



**HAL**  
open science

# Descriptions de la matière nucléaire incluant la structure en quarks des hadrons

Rémi Huguet

► **To cite this version:**

Rémi Huguet. Descriptions de la matière nucléaire incluant la structure en quarks des hadrons. Physique Nucléaire Théorique [nucl-th]. Université Sciences et Technologies - Bordeaux I, 2008. Français. NNT: . tel-00410091

**HAL Id: tel-00410091**

**<https://theses.hal.science/tel-00410091>**

Submitted on 17 Aug 2009

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



# THÈSE

présentée à

**L'UNIVERSITÉ BORDEAUX 1**

ECOLE DOCTORALE DE SCIENCES PHYSIQUES ET DE L'INGÉNIEUR

par **Rémi HUGUET**

POUR OBTENIR LE GRADE DE

**DOCTEUR**

SPÉCIALITÉ ASTROPHYSIQUE, PLASMAS, CORPUSCULES

---

## Descriptions de la matière nucléaire incluant la structure en quarks des hadrons

---

Soutenue le **10 Juillet 2008**

**Après avis de:**

M. G. Chanfray	Professeur	Université Lyon 1, IPNL	<b>Rapporteurs</b>
M. J. Carbonnel	Directeur de Recherche	LPSC Grenoble	

**Devant la commission d'examen formée de:**

M. P. Quentin	Professeur	Université Bordeaux 1, CENBG	<b>Président</b>
M. M. Guidal	Chargé de Recherche	IPN Orsay	
M. J.C. Caillon	Professeur	Université Bordeaux 1, CENBG	<b>Directeur de thèse</b>
M. G. Chanfray	Professeur	Université Lyon 1, IPNL	
M. J. Carbonnel	Directeur de Recherche	LPSC Grenoble	<b>Examineurs</b>



À mes parents,  
à ma femme.



*Ce qui fait le prix de la science, de la connaissance abstraite,  
c'est qu'elle est communicable.*

**A. SCHOPENHAUER,**

*Le monde comme volonté et comme représentation*

*Science is like sex : sometimes something useful comes out,  
but that is not the reason we are doing it.*

**R. FEYNMAN**



## Avant-propos

---

Le travail exposé dans ce manuscrit a été mené au Centres d'Études Nucléaires de Bordeaux-Gradignan de septembre 2005 au mois de juillet 2008. J'ai pris durant ces trois années un immense plaisir à explorer le monde complexe et fascinant de la physique de l'interaction forte. Nous sommes encore bien loin de comprendre comment les propriétés des noyaux atomiques émergent de la physique des quarks, mais ce texte constitue ma modeste contribution à cette quête. Bien entendu, la recherche scientifique est fondamentalement un travail collectif, et je veux donc ici remercier tous ceux qui ont participé, de près ou de loin, à l'aboutissement de ce projet.

Je veux tout d'abord exprimer ma profonde reconnaissance à Jean-Christophe Caillon, qui a accepté d'être mon directeur de thèse. De par sa constante disponibilité et la confiance sans faille qu'il m'a accordée, il m'a permis de mener ce travail avec toute l'autonomie que je désirai, et en toute sérénité. Je lui dois une grande partie des idées développées dans ce manuscrit, à travers les nombreuses (et longues !) discussions que nous avons tenues dans son bureau. Je n'oublie pas l'excellent pédagogue qu'il a été pour moi, que ce soit durant ma thèse ou avant.

Je remercie également Jean Labarsouque, qui a également grandement contribué à ce manuscrit. Ce travail ne serait pas ce qu'il est si je n'avais pas bénéficié de son immense culture scientifique et de sa rigueur en toutes choses. Qu'il sache toute la gratitude que j'ai pour sa grande disponibilité. Je veux également le remercier pour m'avoir si brillamment initié aux délices de la mécanique quantique il y a maintenant quelques années . . .

Je remercie Patricia Gabinski, pour les cours de maths, pour sa gentillesse, et pour tous ses bons conseils.

Je veux remercier également Guy Chanfray et Jaume Carbonell pour m'avoir fait l'honneur d'accepter de faire partie de mon jury de thèse, et d'avoir consacré une partie de leur temps à la rédaction d'un rapport sur mes travaux. J'adresse également mes remerciements à Michel Guidal qui m'a fait l'honneur de faire partie de mon jury de thèse. Je veux tous, finalement, leur exprimer ma gratitude de m'avoir accueilli si gentiment dans leurs laboratoires respectifs.

Je tiens à remercier chaleureusement Philippe Quentin, pour m'avoir accueilli dans le groupe de physique théorique si cordialement, pour m'avoir fait l'honneur de présider mon jury de thèse, et, également, pour la confiance qu'il m'a accordée dans ma troisième année de monitorat, en me confiant un TD de relativité. Pour tout cela, je lui suis redevable.

Tous ceux qui travaillent au CENBG diront, je pense, qu'il s'agit d'un endroit spécial, particulièrement agréable pour travailler. Cela tient sans doute pour partie au cadre bucolique qu'il offre, mais également aux qualités professionnelles et humaines de ceux qui y travaillent. Je remercie tous ceux qui participent de la bonne humeur qui règnent dans ce laboratoire, et qui en fait un cadre de travail exceptionnel.

Plus particulièrement, je remercie l'ensemble du groupe d'astroparticules, voisins de bureaux des théoriciens. Leur compagnie est extrêmement sympathique, et les nombreuses discussions que nous avons



pu avoir, ou dans lesquelles je me suis immiscé, au sujet de GLAST et de toute la physique qui y est associée, ont constituées pour moi de précieux moments de respiration hors de la physique du noyau !

J'adresse également mes remerciements à Jérémie, avec qui j'ai partagé mon bureau durant deux ans, pour la bonne humeur dont il fait (presque) toujours preuve, et à Grégoire, pour son enthousiasme immodéré.

Le laboratoire aurait bien du mal à fonctionner sans tous ceux que l'on regroupe sous l'acronyme "ITA", qui leur rend bien peu honneur. Je remercie particulièrement Johnny, mon informaticien préféré, pour sa gentillesse, sa disponibilité et sa bonne humeur permanente. Je remercie également Pascale, Nadine, Sylvie, Brigitte, Tina ... et tous ceux que j'oublie malencontreusement !

Si le travail du doctorant consiste, principalement, à mener ses recherches, il comprend tout de même (et heureusement !) quelques a-côtés bien plaisants.

L'enseignement est, selon moi, une démarche indissociable de la recherche scientifique. Á mes yeux, le but principal de notre activité est de rendre la nature intelligible, et donc communicable. L'accroissement des connaissances scientifiques n'acquiert un sens que si ces connaissances sont diffusées le plus largement possible. Mon "deuxième" métier de moniteur était donc pour moi d'une importance capitale, et mes activités d'enseignement durant mes trois années de thèse ont constituées d'exceptionnelles respirations entre deux calculs d'intégrales. Je veux remercier tous ceux qui m'ont fait confiance en me confiant des enseignements : (j'en oublie certainement, qu'ils me pardonnent !) Philippe Quentin, Denis Dumora, Marie-Madeleine Aléonard, Mourad Aïche, Alain Bretenoux, Corinne Dejous, Claire Habchi, ... Je remercie également les étudiants, pour leur fraîcheur et leur spontanéité.

J'ai par ailleurs eu la chance de pouvoir participer modestement à la vie de l'université. J'ai notamment contribué à la création de l'association BorDoPhy, qui a connu une réussite modérée, mais qui a le mérite d'exister. Je veux remercier les potes de promo, Arnaud, Matthieu, Thibault et Louis qui m'ont accompagné dans cette aventure, et je remercie les "p'tits jeunes" qui ont pris notre suite. Je remercie également tout les doctorants qui m'ont fait confiance en me permettant de les représenter, que ce soit au conseil de laboratoire du CENBG, au conseil de l'Ecole Doctorale ou au Conseil scientifique de l'Université. Toutes ces expériences ont été pour moi extrêmement instructives !

J'ai finalement pris la décision de quitter le monde merveilleux des physiciens. Je veux remercier tous ceux qui ont fait preuve d'une grande compréhension à l'égard de ma décision. Je me permettrai à ce sujet d'énoncer une trivialité, mais il y a une vie après la physique et je crois qu'il est bon de faire preuve d'un peu d'humour, sur la condition de physicien ...

Rémi Huguet,  
*Gradignan, le 16 Septembre 2008.*

*Has anyone awakened in the middle of the night and realized that he suddenly needed a hotshot nuclear physicist? Think of all the emergencies in which you would be a lot happier if you lived next door to a plumber (...) than to a professor.*

**I. ASIMOV,**  
*The recipe*

# Table des matières

---

<b>Couverture</b>	<b>1</b>
<b>Avant-propos</b>	<b>7</b>
<b>Table des matières</b>	<b>9</b>
<b>Introduction</b>	<b>13</b>
<b>Description de la matière nucléaire dans des modèles de champ moyen relativistes dépendant de la densité</b>	<b>19</b>
<b>Introduction</b>	<b>21</b>
<b>1 Quelques propriétés empiriques de la matière nucléaire</b>	<b>23</b>
1.1 La matière nucléaire infinie - Point de saturation . . . . .	23
1.2 Propriétés de la matière nucléaire à la densité de saturation . . . . .	25
<b>2 Formalisme des théories de champ moyen relativistes</b>	<b>27</b>
2.1 Les ingrédients de base . . . . .	28
2.2 Équations des champs . . . . .	29
2.3 L'approximation de champ moyen . . . . .	32
<b>Conclusion</b>	<b>37</b>
<b>Influence de la modification dans le milieu de la structure en quarks des mésons</b>	<b>39</b>
<b>Introduction</b>	<b>41</b>
<b>3 Construction des mésons dans le modèle de NJL</b>	<b>43</b>
3.1 Le modèle de Nambu-Jona-Lasinio . . . . .	44
3.2 L'approximation de champ moyen . . . . .	47
3.3 Mésons dans l'approximation RPA . . . . .	50
<b>4 Résultats : modification des mésons dans NJL</b>	<b>57</b>
4.1 Détermination des paramètres . . . . .	57
4.2 Évolution dans le milieu des masses et couplages . . . . .	62

<b>5 Résultats : matière nucléaire dans le modèle <math>\sigma - \omega</math></b>	<b>71</b>
5.1 Paramètres du Lagrangien . . . . .	72
5.2 Résultats . . . . .	74
<b>Conclusion</b>	<b>81</b>
<b>Influence de la modification dans le milieu des échanges de pions et de la structure en quarks du nucléon</b>	<b>83</b>
<b>Introduction</b>	<b>85</b>
<b>6 Modification du nucléon liée à sa structure en quarks</b>	<b>87</b>
6.1 Formalisme . . . . .	88
6.2 Résultats . . . . .	93
<b>7 Modification du nucléon liée aux échanges de pions</b>	<b>97</b>
7.1 Formalisme . . . . .	98
7.2 Self-énergies dans le milieu . . . . .	100
7.3 Diagrammes d'échange d'un pion . . . . .	101
7.4 Diagrammes d'échange d'un pion itéré . . . . .	102
7.5 Résultats . . . . .	107
<b>8 Résultats : matière nucléaire dans le modèle à couplages ponctuels</b>	<b>111</b>
8.1 Détermination des paramètres du Lagrangien . . . . .	112
8.2 Résultats "libre" de paramètre . . . . .	113
8.3 Correction de la contribution provenant de la structure en quarks du nucléon . . . . .	114
8.4 Correction d'ordre supérieur . . . . .	117
8.5 Comparaison avec d'autres approches . . . . .	121
<b>Conclusion</b>	<b>125</b>
<b>Conclusion</b>	<b>127</b>
<b>Annexes</b>	<b>131</b>
<b>A Conventions et notations</b>	<b>133</b>
A.1 Unités . . . . .	133
A.2 Notations . . . . .	133
A.3 Notations covariantes . . . . .	134
A.4 Matrices de Dirac et de Pauli . . . . .	134
A.5 Fonction $\theta$ de Heaviside . . . . .	135
A.6 Règles de Feynman . . . . .	135
<b>B Polarisation <math>\bar{q}q</math> dans Nambu-Jona-Lasinio</b>	<b>137</b>
B.1 Voies scalaire et pseudoscalaire . . . . .	137
B.2 Voie vecteur . . . . .	138

<b>C</b>	<b>Polarisation quark-diquark de l'équation de Faddeev dans Nambu-Jona-Lasinio</b>	<b>141</b>
<b>D</b>	<b>Expressions des self-énergies en théorie des perturbations chirales</b>	<b>145</b>
D.1	Diagramme de Fock d'échange d'un pion	145
D.2	Diagramme d'échange d'un pion itéré	146
	<b>Référence</b>	<b>149</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>151</b>
	<b>Liste des Figures</b>	<b>155</b>
	<b>Liste des tableaux</b>	<b>157</b>
	<b>Index</b>	<b>159</b>
	<b>Résumé - Abstract</b>	<b>161</b>



---

# INTRODUCTION

---



Un des problèmes les plus fascinants de la physique à l'heure actuelle est la compréhension et la description de la matière qui constitue les noyaux atomiques. La matière nucléaire est constituée de neutrons et de protons (les nucléons), interagissant fortement, et confinés dans un espace tel que la densité du noyau atteint  $10^{14}\text{g.cm}^{-3}$ . La matière nucléaire pose à la fois le problème de la description d'un système quantique à grand nombre de particules interagissant fortement, et le problème de la nature même de l'interaction entre ses constituants. De plus, nous savons depuis le début des années 1970 que les nucléons, et les particules sensibles à l'interaction forte (les hadrons), sont eux mêmes des objets composites, constitués de quarks et de gluons. Le nucléon devient également un système quantique complexe.

La théorie fondamentale de l'interaction forte, qui décrit les interactions entre les quarks et les gluons, est la Chromodynamique Quantique (QCD), qui est une théorie de jauge locale basée sur le groupe de symétrie de couleur  $SU_C(3)$ . Les quarks et gluons sont des objets portant une charge de couleur. La QCD présente deux caractéristiques essentielles :

- ✓ tout d'abord, outre les leptons, seules les particules non colorées composées de quarks (que nous désignerons comme les hadrons) sont observées expérimentalement, et jamais de quarks libres. C'est ce que l'on appelle le confinement.
- ✓ la constante de couplage renormalisée de QCD, qui caractérise l'intensité de l'interaction entre quarks, diminue à haute énergie, et augmente à basse énergie. A la limite des très hautes énergies, les quarks devraient ne plus interagir, on parle de liberté asymptotique [1, 2]. On peut alors utiliser les méthodes de calcul perturbatives. A basse énergie, les méthodes perturbatives ne peuvent plus être utilisées ; on parle de QCD non perturbative.

Le domaine d'énergie de la physique nucléaire relève typiquement du domaine de la QCD non perturbative. Ainsi, on ne dispose pas à l'heure actuelle de description des noyaux atomiques directement issue de QCD. Les modèles de quarks, comme par exemple le modèle de couplage quark-méson [3, 4] où le nucléon est construit comme un sac de quarks de MIT, ou bien encore le modèle de Bentz et al. [5] où la matière nucléaire est construite à partir d'un modèle de Nambu-Jona-Lasinio, permettent de progresser vers une meilleure compréhension du comportement dynamique du nucléon dans les noyaux.

Une autre possibilité est motivée par le fait que l'on n'observe pas dans la nature de quark libre, ce qui suggère que les degrés de liberté pertinents pour la description de la matière nucléaire sont les nucléons et les mésons. La question qui se pose est alors de savoir comment modéliser l'interaction entre nucléons.

Parmi les approches basées sur les degrés de liberté hadroniques, les théories de champ moyen relativistes se sont révélées particulièrement fructueuses. Elles sont bâties sur une théorie des champs, où le nucléon est traité comme une particule de Dirac. Par exemple, dans le modèle de Walecka [6], l'interaction entre nucléons est modélisée par l'échange de mésons scalaire et vecteur. Outre que ces théories offrent un cadre compatible avec les symétries principales de QCD, elles permettent d'obtenir un mécanisme simple de saturation de la matière nucléaire dans l'approximation de champ moyen. Avec un nombre réduit de paramètres ajustés sur les propriétés de quelques noyaux sphériques, elles donnent accès à une bonne description des noyaux dans leur état fondamental sur l'ensemble de la carte des nucléides.

Cependant, même si les degrés de liberté pertinents pour la description de la matière nucléaire sont les hadrons, la structure en quarks du nucléon devrait être prise en compte. Notamment, dans le milieu, la structure du nucléon va être modifiée par son environnement, entraînant à son tour une modification



de l'interaction entre nucléons. Une façon de prendre en compte ces effets est, par exemple, d'inclure des termes de couplages non linéaires, aussi bien dans les champs des mésons que du nucléon [7, 8]. Ces approches ont permis d'améliorer la description des noyaux. Cependant, ces termes non linéaires ne sont pas contraints par la dynamique sous-jacente, et il manque toujours un lien explicite avec la structure en quarks des hadrons.

Il serait donc intéressant de pouvoir prendre en compte la modification de la structure des hadrons, dans les modèles de champ moyen relativistes. Une possibilité est alors de considérer que les paramètres des Lagrangiens sont des fonctions de la densité baryonique, censées encoder la modification de la structure en quarks du nucléon et/ou des mésons dans le milieu. Ces dépendances en densité doivent donc être tirées de la QCD non perturbative.

Une possibilité pour obtenir des informations sur la structure des hadrons dans le domaine non perturbatif de QCD est la QCD sur réseau (LQCD). Cette approche consiste à résoudre numériquement les équations de QCD sur un espace-temps discrétisé. Le développement de LQCD ces dernières années a permis d'effectuer des progrès considérables dans la compréhension de la structure du nucléon dans le vide (par exemple [9, 10]) et du potentiel nucléon-nucléon (par exemple [11]). Cependant, l'étude du nucléon dans le milieu pose de nombreux problèmes, et est encore loin d'être accessible. Il faut donc recourir à d'autres méthodes.

Une évaluation de l'influence du milieu sur la structure en quarks du nucléon peut être obtenue par les règles de sommes de QCD. Celles-ci permettent notamment d'obtenir les self-énergies du nucléon (qui encodent la modification du nucléon) dans le milieu. Au premier ordre en densité, ces self-énergies peuvent alors être reliées aux densités scalaire et vecteur de quarks [12].

Il a été montré [13] que la matière nucléaire stable ne peut pas être obtenue dans une approche où les self-énergies d'un modèle de champ moyen relativiste sont directement identifiées avec celles obtenues dans une phénoménologie des règles de sommes de QCD [12]. Une autre approche [14] est d'utiliser un modèle de champ moyen relativiste, dans lequel la dépendance en densité des masses et couplages des hadrons suivent une loi d'échelle, inspirée des règles de sommes de QCD [15]. Les valeurs libres des paramètres du Lagrangien sont alors fixées pour reproduire le point de saturation de la matière nucléaire. Finalement, une autre possibilité [16] est de superposer à un fond dominant des self-énergies, donnée par une phénoménologie des règles de sommes de QCD [12], des fluctuations données par les échanges de pions entre nucléons.

Ces approches, parmi d'autres, ont permis de progresser vers une meilleure compréhension de l'influence de la structure en quarks des hadrons sur la description de la matière nucléaire dans les théories de champ moyen relativistes, en s'appuyant principalement sur la phénoménologie issue des règles de sommes de QCD à basse énergie. Cependant, un lien explicite avec la structure en quarks des hadrons est toujours manquant.

L'objectif de ce travail est de prendre en compte explicitement dans les théories de champ moyen relativistes l'influence de la structure en quarks des hadrons. Pour cela, il faut recourir à des théories effectives de QCD, permettant d'étudier de façon dynamique la modification dans le milieu de la structure en quarks du nucléon et des mésons. Notamment, les hadrons devraient être construits explicitement à partir des degrés de liberté des quarks. Les approches présentées dans ce travail constituent les premières descriptions, à notre connaissance, de la matière nucléaire, prenant en compte explicitement dans des théories de champ moyen relativistes la modification de la structure des hadrons dans le milieu, obtenue dynamiquement dans des théories effectives inspirées de QCD.

Il est bien établi aujourd'hui que l'un des ingrédients essentiels de QCD pour la dynamique de basse énergie est la symétrie chirale. La brisure spontanée de cette symétrie dans le vide implique l'existence

d'un condensat de quarks non nul, à l'origine en grande partie de la masse des hadrons. Cette brisure spontanée implique également l'existence d'un boson de Goldstone de masse (presque) nulle, dans ce cas le pion, dont le rôle est particulier dans la dynamique. Ainsi, de nombreuses théories effectives de QCD sont construites principalement sur la symétrie chirale. Le choix des degrés de liberté conditionne alors le domaine d'énergie pour lequel la théorie effective est plus particulièrement adaptée.

Les modèles bâtis sur les degrés de liberté des quarks sont particulièrement adaptés à l'étude de la dynamique de courte portée. Le modèle de Nambu-Jona-Lasinio (NJL) [17, 18] utilise une interaction ponctuelle entre quarks, contrainte par la symétrie chirale. Ce modèle permet d'accéder à un mécanisme dynamique (et élégant) de construction des mésons comme paire quark-antiquark et des baryons comme états à trois quarks. Par contre, les effets de plus longue portée, tels que les échanges de pions entre nucléons, sont difficilement accessibles.

Une autre possibilité est de construire une théorie à partir des nucléons et des pions, dont les interactions sont dictées par la symétrie chirale. C'est le cadre de la théorie des perturbations chirales (ChPT) [19], qui permet d'avoir accès, dans un cadre perturbatif, aux contributions de longues portées liées aux échanges de pions. La dynamique de courte portée est alors encodée dans des termes de contact phénoménologiques.

La première partie de ce manuscrit constitue une courte introduction à la phénoménologie de la matière nucléaire, et au formalisme des modèles de champ moyens relativistes dépendant de la densité, dans le cas d'une interaction par échange de mésons d'une part, et par couplages ponctuels entre nucléons d'autre part.

Les deux parties suivantes sont consacrées à la présentation de deux approches originales, et différentes, visant à décrire la matière nucléaire dans un modèle de champ moyen relativiste tenant explicitement compte de la structure en quarks des hadrons.

Dans la deuxième partie, nous utilisons un modèle de quarks de Nambu-Jona-Lasinio pour construire les mésons scalaire et vecteur. Des termes à 8 quarks sont introduits et, pour la première fois à notre connaissance, contraints par des données expérimentales récentes sur les mésons dans le milieu. Nous étudions alors l'évolution dans le milieu des masses et couplages des mésons. Ces résultats sont ensuite utilisés dans un modèle de champ moyen relativiste basé sur une interaction d'échange de mésons  $\sigma$  et  $\omega$ , afin de déterminer les propriétés de saturation de la matière nucléaire.

Dans la troisième partie, le nucléon est construit explicitement dans le modèle de Nambu-Jona-Lasinio, et les self-énergies dans le milieu sont déterminées. Par ailleurs, les contributions de longue portée à la self-énergie des échanges de pions dans le milieu sont déterminées dans le cadre de la théorie des perturbations chirales. Les couplages d'un modèle de champ moyen relativiste sont alors déterminés pour reproduire la somme de ces deux contributions, et les résultats pour la description de la matière nucléaire sont étudiés.



# **PARTIE I**

---

## **DESCRIPTION DE LA MATIÈRE NUCLÉAIRE DANS DES MODÈLES DE CHAMP MOYEN RELATIVISTES DÉPENDANT DE LA DENSITÉ**

---



# Introduction

---

Ultimement, le but de ce travail serait de prendre en compte la structure en quarks des hadrons dans la description du noyau atomique. Cependant, la prise en compte des quarks dans la dynamique nucléaire étant un problème complexe, la description de la matière nucléaire infinie, censée constituer le coeur des noyaux les plus lourds, constitue une première étape. Les données expérimentales sur les noyaux atomiques permettent d'obtenir des contraintes empiriques sur les propriétés de la matière nucléaire. Notamment, la matière nucléaire doit présenter un état stable à la densité dite de saturation. Dans le Chapitre 1, nous définissons la matière nucléaire infinie et sa propriété de saturation. Nous considérons ensuite quelques contraintes empiriques sur des propriétés de la matière nucléaire à la densité de saturation, qui peuvent être reliées à des observables physiques.

Étant donné l'échelle d'énergie de la physique du noyau, et le confinement, les hadrons semblent être les degrés de liberté appropriés pour décrire la matière nucléaire. Cependant, les hadrons ne sont pas des particules ponctuelles, et les descriptions basées sur ces degrés de liberté devraient tenir compte de la modification dans le milieu de leur structure en quarks. Une façon de faire est de considérer que les paramètres de la théorie sont des fonctions de la densité, que nous déterminerons dans des théories effectives inspirées de QCD. Dans le Chapitre 2, nous traitons le formalisme des modèles de champ moyen relativistes dépendant de la densité. Nous considérons deux interactions : par échange de mésons  $\sigma$  et  $\omega$ , et par couplages ponctuels entre nucléons. La matière nucléaire infinie est ensuite traitée dans le cadre de l'approximation de champ moyen relativiste.



# CHAPITRE 1

---

## Quelques propriétés empiriques de la matière nucléaire à la densité de saturation

### Résumé

---

*Nous donnons dans ce chapitre des éléments sur la phénoménologie de la matière nucléaire. Nous définissons notamment le système idéal de la matière nucléaire infinie et le point de saturation empirique. Quelques propriétés de saturation, reliées à des observables physiques, peuvent être empiriquement contraintes ; notamment la masse effective du nucléon, le module d'incompressibilité, et la pente du potentiel optique nucléon-noyau sont définies.*

---

### Plan

---

- 1.1 La matière nucléaire infinie - Point de saturation**
    - 1.1.1 Définition de la matière nucléaire infinie
    - 1.1.2 Énergie de liaison
  - 1.2 Propriétés de la matière nucléaire à la densité de saturation**
    - 1.2.1 Compressibilité de la matière nucléaire
    - 1.2.2 Masse effective du nucléon
    - 1.2.3 Pente du potentiel optique nucléon-noyau
- 

## 1.1 La matière nucléaire infinie - Point de saturation

### 1.1.1 Définition de la matière nucléaire infinie

Les expériences de diffusion de particules chargées sur les noyaux atomiques ont permis, depuis les expériences fondatrices de Rutherford (1910), de mesurer la distribution de charge au sein des noyaux. Il est alors possible de reconstituer la densité de protons et, dans une moindre mesure, la densité de neutrons dans les noyaux. On en déduit alors que la densité totale de nucléons dans la zone centrale des noyaux lourds ( $\sim 100$  nucléons) est à peu près indépendante du noyau considéré. Pour un noyau symétrique, avec autant de protons que de neutrons, cette densité vaut approximativement :

$$\rho_0 \sim 0.155 \text{fm}^{-3}. \quad (1.1)$$



On parle de phénomène de saturation, c'est à dire que le fait d'augmenter le nombre de nucléons ne change pas la densité centrale des noyaux lourds. Cette propriété permet de définir un système idéal que nous considérons dans ce travail, la matière nucléaire infinie, censée constituer le coeur des noyaux suffisamment lourds. Elle peut être vue comme un gaz de Fermi de quasi-particules, dont le moment de Fermi  $k_F$  est fixé par la densité de saturation  $\rho_0$ . Dit autrement, la matière nucléaire doit être stable pour une densité baryonique  $\rho_B = \frac{2}{3\pi^2} k_F^3 = \rho_0$ , dans le cas où l'on considère un milieu symétrique en protons et neutrons. Thermodynamiquement, cela implique que l'énergie de liaison par nucléon  $E_B = \mathcal{E}/\rho_B - M_N$  (où  $\mathcal{E}$  est la densité d'énergie du milieu et  $M_N$  la masse du nucléon libre) doit présenter un minimum stable pour une densité  $\rho_0$ . La dérivée de l'énergie de liaison étant reliée à la pression (voir par exemple [6], p. 46), cela nous donne une condition non triviale sur la pression à la densité de saturation :

$$\mathcal{P}(\rho_0) = \left[ \rho_B^2 \frac{\partial E_B}{\partial \rho_B} \right]_{\rho_B=\rho_0} = 0. \quad (1.2)$$

### 1.1.2 Énergie de liaison

La question est désormais de connaître la valeur de ce minimum de l'énergie de liaison. Rappelons que l'énergie de liaison d'un noyau de masse  $M(A, Z)$ , comportant  $A$  nucléons (dont  $Z$  protons) peut se mettre sous la forme de la formule semi-empirique de Bethe-Weizsäcker :

$$B(A, Z) = M(A, Z) - AM_N \quad (1.3)$$

$$= -a_v A + a_s A^{2/3} + a_c \frac{Z^2}{A^{1/3}} + a_a \frac{(N - Z)^2}{A} + \text{corrections}, \quad (1.4)$$

où  $N$  est le nombre de neutrons, avec  $A = N + Z$ . Les quatre premiers termes de cette formule sont communément appelés l'énergie de volume, l'énergie de surface, l'énergie coulombienne et l'énergie de symétrie. Les paramètres correspondants  $a_v$ ,  $a_s$ ,  $a_c$ ,  $a_a$ , supposés indépendants de  $A$  et  $Z$ , sont déterminés via un ajustement de cette formule aux données expérimentales des énergies de liaison des noyaux. Ces paramètres ont approximativement les valeurs suivantes :

$$a_v \sim 15.5 \text{ MeV}, \quad (1.5)$$

$$a_s \sim 17.2 \text{ MeV}, \quad (1.6)$$

$$a_a \sim 23.6 \text{ MeV}, \quad (1.7)$$

$$a_c \sim 0.7 \text{ MeV}. \quad (1.8)$$

Considérons maintenant le cas de la matière nucléaire infinie, symétrique en isospin. Dans un tel cas, on ne considère que l'interaction forte (l'interaction coulombienne diverge pour un système infini !). L'énergie de surface ne contribue pas, et l'énergie de symétrie est nulle pour un milieu comportant autant de neutrons que de protons. L'énergie de liaison doit donc prendre la valeur :

$$\begin{aligned} E_B &\equiv \frac{B(A, Z)}{A}, \\ &= -a_v \sim -15.5 \text{ MeV}. \end{aligned} \quad (1.9)$$

Nous avons ainsi deux contraintes empiriques fortes définissant le point de saturation de la matière nucléaire infinie et symétrique en isospin :

$$\mathcal{P}(\rho_0) = 0, \quad (1.10)$$

$$E_B(\rho_0) \sim -15.5\text{MeV}, \quad (1.11)$$

$$\text{avec } \rho_0 \sim 0.155\text{MeV}. \quad (1.12)$$

Dans toute la suite du manuscrit, le terme “matière nucléaire” désigne par défaut la matière nucléaire infinie, symétrique en isospin et à température nulle.

## 1.2 Propriétés de la matière nucléaire à la densité de saturation

Certaines propriétés de la matière nucléaire peuvent être reliées à des observables physiques. Il est alors possible d’obtenir des contraintes sur ces propriétés de la matière nucléaire à la densité de saturation.

### 1.2.1 Compressibilité de la matière nucléaire

La courbure de l’énergie de liaison en fonction de la densité au voisinage du point de saturation peut être traduite par le module d’incompressibilité de la matière nucléaire  $\mathcal{K}$  défini par :

$$\mathcal{K} = 9\rho_0^2 \left. \frac{\partial^2 E_B}{\partial \rho_B^2} \right|_{\rho_B = \rho_0}. \quad (1.13)$$

La principale information sur cette quantité provient de l’étude des résonances mono-polaires géantes des noyaux atomiques, un mouvement collectif dans lequel le noyau subit des oscillations radiales de densité, et permet donc d’explorer le voisinage de la densité de saturation. Cependant, les estimations empiriques dépendent du modèle utilisé pour déterminer ces résonances. Des calculs non-relativistes de type Random-Phase Approximation (RPA) Hartree-Fock [20] indiquent une valeur de  $K = 210 \pm 30\text{MeV}$ . Les modèles de champ moyen relativistes nécessitent un module d’incompressibilité plus proche de  $K \approx 300\text{MeV}$  [21] pour prédire correctement les énergies des résonances géantes. On peut donc en tirer une contrainte empirique sur le module d’incompressibilité de la matière nucléaire :

$$\mathcal{K} \sim 200 - 300\text{MeV}. \quad (1.14)$$

### 1.2.2 Masse effective du nucléon

Comme nous allons le voir dans le chapitre suivant, le nucléon dans le cadre des théories de champ moyen relativistes se comporte dans le milieu comme un nucléon libre, avec une masse  $m_N^*$  et une énergie  $E_N^*$  modifiées :

$$m_N^* = M_N + S, \quad (1.15)$$

$$E_N^* = E_N - V^0, \quad (1.16)$$

où  $E_N$  et  $M_N$  sont l’énergie et la masse du nucléon libre, et  $S$  (resp.  $V^0$ ) est désignée usuellement comme la self-énergie scalaire (resp. vecteur). Ces self-énergies traduisent de façon générale l’interaction du nucléon avec les autres nucléons du milieu. La valeur de la masse effective du nucléon  $m_N^*$  à la

densité de saturation  $\rho_0$  est fortement corrélée au splitting spin-orbite dans les noyaux. Furnstahl et al. ont montré [22] que, pour reproduire correctement les splittings spin-orbite dans le cadre de théories sans couplage dans la voie tenseur-isoscalaire, la masse effective du nucléon à la densité de saturation devrait être réduite à environ 65 % de la masse libre. Même si nous ne calculerons pas directement les splitting spin-orbite dans nos modèles, cela nous donne en tout état de cause une contrainte empirique supplémentaire :

$$\frac{m_N^*}{M_N}(\rho_B = \rho_0) \sim 0.6 - 0.7. \quad (1.17)$$

### 1.2.3 Pente du potentiel optique nucléon-noyau

Le potentiel optique est un potentiel effectif qui rend compte de l'interaction directe nucléon-noyau (problème à  $A + 1$  corps) comme un système à deux corps. De façon générale, la self-énergie vecteur  $V^0$  est reliée, dans le cadre d'une approche de champ moyen relativiste, à la pente du potentiel optique nucléon-noyau, en tant que fonction de l'énergie du projectile, et vaut  $V^0/M_N$ . Cette pente a été extraite de données expérimentales [23] et prend la valeur 0.30 dans [24, 25] et 0.35 dans [26] à la densité de saturation. En prenant des barres d'erreurs arbitraires 0.05 autour de ces deux valeurs, on obtient une contrainte empirique sur la valeur de la self-énergie vecteur à la densité de saturation :

$$\frac{V^0}{M_N}(\rho_B = \rho_0) \sim 0.25 - 0.40. \quad (1.18)$$

## CHAPITRE 2

---

# Formalisme des théories de champ moyen relativistes dépendant de la densité

### Résumé

---

*Nous présentons dans cette partie le formalisme des théories de champ moyen relativistes dépendant de la densité. Les cas d'une interaction à base d'échange de mésons d'une part, et de couplages ponctuels entre nucléons d'autre part, sont abordés. Les équations des champs, ainsi que les grandeurs thermodynamiques caractérisant la matière nucléaire, sont dérivées dans le cadre de l'approximation de champ moyen relativiste. Les analogies et différences entre les deux interactions sont également discutées.*

---

### Plan

---

- 2.1 Les ingrédients de base**
    - 2.1.1 Construction d'une interaction à base d'échange de mésons
    - 2.1.2 Construction d'une interaction à base de couplages ponctuels entre nucléons
  - 2.2 Équations des champs**
    - 2.2.1 Équations du mouvement
    - 2.2.2 Tenseur énergie-impulsion
  - 2.3 L'approximation de champ moyen**
    - 2.3.1 Équation du mouvement du nucléon
    - 2.3.2 Interprétation des self-énergies du nucléon
    - 2.3.3 Densités scalaire et baryonique
    - 2.3.4 Lien entre les interactions  $\sigma - \omega$  et à couplages ponctuels
    - 2.3.5 Densité d'énergie et pression
- 

Historiquement, les modèles de champ moyen relativistes, notamment le modèle de Walecka [6], ont permis d'obtenir de nombreux succès dans la description de la matière nucléaire et des noyaux finis [27]. Ils présentent notamment un mécanisme de saturation relativement simple de la matière nucléaire, basé sur une compensation partielle des self-énergies scalaire et vecteur du nucléon. Cependant, leurs paramètres sont déterminés complètement phénoménologiquement pour reproduire les propriétés empiriques de la matière nucléaire et des noyaux finis. En particulier, ils ne tiennent pas compte de la structure en quarks, bien établie, des hadrons. Une façon de prendre en compte la structure en quarks des hadrons dans ces modèles est de supposer que les dépendances en densité des paramètres du Lagrangien doivent encoder la modification de la structure des hadrons.

Champs	Description	Particule	Masse	Couplage
$\sigma$	Méson scalaire	" $\sigma$ "	$m_\sigma^*[\hat{\rho}_B]$	$g_\sigma^*[\hat{\rho}_B]$
$\omega_\mu$	Méson vecteur neutre	$\omega$	$m_\omega^*[\hat{\rho}_B]$	$g_\omega^*[\hat{\rho}_B]$

**Tableau 2.1** - Champs et paramètres du Lagrangien d'interaction  $\sigma - \omega$ .

## 2.1 Les ingrédients de base

Les théories de champ moyen relativistes dépendant de la densité sont basées sur une théorie des champs dans laquelle le nucléon est traité comme une particule de Dirac. En toute généralité, le Lagrangien d'une telle théorie s'écrit :

$$\mathcal{L} = \bar{N} [i\partial\!\!\!/ - M_N] N + \mathcal{L}_{\text{interaction}}[\hat{\rho}_B] + \mathcal{L}_{\text{autre}}[\hat{\rho}_B], \quad (2.1)$$

où  $N$  (spineur de Dirac) est le champ du nucléon et  $\bar{N} = N^\dagger \gamma^0$ .  $\mathcal{L}_{\text{interaction}}[\hat{\rho}_B]$  est le Lagrangien d'interaction, qui est, dans notre cas, une fonctionnelle de l'opérateur densité (entre autres) :

$$\hat{\rho}_B u^\mu = \bar{N} \gamma^\mu N \quad (2.2)$$

$$u^\mu = (1 - |\mathbf{v}|^2)^{-1/2} (1, \mathbf{v}) \quad (2.3)$$

où  $\mathbf{v}$  est la vitesse d'ensemble du fluide nucléaire, et  $u^\mu$  est sa quadri-vitesse, avec  $(u^\mu)^2 = 1$ . Nous considérerons dans ce travail un milieu statique  $u^\mu = (1, \mathbf{0})$ . Le Lagrangien peut par ailleurs contenir d'autres termes  $\mathcal{L}_{\text{autre}}[\hat{\rho}_B]$ .

### 2.1.1 Construction d'une interaction à base d'échange de mésons

Nous considérons une généralisation du modèle de Walecka [6], où les nucléons interagissent via l'échange de mésons. Pour la description de la matière nucléaire symétrique en isospin les champs isoscalaire-scalaire et isoscalaire-vecteur sont introduits, et sont couplés linéairement aux courants scalaire et vecteur du champ de baryon. Les particules et paramètres associés sont indiqués dans le Tableau 2.1.

Il faut noter que, dans le cas de la matière nucléaire asymétrique en isospin et/ou de l'étude des noyaux finis, il faudrait prendre en compte au minimum les champs supplémentaires isovecteur  $\rho$  et  $\pi$ . Le Lagrangien d'interaction associé  $\mathcal{L}_{\text{interaction}}^{\sigma-\omega}$  contient alors les couplages linéaires des champs bosoniques au nucléon, et  $\mathcal{L}_{\text{autre}}$  les termes de masse et d'énergie cinétique associés aux champs scalaire et vecteur :

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{interaction}}^{\sigma-\omega}[\hat{\rho}_B] &= \bar{N} (\delta M_N[\hat{\rho}_B] + g_\sigma^*[\hat{\rho}_B] \sigma - g_\omega^*[\hat{\rho}_B] \gamma_\mu \omega^\mu) N \\ \mathcal{L}_{\text{autre}}[\hat{\rho}_B] &= -\frac{1}{4} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} + \frac{1}{2} \partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma + \frac{1}{2} m_\omega^{*2}[\hat{\rho}_B] \omega_\mu \omega^\mu - \frac{1}{2} m_\sigma^{*2}[\hat{\rho}_B] \sigma^2, \end{aligned} \quad (2.4)$$

avec :

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu \omega_\nu - \partial_\nu \omega_\mu. \quad (2.5)$$

Vertex	Description	Couplage
$(\bar{N}N)^2$	isoscalaire-scalaire	$G_S[\hat{\rho}_B]$
$(\bar{N}\gamma_\mu N)^2$	isoscalaire-vecteur	$G_V[\hat{\rho}_B]$

**Tableau 2.2** - Termes d'interaction et couplages associés pour le Lagrangien d'interaction à couplages ponctuels.

Comme dans [14], un terme modifiant la masse du nucléon  $\delta M_N[\hat{\rho}_B]$  libre est introduit.

L'image suggérée de l'interaction nucléon-nucléon est donc ici la suivante : les caractéristiques des hadrons (masses et couplages) sont modifiées dans le milieu du fait de leur structure en quarks ; de plus, les nucléons interagissent par échange des mésons  $\sigma$  et  $\omega$ . Les couplages  $g_\omega^*$ ,  $g_\sigma^*$  et les masses  $m_\omega^*$ ,  $m_\sigma^*$  des mésons sont donc considérées comme des fonctionnelles de la densité baryonique  $\hat{\rho}_B$ .

### 2.1.2 Construction d'une interaction à base de couplages ponctuels entre nucléons

Une alternative possible au schéma d'échange de mésons est de construire un Lagrangien d'interaction à base de couplages ponctuels entre nucléons [24, 27]. Ce type d'interaction est basée sur les invariants bilinéaires dans le spineur de Dirac  $N$  :

$$\bar{N}\mathcal{O}_\tau\Gamma N, \quad \mathcal{O}_\tau \in \{1, \tau_i\}, \quad \Gamma \in \{1, \gamma_\mu, \gamma_5, \gamma_5\gamma_\mu, \sigma_{\mu\nu}\}. \quad (2.6)$$

Les termes d'interaction sont alors des produits de ces invariants bilinéaires. En principe, un tel Lagrangien peut être écrit comme une série de puissances de  $\bar{N}\mathcal{O}_\tau\Gamma N$  et de leurs dérivées. Dans le cadre de ce travail, nous considérons uniquement la matière nucléaire infinie et symétrique en isospin. Ainsi, le Lagrangien d'interaction que nous construisons contient uniquement les termes d'interaction à quatre fermions dans les voies isoscalaire-scalaire et isoscalaire-vecteur et aucun terme dérivatif. Les termes correspondants, ainsi que les constantes de couplage associées, sont regroupés dans le Tableau 2.2.

Le Lagrangien d'interaction  $\mathcal{L}_{\text{interaction}}^{\text{PC}}[\hat{\rho}_B]$  prend alors la forme suivante :

$$\mathcal{L}_{\text{interaction}}^{\text{PC}}[\hat{\rho}_B] = -\frac{1}{2}G_S[\hat{\rho}_B](\bar{N}N)(\bar{N}N) - \frac{1}{2}G_V[\hat{\rho}_B](\bar{N}\gamma_\mu N)(\bar{N}\gamma^\mu N), \quad (2.7)$$

et  $\mathcal{L}_{\text{autre}}[\hat{\rho}_B] = 0$ . L'image suggérée de l'interaction est ici un peu différente : les couplages ponctuels entre nucléons, caractérisés par  $G_S[\hat{\rho}_B]$  et  $G_V[\hat{\rho}_B]$ , contiennent toute l'information sur l'interaction. Dans notre cas, cette interaction sera déterminée, autant que possible, en utilisant des théories effectives inspirées de QCD.

## 2.2 Équations des champs

Nous allons dans cette section dériver les équations du mouvement et le tenseur énergie-impulsion pour les deux cas de Lagrangien d'interaction considérés. Afin d'alléger les notations, les dépendances en densité ne sont plus notées explicitement dans la suite du manuscrit.

### 2.2.1 Équations du mouvement

Les équations du mouvement pour les différents champs s'obtiennent à partir des équations d'Euler-Lagrange :

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_i} - \partial^\nu \left( \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial^\nu q_i)} \right) = 0, \quad (2.8)$$

où les  $q_i$  sont les différents champs du Lagrangien.

Quelle que soit la forme de l'interaction utilisée, l'équation du mouvement pour le nucléon, obtenue à partir de l'équation d'Euler-Lagrange pour le champ  $\bar{N}$ , s'écrit sous une forme générale :

$$[\gamma_\mu (i\partial^\mu - V^\mu) - (M_N + S)] N = 0, \quad (2.9)$$

où l'on définit les self-énergies du nucléon  $V^\mu$  et  $S$  par :

$$V^\mu = \Sigma^\mu + \Sigma_r^\mu, \quad (2.10)$$

et :

$$\Sigma_r^\mu = u^\mu \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \hat{\rho}_B}. \quad (2.11)$$

Le terme  $\Sigma_r^\mu$  est appelé terme de réarrangement. Il contient les dérivées par rapport à la densité baryonique des paramètres du Lagrangien. Il est essentiel dans les théories dépendant de la densité afin d'assurer la consistance thermodynamique [14]. Les self-énergies  $V^\mu$  et  $S$  encodent la modification des propriétés du nucléon due à l'interaction. Les approches relativistes, aussi bien les modèles de type Walecka [6] que les approches basées sur un potentiel d'interaction NN ajusté sur les données de la diffusion [28], montrent que ces self-énergies ont une valeur de plusieurs centaines de MeV dans le milieu. Le mécanisme de saturation des modèles de champ moyen relativistes repose essentiellement sur la compensation subtile de ces deux self-énergies à la densité de saturation.

#### Cas de l'interaction $\sigma - \omega$

Dans le cas du Lagrangien d'interaction  $\sigma - \omega$  Eq. (2.4), nous obtenons trois équations du mouvement pour les champs  $N$ ,  $\sigma$  et  $\omega$  :

✓ l'équation de Dirac (2.9) pour le champ  $N$ , avec les self-énergies suivantes :

$$S_{\sigma-\omega} = -\delta M_N - g_\sigma^* \sigma, \quad (2.12)$$

$$V_{\sigma-\omega}^\mu = g_\omega^* \omega^\mu + (\Sigma_r^\mu)_{\sigma-\omega}, \quad (2.13)$$

$$\text{avec } (\Sigma_r^\mu)_{\sigma-\omega} = u^\mu \left( -m_\omega^* \frac{\partial m_\omega^*}{\partial \hat{\rho}_B} (\omega_\mu \omega^\mu) + m_\sigma^* \frac{\partial m_\sigma^*}{\partial \hat{\rho}_B} \sigma^2 + (\bar{N} \gamma^\mu N) \omega^\mu \frac{\partial g_\omega^*}{\partial \hat{\rho}_B} + (\bar{N} N) \frac{\partial (\delta M_N)}{\partial \hat{\rho}_B} - (\bar{N} N) \sigma \frac{\partial g_\sigma^*}{\partial \hat{\rho}_B} \right); \quad (2.14)$$

✓ une équation (de type Klein-Gordon) pour le champ de méson scalaire  $\sigma$  :

$$\partial_\mu \partial^\mu \sigma + m_\sigma^* \sigma = g_\sigma^* \bar{N} N; \quad (2.15)$$

✓ une équation (de type Proca) pour le champ de méson vectoriel  $\omega_\mu$  :

$$\partial_\mu F^{\mu\nu} + m_\omega^* \omega^\nu = g_\omega^* \bar{N} \gamma^\nu N. \quad (2.16)$$

### Cas de l'interaction à couplages ponctuels

Dans le cas du Lagrangien d'interaction  $\mathcal{L}_{\text{interaction}}^{\text{pc}}$  Eq. (2.7), la seule équation du mouvement est l'équation de Dirac du nucléon Eq. (2.9), avec les self-énergies suivantes :

$$S_{\text{pc}} = G_S (\bar{N} N), \quad (2.17)$$

$$V_{\text{pc}}^\mu = G_V (\bar{N} \gamma^\mu N) + (\Sigma_r^\mu)_{\text{pc}}, \quad (2.18)$$

$$\text{avec } (\Sigma_r^\mu)_{\text{pc}} = \frac{u^\mu}{2} \left( (\bar{N} N)^2 \frac{\partial G_S}{\partial \hat{\rho}_B} + (\bar{N} \gamma^\mu N)^2 \frac{\partial G_V}{\partial \hat{\rho}_B} \right). \quad (2.19)$$

### 2.2.2 Tenseur énergie-impulsion

Le tenseur énergie-impulsion est défini par :

$$T_{\mu\nu} = -g_{\mu\nu} \mathcal{L} + \partial^\nu q_i \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu q_i)}, \quad (2.20)$$

où l'indice répété  $i$  est sommé sur tous les champs. Les équations de Lagrange (2.8) assurent la conservation du tenseur énergie-impulsion,  $\partial^\mu T_{\mu\nu} = 0$ . Pour un système uniforme, la densité d'énergie  $\mathcal{E}$  et la pression  $\mathcal{P}$  sont reliées au tenseur énergie-impulsion selon :

$$\langle T_{\mu\nu} \rangle = (\mathcal{E} + \mathcal{P}) u_\mu u_\nu - \mathcal{P} g_{\mu\nu}. \quad (2.21)$$

Pour un fluide au repos,  $u_\mu = (1, \mathbf{0})$ , et l'on peut alors identifier :

$$\mathcal{E} = \langle T_{00} \rangle, \quad (2.22)$$

$$\mathcal{P} = \frac{1}{3} \langle T_{ii} \rangle, \quad (2.23)$$

où l'indice répété  $i$  indique qu'il faut sommer sur les trois composantes d'espace.

