



**HAL**  
open science

# **Dimensionnement et commande d'actionneurs piézoélectriques en vue du contrôle des vibrations des machines à réluctance variable rapides**

Javier Matias Ojeda

## ► To cite this version:

Javier Matias Ojeda. Dimensionnement et commande d'actionneurs piézoélectriques en vue du contrôle des vibrations des machines à réluctance variable rapides. Sciences de l'ingénieur [physics]. École normale supérieure de Cachan - ENS Cachan, 2009. Français. <NNT : >. <tel-00402784>

**HAL Id: tel-00402784**

**<https://theses.hal.science/tel-00402784v1>**

Submitted on 8 Jul 2009

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



HAL Authorization

**THESE DE DOCTORAT  
DE L'ECOLE NORMALE SUPERIEURE DE CACHAN**

Présentée par  
Monsieur OJEDA Javier Matias

**pour obtenir le grade de  
DOCTEUR DE L'ECOLE NORMALE SUPERIEURE DE CACHAN**

Domaine :  
Génie électrique

**Sujet de la thèse :**  
**Dimensionnement et commande d'actionneurs  
piézoélectriques en vue du contrôle des vibrations des  
machines à réluctance variable rapides**

Thèse présentée et soutenue publiquement à Cachan le 29 juin 2009 devant le jury composé de :

M. MIRAOUI Abdellatif	Professeur des universités à l'UTBM	Examineur
M. HECQUET Michel	Professeur des universités au L2EP	Rapporteur
M. BOUKHOBZA Taha	Maitre de conférences HdR au CRAN	Rapporteur
M. GRANJON Pierre	Maitre de conférences au Gipsa-lab	Examineur
M. GABSI Mohamed	Professeur des universités au SATIE	Directeur de thèse
M. MININGER Xavier	Maitre de conférences au LGEP	Encadrant de thèse
Mme. SLAMA-BELKHODJA Ilhem	Professeur des universités au LSE	Invité

Laboratoire SATIE  
ENS CACHAN / CNRS / UMR 8029  
61 avenue du Président Wilson, 94235 CACHAN Cedex (France)



---

---

# Table des matières

---

<b>Introduction</b>	<b>7</b>
<b>1 Etat de l'art sur la compensation active du bruit acoustique</b>	<b>9</b>
1.1 Principe et domaines d'application de la compensation active . . . . .	9
1.2 La compensation active des vibrations . . . . .	11
1.2.1 Cas des plaques et des poutres . . . . .	11
1.2.2 Réduction des vibrations de structures plus complexes . . . . .	13
1.2.3 Le bruit dans les machines à réductance variable . . . . .	15
1.2.4 Les méthodes de compensation des vibrations dans les machines électriques . .	17
1.2.4.1 Les méthodes sans ajout d'actionneurs . . . . .	17
1.2.4.2 Les méthodes semi-actives et actives . . . . .	19
<b>2 Modélisation du bruit dans les Machines à Réductances Variables</b>	<b>23</b>
2.1 Qu'est ce que le bruit que nous percevons ? . . . . .	23
2.2 Modèle du bruit acoustique . . . . .	23
2.3 Présentation des machines d'étude . . . . .	24
2.4 Origine des contraintes mécaniques s'exerçant sur la structure . . . . .	25
2.4.1 Les phénomènes magnétiques . . . . .	25
2.4.2 Les phénomènes aérodynamiques . . . . .	28
2.4.3 Les phénomènes mécaniques . . . . .	34
2.5 La réponse mécanique du stator . . . . .	35
2.6 Etude modale des machines retenues . . . . .	37
2.7 La réponse acoustique . . . . .	40
2.8 Quel choix de capteur(s) pour mesurer les vibrations . . . . .	41
2.8.1 Les accéléromètres piézoélectriques . . . . .	41
2.8.2 Les vibromètres lasers . . . . .	42
2.8.3 Des pastilles piézoélectriques en capteur . . . . .	42
2.8.4 Les capteurs indirects de vibration . . . . .	43
2.8.5 Notes sur le placement des capteurs de vibration . . . . .	43
2.9 Conclusion sur la modélisation du bruit dans les MRV . . . . .	43
<b>3 Dimensionnement et Placement d'actionneurs piézoélectriques</b>	<b>45</b>
3.1 Des pastilles piézoélectriques utilisées en actionneurs . . . . .	45
3.1.1 Qu'est ce que la piézoélectricité ? . . . . .	45
3.1.2 Les équations de la piézoélectricité . . . . .	46
3.1.3 Le matériau piézoélectrique utilisé comme actionneur . . . . .	47
3.1.4 Forces générées par les actionneurs piézoélectriques sur la structure . . . . .	49
3.1.4.1 Force généralisée dans le cas d'un problème plan . . . . .	49
3.1.4.2 Pose et collage de l'actionneur piézoélectrique . . . . .	52
3.1.4.3 Extension au cas 3D . . . . .	53
3.2 Dimensionnement et placement des actionneurs piézoélectriques . . . . .	55
3.2.1 Optimisation par un algorithme génétique . . . . .	55

3.2.2	Un premier critère énergétique . . . . .	58
3.2.2.1	Représentation d'état du système de vibration . . . . .	58
3.2.2.2	Le cas du problème plan . . . . .	59
3.2.2.3	Extension au cas 3D . . . . .	63
3.2.2.4	Conclusion sur la méthode énergétique . . . . .	66
3.2.3	Un critère sur l'énergie de déplacement . . . . .	66
3.2.3.1	Modèle mathématique utilisé . . . . .	66
3.2.3.2	Cas test : la machine monophasée . . . . .	67
3.2.3.3	Optimisation dans un contexte de déformée vibratoire tournante . . . . .	69
3.3	Conclusion sur le dimensionnement et le placement . . . . .	71
<b>4</b>	<b>Alimentation et Contrôle des actionneurs piézoélectriques</b>	<b>75</b>
4.1	Positionnement du problème . . . . .	75
4.1.1	Introduction . . . . .	75
4.1.2	Ce que l'on cherche à faire . . . . .	77
4.1.3	Moyens expérimentaux . . . . .	78
4.2	Cas Mono-entrée Mono-sortie (SISO) : la machine monophasée . . . . .	79
4.2.1	Positive Position Feedback PPF . . . . .	79
4.2.1.1	Théorie . . . . .	79
4.2.1.2	Résultats de simulations . . . . .	79
4.2.1.3	Retour par l'accélération et le déplacement vibratoire . . . . .	80
4.2.1.4	Résultats expérimentaux . . . . .	83
4.2.2	Linéaire Quadratique Gaussien LQG . . . . .	85
4.2.2.1	Théorie . . . . .	85
4.2.2.2	Résultats de simulation . . . . .	86
4.2.2.3	Résultats expérimentaux . . . . .	89
4.2.3	Internal Model Control IMC . . . . .	91
4.2.3.1	Théorie . . . . .	91
4.2.3.2	Résultats de simulation . . . . .	92
4.2.3.3	Résultats expérimentaux . . . . .	93
4.2.4	Commande robuste $H_\infty$ . . . . .	95
4.2.4.1	Théorie . . . . .	95
4.2.4.2	Résultats de simulation . . . . .	98
4.2.4.3	Etude de la robustesse en stabilité et en performances . . . . .	98
4.2.4.4	Résultats expérimentaux . . . . .	104
4.2.5	Conclusion et Comparaison des correcteurs . . . . .	108
4.3	Cas Multiple Input Multiple Output MIMO . . . . .	111
4.3.1	Méthodes de conception de correcteurs pour une machine triphasée . . . . .	111
4.3.2	Première méthode : le correcteur vectoriel . . . . .	112
4.3.2.1	Théorie . . . . .	112
4.3.2.2	Résultats de simulation . . . . .	115
4.3.2.3	Résultat expérimental . . . . .	117
4.3.3	Seconde méthode : Equivalence de l'étude MIMO avec un cas SISO . . . . .	117
4.3.3.1	Théorie . . . . .	117
4.3.3.2	Simulations . . . . .	120
4.3.3.3	Résultat expérimental . . . . .	122
4.4	Conclusion . . . . .	123
<b>5</b>	<b>Domaine de validité de la compensation par des actionneurs piézoélectriques</b>	<b>125</b>
5.1	Intérêts de l'utilisation de l'effet d'échelle . . . . .	125
5.2	Effet d'échelle par variation des dimensions . . . . .	126
5.3	Effet d'échelle avec variation de la topologie de machine . . . . .	130
5.4	Exemple applicatif au cas du véhicule électrique . . . . .	134
5.5	Conclusion sur l'effet d'échelle . . . . .	138

<b>Conclusion - Perspectives</b>	<b>141</b>
<b>Annexe A</b>	<b>145</b>
<b>Annexe B</b>	<b>147</b>
<b>Bibliographie</b>	<b>149</b>



---

# Introduction

---

Conséquence de l'urbanisation et des progrès technologiques des cinquante dernières années, la pollution sonore est devenue aujourd'hui un enjeu stratégique. La multiplication des appareillages électroniques domotiques ou le développement des chaînes de production automatisées ont augmenté les agressions sonores. C'est pourquoi des recherches multi-disciplinaires ont vu le jour depuis une vingtaine d'années. Ainsi, depuis la circulaire du 27 mars 1995 du ministère de la santé relative aux pôles de compétence et aux missions des DDASS, ce même organisme a été chargé de l'étude et de la régulation du bruit acoustique. Des conséquences sur la santé humaine à la modélisation fine du bruit généré par l'environnement industriel, de nombreuses recherches ont été commandées par cet organisme et ont débouché sur l'élaboration de plusieurs normes. Depuis 2002 et la directive 2002/49/CE européenne, l'interaction du bruit acoustique avec l'environnement civil a été fortement encadrée et des cartes de pollution sonore ont vu le jour.

Le bruit acoustique est aujourd'hui un critère de dimensionnement important pour les appareils électriques et, dans le cadre de cette thèse, pour les machines électriques. La normalisation de l'International Electrotechnical Standard IEC-60034-9 (Rotating electrical machines - Part 9 : Noise limits) [1] limite la puissance acoustique de bruit générée par une machine électrique en fonction de sa vitesse de rotation, figures 1 et 2.

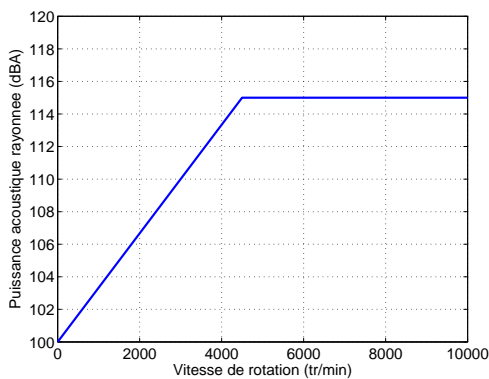


FIGURE 1 – Norme IEC 60034-9 sur le bruit acoustique rayonné des machines électriques

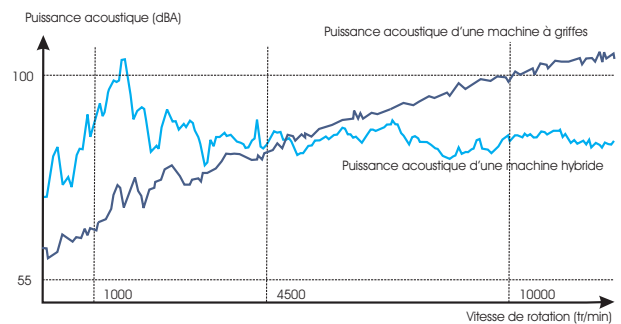


FIGURE 2 – Bruit acoustique rayonné par des machines électriques dans une application véhicule électrique

Le respect de cette norme entraîne un dimensionnement et une alimentation adaptés de la machine électrique dans toute sa plage de fonctionnement. De pair avec le progrès de l'électronique de puissance, les machines à réluctance variable (MRV) ont démontré qu'elles pouvaient avoir une place importante dans les applications industrielles telles que la motorisation électrique [2, 3, 4], les boîtes de vitesse électroniques [5] ou bien encore les pompes hautes vitesses [6]. Par son rotor passif permettant d'atteindre des vitesses importantes, sa fiabilité et par l'extraction aisée de l'énergie calorifique au stator, la MRV est dans un certain nombre d'applications une alternative sérieuse aux machines classiques. Cependant, de nombreuses études ont démontré que la MRV est une machine particulièrement bruyante vis à vis des machines conventionnelles. C'est pourquoi depuis un peu plus de deux décennies

d'importants efforts de recherche ont été faits afin de réduire le bruit acoustique de cette machine.

Plusieurs équipes de recherche avaient commencé par cerner les origines du bruit [7, 8]. Ensuite, d'importants travaux ont concerné la modélisation des phénomènes électromagnétiques responsables des vibrations et des comportements vibratoire et acoustique [9]. Viennent ensuite les techniques de réduction du bruit ; celles-ci concernent la commande et l'alimentation [10, 11] mais aussi la conception de la structure selon des critères magnéto-vibro-acoustiques [12, 13] et pour finir, la compensation active [14]. Toutes ces techniques montrent une efficacité amoindrie par l'augmentation de la vitesse de rotation. Ainsi, cette étude se situe dans le cadre de la compensation active des vibrations en considérant un fonctionnement de la machine en haute vitesse de rotation, là où les techniques classiques possèdent une efficacité moindre.

A partir d'une idée originale de M. Gabsi et X. Mininger, un nouvel axe de recherche visant à diminuer le bruit acoustique des MRV a été initié [15]. L'ajout d'actionneurs piézoélectriques sur la surface extérieure de la MRV, commandés d'une manière adéquate, permet une diminution significative des vibrations et du bruit acoustique. Cette thèse se place dans le prolongement de ces études. L'étude sur plusieurs MRV possédant des caractéristiques différentes (diamètres, nombre de paires de pôles, nombre de phases, etc.) dans le but de permettre de dégager un cadre général allant du dimensionnement et du placement de ses actionneurs à leur commande optimale.

Ce mémoire est organisé de manière chronologique en quatre chapitres précédés d'un état de l'art des méthodes de compensation active des vibrations, suivant une méthodologie classique de dimensionnement d'une méthode de contrôle actif des vibrations.

Dans le chapitre 2, la modélisation de la MRV sera abordé du point de vue des perturbations extérieures qu'elle subit et du modèle nominal utilisé dans la suite du mémoire. Il sera notamment proposé un modèle des contraintes aérodynamiques s'exerçant sur la MRV pour des vitesses importantes de rotation, ainsi qu'une extension aux phénomènes d'hystérésis magnétiques du modèle des contraintes magnétiques.

Dans le chapitre 3 seront traités le dimensionnement et le placement optimal de ces actionneurs piézoélectriques en utilisant le modèle vibratoire de la MRV avec la connaissance des contraintes extérieures. Le dimensionnement et le placement sont effectués à l'aide d'un outil d'optimisation : l'algorithme génétique formulation NSGA II.

Dans le chapitre 4, la commande optimale de ces actionneurs sera développée. La comparaison de plusieurs correcteurs de l'automatique moderne sur une machine monophasée permettra de les comparer vis à vis de leurs performances et de leurs implémentations expérimentales. L'étude de la robustesse de ces correcteurs pour des dynamiques cachées, des incertitudes ou des retards purs dans la chaîne directe nous informera sur leurs qualités respectives. L'extension au cas de la machine triphasée sera effectuée en démontrant que les correcteurs multi-phasés peuvent être dimensionnés à partir d'un correcteur monophasé équivalent. De nombreux résultats expérimentaux en basses et hautes vitesses permettront de valider les résultats obtenus.

Pour finir, l'effet d'échelle suite à des variations des dimensions et de la topologie de la machine sera traité. Cette étude nous permettra de conclure sur l'efficacité de la méthode pour des machines de dimensions et de topologies différentes à celles déjà étudiées.

# ETAT DE L'ART SUR LA COMPENSATION ACTIVE DU BRUIT ACOUSTIQUE

## 1.1. Principe et domaines d'application de la compensation active

Le premier brevet déposé sur la compensation du bruit acoustique est imputé à P. Lueg en 1936 [16]. Le principe énoncé pour ce brevet a été repris comme principe fondateur des méthodes actives de compensation du bruit acoustique. Celui-ci est schématisé sur la figure 1.1.

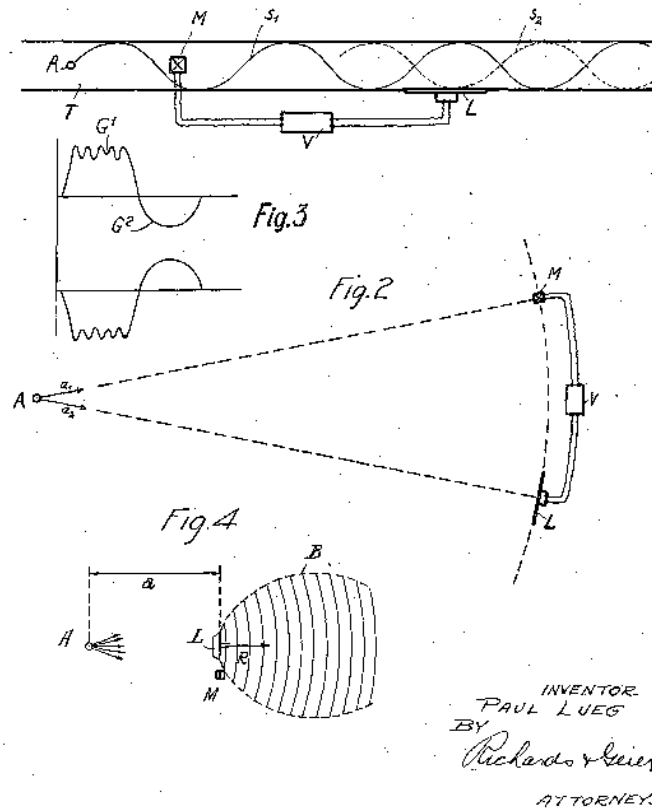


FIGURE 1.1 – Brevet contrôle actif de Paul Lueg, 1936

Une source excitatrice (en  $A$ ) met en résonance une structure en y propageant une onde mécanique ( $S_1$ ). Une seconde onde ( $S_2$ ) est créée par l'actionneur  $L$  à partir de la mesure d'une grandeur de contrôle en  $M$  filtrée par le compensateur  $V$ . Cette seconde onde en opposition de phase avec l'onde  $S_1$  permet d'obtenir une onde résultante  $S = S_1 + S_2$  atténuée. Ce principe est extensible à tous les types de structures : planes, cylindriques, etc. Les méthodes actives de compensation seront construites à partir de ce modèle ; un ou plusieurs actionneurs commandés à partir d'une ou plusieurs mesures filtrées par un compensateur.

Ces méthodes de compensation se retrouvent en particulier dans les applications embarquées où la gêne de l'utilisateur est un critère primordial. Ceci est le cas dans des applications comme les véhicules de transport (figure 1.2 [17]) ou les avions (figure 1.3 [18]).

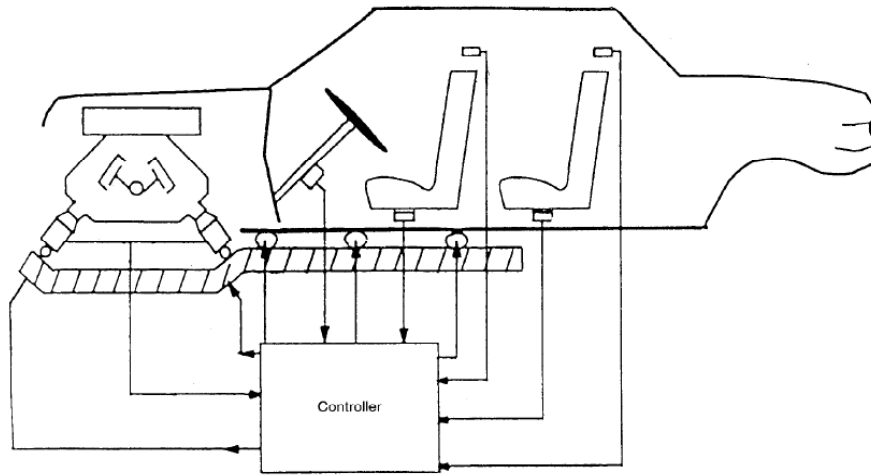


FIGURE 1.2 – Compensation active des vibrations dans un véhicule [17]

Dans le cas du véhicule de transport, plusieurs mesures de vibrations dans l’habitacle et dans le moteur permettent de générer une loi de commande d’absorbeurs actifs situés dans le moteur et sous le châssis afin de réduire les vibrations ressenties dans le véhicule.

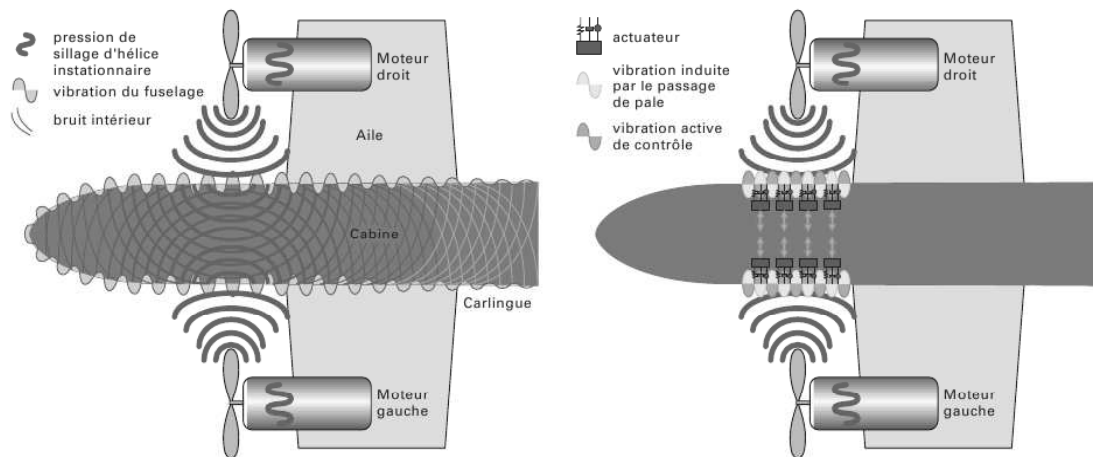


FIGURE 1.3 – Compensation active des vibrations dans un avion [18]

Pour l’application avionique, des actionneurs placés sur la coque de l’appareil agissent comme une barrière vis à vis du son émis par les réacteurs.

La méthode de compensation active est également utilisée dans des applications où les vibrations génèrent un endommagement mécanique de la structure en plus du bruit acoustique. Les vibrations induites par les composants électriques (comme les transformateurs ou les inductances) sont responsables de l’endommagement des cartes électroniques. Ce cas de figure devient critique dans le cas d’applications embarquées où la robustesse et la fiabilité des appareillages électroniques sont primordiales. Cette application a donné lieu depuis de nombreuses années à des études et publications sur la compensation des vibrations pour des plaques ou poutres.

Dans le cas des machines électriques, les deux points susmentionnés - la réduction du bruit et la prévention de défaillances mécaniques dues aux vibrations - sont à l’origine des études sur la réduction du bruit. Depuis les premiers travaux au début des années 1990 jusqu’à aujourd’hui, de nombreux laboratoires [19, 20, 21, 8, 7] améliorent la réduction des vibrations ou du bruit dans les machines électriques et en particulier dans les machines à réluctance variable.

### 1.2.1. Cas des plaques et des poutres

---

Ce cas académique, schématisé sur la figure 1.4, demeure encore aujourd’hui une application avec une forte connotation industrielle. En effet, les vibrations dans les cartes électroniques, induites par les vibrations intrinsèques de composants tels que les inductances, les transformateurs ou des sources externes sont responsables de la dégradation de la durée de vie de ces cartes.

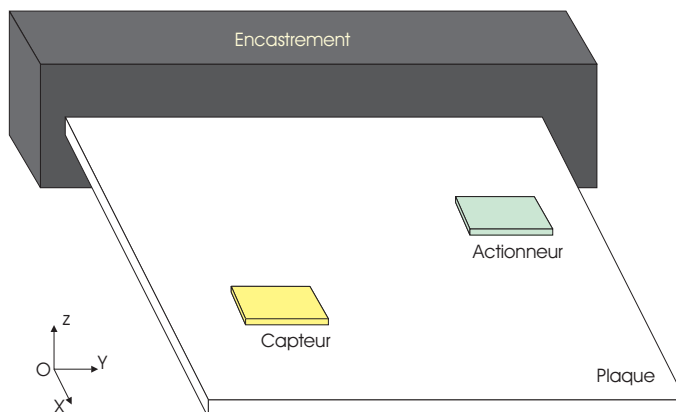


FIGURE 1.4 – Définition d’un problème de réduction des vibrations sur une plaque

Des études depuis le début des années 1970 sur la diminution des vibrations des plaques (et poutres) ont donné lieu à un cadre théorique avec de nombreux outils d’analyse décrivant des systèmes résonants. Ces études ont montré que la méthodologie du contrôle actif comporte trois étapes principales :

- l’élaboration d’un modèle de la structure flexible
- le placement et le dimensionnement des capteurs et des actionneurs
- la conception d’un algorithme de contrôle actif

L’élaboration d’un modèle d’une structure flexible a semblé au prime abord un problème trivial. En utilisant une analyse modale (par superposition de modes propres), le modèle d’une structure flexible s’obtient par une sommation sur tous les modes de fonctions de transfert résonantes  $G(j\omega)$  décrites par :

$$G(j\omega) = \frac{G_0}{1 + 2mj\frac{\omega}{\omega_0} + (j\frac{\omega}{\omega_0})^2} \quad (1.1)$$

L’une des principales difficultés réside dans l’estimation et les incertitudes des paramètres comme le gain statique  $G_0$ , les pulsations de résonances  $\omega_0$  ou les coefficients d’amortissements  $m$ . La difficulté de ces estimations est grandement accrue dans le cas de structures partiellement ou totalement encastées et lorsque des composants électroniques sont présents sur cette plaque. Dans l’article écrit par P. Gaudenzi [22], celui-ci compare un modèle classique de vibration avec les mesures expérimentales et par voie de conséquence met en exergue les différences entre un modèle nominal et l’expérimental, figure 1.5.

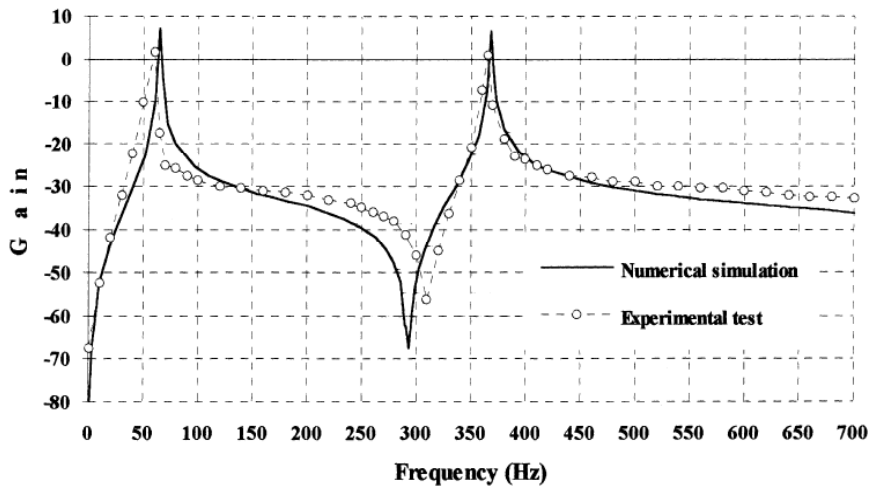


FIGURE 1.5 – Comparaison du modèle numérique et de l'expérimental [22]

Cependant, un modèle fidèle de cette structure est indispensable pour placer les capteurs et les actionneurs ainsi que concevoir des contrôleurs optimaux.

Un autre point critique concerne le placement et le dimensionnement des capteurs et des actionneurs pour le contrôle actif. Les capteurs et les actionneurs doivent être placés de manière optimale afin d'effectuer respectivement, une mesure fidèle et de maximiser leurs effets. Bien qu'étant un problème formulé de manière linéaire, le placement et le dimensionnement résultent d'une optimisation non convexe dans le cas multimodal [23, 24, 25, 26, 27, 28]. L'un des outils d'optimisation les plus répandus dans la littérature est l'algorithme génétique [29] de par la robustesse de ces résultats et par sa facilité d'adaptation au problème posé. Dans l'article publié par D. Halim et S.O. Reza Moheimani [23], ceux-ci développent des critères basés sur une norme  $H_2$  mesurant l'efficacité de la commande (i.e. le bon échange énergétique entre la structure et l'actionneur) et l'efficacité des capteurs (i.e. la bonne observation des modes de résonance de la structure par les capteurs) dans le cas d'une plaque, figure 1.6.

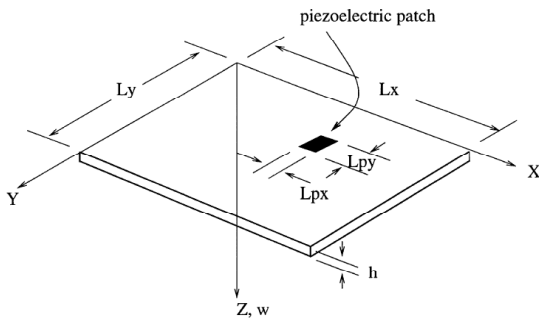


FIGURE 1.6 – Domaine d'étude pour l'optimisation du placement de l'actionneur piézoélectrique [23]

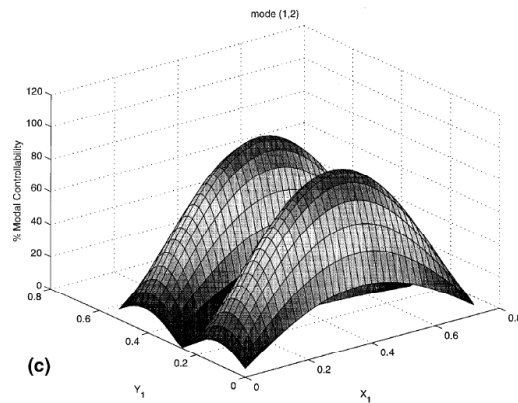


FIGURE 1.7 – Optimisation de la contrôlabilité de l'actionneur pour un mode 2,1 [23]

Dans le cas mono-mode (mode 2,1 pour la figure 1.7), le simple tracé des fonctions basées sur la contrôlabilité et d'observabilité permet d'obtenir les optimaux. Dans le cas multi-modes, l'algorithme génétique (ou tout algorithme d'optimisation multi-objectifs sous contraintes) permet d'obtenir des fronts de Pareto des configurations de placement et de dimensionnement optimales. Ce front résulte d'un compromis entre la contrôlabilité de chaque mode (un placement optimal pour un mode ne l'est pas pour un autre) et l'observabilité (une bonne observation d'un mode n'est pas corrélée à l'observabilité d'un autre).

tion d'un autre mode).

Pour finir, à partir du modèle de la structure associé au placement et au dimensionnement des actionneurs, un correcteur dit optimal est dimensionné. Par sa simplicité et sa robustesse, le correcteur à rétroaction positive (Positive Position Feedback PPF) est l'un des correcteurs les plus utilisés et étudiés dans les publications [30, 31, 32, 33, 34]. Ce correcteur intègre très aisément la réduction du bruit pour plusieurs modes et plusieurs actionneurs. Sur la figure 1.8 issu de l'article de SOR. Moheimani [34], un résultat d'atténuation d'une structure flexible est présenté avec l'atténuation de 3 modes.

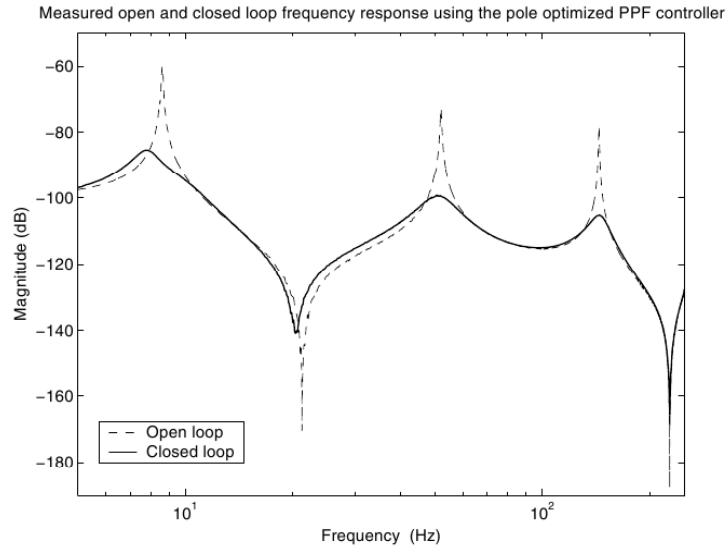


FIGURE 1.8 – Réduction des vibrations par un contrôleur PPF multivariables [34]

Chaque mode est atténué par le dimensionnement d'un filtre correcteur indépendamment des autres modes. D'autres correcteurs ont été étudiés dans le cadre de structure flexible comme le correcteur proportionnel dérivé [27], linéaire quadratique [35], par des retours directs de vitesse [36] ou du filtrage adaptatif [37]. Bien que différents dans la méthode de conception et la mise en place expérimentale, ces différents correcteurs exercent des performances d'atténuation d'un mode équivalentes. Avec l'avènement des commandes robustes dans le début des années 1980 [38, 39], une méthode de synthèse (par les normes  $H_\infty$  et  $H_2$ ) incluant ces différents correcteurs (tout du moins incluant une méthodologie générique) a pu être développée. Cependant, la maturation de cette méthode de synthèse, et notamment le développement des méthodes de résolution permettant le calcul des correcteurs, a nécessité une décennie supplémentaire. C'est ainsi qu'un nombre important d'articles traitant du problème de réduction des vibrations pour les plaques et poutres a vu le jour dans le milieu des années 1990 [40, 41, 42]. Particulièrement adapté à l'étude de la robustesse du contrôleur vis à vis d'incertitudes du modèle et des dynamiques cachées, la  $\mu$ -analyse et la synthèse de correcteurs par cette analyse ouvrent aujourd'hui d'importantes perspectives pour l'étude de la réduction des vibrations [43, 44].

### 1.2.2. Réduction des vibrations de structures plus complexes

Le cas de la compensation des vibrations des structures cylindriques s'apparente au cas des plaques possédant une forme cylindrique. Les figures 1.9 et 1.10 représentent des fibres optiques où sont appliquées des actionneurs piézoélectriques.

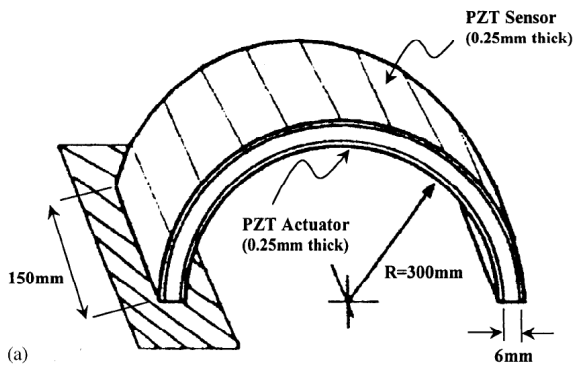


FIGURE 1.9 – Compensation des vibrations dans une structure cylindrique [35]

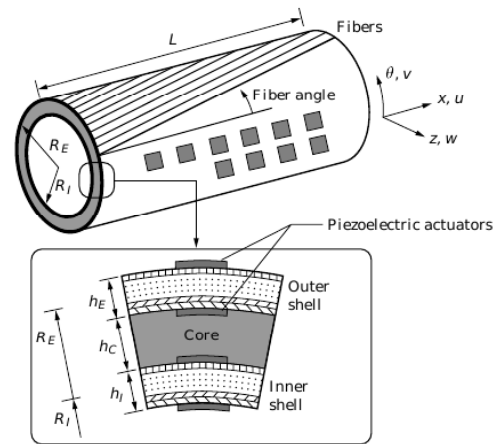


FIGURE 1.10 – Compensation des vibrations dans une fibre optique [45]

Dans ce cas de figure, la philosophie du problème reste identique, seules les équations deviennent plus complexes du fait de la géométrie cylindrique. Sur la figure 1.11 issue de l'article de V. Balamurugan [35] est représenté la compensation du déplacement vibratoire d'une structure cylindrique par un retour de vitesse vibratoire.

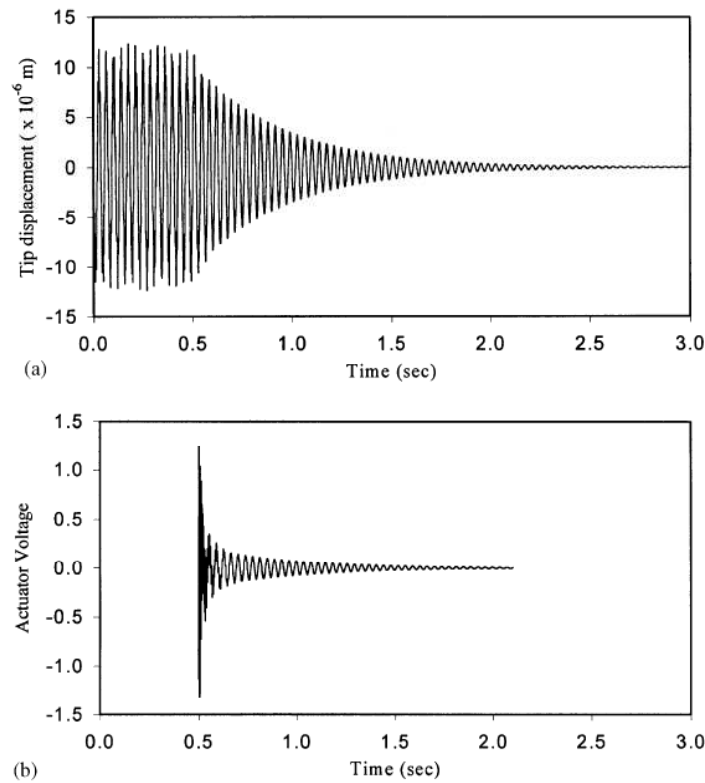


FIGURE 1.11 – Résultat d'atténuation des vibrations [35]

Sur cette figure, nous observons la réduction importante du déplacement vibratoire de la structure cylindrique à partir d'une tension piézoélectrique faible. Ces faibles tensions piézoélectriques sont par ailleurs des arguments en faveur de cette méthode de compensation puisque des dispositifs très communs de l'électronique analogique (Amplificateurs opérationnels) ou numérique (DSP, FPGA) peuvent être utilisés pour la commande et le contrôle de ces actionneurs.

La thèse soutenue par Li X. [46] en 2000 dans le Department of Mechanical Engineering de l'Université d'Adelaide a traité de la réduction des vibrations dans le cadre d'un transformateur industriel, figure 1.12.

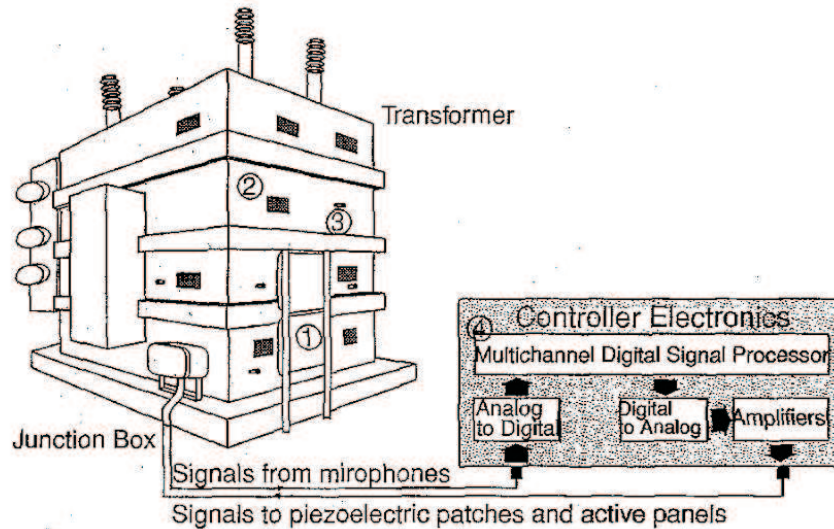


FIGURE 1.12 – Principe de la compensation des vibrations d'un transformateur

Cette étude est un prolongement du cas des plaques et poutres pour une structure industrielle ayant des dimensions très supérieures à ce qui avait déjà été étudiées précédemment. Le transformateur est recouvert par une multitude d'actionneurs piézoélectriques. Ceux-ci sont placés à partir de la connaissance des modes présents dans la structure et de telle façon qu'ils puissent reproduire les déformées modales parasites générées dans la structure. Les actionneurs piézoélectriques sont alors commandés à partir de mesures d'accélération vibratoire de la structure et de la pression acoustique obtenue à l'aide de microphones. Cette étude a montré la pertinence du control actif des vibrations pour une structure de taille importante en multipliant le nombre des actionneurs et des capteurs.

### 1.2.3. Le bruit dans les machines à réluctance variable

Différents centres de recherche à travers le monde se sont attaqués à la modélisation du bruit dans les machines à réluctance variable au début des années 1990. Nous pouvons citer parmi eux :

- Department of Electrical Engineering and computer science au MIT (USA) [7]
- Department of Engineering of the university of Leicester (UK) [47]
- Department of Electronic and Electrical Engineering of the university of Sheffield (UK)[8]
- Department of Electronics and Electrical Engineering of the university of Glasgow (UK) [48]
- Institute of Energy Technology of Aalborg university (Danemark) [9]
- Le LEG de Grenoble [19]
- Le laboratoire des Systèmes Électrotechniques et Environnement (LSEE) de Béthune [20]
- Le laboratoire SATIE (ENS de Cachan) [21]

Ces différents travaux traitent de la modélisation du bruit dans les machines électriques et plus particulièrement dans les machines à réluctance variable. Ils détaillent l'influence prépondérante des phénomènes magnétiques dans le bruit généré par la machine. Ces travaux convergent vers un modèle électromagnétique du bruit acoustique (ou des vibrations) qui, à partir du courant injecté dans la machine déduisent les contraintes s'exerçant sur son stator. L'accélération vibratoire est déduite ensuite par superposition des modes propres mécaniques du stator et des contraintes calculées précédemment, en déduisent l'accélération vibratoire du stator, figure 1.13.

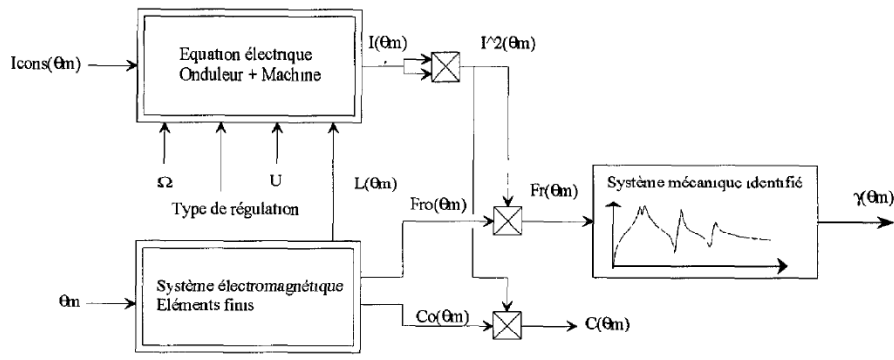


FIGURE 1.13 – Modèle électromagnétique de l'accélération vibratoire [21]

Le courant dans la MRV est obtenu à partir d'un courant de référence et d'une régulation de ce courant [21]. Grâce à une modélisation Elements Finis ou par mesure expérimentale, la force normale  $F_{r0}(\theta_m)$  (principale responsable des vibrations) et le couple à courant constant  $C_0(\theta_m)$  sont déduits en fonction de la position du rotor, figure 1.14. Ainsi pour chaque position du rotor (autopilotage de la MRV) et pour chaque valeur de courant, la force normale et le couple en sont déduit par les relations :

$$C(\theta_m) = C_0(\theta_m)i^2(\theta_m) \quad (1.2)$$

$$F_r(\theta_m) = F_{r0}(\theta_m)i^2(\theta_m) \quad (1.3)$$

L'équation 1.3 va être à l'origine de la plupart des méthodes de compensation des vibrations. En effet, réduire la force normale (ou plus justement, réduire le spectre de cette force) permet de réduire l'accélération vibratoire. Cette force dépend d'une grandeur géométrique  $F_{r0}(\theta_m)$  (réduction des vibrations par modification de la géométrie) et du courant imposé dans la machine (réduction des vibrations par la modification du courant absorbé).

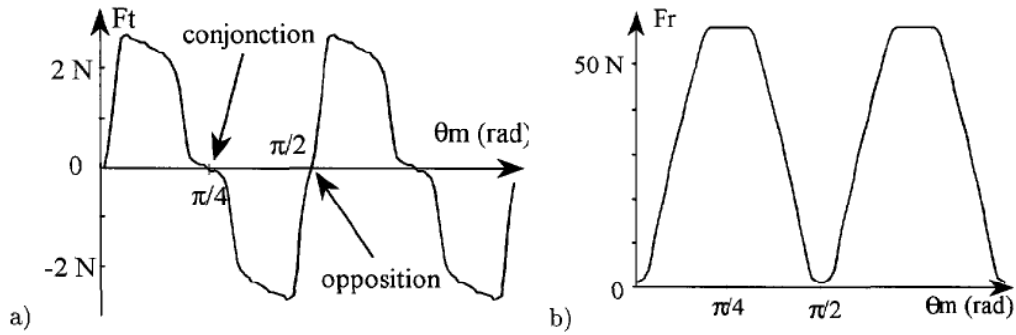


FIGURE 1.14 – Forces tangentielle (équivalente à  $C_0(\theta_m)$ ) et normale à courant constant [21]

Les forces tangentielles (équivalentes au couple de la MRV) et normales créent par l'excitation des modes de résonance, des accélérations vibratoires normales et tangentielles. Des études ont démontré que le bruit acoustique dans les MRV est essentiellement dû à la contribution des forces normales sur l'accélération vibratoire normale [49, 21, 50]. Dans la suite de ce mémoire, seules les forces normales et l'accélération vibratoire normale seront étudiées. L'accélération vibratoire est calculée à partir de la force normale grâce à l'analyse modale représentée par la superposition de modes de résonance :

$$\frac{\gamma}{F_r}(j\omega, \theta_m) = \sum_{i \text{ modes}} G_i(\theta_m) \frac{(j \frac{\omega}{\omega_i})^2}{1 + 2m_i j \frac{\omega}{\omega_i} + j^2 (\frac{\omega}{\omega_i})^2} \quad (1.4)$$

Cette fonction de transfert n'est pas directement utilisée dans la réduction des vibrations. Cependant, celle-ci va être virtuellement modifiée par des méthodes actives afin de diminuer le gain  $G_i(\theta_m)$  ou d'augmenter le coefficient d'amortissement  $m_i$ .

## 1.2.4. Les méthodes de compensation des vibrations dans les machines électriques

Dans ce paragraphe, les méthodes de réduction des vibrations seront classées selon deux axes :

- méthodes sans ajout d'actionneurs : modifications statiques du courant, ou de la géométrie, etc.
- semi-active et active : contre-réaction d'une ou plusieurs grandeurs sur le système.

Les méthodes sans ajout d'actionneurs comprennent les méthodes statiques de modification de la forme du courant et toutes les méthodes n'entraînant pas le contrôle d'une ou de plusieurs grandeurs. Les méthodes semi-active et active nécessitent un contrôle d'une ou de plusieurs grandeurs : les instants de commutation pour les méthodes semi-actives ou la régulation d'une tension ou d'un courant d'actionneur pour les méthodes actives.

### 1.2.4.1. Les méthodes sans ajout d'actionneurs

Par l'équation 1.3, il est possible de réduire la force normale qui s'exerce sur le stator de la MRV en modifiant la force normale à courant constant ou en modifiant le courant absorbé. Pour la première solution, modifier la force à courant constant revient à modifier la géométrie de la MRV [13, 51, 52, 53, 54, 55]. Les figures 1.15 et 1.16 issues des travaux de C. Picod [12] ont montré qu'une modification adéquate de la géométrie de la MRV permettait de réduire le spectre des forces magnétiques s'exerçant sur les dents de la MRV.

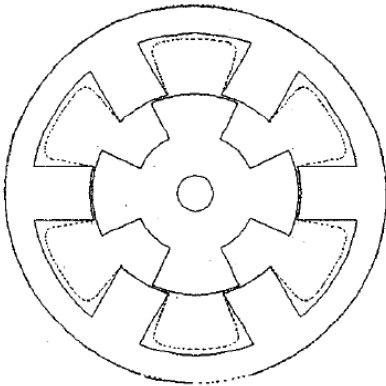


FIGURE 1.15 – Modification de la géométrie initiale [12]

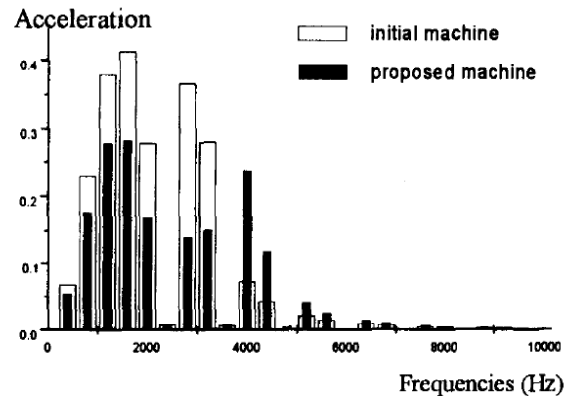


FIGURE 1.16 – Résultats sur le spectre de la force radiale [12]

La variation de géométrie modifie la rigidité de la structure et la distribution des forces qui s'exercent sur les dents magnétiques. Par voie de conséquence, les fréquences de ses résonances et l'amplitude de celles-ci se trouvent modifiées afin de réduire les vibrations. Certaines études utilisent des pièces mécaniques inter-dents afin de rajouter de la rigidité à la structure [51]. D'autres méthodes de réduction des vibrations utilisent une modification du courant absorbé par la machine afin de réduire le spectre de la force normale, [56, 57, 58, 10, 59, 11]. Les figures 1.17 et 1.18 issues des travaux de F. Camus [21] qui ont démontré qu'une atténuation des variations temporelles du courant absorbé par la MRV diminue l'accélération vibratoire générée par la MRV.

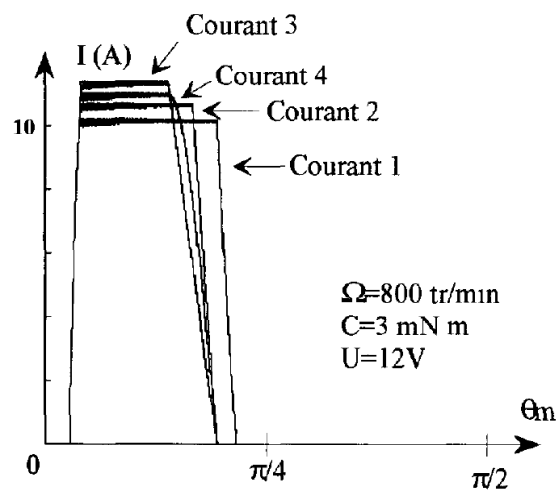


FIGURE 1.17 – Modifications de la forme du courant [21]

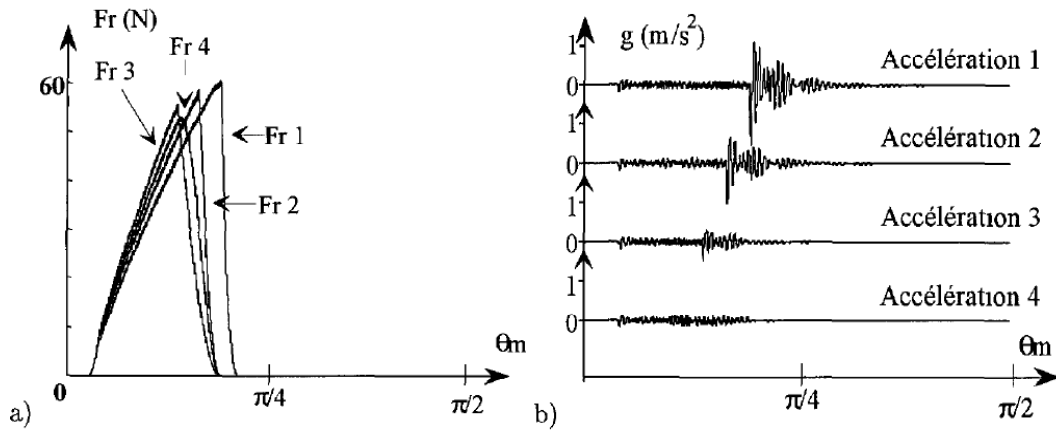


FIGURE 1.18 – Résultats sur l'accélération vibratoire [21]

La force normale étant directement liée au courant absorbé, une diminution du spectre du courant absorbé (par la diminution des variations de courant  $\frac{di}{dt}$ ) entraîne une diminution du spectre de cette force. Ainsi l'accélération vibratoire est elle aussi atténuée puisque la composante de la force qui excite le (ou les modes) de résonance se trouve réduite. Il existe de nombreuses méthodes permettant de limiter la variation du courant absorbé :

- Limitation de la pente  $\frac{di}{dt}$  du courant absorbé par une fonction linéaire ou sinusoïdale [21]
- Commutation de la tension d'alimentation par deux [58, 60], trois [61] ou multi-niveaux [11, 60, 62]
- Par un choix aléatoire du moment de commutation [59]
- Alimentation en courant sinusoïdal [63, 64, 2, 57]

Toutes ces méthodes peuvent a posteriori se regrouper sur une seule et même famille : alimentation optimale du courant en vue de la réduction du bruit acoustique. Seules les méthodes pratiques pour les mettre en place diffèrent. Ces méthodes permettent d'obtenir une réduction des vibrations très efficace lorsqu'il est possible de contrôler le courant. Elles sont donc particulièrement adaptées aux applications basses vitesses et fort couple puisque les vibrations sont alors très majoritairement d'origine magnétique. Pour les vitesses élevées, il est difficile d'imposer la forme d'onde des courants. En effet, afin de limiter la puissance apparente des onduleurs, la machine est souvent alimentée en grande vitesse par une régulation de tension et non en contrôlant le courant.

## 1.2.4.2. Les méthodes semi-actives et actives

Les méthodes semi-actives utilisent le même principe que la compensation active des vibrations par des actionneurs piézoélectriques, figure 1.19. Au lieu d'être contrôlés de manière active, ce sont les échanges d'énergie [65] entre les actionneurs et un élément inductif qui sont à la base de la dissipation de l'énergie vibratoire de la machine.

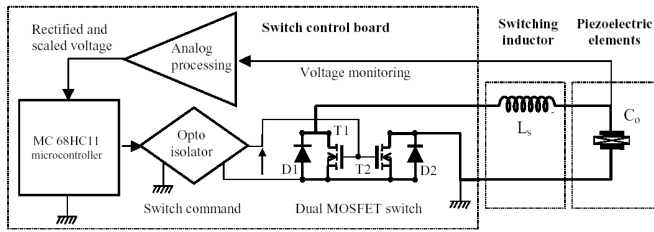


FIGURE 1.19 – Schéma de principe du contrôle semi-actif des vibrations [65]

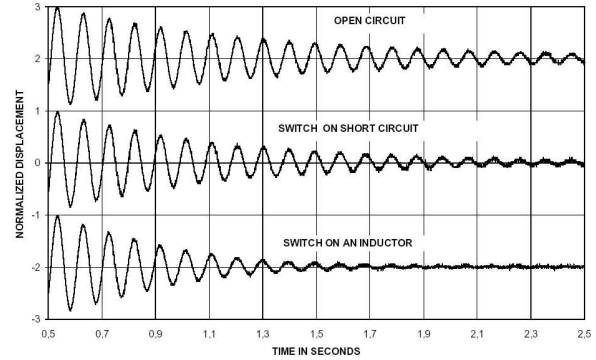


FIGURE 1.20 – Résultat de compensation des vibrations [65]

La figure 1.20 représente un essai de réduction de vibration par cette méthode semi-active dans les cas où l'énergie vibratoire est dissipée dans un court-circuit ou dans un élément inductif. Cette méthode bien qu'elle soit moins efficace que le contrôle actif, possède néanmoins une souplesse d'utilisation ainsi qu'une conception plus aisée que les méthodes actives.

A ce jour, trois études utilisent le principe du contrôle actif pour la réduction des vibrations :

- Utilisation d'un enroulement auxiliaire de contrôle des vibrations [66]
- Asservissement d'une composante fréquentielle du courant absorbé pour la réduction des vibrations [67, 68]
- La commande d'actionneurs piézoélectriques externes pour réduire les vibrations [15]

L'ajout d'un enroulement supplémentaire, figure 1.21, permet de moduler le flux magnétique généré afin de s'opposer aux effets des harmoniques de flux responsables des vibrations (i.e. ceux qui excitent des modes propres).

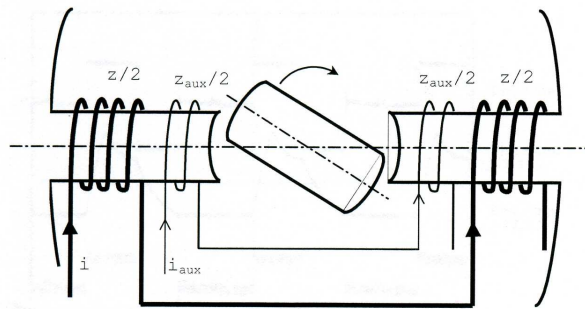


FIGURE 1.21 – Enroulement auxiliaire de contrôle des vibrations [66]

Cependant, cet enroulement supplémentaire génère des pertes Joule supplémentaires et nécessite un process de fabrication plus complexe.

Exploitant le principe du contrôle d'un ou de plusieurs harmoniques de courant, il est intéressant d'ajouter au courant de fonctionnement classique des harmoniques de courant régulés afin de ne pas

exciter ou tout du moins de contrôler ces modes de résonance.

Le concept de la méthode de compensation des vibrations par des actionneurs piézoélectriques sur une machine à réluctance variable a été initié pendant la thèse de X. Mininger [15] par M. Gabsi et X. Mininger, et a été valorisé par l'obtention d'un brevet [14]. Cette étude a été réalisée sur une MRV "statique" (figure 1.22) possédant un entrefer semblable à une MRV classique.

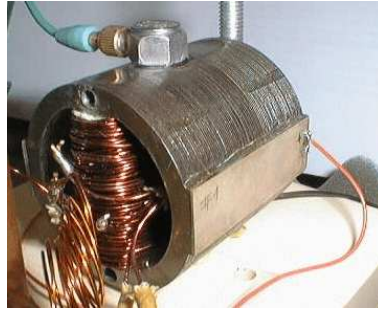


FIGURE 1.22 – Prototype monophasé statique [15]

Une excitation en courant contrôlé permet de simuler des fonctionnements en basse et haute vitesses de rotation. Dans cette étude, des actionneurs piézoélectriques ont été collés sur les ventres de vibration (pour maximiser l'influence de ces actionneurs) du mode de résonance de cette machine. Ceux-ci sont contrôlés afin de réduire l'accélération vibratoire de la machine mesurée à partir d'un accéléromètre piézoélectrique, figure 1.23.

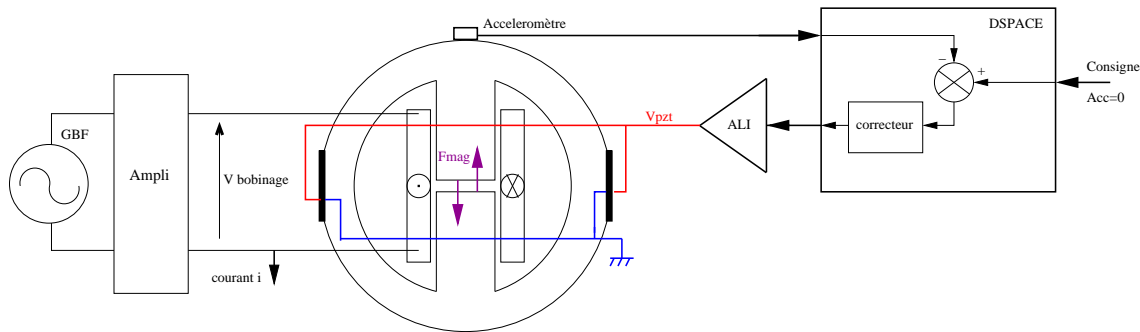


FIGURE 1.23 – Schéma de principe de la méthode de compensation [15]

Lors de cette thèse, le cadre théorique du contrôle des vibrations par des actionneurs piézoélectriques a été posé et la méthode a été validée par de nombreux essais. Sur la figure 1.24, le courant de la MRV a été asservi afin de simuler un fonctionnement en basse vitesse de la MRV. A partir de la mesure de l'accélération vibratoire, une tension piézoélectrique est générée par un contrôleur du type Linéaire Quadratique.

