phénomènes tels que la plasticité cyclique entraînant de la fermeture pourraient ainsi être introduits dans l'avenir pour retranscrire de manière plus fidèle l'expérience. Cependant, l'introduction des tels comportements dans notre modèle numérique risque d'entraîner des calculs très coûteux en temps et en ressources informatiques. Des approches de type X-FEM seraient ainsi des pistes intéressantes à considérer.

## REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] Anderson, T. L., Fracture mechanics : Fundamentals and Applications, CRC Press, Florida, 1995.
- [2] Griffith, A. A. The phenomena of rupture and flow in solids. Philosophical Transactions 1920; 221: pp. 163-198.
- [3] Irwin, G. R. Fracture Dynamics. Fracturing of Metals, Cleveland, American Society for Metals, 1948, pp. 147-166.
- [4] Gardin, C., Introduction à la mécanique de la rupture, Cours ENSMA, Poitiers, France, 2005.
- [5] Irwin, G. R. Analysis of stresses and strains near the end of a crack traversing a plate. Journal of Applied Mechanics 1957; 24: pp. 361-364.
- [6] H.TADA, P. P., G.IRWIN. The Stress Analysis Of Cracks Handbook, Paris Productions Incorporated, 1985.
- [7] Bueckner, H. F. A novel principle for the computation of stress intensity factors. Z. Angew. Math. Mech. 1970; 50: pp. 529-546.
- [8] Miannay, D., Mécanique de la rupture, Les Ulis, France, 1995.
- [9] Rice, J. R. Some remarks on elastic crack tip stress fields. International Journal of Solids and Structures 1972; 8: pp. 751-758.
- [10] Beghini, M. & Bertini, L. Weight function for an inclined edge crack in a semiplane. International Journal of Fracture 1999; 99: pp. 281-292.
- [11] Shen, G. & Glinka, G. Weight function for a surface semi-elliptical crack in a finite thickness plate. Theoretical and Applied Fracture Mechanics 1991; 15: pp. 247-255.
- [12] Wang, X. & Lambert, S. B. Local weight functions for semi-elliptical surface cracks in finite thickness plates. Theoretical and Applied Fracture Mechanics 1995; 23: pp. 199-208.
- [13] Wang, X., Stress intensity factor and weight functions for surfaced cracked plates and welded joints, Mémoire de thèse, 1997. University of Waterloo, Waterloo, Canada
- [14] Lin, X. B. & Smith, R. A. Finite element modelling of fatigue crack growth of surface cracked plates; Part I: The numerical technique. Engineering Fracture Mechanics 1999; 63 (5): pp. 503-522.
- [15] Courtin, S., Propagation de fissures de fatigue dans une géométrie de gorge de vilebrequin en présence de contraintes résiduelles de galetage, mémoire de thèse, 2004. Université de Poitiers, Poitiers, France
- [16] Guo, W., Shen, H. & Li, H. Stress intensity factors for elliptical surface cracks in round bars with different stress concentration coefficient. International Journal of Fatigue 2003; 25 (8): pp. 733-741.
- [17] Branco, R. & Antunes, F. V. Finite element modelling and analysis of crack shape evolution in mode-I fatigue Middle Cracked Tension specimens. Engineering Fracture Mechanics 2008; 75 (10): pp. 3020-3037.
- [18] Rice, J. R. A path independent integral and the approximate analysis of strain conception by notches and cracks. Journal of Applied Mechanics 1968; 35: pp. 379-386.

- [19] Parks, D. M. A stiffness derivative finite element technique for determination of elastic crack tip stress intensity factors. *International Journal of Fracture* 1974; 10: pp. 487-502.
- [20] Hwang, C. G. & Ingraffea, A. R. Virtual crack extension method for calculating the second order derivatives of energy release rates for multiply cracked systems. *Engineering Fracture Mechanics* 2007; 74 (9): pp. 1468-1487.
- [21] Hwang, C. G., Wawrzynek, P. A. & Ingraffea, A. R. On the virtual crack extension method for calculating the derivatives of energy release rates for a 3D planar crack of arbitrary shape under mode-I loading. *Engineering Fracture Mechanics* 2001; 68 (7): pp. 925-947.
- [22] Yang, Z. Y., Chen, J. F. & Holt, G. D. Efficient evaluation of stress intensity factors using virtual crack extension technique. *Computers & Structures* 2001; 79 (31): pp. 2705-2715.
- [23] Karlsson, H., *ABAQUS Analysis User's Manual - Version 6.7* Abaqus, Inc., 2007.
- [24] Moran, B. & Shih, C. F. A general treatment of crack tip contour integrals. *International Journal of Fracture* 1987; 35: pp. 295-310.
- [25] Shih, C. F. & Moran, B. Energy release rate along a three dimensional crack front in a thermally stressed body. *International Journal of Fracture* 1986; 30: pp. 79-102.
- [26] Bézine, G., *Modélisation par éléments finis, Cours ENSMA, Vol.1&2*, Poitiers, France, 2005.
- [27] Courtin, S., Gardin, C., Bézine, G. & Ben Hadj Hamouda, H. Advantages of the J-integral approach for calculating stress intensity factors when using the commercial finite element software ABAQUS. *Engineering Fracture Mechanics* 2005; 72 (14): pp. 2174-2185.
- [28] Dorlot, J. M., Bailon, J. P. & Masounave, J., *Des matériaux*, Ecole polytechnique de Montréal, Montréal, Canada, 1986.
- [29] Hénaff, G., *Fatigue des matériaux et des structures, Cours ENSMA*, Poitiers, France, 2005.
- [30] Paris, P. C. & Erdogan, F. A critical analysis of crack propagation laws. *Journal of Basic Engineering* 1960; 85: pp. 528-534.
- [31] Paris, P. C., Gomez, M. P. & Anderson, W. P. A rational analytic theory of fatigue. *The Trend in Engineering* 1961; 13: pp. 9-14.
- [32] Elber, W. Fatigue crack closure under cyclic tension. *Engineering Fracture Mechanics* 1970; 2: pp. 445-476.
- [33] Brennan, F. P., Ngiam, S. S. & Lee, C. W. An experimental and analytical study of fatigue crack shape control by cold working. *Engineering Fracture Mechanics* 2008; 75 (3-4): pp. 355-363.
- [34] Lin, X. B. & Smith, R. A. Finite element modelling of fatigue crack growth of surface cracked plates; Part II: Crack shape change. *Engineering Fracture Mechanics* 1999; 63: pp. 523-540.
- [35] Toribio, J., Matos, J. C., González, B. & Escudra, J. Numerical modelling of crack shape evolution for surface flaws in round bars under tensile loading. *Engineering Failure Analysis* 2008;
- [36] Lin, X. B. & Smith, R. A. Shape evolution of surface cracks in fatigued round bars with a semicircular circumferential notch. *International Journal of Fatigue* 1999; 21 (9): pp. 965-973.