### Cas de l'interaction $\sigma - \omega$

Dans le cas du Lagrangien d'interaction  $\sigma - \omega$  Eq. (2.4), le tenseur énergie-impulsion peut être déterminé, via l'équation (2.20) et les équations des champs (2.9, 2.15, 2.16). Il s'écrit :

$$T_{\mu\nu} = \frac{1}{2} g_{\mu\nu} \left[ -\partial_\lambda \sigma \partial^\lambda \sigma + m_\sigma^* \sigma^2 + \frac{1}{2} F_{\lambda\rho} F^{\lambda\rho} - m_\omega^* \omega_\lambda \omega^\lambda + 2(\Sigma_r^\lambda)_{\sigma-\omega} \bar{N} \gamma^\lambda N \right] \\ + i \bar{N} \gamma_\mu \partial_\nu N + \partial_\mu \sigma \partial_\nu \sigma + \partial_\mu \omega^\lambda F_{\lambda\nu}. \quad (2.24)$$



### Cas de l'interaction à couplages ponctuels

Le tenseur énergie-impulsion dérivé du Lagrangien d'interaction Eq. (2.7) peut de même s'écrire, en utilisant les équations (2.20, 2.9) :

$$T_{\mu\nu} = i\bar{N}\gamma_\mu\partial_\nu N - g_{\mu\nu} \left[ -\frac{1}{2}G_S(\bar{N}N)^2 - \frac{1}{2}G_V(\bar{N}\gamma_\lambda N)(\bar{N}\gamma^\lambda N) + \bar{N}(G_S(\bar{N}N) + G_V\gamma_\lambda(\bar{N}\gamma^\lambda N) + \gamma_\lambda(\Sigma_r^\lambda)_{pc})N \right]. \quad (2.25)$$

## 2.3 L'approximation de champ moyen

Les équations (2.9, 2.15, 2.16) sont des équations de champs quantiques non linéaires et leurs solutions exactes sont, au mieux, très compliquées. De plus, on s'attend à ce que les valeurs des couplages  $g_{\sigma,\omega}^*$  ou  $G_{S,V}$  soient grandes, et l'on ne peut donc pas appliquer les méthodes perturbatives. Il existe cependant une solution approchée, d'autant plus valable que la densité baryonique  $\rho_B$  augmente, dite approximation de champ moyen, ou de Hartree. En effet, lorsque l'on augmente la densité baryonique, les densités  $\langle \bar{N}N \rangle$  et  $\langle \bar{N}\gamma_\mu N \rangle$  deviennent de plus en plus importants. On peut alors en bonne approximation substituer les valeurs moyennes aux opérateurs, selon :

$$\bar{N}N \longrightarrow \langle \bar{N}N \rangle = \rho_S, \quad (2.26)$$

$$\bar{N}\gamma_\mu N \longrightarrow \langle \bar{N}\gamma_\mu N \rangle = (\rho_B, \mathbf{j}_B), \quad (2.27)$$

où sont définies la densité scalaire  $\rho_S$ , la densité baryonique  $\rho_B = \langle N^\dagger N \rangle$ , et le courant baryonique  $\mathbf{j}_B = \langle \bar{N}\boldsymbol{\gamma}N \rangle$ . De plus, comme nous considérons un système statique, uniforme et infini, l'isotropie implique que tous les termes dérivatifs et les valeurs moyennes des parties espace des champs quadri-vectoriels s'annulent, et nous avons  $u^\mu = (1, \mathbf{0})$ .

### 2.3.1 Équation du mouvement du nucléon

#### Cas de l'interaction $\sigma - \omega$

Dans le cas de l'interaction  $\sigma - \omega$ , les densités  $\langle \bar{N}N \rangle$  et  $\langle \bar{N}\gamma_\mu N \rangle$  sont les termes de sources des équations des champs bosoniques Eqs. (2.15, 2.16). Les champs des mésons peuvent alors eux-mêmes être remplacés par leurs valeurs moyennes, qui sont les champs classiques :

$$\sigma \longrightarrow \langle \sigma \rangle \equiv \sigma_0, \quad (2.28)$$

$$\omega^\mu \longrightarrow \langle \omega_\mu \rangle \equiv \delta_{\mu 0}\omega_0. \quad (2.29)$$

Pour un système statique et uniforme, ces champs classiques sont alors des constantes et les équations des champs Eqs. (2.15, 2.16) ont une solution simple :

$$\sigma_0 = \frac{g_\sigma^*}{m_\sigma^{*2}}\rho_S, \quad (2.30)$$

$$\omega_0 = \frac{g_\omega^*}{m_\omega^{*2}}\rho_B. \quad (2.31)$$

On obtient finalement les expressions des self-énergies du nucléon en substituant ces solutions dans les équations (2.12, 2.13, 2.14) :

$$S_{\sigma-\omega} = - \left( \frac{g_{\sigma}^*}{m_{\sigma}^*} \right)^2 \rho_s - \delta M_N, \quad (2.32)$$

$$V_{\sigma-\omega}^0 = \left( \frac{g_{\omega}^*}{m_{\omega}^*} \right)^2 \rho_B + (\Sigma_r^0)_{\sigma-\omega}, \quad (2.33)$$

$$\text{avec } (\Sigma_r^0)_{\sigma-\omega} = \frac{\partial(\delta M_N)}{\partial \rho_B} \rho_s - \frac{1}{2} \rho_s^2 \frac{\partial}{\partial \rho_B} \left[ \frac{g_{\sigma}^*}{m_{\sigma}^*} \right]^2 + \frac{1}{2} \rho_B^2 \frac{\partial}{\partial \rho_B} \left[ \frac{g_{\omega}^*}{m_{\omega}^*} \right]^2. \quad (2.34)$$

### Cas de l'interaction à couplages ponctuels

Dans le cas de l'interaction à couplages ponctuels, les invariants bilinéaires  $\bar{N}GN$  sont remplacés par leurs valeurs moyennes. Les self-énergies du nucléon deviennent alors :

$$S_{pc} = G_S \rho_s, \quad (2.35)$$

$$V_{pc}^0 = G_V \rho_B + (\Sigma_r^0)_{pc}, \quad (2.36)$$

$$\text{avec } (\Sigma_r^0)_{pc} = \frac{1}{2} \rho_s^2 \frac{\partial G_S}{\partial \rho_B} + \frac{1}{2} \rho_B^2 \frac{\partial G_V}{\partial \rho_B}. \quad (2.37)$$

### 2.3.2 Interprétation des self-énergies du nucléon

Dans l'approximation de champ moyen, l'équation de Dirac peut donc s'écrire sous la forme :

$$[i\partial - \gamma_0 V^0 - (M_N + S)] N = 0, \quad (2.38)$$

où  $V^0$  et  $S$  dépendent des densités scalaire  $\rho_s$  et baryonique  $\rho_B$ , ainsi que des paramètres du Lagrangien d'interaction considéré. Comme dans le cas d'une particule de Dirac libre, nous cherchons les solutions de cette équation sous forme d'états stationnaires :

$$N = u(\mathbf{p}, \lambda) e^{i\mathbf{p}\cdot\mathbf{x} - Et}, \quad (2.39)$$

où  $u(\mathbf{p}, \lambda)$  est un spineur de Dirac,  $\lambda$  est l'indice de spin-isospin. L'équation de Dirac (2.38) devient alors :

$$(\alpha \cdot \mathbf{p} + \beta m_N^*) u(\mathbf{p}, \lambda) = E_p^* u(\mathbf{p}, \lambda), \quad (2.40)$$

avec :

$$m_N^* = M_N + S, \quad (2.41)$$

$$E_p^* = \sqrt{\mathbf{p}^2 + m_N^{*2}} = E - V^0. \quad (2.42)$$

Ainsi, le nucléon dans le milieu se comporte, dans l'approximation de champ moyen, comme un nucléon libre de masse modifiée  $m_N^*$  par la self-énergie scalaire  $S$  et d'énergie  $E_p^*$  modifiée par la self-énergie vecteur  $V^0$ .

### 2.3.3 Densités scalaire et baryonique

Nous dérivons ici les expressions des densités scalaire  $\rho_S = \langle \bar{N}N \rangle$  et baryonique  $\rho_B = \langle \bar{N}\gamma_0 N \rangle$ . En notant  $T$  l'opérateur chronologique, ces valeurs moyennes se mettent sous la forme :

$$\langle \bar{N}(x)N(x) \rangle = -\text{Tr} \lim_{y \rightarrow x=0} \langle TN(x)\bar{N}(y) \rangle, \quad (2.43)$$

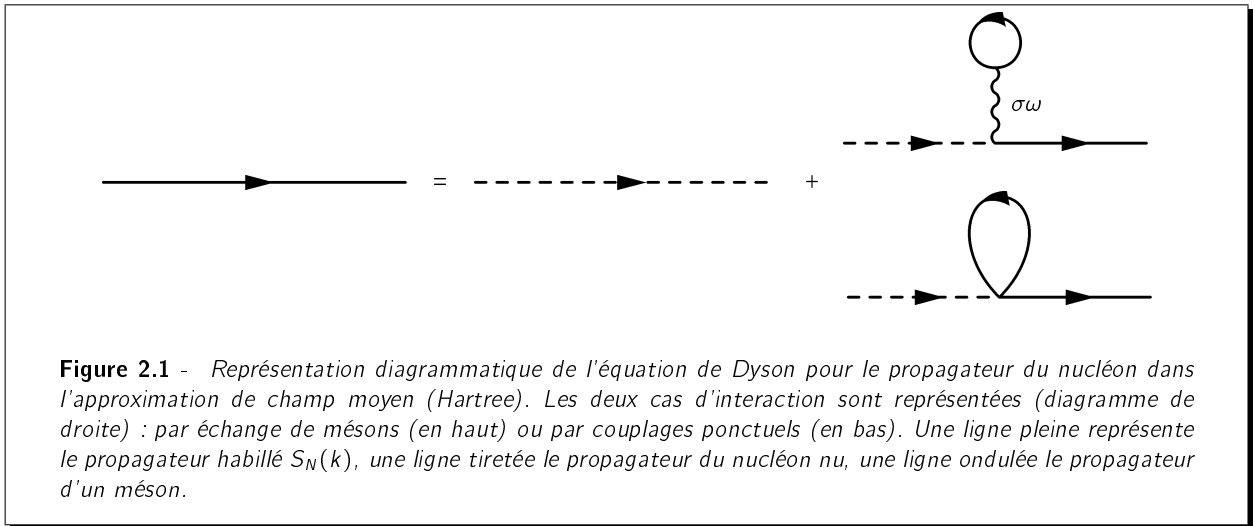
$$\langle \bar{N}(x)\gamma_0 N(x) \rangle = -\text{Tr} \lim_{y \rightarrow x=0} \gamma_0 \langle TN(x)\bar{N}(y) \rangle, \quad (2.44)$$

où l'on reconnaît la définition du propagateur de Feynman du nucléon :

$$S_N(x-y) = \langle TN(x)\bar{N}(y) \rangle, \quad (2.45)$$

$$= \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} e^{-i(x-y) \cdot k} S_N(k). \quad (2.46)$$

Le propagateur dans l'espace des impulsions  $S_N(k)$  est donné par l'équation de Dyson, représentée diagrammatiquement Figure 2.1 dans l'approximation de Hartree, pour les deux interactions considérées ici.



Pour un moment de Fermi  $k_F$ , il s'écrit :

$$S_N(k) = i(\not{k} + m_N^*) \left[ \frac{1}{k^2 - m_N^{*2} + i\epsilon} + i2\pi\delta(k^2 - m_N^{*2})\theta(k^*0)\theta(k_F - |\mathbf{k}|) \right]. \quad (2.47)$$

En injectant l'équation (2.46) dans les équations (2.43, 2.44), et en prenant la limite, on obtient :

$$\langle \bar{N}N \rangle = - \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \text{Tr} S_N(k), \quad (2.48)$$

$$\langle \bar{N}\gamma_0 N \rangle = - \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \text{Tr} (\gamma_0 S_N(k)). \quad (2.49)$$

On obtient finalement les expressions des densités :

$$\rho_B = \nu_N \int \frac{d^3\mathbf{p}}{(2\pi)^3} \theta(k_F - |\mathbf{p}|) = \frac{\nu_N}{6\pi^2} k_F^3, \quad (2.50)$$

$$\rho_s = \nu_N \int \frac{d^3\mathbf{p}}{(2\pi)^3} \frac{m_N^*}{E_p^*} \theta(k_F - |\mathbf{p}|) = \frac{\nu_N}{4\pi^2} m_N^* \left( k_F E_F^* - m_N^{*2} \ln \frac{k_F + E_F^*}{m_N^*} \right), \quad (2.51)$$

où  $\nu_N = 4$  est la dégénérescence en spin-isospin de la matière nucléaire,  $E_F^* = \sqrt{k_F^2 + m_N^{*2}}$ . Nous faisons l'approximation usuelle consistant à négliger la contribution de la mer de Dirac. Même si il est difficile d'estimer la contribution de la mer de Dirac, les effets sont sans doute faibles tant que la densité baryonique n'est pas trop élevée [29]. De plus, nous pouvons considérer que ces effets seront, au moins partiellement, pris en compte dans les théories effectives de QCD que nous considérerons pour déterminer les paramètres dépendants de la densité.

L'équation (2.41) définissant la masse effective du nucléon  $m_N^*$  est donc une équation auto-consistante, puisque le membre de droite dépend de  $\rho_s$ , qui est une fonction de  $m_N^*$ . La solution de cette équation doit donc être déterminée par un procédé itératif.

### 2.3.4 Lien entre les interactions $\sigma - \omega$ et à couplages ponctuels

On peut voir à partir des équations précédentes que, dans l'approximation de champ moyen, les self-énergies du nucléon issues des interactions par échange de mésons et à couplages ponctuels ont des formes similaires en posant :

$$G_\sigma = - \left( \frac{g_\sigma^*}{m_\sigma^*} \right)^2, \quad (2.52)$$

$$G_\omega = \left( \frac{g_\omega^*}{m_\omega^*} \right)^2. \quad (2.53)$$

On peut alors récrire les équations (2.32, 2.33, 2.34) de la façon suivante :

$$S_{\sigma-\omega} = G_\sigma \rho_s - \delta M_N, \quad (2.54)$$

$$V_{\sigma-\omega}^0 = G_\omega \rho_B + (\Sigma_r^0)_{\sigma-\omega}, \quad (2.55)$$

$$\text{avec } (\Sigma_r^0)_{\sigma-\omega} = \frac{1}{2} \rho_B^2 \frac{\partial G_\omega}{\partial \rho_B} + \frac{1}{2} \rho_s^2 \frac{\partial G_\sigma}{\partial \rho_B} + \rho_s \frac{\partial \delta M_N}{\partial \rho_B}. \quad (2.56)$$

Au terme  $\delta M_N$  près, les self-énergies du nucléon ont donc une forme similaire pour les deux interactions, avec la correspondance :

$$G_S \equiv G_\sigma, \quad G_V \equiv G_\omega. \quad (2.57)$$

Comme nous allons le voir, la densité d'énergie et la pression de la matière nucléaire s'écrivent sous une forme ne dépendant que de ces deux paramètres. Il en résulte que, en ce qui concerne la matière nucléaire infinie et symétrique dans l'approximation de champ moyen, la différence essentielle entre les deux interactions réside dans l'image physique sous-jacente :

- ✗ dans le cas de l'interaction  $\sigma - \omega$ , on suppose que l'interaction entre nucléons peut être modélisée par l'échange de mésons ; par ailleurs, les paramètres caractérisant l'interaction (masses et couplages) sont modifiés dans le milieu, du fait, dans notre cas, de la structure en quarks des hadrons.

✗ dans le cas de l'interaction à couplages ponctuels, le vertex d'interaction est supposé contenir toute l'information sur l'interaction entre nucléons, sans présupposé sur son origine.

### 2.3.5 Densité d'énergie et pression

Nous pouvons maintenant écrire la densité d'énergie et la pression de la matière nucléaire infinie et symétrique, à partir des équations du tenseur énergie-impulsion (2.24, 2.25) dans l'approximation de champ moyen. Pour la matière nucléaire à température nulle, on obtient alors les expressions générales suivantes :

$$\mathcal{E} = -\frac{1}{2}G_{(S,\sigma)}\rho_S^2 + \frac{1}{2}G_{(V,\omega)}\rho_B^2 + \mathcal{E}_{\text{kin}}, \quad (2.58)$$

$$\mathcal{P} = \frac{1}{2}G_{(S,\sigma)}\rho_S^2 + \frac{1}{2}G_{(V,\omega)}\rho_B^2 + (\Sigma_r^0)_{(\sigma-\omega,pc)}\rho_B + E_F^*\rho_B - \mathcal{E}_{\text{kin}}, \quad (2.59)$$

où les indices  $(S, V, pc)$  (respectivement  $(\sigma, \omega, \sigma - \omega)$ ) désignent les couplages et terme de réarrangement issus de l'interaction à couplages ponctuels (respectivement à interaction  $\sigma - \omega$ ). Le terme d'énergie cinétique  $\mathcal{E}_{\text{kin}}$  s'écrit :

$$\mathcal{E}_{\text{kin}} = \nu_N \int \frac{d^3\mathbf{p}}{(2\pi)^3} E_p^* \theta(k_F - |\mathbf{p}|) = \frac{\nu_N}{16} [3E_F^*\rho_B + m_N^*\rho_S]. \quad (2.60)$$

La densité d'énergie et la pression ne dépendent donc que des paramètres  $(G_S, G_V)$  (respectivement  $(G_\sigma, G_\omega)$ ), et de la valeur de la masse effective du nucléon  $m_N^*$ .

## Conclusion

---

Nous avons posé dans cette partie les bases de la description des propriétés de saturation de la matière nucléaire dans des modèles de champ moyen relativistes dépendant de la densité. Notamment, nous avons discuté les contraintes empiriques sur les propriétés à la densité de saturation de la matière nucléaire qui sont liées à des observables physiques :

- ✓ densité de saturation  $\rho_0 = 0.155 \text{ fm}^{-3}$  ;
- ✓ énergie de liaison  $E_B(\rho_0) = -15.5 \text{ MeV}$  ;
- ✓ masse effective du nucléon  $m_N^*(\rho_0)/M_N = 0.65 \pm 0.05$  ;
- ✓ module d'incompressibilité de la matière nucléaire  $\mathcal{K} = 250 \pm 50 \text{ MeV}$  ;
- ✓ pente du potentiel optique  $V^0(\rho_0)/M_N = 0.325 \pm 0.075$ .

La matière nucléaire peut être décrite à l'aide de modèles de champ moyen relativistes, dans lesquels les couplages dépendant de la densité permettent de tenir compte de la dynamique sous-jacente, liée à QCD.

Dans la suite de ce travail, nous allons exposer deux modèles de champ moyen relativistes originaux tenant compte de la structure en quarks des hadrons :

- ✗ dans la partie II, nous développons un modèle basé sur une interaction entre nucléons par échange de mésons. Les masses et couplages dépendant de la densité des mésons sont déterminés à l'aide d'un modèle de quarks de Nambu-Jona-Lasinio, permettant de construire dynamiquement les mésons.
- ✗ dans la partie III, les couplages dépendant de la densité d'un modèle à base d'une interaction à couplages ponctuels entre nucléons sont déterminés en considérant la modification de la structure en quarks du nucléon dans un modèle de Nambu-Jona-Lasinio, et les échanges de pion entre nucléons contraints par la symétrie chirale.



## **PARTIE II**

---

# **INFLUENCE DE LA MODIFICATION DANS LE MILIEU DE LA STRUCTURE EN QUARKS DES MÉSONS**

---





## Introduction

---

Dans cette partie du manuscrit, nous développons une première approche basée sur le modèle de champ moyen relativiste défini par le Lagrangien (2.1,2.4) :

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{\sigma-\omega} &= \bar{N} [i\partial - M_N] N + \mathcal{L}_{\text{interaction}}^{\sigma-\omega}[\hat{\rho}_B], \\ &= \bar{N} (i\partial - M_N + \delta M_N + g_\sigma^* \sigma - g_\omega^* \gamma_\mu \omega^\mu) N \\ &\quad - \frac{1}{4} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} + \frac{1}{2} \partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma + \frac{1}{2} m_\omega^{*2} \omega_\mu \omega^\mu - \frac{1}{2} m_\sigma^{*2} \sigma^2.\end{aligned}$$

Ce modèle est dérivé du modèle de Walecka [6], dans lequel les nucléons interagissent par échange de mésons scalaire  $\sigma$  et de mésons vecteur  $\omega$ . La structure en quarks des hadrons, et la dynamique sous-jacente de QCD, peuvent être prises en compte dans la description de la matière nucléaire en supposant que les paramètres de l'interaction sont altérés dans le milieu. Cette modification est prise en compte dans les masses et couplages du Lagrangien dépendant de la densité.

Dans [14], Song *et al.* ont développé une première approche, en tenant compte de la loi d'échelle de Brown et Rho [15] pour la variation de la masse des hadrons :

$$\frac{M_N - \delta M_N}{M_N} \sim \frac{m_\sigma^*}{m_\sigma} \sim \frac{m_\omega^*}{m_\omega} = \Phi(\rho_B),$$

où la fonction d'échelle est prise sous une forme phénoménologique, inspirée des règles de sommes de QCD au premier ordre [12] :

$$\Phi(\rho_B) = \frac{\langle \bar{q}q \rangle(\rho_B)}{\langle \bar{q}q \rangle_0} \sim \frac{1}{1 + a \frac{\rho_B}{\rho_{\text{sat}}}},$$

avec  $a = 0.28$ , où  $\langle \bar{q}q \rangle(\rho_B)$  (respectivement  $\langle \bar{q}q \rangle_0$ ) est la valeur de la densité scalaire (aussi appelée condensat) de quarks dans le milieu (respectivement dans le vide). La constante de couplage scalaire  $g_\sigma^*$  est supposée constante, et  $g_\omega^*$  suit une loi d'échelle similaire, avec une valeur de  $a$  égale ou légèrement supérieure à 0.28. Les valeurs des rapports  $g_\sigma^*/m_\sigma^*$  et  $g_\omega^*/m_\omega^*$  dans le vide sont fixés pour reproduire au mieux le point de saturation de la matière nucléaire, les auteurs obtenant alors une description satisfaisante des propriétés de saturation de la matière nucléaire.

Cependant, la loi d'échelle de Brown et Rho [15] est très approximative. Notamment, Brown et Rho ont proposé récemment une loi de variation de la masse du méson vecteur  $\omega$  dans le milieu [30] selon :

$$\frac{m_\omega^*(\rho_B)}{m_\omega} \sim \left\{ \frac{\langle \bar{q}q \rangle(\rho_B)}{\langle \bar{q}q \rangle_0} \right\}^{1/2},$$

qui diffère clairement de la fonction  $\Phi$ , et semble donc incompatible avec la loi d'échelle entre la variation de la masse du nucléon et du  $\omega$  donnée plus haut. De plus, de récents résultats des collaborations TAPS [31] et E325/KEK [32] ont fourni les premières mesures de la modification de la masse du méson  $\omega$  dans le milieu, permettant éventuellement de contraindre un peu plus cette loi d'évolution.

Finalement, il serait intéressant d'aller au-delà de cette phénoménologie des règles de sommes, en prenant explicitement en compte la structure en quarks des mésons, par une approche dynamique, basée sur un modèle de quarks.

La dynamique de basse énergie de QCD est dictée principalement par la brisure spontanée de la symétrie chirale. Le modèle de quarks de Nambu-Jona-Lasinio, qui inclut la symétrie chirale, permet de construire dynamiquement les mésons comme des états quark-antiquarks, et d'obtenir la variation des masses  $m_{\sigma,\omega}^*$  et couplages  $g_{\sigma,\omega}^*$  dans le milieu. Comme la construction des baryons, notamment le nucléon, est une tâche plus ardue, nous considérons dans cette première approche que  $\delta M_N$  peut être déterminée d'après les règles de sommes de QCD [12] au premier ordre, en déterminant la variation du condensat de quarks dans le milieu.

Dans le Chapitre 3, nous exposons le formalisme du modèle de Nambu-Jona-Lasinio dans l'approximation de champ moyen pour le quark. Nous introduisons notamment des termes d'interaction à 8 quarks. Les mésons sont construits comme des modes quark-antiquark dans l'approximation Random Phase Approximation (RPA).

Dans le Chapitre 4, les résultats numériques du modèle de NJL sont étudiés. Les paramètres sont contraints par la phénoménologie des mésons dans le vide, et les termes à 8 quarks sont contraints par les récentes données expérimentales sur la modification des mésons dans le milieu. Les résultats concernant la restauration de la symétrie chirale dans le milieu et la modification des masses et couplages des mésons (notamment le rôle et l'importance des termes à 8 quarks) sont exposés. A titre d'application, nous présentons une étude d'une possible loi d'échelle pour la variation de la masse du méson  $\omega$  dans le milieu en fonction du condensat de quarks, à la lumière des mesures des collaborations TAPS et KEK.

Finalement, dans le Chapitre 5, les dépendances en densité obtenues précédemment sont utilisées explicitement dans le Lagrangien du modèle  $\sigma - \omega$ . Les propriétés de saturation de la matière nucléaire sont étudiées.

## CHAPITRE 3

---

# Construction dynamique des mésons dans le modèle de Nambu-Jona-Lasinio

### Résumé

---

*Nous exposons dans ce Chapitre le formalisme du modèle de quarks de Nambu-Jona-Lasinio. Des termes d'interaction invariant chiraux à 4 et 8 fermions sont considérés dans le Lagrangien. L'équation de gap pour le quark est traitée dans l'approximation de champ moyen. Les propriétés des mésons sont obtenues en résolvant une équation de Bethe-Salpeter quark-antiquark dans l'approximation Random-Phase-Approximation.*

---

### Plan

---

- 3.1 Le modèle de Nambu-Jona-Lasinio**
  - 3.1.1 Lagrangien et symétries
  - 3.1.2 Termes d'interactions supplémentaires
  - 3.1.3 Équation du mouvement du quark
- 3.2 L'approximation de champ moyen**
  - 3.2.1 Approximation d'une matière de quarks
  - 3.2.2 Équation du mouvement du quark
  - 3.2.3 Condensat de quarks
- 3.3 Mésons dans l'approximation RPA**
  - 3.3.1 Vertex effectif d'interaction
  - 3.3.2 Équation de Bethe-Salpeter
  - 3.3.3 Méson  $\pi$
  - 3.3.4 Méson  $\sigma$
  - 3.3.5 Méson  $\omega$

---

Le modèle de Nambu-Jona-Lasinio [17, 18] est à l'origine formulé en termes d'un doublet d'isospin  $(p, n)$ , pour décrire l'interaction nucléon-nucléon. Il a depuis été réinterprété comme un modèle de QCD au niveau des quarks. Le lecteur peut se référer à [33, 34, 35] pour des revues sur le sujet. Le modèle de NJL est construit de façon à ce que les symétries de QCD en sont partie intégrante. Notamment, NJL permet d'obtenir la brisure dynamique de la symétrie chirale, l'une des plus importantes pour la compréhension de la dynamique de basse énergie et des hadrons légers. Cependant, le modèle de NJL

possède également quelques défauts. L'interaction ponctuelle entre quarks fait que NJL n'est pas une théorie de champ renormalisable. Ainsi, NJL en tant que modèle effectif n'est défini qu'une fois donnée une procédure de régularisation. De plus, l'interaction, locale, ne confine pas les quarks.

## 3.1 Le modèle de Nambu-Jona-Lasinio

### 3.1.1 Lagrangien et symétries

Le Lagrangien du modèle de NJL pour deux saveurs légères  $q = (u, d)$  s'écrit le plus souvent :

$$\mathcal{L}_{\text{NJL}} = \bar{q}(i\not{\partial} - m_0)q + g_s [(\bar{q}q)^2 + (\bar{q}i\gamma_5\tau q)^2] - g_v (\bar{q}\gamma^\mu q)^2 + \dots, \quad (3.1)$$

où  $m_0$  est la masse "courante" des quarks légers  $u$  et  $d$ , avec  $m_u = m_d = m_0$  (typiquement  $m_0 \sim 5\text{MeV}$ ). Les constantes de couplage des termes d'interaction dans les voies scalaire  $g_s$  et vecteur  $g_v$  ont la dimension (énergie)<sup>-2</sup>. Les points de suspension indiquent que ce Lagrangien peut également contenir, en principe, tout terme d'interaction compatible avec les symétries de QCD. Nous reviendrons sur ce point plus en détail dans la section suivante.

Ce Lagrangien comporte les mêmes symétries globales que QCD à deux saveurs ( $u, d$ ), dont entre autres :

- ✗ l'invariance sous les transformations  $U_V(1)$  :

$$q \rightarrow e^{-i\alpha} q,$$

reliée à la conservation du courant

$$j_\mu = \bar{q}\gamma_\mu q,$$

et à la conservation du nombre baryonique.

- ✗ l'invariance sous les rotations d'isospin  $SU_V(2)$  :

$$q \rightarrow e^{-i/2\tau \cdot \mathbf{\alpha}} q,$$

reliée à la conservation du courant

$$j_\mu^k = \bar{q}\gamma_\mu \tau^k q.$$

- ✗ dans la limite  $m_0 = 0$ , l'invariance sous les rotations d'isospin  $SU_A(2)$  :

$$q \rightarrow e^{-i/2\gamma_5 \tau \cdot \mathbf{\alpha}} q,$$

reliée à la conservation du courant axial

$$j_\mu^k = \bar{q}\gamma_\mu \gamma_5 \tau^k q$$

L'invariance sous les transformations  $SU_V(2) \otimes SU_A(2)$  est désigné sous le nom de **symétrie chirale**. Cette symétrie n'est exacte que dans la limite où  $m_0 = 0$ . Dans la mesure où les saveurs légères  $u, d$  ont une masse faible devant l'échelle d'énergie de QCD  $\Lambda_{\text{QCD}} \sim 200\text{MeV}$ , la symétrie chirale est une excellente symétrie approchée de QCD. Cependant, l'invariance sous les transformations axiales implique l'existence dans le spectre hadronique d'un partenaire chiral du pion, une particule scalaire de parité opposée, et de même masse. Comme cette particule n'est pas observée, cela suggère que la symétrie chirale est spontanément brisée dans le vide de QCD. Cela a d'importantes conséquences, notamment :

- ✓ l'existence d'un boson de Goldstone, de masse nulle. Comme la symétrie chirale n'est qu'approchée, cette particule doit avoir une masse non nulle, mais beaucoup plus faible que tous les autres hadrons, ce qui désigne le pion  $\pi$  comme candidat idéal.
- ✓ La brisure spontanée implique également que le vide de QCD possède une structure complexe, caractérisée entre autre par l'existence d'un condensat de quarks  $\langle \bar{q}q \rangle$  non nul dans le vide.

On s'attend à ce que lorsque la densité baryonique et/ou la température augmente, la symétrie chirale soit graduellement restaurée. A densité nulle, la température critique de restauration de la symétrie chirale semble coïncider avec la température critique de déconfinement. A température nulle, même si cela n'est pas aussi clair, la densité critique de restauration de la symétrie chirale pourrait également coïncider avec la densité de déconfinement.

Pour finir, la différence essentielle entre le modèle de NJL et QCD réside dans le traitement de la symétrie de couleur. Alors que dans QCD, la symétrie de couleur est une symétrie de jauge locale, impliquant l'existence de bosons d'interaction, les gluons, elle est dans NJL une symétrie globale. Dit plus simplement, les gluons de QCD sont ici "intégrés" dans l'interaction effective entre les quarks. Le nombre de couleurs  $N_c = 3$  n'est plus alors qu'un facteur de dégénérescence.

### 3.1.2 Termes d'interactions supplémentaires

En toute généralité, le Lagrangien (3.1) peut inclure tous les termes d'interaction invariant chiraux à 4 fermions ou plus. Concernant les termes à 4 fermions, nous pourrions adjoindre d'autres termes, par exemple dans les voies vecteur-isovecteur. Toutefois, comme nous considérons de la matière symétrique en isospin, et que nous nous intéressons uniquement aux mésons scalaire  $\sigma$ , pseudo-scalaire  $\pi$  et vecteur  $\omega$ , nous avons choisi d'écrire le Lagrangien avec les termes d'interaction dans les voies suivantes :

- ✓ voie scalaire-isoscalaire  $\bar{q}q$  et pseudoscalaire-isovecteur  $\bar{q}i\gamma_5\tau q$  qui correspondent respectivement aux partenaires chiraux  $\sigma$  et  $\pi$  ;
- ✓ voie vecteur-isoscalaire  $\bar{q}\gamma_\mu q$  qui correspond au méson vecteur  $\omega$ .

Le Lagrangien peut également comporter des termes d'interaction à plus de 4 fermions. De fait, en tant que théorie effective de QCD, tout les termes d'interaction à 6, 8, 12, ... fermions pourraient être considérés. L'hypothèse implicite est que ces termes devraient être de plus en plus faibles, la série étant donc tronquée aux termes d'interaction de plus bas ordre.

Concernant les termes d'interaction à 6 fermions, ils ne sont pas, le plus généralement, invariant chiraux. Une exception est le déterminant de 't Hooft à 6 fermions [36, 37], dont l'inclusion est nécessaire pour rendre compte de la brisure de la symétrie  $U_A(1)$  de QCD (voir par exemple [33]). Cependant, dans le cas où l'on se restreint à deux saveurs ( $u, d$ ), ce terme est pris en compte de façon effective dans les termes à 4 quarks [33].

Les termes d'ordre suivant sont donc les termes d'interaction à 8 fermions. L'influence de tels termes d'interaction reste encore peu étudiée à l'heure actuelle :

- ✗ Dans le cadre d'un modèle de NJL de **nucléons**, Mishustin et al. [38] ont montré que l'introduction d'un terme à 8 fermions est indispensable pour stabiliser la matière nucléaire.

- ✗ Osipov et al. [39, 40, 41] ont montré, dans le cadre de NJL à 3 saveurs, que l'introduction de termes à 8 quarks permet de stabiliser l'état fondamental, rendu instable par l'introduction du déterminant de t'Hooft. Leurs études ont principalement portées sur le spectre des mésons dans le vide et la restauration de la symétrie chirale à hautes températures et densité nulle.
- ✗ Kashiwa et al. [42, 43] ont étudié l'influence de termes à 8 quarks sur la transition de phase chirale à densité et/ou température finie, ainsi que sur la supraconductivité de couleur, dans le cadre d'un modèle à 2 saveurs. L'introduction des termes à 8 quarks permet d'abaisser la valeur de la température critique, donnant un meilleur accord avec les résultats de QCD sur réseau.
- ✗ Bentz et al. [5] ont montré que l'introduction d'un terme à 8 quarks du type scalaire-vecteur dans une description de la matière nucléaire basée sur un modèle de NJL, permet de stabiliser la matière nucléaire.

Dans tout les cas, ces études souffrent d'un manque de contraintes empiriques pour les nouvelles constantes introduites par les termes à huit quarks. De plus, l'influence de tels termes sur la variation des propriétés des mésons dans le milieu n'a jamais été étudiée à notre connaissance.

Nous incluons donc des termes à 8 quarks dans notre étude. Nous pouvons utiliser, par exemple, la mesure de la masse du méson  $\omega$  dans le milieu par les collaborations TAPS [31] et KEK [32] pour contraindre les nouvelles constantes introduites. Puisque nous considérons deux termes d'interaction à 4 fermions dans les voies scalaire et vecteur, on peut construire les termes d'interaction à 8 fermions suivants :

$$\mathcal{L}_{\text{int},8q} = g_{sv} [(\bar{q}q)^2 + (\bar{q}i\gamma_5\tau q)^2] (\bar{q}\gamma^\mu q)^2 + g_{ss} [(\bar{q}q)^2 + (\bar{q}i\gamma_5\tau q)^2]^2. \quad (3.2)$$

Nous n'incluons pas de terme d'interaction du type  $(\bar{q}\gamma_\mu q)^4$ , qui mène à une violation de la causalité à haute densité [38].

### 3.1.3 Équation du mouvement du quark

Nous récrivons tout d'abord le Lagrangien incluant tous les termes d'interaction que nous considérons par la suite :

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{NJL}} = & \bar{q}(i\partial - m_0)q + g_s [(\bar{q}q)^2 + (\bar{q}i\gamma_5\tau q)^2] - g_v (\bar{q}\gamma^\mu q)^2 \\ & + g_{sv} [(\bar{q}q)^2 + (\bar{q}i\gamma_5\tau q)^2] (\bar{q}\gamma^\mu q)^2 + g_{ss} [(\bar{q}q)^2 + (\bar{q}i\gamma_5\tau q)^2]^2. \end{aligned} \quad (3.3)$$

L'équation du mouvement du quark est obtenue à partir de l'équation d'Euler-Lagrange pour le champ  $\bar{q}$  :

$$\frac{\partial \mathcal{L}_{\text{NJL}}}{\partial \bar{q}} - \partial^\nu \left( \frac{\partial \mathcal{L}_{\text{NJL}}}{\partial (\partial^\nu \bar{q})} \right) = 0, \quad (3.4)$$

et peut se mettre sous la forme :

$$[\gamma_\mu (i\partial^\mu - (\Sigma^q)^\mu) - (m_0 + \Sigma_S^q)] q = 0, \quad (3.5)$$

avec les self-énergies scalaire  $\Sigma_S^q$  et vecteur  $(\Sigma^q)^\mu$  du quark données par :

$$\Sigma_S^q = -2(g_s + g_{sv}(\bar{q}\gamma^\mu q)^2 + 2g_{ss}[(\bar{q}q)^2 + (\bar{q}i\gamma_5\tau q)^2])$$

$$(\bar{q}q + i\gamma_5\tau(\bar{q}i\gamma_5\tau q)), \quad (3.6)$$

$$(\Sigma^q)^\mu = 2(g_v - g_{sv}[(\bar{q}q)^2 + (\bar{q}i\gamma_5\tau q)^2])(\bar{q}\gamma^\mu q). \quad (3.7)$$

## 3.2 L'approximation de champ moyen

L'équation du mouvement pour le quark (3.5) est une équation non linéaire du champ quantique  $q$ , très difficile à résoudre de façon exacte. Nous recourons donc à l'approximation de champ moyen (Hartree).

### 3.2.1 Approximation d'une matière de quarks

Nous considérons dans toute la suite de ce Chapitre que la matière nucléaire infinie, caractérisée par le moment de Fermi  $k_F$ , peut être assimilée à une matière de quarks infinie, de même moment de Fermi  $k_F$ , avec la relation  $\rho_B = \frac{1}{3}\rho$  entre la densité baryonique  $\rho_B$  et la densité de quarks  $\rho$ .

Bien entendu, aux densités inférieures à la densité de déconfinement, la matière est constituée de quarks confinés au sein des hadrons. Il est clair qu'une démarche complètement satisfaisante serait d'exprimer les paramètres du Lagrangien hadronique Eqs. (2.1, 2.4) directement à partir des quarks et gluons. Cependant, une telle description n'existe pas encore, et nous devons toujours recourir à des approximations. Dans [44], il est montré que la modification du condensat de quarks dans le milieu est similaire si le calcul est fait dans une matière nucléaire ou une matière de quarks, dans un modèle de NJL. Dans [5], la matière nucléaire est construite à partir d'un traitement du nucléon comme état quark-diquark et nous avons pu vérifier que l'évolution du condensat de quarks dans le milieu est sensiblement identique, dans notre calcul, au résultat de [5].

### 3.2.2 Équation du mouvement du quark

Considérons une matière homogène, infinie de quarks, symétrique en saveur  $u$  et  $d$ . Lorsque la densité augmente, les invariants bilinéaires du type  $\bar{q}\Gamma q$ , où  $\Gamma$  est une combinaison quelconque des matrices de Dirac et de Pauli, peuvent être remplacés par leurs valeurs moyennes. De plus, l'isotropie implique que les invariants axiaux comportant un  $\gamma_5$  s'annulent. De même, pour la matière symétrique en saveur, les voies isovecteur ne contribuent pas. On a finalement dans l'approximation de champ moyen les substitutions suivantes :

$$\bar{q}q \longrightarrow \langle \bar{q}q \rangle, \quad (3.8)$$

$$\bar{q}\gamma^\mu q \longrightarrow \langle \bar{q}\gamma^\mu q \rangle \delta_{\mu 0} = (\rho, \mathbf{0}), \quad (3.9)$$

$$\bar{q}i\gamma_5\tau q \longrightarrow \langle \bar{q}i\gamma_5\tau q \rangle = 0. \quad (3.10)$$

L'équation (3.5) prend alors la forme suivante :

$$[i\partial - \gamma_0 \Sigma_0^q - m^*] q = 0, \quad (3.11)$$



où  $m^*$  définit la masse constituante du quark, et les self-énergies scalaire et vecteur s'écrivent :

$$m^* = m_0 + \Sigma_S^q, \quad (3.12)$$

$$\Sigma_S^q = -2(g_s + g_{sv}\rho^2 + 2g_{ss} \langle \bar{q}q \rangle^2) \langle \bar{q}q \rangle, \quad (3.13)$$

$$\Sigma_0^q = 2(g_v - g_{sv} \langle \bar{q}q \rangle^2) \rho. \quad (3.14)$$

L'équation sur la masse constituante du quark (3.12) est appelée équation de gap. L'interprétation de l'équation (3.11) est similaire au cas du modèle de champ moyen relativiste hadronique Chapitre 2 : dans l'approximation de champ moyen, le quark se comporte comme un quark libre de masse  $m^* = m_0 + \Sigma_S^q$  et d'énergie  $E_q^* = \sqrt{\mathbf{p}^2 + m^{*2}} = E_q - \Sigma_q^0$  modifiées par l'interaction.

### 3.2.3 Condensat de quarks

Le condensat de quarks  $\langle \bar{q}q \rangle$ , ainsi que la densité  $\rho = \langle q^\dagger q \rangle$ , peuvent être calculés de façon analogue aux densités du Chapitre 2. En notant  $T$  l'opérateur chronologique, ces valeurs moyennes se mettent sous la forme :

$$\langle \bar{q}(x)q(x) \rangle = -\text{Tr} \lim_{y \rightarrow x=0} \langle Tq(x)\bar{q}(y) \rangle, \quad (3.15)$$

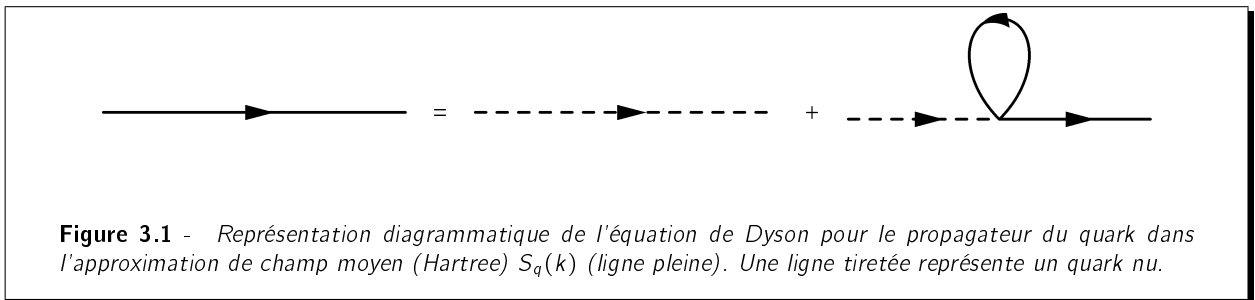
$$\langle \bar{q}(x)\gamma_0 q(x) \rangle = -\text{Tr} \lim_{y \rightarrow x=0} \gamma_0 \langle Tq(x)\bar{q}(y) \rangle, \quad (3.16)$$

où l'on reconnaît la définition du propagateur de Feynman du quark :

$$S_q(x-y) = \langle Tq(x)\bar{q}(y) \rangle, \quad (3.17)$$

$$= \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} e^{-i(x-y).k} S_q(k). \quad (3.18)$$

Le propagateur  $S_q(k)$  est solution de l'équation de Dyson, représentée diagrammatiquement Figure 3.1 dans l'approximation de Hartree. La résolution de cette équation mène à l'équation de Dirac du quark (3.11).



Ainsi, le propagateur de Feynman dans le milieu, est donné par :

$$S_q(k) = i(\not{k} + m^*) \left[ \frac{1}{k^2 - m^{*2} + i\epsilon} + 2\pi i \delta(k^2 - m^{*2}) \theta(k^0) \theta(k_F - |\mathbf{k}|) \right]. \quad (3.19)$$

En principe, le décalage de l'impulsion par la self-énergie vecteur doit être pris en compte, en prenant  $S_q(k^*)$ , avec  $k^* = (k^0 - \Sigma_0^q, \mathbf{k})$ . Cependant, dans tout ce Chapitre, le décalage est absorbé dans toutes les intégrales par un changement de variable, et nous ne le mentionnerons donc plus. En injectant l'équation (3.18) dans les équations (3.15, 3.16), et en prenant la limite, on obtient :

$$\langle \bar{q}q \rangle = - \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \text{Tr} S_q(k), \quad (3.20)$$

$$\langle \bar{q}\gamma_0 q \rangle = - \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \text{Tr} (\gamma_0 S_q(k)). \quad (3.21)$$

On en déduit finalement :

$$\langle \bar{q}q \rangle = -\nu \int \frac{d^3 \mathbf{k}}{(2\pi)^3} \frac{m^*}{\sqrt{k^2 + m^{*2}}} (1 - \theta(k_F - |\mathbf{k}|)), \quad (3.22)$$

$$\rho = \nu \int \frac{d^3 \mathbf{k}}{(2\pi)^3} \theta(k_F - |\mathbf{k}|) = \frac{\nu}{6\pi^2} k_F^3, \quad (3.23)$$

où  $\nu$  est la dégénérescence des quarks, avec  $\nu = 2N_c N_f$ ,  $N_c = 3$  étant le nombre de couleurs,  $N_f = 2$  étant le nombre de saveurs.

Il est clair que la contribution  $\int d^3 \mathbf{k} \frac{m^*}{\sqrt{k^2 + m^{*2}}}$  dans l'expression du condensat de quarks est divergente. Ce terme représente la contribution des quarks d'énergie négative de la mer de Dirac. Du fait de la brisure spontanée de la symétrie chirale, le vide de QCD possède une structure non triviale, caractérisée par une valeur du condensat dans le vide  $\langle \bar{q}q \rangle_0$  non nulle, ce qui implique que cette contribution ne doit pas être négligée. Nous devons donc régulariser cette intégrale. Nous avons choisi d'introduire pour cela un cut-off  $\Lambda$  sur l'impulsion  $\mathbf{k}$  : seuls les quarks de la mer de Dirac d'impulsion inférieure à  $\Lambda$  sont actifs. Il faut noter que d'autres schémas de régularisation pourraient également être utilisés. Le condensat de quarks prend alors la forme suivante :

$$\begin{aligned} \langle \bar{q}q \rangle &= -\nu \int \frac{d^3 \mathbf{k}}{(2\pi)^3} \frac{m^*}{\sqrt{k^2 + m^{*2}}} (\theta(\Lambda - |\mathbf{k}|) - \theta(k_F - |\mathbf{k}|)), \\ &= \frac{\nu}{4\pi^2} m^* \left[ k_F E_F^q - \Lambda E_\Lambda^q - m^{*2} \log \frac{k_F + E_F^q}{\Lambda + E_\Lambda^q} \right], \end{aligned} \quad (3.24)$$

avec  $E_F^q = \sqrt{k_F^2 + m^{*2}}$  et  $E_\Lambda^q = \sqrt{\Lambda^2 + m^{*2}}$ . D'après l'équation (3.24), l'équation de gap (3.12) est une équation auto-consistante sur la masse du quark  $m^*$ .

### Brisure spontanée de la symétrie chirale

Nous pouvons à partir de l'équation (3.24) illustrer simplement le mécanisme de brisure de la symétrie chirale dans le vide. A densité nulle, c'est à dire  $k_F = 0$ , le condensat de quarks dans le vide  $\langle \bar{q}q \rangle_0$  a l'expression suivante :

$$\langle \bar{q}q \rangle_0 = -\frac{\nu}{4\pi^2} m \left[ \Lambda E_\Lambda^q + m^2 \ln \frac{m}{\Lambda + E_\Lambda^q} \right] < 0, \quad (3.25)$$

$$m = m_0 - 2\tilde{g}_s \langle \bar{q}q \rangle_0, \quad (3.26)$$

où  $m$  désigne la masse du quark constituant dans le vide  $m = m^*(\rho = 0)$ , et où l'on a posé :

$$\tilde{g}_s = g_s + g_{sv}\rho^2 + 2g_{ss} \langle \bar{q}q \rangle^2, \quad (3.27)$$

$$\tilde{g}_v = g_v - g_{sv} \langle \bar{q}q \rangle^2. \quad (3.28)$$

Comme attendu, d'après l'équation (3.25), le condensat de quarks dans le vide est non nul. De plus, le quark acquiert, d'après (3.26) pour  $\tilde{g}_s > 0$ , une masse constituante  $m > m_0$  où, comme nous le verrons par la suite,  $m_0 \sim 5\text{MeV}$  et  $m \sim 400\text{MeV}$ . Ainsi, la brisure spontanée de la symétrie chirale est à la base d'un mécanisme de génération dynamique de la masse du quark constituant.

