



HAL
open science

Modélisation numérique du comportement dynamique de structures sous impact sévère avec un couplage éléments discrets / éléments finis.

Jessica Rousseau

► **To cite this version:**

Jessica Rousseau. Modélisation numérique du comportement dynamique de structures sous impact sévère avec un couplage éléments discrets / éléments finis.. Sciences de l'ingénieur [physics]. Université Joseph-Fourier - Grenoble I, 2009. Français. NNT: . tel-00411870

HAL Id: tel-00411870

<https://theses.hal.science/tel-00411870>

Submitted on 31 Aug 2009

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITÉ JOSEPH FOURIER - GRENOBLE I

N° attribué par la bibliothèque :

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

THÈSE

pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITE JOSEPH FOURIER

Spécialité : « Sciences de la Terre et de l'Univers et de l'Environnement »

préparée au laboratoire 3S-R (SOLS, SOLIDES, STRUCTURES - RISQUES)
dans le cadre de *l'École Doctorale « Terre, Univers, Environnement »*

Mémoire provisoire
par

Jessica ROUSSEAU

Le 10 juillet 2009

Modélisation numérique du comportement dynamique de structures sous impact sévère avec un couplage éléments discrets / éléments finis

JURY

M. Alain	COMBESCURE	Professeur à l'INSA de Lyon	Président
M. Alain	MILLARD	Professeur à l'Ecole Polytechnique	Rapporteur
M. Patrice	COOREVITS	Professeur à l'Université de Picardie Jules Verne	Rapporteur
M. Sergueï	POTAPOV	Ingénieur Recherche EDF	Examineur
M. Laurent	DAUDEVILLE	Professeur à l'UJF Grenoble	Directeur de thèse
M. Philippe	MARIN	Maître de Conférence à l'INP Grenoble	Co-directeur

Remerciements

Je tiens tout d'abord à exprimer ma profonde gratitude à l'ensemble des membres du jury. Merci au Professeur Alain Combescure de m'avoir fait l'honneur de présider ce jury ainsi qu'aux Professeurs Alain Millard et Patrice Coorevits qui ont accepté d'être rapporteurs de ma thèse.

Ensuite, j'aimerais remercier tous les membres du laboratoire 3S-R et plus particulièrement l'équipe Risque et Vulnérabilité pour m'avoir accueillie et m'avoir permis de mener à bien ce travail. Merci à Laurent Daudeville, mon directeur de thèse, pour m'avoir accompagnée pendant ma thèse. Un grand merci à Philippe Marin, co-directeur de ma thèse, pour avoir toujours su trouver une idée quand je croyais être dans une impasse et pour ses relectures minutieuses.

Aussi, je remercie vivement le centre de recherche d'EDF R&D qui a initié et financé ma thèse, et plus particulièrement Sergueï Potapov pour son regard critique et ces questions pertinentes qui ont souvent permis de faire avancer le projet.

Merci à Hariddh Bung et Vincent Faucher du CEA pour m'avoir aidé pour la programmation dans Europlexus.

Bien sur, je veux remercier ceux qui ont été d'abord des collègues et ensuite des amis. Luisa et Marcos, les plus sympas et les plus drôles mexicains que je connaisse, Wenjie pour ses blagues qui ne font rire que lui et moi, Huipei pour m'avoir appris à faire les sushis et les nems. Que de bons moments passés ensemble! (Henri IV, les chaussettes de Beaucaumont, le loto de Mondoubleau etc...)

Aussi, merci à tous les thésards du laboratoire qui m'ont permis de réaliser ma thèse dans une bonne ambiance. Les filles du bâtiment I : Séverine, Rachel, Anca, Elma, et les autres et les gars du bâtiment E : Jean-François, Florent, Jérôme(s), Cédric(s), Emmanuel, Tien, Ludovic, Lionel et les autres.

Avant de finir, je tiens particulièrement à remercier les ordinateurs mis à ma disposition qui ont fonctionné sans interruption 24h/24h et 7j/7 pendant la plus grande partie de ces trois années (pas week-end ni de vacances pour eux).

Merci à tous mes proches de m'avoir supportée et soutenue. A François-Henri pour m'avoir écoutée sans broncher parler éléments discrets, et pour m'avoir supportée pendant les périodes de doute. A mes parents, Claude et Martine, pour avoir eu le courage de corriger mon manuscrit et pour m'avoir écoutée sans broncher (ou très peu) parler éléments discrets. A ma sœur Karen et à Alexis chez qui j'ai squatté plusieurs fois pendant ces trois ans. Karen qui, maintenant, sait que je ne travaille pas à dessiner des brosses à dents.

Cette thèse aborde le domaine de la prédiction des ouvrages en béton armé soumis à des charges dynamiques sévères de type impact. Elle s'intéresse plus particulièrement aux impacts d'avions sur les enceintes de confinement en béton armé. La modélisation de ces structures doit être capable de reproduire de manière fiable et efficace le comportement discontinu local ainsi que la réponse globale de l'ouvrage. Localement, la méthode des éléments discrets est utilisée pour représenter correctement les phénomènes discontinus.

L'application de la méthode des éléments discrets sur des structures de grandes dimensions est limitée par le nombre d'éléments discrets nécessaires. Pour garder la qualité de prédiction locale et rendre cette méthode adaptée à l'échelle d'une structure, celle-ci est couplée à la méthode des éléments finis dans les parties qui ne sont pas soumises à d'importantes discontinuités. Cette approche couplée permet des gains de temps importants, tant pour la modélisation que la pour la simulation.

Une partie importante de cette thèse concerne le développement et la validation du modèle éléments discrets de béton armé. Ce travail propose une optimisation du processus d'identification des paramètres locaux du modèle discret afin de le rendre plus prédictif en ce qui concerne le béton. Ensuite, une liaison particulière, entre éléments discrets d'acier et de béton, a été conçue pour la simulation du béton armé. Enfin, elle a été utilisée pour la simulation d'impacts sur des dalles en béton armé afin de confronter les résultats à des essais expérimentaux.

La deuxième partie du travail de thèse traite de la méthode de couplage entre éléments discrets et éléments finis. Une méthode existante pour les éléments finis volumiques a été étendue aux éléments finis de type coque. Enfin, la méthode de couplage a été utilisée pour simuler un impact sur une structure de type enceinte de confinement.

Mots clés : Méthode des éléments discrets, multi-domaine, béton armé, impact.

That study focuses on concrete structures submitted to impact loading and is aimed at predicting local damage in the vicinity of an impact zone as well as the global response of the structure. The Discrete Element Method (DEM) seems particularly well suited in this context for modeling fractures. An identification process of DEM material parameters from macroscopic data (Young's modulus, compressive and tensile strength, fracture energy, etc.) will first be presented for the purpose of enhancing reproducibility and reliability of the simulation results with DE samples of various sizes.

Then, a particular interaction, between concrete and steel elements, was developed for the simulation of reinforced concrete. The discrete elements method was validated on quasi-static and dynamic tests carried out on small samples of concrete and reinforced concrete. Finally, discrete elements were used to simulate impacts on reinforced concrete slabs in order to confront the results with experimental tests.

The modeling of a large structure by means of DEM may lead to prohibitive computation times. A refined discretization becomes required in the vicinity of the impact, while the structure may be modeled using a coarse FE mesh further from the impact area, where the material behaves elastically. A coupled discrete-finite element approach is thus proposed: the impact zone is modeled by means of DE and elastic FE are used on the rest of the structure. An existing method for 3D finite elements was extended to shells. This new method was then validated on many quasi-static and dynamic tests. The proposed approach is then applied to an impact on a concrete structure in order to validate the coupled method and compare computation times.

Keywords: discrete element method, multi-domain, reinforced concrete structure, impact.

Table des matières

Remerciements	i
Résumé	iii
Abstract	v
Table des matières	x
Introduction générale	1
Chapitre 1 Définition du problème et choix de modélisation	5
1.1 Caractérisation des impacts et structures étudiés	5
1.1.1 Caractérisation des structures étudiées	5
1.1.2 Caractérisation des impacts d'avions	6
1.1.3 Conclusion	11
1.2 Béton	11
1.2.1 Comportement quasi-statique	12
1.2.1.1 Compression simple	12
1.2.1.2 Traction simple	14
1.2.1.3 Essais triaxiaux	16
1.2.2 Comportement dynamique	18
1.2.3 Béton armé	18
1.2.4 Comportement du béton armé sous impact	20
1.3 Méthodes numériques	21
1.3.1 Méthodes continues	21
1.3.2 Méthodes discrètes	22
1.3.3 Conclusion sur les méthodes numériques	25
1.4 Stratégie de modélisation	26

Chapitre 2	Éléments Discrets	27
2.1	Généralités sur la méthode utilisée	27
2.1.1	Caractéristiques des maillages éléments discrets	27
2.1.2	Méthodes de génération	28
2.1.3	Vérification du maillage	31
2.1.4	Principe et résolution	31
2.1.5	Définition des interactions	34
2.1.5.1	Rayon d'interaction	34
2.1.5.2	Calcul des efforts d'interaction	35
2.1.6	Choix du pas de temps	37
2.1.7	Calcul de la masse des éléments discrets	37
2.2	Modélisation du béton	37
2.2.1	Elasticité	37
2.2.1.1	Mesure des déformations	38
2.2.1.2	Influence du rayon d'interaction	38
2.2.1.3	Identification de K_N et K_S	40
2.2.1.4	Reproductibilité	42
2.2.2	Non-linéarités	43
2.2.2.1	Lois d'interaction	43
2.2.2.2	Reproductibilité	45
2.2.2.3	Influence des paramètres	46
2.2.2.4	Procédure d'identification	48
2.2.2.5	Exemple d'identification	50
2.2.2.6	Influence de la taille des éléments	52
2.2.3	Compaction	56
2.2.4	Comportement en dynamique	57
2.3	Modélisation de l'acier	58
Chapitre 3	Interface Acier-Béton	61
3.1	Bibliographie	61
3.1.1	Caractérisation expérimentale de l'interface	61
3.1.2	Modèles numériques	66
3.2	Définition de la liaison acier-béton	68
3.2.1	Définition du repère de liaison	68
3.2.2	Elasticité, définition des raideurs K_N et K_S	68
3.2.3	Lois d'interaction acier-béton	69
3.3	Identification des paramètres	70
3.3.1	Présentation des essais expérimentaux	70
3.3.2	Identification des paramètres locaux de l'interface acier-béton	72

3.3.3	Sensibilités	74
3.3.3.1	Influence de T_e	74
3.3.3.2	Influence de T_{max}	74
3.3.3.3	Influence de δ_{max}	75
3.4	Validation	75
3.4.1	Essai d'arrachement à 32cm de longueur d'ancrage	75
3.4.2	Résultats pour différentes longueurs d'ancrage	75
3.5	Conclusion	77
Chapitre 4	Couplage entre éléments discrets et éléments finis	79
4.1	Bibliographie	79
4.1.1	Les précurseurs	79
4.1.2	Méthodes de couplage avec recouvrement	81
4.1.3	Méthodes combinées	83
4.1.4	Conclusion	85
4.2	Méthode de couplage générale	86
4.2.1	Définition du problème	86
4.2.2	Résolution	89
4.3	Problème de la réflexion des ondes	90
4.4	Couplage entre éléments discrets et éléments coques	93
4.4.1	Généralités sur les éléments finis de type coque	93
4.4.2	Spécificité du couplage avec les éléments coques	94
4.5	Tests de validations	96
4.5.1	Présentation des essais	96
4.5.2	Diagonalisation et résolution complète	97
4.5.3	Continuité cinématique	98
4.5.4	Tests en quasi-statique	98
4.5.5	Tests dynamiques	100
4.5.6	Tests d'une zone de couplage courbe	102
4.6	Tests de sensibilité	106
Chapitre 5	Applications	109
5.1	Application de la méthode éléments discrets à la simulation des essais Meppen	109
5.1.1	Présentation des essais Meppen	109
5.1.1.1	Simulations numériques de référence	111

5.1.2	Modèle éléments discrets	111
5.1.2.1	Maillage	111
5.1.2.2	Chargement	112
5.1.2.3	Conditions limites	114
5.1.2.4	Matériaux	115
5.1.3	Résultats	118
5.1.3.1	Essai II-2	118
5.1.3.2	Essai II-5	147
5.1.4	Conclusion	149
5.2	Simulation d'un impact avec couplage éléments finis/éléments discrets	150
5.2.1	Description du modèle	150
5.2.2	Résultats	152
	Conclusion et perspectives	155
	Annexes	160
Annexe A	Essai 1D: Comparaison de la méthode Pseudo-Arlequin et de la méthode de recouvrement	161
Annexe B	Développement des équations de couplage pour les coques	165
B.1	Résolution dans le cas diagonal	165
B.2	Résolution dans le cas complet	166
Annexe C	Contact ED/EF	169
C.1	Méthodes de traitement du contact	169
C.1.1	Méthode Pinball	169
C.1.2	Définition des Pinballs Eléments Discrets :	170
C.2	Tests de validations	170
C.2.1	Impact de deux barres	170
C.2.1.1	Problème étudié	171
C.2.1.2	Comparaison des résultats	172
C.2.2	Impact d'une barre sur une plaque	173
C.2.2.1	Problème étudié	175
C.2.2.2	Comparaison des résultats	176
C.2.3	Conclusion	179
	Bibliographie	179

Introduction générale

Lors de la conception d'ouvrages sensibles tels que les centrales nucléaires, on se doit de prendre en compte différents aspects relatifs à la sûreté. Les premiers risques que l'on peut citer sont les accidents internes telles que les risques de fuites radioactives, de ruptures de tuyauteries, d'explosions internes...etc [EDF, 2007]. On doit aussi prendre en compte les agressions externes telles que les séismes, les conditions météorologiques extrêmes, les chutes d'avions. Les risques dus aux chutes d'avions font partie des cahiers des charges des centrales nucléaires depuis plus de 30 ans. Cependant, les dispositions, vis à vis de ce risque, ont été renforcées après les attentats du 11 septembre 2001, notamment pour le dimensionnement des nouveaux réacteurs EPR [EDF, 2007]. Le contexte de l'étude présentée ici s'articule autour de cette problématique de chute d'avion.

Etant donné la taille de la structure à modéliser et la nature du problème, la modélisation numérique est incontournable. EDF veut avoir à disposition des outils toujours plus performants, plus rapides et donnant des résultats en accord avec les essais expérimentaux. Ces outils numériques doivent être aussi très diversifiés afin de pouvoir confronter les résultats des différents modèles et accorder plus de confiance aux prédictions numériques.

L'ambition de ce travail de thèse est donc de proposer un nouvel outil de modélisation capable de prédire les effets d'une chute d'avion sur une structure en béton armé. Les objectifs sont :

- d'assurer qu'il n'y a ni perforation ni formation de projectiles secondaires.
- de vérifier que les déformations du béton et des armatures restent limitées.
- d'établir la stabilité globale de l'ouvrage vis à vis des vibrations induites.

Pour la modélisation, nous avons besoin de comprendre les mécanismes mis en jeu lors de l'impact pour choisir la méthode la plus adaptée. Le premier chapitre s'intéresse aux aspects bibliographiques de l'étude permettant la définition du problème. On s'attache à caractériser les impacts et le béton armé, et on propose une revue des méthodes numériques existantes pour ces problèmes. Enfin nous concluons le chapitre en justifiant le choix d'une méthode multi-échelles. En effet, nous voulons à la fois représenter la fracturation à l'endroit de l'impact mais aussi la réponse globale du bâtiment.

En ce qui concerne la perforation au droit de l'impact, nous montrons que le choix d'une méthode aux éléments discrets est très pertinent. Les éléments discrets, quoique très récents, sont déjà fréquemment employés pour représenter les matériaux granulaires

et commencent à être assez utilisés pour les matériaux cohésifs tels que le béton. Les éléments discrets ont l'avantage de facilement représenter les discontinuités mais sont en revanche très coûteux en temps de calcul. Leur utilisation reste donc limitée à de petits volumes. On ne peut donc pas traiter le problème de l'ébranlement de l'ensemble de la structure uniquement par cette méthode.

Pour ce deuxième point, nous proposons d'utiliser une méthode de couplage entre éléments finis et éléments discrets. Si les éléments discrets ont l'inconvénient d'être très gourmands en temps de calcul, les éléments finis demandent une discrétisation moins fine pour une utilisation dans une zone peu sollicitée et sont donc moins coûteux. La méthode des éléments finis présente aussi l'avantage d'être très largement utilisée dans de nombreuses situations. Cependant la représentation de fortes discontinuités par éléments finis reste difficile. Nous proposons donc d'utiliser les éléments discrets dans la zone impactée afin de bien représenter les possibles perforations et les éléments finis sur le reste de la structure pour traiter la réponse globale de la structure.

Le développement de cette stratégie est décomposée en trois chapitres. Dans le chapitre 2, nous développons la méthode aux éléments discrets choisie et plus particulièrement son application à la modélisation du béton et de l'acier séparément. La méthode utilisée pour le béton est à mettre en relation avec les développements effectués dans la thèse de [Hentz, 2003]. Cette méthode sera développée largement dans ce chapitre. A l'aide de nombreuses simulations, nous tenterons d'optimiser la procédure d'identification des paramètres et de démontrer la fiabilité des résultats.

Le chapitre 3 concerne l'interface acier-béton et la définition de cette interface pour les éléments discrets. Ce chapitre est composé en premier lieu d'une étude bibliographique qui permet dans un second temps de développer une liaison originale entre éléments discrets d'acier et de béton. Cette nouvelle liaison est ensuite testée à partir d'essais expérimentaux d'arrachement d'armatures.

Ensuite, le chapitre 4 traite du couplage avec les éléments finis et définit le couplage particulier avec les éléments finis de type coque. La méthode issue du travail de [Frangin, 2008] et des travaux de [Belytschko et Xiao, 2003] est décrite en détail de façon générale puis adaptée à un couplage avec les éléments finis coques. Plusieurs tests de validation viennent compléter l'étude de la méthode de couplage.

Enfin le chapitre 5 expose quelques applications de ces outils pour la modélisation d'impacts. Les essais Meppen (pour lesquels on dispose de résultats expérimentaux) ([Jonas *et al.*, 1979],[Koechlin, 2007]) sont simulés à l'aide de la méthode aux éléments discrets seule. Pour finir, nous présenterons la simulation d'enceinte de protection sous impact en utilisant la méthode de couplage entre éléments discrets et éléments finis.

Ce travail peut se voir comme la définition et la mise au point de plusieurs outils indépendants les uns des autres mais qui convergent vers une application unique. L'utilisation et le développement de ces outils sont basés sur les compétences de différents acteurs qui sont principalement EDF R&D et le laboratoire 3S-R.

Le laboratoire 3S-R a une culture des éléments discrets de longue date et qui ont fait l'objet de plusieurs thèses [Hentz, 2003] (application des éléments discrets au béton), [Shiu, 2008] (impacts à très hautes vitesses) et [Frangin, 2008] (couplage éléments finis/éléments discrets). De plus, de nombreuses études expérimentales ont été et sont réalisées sur le béton sous sollicitations extrêmes (presse GIGA [Gabet, 2006] et [VU, 2007]) qui permettent de comprendre les phénomènes mis en jeu dans le béton sous de très fortes sollicitations.

La collaboration avec EDF R&D a permis de définir des objectifs industriels et de profiter de son expérience pour la définition des cas de validation des modèles.

Pour finir, il est important de noter que tous les développements effectués dans ce travail ont été intégrés dans le logiciel Europlexus, code d'expertise industriel développé conjointement par le CEA (Commissariat à l'Energie Atomique), le JRC (Joint Research Centre of the European Commission) et d'autres partenaires dont EDF. Il faut donc ajouter à ce travail une contrainte propre aux exigences de qualité et de validation d'un code industriel.



Définition du problème et choix de modélisation

L'objet de ce travail est la modélisation d'impacts sur des structures en béton armé. Plus particulièrement, il s'agit de modéliser des impacts d'avions. Plusieurs questions doivent être abordées pour traiter de tels problèmes:

- comment caractériser les impacts d'avions et les structures visées?
- que connaît-on du comportement béton / béton-armé?
- quels outils de modélisation doit-on utiliser?

Les réponses à ces questions doivent nous aider à définir les objectifs de ce travail. L'objectif de ce chapitre est d'y répondre. Dans un premier temps, nous allons caractériser l'impact d'un avion et les structures qui nous intéressent en nous référant à des études et des références expérimentales. Ensuite, nous décrirons le comportement du béton en général et dans le cas particulier d'impacts. La troisième partie dressera une liste des outils de modélisation existants pour ce type de problème. Enfin, nous expliquerons la stratégie de modélisation adoptée.

1.1 Caractérisation des impacts et structures étudiés

1.1.1 Caractérisation des structures étudiées

Depuis la catastrophe du 11 septembre 2001, les concepteurs de bâtiments à risque comme les centrales nucléaires intègrent à leur cahier des charges le risque de chute d'avion de ligne. Les structures étudiées dans le cadre de la collaboration avec EDF R&D concernent donc plutôt les enceintes de confinement de centrales nucléaires. Les dimensions de ce type de bâtiment sont de l'ordre de 60-70m de hauteur sur 50m de diamètre (Figure 1.1). Les bâtiments réacteurs sont généralement composés de deux enceintes en béton armé, une enceinte interne étanche en béton précontraint et l'enceinte extérieure dédiée à la protection contre les impacts et chocs externes. L'épaisseur de ces enceintes peut atteindre 70 à 90 cm. Ces bâtiments sont le plus souvent cylindriques avec un dôme mais les géométries peuvent être assez différentes (Figure 1.2).

Comme on peut le remarquer sur les Figures 1.1 et 1.2, les tailles et les géométries des enceintes de confinement varient d'une centrale à une autre. Cependant, les dimensions des enceintes sont toujours très importantes par rapport à l'épaisseur des murs. De ce fait, ces bâtiments sont souvent assimilés à des structures minces et donc représentés classiquement par des coques. L'outil de modélisation choisi devra donc intégrer cette donnée.

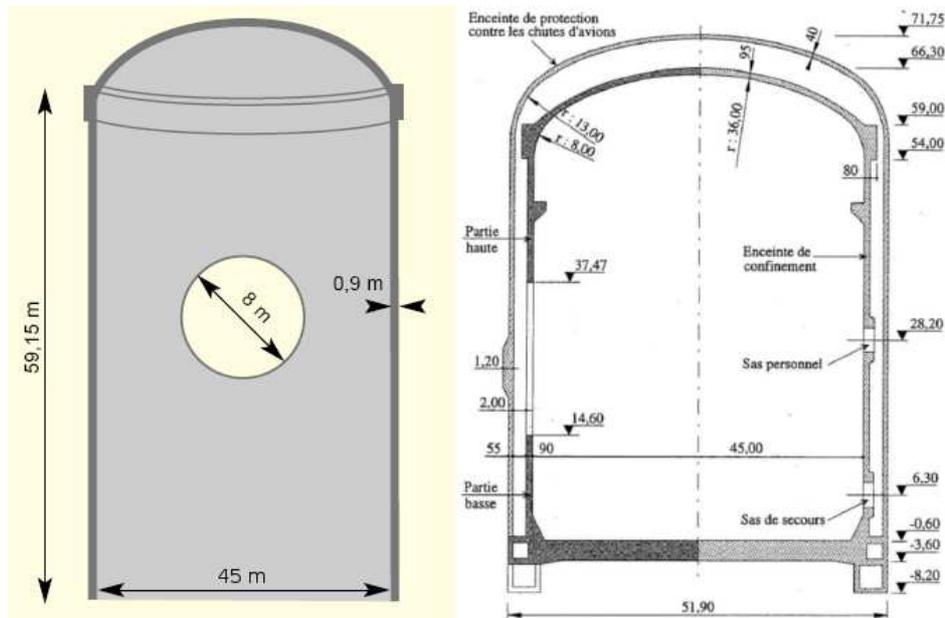


Figure 1.1 – Dimensions du bâtiment réacteur de Flamanville [Razakanaivo *et al.*, 2000] (à gauche) et des enceintes d'un réacteur REP 1300MWe [Mestat *et al.*, 1999] (à droite)

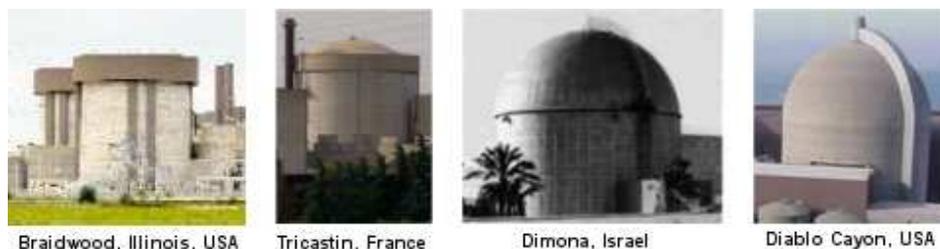


Figure 1.2 – Différentes géométries d'enceintes de confinement

1.1.2 Caractérisation des impacts d'avions

Les impacts sont généralement classés selon le type de projectile. Un projectile rigide (missile) n'aura pas le même effet qu'un projectile déformable (avion). Pour ce qui nous intéresse, un avion militaire n'aura pas les mêmes effets qu'un avion commercial. La répartition des masses, les vitesses et les rigidités sont très différentes. Un Boeing 737 de ligne classique peut atteindre une masse de 75t et vole à une vitesse de croisière de 900km/h alors qu'un Mirage 2000 ne pèse pas plus de 25t et atteint des vitesses de l'ordre de 2000km/h. Les effets sur les structures impactées peuvent donc être très différents.

La Figure 1.3(b) montre des évaluations des fonctions de chargement lors d'impacts de différents avions. On peut voir que les durées d'impact sont très différentes ainsi que la

forme de la fonction. L'impact d'un avion de ligne type Boeing peut être décomposé en plusieurs phases. Une première phase assez longue concerne l'écrasement du fuselage. Puis les ailes et les moteurs, plus massifs et plus rigides, impactent et donnent un pic de chargement. La fonction de chargement pour l'avion militaire est plus courte sans différenciation des phases car les masses sont plutôt concentrées autour des moteurs. *A priori*, l'épaisseur de la cible (le bâtiment) la rend plus rigide que le projectile (l'avion). Par conséquent, on peut penser que l'avion se déforme ou s'écrase au contact d'une cible rigide. Cette cible peut tout de même subir des dommages ou être perforée.

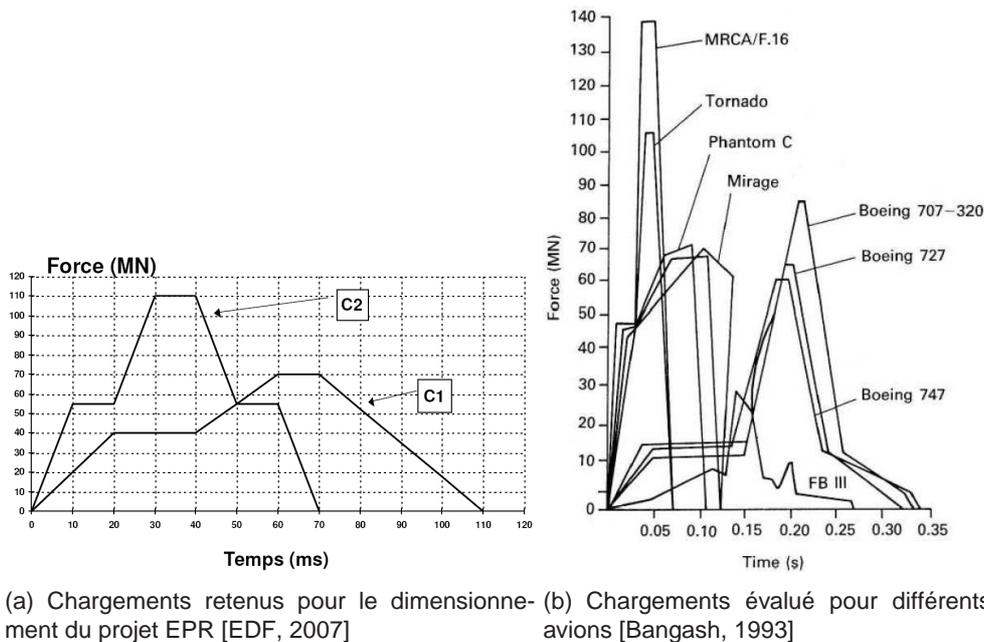


Figure 1.3 – Fonctions de chargement d'impacts d'avions

L'estimation des fonctions de chargement est le plus fréquemment effectuée par la méthode développée par [Riera, 1980]. Elle a été spécialement conçue pour évaluer le chargement dû à l'impact d'un projectile déformable sur une cible très rigide. Cette méthode calcule la force due au choc à partir d'une fonction de répartition de la masse de l'avion et de la force de flambement plastique. La Figure 1.4 montre un exemple d'évaluation de la force d'impact d'un Phantom F4-F à une vitesse de 130m/s.

Pour des raisons évidentes de coût et de taille, il n'existe que très peu de références expérimentales à l'échelle 1 d'impact d'avion. Le laboratoire américain SANDIA ([von Riesenmann *et al.*, 1989] [Sugano *et al.*, 1993c]) a réalisé un impact d'un Phantom F4 lancé à 215m/s sur un bloc massif en béton armé instrumentée. Les forces engendrées par le choc ont été évaluées à partir de données mesurées sur l'avion (Figure 1.5(b)). On peut voir que l'expérience confirme l'hypothèse de l'écrasement de l'avion contre la cible (Figure 1.5(a)).

Sur la Figure 1.5(b), on peut remarquer que les fonctions de chargement évaluées à l'aide des données expérimentales sont très proches de celles calculées avec les formules de Riera. Pour cette raison, l'estimation de l'effort d'impact par la méthode de Riera est quasi-systématique lors d'étude d'impact, nous les utiliseront donc aussi. La Figure 1.3(a) montre les chargements retenus pour dimensionner les bâtiments du projet EPR [EDF, 2007] au risque de chute d'avion. La courbe C2 est plutôt représentative d'un impact d'avion militaire et sert à étudier la tenue de la cible à la perforation locale. La courbe C1 sert plutôt à étudier l'effet des vibrations induites dans la structure.

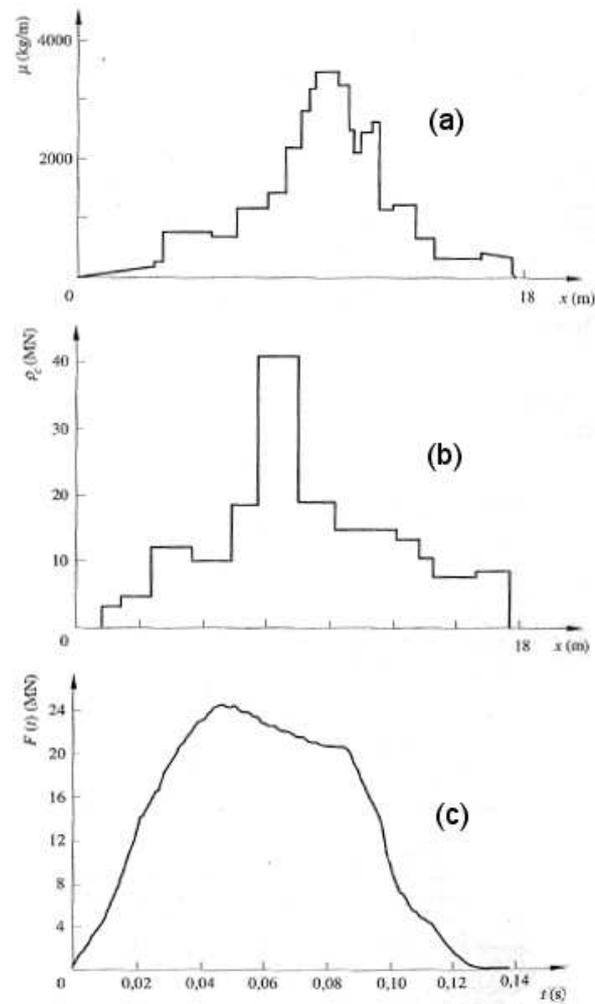
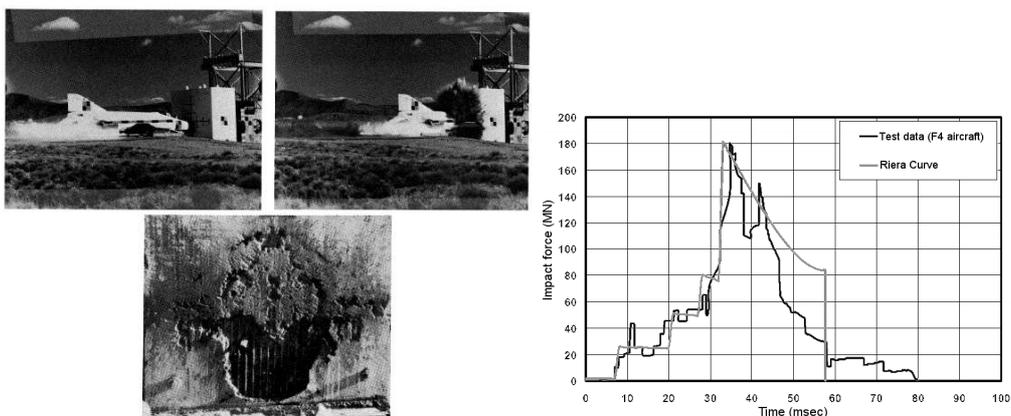


Figure 1.4 – Fonctions utilisées pour évaluer la force de choc d'un Phantom F4-F: (a) Répartition des masses, (b) Force de flambage plastique, (c) Force de choc [Mestat *et al.*, 1999]



(a) Photos de l'essai du laboratoire Sandia [von (b) Chargement évalué pour la cible et le Riesemann *et al.*, 1989] projectile [Brachmann, 2006]

Figure 1.5 – Impact d'un Phantom F4 sur un mur en béton armé

Comme on pourrait le pressentir, il existe très peu d'essais en vraie grandeur pour les impacts qui nous intéressent. Cependant, la modélisation choisie *in fine* devra être confrontée à des essais expérimentaux représentatifs. Les essais expérimentaux existants concernent surtout des impacts sur dalles en béton armé.

Dans un premier temps (années 70), les essais concernaient surtout des projectiles très rigides comme des missiles. On peut citer en particulier les essais CEA-EDF [Gueraud *et al.*, 1977] et [Berriaud *et al.*, 1978] desquels ressortent des formules de prédiction de la pénétration d'un missile.

Ensuite, l'industrie nucléaire a commencé à étudier les phénomènes de perforation dus à des projectiles susceptibles d'impacter une enceinte de l'extérieur (missiles, impact d'avion). Les projectiles utilisés pour les essais sont donc devenus moins rigides afin de se déformer au contact de la cible pour se rapprocher de l'impact d'avion.

Les projectiles utilisés pour les essais expérimentaux ont donc évolué vers des projectiles plus déformables projetés à des vitesses plus moins importantes. Ici, il convient de citer les essais réalisés à Meppen en Allemagne [Nachtsheim et Stangenberg, 1981], [Nachtsheim et Stangenberg, 1982], [Jonas *et al.*, 1979]. Il s'agit de tubes en acier projetés sur des dalles en béton armé pour différentes vitesses d'impact afin de mieux connaître le comportement des dalles sous ce type de chargement.

Au fil des années, les chercheurs ont utilisés des projectiles de plus en plus représentatifs d'avions. Par exemple, les essais de [Sugano *et al.*, 1993b,a] ont été réalisés avec des moteurs d'avions à taille réelle. D'autres se sont intéressés à différencier les impacts de projectiles déformables et de projectiles durs [Kojima, 1991] [Ohno *et al.*, 1992].

On peut trouver dans la thèse [Koechlin, 2007] une liste très complète des essais expérimentaux d'impacts sur dalle en béton armé. [Koechlin, 2007] propose aussi un classement de ces essais afin de déterminer les essais les plus représentatifs d'un impact d'avion. Il les répartit en deux groupes : les choc mous et les choc durs. Le choc mou est classiquement décrit comme l'impact d'un projectile qui s'écrase sur une cible rigide et est représentatif *a priori* d'un impact d'avion. Le choc dur peut caractériser à la fois un projectile rigide qui pénètre dans une cible (perforation) ou un rebond (choc élastique). Une analyse basée sur les travaux de Riera présentés précédemment lui permet de définir une limite entre le choc mou et le choc dur. L'Equation 1.1 donne cette limite en fonction de σ_p la contrainte de rupture du projectile, σ_c la contrainte de rupture de la cible, ρ_p la masse volumique du projectile, V_0 la vitesse du projectile. Ainsi pour une résistance du projectile faible par rapport à la cible et/ou une vitesse faible, le choc est mou.

$$\frac{\sigma_p}{\sigma_c} + \frac{\rho_p V_0^2}{\sigma_c} = 1 \quad (1.1)$$

La Figure 1.6 donne la classification des essais expérimentaux par rapport à ce critère choc mou/choc dur. Ce classement est intéressant pour plusieurs raisons. D'abord, les impacts théoriques des avions se situent dans la zone des chocs mous assez près de l'essai expérimental du laboratoire Sandia [Sugano *et al.*, 1993c]. Cette première remarque permet de confirmer que l'impact d'avion se situe dans la zone des chocs mous. Dans un deuxième temps, on remarque que les seuls essais d'impacts présents dans la zone des chocs mous sont les essais Meppen. Ils semblent donc les plus représentatifs de l'impact d'avion.

La plupart des essais expérimentaux sont classés dans les chocs durs (missiles, moteurs d'avion). Cette catégorie d'impact est donc très bien connue; il existe d'ailleurs des formules de calcul de pénétration pour ce genre d'impact [Berriaud *et al.*, 1978]. On sait

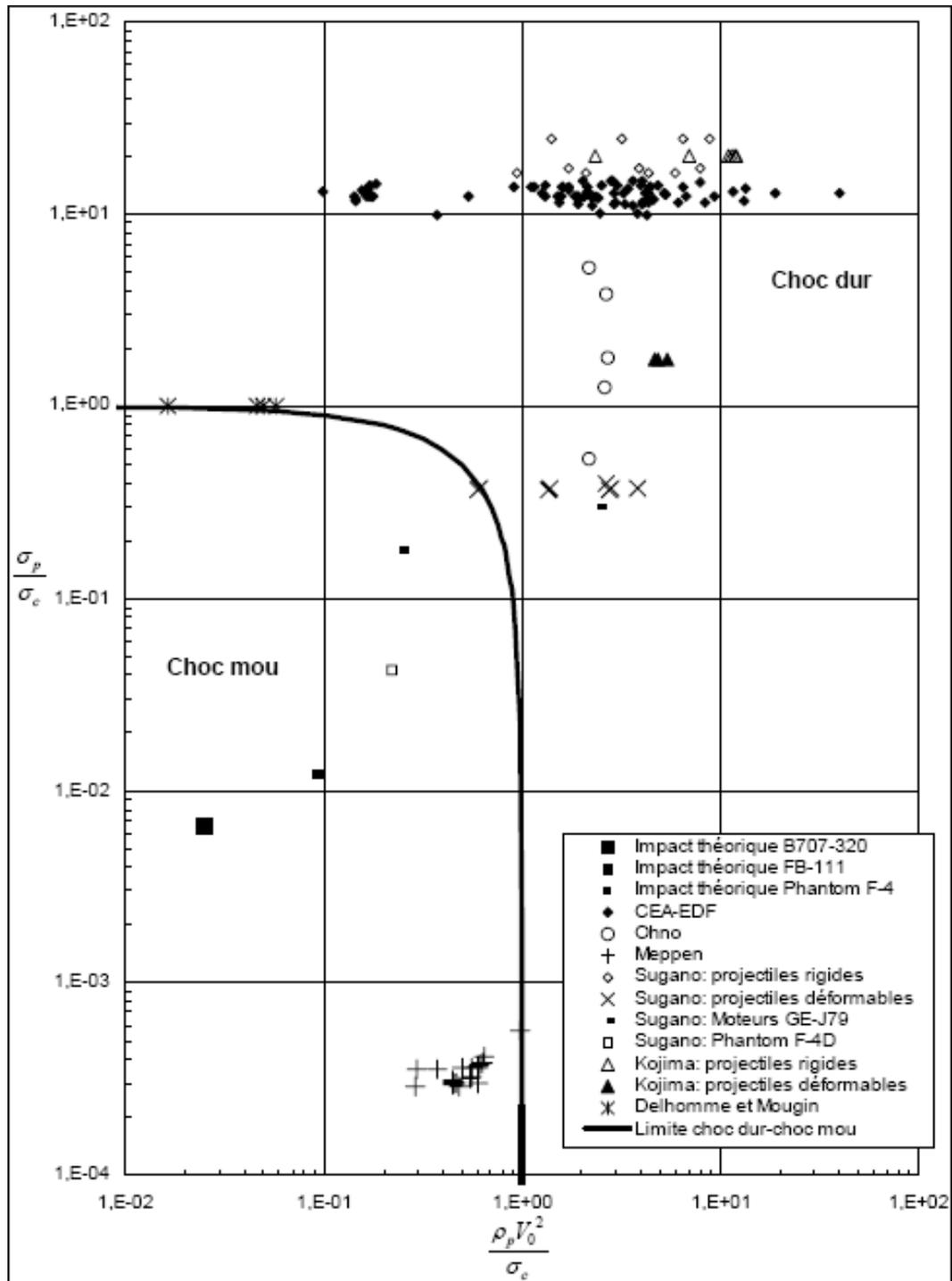


Figure 1.6 – Classification des essais expérimentaux entre choc mou et choc dur [Koechlin, 2007]

aussi que l'impact est très localisé et très court. Ainsi les ondes de choc n'ont pas le temps de se propager dans la structure et de revenir pour modifier le comportement local de la structure. En revanche, lors d'un choc mou, la durée de l'impact est plus importante et les ondes ont le temps de se propager. Les phénomènes locaux tels que la perforation se couplent à des phénomènes globaux de retours d'ondes structurelles de flexion et de cisaillement [Koechlin, 2007]. Il est donc nécessaire dans le cas du choc mou de représenter les phénomènes locaux dus à l'impact et les vibrations induites de la structure.

1.1.3 Conclusion

Pour conclure sur la caractérisation des structures étudiées, l'objectif est de modéliser des structures élancées de grandes tailles et de géométries complexes de type coque. L'outil de modélisation doit donc être assez général pour simuler un large panel de géométrie. Il est important de pouvoir utiliser la représentation en coque qui permet de faire des simplifications et des gains en temps de calcul.

En ce qui concerne les impacts d'avion, ils sont caractérisés comme des chocs mous. Le projectile s'écrase sur la cible qui est plus rigide. Il est nécessaire de traiter la structure dans son ensemble pour prendre en compte les phénomènes de retour d'ondes.

A propos de la modélisation du projectile, nous avons vu que la méthode de Riera donne des fonctions de chargement pour les impacts d'avions relativement fiables. La modélisation du projectile ne semble pas indispensable si on utilise une force de Riera tant que la structure n'est pas perforée. Une perspective à ce travail pourrait être de modéliser le projectile et son écrasement afin de vérifier numériquement les chargements de Riera.

Pour les comparaisons expérimentales, les essais Meppen ([Nachtsheim et Stangenberg, 1981], [Nachtsheim et Stangenberg, 1982], [Jonas *et al.*, 1979]) sont les seuls représentatifs. Nous les prendrons donc comme référence.

1.2 Béton

Le béton est un matériau du quotidien, utilisé dans de nombreux ouvrages depuis des siècles. On attribue les premiers bétons aux égyptiens et aux romains. Ils étaient constitués de mélanges de chaux, d'argile, de sable et d'eau. Certes, le béton moderne est plus évolué; il est composé d'un mélange de ciment, d'eau, de sable et de granulats mais la technique reste la même. Les plus importantes évolutions ont eu lieu depuis le milieu des années 1800 et se poursuivent aujourd'hui.

Le béton a toujours fait l'objet de recherches importantes pour améliorer ses performances. On est passé des bétons ordinaires, à des bétons Hautes-Performances (BHP), et aujourd'hui on voit apparaître des bétons à Ultra-Hautes-Performances (BUHP). Diverses techniques d'amélioration du comportement du béton existent. On peut citer les bétons fibrés avec l'ajout de fibres métalliques ou synthétiques ou les bétons autoplaçants qui n'ont pas besoin de vibrations pour se mettre en place.

Ils existent donc de très nombreuses sortes de béton et même au sein d'un même groupe, les caractéristiques des granulats, du sable ou du ciment utilisés peuvent être très diverses. Le comportement de la microstructure du béton (Figure 1.7) est directement responsable du comportement macroscopique du béton. Le béton est donc un matériau hétéro-

gène. Malgré tout, ce matériau peut être considéré comme homogène et continu si l'échelle d'observation est assez grande.

Il existe de nombreux essais expérimentaux qui permettent de caractériser le béton. Nous allons décrire les principaux dans cette section. Les essais classiques sont les essais de compression et traction uniaxiaux et quasi-statiques. D'autres essais comme les essais cycliques et les essais triaxiaux, peuvent venir compléter les caractéristiques de comportement en quasi-statique. Enfin, les bétons peuvent être testés en dynamique.

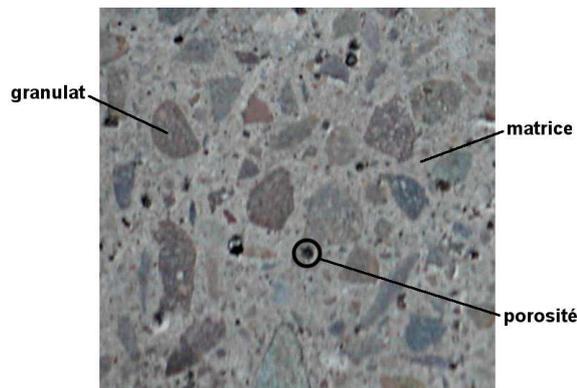


Figure 1.7 – Microstructure du béton

1.2.1 Comportement quasi-statique

Les essais effectués en quasi-statiques permettent d'évaluer, à partir de courbes reliant contraintes et déformations, les caractéristiques élastiques telles que le module d'Young E et le coefficient de Poisson ν mais aussi les résistances maximales à la compression f_c et à la traction f_t .

1.2.1.1 Compression simple

La résistance à la compression f_c est la caractéristique principale du béton. L'essai de compression simple est donc le plus courant et il est normalisé. En effet, il est reconnu que le comportement du béton est influencé par la quantité d'eau qu'il contient, un béton sec n'a pas le même comportement qu'un béton humide. Le comportement est donc déterminé à un âge précis de 28 jours et sur une éprouvette cylindrique de 16x32cm. A 28 jours, le béton a atteint 90% de sa résistance finale qui évolue ensuite très lentement. On trace généralement la courbe de contrainte axiale en fonction de la déformation axiale (Figure 1.8) pour déterminer le module d'Young et la résistance à la compression f_c . On peut aussi représenter la contrainte axiale en fonction de la déformation radiale.

Le comportement du béton lors de la compression simple évolue en suivant plusieurs étapes :

1. Le comportement est linéaire et élastique jusqu'à environ 30 à 50 % de la résistance maximale f_c .
2. Les non-linéarités apparaissent et des microfissures entre la matrice et les agrégats se forment.

3. Près du pic de résistance maximale, le matériau s'endommage davantage sous forme de microfissures parallèles à la direction de chargement et on observe un comportement dilatant dans la direction transversale.
4. Après le pic de contrainte, on observe une phase descendante ductile qui correspond à la formation de macrofissures. On observe maintenant le comportement de la structure de l'éprouvette plutôt que du matériau.

Même si cet essai permet de caractériser le comportement du béton, le résultat reste très dépendant de la technique expérimentale utilisée. Notamment le faciès de rupture est très dépendant des conditions limites utilisées, il est sensible aux frottements entre les plateaux d'application du chargement. Plus il y aura de frottement, plus l'éprouvette prendra une forme de tonneau et on pourra voir apparaître des cônes de rupture (Figure 1.9).

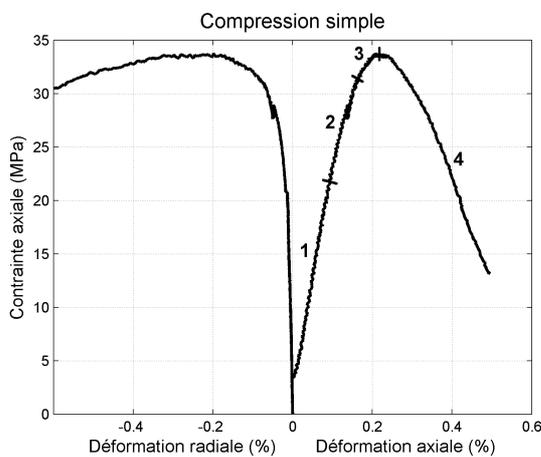


Figure 1.8 – Résultat d'un essai de compression simple en terme de contrainte/déformation [VU, 2007]



Figure 1.9 – Fissures formant des cônes lors d'un essai de compression

À titre d'indication, les résistances à la compression obtenues classiquement sur des éprouvettes cylindriques normalisées, sont de l'ordre de :

- béton de chantier : 25 à 35 MPa, peut parfois atteindre 50 MPa
- béton prêt à l'emploi, béton préfabriqué : 40 à 60 MPa
- béton hautes performances : jusqu'à 200 MPa
- béton ultra hautes performances, en laboratoire : 500 MPa

Les essais cycliques de compression uniaxiales (Figure 1.10) donnent une idée sur les variations des caractéristiques du béton lors des phases de chargement-déchargement. On peut en effet observer une perte de rigidité en décharge.

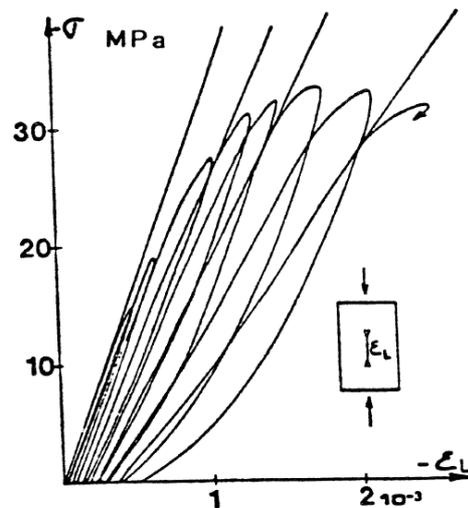


Figure 1.10 – Résultat d'un essai cyclique de compression uniaxiale [Mazars, 1984]

1.2.1.2 Traction simple

De manière générale, la résistance à la traction du béton f_t ou σ_t est environ dix fois plus faible qu'en compression. Contrairement à la compression, il existe plusieurs essais pour caractériser le comportement en traction du béton. Le premier est l'essai de traction directe, le second l'essai de traction indirecte.

L'essai de traction directe consiste à appliquer un chargement axial de traction directement sur une éprouvette par l'intermédiaire de plateaux collés aux extrémités. C'est un essai assez délicat à réaliser, il faut s'assurer de l'homogénéité des contraintes et la partie post-pic est souvent délicate à obtenir. Sur la Figure 1.11, on observe un essai de traction directe réalisé par [Terrien, 1980].

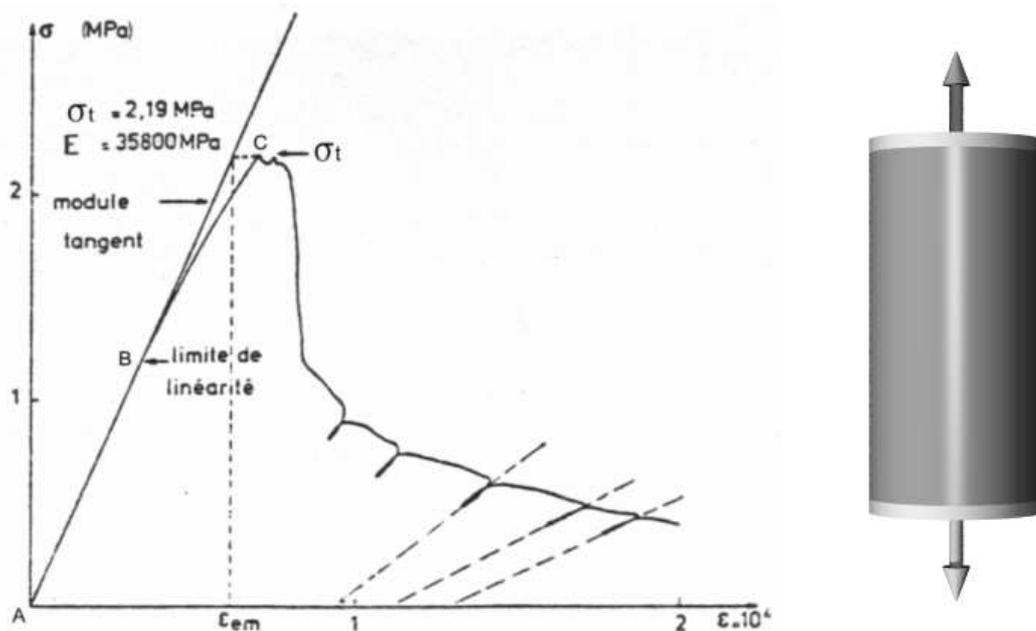


Figure 1.11 – Essai de traction directe [Terrien, 1980]

La courbe peut être divisée en trois phases :

- entre AB, le comportement est linéaire et élastique (jusqu'à 50 à 60% de σ_t)
- entre BC, le comportement devient non-linéaire avec l'apparition de microfissures (jusqu'à σ_t)
- après C, la contrainte diminue fortement (adoucissement) et les microfissures coalescent perpendiculairement au chargement.

La Figure 1.12 présente le faciès de rupture lors d'un essai de traction directe. On peut observer que la fissure est perpendiculaire au chargement.

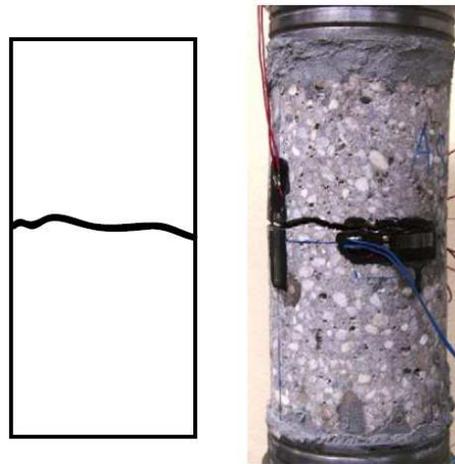


Figure 1.12 – Faciès de rupture en traction directe [Gabet, 2006]

Les essais de traction indirecte sont des essais complémentaires souvent plus simples à réaliser. On peut citer l'essai de fendage « Brésilien » (Figure 1.13) et l'essai de flexion 3 points (Figure 1.14). Ces essais donnent accès à d'autres données sur le comportement du béton. L'essai de flexion 3 points qui consiste à exercer une flexion simple sur une poutre entaillée, permet par exemple de déterminer l'énergie de rupture du béton G_F . Elle caractérise l'énergie dissipée pendant la fissuration du béton par unité de surface. Elle correspond à la surface sous la courbe force/déplacement divisée par la surface de la fissure créée. L'entaille préalable permet d'avoir une fissure unique et de connaître facilement sa surface ce que l'essai de traction directe n'assure pas.

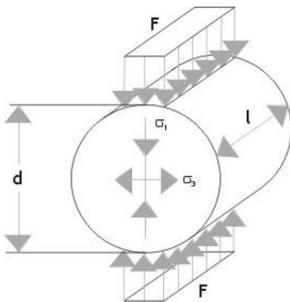


Figure 1.13 – Principe de l'essai brésilien [Hentz, 2003]

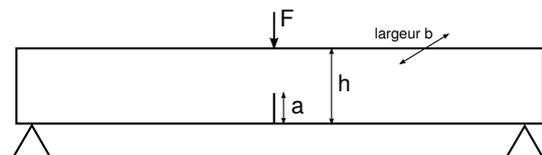


Figure 1.14 – Principe de l'essai de flexion 3 points

1.2.1.3 Essais triaxiaux

Il existe différentes manières de solliciter un échantillon de béton de façon triaxiale (Figure 1.15). L'essai triaxial classique consiste à appliquer un chargement de compression avec une pression de confinement constante. Les essais proportionnels font varier proportionnellement la pression axiale avec la pression de confinement. La compression simple correspond à une pression de confinement nulle alors que lors de l'essai hydrostatique la pression de confinement varie de la même façon que la pression axiale. Lors de l'essai oedométrique, on augmente le chargement axial à déformation radiale nulle.

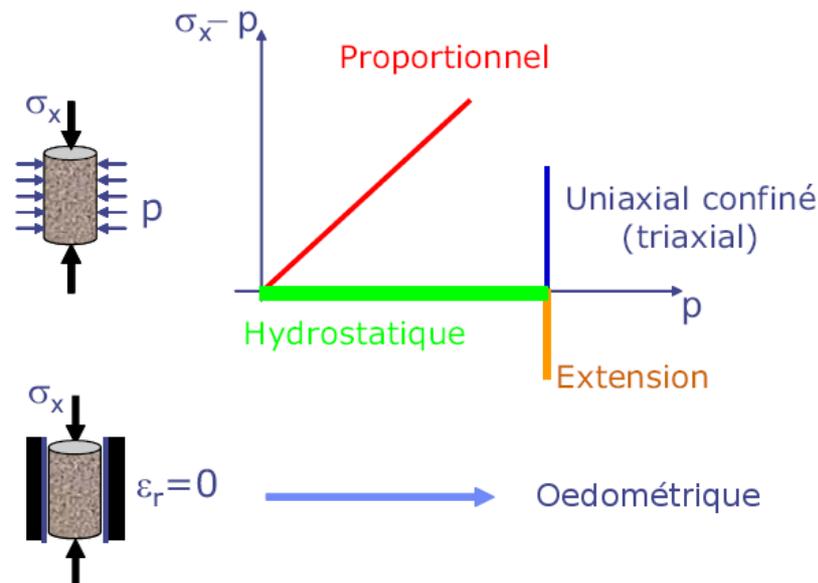


Figure 1.15 – Différentes sollicitations triaxiales [Gabet, 2006]

Beaucoup d'essais triaxiaux ont été réalisés sur les bétons. On peut citer les travaux de [Jamet *et al.*, 1984], [Sfer *et al.*, 2002] qui ont réalisé des essais jusqu'à des confinements de 60MPa ou [Gabet, 2006] qui concerne des pressions de confinement de quelques centaines de MPa. La Figure 1.16 présente les résultats des essais triaxiaux réalisés par [Gabet, 2006]. On observe que plus le béton est confiné plus il est résistant. Dans ce type d'essais, plus la pression de confinement augmente, plus les faciès de rupture deviennent perpendiculaires au chargement (Figure 1.17).

Lors d'un chargement hydrostatique (Figure 1.18), on peut observer le comportement compactant du béton (Figure 1.19). On distingue deux phénomènes. Après la phase élastique, le module tangent diminue à cause de l'endommagement de la matrice cimentaire. Ensuite, le béton se durcit à cause de la fermeture de la porosité, c'est la compaction.

Le comportement quasi-statique du béton est fortement dépendant du type de sollicitation exercée. Les modes de ruptures sont aussi très différents mais les fissures semblent se propager en fonction de la direction de traction locale (perpendiculaire à l'axe en traction et parallèles en compression).

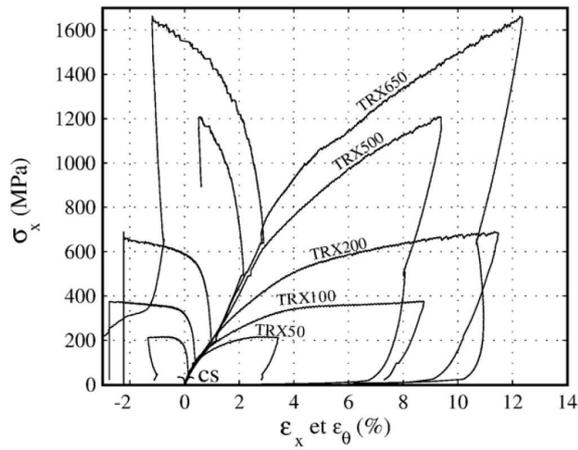


Figure 1.16 – Résultats de différents essais triaxiaux pour des pressions de confinement variant de 0 (CS) à 650MPa (TRX650) [Gabet, 2006]



Figure 1.17 – Faciès de rupture pour les pressions de confinement de 650MPa (à gauche) et 200MPa (à droite) [Gabet, 2006]

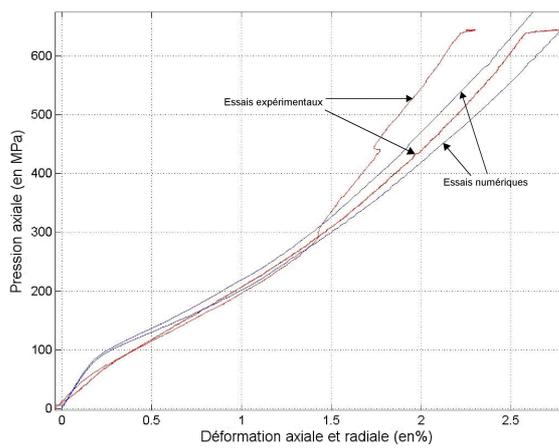


Figure 1.18 – Résultats d'un essai hydrostatique [Gabet, 2006]

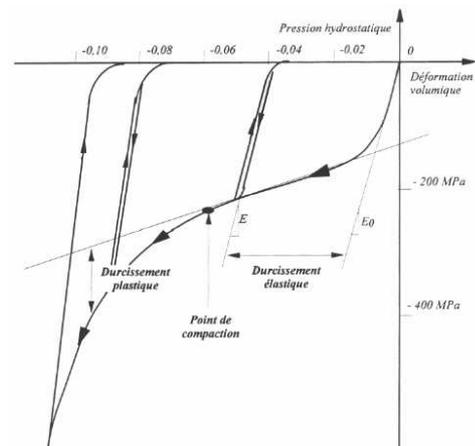


Figure 1.19 – Comportement compactant du béton [Burlion, 1997]

1.2.2 Comportement dynamique

Dans le cadre d'études d'impact, il est intéressant de regarder le comportement du béton sous sollicitations dynamiques. Les principaux essais réalisés en dynamique sont les essais aux barres de Hopkinson (Figure 1.20) qui permettent d'atteindre des vitesses de déformation importantes jusqu'à $10^2 s^{-1}$ en traction et compression. Ces essais sont encore très utilisés aujourd'hui et la méthode fait toujours l'objet de nombreuses recherches ([Brara et Klepaczko, 2006], [Forquin *et al.*, 2008]).

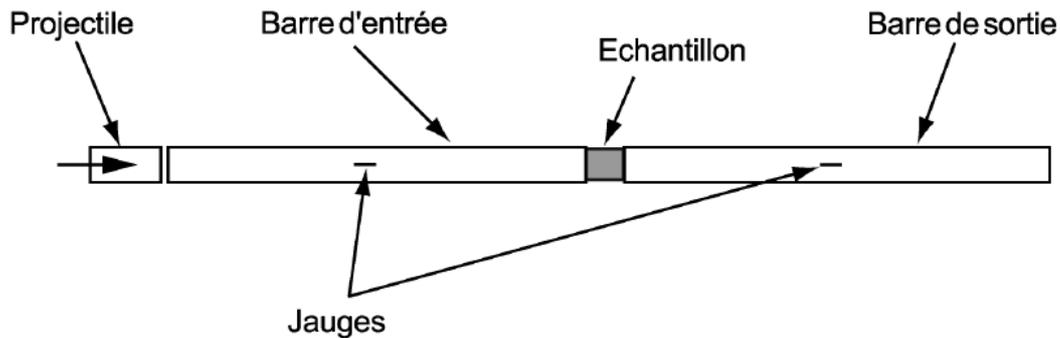


Figure 1.20 – Essai de compression aux barres de Hopkinson [Hentz, 2003]

La vitesse de déformation $\dot{\varepsilon}$ a une influence sur différentes caractéristiques du béton mais ce sont les résistances en compression et en traction qui sont les plus dépendantes. Les Figures 1.21 et 1.22 montrent la dépendance de ces résistances (exprimées par rapport à la résistance quasi-statique) à la vitesse de déformation pour différents essais réalisés. On peut observer que la résistance augmente de façon linéaire avec le $\log(\dot{\varepsilon})$ jusqu'à des taux de déformation de l'ordre de $10^1 s^{-1}$ en compression et $10^0 s^{-1}$ en traction pour augmenter de façon brutale ensuite.

Il semble que la première phase soit due à la présence d'eau libre en mouvement dans les micropores du béton qui génère un effet Stefan [Rossi *et al.*, 1994]. L'augmentation plus importante pour les plus hauts taux de déformations serait due selon [Janach, 1976] à des effets inertiels.

En ce qui concerne les impacts d'avions, les vitesses de déformation sont comprises entre $6.10^{-3} s^{-1}$ pour un Boeing 707 et $5.10^{-2} s^{-1}$ pour un avion de chasse. Ces valeurs ont été estimées de façon assez grossière à partir de la vitesse de chargement lors de l'impact et des caractéristiques matériaux [Koechlin, 2007] et [Abbas *et al.*, 1995]. Ces taux de déformation se trouvent dans la première phase et l'augmentation des résistances ne dépasse donc pas 25% de la valeur statique.

1.2.3 Béton armé

Jusqu'ici, nous n'avons abordé que le béton seul, pourtant la plupart des bâtiments qui nous intéressent sont en béton armé. Il s'agit d'ajouter des armatures en acier dans le béton pour renforcer le comportement en traction et flexion, les points faibles du béton. Lors de sollicitations en traction, le béton peut toujours se fissurer, mais l'adhérence entre le béton et l'acier permet aux armatures de reprendre une partie des efforts. Il est donc important de bien représenter les phénomènes présents à l'interface entre béton et acier. Cette interface fait l'objet de nombreuses études et nous y consacrerons donc un chapitre. La liaison acier-béton est détaillée dans le chapitre 3.

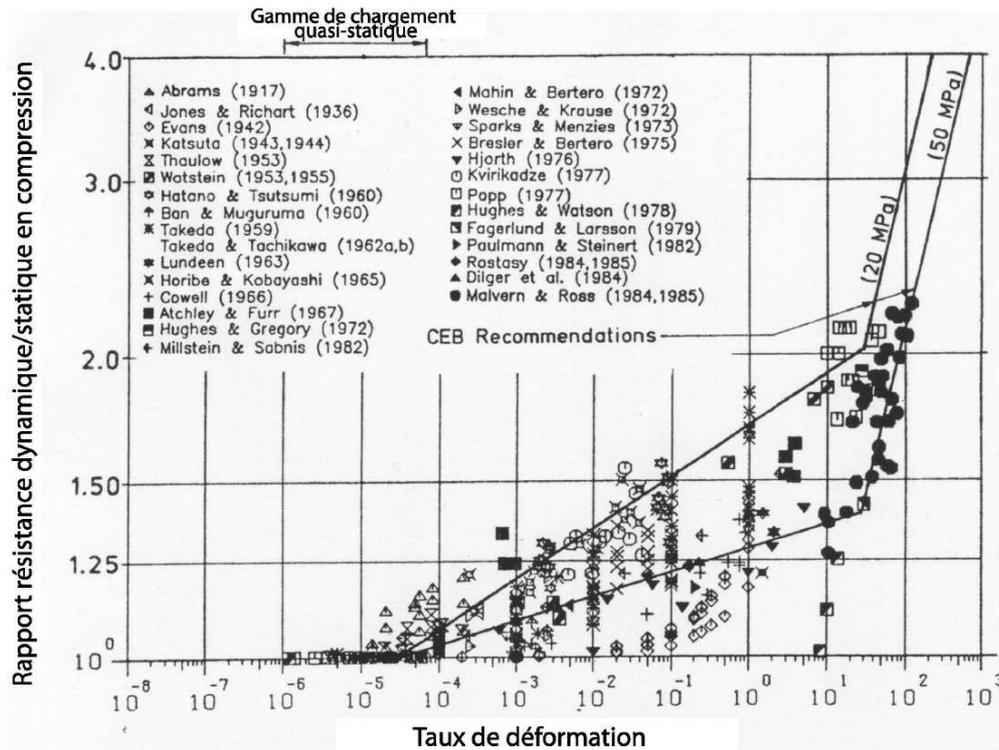


Figure 1.21 – Dépendance de la résistance à la compression au taux de déformation [Bischoff et Perry, 1991]

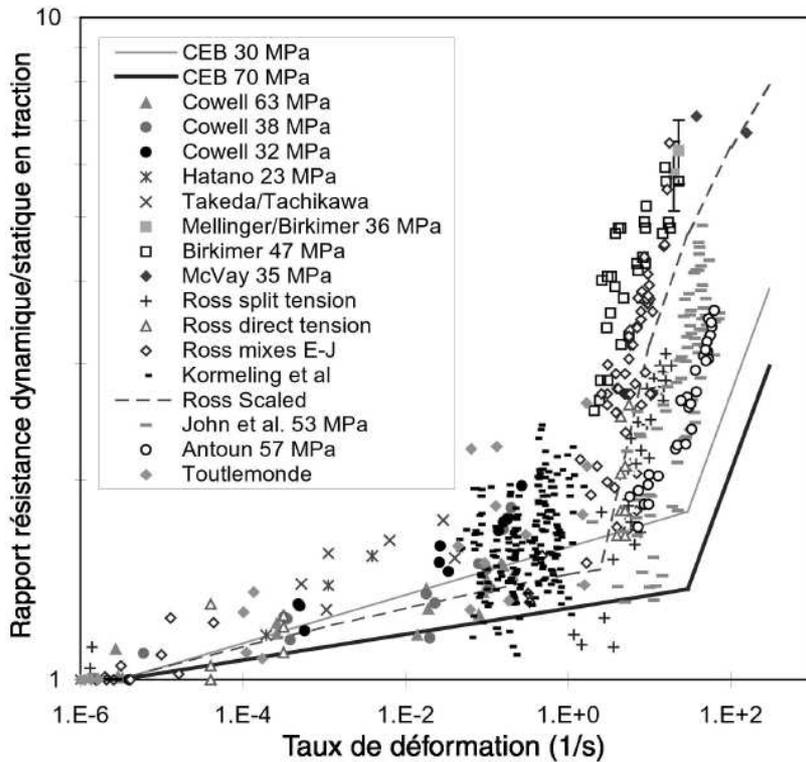


Figure 1.22 – Dépendance de la résistance à la traction au taux de déformation [Malvar et Crawford, 1998]

1.2.4 Comportement du béton armé sous impact

Même si l'on connaît assez bien le comportement du béton en statique et en dynamique, il est intéressant de comprendre les phénomènes observés lors d'un impact.

Comme on l'a fait remarqué dans le paragraphe 1.1.2, les essais Meppen font référence lorsque l'on souhaite traiter des choc mous. Les résultats de ces essais réalisés à la fin des années 1970 ont été largement analysés dans la littérature. Il s'agit de 21 tirs de tubes déformables sur des dalles en béton armé. Les vitesses des tubes, l'épaisseur des dalles, les réseaux d'armatures ont été modifiés entre les essais pour évaluer leurs effets. Ainsi ces nombreux essais ont permis aux chercheurs d'analyser la propagation des fissures dans les dalles et d'en déduire un processus de perforation ([Jonas *et al.*, 1982]). Les états successifs d'endommagement de la dalle sont présentés sur la Figure 1.23 et peuvent se définir ainsi [Koechlin, 2007]:

1. Etat de contact initial
2. Formation de fissures diagonales dans l'épaisseur, éclatement de l'enrobage sur la face impactée.
3. Propagation des fissures diagonales dans l'épaisseur.
4. Fissuration en face arrière le long du ferrailage.
5. Début de l'écaillage en face arrière.
6. Désolidarisation du cône de fissuration et écaillage.
7. Endommagement du béton à l'intérieur du cône, les aciers arrière retiennent le cône.
8. Rupture des aciers en face arrière et perforation.

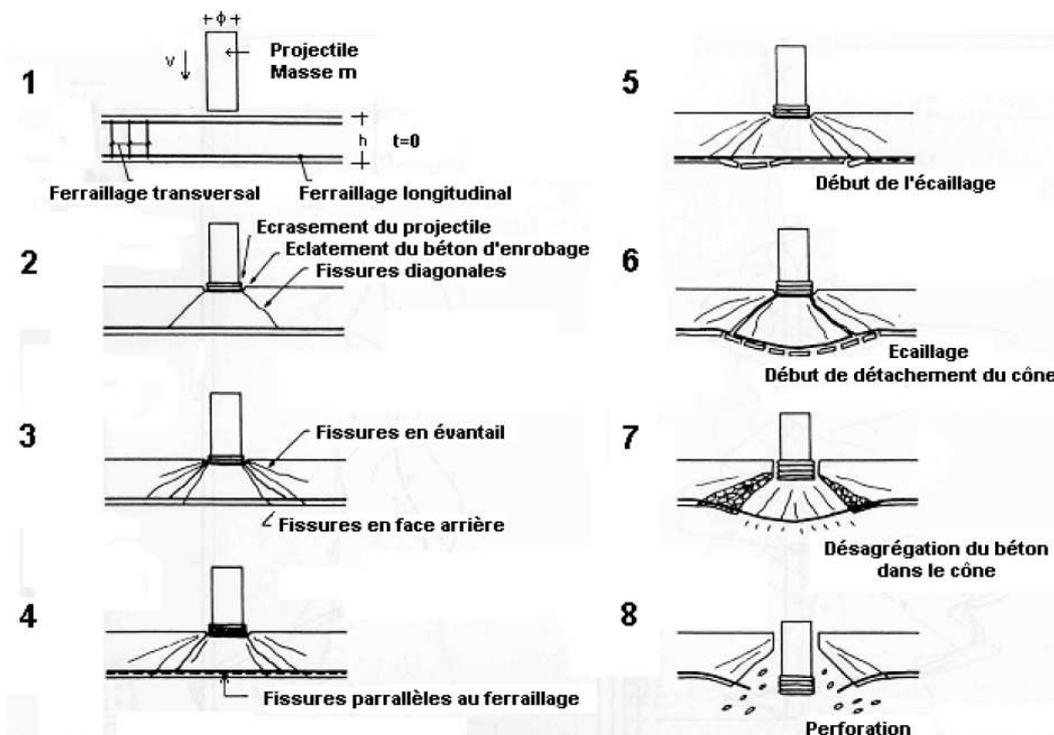


Figure 1.23 – Processus de perforation selon les essais Meppen [Jonas *et al.*, 1982]

1.3 Méthodes numériques

Dans l'optique de la simulation d'un impact d'avion sur un ouvrage en béton, il est important de pouvoir prendre en compte les phénomènes de fracturation mais aussi la réponse vibratoire de la structure comme nous l'avons vu précédemment (paragraphe 1.1.2). Dans ce paragraphe nous passerons en revue les différents modèles continus et discontinus existants pour modéliser les impacts sur des structures en béton armé. D'abord, nous passerons en revue les méthodes continues type éléments finis, puis les méthodes discrètes spécifiquement conçues pour les milieux discontinus.