- [37] Gilles, P., Leseux, J. & Pignol, M. Three dimensional fatigue propagation modeling of a nozzle corner crack. 18th Int. Conf. on Structural Mechanics in Reactor Technology (SMiRT 18), Beijing, china, 2005.
- [38] Gardin, C., Courtin, S., Bertheau, D., Bezine, G. & Ben - Hadj Hamouda, H. The influence of roller burnishing on the fatigue crack propagation in notched round bars - Experimental observations under three point bending. *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures* 2007; 30 (4): pp. 342-350.
- [39] Gardin, C., Courtin, S., Bezine, G., Bertheau, D. & Ben - Hadj Hamouda, H. Numerical simulation of fatigue crack propagation in compressive residual stress fields of notched round bars. *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures* 2007; 30 (3): pp. 231-242.
- [40] Bouchard, P. O., Bay, F., Chastel, Y. & Tovena, I. Crack propagation modelling using an advanced remeshing technique. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 2000; 189 (3): pp. 723-742.
- [41] Bittencourt, T. N., Wawrzynek, P. A., Ingraffea, A. R. & Sousa, J. L. Quasi-automatic simulation of crack propagation for 2D LEFM problems. *Engineering Fracture Mechanics* 1996; 55 (2): pp. 321-334.
- [42] Colombo, D. A methodology for automatic crack propagation modelling in planar and shell FE models. *Engineering Fracture Mechanics* 2006; 73: pp. 490-504.
- [43] Miranda, A. C. O., Meggiolaro, M. A., Castro, J. T. P., Martha, L. F. & Bittencourt, T. N. Fatigue life and crack path predictions in generic 2D structural components. *Engineering Fracture Mechanics* 2003; 70: pp. 1259-1279.
- [44] Lin, X. B. & Smith, R. A. Fatigue growth simulation for cracks in notched and unnotched round bars. *International Journal of Mechanical Sciences* 1997; 40 (5): pp. 405-419.
- [45] Shahani, A. R. & Amini Fasakhodi, M. R. Finite element analysis of dynamic crack propagation using remeshing technique. *Materials & Design* 2009; 30 (4): pp. 1032-1041.
- [46] Abdul-Aziz, A. Assessment of crack growth in a space shuttle main engine first-stage high-pressure fuel turbopump blade. *Finite Elements in Analysis and Design* 2002; 39 (1): pp. 1-15.
- [47] Poursaeidi, E. & Salavatian, M. Fatigue crack growth simulation in a generator fan blade. *Engineering Failure Analysis* 2009; 16 (3): pp. 888-898.
- [48] Dufrénoy, P., Bodovillé, G. & Degallaix, G. Damage mechanisms and thermomechanical loading of brake discs. *European Structural Integrity Society* 2002; 29: pp. 167-176.
- [49] Kim, D.-J., Lee, Y.-M., Park, J.-S. & Seok, C.-S. Thermal stress analysis for a disk brake of railway vehicles with consideration of the pressure distribution on a frictional surface. *Materials Science and Engineering: A* 2008; 483-484 (15): pp. 456-459.
- [50] Dufrénoy, P., Degallaix, G., Wicker, P., Wong, J. & D'Harvilliers, W. Thermal loading and thermal-mechanical fatigue of railway brake discs. 6th international conference on low cycle fatigue, Berlin, D. V. f. M. u. Prüfungs, 2008.
- [51] Ancelet, O., Chapuliot, S. & Hénaff, G. Experimental and numerical study of crack initiation and propagation under 3D thermal fatigue loading in a welded structure. *International Journal of Fatigue* 2008; 30 (6): pp. 953-966.
- [52] Fissolo, A., Amiable, S., Ancelet, O., Mermaz, F., Stelmaszyk, J. M., et al. Crack initiation under thermal fatigue: An overview of CEA experience. Part I: Thermal fatigue

appears to be more damaging than uniaxial isothermal fatigue. *International Journal of Fatigue* 2009; 31 (3): pp. 587-600.

[53] Kamaya, M. & Taheri, S. A study on the evolution of crack networks under thermal fatigue loading. *Nuclear Engineering and Design* 2008; 238 (9): pp. 2147-2154.

[54] Maillot, V., Fissolo, A., Degallaix, G., Degallaix, S., Marini, B., et al. Thermal fatigue of a 304 L type steel. *European Structural Integrity Society* 2002; 29: pp. 135-142.

[55] Le Pecheur, A., *Fatigue thermique d'un acier inoxydable austénitique : influence de l'état de surface par une approche multi-échelles, mémoire de thèse, 2008. Ecole Centrale Paris, Paris*

[56] Chapuliot, S., Gourdin, C., Payen, T., Magnaud, J. P. & Monavon, A. Hydro-thermal-mechanical analysis of thermal fatigue in a mixing tee. *Nuclear Engineering and Design* 2005; 235 (5): pp. 575-596.

[57] Jang, C. Treatment of the thermal-hydraulic uncertainties in the pressurized thermal shock analysis. *Nuclear Engineering and Design* 2007; 237 (2): pp. 143-152.

[58] Maillot, V., *Amorçage et propagation de fissures de fatigue thermique dans un acier inoxydable de type X2CrNi18 – 09 (AISI 304L), Mémoire de Thèse, 2003. Université des Sciences de Technologie de Lille, Lille, France*

[59] Maillot, V., Fissolo, A., Degallaix, G. & Degallaix, S. Thermal fatigue crack networks parameters and stability : an experimental study. *International Journal of Solids and Structures* 2005; 42 (2): pp. 759-769.

[60] Paffumi, E., Nilsson, K. F. & Taylor, N. G. Cracks initiation, propagation and arrest in 316L model pipe components under thermal fatigue. *Journal of ASTM International* 2005; 2 (5)

[61] Paffumi, E., Nilsson, K. F. & Taylor, N. G. Simulation of thermal fatigue damage in a 316L model pipe component. *International Journal of Pressure Vessels and Piping* 2008; 85 (11): pp. 798-813.