D'après l'équation (3.24), la valeur du condensat de quarks va diminuer lorsque la densité du milieu, et donc  $k_F$ , augmente. Dans la limite chirale  $m_0 = 0$ , le condensat de quarks prend une valeur nulle pour  $k_F \geq k_F^c$ , où  $k_F^c$  est le moment de Fermi critique, et la symétrie chirale est restaurée dans cette phase dense.

### 3.3 Mésons dans l'approximation RPA

#### 3.3.1 Vertex effectif d'interaction

La construction des mésons nécessite de connaître les vertex d'interaction quark - antiquark dans les différents canaux considérés. La présence des termes à 8 quarks implique de redéfinir proprement ces vertex. Concernant les couplages dans les voies du méson scalaire  $\sigma \equiv \langle \bar{q}q \rangle$ , pseudo-scalaire  $\pi \equiv \bar{q}i\gamma_5\tau q$  et vecteur  $\omega^\mu \equiv \langle \bar{q}\gamma^\mu q \rangle$ , les vertex peuvent s'écrire [45, 46, 47, 48] :

$$\pi \longrightarrow K_\pi i\gamma_5\tau, \quad (3.29)$$

$$\sigma \longrightarrow K_\sigma 1, \quad (3.30)$$

$$\omega \longrightarrow K_\omega \gamma_\mu, \quad (3.31)$$

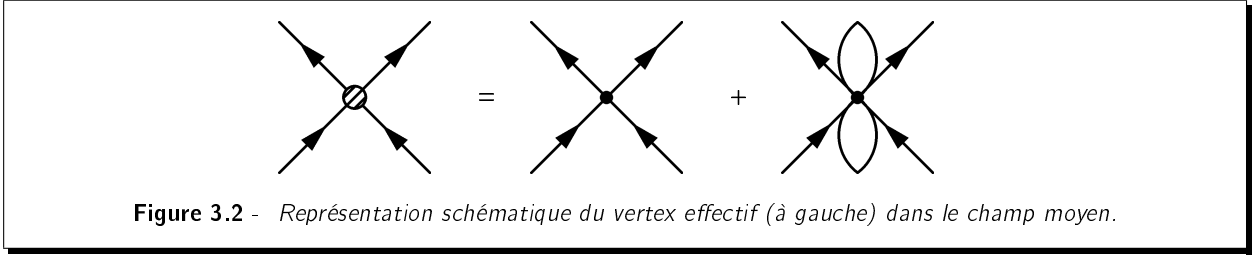
où les couplages  $K_\pi$ ,  $K_\sigma$  et  $K_\omega$  sont obtenus via les dérivées des self-énergies du quark :

$$\begin{aligned} K_\pi &\equiv - \frac{\partial \Sigma_S^q}{\partial \langle \bar{q}i\gamma_5\tau q \rangle} \Big|_{\langle \bar{q}i\gamma_5\tau q \rangle = 0} = 2\tilde{g}_s \\ K_\sigma &\equiv - \frac{\partial \Sigma_S^q}{\partial \langle \bar{q}q \rangle} = 2g_s + 2g_{sv} \langle \bar{q}\gamma^0 q \rangle^2 + 12g_{ss} \langle \bar{q}q \rangle^2 \\ K_\omega &\equiv \frac{\partial \Sigma_0^q}{\partial \langle \bar{q}\gamma^\mu q \rangle} = 2\tilde{g}_v \end{aligned} \quad (3.32)$$

Dans la suite,  $K_M$  et  $\Gamma_M$  désignent donc :

- $M \equiv \pi$  :  $K_\pi = 2\tilde{g}_s$  et  $\Gamma_\pi = i\gamma_5\tau$  ;
- $M \equiv \sigma$  :  $K_\sigma = 2\tilde{g}_s + 8g_{ss} \langle \bar{q}q \rangle^2$  et  $\Gamma_\sigma = 1$  ;
- $M \equiv \omega$  :  $K_\omega = 2\tilde{g}_v$  et  $\Gamma_\omega = \gamma^\mu$ .

Ces vertex effectifs sont représentés schématiquement Figure 3.2 : les vertex à 4 fermions sont modifiés par les termes à huit quarks, dans lesquels deux boucles de quarks sont refermées.



### 3.3.2 Équation de Bethe-Salpeter

La construction des mésons comme des modes quark-antiquark est basée sur la résolution de l'équation dite de Bethe-Salpeter (BS) dans l'approximation Random Phase Approximation (RPA), représentée diagrammatiquement Figure 3.3.

Schématiquement, l'échange d'un méson entre deux quarks (partie gauche de l'égalité Figure 3.3) est approchée par une somme de diagrammes d'interaction comportant 0, 1, 2, ... boucles  $\bar{q}q$  internes (partie droite de l'égalité Figure 3.3). Le propagateur d'un méson, en omettant la structure de Lorentz, s'écrit :

$$G_M(q) = \frac{-ig_{Mqq}^*}{q^2 - m_M^{*2}}, \quad (3.33)$$

où  $g_{Mqq}^*$  est la constante de couplage méson-quark-quark et  $m_M^*$  la masse du méson dans le milieu ( $g_{Mqq}$  et  $m_M$  désignent les valeurs dans le vide). Le propagateur du méson  $G_M(q)$  est également donné par :

$$G_M(q) = \frac{iK_M}{1 - K_M\Pi_M(q)}, \quad (3.34)$$

avec  $M = \pi, \sigma, \omega$  selon les voies considérées. Les constantes  $K_M$  ont été définies dans la partie 3.3.1, ainsi que les matrices  $\Gamma_M$ . L'opérateur de polarisation  $\Pi_M$  est donné par l'amplitude d'une boucle quark-antiquark :

$$\Pi_M(q) = -i \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \text{Tr} [\Gamma_M S_q(k + q/2) \Gamma_M S_q(k - q/2)]. \quad (3.35)$$

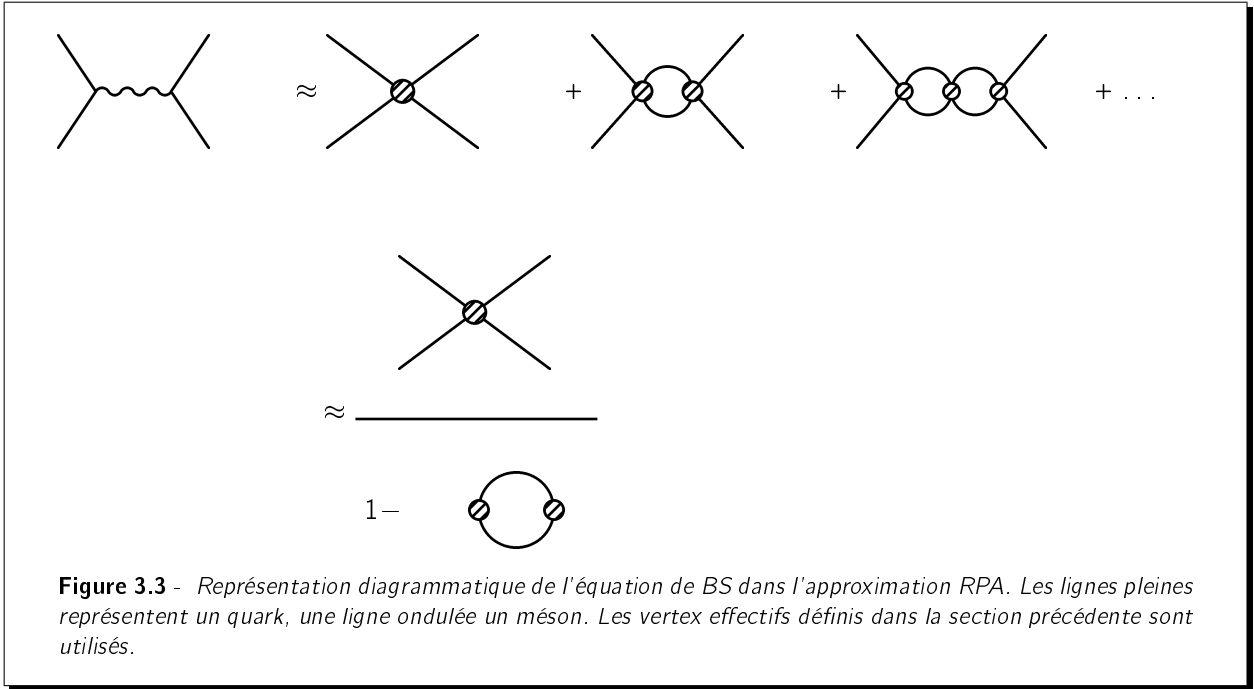
En comparant les équations (3.34, 3.33), on en déduit par identification que la masse du méson  $m_M^*$  est donnée par le pôle du propagateur :

$$1 - K_M\Pi_M(q^2 = m_M^{*2}) = 0, \quad (3.36)$$

et la constante de couplage  $g_{Mqq}^*$  est donnée par le résidu du propagateur au pôle, soit ici :

$$g_{Mqq}^{*2} = \left[ \frac{d\Pi_M(q^2)}{dq^2} \right]_{q^2=m_M^{*2}}^{-1}. \quad (3.37)$$

Dans toute la suite, on se place dans le référentiel du centre de masse du méson, soit  $q = (q^0, \mathbf{0})$ , pour résoudre l'équation de BS. De plus, les divergences dans les polarisations  $\Pi_M$  sont régularisées de la même façon que pour le condensat de quarks, avec le même cut-off  $\Lambda$ . Les expressions analytiques sont reportées dans l'Annexe B.



### 3.3.3 Méson $\pi$

La masse du pion est donnée par la condition :

$$1 - 2\tilde{g}_s \Pi_\pi(q^2 = m_\pi^{*2}) = 0. \quad (3.38)$$

La polarisation  $\Pi_\pi(q)$  est donnée par :

$$\Pi_\pi(q^2) = i \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \text{Tr} [\gamma_5 \tau^k S_q(k + q/2) \gamma_5 \tau^k S_q(k - q/2)]. \quad (3.39)$$

On obtient alors :

$$\Pi_\pi(q^2) = -\frac{\langle \bar{q}q \rangle}{m^*} + q^2 I(q^2), \quad (3.40)$$

avec :

$$I(q^2) = \frac{\nu}{16\pi^2} \int_{4(\Lambda^2 + m^{*2})}^{4(k_F^2 + m^{*2})} d\kappa^2 \frac{1}{q^2 - \kappa^2} \sqrt{1 - \frac{4m^{*2}}{\kappa^2}}. \quad (3.41)$$

Cette intégrale peut être calculée analytiquement, le résultat est reporté en Annexe B. Finalement, la constante de couplage  $g_{\pi qq}^*$  est donnée par :

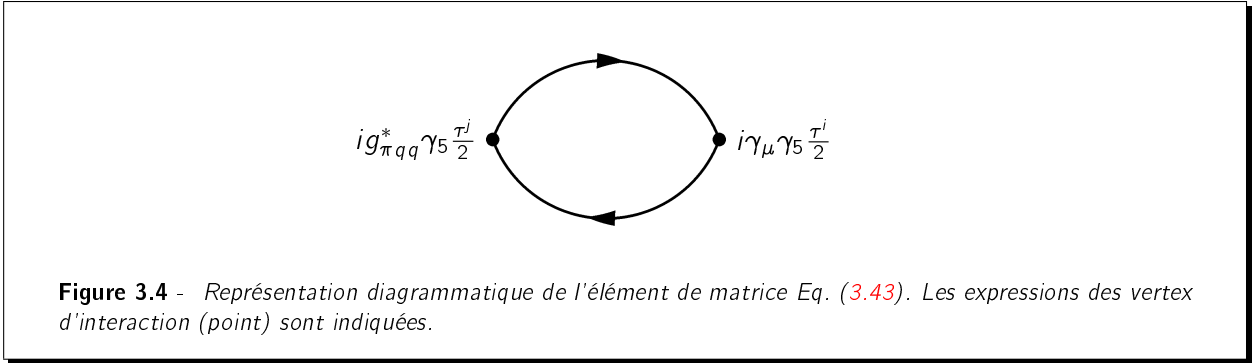
$$(g_{\pi qq}^*)^{-2} = \left( I(q^2) + q^2 \frac{dI(q^2)}{dq^2} \right)_{q^2 = m_\pi^{*2}}. \quad (3.42)$$

### Constante de décroissance du pion

Nous aurons besoin dans ce travail de l'expression de la constante de décroissance du pion, notée  $f_\pi^*$  à une densité quelconque,  $f_\pi$  pour la valeur dans le vide. Elle est définie par l'élément de matrice du courant axial vecteur entre le vide et un état à un pion :

$$\langle 0 | \bar{q} \gamma_\mu \gamma_5 \frac{\tau^j}{2} q | \pi^i \rangle = i q^\mu f_\pi^* \delta^{i,j}, \quad (3.43)$$

où  $i, j$  sont des indices désignant l'isospin. Cet élément est représenté diagrammatiquement Figure 3.4.



On peut alors le calculer à partir des règles de Feynman, soit :

$$i q_\mu f_\pi^* = - \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \text{Tr} \left[ i \gamma_\mu \gamma_5 \frac{\tau^i}{2} S_q(k + q/2) i g_{\pi q q}^* \gamma_5 \frac{\tau^j}{2} S_q(k - q/2) \right]. \quad (3.44)$$

On obtient au final l'expression suivante :

$$f_\pi^* = g_{\pi q q}^* m^* I(q^2 = m_\pi^{*2}). \quad (3.45)$$

### Mode de Goldstone dans la limite chirale

Nous pouvons, à partir des expressions précédentes, montrer que le  $\pi$  à une masse nulle dans la limite chirale  $m_0 = 0$ , et peut donc bien être identifié avec le boson de Goldstone de la symétrie chirale. Écrivons pour cela la condition Eq. (3.38) en y injectant l'expression de la polarisation  $\Pi_\pi$  Eq. (3.40), dans le vide :

$$1 - 2\tilde{g}_s \Pi_\pi(q^2 = m_\pi^2) = 1 + \frac{2\tilde{g}_s \langle \bar{q} q \rangle}{m} - 2\tilde{g}_s m_\pi^2 I(m_\pi^2) = 0. \quad (3.46)$$

En utilisant l'équation de gap (3.12), on en déduit :

$$\frac{m_0}{m} - 2\tilde{g}_s I(m_\pi^2) m_\pi^2 = 0, \quad (3.47)$$

et donc :

$$m_\pi^2 = \frac{m_0}{m} \frac{1}{2\tilde{g}_s I(m_\pi^2)}. \quad (3.48)$$

Il en découle que  $m_\pi = 0$  dans la limite chirale  $m_0 = 0$ .

### Relation de Gell-Mann-Oakes-Renner

Nous pouvons également dériver la relation de Gell-Mann-Oakes-Renner [49], qui est une conséquence de la symétrie chirale. Pour cela, partons de l'équation (3.45) en y injectant l'équation (3.42) dans la limite  $q^2 \sim 0$  et dans le vide, on obtient :

$$f_\pi^2 \sim m^2 I(0). \quad (3.49)$$

En combinant avec l'équation (3.48) dans la limite chirale, toujours avec  $q^2 \sim 0$ , on obtient :

$$f_\pi^2 m_\pi^2 \sim \frac{m_0 m}{2\tilde{g}_s}. \quad (3.50)$$

En utilisant finalement l'équation de gap (3.12) on a au premier ordre :

$$m_\pi^2 f_\pi^2 \sim -m_0 \langle \bar{q}q \rangle_0, \quad (3.51)$$

qui est la relation de Gell-Mann-Oakes-Renner au plus bas ordre. Elle connecte les paramètres de la brisure spontanée ( $f_\pi$ ,  $\langle \bar{q}q \rangle_0$ ) et explicite ( $m_\pi$ ,  $m_0$ ) de la symétrie d'une part, et les paramètres hadroniques ( $m_\pi$ ,  $f_\pi$ ) aux paramètres "microscopiques" ( $m_0$ ,  $\langle \bar{q}q \rangle_0$ ) d'autre part.

### 3.3.4 Méson $\sigma$

La masse du méson scalaire  $\sigma$  est donnée par la condition :

$$1 - K_\sigma \Pi_\sigma(q^2 = m_\sigma^{*2}) = 0. \quad (3.52)$$

La polarisation  $\Pi_\sigma(q^2)$  est donnée par :

$$\Pi_\sigma(q^2) = i \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \text{Tr}[S_q(k + q/2)S_q(k - q/2)]. \quad (3.53)$$

On obtient alors :

$$\Pi_\sigma(q^2) = -\frac{\langle \bar{q}q \rangle_0}{m^*} + (q^2 - 4m^{*2})I(q^2). \quad (3.54)$$

Finalement, la constante de couplage  $g_{\sigma qq}^*$  est donnée par :

$$(g_{\sigma qq}^*)^{-2} = \left( I(q^2) + (q^2 - 4m^{*2}) \frac{dI(q^2)}{dq^2} \right)_{q^2=m_\sigma^{*2}}. \quad (3.55)$$

### 3.3.5 Méson $\omega$

La polarisation du méson vecteur est donnée par :

$$\Pi_{\omega}^{\mu\nu}(q^2) = i \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \text{Tr} [\gamma^{\mu} S_q(k + q/2) \gamma^{\nu} S_q(k - q/2)]. \quad (3.56)$$

Après avoir dégagée la structure de Lorentz, on obtient :

$$\Pi_{\omega}^{\mu\nu}(q^2) = \Pi_{\omega}(q^2) \left( g^{\mu\nu} - \frac{q^{\mu} q^{\nu}}{q^2} \right), \quad (3.57)$$

avec :

$$\Pi_{\omega}(q^2) = \frac{\nu q^2}{24\pi^2} \int_{4(\Lambda^2+m^{*2})}^{4(k_F^2+m^{*2})} \frac{d\kappa^2}{q^2 - \kappa^2} \sqrt{1 - \frac{4m^{*2}}{\kappa^2}} \left( 1 + \frac{2m^{*2}}{\kappa^2} \right). \quad (3.58)$$

La masse du méson vecteur  $\omega$  est donnée par la condition :

$$1 - 2\tilde{g}_v \Pi_{\omega}(q^2 = m_{\omega}^{*2}) = 0. \quad (3.59)$$

Finalement, la constante de couplage  $g_{\omega qq}^*$  est donnée par :

$$(g_{\omega qq}^*)^{-2} = \left[ \frac{d\Pi_{\omega}(q^2)}{dq^2} \right]_{q^2=m_{\omega}^{*2}}. \quad (3.60)$$





## CHAPITRE 4

---

### Résultats : restauration de la symétrie chirale et modification des mésons dans le modèle de Nambu-Jona-Lasinio

#### Résumé

---

*Nous présentons dans ce Chapitre les résultats obtenus dans le modèle de NJL. Les paramètres sont fixés pour reproduire les propriétés des mésons dans le vide, et nous considérons deux contraintes supplémentaires sur la masse du méson  $\omega$  et sur la constante de décroissance du pion dans le milieu issues d'expériences récentes. Différentes paramétrisations, en fonction des termes à 8 quarks inclus, sont considérées. Nous présentons les résultats de l'évolution dans le milieu de la masse constituante du quark, ainsi que des masses et couplages des mésons. Une étude de lois d'échelle pour la masse du méson  $\omega$ , à la lumière des résultats expérimentaux récents, est finalement menée.*

---

#### Plan

---

- 4.1 Détermination des paramètres**
    - 4.1.1 Contraintes expérimentales dans le milieu
    - 4.1.2 Contraintes sur le cut-off  $\Lambda$
    - 4.1.3 Paramétrisations
  - 4.2 Évolution dans le milieu des masses et couplages**
    - 4.2.1 Condensat de quarks et masse constituante  $m^*$
    - 4.2.2 Masses et couplages des mésons
    - 4.2.3 Loi d'échelle pour la masse du  $\omega$  et contraintes expérimentales
- 

### 4.1 Détermination des paramètres

Nous devons dans un premier temps déterminer les valeurs des différents paramètres du modèle de NJL :

- le cut-off  $\Lambda$
- la masse du quark courant  $m_0$
- les constantes de couplage à 4 fermions  $g_s, g_v$

- les constantes de couplage à 8 fermions  $g_{sV}$ ,  $g_{sS}$

Il nous faut donc fixer les valeurs de, au plus, six paramètres. Pour une valeur donnée du cut-off  $\Lambda$ , nous utilisons les contraintes suivantes :

- ✗ la masse du méson  $\pi^0$  dans le vide  $m_\pi = 135\text{MeV}$  ;
- ✗ la constante de décroissance du pion dans le vide  $f_\pi = 92.3\text{MeV}$  ;
- ✗ la masse du méson  $\omega$  dans le vide  $m_\omega = 782\text{MeV}$ .

Ces trois contraintes permettent essentiellement de fixer  $m_0$ ,  $g_s$  et  $g_v$ . Afin de déterminer complètement les paramètres, il nous manque encore deux contraintes pour fixer les paramètres  $g_{sS}$  et  $g_{sV}$ . Nous utilisons pour cela deux données expérimentales récentes sur les propriétés des mésons dans le milieu.

#### 4.1.1 Contraintes expérimentales dans le milieu

Même si cela est encore sujet à débat, des indications expérimentales semblent converger vers une diminution de la masse du méson vecteur  $\omega$  dans le milieu. Notamment, des signatures d'une telle diminution ont été obtenues dans les expériences utilisant des réactions nucléaires induites par proton de la collaboration E325/KEK [32] ou des réactions photon-noyau de la collaboration TAPS [31].

Une diminution de 9% de la masse du méson  $\omega$  à la densité de saturation  $\rho_0$  permet de reproduire l'excès de paires de la désintégration  $\omega \rightarrow e^+e^-$  observée par la collaboration E325/KEK [32] dans des collisions p-noyau à 12 GeV, soit une masse  $m_\omega^*(\rho_0) \approx 700\text{MeV}$ .

La collaboration CBELSA/TAPS [31] a par ailleurs mesuré le spectre en masse invariante  $\pi^0\gamma$  de la décroissance du  $\omega$  dans la réaction  $\gamma + A \rightarrow \omega + X \rightarrow \pi^0\gamma + Y$ . Après soustraction des décroissances dues aux désintégrations à l'extérieur du noyau, un excès apparaît pour une masse invariante inférieure à 782MeV. Les auteurs de [31] en déduisent une mesure de la masse du méson vecteur  $m_\omega^*(\rho_0) = 722^{+39}_{-9}\text{MeV}$ , compatible avec le résultat de E325/KEK. La barre d'erreur supérieure reflète un scénario de soustraction des désintégrations hors noyaux extrême, qui induirait un élargissement du  $\omega$  d'un ordre de grandeur.

Par ailleurs, l'extraction du paramètre de l'interaction isovecteur  $\pi N$  dans le potentiel pion-noyau est possible en mesurant l'énergie de liaison et la largeur d'états profondément liés 1s du  $\pi^-$  dans des noyaux lourds pioniques [50, 51]. La constante de décroissance du pion dans le milieu  $f_\pi^*$  peut alors en être déduite. L'accroissement observé du paramètre isovecteur  $\pi N$  dans le milieu indique une réduction de  $f_\pi^*$ , dont la valeur a été déterminée à la densité  $\rho_0$  par  $f_\pi^*(\rho_0) = 0.8f_\pi = 74 \pm 4\text{MeV}$  [51].

Dans cette première approche, nous faisons l'hypothèse que l'essentiel des effets à l'origine de ces modifications peuvent être pris en compte au niveau de l'approximation de champ moyen+RPA.

Le résultat de la collaboration TAPS [31] étant une mesure plus "directe" de  $m_\omega$ , nous utilisons préférentiellement ce résultat pour la masse du méson  $\omega$  dans le milieu. Cependant, nous étudierons également à la fin de ce Chapitre la façon dont est modifiée l'évolution de la masse du méson  $\omega$  dans le milieu selon que l'on utilise le résultat de TAPS ou KEK. Nous utiliserons donc les contraintes suivantes pour déterminer  $g_{sV}$  et  $g_{sS}$  :

$$m_\omega^*(\rho_0) = 722\text{MeV}; \quad (4.1)$$

$$f_\pi^*(\rho_0) = 0.8f_\pi = 74\text{MeV}. \quad (4.2)$$

Hormis le cut-off  $\Lambda$ , l'ensemble des paramètres du Lagrangien de NJL est donc contraint par des données empiriques sur les mésons, aussi bien dans le vide que dans le milieu.

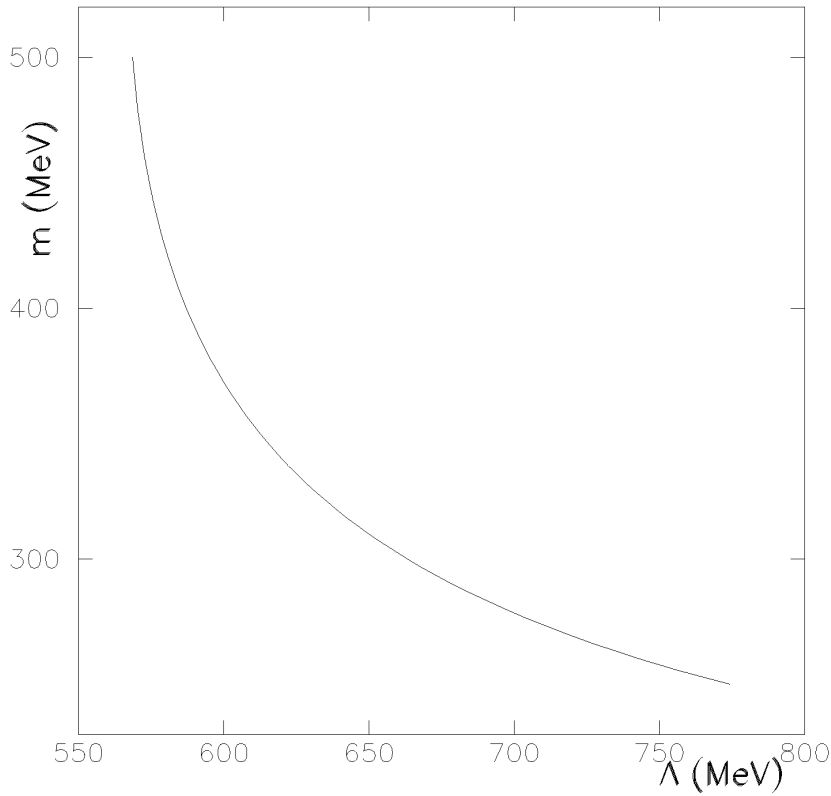


Figure 4.1 - Masse du quark constituant dans le vide  $m$  en fonction de  $\Lambda$ .

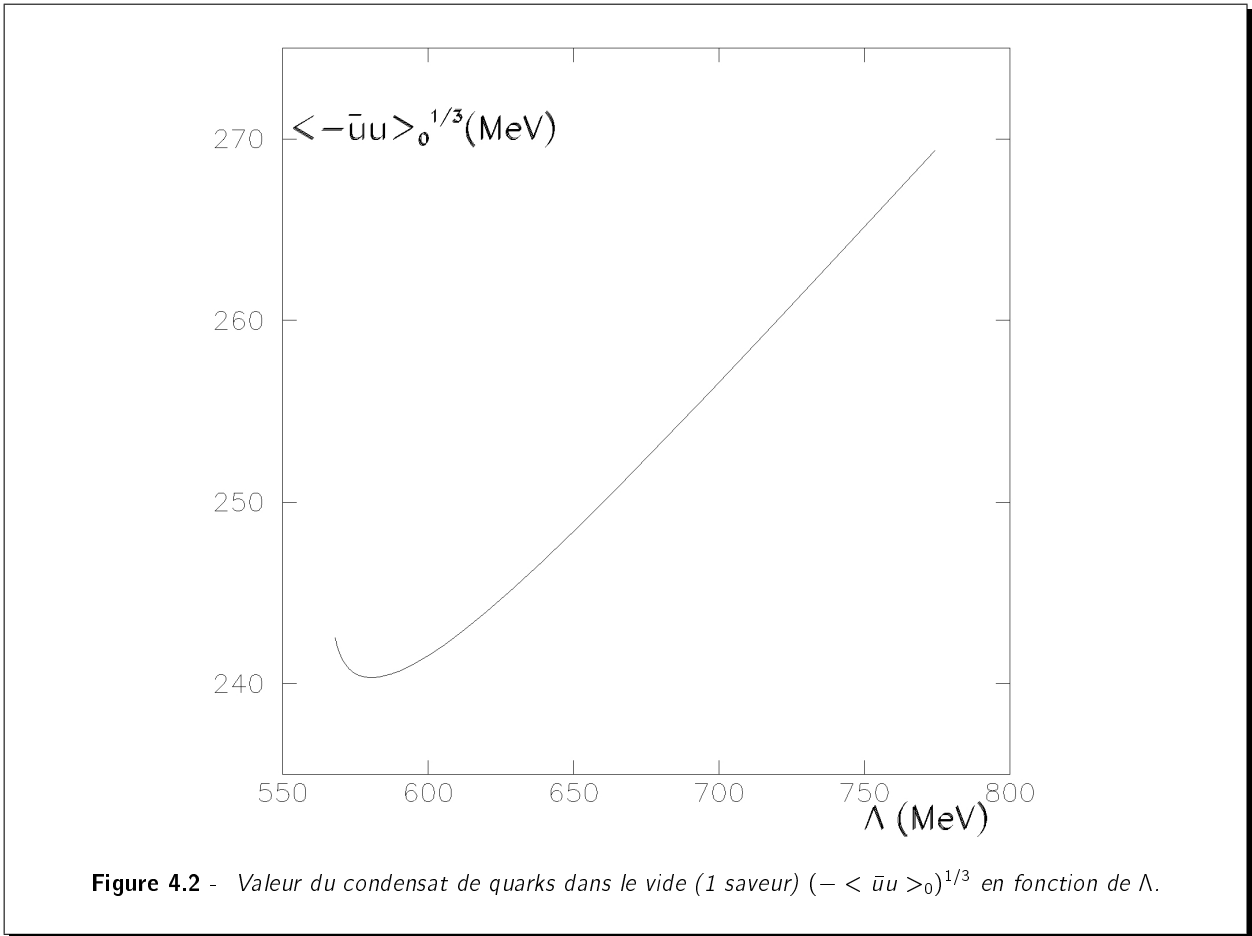
#### 4.1.2 Contraintes sur le cut-off $\Lambda$

Les contraintes précédentes ne permettent pas de déterminer une valeur unique du cut-off  $\Lambda$ . Cependant, il est possible de la contraindre. En effet, la masse  $m_\pi$  et la constante de décroissance  $f_\pi$  du pion étant fixées, le produit  $m_0 \langle \bar{q}q \rangle_0$  dans le vide est fixé, via la relation de Gell-Mann-Oakes-Renner (3.51). D'après l'équation (3.24),  $\langle \bar{q}q \rangle_0$  ne dépend que de la masse du quark constituant dans le vide  $m$  et du cut-off  $\Lambda$ . En fixant une valeur du cut-off  $\Lambda$ , il est alors possible de déterminer un triplet unique  $(m_0, g_s, m)$  satisfaisant les équations (3.38, 3.45) et l'équation de gap (3.12). A titre d'illustration, nous avons tracé la courbe  $m = f(\Lambda)$  Figure 4.1, dans le cas d'école où  $g_v = g_{ss} = g_{sv} = 0$ , pour  $\Lambda \in [550; 750]$  MeV.

Comme nous pouvons le voir, pour des valeurs de  $m_\pi$  et  $f_\pi$  fixés, la relation entre  $m$  et  $\Lambda$  est unique. Nous pouvons donc raisonner de façon équivalente en choisissant une valeur de  $m$  et en fixant  $\Lambda$ ,  $m_0$  et  $g_s$  pour satisfaire les contraintes (3.38, 3.45, 3.12). Comme nous pouvons le voir Figure 4.1, la valeur de la masse du quark constituant  $m$  varie rapidement de 400 à 500 MeV pour des valeurs de  $\Lambda$  entre 560 et 590 MeV environ.

Une contrainte possible sur la valeur de  $\Lambda$  est donnée par la valeur du condensat de quarks dans le vide  $\langle \bar{q}q \rangle_0$ , dont l'évaluation en QCD sur réseau donne  $(-\langle \bar{u}u \rangle_0)^{1/3} = 231_{-18}^{+18}$  MeV [52]. La valeur du condensat  $(-\langle \bar{u}u \rangle_0)^{1/3} = (-1/2 \langle \bar{q}q \rangle_0)^{1/3}$  est tracée Figure 4.2 en fonction de  $\Lambda$ , toujours pour  $g_v = g_{ss} = g_{sv} = 0$ ,  $m_0$  et  $g_s$  étant fixés pour reproduire  $m_\pi$  et  $f_\pi$ .

Il est clair que la valeur du condensat varie peu dans l'intervalle de  $\Lambda$  considéré. Pour  $\Lambda \gtrsim 650$  MeV,



on peut considérer que le condensat prend une valeur trop élevée, ce qui tendrait à favoriser des valeurs de  $\Lambda \lesssim 650\text{MeV}$ .

Une autre contrainte peut être imposée en exigeant que le méson  $\omega$  soit stable par rapport au seuil de décroissance non-physique en paire  $\bar{q}q$ ,  $E_s = 2\sqrt{k_F^2 + m^2}$ , soit  $2m$  dans le vide. Ainsi, nous considérerons des masses du quark constituant  $m \gtrsim m_\omega/2 \approx 390\text{MeV}$ . Ces valeurs sont élevées par rapport à celles communément admises de  $m \sim M_N/3 \sim 310\text{MeV}$ . Cependant,  $m$  ne constitue pas une observable physique et donc est fortement dépendant du modèle. D'autres études utilisant le modèle de NJL, appliquées à l'étude du diagramme de phase de la matière de quarks [53], des mésons [54] ou des baryons [55, 56], utilisent de telles valeurs de la masse.

Comme  $m$  varie rapidement en fonction de  $\Lambda$  pour des valeurs  $m \gtrsim 390\text{MeV}$ , il est plus commode de travailler en fixant la masse du quark plutôt que le cut-off. Qualitativement, les résultats au niveau NJL ne sont pas significativement changés pour des valeurs de  $m \gtrsim 400\text{MeV}$ . Nous considérerons donc dans toute la fin du Chapitre une valeur de  $m = 450\text{MeV}$ , à titre illustratif.

### 4.1.3 Paramétrisations

Afin d'étudier l'influence des termes à 8 quarks, nous étudierons différentes paramétrisations du modèle :

✗ Paramétrisation notée **njl0**, avec  $g_{sv} = g_{ss} = 0$ . Cette paramétrisation permet notamment de

Modèle	$\Lambda$ (MeV)	$m_0$ (MeV)	$g_s \Lambda^2$	$g_v \Lambda^2$	$g_{sv} \Lambda^8$	$g_{ss} \Lambda^8$
<b>njl0</b>	574.4	5.6	2.6	3.9	0	0
<b>njl1</b>	574.5	5.6	2.6	7.0	145.1	0
<b>njl2</b>	574.5	5.6	2.4	4.0	4.7	5.1

**Tableau 4.1** - Caractéristiques des trois paramétrisations **njl0**, **njl1**, **njl2**. Dans tout les cas, la masse du quark constituant dans le vide est  $m = 450 \text{ MeV}$ .

valider nos procédures de calculs, de nombreux résultats étant déjà disponibles dans la littérature [33, 57].

✗ Paramétrisation notée **njl1**, avec  $g_{ss} = 0$  et  $g_{sv} \neq 0$ . Si nous incluons un seul terme d'interaction à 8 quarks, le terme scalaire-vecteur de couplage  $g_{sv}$  semble le plus adapté. En effet, il a l'avantage de coupler les voies scalaire et vecteur. De plus un terme scalaire-scalaire modifie la voie scalaire en  $\langle \bar{q}q \rangle^2$ . Une telle modification peut être importante dans le vide, mais du fait de la restauration partielle de la symétrie chirale, va devenir rapidement faible dans le milieu.

✗ Paramétrisation notée **njl2**, avec  $g_{sv} \neq 0$ ,  $g_{ss} \neq 0$ .

Les caractéristiques de ces trois paramétrisations, pour une valeur de la masse du quark dans le vide  $m = 450 \text{ MeV}$ , sont rassemblées Tableau 4.1.

D'après le Tableau 4.1, pour la paramétrisation **njl1**, le couplage  $g_v$  est quasiment multiplié par 2, par rapport à **njl0**. Dans **njl2**, le terme  $g_v$  diminue pour revenir vers une valeur plus proche de celle de **njl0**,  $g_{sv}$  étant également fortement diminué. Il est intéressant à ce stade de quantifier plus précisément l'importance des termes à 8 quarks. Pour cela, nous pouvons évaluer les rapports à la densité de saturation  $\rho_B = \rho_0$  (soit  $\rho = 3\rho_0$ ) :

$$\frac{g_{sv} \rho^2}{g_s}, \frac{2g_{ss} \langle \bar{q}q \rangle^2 (\rho)}{g_s}, \quad (4.3)$$

qui donnent la contribution à la masse du quark constituant des couplages à 8 quarks par rapport au couplage à 4 quarks  $g_s$ . Pour **njl1**, on obtient :

$$\frac{g_{sv} (3\rho_0)^2}{g_s} \sim 0.02. \quad (4.4)$$

Pour **njl2**, on obtient :

$$\frac{g_{sv} (3\rho_0)^2}{g_s} \sim 0.0006, \quad (4.5)$$

$$\frac{2g_{ss} \langle \bar{q}q \rangle^2 (\rho_B = \rho_0)}{g_s} \sim 0.04, \quad (4.6)$$

en prenant une valeur approchée  $\langle \bar{q}q \rangle (\rho_0) / \langle \bar{q}q \rangle_0 \sim 0.7$ . Il est satisfaisant que la contribution des termes à 8 quarks soit faible dans tout les cas.

Modèle	<b>njl0</b>	<b>njl1</b>	<b>njl2</b>
$(-\langle \bar{u}u \rangle_0)^{1/3}$ (MeV)	240.6	240.6	240.6
$m_\pi$ (MeV)	135*	135*	135*
$f_\pi$ (MeV)	92.3*	92.3*	92.3*
$f_\pi^*(\rho_0)$ (MeV)	75.5	77.2	74.0*
$g_{\pi qq}$	4.8	4.8	4.8
$m_\sigma$ (MeV)	903	903	854
$g_{\sigma qq}$	2.5	2.5	3.5
$m_\omega$ (MeV)	782*	782*	782*
$m_\omega^*(0.6\rho_0)$ (MeV)	747	722*	722*
$g_{\omega qq}$	2.6	2.6	2.6

**Tableau 4.2** - Condensat de quarks et propriétés des mésons pour les trois paramétrisations **njl0**, **njl1**, **njl2**. Dans tout les cas, la masse du quark constituant dans le vide est  $m = 450\text{MeV}$ . Les valeurs avec un astérisque \* sont imposées pour déterminer les couplages du modèle.

Le Tableau 4.2 recense les propriétés des mésons obtenues pour ces paramétrisations. De façon générale, les propriétés non contraintes directement sont similaires entre les paramétrisations, puisqu'elles dépendent en fait essentiellement de la valeur de la masse du quark constituant  $m$ . Une exception notable est la masse du méson  $\sigma$  dans le vide, qui est plus faible pour la paramétrisation **njl2**. Par ailleurs, il est intéressant de constater que la valeur de  $f_\pi^*(\rho_0)$  est très proche, pour les paramétrisations **njl0** et **njl1**, de la valeur imposée pour **njl2**. Elle est compatible dans tout les cas avec les barres d'erreurs de la mesure [51].

## 4.2 Évolution dans le milieu des masses et couplages

Une fois les paramètres du Lagrangien et le cut-off  $\Lambda$  fixés, il est possible d'étudier la variation en fonction de  $k_F$  (ou de la densité  $\rho_B$ ) des masses et couplages. Pour une valeur donnée du moment de Fermi  $k_F$ , il faut pour cela :

- ❶ résoudre l'équation de gap sur  $m^*$  (3.12), via un procédé itératif.
- ❷ déterminer les masses des mésons  $m_\pi^*$ ,  $m_\sigma^*$ ,  $m_\omega^*$  via la résolution des équations (3.38, 3.52, 3.59), avec les expressions des polarisations, fonction de  $k_F$ , (3.40, 3.54, 3.58). Concernant la masse du méson  $\omega$ , il apparaît une petite difficulté à ce stade. L'équation (3.59) peut admettre 2 solutions, voire 3 à 4 dans de rares cas. Après étude détaillée, on constate que ces solutions sont, dans tous les cas, espacées d'un gap de plusieurs centaines de MeV, et donc aisément séparable. La sélection de la solution "physique" se fait donc via un simple algorithme imposant une condition de continuité pour la fonction  $m_\omega^*(k_F)$ .
- ❸ déterminer les constantes de couplages  $g_{\pi qq}^*$ ,  $g_{\sigma qq}^*$ ,  $g_{\omega qq}^*$  via les équations (3.42, 3.55, 3.60).

### 4.2.1 Condensat de quarks et masse constituante $m^*$

Le condensat de quarks (1 saveur)  $\langle -\bar{u}u \rangle^{1/3}$ , la masse constituante  $m^*$  et la masse constituante  $m^*$  dans la limite chirale  $m_0 = 0$  sont tracés Figure 4.3 en fonction de la densité baryonique  $\rho_B$ , pour les

trois paramétrisations considérées.

Aussi bien le condensat de quarks que la masse constituante  $m^*$  décroissent lorsque la densité augmente, comme attendu. Afin d'évaluer quantitativement la densité critique de restauration de la symétrie chirale, le critère le plus pertinent est l'annulation de la masse constituante (ou du condensat de quarks) dans la limite chirale  $m_0 = 0$ . La masse constituante du quark s'annule pour la densité critique :  $m^*(\rho_c) = 0$ , et on obtient alors :

$$\rho_c^{\text{nj10}} = 2.3\rho_0 \quad (4.7)$$

$$\rho_c^{\text{nj11}} = 4.2\rho_0 \quad (4.8)$$

$$\rho_c^{\text{nj12}} = 2.0\rho_0 \quad (4.9)$$

La densité critique est donc considérablement plus élevée pour **nj11** que pour les deux autres paramétrisations. Dans le cas **nj12**, la densité critique est plus faible que pour **nj10**.

La valeur de la densité critique à température nulle ne peut pour l'instant être prédite à l'aide de QCD sur réseau, et il n'existe pas d'indications expérimentales claires. Toutes les estimations sont donc dépendantes du modèle, et l'intervalle généralement admis est  $\rho_c \sim 3 - 8\rho_0$ . De ce point de vue, les valeurs données par **nj10** et **nj12** paraissent un peu faibles.

#### 4.2.2 Masses et couplages des mésons

La variation dans le milieu des masses des mésons  $m_\pi^*$ ,  $m_\sigma^*$  et  $m_\omega^*$  est donnée, pour les trois paramétrisations **nj10**, **nj11**, **nj12** Figure 4.4. Le seuil de décroissance  $\bar{q}q$  donné par  $E_s = 2\sqrt{k_F^2 + m^*{}^2}$  est également tracé.

Nous pouvons constater que, dans tout les cas, le méson  $\omega$  est lié, à toute densité, par rapport à la décroissance  $\bar{q}q$ . A hautes densités, le méson  $\sigma$  et le méson  $\pi$  sont dégénérés, du fait de la restauration de la symétrie chirale. Comme précédemment, on peut constater que la densité critique de restauration de la symétrie est plus élevée pour **nj11** que pour **nj10** et **nj12**. De plus, la masse du  $\pi$  à basse densité est approximativement constante.

De façon générale, la paramétrisation **nj11** donne qualitativement des comportements des masses des mésons significativement différents par rapport aux résultats des paramétrisations **nj10**, **nj12**. C'est également le cas pour les constantes de couplages quark-méson, représentées Figure 4.5.

Les résultats similaires des paramétrisations **nj10** et **nj12** peuvent s'expliquer du fait que la valeur de  $f_\pi^*(\rho_0)$  fixée dans **nj12** est très proche de celle obtenue dans **nj10**. Rappelons que, sans contraindre  $f_\pi^*(\rho_0)$ , quasiment n'importe quel modèle de NJL prédit une valeur compatible avec  $f_\pi^*(\rho_0) = 74 \pm 4\text{MeV}$ .