1.3.1 Méthodes continues

Les méthodes de simulation continues sont très nombreuses et couvrent de nombreux domaines. Elles ont aussi l'avantage d'être bien connues et beaucoup utilisées par les bureaux d'études. Nous nous intéressons ici aux méthodes modélisant les phénomènes de fracturation. Une liste exhaustive de ces méthodes serait fastidieuse, nous allons donc nous focaliser sur les méthodes continues les plus connues. D'abord, nous présenterons les méthodes de traitement des discontinuités par éléments finis puis sur les méthodes continues dites « sans maillage ».

Lorsqu'il y a une forte discontinuité, certains [Agardh et Laine, 1999], [Huang *et al.*, 2005], [Teng *et al.*, 2008] ou [Polanco-Loria *et al.*, 2008] utilisent des techniques d'érosion. Dès que l'élément atteint un certain seuil de déformation plastique par exemple, il est supprimé du modèle. Les simulations d'impacts à grandes vitesses (Figure 1.24) donnent des résultats corrects en terme de forme des cratères par exemple.

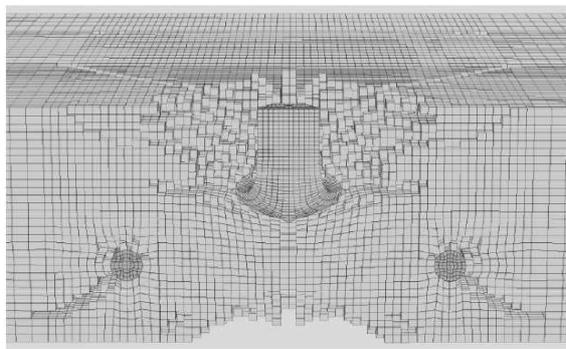


Figure 1.24 – Simulation d'un impact de balle avec érosion des éléments finis [Agardh et Laine, 1999]

D'autres ([Ortiz et Pandolfi, 1999] et [Bouchard *et al.*, 2000]) ont opté pour une autre solution qui consiste à introduire une discontinuité à l'interface entre deux éléments finis. Pour suivre l'évolution de la fissure (Figure 1.25), les nœuds sont dédoublés et ils utilisent un processus de remaillage adaptatif qui peut devenir très couteux quand les fissures sont multiples. Le principal inconvénient est une forte dépendance au maillage.

Les méthodes les plus développées actuellement sont les méthodes X-FEM (eXtended Finite Element Method) [Réthoré *et al.*, 2005] [Daux *et al.*, 2000]. Elles consistent à introduire une discontinuité en déplacement directement à l'intérieur de l'élément finis. Cette méthode est très performante pour suivre l'évolution d'une fissure en quasi-statique mais les travaux pour son utilisation en dynamique restent très récents et demandent encore des développements [Menouillard *et al.*, 2006] [Rozycki *et al.*, 2008]. Ces méthodes sont pro-

metteuses mais les questions d'amorçage et de phénomènes d'ouverture et fermeture de la fissure sont encore ouvertes.

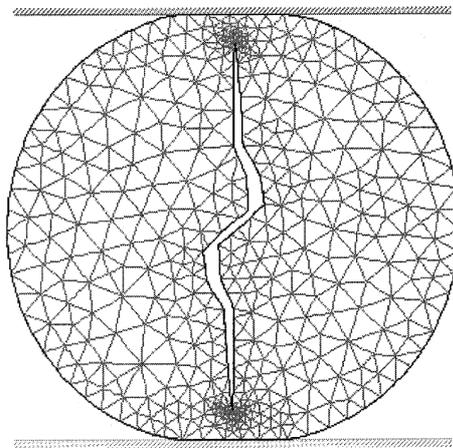


Figure 1.25 – Simulation d'un test Brésilien avec remaillage adaptatif [Bouchard *et al.*, 2000]

L'autre possibilité à la limite des modèles dits continus sont les méthodes sans maillage. Tout d'abord, on se doit de citer la méthode SPH (Smooth Particle Hydrodynamics) issue de la mécanique des fluides (Figure 1.26). Elle a été adaptée pour une utilisation en mécanique du solide par [Fries et Matthies, 2003], [Leppanen, 2006] et [Li et Liu, 2004]. Elle est très performante pour des grandes vitesses d'impacts. Les autres méthodes « Meshless » sont les méthodes aux éléments diffus [Nayroles *et al.*, 1992] et les méthodes EFG (Element-Free Galerkin)[Belytschko et Tabbara, 1996] très peu utilisées pour les calculs d'impacts.

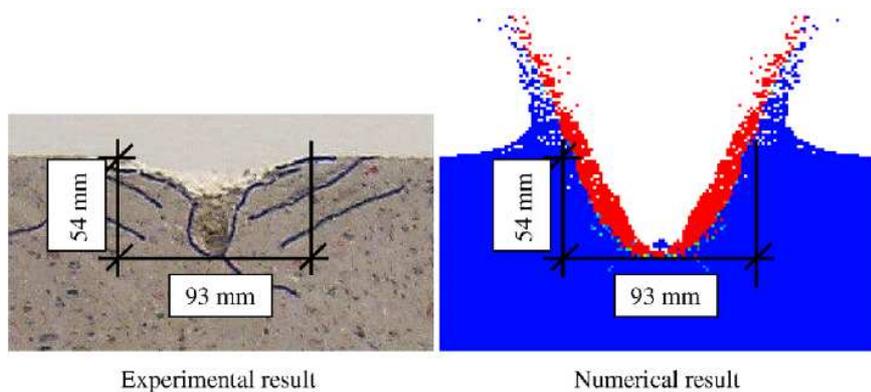


Figure 1.26 – Simulation d'un impact avec une méthode SPH [Leppanen, 2006]

1.3.2 Méthodes discrètes

Comme on vient de le voir, introduire des discontinuités dans un modèle continu demande un effort de développement conséquent. D'autres ont imaginé des méthodes spécifiquement conçues pour traiter des milieux discontinus. C'est le cas des méthodes discrètes qui prennent en compte plus naturellement la fragmentation.

Il existe différentes façons de modéliser par éléments discrets. On peut distinguer deux grandes familles de méthodes discrètes : les « lattice models » où le système est discrétisé par des éléments déformables simples de types barre ou poutre et les modèles aux

éléments discrets qui utilisent des particules rigides de forme géométrique simple (sphères, polyèdres...). Ces derniers modèles ont été développés principalement pour la modélisation de milieux granulaires pour lesquels les lois de contact entre grains permettent la description du comportement macroscopique du milieu.

Les « lattice models » utilisent donc un réseau d'éléments de structure simples, généralement des poutres, des barres ou des éléments 1D. Un comportement local est ensuite affecté à chaque élément, associé à un critère de rupture qui permet de retirer l'élément rompu du modèle.

On peut citer pour ces méthodes les travaux de [Prado et Van Mier, 2003] dont l'objectif est d'observer l'apparition de micro-fissures dans du béton. Le béton est divisé en trois phases : agrégats, matrice et interface. Ce « lattice model » utilise ici des poutres d'Euler-Bernoulli associées à des lois élastiques purement fragiles différentes pour chaque phase. En superposant un réseau de poutres et une répartition aléatoire des agrégats (représentés par des disques), on repère les éléments de chaque phase (Figure 1.27). La modélisation se fait donc à un niveau de détail très fin, ce qui n'autorise pas la modélisation en trois dimensions qui demanderait une capacité de calcul trop importante.

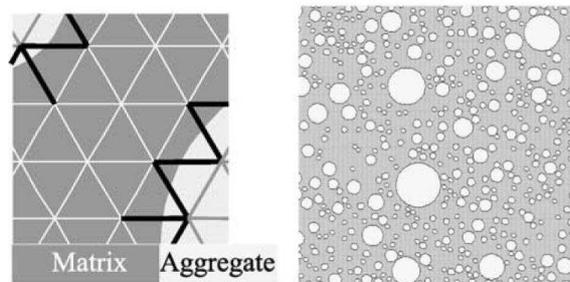


Figure 1.27 – Exemple de maillage du « lattice model » de Prado et van Mier

Plus récemment [Cusatis et Cedolin, 2007] ont développé un «lattice model » nommé Confinement-Shear Lattice model (CLS model). Cette méthode prend en compte uniquement les plus gros agrégats du béton et connecte leurs centres avec des éléments de structure. Ce maillage est obtenu par une triangulation de Delaunay (Figure 1.28). Le comportement associé à chaque élément prend en compte à la fois l'effet de la matrice, des plus petits agrégats mais aussi de l'interface agrégat-ciment. Elle permet de modéliser des systèmes plus grands que la méthode décrite dans [Prado et Van Mier, 2003], mais nécessite un effort important pour déterminer les paramètres du modèle de comportement.

La deuxième famille, les méthodes aux éléments discrets, repose sur une discrétisation en particules rigides de forme géométrique simple. Le comportement du matériau est déterminé par des lois d'interaction entre les particules. Elles ont d'abord été développées pour les géomatériaux non-cohésifs comme les sables ([Cundall et Strack, 1979]). Les particules interagissent alors entre elles uniquement par friction. Des modèles ont ensuite été enrichis avec une raideur.

On peut tout d'abord citer la méthode Molecular Dynamic (MD) ([Walton, 1984]) qui a été développée par des physiciens pour simuler des molécules (principalement de fluides) en collision. Les molécules sont représentées par des sphères rigides dont les interactions sont gérées par les lois de la physique. La méthode a été étendue à des domaines plus larges.

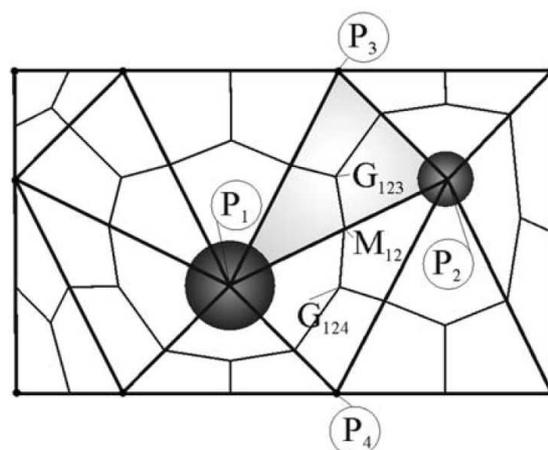


Figure 1.28 – Exemple de triangulation de Delaunay pour deux agrégats [Cusatis et Cedolin, 2007]

La méthode des éléments distincts ([Cundall et Strack, 1979]) repose sur l'utilisation d'un système de disques en 2D ou sphères en 3D rigides qui interagissent entre eux par contact. Les interactions entre les éléments sont gérées par deux raideurs, normale et tangentielle. Elles permettent d'obtenir les efforts, normal et tangentiel, pour chaque contact puis les efforts totaux sur chaque particule. Les déplacements sont ensuite calculés en appliquant le principe fondamental de la dynamique. L'intégration temporelle est réalisée à l'aide d'un schéma explicite.

La forme des particules est importante (1.29). Les particules de forme sphérique ou circulaire présentent l'avantage de permettre un calcul très simple des contacts. Cependant, elles ont tendance dans certaines configurations à entrer facilement en rotation ([Ting *et al.*, 1995]).

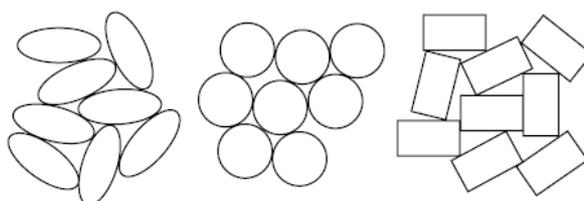


Figure 1.29 – Plusieurs formes de particules en 2D

Pour palier à ce problème, d'autres auteurs proposent des formes de particules différentes : [Ting *et al.*, 1995] utilisent des ellipses, [Issa et Nelson, 1992], [Potyondy *et al.*, 1996] et [Azéma, 2007] des polyèdres. Les polyèdres présentent l'avantage de se rapprocher de formes de particules plus réalistes. Cependant le principal défaut des polyèdres est la détection des contacts et surtout le traitement des sommets (Figure 1.31). Les ellipses permettent de représenter plus naturellement la raideur en rotation d'un matériau. L'algorithme de détection des contacts est certes plus performant que pour des polyèdres mais reste beaucoup plus coûteux que pour des particules circulaires.

Il est clair que pour ces formes plus complexes, la détection des contacts requiert un algorithme spécifique beaucoup plus difficile à mettre en œuvre que pour de simples disques. De plus, le passage à la modélisation en 3D nécessite un effort de calcul très important.



Figure 1.30 – Exemple d'éléments sphériques

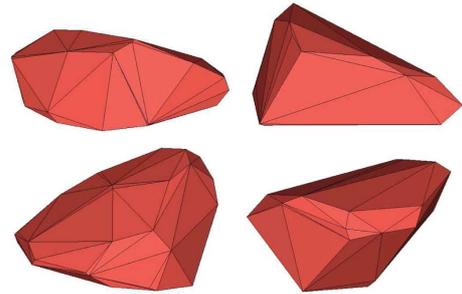


Figure 1.31 – Exemple d'éléments polyédriques ([Azéma, 2007])

Aussi, pour tirer avantage de la forme sphérique, [Jensen *et al.*, 1999] et [Salot, 2007] combinent plusieurs particules sphériques à l'intérieur d'un cluster semi-rigide dans le but de modéliser une particule de matière. Les clusters permettent de représenter plus finement la forme des particules du matériau et ainsi de modéliser naturellement la compaction du milieu. La détection du contact est facilitée par les sphères contenues dans chaque cluster. Cependant cette méthode augmente considérablement le nombre d'éléments du modèle.

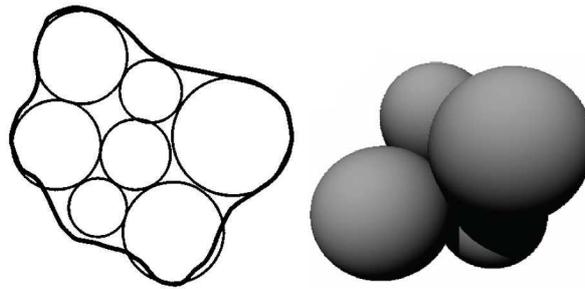


Figure 1.32 – Exemple de cluster en 2D ([Jensen *et al.*, 1999]) et en 3D ([Salot, 2007])

Pour conclure, on peut ajouter que l'introduction d'une simple raideur dans le calcul du moment sur des problèmes 2D ([Iwashita et Oda, 1998]) permet de mieux contrôler les rotations. Par conséquent, l'ajout d'une loi moment-rotation peut résoudre les problèmes posés par les rotations excessives des éléments circulaires, notamment ceux rencontrés par [Hentz, 2003] pour la modélisation d'armatures. [Plassiard, 2007] a étendu les travaux de [Iwashita et Oda, 1998] concernant la loi moment-rotation à la 3D.

1.3.3 Conclusion sur les méthodes numériques

Il existe donc beaucoup de possibilités pour simuler l'impact sur une structure en béton armé. Les méthodes continues quoique très bien connues semblent avoir encore des difficultés à modéliser correctement la fragmentation. Elles sont par contre très efficaces dans le domaine continu.

Les méthodes discrètes plus récentes et encore peu utilisées sont attractives car leur essence même est de modéliser les discontinuités. Parmi elles, les méthodes issues de la méthode des éléments distincts semblent faciles à mettre en œuvre (par l'utilisation de sphères) et sont prometteuses. Cependant le coût de calcul, dû à la fois à la recherche des contacts et à une discrétisation souvent fine, en contraint l'utilisation à de relativement petites applications. On voit donc ici tout l'intérêt d'un couplage entre méthodes continues

et méthodes discrètes : la méthode discrète utilisée là où il y a de fortes discontinuités et la méthode continue dans le reste de la structure.

1.4 Stratégie de modélisation

Les études faites sur les impacts d'avions montrent qu'il existe un couplage entre les phénomènes locaux de fracturation et les allers-retours d'ondes dans la structure qui peut conduire à la ruine de la structure. De ce fait, on ne peut pas se contenter de modéliser la zone impactée seule, il est nécessaire de prendre en compte toute la structure.

Notre approche consiste à profiter de l'avantage des éléments discrets, c'est à dire la modélisation aisée de la fragmentation, sans les inconvénients, c'est à dire, un temps de calcul prohibitif pour de grandes structures. Les discontinuités étant fortes dans la zone impactée et très faibles voire inexistantes dans le reste de la structure, il n'est pas nécessaire d'utiliser une méthode discrète partout. Nous allons donc utiliser une méthode aux éléments discrets dans la zone impactée et une méthode classique éléments finis pour le reste de la structure. Par conséquent, la fissuration au niveau de la zone d'impact pourra être simulée ainsi que les retours d'ondes dans la structure. C'est pourquoi un outil de couplage de ces deux méthodes est nécessaire.

Avant de parler de couplage, cette approche nécessite le développement d'une méthode discrète pour modéliser le béton armé. Nous avons donc choisi une méthode dérivée de la méthode aux éléments distincts de [Cundall et Strack, 1979]. Les éléments sont sphériques et rigides pour la rapidité de recherche des contacts. Les liens existants entre les éléments (tant qu'ils ne sont pas rompus) peuvent, en un certain sens, être vus comme un réseau « lattice ». Cette méthode initialement développée par [Donzé et Magnier, 1997] a été adaptée à la modélisation du béton par [Hentz, 2003]. Dans ce travail, elle a été remodelée à partir du travail de [Hentz, 2003] pour une modélisation du béton plus fine et avec un traitement particulier de l'interface acier-béton. Cette méthode aux éléments discrets est expliquée en détail dans le Chapitre 2. Le Chapitre 3 traite d'un modèle original de liaison acier-béton pour ce modèle éléments discrets.

Ensuite, le couplage entre éléments discrets et éléments finis fait l'objet du Chapitre 4. La méthode éléments discrets et la méthode de couplage sont ensuite utilisées pour simuler les essais d'impacts dans le Chapitre 5.

Dans ce chapitre, nous allons développer la méthode aux éléments discrets utilisée. Les aspects concernant le maillage et la méthode générale seront traités dans la première partie. Puis dans un deuxième temps, nous expliquerons en détail les lois d'interaction choisies pour représenter le béton ainsi que la procédure d'identification des paramètres. Enfin, nous nous intéresserons à la représentation de l'acier.

2.1 Généralités sur la méthode utilisée

2.1.1 Caractéristiques des maillages éléments discrets

Dans le chapitre précédent, nous avons déjà montré l'intérêt d'utiliser des éléments sphériques pour la rapidité lors de la recherche des contacts. Les questions qui se posent maintenant sont : quelles sont les caractéristiques nécessaires au maillage éléments discrets ? quelles tailles d'éléments choisir ? Un certain nombre de règles doivent être respectées.

Tout d'abord, il faut noter que l'agencement des éléments est choisi désordonné avec des éléments de différentes tailles. En effet, un assemblage ordonné donnerait une représentation anisotrope du matériau ce qui est à proscrire. Ici, le matériau (béton) est considéré comme isotrope et homogène. Le désordre ne suffit pas à garantir l'isotropie, les tailles des éléments doivent aussi être différentes. Il est montré qu'un assemblage désordonné d'éléments de même taille a tendance à se réorganiser en réseaux ordonnés ([Donzé *et al.*, 1994] et [Herrmann *et al.*, 1989]). L'agencement désordonné avec différentes tailles d'éléments ne privilégie donc aucune direction de propagation, l'échantillon est isotrope car les contacts se font dans toutes les directions.

Ensuite, il est évident qu'un empilement de sphères ne peut pas représenter toute la matière. Le maillage est poreux. En réduisant la taille minimale des sphères et en augmentant le rapport des tailles des sphères, on réduit bien sûr la porosité mais aussi le pas de temps critique (qui dépend de la taille des éléments voir Section 2.1.6). Pour représenter au

mieux la matière et la masse de la structure, l'échantillon doit être le plus dense possible tout en respectant une distribution des tailles. Cependant, nous verrons par la suite que la densité de l'échantillon n'a que peu d'influence sur le modèle cohésif où les liaisons sont définies à distance (voir Section 2.1.5.1).

A partir de là, les deux facteurs les plus contraignants pour le choix de la taille moyenne des éléments sont le temps de calcul et la précision voulue. En effet, le temps de calcul et la précision dépendent directement du nombre d'éléments. Plus il y a d'éléments plus on va être précis mais plus le temps de calcul sera long. Il faut donc trouver un bon compromis entre temps de calcul et précision nécessaire. En général, on choisit la taille moyenne des éléments de façon à avoir au minimum 10 éléments dans la plus petite dimension (dans l'épaisseur).

La taille minimale et la taille maximale sont généralement définies à l'aide d'un ratio (entre 2 et 10) et d'une répartition des tailles ou de la densité voulue. Plus la densité voulue sera grande plus le nombre de petits éléments sera important.

Il est à noter que la taille des éléments discrets comme la taille des mailles en éléments finis n'a pas de relation avec les tailles des granulats du béton qui génèreraient un maillage beaucoup trop fin. La taille de l'élément est fonction de la taille de la structure à modéliser et de la puissance de calcul utilisée.

On cherche donc à « fabriquer » des agencements désordonnés de sphères de tailles variables. La forme de l'échantillon est quelconque et on veut pouvoir modéliser des angles ou des dalles courbes par exemple. L'algorithme doit fournir un échantillon isotrope (sans direction de contact privilégiée). L'échantillon doit être le plus dense possible en respectant les tailles d'éléments indiquées. On veut aussi pouvoir facilement ajouter des armatures pour le béton armé.

2.1.2 Méthodes de génération

Il existe beaucoup de méthodes de génération de maillage, une revue intéressante de ces méthodes peut être trouvée dans [Jerier *et al.*, 2009]. Ces méthodes sont généralement classées en deux groupes : les méthodes dynamiques et les méthodes géométriques.

Les méthodes dynamiques utilisent les équations de la dynamique par l'intermédiaire de lois de contacts entre les éléments pour générer un échantillon. Il existe plusieurs techniques. Les méthodes gravitationnelles déposent les éléments les uns après les autres en utilisant la gravité [Siiriä et Yliruusi, 2007] (Figure 2.1). D'autres compriment un ensemble d'éléments par l'intermédiaire de parois mobiles (Figure 2.2) jusqu'à ce que l'ensemble soit stable [Stroeven et Stroeven, 1999]. Evidemment, le volume de l'échantillon final est plus faible que le volume initial. Pour éviter cela, une variante consiste à augmenter régulièrement le rayon de chaque élément jusqu'à la stabilité ([Potyondy *et al.*, 1996] [Chareyre, 2003]). Ces essais nécessitent donc des critères de stabilité qui peuvent être une densité finale ou une pression de confinement donnée.

Ces méthodes dynamiques permettent d'obtenir des échantillons avec une orientation des contacts isotrope et des densités élevées. Cependant le coût de calcul pour un échantillon devient prohibitif dès que l'on augmente le nombre d'éléments. De plus, elles sont difficiles à mettre en œuvre dès que l'échantillon voulu n'est pas prismatique. Enfin, il peut exister de petites interpénétrations entre les éléments selon les lois de contact utilisées.

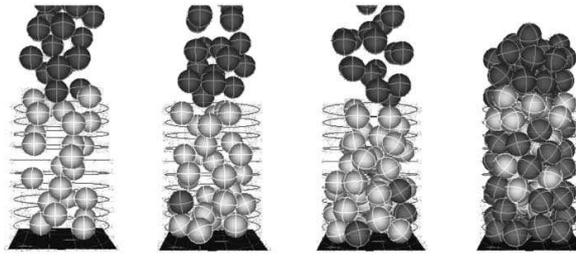


Figure 2.1 – Dépot par gravité [Siiriä et Yliruusi, 2007]

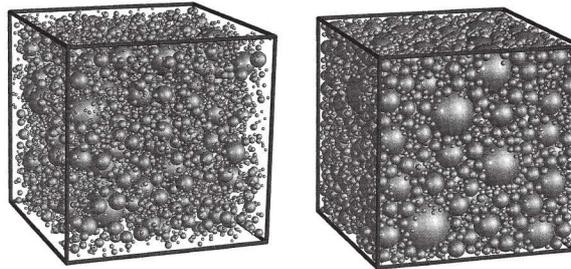


Figure 2.2 – Méthode de compaction par mouvement des parois (à gauche l'échantillon initial, à droite l'échantillon final grossi) [Stroeven et Stroeven, 1999]

Les méthodes géométriques utilisent des fonctions géométriques plutôt que des lois de contact pour générer les assemblages d'éléments. On peut citer la méthode de Jodrey-Tory [Jodrey et Tory, 1985]. Un processus itératif de grossissement et de remplacement des éléments est réalisé à partir d'un échantillon d'éléments ordonnés et de même taille. Cette méthode génère des problèmes de convergence en présence d'éléments fixes (comme des armatures) et le temps de calcul peut devenir important pour de grands assemblages. La méthode du Dropping-Rolling [Kadushnikov et Nurkanov, 2001] place chaque élément un à un en cherchant sa position la plus stable. Initialement, un réseau de sphères est créé, on vient ensuite placer les autres sphères sur ce réseau. Les formes des échantillons peuvent être plus complexes comme on peut le voir sur la Figure 2.3. Le principal avantage de ces méthodes est leur rapidité mais la densité obtenue est souvent plus faible que pour les méthodes dynamiques.

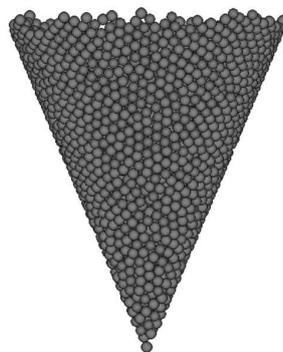


Figure 2.3 – Exemple de maillage conique obtenu par la méthode de Dropping-Rolling [Kadushnikov et Nurkanov, 2001]

La méthode que l'on utilise actuellement est une optimisation d'une méthode géométrique directe [Jerier *et al.*, 2009] qui permet de trouver rapidement la sphère tangente à quatre autres sphères. Dans un premier temps, il faut créer un maillage composé de té-

traèdres (avec un maillage éléments finis par exemple). Ensuite, grâce à cette technique géométrique, l'échantillon est rempli (Figure 2.4). Les étapes de remplissage sont les suivantes :

- On place des sphères au milieu des segments des tétraèdres (Step 1 de la Figure 2.4). La taille des sphères est calculée à partir des tailles des mailles des tétraèdres et de paramètres donnés par l'utilisateur (R_{min} et R_{max} ou ratio $\frac{R_{min}}{R_{max}}$). L'ordre de grandeur des R_{min} et R_{max} doit être lié à la taille moyenne des éléments du maillage.
- Des sphères sont placées sur les sommets. Les rayons des sphères dépendent toujours des tailles des mailles et des paramètres utilisateurs (Step 2 de la Figure 2.4).
- La méthode géométrique est utilisée dans un ordre précis (Step 3-4-5 de la Figure 2.4) pour remplir les espaces libres : Sur les facettes des tétraèdres, au centre du tétraèdre et au voisinage des sommets. Chaque sphère est tangente à quatre autres sphères.
- La dernière étape est facultative. Elle permet de densifier l'échantillon (en respectant le R_{min}) en remplissant les derniers espaces vides. Les espaces vides sont calculés après une triangulation de Delaunay.

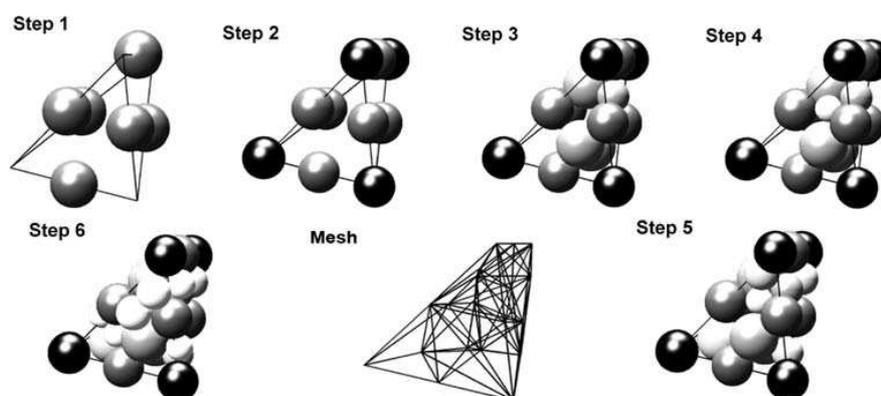


Figure 2.4 – Méthode de génération géométrique de [Jerier *et al.*, 2009]

Cette méthode très rapide permet d'obtenir des échantillons de bonne compacité (>0.6) et une répartition des contacts isotrope. Utiliser un maillage éléments finis comme support permet d'obtenir facilement des formes diverses (Figure 2.5). Le principal inconvénient est la relative nouveauté de la méthode et de ce fait le manque de recul. En effet, cette méthode n'a pas encore été beaucoup testée et on ne connaît pas encore bien ses limites. Cependant les tests effectués jusqu'ici ne révèlent pas de problèmes particuliers.

Un des intérêts de cette méthode est aussi la facilité de génération des structures en béton armé. En effet, l'ajout d'armature nécessite un traitement particulier (les éléments discrets modélisant l'armature ne doivent pas bouger et leur taille est fixée) et la méthode s'adapte aisément pour traiter ce cas [Jerier *et al.*, 2008]. Les armatures et le béton sont d'abord créés séparément. Les armatures sont constituées d'alignement de sphères de la taille de l'armature et le béton est généré avec la méthode géométrique présentée précédemment. Les deux ensembles sont ensuite superposés. On détecte les éléments de béton en interpénétration avec les aciers. Une sphère de béton concernée est remplacée en utilisant la méthode géométrique de façon à ce qu'elle soit en contact avec ses quatre voisines. Cependant les sphères recalculées qui ne vérifient pas les rayons minimum et maximum ou qui sont superposées sont supprimées. La Figure 2.6 montre un exemple d'échantillon de béton armé. Une étape de densification peut ensuite être effectuée pour améliorer la densité autour des armatures.



Figure 2.5 – Exemple d’une forme complexe obtenue par la méthode de [Jerier *et al.*, 2009]

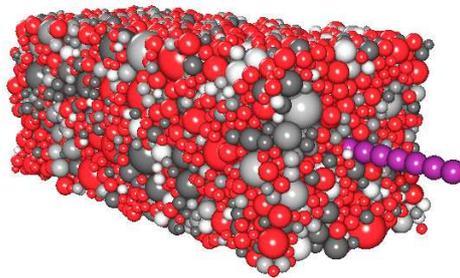


Figure 2.6 – Exemple de génération d’un échantillon en béton armé [Jerier *et al.*, 2008]

2.1.3 Vérification du maillage

Les vérifications à faire sur un échantillon généré peuvent être très diverses. Normalement, la méthode de génération nous garantit le ratio de taille d’éléments voulu ou le respect des rayons maximum et minimum. On peut cependant vérifier l’homogénéité de la répartition des tailles. La Figure 2.7 montre par exemple que la répartition des tailles est plutôt homogène avec quand même plus de petits éléments qui servent à densifier le modèle. On peut aussi regarder la compacité de l’échantillon en calculant le rapport entre le volume de l’objet et la somme des volumes de tous les éléments. Pour nos applications en milieu cohésif et avec des interactions à distance (voir section 2.1.5.1), nous n’avons pas besoin d’une forte compacité. Une densité entre 0.4 et 0.6 est correcte. La masse des sphères sera ensuite modifiée pour ramener la somme des masses à la masse totale de l’objet (section 2.1.7).

Le plus important à vérifier reste l’isotropie de l’échantillon. On calcule l’orientation des contacts entre éléments et on projette généralement sur les trois plans principaux. Sur la Figure 2.8, la distribution des contacts est homogène et l’échantillon est donc supposé isotrope.

2.1.4 Principe et résolution

Maintenant que l’assemblage des éléments est défini, il va être soumis à différentes sollicitations. On note m la masse d’un élément, G son centre et R son rayon. \vec{u} est le déplacement de l’élément. Chaque élément discret a six degrés de libertés qui correspondent à trois translations et à trois rotations. Le cycle de calcul est décrit dans la Figure 2.9. Il com-

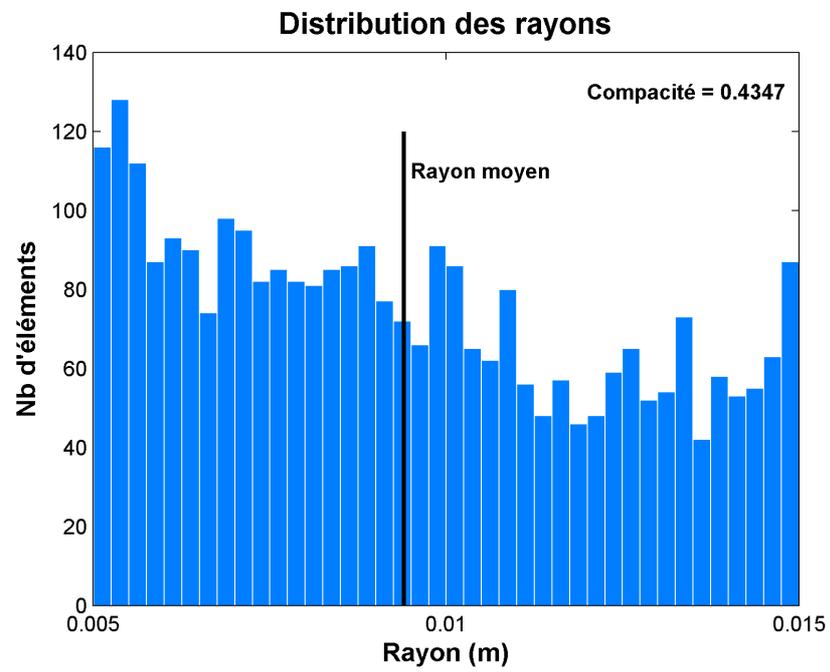


Figure 2.7 – Distribution des rayons sur un échantillon de 3000 éléments

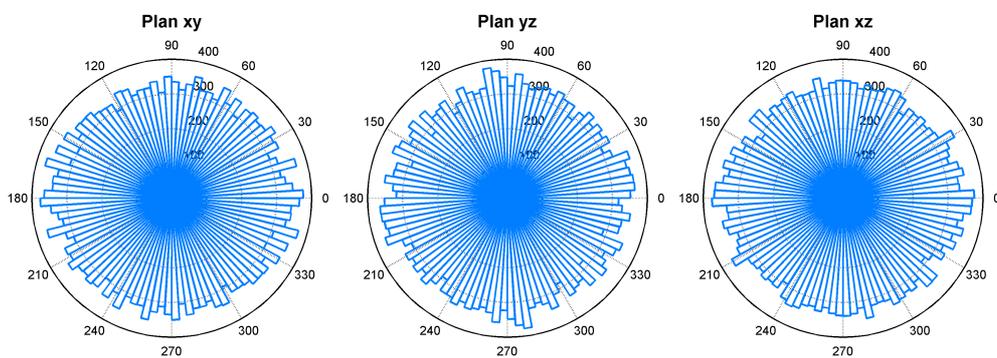


Figure 2.8 – Distribution des orientations des contacts dans les plans xy, xz et yz

prend une première phase de recherche des interactions entre éléments que l'on détaillera par la suite. Ensuite les efforts d'interactions sont calculés à l'aide de lois locales. Après, on calcule la somme des efforts d'interaction agissant sur chaque élément $F_{tot} = \sum F_{loc}$. Enfin, on intègre le Principe Fondamental de la Dynamique $F_{tot} = m\ddot{u}$ par un schéma explicite correspondant à la méthode des différences centrées (Equation 2.1).

$$\begin{cases} \dot{u}^{n+1} = \dot{u}^n + \frac{\Delta t}{2}(\ddot{u}^n + \ddot{u}^{n+1}) \\ u^{n+1} = u^n + \Delta t(\dot{u}^n + \frac{\Delta t}{2}\ddot{u}^n) \end{cases} \quad (2.1)$$

Le logiciel utilisé pour les développements et les calculs par éléments discrets et également pour le couplage entre éléments discrets et éléments finis est Europlexus. Il est la propriété conjointe du Commissariat à l'Energie Atomique en France et du Joint Research Center en Italie et il est dédié au calcul de dynamique rapide.

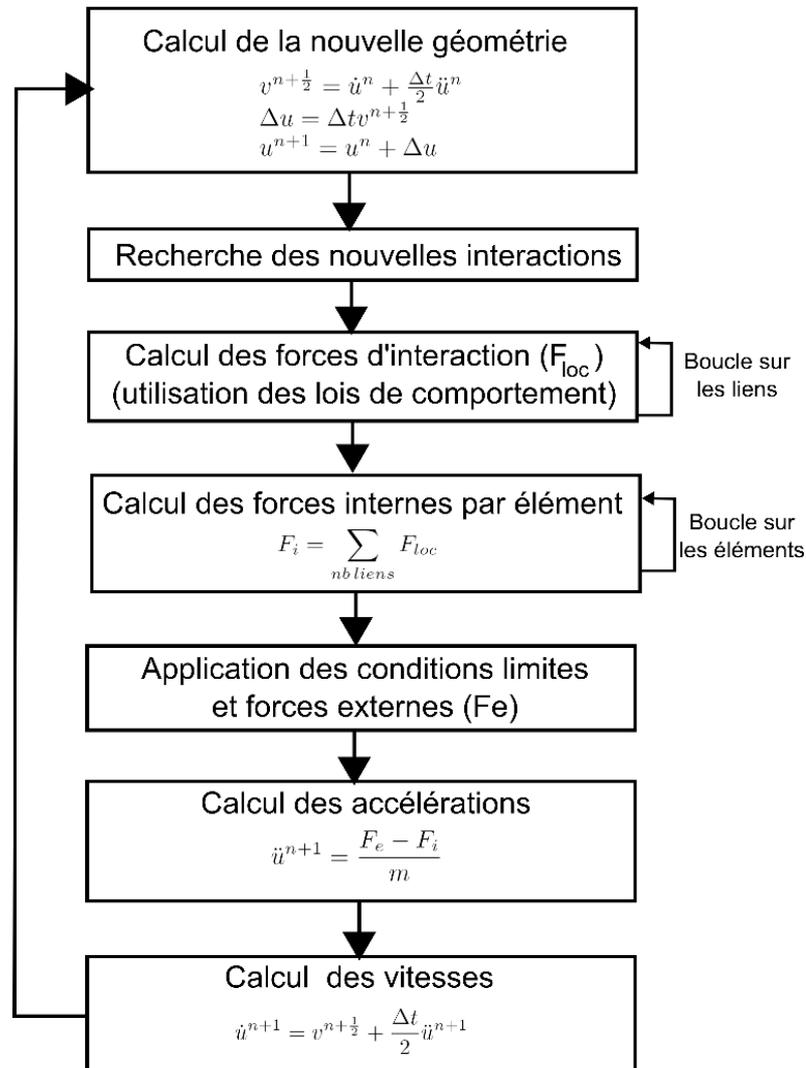


Figure 2.9 – Boucle de calcul pour les éléments discrets

2.1.5 Définition des interactions

La méthode éléments discrets repose donc sur des éléments sphériques rigides interagissant entre eux. Deux sortes d'interactions sont définies: les interactions de contact et les interactions cohésives.

Une interaction de contact la plus simple existe si deux éléments sont en contact strict c'est à dire dès que la distance entre les deux éléments est inférieure à la somme de leurs rayons. Si les deux éléments ne sont plus en contact alors le lien est rompu, ces liens n'ayant pas de résistance à la traction. Au contraire, les interactions cohésives sont des liens ayant une certaine résistance à la traction permettant de modéliser les matériaux cohésifs comme le béton. Ces dernières interactions peuvent être définies à distance par l'intermédiaire d'un rayon d'interaction (paragraphe 2.1.5.1).

Les interactions cohésives sont généralement générées à l'instant initial alors que les contacts sont plutôt créés au cours du calcul entre deux éléments initialement séparés ou dont l'interaction cohésive a été rompue. La définition des interactions nécessite un algorithme de recherche des éléments voisins très efficace. Cette phase de recherche des nouvelles interactions représente une grande partie du temps de calcul. Il existe plusieurs méthodes de recherche, on peut citer par exemple la méthode de tri par grille ou celle par empilement ([Hentz, 2003]).

La méthode par empilement classe les éléments selon leurs coordonnées. Les coordonnées extrêmes de l'élément, pour lequel on recherche les contacts, définissent des bandes et on recherche les interactions entre les éléments intersectés par ces bandes (Figure 2.10). Ces méthodes sont peu sensibles à la taille des éléments.

La méthode de tri par grille discrétise l'espace en cellules et leur associe les éléments qu'elles contiennent. On recherche donc ensuite les contacts entre un élément et tous les autres éléments de la cellule, puis des cellules adjacentes (Figure 2.11). La taille des cellules conditionnent donc le coût de cette opération. Elle est donc très sensible à la distribution des tailles des éléments mais très performante pour des échantillons compacts. C'est le cas des applications visées qui utilisent des échantillons plutôt denses et des variations de tailles assez faibles. Cette méthode de tri par grille a donc été implantée dans Europlexus.

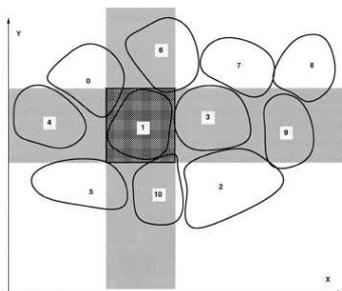


Figure 2.10 – Méthode de recherche par empilement (bandes)

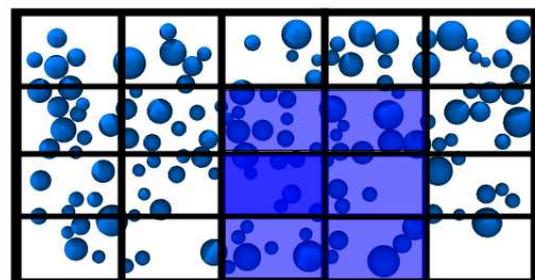


Figure 2.11 – Méthode de recherche par grille

2.1.5.1 Rayon d'interaction

Le rayon d'interaction λ permet de définir les éléments qui seront en interaction. Deux éléments a et b interagissent si la condition 2.2 est respectée, ce qui n'implique pas que les deux éléments soient en contact strict.

$$\lambda(R_a + R_b) \geq D_{a,b} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} D_{a,b} \text{ la distance entre les deux éléments} \\ R_a \text{ et } R_b \text{ les rayons des éléments} \end{cases} \quad (2.2)$$

En réglant le rayon d'interaction, on peut régler le nombre d'interactions voulu (Figure 2.12). Par la suite, le nombre moyen d'interactions par éléments est appelé coordinance (Equation 2.3). Ce paramètre est très important comme on le verra dans les paragraphes suivants. Il détermine le comportement élastique du matériau.

$$\text{Coordinance} = \frac{\text{nb de liens}}{\text{nb d'éléments}} \quad (2.3)$$

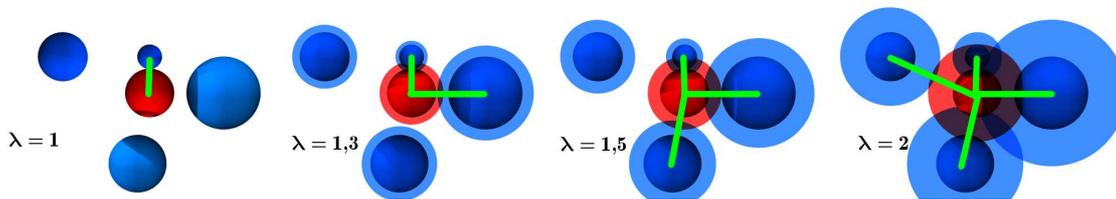


Figure 2.12 – Nombre de liens en fonction du rayon d'interaction

2.1.5.2 Calcul des efforts d'interaction

Pour chaque interaction (Figure 2.13), on définit une normale \vec{N} reliant les centres G_a et G_b des deux éléments a et b . La distance entre les deux éléments est appelé D_{ab} et à l'instant initial elle sera notée D_{eq} . On définit aussi un point de contact fictif P_c à égale distance de la surface des deux éléments : $\vec{G}_a \vec{P}_c = (R_a + \frac{1}{2}(D_{ab} - (R_a + R_b))) \cdot \vec{N}$.

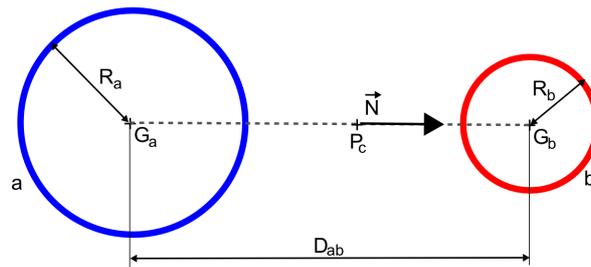


Figure 2.13 – Définition des paramètres d'une interaction

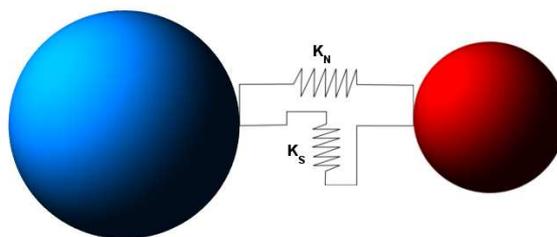


Figure 2.14 – Interaction entre deux éléments

L'effort d'interaction est divisé en deux parties : un effort normal F_N et un effort tangentiel F_S . On définit deux raideurs normale et tangentielle K_N et K_S (Figure 2.14). Alors l'effort normal¹ est calculé comme :

$$\overrightarrow{F_N} = -K_N(D_{ab} - D_{eq})\overrightarrow{N} \quad (2.4)$$

Notons $F_S(i)$ l'effort tangentiel à l'instant i . L'effort tangentiel est calculé de façon incrémentale comme la somme de l'incrément d'effort tangentiel ΔF_S et de l'effort tangentiel noté F_S^{rot2} [Hart *et al.*, 1988].

$$\overrightarrow{F_S(i)} = \overrightarrow{\Delta F_S} + \overrightarrow{F_S^{rot2}} \quad (2.5)$$

L'effort tangentiel noté F_S^{rot2} est l'actualisation de l'effort tangentiel au pas de temps précédent. Il est calculé en deux temps. Dans un premier temps, on prend en compte le changement de direction de la normale \overrightarrow{N} :

$$\overrightarrow{F_S^{rot1}} = \overrightarrow{F_S(i-1)} - \overrightarrow{F_S(i-1)} \wedge \overrightarrow{N(i-1)} \wedge \overrightarrow{N(i)} \quad (2.6)$$

Dans un deuxième temps, on prend en compte la vitesse de rotation moyenne $\overrightarrow{\Omega}$ selon la nouvelle normale :

$$\overrightarrow{F_S^{rot2}} = \overrightarrow{F_S^{rot1}} - \overrightarrow{F_S^{rot1}} \wedge \Delta t \overrightarrow{\Omega} \quad (2.7)$$

$$\text{avec : } \overrightarrow{\Omega} = \left(\frac{1}{2} (\overrightarrow{\Omega_a} + \overrightarrow{\Omega_a}) \cdot \overrightarrow{N(i)} \right) \overrightarrow{N(i)} \quad (2.8)$$

Ensuite, il faut calculer l'incrément d'effort tangentiel :

$$\overrightarrow{\Delta F_S} = -K_S \overrightarrow{\Delta u_S} \quad (2.9)$$

Avec l'incrément de déplacement tangentiel Δu_S calculé à partir de la vitesse relative entre les deux éléments au point de contact P_c .

$$\begin{aligned} \overrightarrow{\Delta u_S} &= \Delta t \overrightarrow{V_S^c} \\ \overrightarrow{V_S^c} &= \overrightarrow{V^c} - (\overrightarrow{V^c} \cdot \overrightarrow{N}) \overrightarrow{N} \end{aligned} \quad (2.10)$$

La vitesse relative au point P_c est calculée :

$$\overrightarrow{V^c} = \overrightarrow{V_b^c} - \overrightarrow{V_a^c} \quad (2.11)$$

Finalement on obtient l'effort total d'interaction $\overrightarrow{F_{tot}} = \overrightarrow{F_N} + \overrightarrow{F_S}$. Cet effort est appliqué sur l'élément a et sur l'élément b avec des signes opposés.

1. F_N est négatif en traction et positif en compression

2.1.6 Choix du pas de temps

L'utilisation d'un schéma explicite amène à des instabilités si le pas de temps choisi est trop important ou trop faible. Les équations à résoudre pour un système composé d'éléments discrets peuvent être comparées à celles obtenues pour une somme de systèmes masse-ressort (masse m et raideur k) à un degré de liberté. La pulsation propre de chaque système est donc $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$. Il existe une condition de stabilité pour l'intégration par le schéma explicite aux différences centrées pour ce système à un degré de liberté non amorti ([Courant *et al.*, 1928],[Géradin et Rixen, 1993]). Elle s'écrit :

$$\Delta t \leq \frac{2}{\omega} \quad (2.12)$$

Pour respecter cette condition, il faudrait donc calculer la plus grande pulsation propre du système. Cette démarche n'est pas envisageable dans notre cas où l'assemblage concerne un grand nombre d'éléments chacun soumis à plusieurs interactions. On pourrait envisager de calculer cette pulsation propre en prenant la plus petite masse et la raideur la plus grande mais cette méthode risque d'être trop restrictive.

Nous avons donc choisi de calculer pour chaque élément une raideur équivalente K_{eq} à partir de toutes les interactions agissant sur cet élément. On obtient donc 6 raideurs équivalentes en projetant sur chaque direction (3 translations et 3 rotations). Ensuite, il suffit de calculer le pas de temps critique dans chaque direction et pour chacun des éléments. Enfin, on choisit le plus petit pas trouvé. Pour satisfaire la condition de stabilité, le pas de temps est calculé comme dans l'équation 2.13. Pour plus de sécurité par rapport aux approximations faites pour calculer ce pas de temps, on utilise un paramètre de pondération $0 < p \leq 1$.

$$\Delta t = \frac{p}{\omega} = p \sqrt{\frac{m}{K_{eq}}} \quad (2.13)$$

2.1.7 Calcul de la masse des éléments discrets

Si la masse de chaque élément est calculée comme le volume de l'élément (sphère) multiplié par la masse volumique, alors la masse totale du système ne sera pas correctement respectée, du fait de la compacité c faible de l'échantillon. Pour pallier à ce problème, la masse de chaque élément m est corrigée de façon à obtenir la masse réelle de l'échantillon.

$$m = \frac{\rho}{c} \frac{4}{3} \pi R^3 \quad (2.14)$$

2.2 Modélisation du béton

2.2.1 Elasticité

Dans sa thèse, Hentz [Hentz, 2003] a identifié un modèle élastique dont les résultats sont corrects pour le module d'Young (erreur de 3%) mais très éloignés des caractéristiques

voulues pour le coefficient de Poisson (erreur de 30%). De plus, les résultats ne sont pas suffisamment reproductibles d'un échantillon à l'autre. La dispersion de ses résultats est très importante (28% pour le module d'Young et 16% sur le coefficient de Poisson). Il a donc imaginé d'utiliser un premier calcul qui permet de calculer une correction énergétique du modèle. Cette approche nécessite donc deux calculs rien que pour régler les paramètres élastiques. Nous avons essayé de modifier cette procédure de façon à obtenir des résultats reproductibles de façon « automatique » afin de réduire le nombre de calculs nécessaires à l'identification des paramètres du modèle.

Les principaux axes d'optimisation sont la mesure des déformations sur les échantillons numériques et un réglage du rayon d'interaction.

2.2.1.1 Mesure des déformations

Dans un premier temps, il faut présenter l'essai de traction simple utilisé par la suite pour paramétrer le comportement élastique puis le comportement du béton jusqu'à rupture. Il s'agit d'un échantillon sollicité en traction par un déplacement imposé sur une couche d'éléments (d'épaisseur environ $4 * R_{moy}$), une même couche d'élément à l'autre extrémité étant fixe (Figure 2.15). Le code est explicite et prévu pour une utilisation en dynamique. Il est donc nécessaire de prendre quelques précautions pour son utilisation en quasi-statique. La vitesse de déplacement imposé ne doit être ni trop importante pour éviter les effets dynamiques, ni trop faible pour avoir un coût de calcul raisonnable. De plus, il est nécessaire d'introduire de l'amortissement. L'amortissement choisi est une force F_{am} proportionnelle à la masse et à la vitesse de chaque élément $F_{am} = \kappa m \dot{u}$.

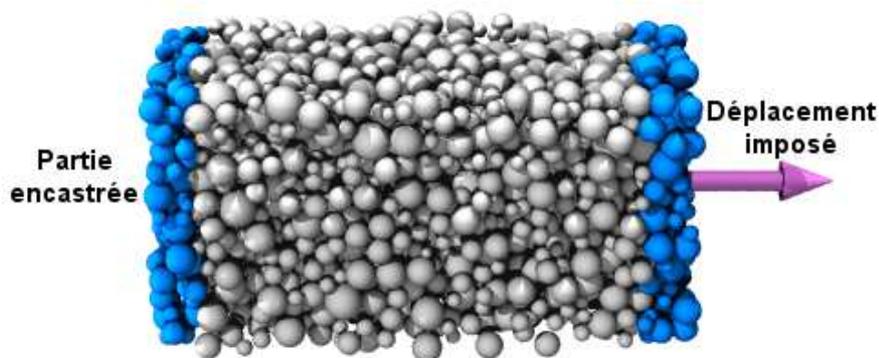


Figure 2.15 – Pilotage de l'essai de traction simple élastique

Les déformations de l'échantillon sont calculées à partir des déformations moyennes de l'échantillon. Pour plus de stabilité, les déformations radiales sont mesurées sur des éléments éloignés des bords (peu stables) et du centre de l'échantillon (pour éviter les valeurs proches de 0), éléments représentés sur la Figure 2.16. La déformation longitudinale est mesurée en excluant les éléments pilotés ou bloqués.

2.2.1.2 Influence du rayon d'interaction

La coordinance, réglée par l'intermédiaire du rayon d'interaction (paragraphe 2.1.5.1), détermine le comportement élastique de l'échantillon. Plus elle est importante plus il y a d'interactions, donc plus l'échantillon sera rigide. Comme on peut le voir sur la Figure 2.17,

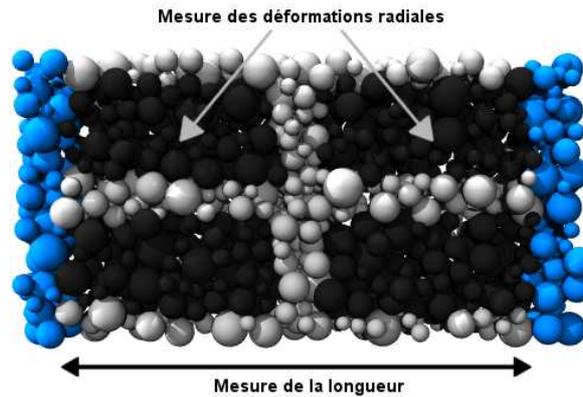


Figure 2.16 – Mesure des déformations

le module d'Young varie de façon linéaire avec la coordinance. Ces mesures du module d'Young sont issues de calculs sur un échantillon avec des raideurs d'interaction K_N et K_S constantes pour chaque interaction. Les équations exactes de K_N et K_S seront présentées dans le paragraphe suivant. Elles dépendent de la distance entre les éléments et de leurs tailles, elles ont donc des valeurs différentes pour chaque interaction. On montre l'influence du rayon d'interaction sur le comportement élastique d'un groupe d'éléments discrets avec une définition des raideurs constante.

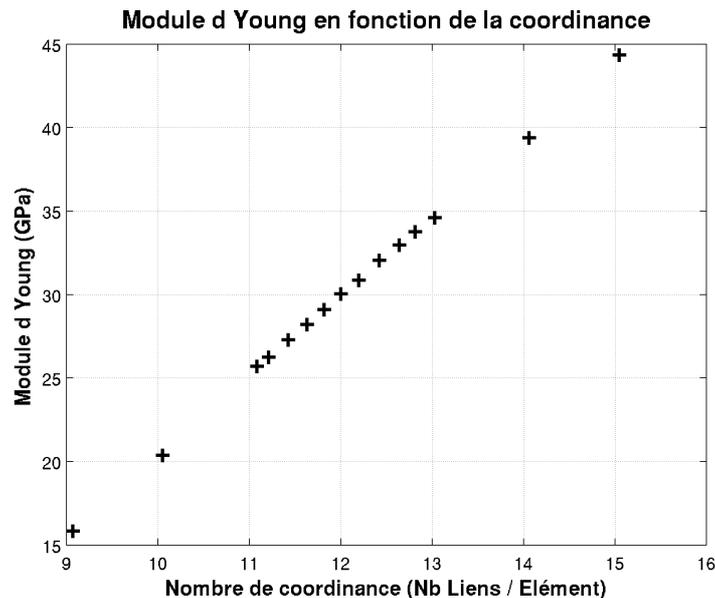


Figure 2.17 – Module d'Young en fonction de la coordinance

Une règle a donc été établie et utilisée de façon systématique par la suite. Le rayon d'interaction va être réglé de façon à ce que la coordinance soit égale à 12. Ce nombre 12 a été choisi car il correspond au nombre moyen de contacts par élément pour un maillage régulier tridimensionnel type Cubique-Face-Centrée ce qui garantit qu'il n'y aura ni trop ni trop peu d'interactions. Tout autre choix est possible.

Le calcul de la coordinance peut s'effectuer de deux façons : soit sur la totalité des liens, soit en supprimant la première couche d'éléments aux bords. Nous avons comparé ces deux approches.

Sur cinq échantillons de formes et tailles différentes, nous avons simulé le même essai de compression dans la zone élastique en réglant le rayon d'interaction pour obtenir 12 sur l'échantillon total puis 12 en ne considérant que les éléments intérieurs (Figure 2.18).

Le calcul de l'écart maximum sur le module d'Young (différence entre la valeur maximale et la valeur minimale du module d'Young) donne 14% de différence pour le calcul total et 6% pour le calcul intérieur (Figure 2.19). Le calcul sur les éléments intérieurs semble donc plus stable ce qui était prévisible. C'est cette définition du nombre de coordinance que l'on utilisera par la suite. On peut aussi remarquer que pour l'échantillon le plus grand (n°15 Tableau 2.1), les deux valeurs du module d'Young sont très proches.

Le paramétrage du comportement élastique du béton est donc directement lié au rayon d'interaction et au nombre de coordinance. Le réglage rigoureux du rayon d'interaction garantit un comportement élastique correct.

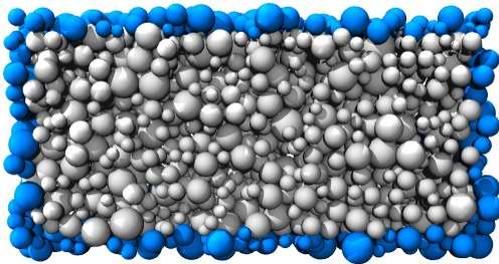


Figure 2.18 – Calcul du nombre moyen d'interactions sur les éléments intérieurs

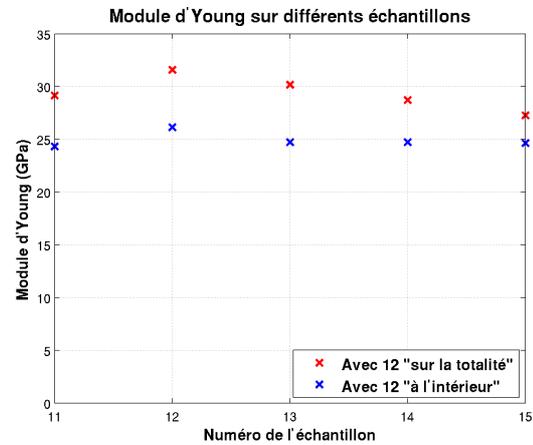


Figure 2.19 – Valeur du module d'Young pour différents échantillons.

2.2.1.3 Identification de K_N et K_S

Les raideurs K_N et K_S des interactions entre éléments discrets sont calculées à partir d'une relation « micro-macro » (2.15) fonction des paramètres macroscopiques E et ν . Ces relations proviennent de modèles d'homogénéisation de Voigt (Equation 2.16) et de Liao (Equation 2.17) [Liao *et al.*, 1997] utilisés pour des assemblages réguliers. Elles ont été adaptées à un assemblage désordonné avec des éléments de tailles différentes en utilisant une surface d'interaction S_{int} et des paramètres α , β , γ à déterminer. S_{int} est la surface minimale des deux éléments en interaction : $S_{int} = \min(\pi R_a^2, \pi R_b^2)$.

$$\left\{ \begin{array}{l} E = \frac{D_{eq}}{S_{int}} K_N \frac{\beta + \gamma \frac{K_S}{K_N}}{\alpha + \frac{K_S}{K_N}} \\ \nu = \frac{1 - \frac{K_S}{K_N}}{\alpha + \frac{K_S}{K_N}} \end{array} \right. \text{ ou } \left\{ \begin{array}{l} K_N = E \frac{S_{int}}{D_{eq}} \frac{1 + \alpha}{\beta(1 + \nu) + \gamma(1 - \alpha\nu)} \\ K_S = K_N \frac{1 - \alpha\nu}{1 + \nu} \end{array} \right. \quad (2.15)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} E = \frac{4Nr^2}{3} K_N \frac{2 + 3 \frac{K_S}{K_N}}{4 + \frac{K_S}{K_N}} \\ \nu = \frac{1 - \frac{K_S}{K_N}}{4 + \frac{K_S}{K_N}} \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{Modèle de Voigt avec } r \text{ le rayon des ED.} \\ \text{et } N = \text{nb ED par unité de volume} \end{array} \quad (2.16)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} E = \frac{20Nr^2}{3} K_N \frac{\frac{K_S}{K_N}}{2 + 3 \frac{K_S}{K_N}} \\ \nu = \frac{1 - \frac{K_S}{K_N}}{2 + 3 \frac{K_S}{K_N}} \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{Modèle de Liao} \end{array} \quad (2.17)$$

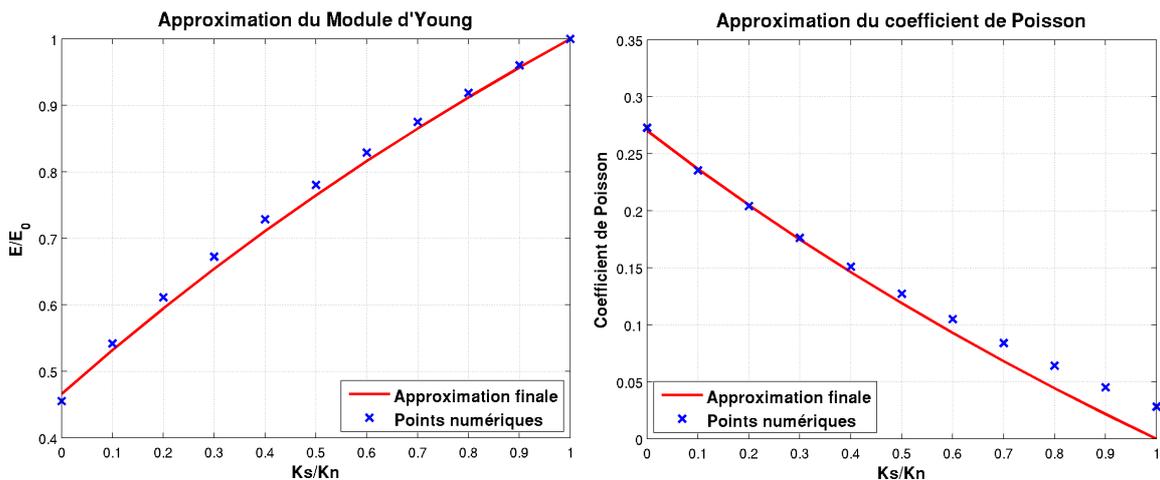


Figure 2.20 – Comparaison des modules d'Young et des coefficients de Poisson obtenus par l'approximation et les points obtenus numériquement.

Les valeurs de α , β , γ sont identifiées pour une valeur donnée de la coordinance. Comme expliqué dans le paragraphe précédent, nous avons choisi d'avoir une coordinance de 12. Pour identifier ces paramètres, nous utilisons donc un échantillon dont le rayon d'interaction a été finement réglé pour avoir un nombre de coordinance de 12. Un choix différent est possible et donnera des coefficients α , β , γ différents. Pour différentes valeurs du rapport $\frac{K_N}{K_S}$, on mesure le module d'Young et le coefficient de Poisson. Ensuite, le rapport E/E_0

(le module E_0 est obtenu pour $\frac{K_N}{K_S} = 1$) et le coefficient de Poisson sont reportés sur une courbe (Figure 2.20). Les paramètres α , β , γ sont identifiés en utilisant les équations 2.15 de façon à approcher au mieux les points obtenus numériquement.

Le paramètre α détermine seul l'allure de la courbe du coefficient de Poisson². Les deux paramètres restants déterminent la courbe du module de Young. L'identification de α donne $\alpha = 3,7$, pour β et γ l'identification est plus délicate. Différents couples (β, γ) peuvent approcher la courbe correctement. L'identification retenue pour ces paramètres est la suivante:

$$\begin{cases} \alpha = 3,7 \\ \beta = 2,198 \\ \gamma = 3,79 \end{cases} \quad (2.18)$$

2.2.1.4 Reproductibilité

Avec ces valeurs de α, β, γ , nous avons vérifié les résultats obtenus pour des éprouvettes de dimensions différentes (Tableau 2.1), et pour des désordres différents (mêmes paramètres de désordre mais organisations des éléments différentes). Les valeurs mesurées (Figure 2.21 et 2.22) du module d'Young et du coefficient de Poisson sont très correctes. Des simulations sur ces différentes éprouvettes donnent une erreur moyenne de 2,2% (erreur maximum 7%) sur le module d'Young et de 3,2% (erreur maximum de 6%) sur le coefficient de Poisson.

N° éprouvette	Longueur (en x)	Largeur (en y)	Hauteur (en z)
1 à 10	0,5	0,25	0,25
11	0,5	0,4	0,25
12	0,25	0,25	0,5
13	0,25	0,25	0,25
14	0,4	0,4	0,4
15	0,6	0,6	0,6

Tableau 2.1 – Dimensions des éprouvettes

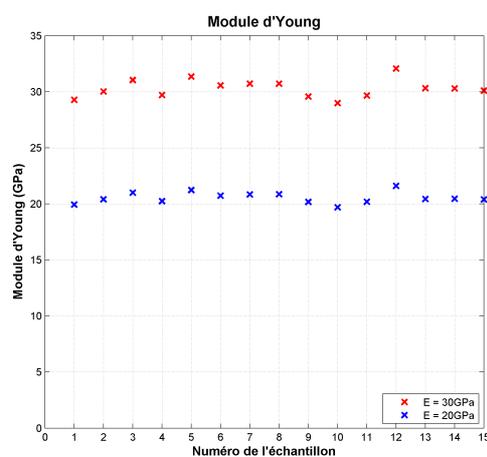


Figure 2.21 – Module d'Young mesuré sur différentes éprouvettes (avec $E = 20$ ou 30 GPa demandés)

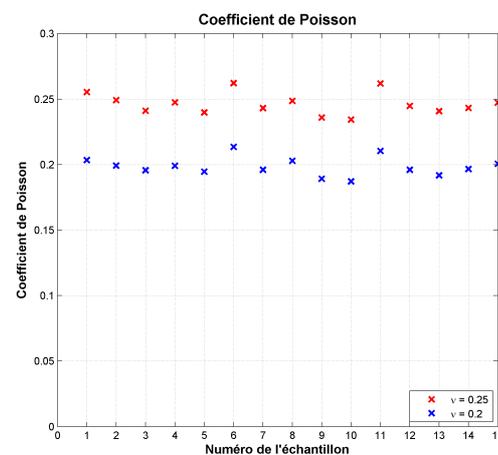


Figure 2.22 – Coefficient de Poisson mesuré sur différentes éprouvettes (avec $\nu = 0,2$ ou $0,25$ demandés)

2. Le coefficient de Poisson ne peut cependant pas atteindre des valeurs supérieures à 0,27

Si maintenant on compare ces résultats à ceux de Hentz [Hentz, 2003], on observe une bien meilleure reproductibilité. La Figure 2.23 montre que la courbe utilisée par Hentz ne correspond plus aux points recalculés numériquement. Il semble que l'optimisation de la mesure des déformations et le réglage fin du rayon d'interaction change sensiblement les résultats. Cette nouvelle identification des paramètres α , β , γ permet d'avoir une reproductibilité des résultats et des erreurs assez faibles sur les caractéristiques élastiques. De plus, l'objectif d'optimisation est atteint puisque la correction en énergie n'est plus nécessaire. Ainsi, pour avoir un comportement élastique correct, il suffit de régler le rayon d'interaction pour avoir une coordonnée de 12, aucune correction numérique n'est nécessaire.

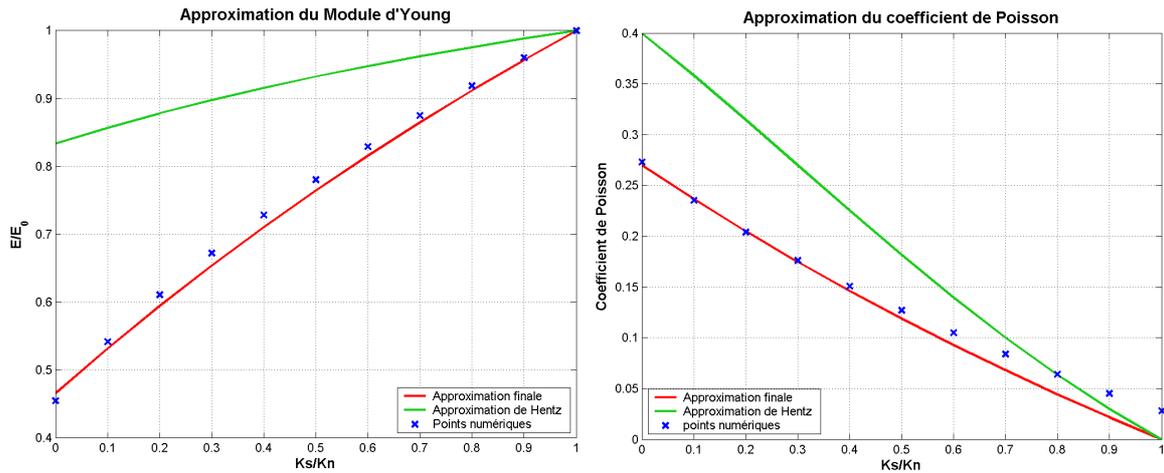


Figure 2.23 – Comparaison des modules d'Young et des coefficients de Poisson obtenus par l'approximation de Hentz et avec la nouvelle identification

2.2.2 Non-linéarités

Maintenant que les caractéristiques élastiques sont correctement identifiées, nous nous intéressons à la représentation du comportement non-linéaire du béton. Les caractéristiques que l'on veut représenter sont la contrainte limite à la traction σ_t , la contrainte limite à la compression σ_c avec une énergie de fissuration correcte G_F . Ici, contrairement à l'élasticité nous n'avons que très peu d'informations sur d'éventuelles équations de passage d'une échelle à l'autre. Dans un premier temps, nous allons présenter les critères et lois d'interaction puis il faudra définir une procédure pour identifier les paramètres locaux de ces lois.