[62] Kerezsi, B. & Price, J. W. H. Using S–N curves to analyse cracking due to repeated thermal shock. *International Journal of Pressure Vessels and Piping* 2002; 79 (5): pp. 361-371.

[63] Kerezsi, B., Price, J. W. H. & Ibrahim, R. A two-stage model for predicting crack growth due to repeated thermal shock. 2003; 70 (6): pp. 721-730.

[64] Lehéricy, Y., *Endommagement et cumul de dommage en fatigue dans le domaine de l'endurance limitée d'un acier inoxydable austénitique 304L, Mémoire de thèse, 2007. Université de Poitiers, Poitiers, France*

[65] Petitjean, S., *Influence de l'état de surface sur le comportement en fatigue à grand nombre de cycles de l'acier inoxydable austénitique 304L, Mémoire de thèse, 2003. Université de Poitiers, Poitiers, France*

[66] Malésys, N., Ludovic, V. & François, H. A probabilistic model to predict the formation and propagation of crack networks in thermal fatigue. *International Journal of Fatigue* 2009; 31 (3): pp. 565-574.

[67] Johan Singh, P., Mukhopadhyay, C. K., Jayakumar, T., Mannan, S. L. & Raj, B. Understanding fatigue crack propagation in AISI 316 (N) weld using Elber's crack closure concept: Experimental results from GCMOD and acoustic emission techniques. *International Journal of Fatigue* 2007; 29 (12): pp. 2170-2179.

- [68] Prasad Reddy, G. V., Sandhya, R., Valsan, M. & Bhanu Sankara Rao, K. High temperature low cycle fatigue properties of 316(N) weld metal and 316L(N)/316(N) weld joints. *International Journal of Fatigue* 2008; 30 (3): pp. 538-546.
- [69] Madi, Y., Matheron, P., Recho, N. & Mongabure, P. Low cycle fatigue of welded joints: new experimental approach. *Nuclear Engineering and Design* 2004; 228 (1-3): pp. 161-177.
- [70] Madi, Y., Recho, N. & Matheron, P. Low-cycle fatigue of welded joints: coupled initiation propagation model. *Nuclear Engineering and Design* 2004; 228 (1-3): pp. 179-194.
- [71] Takahashi, Y., Shibamoto, H. & Inoue, K. Development of inelastic constitutive model for austenitic stainless steel for design use. *Nuclear Engineering and Design* 2008; 238 (2): pp. 368-379.
- [72] Vor, K., Sarrazin-Baudoux, C., Bertheau, D., Gardin, C., Petit, J., et al. Effect of prestrain on the fatigue crack propagation in a 304L stainless steel. *proc. 26èmes Journées de Printemps de la SF2M, Paris, A. Galtier & G. Baudrys, 2008*, pp. 177-184.
- [73] Constantinescu, A., Charkaluk, E., Lederer, G. & Verger, L. A computational approach to thermomechanical fatigue. *International Journal of Fatigue* 2004; 26: pp. 805-818.
- [74] Janssens, K. G. F., Niffenegger, M. & Reichlin, K. A computational fatigue analysis of cyclic thermal shock in notched specimens. *Nuclear Engineering and Design* 2009; 239 (1): pp. 36-44.
- [75] Kikuchi, K., Ue, K., Kudo, Y. & Saito, M. Crack propagation in first wall by thermal fatigue and creep. *Fusion Engineering and Design* 2000; 49-50: pp. 229-234.
- [76] Tokiyoshi, T., Kawashima, F., Igari, T. & Kino, H. Crack propagation life prediction of a perforated plate under thermal fatigue. *International Journal of Pressure Vessels and Piping* 2001; 78: pp. 837-845.
- [77] Sébastien, A., Chapuliot, S., Constantinescu, A. & Fissolo, A. A comparison of lifetime prediction methods for a thermal fatigue experiment. *International Journal of Fatigue* 2006; 28 (7): pp. 692-706.
- [78] Reytier, M., Chapuliot, S., Marie, S., Ferry, L. & Nedelec, M. Study of cleavage initiation under thermal shock by tests on cracked rings and thermomechanical calculations. *Nuclear Engineering and Design* 2006; 236 (10): pp. 1039-1050.
- [79] Radu, V., Taylor, N. & Paffumi, E. Development of new analytical solutions for elastic thermal stress components in a hollow cylinder under sinusoidal transient thermal loading. *International Journal of Pressure Vessels and Piping* 2008; 85 (12): pp. 885-893.
- [80] Zhou, Y. C. & Hashida, T. Thermal fatigue failure induced by delamination in thermal barrier coating. *International Journal of Fatigue* 2002; 24 (2-4): pp. 407-417.
- [81] Jones, I. S. The application of a displacement controlled weight function for a single edge cracked plate to thermal fatigue damage assessment. *Engineering Fracture Mechanics* 1999; 62 (2-3): pp. 249-266.
- [82] Shahani, A. R. & Nabavi, S. M. Closed form stress intensity factors for a semi-elliptical crack in a thick-walled cylinder under thermal stress. *International Journal of Fatigue* 2006; 28 (8): pp. 926-933.
- [83] Nabavi, S. M. & Shahani, A. R. Thermal stress intensity factors for a cracked cylinder under transient thermal loading. *International Journal of Pressure Vessels and Piping* 2008;