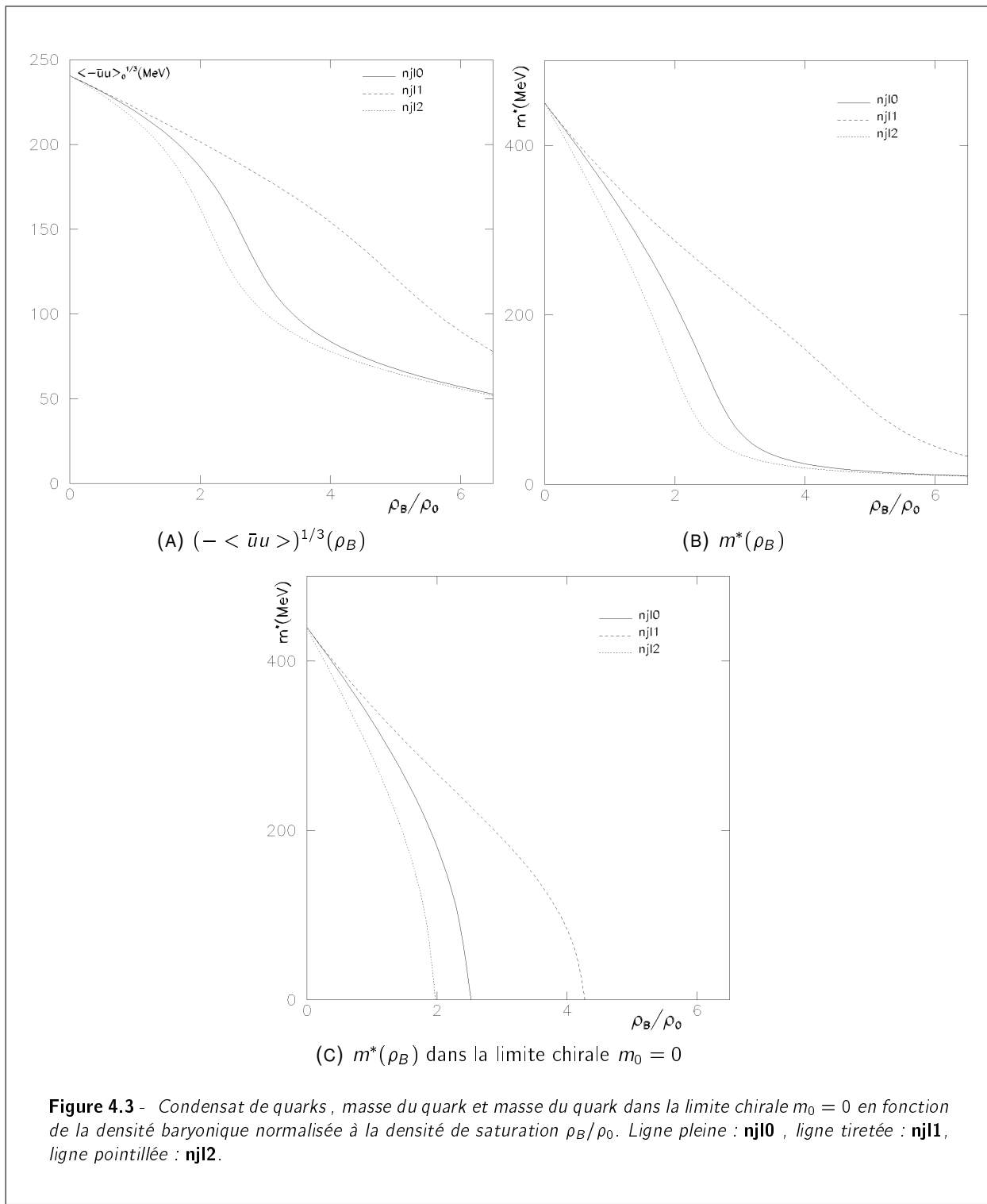
#### 4.2.3 Loi d'échelle pour la masse du $\omega$ et contraintes expérimentales

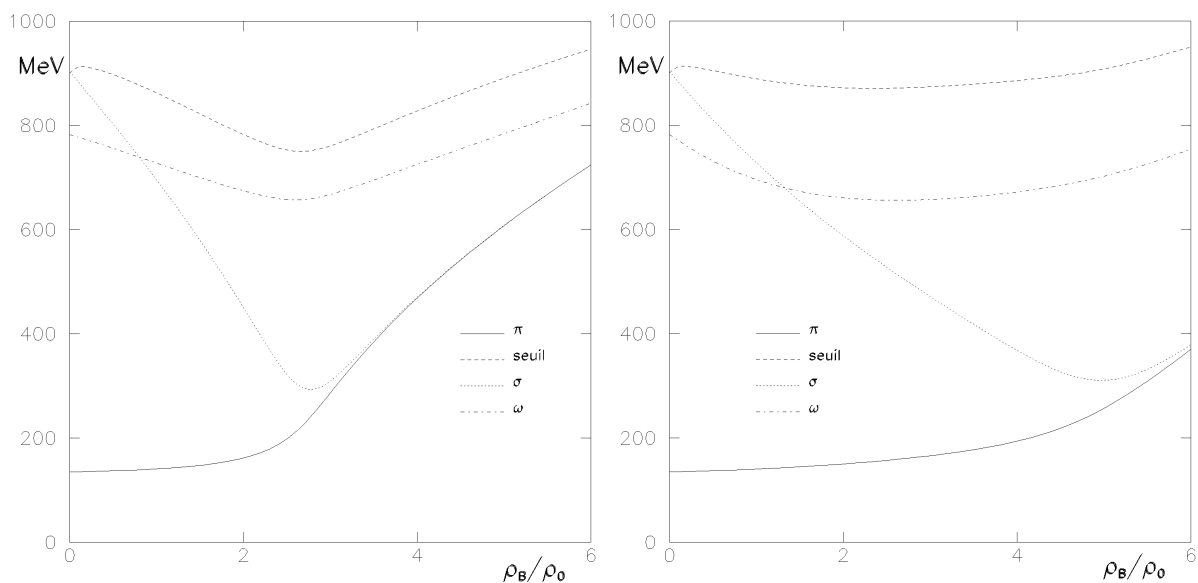
Des lois d'échelle pour la variation de la masse du méson  $\omega$  en fonction du condensat de quarks  $\langle \bar{q}q \rangle$  ont été proposées depuis plusieurs années. Notamment, en 2004, Brown et Rho [30] ont proposé la loi suivante, valable pour  $\rho_B \lesssim \rho_0$  :

$$\frac{m_\omega^*(\rho_B)}{m_\omega} \approx \left\{ \frac{\langle \bar{q}q \rangle(\rho_B)}{\langle \bar{q}q \rangle_0} \right\}^{1/2}, \quad (4.10)$$

obtenue en partant d'une hypothèse d'une manifestation vecteur de la symétrie chirale proposée par Harada et Yamawaki [58], où une théorie à symétrie locale cachée est contrainte par QCD. Il est intéressant d'étudier si le modèle de NJL donne lieu à une loi d'échelle, notamment, en ce qui concerne l'influence

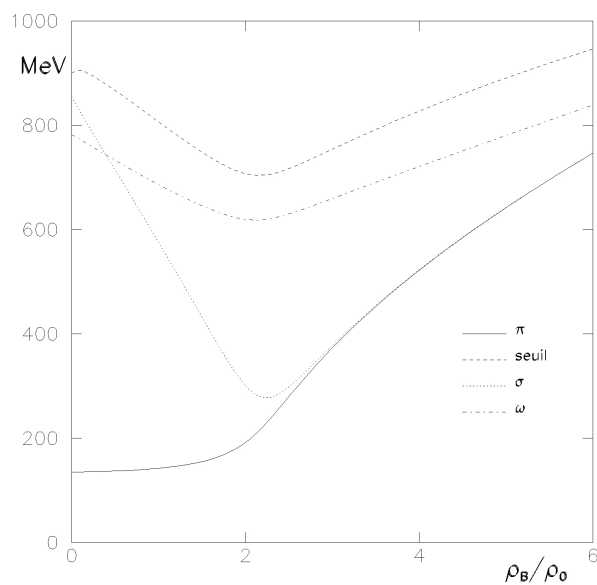






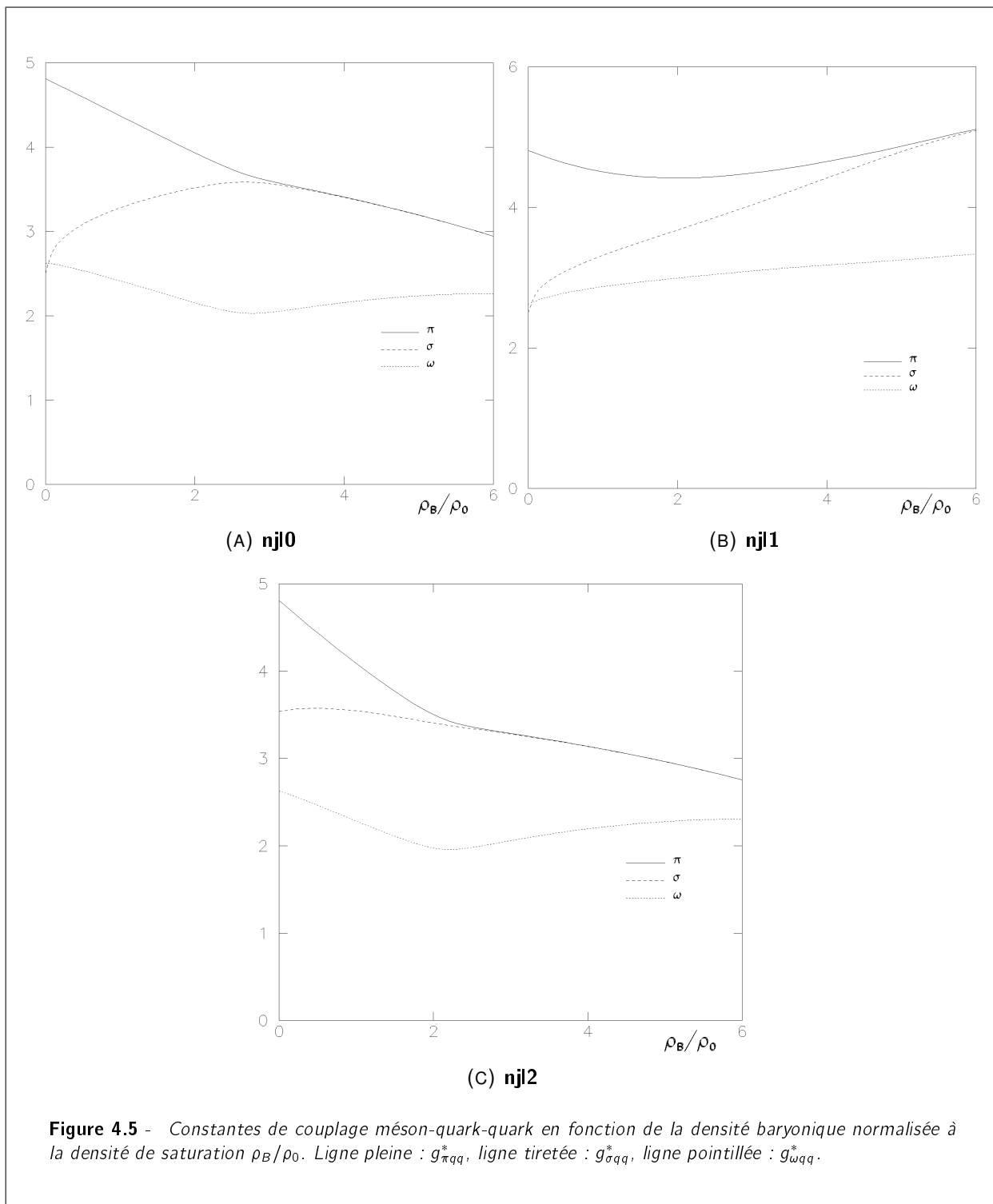
(A) njl0

(B) njl1



(C) njl2

**Figure 4.4** - Masses des mésons et seuil de décroissance  $\bar{q}q$  en fonction de la densité baryonique normalisée  $\rho_B/\rho_0$ . Ligne pleine :  $m_\pi^*$ , ligne tiretée : seuil  $\bar{q}q$   $E_s = 2\sqrt{k_F^2 + m^*{}^2}$ , ligne pointillée :  $m_\sigma^*$ , ligne tiretée-pointillée :  $m_\omega^*$ .



des contraintes expérimentales dans le milieu. Les collaborations TAPS et KEK nous donnent pour la masse du méson  $\omega$  deux valeurs sensiblement différentes :

$$m_{\omega}^*(0.6\rho_0)^{\text{TAPS}} = 722_{-9}^{+39} \text{MeV}, \quad (4.11)$$

$$m_{\omega}^*(\rho_0)^{\text{KEK}} = 711 \text{MeV}. \quad (4.12)$$

Nous pouvons dans un premier temps faire une analyse approchée du problème. Considérons une loi d'échelle du type :

$$\frac{m_{\omega}^*(\rho_B)}{m_{\omega}} = \left\{ \frac{\langle \bar{q}q \rangle(\rho_B)}{\langle \bar{q}q \rangle_0} \right\}^{\alpha}. \quad (4.13)$$

Une telle loi peut s'écrire, au premier ordre :

$$\frac{m_{\omega}^*(\rho_B)}{m_{\omega}} \approx 1 - \alpha \left(1 - \frac{\langle \bar{q}q \rangle}{\langle \bar{q}q \rangle_0}\right).$$

De façon tout à fait générale (et indépendante du modèle) [59], le condensat de quarks peut s'écrire au premier ordre en densité :

$$\frac{\langle \bar{q}q \rangle}{\langle \bar{q}q \rangle_0} \approx 1 - \beta \frac{\rho_B}{\rho_0},$$

avec  $\beta = \sigma_N \rho_0 / f_{\pi}^2 m_{\pi}^2$ , où  $\sigma_N$  est le commutateur  $\sigma \pi N$ , défini par :

$$\sigma_N = \langle N | m_0 \bar{q}q | N \rangle = m_0 \frac{\partial M_N}{\partial m_0}. \quad (4.14)$$

L'étude des données de la diffusion  $\pi N$  indique une valeur  $\sigma_N \sim 45 \text{MeV}$  [60]. D'un point de vue théorique, l'évaluation de  $\sigma_N$  est fortement dépendante du modèle. Dans le cadre de NJL nous pouvons l'évaluer via la pente du condensat de quarks en fonction de la densité baryonique, et on obtient des valeurs  $\sigma_N \sim 35 \text{MeV}$ . La masse du méson  $\omega$  peut donc s'écrire au premier ordre en densité :

$$\frac{m_{\omega}^*(\rho_B)}{m_{\omega}} \approx 1 - \alpha\beta \frac{\rho_B}{\rho_0}.$$

Avec  $\sigma_N \approx 35 \text{MeV}$ , on obtient  $\beta \approx 0.27$ . Le produit  $\alpha\beta$  vaut  $\sim 0.13$  pour le résultat de TAPS et  $\sim 0.09$  pour le résultat de KEK, ce qui mène à une évaluation de  $\alpha$  :

$$\alpha^{\text{TAPS}} \approx 0.48, \quad (4.15)$$

$$\alpha^{\text{KEK}} \approx 0.33. \quad (4.16)$$

Ainsi, dans le cadre de NJL, la mesure de  $m_{\omega}^*$  de la collaboration TAPS favorise plutôt une loi d'échelle en puissance 1/2 du condensat de quarks, alors que le résultat de KEK indique une loi en puissance 1/3.

Dans un premier travail [61], nous avons étudié la compatibilité de la loi d'échelle du type Eq. (4.13) avec  $\alpha = 1, 1/2, 1/3$  pour un modèle de NJL du type **njl2** incluant deux termes à huit quarks, en considérant deux paramétrisations, l'une contrainte par le résultat de TAPS (4.11), l'autre par le résultat

Modèle	$\Lambda$ (MeV)	$m_0$ (MeV)	$g_s\Lambda^2$	$g_v\Lambda^2$	$g_{sv}\Lambda^8$	$g_{ss}\Lambda^8$
<b>njl1(KEK)</b>	574.5	5.6	2.6	5.3	68.2	0
<b>njl2(KEK)</b>	574.5	5.6	2.4	2.8	-48.9	4.2

**Tableau 4.3** - Valeurs des paramètres pour **njl1(KEK)** et **njl2(KEK)**, obtenues en prenant la contrainte (4.12) à la place de (4.11).

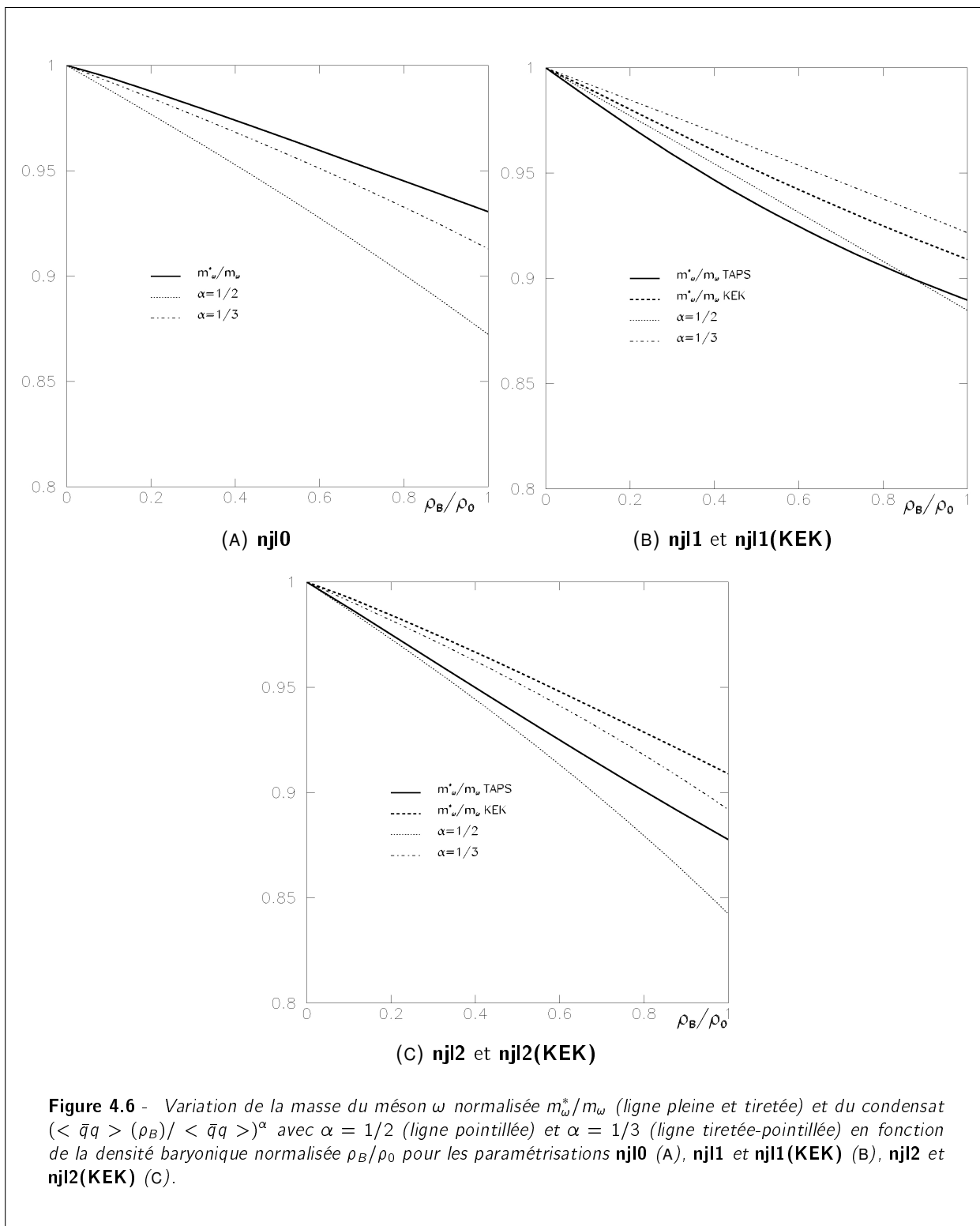
de KEK (4.12). Nous avons montré dans [61] que les résultats sont indépendants de la valeur de la masse du quark constituant dans le vide. Nous élargissons ici cette étude au cas des paramétrisations **njl0** et **njl1**, pour des lois d'échelle avec  $\alpha = 1/2, 1/3$ . Nous considérons toujours une seule masse de quark  $m = 450\text{MeV}$  dans le vide. Nous étudions deux paramétrisations de plus obtenues en imposant le résultat de KEK en lieu et place du résultat de TAPS, notée **njl1(KEK)** et **njl2(KEK)**. Les valeurs des paramètres obtenues pour ces deux nouvelles paramétrisations sont données Tableau 4.3.

Il est intéressant de noter que, bien que les deux contraintes (4.11, 4.12) mènent à une diminution similaire de la masse du méson  $\omega$  à la densité de saturation ( $\sim 12\%$  pour TAPS,  $\sim 9\%$  pour KEK), l'utilisation du résultat de KEK mène à des valeurs différentes des couplages  $g_{sv}$  et  $g_{ss}$ , aussi bien entre les paramétrisations **njl1** et **njl1(KEK)** qu'entre les paramétrisations **njl2** et **njl2(KEK)**.

La masse du méson  $\omega$  est tracée, ainsi que le condensat de quarks à la puissance  $\alpha = 1/2$  et  $\alpha = 1/3$ , en fonction de la densité baryonique  $\rho_B$  Figure 4.6 pour  $\rho_B \lesssim \rho_0$  et les différentes paramétrisations considérées.

Il faut noter que les résultats pour les paramétrisations **njl2** et **njl2(KEK)** sont légèrement différents de ceux publiés dans [61]. Cela provient simplement du fait que nous avons adopté ici une valeur de  $\rho_0 = 0.155\text{fm}^{-3}$ , plus proche de la valeur centrale de l'estimation empirique de la densité de saturation que celle de  $0.17\text{fm}^{-3}$  adoptée dans [61].

Tout d'abord, lorsque la masse  $m_\omega^*$  dans le milieu n'est pas contrainte (paramétrisation **njl0**), une loi d'échelle en puissance  $1/3$  du condensat de quarks est favorisée. Les paramétrisations avec  $g_{ss} \neq 0$  et  $g_{sv} \neq 0$  favorisent  $\alpha = 1/2$  lorsque le résultat de TAPS est imposé (**njl2**) et  $\alpha = 1/3$  lorsque le résultat de KEK est imposé (**njl2(KEK)**), en accord avec l'étude préliminaire menée plus haut. Finalement, la tendance est la même pour les paramétrisations **njl1** et **njl1(KEK)**, bien qu'il soit plus difficile de trancher.





# CHAPITRE 5

## Résultats : description de la matière nucléaire dans le modèle

### $\sigma - \omega$

#### Résumé

Nous présentons dans ce Chapitre les résultats pour la description de la matière nucléaire dans le modèle de champ moyen relativiste basé sur une interaction par échange de mésons  $\sigma - \omega$ . Les dépendances en densité des paramètres du Lagrangien hadronique sont tirées du modèle de NJL. Les deux paramètres restants libres sont fixés pour reproduire au mieux les propriétés de saturation de la matière nucléaire. Nous montrons que l'introduction d'un terme d'interaction à 8 quarks dans le modèle de NJL permet de stabiliser la matière nucléaire.

#### Plan

##### 5.1 Paramètres du Lagrangien

- 5.1.1 Paramétrisations de NJL utilisées
- 5.1.2 Dépendances en densité
- 5.1.3 Détermination des paramètres libres

##### 5.2 Résultats

- 5.2.1 Résultats en fonction de la masse du quark  $m$
- 5.2.2 Comparaison avec d'autres approches

Nous avons, dans les Chapitres 3 et 4, construit les mésons  $\sigma$  et  $\omega$  comme des modes quark-antiquark dans un modèle de Nambu-Jona-Lasinio. Nous avons déterminé la variation avec la densité du condensat de quarks  $\langle \bar{q}q \rangle$ , des masses  $m_\sigma^*$ ,  $m_\omega^*$  et couplages mésons-quark  $g_{\sigma qq}^*$ ,  $g_{\omega qq}^*$ .

Dans ce Chapitre, ces dépendances en densités sont prises en compte dans le modèle de champ moyen relativiste basé sur une interaction par échange de mésons  $\sigma - \omega$ , dont nous rappelons le Lagrangien :

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{\sigma-\omega} &= \bar{N} [i\gamma_\mu \partial^\mu - M_N] N + \mathcal{L}_{\text{interaction}}^{\sigma-\omega}[\hat{\rho}_B] + \mathcal{L}_{\text{autre}}^{\sigma-\omega}[\hat{\rho}_B], \\ &= \bar{N} (i\gamma_\mu \partial^\mu - M_N + \delta M_N + g_\sigma^* \sigma - g_\omega^* \gamma_\mu \omega^\mu) N \\ &\quad - \frac{1}{4} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} + \frac{1}{2} \partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma + \frac{1}{2} m_\omega^{*2} \omega_\mu \omega^\mu - \frac{1}{2} m_\sigma^{*2} \sigma^2,\end{aligned}\tag{5.1}$$

utilisé pour décrire la matière nucléaire infinie et symétrique en isospin. Dans un premier temps, nous allons exposer la procédure permettant de fixer les paramètres de ce Lagrangien, puis nous discuterons les résultats pour la description de la matière nucléaire dans un deuxième temps.



## 5.1 Paramètres du Lagrangien

### 5.1.1 Paramétrisations de NJL utilisées

Comme nous l'avons vu dans le Chapitre 4, le modèle de NJL incluant des termes à 8 quarks peut se décliner en différentes paramétrisations. Les résultats du Chapitre 4 montrent que les paramétrisations **njl0** sans terme à 8 quarks, et les paramétrisations **njl2** incluant deux termes à 8 quarks donnent des résultats qualitativement proches, alors que les paramétrisations **njl1** incluant un seul terme à 8 quarks présentent d'importantes déviations par rapport aux deux précédentes. Afin de simplifier la présentation des résultats, nous ne considérerons dans cette approche que les paramétrisations du type **njl0** et **njl1**. De plus, nous considérons dans ce Chapitre plusieurs valeurs de la masse du quark constituant dans le vide  $m$ , dans l'intervalle  $m \in [400; 550]$  MeV pour les raisons exposées précédemment (Chapitre 4) liées aux contraintes sur le condensat de quarks et à la stabilité du méson  $\omega$  par rapport aux décroissances  $\bar{q}q$  dans le vide.

### 5.1.2 Dépendances en densité

Les dépendances en densité du Lagrangien (5.1) sont extraites du modèle de Nambu-Jona-Lasinio avec les hypothèses suivantes :

- ✓ la modification du vide de QCD dans le milieu entraîne une modification de la masse du nucléon, reliée à la modification du condensat de quarks dans le milieu. D'après les calculs de règles de sommes de QCD [12], nous avons au premier ordre en densité :

$$\frac{M_N - \delta M_N(\rho_B)}{M_N} = \frac{\langle \bar{q}q \rangle(\rho_B)}{\langle \bar{q}q \rangle_0}, \quad (5.2)$$

où le condensat de quarks  $\langle \bar{q}q \rangle(\rho_B)$  est calculé dans NJL.

- ✓ les masses des mésons  $m_\omega^*(\rho_B)$ ,  $m_\sigma^*(\rho_B)$  sont tirées de la résolution de l'équation de BS dans l'approximation RPA dans le modèle de NJL (Chapitre 4).
- ✓ les couplages nucléon-méson  $g_\omega^*$ ,  $g_\sigma^*$  sont proportionnels, dans le cadre d'un modèle naïf de quarks constituants [57], aux constantes de couplage quark-méson  $g_{\omega qq}^*$ ,  $g_{\sigma qq}^*$ , calculées dans le modèle NJL. Nous faisons l'hypothèse que cette proportionnalité reste vérifiée dans le milieu, au moins pour des densités jusqu'à la densité de saturation, et nous prendrons donc :

$$\frac{g_\omega^*(\rho_B)}{g_\omega} = \frac{g_{\omega qq}^*(\rho_B)}{g_{\omega qq}}, \quad (5.3)$$

$$\frac{g_\sigma^*(\rho_B)}{g_\sigma} = \frac{g_{\sigma qq}^*(\rho_B)}{g_{\sigma qq}}, \quad (5.4)$$

$$(5.5)$$

où les constantes non étoilées  $g_\sigma$ ,  $g_\omega$ ,  $g_{\sigma qq}$ ,  $g_{\omega qq}$  désignent les valeurs dans le vide.

Ainsi, pour une paramétrisation de NJL donnée (i.e. la donnée d'une valeur de la masse  $m$  du quark dans le vide et du type de paramétrisation **njl0** ou **njl1**), les couplages dans le vide  $g_\sigma$  et  $g_\omega$  (ou de façon équivalente  $G_\sigma^0$  et  $G_\omega^0$ ) sont les seuls paramètres indéterminés.

### 5.1.3 Détermination des paramètres libres

Nous prenons les contraintes empiriques (avec leurs barres d'erreurs) suivantes :

- ✗ densité de saturation  $\rho_{\text{sat}} = 0.155 \pm 0.016 \text{fm}^{-3}$  ( $\rho_0 = 0.155 \text{fm}^{-3}$  désigne la valeur centrale)

- ✗ énergie de liaison  $E_B(\rho_{\text{sat}}) = -15.5 \pm 1.0 \text{ MeV}$
- ✗ masse effective du nucléon  $m_N^*(\rho_{\text{sat}})/M_N = 0.65 \pm 0.05$
- ✗ module d'incompressibilité de la matière nucléaire  $\mathcal{K} = 250 \pm 50 \text{ MeV}$
- ✗ pente du potentiel optique  $V^0(\rho_{\text{sat}})/M_N = 0.325 \pm 0.075$

Ces propriétés sont données par les équations suivantes (Chapitre 2), prises à la densité baryonique  $\rho_B = \rho_{\text{sat}}$  :

$$E_B(\rho_B)\rho_B + M_N = -\frac{1}{2}G_\sigma\rho_s^2 + \frac{1}{2}G_\omega\rho_B^2 + \mathcal{E}_{\text{kin}}, \quad (5.6)$$

$$\mathcal{P} = \frac{1}{2}G_\sigma\rho_s^2 + \frac{1}{2}G_\omega\rho_B^2 + (\Sigma_r^0)_{(\sigma-\omega, \text{pc})}\rho_B + E_F^*\rho_B - \mathcal{E}_{\text{kin}} = 0, \quad (5.7)$$

$$m_N^* = M_N - \delta M_N + G_\sigma\rho_s, \quad (5.8)$$

$$\text{avec } \rho_s = \frac{\nu_N}{4\pi^2} m_N^* \left( k_F E_F^* - m_N^{*2} \ln \frac{k_F + E_F^*}{m_N^*} \right), \quad (5.9)$$

$$\mathcal{K} = 9\rho_{\text{sat}}^2 \left. \frac{\partial^2 E_B}{\partial \rho_B^2} \right|_{\rho_{\text{sat}}}, \quad (5.10)$$

$$V^0/M_N = G_\omega\rho_B + (\Sigma_r^0)_{\sigma-\omega}, \quad (5.11)$$

$$\text{avec } \Sigma_r^0 = \frac{1}{2}\rho_B^2 \frac{\partial G_\omega}{\partial \rho_B} + \frac{1}{2}\rho_s^2 \frac{\partial G_\sigma}{\partial \rho_B} + \rho_s \frac{\partial \delta M_N}{\partial \rho_B}, \quad (5.12)$$

qui ne dépendent que des paramètres :  $\delta M_N$ ,  $G_\sigma = -(g_\sigma^*/m_\sigma^*)^2$  et  $G_\omega = (g_\omega^*/m_\omega^*)^2$ . Pour une paramétrisation de NJL donnée, les paramètres  $G_\omega^0$  et  $G_\sigma^0$  sont fixés pour reproduire au mieux les propriétés de saturation. Pour cela, nous utilisons une procédure de *minimisation de  $\chi^2$*  sur les cinq propriétés de saturation afin de déterminer la meilleure description de la matière nucléaire. Plus précisément, la procédure se déroule selon les étapes suivantes :

- ①  $G_\sigma^0$  et  $G_\omega^0$  sont fixés pour reproduire un couple de valeurs  $(\rho_{\text{sat}}, E_B(\rho_{\text{sat}}))$ , via les contraintes (5.6, 5.7). Pour cela, il nous faut connaître la valeur de la masse effective  $m_N^*$ , satisfaisant à l'équation auto-consistante (5.8). Il s'agit donc d'une procédure itérative.
- ② les quantités  $m_N^*(\rho_{\text{sat}})$ ,  $V^0(\rho_{\text{sat}})$  et  $\mathcal{K}(\rho_{\text{sat}})$  sont alors calculées
- ③ Le  $\chi^2$  par observable défini par :

$$\chi^2 = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 \left( \frac{\mathcal{O}_i - \mathcal{O}_{\text{calcul}}^i}{\Delta \mathcal{O}_i} \right)^2, \quad (5.13)$$

est déterminé. Les  $\mathcal{O}_i \pm \Delta \mathcal{O}_i$  sont les valeurs des contraintes empiriques avec leurs barres d'erreurs et les  $\mathcal{O}_{\text{calcul}}^i$  sont les valeurs calculées.

- ④ Les étapes précédentes sont itérées pour de nouveaux couples  $(\rho_{\text{sat}}, E_B(\rho_{\text{sat}}))$ . Nous testons des valeurs dans un intervalle d'environ deux barres d'erreur autour des valeurs centrales, avec un pas raisonnablement fin (typiquement  $0.003 \text{ fm}^{-3}$  pour la densité de saturation, et  $0.2 \text{ MeV}$  pour l'énergie de liaison.)
- ⑤ La "meilleure" description est déterminée en sélectionnant le plus faible  $\chi^2$

Il faut noter ici que, pour une masse de quark  $m$  et un couple de valeurs  $(\rho_{\text{sat}}, E_B(\rho_{\text{sat}}))$  donné, l'existence d'un couple de valeurs  $(G_\sigma^0, G_\omega^0)$  satisfaisant aux conditions (5.6, 5.7) n'est pas triviale, du fait du caractère non-linéaire de l'équation sur la masse effective du nucléon (5.8). La procédure est itérée, pour des masses de quark dans le vide dans l'intervalle  $m \sim 400 \text{ MeV}$  à  $550 \text{ MeV}$  environ, et pour les paramétrisations du type **njl0** et **njl1**.

$m$ (MeV)	445	480	540	Emp.
$\chi^2$	1.51	0.05	0.45	-
$(G_\sigma^0 M_N)^2$	94.8	47.2	32.4	-
$(G_\omega^0 M_N)^2$	304.2	243.5	208.3	-
$\rho_{\text{sat}}$ fm $^{-3}$	0.123	0.149	0.166	$0.155 \pm 0.016$
$E_B(\rho_{\text{sat}})$ (MeV)	-16.1	-15.5	-15.7	$-15.5 \pm 1$
$m_N^*/M_N(\rho_{\text{sat}})$	0.62	0.65	0.68	$0.65 \pm 0.05$
$V^0/M_N(\rho_{\text{sat}})$	0.33	0.30	0.25	$0.325 \pm 0.08$
$\mathcal{K}(\rho_{\text{sat}})$ (MeV)	400.	257	242	$250 \pm 50$

**Tableau 5.1** - Paramètres et propriétés de saturation pour trois valeurs de la masse du quark constituant  $m$ , pour la paramétrisation du type **njl1**. Les valeurs empiriques des propriétés de saturation sont rappelées en dernière colonne.

## 5.2 Résultats

Dans [62], nous présentons des résultats qui diffèrent de ceux présentés ici par la procédure de minimisation de  $\chi^2$ . Le point de saturation dans [62] était fixé à  $\rho_{\text{sat}} = 0.17\text{fm}^{-3}$ , et  $E_B(\rho_{\text{sat}}) = -16\text{MeV}$ , sans utiliser la minimisation du  $\chi^2$ .

### 5.2.1 Résultats en fonction de la masse du quark $m$

Nous présentons tout d'abord les résultats en fonction de la valeur de la masse du quark  $m$  et du type de paramétrisation de NJL utilisée. Pour les paramétrisations sans terme à 8 quarks du type **njl0**, il n'existe pas de solution donnant un point stable de la matière nucléaire, quelque soit la valeur de la masse  $m$  du quark constituant. Pour les paramétrisations avec un couplage à 8 quarks du type **njl1**, nous obtenons un point de saturation pour des valeurs de la masse du quark constituant  $m > 440\text{MeV}$ . A titre indicatif, le Tableau 5.1 recense les propriétés de saturation obtenues pour trois paramétrisations  $m = 445, 480, 540\text{MeV}$ .

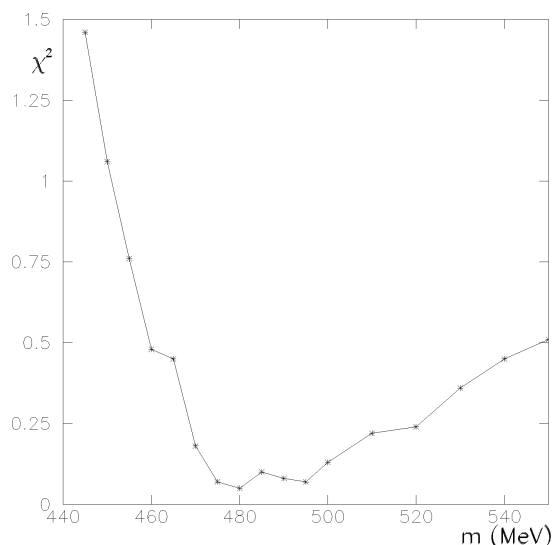
Nous avons tracé Figure 5.1 le  $\chi^2$  par observable en fonction de la masse du quark constituant  $m$ , qui donne l'erreur quadratique moyenne par observable.

Il est intéressant de noter que la courbe Figure 5.1 présente une tendance nette, avec un minimum de  $\chi^2$  dans la zone  $m \in [470; 490]\text{MeV}$ . La "meilleure" paramétrisation est donnée pour une masse du quark constituant  $m = 480\text{MeV}$ , avec  $\chi^2 = 0.05$ . Les courbes d'énergie de liaison et de la masse effective du nucléon  $m_N^*$  obtenues pour ces trois paramétrisations sont tracées Figure 5.2 et Figure 5.3 respectivement.

Pour  $m = 445\text{MeV}$ , il est clair que la densité de saturation est trop faible ; combinée à une compressibilité élevée, la courbe d'énergie de liaison est très "dure" aux densités  $\rho_B > \rho_{\text{sat}}$ . Pour  $m = 480, 540\text{MeV}$ , le point de saturation est dans la zone empirique dans les deux cas. Cependant, la valeur de la masse effective du nucléon  $m_N^*(\rho_{\text{sat}})$  pour  $m = 480\text{MeV}$  est la plus compatible avec la zone empirique.

#### Influence du terme à 8 quarks

Le terme à 8 quarks introduit dans **njl1** est donc essentiel pour stabiliser la matière nucléaire, puisque nous ne trouvons pas de point de saturation pour les paramétrisations du type **njl0**. La contribution du



**Figure 5.1** -  $\chi^2$  par observable en fonction de la masse du quark constituant dans le vide  $m$  pour les paramétrisations du type **njl1**

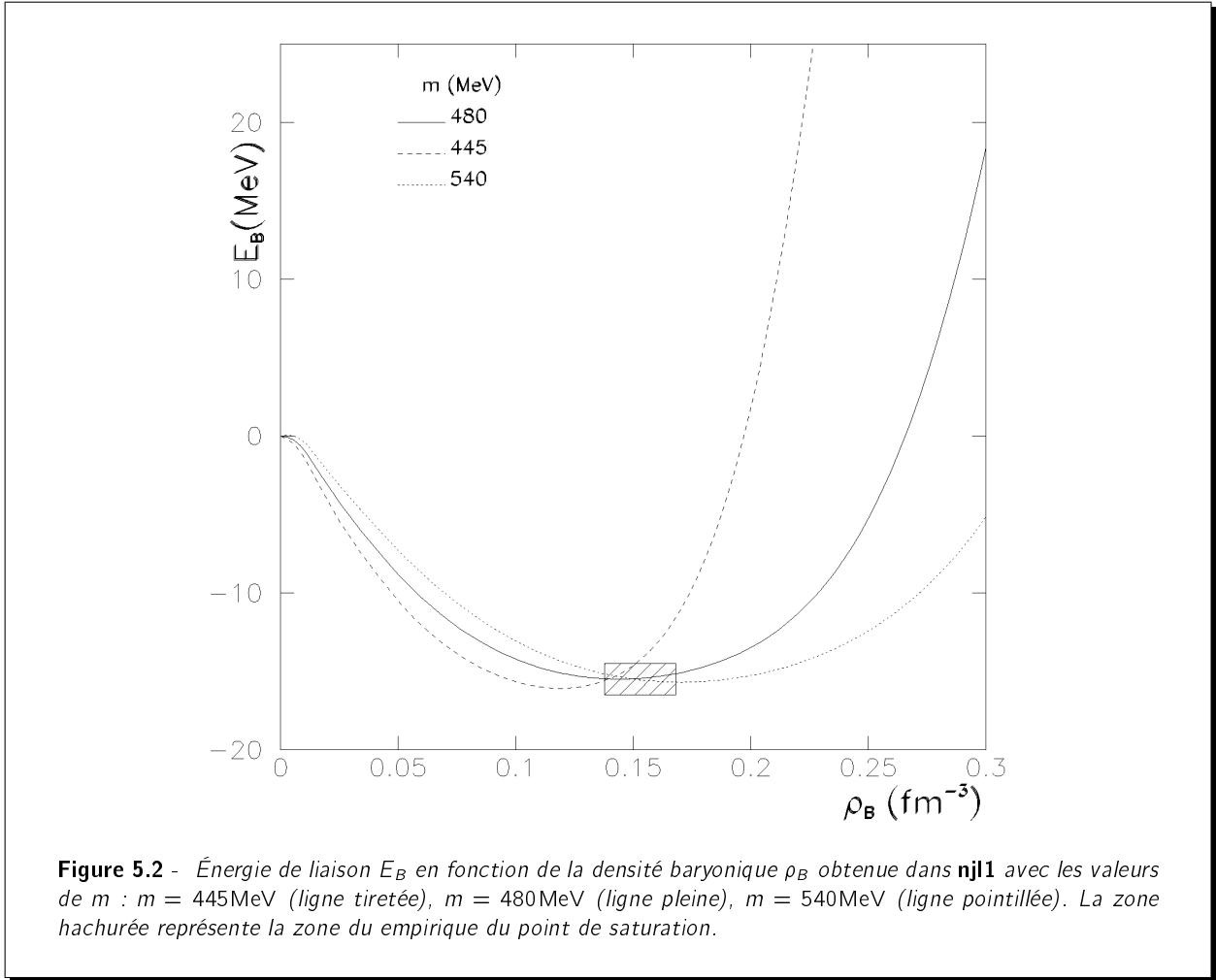
terme à 8 quarks au terme  $M_N - \delta M_N$  (au condensat de quarks) peut être quantifiée (voir équation 4.4) :

$$\frac{2g_{sv}(3\rho_{\text{sat}})^2}{g_s} \sim 0.02. \quad (5.14)$$

Ainsi, le terme à 8 quarks ne contribue que pour 2 % à la masse constituante du quark à la densité de saturation. La stabilisation de la matière nucléaire par ce terme faible dans notre modèle est relié à la problématique de la stabilité de la matière nucléaire dans un modèle de NJL (et dans tout modèle chirale de façon générale).

En effet, le modèle de NJL, sans terme à 8 quarks, génère dans le vide un potentiel en forme de "chapeau mexicain", qui contient un diagramme attractif du type "tadpole", déstabilisant la matière nucléaire [5]. Cela se traduit en pratique par une courbure négative du condensat de quarks (ou de la masse effective du nucléon dans un modèle  $\sigma$  linéaire) en fonction de la densité. Ce défaut peut être corrigé phénoménologiquement via l'introduction de la polarisabilité scalaire du nucléon (une contribution à la masse du nucléon  $\kappa\sigma_0^2 \approx \kappa\rho_B^2$ , avec  $\kappa > 0$ ), comme cela peut être fait dans un modèle  $\sigma$ -linéaire [63, 64]. Une telle contribution est également trouvée dans le modèle de couplage quark-méson [3, 65]. Dans [5], les auteurs stabilisent la matière nucléaire dans un modèle de NJL où le nucléon est construit comme un état quark-diquark, en simulant le confinement via un cut-off infrarouge. Ce procédé génère également, par rapport au modèle de NJL "standard", une polarisabilité scalaire stabilisant la matière nucléaire. La stabilisation de la matière nucléaire dans notre modèle relève, qualitativement, du même mécanisme. L'introduction du terme à 8 quarks amène une courbure positive du condensat de quarks, qui contrôle la partie de la masse effective du nucléon venant de NJL et liée au terme  $M_N - \delta M_N$ . Quantitativement, nous pouvons le confirmer en estimant la dérivée seconde de  $M_N - \delta M_N$ , par exemple pour  $m = 480\text{MeV}$  :

$$\frac{\partial^2(M_N - \delta M_N)/M_N}{\partial(\rho_B/\rho_0)^2} \approx \begin{cases} -0.03 & \text{si } g_{sv} = 0. \\ +0.01 & \text{si } g_{sv} \neq 0. \end{cases}$$

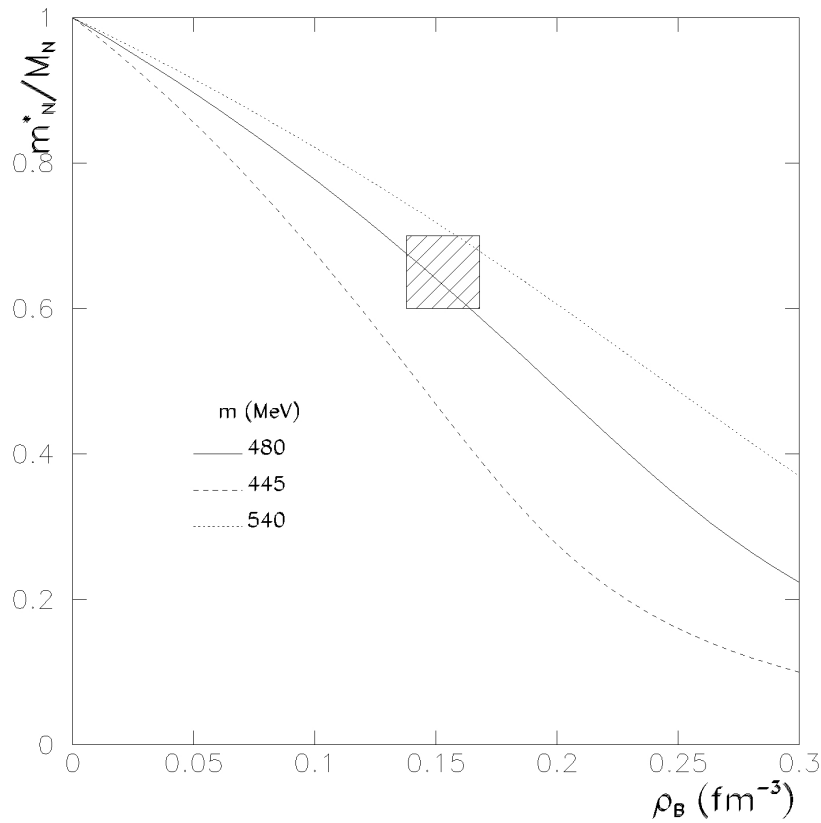


Alternativement, l'équilibre à la densité de saturation résulte de l'annulation de la pression :

$$\mathcal{P}(\rho_{\text{sat}}) = 0 = \frac{1}{2}G_\sigma\rho_s^2 + \frac{1}{2}G_\omega\rho_B^2 + E_F^*\rho_B - \mathcal{E}_{\text{kin}} + (\Sigma_r^0)_{\sigma-\omega}\rho_B \quad (5.15)$$

Nous avons constaté que les quatre premiers termes dans la pression ci-dessus varient peu (de l'ordre du %) entre une paramétrisation avec un terme à 8 quarks et une paramétrisation sans, toutes choses égales par ailleurs. Par contre, le terme de réarrangement  $(\Sigma_r^0)_{\sigma-\omega}$ , qui contient les dérivées des couplages, varie d'environ 40 %, permettant d'annuler la pression et donc d'arriver à un équilibre. Ainsi, l'introduction du terme à 8 quarks modifie principalement le terme de réarrangement.

De façon générale, tous les paramètres de NJL sont fixés pour reproduire la phénoménologie des mésons. Quelle que soit la masse du quark considérée, le modèle de NJL sans terme à 8 quarks est incapable de donner un état stable de la matière nucléaire. L'introduction du terme à 8 quarks, contraint par un résultat indépendant de la description de la matière nucléaire, permet d'obtenir un point de saturation pour une large plage de valeurs de la masse du quark. Nous avons donc développé un modèle permettant d'obtenir à la fois la description des mésons dans une approche dynamique basée sur les quarks, et une description des propriétés de saturation de la matière nucléaire. Il s'agit à notre connaissance de la première description "réaliste" des propriétés de saturation de la matière nucléaire dans une théorie de



**Figure 5.3** - Masse effective du nucléon  $m_N^*/M_N$  en fonction de la densité baryonique  $\rho_B$  obtenues dans **njl1** avec les valeurs de  $m$  :  $m = 445\text{MeV}$  (ligne tiretée),  $m = 480\text{MeV}$  (ligne pleine),  $m = 540\text{MeV}$  (ligne pointillée). La zone hachurée représente la zone empirique.

champ moyen relativiste dont les dépendances en densité sont déterminées explicitement à l'aide d'un modèle dynamique de quarks.

### 5.2.2 Comparaison avec d'autres approches

À titre de comparaison, nous considérons un modèle du type Song, similaire à la paramétrisation S1 de [14], en prenant pour les dépendances en densité :

$$\frac{M_N - \delta M_N}{M_N} = \frac{1}{1 + 0.28\rho_B/\rho_0}, \quad \frac{C_\sigma}{C_\sigma^0} = 1 + 0.28\frac{\rho_B}{\rho_0}, \quad \frac{C_\omega}{C_\omega^0} = 1$$

et  $C_\sigma^0$ ,  $C_\omega^0$  sont déterminés par la même procédure de  $\chi^2$  que pour nos modèles. Cette paramétrisation sera notée **S**. Nous considérons également le modèle de Walecka, où  $C_\sigma^0$  et  $C_\omega^0$  sont fixés pour reproduire  $\rho_{\text{sat}} = 0.155\text{fm}^{-3}$  et  $E_B(\rho_{\text{sat}}) = -15.5\text{MeV}$ . Ce modèle sera notée **W**.

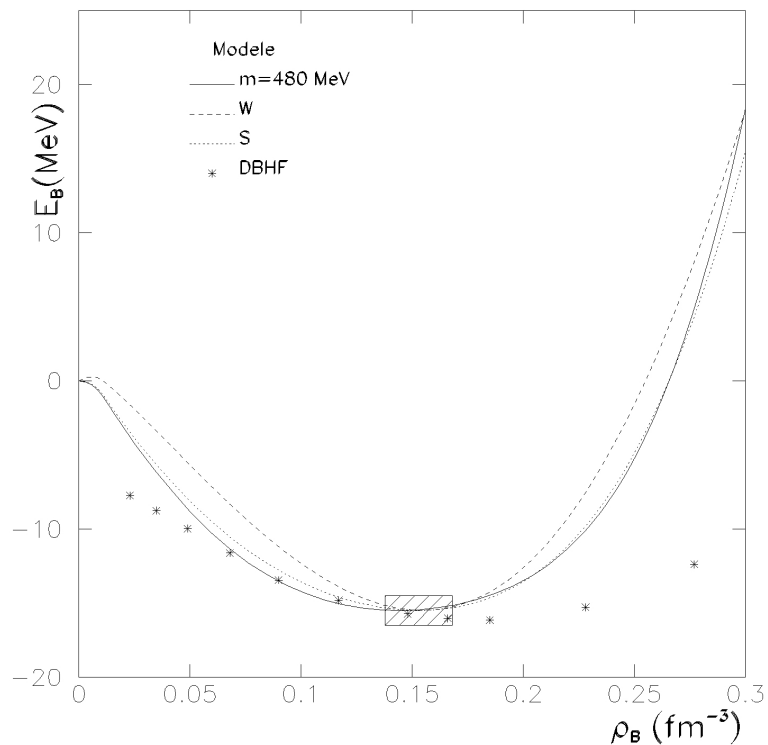
Nous présentons ici les courbes de l'énergie de liaison  $E_B$  et des self-énergies du nucléon de notre "meilleure" paramétrisation  $m = 480\text{MeV}$ , ainsi que les résultats obtenus avec le modèle de Walecka **W**, le modèle de Song [14] **S** et une approche Dirac-Bruckner-Hartree-Fock (DBHF) [66] basée sur un

Modèle	<b>W</b>	<b>S</b>	DBHF-Bonna
$\rho_{\text{sat}}$ ( $\text{fm}^{-3}$ )	0.155	0.158	0.185
$E_B(\rho_{\text{sat}})$ (MeV)	-15.5	-15.5	-16.2
$\frac{m_N^*}{M_N}(\rho_{\text{sat}})$	0.55	0.61	0.65
$\frac{V_0^B}{M_N}(\rho_{\text{sat}})$	0.37	0.32	0.27
$\mathcal{K}(\rho_{\text{sat}})$ (MeV)	524	270	240

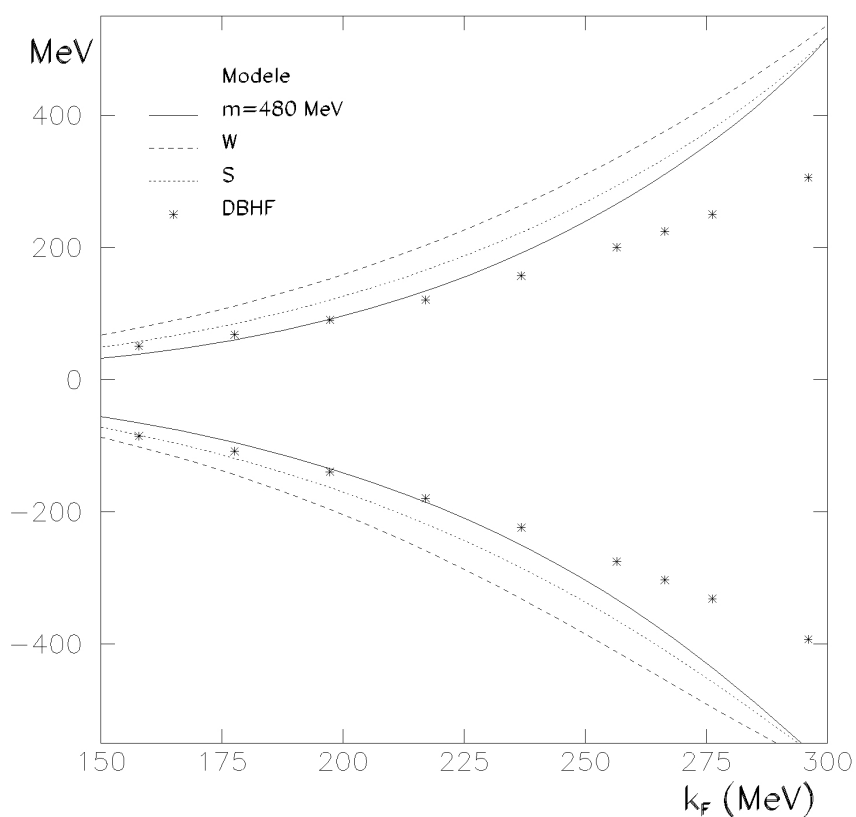
**Tableau 5.2** - Propriétés de saturation pour le modèle de Walecka **W**, le modèle de Song **S** et l'approche DBHF BonnA.

potentiel de diffusion nucléon-nucléon Bonn A. Les propriétés de saturation de ces modèles sont données Tableau 5.2.