2.2.2.1 Lois d'interaction

Dans le cas d'une interaction cohésive, le critère local utilisé est un critère de Mohr-Coulomb très standard pour la modélisation des bétons. Ce critère f_1 est défini par un angle de frottement interne Φ_i et par un paramètre de cohésion C_0 (Equation 2.19). Un critère de rupture en traction est ajouté pour tenir compte de la fragilité en extension f_2 (Equation 2.19). On définit T comme la contrainte limite locale à la traction (Figure 2.24). On utilise la norme de \vec{F}_S telle que $\|F_S\| = \sqrt{\vec{F}_S \cdot \vec{F}_S}$ et la projection de \vec{F}_N sur la normale \vec{N} : $F_N = \vec{F}_N \cdot \vec{N}$.

$$\begin{cases} f_1(F_N, F_S) = \|F_S\| - \tan(\Phi_i)F_N - S_{int}C_0 \\ f_2(F_N, F_S) = -S_{int}T - F_N \end{cases} \quad (2.19)$$

Les critères s'écrivent ensuite :

$$\begin{cases} si f_2 \leq 0 & \Rightarrow \text{la liaison est cohésive et élastique} \\ si f_1 \geq 0 \text{ et } f_2 < 0 & \Rightarrow F_S = \tan(\Phi_i)F_N + S_{int}C_0 \\ si f_2 > 0 & \Rightarrow \text{la liaison est rompue } (F_S = F_N = 0) \end{cases} \quad (2.20)$$

Des fonctions seuils du même type ont été utilisées par plusieurs auteurs comme [Sawamoto *et al.*, 1998], [Camborde, 1999] ou [Hentz, 2003]. Il faut noter que pour tenir compte de la variation des tailles des éléments, on utilise la surface S_{int} (définie au paragraphe 2.2.1.3). Ceci permet d'avoir des paramètres T et C_0 (homogènes à des contraintes) constants sur le modèle.

Notons qu'un adoucissement est introduit en traction (Figure 2.24) permettant de faire tendre progressivement la force normale vers 0 [Hentz, 2003], cet adoucissement est paramétré par un angle de pente en adoucissement ζ (Equation 2.21). Quand ζ tend vers zéro, le comportement est plus fragile.

Si une décharge a lieu pendant la phase d'adoucissement, le déchargement est fait sans déformation résiduelle conformément à ce qui est observé lors d'une décharge dans le matériau béton (Equation 2.22).

$$\begin{cases} F_N = \frac{K_N}{\zeta}(D_{ab} - D_{max}) \\ D_{max} = D_{eq} + (1 + \zeta) \frac{S_{int}T}{K_N} \\ K_{N2} = \frac{F_N}{(D_{ab} - D_{eq})} \end{cases} \quad (2.21)$$

$$F_N = -K_{N2}(D_{ab} - D_{eq}) \quad (2.22)$$

Une fois que la liaison cohésive est rompue, l'interaction entre les éléments discrets peut devenir une liaison de contact frottant et une loi de type 2.23 est utilisée avec un angle de friction Φ_c .

$$f_1(F_N, F_S) = \|F_S\| - \tan(\Phi_c)F_N \quad (2.23)$$

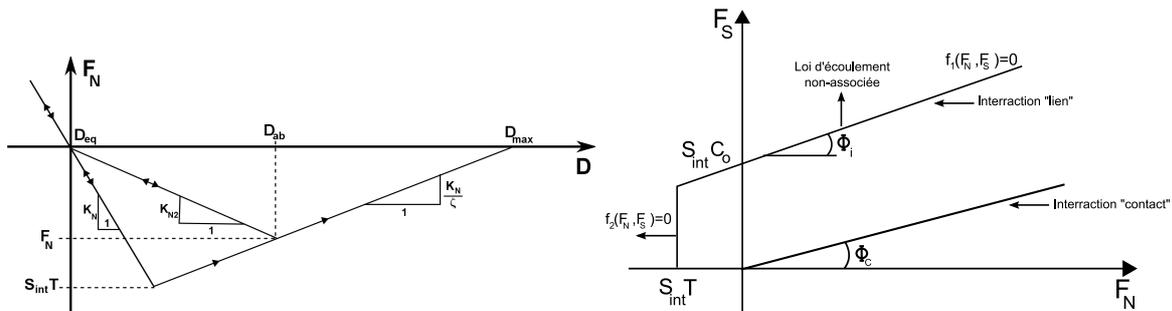


Figure 2.24 – Lois d'interaction entre ED

2.2.2.2 Reproductibilité

Plusieurs tests de compression et traction simple ont été réalisés pour observer la reproductibilité des contraintes limites en compression et en traction pour un même jeu de paramètres. Les éprouvettes utilisées sont les quinze éprouvettes répertoriées dans le Tableau 2.1. Le jeu de données (Tableau 2.2) est totalement arbitraire sans l'objectif de représentation d'un béton particulier.

E	ν	T	C_0	ζ	Φ_i, Φ_c
30 GPa	0,2	3,1 MPa	6 MPa	5	6°

Tableau 2.2 – Paramètres des essais de reproductibilité.

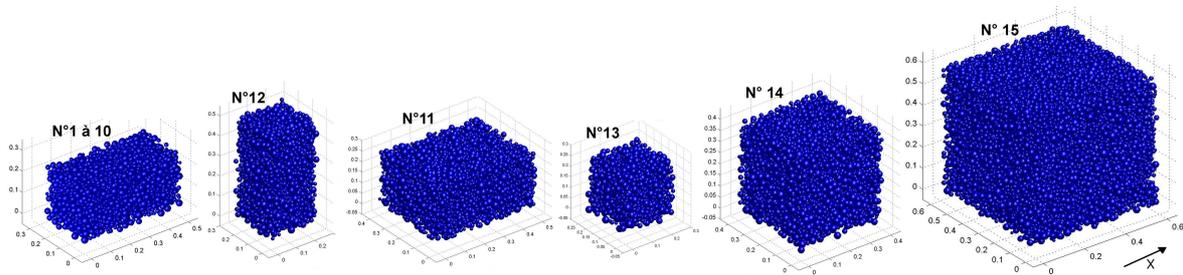


Figure 2.25 – Différents échantillons utilisés pour l'étude de reproductibilité (solicitation selon x)

La reproductibilité de la limite en compression est assez bonne. L'écart maximal par rapport à la moyenne est de 6%. La reproductibilité de la limite en traction est, elle aussi, très correcte avec un écart maximal de 5,8% (Figure 2.26). La reproductibilité des résultats ne semble pas dépendre de la taille de l'échantillon ni de sa géométrie. Cependant, tous les essais ont été faits avec des échantillons parallélépipédiques mais avec des rapports de tailles différents (Figure 2.25).

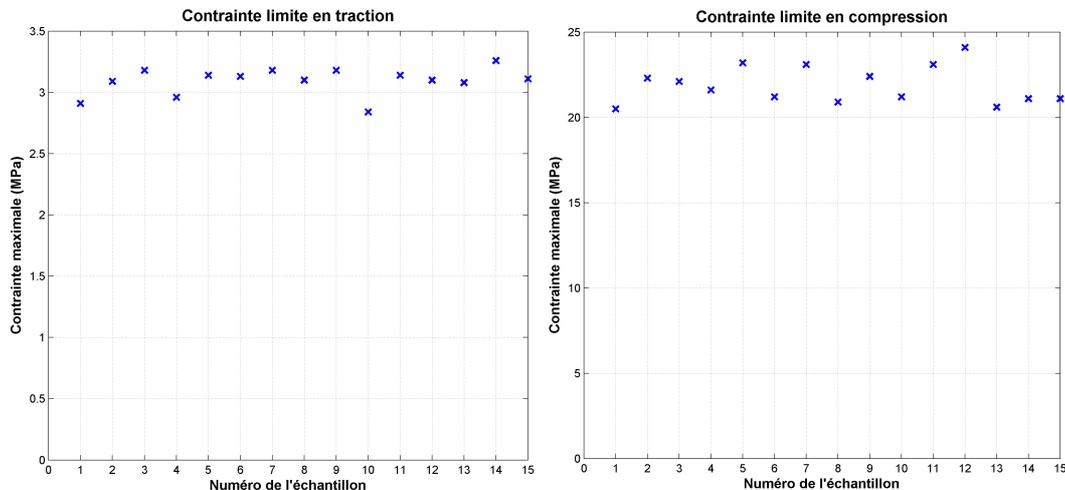


Figure 2.26 – Reproductibilités des limites à la traction et la compression macroscopiques.

2.2.2.3 Influence des paramètres

Il est intéressant de regarder la sensibilité du comportement du béton pour chacun des paramètres locaux. Cette étude permettra ensuite de définir une procédure pour identifier les paramètres locaux. Nous avons d'abord réalisé un essai de traction et un essai de compression uniaxiaux et quasi-statiques. L'échantillon comporte 2856 éléments discrets et ces dimensions sont 0.5m x 0.25m x 0.25m. Ces deux essais effectués avec les paramètres locaux définis dans le Tableau 2.3 serviront de référence. Ensuite une série d'essais a été faite en ne modifiant qu'un paramètre à la fois, pour étudier son influence sur le comportement du béton.

E	ν	T	C_0	ζ	Φ_i, Φ_c
30 GPa	0,2	3 MPa	6 MPa	5	6°

Tableau 2.3 – Paramètres des essais de sensibilité.

Sensibilité à la limite locale en traction T

Ici, on compare les résultats obtenus en augmentant T de 50% soit $T = 4.5\text{MPa}$. Les résultats des essais de traction et compression sont présentés sur le Figure 2.27. On observe une grande dépendance du comportement à la limite locale de traction.

L'augmentation de T permet à chaque lien de rompre plus tard avec donc une contrainte locale plus élevée (ici +50%). En traction simple, comme les liens ne sont sollicités qu'en traction, il paraît donc logique que la contrainte limite globale soit aussi augmentée d'environ 50% ($\sigma_t = 2.71\text{MPa}$ contre $\sigma_t = 4.02\text{MPa}$). En compression simple, seulement certains liens vont être soumis à de la traction. L'influence de T est donc moins importante. On observe une augmentation d'environ 25% de la contrainte limite globale de compression ($\sigma_c = 20.27\text{MPa}$ contre $\sigma_c = 25.55\text{MPa}$). Dans les deux cas, il semble que l'allure de la courbe contrainte - déformation reste inchangée.

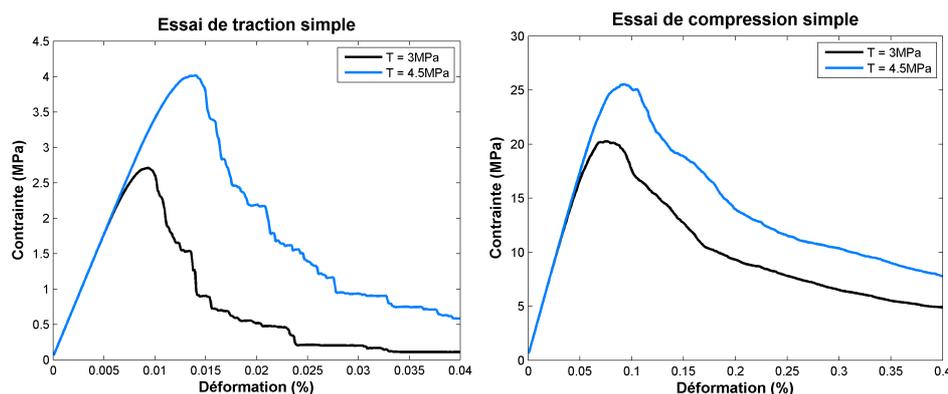


Figure 2.27 – Essai de traction et compression pour $T = 3\text{MPa}$ et $T = 4.5\text{MPa}$

Sensibilité à la cohésion C_0

La Figure 2.28 présente les résultats des essais de traction et compression pour une valeur de cohésion augmentée de 50% soit $C_0 = 9\text{MPa}$. On observe que le comportement en traction reste inchangé ce qui paraît cohérent comme le chargement ne mobilise que le critère de rupture en traction. En revanche, la courbe de compression est modifiée. La

contrainte limite de compression est augmentée d'environ 20% et le comportement post-pic semble aussi différent.

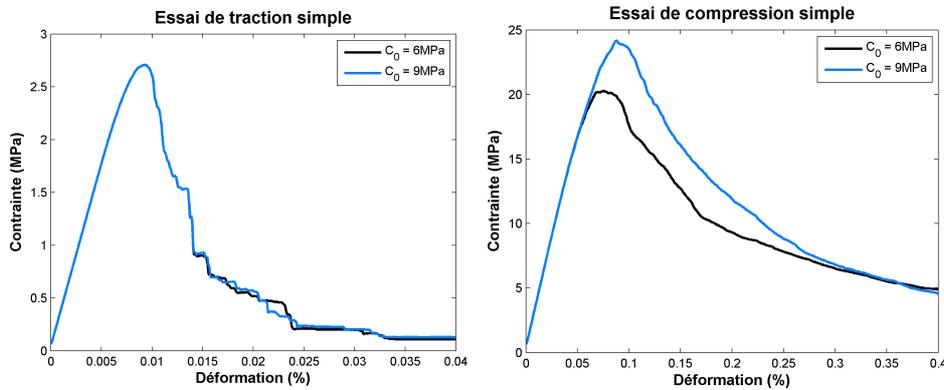


Figure 2.28 – Essai de traction et compression pour $C_0 = 6\text{MPa}$ et $C_0 = 9\text{MPa}$

Sensibilité à l'adoucissement ζ

La Figure 2.29 présente les résultats des essais de traction et compression pour une valeur de l'adoucissement augmentée de 50% soit $\zeta = 10$. L'adoucissement semble un paramètre très influent autant en traction qu'en compression.

La valeur de la contrainte limite de traction est augmentée de 20% ($\sigma_t = 2.71\text{MPa}$ contre $\sigma_t = 3.33\text{MPa}$). Cependant l'allure de la courbe est aussi modifiée. Avant le pic de contrainte, la pente semble plus douce que pour un adoucissement plus faible. On remarque aussi que la pente de rupture post-pic est moins abrupte. Les liens atteignent en même temps le seuil de rupture dirigé par T mais mettent plus de temps à rompre. La dissipation d'énergie est plus importante. L'adoucissement contrôle le caractère fragile du béton. On observe aussi une augmentation de la contrainte limite de compression d'environ 25% ($\sigma_c = 20.27\text{MPa}$ contre $\sigma_c = 25.75\text{MPa}$). La modification de l'allure de la courbe de compression est moins évidente que pour la traction.

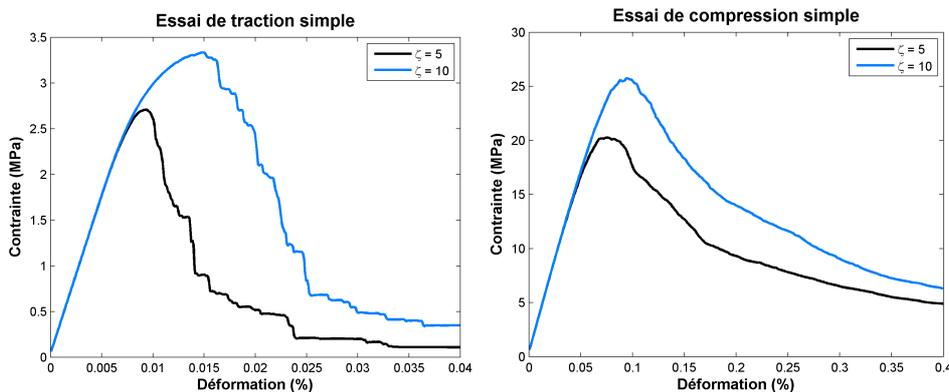


Figure 2.29 – Essai de traction et compression pour $\zeta = 5$ et $\zeta = 10$

Sensibilité à l'angle de frottement interne Φ_i

Les résultats concernant Φ_i sont présentés sur la Figure 2.30. L'angle de frottement interne a lui aussi subi une augmentation de 50% soit $\Phi_i = 9^\circ$.

Tout comme pour le paramètre de cohésion, le comportement en traction n'est pas modifié. Cependant on observe une légère augmentation de la contrainte limite de compression de 3% ($\sigma_c = 20.27\text{MPa}$ contre $\sigma_c = 20.98\text{MPa}$). L'allure de la courbe est aussi très légèrement différente.

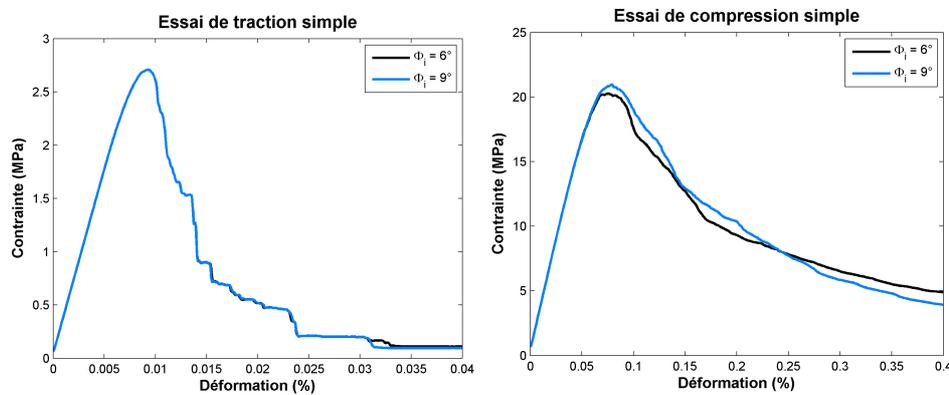


Figure 2.30 – Essai de traction et compression pour $\Phi_i = 6^\circ$ et $\Phi_i = 9^\circ$

Sensibilité à l'angle de frottement de contact Φ_c

L'angle de frottement de contact a aussi été étudié et sur la Figure 2.31 on compare les résultats obtenus pour $\Phi_c = 6^\circ$ et $\Phi_c = 9^\circ$. On ne constate aucune différence sur l'essai de traction simple ce qui est logique puisque qu'aucun lien de type contact n'est créé au cours du calcul.

On observe une légère modification de la pente du post-pic de l'essai de compression. En effet, dans cet essai, dans un premier temps les liens rompent puis des contacts frottant se créent entre les éléments de la zone endommagée. L'angle de frottement ne peut donc pas avoir d'influence que sur la phase de post-pic.

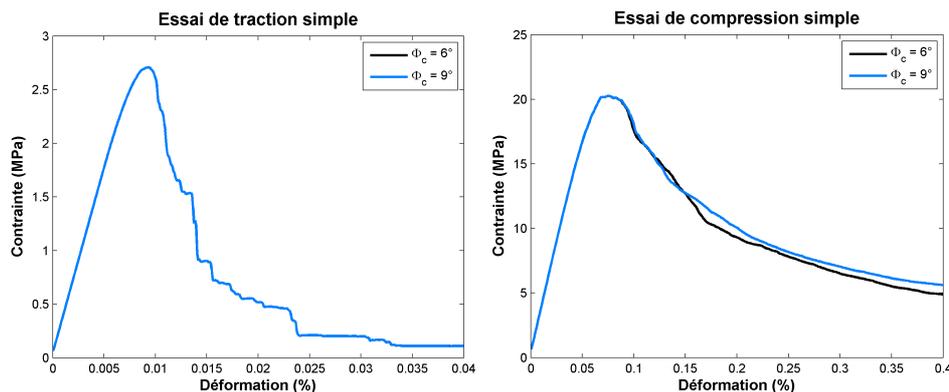


Figure 2.31 – Essai de traction et compression pour $\Phi_c = 6^\circ$ et $\Phi_c = 9^\circ$

2.2.2.4 Procédure d'identification

Tous ces résultats nous ont permis de mettre au point une procédure d'identification des paramètres locaux. Cette procédure nécessite plusieurs essais numériques de calage

des paramètres locaux par rapport au comportement macroscopique du béton en traction et compression simple (Figure 2.32).

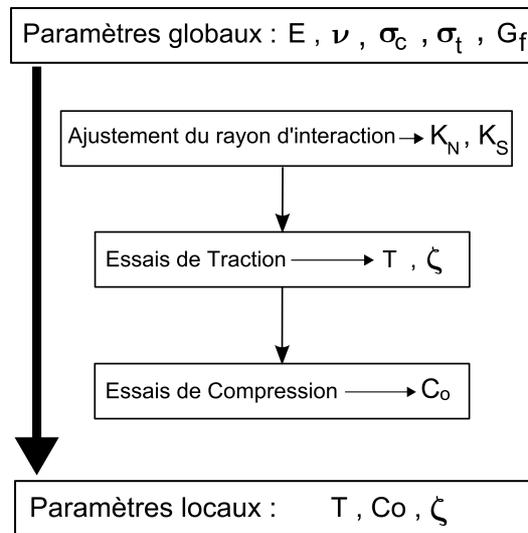


Figure 2.32 – Procédure d'identification

Les tests de sensibilités indiquent que les paramètres influents sur le comportement de traction simple sont l'adoucissement ζ et la limite locale de traction T alors que la cohésion C_0 n'a pas d'effet. On peut donc dans un premier temps identifier les paramètres ζ et T sur un essai de traction simple. Un fois ces deux paramètres réglés, on peut facilement identifier le paramètre de cohésion C_0 sur un essai de compression simple.

Les valeurs de Φ_i et Φ_c sont comprises entre 5° et 15° . Camborde [Camborde, 1999] a montré que de petits angles de frottement locaux permettent d'obtenir un comportement réaliste. En restant dans cette fourchette, nous avons vu précédemment que ces angles n'ont pas beaucoup d'influence sur le comportement en traction et en compression simple du béton, ils n'entrent donc pas dans la procédure d'identification. Cependant, si les informations sur le béton à modéliser sont suffisamment précises, ils peuvent être pris en compte.

En réalité, les informations sur le béton sont souvent limitées à une valeur de la contrainte limite de traction σ_t et une valeur de la contrainte limite de compression σ_c . Quand l'allure des courbes contrainte - déformation en traction et compression simple n'est pas connue, l'identification des paramètres locaux n'est pas unique. Il faut souvent faire des hypothèses sur le caractère ductile - fragile du béton quand l'allure des courbes contrainte - déformation n'est pas connue. Dans ce cas, on fixe généralement la valeur de l'adoucissement ζ .

Cette procédure d'identification est assez difficile à mettre en œuvre pour identifier les paramètres locaux des structures de grandes tailles. Il existe principalement deux raisons à cela. Premièrement, la géométrie peut être trop complexe pour pouvoir être sollicitée en traction ou en compression. Deuxièmement, la taille et donc le nombre d'éléments utilisés pour la modélisation de la structure peuvent rendre les séries de calculs de traction et compression très coûteux. Ici, les résultats des tests de reproductibilité (section 2.2.2.2) nous donnent une solution. Ils montrent que ni la taille, ni l'élançement, ni l'axe de sollicitation n'a d'influence sur les résultats des essais de traction et compression simples. La solution pour identifier les paramètres locaux du modèle de béton d'une structure consiste donc à extraire un échantillon représentatif de la structure (Figure 2.33). Il servira de base pour les séries

de calculs nécessaires à l'identification. Le temps utilisé pour déterminer les paramètres locaux du modèle est donc optimisé.

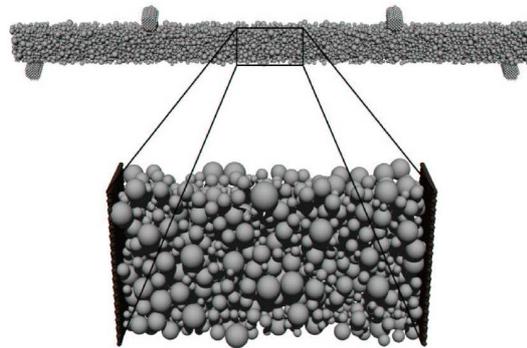


Figure 2.33 – Exemple d'échantillon issu d'une poutre [Hentz, 2003]

2.2.2.5 Exemple d'identification

Vérifions si la modélisation par éléments discrets définie plus haut est capable de reproduire un béton réel. Ici, les essais expérimentaux de référence sont les essais de compression simple et de traction simple réalisés au laboratoire 3S-R sur le béton R30A7 ([Gabet, 2006],[VU, 2007]).

La procédure d'identification des paramètres est celle décrite dans le paragraphe précédent. Après avoir calibré le rayon d'interaction convenablement, on réalise donc en premier lieu des essais de traction simple afin de déterminer la résistance locale à la traction T et l'adoucissement ζ . L'échantillon utilisé est composé de 2856 éléments (rayon moyen 1cm et compacité 0.48) et fait 0.5m x 0.25m x 0.25m. L'essai de traction le plus proche de la courbe expérimentale (Figure 2.34) est obtenu avec $T = 3.3$ MPa et $\zeta = 10$.

La courbe de traction numérique semble bien correspondre à l'essai expérimental. Cependant le comportement non linéaire apparaît un peu plus tôt. N'ayant pas accès à la partie post pic de l'essai expérimental, nous ne pouvons pas conclure sur la représentativité de l'essai numérique bien que le béton semble très fragile comme observé généralement. Le comportement radial convient mais sa pente est plus faible. En réalité le coefficient de poisson observé sur la courbe expérimentale est de 0.15 (coefficient peu réaliste), et nous avons pris un coefficient de 0.21 pour notre calcul numérique ce qui explique cette différence. L'endommagement du béton (Figure 2.35) semble correspondre à l'endommagement réel du béton lors d'un essai de traction. L'endommagement d'un élément discret est défini comme le rapport entre le nombre de liens rompus et le nombre de liens initiaux. Plus l'élément est représenté de couleur foncée plus il a de liens rompus.

Le deuxième essai est une compression uniaxiale. Les résultats (Figure 2.36) sont convenables pour $C_0 = 4.4$ MPa. Cependant les autres paramètres ont aussi été modifiés car les deux courbes expérimentales de compression et de traction uniaxiales ont été faites sur deux échantillons d'humidités différentes (Tableau 2.4). Le béton s'endommage avec des bandes de cisaillement (Figure 2.37).

Les résultats de ces deux essais permettent d'attester de la capacité de la procédure d'identification du modèle éléments discrets à représenter le comportement du béton. De plus, la reproductibilité des résultats autorise l'utilisation d'un échantillon plus petit que la

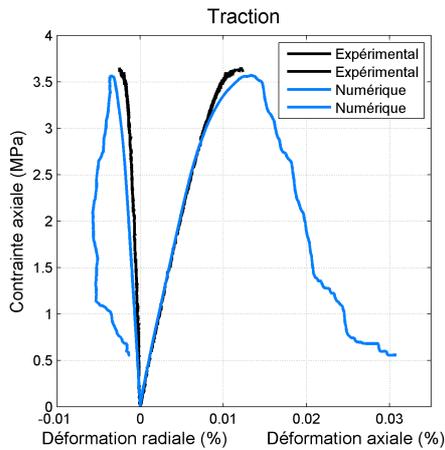


Figure 2.34 – Courbe de traction uniaxiale

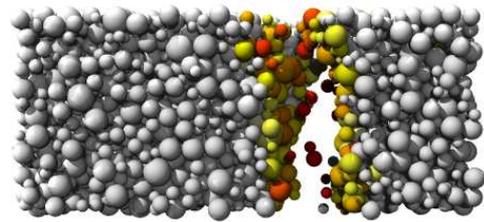


Figure 2.35 – Endommagement lors d'une traction uniaxiale (amplification des déplacements x500)

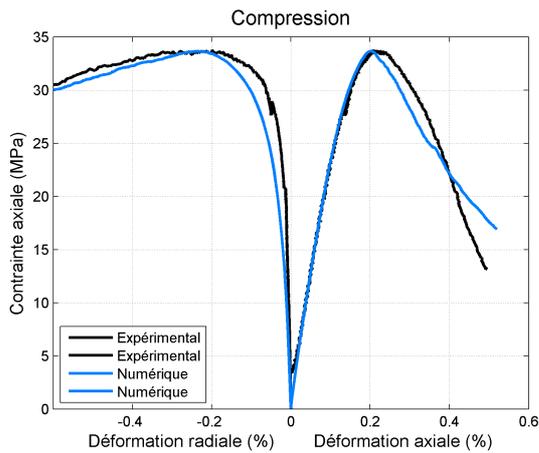


Figure 2.36 – Courbe de compression uniaxiale

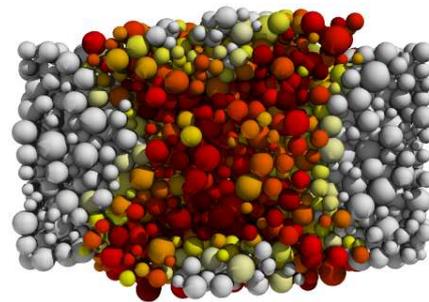


Figure 2.37 – Endommagement lors d'une compression uniaxiale (amplification des déplacements x5)

Paramètres	Traction	Compression
E	26 GPa	35 GPa
ν	0,21	0,21
C_0	4,4 MPa	4,4 MPa
T	3,3 MPa	3,3 MPa
ζ	10	35

Tableau 2.4 – Paramètres identifiés pour la traction et la compression simple

structure à modéliser, réduisant de façon considérable les temps de calcul pour l'identification du modèle.

2.2.2.6 Influence de la taille des éléments

A priori, la taille des éléments est prise en compte dans la définition des paramètres dans la surface S_{int} et donc une variation de taille (on parle ici du rayon moyen) ne devrait pas affecter le comportement global d'un échantillon. Cependant, un paramètre reste indépendant de la taille : l'adoucissement ζ . Deux essais de traction simple ont été réalisés sur deux échantillons de géométries identiques (0.5m x 0.25m x 0.25m) mais avec des éléments de tailles différentes. Le premier échantillon a un rayon moyen de $R_1 = 0.0048\text{m}$ et contient 24000 éléments. Le second échantillon a un rayon moyen de $R_2 = 0.0094\text{m}$ et contient 3000 éléments. Les paramètres matériaux utilisés sont décrits dans le tableau 2.2 ($\zeta = 5$). Les résultats en terme de courbe contrainte - déformation sont présentés sur la Figure 2.38. Les courbes sont différentes et semblent sensibles aux différences des rayons des éléments. L'énergie de rupture G_F calculée semble proportionnelle (rapport 2) au rayon moyen des éléments (rapport 2 aussi). Dans le paragraphe suivant, nous expliquerons comment calculer cette énergie de fissuration G_F et quelle relation existe entre cette énergie et les rayons des éléments.

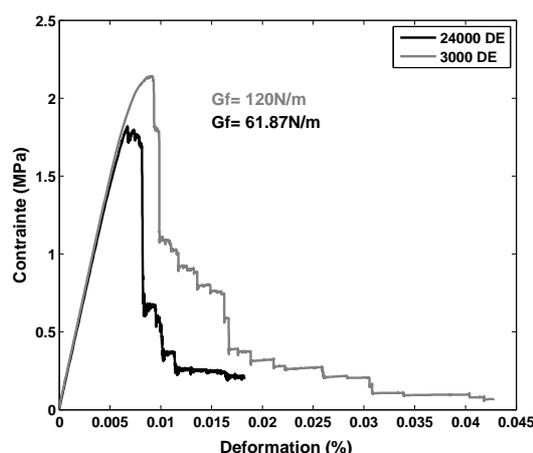


Figure 2.38 – Courbes contrainte - déformation lors d'un essai de traction simple pour différentes tailles d'éléments

Définition de l'énergie de rupture G_F

L'énergie de rupture est une caractéristique intrinsèque du béton. Elle caractérise l'énergie dissipée pendant la fissuration du béton par unité de surface. Expérimentalement, la RILEM (Réunion Internationale des Laboratoires et Experts des Matériaux, systèmes de construction et ouvrages) préconise un essai de flexion trois points sur un échantillon entaillé (Figure 2.39). Cet essai permet de connaître assez précisément la surface de fissure et on peut considérer la fissure comme unique et de surface égale à $S = b(h - a)$. L'énergie de rupture G_F est alors l'énergie totale dissipée lors de l'essai, c'est-à-dire l'aire sous la courbe (Figure 2.40) W_0 ramenée à la surface fissurée :

$$G_F = \frac{W_0}{S} \quad (2.24)$$

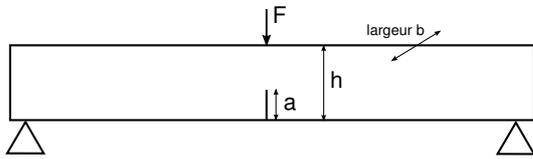


Figure 2.39 – Essais de flexion 3 points

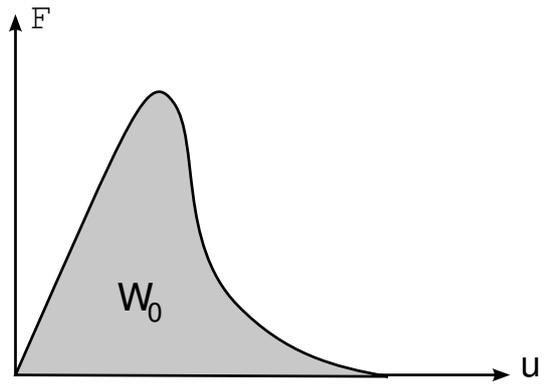


Figure 2.40 – Force F en fonction du déplacement u lors de l'essai de flexion 3 points

G_F dans le cas des éléments discrets

Dans le cas d'une simulation par élément discrets, chaque lien rompu dissipe une énergie W_{lien} . L'énergie totale dissipée W_0 doit donc être la somme des W_{lien} ramenée à la surface fissurée S. D'où :

$$G_F = \frac{\sum_0^{N_b} W_{lien}}{S} \quad (2.25)$$

Calculons maintenant l'énergie dissipée par un lien, c'est-à-dire W_{lien} . La Figure 2.41 montre l'évolution de la force normale en fonction du déplacement relatif des deux éléments en interaction. On supposera que les deux éléments ont le même rayon R.

$$W_{lien} = \frac{F_{max} \times d_{max}}{2} \quad (2.26)$$

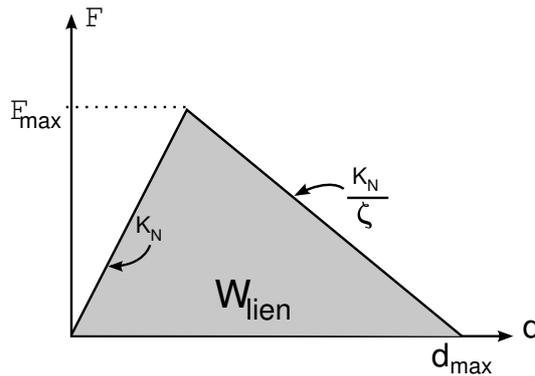


Figure 2.41 – Force normale en fonction du déplacement relatif des deux éléments

D'après la définition des interactions entre éléments discrets, on a :

$$F_{max} = T * S_{int} \text{ avec } S_{int} = \pi R^2 \quad (2.27)$$

$$d_{max} = (1 + \zeta) \frac{F_{max}}{K_N} \quad (2.28)$$

Or la raideur normale K_N est égale par définition à :

$$K_N = \frac{E \times S_{int}}{D_{init}} \times \frac{1 + \alpha}{\beta(1 + \nu_{ab}) + \gamma(1 - \alpha\nu_{ab})} \quad (2.29)$$

On peut la simplifier dans le cas d'éléments de même rayon R à :

$$K_N = \frac{S_{int}}{R} \times C(E, \nu) \quad (2.30)$$

Avec $C(E, \nu)$ une constante. Ensuite, on peut donc développer W_{lien} :

$$W_{lien} = T * S_{int}(1 + \zeta) \frac{T * S_{int}}{\frac{2S_{int}}{R} \times C(E, \nu)} \quad (2.31)$$

$$W_{lien} = (1 + \zeta) \frac{T^2 S_{int} R}{2 \times C(E, \nu)} \quad (2.32)$$

$$W_{lien} \propto R^3 \quad (2.33)$$

On trouve que l'énergie dissipée par un lien W_{lien} est proportionnelle à R^3 . Si on a une surface fissurée $S = N_b \times S_{int}$, alors on obtient pour l'énergie de rupture G_F :

$$G_F = \frac{N_b \times W_{lien}}{N_b \times S_{int}} \quad (2.34)$$

$$G_F = \frac{S_{int} R (1 + \zeta) \frac{T^2}{2 \times C(E, \nu)}}{S_{int}} \quad (2.35)$$

$$G_F \propto R \quad (2.36)$$

Finalement, l'énergie de fissuration G_F est proportionnelle au rayon R des éléments. Ici, on a fait l'hypothèse d'éléments de même taille. Dans le cas d'éléments de tailles différentes, on peut imaginer que l'énergie de fissuration G_F est proportionnelle au rayon moyen des éléments discrets.

Sur un essai de traction simple, la détermination de G_F est moins aisée. La surface fissurée S est difficile à déterminer car plusieurs fissures peuvent se former et dissiper de l'énergie. On peut cependant faire l'hypothèse qu'une seule fissure horizontale se forme pendant cet essai. On a donc une surface fissurée S et on peut aisément déterminer à partir de la courbe force - déplacement l'énergie dissipée W_0 . D'où :

$$G_F = \frac{W_0}{S} \quad (2.37)$$

On retrouve bien la proportionnalité au rayon moyen, c'est-à-dire $G_{F1} = 2 \times G_{F2}$ (Figure 2.38). Il s'agit ici d'une estimation de G_F car la fissure n'est pas réellement horizontale et elle peut ne pas être unique (Figure 2.42).

Dans ce paragraphe, on a donc observé les différences de comportement dues à la différence des tailles d'éléments. Le comportement du béton est dépendant de cette taille, on ne peut donc pas utiliser les mêmes paramètres locaux pour deux tailles d'éléments

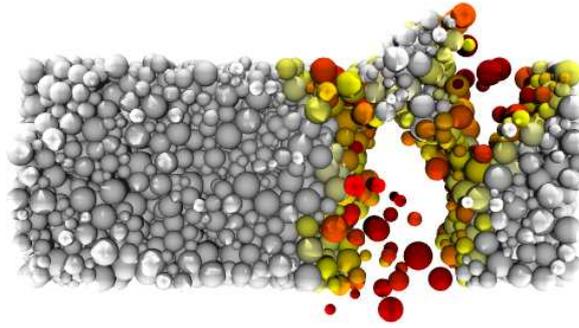


Figure 2.42 – Création de deux fissures lors de l'essai de traction simple

différentes. En revanche, il est possible de trouver des relations pour modifier le paramètre d'adoucissement pour retrouver le comportement en traction plus facilement.

Modification de l'adoucissement en fonction de R_{moy}

Imaginons que les paramètres locaux du béton (T , C_0 , ζ , Φ_i et Φ_c) ont été identifiés sur un échantillon avec une certaine taille d'élément R_1 . Cependant, on veut faire un calcul avec le même béton sur un échantillon de taille d'éléments $R_2 = \alpha R_1$. On peut essayer d'utiliser tous les paramètres locaux de l'échantillon 1 et ne modifier que le paramètre d'adoucissement. Il faut donc trouver une relation entre ζ_1 et ζ_2 , de façon à ce que l'énergie dissipée soit identique. On connaît une expression simplifiée de G_F (Equation 2.35) pour chacun des échantillons :

$$\begin{aligned} G_{F1} &= \frac{T^2 R_1 (1 + \zeta_1)}{2 \times C(E, \nu)} \\ G_{F2} &= \frac{T^2 R_2 (1 + \zeta_2)}{2 \times C(E, \nu)} \end{aligned} \quad (2.38)$$

Il suffit de trouver la relation entre ζ_1 et ζ_2 vérifiant $G_{F1} = G_{F2}$. Après simplification, on obtient :

$$\begin{aligned} R_1(1 + \zeta_1) &= R_2(1 + \zeta_2) \\ \Rightarrow R_1(1 + \zeta_1) &= \alpha R_1(1 + \zeta_2) \\ \Rightarrow 1 + \zeta_1 &= \alpha(1 + \zeta_2) \\ \Rightarrow \zeta_2 &= \frac{\zeta_1 + 1 - \alpha}{\alpha} \end{aligned} \quad (2.39)$$

Il faut bien sûr que ζ_2 soit positif, d'où la condition : $\zeta_1 > \alpha - 1$. Si on applique cette règle à nos essais de traction précédents, on a $R_2 = 2 * R_1$. Comme $\zeta_1 = 5$, il faudrait donc appliquer un adoucissement de $\zeta_2 = 2$ à l'échantillon 2 de 3000 éléments pour retrouver les mêmes caractéristiques globales que pour l'échantillon 1 de 24000 éléments. La Figure 2.43 compare donc les trois courbes contraintes - déformation. Le résultat obtenu pour l'échantillon de 3000 éléments avec $\zeta_2 = 2$ est très proche du résultat de l'échantillon de 24000 éléments. L'approximation du paramètre d'adoucissement en fonction de la taille des éléments semble donc une bonne piste. En effet, si on connaît l'identification des paramètres pour un échantillon avec une taille d'élément, on sait à priori comment modifier le ζ pour obtenir le même comportement en traction pour d'autres tailles d'éléments. Le fait de modifier ζ est suffisant pour identifier le comportement en traction mais certainement pas le comportement en compression qui reste à vérifier.

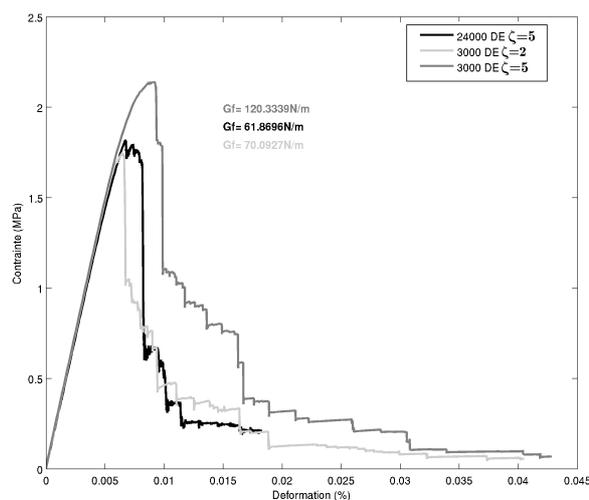


Figure 2.43 – Courbes contrainte - déformation lors d'un essai de traction simple

Cette dépendance à la taille des éléments peut être mise en relation avec la dépendance à la taille de maille pour les éléments finis ([Bazant et Planas, 1997], [Jirasek, 2004], [Oliver, 1989]). En effet, il a été observé que l'énergie dissipée par une bande de localisation en éléments finis est d'autant plus petite que la taille de maille est petite (Figure 2.44).

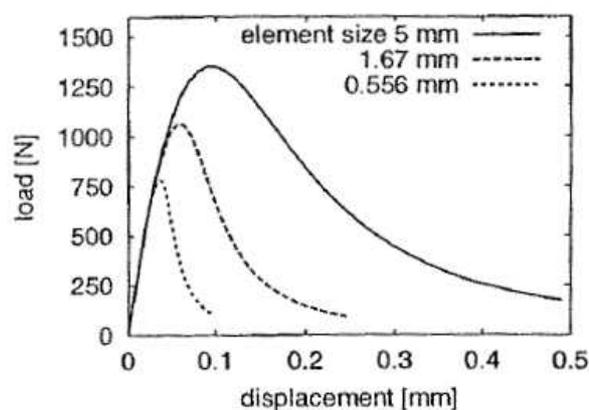


Figure 2.44 – Courbes force - déplacement lors d'un essai de flexion trois points pour différentes tailles d'éléments finis [Jirasek, 2004]

2.2.3 Compaction

Une amélioration du modèle de comportement peut être apportée pour prendre en compte la compaction du béton. En effet, lors d'essais sous fort confinement, le phénomène de compaction du béton apparaît et le modèle présenté n'est pas suffisant pour bien représenter ce phénomène. Par exemple, lors d'un essai hydrostatique, on observe une baisse de la rigidité liée à la décohésion de la structure cimentaire suivi par une hausse importante due à la fermeture de la porosité (Figure 2.46).

Une équipe du laboratoire 3S-R [CEG/DGA et 3S-R, 2007] a étudié ce phénomène et propose un modèle pour prendre en compte la compaction. Les résultats expérimentaux utilisés pour caler ce nouveau modèle ont été réalisés par T. Gabet [Gabet, 2006] au laboratoire 3S-R. Leur modèle de compaction se base sur le modèle précédent. Le ressort

élastique linéaire de raideur K_N est couplé en série avec un patin limitant l'effort transmis sans décohésion en compression de la matrice cimentaire (en pratique l'effort dépend des rayons des éléments concernés et le glissement se produira lorsque l'on dépassera une valeur de déformation ε_{max}). Cet ensemble est couplé en parallèle avec un ressort non linéaire de raideur K_{N2} s'activant à partir d'une valeur de déformation normale ε_{jeu} (Figure 2.45). La Figure 2.46 montre une comparaison de l'essai hydrostatique expérimental avec un essai numérique utilisant cette loi de compaction.

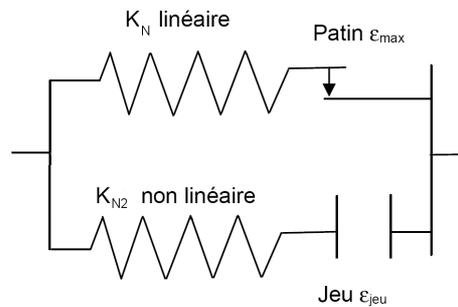


Figure 2.45 – Un modèle de compaction possible

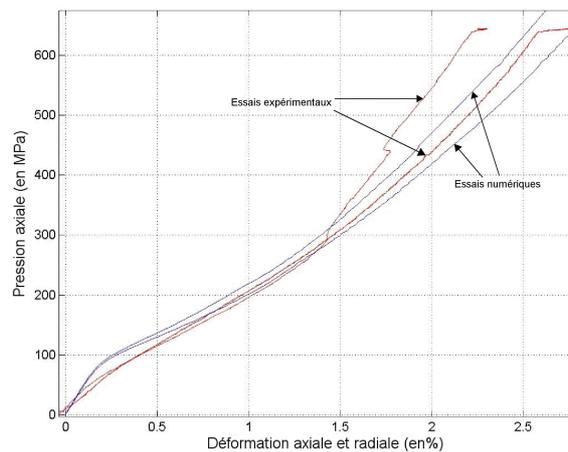


Figure 2.46 – Essai hydrostatique

La compaction n'a pas été introduite dans notre modèle car les essais réalisés montrent que le phénomène de compaction n'est présent que sur des impacts sur des dalles très épaisses [Shiu, 2008]. L'introduction de ce modèle ne présente pas de problème particulier si ce n'est de disposer d'essais expérimentaux permettant de calibrer les paramètres supplémentaires.

2.2.4 Comportement en dynamique

La procédure d'identification précédente n'est basée que sur des essais quasi-statiques or nos applications concernent le domaine de la dynamique. On sait que le comportement du béton sous chargement dynamique est sensiblement différent. Les résistances à la traction et à la compression dépendent du taux de déformation et leurs variations deviennent rapidement non-négligeables (voir paragraphe 1.2.2).

Des simulations d'essais aux barres de Hopkinson réalisées par [Hentz, 2003] avec une méthode aux éléments discrets similaire donnent de bons résultats sans modifier les

paramètres identifiés en quasi-statique pour la compression. En traction, il a dû augmenter artificiellement la résistance locale à la traction.

Cependant, ces essais de Hopkinson concernent des vitesses de déformation très importantes autour de $500s^{-1}$ pour la compression et $50s^{-1}$ pour la traction. Ces taux sont beaucoup plus grands que les taux de déformations évalués pour les impacts d'avions. [Koechlin, 2007] a évalué la vitesse de déformation pour les chutes d'avions. Elle est inférieure à $5.10^{-2}s^{-1}$ (entre $6.10^{-3}s^{-1}$ pour un Boeing 707 et $5.10^{-2}s^{-1}$ pour un Phantom F4). Les variations des résistances à la traction et à la compression sont beaucoup plus faibles dans le cas d'un impact d'avion (augmentation de 25%) que pour les essais de Hopkinson (augmentation de plus 5 fois la résistance statique).

De plus, dans cette zone où les taux de déformation sont inférieurs à 10^1s^{-1} en compression et 10^0s^{-1} en traction (Figure 2.47), l'augmentation de la résistance est très influencée par la présence d'eau dans le béton. Sur un béton sec, l'augmentation de la résistance sera beaucoup plus faible que pour un béton humide. Le béton utilisé pour les enceintes de confinement peut être considéré assez sec pour ne pas montrer une importante variation de ces résistances. Nous avons donc fait le choix de ne pas tenir compte des effets dynamiques dans l'identification des paramètres du modèle discret de béton.

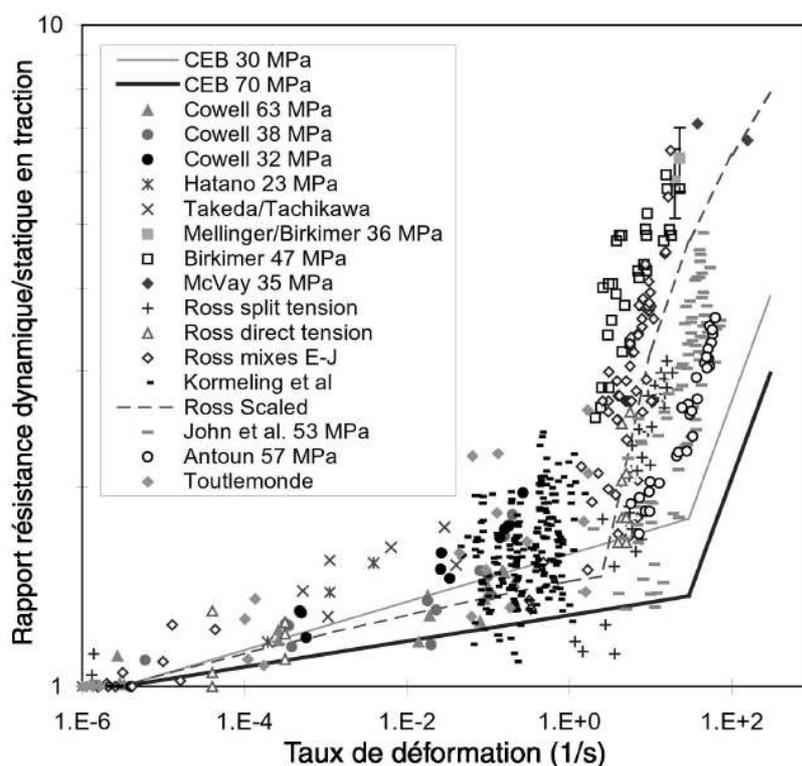


Figure 2.47 – Dépendance de la résistance à la traction au taux de déformation [Malvar et Crawford, 1998]

2.3 Modélisation de l'acier

L'acier ne peut pas être modélisé par éléments discrets de la même manière que le béton. Les armatures sont modélisées par les alignements d'éléments de même taille,

taille égale au rayon de l'armature considérée. Le comportement global d'une armature est analogue à celui d'une poutre.

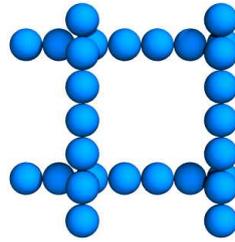


Figure 2.48 – Exemple d'armatures en éléments discrets

Les raideurs K_N et K_S sont calculées de manière différente pour les aciers. Les formules reliant K_N et K_S aux paramètres globaux E et ν ne prennent plus en compte le désordre et sont donc plus simples.

Sous l'hypothèse des petites déformations (entre chaque pas), on peut écrire :

$$\begin{cases} \sigma = E\varepsilon \\ \tau = G\gamma \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{F_N}{S_{int}} = E \frac{u_N}{D_{eq}} \\ \frac{F_S}{S_{int}} = G \frac{\Delta u_S}{D_{eq}} \end{cases} \quad (2.40)$$

$$\begin{cases} K_N = \frac{ES_{int}}{D_{eq}} \\ K_S = \frac{GS_{int}}{D_{eq}} \end{cases} \text{ Avec } G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (2.41)$$

Pour modéliser le comportement non-linéaire de l'acier, on utilise des critères qui correspondent au critère de Tresca ou Von Mises. Dans ce cas, la contrainte maximale en traction est σ_y et la contrainte maximale en cisaillement est $\frac{\sigma_y}{2}$. Les fonctions seuils utilisées sont montrées sur la Figure 2.49.

A partir de la limite élastique σ_e , la loi de comportement suit un modèle plastique avec écrouissage classique. Il y a rupture de la liaison en traction dès que l'on atteint la contrainte de rupture σ_y et l'allongement maximal $D_{max} = D_{eq} + \varepsilon_{max}D_{eq}$ (avec ε_{max} la déformation à rupture).

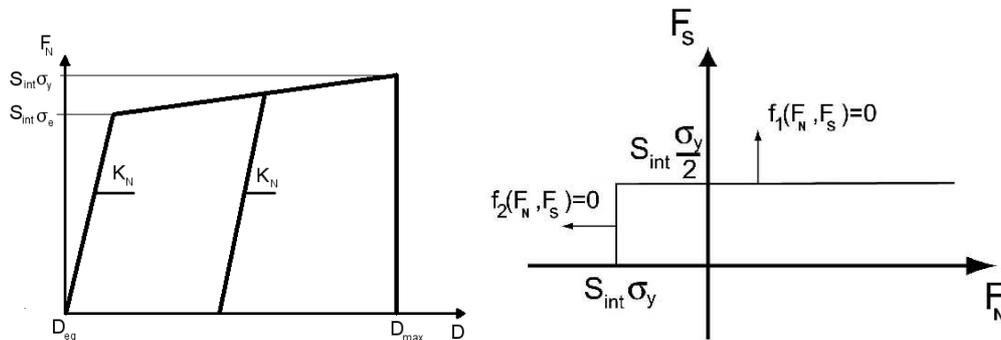


Figure 2.49 – Lois de comportement de l'acier (en traction à gauche et les fonctions seuils à droite)

Pour assurer un comportement en flexion correct, le comportement précédent de type barre ne suffit pas. Une rigidité en flexion K_r vient donc enrichir le modèle d'acier ([Plasiard, 2007]). Le comportement moment/rotation reste élastique jusqu'à ce que le moment plastique classique d'une poutre M_{plast} soit atteint (Equation 2.42 et Figure 2.50). La Figure 2.51 montre un test élémentaire de poutre en flexion comparé avec la solution analytique.

L'interface acier-béton est étudiée en détail dans le chapitre suivant.

$$\begin{cases} K_r = \frac{EI_f}{R} \\ M_{plast} = \frac{\sigma_y \times I_f}{R} \end{cases} \quad (2.42)$$

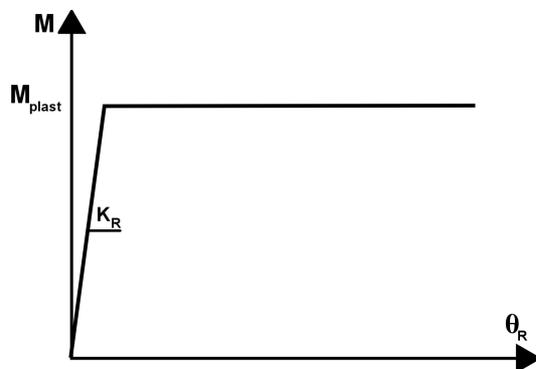


Figure 2.50 – Loi moment/rotation

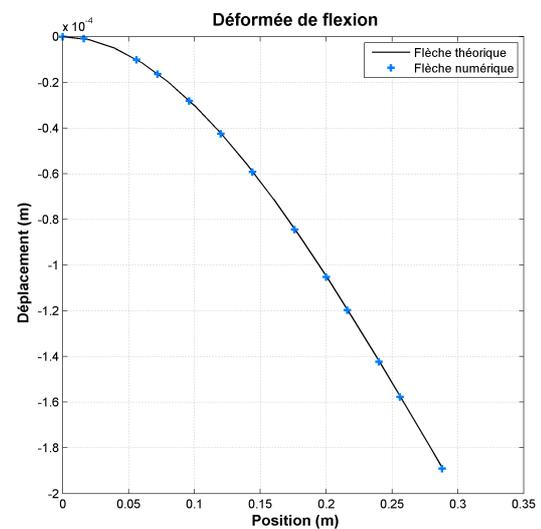


Figure 2.51 – Poutre en flexion simple

3.1 Bibliographie

3.1.1 Caractérisation expérimentale de l'interface

La performance de tout composite réside dans la qualité de l'interface entre les différents matériaux. Le béton armé n'échappe pas à la règle et les propriétés de l'interface acier-béton doivent être étudiées de près.

Pour mieux comprendre cette interface, il est intéressant de regarder les différents essais expérimentaux effectués couramment pour caractériser la liaison. Une liste assez exhaustive de ces différents essais a été faite par [Dominguez, 2005]. On peut retenir trois principaux essais: le pull-out ou essai d'arrachement d'armature, les tirants soumis à la traction et les essais de flexion trois ou quatre points.

Le pull-out consiste généralement en une barre en acier ancrée dans un échantillon de béton. La barre est soumise à la traction de façon à l'extraire du béton (Figure 3.1). Cet essai est très facile à mettre en œuvre et très économique. Il permet de s'affranchir de toute autre sollicitation pour se concentrer sur le comportement de l'interface. Cependant, la focalisation sur une seule sollicitation éloigne l'étude des situations réelles. Il permet d'observer les trois principaux modes de ruines qui sont la rupture d'adhérence (la barre est extraite du béton), la rupture de la barre d'acier, ou la propagation de fissures dans le béton (longitudinales ou coniques) (Figure 3.2).

On trouve dans la littérature de nombreux exemples de pull-out. On peut citer les tests de [Lutz et Gergely, 1967]; les essais de [Borderie, 1991].

Le deuxième test est le tirant soumis à la traction. Une armature est placée au centre d'une poutre en béton puis chaque extrémité du renfort est soumise à la traction (Figure 3.3). Ce test ressemble fortement à l'essai d'arrachement mais permet plus particulièrement d'observer la fissuration du béton en présence d'acier. En effet, des fissures longitudinales vont apparaître et se propager. Une première fissure va diviser la poutre en deux parties où les contraintes vont être réparties pour ensuite donner naissance à deux autres fissures

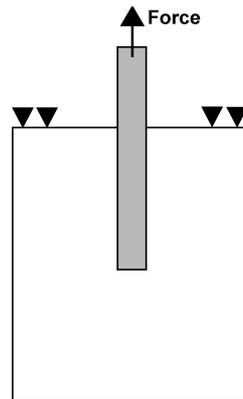


Figure 3.1 – Essai d'arrachement d'armature

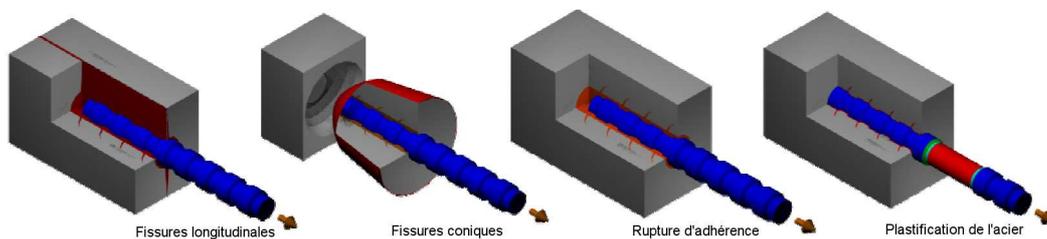


Figure 3.2 – Modes de ruines pour l'essai d'arrachement [Dominguez, 2005]

et ainsi de suite. L'espacement entre ces fissures donne des indications importantes sur la qualité de la liaison acier-béton.

On peut citer parmi d'autres les tests de tirants du programme [Goto, 1971], le tirant de [Clément, 1987] ou le tirant de [Daoud, 2003].

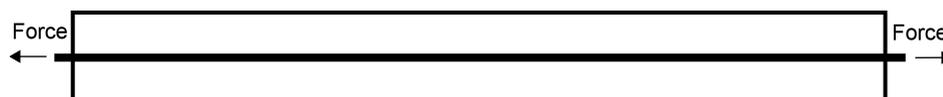


Figure 3.3 – Essai du tirant soumis à la traction

Pour observer le comportement de l'interface sous d'autres sollicitations, les tests classiques de flexion 3 points (ou 4 points) sont réalisés. Une (ou deux) force est appliquée en un (ou deux) point de la poutre simplement appuyée et on observe l'évolution du déplacement vertical au point d'application de la force (Figure 3.4). Cet essai permet de se placer à une échelle plus globale que lors d'essais d'arrachement ou de tirants. On peut citer les tests de flexion de poutres en béton armé de [Turk *et al.*, 2005], [Molina *et al.*, 2002].

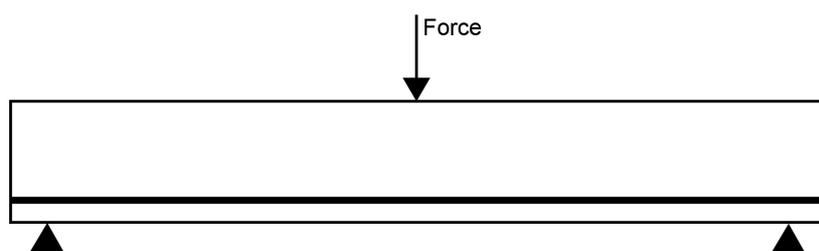


Figure 3.4 – Essai de flexion trois points

Ces trois différents tests de la liaison acier-béton semblent apporter tous les trois des informations importantes et différentes. Pourtant, nous nous intéresserons ici à la modélisation d'essais d'arrachement d'armature réalisés à l'IUT de Génie Civil de Grenoble. Ces essais ont l'avantage d'être facile à réaliser de façon numérique pour un temps de calcul relativement court (peu d'éléments sont nécessaires). Cet essai a aussi été très étudié et le processus de fissuration de la liaison est très bien connu.

La Figure 3.5 ([Dominguez, 2005]) présente le résultat type en terme de force et de déplacement d'un essai d'arrachement d'armature. Cette courbe peut être décomposée en quatre phases.

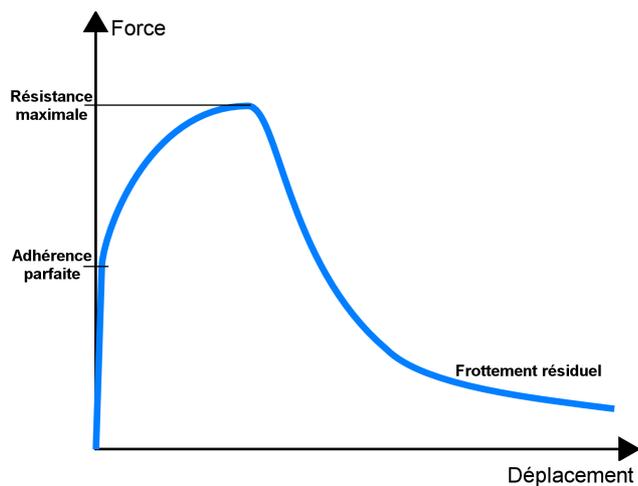


Figure 3.5 – Résultat typique de l'essai d'arrachement

La première traduit l'adhérence parfaite entre le béton et l'acier. Le glissement est quasi-nul. Pendant cette phase, des micro-fissures radiales commencent à apparaître à l'interface dans le béton (Figure 3.6). L'effort atteint à la fin de cette phase est le seuil d'adhérence parfaite.

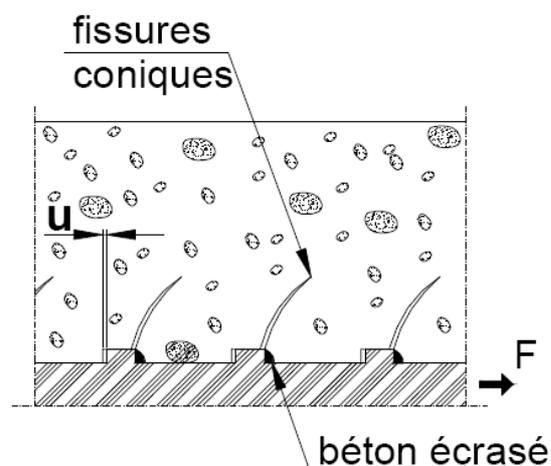


Figure 3.6 – Phase d'adhérence parfaite et apparition des micro-fissures radiales [Dominguez, 2005]

Pendant la deuxième phase, le béton est fortement écrasé entre les nervures de l'armature et des fissures cylindriques le long de la barre d'acier apparaissent et coalescent

(Figure 3.7). Les déplacements sont plus importants et l'effort atteint un pic qui correspond à la résistance de l'interface.

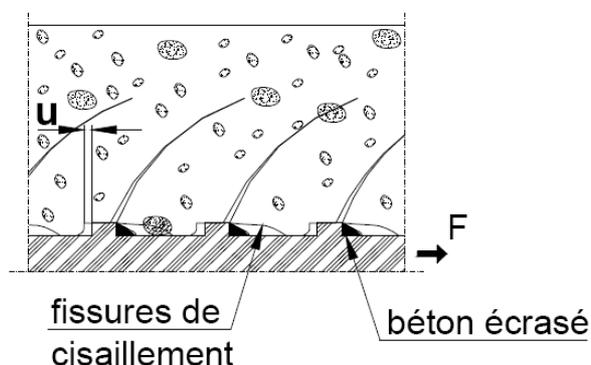


Figure 3.7 – Apparition et coalescence des fissures cylindriques [Dominguez, 2005]

La troisième phase correspond à du frottement béton contre béton. En effet, le béton emprisonné entre les nervures reste lié à l'armature et glisse contre le béton voisin (Figure 3.8). L'effort diminue jusqu'à ce que la barre se soit déplacée de l'espace entre deux nervures. Ensuite, il existe un effort résiduel de frottement.

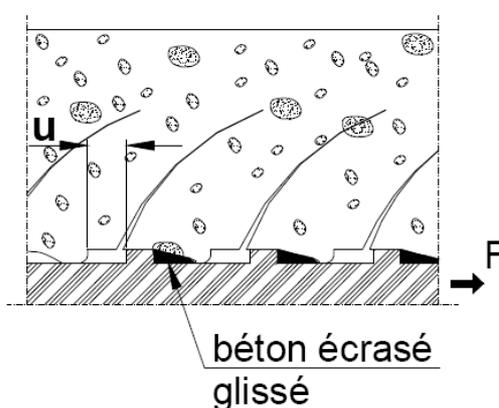


Figure 3.8 – Dégradation post-pic de la liaison et frottement [Dominguez, 2005]

Certains essais d'arrachement ont été proposés pour étudier les effets sur la résistance de la liaison lors d'un chargement cyclique. En effet, si on diminue l'effort imposé sur la barre d'acier, suivant la phase dans laquelle l'interface se trouve, son état de dégradation, les effets sur la résistance seront différents. En général, plus la décharge a lieu tard, plus l'interface est endommagée entraînant donc une perte de résistance plus importante.

Lorsque la décharge a lieu lors de la première phase c'est-à-dire avant coalescence des fissures; on observe d'abord un retour élastique avec une pente très raide. Puis l'acier frotte contre le béton jusqu'à ce que les nervures reviennent en contact avec le béton de l'autre côté. Les fissures n'étant pas très développées dans le béton, elles n'influencent que très peu la résistance de l'interface (Figure 3.9).

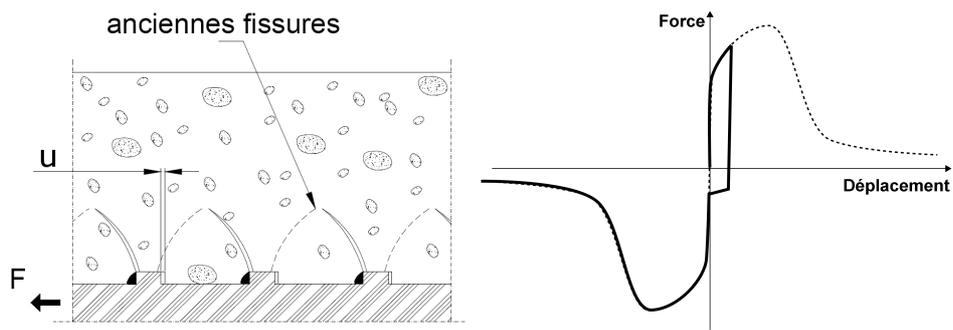


Figure 3.9 – Décharge de l'interface acier-béton en phase 1 [Dominguez, 2005]

Lors d'une décharge post-pic, on observe d'abord la même perte de résistance rapide puis le frottement béton-acier jusqu'à ce que les nervures rencontrent de nouveau du béton. Cependant les fissures sont maintenant suffisantes pour diminuer la résistance de l'interface (Figure 3.10).

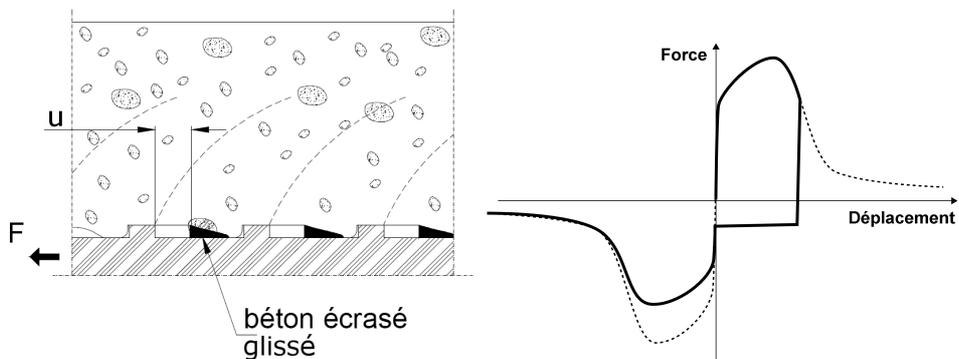
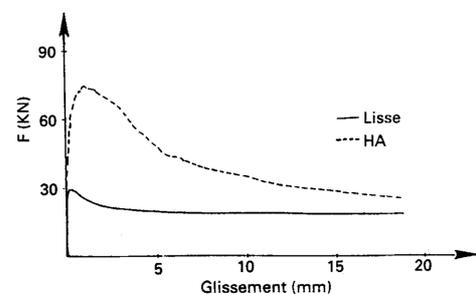


Figure 3.10 – Décharge de l'interface acier-béton en phase 2 [Dominguez, 2005]

Différents paramètres peuvent influencer sur la résistance maximale. Le premier d'entre eux concerne la géométrie de la barre d'acier notamment la nature de la surface de la barre. Une barre lisse aura une résistance plus faible qu'une barre nervurée (Figures 3.12 et 3.13). Suivant la forme de la tige (Figure 3.11), le faciès de ruine peut être différent du simple décollement de la barre. Dans le cas d'acier haute-adhérence, un cône de béton peut rester solidaire de la barre ([Hamouine *et al.*, 1995], [Kilic *et al.*, 2003]).

Figure 3.11 – Différents types de barres en acier [Cox *et al.*, 2000]Figure 3.12 – Résultats de l'essai d'arrachement pour une barre Haut-Adhérence (HA) et une barre lisse [Hamouine *et al.*, 1995]

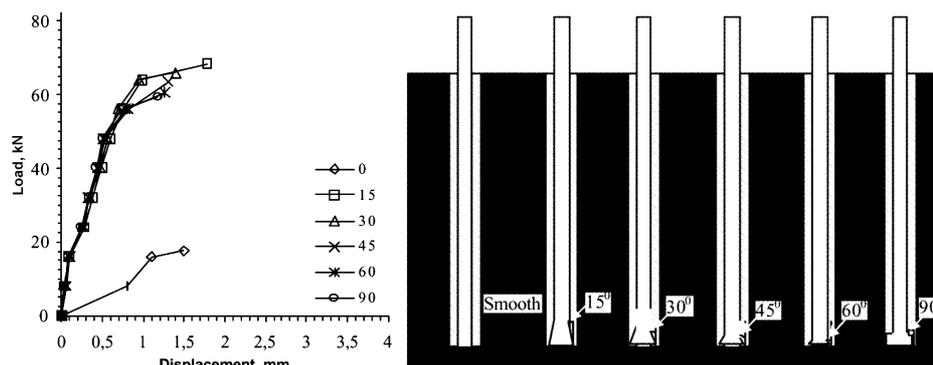


Figure 3.13 – Influence de la forme de la barre d'après [Kilic *et al.*, 2003]

Ensuite, les caractéristiques du béton sont aussi des paramètres influents. En effet, c'est dans le béton que les fissures apparaissent. Sa résistance à la traction détermine, en général, le seuil d'adhérence parfaite alors que la résistance à la compression détermine la résistance de la liaison (le béton est comprimé entre les nervures). La nature plus ou moins hétérogène du béton et les épaisseurs d'enrobage peuvent aussi agir sur les capacités de la liaison.

De plus, le confinement est un phénomène qui fait varier la résistance de l'interface de façon significative (Figure 3.14). En effet, plus le confinement est important plus la résistance de la liaison sera grande. L'existence d'une pression latérale ou de renforcements transversaux peut induire un confinement et une meilleure interface ([Soh *et al.*, 1999],[Domínguez, 2005],[Malvar, 1992]).

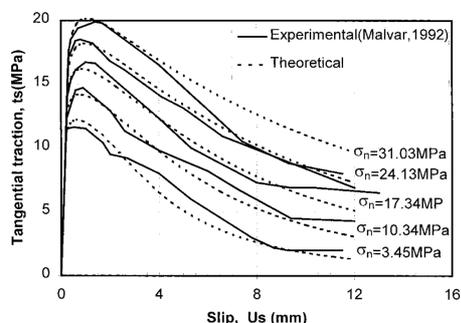


Figure 3.14 – Influence de la pression de confinement d'après [Soh *et al.*, 1999]

Beaucoup d'études ont également été menées sur l'influence de différents paramètres plus ou moins secondaires tels que le type d'acier ([Cox *et al.*, 2000]), la corrosion de l'acier ([Ragueneau, 2006]), les effets d'échelles ou l'existence de précontraintes .