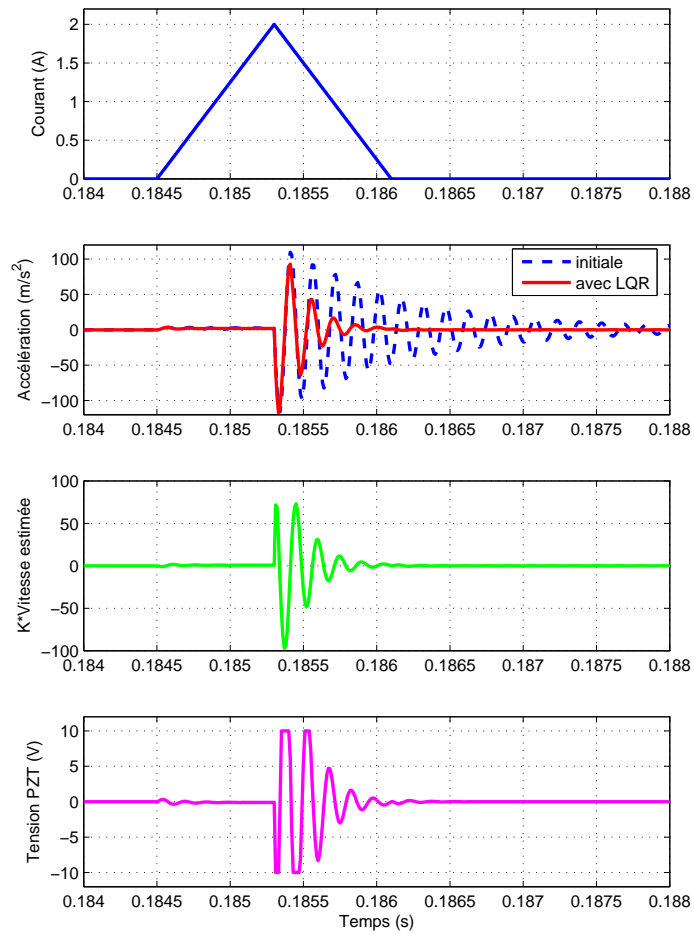


FIGURE 1.24 – Atténuation des vibrations pour un fonctionnement basse vitesse simulé [15]

Les résultats obtenus affirment la pertinence de cette méthode de compensation des vibrations puisqu'une atténuation significative de l'accélération vibratoire est obtenue avec une tension piézoélectrique raisonnable (inférieure à 10 V).



---

# MODÉLISATION DU BRUIT DANS LES MACHINES À RÉLUCTANCES VARIABLES

---

## 2.1. Qu'est ce que le bruit que nous percevons ?

---

Il n'existe pas une définition parfaitement rigoureuse du bruit. Comme en témoignent les citations ci-dessous, le bruit est avant tout un phénomène psycho-acoustique. Il va dépendre du lieu, du moment, de l'âge de l'individu, de son milieu social, etc.

Un ensemble de sons sans harmonies [Dictionnaire Larousse]

Ce qui, perçu par l'ouïe, n'est pas senti comme son musical [Dictionnaire Robert]

Toute sensation auditive désagréable ou gênante, tout phénomène acoustique produisant cette sensation, tout son ayant un caractère aléatoire qui n'a pas de composantes définies [Association Française de Normalisation]

La musique, c'est du bruit qui pense [Victor Hugo]

Il est ainsi défini comme une énergie acoustique audible provenant de sources multiples. Il peut être néfaste à la santé de l'homme, à son bien être physique et social. Comme tout phénomène vibratoire, le bruit se caractérise par sa fréquence (en hertz, Hz), son niveau (en décibels, dB ou dBAW) et sa durée. La perception fréquentielle pour l'être humain du bruit s'étend de 20 à 20 000 Hz. Au dessous de 20 Hz, ce sont des infrasons et au delà de 20 000 Hz, des ultrasons. D'autres caractéristiques temporelles complètent la description du bruit, notamment le caractère stable, ou impulsif, continu ou intermittent. Le bruit est considéré comme une atteinte à la qualité de vie. Il est la première cause de nuisance à domicile déclarée par 54 % des personnes résidant dans des villes de plus de 50 000 habitants.

Dans ce mémoire, nous traiterons du bruit acoustique généré par les machines à réluctance variable via la mesure d'une information vibratoire : l'accélération vibratoire mesurée sur un ou plusieurs lieux physiques de la machine considérée.

## 2.2. Modèle du bruit acoustique

---

Le bruit acoustique est modélisé comme une vibration de l'air captée par nos oreilles. Ainsi pour générer du bruit acoustique, il faut en premier lieu mettre en vibration l'air ambiant. Plusieurs dispositifs utilisent ce principe : le haut parleur par le mouvement d'une membrane, le ventilateur par la rotation d'une hélice, etc.

Dans les machines électriques, principalement deux causes sont à l'origine du bruit acoustique émis par celles-ci :

- Le mouvement vibratoire des parties extérieures de la machine : les déformations du stator, des flasques et de la carcasse de la machine mais aussi tous les supports mécaniques produisent des mouvements de l'air ambiant par leurs vibrations propres.
- Le frottement de pièces mécaniques, comme le frottement induit par le passage des billes des roulements à billes. Ce cas ne sera pas traité dans ce mémoire.

Le principe qui couple les phénomènes vibratoires des parties mécaniques et le bruit acoustique sera nommé couplage vibration/acoustique. Pour être mises en mouvement (création d'une déformée vibratoire), les parties mécaniques du dispositif doivent subir des efforts : les relations qui lient les contraintes et les déformées seront nommées couplage mécanique/vibration. Pour finir, les phénomènes qui donnent naissance à ces contraintes seront nommés couplage contraintes/mécanique, figure 2.1.

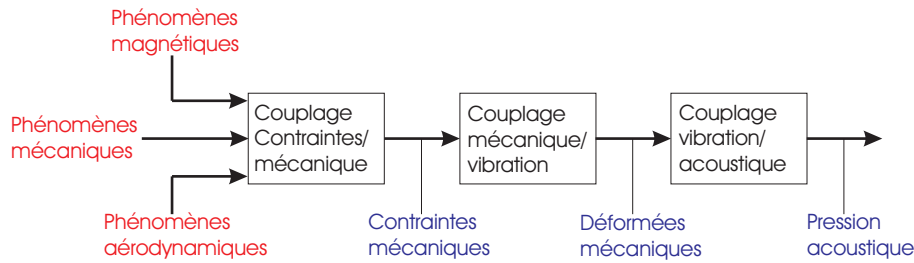


FIGURE 2.1 – Représentation simplifiée des causes du bruit acoustique

Dans les machines électriques, le bruit acoustique a divers origines :

- Magnétique : sous l'action d'un champ magnétique, les conducteurs sont soumis à une contrainte (forces de Laplace). Le matériau magnétique est soumis à des contraintes volumiques d'effet de forme (magnétostriction) et des contraintes surfaciques à l'interface avec l'air (forces de Maxwell). Des études précédentes ont démontré que les forces de Laplace [15, 21, 12, 69] et les effets de magnétostriction [70] ont une influence négligeable devant les forces de Maxwell (que l'on nommera dans la suite force magnétique).
- Aérodynamique : les mouvements de l'air à l'intérieur de la machine et les résonances d'espaces creux entraînent des contraintes qui s'exercent sur les parois du stator et du rotor.
- Mécanique : les imperfections mécaniques comme les chocs dans les roulements ou les mouvements relatifs entre différentes pièces entraînent des contraintes dans la machine.

Dans la suite de ce chapitre, nous détaillerons ces origines afin d'en extraire un modèle qui sera utilisé pour le dimensionnement et le placement des actionneurs piézoélectriques et pour la simulation de l'effet de ces actionneurs sur la structure.

## 2.3. Présentation des machines d'étude

Dans cette section, nous présentons les trois machines étudiées dans ce mémoire. Le choix de la première machine (machine monophasée, MRV 2/4) a été déterminé par la possibilité de comparaisons avec les travaux antérieurs de X. Mininger [15] sur une machine statique de dimensions équivalentes. Les résultats ayant été concluants sur cette machine monophasée, nous avons décidé de tester la méthode de compensation des vibrations sur une machine plus complexe et de plus grandes dimensions. Le choix s'est alors porté sur une machine triphasée (MRV 6/4) semblable aux machines étudiées par F. Camus [21] et X. Mininger [15]. Pour finir, une dernière machine a été étudiée (MRV 12/8) de dimensions semblables à celle de A. De Vries [2]. Ces trois machines nous permettent de tirer des conclusions théoriques et expérimentales sur l'efficacité de la méthode de compensation des vibrations en considérant l'effet d'échelle. Lorsque la théorie et les résultats seront indépendants de la taille et du type de machines, ceux-ci seront traités indifféremment sur l'une des trois machines. La particularité de ces différentes machines du point de vue de la compensation des vibrations est traitée dans la section 5.1.

Les dimensions des machines ayant été obtenues dans le but de comparaison avec d'autres études sur la réduction des vibrations, le dimensionnement magnétique s'est résumé à la détermination du nombre de spires et de l'entrefer. Le nombre de spires est dimensionné afin d'atteindre des vitesses importantes (de l'ordre de 30 000 tr/min pour la machine monophasée) avec une tension du bus continu autour de 50 V. L'entrefer quant à lui a été limité par des contraintes technologiques, les machines

ayant été fabriquées au sein du laboratoire. En effet, pour ces machines le process de fabrication impose un entrefer supérieur à 0.1 mm. Toutes les machines possèdent ainsi un entrefer de cet ordre de grandeur.

Les principales dimensions et caractéristiques des trois machines sont données dans le tableau 2.1 :

TABLE 2.1 – Principales dimensions de la machine monophasée

Grandeur	Symbole	Monophasée	Triphasée	12/8
Rayon extérieur du stator	$R_{Sext}$	20 mm	30 mm	60 mm
Epaisseur de la culasse statorique	$e_{cm}$	4 mm	6 mm	10 mm
Rayon extérieur du rotor	$R_{Rext}$	10 mm	15 mm	30 mm
Entrefer	$e_m$	0,15 mm	0,2 mm	0,2 mm
Longueur active	$L_m$	40 mm	40 mm	40 mm
Nombre de spires	$N_m$	26	20	23

## 2.4. Origine des contraintes mécaniques s'exerçant sur la structure

Dans cette partie, nous traitons de la modélisation des phénomènes engendrant l'émission de bruit acoustique par la machine. Pour cela, il est nécessaire de déterminer un modèle décrivant la distribution des contraintes, sa composition spectrale et son amplitude.

### 2.4.1. Les phénomènes magnétiques

Le principal objectif de conception d'une MRV consiste à maximiser le couple produit par celle-ci. Ce couple  $C_{em}$  (dû à la variation de l'inductance propre de la machine  $L(\theta)$ ) s'exprime par la relation :

$$C_{em}(\theta, i) = \frac{1}{2} \frac{\partial L(\theta)}{\partial \theta} i(\theta)^2 \quad (2.1)$$

La variation de l'inductance propre  $L(\theta)$  en fonction de l'angle mécanique  $\theta$  est maximisée par construction en créant une saillance au stator et au rotor (machine à double saillance). L'inductance est également soumise à la saturation magnétique et devient donc dépendante du courant circulant dans la machine. Le courant appliqué à la machine est aussi un paramètre d'optimisation ; une valeur importante et une forme adéquate du courant permettent d'avoir un couple important relativement aux pertes Joule générées. Pour produire un couple moyen non nul, le courant appliqué à la machine doit être autopiloté avec l'angle mécanique. La forme de ce courant a ainsi une forte influence sur la valeur moyenne du couple [64]. Pour les MRV, une optimisation de la forme du courant qui maximise le couple (à pertes Joule constantes) donne un courant rectangulaire. En pratique, l'alimentation par des courants rectangulaires est l'alimentation la plus utilisée pour ce genre de machine. Cependant, comme nous allons le voir dans la suite, un courant possédant un grand contenu harmonique est un facteur aggravant du bruit généré par la machine.

Sur la figure 2.2, les forces magnétiques s'exerçant sur le stator ont été simulées pour trois positions du rotor (conjonction, position médiane et opposition) à courant constant (valant 1 A).

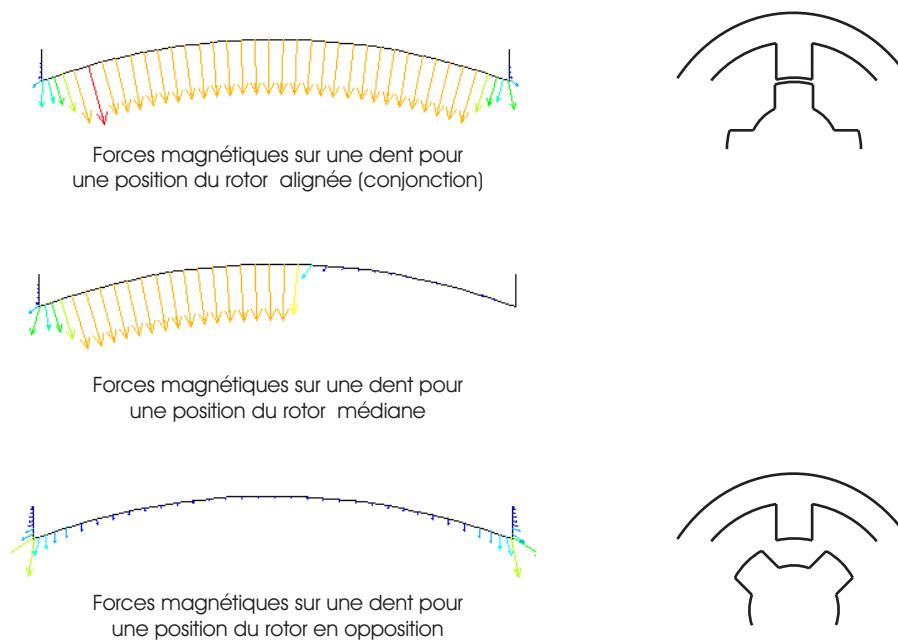


FIGURE 2.2 – Forces magnétiques s'exerçant sur les dents statoriques

Ces contraintes se décomposent en deux composantes : normale et tangentielle, figure 2.3.

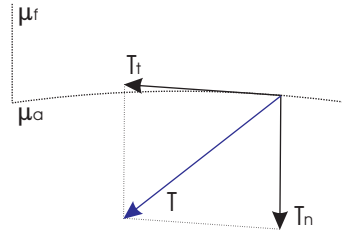


FIGURE 2.3 – Contraintes magnétiques à l'interface fer/air

Les contraintes tangentielles sont responsables de la création du couple dans les MRV. Les contraintes normales n'ont pour autres effets que de "coller" le stator sur le rotor et par voie de conséquence de diminuer la valeur de l'entrefer. Ceci est équivalent à minimiser l'énergie magnétique stockée dans la machine. Cette contrainte entraîne une déformation du stator. De précédentes études [21] ont démontré que les contraintes normales étaient prépondérantes dans la génération du bruit acoustique par le biais d'une déformation normale. Par analogie au couple créé dans la machine, la contrainte normale peut s'approximer par :

$$T_n(\theta, i) = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu_0} \simeq \frac{1}{2} \frac{\left(\frac{\mu_0 n}{2e_m(\theta)} i(\theta)\right)^2}{\mu_0} = \frac{1}{2} \tau(\theta) i(\theta)^2 \quad (2.2)$$

$\tau(\theta)$  est la contrainte à courant constant (1 A) qui ne dépend que de la géométrie de la machine (entrefer  $e_m(\theta)$ , nombre de spires  $n$ ) et de l'état de saturation de celle-ci. Nous observons alors qu'un courant rectangulaire engendre une contrainte possédant un large contenu harmonique et peut ainsi exciter un grand nombre de modes de résonance. Une nouvelle optimisation de la forme du courant considérant la maximisation du couple et la minimisation du contenu harmonique de la contrainte normale nous amène à considérer d'autres formes de courant [64]. La forme du courant qui minimise le contenu harmonique de la contrainte normale sous la contrainte d'un couple minimum est un courant sinusoïdal. Si l'on réduit le contenu harmonique de la contrainte normale tout en maximisant le couple, la forme de courant qui est donnée par le programme d'optimisation est un courant rectangulaire dont les transitions ont été adoucies par des formes de type sinusoïdales (afin de réduire les variations trop brusques de courant) [21].

La contrainte normale peut être calculée de plusieurs manières équivalentes du point de vue du résultat [21]. Nous pouvons citer la méthode des travaux virtuels et la méthode du tenseur de Maxwell (équation 2.3) :

$$T_n = \frac{1}{2} \left( B_n^2 \left( \frac{1}{\mu_a} - \frac{1}{\mu_f} \right) - H_t^2 (\mu_a - \mu_f) \right) \quad (2.3)$$

avec  $B_n$  l'induction magnétique normale et  $H_t$  le champ magnétique tangentiel.

La perméabilité du fer  $\mu_f$  étant très grande devant celle de l'air  $\mu_a$ , les lignes de champ magnétique sont perpendiculaires à l'interface stator/air. En conséquence, la composante tangentielle du champ magnétique est négligeable. L'équation 2.3 peut donc se réécrire :

$$T_n \simeq \frac{1}{2} B_n^2 \frac{1}{\mu_a} \quad (2.4)$$

Cependant, il faut prendre garde au calcul de l'induction magnétique normale : les fréquences mises en jeu dans les phénomènes vibratoires qui nous concernent sont considérées comme hautes fréquences dans le domaine du magnétisme. Ainsi, l'hystérésis magnétique ne peut être négligé. Sur la figure 2.4, la caractéristique  $B = f(H)$  du matériau magnétique (tôles Fe-Si 3%) a été mesurée par la méthode d'Epstein à différentes fréquences (40 Hz et 4000 Hz) et pour différentes valeurs de courant.

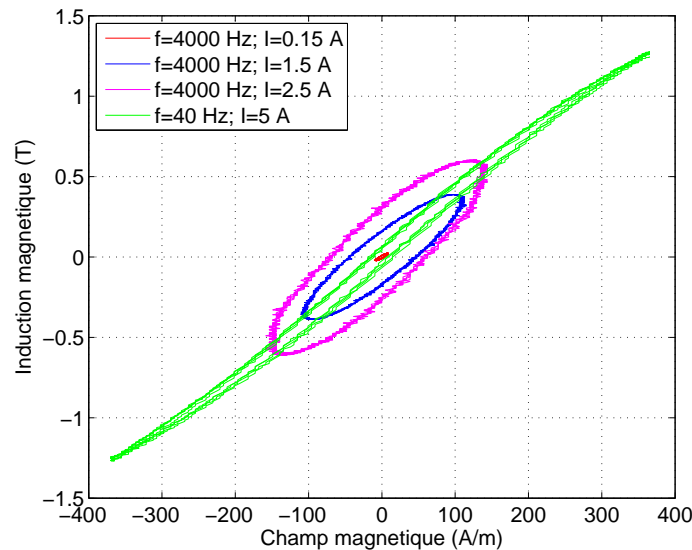


FIGURE 2.4 – Courbe  $B(H)$  relevée expérimentalement sur la MRV monophasée

A basse fréquence, nous retrouvons un cycle d'hystérésis classique qui en première approximation peut être assimilé à la première courbe d'aimantation saturable. En revanche, à hautes fréquences et pour des courants caractéristiques de l'application, le cycle d'hystérésis se déforme sous l'effet des courants de Foucault. La courbe  $B = f(H)$  s'assimile à une ellipse, ce qui permet d'écrire une relation entre  $B$  et  $H$  telle que :

$$\underline{B} = \mu e^{j\phi_{mag}} \underline{H} = \underline{\mu} \underline{H} \quad (2.5)$$

$\underline{B}$  et  $\underline{H}$  étant les grandeurs complexes associées à  $B$  et à  $H$  et  $\phi_{mag}$  traduisant le déphasage (ou l'ouverture de l'ellipse) entre  $B$  et  $H$ . Ce déphasage peut être également déterminé en mesurant le déphasage entre l'accélération vibratoire créée par la contrainte magnétique et le carré du courant appliqué, figure 2.5.

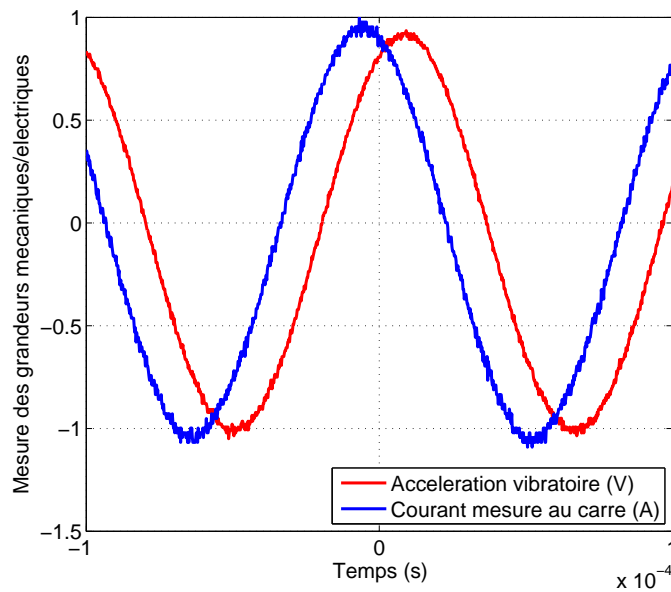


FIGURE 2.5 – Mesure expérimentale du déphasage entre le courant et l'accélération vibratoire

Sans hystérésis magnétique, le carré du courant (dont nous avons retiré la valeur moyenne) devrait être en phase avec l'accélération vibratoire, mais il est ici déphasé de  $\frac{\pi}{4}$ . Cette valeur correspond à la valeur de  $2\phi_{mag}$  (le 2 est dû au carré du courant). Pour résumer, la méthode de calcul de la contrainte normale en fonction du courant appliqué est détaillée en figure 2.6.

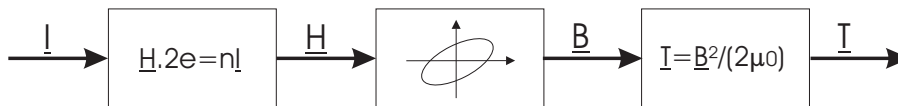


FIGURE 2.6 – Calcul de la contrainte normale à partir du courant d'alimentation

La connaissance de ce phénomène permet de comprendre pourquoi il existe un retard dans la chaîne directe d'asservissement (entre le courant mesuré et l'accélération vibratoire). Ce retard a une influence déstabilisatrice sur le système bouclé et par voie de conséquence dégrade ses performances. Sa prise en compte permet d'améliorer la robustesse du compensateur de vibration et ainsi d'augmenter ses performances. Dans la suite, le retard introduit par le capteur d'accélération sera considéré négligeable devant les autres retards dans le système.

## 2.4.2. Les phénomènes aérodynamiques

Les contraintes aérodynamiques résultent de la circulation d'un fluide (l'air) dans l'entrefer de la machine. Bien que l'écoulement du fluide dans la machine soit un phénomène 3D, nous allons nous intéresser à sa distribution dans le plan de coupe de la machine. En effet, cela nous permettra d'établir un modèle "simple" de circulation fluide par une approche physique possédant des propriétés semblables à la circulation 3D.

Dans la suite de cette section, nous supposons négligeable l'apport sur le bruit des contraintes qui s'exercent sur les bobinages. De plus, l'ensemble stator et bobinages constitue une entité jointe et équivalente à un entrefer lisse vis à vis de la circulation de fluide, figure 2.7.

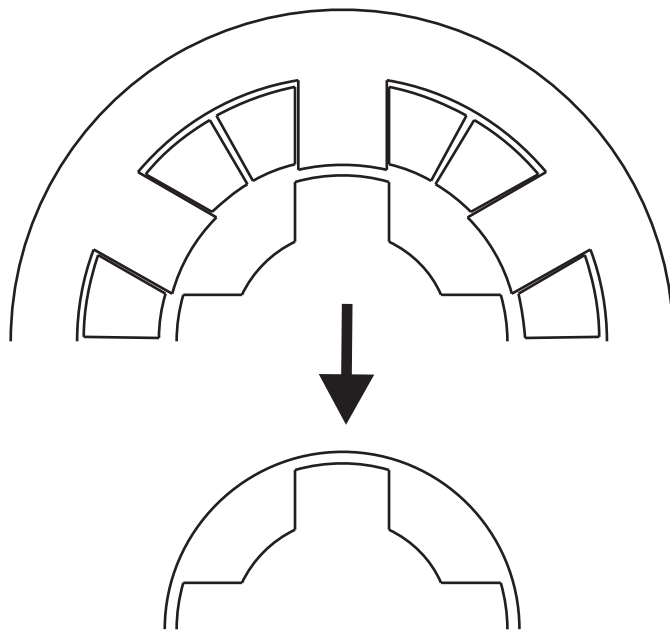


FIGURE 2.7 – Approximation de l’entrefer aérodynamique

Le problème ainsi étudié se compose d’un rotor tournant à la vitesse  $\Omega_0$  et d’un stator lisse. Le fluide se meut dans l’espace entre le stator et le rotor. La circulation est considérée en régime quasi-statique avec des milieux continus, non déformables et non compressibles (pas de variation de la température du fluide). Le type d’écoulement dans l’entrefer (laminaire ou turbulent) est défini par le nombre de Reynolds  $R_e$  tel que :

$$R_e = \frac{\rho V_0 ent_m}{\tilde{\mu}} \quad (2.6)$$

avec  $\rho$  la masse volumique du fluide ( $1,204 \text{ kg.m}^{-3}$  pour l’air à  $20^\circ\text{C}$ ),  $V_0$  la vitesse du fluide,  $ent_m$  l’épaisseur de l’entrefer et  $\tilde{\mu}$  la viscosité dynamique du fluide ( $19,4 \cdot 10^{-6} \text{ Pa.s}$  pour l’air à  $20^\circ\text{C}$ ). Le calcul de ce nombre de Reynolds dans tout l’entrefer nous amène à considérer trois zones fluidiques, figure 2.8.

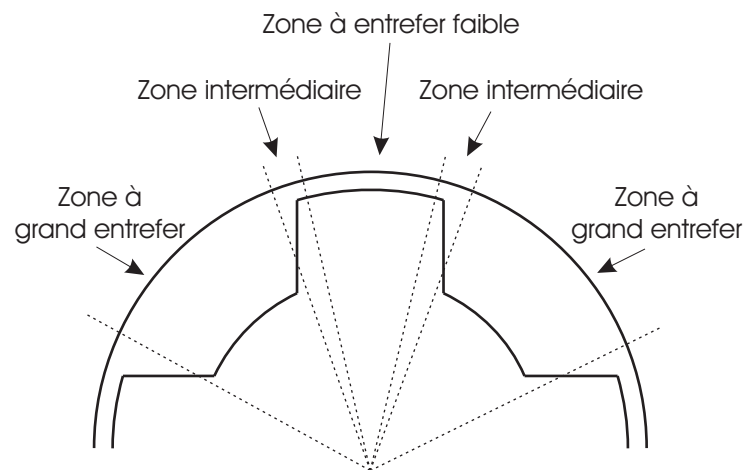


FIGURE 2.8 – Répartition de l’entrefer de la machine

Ces trois zones possèdent alors des propriétés bien distinctes :

- la zone à entrefer faible possède un nombre de Reynolds faible. Pour une vitesse de rotation de 10 000 tr/min et un entrefer de 0,1 mm, le nombre de Reynolds vaut 100. L’écoulement dans

ce petit entrefer pourra donc être considéré comme quasi-laminaire, ce qui conduit à avoir des lignes de fluide de composante orthoradiale dans l'entrefer.

- la zone à grand entrefer possède un nombre de Reynolds élevé. Pour une même vitesse de rotation mais un entrefer de 10 mm, le nombre de Reynolds est de 10 000. L'écoulement sera donc considéré comme fortement turbulent.
- la zone intermédiaire. C'est une zone tampon entre l'écoulement à faible nombre de Reynolds et celui à fort nombre de Reynolds. Au vu de la géométrie crénelée du rotor, cette zone va abriter nombre de turbulences de sillage.

Une vue simplifiée de l'écoulement dans ces trois zones est donnée en figure 2.9.

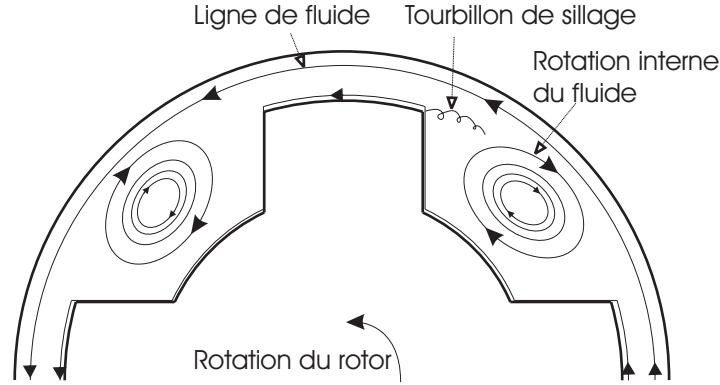


FIGURE 2.9 – Ligne de fluide dans la machine

Cette répartition du fluide est régie dans le cas général par l'équation de Navier-Stockes qui s'écrit :

$$\rho \left( \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \nabla \vec{v} \cdot \vec{v} \right) = -\vec{\nabla} T + \tilde{\mu} \vec{\nabla}^2 \vec{v} \quad (2.7)$$

avec  $v$  la vitesse du fluide et  $T$  la contrainte exercée par le fluide. Cette équation est valide dans les cas laminaire et turbulent. Cependant, il est impossible en dehors de cas d'école, par exemple pour un écoulement de type Taylor-Couette cylindrique (deux cylindres en rotation l'un dans l'autre), de résoudre analytiquement ce problème [71]. Deux solutions peuvent être envisagées : la résolution par des codes numériques (Volumes Finis ou Eléments Finis) ou une approche semi analytique à partir de la décomposition de Reynolds.

La décomposition de Reynolds implique de séparer le fluide en deux parties distinctes :

- une partie pseudo-laminaire ( $\langle \vec{v} \rangle$  et  $\langle T \rangle$ ) qui par analogie correspondrait à la répartition du fluide en l'absence de turbulence (déterministe).
- une partie turbulente ( $\vec{\tilde{v}}$  et  $\tilde{t}$ ) (aléatoire).

La vitesse du fluide et la contrainte totale peuvent s'écrire dans ce cas :

$$\vec{v} = \langle \vec{v} \rangle + \vec{\tilde{v}} \quad (2.8)$$

$$T = \langle T \rangle + \tilde{t} \quad (2.9)$$

Les deux composantes turbulentes étant aléatoires, elles possèdent des valeurs moyennes temporelle et spatiale nulles.

$$\langle \vec{\tilde{v}} \rangle = 0 \quad (2.10)$$

$$\langle \tilde{t} \rangle = 0 \quad (2.11)$$

A partir de la décomposition de Reynolds, il est possible de déterminer des expressions analytiques approchées des composantes qui seront identifiées à partir d'essais expérimentaux. La composante pseudo-laminaire  $\langle T \rangle$  peut ainsi s'exprimer comme suit :

$$\langle T(\Omega_0) \rangle = A(\Omega_0) \cos(N_r \Omega_0 t) \quad (2.12)$$

$T$  est la contrainte qui s'exerce sur une dent,  $N_r$  est le nombre de dents rotoriques et  $\Omega_0$  la vitesse de rotation du rotor. Cette contrainte s'exerce sur une dent du stator et est générée par le fluide qui s'écoule à la même vitesse que le rotor. La périodicité du rotor ( $N_r$ ) entraîne une périodicité de la contrainte ( $N_r \Omega_0$ ). La figure 2.10 résume l'influence de la vitesse de rotation sur l'amplitude et la fréquence de la contrainte.

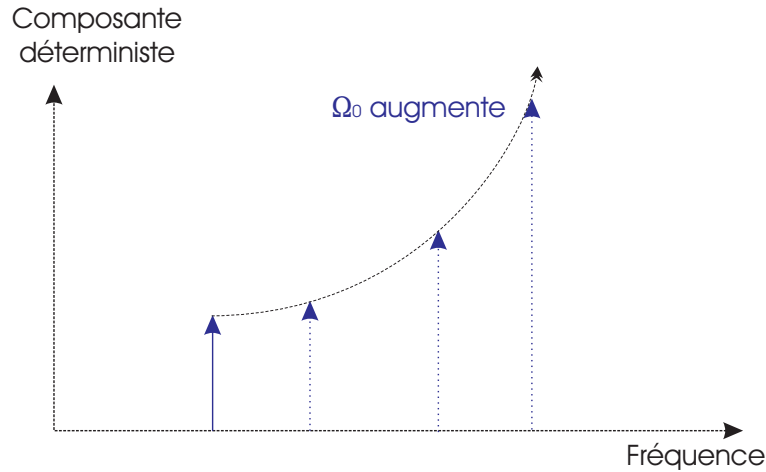


FIGURE 2.10 – Spectre de la composante déterministe de contrainte en fonction de  $\Omega_0$

La mesure de l'amplitude de la composante  $A(\Omega_0)$  s'effectue en imposant une vitesse de rotation constante à l'aide d'une machine entraînant la MRV et en mesurant l'amplitude de la raie spectrale de l'accélération vibratoire se situant à la fréquence  $N_r \Omega_0 / 2\pi$ , figure 2.11 :

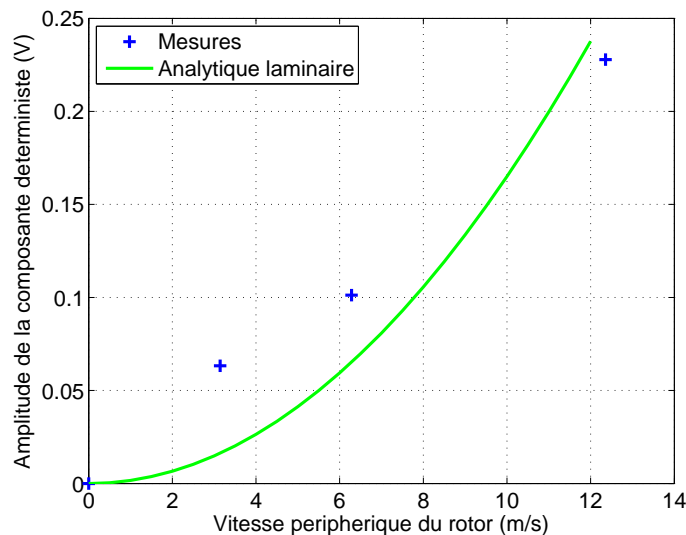


FIGURE 2.11 – Mesure de l'amplitude de la contrainte  $\langle T(\Omega_0) \rangle$

La composante aléatoire est modélisée par un bruit blanc centré possédant une densité spectrale de puissance (DSP)  $\Gamma_{TT}(\Omega_0)$ , figure 2.12 :

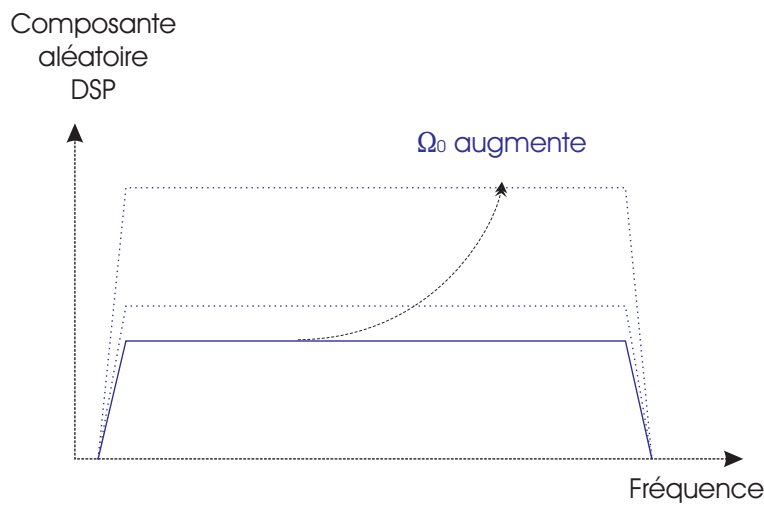


FIGURE 2.12 – Densité spectrale de puissance de la composante aléatoire de contrainte

Cette DSP peut se mesurer par filtrage inverse. En effet, la seule information disponible est l'accélération vibratoire de la machine. Il est alors possible de déterminer cette DSP en construisant la fonction de transfert inverse qui lie la contrainte à l'accélération vibratoire. Cependant, la mesure de cette DSP peut être simplifiée en considérant la nature de la fonction de transfert considérée,  $H(j\omega)$ . La DSP mesurée par le biais de l'accélération vibratoire ( $\Gamma_{\gamma\gamma}$ ) est reliée par le théorème du filtrage à la DSP de la contrainte par la relation [72] :

$$\Gamma_{\gamma\gamma}(j\omega) = |H(j\omega)|^2 \Gamma_{TT}(j\omega) \quad (2.13)$$

La figure 2.13, représente la DSP  $\Gamma_{\gamma\gamma}(j\omega)$ , le module quadratique du filtre  $H(j\omega)$  et la DSP d'un signal sinusoïdal pur à la fréquence centrale du filtre.

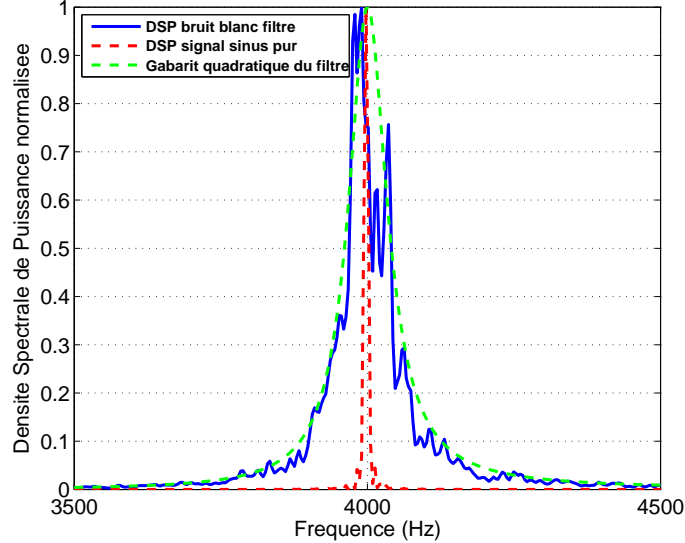


FIGURE 2.13 – Densité spectrale de puissance de la composante aléatoire de contrainte

Les fonctions de transfert représentant la partie mécanique  $H(j\omega)$  (de la contrainte à la déformée vibratoire ou l'accélération vibratoire) étant une superposition de différents modes résonants, elle possède une suite de pics de résonance étroits. Ainsi, quel que soit la DSP  $\Gamma_{TT}(j\omega)$  qui excite la fonction de transfert, la DSP  $\Gamma_{\gamma\gamma}(j\omega)$  sera considérée comme un signal quasi-monochromatique ou comme une superposition de signaux quasi-monochromatiques (mono-mode ou multi-modes). Par conséquent, la composante aléatoire pour cette application peut être ramenée à une superposition de signaux quasi-monochromatiques correspondants aux modes propres de la machine :

$$\tilde{T} = \sum_{i \text{ modes}} B_i(\Omega_0) \cos(\omega_i t) \quad (2.14)$$

De la même manière que pour la mesure de la composante pseudo-déterministe, la mesure de l'amplitude du modèle aléatoire  $B_i$  s'effectue en entraînant la machine et en mesurant l'amplitude de chaque mode de résonance de l'accélération. Pour la figure 2.14, un seul mode a été considéré (mode 2 à 8800 Hz).

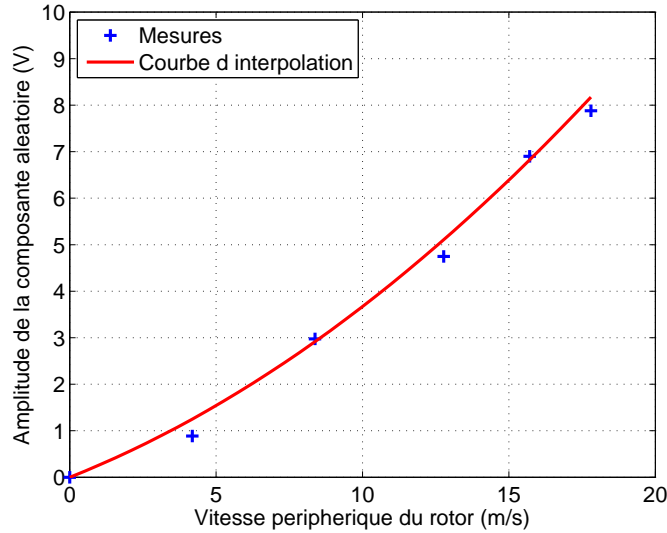


FIGURE 2.14 – Mesure de l'amplitude de la contrainte  $\langle T(\Omega_0) \rangle$

Le modèle proposé peut alors se résumer comme suit :

$$T(\Omega_0) = A(\Omega_0) \cos(N_r \Omega_0 t) + \sum_{i \text{ modes}} B_i(\Omega_0) \cos(\omega_i t) \quad (2.15)$$

Pour valider le modèle, des essais à différentes vitesses ont été effectués. La figure 2.15 présente un essai à 10 000 tr/min pour la machine triphasée qui a été utilisée pour les relevés des figures 2.11 et 2.14.

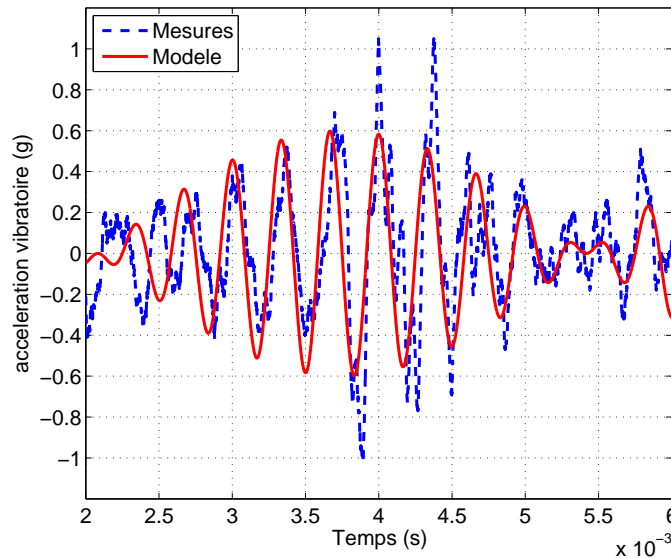


FIGURE 2.15 – Confrontation du modèle avec la mesure

Ce modèle présente particulièrement un intérêt pour des fonctionnements haute vitesse. La figure 2.16 correspond à un essai de lâcher : la MRV (machine monophasée) est amenée en moteur à 15 000 tr/min (contraintes magnétiques, aérodynamiques et mécaniques) puis l'alimentation électrique est suspendue. Juste après l'instant du lâcher, les seules contraintes présentes dans la machine sont les contraintes aérodynamiques. La vitesse restant sensiblement constante, les contraintes aérodynamiques peuvent être comparées aux contraintes présentes juste avant l'instant du lâcher (soit magnétiques et aérodynamiques).

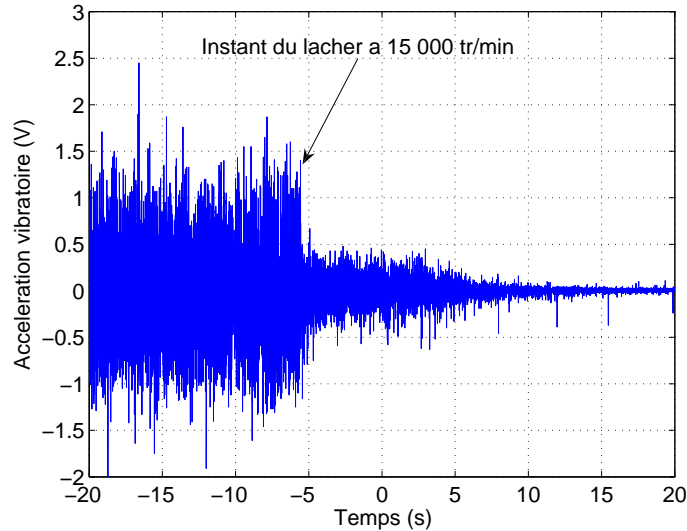


FIGURE 2.16 – Essai de lâcher à 15 000 tr/min

En comparant juste avant et juste après l'instant du lâcher, nous observons que pour une vitesse de 15 000 tr/min, les contraintes magnétiques sont du même ordre de grandeur que les contraintes aérodynamiques. Pour les machines basses vitesses (lorsque les contraintes sont essentiellement magnétiques), un modèle aérodynamique n'est pas essentiel pour la simulation du système. Pour les machines hautes vitesses, la composante aérodynamique est prépondérante et la négliger amène à des conclusions erronées quant à l'efficacité des moyens de réduction du bruit.

### 2.4.3. Les phénomènes mécaniques

Les contraintes dues aux phénomènes mécaniques sont engendrées par toutes les imperfections mécaniques : roulements à billes, jeux entre les pièces mobiles, frottements, etc. Nous pouvons alors considérer qu'une machine bien conçue et bien réalisée ne possède que des contraintes mécaniques faibles. Cependant, la réalité ainsi que l'usure mécanique des pièces nous amène à considérer ce bruit.

La première propriété que nous pouvons considérer est le caractère non local de ces contraintes. En effet, elles s'exercent sur des parties de la machines bien distinctes (roulements, axes, etc.). La deuxième propriété que nous considérons est le caractère même de ces contraintes. Elles sont soit déterministes dans le cas par exemple d'un mouvement relatif entre différentes pièces, soit aléatoires dans le cas de chocs dans les roulements à billes. Bien qu'il existe des formules empiriques pour ces différentes contraintes, nous allons considérer qu'elles peuvent s'écrire de la même manière que dans le cas des contraintes aérodynamiques, équation 2.15. Ainsi, elles seront incluses dans les paramètres de ce modèle ( $A$ ,  $B_i$ ,  $N_r$ ). Qui plus est, expérimentalement, ces deux sources de bruit sont difficilement discernables.

## 2.5. La réponse mécanique du stator

Dans cette partie, l'effet des différentes contraintes appliquées au stator de la machine sera considéré [73, 74]. L'apport du rotor vis à vis du bruit sera négligé, puisque celui-ci est du second ordre : couplage du rotor au stator via les roulements.

Le stator de la machine va réagir à l'action d'une contrainte  $T$  qui lui est appliquée en se déformant (déformée  $S$ ) selon la loi de Hooke en se plaçant en régime élastique :

$$T = Y.S \quad (2.16)$$

$Y$  est le module d'Young du matériau considéré dans sa zone élastique (zone où la relation contrainte/déformée est linéaire), figure 2.17 :

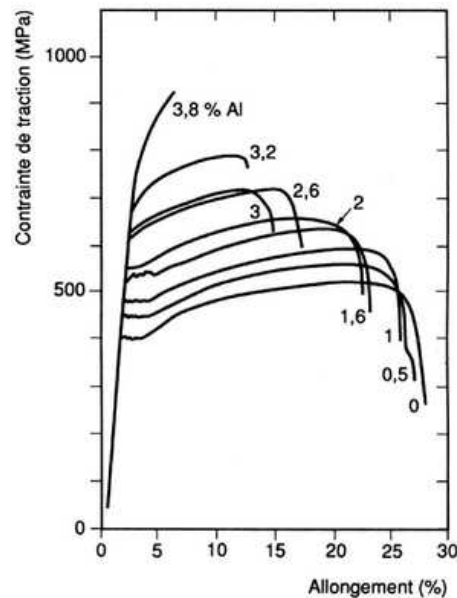


FIGURE 2.17 – Courbes déformée/contraintes pour des alliages de Fe-Si possédant quelques pourcents d'aluminium [75]

Il est à noter que l'ordre de grandeur de la contrainte exercée sur les dents magnétiques de la machine est de quelques kPa. La contrainte est donc très inférieure à la limite d'élasticité pour le fer-silicium (Fe-Si) qui se situe autour d'une centaine de MPa ce qui assure la validité de l'hypothèse d'élasticité. Pour une structure telle que le stator d'un moteur, le calcul de la déformée générée s'avère complexe et seules des approximations grossières de la structure permettent d'avoir une expression analytique de la déformée. Au vu des progrès technologiques effectués par l'informatique, le temps de calcul d'une solution numérique n'est plus rédhibitoire dans le cas du calcul des fréquences propres et de déformées modales. Ainsi, il est finalement plus aisé et peu pénalisant en terme de temps de calcul d'obtenir une solution numérique.

La déformée  $s(\theta, t)$  engendrée par l'action des contraintes est une fonction de la position angulaire et du temps. Elle correspond à la superposition de déformées modales pour chaque mode de résonance (analyse modale). La déformée est décomposée en une fonction de forme  $\chi(\theta)$  (fonction de Ritz de la déformée modale, figure 2.18) et d'une amplitude vibratoire  $q(t)$  telle que :

$$s(\theta, t) = \chi(\theta).q(t) \quad (2.17)$$

Sur la figure 2.18, la fonction de Ritz correspondant au mode 2 de résonance a été représentée.

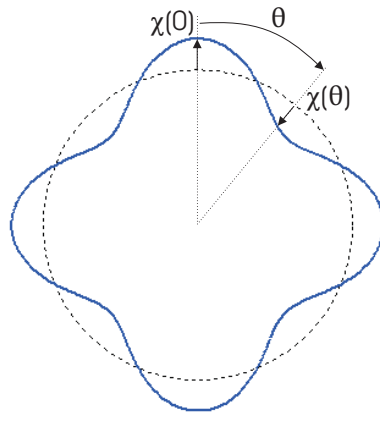


FIGURE 2.18 – Approximation de la déformée modale

La déformée vibratoire du stator de la MRV est calculée à partir de l'équation aux différences partielles d'Euler-Lagrange sans pertes :

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial V}{\partial \dot{q}}\right) - \frac{\partial V}{\partial q} + \frac{\partial U}{\partial q} = T_i \quad (2.18)$$

$V$  est l'énergie cinétique,  $U$  l'énergie potentielle et  $T_i$  la contrainte généralisée appliquée au stator.  $T_i$  représente la somme de toutes les contraintes appliquées (magnétique, aérodynamique, mécanique et piézoélectrique) sur le stator de la machine. Les équations du mouvement sont obtenues en remplaçant l'énergie cinétique et potentielle par leurs expressions qui dépendent de  $s(\theta, t)$  projetées sur la base des déformées modales  $\chi(\theta)$  :

$$V = \frac{1}{2} \dot{q}^t M \dot{q} \quad (2.19)$$

$$U = \frac{1}{2} q^t K q \quad (2.20)$$

$M$  est la matrice de masse et  $K$  la matrice de raideur du système. A partir de l'équation d'Euler-Lagrange sans second membre et de l'expression des énergies cinétiques et potentielles, l'équation du mouvement sans pertes devient :

$$M\ddot{q} + Kq = 0 \quad (2.21)$$

C'est à partir de cette équation que nous pouvons déterminer les fréquences de résonance du système. Les matrices  $M$  et  $K$  n'étant pas diagonales, il n'est pas possible d'accéder directement aux fréquences propres par analogie avec le cas monovarié ( $\omega = \sqrt{KM^{-1}}$ ). Cependant, la projection de cette équation sur une base où  $K$  et  $M$  sont diagonales va nous permettre de ramener le système à  $p$  systèmes mono-variables indépendants :

$$q = \Phi r \quad (2.22)$$

$\Phi$  est la matrice de passage de la base générale à la base où  $K$  et  $M$  sont diagonales et  $r$  l'expression des coordonnées généralisées sur la base considérée. Ainsi les fréquences de résonance sont obtenues par la relation d'orthogonalité [76], i.e. :

$$\Phi^t M \Phi = \text{diag}(\sigma_i) \quad (2.23)$$

$$\Phi^t K \Phi = \text{diag}(\sigma_i \omega_i^2) \quad (2.24)$$

$\sigma_i$  est une constante dépendant de chaque mode  $i$  (et est dans le cas général prise égale à 1) et  $\omega_i$  la fréquence de résonance associée à ce mode. Il est alors aisé de déterminer les  $\omega_i$  à partir de ces deux relations. La déformée modale s'en déduit alors puisqu'elle est caractérisée par la fonction  $\chi_i(\theta)$ .

Il est usuel de définir deux types de déformée modale : une déformée "plan" et une déformée "3D". La déformée modale plan possède une déformée suivant le plan de coupe de la machine et une déformée constante suivant la longueur active (mode  $i,0$ ). La déformée 3D possède également une déformée suivant le plan de coupe de la machine mais également une déformée suivant la longueur active (mode  $i,j$ ).

## 2.6. Etude modale des machines retenues

---

De nombreux modes sont présents pour une structure de type machine électrique. Ceux-ci ne dépendent que de la géométrie et des propriétés mécaniques de celle-ci. Cependant, tous ces modes ne seront pas excités dans la mesure de l'accélération vibratoire (ou du bruit). En effet, il existe deux conditions nécessaires et suffisantes pour qu'un mode soit excité sous l'action de contraintes :

1. Il faut que la fréquence de la contrainte (ou de l'un de ces harmoniques) corresponde à la fréquence du mode propre considéré.
2. Il faut que la répartition spatiale de ces contraintes soit compatible avec la déformée du mode considéré.

Le point 2 est illustré par la figure 2.19 pour une machine triphasée avec une excitation symétrique en contrainte. Une répartition spatiale symétrique des contraintes ne peut en aucun cas exciter un mode impair (mode 3 sur la figure 2.19) même si la fréquence de ces contraintes satisfait le point 1., [15].

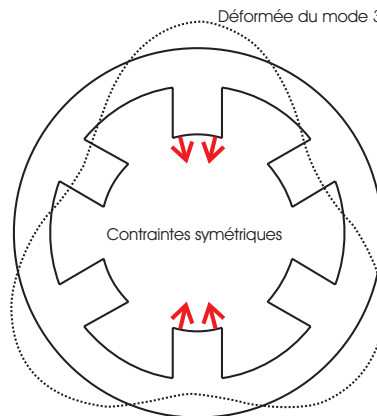


FIGURE 2.19 – Mode impair et excitation symétrique

De même la machine 12/8 possède un mode 2, qui ne sera pas excité par l'alimentation des phases (2 paires de pôles), figure 2.20.

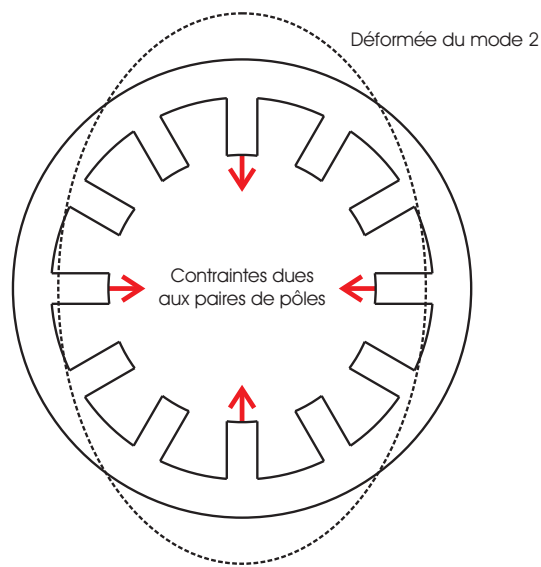


FIGURE 2.20 – Mode pair et excitation symétrique avec des paires de pôles

Ainsi, il est possible de connaître en fonction du nombre de paires de pôles  $p$  et de la structure de la machine, les modes  $i$  excités :  $i = 2p$  pour les MRV (6/4, 12/8, 8/6, 16/12, etc.).

Parmi les machines étudiées dans ce mémoire, la machine monophasée est la plus simple par sa conception et par ses modes. En effet, un seul mode plan (mode 2,0 à 8800 Hz) et un seul mode 3D (mode 2,1 à 9700 Hz) sont présents dans le spectre audible pour cette machine, figures 2.21 et 2.22.

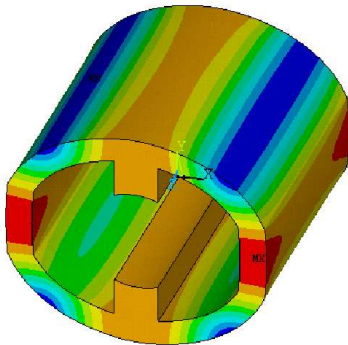


FIGURE 2.21 – Mode 2,0

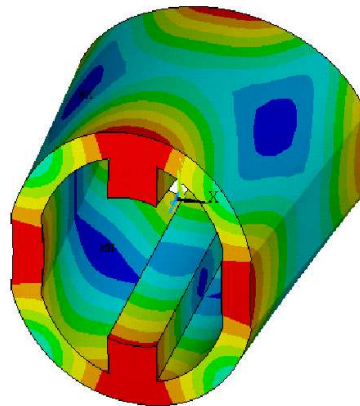


FIGURE 2.22 – Mode 2,1

Le mode 2,0 possède 4 noeuds (déformée nulle) et 4 ventres de vibration (déformée maximale). La déformée pour le mode 2,0 est constante suivant la longueur active de la machine. Le mode 2,1 possède également 4 noeuds et 4 ventres, cependant, leurs localisations dépendent de la coupe considérée dans la longueur active. La déformée suivant cet axe correspond à un mode 1 (identique au mode 1 d'une poutre en flexion). La machine triphasée possède plusieurs modes dans le spectre audible : mode 2,0 à 4400 Hz figure (2.23) et mode 2,1 à 7000 Hz (figure 2.24).

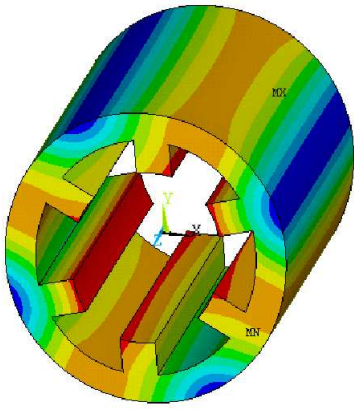


FIGURE 2.23 – Mode 2,0

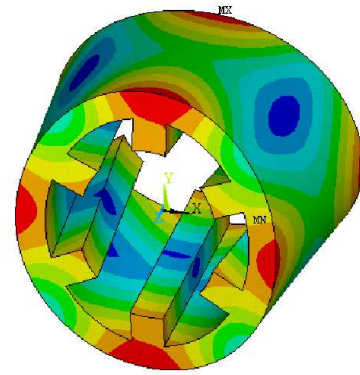


FIGURE 2.24 – Mode 2,1

La machine 12/8 possède elle aussi plusieurs modes dans le spectre audible, susceptibles d'être excités : mode 4,0 à 7800 Hz (figure 2.25) et mode 4,1 à 13200 Hz (figure 2.26).

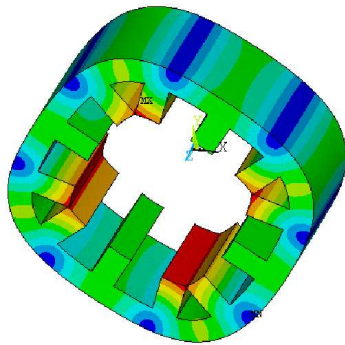


FIGURE 2.25 – Mode 4,0

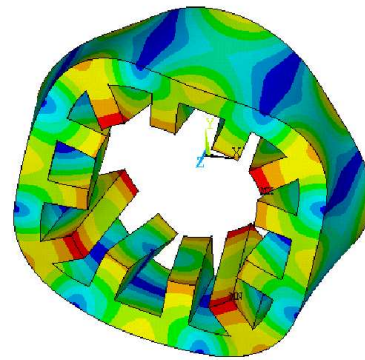


FIGURE 2.26 – Mode 4,1

Les modes qui ont été listés ci-dessus représentent les modes les plus importants qui seront mesurés par l'accélération vibratoire. Ce sont ces modes que nous essayons de réduire fortement. Cependant, les imperfections comme le décentrage du rotor, les contraintes mécaniques, l'influence des flasques ou du bâti peuvent exciter d'autres modes. Les fonctions de transfert mesurées sur le stator et la carcasse de la machine ont été représentées sur la figure 2.27.

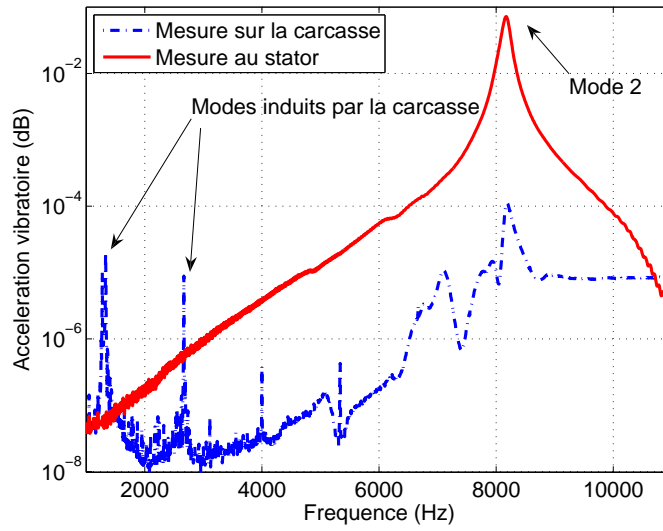


FIGURE 2.27 – Diagramme de Bode en gain des fonctions de transfert accélérations/contraintes mesurées sur le stator et la carcasse

La carcasse de la machine a introduit sur les différentes fonctions de transfert des pics de résonance parasites (1000 Hz, 2500 Hz, 4000 Hz, 6600 Hz, etc.). Les différents correcteurs qui seront dimensionnés, le seront sur les modes principaux du stator des MRV. Néanmoins, les modes parasites doivent être pris en compte dans le cadre de l'analyse de la robustesse des différents correcteurs vis à vis de ces modes. Ils peuvent rendre instable le système corrigé en apportant du gain et de la phase dans des domaines de fréquences où ils avaient été négligés.