Il est bien connu que le modèle de Walecka **W** présente une masse effective du nucléon  $m_N^*$  un peu faible, et une compressibilité  $\mathcal{K}$  beaucoup trop élevée. Le modèle de Song **S** donne des propriétés de saturation proches de celles obtenues dans notre modèle. L'approche DBHF donne une densité de saturation trop élevée. C'est un problème connu de ce type d'approche, et ce résultat est, à notre connaissance, le



**Figure 5.4** - Energie de liaison  $E_B$  en fonction de la densité baryonique  $\rho_B$  pour : notre modèle avec  $m = 480$  MeV (ligne pleine), le modèle de Walecka **W** (ligne tiretée), le modèle de Song **S** (ligne pointillée) et le résultat du calcul DBHF-BonnA (étoiles). La zone hachurée représente la zone empirique du point de saturation.



**Figure 5.5** - Self-énergies du nucléon en fonction du moment de Fermi  $k_F$  pour : notre modèle avec  $m = 480$  MeV (ligne pleine), le modèle de Walecka **W** (ligne tiretée), le modèle de Song **S** (ligne pointillée) et le résultat du calcul DBHF-BonnA (étoiles).

meilleur obtenu dans une approche de type “many-body” basé sur un potentiel N-N “réaliste”. Les courbes de l’énergie de liaison et les self-énergies sont tracées Figures 5.4 et 5.5 respectivement.

Nous pouvons constater que l’énergie de liaison de notre modèle  $m = 480$  MeV et de la paramétrisation **S** sont très proches, même pour les densités au-delà du point de saturation. Les self-énergies présentent un accord raisonnable avec celles trouvées dans le calcul DBHF, jusqu’au moment de Fermi de saturation  $k_F \sim 265$  MeV.





## Conclusion

---

Dans cette partie du travail, nous avons obtenu une description réaliste des propriétés de saturation de la matière nucléaire dans un modèle de champ moyen relativiste dont les dépendances en densité des masses et couplages des mésons sont déterminées explicitement à partir de leur structure en quarks dans un modèle de Nambu-Jona-Lasinio. Pour cela, nous avons vu que :

- ✗ les mésons sont générés dynamiquement, via la résolution d'une équation de Bethe-Salpeter dans l'approximation RPA, comme des modes quark-antiquark, dans un modèle de NJL incluant des termes d'interaction à 8 quarks.
- ✗ les paramètres du modèle de NJL sont fixés pour reproduire à la fois les masses des mésons dans le vide, et de récents résultats expérimentaux sur, notamment, la masse du méson  $\omega$  dans le milieu.

Concernant la description de la matière nucléaire :

- ✓ nous avons pu montrer que l'introduction d'un terme à 8 quarks, dont la constante est fixée indépendamment de la description de la matière nucléaire, permet de stabiliser la matière nucléaire.
- ✓ pour une valeur de la masse de quark donnée, nous reproduisons correctement les propriétés de saturation de la matière nucléaire avec deux paramètres ajustés sur le point de saturation.

Nous avons donc développé un modèle permettant d'obtenir à la fois la description des mésons dans une approche dynamique basée sur les quarks, et une description des propriétés de saturation de la matière nucléaire tenant explicitement compte des propriétés des mésons dans le milieu.

Cependant, cette approche présente tout de même quelques faiblesses :

- ✗ Si les dépendances en densité du modèle de champ moyen relativiste sont tirées explicitement d'un modèle de quarks, la valeur dans le vide de ces paramètres est toujours ajustée sur le point de saturation de la matière nucléaire.
- ✗ La modification du nucléon, due à sa structure en quarks, est reliée en première approximation au condensat de quarks, alors que les mésons sont construits dynamiquement comme des modes quark-antiquark. Il serait intéressant de développer une construction explicite du nucléon comme état à trois quarks.
- ✗ Le méson  $\sigma$  peut être interprété comme une modélisation de l'échange de deux pions. L'identification entre le méson  $\sigma$  du modèle de Walecka et le mode  $\bar{q}q$  du modèle de NJL peut prêter à discussion.
- ✗ En tant que boson de Goldstone de la symétrie chirale, le pion tient un rôle particulier dans la dynamique de basse énergie. Une théorie effective inspirée de QCD devrait inclure l'influence du pion explicitement.

Nous avons donc essayé dans la dernière partie de ce travail de développer une approche alternative en tenant compte de ces problèmes.



## **PARTIE III**

---

# **INFLUENCE DE LA MODIFICATION DANS LE MILIEU DES ÉCHANGES DE PIONS ET DE LA STRUCTURE EN QUARKS DU NUCLÉON**

---



# Introduction

---

Dans cette partie du manuscrit, nous développons une description de la matière nucléaire alternative au modèle de champ moyen relativiste de la Partie II. Cette description devrait notamment répondre aux exigences suivantes :

- ❶ nous ne faisons pas d'hypothèse à priori sur la forme de l'interaction nucléon-nucléon au niveau hadronique ;
- ❷ les paramètres du Lagrangien hadronique devraient, autant que possible, provenir directement de la dynamique sous-jacente ;
- ❸ la structure en quarks du nucléon devrait être prise en compte explicitement ;
- ❹ l'influence des échanges de pions devrait être prise en compte explicitement.

Nous adoptons un Lagrangien à couplages ponctuels entre nucléons dans lequel les deux premiers points sont plus aisément satisfaits :

$$\begin{aligned}\mathcal{L}^{\text{pc}} &= \bar{N} [i\partial - M_N] N + \mathcal{L}_{\text{interaction}}^{\text{pc}}[\hat{\rho}_B], \\ &= \bar{N} [i\partial - M_N] N - \frac{1}{2}G_S(\bar{N}N)(\bar{N}N) - \frac{1}{2}G_V(\bar{N}\gamma_\mu N)(\bar{N}\gamma^\mu N),\end{aligned}$$

où  $G_S$ ,  $G_V$  sont des fonctions de la densité qui contiennent toute l'information sur l'interaction.

Le modèle de Nambu-Jona-Lasinio, utilisé dans la partie précédente pour construire les mésons comme des modes quark-antiquark, permet de répondre au troisième point. Même si cela présente plus de difficultés que pour les mésons, le nucléon peut être construit comme un état à trois quarks, via la résolution de l'équation à trois corps dite de Faddeev. Moyennant quelques approximations, cette approche permet de déterminer la modification du nucléon dans le milieu, du aux effets de courte portée, liés à la structure en quarks du nucléon.

Concernant les effets de plus longue portée, les échanges de pions entre nucléons relèvent, dans le cadre de NJL, d'effets au-delà de l'approximation RPA. Les propriétés des mésons dans le vide ont notamment été étudiées dans [54, 67] en tenant compte des boucles de mésons modifiant l'équation de gap du quark et l'équation de Bethe-Salpeter. L'influence des échanges de mésons sur la résolution de l'équation de Faddeev pour le nucléon libre [68] a également été considérée. Ces approches conduisent à d'importantes difficultés techniques, et leur application à une étude dans le milieu semble encore hors de portée.

Une possibilité alternative pour déterminer l'influence des échanges de pions est d'utiliser la théorie des perturbations chirales (ChPT) dans le milieu, où les degrés de liberté sont les pions et les nucléons et dont la dynamique est contrainte par la symétrie chirale. Cette approche, appliquée dans [69, 70] pour déterminer la densité d'énergie de la matière nucléaire, a également été appliquée à l'étude du potentiel à une particule dans le milieu [71], du potentiel spin-orbite [72] ou des self-énergies du nucléon [16]. Dans le cadre de ChPT, les contributions, développées selon un schéma perturbatif, peuvent être séparées entre

la dynamique de longue portée donnée par des diagrammes d'échange de pions, et la dynamique de courte portée donnée par des diagrammes d'interaction ponctuelle entre nucléons. La procédure développée dans [70] donne un cadre bien contrôlé pour accéder aux contributions des échanges de pions. Cependant, les termes d'interaction ponctuels font l'objet d'un traitement phénoménologique le plus souvent.

Dans ce travail, nous avons utilisé la complémentarité des approches NJL et ChPT : le modèle de quarks de NJL permet d'accéder à la dynamique de courte portée liée à la structure en quarks du nucléon, tandis que la théorie des perturbations chirales permet d'obtenir la dynamique de longue portée liée aux échanges de pions. Nous faisons l'hypothèse que la modification du nucléon dans le milieu provient donc de deux contributions aux self-énergies :

- ✓ l'une de courte portée  $\Sigma_{S,V}^{\text{NJL}}$ , liée à la modification de la structure en quarks du nucléon dans le milieu, déterminée dans NJL ;
- ✓ l'autre de longue portée,  $\Sigma_{S,V}^{\pi}$ , liée à la modification des échanges de pions dans le milieu, déterminée au second ordre de ChPT.

Les couplages  $G_S$  et  $G_V$  du Lagrangien seront alors déterminés en imposant que les self-énergies du modèle de champ moyen relativiste reproduisent celles obtenues en ChPT et dans le modèle de NJL :

$$\begin{aligned} S_{\text{pc}} &\equiv \Sigma_S^{\text{NJL}} + \Sigma_S^{\pi}, \\ V_{\text{pc}}^0 &\equiv \Sigma_V^{\text{NJL}} + \Sigma_V^{\pi}. \end{aligned}$$

Dans le Chapitre 6, nous exposons tout d'abord le formalisme permettant de construire le nucléon dans NJL. L'évolution des self-énergies du nucléon dans le milieu provenant de sa structure en quarks est alors présentée.

Les contributions des échanges de 1 et 2 pions aux self-énergies du nucléon dans le milieu sont calculées dans le Chapitre 7.

Enfin dans le Chapitre 8, les couplages du Lagrangien sont déterminés en imposant de reproduire la somme des self-énergies du nucléon provenant de la modification de la structure en quarks et des échanges de pions. Les résultats pour la description des propriétés de saturation de la matière nucléaire sont finalement discutés.

## CHAPITRE 6

---

### Modification du nucléon liée à sa structure en quark dans un modèle de Nambu-Jona-Lasinio

#### Résumé

---

*Nous présentons dans ce Chapitre la détermination de la contribution à la self-énergie du nucléon provenant de sa structure en quarks. Pour cela, nous résolvons l'équation de Faddeev dans le milieu, dans le cadre de l'approximation statique, en prenant en compte dans le propagateur du quark l'interaction avec le champ moyen scalaire et vecteur, et le blocage de Pauli, dans la polarisation quark-diquark. Les paramètres du Lagrangien sont fixés pour reproduire les propriétés des mésons  $\pi$  et  $\omega$  dans le vide, ainsi que la masse du nucléon libre  $M_N$ . Les self-énergies du nucléon dans le milieu sont présentées pour différentes valeurs de la masse du quark constituant.*

---

#### Plan

---

##### 6.1 Formalisme

- 6.1.1 Interaction dans les voies quark-quark
- 6.1.2 Propagateur du diquark scalaire
- 6.1.3 Équation de Faddeev dans l'approximation statique

##### 6.2 Résultats

- 6.2.1 Détermination des paramètres
  - 6.2.2 Self-énergies  $\Sigma_{S,V}^{NJL}$
- 

La construction des baryons à l'aide du modèle de Nambu-Jona-Lasinio a fait l'objet de nombreuses études (voir par exemple [55, 73, 74, 56]). Le nucléon peut être construit dans le modèle de NJL en résolvant l'équation à trois corps relativiste, dite de Faddeev, dans les voies d'interaction  $qq$ . La résolution exacte de cette équation est une procédure complexe dans le vide. La résolution de l'équation de Faddeev dans le milieu est un sujet encore peu abordé.

Dans [5], l'équation de Faddeev est résolue dans la matière nucléaire, via une approximation hybride permettant d'obtenir la valeur moyenne des opérateurs de quarks sur des états de matière nucléaire. Grossièrement, cela revient à modifier le propagateur du quark dans le milieu en tenant compte de ses self-énergies. Dans notre cas, nous faisons l'approximation, comme au Chapitre 3, que la matière nucléaire peut être assimilée en première approximation à une matière de quarks de même moment de Fermi  $k_F$ . Nous tenons donc compte, pour la résolution de l'équation de Faddeev dans le cadre de l'approximation statique, de la partie liée au blocage de Pauli du propagateur du quark dans la polarisation quark-diquark, pour la première fois à notre connaissance.



## 6.1 Formalisme

Nous exposons dans cette section les compléments au formalisme du modèle de NJL nécessaire pour décrire le nucléon comme un état à trois quarks.

### 6.1.1 Interaction dans les voies quark-quark

Comme nous avons besoin de déterminer les self-énergies du nucléon dans le milieu, nous serons amenés à faire des approximations, qui comme nous le verrons, peuvent induire un écart de l'ordre de 10 % dans le vide par rapport à la solution exacte de l'équation de Faddeev. Les termes d'interaction à 8 quarks, utilisés dans la partie II, induisent des corrections de l'ordre du % (équation (4.4)); il semble donc inapproprié ici de considérer de tels termes. Nous considérons donc dans cette partie le Lagrangien suivant, incluant uniquement les termes d'interaction à 4 quarks dans les voies  $\bar{q}q$  :

$$\mathcal{L}_{\text{NJL}} = \bar{q}(i\partial - m_0)q + g_s [(\bar{q}q)^2 + (\bar{q}i\gamma_5\tau q)^2] - g_v (\bar{q}\gamma^\mu q)^2, \quad (6.1)$$

dont les paramètres seront ajustés pour reproduire la phénoménologie des mésons  $\pi$  et  $\omega$  dans le vide. Nous avons besoin de connaître les termes d'interaction dans les voies  $qq$  pour construire le nucléon. En principe, les termes d'interaction dans les différentes voies  $qq$  peuvent s'obtenir via une transformation de Fierz du Lagrangien d'interaction. Le diquark scalaire étant le diquark le plus léger, sa contribution au nucléon doit être la plus importante [55]. Nous ne retenons ainsi en première approximation que la voie d'interaction  $qq$  scalaire, donnée par :

$$\mathcal{L}_{\text{NJL}}^{\text{int } qq} = g_{sd} [\bar{q}\beta^A\gamma^5 C\tau_2\bar{q}^T] [q^T C^{-1}\tau_2\beta^A\gamma_5 q], \quad (6.2)$$

où  $C = i\gamma_2\gamma_0$ , et  $\beta^A = \sqrt{3/2}\lambda^A$  ( $A=3,5,7$ ) sont les matrices de couleur  $\bar{3}$ . La constante de couplage  $g_{sd}$  est, en principe, reliée aux constantes de couplage des voies  $\bar{q}q$  ( $g_s$  et  $g_v$ ), via les transformations de Fierz. Cependant, la forme de cette relation dépend du choix du Lagrangien d'interaction original, et n'est donc pas unique (voir [56] par exemple). De plus, le but de notre approche est de déterminer la modification du nucléon dans le milieu, par rapport au vide "physique". Ainsi, la constante de couplage  $g_{sd}$  sera déterminée pour reproduire la masse du nucléon dans le vide  $M_N$ , comme cela est fait usuellement [5].

### 6.1.2 Propagateur du diquark scalaire

Le propagateur du diquark scalaire s'obtient via la résolution d'une équation de Bethe-Salpeter dans la voie  $qq$  scalaire, similaire à l'équation de BS représentée diagrammatiquement Figure 3.3, Chapitre 3. Le propagateur du diquark s'écrit :

$$\tau(q) = \frac{4ig_{sd}}{1 - 2g_{sd}\Pi_{sd}(q)}, \quad (6.3)$$

où la polarisation d'une boucle quark-quark est donnée par :

$$\delta_{AA'}\Pi_{sd}(q) = i \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \text{Tr} [\gamma_5 C\tau_2\beta_A S_q(q-k)^T C^{-1}\gamma_5\tau_2\beta_{A'} S_q(k)]. \quad (6.4)$$

La masse du diquark  $m_{sd}^*$  est donnée par le pôle du propagateur. En utilisant la relation :

$$CS_q(p)^T C^{-1} = S_q(-p),$$

et en effectuant les traces dans les espaces de couleur et de saveur, on obtient :

$$\Pi_{sd}(q) = \frac{\nu}{2} i \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \text{tr} [\gamma_5 S_q(-(q-k)) \gamma_5 S_q(k)], \quad (6.5)$$

où  $\text{tr}$  désigne ici une trace dans l'espace de Dirac uniquement. Nous rappelons que, dans le milieu, le propagateur du quark  $S_q(k)$  s'écrit :

$$S_q(k) = i(\not{k} + m^*) \left[ \frac{1}{k^2 - m^{*2} + i\epsilon} + 2\pi i \delta(k^2 - m^{*2}) \theta(k^0) \theta(k_F - |\mathbf{k}|) \right], \quad (6.6)$$

et l'on doit prendre  $S_q(k^*)$ , avec  $k^* = (k^0 - \Sigma_0^q, \mathbf{k})$ . Dans le cas des polarisations des mésons Chapitre 3, ce décalage est absorbé dans l'intégrale par un changement de variable. Dans le cas d'une boucle de quark, la polarisation  $\Pi_{sd}$  est modifiée comme suit :

$$\Pi_{sd}(q_D) = \frac{\nu}{2} i \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \text{tr} [\gamma_5 S_q(-(q^\mu - k^\mu - \delta_{\mu 0} \Sigma_0^q)) \gamma_5 S_q(k^\mu - \delta_{\mu 0} \Sigma_0^q)], \quad (6.7)$$

$$= \frac{\nu}{2} i \int \frac{d^4 k^*}{(2\pi)^4} \text{tr} [\gamma_5 S_q(k^* - q_D) \gamma_5 S_q(k^*)], \quad (6.8)$$

où l'on a posé  $q_D^\mu = q^\mu - 2\delta_{\mu 0} \Sigma_0^q$ . Via un changement de variable, on montre alors facilement que :

$$\Pi_{sd}(q_D) = \Pi_\pi(q). \quad (6.9)$$

L'expression de la polarisation  $\Pi_\pi(q)$  est donnée Chapitre 3, équation (3.40). La condition donnant la masse du diquark dans le milieu  $m_{sd}^*$  s'écrit donc :

$$1 - 2g_{sd} \Pi_{sd}(q_D^2 = m_{sd}^{*2}) = 0, \quad (6.10)$$

et est équivalente à la condition :

$$1 - 2g_{sd} \Pi_\pi(q) = 0. \quad (6.11)$$

Ainsi, si l'on dispose d'une solution  $q = (q_0, \mathbf{0})$  satisfaisant la condition (6.11), alors la solution  $q_{sd} = (m_{sd}^*, \mathbf{0})$  est donnée par :

$$m_{sd}^* = q_0 - 2\Sigma_0^q. \quad (6.12)$$

En pratique, il nous suffit donc pour déterminer la masse du diquark scalaire  $m_{sd}^*$ , de résoudre l'équation (6.11) avec les expressions de la polarisation du Chapitre 3, puis d'appliquer le décalage de la masse du à la self-énergie vecteur des quarks.

Nous utiliserons, pour la résolution de l'équation de Faddeev pour le nucléon, une forme approchée du propagateur du diquark, permettant de mener les calculs analytiquement. Le propagateur  $\tau$  est dominé par le terme à 4 fermions ( $4ig_{sd}$ ) et la contribution du pôle. Nous avons vérifié numériquement que :

$$\tau(q) \approx 4ig_{sd} + \frac{iG_{sd}^*}{q^2 - m_{sd}^{*2}}, \quad (6.13)$$

est une excellente approximation.  $G_{sd}^*$  est donné par le résidu du propagateur autour du pôle :

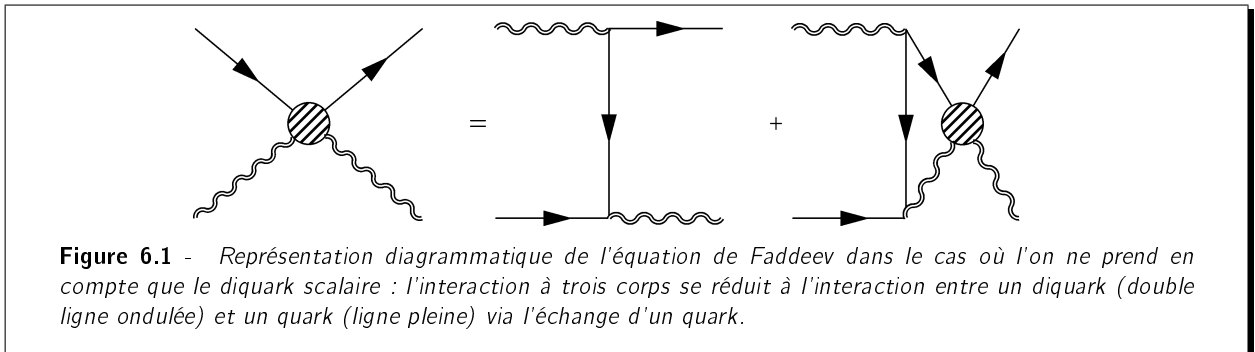
$$G_{sd}^* = 2 \left[ \frac{d\Pi_{sd}(q^2)}{dq^2} \right]_{q_{sd}^2 = m_{sd}^{*2}}^{-1}. \quad (6.14)$$

### 6.1.3 Équation de Faddeev dans l'approximation statique

Un traitement détaillé de l'équation de Faddeev dans le vide est disponible, par exemple, dans [56]. Nous ne reprenons ici que les éléments strictement nécessaires à notre discussion et à son extension dans le milieu.

#### Approximation statique de l'équation de Faddeev dans le vide

Dans le cas où l'on ne prend en compte que la voie d'interaction  $qq$  scalaire, l'équation à trois corps de Faddeev se réduit à une équation de Bethe-Salpeter effective entre un quark et un diquark, interagissant via l'échange d'un quark. Cette équation est représentée diagrammatiquement Figure 6.1.



La résolution exacte de cette équation est une procédure lourde, d'autant plus qu'elle doit être effectuée à chaque densité. Nous faisons donc une approximation supplémentaire, l'approximation statique [55], qui permet de simplifier grandement les calculs. Cette approximation consiste à négliger la dépendance en impulsion dans le propagateur du quark échangé :

$$\frac{i}{\not{k} - m} \rightarrow -\frac{i}{m},$$

où  $m$  est la masse du quark constituant dans le vide. Il a été montré dans [75] que l'approximation statique reproduit raisonnablement bien le résultat exact de l'équation de Faddeev, avec un écart d'environ 10 %

par rapport à la solution exacte dans le vide. La matrice de diffusion  $T$  de l'équation de Faddeev peut alors se mettre sous la forme algébrique :

$$T(p) = -\frac{3}{m} \frac{1}{1 - 3/m \Pi_N(p)}, \quad (6.15)$$

où la "polarisation" quark-diquark est donnée par :

$$\Pi_N(p) = i \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} S_q(k) \tau(p - k), \quad (6.16)$$

avec le propagateur  $\tau(q)$  du diquark, et le propagateur du quark dans le vide :

$$S_q(k) = \frac{i(\not{k} + m)}{k^2 - m^2 + i\epsilon}. \quad (6.17)$$

La masse du nucléon dans le vide est alors donnée par la condition :

$$1 - \frac{3}{m} \Pi_N(p) = 0. \quad (6.18)$$

### Extension de l'équation de Faddeev dans le milieu

La résolution de l'équation de Faddeev dans le milieu dans le cadre de NJL est un sujet encore peu abordé. Dans [5], la matrice de diffusion  $T(p)$  est modifiée dans la matière nucléaire en tenant compte des self-énergies du quark. Dans notre cas, nous faisons toujours l'approximation que la matière nucléaire peut être assimilée à une matière infinie de quarks de moment de Fermi  $k_F$ . Nous devons donc tenir compte également de la partie liée au blocage de Pauli du propagateur du quark.

Nous résolvons donc dans le milieu la matrice de diffusion généralisée :

$$T(p) = -\frac{3}{m^*} \frac{1}{1 - 3/m^* \Pi_N(p)}, \quad (6.19)$$

en tenant compte dans la polarisation  $\Pi_N(p)$  de la partie liée au blocage de Pauli dans le propagateur du quark donné par :

$$S_q(k) = i(\not{k} + m^*) \left[ \frac{1}{k^2 - m^{*2} + i\epsilon} + 2\pi i \delta(k^2 - m^{*2}) \theta(k^0) \theta(k_F - |\mathbf{k}|) \right], \quad (6.20)$$

ce qui génère, par rapport au vide, des contributions supplémentaires à la polarisation.

### Détermination d'une solution particulière $\tilde{p}_0$

L'équation (6.18) est une équation matricielle, et la polarisation (6.16) peut s'écrire dans le milieu :

$$\Pi_N(p) = \not{p} H_1 + m^* H_2, \quad (6.21)$$

avec  $H_1$  et  $H_2$  donnés par :

$$p^\nu H_1 = \frac{1}{4} \text{tr}(\gamma^\nu \Pi_N), \quad (6.22)$$

$$H_2 = \frac{1}{4m^*} \text{tr}(\Pi_N), \quad (6.23)$$

où  $\text{tr}$  désigne une trace dans l'espace de Dirac. Le calcul peut être mené analytiquement en prenant pour le propagateur du diquark l'approximation donnée par l'équation (6.13). Les intégrales divergentes sont régularisées en utilisant le même cut-off tridimensionnel  $\Lambda$  que pour l'équation de gap et les polarisations des mésons. Le résultat final est reporté en Annexe C.

Les valeurs propres de l'opérateur  $3/m^* \Pi_N$  sont données pour  $p = (p_0, \mathbf{0})$ , par :

$$\left(\frac{3}{m^*} H_1 \not{p} + 3H_2\right) X = \lambda X, \quad (6.24)$$

$$\longrightarrow \lambda_{\pm} = \pm p_0 \frac{3}{m^*} H_1 + 3H_2, \quad (6.25)$$

et la solution particulière  $\tilde{p}_0$  est donnée par :

$$\lambda_+ = 1 \longrightarrow 1 - \tilde{p}_0 \frac{3}{m^*} H_1 - 3H_2 = 0. \quad (6.26)$$

Il faut noter que  $H_1$  et  $H_2$  sont des fonctions de  $\tilde{p}_0$ , cette équation est donc résolue par un procédé itératif.

### Prises en compte de la self-énergie vecteur du quark

Le décalage de l'énergie du quark doit être pris en compte, en plus de la partie liée au blocage de Pauli du propagateur du quark. Le produit  $S_q(k)\tau(p-k)$  dans  $\Pi_N$  doit être remplacé dans le milieu par  $S_q(k^\mu - \delta_{\mu 0} \Sigma_0^q)\tau((p-k)^\mu - 2\delta_{\mu 0} \Sigma_0^q)$ . On obtient alors :

$$\Pi_N(p_N) = i \int \frac{d^4 k^*}{(2\pi)^4} S_q(k^*) \tau(p_N - k^*), \quad (6.27)$$

où  $k^* = (k_0 - \Sigma_0^q, \mathbf{0})$  et  $p_N^\mu = p^\mu - 3\delta_{\mu 0} \Sigma_0^q$ . Nous notons la masse du nucléon  $M^*$  en tant qu'état quark-diquark dans NJL (pour éviter toute confusion avec la masse du nucléon "physique" du modèle de champ moyen relativiste).

Si  $\not{p} = M^*$  satisfait l'équation  $1 - 3/m^* \Pi_N(p) = 0$ , alors la solution de l'équation  $1 - 3/m^* \Pi_N(p_N) = 0$  est donnée par  $\not{p}_N = M^*$ . On obtient donc, en notant  $p = (p^0, \mathbf{p})$  et  $p_N = (p^0 - 3\Sigma_0^q, \mathbf{p})$ , la relation de dispersion :

$$p^0 = \sqrt{\mathbf{p}^2 + M^{*2}} + 3\Sigma_0^q. \quad (6.28)$$

Nous pouvons en déduire les self-énergies scalaire et vecteur du nucléon dans le milieu liées à la structure en quark, respectivement notées  $\Sigma_S^{\text{NJL}}$  et  $\Sigma_V^{\text{NJL}}$ . En pratique, étant donnée une solution particulière  $\tilde{p}^0$  de l'équation au pôle de la matrice  $T$  (6.19) pour un nucléon au repos  $\mathbf{p} = \mathbf{0}$ , nous en déduisons d'après (6.28) :

$m(\text{MeV})$	$\Lambda(\text{MeV})$	$m_0(\text{MeV})$	$g_s\Lambda^2$	$g_v\Lambda^2$	$g_{sd}/g_s$
370	600	5.5	2.3	2.0	0.732
400	587	5.6	2.4	2.4	0.765
430	583	6.0	2.4	3.3	0.787

**Tableau 6.1** - Valeurs des paramètres de NJL pour trois valeurs de la masse du quark constituant  $m$ .

$$\Sigma_S^{\text{NJL}} = M^* - M_N, \quad (6.29)$$

$$\text{avec } M^* = \tilde{p}^0 - 3\Sigma_0^q, \quad (6.30)$$

$$\Sigma_V^{\text{NJL}} = 3\Sigma_0^q. \quad (6.31)$$

## 6.2 Résultats

### 6.2.1 Détermination des paramètres

Nous devons tout d'abord déterminer les valeurs des différents paramètres du modèle de NJL :

- le cut-off  $\Lambda$
- la masse du quark courant  $m_0$
- les constantes de couplage à 4 fermions  $g_s, g_v$
- la constante de couplage de la voie  $qq$  scalaire  $g_{sd}$

Nous considérerons différentes valeurs de la masse du quark dans le vide  $m$ , plutôt que différentes valeurs de  $\Lambda$ . Les autres paramètres sont fixés pour reproduire les contraintes suivantes :

- ✗ la masse du méson  $\pi^0$  dans le vide  $m_\pi = 135\text{MeV}$  ;
- ✗ la constante de décroissance du pion dans le vide  $f_\pi = 92.3\text{MeV}$  ;
- ✗ la masse du méson  $\omega$  dans le vide  $m_\omega = 782\text{MeV}$  ;
- ✗ la masse du nucléon dans le vide  $M_N = 939\text{MeV}$ .

Les trois premières contraintes fixent les valeurs de  $m_0, g_s$  et  $g_v$ , comme dans le Chapitre 4. La valeur de la masse du nucléon permet quant à elle de fixer la valeur de la constante de couplage  $g_{sd}$ .

Bien qu'il soit préférable de considérer des valeurs de  $m \gtrsim 390\text{MeV}$  afin d'obtenir un méson  $\omega$  stable par rapport à la décroissance en paire  $\bar{q}q$ , nous explorerons ici à titre illustratif des valeurs légèrement inférieures  $m \gtrsim 370\text{MeV}$ . Les valeurs des paramètres du modèle pour trois valeurs de la masse du quark constituant  $m = 370, 400$  et  $430$  MeV sont reportées Tableau 6.1.

Il n'est pas possible d'obtenir un nucléon lié pour des valeurs de  $m < 370\text{MeV}$ , et, pour des valeurs de  $m > 440\text{MeV}$ , la masse du nucléon dans le milieu  $M^*$  s'annule pour des densités trop faibles.

$m$ (MeV)	370	400	430
$m_{sd}$ (MeV)	569	557	553
$\Sigma_S^{\text{NJL}}(\rho_0)$ (MeV)	-238	-308	-447
$\Sigma_V^{\text{NJL}}(\rho_0)$ (MeV)	120	147	211

**Tableau 6.2** - Valeurs de la masse du diquark scalaire dans le vide et des self-énergies du nucléon à la densité de saturation pour trois valeurs de la masse du quark constituant  $m$  dans le vide.

### 6.2.2 Self-énergies $\Sigma_{S,V}^{\text{NJL}}$

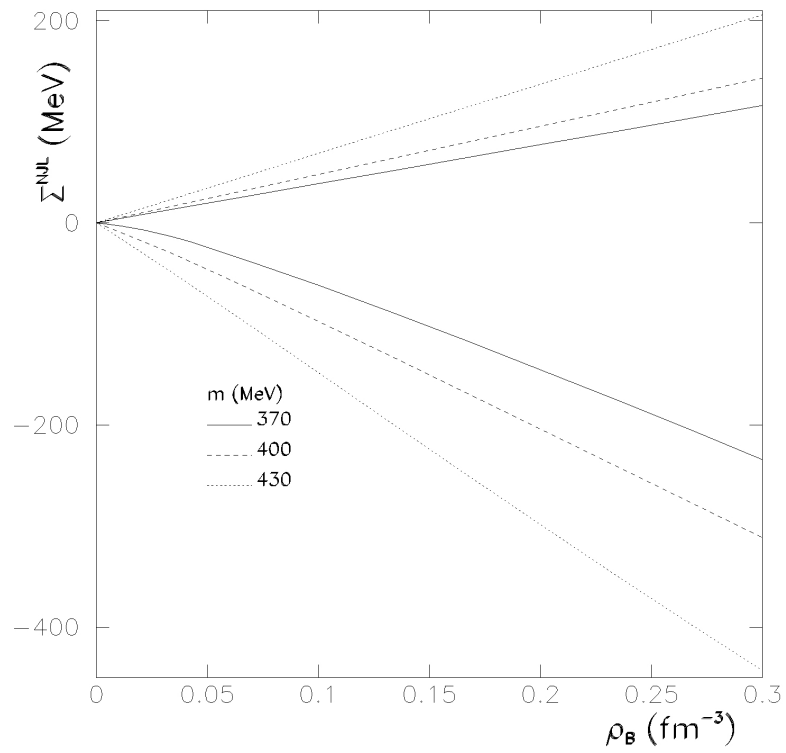
Le Tableau 6.2 recense les valeurs des masses et des self-énergies à la densité de saturation  $\rho_0 = 0.155\text{fm}^{-3}$  obtenues, pour les trois valeurs de la masse du quark constituant considérées.

Même si ces résultats ne doivent pas être interprétés seuls, étant donné que la description complète des self-énergies doit inclure également les contributions des pions, nous pouvons tout de même faire quelques commentaires.

Tout d'abord, la self-énergie scalaire est attractive, et la self-énergie vecteur répulsive, comme attendu. Un point intéressant est la forte asymétrie constatée entre les valeurs absolues de  $\Sigma_S^{\text{NJL}}(\rho_0)$  et  $\Sigma_V^{\text{NJL}}(\rho_0)$ , avec un rapport de l'ordre de  $\Sigma_S^{\text{NJL}}(\rho_0)/\Sigma_V^{\text{NJL}}(\rho_0) \approx -2$ . Rappelons que, dans les modèles de champ moyen relativistes, la saturation résulte d'une compensation importante des self-énergies. De plus, les self-énergies dépendent fortement de la valeur de la masse du quark constituant utilisée, avec un facteur 2 entre la valeur de  $\Sigma_S^{\text{NJL}}$  pour  $m = 370\text{MeV}$  et  $m = 430\text{MeV}$ . Cependant, nous montrerons que l'impact de la valeur de  $m$ , sur la description des propriétés de saturation dans le modèle de champ moyen relativiste, est moins important que ce que ne suggère ce résultat.

Finalement, nous pouvons voir Tableau 6.2 que  $m + m_{sd} \approx M_N$ , et donc que le quark et le diquark sont assez peu liés. Le diquark par contre présente une énergie de liaison relativement importante par rapport à l'énergie du seuil de décroissance en 2 quarks, donnée par  $2m$ .

Nous avons tracé les courbes des self-énergies en fonction de la densité  $\rho_B$  Figure 6.2. Nous pouvons voir que la self-énergie scalaire  $\Sigma_S^{\text{NJL}}$  peut être considérée en très bonne approximation comme linéaire en densité. D'après les équations (3.14, 6.31), la self-énergie vecteur  $\Sigma_V^{\text{NJL}}$  est exactement linéaire en densité (pour  $g_{sv} = 0$ ).



**Figure 6.2** - Self-énergies du nucléon  $\Sigma_S^{NJL}$  (partie négative) et  $\Sigma_V^{NJL}$  (partie positive) en fonction de la densité baryonique  $\rho_B$  pour trois valeurs de la masse  $m$  :  $m = 370\text{MeV}$  (ligne pleine),  $m = 400\text{MeV}$  (ligne tiretée) et  $m = 430\text{MeV}$  (ligne pointillée).





# CHAPITRE 7

---

## Modification du nucléon liée aux échanges de pions en théorie des perturbations chirales

### Résumé

---

*Nous présentons dans ce Chapitre la détermination de la self-énergie du nucléon provenant des échanges de pions dans le milieu. Pour cela, nous utilisons la théorie des perturbations chirales dans le milieu, appliquée aux diagrammes de self-énergie du nucléon. Les contributions des échanges de 1 pion et de 1 pion itéré sont déterminées, et les résultats numériques sont présentés.*

---

### Plan

---

- 7.1 Formalisme**
    - 7.1.1 Lagrangien
    - 7.1.2 Hiérarchie des contributions
  - 7.2 Self-énergies dans le milieu**
    - 7.2.1 Procédure
    - 7.2.2 Conventions graphiques
    - 7.2.3 Structure de la self-énergie du nucléon
  - 7.3 Diagrammes d'échange d'un pion**
  - 7.4 Diagrammes d'échange d'un pion itéré**
    - 7.4.1 Diagramme de Hartree
    - 7.4.2 Diagramme de Fock
  - 7.5 Résultats**
- 

Le concept de théorie des champs effective [76] consiste à écrire le Lagrangien le plus général compatible avec les symétries de QCD, en utilisant les degrés de liberté adaptés à l'échelle de résolution voulue. A basse énergie, les degrés de liberté peuvent être les nucléons et les pions, et la dynamique est contrôlée principalement par la symétrie chirale, spontanément brisée. Ceci constitue la base de la théorie des perturbations chirales [19] (ChPT), qui a été appliquée avec succès pour construire, par exemple, des potentiels nucléon-nucléon (voir entre autre [77, 78, 79]).

## 7.1 Formalisme

Nous donnons dans cette section quelques éléments sur la théorie des perturbations chirales. Le lecteur pourra trouver de nombreuses revues pour plus de détails [79, 80, 81, 82, 83, 84], notamment en ce qui concerne l'interaction NN.

### 7.1.1 Lagrangien

Le Lagrangien de la théorie effective est donc bâti à partir des pions et des nucléons. Comme les interactions du boson de Goldstone de la symétrie chirale doivent disparaître à transfert nul et dans la limite chirale, l'expansion de basse énergie du Lagrangien est organisée dans les puissances des dérivées et de la masse du pion. Ceci constitue la théorie des perturbations chirales (ChPT).

De façon générale, le Lagrangien contient trois parties, pour les interactions  $\pi\pi$ , les interactions de contact  $NN$  et les interactions  $\pi N$  :

$$\mathcal{L}_{\text{ChPT}} = \mathcal{L}_{\pi\pi} + \mathcal{L}_{NN} + \mathcal{L}_{\pi N}. \quad (7.1)$$

Les interactions de contact  $\mathcal{L}_{NN}$  sont nécessaires pour, entre autres, paramétriser la dynamique de courte portée. Dans notre approche, cette dynamique de courte portée est prise en charge par la description du nucléon dans le modèle de NJL. Nous nous intéressons donc ici uniquement à la partie  $\mathcal{L}_{\pi N}$ . Le Lagrangien  $\mathcal{L}_{\pi N}$  peut se décomposer selon le nombre de dérivées ou de masses du pion insérées :

$$\mathcal{L}_{\pi N} = \mathcal{L}_{\pi N}^{(1)} + \mathcal{L}_{\pi N}^{(2)} + \dots \quad (7.2)$$

Le Lagrangien d'ordre dominant relativiste  $\pi N$ , le seul dont nous aurons besoin, s'écrit :

$$\mathcal{L}_{\pi N}^{(1)} = \bar{\psi}(i\not{D} - M_N + \frac{g_A}{2}\gamma^\mu\gamma_5 u_\mu)\psi, \quad (7.3)$$

où  $\psi$  est le spineur de Dirac du nucléon, et avec :

$$D_\mu = \partial_\mu + \Gamma_\mu, \quad (7.4)$$

$$\Gamma_\mu = \frac{1}{2}(\xi^\dagger\partial_\mu\xi + \xi\partial_\mu\xi^\dagger) = \frac{i}{4f_\pi^2}\tau\cdot(\tau\times\partial_\mu\tau)\dots \quad (7.5)$$

$$u_\mu = i(\xi^\dagger\partial_\mu\xi - \xi\partial_\mu\xi^\dagger) = -\frac{1}{f_\pi}\tau\cdot\partial_\mu\tau + \dots \quad (7.6)$$

$$U = \xi^2 = 1 + \frac{i}{f_\pi}\tau\cdot\pi - \frac{1}{2f_\pi^2}\pi^2 + \dots \quad (7.7)$$

où  $U = \xi^2$  est la matrice  $SU(2)$  collectant les champs des pions. Le plus souvent, la formulation de ChPT pour les baryons lourds [80] (Heavy Baryon ChPT ou HBChPT) est utilisée dans les calculs d'interaction NN. Le Lagrangien relativiste  $\mathcal{L}_{\pi N}$  est alors développé en série selon  $1/M_N$ . Le plus bas ordre est alors donné par :

$$\mathcal{L}_{\pi N}^{(1),\text{HB}} = \bar{\phi}\left(iD_0 - \frac{g_A}{2}\sigma\cdot\mathbf{u}\right)\phi, \quad (7.8)$$

où  $\phi$  est un spineur de Pauli à deux composantes.

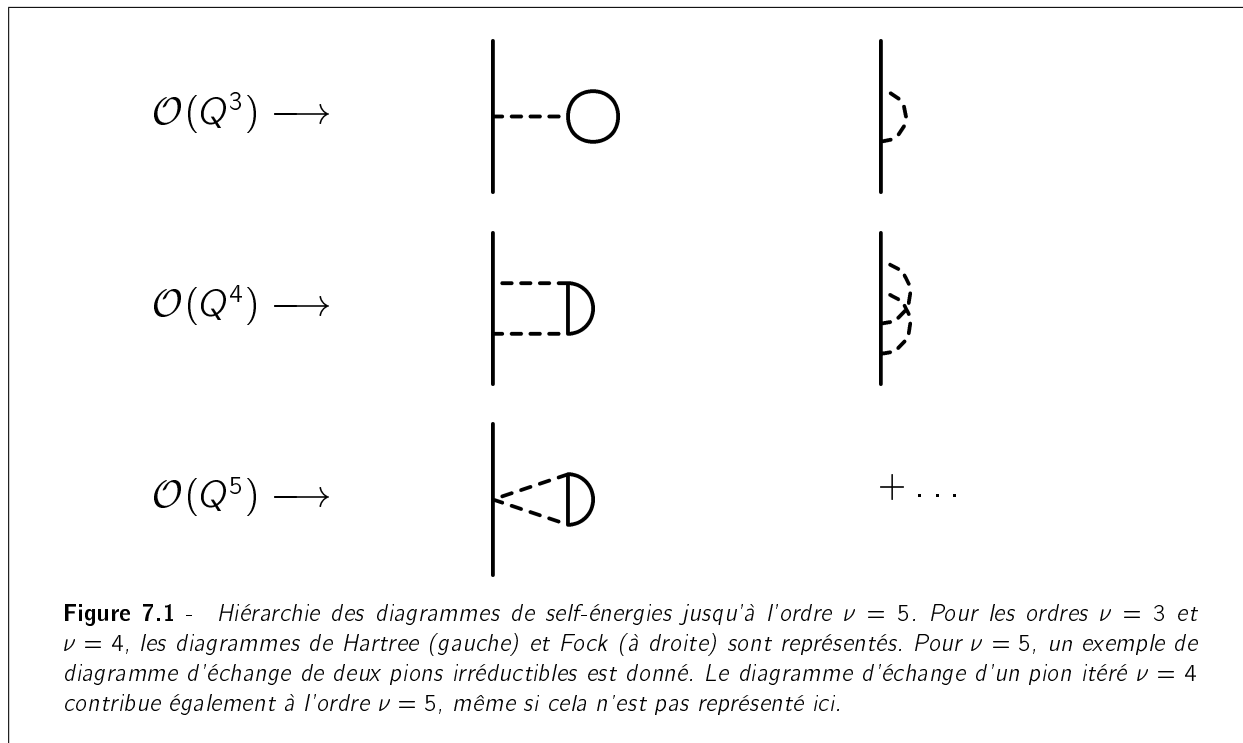
### 7.1.2 Hiérarchie des contributions

Les différentes contributions à l'interaction NN sont analysées en termes des puissances des moments  $(Q/\Lambda_\chi)^\nu$  en ChPT, où  $\Lambda_\chi \sim 1\text{GeV}$  est l'échelle d'énergie de la brisure de la symétrie chirale, et  $Q$  est une impulsion (du nucléon, du pion) ou la masse du pion par exemple. Le schéma de comptage de puissance consiste à déterminer à quelle valeur de  $\nu$  contribue un diagramme de Feynman. Nous ne rentrons pas ici dans les détails, mais  $\nu$  peut être relié aux caractéristiques du diagramme considéré via une règle de comptage (voir [84] par exemple). Dans le cas particulier des diagrammes de self-énergies que nous considérons, la règle de comptage est la suivante pour les diagrammes **non itérés** :

$$\nu = 2L + 1, \quad (7.9)$$

où  $L$  est le nombre de boucles du diagramme. Pour les diagrammes de self-énergies, nous avons  $L \geq 1$  et donc  $\nu \geq 3$ .

Les contributions peuvent alors être hiérarchisées, selon la puissance  $\nu$ . Au premier ordre  $\nu = 3$  (ordre  $\mathcal{O}(Q^3)$ ), le seul diagramme contribuant est l'échange d'un pion (1 boucle) avec un vertex de  $\mathcal{L}_{\pi N}^{(1),\text{HB}}$  (autrement dit avec une dérivée du pion). Pour  $\nu = 4$  (ordre  $\mathcal{O}(Q^4)$ ) la seule contribution provient du diagramme d'échange d'un pion itéré (2 boucles), qui fait exception à la règle de comptage équation (7.9). Pour  $\nu = 5$  (ordre  $\mathcal{O}(Q^5)$ ), les diagrammes d'échange de deux pions irréductibles (2 boucles) apparaissent, avec un vertex de  $\mathcal{L}_{\pi N}^{(1),\text{HB}}$ , et le diagramme d'échange d'un pion itéré contribue également à cet ordre. Pour  $\nu = 6$ , les contributions proviennent des diagrammes d'échange de deux pions avec un des vertex provenant du Lagrangien d'ordre supérieur  $\mathcal{L}_{\pi N}^{(2)}$  (autrement dit avec deux dérivées du pion). Des contributions à 3 nucléons apparaissent également. Cette hiérarchie est représentée Figure 7.1, jusqu'à l'ordre  $\nu = 5$ .



**Figure 7.1** - Hiérarchie des diagrammes de self-énergies jusqu'à l'ordre  $\nu = 5$ . Pour les ordres  $\nu = 3$  et  $\nu = 4$ , les diagrammes de Hartree (gauche) et Fock (à droite) sont représentés. Pour  $\nu = 5$ , un exemple de diagramme d'échange de deux pions irréductibles est donné. Le diagramme d'échange d'un pion itéré  $\nu = 4$  contribue également à l'ordre  $\nu = 5$ , même si cela n'est pas représenté ici.