3.1.2 Modèles numériques

Pour modéliser une interface, deux approches sont possibles. Dans un premier cas, elle peut être considérée comme parfaite, et aucun déplacement relatif n'est autorisé entre les deux matériaux. Cette approche est plus souvent utilisée dans le cas de résines. Dans le deuxième cas, la liaison est imparfaite « cohésive », et il n'y a plus de continuité du déplacement entre les deux matériaux. Il existe donc une zone intermédiaire où un déplacement relatif appelé glissement est autorisé. Cette approche est préférable dans le cas de l'in-

terface acier-béton. A partir de là, plusieurs méthodes éléments finis ont été développées. Elles peuvent être distinguées en deux groupes : le modèle concentré (« lumped model ») ou le modèle « distribué ».

Dans le cas du modèle concentré (« lumped model »), la liaison acier-béton est de façon générale définie par une relation contrainte tangentielle/glissement (c'est à dire dans la direction de l'armature). Ce modèle nécessite le développement d'un élément de joint d'épaisseur nulle et donc de connaître la loi reliant la contrainte tangentielle au glissement (Figures 3.15 et 3.16) et dans certains cas, la relation contrainte normale/déformation normale. Or ces lois sont assez difficiles à définir et font l'objet de différentes recherches ([Soh *et al.*, 1999], [Banholzer *et al.*, 2005] et [Banholzer *et al.*, 2006]). Mais elles permettent de bien représenter les discontinuités présentes à l'interface. En général, elles sont définies à partir d'essais expérimentaux.

Pour se soustraire à la définition de la loi d'interface et aux problèmes de discontinuités, certains utilisent un modèle « distribué » où l'endommagement est distribué sur une couche d'épaisseur non nulle de l'un des deux matériaux ([Clément, 1987]).

Dans le cas qui nous intéresse, il s'agit de développer une liaison particulière entre un élément discret d'acier et un élément discret de béton. On se rapprochera donc des « lumped models ».

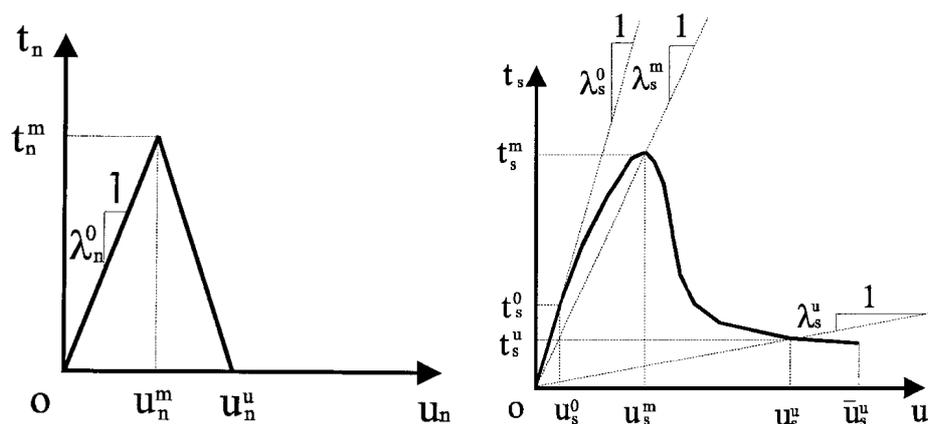


Figure 3.15 – Lois reliant la contrainte normale au déplacement normal et la contrainte tangentielle au glissement [Soh *et al.*, 1999]

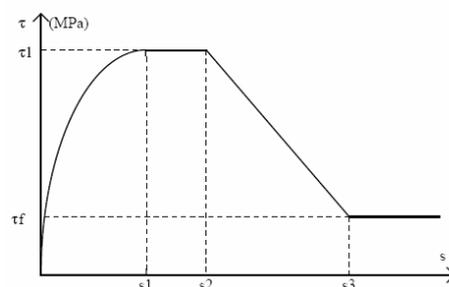


Figure 3.16 – Loi reliant contrainte tangentielle et glissement selon le [CEB-FIB, 1990]

3.2 Définition de la liaison acier-béton

3.2.1 Définition du repère de liaison

A chaque élément de type acier est associée une direction d'armature \vec{D}_a . Ainsi pour chaque liaison entre un élément d'armature et un élément béton, on peut définir un repère orthonormé (Figure 3.17). Les vecteurs directeurs de ce repère sont directement calculés à partir du vecteur reliant les deux éléments et la direction de l'armature \vec{D}_a (Equation 3.1).

$$\begin{aligned}\vec{N}_b &= \vec{N} \wedge \vec{D}_a \\ \vec{N}_a &= \vec{D}_a \wedge \vec{N}_b\end{aligned}\quad (3.1)$$

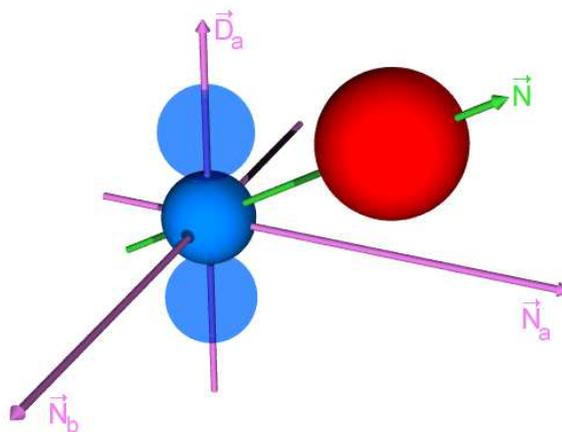


Figure 3.17 – Définition du repère de la liaison Acier-Béton

A partir de ce nouveau repère de liaison, la force tangentielle F_S est définie selon la direction de l'armature et la force normale F_N selon la normale à l'armature \vec{N}_a . Pour l'instant, aucune composante n'est calculée selon \vec{N}_b .

Les valeurs des forces de liaison F_S et F_N sont calculées directement avec les valeurs des déplacements tangentiel u_S et normal u_N et des raideurs K_N et K_S (Equation 3.2). Comme pour le béton, une force normale F_N positive représente la compression et une force normale F_N négative de la traction.

$$\begin{aligned}F_N &= K_N u_N \\ F_S &= K_S u_S\end{aligned}\quad (3.2)$$

On appelle D_{eqNA} et D_{eqSA} les distances initiales entre les deux éléments projetées respectivement sur \vec{N}_a et \vec{D}_a (Figure 3.18).

3.2.2 Elasticité, définition des raideurs K_N et K_S

Comme pour les liaisons acier et béton, les raideurs K_N et K_S sont directement reliées avec les caractéristiques élastiques du matériau. Ici, on suppose que l'interface acier-béton se comporte comme le béton dans la phase élastique. Donc, la raideur K_N est reliée au module d'Young alors que la raideur K_S est reliée au module de cisaillement du béton G .

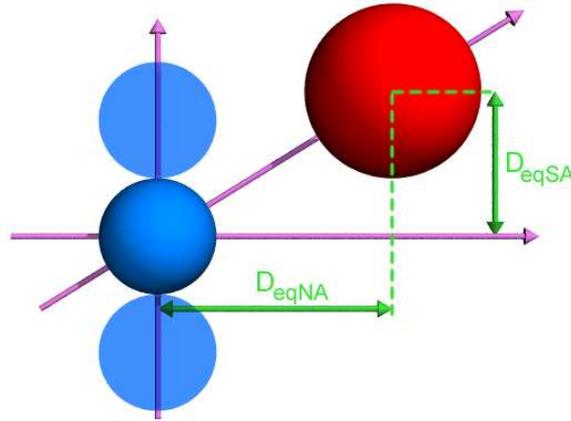


Figure 3.18 – Définition des distances initiales

Afin de toujours prendre en compte les différences de taille entre les éléments discrets, les raideurs sont fonction des distances D_{eqNA} et D_{eqSA} et de la surface S_a (Equation 3.3). S_a est la surface du cylindre d'acier correspondant à la taille de l'élément acier ramenée au nombre d'éléments béton en liaison Nb_{AB} (Equation 3.4).

$$\begin{cases} K_N = \frac{ES_a}{D_{eqNA}} \\ K_S = \frac{GS_a}{D_{eqSA}} \end{cases} \text{ Avec } G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (3.3)$$

$$S_a = \frac{4\pi R_a^2}{Nb_{AB}} \quad (3.4)$$

3.2.3 Lois d'interaction acier-béton

Les lois utilisées pour l'interaction acier-béton sont inspirées des lois définies pour les éléments finis ([Dominguez, 2005]). On définit d'abord la force F_S en fonction du déplacement selon la direction de l'armature u_S (Figure 3.19). Les efforts F sont calculés à partir de paramètres exprimés en contrainte T et de la surface S_a .

La première phase correspond à l'adhérence parfaite avec une raideur K_S . Dans cette phase le comportement est élastique. Ensuite, la force limite $F_e = S_a T_e$ fait passer la liaison dans un état de glissement jusqu'à atteindre la force maximum $F_{max} = S_a T_{max}$. Enfin, la liaison est entièrement endommagée et se comporte comme un pseudo-contact frottant avec un effort résiduel $F_{res} = S_a T_{res}$. Si la liaison était rompue et le lien supprimé, alors l'effort résiduel de contact n'existerait pas. En effet, la porosité du modèle est trop importante autour des armatures pour qu'un lien de pur contact soit créé dès que le lien cohésif acier-béton est rompu. Le lien est donc toujours actif ($F_S = F_{res}$) mais il est considéré comme rompu pour le calcul de l'endommagement. La valeur de F_{res} est de 10% de la valeur de F_{max} comme on peut l'observer sur les essais expérimentaux. Les paramètres qui définissent cette loi tangentielle sont la contrainte élastique T_e , la contrainte maximale T_{max} , et la longueur de la zone de glissement δ_{max} (Equation 3.5).

$$u_{max} = \delta_{max} * u_{glis} \quad (3.5)$$

La loi définissant F_N est plus simple. On décrit une relation élastique et fragile en traction avec une pente d'adoucissement égale à K_N (Figure 3.19). Lorsque l'on atteint

la force limite $F_{NTmax} = S_a T_{NTmax}$ en traction, le lien subit un léger adoucissement puis rompt ($F_N = F_S = 0$). En compression, l'effort peut être borné à $F_{NCmax} = S_a T_{NCmax}$. La contrainte maximale T_{NTmax} correspond au moment où le béton rompt en traction, cette valeur est donc prise proche de la valeur de la contrainte limite locale T des liens béton.

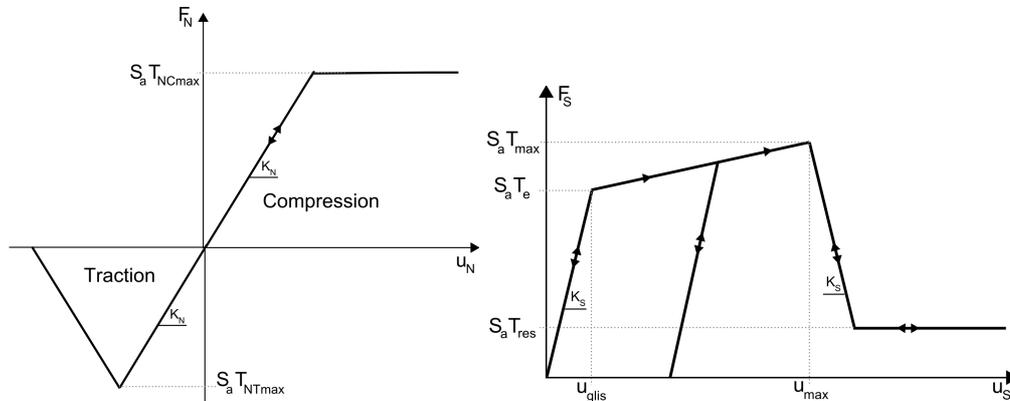


Figure 3.19 – Lois d'interaction acier-béton (normale à gauche et tangentielle à droite)

Ces lois sont très simples et mériteraient certainement d'être complétées, notamment par l'ajout d'une relation de confinement entre F_N et F_S .

3.3 Identification des paramètres

A priori, aucun des paramètres ne peut être défini par avance. Cependant, on peut dire que la valeur de T_e et celle de T_N devraient être proches respectivement de la valeur de la cohésion C_0 et de la limite locale à la traction T identifiées pour le béton. Pour les autres paramètres, il est difficile de donner des valeurs.

Comme pour l'identification des paramètres locaux du béton, il est nécessaire d'utiliser un essai de référence expérimental pour l'identification. Nous avons choisi l'essai le plus courant, mais aussi le plus simple à mettre en œuvre pour caractériser l'interface : l'essai d'arrachement d'armature. Ces tests sont intéressants car ils sollicitent directement la liaison acier-béton sans interférence avec d'autres mécanismes. Cependant, ce test ne permet pas d'identifier les paramètres de la loi $F_N(u_N)$. Le paramètre T_{NTmax} et la nécessité de borner ou non la force normale en compression ne sont donc pas étudiés dans ce chapitre. Nous observerons et étudierons leur influence lors des tests d'impacts du Chapitre 5.

3.3.1 Présentation des essais expérimentaux

L'IUT génie Civil de Grenoble a fourni les résultats d'essais d'arrachement sur des éprouvettes 16×32 cm de béton ordinaire. Les essais d'arrachement sont effectués sur une barre HA 8 Fe E 500 scellée sur 8 cm (10ϕ) ou 32 cm (40ϕ) (Figure 3.20). L'éprouvette est simplement maintenue par un cadre qui retient le haut de l'éprouvette (il n'y a pas de serrage radial). La tige d'acier est déplacée verticalement et on relève la force d'arrachement.

Un essai de compression simple du béton utilisé ainsi qu'un essai de traction de l'acier viennent compléter les paramètres de l'étude. Les caractéristiques du béton et de l'acier sont reportées dans le tableau 3.1. Dans le premier cas où la longueur de scellement est courte,

la barre se désolidarise du béton et glisse (Figure 3.21). Dans le deuxième cas, la barre casse (déformation à rupture environ 10%).



Figure 3.20 – Essai d'arrachement expérimental

Caractéristiques de l'acier		Caractéristiques du béton	
E	210 <i>GPa</i>	E	28 <i>GPa</i>
σ_e	550 <i>MPa</i>	σ_c	27 <i>MPa</i>
σ_r	640 <i>MPa</i>		

Tableau 3.1 – Caractéristiques des matériaux



Figure 3.21 – Deux modes de rupture lors des essais d'arrachement

La Figure 3.22 présente les courbes force-déplacement de ces essais d'arrachement. La force d'arrachement moyenne (sur 10 essais) pour l'ancrage de 8cm est de 22kN et de 33kN pour 32cm d'ancrage. Les déplacements observés ne peuvent pas être pris comme référence car au début du test l'échantillon vient en butée sur le cadre. Le déplacement engendré est plus ou moins important, suivant l'état de surface de l'échantillon.

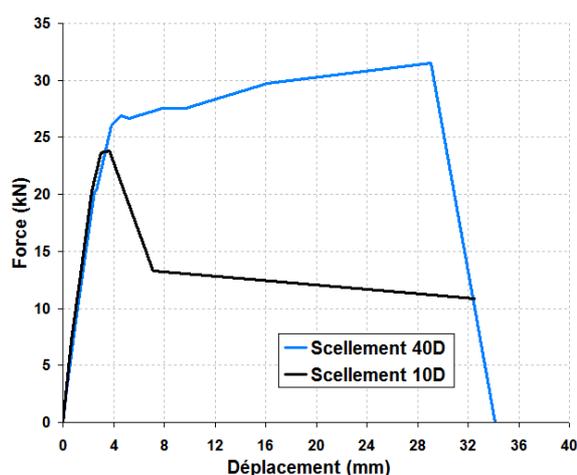


Figure 3.22 – Courbes force-déplacement des essais d'arrachement expérimentaux

3.3.2 Identification des paramètres locaux de l'interface acier-béton

Pour identifier les paramètres de la liaison acier-béton de ces essais, nous nous sommes basé sur l'essai d'arrachement avec une longueur d'ancrage de 8 cm. En effet, pendant cet essai l'interface acier-béton est directement sollicitée et endommagée. On peut donc identifier tous les paramètres T_e , T_{max} et δ_{max} . Les paramètres T_{NTmax} et T_{NCmax} n'ont pas d'influence lors de ce test car la sollicitation est selon la direction de l'armature (tangentielle) et il n'y a pas de confinement. Ces deux paramètres ont donc été pris égaux à T_e .

Pour cela, on utilise un échantillon d'environ 3000 éléments discrets (Figure 3.23). Les conditions aux limites sont prises en compte par l'ajout d'un anneau rigide et bloqué sur le dessus de l'échantillon. On impose un déplacement à quelques éléments de l'extrémité libre de l'armature.

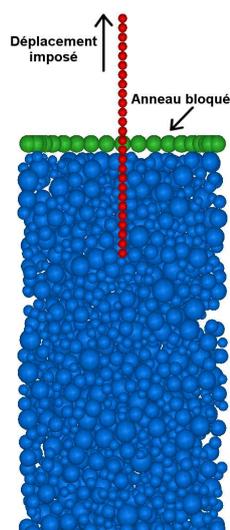


Figure 3.23 – Essai d'arrachement numérique

Les valeurs identifiées pour les interactions de type béton et de type acier sont données dans le Tableau 3.2.

Béton		Acier	
E	28 GPa	E	210 GPa
ν	0,2	ν	0,3
T	3 MPa	σ_e	550 MPa
ζ	5	σ_r	640 MPa
C_o	6 MPa	ε_{max}	10%
$\Phi_{i,c}$	6°		

Tableau 3.2 – Paramètres des interactions béton et acier

Les autres paramètres sont modifiés au cours de différents essais jusqu'à obtenir une courbe force-déplacement satisfaisante (Figure 3.24). Les données expérimentales concernant le glissement de l'armature ne sont pas bien mesurées pendant l'essai. En effet, l'éprouvette est juste posée sur un socle puis on vient appuyer un cadre sur la face supérieure. Il existe donc un jeu plus ou moins grand entre le cadre et l'éprouvette. Lorsque l'essai commence, le déplacement mesuré est d'abord ce jeu puis le glissement de l'armature. Nous n'avons donc pas pris en compte les mesures expérimentales du déplacement et utilisé les glissements trouvés dans la littérature pour ce genre d'essais (de l'ordre de 1 à 2 mm au pic d'effort). Les paramètres identifiés de la liaison acier-béton sont donnés dans le Tableau 3.3.

L'endommagement de l'échantillon correspond à une perte d'adhérence. En effet, 85% de liens acier-béton sont cassés (c'est à dire qui ont atteint F_{res}) ainsi que quelques liens béton autour de l'armature (Figure 3.25).

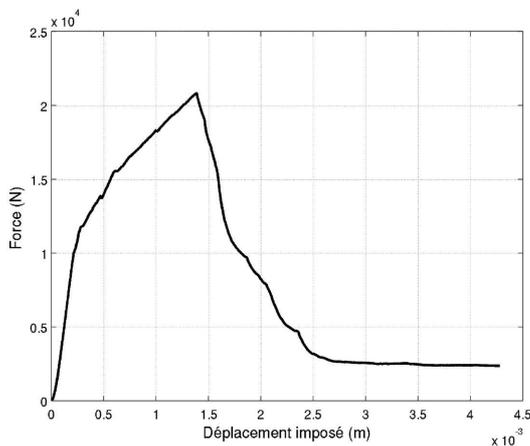


Figure 3.24 – Courbe force-déplacement pour l'essai numérique à 8cm d'ancrage

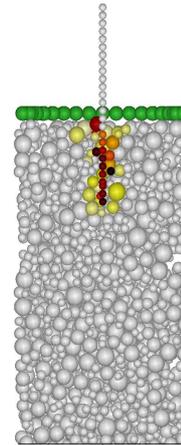


Figure 3.25 – Endommagement pour l'essai numérique à 8cm d'ancrage

E	ν	T_e	T_{max}	δ_{max}	F_{res}
28 GPa	0,2	9 MPa	15 MPa	150	10% F_{max}

Tableau 3.3 – Paramètres de la liaison acier-béton

3.3.3 Sensibilités

3.3.3.1 Influence de T_e

Lorsque l'on modifie le seuil T_e , on augmente la zone élastique. La Figure 3.26 montre l'influence de T_e sur la loi d'interaction $F_S(u_S)$. Sur la Figure 3.27, on peut observer les résultats en terme de courbe force-déplacement pour trois valeurs de T_e différentes. Comme attendu, l'effort au changement de pente est augmenté avec la valeur de T_e .

On note que la programmation actuelle modifie aussi le déplacement u_{max} à rupture. En effet, u_{max} est défini comme un multiple de la distance qui correspond au seuil élastique u_{glis} . La valeur de u_{glis} est modifiée lorsque T_e change ce qui explique les différences observées pour la rupture et le pic d'effort.

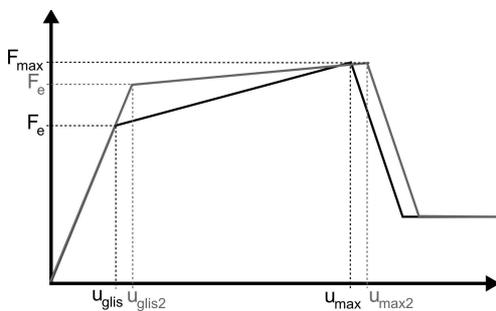


Figure 3.26 – Loi d'interaction tangentielle pour différents T_e

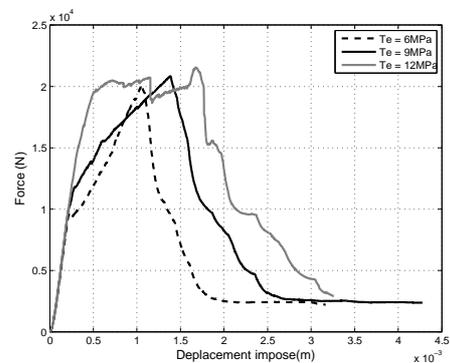


Figure 3.27 – Résultats de l'essai d'arrachement pour différents T_e

3.3.3.2 Influence de T_{max}

Lorsque T_{max} varie, la valeur en effort au pic varie de la même manière mais le déplacement reste le même. De plus, on observe un décalage de la partie post-pic car l'effort résiduel n'est plus le même ($F_{res} = 10\%F_{max}$). La Figure 3.28 présente les lois d'évolution de la force tangentielle pour deux valeurs de T_{max} .

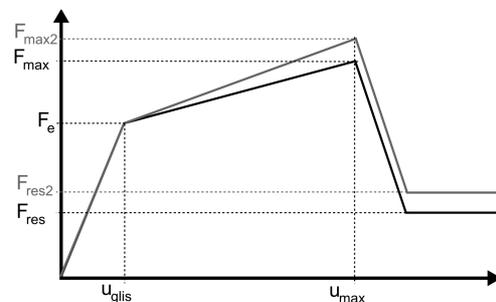


Figure 3.28 – Loi d'interaction tangentielle pour différents T_{max}

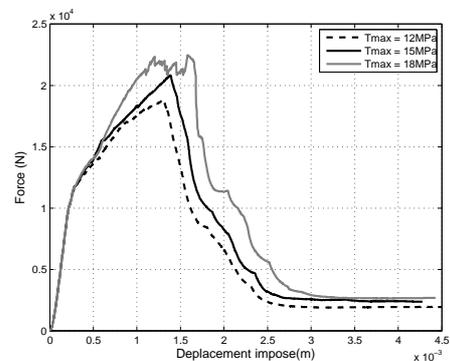


Figure 3.29 – Résultats de l'essai d'arrachement pour différents T_{max}

La Figure 3.29 présente les résultats de l'essai d'arrachement pour trois valeurs de T_{max} . On observe comme prévu, une valeur de l'effort maximum qui augmente avec la valeur de T_{max} . Le changement de pente intervient au même moment, l'effort résiduel est légèrement différent.

3.3.3.3 Influence de δ_{max}

Lorsque le seuil δ_{max} varie, le pic en effort reste identique mais il arrive plus ou moins tard suivant la valeur de δ_{max} . La Figure 3.30 présente les lois d'évolution de la force tangentielle pour deux valeurs de δ_{max} .

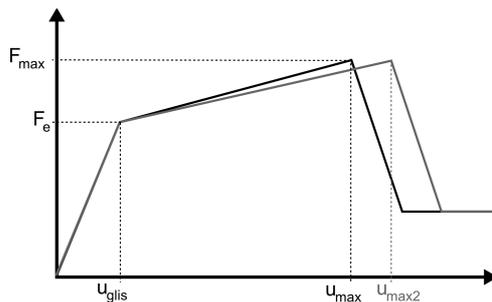


Figure 3.30 – Loi d'interaction tangentielle pour différents δ_{max}

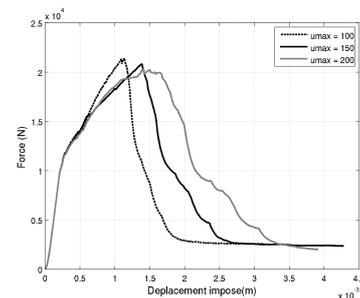


Figure 3.31 – Résultats de l'essai d'arrachement pour différents δ_{max}

Sur la Figure 3.31, on observe les résultats de l'essai d'arrachement pour différents δ_{max} . L'effort maximum n'est pas modifié mais le glissement au pic augmente bien avec la valeur de δ_{max} . L'effort résiduel n'est pas changé par la valeur de δ_{max} .

3.4 Validation

3.4.1 Essai d'arrachement à 32cm de longueur d'ancrage

Pour valider cette identification des paramètres, nous avons tout d'abord simulé l'essai à 32cm d'ancrage pour comparer avec les résultats expérimentaux. Lors de l'essai, on observe bien la plastification de l'armature puis la rupture.

3.4.2 Résultats pour différentes longueurs d'ancrage

Pour vérifier plus largement la liaison, plusieurs essais d'arrachement ont été réalisés pour différentes longueurs d'ancrage L_s . Selon le BAEL, la force d'arrachement peut être calculée de façon simplifiée avec la formule $F_S = \tau_S \cdot \pi \cdot \phi \cdot L_s$ en considérant la contrainte tangentielle τ_S constante. Ensuite la force atteint un palier égal à la force nécessaire pour la rupture de l'acier $F_{max} = \sigma_r \cdot A_s$. Les essais numériques suivent une loi de ce type (Figure 3.34).

On remarque que les points pour $L_s = 1$ cm et $L_s = 2$ cm sont plus éloignés de la droite. En effet, il n'y a que très peu d'éléments discrets de la barre ancrés dans le béton (2 ou 3 seulement) et donc peu de liens acier-béton. Ceci rend les résultats pour $L_s = 1$ cm et $L_s = 2$ cm peu significatifs.

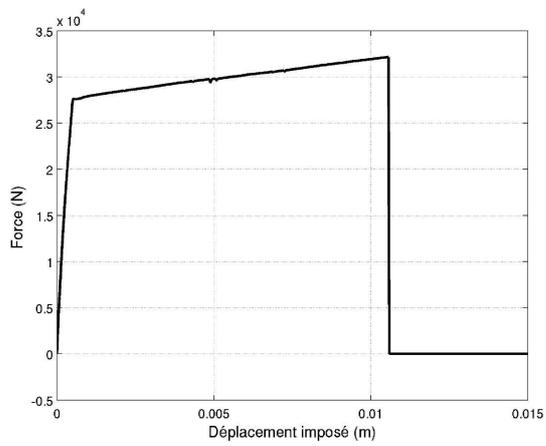


Figure 3.32 – Courbe force-déplacement pour l'essai à 32cm d'ancrage

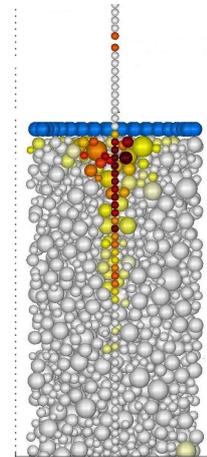


Figure 3.33 – Endommagement pour l'essai à 32cm

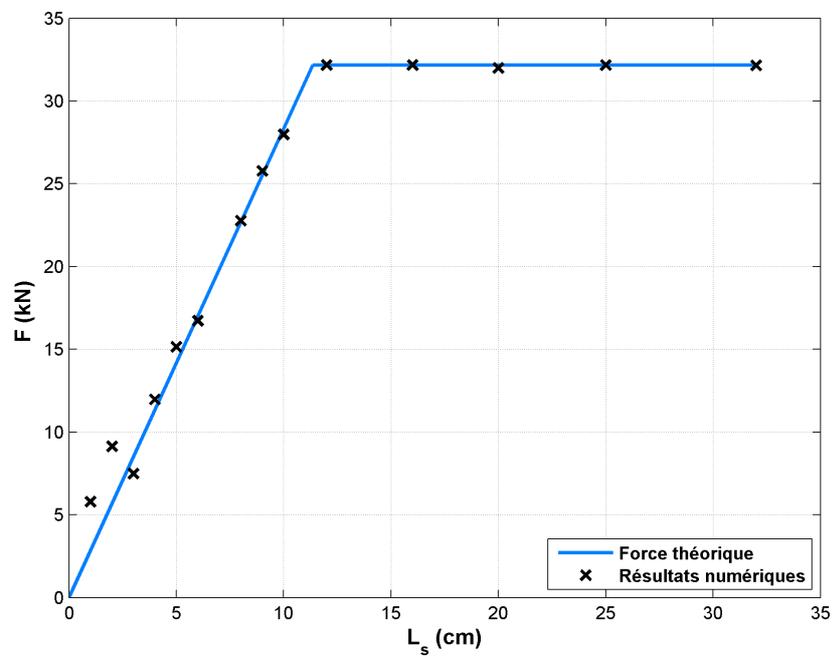


Figure 3.34 – Forces d'arrachement pour différentes longueurs d'ancrage

3.5 Conclusion

Une liaison particulière entre un élément de béton et un élément d'acier a été développée dans ce chapitre. Elle est encore très simple et ne prend pas en compte tous les aspects de l'interface acier-béton constatés expérimentalement. Il serait nécessaire d'ajouter une dépendance de F_{Smax} à la valeur de F_N pour prendre en compte l'effet du confinement. Le comportement lors de cycle charge/décharge avec dégradation de la liaison n'est pas non plus bien représenté. Cependant cette liaison semble suffisante pour représenter les essais d'arrachements qui font référence lorsque l'on étudie l'interface acier-béton.

La définition d'une loi dans la direction normale n'est pas nécessaire pour simuler les essais d'arrachement cependant on devine qu'elle sera nécessaire dès que la sollicitation est multi-directionnelle. Pour déterminer les paramètres de la loi normale, on peut se baser sur les paramètres locaux du béton. Dans un premier temps, la limite locale de traction T_{NTmax} peut être prise égale à la limite locale de traction du béton T . Le seuil en compression T_{NCmax} n'est pas par défaut utilisé mais il peut être parfois nécessaire comme on le verra sur les applications du Chapitre 5. Par la suite, une procédure d'identification devrait être déterminée pour identifier ces paramètres.

On peut noter que les informations concernant l'interface acier-béton sont souvent mal connues ou inexistantes mais néanmoins nécessaires à l'identification des paramètres locaux de cette liaison acier-béton. Dans ce cas de figure, nous utiliserons par défaut des paramètres proches de ceux du béton.

Couplage entre éléments discrets et éléments finis

Ce chapitre présente une méthode de couplage entre les éléments discrets présentés dans le chapitre 2 et les éléments finis classiques. L'objectif du couplage est de rendre possible la simulation d'un impact sur une structure de grande taille en ne modélisant qu'une partie en éléments discrets c'est-à-dire la zone impactée. La réponse (vibrations, déformations. . .) du reste de la structure peut être étudiée avec la méthode éléments finis classique.

La première partie est une revue des différentes méthodes de couplage existantes et permet de conclure sur la méthode choisie. La seconde partie décrit en détail cette méthode de couplage générale. Ensuite, dans la troisième partie qui correspond au travail réalisé dans le cadre de cette thèse, la méthode générale est modifiée pour un couplage entre éléments discrets et éléments finis de type coque. Enfin, nous présenterons les tests de validation.

4.1 Bibliographie

L'objectif de cette partie est de récapituler les méthodes de couplage existantes pour une utilisation en dynamique et un couplage entre des éléments discrets et des éléments finis. Dans une première partie, nous introduisons les méthodes de couplages atomistiques qui ont été précurseurs. Ensuite, nous décrivons des méthodes plus récentes qui couplent différents domaines en éléments finis et/ou en éléments discrets en utilisant une zone de recouvrement. Enfin, nous présenterons les méthodes combinées qui ne sont pas à proprement parler des méthodes de couplage mais qui sont des méthodes multi-échelles.

4.1.1 Les précurseurs

Dans l'article de [Curtin et Miller, 2003], plusieurs méthodes de couplage entre éléments Molecular Dynamic (MD) et éléments finis sont présentées. Ce sont des méthodes assez anciennes qui ont beaucoup d'inconvénients mais qui ont apporté les premières solutions au problème de couplage entre un milieu continu et un milieu discret.

Parmi ces méthodes, on peut citer la méthode Quasi-Continuum (QC) [Tadmor *et al.*, 1996]. Les nœuds MD et les nœuds éléments finis sont confondus sur une interface de recouvrement (Figure 4.1). L'énergie de la zone éléments finis est pondérée par un poids qui varie entre 0 (nœuds éléments finis proche de la zone MD) et 1 (sur la zone purement éléments finis) sur le domaine éléments finis. L'énergie de la zone discrète n'est pas modifiée.

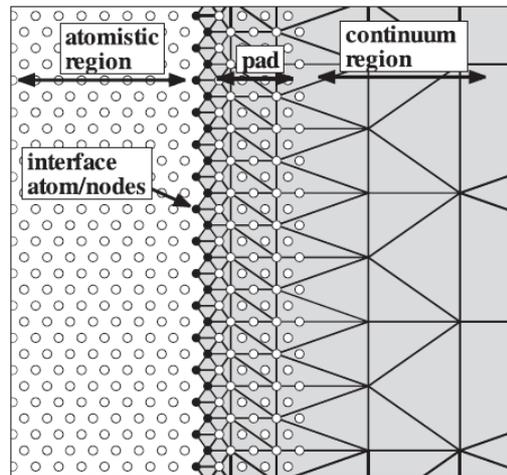


Figure 4.1 – Interface entre la zone continue et la zone discrète pour la méthode QC [Curtin et Miller, 2003]

Avec cette méthode, on voit apparaître des forces «fantômes» non physiques à l'interface ce qui paraît logique avec cette pondération partielle de l'énergie.

Cette première méthode a donné naissance à plusieurs variantes corrigeant ses défauts. par exemple, la méthode QC-GFC (Ghost Force Corrected) [Shenoy *et al.*, 1999] ajoute une pondération sur la zone MD mais aussi un terme appelé «dead load» pour contrebalancer les efforts «fantômes» apparus.

On peut aussi citer la méthode CADD (Coupled Atomistic and Discrete Dislocation) [Shilkrot *et al.*, 2001] et la méthode QC-FNL (Fully Non-Local) [Knap et Ortiz, 2001], elles aussi sont des dérivées de la méthode QC. La méthode CADD propose de décomposer un problème en différents sous-problèmes séparant le problème continu, le modèle discret et l'interface. On peut ainsi traiter des problèmes plus complexes mais seulement en deux dimensions. La méthode QC-FNL calcule le couplage par clusters d'atomes MD. A chaque nœud élément fini correspond un atome, et on calcule les forces à partir d'un cluster d'atomes représentatif autour du nœud élément fini. Pour la zone décrite par éléments finis, on utilise des clusters de petite taille (tous les atomes ne sont pas pris en compte). Pour les zones plus fines, les clusters peuvent se chevaucher (Figure 4.2).

La méthode FEAt (Finite Element and Atomistic) [Kohlhoff *et al.*, 1991] est une alternative à la méthode QC et propose de calculer l'énergie de manière différente sur l'interface et sur le reste du domaine.

Une autre de ces méthodes dites atomistiques couple le «Lattice Model» Confinement-Shear-Lattice (CLS) [Rudd et Broughton, 2000] avec des éléments finis. Elle est basée sur une méthode «Maitre-Esclave». Ici, les éléments maîtres sont les éléments du modèle discret et les esclaves sont les éléments finis. Les degrés de liberté d'un élément fini dans la zone de couplage sont déterminés par rapport à 3 nœuds éléments discrets adjacents.

$$u_{ES} = \Phi u_M \text{ dite relation « d'esclavage »}$$

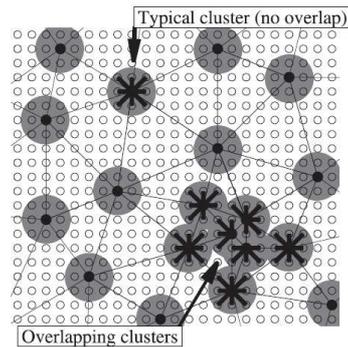


Figure 4.2 – Exemple de clusters pour la méthode QC-FNL [Curtin et Miller, 2003]

La matrice Φ est composée de fonctions de forme linéaires qui relient le nœud esclave à trois nœuds maîtres. Ensuite les forces internes sont calculées pour chaque domaine indépendamment (virtuelles) puis ajoutées en prenant compte des relations « d'esclavage ».

Toutes ces méthodes semblent assez peu adaptées à notre problème de couplage. Le premier inconvénient est le fait que les éléments discrets et les nœuds éléments finis doivent être confondus sur la zone de couplage. Ceci semble assez contraignant dans notre cas où les éléments discrets sont désordonnés avec des tailles variables.

Ces méthodes assez obsolètes donnent un aperçu des problèmes que l'on peut rencontrer lors du couplage et ouvrent la voie avec les premières solutions. Ces premières méthodes apparues en matière de couplage ont servi de base à [Belytschko et Xiao, 2003; Xiao et Belytschko, 2004] pour développer leur méthode.

4.1.2 Méthodes de couplage avec recouvrement

Le couplage spatial entre deux domaines peut être fait de deux façons : avec ou sans recouvrement.

Une première méthode de couplage entre deux domaines distincts peut être un couplage bord à bord. L'un des premiers à s'intéresser au couplage entre éléments discrets et éléments finis est Cundall [Cundall *et al.*, 2003] a utilisé ce couplage. Son objectif est de réduire le temps de calcul de la partie recherche des contacts liée à la méthode aux éléments discrets en introduisant des éléments finis. Le couplage est donc réalisé bord à bord c'est-à-dire sans recouvrement. Le bord du domaine éléments discrets est rugueux (Figure 4.3) ce qui pose des problèmes pour le relier aux éléments finis. Ce modèle utilise donc des éléments finis de la même taille que les éléments discrets. Le gain de temps n'est donc pas optimal. D'autre part [Belytschko et Xiao, 2003] montre qu'il est préférable d'utiliser un recouvrement pour limiter les problèmes de réflexion d'onde à l'interface.

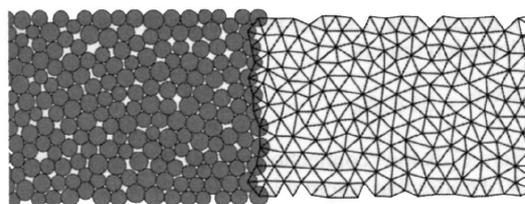


Figure 4.3 – Couplage bord à bord selon [Cundall *et al.*, 2003]

Les possibilités de zones de recouvrement (Z_R) entre deux domaines éléments finis ou éléments finis/éléments discrets sont très diverses (Figure 4.4).

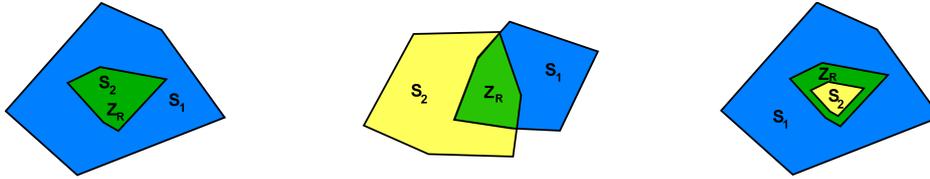


Figure 4.4 – Exemples de zones de recouvrement

En général, les méthodes avec zone de recouvrement proposent de minimiser l'énergie totale du système avec dans la zone de recouvrement une pondération de l'énergie de chaque sous-domaine (Equation 4.1).

$$H = \alpha H_{EF} + (1 - \alpha)H_{ED} \quad \text{avec} \quad H = E_{cin} + E_p \quad (4.1)$$

Pour assurer la continuité cinématique dans les différents sous-domaines, il est nécessaire de relier les degrés de liberté par des relations spatiales. Différentes approches ont été développées.

[Belytschko et Xiao, 2003] et [Xiao et Belytschko, 2004] ont utilisé une méthode de recouvrement en statique et avec un couplage entre éléments discrets (ED) (types Molecular Dynamic Figure 4.5) et éléments finis à 3 degrés de liberté. Dans la zone de recouvrement, les degrés de liberté éléments discrets sont reliés de manière forte aux degrés de liberté éléments finis (EF) (Equation 4.2). On obtient autant de relations que d'éléments discrets.

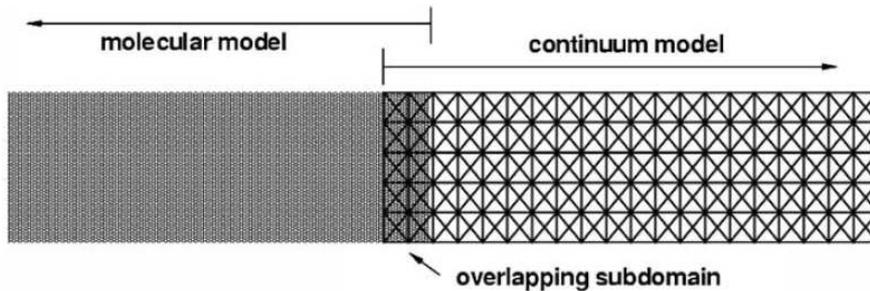


Figure 4.5 – Exemple de zone de recouvrement [Xiao et Belytschko, 2004]

$$\vec{d}_r = \bar{\bar{k}} \cdot \vec{u}_r \quad \text{dans la zone de recouvrement } r. \quad (4.2)$$

d et u sont respectivement les déplacements ED et EF.

[Frangin *et al.*, 2007, 2006] a modifié la méthode pour le couplage avec des éléments à 6 degrés de liberté (Equation 4.3) en intégrant le couplage des rotations éléments discrets. Cependant, la nécessité du couplage des rotations n'est pas avérée. [Frangin, 2008] montre que l'influence du couplage des rotations sur les déplacements est faible pour un effort de développement important.

$$\begin{cases} \vec{d}_r = \bar{\bar{k}} \cdot \vec{u}_r & \text{dans la zone de recouvrement } r. \\ \vec{\omega}_r = \bar{\bar{h}} \cdot \vec{u}_r & \omega \text{ sont les rotations ED.} \end{cases} \quad (4.3)$$

Une autre possibilité de couplage spatial est celui proposé par [BenDhia, 1998] et [Rateau, 2003]. Utilisé en statique et pour un couplage entre éléments finis de tailles différentes (Figure 4.6), la méthode Arlequin est un couplage faible basé sur une projection des équations sur un espace intermédiaire et la définition d'une norme. [Rateau, 2003] propose l'utilisation de la projection de la différence en déplacements et déformations sur les fonctions de formes du domaine intermédiaire (Equation 4.4). Le nombre de relations est directement proportionnel à la taille du domaine intermédiaire (qui est souvent choisi comme le domaine grossier).

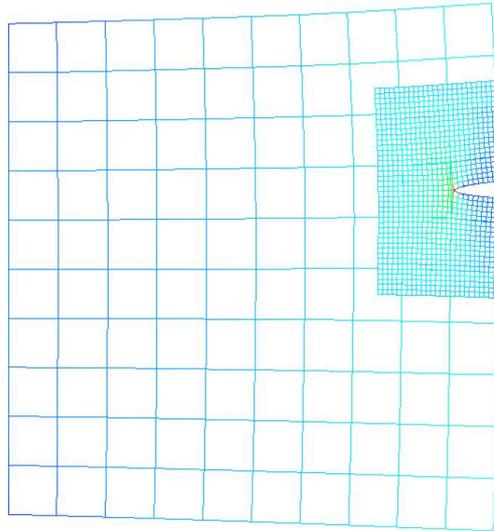


Figure 4.6 – Exemple de zone de recouvrement pour la méthode Arlequin [Rateau, 2003]

$$\begin{cases} c(\mu^*, u_1 - u_2) = \int_{S_c} \mu^*(u_1 - u_2) + \ell^2 \varepsilon(\mu^*) : \varepsilon(u_1 - u_2) \\ c \text{ est la fonction de couplage,} \\ u_1 \text{ et } u_2 \text{ les déplacements de chacun des deux domaines.} \end{cases} \quad (4.4)$$

Cette méthode de couplage spatial faible permet un assouplissement des conditions cinématiques par rapport au couplage fort précédent. Au niveau du temps de calcul, les termes de couplage sont beaucoup plus longs à calculer et nécessitent des intégrations numériques coûteuses et la définition de maillages intermédiaires dans la zone de recouvrement. Par contre le nombre de relations cinématiques à prendre en compte est plus faible.

A partir de là, le principal inconvénient quant à son utilisation avec les éléments discrets est la représentation discrète du champ de déplacement et donc la non-disponibilité du champ de déformation. On ne peut donc pas calculer facilement les termes de couplages sous forme d'intégrales (Equation 4.4). Cependant une solution pour le couplage avec les éléments discrets peut être envisagée. Nous proposons une adaptation de ce couplage dans l'Annexe A où il est comparé au couplage fort (type Belytschko).

4.1.3 Méthodes combinées

Toujours dans l'optique d'utiliser les avantages des méthodes discrètes lorsqu'il s'agit de fracturation, d'autres auteurs ont développé une approche différente. Elle consiste à

discrétiser la structure par éléments finis puis de transformer l'élément fini en élément discret lorsqu'un critère de rupture est atteint.

Les critères utilisés pour déterminer quand l'élément fini devient discret sont assez difficiles à choisir. [Munjiza, 2004] et [Klerck *et al.*, 2004] se basent sur l'endommagement de l'élément fini. Quand ce critère est atteint, un remaillage peut être nécessaire pour ouvrir la fissure (Figure 4.7). Certains éléments peuvent se détacher et ensuite se comporter comme des éléments discrets avec des lois de contact particulières (Figure 4.8). Finalement, cette méthode est assez rapide mais dépendante du maillage éléments finis de départ et du critère choisi.

Le couplage adaptatif Smooth Particules Hydrodynamic (SPH) avec les éléments finis [Sauer *et al.*, 2001] permet de transformer les éléments finis les plus distordus en particules SPH au cours du calcul. Le critère de conversion est ici une valeur de la somme des incréments de déformations plastiques.

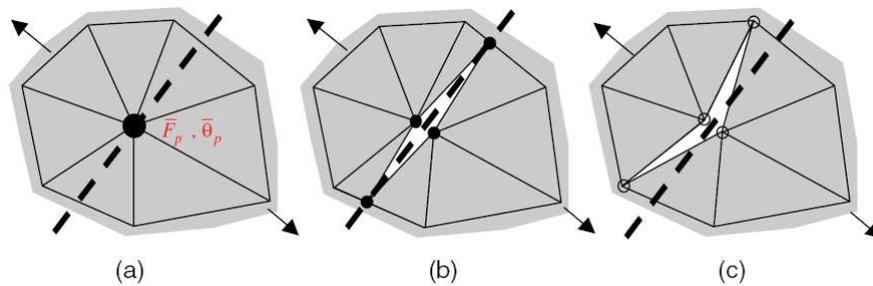


Figure 4.7 – Détermination du plan de fissure (a), Découpage intra-élément (b) ou Découpage inter-élément (c) [Klerck *et al.*, 2004]

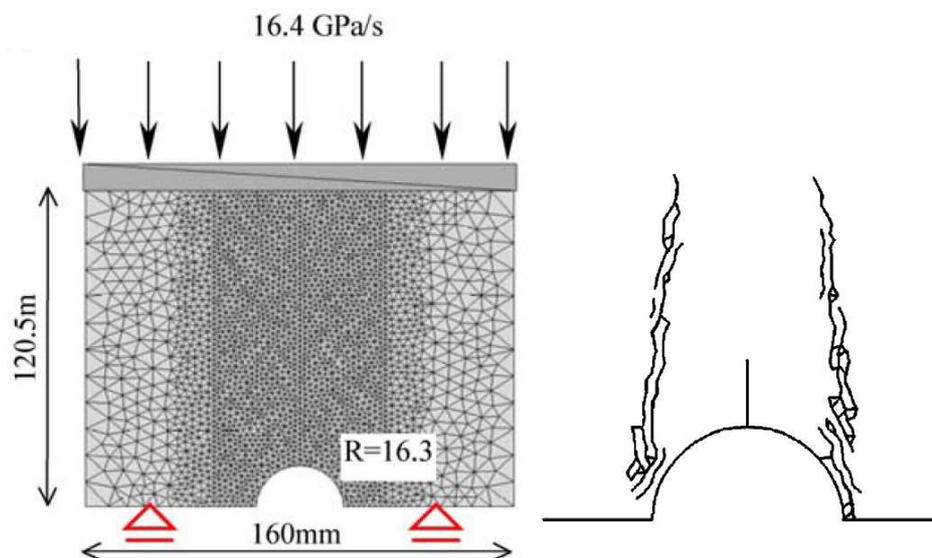


Figure 4.8 – Application de la méthode combinée à la propagation de fissure [Klerck *et al.*, 2004]

4.1.4 Conclusion

Les approches multi-domaines commencent donc à être assez bien connues et utilisées. Comme on l'a vu, il existe plusieurs possibilités. Les méthodes combinées donnent de bons résultats mais ne semblent pas être facilement applicables à notre méthode éléments discrets alors que les méthodes de couplage type Arlequin [BenDhia, 1998] ou [Belytschko et Xiao, 2003] semblent plus facilement adaptables pour le couplage en dynamique des éléments discrets présentés au Chapitre 2 avec les éléments finis classiques.

En ce qui concerne ce couplage entre éléments discrets et éléments finis, il existe plusieurs possibilités pour la définition des relations cinématiques de couplage: le couplage fort (type [Belytschko et Xiao, 2003]) ou le couplage faible (type Arlequin). Ces deux méthodes donnent des résultats assez équivalents en ce qui concerne le problème de réflexion d'onde. Cependant le couplage faible (type Arlequin) nécessite des développements pour être adapté aux éléments discrets en trois dimensions et cette méthode de couplage ne semble pas donner de meilleurs résultats que le couplage fort. Nous choisissons donc la méthode de couplage fort déjà validée pour du couplage en 3D entre éléments discrets et éléments finis volumiques par [Frangin, 2008].

4.2 Méthode de couplage générale

4.2.1 Définition du problème

La méthode choisie utilise donc une zone de recouvrement. Il s'agit de minimiser l'énergie totale du système avec dans la zone de recouvrement une pondération (α et $\beta = 1 - \alpha$) de l'énergie de chaque sous-domaine (Figure 4.9).

$$H = \alpha H_{EF} + \beta H_{ED} \quad \text{avec} \quad H = E_{cin} + E_p \quad (4.5)$$

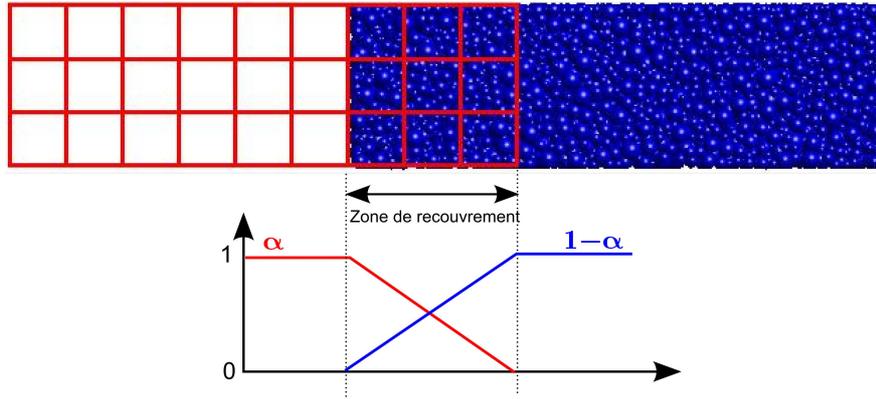


Figure 4.9 – Pondération dans la zone de recouvrement

Pour assurer la continuité cinématique dans les différents sous-domaines, il est nécessaire de relier les degrés de liberté par des relations spatiales. Dans la zone de recouvrement, les degrés de liberté éléments discrets (ED) sont donc reliés de manière forte aux degrés de liberté éléments finis (EF) (Equation 4.6).

$$\begin{aligned} \vec{d}_r &= \bar{\bar{k}} \cdot \vec{u}_r \quad \text{dans la zone de recouvrement } r. \\ d \text{ et } u &\text{ sont respectivement les déplacements ED et EF.} \end{aligned} \quad (4.6)$$

Chaque élément discret est couplé avec l'élément fini qui le contient et repéré dans l'élément fini de référence par l'intermédiaire des fonctions de forme. Ainsi, par exemple, l'équation 4.7 définit les relations cinématiques pour un élément discret dans un élément fini de type cube à 8 nœuds (Figure 4.10). On obtient donc autant de relations cinématiques qu'il y a de degrés de liberté de translation des éléments discrets couplés. Finalement la matrice $\bar{\bar{k}}$ est un assemblage de sous-matrices $\bar{\bar{k}}_{ji}$ relatives à un nœud élément fini i et un élément discret j (Figure 4.11 et Equation 4.8).

$$d_{ED} = \sum_{i=1}^8 u_{EF}^i N_{EF}^i \quad (4.7)$$

$$d_j = \sum_{i=1}^{n_{fr}} \bar{\bar{k}}_{ji} u_i \quad (4.8)$$

n_{fr} est le nombre de nœuds EF dans la zone de recouvrement

Le problème à résoudre (Equation 4.9) peut s'écrire avec l'utilisation de multiplicateurs de Lagrange $\vec{\lambda}$ en tenant compte des conditions cinématiques présentées précédemment.

$$L(\vec{d}, \vec{u}, \vec{\lambda}) = H(\vec{d}, \vec{u}) + \vec{\lambda}(\vec{d} - \bar{\bar{k}} \cdot \vec{u}) \quad (4.9)$$

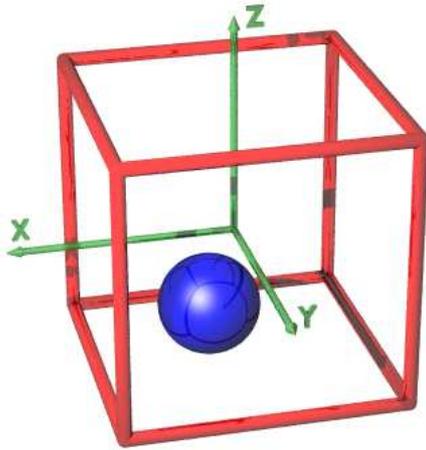


Figure 4.10 – Repérage d'un élément discret dans un élément fini

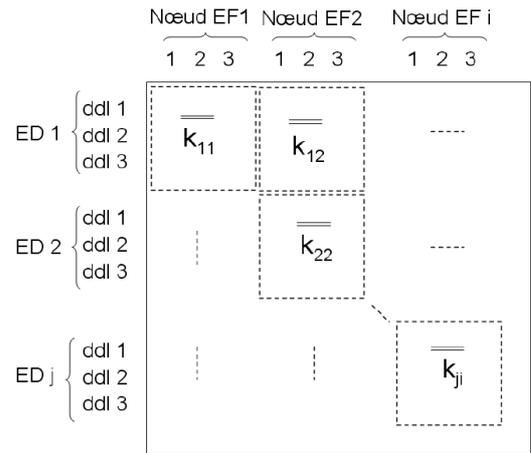


Figure 4.11 – Organisation de la matrice de couplage en sous-matrices

On doit donc résoudre:

$$\begin{cases} \frac{\partial L}{\partial \vec{d}} = \frac{\partial H}{\partial \vec{d}} + \vec{\lambda} = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial \vec{u}} = \frac{\partial H}{\partial \vec{u}} - \vec{\lambda} \cdot \vec{k} = 0 \end{cases} \quad (4.10)$$

Les équations à résoudre seront différentes selon que l'on se trouve dans la zone élément finis (Equation 4.11), dans la zone éléments discrets (Equation 4.12) ou dans la zone de recouvrement (Equation 4.13).

Dans la zone éléments finis où $\alpha = 1$:

$$M_i \vec{u}_i = F_i^{\text{tot}} \text{ pour un noeud } i \quad (4.11)$$

Dans la zone éléments discrets où $\alpha = 0$:

$$m_j \vec{d}_j = F_j^{\text{tot}} \text{ pour un élément } j \quad (4.12)$$

Et dans la zone de recouvrement:

$$\begin{cases} \beta_j m_j \vec{d}_j = \beta_j F_j^{\text{tot}} + \vec{\lambda}_j \\ \alpha_i M_i \vec{u}_i = \alpha_i F_i^{\text{tot}} - \sum_{l=1}^{n_{dr}} \vec{k}_{li}^T \vec{\lambda}_l \end{cases} \quad (4.13)$$

n_{dr} est le nombre d'éléments discrets dans la zone de recouvrement.

Dans notre cas, la discrétisation en temps est faite par la méthode des différences centrées comme présentée au paragraphe 2.1.4 et qui peut aussi s'écrire comme dans l'équation 4.14.

$$\vec{u}(t + \Delta t) = 2\vec{u}(t) - \vec{u}(t - \Delta t) + \Delta t^2 \ddot{u}(t) \quad (4.14)$$

L'expression des déplacements \vec{d} et \vec{u} à $t + \Delta t$ est donc:

$$\begin{cases} \vec{d}_j(t + \Delta t) = 2\vec{d}_j(t) - \vec{d}_j(t - \Delta t) + \Delta t^2 \vec{d}_j(t) \\ \vec{u}_i(t + \Delta t) = 2\vec{u}_i(t) - \vec{u}_i(t - \Delta t) + \Delta t^2 \vec{u}_i(t) \end{cases} \quad (4.15)$$

En utilisant les équations 4.13 à l'instant t , on peut remplacer $\vec{d}_j(t)$ et $\vec{u}_i(t)$ dans la zone de recouvrement:

$$\begin{cases} \vec{d}_j(t + \Delta t) = 2\vec{d}_j(t) - \vec{d}_j(t - \Delta t) + \frac{\Delta t^2}{m_j} \left(F_j^{\vec{tot}} + \frac{\vec{\lambda}_j}{\beta_j} \right) \\ \vec{u}_i(t + \Delta t) = 2\vec{u}_i(t) - \vec{u}_i(t - \Delta t) + \frac{\Delta t^2}{M_i} \left(F_i^{\vec{tot}} - \frac{\sum_{l=1}^{n_{dr}} \overline{\overline{k_{li}}}^T \vec{\lambda}_l}{\alpha_i} \right) \end{cases} \quad (4.16)$$

On définit les estimations \vec{d} et \vec{u} des déplacements \vec{d} et \vec{u} à l'instant $t + \Delta t$ (sans prise en compte des multiplicateurs de Lagrange):

$$\begin{cases} \vec{d}_j(t + \Delta t) = 2\vec{d}_j(t) - \vec{d}_j(t - \Delta t) + \frac{\Delta t^2}{m_j} F_j^{\vec{tot}} \\ \vec{u}_i(t + \Delta t) = 2\vec{u}_i(t) - \vec{u}_i(t - \Delta t) + \frac{\Delta t^2}{M_i} F_i^{\vec{tot}} \end{cases} \quad (4.17)$$

On obtient donc :

$$\begin{cases} \vec{d}_j(t + \Delta t) = \vec{d}_j(t + \Delta t) + \frac{\Delta t^2}{m_j} \left(\frac{\vec{\lambda}_j}{\beta_j} \right) \\ \vec{u}_i(t + \Delta t) = \vec{u}_i(t + \Delta t) - \frac{\Delta t^2}{\alpha_i M_i} \left(\sum_l^{n_{dr}} \overline{\overline{k_{li}}}^T \vec{\lambda}_l \right) \end{cases} \quad (4.18)$$

Ensuite, on utilise les conditions cinématiques (Equation 4.8) en \vec{d} et \vec{u} pour obtenir des équations en λ .

$$\vec{d}_j(t + \Delta t) + \frac{\Delta t^2}{m_j} \left(\frac{\vec{\lambda}_j}{\beta_j} \right) - \sum_{i=1}^{n_{fr}} \overline{\overline{k_{ji}}} \left(\vec{u}_i(t + \Delta t) - \frac{\Delta t^2}{\alpha_i M_i} \left(\sum_l^{n_{dr}} \overline{\overline{k_{li}}}^T \vec{\lambda}_l \right) \right) = 0 \quad (4.19)$$

On obtient ainsi l'expression du vecteur des résidus \vec{g} :

$$\vec{g}_j = \frac{\Delta t^2}{m_j} \left(\frac{\vec{\lambda}_j}{\beta_j} \right) + \sum_{i=1}^{n_{fr}} \overline{\overline{k_{ji}}} \left(\frac{\Delta t^2}{\alpha_i M_i} \left(\sum_l^{n_{dr}} \overline{\overline{k_{li}}}^T \vec{\lambda}_l \right) \right) \quad (4.20)$$

et donc:

$$\vec{g} = \overline{\overline{A}} \vec{\lambda} \quad (4.21)$$

L'équation 4.21 nous donne les valeurs des multiplicateurs de Lagrange λ à $t + \Delta t$. Il reste donc à inverser la matrice $\overline{\overline{A}}$ pour résoudre le problème.

$$\vec{\lambda} = \overline{\overline{A}}^{-1} \vec{g} \quad (4.22)$$

\vec{g} est calculé à partir des estimations des déplacements calculés sans prendre en compte le couplage \vec{d} et \vec{u} . Ce vecteur est donc modifié à chaque pas de temps. Au contraire, la matrice $\overline{\overline{A}}$ reste constante au cours du calcul, elle ne dépend que de la configuration initiale. Il faut donc résoudre le problème 4.22 à chaque pas de temps. Les sous-matrices $\overline{\overline{A}}_{jl}$ s'expriment :

$$\overline{\overline{A}}_{jl} = \frac{\Delta t^2}{m_j \beta_j} \overline{\overline{I}}_d \delta_{jl} + \sum_{i=1}^{n_{fr}} \Delta t^2 \frac{\overline{\overline{k}}_{ji} \overline{\overline{k}}_{li}^T}{\alpha_i M_i} \quad (4.23)$$

4.2.2 Résolution

La première approche consiste à résoudre le problème complet. Europlexus utilise les multiplicateurs de Lagrange pour traiter toutes sortes de conditions (degrés de liberté bloqués, conditions de symétries... etc). Il existe donc une procédure de résolution du problème qui utilise les relations entre les degrés de liberté écrites sur les vitesses (Equation 4.24). La matrice $\overline{\overline{C}}$ et le vecteur du second membre \vec{b} peuvent être constants ou variables dans le temps.

$$\overline{\overline{C}} \vec{u} = \vec{b} \quad (4.24)$$

Il est assez simple de modifier nos équations de couplage écrites en déplacement $\overline{\overline{C}} \vec{u} = 0$ pour quelles puissent être utilisées par cet algorithme de résolution (Equation 4.25). Pour cela, on utilise les relations entre vitesses et déplacements décrites au Chapitre 2 et plus particulièrement sur la Figure 2.9.

$$\begin{cases} \overline{\overline{C}} \vec{u}^{n+1} = 0 \\ \Rightarrow \overline{\overline{C}} (\vec{u}^n + \Delta t \vec{u}^{n+\frac{1}{2}}) = 0 \\ \Rightarrow \overline{\overline{C}} \vec{u}^{n+\frac{1}{2}} = \frac{\overline{\overline{C}} \vec{u}^n}{\Delta t} \end{cases} \quad (4.25)$$

L'algorithme décrit dans [Casadei, 2002] utilise la décomposition de Choleski pour trouver le vecteur des multiplicateurs de Lagrange. Ensuite, la prise en compte des conditions cinématiques est faite par l'ajout d'une force de réaction sur les éléments discrets ou sur les nœuds éléments finis concernés.

$$\begin{cases} \overline{\overline{M}} \vec{u}^{n+1} = \vec{F}_{ext}^{n+1} - \vec{F}_{int}^{n+1} + \vec{R}^{n+1} \\ \text{sous la condition : } \overline{\overline{C}} \vec{u}^{n+1} = \vec{b} \\ \text{avec : } \vec{R}^{n+1} = \overline{\overline{C}}^T \vec{\lambda} \end{cases} \quad (4.26)$$

Il est à noter que des simplifications de la manière de prendre en compte le couplage conduisant à des matrices diagonales peuvent être envisagées et seront discutées par la suite. Ainsi, la résolution devient triviale et le temps de résolution est plus faible.

Ces deux approches seront comparées sur un essai de traction uni-axiale par la suite.

4.3 Problème de la réflexion des ondes

Entre la zone éléments discrets et la zone éléments finis, les tailles de discrétisations sont différentes et les ondes hautes fréquences visibles par les éléments discrets ne passent pas dans la zone éléments finis. En effet, la zone éléments finis a une limite en fréquence qui est plus basse que celle des éléments discrets. Elle ne « voit » donc pas les fréquences plus hautes que sa fréquence de coupure. Ceci ne pose a priori pas de problème, l'objectif de la zone éléments finis n'est pas de modéliser autant de phénomènes que dans la zone éléments discrets. Cependant, les ondes hautes fréquences ont tendance à se réfléchir à l'interface et deviennent donc des ondes parasites dans la zone éléments discrets (Figure 4.13). L'interface apparaît comme une frontière rigide.



Figure 4.12 – Barre en traction avec une couche de recouvrement : Essai 1D de réflexion des ondes

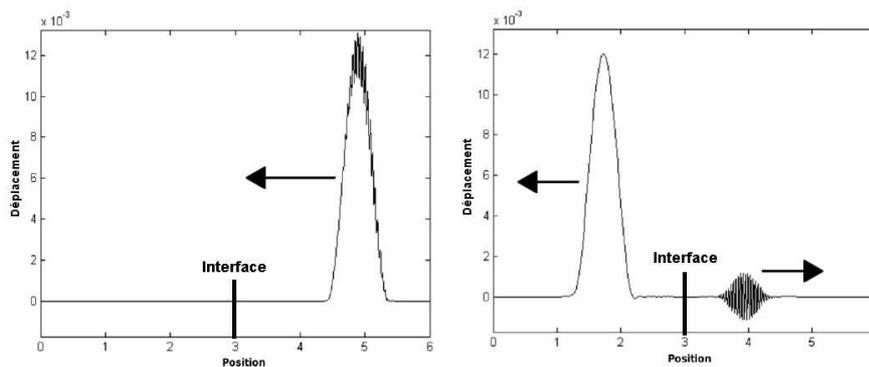


Figure 4.13 – Onde dans le modèle élément discret (à gauche) et l'onde réfléchie à l'interface (à droite) [Frangin, 2008]

Pour atténuer ces ondes parasites, il existe plusieurs méthodes développées par ([Belytschko et Xiao, 2003], [Xiao et Belytschko, 2004] et [Frangin *et al.*, 2006, 2007]). Elles ont été testées sur un essai 1D (Figure 4.12) par [Frangin, 2008].

Diagonalisation

Dans un premier temps, la diagonalisation de la matrice $\bar{\bar{A}}$ ([Belytschko et Xiao, 2003] et [Xiao et Belytschko, 2004]) permet de réduire cette réflexion. [Frangin, 2008] a montré sur un essai en 1D que la réflexion des ondes hautes fréquence est réduite d'environ 35% (Figure 4.14). La diagonalisation présente aussi l'avantage de réduire le temps de calcul, puisque l'inversion de la matrice $\bar{\bar{A}}$ est plus simple.

Relaxation

On peut ensuite utiliser la méthode de relaxation ([Frangin, 2008]). Elle introduit un coefficient de relaxation r qui permet de relâcher les conditions cinématiques afin de les rendre moins strictes. On divise le coefficient λ par r (Equation 4.27). L'essai 1D réalisé par [Frangin, 2008] en couplant diagonalisation et relaxation (Figure 4.15) montre que l'on peut atténuer la quasi-totalité des ondes réfléchies. La qualité du résultat semble dépendre du nombre de couches de recouvrement et du paramètre de relaxation utilisé.

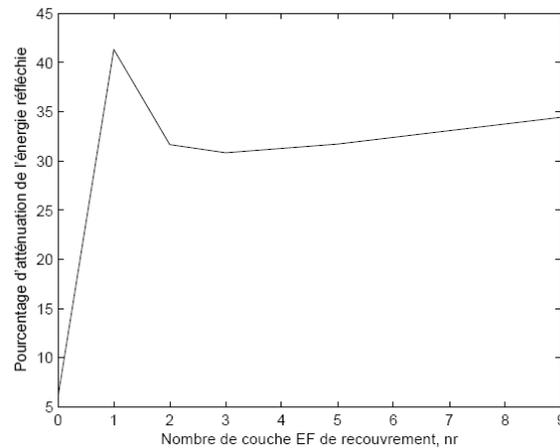


Figure 4.14 – Atténuation des ondes réfléchies en fonction du nombres de couches de recouvrement pour la diagonalisation [Frangin, 2008]

Cette étude a aussi démontré une dépendance au pas de temps utilisé. Il en ressort une estimation du paramètre de relaxation optimal pour un cas 1D. Mais cette estimation est plus complexe en 3D.

$$\begin{cases} \vec{d}_j(t + \Delta t) = 2\vec{d}_j(t) - \vec{d}_j(t - \Delta t) + \frac{\Delta t^2}{m_j} \left(F_j^{tot} + \frac{\vec{\lambda}_j}{\beta_j r} \right) \\ \vec{u}_i(t + \Delta t) = 2\vec{u}_i(t) - \vec{u}_i(t - \Delta t) + \frac{\Delta t^2}{M_i} \left(F_i^{tot} - \frac{\sum_{l=1}^{n_{dr}} k_{li}^T \vec{\lambda}_l}{\alpha_i r} \right) \end{cases} \quad (4.27)$$

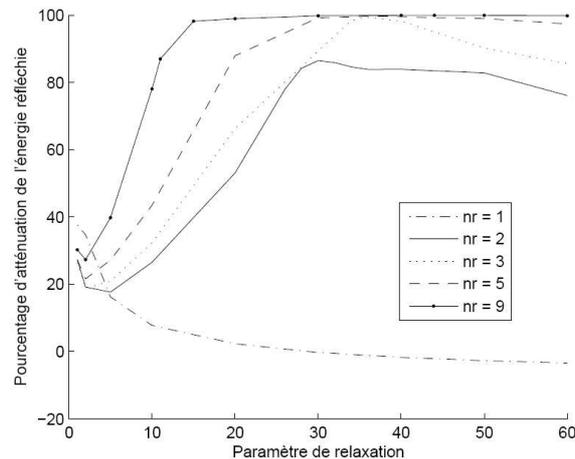


Figure 4.15 – Atténuation des ondes réfléchies en fonction de la relaxation (pour différents nombres de couches de recouvrement (nr)) [Frangin, 2008]

Amortissement visqueux

On peut aussi ajouter de l'amortissement visqueux sur des couches d'éléments discrets devant l'interface entre les éléments discrets et les éléments finis. Cet amortissement pris proportionnel à la rigidité permet de filtrer les ondes hautes fréquences et de laisser passer les basses fréquences. Il s'agit donc d'amortir quelques couches d'éléments discrets

avant et sur l'interface. Un amortissement qui croît linéairement lorsque l'on se rapproche de la zone éléments finis, semblent donner de meilleurs résultats ([Frangin, 2008]). Pour cette méthode, les paramètres utiles sont le nombre de couches éléments discrets amortis et le pourcentage d'amortissement critique. La Figure 4.16 montre une très bonne atténuation des ondes réfléchies sur le cas 1D. Cette méthode donne de bons résultats en 1D. Cependant, si on sait évaluer le paramètre d'amortissement en 1D, il est moins évident en 3D.

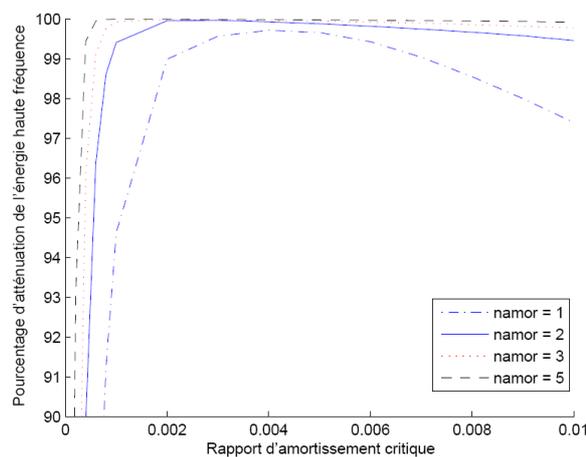


Figure 4.16 – Atténuation des ondes réfléchies en fonction de l'amortissement (pour différents nombres de couches amorties (namor)) [Frangin, 2008]

Toutes ces méthodes permettent l'atténuation des ondes réfléchies avec une plus ou moins grande efficacité. Cependant elles ne sont peut-être pas utiles dans tous les cas. Dans le cadre de nos applications, l'étude expérimentale d'impact sur structure en béton armé réalisée par [Zineddin et Krauthammer, 2007] montre des impacts plutôt durs qui atteignent des fréquences de l'ordre de 1000Hz. On peut évaluer la fréquence de coupure f_c des éléments à l'aide de la célérité des ondes dans le béton $c = 3500ms^{-1}$ et la taille de discrétisation d comme :

$$f_c = \frac{c}{2\pi d} \quad (4.28)$$

Cette évaluation donne qu'une taille de maille éléments finis de l'ordre de 30cm laisse déjà passer les fréquences de l'ordre du 1000Hz. Sachant que les fréquences mises en jeu lors de chocs mou sont certainement plus faibles, la réflexion des ondes haute-fréquence ne sera que faiblement présente dans nos applications. Par la suite, les méthodes d'atténuations ne seront pas utilisées de façon systématique. Si besoin, le choix de la méthode à utiliser doit prendre en compte la rapidité du calcul souhaitée et la précision voulue.