## 2.7. La réponse acoustique

La déformation de la surface extérieure du stator entraîne une variation de la pression acoustique autour du stator de la machine et par voie de conséquence, la création d'une onde acoustique : le bruit. La pression  $P$  peut se décomposer en somme de la pression atmosphérique d'équilibre  $P_0$  et de la surpression  $p$  telle que :  $p \ll P_0$ .

En écrivant la conservation de la masse, l'équation qui régit le comportement de la surpression est :

$$\Delta p - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0 \quad (2.25)$$

$c$  célérité du fluide  $c^2 \rho_0 \chi = 1$ .

$\rho_0$  masse volumique du fluide à l'équilibre.

$\chi$  Coefficient de compressibilité adiabatique du fluide.

Le calcul d'une fonction approchée de  $p$  peut se faire par l'approximation de la sphère pulsante pour des fréquences inférieures à quelques kHz (limite de validité de la sphère pulsante). L'approximation de la sphère pulsante revient à considérer de petites variations sinusoïdales du rayon de la machine autour d'une surface extérieure  $\Phi$ . Dans ce cas, à une distance  $r$  de la sphère, la surpression est directement dépendante de l'accélération vibratoire  $\gamma$  :

$$p(r) = \Lambda(\vec{r}, w) \rho_0 \frac{\Phi}{4\pi r} \gamma e^{-j\vec{k} \cdot \vec{r}} \quad (2.26)$$

$\gamma$  Accélération du stator.

$k$  Constante de propagation  $k = \frac{w}{c}$ .

$w$  Pulsation de l'onde.

$\Lambda$  Directivité de la source d'émission, qui dépend de la fréquence et de la direction de l'onde.

La plage de variation de la surpression pouvant être très grande, on utilise une représentation logarithmique de celle-ci pour une distance de 1 m :

$$N_{dBa} = 20.\log\left(\frac{p(1m)}{2.10^{-5}}\right) \quad (2.27)$$

Le terme  $2.10^{-5}$  Pa correspond au seuil d'audition d'un son de 1 kHz chez l'être humain et permet de normaliser la pression acoustique. La perception des sons chez l'être humain dépend de phénomènes psycho-acoustiques tels que la fréquence du son, l'intensité, la répartition énergétique, etc. Les psycho-acousticiens donnent pour l'être humain l'image psycho-acoustique qui représente notre perception des sons.

L'équation 2.26, nous démontre alors la corrélation entre l'onde de pression acoustique générée et l'accélération vibratoire de la surface extérieure du stator. Il est alors judicieux, pour réduire le bruit acoustique, de s'attacher à réduire l'accélération vibratoire de la surface extérieure du stator.

## 2.8. Quel choix de capteur(s) pour mesurer les vibrations

---

Comme il l'a été évoqué dans la section précédente, la mesure de l'accélération vibratoire fournit des informations quant à la réduction du bruit acoustique généré par le stator de la machine. Il existe plusieurs familles de capteurs dont nous traitons des avantages et des inconvénients. La comparaison s'effectuera par la fiabilité de la mesure, la robustesse vis à vis d'un environnement extérieur, la simplicité de fonctionnement et de mise en place ainsi que par le prix de la solution.

### 2.8.1. Les accéléromètres piézoélectriques

---

Leur principe est basé sur la loi fondamentale de la dynamique  $\vec{F} = m\vec{\gamma}$ . Plus précisément, il consiste en l'égalité entre la force d'inertie de la masse du capteur et une force de rappel appliquée à cette masse, figure 2.28.

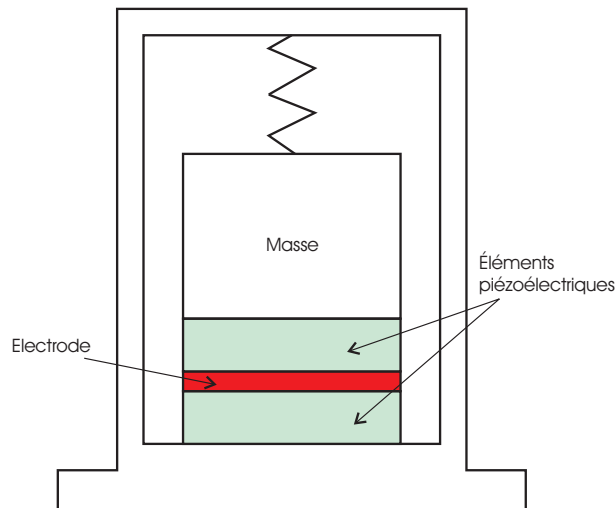


FIGURE 2.28 – Schéma interne de l'accéléromètre piézoélectrique

Ce type de capteur s'utilise avec des formes et des tailles très différentes ce qui lui donne un avantage pour l'industrialisation. De plus, il possède une très grande robustesse aux agressions extérieures. Seul le prix et le fait qu'il soit accompagné par un amplificateur de charge limite grandement son intégration industrielle.

## 2.8.2. Les vibromètres lasers

Un vibromètre laser est un capteur de mesure de vibrations sans contact. Il est constitué d'une source de lumière monochromatique (laser) et d'un interféromètre (Mach-Zehnder), permettant de mesurer l'effet Doppler dû à la vibration entre le signal émis et le signal réfléchi. De cette interférométrie entre les 2 signaux, la fréquence et la phase de la vibration pourront en être déduites. Les vibromètres lasers possèdent une très bonne précision ainsi qu'une bande passante très importante allant jusqu'au gigaHertz. Cependant, la taille de l'appareil et son prix le confinent dans les laboratoires.

## 2.8.3. Des pastilles piézoélectriques en capteur

Des pastilles piézoélectriques collées sur le stator permettent par effet piézoélectrique direct d'obtenir une charge électrique image de la contrainte appliquée à la pastille. Cette charge peut-être convertie en tension électrique par un amplificateur de charge rudimentaire, figure 2.29.

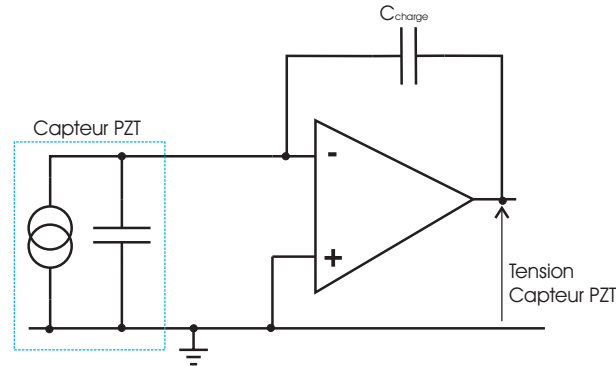


FIGURE 2.29 – Amplificateur de charge rudimentaire pour mesure de vibrations

Les figures 2.30 et 2.31 représentent une comparaison entre le signal délivré par un accéléromètre piézoélectrique et des pastilles piézoélectriques utilisées en capteur pour des perturbations vibratoires sinusoïdales et sinusoïdales amorties.

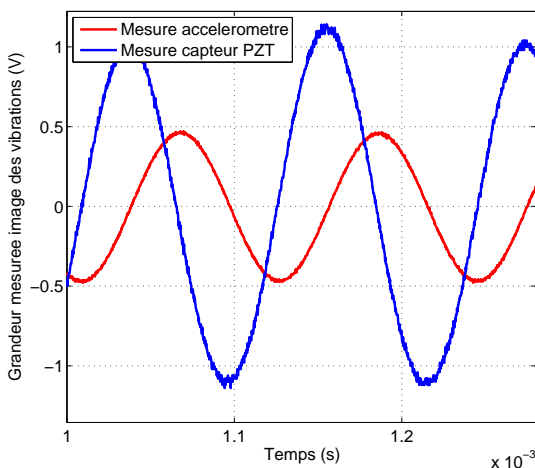


FIGURE 2.30 – Perturbation sinusoïdale

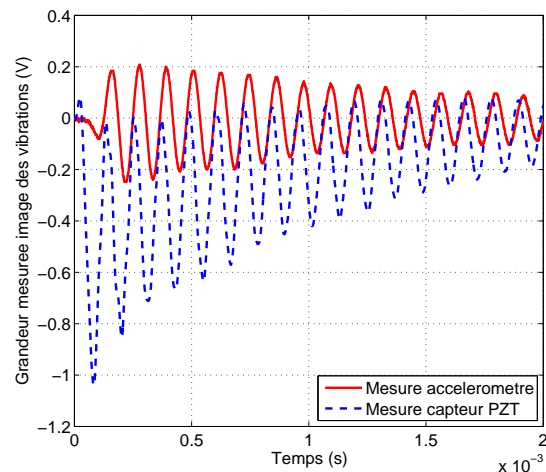


FIGURE 2.31 – Perturbation créniaux

L'accéléromètre piézoélectrique mesure l'accélération vibratoire alors que la pastille piézoélectrique utilisée en capteur mesure le déplacement vibratoire. En terme d'amplitude et de contenu spectral, les deux mesures sont très similaires. Cependant, une comparaison de l'efficacité de la méthode de compensation vis à vis de la mesure d'accélération ou de déplacement vibratoires montrera (dans le chapitre 4) qu'une rétroaction sur le déplacement vibratoire doit être privilégiée afin d'obtenir de

meilleures performances. Ce type de capteur semble alors le meilleur candidat quant à une possible industrialisation du capteur vis à vis du prix et de l'intégration.

#### 2.8.4. Les capteurs indirects de vibration

---

Les vibrations d'origine magnétique étant liées au courant de la machine, les mesures de la position du rotor et du courant absorbé sont suffisantes pour en déduire les vibrations magnétiques [21]. Particulièrement peu onéreuse, cette solution a le mérite de ne nécessiter aucun capteur supplémentaire. Cependant, cette méthode ne fonctionne que dans le cadre de vibrations d'origine uniquement magnétique, la destinant plus particulièrement aux applications basses vitesses.

#### 2.8.5. Notes sur le placement des capteurs de vibration

---

Placer des capteurs de vibration sans avoir d'information sur la distribution des modes de résonance semble peu pertinent. Le placement de ces capteurs est conditionné par les modes présents dans le système à observer. Il est facilement concevable que placer des capteurs sur des noeuds de vibration est peu judicieux. Cependant, placer ces capteurs dans le cas où plusieurs modes sont présents résulte d'un compromis entre la "bonne" mesure de ces différents modes. De plus, le nombre de capteurs nécessaires pour observer un ou plusieurs modes est aussi un critère déterminant. Pour ces raisons, le nombre et le placement de ces capteurs résultent d'une optimisation multi-objectifs entre l'observabilité de chaque mode et le nombre de ces capteurs. Dans notre application, un seul capteur est nécessaire dans la machine monophasé pour observer le mode 2, deux capteurs dans le cas de la machine triphasée et de la machine 12/8.

### 2.9. Conclusion sur la modélisation du bruit dans les MRV

---

Dans ce chapitre ont été développés des modèles permettant de calculer la distribution spatiale et l'amplitude des contraintes qui s'exercent sur la MRV en fonction des courants d'alimentation et de la vitesse de rotation. La modélisation des contraintes magnétiques, aérodynamiques et mécaniques a été présentée. Ceux-ci permettront par la suite de d'obtenir des critères d'optimisation menant aux placements et dimensionnements optimaux des actionneurs. Dans le chapitre sur la commande de ces actionneurs, ils permettront de simuler finement les contraintes perturbatrices du système afin de caractériser du point de vue de la réjection des perturbations les correcteurs proposés.

Un modèle mécanique basé sur l'analyse modale (somme de modes de résonance) de la machine électrique a été présenté. Celui-ci permettra d'obtenir un modèle linéaire représenté par une (ou plusieurs) fonctions de transfert dans les parties suivantes. L'influence de la carcasse (et par extension des flasques) a été introduite en superposant des modes propres parasites aux différentes fonctions de transfert. Ces modes de résonance parasites seront étudiés dans la cadre de l'analyse de la robustesse en stabilité des correcteurs puisque ceux-ci déstabilisent le système bouclé et par voie de conséquence réduisent les performances du correcteur.

Pour finir, différentes technologies de capteurs de vibrations ont été comparées vis à vis de la précision, des moyens de mise en oeuvre et de l'ordre de grandeur de prix. Le choix du capteur est un point sensible dans l'élaboration du correcteur car il va agir sur les performances du système bouclé. Dans la suite de ce mémoire, la mesure d'accélération sera effectuée par un accéléromètre piézoélectrique de la société DJB, associé à un amplificateur de charge possédant une fréquence de coupure à 10 kHz.



# DIMENSIONNEMENT ET PLACEMENT D'ACTIONNEURS PIÉZOÉLECTRIQUES

## 3.1. Des pastilles piézoélectriques utilisées en actionneurs

### 3.1.1. Qu'est ce que la piézoélectricité ?

La piézoélectricité, pressentie au milieu du XIXème siècle d'après les théories cristallographiques de René Just Haüy, a été mise en évidence à Paris en 1880 par les frères Pierre et Jacques Curie. Ces derniers montrèrent que les cristaux de quartz, topaze, tourmaline et sel de Rochelle génèrent une polarisation électrique sous contraintes mécaniques : c'est l'effet direct, figure 3.1.

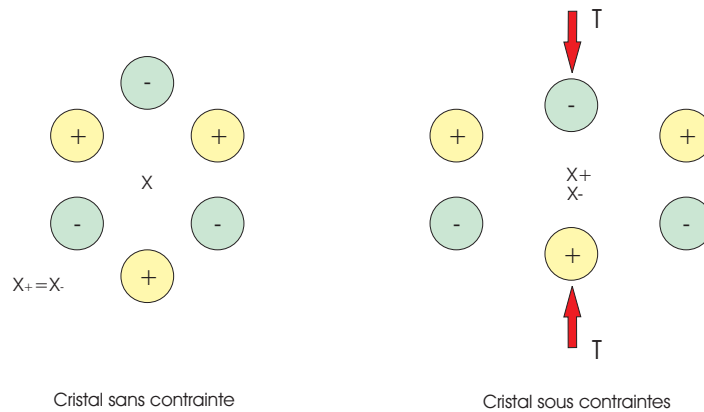


FIGURE 3.1 – Schéma simplifié d'un cristal piézoélectrique

En l'absence de contrainte, les barycentres des charges positives et négatives sont confondus. Cependant, sous l'action de contraintes extérieures, les barycentres des charges positives et négatives sont distincts. Il y a donc apparition d'un dipôle électrique et par voie de conséquence, apparition de charges électriques sur les électrodes. Ce mode de fonctionnement est utilisé par exemple, pour réaliser des capteurs d'effort.

La théorie des cristaux piézoélectriques fut déduite mathématiquement du premier principe fondamental de la thermodynamique par Lippmann en 1881. Immédiatement les frères Curie confirmèrent l'existence de l'effet piézoélectrique inverse. Ils apportèrent une preuve quantitative de la réversibilité complète de la déformation électro-mécanique dans les cristaux piézoélectriques. L'effet inverse est le mode de fonctionnement d'une pastille piézoélectrique dans lequel une application d'un champ électrique suivant la direction de polarisation induit une déformation principalement parallèle à ce champ. C'est ce mode de fonctionnement qui sera utilisé pour réaliser des actionneurs piézoélectriques.

L'effet piézoélectrique est un phénomène anisotrope et ne peut exister que dans des cristaux n'ayant pas de centre de symétrie cristalline ; ceci est le cas pour certaines céramiques lorsqu'on les amène au point de Curie. On vient alors appliquer un fort champ électrique tout en refroidissant le matériau. Cela a pour conséquence d'aligner tous les dipôles élémentaires microscopiques et de garder une polarisation macroscopique. A partir de ce moment, le matériau devient piézoélectrique et est susceptible de

convertir une énergie mécanique en énergie électrique et inversement. Les matériaux piézoélectriques les plus communs sont le Plomb-Zirconate-Titanate (PZT) comme céramique et le Polyvinylidène fluorure comme polymère.

La direction et l'amplitude de la déformation générée par la pastille piézoélectrique dépendent de la direction de polarisation et sont liées aux équations constitutives des matériaux, qui sont dans le cas général, anisotropes. Cependant, par process industriel certaines directions peuvent être privilégiées afin de rendre le matériau compatible avec l'application visée.

### 3.1.2. Les équations de la piézoélectricité

Les pastilles piézoélectriques couramment rencontrées dans les processus industriels sont des matériaux mécaniques élastiques. Sous l'action de faibles contraintes (domaine élastique), la loi de Hooke permet de déterminer le champ de déformée  $S$  en fonction de la contrainte  $T$  [ $N/m^2$ ] :

$$\vec{S} = s \vec{T} \quad (3.1)$$

Les pastilles piézoélectriques usuelles possèdent de plus un comportement du type diélectrique. Pour les matériaux diélectriques, il est ainsi possible de définir le champ électrique appliqué  $E$  [ $V/m$ ] par rapport à l'induction diélectrique  $D$  [ $Coulomb/m^2$ ] :

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E} \quad (3.2)$$

Un piézoélectrique est un matériau électro-actif, ce qui signifie qu'il possède une loi de comportement reliant les grandeurs mécaniques ( $S$ ,  $T$ ) aux grandeurs électriques ( $D$ ,  $E$ ) [77] :

$$\vec{S} = d^T \vec{E} + s^E \vec{T} \quad (3.3)$$

$$\vec{D} = d^E \vec{T} + \epsilon^T \vec{E} \quad (3.4)$$

$d^T$  : Matrice de constante de charge mesurée sous contrainte constante [ $Coulomb/N$ ]

$d^E$  : Matrice de constante de charge mesurée sous champ électrique constant [ $m/V$ ]

$s^E$  : Matrice de souplesse mesurée sous champ électrique constant [ $m^2/N$ ]

$\epsilon^T$  : Matrice diélectrique mesurée sous contrainte constante [ $F/m$ ]

Le couplage électrique-mécanique est caractérisé par les matrices piézoélectriques  $d^T$  et  $d^E$ . Les matrices  $s^E$  et  $\epsilon^T$  reflètent les propriétés mécaniques et diélectriques intrinsèques de l'élément piézoélectrique.

Toutes ces matrices sont définies suivant des directions normalisées [77] représentées sur la figure 3.2 :

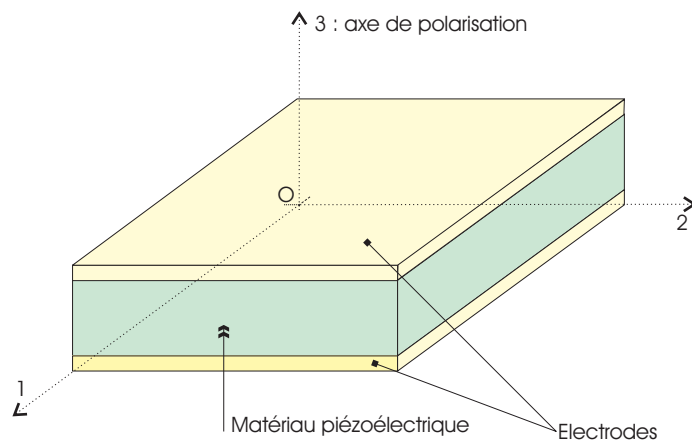


FIGURE 3.2 – Référentiel de polarisation d'une pastille PZT

La direction 3 sera toujours prise comme la direction de polarisation du matériau piézoélectrique.

Un exemple de déformée générée par l'effet piézoélectrique avec une polarisation de celui-ci a été représenté sur la figure 3.3 :

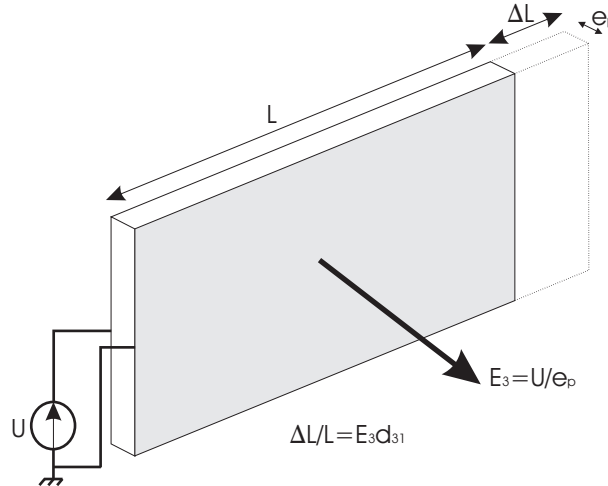


FIGURE 3.3 – Fonctionnement en actionneur pour un allongement perpendiculaire à la direction de polarisation

Une tension est appliquée sur des électrodes perpendiculaires à la direction de polarisation (axe 3). Il en résulte une déformation  $S_{31}$  suivant l'axe 1 qui dépend de la matrice  $d^T$  et plus particulièrement du coefficient  $d_{31}$ .

Il existe d'autres matrices de coefficients qui définissent le matériau qui dépendent de la condition d'utilisation (effet direct ou indirect) et la manière dont il est utilisé.

### 3.1.3. Le matériau piézoélectrique utilisé comme actionneur

L'expression 3.4 modélise le comportement d'un actionneur piézoélectrique. Dans l'équation suivante, l'équation 3.3 a été développé afin de faire apparaître les coefficients utiles pour l'actionneur qui sera utilisé dans ce mémoire. Pour les matériaux piézoélectriques utilisés, les matrices sont :

$$\begin{pmatrix} S_{11} \\ S_{22} \\ S_{33} \\ 2S_{23} \\ 2S_{13} \\ 2S_{12} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} & 0 & 0 & 0 \\ s_{12} & s_{22} & s_{23} & 0 & 0 & 0 \\ s_{13} & s_{23} & s_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & s_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & s_{66} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} T_{11} \\ T_{22} \\ T_{33} \\ T_{23} \\ T_{13} \\ T_{12} \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & d_{31} \\ 0 & 0 & d_{32} \\ 0 & 0 & d_{33} \\ 0 & d_{24} & 0 \\ d_{15} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{pmatrix} \quad (3.5)$$

Pour notre application, il a été choisi un matériau du type PZT P1-94 de la firme St-Gobain [78] dont les principales caractéristiques sont données ci-dessous :

TABLE 3.1 – Caractéristiques du PZT P1-94

Grandeur	Symbole	Valeur	Dimension
Masse volumique	$\rho$	7.9	$10^3 \text{ kg.m}^{-3}$
Coefficient de Poisson	$\nu$	0.35	
Température de Curie	$T_c$	185	°C
Constante diélectrique relative	$\frac{\epsilon_{33}}{\epsilon_0}$	4500	
	$\frac{\epsilon_{11}}{\epsilon_0}$	4000	
Coefficient de couplage	k	0.7	
Coefficient de charge	$d_{31}$	-305	$10^{-12} \text{ m.V}^{-1}$
	$d_{33}$	640	$10^{-12} \text{ m.V}^{-1}$
	$d_{15}$	554	$10^{-12} \text{ m.V}^{-1}$
Résonance en épaisseur	$N_{3t}$	2000	kHz.mm
Résonance transversale	$N_1$	1380	kHz.mm
Compliance à champ constant	$s_{11}^E$	15.27	$10^{-12} \text{ m}^2.\text{N}^{-1}$
	$s_{12}^E$	-5.46	$10^{-12} \text{ m}^2.\text{N}^{-1}$
	$s_{13}^E$	-7.37	$10^{-12} \text{ m}^2.\text{N}^{-1}$
	$s_{33}^E$	18.3	$10^{-12} \text{ m}^2.\text{N}^{-1}$
	$s_{44}^E$	26.69	$10^{-12} \text{ m}^2.\text{N}^{-1}$
	$s_{66}^E$	41.46	$10^{-12} \text{ m}^2.\text{N}^{-1}$

Les coefficients n'ayant pas été donnés explicitement se déduisent des coefficients déjà définis, [78] et [79].

La documentation constructeur fait apparaître deux termes  $N_{3t}$  et  $N_1$  correspondant respectivement aux résonances d'épaisseur et transversale de l'actionneur seul, figure 3.4.

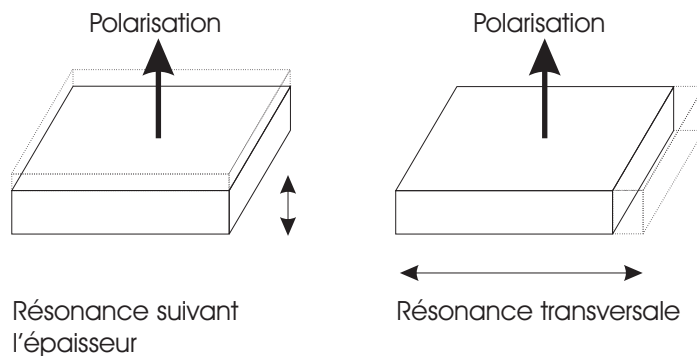


FIGURE 3.4 – Résonances suivant l'épaisseur et transversale pour une plaque mince

Pour un actionneur d'épaisseur 2 mm, de largeur 12 mm et de longueur 40 mm (comme ceux utilisés dans notre application), les fréquences associées à ces résonances correspondent à 1 MHz, 115 kHz et 34.5 kHz. Cet actionneur pourra donc être considéré vis à vis des fréquences mises en jeu dans notre système (quelques kHz) comme quasi-statique suivant l'épaisseur et la largeur. Cependant, suivant la longueur, l'hypothèse de quasi-staticité est plus contestable. Expérimentalement, cette fréquence de résonance apparaîtra dans tous les relevés et pourra déstabiliser le système si le gain du correcteur alimentant les actionneurs possède une mauvaise marge de phase à cette fréquence.

D'autres paramètres influent sur l'efficacité de la pastille : champ électrique, température, vieillissement rapide, homogénéité, etc. Cependant, dans le cadre de notre étude, ces différents paramètres seront négligés (les champs électriques appliqués à nos actionneurs sont de l'ordre de 100 V/m soit très inférieurs à la limite de 1000 V/m imposée par le matériau).

### 3.1.4. Forces générées par les actionneurs piézoélectriques sur la structure

#### 3.1.4.1. Force généralisée dans le cas d'un problème plan

Afin de mieux comprendre les phénomènes mis en jeu, un modèle à deux dimensions est développé en premier lieu, figure 3.5. L'action des actionneurs piézoélectriques peut se modéliser par des moments de flexion  $M_\theta$  sur ses extrémités. Ces moments vont courber la structure mécanique et donc la déformer.

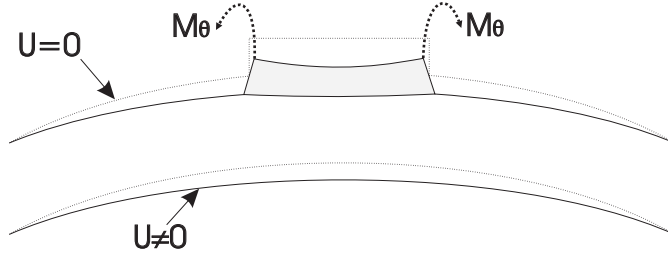


FIGURE 3.5 – Moments de flexion générés par l'actionneur piézoélectrique

L'actionneur piézoélectrique, défini géométriquement par son épaisseur  $e_{PZT}$  et sa largeur  $la_{PZT}$  (largeur suivant l'axe  $x$ ), est collé sur le stator de la machine représenté par un cylindre creux d'épaisseur  $e_{cm}$ . La couche de colle est modélisée par une épaisseur  $e_{colle}$ , figure 3.6.

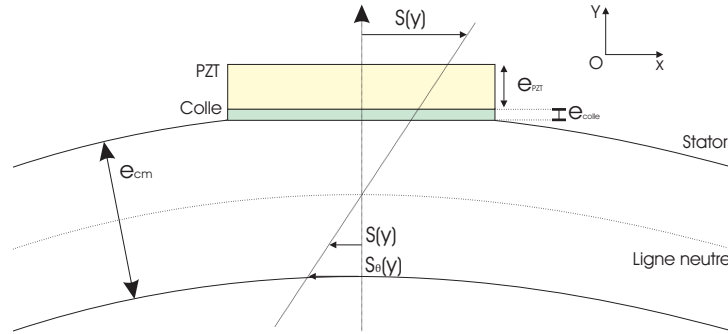


FIGURE 3.6 – Schéma de principe de l'actionneur piézoélectrique sur le stator de la MRV

La dissymétrie de la structure impose de calculer une ligne neutre ne passant pas par le milieu du cylindre creux, [15], [80] :

$$R_{ln} = R_m + \frac{e_{cm}}{2} \frac{1 + \beta\eta(\eta + 2)}{1 + \beta\eta} \quad (3.6)$$

Où  $\eta = \frac{e_{PZT}}{e_{cm}}$  et  $\beta = \frac{Y_{PZT}}{Y_m}$  avec  $Y_{PZT}$  le module d'Young de l'actionneur piézoélectrique et  $Y_m$  celui du stator de la machine.  $R_{ln}$  et  $R_m$  sont les rayons de la ligne neutre avec actionneur et le rayon extérieur du stator de la machine (i.e. le rayon où se trouve l'actionneur si l'on néglige l'épaisseur de la colle). Le déplacement relatif de la ligne neutre reste négligeable surtout dans le cas de machines avec des épaisseurs de culasse importantes. Nous négligeons dans un premier temps, l'épaisseur de la colle et la ligne neutre est placée au rayon moyen du cylindre creux. Dans la suite de ce mémoire, la ligne neutre passera par le milieu de la culasse statorique.

Nous nous intéressons au calcul de la force généralisée intervenant dans l'équation 2.18 et qui permet de modéliser l'effet de l'actionneur sur la structure. Afin de calculer cette force généralisée, nous appliquons le théorème du moment cinétique le long de l'axe  $y$  qui traverse le stator, la colle et l'actionneur afin de calculer le moment de flexion. Puis, par intégration, nous en déduisons la force généralisée qui s'exerce sur le stator.

La contrainte  $T_m$  dans le stator s'écrit en fonction de la déformée :

$$T_m(y) = Y_m S(y) \quad (3.7)$$

De même, la contrainte dans la pastille s'écrit :

$$T_{PZT}(y) = Y_{PZT}(S(y) - d_{31} \frac{U_{PZT}}{e_{PZT}}) \quad (3.8)$$

Le terme  $d_{31}$  tiré de l'équation 3.5 traduit le couplage mécanique/électrique de l'actionneur. Dans cette même équation, le terme  $\frac{U_{PZT}}{e_{PZT}}$  n'est autre que le champ électrique  $E_3$  appliqué à la pastille. De plus, dans ce cas simple, le module d'Young de la pastille est déduit à partir de la matrice (donnée par le constructeur)  $[s]^E$  par  $Y_{PZT} = \frac{1}{s_{11}}$ .

Nous supposons que la déformée dans le stator et l'actionneur s'écrit de façon linéaire en  $y$  en fonction de la déformée à l'interface stator/actionneur  $S_\theta$  supposée continue. Cette déformée vaudra 0 lorsque l'on se trouve sur la ligne neutre et  $S_\theta$  à l'interface, soit :

$$S(y) = \frac{S_\theta}{\frac{e_{cm}}{2}} y \quad (3.9)$$

Le système étant en position statique, le théorème du moment cinétique s'écrit :

$$\int_{-e_{cm}/2}^{e_{cm}/2} T_m(y) y dy + \int_{e_{cm}/2}^{e_{cm}/2 + e_{PZT}} T_{PZT}(y) y dy = 0 \quad (3.10)$$

Une fois le calcul effectué, la déformée à l'interface  $S_\theta$  peut être déterminée en fonction de paramètres normalisés  $\beta = \frac{Y_{PZT}}{Y_m}$  et  $\eta = \frac{e_{PZT}}{e_{cm}}$  :

$$S_\theta = \frac{3\beta\eta(\eta + 1)}{1 + \beta(3\eta + 6\eta^2 + 4\eta^3)} d_{31} \frac{U_{PZT}}{e_{PZT}} \quad (3.11)$$

L'équation 3.11 permet de mettre en évidence l'influence des propriétés de l'actionneur ( $e_{PZT}$  et  $Y_{PZT}$ ) sur la déformée à l'interface. Il est alors possible d'optimiser ces paramètres afin de maximiser cette même déformée et par voie de conséquence, maximiser l'influence de l'actionneur sur le stator de la machine, figure 3.7.

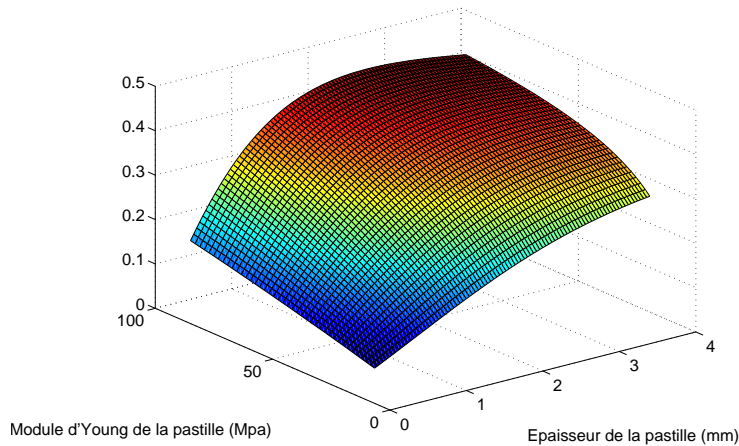


FIGURE 3.7 – Influence de l'épaisseur et du module d'Young de l'actionneur sur la déformée à champ électrique constant

La figure 3.7 montre que l'on tire avantage à avoir le module d'Young de l'actionneur piézoélectrique le plus grand possible. En effet, un actionneur trop flexible sur une structure plus rigide que lui aura de grandes difficultés à imposer une déformée à la structure. Cependant, ce paramètre est limité

technologiquement. Pour les actionneurs utilisés dans cette application, le module d'Young vaut 65 GPa ( $Y_{PZT} = \frac{1}{s_{11}}$ ) en comparaison des 196 GPa du stator de la machine.

A module d'Young de l'actionneur fixé (65 GPa), la figure 3.8 montre l'influence de l'épaisseur de l'actionneur sur la déformée.

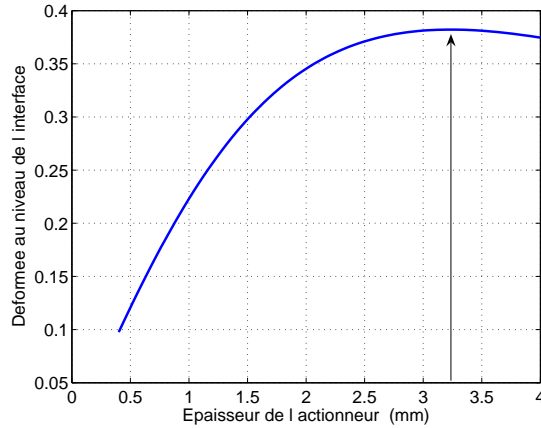


FIGURE 3.8 – Influence de l'épaisseur ( $Y_{PZT} = 65$  GPa) sur la déformée à  $\frac{U_{PZT}}{e_{PZT}}$  constant

Il existe, à dimensions et propriétés du stator données, une valeur optimale de l'épaisseur de l'actionneur. Pour une épaisseur de culasse statorique de 4 mm, ce maximum se situe autour de 3.1 mm. Il est à remarquer que la valeur de la déformée décroît très rapidement pour des valeurs d'épaisseur d'actionneurs inférieures à la valeur optimale, d'épaisseur plus grandes. Ceci a pour incidence que l'on pourra se fixer des épaisseurs de pastilles légèrement supérieures à l'optimal sans faire décroître de manière sensible cette dernière. La valeur maximale de l'épaisseur de l'actionneur sera déterminée selon le champ maximum admissible dans celui-ci et par la tension de l'alimentation de l'actionneur. Pour un champ maximum de 300 V/mm (donnée constructeur) et une tension d'alimentation de 10 V (limitation matérielle), cela correspond à une épaisseur maximale envisageable de 30 mm.

Le moment linéique  $M_\theta$  créé par l'actionneur et agissant sur le stator s'exprime par :

$$M_\theta = \int_{-e_{cm}/2}^{e_{cm}/2} T_m(y)y dy = \frac{Y_m e_{cm}^2}{2} \frac{\beta\eta(\eta+1)}{1 + \beta(3\eta + 6\eta^2 + 4\eta^3)} d_{31} \frac{U_{PZT}}{e_{PZT}} = K_\theta \frac{U_{PZT}}{e_{PZT}} \quad (3.12)$$

Le moment généré par les actionneurs ne s'exerce qu'entre les angles mécaniques  $\theta_1$  et  $\theta_2$  (ces angles correspondant aux coordonnées cylindriques de l'actionneur). C'est ainsi qu'une fonction incluant des variables d'espace, dans ce cas présent, la variable  $\theta$  est utilisée :

$$M_\theta(\theta) = K_\theta \frac{U_{PZT}}{e_{PZT}} [h(\theta - \theta_1) - h(\theta - \theta_2)] \quad (3.13)$$

où  $h(\theta)$  est l'échelon d'Heaviside.

Pour finir, la force généralisée  $f_i$  pour le mode  $i$  s'exprime à partir du calcul des efforts extérieurs comme suit :

$$f_i(\theta) = \int_S \frac{1}{R_{ln}^2} \frac{\partial^2 M_\theta(\theta)}{\partial \theta^2} \chi(\theta) dS \quad (3.14)$$

où  $\chi(\theta)$  est la fonction de Ritz correspondant à la déformée modale considérée, équation 2.17.

Après intégration, la force généralisée s'écrit :

$$f_i(\theta) = \frac{1}{R_{in}^2} K_\theta \frac{U_{PZT}}{e_{PZT}} (\dot{\chi}(\theta_2) - \dot{\chi}(\theta_1)) \quad (3.15)$$

L'expression de cette force généralisée sera utilisée dans la suite pour caractériser l'échange mécanique entre l'actionneur et la structure. Ainsi, les placements et dimensionnement optimaux revient à maximiser cette force généralisée de l'actionneur sur la structure.

### 3.1.4.2. Pose et collage de l'actionneur piézoélectrique

La pose et le collage de l'actionneur piézoélectrique sur la structure sont des points cruciaux. Dans la suite, nous allons étudier l'influence du collage sur les performances de la structure. Pour ce faire, nous utiliserons la même méthode que précédemment en ajoutant une relation contrainte/déformée correspondant à la couche de colle :

$$T_c(y) = Y_c S(y) \quad (3.16)$$

avec  $Y_c$  le module d'Young de la colle. Le théorème du moment cinétique appliqué à l'actionneur et le stator de la machine en considérant l'ajout d'une couche de colle est tel que [46] :

$$\int_{-e_{cm}/2}^{e_{cm}/2} T_m(y)y dy + \int_{e_{cm}/2}^{e_{cm}/2+e_{colle}} T_c(y)y dy + \int_{e_{cm}/2+e_{colle}}^{e_{cm}/2+e_{colle}+e_{PZT}} T_{PZT}(y)y dy = 0 \quad (3.17)$$

Tout calcul effectué, la déformée à l'interface entre le stator et la couche de colle s'écrit :

$$T_\theta = \frac{3\beta\eta(\eta + 1 + 2\xi)}{1 + \alpha(3\xi + 6\xi^2 + 4\xi^3) + \beta(3\eta + 12\eta\xi^2 + 12\eta\xi + 6\eta^2 + 12\eta^2\xi + 4\eta^3)} d_{31} \frac{U_{PZT}}{e_{PZT}} \quad (3.18)$$

avec  $\alpha = \frac{Y_c}{Y_m}$  et  $\xi = \frac{e_{colle}}{e_{cm}}$ .

Sur la figure 3.9, l'influence de l'épaisseur de la couche de colle et de son module d'Young sur la déformée a été simulée.

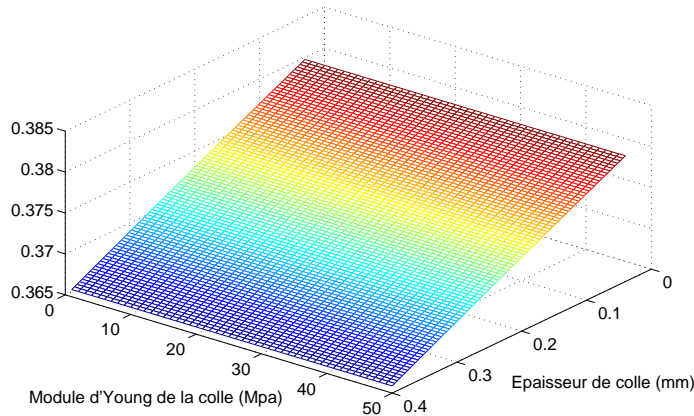


FIGURE 3.9 – Influence de l'épaisseur et du module d'Young de l'actionneur sur la déformée à champ électrique constant

L'épaisseur de la couche de colle, si elle est raisonnable (quelques dixièmes de l'épaisseur de la culasse) ne joue pas un rôle déterminant sur la déformée. Doubler l'épaisseur de la couche de colle (de 0.2 mm à 0.4 mm) ne diminue que de 2.5% la contrainte. Il en ressort cependant, que cette couche de colle doit être la plus fine possible afin de ne pas dégrader les performances. En revanche, le module d'Young n'a que peu d'influence sur celles-ci.

La durée de vie (décollage de l'actionneur) est également un critère de choix. Cependant les efforts en cisaillement engendrés par ces actionneurs (de l'ordre de 0.1 N/mm) restent très inférieurs aux limites en cisaillement des colles industrielles (de l'ordre de 50 N/mm), [15].

La pose de l'actionneur sur la structure est également un critère déterminant quant à l'efficacité de la méthode de compensation, figure 3.10.

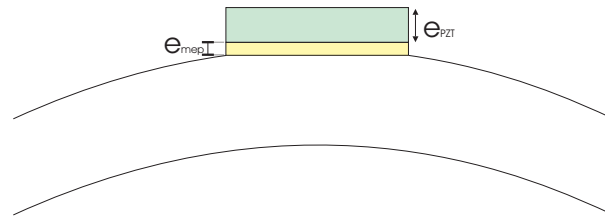


FIGURE 3.10 – Géométrie d'étude pour l'influence de l'épaisseur du méplat

$e_{mep}$  représente l'épaisseur du méplat et  $e_{PzT}$ , l'épaisseur de l'actionneur piézoélectrique. Sur la figure 3.11 a été simulé par Eléments Finis l'influence sur la déformée vibratoire de l'épaisseur du méplat.

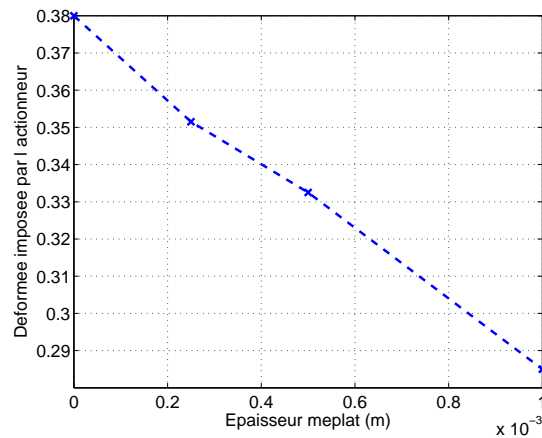


FIGURE 3.11 – Influence de l'épaisseur du méplat sur la compensation de l'accélération vibratoire

Nous observons sur la figure 3.11, que la déformée vibratoire diminue avec l'accroissement de l'épaisseur du méplat statorique. Ainsi, la meilleure pose de l'actionneur piézoélectrique correspond à un actionneur qui se situe au plus près de la structure à contrôler. Pour les différentes machines construites durant cette thèse, les actionneurs seront placés avec une épaisseur de méplat nulle (au plus près de la matière).

### 3.1.4.3. Extension au cas 3D

Dans cette partie, nous nous intéressons au calcul de la force généralisée en considérant la pastille suivant toutes ses dimensions. L'actionneur piézoélectrique est collé sur le stator de la machine et a pour longueur  $L_{PZT}$  et comme ouverture angulaire  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  (ce qui correspond à la longueur  $la_{PZT}$ ). Cet actionneur crée des moments  $M_\theta$  (dans le plan) et  $M_z$  dans la longueur, figure 3.12.

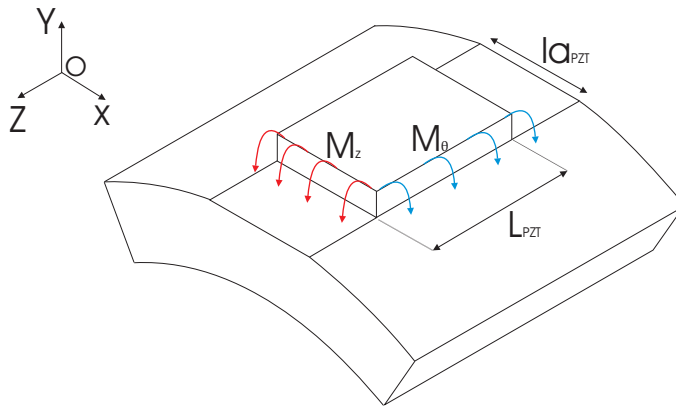


FIGURE 3.12 – Définition des moments 3D d'une pastille PZT utilisée en actionneur

La démarche pour trouver la force généralisée est la même que pour la section 3.1.4.1. A partir de la loi de Hooke, nous allons définir les relations déformées/contraintes, cette fois ci suivant plusieurs directions. Le théorème des moments nous permettra de calculer les déformées aux interfaces, puis les moments générés. Enfin, la force généralisée sera déduite de ces moments.

L'écriture de la loi de Hooke dans le stator pour un cas à plusieurs dimensions s'écrit :

$$T_{m,\theta} = \frac{Y_m}{1 - \nu_m^2} (S_\theta(y) + \nu_m S_z(y)) \quad (3.19)$$

$$T_{m,z} = \frac{Y_m}{1 - \nu_m^2} (S_z(y) + \nu_m S_\theta(y)) \quad (3.20)$$

avec  $\nu_m$ , le coefficient de Poisson du stator de la machine. Les deux coefficients piézoélectriques  $d_{31}$  et  $d_{32}$  étant égaux, la loi de Hooke pour l'actionneur s'écrit :

$$T_{PZT,\theta} = \frac{Y_{PZT}}{1 - \nu_{PZT}^2} (S_\theta(y) + \nu_{PZT} S_z(y) - d_{31} \frac{U_{PZT}}{e_{PZT}}) \quad (3.21)$$

$$T_{PZT,z} = \frac{Y_{PZT}}{1 - \nu_{PZT}^2} (S_z(y) + \nu_{PZT} S_\theta(y) - d_{31} \frac{U_{PZT}}{e_{PZT}}) \quad (3.22)$$

avec  $\nu_{PZT}$ , le coefficient de Poisson de l'actionneur piézoélectrique. Comme précédemment, les déformées au niveau de la ligne neutre sont nulles et valent  $S_{\theta,0}$  et  $S_{z,0}$  au niveau de l'interface entre le stator et l'actionneur. Ainsi, les déformées s'écrivent :

$$S_\theta(y) = \frac{S_{\theta,0}}{\frac{e_{cm}}{2}} y \quad (3.23)$$

$$S_z(y) = \frac{S_{z,0}}{\frac{e_{cm}}{2}} y \quad (3.24)$$

Le théorème du moment peut alors s'écrire en projection sur les deux axes :

$$\int_{-e_{cm}/2}^{e_{cm}/2} T_{m,\theta}(y) y dy + \int_{e_{cm}/2}^{e_{cm}/2 + e_{PZT}} T_{PZT,\theta}(y) y dy = 0 \quad (3.25)$$

$$\int_{-e_{cm}/2}^{e_{cm}/2} T_{m,z}(y) y dy + \int_{e_{cm}/2}^{e_{cm}/2 + e_{PZT}} T_{PZT,z}(y) y dy = 0 \quad (3.26)$$

Une fois le calcul effectué, on exprime  $S_{\theta,0}$  et  $S_{z,0}$  en fonction des paramètres géométriques et des caractéristiques des matériaux :

$$S_{\theta,0} = S_{z,0} = \frac{3\beta(1 + \nu_m)\eta(\eta + 1)}{1 + \frac{1+\nu_{PZT}}{1+\nu_m}\beta(4\eta^3 + 6\eta^2 + 3\eta)} d_{31} \frac{U_{PZT}}{e_{PZT}} \quad (3.27)$$

avec  $\eta = \frac{e_{PZT}}{e_m}$  et  $\beta = \frac{Y_{PZT}}{Y_m} \frac{1-\nu_m^2}{1-\nu_{PZT}^2}$ .

De même que pour le cas plan, le moment de flexion qui s'exerce sur le stator s'exprime :

$$M_\theta(z, \theta) = K_\theta \frac{U_{PZT}}{e_{PZT}} [h(\theta - \theta_1) - h(\theta - \theta_2)] \left[ h\left(z - \frac{L_{PZT}}{2}\right) - h\left(z + \frac{L_{PZT}}{2}\right) \right] \quad (3.28)$$

$$M_z(z, \theta) = K_z \frac{U_{PZT}}{e_{PZT}} [h(\theta - \theta_1) - h(\theta - \theta_2)] \left[ h\left(z - \frac{L_{PZT}}{2}\right) - h\left(z + \frac{L_{PZT}}{2}\right) \right] \quad (3.29)$$

où  $h(\theta)$  et  $h(z)$  sont les échelons d'Heaviside.

Pour finir, la force généralisée s'énonce comme suit :

$$f_i(\theta) = \int_S \left( \frac{1}{R_{ln}^2} \frac{\partial^2 M_\theta(\theta)}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 M_z(\theta)}{\partial z^2} \right) \chi(z, \theta) dS \quad (3.30)$$

où  $\chi(z, \theta)$  est la fonction de Ritz correspondant à la déformée modale considérée, équation 2.17. Cette fonction peut s'exprimer en fonction de deux fonctions orthogonales  $\chi_\theta(\theta)$  et  $\chi_z(z)$  telle que  $\chi(z, \theta) = \chi_\theta(\theta)\chi_z(z)$ .

Après intégration, la force généralisée s'écrit :

$$f_i(\theta) = \frac{1}{R_{ln}^2} K_\theta \frac{U_{PZT}}{e_{PZT}} (\dot{\chi}(\theta_2) - \dot{\chi}(\theta_1)) \int_{-\frac{L_{PZT}}{2}}^{\frac{L_{PZT}}{2}} \chi_z(z) dz + K_z \frac{U_{PZT}}{e_{PZT}} \left( \dot{\chi}\left(\frac{L_{PZT}}{2}\right) - \dot{\chi}\left(-\frac{L_{PZT}}{2}\right) \right) \int_{\theta_1}^{\theta_2} \chi_\theta(\theta) d\theta \quad (3.31)$$

Cette expression nous permet d'obtenir une formulation analytique de la force généralisée qui s'exerce sur le stator de la machine dans un cas 3D. C'est à partir de la maximisation de cette force que nous allons optimiser la taille et le placement des actionneurs piézoélectriques dans le cas 3D.

## 3.2. Dimensionnement et placement des actionneurs piézoélectriques

### 3.2.1. Optimisation par un algorithme génétique

Dans la partie précédente, section 3.1.3, une expression de la force développée exercée par l'actionneur piézoélectrique a été obtenue, faisant apparaître l'influence des paramètres géométriques de l'actionneur. Le but de ce paragraphe est d'optimiser ces paramètres afin de maximiser la force généralisée qui s'applique sur le stator. De plus, le positionnement de l'actionneur joue un rôle prépondérant dans la maximisation de la force généralisée. En effet, un actionneur optimisé géométriquement mais placé dans un noeud de vibration d'un mode n'aura strictement aucun effet sur la déformée de ce mode. Dans le tableau suivant sont résumés les paramètres à optimiser :

Paramètre	Symbole
Nombre d'actionneurs	$N_p$
Epaisseur de l'actionneur	$e_{PZT}$
Largeur de l'actionneur	$la_{PZT}$
Longueur de l'actionneur	$L_{PZT}$
La position angulaire	$\theta_0$

Ce problème d'optimisation est un problème fortement non-linéaire en fonction de ces paramètres (force généralisée, fonction d'approximation des déformées, etc.). De plus, il n'existe pas une solution unique (problème non convexe) car plusieurs configurations de dimensions et de placements peuvent donner une même atténuation de la vibration d'un mode. Pour ces raisons, il a été décidé d'utiliser un algorithme non déterministe, du type algorithme génétique (Non Dominated Sorting Genetic Algorithm-II, [29, 81, 82, 83]). Cet algorithme permet en outre de considérer plusieurs modes vibratoires en même temps et d'explorer des "solutions exotiques" auxquelles nous n'aurions pas forcément pensé de prime abord.

Le schéma de principe de cet algorithme est détaillé sur la figure ci-dessous, figure 3.13 :

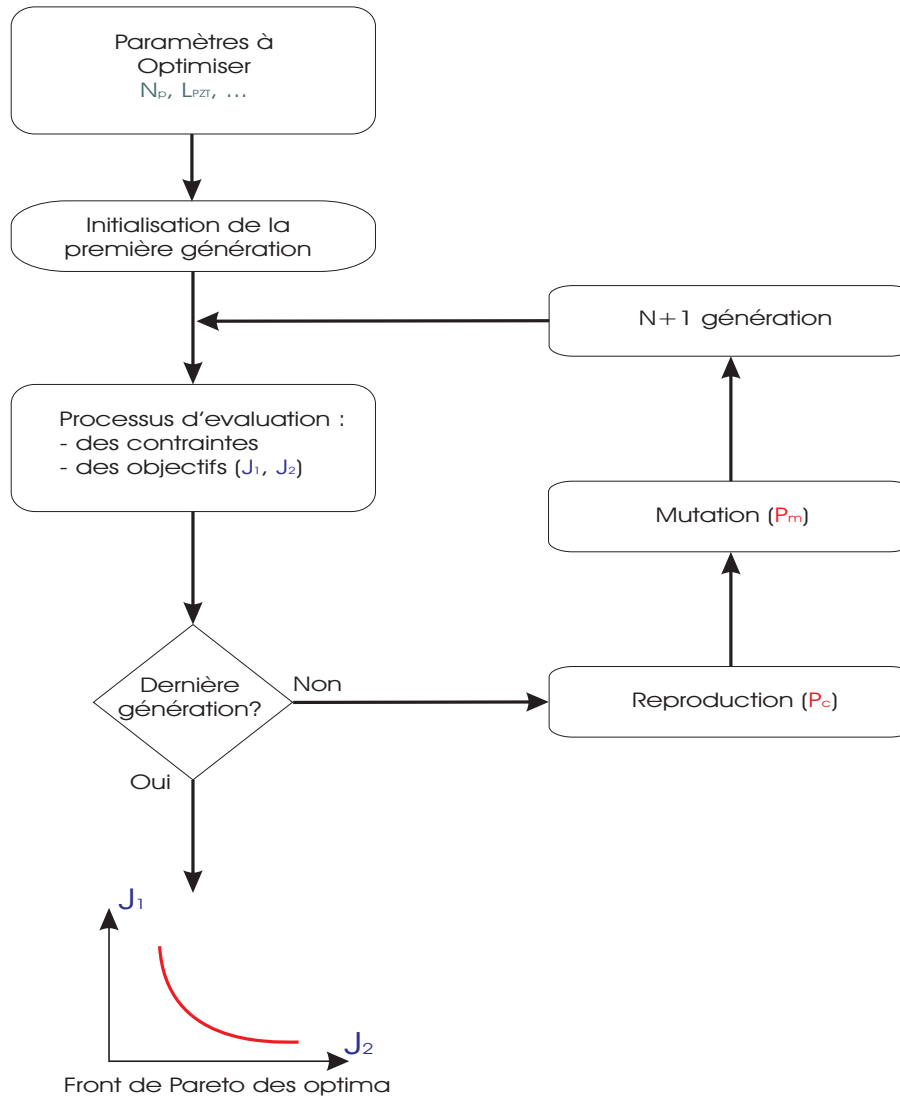


FIGURE 3.13 – Schéma de principe d'un algorithme génétique

Une génération est définie par les individus qui la composent. Chaque individu est un jeu des paramètres à optimiser. Ces paramètres sont définis comme les chromosomes de ces individus, figure 3.14 :

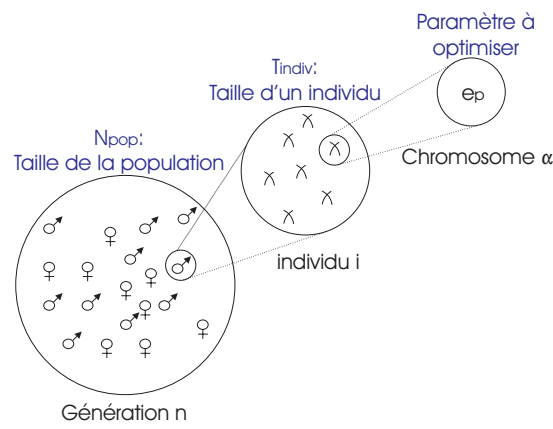


FIGURE 3.14 – Définition d'une génération d'optimisation

Le passage d'une génération à l'autre se fait via une première étape de sélection. Les fonctions objectifs et contraintes sont calculées pour chaque individu afin d'établir une liste des meilleurs individus. Ces meilleurs individus vont alors être privilégiés lors du processus de croisement. Deux individus (les parents) forment alors deux nouveaux individus (les enfants) ayant les meilleures caractéristiques des parents. Chaque croisement est soumis à une loi de probabilité ( $P_c$ ) qui valide ou non le croisement. Ensuite, chaque individu va être soumis à une loi de probabilité de mutation ( $P_m$ ). Les chromosomes d'un où plusieurs individus peuvent spontanément muter (modification de leurs chromosomes).

Le cycle se reboucle alors pour un nombre limité de génération ( $N_{gene}$ ) devant garantir la convergence des individus vers des individus optimaux. Le choix de ces paramètres n'est pas exact. Il existe donc des règles empiriques permettant d'ajuster "au mieux" ces paramètres, résumées dans le tableau 3.3

TABLE 3.3 – Paramètres de réglages de l'algorithme

Paramètre	Symbole	Déterminé par	Valeur numérique
Taille d'un individu	$T_{indiv}$	Nombre de paramètres à optimiser	
Taille de la population	$N_{pop}$	Taille d'un individu	10 à 20 fois $T_{indiv}$
Nombre de génération	$N_{gene}$	Taille d'un individu	supérieur ou égal à $N_{pop}$
Probabilité de croisement	$P_c$	Convergence ou non	80%
Probabilité de mutation	$P_m$	Convergence ou non	5%

Dans notre application, chaque individu possède les variables d'optimisation définies dans le tableau 3.2.

Les objectifs correspondent à des grandeurs reflétant ce qu'est un bon individu et donc un actionneur optimal. Dans cette application, il est alors judicieux de prendre le nombre d'actionneurs piézoélectriques  $N_p$  et une grandeur représentant l'influence sur les vibrations de ces actionneurs. Nous pouvons prévoir qu'un nombre "infini" d'actionneur collés sur le stator permettra d'annuler les vibrations et que si aucun actionneur n'est collé, l'influence sur les vibrations sera nulle. Le nombre d'actionneurs et l'influence sur les vibrations semblent alors être deux critères contradictoires ce qui aura pour conséquence de donner un front de Pareto composé de compromis entre le nombre d'actionneurs et leurs influences. Il sera alors du ressort du concepteur de choisir une ou plusieurs configurations pour son application.

Les contraintes quant à elles découlent de considérations géométriques. En effet, deux actionneurs ne peuvent se chevaucher et la somme angulaire de toutes les pastilles ne peut dépasser  $2\pi$ .

### 3.2.2. Un premier critère énergétique

Afin de calculer les configurations optimales d'actionneurs, il nous faut dans un premier temps définir nos deux objectifs ( $J_1$  et  $J_2$ ). Le premier objectif choisi est le nombre d'actionneurs. En effet, il est souhaitable d'avoir une bonne diminution des vibrations tout en ayant le moins d'actionneurs ( $J_1$ ) pour simplifier la commande. Le problème du dimensionnement et du placement d'actionneurs sur une plaque a souvent été traité en automatique [23, 24, 25, 27]. Dans ce cadre, le second critère qui est souvent utilisé correspond à la maximisation de l'énergie échangée entre les actionneurs et les différents modes de vibration de la structure. Autrement dit, nous cherchons à optimiser la conception et le placement d'un actionneur afin que pour une position donnée, il minimise l'énergie nécessaire ( $J_2$ ) à amener de l'état  $x_0$  à l'état  $x_1$  le système pour un temps fixé,  $T_f$ .

#### 3.2.2.1. Représentation d'état du système de vibration

Afin d'exprimer ce second critère, il nous faut mettre le système sous la forme de variables d'état. Pour cela, nous utilisons la modélisation mécanique développée dans la section 2.5 et la modélisation de la force généralisée générée par l'actionneur sur la structure, section 3.1.3 :

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (3.32)$$

$$y = Cx \quad (3.33)$$

$x$  est le vecteur d'état définis pour chaque mode par :

$$x = (\omega_2^2 d_2 \ \omega_2 \dot{d}_2 \ \dots \ \omega_i^2 d_i \ \omega_i \dot{d}_i)^t \quad (3.34)$$

avec  $d_i$  le déplacement vibratoire pour le  $i$ -ème mode,  $\omega_i$  la pulsation du mode  $i$  et  $\dot{d}_i$  la vitesse vibratoire pour le  $i$ -ème mode.  $A$  est la matrice du système représentant la réponse libre mécanique du stator pour chaque mode considéré :

$$A = \text{diag}(A_i) \quad (3.35)$$

$A_i$  est une matrice diagonale qui contient l'influence d'un mode de la structure :

$$A_i = \begin{pmatrix} 0 & \omega_i \\ -\omega_i & -2m_i\omega_i \end{pmatrix} \quad (3.36)$$

avec  $\omega_i$  la  $i$ -ème pulsation de résonance et  $m_i$ , le coefficient d'amortissement du mode associé. Ce coefficient ne peut être déterminé que par une étude expérimentale. Pour ce type d'application, il prend des valeurs comprises entre 1 et 3% [84].