Du fait de la difficulté des calculs dans le milieu, nous considérerons les contributions jusqu'à l'ordre  $\nu = 5$ . De plus, nous ne considérerons que le diagramme d'échange d'un pion itéré parmi les diagrammes d'échange de deux pions. Les diagrammes d'échange de deux pions dit irréductibles contribuent peu [71], et nous les négligerons en première approximation.

## 7.2 Self-énergies dans le milieu

### 7.2.1 Procédure

Pour la description des self-énergies dans le milieu, le moment externe pertinent est le moment de Fermi  $k_F$ . Ainsi, d'après la hiérarchie exposée plus haut, nous déterminons les contributions aux self-énergies jusqu'à l'ordre  $\mathcal{O}(k_F^5)$  (à l'approximation près des diagrammes d'échange de deux pions irréductibles).

Nous utilisons de plus la méthode de calcul développée par le groupe de Munich [79, 70], qui consiste à écrire les contributions sous la forme relativiste complète, puis à développer ensuite l'amplitude en  $1/M_N$ , plutôt que d'utiliser le Lagrangien  $\mathcal{L}_{\pi N}^{(1),HB}$  développé en  $1/M_N$  dès le début. Le résultat final est identique, mais cela permet de simplifier les calculs.

Afin de calculer les diagrammes dans le milieu, nous utilisons donc le propagateur du nucléon donné par :

$$S_N(k) = (\not{k} + M_N) \left\{ \frac{i}{k^2 - M_N^2 + i\epsilon} - 2\pi\delta(k^2 - M_N^2)\theta(k_0)\theta(k_F - |\mathbf{k}|) \right\}, \quad (7.10)$$

$$= S_N^{\text{vac}}(k) + S_N^{\text{med}}(k). \quad (7.11)$$

Les contributions à la self-énergie que nous déterminons sont considérées comme des perturbations par rapport au vide physique. Ainsi, nous utilisons dans le milieu la masse du nucléon dans le vide  $M_N$ . Ce propagateur se sépare en deux parties, que nous désignerons par "insertion de vide"  $S_N^{\text{vac}}$  et "insertion de milieu"  $S_N^{\text{med}}$ . Cela permet, par commodité, d'organiser le calcul en fonction du nombre d'insertion de milieu dans les diagrammes. Les diagrammes sans insertion de milieu renormalisent la masse du nucléon à sa valeur physique dans le vide  $M_N$ . Les effets du milieu à prendre en compte commencent donc avec les diagrammes comprenant au moins une insertion de milieu.

Le propagateur du pion s'écrit :

$$G_\pi(q) = \frac{i}{q^2 - m_\pi^2 + i\epsilon}. \quad (7.12)$$

Le vertex  $\pi NN$  covariant est donné par :

$$\frac{g_A}{2f_\pi} \not{q}_a \gamma_5 \mathcal{T}_a, \quad (7.13)$$

où  $q_a$  est le moment sortant d'un pion,  $g_A$  est la constante de couplage axial-vecteur, et  $f_\pi$  la constante de décroissance du pion. Nous utilisons les règles de Feynman définies Annexe A, avec les propagateurs et vertex définis ci-dessus, pour calculer les contributions des diagrammes d'échange de pions.

### 7.2.2 Conventions graphiques

Les diagrammes décomposés en fonction du nombre d'insertions de milieu sont représentés Figures 7.2, 7.3, et 7.4. La convention graphique est la suivante, pour les lignes internes :

- une ligne pleine représente une insertion de vide  $S_N^{\text{vac}}$  ;
- une ligne double pleine représente une insertion de milieu  $S_N^{\text{med}}$  ;
- une ligne pointillée représente le propagateur du pion  $G_\pi$ .

De plus, les lignes externes représentent un nucléon sur couche, avec une quadri-impulsion  $k = (k^0 = \sqrt{\mathbf{k}^2 + M_N^2}, \mathbf{k})$ , et  $|\mathbf{k}| < k_F$ .

### 7.2.3 Structure de la self-énergie du nucléon

La self-énergie provenant des diagrammes considérés peut se mettre sous la forme :

$$\Sigma^\pi(k) = \Sigma_S^\pi(k) + \gamma_0 \Sigma_V^\pi(k) - \boldsymbol{\gamma} \cdot \mathbf{k} \Sigma_V^\pi(k). \quad (7.14)$$

Il est connu des calculs relativistes Hartree-Fock et Dirac-Brueckner [85, 86, 87] que la partie réelle de la composante spatiale  $|\mathbf{k}| \Sigma_V^\pi$  est très faible devant  $\Sigma_S^\pi$ . De plus, dans le cas d'un couplage pseudo-vecteur pion-nucléon considéré ici, le rapport  $|\mathbf{k}| \Sigma_V^\pi / \Sigma_S^\pi$  est de l'ordre de  $|\mathbf{k}| / M_N$ . Nous ne considérerons donc pas la partie spatiale  $\Sigma_V^\pi$  de la self-énergie.

Les parties scalaire et vecteur s'obtiennent à partir de la self-énergie équation (7.14) :

$$\Sigma_S^\pi = \frac{1}{4} \text{tr} \Sigma^\pi, \quad (7.15)$$

$$\Sigma_V^\pi = \frac{1}{4} \text{tr} \boldsymbol{\gamma}_0 \Sigma^\pi, \quad (7.16)$$

où  $\text{tr}$  désigne une trace dans l'espace de Dirac uniquement.

## 7.3 Diagrammes d'échange d'un pion

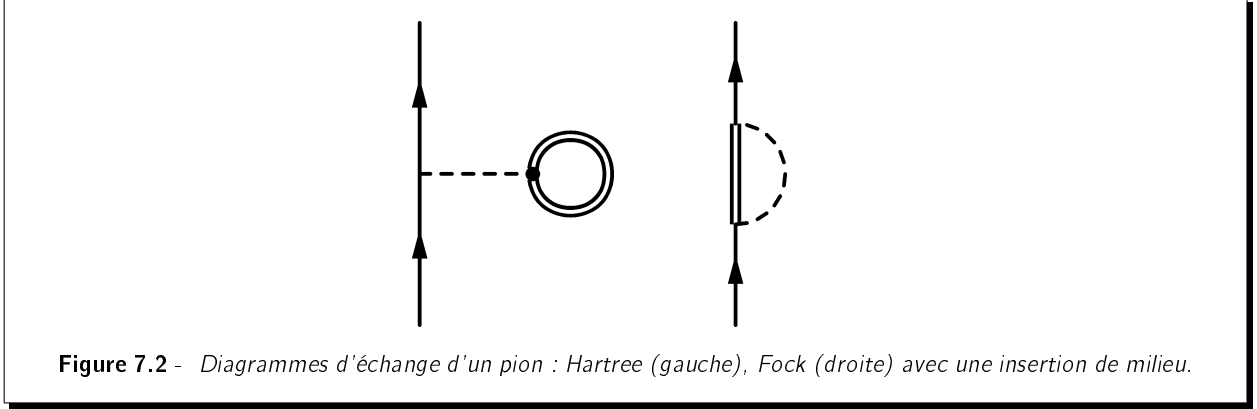
Le diagramme de Hartree d'échange d'un pion Figure 7.2 (gauche) est nul (le pion échangé ne pouvant emmener qu'une quadri-impulsion nulle). Le terme de Fock avec une insertion de milieu est représenté Figure 7.2 (droite).

La self-énergie provenant de l'échange d'un pion  $\Sigma^{\pi,1}$  s'écrit donc :

$$-i \Sigma^{\pi,1}(k) = -3 \left( \frac{g_A}{2f_\pi} \right)^2 \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} (\not{k} - \not{q}) \gamma_5 S_N^{\text{med}}(q) (\not{q} - \not{k}) G_B(k - q), \quad (7.17)$$

Après avoir pris la trace pour obtenir les parties scalaire et vecteur, et intégré sur  $q^0$  grâce au théorème de Cauchy, on obtient :

$$\Sigma_S^{\pi,1}(k) = 3 \left( \frac{g_A}{2f_\pi} \right)^2 \int_{|\mathbf{q}| < k_F} \frac{d^3 \mathbf{q}}{(2\pi)^3} \frac{M_N}{2E_q} \left( 1 + \frac{m_\pi^2}{2} \frac{1}{M_N^2 - E_k E_q + \mathbf{k} \cdot \mathbf{q} - m_\pi^2/2} \right) \quad (7.18)$$



$$\Sigma_V^{\pi,1}(k) = \frac{E_k}{M_N} \Sigma_S \quad (7.19)$$

où  $E_r = \sqrt{\mathbf{r}^2 + M_N^2}$ . Nous développons ensuite l'intégrand en  $1/M_N$ , en conservant les deux premiers ordres. Les intégrales restantes sont analytiques. Le résultat est une fonction de  $\mathbf{k}$  et  $k_F$ . Cependant, nous prendrons ces self-énergies pour  $|\mathbf{k}| = k_F$ , comme fait usuellement [16]. Nous ne reportons donc ici que les expressions pour  $|\mathbf{k}| = k_F$ . Les expressions complètes sont disponibles en Annexe D.

En posant  $v = k_F/m_\pi$ , on obtient finalement les self-énergies scalaire  $\Sigma_S^{\pi,1}(v)$  et vecteur  $\Sigma_V^{\pi,1}(v)$  :

$$\Sigma_S^{\pi,1}(v) = 3 \left( \frac{g_A}{4\pi f_\pi} \right)^2 m_\pi^3 \left\{ \Sigma_S^{\pi,1,1} + \frac{m_\pi^2}{M_N^2} \Sigma_S^{\pi,1,2} \right\}, \quad (7.20)$$

avec :

$$\Sigma_S^{\pi,1,1}(v) = \frac{1}{4v} \ln \left( \frac{1}{4v^2 + 1} \right) + \frac{2}{3}v^3 - v + \arctan(2v), \quad (7.21)$$

et :

$$\Sigma_S^{\pi,1,2}(v) = \frac{-6v^2 + 1}{16v} \ln \left( \frac{1}{4v^2 + 1} \right) - \frac{v(v^2 - 1)}{2} \arctan(2v) - \frac{v^5}{5} - \frac{v^3}{6} - \frac{3v}{4}. \quad (7.22)$$

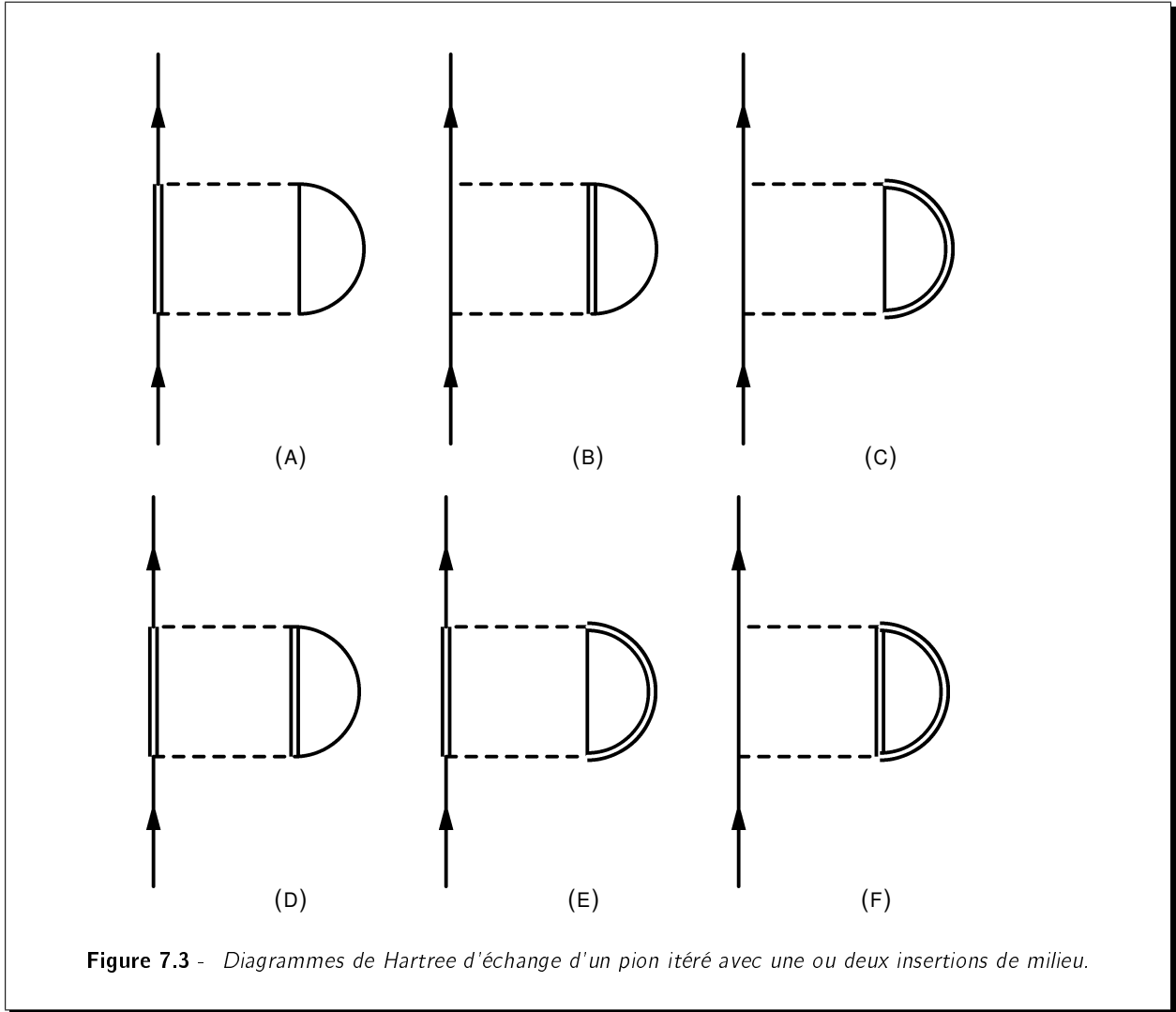
$$\Sigma_V^{\pi,1}(v) = 3 \left( \frac{g_A}{4\pi f_\pi} \right)^2 m_\pi^3 \left\{ \Sigma_S^{\pi,1}(v) + \frac{v^2 m_\pi^2}{M_N^2} \Sigma_S^{\pi,1,1}(v) \right\}. \quad (7.23)$$

La convergence du développement en  $1/M_N$  peut être vérifiée. Ici, le terme en  $(m_\pi/M_N)^2$  représente environ 5% du terme dominant de la self-énergie.

## 7.4 Diagrammes d'échange d'un pion itéré

### 7.4.1 Diagramme de Hartree

Les diagrammes de Hartree d'échange d'un pion itéré avec une ou deux insertions de milieu sont représentés Figure 7.3.



Le diagramme comportant trois insertions de milieu (non représenté) amène une partie purement imaginaire. Le diagramme A contribue à la masse physique du pion  $m_\pi$  [72], et le diagramme B est sous dominant (d'ordre  $\mathcal{O}(1/M_N^5)$ ). Il reste donc un diagramme avec une insertion de milieu Figure (7.3,C) et trois avec deux insertions de milieu Figure (7.3,D,E,F).

#### Diagramme comportant une insertion de milieu

L'amplitude du diagramme avec une insertion de milieu Figure (7.3,C) est donnée par :

$$-i\Sigma^{\pi,2}(k) = 6 \left( \frac{g_A}{2f_\pi} \right)^4 \int \frac{d^4q}{(2\pi)^4} \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \not{q} \gamma_5 S_N^{\text{vac}}(k-q) \not{q} \gamma_5 [G_\pi(q)]^2 \text{Tr} [\not{q} \gamma_5 S_N^{\text{vac}}(q+p) \not{p} \gamma_5 S_N^{\text{med}}(p)]. \quad (7.24)$$

Ce diagramme fait exception à la règle de comptage évoquée au début du Chapitre. Sa partie interne ("boîte" de deux nucléons et deux pions), appelée "planar box graph", nécessite d'être traitée avec attention. Cela est fait en détails dans [79], et nous reprenons ici les points principaux. L'amplitude donnée



par l'équation (7.24) admet quatre pôles en  $q^0$  dans le plan complexe. Afin d'obtenir la contribution dominante, il faut, pour chacun de ces pôles, calculer les traces puis intégrer par le théorème de Cauchy sur  $q^0$ . L'intégrand restant doit alors être développé au premier ordre en  $1/M_N$ . On détermine alors que l'un des pôles dans les propagateurs du nucléon contribue à l'ordre  $\mathcal{O}(M_N)$ , tandis que l'autre pôle contribue en  $\mathcal{O}(1/M_N^5)$ . Les pôles des propagateurs des pions contribuent quant à eux en  $\mathcal{O}(1/M_N)$ , et constituent la partie irréductible du diagramme. La contribution dominante de la partie itérée est donc la contribution en  $\mathcal{O}(M_N)$ . L'intégrale restante présente alors un comportement apparemment divergent. Comme nous le montrons ci-dessous, en utilisant les outils de la régularisation dimensionnelle comme fait dans [79], cette contribution n'est en fait pas divergente et ne nécessite pas de régularisation.

La partie posant problème s'écrit, pour un vecteur euclidien  $l$  de dimension  $n$  :

$$\int \frac{d^n l}{u^2 - l^2 + i\epsilon} \quad (7.25)$$

où  $u$  est un scalaire. Pour  $n = 3$ , cette intégrale semble divergente. On peut écrire :

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n \frac{\partial}{\partial l_i} \left( l_i \frac{1}{u^2 - l^2} \right) &= \sum_{i=1}^n \left( \frac{1}{u^2 - l^2} + l_i \frac{2l_i}{(u^2 - l^2)^2} \right), \\ &= \frac{n}{u^2 - l^2} + \frac{2l^2}{(u^2 - l^2)^2}. \end{aligned}$$

Le théorème de Gauss nous donne alors :

$$\int d^n l \sum_{i=1}^n \frac{\partial}{\partial l_i} \left( l_i \frac{1}{u^2 - l^2} \right) = \int_{S_\infty} \sum_{i=1}^n \frac{l_i}{u^2 - l^2} \cdot dS_i \rightarrow 0.$$

On arrive donc au résultat suivant :

$$\int \frac{d^n l}{u^2 - l^2 + i\epsilon} = \frac{-2u^2}{n-2} \int \frac{d^n l}{(u^2 - l^2 + i\epsilon)^2}. \quad (7.26)$$

Pour  $n = 3$ , l'intégrale de droite est convergente et ne nécessite aucune régularisation.

L'introduction d'un cut-off linéaire dans l'intégrale équation (7.25), comme fait dans [70, 71], est considérée par les auteurs comme une paramétrisation effective des termes de contact. Alternativement, Lutz et al. ont choisi d'introduire explicitement un terme de contact NN dans le Lagrangien [69]. L'introduction du cut-off, aussi bien que du terme de contact NN, est, d'après les auteurs, une paramétrisation de la physique de courte portée. L'un des objectifs de notre travail est d'obtenir une description de la physique de courte portée directement à partir de la structure en quarks du nucléon. Ainsi, afin de ne pas avoir de double comptage, nous n'avons pas introduit de tels termes de contact ou de cut-off dans la partie pionique des self-énergies. La physique de courte portée est prise en compte par la description du nucléon en quark-diquark Chapitre 6. L'interprétation des résultats ne doit se faire qu'une fois pris en compte ensemble, à la fois les contributions aux self-énergies venant de NJL et des échanges de pions.

La contribution à la self-énergie scalaire du diagramme de Hartree d'échange d'un pion itéré comportant une insertion de milieu s'écrit finalement, tout calcul fait et pour  $|\mathbf{k}| = k_F$  :

$$\Sigma_S^{\pi,2}(v) = -6\pi \left( \frac{g_A m_\pi}{4\pi f_\pi} \right)^4 M_N \left\{ \frac{11}{6} v + \frac{7}{24v} \ln [1 + 4v^2] - \left[ \frac{3}{2} + \frac{4}{3} v^2 \right] \arctan(2v) \right\}. \quad (7.27)$$

Au premier ordre en  $1/M_N$ , la contribution à la self-énergie vecteur est égale à celle à la self-énergie scalaire, comme pour tous les diagrammes d'échange d'un pion itéré considérés par la suite.

$$\Sigma_V^{\pi,2}(v) = \Sigma_S^{\pi,2}(v). \quad (7.28)$$

### Diagrammes comportant deux insertions de milieu

L'amplitude totale des trois diagrammes de Hartree d'échange d'un pion itéré comportant deux insertions de milieu s'écrit :

$$\begin{aligned} -i\Sigma^{\pi,3}(k) = & 6 \left( \frac{g_A}{2f_\pi} \right)^4 \int \frac{d^4q}{(2\pi)^4} \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \\ & (\not{k} - \not{p})\gamma_5 S_N^{\text{med}}(p)(\not{p} - \not{k})\gamma_5 [G_\pi(k-p)]^2 \\ & \text{Tr} [(\not{p} - \not{k})\gamma_5 S_N^{\text{med}}(q)(\not{k} - \not{p})\gamma_5 S_N^{\text{vac}}(q+p-k)] \\ & + (\not{k} - \not{p})\gamma_5 S_N^{\text{med}}(p)(\not{p} - \not{k})\gamma_5 [G_\pi(k-p)]^2 \\ & \text{Tr} [(\not{p} - \not{k})\gamma_5 S_N^{\text{vac}}(q+k+p)(\not{k} - \not{p})\gamma_5 S_N^{\text{med}}(q)] \\ & + (\not{p} - \not{q})\gamma_5 S_N^{\text{vac}}(k+q-p)(\not{q} - \not{p})\gamma_5 [G_\pi(p-q)]^2 \\ & \text{Tr} [(\not{q} - \not{p})\gamma_5 S_N^{\text{med}}(p)(\not{p} - \not{q})\gamma_5 S_N^{\text{med}}(q)]. \end{aligned} \quad (7.29)$$

Le calcul, bien que fastidieux, est simple en principe. Après avoir pris les traces pour extraire les parties scalaire et vecteur, les fonctions  $\delta$  des insertions de milieu permettent d'intégrer immédiatement sur  $p^0$  et  $q^0$ . L'intégrand restant doit être développé au premier ordre en  $1/M_N$ . Les intégrales sur  $d^3\mathbf{p}$  et  $d^3\mathbf{q}$  peuvent être partiellement effectuées.

La contribution à la self-énergie scalaire pour  $|\mathbf{k}| = k_F$  peut finalement s'écrire :

$$\begin{aligned} \Sigma_S^{\pi,3}(v) = & 6 \left( \frac{g_A m_\pi}{4\pi f_\pi} \right)^4 M_N \left\{ v^2 \int_0^1 \frac{dw}{2} \left[ 8v^2 w^2 \frac{1+2v^2 w^2}{1+4v^2 w^2} - 2 \ln(1+4v^2 w^2) \right] \right. \\ & \left. \left( w + \frac{1}{2}(1-w^2) \ln \left[ \frac{w+1}{w-1} \right] \right) \right. \\ & + \int_0^1 dw \int_{-vw}^{vw} d\xi \left\{ \frac{(\xi+vw)^5}{((\xi+vw)^2+1)^2} \right\} \left( \xi v + \frac{1}{2}(v^2-\xi^2) \ln \left[ \frac{\xi+v}{\xi-v} \right] \right) \\ & \left. + \int_{-1}^1 dw \int_0^v \frac{\xi^2}{v} d\xi \left[ \frac{2\sigma^2+\sigma^4}{2(1+\sigma^2)} - \ln(1+\sigma^2) \right] \ln \left| \frac{\xi w+v}{\xi w-v} \right| \right\}, \end{aligned} \quad (7.30)$$

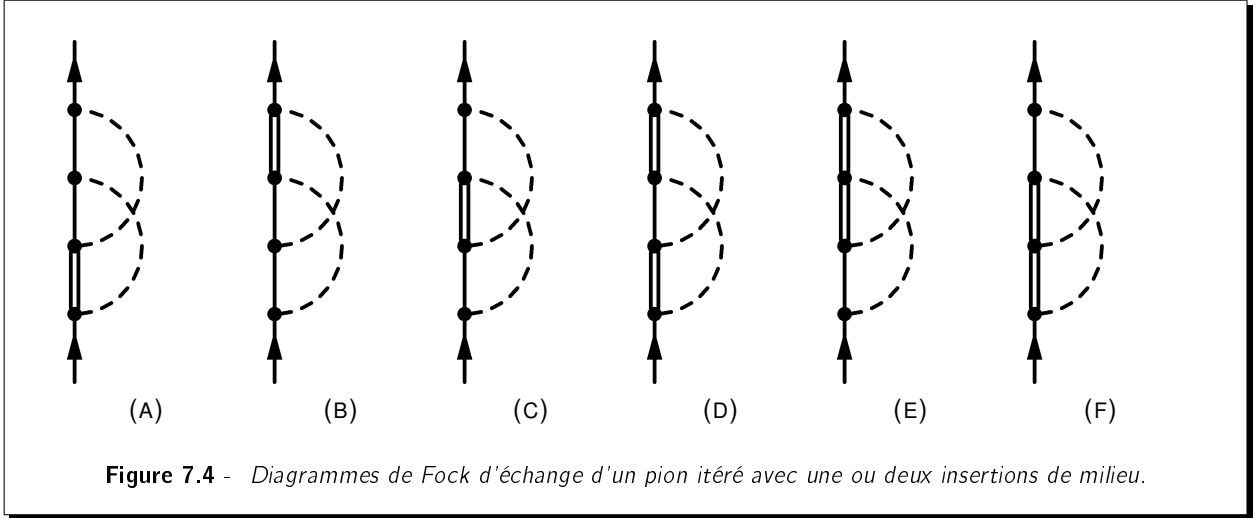
avec  $\sigma = \xi w + \sqrt{v^2 + \xi^2(w^2 - 1)}$ . On a toujours :

$$\Sigma_V^{\pi,3}(v) = \Sigma_S^{\pi,3}(v). \quad (7.31)$$

### 7.4.2 Diagramme de Fock

Les diagrammes de Fock d'échange d'un pion itéré avec une ou deux insertions de milieu sont représentés Figure 7.4.

Le diagramme comportant trois insertions de milieu (non représenté) amène une partie purement imaginaire. Les 2 diagrammes avec une insertion de milieu A et B contribuent à renormaliser les masses et couplages physiques [72]. Il reste donc un diagramme avec une insertion de milieu Figure (7.4.C) et trois avec deux insertions de milieu Figure (7.4.D, E, F).



### Diagramme comportant une insertion de milieu

L'amplitude du diagramme avec une insertion de milieu Figure (7.4,C) est donnée par :

$$\begin{aligned}
 -i\Sigma^{\pi,4}(k) &= 3 \left( \frac{g_A}{2f_\pi} \right)^4 \int \frac{d^4q}{(2\pi)^4} \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \\
 &\quad (\not{q} + \not{p} - \not{k})\gamma_5 S_N^{\text{vac}}(p+q) \not{q}\gamma_5 G_\pi(q) \\
 &\quad G_\pi(k-q-p) S_N^{\text{med}}(p) (\not{k} - \not{p} - \not{q})\gamma_5 S_N^{\text{vac}}(k-q) \not{q}\gamma_5.
 \end{aligned} \tag{7.32}$$

Le calcul est proche de celui de la contribution du diagramme de Hartree d'échange d'un pion itéré avec une insertion de milieu. La contribution à la self-énergie scalaire du diagramme de Fock d'échange d'un pion comportant une insertion de milieu, pour  $|\mathbf{k}| = k_F$  est donnée par :

$$\begin{aligned}
 \Sigma_S^{\pi,4}(v) &= 2\pi \left( \frac{g_A m_\pi}{4\pi f_\pi} \right)^4 M_N \left\{ v^3 + \int_0^v \xi \left(1 - \frac{\xi}{v}\right) d\xi \frac{3}{1+2\xi^2} \right. \\
 &\quad \left. [(1+8\xi^2+8\xi^4) \arctan \xi - (1+4\xi^2) \arctan(2\xi)] \right\},
 \end{aligned} \tag{7.33}$$

### Diagrammes comportant deux insertions de milieu

L'amplitude totale des trois diagrammes de Fock d'échange d'un pion itéré comportant deux insertions de milieu s'écrit :

$$\begin{aligned}
 -i\Sigma^{\pi,5}(k) &= -3 \left( \frac{g_A}{2f_\pi} \right)^4 \int \frac{d^4q}{(2\pi)^4} \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \\
 &\quad (\not{q} - \not{k})\gamma_5 S_N^{\text{med}}(q) (\not{p} - \not{k})\gamma_5 G_\pi(k-q) \\
 &\quad G_\pi(k-p) S_N^{\text{vac}}(p+q-k) (\not{k} - \not{q})\gamma_5 S_N^{\text{med}}(p) (\not{k} - \not{p})\gamma_5 \\
 &\quad + (\not{q} - \not{k})\gamma_5 S_N^{\text{med}}(q) (\not{p} - \not{q})\gamma_5 G_\pi(k-q) \\
 &\quad G_\pi(q-p) S_N^{\text{med}}(p) (\not{k} - \not{q})\gamma_5 S_N^{\text{vac}}(p+k-q) (\not{q} - \not{p})\gamma_5
 \end{aligned} \tag{7.34}$$

$$\begin{aligned}
 &\quad + (\not{q} - \not{p})\gamma_5 S_N^{\text{vac}}(q+k-p) (\not{p} - \not{k})\gamma_5 G_\pi(p-q) \\
 &\quad G_\pi(k-p) S_N^{\text{med}}(q) (\not{p} - \not{q})\gamma_5 S_N^{\text{med}}(p) (\not{k} - \not{p})\gamma_5.
 \end{aligned} \tag{7.35}$$

La contribution à la self-énergie scalaire pour  $|\mathbf{k}| = k_F$  peut finalement s'écrire :

$$\begin{aligned} \Sigma_S^{\pi,5}(v) = & \frac{3}{2} \left( \frac{g_A m_\pi}{4\pi f_\pi} \right)^4 M_N \left\{ \frac{G^2(v)}{8v^2} \right. \\ & + \int_0^v d\xi G(\xi) \left[ 1 + \frac{\xi^2 - v^2 - 1}{4v\xi} \ln \frac{1 + (v + \xi)^2}{1 + (v - \xi)^2} \right] \\ & + \frac{1}{4} \int_0^1 dw \int_0^1 d\xi \frac{w}{z} (4v^2 w^2 - \ln(1 + 4v^2 w^2)) (-4v^2 z^2 + \ln(1 + 4v^2 z^2)) \\ & + \int_{-1}^1 dw \int_0^v d\xi \frac{\xi^2}{v} [\ln(1 + \sigma^2) - \sigma^2] \left( \ln \frac{|v + \xi w|}{|v - \xi w|} \right. \\ & \left. + \frac{1}{R} \ln \frac{[vR + (v^2 - \xi^2 - 1)w\xi]^2}{[1 + (v + \xi)^2][1 + (v - \xi)^2][v^2 - \xi^2 w^2]} \right) \left. \right\}, \end{aligned} \quad (7.36)$$

avec  $\sigma = \xi w + \sqrt{v^2 + \xi^2(w^2 - 1)}$  comme défini plus haut, et :

$$G(x) = v(1 + v^2 + x^2) - \frac{1}{4x} [1 + (v + x)^2][1 + (v - x)^2] \ln \frac{1 + (v + x)^2}{1 + (v - x)^2}, \quad (7.37)$$

$$R = \sqrt{(1 + v^2 - \xi^2)^2 + 4\xi^2(1 - v^2)}, \quad (7.38)$$

$$z = \sqrt{(\xi^2 - 1)w^2 + 1}. \quad (7.39)$$

La contribution à la self-énergie vecteur des diagrammes de Fock d'échange d'un pion itéré s'écrit :

$$\Sigma_V^{\pi,(4,5)} = \Sigma_S^{\pi,(4,5)}. \quad (7.40)$$

## 7.5 Résultats

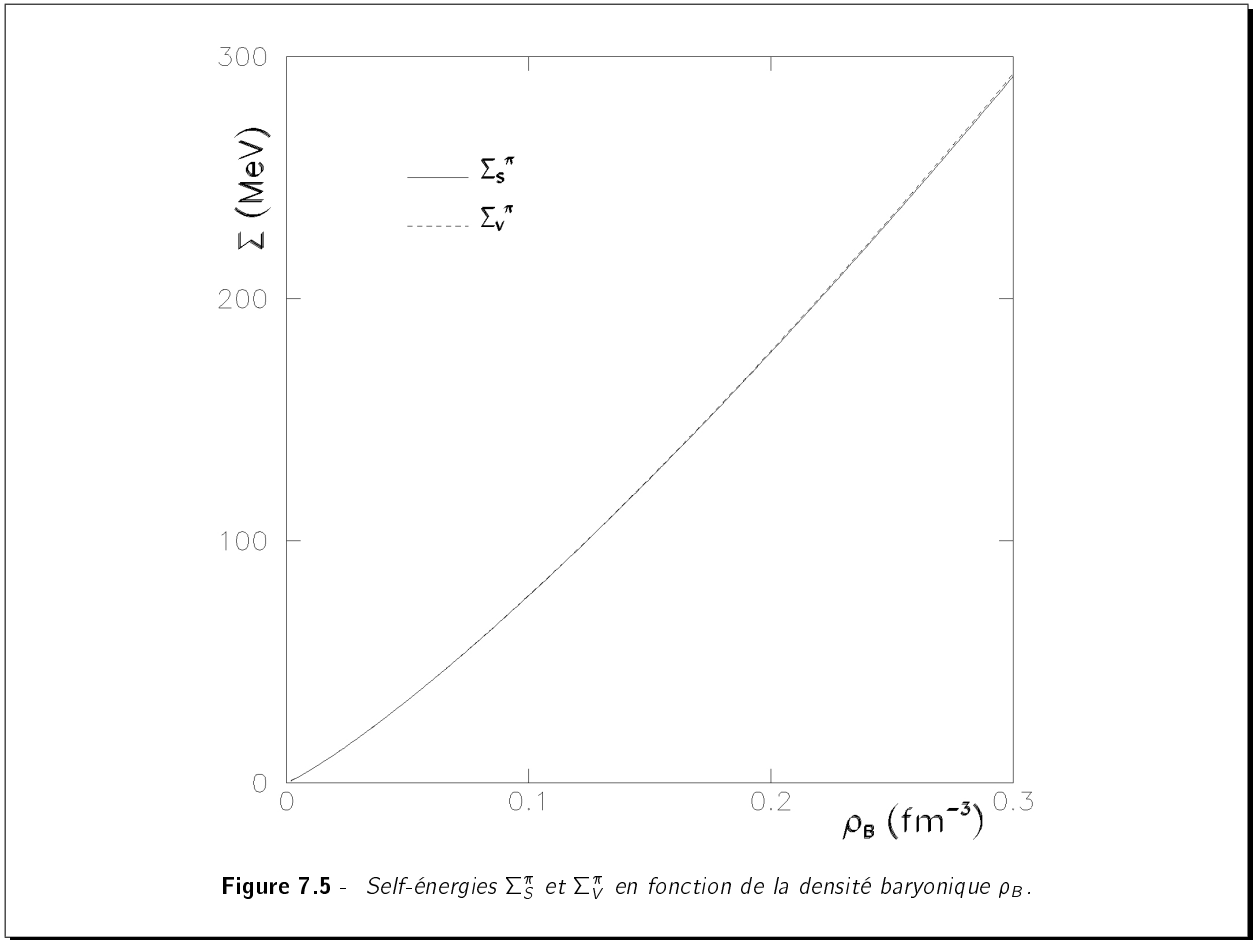
Nous présentons ici les résultats numériques pour les contributions à la self-énergie provenant des échanges de pions :

$$\Sigma_S^\pi = \sum_{i=1}^5 \Sigma_S^{\pi,i}, \quad (7.41)$$

$$\Sigma_V^\pi = \sum_{i=1}^5 \Sigma_V^{\pi,i}. \quad (7.42)$$

Ces contributions dépendent des paramètres physiques :

- ✗ masse du pion dans le vide  $m_\pi = 135\text{MeV}$  ;
- ✗ constante de décroissance du pion dans le vide  $f_\pi = 92.3\text{MeV}$  ;
- ✗ constante de couplage axiale dans le vide  $g_A = 1.3$  ;
- ✗ masse du nucléon dans le vide  $M_N = 939\text{MeV}$ .



Comme souligné au début du Chapitre, la règle de comptage chirale suggère que les diagrammes pris en compte ici contribuent aux ordres  $\mathcal{O}(k_F^3)$ ,  $\mathcal{O}(k_F^4)$  et  $\mathcal{O}(k_F^5)$ . Il semble donc naturel, afin de simplifier la prise en compte de  $\Sigma_{S,V}^\pi$  dans le Chapitre suivant, d'adopter une paramétrisation, obtenue par un ajustement numérique, des self-énergies de la forme :

$$\Sigma_S^\pi(\rho_B) = \left[ c_0^S + c_1^S \frac{\rho_B^{1/3}}{M_N} + c_2^S \frac{\rho_B^{2/3}}{M_N^2} \right] \frac{\rho_B}{M_N^2}; \quad (7.43)$$

$$\Sigma_V^\pi(\rho_B) = \left[ c_0^V + c_1^V \frac{\rho_B^{1/3}}{M_N} + c_2^V \frac{\rho_B^{2/3}}{M_N^2} \right] \frac{\rho_B}{M_N^2}. \quad (7.44)$$

Avec les coefficients donnés Tableau 7.1, cette paramétrisation reproduit parfaitement les self-énergies provenant des échanges de pions.

Étant donné que les parties scalaire et vecteur des self-énergies sont identiques pour les diagrammes d'échange d'un pion itéré, et ne diffèrent qu'au second ordre en  $1/M_N^2$  pour le diagramme d'échange d'un pion, nous avons  $\Sigma_S^\pi \approx \Sigma_V^\pi$ . Cela se vérifie Figure 7.5, où  $\Sigma_S^\pi$  et  $\Sigma_V^\pi$  sont tracés en fonction de la densité baryonique  $\rho_B$ .

Nous pouvons remarquer que les self-énergies provenant des échanges de pion sont positives, avec  $\Sigma_{S,V}^\pi(\rho_0) \sim 130 \text{ MeV}$ . Cela donne un potentiel à une particule  $U \sim \Sigma_S^\pi + \Sigma_V^\pi$  fortement répulsif. Rappelons

$i$	$S$	$V$
$c_0^i$	40.5	40.5
$c_1^i$	469.9	468.8
$c_2^i$	252.9	283.3

**Tableau 7.1** - Valeurs des coefficients des équations (7.43,7.44).

qu'il faut se garder d'interpréter ce résultat, tant que la contribution de courte portée prenant en compte la structure en quarks du nucléon n'est pas également prise en compte.



## CHAPITRE 8

---

### Résultats : description de la matière nucléaire dans le modèle à couplages ponctuels

#### Résumé

---

Nous présentons dans ce Chapitre les résultats pour la description de la matière nucléaire dans le modèle de champ moyen relativiste basé sur une interaction par couplages ponctuels entre nucléons. Les paramètres dépendant de la densité sont déterminés de façon à reproduire les self-énergies provenant de la structure en quarks du nucléon et des échanges de pions. Les résultats sans paramètre hadronique ajusté pour reproduire le point de saturation sont présentés. Nous étudions ensuite la possibilité d'améliorer la description de la matière nucléaire en introduisant des corrections, ajustés sur les propriétés de saturation. Finalement, nos résultats sont comparés avec ceux issus d'autres modèles.

---

#### Plan

---

- 8.1 Détermination des paramètres du Lagrangien**
  - 8.2 Résultats "libre" de paramètre**
  - 8.3 Correction de la contribution provenant de la structure en quarks du nucléon**
    - 8.3.1 Détermination du paramètre libre
    - 8.3.2 Résultats
  - 8.4 Correction d'ordre supérieur**
  - 8.5 Comparaison avec d'autres approches**
- 

Nous avons déterminé dans les Chapitres 6 et 7 les self-énergies du nucléon dans le milieu provenant de la structure en quarks du nucléon et des échanges de pions. Dans ce Chapitre, nous prenons en compte ces contributions dans la description des propriétés de saturation de la matière nucléaire. Pour cela, nous utilisons le modèle de champ moyen relativiste basé sur une interaction par couplages ponctuels entre les nucléons, dont nous rappelons le Lagrangien :

$$\mathcal{L}^{\text{pc}} = \bar{N} [i\gamma_\mu \partial^\mu - M_N] N - \frac{1}{2} G_S (\bar{N} N)(\bar{N} N) - \frac{1}{2} G_V (\bar{N} \gamma_\mu N)(\bar{N} \gamma^\mu N). \quad (8.1)$$



## 8.1 Détermination des paramètres du Lagrangien

Afin de prendre en compte dans le Lagrangien éq. (8.1) les self-énergies déterminées dans le modèle de NJL  $\Sigma_S^{\text{NJL}}$ ,  $\Sigma_V^{\text{NJL}}$ , et en théorie des perturbations chirales  $\Sigma_S^\pi$ ,  $\Sigma_V^\pi$ , une possibilité [16] est de choisir les paramètres dépendant de la densité  $G_S(\rho_B)$  et  $G_V(\rho_B)$  de telle façon que les self-énergies du modèle de champ moyen relativiste reproduisent la somme des contributions  $\Sigma_{S,V}^{\text{NJL}} + \Sigma_{S,V}^\pi$ . Nous écrivons donc :

$$S_{\text{pc}}(\rho_B) = \Sigma_S^{\text{NJL}} + \Sigma_S^\pi, \quad (8.2)$$

$$V_{\text{pc}}^0(\rho_B) = \Sigma_V^{\text{NJL}} + \Sigma_V^\pi, \quad (8.3)$$

où l'on rappelle que les self-énergies  $S_{\text{pc}}$ ,  $V_{\text{pc}}^0$  sont données par (Chapitre 2) :

$$S_{\text{pc}} = G_S \rho_s, \quad (8.4)$$

$$V_{\text{pc}}^0 = G_V \rho_B + (\Sigma_r^0)_{\text{pc}}, \quad (8.5)$$

$$\text{avec } (\Sigma_r^0)_{\text{pc}} = \frac{1}{2} \rho_s^2 \frac{\partial G_S}{\partial \rho_B} + \frac{1}{2} \rho_B^2 \frac{\partial G_V}{\partial \rho_B}. \quad (8.6)$$

Comme nous l'avons vu au Chapitre 6, la self-énergie vecteur  $\Sigma_V^{\text{NJL}}$  est linéaire en densité, et  $\Sigma_S^{\text{NJL}}$  peut être considéré comme linéaire en densité en bonne approximation. Nous écrivons donc :

$$\Sigma_S^{\text{NJL}}(\rho_B) = C_S^0 \rho_B, \quad (8.7)$$

$$\Sigma_V^{\text{NJL}}(\rho_B) = C_V^0 \rho_B. \quad (8.8)$$

Les paramètres  $C_S^0$  et  $C_V^0$  sont extraits du modèle de NJL. Ces paramètres dépendent implicitement de la masse du quark constituant dans le vide,  $m$ , choisie. Nous disposons donc de couples  $(C_S^0, C_V^0)$  pour des masses  $m \in [370; 440] \text{MeV}$ .

Les self-énergies  $\Sigma_S^\pi$ ,  $\Sigma_V^\pi$  sont, quant à elles, prises sous la forme d'une paramétrisation en puissances de  $k_F$ , que nous rappelons :

$$\Sigma_S^\pi(\rho_B) = \left[ c_0^S + c_1^S \frac{\rho_B^{1/3}}{M_N} + c_2^S \frac{\rho_B^{2/3}}{M_N^2} \right] \frac{\rho_B}{M_N^2}, \quad (8.9)$$

$$\Sigma_V^\pi(\rho_B) = \left[ c_0^V + c_1^V \frac{\rho_B^{1/3}}{M_N} + c_2^V \frac{\rho_B^{2/3}}{M_N^2} \right] \frac{\rho_B}{M_N^2}, \quad (8.10)$$

dont les coefficients sont donnés Tableau 7.1. Les équations (8.2, 8.3) s'écrivent donc :

$$G_S \rho_s = C_S^0 \rho_B + \left[ c_0^S + c_1^S \frac{\rho_B^{1/3}}{M_N} + c_2^S \frac{\rho_B^{2/3}}{M_N^2} \right] \frac{\rho_B}{M_N^2}, \quad (8.11)$$

$$G_V \rho_B + \frac{1}{2} \rho_s^2 \frac{\partial G_S}{\partial \rho_B} + \frac{1}{2} \rho_B^2 \frac{\partial G_V}{\partial \rho_B} = C_V^0 \rho_B + \left[ c_0^V + c_1^V \frac{\rho_B^{1/3}}{M_N} + c_2^V \frac{\rho_B^{2/3}}{M_N^2} \right] \frac{\rho_B}{M_N^2}. \quad (8.12)$$

Dans l'approximation  $\rho_B \approx \rho_s$ , valable au moins jusqu'à la densité de saturation, nous pouvons alors en déduire les expressions de  $G_S$  et  $G_V$  (noter que pour  $G_V(\rho_B)$ , il faut résoudre une équation différentielle simple) :

$$G_S(\rho_B) = C_S^0 + \frac{1}{M_N^2} \left[ c_0^S + c_1^S \frac{\rho_B^{1/3}}{M_N} + c_2^S \frac{\rho_B^{2/3}}{M_N^2} \right], \quad (8.13)$$

$$G_V(\rho_B) = C_V^0 + \frac{1}{M_N^2} \left[ c_0^V + \frac{6}{7} (c_1^V - \frac{1}{6} c_1^S) \frac{\rho_B^{1/3}}{M_N} + \frac{3}{4} (c_2^V - \frac{1}{3} c_2^S) \frac{\rho_B^{2/3}}{M_N^2} \right]. \quad (8.14)$$

Pour mémoire, nous rappelons ici les expressions de la densité d'énergie et de la pression (Chapitre 2) :

$$\mathcal{E} = -\frac{1}{2} G_S \rho_s^2 + \frac{1}{2} G_V \rho_B^2 + \mathcal{E}_{\text{kin}}, \quad (8.15)$$

$$\mathcal{P} = \frac{1}{2} G_S \rho_s^2 + \frac{1}{2} G_V \rho_B^2 + (\Sigma_r^0)_{\text{pc}} \rho_B + E_F^* \rho_B - \mathcal{E}_{\text{kin}}, \quad (8.16)$$

avec  $E_F^* = \sqrt{m_N^{*2} + k_F^2}$ ,  $m_N^* = M_N + S_{\text{pc}}$  et :

$$\mathcal{E}_{\text{kin}} = \nu_N \int \frac{d^3 \mathbf{p}}{(2\pi)^3} E_p^* \theta(k_F - |\mathbf{p}|) = \frac{\nu_N}{16} [3E_F^* \rho_B + m_N^* \rho_s]. \quad (8.17)$$

## 8.2 Résultats "libre" de paramètre

Nous discutons tout d'abord les résultats dits "libre" de paramètre, dans le sens que, pour une masse de quark  $m$  donnée, nous ne disposons d'aucun paramètre au niveau hadronique dont la valeur peut être ajustée pour reproduire le point de saturation de la matière nucléaire.

Tout d'abord, nous avons vérifié que la matière nucléaire est instable si l'on ne prend en compte que la contribution aux self-énergies provenant du modèle de NJL. Ce résultat est attendu, dans la mesure où, comme expliqué au Chapitre 5, les modèles chiraux du type NJL ou  $\sigma$ -linéaire ne peuvent reproduire, dans leurs versions les plus simples, un état stable de la matière nucléaire.

Nous en venons maintenant aux résultats correspondant à la procédure de détermination des couplages décrite ci-dessus. Nous avons déterminé les propriétés de la matière nucléaire en utilisant les expressions (8.13, 8.14) pour  $G_S$  et  $G_V$ , et pour différentes valeurs de la masse du quark  $m$  entre 370 MeV et 440 MeV. L'énergie de liaison ne présente pas de minimum stable pour les masses de quarks les plus faibles de cet intervalle. Pour  $m = 440 \text{ MeV}$ , nous trouvons un point de saturation irréaliste, avec  $\rho_B \sim 0.03 \text{ fm}^{-3}$  et une énergie de liaison  $E_B \sim -0.5 \text{ MeV}$ .

Même si ce minimum est loin de la région empirique de saturation, ce résultat est encourageant dans le sens où il est hautement non trivial d'obtenir un minimum de l'énergie de liaison sans paramètre libre ajusté sur le point de saturation empirique. De plus, l'ensemble des paramètres, aussi bien de NJL que de ChPT, sont donnés par la phénoménologie des hadrons dans le vide, indépendamment de la description de la matière nucléaire.

Il est clair que la description adoptée pour déterminer la self-énergie du nucléon souffre de quelques approximations. En particulier :

- ✗ l'approximation statique, utilisée pour la résolution de l'équation de Faddeev, génère un écart d'environ 10%, dans le vide, par rapport à la solution exacte. De plus, il est clair que cette approximation est d'autant moins valable lorsque la densité baryonique augmente (la masse effective du quark  $m^*$  diminuant dans le milieu). Une amélioration de la description du nucléon dans NJL modifierait les valeurs des termes  $C_S^0$ ,  $C_V^0$  des self-énergies.
- ✗ d'éventuelles contributions d'ordre supérieur (typiquement en  $\rho_B^2$ ) peuvent avoir une influence importante sur les propriétés de saturation. En effet, comme on l'a vu dans la partie II, de tels termes, même faibles, peuvent modifier de façon importante le terme de réarrangement. Des contributions en  $\rho_B^2$  peuvent provenir des ordres supérieurs des perturbations chirales par exemple.