4.4 Couplage entre éléments discrets et éléments coques

4.4.1 Généralités sur les éléments finis de type coque

La définition générale d'une coque est la représentation d'un volume à partir d'une surface moyenne courbe et de sa normale \vec{n} . Le volume s'étend donc sur une épaisseur de $\frac{h}{2}$ de chaque côté de la surface moyenne en suivant la normale. L'épaisseur h peut varier sur la surface mais doit rester petite par rapport aux autres dimensions de la surface : la longueur L , la largeur b et le rayon de courbure R :

$$\begin{cases} h \ll L \\ h \ll b \\ h \ll R \end{cases} \quad (4.29)$$

Les structures que l'on veut modéliser correspondent à la définition d'une structure mince et sont quasiment systématiquement représentées par des éléments finis de type coque lors de calculs de structures. Il est donc presque indispensable de définir la méthode de couplage entre les éléments discrets et des éléments finis de type coque.

Donc, les coques font partie des structures minces et on peut faire l'hypothèse des segments droits définie par [Reissner, 1974] et [Mindlin, 1951]. Hypothèse selon laquelle les segments restent droits et qui simplifie la cinématique du problème. Le déplacement d'un point quelconque du volume \vec{u}_q peut s'exprimer en fonction du déplacement du point situé sur la surface moyenne \vec{u}_p et de la rotation de la section $\vec{\theta}$ (Equation 4.30 et Figure 4.17).

$$\vec{u}_q = \vec{u}_p + z\vec{\theta} \wedge \vec{n} \text{ avec } -\frac{h}{2} \leq z \leq \frac{h}{2} \quad (4.30)$$

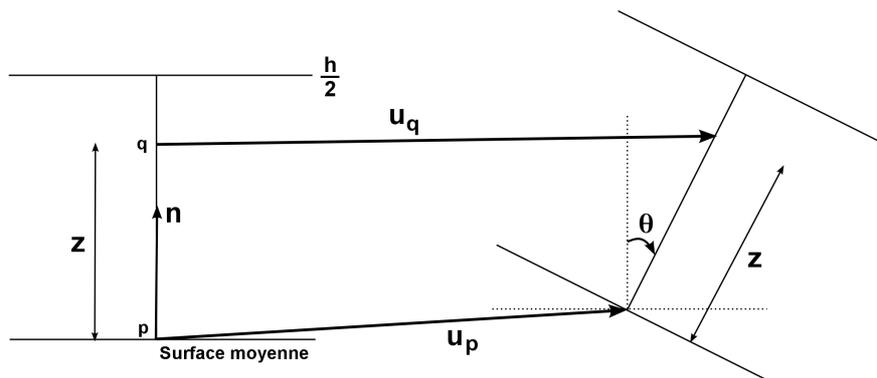


Figure 4.17 – Hypothèse des segments droits

Suivant la valeur des rapports $\frac{h}{L}$, $\frac{h}{b}$ et $\frac{h}{R}$, la coque peut être qualifiée de mince ou épaisse. L'influence des déformations dites de cisaillement transversal est souvent négligé dans le cas des coques minces. Cependant les éléments coques utilisés dans nos applications prennent en compte le cisaillement transversal.

Les éléments choisis sont des éléments Q4GS dans Europlexus utilisés de façon systématique dans les études EDF. Ils correspondent à la formulation de [Batoz et Dhatt, 1992] de l'élément $Q4\gamma24$. L'élément a donc les caractéristiques suivantes :

- 4 nœuds coplanaires ou non-coplanaires.
- 6 degrés de liberté par nœuds : 3 translations et 3 rotations. Localement, on résout le problème avec 5 ddl (3 translations, 2 rotations) et une rotation fictive.
- prise en compte du cisaillement transversal.
- 4 points de Gauss.
- 5 points d'intégration dans l'épaisseur.

4.4.2 Spécificité du couplage avec les éléments coques

Dans le cas des coques, la méthode de couplage précédente peut être adaptée et servir de base pour les coques. On va coller les éléments discrets à la cinématique des coques. Le problème se pose pour repérer les éléments discrets par rapport aux éléments coques. En effet, si les éléments discrets sont présents sur le volume, les éléments coques décrivent une surface. La première idée est de projeter l'élément discret sur l'élément coque le plus proche selon la normale à cette coque. Cependant, si tout semble bien se passer dans la plupart des cas, il existe des exceptions où la projection n'est pas évidente.

Comment repérer un élément discret situé sur une frontière? Sur la Figure 4.18, on observe un exemple de projection d'éléments discrets sur deux éléments coques selon leurs normales. Les éléments discrets rouges marqués Pb posent problème. Un de ces éléments est en dehors de la zone définie par les normales, il ne peut être projeté sur aucun des deux éléments coques alors que le second élément appartient aux deux éléments. Il faut donc trouver une autre façon de repérer les éléments discrets dans les éléments finis de type coque.

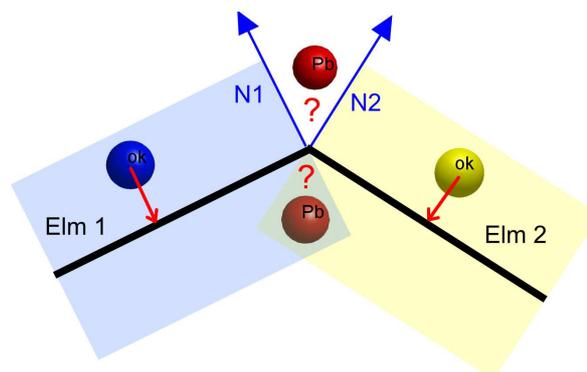


Figure 4.18 – Problème de repérage des éléments discrets par rapport aux éléments coques

La solution pour palier à ce problème est de calculer une normale moyenne \vec{n} pour chaque nœud et ainsi définir des éléments cubes fictifs à l'aide de 8 nœuds fictifs (Figure 4.19) et de l'épaisseur h . Ainsi pour chaque nœud élément finis de type coque de coordonnées x_{reel} sont définis deux nœuds fictifs (Equation 4.31).

$$\begin{cases} \vec{x}_{fictif}^{haut} = \vec{x}_{reel} + \frac{h}{2}\vec{n} \\ \vec{x}_{fictif}^{bas} = \vec{x}_{reel} - \frac{h}{2}\vec{n} \end{cases} \quad (4.31)$$

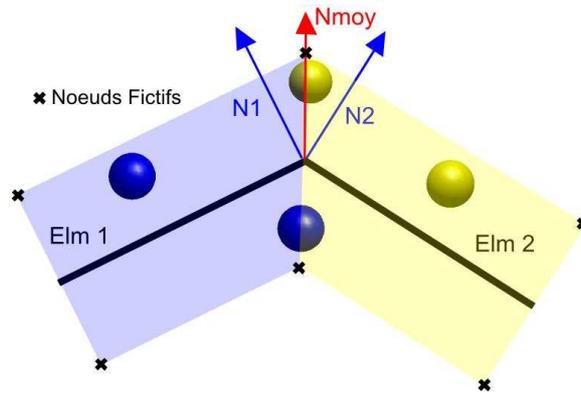


Figure 4.19 – Définition des nœuds fictifs

On peut ainsi définir les relations cinématiques entre les éléments discrets et les nœuds fictifs des éléments coques comme on le ferait pour des cubes. On obtient donc une relation de la forme (4.32).

$$\vec{d} = \overline{\overline{k}} \vec{u}_{fictif} \quad (4.32)$$

Il est nécessaire de transporter les déplacements des nœuds fictifs (3 ddls) en déplacements de type coque (6 ddls). Sous l'hypothèse du segment transverse perpendiculaire et rigide ([Reissner, 1974], [Batoz et Dhatt, 1992]), on connaît l'expression des déplacements des nœuds fictifs \vec{u}_{fictif} en fonction des déplacements \vec{u}_{reel} et des rotations $\vec{\theta}$ du nœud réel correspondant (Equation 4.33).

$$\begin{cases} \vec{u}_{fictif}^{haut} = \vec{u}_{reel} + \frac{h}{2} \vec{\theta} \wedge \vec{n} \\ \vec{u}_{fictif}^{bas} = \vec{u}_{reel} - \frac{h}{2} \vec{\theta} \wedge \vec{n} \end{cases} \quad (4.33)$$

On peut ensuite utiliser ces relations entre les déplacements des nœuds fictifs et les déplacements et rotations réels pour définir une nouvelle relation de couplage entre les éléments discrets et les nœuds coques (Equation 4.34). Les détails du calcul de $\overline{\overline{k}}_2$ sont donnés en Annexe B. Le couplage peut ensuite être traité comme décrit dans le paragraphe précédent 4.2.

$$\vec{d} = \overline{\overline{k}}_2 \vec{u}_{reel} \quad (4.34)$$

4.5 Tests de validations

4.5.1 Présentation des essais

Pour valider la procédure de couplage, les premiers essais réalisés sont des essais de traction et de flexion (Figure 4.20). Sur une barre de 0.85m de longueur et de section carrée de 0.25m de coté, on réalise un essai de traction uniaxiale ou de flexion simple. Une extrémité de l'échantillon est encastree alors que sur l'autre extrémité on applique un chargement. La force est appliquée de façon progressive (Figure 4.21) sur les éléments discrets où les nœuds éléments finis. Les essais sont réalisés avec un matériau élastique; le module d'Young est de 30GPa et le coefficient de poisson est de 0.25.

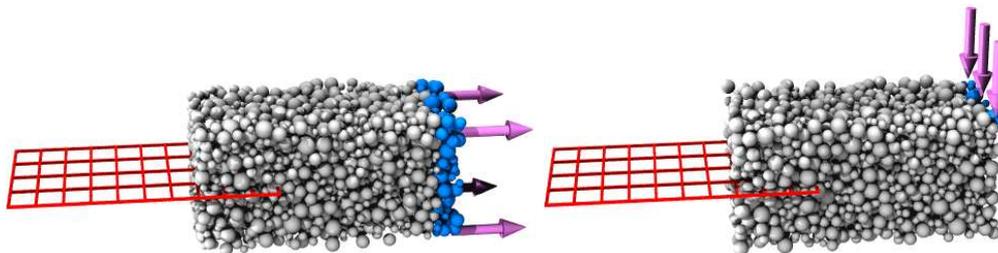


Figure 4.20 – Essai de traction et flexion avec couplage

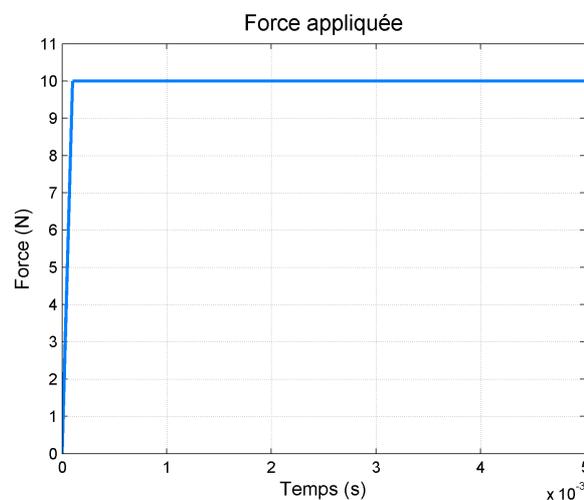


Figure 4.21 – Chargement en fonction du temps

Ils sont accomplis en quasi-statique (avec amortissement) afin de comparer les déformées et en dynamique pour évaluer les fréquences et amplitudes des déplacements. Pour chaque cas, trois modèles peuvent être comparés : le modèle totalement en éléments finis, le modèle couplé ED/EF coque et le modèle totalement en éléments discrets (Figure 4.22).

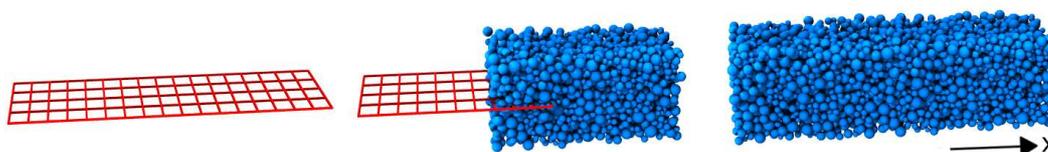


Figure 4.22 – Trois modèles utilisés (EF, Couplé ED/EF, EF)

Pour les essais en quasi-statique, les mesures des déplacements se font sur les nœuds éléments finis de la ligne médiane ($y=z=0.125\text{m}$) et sur les éléments discrets les plus proches de la ligne moyenne comme présenté sur la Figure 4.23.

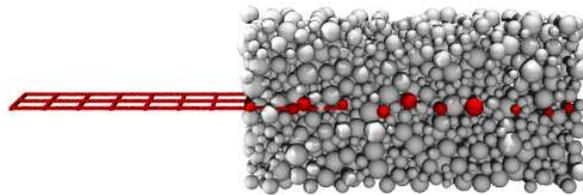


Figure 4.23 – Eléments discrets utilisés pour la mesure des déplacements (vue en coupe)

Pour les essais en dynamique, on compare les déplacements de points proches (éléments discrets ou nœuds éléments finis suivant le modèle). En général, on regardera un point dans la zone de couplage et un point dans la zone élément discret.

4.5.2 Diagonalisation et résolution complète

L'objectif est de comparer les résultats de la méthode de couplage avec et sans diagonalisation de la matrice \bar{A} (paragraphe 4.2.2). Nous avons donc réalisé l'essai de traction dynamique afin de comparer les déplacements de deux points : un élément discret et un nœud élément finis. Les courbes de déplacement en fonction du temps sont décrites sur la Figure 4.24 pour le couplage avec les éléments cubiques et sur la Figure 4.25 pour le couplage avec les éléments coques.

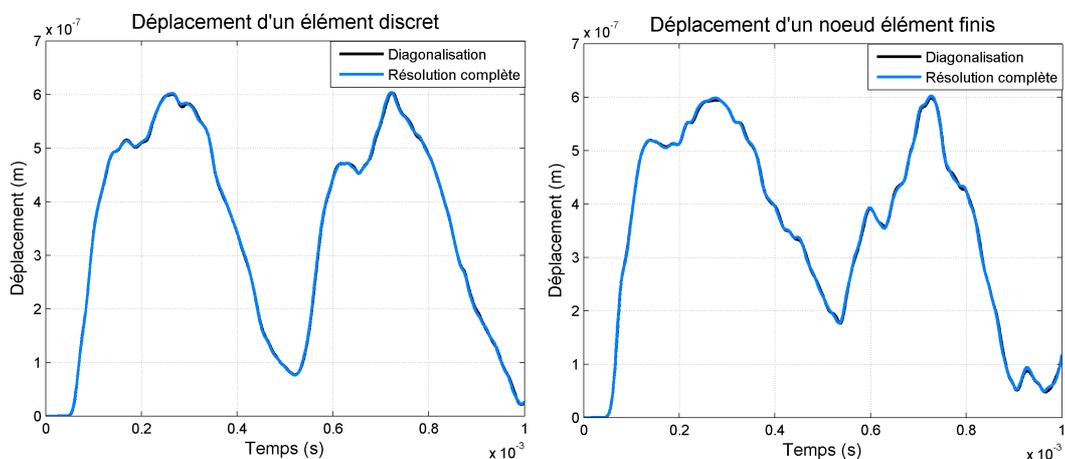


Figure 4.24 – Comparaison entre la méthode de couplage avec et sans diagonalisation (couplage avec des éléments cubiques à 8 nœuds)

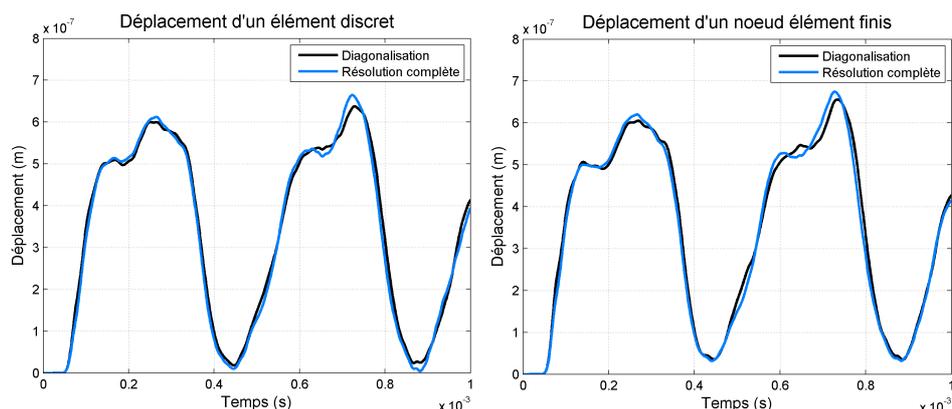


Figure 4.25 – Comparaison entre la méthode de couplage avec et sans diagonalisation (couplage avec des éléments coques à 4 noeuds)

Les résultats sont vraiment très proches, l'erreur sur l'amplitude et la fréquence est inférieure à 0.5% pour les cubes et inférieure à 4% pour les coques. Le temps de calcul est très différent d'une méthode à l'autre. Le temps de calcul est 7 fois plus grand en utilisant la matrice complète pour les cubes et 46 fois plus grand pour les coques. La différence entre coques et cubes pour la méthode complète est due au nombre de degrés de liberté mis en jeu dans les relations de couplage. Ce nombre est plus important lorsqu'il s'agit de coques. Lorsque l'on couple un ddl élément discret avec 8 ddl du cube (1 translation et 8 noeuds), on le couple avec 12 ddl de la coque (1 translation, 2 rotations et 4 noeuds). Pour plus de détail, on peut se reporter à l'annexe B.

La diagonalisation cumule donc les avantages : réduction du temps de calcul et réduction des ondes réfléchies sans engendrer d'erreurs importantes. La méthode de résolution du couplage avec diagonalisation est donc adoptée pour les calculs suivants.

4.5.3 Continuité cinématique

Le même test de traction dynamique que précédemment est réalisé sur le modèle couplé. On compare les déplacements d'un élément discret et d'un élément fini proche dans la zone de couplage (Tableau 4.1) afin de vérifier si la continuité cinématique est bien assurée. Les deux déplacements sont très proches (Figure 4.26), ce qui indique que la continuité cinématique est garantie.

	X	Y	Z
ED	0.458	0.128	0.123
EF	0.45	0.125	0.125

Tableau 4.1 – Coordonnées des éléments comparés

4.5.4 Tests en quasi-statique

Les tests de traction et flexion sont effectués en quasi-statique. Sur les Figures 4.27 et 4.28, on compare la déformée théorique avec les déformées issues du calcul éléments discrets seul, puis du couplage et des éléments finis coques seuls. Les déformées sont proches, ces tests sont donc satisfaisants.

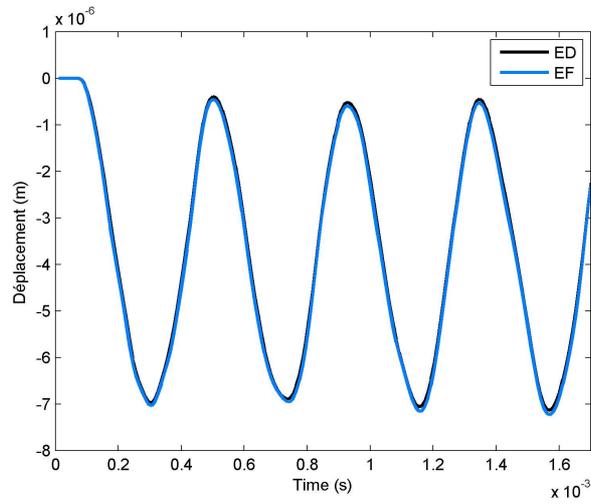


Figure 4.26 – Déplacements d'un élément discret et d'un élément fini

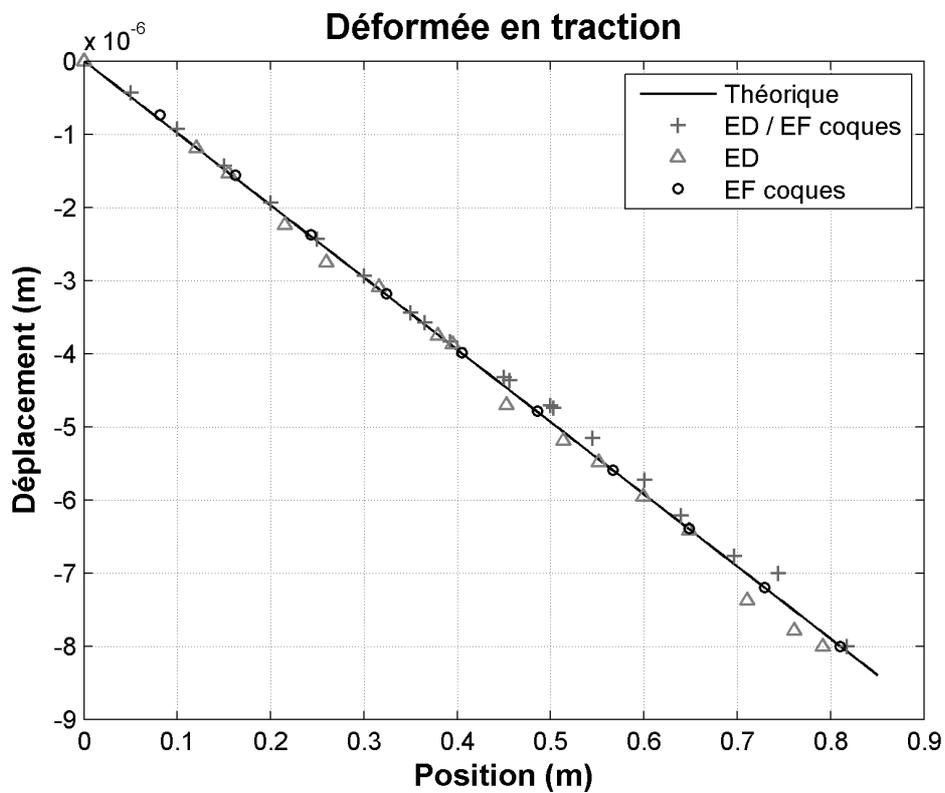


Figure 4.27 – Déformée de traction: comparaison ED purs, couplage ED/coques, coques pures et théorique.

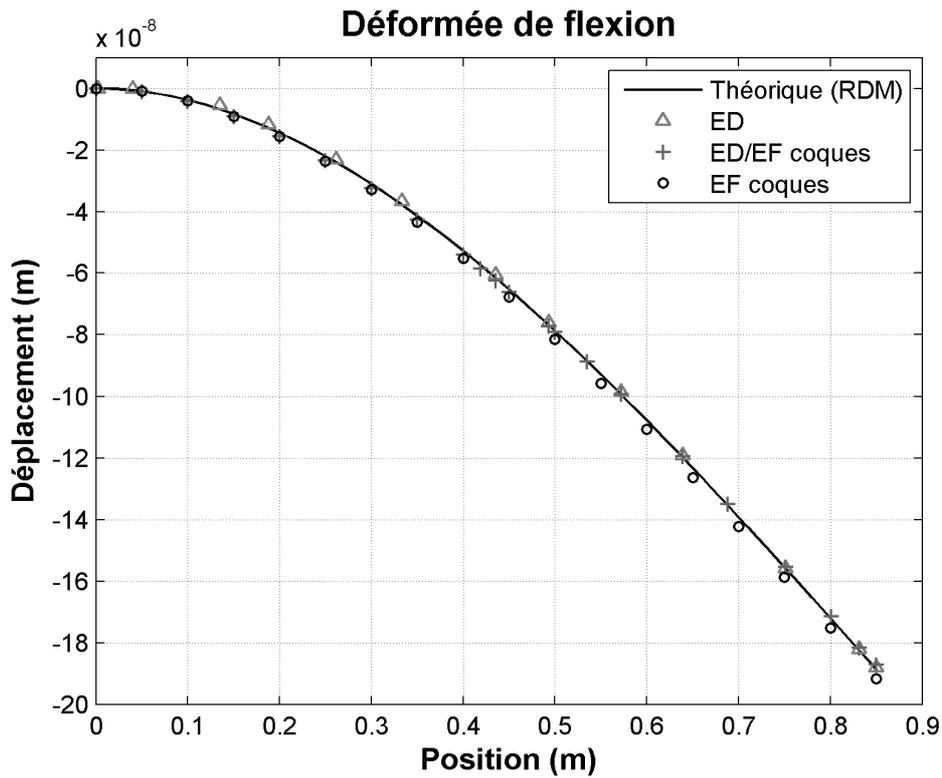


Figure 4.28 – Déformée de flexion: comparaison ED purs, couplage ED/coques, coques pures et théorique.

4.5.5 Tests dynamiques

En dynamique, on compare de la même façon les résultats du modèle couplé avec les résultats du modèle éléments discrets et du modèle éléments finis coques. L'objectif est d'estimer les erreurs commises lors du couplage par rapport au modèle le plus fin c'est-à-dire le modèle discret.

On relève les déplacements de deux éléments discrets sur la poutre : dans la zone ED à $x = 0.75\text{m}$, et dans la zone de couplage à $x = 0.4351\text{m}$ (modèle ED et couplé) ou 0.45m (modèle éléments finis). Le déplacement des éléments finis dans la zone de couplage n'est pas représenté car par continuité il est identique aux déplacements des éléments discrets qui lui sont proches.

En traction, les trois modèles présentent des réponses presque identiques (Figure 4.29 et Figure 4.30). L'erreur sur la fréquence d'oscillation est de 4% environ entre le modèle couplé et le modèle discret et d'environ 1% entre le modèle couplé et le modèle éléments finis. La différence en amplitude est d'environ 6% entre le modèle couplé et le modèle discret et d'environ 7% entre le modèle couplé et le modèle éléments finis. On observe que les déplacements du modèle couplé sont bien compris entre ceux du modèle éléments finis et ceux du modèle discret.

De la même façon, en flexion, on observe les déplacements pour les trois modèles (Figure 4.31 et Figure 4.32). Ici, l'erreur sur la fréquence d'oscillation est d'environ 1% entre le modèle couplé et le modèle discret et d'environ 3% entre le modèle couplé et le modèle élément finis. L'erreur sur l'amplitude est d'environ 3% pour $x=0.75\text{m}$ et 8% pour $x=0.4351\text{m}$ entre le modèle couplé et le modèle discret. Elle est d'environ 2% pour $x=0.75\text{m}$ et 8%

pour $x=0.4351\text{m}$ entre le modèle couplé et le modèle éléments finis. On observe que les déplacements du modèle couplé sont compris entre les déplacements du modèle discret et les déplacements du modèle éléments finis.

Ces essais dynamiques montrent une bonne concordance entre les résultats du modèle discret, du modèle couplé et du modèle éléments finis.

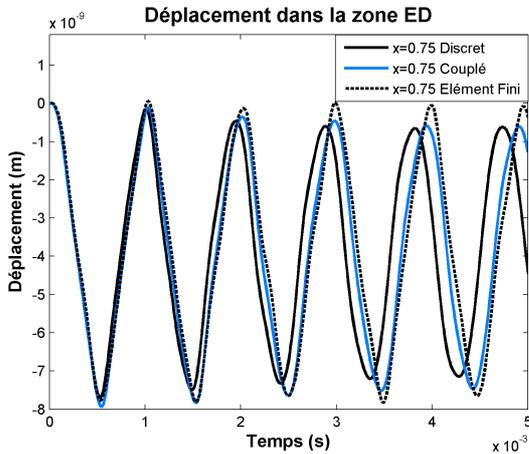


Figure 4.29 – Déplacement en traction à $x=0.75\text{m}$ (zone ED)

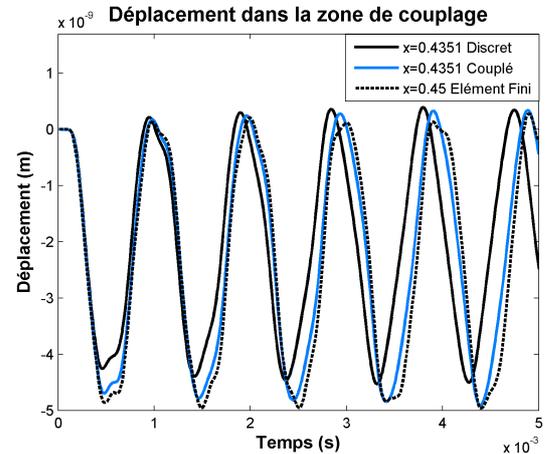


Figure 4.30 – Déplacement en traction à $x=0.4351\text{m}$ (zone de couplage)

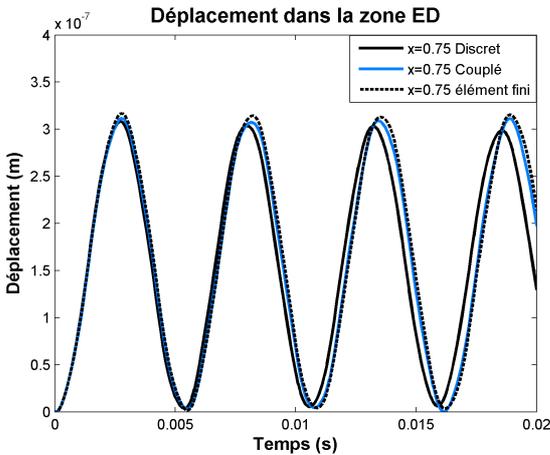


Figure 4.31 – Déplacement en flexion à $x=0.75\text{m}$ (zone ED)

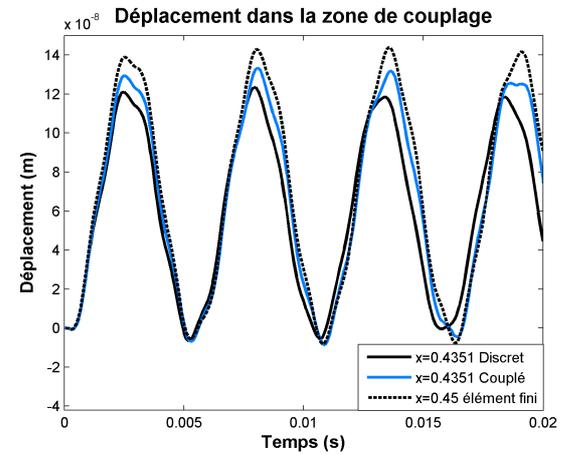


Figure 4.32 – Déplacement en flexion à $x=0.4351\text{m}$ (zone de couplage)

4.5.6 Tests d'une zone de couplage courbe

Pour tester le bon fonctionnement du couplage lorsque la zone est courbe, nous avons réalisé le test d'un anneau soumis à deux forces à ses extrémités (Figure 4.33). L'anneau a un diamètre de 4m, une longueur de 0.5m et une épaisseur de 0.25m. On tire de chaque côté avec une intensité de 10N de façon quasi-statique. Ce test est réalisé en élasticité linéaire avec un module d'Young $E = 30GPa$ et un coefficient de Poisson $\nu = 0.2$.

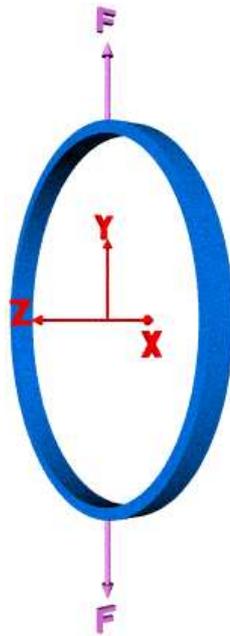


Figure 4.33 – Anneau soumis à deux forces opposées

Le modèle couplé est composé d'une partie en éléments discrets qui correspond à une tranche de 1/20e de l'anneau (18°) (Figure 4.34). Le reste de l'anneau est modélisé en éléments coques. Il existe donc deux zones de recouvrement correspondant chacune à 3 couches d'éléments finis. Le maillage contient 22264 éléments discrets et 2360 éléments coques (2607 noeuds).

Ce calcul n'est pas faisable totalement en éléments discrets, les comparaisons se feront donc avec deux modèles éléments finis : un modèle en coques, et un modèle en cubes contenant 5 éléments dans l'épaisseur (Figure 4.35).

On compare aussi les résultats à une estimation des déplacements donnée par la théorie des coques minces de la Résistance des Matériaux (RDM) [Timoshenko, 1970], [Batoz et Budynas, 2001]. L'équation 4.35 donne le déplacement selon la normale au cercle en fonction de l'angle θ , de la force appliquée F , du module d'Young E , du rayon de l'anneau R et du moment d'inertie I .

$$u(\theta) = \frac{F * R^3}{EI} \left(\frac{1}{\pi} - \theta \sin \theta - \frac{\cos \theta}{4} \right) \quad (4.35)$$

Sur la Figure 4.36, on observe la déformée de l'anneau pour les trois modèles. On peut remarquer que la forme des déformées sont proches mais qu'il existe des différences plus particulièrement au niveau de la zone éléments discrets. Plusieurs vérifications peuvent être faites avec les mesures en différents points de l'anneau (Figure 4.37).

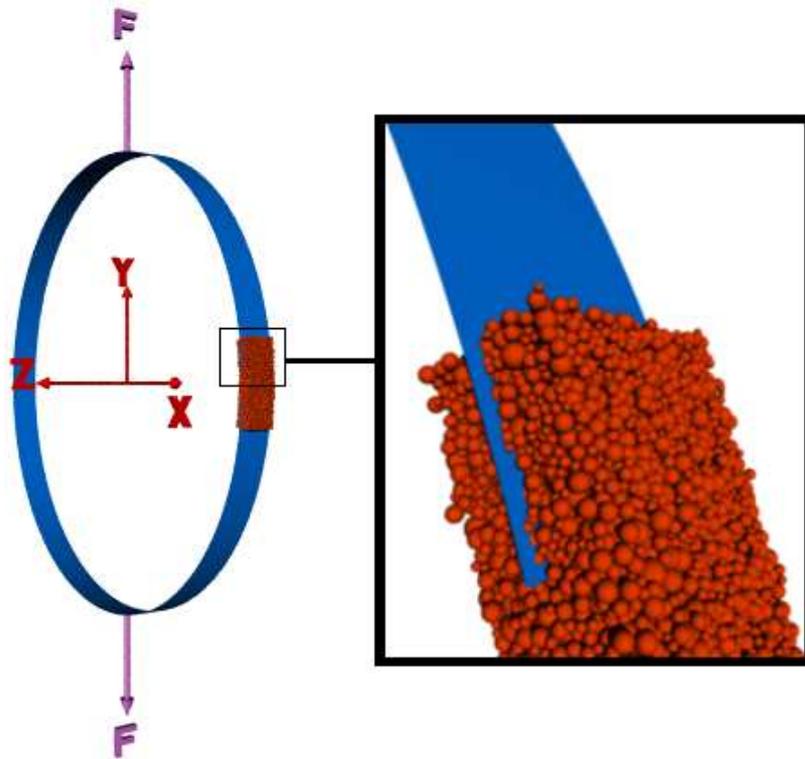


Figure 4.34 – Représentation de l’anneau avec couplage entre éléments discrets et éléments finis

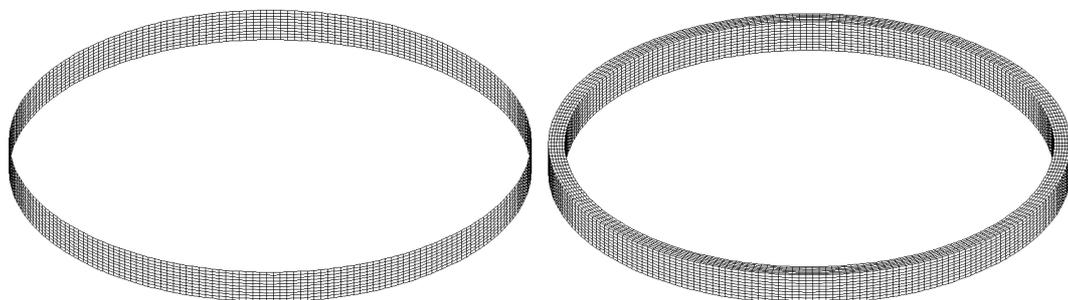


Figure 4.35 – Représentation de l’anneau en éléments finis (coques à gauche et cubes à droite)

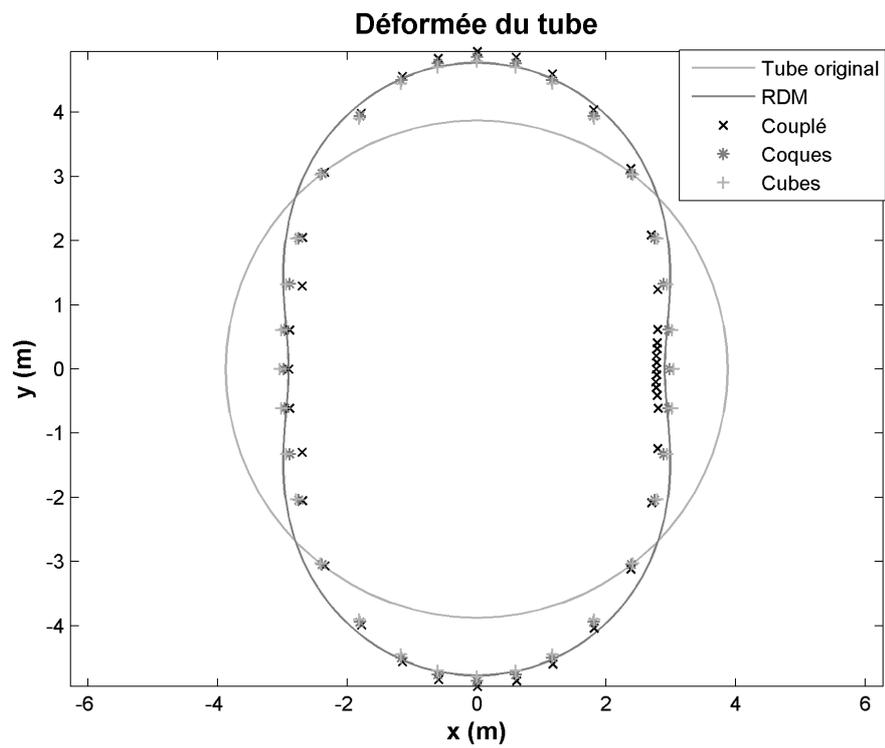


Figure 4.36 – Anneau déformé pour les quatre modèles (couplé, coques, cubes et RDM) avec une amplification des déplacements $\times 40000$

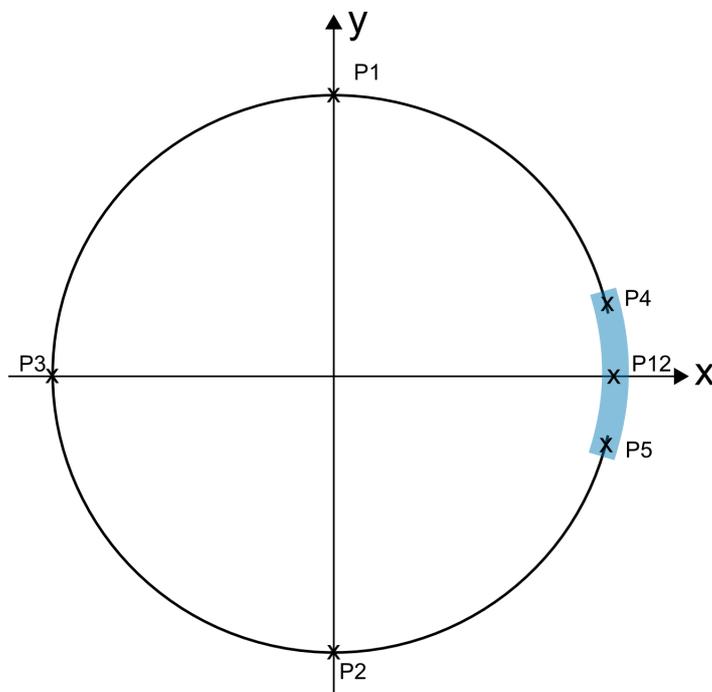


Figure 4.37 – Définition des points de mesures sur l'anneau

Dans un premier temps, on peut vérifier la symétrie des déplacements dans le modèle couplé (Tableau 4.2). Pour cela, on compare le déplacement d'un élément discret situé sur l'horizontal (P12) avec son symétrique c'est à dire un nœud élément fini (P3). L'erreur est d'environ 13% ce qui reste correct. Si on compare maintenant les déplacements des deux nœuds éléments finis verticaux (P1 et P2), l'erreur est beaucoup plus faible, moins de 1%. On peut dire que la symétrie est en partie vérifiée, l'erreur reste un peu forte sur les déplacements discrets.

Point	Type	Coordonnées		Déplacement	Erreur
		x (m)	y (m)		
P3	EF	-3.875	0	2.438461E-05	6%
P12	ED	3.885	-0.003	-2.777908E-05	
P1	EF	0	3.875	2.674745E-05	<1%
P2	EF	0	-3.875	-2.674069E-05	

Tableau 4.2 – Vérification de la symétrie des résultats du modèle couplé

Ensuite, on vérifie la continuité cinématique dans la zone de couplage (Tableau 4.3). On compare le déplacement d'un nœud élément fini avec le déplacement d'un élément discret proche dans la zone de couplage (P4 et P5). La continuité est assurée avec une erreur inférieure à 1%.

Point	Type	Coordonnées		Déplacement	Erreur
		x (m)	y (m)		
P4	EF	3.8538	0.4050	-2.677012E-05	<1%
P4	ED	3.8584	0.4039	-2.677805E-05	
P5	EF	3.8538	-0.4050	-2.670951E-05	<1%
P5	ED	3.8559	-0.4085	-2.670621E-05	

Tableau 4.3 – Vérification de la continuité cinématique dans les zones de couplage

Comparons maintenant les résultats des différents modèles (Tableau 4.4). Les quatre modèles semblent se comporter de la même façon. Les erreurs entre l'estimation RDM et les autres modèles sont très variables. Pour les points de la verticale (P1 et P2), c'est le modèle couplé qui est le plus éloigné de la RDM alors que pour les points horizontaux (P3 et P12), le modèle couplé est le plus proche. Les résultats du modèle couplé sont donc dans la norme. De plus, les déplacements sont en général surestimés par ce modèle ce qui pour un problème de dimensionnement est plus contraignant et plus sécuritaire.

Cependant les différences sont assez importantes entre 7% et 19% entre le modèle couplé et le modèle coques et entre 14% et 25% entre le modèle couplé et le modèle cubes. La zone de couplage semble un peu trop rigide. Ces erreurs du modèle couplé peuvent être aussi expliquées par le maillage éléments discrets. La méthode utilisée pour le générer est encore en développement et les échantillons courbes n'ont jamais été testés.

Point	Modèle	Type	Coordonnées		Déplacement (m)	Erreur(/couplé)	Erreur(/RDM)
			x (m)	y (m)			
P1	Couplé	EF	0	3.875	2.674745E-05	-	19%
	Coques	EF			2.452495E-05	8%	10%
	Cubes	EF			2.289463E-05	14%	2%
	RDM				2.2385E-05	16%	-
P2	Couplé	EF	0	-3.875	-2.674069E-05	-	19%
	Coques	EF			-2.452495E-05	8%	10%
	Cubes	EF			-2.289463E-05	14%	2%
	RDM				-2.2385E-05	16%	-
P12	Couplé	ED	3.885	-0.003	-2.777908E-05	-	14%
	Coques	EF	3.875	0	-2.242286E-05	19%	8%
	Cubes	EF			-2.093037E-05	25%	14%
	RDM				-2.4377E-05	12%	-
P3	Couplé	EF	-3.875	0	2.438461E-05	-	<1%
	Coques	EF			2.242286E-05	8%	8%
	Cubes	EF			2.093037E-05	14%	14%
	RDM				2.4377E-05	<1%	-

Tableau 4.4 – Comparaison des résultats

4.6 Tests de sensibilité

L'objectif de cette section est d'évaluer l'influence des caractéristiques de la zone de couplage sur les résultats. On exprime la taille de la zone de couplage en nombre de couches de recouvrement n_c , cependant la taille réelle de la zone dépend de la taille des éléments finis. En général, la taille des éléments finis est plus ou moins définie par rapport à la géométrie de la structure et de la précision voulue. Donc si on estime que la taille des mailles éléments finis est un paramètre connu, la taille de la zone de recouvrement est directement liée au nombre de couches n_c .

Nous avons effectué les essais quasi-statiques de traction et flexion précédents, en faisant varier le nombre de couches n_c de 1 à 5. La taille de la zone de couplage passe donc de 6% à 30% de la taille de la poutre (Figure 4.38).

Le maillage éléments discrets est le même dans tous les cas, on relève donc les déplacements d'un élément discret situé sur la ligne moyenne à 0.8m et d'un nœud éléments finis situé à 0.4m (dans la zone de recouvrement). Les Figures 4.39 représentent les erreurs par rapport à la solution donnée par la résistance des matériaux pour chacun des 5 maillages.

On peut tout d'abord remarquer que les erreurs restent inférieures à 4% pour la traction et inférieures à 2.5% pour la flexion, ce qui est très faible. Les variations entre les différents maillages sont peu importantes. On peut noter un raidissement du modèle avec l'augmentation du nombre de couches. En effet, lorsque l'on augmente la taille de la zone de recouvrement, un plus grand nombre d'éléments est contraint de façon cinématique, il y a donc logiquement une rigidification du modèle. Pour un nombre de couches trop faible, le modèle est au contraire trop souple. Un bon compromis semble être entre 2 et 3 couches de recouvrement.

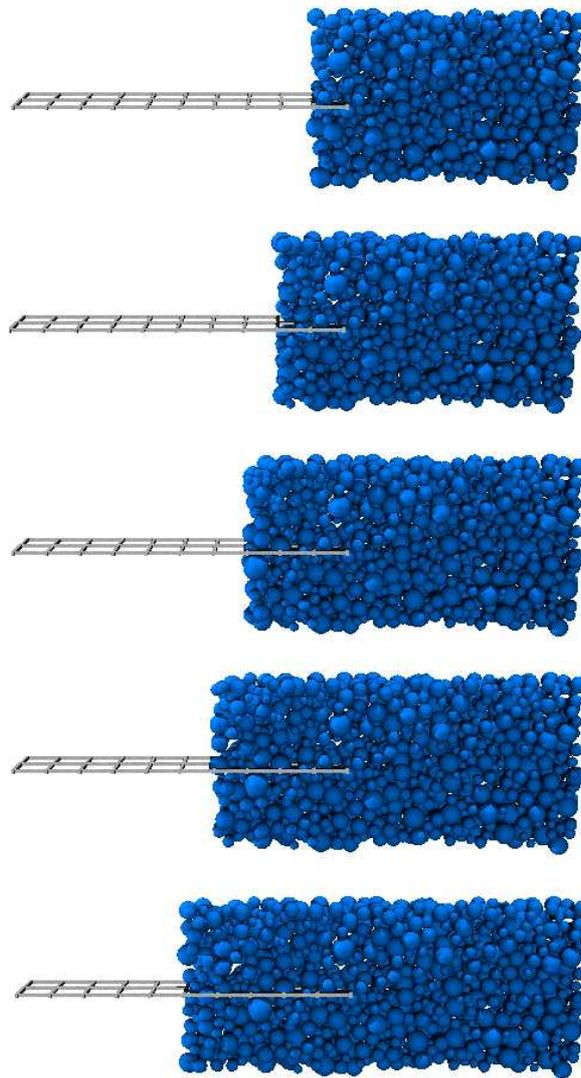
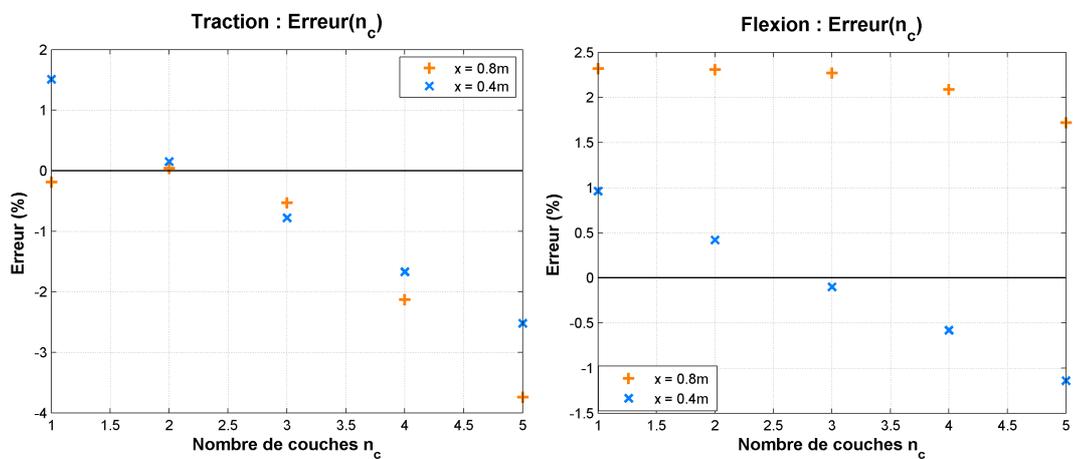
Figure 4.38 – Echantillons utilisés en faisant varier le nombre de couches de recouvrement n_c 

Figure 4.39 – Erreurs en déplacement par rapport à la solution RDM pour différents nombres de couches

Finalement, pour déterminer la taille de la zone de recouvrement, on doit vérifier plusieurs choses :

- Le nombre d'éléments discrets par élément finis dans la zone de recouvrement doit être suffisant. Cette condition est respectée dans notre cas.
- Le nombre de couches de recouvrement doit être pris autour de 2 ou 3.

Pour finir, on peut remarquer que le couplage avec les coques est assez fort et qu'il est possible de relâcher les conditions cinématiques dans l'épaisseur. Cette possibilité n'a pas été étudiée.

Dans ce chapitre, nous allons essayer de valider les outils développés dans les paragraphes précédents par leur utilisation sur des essais d'impacts. Dans un premier temps, la méthode éléments discrets développée pour le béton armé est utilisée seule pour simuler les essais Meppen. L'objectif est de regarder la capacité du modèle éléments discrets précédemment décrit pour représenter la réalité en le comparant à des résultats expérimentaux. Les essais expérimentaux de référence Meppen ont été présentés dans le Chapitre 1 comme les plus représentatifs des chocs mous et donc d'un impact d'avion. Il s'agit d'impacts de projectiles déformables sur des dalles en béton armé.

Ensuite, nous simulerons une structure plus importante représentative d'une structure réelle impactée. Le couplage entre éléments discrets et éléments finis coques est utilisé pour cette simulation. L'objectif est de montrer la faisabilité de ce type de simulation et les possibilités offertes par les outils développés lors de ce travail.

5.1 Application de la méthode éléments discrets à la simulation des essais Meppen

5.1.1 Présentation des essais Meppen

Les essais Meppen ([Nachtsheim et Stangenberg, 1981], [Nachtsheim et Stangenberg, 1982] et [Jonas *et al.*, 1979]) sont les seuls essais connus à être représentatifs de chocs mous (voir Chapitre 1). Ils nous servent donc de référence pour valider notre modèle. Ces essais ont été réalisés dans les années 70 en Allemagne. Il s'agit d'une série de 21 tirs de projectiles déformables sur des dalles en béton armé (Figure 5.1). Plusieurs essais ont été menés en faisant varier différents paramètres comme la vitesse du projectile (de 172 à 260m/s), le taux de ferrailage (transversal et longitudinal) ou l'épaisseur de la dalle (50, 70 et 90cm). Les paramètres matériaux varient aussi d'un essai à l'autre cependant le béton utilisé reste assez ordinaire ($\sigma_c \approx 35\text{MPa}$).

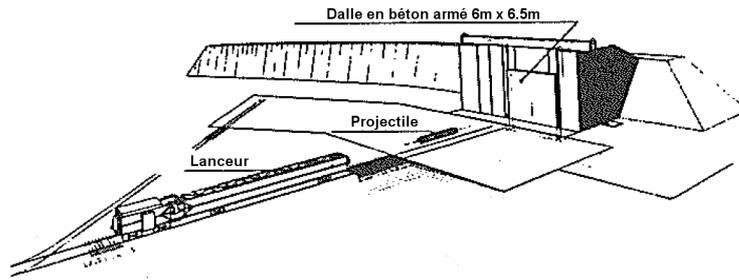


Figure 5.1 – Schéma des essais Meppen [Rüdiger et Riech, 1983]

Sur la Figure 5.2, on peut voir un classement des 21 essais en fonction de l'état d'endommagement de la dalle après l'essai et suivant leur positionnement dans le processus de perforation décrit dans le paragraphe 1.2.4 du Chapitre 1. Nous nous sommes intéressés à l'essai II-2 peu endommageant et à l'essai II-5 où le projectile a perforé la dalle. Ces deux essais sont intéressants car ils représentent deux types de comportement différents. D'un coté, l'essai II-2 permet d'observer les aller-retours d'ondes représentatifs d'un choc mou et de l'autre coté, l'essai II-5 permet de vérifier si le modèle éléments discrets développé est capable de gérer la perforation d'un choc plus dur.

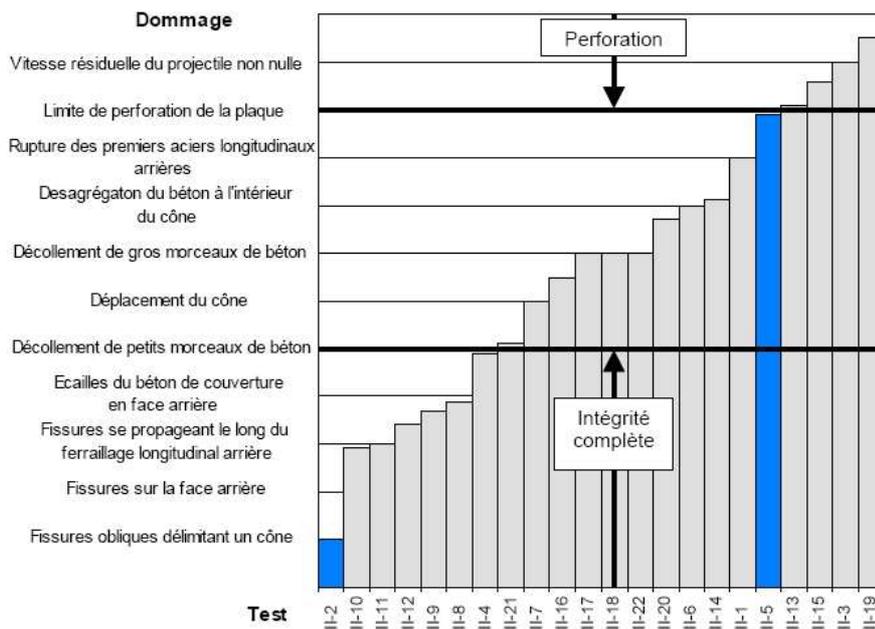


Figure 5.2 – Classement des essais en fonction de l'endommagement final [Koechlin, 2007]

En recoupant les informations des divers articles ([Nachtsheim et Stangenberg, 1981], [Nachtsheim et Stangenberg, 1982], [Jonas *et al.*, 1979], [Rüdiger et Riech, 1983] et [Koechlin, 2007]) décrivant les essais Meppen, il ressort que l'essai II-2 n'est pas très endommagé. Le cône de fissuration est visible mais le réseau de fissures en face arrière est quasiment inexistant. Cet essai devrait permettre de comparer quantitativement les résultats numériques avec l'expérimental car les déplacements de certains points de la dalle ont été mesurés.

En revanche, l'essai II-5 est perforant. Les aciers en face arrière sont fortement plastifiés mais retiennent le cône de béton complètement dégradé. Cependant le projectile ne

traverse pas la dalle, il est simplement arrêté. Cet essai servira à comparer plutôt qualitativement les résultats en terme d'endommagement et de fissuration.

Essai	Vitesse du projectile	Masse du projectile
Essai II-2	172.2 <i>m/s</i>	1016 <i>kg</i>
Essai II-5	234.8 <i>m/s</i>	974 <i>kg</i>

Tableau 5.1 – Caractéristiques des essais

5.1.1.1 Simulations numériques de référence

Ces essais ont déjà été pris comme référence pour différents auteurs notamment par [Koechlin, 2007] et par le bureau d'étude allemand Hochtief [Jonas *et al.*, 1982]. Le cabinet Hochtief a étudié de manière détaillée ces essais en vérifiant les données des essais expérimentaux et en validant les fonctions de chargement calculées par la méthode de Riera. Ils ont ensuite utilisé un modèle 2D avec un comportement non-linéaire de flexion et de cisaillement transverse pour simuler différents essais dont l'essai II-2.

[Koechlin, 2007] a développé un modèle de comportement béton-armé pour des plaques soumises à des impacts appelé GLRC (GLobal Reinforced Concrete). Ce modèle est basé sur la théorie thermodynamique des matériaux standards généralisés et couple un modèle d'endommagement et un modèle de plasticité. Il a utilisé les essais Meppen pour valider son modèle.

Les résultats bruts de ces deux modèles (Hochtief et plaques [Koechlin, 2007]) sont très proches l'un de l'autre mais assez éloignés des résultats expérimentaux. Le cabinet Hochtief a donc proposé un calcul recalé plus près des essais expérimentaux. Les paramètres matériaux du béton ont été ré-identifiés. Le chargement initial calculé avec la méthode Riera [Riera, 1980], a été aussi recalé à partir de données expérimentales complémentaires. [Koechlin, 2007] a lui aussi modifié ces paramètres pour obtenir des résultats proches de l'expérimental.

Dans ce chapitre, nous comparerons nos résultats avec les résultats expérimentaux mais aussi avec les résultats du calcul brut du cabinet Hochtief.

5.1.2 Modèle éléments discrets

5.1.2.1 Maillage

La dalle en béton armé fait 0.7m d'épaisseur et 6.5m par 6m de coté. Le ferrailage est composé de deux lits d'armatures (diamètres 2cm en face avant et 2.8cm en face arrière) et d'aciers transversaux (diamètre 2cm). Les dimensions de la dalle sont les mêmes pour les deux essais mais le taux de renforcement est différent (Tableau 5.2).

Essai	Densité face avant	Densité face arrière	Enrobage face avant	Enrobage face arrière	Densité aciers transversaux
II-2	27.3 cm^2/m	53.6 cm^2/m	entre 2.5 et	6 cm	24.6 cm^2/m^2
II-5			5 cm		12.6 cm^2/m^2

Tableau 5.2 – Caractéristiques des aciers

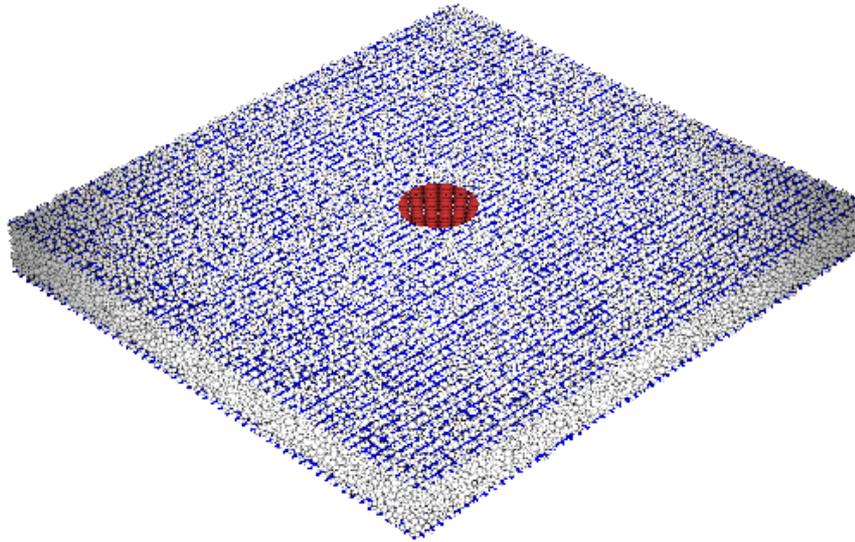


Figure 5.3 – Dalle maillée en éléments discrets

La dalle est modélisée entièrement par éléments discrets (Figure 5.3). Le temps de calcul dépend de la taille des éléments. Nous avons choisi un maillage tel qu'il y ait en moyenne 15 éléments dans l'épaisseur. Le rayon moyen des éléments de béton est donc autour de 0.025m. On peut remarquer que les armatures (plus foncées) sont plus ou moins visibles à travers l'enrobage. En effet l'enrobage (2.5cm en face avant et 6cm en face arrière) ne permet pas de mettre plus d'un élément discret (diamètre moyen 2.5cm). Le disque visible au dessus de la dalle permet d'appliquer le chargement. Les caractéristiques des maillages utilisés sont décrites dans le Tableau 5.3.

Essai	Nb éléments	Nb d'éléments Béton	Nb d'éléments Acier	R_{min}	R_{max}
II-2	210743	146111	66309	0.01m (aciens)	0.030m
II-5	260000	193391	63310	0.01m (aciens)	0.046m

Tableau 5.3 – Caractéristiques des maillages

5.1.2.2 Chargement

Le projectile est un tube de diamètre initial de 0.6m qui est écrasé pendant l'impact (Figure 5.4). On peut calculer à partir de la vitesse et des positions du projectile un chargement équivalent de type [Riera, 1980] que l'on retrouve dans les documents ([Nachtsheim et Stangenberg, 1981], [Nachtsheim et Stangenberg, 1982], [Jonas *et al.*, 1979] et [Koechlin, 2007]) (Figure 5.5). On peut difficilement appliquer une force répartie directement sur la cible. Cette force est donc appliquée par l'intermédiaire d'un disque d'éléments discrets de diamètre 0.8m (diamètre du projectile écrasé).

Le disque est composé de 1323 éléments de 0.01m de rayon. Ces éléments sont reliés entre eux par des interactions linéaires élastiques. Le disque ne doit pas être ni trop souple ni trop rigide de façon à bien transmettre et répartir les efforts (Figure 5.6). Une rigidité égale à celle du béton donne au disque assez de souplesse pour bien répartir les

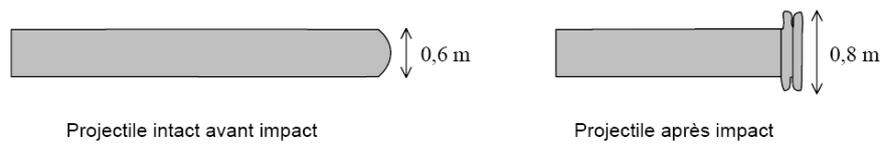


Figure 5.4 – Projectile avant et pendant l'impact [Koechlin, 2007]

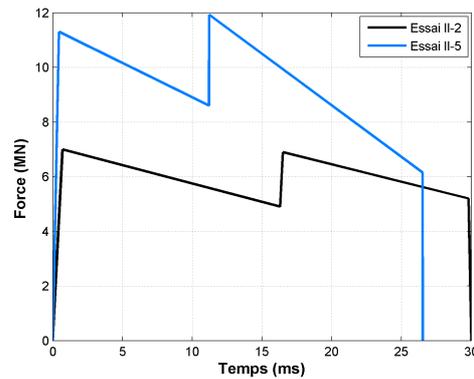
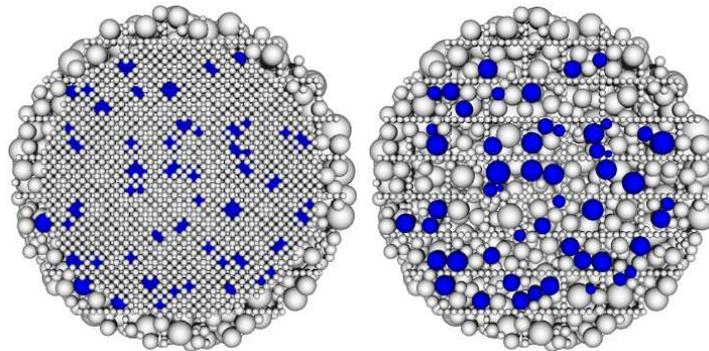


Figure 5.5 – Force équivalente de Riera en fonction du temps

efforts. Un disque trop souple peut se voir comme autant de projectiles que d'éléments qui le composent. Avec un disque trop rigide, le nombre de contacts entre la dalle et le disque est trop faible.

Figure 5.6 – Éléments du disque et de la dalle en contact à $t = 11$ ms

Pour faire en sorte que l'effort de Riera soit bien l'effort exercé sur la cible, la masse du disque devrait idéalement être nulle cependant numériquement c'est impossible. Une masse importante entraîne une variation importante entre l'effort imposé sur le disque et celui transmis à la dalle. On doit donc lui donner une masse. Or plus la masse est faible, plus le pas de temps diminue. On choisit donc la masse la plus grande qui permet de transmettre au mieux les efforts à la dalle. Après plusieurs simulations, une masse de 1kg donnent les meilleurs résultats. La Figure 5.7 compare la force appliquée sur le disque à la somme des forces de contact entre le disque et la dalle.

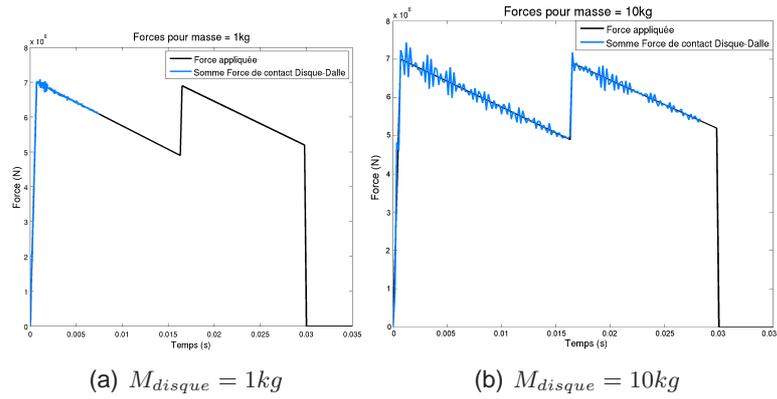


Figure 5.7 – Force appliquée sur le disque comparée à la somme des efforts transmis par les contacts

5.1.2.3 Conditions limites

La dalle est maintenue pendant l’essai par des câbles de précontrainte et des cylindres d’appui. La plupart des auteurs ([Nachtseim et Stangenberg, 1982], [Koechlin, 2007]) modélisent ces conditions par une ligne d’appui équivalente (Figure 5.8).

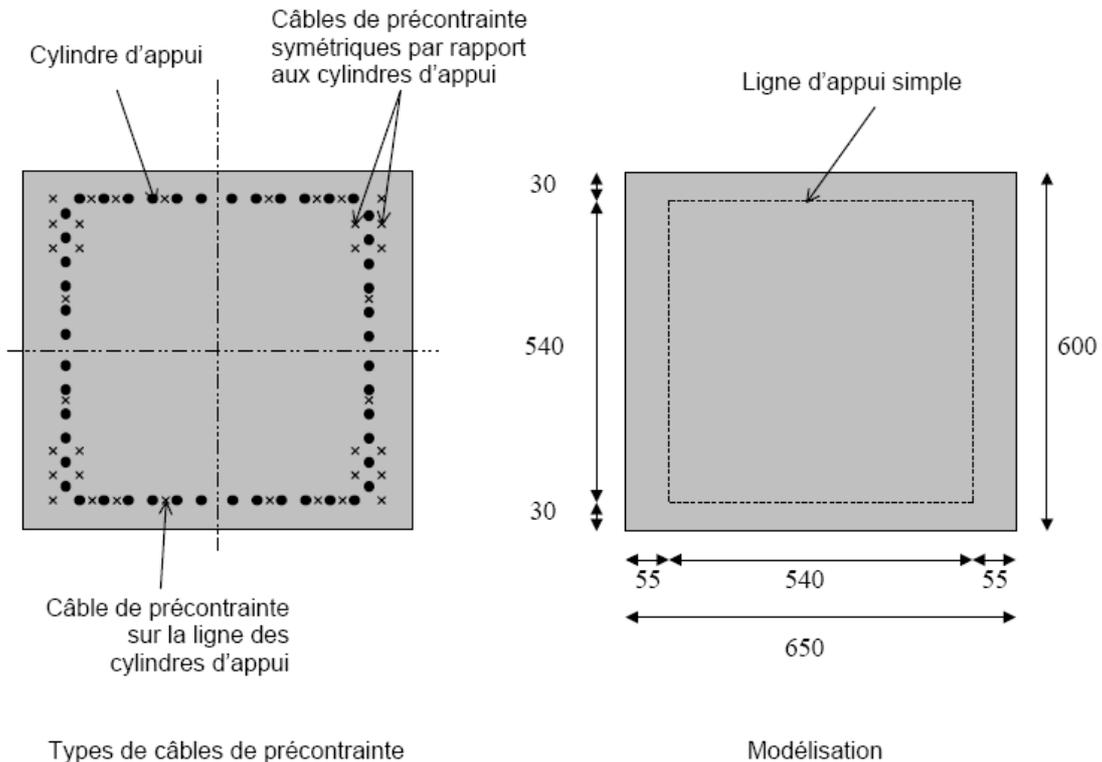


Figure 5.8 – Conditions limites des essais Meppen

Les conditions limites sont appliquées sur une bande d’éléments discrets. Les dimensions de cette bande ne doivent être ni trop importantes pour éviter l’encastrement ni trop faibles pour ne pas concentrer les efforts. La bande est donc de largeur environ 9 fois le rayon moyen des éléments et d’épaisseur environ 4.5 fois le rayon moyen des éléments (Figure 5.9). Ces valeurs ont été établies par [Frangin, 2008] qui a vérifié l’équivalence entre ces conditions limites et des conditions limites modélisées par éléments finis.

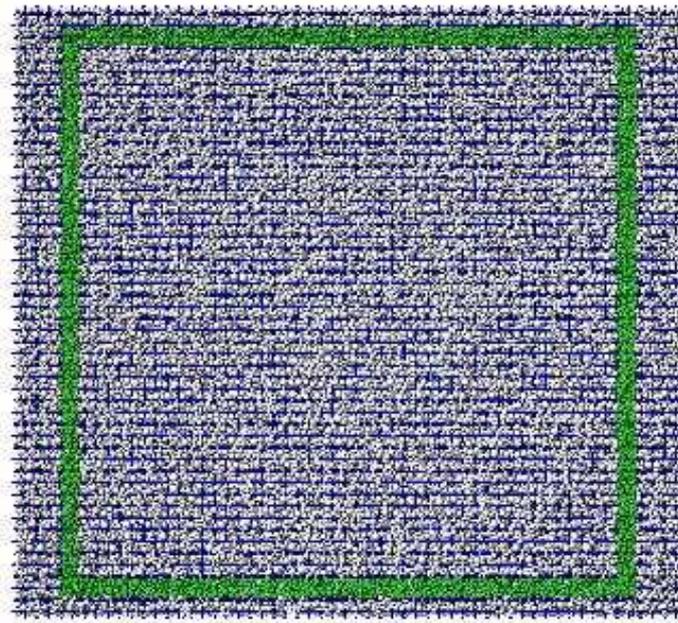


Figure 5.9 – Éléments discrets bloqués verticalement

5.1.2.4 Matériaux

Béton

Les caractéristiques des matériaux sont assez dispersées selon les sources. Cependant les caractéristiques du béton semblent être assez classiques : module d'Young entre 25 et 30 GPa et une contrainte limite à la compression autour de 35MPa. Pour la contrainte limite à la traction, nous prendrons donc une valeur classique 10 fois plus faible que la limite à la compression c'est-à-dire autour de 3.5MPa. Nous n'avons aucune donnée sur l'énergie de fracturation de ce béton ni sur son caractère ductile ou fragile. Le Tableau 5.4 récapitule les caractéristiques utilisées pour le béton.

E	ν	σ_c	σ_t
30GPa	0.2	35MPa	3.5MPa

Tableau 5.4 – Caractéristiques du béton

L'identification des paramètres locaux est faite en suivant la procédure d'identification décrite dans le Chapitre 2. Un échantillon de 1.5m x 0.7m x 0.7m extrait de la dalle est testé en traction simple dans un premier temps pour définir les paramètres locaux T (limite locale de traction) et ζ (adoucissement). Préalablement, le rayon d'interaction est ajusté pour qu'il y ait environ 12 liaisons par éléments discrets pour assurer un comportement élastique correct.

N'ayant aucune indication sur la ductilité ou sur la fragilité de ce béton, nous avons choisi arbitrairement l'adoucissement $\zeta = 100$ dans un premier temps. Les tests de traction uni-axiale et quasi-statique servent donc à caler la limite locale à la traction T pour obtenir une contrainte limite globale de traction égale à 3.5MPa. Evidemment, la solution obtenue (i-e le couple (T, ζ)) n'est pas unique. La meilleure solution obtenue pour $\zeta = 100$ est observé sur les Figures 5.10 et 5.11 et correspond à $T = 1$ MPa.

La deuxième étape sert à identifier C_0 à partir d'une série de tests de compression uni-axiale et quasi-statique de façon à obtenir une contrainte limite à la compression d'environ 35MPa. Pour $C_0 = 3.5$ MPa, on obtient la courbe contrainte/déformation présentée sur la Figure 5.12 et l'endommagement Figure 5.13. Les paramètres locaux identifiés sont regroupés dans le Tableau 5.5.