$B$  est la matrice de commande qui représente l'effet de l'actionneur sur la structure pour chaque mode et pour les  $N_p$  actionneurs :

$$B = \begin{pmatrix} \overbrace{0 \quad \dots \quad 0}^{N_p \text{ PZT actionneurs}} \\ b_{2,1} \quad \dots \quad b_{2,N_p} \\ 0 \quad \dots \quad 0 \\ b_{3,1} \quad \dots \quad b_{3,N_p} \\ 0 \quad \dots \quad 0 \\ b_{4,1} \quad \dots \quad b_{4,N_p} \\ 0 \quad \dots \quad 0 \\ b_{5,1} \quad \dots \quad b_{5,N_p} \end{pmatrix} \quad (3.37)$$

Les termes  $b_i$  sont exprimés à partir de la force généralisée  $f_i$  tels que :

$$b_i = \frac{f_i}{u_{PZT}} \quad (3.38)$$

Le vecteur  $u$  représente l'entrée de commande du système. Cette entrée correspond à la tension d'alimentation  $U_{PZT}$  de l'actionneur piézoélectrique.  $C$  est la matrice de sortie représentant le placement du capteur de vibration et  $y$  la mesure de la tension image du déplacement vibratoire effectuée par le capteur d'accélération.

Le critère  $J_2$  s'exprime mathématiquement comme étant le déterminant d'une matrice appelée Gramien de commandabilité  $W_\infty^c$  du système [27, 79] :

$$J_2 = -\frac{1}{2}trace(W_\infty^c) \quad (3.39)$$

Maximiser la trace du Gramien de commandabilité correspond à minimiser l'énergie nécessaire à un actionneur piézoélectrique pour exciter un mode de vibration. Cette matrice s'explique à partir des matrices A et B du système et est donc reliée aux modes de vibration. Le Gramien de commandabilité s'exprime en fonction de A et B en résolvant l'équation de Lyapunov, [79] :

$$AW_\infty^c + W_\infty^c A^t + BB^t = 0 \quad (3.40)$$

A partir de la connaissance de  $W_\infty^c$ , il existe plusieurs manières de modifier le critère  $J_2$  afin de privilégier plus ou moins certaines positions de l'actionneur pour certains modes, [79]. Dans notre application, nous avons choisi un critère privilégiant les lieux où l'énergie est maximale défini ci-dessous :

$$J_2 = -trace(W_\infty^c) \sqrt[2N]{det(W_\infty^c)} \quad (3.41)$$

Avec N, le nombre de modes considérés. Ce critère permet de privilégier les positions des actionneurs piézoélectriques où l'on maximise le transfert d'énergie (en maximisant le terme  $trace(W_\infty^c)$ ).

### 3.2.2.2. Le cas du problème plan

Dans cette partie, la fonction d'approximation de Ritz pour la déformée modale sera mise sous la forme :

$$\chi_i(\theta) = X_{i,max} \cos(i\theta) \quad (3.42)$$

avec  $i$  le mode considéré.

A partir des équations 3.15 et 3.42, nous pouvons définir la force généralisée pour chaque mode et donc définir les coefficients de la matrice d'action B :

$$b_i = -\frac{i X_{i,max}}{R_{ln}^2} \frac{M_\theta}{U_{PZT}} (\sin(i\theta_2) - \sin(i\theta_1)) \quad (3.43)$$

La taille de la matrice A est déterminée en fonction des modes que l'on considère. D'après l'étude Elements Finis des modes propres de vibration 2.5, les modes plans à considérer pour des fréquences comprises entre 0 et 20 kHz, pour chacune des trois machines sont celles résumées dans le tableau 3.4 :

TABLE 3.4 – Les différents modes plans des trois machines

Machine Monophasée		Machine triphasée		Machine 12/8	
Mode	Fréquence (Hz)	Mode	Fréquence (Hz)	Mode	Fréquence (Hz)
2	8800	2	4400	2	1700
		3	12400	3	4470
				4	7770
				5	10860
				6	12300

Avec la connaissance des différentes matrices d'état, le calcul du Gramien de commandabilité s'effectue de façon numérique sous Matlab pour chaque individu. L'algorithme génétique est employé pour

chacune des trois machines avec une taille de population de 1000 individus (1000 jeux de configuration), chaque individu possédant 31 chromosomes (31 variables à optimiser) et pour 1000 générations (1000 itérations).

Le front de Pareto obtenu par l'algorithme génétique est représenté figure 3.15.

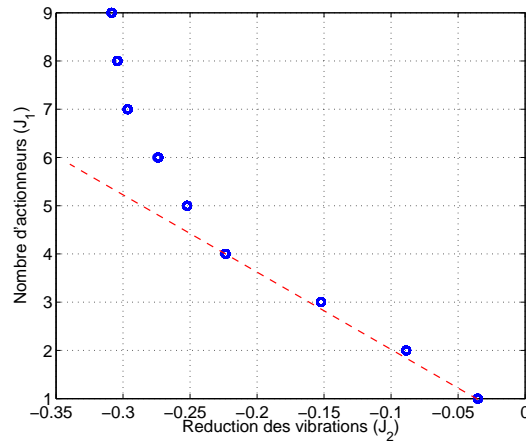


FIGURE 3.15 – Front de Pareto pour la machine monophasée

Ce front de Pareto pour la machine monophasée avec un seul mode est composé de deux parties distinctes :

- Jusqu'à 4 actionneurs : le front de Pareto est quasi linéaire. Le mode de vibration considéré possédant 4 ventres de vibrations (lieux où l'on maximise le transfert d'énergie), l'algorithme d'optimisation place les actionneurs sur ces ventres. Chaque ventre apportant une contribution identique à la force généralisée, nous retrouvons un front de Pareto linéaire.
- Au delà de 4 actionneurs : tous les ventres de vibrations sont utilisés. Tous les actionneurs qui sont placés en plus, ont un effet moindre sur la réduction des vibrations. C'est pour cela que le front de Pareto tend vers une asymptote verticale qui signifie qu'à ajouter un actionneur supplémentaire ne joue que très peu sur les vibrations.

Pour confirmer les résultats obtenus, nous avons mis en évidence le comportement linéaire du front de Pareto lorsque nous considérons peu d'actionneurs, figure 3.16.

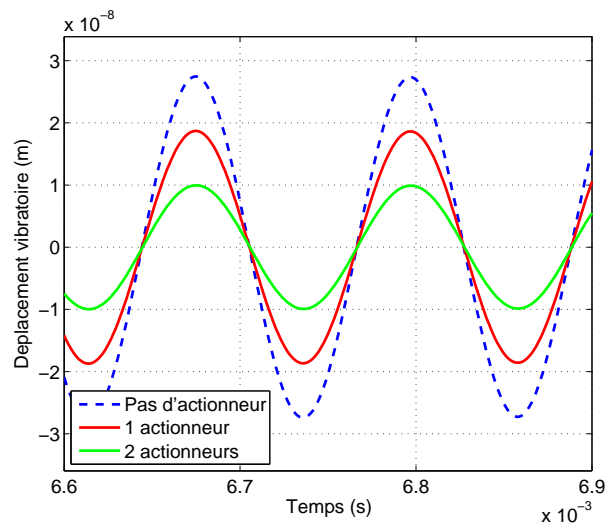


FIGURE 3.16 – Simulation EF de réduction des vibrations

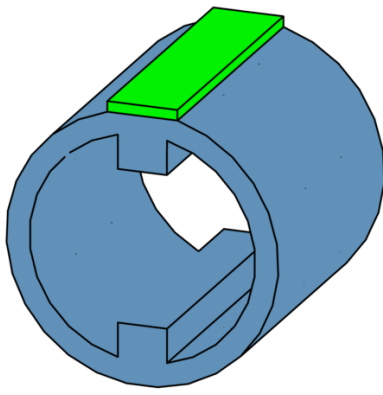


FIGURE 3.17 – Configuration à 1 actionneur

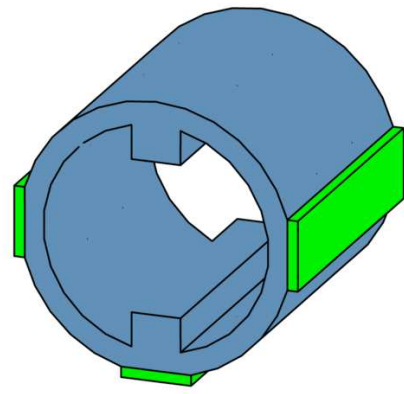


FIGURE 3.18 – Configuration à 3 actionneurs

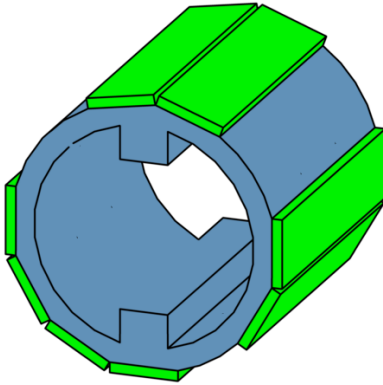


FIGURE 3.19 – Configuration à 8 actionneurs

La réduction de la déformée vibratoire est doublée lorsque nous passons d'un actionneur placé en  $\theta_0 = 0$  à deux actionneurs placés en  $\theta_0 = 0; \pi$ .

La figure 3.2.2.2 montre la répartition angulaire des actionneurs piézoélectriques pour trois configurations (1, 3 et 8 actionneurs) prises au hasard dans les 1000 individus.

On retrouve la remarque précédente, les positions privilégiées par l'algorithme génétique correspondent aux ventres de vibration. Les autres actionneurs sont placés proches de ces ventres. L'épaisseur ( $e_{PZT}$ ) et la largeur ( $la_{PZT}$ ) des actionneurs de ces trois configurations sont données dans le tableau 3.5 :

TABLE 3.5 – Epaisseurs et Largeurs des actionneurs pour trois configurations

1 actionneur		3 actionneurs		8 actionneurs	
$e_{PZT}$ (mm)	$la_{PZT}$ (mm)	$e_{PZT}$ (mm)	$la_{PZT}$ (mm)	$e_{PZT}$ (mm)	$la_{PZT}$ (mm)
2.4	12	2.4	12	2.5	8
		2.4	12	2.4	12
		2.4	12	2.4	12
				2.5	12
				2.4	12
				2.5	11
				2.4	12
				2.5	12

Conformément à l'équation 3.11 et à la figure 3.8, il existe une valeur optimale de l'épaisseur de la pastille. Pour la machine monophasée et pour un matériau PZT P-94 [78], cet optimum se situe autour de 2.4 mm. La largeur quant à elle n'est limitée que par l'excursion maximale autorisée. En effet, dans l'étude analytique, le moment généré par l'actionneur piézoélectrique est linéaire en fonction de la largeur (ce qui est vrai si cette largeur reste petite devant la circonférence du stator). Pour simplifier cette étude, il pourrait être envisageable d'optimiser l'épaisseur et la largeur pour un seul actionneur et de considérer tous les autres actionneurs avec la même épaisseur et largeur.

Un problème rencontré pour les premières optimisations était que la majorité des individus possédait un seul actionneur placé en vis à vis d'une dent magnétique et très peu d'individus possédaient un plus grand nombre d'actionneurs. Cette distribution amenait à se poser des questions sur l'optimalité des individus à plusieurs actionneurs (faible population). Ce problème a été résolu en imposant une contrainte supplémentaire sur le nombre d'actionneurs en fonction de la génération  $\lambda$  :

$$N_p \geq N_{max} \cos\left(\frac{\pi}{2} \frac{\lambda}{N_{gene}}\right) \quad (3.44)$$

où  $N_p$  est le nombre d'actionneurs,  $N_{max}$  le nombre maximum d'actionneurs et  $N_{gene}$  le nombre maximum de générations. Pour des faibles valeurs de génération, le nombre d'actionneurs sera important à l'aide de cette contrainte. Au fur et à mesure de l'avancement des générations, cette contrainte va diminuer jusqu'à s'annuler pour des grandes valeurs de génération. Avec cette nouvelle contrainte, pour quantifier la qualité de la répartition des individus représentée sur la figure 3.20, nous traçons le nombre d'actionneurs et la réduction des vibrations associés à chaque individu. Nous nous assurons de l'optimalité de la solution si la répartition de ces individus est homogène suivant les deux critères.

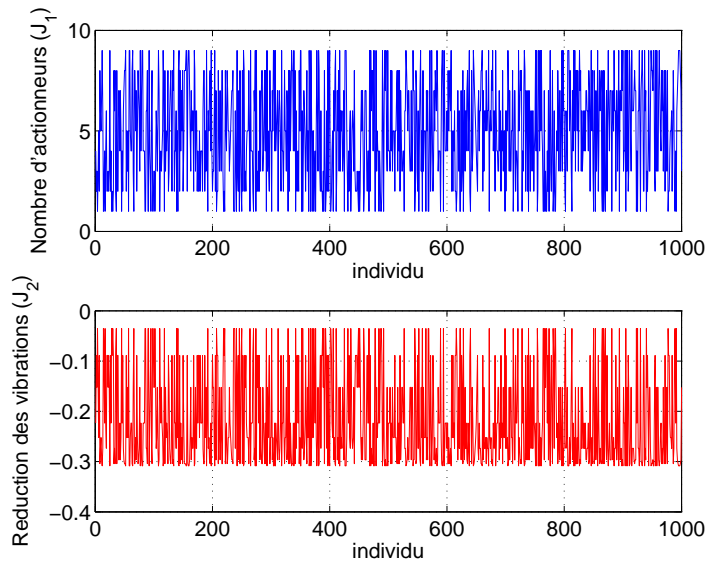


FIGURE 3.20 – Répartition d'une génération d'optimisation

Nous remarquons une répartition homogène des individus en fonction des deux critères. Les résultats donnés par l'algorithme génétique sont donc représentatifs de toutes les configurations que l'on pouvait obtenir.

La figure 3.21 représente les fronts de Pareto associés aux trois machines (monophasée, triphasée et 12/8).

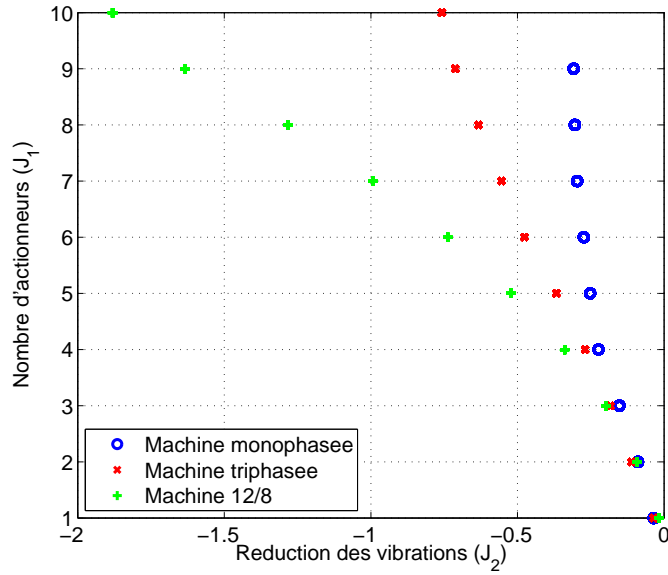


FIGURE 3.21 – Front de Pareto pour les trois machines dans le problème plan

Dans le cas de la machine triphasée et de la machine 12/8, on considère un problème d'optimisation à plusieurs modes. Cependant, pour un nombre d'actionneurs inférieur à 4, on retrouve un comportement linéaire similaire au cas de la machine monophasée. Cela s'explique par le fait que plusieurs modes peuvent avoir des ventres de vibrations communs. Par exemple, les modes 2, 3, 4, 5 et 6 ont tous un ventre de vibration en  $\theta = 0$ . De même, les modes 2 et 4 possèdent des ventres de vibration en  $\theta = \{0; \pi/2; \pi; 3\pi/2\}$ .

Pour la machine triphasée, seules les modes 2 et 3 sont présents. Au delà de 4 actionneurs, les placements se font autour des ventres de vibration non utilisés jusque là. Cependant, après 8 actionneurs (8 ventres de vibrations distincts entre les modes 2 et 3) nous retrouvons une asymptote verticale identique au cas de la machine monophasée.

Pour la machine 12/8, de nombreux modes sont présents. L'algorithme trouve alors facilement des placements pour lesquelles la réduction des vibrations est efficace. Pour des valeurs faibles d'actionneurs, le front de Pareto croît rapidement puis devient linéaire avec le nombre d'actionneurs. Cela s'explique par le fait que l'algorithme privilégie les positions où plusieurs ventres de vibration de modes sont communs (comme  $\theta = 0$ ). Plus il y a d'actionneurs, plus ces positions sont concernent peu de modes.

### 3.2.2.3. Extension au cas 3D

Dans cette partie, nous allons étudier les modes de vibration 3D de la machine monophasée. Ces résultats pourraient être étendus à toutes les autres machines. La fonction d'approximation de Ritz pour la déformée modale est mise sous la forme :

$$\chi_{i,j}(\theta, z) = X_{i,max} \cos(i.\theta) \cos(k. \frac{\pi}{L_{PZT}} z) \quad (3.45)$$

avec  $i$  le mode plan considéré et  $k$  le mode 3D considéré.

A partir des équations 3.31 et 3.42, nous pouvons définir la force généralisée pour chaque mode et donc définir les coefficients de la matrice d'action [B] :

$$b_{i,j} = -\frac{1}{R_{in}^2} \frac{i X_{i,max} M_{\theta}}{U_{PZT}} (\sin(i\theta_2) - \sin(i\theta_1)) \int_{-\frac{L_{PZT}}{2}}^{\frac{-L_{PZT}}{2}} \cos(k \cdot \frac{\pi}{L_{PZT}} z) dz \quad (3.46)$$

$$-\frac{k \pi X_{i,max} M_z}{L_{PZT} U_{PZT}} (\sin(\frac{k\pi}{2}) - \sin(\frac{-k\pi}{2})) \int_{\theta_1}^{\theta_2} \cos(i\theta) d\theta \quad (3.47)$$

La matrice d'état A est définie à partir des modes résumés dans le tableau 3.6 :

TABLE 3.6 – Les différents modes 3D dans la machine monophasée

Mode	Fréquence (Hz)
2,0	8800
2,1	9710

Le front de Pareto résultant de l'optimisation est donné sur la figure 3.22 :

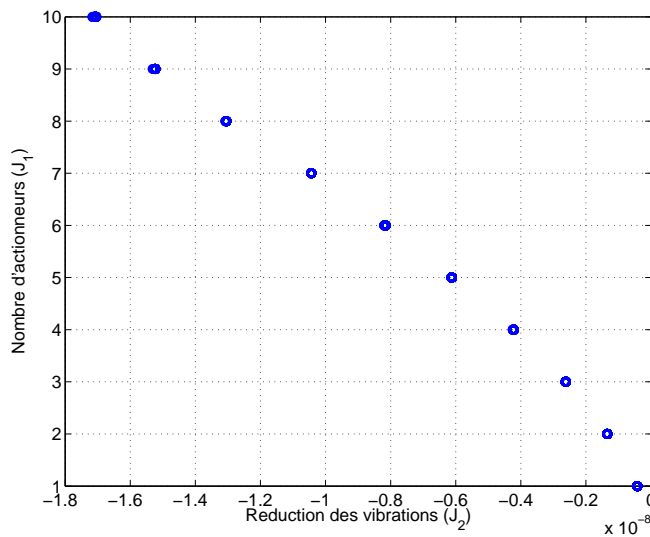


FIGURE 3.22 – Front de Pareto pour la machine monophasée

Il est quasi linéaire sur toute la plage d'actionneurs possible. Les modes 2,0 et 2,1 possèdent 4 ventres de vibrations en commun. L'algorithme remplira donc tous ces ventres par des actionneurs. Cependant, la différence avec le cas plan, se situe dans le fait qu'ici les actionneurs ne doivent pas recouvrir toute la longueur de la machine pour maximiser la force créée sur le mode 2,1. Il en résulte que les actionneurs sont placés deux par deux sur la longueur dans les ventres de vibration avec comme longueur, la demi longueur du stator, figures 3.23 et 3.24.

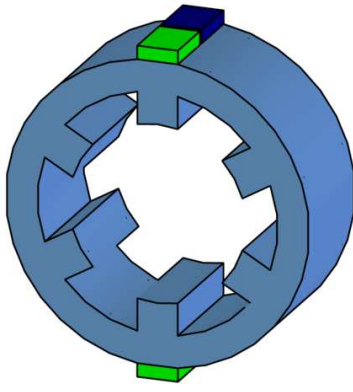


FIGURE 3.23 – Placement et dimensionnement optimal pour 4 actionneurs

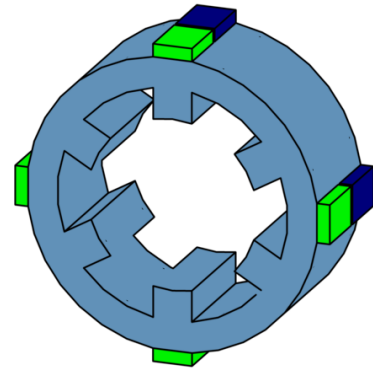


FIGURE 3.24 – Placement et dimensionnement optimal pour 8 actionneurs

Trois configurations d'actionneurs prises au hasard sur le front de Pareto ont été listées dans le tableau 3.7 :

TABLE 3.7 – Placement et Longueur des actionneurs pour trois configurations

1 actionneur			3 actionneurs			8 actionneurs		
$\theta_0$	$L_{PZT}$ (mm)	$z_{PZT}$ (mm)	$\theta_0$	$L_{PZT}$ (mm)	$z_{PZT}$ (mm)	$\theta_0$	$L_{PZT}$ (mm)	$z_{PZT}$ (mm)
$\pi/2$	13	10	$\pi/2$	19	10	$\pi/2$	19	-11
			$\pi$	18	10	$\pi$	18	-11
			$\pi/2$	17	-10	$\pi/2$	9	15
						$3\pi/2$	20	10
						0	19	-11
						$\pi$	13	13
						0	20	10
						$3\pi/2$	18	-11

Afin de ne pas pénaliser le mode 2,1 la longueur maximale suivant l'axe  $z$  reste inférieure à une demi-longueur de la MRV. Comme dans le cas où l'on ne considèrerait qu'un seul mode plan, l'algorithme d'optimisation place en premier tous ces individus dans des ventres de vibration, en plaçant les actionneurs sur les demi-longueurs actives. La répartition des individus (figure 3.25) en fonction des deux critères est homogène ce qui nous garantit d'avoir exploré toutes les solutions envisageables.

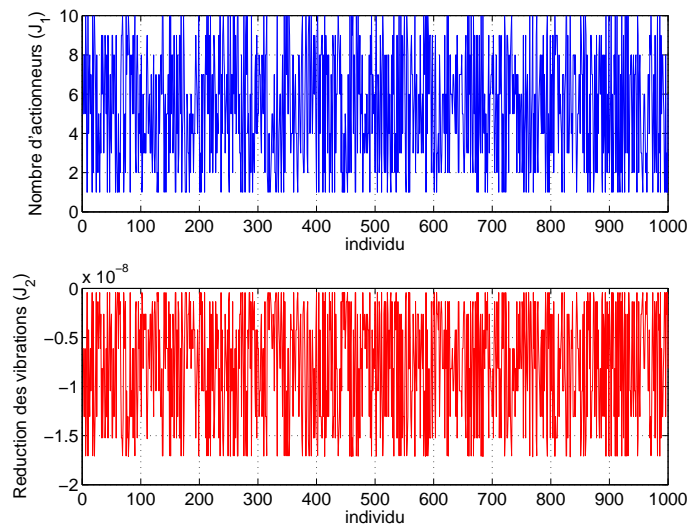


FIGURE 3.25 – Répartition d'une génération d'optimisation

### 3.2.2.4. Conclusion sur la méthode énergétique

---

Dans cette section, nous nous sommes attachés à décrire une méthode de dimensionnement et de placement d'actionneurs piézoélectriques en utilisant des critères d'automatique correspondant à des énergies d'échange entre les actionneurs et les modes de la structure. L'optimisation a été réalisée par un algorithme génétique pour trois machines électriques avec des dimensions et donc des modes vibratoires différents. Les configurations d'actionneurs trouvées correspondent à l'idée que l'on pouvait se faire a priori sur le dimensionnement et le placement d'actionneurs.

Cependant, même si ces solutions semblent correctes, il existe un certain nombre de cas où cette méthode peut être mise en défaut :

**La commande des actionneurs n'est pas prise en compte :** en effet, même si l'algorithme arrive à sortir des configurations avec 8 actionneurs, la complexité de la commande de ces actionneurs devient un problème important.

**Cas des machines multi-phasées :** Il a été vu dans la section 2.2, que les machines multi-phasées créent des champs tournants de vibration. Or dans les critères d'optimisation n'apparaissent pas les possibilités de gérer des champs tournants.

Pour ces raisons, nous avons recherché à développer un autre critère d'optimisation prenant en compte ces phénomènes.

### 3.2.3. Un critère sur l'énergie de déplacement

---

#### 3.2.3.1. Modèle mathématique utilisé

---

Dans cette partie, nous définissons un critère plus physique qui prendra en compte la manière de commander les actionneurs piézoélectriques et les perturbations (les différentes contraintes qui s'exercent sur le stator). Ce critère va nous servir d'objectif ( $J_2$ ) utilisé par l'algorithme génétique afin de placer les actionneurs. Les dimensions des actionneurs seront celles qui ont été optimisées dans la section précédente, section 3.2.2.

Comme décrit dans la section 2.5 et avec l'hypothèse du régime élastique, la déformée vibratoire autour du mode  $i$  peut s'écrire :

$$s_{i,ext}(t, \theta) = K S_{app} t_{i,ext}(t) \chi_i(\theta) \quad (3.48)$$

avec  $t_{i,ext}(t)$  la contrainte exercée par les excitations extérieures (magnétique, aérodynamique et mécanique),  $S_{app}$  la surface d'application de cette contrainte, en général les dents statoriques,  $\chi_i(\theta)$  la déformée modale et  $K$  le coefficient traduisant la loi de Hooke. Dans le cas général, il est difficile de trouver une formule analytique des contraintes magnétique, aérodynamique et mécanique  $t_{i,ext}(t)$ . Cependant, en utilisant le théorème de superposition autour d'un mode propre de vibration, la contrainte extérieure  $t_{i,ext}(t)$  peut être décrite par :

$$t_{i,ext}(t) = T_{i,ext} \cos(\omega_i t) \quad (3.49)$$

Il est possible de généraliser à partir de l'équation 3.48, dans le cas d'une excitation piézoélectrique de  $N_p$  actionneurs :

$$s_{i,PZT}(t, \theta) = \sum_{N_p \text{ actionneurs}} K K_{PZT} E_{PZT}(t) \chi_i(\theta) \quad (3.50)$$

Pour chaque mode  $i$ , le placement d'actionneurs optimisé revient à minimiser le critère  $J_{i,2}$  :

$$J_{i,2} = \int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{2\pi}{\omega_i}} (s_{i,aero} + s_{i,meca} + s_{i,mag} + s_{i,PZT})^2 dt d\theta \quad (3.51)$$

L'intégration sur le temps et l'espace du critère  $J_{i,2}$  permet d'arriver à l'objectif  $J_2$  :

$$J_2 = \sum_{i \text{ modes}} J_{i,2} \quad (3.52)$$

Le critère  $J_2$  correspond alors à l'énergie totale du déplacement vibratoire généré par le stator de la machine. Une machine non vibrante posséderait une énergie de déplacement nulle. La minimisation de ce critère conduit à la minimisation du déplacement vibratoire de la machine considérant le placement et la commande des  $N_p$  actionneurs. D'autres critères peuvent être envisagés, cependant le critère retenu a pour avantage d'être très simple et facilement intégrable sous forme numérique.

### 3.2.3.2. Cas test : la machine monophasée

Puisque la machine monophasée est la plus simple des machines étudiées, nous nous proposons de tester le modèle sur ce cas test. Pour la machine monophasée, seul le mode 2 est présent, nous pouvons alors définir la déformée vibratoire autour du mode 2 à partir de l'équation 3.48 :

$$s_{ext}(t, \theta) = K S_{app} T_0 \cos(\omega_2 t) \cos(2\theta) \quad (3.53)$$

avec  $\omega_2$  la pulsation de résonance du mode 2.

De même, la déformée vibratoire générée par les actionneurs piézoélectriques autour du mode 2 s'écrit à partir de l'équation 3.50 :

$$s_{PZT}(t, \theta) = \sum_{N_p \text{ actionneurs}} K K_{PZT} E_0 \cos(\omega_2 t + \phi_p) \cos(2(\theta + \theta_{0p})) \quad (3.54)$$

Les paramètres à optimiser sont les phases électriques  $\phi_p$  et le placement  $\theta_{0p}$  de chaque actionneur.

Plusieurs cas de figure sont envisageables :

- L'amplitude des perturbations  $K S_{app} T_0$  est petite devant l'amplitude de la déformée vibratoire  $K K_{PZT} E_0$  générée par les actionneurs. Dans ce cas l'algorithme ne générera qu'un seul actionneur placé en  $\theta = 0$ . Ce cas n'a guère d'intérêt.
- L'amplitude des perturbations  $K S_{app} T_0$  est grande devant l'amplitude de la déformée vibratoire  $K K_{PZT} E_0$  générée par les actionneurs. Dans ce cas, l'algorithme va déterminer un front de Pareto comprenant des couples de  $(\phi_p, \theta_{0p})$  pour différentes configurations d'actionneurs. C'est cette configuration qui est étudiée ici.

Les résultats obtenus par l'algorithme génétique sont représentés dans le front de Pareto de la figure 3.26 :

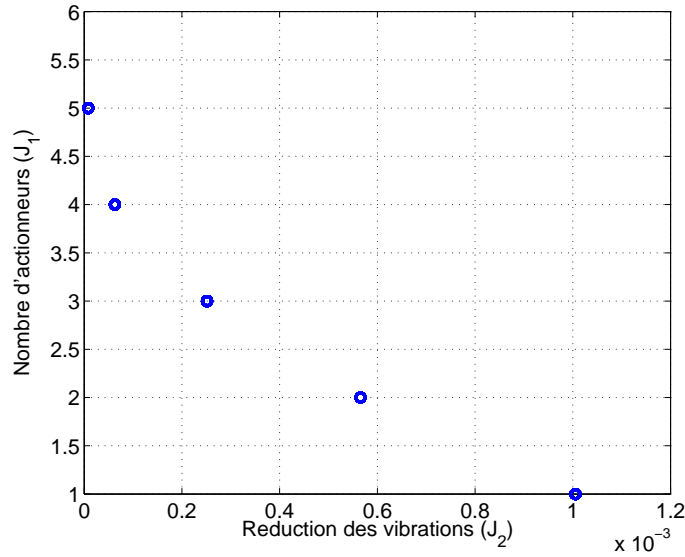


FIGURE 3.26 – Front de Pareto pour la machine monophasée

Il apparaît deux zones dans le front de Pareto : pour des configurations avec moins de 4 actionneurs, le front de Pareto est quasi linéaire. Cette zone correspond au placement des actionneurs dans les 4 ventres de vibrations du mode 2.

Les couples  $(\phi_p, \theta_{0p})$  sont donnés dans le tableau 3.8 :

TABLE 3.8 – Optimisation du couple  $(\phi_p, \theta_{0p})$  des actionneurs pour trois configurations

1 actionneur		3 actionneurs		4 actionneurs	
$\theta_{0p}$	$\phi_p$	$\theta_{0p}$	$\phi_p$	$\theta_{0p}$	$\phi_p$
270	0	270	0	270	0
		90	0	90	0
		180	180	180	180
				0	180

Tout comme pour l'optimisation à partir de considérations énergétiques statiques, section 3.2.2, les configurations de placement des actionneurs privilégient les ventres de vibration où les contraintes exercées par les actionneurs sont maximales. L'angle de commande des actionneurs dépend de leur placement. Ils sont égaux pour des actionneurs symétriques (se trouvant par exemple en  $\theta = 0$  et  $180$  et en opposition de phase pour deux actionneurs ayant une distance angulaire multiple de  $90^\circ$ ).

La répartition des individus d'une même génération est donnée dans la figure suivante, figure 3.27.

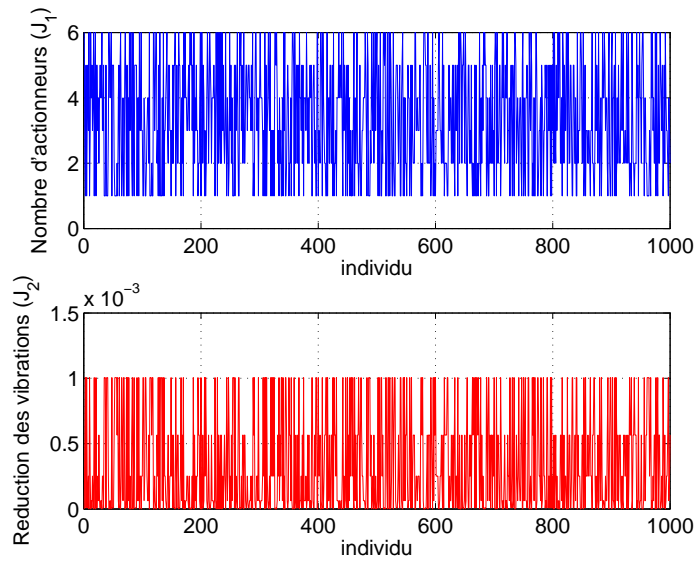


FIGURE 3.27 – Répartition d'une génération d'optimisation

Nous remarquons à nouveau une répartition hétérogène qui garantit que toutes les configurations sont équitablement représentées.

### 3.2.3.3. Optimisation dans un contexte de déformée vibratoire tournante

Dans cette section, nous nous intéressons à l'optimisation du placement et de la commande d'actionneurs piézoélectriques dans le cadre de la machine triphasée. Nous considérons que les trois phases magnétiques sont alimentées par trois courants sinusoïdaux déphasés de  $120^\circ$  entre eux. Ainsi, la déformée vibratoire (pour le mode 2) selon l'équation 3.53 peut s'écrire :

$$s_{ext}(t, \theta) = K S_{app} T_0 \left\{ \cos(\omega_2 t) \cos(2\theta) + \cos\left(\omega_2 t - \frac{2\pi}{3}\right) \cos\left(2\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right)\right) + \cos\left(\omega_2 t + \frac{2\pi}{3}\right) \cos\left(2\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right)\right) \right\} \quad (3.55)$$

Soit en développant cette expression :

$$s_{ext}(t, \theta) = \frac{3}{2} K S_{app} T_0 \cos(\omega_2 t + 2\theta) \quad (3.56)$$

La déformée vibratoire  $s_{ext}(t, \theta)$  correspond à un champ de déformée vibratoire du mode 2 pulsant à la pulsation  $\omega_2$ . Afin de réduire ce champ de déformée tournant, il est nécessaire que les actionneurs piézoélectriques soient eux aussi capables de gérer un tel champ de déformée. Ainsi, quel que soit le nombre d'actionneurs, le champ de déformée généré devra s'écrire sous la forme :

$$s_{PZT}(t, \theta) = \frac{3}{2} K K_{PZT} E_0 \cos(\omega_2 t + 2\theta + \phi') \quad (3.57)$$

avec  $\phi'$  l'angle de calage du champ de déformée qui dépend des couples  $(\phi_p, \theta_{0p})$  de chaque actionneur généré par l'algorithme génétique (comme dans la section 3.2.3.2). Il n'est pas possible de créer un champ tournant de déformée vibratoire pour le mode 2 avec moins de 3 actionneurs piézoélectriques. Ainsi, une contrainte supplémentaire a été ajoutée pour que le nombre d'actionneurs soit supérieur à 3.

Les résultats obtenus par l'algorithme génétique sont représentés dans le front de Pareto de la figure 3.28.

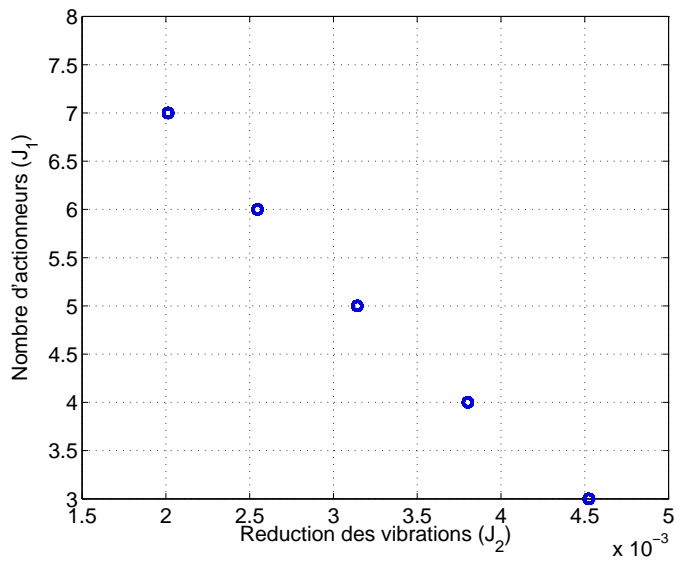


FIGURE 3.28 – Front de Pareto pour la machine triphasée

Nous trouvons un front de Pareto linéaire. Ceci s'explique par le fait qu'un champ tournant peut être créé par trois actionneurs décalés de  $\frac{2\pi}{3}$  mais aussi (et avec la même amplitude) par 4 actionneurs décalés de  $\frac{2\pi}{4}$ , 5 actionneurs décalés de  $\frac{2\pi}{5}$ , etc. La phase électrique d'alimentation de ces actionneurs suivant une loi similaire. Nous pouvons alors déterminer une règle possible de placement et de commande pour ces actionneurs qui correspond à un angle fixe de décalage et de commande de ceux-ci telle que :

$$\theta_0(p) = \Theta_0 + p \frac{2\pi}{N_p} \quad (3.58)$$

$$\phi(p) = \Phi_0 + p \frac{2\pi}{N_p} \quad (3.59)$$

$\Theta_0$  et  $\Phi_0$  étant respectivement la position mécanique et la phase électrique du premier actionneur.  $N_p$  est le nombre d'actionneurs et  $p$ , l'actionneur considéré ( $p \in \{1, \dots, N_p\}$ ). La répartition des individus est représentée en figure 3.29. Cette répartition est homogène suivant le nombre d'actionneurs.

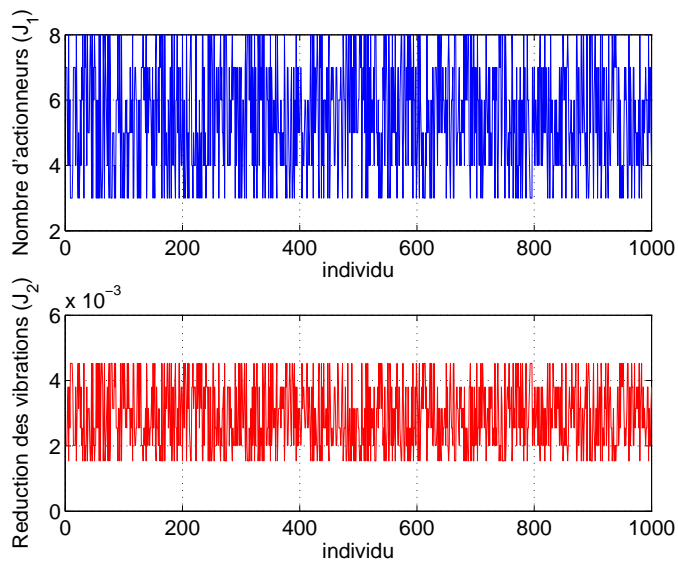


FIGURE 3.29 – Répartition d'une génération d'optimisation

Trois configurations d'actionneurs optimaux tirées au hasard sur le front de Pareto ont été listées dans le tableau 3.9. Nous observons que les angles de placement et de commande ne répondent pas à la loi 3.59. Ceux-ci ne respectent pas la symétrie imposée par cette loi, mais peuvent de la même manière créer un champ tournant. Cependant, nous trouvons dans le front de Pareto des configurations telles que les angles de placement et de commande respectent cette loi.

TABLE 3.9 – Optimisation du couple  $(\phi, \theta_0)$  des actionneurs pour trois configurations

3 actionneurs		4 actionneurs		6 actionneurs	
$\theta_0$	$\phi$	$\theta_0$	$\phi$	$\theta_0$	$\phi$
51	77	51	77	51	77
261	16	320	260	320	260
105	320	102	335	110	321
		270	0	260	20
				185	170
				300	129

Pour deux de ces configurations, le champ de déformées a été représenté dans les figures 3.30, 3.31 et 3.32. Sur la figure 3.30, le champ de déformées sans actionneur a été simulé. Nous retrouvons que ce champ de déformées correspond à un champ tournant comme l'indiquait l'équation 3.56. Sur les figures 3.31 et 3.32, les champs de déformées pour 3 et 4 actionneurs du tableau 3.9 sont simulés.

Dans les deux cas, un champ de déformée tournant est créé pouvant, ainsi réduire le champ de déformée total (perturbations extérieures et piézoélectriques). Le fait de ne pas suivre la loi 3.59 provoque des ondulations du champ tournant ce qui a pour conséquence de dégrader sensiblement la compensation des vibrations. En pratique, les configurations retenues respecteront cette loi car elles permettent d'avoir un process de fabrication ainsi qu'une loi de commande plus simple.

### 3.3. Conclusion sur le dimensionnement et le placement

A partir de l'hypothèse de linéarité de la relation contrainte/déformée, le calcul de la force généralisée appliquée au stator de la machine par les actionneurs piézoélectriques a été effectué. Cette force généralisée a permis de définir deux critères d'optimisation dépendant du placement et des dimensions des actionneurs piézoélectriques. Elle a été calculée dans le cas plan et dans le cas tridimensionnel permettant ainsi un placement suivant la position angulaire et la profondeur de la machine. Au travers du calcul de cette force, les influences de différents éléments intervenant dans le process de fabrication de la méthode de compensation ont été mises en exergue. Ainsi, l'épaisseur de la culasse statorique, la qualité de la colle ou encore la pose de l'actionneur ont été étudiés vis à vis de l'efficacité de la méthode de compensation.

Une méthode d'optimisation basée sur un algorithme génétique nous a permis d'obtenir des fronts de Pareto incluant des configurations optimales d'actionneurs suivant deux critères. Le premier critère basé sur la représentation d'état du système nous a fourni un cadre d'optimisation très général, applicable simplement à toutes les machines puisque seuls les modes de résonance et leurs fréquences associées sont nécessaires. Cependant, nous avons mis en lumière la limite de ce critère. En effet, celui-ci ne prend pas en compte les caractéristiques intrinsèques des machines électriques, comme les champs tournants par exemple. C'est pour cela qu'un second critère a été développé. Ce critère se base sur la diminution temporelle des vibrations (i.e. la diminution de l'énergie du déplacement) et donc nécessite la connaissance des contraintes perturbatrices et la manière de commander les actionneurs. Ce second critère est particulièrement bien adapté au cas de nos machines électriques qui possèdent des contraintes liées à l'alimentation de la machine.

Les résultats obtenus par optimisation ont été confrontés aux Eléments Finis pour confirmer l'optimalité des solutions et afin de comprendre l'allure des fronts de Pareto. Il en ressort que le meilleur

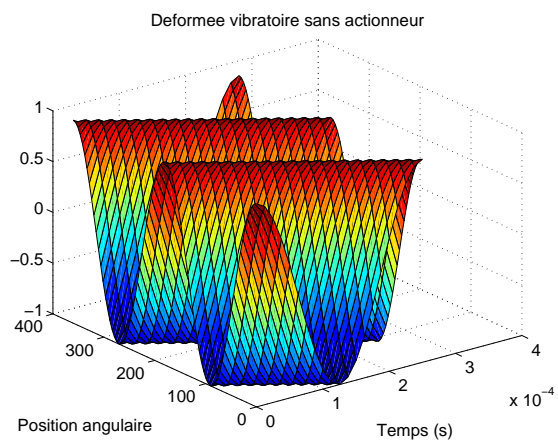


FIGURE 3.30 – Déformée vibratoire générée par les phases magnétiques

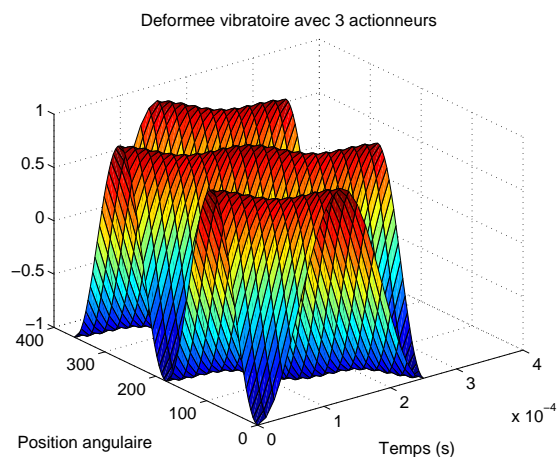


FIGURE 3.31 – Déformée vibratoire générée par 3 actionneurs piézoélectriques

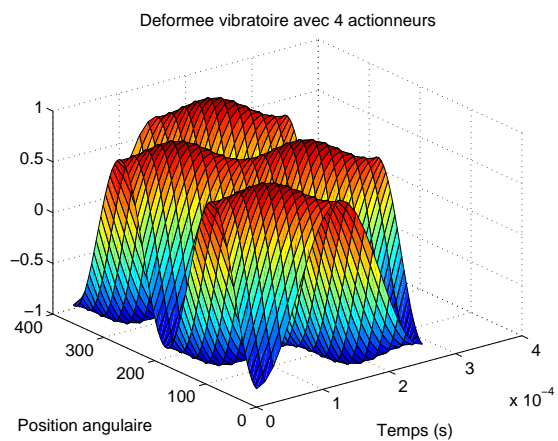


FIGURE 3.32 – Déformée vibratoire générée par 4 actionneurs piézoélectriques

placement est effectué en privilégiant les lieux où l'on trouve des maxima de vibration (ventres de vibration). Dans le cas multi-modes, cela correspond à un compromis entre différents ventres de vibration associés à leurs modes respectifs.

Nous avons également montré que la minimisation des vibrations et du nombre d'actionneurs sont deux critères contradictoires. En effet, une annulation de la vibration générée par une multitude de modes nécessiterait une infinité d'actionneurs commandés par une infinité de tensions de commande. Ceci rentre en contradiction avec la faisabilité technologique et la simplicité de la commande de cette solution. Il en résulte un compromis entre l'atténuation désirée et le nombre d'actionneurs piézoélectriques. Le compromis effectué pour les trois machines a été : 2 actionneurs pour la machine monophasée, 6 actionneurs pour la machine triphasée et 8 actionneurs pour la machine 12/8.



# ALIMENTATION ET CONTRÔLE DES ACTIONNEURS PIÉZOÉLECTRIQUES

## 4.1. Positionnement du problème

### 4.1.1. Introduction

Les chapitres 2 et 3 nous ont permis de comprendre comment les vibrations étaient générées dans les MRV et de développer une méthode de compensation par l'ajout d'actionneurs piézoélectriques. Le but de ce chapitre est ainsi de déterminer la meilleure façon de commander ces actionneurs afin d'obtenir une réduction des vibrations générées.

La MRV avec ces actionneurs piézoélectriques peut se représenter du point de vue automatique par une (ou plusieurs) entrée(s) correspondant à la tension d'alimentation d'un ou plusieurs actionneurs piézoélectriques  $u_{PZT}(t)$  générant une accélération vibratoire  $\gamma_{PZT}(t)$ . Le système possède également une entrée de perturbation  $i_{pert}(t)$  génératrice du bruit acoustique (magnétique, aérodynamique et mécanique). Cette entrée peut ainsi être une perturbation déterministe ou aléatoire. Cette perturbation crée une accélération vibratoire perturbatrice  $\gamma_{pert}(t)$ . L'accélération vibratoire mesurée  $\gamma_m(t)$  sur le stator est alors la composition des deux accélérations vibratoires. Le système peut se représenter alors sous la forme d'un schéma bloc, figure 4.1 :

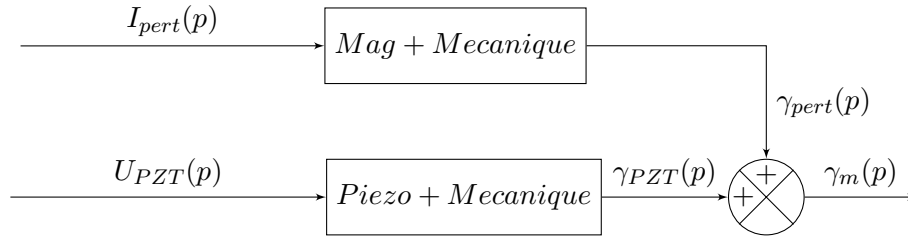


FIGURE 4.1 – Représentation schématique du système

Les fonctions de transfert des blocs *Piezo + Mécanique* et *Mag + Mécanique* correspondent respectivement à la réponse mécanique du moteur excité par une excitation piézoélectrique et perturbatrice pouvant se mettre sous la forme :

$$\frac{\gamma_{PZT}}{U_{PZT}} = -H_{PZT} e^{-\tau p} \frac{\left(\frac{p}{\omega_{PZT}}\right)^2}{1 + 2m_{PZT}\left(\frac{p}{\omega_{PZT}}\right) + \left(\frac{p}{\omega_{PZT}}\right)^2} \quad (4.1)$$

Le retard  $\tau$  est dû à deux effets : le retard statistique dû à l'échantillonnage de notre filtrage numérique ( $Te = 1/(2fe)$ ) et un retard interne ( $\tau_i = 8\mu s$  soit  $20^\circ$  de la période du mode 2).

$$\frac{\gamma_{pert}}{I_{pert}} = H_p e^{-\tau_p p} \frac{\left(\frac{p}{\omega_p}\right)^2}{1 + 2m_p\left(\frac{p}{\omega_p}\right) + \left(\frac{p}{\omega_p}\right)^2} \quad (4.2)$$

Dans le cas d'une perturbation magnétique le retard  $\tau_p$  peut être facilement déterminé à partir de l'hystérésis dynamique. Il représente  $40^\circ$  d'une période de résonance du mode 2. Expérimentalement

nous observons que les deux fonctions de transfert sont identiques ( $\omega_{PZT} = \omega_p$  et  $m_{PZT} = m_p$ ) au gain et au retard près. Ceci traduit le fait que le moteur possède sa propre réponse mécanique qui est totalement indépendante de la façon dont on l'excite. Les gains  $H_{PZT}$  et  $H_p$  sont mesurés expérimentalement à partir d'un essai à la fréquence de résonance où l'on mesure l'amplitude de l'accélération vibratoire en imposant soit une tension piézoélectrique soit un courant dans une phase de la machine.

Le tableau suivant, tableau 4.1, correspond à la mesure du coefficient d'amortissement du mode principal pour différentes structures et tailles de machines électriques réalisées au laboratoire SATIE.

TABLE 4.1 – Mesure du coefficient d'amortissement du mode principal

Machine	Type	Rayon	Epaisseur de culasse	Coefficient d'amortissement
MRV	2/4	20 mm	4 mm	2.9%
MRV	6/4	30 mm	6 mm	2.7%
MRV	6/4	31.5 mm	5.5 mm	2.2%
MRV	6/4	31.5 mm	4.5 mm	2.6%
MRV	12/8	60 mm	10 mm	3.5%

L'observation des machines d'étude nous indique que le coefficient d'amortissement est compris en 2 et 3.5%. Dans la suite, ces coefficients d'amortissement seront pris égaux à 3%.

La partie piézoélectrique (ou de même pour la partie d'excitation) peut se représenter sous la forme d'une représentation d'état sans retard. Le retard de la chaîne directe est introduit sur la mesure de  $\gamma_{PZT}$  :

$$\dot{x} = Ax + Bu_{PZT} \quad (4.3)$$

$$\gamma_{PZT} = Cx + Du_{PZT} \quad (4.4)$$

avec  $\gamma_{PZT}$  l'accélération vibratoire piézoélectrique,  $u_{PZT}$  la tension piézoélectrique appliquée et  $x$  le vecteur d'état tel que :

$$x = (\omega_{PZT}^2 d_{PZT} \quad \omega_{PZT} \dot{d}_{PZT})^t \quad (4.5)$$

où  $d_{PZT}$  est le déplacement piézoélectrique et  $\omega_{PZT}$  la pulsation du mode de résonance considéré.

Les différentes matrices d'état s'expriment :

$$A = \begin{pmatrix} 0 & \omega_{PZT} \\ -\omega_{PZT} & -2m_{PZT}\omega_{PZT} \end{pmatrix} \quad (4.6)$$

$$B = \begin{pmatrix} 0 \\ -\omega_{PZT} \end{pmatrix} \quad (4.7)$$

$$C = (-H_{PZT} \quad -2H_{PZT} m_{PZT}) \quad (4.8)$$

$$D = H_{PZT} \quad (4.9)$$

Comme vu dans le chapitre 2, la machine possède de multiples résonances mécaniques. Dans le cas de la machine monophasée qui va nous servir de machine test pour le cas une entrée, une sortie (SISO), il n'y a qu'une seule résonance dans le spectre audible : le mode 2 à 8800Hz avec un coefficient d'amortissement de 3%. Cependant, d'autres résonances peuvent avoir un rôle prépondérant sur la stabilité du système une fois bouclé. Ainsi, les modèles piézoélectrique et magnétique intégreront un mode 4 à 33kHz (et un amortissement de 3%) lorsque nous étudierons la stabilité du correcteur en boucle fermée.

## 4.1.2. Ce que l'on cherche à faire

Le problème automatique proposé dans ce mémoire correspond à la réjection de perturbations variables dans le temps pour un système résonant. Du point de vue automatique, cela est caractérisé par la fonction de transfert  $\frac{\gamma_m}{\gamma_{pert}}(p)$ . Cette fonction de transfert qui vaut 1 en boucle ouverte devrait dans un cas idéal être réduite à 0 quel que soit  $\omega$  telle que  $p = j\omega$  en boucle fermée. Néanmoins, le correcteur ainsi généré qui correspondrait à imposer  $\gamma_{PZT} = \gamma_{pert} \forall \omega$ , est difficilement réalisable car il correspondrait à inverser la fonction de transfert piézoélectrique et ne serait robuste vis à vis d'aucun paramètre.

Même si ce correcteur idéal n'est pas en pratique réalisable, il nous aide à formuler un cahier des charges du correcteur souhaité, figure 4.2 :

- Le système bouclé doit être stable.
- Il doit posséder une atténuation de la fonction de transfert  $\frac{\gamma_m}{\gamma_{pert}}(j\omega)$  très important autour des modes de résonance considérés.
- Le gain en dehors des résonances ne doit pas être important afin de ne pas amplifier des résonances non prises en compte dans le calcul du correcteur.

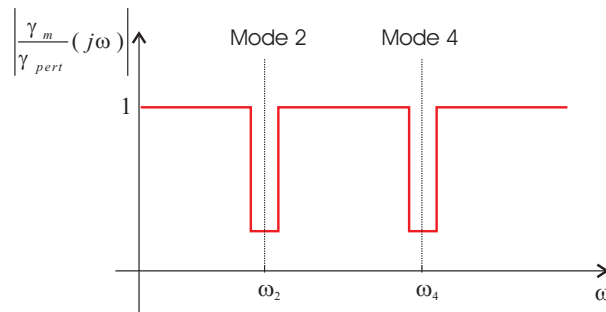


FIGURE 4.2 – Gabarit du cahier des charges

Il reste à déterminer s'il existe une limite expérimentale à l'atténuation d'un mode par des actionneurs piézoélectriques. Pour cela, nous réalisons un essai d'atténuation en boucle ouverte qui correspondra à l'atténuation maximale que nous pouvons admettre dans ce problème. L'atténuation en boucle ouverte correspond au cas où l'on connaît parfaitement la perturbation  $\gamma_{pert}(t)$  et donc où l'on peut imposer la tension piézoélectrique  $u_{PZT}$  de telle façon que  $\gamma_{PZT}(t) = \gamma_{pert}(t)$  et donc que l'accélération totale soit nulle. La figure 4.3 correspond à ce cas particulier.

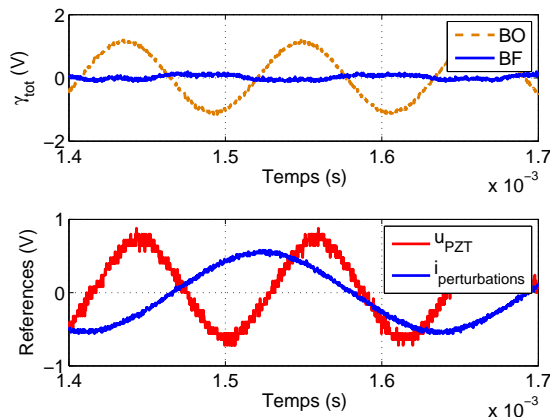


FIGURE 4.3 – Rejet de perturbations sinus en boucle ouverte

Nous observons que l'accélération vibratoire totale  $\gamma_{tot}(t) = \gamma_{PZT}(t) + \gamma_{pert}(t)$  tend vers 0. Il est donc théoriquement possible d'annuler l'accélération vibratoire perturbatrice.

### 4.1.3. Moyens expérimentaux

Trois machines à réductance variable ont été fabriquées au laboratoire SATIE durant cette thèse ; il s'agit des machines monophasée de la figure 4.4, triphasée (figure 4.5) et 12/8 (figure 4.6).

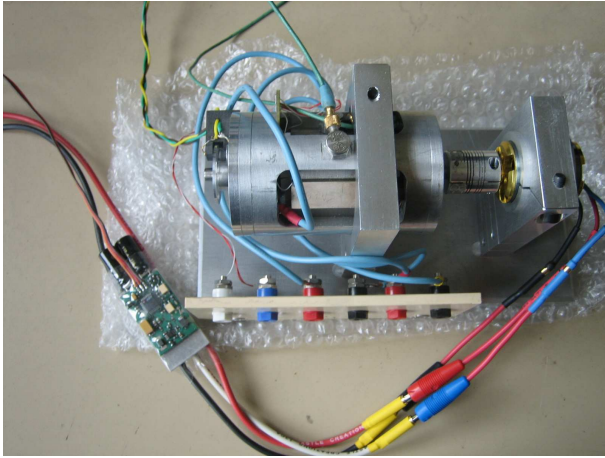


FIGURE 4.4 – Machine monophasée

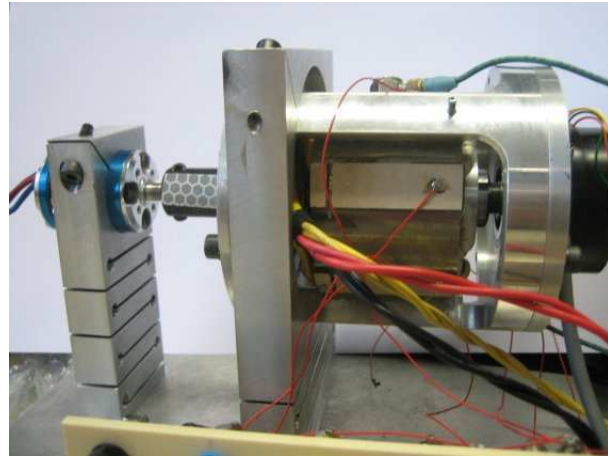


FIGURE 4.5 – Machine triphasée

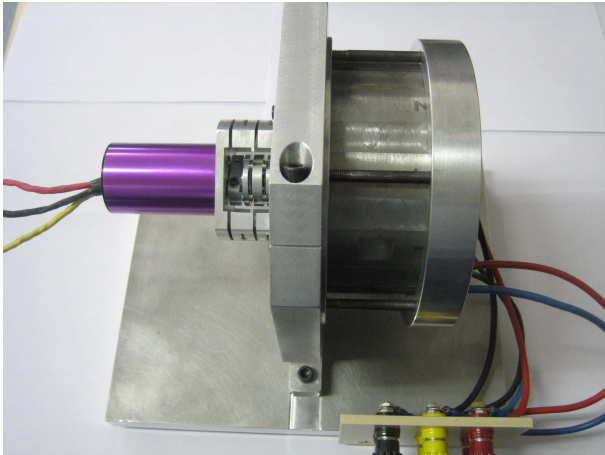


FIGURE 4.6 – Machine 12/8

Chacune de ces machines est équipée d'une machine synchrone à aimants permanents couplée sur le même axe. Cette machine synchrone entraîne la MRV sans qu'il y ait de courant dans celle-ci et par conséquent sans contrainte magnétique. Cela permet de tester la méthode de compensation pour des excitations non magnétiques (aérodynamiques et mécaniques) et ainsi de la généraliser à toutes les formes d'excitation possédant une distribution spatiale similaire à celle des contraintes magnétiques.