- [84] Guilbaud, D., Blay, N., Broc, D., Chaudat, T., Féau, C., et al., An overview of studies in structural mechanics, rapport n° CEA-R-6113, (2006).
- [85] Lejeail, Y. & Kasahara, N. Thermal fatigue evaluation of cylinders and plates subjected to fluid temperature fluctuations. *International Journal of Fatigue* 2005; 27: pp. 768-772.
- [86] Kasahara, N., Takasho, H. & Yacumpai, A. Structural response function approach for evaluation of thermal striping phenomena. *Nuclear Engineering and Design* 2002; 212 (1-3): pp. 281-292.
- [87] Curtit, F. & Stephan, J. M. Essais de fatigue thermique sur structures. MECAMAT, Aussois, France, 2007.
- [88] Ancelet, O., Etude de l'amorçage et de la propagation des fissures sous chargement thermique cyclique 3D, mémoire de thèse, 2005. Université de Poitiers, Poitiers, France
- [89] Haddar, N., Fissolo, A. & Maillot, V. Thermal fatigue crack networks : an computational study. *International Journal of Solids and Structures* 2005; 42 (2): pp. 771-788.
- [90] Marsh, D. J. A thermal shock fatigue study of type 304 and 316 stainless steels. *Fatigue & fracture of engineering materials & structures* 1981; 4 (2): pp. 179-195.
- [91] Czuck, G., Mattheck, C., Munz, D. & Stamm, H. Crack growth under cyclic thermal shock loading. *Nuclear Engineering and Design* 1985; 84: pp. 189-199.
- [92] Bethge, K., Munz, D. & Stamm, H. Growth of semi elliptical surface cracks in ferritic steel plates under cyclic thermal shock loading. *Fatigue & fracture of engineering materials & structures* 1988; 11: pp. 467-482.
- [93] Kane, A., Propagation de fissures superficielles et de réseaux de fissures en fatigue isotherme biaxiale et fatigue thermique dans l'acier inoxydable 304L, Mémoire de thèse, 2005. Ecole Polytechnique, Palaiseau
- [94] Haddar, N. & Fissolo, A. 2D simulation of the initiation and propagation of crack array under thermal fatigue. *Nuclear Engineering and Design* 2005; 235 (9): pp. 945-964.
- [95] Ancelet, O., Chapuliot, S., Henaff, G. & Marie, S. Development of a test for the analysis of the harmfulness of a 3D thermal fatigue loading in tubes. *International Journal of Fatigue* 2006;
- [96] Taheri, S. & Galenne, E. High cycle thermal crazing : a phenomena related to the structure. 18th Structural Mechanics in Reactor Technology, Beijing, China, 2005.
- [97] Taheri, S. Some advances on understanding of high cycle thermal fatigue crazing. *Journal of pressure vessel technology* 2007; 129 (3): pp. 400-410
- [98] Sbitti, A. & Taheri, S. Advances on understanding of high cycle thermal fatigue. Fontevraud 6, Fontevraud Royal Abbey, France, 2006.
- [99] Seyedi, M., Taheri, S. & Hild, F. Numerical modeling of crack propagation and shielding effects in a striping network. *Nuclear Engineering and Design* 2006; 236 (9): pp. 954-964.
- [100] Kim, Y. W., KIM, J. I. & Chang, M. H. An explicit integral expression for the stress intensity factor of a semi-elliptic surface crack subjected to thermal transient loading. *International Journal of Pressure Vessels and Piping* 1999; 76 (9): pp. 631-639.
- [101] Lee, H. Y., Kim, J. B. & Yoo, B. Green's function approach for crack propagation problem subjected to high cycle thermal fatigue loading. *International Journal of Pressure Vessels and Piping* 1999; 76 (8): pp. 487-494.

- [102] Marie, S. Analytical expression of the thermal stresses in a vessel or pipe with cladding submitted to any thermal transient. *International Journal of Pressure Vessels and Piping* 2004; 81 (4): pp. 303-312.
- [103] Marie, S., Ménager, Y. & Chapuliot, S. Stress intensity factors for underclad and through clad defects in a reactor pressure vessel submitted to a pressurised thermal shock. *International Journal of Pressure and Piping* 2005; 82: pp. 746-760.
- [104] Marie, S. & Chapuliot, S. Improvement of the calculation of the stress intensity factors for underclad and through-clad defects in a reactor pressure vessel subjected to a pressurised thermal shock. *International Journal of Pressure Vessels and Piping* 2008; 85 (8): pp. 517-531.
- [105] Pommier, S., Sakae, C. & Murakami, Y. An empirical stress intensity factor set of equations for a semi-elliptical crack in a semi-infinite body subjected to a polynomial stress distribution. *International Journal of Fatigue* 1999; 21: pp. 243-251.
- [106] Vor, K., Gardin, C., Sarrazin-Baudoux, C., Petit, J. & Bertheau, D., Etude de la propagation en fatigue de fissures courtes en stade II : influence du mode de sollicitation et de la taille de la zone plastifiée initiale, rapport final du contrat CQN01812 EDF- LMPM ENSMA (2008).
- [107] Lesur, N., Propagation par fatigue des fissures physiquement courtes dans un acier inoxydable de type 304L : rôle de la fermeture et de la plasticité, mémoire de thèse, 2005. Université de Poitiers
- [108] Vor, K., Gardin, C., Sarrazin-Baudoux, C., Petit, J. & Bertheau, D., Etude de la propagation en fatigue de fissures courtes en stade II, rapport n° 3, Contrat CQN01812 EDF-LMPM ENSMA (2007).
- [109] Sarrazin-Baudoux, C. & Petit, J., Etude du seuil de propagation en fatigue des aciers inoxydables 304L et 316L, LMPM-ENSMA (2001).
- [110] Le, H. N., Modélisation numérique de la propagation d'une fissure sous l'effet d'un cyclage mécanique ou thermique, mémoire de Master MEI-MSI, LMPM-ENSMA (2005).
- [111] Le, T. T. N., Calcul du facteur d'intensité de contrainte d'une pièce fissurée soumise à un gradient cyclique de température : approche numérique, Stage d'ingénieur, LMPM-ENSMA (2006).
- [112] Holman, J. P., Heat transfer, McGRAW-HILL KOGAKUSHA, Tokyo, 1976.
- [113] Lu, T. J. & Fleck, N. A. The thermal shock resistance of solids. *Acta Materialia* 1998; 46 (13): pp. 4755-4768.
- [114] Tada, H., Paris, P. C. & Irwin, G. R., The Stress Analysis Of Cracks Handbook, Paris Productions Incorporated, 1985.
- [115] Arpaci, V. S., Conduction heat transfer, Addison-Wesley Publishing Company, 1966.