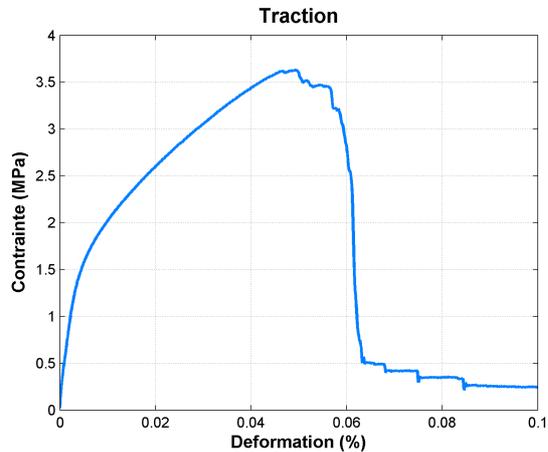


Figure 5.10 – Courbe de traction uniaxiale

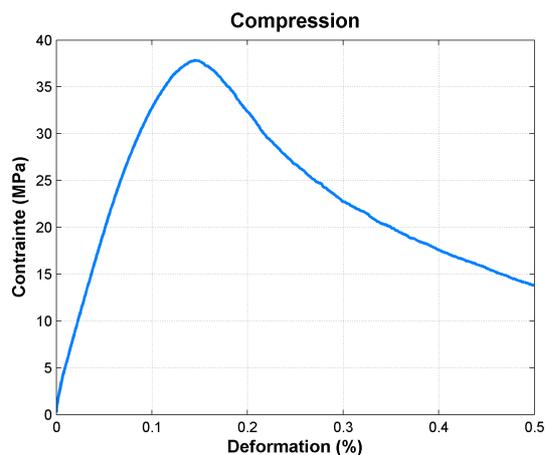


Figure 5.12 – Courbe de compression uniaxiale

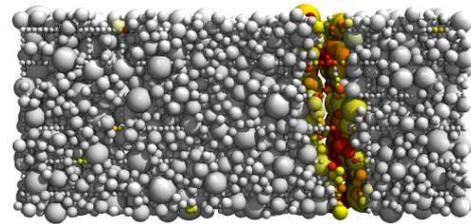


Figure 5.11 – Endommagement lors d'une traction uniaxiale (amplification des déplacements x10)

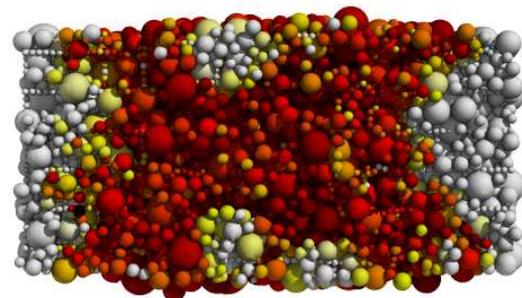


Figure 5.13 – Endommagement lors d'une compression uniaxiale (pas d'amplification des déplacements)

E	ν	T	ζ	C_0	Φ_i, Φ_c
30GPa	0.2	1MPa	100	3.5MPa	15°

Tableau 5.5 – Paramètres des interactions béton

Acier

Les caractéristiques des aciers utilisés pour les essais Meppen sont mieux connus (Tableau 5.6). La courbe contrainte-déformation est donnée sur la Figure 5.14.

Les paramètres locaux pour l'acier n'ont pas besoin d'être identifiés (voir Chapitre 2). Le module d'Young est donc de 210000MPa, la limite élastique σ_e est prise égale à la limite plastique (505MPa ou 494MPa respectivement pour l'essai II-2 et l'essai II-5), la limite à

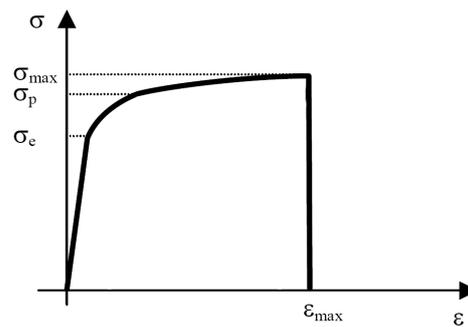


Figure 5.14 – Caractéristiques des aciers

Essai	σ_e	σ_p	σ_{max}	ϵ_{max}
II-2	422 MPa	505 MPa	617 MPa	5.6%
II-5	430 MPa	494 MPa	620 MPa	6%

Tableau 5.6 – Caractéristiques de l'acier

rupture σ_y égale à σ_{max} (617 MPa ou 620 MPa) et l'allongement maximal est ϵ_{max} (5.6% ou 6%).

Interface acier-béton

Les caractéristiques de l'interface acier-béton ne sont pas connus. On étudiera l'influence de ces paramètres par la suite. Les paramètres décrits dans le Tableau 5.7 sont les paramètres qui donnent les meilleurs résultats.

E	ν	T_e	T_{max}	δ_{max}	T_{res}	T_{NTmax}	T_{NCmax}
30 GPa	0,2	20 MPa	50 MPa	150	10% T_{max}	20 MPa	20 MPa

Tableau 5.7 – Paramètres de la liaison acier-béton

5.1.3 Résultats

5.1.3.1 Essai II-2

L'essai II-2 est un essai où la dalle est peu endommagée et où des mesures de déplacements en quatre points de la dalle sont disponibles. La position des points de mesure est donnée sur la Figure 5.15.

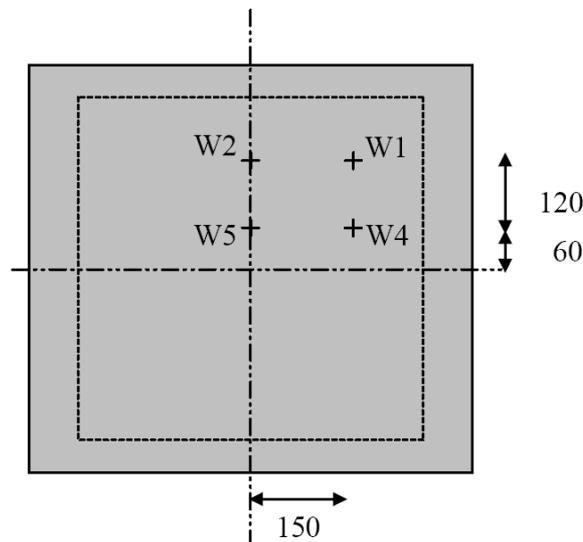


Figure 5.15 – Position des points de mesure sur la dalle

Les résultats présentés ci-dessous (Tableau 5.8) découlent de la modélisation présentée ci-dessus. Cette simulation sera prise comme référence pour l'étude de l'influence de certains paramètres. Les résultats obtenus en termes d'endommagement sont satisfaisants dans le sens où la dalle n'est pas très endommagée à l'intérieur. Cependant on peut remarquer que l'enrobage en face avant est quasiment complètement dégradé. En face arrière, l'enrobage est aussi dégradé mais on voit des fissures qui longent le lit d'armatures arrière.

En effet, le rayon moyen des éléments béton choisi est de 2.5cm et l'enrobage en face avant est un peu supérieur 2.5cm et 6cm en face arrière. Il n'y a donc que très peu d'éléments sur les faces ce qui peut expliquer que l'enrobage ne tienne pas. On pourrait réduire le rayon des éléments mais le nombre d'éléments augmenterait et le calcul serait beaucoup trop long.

En ce qui concerne les déplacements (Tableau 5.9), l'amplitude est plutôt faible par rapport aux essais expérimentaux mais proches des simulations du cabinet Hochtief. Cependant, la pente initiale semble correcte.

La fréquence des pics des déplacements est proche de celle de l'essai expérimental. En effet, sur l'essai expérimental, on observe un premier pic à $t=16\text{ms}$ puis un second à $t=42\text{ms}$. Sur la simulation numérique, on observe le premier pic à $t=14\text{ms}$, le second à $t=32\text{ms}$. Le second pic semble correspondre à la fin du chargement ($t=30\text{ms}$), le cabinet Hochtief a proposé un chargement recalé plus long qui s'arrête à $t=40\text{ms}$. Il serait intéressant d'utiliser ce second chargement.

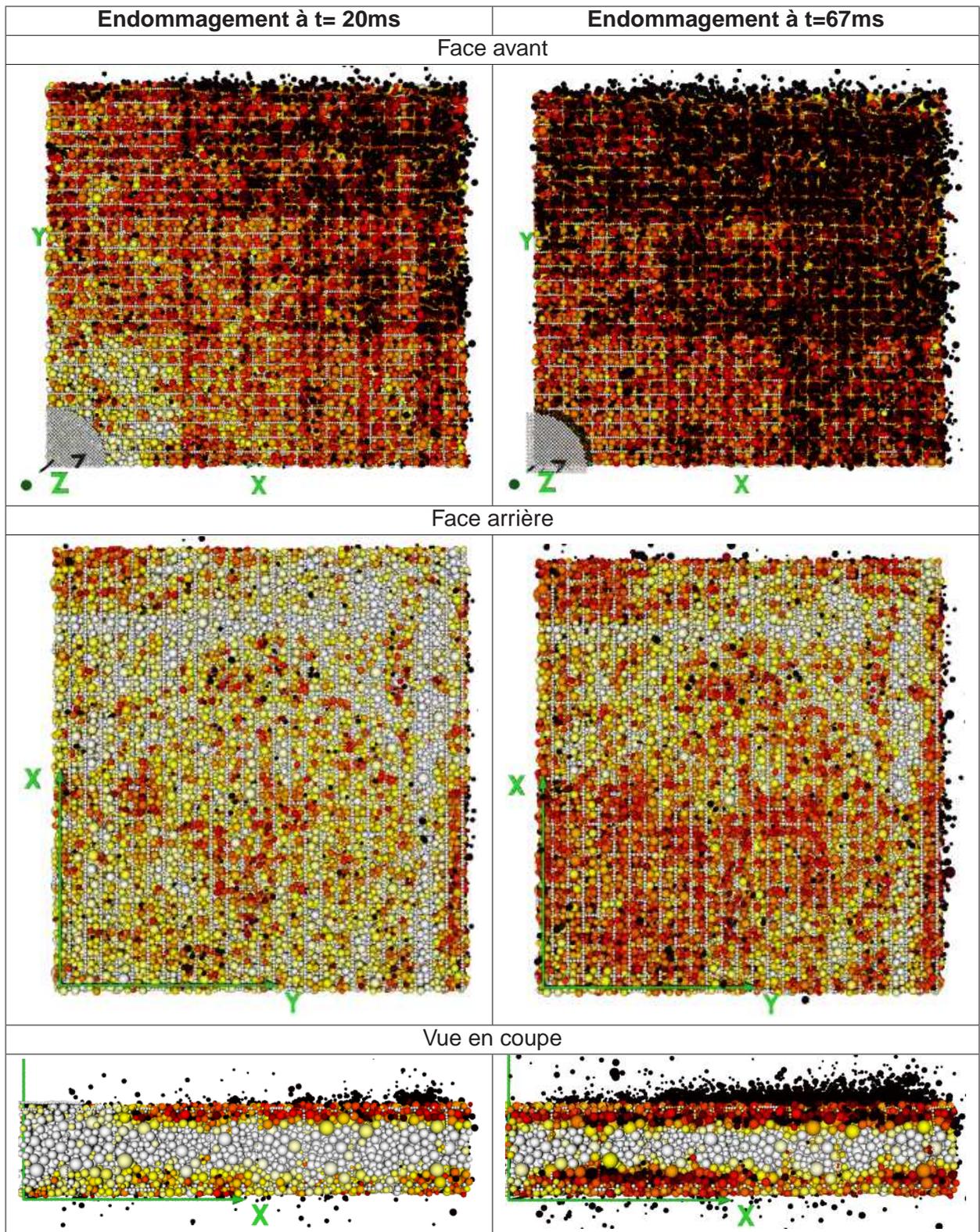


Tableau 5.8 – Endommagement de l'essai II-2

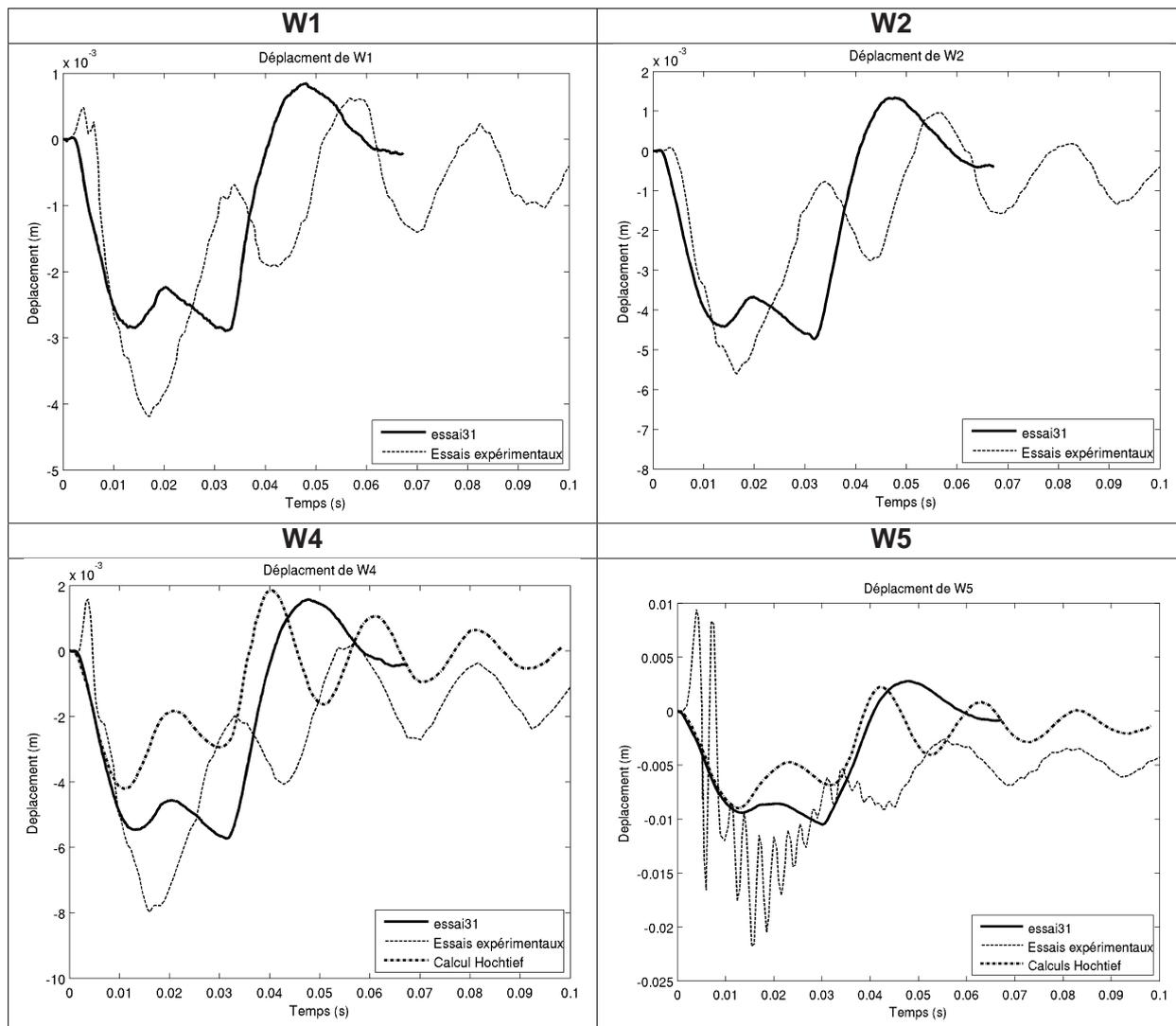


Tableau 5.9 – Déplacements de l'essai II-2

Influence de la fonction de chargement

Il existe donc deux fonctions de chargement pour la simulation de l'essai II-2 (Figure 5.16). Ce paragraphe présente les résultats de la simulation avec le deuxième chargement recalé plus long. Le chargement initial a été calculé par la méthode de Riera décrite au Chapitre 1 à partir des vitesses et positions du projectile pendant l'écrasement. Le second chargement a été recalé en utilisant les mesures d'efforts sur les cylindres d'appui.

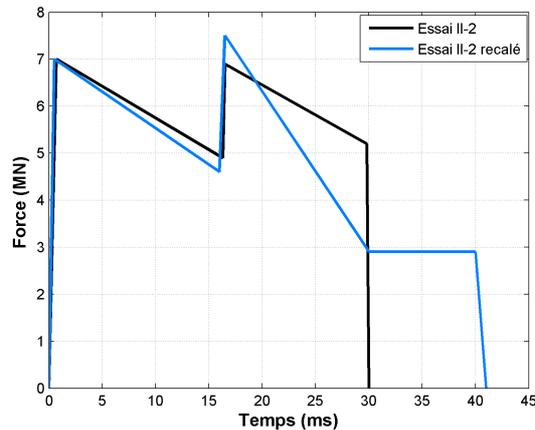
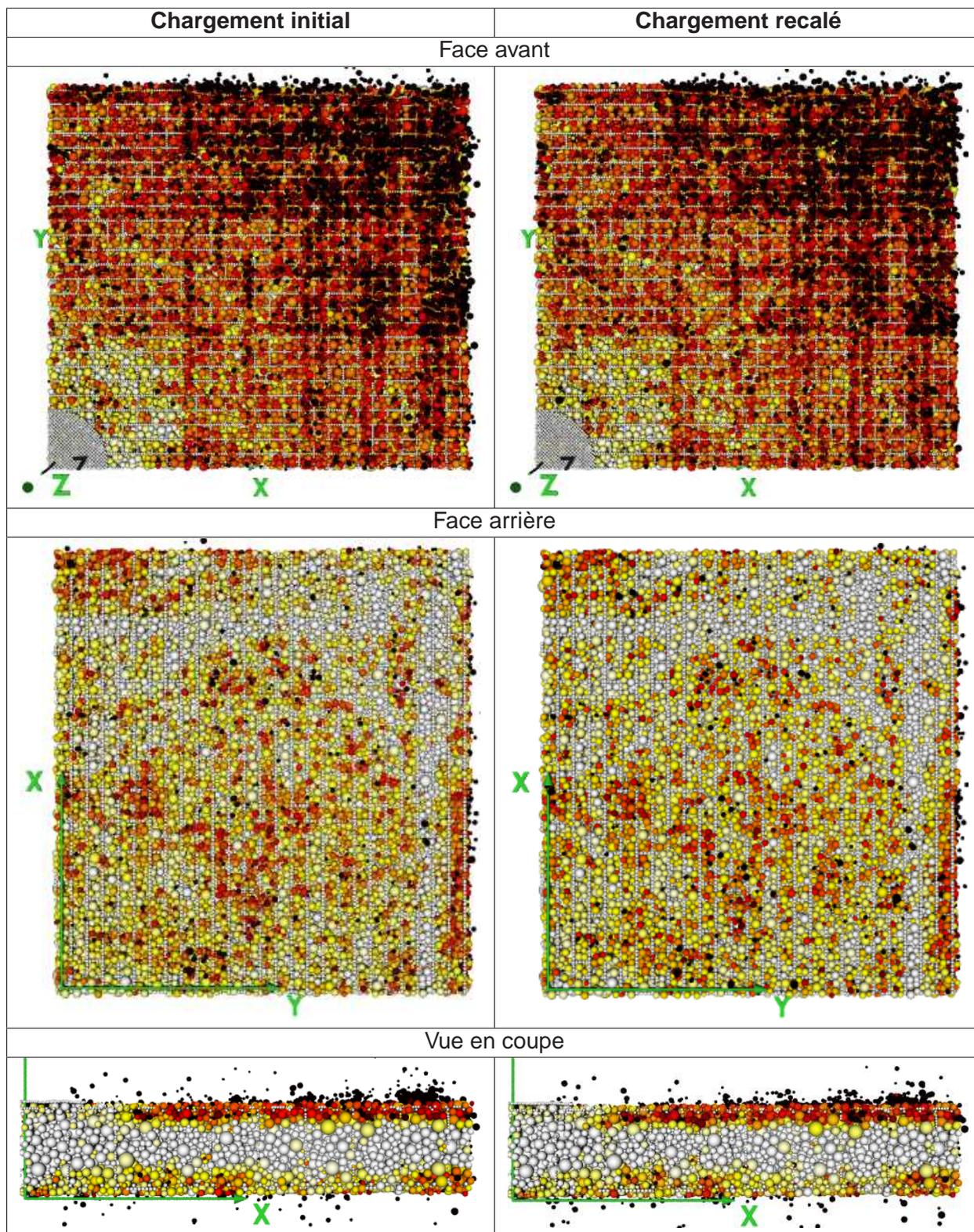


Figure 5.16 – Différents chargements pour l'essai II-2

Au début du calcul, les résultats sont similaires (Tableaux 5.10 et 5.11). Ensuite, les résultats en terme de déplacement sont différents. Le deuxième pic apparaît plus tôt et est moins important. A la fin du chargement, à $t = 40\text{ms}$, on observe un changement de pente qui n'est pas visible sur la simulation de référence. L'endommagement de la dalle reste quant à lui inchangé.

On voit donc ici l'influence de la fonction chargement utilisée. La méthode de Riera reste la plus utilisée pour identifier un chargement mais il serait intéressant de simuler le projectile afin de choisir le chargement le plus réaliste.

Tableau 5.10 – Endommagement à $t=20\text{ms}$ pour différents chargements

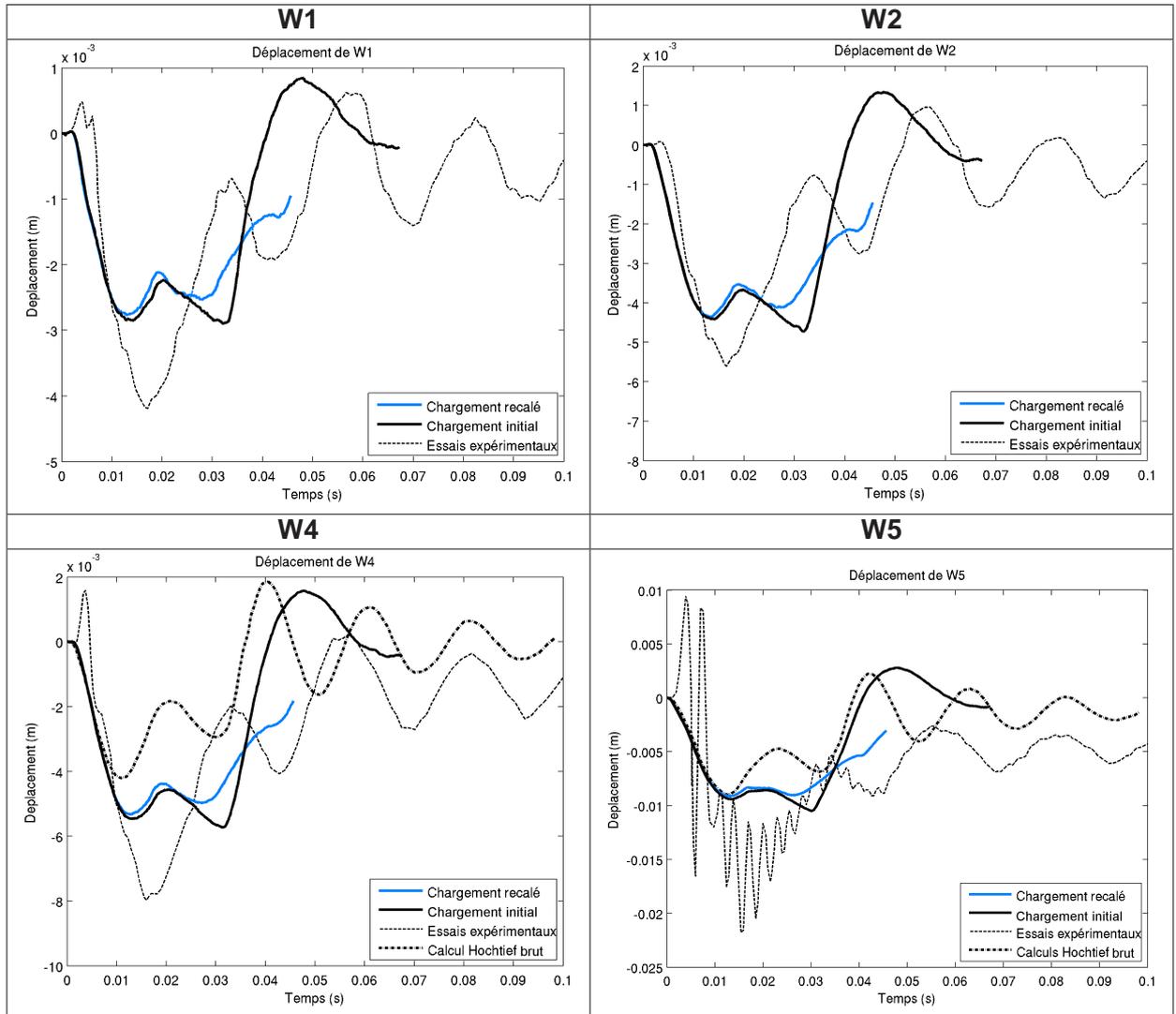


Tableau 5.11 – Déplacements de l'essai II-2 pour différents chargements

Influence du caractère fragile du béton

Nous n'avons pas de donnée sur le caractère plus ou moins ductile du béton des essais expérimentaux. Arbitrairement, nous avons choisi un béton très ductile en utilisant un adoucissement de 100. Regardons maintenant l'influence de ce paramètre en passant à un adoucissement de 40. Il faut évidemment refaire la procédure d'identification (pour $T = 1.5\text{MPa}$ et $C0=5\text{MPa}$) afin de toujours avoir les mêmes limites globales de traction et de compression (Figure 5.17).

On observe un endommagement (Tableau 5.12) plus important quand le béton est identifié avec un adoucissement faible. Une interaction sollicitée en traction doit atteindre un seuil de traction (S^*T) plus important mais ensuite elle atteint la rupture plus vite. Donc, le béton est plus fragile et l'endommagement plus important.

Cette fragilité est confirmée par les résultats en termes de déplacement (Tableau 5.13). Le cône de fissuration est en cours de formation et de ce fait le déplacement des éléments du centre de la dalle ($W5$) est très important. Il semble donc que le choix d'un béton très ductile soit judicieux.

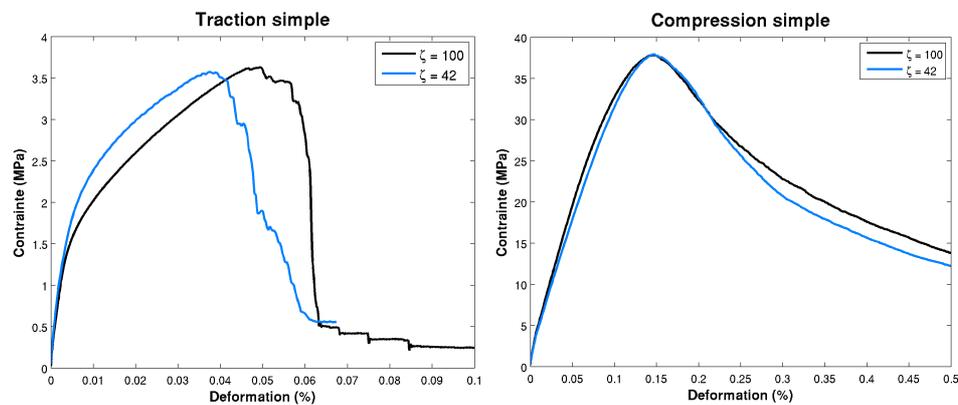
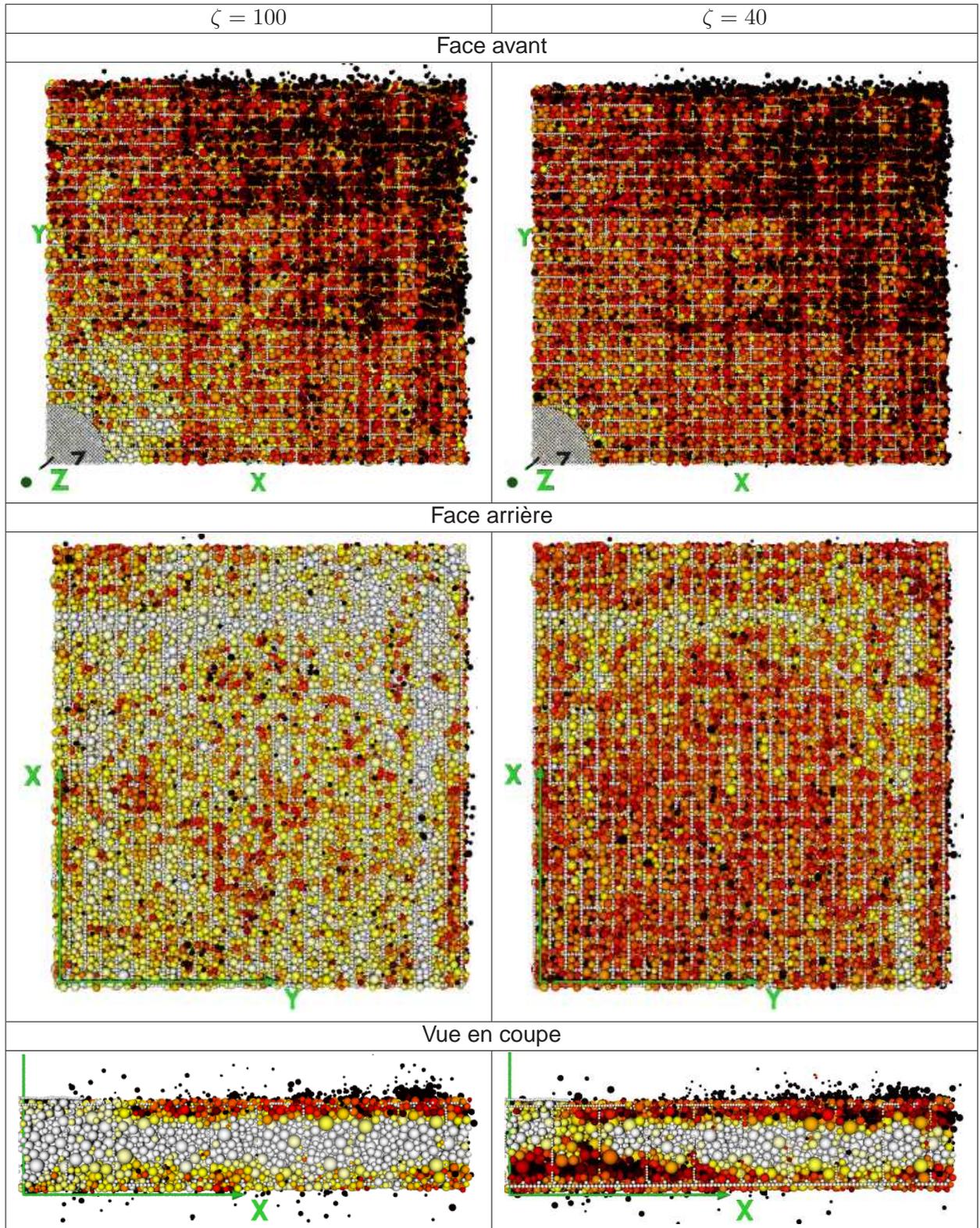


Figure 5.17 – Courbes des essais de traction et compression simples pour les identifications avec $\zeta = 100$ et $\zeta = 40$

Tableau 5.12 – Endommagement à $t=20\text{ms}$ pour différents adoucissements

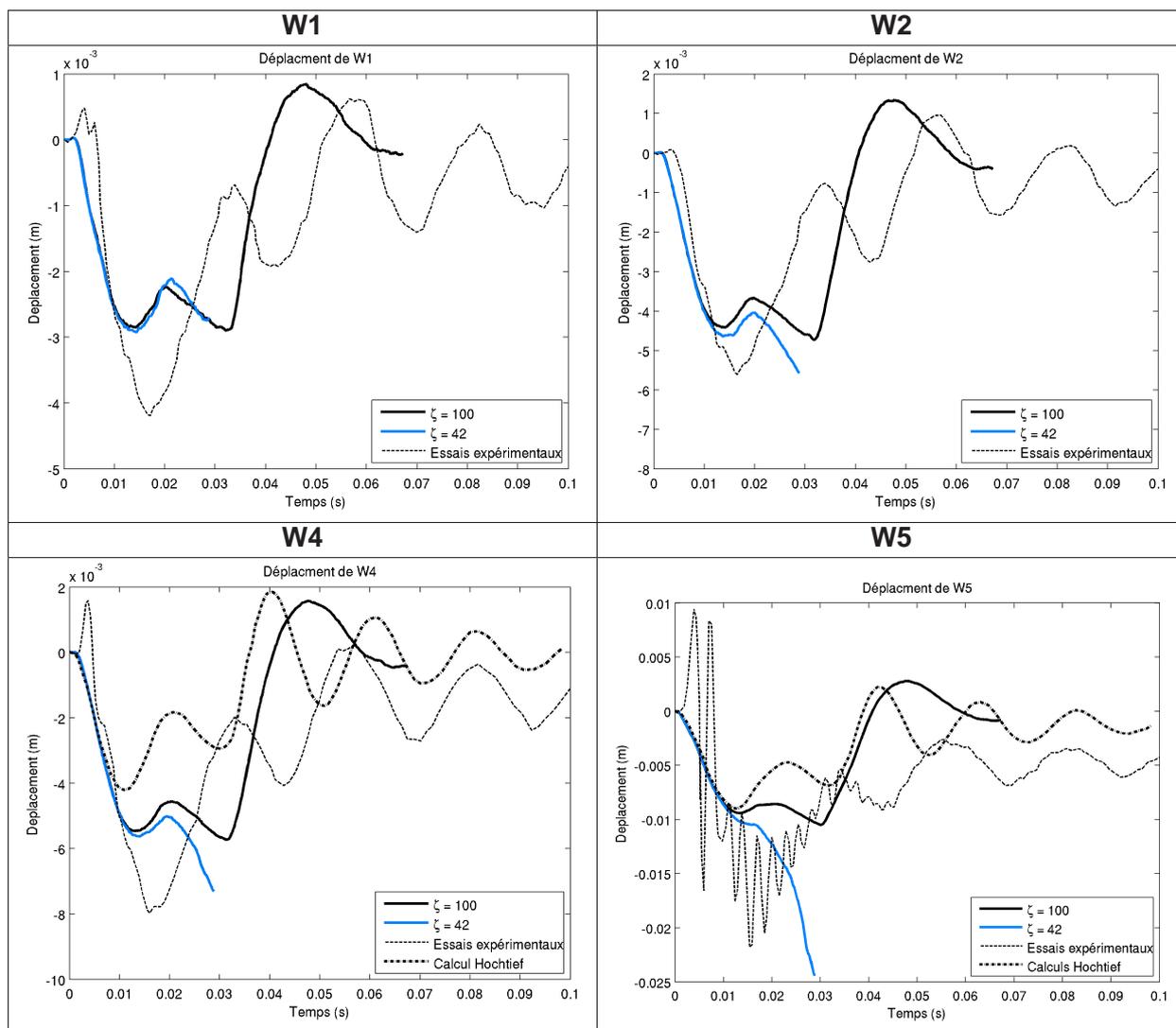


Tableau 5.13 – Déplacements de l'essai II-2 pour différents adoucissements

Influence du délaminage aux bords

Dans la simulation de référence, les éléments d'armatures présents à moins de 5cm des bords ont été supprimés. Sur la dalle générée initialement, les armatures des lits supérieur et inférieur existent jusqu'au bord de la dalle (elles semblent dépasser un peu des bords de la dalle en certains endroits). Alors que les déplacements sont identiques, on remarque que l'endommagement est plus important sur les bords lorsque les armatures sont débouchantes.

L'endommagement observé (Tableau 5.14) sur les bords de la dalle pourrait être expliqué par la tension des armatures sur les bords libres (effet de délaminage). Ce résultat explique pourquoi nous avons coupé les armatures sur les bords.

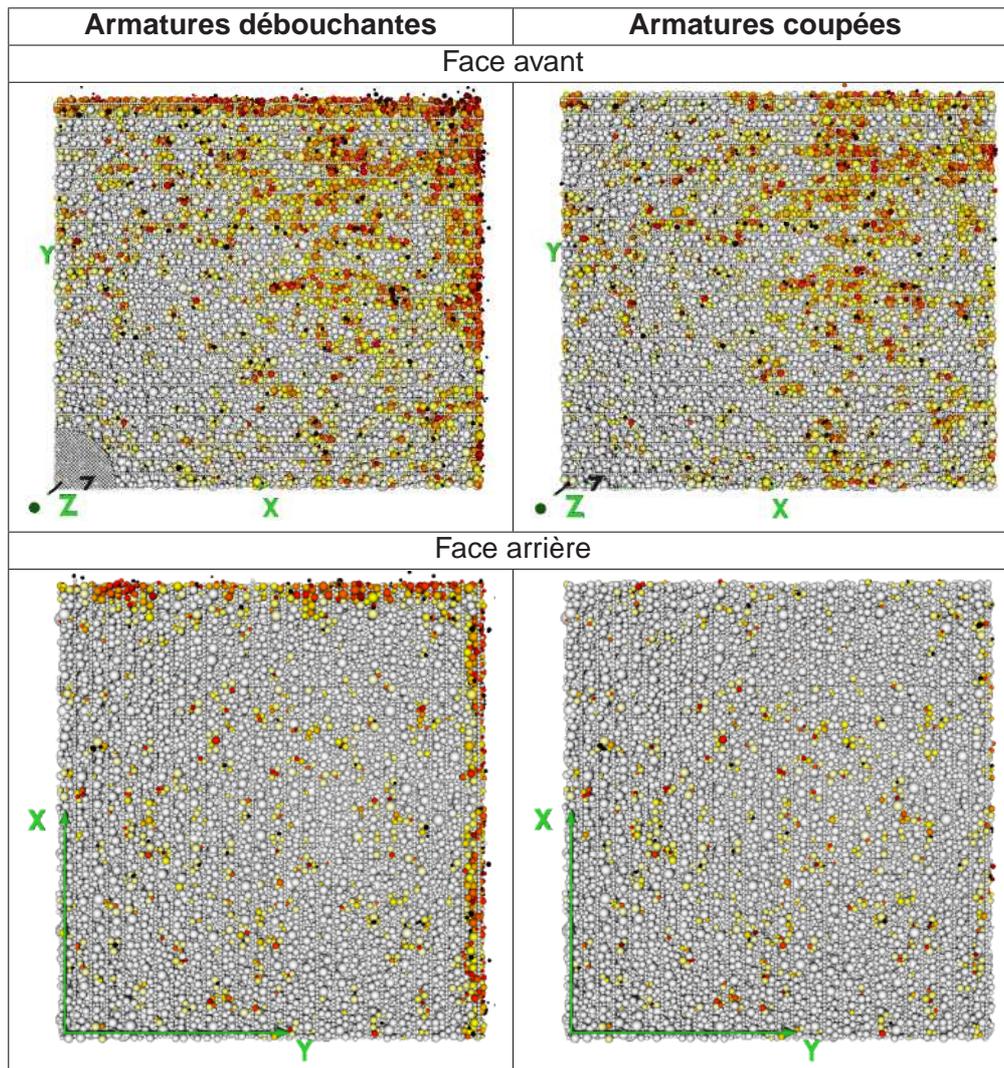


Tableau 5.14 – Endommagement à $t=4\text{ms}$

Influence de l'enrobage

Pour expliquer l'endommagement que l'on peut observer sur l'enrobage, nous avons retourné la dalle de façon à ce que la face avant devienne la face arrière. De ce fait, l'enrobage est plus faible en dessous.

L'endommagement sur la dalle retournée (Tableau 5.15) est plus important sur la face arrière la moins enrobée. De plus les cartes d'endommagement se ressemblent fortement (arrière normale = avant retournée et inversement). Il semble donc que l'endommagement au niveau de l'enrobage dépende de l'enrobage qui est beaucoup plus faible en face avant. Il serait utile d'augmenter le nombre d'éléments d'enrobage (ou d'augmenter l'enrobage en face avant jusqu'à 5cm) pour vérifier cette hypothèse. Cependant, les moyens de calculs utilisés actuellement ne nous permettent pas d'augmenter le nombre d'éléments discrets qui sont déjà de l'ordre de 250 000.

Une autre possibilité pour traiter ce problème d'enrobage, est d'augmenter le rayon d'interaction des éléments présents en surface. Cependant, cette méthode est difficile à choisir car elle reste très artificielle et risque de modifier le comportement élastique de la dalle.

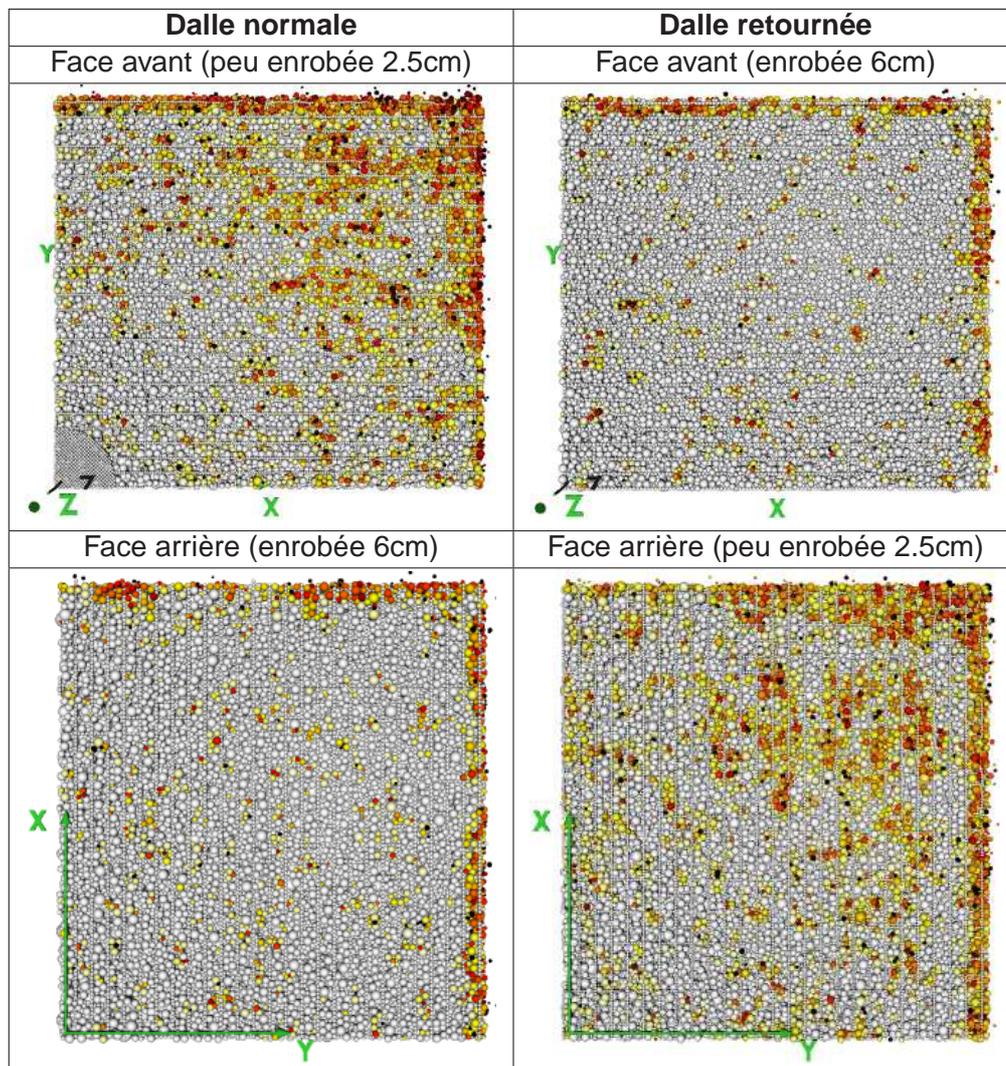


Tableau 5.15 – Endommagement de l'essai II-2 à $t = 4$ ms

Influence de la liaison acier-béton

La liaison acier-béton ajoutée au modèle n'a été testée que sur des tests d'arrachement où elle est directement sollicitée. On peut se demander dans un premier temps s'il est réellement nécessaire de prendre en compte cette liaison pour les essais Meppen. Une liaison béton-béton est peut-être suffisante comme pour les simulations d'impacts effectuées par [Hentz, 2003]. La simulation présentée ici utilise donc des liaisons béton-béton entre les éléments d'acier et de béton.

L'endommagement (Tableau 5.17) est beaucoup plus faible pour la simulation sans liaison acier-béton particulière. On observe quasiment aucun endommagement des liaisons.

Les déplacements (Tableau 5.16) beaucoup plus faibles confirment le fait que l'utilisation d'une liaison type béton-béton à l'interface acier-béton est trop rigide. Cependant, la pente initiale du déplacement est identique, il semble donc que la liaison acier-béton n'ait pas d'influence sur la partie élastique du comportement de la dalle.

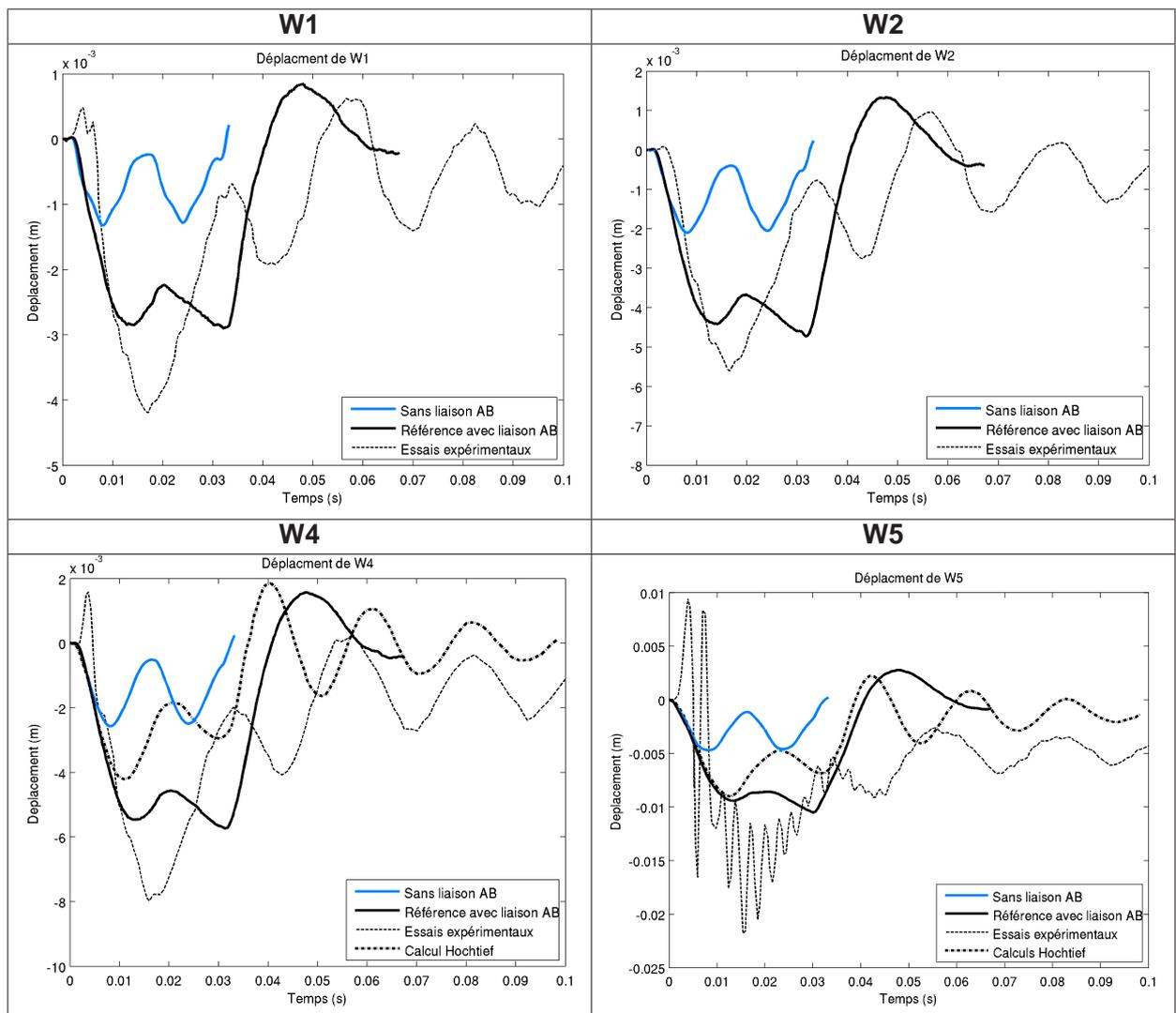
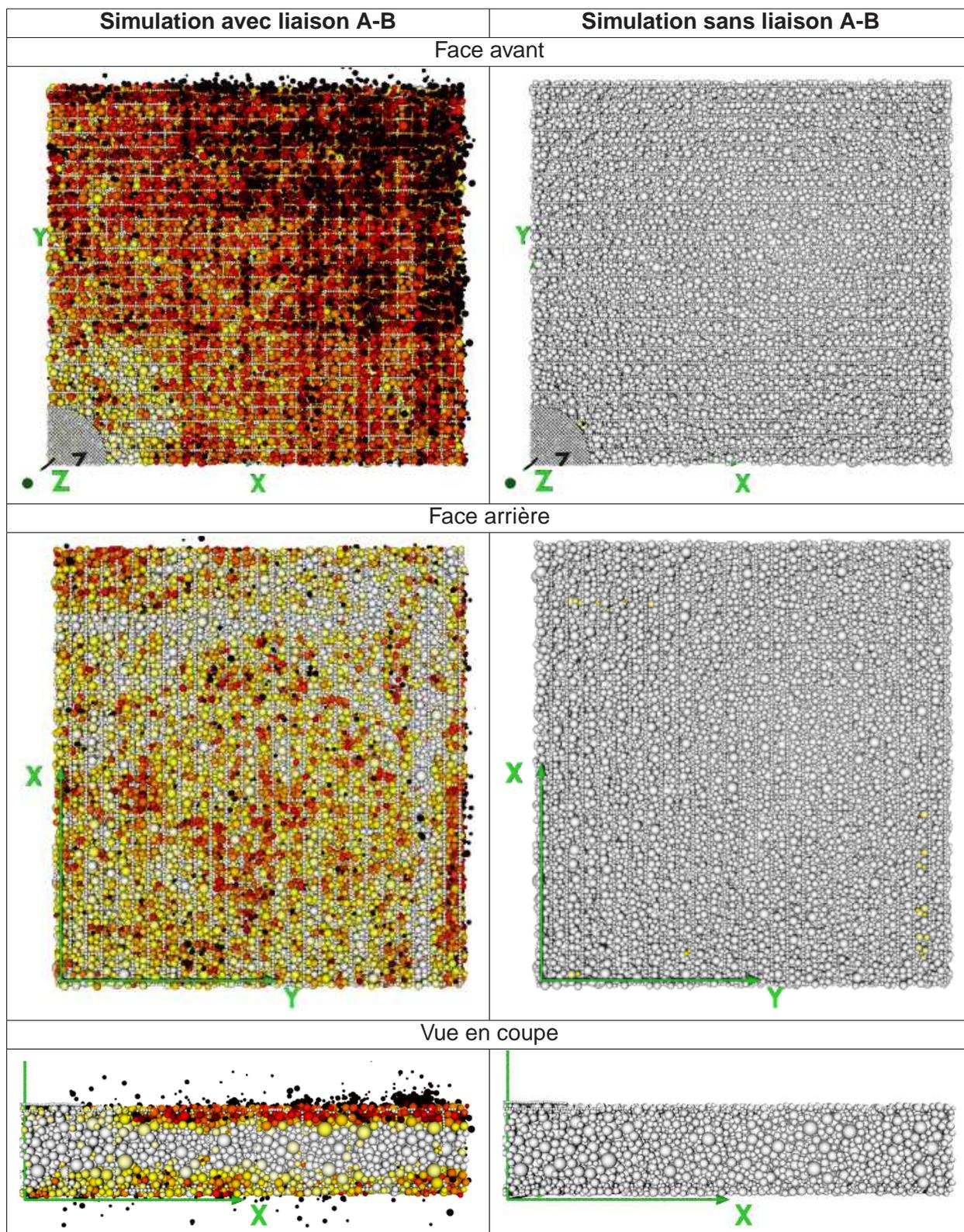


Tableau 5.16 – Déplacements de l'essai II-2 avec et sans liaison acier-béton

Tableau 5.17 – Endommagement de l'essai II-2 à $t = 20$ ms avec et sans liaison acier-béton

Influence des paramètres de la liaison acier-béton

Les paramètres de la liaison acier-béton ont été choisis de façon très empirique sans identification rigoureuse (pas de données expérimentales pour la liaison acier-béton). On peut se poser la question de leur influence sur les résultats de la simulation.

Le premier test a été effectué en divisant les paramètres de moitié: $T_e=10\text{MPa}$ et $T_{\text{max}} = 25\text{MPa}$ (Figure 5.18).

Les résultats sont présentés dans les Tableaux 5.18 et 5.19. On observe peu de modifications sur les déplacements de la dalle. Le premier pic est identique mais la dalle semble mieux résister ensuite. En revanche, l'endommagement dans le béton est diminué de moitié.

Si on analyse de près les liens cassés, environ 5% des liens béton-béton sont rompus contre 11% dans la simulation de référence. Or le pourcentage de liens acier-béton rompus en traction est identique (14%) et le nombre de liens ayant atteint la phase de frottement tangential est aussi identique (très faible). Il semble donc que les facteurs influents dans ce cas soient les paramètres de la loi normale et plus particulièrement le seuil en compression $T_{NC\text{max}}$. Malheureusement, nous n'avons pas les moyens de connaître le nombre de liens ayant atteint ce seuil lors du calcul. Lorsque l'on diminue le seuil de compression dans les liaisons acier-béton, les liens béton-béton présents autour sont moins sollicités (on leur transmet moins d'effort) et donc l'endommagement dans le béton est plus faible.

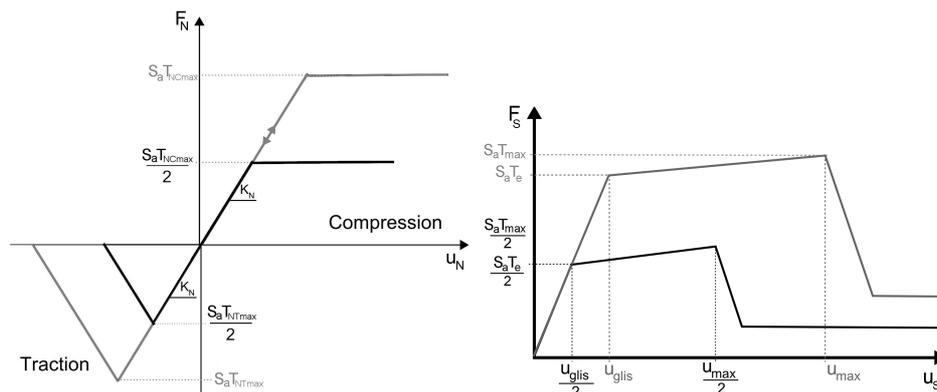
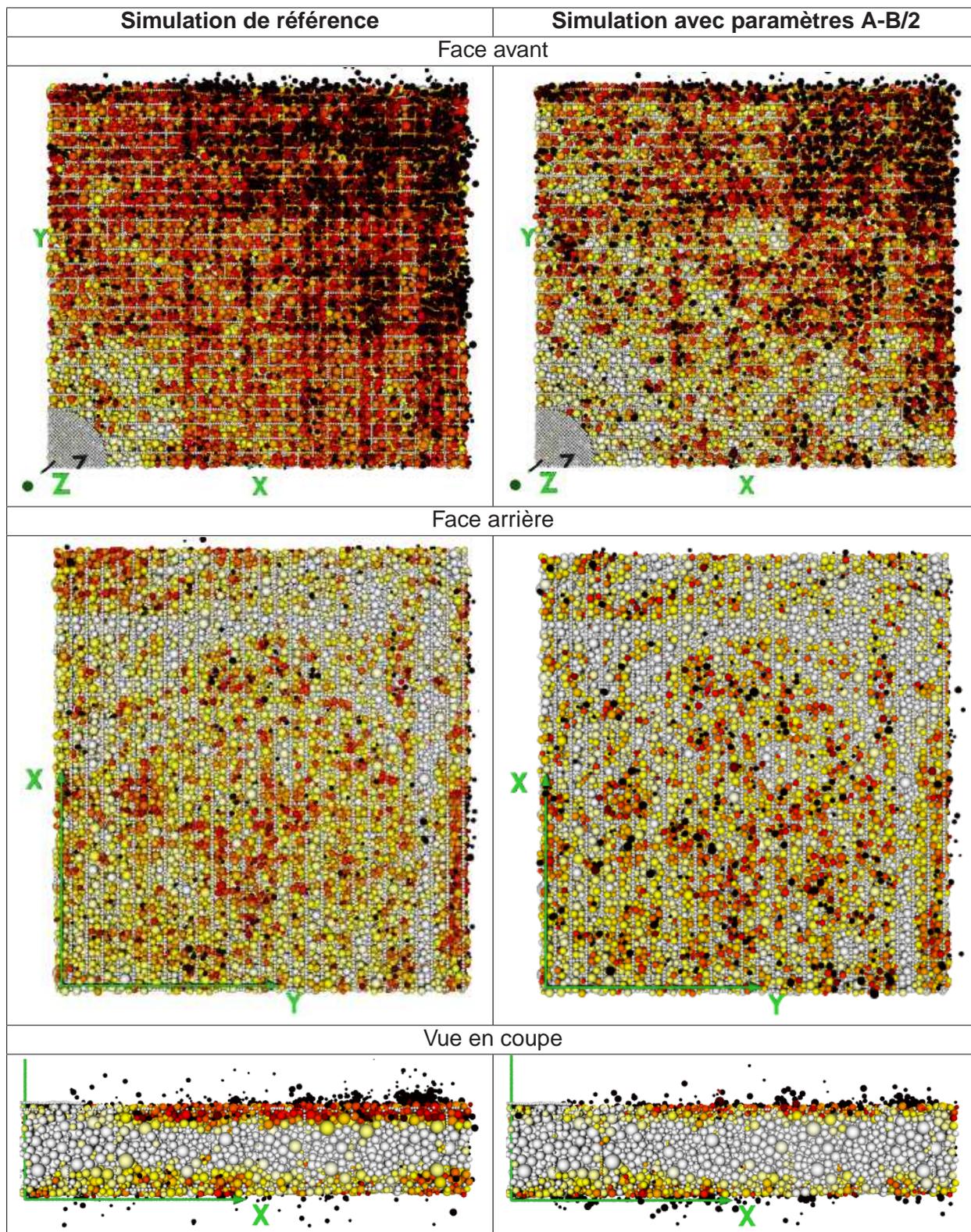


Figure 5.18 – Lois acier-béton utilisées

Tableau 5.18 – Endommagement de l'essai II-2 à $t = 20$ ms

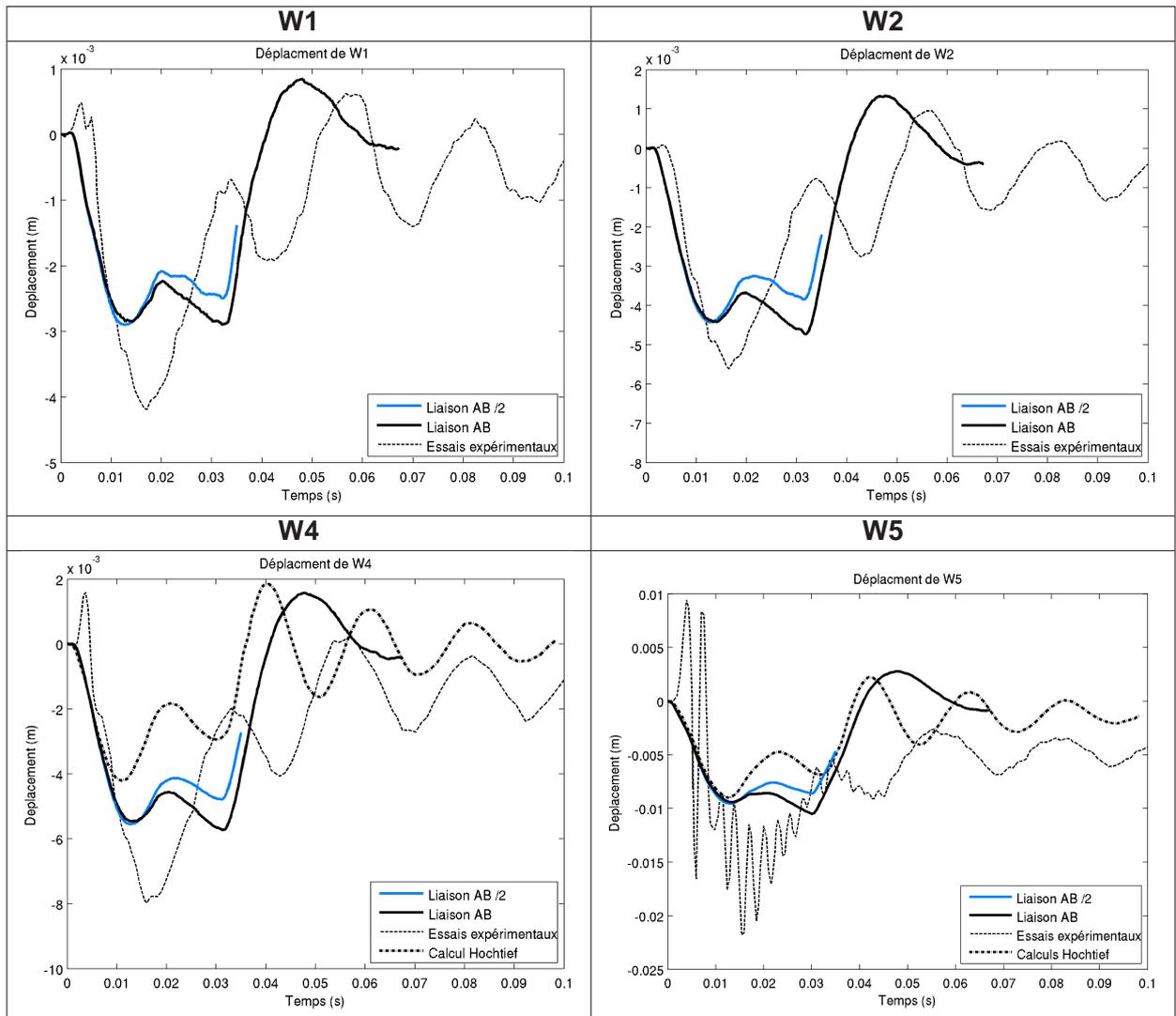


Tableau 5.19 – Déplacements de l'essai II-2

Influence du seuil de rupture tangentielle T_{max}

Regardons à présent l'influence de chacun des paramètres de la liaison acier-béton indépendamment les uns des autres. Le premier test a été effectué en modifiant seulement le seuil de rupture tangentielle : $T_{max} = 25MPa$ (Figure 5.19).

Les résultats (Tableaux 5.21 et 5.20) sont vraiment très proches tant en endommagement qu'en déplacements. Le seuil T_{max} ne semble pas avoir beaucoup d'influence.

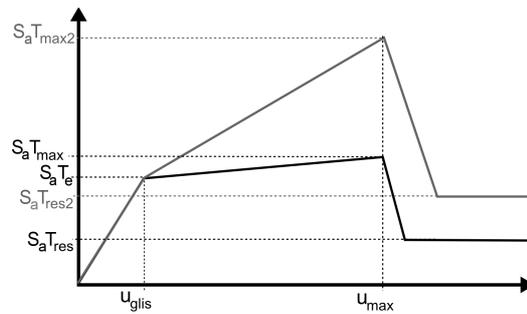


Figure 5.19 – Loi acier-béton tangentielle utilisée

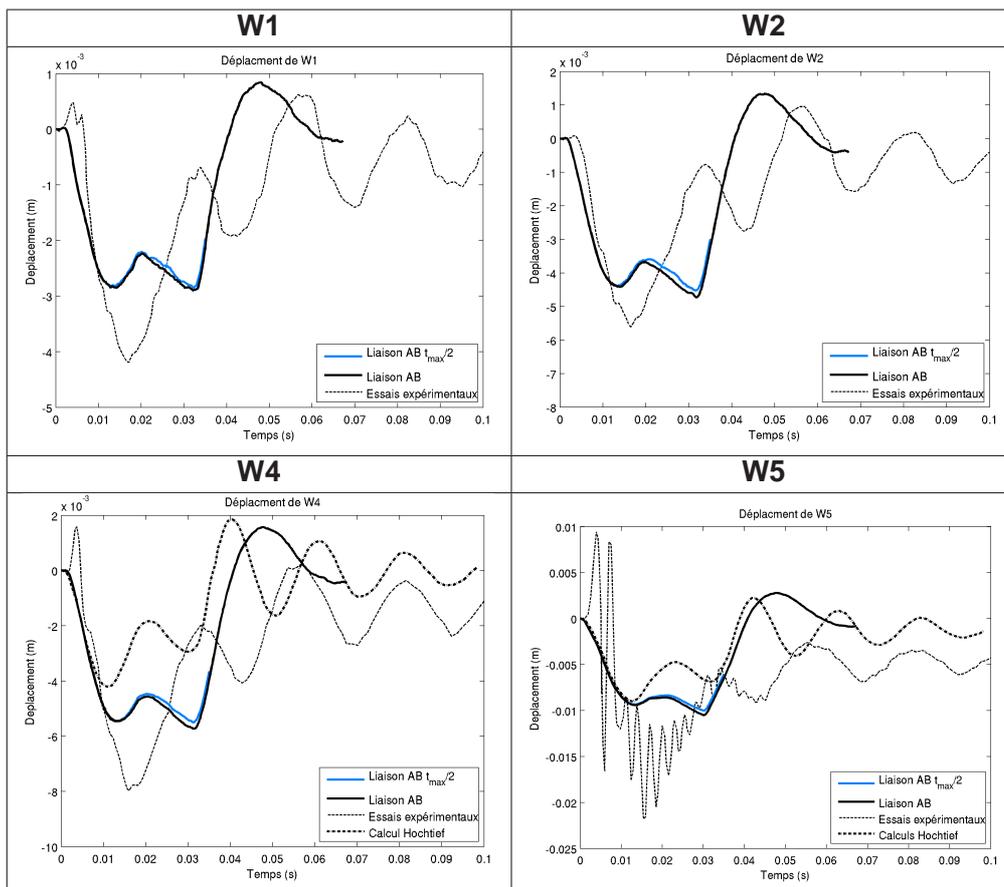
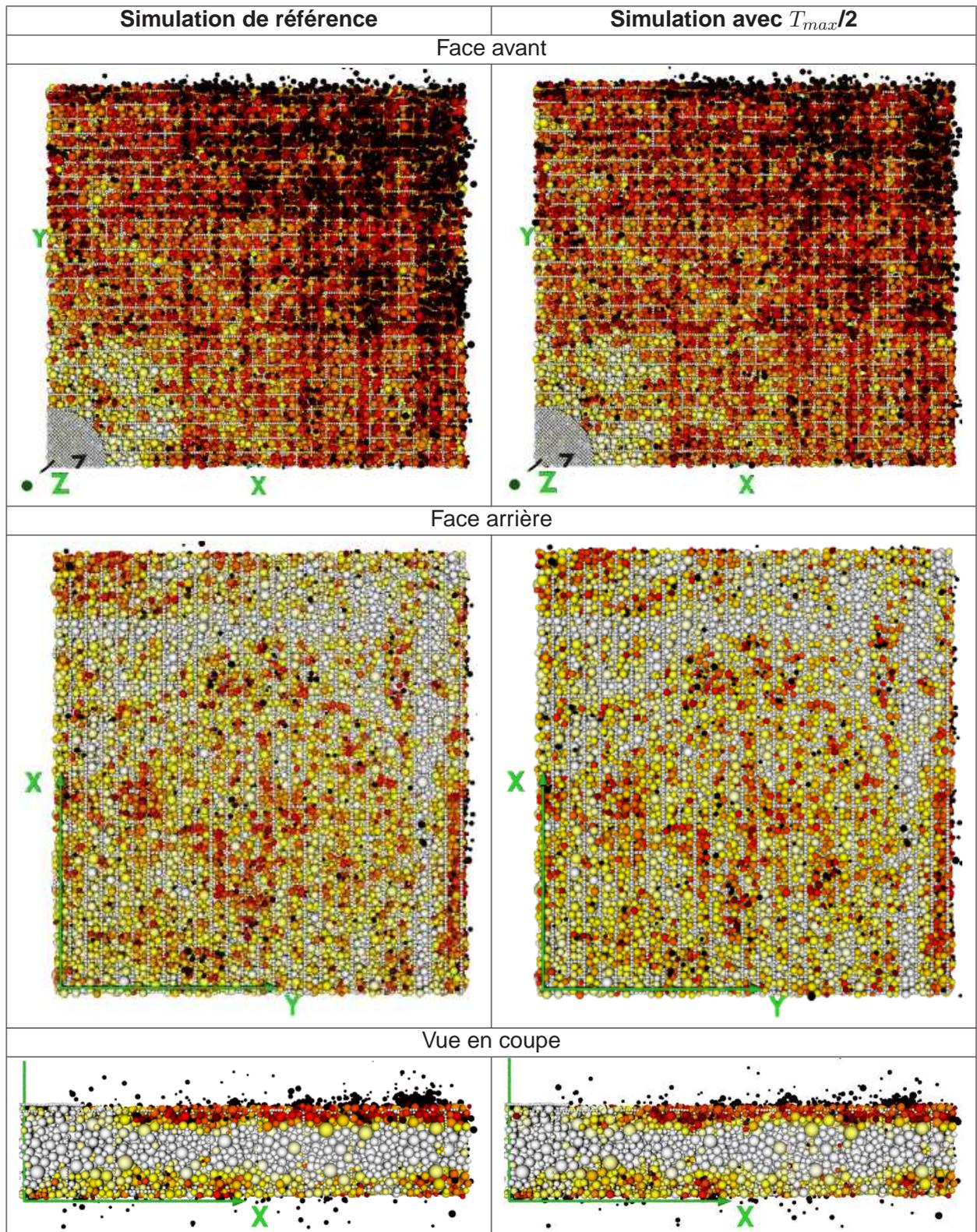


Tableau 5.20 – Déplacements de l'essai II-2

Tableau 5.21 – Endommagement de l'essai II-2 à $t = 20$ ms

Influence de la taille de la zone de glissement δ_{max}

La simulation suivante a pour objectif d'observer l'influence du paramètre δ_{max} qui détermine la longueur de la zone de glissement pour la loi tangentielle (Figure 5.20). Ce paramètre a donc été modifié par rapport à la valeur de référence de 150 pour une valeur de 300.

Les résultats sont exposés dans les Tableaux 5.22 et 5.23. On peut observer très peu de différences entre les courbes de déplacements. Pour l'endommagement en revanche, il existe de petites différences. L'augmentation de la taille de la zone de glissement tangentielle semble réduire un peu le nombre de liaisons acier-béton rompues. A $t=20ms$, on passe de 14% à 12,5% de liaisons acier-béton rompues. Globalement, par rapport à une augmentation de la longueur de la zone égale au double de la taille initiale, les différences sont minimales.