Afin de minimiser l'échange de vibrations entre la MRV, la machine synchrone et son environnement, le bâti a été modifié de manière à obtenir un coupe-bandes aux fréquences de résonance. Pour cela, des fentes et des trous ont été faits sur les supports des deux machines. Ces fentes et ces trous sont équivalents à des ressorts amortissant les vibrations aux fréquences de résonance des deux machines (voir figure 4.5).

Un ou plusieurs accéléromètres piézoélectriques (DJB A/23/E [85]) ont été placés sur ces différentes machines pour mesurer l'accélération vibratoire du point considéré de la machine. Chaque accéléromètre est associé à un amplificateur de charge (DJB RM/07 [85]) possédant un filtre de sortie à 10 kHz.

### 4.2.1. Positive Position Feedback PPF

#### 4.2.1.1. Théorie

La compensation active des vibrations par un régulateur PPF (Positive Position Feedback) a été souvent utilisée avec succès dans ce type de problème. Elle consiste en une contre-réaction positive de la mesure du déplacement vibratoire filtrée par un résonateur du second ordre. En boucle fermée, le système se comporte alors comme un système résonant à la même fréquence qu'en boucle ouverte, mais possédant un coefficient d'amortissement équivalent plus grand [15]. Les paramètres du filtre correcteur ( $H_{ppf}$ ,  $\omega_{ppf}$  et  $m_{ppf}$ ) sont déterminés par exemple par la méthode de Mac Ever [86]. Afin de prendre en compte une rétroaction sur l'accélération vibratoire et non sur le déplacement vibratoire, un terme en  $(\frac{p}{\omega_{ppf}})^2$  a été rajouté au numérateur du filtre, figure 4.7.

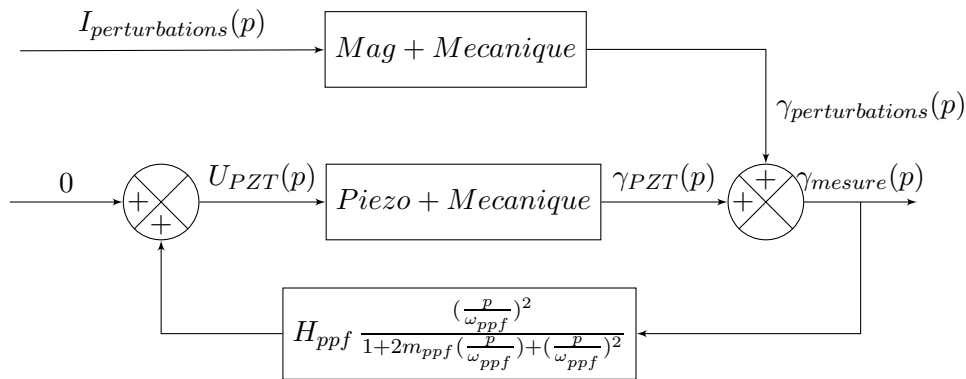


FIGURE 4.7 – Schéma du correcteur PPF

#### 4.2.1.2. Résultats de simulations

Pour la simulation, les modèles piézoélectriques et magnétiques ont été simulés sous Matlab Simulink™ à partir d'un modèle d'état. Nous avons testé la réponse à un courant rectangulaire, ce qui correspond à une accélération perturbatrice sous forme sinusoïdale amortie. Pour le premier test, le retard de la chaîne directe n'a pas été considéré, figure 4.8 :

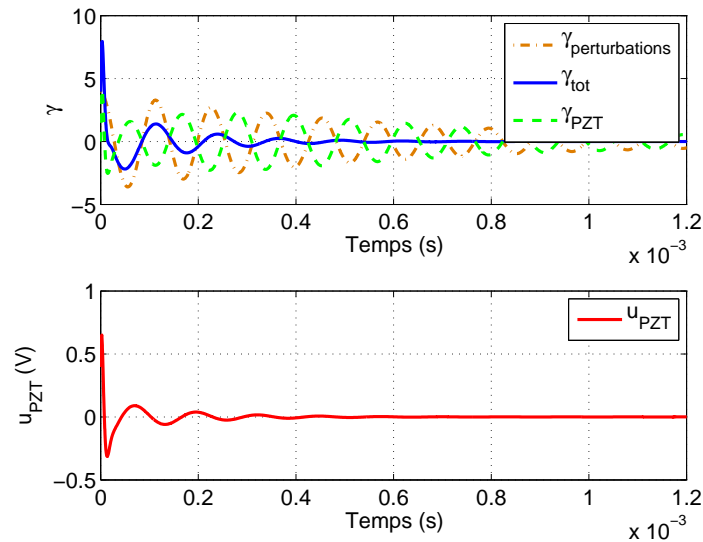


FIGURE 4.8 – Rejet de perturbations créniaux en simulation sans retard

Nous observons que l'accélération obtenue en boucle fermée est de même forme que l'accélération perturbatrice mais avec un amortissement plus important. Nous pouvons remarquer que la tension piézoélectrique nécessaire pour atténuer les vibrations est inférieure reste 1 V. Ceci nous indique qu'un simple montage à base d'amplificateurs opérationnels est suffisant pour l'alimentation des actionneurs. A partir de ce schéma de simulation, l'influence du retard de la chaîne directe dans la fonction de transfert piézoélectrique a été étudiée, figure 4.9. Les valeurs du retard sont tirées aléatoirement dans un domaine de 1 à 15  $\mu s$ , ce qui correspond à l'ordre de grandeur réel du retard du montage.

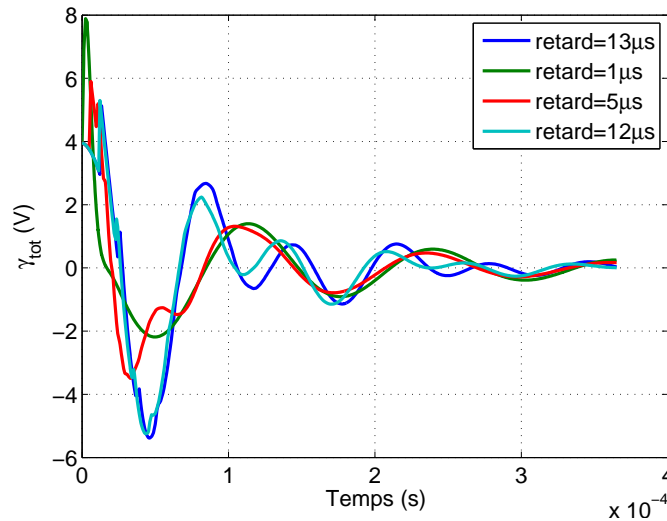


FIGURE 4.9 – Rejet de perturbations crénaux en simulation avec retard

Nous pouvons remarquer que la valeur du retard n'a que peu d'influence sur l'accélération totale en boucle fermée. Le correcteur est donc robuste vis à vis de ce retard pur. Ceci s'explique par le fait que ce correcteur n'est dimensionné que pour avoir une influence diffuse autour d'un mode de résonance et ne nécessite en aucun cas un modèle précis du système pour son élaboration.

#### 4.2.1.3. Retour par l'accélération et le déplacement vibratoire

Dans ce paragraphe nous détaillons l'influence d'une rétroaction à partir de la mesure d'accélération vibratoire et non du déplacement vibratoire comme c'est le cas pour le correcteur PPF classique. N'ayant pas accès à la mesure expérimentale du déplacement vibratoire, nous cherchons à montrer l'influence d'une rétro-action basée sur de la mesure de l'accélération vibratoire. Ainsi, un modèle Eléments Finis du stator de la machine remplace la machine réelle. Les différents résultats sont obtenus par un couplage entre le modèle Ansys et une équation de récurrence qui correspond au correcteur considéré calculant à chaque pas d'échantillonnage la nouvelle valeur de la tension piézoélectrique, figure 4.10.

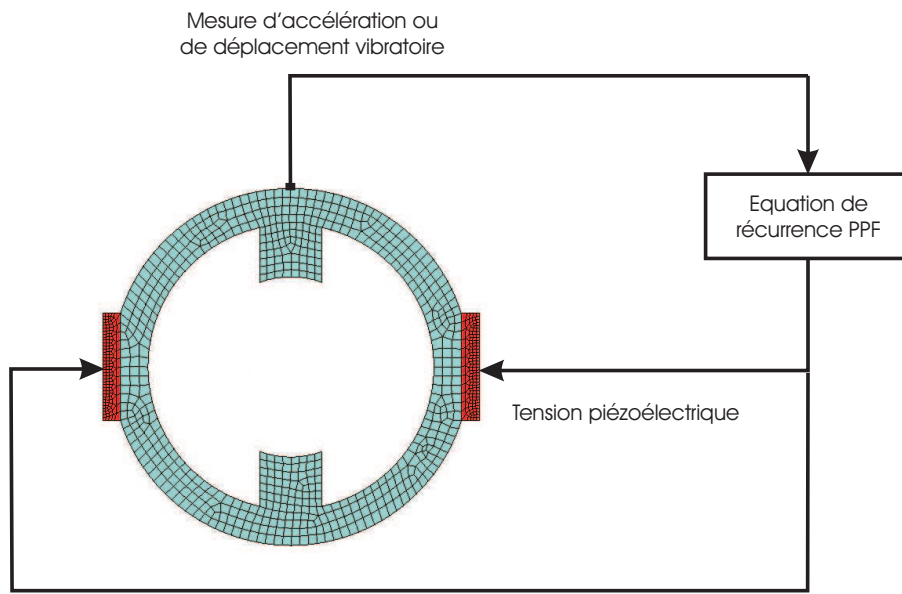


FIGURE 4.10 – Schéma de simulation du correcteur PPF couplé avec Ansys

Pour obtenir l'équation de récurrence, une transformation bi-linéaire de Tustin (équation 4.10) est effectuée sur les fonctions de transfert des correcteurs ayant comme entrée l'accélération vibratoire (équation 4.11) ou le déplacement vibratoire (équation 4.12) :

$$p = \frac{2}{T_e} \frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}} \quad (4.10)$$

$$\frac{u_{PZT}}{\gamma_m}(p) = H_{ppf} \frac{\left(\frac{p}{\omega_{ppf}}\right)^2}{1 + 2m_{ppf}\left(\frac{p}{\omega_{ppf}}\right) + \left(\frac{p}{\omega_{ppf}}\right)^2} \quad (4.11)$$

$$\frac{u_{PZT}}{d_m}(p) = H'_{ppf} \frac{1}{1 + 2m_{ppf}\left(\frac{p}{\omega_{ppf}}\right) + \left(\frac{p}{\omega_{ppf}}\right)^2} \quad (4.12)$$

La transformation bi-linéaire permet d'obtenir les correcteurs échantillonnés en  $z$  correspondant, équations 4.13 et 4.14.

$$\frac{u_{PZT}}{\gamma_m}(z) = \frac{a_0 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}}{1 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}} \quad (4.13)$$

$$\frac{u_{PZT}}{d_m}(z) = \frac{a'_0 + a'_1 z^{-1} + a'_2 z^{-2}}{1 + b'_1 z^{-1} + b'_2 z^{-2}} \quad (4.14)$$

Une multiplication par un terme en  $z^{-1}$  correspondant à un retard d'un échantillonnage, les équations de récurrence pour une contre-réaction par l'accélération et le déplacement vibratoire se déduisent facilement des équations 4.13 et 4.14. Ces équations de récurrence sont ensuite introduites dans le code Ansys et pour chaque pas d'échantillonnage, une nouvelle valeur de la tension piézoélectrique est ré-actualisée.

Les figures 4.11 et 4.12 représentent les accélérations vibratoires pour des correcteurs ayant comme rétroaction respectivement l'accélération vibratoire et le déplacement vibratoire. La contrainte appliquée sur les dents magnétiques correspond à une contrainte rectangulaire prenant comme valeurs 0 et 5 kPa (5 kPa étant l'ordre de grandeur de la contrainte appliquée sur les dents magnétiques en fonctionnement normal).

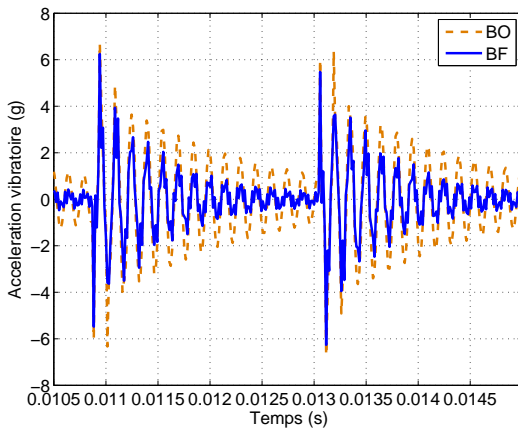


FIGURE 4.11 – Accélération vibratoire pour un retour d'accélération vibratoire

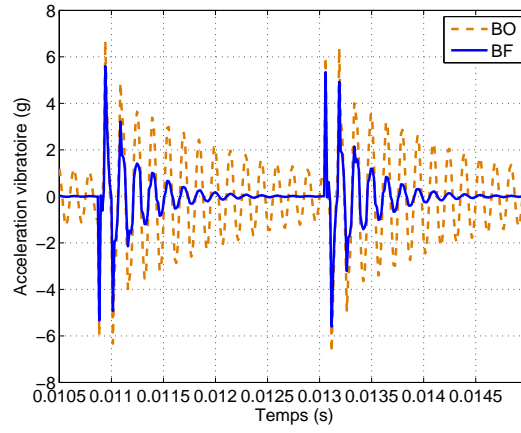


FIGURE 4.12 – Accélération vibratoire pour un retour de déplacement vibratoire

Le retour sur le déplacement vibratoire permet d'obtenir une atténuation plus importante des vibrations ainsi qu'un signal possédant moins d'harmoniques. La double dérivation pour obtenir l'accélération vibratoire amplifie les hautes fréquences et donc lorsque la contre-réaction est effectuée, déstabilise le système bouclé. Les figures 4.13 et 4.14 représentent les déplacements vibratoires pour des correcteurs ayant comme rétroaction l'accélération vibratoire et le déplacement vibratoire respectivement.

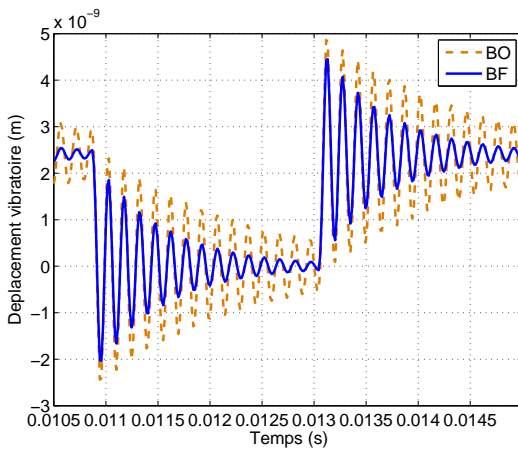


FIGURE 4.13 – Déplacement vibratoire pour un retour d'accélération vibratoire

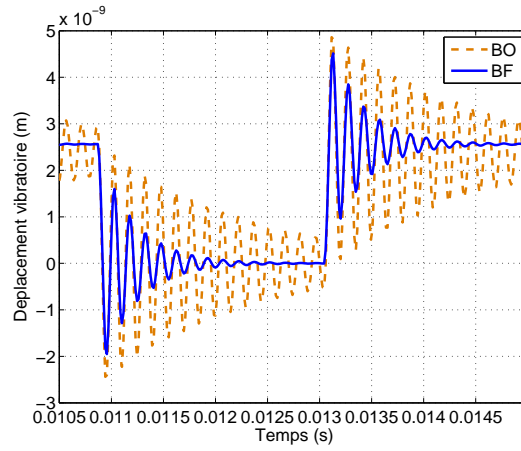


FIGURE 4.14 – Déplacement vibratoire pour un retour de déplacement vibratoire

Tout comme sur l'accélération vibratoire, l'atténuation du déplacement vibratoire est plus importante dans le cas où le retour est sur le déplacement. Cependant, la composante basse fréquence du déplacement n'est pas atténuée dans les deux cas précédents. Il aurait été judicieux d'atténuer cette composante basse fréquence pouvant entraîner des vibrations des pièces environnantes (bâtis, etc.). Les figures 4.15 et 4.16 représentent les tensions piézoélectriques appliquées pour des correcteurs ayant comme rétroaction l'accélération vibratoire et le déplacement vibratoire respectivement.

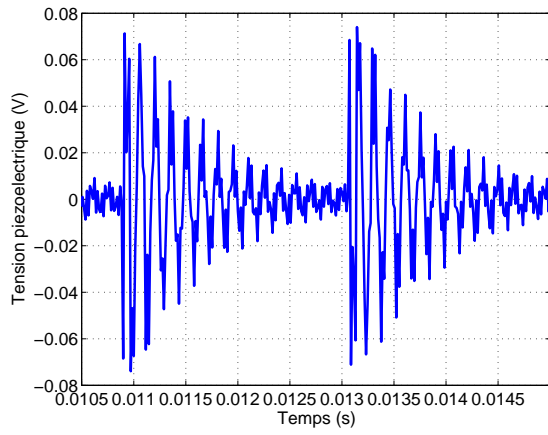


FIGURE 4.15 – Tension piézoélectrique pour un retour d'accélération vibratoire

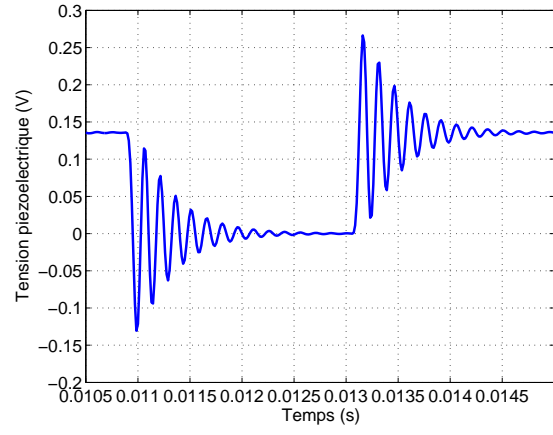


FIGURE 4.16 – Tension piézoélectrique pour un retour de déplacement vibratoire

La tension piézoélectrique dans la cas d'un retour du déplacement vibratoire contient la composante basse fréquence du déplacement vibratoire. Cependant, la fonction de transfert piézoélectrique possédant un gain très faible pour les basses fréquences ne permet pas de contrer suffisamment cette composante. Une analyse de la stabilité des correcteurs vis à vis du gain démontre que la contre-réaction par le déplacement vibratoire est plus stable qu'un retour sur l'accélération (celui-ci se déstabilisant très rapidement).

#### 4.2.1.4. Résultats expérimentaux

Le correcteur a été testé sur la machine monophasée sous l'environnement Matlab Dspace™ avec une fréquence d'échantillonnage de 50 kHz. Le correcteur PPF se met sous la forme :

$$\frac{U_{ppf}}{\gamma_{ppf}} = H_{ppf} \frac{\left(\frac{p}{\omega_{ppf}}\right)^2}{1 + 2m_{ppf}\left(\frac{p}{\omega_{ppf}}\right) + \left(\frac{p}{\omega_{ppf}}\right)^2} \quad (4.15)$$

avec  $H_{ppf} = 0.1$  le gain du correcteur,  $\omega_{ppf} = 71krd/s$  la pulsation de résonance et  $m_{ppf} = 0.3858$  le coefficient d'amortissement. L'accélération vibratoire est mesurée à partir d'un accéléromètre piézoélectrique associé à un amplificateur de charge possédant un filtre de sortie à 10 kHz. Dans un premier temps, la machine étant à l'arrêt, un courant rectangulaire lui a été appliqué à partir d'un amplificateur de puissance linéaire avec une période correspondant à dix fois celle du mode 2, figure 4.17.

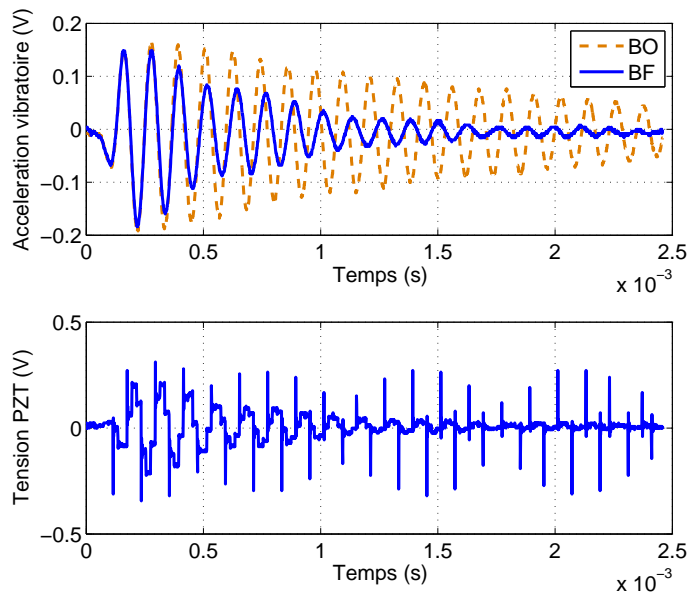


FIGURE 4.17 – Rejet de perturbation carrée

L'atténuation de l'accélération vibratoire temporelle est probante. Cependant, nous pouvons remarquer que les premiers lobes temporels ne sont pas du tout atténués. Ceci est dû à la réponse du filtre de sortie, ainsi qu'au retard pur présent dans la chaîne directe qui imposent que la tension piézoélectrique ne commence à réagir qu'à partir du second lobe. Comme cela a été prévu en simulation, la tension piézoélectrique nécessaire reste faible.

La deuxième série de tests a été faite avec la MRV en moteur commandée en tension afin d'atteindre les hautes vitesses (10 000 tr/min pour la figure 4.18 et 30 000 tr/min pour la figure 4.19). Dans ces conditions, les vibrations générées sont le fruit des excitations magnétiques, mécaniques et aérodynamiques, le but de ces essais étant de valider la méthode de compensation quel que soit la source des vibrations. Les signaux temporels étant difficilement observables à cause de son comportement aléatoire, il est alors plus judicieux de quantifier l'apport de la méthode à partir de l'analyse fréquentielle de l'accélération vibratoire.

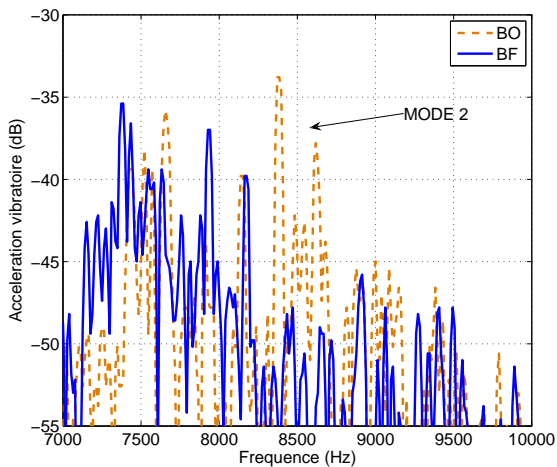


FIGURE 4.18 – Atténuation des vibrations à 10 000 tr/min pour un correcteur PPF

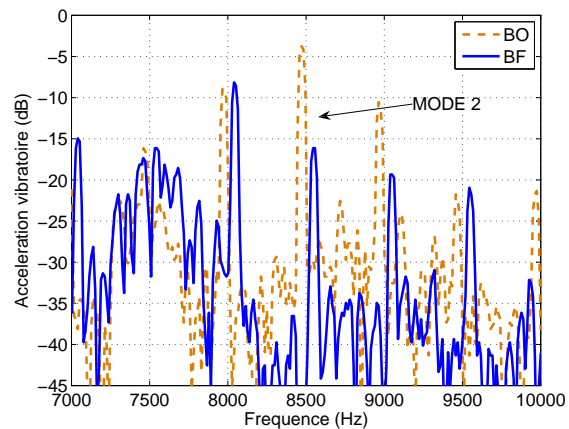


FIGURE 4.19 – Atténuation des vibrations à 30 000 tr/min pour un correcteur PPF

Nous obtenons ainsi 15 dB d'atténuation en boucle fermée autour de la résonance du système (8800Hz) à 10 000 tr/min et 10 dB à 30 000 tr/min. De par la nature même des signaux mis en jeu

en haute vitesse (30 000 tr/min correspondant à une vitesse périphérique du rotor de 31 m/s), il est naturel que l'atténuation soit plus faible dans ce cas. Ce correcteur n'a aucune action sur les autres fréquences présentes dans le signal. En augmentant le gain du correcteur, il est possible d'obtenir une atténuation plus importante du mode 2, cependant cela entraîne une augmentation des résonances parasites de la structure.

## 4.2.2. Linéaire Quadratique Gaussien LQG

---

### 4.2.2.1. Théorie

---

Le régulateur Linéaire Quadratique (LQ) est un correcteur qui tend à minimiser un critère  $J$  sur un horizon infini. Ce critère quadratique est composé par deux termes visant à minimiser l'énergie de commande  $u_{PZT}$  des actionneurs piézoélectriques via une matrice de pondération  $R$  et l'énergie interne du système pondérée par la matrice  $Q$  ( $x^t Q x$ ). Ce critère peut ainsi s'écrire :

$$J = \int_0^{+\infty} (x^t Q x + u_{PZT}^t R u_{PZT}) dt \quad (4.16)$$

Les matrices  $Q$  (symétrique semi-positive) et  $R$  (symétrique positive) peuvent avoir une forme très générale mais sont en pratique définies comme suit dans le cas monophasé :

$$Q = \begin{pmatrix} q_{11} & 0 \\ 0 & q_{22} \end{pmatrix} \quad (4.17)$$

$$R = r_{11} \quad (4.18)$$

La solution de ce problème d'optimisation est obtenue par la résolution de l'équation algébrique de Riccati :

$$PA + A^t P - PBR^{-1}B^t P + Q = 0 \quad (4.19)$$

avec  $P$  la matrice adjointe symétrique semi-positive. Le système étant commandable par la paire  $(A,B)$  et observable par  $(C,A)$ , il existe une unique solution de l'équation de Riccati sous la forme d'un retour d'état :

$$u_{PZT}(t) = -Kx(t) \quad (4.20)$$

avec  $K$  la matrice de retour calculée à partir de l'équation de Riccati telle que :

$$K = R^{-1}B^t P \quad (4.21)$$

Le vecteur d'état n'étant pas mesurable directement mais observable par la paire  $(C,A)$ , le vecteur est obtenu par le biais d'un observateur de Kalman défini par les matrices de covariance du bruit en entrée ( $V$ ) et en sortie ( $W$ ) suivant le schéma :

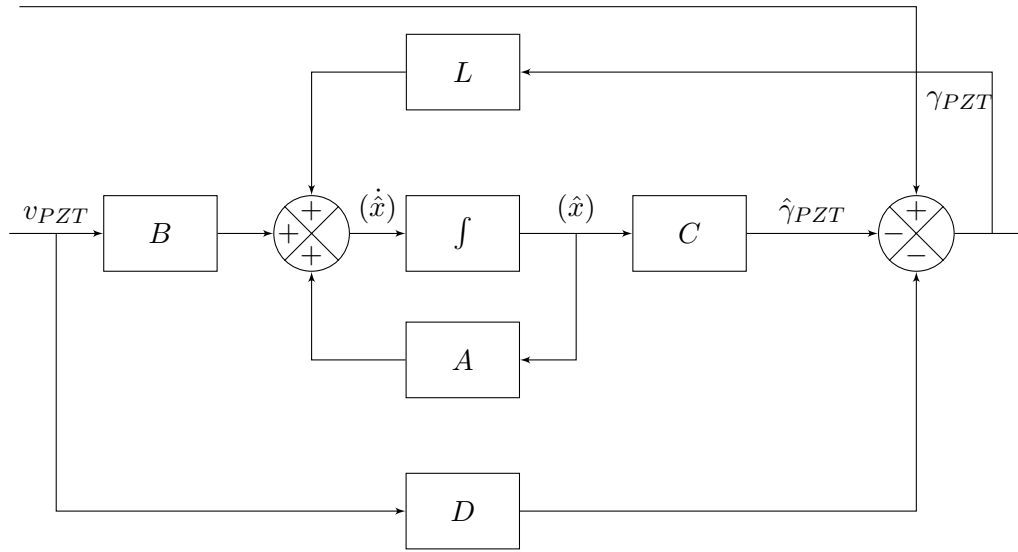


FIGURE 4.20 – Schéma observateur Kalman

Comme pour le correcteur LQ, l'observateur de Kalman est un système qui minimise l'espérance de la différence entre l'observation et la mesure en présence de bruit. Cet observateur non biaisé permet d'estimer le vecteur d'état en présence de bruit Gaussien (phénomène aérodynamique) et a donc été préféré à un observateur classique. L'association du correcteur LQ par retour d'état reconstruit par un observateur de Kalman correspond au régulateur LQG.

La matrice de retour  $L$  de l'observateur de Kalman est calculée de façon identique au retour d'état  $K$  en résolvant l'équation de Riccati :

$$\Sigma A^t + A \Sigma - \Sigma C^t W^{-1} C \Sigma + V = 0 \quad (4.22)$$

Avec  $\Sigma$  la matrice de covariance de l'erreur ( $\epsilon$ ) entre l'observation et la mesure telle que  $\Sigma = E\{\epsilon\epsilon^t\}$ . Le retour du filtre de Kalman  $L$  étant calculé à partir de l'équation de Riccati :

$$L = \Sigma C^t W^{-1} \quad (4.23)$$

Le choix des matrices de pondération  $Q$  et  $R$  dépend du poids qui est donné à la commande par rapport à l'état. Ces deux matrices étant fixées par un rapport entre elles, nous fixons  $q_{11}$  à 1, ne restant plus qu'à déterminer  $q_{22}$  et  $r_{11}$ . Le choix des matrices de pondération  $V$  et  $W$  dépend de la densité spectrale de puissance des bruits en entrée et en sortie. Le choix de ces quatre matrices est issu d'un compromis entre une observation non bruitée et fidèle et la stabilité du système bouclé. Le processus du choix de ces matrices n'est pas direct mais s'effectue par essais successifs.

#### 4.2.2.2. Résultats de simulation

Dans un premier temps, le système nominal où le retard n'est pas pris en compte a été simulé, figure 4.21 :

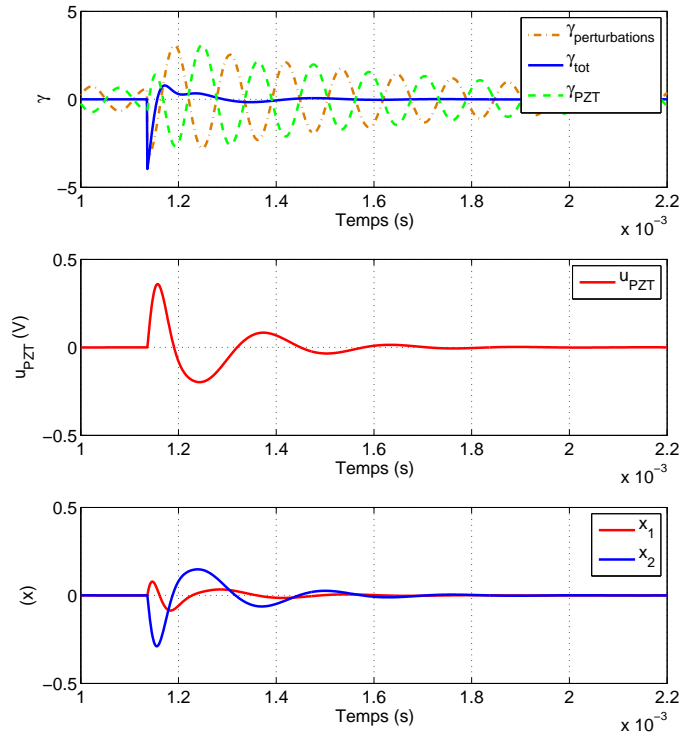


FIGURE 4.21 – Rejet de perturbations crénaux en simulation sans retard

En boucle fermée, l'accélération vibratoire mesurée tend très rapidement vers 0. Seulement un peu plus d'un lob de vibration est nécessaire afin d'annuler l'accélération vibratoire. La tension piézoélectrique générée afin d'annuler l'accélération vibratoire reste très faible. De plus, les deux états du système ( $x_1 = \omega_{PZT}^2 d_{PZT}$  et  $x_2 = \omega_{PZT} \dot{d}_{PZT}$ ) ont été parfaitement reconstruits par le filtre de Kalman. Le choix des matrices de pondération Q et R permet d'avoir une réponse à la perturbation plus fidèle mais au prix d'une diminution de la stabilité.

Le retard de la chaîne directe dans la fonction de transfert piézoélectrique a ensuite été introduit pour quantifier la robustesse, figure 4.22 :

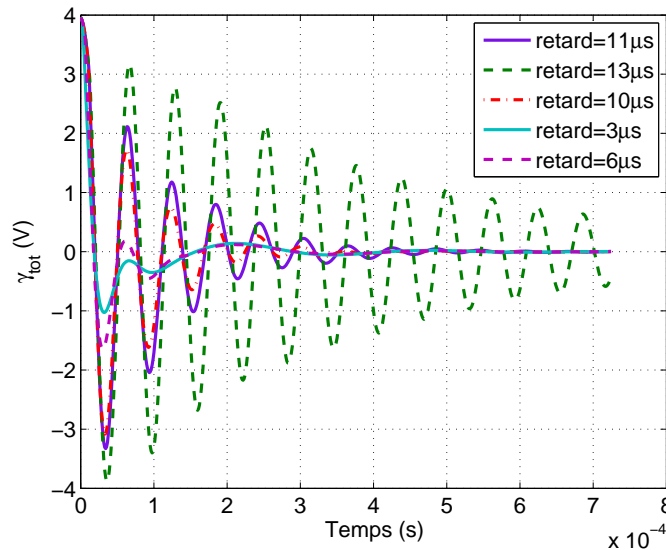


FIGURE 4.22 – Rejet de perturbations crénaux en simulation avec retard

Un retard déstabilise très nettement le système. L'atténuation obtenue est très fortement dégradée dès que le retard est plus grand que  $5 \mu\text{s}$ . Pour des matrices de pondération Q et R unitaires, la limite de stabilité est atteinte pour un retard de  $30^\circ$  (du mode 2). Au delà de cette valeur, le système devient instable. Une augmentation des performances de réjection des perturbations diminue cette valeur de retard limite. Expérimentalement, le choix des deux matrices de pondérations Q et R sera effectué pour atteindre un compromis entre la stabilité et les performances.

Afin d'estimer la robustesse de la méthode de compensation vis à vis de modes de résonance non utilisé pour l'obtention du correcteur, nous avons ajouté dans le modèle piézoélectrique et magnétique un mode supplémentaire (mode 4 à 33 kHz), figure 4.23. Le dimensionnement du retour d'état et de l'observateur de Kalman n'a pas été modifié et le retard de la chaîne directe est considéré nul.

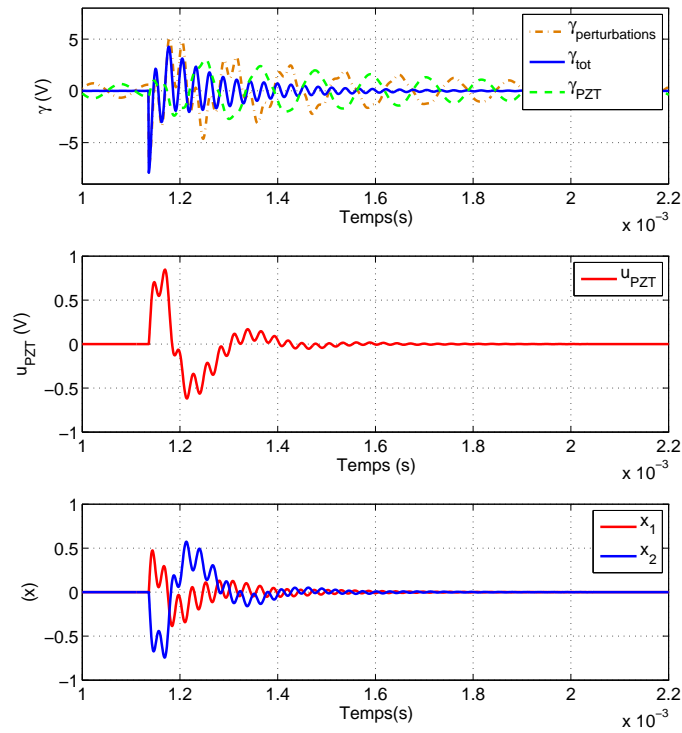


FIGURE 4.23 – Rejet de perturbations créneaux en simulation avec modèle complexe

L'ajout d'une résonance a réduit les performances de réjection des perturbations. Le mode 2 a été atténué mais le correcteur n'a pas agi sur le mode 4. Qui plus est, le mode 4 a même été amplifié. Ceci s'explique par le fait que le gain du correcteur à la fréquence du mode 4 est important pour une phase tendant vers  $-180^\circ$ .

Pour prendre en compte ce mode parasite, la matrice d'état peut être augmentée en considérant ce mode, figure 4.24. Ainsi, le retour d'état et le filtre de Kalman sont augmentés pour prendre en compte cette résonance.

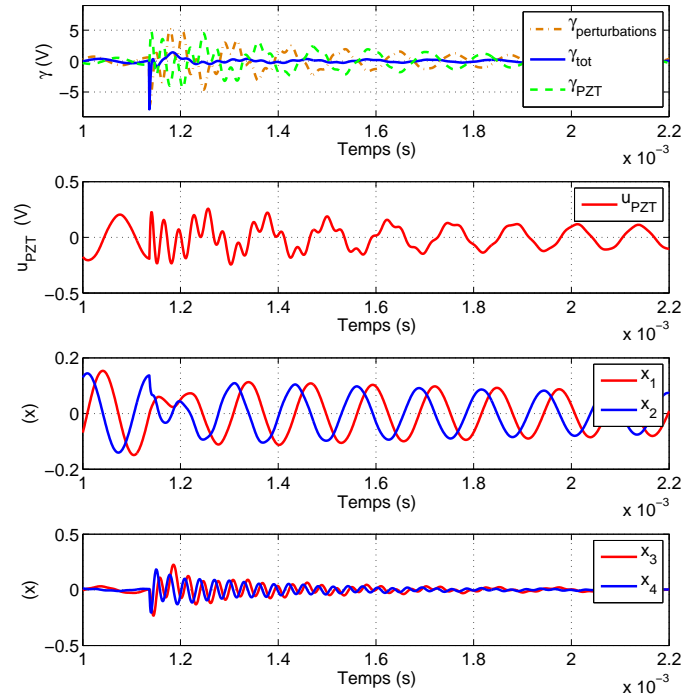


FIGURE 4.24 – Rejet de perturbations crénaux en simulation avec modèle multi-mode pris en compte

En prenant en compte ce mode, la compensation résultante devient similaire à ce que nous obtenions avec un seul mode. La tension piézoélectrique comme pour le cas mono-mode reste faible. Les vecteurs d'état  $x_1 = \omega_{PZT,2}^2 d_{PZT,2}$  et  $x_2 = \omega_{PZT,2} \dot{d}_{PZT,2}$  ne contiennent qu'une composante à la fréquence du mode 2. Les vecteurs d'état  $x_3 = \omega_{PZT,4}^2 d_{PZT,4}$  et  $x_4 = \omega_{PZT,4} \dot{d}_{PZT,4}$  ne contiennent qu'une composante à la fréquence du mode 4. Nous pouvons avec cette méthode reconstruire les états du système pour chaque mode de résonance et ainsi pouvoir choisir comment atténuer chaque mode indépendamment des autres modes.

### 4.2.2.3. Résultats expérimentaux

Expérimentalement, le retour d'état et l'observateur de Kalman ont été calculés pour un seul mode (mode 2). De plus, l'échantillonnage est de 50 KHz (soit un retard statistique de  $10\mu s$ ). Après plusieurs essais expérimentaux, les matrices Q, R, V et W retenues ont été :  $q_{11} = 1$ ,  $q_{22} = 0.5$ ,  $r_{11} = 5$ ,  $V = 1 + \alpha^2 BB^t$  (effet LTR : restauration de la boucle de transfert soit une amélioration des marges de stabilité du système bouclé avec  $\alpha = 10$ ) et  $W = 1$ .

Dans un premier temps, la machine étant à l'arrêt, un courant rectangulaire lui a été appliqué à partir d'un amplificateur de puissance linéaire avec une période correspondant à dix fois celle du mode 2, figure 4.25.

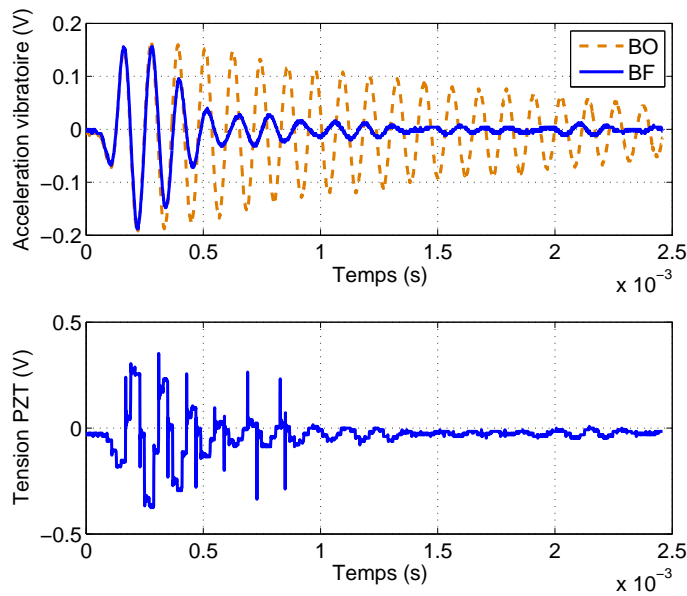


FIGURE 4.25 – Rejet de perturbation carrée

Le retard de la chaîne directe a détérioré l'influence du correcteur sur les premiers lobes (la tension piézoélectrique n'a d'effet qu'après les premiers lobes) et sur le reste de l'accélération vibratoire. Cependant, le niveau de compensation atteint est très satisfaisant. Il existe quelques méthodes afin d'intégrer le retard de la chaîne directe (décomposition de Padé du retard), cependant, elles n'ont eu ici que peu ou prou d'influence. La tension piézoélectrique mesurée reste de l'ordre de grandeur de celle simulée.

Pour la deuxième série de tests, la MRV est commandée en tension afin d'atteindre les hautes vitesses (10 000 tr/min pour la figure 4.26 et 30 000 tr/min pour la figure 4.27).

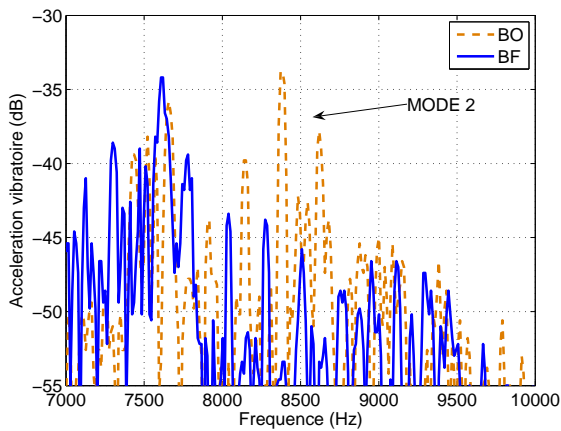


FIGURE 4.26 – Atténuation des vibrations à 10 000 tr/min pour un correcteur LQG

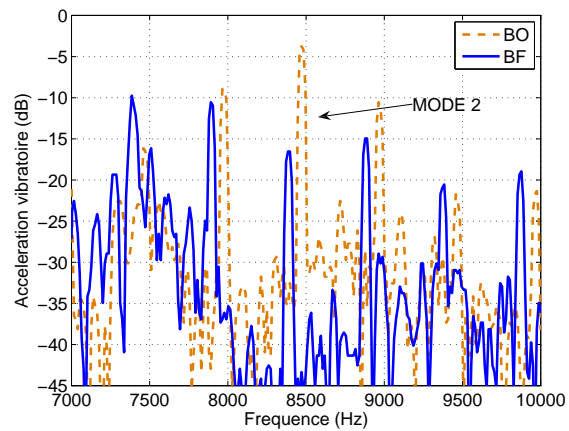


FIGURE 4.27 – Atténuation des vibrations à 30 000 tr/min pour un correcteur LQG

Nous obtenons 10 dB d'atténuation en boucle fermée autour de la résonance du système (8800Hz) à 10 000 tr/min et à 30 000 tr/min. Ce correcteur n'a aucune action sur les autres fréquences présentes dans le signal. A nouveau, il est possible d'obtenir une atténuation plus importante du mode 2, cependant cela entraîne une augmentation des résonances parasites de la structure.

### 4.2.3.1. Théorie

Le contrôle par modèle interne introduit par Morari [87, 88, 89] peut se voir comme une commande prédictive. En effet, un modèle du système avec toutes ces imperfections va être implanté dans le schéma de correcteur et l'erreur entre la sortie du modèle et le système va servir comme référence à un correcteur (ou filtre stabilisateur). Le schéma de contrôle de modèle interne est le suivant :

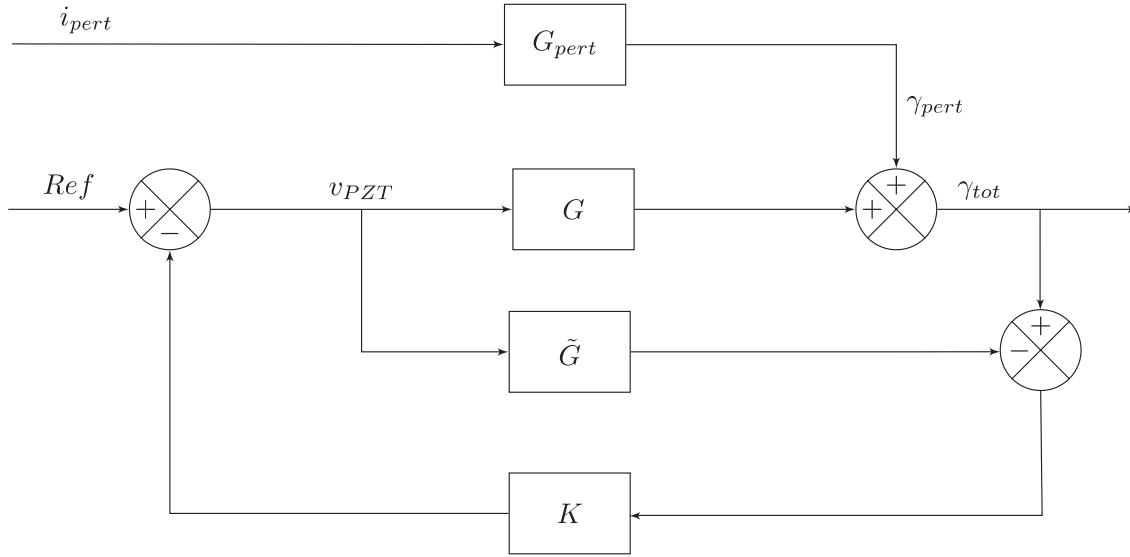


FIGURE 4.28 – Schéma IMC

L'équation de réjection de la perturbation s'écrit :

$$\frac{\gamma_{tot}}{\gamma_{pert}} = \frac{1 - K\tilde{G}}{1 + K(G - \tilde{G})} \quad (4.24)$$

avec  $G$  la fonction de transfert en  $p$  de la partie piézoélectrique et mécanique ainsi que  $G_{pert}$  la fonction de transfert en  $p$  de la partie magnétique et mécanique. Si le modèle interne du système correspond au système ( $G = \tilde{G}$ ), l'équation 4.24 devient :

$$\frac{\gamma_{tot}}{\gamma_{pert}} = 1 - K\tilde{G} \quad (4.25)$$

Il y a alors un rejet des perturbations  $\forall \gamma_{pert}$  si et seulement si :

$$K = \tilde{G}^{-1} \quad (4.26)$$

Dans ce cas, le système se comporte comme s'il était en boucle ouverte (feedforward). On obtient une compensation parfaite des vibrations. Ce type de méthode est également utilisé comme reconstituteur de perturbations dans certaines applications. Pour la suite, nous considérons que  $\tilde{G} = G$ . Cependant, si cette fonction de transfert possède des pôles à parties réelles positives et des retards, il n'est pas possible de déterminer  $K$  par l'équation 4.26 sous peine de rendre instable le système. Dans ce cas, nous procédons à la factorisation de  $G$  :

$$G = G_+ G_- \quad (4.27)$$

avec  $G_+$  la partie de  $G$  possédant les pôles à partie réelle positive ou nulle et les retards et  $G_-$  la partie stable de  $G$ . Le correcteur  $K$  s'écrit alors :

$$K = G_-^{-1} f \quad (4.28)$$

Le filtre de modèle interne  $f$  est déduit de :

$$f = \frac{1}{(1 + \epsilon p)^r} \quad (4.29)$$

Ce filtre est là pour stabiliser la boucle fermée et est donc calculé pour assurer une bonne marge de phase.

### 4.2.3.2. Résultats de simulation

Dans un premier temps, le système nominal où le retard n'est pris en compte a été simulé dans le cas idéal où  $G = \tilde{G}$  et  $K = \tilde{G}^{-1}$ , figure 4.29 :

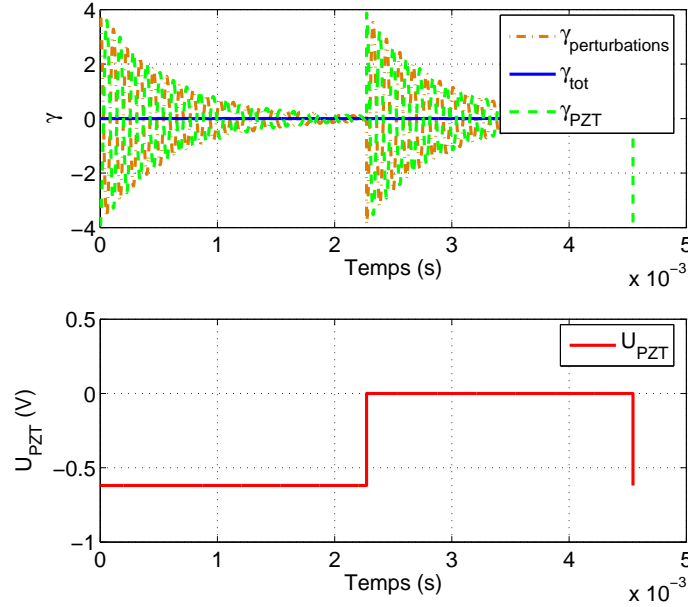


FIGURE 4.29 – Rejet de perturbations carré ; cas parfait

Dans ce cas de figure, la perturbation est totalement rejetée puisque le système impose que l'accélération vibratoire générée par l'actionneur piézoélectrique soit identique à l'accélération vibratoire perturbatrice. De plus, nous pouvons remarquer que la tension piézoélectrique correspond parfaitement à la perturbation du système, c'est ce que la littérature appelle la reconstruction de perturbation.

La même simulation a été réalisée mais cette fois avec un filtre de sortie réaliste où  $G = \tilde{G}$  sans les retards et  $K = G^{-1} \frac{1}{1 + 2m_c(\frac{p}{\omega_{PZT}}) + (\frac{p}{\omega_{PZT}})^2} \frac{1}{(1 + \epsilon p)^r}$ , figure 4.30.  $m_c$  est un coefficient d'amortissement grand devant  $m_{PZT}$ ,  $\epsilon = \frac{n}{\omega_{PZT}}$  avec  $n=10$  et  $r=2$ .

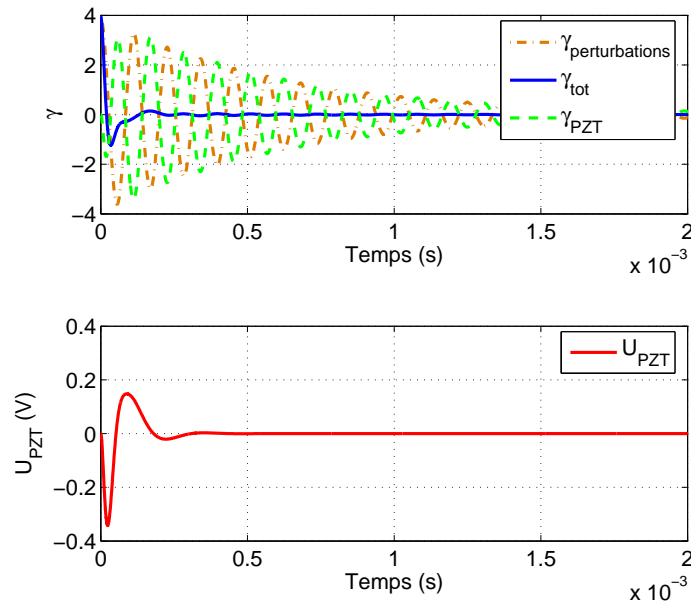


FIGURE 4.30 – Rejet de perturbations carre cas “réaliste”

Dans cette configuration, nous retrouvons une atténuation importante de l’accélération vibratoire avec une tension piézoélectrique faible. L’influence d’un retard pur dans la chaîne directe pour ce correcteur a été simulée et est représentée sur la figure 4.31.

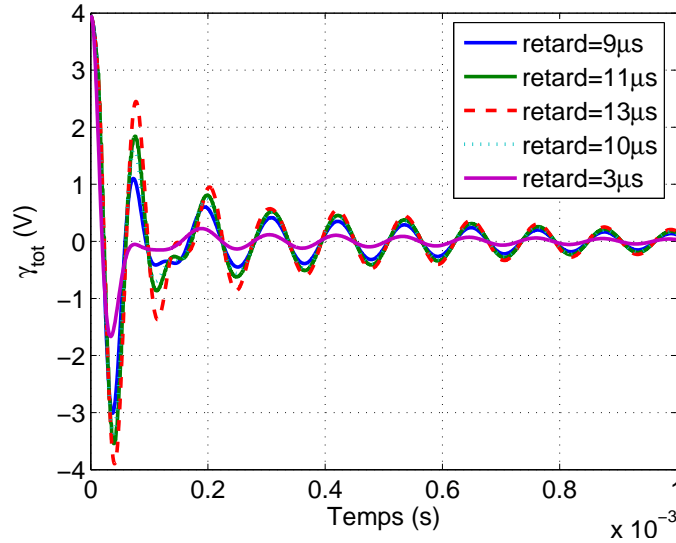


FIGURE 4.31 – Influence du retard pur

Nous observons que le correcteur est peu robuste vis à vis d’un retard dans la chaîne directe. Cependant, il est aisé d’inclure ce retard dans la fonction de transfert du système  $\tilde{G}$  et ainsi se retrouver avec une atténuation identique à la figure 4.30.

### 4.2.3.3. Résultats expérimentaux

En pratique, les filtres dimensionnés correspondent à  $G = \tilde{G}$  sans les retards et  $K = G^{-1} \frac{1}{1+2m_c(\frac{p}{\omega_{PZT}}) + (\frac{p}{\omega_{PZT}})^2} \frac{1}{(1+\epsilon p)^r}$  avec  $m_c = 0.3$ ,  $m_{PZT} = 0.03$ ,  $\epsilon = \frac{n}{\omega_{PZT}}$  avec  $n=10$  et  $r=2$ .

Dans un premier temps, la machine étant à l'arrêt, un courant rectangulaire lui a été appliqué à partir d'un amplificateur de puissance linéaire avec une période correspondant à dix fois celle du mode 2, figure 4.32.

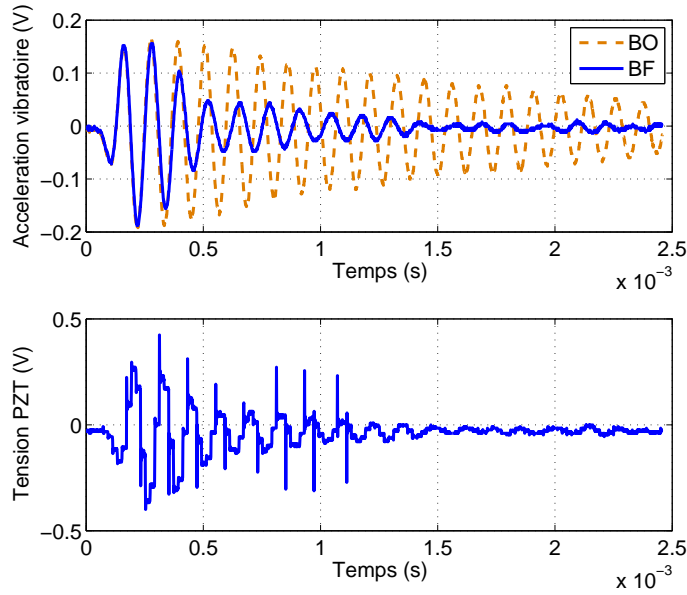


FIGURE 4.32 – Rejet de perturbation carrée

Nous obtenons expérimentalement, une atténuation de l'accélération vibratoire très satisfaisante avec une tension piézoélectrique faible. Comme pour les autres correcteurs, les premiers lobes ne sont pas atténués. La deuxième série de tests a été d'utiliser la MRV en moteur commandé en tension afin d'atteindre les hautes vitesses (10 000 tr/min pour la figure 4.33 et 30 000 tr/min pour la figure 4.34).

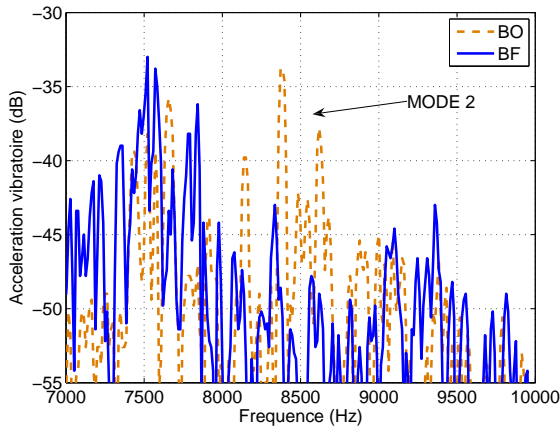


FIGURE 4.33 – Atténuation des vibrations à 10 000 tr/min pour un correcteur IMC

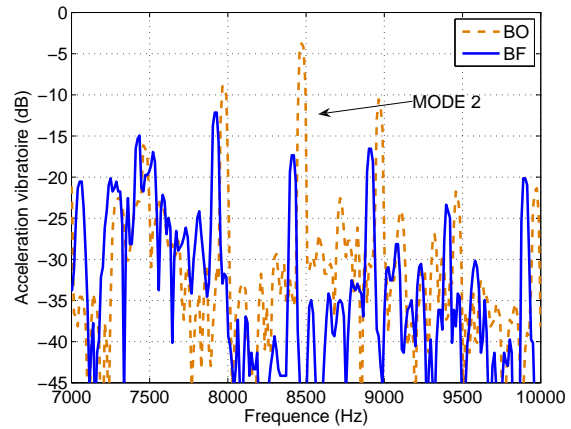


FIGURE 4.34 – Atténuation des vibrations à 30 000 tr/min pour un correcteur IMC

Nous obtenons 10 dB d'atténuation en boucle fermée autour de la résonance du système (8800Hz) à 10 000 tr/min et à 30 000 tr/min. L'action de ce correcteur sur les autres fréquences présentes dans le signal est faible.

### 4.2.4.1. Théorie

Le système étudié est dans sa forme la plus générale, un système possédant des modes de résonance connus ainsi que des modes négligés ou inconnus. Par ailleurs, il existe de nombreuses incertitudes sur les paramètres mêmes de ces modes (amortissements, gains, fréquences) et ceux-ci peuvent varier selon le temps. Dans ce contexte, il semble judicieux d'étudier le système du point de vue de la commande robuste qui va intégrer ces incertitudes et nous informer sur les limites acceptables de variations de ces paramètres (la  $\mu$ -analyse) [44]. Le système ainsi étudié peut se mettre sous la forme standard, figure 4.35.

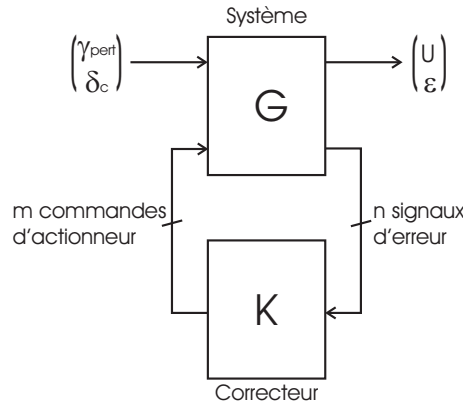


FIGURE 4.35 – Schéma du problème standard

$G(j\omega)$  et  $\Gamma > 0$  étant donnés, il s'agit de déterminer tous les correcteurs  $K(j\omega)$  qui stabilisent le système bouclé et qui assure que la norme  $H_\infty^1$  de la transformation fractionnaire linéaire<sup>2</sup> soit telle que :

$$\|F_l(G(j\omega), K(j\omega))\|_\infty \leq \Gamma \quad \forall \omega \quad (4.30)$$

L'inéquation 4.30 peut être décrite en ces termes : soit une valeur de  $\Gamma$  proche de 1, les fonctions de transfert entre toutes les entrées et les sorties pour le système nominal vont être contraintes à être inférieures à cette valeur de  $\Gamma$ . Dit autrement, nous allons contraindre les fonctions de transfert via le dimensionnement du correcteur à être sous des gabarits et ainsi pouvoir avoir une action directe sur les performances en boucle fermée du système. Afin de contraindre les différentes fonctions de transfert, nous ne nous intéressons pas directement aux entrées/sorties mais à celles-ci pondérées par des filtres  $W_1$ ,  $W_2$  et  $W_3$ , figure 4.36.