Nous explorons dans la suite du Chapitre la possibilité d'améliorer la description des propriétés de saturation de la matière nucléaire en prenant en compte des corrections phénoménologiques aux contributions des self-énergies du nucléon  $\Sigma_{S,V}^{\text{NJL}}$  et  $\Sigma_{S,V}^\pi$ .

### 8.3 Correction de la contribution provenant de la structure en quarks du nucléon

Au premier ordre en densité, une correction aux équations (8.2, 8.3) peut être :

$$S_{\text{pc}}(\rho_B) = \Sigma_S^{\text{NJL}} + \Sigma_S^\pi + \delta C_S^0 \rho_S, \quad (8.18)$$

$$V_{\text{pc}}^0(\rho_S) = \Sigma_V^{\text{NJL}} + \Sigma_V^\pi + \delta C_V^0 \rho_B. \quad (8.19)$$

Il faut noter que, comme nous avons déterminé toutes les contributions des échanges de pions à l'ordre  $\mathcal{O}(k_F^3)$ , cette correction devrait être associée aux effets de courte portée, plus spécifiquement à la dynamique liée à la structure en quarks du nucléon. Afin de limiter le nombre de paramètres libres, nous prenons la même correction pour les self-énergies scalaire et vecteur :

$$\delta C_S^0 = \delta C_V^0 = \delta C^0. \quad (8.20)$$

Les couplages dépendant de la densité  $G_S$  et  $G_V$  s'écrivent alors :

$$G_S(\rho_B) = C_S^0 + \delta C^0 + \frac{1}{M_N^2} \left[ c_0^S + c_1^S \frac{\rho_B^{1/3}}{M_N} + c_2^S \frac{\rho_B^{2/3}}{M_N^2} \right], \quad (8.21)$$

$$G_V(\rho_B) = C_V^0 + \delta C^0 + \frac{1}{M_N^2} \left[ c_0^V + \frac{6}{7} (c_1^V - \frac{1}{6} c_1^S) \frac{\rho_B^{1/3}}{M_N} + \frac{3}{4} (c_2^V - \frac{1}{3} c_2^S) \frac{\rho_B^{2/3}}{M_N^2} \right]. \quad (8.22)$$

#### 8.3.1 Détermination du paramètre libre

Nous disposons maintenant d'un paramètre libre  $\delta C^0$ , dont la valeur est ajustée pour reproduire au mieux les propriétés de saturation de la matière nucléaire. Nous utilisons pour cela la même procédure de minimisation de  $\chi^2$  que dans le Chapitre 5. Nous en rappelons les grandes lignes ici.

Pour une masse de quark donnée  $m$ , le paramètre  $\delta C^0$  est ajusté afin de minimiser le  $\chi^2$  par observable défini par :

$$\chi^2 = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 \left( \frac{\mathcal{O}_i - \mathcal{O}_{\text{calcul}}^i}{\Delta \mathcal{O}_i} \right)^2, \quad (8.23)$$

où les  $\mathcal{O}_i \pm \Delta \mathcal{O}_i$  sont les valeurs des contraintes empiriques avec leurs barres d'erreurs et les  $\mathcal{O}_{\text{calcul}}^i$  sont les valeurs calculées. Les contraintes empiriques prises en compte sont rappelées ci-dessous :

- ✗ densité de saturation  $\rho_{\text{sat}} = 0.155 \pm 0.016 \text{fm}^{-3}$  ( $\rho_0 = 0.155 \text{fm}^{-3}$  désigne la valeur centrale)
- ✗ énergie de liaison  $E_B(\rho_{\text{sat}}) = -15.5 \pm 1.0 \text{MeV}$
- ✗ masse effective du nucléon  $m_N^*(\rho_{\text{sat}})/M_N = 0.65 \pm 0.05$
- ✗ module d'incompressibilité de la matière nucléaire  $\mathcal{K} = 250 \pm 50 \text{MeV}$
- ✗ pente du potentiel optique  $V_{\text{pc}}^0(\rho_{\text{sat}})/M_N = 0.325 \pm 0.075$ .

Plus précisément, la procédure se déroule selon les étapes suivantes pour une valeur de  $m$  donnée :

- ①  $\delta C^0$  est fixé pour reproduire une valeur de  $\rho_{\text{sat}}$ . Pour cela, il nous faut connaître la valeur de la masse effective  $m_N^*$ , satisfaisant à l'équation auto-consistante. Il s'agit donc d'une procédure itérative.
- ② les quantités  $E_B(\rho_{\text{sat}})$ ,  $m_N^*(\rho_{\text{sat}})$ ,  $V^0(\rho_{\text{sat}})$  et  $\mathcal{K}(\rho_{\text{sat}})$  sont alors calculées
- ③ Le  $\chi^2$  est déterminé.
- ④ Les étapes précédentes sont itérées pour de nouvelles valeurs de  $\rho_{\text{sat}}$ . Nous testons des valeurs dans un intervalle d'environ deux barres d'erreur autour de la valeur centrale, avec un pas raisonnablement fin (typiquement  $0.003 \text{fm}^{-3}$ ).
- ⑤ La "meilleure" description est déterminée en sélectionnant le plus faible  $\chi^2$

Cette procédure est ensuite itérée pour différentes valeurs de la masse du quark  $m$ .

### 8.3.2 Résultats

Il faut noter que les résultats présentés ici diffèrent très légèrement de ceux présentés dans [88], du fait que le potentiel  $V_{\text{pc}}^0/M_N$  n'est pas inclus dans le calcul de  $\chi^2$  de [88]. Nous avons tracé Figure 8.1 le  $\chi^2$  par observable en fonction de la masse du quark constituant  $m$ .

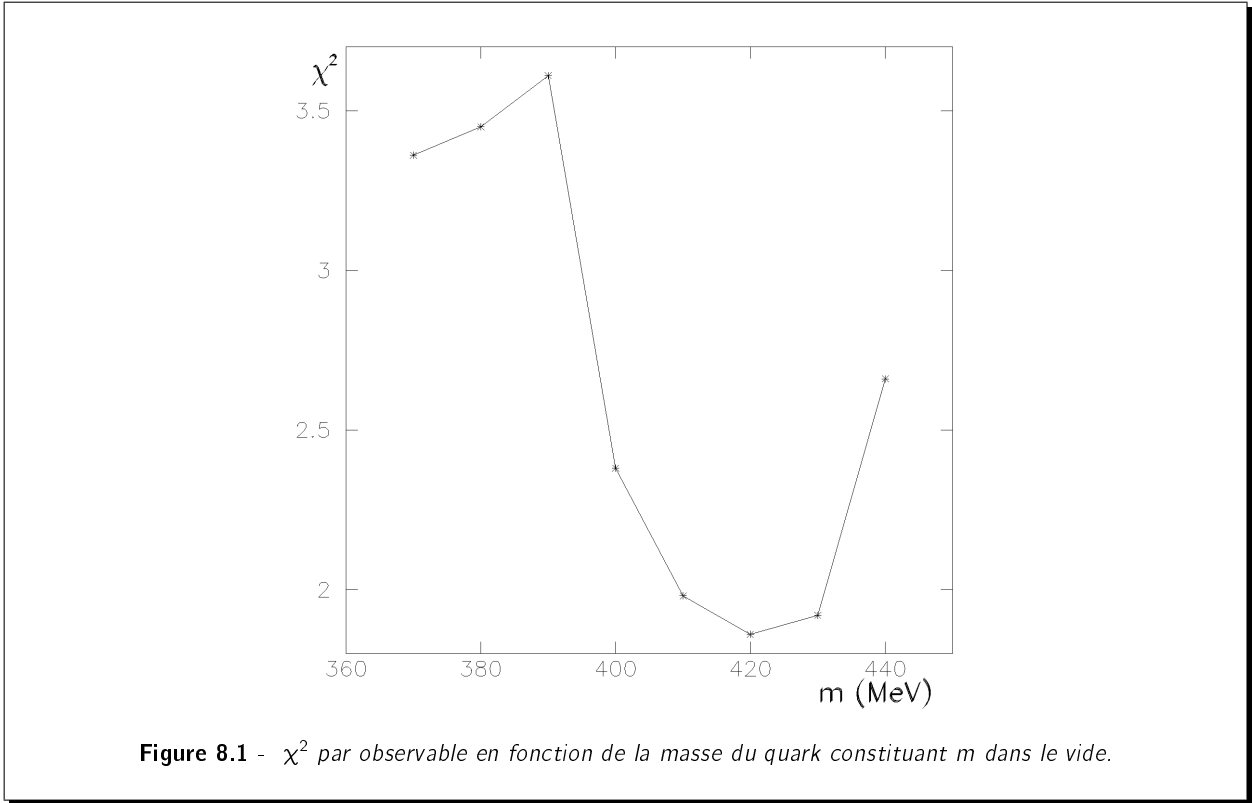
Le  $\chi^2$  par observable est inférieur à 3.6 quelle que soit la valeur de  $m$ . La courbe Figure 8.1 présente un minimum, qui donne la "meilleure paramétrisation" pour  $m = 420 \text{MeV}$ , avec  $\chi^2 = 1.9$ .

A titre illustratif, nous donnons les propriétés de saturation et la valeur du terme  $\delta C^0$ , normalisée à  $C_S^0$ , dans le Tableau 8.1 pour trois valeurs de la masse du quark constituant  $m$ .

Bien qu'il n'y ait qu'un seul paramètre libre, les propriétés de saturation sont raisonnables quelle que soit la valeur de  $m$ . Cependant, la densité de saturation est systématiquement un peu faible, et la masse effective du nucléon un peu élevée. De plus, le terme supplémentaire  $\delta C^0$  est relativement faible. Plus particulièrement, il vaut 10 % du terme  $C_S^0$  provenant de NJL dans le cas de la meilleure paramétrisation  $m = 420 \text{MeV}$ .

Les courbes d'énergie de liaison en fonction de la densité baryonique sont tracées Figure 8.2 pour ces trois valeurs de la masse  $m$ . L'énergie de liaison est à peu près indépendante de la valeur de la masse  $m$  du quark constituant pour des densités en dessous et autour de la densité de saturation.

Les courbes de la masse effective normalisée  $m_N^*/M_N$  en fonction de la densité sont tracées Figure 8.3. Seule la paramétrisation  $m = 420 \text{MeV}$  est compatible avec la contrainte empirique sur la masse effective du nucléon.

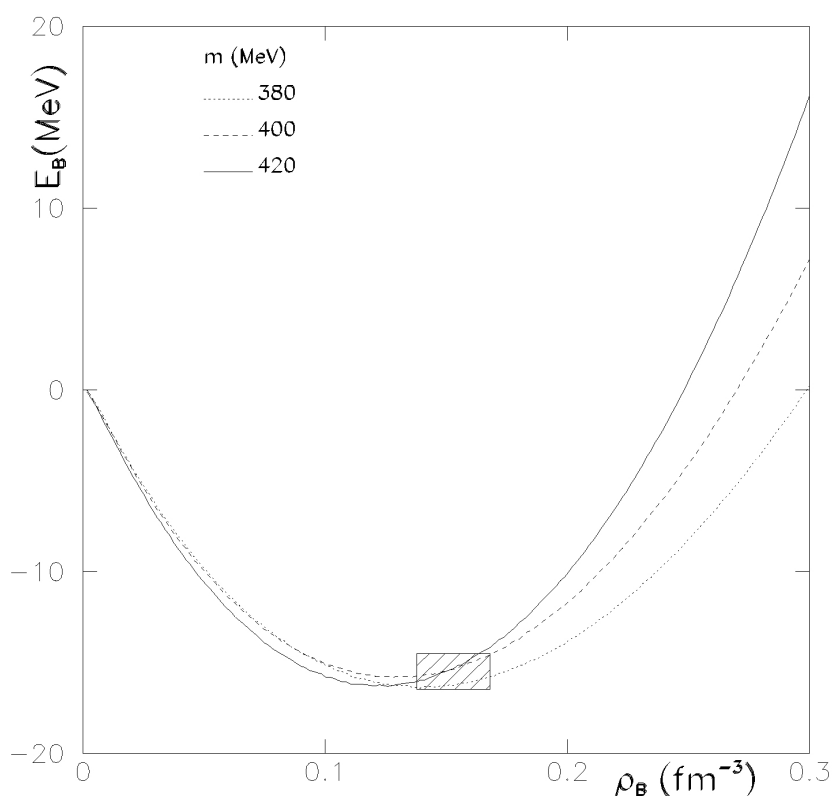


La “meilleure” paramétrisation (pour  $m = 420\text{MeV}$ ) est désignée dans la suite par **pcm1**. Nous avons représenté Figure 8.4 les self-énergies en fonctions de  $k_F$ , aux différentes étapes du calcul : valeurs données directement par la somme des contributions NJL + échange de pions et le résultat final comprenant le terme phénoménologique. La plus grande partie des self-énergies est générée par la modification de la structure du nucléon et les échanges de pions. La contribution phénoménologique ajoutée est beaucoup plus faible, ce que nous avons déjà pu constater quantitativement avec le rapport  $\delta C^0/C_S^0 \approx 10\%$ .

Nous pouvons donc conclure qu’il est possible d’obtenir une description raisonnable des propriétés de saturation de la matière nucléaire avec une correction relativement faible à la dynamique de courte portée, liée à la structure en quark du nucléon. L’amélioration de la résolution de l’équation de Faddeev dans NJL pourrait peut être permettre de converger vers une description de la matière nucléaire stable, sans introduire de paramètre ajusté sur le point de saturation.

$m(\text{MeV})$	$\delta C^0/C_S^0$	$\rho_{\text{sat}}(\text{fm}^{-3})$	$E_B(\text{MeV})$	$m_N^*/M_N$	$\mathcal{K}(\text{MeV})$	$V^0/M_N$
380	0.37	0.134	-16.3	0.81	249	0.14
400	0.20	0.128	-16.4	0.77	260	0.18
420	0.10	0.12	-16.3	0.73	274	0.22

**Tableau 8.1** - Propriétés de saturation et valeur de  $\delta C^0/C_S^0$  pour trois valeurs de la masse du quark  $m$  dans le vide.



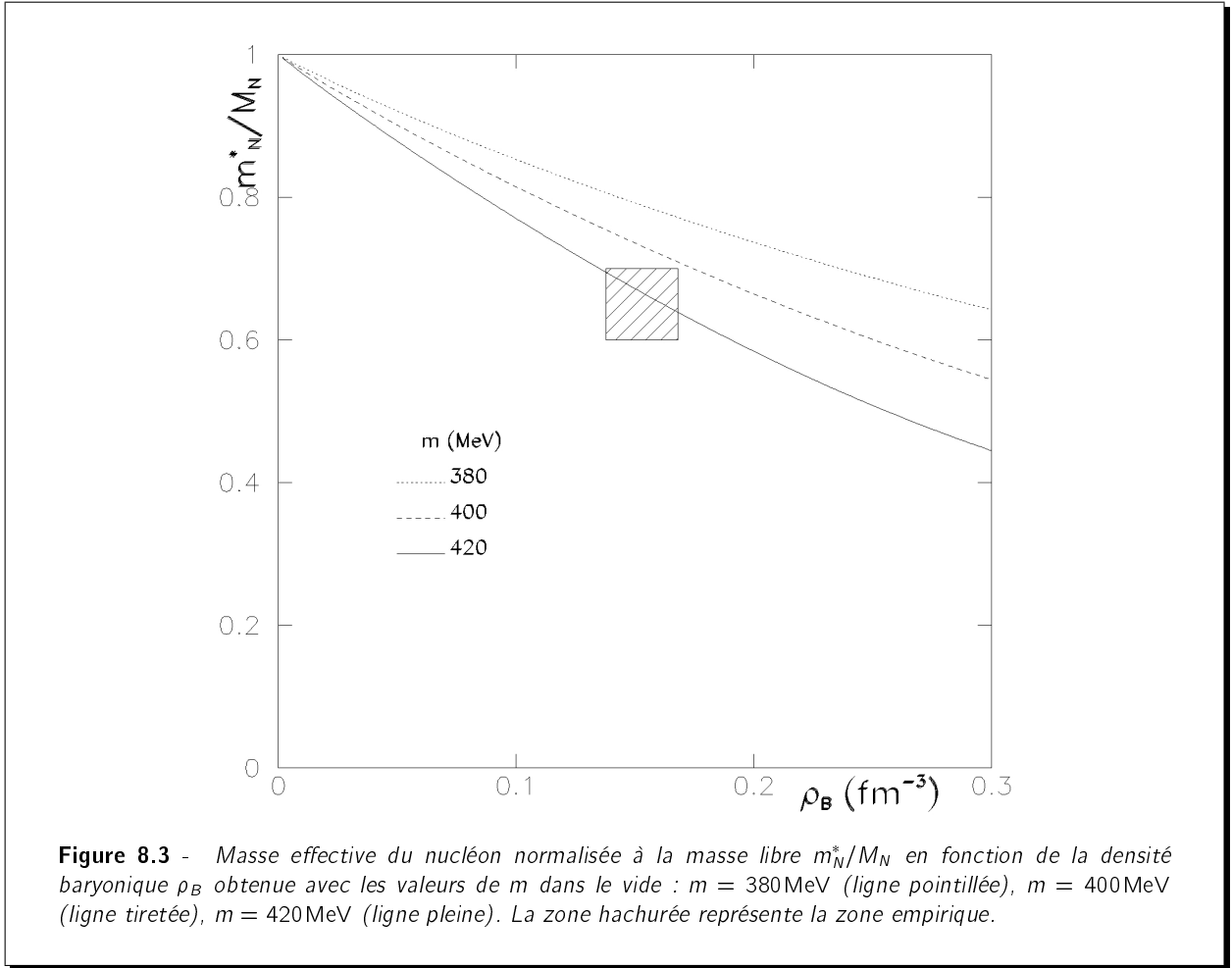
**Figure 8.2** - Énergie de liaison  $E_B$  en fonction de la densité baryonique  $\rho_B$  pour trois valeurs de la masse du quark dans le vide :  $m = 380$  MeV (ligne pointillée),  $m = 400$  MeV (ligne tiretée) et  $m = 420$  MeV (ligne pleine). La zone hachurée représente la zone empirique du point de saturation.

## 8.4 Correction d'ordre supérieur

La partie des self-énergies du nucléon provenant des échanges de pions a été déterminée au second ordre des perturbations chirales. A l'ordre de trois boucles de ChPT, les interactions à trois corps apparaissent et contribueraient tout d'abord à l'ordre  $\mathcal{O}(k_F^6)$ , soit en  $\rho_B^2$  dans les self-énergies. Cependant, des effets du même ordre peuvent également provenir de la modification de la structure en quarks du nucléon (par exemple de la réponse scalaire du nucléon).

Ainsi, l'introduction d'un terme correctif en  $\rho_B^2$  ne peut pas être clairement interprétée, contrairement à la correction en  $\rho_B$  introduite dans la section précédente. Cependant, de tels termes, même faibles, peuvent influencer de façon importante les propriétés de saturation de la matière nucléaire, comme nous l'avons vu au Chapitre 5, où le terme à 8 quarks introduit dans NJL, bien que contribuant pour quelques % à la masse du nucléon, modifiait d'environ 40 % la valeur du terme de réarrangement, menant à une stabilisation de la matière nucléaire.

Les contributions à l'ordre  $k_F^6$  des échanges de pions en ChPT n'ont pas été déterminées explicitement à l'heure actuelle, les complications techniques à cet ordre étant importantes. Même si il faut être prudent dans l'interprétation des résultats, l'introduction d'un terme phénoménologique en  $\rho_B^2$  dans  $G_S$ ,  $G_V$ , ajusté sur les propriétés de saturation, pourrait donner quelques indications sur l'importance de ces termes.



Nous introduisons donc un terme supplémentaire dans les équations (8.18, 8.19) :

$$S_{pc}(\rho_B) = \Sigma_S^{\text{NJL}} + \Sigma_S^\pi + (\delta C_S^0 + \delta C_S^1 \rho_B) \rho_S, \quad (8.24)$$

$$V_{pc}^0(\rho_S) = \Sigma_V^{\text{NJL}} + \Sigma_V^\pi + (\delta C_V^0 + \delta C_V^1 \rho_B) \rho_B. \quad (8.25)$$

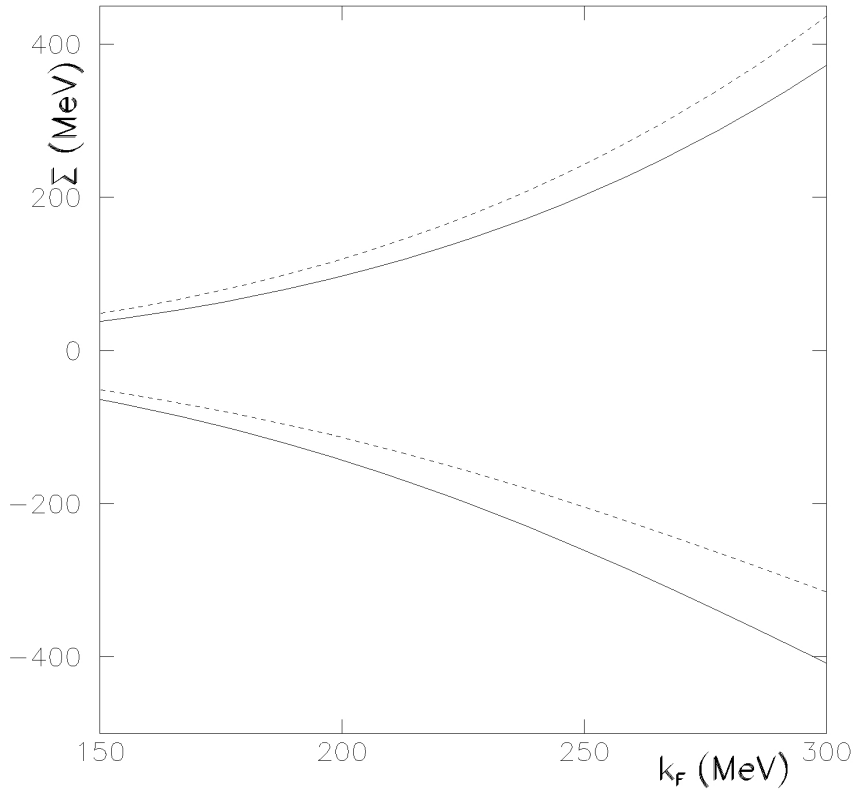
La conjecture implicite de la théorie des perturbations chirales est que les termes d'ordre supérieur devraient être faibles, et l'on s'attend donc ici à ce que  $\delta C_{S,V}^1$  soit faible. Comme dans la section précédente, nous prenons :

$$\delta C_S^0 = \delta C_V^0 = \delta C^0. \quad (8.26)$$

De plus, nous prenons :

$$\delta C_V^1 = 0, \quad (8.27)$$

afin de simplifier le calcul. Nous avons vérifié que les résultats sont qualitativement équivalents en prenant une autre contrainte (par exemple  $\delta C_S^1 = \delta C_V^1$ ). En appliquant la même procédure que section 8.1, on en déduit les couplages dépendant de la densité  $G_S$  et  $G_V$  :



**Figure 8.4** - Self-énergies en fonction de  $k_F$  aux différentes étapes du calcul : contributions de NJL + échanges de pions (ligne tiretée) et self-énergies avec la correction en  $k_F^3$  (ligne pleine).

$$G_S(\rho_B) = C_S^0 + \delta C^0 + \delta C_S^1 \rho_B + \frac{1}{M_N^2} \left[ c_0^S + c_1^S \frac{\rho_B^{1/3}}{M_N} + c_2^S \frac{\rho_B^{2/3}}{M_N^2} \right], \quad (8.28)$$

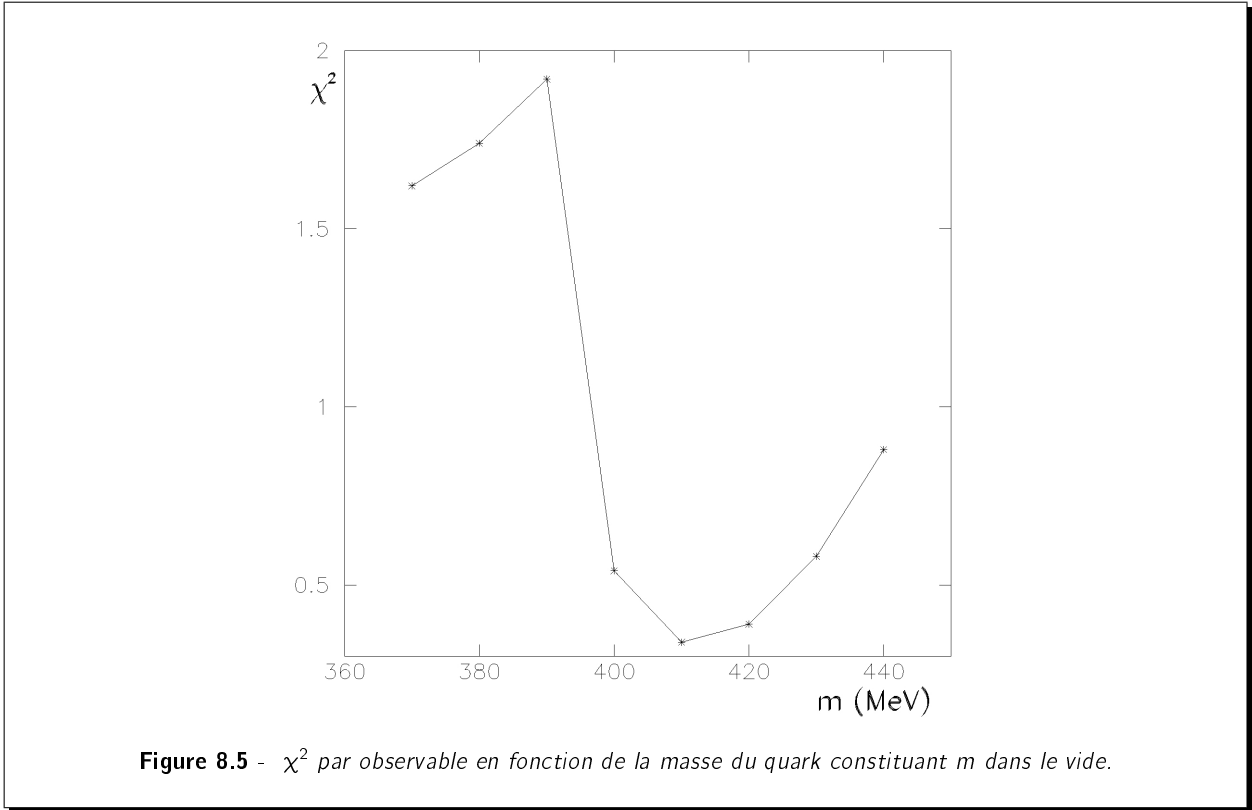
$$G_V(\rho_B) = C_V^0 + \delta C^0 - \frac{1}{3} \delta C_S^1 \rho_B + \frac{1}{M_N^2} \left[ c_0^V + \frac{6}{7} (c_1^V - \frac{1}{6} c_1^S) \frac{\rho_B^{1/3}}{M_N} + \frac{3}{4} (c_2^V - \frac{1}{3} c_2^S) \frac{\rho_B^{2/3}}{M_N^2} \right]. \quad (8.29)$$

Nous avons donc maintenant deux paramètres libres,  $\delta C^0$  et  $\delta C_S^1$ . Leur valeurs sont ajustées pour obtenir la "meilleure" description des propriétés de saturation de la matière nucléaire, selon la même procédure de minimisation de  $\chi^2$  que précédemment.

Nous avons tracé Figure 8.5 le  $\chi^2$  par observable en fonction de la masse du quark constituant  $m$ . Le  $\chi^2$  par observable est inférieur, quelle que soit la valeur de  $m$ , à 2 environ. La courbe Figure 8.5 présente un minimum, qui donne la "meilleure paramétrisation" pour  $m = 410 \text{ MeV}$ , avec  $\chi^2 \approx 0.35$ . Nous noterons cette paramétrisation **pcm2** dans la suite.

A titre illustratif, nous donnons les propriétés de saturation et la valeur des termes  $\delta C^0/C_S^0$  et  $\delta C_S^1 \rho_0/C_S^0$ , où  $\rho_0 = 0.155 \text{ fm}^{-3}$ , dans le Tableau 8.2, pour trois valeurs de la masse du quark constituant  $m$ .





Les deux termes correctifs sont relativement faibles quelle que soit la valeur de la masse du quark constituant. Notamment, la correction  $\delta C^0$  est plus faible que dans le cas des résultats de la section précédente. La correction phénoménologique totale, pour une valeur de la masse du quark  $m$  donnée, est du même ordre que celle obtenue précédemment avec une seule correction  $\delta C^0$ .

Nous pouvons en conclure que l'introduction d'un terme en  $\rho_B^2$ , même relativement faible, mène à une amélioration importante des propriétés de saturation. Afin de pouvoir identifier précisément l'origine de ce terme, il faudrait disposer d'une évaluation des échanges de pions au troisième ordre de ChPT, afin de séparer les effets provenant des échanges de pions de ceux provenant de la structure en quarks du nucléon.

$m(\text{MeV})$	$\frac{\delta C^0}{C_S^0}$	$\frac{\delta C_S^1 \rho_0}{C_S^0}$	$\rho_{\text{sat}}(\text{fm}^{-3})$	$E_B(\text{MeV})$	$m_N^*/M_N$	$\mathcal{K}(\text{MeV})$	$V^0/M_N$
400	0.17	0.11	0.162	-15.3	0.70	260	0.24
410	0.11	0.11	0.156	-15.4	0.67	288	0.27
420	0.05	0.08	0.138	-15.2	0.65	306	0.28

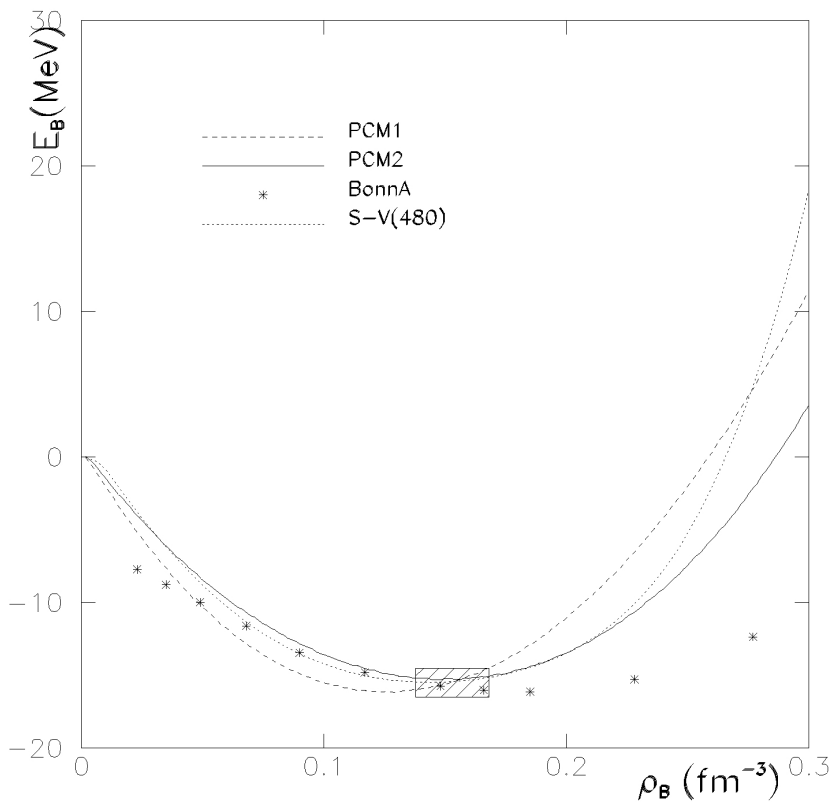
**Tableau 8.2** - Propriétés de saturation et valeurs des paramètres pour trois valeurs de la masse du quark  $m$  dans le vide.

Modèle	<b>S-V(480)</b>	DBHF-BonnA
$\rho_{\text{sat}}$ ( $\text{fm}^{-3}$ )	0.149	0.185
$E_B(\rho_{\text{sat}})$ (MeV)	-15.5	-16.2
$\frac{m_N^*}{M_N}(\rho_{\text{sat}})$	0.65	0.65
$\frac{V_N^0}{M_N}(\rho_{\text{sat}})$	0.30	0.27
$\mathcal{K}(\rho_{\text{sat}})$ (MeV)	257	240

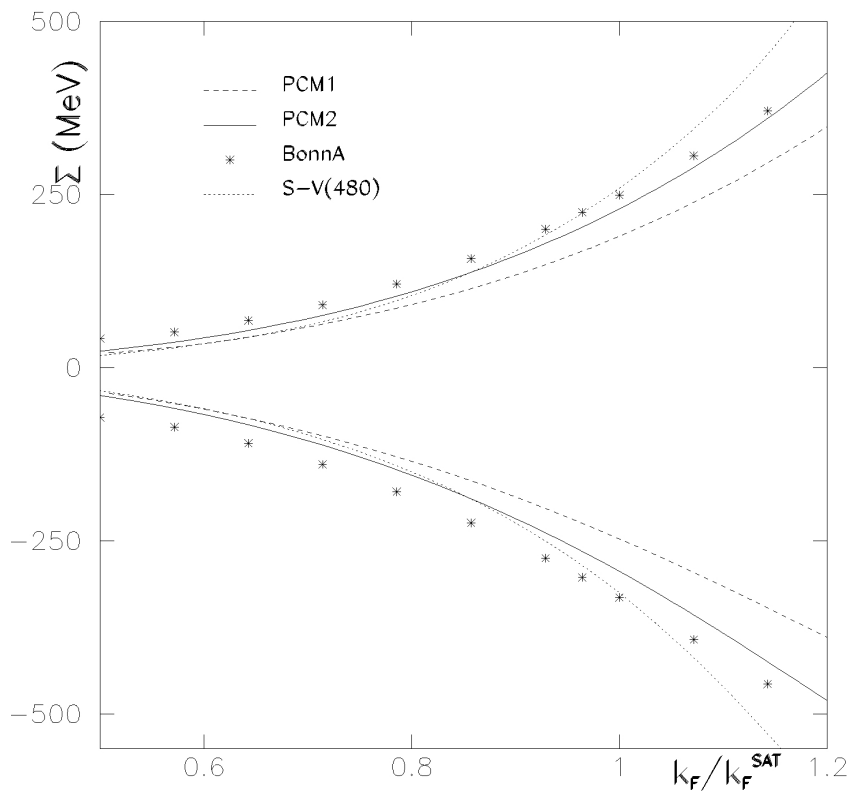
**Tableau 8.3** - Propriétés de saturation pour le modèle **S-V(480)** et l'approche DBHF BonnA.

## 8.5 Comparaison avec d'autres approches

Nous pouvons comparer les paramétrisations **pcm1** et **pcm2** avec le résultat d'un calcul Dirac-Brueckner-Hartree-Fock basé sur un potentiel NN Bonn A [66], et notre "meilleur" modèle obtenu dans la partie II, que nous désignons par **S-V(480)** (cf. Chapitre 5). Nous rappelons les propriétés de ces deux modèles dans le Tableau 8.3.



**Figure 8.6** - Énergie de liaison  $E_B$  en fonction de la densité baryonique  $\rho_B$  pour les paramétrisations **pcm1** (ligne tiretée) et **pcm2** (ligne pleine), le modèle **S-V(480)** (ligne pointillée) et un calcul DBHF basé sur un potentiel Bonn A (étoiles). La zone hachurée représente la zone empirique du point de saturation.



**Figure 8.7** - Self-énergies du nucléon en fonction du moment de Fermi normalisé  $k_F/k_F^{\text{sat}}$  pour les paramétrisations **pcm1** (ligne tiretée) et **pcm2** (ligne pleine), le modèle **S-V(480)** (ligne pointillée) et un calcul DBHF basé sur un potentiel Bonn A (étoiles).

Les courbes d'énergie de liaison sont tracées Figure 8.6. La zone empirique du point de saturation est également représentée. Il est clair que la paramétrisation **pcm1** présente une densité de saturation faible, alors que le résultat de la paramétrisation **pcm2** est au centre de la région empirique. Le calcul DBHF BonnA [66] présente une densité de saturation  $\rho_{\text{sat}} = 0.185\text{fm}^{-3}$  un peu élevée. De plus, le module d'incompressibilité est plus faible pour DBHF ( $\mathcal{K} \approx 240\text{MeV}$ ) que pour nos modèles.

Comme les différents calculs donnent des densités de saturation différentes, nous avons trouvé plus instructif de tracer, Figure 8.7, les self-énergies en fonction du moment de Fermi, normalisé, pour chaque modèle, à son moment de Fermi de saturation  $k_F^{\text{sat}}$ .

Nous pouvons voir clairement Figure 8.7 que la paramétrisation **pcm1** donne des valeurs plus faibles des self-énergies, mais la paramétrisation **pcm2** mène à un bon accord avec le calcul DBHF-BonnA, pour des densités dans l'intervalle  $\rho_B \approx 0.1 - 1.6\rho_{\text{sat}}$ . Les valeurs des self-énergies données par le modèle **S-V(480)** sont plus élevées pour les moments de Fermi supérieurs au moment de Fermi de saturation.

Finalement, dans [28], les auteurs ont extrait les self-énergies du nucléon au niveau de l'approximation en arbre, d'un potentiel NN "réaliste" construit en théories des perturbations chirales au quatrième ordre. Il est alors possible d'obtenir, pour chaque ordre des perturbations chirales, les contributions à la self-énergie provenant des termes de contact et des termes d'échange de pions. Qualitativement tout d'abord, les auteurs de [28] trouvent que la plus grande partie des self-énergies est générée par les termes de contact. Similairement, la structure en quarks du nucléon est aussi à l'origine de la plus grande part des self-

énergies dans notre approche. Par ailleurs, la contribution des échanges de pions au troisième ordre des perturbations chirales est approximativement dans [28] du même ordre de grandeur que la contribution  $\delta C_5^1$  dans notre approche.



## Conclusion

---

Nous avons construit dans cette partie du travail un modèle original de champ moyen relativiste à couplages ponctuels, dont les couplages dépendant de la densité ont été fixés pour reproduire les self-énergies du nucléon issues :

- ✓ de la structure en quarks du nucléon dans le milieu, dont la contribution est calculée dans un modèle de quarks de NJL ;
- ✓ des échanges de pions entre nucléons dans le milieu, déterminés à l'aide de la théorie des perturbations chirales.

Pour cela, nous avons :

- construit le nucléon dans NJL via la résolution de l'équation de Faddeev dans le milieu, dans le cadre de l'approximation statique. Ce schéma génère des self-énergies de quelques centaines de MeV, et de signes opposés.
- déterminés les échanges de pions au second ordre de ChPT, qui donnent lieu dans le milieu à des self-énergies de même signe, de l'ordre de 130 MeV à la densité de saturation.

Les résultats pour la matière nucléaire sont alors les suivants :

- ✗ un minimum de l'énergie de liaison de la matière nucléaire est obtenu, avec une densité bien trop faible, sans paramètre ajusté sur le point de saturation.
- ✗ l'introduction d'un terme supplémentaire en  $k_F^3 \propto \rho_B$  dans les self-énergies, dont la valeur est ajustée pour reproduire au mieux les propriétés de saturation, permet d'obtenir une description raisonnable de la matière nucléaire. Ce terme, dont la valeur est relativement faible, peut être interprété comme une correction aux approximations effectuées dans la résolution de l'équation de Faddeev dans NJL.
- ✗ des effets d'ordre supérieur (échange de pions au troisième ordre de ChPT, réponse scalaire du nucléon, ...) peuvent être simulés par l'introduction d'un terme supplémentaire en  $k_F^6 \propto \rho_B^2$  dans les self-énergies. L'introduction de ce paramètre permet d'améliorer considérablement la description des propriétés de saturation, bien que sa valeur soit relativement faible.

Nous avons donc développé un modèle de champ moyen relativiste dont l'interaction est dictée principalement en déterminant les dynamiques de courte portée, liée à la structure en quarks, et de longue portée, liée aux échanges de pions, dans des théories effectives inspirées de QCD. L'amélioration des approximations effectuées dans ces théories permettraient peut être d'obtenir une description de la matière nucléaire sans paramètre libre ajusté sur le point de saturation.



---

## CONCLUSION

---



*Conclusion*

La théorie fondamentale des interactions fortes, QCD, décrit les interactions des quarks et des gluons, les constituants des hadrons. Cependant, du fait du confinement, les particules observées dans la nature sont les hadrons. Cela suggère que les degrés de liberté pertinents pour la description de la matière nucléaire peuvent être les nucléons et les mésons. Cependant, la modification dans le milieu de la structure en quarks des hadrons peut avoir une influence importante sur le mécanisme, sensible, de saturation de la matière nucléaire. Les théories de champ moyen relativistes [6, 27] basées sur les degrés de liberté des hadrons ont permis d'engranger de nombreux succès dans la description des propriétés de la matière nucléaire et des noyaux finis. L'influence de la structure en quarks peut être prise en compte dans ces théories en supposant que les paramètres du Lagrangien sont des fonctions de la densité.

Dans ce travail, nous avons développé deux descriptions originales de la matière nucléaire dans des modèles de champ moyen relativistes dont les paramètres dépendants de la densité sont déterminés explicitement à l'aide de théories effectives inspirées de QCD.

Dans une première approche (Partie II), nous avons construit un modèle de champ moyen relativiste basé sur une interaction par échanges de mésons  $\sigma$  et  $\omega$ , dans lequel les dépendances en densité des masses et couplages ont été déterminées en construisant explicitement les mésons dans un modèle de quarks.

Pour cela, nous avons étudié les propriétés des mésons  $\sigma$  et  $\omega$  dans le milieu dans le cadre d'un modèle de quarks de Nambu-Jona-Lasinio [17, 18]. Notamment, l'influence de termes à 8 quarks, contraints par des données expérimentales sur l'évolution des propriétés des mésons dans le milieu, a été étudiée. Nous avons également étudié des lois d'échelle pour la masse du méson  $\omega$  à la lumière des récents résultats des collaborations TAPS [31] et KEK [32].

Nous avons montré que l'inclusion d'un terme à 8 quarks, dont la valeur du couplage est contrainte indépendamment de la description de la matière nucléaire, est indispensable pour obtenir un état stable de la matière nucléaire. Avec ce terme à 8 quarks, une description réaliste des propriétés de saturation est obtenue pour une large plage de valeurs de la masse du quark constituant.

Nous avons donc développé un modèle dans lequel nous obtenons à la fois les propriétés des mésons et la saturation de la matière nucléaire, en tenant compte explicitement de la structure en quarks des hadrons dans un modèle de champ moyen relativiste.

Cependant, dans cette première approche, le nucléon n'est pas construit à partir des quarks, contrairement à ce qui est fait pour les mésons. De plus le pion n'est pas pris en compte explicitement.

Nous avons donc développé une deuxième description de la matière nucléaire (Partie III) prenant en compte à la fois la dynamique de courte portée liée à la structure en quarks du nucléon décrit dans un modèle de NJL, et la dynamique de plus longue portée liée aux échanges de pions entre nucléons dans le cadre de la théorie des perturbations chirales [19].

Le nucléon a été construit en résolvant l'approximation statique de l'équation de Faddeev et en tenant compte du blocage de Pauli des quarks dans la polarisation quark-diquark. L'ensemble des paramètres du modèle de NJL est déterminé pour reproduire les masses des mésons  $\pi$ ,  $\omega$  et du nucléon, dans le vide.

La modification du nucléon dans le milieu due aux échanges de pions à l'ordre de 2 boucles en théorie des perturbations chirales a ensuite été calculée. Aucune régularisation ou terme de contact n'est utilisé pour simuler la dynamique de courte portée, dans la mesure où celle-ci est décrite au niveau des quarks dans NJL.

Les paramètres dépendant de la densité d'un modèle de champ moyen relativiste à couplages ponctuels sont alors déterminés pour reproduire les self-énergies provenant de la structure en quarks et des échanges de pions. Sans aucun paramètre ajusté pour reproduire le point de saturation de la matière nucléaire, nous obtenons un point de saturation, loin de la région empirique. Étant donné la difficulté d'obtenir un minimum de l'énergie de liaison sans aucun paramètre libre, ce résultat est encourageant.

Nous avons ensuite introduit un terme phénoménologique, dont l'origine peut être attribuée à la correction des approximations effectuées pour résoudre l'équation de Faddeev. Avec ce seul paramètre ajusté sur le point de saturation, nous obtenons des propriétés de saturation de la matière nucléaire raisonnables, quelle que soit la valeur de la masse du quark.

Finalement, nous avons étudié l'influence d'une seconde correction d'ordre supérieur, dont l'origine pourrait être attribuée aux ordres supérieurs d'échanges de pions, ou bien à des effets de structure tels que la réponse scalaire du nucléon par exemple. Avec deux paramètres, de valeur relativement faibles, nous obtenons alors une description réaliste des propriétés de saturation de la matière nucléaire.

De façon générale, ce travail montre qu'il est sans doute possible d'obtenir une description de la matière nucléaire dans le cadre d'un modèle de champ moyen relativiste, dont les paramètres caractérisant l'interaction entre nucléons dans le milieu seraient déterminés exclusivement (sans aucun paramètre ajusté sur la point de saturation) à partir de théories effectives inspirées de QCD. En effet, nous avons vu dans notre deuxième approche que les termes correctifs ajustés sur le point de saturation sont relativement faibles. L'amélioration des diverses approximations effectuées au niveau des quarks pourrait peut être permettre de faire converger ces termes correctifs vers zéro.

Afin d'atteindre cet objectif, nous pouvons proposer quelques pistes. Tout d'abord, d'un point de vue expérimental, des données sur la modification des propriétés des hadrons dans le milieu sont nécessaires pour contraindre les modèles de quarks. Les résultats des expériences autour du futur accélérateur FAIR, par exemple, permettront peut être de mieux contraindre ces modèles.

D'un point de vue théorique, une résolution aussi exacte que possible de l'équation de Faddeev dans le modèle de NJL semble indispensable. L'inclusion de modes supplémentaires de diquark (tel que l'axial-vecteur) en plus du mode scalaire devrait également être étudiée. La question du rôle du confinement reste également largement ouverte.

L'évaluation de l'importance des contributions à l'ordre de trois boucles de ChPT des échanges de pions permettrait également d'affiner la compréhension des dépendances en densité quadratiques, dont nous avons montré qu'elles peuvent influencer significativement la description de la matière nucléaire. De plus, la taille finie des hadrons pourrait éventuellement être prise en compte, notamment via la modification des vertex d'interaction pion-nucléon dans le milieu.

L'extension de ces descriptions à la matière asymétrique en isospin, outre qu'elle est indispensable à l'application du modèle à la description des noyaux finis, pourrait permettre de contraindre mieux encore l'interaction effective.

Finalement, comme les descriptions développées dans ce travail incluent à la fois la description dynamique de la structure en quarks des hadrons, et la description de la matière nucléaire, il pourrait être envisagé de construire une équation d'état hybride hadrons-quarks, permettant des applications dans le domaine de la description des étoiles à neutrons et supernovae, ou bien dans l'étude de la transition de phase vers le plasma quark-gluon.

---

# ANNEXES

---



# ANNEXE A

---

## Conventions et notations

### Résumé

---

*Nous donnons dans cette annexe un ensemble de notations et conventions utilisées dans ce manuscrit.*

---

### A.1 Unités

Nous nous plaçons dans tout ce travail dans le système d'unités naturelles défini par  $\hbar = c = 1$ . Dans ce système, une longueur est homogène à l'inverse d'une énergie, avec la relation :

$$1\text{MeV} = 197.327\text{fm}^{-1}.$$

### A.2 Notations

Dans tout le manuscrit :

- $\nu = 2N_c N_F = 12$  désigne la dégénérescence de spin, couleur, et saveur des quarks ;
- $\nu_N = 4$  désigne la dégénérescence des nucléons en matière symétrique en isospin ;
- $k_F$  désigne le moment de Fermi ;
- $\rho_B$  désigne la densité baryonique avec  $\rho_B = \nu_N / (6\pi^2) k_F^3$  ;
- $\rho$  désigne la densité de quarks, avec  $\rho = \nu / (6\pi^2) k_F^3$  ;
- $\rho_0 = 0.155\text{fm}^{-3}$  désigne la valeur centrale de la densité baryonique de saturation ;
- $M_N = 939\text{MeV}$  désigne la masse du nucléon libre ;
- $m_\pi = 135\text{MeV}$  désigne la masse du pion libre ;
- $f_\pi = 92.3\text{MeV}$  désigne la valeur de la constante de décroissance du pion libre ;
- $m_\omega = 782\text{MeV}$  désigne la masse du méson vecteur  $\omega$  libre ;
- $g_A = 1.3$  désigne la constante de couplage axial-vecteur ;
- $\mathcal{E}$  désigne la densité d'énergie de la matière nucléaire ;  $E_B = \mathcal{E} / \rho_B - M_N$  est l'énergie de liaison par nucléon de la matière nucléaire ;
- $\mathcal{P}$  désigne la pression de la matière nucléaire ;
- $\mathcal{K}$  désigne le module d'incompressibilité de la matière nucléaire.