# Annexe 1

## FONCTION DE POIDS POUR L'ETUDE BIDIMENSIONNELLE [114]

On rappelle que le facteur d'intensité de contraintes dans l'étude bidimensionnelle est calculé par

$$K_I(t) = \frac{2L}{\sqrt{\pi a}} \int_0^1 \frac{F_1\left(\frac{x}{L}, \frac{a}{L}\right) \cdot \sigma_{yy}\left(\frac{x}{L}, t\right)}{\left(1 - \frac{a}{2L}\right)^{1.5} \sqrt{1 - \frac{(L-x)^2}{a^2}}} d\left(\frac{x}{L}\right) \quad \text{Annex. 1-1}$$

Avec

$$F_1\left(\frac{x}{L}, \frac{a}{L}\right) = f_1\left(\frac{a}{L}\right) + f_2\left(\frac{a}{L}\right) \left(\frac{1-x/L}{a/L}\right) + f_3\left(\frac{a}{L}\right) \left(\frac{1-x/L}{a/L}\right)^2 + f_4\left(\frac{a}{L}\right) \left(\frac{1-x/L}{a/L}\right)^3 \quad \text{Annex. 1-2}$$

$$f_1\left(\frac{a}{L}\right) = 0,46 + 3,06 \cdot \frac{a}{2L} + 0,84 \cdot \left(1 - \frac{a}{2L}\right)^5 + 0,66 \cdot \left(\frac{a}{2L}\right)^2 \left(1 - \frac{a}{2L}\right)^2 \quad \text{Annex. 1-3}$$

$$f_2\left(\frac{a}{L}\right) = -3,52 \left(\frac{a}{2L}\right)^2 \quad \text{Annex. 1-4}$$

$$f_3\left(\frac{a}{L}\right) = 6,17 - 28,22 \cdot \left(\frac{a}{2L}\right) + 34,54 \cdot \left(\frac{a}{2L}\right)^2 - 14,39 \cdot \left(\frac{a}{2L}\right)^3 - \left(1 - \frac{a}{2L}\right)^{3/2} - 5,88 \cdot \left(1 - \frac{a}{2L}\right)^5 - 2,64 \cdot \left(\frac{a}{2L}\right)^2 \left(1 - \frac{a}{2L}\right)^2 \quad \text{Annex. 1-5}$$

$$f_4\left(\frac{a}{L}\right) = -6,63 + 25,16 \cdot \frac{a}{2L} - 31,04 \cdot \left(\frac{a}{2L}\right)^2 + 14,41 \cdot \left(\frac{a}{2L}\right)^3 + 2 \cdot \left(1 - \frac{a}{2L}\right)^{3/2} + 5,04 \cdot \left(1 - \frac{a}{2L}\right)^5 + 1,98 \cdot \left(\frac{a}{2L}\right)^2 \left(1 - \frac{a}{2L}\right)^2 \quad \text{Annex. 1-6}$$



## Annexe 2

### SOLUTION ANALYTIQUE POUR LE CHAMP DE TEMPERATURE DANS L'EPROUVETTE SOUMISE A UNE SOLLICITATION THERMIQUE EN DENTS DE SCIE

1. Pour  $0 \leq t \leq t_c$  ( $N_c = 0$ ):

+ Si  $t \leq t_{do}$

$$T^I(x,t) = T_f(t) + \sum_{n=0}^{\infty} \Theta_n(x) \cdot \left[ e^{\gamma_n t} (T_i - T_{\max}) + \frac{I}{\gamma_n} (1 - e^{\gamma_n t}) \right] \quad \text{Annex. 2-1}$$

+ Si  $t_{do} \leq t \leq t_c$

$$T^I(x,t) = T_f(t) + \sum_{n=0}^{\infty} \Theta_n(x) \cdot \left[ \begin{aligned} & e^{\gamma_n t} (T_i - T_{\max}) + \frac{I}{\gamma_n} (e^{\gamma_n(t-t_{do})} - e^{\gamma_n t}) \\ & + \frac{M}{\gamma_n} (1 - e^{\gamma_n(t-t_{do})}) \end{aligned} \right] \quad \text{Annex. 2-2}$$

2. Pour  $t_c \leq t$  ( $N_c \geq 1$ ):

+ Si  $N_c t_c \leq t \leq N_c t_c + t_{do}$ :

$$T^I(x,t) = T_f(t) + \sum_{n=0}^{\infty} \Theta_n(x) \cdot \left[ \begin{aligned} & e^{\gamma_n t} (T_i - T_{\max}) + \frac{I}{\gamma_n} (e^{\gamma_n(t-t_{do}-N_c t_c)} - e^{\gamma_n(t-N_c t_c)}) \\ & + \frac{\frac{I}{\gamma_n} (e^{\gamma_n t_{up}} - e^{\gamma_n t_c}) + \frac{M}{\gamma_n} (1 - e^{\gamma_n t_{up}})}{e^{\gamma_n t_c} - 1} (e^{\gamma_n t} - e^{\gamma_n(t-N_c t_c)}) \end{aligned} \right] \quad \text{Annex. 2-3}$$

D'où les réponses transitoire et stabilisée du champ de température notées  $T_{trans}^I(x,t)$  et  $T_{stab}^I(x,t)$  pour  $N_c t_c \leq t \leq N_c t_c + t_{do}$ :

$$T_{trans}^I(x,t) = \sum_{n=0}^{\infty} \Theta_n(x) e^{\gamma_n t} \left[ (T_i - T_{\max}) + \frac{\frac{I}{\gamma_n} (e^{\gamma_n t_{up}} - e^{\gamma_n t_c}) + \frac{M}{\gamma_n} (1 - e^{\gamma_n t_{up}})}{e^{\gamma_n t_c} - 1} \right] \quad \text{Annex. 2-4}$$

$$T_{stab}^I(x,t) = T_f(t) + \sum_{n=0}^{\infty} \Theta_n(x) \left[ \begin{array}{l} \frac{I}{\gamma_n} \left( e^{\gamma_n(t-t_{do}-N_c t_c)} - e^{\gamma_n(t-N_c t_c)} \right) \\ \frac{I}{\gamma_n} \left( e^{\gamma_n t_{up}} - e^{\gamma_n t_c} \right) + \frac{M}{\gamma_n} \left( 1 - e^{\gamma_n t_{up}} \right) \\ - \frac{\quad}{e^{\gamma_n t_c} - 1} e^{\gamma_n(t-N_c t_c)} \end{array} \right] \quad \text{Annex. 2-5}$$