1.  $\|H\|_\infty = \sup_\omega \bar{\sigma}(H(j\omega))$

2.  $F_l(G(j\omega), K(j\omega))$  correspond à la transformation fractionnaire linéaire (LFT) liant le couple  $(\delta_c, \gamma_{pert})$  à  $(\epsilon, u)$

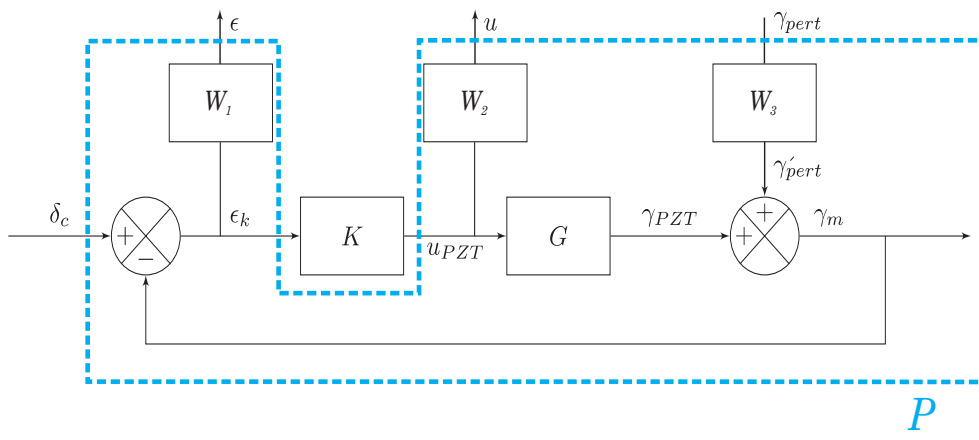


FIGURE 4.36 – Schéma de la régulation avec les filtres de pondération

La transformation fractionnaire linéaire s'écrit alors :

$$\begin{pmatrix} \epsilon \\ u \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} SW_1 & -SW_1W_3 \\ SW_2K & -SW_2KW_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta_c \\ \gamma_{pert} \end{pmatrix} = F_l(G(j\omega), K(j\omega)) \quad (4.31)$$

avec  $S = (1 + KG)^{-1}$  la matrice de sensibilité du système. La condition sur l'équation 4.30 peut donc se réécrire :

$$\left\| \begin{pmatrix} SW_1 & -SW_1W_3 \\ SW_2K & -SW_2KW_3 \end{pmatrix} \right\|_{\infty} \leq \Gamma \quad (4.32)$$

Soit un système de deux inégalités :

$$\forall \omega \quad |S(j\omega)| \leq \frac{\Gamma}{|W_1(j\omega)||W_3(j\omega)|} \quad (4.33)$$

$$\forall \omega \quad |S(j\omega)K(j\omega)| \leq \frac{\Gamma}{|W_2(j\omega)||W_3(j\omega)|} \quad (4.34)$$

Les deux inégalités précédentes contraignent les différents transferts nominaux en boucle fermée à se situer sous des gabarits imposés par  $W_1$ ,  $W_2$  et  $W_3$ . De plus, nous voyons par ces deux inégalités que ces filtres ont différentes fonctions. Notamment,  $W_1$  agit sur la marge de module du système ainsi que sur le gain statique (équation 4.33).  $W_2$ , quant à lui a une action sur la tension appliquée aux actionneurs piézoélectriques (équation 4.34) et  $W_3$ , va agir sur la réjection des perturbations (équation 4.33). Dans ce problème de réjection de perturbations, nous proposons des filtres de pondération de la forme :

$$W_1(j\omega) = H_{01} \quad (4.35)$$

$$W_2(j\omega) = H_{02} \frac{1 + ja_2 \frac{\omega}{\omega_0}}{1 + jb_2 \frac{\omega}{\omega_0}} \quad (4.36)$$

$$W_3(j\omega) = H_{03} \frac{1 + 2m_{a3}j \frac{\omega}{\omega_0} + (j \frac{\omega}{\omega_0})^2}{1 + 2m_{b3}j \frac{\omega}{\omega_0} + (j \frac{\omega}{\omega_0})^2} \quad (4.37)$$

L'entrée de référence étant nulle et ne cherchant pas à obtenir des performances sur le système en asservissement (ou régulation), le filtre  $W_1$  est ramené à un simple gain statique. Bien qu'un premier ordre sur  $W_1$  assurerait un contrôle précis du gain statique et de la marge de phase, nous n'avons retenu ici qu'un gain statique  $H_{01}$ . Les figures 4.37 et 4.38 illustrent les inégalités mentionnées plus haut. Si un correcteur  $K(j\omega)$  existe alors les différents transferts nominaux se trouvent sous les gabarits des filtres :

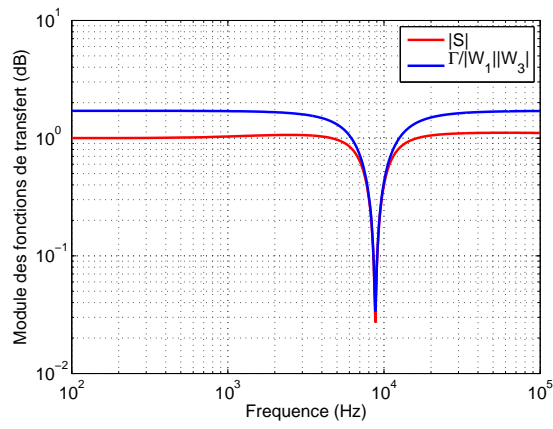


FIGURE 4.37 – Filtre de gabarit contraignant  $S(j\omega)$

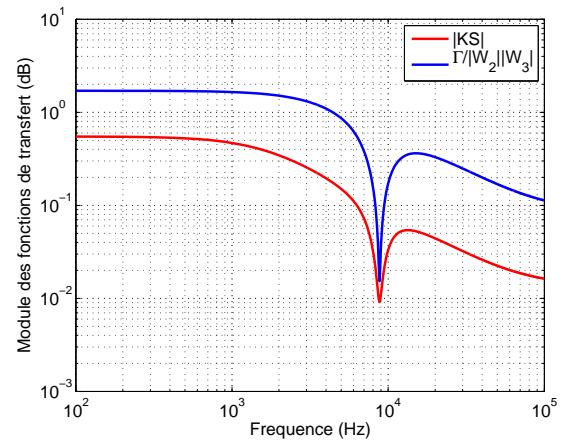


FIGURE 4.38 – Filtre de gabarit contraignant  $KS(j\omega)$

Les correcteurs qui assurent la plus petite valeur de  $\Gamma$  possible sont dit optimaux. La méthode la plus courante pour résoudre le problème  $H_\infty$  standard utilise l'algorithme de Glover-Doyle qui consiste à résoudre les équations de Riccati et à approcher la valeur optimale de  $\Gamma$  par dichotomie. Afin de calculer le correcteur optimal, le système est mis sous la forme :

$$\begin{pmatrix} \dot{X} \\ \dot{X}_1 \\ \dot{X}_2 \\ \dot{X}_3 \\ u \\ \epsilon \\ \epsilon_K \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & B \\ -B_1C & A_1 & 0 & -B_1C_3 & -B_1D_3 & B_1 & -B_1D \\ 0 & 0 & A_2 & 0 & 0 & 0 & B_2 \\ 0 & 0 & 0 & A_3 & B_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 & 0 & 0 & 0 & D_2 \\ -D_1C & C_1 & 0 & -D_1C_3 & -D_1D_3 & D_1 & -D_1D \\ -C & 0 & 0 & -C_3 & -D_3 & 1 & -D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ \gamma_{pert} \\ \delta_c \\ u_{PZT} \end{pmatrix} \quad (4.38)$$

## 4.2.4.2. Résultats de simulation

Dans un premier temps, le système nominal où le retard n'est pas pris en compte a été simulé, figure 4.39 :

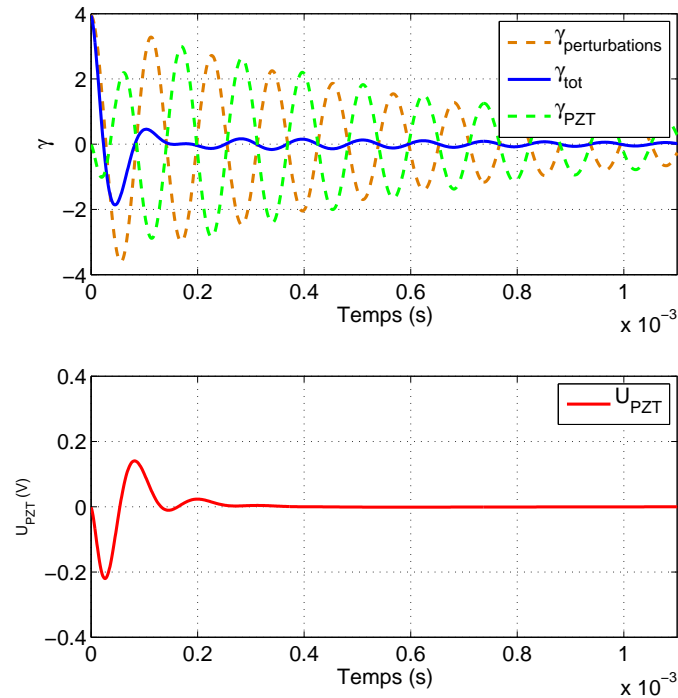


FIGURE 4.39 – Rejet de perturbations crénaux en simulation sans retard

Nous obtenons une atténuation importante de l'accélération vibratoire à partir d'un tensione piézoélectrique faible.

## 4.2.4.3. Etude de la robustesse en stabilité et en performances

Afin de quantifier la notion de robustesse en stabilité et en performances, nous nous intéressons à la  $\mu$ -analyse du problème standard vis à vis des incertitudes et des dynamiques cachées. Les incertitudes concernent les différents paramètres du système : gain, fréquence de résonance et amortissement du mode principal. Celles-ci peuvent être dues à des erreurs de mesure (gain), à une méconnaissance du système (amortissement) ou à des variations du mode de résonance induites par des éléments extérieurs. Les dynamiques cachées sont dues aux modes de résonance jusque là négligés. Afin d'étudier la robustesse du système avec son correcteur, le système est mis sous la forme présentée, figure 4.40 :

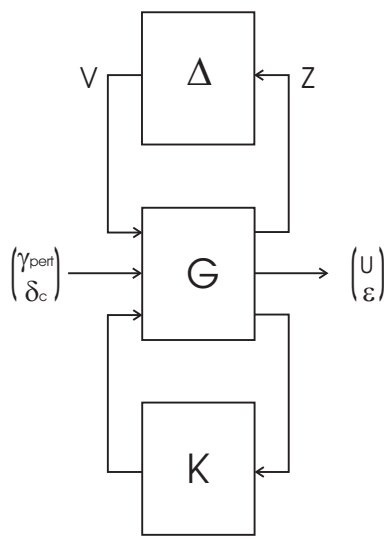


FIGURE 4.40 – Schéma du problème standard avec incertitudes

Les incertitudes sont mises sous la forme :

$$\omega_0 = \omega_0 + \frac{\omega_0}{N} \Delta_\omega \quad (4.39)$$

$$m_0 = m_0 + \frac{m_0}{N} \Delta_m \quad (4.40)$$

$$H_0 = H_0 + \frac{H_0}{N} \Delta_H \quad (4.41)$$

avec  $|\Delta_\omega| \leq 1$ ,  $|\Delta_m| \leq 1$  et  $|\Delta_H| \leq 1$ .  $N$  permet de régler l'excursion des incertitudes ( $N = 10$  correspond à une variation de 10%). L'étude de la robustesse a montré que le système était stable pour un intervalle important de variations de  $H_0$  et  $m_0$  (de l'ordre de 10%). Ainsi, pour la suite, nous ne nous intéresserons qu'à la robustesse vis à vis d'une incertitude sur la valeur de la fréquence de résonance du mode principal. La relation matricielle liant les entrées  $(v, u)$  aux sorties  $(z, \gamma)$  à  $\delta_c = 0$  s'écrit :

$$\begin{pmatrix} \dot{X} \\ z_1 \\ z_2 \\ \epsilon_K \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & 0 & 0 & B \\ (\frac{1}{N\omega_0} & 0) & 0 & 0 \\ (\frac{1}{N} & \frac{2m_0}{N}) & \frac{\omega_0}{N} & 0 \\ -C & \omega_0 & 1 & -D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ v_1 \\ v_2 \\ u_{PZT} \end{pmatrix} = P_u \begin{pmatrix} X \\ v_1 \\ v_2 \\ u_{PZT} \end{pmatrix} \quad (4.42)$$

La ou les dynamiques cachées sont représentées par une forme multiplicative en sortie, figure 4.41 :

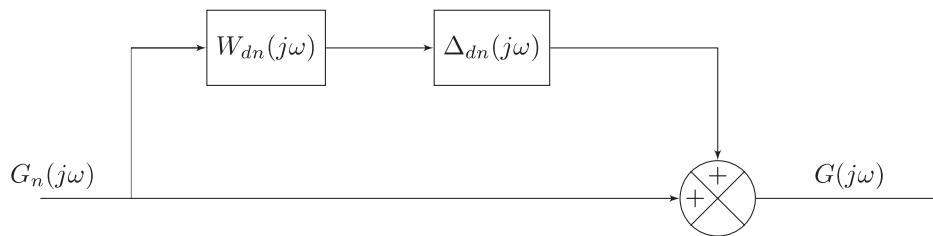


FIGURE 4.41 – Forme multiplicative en sortie de la dynamique cachée

Cette forme multiplicative est définie telle que  $G(j\omega) = G_n(j\omega)(I + W_{dn}(j\omega)\Delta_{dn}(j\omega))$ ,  $G_n$  étant le modèle nominal du système. La fonction de transfert de dynamique cachée  $W_{dn}$  de norme  $H_\infty$  unitaire s'exprime alors par :

$$W_{dn}(j\omega) = \frac{-(1 + 2m_{dn}j\frac{\omega}{\omega_{dn}})}{1 + 2m_{dn}j\frac{\omega}{\omega_{dn}} + (j\frac{\omega}{\omega_{dn}})^2} \quad (4.43)$$

Il existe de nombreuses dynamiques cachées : les modes de résonance supérieurs au mode 2, les résonances induites par le montage des flasques, carcasses, etc. Cependant, les résonances très éloignées de la fréquence du mode principal n'ont que peu ou prou d'influence sur la stabilité du système. Seules les résonances proches de la résonance principale apportent une phase importante au système pour ce mode et sont donc susceptibles de jouer sur la stabilité. Nous avons considéré comme dynamique négligée un mode de résonance induit par la carcasse à 6600 Hz possédant un coefficient d'amortissement égal à 3%, figures 4.42 et 4.43.

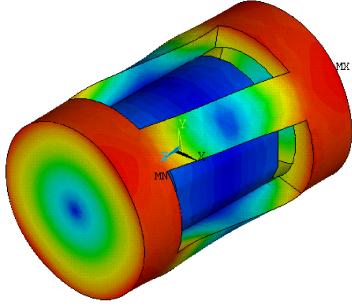


FIGURE 4.42 – Résonance de la carcasse à 6600 Hz

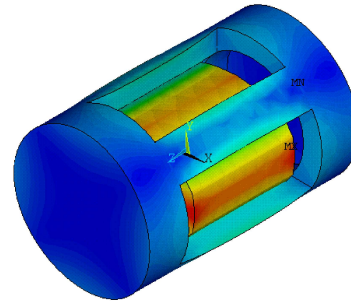


FIGURE 4.43 – Résonance de la MRV à 8800 Hz

Ainsi,  $m_{dn} = 3\%$  et  $\omega_{dn} = 2 * \pi * 6600 \text{ rd/s}$ . Il est alors possible de définir la matrice d'incertitude  $\Delta$  :

$$\begin{pmatrix} v_r \\ v_s \\ v_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Delta_\omega & 0 & 0 \\ 0 & \Delta_\omega & 0 \\ 0 & 0 & \Delta_{dn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_r \\ z_s \\ z_t \end{pmatrix} = \Delta \begin{pmatrix} z_r \\ z_s \\ z_t \end{pmatrix} \quad (4.44)$$

L'analyse de la robustesse en stabilité s'effectue en calculant la valeur singulière structurée  $\mu_\Delta(P_u)$  soit la valeur singulière structurée de la matrice  $P_u$  à partir de la connaissance de la structure diagonale de  $\Delta$  avec  $\{\Delta_\omega, \Delta_{dn}\} \in \mathfrak{R}$ . Cette valeur est définie à partir de la relation :

$$\mu_\Delta(P_u) = (\inf_{\Delta \in \underline{\Delta}} \{\bar{\sigma}(\Delta) / \det(I - \Delta P_u) = 0\})^{-1} \quad (4.45)$$

$$\mu_\Delta(P_u) = 0 \text{ si } \forall \Delta \in \underline{\Delta}, \det(I - \Delta P_u) \neq 0 \quad (4.46)$$

avec  $\underline{\Delta}$  l'ensemble des matrices diagonales à coefficients réels ou complexes. Le calcul de cette valeur singulière structurée nous informe sur la plus petite incertitude qui déstabilise le système. En pratique, il n'est pas possible de calculer directement cette valeur singulière structurée. Cependant, il est possible de l'encadrer par un minorant  $\mu_{inf}$  et par un majorant  $\mu_{sup}$ . Cette valeur singulière structurée a été représenté sur la figure 4.44, pour des fréquences autour de la fréquence de résonance du mode 2.

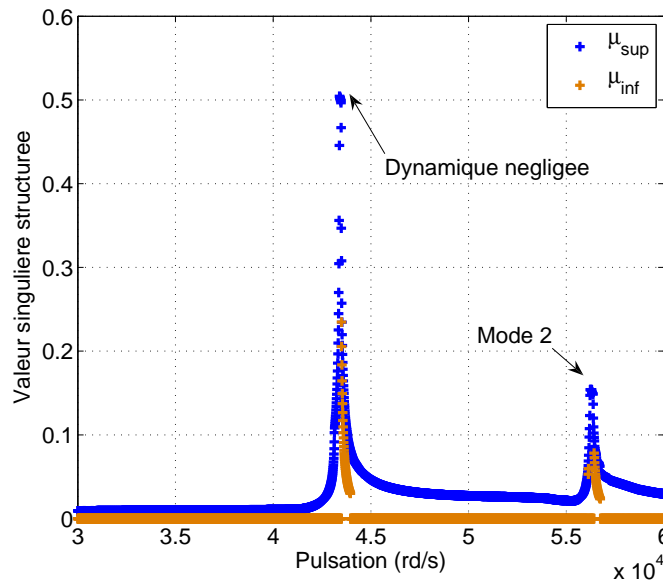


FIGURE 4.44 – Valeur singulière structurée  $\mu$

L'analyse de la robustesse vis à vis de la stabilité a été introduite à partir du théorème du petit gain [44]. Nous déduisons de ce théorème que le système est stable pour toutes les incertitudes et dynamiques négligées telles que :

$$|\Delta_\omega| \leq \frac{1}{\mu_\Delta(P_u)} \quad (4.47)$$

$$|\Delta_{dn}| \leq \frac{1}{\mu_\Delta(P_u)} \quad (4.48)$$

Nous obtenons ici que la valeur singulière structurée vaut 0.51, les incertitudes et les dynamiques négligées devront avoir une norme inférieure à 1.96 pour garantir la stabilité. Une analyse similaire est menée afin de prédire la robustesse du modèle vis à vis des performances. Pour cela, nous effectuons un retour fictif par une pondération complexe de  $\gamma_{pert}$  sur  $\gamma_m$  via le filtre qui a permis le dimensionnement du correcteur K,  $W_3$ . Le calcul de la valeur singulière structurée permet de prédire les incertitudes et les dynamiques négligées qui permettent d'assurer que la fonction de transfert  $\frac{\gamma_m}{\gamma_{pert}}(j\omega)$  reste sous le gabarit  $W_3(j\omega)^{-1}$ , figure 4.37 et par voie de conséquence, nous donne une garantie sur les performances requises, figure 4.45.

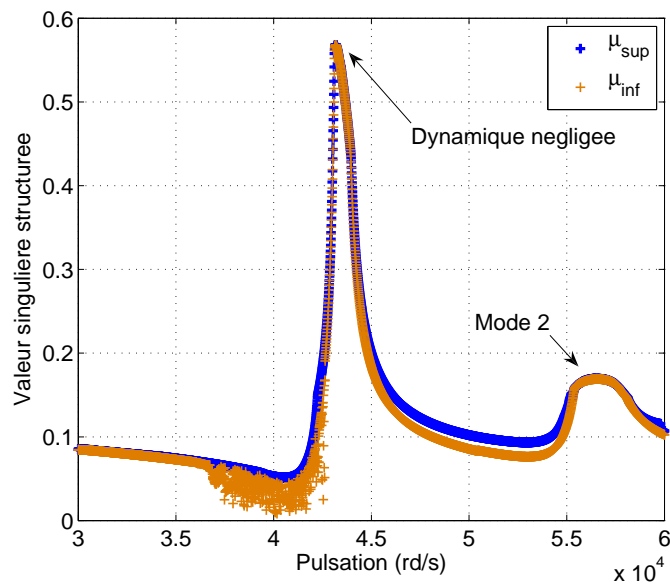


FIGURE 4.45 – Valeur singulière structurée  $\mu$  pour les performances

Nous obtenons pour l'analyse de la robustesse vis à vis des performances que la valeur singulière structurée vaut 0.57, les incertitudes et les dynamiques négligées devront avoir une norme inférieure à 1.75 pour garantir les performances souhaitées. Nous pouvons remarquer que la valeur singulière structurée est plus grande dans le cas de l'analyse de la robustesse vis à vis des performances que pour celle de la stabilité. Ceci s'explique par le fait que garantir la stabilité amène moins de contraintes sur le système et permet donc une excursion plus grande des paramètres (en diminuant les performances). Nous remarquons également sur la courbe de la valeur singulière structurée que c'est la dynamique négligée qui a le plus d'influence sur la stabilité et sur les performances. Heureusement, dans notre application ce mode de résonance possède un gain très faible sur l'accélération vibratoire mesurée et aura donc une influence limitée.

Pour finir, nous étudions la robustesse en stabilité et en performances de la méthode vis à vis d'un retard pur dans la chaîne directe. Celle-ci a été simulée et est représentée sur la figure 4.46.

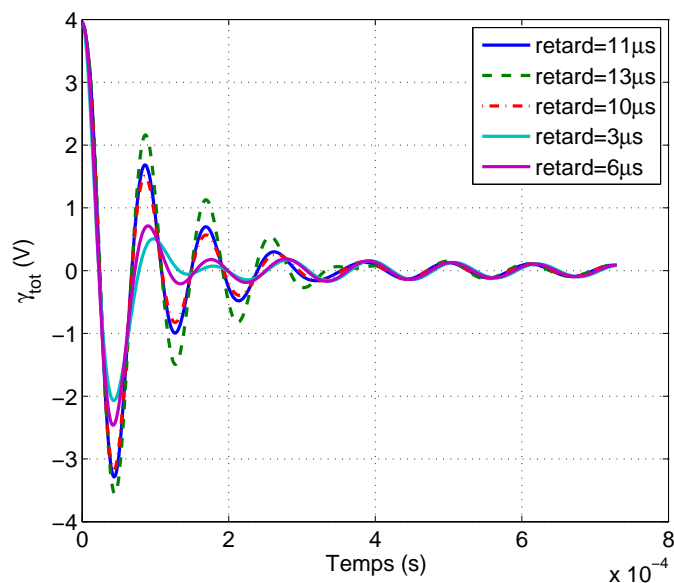


FIGURE 4.46 – Rejet de perturbations crénaux en simulation avec retard

Nous observons qu'un retard dans la chaîne directe diminue l'efficacité de la méthode. Pour quantifier ce phénomène, nous rajoutons dans l'étude de la robustesse un terme complexe dans la matrice  $\Delta$  (un terme  $\Delta_r$ ) sur la diagonale et le retard est modélisé par une forme multiplicative en sortie ( $W_r$ ,  $\Delta_r$ ) qui vient s'ajouter en parallèle à celle induite par la dynamique cachée. La fonction de transfert ( $W_r$ ) représentative du retard est obtenue à partir de la décomposition du retard par un approximant de Padé du troisième ordre (afin que l'approximation reste valable dans l'intervalle entre 0 et 20 000 Hz), telle que :

$$e^{-\tau p} \approx \frac{1 - \frac{\tau}{2}p + \frac{\tau^2}{8}p^2 - \frac{\tau^3}{48}p^3}{1 + \frac{\tau}{2}p + \frac{\tau^2}{8}p^2 + \frac{\tau^3}{48}p^3} \quad (4.49)$$

Le filtre  $W_r$  s'écrit alors :

$$W_r(p) = \frac{-\tau p - \frac{\tau^3}{24}p^3}{1 + \frac{\tau}{2}p + \frac{\tau^2}{8}p^2 + \frac{\tau^3}{48}p^3} \quad (4.50)$$

La figure 4.47 représente le calcul de la valeur singulière structurée en présence d'un retard pur de  $20 \mu s$  dans la chaîne directe dans le cas de la robustesse en stabilité.

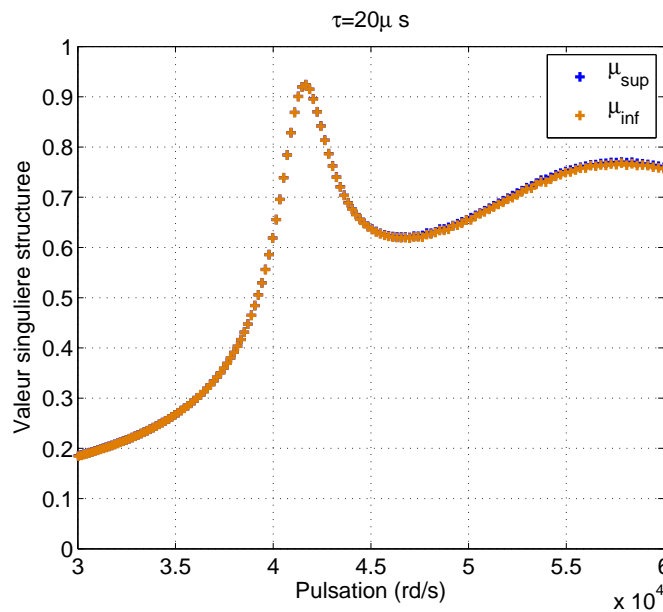


FIGURE 4.47 – Valeur singulière structurée  $\mu$  pour un retard dans la chaîne directe

Nous observons que le fait d'ajouter un retard pur augmente les valeurs singulières structurées et par voie de conséquence réduit la plage de robustesse pour la stabilité des incertitudes et des dynamiques cachées. La figure 4.48 compile les valeurs singulières structurées maximales pour différentes valeurs de retard pur caractéristiques de l'application dans le cas de la robustesse pour la stabilité et pour les performances.

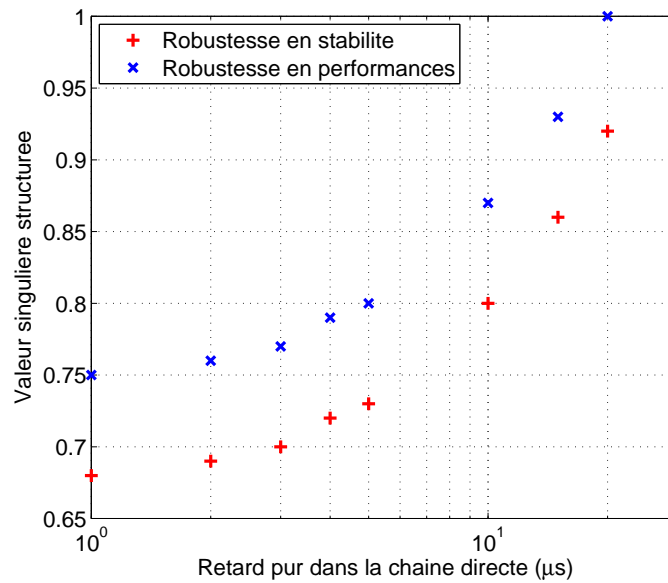


FIGURE 4.48 – Comparaison de la robustesse en stabilité et en performances pour un retard dans la chaîne directe

Nous retrouvons que les valeurs singulières structurées dans la robustesse en performances sont toujours supérieures à celles de la stabilité puisqu'il est toujours plus aisé de garantir la stabilité que les performances. La valeur singulière structurée pour la robustesse en performances tend vers 1 pour des valeurs du retard proches de 20  $\mu s$ , ce qui tend à affirmer qu'il est très difficile de garantir des performances souhaitées pour cette ordre de grandeur du retard (qui est pourtant représentatif du système).

#### 4.2.4.4. Résultats expérimentaux

Le correcteur optimal déterminé dans la partie théorique est de dimension :  $dim(K) = dim(A) + dim(W_1) + dim(W_1) + dim(W_3)$  soit de dimension 6x6.

$$K(p) = \frac{(p + 2 * 0.03 * \omega_0 + \omega_0^2)(p + 39 * \omega_0)(p + 10 * \omega_0)(p + 3 * \omega_0)(p + 0.01 * \omega_0)}{(p + 2 * 1.8 * \omega_0 + 5.8 * \omega_0^2)(p + 2 * 0.01 * \omega_0 + \omega_0^2)(p + 0.1 * \omega_0)(p + 0.09 * \omega_0)} \quad (4.51)$$

Cependant, ce transfert est difficilement réalisable en pratique car certains pôles où zéros sont très grands devant la fréquence caractéristique du système et l'ordre de ce correcteur est trop important pour être implanté dans une application réelle. Nous avons donc procédé à une étape de troncature de ce correcteur. Deux méthodes ont été testées. L'une basée sur un algorithme de réduction fourni par la toolbox de Matlab (en bornant la norme  $\|K - K_{t,matlab}\|_\infty$ ) et l'autre, « à la main ».

$$K_{t,matlab}(p) = \frac{(p + 195 * \omega_0)(p + 0.02 * \omega_0)}{p + 2 * 0.08 * \omega_0 + 0.01 * \omega_0^2} \quad (4.52)$$

$$K_t(p) = \frac{p + 2 * 0.03 * \omega_0 + \omega_0^2}{p + 2 * 0.01 * \omega_0 + \omega_0^2} \frac{1}{p + 0.1 * \omega_0} \quad (4.53)$$

Les diagrammes de Bode en module de ces différents correcteurs ont été représentés sur la figure 4.49.

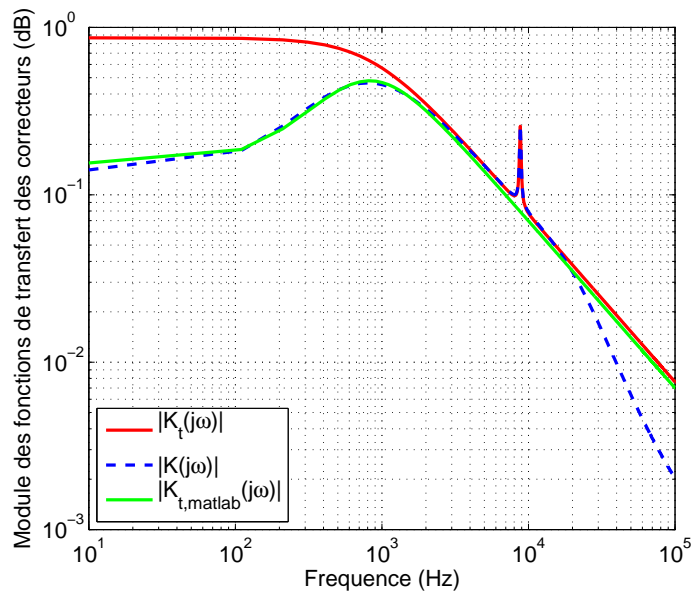


FIGURE 4.49 – Approximations du correcteur  $H_\infty$

Nous remarquons bien sur cette figure l'apport des différentes troncatures. La méthode employée par la toolbox de matlab permet d'avoir un correcteur d'ordre réduit (ordre 2) qui se comporte sur une large bande de fréquence comme le correcteur optimal. Cependant, autour de la fréquence du mode 2, le correcteur tronqué n'agit plus convenablement. De plus, les pôles et les zéros de cette fonction de transfert sont toujours (pour certains) grands devant la fréquence caractéristique. La troncature « à la main », s'effectue en négligeant les pôles et les zéros grands devant la fréquence caractéristique. Par cette méthode, la fonction de transfert ainsi obtenue s'éloigne de la fonction de transfert optimale, cependant, le comportement au voisinage de la fréquence de résonance est plus en adéquation.

Il nous semble pertinent que si nous utilisons la méthode de troncature imposée par Matlab, d'imposer un correcteur de la forme :

$$K_{PID}(p) = \frac{p + \omega_0}{p + 0.1 * \omega_0} \frac{p + \omega_0}{p + 2 * \omega_0} \quad (4.54)$$

Ce correcteur est très connu dans la littérature puisqu'il s'agit d'un correcteur PID, ou pour être plus exact, un correcteur à avance de gain couplé avec une avance de phase, figure 4.50.

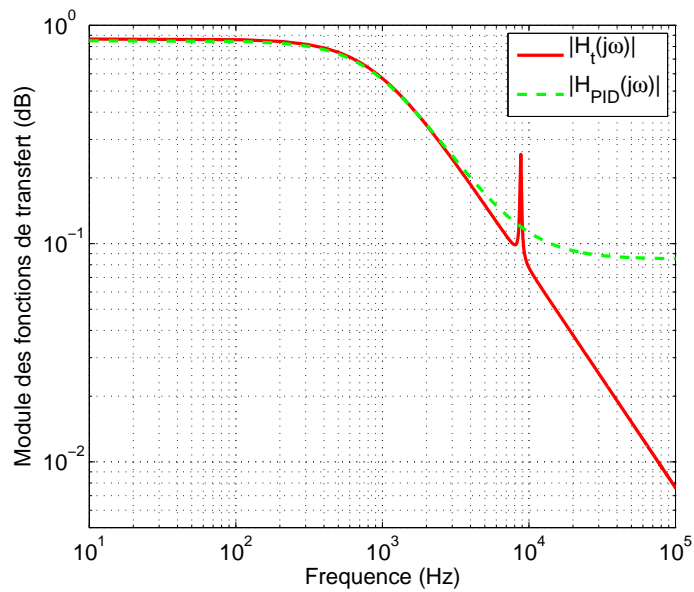


FIGURE 4.50 – Approximations du correcteur  $H_\infty$  avec un correcteur PID

Ce correcteur est semblable à celui donné par troncature de Matlab (correcteur PID) et dans la suite est implémenté expérimentalement. De plus, le correcteur « à la main » (correcteur  $H_\infty$ ) a été également testé. Dans un premier temps, la machine étant à l'arrêt, un courant rectangulaire lui a été appliqué à partir d'un amplificateur de puissance linéaire avec une période dix fois supérieure à la période caractéristique du système, figures 4.51 et 4.52.

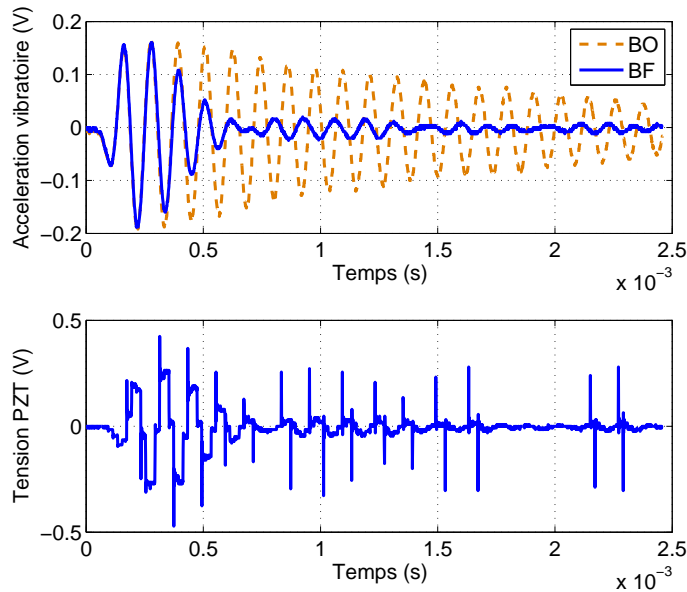


FIGURE 4.51 – Rejet de perturbation carrée correcteur  $H_\infty$

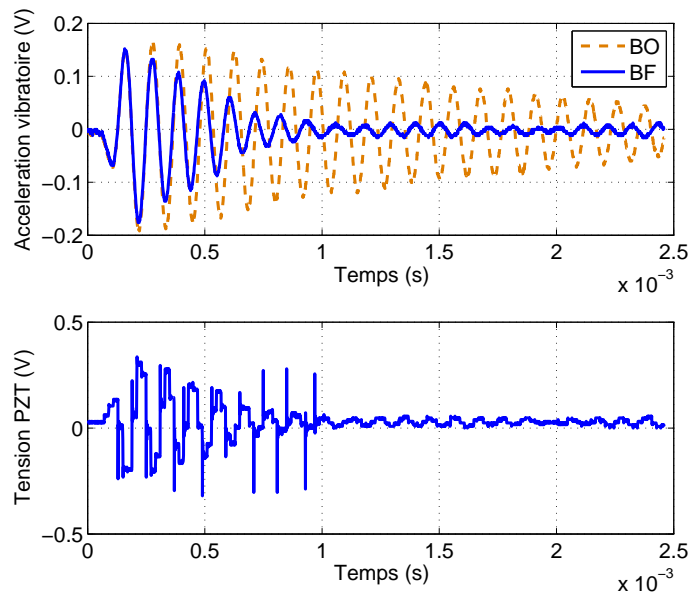


FIGURE 4.52 – Rejet de perturbation carrée correcteur PID

Nous obtenons des atténuations de l'accélération vibratoire semblables, légèrement plus efficace dans le cas du correcteur tronqué « à la main ». La tension piézoélectrique reste faible dans les deux cas. La deuxième série de tests a été d'utiliser la MRV en moteur commandé en tension afin d'atteindre les hautes vitesses (10 000 tr/min pour les figures 4.53 et 4.55 et 30 000 tr/min pour les figures 4.54 et 4.56).

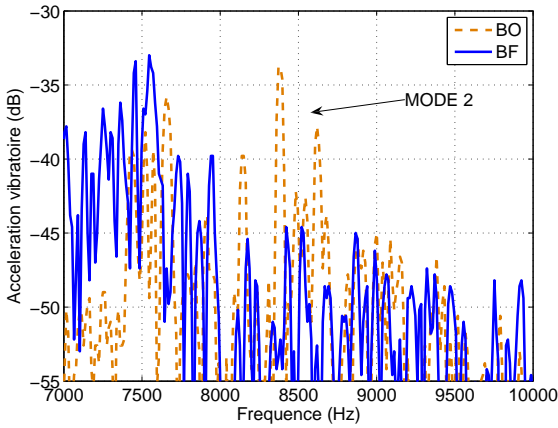


FIGURE 4.53 – Atténuation des vibrations à 10 000 tr/min pour un correcteur  $H_\infty$

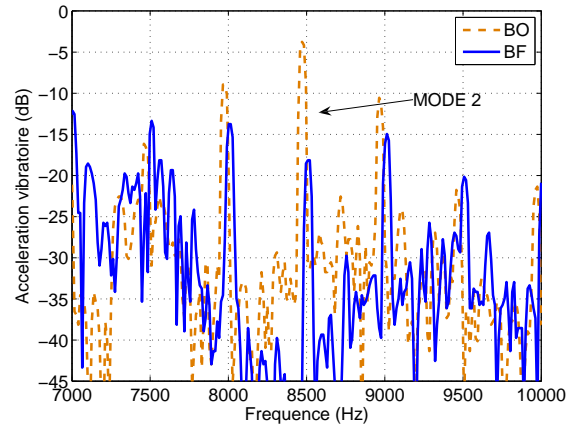


FIGURE 4.54 – Atténuation des vibrations à 30 000 tr/min pour un correcteur  $H_\infty$

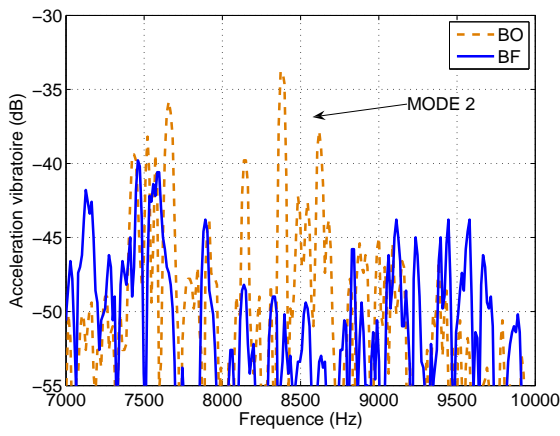


FIGURE 4.55 – Atténuation des vibrations à 10 000 tr/min pour un correcteur PID

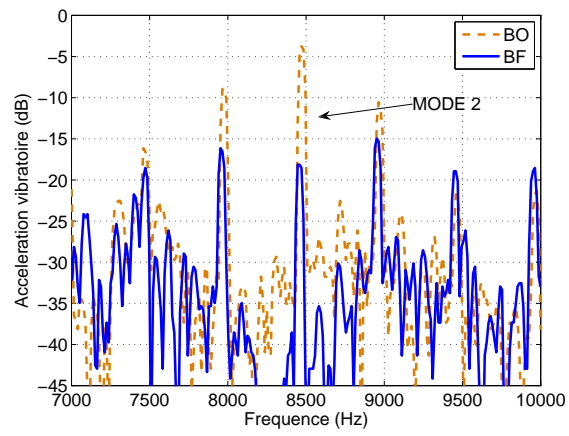


FIGURE 4.56 – Atténuation des vibrations à 30 000 tr/min pour un correcteur PID

Nous obtenons 15 dB d’atténuation en boucle fermée autour de la résonance du système (8800Hz) à 10 000 tr/min et à 30 000 tr/min pour les deux correcteurs. Ces correcteurs n’ont que peu d’action sur les autres fréquences présentes dans le signal.

#### 4.2.5. Conclusion et Comparaison des correcteurs

S’il a pu paraître fastidieux de mettre en place les correcteurs proposés, ces différents tests nous ont appris beaucoup de propriétés/caractéristiques sur le système, en effet :

- Les atténuations atteintes par la méthode de compensation par l’ajout d’actionneurs piézoélectriques sont quasi indépendantes de la nature du correcteur. Ceci prouve la robustesse de la méthode vis à vis du type de correcteur. En outre, un correcteur PID (très apprécié par les industriels) peut être utilisé dans le cas de l’atténuation d’un mode.
- La tension piézoélectrique nécessaire pour effectuer une compensation des vibrations est inférieure à 1 V. Ainsi, tous les dispositifs communs de control de processus peuvent être employés (DSP, automate, AOP, etc.).
- La compensation des vibrations expérimentale pour une excitation sinusoïdale correspond à l’atténuation en “boucle ouverte”. Il y a donc atténuation totale des vibrations autour d’un mode pour une excitation quasi monochromatique. Dans le cas d’une excitation quelque conque, ce sont les dynamiques négligées qui déstabilisent le système et donc ne permettent pas d’atteindre un tel niveau d’atténuation.
- Les temps de retard induits par le capteur et son amplification ainsi que l’échantillonnage, limitent l’atténuation des premiers lobes de résonance.
- Une atténuation de l’accélération vibratoire de l’ordre de 15 dB est atteinte par tous les correcteurs et ce quel que soit la vitesse de rotation de la machine. Nous avons donc une méthode robuste vis à vis du fonctionnement en vitesse de la MRV.

Afin de différencier ces différents correcteurs, nous nous intéressons à la fonction de transfert  $\frac{\gamma_m}{\gamma_{pert}}(j\omega)$  qui traduit l’atténuation théorique maximale atteignable ainsi que le comportement fréquentiel du correcteur, figure 4.57.

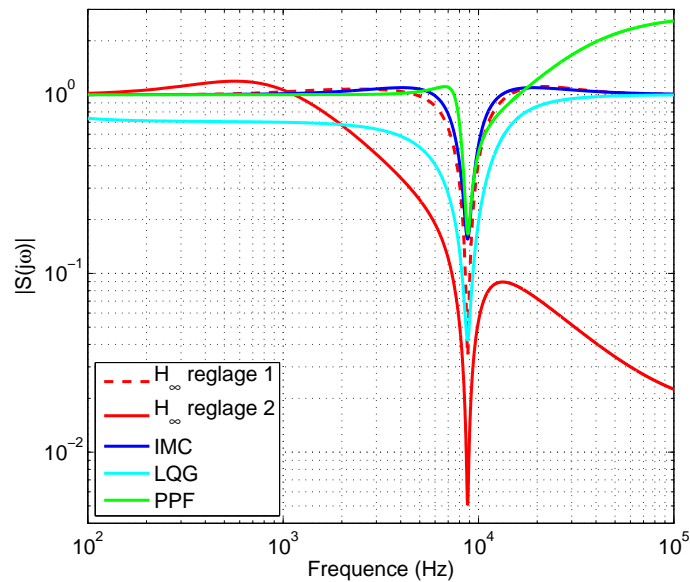


FIGURE 4.57 – Bode en gain de la fonction de sensibilité des différents correcteurs

Deux réglages du correcteur  $H_\infty$  ont été proposés. Le premier correspond au correcteur utilisé dans les études de simulation et expérimentales. Ce réglage favorise la stabilité du système au détriment des performances. Le second réglage favorise les performances. Nous avons essayé de maximiser l'atténuation, mais cependant, la robustesse en stabilité a été dégradée. Dans tous les cas, nous remarquons que ce sont ces deux correcteurs qui possèdent l'atténuation théorique maximale au niveau du mode de résonance. Le principal défaut du second réglage est qu'il amplifie les basses fréquences, ce qui peut exciter des modes parasites. Le correcteur LQG possède des caractéristiques similaires au premier réglage du correcteur  $H_\infty$  en terme d'atténuation. Nous pouvons remarquer que son gain aux basses fréquences est plus petit que 0 dB, ce qui évite l'amplification des modes parasites. Le correcteur IMC possède une atténuation moins importante tout comme le correcteur PPF. Cependant, ce dernier possède un gain hautes fréquences important ce qui le pénalise vis à vis des autres correcteurs.

Le dernier point à traiter est la vectorialisation de ces correcteurs. En effet, un "bon" correcteur devrait pouvoir s'implémenter en multi-phasé aussi aisément qu'en monophasé. Les correcteurs PPF et PID, par leurs dimensionnements ne se prêtent pas aisément à la vectorisation. Les autres correcteurs, grâce à leurs représentations d'état sont en revanche facilement vectorisables (c.f. au paragraphe suivant). Un résumé des différentes caractéristiques des correcteurs est proposé dans le tableau 4.2.

De part ses performances, son implémentation aisée et sa robustesse, nous avons décidé de décrire dans la partie suivante le correcteur  $H_\infty$  dans le contexte d'une machine triphasée. Les performances des autres correcteurs ne sont pas remises en cause, car ils ont été également testés avec succès dans le cas triphasé, mais il nous semble plus pertinent de ne décrire qu'un correcteur, les autres pouvant être déduits par analogie avec ce cas.

TABLE 4.2 – Comparaison des différents correcteurs par mode

	PID	PPF	LQG/LTR	$H_\infty$	IMC
Efficacité	15 dB	15 dB	15 dB	15 dB	15 dB
Degrés de liberté	$H_0, \tau_i, \tau_d$	$H_{PPF}, \omega_{PPF}, m_{PPF}$	[Q], [R], [V], [W]	$\underline{W}_1, \underline{W}_2, \underline{W}_3$	$\tilde{H}, \underline{G}$
Robustesse modèle	Très bonne	Très bonne	Faible	Prise en compte dans le dimensionnement	Faible
Action	Globale	Globale	Locale	Globale	Locale
Vectorisation	Difficile	Difficile	Aisé	Aisé	Aisé
Mise en oeuvre	Aisé	Aisé	Moyenne	Moyenne	Difficile

### 4.3.1. Méthodes de conception de correcteurs pour une machine triphasée

---

L'objectif de ce paragraphe est de mettre en oeuvre des méthodes de dimensionnement de correcteurs destinées à la compensation des vibrations dans le cas d'une machine à réluctance variable triphasée (MRV 6/4, 12/8, etc.). Nous nous intéressons à trois méthodes qui utilisent soit des propriétés de la machine (méthodes basées sur la propriété des champs tournants dans les machines électriques) soit utilisent une approche boîte noire du système.

- La première méthode décrite dans ce chapitre est basée sur la propriété des champs tournants. L'alimentation électrique de la machine génère un champ tournant de l'induction magnétique et par conséquent de la déformée vibratoire. En effectuant un changement de repère pour se placer en rotation avec ce champ tournant, il est ainsi possible de dimensionner le correcteur comme étant un correcteur qui doit assurer la réjection d'une perturbation constante. Cela permet d'obtenir des correcteurs très simples [90].
- La deuxième méthode décrite dans ce chapitre est également basée sur l'analyse du modèle du système. En effet, les matrices de transfert du système sont d'ordre 2 alors que le système est de dimension trois. Un changement de base dans la base où la troisième composante des matrices de transfert est nulle permet d'obtenir un système découplé où le correcteur doit assurer la réjection d'une perturbation sinusoïdale complexe (et de son conjugué) et par voie de conséquence, permet de se ramener à un cas SISO (monophasé).
- La dernière approche n'utilise aucune propriété du système. Elle conduit au dimensionnement d'une matrice de correcteurs d'ordre 3. Cette approche peu élégante ne sera pas détaillée dans ce mémoire.

Dans le cas de la machine triphasée, le dimensionnement et le positionnement des actionneurs piézoélectriques par un algorithme génétique (chapitre 3), en ne considérant que le mode 2, nous a conduit à placer les actionneurs, avec un décalage de la position de  $\frac{2\pi}{3}$ , sur les ventres de vibration de ce mode. Si nous considérons le repère ayant pour origine la phase magnétique 1, le système des actionneurs piézoélectriques se trouve décalé de  $\frac{\pi}{2}$ , figure 4.58.

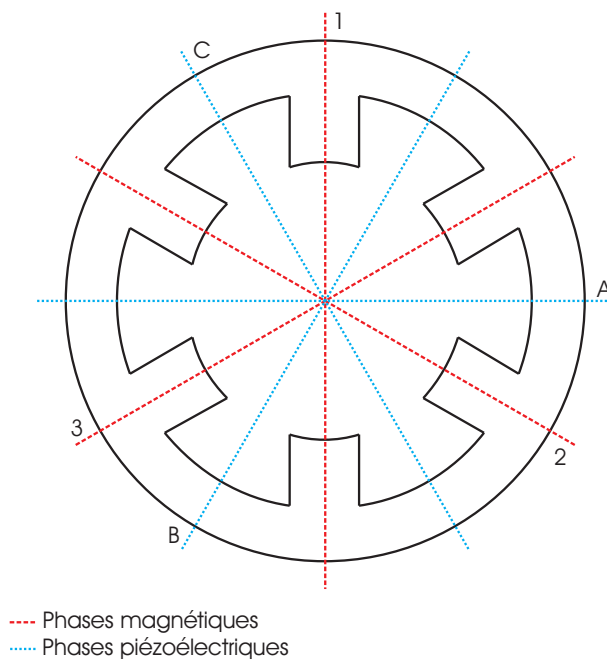


FIGURE 4.58 – Positionnement des capteurs sur la machine triphasée

Afin d’obtenir la meilleure mesure possible du mode 2, les capteurs d’accélération sont placés sur les ventres statiques (cas monophasé) du mode 2 en face des phases magnétiques (placés en  $\theta = \{0; \frac{2\pi}{3}; \frac{4\pi}{3}\}$ ).

### 4.3.2. Première méthode : le correcteur vectoriel

#### 4.3.2.1. Théorie

Aussi bien dans le cas monophasé que triphasé, le dimensionnement des correcteurs s’est effectué en utilisant un minimum d’informations sur le système. Alors que seule la fonction de transfert était considérée, dans ce cas présente une autre propriété peut être utilisée afin de simplifier le correcteur. La maximisation du couple généré impose que les trois phases soient alimentées de manière séquentielle, i.e. avec un déphasage temporel de  $\frac{2\pi}{3}$  entre chaque phase (correspond à un décalage mécanique des phases de  $\frac{2\pi}{3}$ ). Ainsi, nous pouvons utiliser cette information supplémentaire du système. Dans la suite, nous allons considérer une seule fréquence du spectre du produit inductance propre/courant afin de faciliter le raisonnement. Cependant, ces développements sont aisément généralisables en considérant le spectre entier de ce produit. La contrainte d’origine mécanique s’exprime alors :

$$T_{mag}(i_{phase}) = \frac{B^2(i_{phase})}{2\mu_0} = K_{phase}i_{phase}^2 \quad (4.55)$$

$K_{phase}$  ne dépendant que de la géométrie de la machine et de l’état magnétique du matériau (à la fréquence considérée). En considérant une alimentation sinusoïdale d’une phase (tout autre méthode d’alimentation pouvant être généralisée aisément), la contrainte s’exprime :

$$T_{mag}(t) = K_{phase}I^2 \sin^2(\omega t) \quad (4.56)$$

L’accélération vibratoire s’écrit alors comme la convolution entre la réponse impulsionnelle de la fonction de transfert du comportement mécanique du stator et la contrainte exercée.

$$\gamma(t, \theta) = h(t, \theta) * T_{mag}(t) \quad (4.57)$$

Soit, en considérant le mode 2 du stator de la machine,

$$\gamma(t, \theta) = K'_{phase} I^2 \cos(2\omega t) \cos(2\theta) \quad (4.58)$$

$K'_{phase}$  est un paramètre mécanique correspondant au produit de  $K_{phase}$  et du gain de la fonction de transfert à la fréquence du mode 2. En considérant trois phases alimentées par un système triphasé équilibré, l'accélération vibratoire s'écrit :

$$\gamma_{MAG}(t, \theta) = \frac{3}{2} K'_{phase} I^2 \cos(2\omega t - 2\theta) \quad (4.59)$$

La propriété fondamentale est que l'accélération vibratoire (tout comme l'induction magnétique dans ce même cas) correspond à une onde d'accélération vibratoire tournante, figure 4.59.

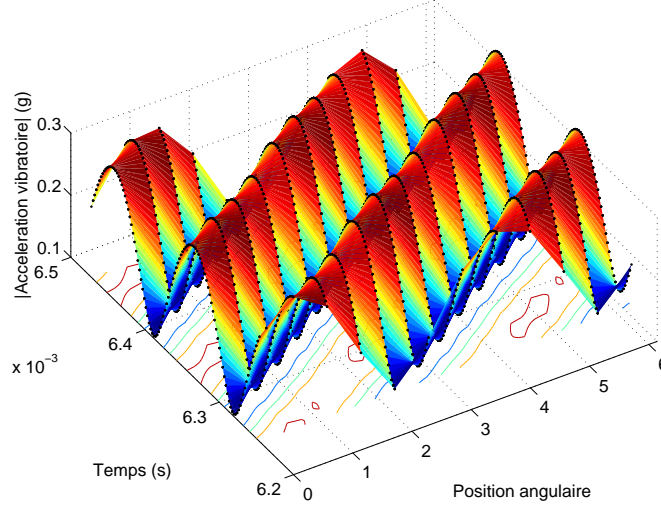


FIGURE 4.59 – Onde d'accélération vibratoire tournante obtenue par simulation Elements Finis

A  $t$  fixé, des ventres et des noeuds du mode 2 apparaissent sur la figure 4.59. A  $\theta$  fixé, chaque point du stator voit défiler une suite de noeuds et de ventres à la fréquence du mode 2. Le problème général de régulation est donc d'atténuer cette onde vibratoire. L'idée que nous proposons est de générer avec les actionneurs piézoélectriques une seconde onde vibratoire tournante mais pour laquelle nous n'avons que l'amplitude et la phase à réguler (au lieu d'un signal quelconque). Le déplacement vibratoire d'un actionneurs piézoélectrique en régime élastique s'écrit :

$$d_{PZT}(t) = K_{PZT} U_{PZT}(t) \quad (4.60)$$

$K_{PZT}$  étant un paramètre mécanique ne dépendant que de la géométrie et des propriétés des matériaux. Ainsi, un actionneur piézoélectrique décalé d'un angle  $\theta_0$  de l'origine des phases produit une accélération vibratoire pour le mode 2 :

$$\gamma_{PZT}(t, \theta) = K'_{PZT} U_{PZT}(t) \cos(2\theta + \theta_0) \quad (4.61)$$

$K'_{PZT}$  représentant le gain entre le déplacement vibratoire et l'accélération vibratoire pour le mode 2 multiplié par  $K_{PZT}$ . L'actionneur piézoélectrique étant alimenté par une tension à la fréquence du mode 2 avec un déphasage de  $\theta_0 + \delta\phi$ , l'accélération vibratoire s'écrit :

$$\gamma_{PZT}(t, \theta) = K'_{PZT} U_{PZT} \cos(2\omega t + \theta_0 + \delta\phi) \cos(2\theta + \theta_0) \quad (4.62)$$

Les trois actionneurs étant décalés mécaniquement de  $\frac{2\pi}{3}$ , et alimentés par trois tensions sinusoïdales déphasées de  $\frac{2\pi}{3}$  entre elles, l'accélération vibratoire générée par les actionneurs piézoélectrique s'écrit finalement :

$$\gamma_{PZT}(t, \theta) = \frac{3}{2} K'_{PZT} U_{PZT} \cos(2\omega t - 2\theta + \delta\phi) \quad (4.63)$$

Nous retrouvons ici une onde de déformée vibratoire tournante à la même vitesse que celle créée par les champs magnétiques. Ainsi, les paramètres à réguler sont l'amplitude de cette onde  $K'_{PZT} U_{PZT}$  et sa phase instantanée  $\delta\phi$ . Le système étant de dimension 2 (2 paramètres à réguler), nous n'avons besoin que de deux points de mesure de l'accélération vibratoire. La mesure des accélérations vibratoires s'effectue avec deux accéléromètres piézoélectriques ( $\gamma_1, \gamma_2$ ) sachant que la troisième mesure  $\gamma_3$  est déduite des deux précédentes par la relation  $\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3 = 0$ . Afin de déduire l'amplitude et la phase de la tension piézoélectrique, nous effectuons une transformation de Fortescue de ces accélérations dues aux phénomènes magnétiques et piézoélectriques. Pour l'accélération vibratoire magnétique :

$$\underline{\gamma}_m = \gamma_1 + \underline{a}^2 \gamma_2 + \underline{a} \gamma_3 = \frac{3}{2} K'_{phase} I^2 e^{j2\omega t} = \underline{\gamma}_{MAG} \quad (4.64)$$

Avec le nombre complexe  $\underline{a}$  tel que  $\underline{a} = e^{j\frac{2\pi}{3}}$ . Cette opération a pour but de transformer trois signaux temporels à réguler en la régulation de la phase et de l'amplitude du vecteur complexe associé et par voie de conséquence, de réguler des signaux constants. Ainsi l'accélération vibratoire due aux phases magnétique s'écrit :

$$\underline{\gamma}_{MAG} = \gamma_m e^{j\phi_m} e^{j2\omega t} \quad (4.65)$$

De même, l'accélération vibratoire due aux phases piézoélectriques par la transformation de Fortescue s'écrit :

$$\underline{\gamma}_m = \gamma_1 + \underline{a} \gamma_2 + \underline{a}^2 \gamma_3 = -\frac{3}{2} K'_{PZT} U_{PZT} e^{j(2\omega t + \delta\phi)} = \underline{\gamma}_{PZT} \quad (4.66)$$

$$\underline{\gamma}_{PZT} = \gamma^* e^{j\phi^*} e^{j2\omega t} \quad (4.67)$$

L'accélération totale en est déduite :

$$\underline{\gamma}_m = \underline{\gamma}_{MAG} + \underline{\gamma}_{PZT} \quad (4.68)$$

Le schéma de contrôle déduit de ce principe est représenté figure 4.60 :

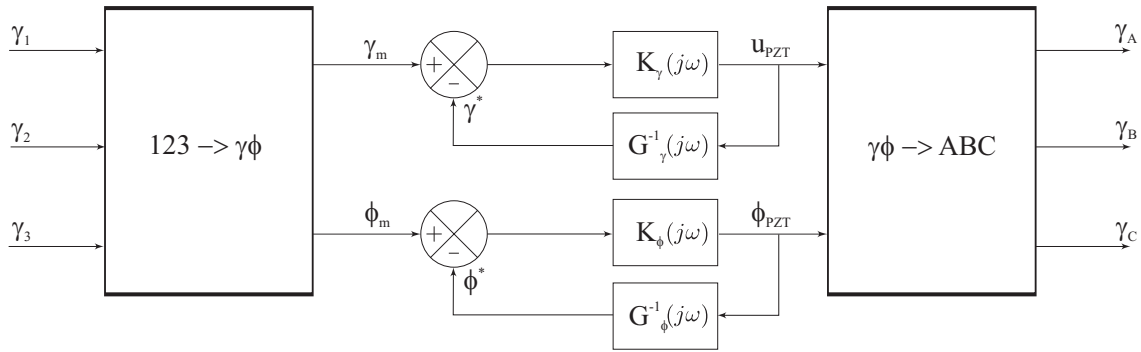


FIGURE 4.60 – Schéma bloc du régulateur vectoriel

Les paramètres d'entrée sont la phase  $\phi_m$  et l'amplitude  $\gamma_m$  de l'accélération vibratoire complexe et les paramètres de sortie sont la phase  $\phi_{PZT}$  et l'amplitude de la tension de l'actionneur complexe  $U_{PZT}$ . Le principe utilisé dans cette régulation est basé sur le correcteur à modèle interne (IMC). L'estimation du modèle ( $\gamma^*, \phi^*$ ) dans le repère complexe est effectué à partir de l'inversion de gains ( $G_\gamma, G_\phi$ ) et de la phase et de l'amplitude de la tension piézoélectrique complexe ( $U_{PZT}, \phi_{PZT}$ ). Ces gains valent :  $G_\gamma = \frac{3}{2} K'_{PZT}$ , avec  $G_\phi = 1$ . Les filtres stabilisateurs ( $K_\gamma, K_\phi$ ) sont dimensionnés afin de stabiliser la boucle fermée. Ils possèdent un gain unitaire et une fréquence de coupure grande devant la fréquence du mode 2.