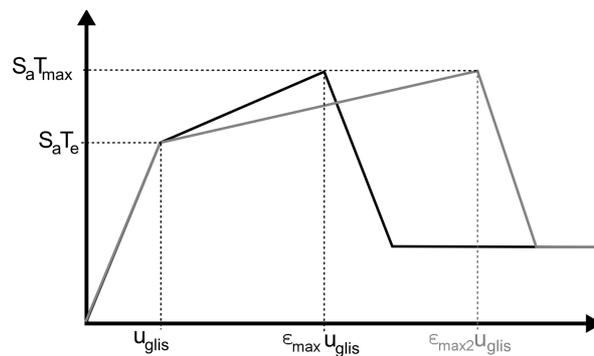
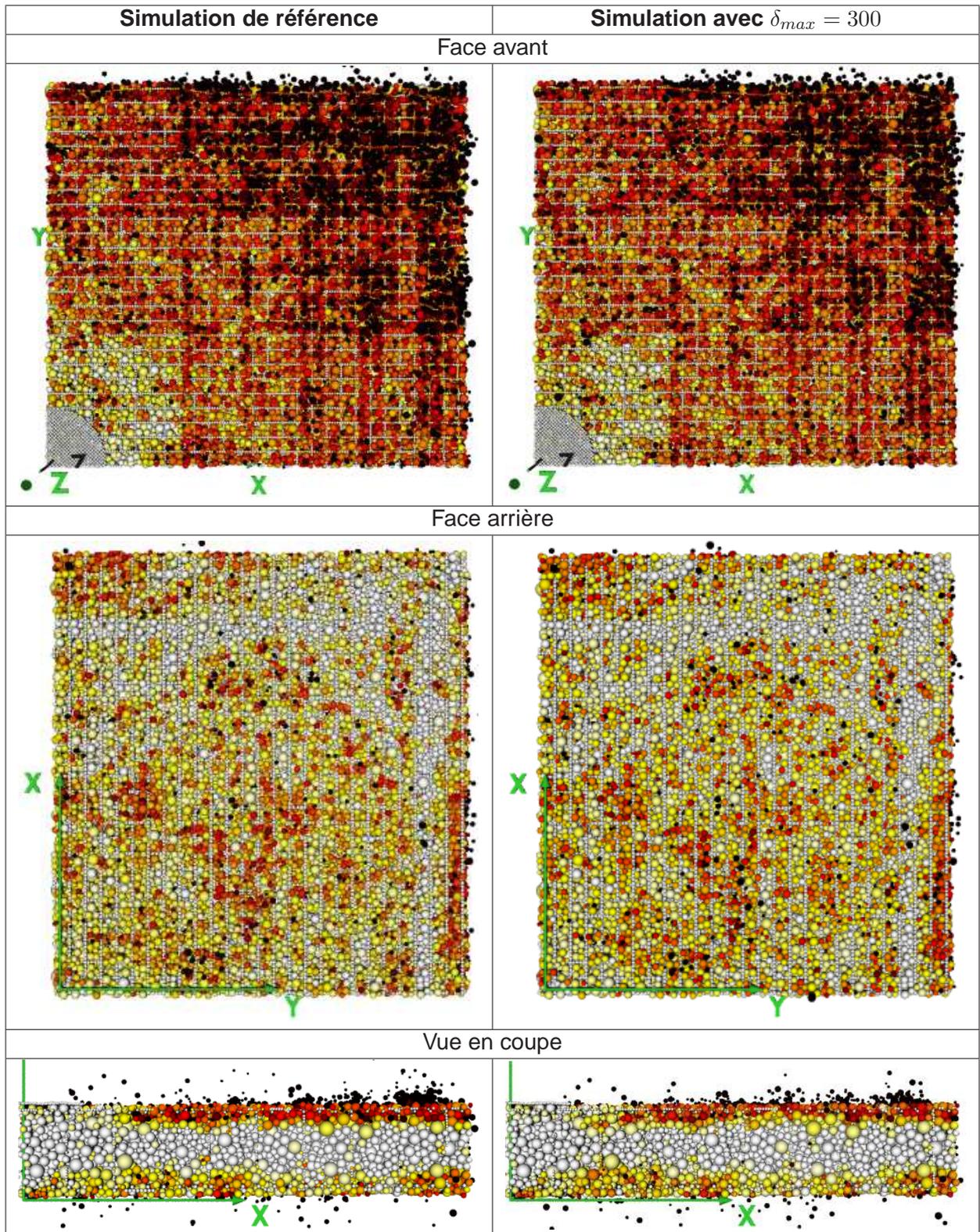
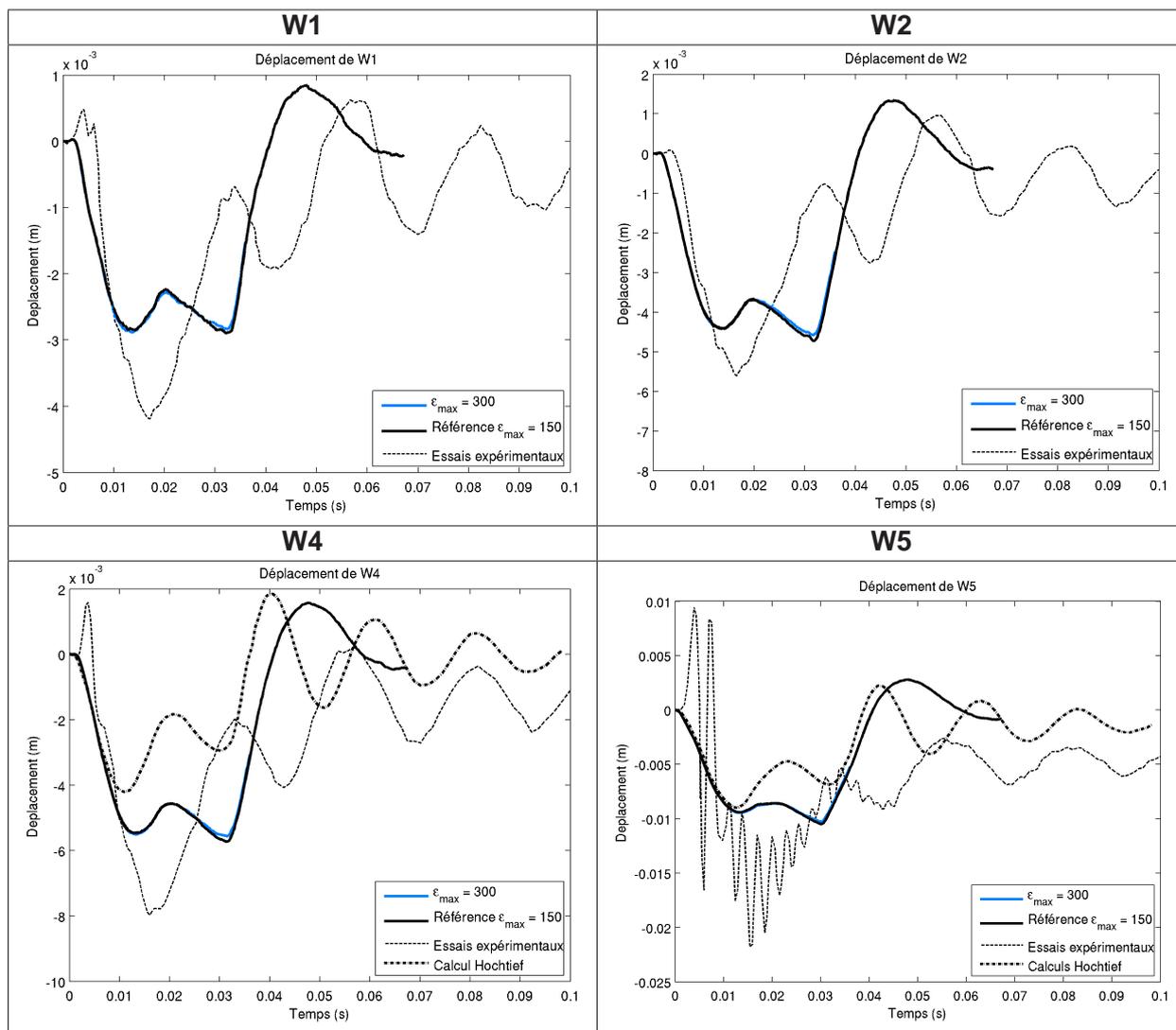


Figure 5.20 – Loi acier-béton tangentielle utilisée

Tableau 5.22 – Endommagement de l'essai II-2 à $t = 20$ ms pour différents δ_{max}

Tableau 5.23 – Déplacements de l'essai II-2 pour différents δ_{\max}

Influence du seuil de rupture normal en traction T_{NTmax}

On a vu lors de tests précédents que la plupart des interactions acier-béton sont sollicitées selon la normale à l'armature. Or les paramètres de la loi normale $F_N(u_N)$ n'ont pas fait l'objet d'une étude approfondie jusqu'ici, l'essai d'arrachement d'armature ne sollicitant pas les interactions dans cette direction. Ce test a été réalisé pour évaluer l'influence du seuil de compression T_{NTmax} (Figure 5.21). La simulation suivante a été effectuée en modifiant seulement le seuil de rupture normal en traction: $T_{NTmax} = 3.5MPa$. Il a été modifié de façon à être proche de la valeur de la limite globale en traction σ_t du béton.

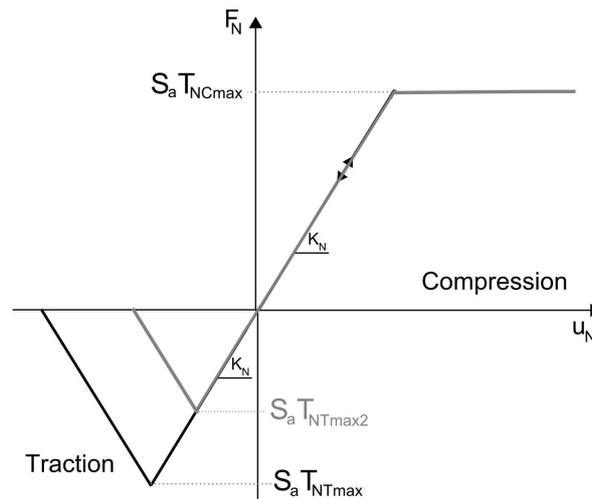


Figure 5.21 – Loi acier-béton normale utilisée

Les résultats en terme d'endommagement et de déplacements sont présentés dans les Tableaux 5.24 et 5.25. On observe que les déplacements sont globalement plus importants pour $T_{NTmax} = 3.5MPa$ que pour $T_{NTmax} = 20MPa$. L'évolution des déplacements est la même mais la dalle a tendance à remonter plus haut pour $T_{NTmax} = 3.5MPa$.

L'endommagement de la dalle est complètement différent. Les liaisons acier-béton plus faibles avec $T_{NTmax} = 3.5MPa$ cassent beaucoup plus. A $t=20ms$, 76% des liaisons acier-béton sont rompues contre 15% pour la simulation de référence. En revanche, les ruptures dans le béton sont plus faibles 8% contre 11%. Finalement, la diminution de T_{NTmax} a pour conséquence une concentration des ruptures au niveau de la liaison acier-béton.

Cette simulation peut être considérée comme meilleure que celle de référence selon le point de vue suivant. On ne connaît pas l'état des interfaces entre les armatures et le béton pour l'essai expérimental. Sur la simulation, même si on observe un très fort endommagement des interfaces, le béton de la dalle reste très peu endommagé et les déplacements au premier pic sont proches des déplacements expérimentaux. Cependant, les déplacements semblent devenir beaucoup trop importants après la fin du chargement.

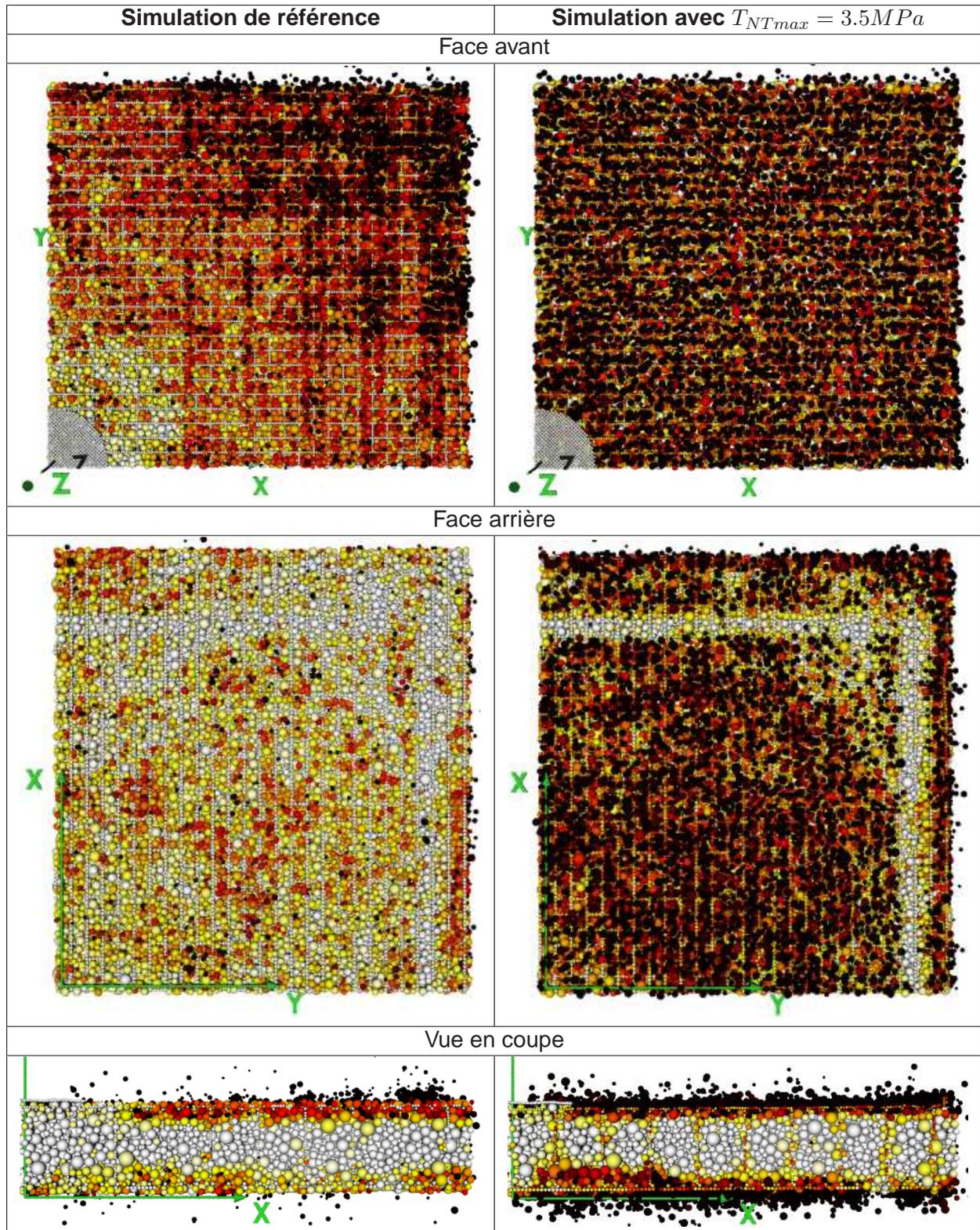


Tableau 5.24 – Endommagement de l'essai II-2 à $t = 20$ ms pour différents seuils de rupture T_{NTmax}

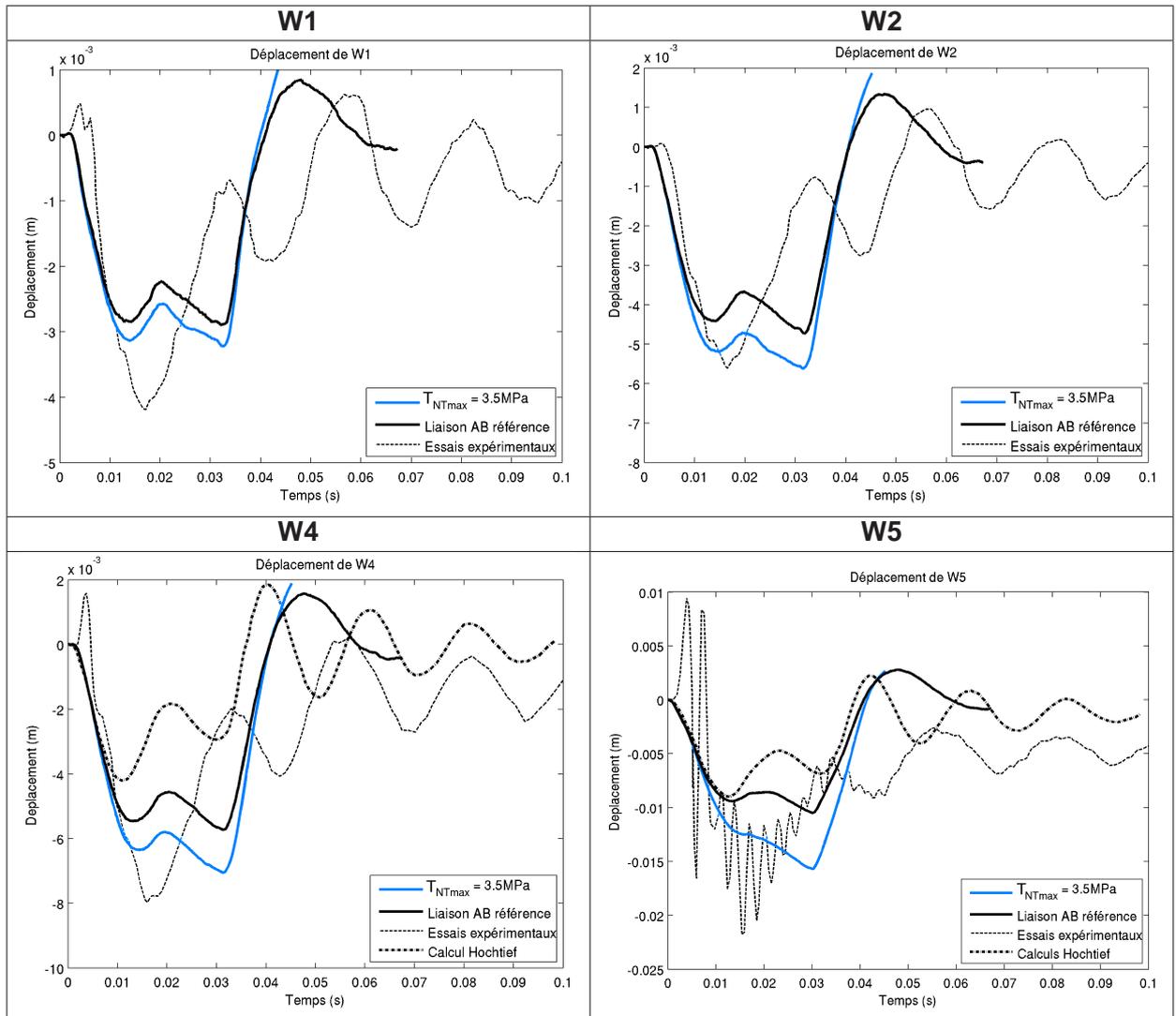


Tableau 5.25 – Déplacements de l'essai II-2 pour différents seuils de rupture T_{NTmax}

Influence du seuil de compression T_{NCmax}

Continuons l'étude des paramètres de la liaison acier-béton avec le test suivant réalisé pour évaluer l'influence du seuil de compression F_{NCmax} . Ce seuil, initialement égal à $T_{NCmax} = 20MPa$, a été supprimé car rien ne prouve sa nécessité. Les autres paramètres restent inchangés (Figure 5.22).

Le Tableau 5.26 montre un endommagement de la dalle plus important pour la simulation sans seuil de compression pour les liaisons acier-béton. En effet, à $t = 20ms$, on passe de 11% de liaisons béton-béton rompus à presque 28%, de 14% à 30% pour les liaisons acier-béton (rompues dans la direction normale à l'armature) et on peut observer des ruptures des liaisons aciers-aciers. D'ailleurs, le cône de fissuration se forme.

Les résultats en déplacement (Tableau 5.27) sont aussi différents avec un décalage en fréquence et en amplitude. Si les pics expérimentaux pour les points W1, W2 et W4 sont très bien reproduits, les déplacements augmentent ensuite beaucoup trop. Le point W5, proche de la zone d'impact, est dans le cône de fissuration et son déplacement est donc beaucoup trop important.

Ces résultats montrent la nécessité du seuil de compression pour la liaison acier-béton qui permet de dissiper de l'énergie afin de ne pas trop solliciter les armatures.

L'objectif de la simulation suivante consiste donc à augmenter ce seuil pour en observer l'influence sur les résultats. Le seuil de compression T_{NCmax} est donc pris égal à 40MPa. Les résultats sont exposés dans les Tableaux 5.28 et 5.29.

On peut observer globalement un peu plus de ruptures de liens (acier-béton et béton-béton) avec $T_{NCmax} = 40 MPa$. L'amplitude des déplacements est un peu plus important. A partir de ces résultats, on peut dire que la valeur du seuil ne semble pas avoir beaucoup d'influence sur les résultats si cette valeur est de l'ordre de grandeur de la contrainte de compression du béton (ici 35MPa).

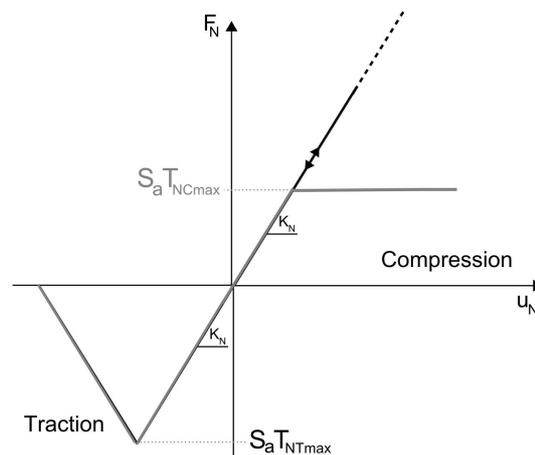
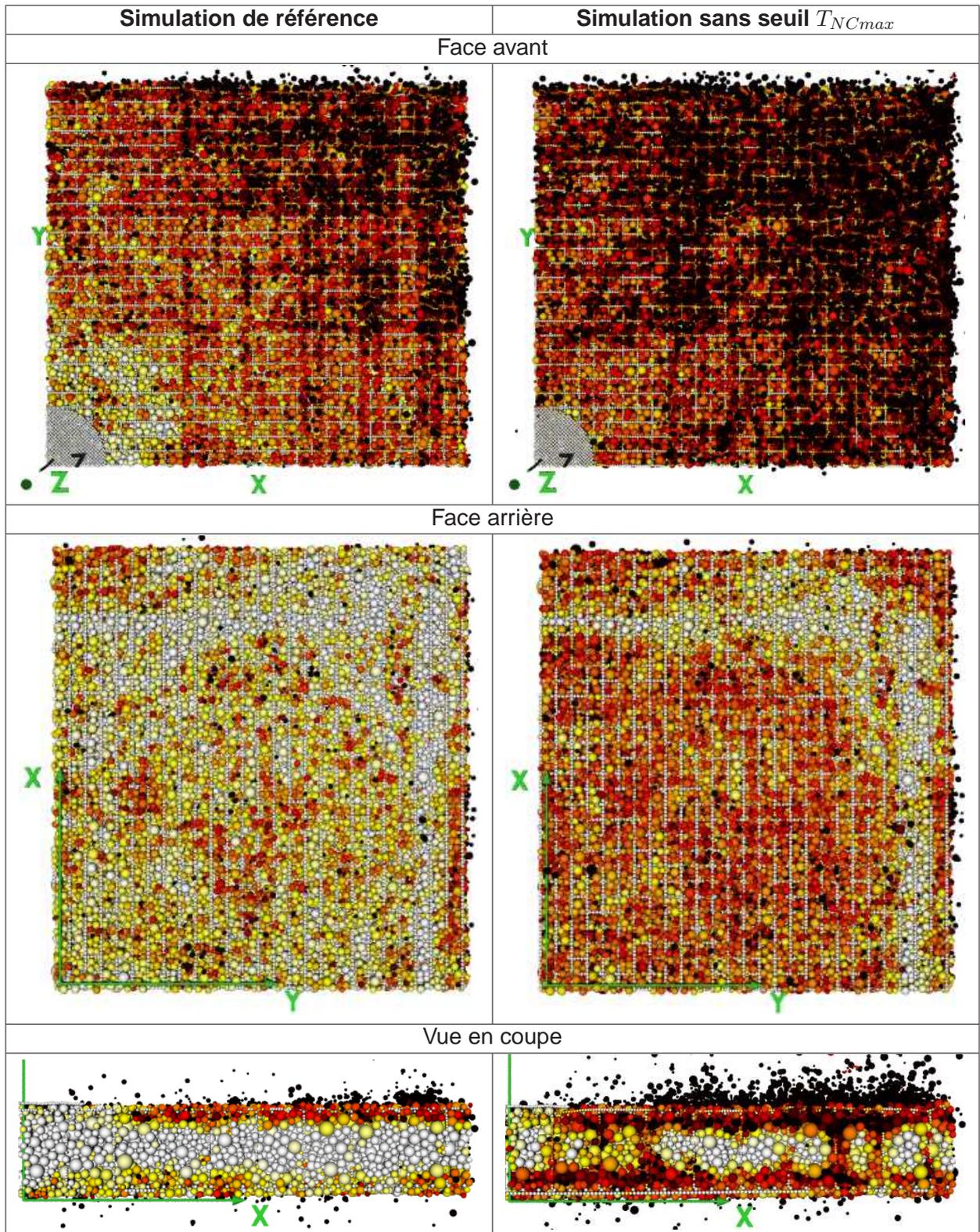


Figure 5.22 – Loi acier-béton normale utilisée

Tableau 5.26 – Endommagement de l'essai II-2 à $t = 20$ ms avec et sans seuil T_{NCmax}

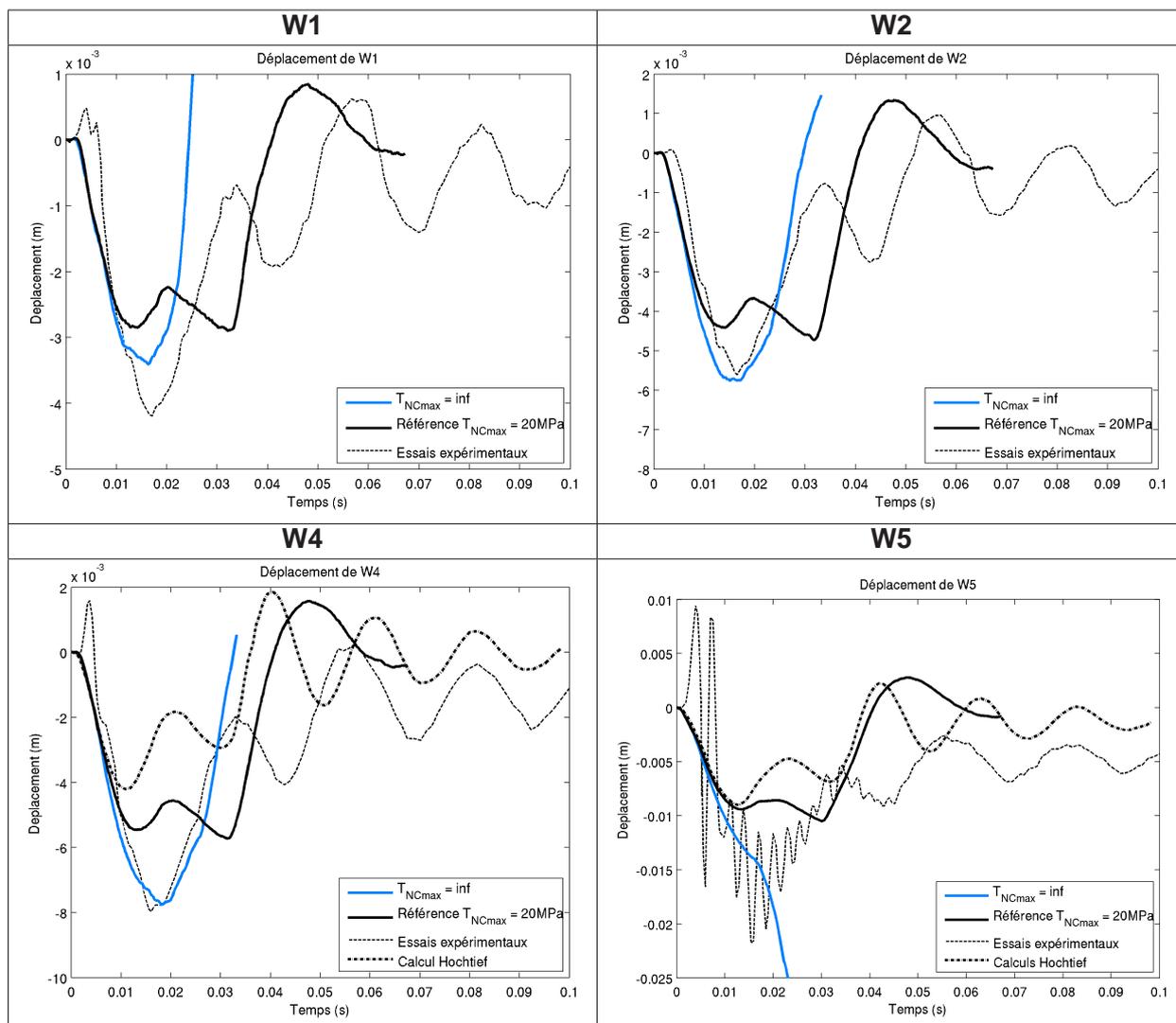
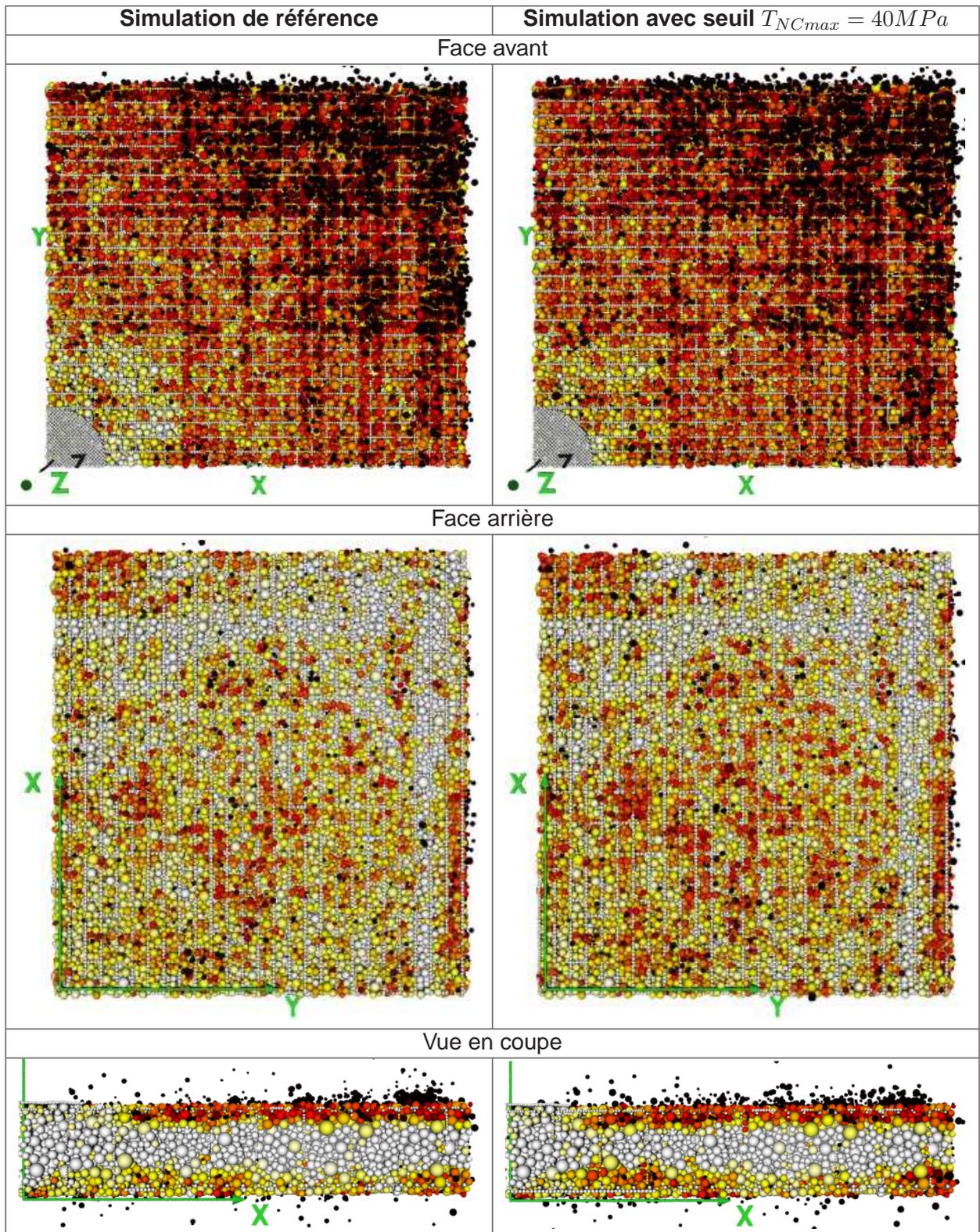


Tableau 5.27 – Déplacements de l'essai II-2 avec et sans seuil T_{NCmax}

Tableau 5.28 – Endommagement de l'essai II-2 à $t = 20$ ms suivant la valeur du seuil T_{NCmax}

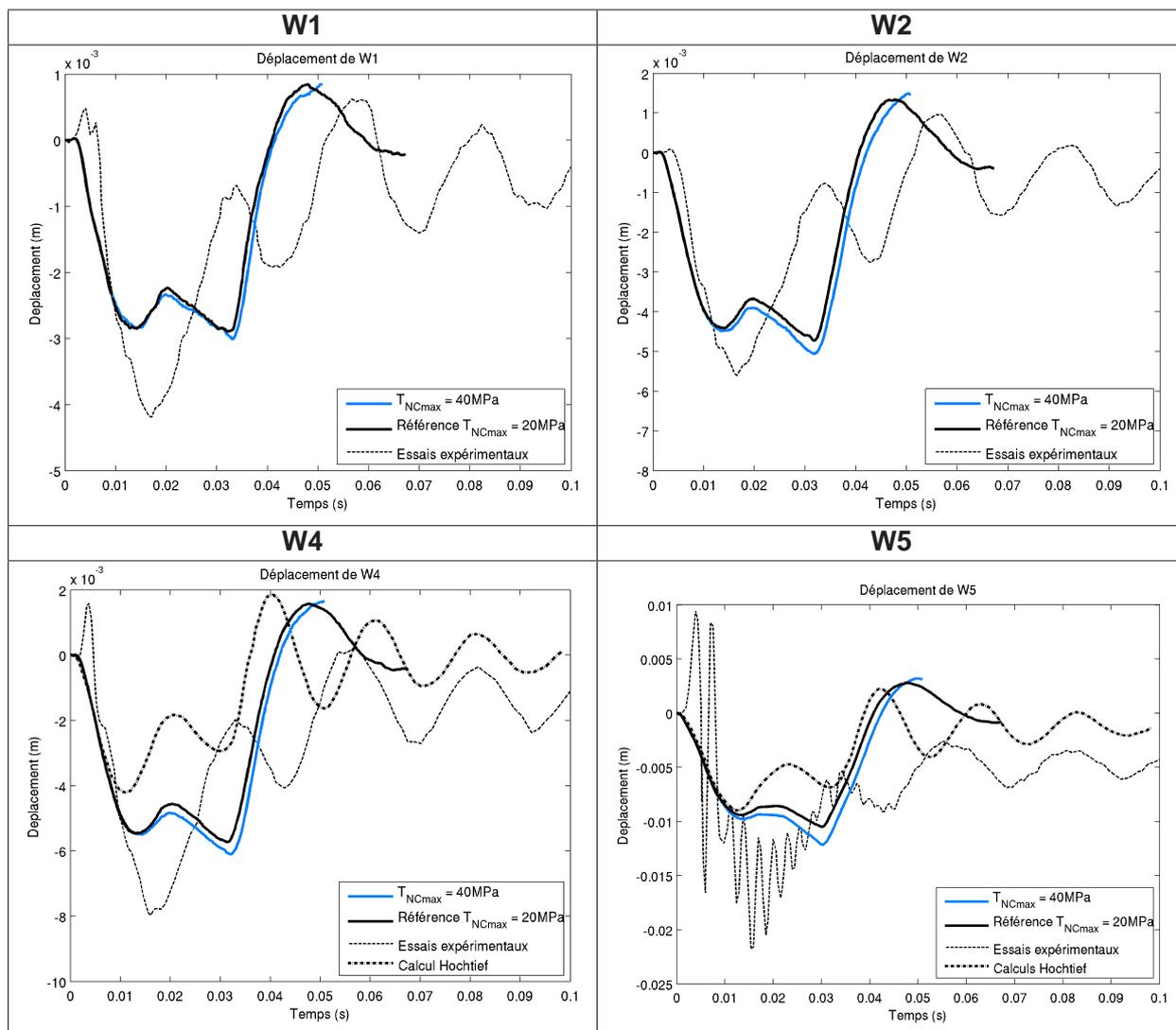


Tableau 5.29 – Déplacements de l'essai II-2 suivant la valeur du seuil T_{NCmax}

5.1.3.2 Essai II-5

Comme précisé plus haut, l'essai II-5 est un essai perforant. Les aciers longitudinaux en face avant sont rompus, le cône se dégrade mais est retenu par les aciers de flexion fortement plastifiés. Le projectile ne traverse donc pas la dalle. Une représentation de la dalle expérimentale endommagée est donnée sur la Figure 5.23.

La simulation numérique est effectuée avec les paramètres matériaux décrits dans le paragraphe 5.1.2.4. Le paramètre auquel on s'intéressera ici est la déformation à rupture de aciers qui est dans un premier temps égale à 6%.

Lors de la simulation numérique, on observe bien la rupture des aciers avant dans un premier temps puis des aciers arrières ce qui n'est pas observé expérimentalement. Le cône se détache. La vitesse du projectile après la fin du chargement tend rapidement vers zéro ce qui montre que comme dans l'essai expérimental le projectile est arrêté.

La comparaison entre expérimental et numérique sur cet essai ne peut se faire que qualitativement sur l'endommagement car aucune mesure n'est disponible. La simulation numérique montre que le modèle discret est capable de reproduire le processus de perforation. Cependant les aciers arrières sont rompus alors que l'on ne l'observe pas expérimentalement. Il faudrait certainement augmenter la limite de rupture des aciers ε_{max} vers des valeurs plus classiques autour de 10-15%.

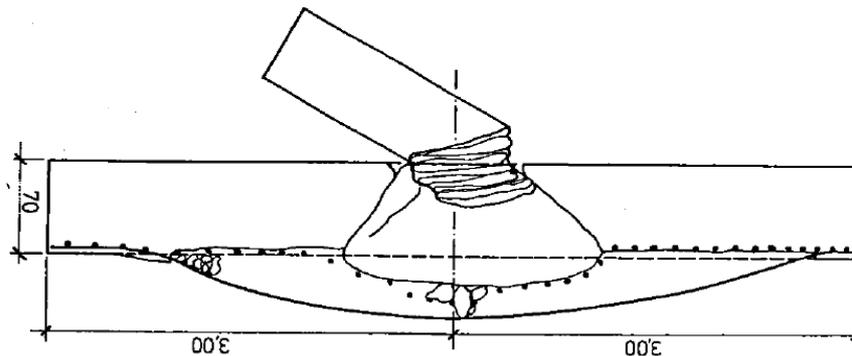


Figure 5.23 – Endommagement de la dalle expérimentale [Jonas *et al.*, 1982]

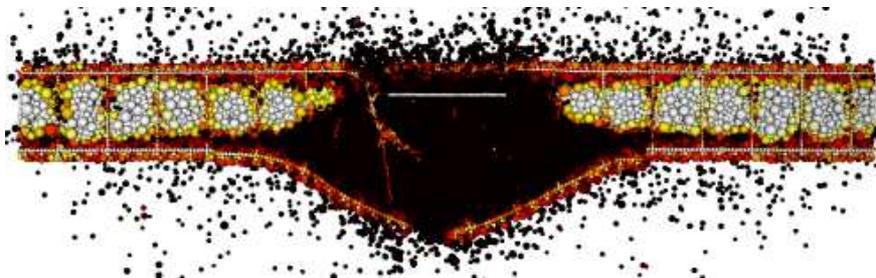


Figure 5.24 – Endommagement de la dalle éléments discrets à $t = 43\text{ms}$ (environ 17ms après la fin du chargement)

Simulation avec une limite de rupture des aciers à 10% et 15%

Les simulations suivantes sont identiques à la précédente mais la déformation limite de rupture des aciers est augmentée à 10% puis à 15%.

On observe comme attendu, le même cône de fissuration que précédemment comme on peut le voir sur les Figures 5.25 et 5.26. Pour une déformation à rupture de 10%, les aciers arrières sont rompus alors qu'on peut voir qu'ils résistent pour 15%.

On note que lors de ces deux calculs, le projectile (le disque) n'est pas simplement arrêté par la dalle mais il rebondit (Figure 5.27) après avoir perforé plus ou moins profondément. Nous n'avons pas de valeur expérimentale précise pour la profondeur de pénétration du projectile mais il est probable à la vue de la Figure 5.23 qu'elle soit proche de 30cm à 35cm. Il semble donc que la profondeur de pénétration du disque pour 10% et 6% soit plus proche de la réalité. Pour 15%, le rebond arrive trop tôt. Une valeur de déformation limite à rupture plus classique comprise en 10% et 15% pour l'acier devrait donc donner de meilleurs résultats.

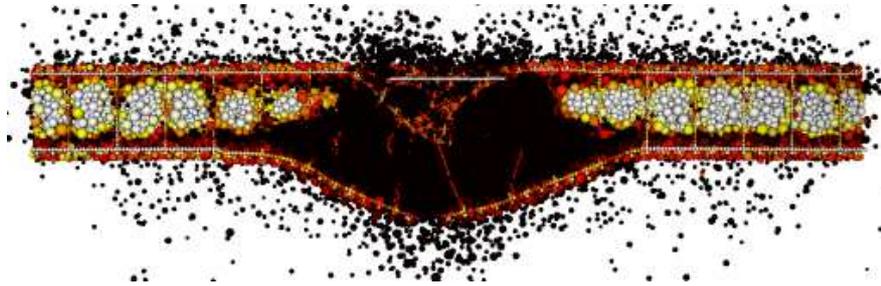


Figure 5.25 – Endommagement avec $\varepsilon_{max} = 10\%$ à $t = 43\text{ms}$ (environ 17ms après la fin du chargement)

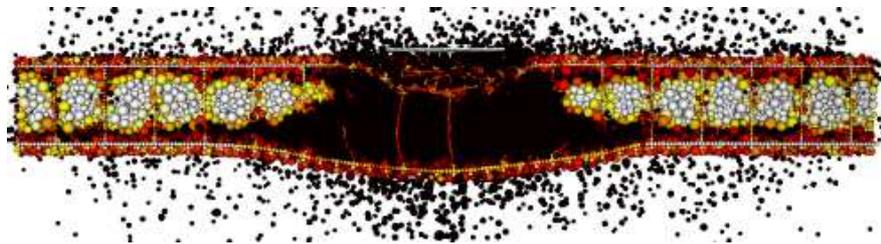


Figure 5.26 – Endommagement avec $\varepsilon_{max} = 15\%$ à $t = 43\text{ms}$ (environ 17ms après la fin du chargement)

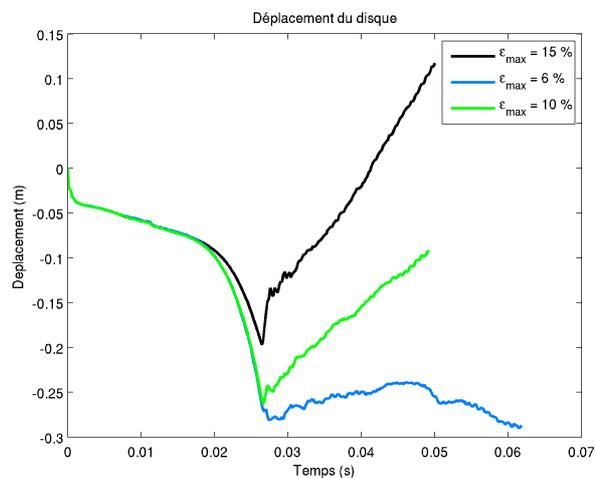


Figure 5.27 – Déplacement du disque au cours du calcul

5.1.4 Conclusion

Dans cette section, nous avons présenté plusieurs simulations des essais Meppen. Les deux essais simulés ont permis de valider le modèle éléments discrets développé précédemment et d'identifier les points où des améliorations sont nécessaires.

En ce qui concerne l'essai II-5, il nous a permis de vérifier que le modèle éléments discrets est capable de reproduire le processus de fissuration lors d'un impact. On voit parfaitement bien le cône se former, les aciers inférieurs fléchir et retenir ce cône de béton pour ensuite rompre. Une amélioration possible pour la simulation de cet essai serait d'augmenter la déformation à rupture des aciers vers une limite plus réaliste comprise entre 10% et 15% afin que les aciers inférieurs retiennent le cône sans rompre, se rapprochant ainsi de l'essai expérimental.

Les résultats de l'essai II-2 sont moins satisfaisants. Il ne reproduit qu'assez moyennement les déplacements de la dalle même si l'ordre de grandeur est respecté et la fréquence des oscillations proches des essais expérimentaux. Ces résultats sont cependant à nuancer car toutes les simulations des essais Meppen effectuées par éléments finis connaissent le même type de problème ([Koechlin, 2007], [Jonas *et al.*, 1982]).

L'endommagement de la dalle est plus difficile à exploiter. Les ruptures en surface semblent en partie dues à l'enrobage faible comme la simulation de la dalle retournée le confirme. La solution serait d'utiliser un maillage comportant plus d'éléments discrets en diminuant le rayon moyen des éléments. Cependant, le nombre d'éléments est déjà très important et les moyens de calcul utilisés actuellement ne nous permettent pas d'envisager de tels calculs (environ 200h de calcul pour 40ms de simulation sur un IntelCore2 2.4GHz avec 3Go de RAM). Des solutions pour augmenter les possibilités de calcul sont actuellement en cours de développement notamment une parallélisation du calcul éléments discrets et la programmation sur carte graphique.

La simulation effectuée avec le second chargement tiré des études du cabinet Hochtief montre l'influence de la fonction de chargement. Même si l'estimation de la force d'impact par Riera reste encore la meilleure solution, il serait intéressant de modéliser le projectile afin de vérifier le chargement.

Des tests ont été effectués pour évaluer l'influence de différents paramètres du modèle. Dans un premier temps, le caractère ductile du béton a été testé et semble très important pour la simulation de cet essai. Ensuite, les tests effectués sur la liaison acier-béton indiquent que cette liaison est nécessaire à la modélisation de l'impact. Une modélisation type interaction béton-béton utilisée dans les travaux de [Hentz, 2003] ne suffit pas.

De plus, les résultats montrent que les paramètres pour la loi tangentielle de cette liaison n'ont pas beaucoup d'influence. Par contre, les paramètres de la loi normale peuvent avoir une forte influence tant sur les déplacements que sur l'endommagement. Les résultats montrent que l'utilisation d'un seuil en compression est nécessaire pour limiter l'endommagement autour des armatures. Les simulations nous ont permis d'émettre des hypothèses sur les valeurs par défaut que l'on peut utiliser pour les paramètres de la loi normale. En effet, il semble que les seuils de rupture en traction T_{NTmax} et le seuil limite en compression T_{NCmax} peuvent être pris respectivement proches des résistances à la traction σ_t et à la compression du béton σ_c .

Pour conclure, l'expérience acquise par l'intermédiaire de ces nombreux tests permet de mieux analyser le comportement de la dalle, d'interpréter plus finement les cartes d'endommagement et le comportement des différentes liaisons (notamment sur la nouvelle liaison acier-béton). A la vue de ces résultats, il semble que le point à améliorer soit principalement l'identification des paramètres de la liaison acier-béton.

5.2 Simulation d'un impact avec couplage éléments finis/éléments discrets

L'objectif de ce dernier paragraphe est de montrer la faisabilité de la simulation d'un impact d'avion sur une structure en béton armé de type enceinte de confinement. Nous validerons par cet intermédiaire la procédure de couplage entre éléments discrets et éléments finis coques développée dans le Chapitre 4.

5.2.1 Description du modèle

Le problème étudié est un impact vertical sur une structure dont la géométrie est proche d'une enceinte de confinement (Figure 5.28). La force d'impact est identique à celle de l'essai Meppen II-5 étudié précédemment pour faciliter le calcul et pour avoir un point de comparaison.

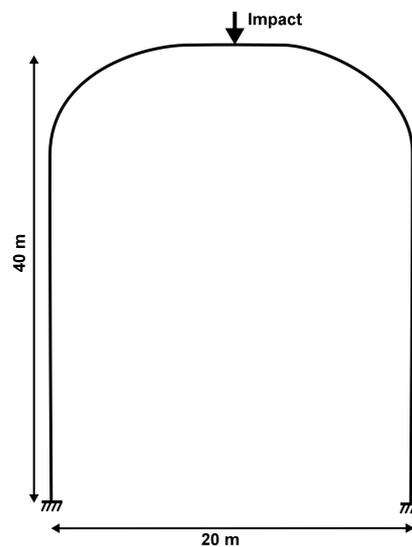


Figure 5.28 – Principe de la simulation

Le maillage est composé d'un domaine éléments discrets circulaire de diamètre 6m découpé dans la dalle utilisée pour simuler l'essai Meppen II-5. Le reste est modélisé par des éléments finis coques quadrangulaires Q4GS (Figure 5.29). La taille des mailles éléments finis varie entre 0.16m (dans la zone de couplage) et 0.67m et le rayon moyen des éléments discrets est de 0.025m soit un rapport de taille entre les deux zones de 6.5. Le couplage est effectué sur un anneau de largeur 0.5m correspondant à trois couches éléments finis.

Le chargement est effectué de la même manière que pour la simulation des essais Meppen par l'intermédiaire d'un disque en éléments discrets. La force utilisée est celle de l'essai Meppen II-5. Les nœuds présents sur le pourtour de l'enceinte sont encastrés.

Les paramètres matériaux utilisés pour les éléments discrets sont identiques à ceux utilisés pour simuler l'essai Meppen II-5 avec une déformation à rupture pour l'acier de 10%.

Pour les éléments finis coques, nous avons choisi d'utiliser pour une première simulation une loi élastique linéaire, puis pour une seconde simulation une loi matériau non-linéaire afin de savoir si des éléments finis non-linéaires ne seraient pas nécessaires.

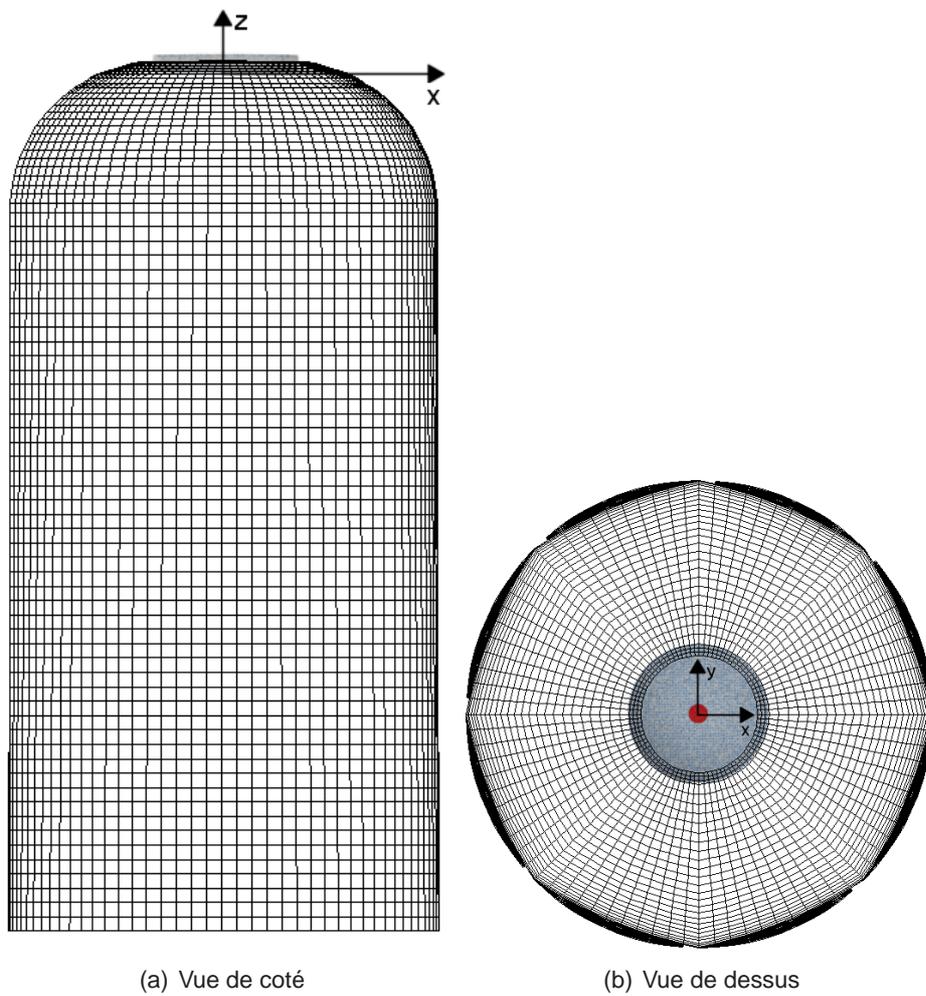


Figure 5.29 – Maillage

La loi non-linéaire utilisée est le modèle GLRC (GLobal Reinforced Concrete) développée par [Koechlin, 2007]. Cette loi couple un modèle d'endommagement et un modèle de plasticité. L'avantage est que nous connaissons les paramètres de la loi à utiliser puisqu'ils ont été identifiés par P. Koechlin pour la simulation des essais Meppen. De plus, cette loi est généralement utilisée par EDF pour les calculs de structures en béton armé avec des éléments coques.

Les paramètres utilisés pour le modèle GLRC sont décrits dans le Tableau 5.30 pour le béton et dans le Tableau 5.31 pour l'acier. On utilise directement les modules d'Young (E_b et E_a), le coefficient de poisson du béton ν_b , les contraintes limites en traction et compression σ_t et σ_c du béton, l'angle de frottement ϕ_c , le coefficient élastique pour l'effort tranchant G_v et les contraintes limites plastiques et à rupture de l'acier σ_p et σ_r . Les coefficients QP1 et QP2 sont les quotients de pente avant et après fissuration pour la flexion respectivement positive et négative. Les coefficients CiNi et CiMi sont les coefficients de Prager respectivement de membrane et flexion.

e_p	E_b	ν_b	σ_t	σ_c	ϕ_c
0.7m	30GPa	0.2	3.5MPa	33MPa	36.87°
QP1	QP2	CiNi	C1Mi	C2Mi	G_v
0.19	0.28	17.6MN/m	6.3MN.m	9.53MN.m	292MPa

Tableau 5.30 – Paramètres du béton pour le modèle GLRC

E_a	σ_p	σ_r	Densités de ferrailage			Positions des lits	
			avant	arrière	transverse	avant	arrière
210GPa	494MPa	620MPa	27.3cm ² /m	53.6cm ² /m	12.6cm ² /m ²	0.8714	-0.7486

Tableau 5.31 – Paramètres de l'acier pour le modèle GLRC

5.2.2 Résultats

Les résultats fournis par ces calculs sont très divers. Nous allons nous focaliser sur l'endommagement de la partie discrète et l'évolution des déformations dans la partie éléments finis.

La première chose intéressante avec ces deux simulations est de comparer les temps de calcul. Les temps CPU pour atteindre 40ms (après la fin du chargement) sont donnés dans le tableau 5.32 sur un IntelCore2 2.4GHz avec 3Go de RAM. On peut remarquer que le temps de calcul reste le même quand on ajoute les éléments finis linéaires élastiques au modèle éléments discrets. Le temps de calcul double avec un modèle éléments finis non-linéaire mais reste raisonnable. Par contre, un calcul complet de l'enceinte en éléments discrets est impossible, il faudrait près de 2 ans de calcul. On voit bien ici l'intérêt du couplage.

Simulation	Nb ED	Nb nœuds EF	Temps CPU	
Dalle Meppen II-5	260 000	-	230 h	9 jours
Enceinte couplée (élasticité linéaire)	260 000	7040	230 h	9 jours
Enceinte couplée (modèle GLRC)	260 000	7040	480 h	20 jours
Enceinte ED (estimation)	18 300 000	-	16 000 h	660 jours

Tableau 5.32 – Caractéristiques des essais

Sur la Figure 5.30, on observe la carte des liens rompus dans la partie discrète à l'instant $t = 29\text{ms}$. L'état de la zone éléments discrets correspond bien à une perforation. Le chargement étant celui d'un essai Meppen perforant, la perforation de la partie discrète semble tout à fait logique. Les deux modèles semblent donner les mêmes résultats en terme d'endommagement des éléments discrets.

On peut noter qu'il n'y a aucun lien rompu dans la zone de couplage entre éléments finis et éléments discrets. Il faut cependant faire attention à l'interprétation de la carte d'endommagement. En effet, l'endommagement observé en faces supérieure et inférieure est dû à un enrobage trop faible comme sur les simulations des essais Meppen (paragraphe 5.1.3). Le couplage semble donc permettre de réduire le problème de l'endommagement dû au faible enrobage.

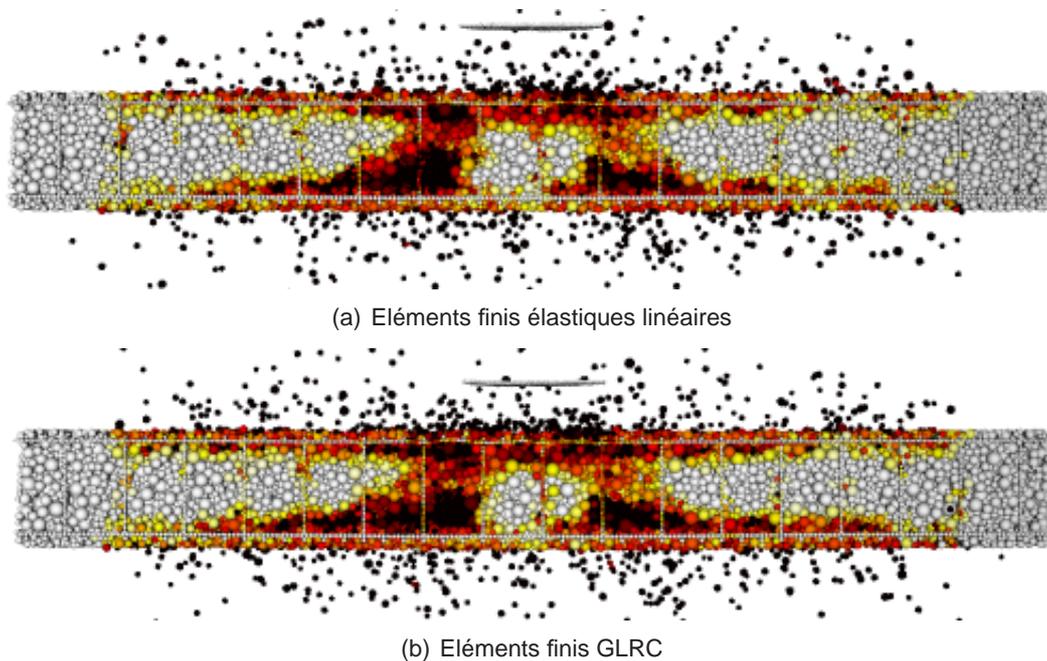


Figure 5.30 – Endommagement de la zone éléments discrets à $t=29\text{ms}$

En ce qui concerne le couplage entre les deux domaines, la continuité des déplacements dans la zone de couplage est bien respectée dans les deux modèles comme on peut l'observer sur la Figure 5.31. L'erreur entre les déplacements d'un nœud élément fini et d'un élément discret de coordonnées initiales proches sont inférieures à 2%.

On peut aussi observer sur la Figure 5.31 que les déplacements entre le modèle avec éléments finis élastiques et celui avec éléments finis non-linéaires sont différents. Dans le modèle élastique, le pic de déplacement est 34% plus faible que dans le modèle non-linéaire. Un comportement linéaire élastique ne semble pas suffisant pour représenter l'état de la structure. Pour garantir un meilleur résultat, il faut soit utiliser des éléments finis non-linéaires soit utiliser une zone discrète plus grande. Par rapport au temps de calcul, agrandir la zone éléments discrets n'est pas raisonnable.

On voit ici la nécessité d'un couplage avec des éléments non-linéaires. Le couplage avec des éléments finis non-linéaires permet donc de réduire la zone éléments discrets à la zone où il y a les plus fortes discontinuités et ainsi réduire au minimum le temps de calcul. Une autre optimisation du temps de calcul serait d'utiliser trois zones : une zone éléments

discrets, une zone éléments finis non-linéaires et une zone éléments finis élastiques là où la sollicitation le permet.

Les déformations de la partie éléments finis restent cependant assez faibles (Figure 5.32). Et dans le modèles avec éléments finis non-linéaires, seuls les éléments présents sur le dôme sont concernés par des non-linéarités (endommagement, Figure 5.33). La géométrie doit avoir beaucoup d'influence sur les résultats. Le fait d'avoir pris un dôme assez court (l'arrondi commence dès la fin de la zone discrète) a limité les effets de flexion dans les éléments finis. Il serait intéressant de simuler un impact sur une enceinte plus large.

Nous sommes conscient que cet essai n'est pas très réaliste. Les dimensions de la structure ne sont pas exactement celle d'une vraie enceinte de confinement, seule la géométrie en est proche. De plus, un avion a très peu de chance de venir impacter la structure avec cet angle. Cependant, l'objectif de ce calcul n'était pas de simuler un impact réel mais de montrer la faisabilité d'un calcul d'impact sur une structure de type enceinte de confinement avec les outils développés pendant cette thèse.

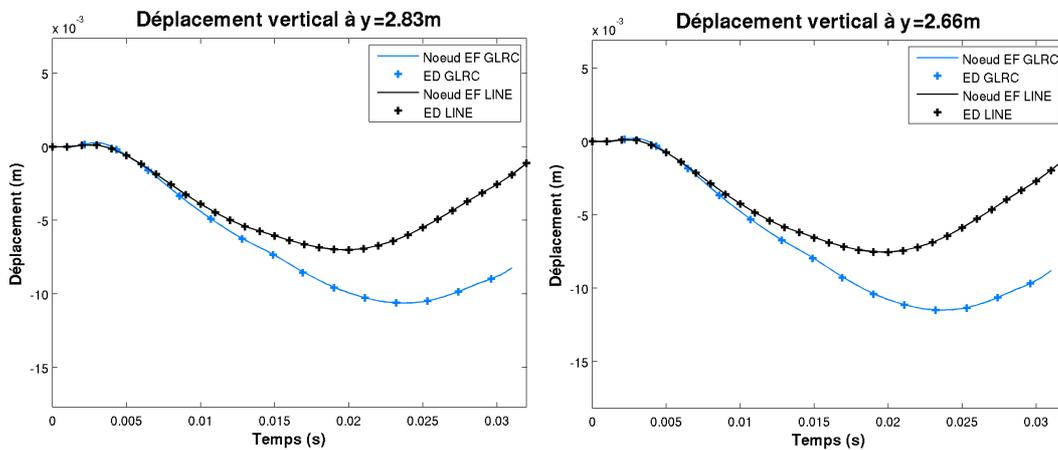


Figure 5.31 – Déplacements d'un élément discret et d'un noeud élément fini (dans le plan x=0)

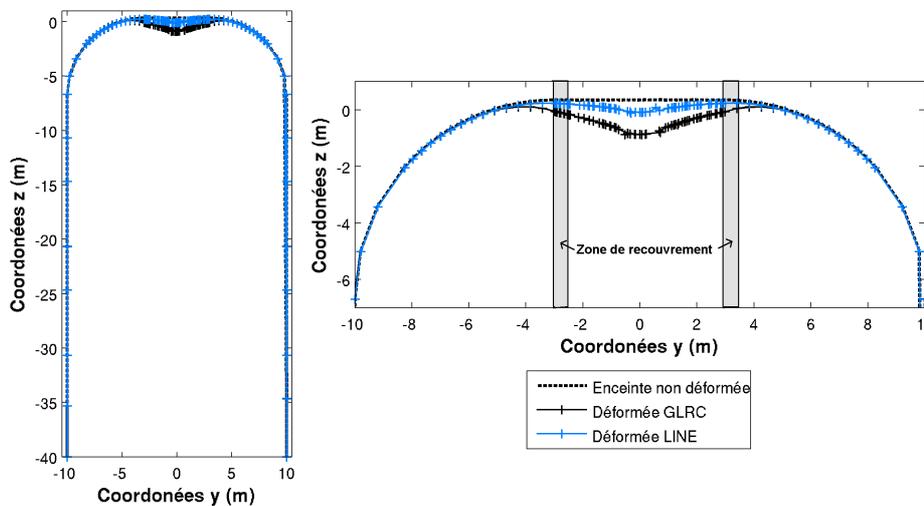


Figure 5.32 – Déformée de la structure (plan x=0) avec amplification des déplacements x50 à t=29ms

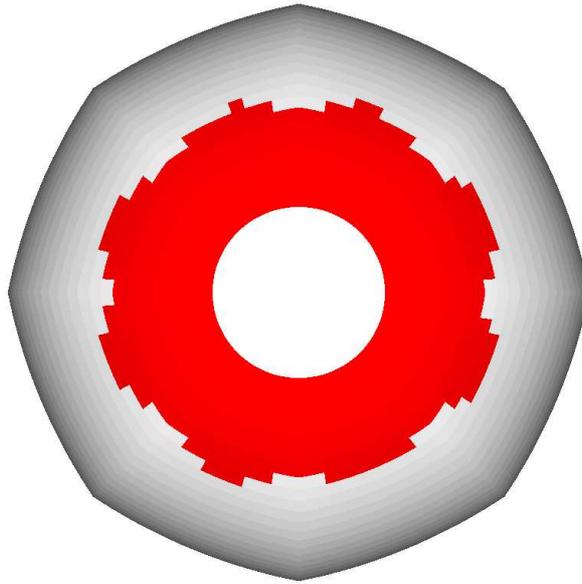


Figure 5.33 – Eléments finis ayant un critère d'endommagement non nul

Conclusion

L'objectif de ce travail de thèse était d'étudier et de fournir les outils nécessaires à la simulation d'impact d'avions sur des structures en béton armé. Dans ce but, nous proposons l'utilisation du couplage entre éléments discrets et éléments finis. Cette méthode est la combinaison de différents outils de modélisation, chacun ayant été étudié et validé : le modèle éléments discrets et la méthode de couplage.

Dans un premier temps, le problème d'impact d'avion a été étudié afin de définir les objectifs de modélisation et valider les choix effectués. Une revue d'études faites sur les impacts d'avions a montré qu'il existe un couplage entre les phénomènes locaux de fracturation et les allers-retours d'ondes dans la structure qui nécessite la simulation de la structure dans son ensemble. Les phénomènes de fracturation n'apparaissant que localement dans la zone impactée, nous avons proposé d'utiliser les éléments discrets dans cette zone. Le reste de la structure est moins sollicitée et peut donc être plus facilement modélisée par éléments finis.

Le modèle éléments discrets de béton armé

La méthode au éléments discrets choisie est issue du travail de [Donzé et Magnier, 1997] reprise par [Hentz, 2003] pour la modélisation du béton. Cette méthode a été améliorée sur plusieurs points.

D'abord, le travail a porté sur **l'amélioration de la procédure d'identification des paramètres locaux pour les liens entre éléments de type béton**. Dans un premier temps, l'optimisation de la mesure des déformations et l'édition d'une règle stricte pour le réglage du rayon d'interaction permettent d'avoir un comportement élastique plus fiable (reproductible) et conforme aux données entrées par l'utilisateur. Avec ces nouvelles règles, aucun calcul préliminaire n'est nécessaire pour avoir un comportement élastique correct.

Dans un second temps, les tests de sensibilité ont permis de valider la procédure d'identification des paramètres locaux proposée par [Hentz, 2003]. Cette procédure nécessite plusieurs essais numériques de calage des paramètres locaux par rapport au comportement macroscopique du béton d'abord en traction simple puis en compression simple.

Cette procédure d'identification demande trop de calculs pour être effectuée sur un modèle comportant beaucoup d'éléments discrets ou sur des géométries complexes. Des tests de traction et compression simples ont permis d'établir la reproductibilité des résultats quel que soit la forme ou la taille de l'échantillon. Ainsi, l'utilisation d'un échantillon représentatif extrait du modèle pour faire les calculs nécessaires à l'identification des paramètres locaux permet de **réduire le temps de ces calculs préliminaires** sans perdre la qualité des résultats.

Ensuite, nous avons **développé et validé une liaison Acier-Béton particulière** pour les éléments discrets. Cette liaison se décompose en une loi tangentielle et une loi normale à la direction de l'armature. Cette nouvelle liaison permet de simuler facilement des essais d'arrachement d'armature. La procédure d'identification des paramètres demande encore à être clarifiée notamment pour la loi normale. Cependant, les paramètres de la loi tangentielle peuvent être identifiés à partir d'essais d'arrachement d'armature.

Couplage entre éléments discrets et éléments finis

Le deuxième axe de développement est la méthode de couplage entre éléments discrets et éléments finis. La méthode choisie est une méthode avec recouvrement des deux zones et prise en compte du couplage par multiplicateurs de Lagrange. Une méthode existante couplant les éléments discrets et les éléments finis volumiques a servi de base pour **le couplage avec les éléments finis de type coque**. Le point clé du couplage avec les éléments coques est la définition de nœuds fictifs à partir des normales moyennes aux nœuds pour calculer les coefficients de couplage de la même façon que pour les éléments volumiques.

Cette méthode de couplage avec les éléments coques a été validée par de nombreux tests de traction et de flexion, en dynamique et en quasi-statique. Des tests plus nombreux sur des échantillons courbes seraient intéressants.

Applications

Le modèle éléments discrets a ensuite été utilisé pour une **simulation d'impacts sur une dalle en béton armé** et les résultats ont été comparés aux résultats expérimentaux des essais Meppen. Les simulations concernent un essai perforant pour une validation qualitative et un essai peu endommageant où les déplacements de la dalle sont connus pour une comparaison quantitative. Les simulations de l'essai perforant ont permis de vérifier que le processus de perforation de la dalle est bien modélisé par les éléments discrets. Les simulations de l'essai peu endommageant sont plus laborieuses mais nous ont permis de montrer les capacités et les limites du modèle éléments discrets. Les nombreuses simulations nous ont donné les futurs axes d'améliorations possibles.

Enfin, une application d'impact sur une structure de géométrie proche de l'enceinte de confinement a été simulée en utilisant tous ces outils. Elle montre la **faisabilité** des simulations visées, c'est-à-dire les impacts d'avions sur des structures de type enceinte de confinement, et valide l'utilisation du couplage entre éléments discrets et éléments finis.

Perspectives

Modèle éléments discrets de béton armé

Les axes d'amélioration du modèle éléments discrets sont nombreux. Pourtant, un axe semble se dégager lors des simulations des essais Meppen. Il concerne la nouvelle liaison Acier-béton. En effet, nous avons observé une grande influence des paramètres de cette liaison sur les résultats. Il semble très important de mieux définir la procédure d'identification des paramètres comme cela a été fait pour la liaison béton-béton. Pour l'instant, elle se base sur l'essai d'arrachement qui est un bon test pour évaluer les paramètres de la loi tangentielle mais qui ne permet pas de déterminer les paramètres de la loi normale. Un essai de flexion trois ou quatre points pourrait être un essai complémentaire à l'essai d'arrachement pour l'identification des paramètres. On pourrait imaginer une procédure semblable à celle des liens béton avec d'abord un calage des paramètres de la loi tangentielle sur un essai d'arrachement. Puis les paramètres tangentiels établis, plusieurs simulations d'un essai de flexion trois points donneraient une identification des paramètres de la loi normale.

Notons que la disponibilité des données sur le béton armé pose souvent des problèmes. Les procédures d'identification utilisées nécessitent des données sur des essais expérimentaux variés souvent indisponibles (notamment pour l'interface Acier-Béton). A plus long terme et avec beaucoup d'ambition, l'objectif pourrait être de trouver des relations entre le comportement macroscopique (données de l'acier et du béton) et les paramètres locaux permettant de s'affranchir de tout ou partie des coûteuses et fastidieuses procédures d'identification.

Un des points d'amélioration secondaires concernant le béton est l'ajout d'un modèle de compaction du béton nécessaire lorsque l'épaisseur de béton est importante [Shiu, 2008]. Un autre point consisterait à poursuivre l'étude de l'influence de la taille des éléments. On a mis en évidence l'influence de la taille des éléments sur les résultats en traction simple notamment par l'intermédiaire du paramètre d'adoucissement. Il serait intéressant de le faire pour d'autres chargement notamment en compression.

D'autre part, il serait nécessaire d'effectuer plus de tests de validation sur la procédure de génération du maillage éléments discrets. Cette méthode est très récente et la procédure n'est pas encore bien fixée ni bien connue.

Couplage entre éléments discrets et éléments finis

Les tests de validation sur la méthode de couplage avec les coques ont été réalisés uniquement avec un comportement linéaire élastique des éléments finis. Une perspective est d'étudier le couplage avec des éléments coques non-linéaires. L'utilisation de lois non-linéaires pour les éléments finis semble indispensable pour bien reproduire les phénomènes induits par les allers-retours d'ondes si la sollicitation est sévère et pour diminuer encore la taille de la zone éléments discrets.

Le couplage entre les éléments discrets et les éléments coques semble assez rigide notamment sur le test à géométrie courbe (Chapitre 4 section 4.5.6). Il serait utile de regarder l'influence d'un relâchement des conditions cinématiques dans l'épaisseur.

Vers des simulations d'impacts d'avion

Les résultats des applications présentés dans le Chapitre 5 montrent les possibilités offertes par les outils développés dans ce travail. Le projet ANR Vulcain prévoit, par la suite, l'utilisation de ces outils pour la simulation d'un impact d'avion sur une enceinte de confinement.

Les applications visées concernent des structures de grandes tailles impactées par des avions commerciaux qui induisent une zone impactée plus grande que celle présentée dans les applications du Chapitre 5. La partie éléments discrets sera donc beaucoup plus étendue. Cependant, le temps de calcul pour la partie éléments discrets reste encore très important et ces calculs risquent d'être très coûteux voire impossible à réaliser avec les moyens de calcul actuels. Pour réduire le coût des calculs, le code de calcul éléments discrets est en cours de parallélisation grâce au concours de l'INRIA.

D'autre part, pour être complète, la simulation nécessite la modélisation du projectile et de son écrasement. Pour cela, deux ingrédients sont indispensables: un modèle de projectile qui simule le flambement et la gestion du contact entre éléments discrets et éléments finis.

Le contact entre éléments discrets et éléments finis a été développé et validé pendant la thèse. La méthode utilisée est la méthode Pinball déjà présente dans le logiciel Europlexus pour le contact entre éléments finis. Elle consiste à insérer des sphères fictives dans les éléments finis afin de détecter le contact plus facilement. Cette méthode a été extrapolée pour le contact avec les éléments discrets et validée sur deux tests (Annexe C).