+ Si  $N_c t_c + t_{do} \leq t$  :

$$T^I(x,t) = T_f(t) + \sum_{n=0}^{\infty} \Theta_n(x) \left[ \begin{array}{l} e^{\gamma_n t} (T_i - T_{\max}) + \frac{I}{\gamma_n} \left( e^{\gamma_n(t-N_c t_c - t_{do})} - e^{\gamma_n(t-N_c t_c)} \right) + \frac{M}{\gamma_n} \left( 1 - e^{\gamma_n(t-N_c t_c - t_{do})} \right) \\ \frac{I}{\gamma_n} \left( e^{\gamma_n t_{up}} - e^{\gamma_n t_c} \right) + \frac{M}{\gamma_n} \left( 1 - e^{\gamma_n t_{up}} \right) \\ + \frac{\quad}{e^{\gamma_n t_c} - 1} \left( e^{\gamma_n t} - e^{\gamma_n(t-N_c t_c)} \right) \end{array} \right] \quad \text{Annex. 2-6}$$

D'où les réponses transitoire et stabilisée du champ de température notées  $T_{trans}^I(x,t)$  et

$T_{stab}^I(x,t)$  pour  $N_c t_c + t_{do} \leq t$  :

$$T_{trans}^I(x,t) = \sum_{n=0}^{\infty} \Theta_n(x) e^{\gamma_n t} \left[ \begin{array}{l} (T_i - T_{\max}) + \frac{I}{\gamma_n} \left( e^{\gamma_n t_{up}} - e^{\gamma_n t_c} \right) + \frac{M}{\gamma_n} \left( 1 - e^{\gamma_n t_{up}} \right) \\ \frac{\quad}{e^{\gamma_n t_c} - 1} \end{array} \right] \quad \text{Annex. 2-7}$$

$$T_{stab}^I(x,t) = T_f(t) + \sum_{n=0}^{\infty} \Theta_n(x) \left[ \begin{array}{l} \frac{I}{\gamma_n} \left( e^{\gamma_n(t-N_c t_c - t_{do})} - e^{\gamma_n(t-N_c t_c)} \right) + \frac{M}{\gamma_n} \left( 1 - e^{\gamma_n(t-N_c t_c - t_{do})} \right) \\ \frac{I}{\gamma_n} \left( e^{\gamma_n t_{up}} - e^{\gamma_n t_c} \right) + \frac{M}{\gamma_n} \left( 1 - e^{\gamma_n t_{up}} \right) \\ - \frac{\quad}{e^{\gamma_n t_c} - 1} e^{\gamma_n(t-N_c t_c)} \end{array} \right] \quad \text{Annex. 2-8}$$

## Annexe 3

### SOLUTION ANALYTIQUE POUR LE CHAMP DE CONTRAINTE D'OUVERTURE DANS L'EPROUVETTE SOUMISE A UNE SOLLICITATION THERMIQUE EN DENTS DE SCIE

1. Pour  $0 \leq t \leq t_c$  ( $N_c = 0$ ):

+ Si  $t \leq t_{do}$

$$\sigma_{yy}^I(x,t) = E\alpha \sum_{n=0}^{\infty} \Psi_n(x) \cdot \left[ e^{\gamma_n t} (T_i - T_{\max}) + \frac{I}{\gamma_n} (1 - e^{\gamma_n t}) \right] \quad \text{Annex. 3-1}$$

+ Si  $t_{do} \leq t \leq t_c$

$$\sigma_{yy}^I(x,t) = E\alpha \sum_{n=0}^{\infty} \Psi_n(x) \cdot \left[ \begin{aligned} & e^{\gamma_n t} (T_i - T_{\max}) + \frac{I}{\gamma_n} (e^{\gamma_n(t-t_{do})} - e^{\gamma_n t}) \\ & + \frac{M}{\gamma_n} (1 - e^{\gamma_n(t-t_{do})}) \end{aligned} \right] \quad \text{Annex. 3-2}$$

2. Pour  $t_c \leq t$  ( $N_c \geq 1$ ):

+ Si  $N_c t_c \leq t \leq N_c t_c + t_{do}$ :

$$\sigma_{yy}^I(x,t) = E\alpha \sum_{n=0}^{\infty} \Psi_n(x) \cdot \left[ \begin{aligned} & e^{\gamma_n t} (T_i - T_{\max}) + \frac{I}{\gamma_n} (e^{\gamma_n(t-t_{do}-N_c t_c)} - e^{\gamma_n(t-N_c t_c)}) \\ & + \frac{\frac{I}{\gamma_n} (e^{\gamma_n t_{up}} - e^{\gamma_n t_c}) + \frac{M}{\gamma_n} (1 - e^{\gamma_n t_{up}})}{e^{\gamma_n t_c} - 1} (e^{\gamma_n t} - e^{\gamma_n(t-N_c t_c)}) \end{aligned} \right] \quad \text{Annex. 3-3}$$

D'où les réponses transitoire et stabilisée de contraintes d'ouverture notées  $\sigma_{yy-trans}^I(x,t)$  et  $\sigma_{yy-stab}^I(x,t)$  pour  $N_c t_c \leq t \leq N_c t_c + t_{do}$ :



$$\sigma_{yy-trans}^I(x,t) = E\alpha \sum_{n=0}^{\infty} \Psi_n(x) e^{\gamma_n t} \left[ (T_i - T_{\max}) + \frac{\frac{I}{\gamma_n} (e^{\gamma_n t_{up}} - e^{\gamma_n t_c}) + \frac{M}{\gamma_n} (1 - e^{\gamma_n t_{up}})}{e^{\gamma_n t_c} - 1} \right] \quad \text{Annex. 3-4}$$

$$\sigma_{yy-stab}^I(x,t) = E\alpha \sum_{n=0}^{\infty} \Psi_n(x) \left[ \frac{I}{\gamma_n} (e^{\gamma_n(t-t_{do}-N_c t_c)} - e^{\gamma_n(t-N_c t_c)}) \right. \\ \left. - \frac{\frac{I}{\gamma_n} (e^{\gamma_n t_{up}} - e^{\gamma_n t_c}) + \frac{M}{\gamma_n} (1 - e^{\gamma_n t_{up}})}{e^{\gamma_n t_c} - 1} e^{\gamma_n(t-N_c t_c)} \right] \quad \text{Annex. 3-5}$$