### 4.3.2.2. Résultats de simulation

La vérification en simulation du principe de ce correcteur a été effectuée en imposant trois courants de perturbations à la demi fréquence du mode 2 (afin que la contrainte soit à la fréquence de ce mode) et en y superposant un bruit blanc centré (ne possédant aucune des propriétés des accélérations perturbatrices) afin de générer une perturbation du système (i.e. pour « casser » la relation  $\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3 = 0$ ). Les trois courants ainsi que les trois accélérations perturbatrices sont représentés sur la figure 4.61.

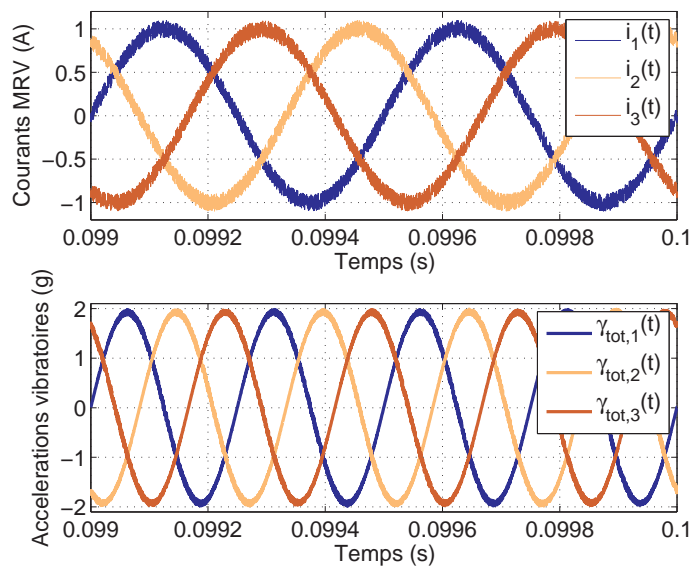


FIGURE 4.61 – Accélérations vibratoires dues aux trois courants

La première étape est de reconstituer l’amplitude de l’accélération vibratoire à partir de la transformation de Fortescue (en mesurant le module du résultat obtenu), figure 4.62.

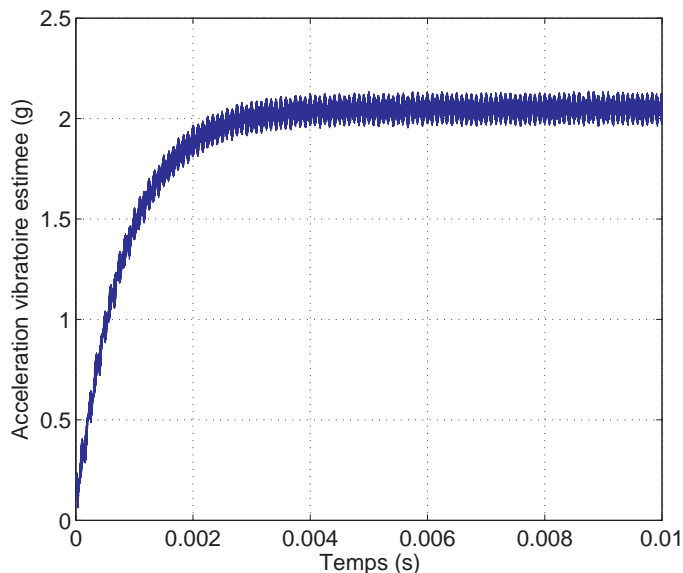


FIGURE 4.62 – Estimation de l’accélération vibratoire

Nous observons une très bonne approximation de l’amplitude de l’accélération vibratoire et ce même en présence d’un bruit blanc. Cet “observateur” d’amplitude est non biaisé. A partir de la connaissance de l’amplitude et de la phase de l’accélération perturbatrice, nous en déduisons l’amplitude et la phase

que nous devons appliquer aux actionneurs piézoélectriques afin d'atténuer l'onde de déplacement tournante. Les résultats de la simulation du système sont représentés sur la figure 4.63.

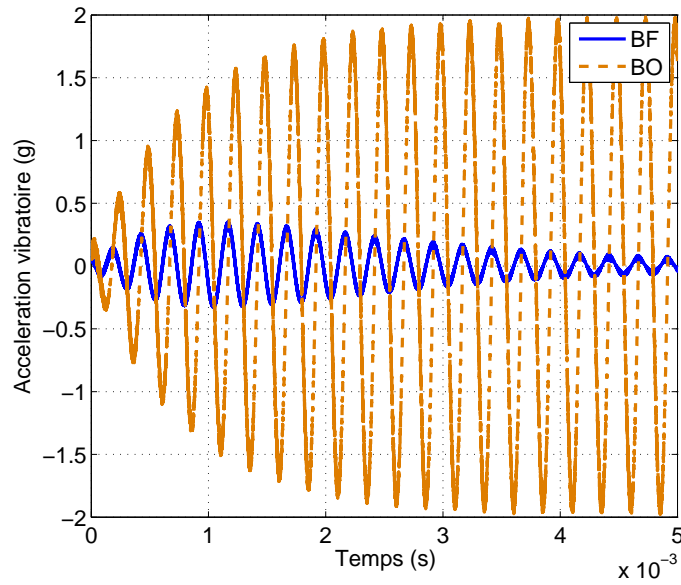


FIGURE 4.63 – Atténuation simulée sur le premier capteur en boucle fermée pour trois excitations sinusoïdales

L'accélération vibratoire sur toute la machine est très nettement atténuée. Trois courants rectangulaires décalés de  $\frac{2\pi}{3}$  et de période correspondant à dix fois la période du mode 2 ont été imposés sur les phases magnétiques pour tester l'efficacité de la méthode vis à vis de courants correspondant à un fonctionnement nominal de la MRV, figure 4.64.

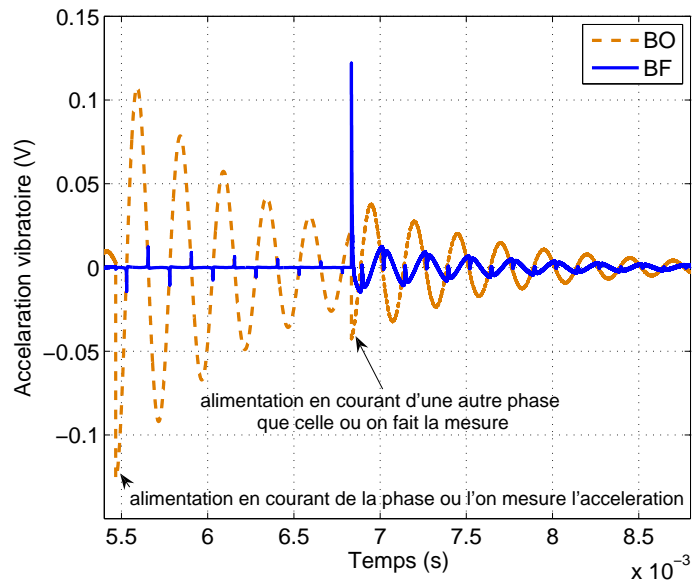


FIGURE 4.64 – Atténuation simulée sur le premier capteur en boucle fermée pour trois excitations rectangulaires

Une nette atténuation est obtenue lorsque la mesure d'accélération est effectuée sur la phase alimentée en courant (cas pour  $t \in \{5.4ms; 6.8ms\}$ ). Cependant, à l'instant où une autre phase est alimentée en courant, il apparaît une accélération parasite sur la phase où l'accélération vibratoire est mesurée. Ce phénomène est dû au couplage des différentes phases qui font que les tensions des actionneurs piézo-

électriques ont toujours une amplitude non nulle  $\forall t$  et quel que soit la phase alimentée. L'accélération vibratoire de la phase 1 mesurée peut s'écrire lorsque la phase 1 est alimentée en courant par :

$$\gamma_1 = \gamma_{MAG,1} + \gamma_{PZT,1} - \frac{1}{2}\gamma_{PZT,2} - \frac{1}{2}\gamma_{PZT,3} \simeq 0 \quad (4.69)$$

Cependant, l'accélération vibratoire de la phase 1 mesurée peut s'écrire lorsque la phase 2 est alimentée en courant par :

$$\gamma_1 = -\frac{1}{2}\gamma_{MAG,2} + \gamma_{PZT,1} - \frac{1}{2}\gamma_{PZT,2} - \frac{1}{2}\gamma_{PZT,3} \neq 0 \quad (4.70)$$

Ainsi, pour une alimentation en créneaux de la MRV, une accélération vibratoire parasite est introduite par le principe même du correcteur, néanmoins cette accélération parasite reste faible devant les perturbations introduites par le fonctionnement de la MRV.

### 4.3.2.3. Résultat expérimental

Expérimentalement, la machine triphasée a été utilisée en moteur à 10 000 tr/min par une commande en tension avec des références de tension créneaux, figure 4.65.

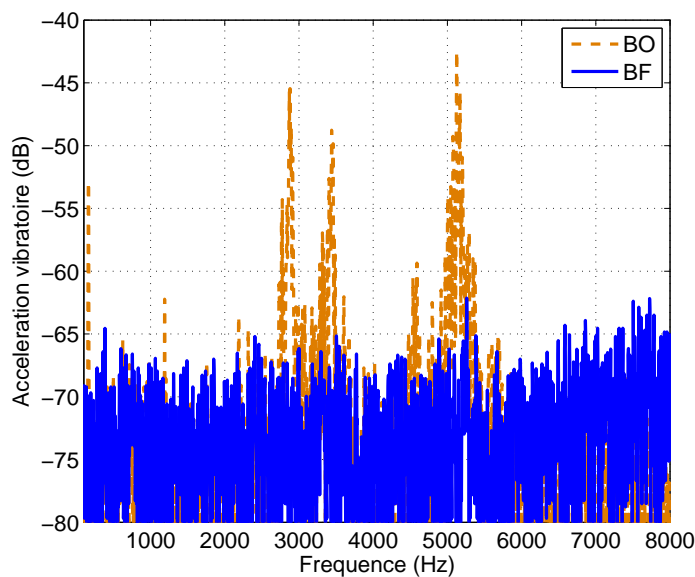


FIGURE 4.65 – Atténuation en boucle fermée pour une vitesse de 10000 tr/min

Une atténuation de l'accélération de 15 dB à 20 dB est obtenue autour du mode considéré. Différents essais à plusieurs vitesses de rotation sont venus valider la méthode de compensation proposée et par voie de conséquence, entériner la méthode de dimensionnement du correcteur proposée.

## 4.3.3. Seconde méthode : Equivalence de l'étude MIMO avec un cas SISO

### 4.3.3.1. Théorie

Ce paragraphe est destiné à démontrer l'équivalence entre le cas d'une machine triphasée et une machine monophasée du point de vue du dimensionnement du correcteur. Ainsi, il sera possible à partir d'un correcteur monophasé d'obtenir directement le correcteur triphasé équivalent. Dans le cas où seul le mode 2 est considéré, les accélérations vibratoires sur les phases magnétiques 1, 2 et 3 s'écrivent :

$$\gamma_{MAG,1}(\theta, t) = K_2 \cos(2\theta) \cos(\omega_2 t) \quad (4.71)$$

$$\gamma_{MAG,2}(\theta, t) = K_2 \cos(2(\theta - \frac{2\pi}{3})) \cos(\omega_2 t - \frac{2\pi}{3}) \quad (4.72)$$

$$\gamma_{MAG,3}(\theta, t) = K_2 \cos(2(\theta + \frac{2\pi}{3})) \cos(\omega_2 t + \frac{2\pi}{3}) \quad (4.73)$$

$\gamma_{MAG,1}$  est l'accélération vibratoire générée par la phase magnétique 1 sur toute la machine et respectivement  $\gamma_{MAG,2}$  et  $\gamma_{MAG,3}$  les accélérations vibratoires générées par les phases 2 et 3. Cette notation se généralise pour le cas multi-mode ( $N$  modes), pour des modes pairs, c.f. chapitre 2 et non multiples de trois telle que  $\gamma_{MAG,1}(\theta, t) + \gamma_{MAG,2}(\theta, t) + \gamma_{MAG,3}(\theta, t) = 0 \forall \theta$  et  $\forall t$ , par l'expression :

$$\gamma_{MAG,1}(\theta, t) = \sum_{q=1}^N K_q \cos(2q\theta) \cos(\omega_q t) \quad (4.74)$$

$$\gamma_{MAG,2}(\theta, t) = \sum_{q=1}^N K_q \cos(2q(\theta - \frac{2\pi}{3})) \cos(\omega_q t - \frac{2\pi}{3}) \quad (4.75)$$

$$\gamma_{MAG,3}(\theta, t) = \sum_{q=1}^N K_q \cos(2q(\theta + \frac{2\pi}{3})) \cos(\omega_q t + \frac{2\pi}{3}) \quad (4.76)$$

Ainsi, les trois accéléromètres placés sur les phases magnétique 1, 2 et 3 mesurent des accélérations vibratoires générées par l'ensemble des perturbations magnétiques :

$$\begin{pmatrix} \gamma_{pert,1}(t) \\ \gamma_{pert,2}(t) \\ \gamma_{pert,3}(t) \end{pmatrix} = \sum_{p=1}^N K_p \begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & 1 & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(\omega_p t) \\ \cos(\omega_p t - \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\omega_p t + \frac{2\pi}{3}) \end{pmatrix} \quad (4.77)$$

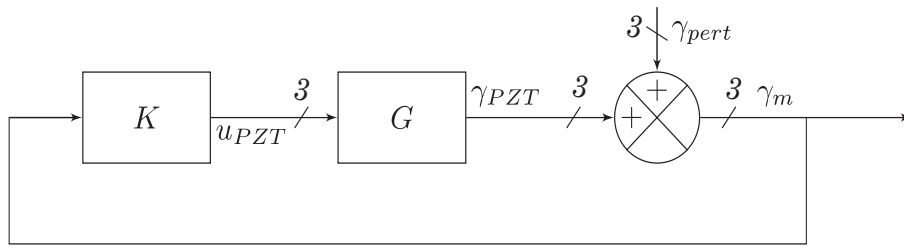
avec  $\gamma_{pert,1}(t) = \gamma_{MAG,1}(\theta = 0, t) + \gamma_{MAG,2}(\theta = 0, t) + \gamma_{MAG,3}(\theta = 0, t)$  et respectivement pour  $\gamma_{pert,2}(t)$  et  $\gamma_{pert,3}(t)$ . Ce type de système est bien connu des électrotechniciens puisqu'il s'agit d'un système d'accélération vibratoire triphasé équilibré. Il existe de nombreuses transformées (Park, Clark, Fortescue, etc.) qui permettent de simplifier ce système triphasé afin de déterminer les propriétés intrinsèques du système. Nous utilisons dans la suite la transformation de Fortescue qui permet à partir d'un vecteur triphasé de définir un vecteur avec des composantes dans les systèmes direct, inverse et homopolaire :

$$\gamma_{pert} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a^2 & a & 1 \\ a & a^2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \gamma_{pert}^d \\ \gamma_{pert}^i \\ \gamma_{pert}^h \end{pmatrix} = F \gamma_{pert}^* \quad (4.78)$$

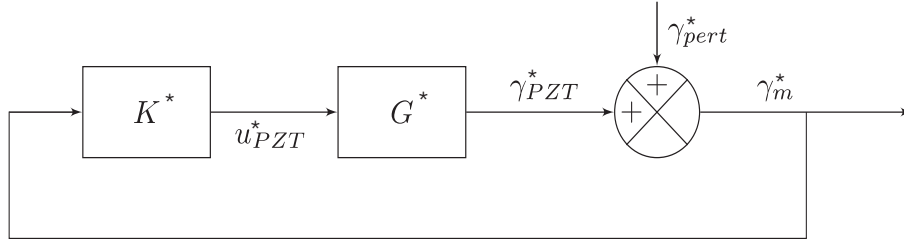
avec  $a = e^{j\frac{2\pi}{3}}$ . La même transformation est effectuée pour les accélérations vibratoires d'origine piézoélectrique :

$$\gamma_{PZT} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a^2 & a & 1 \\ a & a^2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \gamma_{PZT}^d \\ \gamma_{PZT}^i \\ \gamma_{PZT}^h \end{pmatrix} = F \gamma_{PZT}^* \quad (4.79)$$

De ce fait, nous transformons le système de régulation initial en systèmes monophasés direct, inverse et homopolaire, figure 4.66 :



*Cas triphasé*



*Cas monophasé complexe équivalent*

FIGURE 4.66 – Schéma bloc monophasé équivalent

Le but du développement suivant est de prouver les équivalences entre les deux schémas de la figure 4.66 et obtenir les équations de passage du système triphasé au système monophasé équivalent. Par la relation 4.78, il est possible de calculer  $G^*$  et  $K^*$  à partir de  $G$  et  $K$  :

$$\gamma_{PZT}^*(j\omega) = G^*(j\omega)u_{PZT}^*(j\omega) \quad (4.80)$$

En appliquant la transformation de Fortescue aux membres de gauche et de droite, nous arrivons à :

$$\gamma_{PZT}(j\omega) = FG^*(j\omega)F^{-1}u_{PZT}(j\omega) \quad (4.81)$$

Ainsi, la fonction de transfert dans le repère classique s'exprime à partir de la fonction de transfert dans les axes de Fortescue par :

$$G(j\omega) = FG^*(j\omega)F^{-1} \quad (4.82)$$

De même pour le correcteur  $K$  :

$$K(j\omega) = FK^*(j\omega)F^{-1} \quad (4.83)$$

D'une manière identique au calcul mené pour les accélérations vibratoires générées par les phases magnétiques, les accélérations vibratoires mesurées en 1, 2 et 3 générées par les actionneurs piézoélectriques placés en A, B et C conduisent à définir la fonction de transfert piézoélectrique  $G(j\omega)$  telle que :

$$G(j\omega) = \begin{pmatrix} -1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -1 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -1 \end{pmatrix} g(j\omega) \quad (4.84)$$

avec  $g(j\omega)$  la fonction de transfert monophasée étudiée dans les parties précédentes. Ainsi, après la transformation de Fortescue, la fonction de transfert dans les axes direct, inverse et homopolaire s'écrit :

$$G^*(j\omega) = \frac{3}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} g(j\omega) \quad (4.85)$$

La matrice de transfert  $G^*(j\omega)$  est diagonale ce qui permet de dimensionner chaque élément du correcteur indépendamment des autres axes. La somme des trois accélérations vibratoires étant nulle, il n'existe pas de terme homopolaire. De plus, les termes dans les systèmes direct et inverse sont complexes conjugués. Le problème de réjection de perturbations qui était au départ de dimension 3 (réguler  $\gamma_{pert,1}$ ,  $\gamma_{pert,2}$  et  $\gamma_{pert,3}$ ), ici a été transformé en un problème monophasé de régulation de réjection de perturbation d'une grandeur  $\gamma^*$  complexe. Ainsi, tous les résultats trouvés dans la partie monophasée sont généralisables dans le cas triphasé en prenant un correcteur  $K(j\omega)$  tel que :

$$K(j\omega) = \frac{3}{2} F \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} F^{-1} k(j\omega) \quad (4.86)$$

avec  $k(j\omega)$  le correcteur monophasé. Cette expression est directement transposée depuis la relation 4.85, en gardant la même forme pour le correcteur  $K^*(j\omega)$  que le système  $G^*(j\omega)$ .

Nous étudions ensuite, la robustesse de la transformation vis à vis d'un déséquilibre d'une phase. Nous ajoutons au gain de l'accélération vibratoire générée par le second actionneur un terme  $\delta$  petit devant  $\frac{1}{2}$  :

$$G(j\omega) = \begin{pmatrix} -1 & \frac{1}{2} + \delta & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -1 & \frac{1}{2} + \delta \\ \frac{1}{2} + \delta & \frac{1}{2} & -1 \end{pmatrix} g(j\omega) \quad (4.87)$$

Ce terme permet de prendre en compte qu'un des actionneurs n'a pas été placé correctement ou possède un gain de conversion plus faible que les deux autres. Après transformation de Fortescue, la matrice de transfert complexe s'écrit :

$$G^*(j\omega) = \frac{3}{2} \begin{pmatrix} 1 + \frac{2}{3}a\delta & 0 & 0 \\ 0 & 1 + \frac{2}{3}a^2\delta & 0 \\ 0 & 0 & \delta \end{pmatrix} g(j\omega) \approx \frac{3}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \delta \end{pmatrix} g(j\omega) \quad (4.88)$$

Nous remarquons alors que le terme homopolaire n'est plus nul. En pratique,  $\delta$  étant faible devant les autres composantes de la matrice, négliger  $\delta$  ne produit pas une erreur importante sur les performances du correcteur. Dans la suite, nous négligerons cette composante si elle existe.

Dans la suite, afin de mettre en place cette méthode, nous utiliserons le correcteur monophasé  $H_\infty$  comme correcteur monophasé équivalent  $g(j\omega)$ . Le dimensionnement de ce correcteur est le même qui a été détaillé dans le paragraphe sur les correcteurs SISO.

### 4.3.3.2. Simulations

Le système à commander possède deux entrées (les accélérations vibratoires aux points 1 et 2) et deux sorties (les tensions des actionneurs piézoélectriques en A et B). La tension de l'actionneur piézoélectrique en C est déduite à partir de celles en A et B par la relation :  $u_A(t) + u_B(t) + u_C(t) = 0$ . Les filtres de pondération  $W_1$ ,  $W_2$  et  $W_3$  seront identiques à ceux dimensionnés dans la section monophasée à ceci près qu'il s'agit de matrices de transfert diagonales. Ceci se justifie par le fait que seuls les actionneurs placés sur des ventres de vibrations ont une réelle action sur ce mode. Ainsi, nous négligeons l'effet, par exemple, de l'actionneur placé en B sur le mode induit par la phase magnétique 1.

Nous avons simulé le comportement du système en déterminant l'efficacité de la méthode de compensation dans un cas où nous avons trois accélérations perturbatrices à la fréquence du mode 2, déphasées entre elles de  $\frac{2\pi}{3}$ , figure 4.67.

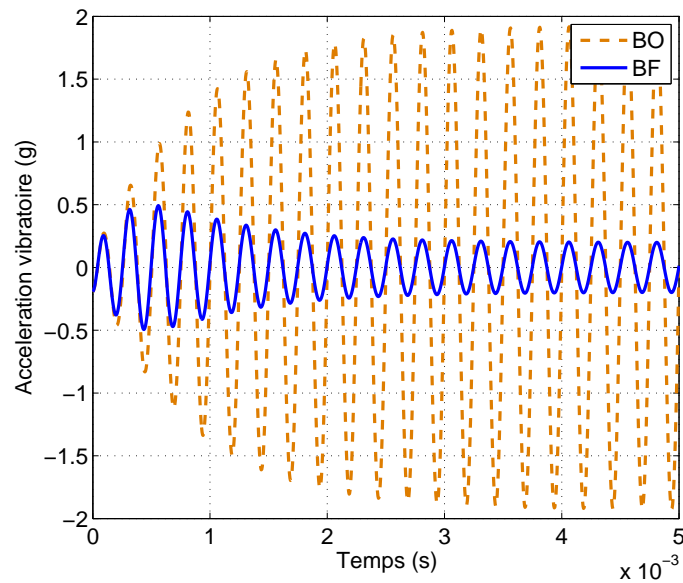


FIGURE 4.67 – Atténuation en boucle fermée pour trois excitations sinusoïdales

Nous obtenons une efficacité de compensation comparable au cas monophasé sur les trois phases simulées. La tension piézoélectrique nécessaire afin de compenser ces vibrations est de l'ordre de 1 V, figure 4.68.

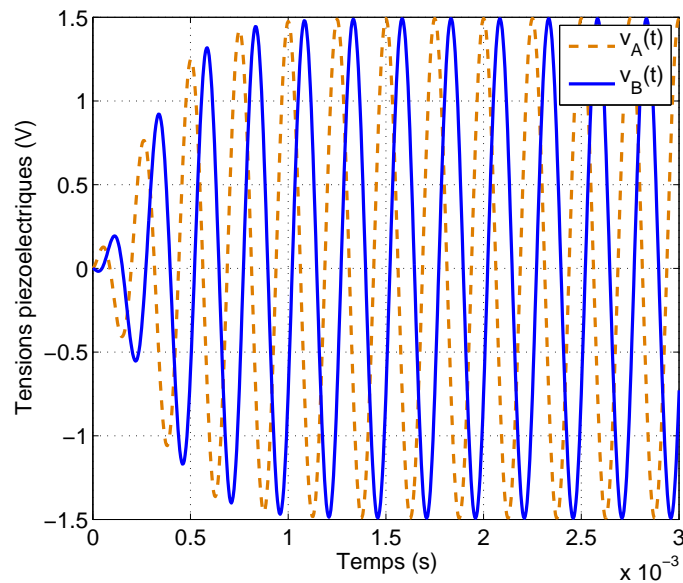


FIGURE 4.68 – Tensions appliquées aux actionneurs piézoélectriques pour trois excitations sinusoïdales

La tension piézoélectrique nécessaire est supérieure au cas monophasé. Ceci est dû à l'accroissement des dimensions de la machine tout en ayant gardé des dimensions de pastilles constantes. Le coefficient de conversion piézoélectrique s'en trouve diminué.

Afin de quantifier la robustesse du contrôleur vis à vis de défauts sur l'excitation de la première phase, trois simulations ont été mises en place :

- cas1 : le courant de la première phase est annulé, par exemple suite à une coupure électrique est présente sur une des alimentations, figure 4.69

- cas 2 : le courant de la première phase est déphasé de  $\frac{\pi}{4}$  par rapport au courant équivalent équilibré. Ce cas correspond à un réseau non équilibré en courant, figure 4.70
- cas 3 : la fréquence du courant de la première phase est doublée par rapport à la fréquence des courants des autres phases. Ce cas correspond à la présence d’harmoniques sur le réseau, figure 4.71

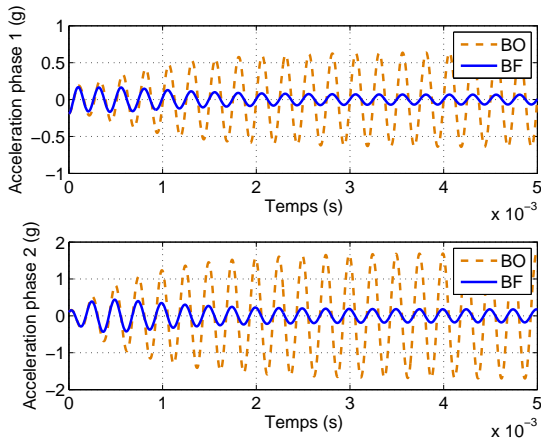


FIGURE 4.69 – Courant de la première phase nul

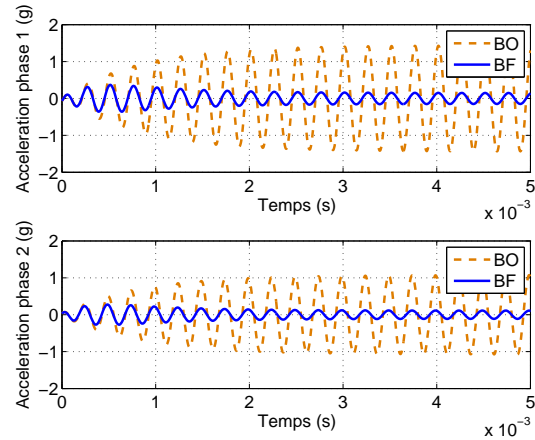


FIGURE 4.70 – Courant de la première phase déphasée de  $\frac{\pi}{4}$

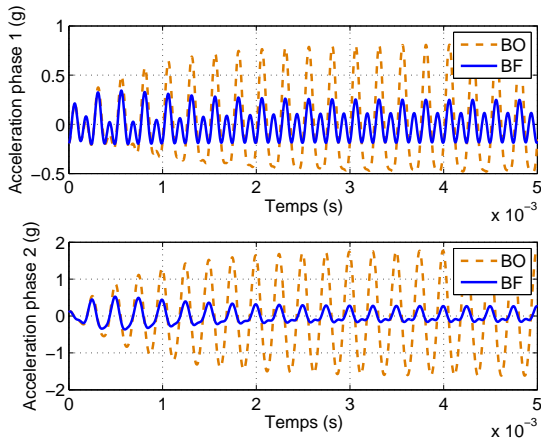


FIGURE 4.71 – Courant de la première phase de fréquence double par rapport aux autres phases

Dans ces trois cas de figure, le correcteur assure une robustesse de la méthode de compensation vis à vis de défauts sur les perturbations magnétiques. Il en résulte que le dimensionnement du correcteur obtenu à partir des propriétés de la machine (décalage des phases de  $\frac{2\pi}{3}$ , fréquence de résonance de la structure, qui reste valable pour les perturbations présentées.

### 4.3.3.3. Résultat expérimental

Expérimentalement, la machine triphasée a été utilisée en moteur à 10 000 tr/min par une commande en tension avec des références de tension crénaux, figure 4.72.



FIGURE 4.72 – Atténuation en boucle fermée pour une vitesse de 10 000 tr/min

Une atténuation de l'accélération de 15 dB à 20 dB est obtenue autour du mode considéré. Différents essais à plusieurs vitesses de rotation sont venus confirmer la méthode de compensation proposée et par voie de conséquence valider la méthode de dimensionnement du correcteur proposée.

#### 4.4. Conclusion

A partir d'un modèle linéaire de la résonance mécanique du stator de la machine à réluctance variable et de l'interaction entre les actionneurs piézoélectriques et le stator de la MRV, des fonctions de transfert avec retard ont été proposées. L'identification des paramètres intervenant dans ces fonctions de transfert a été décrite et une interprétation physique de ces paramètres a été développée. Différentes méthodes de commande et de dimensionnement de ces méthodes de commande ont été détaillées.

Dans un premier temps, le cas mono-entrée mono-sortie (correspondant à la machine monophasée) a été étudié. Différents correcteurs ont été testés sur cette machine. Les différents tests de simulation et expérimentaux ont mis en exergue des points cruciaux quant à la méthode de compensation. Le retard pur dans la chaîne directe, les incertitudes des paramètres et les dynamiques cachées sont responsables de la détérioration des performances des différents correcteurs. Un cadre d'étude de ces différents points a été présenté par l'analyse de la robustesse en stabilité et en performances. Néanmoins, ces différents correcteurs amènent tous à une atténuation autour de 15 dB autour du mode principal de l'accélération vibratoire de la machine. Des essais d'atténuation des vibrations ont été effectués pour des vitesses de rotation de la machine allant jusqu'à des vitesses de 30 000 tr/min avec des niveaux d'atténuation semblables (15 dB).

A partir de l'étude du cas mono-entrée mono-sortie, une généralisation pour le cas triphasé a été développée. Cette généralisation utilise la notion de champ de déformée vibratoire tournante dans les MRV triphasées et porte sur deux axes : le dimensionnement d'un correcteur dans un repère tournant à la même vitesse que le champ de déformée vibratoire perturbateur (magnétique), qui revient à la réjection d'une perturbation constante, et le dimensionnement d'un correcteur équivalent monophasé transposé au cas triphasé. Divers études de robustesse vis à vis de perturbation sur le modèle de la machine (perte d'une phase, etc.) ont démontrées la robustesse de la méthode de dimensionnement de ces correcteurs. Ces deux approches ont conduit à des correcteurs différents mais possédant une atténuation en boucle fermée de 15 dB à 20 dB pour des vitesses de rotation de la machine importantes.



# DOMAINE DE VALIDITÉ DE LA COMPENSATION PAR DES ACTIONNEURS PIÉZOÉLECTRIQUES

## 5.1. Intérêts de l'utilisation de l'effet d'échelle

Les méthodes de dimensionnement, de placement et de commande des actionneurs piézoélectriques vues dans les chapitres précédents nous ont permis d'obtenir une méthodologie de conception et de commande afin de réduire les vibrations des MRV. Cependant, trois études de cas ne peuvent nous informer sur la viabilité de ces techniques sur des machines d'aspects et de formes différentes. Dans la suite nous traiterons deux cas distincts : une structure de MRV donnée dont les dimensions sont variables et des dimensions de MRV fixées avec un changement de la structure :

- La première étude consiste à ne faire varier que les dimensions géométriques de la machine. Cela nous informe sur le comportement des actionneurs piézoélectriques (et de leurs méthodes de commande associées) vis à vis des variations autour d'une machine référence tout en gardant la même structure (nombre de dents statoriques et rotoriques).
- La première étude est limitée pour des petites variations autour de machines références. Elle ne prend donc pas en compte le fait qu'un changement de grandeur géométrique puisse imposer un changement de la structure. En effet, il est certain que la machine monophasée puisse être employée avec succès pour des petites dimensions de machine, il est sans doute absurde de considérer cette même machine avec des dimensions de l'ordre du mètre. Ainsi dans la seconde étude, nous faisons varier et les dimensions géométriques et le nombre de dents statoriques (et rotoriques) en gardant un pas polaire constant.

Les paramètres concernés par l'étude de l'effet d'échelle sont les fonctions de transfert entre le déplacement vibratoire et les forces excitatrices (magnétique ou piézoélectrique). Pour rappel, ces fonctions de transfert s'écrivent :

$$G_{mag}(j\omega) = \frac{D_{mag}}{P_{mag}} = \frac{G_{mag}^0}{1 + 2m_i\left(\frac{j\omega}{\omega_i}\right) + \left(\frac{j\omega}{\omega_i}\right)^2} \quad (5.1)$$

$$G_{PZT}(j\omega) = \frac{D_{PZT}}{E_{PZT}} = \frac{G_{PZT}^0}{1 + 2m_i\left(\frac{j\omega}{\omega_i}\right) + \left(\frac{j\omega}{\omega_i}\right)^2} \quad (5.2)$$

Expérimentalement, nous constatons que les pulsations de résonances  $\omega_i$  et les coefficients d'amortissement correspondants  $m_i$  sont identiques pour une excitation magnétique ou piézoélectrique. En effet, ces deux paramètres ne dépendent que de la structure et non de la façon dont les modes de résonance sont excités. Les paramètres qui sont alors à modéliser sont :

- Le coefficient d'amortissement  $m_i$  : l'amortissement varie en fonction de l'amplitude de l'excitation, de sa fréquence, de la température et des dimensions géométriques. Il est très difficile de tirer une loi générale de comportement de ce coefficient. En revanche, il est dans la majorité des cas compris entre 1 et 4%. Pour la suite de cette étude, il sera considéré comme constant pour chaque mode et égal à 3 %.

- La pulsation de résonance  $\omega_i$  : la fréquence de résonance d'un mode dépend des dimensions géométriques et des matériaux.
- Les gains statiques  $G_{PZT}^0$  et  $G_{mag}^0$  : ces gains statiques peuvent se déterminer analytiquement en résolvant les équations des poutres (cylindriques) flexibles, figure 5.1.

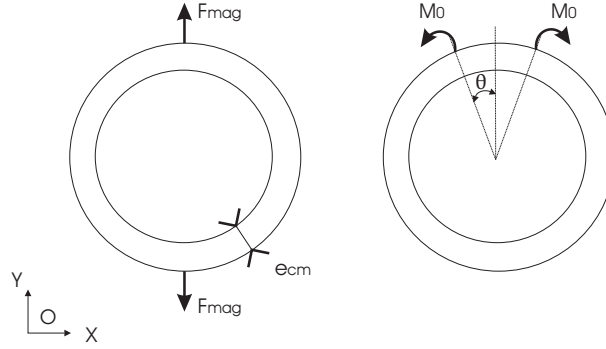


FIGURE 5.1 – Géométries d'étude pour la prise en compte de l'effet d'échelle

Pour une excitation magnétique, le gain statique s'écrit [91] :

$$G_{mag}^0 = \frac{h_{dm} L_m R_m^3}{Y_m I_m} \left( \frac{k_1}{2} - k_2 + \frac{2k_2^2}{\pi} \right) \quad (5.3)$$

avec  $h_{dm}$  l'épaisseur d'une dent statorique,  $L_m$  la longueur active de la machine,  $R_m$  le rayon externe,  $Y_m$  le module d'Young et  $I_m$  le moment d'inertie.  $k_1$  et  $k_2$  sont des paramètres dépendant des grandeurs citées ci-dessus. De même, le gain statique pour une excitation piézoélectrique est calculé par :

$$G_{PZT}^0 = \frac{K_\theta R_m^2}{Y_m I_m} k_2 \left( \frac{2\theta}{\pi} - \sin(\theta) \right) \quad (5.4)$$

avec  $K_\theta$ , le coefficient de conversion piézo-mécanique calculé au chapitre 3.

## 5.2. Effet d'échelle par variation des dimensions

L'effet d'échelle par variation des dimensions consiste à multiplier toutes les grandeurs mécaniques de la machine par un paramètre  $F_h$  (en gardant la longueur active de la machine constante) en conservant une taille d'actionneur piézoélectrique constante afin de ne pas obtenir des dimensions de pastilles non raisonnables. L'influence du facteur d'échelle sur les déplacements statiques de la MRV pour une excitation magnétique (à contrainte magnétique sur les dents constante) et piézoélectrique (à tension constante) a été représentée sur la figure 5.2.

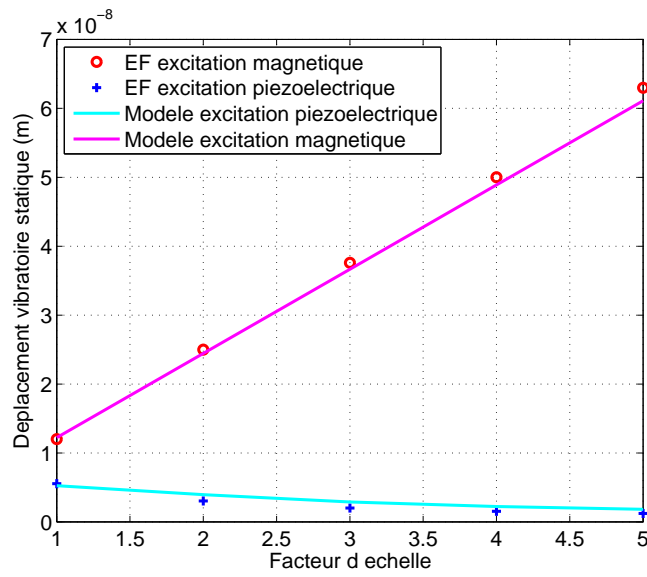


FIGURE 5.2 – Influence du facteur d'échelle sur le déplacement statique de la MRV

Les déplacements statiques calculés par les formules analytiques 5.3 et 5.4 ont été comparés avec des simulations Eléments Finis afin de les valider. Nous obtenons une très satisfaisante concordance entre l'analytique et la simulation Eléments Finis. Pour la suite de ce chapitre, les différents effets d'échelle seront appliqués en se basant sur ces formules analytiques.

Nous observons que le déplacement statique dû aux contraintes magnétiques est affine avec le facteur d'échelle. Plus la machine possède des dimensions importantes, plus le déplacement croît. A contrario, plus les dimensions de la machine sont importantes, plus le déplacement statique dû aux actionneurs piézoélectriques est faible. Ceci s'explique par le fait que l'épaisseur de culasse statorique croît mais que l'épaisseur et ainsi la tension piézoélectrique de l'actionneur piézoélectrique restent constantes. L'actionneur doit donc mettre en vibration une structure plus rigide. Ces dépendances sont résumées par les relations 5.6 :

$$G_{mag}^0 \propto F_h \quad (5.5)$$

$$G_{PZT}^0 \propto F_h^{-1} \quad (5.6)$$

Pour quantifier l'efficacité de la méthode en tenant compte de l'effet d'échelle, nous appliquons à la commande robuste vue au chapitre 4, les variations de dimensions. La fonction d'échelle 5.4 est appliquée à la fonction de transfert piézoélectrique  $G_h(j\omega)$  et la fonction d'échelle 5.3 à la fonction de transfert magnétique/mécanique  $G_{mag}(j\omega)$ , figure 5.3.

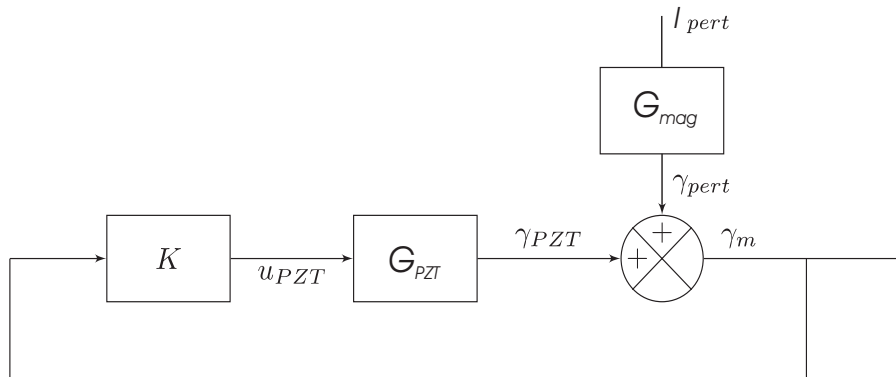


FIGURE 5.3 – Schéma de commande robuste pour l'effet d'échelle

Pour chaque valeur du facteur d'échelle, le correcteur  $K(j\omega)$  est redimensionné et réintroduit dans le schéma de simulation. La valeur de la tension piézoélectrique ainsi générée peut ensuite être limitée par écrêtage à  $\pm 10$  V, figure 5.4.

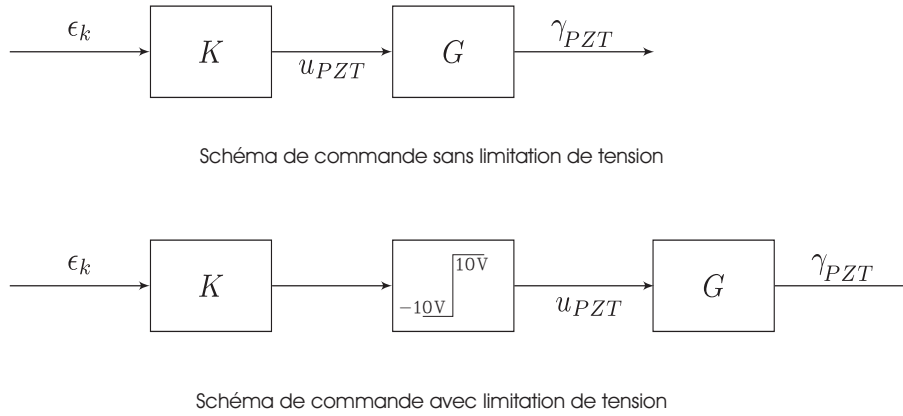


FIGURE 5.4 – Ecrêtage de la tension piézoélectrique

Sur la figure 5.5 ont été simulées les accélérations vibratoires de perturbation, piézoélectrique et totale dans le cas où la tension piézoélectrique n'est pas limitée et dans le cas où elle est limitée à une valeur absolue de 10 V, afin d'évaluer l'efficacité du correcteur pour différentes valeurs d'échelle.

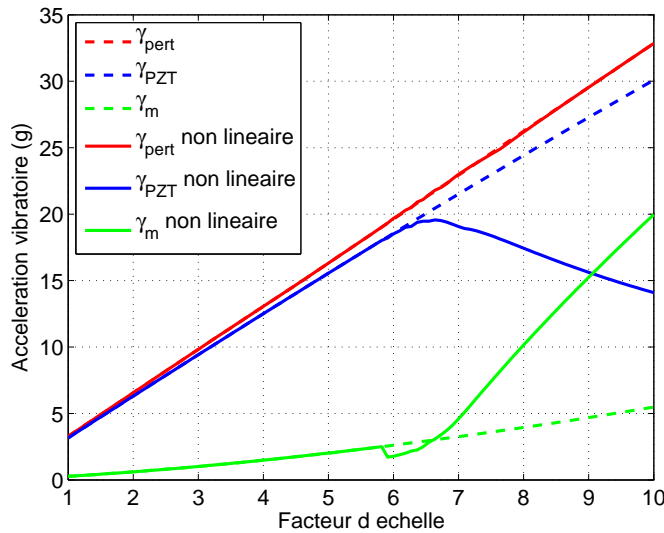


FIGURE 5.5 – Accélérations vibratoires avec et sans limitation de la tension piézoélectrique

Comme il a été prévu par la formule 5.3, l'accélération perturbatrice croît en fonction du facteur d'échelle. Le gain de la fonction de transfert piézoélectrique  $G_{PZT}(j\omega)$  étant décroissant avec le facteur d'échelle, le dimensionnement du correcteur  $K(j\omega)$  conduit à augmenter le gain à la fréquence de résonance de celui-ci. Ainsi, pour garantir une atténuation de l'accélération totale constante, la tension piézoélectrique croît fortement avec le facteur d'échelle (croissance proportionnelle à  $F_h^2$ ). Sur les figures 5.6 et 5.7, ont été représentées les tensions des actionneurs piézoélectriques et l'atténuation obtenue.

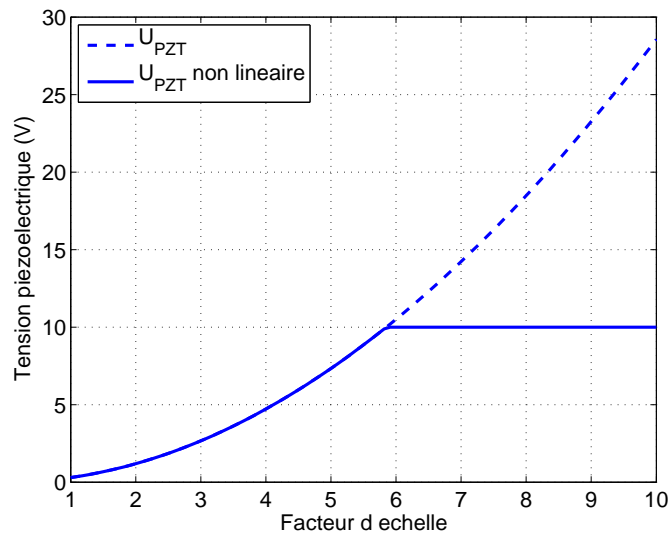


FIGURE 5.6 – Tension des actionneurs piézoélectriques avec et sans limitation

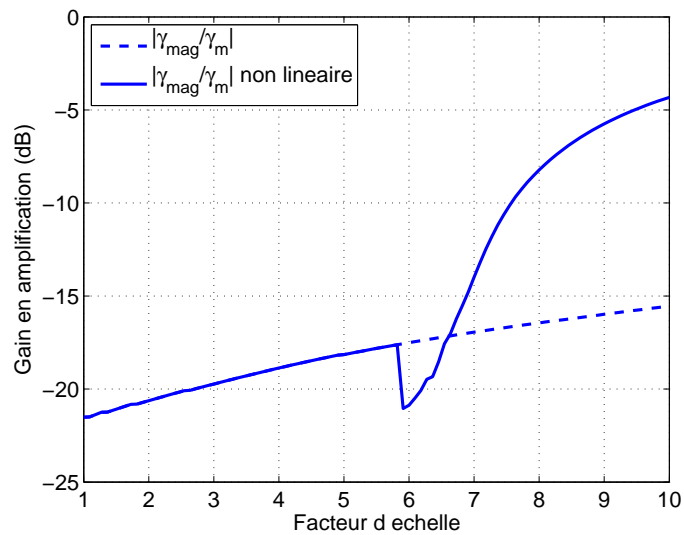


FIGURE 5.7 – Atténuation de l'accélération vibratoire totale avec et sans limitation

Sans limitation de cette tension piézoélectrique, l'atténuation de référence (imposée par le gabarit du filtre  $W_3$  de l'ordre de 21 dB, voir chapitre 4) diminue sensiblement (perte de 5dB pour une multiplication des dimensions par 10). Cependant, la tension piézoélectrique nécessaire devient de l'ordre de 30 V. Afin d'utiliser des composants basses tensions comme des amplificateurs opérationnels pour l'alimentation des actionneurs, il est possible de limiter la tension piézoélectrique à 10 V en module. Dans ce cas de figure, l'atténuation de l'accélération vibratoire est très fortement dégradée. L'atténuation n'est plus que de 5 dB pour un facteur d'échelle de 10.

Sur la figure 5.8 a été représentée la tension piézoélectrique appliquée aux actionneurs lorsque son amplitude est limitée à 10 V.

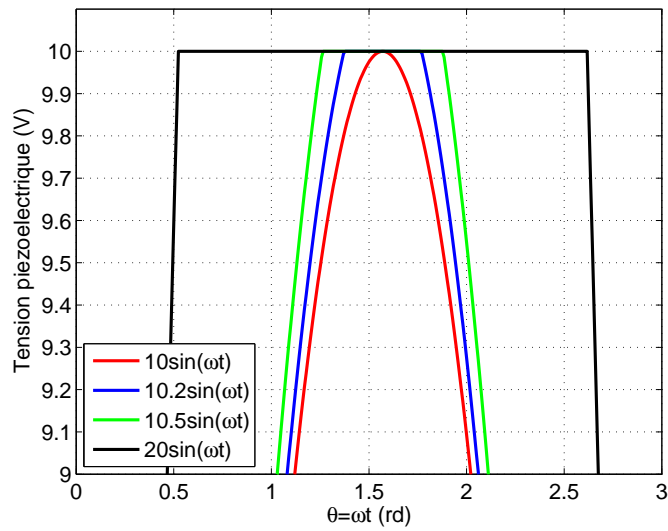


FIGURE 5.8 – Non linéarité au niveau de la tension piézoélectrique

Pour des valeurs de tension légèrement supérieures à 10 V (sur la figure 5.8, 10.2 et 10.5 V), le premier harmonique de la tension piézoélectrique qui est responsable de l’atténuation des vibrations croît avec l’effet d’échelle. Ceci explique sur la figure 5.5 le décrochement sur les accélérations vibratoires totales et piézoélectriques avec une légère amélioration de la compensation alors que la limitation de la tension des actionneurs aurait dû avoir directement un effet négatif sur la compensation.

A taille d’actionneurs constante, la tension piézoélectrique croît rapidement avec l’accroissement des dimensions de la machine. Afin de conserver une atténuation en boucle fermée constante, il est nécessaire que la tension piézoélectrique suive une loi du type  $F_h^2$ . Si la tension piézoélectrique est limitée, l’atténuation en boucle fermée décroît très rapidement lorsque la limite en tension est atteinte.

### 5.3. Effet d’échelle avec variation de la topologie de machine

Le paragraphe précédent a démontré qu’un accroissement important de la tension piézoélectrique était nécessaire afin de compenser les vibrations de MRV “grandes tailles”. Dans ce paragraphe, l’effet d’échelle est appliqué afin de modéliser l’influence de la structure d’une MRV sur l’efficacité de la compensation. Pour ce faire, à partir de la machine triphasée (6/4) ayant une paire de pôle ( $p$ ) sont générées plusieurs machines aux mêmes dimensions de rotor externe et stator interne mais possédant un nombre de paires de pôles plus important. A partir d’un motif élémentaire, représenté sur la figure 5.9, toutes les machines ont été générées par une copie circulaire de ce motif. Ainsi, le nombre d’actionneurs piézoélectriques correspondra dans ce cas, au nombre de dents statoriques.

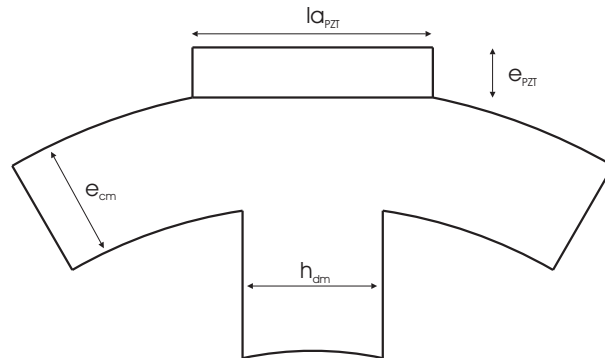


FIGURE 5.9 – Paramètres géométriques pour l’étude de l’effet d’échelle

Chacune des machines aura un couple et un courant d'alimentation identiques. Le couple électromagnétique dans le cas d'une alimentation en crénaux s'écrit dans les différents cas :

$$C_{em} = \frac{2}{\pi} N_r^0(\Phi)I = \frac{2}{\pi} N_r^0(B^0 L_m h_{dm}^0)I = \frac{2}{\pi} p N_r(B L_m h_{dm})I \quad (5.7)$$

De l'équation 5.7, nous en déduisons les différents paramètres des machines pour obtenir un couple constant à partir d'un courant identique pour toutes les MRV :

$$N_r = p N_r^0 \quad (5.8)$$

$$B = \frac{B^0}{p} \quad (5.9)$$

$$h_{dm} = \frac{h_{dm}^0}{p} \quad (5.10)$$

$$e_{cm} = \frac{h_{dm}}{2} = \frac{h_{dm}^0}{2p} \quad (5.11)$$

avec  $N_r$  le nombre de dents rotoriques,  $h_{dm}$  la largeur d'une dent, et  $e_{cm}$  l'épaisseur de culasse statorique. A partir de contraintes de construction, nous en déduisons les autres paramètres :

$$n_m = \frac{n_m^0}{p} \quad (5.12)$$

$$la_{PZT} = \frac{la_{PZT}^0}{p} \quad (5.13)$$

avec  $n_m$  le nombre de spires, et  $la_{PZT}$ , la largeur d'un actionneur piézoélectrique. Ces différentes règles ont été représentées sur les figures 5.10 et 5.11 dans le cas d'une machine 6/4 ( $p = 1$ ) et d'une machine 24/4 ( $p = 4$ ).

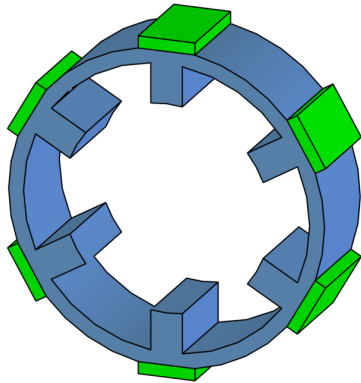


FIGURE 5.10 – Géométrie pour une MRV 6/4 de rayon statorique extérieur 100 mm et  $p=1$

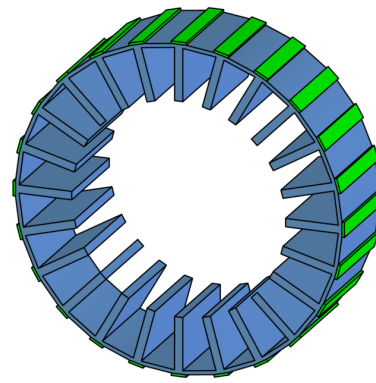


FIGURE 5.11 – Géométrie pour une MRV 24/16 de rayon statorique extérieur 100 mm et  $p=4$

Ainsi, la force magnétique ( $F_m$ ) qui s'exerce sur une dent statorique s'écrit :

$$F_m \simeq \frac{B^2}{2\mu_0} L_m h_{dm} = \frac{(\frac{B^0}{p})^2}{2\mu_0} L_m \frac{h_{dm}^0}{p} = \frac{(B^0)^2}{2\mu_0} L_m h_{dm}^0 \frac{1}{p^3} \quad (5.14)$$

Sur la figure 5.12, l'influence du nombre de paires de pôles sur le déplacement statique d'un motif élémentaire a été représentée.

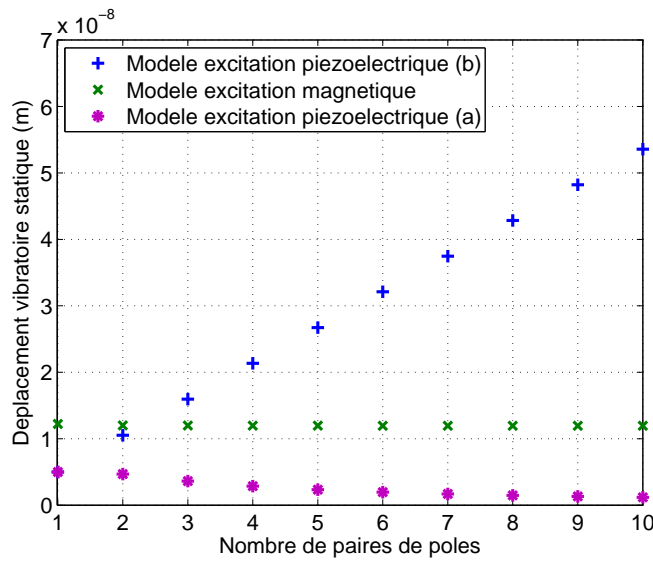


FIGURE 5.12 – Influence du nombre de paires de pôles sur le déplacement statique de la MRV

Le déplacement vibratoire statique dû aux contraintes magnétiques reste quasi constant quelque soit le nombre de paires de pôles. S'il peut sembler contradictoire que le déplacement statique reste constant à partir d'une force magnétique qui varie en  $p^{-3}$ , il faut remarquer que l'épaisseur de culasse diminue avec  $p$  et par voie de conséquence le stator de la MRV devient moins rigide. Ces deux effets se composent quasi intégralement, ce qui explique la constance du déplacement statique. La figure 5.13 représente le gain statique  $G_{mag}^0$  en fonction du nombre de paires de pôles calculé à partir de la relation 5.6.

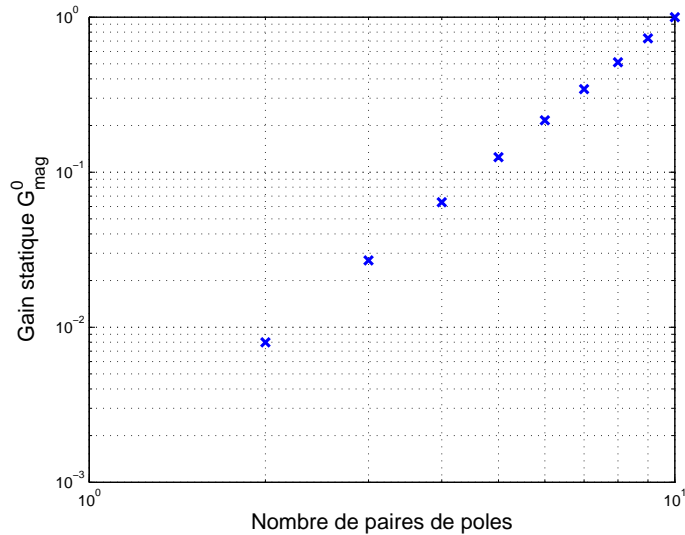


FIGURE 5.13 – Gain statique magnétique en fonction du nombre de paires de pôles

Le gain statique  $G_{mag}^0$  est une fonction proportionnelle à  $p^3$ . La contrainte étant proportionnelle à  $p^{-3}$ , le produit de la contrainte avec le gain statique qui donne le déplacement statique est constant. Ceci explique ce qui a été observé sur la figure 5.12 montrant un déplacement statique magnétique constant en fonction du nombre de paires de pôles.

Pour un actionneur piézoélectrique avec des dimensions constantes (modèle excitation piézoélectrique (a)) quel que soit le nombre de paires de pôles, le déplacement statique décroît très légèrement en fonction du nombre de paires de pôles. Cela est dû à ce que le coefficient de conversion piézoélectrique/mécanique est une fonction convexe de l'épaisseur de culasse statorique. Ainsi, si ce coefficient

est maximum pour une machine à une paire de pôles, la diminution de l'épaisseur de la culasse diminue. Pour rester sur l'optimum de ce coefficient quel que soit le nombre de paire de pôle, il faut assurer que le rapport  $e_{PZT}/e_{cm} = cste \forall p$ . Par conséquent, il faut que l'épaisseur de l'actionneur piézoélectrique suive une loi du type  $p^{-1}$  (modèle excitation piézoélectrique (b)). Dans ce cas de figure, le déplacement statique croît avec le nombre de paires de pôles.

Comme au paragraphe précédent, les variations des déplacements statiques ont été introduites dans le dimensionnement et la simulation de la commande robuste. Sur la figure 5.14 ont été simulées les accélérations vibratoires de perturbation, piézoélectrique et totale pour les variations du nombre de paires de pôles.