La simulation du projectile (l'avion) doit utiliser un modèle éléments finis complexe permettant la modélisation de l'écrasement. Cette partie du travail est en cours de réalisation par une équipe de EDF R&D [Qiu, 2009]. Les simulations des essais Meppen présentés dans le Chapitre 5 sont reprises en substituant la force de Riera par un projectile en éléments finis. Ces essais devraient valider le modèle éléments finis du projectile et le contact entre éléments finis et élément discrets en vue de l'application à la chute d'un avion.

Essai 1D: Comparaison de la méthode Pseudo-Arlequin et de la méthode de recouvrement

La méthode Arlequin présentée au Chapitre 4 n'est pas utilisable telle quelle pour un couplage éléments discrets/éléments finis. Cependant, nous proposons ici une adaptation de la méthode Arlequin.

En remplaçant les intégrales (Equation A.1) par des sommes (Equation A.2). L'idée est de projeter la différence des déplacements éléments discrets et éléments finis sur l'espace des fonctions de forme éléments finis sans utiliser les déformations (ℓ nul). Cette méthode n'est pas exactement la méthode Arlequin, on l'appellera donc Pseudo-Arlequin.

$$\left\{ \begin{array}{l} c(\mu^*, u_1 - u_2) = \int_{S_c} \mu^*(u_1 - u_2) + \ell^2 \varepsilon(\mu^*) : \varepsilon(u_1 - u_2) \\ c \text{ est la fonction de couplage,} \\ u_1 \text{ et } u_2 \text{ les déplacements de chacun des deux domaines.} \end{array} \right. \quad (\text{A.1})$$

$$\sum_{k=1}^{N_{ED}} \varphi_{EF}(d_k - u_j) = 0 \quad (\text{A.2})$$

Dans ce paragraphe, nous avons essayé de comparer le couplage spatial type Arlequin adapté aux éléments discrets et le couplage fort type Belytschko/Frangin. Nous nous sommes principalement intéressés à l'atténuation des ondes hautes fréquences réfléchies dans la partie éléments discrets. L'exemple à une dimension traité est une barre en traction (Figure A.1).



Figure A.1 – Barre en traction avec une couche de recouvrement

On étudie les effets des différentes méthodes d'atténuation des ondes pour les deux types de couplage. Dans un premier temps, on compare les résultats pour les deux méthodes avec seulement la diagonalisation de la matrice des multiplicateurs de Lagrange. Sur la Figure A.2, les deux méthodes semblent équivalentes en terme d'ondes réfléchies.

Ensuite, on utilise la méthode la relaxation en faisant varier le coefficient de relaxation r . La méthode Pseudo-Arlequin semble être moins intéressante, elle offre une atténuation correcte des ondes sur une plage de coefficients plus limitée (environ $r = 30$) que la méthode de Frangin (environ $r = 20$ à 60) (Figure A.3 et Figure A.4).

La méthode de l'amortissement est ensuite utilisée sans relaxation, on fait varier le pourcentage d'amortissement critique (de 0 à 1,5%). Ici on peut remarquer que les deux méthodes ont des atténuations très similaires et assez rapidement proches de 100% (Figure A.5).

Cependant, les Figures A.6 à A.8 montrent l'onde réfléchie pour différents coefficients de relaxation et trois couches de recouvrement. L'atténuation est calculée par rapport à une énergie et ne tient pas compte de l'amplitude du déplacement. Or le déplacement maximal observé sur les courbes de la méthode Pseudo-Arlequin est très important. Cette observation n'encourage pas à l'utilisation de la formulation pseudo-faible Arlequin. La méthode Pseudo-Arlequin semble présenter les mêmes inconvénients que le couplage fort au niveau temporel. On doit donc utiliser les mêmes méthodes d'atténuation des ondes réfléchies pour obtenir des résultats corrects.

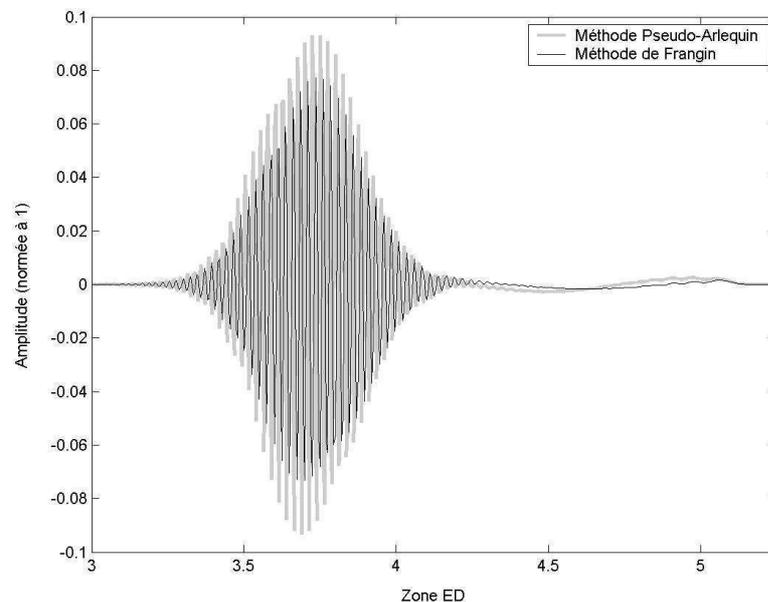


Figure A.2 – Ondes réfléchies pour la méthode Pseudo-Arlequin et la méthode de Frangin

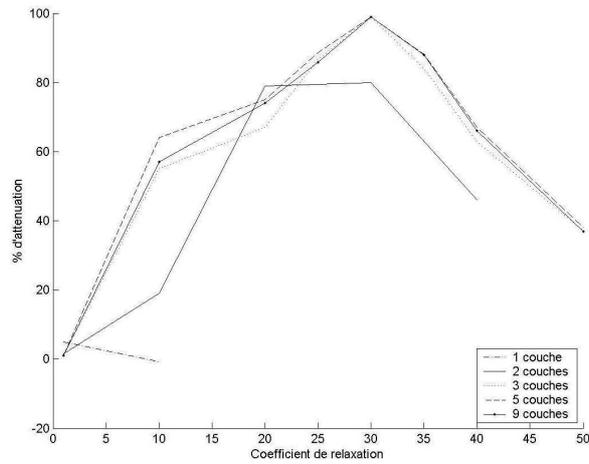


Figure A.3 – Atténuation des ondes HF réfléchies pour différents coefficients de relaxation : Méthode Pseudo-Arlequin

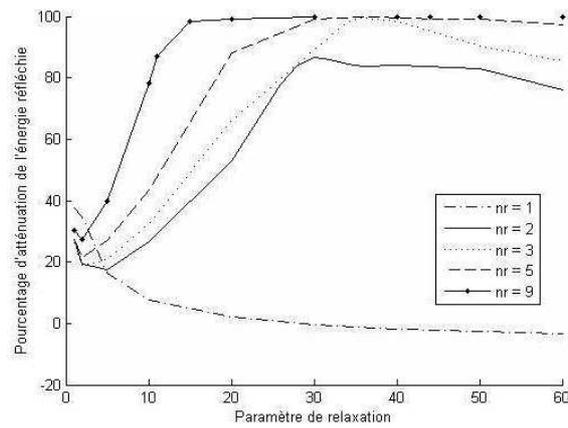


Figure A.4 – Atténuation des ondes HF réfléchies pour différents coefficients de relaxation : Méthode de Belytschko/Frangin

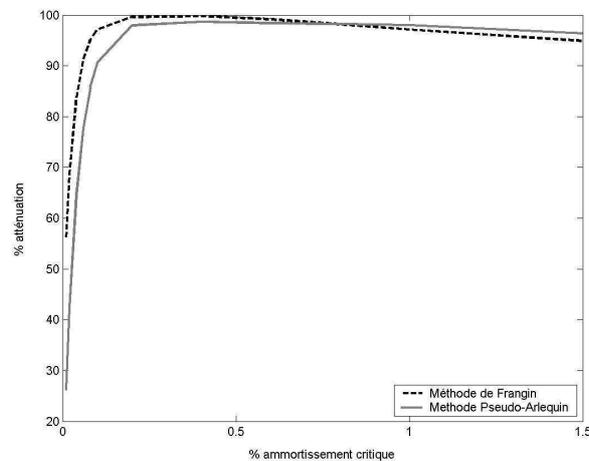
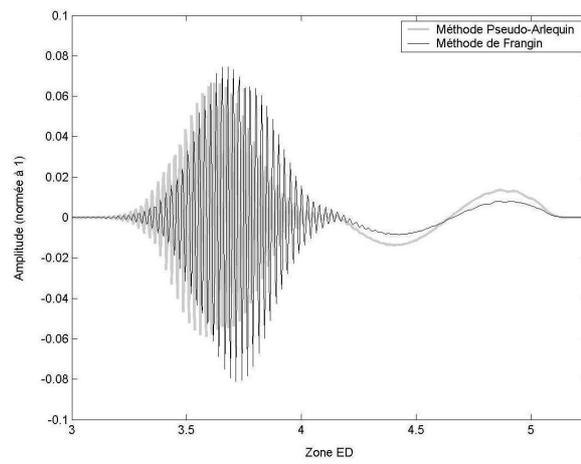
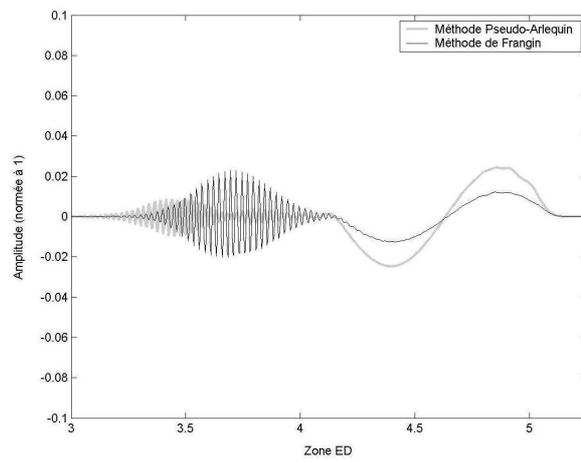
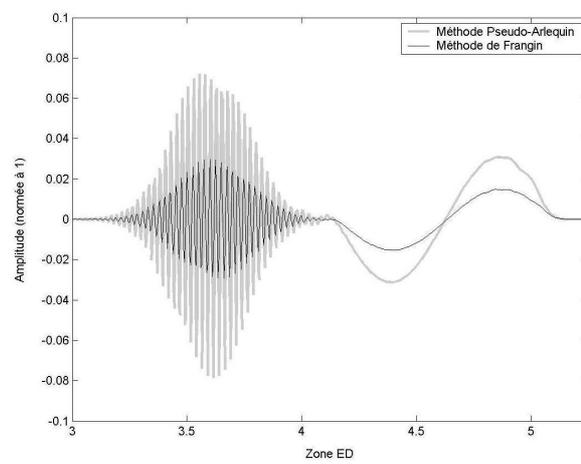


Figure A.5 – Atténuation des ondes pour différents coefficients d'amortissement

Figure A.6 – Onde réfléchie pour $r = 10$ Figure A.7 – Onde réfléchie pour $r = 30$ Figure A.8 – Onde réfléchie pour $r = 50$

Développement des équations de couplage pour les coques

B.1 Résolution dans le cas diagonal

Dans le cas où la matrice $\overline{\overline{A}}$ est diagonale, on obtient les multiplicateurs de Lagrange λ de façon très simple (Equation B.1). Il suffit ensuite de les utiliser tel quels pour corriger les déplacements, vitesses, accélérations ou de les ajouter sous forme de forces extérieures.

$$\vec{\lambda} = \overline{\overline{A}}^{-1} \vec{g} \quad (\text{B.1})$$

Pour le couplage avec les coques, les relations cinématiques s'écrivent sur les nœuds fictifs et toute la résolution peut être réalisée avec ces relations. Cependant, les corrections des déplacements, vitesses, accélérations ou les forces résiduelles exprimées pour les nœuds fictifs doivent être transformées pour les nœuds réels. Par exemple, la correction en déplacement d'un nœud fictif s'écrit :

$$\overrightarrow{correction}_i = -\frac{\Delta t^2}{\alpha_i M_i} \left(\sum_l^{n_{dr}} \overline{\overline{k}}_{li}^T \vec{\lambda}_l \right) \quad (\text{B.2})$$

Pour relier les nœuds fictifs aux nœuds réels, on utilise les relations suivantes:

$$\begin{cases} \vec{u}_{fictif}^{haut} = \vec{u}_{reel} + \frac{h}{2} \vec{\theta} \wedge \vec{n} \\ \vec{u}_{fictif}^{bas} = \vec{u}_{reel} - \frac{h}{2} \vec{\theta} \wedge \vec{n} \end{cases} \quad (\text{B.3})$$

En ajoutant les deux relations précédentes, on trouve le déplacement en translation \vec{u}_{reel} . Pour trouver les rotations réelles $\vec{\theta}$, on les soustrait.

$$\begin{cases} \vec{u}_{reel} = \frac{\vec{u}_{fictif}^{haut} + \vec{u}_{fictif}^{bas}}{2} \\ \vec{\theta} \wedge \vec{n} = \frac{\vec{u}_{fictif}^{haut} - \vec{u}_{fictif}^{bas}}{h} \end{cases} \quad (B.4)$$

Enfin on utilise la définition locale des rotations, c'est-à-dire écrites dans la base locale $\langle \vec{t}_1, \vec{t}_2, \vec{n} \rangle$:

$$\vec{\theta} = \theta_1 \vec{t}_1 + \theta_2 \vec{t}_2 \implies \vec{\theta} \wedge \vec{n} = \theta_2 \vec{t}_1 - \theta_1 \vec{t}_2 \quad (B.5)$$

On en déduit ensuite l'expression des rotations :

$$\begin{cases} \theta_1 = -\frac{\vec{u}_{fictif}^{haut} - \vec{u}_{fictif}^{bas}}{h} \cdot \vec{t}_2 \\ \theta_2 = \frac{\vec{u}_{fictif}^{haut} - \vec{u}_{fictif}^{bas}}{h} \cdot \vec{t}_1 \end{cases} \quad (B.6)$$

Dans ce cas, il est donc assez rapide de passer des nœuds fictifs aux nœuds réels coques. Le temps de calcul n'est donc pas beaucoup augmenté par rapport à un calcul en éléments cubes.

B.2 Résolution dans le cas complet

Comme décrit dans le chapitre 4, on peut utiliser un algorithme déjà implémenté dans Europlexus qui fonctionne presque comme une boîte noire. Les données d'entrée sont les listes des nœuds éléments finis et des éléments discrets concernés par le couplage ainsi que la matrice \bar{k} définissant les conditions cinématiques. Elles sont écrites de la forme $\bar{k}\vec{u} = 0$ avec \vec{u} les déplacements éléments discrets et éléments finis. A partir de cela, Europlexus se charge de résoudre le système par décomposition de Choleski pour enfin ajouter les efforts résiduels où il faut.

On ne peut donc pas donner en entrée les relations entre les éléments discrets et les nœuds fictifs. Il faut modifier la matrice \bar{k} pour qu'elle relie les éléments discrets aux nœuds réels coques. Les relations cinématiques exprimées avec les nœuds fictifs sont donc :

$$\vec{d} = \bar{k}\vec{u}_{fictif} \quad (B.7)$$

On note le vecteur des déplacements selon la première direction des 8 nœuds fictifs :

$$\begin{pmatrix} u_1^{haut} \\ \vdots \\ u_4^{haut} \\ u_1^{bas} \\ \vdots \\ u_4^{bas} \end{pmatrix} \quad (B.8)$$

et le déplacement du nœud réel i dans la direction j , u_i^j , et rotations du nœud réel i autour de la direction j , θ_i^j . La normale au nœud réel i dans la direction j s'écrit n_i^j .

Si on développe la relation pour le premier degré de liberté d'un élément discret:

$$d = \langle N_1 \dots N_8 \rangle \left\{ \begin{array}{c} u_1^{haut} \\ \vdots \\ u_4^{haut} \\ u_1^{bas} \\ \vdots \\ u_4^{bas} \end{array} \right\} \quad (\text{B.9})$$

Or on sait que :

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{u}_i^{haut} = \vec{u}_i + \frac{h}{2} \vec{\theta}_i \wedge \vec{n} \\ \vec{u}_i^{bas} = \vec{u}_i - \frac{h}{2} \vec{\theta}_i \wedge \vec{n} \end{array} \right. \quad (\text{B.10})$$

D'où :

$$d = \langle N_1 \dots N_8 \rangle \left\{ \begin{array}{c} u_1^1 + \frac{h}{2}(\theta_1^2 n_1^3 - \theta_1^3 n_1^2) \\ \vdots \\ u_4^1 + \frac{h}{2}(\theta_4^2 n_4^3 - \theta_4^3 n_4^2) \\ u_1^1 - \frac{h}{2}(\theta_1^2 n_1^3 - \theta_1^3 n_1^2) \\ \vdots \\ u_4^1 - \frac{h}{2}(\theta_4^2 n_4^3 - \theta_4^3 n_4^2) \end{array} \right\} \quad (\text{B.11})$$

En regroupant les termes, on trouve:

$$d = \langle N_1 + N_5, \frac{h}{2}(N_1 - N_5)n_1^3, \frac{h}{2}(N_5 - N_1)n_1^2, \dots, N_4 + N_8, \frac{h}{2}(N_4 - N_8)n_4^3, \frac{h}{2}(N_8 - N_4)n_4^2 \rangle \left\{ \begin{array}{c} u_1^1 \\ \theta_1^2 \\ \theta_1^3 \\ \vdots \\ u_4^1 \\ \theta_4^2 \\ \theta_4^3 \end{array} \right\} \quad (\text{B.12})$$

Finalement chaque degré de liberté d'un élément discret est couplé avec 12 degrés de liberté (4 de translation et 8 de rotations) alors que pour un cube il n'est couplé qu'avec 8 degrés de liberté. Le coût de calcul est donc plus important.

C.1 Méthodes de traitement du contact

C.1.1 Méthode Pinball

Une des méthodes utilisées pour traiter le contact entre deux objets dans Europlexus est la méthode Pinball ([Casadei, 2003], [Belytschko et Neal, 1991] et [Belytschko et Neal, 1993]). A partir des caractéristiques géométriques des éléments finis, on décrit des sphères. Ces sphères permettent une détection du contact plus facile. Ensuite, suivant la profondeur de pénétration, on calcule une force de contact. Cette force est ensuite distribuée sur les nœuds de l'élément.

Plusieurs possibilités existent pour définir la taille des sphères. La plus simple est de prendre la sphère englobant tous les nœuds (Figure C.1). Avec cette méthode, le contact sera détecté plus tôt que le contact réel. On peut aussi choisir de prendre la sphère de volume équivalent à celui de l'élément (Figure C.2), le contact alors est mieux détecté.

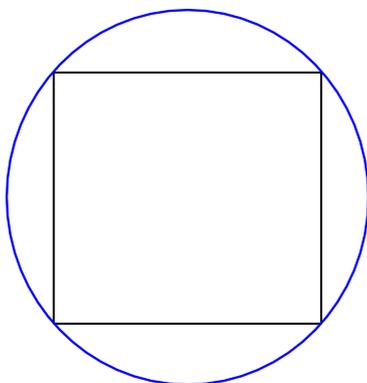


Figure C.1 – Méthode des sphères englobantes

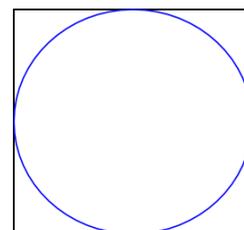


Figure C.2 – Méthode des sphères à volume équivalent

Chaque sphère peut ensuite être divisée en de plus petites sphères pour un meilleur niveau de détection, appelé niveau de hiérarchie (Figure C.3). Cette division semble importante dans le cas d'éléments de type coque, où la sphère de départ peut être très grande et où le contact sera détecté beaucoup trop tôt. Notons que pour les coques, l'épaisseur n'est pas prise en compte. Le contact est détecté entre les surfaces moyennes.

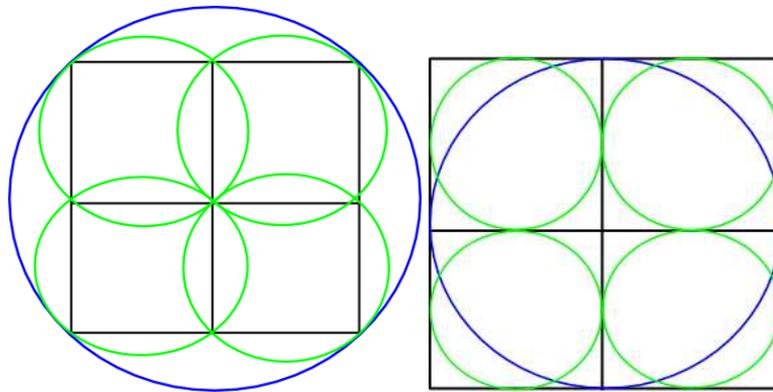


Figure C.3 – Niveau 1 de hiérarchie

Il existe aussi plusieurs possibilités de calcul de la direction normale entre deux Pinballs dirigeant la force de contact. En général, cette normale est la direction définie entre les deux centres des Pinballs.

C.1.2 Définition des Pinballs Éléments Discrets :

Les éléments discrets étant des sphères, la méthode est assez simple à mettre en place. La taille de la Pinball d'un élément discret sera directement le rayon de l'élément et aucun niveau de hiérarchie ne sera défini.

C.2 Tests de validations

C.2.1 Impact de deux barres

Dans cette section, nous considérons le problème d'impact entre deux barres. Ce problème de traction-compression possède en mono-dimensionnel une solution analytique. Ici on le traite en 3D en comparant deux modélisations d'Europlexus : en modélisation A (Figure C.5), les deux barres sont modélisées en éléments finis volumiques ; en modélisation B, l'une des barres reste en éléments finis, l'autre étant modélisé avec des éléments discrets (Figure C.6). En modélisation A, la méthode de traitement du contact utilisée est celle du contact glissant surface - surface (opérateur GLIS) ([Galon *et al.*, 1990]). En modélisation B le contact est traité via la méthode Pinball.

Les résultats de calcul seront comparés en termes de déplacements, vitesses et force d'impact.

C.2.1.1 Problème étudié

On considère un impact uni-axial de deux barres identiques (pour leurs dimensions géométriques et les caractéristiques de matériau) de section carrée qui se rapprochent avec une même vitesse initiale v_0 puis se heurtent. Après une phase de contact qui est considérée comme élastique et dont la durée dépend de la longueur des deux barres et de la vitesse du son dans le matériau, les barres se séparent et repartent dans des directions opposées. La configuration initiale est présentée sur la Figure C.4.

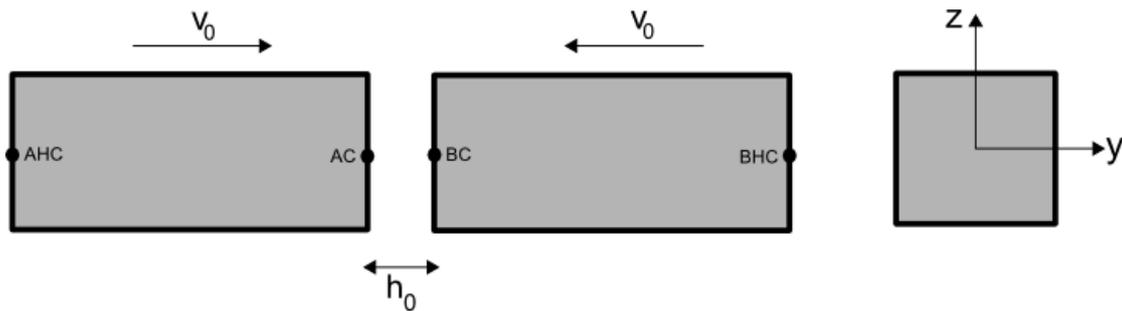


Figure C.4 – Problème étudié : vue latérale (à gauche), coupe transversale (à droite).

Géométrie

Chaque barre possède une longueur $L = 0.5m$ et une section carrée de $0.25m$ de côté.

Caractéristiques de matériau

Le matériau est élastique linéaire avec le module d'Young $E = 20\text{ GPa}$, le coefficient de Poisson $\nu = 0.25$ et la masse volumique $\rho = 2500\text{ kg/m}^3$.

Conditions initiales

Les barres sont animées d'un mouvement rectiligne uniforme avançant, chacune, avec une vitesse constante $v_{x0} = 20\text{ m/s}$. A l'instant initial elles sont espacées d'un jeu $h_0 = 0.01\text{ m}$.

Modélisation A

En modélisation A, les deux barres sont discrétisées par des éléments finis volumiques de type CUB8 (intégration complète avec 8 points de Gauss) (Figure C.5).

Les caractéristiques de matériau et les conditions initiales sont prises telles que présentées au début de cette section.

Pour détecter le contact, la méthode GLIS (contact glissant) est utilisée. Les relations de contact sont traitées via la méthode des multiplicateurs de Lagrange.

Les grandeurs post-traitées sont du type déplacement, vitesse et force de contact. Pour obtenir la force de contact, on se sert d'une commande qui calcule la résultante des forces nodales pour les nœuds se trouvant sur la surface susceptible entrer en contact.

Modélisation B

Dans la deuxième modélisation (Figure C.5), une des deux barres est remplacée par une barre en éléments discrets. On utilise la méthode Pinball pour traiter le contact. Les Pinballs utilisées pour les EF sont définies à volume équivalent pour être au plus près de la géométrie.

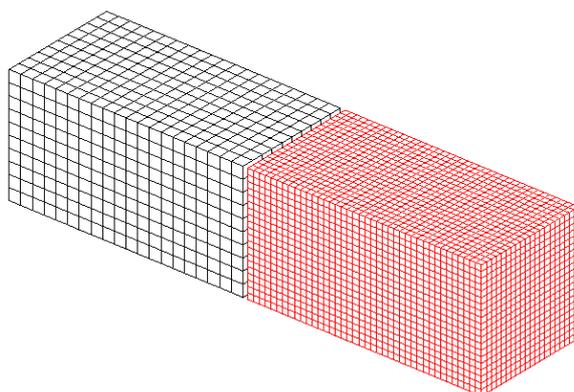


Figure C.5 – Maillage utilisé en modélisation A.

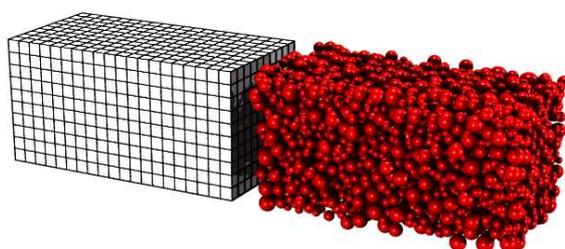


Figure C.6 – Maillage utilisé en modélisation B.

C.2.1.2 Comparaison des résultats

Déplacements

Les résultats en termes de déplacements (Figure C.7 et Figure C.8) semblent tout à fait corrects. Les différences sont très faibles (Tableau C.1) et peuvent être expliquées par la rugosité de l'échantillon éléments discrets sur ses frontières.

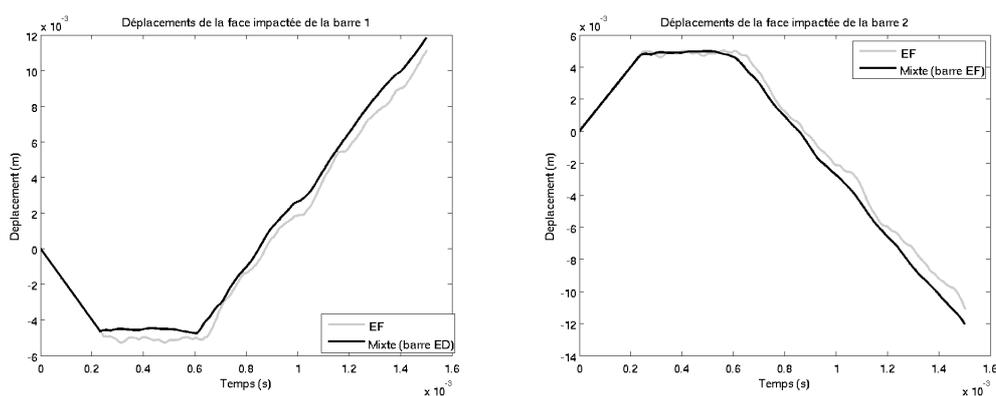


Figure C.7 – Déplacement au centre de la face impactée de chaque barre (AC et BC)

Force d'impact

En ce qui concerne la force de contact (Figure C.9), l'amplitude est similaire mais on observe quelques pics d'efforts résultants certainement du fait que les éléments discrets induisent une surface rugueuse. En effet, ils peuvent être de tailles très différentes (1 à 4) et

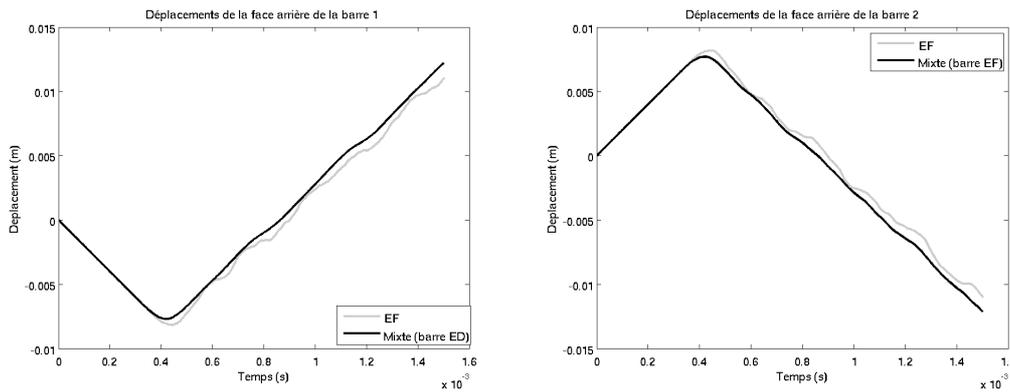


Figure C.8 – Déplacement au centre de la face arrière de chaque barre (AHC et BHC)

Instant (s)	Point	Modélisation A	Modélisation B	% différence
2.5E-5	AC	-4.949E-4	-5.06E-4	2,24
	BC	4.949E-4	5.06E-4	2,24
2.5E-4	AC	-4.03E-3	-4.005E-3	-0,62
	BC	4.03E-3	4.005E-3	-0,62
4E-4	AC	-4.958E-3	-4.517E-3	-8,89
	BC	4.993E-3	4.894E-3	-1,98
6E-4	AC	-5.026E-3	-4.74E-3	-5,69
	BC	4.966E-3	4.621E-3	-6,95

Tableau C.1 – Comparaison des déplacements

ils ne respectent pas exactement les frontières du domaine. Les durées d'impact sont très proches (moins de 4% de différence Tableau C.3).

Instant (s)	Modélisation A	Modélisation B	% différence
2.E-4	0	1364202	
4.E-4	9138673	8903993	-2,64
Force max	9269535	8998805	-3,01

Tableau C.2 – Comparaison des forces de contact

Vitesses moyennes

Les vitesses moyennes (Figure C.10) de chaque barre en fin de calcul sont quasi-identiques (moins de 4% de différence Tableau C.4).

C.2.2 Impact d'une barre sur une plaque

Dans cette section, nous considérons le problème d'impact entre une barre et une dalle. Deux modélisations sont comparées: en modélisation A, la barre est modélisée en éléments volumiques et la dalle en éléments coques; en modélisation B, la barre est modélisée en éléments discrets et la dalle en éléments coques. En modélisation A, la méthode de traitement du contact utilisée est celle du contact glissant surface - surface (opérateur GLIS) ([Galon *et al.*, 1990]). En modélisation B le contact est traité via la méthode Pinball. Les résultats de calcul seront comparés en termes de déplacements, vitesses, force d'impact.

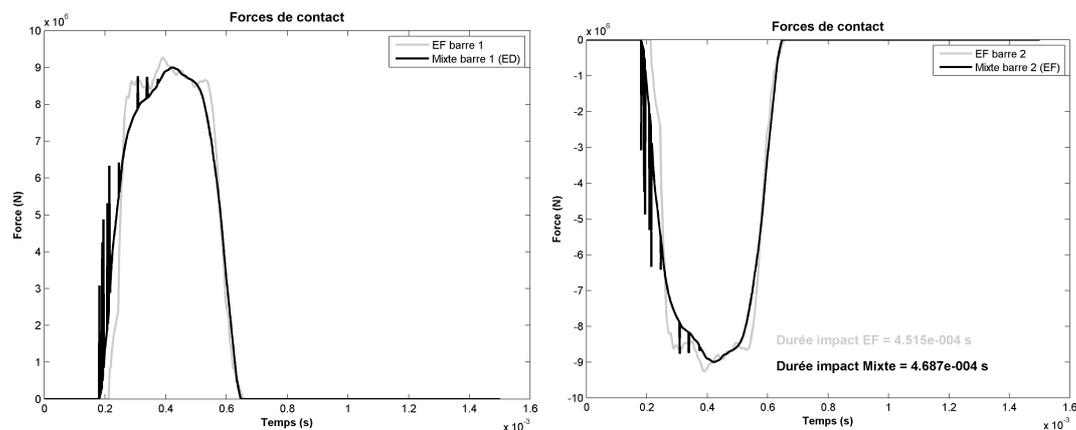


Figure C.9 – Forces de contact pour les deux modélisations (pour les barres 1 et 2)

Modélisation A	Modélisation B	% différence
4.51E-4	4.68E-4	3.7

Tableau C.3 – Comparaison des durées d'impact

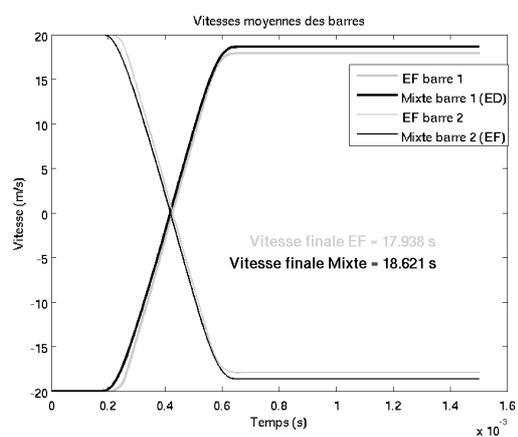


Figure C.10 – Vitesses moyennes des barres pour les deux modélisations

Modélisation A	Modélisation B	% différence
17.9	18.6	3.9

Tableau C.4 – Comparaison des vitesses moyennes en fin d'impact

C.2.2.1 Problème étudié

On considère l'impact normal d'un projectile sur une dalle carrée encastrée sur son pourtour (Figure C.11).

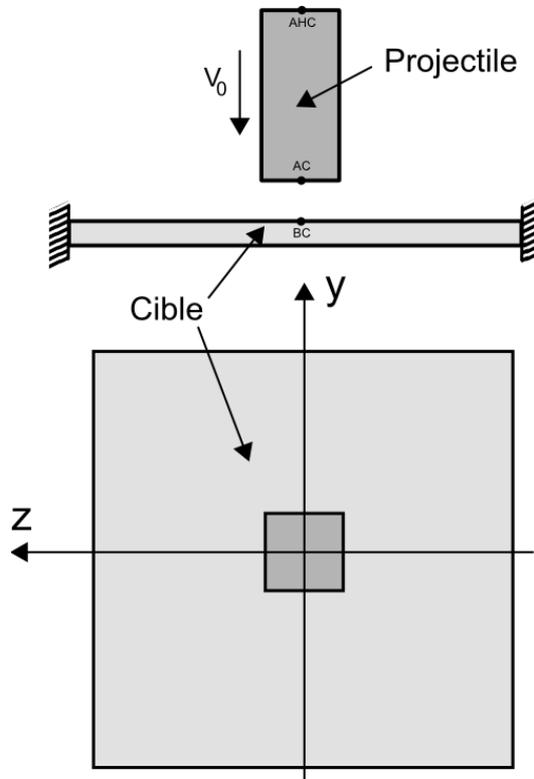


Figure C.11 – Configuration considérée

Géométrie

Le projectile a une forme d'une poutre rectiligne uniforme à section carrée. Ses paramètres sont :

- la longueur: 0.5 m.
- une section carrée de 0.25m de côté.

La cible est constituée d'une dalle métallique carrée de 1m de côté et d'une épaisseur de 0.2m.

Caractéristiques de matériau

Le matériau de la barre est élastique linéaire avec le module d'Young $E = 20 \text{ GPa}$, le coefficient de Poisson $\nu = 0.25$ et la masse volumique $\rho = 2500 \text{ kg/m}^3$. Les données matériaux utilisées pour la cible sont :

- module d'Young : $E = 200 \text{ GPa}$;
- coefficient de Poisson : $\nu = 0,3$;
- masse volumique $\rho = 7800 \text{ kg/m}^3$.

Conditions initiales

La barre a une vitesse initiale égale à $v_0 = 20 \text{ m/s}$. A l'instant initial, les deux objets sont espacés d'un jeu $h_0 = 0.03 \text{ m}$. Les nœuds du pourtour de la dalle sont bloqués.

Modélisation A

La dalle est maillée en coques épaisses avec les éléments Q4GS. Le projectile est discrétisé avec des éléments finis volumiques CUB8 (Figure C.12). L'épaisseur de la coque n'est pas prise en compte dans la recherche de contact de type GLIS.

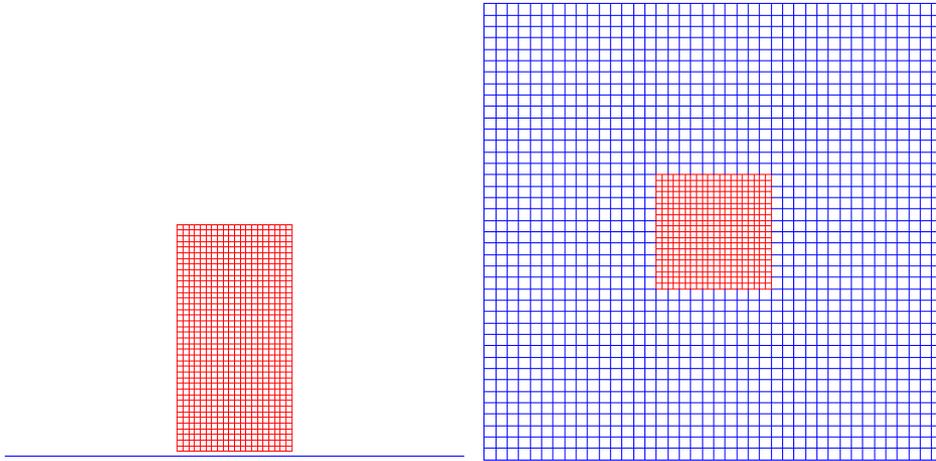


Figure C.12 – Maillage en modélisation A.

Modélisation B

La dalle est maillée en coques épaisses avec les éléments Q4GS. Le projectile est discrétisé avec des éléments discrets (Figure C.13). Le contact est détecté avec la méthode Pinball.

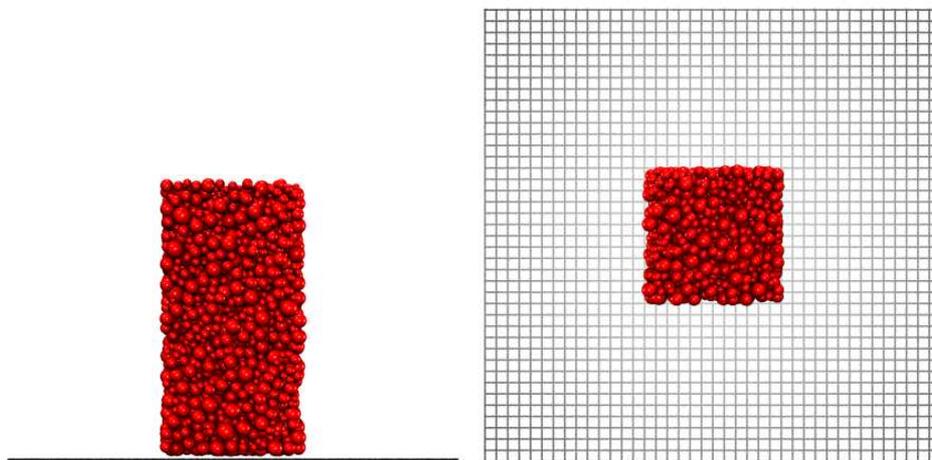


Figure C.13 – Maillage en modélisation B.

C.2.2.2 Comparaison des résultats

Afin de mieux comparer les différentes courbes, nous ne les représentons qu'à partir du début de l'impact. En effet, pour la même distance de départ, on observe des moments d'impacts différents.

Lors de la modélisation A, on note que le contact a lieu après 0,005m de déplacement de la barre, alors que la barre se trouve initialement à 0,03m de la dalle. La méthode

GLIS détecte donc le contact trop tôt. On remarque aussi que cette distance de détection dépend de la taille des éléments coques: avec un élément de 0,025m de coté la distance est de 0,005m, avec 0,02m de coté, on détecte le contact au bout de 0,01m. Cependant, les résultats en termes d'effort et de vitesses sont identiques.

Pour la modélisation B, la distance de contact dépend du niveau de hiérarchie des Pinballs. Le moment de l'impact est donc différent selon la modélisation.

Déplacements

Les déplacements (Figure C.14 et Figure C.15) sont du même ordre de grandeur et relativement proches. On observe que dans le cas de la modélisation mixte éléments discrets/éléments finis que la dalle se déplace moins que dans la modélisation totalement EF. Au contraire, les déplacements de la barre ED sont plus importants que les déplacements de la barre EF (Tableau C.5).

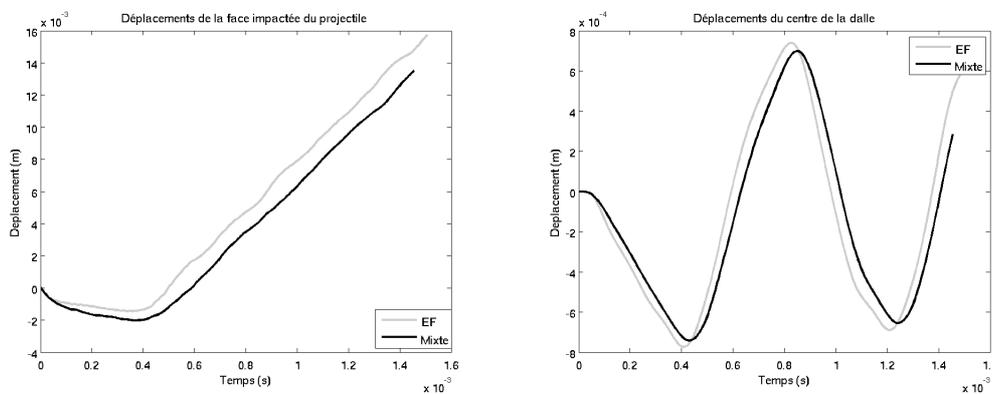


Figure C.14 – Déplacement du centre de la face impactée de la barre (AC) et au centre de la dalle (BC)

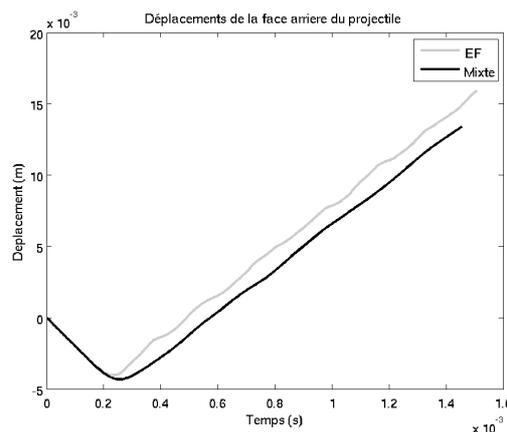


Figure C.15 – Déplacement du centre de la face arriere de la barre (AHC)

Instant (s)	Point	Modélisation A	Modélisation B	% différence
Déplacement maximum après le choc	AC	-0.0015	-0.002	33,33
	BC	-7.74e-4	-7.42e-4	-4,13
	AHC	-0.004	-0.0043	7,50

Tableau C.5 – Comparaison des déplacements

Force d'impact

On compare les courbes temporelles de la force d'impact (Figure C.6) obtenues dans ces deux calculs en post-traitant la résultante des forces externes. La durée de l'impact est assez différente comme on l'a déjà remarqué sur les déplacements. Cependant les valeurs de force de contact sont très proches (environ 5% de différence Tableau C.6).

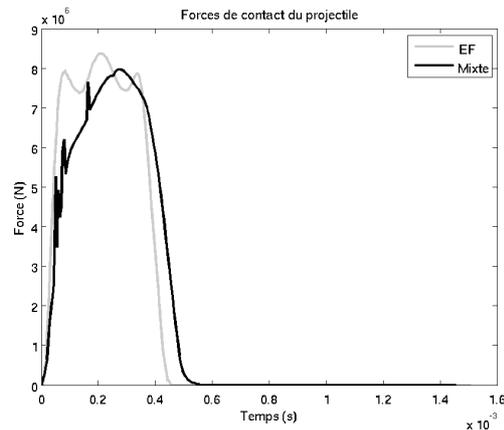


Figure C.16 – Force de contact pour les deux modélisations

Instant (s)	Modélisation A	Modélisation B	% différence
Force max	8372480	7970373	-5,05

Tableau C.6 – Comparaison des forces de contact

Modélisation A	Modélisation B	% différence
4.52E-4	5.5E-4	21.7

Tableau C.7 – Comparaison des durées d'impact

Vitesses moyennes

Les vitesses moyennes (Figure C.17) du projectile en fin de calcul sont quasi-identiques. Les vitesses extrêmes de la cible sont très proches. Elles sont toutes légèrement plus faibles dans le cas du contact ED/EF (Tableau C.8).

	Modélisation A	Modélisation B	% différence
Vitesse finale du projectile	15.57	15.44	-0.8
Vitesse max cible	2.1	1.94	-7,6
Vitesse min cible	-1.89	-1.82	-3,7

Tableau C.8 – Comparaison des vitesses moyennes

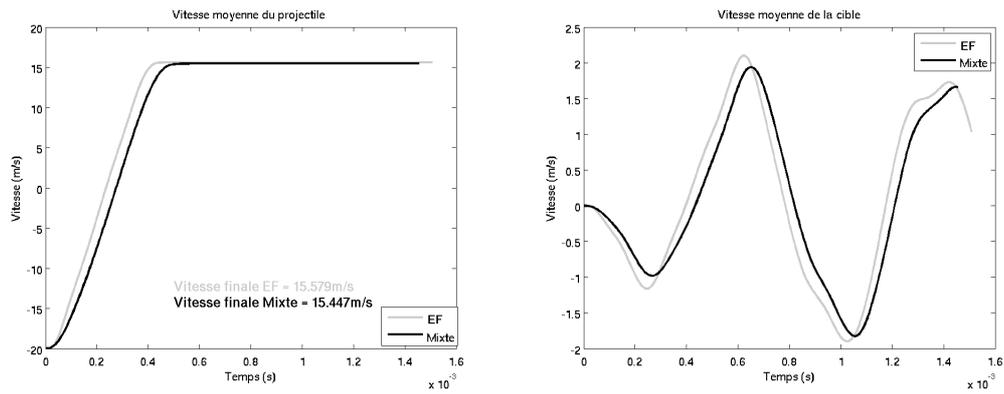


Figure C.17 – Vitesses moyennes pour les deux modélisations

C.2.3 Conclusion

L'analyse des courbes temporelles de déplacements, de vitesses et de forces de contact pour ces deux cas tests montre que le contact entre les modèles éléments finis et éléments discrets est traité correctement dans EUROPLEXUS. Nous avons désormais les outils nécessaires pour traiter l'impact d'un projectile maillé par éléments finis sur une structure modélisée par éléments discrets dans la zone impactée.

Bibliographie

- ABBAS, H., PAUL, D., GODBOLE, P. et NAYAK, G. (1995). Reaction-time response of aircraft crash. *Computers and Structures*, 55(5):809–817.
- AGARDH, L. et LAINE, L. (1999). 3d fe-simulation of high-velocity fragment perforation of reinforced concrete slabs. *International Journal of Impact Engineering*, 22:911–922.
- AZÉMA, E. (2007). *Étude numérique des matériaux granulaires à grains polyédriques : rhéologie quasi-statique, dynamique vibratoire, application au procédé de bourrage du ballast*. Thèse de doctorat, Université Montpellier 2.
- BANGASH, M. (1993). *Impact and explosion. Analysis and design*. Blackwell Scientific Publications.
- BANHOLZER, B., BRAMESHUBER, W. et JUNG, W. (2005). Analytical evaluation of pull-out tests : The direct problem. *Cement and Concrete Composites*, 27(1):93–101.
- BANHOLZER, B., BRAMESHUBER, W. et JUNG, W. (2006). Analytical evaluation of pull-out tests : The inverse problem. *Cement and Concrete Composites*, 28(6):564–571.
- BATOZ, J.-L. et DHATT, G. (1992). *Modélisation des structures par éléments finis*, volume 3 Coques. Hermès.
- BATOZ, W. Y. et BUDYNAS, R. (2001). *Roark's Formulas for Stress and Strain*, volume 7th Revised edition. McGraw-Hill Professional.
- BAZANT, Z. P. et PLANAS, J. (1997). *Fracture and Size effect in concrete and other quasi-brittle materials*. CRC Press.
- BELYTSCHKO, T. et NEAL, M. (1991). Contact-impact by the pinball algorithm with penalty and lagrangian methods. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 31:547–572.
- BELYTSCHKO, T. et NEAL, M. (1993). The splitting pinball method for contact-impact problems. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 105:375–393.
- BELYTSCHKO, T. et TABBARA, M. (1996). Dynamic fracture using element-free galerkin methods. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 39:923–938.
- BELYTSCHKO, T. et XIAO, S. (2003). Coupling methods for continuum model with molecular dynamics. *International Journal for Multiscale Computational Engineering*, 1:115–126.
- BENDHIA, H. (1998). Problèmes mécaniques multi-échelles : la méthode arlequin. *C. R. Acad. Sci. Paris*, 326(Série IIb):899–904.
- BERRIAUD, C., SOKOLOVSKY, A., GUERAUD, R., DULAC, J. et LABROT, R. (1978). Local behaviour of reinforced concrete walls under missile impact. *Nuclear Engineering and Design*, 45(2):457–469.

- BISCHOFF, P. et PERRY, S. (1991). Compressive behaviour of concrete at high strain rates. *Materials and structures*, 24:425–450.
- BORDERIE, C. L. (1991). *Phénomènes Unilatéraux dans un Matériau Endommageable : Modélisation et Application à l'Analyse de Structures en Béton*. Thèse de doctorat, Université Paris 6.
- BOUCHARD, P., BAY, F., CHASTEL, Y. et TOVENA, I. (2000). Crack propagation modelling using an advanced remeshing technique. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 189:723–742.
- BRACHMANN, I. (2006). The riera curve. <http://www.caam.rice.edu/modelreduction/Project%20Overview/Riera%20Curve.pdf>.
- BRARA, A. et KLEPACZKO, J. (2006). Experimental characterization of concrete in dynamic tension. *Mechanics of Materials*, 38(3):253–267.
- BURLION, N. (1997). *Compaction des bétons : éléments de modélisation et caractérisation expérimentale*. Thèse de doctorat, Ecole normale supérieure de Cachan.
- CAMBORDE, F. (1999). *Modélisation du comportement dyanmique du Béton - Application aux problèmes d'impacts et d'explosions*. Thèse de doctorat, Ecole Centrale de Nantes.
- CASADEI, F. (2002). A revision of the liaisons model in europlexus for domain decomposition calculations. European Commission, Institute for the Protection and Security of the Citizen, Joint Research Centre, 21020 Ispra, Italy.
- CASADEI, F. (2003). A general impact-contact algorithm based on hierarchic pinballs for the europlexus software system. European Commission, Institute for the Protection and Security of the Citizen, Joint Research Centre, 21020 Ispra, Italy.
- CEB-FIB (1990). CEB-FIP Model Code 1990. Design Code. Comité Euro-International du Béton et Fédération Internationale de la Précontrainte ; Thomas Telford, London, 437 (ISBN 0 7277 1696 4).
- CEG/DGA et 3S-R (2007). Caractérisation et modélisation du comportement mécanique des bétons sous très fort confinement. Rapport final contrat d'études et de recherches, CEG/DGA 3S-R.
- CHAREYRE, B. (2003). *Modélisation du comportement d'ouvrages composites sol-géosynthétique par éléments discrets - application aux ancrages en tranchées en tête de talus*. Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier.
- CLÉMENT, J.-L. (1987). *Interface acier-béton et comportement des structures en béton armé - caractérisation - modélisation*. Thèse de doctorat, Université de Paris 6.
- COURANT, R., FRIEDRICHS, K. O. et LEWY, H. (1928). Über die partiellen differenzengleichungen der mathematischen physik. *Mathematische Annalen*, 100(1):32–74.
- COX, J. V., BERGERON, K. et MALVAR, J. (2000). A combined experimental and numerical study of the bond between lightweight concrete and cfrp bars. *In Sessions on Interface Degradation, 14th ASCE Engineering Mechanics Conf.*, Univ. of Texas at Austin.
- CUNDALL, P., RUEST, M., GUEST, A. et CHITOMBO, G. (2003). Evaluation of schemes to improve the efficiency of a complete model of blasting and rock fracture. *In KONIETZKY, H., éditeur : Numerical Modeling in Micromechanics Via Particle Methods*, pages 107–115, Germany. Balkema.
- CUNDALL, P. et STRACK, O. (1979). A discrete numerical model for granular assemblies. *Geotechnique*, 29(1):47–65.
- CURTIN, W. et MILLER, R. (2003). Atomistic/continuum coupling in computational materials science. *Modelling Simul. Mater. Sci. Eng.*, 11:33–68.
- CUSATIS, G. et CEDOLIN, L. (2007). Tow-scale study of concrete fracturing behavior. *Engineering Fracture Mechanics*, 7:3–17.

- DAOUD, A. (2003). *Etude expérimentale de la liaison entre l'acier et le béton autoplaçant contribution à la modélisation numérique de l'interface*. Thèse de doctorat, INSA de Toulouse.
- DAUX, C., MOËS, N., DOLBOW, J., SUKUMAR, N. et BELYTSCHKO, T. (2000). Arbitrary branched and intersecting cracks with the extended finite element method. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 48:1741–1760.
- DOMINGUEZ, N. (2005). *Etude de la liaison Acier-Béton : De la modélisation du phénomène à la formulation d'un élément enrichi 'béton armé'*. Thèse de doctorat, Ecole Normale Supérieure de Cachan.
- DONZÉ, F. V. et MAGNIER, S.-A. (1997). Spherical discrete element code, discrete element project report no. 2. Rapport technique, GEOTOP, Université du Québec à Montréal.
- DONZÉ, F., MAURA, P. et MAGNIER, S. (1994). Numerical simulation of faults and shear zones. *Geophysical Journal International*, 116(1):42–52.
- EDF (2007). le projet flamanville 3, rapport préliminaire de sûreté. Rapport technique, EDF http://www.edf.fr/html/epr/pop_rps_doc.html.
- FORQUIN, P., GARY, G. et GATUINGT, F. (2008). A testing technique for concrete under confinement at high rates of strain. *International Journal of Impact Engineering*, 35(6): 425–446.
- FRANGIN, E. (2008). *Adaptation de la méthode des éléments discrets à l'échelle de l'ouvrage en béton armé - Une approche couplée éléments discrets/éléments finis*. Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier.
- FRANGIN, E., MARIN, P. et DAUDEVILLE, L. (2006). On the use of combined finite/discrete element method for impacted concrete structures. *Journal de Physique IV*, 134:461–466.
- FRANGIN, E., MARIN, P. et DAUDEVILLE, L. (2007). Approche couplée éléments discrets/finis pour la simulation d'un impact sur ouvrage. étude des différentes stratégies de couplage. *Revue Européenne de Mécanique Numérique*, 16(8):989–1009.
- FRIES, T. et MATTHIES, H. (2003). Classification and overview of meshfree methods. Rapport technique, Institute of Scientific Computing, Technical University Braunschweig, Brunswick, Germany.
- GABET, T. (2006). *Comportement triaxial du béton sous fortes contraintes : Influence du trajet de chargement*. Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier.
- GALON, R., BUNG, H. et LEPAREUX, M. (1990). Programme plexus. algorithme de traitement des surfaces de glissement (3d). CEA, Rapport DDMT/90-092.
- GÉRADIN, M. et RIXEN, D. (1993). *Théorie des vibrations, application à la dynamique des structures*. Masson.
- GOTO, Y. (1971). Cracks formed in concrete around tension bars. *ACI Journal*, 68(4):244–251.
- GUERAUD, R., SOKOLOVSKY, A., KAVYRCHINE, M. et ASTRUC, M. (1977). Study of the perforation of reinforced concrete slabs by rigid missiles - experimental study part 1. *Nuclear Engineering and Design*, 41(1):91–102.
- HAMOUINE, A., LORRAIN, M. et ELGONNOUNI, M. (1995). Etude de la résistance à l'arrachement de barres enrobées dans du béton de hautes performances. *Material and Structures*, 28(10):569–574.
- HART, R., CUNDALL, P. et LEMOS, J. (1988). Formulation of a three-dimensional distinct element model - part 2: Mechanical calculations for motion and interaction of a system composed of many polyhedral blocks. *International journal of rock mechanics Min. Sci. and geomec. abstr.*, 25:117–125.

- HENTZ, S. (2003). *Modélisation d'une Structure en Béton Armé Soumise à un Choc par la méthode des Éléments Discrets*. Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier.
- HERRMANN, H., HANSEN, A. et ROUX, S. (1989). Fracture of disordered, elastic lattices in two dimensions. *Physical Review B (Condensed Matter)*, 39(1):637–648.
- HUANG, F., WU, H., JIN, Q. et ZHANG, Q. (2005). A numerical simulation on the perforation of reinforced concrete targets. *International Journal of Impact Engineering*, 32:173–187.
- ISSA, J. et NELSON, R. (1992). Numerical analysis of micromechanical behavior of granular material. *Engineering computation*, 9:211–223.
- IWASHITA, K. et ODA, M. (1998). Rolling resistance at contacts in simulation of shear band development by dem. *J. Engineering Mechanics*, 124(3):285–292.
- JAMET, P., MILLARD, A. et NAHAS, G. (1984). Triaxial behaviour of a microconcrete complete stress-strain for confining pressures ranging from 0 to 100mpa. *In International Conference on Concrete under Multiaxial Conditions*, volume 1, Toulouse.
- JANACH, W. (1976). The role of bulking in brittle failure of rocks under rapid compression. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences and Geomechanics Abstracts*, 13(6):177–186.
- JENSEN, R., BOSSCHER, P., PLESCHA, M. et EDIL, T. (1999). Dem simulation of granular media - structure interface: effect of surface roughness and particle shape. *Int. Journal Num. Anal. Meth. Geomech*, 23:531–547.
- JERIER, J.-F., DONZE, F.-V., IMBAULT, D. et DOREMUS, P. (2008). A geometric algorithm for discrete element method to generate composite materials. *Discrete Element Group for Hazard Mitigation, Annual Report*, 4:A1–A8.
- JERIER, J.-F., IMBAULT, D., DONZE, F.-V. et DOREMUS, P. (2009). A geometric algorithm based on tetrahedral meshes to generate a dense polydisperse sphere packing. *Granular Matter*, 11(1):43–52.
- JIRASEK, M. (2004). Modeling of localized inelastic deformation. *In Short Course at the Czech Technical University, Prague, République Tchèque*.
- JODREY, W. et TORY, E. (1985). Computer simulation of close random packing of equal spheres. *Physical review A*, 32(4):2347–2351.
- JONAS, W., MESCHKAT, R., RIECH, H. et RÜDIGER, E. (1979). Experimental investigations to determine the kinetic ultimate bearing capacity of reinforced concrete slabs subject to deformable missiles j8/5. *In 5th International Conference on Structural Mechanics in Reactor Technology*, Berlin, Germany.
- JONAS, W., RÜDIGER, E., GRIES, M., RIECH, H. et RÜTZEL, H. (1982). Kinetische grenztragfähigkeit von stahlbetonplatten. Rapport technique RS 162, Hochtief AG.
- KADUSHNIKOV, R. M. et NURKANOV, E. Y. (2001). Investigation of the density characteristics of three-dimensional stochastic packs of spherical particles using a computer model. *Powder Metallurgy and Metal Ceramics*, 40(5-6):229–235.
- KILIC, A., YASAR, E. et ATIS, C. D. (2003). Effect of a bar shape on the pull-out capacity of fully-grouted rockbolts. *Tunneling and Underground Space Technology*, 18(1):1–6.
- KLERCK, P., SELLERS, E. et OWEN, D. (2004). Discrete fracture in quasi-brittle materials under compressive and tensile stress states. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 193:3035–3056.
- KNAP, J. et ORTIZ, M. (2001). An analysis of the quasicontinuum method. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 49(9):1899–1923.
- KOECHLIN, P. (2007). *Modèle de comportement membrane-flexion et critère de perforation pour l'analyse de structures minces en béton armé sous choc mou*. Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie-Paris VI.

- KOHLHOFF, S., GUMBSCH, P. et FISCHMEISTER, H. F. (1991). Crack propagation in bcc crystals studied with a combined finite-element and atomistic model. *Philosophical Magazine A*, 64(4):851–878.
- KOJIMA, I. (1991). An experimental study on local behavior of reinforced concrete slabs to missile impact. *Nuclear Engineering and Design*, 130(2):121–132.
- LEPPANEN, J. (2006). Concrete subjected to projectile and fragment impact: Modelling of crack softening and strain rate dependency in tension. *International Journal of Impact Engineering*, 32:1828–1841.
- LI, S. et LIU, W. (2004). *Meshfree particle methods*. Springer.
- LIAO, C.-L., CHANG, T.-P., YOUNG, D.-H. et CHANG, C. S. (1997). Stress-strain relationship for granular materials based on the hypothesis of best fit. *Int. j. Solids Structures*, 34(31-32):4087–4100.
- LUTZ, L. et GERGELY, P. (1967). Mechanics of bond and slip of deformed bars in concrete. *ACI Structural Journal*, 64(11):711–721.
- MALVAR, L. J. (1992). Confinement stress dependent bond behavior, part 1 : Experimental investigation. In *International conference Bond in concrete from research to practice*.
- MALVAR, L. J. et CRAWFORD, J. E. (1998). Dynamic increase factors for concrete. In *28th Department of Defense Explosives Safety Seminar*, Orlando, Floride.
- MAZARS, J. (1984). *Application de la mécanique de l'endommagement au comportement non linéaire et à la rupture du béton de structure*. Thèse de doctorat, Université de Paris VI.
- MENOULLARD, T., RÉTHORÉ, J., COMBESCURE, A. et BUNG, H. (2006). Efficient explicit time stepping for the extended finite element method. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 68:911–938.
- MESTAT, P., PRAT, M., BISCH, P., MILLARD, A. et PIJAUDIER-CABOT, G. (1999). *Ouvrages en interaction*. Hermes Science Publication.
- MINDLIN, R. D. (1951). Influence of rotatory inertia and shear on flexural motions of isotropic, elastic plates. *Journal of Applied Mechanics*, 18:31–38.
- MOLINA, M., GUTIERREZ, J. P. et GARCIA, M. D. (2002). Evaluation of reinforced concrete structures with partial loss of concrete/steel bond. In *Bond in concrete*, pages 182–189, Budapest University of Technology and Economics.
- MUNJIZA, A. (2004). *The Combined Finite-Discrete Element Method*. John Wiley.
- NACHTSHEIM, W. et STANGENBERG, F. (1981). Impact of deformable missiles on reinforced concrete plates-comparisational calculations of meppen tests j7/3. In *6th International Conference on Structural Mechanics in Reactor Technology*, Paris, France.
- NACHTSHEIM, W. et STANGENBERG, F. (1982). Interpretation of results of meppen slab tests-comparison with parametric investigations. *Nuclear Engineering and Design*, 75:283–290.
- NAYROLES, B., TOUZOT, G. et VILLON, P. (1992). Generalizing the finite element method : Diffuse approximation and diffuse elements. computational mechanics. *Computational Mechanics*, 10:307–318.
- OHNO, T., UCHIDA, T., MATSUMOTO, N. et TAKAHASHI, Y. (1992). Local damage of reinforced concrete slabs by impact of deformable projectiles. *Nuclear Engineering and Design*, 138(1):45–52.
- OLIVER, J. (1989). A consistent characteristic length for smeared cracking models. *International Journal of Numerical methods in Engineering*, 28(2):461–474.
- ORTIZ, M. et PANDOLFI, A. (1999). Finite-deformation irreversible cohesive elements for three-dimentional crack-propagation analysis. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 44:1267–1282.

- PLASSIARD, J.-P. (2007). *Modélisation par la méthode des éléments discrets d'impacts de blocs rocheux sur structures de protection type merlons*. Thèse de doctorat, université Joseph Fourier, Grenoble.
- POLANCO-LORIA, M., HOPPERSTAD, O., BORVIC, T. et BERSTAD, T. (2008). Numerical predictions of ballistic limits for concrete slabs using a modified version of the hjc concrete model. *International Journal of Impact Engineering*, 35(5):290–303.
- POTYONDY, D., CUNDALL, P. et LEE, C. (1996). Modelling rock using bonded assemblies of circular particles. In *Rock Mechanics Tools and Techniques*, Montréal, Québec, Canada.
- PRADO, E. et VAN MIER, J. (2003). Effect of particle structure on mode I fracture process in concrete. *Engineering Fracture Mechanics*, 70:1793–1807.
- QIU, G. (2009). Modélisation avec la méthode des éléments discrets de structures en béton armé sous l'impact d'un projectile déformable. rapport h-t62-2009-01761-fr, EDF.
- RAGUENEAU, F. (2006). Comportements endommageant des matériaux et des structures en béton armé. Habilitation à diriger des recherches. Université Pierre et Marie Curie (Paris 6).
- RATEAU, G. (2003). *Méthode Arlequin pour les problèmes mécaniques multi-échelles : Applications à des problèmes de jonction et de fissuration de structures élancées*. Thèse de doctorat, Ecole Centrale de Paris.
- RAZAKANAIVO, A., GHAVAMIAN, S. et FLEURY, F. (2000). Comportement mécanique du sas matériel de l'enceinte de la centrale de flamanville. *Aster Echos*, 33:5–6.
- RÜDIGER, E. et RIECH, H. (1983). Experimental and theoretical investigations on the impact of deformable missiles onto reinforced concrete slabs j8/3. In *7th International Conference on Structural Mechanics in Reactor Technology*, Chicago, USA.
- REISSNER, E. (1974). Linear and nonlinear theory of shells. In FUNG et EDS., S., éditeurs : *Thin Shell Structures*, pages 29–44. Prentice Hall.
- RIERA, J. (1980). A critical reappraisal of nuclear power plant safety against accidental aircraft impact. *Nuclear Engineering and Design*, 57.
- ROSSI, P., MIER, J. V., TOULEMONDE, F., MAOU, F. L. et BOULAY, C. (1994). Effect of loading rate on the strength of concrete subjected to uniaxial tension. *Materials and Structures*, 27(5):260–264.
- ROUSSEAU, J., FRANGIN, E., MARIN, P. et DAUDEVILLE, L. (2007). Some aspects of de/fe combined method: Model identification and combined method. In *COMPLAS 07*, Barcelone.
- ROUSSEAU, J., FRANGIN, E., MARIN, P. et DAUDEVILLE, L. (2008). Damage prediction in the vicinity of an impact on a concrete structure: a combined fem/dem approach. *Computers and Concrete*, 5(4):343–358.
- ROUSSEAU, J., FRANGIN, E., MARIN, P. et DAUDEVILLE, L. (2009). Multidomain finite and discrete elements method for impact analysis of a concrete structure. *Engineering Structures*, à paraître.
- ROZYCKI, P., MOËS, N., BÉCHET, E. et DUBOIS, C. (2008). X-fem explicit dynamics for contact strain elements to alleviate mesh constraints on internal or external boundaries. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 197:349–363.
- RÉTHORÉ, J., GRAVOUIL, A. et COMBESCURE, A. (2005). An energy-conserving scheme for dynamic crack growth using the extended finite element method. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 63:631–659.
- RUDD, R. et BROUGHTON, J. (2000). Concurrent coupling of length scales in solid state systems. *Physica Status Solidi (b)*, 217(1):251–291.

- SALOT, C. (2007). *Modélisation du comportement mécanique d'un matériau granulaire composite par la méthode des éléments discrets*. Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier.
- SAUER, M., HIERMAIER, S. et U.SCHEFFER (2001). Modeling penetration events using fe/mlsph adaptative coupling. *In Sixth U.S. National Congress on Computational Mechanics*, Dearborn, Michigan, USA.
- SAWAMOTO, Y., TSUBOTA, H., KASAI, Y., KOSHIBA, N. et MORIKAWA, H. (1998). Analytical studies on local damage to reinforced concrete structures under impact loading by discrete element method. *Nuclear Engineering and Design*, 179:157–177.
- SFER, D., CAROL, I., GETTU, R. et ETSE, G. (2002). Study of the behavior of concrete under triaxial compression. *JOURNAL OF ENGINEERING MECHANICS*, 123(2):156–163.
- SHENOY, V. B., MILLER, R., TADMOR, E. B., RODNEY, D., PHILLIPS, R. et ORTIZ, M. (1999). An adaptive finite element approach to atomic scale mechanics the quasicontinuum method. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 47(3):611–642.
- SHILKROT, L. E., MILLER, R. E. et CURTIN, W. A. (2001). Coupled atomistic and discrete dislocation plasticity. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, page 025501.
- SHIU, W. (2008). ? Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier.
- SIIRIÄ, S. et YLIRUUSI, J. (2007). Particle packing simulations based on newtonian mechanics. *Powder Technology*, 174(3):82–92.
- SOH, C. K., CHIEW, S. P. et DONG, Y. X. (1999). Damage model for concrete-steel interface. *Journal of Engineering Mechanics*, 125(8):979–982.
- STROEVEN, P. et STROEVEN, M. (1999). Assessment of packing characteristics by computer simulation. *Cement and Concrete Research*, 29(8):1201–1206.
- SUGANO, T., TSUBOTA, H., KASAI, Y., KOSHIKA, N., ITOH, C., SHIRAI, K., von RIESEMANN, W., BICKEL, D. et PARKS, M. (1993a). Local damage to reinforced concrete structures caused by impact of aircraft engine missiles part 2. evaluation of test results. *Nuclear Engineering and Design*, 140(3):407–423.
- SUGANO, T., TSUBOTA, H., KASAI, Y., KOSHIKA, N., OHNUMA, H., von RIESEMANN, W., BICKEL, D. et PARKS, M. (1993b). Local damage to reinforced concrete structures caused by impact of aircraft engine missiles part 1. test program, method and results. *Nuclear Engineering and Design*, 140(3):387–405.
- SUGANO, T., TSUBOTA, H., KASAI, Y., KOSHIKA, N., ORUI, S., von RIESEMANN, W., BICKEL, D. et PARKS, M. (1993c). Full-scale aircraft impact test for evaluation of impact force. *Nuclear Engineering and Design*, 140(3):373–385.
- TADMOR, E., ORTIZ, M. et PHILLIPS, R. (1996). Quasicontinuum analysis of defects in solids. *Philosophical Magazine A*, 73(6):1529–1563.
- TENG, T., CHU, Y., CHANG, F., SHEN, B. et CHENG, D. (2008). Development and validation of numerical model of steel fiber reinforced concrete for high-velocity impact. *Computational Materials Science*, 42:90–99.
- TERRIEN, M. (1980). Emission acoustique et comportement mécanique post-critique d'un béton sollicité en traction. *Bulletin de liaison des Ponts et Chaussées*, 105:65–72.
- TIMOSHENKO, S. (1970). *Theory of Elasticity*, volume 3ème édition. McGraw-Hill Companies.
- TING, J. M., MEACHUM, L. R., KHWAJA, M., ROWELL, J. D., CHIN, W. et MISCHER, G. (1995). Effect of particle shape on the mechanical behavior of granular material: A discrete element study. Rapport technique, Dept. Of Civil and Environmental Engineering of University of Massachusetts Lowell.

- TURK, K., CALISKAN, S. et YILDIRIM, M. S. (2005). Influence of loading condition and reinforcement size on the concrete/reinforcement bond strength. *Structural Engineering and Mechanics*, 19(3):337–346.
- von RIESEMANN, W. A., PARRISH, R., BICKEL, D., HEFFELFINER, S., MUTO, K., SUGANO, T., TSUBOTA, H., KOSHIKA, N., SUZUKI, M. et OHRUI, S. (1989). Full-scale aircraft impact test for evaluation of impact forces. In *10th International Conference on Structural Mechanics in Reactor Technology (SMIRT)*, Anaheim, Californie, USA.
- VU, X. H. (2007). *Caractérisation expérimentale du béton sous fort confinement : influences du degré de saturation et du rapport eau/ciment*. Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier.
- WALTON, O. R. (1984). Application of molecular dynamics to macroscopic particles. *Int. J. Engng. Sci.*, 22(8-10):1097–1107.
- XIAO, S. et BELYTSCHKO, T. (2004). A bridging domain method for coupling continua with molecular dynamics. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 193: 1645–1669.
- ZINEDDIN, M. et KRAUTHAMMER, T. (2007). Dynamic response and behavior of reinforced concrete slabs under impact loading. *International Journal of Impact Engineering*, 34(9): 1517–1536.