+ Si  $N_c t_c + t_{do} \leq t$  :

$$\sigma_{yy}^I(x,t) = E\alpha \sum_{n=0}^{\infty} \Psi_n(x) \left[ e^{\gamma_n t} (T_i - T_{\max}) + \frac{I}{\gamma_n} (e^{\gamma_n(t-N_c t_c - t_{do})} - e^{\gamma_n(t-N_c t_c)}) + \frac{M}{\gamma_n} (1 - e^{\gamma_n(t-N_c t_c - t_{do})}) \right. \\ \left. + \frac{\frac{I}{\gamma_n} (e^{\gamma_n t_{up}} - e^{\gamma_n t_c}) + \frac{M}{\gamma_n} (1 - e^{\gamma_n t_{up}})}{e^{\gamma_n t_c} - 1} (e^{\gamma_n t} - e^{\gamma_n(t-N_c t_c)}) \right] \quad \text{Annex. 3-6}$$

D'où les réponses transitoire et stabilisée du champ de température notées  $\sigma_{yy-trans}^I(x,t)$  et  $\sigma_{yy-stab}^I(x,t)$  pour  $N_c t_c + t_{do} \leq t$  :

$$\sigma_{yy-trans}^I(x,t) = E\alpha \sum_{n=0}^{\infty} \Psi_n(x) e^{\gamma_n t} \left[ (T_i - T_{\max}) + \frac{\frac{I}{\gamma_n} (e^{\gamma_n t_{up}} - e^{\gamma_n t_c}) + \frac{M}{\gamma_n} (1 - e^{\gamma_n t_{up}})}{e^{\gamma_n t_c} - 1} \right] \quad \text{Annex. 3-7}$$

$$\sigma_{yy-stab}^I(x,t) = E\alpha \sum_{n=0}^{\infty} \Psi_n(x) \left[ \frac{I}{\gamma_n} (e^{\gamma_n(t-N_c t_c - t_{do})} - e^{\gamma_n(t-N_c t_c)}) + \frac{M}{\gamma_n} (1 - e^{\gamma_n(t-N_c t_c - t_{do})}) \right. \\ \left. - \frac{\frac{I}{\gamma_n} (e^{\gamma_n t_{up}} - e^{\gamma_n t_c}) + \frac{M}{\gamma_n} (1 - e^{\gamma_n t_{up}})}{e^{\gamma_n t_c} - 1} e^{\gamma_n(t-N_c t_c)} \right] \quad \text{Annex. 3-8}$$

## Annexe 4

### CONDITION SUPPLEMENTAIRE POUR LA DETERMINATION DE FONCTION DE POIDS POUR L'ETUDE TRIDIMENSIONNELLE [12, 13]

- En  $x = a$ , la fonction de poids doit s'annuler. D'où

$$m_p(x, a)|_{x=a} = 0 \quad \text{Annex. 4-1}$$

- En  $x = 0$ , la courbure du front de fissure est nulle

$$\frac{\partial^2 m_p(x, a)}{\partial x^2} |_{x=0} = 0 \quad \text{Annex. 4-2}$$

- Pour une répartition de contrainte  $\sigma(x) = \sigma_0 = \sigma_{1r}$ , le FIC de référence  $K_{1r}$  vaut

$$K_{1r} = \sigma_0 \sqrt{\frac{\pi a}{Q}} F_0 \left( \frac{a}{2L}, \frac{a}{c}, \phi \right) \quad \text{Annex. 4-3}$$

- Pour une répartition de contrainte  $\sigma(x) = \sigma_0 \left( 1 - \frac{x}{a} \right) = \sigma_{2r}$ , le FIC de référence  $K_{2r}$

est connu :

$$K_{2r} = \sigma_0 \sqrt{\frac{\pi a}{Q}} F_1 \left( \frac{a}{2L}, \frac{a}{c}, \phi \right) \quad \text{Annex. 4-4}$$

Les expressions de  $K_{1r}$  et  $K_{2r}$  sont données dans le paragraphe ci-dessous.

#### 1. Premier FIC de référence pour une répartition de contrainte

$$\sigma(x) = \sigma_0 = \sigma_{1r}$$

$$K_{1r} = \sigma_0 \sqrt{\frac{\pi a}{Q}} F_0 \left( \frac{a}{L}, \frac{a}{c}, \phi \right) \quad \text{Annex. 4-5}$$

Avec :

$$Q = 1,00 + 1,464 \left( \frac{a}{c} \right)^{1,65} \quad \text{Annex. 4-6}$$

$$F_0 = \left[ \frac{2\phi}{\pi} Y_0 + \left( 1 - \frac{2\phi}{\pi} \right) \frac{Z_0}{\sqrt{a/c}} \right] f_\phi g_0 \quad \text{Annex. 4-7}$$

Où :

$$Y_0 = B_0 + B_1 \left( \frac{a}{L} \right)^2 + B_2 \left( \frac{a}{L} \right)^4 + B_3 \left( \frac{a}{L} \right)^6 \quad \text{Annex. 4-8}$$

$$B_0 = 1,0929 + 0,2581 \left( \frac{a}{c} \right) - 0,7703 \left( \frac{a}{c} \right)^2 + 0,4394 \left( \frac{a}{c} \right)^3 \quad \text{Annex. 4-9}$$

$$B_1 = 0,456 - 3,045 \left( \frac{a}{c} \right) + 2,007 \left( \frac{a}{c} \right)^2 + \frac{1,0}{0,147 + \left( \frac{a}{c} \right)^{0,688}} \quad \text{Annex. 4-10}$$

$$B_2 = 0,995 - \frac{1,0}{0,027 + \left( \frac{a}{c} \right)} + 22,0 \left( 1,0 - \frac{a}{c} \right)^{9,953} \quad \text{Annex. 4-11}$$

$$B_3 = -1,459 + \frac{1,0}{0,014 + \left( \frac{a}{c} \right)} - 24,211 \left( 1,0 - \frac{a}{c} \right)^{8,071} \quad \text{Annex. 4-12}$$

$Z_0$  est le facteur de correction de bord

$$Z_0 = \left[ C_0 + C_1 \left( \frac{a}{L} \right)^2 + C_2 \left( \frac{a}{L} \right)^4 \right] \sqrt{\frac{a}{c}} \quad \text{Annex. 4-13}$$

Avec :

$$C_0 = 1,2972 - 0,1548 \left( \frac{a}{c} \right) - 0,0185 \left( \frac{a}{c} \right)^2 \quad \text{Annex. 4-14}$$

$$C_1 = 1,5083 - 1,3219 \left( \frac{a}{c} \right) + 0,5128 \left( \frac{a}{c} \right)^2 \quad \text{Annex. 4-15}$$

$$C_2 = -1,101 + \frac{0,879}{0,157 + \left( \frac{a}{c} \right)} \quad \text{Annex. 4-16}$$