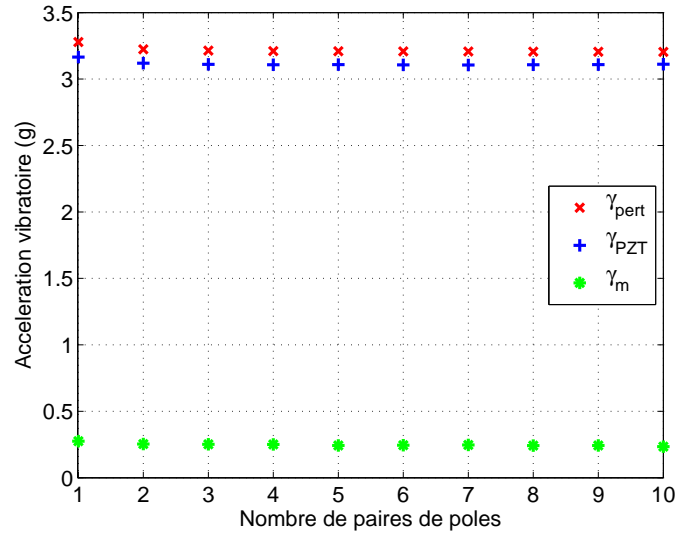


FIGURE 5.14 – Accélérations vibratoires en fonction du nombre de paires de pôles

Nous observons que les trois accélérations vibratoires sont restées constantes. En effet, l'accélération vibratoire due aux contraintes magnétiques étant constante, le correcteur dimensionné pour atteindre une atténuation de l'ordre de 21 dB impose toujours la même accélération vibratoire due aux actionneurs piézoélectriques. Sur la figure 5.15 a été représentée la tension piézoélectrique dans ce même cas.

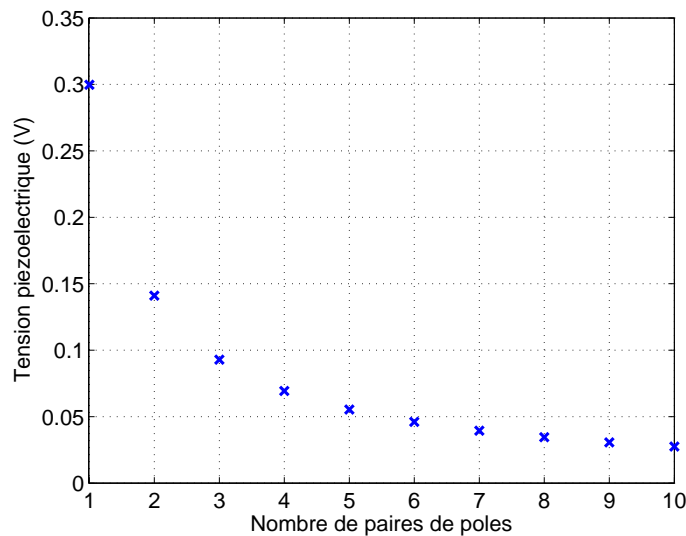


FIGURE 5.15 – Tension des actionneurs piézoélectriques en fonction du nombre de paires de pôles

Le gain de la fonction de transfert piézoélectrique étant croissante (en amplitude) avec le nombre de paires de pôles, le dimensionnement du correcteur impose un gain pour le mode de résonance plus faible. Ceci se traduit par une diminution de la tension piézoélectrique nécessaire pour assurer une atténuation constante avec le nombre de paires de pôles, figure 5.16.

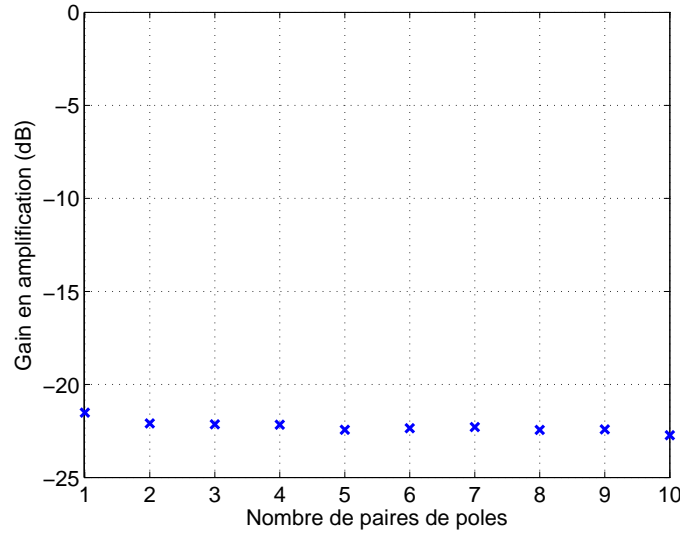


FIGURE 5.16 – Atténuation de l'accélération vibratoire totale en fonction du nombre de paires de pôles

En résumé, à couple constant et pour une atténuation des vibrations constantes, dimensionner une MRV possédant un grand nombre de paires de pôles permet de diminuer la tension piézoélectrique nécessaire.

## 5.4. Exemple applicatif au cas du véhicule électrique

Dans cette section, un exemple applicatif est traité afin de mettre en perspective les résultats précédemment présentés. L'objectif est de dimensionner une méthode de compensation de vibration par des actionneurs piézoélectriques pour atteindre au minimum une atténuation de 15 dB pour une machine ayant des caractéristiques proches des alterno-démarrateurs et pour une tension d'actionneur ne dépassant pas 10 V. Les données du cahier des charges sont un rayon extérieur de la machine  $R_{ext}$  de 100 mm et une longueur active  $L_a$  de 60 mm. Suite aux résultats obtenus dans la partie précédente, la méthode de placement retenue correspond au cas où un actionneur piézoélectrique est placé en vis à vis d'une phase magnétique (i.e. un actionneur piézoélectrique par pas polaire). Le dimensionnement de la partie magnétique de la machine est effectué par une méthode empirique telle que le rayon interne du stator  $R_{int}$  correspond à 65% du rayon externe et que le flux dans une dent correspond au double du flux de la culasse. Ainsi, nous pouvons définir à partir de ces règles un certain nombre de paramètres géométriques :

$$R_{int} = 0.65R_{ext} \quad (5.15)$$

$$\Phi_{dm} = 2\Phi_{cm} \quad (5.16)$$

$$h_{dm} = 2e_{cm} \text{ déduit de l'équation précédente} \quad (5.17)$$

Le pas polaire  $\theta_m$  s'exprime en fonction du nombre de paires de pôles  $p$  par la relation :

$$\theta_m = \frac{2\pi}{6p} \quad (5.18)$$

Ainsi, en se plaçant au niveau du rayon interne du stator  $R_{int}$ , l'arc intercepté par un pas polaire s'écrit :

$$\theta_m R_{int} = \theta_m 0.65 R_{ext} = l_{arc} \simeq 2h_{dm} \quad (5.19)$$

Sur chaque pas polaire, la longueur d'arc  $l_{arc}$  est répartie pour avoir 50% de cuivre et 50% de fer soit une longueur de  $2h_{dm}$ . Ainsi, la largeur de la dent et l'épaisseur de culasse sont calculées par les relations :

$$h_{dm} = \frac{\pi}{6p} 0.65 R_{ext} \quad (5.20)$$

$$e_{cm} = \frac{\pi}{12p} 0.65 R_{ext} \quad (5.21)$$

Pour la suite de cette étude, nous imposons que la largeur de l'actionneur piézoélectrique ( $la_{PZT}$ ) soit égale à la largeur d'une dent magnétique ( $h_{dm}$ ). Cette insertion n'est pas restrictive du point de vue de la méthode, elle permet seulement d'avoir une solution réaliste et réalisable expérimentalement. Les paramètres restant à dimensionner sont l'épaisseur de l'actionneur piézoélectrique  $e_{PZT}$  et le nombre de paires de pôles (l'étude étant effectuée sur un plan de coupe de la machine, nous supposons que la longueur de l'actionneur correspond à la longueur active de la machine, soit 60 mm). Le dimensionnement de l'épaisseur de l'actionneur piézoélectrique est effectué à partir de l'équation 3.11 du chapitre 3 qui donne la déformée maximale imposée par l'actionneur piézoélectrique en fonction (principalement) de l'épaisseur de culasse et de l'épaisseur de l'actionneur. Cette fonction convexe possède un maximum pour :

$$e_{PZT} = \frac{3}{4} e_{cm} \quad (5.22)$$

Ainsi, l'épaisseur de l'actionneur est donnée par :

$$e_{PZT} = \frac{3\pi}{48p} 0.65 R_{ext} \quad (5.23)$$

Les figures 5.17 et 5.18 représentent l'influence du nombre de paires de pôles (NPP) sur les paramètres précédemment cités.

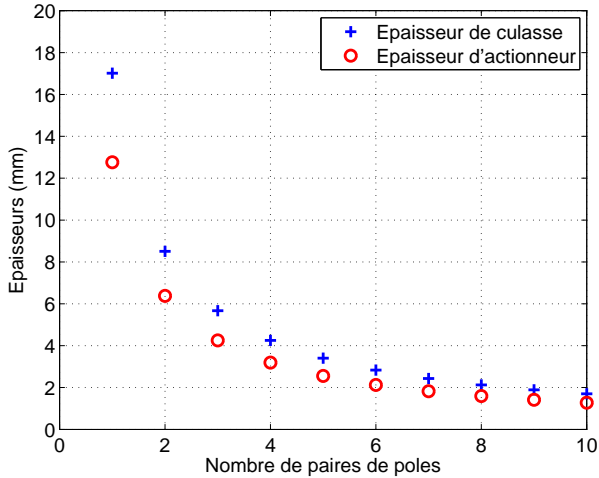


FIGURE 5.17 – Influence du NPP sur l'épaisseur de la culasse et de l'actionneur

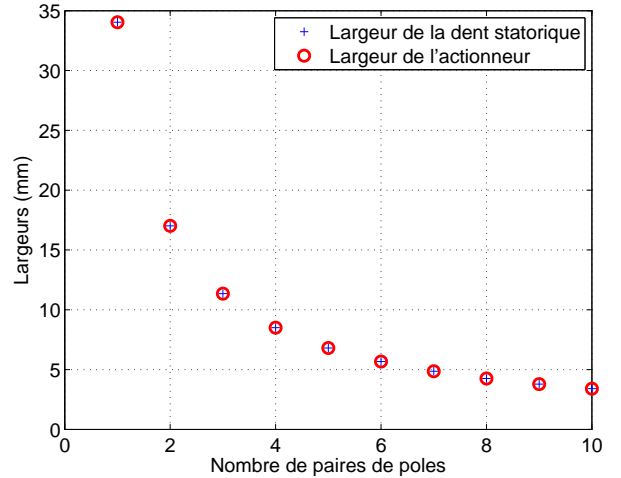


FIGURE 5.18 – Influence du NPP sur la largeur de la dent et de l'actionneur

Il faut noter que l'augmentation du nombre de paires de pôles permet de diminuer aussi bien les paramètres géométriques de la machine tels que l'épaisseur de la culasse ou la largeur de la dent statorique mais aussi les dimensions de l'actionneur piézoélectrique. A couple constant, il a été représenté sur la figure 5.19, l'influence du nombre de paires de pôles sur le déplacement vibratoire statique à partir des relations 5.1 et 5.2.

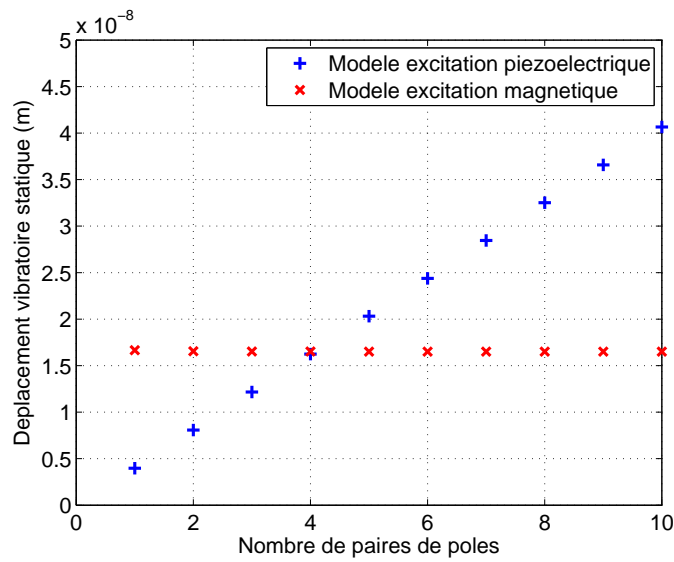


FIGURE 5.19 – Influence du NPP sur le déplacement vibratoire statique de la MRV

Comme il avait été détaillé dans la section traitant de l'effet d'échelle par variation de la topologie, le déplacement vibratoire magnétique reste constant avec le nombre de paires de pôles. En revanche, le déplacement vibratoire piézoélectrique est une fonction croissante avec le nombre de paires de pôles. Le calcul de ces déplacements vibratoires permet de déterminer les différents gains pour la partie magnétique et piézoélectrique introduits ensuite dans le modèle de simulation du correcteur  $H_\infty$ . C'est à partir de cette simulation que nous allons déterminer l'atténuation accessible et la tension piézoélectrique nécessaire pour atteindre ce niveau de compensation. Sur la figure 5.20 ont été simulées les accélérations vibratoires de perturbation, piézoélectrique et totale en fonction du nombre de paires de pôles.

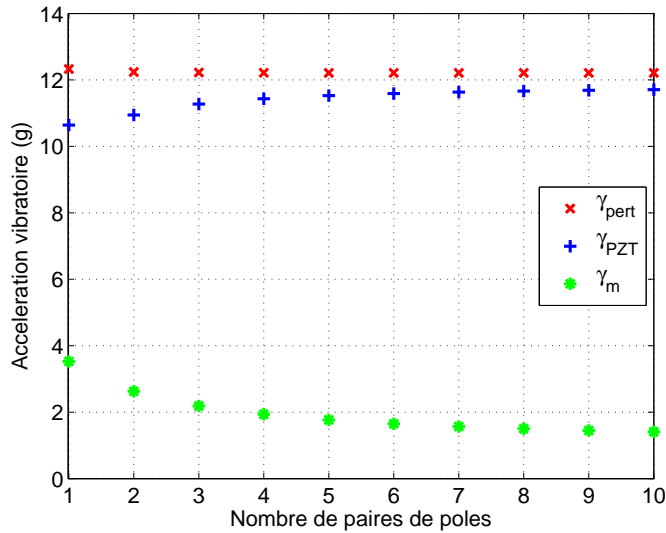


FIGURE 5.20 – Accélérations vibratoires en fonction du nombre de paires de pôles

Avec l'augmentation du gain de la fonction de transfert piézoélectrique pour un accroissement du nombre de paires de pôles, l'atténuation obtenue est supérieure si le nombre de paires de pôles est important. Sur la figure 5.21 a été simulée la tension piézoélectrique nécessaire en fonction du nombre de paires de pôles.

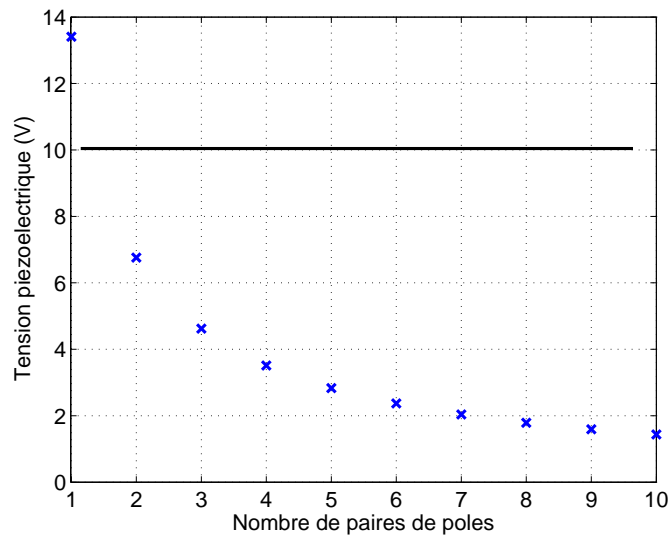


FIGURE 5.21 – Tension des actionneurs piézoélectriques en fonction du nombre de paires de pôles

Bien que l'atténuation de l'accélération vibratoire soit croissante avec le nombre de paires de pôles, la tension piézoélectrique nécessaire décroît (grâce à l'augmentation du gain de la fonction de transfert piézoélectrique). Nous observons que pour obtenir une tension piézoélectrique inférieure à 10 V, il faut au minimum avoir un nombre de paires de pôles supérieur à 2. Sur la figure 5.22 a été simulé le gain en amplification de la méthode en fonction du nombre de paires de pôles.

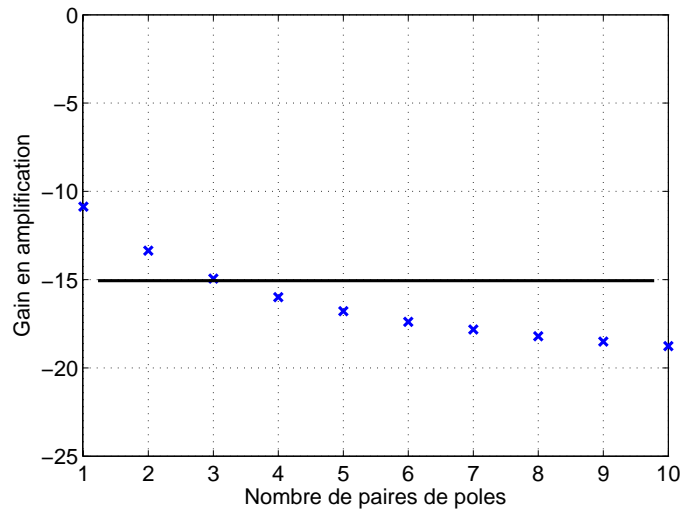


FIGURE 5.22 – Atténuation de l'accélération vibratoire totale en fonction du nombre de paires de pôles

Pour atteindre les 15 dB d'atténuation demandé par le cahier des charges, nous observons qu'il faut que le nombre de paires de pôles soit supérieur à 3, ce qui impose que la machine minimale pour respecter le cahier des charges en terme de tension piézoélectrique inférieure à 10 V et une atténuation en boucle fermée d'au moins 15 dB est une MRV avec 3 paires de pôles, i.e. une MRV 18/12. Pour cette machine, nous obtenons les paramètres du tableau 5.4.

Machine 18/12	
Paramètre	Valeur
$p$	3
$R_{ext}$	100 mm
$L_{act}$	60 mm
$h_{dm}$	11 mm
$la_{PZT}$	11 mm
$e_{cm}$	5.6 mm
$e_{PZT}$	4.2 mm
$V_{PZT}$	4.8 V
Attenuation	15 dB

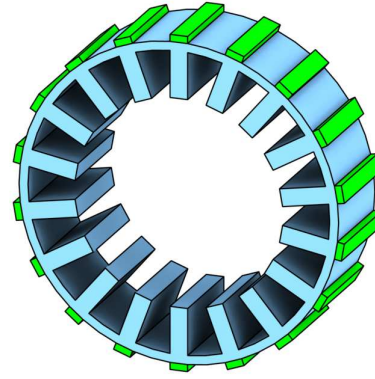


TABLE 5.1 – Paramètres de la machine minimale

FIGURE 5.23 – Machine minimale qui permet de respecter le cahier des charges

Le choix du nombre de paires de pôles n'est pas seulement caractérisé par l'efficacité de la méthode de compensation des vibrations. En effet, le choix du nombre de paires de pôles pour une machine électrique découle d'un processus d'optimisation. L'augmentation de celui-ci tend à diminuer les têtes de bobines, diminuer la masse de la machine et à diminuer l'inertie du rotor mais également à limiter les fréquences électriques et les pertes associées. A ces différents critères, l'efficacité de la méthode de compensation est facilement intégrable et conduit à des choix du nombre de paires de pôles raisonnables ayant une atténuation importante des vibrations et une alimentation aisée des actionneurs piézoélectriques.

## 5.5. Conclusion sur l'effet d'échelle

Un modèle analytique obtenu à partir du calcul du déplacement statique d'un cylindre permet de modéliser l'effet d'une variation de la géométrie de la MRV sur la méthode de compensation et plus particulièrement, sur l'atténuation attendue en boucle fermée. Deux variations de la géométrie ont été proposées. La première consiste en la variation par un facteur d'échelle de toutes les grandeurs mécaniques mais en gardant une taille d'actionneur piézoélectrique constante. Un second effet d'échelle a été modélisé en caractérisant la méthode de compensation vis à vis de la variation de la topologie de la machine (soit la variation du nombre de paires de pôles). L'atténuation en boucle fermée (représentée par le gain en atténuation) a été montrée sur les deux figures 5.24 et 5.25 dans le cas où la tension piézoélectrique n'est pas limitée et dans le cas où elle est limitée à 10 V (résultats compilés à partir des résultats pour la variation des dimensions et de la topologie).

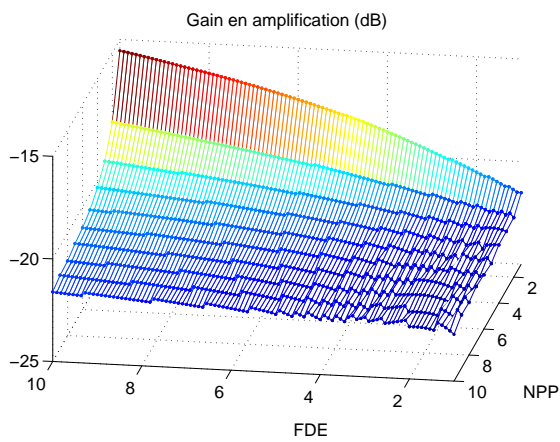


FIGURE 5.24 – Gain en atténuation sans limitation de la tension piézoélectrique (FDE : facteur d'échelle ; NPP : nombre de paires de pôles)

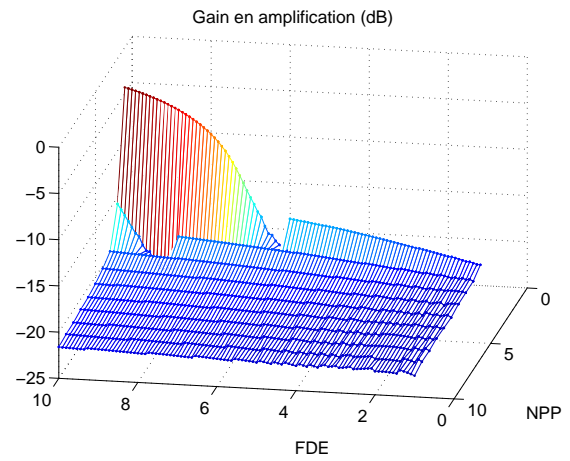


FIGURE 5.25 – Gain en atténuation avec limitation de la tension piézoélectrique (FDE : facteur d'échelle ; NPP : nombre de paires de pôles)

Nous observons que sans limitation de tension il est raisonnable d'obtenir une atténuation en boucle fermée de 15 à 20 dB quel que soit les variations des dimensions (de 1 à 10) et le nombre de paires de pôles (de 1 à 10). Cependant, si la tension piézoélectrique est limitée l'atténuation en boucle fermée chute très rapidement et tend vers 0 pour une paire de pôles. Néanmoins, dès que le nombre de paires de pôles devient supérieur à 1, la limite en tension n'est plus atteinte.

Ainsi, plus les dimensions de la MRV sont importantes plus l'efficacité de la méthode de compensation décroît. Cette méthode est alors plutôt destinée aux machines de petits diamètres. Cependant, pour une MRV fixée par un cahier des charges, il est alors possible de réduire la tension piézoélectrique en augmentant le nombre de paires de pôles. En réunissant les deux raisonnements, la méthode de compensation peut être appliquée pour des machines de forts diamètres mais possédant un nombre de paires de pôles important.



---

---

# Conclusion - Perspectives

---

Ce mémoire a présenté les différents travaux réalisés durant cette thèse sur la réduction des vibrations à l'aide du contrôle actif par des actionneurs piézoélectriques collés sur la surface extérieure de machines à réluctance variable. Cette étude avait principalement pour but de dresser un cadre général théorique sur la méthode de compensation en commençant par obtenir des modèles de l'ensemble des contraintes s'exerçant sur la machine, puis par le placement et dimensionnement optimaux des actionneurs jusqu'à leurs commandes. Ce cadre général a été formalisé à l'aide de formulations analytiques et numériques, des simulations des systèmes et par l'expérimentation sur différentes machines. L'originalité de ce travail se situe principalement sur les plans suivants :

- Formulation de modèles magnétiques et aérodynamiques adaptés au problème des vibrations
- Développement d'un cadre général d'optimisation du placement et du dimensionnement d'actionneurs piézoélectriques prenant en compte les contraintes s'exerçant sur la machine
- Comparaison en simulation et de manière expérimentale de différents correcteurs modernes et l'analyse de la robustesse de ces correcteurs
- Utilisation de la commande  $H_\infty$  dans le cadre de l'analyse de l'effet d'échelle sur la méthode de compensation

Dans le premier chapitre de ce mémoire a été présentée une étude bibliographique portant sur la réduction des vibrations et le contrôle actif. Ce chapitre permet de situer les recherches présentées dans le contexte scientifique actuel et ainsi de dégager les spécificités et l'originalité de la méthode proposée.

Dans le deuxième chapitre, l'étude de l'origine du bruit émis par les machines à réluctance variable a permis de formuler des modèles des contraintes (magnétiques, aérodynamiques et mécaniques) s'exerçant sur le stator de la machine. Cette formulation basée sur la décomposition modale des contraintes permet d'obtenir des modèles de simulation possédant en amplitude et en distribution les mêmes propriétés que les contraintes réelles. Des essais expérimentaux sont venus valider ces modèles.

Le troisième chapitre a traité du placement et du dimensionnement optimal d'actionneurs piézoélectriques en vue de la réduction des vibrations des MRV. A partir d'un modèle analytique du moment généré par un actionneur piézoélectrique, deux modèles ont été confrontés. Le premier, basé sur la maximisation du transfert d'énergie entre un mode donné et l'actionneur (méthode du Grammien de commandabilité), permet un dimensionnement et un placement pertinent des actionneurs dans un cadre statique (alimentation d'une phase) mais néanmoins multi-modes. Des simulations Éléments finis ont validé les résultats d'optimisation obtenus. Le second modèle, prenant en compte les contraintes qui s'exercent sur le stator, a été introduit afin de considérer les effets tels que les champs tournants de déformée vibratoire. Ces différentes optimisations ont été réalisées dans le but de dimensionner et placer des actionneurs sur trois machines expérimentales : une monophasée, une triphasée et une MRV 12/8.

Dans le quatrième chapitre, la commande optimale des actionneurs piézoélectriques a été étudiée. Dans un premier temps, différents correcteurs de l'automatique moderne (PPF, LQG, IMC et  $H_\infty$ ) ont été dimensionnés dans l'optique de la réduction des vibrations sur la machine monophasée. Ce

cas mono-entrée, mono-sortie a permis une comparaison par la simulation et l'expérimentation de ces différents correcteurs. La robustesse vis à vis des retards introduits par les différents éléments du système a été étudiée. Ces retards dégradent les performances des correcteurs notamment en n'atténuant pas les premiers lobes de vibration. Ensuite, la robustesse vis à vis d'autres modes de résonance non inclus dans le dimensionnement et des incertitudes a été étudiée et a permis de donner des bornes de variations de ces incertitudes. Pour un fonctionnement basse vitesse (10 000 tr/min) et haute vitesse (30 000 tr/min), ces différents correcteurs permettent une atténuation de 15 à 20 dB de l'accélération vibratoire au niveau de la résonance principale. Finalement, le cas mono-entrée et mono-sortie a été étendu au cas multi-entrées, multi-sorties avec succès en utilisant une transformation des systèmes triphasés : par une transformation de Fortescue et un schéma monophasé équivalent.

La dernière partie a traité de l'influence de la géométrie de la MRV sur la méthode de compensation. A partir d'une formulation analytique des déplacements magnétiques et piézoélectriques et en utilisant un correcteur  $H_\infty$ , l'atténuation vibratoire résultante ainsi que la tension piézoélectrique nécessaire ont été simulées. Pour une variation linéaire de toutes les dimensions de la machine (à taille d'actionneur constante et à géométrie fixée), pour garantir les performances en atténuation de la méthode de compensation, la tension piézoélectrique doit croître comme le carré de la variation des dimensions. En considérant la variation de la topologie à rayon extérieur constant (augmentation du nombre de paires de pôles), la tension piézoélectrique peut être diminuée pour une atténuation constante. Des deux précédents points, nous pouvons conclure que la méthode est particulièrement adaptée au cas des petites machines mais peut également être utilisée pour des machines de fort diamètres possédant un grand nombre de paires de pôles.

Ce travail a ouvert plusieurs perspectives dans des domaines pluri-disciplinaires :

### Modélisation des liaisons mécaniques

Dans le chapitre sur la commande des actionneurs piézoélectriques, il est apparu qu'une résonance parasite de la carcasse perturbait la stabilité et les performances du correcteur. Même si la connaissance de tous les modes présents est possible par une simulation modale Éléments Finis (figure 5.26), l'interaction entre les différentes parties, stator-flasques-carcasse-bâti n'a pas été prise en compte. Un modèle permettant de caractériser ce couplage devra être étudié et inclus dans la procédure de dimensionnement et de placement des actionneurs afin de minimiser la dégradation des performances du correcteur.

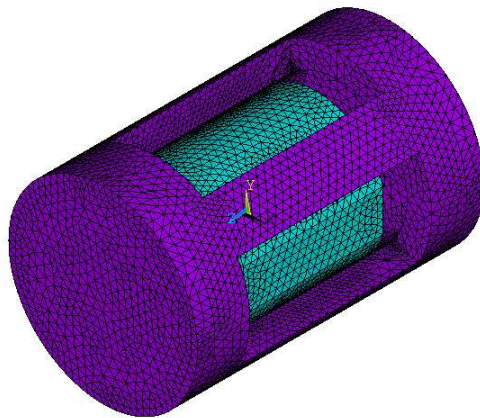


FIGURE 5.26 – Modèle Éléments finis par la prise en compte des liaisons mécaniques

## Amélioration des modèles multi-physiques

Dans ce mémoire, les aspects acoustiques n'ont que peu été traités. Un modèle acoustique plus fin doit permettre d'identifier plus clairement les modes de vibration qui ont le plus d'influence sur le bruit et qui sont donc à atténuer en tout premier lieu. D'une manière plus générale, les modèles multi-physiques des contraintes s'exerçant sur la machine devront être approfondis : influence de la température sur la méthode, effet de la contrainte à la fréquence de résonance sur les aspects magnétiques, modèle fin des contraintes aérodynamiques, etc.

### Atténuation des premiers lobes de vibration

L'atténuation des premiers lobes de vibration doit aussi être abordée. Le modèle nominal du système doit être amélioré afin de pouvoir atténuer efficacement ces premiers lobes, figure 5.27.

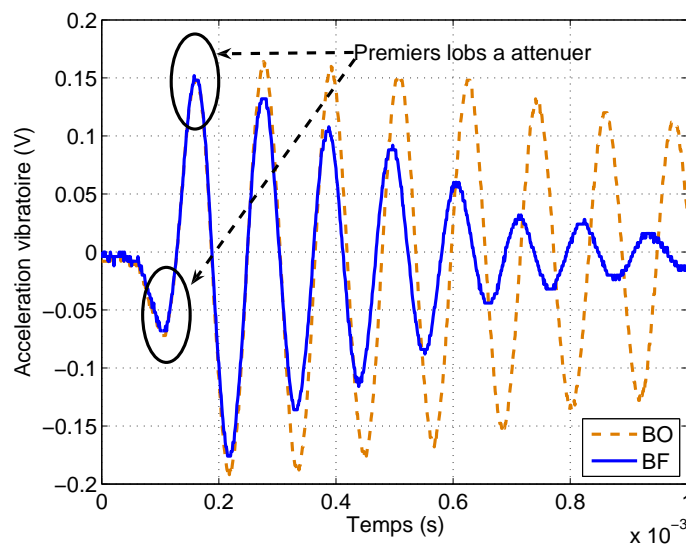


FIGURE 5.27 – Atténuation des premiers lobes de vibration

### Application de la méthode à d'autres machines

Des nouvelles structures de machine électrique innovante ont vu le jour cette dernière décennie comme les machines synchrones double excitation ou les machines à commutation de flux. La généralisation des résultats obtenus dans cette thèse à d'autres sortes de machines doit aussi être abordée afin d'obtenir une méthode de compensation indépendante de la topologie de la machine à traiter.

### Utilisation des résultats obtenus sur les vibrations pour le diagnostic des machines électriques

Pour finir, il me semble intéressant d'utiliser les différents résultats obtenus lors de cette thèse pour le diagnostic des machines électriques par le traitement des informations vibratoires. En effet, une bonne connaissance du comportement vibratoire de la machine peut aider à la mise en place de techniques d'observation et de diagnostic des défauts.



---

---

# Annexe

---

---

## La loi de Hooke

---

Dans le cas d'un matériau élastique, la loi de Hooke dans le cas une dimension s'écrit :

$$T = YS \quad (5.24)$$

avec  $T$  la contrainte exercée sur le matériau,  $S$  la déformée induite dans le matériau et  $Y$  son module d'Young. Cette relation est identique à la relation qui relie la force à l'allongement dans un ressort ( $F = kx$  avec  $F$  la force,  $k$  la raideur du ressort et  $x$  l'allongement du ressort). A volume constant, la déformée d'un axe impose une déformée dans l'axe transverse, figure 5.28.

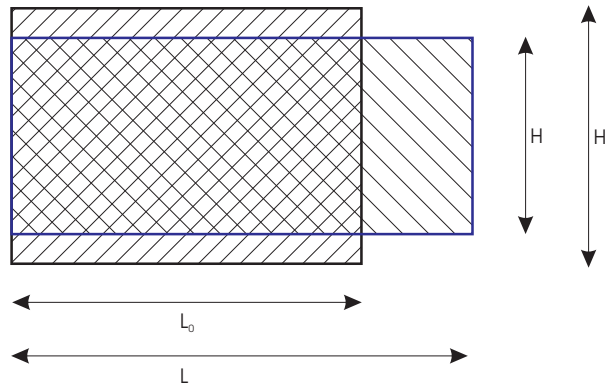


FIGURE 5.28 – Définition du coefficient de Poisson

Ce phénomène a été mis en évidence par S.D. Poisson. Le coefficient de Poisson permet ainsi de caractériser la déformée d'un matériau perpendiculairement à la direction de la contrainte appliquée. Le coefficient de Poisson est défini par la relation :

$$\nu = \frac{\text{Contraction transversale unitaire}}{\text{Allongement axial unitaire}} = \frac{(H_0 - H)/H_0}{(L - L_0)/L_0} \quad (5.25)$$

Pour un matériau isotrope élastique, les contraintes/déformées dans les différents axes vont être reliées entre elles par la loi de Hooke s'écrivant :

$$T_{ij} = \frac{Y}{1 + \nu} (S_{ij} + \frac{\nu}{1 - 2\nu} \text{trace}(S) \delta_{ij}) \quad (5.26)$$

où  $\nu$  est le coefficient de Poisson du matériau,  $S$  le tenseur des déformées et  $\delta_{ij}$  le symbole de Kronecker. Dans le cas où les seules contraintes non nulles sont les contraintes  $T_{11}$  et  $T_{22}$  (cas des contraintes planes), cette relation peut s'écrire en projection sur les axes 11 et 22 :

$$T_{11} = \frac{Y}{1 - \nu^2} (S_{11} + \nu S_{22}) \quad (5.27)$$

$$T_{22} = \frac{Y}{1 - \nu^2} (S_{22} + \nu S_{11}) \quad (5.28)$$

Pour des tôles Fer Silicium (Fe-Si 3%), le module d'Young vaut 212,7 GPa et le coefficient de Poisson 0,283.



---

---

# Annexe B

---

---

La figure 5.29 représente le schéma de simulation Matlab pour un correcteur  $H_\infty$  modélisant le fonctionnement des actionneurs piézoélectriques collés sur la MIV' monophasée.

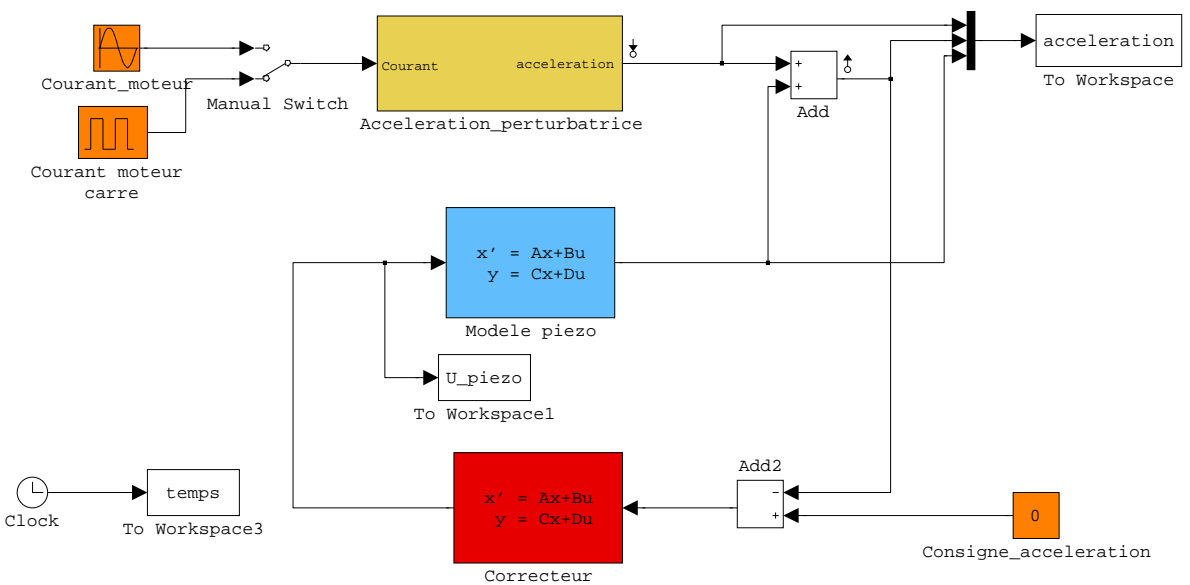


FIGURE 5.29 – Schéma de simulation du correcteur  $H_\infty$  sur la machine monophasée

La figure 5.30 représente le schéma de simulation Matlab pour un correcteur  $H_\infty$  modélisant le fonctionnement des actionneurs piézoélectriques collés sur la MRV triphasée.

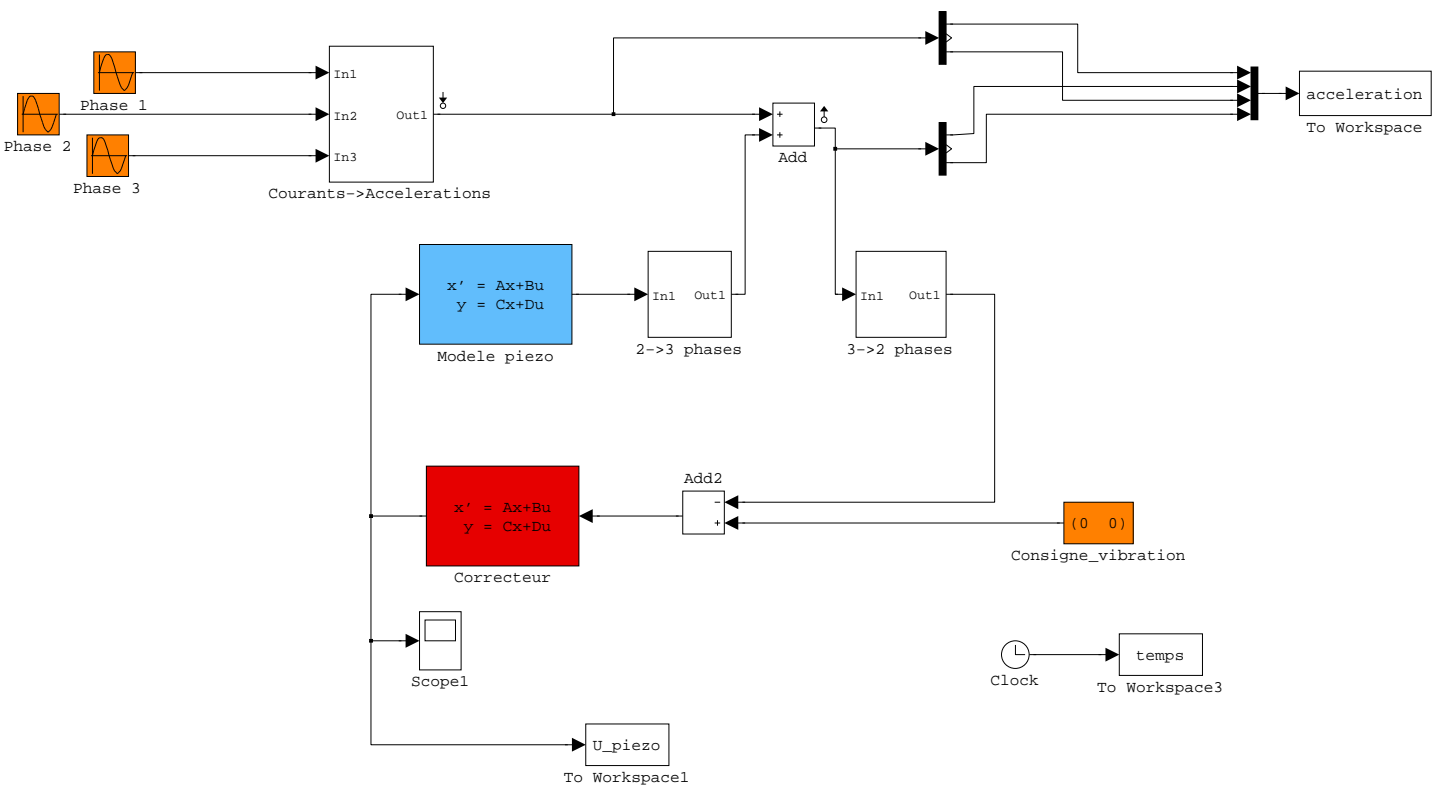


FIGURE 5.30 – Schéma de simulation du correcteur  $H_\infty$  sur la machine triphasée

---

---

# Bibliographie

---

- [1] J. LE BESNERAIS : *Reduction of magnetic noise in PWM-supplied induction machines - low-noise design rules and multi-objective optimisation*. Thèse de doctorat, Laboratoire d'Electricité et d'Electrotechnique de Puissance de Lille, 2008.
- [2] A. DE VRIES : *Commande et dimensionnement de machines à réluctance variable à double saillance pour application alterno-démarrreur automobile*. Thèse de doctorat, École Normale Supérieure de Cachan, France, 2004.
- [3] S. WANG, Q. ZHAN, Z. MA et L. ZHOU : Implementation of a 50-kW four-phase switched reluctance motor drive system for hybrid electric vehicle. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 41(1 Part 2):501–504, 2005.
- [4] S.J. KACHAPORNKUL, P. SOMSIRI, P. TUNGPIMOLRUT, K.A. CHIBA et T. FUKAO : A design of 15 kW switched reluctance motor for electric vehicle applications. *Electrical Machines and Systems, 2007. ICEMS. International Conference on*, pages 1690–1693, 2007.
- [5] H. KUB, T. WICHERT et B. SZYMANSKI : Design of a high speed Switched Reluctance Motor for spindle drive. *Compatibility in Power Electronics, 2007. CPE'07*, pages 1–5, 2007.
- [6] KY LU, PO RASMUSSEN, SJ WATKINS et F. BLAABJERG : A New Low-Cost Hybrid Switched Reluctance Motor for Adjustable-Speed Pump Applications. *Industry Applications Conference, 2006. 41st IAS Annual Meeting. Conference Record of the 2006 IEEE*, 2, 2006.
- [7] D.E. CAMERON, J.H. LANG et Umans S.D. : The origin of acoustic noise in variable-reluctance motors. *IEEE IAS conf., San Diego*, pages 108–115, 1989.
- [8] ZQ ZHU et D. HOWE : Improved methods for prediction of electromagnetic noise radiated by electrical machines. *IEE Proceedings-Electric Power Applications*, 141(2):109–120, 1994.
- [9] F. BLAABJERG, J.K. PEDERSEN, P. NIELSEN, L. ANDERSEN et P.C KJAER : Investigation and reduction of acoustical noise from switched reluctance drives in current and voltage control. *ICEM 1994*, 3:589–594, 1994.
- [10] W. CAI et P. PILLAY : Design and Control of Switched Reluctance Motors with Low Vibration and Noise. *Electric Machines & Drives Conference, 2007. IEMDC'07. IEEE International*, 2, 2007.
- [11] C. POLLOCK et C.Y. WU : Acoustic noise cancellation techniques for switched reluctance drives. *Industry Applications, IEEE Transactions on*, 33(2):477–484, 1997.
- [12] C. PICOD : *Conception d'alternateurs automobiles en tenant compte du comportement vibro-acoustique*. Thèse de doctorat, École Normale Supérieure de Cachan, France, 1999.
- [13] PO RASMUSSEN, EC LABRUSH et JH ANDREASEN : Interlaminated damping-a method for reduction of vibration and acoustic noise for switched reluctance machines? *Industry Applications Conference, 2005. Fourtieth IAS Annual Meeting. Conference Record of the 2005*, 3, 2005.

- [14] M. GABSI, X. MININGER, E.N.S. de CACHAN et CNRS : Method and device for compensating vibrations of an electrical machine, and electrical machines comprising one such device, 2006. WO 2006/027492 A1.
- [15] X. MININGER : *Réduction des vibrations des machines à réluctance variable à l'aide d'actionneurs piézoélectriques*. Thèse de doctorat, École Normale Supérieure de Cachan, 2005.
- [16] P. LUEG : Process of silencing sound, 1936. US Patent 2,043,416.
- [17] RA SHOURESHI, R. GASSER et J. VANCE : Automotive applications of a hybrid active noise and vibration control. pages 1071–1076, 1997.
- [18] B. GARNIER : Contrôle actif des vibrations. *Techniques de l'ingénieur*.
- [19] G. REYNE : *Analyse théorique et expérimentale des phénomènes vibratoires d'origine électromagnétique*. Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble, 1987.
- [20] D. BELKHAYAT, D. ROGER et JF BRUDNY : Active reduction of magnetic noise in asynchronous machine controlled by stator current harmonics. In *Electrical Machines and Drives, 1997 Eighth International Conference on (Conf. Publ. No. 444)*, pages 400–405, 1997.
- [21] F. CAMUS : *Modélisation des phénomènes vibratoires des machines à réluctance variable à double saillance. Influence de l'alimentation*. Thèse de doctorat, École Normale Supérieure de Cachan, 1997.
- [22] P. GAUDENZI, R. CARONARO et E. BENZI : Control of beam vibrations by means of piezoelectric devices : theory and experiments. *Composite Structures*, 50(4):373–379, 2000.
- [23] D. HALIM et SO REZA MOHEIMANI : An optimization approach to optimal placement of collocated piezoelectric actuators and sensors on a thin plate. *Mechatronics*, 13(1):27–47, 2003.
- [24] OR LIN, Z.X. LIU et Z.L. WANG : Cylindrical panel interior noise control using a pair of piezoelectric actuator and sensor. *Journal of Sound and Vibration*, 246(3):525–541, 2001.
- [25] S. BASAK, A. RAMAN et S.V. GARIMELLA : Dynamic Response Optimization of Piezoelectrically Excited Thin Resonant Beams. *Journal of Vibration and Acoustics*, 127:18, 2005.
- [26] HT BANKS, HC LESTER et RC SMITH : A piezoelectric actuator model for active vibration and noise control in thin cylindrical shells. *Decision and Control, 1992., Proceedings of the 31st IEEE Conference on*, pages 1797–1802, 1992.
- [27] Z. QIU, X. ZHANG, H. WU et H. ZHANG : Optimal placement and active vibration control for piezoelectric smart flexible cantilever plate. *Journal of Sound and Vibration*, 301(3-5):521–543, 2007.
- [28] Y. LI, J. ONODA et K. MINESUGI : Simultaneous optimization of piezoelectric actuator placement and feedback for vibration suppression. *Acta Astronautica*, 50(6):335–341, 2002.
- [29] K. DEB, A. PRATAP, S. AGARWAL et T. MEYARIVAN : A fast and elitist multiobjective genetic algorithm : NSGA-II. *Evolutionary Computation, IEEE Transactions on*, 6(2):182–197, 2002.
- [30] L. WANG : Positive position feedback based vibration attenuation for a flexible aerospace structure using multiple piezoelectric actuators. *Digital Avionics Systems Conference, 2003. DASC'03. The 22nd*, 2, 2003.
- [31] SOR MOHEIMANI, B.J.G VAUTIER et B. BHIKKAJI : Experimental implementation of extended multivariable PPF control on an active structure. *Control Systems Technology, IEEE Transactions on*, 14(3):443–455, 2006.

- [32] AJ den HAMER, GZ ANGELIS et NB ROOZEN : Broad-band active vibration suppression using PPF focused on industrial application. *Mechatronics, IEEE/ASME Transactions on*, 10(2):146–153, 2005.
- [33] J. HOLTERMAN et TJA de VRIES : Active damping based on decoupled collocated control. *Mechatronics, IEEE/ASME Transactions on*, 10(2):135–145, 2005.
- [34] SOR MOHEIMANI et BJG VAUTIER : Resonant Control of Structural Vibration Using Charge-Driven Piezoelectric Actuators. *Control Systems Technology, IEEE Transactions on*, 13(6):1021–1035, 2005.
- [35] V. BALAMURUGAN et S. NARAYANAN : Shell finite element for smart piezoelectric composite plate/shell structures and its application to the study of active vibration control. *Finite Elements in Analysis & Design*, 37(9):713–738, 2001.
- [36] G. GATTI, M.J. BRENNAN et P. GARDONIO : Active damping of a beam using a physically collocated accelerometer and piezoelectric patch actuator. *Journal of Sound and Vibration*, 303(3-5):798–813, 2007.
- [37] K. MA : Vibration control of smart structures with bonded PZT patches : novel adaptive filtering algorithm and hybrid control scheme. *Smart Materials and Structures*, 12(3):473–482, 2003.
- [38] G. ZAMES : Feedback and optimal sensitivity : Model reference transformations, multiplicative seminorms, and approximate inverses. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 26(2):301–320, 1981.
- [39] J. DOYLE, G. STEIN, I. HONEYWELL et MN MINNEAPOLIS : Multivariable feedback design : concepts for a classical/modern synthesis. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 26(1):4–16, 1981.
- [40] IN KAR, T. MIYAKURA et K. SETO : Bending and torsional vibration control of a flexible plate-structure using H8-based robust control law. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 8(3):545–553, 2000.
- [41] C.C. LIN et H.N. HUANG : Vibration control of beam–plates with bonded piezoelectric sensors and actuators. *Computers and Structures*, 73(1-5):239–248, 1999.
- [42] ET FALANGAS, JA DWORAK et S. KOSHIGOE : Controlling plate vibrations using piezoelectric actuators. *IEEE Control Systems Magazine*, 14(4):34–41, 1994.
- [43] GJ BALAS, JC DOYLE, K. GLOVER, A. PACKARD et R. SMITH :  $\mu$ -analysis and synthesis toolbox (Mu-Tools). *Automatica*, 30(4):733–735, 1994.
- [44] G. DUC : *Commande Hinf et mu-analyse : des outils pour la robustesse*. Hermes, 1998.
- [45] C.Y. WANG et R. VAICAITIS : Active control of vibrations and noise of double wall cylindrical shells. *Journal of Sound and Vibration*, 216(5):865–888, 1998.
- [46] X. LI : *Physical systems for the active control of transformer noise*. Thèse de doctorat, Department of Mechanical Engineering of The University of Adelaide, 2000.
- [47] C.Y. WU et C. POLLOCK : Analysis and reduction of vibration and acoustic noise in the switched reluctance drive. *IEEE IAS conf.*, pages 106–113, 1993.
- [48] R.S. COLBY, F. MOTTIER et T.J.E. MILLER : Vibration modes and acoustic noise in a 4-phase switched reluctance motor. *IEEE IAS conf.*, pages 441–447, 1995.
- [49] J.H. ; Umans S.D. CAMERON, D.E. ; Lang : The origin and reduction of acoustic noise in doubly salient variable-reluctance motors. *Industry Applications, IEEE Transactions on*, 28(6):1250–1255, Nov.-Dec. 1992.

- [50] M. HECQUET, A. AÏT-HAMMOUDA, M. GOUEYGOU, P. BROCHET et A. RANDRIA : Prediction of the electromagnetic noise of an asynchronous machine using experimental designs. *Mathematics and Computers in Simulation*, 71(4-6):499–509, 2006.
- [51] PO RASMUSSEN, JH ANDREASEN et JM PIJANOWSKI : Structural stator spacers-a solution for noise reduction of switched reluctance motors. *Industry Applications, IEEE Transactions on*, 40(2):574–581, 2004.
- [52] Y. YOSHIKAWA, H. LI et H. MURAKAMI : Design of Ultra Low acoustic Noise and High Power Density Direct Drive Machines with Double Rotor and Toroidally Wound Structure. *Industry Applications Conference, 2006. 41st IAS Annual Meeting. Conference Record of the 2006 IEEE*, 4, 2006.
- [53] J. SUN, Q. ZHAN, S. WANG et Z. MA : A Novel Radiating Rib Structure in Switched Reluctance Motors for Low Acoustic Noise. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 43(9 Part 1):3630–3637, 2007.
- [54] J.P. HONG, K.H. HA et J. LEE : Stator pole and yoke design for vibration reduction of switched-reluctance motor. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 38(2):929–932, 2002.
- [55] M. BESBES, C. PICOD, F. CAMUS, M. GABSI et ENS CNRS : Influence of stator geometry upon vibratory behaviour and electromagnetic performances of switched reluctance motors. *Electric Power Applications, IEE Proceedings-*, 145(5):462–468, 1998.
- [56] J.W. AHN, S.J. PARK et D.H. LEE : Hybrid excitation of SRM for reduction of vibration and acoustic noise. *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, 51(2):374–380, 2004.
- [57] A. YOSHIDA, D. TANAKA et I. MIKI : A Study on the Reduction of Vibration and Acoustic Noise for Switched Reluctance Motor. *Electrical Machines and Systems, 2005. ICEMS 2005. Proceedings of the Eighth International Conference on*, 1, 2005.
- [58] W. HONGHUA : Optimization of Interval Time of Two Stage Commutation Method for the Reduction of Vibration and Acoustic Noise in SR Motors. *Electrical Machines and Systems, 2005. ICEMS 2005. Proceedings of the Eighth International Conference on*, 1, 2005.
- [59] N.M. KHAI, D.S. SHIN, Y.G. JUNG et Y.C. LIM : A New Random Switching Technique for the Single Phase Switched Reluctance Motor Drives. *Power Electronics Specialists Conference, 2007. PESC 2007. IEEE*, pages 1778–1783, 2007.
- [60] JY CHAI, YW LIN et CM LIAW : Comparative study of switching controls in vibration and acoustic noise reductions for switched reluctance motor. *IEE Proceedings- Electric Power Applications*, 153(3):348–360, 2006.
- [61] J. SUN, Q. ZHAN, S. WANG, K. YANG et Z. MA : Parameter-optimized three-step commutation method for the reduction of vibration and acoustic noise in switched reluctance motor. *Electrical Machines and Systems, 2007. ICEMS. International Conference on*, pages 513–517, 2007.
- [62] E. LELEU, C. ESPANET, A. MIRAOUÏ et S. SIALA : Reduction of vibrations in an induction machine supplied by high power PWM inverter. page 8, 2005.
- [63] S. LIN, C. BI et Q. JIANG : Analysis of acoustic noise sources of FDB and ADB spindle motors operating at BLDC mode. *In Power Electronics, Machines and Drives, 2008. PEMD 2008. 4th IET Conference on*, pages 315–319, 2008.
- [64] X. OJEDA, X. MININGER, M. GABSI et M. LECRIVAIN : Sinusoidal feeding for switched reluctance machine : application to vibration damping. *XVIII Internal Conference on Electrical Machines, 2008. ICEM 2008*, 2008.
- [65] X. MININGER, E. LEFEUVRE, M. GABSI, C. RICHARD et D. GUYOMAR : Semiactive and Active Piezoelectric Vibration Controls for Switched Reluctance Machine. *Energy Conversion, IEEE Transaction on*, 23(1):78–85, 2008.

- [66] J.P. LECOINTE : *Etude et réduction active du bruit d'origine magnétique des MRVDS*. Thèse de doctorat, Université d'Artois, 2003.
- [67] P. GRANJON : *Contribution à la compensation active des vibrations d'une machine électrique*. Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble, 2000.
- [68] F.C. LIN et S.M. YANG : An Approach to Producing Controlled Radial Force in a Switched Reluctance Motor. *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, 54(4):2137–2146, 2007.
- [69] S. AYARI : *Influence des caractéristiques géométriques sur les vibrations des MRV*. Thèse de doctorat, École Normale Supérieure de Cachan, France, 1999.
- [70] N. GALOPIN, X. MININGER, F. BOUILLAULT et L. DANIEL : Finite Element Modeling of Magneto-electric Sensors. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 44(6):834–837, 2008.
- [71] H.S. DOU, B.C. KHOO, N. PHAN-THIEN et K.S. YEO : Energy Loss Distribution in the Taylor-Couette Flow between Concentric Rotating Cylinders. *Arxiv preprint physics/0501151*, 2005.
- [72] B. PICINBONO : *Introduction à l'étude des signaux et phénomènes aléatoires, maîtrise d'EEA, C2. Signaux et systèmes*. Dunod, 1971.
- [73] X. OJEDA, X. MININGER, M. GABSI et M. LÉCRIVAIN : Noise Reduction Using Piezoelectric Active Control on High Speeds Switched Reluctance Drives. *Industry Applications Conference, 2007. 42nd IAS Annual Meeting. Conference Record of the 2007 IEEE*, pages 2204–2209, 2007.
- [74] X. OJEDA, X. MININGER, M. GABSI, S. HLIOUI et M. LÉCRIVAIN : Active piezoelectric vibration control for high speed switched reluctance machine. *Power Electronics and Applications, 2007 European Conference on*, pages 1–9, 2007.
- [75] J.C. BAVAY et J. VERDUN : Alliages fer-silicium. *Techniques de l'ingénieur. Génie électrique*, (D 2110):2110–2112, 1992.
- [76] A. PREUMONT : *Vibration Control of Active Structures : An Introduction*. Springer, 2002.
- [77] I. STANDARD : IEEE standard on piezoelectricity. *ANSI/IEEE Std*, pages 176–1987, 1988.
- [78] Saint-Gobain Quartz SAS, [www.quartz.saint-gobain.com](http://www.quartz.saint-gobain.com). *Céramiques piézoélectriques*, 2008.
- [79] S. LELEU : *Amortissement actif des vibrations d'une structure flexible de type plaque à l'aide de transducteurs piézoélectriques*. Thèse de doctorat, École Normale Supérieure de Cachan, France, 2002.
- [80] A.K. JHA : *Vibration analysis and control of an inflatable toroidal satellite component using piezoelectric actuators and sensors*. Thèse de doctorat, Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg, Virginia, USA, 2002.
- [81] X. OJEDA, X. MININGER, M. GABSI et M. LÉCRIVAIN : Noise cancellation of 6/4 switched reluctance machine by piezoelectric actuators : Optimal design and placement using genetic algorithm. *Power Electronics, Machines and Drives, 2008. PEMD 2008. 4th IET Conference on*, pages 611–615, 2008.
- [82] Ojeda X., Mininger X., Ben Hamed H., Gabsi M. et Lécrivain M. : Piezoelectric Actuator Design and Placement for Switched Reluctance Motors Active Damping. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, 2009.
- [83] JL BESNERAIS, V. LANFRANCHI, M. HECQUET et P. BROCHET : Multiobjective Optimization of Induction Machines Including Mixed Variables and Noise Minimization. *IEEE Transactions on Magnetics*, 44(6):1102–1105, 2008.

- [84] Z. TANG, P. PILLAY, AM OMEKANDA, S. INSTRUMENTS et MI KALAMAZOO : Vibration prediction in switched reluctance motors with transfer function identification from shaker and force hammer tests. *Industry Applications, IEEE Transactions on*, 39(4):978–985, 2003.
- [85] Djb instruments : Instruments pour mesure de vibrations et pressions dynamiques. Website. <http://www.djb-instruments.com/default.htm>.
- [86] M.A. MC EVER : *Optimal Vibration Suppression Using On-line Pole/Zero Identification*. Thèse de doctorat, Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg, Virginia, USA, 1999.
- [87] C.E. GARCIA et M. MORARI : Internal model control. A unifying review and some new results. *Industrial & Engineering Chemistry Process Design and Development*, 21(2):308–323, 1982.
- [88] C.E. GARCIA et M. MORARI : Internal model control. 2. Design procedure for multivariable systems. *Industrial & Engineering Chemistry Process Design and Development*, 24(2):472–484, 1985.
- [89] D.E. RIVERA, M. MORARI et S. SKOGESTAD : Internal model control : PID controller design. *Industrial & Engineering Chemistry Process Design and Development*, 25(1):252–265, 1986.
- [90] Ojeda X., Hannoun H., Mininger X., Hilairet M., Gabsi M., Marchand C. et Lécrivain M. : Switched Reluctance Machine Vibration Reduction using a Vectorial Piezoelectric Actuator Control. *European Physical Journal Applied Physics, EPJ AP*, 2009.
- [91] W.C. YOUNG, R.G. BUDYNAS et R.J. ROARK : *Roark's formulas for stress and strain*. Tsinghua University Press,, 2003.