### A.3 Notations covariantes

Nous notons la dérivée covariante :

$$\partial_\nu = \frac{\partial}{\partial x^\nu}.$$

Sauf mention contraire, un quadrivecteur est noté  $k$ , avec la décomposition usuelle :

$$k \equiv k^\mu = (k^0, \mathbf{k})$$

Les vecteurs à trois dimensions sont donc notés en gras  $\mathbf{k}$ .

### A.4 Matrices de Dirac et de Pauli

Nous utilisons dans ce travail la représentation covariante standard des matrices de Dirac  $\gamma^\mu$  :

$$\begin{aligned}\gamma^0 &= \beta, \\ \gamma^i &= \beta\alpha^i,\end{aligned}$$

et  $\gamma_5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3$ , avec les matrices  $\alpha, \beta$  définies par :

$$\alpha = \begin{pmatrix} 0 & \sigma \\ \sigma & 0 \end{pmatrix}, \beta = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix},$$

où  $\sigma$  sont les matrices de Pauli agissant dans l'espace de spin  $\frac{1}{2}$  :

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix},$$

et nous avons donc finalement :

$$\gamma = \begin{pmatrix} 0 & \sigma \\ -\sigma & 0 \end{pmatrix}, \gamma_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Le symbole  $\tau$  désigne les matrices de Pauli, mais agissant dans l'espace d'isospin  $SU_I(2)$  pour les nucléons ou dans l'espace des saveurs  $SU_F(2)$  pour les quarks.

Pour un champ  $\psi$  de spin  $\frac{1}{2}$ , nous notons l'adjoint hermitique  $\psi^\dagger$  et l'adjoint de Dirac  $\bar{\psi} = \psi^\dagger\gamma_0$ .

Le produit  $\gamma_\mu p^\mu$  est noté :

$$\gamma_\mu p^\mu \equiv \not{p}, \tag{A.1}$$

et de façon équivalente, nous notons  $\not{\partial} \equiv \gamma_\mu \partial^\mu$ .

### A.4.1 Traces

Sauf mention contraire explicite dans le texte, le symbole  $\text{Tr}$  dénote une trace sur tout les sous-espaces concernés. Explicitement :

- dans le cas de nucléons, la trace est faite sur les sous-espaces de spin et isospin.
- dans le cas de quarks, la trace est faite sur les sous-espaces de spin, saveur et couleur.

Le symbole  $\text{tr}$  désigne une trace sur le sous-espace de spin seulement. Nous rappelons quelques traces usuelles des matrices de Dirac :

$$\begin{aligned} \text{tr}\gamma^\mu &= 0, \\ \text{tr}\gamma^\mu\gamma^\nu &= 4g^{\mu\nu}, \\ \text{tr}\gamma^\mu\gamma^\nu\gamma^\rho &= 0, \\ \text{tr}\gamma^\mu\gamma^\nu\gamma^\rho\gamma^\sigma &= 4(g^{\mu\nu}g^{\rho\sigma} - g^{\mu\rho}g^{\nu\sigma} + g^{\mu\sigma}g^{\nu\rho}). \end{aligned}$$

où  $g_{\mu\nu}$  est le tenseur métrique usuel :

$$g^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

## A.5 Fonction $\theta$ de Heaviside

Nous définissons la fonction de Heaviside  $\theta(x)$  comme :

$$\theta(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \geq 0. \\ 0 & \text{si } x \leq 0. \end{cases}$$

## A.6 Règles de Feynman

Nous définissons ici les conventions et règles utilisées pour les calculs des différents diagrammes de Feynman de ce travail. L'amplitude  $-i\mathcal{M}$  d'un diagramme est donnée par les règles suivantes :

- ✓ une ligne de fermion interne donne un facteur  $S(k)$ , le propagateur du Fermion considéré de masse  $M$ , dans le milieu et à température nulle :

$$S(k) \equiv i(\not{k} + M) \left( \frac{1}{k^2 - M^2 + i\epsilon} + 2i\pi\delta(k^2 - M^2)\theta(k_0)\theta(k_F - |\mathbf{k}|) \right).$$

- ✓ une ligne de boson interne donne un facteur  $G(q)$  le propagateur du boson considéré de masse  $m_B$  :

$$G(q) = \frac{i}{q^2 - m_B^2 + i\epsilon}$$



- ✓ chaque vertex amène un facteur dépendant de la théorie considéré. Par exemple :
  - $2\tilde{g}_s$  pour un vertex quark-antiquark scalaire dans Nambu-Jona-Lasinio
  - $\frac{g_A}{2f_\pi} \not{p} \gamma_5 \tau$  pour le couplage pseudo-vecteur en théorie des perturbations chirales
  - ...
- ✓ chaque boucle de fermion interne amène un facteur  $(-1)$  et une trace  $\text{Tr}$ .
- ✓ chaque impulsion interne  $p$  non contrainte par la conservation de l'impulsion aux vertex amène une intégrale

$$\int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4}.$$

## ANNEXE B

### Polarisations quark-antiquark dans Nambu-Jona-Lasinio

#### Résumé

Nous donnons ici les expressions analytiques des polarisations du Chapitre 3.

#### B.1 Voies scalaire et pseudoscalaire

Rappelons tout d'abord les expressions des polarisations  $\Pi_\pi(q^2)$  et  $\Pi_\sigma(q^2)$  :

$$\Pi_\pi(q^2) = i \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \text{Tr} [\gamma_5 \tau^k S_q(k + q/2) \gamma_5 \tau^k S_q(k - q/2)]; \quad (\text{B.1})$$

$$\Pi_\sigma(q^2) = i \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \text{Tr} [S_q(k + q/2) S_q(k - q/2)]. \quad (\text{B.2})$$

Le calcul de ces quantités est fastidieux, mais ne présente pas de difficulté particulière. En utilisant la même technique de régularisation pour les parties divergentes que pour le condensat de quarks, nous obtenons :

$$\Pi_\pi(q^2) = -\frac{\langle \bar{q}q \rangle}{m^*} + q^2 I(q^2); \quad (\text{B.3})$$

$$\Pi_\sigma(q^2) = -\frac{\langle \bar{q}q \rangle}{m^*} + (q^2 - 4m^{*2}) I(q^2), \quad (\text{B.4})$$

avec :

$$I(q^2) = \frac{\nu}{16\pi^2} \int_{4(\Lambda^2 + m^{*2})}^{4(k_F^2 + m^{*2})} d\kappa^2 \frac{1}{q^2 - \kappa^2} \sqrt{1 - \frac{4m^{*2}}{\kappa^2}}. \quad (\text{B.5})$$

Cette intégrale peut être déterminée analytiquement :

$$I(q^2) = I(q^2, \kappa = 2\sqrt{k_F^2 + m^{*2}}) - I(q^2, \kappa = 2\sqrt{\Lambda^2 + m^{*2}}), \quad (\text{B.6})$$

avec  $I(q^2, \kappa)$  défini par :

$$I(q^2, \kappa) = -\frac{\nu}{8\pi^2} \ln \left( \kappa + \sqrt{\kappa^2 - 4m^{*2}} \right) + \frac{\nu}{16\pi^2} \frac{q^2 - 4m^{*2}}{q\sqrt{|q^2 - 4m^{*2}|}} T(q^2, \kappa), \quad (\text{B.7})$$

avec :

$$T(q^2, \kappa) = \begin{cases} \frac{2\kappa\sqrt{|q^2-4m^{*2}|}}{q\sqrt{\kappa^2-q^2}} & \text{si } q^2 = 4m^{*2}; \\ \ln \left( \frac{(\kappa+q)(-4m^{*2}+q\kappa+\sqrt{(q^2-4m^{*2})(\kappa^2-4m^{*2})})}{(\kappa-q)(-4m^{*2}-q\kappa+\sqrt{(q^2-4m^{*2})(\kappa^2-4m^{*2})})} \right) & \text{si } q^2 > 4m^{*2}; \\ \arctan \left[ \frac{-\kappa q - 4m^{*2}}{\sqrt{(4m^{*2}-q^2)(\kappa^2-4m^{*2})}} \right] - \arctan \left[ \frac{\kappa q - 4m^{*2}}{\sqrt{(4m^{*2}-q^2)(\kappa^2-4m^{*2})}} \right] & \text{si } q^2 < 4m^{*2}. \end{cases} \quad (\text{B.8})$$

De même la dérivée  $\frac{dI(q^2)}{dq^2}$  peut s'écrire :

$$\frac{dI(q^2)}{dq^2} = \left( \frac{dI}{dq^2} \right) (q^2, \kappa = 2\sqrt{k_F^2 + m^{*2}}) - \left( \frac{dI}{dq^2} \right) (q^2, \kappa = 2\sqrt{\Lambda^2 + m^{*2}}), \quad (\text{B.9})$$

avec :

$$\left( \frac{dI}{dq^2} \right) (q^2, \kappa) = \begin{cases} -\frac{I(q^2, \kappa)}{2q^2} + \frac{\sqrt{\kappa^2-4m^{*2}}}{8q\pi^2(\kappa^2-q^2)} + \frac{\nu}{32\pi^2 q} T(q^2, \kappa) & \text{si } q^2 = 4m^{*2}; \\ \frac{I(q^2, \kappa)}{2} \left[ \frac{1}{q^2-4m^{*2}} - \frac{1}{q^2} \right] + \frac{\nu}{16\pi^2 q} \frac{\sqrt{\kappa^2-4m^{*2}}}{\kappa^2-q^2} \\ + \frac{\nu}{16\pi^2(q^2-4m^{*2})} \ln \left( \kappa + \sqrt{\kappa^2 - 4m^{*2}} \right) & \text{si } q^2 \neq 4m^{*2}. \end{cases} \quad (\text{B.10})$$

## B.2 Voie vecteur

Rappelons tout d'abord les expressions de la polarisation  $\Pi_{\omega}^{\mu\nu}(q^2)$  :

$$\Pi_{\omega}^{\mu\nu}(q^2) = \tilde{\Pi}_{\omega}(q^2) \left( g^{\mu\nu} - \frac{q^{\mu}q^{\nu}}{q^2} \right), \quad (\text{B.11})$$

avec :

$$\tilde{\Pi}_{\omega}(q^2) = \frac{\nu}{24\pi^2} \int_{4(\Lambda^2+m^{*2})}^{4(k_F^2+m^{*2})} \frac{\kappa^2 d\kappa^2}{q^2 - \kappa^2} \sqrt{1 - \frac{4m^{*2}}{\kappa^2}} \left( 1 + \frac{2m^{*2}}{\kappa^2} \right). \quad (\text{B.12})$$

La condition :

$$1 - 2\tilde{g}_v \tilde{\Pi}_{\omega}(q^2) = 0, \quad (\text{B.13})$$

souffre alors d'une ambiguïté de soustraction. Schématiquement, le problème est qu'il est possible de trouver une solution à cette équation pour  $q^2 = 0$ , dit autrement un méson  $\omega$  de masse nulle. Nous

utilisons la même procédure que Nambu-Jona-Lasinio [17, 18] et Bernard et al. [57] en utilisant une relation de dispersion soustraite une fois, qui consiste à redéfinir la polarisation :

$$\Pi_\omega(q^2) = \tilde{\Pi}_\omega(q^2) - \tilde{\Pi}_\omega(q^2 = 0). \quad (\text{B.14})$$

On retrouve alors l'expression de la polarisation donnée au Chapitre 3 :

$$\Pi_\omega(q^2) = \frac{\nu q^2}{24\pi^2} \int_{4(\Lambda^2+m^{*2})}^{4(k_F^2+m^{*2})} \frac{d\kappa^2}{q^2 - \kappa^2} \sqrt{1 - \frac{4m^{*2}}{\kappa^2}} \left(1 + \frac{2m^{*2}}{\kappa^2}\right), \quad (\text{B.15})$$

pour laquelle il n'existe visiblement pas de solution de masse nulle à la condition (B.13). Nous donnons l'expression analytique de cette intégrale :

$$\Pi_\omega(q^2) = \Pi_\omega(q^2, \kappa = 2\sqrt{k_F^2 + m^{*2}}) - \Pi_\omega(q^2, \kappa = 2\sqrt{\Lambda^2 + m^{*2}}), \quad (\text{B.16})$$

avec  $\Pi_\omega(q^2, \kappa)$  donnée par :

$$\Pi_\omega(q^2, \kappa) = \frac{2q^2}{3} \left(1 + \frac{2m^{*2}}{q^2}\right) I(q^2, \kappa) + \frac{\nu m^{*2}}{6\pi^2} \left[ -\frac{\sqrt{\kappa^2 - 4m^{*2}}}{\kappa} + \ln(\kappa + \sqrt{\kappa^2 - 4m^{*2}}) \right]. \quad (\text{B.17})$$

Finalement, la dérivée est donnée par :

$$\frac{d\Pi_\omega(q^2)}{dq^2} = \frac{2}{3} \left[ (q^2 + 2m^{*2}) \frac{dI(q^2)}{dq^2} + I(q^2) \right]. \quad (\text{B.18})$$



## ANNEXE C

---

### Polarisation quark-diquark de l'équation de Faddeev dans Nambu-Jona-Lasinio

#### Résumé

---

Nous donnons ici les expressions analytiques de  $H_1$  et  $H_2$  (Chapitre 6).

---

$H_1$  et  $H_2$  sont définies par :

$$p^\nu H_1 = \frac{1}{4} \text{tr} (\gamma^\nu \Pi_N), \quad (\text{C.1})$$

$$H_2 = \frac{1}{4m^*} \text{tr} (\Pi_N). \quad (\text{C.2})$$

Nous utilisons pour le propagateur du diquark l'approximation suivante :

$$\tau(q) \approx 4ig_{sd} + \frac{G_{sd}^*}{q^2 - m_{sd}^{*2}}. \quad (\text{C.3})$$

Nous rappelons également l'expression du propagateur du quark :

$$S_q(k) = i(\gamma_\mu k^\mu + m^*) \left[ \frac{1}{k^2 - m^{*2} + i\epsilon} + 2\pi i \delta(k^2 - m^{*2}) \theta(k^0) \theta(k_F - |\mathbf{k}|) \right]. \quad (\text{C.4})$$

De plus, les intégrales divergentes sont régularisées avec le même cut-off tridimensionnel  $\Lambda$  que pour le condensat de quarks. Le calcul est fait pour un nucléon au repos, soit  $p = (p_0, \mathbf{0})$ .

On définit les intégrales intermédiaires suivantes, où  $k$  désigne exceptionnellement la norme  $|\mathbf{k}|$  :

$$\mathcal{I}(v) = \int_0^v \frac{k^2 dk}{E^q [(p_0 - E^q)^2 - (E^{sd})^2]}, \quad (\text{C.5})$$

$$\mathcal{J}(v) = \int_0^v \frac{k^2 dk}{E^q [(p_0 - E^{sd})^2 - (E^q)^2]}, \quad (\text{C.6})$$

$$\mathcal{A}(v) = \int_0^v \frac{k^2 dk}{(p_0 - E^q)^2 - (E^{sd})^2}, \quad (\text{C.7})$$

$$\mathcal{B}(v) = \int_0^v \frac{k^2 dk}{(p_0 - E^{sd})^2 - (E^q)^2}, \quad (\text{C.8})$$

avec :

$$E^q = \sqrt{m^{*2} + k^2}, \quad (C.9)$$

$$E^{sd} = \sqrt{m_{sd}^{*2} + k^2}. \quad (C.10)$$

Nous posons également :

$$a_1 = -2p_0, \quad (C.11)$$

$$b_1 = \frac{p_0 + m^{*2} - m_{sd}^{*2}}{a_1}, \quad (C.12)$$

$$a_2 = 2p_0, \quad (C.13)$$

$$b_2 = \frac{p_0 - m^{*2} + m_{sd}^{*2}}{a_2}, \quad (C.14)$$

$$\Delta_1 = b_1^2 - m^{*2}, \quad (C.15)$$

$$\Delta_2 = b_2^2 - m_{sd}^{*2}. \quad (C.16)$$

Nous obtenons alors pour les expressions des intégrales  $\mathcal{I}$ ,  $\mathcal{J}$ ,  $\mathcal{A}$  et  $\mathcal{B}$  :

$$\mathcal{I}(v) = \frac{1}{a_1} \left\{ \sqrt{\kappa^2 - m^{*2}} - b_1 \ln(2\sqrt{\kappa^2 - m^{*2}} + 2\kappa) + (b_1^2 - m^{*2})F_I(p, \kappa) \right\} \Big|_{\kappa=m^*}^{\kappa=\sqrt{v^2+m^{*2}}}, \quad (C.17)$$

avec :

$$F_I(p, \kappa) = \begin{cases} \frac{-1}{\sqrt{\Delta_1}} \ln \left( \frac{2\Delta_1 - 2b_1(\kappa + b_1) + 2\sqrt{\Delta_1(\kappa^2 - m^{*2})}}{\kappa + b_1} \right) & \text{si } \Delta_1 > 0; \\ \frac{1}{\sqrt{-\Delta_1}} \left( \arctan \left[ \frac{-2\Delta_1 - 2(b_1(\kappa + b_1))}{2\sqrt{(-\Delta_1)(\kappa^2 - m^{*2})}} \right] \right) & \text{si } \Delta_1 < 0. \end{cases} \quad (C.18)$$

$$\mathcal{J}(v) = \frac{1}{a_2} \left\{ \sqrt{\kappa^2 - m_{sd}^{*2}} - b_2 \ln(2\sqrt{\kappa^2 - m_{sd}^{*2}} + 2\kappa) + (b_2^2 - m_{sd}^{*2})F_J(p, \kappa) \right\} \Big|_{\kappa=m_{sd}^*}^{\kappa=\sqrt{v^2+m_{sd}^{*2}}}, \quad (C.19)$$

avec :

$$F_J(q, \kappa) = \begin{cases} \frac{-1}{\sqrt{\Delta_2}} \ln \left( \frac{2\Delta_2 - 2b_2(\kappa + b_2) + 2\sqrt{\Delta_2(\kappa^2 - m_{sd}^{*2})}}{\kappa + b_2} \right) & \text{si } \Delta_2 > 0; \\ \frac{1}{\sqrt{-\Delta_2}} \left( \arctan \left[ \frac{-2\Delta_2 - 2(b_2(\kappa + b_2))}{2\sqrt{(-\Delta_2)(\kappa^2 - m_{sd}^{*2})}} \right] \right) & \text{si } \Delta_2 < 0. \end{cases} \quad (C.20)$$

$$\mathcal{A}(v) = \frac{1}{2a_1} \left( \kappa \sqrt{\kappa^2 - m^{*2}} - m^{*2} \ln \left[ \kappa + \sqrt{\kappa^2 - m^{*2}} \right] \right) \Big|_{\kappa=m^*}^{\kappa=\sqrt{v^2+m^{*2}}} - b_1 \mathcal{I}(v). \quad (C.21)$$

$$\mathcal{B}(v) = \frac{1}{2a_2} \left( \kappa \sqrt{\kappa^2 - m_{sd}^{*2}} - m_{sd}^{*2} \ln \left[ \kappa + \sqrt{\kappa^2 - m_{sd}^{*2}} \right] \right) \Big|_{\kappa=m_{sd}^*}^{\kappa=\sqrt{v^2+m_{sd}^{*2}}} - b_1 \mathcal{J}(v). \quad (C.22)$$

Au final les expressions de  $H_1$  et  $H_2$  sont données par :

$$p_0 H_1(p_0) = g_{sd} \frac{k_F^3}{3\pi^2} + \frac{G_{sd}^*}{4\pi^2} [\mathcal{A}(k_F) - \mathcal{A}(\Lambda) - p_0 \mathcal{J}(\Lambda) - \mathcal{B}(\Lambda)]; \quad (\text{C.23})$$

$$H_2(p_0) = \frac{2g_{sd}}{\nu} \frac{\langle \bar{q}q \rangle}{m^*} + \frac{G_{sd}}{4\pi^2} [\mathcal{I}(k_F) - \mathcal{I}(\Lambda) - \mathcal{J}(\Lambda)]. \quad (\text{C.24})$$





## ANNEXE D

### Expressions des self-énergies en théorie des perturbations chirales

#### Résumé

Nous reportons ici les expressions complètes des self-énergies en fonction de  $|\mathbf{k}| = m_\pi y$  et  $k_F = m_\pi v$ .

#### D.1 Diagramme de Fock d'échange d'un pion

Les self-énergies scalaire et vecteur provenant du diagramme de Fock d'échange d'un pion Fig. 7.2 s'écrivent :

$$\Sigma_S^{\pi,1}(y, v) = 3 \left( \frac{g_A}{4\pi f_\pi} \right)^2 m_\pi^3 \left\{ \Sigma_S^{\pi,1,1} + \frac{m_\pi^2}{M_N^2} \Sigma_S^{\pi,1,2} \right\}, \quad (\text{D.1})$$

avec :

$$\begin{aligned} \Sigma_S^{\pi,1,1}(y, v) &= \frac{v^2 - y^2 + 1}{4y} \ln \left( \frac{(y - v)^2 + 1}{(y + v)^2 + 1} \right) \\ &\quad + \frac{2}{3} v^3 - v + \arctan(v + y) + \arctan(v - y), \end{aligned} \quad (\text{D.2})$$

et :

$$\begin{aligned} \Sigma_S^{\pi,1,2} &= \frac{-v^4 + y^4 - 6y^2 + 1}{16y} \ln \left( \frac{(y - v)^2 + 1}{(y + v)^2 + 1} \right) \\ &\quad - \frac{1}{2} y(y^2 - 1)(\arctan(v + y) + \arctan(v - y)) \\ &\quad - \frac{v^5}{5} + \frac{v^3}{12} - \frac{3v}{4} + \frac{y^2 v}{4}. \end{aligned} \quad (\text{D.3})$$

$$\Sigma_V^{\pi,1}(y, v) = 3 \left( \frac{g_A}{4\pi f_\pi} \right)^2 m_\pi^3 \left\{ \Sigma_S^{\pi,1}(y, v) + \frac{y^2 m_\pi^2}{M_N^2} \Sigma_S^{\pi,1,1}(y, v) \right\}. \quad (\text{D.4})$$

## D.2 Diagramme d'échange d'un pion itéré

### D.2.1 Diagramme de Hartree

Les self-énergies provenant du diagramme de Hartree d'échange d'un pion itéré comportant une insertion de milieu Fig. (7.3,A) s'écrivent :

$$\begin{aligned} \Sigma_S^{\pi,2}(y, v) = & -6\pi \left( \frac{g_A m_\pi}{4\pi f_\pi} \right)^4 \frac{M_N}{y} \left\{ \frac{11}{6} yv \right. \\ & + \frac{1}{8} \left[ 5(v^2 - y^2) + \frac{7}{3} \right] \ln \left[ \frac{1 + (y+v)^2}{1 + (y-v)^2} \right] \\ & - \left[ \frac{3}{2}y - \frac{2}{3}v^3 - \frac{1}{3}y^3 + yv^2 \right] \arctan(v-y) \\ & \left. - \left[ \frac{3}{2}y + \frac{2}{3}v^3 - \frac{1}{3}y^3 + yv^2 \right] \arctan(v+y) \right\}. \end{aligned} \quad (D.5)$$

Les self-énergies provenant des diagrammes de Hartree d'échange d'un pion itéré comportant deux insertions de milieu Fig. (7.3, B+C+D) s'écrivent :

$$\begin{aligned} \Sigma_S^{\pi,3}(y, v) = & 6 \left( \frac{g_A m_\pi}{4\pi f_\pi} \right)^4 M_N \int_{-1}^1 dw \left\{ \left[ \frac{2s^2 + s^4}{2(1+s^2)} - \ln(1+s^2) \right] \right. \\ & \left( wyv + \frac{1}{2} (v^2 - y^2 w^2) \ln \left[ \frac{yw+v}{yw-v} \right] \right) \\ & + \int_{-yw}^{s-yw} d\xi \left\{ \frac{(\xi+yw)^5}{((\xi+yw)^2+1)^2} \right\} \\ & \left( \xi v + \frac{1}{2} (v^2 - \xi^2) \ln \left[ \frac{\xi+v}{\xi-v} \right] \right) \\ & \left. + \int_0^v \frac{\xi^2}{y} d\xi \left[ \frac{2\sigma^2 + \sigma^4}{2(1+\sigma^2)} - \ln(1+\sigma^2) \right] \ln \left| \frac{\xi w + y}{\xi w - y} \right| \right\}, \end{aligned} \quad (D.6)$$

avec :  $\sigma = \xi w + \sqrt{v^2 + \xi^2(w^2 - 1)}$ ,  $s = yw + \sqrt{v^2 - y^2 + y^2 w^2}$ . Pour tous ces diagrammes, nous avons :

$$\Sigma_V^{\pi,(2,3)} = \Sigma_S^{\pi,(2,3)}. \quad (D.7)$$

### D.2.2 Diagramme de Fock

Les self-énergies provenant du diagramme de Fock d'échange d'un pion itéré comportant une insertion de milieu Fig. (7.4,A) s'écrivent :

$$\begin{aligned} \Sigma_S^{\pi,4}(y, v) = & 2\pi \left( \frac{g_A m_\pi}{4\pi f_\pi} \right)^4 M_N \left\{ v^3 + \right. \\ & \left[ \int_0^{\frac{v-y}{2}} 2\xi d\xi + \int_{\frac{v-y}{2}}^{\frac{v+y}{2}} d\xi \frac{v^2 - (2\xi - y)^2}{4y} \right] \frac{3}{1 + 2\xi^2} \\ & \left. [(1 + 8\xi^2 + 8\xi^4) \arctan \xi - (1 + 4\xi^2) \arctan(2\xi)] \right\}, \end{aligned} \quad (D.8)$$

Les self-énergies provenant des diagrammes de Fock d'échange d'un pion itéré comportant deux insertions de milieu Fig. (7.3, B+C+D) s'écrivent :

$$\begin{aligned}
\Sigma_S^{\pi,5}(y, \nu) = & \frac{3}{2} \left( \frac{g_A m_\pi}{4\pi f_\pi} \right)^4 M_N \left\{ \frac{G^2(y)}{8y^2} \right. \\
& + \int_0^\nu d\xi G(\xi) \left[ 1 + \frac{\xi^2 - y^2 - 1}{4y\xi} \ln \frac{1 + (y + \xi)^2}{1 + (y - \xi)^2} \right] \\
& + \int_{-1}^1 dw \left[ \int_{-1}^1 dz \left( \frac{wz\theta(w^2 + z^2 - 1)}{4|wz|\sqrt{w^2 + z^2 - 1}} \right. \right. \\
& \left. \left. [s^2 - \ln(1 + s^2)][\ln(1 + t^2) - t^2] \right. \right. \\
& \left. \left. + \int_0^\nu d\xi \frac{\xi^2}{y} [\ln(1 + \sigma^2) - \sigma^2] \left( \ln \frac{|y + \xi w|}{|y - \xi w|} \right. \right. \right. \\
& \left. \left. \left. + \frac{1}{R} \ln \frac{[yR + (y^2 - \xi^2 - 1)w\xi]^2}{[1 + (y + \xi)^2][1 + (y - \xi)^2][y^2 - \xi^2 w^2]} \right) \right] \right\}. \tag{D.9}
\end{aligned}$$

avec  $s$  et  $\sigma$  comme définit plus haut, et :

$$\begin{aligned}
G(y) = & \nu(1 + \nu^2 + y^2) \\
& - \frac{1}{4y} [1 + (\nu + y)^2][1 + (\nu - y)^2] \ln \frac{1 + (\nu + y)^2}{1 + (\nu - y)^2}, \tag{D.10}
\end{aligned}$$

$$R = \sqrt{(1 + y^2 - \xi^2)^2 + 4\xi^2(1 - w^2)}, \tag{D.11}$$

$$t = yz + \sqrt{\nu^2 - y^2 + y^2 z^2}. \tag{D.12}$$



---

# RÉFÉRENCE

---



## Bibliographie

---

- [1] D. Gross, F. Wilczek, Phys. Rev. Lett. 30 (1973) 1343.
- [2] H. Politzer, Phys. Rev. Lett. 30 (1973) 1346.
- [3] P. A. M. Guichon, Phys. Lett. B 200 (1988) 235.
- [4] K. Saito, A. W. Thomas, Phys. Rev. C 51 (1995) 2757.
- [5] W. Bentz, A. Thomas, Nucl. Phys. A 696 (2001) 138.
- [6] B. Serot, J. Walecka, Vol. 16 of Advances in Nuclear Physics, Plenum Press, 1986.
- [7] P. Reinhard, M. Rufa, J. Maruhn, W. Greiner, J. Friedrich, Z. Phys. A 323 (13).
- [8] G. Lalazissis, J. Konig, P. Ring, Phys. Rev. C 55 (1997) 540+.
- [9] A. A. Khan, al.[CP PACS Collaboration], Phys. Rev. D 65 (2002) 054505.
- [10] S. Aoki, al.[JLQCD Collaboration], Phys. Rev. D 68 (2003) 054502.
- [11] N. Ishii, S. Aoki, T. Hatsuda, PoS LAT2007 (2007) 146.
- [12] T. Cohen, R. Furnstahl, D. Kriegel, Phys. Rev. C 45 (1992) 1881.
- [13] R. Aguirre, Phys. Lett. B 611 (2005) 248.
- [14] C. Song, Phys. Rep. 347 (2001) 289–371.
- [15] M. Rho, G. Brown, Phys. Rev. Lett 66 (1991) 2720+.
- [16] P. Finelli, N. Kaiser, D. Vretenar, W. Weise, Nucl. Phys. A 770 (2006) 1.
- [17] Y. Nambu, G. Jona-Lasinio, Phys. Rev. 122 (1961) 345.
- [18] Y. Nambu, G. Jona-Lasinio, Phys. Rev. 124 (1961) 246.
- [19] S. Weinberg, Phys. Lett. B 251 (1990) 288.
- [20] J. Blaizot, Phys. Rep. 64 (1980) 171.
- [21] Z. Ma, N. V. Giai, A. Wandelt, D. Vretenar, P. Ring, Nucl. Phys. A 686 (2001) 183.
- [22] R. Furnstahl, J. Rusnak, B. Serot, Nucl. Phys. A 632 (1998) 607.
- [23] S. Hama, al., Phys. Rev. C 41 (1990) 2737.
- [24] R. J. Furnstahl, B. D. Serot, Nucl. Phys. A 673 (2000) 298.
- [25] P. Siemens, A. Jensen, Elements of nuclei : Many-Body Physics with the Strong Interaction, Addison-Wesley, 1987.
- [26] A. Delfino, C. Coelho, M. Malheiro, Phys. Lett. B 345 (1995) 361.
- [27] P. Ring, Prog. Part. Nucl. Phys. 37 (1996) 193.
- [28] O. Plohl, C. Fuchs, Phys. Rev. C 74 (2006) 034325.
- [29] P. Reinhard, Rept. Prog. Phys. 52 (1989) 439.



- [30] G. Brown, M. Rho, Phys. Rep. 398 (2004) 301.
- [31] D. Trnka, al., Phys. Rev. Lett. 94 (2005) 192303.
- [32] M. Naruki, al., Phys. Rev. Lett. 96 (2006) 092301.
- [33] S. Klevansky, Rev. Mod. Phys. 64 (1992) 649.
- [34] U. Vogl, W. Weise, Prog. Part. Nucl. Phys. 27 (1991) 195.
- [35] T. Hatsuda, T. Kunihiro, Phys. Rep. 247 (1994) 221.
- [36] G. 't Hooft, Phys. Rev. Lett. 37 (1976) 8.
- [37] G. 't Hooft, Phys. Rev. D 14 (1976) 3432.
- [38] I. Mishustin, L. Satarov, W. Greiner, Phys. Rep. 391 (2004) 363.
- [39] A. Osipov, B. Hiller, J. da Providencia, Phys. Lett. B 634 (2006) 48.
- [40] A. Osipov, B. Hiller, J. Moreira, A. Blin, Eur. Phys. J. C 46 (2006) 225.
- [41] A. Osipov, B. Hiller, A. Blin, J. da Providencia, Ann. Phys. (N.Y.) 322 (2007) 2021.
- [42] K. Kashiwa, H. Kouno, T. Sakaguchi, M. Matsuzaki, M. Yahiro, Phys. Lett. B 647 (2007) 446.
- [43] K. Kashiwa, M. Matsuzaki, H. Kouno, M. Yahiro, Phys. Lett. B 627 (2007) 143.
- [44] G. Ripka, Quarks Bound by Chiral Fields, Oxford Science Publications, 1997.
- [45] H. Kouno, T. Sakaguchi, K. Kashiwa, M. Hamada, H. Tokudome, M. Matsuzaki, M. Yahiro, nucl-th/0509057, Soryushiron Kenkyu 112 (2005) C67.
- [46] H. Kouno, Y. Horinouchi, K. Tuchitani, Prog. Theor. Phys. 112 (2004) 831.
- [47] K. Tuchitani, H. Kouno, A. Hasegawa, M. Nakano, Int. J. Mod. Phys. E 10 (2001) 245.
- [48] K. Tuchinati, Y. Horinouchi, K. Makino, N. Noda, H. Kouno, T. Iwamitsu, M. Nakano, A. Hasegawa, Int. J. Mod. Phys. E 14 (2005) 955.
- [49] M. Gell-Mann, R. Oakes, B. Renner, Phys. Rev. 175 (1968) 2195.
- [50] H. Geissel, H. Gilg, A. Gillitzer, R. S. Hayano, S. Hirenzaki, K. Itahashi, M. Iwasaki, P. Kienle, M. Münch, G. Münzenberg, W. Schott, K. Suzuki, D. Tomono, H. Weick, T. Yamazaki, T. Yoneyama, Phys. Lett. B 549 (2002) 64.
- [51] K. Suzuki, M. Fujita, H. Geissel, H. Gilg, A. Gillitzer, R. S. Hayano, S. Hirenzaki, K. Itahashi, M. Iwasaki, P. Kienle, M. Matos, G. Münzenberg, T. Ohtsubo, M. Sato, M. Shindo, T. Suzuki, H. Weick, M. Winkler, T. Yamazaki, T. Yoneyama, Phys. Rev. Lett. 92 (2004) 072302.
- [52] L. Giusti, F. Rapuano, M. Talevi, A. Vladikas, Nucl. Phys. B 538 (1999) 249.
- [53] M. Buballa, Phys. Rep. 407 (2005) 205.
- [54] M. Oertel, M. Buballa, J. Wambach, Nucl. Phys. A 676 (2000) 247.
- [55] A. Buck, R. Alkofer, H. Reinhardt, Phys. Lett. B 286 (1992) 29.
- [56] N. Ishii, W. Bentz, K. Yazaki, Nucl. Phys. A 587 (1995) 617.
- [57] V. Bernard, U. Meissner, Nucl. Phys. A 489 (1988) 647.
- [58] M. Harada, K. Yamawaki, Phys. Rev. Lett. 86 (2001) 757.
- [59] V. Koch, Int. J. Mod. Phys. E 6 (1997) 203.
- [60] J. Gasser, H. Leutwyler, M. Sainio, Sigma term update, Phys. Lett. B 253 (1991) 252–259.
- [61] R. Huguet, J. Caillon, J. Labarsouque, Phys. Rev. C 75 (2007) 048201.
- [62] R. Huguet, J. Caillon, J. Labarsouque, Nucl. Phys. A 781 (2007) 448.

- [63] G. Chanfray, M. Ericson, P. Guichon, Phys. Rev. C 68 (2003) 035209.
- [64] G. Chanfray, M. Ericson, Eur. Phys. J. A 25 (2005) 151.
- [65] P. A. M. Guichon, K. Saito, E. Rodionov, A. Thomas, Nucl. Phys. A 601 (1996) 349.
- [66] T. G.-B. anc C. Fuchs, A. Faessler, Nucl. Phys. A 648 (1999) 105.
- [67] M. Huang, P. Zhuang, W. Chao, Phys. Lett. B 514 (2001) 63.
- [68] N. Ishii, Phys.Lett. B 431 (1998) 1.
- [69] M. Lutz, B. Friman, C. Appel, Phys. Lett. B 474 (2000) 7.
- [70] N. Kaiser, S. Fritsch, W. Weise, Nucl. Phys. A 697 (2002) 93.
- [71] N. Kaiser, S. Fritsch, W. Weise, Nucl. Phys. A 700 (2002) 343.
- [72] N. Kaiser, Nucl. Phys. A 709 (2002) 251.
- [73] R. Alkofer, H. Reinhardt, H. Weigel, Phys. Rept. 265 (1996) 139–252.
- [74] A. Buck, H. Reinhardt, Phys. Lett. B 356 (1995) 168–174.
- [75] N. Ishii, W. Bentz, K. Yazaki, Phys. Lett. B 318 (1993) 26.
- [76] S. Weinberg, Physica 96A (1979) 327.
- [77] C. O. nez, L. Ray, U. van Kolck, Phys. Rev. Lett. 72 (1994) 1982.
- [78] D. Entem, R. Machleidt, Phys. Lett. B 524 (2002) 93.
- [79] N. Kaiser, R. Brockmann, W. Weise, Nucl. Phys. A 625 (1997) 758.
- [80] V. Bernard, N. Kaiser, U.-G. Meissner, Int. J. Mod. Phys. E 4 (1995) 193.
- [81] N. Kaiser, S. Gerstendörfer, W. Weise, Nucl. Phys. A 637 (1998) 395.
- [82] D. Kaplan, M. Savage, M. Wise, Nucl. Phys. B 634 (1998) 329.
- [83] W. G. E. Epelbaum, U.-G. Meissner, Nucl. Phys. A 671 (2000) 295.
- [84] R. Machleidt, Nuclear forces from chiral effective field theories, Lectures given at Workshop on Physics and Astrophysics of Hadrons and Hadronic matter, India arXiv :nucl-th/0704.0807.
- [85] C. Horowitz, B. Serot, Nucl. Phys. A 399 (1983) 529.
- [86] C. Horowitz, B. Serot, Phys. Lett. B 137 (1984) 287.
- [87] B. ter Haar, R. Malfliet, Phys. Rep. 149 (1987) 207.
- [88] R. Huguet, J. Caillon, J. Labarsouque, Nucl. Phys. A 809 (2008) 189.



## Liste des Figures

---

2.1	Équation de Dyson du nucléon. . . . .	34
3.1	Équation de Dyson du quark. . . . .	48
3.2	Vertex effectifs dans NJL. . . . .	51
3.3	Équation de Bethe-Salpeter dans NJL. . . . .	52
3.4	Élément de matrice de $f_\pi$ . . . . .	53
4.1	Masse du quark dans le vide en fonction de $\Lambda$ . . . . .	59
4.2	Condensat de quarks dans le vide en fonction de $\Lambda$ . . . . .	60
4.3	Condensat de quarks et masse du quark en fonction de $\rho_B$ . . . . .	64
	(a) $(-\langle \bar{u}u \rangle)^{1/3}(\rho_B)$ . . . . .	64
	(b) $m^*(\rho_B)$ . . . . .	64
	(c) $m^*(\rho_B)$ dans la limite chirale $m_0 = 0$ . . . . .	64
4.4	Masses des mésons en fonctions de $\rho_B$ . . . . .	65
	(a) <b>njl0</b> . . . . .	65
	(b) <b>njl1</b> . . . . .	65
	(c) <b>njl2</b> . . . . .	65
4.5	Couplages méson-quark en fonction de $\rho_B$ . . . . .	66
	(a) <b>njl0</b> . . . . .	66
	(b) <b>njl1</b> . . . . .	66
	(c) <b>njl2</b> . . . . .	66
4.6	Lois d'échelle pour la masse du méson $\omega$ . . . . .	69
	(a) <b>njl0</b> . . . . .	69
	(b) <b>njl1</b> et <b>njl1(KEK)</b> . . . . .	69
	(c) <b>njl2</b> et <b>njl2(KEK)</b> . . . . .	69
5.1	$\chi^2$ en fonction de $m$ pour les modèles du type <b>njl1</b> . . . . .	75
5.2	$E_B$ en fonction de $\rho_B$ pour les modèles du type <b>njl1</b> . . . . .	76
5.3	$m_N^*/M_N$ en fonction de $\rho_B$ pour les modèles du type <b>njl1</b> . . . . .	77
5.4	Comparaison de $E_B$ en fonction de $\rho_B$ pour différents modèles. . . . .	78
5.5	Comparaison des self-énergies en fonction de $\rho_B$ pour différents modèles. . . . .	79
6.1	Équation de Faddeev dans NJL. . . . .	90
6.2	Self-énergies du nucléon dans NJL en fonction de $\rho_B$ . . . . .	95
7.1	Hierarchie des perturbations chirales. . . . .	99
7.2	Diagrammes d'échange d'un pion. . . . .	102
7.3	Diagrammes de Hartree d'échange d'un pion itéré. . . . .	103

(a)	103
(b)	103
(c)	103
(d)	103
(e)	103
(f)	103
7.4 Diagrammes de Fock d'échange d'un pion itéré.	106
(a)	106
(b)	106
(c)	106
(d)	106
(e)	106
(f)	106
7.5 Self-énergies du nucléon en ChPT en fonction de $\rho_B$ .	108
8.1 $\chi^2$ en fonction de $m$ pour les paramétrisations type <b>pcm1</b> .	116
8.2 $E_B$ en fonction de $\rho_B$ pour les modèles du type <b>pcm1</b> .	117
8.3 $m_N^*/M_N$ en fonction de $\rho_B$ pour les modèles du type <b>pcm1</b> .	118
8.4 Self-énergies en fonction de $k_F$ pour la meilleure paramétrisation <b>pcm1</b> .	119
8.5 $\chi^2$ en fonction de $m$ pour les paramétrisations <b>pcm2</b> .	120
8.6 Comparaison de $E_B$ en fonction de $\rho_B$ pour différents modèles.	121
8.7 Comparaison des self-énergies du nucléon en fonction de $k_F/k_F^{\text{sat}}$ .	122

## Liste des tableaux

---

2.1	Champs du Lagrangien $\sigma - \omega$ .	28
2.2	Termes d'interaction du Lagrangien à couplages ponctuels.	29
4.1	Paramétrisations de NJL.	61
4.2	Propriétés des paramétrisations de NJL.	62
4.3	Paramétrisations de NJL avec la contrainte de KEK.	68
5.1	Propriétés du modèle $\sigma - \omega$ pour les modèles du type <b>pcm1</b> .	74
5.2	Propriétés des modèles <b>S</b> , <b>W</b> et DBHF-BonnA.	78
6.1	Paramétrisations de NJL pour la construction du nucléon.	93
6.2	Propriétés du diquark et du nucléon dans NJL.	94
7.1	Valeurs des coefficients des équations (7.43,7.44).	109
8.1	Propriétés des paramétrisations du type <b>pcm1</b> .	116
8.2	Propriétés des paramétrisations du type <b>pcm2</b> .	120
8.3	Propriétés des modèles DBHF-BonnA et <b>S-V(480)</b> .	121



# Index

---

## A

- approche DBHF ..... 78, 121
- approximation de champ moyen
  - nucléons ..... 31
  - quarks ..... 47
- approximation statique ..... 91

## C

- commutateur  $\pi N$  ..... 68
- compressibilité ..... 23
- condensat de quarks ... voir *densités scalaire de quarks*
- constante de décroissance du pion  $f_\pi$  ..... 53
- couplage quark
  - méson  $\omega$  ..... 56
  - méson  $\pi$  ..... 53
  - méson  $\sigma$  ..... 55

## D

- densité critique ..... 63
- densité d'énergie
  - matière nucléaire ..... 35
- densités
  - nucléons ..... 33
  - quarks ..... 50
- diagramme
  - échange d'un pion ..... 102
  - échange d'un pion itéré
    - Fock ..... 105
    - Hartree ..... 103

## E

- équation de Bethe-Salpeter
  - RPA ..... 51
- équation de Dirac
  - nucléon ..... 28
  - quark ..... 47
- équation de Dyson
  - nucléon ..... 33
  - quark ..... 48

équation de Faddeev ..... 91

## H

hiérarchie en ChPT ..... 99

## L

- Lagrangien
  - ChPT ..... 98
    - interaction  $\pi N$  ..... 98
    - Baryons Lourds ..... 98
  - hadronique ..... 26
    - interaction  $\sigma - \omega$  ..... 26, 71
    - interaction ponctuelle ..... 27, 111
  - Nambu-Jona-Lasinio
    - voies  $\bar{q}q$  ..... 43, 46
    - voies  $qq$  ..... 88
- loi d'échelle
  - méson omega ..... 66

## M

- masse effective
  - nucléon
    - empirique ..... 24
    - modèle de champ moyen relativiste ..... 32
  - quark ..... voir *self-énergies du quark*
- minimisation de  $\chi^2$  ..... 73, 115
- modèle de Song ..... 78

## P

- paramétrisation
  - ChPT ..... 108
    - modèle  $\sigma - \omega$  ..... 74
  - modèle à couplages ponctuels ..... 113, 116, 121
- NJL
  - njl0 ..... 61
  - njl1 ..... 61
  - njl2 ..... 61
    - quark-diquark ..... 94
- planar box graph ..... 103



polarisabilité scalaire	
nucléon	77
polarisation	
quark-antiquark, voie $\omega$	56
quark-antiquark, voie $\pi$	53
quark-antiquark, voie $\sigma$	55
quark-diquark	91
quark-quark scalaire	89
potentiel optique	24
pression	
matière nucléaire	35
propagateur	
diquark scalaire	88
forme approchée	90
mésons	52
nucléon	
ChPT dans le milieu	100
modèle de champ moyen relativiste	33
quark	49

**R**

règles de sommes de QCD	
self-énergies du nucléon	72
relation de Gell-Mann-Oakes-Renner	55

**S**

saturation	
point de	
énergie de liaison	22
densité	21
self-énergies	
nucléon	24
ChPT	107
interaction $\sigma - \omega$	29, 31
interaction ponctuelle	29, 31
quark-diquark	93
quark	47, 48
symétries	
Nambu-Jona-Lasinio	44
symétrie chirale	45

**T**

tenseur énergie impulsion	
interaction $\sigma - \omega$	30
interaction ponctuelle	30



**Résumé** Il est admis aujourd'hui que les nucléons sont constitués de quarks et de gluons, dont les interactions sont décrites par la Chromodynamique Quantique (QCD). Du fait du caractère non-perturbatif de QCD à l'échelle d'énergie de la physique nucléaire, une description du noyau atomique directement à partir des quarks et des gluons reste inaccessible à l'heure actuelle. Une alternative possible est d'utiliser des théories effectives hadroniques contraintes par QCD. Dans ce cadre, nous avons développé deux descriptions de la matière nucléaire infinie dans des théories de champ moyen relativistes prenant en compte la structure en quarks des hadrons. Dans une première approche, la modification dans le milieu des propriétés des mésons est obtenue dynamiquement dans un modèle de quarks de Nambu-Jona-Lasinio (NJL). Cette modification est prise en compte dans un modèle de champ moyen relativiste basé sur une interaction par échanges de mésons entre nucléons. L'évolution de la masse des mésons dans le milieu, et les propriétés de la matière nucléaire infinie ainsi obtenues, ont été étudiées. Dans une deuxième approche, les contributions de courte et longue portée à la modification du nucléon dans le milieu sont déterminées. La partie de courte portée est obtenue en construisant le nucléon à l'aide du modèle de quarks de NJL. La partie de longue portée, liée aux échanges de pions entre nucléons, a quant à elle été obtenue à l'aide de la théorie des perturbations chirales. Ces modifications ont été utilisées pour contraindre les couplages d'un modèle de champ moyen relativiste à couplages ponctuels. Une description réaliste des propriétés de saturation de la matière nucléaire est alors obtenue.

**Mots-clés :** *matière nucléaire ; modèle de champ moyen relativiste ; modèle de quarks de Nambu-Jona-Lasinio ; théorie des perturbations chirales.*

**Abstract** It is nowadays well established that nucleons are composite objects made of quarks and gluons, whose interactions are described by Quantumchromodynamics (QCD). However, because of the non-perturbative character of QCD at the energies of nuclear physics, a description of atomic nuclei starting from quarks and gluons is still not available. A possible alternative is to construct effective field theories based on hadronic degrees of freedom, in which the interaction is constrained by QCD. In this framework, we have constructed descriptions of infinite nuclear matter in relativistic mean field theories taking into account the quark structure of hadrons. In a first approach, the in-medium modifications of mesons properties is dynamically obtained in a Nambu-Jona-Lasinio (NJL) quark model. This modification is taken into account in a relativistic mean field theory based on a meson exchange interaction between nucleons. The in-medium modification of mesons masses and the properties of infinite nuclear matter have been studied. In a second approach, the long and short range contributions to the in-medium modification of the nucleon are determined. The short range part is obtained in a NJL quark model of the nucleon. The long range part, related to pions exchanges between nucleons, has been determined in the framework of Chiral Perturbation theory. These modifications have been used to constrain the couplings of a point coupling relativistic mean field model. A realistic description of the saturation properties of nuclear matter is obtained.

**Keywords :** *nuclear matter ; relativistic mean field model ; Nambu-Jona-Lasinio quark model ; chiral perturbation theory.*