$f_\phi$  est une fonction qui ne dépend que de l'angle  $\phi, a, c$  :

$$f_\phi = \left[ \left( \frac{a}{c} \right)^2 \cos^2 \phi + \sin^2 \phi \right] \quad \text{Annex. 4-17}$$

$g_0$  est de la forme :

$$g_0 = G_0 + H_0 \left( 1 - \frac{a}{c} \right)^{q_0} \quad \text{Annex. 4-18}$$

Où

$$q_0 = -4,598 + 29,282 \left( \frac{a}{L} \right) - 15,55 \left( \frac{a}{L} \right)^2 \quad \text{Annex. 4-19}$$

$$G_0 = a_0 + b_0 \frac{a}{L} \quad \text{Annex. 4-20}$$

$$H_0 = c_0 + d_0 \frac{a}{L} \quad \text{Annex. 4-21}$$

$$a_0 = 1,00 + 0,013 \sin 2\phi - 0,007 \sin 4\phi + 0,014 \sin 6\phi \quad \text{Annex. 4-22}$$

$$b_0 = 0,122 \sin 2\phi + 0,003 \sin 4\phi - 0,03 \sin 6\phi \quad \text{Annex. 4-23}$$

$$c_0 = -0,092 \sin 2\phi + 0,073 \sin 4\phi - 0,007 \sin 6\phi \quad \text{Annex. 4-24}$$

$$d_0 = 0,041 \sin 2\phi - 0,391 \sin 4\phi - 0,058 \sin 6\phi \quad \text{Annex. 4-25}$$

## 2. Deuxième FIC de référence pour une répartition de contrainte

$$\sigma(x) = \sigma_0 \left( 1 - \frac{x}{a} \right) = \sigma_{2r}$$

$$K_{2r} = \sigma_0 \sqrt{\frac{\pi a}{Q}} F_1 \left( \frac{a}{L}, \frac{a}{c}, \phi \right) \quad \text{Annex. 4-26}$$

Avec :

$$Q = 1,00 + 1,464 \left( \frac{a}{c} \right)^{1,65} \quad \text{Annex. 4-27}$$

$$F_1 = \left[ \frac{2\phi}{\pi} Y_1 + \left( 1 - \frac{2\phi}{\pi} \right) \frac{Z_1}{\sqrt{a/c}} \right] f_\phi g_1 \quad \text{Annex. 4-28}$$

Où :

$$Y_1 = A_0 + A_1 \left( \frac{a}{L} \right)^2 + A_2 \left( \frac{a}{L} \right)^4 + A_3 \left( \frac{a}{L} \right)^6 \quad \text{Annex. 4-29}$$

$$A_0 = 0,4537 + 0,1231 \left( \frac{a}{c} \right) - 0,7412 \left( \frac{a}{c} \right)^2 + 0,4600 \left( \frac{a}{c} \right)^3 \quad \text{Annex. 4-30}$$

$$A_1 = -1,652 + 1,665 \left(\frac{a}{c}\right) - 0,534 \left(\frac{a}{c}\right)^2 + \frac{1,0}{0,198 + \left(\frac{a}{c}\right)^{0,846}} \quad \text{Annex. 4-31}$$

$$A_2 = 3,418 - 3,126 \left(\frac{a}{c}\right) - \frac{1,00}{0,041 + \frac{a}{c}} + 17,259 \left(1,00 - \frac{a}{c}\right)^{9,286} \quad \text{Annex. 4-32}$$

$$A_3 = -4,228 + 3,643 \left(\frac{a}{c}\right) + \frac{1,00}{0,02 + \frac{a}{c}} - 21,924 \left(1,00 - \frac{a}{c}\right)^{9,203} \quad \text{Annex. 4-33}$$

$Z_1$  est le facteur de correction de bord

$$Z_1 = \left[ D_0 + D_1 \left(\frac{a}{L}\right)^2 + D_2 \left(\frac{a}{L}\right)^4 \right] \sqrt{\frac{a}{c}} \quad \text{Annex. 4-34}$$

Avec :

$$D_0 = 1,2687 - 1,0642 \left(\frac{a}{c}\right) + 1,4646 \left(\frac{a}{c}\right)^2 - 0,7250 \left(\frac{a}{c}\right)^3 \quad \text{Annex. 4-35}$$

$$D_1 = 1,1207 - 1,2289 \left(\frac{a}{c}\right) + 0,5876 \left(\frac{a}{c}\right)^2 \quad \text{Annex. 4-36}$$

$$D_2 = 0,190 - 0,608 \left(\frac{a}{c}\right) + \frac{0,199}{0,035 + \left(\frac{a}{c}\right)} \quad \text{Annex. 4-37}$$

$f_\phi$  est une fonction qui ne dépend que de l'angle  $\phi$  :

$$f_\phi = \left[ \left(\frac{a}{c}\right)^2 \cos^2 \phi + \sin^2 \phi \right] \quad \text{Annex. 4-38}$$

$g_1$  est de la forme :

$$g_1 = G_1 + H_1 \left(1 - \frac{a}{c}\right)^{q_1} \quad \text{Annex. 4-39}$$

Où

$$q_1 = 7,169 + 1,643 \left(\frac{a}{L}\right) + 9,575 \left(\frac{a}{L}\right)^2 \quad \text{Annex. 4-40}$$

$$G_1 = a_1 + b_1 \frac{a}{L} \quad \text{Annex. 4-41}$$

$$H_1 = c_1 + d_1 \frac{a}{L}$$

**Annex. 4-42**

$$a_1 = 1,00 - 0,212 \sin 2\phi + 0,084 \sin 4\phi - 0,018 \sin 6\phi$$

**Annex. 4-43**

$$b_1 = 0,022 \sin 2\phi - 0,049 \sin 4\phi - 0,013 \sin 6\phi$$

**Annex. 4-44**

$$c_1 = -0,082 \sin 2\phi + 0,03 \sin 4\phi + 0,028 \sin 6\phi$$

**Annex. 4-45**

$$d_1 = 0,153 \sin 2\phi - 0,548 \sin 4\phi - 0,107 \sin 6\phi$$

**Annex. 4-46**